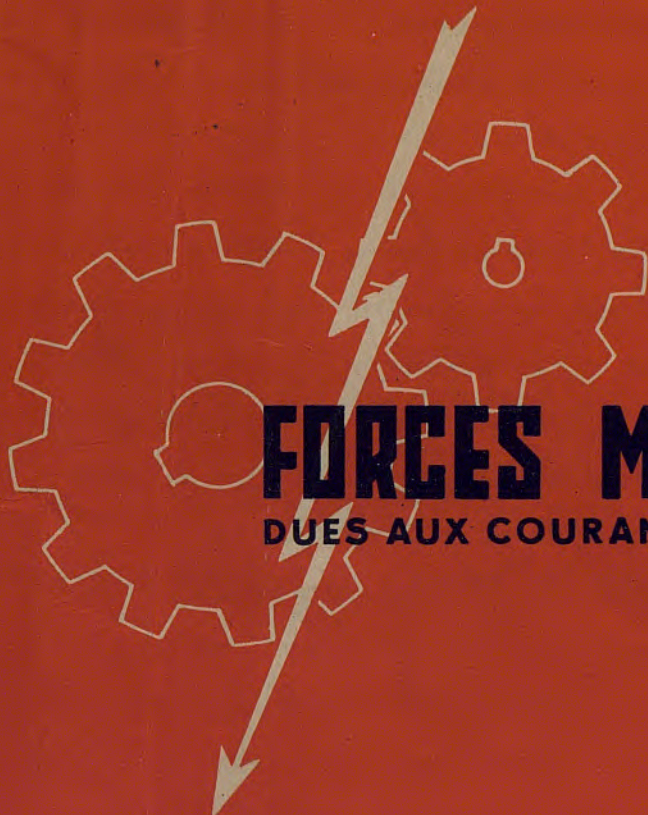


C.P.
45

R-1165

DELLE

25, Chemin de Cyprian - VILLEURBANNE



FORCES MÉCANIQUES

DUES AUX COURANTS DE COURT-CIRCUIT

COMERCIAL SOREL-SPRECHER, S. A.
DISTRIBUCIÓ EN BARCELONA
Via Lluís Companys, 53, 4.ª B. - TEL. 22-65-16

FA
621.
31
DEL



BIBLIOTECA
Campus UPC
TERRASSA

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Biblioteca



1400157040

NOTICE TECHNIQUE

1/3

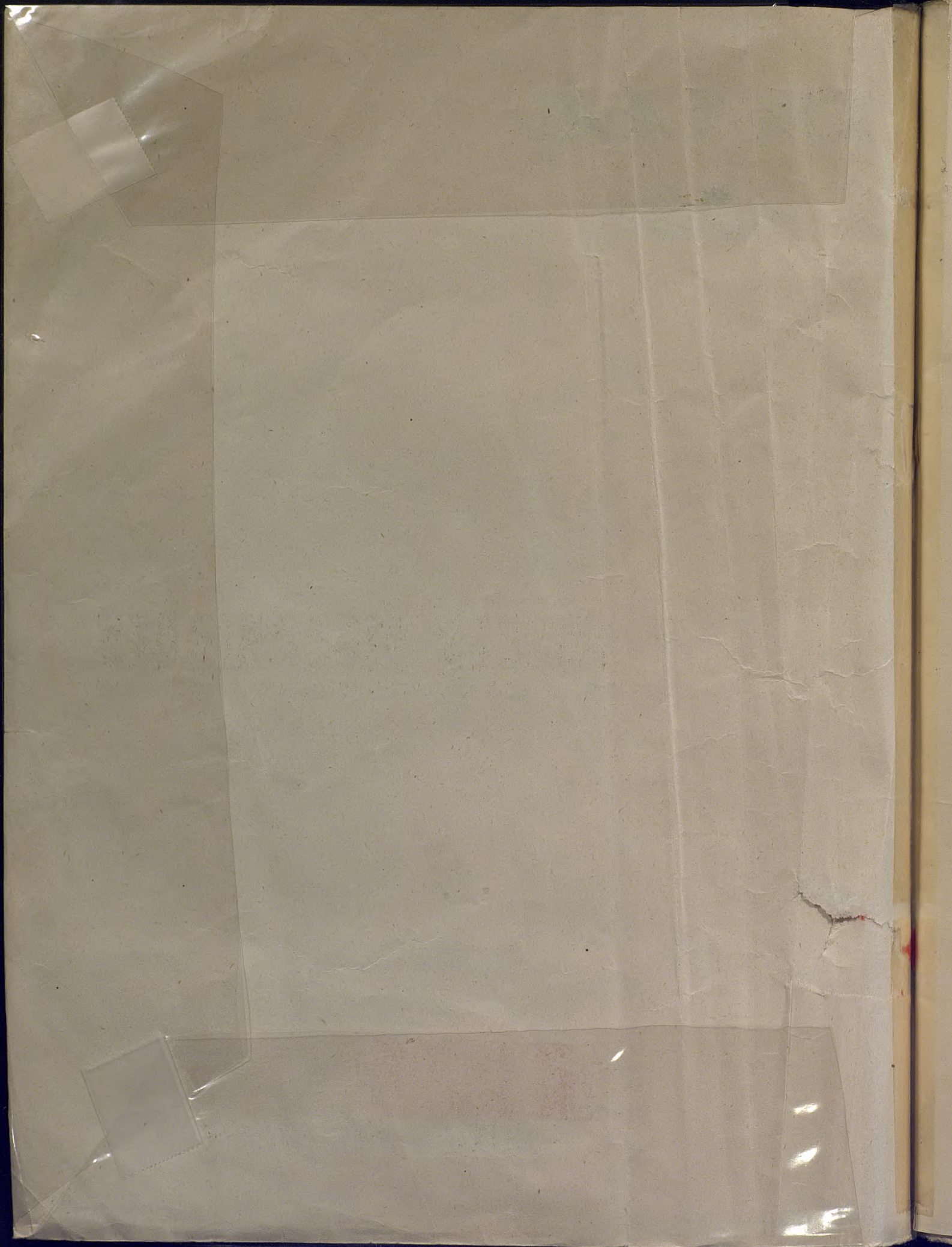


TABLE DES MATIÈRES

R. 2821

I. - INTRODUCTION

II. - MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DE LA FORCE ÉLECTROMAGNÉTIQUE

- 1° - Formule de LAPLACE.
- 2° - Application de la formule aux divers cas de court-circuit d'un système triphasé.
- 3° - Application de la formule à diverses dispositions et dimensions des conducteurs :
 - a) Deux éléments de conducteurs parallèles et réduits à leurs axes ;
 - b) Deux éléments de conducteurs parallèles, réduits à leurs axes et infinis dans une direction ;
 - c) Deux conducteurs parallèles, réduits à leurs axes et infinis dans les deux directions ;
 - d) Deux éléments de conducteurs ou deux conducteurs indéfinis, parallèles, mais sous forme de barres ;
 - e) Deux éléments de conducteurs perpendiculaires dans un même plan ;
 - f) Deux éléments de conducteurs perpendiculaires non dans un même plan ;
 - g) Deux éléments de conducteurs faisant entre eux un angle quelconque ;
 - h) Deux éléments de conducteurs raccordés entre eux par un quart de cercle ;

III. - MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DE LA FORCE MÉCANIQUE

- a) Effets des forces électromagnétiques sur les conducteurs et leurs supports ;
- b) Force mécanique transversale sur les conducteurs parallèles simples et leurs supports ;
- c) Cas de systèmes complexes de conducteurs ;
- d) Force mécanique longitudinale s'exerçant sur les supports ;
- e) Moyens de réduire les forces mécaniques dues aux courts-circuits.

IV. - NOTES ANNEXES

Calcul du coefficient M de la formule de LAPLACE.

Force rapportée à un point donné.

R. 2821

I .. INTRODUCTION

Objet de la notice 1/3. La connaissance du courant de court-circuit qui peut naître dans un réseau est indispensable pour le choix du pouvoir de coupure et du pouvoir de fermeture des disjoncteurs de protection.

Nos notices 1/1 et 1/2 répondent à ce but.

Le courant de court-circuit engendrant des forces électromagnétiques importantes, il est également nécessaire de connaître les contraintes mécaniques auxquelles sont soumis les éléments des installations, c'est à dire les conducteurs, leurs supports; en un mot: l'appareillage.

L'objet de la notice 1/3 est la détermination de la valeur de ces contraintes.

II .. MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DE LA FORCE ELECTROMAGNÉTIQUE

1° - Formule de LAPLACE

Rappelons quelques notions classiques.

a) Le champ dû à un élément de courant $i dy$ en un point P a pour expression :

$$dH_P = \frac{i dy \sin \theta}{r^2}$$

Sa direction est perpendiculaire au plan Pdy.

En remarquant que l'on a approximativement (Fig.1)

$$dy \sin \theta = ab = r d\theta$$

et :

$$r = \frac{d}{\sin \theta}$$

on peut aussi écrire :

$$dH_P = \frac{i \sin \theta}{d} d\theta \quad (1)$$

b) En intégrant (1) pour une longueur l de conducteur on obtiendra le champ H_P dû à $i l$ au point P.

c) Si en P se trouve un élément de courant $i' dy'$, le champ H_P produit sur cet élément une force électromagnétique.

$$(2) \quad dF = H_P i' dy' \sin \alpha \quad \alpha = \text{angle de } H_P \text{ et de } dy'$$

Cette force est perpendiculaire au plan $H_P dy'$.

d) En intégrant (2) pour une longueur l' de conducteur on obtiendra la force électromagnétique F exercée par $i l$ sur $i' l'$. Elle sera toujours proportionnelle à $i i'$.

$$F = M i i'$$

M dépend de la forme, des dimensions et de la distance des conducteurs.

Nous appliquerons tout d'abord cette formule en prenant pour i et i' les courants de court-circuit d'un réseau triphasé.

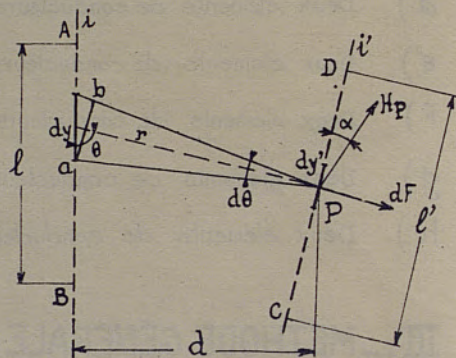


Fig.1

Tous donnerons ensuite les expressions de M correspondant aux formes usuelles des circuits en supposant qu'il n'y a pas de fer entre les conducteurs.

2° - Application de la formule aux divers cas de Court-circuit d'un système triphasé

a) Court-circuit entre deux phases seulement (Fig. 2)

i et i' sont égales et de signes contraires; la force s'exprime sous la forme

$$F = -Mi^2$$

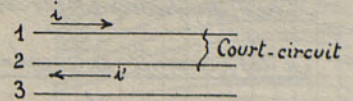


Fig. 2

Le signe - indique que la force est répulsive. M est une fonction des dimensions des conducteurs et de leur distance.

Si le courant de court-circuit est symétrique (Fig. 3).

$$i = I_0 \sin \omega t \quad \omega = 2\pi f$$

$$i^2 = I_0^2 \sin^2 \omega t = I_0^2 \left[\frac{1 - \cos 2\omega t}{2} \right]$$

$$F = -\frac{MI_0^2}{2} + \frac{MI_0^2}{2} \cos 2\omega t,$$

donc, F est la résultante d'une force constante et d'une force pulsatoire de fréquence $2f$.

L'effort maximum est :

$$F_{\max} = -MI_0^2$$

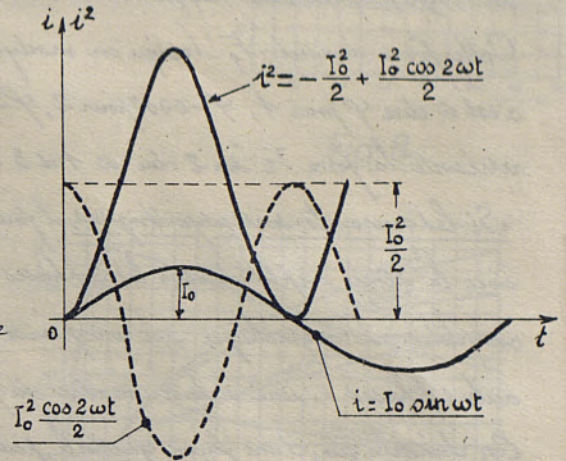


Fig. 3

Si le courant de court-circuit est complètement asymétrique (Fig. 4).

$$i = I_0 (1 - \cos \omega t)$$

$$i^2 = I_0^2 \left[\frac{3}{2} - 2 \cos \omega t + \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right]$$

L'effort $F = -Mi^2$ est la résultante :

• d'une force constante = 3 fois celle du cas précédent

• d'une force pulsatoire de fréquence f qui n'existait pas avant

• d'une force pulsatoire de fréquence $2f$ égale à celle du cas précédent.

L'effort maximum est :

$$F_{\max} = -4MI_0^2$$

Remarquons que dans le 1^{er} cas la force constante est :

$$F_0 = -M \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2$$

dans le deuxième cas :

$$F_0 = -M \left(I_0 \times \sqrt{\frac{3}{2}} \right)^2$$

$\frac{I_0}{\sqrt{2}}$ est l'intensité efficace du courant symétrique

$\sqrt{\frac{3}{2}} I_0$ est l'intensité efficace du courant asymétrique = $\sqrt{AB^2 + \left(\frac{BC}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_0}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_0$

AB , intensité de la composante continue; BC , intensité maximum de la composante alternative

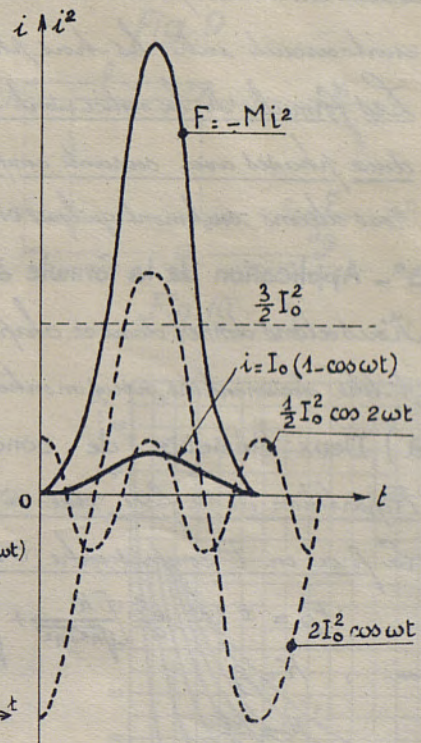
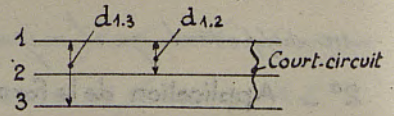


Fig. 4

Le court-circuit avec courant asymétrique engendre les forces les plus grandes; c'est celui que nous considérerons dans cette notice.

b) Court-circuit entre les trois phases



Nous supposons les trois phases dans un même plan (Fig.5).

Fig.5

Si les courants de court-circuit sont trismétriques, les déphasages sont : φ pour 1, $\varphi - 120^\circ$ pour 2, $\varphi - 240^\circ$ pour 3, les variations de la force F_1 sur 1 due à 2 et 3 sont représentées par la courbe de la Fig.6, pour un rapport des distances $\frac{d_{1-2}}{d_{1-3}} = \frac{1}{2}$

Cette force devient F_1' lorsqu'on modifie l'ordre électrique des phases, c'est à dire φ pour 1, $\varphi - 240^\circ$ pour 2, $\varphi - 120^\circ$ pour 3. Nous avons également représenté la force F_2 sur 2 due à 1 et 3.

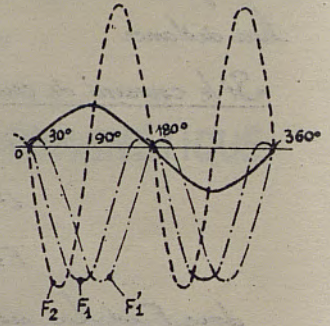


Fig.6

Si les courants sont asymétriques, il faut remarquer que l'asymétrie n'a pas lieu avec la même amplitude sur les 3 phases. Par exemple, lorsque le courant est complètement asymétrique sur une phase, le courant dans chacune des deux autres phases a une valeur moitié du précédent.

On démontre que, d'une façon générale, pour une même valeur du courant de court-circuit I_0 , le court-circuit entre deux phases voisines donne des forces supérieures à celles que l'on obtient dans un court-circuit entre les trois phases.

Les formules de la notice sont relatives au cas le plus défavorable : celui d'un court-circuit entre deux phases avec courant complètement asymétrique

Nous citerons seulement quelques corrections à faire dans des cas exceptionnels de court-circuit entre trois phases.

3° - Application de la formule à diverses dispositions et dimensions des conducteurs

Nous allons donner dans ce chapitre l'expression de M de la formule de Laplace $F = Mi^2$.

A titre documentaire, nous montrerons en détail dans une note annexe, comment s'effectue le calcul de M .

a) Deux éléments de conducteurs parallèles et réduits à leurs axes.

Répartition de la force due à un des éléments

La force en P compris entre O et O' donc en face de l'élément AB (Fig.7), est donnée par la formule :

$$F_P = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} \left[\frac{K}{\sqrt{K^2+n^2}} + \frac{1-K}{\sqrt{(1-K)^2+n^2}} \right] \times 10^{-8} \text{ Rg/cm} \quad (1)$$

où : $K = \frac{a}{l}$

$n = \frac{d}{l}$

qu'on écrit : $F_P = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} A_1 \cdot 10^{-8} \text{ Rg/cm} \quad (M = 1,02 A_1 \cdot 10^{-8})$

Le graphique figure(8) donne A_1 en fonction de K pour diverses valeurs de n .

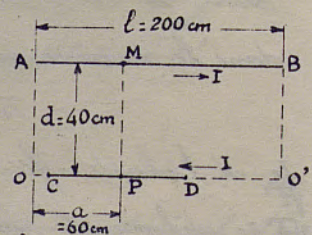


Fig.7

Lorsque la valeur de n n'est pas comprise dans le domaine du graphique précédent, on écrit :

$F_p = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} \left[\frac{1}{\sqrt{1+(\frac{n}{K})^2}} \pm \frac{1}{\sqrt{1+(\frac{n}{K-1})^2}} \right] 10^{-8} \text{ Kg/cm}$. Signe + pour $K < 1$
Signe - pour $K > 1$
on calcule $\frac{n}{K} = n'$ $\frac{n}{K-1} = n''$ et le graphique fig.(9) représentant B_1 comme fonction de la forme $\frac{1}{\sqrt{1+n^2}}$, donne les deux valeurs :

$$B_1' = \frac{1}{\sqrt{1+n'^2}}$$

$$B_1'' = \frac{1}{\sqrt{1+n''^2}}$$

d'où $A_1 = B_1' \pm B_1''$

Exemple

$I = 20.000 \text{ A}$ (courants opposés dans AB et CD)

$a = OP = 60 \text{ cm}$

$d = PM = 40 \text{ cm}$

$l = 200 \text{ cm}$

Il vient :

$K = 0,3$ et $n = 0,2$

d'où $A_1 = 1,79$

et $F_p = \frac{4 \cdot 10^8}{40} \times 1,79 \cdot 102 \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm} = -0,18 \text{ Kg/cm}$

Si on considère $\frac{n}{K} = \frac{0,2}{0,3} = 0,667 = n'$;

$\frac{n}{K-1} = \frac{-0,2}{0,7} = -0,287 = n''$ ($K < 1$)

On trouve

$B_1' = 0,832$

$B_1'' = 0,960$

$B_1' + B_1'' = 1,792 = A_1$

La force en P en dehors de OO', donc en dehors de l'élément AB (fig.10),

est donnée par :

$F_p = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} A_2 \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm}$

où A_2 est donné par le graphique fig.(11) en fonction de K pour diverses valeurs de n .

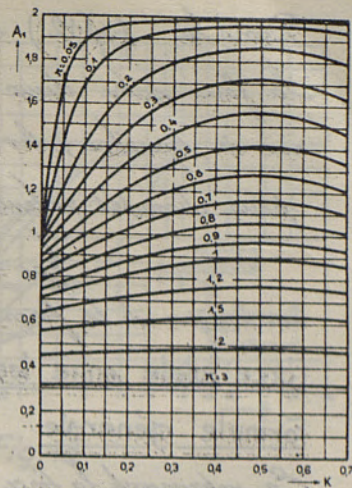


Fig. 8

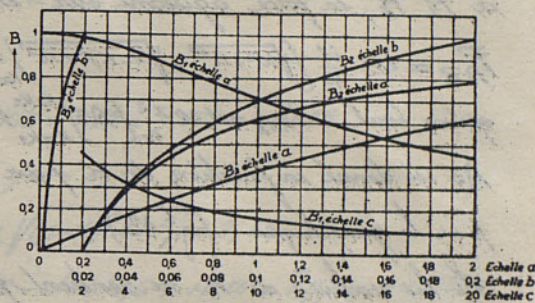


Fig. 9

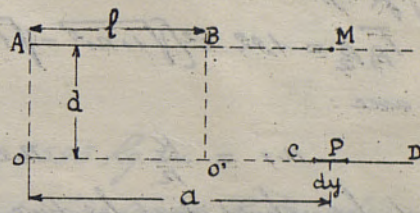


Fig. 10

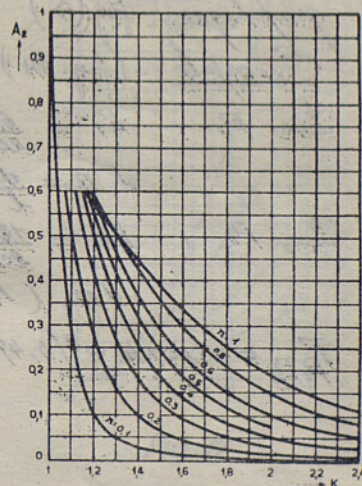


Fig. 11

Dans la fig.(12) est représentée la répartition de la force entre deux éléments AB et CD de même axe de symétrie; les courbes A_1 ($\frac{x}{d}$) ont été tracées pour diverses valeurs de

$$\frac{l}{d} = \frac{1}{n}$$

au moyen de la formule (1) où : $a = \frac{l}{2} + x$

Force totale entre les deux éléments AB et CD

Formule générale

En exprimant la force sur un élément dy en P et en intégrant entre les limites a_1, a_2 , ou K_1, K_2 , correspondant à P_1, P_2 , la force agissant sur l'élément P_1, P_2 est :

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 \frac{i^2}{\pi} \left[\sqrt{K^2 + n^2} - \sqrt{(1-K)^2 + n^2} \right]_{K=K_1}^{K=K_2} 10^{-8} Rg. \quad (2)$$

$$\text{qu'on écrit : } F_{P_1 P_2} = 1,02 \frac{i^2}{\pi} [A_3]_{K=K_1}^{K=K_2} 10^{-8} Rg. \quad (2a)$$

A_3 est donné en fonction de K pour diverses valeurs de n par le graphique fig.(13)

Si les valeurs de n ne rentrent pas dans le graphique fig.(13), on écrit :

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 \left[\sqrt{1+n_1^2} - \sqrt{1+n_2^2} \right]_{K=K_1}^{K=K_2} 10^{-8} Rg.$$

avec :

$$n_1 = \frac{K}{n} \quad n_2 = \frac{1-K}{n}$$

et les valeurs sous les deux radicaux sont obtenues par les valeurs inverses extraites de la courbe B_1 du graphique fig.(9).

Exemple (fig. 14)

Pour P_1 : $K_1 = \frac{60}{200} = 0,3$ comme $d=40$

et $n = \frac{d}{l}$; $n=0,2$ d'où $(A_3)_{K_1} = -1,8$

Pour P_2 : $K_2 = \frac{180}{200} = 0,9$ $n=0,2$

d'où $(A_3)_{K_2} = 3,47$

$$F_{P_1 P_2} = -1,02 \times 4 \cdot 10^9 [3,47 - (-1,8)] 10^{-8} = 21,5 Rg.$$

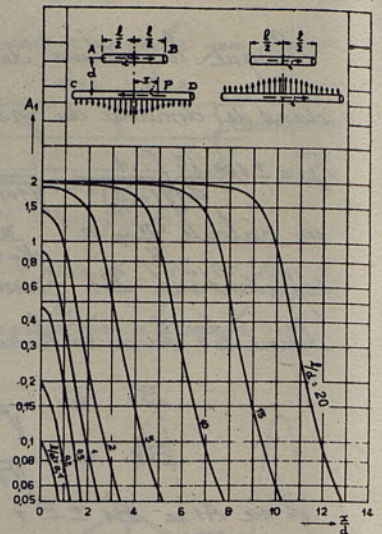


Fig. 12

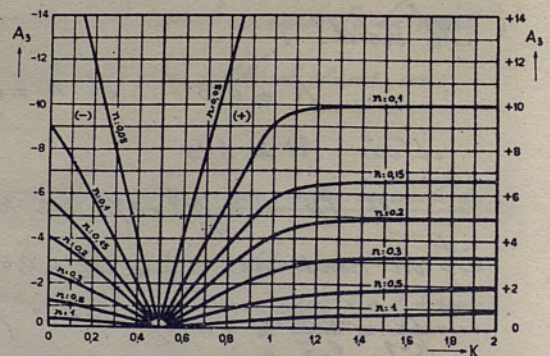


Fig. 13

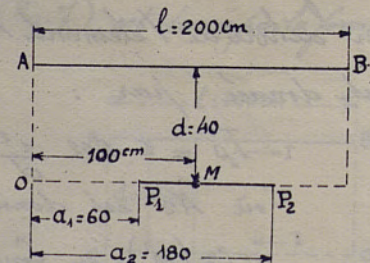


Fig. 14

La figure (15) donne les courbes $A_3(\frac{x}{d})$ pour diverses valeurs de $\frac{l}{d} = \frac{1}{n}$ calculées par (2) avec $a = \frac{l}{2} + x$; on appliquera la formule (2a).

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 \frac{i^2}{n} \cdot [A_3]_{x=x_2} \mp [A_3]_{x=x_1}$$

le signe + pour $P_1 P_2$ de part et d'autre de M et - pour $P_1 P_2$ du même côté.

Moment de la force - Formule générale.

Le moment de la force $F_{P_1 P_2}$ par rapport à O s'exprime par :

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 \frac{l}{2} \left[\frac{K_1 \sqrt{K_1^2 + n^2}}{n} - \frac{1+K_1 \sqrt{(1-K_1)^2 + n^2}}{n} - 2,303 n \log_{10} (K_1 + \sqrt{K_1^2 + n^2}) - 2,303 n \log_{10} \left[\frac{(1-K_1) + \sqrt{(1-K_1)^2 + n^2}}{K_1} \right] \right] \times 10^8 \text{ Rg.cm.} \quad (3)$$

Application aux exemples précédents.

Pour $K_1, \frac{K_1}{n} = 1,5; \frac{K_1}{n} \sqrt{K_1^2 + n^2} = 0,54; \frac{1+K_1 \sqrt{(1-K_1)^2 + n^2}}{n} = 4,74$

$$\log_{10} \left[\frac{(1-K_1) + \sqrt{(1-K_1)^2 + n^2}}{K_1} \right] = 0,155, \log_{10} (K_1 + \sqrt{K_1^2 + n^2}) = 1,82; \text{ or } 0,155 + 1,82 = 1,975 = -0,025$$

Donc avec K_1 on trouve : $0,54 - 4,74 + [2,303 \times 0,2 \times 0,025] = -4,19$

De même avec $K_2, \frac{K_2}{n} = 4,5; \frac{K_2}{n} \sqrt{K_2^2 + n^2} = 4,15; \frac{1+K_2 \sqrt{(1-K_2)^2 + n^2}}{n} = 2,12$

$$\log_{10} \left[\frac{(1-K_2) + \sqrt{(1-K_2)^2 + n^2}}{K_2} \right] = 1,51, \log_{10} (K_2 + \sqrt{K_2^2 + n^2}) = 0,26 \text{ d'où } 1,51 + 0,26 = 1,77 = -0,23$$

On trouve ainsi avec K_2 :

$$4,15 - 2,12 + 2,303 \times 0,2 \times 0,23 = 2,14$$

et le moment

$$M_{P_1 P_2} = -4 \cdot 10^8 \times \frac{200}{2} [2,14 + 4,19] \times 1,02 \times 10^{-8} = 2595 \text{ Rg.cm.}$$

Le signe - indique que le couple de $P_1 P_2$ par rapport à O tend à faire tourner $P_1 P_2$ autour de O en l'éloignant de $A B$

Les courbes des figures (16) et (17) tracées d'après (3) permettent un calcul rapide : $a = \frac{l}{2} + x$

le moment est donné par rapport à M ; il peut

s'exprimer sous la forme :

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 d [D_{x=x_1} - D_{x=x_2}] 10^{-8} \text{ Rg.cm}$$

La fig (16) est pour les faibles valeurs de $\frac{x}{d}$;

la fig (17) pour les plus grandes valeurs

Les courbes fournissent $D(\frac{x}{d})$ pour diverses valeurs de $\frac{l}{d} = \frac{1}{n}$

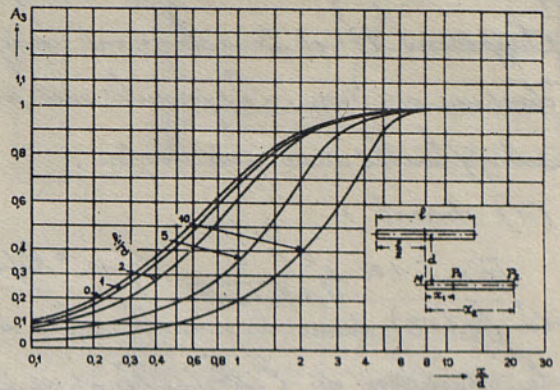


Fig. 15

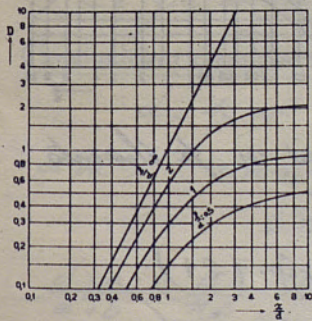


Fig. 16

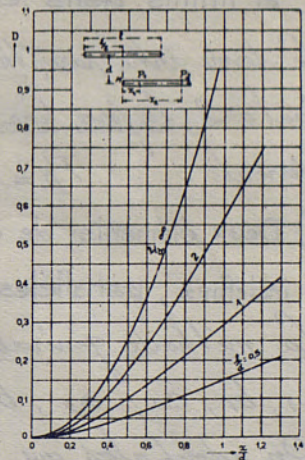


Fig. 17

b) Deux éléments de conducteurs parallèles, réduits à leurs axes et infinis dans une direction. Supposons P_2 et B s'éloignant indéfiniment; les deux conducteurs parallèles sont infinis dans une direction. Les formules vues précédemment sont applicables aussi pour l'infini.

(1) devient :

$$F_D = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}} + 1 \right] 10^{-8} \text{ Rq/cm.} \quad (1a)$$

La fig. (18) donne la nouvelle valeur de $(A_1) \left(\frac{x}{d} \right)$ pour la répartition de l'effort $F_D = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} A_1 \times 10^{-8} \text{ Rq/cm}$

La fig. (19) donne la nouvelle valeur de $A_3 \left(\frac{x}{d} \right)$ pour l'effort sur une portion de conducteur CD indéfini.

$$F'_{P_1 P_2} = \pm 1,02 \frac{i^2}{d} (x A_3) \Big|_{x=x_1}^{x=x_2} 10^{-8}$$

Si $x_1 = 0$ et x_2 est à gauche de 0, il sera désigné par x'_2 , et A_3 est tracé pour $\frac{x'_2}{d} > 1$ et pour $\frac{x'_2}{d} < 1$

Enfin la fig. (20) donne le moment de la force par rapport au point 0.

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 [x D] \Big|_{x=x_1}^{x=x_2}$$

Pour $\frac{x}{d} > 10 \quad D \approx \frac{x}{d}$

Pour $\frac{x}{d}$ et $\frac{x'}{d} < 0,1 \quad D \approx \frac{x}{2d}$ ou $\frac{x'}{2d}$

c) Deux conducteurs parallèles, réduits à leurs axes et infinis dans les deux directions.

Le terme entre parenthèses de la formule (1a) devient égal à 2, la force par unité de longueur

devient : $F_D = \pm 2,04 \frac{i^2}{d} \cdot 10^{-8} \text{ Rq/cm.}$

d) Deux éléments de conducteurs ou deux conducteurs indéfinis, parallèles, mais sous forme de barres.

La méthode générale de calcul consiste à diviser les deux barres en p éléments $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$, chaque élément est parcouru par $\frac{I}{p}$.

On admet alors que ces éléments sont réduits chacun à leur axe fig. (21).

On calcule la force sur chacun des éléments d'une barre, due à chacun

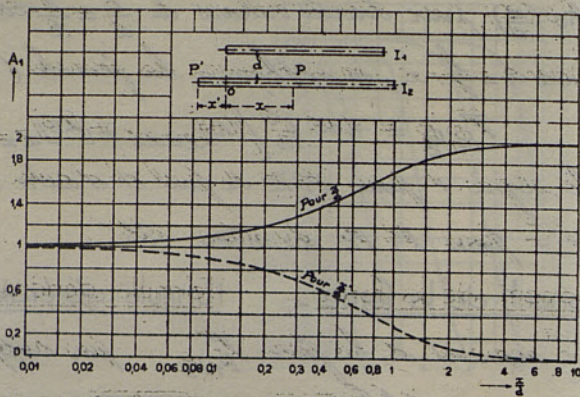


Fig. 18

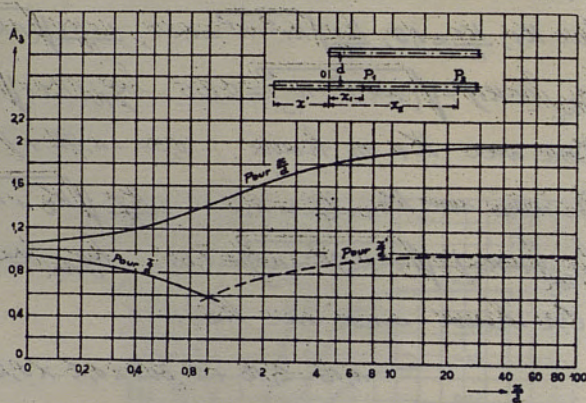


Fig. 19

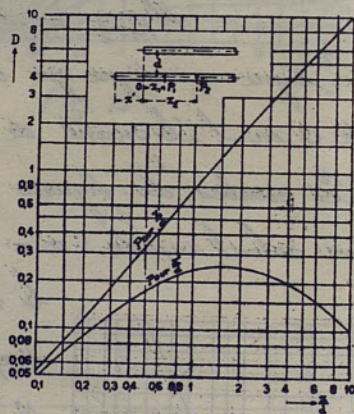
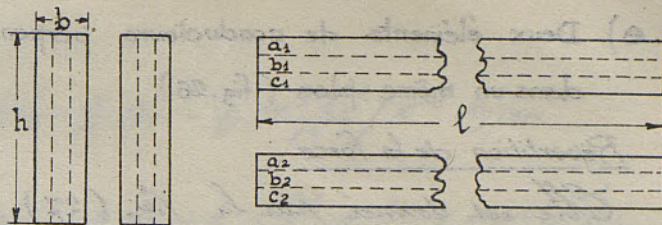


Fig. 20

des éléments de l'autre barre et on additionne algébriquement ces forces.
Cas de deux conducteurs parallèles droits de longueur infinie.



Nous supposons les conducteurs de section constante. On peut, dans ce cas, appliquer la formule des conducteurs réduits à leurs axes en introduisant un facteur de correction.

La force électromagnétique par unité de longueur est :

$$F = 2,04 \frac{i^2}{d} \times R \times 10^{-8} \text{ Rg/cm.}$$

R est un facteur de correction dû à la forme de la section des conducteurs. Si les deux conducteurs ont une section circulaire $R=1$; si leur section est rectangulaire R est donnée par les courbes de la fig. (22).

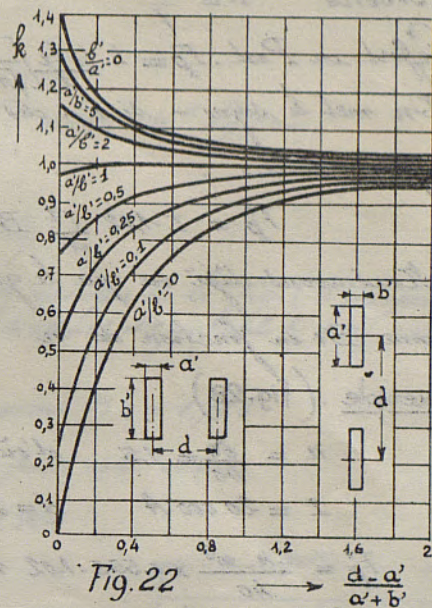


Fig. 21

Fig. 22

Exemples

Conducteurs constitués par une barre verticale (fig. 23)

$$a = 0,6 \text{ cm} \quad b = 10 \text{ cm} \quad d = 15 \text{ cm}$$

Dans la fig (22) $a' = a$, $b' = b$, $\frac{d-a'}{a'+b'} = 1,36$, $\frac{a}{b} = 0,06$

d'où : $R = 0,94$.

Conducteurs constitués chacun par deux barres horizontales (fig. 24)

$$a = 10 \text{ cm} \quad b = 0,6 \text{ cm} \quad d = 18 \text{ cm}$$

Dans la fig (22) $a' = a = 10 \text{ cm}$.

$$b' = 2b + e = 2 \times 0,6 + 0,6 = 1,8 \text{ d'où } \frac{d-a'}{a'+b'} = \frac{8}{11,8} = 0,68$$

$$\frac{a'}{b'} = \frac{10}{1,8} = 5,5$$

Ce qui donne dans la fig. (22) $R = 1,05$

Conducteurs constitués par deux barres verticales (fig. 25)

$$d = 15 \text{ cm} \quad a = 0,6 \text{ cm} \quad b = 10 \text{ cm}$$

d'où $a' = 0,6 \times 2 + 0,6 = 1,8 \text{ cm}$

$$b' = b = 10 \text{ cm.}$$

$$\frac{d-a'}{a'+b'} = \frac{13,2}{11,8} = 1,11; \quad \frac{a'}{b'} = \frac{1,8}{10} = 0,18 \text{ et la fig. (22) donne:}$$

$$R = 0,94$$

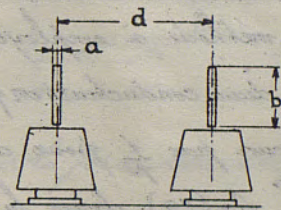


Fig. 23

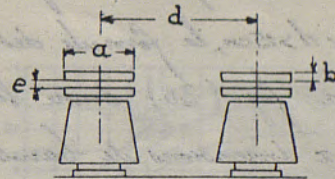


Fig. 24

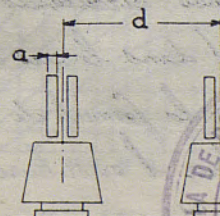
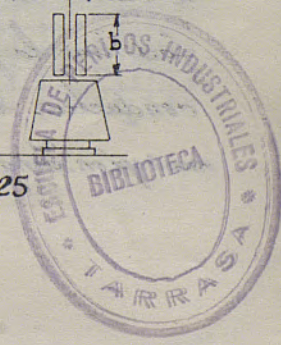


Fig. 25



e) Deux éléments de conducteurs perpendiculaires dans un même plan (fig. 26)

Répartition de la force

Elle est donnée par la fig. (27)

Les conducteurs ont une section circulaire

Posons $n = \frac{d}{l}$

L'effort en Pest. $F_p = \pm \frac{i_1 i_2}{d} \left[\frac{1}{\sqrt{n^2+1}} \right] 1,02 \cdot 10^{-8} Rg/cm.$

On met le signe - si I a des sens différents en C qu'on écrit :

$$F_p = \pm 1,02 \frac{i_1^2}{d} B_1 \cdot 10^{-8} Rg/cm.$$

Nous avons déjà vu que le graphique de la fig. (9) donne B_1 en fonction de n .

Exemple (fig. 28)

$$n = \frac{60}{40} = 1,5 \quad \text{d'où } B_1 = 0,555$$

$$I = 20.000 A \quad d = 40 cm.$$

$$F_p = \frac{-4 \cdot 10^8}{40} \times 0,555 \cdot 1,02 \cdot 10^{-8} = -0,052 Rg/cm.$$

Les conducteurs ont une section rectangulaire

La méthode à employer consiste à subdiviser chacun des deux conducteurs en éléments rectangulaires parcourus chacun par $\frac{i}{n}$ pour avoir la force totale

La fig. (29) donne la valeur de $\frac{2,5 B_1}{d}$ pour deux dimensions de barres sur plat; en fonction de $\frac{d}{2,5}$ cm

Pour $d > 15 cm$, la formule des conducteurs circulaires sera utilisée.

La fig. (30) donne la valeur de $\frac{2,5 B_1}{d}$ pour deux dimensions de barres sur champ, en fonction de $\frac{d}{2,5}$ cm.

Pour $d > 15 cm$, on utilisera aussi la formule des conducteurs circulaires.

Le calcul dans le cas des barres sur champ peut être fait avec la formule de Dwight établie pour un conducteur l circulaire, un conducteur m rectangulaire, mais qu'on étend au cas de deux conducteurs rectangulaires (fig. 31)

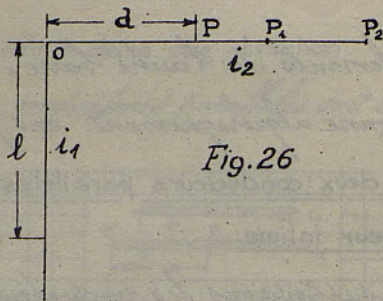


Fig. 26

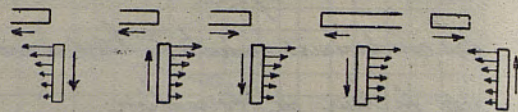


Fig. 27

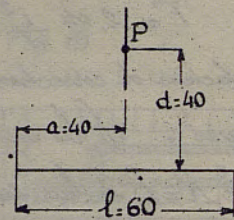


Fig. 28

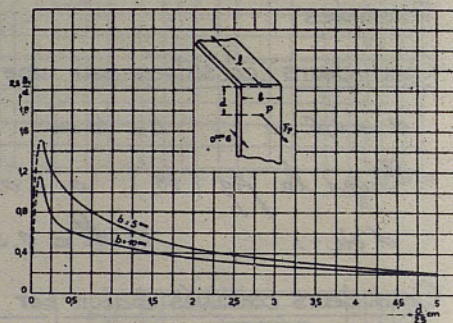


Fig. 29

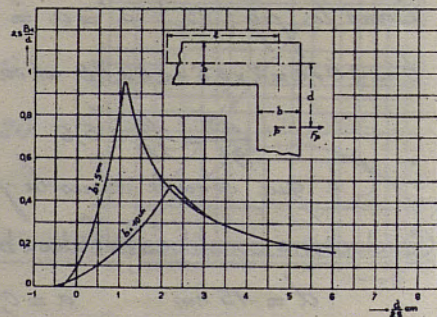


Fig. 30

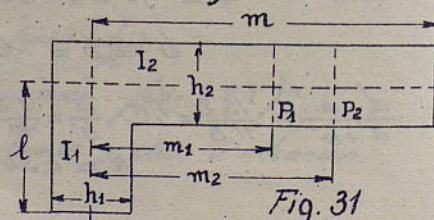


Fig. 31

La force de l'en m est, si $m < l$:

$$F_m = 1,02 i^2 \left[2,3 \log_{10} \left(\frac{2m}{h_1} \right) - \frac{1}{4} \frac{m^2}{l^2} + \frac{1}{16} \frac{h_1^2}{l^2} + \frac{3}{32} \frac{m^4}{l^4} - \frac{1}{16} \frac{m^2 h_1^2}{l^4} \right] 10^{-8} \text{ Kg/cm}$$

Si $m > l$

$$F_m = 1,02 i^2 \left[2,3 \log_{10} \left(\frac{4l}{h_1} \right) - \frac{1}{m} - \frac{1}{24} \frac{h_1^2}{l^2} + \frac{1}{16} \frac{h_1^2}{l^2} + \frac{1}{6} \frac{l^3}{m^3} + \frac{1}{24} \frac{h_1^2}{m^3} - \frac{3}{40} \frac{l^5}{m^5} - \frac{1}{16} \frac{(h_1^2)^2}{m^5} \right] 10^{-8} \text{ Kg/cm}$$

Force totale

1) Les conducteurs ont une section circulaire

La force agissant sur $P_1 P_2$ est:

$$F_{P_1 P_2} = i^2 \left[2,3 \log_{10} (\sqrt{n^2+1} - 1) - 2,3 \log_{10} n \right]_{n=n_1}^{n=n_2} \times 1,02 \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm}$$

qu'on écrit

$$F_{P_1 P_2} = 2,35 i^2 (B_2)_{n=n_1}^{n=n_2} \cdot 10^{-8} \text{ Kg}$$

et la valeur de B_2 est donnée en fonction de n par le graphique de la fig. (9) en ajoutant: 1 pour l'échelle a, 2 pour l'échelle b de 0,02 à 0,2, et 3 pour l'échelle b de 0 à 0,02.

Exemple

Reprenons l'exemple précédent fig(14). $n_1 = \frac{60}{40} = 1,5$ donnant $B_2' = 1,728$

$n_2 = \frac{180}{40} = 4,5$; le graphique n'est pas prévu pour cette valeur

donc on calcule $B_2'' = \log_{10} (\sqrt{n_2^2+1} - 1) - \log n_2 = 1,904$

d'où

$$(B_2)_{n=n_1}^{n=n_2} = B_2'' - B_2' = 1,904 - 1,728 = 0,176$$

d'où l'effort dû à A_0 sur $P_1 P_2$ est:

$$F_{P_1 P_2} = -4 \cdot 10^8 \times 0,176 \times 2,35 \times 10^{-8} = -1,65 \text{ Kg}$$

Si on veut tenir compte du diamètre des conducteurs, on écrit pour la force sur d_2 (fig 32)

$$F_{0 P_2} = 1,02 i^2 B_0 \cdot 10^{-8} \text{ Kg}$$

avec

$$B_0 = 2,3 \log_{10} \frac{d_2}{x_0} \frac{l + \sqrt{l^2 + x_0^2}}{l + \sqrt{l^2 + d_2^2}}$$

$$\text{où } x_0 = 0,779 r$$

r = rayon du conducteur

La fig. (32) donne B_0 en fonction de $\frac{l}{n_2} = \frac{l}{d_2}$ pour divers rapports de $\frac{d_2}{x_0}$

Remarquons que si l est grand par rapport à l et d_2 :

on a approximativement

$$F_{0 P_2} = 1,02 i^2 2,03 \log_{10} \frac{d_2}{x_0}$$

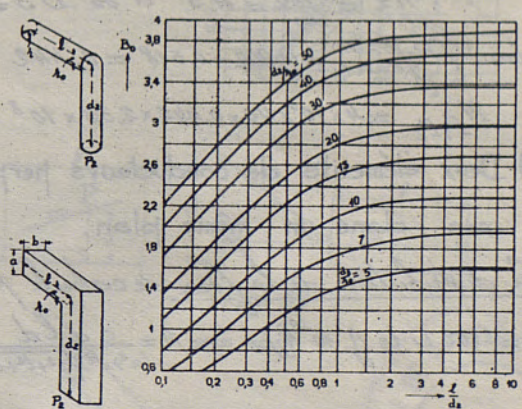
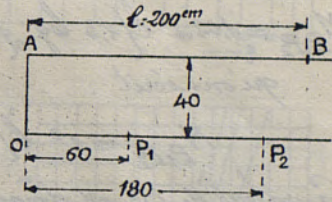


Fig. 32

2) Les conducteurs ont une section rectangulaire. - On peut calculer $F_{P_1 P_2}$ par $F_{m_1} - F_{m_2}$ fig (31)

La fig. (32) donne B_0 en fonction de $\frac{1}{n^2} = \frac{l}{d^2}$ pour divers rapports de $\frac{d_2}{d_1}$, dans le cas de conducteurs ayant une section voisine du carré,

ici $n_0 = 0,224 (a+b)$

Lorsque les conducteurs sont sur plat ou sur champ, on écrit :

$$F_{0 P_2} = 1,02 i^2 (B+C) 10^{-8} \text{ Kg.}$$

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 [B] \frac{d=d_2}{d=d_1} 10^{-8} \text{ Kg.}$$

$$B = 2,3 \log_{10} \frac{d}{12,5} \frac{l + \sqrt{l^2 + (12,5)^2}}{l + \sqrt{l^2 + d^2}}$$

B est donné par les courbes de la fig. (33) en fonction de d , pour d comprises entre $5 \times 2,5$ et $1000 \times 2,5$ cm.

Pour une largeur de barres $b = 5$ cm. $C = 2,5$, barres sur plat, $= 2,2$, barres sur champ

$b = 100$ cm $C = 1,9$, barres sur plat $= 1,5$, barres sur champ

Moment de la force totale.

Le moment de $F_{P_1 P_2}$ par rapport à 0 est :

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 l \left[2,3 \log_{10} \left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 1}}{n} \right) \right] \frac{n=n_2}{n=n_1} 10^{-8} \text{ Kg. cm.}$$

qu'on écrit :

$$M_{P_1 P_2} = i^2 l [B_3]_{n=n_1}^{n=n_2} \times 2,35 \cdot 10^{-8} \text{ Kg. cm.}$$

La valeur de B_3 est donnée par le graphique de la fig. (9)

Exemple

Dans l'exemple choisi précédemment, (action de A_0 sur $P_1 P_2$)

$$n_1 = \frac{60}{40} = 1,5 \text{ d'où } B_3 = 0,518$$

$$n_2 = \frac{180}{40} = 4,5 \text{ d'où } B_3 = 0,960 \text{ (calculé)}$$

$$\text{donc } [B_3]_{n=n_1}^{n=n_2} = 0,960 - 0,518 = 0,442$$

$$M_{P_1 P_2} = 4 \times 10^8 \times 40 \times 0,442 \times 2,35 \times 10^8 = 166 \text{ Kg. cm.}$$

f) Deux éléments de conducteurs perpendiculaires non dans un même plan.

La distribution de la force se calcule par

$$F_P = \pm 1,02 i_1 i_2 \frac{A'}{d} 10^{-8} \text{ Kg/cm. avec } A' = \frac{a d}{(a^2 + d^2) \sqrt{a^2 + l^2 + d^2}} \text{ pour } \frac{l}{d} > 1 \text{ (fig. 34)}$$

$$F_P = \pm 1,02 i_1 i_2 \frac{A}{d^2} 10^{-8} \text{ Kg/cm. avec } A = \frac{a d^2}{(d^2 + a^2) \sqrt{l^2 + d^2 + a^2}} \text{ pour } \frac{l}{d} < 1 \text{ (fig. 35)}$$

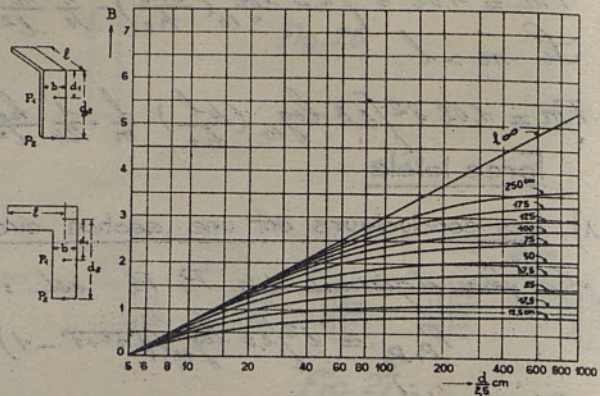


Fig. 33

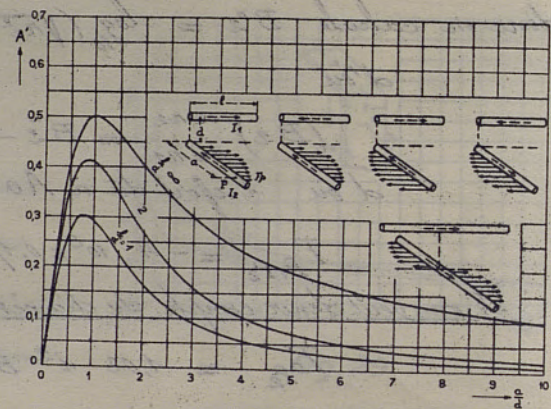


Fig. 34

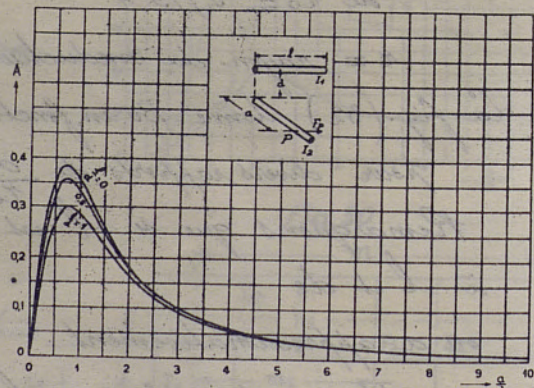


Fig. 35

La force totale sur un élément $P_1 P_2$ est :

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 i_1 i_2 [B]_{a=a_1}^{a=a_2} 10^{-8} \text{ Kg.}$$

avec

$$B = \frac{1}{sh \frac{l}{d}} - \frac{1}{sh \frac{l}{\sqrt{d^2 + a^2}}} \quad (\text{fig. 36})$$

Et le moment de la force par rapport au point O est :

$M_{P_1 P_2} = 1,02 i_1 i_2 d [D]_{a=a_1}^{a=a_2}$ où D est donné par la fig. (37) pour les grandes valeurs de $\frac{a}{d}$ et la fig. (38) pour les faibles valeurs.

g) Deux éléments de conducteurs faisant entre eux un angle quelconque (fig. 39)

Le calcul, dans le cas général, de la force F_P due à l'élément l se fait comme on l'a vu par la formule (1).

On construit la courbe de répartition de la force le long de m , et la force totale sur l'élément m s'obtiendra par une méthode approximative d'intégration (formule de SIMPSON par exemple - voir le détail plus loin)

Le moment de cette force totale s'en déduira aisément.

Cas particulier d'un angle de 135°

Nous verrons plus loin l'intérêt de l'angle de 135° (fig. 40)

Taisons : $v = \frac{m}{l}$. La répartition de la force s'obtient par : $F_P = \frac{i^2}{m} \frac{\sqrt{v^2 + v} - 1}{\sqrt{v^2 + v + 1}} - 1 \cdot 1,02 \times 10^{-8} \text{ Kg/cm}$ que l'on écrit :

$$F_P = 1,02 \frac{I^2}{m} C_1 \times 10^{-8} \text{ Kg/cm.}$$

C_1 est donné par le diagramme de la fig. (41)

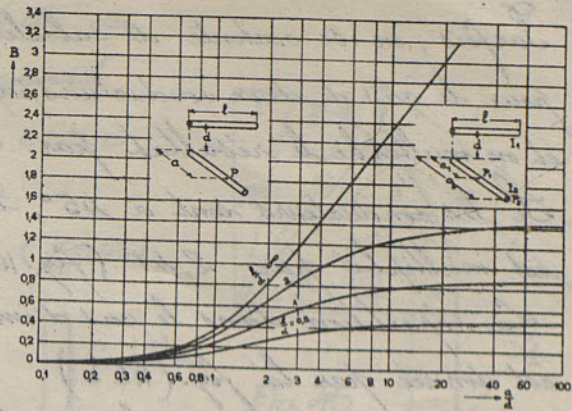


Fig. 36

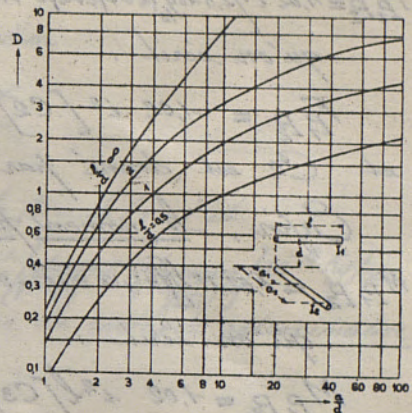


Fig. 37

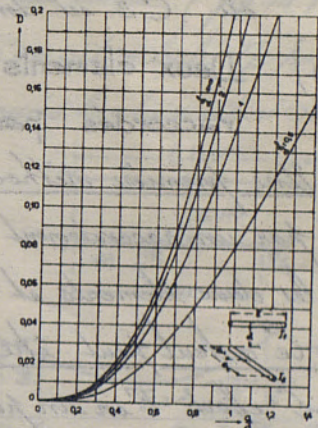


Fig. 38

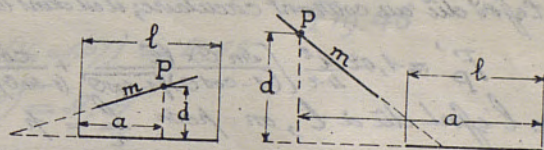


Fig. 39

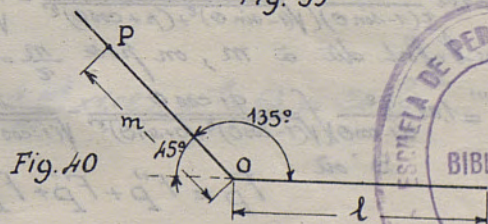


Fig. 40



Parfois, on se contente de calculer F_P pour le cas de deux conducteurs perpendiculaires et on multiplie le résultat par 0,41

Si les conducteurs sont à 45° , le résultat est multiplié par 2,41 (fig. 42a)

La répartition dans le cas d'un angle $\alpha = 135^\circ$ est donnée par la fig. (42b)

La force totale est obtenue par :

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 / 2,3 \log_{10} (2v + \sqrt{2} + 2\sqrt{v^2 + \sqrt{2}v + 1}) + 1,8 \log v + 0,98 - 3,26 \log_{10} (2\sqrt{v^2 + \sqrt{2}v + 1} + v\sqrt{2} + 2) \Big|_{v=v_1}^{v=v_2} \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm}$$

qu'on écrit :

$$F_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 [C_2]_{r=v_1}^{v=v_2} \cdot 10^{-8} \text{ Kg.}$$

et C_2 est donné par le graphique fig. (41)

Enfin, le moment par rapport à O est :

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 \left[\sqrt{v^2 + \sqrt{2}v + 1} - v + 1,63 \log_{10} (2v + \sqrt{2} + 2\sqrt{v^2 + \sqrt{2}v + 1}) \right]_{r=v_1}^{v=v_2} \cdot 10^{-8} \text{ Kg.cm.}$$

qu'on écrit :

$$M_{P_1 P_2} = 1,02 i^2 l [C_3]_{r=v_1}^{v=v_2}$$

où C_3 est donné par le graphique fig. (41)

h) Deux éléments de conducteurs perpendiculaires raccordés par un quart de cercle

Une première méthode consiste à remplacer le quart de cercle par un raccordement au moyen d'un conducteur faisant 135° avec les deux éléments et on est ramené au cas précédemment vu (fig. 43)

Le calcul peut être effectué directement.

L'effort F en un point du cercle est la somme :

De l'effort dû au courant circulaire; il est dans la direction OP (fig. 44)

$$F'_P = 1,02 \frac{i^2}{4\pi} \left[\frac{\sin \theta \times \sqrt{2}}{(1 - \cos \theta) \sqrt{1 - \cos \theta}} + \frac{\cos \theta \times \sqrt{2}}{(1 - \sin \theta) \sqrt{1 - \sin \theta}} - 2,3 \log_{10} \frac{l}{4} + 2,3 \log_{10} \frac{\cos \theta + \sqrt{2}(1 - \sin \theta)}{1 - \sin \theta} \right] \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm.}$$

Dans l'effort dû à l , on pose $\frac{l}{r} = p$

$$F''_P = 1,02 \frac{i^2}{r(1 - \sin \theta)} \left[\frac{p + \cos \theta}{\sqrt{(1 - \sin \theta)^2 + (p + \cos \theta)^2}} - \frac{\cos \theta}{\sqrt{(1 - \sin \theta)^2 + \cos^2 \theta}} \right] \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm.}$$

Dans l'effort dû à m , on pose $\frac{m}{r} = q$

$$F'''_P = 1,02 \frac{i^2}{r(1 - \cos \theta)} \left[\frac{q + \cos \theta}{\sqrt{(1 - \cos \theta)^2 + (q + \sin \theta)^2}} - \frac{\sin \theta}{\sqrt{(1 - \cos \theta)^2 + \sin^2 \theta}} \right] \cdot 10^{-8} \text{ Kg/cm.}$$

D'où $F_P = F'_P + F''_P + F'''_P$

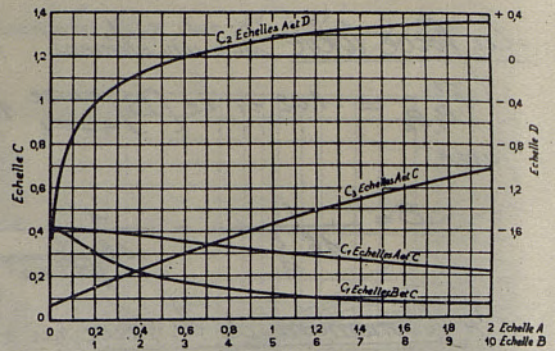


Fig. 41

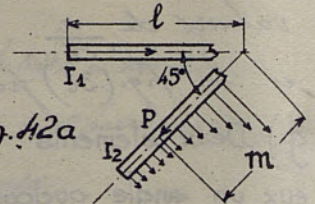


Fig. 42a

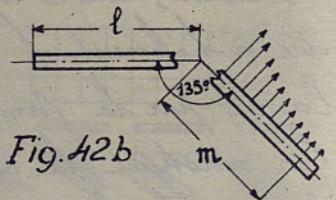


Fig. 42b

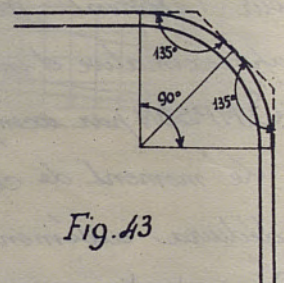


Fig. 43

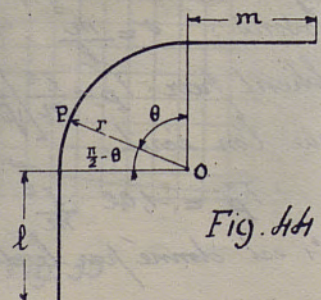
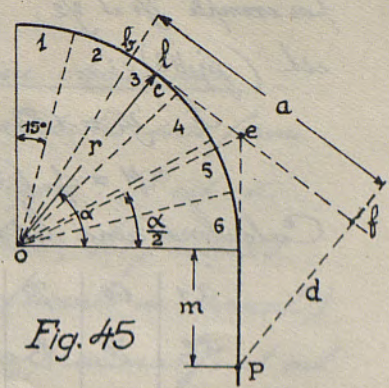


Fig. 44

Pour calculer l'effort en P situé sur m et dû au courant circulaire, on subdivise cet arc par exemple en 6 parties; chaque arc a pour longueur $l = \frac{\pi r}{2 \times 6} = 0,262 r$

Posons $R = \frac{a}{l}$ $n = \frac{d}{l}$ $q = \frac{m}{r}$
 on calcule $a = r(E + q \cos \alpha)$ $d = r(H + q \sin \alpha)$ (fig. 45)



α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	E	H
7° 5	0,13	0,99	0,26	0,01
22° 5	0,38	0,92	0,51	0,076
37° 5	0,61	0,79	0,73	0,21
52° 5	0,79	0,61	0,92	0,39
67° 5	0,92	0,38	1,055	0,62
82° 5	0,99	0,13	1,12	0,87

Ce tableau donne E et H en fonction de α

La force F_{0P} due à chacun des 6 arcs se calcule par la formule (1) et la force totale en P sera $\sum_1^6 F_{0P}$, où $F_{0P} = 1,02 \frac{v^2}{d} \left[\frac{1}{\sqrt{(m/R)^2}} + \frac{1}{\sqrt{1+(d/R)^2}} \right] 10^{-8} \text{ Kg/cm}$.
 La force totale sur un élément $P_1 P_2$ sera obtenue par la méthode approximative d'intégration.

Nous rappellerons le principe de cette méthode en l'appliquant à un cas simple. (fig. 44) Prenons l'exemple précédent. Calculons l'effort $F_{P_1 P_2}$. Supposons qu'on ait calculé F_P pour un certain nombre de points entre P_1 et P_2 , nous les portons en ordonnées, les abscisses étant OP.

Divisons l'espace entre $OP_1 = 60 \text{ cm}$ et $OP_2 = 180 \text{ cm}$ en 12 parties, donc en intervalles de 10 cm.

Appliquons la formule de SIMPSON (fig. 46)

$$A = \frac{1}{3} h [(y_0 + y_n) + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \dots + y_{n-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{n-2})]$$

Les valeurs de y sont données par le graphique (fig. 8), pour

$$\frac{d}{r} = n = 0,2 \quad , \quad h = 10 \text{ cm} \quad . \quad \text{Il vient :}$$

$$(y_1 = 1,82) + (y_3 = 1,85) + (y_5 = 1,85) + (y_7 = 1,89) + (y_9 = 1,74) + (y_{11} = 1,57) = 10,65$$

$$(y_2 = 1,84) + (y_4 = 1,86) + (y_6 = 1,84) + (y_8 = 1,72) + (y_{10} = 1,68) = 9,01$$

$$y_0 = 1,79 \quad ; \quad y_{12} = 1,43 \quad ; \quad y_0 + y_{12} = 3,22$$

d'où

$$F_{P_1 P_2} = \frac{4 \cdot 10^{-8}}{40} \times 1,02 \times 10^{-8} \times \frac{1}{3} \times 10 (3,22 + 4 \times 10,65 + 2 \times 9,01) = \frac{4 \cdot 10^{-8}}{40} \times 1,02 \times 10^{-8} \times \frac{63}{3} = 21 \text{ Kg}$$

valeur trouvée précédemment

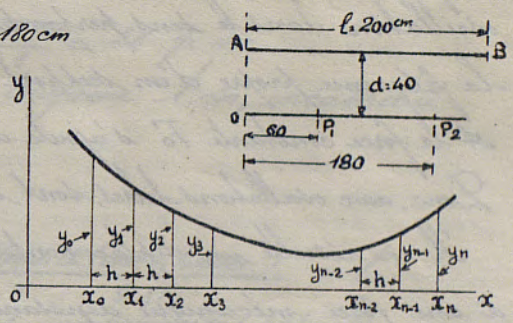


Fig. 46

Le moment se détermine de la façon suivante: l'aire entre deux ordonnées, par exemple y_1 et y_2 , est: $\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_1-x_2)$. Le moment de cette aire par rapport à 0 est (fig. H6):

$$M = \frac{1}{6} [(y_1+2y_2) \cdot x_2^2 - (y_2+2y_1) \cdot x_1^2 + (y_1-y_2) \cdot x_1 \cdot x_2]$$

Si $y_1 = 1,82$; $y_2 = 1,84$; $x_1 = 60$; $x_2 = 70$, il vient:

$$M = \frac{1}{6} (26950 - 19728 - 84) = \frac{1}{6} (7150) \approx \frac{1}{6} \times 7000$$

Calculons ainsi les moments partiels (ou plus exactement $\frac{1}{6}$ de ces moments)

x_1	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	
x_2	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	
Moments	7000	8300	9300	10600	11600	12500	13600	14250	15420	16000	16100	15000	Total ≈ 15000

d'où moment $M_{PB} = \frac{4 \cdot 10^3}{40} \times 1,02 \times 10^{-8} \times \frac{1}{6} \times 15.000 = 2500 \text{ Kg. cm}$, sensiblement la valeur trouvée précédemment.

III. MÉTHODE GÉNÉRALE DE CALCUL DE LA FORCE MÉCANIQUE

a) Effets des forces électromagnétiques sur les conducteurs et leurs supports

Lorsqu'on applique une force constante à un système ayant masse et élasticité, il se déplace de sa position initiale vers une nouvelle position d'équilibre, mais il la dépasse d'une quantité égale et oscille ainsi autour de cette position d'équilibre avec une fréquence propre déterminée par la masse et l'élasticité.

C'est ce qui se passe sous l'action de la force constante $F_0 = \frac{3}{2} M I_0^2$

La fréquence propre d'un conducteur de section $100 \times 6 \frac{m}{m}$, de portée $1^m, 20$, pour une oscillation dans le sens perpendiculaire à la grande face, est environ 16 p/sec; la fréquence propre d'un support est de l'ordre de 45 p/sec.

À la force constante F_0 s'ajoute une force de fréquence f , une autre force de fréquence $2f$.

Donc, aux oscillations libres, sont superposées des oscillations imposées par ces forces pulsatoires.

Il en résulte un déplacement total des conducteurs et supports qui correspondrait à une force mécanique agissant lentement

$$p \times F_0 = p \times \frac{3}{2} M I_0^2$$

Nous donnerons la valeur de p en fonction des fréquences propres et imposées précédentes en tenant d'ailleurs compte d'un certain amortissement.

En résumé, la force mécanique cherchée correspondant aux déviations maxima des conducteurs et supports, dans le cas le plus défavorable, celui du courant de court-circuit entre deux phases avec complète asymétrie du courant, est:

$$F = \pm p M (I_0 \sqrt{1,5})^2$$

qui s'écrit :

$$F = \pm p M I^2$$

I étant l'intensité efficace du courant total pendant la première demi onde.

Les valeurs de p et M sont données par des formules qui ont été traduites sous forme de courbes pour n'avoir à faire que des opérations arithmétiques. Il est à remarquer que la configuration des circuits est parfois complexe; les facteurs introduits dans les calculs (masse, résistance, élasticité des éléments du circuit) sont quelque peu arbitraires, donc les résultats obtenus sont approximatifs et ont pour but de fixer un ordre de grandeur des forces et de leur répartition.

b) Force mécanique transversale sur les conducteurs parallèles simples et leurs supports

La force est donnée par :

$$F = 2,04 \frac{i^2}{d} \times R \times p \times 10^{-8} \text{ Kg/cm}$$

p est le facteur cherché

La fréquence propre d'oscillation d'un support est :

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_s}{M_s}}$$

$$M_s \text{ : masse du support} = \frac{\text{Poids du support } P_s}{g \text{ (accélération de la pesanteur)}}$$

K_s , élasticité du support, quotient d'un effort F_s exercé sur le support au centre de fixation des conducteurs par la flèche en ce point a_s .

$$K_s = \frac{F_s}{a_s}$$

Si $F_s = 500 \text{ kg}$ donne $a_s = 0,08 \text{ cm}$; si $P_s = 4,8 \text{ kg}$, comme $a_s = 0,08 \times 10^{-2} \text{ m}$.

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F_s \times 9,81}{P_s a_s \times 10^{-2}}} = 5 \sqrt{\frac{F_s}{P_s a_s}} = 5 \sqrt{\frac{500}{0,08 \times 4,8}} = 28 \text{ p sec}$$

La fréquence propre d'oscillation d'une barre, de longueur l cm, encastree à ses extrémités, est :

$$f_b = \sqrt{\frac{K_b}{M_b}}$$

$$M_b = \text{masse de la barre} = \frac{P_b \text{ poids de la barre}}{g} = \frac{P_b (\text{poids de l'unité de longueur}) \times l}{9,81}$$

$$\text{l'élasticité } K_b = \frac{F_b}{a_b} = \frac{384 EI}{l^3}, F_b \text{ étant l'effort uniformément réparti}$$

$$\text{d'où } f_b = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{384 EI}{l^3 \times \frac{l \times 10^{-2}}{9,81}}} = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{37,67 \cdot 10^4 EI}{l^4}}$$

$$\approx \frac{100}{l^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho b}}$$

l étant exprimé en cm.

Pour un conducteur circulaire $I = \frac{\pi r^4}{4}$, $\rho b = \pi r^2 \delta$ δ étant la densité

Pour un conducteur rectangulaire $I = \frac{b a^3}{12}$, a étant la dimension de la barre dans la direction de la vibration.

$$E = 1,15 \cdot 10^6 \text{ Kg/cm}^2, \quad \rho = 8,9 \text{ gr/cm}^3 \text{ dans le cas du cuivre}$$

$$E = 730.000 \text{ Kg/cm}^2, \quad \rho = 2,7 \text{ gr/cm}^3 \text{ dans le cas de l'aluminium}$$

Soit une barre rectangulaire en cuivre, $a=1\text{cm}$, $b=10\text{cm}$, $l=100\text{cm}$.

$$f_0 = \frac{100}{10^4} \sqrt{\frac{1,15 \times 10^6 \times 1^3 \times 10}{1,2 \times 1 \times 10 \times 8,9 \times 10^3}} = 33 \text{ p/sec}$$

Sous l'action de la force électromagnétique, le système conducteur et supports oscille (fig. 47). Dans cette oscillation apparaissent deux fréquences naturelles f_1 et f_2 qui s'expriment en fonction des fréquences propres précédentes :

$$f_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{2} \omega^2 \pm \sqrt{\omega^4 - 4\beta^2}} \quad \begin{array}{l} f_1 \text{ avec le signe -} \\ f_2 \text{ avec le signe +} \end{array}$$

$$\text{où } \omega = \frac{K_b}{M_b} + \frac{K_s}{M_s} + \frac{K_b}{M_s}$$

$$\text{et } \beta^2 = \frac{K_b K_s}{M_b M_s}$$

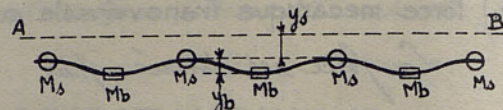


Fig. 47

Comme ordre de grandeur, les fréquences f_1 , f_2 varient entre 10 et 100 périodes par seconde; il y a très couramment un rapport de 1 à 5 entre f_1 et f_2 ; on peut cependant s'écarter de ces valeurs.

Dans la disposition (fig. 23) d'une barre $100 \times 0,6$

$$l = 150 \text{ cm} \quad f_1 \cong 10 \quad f_2 = 70$$

$$l = 120 \text{ cm} \quad f_1 \cong 15 \quad f_2 = 75$$

Dans la disposition (fig. 24) d'une barre $100 \times 0,6$

$$l = 120 \text{ cm} \quad f_1 = 60 \quad f_2 = 380$$

En accroissant les résistances des supports pour plusieurs barres en parallèle,

f_1 décroît un peu, f_2 croît.

Après calculé f_1 et f_2 , le coefficient ρ s'en déduira par le graphique fig. (48)

Nous avons admis que le cas le plus défavorable était celui du court-circuit entre deux phases; cela est vrai, si la réactance du réseau en court-circuit est inférieure

à 30%, sinon le courant de court-circuit instantané serait inférieur à celui du cas où le court-circuit est entre trois phases. (Voir notice 1/1).

Lorsque la fréquence la plus basse f_1 est égale ou voisine du double de la fréquence du réseau, la force mécanique calculée dans le cas du courant de court-circuit bipolaire est à multiplier par $R_1 = 1,35$

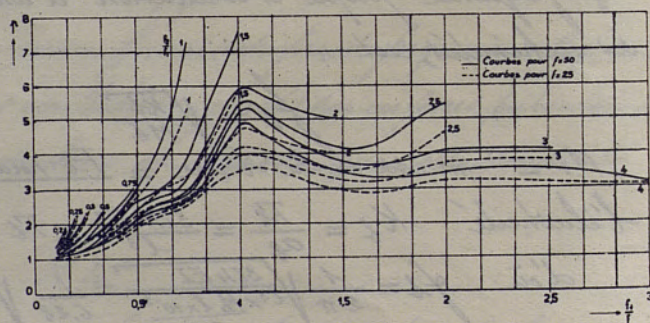


Fig. 48

pour avoir le cas du court-circuit triphasé

$$f_1 = 0,5f \quad 2f \quad 3f$$

$$f_2 = 3f \quad 4f \quad 4f$$

$$k_c = 0,88 \quad 1,35 \quad 1,1$$

C) Cas de systèmes complexes de conducteurs

On peut avoir affaire à des dispositions assez complexes, par exemple avoir plusieurs groupes de barres sur les supports (fig. 49). Le calcul de la force électromagnétique sur le groupe 1 due aux groupes portés par le support B est la résultante de :

$$F_a = 2,04 k_a \frac{I_1 I_a}{d_{1a}} 10^{-8} \text{ kg/cm}$$

$$F_b = 2,04 k_b \frac{I_1 I_b}{d_{1b}} 10^{-8} \text{ kg/cm}$$

$$F_c = 2,04 k_c \frac{I_1 I_c}{d_{1c}} 10^{-8} \text{ kg/cm}$$

$$F_d = 2,04 k_d \frac{I_1 I_d}{d_{1d}} 10^{-8} \text{ kg/cm}$$

Pour k_b , on prendra la moyenne des deux valeurs déduites du graphique fig. (48) en supposant d'abord 1 et b au même niveau, puis l'un au dessous de l'autre toujours avec la même distance d_{1b} . De même pour k_d .

On additionnera les composantes horizontales des forces F_a, F_b, F_c, F_d ; de même, on déterminera les forces agissant sur 2, 3 et 4 dues à a, b, c, d; on multipliera la constante totale par p , pour avoir la force mécanique agissant sur le support. Les composantes verticales des forces ainsi que les actions entre les groupes d'un même support ne sont pas considérées pour la contrainte du support.

d) Calcul de la force longitudinale agissant sur les supports

Prends d'abord le cas de deux portées seulement. Les barres fléchissent sous l'action de la force électromagnétique F . Pour prendre cette flèche, les barres tirent sur les isolateurs dans le sens longitudinal pour raccourcir les portées.

Si on admet que la courbe de flexion est une parabole, la variation de longueur est :

$$\Delta l = \frac{l F^2}{24 T^2} \quad \text{ou} \quad \frac{\Delta l}{l} = \frac{F^2}{24 T^2}$$

T est l'effort dans le sens longitudinal

or $T =$ effort de traction sur l'isolateur + effort de flambage

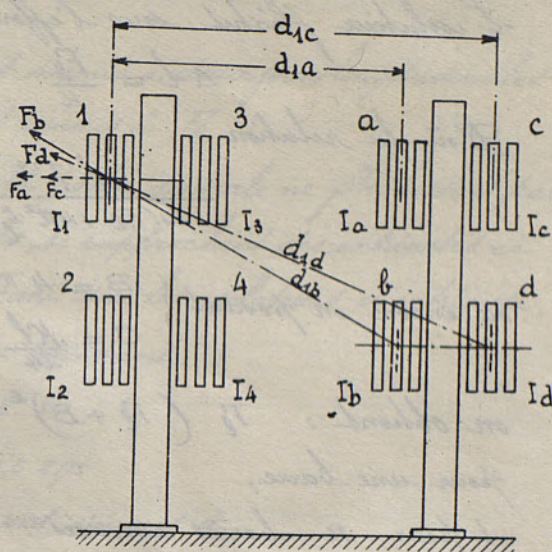


Fig. 49

$$T = F_0 + 4\pi^2 \frac{EI}{l^2}$$

L'isolateur fléchit sous l'effort F_0 de :

$$\Delta l = \frac{F_0}{K}$$

K est l'élasticité du support

D'où la relation :

$$\frac{l F^2}{24(F_0 + 4\pi^2 \frac{EI}{l^2})^2} = \frac{F^2}{K}$$

ou encore en posant $\left\{ \begin{array}{l} B = 4\pi^2 \frac{EI}{l^2} \\ C = \frac{Kl}{24} \end{array} \right.$

on obtient : $F_0 (F_0 + B)^2 = CF^2$

pour une barre,

et pour n barres associées : $F_0 (F_0 + nB)^2 = CF^2$

On peut aussi faire intervenir pour Δl l'allongement des barres, on aura :

$$C = \frac{Kl}{24} \times \frac{SE}{SE + K}$$

mais, en général, K est négligeable par rapport à SE , d'où :

$$C = \frac{Kl}{24}$$

Rappelons que pour le cuivre $E = 1.200.000 \text{ Kg/cm}^2$; $I = \frac{Sa^2}{12}$ pour une barre à dimensions rectangulaires dans le sens de la flèche de la barre; $I = \frac{Sd^2}{16}$ pour une barre ronde de diamètre d , de section S , en cm^2

Preons l'exemple de la fig. (23). Deux barres chacune de $10 \times 0,6 \text{ cm}^2$; $a = 0,6 \text{ cm}$, $l = 120 \text{ cm}$

Il nous aurons : $B = \frac{40 \times 1,22 \times 10^6 \times S \times 0,6^2}{12 \cdot l^2} = 1,44 \times 10^6 \frac{S}{l^2} = \frac{1,44 \times 10^6 \times 6}{120^2} = 600$

d'où $nB = 2 \times 600 = 1200 \text{ Kg}$

soit $K = 430 \text{ Kg/cm}$

De même, $C = \frac{1}{24} \times \frac{120 \times 430 \times 6 \times 1,22 \times 10^6}{6 \times 1,22 \times 10^6 + 120 \times 430} \approx \frac{1}{24} \times 430 \times 120 \approx 2150 \text{ Kg}$

D'où $F_0 (F_0 + 1200)^2 = 2150 F^2$ soit $F = 38 \text{ Kg}$

il vient $F_0 (F_0 + 1200)^2 = 3 \times 10^6$ d'où $F_0 \approx 2 \text{ Kg}$

Soit encore l'exemple de la fig. (24)

$S = 6 \text{ cm}^2$ $K = 1700$ $l = 170 \text{ cm}$

On a : $B = \frac{1,44 \cdot 10^6 \cdot S}{l^2} = \frac{1,44 \cdot 10^6 \cdot 6}{170^2} \approx 300$

Comme il y a 2 barres $n = 2$ d'où $nB = 600$

$C = \frac{1}{24} \times 170 \times 1700 = 12000$

D'où en admettant $F = 230 \text{ Kg}$

$$F_0^2 (F_0 + 600)^2 = 12000 \cdot (230)^2 = 6,4 \cdot 10^8$$

d'où : $F_0 \cong 510 \text{ kg}$.

Dans le cas de deux portées, l'isolateur central est soumis à deux forces longitudinales qui s'équilibrent; les isolateurs d'extrémité sont soumis à F_0 .

Dans le cas de plusieurs portées, les isolateurs de la portée centrale ne fléchissent pas, les autres isolateurs fléchissent d'autant plus qu'ils se rapprochent des extrémités et un calcul montre que la force longitudinale s'exerçant sur les isolateurs d'extrémité, est: $F_0 \times m$ où m est donné par le tableau suivant :

nombre de portées	1	2	3	4	6	8	10
valeur de m	0,75	1	1,5	2	2,5	2,5	2,75

Les isolateurs voisins de ceux des extrémités, sont soumis à:

$$F_0 (m - 0,8)$$

Dans le dernier exemple, si le nombre des portées est 8, la force longitudinale sur un isolateur d'extrémité est: $2,5 \times 510 = 1275 \text{ kg}$.

Si l'effort électrodynamique est une force de flexion ainsi que $F_0 \times m$, la force résultante agissant sur l'isolateur d'extrémité sera:

$$\sqrt{F_a^2 + (F_0 m)^2}$$

F_a est inférieure à F pour l'isolateur d'extrémité.

Si l'effort électrodynamique est un effort de traction ou de compression du support, on calculera l'effort résultant par:

$$F_R = F_a \frac{F_{fl}}{F_c \text{ ou } F_t} + F_0 m$$

d'après la relation $\frac{F_R}{F_{fl}} = \frac{F_a}{F_c \text{ ou } F_t} + \frac{F_0 m}{F_{fl}}$

F_R est l'effort résultant admis pour la contrainte à la flexion.

$$F_{fl} = \frac{\text{charge de rupture à la flexion}}{\text{taux de sécurité}}$$

$$F_c \text{ ou } F_t = \frac{\text{charge de rupture à la compression ou traction}}{\text{taux de sécurité}}$$

La relation utilisée est celle de la superposition des efforts combinés de flexion à ceux de traction ou de compression.

e) Moyens de réduire les forces mécaniques dues aux court-circuits.

- Réduire l'amplitude du courant de court-circuit
- Accroître l'espace entre conducteurs de phases différentes
- Choisir les fréquences naturelles f_1 f_2 pour que p soit voisin de 1.

Il vaut mieux prévoir des barres et supports pour une grande résistance aux efforts latéraux pour éviter des efforts longitudinaux excessifs.

d) Bien fixer les isolateurs et les barres sur les isolateurs pour éviter l'effet du choc lorsqu'il y a du jeu dans les fixations.

Bien fixer les dérivations au moyen d'isolateurs proches du point de raccordement.

e) Ne pas adopter des portées supérieures à 1^m,20 ou 1^m,50, surtout dans le cas de phases constituées par des barres face à face où la flexion peut être grande, la force longitudinale croissant alors rapidement avec la portée.

f) Répartir le mieux possible le courant entre les éléments de conducteurs en parallèle.

IV. NOTES ANNEXES

Calcul du coefficient M de la formule de LAPLACE

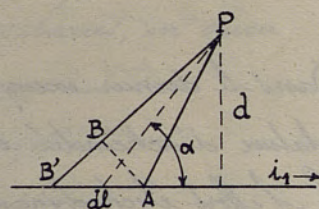
1°. Champ dû à un élément de courant ($i_1 dl$) en un point P

$$dH = \frac{i_1 dl \sin \alpha}{r^2} = \frac{i_1 dl \sin^3 \alpha}{d^3}$$

dH est perpendiculaire au plan du triangle $dl \times P$

$$\text{or } dl \sin^2 \alpha = d \times d\alpha$$

$$\text{d'où } dH = \frac{i_1}{d} \sin \alpha d\alpha$$



2°. Champ dû à un élément de circuit ($i_1 l$) en un point P

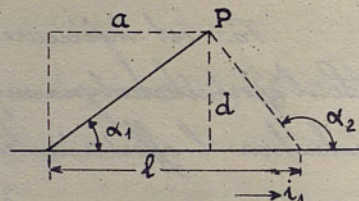
$$H_p = \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \frac{i_1}{d} \sin \alpha d\alpha = \left(\frac{i_1}{d} \cos \alpha \right)_{\alpha_2}^{\alpha_1}$$

$$\text{or } \cos \alpha_1 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}}$$

$$H_p = \frac{i_1}{d} \left[\frac{a}{\sqrt{a^2 + d^2}} + \frac{l-a}{\sqrt{(l-a)^2 + d^2}} \right]$$

qu'on peut écrire :

$$H_p = \frac{i_1}{d} \left[\frac{K}{\sqrt{K^2 + n^2}} - \frac{K-1}{\sqrt{(K-1)^2 + n^2}} \right] \text{ en posant: } \frac{a}{l} = K, \frac{d}{l} = n$$



3°. La force due à l'élément l sur un élément $i_2 da$ en P

Elle sera :

$$F_p = H_p \times i_2 da$$

La force est perpendiculaire au plan $H da$; elle est indépendante du milieu

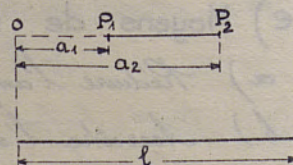
4°. Force due à l sur un élément $P_1 P_2$ de longueur $a_2 - a_1$

$$\text{Elle est donnée par: } F_{P_1 P_2} = \int_{a_1}^{a_2} \frac{i_1 i_2}{d} \left[\frac{ada}{\sqrt{a^2 + d^2}} + \frac{(l-a) da}{\sqrt{a^2 + (l-a)^2}} \right]$$

$$\int \frac{ada}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \sqrt{a^2 + d^2} = l \sqrt{K^2 + n^2}$$

$$\int \frac{(l-a) da}{\sqrt{d^2 + (l-a)^2}} = -\sqrt{d^2 + (l-a)^2} = -l \sqrt{n^2 + (1-K)^2}$$

$$\text{d'où } F_{P_1 P_2} = \frac{i_1 i_2}{n} \left[\sqrt{K^2 + n^2} - \sqrt{(1-K)^2 + n^2} \right]_{K=K_1}^{K=K_2}$$



5°. Moment de $F_{P_1 P_2}$ par rapport à 0

Ce sera :

$$M_{O P_1 P_2} = \frac{i_1 i_2}{d} \left[\int_{a_1}^{a_2} \frac{a^2 da}{\sqrt{a^2 + d^2}} + \int_{a_1}^{a_2} \frac{a(l-a) da}{\sqrt{d^2 + (l-a)^2}} \right]$$

$$\frac{1}{d} \int_{a_1}^{a_2} \frac{a^2 da}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \frac{1}{d} \left[\frac{a}{2} \sqrt{a^2 + d^2} - \frac{d^2}{2} L(a + \sqrt{a^2 + d^2}) \right]_{a_1}^{a_2}$$

$$= \frac{l}{2} \left[\frac{K}{n} \sqrt{K^2 + n^2} - n L(K + \sqrt{K^2 + n^2}) - n L l \right]_{K=K_1}^{K=K_2}$$

$$\frac{1}{d} \int_{a_1}^{a_2} \frac{a(l-a) da}{\sqrt{a^2 + d^2}} = \frac{1}{d} \left[\frac{l-a}{2} \sqrt{d^2 + (l-a)^2} - \frac{d^2}{2} L(l-a + \sqrt{d^2 + (l-a)^2}) \right]_{a_1}^{a_2}$$

d'où :

$$M_{O P_1 P_2} = \frac{i_1 i_2 l}{2} \left[\left[\frac{K}{n} \sqrt{K^2 + n^2} - \frac{l+K}{n} \sqrt{(l-K)^2 + n^2} \right] - 2,30 \left[\log_{10} (K + \sqrt{K^2 + n^2}) + \log_{10} (l-K + \sqrt{(l-K)^2 + n^2}) \right] \right]_{K=K_1}^{K=K_2}$$

en dynes Cm.

Force rapportée à un point donné.

Le calcul de la force en un point donné peut s'effectuer de la façon suivante lorsqu'il s'agit de deux éléments de circuit perpendiculaires.

a) Soit un circuit a b o c d e f;

supposons qu'on veuille calculer la force en c due à l'élément e f agissant sur l'élément oc perpendiculaire.

o est supposé fixe.

On calcule la force totale F et le moment M_b des forces par rapport à b, dus à b e f sur oc

Le moment des forces par rapport à o est :

$$M_o = M_b - F \times ob$$

et la force en c est :

$$F_c = \frac{M_o}{oc}$$

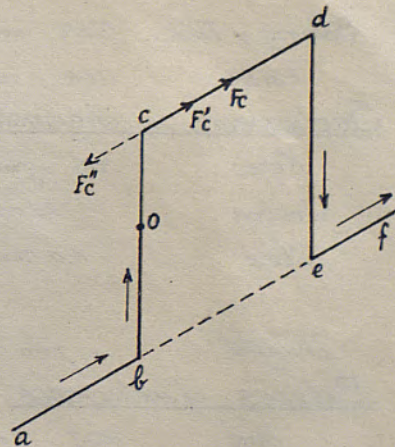
On recommence le même calcul de F' , M_b' , M_o' dus à b e sur oc d'où on déduit la force F_c'' en c.

La force en c due à e f sur oc sera : $F_c - F_c''$

b) La force en c de cd sur co se calculerait en déterminant la force totale F_1 de cd sur co, puis le moment des forces M_c par rapport au point c;

le moment par rapport au point o est : $M_o = M_c - F_1 \times oc$

et la force en c est : $F_c'' = \frac{M_o}{oc}$



C.B.

Bibliographie

Nous donnons ci-après une bibliographie concernant, non seulement le calcul des forces mécaniques dans les barres, faisant l'objet de la notice, mais aussi, à titre documentaire, le calcul des forces mécaniques dans l'appareillage.

Barres omnibus.

- Dunton. RGE. 12 mai 1928. Forces électromagnétiques entre conducteurs
Dwight. " 9 mars 1918. Répulsion entre conducteurs en barres
Eigermann. " 19 mai 1934. Forces intérieures des systèmes mécaniques soumis à des efforts électrodynamiques
Robinson. AIEE. octobre 1923. Magneto Mechanical Loads on Bus Supports
Woodruff. " décembre 1923. Fréquences naturelles des barres de cuivre encastrées aux extrémités
Schurig et Soyre. " avril 1925. Mechanical Stresses in Busbar Supports during Short Circuits.
Van Asperen. " Transactions 1923 page 1091 volume 42. Mechanical Forces on Busbars under Short circuit conditions
Schurig et Frick. GER. août 1926. Calculation of Short Circuit Stresses
Frick. GER. mai 1933. Electromagnetic Forces on Conductors

Sectionneurs et disjoncteurs.

- Kopeck. RGE. 9 janvier 1926 Efforts sur sectionneurs et disjoncteurs
Souben. " 29 octobre 1923 Efforts électrodynamiques sur sectionneurs et disjoncteurs
Cloec. " 11 et 18 août 1928 Reenclenchement sur court-circuit des disjoncteurs à pouvoir de coupure élevé
Dwight. " juin 1920 Calcul of Magnetic Force on Disconnecting Switches

Bobines d'inductance.

- Hak. RGE. 18 octobre 1924 Efforts mécaniques dans les inductances
Dwight. " 20 octobre 1917 Répulsion et inductance mutuelle des bobines d'inductance
Bresson. " mars 1941. Calcul des bobines d'inductance
Doherty et Kierstead. AIEE. août 1923 Short circuit forces on reactor supports
Kierstead. " mars 1925 Bobines d'inductance

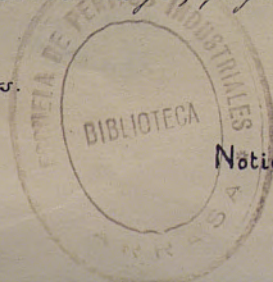
Transformateurs de courant.

- Grillet. RGE. 23 novembre 1929. Destruction des transformateurs de courant en cas de court-circuit
Biermans. " 3 mai 1934. Les efforts de court-circuit dans les transformateurs
Bresson. Dunod éditeur. 1932. Transformateurs de mesure et relais pages 64 à 82.

Etudes générales.

- Bresson. RGE. 3 janvier 1931. Phénomènes électrodynamiques dans l'appareillage.
Fallou. Gauthier-Villars 1935. Les réseaux de transmission d'énergie, pages 211 à 226.

Note { RGE : Revue générale d'électricité.
GER : General Electric Review.
AIEE : Journal of American Institution of Electrical Engineers.



533

R. 2821

