De Arithmetica ad Patritium
summachum libri duo.
De Musica libri quinqz.
De Geometria libri duo.
~~De philosophie consolatione li~~
~~bri quinqz.~~
~~De scholarũ disciplina liber vnus.~~

Tabula

Tabula

Tabula

¶ Capitula: que sequuntur: sunt quidem in antiquis ⁊ explorate fidei codicibus prenotata: nihil tm̃ sup his conscriptum reperitur. Nam Boetius morte preuentus opus imperfectum reliquit.

Arithmetica

¶ Incipiunt duo libri de Arithmetica anitij manlii se uerini Boetii viri clarissimi ⁊ illustrissimi excõsulis: ordinarii: patricii: ad patricium simmachum.

Illi dãdis accipiendisq; munerib⁹ ita recte officia p̃cipue ĩter eos q se se magni faciũt estimãtur si liquido cõstabit nec ab hoc aliõqõ liberali⁹ afferret inuẽtuz. nec ab illo vnq̃z qõ iocõdius beniuolentia cõplecteret acceptũ. Hec ipse ꝓsiderãs. attuli nõ ignaua opuz ponderabus ad facin⁹ nihil instructius est. cũ habendi sitis incãduit. ad meritũ nihil vili⁹ cũ ea sibi victor anim⁹ calcata subiecit: sed ea q̃ er grecarũ opulentia litteraꝝ ⁊ in rõane oronis thesauꝝ sumpta ꝓnerim⁹ Ita. n. mei quoq; opis mihi rõ ꝓstabit: si q̃ er sapientie doctrinis elicui. sapiẽtissimi iudicio cõprobenẽt. vides igit vt tã magni laboris effect⁹ tuũ tm̃ expectet examẽ: nec ĩ aures pdire publicas nisi docte sẽtẽtie a stipulatiõe nitat. In quo nihil mirũ videri oz: cuz id op⁹ qõ sapiẽtie iuẽta pseqnit: nõ auctorz ꝗ aliẽo incũbit arbitrio. Suis qppe instrumẽtz res rõnis expẽditur: cũ iudiciũ cogit subire prudẽtis: Sz huic munusculo: non eadẽ q̃ ceteris ĩminẽt artib⁹ munimẽta ꝓstituo. Neqz. n. fere vlla sic cũctis absoluta ptib⁹ nullius indiga suis tm̃ ẽ sciẽtia nira p̃sidiis: vt nõ ceterarum quoq; artiũ adiumẽta desideret Nã in effigiãdis marmore statuis: ali⁹ excidẽde molis labor ẽ: alia formãde iaginis rõ: nec eiusdẽ artificis man⁹ politi opis nitor expectat. Ac picture manib⁹ tabule cõmisse fabroꝝ. cere rustica obseruatõe ꝯcepte: colorꝝ fuci mercatorꝝ solertia ꝑquisiti: lintea oposis elaborata tertrinis multiplicẽ mãm p̃stant. Nõne idẽ quoq; ĩ bellorꝝ visit instrumẽtis. Nic spicula sagittis exacuit: illi validus thorar nigra gemit ĩcude. Ast ali⁹ crudi vmbõis tegmina ꝓprii laboris orbi infigẽda mercat: tã multz artib⁹ ars vna pficit. Ast nr̃i laboris absolutio lõge ad faciliorẽ currit euẽtũ. Tu. n. sol⁹ manũ sup̃mo opi ponis: in quo nihil de decernẽtiũ necesse ẽ laborare ꝓsẽsu. Quãlibet. n. hoc iudiciũ multz artib⁹ ꝓbet excultũ vno tm̃ cumulat examie. Expiare igit lz quãtũ nobis in hoc studio lõgis tractus ociis labor adiecerit An rerꝝ subtiliũ fugas exercitate mẽtis velocitas cõprehẽdat: vtrũ iciune macies oronis ad ea q̃ sũt caligãtib⁹ ĩpedita sentẽtiis expediẽda sufficiat. Qua ĩ re mihi aliẽi quoq; iudicii lucra q̃runt. Cũ tu vtrarũq; pitissim⁹ litteraꝝ possis graie oronis exptib⁹ quãtuz de nobis iudicare audeãt: sola tm̃ pnũciatiõe p̃scribere. At nõ alteri⁹ obnoxius istitutz arctissima memet ipe trãslatiõis lege ꝓstringo: sed paululũ liberi⁹ euagatus alieno itineri. nõ vestigiis insisto. Nã ⁊ ea q̃ de numeris a nicomacho diffusius disputata sũt: moderata breuitate collegi. Et q̃ trãscursa veloci⁹ angustiorem intelligentie p̃stabãt aditũ: mediocri adiectiõe reserani. vt aliqñ ad euidẽtiã rerꝝ nr̃is ẽt formulis ac descriptionib⁹ vteremur. Qõ nobis q̃ztis vigiliis ac sudore ꝓstiterit facile sobri⁹ lector agnoscet. Cũ igit q̃tuor matheseos disciplinarũ de arithmetica q̃ ẽ prima p̃scriberẽ: tu tm̃ dign⁹ eo mũere videbare eoq; magis ĩ enarrato op⁹ eẽ ĩtelligebã. Nã ⁊ si apud te facilis venire locus eẽt: aliquãdo tñ ipsam formidat a facilitatẽ suspecta securitas. Arbitabar enĩ nihil tãte reuerentie oblatũ iri oportere: qõ nõ elaboratũ ĩgenio: pfectũ studio: dignũ postremo tãto ocio videretur. Nõ igit ambigo quin p tua in me beniuolentia supuacua reseces: biantia suppleas errata rep̃hẽdas cõmode dicta mira aĩ alacritate suscipias. Que res ĩ pulit pigrã ꝓsilii morã. Nimios. n. mihi fructus placitura restituent. Noui qppe quãto studiosi⁹ nostra q̃z ceteroꝝ bõa diligamus Recte ergo q̃si aureos cereri culmos ⁊ maturos bacho palmites: sic ad te rudimẽta noui opis trãsmisi. Tu tm̃ paterna gratia nostrũ puebas mun⁹. ita ⁊ laborz mei pmitias doctissimo iudicio cũsecrabis: ⁊ non maiore censebitur auctor merito q̃z probator.

Incipiunt capitula primi libri.

¶ Prohemium in quo diuisio mathematice. Capm. i.

Inter omnes prisce auctoritatis viros: qui pythagora duce puriore mentis ratione vigue runt: constare manifestum est haud quequam in philosophie discipli nis ad cumulum perfectiõis euadere: nisi cuiusdam prudentie nobilitas quodam quasi quadriuio vestigatur. Qd recte solertiam intuentis non latebit. Est enim sapientia rerum que sunt suiq; immutabilem substantiam sortiuntur comprehensio veritatis. Esse autem illa dicimus que nec intentiõe crescunt: nec retractione minuuntur: nec variationibus permutantur: sed in propria semper vi sue se nature subsidiis nitra custodiunt. Hec autez sunt qualitates. quantitates: forme magnitudines. paruitates: equalitates: habitudines actus dispositiones: loca: tempora: ⁊ quicquid adunatum quodammodo corporibus inuenitur. Que ipse quidem natura incorporea sunt ⁊ immutabilis substantie ratione vigentia: participatiõe vero corporis permutantur: ⁊ tactu variabilis rei in vertibilem inconstantiam transeunt. Hec igitur quoniam vt dictum est natura immutabilem substantiã vimq; sortita sunt: vere proprieq; esse dicuntur. Horuz igitur idest que sunt proprie: queq; suo nomine essentie nominantur: scientiã sapientia profitetur. Essentie autem gemine partes sunt: vna continua ⁊ suis partib⁹ iũcta: nec vllis finibus distributa: vt est arbor: lapis: ⁊ omnia mundi huius corpora: que proprie magnitudines appellantur. alia vero disiuncta a se ⁊ determinata partibus ⁊ quasi aceruatim in vnum redacta concilium: vt grex: populus: chorus: aceruus ⁊ quicquid quorum partes propriis extremitatibus terminantur. ⁊ ab alterius fine discrete sunt. His propriũ nomen est multitudo. Rursus multitudinis alia sunt per se vt tres vel quatuor. vel tetragon⁹: vel quilibet numerus qui vt sit nullo indiget. Alia vo per seipsa non constant: sed ad quiddam aliud referũtur: vt duplum. vt dimidium: vt sesqualterum: vel sesquitertiũ ⁊ quicquid tale est: quod nisi relatum sit ad aliud: ipz esse non possit. Magnitudinis vero alia sunt mancentia motuq; carentia: alia vero que mobili semper rotatione vertuntur: nec vllis temporibus acquiescunt. Horum ergo illam multitudinem que per se est: arithmetica speculatur integritas. Illam vero que ad aliquid musici modulaminis temperamenta pernoscunt. Immobilis vero magnitudinis geometrica noticiam pollicetur. Mobilis scientiam astronomice discipline peritia vendicauit. Quibus quatuor partibus si careat inquisitor: verum inuenire non possit: ac sine hac quidem speculatione veritatis nulli recte sapiendum est. Est enim sapientia earum rerum que vere sunt: cognitio ⁊ integra comprehensio. Quod hec qui spernit: idest has semitas sapientie. ei denuncio non recte philosophandum. Siquidem philosophia est amor sapientie: quam in his spernẽdis ante contempserit. Illud quoq; addendum arbitror quod cuncta vis multitudinis ab vno pgressa termino: ad infinita progressionis augmenta concrescit. magnitudo vero a finita incboans quantitate modum in diuisione non recipit. Infinitissimas enim sui corporis suscipit sectiones. Hanc igitur nature infinitatem indeterminatamq; potentiam philosophia sponte repudiat. Nihil enim quod infinitum est: vel scientia potest colligi vel mẽte comprehendi. Sed hinc sumpsit sibi ipsa ratio: in quibus posset indagatricem veritatis exercere solertiam. Diligit enim de infinite multitudinis pluralitate finite terminum quantitatis: ⁊ interminabilis magnitudinis sectione reiecta definita sibi ad cognitionem spacia depopposcit. Constat igitur quisquis hec pretermiserit. omnem philosophie perdidisse doctrinam. Hoc igitur illud quadriuium est quo his viandum sit quibus excellentior animus a nobis cum procreatis sensibus ad intelligentie certiora perducitur. Sunt enim quidam gradus certeq; pgressionum dimensiones: quibus ascendi progrediq; possit: vt animi illum oculum: qui (vt ait plato) multꝫ oculis corporalibus saluari constituiq; sit dignior: qd eo solo lumĩe vestigari vel ispici veritas queat. Hũc inquam oculum demersum orbatumq; corporeis sensibus he discipline rursum illuminent. Que igitur ex his prima discenda est: nisi ea que principium matris q; quodammodo ad ceteras obtinet portionem. hec est autem arithemtica. Hec enim cuntis prior est non modo quod hanc ille huius mundane molis conditor deus primam sue habuit ratiocinationis exemplar: ⁊ ad hanc cuncta constituit quecunq; fabricãte ratione per numeros assignati ordinis inuenere concordiam: sed hoc quoq; prior arithmetica declaratur quod quecunq; natura priora sunt: his sublatis simul posteriora tolluntur. Quod si posteriora pereant: nihil de statu prioris substãtie permutatur. vt animal prius est homine. Nam si tollas animal statim quoq; hominis natura deleta sit. Si hominem sustuleris: animal non peribit. Et econtrario ea semp posteriora sunt que secum aliud quodlibet inferunt: ea priora que cum dicta sunt nihil secum de posterioribus trahunt: vt eodez ĩ quoq; homine. Niaz si hominem direris: simul quoq; animal nominabis. Idem est enim homo quod animal. Si animal direris non speciem simul hominis intulisti. Non est enim idẽ animal qd homo. Hoc idez in geometrica vel in arithmetica videtur incurrere. Si enim numeros tollas: vnde triãgulum vel quadratũ vel quicquid in geometrica versatur: que omnia numerorum denominatiua sunt. At vero si quadratum triangulumq; sustuleris: omnisq; geometrica consumpta sit tres: ⁊ quatuor aliorumq; numerorꝫ nõ peribunt vocabula. Rursum cũ aliquã geometricã formaz direro. est illi simul numerorꝫ nomen implicituz. Cum numeros direro nondum vllã formam geometricam nominaui. Musica vero quaz prior sit numeroruz vis. hinc maxime probari potest quod non modo illa natura priora sunt que per se constant: quam illa que ad aliquid referuntur: sed etiam eaipsa musica modulatio numerorum nominibus annotatur. Et idez in hac euẽire potest: quod in geometrica predictum est. Diatessaron enim ⁊ diapente: ⁊ diapason: ab antecedentis numeri nominibus nũcupantur. Ipsorum quoq; sonorum aduersus se proportio: solis neq; aliis numeris inuenitur. Qui enim sonus in diapason symphonia est: idem duplicis numeri proportione colligitur. Que diatessaron ẽ modulatio epitrita collatione componitur. Quam diapente symphoniã

ſymphoniam vocant:hemiolia medietate coniungit. Qui in numeris epogdous eſt.idem tonus in muſica. Et ne ſingula perſequi laborem huius operis ſequentia quanto prior ſit arithmetica ſine vlla dubitatione monſtrabunt. Sphericam vero atq; aſtronomicam tanto precedit.quanto due reliquе diſcipline hac tertiam natura precedunt. In aſtronomica enim circuli ſphera:centrum:paralelliq; circuli mediuſq; axis eſt que omnia geometrice diſcipline cura ſunt. Quare eſt etiam ex hoc oſtendere ſeniorem geometrice vim quod omnis motus eſt poſt quietem:& natura ſemper ſtatio prior eſt. Mobilium vero aſtronomia immobilium geomtrica doctrina eſt:vel quod armonicis modulationibus motus ipſe celebratur aſtrorũ. Quare conſtat quoq; muſice vim aſtrorum curſus antiquitate precedere: quam ſuperare natura arithmeticam dubium non eſt:cum prioribus quam illa eſt antiquior videatur. Proprie tamen ipſa numerorum natura omnis aſtrorum curſus.omniſq; aſtronomica ratio conſtituta eſt. Sic enim ortus occaſuſq; colligimus:ſic tarditates velocitateſq; errantium ſiderum cuſtodimus:ſic defectus & multiplices lũe variationes agnoſcimus. Quare quoniam prior vt claruit arithmetice vis eſt:hinc diſputationis ſumam' exordium.

De ſubſtantia numeri. Capitulũ.ii.

Omnia quecũq; a primeua rerum natura conſtructa ſunt.numerorum videntur ratione formata. Hoc enim fuit principale in animo conditoris exemplar. Hinc enim quatuor elementorum multitudo mutuata eſt:hinc temporum vices:hinc motus aſtrorum celiq; conuerſio. Que cum ita ſint cumq; omnium ſtatus:numerorum colligatione fungatur:eum quoq; numerum neceſſe eſt in propria ſemper ſeſe habentem equaliter ſubſtantia permanere:cuiq; que compoſitum non ex diuerſis: Quid enim numeri ſubſtantiã coniungeret:cum ipſius exemplum cuncta iunxiſſet: ſed ex ſeipſo videtur eſſe compoſitus. Porro autem nihil ex ſimilib' componi videtur:nec ex his que nulla rationis proportione iunguntur:& a ſe omni ſubſtãtia naturaq; diſcreta ſunt. Conſtat ergo quoniam cõiunctus eſt numerus:neq; ex ſimilibus eſſe coniunctũ neq; ex his que ad ſe inuicem nulla ratione proportionis herent. Erunt ergo numeros prima que coniungant:ad ſubſtantiam quidem que conſtent: ſemperq; permaneant. Neq; enim ex non exiſtentibus efficiq; quicquam poteſt:& ſunt ipſa diſſimilia & potentia componendi. Hec autem ſunt quibus numerus conſtat par atq; impar. Que diuina quadam potentia cum diſparia ſint contrariaq;:tamen ex vna genitura profluunt:& in vnam compoſitionem modulationemq; iunguntur.

De diffinitione & diuiſione numeri & diffinitione paris & imparis.

Capi. iii.

Et primum quid ſit numerus diffiniendus eſt. Numerus eſt vnitatum collectio: vel quantitatis aceruus ex vnitatibus profuſus. Huius igitur prima diuiſio eſt: in imparem atq; parem. Et par quidem eſt: qui poteſt in equalia duo diuidi vno medio non intercidente: impar vero quem nullus in equalia diuidit quin in medio predictus vnus intercidat. Et hec quidem huiuſmodi diffinitio vulgaris eſt & nota.

Diffinitio numeri paris & imparis ſm pytagoram.

Capitulum. iiii.

Ala autem ſecundum pythagoricam diſciplinam talis eſt. Par numerus eſt qui ſub eadem diuiſione poteſt in maxima paruiſſimaq; diuidi: maxima ſpacio: paruiſſima quantitate:ſecundum duorum iſtorum generum contrarias paſſiones. Impar vero numerus eſt:cui hoc quidem accidere non poteſt:ſed cuius in duas inequales ſummas naturalis eſt ſectio. Hoc eſt autem exemplar. vt ſi quilibet datus par numer' diuidatur:maior quidem quantuq; ad diuiſionis ſpacia pertinet:nõ inuenietur quaq; diſcreta medietas:quãtitate vero nulla minor ſit:quaq; in gemina facta partitio:vt ſi par numerus qui eſt.8.diuidatur in.4.atq; alios.4.nulla erit alia diuiſio que maiores partes efficiat. Porro autem nulla erit alia diuiſio que totum numerum minore diuidat quantitate. In duas enim partes diuiſione nihil minus eſt. Cum enim totum quis fuerit trina diuiſione partitus:ſpacii quidẽ ſumma minuitur:ſed numerus diuiſionis augetur. Quod autem dictum eſt ſecundum duorum generũ contrarias paſſiones huiuſmõi eſt. Predocuim' enim quantitatem in infinitas pluralitates accreſcere ſpacia vo.i.magnitudines in infinitiſſimas minui paruitates:atq; ideo hic contra euenit hec namq; paris diuiſio ſpacio eſt maxima paruiſſima quantitate.

Alia ſecundum antiquiorem modum diuiſio paris & imparis

Capitulum. v.

Ecundum antiquiorem vero modum alia eſt paris numeri definitio. Par numerus eſt qui in duo equalia:& in duo inequalia partitionem recipit.ſed vt in neutra diuiſione vel imparitati paritas:vel paritati imparitas miſceatur:preter ſoluq; paritatis principeq; binarium numerum qui inequalem non recipit ſectionem:propterea quod ex duabus vnitatibus conſtat & ex prima duorum quodammodo paritate. Q ó aũt dico tale eſt. Si enim ponatur par numerus: poteſt in duo equalia diuidi:vt denarius diuiditur in quinos. Porro autem & per inequalia vt idem denarius in.3.& in.7. Sed hoc modo vt cum vna pars fuerit diuiſionis par:alia quoq; par inueniatur:& ſi vna impar:reliqua ab eius imparitate non diſcrepet.vt i eodem numero qui eſt denarius. Cum enim diuiſus eſt in quinos:vel cum.in.3.& in.7.vtreq; in vtraq; portione partes impares extiterunt. Si autem ipſe vel alius numerus par diuidatur in equales:vt octonari' in.4.& in.4.& item per inequales vt idem octonarius:in.5.& in.3.in illa quidem diuiſione vtreq; partes pares facte ſunt:in hac vtreq; impares extiterũt. Neq; vnquã fieri poteſt:vt cum vna pars diuiſionis par fuerit:alia impar inueniri queat. aut:cum vna i par ſit:alia par poſſit itelligi. Impar vo nũerus eſt q ad quãlibet illã diuiſionẽ p iequalia ſemper diuidit vt vtraſq; ſpẽs nũeri ſemper oſtendat: nec vnquam altera ſine altera ſit:ſed vna pars paritati:imparitati alia deputatur.vt.7.ſi diuidas in.3.& in.4. altera portio par:altera impar eſt. Et hoc idem in cunctis i paribus numeris inuenitur. Neq; vnquaq; i imparis diuiſione preter ſe eſſe poſſunt he gemine ſpecieſ que naturaliter vim numeri ſubſtantiamq; cõponunt.

Diffinitio paris & imparis per alterutrum

Capitulum.vj.

Quod si hec etiaz per alterutras species definienda sunt: dicetur imparem numerum esse qui vnitate differt a pari: vel incremento: vel diminutione Item par numerus ē qui vnitate differt ab impari vel incremēto vel diminutione. Si enim pari vnum dempseris vel vnum adieceris: ⁊ impar efficitur: vel si impari idem feceris: par continuo procreatur.

De principalitate vnitatis. Cap. vij.

Omnis quoqz numerus circum se positorum ⁊ naturali sibimet dispositione iunctorum medietas est. Et qui super duos illos sunt qui medio iunguntur si componantur: ēt ipsorum supradictus numerus media portio est: ⁊ rursus illorum qui sunt super secundo loco iunctos cum ipsi quoqz sint compositi prior his numerus medietatis loco est: ⁊ hoc erit vsqz dum occurrēs vnitas terminum fecerit. Ut si ponat quis quinarius numerum altrinsecus circa ipsum sunt supra. 4. inferius ser. Hic ergo si iuncti sunt: faciunt. 10. quorum. 5. numerus medietas est. Qui autez circa ipsos idest circa. 6. ⁊. 4. sunt. 3. scilicet ⁊. 7. idez si iuncti sunt eorum quinarius numerus medietas est. Rursus istorum qui altrinsecus positi sunt si iungantur etiam hi qui quinarii numeri dupli sunt. Maz super. 3. sunt. 2. sup. 7. sunt. 8. Hi ergo si iuncti sunt faciunt. 10. quorum quinarius rursus medietas est. Hoc idem in omnib⁹ numeris euenit: vsqz dum ad vnitatis terminum perueniri queat. Sola enim vnitas circum se duos terminos non habet: atqz ideo eius qui est prope se soli⁹ est medietas. Nam iuxta vnum solus est binarius naturaliter constitutus cuius vnitas media ps est. Quare constat primam esse vnitatem cunctorum qui sunt in naturali dispositione numerorum ⁊ eam rite toti⁹ quamuis prolixe genitricem pluralitatis agnosci.

Diuisio paris numeri. Capl'm. viij.

Paris autem numeri species sunt. 3. Est. n. vna que dicitur pariter par: alia vero pariter impar. tertia impariter par. Et contraria quidem: locaque optinentia summitatum videntur esse pariter par: ⁊ pariter impar. Medietas autem quedam que vtrorūqz participat est numerus qui vocatur impariter par.

De numero pariter pari eiusqz proprietatibus. Capitulum. ix.

Pariter par numerus est. qui potest in duo paria diuidi: eiusqz ps in alia duo paria partisqz pars in alia duo paria: vt hoc totiens fiat: vsqz dum diuisio partium ad indiuisibilem naturalter perueniat vnitatez Ut. 64. numerus habet medietatem. 32. hic autem medietatem. 16. hic vero. 8. hunc quoqz quaternarius in equa partit. qui binarii dupl⁹ est: sed binari⁹ vnitatis medietate diuiditur: que vnitas naturaliter singularis non recipit sectionez. Huic numero videtur accidere vt quecunqz eius fuerit pars cum nomine ipso vocabuloqz pariter par inueniatur: tum ēt quātitate. Sed ideo mihi videtur hic numerus pariter par vocatus: quod eius omnes partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pares pariter inueniantur. Quomodo autem ⁊ nomine ⁊ quantitate pares habeat partes hic numerus post dicemus. Horum autem generatio talis est. Ab vno enim quoscunqz in duplici ꝓportione notaueris: semper pares pariter procreantur. Preter hanc autem generationem vt nascantur aliter impossibile est. Huius autem rei tale videtur per ordinem descriptionis exemplum. Sintqz cuncti duplices ab vno. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512. atqz hinc si fiat infinita progressio: tales cūctos inuenies. factiqz sunt ab vno in duplici proportione: ⁊ omnes sunt pariter pares. Illud autem non minima consideratione dignū est: quod eius omnis pars ab vna parte quacunqz que intra ipsum numeruz est denominatur: tantamqz summam quantitatis includit: quota pars est alter numerus pariter paris illius qui eum continet q̄ntitatis. Itaqz fit vt sibi partes ipse respōdeant: vt quota pars vna est tantam habeat altera quantitatem: ⁊ quota pars ista est: tantam in priore summam necesse sit multitudinis inueniri. Et primum fit si pares fuerint dispositiones: vt due medie partes sibi respondeant. post vero que sup ipsas sunt sibi inuicem conuertantur: atqz hoc idem fiat donec vterqz terminus extremitates incurrat. Pōatur enī pariter paris ordo ab vno vsqz. 128. hoc modo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. ⁊ ea sit summa maxima. In hoc igitur quoniam pares dispositiones sunt: vna medietas non potest inueniri. Sunt igitur due: idest. 8. ⁊. 16. q̄ considerande sunt quemadmodum ipse sibi respondeant. Totius enim summe idest. 128. octaua pars ē. 16. sextadecima. 8. Rursus super has partes que sūt ipse sibi inuicem respondebunt: idest. 32. ⁊. 4. Nam 32. quarta ps ē totius sūme. 4. vo trigesima secunda Rursus super has ptes. 64. secūda pars ē. 2. vo sexagesima quarta. Donec extremitates limitem faciāt: quas dubiū nō ē cadē respōsiōe gaudere. Est enī oīs sūma semel. 128. vn⁹ vo centesim⁹ vigesimus octau⁹. Si autem impares termios ponamus idest summas idem enim terminos quod summas nomio: secundū imparis naturam potest vna medietas inueniri: atqz vna sibi ipsa est responsura. Si. n. ponatur hic ordo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. vna erit sola medietas idest. 8. q 8. summe totius ps est octaua ⁊ sibiipsi ad denomiationem. quantitatemqz conuertitur. Eodēqz modo sicut superius circa ipsum qui sunt termini: donant sibi mutua nomina secundum proprias quātitates vocabulumqz permutant. Maz. 4. sextadecima pars est totius summe. 16. vero quarta. Et rursus super hos terminos. 32. secunda pars est totius summe. 2. vero trigesima secunda: ⁊ semel tota summa. 64. sunt: sexagesimaquarta vero vnitas inuenitur. Hoc igitur est quod dictum est: omnes eius partes ⁊ nomine ⁊ quantitate pariter pares inuēiri. Hoc quoqz multa consideratione: multaqz constantia diuinitatis perfectum est: vt ordinatim disposite minores sūme in hoc numero ⁊ super seipsas coaceruate: sequēti minus vno semper equentur. Si enim vnum iungas his qui sequuntur duobus: fiunt. 3. idest qui vno minus quaternario cadunt. Et si superioribus addas 4. sunt. 7. qui ab octonario sequente sola vnitate vincuntur. Sed si eosdem. 8. supradictis adiunxeris. 15. fient. qui par. 16. numeri existeret quantitati. nisi minor vnitas īpediret. Hoc autem prima etiam numeri progenies seruat atqz custodit. Namqz vnitas que prima est: duobus subsequentibus sola est vnitate cōtractior: vnde nihil mirum est: totum summe cremētum proprio consentire principio. Hec autem nobis consideratio maxime proderit in his numeris cognoscendis quos superfluos vel imminutos imperfectosqz monstrabimus. Illic enim coaceruata quantitas partium numeri totius termino comparatur. Illud

quoqz

quoqꝫ nulla possumus obliuione transmittere :quod in hoc numero respondentibus sibi inuicem partib⁹ multiplicatis:maior extremitas eiusdeꝫ numeri summaqꝫ conficitur. Et primum si pares fuerint dispositiones medii multiplicantur:atqꝫ inde qui super ipsos sunt: vsqꝫ ad supradictas extremitates. Si enim fuerint pares dispositiones:secundum naturam paris duos in medio terminos continebūt: vt in ea. dispositione numerorum in qua extremus terminus. 128. finitur. In hoc enim numero medietates sunt. 8.scilicet 2.16.que in se multiplicate:maiorꝭ summā crescente pluralitate conficient. Octies enim.16. vel sedicies.8.si multiplices.128.summa concrescit. Atqꝫ hi numeri qui super eosdem sunt si multiplicētur idē faciunt. Nam.4.2.32.in se si multiplices:supradictā facient extremitatem.4.enim trigies:2 bis:vel quater.32.ducti.128.immutabili necessitate complebunt Atqꝫ hoc vsqꝫ ad extremos terminos cadit : idest.1. 2.128. Semel enim extremus terminus.128.est. Centies vigies atqꝫ octies vnitate multiplicata. nihil de priore quātitate mutabitur. Si autem impares fuerint dispositiones: vnus medius terminus inuenitur. atqꝫ ipse sibi propria multiplicatione respondet. In eo namqꝫ ordine numerorum: vbi extremus terminus: 64.pluralitate conduditur.sola inuenitur vna medietas:idest.8. Quam si octies idest in semetipsaꝫ multiplices.64.explicabit. Atqꝫ idem reddūt illi qui super hanc medietatem sunt vt dudum hi qui super duas positi faciebant. Nam quater.16.64.iunt.2 sedecies.4.ideꝫ complent. Rursus bis.32.facti a.64. non discedunt.2 trigies bis duo.eosdem cumulant:2 semel.64.vel vnitas sexagiesquater multiplicata: eundem numerum sine vlla varietate restituent.

De numero pariter impari eiusqꝫ proprietatibus. Capitulum.x.

Pariter autem impar numerus est qui 2 ipse quidem paritatis naturam substantiaꝫ qꝫ sortitus est:sed in contraria diuisione nature numeri pariter paris opponitur. Docebitur namqꝫ q̃ꝫ lōge hic dissimili ratione diuidatur. Nam quoniam par est in partes eq̃les recipit sectionem partes vero eius mox indiuisibiles atqꝫ insecabiles permanebunt vt sunt. 6 .10. 14.18.22.2 his similes. Mox enim hos numeros si in gemina fueris diuisione partitus:incurris in imparem quem secare non possis. Accidit autem his qꝫ omnes partes contrarie denominatas habent:q̃ꝫ sūt quantitates ipsarū partiū que denominantur. Neqꝫ vnquam fieri potest: vt quelibet pars huius numeri eiusdem generis denominationem quantitatēqꝫ suscipiat. Semper enim si denominatio fuerit par.quātitas ptis erit impar:2 si fuerit denominatio impar: quantitas erit par: vt in.18.secunda eius pars est: id est media quod paritatis nomen est.9.que impar est quantitas. Tertia vero que impar est denominatio sex:cui par pluralitas est. Rursus si conuertas sexta pars que par est denominatio:tres sunt:sed ternari⁹ impar est. Et nona pars quod impar est vocabulum .2.qui par numerus est. Atqꝫ ideꝫ in aliis cunctis qui sunt pariter impares inuenitur. Neqꝫ vnquam fieri potest: vt cuiuslibet.partis.sit eiusdeꝫ generis nomē 2 numerus. Fit autem horuꝫ procreatio numerorum si ab vno disponantur quicunqꝫ duobus differunt:id est omnibus:imparibus naturali sequentia atqꝫ ordine constitutis. Namqꝫ hi si per binarium numerum multiplicentur omnes pariter impares:rite pluralitas dimensa efficiet. Ponatur eium prima vnitas. 1.2 post hunc qui ab hoc duobus differt.idest tres:2 post hunc qui rursus a supiore duobus idest.5.2 hoc in infinitum:2 fit huiusmodi dispositio.1.3.5.7.9.11. 13.15.17.19. Hi ergo naturaliter sequentes impares sūt:quos nullus in medio par numerus distiguit. hos si per binarium numerus distingui. si per hos si per binarium numerum multiplices:efficies hoc modo.bis vnum idest.qui diuiditur quidem:sed ei⁹ partes indiuisibiles reperiuntur propter insecabilis vnitatis naturam. Bis.3.bis.5.bis.7.bis.9.bis.11.2 de inceps ex quib⁹ nascuntur hi.2.6.10.14.18. 22. Quos si diuidas: vnam recipiunt sectionem: ceteram repudiantes:quod secunda diuisio ab imparis medietate partis excluditur. His autem numerus ad se inuiceꝫ quaternarii sola distātia est. Namqꝫ inter duo 2 sex numeros.4.sunt. Rursus inter.6.2 10.2 inter.10.2. 14.2 iter.14.2.18.idem quaternarius differentiam facit. Hi namqꝫ omnes quaternaria sese numerosita te transcendunt. Quod iccirco cōtingit.quoniaꝫ primi qui positi sunt idest eorum fundamenta :binario se numero precedebāt quos quoniam per binarium multiplicauimus: in quaternarium numerum creuit illa progressio. Duo eniꝫ per bis multiplicati: quaternarii faciunt summam. Igitur in naturalis numeri dispositione:pariter impares numeri quinto loco a se distant:solis.4.se precedunt.3.in medio transeuntes per binarium numerum multiplicatis imparib⁹ procreati. Contrarie vero esse dicūtur he species numerorum:idest pariter par:2 pariter impar .quod si numero pariter impari solam diuisioneꝫ recipit maior extremitas:in illo vo solus minor terminus sectione solutus est.2 quod in forma pariter paris numeri ab extremitatibus incipienti:2 vsqꝫ ad media progredienti quod continetur sub extremis terminis idem est illi quod continetur sub intra se positis summulis. Atqꝫ hoc idē vsqꝫ ad duas medietates fuerit ventum in dispositionibus scilicet paribus. Si autem fuerint impares dispositiones quod ab vna medietate conficitur hoc idem sub altrinsecus positis partibus procreat. Atqꝫ hoc vsqꝫ dum ad extremitates processio fiat. In ea eniꝫ dispositione que est.2.4.8.16.idē reddunt.2.per.16.multiplicati:quod.4.per octonarium numerum ducti. Utroqꝫ enim modo.32.fient. Quod si impar sit ordo vt est.2.4.8.idem facient extremi quod medietas. Bis enim.8.sunt.16. quatuor quater sunt.16.qui numerus a quaternario in se ducto perficitur. In numero vero pariter impari si fuerit vnus in medio terminus:circū se positor termiorum si in vnū redigantur medietas est. Et idem eorū quoqꝫ qui super hos sunt terminos medietas est. Atqꝫ hoc vsqꝫ ad extremos omnium terminorum vt in eo ordine qui est pariter imparium numeroruꝫ .2.6. 10.iunctus binarius cum denario.12.explet.cuius senarius medietas inuenitur. Si vo fuerint due medietates iuncte:ipse vtreqꝫ equales erūt super se terminis constitutis. vt est in hoc ordine.2.6.10.14. Iuncti enim.2.2.14.in.16.crescunt:quos senarius cuꝫ denario copulatus efficiet. Atqꝫ hoc in numerosioribus terminis initio sumpto a mediis euenit vsqꝫ dum ad extrema veniatur.

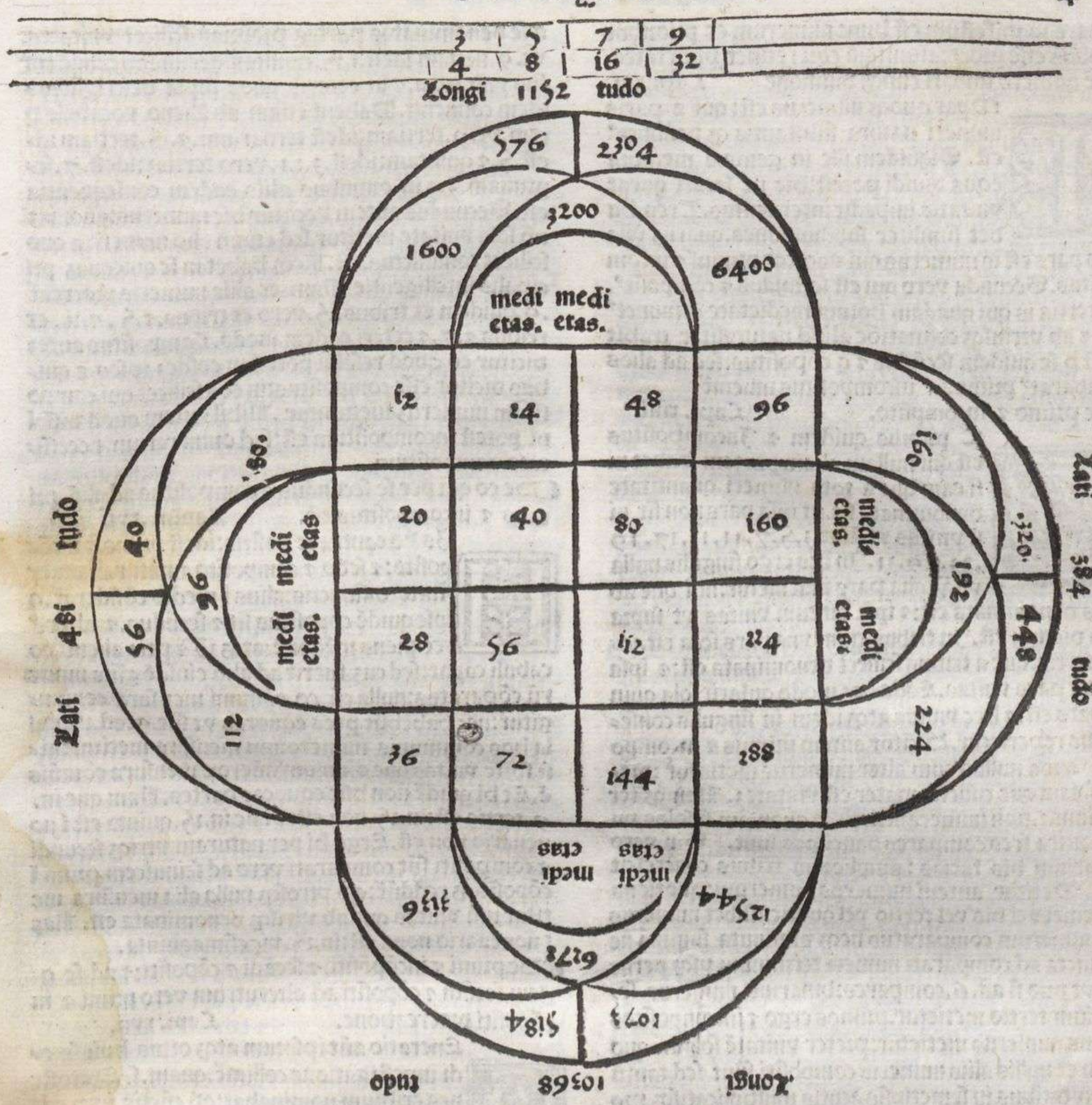
De numero impariter pari ;eiusqꝫ ;ꝓprietatibus. Capitulum. ii.

Pariter par numerus est ex vtrisq; confectus ⁊ medietatis loco gemina extremitate concluditur: vt qua ab vtroq; oscrepet. eadem ad alterutrum cognatione iungatur. Hic autem talis est qui diuidit in equas partes: cuiusq; pars in alias equas diuidi potest: ⁊ ēt aliquando partes partium diuiduntur: sed non vt vsq; ad vnitatem progrediatur equabilis illa distinctio vt sunt. 24. ⁊. 28. Hi enim possunt in medietates diuidi: ⁊ eorum rursus partes in alias medietates sine aliqua dubitatione soluuntur. Sunt etiam quidā alii numeri quorum partes alias recipiunt diuisiones: ḣ ipsa diuisio ad vnitatem vsq; non peruenit. Igitur in eo quod plus q̄ vnam suscipit sectionem: habet similitudinem pariter paris: sed a pariter impari segregatur. In eo vero quod vsq; ad vnum sectio illa non ducitur. pariter imparem non refutat: sed a pariter pari disiungitur. Contingit autem huic nūero ⁊ vtraq; que illi recipiunt optinere. Et habet quidem quod vtriq; non habent quod cum in vno solus maior terminus diuideretur: in alio vero solus minor terminus non diuideretur. in hoc neq; sol⁹ maior terminus diuisionem recipit: neq; minor solus termin⁹ a diuisione seiungitur. Nam ⁊ partes soluuntur ⁊ vsq; ad vnitatem sectio illa non peruenit. sed ante vnitatem inuenitur terminus quem secare non possis. Optinet autem que illi quoq; recipiunt. quod quedam partes ei⁹ respondent: denominanturq; secundum genus suum ad ꝓpam quantitatem: ad filidinem scilicet pariter paris numeri. Alie vero partes contrariam denominationem sumunt proprie quantitatis ad pariter imparis scilicet formam. In. 24. enim numero par ē quantitas parti a paris numero denominata. Nam quarta. 6. secunda vero. 12. sextam vero. 4. duodecima. 2. que vocabula partium a quantitatis paritate non discrepant. Contrarie vero denominant cuj tertia pars octo: octaua vero. 3. vigesima autem quarta. 1. que denominationes cum pares sint inueniuntur impares quantitates. ⁊ cum sint pares summe: sunt impares denominationes. Nascuntur autej tales numeri ita vt substantiam naturamq; suam in ipsa etiā propria generatione designent: ex pariter paribus ⁊ pariter imparib⁹ procreati. Pariter enim impares cuncti vudum ordinatim positis imparibus nascebā tur. pariter vero pares ex duplici progressione. Disponantur igitur oēs in ordīem naturaliter impares ⁊ sub his a quattuor inchoantes omnes duplices ⁊ sint hoc modo:

	3	5	7	9	11	13
	4	8	16	32	64	128

His igitur ita pontis si primus primi multiplicatione concrescat: idest si quaternarii ternarius: vel si idē primus secundi: idest octonarii ternarius vel si idem primus tertii idest. 16. ternarius ⁊ idem vsq; ad vltimum. vel si secundus primi ⁊ secundi. vel si secundus tertii ⁊ eadem vsq; ad extremum multiplicatio proferatur. vel si tertius a primo inchoās vsq; in extremum transeat. Atq; ita quartus ⁊ omnes in ordinem superiores multiplicent eos qui sub ipsis in dispositione sunt omnes impariter pares procreabunt. Huius autem rei tale sumamus exemplum: si tres q̄ter multiplices. 12. fient: vel si. 5. quatuor multiplicent. 20. numerus excrescet: vel si item. 7. multiplicent. 4. 28. succrescet: atq; hoc vsq; in finez. Rursus si. 8. multiplicent. 3. nascentur. 24. Si. 8. in. 5. fiunt. 40. si. 8. in. 7. colligentur. ¶ Atq; ad hunc modum si omnes inferiores duplices: a superioribus multiplicentur: vel si superiores eosdem inferiores multiplicent: cunctos qui nati fuerint impariter pares inuenies. Atq; hec est admirabilis huius numeri forma: quod cum fuerit ipsa dispositio descriptioq; pspecta numeroꝝ ad latitudinem pariter imparium: ad longitudinem pariter parium numerorum proprietas inuenitur: Sunt enim duabus medietatibus equales due extremitates: vt vna medietate due duplices extremitates In longitudinem vero pariter paris numeri rem proprietatemq; designat. Quod eniz sub duabus medietatibus cōtinetur. equale est ei quod sub extremis cōficitur: vel quod ab vna medietate nascitur. equale ē illi quod sub vtrisq; extremitatibus continetur. Descriptio autem que supposita est: hoc modo facta est Quantoscunq; in ordine pariter parium numeroruz ternarius numerus multiplicauit: quicūq; ex eo procreati sūt: primo sunt versu dispositi. Rursus qui eosdem multiplicāte quinario nati sunt: secundo loco cōstituti sunt. Post vero quos septenari⁹ ceteros multiplicando procreauit. eosdem tertio conscripsimus loco: atq; idem reliqua descriptionis parte perfecimus.

¶ In hac formula sequenti similitudo pariter paris ⁊ pariter imparis ad impariter parem ostenditur.



Descriptionis ad impariter paris in latitudine: in longitudine ad pariter paris naturam pertinentis expositio.

Capitulum.xii

Superius igitur digeste descriptionis hec ratio est. Si ad latitudinem respicias: vbi est duorum terminorum vna medietas: ipsosq; terminos iungas: duplos eos medietate propria repies vt. 36.7.20. faciunt. 56. quorum medietas est. 28. qui medius est inter eos terminus constitutus. Et rursus. 28.7.12. si iungas faciunt. 40. quorum. 20. medietas medius eorum terminus inuenitur At vero vbi duas medietates habent vtreq; extremitates iuncte: vtrisq; medietatibus equales fiunt. vt. 12.7.36. cum iunxeris fiunt. 48. horum si medietates sibimet applicaueris: idest. 20.7.28. idem erit. atq; i alia parte latitudinis eodem ordine qui fiant numeri notati sunt. Neq; vlla in re ratio vtriusq; latitudinis discrepabit: idemq; in eodem ordine in ceteris numeris pernotabis: 7 hoc ꝑm formaz pariter imparis numeri fit in quo hanc proprietatem esse supra iam scriptum est. Rursum si ad longitudinem respicias vbi duo termini vnam medietatem habent quod fit ex multiplicatis extremitatibus: hoc fit si medius terminus sue capiat pluralitatis augmenta. Nam duodecies. 48. faciunt. 576. Medius vero eorum terminus idest. 24. si multiplicetur: eosdem rursus. 576. procreabit. Et rursus si. 24. in. 96. multiplicẽtur faciũt. 2304. Quorum medius terminus idest. 48. si i semet ipsum ducatur idem. 2304. procreantur. Vbi autem termini duo duas medietates includunt: quod fit multiplicatis extremitatibus. hoc idem redditur i alterutram summam medietatibus ductis. Duodecies enim. 96. multiplicatis. 1152. procreantur: due vero eorum medietates idest. 24.7.48. si in semetipsas multiplicentur: eosdem. 1152. restituent. Atq; hoc est ad imitationem cognationemq; numeri pariter paris: a quo participatione tracta hec ei recognoscitur ingenerata proprietas. Et in alio vero latere lõgitudinis: eadem ratio descriptioq; notata est.

Quare manifestum est hunc numerum ex prioribus duobus esse procreatum: qm̃ eoꝝ retinet pprietates.

¶De numero impari eiusq; diuisione Capi. xiii.

IMpar quoq; numerus est: qui a paris numeri natura substantia q; desiunct' est. Siquidem ille in gemina membra equa diuidi potest: hic ne secari queat vnitatis impedit interuentus. Tres habet similiter subdiuisiones. quaruꝝ vna eius pars est is numerus qui vocatur primus ⁊ incompositus. Secunda vero qui est secundus ⁊ composit'. Et tertia is qui quadam horum medietate coniunct' est: ⁊ ab vtriusq; cognatiõe aliud naturaliter trahit q est p se quidem secũdus ⁊ q cõpositus: sed ad alios comparat' primus ⁊ incompositus inuenit'.

¶De primo ⁊ incompsito. Capi. xiiii.

IT primus quidem ⁊ Incompositus est qui nullam aliam partem habet nisi eam que a tota numeri quantitate denominata sit. vt ipsa pars non sit nisi vnitas vt sunt. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. In his ergo singulis nulla vniq; alia pars inuenietur: nisi que ab ipsis denominata est: ⁊ ipsa tantum vnitas vt supra iam dictum est. In tribus enim vna pars sola est. id est. tertia: que a tribus scilicet denominata est: ⁊ ipsa tertia pars vnitas. Eodemq; modo quartii sola quinta pars est: ⁊ hec vnitas atq; idem in singulis consequens reperietur. Dicitur autem primus ⁊ incompositus quod nullus cum alter numerus metiatur: preter solam que cunctis mater est vnitatez. Namq; ternarium. 2. non numerant. iccirco quoniam si solos duos contra tres compares pauciores sunt. Sin vero binarium bis facias: ampliorem tribus concrescit in. 3. Metitur autem numerus numerum: quotiens vt semel vel bis vel tertio vel quotienslibet numerus ad numerum comparatus neq; diminuta summa neq; aucta ad comparati numeri terminum vsq; peruenit vt duo si ad. 6. compares: binarius numerus senarium tertio metietur. primos ergo ⁊ incompositos nullus numerus metietur: preter vnitatẽ solam. quoniam ex nullis aliis numeris compositi sunt sed tantũ ex vnitatibus in semetipsis acutis multiplicatisq; procreantur. Ter enim vnus. 3. ⁊ quinquies vnus quinq;. ⁊ septies vnus. 7. fecerunt. Et alii quidez quos supra descripsimus eodem modo nascuntur. Hi autem in semetipsos multiplicati faciunt alios nũeros velut primi: eosq; primam rerum substantiam vimq; sortitos: cunctorum a se procreatorum velut quedam elemẽta reperies. quia scilicet ⁊ incõpositi sunt: ⁊ simplici generatione formati: atq; in eos omnes quicunq; ex his prolati sunt numeri resoluuntur: ipsi vo neq; ex aliis producuntur: neq; in alia reducuntur.

¶De secundo ⁊ composito. Capi. xv.

SEcundus vero ⁊ compositus ⁊ ipse quidem impar est propterea quod eadem imparis proprietate formatus est: sed nullaꝝ in se retinet substantiam principalez compositusq; est ex aliis numeris. habetq; partes: ⁊ a seipso ⁊ ab alieno vocabulo denominatas. sed a seipso denominatam partem solam semper in his inuenies vnitatem. ab alieno vero vocabulo vel vnam: vel quotlibet alias: quanti fuerint scilicet numeri quib' ille compositis procreatur. vt sunt hi. 9. 15. 21. 25. 27. 33. 39. Horum ergo singuli habẽt quidẽ a se denominatas partes proprias scilicet vnitates. vt. 9. nonam idest. 1. 15. quintamdecimam: eandẽ rursus vnitatem. ⁊ in ceteris quos supra descripsimus idem conuenit. Habent etiam ab alieno vocabulo p̃tem. vt. 9. tertiam. idest ternarium. ⁊. 15. tertiam idest. 5. ⁊ quintam: idest. 3. 2. 1. vero tertiaz: idest. 7. septimam. 3. ⁊ in omnibus aliis eadem consequentia est. Secundus autem vocatur hic numerus: quoniaz nõ sola vnitate metitur sed etiam alio numero a quo scilicet coniunctus. est. Neq; habet in se quicquaz principalis intelligentie: Nam ex aliis numeris procreat. 9. quidem ex tribus. 15. vero ex tribus. ⁊. 5. ⁊. 21. ex tribus ⁊. 7. ⁊ ceteri eodem modo. Compositus autez dicitur eo quod resolui potest in eosdez ipsos a quibus dicitur esse compositus: in eos scilicet qui compositum numeruz metiuntur. Nihil autem quod dissolui potest incompositum est: sed omni rerum necessitate compositum.

¶De eo qui per se secundus ⁊ compositus ad aliũ primus ⁊ incompositus est. Capl'm. xvi.

Is vo contra se positis: idest primo ⁊ incõposito: ⁊ secõdo ⁊ composito ⁊ naturali diuersitate disiunctis: alius ĩ medio cõsiderat'. q ipse quidẽ cõpositus sit ⁊ secũdus. ⁊ alteri' recipiens mẽsionẽ: atq; iõ ⁊ ptis alieni vocabuli capax: sed cuz fuerit ad aliũ eiusdẽ gñis numerũ cõparatus: nulla cũ eo cõmuni mensura coniungitur: nec habebũt ptes equocas vt sũt. 9. ad. 25. nulla hos communis numerozum mensura metitur: nisi forte vnitas que omnium nũeroꝝ mensura cõmũis ẽ. Et hi quidẽ non hãt equocas partes. Nam que in. 9. tertia est: in. 25. non est: ⁊ que in. 25. quinta est ĩ nouenario non est. Ergo hi per naturam vtriq; secundi ⁊ compositi sũt comparati vero ad seinuicem primi ⁊ cõpositiq; reddũt': qõ vtrosq; nulla alia mensura metitur nisi vnitas que ab vtrisq; denominata est. Naz ⁊ nouenario nona est: in. 25. vigesimaquinta.

¶De primi ⁊ incõpositi: ⁊ secũdi ⁊ cõpositi: ⁊ ad se quidem secũdi ⁊ cõpositi ad alterutrum vero primi ⁊ incõpositi procreatione. Capi. xvii.

GEneratio aũt ipsorum atq; ortus huiusmodi inuestigatione colligit'. quam. s. Eratosthenes cribrum nominabat: qõ cũctis imparibus ĩ medio collocatis per eam quã traditurĩ sum' artẽ: q primi: q ve secundi quiq; tertij generis videant' esse distinguitur. Disponãt' enim a ternario nũero cũcti in ordinẽ impares: ĩ quãlibet longissimã porrectionẽ. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. 25. 27. 29. 31. 33. 35. 37. 39. 41. 43. 45. 47. 49. His igitur ita dispositis considerandum: primus numer' quẽ eoꝝ qui sunt in ordĩe positi primũ metiri possit. ⁊ duob' preteritis illũ qui post eos est posit' mox metitur. Et si post eundem ipsum quẽ mẽsus est: alii duo trãsmissi sunt: illũ qui post duos est rursus metitur. Et in eodem mõ si duos quis reliquerit: post eos q est a prio numero metiendus est. Eodẽq; mõ relictꝫ semp duob' a primo in infinitũ pergentes metiẽtur Sed id non vulgo neq; confuse. Nam prim' numer' illũ qui est post duos secundũ se locatos p̃ suã quãtitatẽ metitur. Ternarius enĩ nũerus tertio. 9. metit'. Si autem post nouenarium duos reliq̃ro: qui mihi post illos ĩcurrerit: a prio metiendus est per secundi imparis quantitatẽ: idest per quinarium. Nã si post. 9. duos velinquam idest. 11. ⁊. 13. ternarius nũer'. 15. metietur per secundi numeri quantitatem: idest per

quinarii

quinarij quoniam ternarius.15.quinquies metitur. Rursus si a quindenario inchoans duos intermisero qui posterior positus est:eius primus numerus mensura est per tertij imparis pluralitatem. Nam si post. 15.intermisero.17.7.19.incurrit.21. quem ternari⁹ numerus secundum septenarium metitur.21.eni numeri ternarius septima pars est. Atq; hoc in infinitum faciens:reperio primum numerum si binos intermisero omnes sequentes post se metiri secundum quantitatem positorum ordine imparium numerorũ Si vero quinarius numerus qui.in secundo loco est constitutus:velit quis cuius prima ac deinceps sit mẽsura inuenire:transmissis.4. imparibus quintus ei quem metiri possit.occurrit. Intermittantur enim. 4.impares idest.7.7.9.7.1.7.13.post hos est quintus decimus:quem quinarius metitur:secundum primi scilicet quantitatem:idest ternarij.quinq; eni.15. tertio metitur. Ac deinceps si quattuor intermittat eum qui post illos locatus est:secundus idest quinarius sui quantitate metitur. Nã post quindecim intermissis.17.7.19.7.21.7.23.post eos.25.repio:quos quinarius scilicet numerus sua pluralitate metitur. Quinquies enim quinario multiplicato. 25. succrescunt. Si vero post hunc quilibet.4.intermittat:eadem ordinis seruata constantia:qui eos sequitur secundum tertij.i.septenarij numeri summam a quinario metietur. Atq; hec est infinita processio. Si vero tertius numerus quem metiri possit exquiratur: sex i medio relinquentur:7 quem septimus ordo monstrauerit:hic per primi numeri.i.ternarij quantitatẽ metiendus est. Et post illum sex alijs interpositis: quem post eos numeri series dabit:per quinarium.i.per secundum tertij eum mensura percurret. Si vero alios rursus sex in medio quis reliquat:ille qui sequitur p septenarium numerum ab eodem septenario metiendus est:idest per tertij quantitatem. Atq; hic vsq; in extremum ratus ordo progreditur. Suscipient ergo metiendi vicissitudinem:quemadmodum sunt in ordinem naturaliter impares constituti. Metientur autẽ si per pares numeros a binario inchoantes positos inter se impares rata intermissione transiliant:vt primus duos:secundus.4.tertius.6.quartus.8.quint⁹. 10. Vel si locos suos conduplicent 7 secundum duplicationem terminos intermittant vt ternarius qui primus est numerus 7 vnus. (Omnisq; enim prim⁹ vn⁹ est) bis locum suum multiplicet: faciatq; bis vnum. Qui cum duo sint.primus duos medios transeat.rursus secundus idest quinarius:si locum suum duplicet. 4.explicabit:hic quoq;.4.intermittat. Item si septenarius qui tertius est locum suum duplicet: sex creabit. Bis enim.3.senarium iungunt.hic ergo in ordinem sex relinquat. Quartus quoq; si locum suum duplicet.8.succrescent.ille quoq;. 8. transiliat.atq; hoc quidem ceteris perspiciendum. Modum autem mensionis secundum ordinem collocatorum ipsa series dabit. Nam primus primum quem numerat.secundum primum numerat:idest secundum se.7 secundum primus quem numerat:per secundum numerat.7 tertiũ per tertium 7 quartum item per quartum. Cum autem secundus mensionem susceperit primum quẽ numerat secundum primum metitur.secundũ vero quẽ numerat per se.idest per secundum 7 tertium per tertium.7 in ceteris eadem similitudine mensura constabit. Alios ergo si respicias:vel qui alios mensi sunt:vel qui ipsi ab alijs metiuntur: inuenies omnium simul communem mensuram esse non posse. neq; vt omnes quemquam alium simul numerent. quosdam autem ex his ab alio posse metiri ita vt ab vno tantum nũerentur.alios vero vt etiam a pluribus.quosdam autẽ vt preter vnitatem eorum nulla mensura sit. Qui ergo nullam mensuram preter vnitatem recipiunt:hos primos 7 incompositos iudicamus.qui vero aliquam mensuram preter vnitatem vel alienigene partis vocabulum sortiuntur:eos pronunciemus secundos atq; compositos. Tertium vero illud genus per se secũdi 7 compositi:primi vero 7 incompositi ad alterutrum comparari:hac inquisitor ratione reperiet. Si enim quoslibet illos numeros secundum suam in semetipsos multiplices quantitatem: qui procreantur ad alterutrum comparati:nulla mensure communione iunguntur. Tres enim 7.5.si multiplices:tres tertio.9.faciunt:7 quinquies.5.reddent.25. His igitur nulla est cognatio communis mensure. Rursus.5.7. quos procreant si compares:hi quoq; incommensurabiles erunt. Quinquies enim quinq; vt dictum est est.25.septies.7.faciunt.49. Quorum mensura nulla communis est:nisi forte omnium horum procreatrix 7 mater vnitas.

De inuentione eorum numerorum qui ad se secundi 7 compositi sunt:ad alios vero relati primi 7 incompositi. Capitulum.xviii.

Ua vero ratione tales numeros inuenire possimus:si quis nobis eosdem proponat 7 imperet agnoscere vtrum aliqua mensura commensurabiles sint:an certe sola vnitas vtrosq; metiatur:reperiendi ars talis est. Datis enim duobus numeris inequalibus:auferre ꝺ maiore minorẽ oportebit.7 qui relictus fuerit: si maior est:auferre ex eo rursus minorẽ:si vero minor fuerit eum ex reliquo maiore detrahere. Atq; hoc eo vsq; faciendum:quoad vnitas vltima vicem retractionis impediat:aut aliquis numerus impar necessario si vtriq; numeri impares proponantur. Sed eum q relinquitur numerum sibiipsi videbis equalem. Ergo si in vnum incurrat vicissim ista subtractio: primi contra se necessario numeri dicentur:7 nulla alia mẽsura nisi sola vnitate coniuncti. Si vero ad aliquẽ numerum vt superius dictum est:finis diminutionis incurrerit:erit ens numerus qui metiatur vtrasq; summas.atq; eundem ipsum qui remãserit. dicem⁹ vtrorumq; communem esse mensuram. Age enim duos numeros propositos habeam⁹:quos iubeamur agnoscere:an eos aliqua mensura communis metiatur Atq; hi sint.9.scz:7.29.hoc igitur faciemus modo reciprocam diminutionem. Auferamus de maiore minorem:hoc est:de.29.nouenarium relinquentur. 20. Ex his ergo.20.rursus minorẽ detrahamus.idest.9. 7 relinquẽtur.ii. Ex his rursus detrabo.9.relicti sũt 2. Quos si detrabo nouenario:7 relicti sũt.7. Quod si duo rursus septenario dempseriz:supersunt.5.atq; ex his alios duos:tres rursum exuberant. quos alio binario diminutos sola vnitas superstes egredit.rursus si ex duob⁹ vnũ auferam:i vno termin⁹ detractionis herebit:quem duorum illor nũerorũ idest. 9.7. 29.solum neq; alium constat esse mensuram.hos ergo contra se primos vocabimus. Sed sint alii numeri nobis eadem conditione propositi.i.21.7. 9.vt q̃les hi sint inuestigentur cum sibimet fuerint inuicez

comparati. Rursus aufero de maiore minoris numeri quantitatem. idest. 9. de. 21. relinquentur. 12. Ex his rursus demo. 9. supersunt. 3. Qui si ex nouenario retrahantur: senarius relinquetur. Quibus item si quis ternarium demat. 3. relinquentur. de quibus tres detrahi nequeunt. atq; hic est sibi ipsi equalis. Nam. 3. qui detrahebantur vsq; ad ternarium numerum peruenerunt. a quo quoniam equales sunt: detrahi minuiq; non poterunt. Nos igitur commensurabiles pronunciabimus ⁊ est eorum qui est reliquus ternarius mensura communis.

¶ Alia partitio paris secūdum perfectos imperfectos ⁊ vltra quam perfectos.

Capitulum. xix

AL de imparibus numeris quantum introductionis permittebat breuitas expeditum est. Rursus numerorum parium sic fit secunda diuisio. Alii enim eorum sunt superflui. alii diminuti secundum vtrasq; habitudines inequalitatẏ. Omnis quippe inequalitas: aut in maioribus aut in minoribus consideratur. Illi. n. immoderata quodammodo plenitudine proprii corporis modum partium suarum numerositate precedunt. Illos autez veluti paupertate inopes oppressos q; quadam nature sue inopia minor quam ipsi sunt partium summa componit. atq; illi quidem quorum partes vltra quam satis est sese porrexerunt. superflui nominantur. vt sunt. 12. vel 24. Hi enim suis partibus comparati maiorem partium summam toto corpore sortiuntur. Est enim duo denarii medietas. 6. pars tertia. 4. pars quarta. 3. pars sexta. 2. pars duodecia. 1. est Omnisq; hic cumulus redūdat. in. 16. ⁊ totius corporis sui multitudinem vincunt Rursus. 24. numeri medietas est. 12. tertia. 8. quarta. 6. sexta. 4. octaua tria: duodecima. 2. vicesima quarta vnum qui omnes triginta ⁊ sex rependunt. In qua re manifestum est quod summa partium maior est: ⁊ supra proprium corpus erundat. Atq; hic qdem quoniam composite partes totius summam numeri vincunt: superfluus appellatur. Diminutus vero ille cuius eodem modo composite partes totiꝰ termini multitudine superantur. vt. 8. vel. 6. habet enim octonarius partem mediam: idest. 4. habet ⁊ quartam idest duo. habet ⁊ octauam idest vnum que cuncte in vnum redacte. 7. colligunt: minorē scilicet summam toto corpore concludentes. Rursus. 14. habēt medietatem idest septenarium. habent septimā: idest. 2. habent quartamdecimam idest. 1. que in vnum si collecte sint: denarii numeri summa concrescit: toto scilicet termino minor: Atq; hi quidem hoc modo sunt: vt prior ille quem sue partes superant talis videatur: tamq̄ si quis multis super naturam manibus natus vt centimanus gigas: vel triplici coniunctus corpore: vt gerion tergeminus vel quicquid vnq̄ monstruosum natura in partium multiplicatione surripuit. Ille vero vt si naturaliter quadam necessaria parte detracta. aut minus oculo nasceretur: vt cyclopee frontis dedecus fuit: vel quo alio curtatus mēbro: naturale totius sue plenitudinis dispendium sortiretur. Inter hos autem velut inter equales intemperantias medii temperamentum limitis sortitus est ille numerus qui perfectus dicitur: virtutis scilicet emulator qui nec superuacua progressione porrigitur: nec contracta rursus diminutione remittitur ꝗ medietatis obtinens terminum suis equus partibus nec crassatur abundantia: nec eget inopia. vt sex vel. 28. Namq; senarius habet partem mediam idest. 3. ⁊ tertiam idest. 2. ⁊ sextam idest. 1. que in vnam summam si redacte sint par totum numeri corpus suis partibus inuenitur. 28. vero habet medietatē. 14. ⁊ septimam. 4. nec caret quarta idest. 7. possidet quartamdecimam. 2. ⁊ Reperies in eo vicesimam octauam. 1. que in vnum redacte totum partibus corpus equabunt. 28. enim iuncte partes efficient.

¶ De generatione numeri perfecti.

Capitulum. xx.

ESt autem in his quoq; magna similitudo virtutis ⁊ vitij. Perfectos enim numeros raro inūies: eosq; facile numerabiles: quippe qui pauci sunt: ⁊ nimis constanti ordine procreati: at vero superfluos ac diminutos longe multos infinitosq; reperies: nec vllis ordinibꝰ passim inordinateq; dispositos: ⁊ a nullo certo fine generatos. Sunt autem perfecti numeri intra denarium numerum. 6. intra centenarium. 28. intra millenarium numerum. 496. intra decem milia. 8128. Et semper hi numeri duobus paribus terminantur. 6. ⁊. 8. ⁊ semper alternatim in hos numeros summarum fine peruenium. Nam ⁊ primum sex deinde. 28. Post hos. 496. idem senarius qui primus. post quē 8128. idem octenarius qui secundus. Generatio autē procreatioq; eorum est fixa firmaq; nec quo alio modo fieri possint: nec vt si hoc modo fiant aliud quiddam vllo modo valeat procreari: Dispositos enī ab vno omnes pariter pares numeros in ordinem quousq; volueris: primo secundum aggregabis: ⁊ si primus numerus incōpositus ex illa coaceruatione factꝰ sit totam summā in illū multiplicabis quē posterius aggreuaueras. Si vero coaceruatione facta primus ⁊ incompositus non inuentus fuerit sed compositus ⁊ secundus hunc transgredere atq; alium qui sequitur aggregabis. Si vero nec dum fuerint primus ⁊ incompositus: alium rursus adiunge ⁊ vide quid fiat Quod si primum incompositumq; reperies: tunc in vltime multitudinem summe coaceruationem multiplicabis. Disponantur enim omnes pariter pares numeri hoc modo. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. facies ergo ita: pones. 1. eiq; aggregabis. 2. Tunc respicies ex hac aggregatione qui numerus factus sit: sunt. 3. qui scilicet primus ⁊ incompositus est: ⁊ post vnitatem vltimum binarium numerum aggregaueras. Si igitur ternarium idest qui ex coaceruatione collectus est per binarium multiplices qui est vltimus aggregatus: perfectus sine vlla dubitatione nascetur. Bis enim. 3. 6. faciunt. qui habent vnam quidem a se denominatā partem idest sextam tres vero medietatem ꝗm dualitatem. at vero duo ꝗm coaceruationem idest ꝗm tertiariuz: quoniā coaceruati tres multiplicati sunt. Vigintiocto autem eodem modo nascūtur. Si enī super vnuz ⁊ duo qui sunt tres addas sequentē pariter parē idest. 4. septenariam sūmam facies sed vltimū nūerū quaternariū cōsequēter adiūxeras: per hūc igit̄ si illam coaceruationē multiplicaueris: pfectus numerus procreatur. Septies enim 4. 28. sunt qui est suis partibus par: habens vnū a se denominatum

denominatum ipest vigesimumoctauum. medietatez vero ꝑm binarium. 14. ꝑm quaternarium. 7. septimã vero ꝑm septenarium. 4. ꝑm omnium collectionem quartumdecimum duo: qui vocabulo medietatis opponitur. Ergo cum hi reperti sint. si alios inuenire se ceteris: eadẽ oportet ratione vt vestiges. Dones enim vnum licebit: ⁊ post hunc. 2. ⁊. 4. qui in septenarium cumulantur: sed de hoc dudum extitit. 28. perfectus numerus. Huic igitur qui sequitur pariter par idest. 8. continens iungatur accessio: qui prioribus superueniens. 15. restituit. Sed hic primus ⁊ incompositus si est. Habet enim generis alterius partem super illam que est a seipsa denominata: quintamdecimam scilicz vnitatem. Hunc igitur quoniam secundus est compositus preterito: ⁊ adiunge superioribus continentem pariter parem numerum idest. 16. Qui cum. 15. iunctus vnum ac. 30. conficiet. Sed hic primus rursus ⁊ incompositus est. Hunc igitur cum extremi aggregati summa multiplica: vt fiant sedecies. 31. qui. 496. explicant. Hec autem est intra millenariuz numeruz perfectas suis partib⁹ equa numerositas. Igitur prima vnitas virtute atqz potentia non etiaz actu vel re ⁊ ipsa perfecta est. Illam si primam ipsam sumpsero de proposito ordine numerorum: video primaz atqz incompositam: quam si per seipsam multiplico eadem mihi vnitas procreatur. Semel enim vnum solam efficit vnitatem que partibus suis equalis ẽ potentia solum ceteris etiam actu atqz opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est qõ ⁊ prima est ⁊ incomposita: ⁊ per seipsam multiplicata sese ipsa conseruat. Sed quoniam de ea quantitate q̃ per se sit dictum est: operis sequentiam ad illã que refertur ad aliquid transferamus.

De relata ad aliquid quantitate. Capitulum. xxi.

Ad aliquid vero quãtitatis duplex est prima diuisio. Omne enim aut equale est: aut inequale quicquid alterius comparatione metitur. Et equale quidem est: quod ad aliqd comparatum neqz minore summa infra est neqz maiore transgreditur: vt denarius denario: vel ternarius ternario vel cubituz cubito: vel pes pedi: ⁊ his similia. Hec autem pars relate ad aliquid quantitatis idest equalitas naturaliter indiuisa est. Nullus enim dicere potest: quod equalitatis hoc quidem tale est illud vero huiusmodi. Omnis enim equalitas vnã seruat in propria moderatione mensuram. Illud etiã quod que ei quantitas comparatur: nõ alio vocabulo atqz ipsa cui comparatur edicitur. Nam quemadmodum amicus amico amicus est: vicinusqz vicino: ita dicitur equalis equali. Inequalis vero quãtitatis germina diuisio est. Secatur enim quod inequale est in maius atqz minus que contraria sibimet denominatione funguntur. Namqz maius minoreimaius est: ⁊ minus maiore minus est: ⁊ vtraqz non eisdem vocabulis quemadmodum ꝑm equalitatem dictuz est: sed diuersis distantibusqz signata sunt ad modum discens scilicet vel docentis: vel cedentis vel vapulantis vel quecunqz ad aliquid relata aliter denominatis cõtrarijs comparantur.

De speciebus maioris inequalitatis ⁊ minoris. Capitulum. xxii.

Maioris vero inequalitatis quinqz partes sunt. Est enim vna que vocat multiplex alia superparticularis. tertia superpartiens quarta multiplex superparticularis: quinta multiplex superpartiens: His igitur quinqz maioris partibus opposite sunt alie quinqz partes minoris: quemadmodũ ipsum maius minori semper opponitur: que minoris species ita singillatim speciebus. v. minoris his que supradicte sunt opponuntur: vt eisdem nominibus nuncupentur sola tantum sub prepositione distantes. Dicitur enim submultiplex: subsuperparticularis: subsuperpartiens: multiplex subsuperparticularis: ⁊ multiplex subsuperpartiens.

De multiplici eiusqz speciebus earumqz generationibus. Capitulum. xxiii.

Rursus multiplex est prima pars maioris inequalitatis: cunctis alijs antiquior naturaqz prestantior: vt paulopost demonstrabimus. Hic autem numerus huiusmodi est: vt comparatus cum altero: illum contra quem comparatus est habeat plus quã semel. Quod primũ in naturalis numeri dispositione conueniet. nãqz ad vnũ cuncti qui sequuntur: omnium ordine multiplicium sequentias varietatesqz custodiunt. Ad primum enim idest vnitatẽ. 2. duplus. 3. triplus. 4. quadruplus: atqz ita in ordinem progredientes: omnes teruntur multiplices quantitates. Quod autem dictuz est: plus q̃z semel: id a binario numero principium capit: ⁊ in infinitum per ternarium quaternariumqz ⁊ ceterorum ordinem sequentiamqz progreditur. Contra hunc vero discriminatus est ille qui vocatur submultiplex: ⁊ hec quoqz prima minoris quantitatis species est. Hic autem numerus huiusmodi est: qui in alterius comparatione productus: plus q̃z semel maioris nũerat summã: sua. s. quãtitate cũ eo equaliter inchoãs equaliterqz determinãs. Idem autẽ dico numerat quod metitur. Si igitur bis solum maiorẽ nũerũ minor nũerus metiat: subduplus vocabitur. si vo ter: subtriplus. si quater subq̃druplus: ⁊ fit p̃ hec in infinitũ p̃gressio: additaqz eos sp̃ sub p̃positione nominabis: vt vn⁹ duoꝝ subduplus: triũ subtriplus. 4. subquadruplus appellet ⁊ consequenter. Cum aũt naturaliter multiplicitas ⁊ submultiplicitas infinita sit eorum quoqz spẽs per proprias generationes in infinita consideratiõe versant. Si enim positis i naturali constitutiõe numeris singulos p̃ suas consequẽtias pares eligas: omnium ab vno parium atqz impariuz sese sequentium duplices erunt: ⁊ huius speculatiõis termin⁹ nõ deficit. Donatur enim naturalis numerus hoc modo. i. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. ii. 12. 13. 14. 15. 16. 17. 18. 19. 20. Horũ ergo si p̃mũ sumas parẽ. idest. 2. primi duplus erit idest vnitatis. Si vo sequẽtẽ parẽ idest. 4. secundi duplus est: idest duorum. Si vo tertiũ parẽ sumas. idest. 6. tertij nũeri i naturali constitutione dupl⁹ ẽ. i. ternarij. Si vo quartũ parem ispicias idest. 8. quarti numeri idest quaternarij duplus ẽ. Idẽqz i ceteris i ifinitũ sumẽtibus sine aliquo impedimẽto p̃cedit. Triplices aũt nascuntur: si i eadem dispositiõe naturali duo semp̃ itermittãt: ⁊ qui post duo sunt ad naturalẽ numerũ cõparẽt excepto ternario: q̃ vt vnitatis triplus sit solum binarium p̃termittit. Post vnũ ⁊ duo. 3. sunt qui triplus vni⁹ est. Rursus post. 4. ⁊. 5. sunt. 6. q̃ secũdi nũeri idest duorum

triplus est. Rursus post. 6. sunt. 7. 7. 8. 7 post hos. 9. qui tertij numeri idest ternarij triplus est. Atq; hoc idem in infinitum si quis faciat sine vlla offensione procedit. Quadruplorum vero generatio incipit si quis tres numeros intermittat. Post vnum quippe. 7. 2. 7. 3. sunt. 4. qui primi idest vnius quadruplus est. Rursus si intermisero quinarium: senarium: 7 septenarium: octonarius mihi quartus occurrit: tripl⁹ scilicet intermissis: qui binarij idest secundi numeri q̃ druplus est. At vero si post octo tres terminos intermisero idest. 9. 7. 10. 7. 11. duodenari⁹ qui sequitur ternarij numeri quadruplus est. Atq; hoc idem in infinitum progressis necesse est euenire: semperq; vna terminorum intermissione si crescat adiectio: ordinatas te multiplicis numeri vices inuenire miraberis. Si enim. 4. intermittas: quincuplus inuenitur: si quiq; sexcuplus. si sex septuplus semperq; ipsius multiplicitatis nomine vno minus intermissionis vocabulo p̃ creantur. Nam duplus vnum intermittit: triplus. 2. quadruplus. 3. quincuplus. 4. Et deinceps ad eundē ordinem sequentia est. Et omnes quidem dupli ꝓm p̃ prias sequentias parium numerorum pares sunt. Tripli vero vnus semper par terminus impar alius inuenitur. Quadrupli vero rursus semper parem custodiunt quantitatem. Constituūturq; a quarto numero vno ex prioribus per ordinem positis paribus intermisso primo pari binario: post hunc. 8. intermisso senario. post hunc. 12. transmisso denario. Atq; hoc idē in ceteris. Quincupli vero propositio ꝓm triplicis similitudinem alternatim paribus atq; imparibus positis ordinatur.

De superparticulari eiusq; speciebus earumq; generationibus. Capitulum. xxiiii.

Superparticularis vero est numerus ad alterum comparatus: quotiens habet in se totum minorem 7 partē eius aliquā. Qui si minoris habeat medietatem: vocatur sesqualter. sivo tertiam partem: vocatur sesquitertius. si vero quartam: vocatur sesquiquartus. 7 si quintam. vocatur sesquiquintus. Atq; his nominib⁹ i infinitū ductis i infinitū quoq; suppticularium forma progreditur. Et maiores quidem numeri hoc modo vocantur: minores vero qui habētur toti 7 eorū aliq̃ pars: vnus subsesqualter: alter subsesquitertius: alius subsesquiquartus: alius vero subsesquiquintus: atq; idem ꝓm maiorum normam multitudinemq; protenditur. Voco autem maiores numeros duces: minores. comites. Superparticularium quoq; infinita ē multitudo: ob eam rem quod eiusdem species interminabili progressione funguntur. Nam sesqualter habebit quidem duces omnes post ternarium numerū naturaliter triplices. Comites vero omnes post binarium naturaliter pares: hoc modo: vt primus primo secundus secundo. tertius tertio comparetur: 7 deinceps. Describantur enim longissimi versus tripliciū naturalis numeri atq; duplicium: 7 fit hoc modo.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	13	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

Primus igitur versus continet numerum naturalem secundus ei⁹ triplicem: tertius vero duplicē: atq; in eo si ternarius binario: vel si senari⁹ quaternario vel nouenarius senario comparetur: vel omnes tripli ces superiores si duplicibus numeris consequentibus opponātur emiolia idest sesqualtera proportio nascetur. tres enim habent intra se duo 7 eorum mediam partem. idest. i. sex quoq; continent intra se. 4. 7 eorū medietatē idest. 2. 7 nouem intra se senariū claudūt: 7 eius mediam partem: idest. 3. eodemq; modo in ceteris. Dicendum vero si quis secundam speciem supparticularis numeri considerare desideret idest sesqtertiam: quali ratione reperiat: ac diffinitio quidem huius comparationis talis est. Sesquitertius est. qui minori comparatus habet eum semel 7 eius tertiaz partem sed hi inueniuntur si omnibus a quaternario numero continuatim quadruplis constitutis: a ternario numero triplices comparentur eruntq; duces q̃drupli: comites tripli. Sit enim in ordine hoc modo numerus naturalis: vt sub eo quadrupli: 7 sub eo tripli sint. supponatur sub primo quadruplo primus triplus sub secundo secundus: sub tertio tertius: 7 eodē modo cuncti eiusdem primi versus tripli in ordinem dirigatur.

1	2	3	4	5	6	7	8
4	8	12	16	20	24	28	32
3	6	9	12	15	18	21	24

Igitur primum primo si compares sesquitertia ratio continebitur. Nam si. 4. tribus compares: habebunt in 4. totum ternarium 7 eius tertiam partē idest. 1. 7 si secundum secundo idest octenarium senario compares: idem inuenies habebit enim octenari⁹ senarium totum 7 eius tertiā ptē idest. 2. 7 p̃ eandem sequentiam vsq; in infinitum progrediendum ē. Notandum quoq; est: quod. 3. comites sunt. duces. 4. rursus. 6. comites: duces. 8. 7 in eodem ordine ceteri simili modo vocant duces sesquitertij: comites subsesquitertij: 7 in cunctis ꝓm hunc modum posita conuenit seruare vocabula.

De quodam vtili ad cognitionem sup̃ pticularibus accidente. Capitu. xxv.

Hoc aūt admirabile profundissimūq; i istor ordinibus inueniē: quod prim⁹ dux primusq; comes ad se iuicē nulla nūeri itermissiōe copulant. Nā primi se nullo i medio posito transeunt: secundi interponūt. i. tertij. duos quarti. 3. 7 deinceps vna semper minore quā ipsi sūt itermissione sucrescunt. Atq; hoc vel in sesqualteris: vel in sesquintertijs: vel in alijs supparticularis partibus necesse est inueniri. Namq; vt quaternarius ꝑ ternariū cōpareē: nullum itermisimus: post. 3. enim mor. 4. sunt. At vo. 6. contra. 8. in secūdo. s. sesquitertio: vna facta est intermissio. Inter. 6. n. 7. 8. solus est septenarius qui transmissus est numerus. Rursus. vt 9. ꝑ. 12. cōpareemus: qui sunt in dispositiōe tertij: duorum mediorum est facta trāsmissio. Inter. 9. enī 7. 12. sunt. 10. 7. 11. secundum hunc modum quarta dispositio. 3. quinta. 4. intermittit.

Descriptio p̃ quā docetur ceteris sequalitatis specie bus antiquiorem esse multiplicem Capi. xxvi.

Voniam autem naturaliter 7 ꝓm proprias ordinis consequentiā: multiplicē inequalitatis spēm cūctis ꝓposuimus: primāq; spēm esse mōstrauimus: licet hoc nobis posterioris opis ordine clarescat: hic quoq; pstrigē tes id qd̄ ꝓposuim⁹ plāissime breuiterq; doceam⁹. sit tal d̄scriptō i q̃ pōat i ordinē vsq; ad dēariū nūex cō

timui

simul numeri ordo naturalis ⁊ secundo versu duplus ordo teratur: tertio triplus: quarto quadruplus: ⁊ hoc vsqꝫ ad decuplum. Sic enim cognoscemus quēadmodum super particulari ⁊ super partienti: ⁊ cunctis alijs princeps erit species multiplicis: ⁊ quedam alia simul inspiciemus ⁊ ad subtilitatem tenuissima: ⁊ ad scientiam vtilissima: ⁊ ad exercitationem mentis iocundissima.

Tetragolla — Longitudo — Secunda vnitas

Prima vnitas — Latitudo — Latitudo — Tertia vnitas

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Secunda vnitas. — Longitudo. — Tetragona

¶ Ratio atqꝫ expositio vigeste formule.

Capitulum. xxix.

Si igitur duo prima latera proposite formule que faciunt angulum: ab vno ad. 10. ⁊ 10. procedentia respiciantur ⁊ bis subteriores ordines comparentur qui scilicet. a. 4. angulum incipientes: in vigenos terminum ponunt: duplex idest prima species multiplicitatis ostenditur. ita vt primus primum sola superet vnitate: vt duo vnum secundus secundum binario supernadat: vt quaternarius binarium: tertius tertiuꝫ tribus: vt senarius ternarium: quartus quartum quaternari numerositate transcēdat: vt. 8. quaternarium ⁊ per eandem cuncti sequentiam sese minoris plurali tate ꝑtereāt. Si vo terti' āgulus aspiciat: q ab. 9. ꝗ choās lōgitudinē latitudinēqꝫ tricenis altrl secus nūeris extēdit: ⁊ hic cū pria latitudine ⁊ lōgitudīe cōparetur: triplex specieb' multiplicitatis occurrit: ita vt ista comparatio per. x. litteram fiat. Hicꝫ se numeri superabunt secūdū paritatis factam naturaliter ꝛnerionem. ¶ Primus enim primū duob' superat: vt vnū 3. secūdus secundum quaternario: vt binarium senarius. tertius tertiū sex: vt ternariū nouenarius. ⁊ ad eūdē ceteri modū ꝓgressionis augescūt. Quā rē. nobis. s. ⁊ ipsa naturalis obiecit integritas: nihil nobis extra machinantib': vt in ipso modulo descripticnis apparet. Si quis aūt quarti āguli terminū qui sedecī numeri quātitate notatus ē: ⁊ lōgitudinē latitudinēqꝫ in quadragenos determinat velit superioribus cōparare ꝑ. x. littere formā ꝓportione collata quadru

pli multitudinē pnotabit. Misq; est ordinabilis sup se progressio vt primus primum trib⁹ superet. vt. 4. vnitatem. Secundus secundū senario vincat: vt octo binarium. Tertius tertiū nouenario transeat: vt duo denarius ternarium: ⁊ sequentes summule trium se semp adiecta quātitate transiliant. Et si quis subteriores aspiciat āgulos idē per oēs multiplicitatis species eisq; ad decuplū dispositissima ordinatione perueniet. Si quis vero in hac descriptione superparticularis species requirat tali modo reperiet. Si enim secūdū angulū notet cuius est initium quaternarius: eisq; superiacet binarius: atq; hunc sequentem quis accomodet ordinem: sesqualtera proportio declarabitur. Nam tertius secūdi versus sesqualter est. vt tres ad duo: vel sex ad quartuor: vel. 9. ad. 6. vel. 12. ad. 8. Itemq; in ceteris qui sunt in eadem serie numeri: si talis cōiugatio misceat: nulla varietatis dissimilitudo surripiet. Eadem tamen summa⁹ supergressio ē i hoc quoq; que in duplicibus fuit. Primus enim primum idest ternarius binarium vno superat: secūdus vero secundum duo si terti⁹ tertiū tribus ⁊ deinceps Si vo quartus ordo tertio cōpareť: vt. 4. ad. 3. ⁊ eodem ceteros ordine consecteris: sesquitertia cōparatio colligiť: vt. 4. ad. 3. vť. 8. ad. 6. ⁊. 12. ad. 9. videsne vt in omnibus bis sesquitertia comparatio conserueť Preterea eos qui sub ipsis sunt: si idem faciens seqntes versus alterutris cōparaueris oēs sine vllo ipedimēto species superparticularis agnosces. Hoc aūt in hac ē dispōne diuinū qd oēs angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur vt breuissime dicā quod post latius explicabitur: quem duo equales numeri multiplicant. vt in hac quoq; descriptione est vnus enim semel. vnus est: ⁊ est potestate tetragon⁹ Itē bis duo. 4. sūt Ter. 3. 9. quos in semetipsas multiplicationes primi ordinis perfecere. Circuq; ipsos vero qui sunt idest circum angulares. longilateri numeri sunt. Longilateros autem voco quos vno se supergredientes numeri multiplicant. Circum. 4. enim. 2. sunt. ⁊. 6. sed duo nascūtur ex vno et duob⁹: cuq; vnū bis multiplicaueris. sed vnitas a binario vnitate precedit. Sex a vero duobus ⁊ tribus bis enim tres senarium reddunt. Nouenarium vero sex ⁊. 12. claudūt qui. 12. ex tribus nascuntur ⁊. 4. Ter enim. 4. fiunt. Senarius vero ex duobus ⁊ tribus Bis enim. 3. faciunt. 6. qui omnes vno maioribus lateribus procreati sunt. Mā cū. 6. ex biario ternarioq; nascūtur: tres binarium numerum vno superant cunctiq; alij eiusdem modi sunt: vt primo ⁊ secundo ordine ad alterutrum multiplicatis terminis procreentur. ita vt quod nascitur ex duobus longilateris altrinsecus positis: ⁊ bis medio tetragono tetragonus fit. Et rursus quod ex duobus altrinsecus tetragonis. ⁊ vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoq; tetragonus fit. ⁊ vt angulorum totius descriptionis ad angulares tetragonos positorum vnius anguli fit prima vnitas: alterius vero qui contra est tertia. Bini vero altrinsecus anguli secundas habeant vnitates. ⁊ duo angularium tetragonorum anguli equum faciunt quod sub ipsis continetur illi quod fit ab vno illorum qui est altrinsecus angulorum. Multa enim sunt alia que ī hac descriptione vtilia possunt admirabiliaq; perpendi q̄ interim propter castigatam introducendi breuitatem ignota esse permittimus. Nunc vero ad sequentia p̄ positum conuertamus.

De tertia inequalitatis specie que dicitur superpartiens: deq; speciebus eius earumq; generationibus. Capitulum. xxviii.

Situr post duas prias habitudines multiplices ⁊ superparticulares: ⁊ eas que sub ipsis sunt submultiplices: ⁊ sub superparticulares tertia inequalitatis species inueītur: que a nobis superius superpartiens dicta est. Hec est autem que fit cū numerus ad alium comparatus: habet eum totum infra se: ⁊ eius insuper aliquas pater: vel duas: vel. 3. vel. 4. vel quot ipsa attulerit comparatio. Que habitudo incipit a duabus partibus tertijs. Nam si duas medietates habuerit: qui illuq; intra se totum coercq; duplus pro superpartiente componitur. Habebit autem vel duas tertias vel duas quintas vel duas septimas vel duas nonas. ⁊ ita progredientibus si duas solas partes minoris numeri superbabuerit: per easdem partes imparibus numeris minoreq; maior summa trāscendit. Maq; si eū habeat totū ⁊ duas eius q̄rtas: superparticularis necessario reperitur. Nam due quarte medietas est: ⁊ fit sesqualtera comparatio. Si vero duas sextas: rursus est superparticularis. Due enim sexte pars tertia est. Quod si in comparatione ponatur sesquitertie habitudinis efficiet formam. Post hos nascuntur comites qui sub superpartiētes vocantur. hi autem sunt qui habentur ab alio numero ⁊ eorūq; vel due: vel. 3. vel. 4. vel quotlibet alie partes. Si ergo numerus alium intra se numerum habens eius duas partes habuerit: superbipartiens nominatur si vero tres supertripartiens quod si. 4. supquadripartiens: atq; ita progredientibus in infinitum fingere nomina licet. Ordo autem eorum naturalis est: quotiens disponuntur a tribus omnes pares atq; impares numeri naturaliter constituī. ⁊ sub his aptātur alij qui sūt a quinario nūero incipientes oēs impares. His igitur ita dispositis: si primus primo: secundus: secundo: tertius tertio: ⁊ ceteri ceteris comparētur: superpartiens habitudo procreatur. Sit. n. dispositio hoc modo.

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	9	11	13	15	17	19

Si igitur quinarij numeri ad ternarius comparatio consideretur: erit superpartiens ille qui vocatur superbipartiens. Habet enī quinarius totos in se tres ⁊ eorum duas partes: idest. 2. Si vero ad secundum ordinem speculatio referatur supertripartiens proportio cognoscetur. atq; in sequentibus per omnes dispositos numeros omnes in infinitum species huius numeri conuenientes ordinataq; respicies. At vero quemodmodum singuli procreentur si in infinitum quis curet agnoscere: hic modus est. Habitudo enim superbipartientis: si vtrisq; terminis duplicetur: semper superbipartientis p̄portio procreatur. Si enim quis duplicet. 5. faciet. 10. si tres faciet. 6. qui. 10 contra senarium comparati superbipartientem faciunt habitudinem: ⁊ hos ipsos rursus si duplicaueris: idem ordo proportionis accrescit. Idemq; si in infinitum facies: statum prioris habitudinis non mutabit. Si vero supertripartientes

tientes inuenire contendis: primos supertripartientes. idest. 7. est. 4. triplicabis ⁊ huiusmodi nascẽtur. Si vo q ex his nati fuerint ternarij multiplicatione produxeris: idem rursus efficient. Quod si superquadripartientes quẽadmodum in infinitum ꝓgrediant optes addiscere: primas eorum radices in quadruplũ multiplices licet: idest. 9. ⁊. 5. ⁊ eos qui illa multiplicatione proferentur: rursum in quadruplum: ⁊ eandẽ fieri ꝓportiones in offensa nimirũ ratione reperies Et cetere species vna semper plus multiplicatione crescentibus radicibus oriũtur. Radices aũt ꝓportionũ voco numeros in superiore dispositione descriptos. q̃ si quibus omnis summa supradicte comparationis inititur. In hoc quoqꝫ videndũ est: qm̃ cum due partes minore plus in maioribus sunt: tertij semper vocabulũ subaudit. Vt superbipartiens q dicit qm̃ duas minoris numeri tertias partes habet: dicatur superbipartiens tertias. Et cum dico supertripartiens: subaudiri necesse sit supertripartiens quartas: quoniam tribus super quartis exuberat. Et superquadripartienti subauditur superquadripartiens quintas. ⁊ ad eundem modum in ceteris vno semper adiecto superbabitas partes subauditio facienda est. vt eorum germana conuenientiaqꝫ his nomina hec sint. vt qui dicitur superbipartiens: idem dicatur superbitertius. Qui dicitur supertripartiens is sit supertriquartus. ⁊ qui dicitur superquadripartiens: idem dicatur superquadriquintus eademqꝫ similitudine vsqꝫ in infinitũ nomina producantur.

De multiplici superparticulari. Cap. 29.

Fitur relate ad aliquid quãtitatis. simplices ⁊ prime species he sũt. Due vero alie ex his velut ex aliquibus principijs componuntur vt multiplices superparticulares. ⁊ multiplices superpartiens. horumqꝫ comites submultiplices superparticulares: ⁊ submultiplices superpartientes. Namqꝫ in his vt in predictis proportionibus: minores numeri ⁊ eorum quoqꝫ species omnes addita sunt prepositione dicuntur. Quorũ diffinitio talis reddi potest: Multiplex superparticularis est: quotiens numer⁹ ad numerum comparatus: habꝫ eum plusq̃ semel ⁊ eius vnaꝫ partem. hoc ẽ habet cũ aut duplum aut triplũ: aut quadruplum: aut quotiẽslibet: ⁊ eius quãlibet aliquam partem: vel mediã: vel tertiã: vel quartam vel quecunqꝫ alia partium exuberatione contigerit. Hic ergo ⁊ multiplici ⁊ superpticulari ꝓsistit. Qd. n. cõparatum numerum plusq̃ semel habet multiplicis est. Hoc vero quod minorem ꝑ habenda parte transcendit: supparticularis. Itaqꝫ ex vtroqꝫ nomĩe facto vocabulo est. speciesqꝫ illius ad illarum scilicet fiunt imaginem proportionum: ex qb⁹ ipse numerus originem trahit. Nã pria ꝑs huius vocabuli que multiplicis noĩe possessa ẽ: multiplicis numeri spẽꝫ vocabulo noĩanda est. Que vo superpticularis est: eodẽ vocabulo nũcupabitur quo superparticularis numeri spẽs vocabant. Dicet enim q duplicẽ habuerit aliũ numerũ: ⁊ ei⁹ mediaꝫ ptẽ: duplex sesqlter: qui vero tertiam: duplex sesquitertius: qui quartam: duplex sesqq̃rt⁹. ⁊ deinceps. Si vero ter eũ totũ contineat ⁊ eius mediam ptẽ: vel tertiam: vel quartã dicit triplex sesqualter: triplex sesquitertius. triplex sesquiquartus ⁊ eodem modo in ceteris. Diceturqꝫ q̃ duplus sesqualter: quadruplus sesquitertius: quadruplus sesquiquartus: ⁊ quotiens totum numeruꝫ in semetipso continuerit: per multiplicis numeri species appellat: quã vero partẽ cõparati numeri clauserit secũdũ superparticularẽ cõparationem habitudinẽqꝫ vocabit. Hoꝝ autẽ exẽpla hmõi sunt. Duplex sesqualter est: vt qnqꝫ ad duo. bñt enĩ. 5. binarium nũerũ bis ⁊ ei⁹ mediã idest. 1. Duplex vero sesquitertius ẽ septenarius ad ternarium cõparatus. At vero nouenari⁹ ad quaternarium duplex sesquiquartus. Si vero. 11. ad. 5. duplex sesquiquintus. Et hi semper nascentur dispositis in ordinem a binario nũero oĩbus naturaliter paribus imparibusqꝫ terminis: si contra eos omnes aquinario nũero impares comparentur. vt primum primo: secundũ secundo: tertiũ tertio caute ⁊ diligenter apponas. vt sit dispositio talis.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
5	7	9	11		13	15	17	19	21	23

I vero a duobus parib⁹ omnibus dispositis terminis: illi qui a quinario numero inchoantes: quinario numero rursus sese transiliunt comparentur: omnes duplices sesqualteros creant vt est subiecta descriptio.

2	4	6	8	10	12
5	10	15	20	25	30

I vero a tribus inchoent dispositiones: ⁊ tribus sese transiliant: ⁊ ad eos aptentur qui a septenario inchoantes: septenario sese numero trãsgrediũtur: omnes duplices sesquitertij habita diligẽter cõpatiõe nascũt. vt subiecta descriptio mõet.

3	6	9	12	15	18	21
7	14	21	28	35	42	49

I vero omnes in ordinem quadrupli disponãtur: hi qui naturalis numeri quadrupli sunt: vt vnitatis quadruplus: ⁊ duorum triumqꝫ ⁊ quattuor: atqꝫ quinarij: ⁊ ceterorum sese sequentium vt ad eos aptentur a nouenario numero inchoantes semper sese nouenario precedentes: tunc duplicis sesquiquarte proportionis forma texetur.

4	8	12	16	20	24
9	18	27	36	45	54

A vero species hui⁹ numeri que est triplex sesqualtera hoc modo procreatur: si disponantur a binario numero omnes in ordinẽ pares: ⁊ ad eos septenario numero inchoãtes: septenario sese supergredientes: solito ad alterutrum modo comparationis aptentur.

2	4	6	8
7	14	21	28

I aũt a ternario nũero igressi cunctos naturalis nũeri triplices disponamus: ⁊ eis a denario numero denario sese supgrediẽtes ordine cõparem⁹: oẽs triplices sesquertij ꝑ ea terminoꝝ ꝓtinuatione puenient.

3	6	9	12
10	20	30	40

De eorum exẽplis in superiore formula inueniẽdis. Capitulum 30

Orum autem eorumqꝫ qui sequuntur exempla integre planeqꝫ possumus pernotare: si in priorem descriptionem quam fecimus cum de superparticulari ⁊ multiplici loqueremur: vbi ab vno vsqꝫ in denarium multiplicationum summa concreuit: diligens velim⁹ acumen intendere. Ad primum enim versum omnes qui sequuntur collati ordinatas conuenientesqꝫ mul-

tiplicis species reddent. Si vero ad secundum cũctos qui tertij sunt ordinis aptaueris ordinatas species super particularis agnosces. Quod si tertio ordini quicunqꝫ sunt in quinto versu compares: super partientis numeri species positas conuenienter aspicies. multiplex vero superparticularis ostenditur: cum ad secundum versum omnes qui sunt quinti versus serie comparantur vel qui sunt in septimo vel qui sunt in nono atqꝫ ita si in infinitum fit ista descriptio in infinitum huius proportionis species procreabuntur. manifestum autem etiam hoc est quod horum comites semper cum sub prepositione dicentur. vt est subduplex sesqualter: subduplex sesquitertius. subduplex sesquiquartus ⁊ ceteri quidem adhunc modum.

¶ De multiplici superpartiente. Cap. xi.

MUltiplex vero superpartiẽs ē: quotiẽs nũerus ad numerũ cõpatus hꝫ in se aliuꝫ numeruꝫ totũ plusquã semel: ⁊ eius vel duas vel. ꝫ. vel quotlibꝫ plures particulas: secundum numeri suppartientis figurã. In hoc quoqꝫ propter causam superius dictam non erũt due medietates: neqꝫ due quarte: neqꝫ due sexte: sed due tertie: vel due quinte: vel due septime ad priorem similem consequentiã. Non est aũt difficile ꝑm prior exẽpla positoruꝫ: hos quoqꝫ ⁊ preter nostra exempla numeros inuenire. Vocabunturqꝫ hi ꝑm proprias ꝓtes. duplex superbipartiens: vel duplex supertripartiens: vel duplex superquadripartiens. Et rursus triplex superbipartiens: ⁊ triplex supertripartiens: ⁊ triplex superquadripartiens: ⁊ similiter. Vt. 8. ad. ꝫ. cõparati faciunt duplicem superbipartientem. ⁊. 16. ad 6. ⁊ omnes quicunqꝫ ab. 8. incipientes: octonario sese numero transgrediuntur: comparati ad eos qui a tribus inchoantes ternarij sese quantitate pretereunt. Nec erit difficile alias eius ꝓtes ꝑm predictũ moduꝫ diligentibus reperire. Hic quoqꝫ illud meminisse debemus quod minores ⁊ comites non sine sub prepositione nominantur: vt sit subduplex superbipartiens: subdup ex supertripartiens.

¶ Demonstratio quemadmodum omnis inequalitas ab equalitate processerit. Capitulum. ꝫ.

EStat aũt nobis profundissimam quãdam tradere disciplinam: que ad oẽꝫ nature vi rerumqꝫ integritateꝫ maxima ratione pertineat. Magnus quippe in hac scientia fructus: est si quis non nesciat qd bonitas diffinita est ⁊ sub scientiam cadens: animoqꝫ semp imitabilis ⁊ ꝓceptibilis prima natura est: ⁊ sue substantie decore perpetua. Infinitum vo masicie dedecus est: nullis proprijs principijs nixum. sed natura semp errans a boni diffinitiõe principij tanqꝫ aliquo signo optime figure ꝑpressa compõitur: ⁊ ex illo erroris fluctu retinetur. Nam nimiam cupiditatem: ireqꝫ immodicam effrenationem: quasi quidam rector animꝰ pura intelligentia roboratus astringit. ⁊ has quodammodo inequalitas formas temperata bonitate constituit. Hoc aũt erit ꝑspicuum: si intelligamus omnes inequalitatis species ab equalitatibꝰ creuisse primordijs: vt ipsa quodammodo equitas matris ⁊ radicis obtinens vim ipsa omnes inequalitatis species ordinesqꝫ profundat. Sint enim nobis tres equales termini. i. tres vnitates: vel. ꝫ. bini: vel tres terni: vel tres quaterni: vel quantos vltra libet ponere. Quod enim in vnis tribus terminis euenit: idem contingit in ceteris. Ex his igitur ꝑm precepti nostri ordinem videas primum nasci multiplices: ⁊ in his duplices prius: deinde triplos: deinde quadruplos: ⁊ ad eundem ordinem consequentes. Rursus multiplices si conuertantur: ex his superparticulares orientur: ⁊ ex duplicibꝰ quidem sesqualteri: ex triplicibus sesquitertij: ex quadruplis sesquiquarti: ⁊ ceteri in hunc modum. Ex superparticularibus vero conuersis superpartientes nasci necesse est. ita vt ex sesqualtero nascatur supbipartiens supertripartientem sesquiterti gignat: ⁊ ex sesquiquarto superdripartiens. Rectis autem positis neqꝫ conuersis prioribus superparticularibus multiplices superparticulares oriuntur. Rectis vo superpartientibus multiplices superpartientes efficienter. Precepta autem tria hec sunt: vt primum numerum prio prio facias parẽ: ꝑm vo prio ⁊ secundo: tertium prio duobus secundis ⁊ tertio. Hoc igitur cum in terminis equalibus feceris. ex his qui nascentur duplices erunt. De quibus duplicibus si idem feceris: triplices procreantur. ⁊ de his quadruplices. atqꝫ in infinituꝫ omnes formas nũeri multiplices explicabit: iaceant igitur. ꝫ. termini equales.

1	1	1

POnatur itaqꝫ primo primus equalis idest vnus. Secundus vero primo ⁊ secundo. i. 2. tertius vero primo duobus secundis ⁊ tertio par sit. idest vni ⁊ duobꝰ vnis ⁊ vni qui sunt. 4. vt est descriptio.

1	1	1
1	2	4

IDesne vt duplici proportione sequens ordo texatur. Fac rursus idem de duplicibus vt sit primus primo equalis: idest vni. secundus primo ⁊ secundo: idest vni ⁊ duobus qꝫ sunt. ꝫ. tertius primo idest vni duobus secũdis idest. 4. ⁊ tertio idest quattuor. qui simul. 9. fiunt ⁊ venit hec forma.

1	1	1
1	2	4
1	ꝫ	9

URsus si de triplicibus idem feceris: continuus quadruplus procreabitur. Sit enim primus. primo equus idest vnus. sit secundus primo ⁊ secũdo equalis idest. 4. sit tertius prio duobꝰ secũdis ⁊ tertio eq̃lis. i. 16

1	1	1
1	2	4
1	ꝫ	9
1	4	16

ET in ceteris quidem ad hanc formam tribus his preceptis vtemur. Si vo qui ex eq̃libus nati sunt multiplices eos disponamus ⁊ secm hec precepta vertamus: ita vt cõuerso sint ordine: sesqualter ex duplici procreabitur. sesquitertius ex triplici. sesquiq̃rtus ex quadruplo. Sint enim. ꝫ. duplices termini qui ex equalibus creati sunt ⁊ q vltimꝰ ē primꝰ ponatur huiusmõi

4	2	1

¶ Et cõstituat primo i hoc ordine primꝰ par. i. 4. secũdus vero primo ⁊ secundo par idest. 6. tertius vo primo duobus secundis ⁊ tertio idest. 9.

4	2	1
4	6	9

¶ Ecce tibi illa sesqualtera quantitas ex termino duplicitatis

citatis exoriť: Videam⁹ nūc ad eūdē modū ex triplici q nascatur. disponātur. n. triplices supiores: conuerso scilz ordine sicut duplex hic est quoqz ordo dispositus

9	3	1

Ponatur ergo primus primo equus idest. 9. secundus primo ⁊ secundo idest .12. tertius prio duob⁹ secūdis ⁊ tertio equus idest. 16.

9	3	1
9	12	16

Rursus secunda species supparticularis nūeri idest sesquitertius procreatus est. Quod si idez de quadruplo quis facere velit: sesquiquartus continuo nascet vt monstrabit subiecta descriptio.

16	4	1
16	20	25

Ac si quis idem de cunctis in infinitū ptibus multiplicatis faciat: conueniēter ordinē supparticularitatis inueniet. Quod si conuersos superparticulares aliquis ſm hec precepta conuertat: cōtinuo videat superpartientes accrescere. ⁊ ex sesqualtero quidē superbipartiens: ex sesquitertio supertripartiēs procreatur. ⁊ ceteri secundum communes denominationis species sine vlla ordinis ſterpollatiōe nascēť. Disponāť igiť sic

9	6	4

Superioris igiť descriptionis primo primus equus nūerus ascribať idest. 9. secūdus vo prio ⁊ secundo: idest. 15. tertiⁿ vo prio: duob⁹ secundis ⁊ ter[illegible] .i. 25

9	6	4
9	15	25

Si ergo sesquitertium eodem modo verterimus. ordo supertripartiens inuenitur. fit enim prima propositio sesquitertij.

16	12	9

Ponatur secundum priorem modū primo par primⁿ idest. 16. secundus primo ⁊ secundo idest. 28. tertiⁿ primo duobus secundis ⁊ tertio idest. 49. Omnis ergo summa disposita supertripartientes efficiet.

16	12	9
16	28	49

Rursus si sesquiquartum eodem modo verteris sup quadripartiens statim quantitas procreabitur. vt est ea forma quam suppositam vides.

25	20	16
25	45	81

Restat quemadmodum ex superparticularibus ⁊ superpartientibus multiplices suppartientes nascātur ostendere. Quorum binas tm faciā descriptiones. nāqz si rectū ⁊ non conuersum sesqualterum ponimus: duplex superparticularis excrescit. fit. n. hoc modo.

4	9	9

Ponatur scōm superiorem modum prio primus eqlis idest. 4. secūdus primo ⁊ secūdo idest. 10. tertius primo duobus secundis ⁊ tertio equalis idest. 25.

4	6	9
4	10	25

Qz hec quidē duplex sesqualtera summa pducta est. Si vo sesquitertiū non ꝓuersū ponamⁿ dupl⁹ sesqterti⁹ inueniť. vt sba ōscriptio docet.

a

9	12	16
9	21	49

T vo si ad suppartientes animum cōuertamⁿ eosqz ordinatim scōm supiora precepta dispo-

a

namus: multiplices suppartientes ordinatiz pgēitos repimus. Disponať enim suppartiētis hec formula.

9	15	25

Crivantur ergo primus primo equus idest. 9.

s Secūdus primo ⁊ secūdo: idest. 24. tertiⁿ primo duobus secūdis ⁊ tertio idest. 64

9	15	25
9	24	64

Ides ne vt ex supbipartiente duplⁿ supbipar-

v tiens exortus fit. At vero si supertripartientez ponam: duplex sine dubio tripartiens inueniť vt in subiecta descriptione perspicuum est.

16	28	49
16	44	121

Sic ergo de superparticularibus vel de superpartientibus multiplices superparticulares vel multiplices superpartientes oriūtur. Quare constat omnium inequalitatuz equalitatē esse principium. ex eadē enim ſ equalia cuncta nascuntur. Ac de hiſ quidē hacten⁹ disserendum esse credidimus ne vel infinita sectemur vel circa res obscurissimas ingredientiuz animos detinentes: ab vtilioribus morarem ur.

Finit liber primus.

Incipiunt capitula libri secundi.

Finiunt capitula.

Incipit liber secundus

Quẽadmodum ad equalitatem omnis inequalitas reducatur. Capitulũ primum

Superioris libri disputatiõe digestũ ẽ. quẽadmodum tota inequalitatis substantia a principe sui generis equalitate ꝓcesserit. sed que rerꝫ elemẽta sunt: ex eisdẽ pricipaliter oĩa cõponuntur: ⁊ in eadẽ rursus resolutione facta resoluũtur. Ut qm̃ articularis vocis elementa sunt lr̃e: ab eis ẽ syllabarꝫ ꝓgressa coniunctio: ⁊ in easdẽ rursus terminatur extrẽas. eadẽq; vĩ optinet sonus in musicis. Jã vo mũdũ. 4. corpa nõ ignoramus efficere. Mãq; vt ait ex ĩbri terraq; aĩa gignũtur ⁊ igni. sed in hec rursus eius. 4. elementa fit postrema resolutio. Jta igiť qm̃ ex equalitatis margĩe cũctas inequalitatis spẽs ꝓficisci videmus: oĩs a nobis inequalitas ad equalitatem rursus velut ad qõdã elementum proprij generis resoluatur. Hoc autẽ trina rursus impatione colligiť. eaq; resoluendi ars datis quibuslibet tribus terminis inequalibꝰ quidẽ: ꝗ ꝓportionaliter cõstitutis: idest vt eandem medius ad primũ vim ꝓportionis optineat: quã q est extremus ad medius in qualibet inequalitatis rõne: vel in multiplicibus: vel ĩ superparticularibus: vel in suppartiẽtibus: vel in his que ex his procreantur: hoc est multiplicibus superparticularibus: vel multiplicibus superpartientibus eadem atq; vna ratione indubitata constabit. Propositis enim tribus vt dictum est terminis equis proportionibꝰ ordinatis: vltimum semp medio detrabamꝰ: ⁊ ipsum quidem vltimum primũ terminũ collocemus: quod de medio relinquitur secundum. De tertia vero ꝓpositorum terminorum sũma auferamus vnũ primum ⁊ duos secundos eos qui de medietate relicti sunt. ⁊ id quod ex tertia summa relĩquitur: tertiũ terminũ constituemus. Videbis igitur hoc facto in minorem modũ sũmas reuerti: ⁊ ad principalior[illegible]n habitudinem comparationes ꝓportionesq; reduci. vt si sit quadrupla proportio: primo ad triplam: inde ad duplam: inde ad equalitatẽ vsq; remeare. Et si sit superparticularis sesquiquartus: primo ad sesquitertium: inde ad sesqualterꝫ: postremo ad tres equales terminos redire. Hoc autem nos exẽpli gratia in multiplici tm̃ proportione docebimus. Sollertem vo in alijs quoq; inequalitatis speciebus id experientem: eadem ratio preceptorum iuuabit. Cõstituãtur enim tres ad se termini quadrupli.

| 8 | 32 | 128 |

Ufer igitur ex medio minorẽ: idest ex trigintaduobus octonarium: relinquũtur. 24. ⁊ primum octonarium terminũ pones: ꝗm vo quod reliquũ fuerit ex medio: idest. 24. vt sint hi duo termini. 8. ⁊. 24. de tertio vero: idest. 128. aufer vnũ primũ: idest. 8. ⁊ duos secũdos qui sũt reliqui: idest bis. 24. ⁊ relĩquũtur. 72. His dispositis terminis: ex quadruplis propinqor eqtati proportio tripla redacta ẽ. Sũt. n. hi termini.

| 8 | 24 | 72 |

Ex his aũt ipsis idẽ si feceris: ad duplũ rursus cõparatio remeabit. Pone enĩ primũ minori equũ idest. 8. ⁊ ex secũdo aufer primũ. 16. relinquenť. Sed ex tertio idest ex. 72. aufer primũ: idest. 8. ⁊ duos secundos idest bis. 16. ⁊ erit reliqua pars. 32. Quibꝰ positis ad duplas proportiones habitudo redigitur.

| 8 | 6 | 32 |

Idem vero ex his si fiat: rem oẽm ad equalitatis summas eliquabimus. Pone enĩz primum minori equum: idest. 8. ⁊ aufer ex. 16. octonarium: remanent. 8. quibus dispositis: ex tertio idest. 32. sumptis primo: idest. 8. ⁊ duobus secundis idest octonarijs: supersũt. 8. quibus dispositis prima nobis equalitas cadit. vt subiecte summule docent.

Hinc igitur si quis ad alias inequalitatꝫ species animum tendat eãdem conuenientiam intitubanter inuẽiet. Quare pronũciãdũ est nec vlla trepidatione dubitãduꝫ qd̃ quẽadmodum per se cõstãtis quantitatis vnitas principium ⁊ elementũ est. ita ⁊ ad aliquid relate quãtatis equalitas mater est. Demonstrauim⁹ enim qd̃ hic ⁊ ei⁹ ꝓcreatio pria foret: ⁊ ĩ ea rursus postrẽa ẽ.

¶ De inueniendo in vnoquoqꝫ numero quot mueros eiusdem proportionis possit procedere: eorũqꝫ descriptio: descriptionisqꝫ expositio. Capitulum .ii.

Est ãt quedam ⁊ hac re ꝓfunda ⁊ mirãda speculatõ ⁊ vt ait nicomachus ennocophaton theorema proficiẽs: ⁊ ad platonicã in timeo aſe gnationẽ: ⁊ ad interualla armonice discipline. Ibi enĩ iubemur ꝓducere atqꝫ extẽdere tres vel quatuor sesqualteros: vel quot libet sesquitertias ꝓportiones: ⁊ sesqquartas cõparationes: easqꝫ secũdũ propositũ ordinẽ sepe cõtinuas iubemur extendere. Me ãt hoc labore quodã semp q dem mario: frequenti⁹ inferaci fiat: hac nobis ratione in quot numeris quanti possint esse superparticulares inuestigandũ est: Oẽs enĩ multiplices tãtarũ similiũ sibimet proportionũ principes erunt: quoto ipi loco ab vnitate discesserunt. Quod ãt dico sibimet similium: tale est: vt dupli sẽper multiplicitas vt supi⁹ dcm ẽ sequalteros creet: ⁊ triplex fit dux sesqitertiorum: q̃drupl⁹ sesquiquartꝫ. Prim⁹ ergo duplex vnũ solũ habebit sequalter. scõs duos. terti⁹ tres. quartus. 4. ⁊ scõm hũc ordinẽ eadẽ fit in ĩfinitũ ꝓgressio Meqꝫ vnquã fieri põt: vt vel supet proportionũ nũerum vel ab eo fit diminutio equabilis ab vnitate locatio. Primus ergo duplex ẽ binarius numerus: qui vnũ solũ sesqualterũ recipit. i. ternariũ. Binarius. n. ꝫ ternariũ cõparat⁹ sesq̃lterã efficit ꝓportinẽ. Ternarius vo qm̃ medietatẽ nõ recipit: ñ est alter numerus ad quẽ in rõe sesqualtera cõpareť. Quaternari⁹ vo nũerus scõus duplex est. hic ergo duos sesqualteros ꝓcedit. Est. n. ad ipsũ qd̃ cõparatus senarius numer⁹ ad senariũ vo qm̃ medietatẽ hꝫ: nouenari⁹ ⁊ sunt duo sesqualteri. ad. 4. s. 6. ad sex vo. 9. Nouenarius vo qm̃ medietate caret. ab hac ꝓparatiõe seclusus est. Terti⁹ vo duplex est. 8. hic ergo. 3. sesqualteros antecedit. Cõparatur. n. ad ipm duodenari⁹ nũerus. ad duodenariũ. 18. ad. 18. rursus. 27. At vo. 27. medio carẽt. Idẽ quoqꝫ in sequentib⁹ euenire necesse est. qd̃ nos cũ propria ordinatione subdidimus. Sẽ p. n. hoc diuina q̃dã nec hũana cõstitutiõe speculatõnib⁹ ocurit: vt quotienscũqꝫ vltimus numerus inuenitur: qui loco duplicis ab vnitate sit par: talis sit vt in medietates diuidi secariqꝫ non possit. Latitudo

1	2	4	8	16	32
	3	6	12	24	48
	an	9	18	39	72
		gu	27	54	108
			la	81	162
				ris	243.

Deꝫ cõtingit ẽt in triplicibus. ex illis. n. sesquitercii procreanť. Mã. qm̃ prim⁹ triplex ẽ ternari⁹ nũerus: hꝫ vnũ sesqteriũ. i. 4 Cuius q̃ternarii tertia ꝑs ñ põt iuẽiri: atqꝫ iõ hic epitrito caret. Secõs vo q ẽ nouẽ hꝫ ad se duodenariũ numeꝫ sesqtertiũ. Duodenari⁹ ãt qm̃ hꝫ tertiã ptẽ. in sesquitertia ꝓportiõe ꝓparať ad euꝫ nũer⁹ sedecĩ: q tertie ptis sectiõe solut⁹ est: Viginti septẽ aũt qm̃ terti⁹ ẽ triplex: hꝫ ad se sesqtertiũ trigintasex: ⁊ hic rursus ad q̃dragintaocto eadẽ ꝓportione cõparať. Cui si sexagintaq̃tuor appositi fuerit: eandẽ rursus vĩ ꝓportõis explebũt. Quos sexagintaq̃tuor ad nullũ sesquitertiũ rursus aptabis qm̃ pte tertia nõ tenenť. Atqꝫ hoc in cũctis triplicib⁹ inueniť: vt extremus eiusdẽ proportionis nũerus tãtos ante se precedẽtes hꝫ: quãto ꝑm⁹ eoꝝ ab vnitate discesserit. Et q tot sup se eiusdẽ proportiõis habuerit numeros quotus ab vnitate prim⁹ eoꝝ iacet ei⁹ ꝑs qua illi cõparatus numerus possit eãdẽ facere ꝓportionem iueniri neq̃at. Et triplicis q̃dẽ hec ẽ descriptio. Latitudo.

1	3	9	27	81	243
	4	12	36	108	324
	an	16	48	144	432
		gu	64	192	576
			la	256	768
				ris	1024

a I quadrupli secũdũ hanc formã descriptõ est: ad quã. s. q a prioribus instruct⁹ accesserit: nulla ratiõe trepidabit: ⁊ de ceterꝫ q̃dẽ multiplicibus eandeꝫ conuenientiam pernotabit.

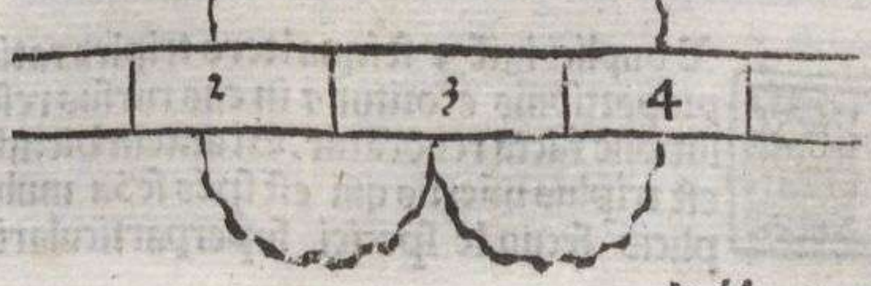
Latitudo.

1	4	16	64	256	1024
	5	20	80	320	1280
	an	25	100	400	1600
		gu	125	500	2000
			la	625	2500
				ris	3125

Hinc quoqꝫ ꝑspicũ ẽ: iupparticulariuꝫ quẽadmodũ pri⁹ ostẽsuꝫ ẽ: primos eẽ multiplices. Si q̃dẽ duplices sesqualteros: triplices sesqtertios: ⁊ cũcti multiplices cũctos in ordinẽ supparticulares creãt. Est ẽt ĩ his hoc quoqꝫ mirabile. Mãqꝫ vbi pria latitudo fuerit duplex ⁊ sub eisdẽ q sũt versus cõtinui alternati. positi scõm seriẽ latitudinis duplices erũt. Si vo fuerit triplices ⁊ inferiores ordines tripla se ĩ suis terminis multiplicatõe supabũt. At in quadrula q̃drupli. atqꝫ hoc ĩfinita ductũ speculatiõe nõ fallit. angulares ãt oĩuꝫ multiplices eueire neẽe ẽ. Erũt ãt dupliciũ q̃dẽ triplices: tripliciũ q̃druplices q̃druploꝝ vo qncupli. ⁊ ꝯꝫ eãdẽ ordis icõmutabilẽ rõeꝫ sibimet cũcta ꝓsentiẽt. qb⁹ expositꝫ ad sequẽtẽ opis seriẽ ꝓpetẽs disputatõ ꝓuertať

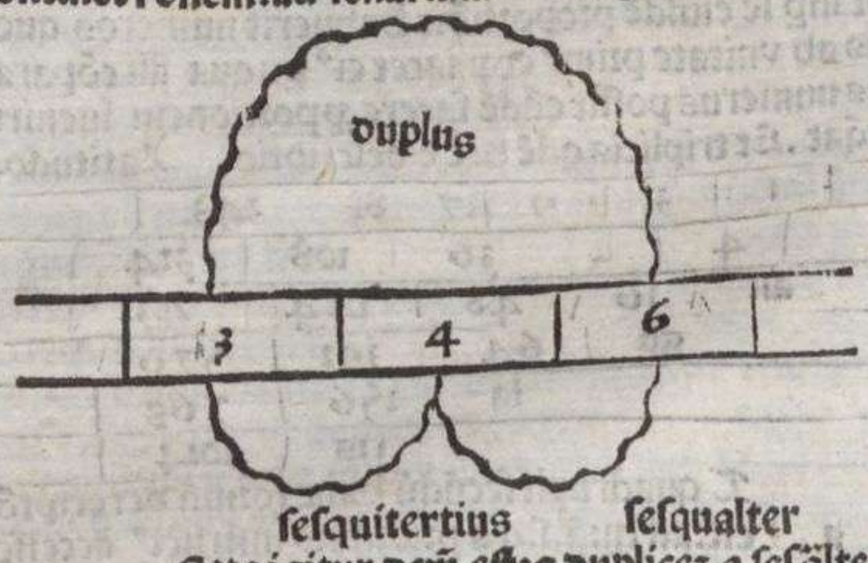
¶ Qd̃ multiplex iteruallũ ex qb⁹ supparticularib⁹ medietate posita iteruall' fiat: eiusqꝫ iueiẽdi regla. ca. 3.

Si igiť due prie supparticulares spẽs ꝓiũgãť p ma spẽs multiplicitatꝫ exoriť. oĩs. n. duplex ex sesq̃ltero sesqtertioqꝫ ꝓpõiť: ⁊ oĩs seq̃lter ⁊ sesqterti⁹ duplicẽ iũgũt. nã ternari⁹ sesq̃lter ẽ duoꝝ quatuor vo sesquiterti⁹ ternarii. sed. 4. duplus duorum.

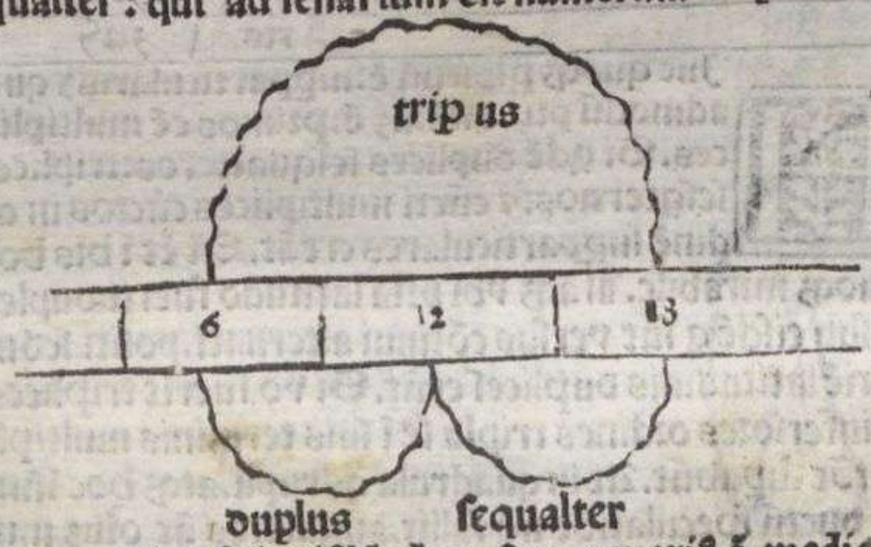


sesqualter sesquitertius

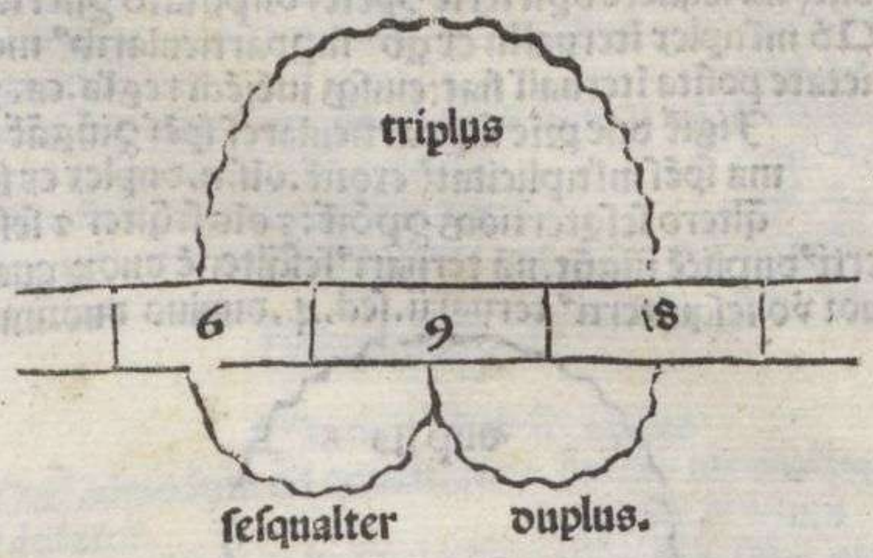
Sic igitur sequalter ⁊ sesquitertius vnum duplicem componunt. At vero si fuerint medietas ⁊ duplus inter duplicem ⁊ medium potest vna medietas talis inueniri: q̃ ad alterã extremitatẽ sequaltera sit: ad alteraz sesquitertia. Altrinsecus enĩ positis senario ⁊ ternario: idest duplici ⁊ medietate: si q̃ternari⁹ in medio collocetur: ad ternarium numerum sesquitertiaz continet rõnem: ad senarium vo sesqualterum.



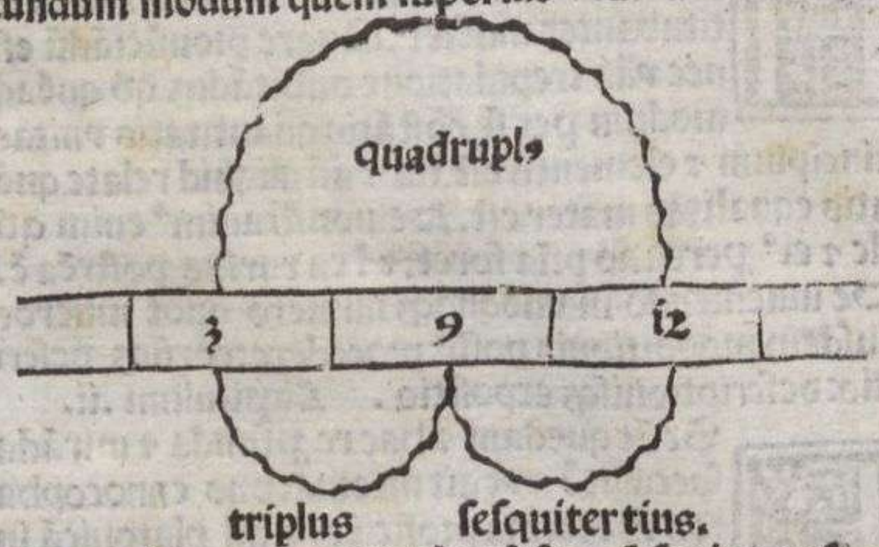
Recte igitur dcm̃ est: ⁊ duplicez a sesq̃ltero sesquitertio que coiungi: ⁊ has duas sup particularis spẽs duplicez procreare idest primã spẽm multiplicis quãtitatis. Rursus ex prima multiplicis spẽ. i. ex duplici: ⁊ pria supp̃ticulari: idest sesqualtera ꝯtinẽs multiplicis spẽs: idest tripla cõiungitur. Mãqz. 12. senarii. numeri duplus est: decem vero ⁊ octo ad duodenarium sesqualter: qui ad senarium est numerum triplus est.



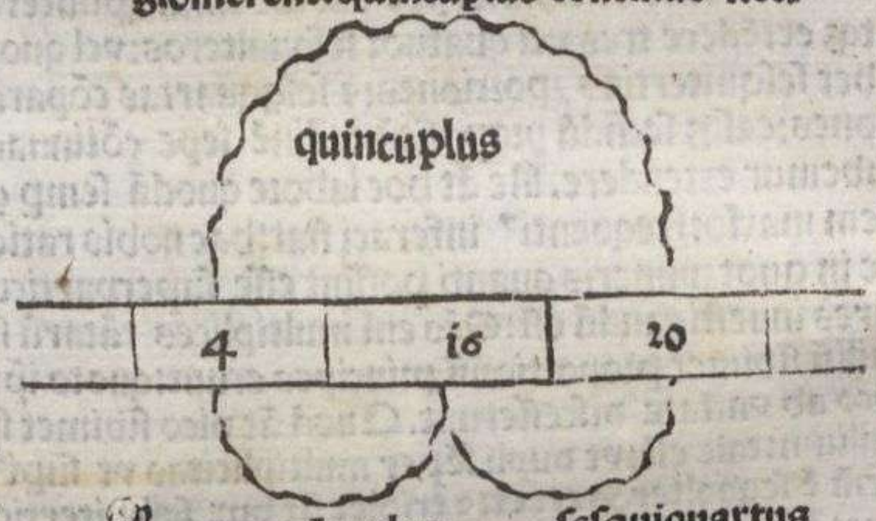
Et positis eisdẽ. 6. ⁊. 18: nouenari⁹ ĩ medietate ponat̃. erit ad senariũ sesqualter: q̃ ad. 18. subduplus est. ⁊ ad senarium. 18. triplus est.



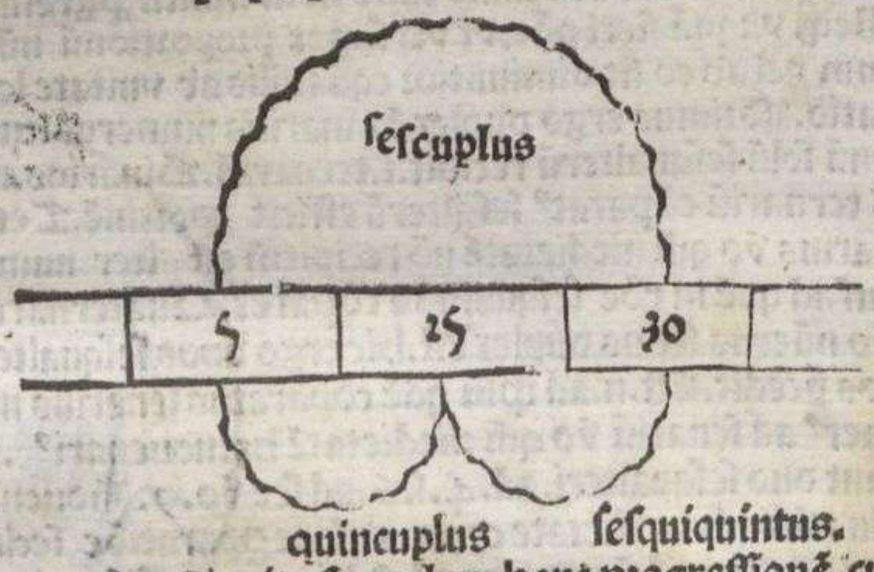
Ex duplici igit̃ ⁊ sesqualtero tripler ratio proportionis exoritur ⁊ in eas rursus resolutione facta reuocatur. Si autem hic: idest triplus nũerus qui est spẽs scõa multiplicis secunde speciei superparticularis aptetur: quadrupli continuo forma conteritur: ⁊ in easdem rursus partes naturali partitioni soluetur: secundum modum quem superius demonstrauimus.



Si vero quadruplus sese ac sesquiquart⁹ agglomerent: quincuplus continuo fiet.



Et si quincuplus cũ sesqquinto: mox sescuplí proportio coniugabitur.



Qz ita secundum hanc progressionẽ cuncte multiplicitatis spẽs sine vlla rati ordinis permutatione nascentur. Ita vero vt duplus cum sesqualtero triplicem creet: ⁊ tripl⁹ cũ sesquitertio quadruplus. quadruplus cum sesquiquarto quincuplum. ⁊ ceteri eodem modo vt nullus hanc continuationem finis impediat

De per se constante quantitate que in figuris geometricis consideratur cõis rõ oium magnitudinum.

Capitulum. iiii.

Hec quidem de quantate quam secundum ad aliquid speculamur ad presens dicta sufficiant. Nunc autem in hac sequentia quedam de ea quantitate que per seipsam constat neqz ad aliquid refertur expediam. quenobis ad ea ꝑdesse possũt: que post hec rursus de relata ad aliquid quantitate tractabimus. Amat enim quodãmodo matheseos speculatio alterna probationum ratione constitui. Nunc autem nobis de his numeris sermo futurus est: qui circa figuras geometricas ⁊ earum spacia dimensionesqz versantur. idest: de linearibus numeris: ⁊ de triangularibus vel quadratis.

dratis:ceterisq; quos sola pandit plana dimensio nec non de inequali laterum compositione coniunctis.de solidis etiam:idest:cubis:⁊ sphericis vel pyramidis: laterculis etiam vel tignulis ⁊ cuneis que omnia quidem geometrice proprie considerationis sunt. Sed sicut ipsa geometrice scientia ab arithmetica velut q̃dam radice ac mater producta est:ita etiam eius figurarum semina in primis numeris inuenimus. Planum si quidem fecimus quod omnes disciplinas hec interempta consumeret quas minime constituta infirmaret. Hoc autem cognoscendum est quod hec signa numerorum posita que nunc quoq; homines in summarum designatione describunt:non naturali institutione formata sunt. vt enim quinarii subiectam notulam signant de.v. vel denarii quam descripsim⁹ de.x.⁊ alias huiusmodi:non natura posuit :sed vsus affinxit. Quinq; enim vel decem vel quotlibet alios illis notulis pro compendio notare voluerunt:ne quotiens vnitates quis monstrare vellet.totiens ei virgule ducerentur. Illos autem quotienscunq; aliquid mõstrare volumus:in his presertim formulis:ordinatarum virgularum multitudinem non grauamur apponere. Cum enim quinq; volumus demonstrare:facimus quinq; virgulas:ducimusq; eas hoc mõ. ||||| ⁊ cum.7.totidem.⁊ cum.10. nihilominus.q; naturalius est quemlibet numerum quantas in se retinet:tot vnitatibus designare quam notulis. Est igitur vnitas vicem optinens puncti:interualli:longitudinisq; principium:ipsa vero nec interualli nec longitudinis capax.quemadmodum punctum principium quidem linee est atq; interualli:ipsum vero nec interuallum nec linea. Neq; enim punctum puncto superpositum vllum efficit interuallum:velut si nihil nulli iungas. Nihil enim est quod ex nullorum procreatione nascat. Eadem quippe etiam circa equalitates proportio manet. Nam si quotlibet fuerint termini pares:tantum quidem est a primo ad secundum: quantum a secundo ad tertium. Sed inter primum ⁊ scõm:vel secundum ⁊ tertium:nulla est interualli longitudo vel spacium. Si enim tres senarios ponas hoc modo. 6 :6. 6.quemadmodum primus est ad secundum:sic est secundus ad tertium. Sed inter primum ⁊ secundum nihil interest.6.enim.⁊.6.nulla spacii interualla disiungũt. Ita et vnitas in seipsa multiplicata nihil pcreat. Semel.n.i vnũ nihil aliud ex se gignit quã ipa ē. Nã quod interuallo caret etiam vim gignendi interualla non recipit.quod in aliis numeris non videtur euenire. Omnis enim numerus in seipsum multiplicatus alium quedam efficit maiorem quam ipse est. iccirco quoniam interualla multiplicata maiore sese spacii plixitate distendũt. Id vero quod sine interuallo ē: plus quam ipsum est pariendi non habet potestatē. Ex hoc igitur principio:idest ex vnitate prima omnium longitudo succrescit:que a binarii numeri principio in cunctos sese numeros explicat.quoniam primum interuallum linea est:duo vero interualla sunt longitudo ⁊ latitudo.i.linea ⁊ superficies. Tria ergo interualla sunt:longitudo:latitudo:altitudo:idest linea:superficies:atq; soliditas. Preter hec aũt alia interualla inueniri non possunt. Aut enim vnum interuallum erit quod longitudo est aut aliquid quod duob⁹ interuallis expositum est:vt si qua res longitudinẽ habeat ⁊ latitudinem.vel trina interualli dimensione porrigit si longitudine:altitudine:latitudineq; censetur.supraque adeo nihil inueniri potest.vt ipsorum sex motuũ forme ad interuallorum naturas ⁊ numerum componantur. Vnum enim interuallum duos in se continet motus.vt in tribus interuallis sex sese motuum summa conficiat hoc modo. Est enim in longitudine ante ⁊ retro.in latitudine sinistra ⁊ dextra : in altitudine sursum ac deorsum. Necesse est ãt vt quicqd fuerit solidum corpus:hoc habeat longitudinem latitudinẽq; ⁊ altitudinem.⁊ quicquid hec tria in se continet:illud suo nomine solidum vocetur. Hec enim tria circa omne corpus inseparabili coniunctione versantur.⁊ in natura corporum constituta sunt. Quare quicqd vno interuallo caret:illud corpus solidum nõ est. Nã quod duo sola interualla retinet:illud superficies appellatur. Omnis enim superficies sola longitudine ⁊ latitudine continet.⁊ hic eadem illa conuersio remanet. Omne enim quod superficies est : longitudinem ⁊ latitudinẽ retinet.⁊ qd̃ hec retinet:illud est supficies. Hec ãt supficies vno tm̃ iteruallo solidi corporis dimẽsiõe supat:q̃ vno rursus interuallo lineã vincit. q̃ lõgitudinis nãm retinẽs latitudinis expers ē. Que linea eo qd̃ vni⁹ ē iteruallí sortita nãm a supficie vno interuallo:a soliditate duobus spaciis vincit. Pũctũ igit alio rursus interuallo a linea vincit:ipa.s.que reliqua ē lõgitudine. Quare si pũctũ vno idẽ interuallo a linea supgredit:idẽ a supficie vincitur duob⁹: trib⁹ vo interualli dimẽsiõib⁹ a soliditate relinqtur:cõstat punctũ ipm sine vlla corpis magnitudine vel iterualli dimensiõe:cũ ⁊ lõgitudinis ⁊ latitudinis ⁊ pfunditatis expers sit oium interuallorũ ē principiũ:⁊ nã insecabile:qd̃ greci athomon vocãt.i.ita diminutũ atq; paruissimũ vt ei⁹ps inueniri nõ possit. Est igit pũctũ primi iteruallí principiũ:nõ tm̃ interuallũ.⁊ linee caput:sed nõdũ linea. Sicut linea quoq; supficiei principiũ ē:ꝗ ipa supficies nõ ē:⁊ secũdi interualli caput est:scd̃z tm̃ interuallũ ipa non retinet. Idẽ quoq; ⁊ in supficiei rõnem cadit:que ⁊ ipsa solidi corporis ⁊ triplicis interualli nãle sortit initiũ:ipsa vo nec tria interualli dimẽsiõe distẽdit:nec vlla crassitudie solidat

De numero lineari. Capitulus. v.

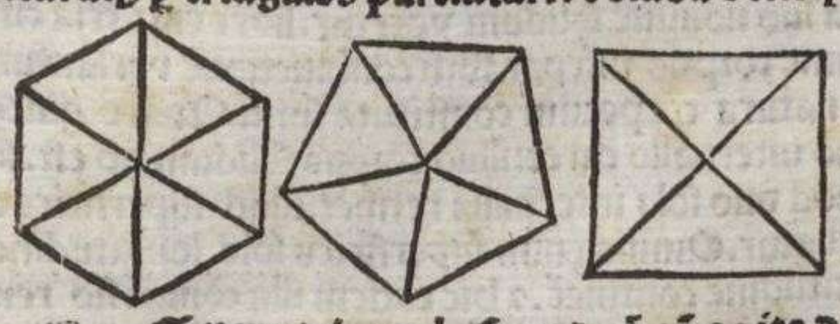
Sic etiã in numero vnitas qdẽ cũ ipa linearis numer⁹ nõ sit:in lõgitudinẽ tm̃ distẽti nũeri pncipiũ est. Et linearis numer⁹ cuz ipse toti⁹ latitudinis expers sit:in aliud tamẽ spaciũ latitudinis extẽti nũeri sortitur initiũ. Supficies quoq; numerorum cum ipsa solidũ corpus non sit:addita tamẽ altitudini solidi corporis caput est. Hoc autem planius his exemplis liquebit. Linearis numerus est a duobus incboans:adiecta sẽper vnitate in vnum eundemq; ductum quantitatis explicata congeries.vt est id qd̃ subiecimus.

ii	iii	iii	iiii

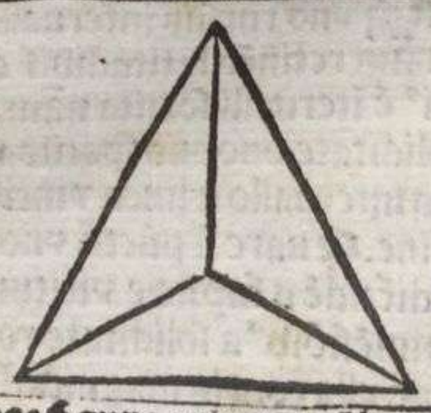
De planis rectilineis figuris:quodq; earum principium sit triangulus. capitulum. vi.

Plana vo supficies in nũeris inuenit: quotiẽs a trib⁹ icboatiõe facta addita descriptiõis latitudine:in sequentiũ se nãliũ numerorũ multitudine anguli dilatant: vt sit prim⁹ triangul⁹ nũer⁹.scd̃s qdrat⁹.terti⁹ q sub quisq; angulis ꝛtinet:quẽ pentagonũ greci nominant:quart⁹ hexagonus.i.q sex angulis includit: quint⁹ heptagon⁹.sext⁹ octogonus.i.qui.7.vel.8.angulorũ terminis dilatãtur.⁊ ceteri eodẽ mõ singillatim p nãlem nũerũ angulos augeant in plana.s.descriptione figurarũ. Hi vo iccirco a ternario nũero icboant: qd̃ latitudinis ⁊ supficiei sol⁹ ternari⁹ pncipiũ ē.i geo

metrica quoqꝫ idē plāi' iuēit. Due.n.linee recte sp a
ciū nō ꝯtinēt. ⁊ oīs triāgulaꝫ figura: vt tetragōi: vt
pētagōi: vel heragōi: vel cui uslibꝫ q plurib' angulis
ꝯtieē: si a medietate p singulos āgulos liee ꝓducāt tot
eū oiuidūt triāguli: quot ipāꝫ figurā āgulos hē ꝯti
gerit. q̄dratū. n. ita ducte liee i. 4. pētagōuꝫ i. 5. hexa
gonū i. 6. heptagōuꝫ i. 7. ceteros i suoꝝ āguloꝝ mō
mēsuraqꝫ p triāgulos partiūtur. vt ēsuba descriptio



T vero triangula figura cū eā qs ita d u
a serit: in alias figuras non resoluit nisi in se
ipsam un tria enim triangula dissipat.

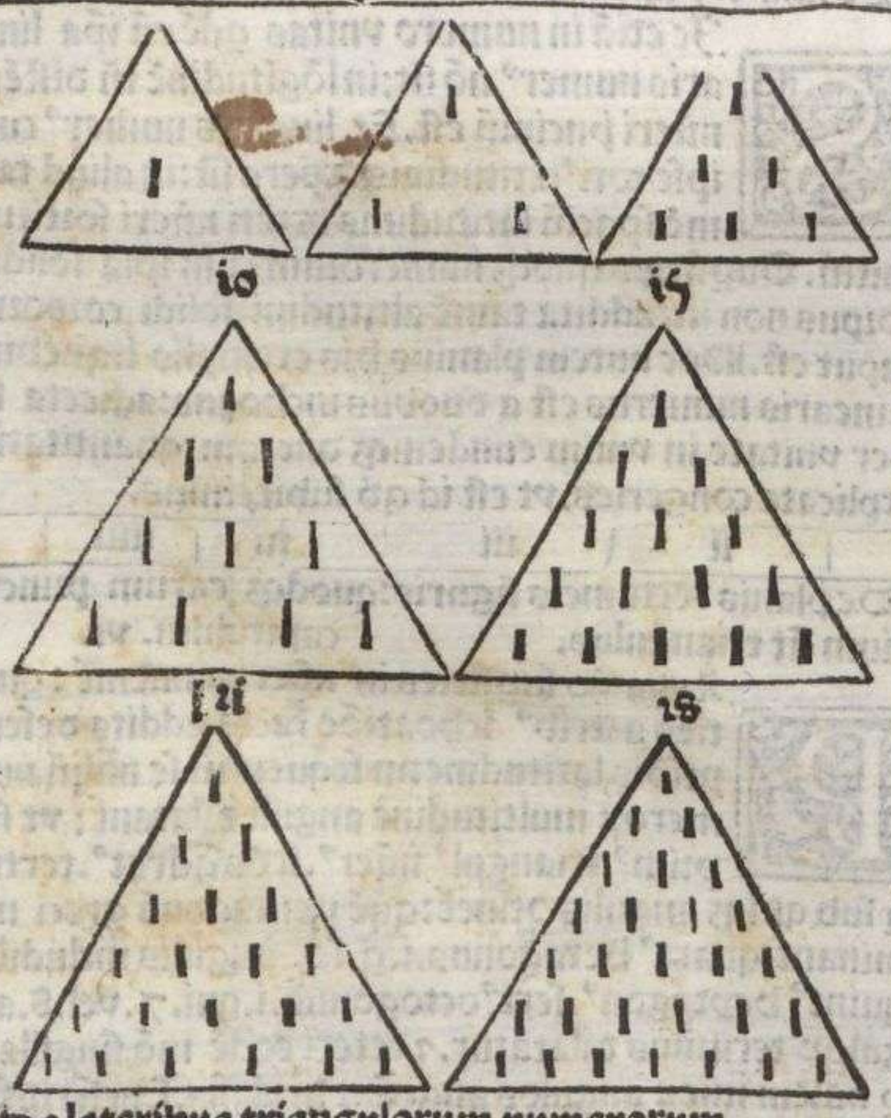


Deo hec figura princeps ē latitudinis: vt cete
a re oēs supficies in hanc resoluātur: ipa vo qm
nullis est principiis obnoxia: neqꝫ ab alia lati-
tudine sumpsit initiū in sese ipsa resoluatur. Idē aūt
⁊ in numeris fieri sequēs opis ordo monstrabit.

¶ Dispositio triāgulorum numerorum. Cap. 7.

St igit primus triangulus numerus q solis
e tribus vnitatibus dissipatur: ꝑm superficiei
positionem triangula .s. descriptione: ⁊ post
hunc quicunqꝫ equalitatem laterum in trina
lateruꝫ spacia segregant.

1 3 6



¶ De lateribus triangulorum numerorum.
Capitulum. viii.

Ad hūc modū in infinita pgressio est oēsqꝫ
ordine triāguli equilateri pcreabuntur: ⁊
primum oium ponēt id quod ex vnitate na
scitur: vt hec vi sua triangulus sit. non inde
ēt ope atqꝫ actu. Nam si cunctorum ē ma-
ter numerorū: quicquid in his qui ab ea nascunt nu
meris inuenitur: necesse est vt ipsa naturali quadam
potestate ꝯtineat. ⁊ huius trianguli latus est vnitas.
Ternarius vo qui prius est ope ⁊ actu ipo triangul'
crescente vnitate binarium numerum latus habe-
bit. Ui enī ⁊ potestate primi trianguli. i. vnitatis vni
tas latus est. actu vo ⁊ ope trianguli primi. i. terna-
rii dualitas: quā greci dyada vocāt. Scōi vo triāgu
li qui ope atqꝫ actu scōs ē. i. senarii: crescente nāli nu
mero in laterib' ternari' iuenit. Tertii. vo. i. denarii
q̄ternari' latus ꝯtinet: ⁊ q̄rti vo idest. i5. quīari' lat'
tenet. ⁊ quinti senarius. Idēqꝫ vsqꝫ i infinituꝫ.

¶ De generatione triāgulorum numeroꝝ. Ca. ix.

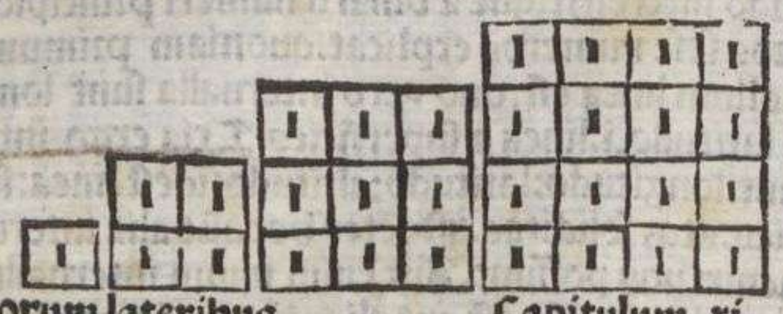
Ascuntur aūt trianguli disposita nāli quā
n titate numeroꝝ: si prioribus semp multitu
do sequētium congregetur. Disponat enī
naturalis numerus hoc modo.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ex his igit si primū numeꝝ sumā idest vni
tatem: habeo primum triangulum: qui est
vi ⁊ potestate nondum etiam actu nec ope
re. Huic si secundum aggregauero qui na
turali numerorum dispositione descriptus
est idest binarium: primus mihi triangulus opere ⁊
actu nascitur idest ternarius. Si vo huic tertium ex
naturali numero adiecero: secundus mihi ope ⁊ actu
triangulus procreatur. Super vnum enī ⁊ duo si ter
tium idest ternarium aggregauero senarius extendi
tur: secundus. s. triangulus. Huic vo si cōsequentem
quaternarium supposuero: denarius explicat: qui ē
tertius actu triāgulus. quos p latera disponens ad
superioris descriptionis exemplar: cunctos triāgulos
numeros sine vllius dubitationis erroribus pernota
bis. ⁊ quātas vltimus numerus in se vnitates hꝫ quē
superioribus aggregabis: tot ipe qui fit triangulus
vnitates habebit in latere. Nam ternarium qui est
prim' actu triāgulis adiecto biario vnitati feceram'
at hic duos habet in latere. ⁊ senariuꝫ bis adiecta ter
narii quantitate produximus: cuius latus soli tres cō
tinent: ⁊ idem in aliis cunctis quot vnitates haben-
tem numerum superioribus aggregabis: tot vnita
tibus eius latera continebuntur.

¶ De quadratis numeris Capitulum. x.

Quadratus vo numerus est: qui etiam ipse
quidem latitudinem pandit sed non in tri
bus angulis vt superior forma: sed. 4. Ip-
se quoqꝫ equali laterum dimensione porri
gitur. Sūt autem huiusmodi.



¶ Eorum lateribus. Capitulum. xi.

Ed in his quoqꝫ scōm naturalem numerū
e laterum augmenta succrescūt. Primus. n.
vi ⁊ potentia quadratus idest vnitas: vnū
habet in latere. Secundus vo qui actu pri
mus idest

mus idest.4. duobus p latera positꝫ ꝯtinet. Terti⁹ vo.i.nouē qui secundus est opere: trib⁹ in latere positis aggregat. Et ad eādē sequētiā cūcti procedūt.

De quadratoꝝ generatiōe rursusq; de eoꝝ laterib⁹ Capitulum.xii.

Ascūt aūt tales numeri ex nāli nūeri dispositiōe: nō quēadmodū supiores triāguli: vt ordinatis ad se inuicē numeris cōgrege nt: ꝗ vno semp intermisso qui sequitur si cū supiore vel supiorib⁹ colligat: ordiatos ex se quadrotos efficiet. Disponatur enī nāli nūer⁹ hoc mō

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

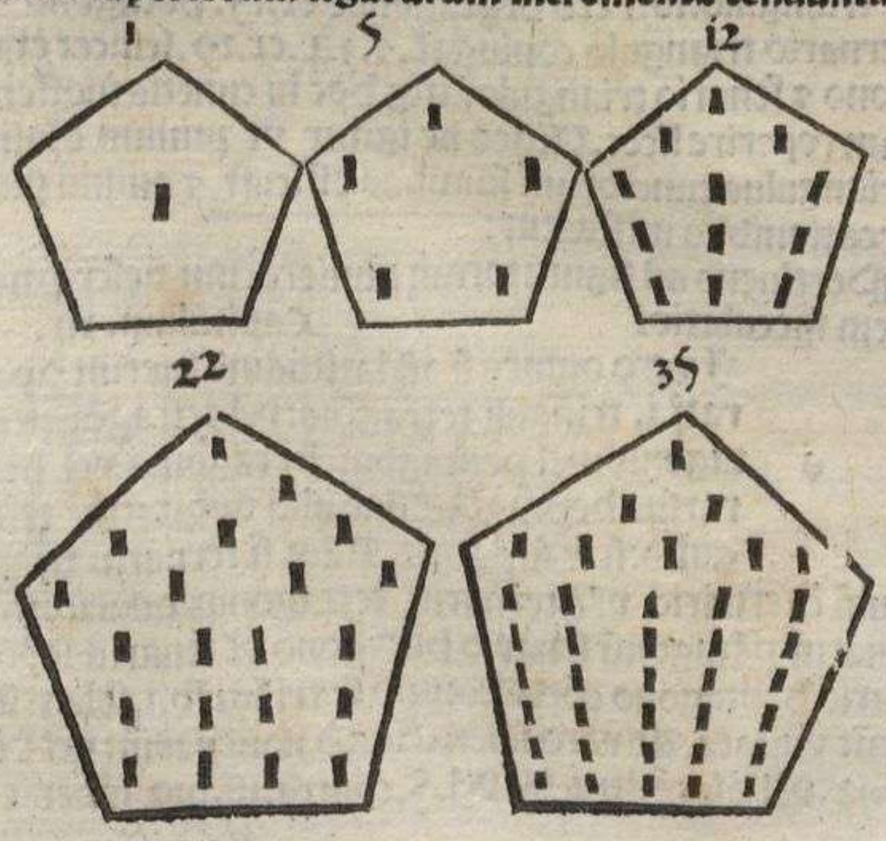
Ex his igit si vnū respiciā: prim⁹ mihi natus ē potestate q̄drat⁹. Qd̄ si vno relicto priori tertio iunxero: secūdus mihi q̄drat⁹ efficit. Mā si vno relicto binario ternariū apposuero: quaternari⁹ mihi q̄drat⁹ exoritur. Qd̄ si rursus relicto medio quaternario quinariū similiter aggregauero: quadrat⁹ mihi tertius.i. nouenarius ꝓcreat. Un⁹.n.2.3.2.5.nouem colligūt At vero si his intermisso senario septenarium iungam. tota ī.16.ei⁹ sūma concrescit: idest q̄rti q̄drati numerositas. Et vt breuiter huius forma ꝓcreatiōis appareat: si cuncti īpares sibimet apponant. collocato.ī.nāli nūero: quadratoꝝ ordo texetur. Est etiā in his hec nāe subtilitas 2 īmobilis ordinatio: qd̄ tot vnitates vnusquisq; q̄dratoꝝ retinebit in latere: quāti fuerint nūeri ad ꝯiunctionē ꝓpriā ꝯgreg.i. Nam in prio quadrato qm̄ ex vno fit: vn⁹ est ī latere. In secundo idest quaternario qm̄ ex vno 2 tribus ꝓcreat: qui duo sunt termini: binario lat⁹ texitur. 2 ī nouenario quoniā trib⁹ numeris procreatur: latus ternario continetur. Atq; idem in aliis videri licet.

De pentagonis eorūq; lateribus. La. xiii.

Pentagon⁹ vo numer⁹ est: q ipse quidem ī latitudinē scōm vnitatem descriptis quidē.5. angulis continet: cūctis.ī.lateribus equali dimensione dispositis. Sunt āt hi.

| 1 | 5 | 12 | 22 | 35 | 51 | 70 |

Odē quoq; mō eoꝝ latera succrescūt. Mā primi potestate pentagōi.i.vni⁹.idē vn⁹ spaciū lateris tenet. Secūdi vo quinarii qui est actu īpo atq; opere prim⁹ pētagonus: bini p latera firi sūt Terti⁹ vo idest.12.tribus in lat⁹ auct⁹ ē. Quart⁹.22. 4.nūeroꝝ in latere quātitate distendit. Atq; idē in ceteris scōm vnitatꝫ ꝓgressionē in nāli.ī. numero secūdū superiorum figurarum incrementa tenduntur.



De generatione pentagonorum. La.xiiii.

Ascuntur aūt hi numeri q extensi in latitudinez quisq; angulos pādūt: ab cadē nālis numeri quantitate in sese coaceruata: ita vt duobus sp interiectis numeris superiori vel superioribus vincēs ternario eū cui iungend⁹ est aggregēt. Namq; vnitati intermissis duob⁹ 2 trib⁹ si quatuor iungas: qui tribus ipsam superent vnitatem: quinarius pentagonus procreabit. Post.4.vo si intermisso qnario 2 senario.7.aggreges duodenariū pentagonū ꝓcreabis. Namq; vnus 2.4.2.7.numeri.12.explebunt. Hoc ēt in aliis fiet. Nam si.10.vel.13.vel.16.vel.19.vel.22.vel.25.superioribus cunctꝫ adiunxeris: eodem quo superius mō pentagoni fient: ꝓm superiorem descriptionem.

| 22 | 35 | 51 | 70 | 92 | 117 |

De hexagoms eorumq; generationibus. La. xv.

Exagoni autem qui sex angulis 2 heptagoni.qui.7.rursus lateribus continentur: ꝓm hunc modum eorum laterum augmenta succrescūt. Māq; in trianguli numeri nā ꝓcreationeq; ipsos numeros iungebamus qui sese in nāli dispositione sequerentur. 2 se tm̄ vnitate transirent: q̄drati vo numeri.i.tetragōi ꝓcreatio fiebat ex numeris q vno intermisso copulabantur cum se binario superarent pentagoni vo nā fuit ex duobus interpositis relictisq; qui se ternario vincēt. Scōm quoq; talia augm̄ta hexagonorum vel octogonorum vel.9.laterum figura vel.10.vel quotlibet aliorum cōpetenti progressione conficitur. Ut enim in pentagono duobus intermissis eos iungebamus qui se ternario superarent. ita nunc in hexagono tribus intermissis eos iungemus qui se quaternario trāseant. 2 erūt quidem eoꝝ radices 2 fundamenta: ex quibus iunctis oēs hexagoni nascuntur.

| 1 | 5 | 9 | 13 | 17 | 21 |

Et ad eūdem ordinem consequētes: atq; ab his sexangulorum forme nascuntur.

| 6 | 15 | 28 | 45 | 66 |

Vos ad superiorem modum.ī.descriptos: in propriis ordinibus pernotabis.

De heptagonis eorumq; generationib⁹: 2 cōmunis oīum figuraꝝ inueniende generatiōis regula descriptionisq; figurarum. Capīn. 16.

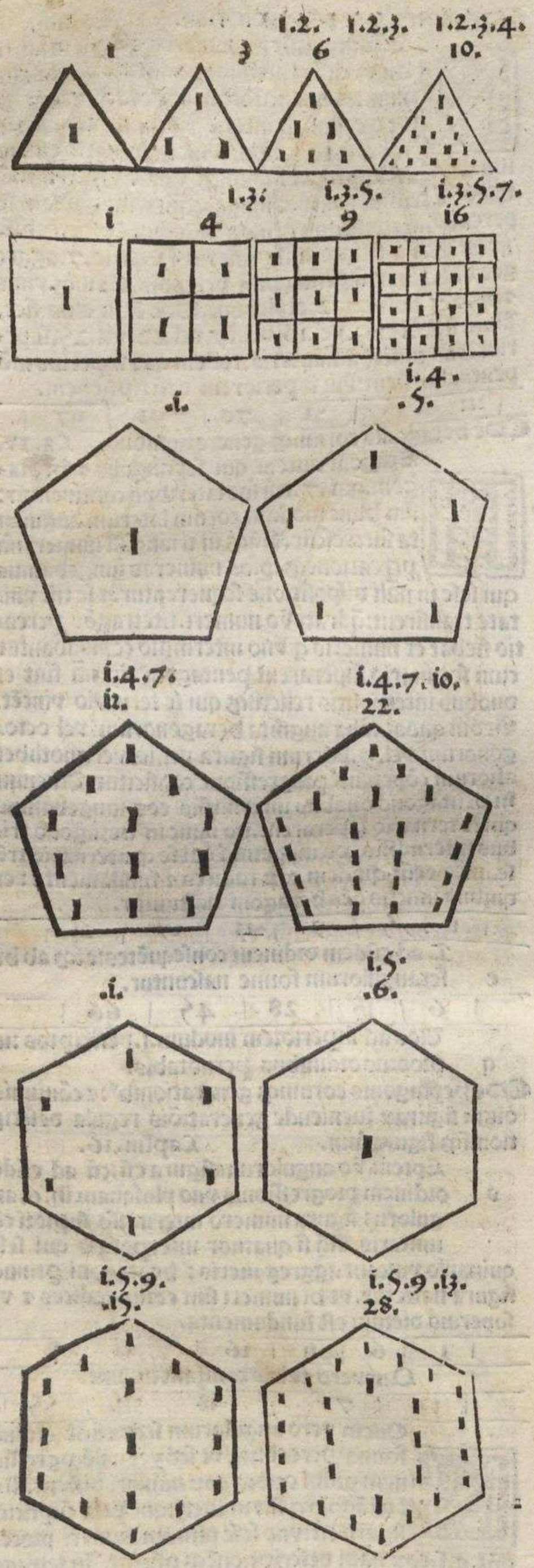
Eptem vo angulorum figura est: cū ad eūdē ordinem progressionis vno plusquam in.6.anguloruz figura numero intermisso supiori cōiunxeris. Mā si quatuor interpositis qui sese quinario vincant aggregaueris: heptagoni ꝯtinuo figura nascetur. vt hi numeri sint eoruz radices 2 vt superius dictum est fundamenta.

| 1 | 6 | 11 | 16 | 21 |

Qui vero ex his constant hi sunt.

| 1 | 7 | 18 | 34 | 55 |

Quem vero angulorum scōz eūdē ordinē forma ꝓcreat: ita vt scōz equalē ꝓgressionem primi quoq; eoꝝ numeri distent. Mā ī triāgulo q sūt numeri: que pria supficiei figura est: vno sese tantum numeri procedūt: q.ī.eoꝝ nām descriptionēq; pficiūt. In tetragono vero qui secundūs est duobus sese iūcti numeri vīcūt: 2 in pētagono trib⁹ 2 in hexagono.4.2 in heptagono.5.huiusq; rei null⁹ ē mod⁹. Hoc aūt nos subiectarū formarum descriptiones docebunt.



Descriptio figuratorũ numerorum in ordine.
Capitulum.xvii.

Similiter autem licebit ⁊ aliarum formarum que pluribus angulis continetur: quantitates ascribere. Sed quoniam facilius oculis subiecta retinentur: supradictarum formarum numerositas in subteriore descriptione ponatur.

triangули	1	3	6	10	15	21	28
quadrati:	1	4	9	16	25	36	49
pentagoni	1	5	12	22	35	51	70
hexagoni	1	6	15	28	45	66	91
heptagoni	1	7	18	34	65	81	112

Qui figurati numeri ex quibus figuratis numeris fiant: atq; quod triangulus numerus omniũ reliquorum principium sit. Capitulum.xviii.

Is igitur ita sese habentib⁹ quid in hac re sit consequens inuestigemus. Omnes enim tetragoni qui sub triangulis sunt naturali ordinatione dispositi: ex superioribus triãgulis procreãtur: illorumq; collectione quadrati figura componitur. Quatuor enim tetragonus fit ex vno ⁊ tribus: idest ex duobus superioribus triãgulis. Mouem vero ex tribus ⁊.6. sed vtriq; sunt triãguli. At.16.ex.6.⁊.10.⁊.25.ex.10.⁊.15. Idemq; in sequenti ordine quadratoꝝ constans atq; immutabile reperitur. Pentagonorũ vero summe conficiuntur ex vno super se tetragono ⁊ altrinsecus triangul⁹ cõstituto. Mãq;.5.pentagonus ex quatuor super se posito tetragono: ⁊ ex vno qui in triangulorũ ordine ponitur aggregatur. Duodeciẽs vero pentagonus ex nouenario super se quadrato: ⁊ tribus secundo triangulo nascitur. Vigintiduo vero ex.16.⁊.9.quadrato. s.atq; triangulo ⁊.35.ex.25.⁊.10.⁊ in ordinem ad eundẽ modum intuentem nulla cunctatio contrarietatis impediet. At vero si hexagonos librata examinatione p̃spicias: ex eisdem triangulis ⁊ super se positis pentagonis procreantur. Mamq; sex hexagonus: ex quinario pentagono ⁊ vno qui est in triangulorum ordine dispositus nascitur. Nec alia est origo.15. hexagoni: nisi ex duodenario pentagono ⁊ ternario triangulo. Quod si.28.rursum hexagonum ex quibus superioribus nascat addiscas: nullos inuenies nisi.22. pentagonum senariumq; triangulum. Atq; hoc in ceteris. Nec hunc geniture ordinem heptagonorũ procreatio refutabit. Mamq; ex super se hexagonis: ⁊ ex eminus positis triangulis p̃creantur. Septem enim heptagonus nascitur ex senario hexagono ⁊ vno ptãte triangulo.18.vero heptagonus ex.15. hexagono ⁊ ternario triangulo coniugat.⁊.34.ex.29.scilicet exagono ⁊ senario triangulo: atq; hoc in cunctis inoffensum reperire licet. Vides ne igitur vt primus oium triangulus cunctorum summas efficiat ⁊ omniũ procreationibus misceatur:

Pertinens ad figuratorum numerorum descriptionem speculatio. Capitulum.xix.

I vero omnes si ad latitudinẽ fuerint ꝓparati.i. triãguli tetragõis: vel tetragõi pentagonis: vel pentagoni hexagonis vel birursus heptagõis: sine aliq̃ dubitatiõe triãgulis: sese supabũt. Mãq; si ternariũ triangulũ q̃ternario vl q̃ternariũ tetragonus qnario: vel qnariũ pẽtagonũ senario hexagono vl senariũ septenario heptagono cõpares: prio se triãgulo.i.sola trãseũt vnitate. At vero si senarius ꝗ nouenariũ: vel hic ꝗ.12.vel hic contra.15.vel.5.contra.18.pro inuenien

dis differentiis

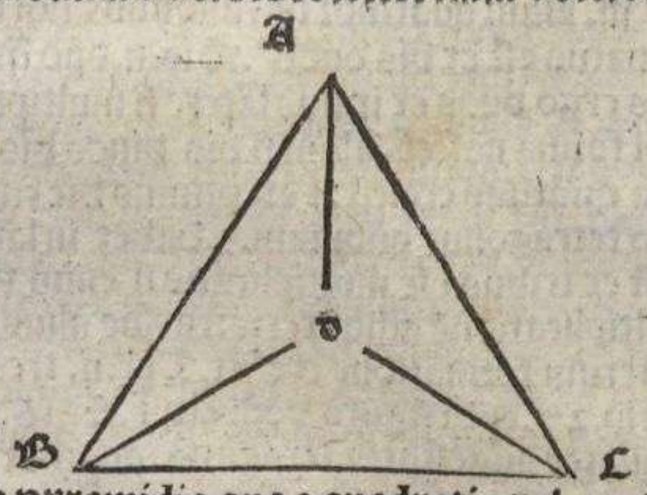
dis differentijs comparetur: secundo se triangulo. i. ternario superabunt. Decem vero ad. 16. 7. 16. ad. 22. 7. 22. ad. 28. 7. 28. ad. 34. si componas: tertio se triãgulo vincent idest senario. Atq; hoc rite notabitur in aliis cunctis sequentibus sese perspectum: omnesq; se trianguli antecedent. Quare perfecte vt arbitror demonstratum est omnium formarum principiuz elementumq; esse triangulum.

¶De numeris solidis. Cap. 20.

Inc vero ad figuras solidas facilior via est Precognito enim quid ĩ planis numerorũ figuris vis ipsa quantitatis naturaliter operetur ad solidos numeros non erit vlla cunctatio. Sicut enim longitudini numerorum aliud interuallum idest superficiem vt latitudo ostenderetur adiecimus: ita nunc latitudini siquis addat eam que alias altitudo: alias crassitudo. alias profunditas appellatur: solidum numeri corpus explebit.

¶De pyramide quod ea sit solidarum figurarum principium sicut triangulus planarum. capi. 21.

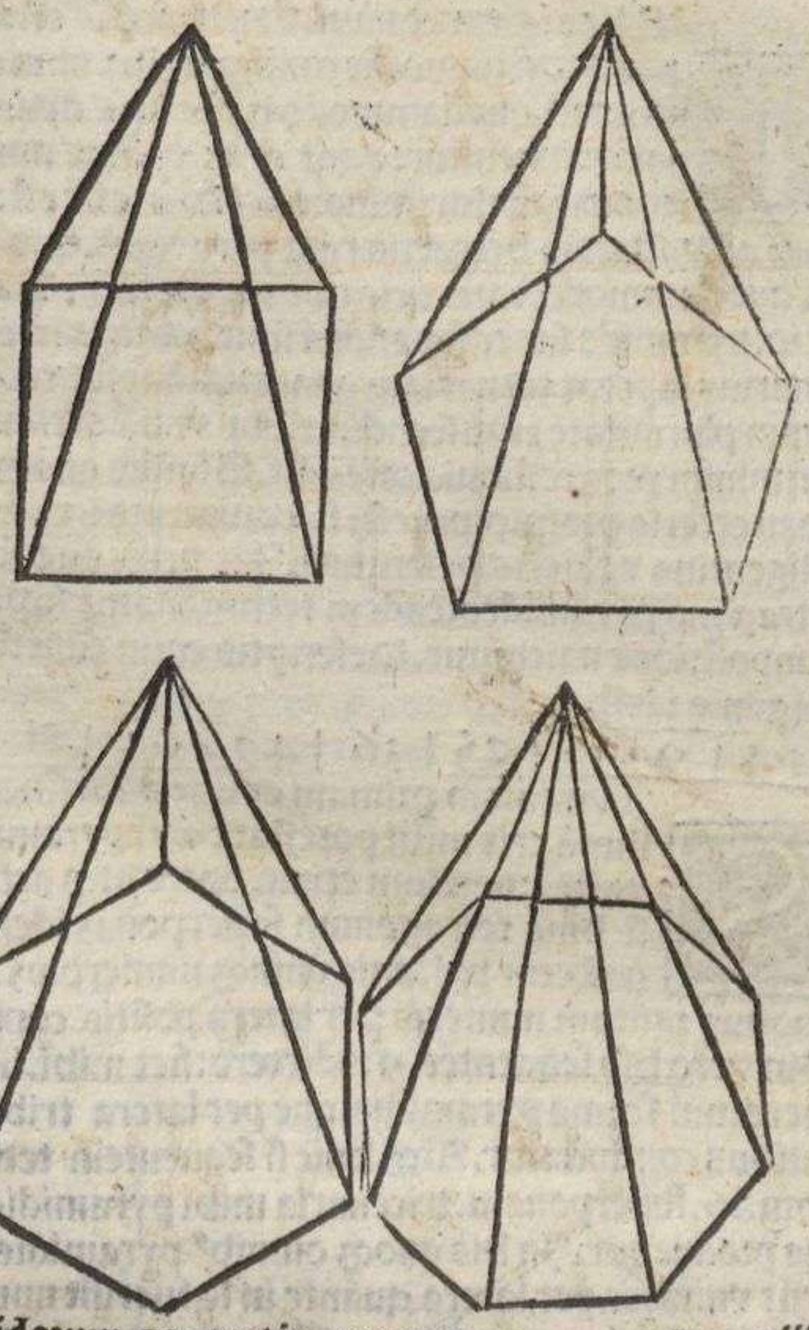
Idetur autem quemadmodum in planis figuris triangulus numerus primus est: sic ĩ solidis qui vocatur pyramis profunditatis esse principium. Omnium quippe ratarum in numeris figurarum necesse est inuenire primordia. Est autem pyramis alias a triangula basi in altitudinem sese erigens: alias a tetragono alias a pentagona: 7 secundum sequentium multitudines angulorum ad vnum cacuminis verticem subleuata. posito enim triangulo atq; disposito: si per tres angulos singule recte linee stantes ponantur: heq; tres inclinentur vt ad vnum medium punctum vertices iungãt sit pyramis. Que cum a triangula basi profecta sit: trib' triãgulis p latera ꝛcluditur hoc mõ. Sit. a. b. c. triangulum: si huic igitur triangulo per tres angulos erigantur linee: 7 ad vnum punctum conuertant quod est. d. ita vt. d. punctum non sit in plano sed pendens: ille scz linee ad ipsum erecte verticẽ 7 quodam modo cacumen. d. facient: 7 erit basis. a. b. c. vnũ triãgulũ: p latera vero tria triangula idest vnum triangulum. a, d. b. aliud vero. b. d, c, tertium vo. c, d. a.



¶De his pyramidis que a quadratis vel a ceteris mltiangulis figuris proficiscuntur.

Capitulum. xxii.

Item si a tetragona basi proficiscatur. 7 ad vnum verticem eius linee dirigantur: erit pyramis quatuor triangulorum per latera vno tñ tetragono in basi posito super quã figura ipsa fundata est. 7 si a pẽtagono surgant quinq; linee: quinq; rursus pyramis triangulis continebitur: 7 si ab hexagono sex triangulis nihilominus: 7 quantoscunq; angulos habuerit figura supquam pyramis residet. tot ipsa per latera triangulis continetur. vt in subiectis descriptionibus palam ẽ.



¶Solidorum generatio numerorum. Ca. xxiii.

Icuntur autez huiusmodi pyramides hoc modo. Prima pyramis de triangulo: secũda pyramis de tetragono: tertia pyramis de pentagono: quarta pyramis de hexagono quinta pyramis de heptagono. Idem ĩ ceteris constat numeris. Nam qm̃ lineares numeros eẽ diximus: qui ab vno profecti in infinitum currerent vt sunt.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Is aũt ordinatim cõpositis 7 in se inuicem cum distantia iunctis superficies nascebãt Ut si vnũ 7 duo iũgeres: prim' triangulus nascerẽt. i. 3. 7 cũ his adiũgerem' tertiũ. i. ternariũ: senari' triangulus rursus occurreret. 7 post hos tetragoni vno itermisso: pẽtagoni vo duob': hexagoni trib': heptagoni relictis quatuor nascebãt. nũc vo ad solidorũ corporũ pcreationẽ: ipe nobis supficies nãlr figurate pueniẽt: 7 ad faciendas q dẽ pyramidas a triãgulo ipsi nobis triãguli ꝛponẽdi sunt. ad pcreãdas vo pyramidas a tetragono: tetragoni. ad eas vo q̃ sũt a pẽtagono: pentagoni copulandi sũt. 7 ille q̃ sũt ab hexagono vel heptagono nõ nisi hexagonorũ vel heptagonorũ copulatiõe nascent. prim' ergo põtate triãgul' vnitas est: eãdẽq; etiã ponemus virtute pyramidã. secũdus vo triãgul' ẽ ternarius. quẽ si cũ prio cõiũxero. i. cũ vnitate: quaternaria mihi pfunditas pyramidis excrescit. At vo si is tertiũ senariũ iũxero: denaria pyramidis pcreabit altitudo. His si dẽariũ iũxero. 10 nũerorũ pyramis vẽiet atq; ita in cunctis alijs eadẽ rõ copulatiõis est.

Trianguli.

1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

Pyramides a triangulis.

1	4	10	20	35	56	84	120	165	220

In hac igitur coniunctione necesse est: vt se per qui vltimus sit coniugatorum numerorum is quasi quodammodo basis sit. Cuctis enim latior inuenitur: ⁊ qui ante ipsum numeri coniungantur: minores esse necesse est: vsq; dum ad vnitatem detractio rata perueniat. que puncti quodammodo ⁊ verticis obtineat locum. Namq; in. io. pyramide super sex additi sunt. 3. atq; vnus. qui senarius superat ternariam quantitatē. ipsi vero tres vnum pluralitate transcendunt. qui vnus extremum terminum progressionis offendit. Similis quoq; ratio in ceteris prospici potest: si eorum procreationes diligentius volueris perscrutari. Ille vero que sunt a tetragono pyramides: eadem tetragonorum super se compositione nascuntur. Descriptis enim cunctis tetragonis idest.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Si vnitatem primam ex hac dispositione p sumā erit mihi potestate ⁊ vi pyramis ipa vnitas: nondum etiam opere atq; actu. At si huic tetragonum superponas idest. 4. nascetur pyramis quinq; numerorum: que duobus tantum numeris per latera positis continet. Sin vero his sequentes. 9. adiecero: fiet mihi. 14. numerorum forma pyramidis: que per latera trib⁹ vnitatibus concludatur. Atq; huic si sequentem tetragonum. 16. superponam. tricenaria mihi pyramidis forma producitur. In his quoq; omnib⁹ pyramidis: tot erūt vnitates per latera quante in se fuerint numerorum aggregate quantitates. Nam vnitas que prima pyramis est vnum solum idest seipsam gerit ī latere. Quinq; vero que constant ex vno ⁊. 4. duobus per latera designatur. ⁊. 14. que ex trib⁹ numeris cōpositis fit: ternario numero in latere posito constituitur. Hanc āt pyramidum generationem monstrat subiecta descriptio.

Tetragoni.

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Pyramides a tetragonis.

1	14	30	55	91	140	204	285	385

Et ad eundem modum cuncte a ceteris multiangulis profecte forme: in altioris summe spacia producuntur. Omnis enim multorum angulorum forma ex sui generis figura vnitati supposita ab vno ingredientib⁹ ad pyramidū constituēdas figuras vsq; ī ifinita progredit. Et ex hoc equidē apparere necesse est triāgulas formas ceterarum figurarum eē pncipiū. quod oīs pyramis a quacunq; basi profecta vel a q̄drato vel a pēta gono: vel ab hexagono vel ab heptagono vel a quocūq; similiū: solis triāgulis vsq; ad verticē cōtinetur.

De cuneis pyramidis. Cap. vigesimū quartū.

Cire aūt op; que sunt curte pyramides vel q̄ bis curte. vel que ter curte: vel quater ⁊ deinceps secundum numerorum adiectionem. p̄fecta enim pyramis est: que a qualibet basi profecta vsq; ad primam vi ⁊ potestate pyramidum peruenit vnitatem. Sin vero a qualibet basi profecta vsq; ad vnitatem altitudo illa non venerit: curta vocabitur. Recteq; huiusmodi pyramis tali muncupatiōe signatur: si vsq; ad extremitatem punctūq; non venerit. Hec autē est: vt si quis. 16. tetragono adiiciat. 9. atq; huic. 4. ⁊ ab vlteriori sese adiectione vnitatis suspendat: pyramidis equidem figura est: sed quoniam vsq; ad cacumen verticis non excreuit: curta vocabit ⁊ habebit summitatem non iam punctum quod vnitas est. sed superficiem: quod est qulibet numerus secundum basis illius angulos porrectus: atq; vltimus aggregatus. Nam si tetragona fuerit basis: quadrata diminutione semper ascendit. ⁊ si pentagona basis similiter: ⁊ si hexagona: illa quoq; vltima superficies erit hexagona. Ergo in curta pyramide tot erit angulorum superficies quot fuerit basis. Si vero illa pyramis non solum ad vnitatem extremitatemq; non peruenit: sed nec ad primū quoq; opere ⁊ actu multi angulum eius generis cuius fuerit basis: bis curta vocabitur. vt si a. 16. tetragono pficiscens vsq; in. 9. terminū ponat. neq; excrescat ad. 4. ⁊ quocūq; tetragoni defuerint: totiens eam curtam esse dicemus. Vt si vnitas defuerit primus quadrat⁹: curtā quā greci kaoluron vocant. Si vo duob⁹ tetragonis deficit: idest vnitate ⁊ eo q seqt: vocat bis curta quā greci dikaoluron appellant. Quod si tribus tetragonis. ter curta dicitur quam greci trikaoluron nomināt: ⁊ quotcūq; tetragoni fuerint minus: totiens illam pyramidē curtam esse proponimus. Hoc autem non solum a tetragono pyramidis: sed in omnibus ab omni multiangulo progredientibus speculari licet.

De cubis vel asseribus vel laterculis vel cuneis vel sphericis ⁊ paralellipipedis numeris. Cap. xxv.

Et de solidis quidem que pyramidis formā obtinent equaliter crescētib⁹: ⁊ a ppria velut radice multianguli figura progredientibus dictum est. Est alia rursus quedam corporū solidorū ordinabilis cōpositio: eor q dicuntur cubi vel asseres: vel laterculi: vel cunei: vel sphere: vel paralellipipedi. que sunt quotiens superficies contra se sunt: ⁊ ducte in infinitum nunq; cōcurrent. Dispositis enim in ordinem tetragonis.

1	4	9	16	15

Quoniam hi solam longitudinem latitudinemq; sortiti sunt ⁊ altitudine carent: si per latera solam vnam multiplicationem recipiant: equalem prouebunt profunditatem. Nam quattuor tetragonus duos habet ī latere: ⁊ natus est ex his duob⁹. Bis. n. duo q̄tuor faciūt. Nos ergo duos ex ipsius latere si multiplices cēq̄liter: cubi forma nascet. Nam si bis binos bis facies octonaria quātitas crescit: ⁊ est primus hic cubus. nouem vero tetragonus quoniam. 3. habet in latere: ⁊ factus est ex tribus ī se multiplicatis si enim vnam lateris multiplicationē adiunxeris: rursus alius cubus equali laterum formatione crescit. Ter. n. tres si tertio duxeris. 27. cubi figura poducitur. Et. 16. qui est ex. 4. si quater augescat: ⁊ sexaginta quatuor cubus pari laterum dimensione crassabitur. ⁊ sequentes q̄dem tetragoni secundum eundem modum multiplicatione facta prouebuntur. Tot autem necesse ē vnitates cubus habeat in latere: quot habuit primus ille tetragonus ex quo ipse productus est. Nam qm̄. 4. tetragonus duos tm̄ numeros habet in latere: duos quoq; habet octonarius cubus. ⁊ quoniam nouem tetragonus tribus per latus vnitatibus figurabant: solo ternario. 27. cubi latus vrgetur. Et quoniam. 16. tetragonus quatuor vnitatum latus habebat. totidē 64. cubus in latere gestabit vnitates. Quare etiam vi ⁊ pōtate cubi qd ē vnitas vn⁹ erit ī latere. Oīs. n. tetragon⁹ vna qdē supficies ē q̄tuor āgulorū: totidēq; laterū

laterum. Omnis autem cubus qui ex tetragonorum superficie in profunditatem corporis creuit: per tetragoni. ſ. latus multiplicatus: habebit quidem superficies. 6. quarum singula planitudo tetragono illi priori equalis est. Latera vero. 12. quorum vnumquodq; singulis bis que superioris fuere tetragoni equum ē. ⁊ vt superius demōſtrauimus: tot vnitatum est. Angulos vero. 8. quorum singulis sub tribus huiusmodi continetur: quales priores fuere tetragoni vnde cub⁹ ipse productus est. Ergo ex naturaliter profuso nūero: qui in subiecta forma descripti sunt subiecti tetragoni nascuntur. ⁊ ex his tetragonis qui subnotati sūt cubi prouenuntur.

Numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Tetragoni.

1	4	16	25	36	49

Cubi.

1	8	27	64	125	216	343

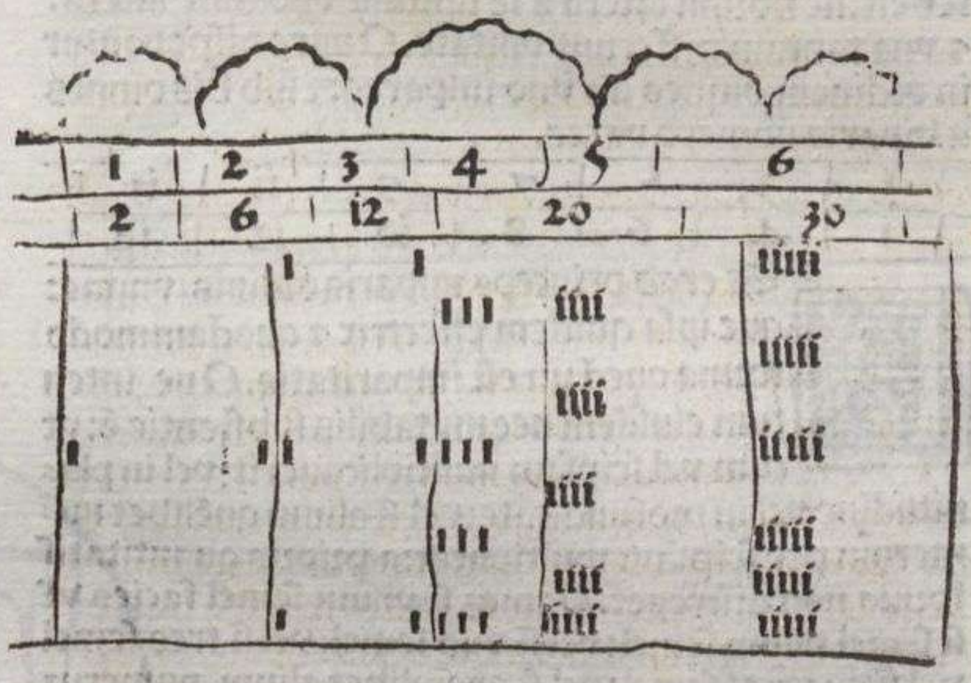
Et quoniam omnis cubus ab equilateris quadratis profectus: equus ipse omnibus partibus est. Nam ⁊ latitudini longitudo: ⁊ bis duobus compar est altitudo. ⁊ secundum sex partes: idest sursum deorsum: dextera sinistra: ante: post sibi equalē esse necesse ē: huic oppositum contrariumq; esse oportebit: qui neq; longitudinem latitudini: neq; hec duo profunditati: gerat equalia: sed cunctis inequalibus quāuis solida figura sit ab equalitate cubi longissime distare videat. Hi autem sunt. vt si quis faciat bis tres quater: vel ter quater quinquies. ⁊ alia huiusmodi que per inēq̄les spacioꝝ gradus inequaliter prouenuntur. Hec āt forma greco nomine scalenos vocat: nos vero gradatam possumus dicere. quod a minore modo velut gradibus crescant aūt eandem figuram greci quidā sperniscon. Nos autem cuneum possumus dicere. Eteniz quos ad quālibet illam rem constringendam cuneos formant: neq; latitudinis: neq; altitudinis habita ratione: quantum cōmodum fuerit: tantū vel altitudini minuitur vel crassitudini ꝓfunditatis augetur. Atq; ideo hos plerumq; necesse est omnibus partibus seq̄libus inueniri. Quidam vero hos bomiscos vocant. i. quasdam arulas que in ionica grecie regione vt ait nichomacus hoc modo formate fuerunt: vt neq; altitudo latitudini: neq; hec longitudini conuenirent. Vocatur aūt aliis quibusdā nominibus que nunc ꝓseq superuacuū: iudicam⁹. Igit cubi equalibus spacijs se porrigentibus ⁊ huius forme quā dixim⁹ gradata distributione disposite: medietates sunt: neq; omnibus ineq̄les. quos greci paralellibipedos vocāt. Latini nomen hoc tta vniformiter compositum habere nō possunt. Ut tamen idem pluribus dictum sit: ea namq; hoc nomine vocatur figura: que alternatim positis latitudinibus continetur.

De parte altera longioribus numeris: eorumq; generationibus. Capitulum. xxvi.

Huiusmodi vero formas quales sunt que vocātur a grecis heteromikeis nos dicere possumus parte altera longiores. quarum figurarum numerus quoq; hoc modo diffiniendus est. Parte altera longior est numerus quem si in latitudinem describas: ⁊ ipse quidem. 4. ꝓnenit laterum ⁊. 4. angulorum sed non cunctis equalibus sed semper minus vno. Namq; nec latera lateribus cuncta cunctis equa sunt: nec longitudini latitudo: sed vt dictum est: cum hinc altera pars maior fuerit: vno tm̄ minorem precedit ac superat. Si enim numerum naturalem disponas in ordinem: ⁊ secundum per primum multiplices: talis nascetur numerus: vel si secundum per tertium. vel si tertium per quartum: vel si quartum per quintum. omnesq; hi vnitate tātum addita multiplicentur: nascentur parte altera lōgiores. Disponatur enim numerus naturalis.

1	2	3	4	5	6	7

Et tunc quidem hactenus. Si quis igitur faciat vnū bis faciet duo. Et rursus bis tres faciet. 6. ter quater faciet. 12. q̄ter. 5. faciet. 20. ⁊ hoc modo ad eūdē ordinē. Quicūq; igitur ita facti sunt: procreabuntur parte altera longiores: vt subiecta descriptio docet. In q̄ ex quibus numeris multiplicati nascuntur parte altera longiores supra ascripti sunt. Qui vero nascuntur subterius. subnotati.



De ante longioribus numeris: ⁊ de vocabulo numeri parte altera longioris. Capitulū. xxvii.

Ergo si ab vnitate tantum discrepent qui multiplicantur: descripti superius numeri protendentur. Si vero aliquo nūero vt ter septem vel ter quinq; vel aliquo modo alio ⁊ non eorum latera sola discrepent vnitate non vocabitur hic numerus parte altera longior: sed ante longior. Alterum enim apud pythagoram vel sapientie eius heredes nulli alii nisi tm̄ binario ascribebatur. Hunc alteritatis principium esse dicebant. Eādem autem naturam ⁊ semper sibi similem consentiē temq; nullam aliam nisi primeuam ingeneratamq; vnitatem. Binarius autem numerus primus est vnitati dissimilis: iccirco quod primus ab vnitate disiungitur: atq; ideo alteritatis cuiusdam principium fuit: quod ab illa prima ⁊ semper eadem substantia sola tātum est vnitate dissimilis. Merito ergo dicentur hi numeri parte altera longiores: quod eorum latera vnius tantum se se adiecta numerositate precedunt. Argumentum est autem alteritatem in binario numero iuste constitui: quod non dicitur alterum nisi e duob⁹ ab his in quos bene loquendi ratio non negligitur. Amplius quod impar numerus sola vnitate perfici monstrat⁹ est: par vero sola dualitate idest solo binario numero. Nam cuiuscunq; medietas est vnus: ille impar est. cuius vero. 2. hic paritate recepta: in gemina equa disiungitur. Quare dicendum est imparem nūerum eiusdem atq; in sua se natura tenentis immutabilisq; substantie esse participē. iccirco qd̄ ab vnitate

formetur:parem vero alterius plenum esse nature:ic circo quod a dualitate completur.

¶Quod ex imparibus quadrati:ex paribus parte altera longiores fiant. capi.xxviii.

T vero positis in ordinem ab vnitate imparibus:ꝛ sub his a dualitate paribus descriptis coaceruatio impariuꝫ tetragonos facit:coaceruatio pariũ superiores efficit parte altera longiores. Quare quoniaꝫ tetragono²uꝫ hec natura est vt ꝛ ab imparib⁹ procreẽtur:qui sunt vnitatis participes idest eiusdem imutabiliſqꝫ substantie:cunctiſqꝫ partibus suis equales sint quod ꝛ anguli ãgulis:ꝛ latera lateribus ꝛ lõgitudini compar est latitudo:dicendum est huiusmodi numeros eiusdem nature atqꝫ imutabilis substantie participes. Illos vero numeros quos parte altera longiores paritas creat:alterius dicemus esse substantie. Nam quemadmodum vnus a duobus vno tantuꝫ alter est:sic horum latera a se tantum vno sunt altera: ꝛ vna tantum differunt vnitate. Quare disponantur in ordinem omnes ab vno impares:ꝛ sub his omnes a binario numero pares.

i	3	5	7	9	11	13
i	4	6	8	10	12	14

Est ergo princeps imparis ordinis vnitas: que ipsa quidem effectrix ꝛ quodammodo forma quedam est imparitatis. Que intentum eiusdem nec mutabilis substantie ẽ:vt cum vel seipsam multiplicauerit:vel in planitudine vel in profunditate:vel si alium quẽlibet numerum per seipsam multiplicet:a prioris quantitatis forma non discrepet. Namqꝫ si vnum semel facies vt si semel vnum semel:vel si duo semel:vel si tres semel vel si quatuor semel:vel si quemlibet alium numeruꝫ multiplicet:a quantitate sua is quem multiplicat numerus non recedit.quod circa alium numerum non potest inueniri. Paris vero ordinis binarius numer⁹ princeps est.que dualitas cum in eodem ordine paritatis sit.tuꝫ principiũ totius est alteritatis. Namqꝫ si seipsam multiplicet vel per latitudinem vel etiã ꝓ funditatem:vel si quem numerum in suã conglobet quantitatem.continuo alter exoritur. Naꝫ bis duo vt bis duo bis si faciaſ:vel bis tres vel bis.4.vel bis.5. vel quemlibet alium multiplicesſ:quisquis hinc nascit alius quam primo fuerat inuenitur. Nascuntur autem ex superiore descriptione ꝛ ex primo ordine omnes tetragoni hoc modo. Vnum enim si respexeris:primus potestate tetragonus est. Sin vero vnum tribus coaceruaueris.4.tetragonus exoritur. Huic si quinariũ iungam nouenarius rursus occurrit. Huic si copules. 7.16.quadrati forma se suggerit. Idemqꝫ si in ceteris facias omnes competenter quadratos videas procreari. At vero ex secundo paritatis ordine idem cuncti parte altera longiores fiunt. Nãqꝫ si duos primos respexero:huiusmodi mihi numerus occurrit qui fit ex bis vno. Cum vero duobus sequentes.4.iunxero: pte altera lõgior rursus erit senari⁹ scꝫ qui fit ex bis tribus. Cui si sequentem aggregauero nascetur mihi duodenaria forma:que fit ex quater tribus. Quod si continuatim quis faciat cunctos huiusmodi numeroſ in competenti ordine procreatos videbit. Quam descriptionem scꝫ inferior forma demonstrat.

Radices.				
i	i.3.	i.3.5.	i.3.3.7.	i.3.5..7.9.

Tetragoni idest quadrati.

1	4	9	16	25
Radices.				
2	2.4.	2.4.6.	2.4.6.8.	.2.4.6.8.10.
Parte altera longiores.				
2	6	12	20	30

¶De generatiõe laterculoꝫ eorũ diffinitiõe.cap.xxix.

Vlos autem superius laterculos diximus:q̃ sunt ꝛ ipe qdẽ solide figure hoc modo fiũt. Quotiens equalib⁹ spacijs in lõgitudinẽ latitudinẽqꝫ porrectis:mior bis addit altitudo. Vt sũt hmõi.3.ter.bis.qui sunt.18. vel. 4.q̃ter bis vel alio quolibet modo.vt bis ĩ longitudinẽ latitudinẽqꝫ eqs mior altitudo ducat. Hi definiũt hoc modo. Laterculi sunt qui fiunt ex equalibus equaliter in minus. Asseres vero ꝛ ipse quidem figure sũt solide:sed hoc modo vt ex equalib⁹ equaliter ducant in maius. Nam si equa fuerit latitudo longitudini ꝛ maior sit altitudo:ille figure a nobis asseres:a grecis clocides nominantur.ut si quis hoc modo faciat.4.q̃ ter.nouies:qui inde procreantur asseres nomĩati sũt Sphenisci vero quos cuneolos superius appellauim⁹ hi sunt qui ex inequalibus inequaliter ducti per ineqũlia creuere. Cubi vo qui ex equalib⁹ eq̃liter ꝑ equalia producti sunt.

¶De circularibus vel sphericis nũeris. cap.xxx.

Porum vero cuborum quãticũqꝫ fuerint ita ducti:vt a quo numero cubite quantitatis lat⁹ coeperit in eundeꝫ altitudinis extremitas terminetur:numerus ille ciclicus vt sphericus appellatur:vt sunt multiplicationes que a quinario vel senario proficiscuntur. Nã quaqes quinqꝫ qui fit.25.ab.5.progressus in eosdem.5. desinit. Et si hos rursum quinquies ducas:in eosdem 5.eorum terminus veniet. Quinquies enim.25.fiũt 125:ꝛ si hos rursus quinquies ducas:in quinariũ numerum extremitas terminabitur. Atqꝫ hoc vsqꝫ in infinitum idem semper euenit. Quod in senario quoqꝫ conuenit considerari. Hi autem numeri iccirco ciclici vel spherici vocãtur:quod sicut sphera vel circulus in proprij semper principij reuersione formãtur. Est.n. circulus posito quodam puncto ꝛ alio eminus defixo illius puncti qui eminus fixus est equaliter distans a primo puncto circunductio:ꝛ ad eundem locuꝫ reuersio vnde moueri coeperat. Sphera vero ẽ semicirculi manente diametro circunductio ꝛ ad eundem locũ reuersio vnde reuersio vnde pri⁹ coeperat ferri. Vnitas quoqꝫ virtute ꝛ potestate ipsa quoqꝫ circulus vel sphera est.quotiens enim punctum in se multiplicaueris:in seipsuꝫ vnde coeperat terminatur. Si enim faciat semel vnum vnus redit.ꝛ si hoc rursus semel idẽ est. Igitur si vna fuerit multiplicatio solam planitudinem reddit:ꝛ fit circulus. Si scõa:mox sphera conficitur. Et enim secunda multiplicatio effectrix semper est profunditatis. Ex.5.igitur.ꝛ.6.paucas huiusmodi formas subscripsimus.

	i	5	6
	i	25	36
	i	125	216
	i	625	1296
	i	3125	7776

¶De natura rerum que dicitur eiusdem nature ꝛ de ea que dicitur alterius nature.ꝛ qui numeri cui natu re coniuncti sunt.

Capitulum.xxxi.

Ac de

AL de solidis quidem figuris hec ad presēs dicta sufficiant. Qui autem de natura rerū propinquis inuestigantes rationibus: quique in matheseos disputatione versati: quid in quaq; re esset ꝓpium subtilissime peritissimeq; ediderunt: hi rerum omnium naturas in gemina diuidentes hac speculatione distribuunt. Dicūt enim omnes omnium rerum substantias constare ex ea que proprie sueq; semper habitudinis est nec vllo permutatur. ⁊ ea scz natura que variabilis motus est sortita substantiam. Et illam prima immutabilem naturam vnius eiusdemq; substantie vocant. Hanc vo alterius scz quod a prima illa immobili discedens prima sit altera. Quod nimirum ad vnitatem pertinet: ⁊ ad dualitatem. qui numerus primus ab vno discedens alter factus est. Et quoniam cuncti secundū vnitatis speciem naturamq; impares nūeri formati sūt: quiq; ex his coaceruatis tetragoni fiunt duplici mō eiusdem substantie participes esse dicuntur: quod vt ab equalitate formantur tetragoni: vel coaceruatis ī vnum numeris imparibus procreantur. Illi vero qui sunt pares: quoniam binarij numeri forme sunt: quiq; ex his coaceruati collectiq; in vnam congeriē parte altera longiores numeri nascuntur: hi secundū ipsius binarii numeri naturam ab eiusdem substantie natura discessisse dicuntur. putaturq; alterius nature esse participes: iccirco quoniam cum latera tetragonorum ab equalitate progressa in equalitatem proprie latitudinis ambitum tendant: hi adiecto vno ab eq̄litate laterum discesserunt: atq; ideo dissimilibus lateribus ⁊ quodammodo alteris a se coniungūtur. Quare nobis notum est quod ex his ea que sunt ī hoc mūdo coniuncta sunt. Aut eniz proprie immutabilis eiusdemq; substantie est quod deus vel anima vel mens est: vel quodcunq; proprie nature incorporalitate beatur aut mutabilis variabilisq; nature: quod corporibus indubitāter videmus accidere. Unde nūc nobis monstrandum est: hac gemina numerorum natura q̄dratorum scilicet ⁊ parte altera longiorum: cunctas numeri species cunctasq; habitudines vel relate ad aliquid quantitatis: vt multiplicium vel superparticularium ⁊ ceterorum. vel ad seipsam cōsiderate. vt formarum quas dudum in superiore disputatione descripsimus informari. vt quemadmodum mundus ex immutabili mutabiliq; substantia: sic omnis numer⁹ ex tetragonis qui immutabilitate perficiuntur. ⁊ ex parte altera longioribus qui mutabilitate participant ꝓbetur esse coniunctus. Et primo quidem distribuēdū est qui hi⁹ quos promecas vocant: idest anteriore parte longiores. vel qui quos heteromikeis idest parte altera longiores. Est enim parte altera longior numerus: quicunq; vnitate tantuz lateri crescit adiecta. vt sunt. 6. scz bis. 3. vel. 32. tres q̄ter. ⁊ ꝓsimiles. Anteriore vero parte longior est. qui sub duobus numeris huiusmodi continetur: quorū latera nō possidet vnitatis differentia. sed aliorum quorūcūq; numerorum vt ter. 5. vel ter sex: vel quater. 7. Quodāmodo eniz longitudine in prolixiorem modum porrecta merito anteriore parte longior dicitur. Cur autem parte altera longiores numeri dicantur. supra iam dictum ē. Quadrati vero quoniam equam latitudinez longitudini gerunt: proprie longitudinis vel eiusdem latitudinis aptissime vocabūtur. vt bis. 2. ter. 3. quater. 4. ⁊ ceteri. ¶ Parte altera vero longiores: quod non eadem longitudine tendantur: alterius quodāmodo lōgitudinis: ⁊ parte altera longiores vocantur.

¶ Quod omnia ex eiusdem natura ⁊ alteri⁹ natura cōsistūt: idq; in numeris primum videri. cap. 32.

OMne aūt qcquid in propria natura substātia que est immobile: terminatum definitumq; est quippe quod nulla variatiōe muteť: nunq̄z esse desinat: nunq̄z possit eē qd non fuit. At hec vnitas sola est: ⁊ que vnitate formantur: comprehēsibilis ⁊ determiate ⁊ eiusdem substantie esse dicuntur. Ea vero sunt que vel ab equalibus crescunt velut quadrati vel quos ipsa vnitas format: idest impares. At vero binarius ⁊ cūcti ꝓte altera longiores: qui a finita substantia discesserunt: variabilis infiniteq; substantie nominantur. Constat ergo numerus omnis ex his que longe disiūcta sunt atq; contraria: ex imparibus scz ⁊ paribus. Hic enim stabilitas: illic instabilis variatio. hic īmobilis substantie robur: illic mobilis permutatio. hic definita solidita⁹ hic infinita congeries multitudinis. Que scz cum sint contraria: in vnam tamen quodāmodo amicitiam cognationemq; miscentur. ⁊ illius vnitatis informatione atq; regimēto vnū nūeri corpus efficiūt. Non ergo inutiliter neq; improuide qui de hoc mundo deq; hac cōmuni rerum natura ratiocinabantur: hāc primā totius mūdi substātie diuisionem fecerunt. Et plato quidem in timeo eiusdē naturę ⁊ alterius nominat quicquid in mūdo est atq; aliō in sua natura permanere putat indiuiduum inconiunctumq̄z ⁊ rerum omnium primum. alterum diuisibile ⁊ nunq̄z in proprij statu ordinis permanens. ¶ Pythagoras vero necesse est inquit omnia que sunt vel infinita vel finita eē. Demonstrare scz volens oīa quecūq; sūt ex his duobus consistere. aut ex infinita scz eē aut ex finita: ad numeri sine dubio similitudinem. hic enim ex vno ⁊ duobus ⁊ impari atq; pari cōiūgiť. q̄ manifesta sunt equalitatis atq; īequalitatis: eiusdē atq; alteri⁹: definite atq; indefinite esse substantie. qd videlicz non sine causa dictū est: omnia que ex ꝓtrariis consisterent: armonia quadaz cōiungi atq; componi. Est enim armonia plurimorum adunatio: ⁊ dissentiētium consensio.

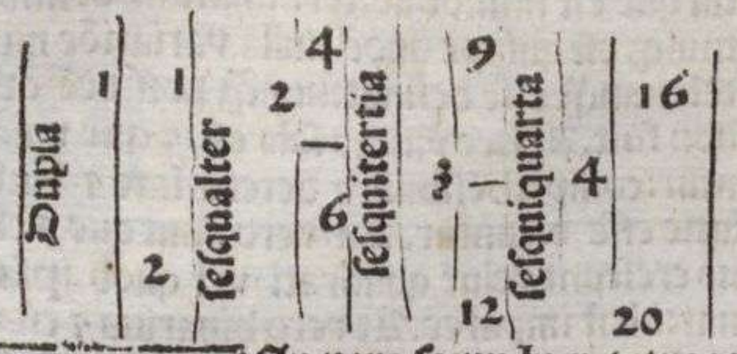
¶ Ex eiusdem atq; alteri⁹ numeri natura qui sūt quadratus ⁊ parte altera longior oēs ꝓportionū habitudines constare. Capitulum. xxxiii.

DIsponanť ergo ī ordinē nō iā pares atq; ī pares ex qb⁹ q̄drati vel parte altera lōgiores fiūt: ꝗ bi ipsi q illis coaceruatis in vnūq; redactis ⁊ q̄drati ⁊ parte altera lōgiores ꝓdeūt. Ita. n. videbimus istoꝝ quēdā consēsū ⁊ ad ceteras nūeri ꝓtes ꝓcreādas amicitiam: vt nō sine cā hoc ī oīb⁹ reb⁹ ab numeri spē natura rerū sūpsisse videať. Sint igiť duo versus tetragonorum ab vnitate oīuz: ⁊ a biario nūero ꝓte altera lōgiorū.

1	4	9	16	25	36	49
2	6	12	20	30	42	56

HOruz igitur si primū compares prio duplicitas inuenitur: q̄ est pria: multiplicitatis species. Si vo secundū secdo. hemiolie quātitatis habitudo ꝓducť. Si tertiū tertio sesqtertia ꝓportio ꝓcreať. Si q̄rtū q̄rto: sesquiq̄rta: ⁊ si quītū qnto sesquiqnta. et hic suppar ticularium normam in quāuis longissimū spaciū progrediens: integram inoffensamq; repies. Ita vt in ꝑma dupli proportiōe vnitatis soli⁹ sit differētia. duo nāq; ab vno sola semp discrepāt vnitate. In sesqlte

ra vero duorum est differentia. in sesquitertia trium l sesquiquarta. 4. ⁊ deiceps secūdum superparticula res formas nūerorꝫ: quod ad differētia attinet. vno tantū crescit adiecto nūerum explicans naturalem.



In vero secundum tetragonum pro parte altera lōgiori cōpares: ⁊ tertiū secūdo: ⁊ quartū tertio: ⁊ quintum q̄rto easdē rursus ꝓportiones effici pnotabis quas in supiore forma descripsimus. Sed hic differentie ab vnitate non ſchoāt: ſz a binario nūero in ifinitum per eosdē calculos ꝓgrediūtur. Eritqꝫ secundus primi duplus. tertius scōi sesqualter. quartus tertij sesquiterti⁹. Eſm candē conueniētiam que superius demonſtrata est.

Vrsus quadrati inuicem imparibus differūt parte altera longiores parib⁹.

r

Differentie impares.

3	5	7	9	11	13	
1	4	9	16	25	36	49

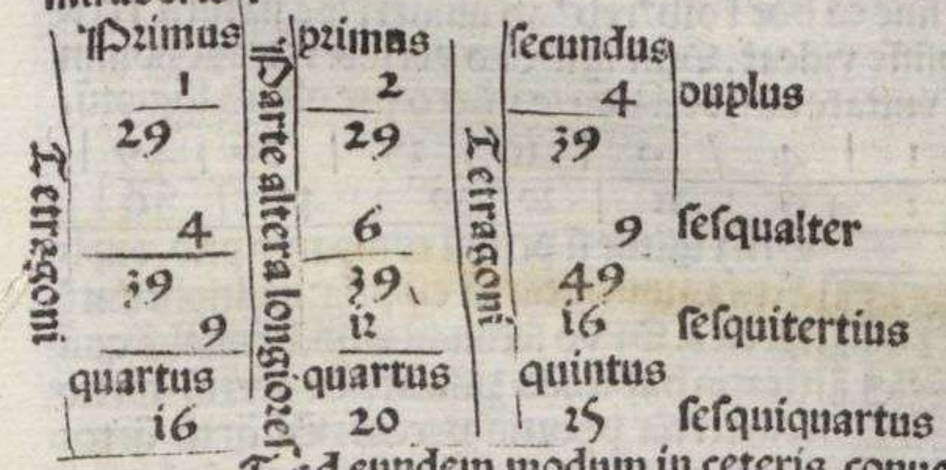
Quadrati.

Differentie pares.

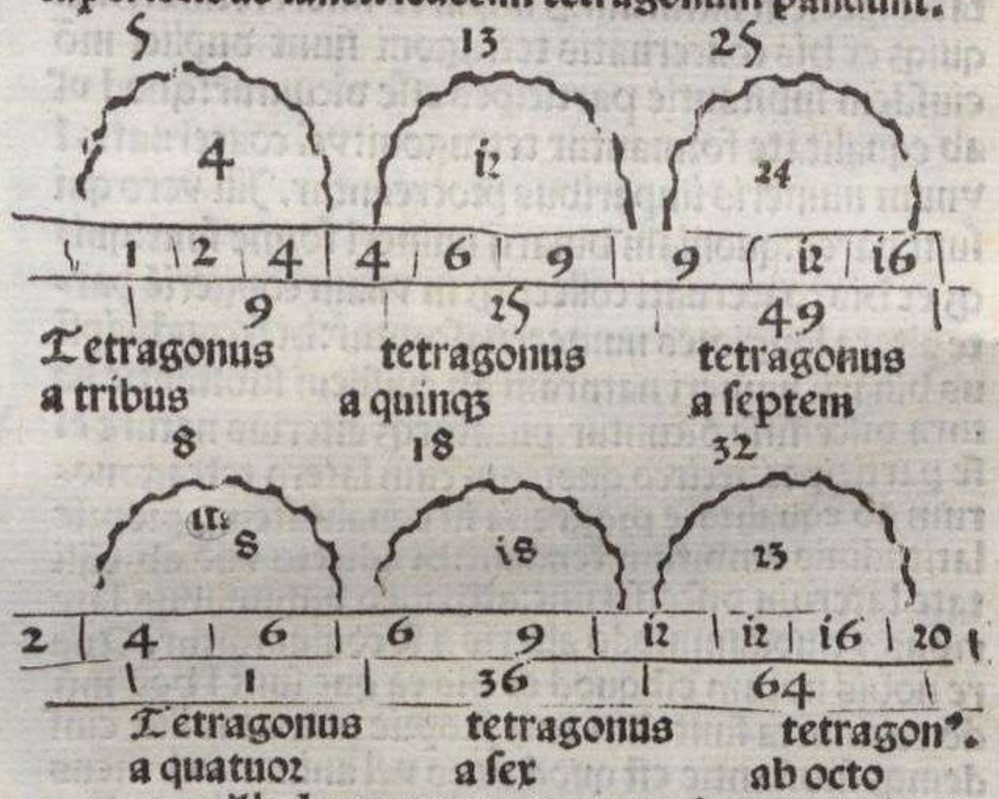
4	6	8	10	12	14	
2	6	12	20	30	42	56

Parte altera longiores.

Vo si iter primum ⁊ secundū tetragonū primū parte altera longiorem ponimus: ad vtrosqꝫ eos vna proportione coniungit. In vtrisqꝫ enī ꝓportiōibus dupli multiplicitas iuēitur. Sin vo iter secundum tertiūqꝫ tetragonū secūdū parte altera longiorem ponas sesq̄ltere cōpationis ad vtrosqꝫ forma cōponit. Et si iter tertium ⁊ quartum tetragonum tertia parte altera longiorē cōstituas: sesquitertia spēs nascet ⁊ idē si in cūctis feceris: cunctas supparticulares spēs inuenire miraberis.



Et ad eundem modum in ceteris conuenit intueri. Rursus si ponantur duo tetragoni ex superius descriptis: idest primus ⁊ secundus: ⁊ in vnum colligantur: ⁊ medius eorū parte altera longior bis multiplicetur: tetragonus fit. Illāqꝫ vnus ⁊. 4. si iungantur. 5. faciunt eorum binarius parte altera longior si bis ducatur: q̄ tuor faciunt. qui iuncti. 9. sine vlla dubitatione conficient qui est numerus quadratus. Et ad eundem modum in alijs hoc modo dispositis numeris quos supra descripsimus idem constat intelligi. Si vero conuertas ⁊ inter duos primum ⁊ secundū parte altera longiores secundum tetragonum ponas: qui in ordine quidem secundus est: sed actu ⁊ ope prim⁹. ex duobus parte altera longioribus congregatis. ⁊ bis multiplicato medio tetragono: rursus tetragonus conficitur. Illamqꝫ inter. 6. ⁊ binarium numerū qui sunt primus ⁊ secundus partes altera longiores si ponatur q̄ ternarius ordine secundus: primus actu tetragon⁹: ⁊ coniungantur duo ⁊ sex faciunt. 8. Tum si bis ducantur medij quatuor faciunt rursus octonarium qui cū superioribus iuncti sedecim tetragonum pandunt.



Illud quoqꝫ non oportet minore admiratione suscipere: quod secundum proprias naturas: vbi altrinsecus duo tetragoni stant: ⁊ vnus parte altera longior in medio ponitur tetragonus qui nascitur ille semper ab impari procreatur. Illam ex superioribus vno. 4. ⁊ bis multiplicato binario: factus est nouenarius tetragonus. qui scz a tribus procreat. Ter enī tres. 9. faciūt qui ternarius impar est numerus. Et sequēs q ex q̄tuor ⁊. 9. ⁊ bis multiplicato senario coniūct⁹ est. 25. tetragonus: ⁊ ipse ex impari qnario nascit continenti post ternarium. Quinquies enim qnqꝫ. 25. procedūt ⁊ qnarius post ternarium impar est numerus. Et in sequēti quoqꝫ eadē rō est. Illā qui ex. 9. ⁊. 16. ⁊ bis ducto. 12. quadratus. 49. producitur: ille a septenario impari fit post quinarium continenti. Septies enīz. 7. 49. creant. At vero vbi duo altrinsecus parte altera longiores vnum medium tetragonum claudunt oēs ex bis q fiunt tetragoni a paribus producuntur. Illā qui ex duobus. ⁊. 6. parte altera longioribus ⁊ quaternario bis multiplicato. 16. tetragonus factus est: ille a quaternario numero idest pari producitur. Quater enim. 4. 16. sunt. Et in sequenti quoqꝫ ordine vbi ex senario ⁊ duodecim ⁊ bis in suā summaꝫ ducto nouenario. 36. fiunt. ex continenti pari senario copulantur. Sex enim sexies. 36. restituunt. Illec minus in eādem rōnē cadet. ex. 12. ⁊. 20. ⁊ bis. 16. fact⁹. 64. tetragon⁹ Hic enī ex octonario cōtinenti post senariū nascitur. Octies enī octo. 64. tetragonū iungūt. Et in alijs quoqꝫ secundum eundem modum si idez facias rationis ordo non discrepat.

Quod

¶Quod ex quadratis ⁊ parte altera longioribus oīs formarum ratio consistat. Capīm.xxxiiii.

Illud vō qd̄ ex his duob⁹ tota oīum formarum videt orta prolatio: non minore ꝓsideratione notandū est. Mãqz trianguli q̃ cunctas alias formas sicut supi⁹ docuim⁹ colleti producunt: his iūctz velut ex qbusdã elementis oriunt. Mãqz ex vno prio tetragono ⁊ biario primo parte altera lõgiore ternari⁹ triãgulus copulatur. Et ex binario vel q̃ternario. i. ex scdo tetragono senarius triãgul⁹ ꝓcreat. Et q̃ternario quoqz ⁊ senario: denarius triangulus nascit. Et ad eundẽ ordinem cuncta triangulorꝫ ratio constabit. Disponant enim alternatim inter se tetragoni ⁊ parte altera lõgiores qui vt melius pernotarent: pri⁹ in duobus eos versibus disposuimus post autem eosdem permiscuimus: ⁊ qui exinde trianguli nascerentur ascripsimus.

Tetragoni.

| 1 | 4 | 9 | 16 | 25 | 36 | 46 | 49 | 81 |

parte altera longiores.

| 1 | 6 | 12 | 20 | 30 | 42 | 56 | 72 | 90 |

tetragoni ⁊ altera parte longiores alternati.

| 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 | 36 | 42 |

| 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 | 55 | 66 | 78 |

Trianguli.

¶Quemadmodum quadrati et parte altera lõgiorib⁹ vel parte altera longiores ex quadratis fiant. Capitulum. xxxv.

Omnis vō tetragonus si ei propriũ lat⁹ addatur: vel eodẽ rursus demat: pte altera lõgior fit. Mãqz. 4. tetragono si qs duo iũgat: vel duo detrahat. 6. addẽdo pficiet ⁊ duo detrahendo. at vterqz figurã continet pte altera longiorem que. s. magna est alteritatis vis. omnis enī infinita ⁊ indeterminata potẽtia: ab eq̃litatz natura: ⁊ a suis se finibus cõtinẽti suba discedens: aut in maiꝰ exuberat. aut in minore decrescit.

¶Quod principaliter eiusdez qdẽ sit substãtie vnitas scdo vō loco impares numeri: tertio q̃drati. ⁊ qd̄ principaliter dualitas alterius sit substantie: secũdo vō loco pares nũeri: tertio pte altera lõgiores. Cap. xxxvi.

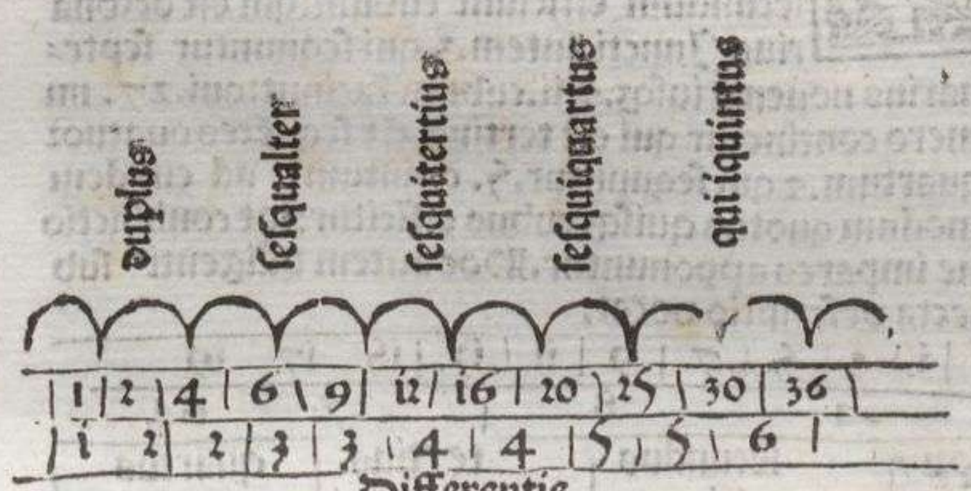
Onstat igit primo quidẽ loco vnitatẽ ꝓpe imutabilisqz: substãtie eiusdẽqz nãe: dualitatẽ vō primã alteritatis mutatiõisqz esse principiũ. Scdo vō loco oẽs ipares numeros pp vnitatis cognationẽ eiusdẽ atqz immutabilis sube eẽ participes: pares vō ob binarii nũeri cõsortiũ alteritatib⁹ eẽ pmixtos. Tetragonos quoqz ad eũdẽ modũ cõsiderari manifestũ est. Mã qd̄ eorum cõpositio ⁊ cõiũctio ex imparibus fit. imutabili eos nature pronunciabo coniunctuos. Qd̄ vō parte altera longiores ex copulatione pariũ ꝓcreant: nũqz ab alteritatis varietate separantur.

¶Alternati positis quadratis ⁊ parte altera longioribus qui sit eorꝫ cõsensus in differentia ⁊ ī ꝓportione. Capitulum. xxxvij.

Illud igit perspiciendũ est: quod si idẽ tetragoni ⁊ parte altera lõgiores disponãt: ita vt alternati sibi pmixti sint: tãta in his est cõiũctio vt alias sibi in eisdẽ proportionibus cõmunicent: discrepent. ãt differentiis. Alias. vō differentiis pares sint. proportionibus distẽt. Disponantur enim in ordinem idez illi supiores tetragoni: ⁊ parte altera longiores ab vno.

| 1 | 2 | 4 | 6 | 9 | 12 | 16 | 20 | 25 | 30 |

Ergo in supiore formula hoc marte intuẽdũ est. Mãqz inter vnũ qui est tetragonus ⁊ 2. dupla proportio est. inter. 2. ⁊ 4. dupla. Hic ergo tetragonus cũ parte altera longiore: atqz hic cũ sequente tetragono. eadem ꝓportione iunguntur: differentiis vō nõ isdẽ Mãqz duorꝫ atqz vnius sola vnitas differentia est: hz idem duo a quaternario solo binario relinquunt. rursus si. 2. ad. 4. speculeris dupla est proportio. si quatuor ad sex habitudinem sesqualteram recognosces. Hic ergo ⁊ porportionibus discrepant in differentiis pares sunt. Mãqz ⁊ quatuor a duob⁹ ⁊. 6. a q̃tuor eodem binario distãt. In sequentibus etiaz eodẽ modo sicut in primis fuit: rõ constant. Nam eadẽ ꝓportio est differentiis non eisdem. Nam. 4. ad. 6. ⁊. sex ad nouem sesqualtera proportiõe iungũtur. 6. autẽ quaternarium duob⁹. 9. vō senarium tribus pretereũt. In sequẽtib⁹ etiam eadem rõ speculabit. ⁊ semper alternatim nunc quidẽ eedem proportiões. alie differentie sunt. nũc aũt ordine permutato. hisdẽ differẽtiis alie proportiones. Semperqz in quib⁹ differunt secũdum nãlis numeri ordines tetragoni ⁊ parte altera longiores sese superabũt: tantũ qd̄ geminatz sũmulis naturalis numeri fit progressio. Quod mirũ videri non debet. nos enīz ipas summas tetragonorꝫ ⁊ parte altera longiorum geminam⁹ ad primas secundasqz proportiones.



Differentie.

Edem quoqz differentie mirabilem in modum a toto ꝑ sequẽtes ptes ⁊ ꝑ easdẽ vnitates qb⁹ superius creuerũt progrediũtur Mãqz iter vnũ ⁊ duo tm̃ vnitas intercedit: q̃ vnitati cui eq̃lis ẽ totũ ẽ binarii vō medietas. Eodẽ mõ iter. 2. ⁊. 4. tm̃ duo sunt. q binarij totũ sũt: quaternarii medietas. Inter q̃ternarium vero ⁊ senariũ idẽ duo sunt: ad quaternarium medietas: ad senariũ ꝑs tertia. Tres vō q sequũt q inter. 6. ⁊. 9. constituti sunt medij: sunt quidez senarii dimidiũ ꝑs vō tertia nouẽarii. Et rursus ternari⁹ q nouẽarii tertia ꝑs est: duodenarij quarta ẽ. ⁊ ad eundẽ modũ vsqz in finẽ descriptionis geminatis hmõi partibus sicut ipsa quoqz summarꝫ comparatio geminata est: equas partium progressiones aspicies.

¶Probatio quadratos eiusdẽ eẽ nature. Cap. xxxviii.

Illud ãt apertissimũ signum ẽ oẽs tetragonos imparibus esse cognatos. quod si omni dispositione ab vno vel in duplicib⁹ vel ī triplicibus talis nature ordo conserit vt nũqz nisi secundum imparem locum tetragonus inueniatur. Disponam⁹ enim in ordinẽ numeros: primo quidẽ duplos: deinde triplo.

1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561

Si igitur in vtrisq; versibus primos aspicias: singulos quos inuenis quoniam tertagoni sunt: in impare loco sunt constituti: quoniã primi sunt. Si vero tertium locum respexeris. 4. 7. 9. notabis: quorum hic a duobus proficiscitur: illam ternarius creat. qui sunt loco impari constituti. Quintum deinde si videas locus 16. 7. 81. respicies. sed vnus a quaternario nascitur: alterũ nouenarius creat. Et si nonum locum rursus aspicias: tetragonos pernotabis. 256. 6561. quorum superior fit a. 16. inferior vo ab. 81. Idẽ si in infinitum facere libeat indiscrepanter incurrit.

¶ Cubos eiusdem participare substantie quod ab ipa ribus nascantur. Capm. xxxix.

Ipsi vo cubi qui quãquã tribus interuallis sublati sint: tamen pp equales multiplicationem participant immutabilis substãtie. eiusdemq; nature sunt socii: non aliorũ quã impariuz coaceruatione produnt nũ quã vo parium: Nam si omnes ab vnitate impares disponantur: iuncti figuras cubicas explicabunt.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21

Nbis igitur qui primus est potestate: 7 virtute primum cubum faciet. Juncti vo duo qui sequuntur ternarius scilicet 7 quinari' secundum efficiunt cubum: qui est octonarius Juncti autem. 3. qui sequuntur septenarius nouenariusq; 7. 11. cubum faciunt: qui. 27. numero continetur qui est tertius. Et sequẽtes quatuor quartum. 7 qui sequuntur. 5. quintum 7 ad eundem modum quotus quisq; cubus efficitur: tot coniunctione impares apponuntur. Hoc autem diligenti' subiecta descriptio docet.

1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
1		8				27		64	

primus ab vno	secundus a bis duobus bis	tertius a ter tribus ter	quartus a quater quatuor quater

¶ De proportionalitatibus. Capm. xxxx.

Et de bis quidem sufficienter dictum est. nunc res admonet quedam de proportionibus disputantes que nobis vel ad musicas speculatiões: vel ad astronomicas subtilitates: vel ad geometrice cõsiderationis vim: vel etiam ad veterum lectinum intelligentiaz p desse possint: arithmetica introductione commodissime terminare. Est igitur proportionalitas duarum vel trium vel quotlibet proportionum assumptio ad vnum atq; collectio. Vt autem communiter definiamus: proportionalitas est duarum vel pluriuz proportionum similis habitudo: etiam si non eisdem quantitatibus 7 differentiis constitute sint. Differẽtia vo est inter numeros quantitas. Proportio est duoruz terminorum ad se inuicem quedam habitudo 7 quasi quodam modo continentia. Quorum compositio qd efficit: proportionale est. Ex iunctis enim proportionibus proportionalitas fit. In tribus autẽ terminis minima proportionalitas inuenitur. Fit etiam in pluribus sed longior. vt binarius ad vnum quoniam duo sunt termini: duplam obtinet proportionem. sin vero quatuor contra. 2. impares: 7 hic quoq; dupla proportio est. quos tres terminos si continue consideres ex duabus proportionibus fit proportionalitas: Et ẽ proportionalitas. vnum ad duo: 7 duo ad quatuor. ẽ enim proportionalitas vt dictum est collectio proportionum in vnum que redactio. Fit etiam 7 in longioribus. Nam si quatuor illis octo velis adiungere: 7 bis 16. 7 bis. 32. 7 deinceps duplos qui sequuntur: fit in omnibus dupla proportionalitas 7 proportionibus duplis. Igitur quotiens vnus atq; idem termin' ita duobus circum se terminis communicat: vt ad vnuz dur sit ad alium comes: hec proportionalitas cõtinua vocatur: vt vnus duo quatuor. Est enim equalitas in his proportionis: 7 quemadmodum sunt. 4. ad. 2. sic sunt duo ad vnum. Et rursus quemadmodum vnus ad duo: sic duo ad quatuor. Et secundum quantitatez quoq; numeri eodem modo est. Quantum eni tres superant binarium: tantum binarius: vnitatẽ. 7 quãtum vnus a duobus minor est. tantum binarius a ternario superatur. Sin vo alius ad vnum refertur terminus: alius vero ad alium: necesse est habitudinem disiunctam vocari. Vt ad equalitatem quidem proportionis sunt. 1. 2. 4. 8. Sic eniz sunt quemadmoduz duo ad vnum. si octo ad quattuor: 7 conuersim quemadmodum vnus ad duo: sic quattuor ad octo. Et permutatim quemadmodum quattuor ad vnum sic octo ad binarium. Secundum quantitatem vero numeri: vt sunt. 1. 2. 3. 4. quantum enim vnus a duobus vicit: tantuz ternarius a quaternario superatur. Et quantum duo vnũ vincũt: tãto ternariũ quaternarius trãsit. Permixti ẽt quãto vnus tribus minor est tãto binari' quaternario: vel quãto ternarius vnitatẽ supat tãto binarium transgredit quaternarius.

¶ Que apud antiquos proportionalitas fuerit: quas posteri addiderint. Capitulum. xli.

Confesse quidem 7 apud antiquiores note: queq; ad pythagore vel platõis vel aristotelis scientiam peruenerũt: be tres medietates sunt arithmetica: geometrica: armonica. Post quas proportionum habitudines tres alie sunt que sine nomine quidem feruntur. Vocantur autem quarta: quinta: vel sexta que superius dictis opposite sunt. at vo posteri propter denarii numeri perfectionem quod erat pythagore complacitus: medietates alias quatuor addiderunt: vt in his proportionalitatibus denarie quantitatis corpus efficerent. Secundum quem numeruz 7 priores quinq; habitudies comparationesq; descripte sunt: vbi quinq; maioribus proportionibus quos vocauimus duces: minores aptauimus alios terminos quos comites diximus Inde etiam in aristotelica atq; archyte prius. io. predicamentorum descriptione: pythagoricum denarium manifestum est inueniri. Quando quidez 7 plato studiosissimus pythagore secundum eam disputationem diuidit 7 archytas pythagoricus ante aristotelem licet quibusdam sit ambiguum decem hec predicamenta constituit. inde etiam. io. membrorum particule: inde alia permulta que omnia persequi non est necesse.

Quod primum de ea que vocatur arithmetica ppor tionalitate dicendum est. capitu. 42.

Nunc vo de proportionalitatibus deq; medietatibus dicendum est. Et primum quidem de ea medietate tractabimus: que

ſcõm quãtitatis equalitatem neglecta proportiõis parilitate conſtitutor terminorum habitudines ſeruat In his aũt quãtitatibus medietas iſta verſat̃: inqz his ſpeculanda eſt:in quib⁹ a ſeipſis termini differũt Quid autem eſſet differentia terminor ſuperi⁹ diffinitum eſt. Hanc autẽ eſſe arithmeticã medietatẽ numerorum ipa rõ declarabit:quoniã eius proportio ĩ numeri quantitate conſiſtit. Que igit̃ cã eſt hmõi terminorum habitudinem ideſt arithmeticam cũctis aliis proportionalitatibus anteponere: primum qõ hanc nobis in principio ipſa numerorum natura ꝛ viſ naturalis quantitatis opponit. Huiuſmodi enim proportiones queqz ad terminorum differentias pertinent:vt paulo poſt demonſtrabitur:in naturalis primum numeri diſpoſitione cognoſcimus. Deinde qõ ſupiore libro diſputãtib⁹ nobiſ apparuit arithmeticã vim geometrica atqz muſica eſſe antiquiorem: ꝛ qõ illata has ſimul inferre :ſublata vero perimeret.quare ordine diſputatio progredieť:ſi ab ea prius inchoandũ ſit medietate que in nũeri differẽtia nõ in ꝓportioniſ ſpeculatione verſatur.

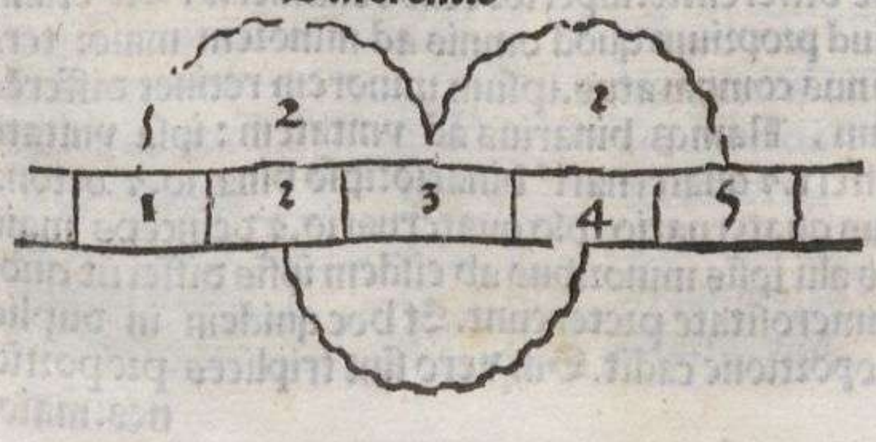
De arithmetica medietate eiuſqz proprietatibus.

Capitulum.xxxiii.

ARithmeticaz medietatẽ vocam⁹: quotiẽs vel trib⁹ vel quotlibet terminis poſitz:eq̃lis atqz eadẽ differentia inter oẽs diſpoſitos terminos inuenit̃. In qua neglecta proportionis equalitate terminoruz tantũ differentiarꝫ qz ſpeculatio cuſtoditur.vt.1.2.3.4.5.6.7.8.9.10

IN hac enĩ nãlis numeri diſpoſitione:ſi qs. continuatim differentias terminorum curet aſpicere:ſecundum arithmeticam medietatem equa terminorum inter ſe diſcrepantia eſt. Equales enim ſunt differentie: ſed eadem proportio atqz habitudo non eſt. Si igit̃ in tribus terminis conſideratio ſit:continua proportiõalitas dicitur. Sin vo hic alius dux ꝛ alius comes illic vero vtriqz ſint alii:vocabitur diſiũcta medietas Si igitur in tribus tantum terminis ſecundam continuam medietatem conſpexeris:vel in quatuor:vel in quotlibet aliis ſecundum diſiunctam:eaſdem ſemper differentias terminorum videbis:tantuz ſolis ꝓportionibus permutatis. Id ſi in vno quis nouerit reliqua eũ ratio nõ latebit. Sit continua medietas.1.2.3. Hic vnus a duob⁹ ꝛ.2.a tribus ſolis tantum ſingulis diſtant.ꝛ ſunt eedem differentie proportiones vero alie: Namqz duo ad vnũ duplus eſt.tres ad duo ſeſqualter:ꝛ in ceteris idem videbis. Sin autem permiſcens ꝛ aliquos preteriens eligas:ꝛ in his aliquam ſpeculationẽ ponas:idẽ poterit euenire. Nã ſi equales terminos ĩtermittas:ꝛ ſeſe in priore diſpoſitiõe ꝓtereant.ſi ſingulos intermittas:ſoli⁹ binarii notabit̃ differẽtia.ſin vo duo ꝓtereas:ternarii.ſi tres:q̃ternarii.ꝛ ad eundẽ modũ vno plus quã intermiſeris: erit illa quã querimus differẽtia terminor. Nãqz ſi ĩ trib⁹ terminis ſinguli relĩquant̃:binarius ſemper intererit

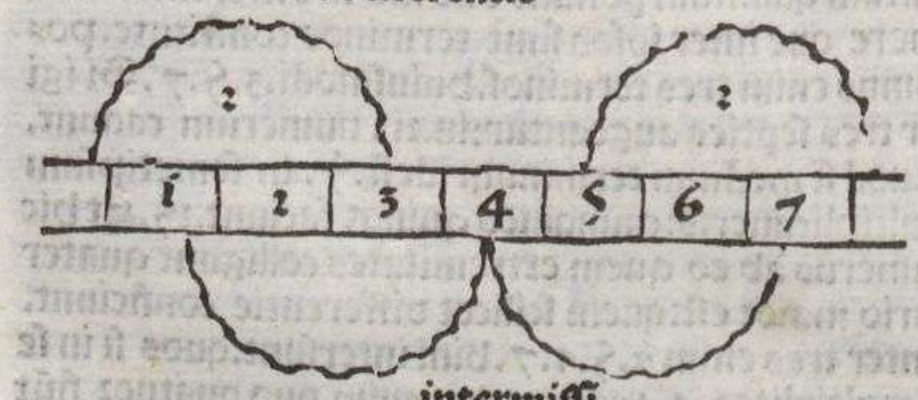
Differentie



intermiſſi

IIdes ne vt cũ ſupius in naturalis nũeri diſpoſitione ſe termini ſingulis preteirent pretermiſſis duobus ꝛ.4.vnus ad tres:ꝛ.3.ad quinarium comparati bina rium ſolum in differentia retinuerint. Nec nõ etiã in diſiuncta eadem verſabitur obſeruatio.

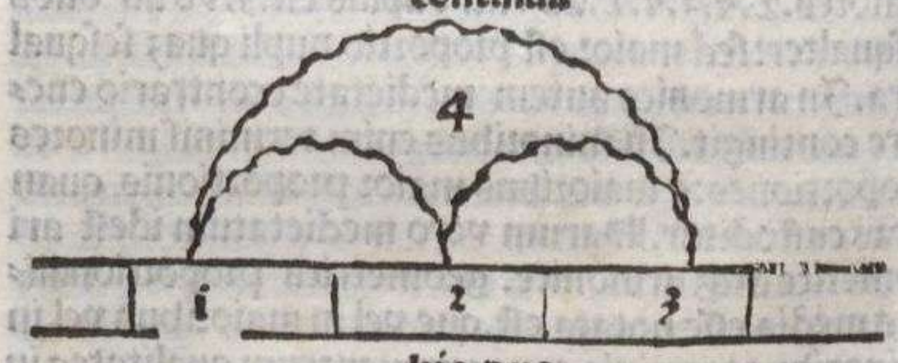
Differentie



intermiſſi

Talibus igitur veſtigiis inſiſtentem nullus ab eadez ſimilitudine error abducet. Nam qz ſi duos intermittas:ternarius differentiam continebit.ſi tres:quaternarius. ſi q̃tuor quinarius:eque in continuis proportionibus atqz diſiunctis. Qualitas autem proportionis eadem non erit quãuis ſint equis termini differentiis diſtributi. Quod ſi conuerſim: ponantur: vt non eiſdem differentiis eadem qualitas proportionis eueniat:geometrica talis proportionalitas non arithmetica nominatur. Eſt autem proprium huius medietatis quod ſi in trib⁹ terminis ſpeculatio ſit:cõpoſitis extremitatibus illa ſumma que inter extremitates eſt:non loco tantum:verum etiam ſit quantitate medietaſ. Ut ſi ponãtur.1.2.3.vn⁹ꝛ tres q̃tuor reddũt. Duo vo qui medius inter vtroſqz eſt:q̃ternarii medietas inuenitur. Quod ſi bis medietatem ducas equ⁹ erit extremitatibus Bis enĩ duo quatuor creãt Sin vero diſiũcta ſit:quod fit ex vtriſqz extremitatibus compoſitis.hoc ex duabus medietatibus redditur. Si enim ſunt.1.2.3.4.vnus ꝛ quatuor quinariuz creant: duo ꝛ tres medii in eundem rurſus quinarium ſurgunt.

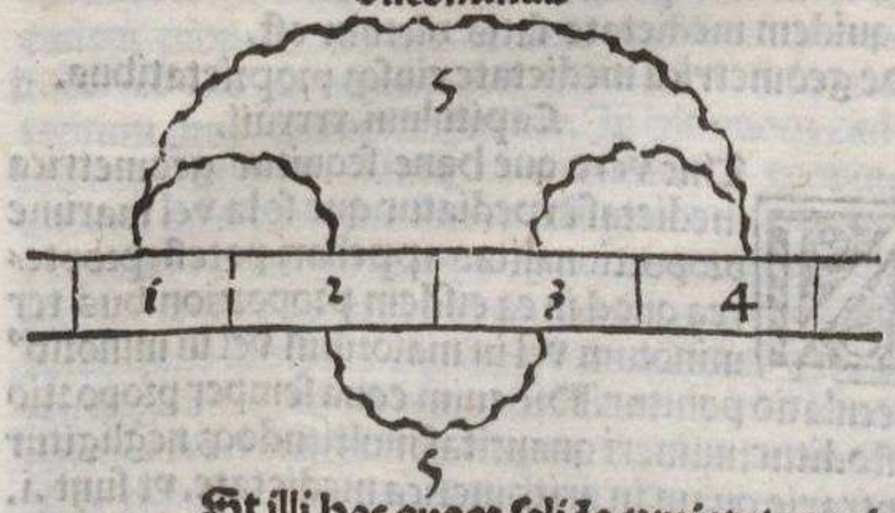
continua



bis duo

4

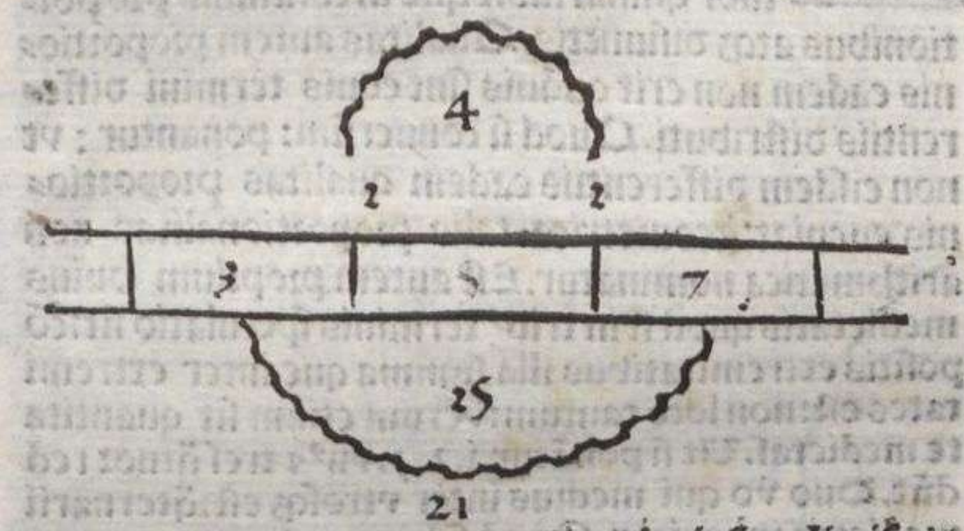
diſcontinua



5

Et illi hoc quoqz ſolida ꝓprietate coniunctum :quod quemadmodum ſunt omnes termini huiuſmodi diſpoſitõis ad ſeipos

ita sunt differentie ad differentias constitute. Namq; omnis terminus sibiipsi equalis est ⁊ differētie differentiis sunt equales Illud quoq; subtilius qd multi huius discipline periti nisi nicomachus nūq; antea perspexerunt: quod in omni dispositione vel continua vel disiuncta: quod cotinetur sub duabus extremitatibus minus est eo numero qui ex medietate conficit tantum quantum possunt due sub se differentie continere que inter ipsos sunt terminos constitute. ponamus enim tres terminos. huiusmodi. 3. 5. 7. Si igitur tres septies augeantur: in. 21. numerum cadunt. Quod si medium terminum idest. 5. in semetipsum multiplicaueris: quinquies quinq; faciunt. 25. Et hic numerus ab eo quem extremitates colligunt quaternario maior est: quem scilicet differentie conficiunt. Inter tres enim ⁊. 5. ⁊. 7. bini intersunt. quos si in se se multiplices. 4. reddunt. bis enim duo quatuor fūt Recte igitur dictum est: in hac huiusmodi dispositione quod continetur sub extremitatibus minus esse illo numero qui fit ex medietate tantum quantum differentie in se multiplicate restituunt.

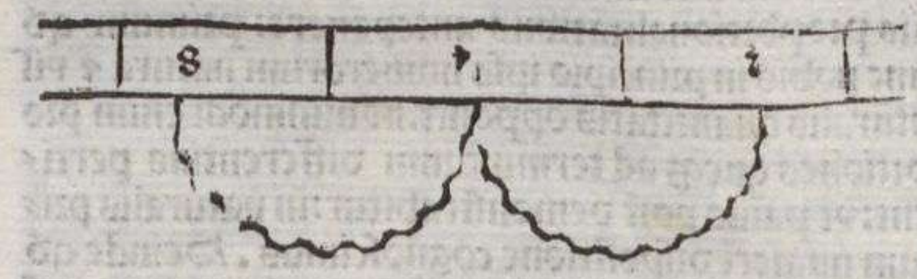


Quartum vero proprium huiusmodi dispositionis notatur: quod antiquiores quoq; habuere notissimum: quod in hac proportionalitate vel medietate in minoribus terminis maiores proportiones in maioribus minores cōparationes necesse est inueniri. Namq; in dispositione hac. 1. 23. minores sunt termini. i. ⁊. 2. maiores. 2. ⁊. 3. ⁊. 2. ad vnū duplus est. 3. vo ad duos sesqualter: sed maior est proportio dupli quaz sesqualtera. In armonica autem medietate econtrario euenire contingit. In minoribus enim terminis minores proportiones: ⁊ maioribus maior proportionis quantitas custoditur. Harum vero medietatum idest arithmetice atq; armonice. geometrica proportionalitas media esse notata est. que vel in maioribus vel in minoribus terminis equas numerorum qualitates in proportionalitate custodit. Inter maius vero ⁊ min' equalitas loco ponitur medietatis. Et de arithmetica quidem medietate satis dictum est.

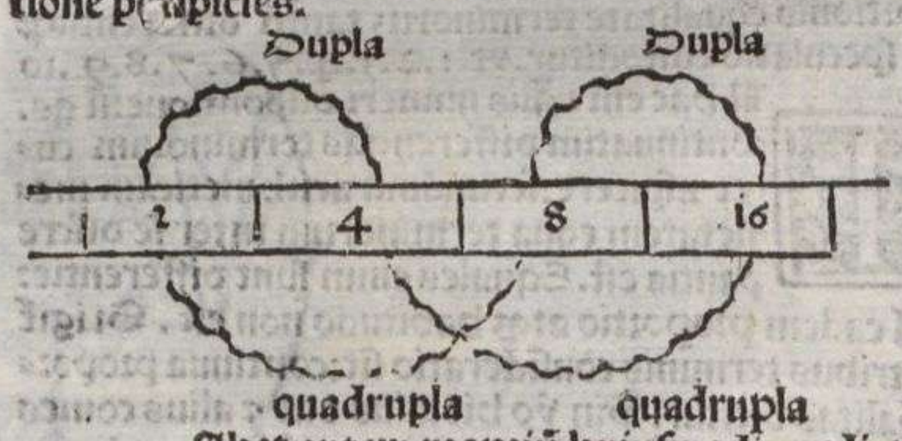
De geometrica medietate eiusq; proprietatibus.

Capitulum. xxxviii.

Hinc vero que hanc sequitur geometrica medietas expediatur que sola vel maxime proportionalitas appellari potest: propterea quod in ea eisdem proportionibus terminorum vel in maioribus vel in minorib' speculatio ponitur. Hic enim equa semper proportio custoditur: numeri quantitas multitudoq; negligitur contrarie quam in arithmetica medietate. vt sunt. i. 2. 4. 8. 16. 32. 64. Vel in tripla proportiōe. i. 3. 9. 27. si: Vel si quadrupla vel si quincupla vel si in quamlibet multiplicitatem numerorū sit constituta distensio. In his enim quotlibet terminos sumpseris: erplebunt geometricam medietatem. quemadmodum. n. prior ad sequentem ita sequens ad alium. Et rursus: si permixte facias idem erit. Si enim ponātur tres termini. 2. 4. ⁊. 8. quemadmodum sunt. 8. ad. 4. ita. 4. ad. 2. Atq; hoc si conuertas: quemadmodū sunt. 2. ad. 4. ita erunt. 4. ad. 8.



Vel si in quatuor terminis vt sunt. 2. ⁊. 4. 8. ⁊. 16. quemadmodum est primus ad tertiū. i. 2. ad. 8. sic erit secundus ad quartuz: idest 4. ad. 16. Utraq; enim proportio quadrupla est. Et conuersim quemadmodū quartus est ad scōm: ita tertius notatur ad primum. Hoc verō etiam disiuncte licet. Nam quemadmodum est primus ad secunduz: idest. 2. ad quatuor: sic tertius ad quartum. idest. 8. ad. 16. ⁊ conuersim quemadmoduz secundus ad primum: idest. 4. ad duos: ita quart' ad tertium: idest. 16. ad. 8. idq; in omnibus rata cōsideratione perspicies.



Habet autem propriū huiusmodi medietas quod in omni dispositione secundum hanc proportionalitatem terminorum differētie in eadem proportione contra se sunt q̄ fuerint ipsi termini quorum sunt ipse differentie. Siue eniz dupli contra se sint termini: duple erūt etiam differentie: siue tripli: triple. siue secunduz quālibet multiplicitatem: eadem in differentijs multiplicitas erit: quam prima consideratio inuenit in terminis vt. subiecta descriptio monet.

Differentie duple

1	2	4	8	16	32	64	128
1 2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli.

Nulli igitur dubium esse potest qd cū oēs termini dupli sint: ita differentie quoq; eorum terminorum duple esse videantur: vt vno minus termino in differētiis: omnes pene dispositos subter terminos quorū sūt ipse differentie: superior ordo reddiderit. Est etiam aliud proprium quod omnis ad minorem maior terminus comparatus. ipsum minorem retinet differētiam. Namq; binarius ad vnitatem: ipsa vnitate differt. ⁊ quaternari' binario: ipso binario. ⁊ octonarius quaternario ipso quaternario. ⁊ deinceps maiores alii ipsis minoribus ab eisdem ipsis differūt quos numerositate pretercunt. Et hoc quidem in duplici proportione cadit. Sin vero sint triplices proportiones: maior

nes:maior terminus a minore termino duplicato minore termino differt. Ut si sint.i.3. 9. tres ab vno: binario differunt:in quem vnitas idest minor terminus duplicatus exundat.7.9.a tribus senario differunt:quem ternarius duplicatus educit. Et in aliis cũctis eiusmodi ratio reperietur. Sin vo quadruplices sint:triplicato minore termino maior terminus a minore distabit. Et si quinquupli:quadruplicato.7 si sexcupli:quiquuplicato:7 vna minus multiplicatiõe quã est ipsa minorum ad maiores comparatio terminorũ minorem numerus maior exuperat.

Differentie duple.

1	2	4	8	16	32	64	128
1	2	4	8	16	32	64	128	256

Termini dupli

Differẽtie triple

2	6	18	54	162	489	1458
1	3	9	27	81	243	729	2187

Termini tripli

Differentie quadruple

3	12	48	192	768	3072	12288
1	4	16	64	256	1024	4096	16384

Termini quadrupli.

Hec autem proportionalitas 7 in aliis omnibus vel superparticularib' vel superpartiẽtibus inuenitur huiusmodi proprietate in omnibus conseruata:vt in continua proportione:quod fit sub extremitatib' si tres fuerint termini:hoc a medietate multiplicata consurgat Si enim sint.2.4.8.quod fit ex bis.8.idem fit ex quater.4.Vel si sit in quatuor terminis disiũcta proportio quod fit sub vtrisq extremitatibus id duarũ medietatum multiplicatione concrescat: Ut si sint. 2.4.8.16.quod fit ex bis.16.idest quater.8.reddatur. Exẽplar autem nobis maximum certissimumq sit illud: vbi ex equalitate diximus omnes sequalitatis species fundi. Illic enim in omnibus vel multiplicibus vel superpartientibus vel superparticularibus vel in ceteris cõiunctis geometrica proportionalitas custoditur has omnes proprietates quas supradixim' continẽs Quarta vero est proprietas huiusce medietatis: qõ vel in maioribus vel minorib' terminis 7 quales sẽper proportiones sunt. Namq si ponantur. 2. 4.8. 16.32.64.inter hos omnes dupla proportio est. Apparet etiam hec proportionalitas in binis proportionibus ab vnitate alternatim parte altera longiorib' quadratisq dispositis a prima multiplicitatis habitudine idest a duplici per cunctas superparticularis habitudines proportionesq discurrens quod subiecta descriptione signatum est.

Tetragonus	1	
parte al.lon.	2	dupla
Tetragonus	4	dupla
parte al.lon:	6	sesqualtera
Tetragonus	9	sesqualtera
parte al.lon.	12	sesquitertia
Tetragonus	16	sesquitertia
parte al.lon.	20	sesquiquarta
Tetragonus	25	sesquiquarta
parte al.lon.	30	sesquiquinta
Tetragonus	36	sesquiquinta
parte al.lon.	42	sesquisexta
Tetragonus	49	sesquisexta

¶Que medietates quibus rerum publicarum statibus comparentur.

Capitulum. xxxxv.

Ideo arithmetica quidẽ ei reipublice comparatur que paucis regitur:iccirco qõ in minoribus eius terminis maior proportio fit. Musicam vo medietatem optimatum dicunt esse rem publicam :ideo quod in maioribus terminis maior proportionalitas inuenitur. Geometrica medietas popularis quodammodo 7 ex equalitate ciuitatis est. Namq vel in maioribus vel in minoribus equali omniũ proportionalitate componitur:7 est inter omnes paritas quedam medietatis equum ius in proportionibus conseruantis.

¶Quod superficies vna tantum in proportionalitatibus medietate iungãtur:solidi vo numeri duab' medietatibus in medio collocantur.

Capitulum. xxxxvi.

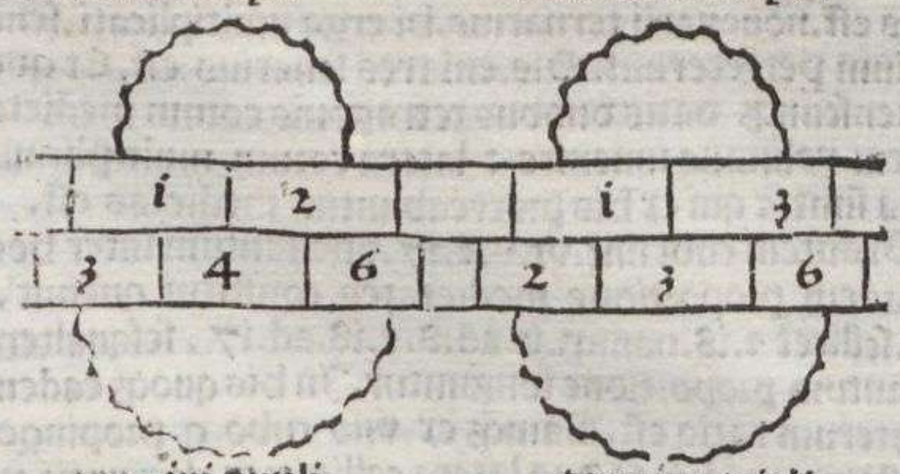
Post hec igitur tempus est:vt exepediam' nunc quidam nimis vtile in platonica quadam disputatione:que in timei cosinopeia haud facili cuiquam vel penetrabili ratione versatur. Omnes enim plane figure que nulla altitudine crescunt vna tantum medietate geometrica continuantur:alia que iungat non potest inueniri. vnde duo tantum in his interualla sunt constituta:a primo scilicet ad medium:7 a medio ad tertium. Si vero fuerint cubi.duas tantum habebunt medietates vbi tertia inueniri non poterit:secundum geometricam.s.proportionẽ.vnde forme solide tria interualla dicuntur habere. Est enim vnum interuallum a primo ad secundum 7 a secundo ad tertium:et a tertio ad quartũ:que est.s.postrema distantia. Recte igitur 7 plane figure duobus interuallis:7 solide tribus contineri dicuntur. Sint enim duo tetragoni 4.scilicet.7.9.horum igitur vnus tantum medius in eadem proportione constitui potest. Namq senarius ad.4.sesqualter est:7.9. ad senarium eodem modo sesqualter. Hoc autem iccirco euenit quod singula latera singulorum tetragonorum efficiunt senariam medietatem. Namq quaternarij tetragoni latus binarius est.nouenarij ternarius.bi ergo multiplicati senarium perfecerunt. Bis.enim tres senarius est. Et quotienscunq datis duobus tetragonis eorum medietatem volumus inuenire : latera eorum multiplicanda sunt:7 qui ex his procreabuntur medietas est. Si autem cubi sint.vt.8.7.27.due tantum inter hos eadem proportione medietates constitui queunt. 12.scilicet 7.18.namq.12.ad.8.7.18.ad.17 . sesqualtera tantum proportione iunguntur. In his quoq eadem laterum ratio est. Namq ex vno cubo q propinqor est:vna medietas duo latera colligit:ex alternatim vero posito vnum. In alia quoq medietate idem est. ponantur enim duo cubi 7 in medio eorum due medietates quas superius diximus.8.duodecim.18.27 . octonarii igitur latus est binarius: bis enim bini bis octonarium fecerunt. Ternarius vero.27.cubi latus est. Ter enim tres ter.27.restituunt. Medietas igitur q̃ iuxta octonarium est.idest.12.mutuatur duo latera ex propinquo sibi octonario 7 aliud vnum latus ex altrĩ

secus posito.27.cubo. Bis enim bini ter. 12.pãdunt. Et.18.eadez ratione duo latera a propinquo sibi.27. cubo colligit: ⁊ vnũ ab altrinsecus posito octonario. Tres enim ter bis.18.concludunt. Hoc autez vniuersaliter speculandum est: si tetragonus tetragonum inultiplicet: sine dubio tetragonus proueniet. Sin vo parte altera longior tetragonũ multiplicet vel tetragonus parte altera longiorem: nunquaz tetragonus sed semper ante longior crescit. Rursus si cubus cubũ multiplicauerit: cubi forma conficitur. Si vero parte altera longior cubum: vel cubus parte altera longiorem: nunquam cubus procreabitur. hoc.s. secunduz si similitudinem paris atqz imparis. Par enim parem si multiplicet: semper par nascitur. ⁊ impar imparem si multiplicet. impar cõtinuo procreatur. Si vero impar parem: vel si par imparem multiplicet: par semper exoritur. Hoc autẽ facilius cognoscitur ex lectione platõis in libris de republica: eo loco qui nuptialis dicitur: quem ex persona musarum philosophus introducit. Sz nunc ad tertiã medietatez redeundũ ẽ.

De armonica medietate eiusqz proprietatibus. Capitulum.xxxvii.

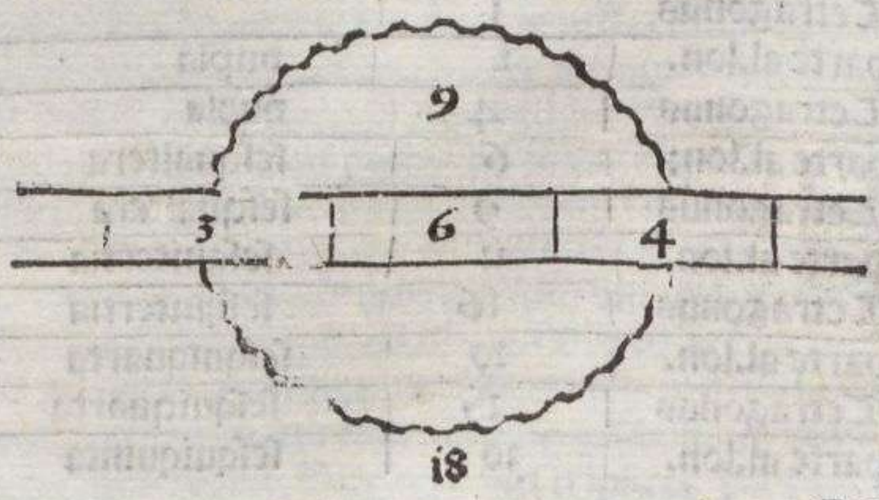
Armonica autem medietas est: que neqz eisdem differentiis nec equis proportionib⁹ constituitur: sed illa in qua quemadmoduz maximus terminus ad paruissimum terminum ponitur: sic differentia maximi ⁊ medii contra differentiam medii atqz paruissimi comparatur. Ut si sint.3.4.6.vel si.2.3.6. Senarius enim quaternarium sua tertia parte superat: idest duobus quaternarius vero ternariuz sua quarta parte superuenit: idest vno. Et senarius ternarium sua medietate idest tribus. ternarius vero binarium sua pte tertia idest vnitate transcendit. Quare in his neqz eadẽ proportio terminorum est: neqz sunt eedem differentie. est autem quemadmodum maximus terminus ad paruissimum terminuz: sic differentia maximi ⁊ medii ad differentiam medii atqz postremi. Illamqz in hac proportione que est.3.4.6.maior terminus idest senarius ad paruissimum terminum ternariuz dupl⁹ est ⁊ differentia maximi ⁊ medii idest senarii ⁊ quaternarii duo scilicet: ad differentiam medii ⁊ vltimi idest quaternarii atqz ternarii que est vnitas dupla perspicitur. Sed hoc quoqz subiecta descriptione mõstratur.

differentie duple — differentie triple.



termini dupli — termini tripli.

Habet autem proprietatem quemadmodũ dictum est cõtrariã arithmetice medietati. In illa enim in minoribus terminis maior erat proportio: in maioribus minor in hac vero ĩ maioribus quidem teminis maior est proportio: in minoribus vo minor. Namqz in hac dispositione.3.4.6.tres ad quatuor comparati sesquitertiã habitudinem: sex vo ad quatuor sesqualteram reddunt: sed maior est proportio sesqualtera a sesquitertia tantum quantum pars tertia medietate transcenditur. Juste igitur medietas quedaz geometrica proprieqz eẽ proportionalitas iudicatur.s. inter eas vbi in maioribus terminis minor est proportio ⁊ minoribus maior: ⁊ inter eam vbi in maioribⁿ maior est minoribus minor. Illa est.n.vere proportiõalitas que medietatis quodãmodo locum obtinẽs: ⁊ in maioribus ⁊ in minoribus: equalibus proportionum cõparationibus continetur. Hoc quoqz signum est duarum extremitatum mediam esse quodãmodo geometricã proportionem. Namqz in arithmetica proportione medius terminus eadẽ suã parte ⁊ minorẽ precedit ⁊ a maiore precedit ꝗ alia pte minoris alia vo parte maioris. Sit enim arithmetica dispositio.2.3.4. Ternari⁹ igitur numerus binarium tertia sua pte precedt idest vno: ⁊ a quaternario tertia sua pte preceditur idest vno. At vero ternarius nõ eadẽ pte minoris minorẽ vincit: vel maioris a maiore supat. Namqz minorẽ idest binariũ vno superat: idest ipsi⁹ medietate binarii. a quaternario vo vno relinquit: que ps quaternarii q̃rta est. Recte igitur dictum est mediũ terminũ in hmõi medietate: eadẽ sui pte ⁊ minorem vincere ⁊ maiore supari: sed non eisdem ptibus vel minoris minorẽ transgredi: vel maioris a maiore transcendi. Contrarie armonica medietas ꝓportiões hz Nãqz non eadẽ pte sua medius terminus in hac ꝓportãꝫ vel minorẽ vincit vel a maiore supatur. sed eadem pte minoris minorẽ supat: qua pte maioris a maiore supat. In hac enĩ dispositione armonica q̃ ẽ. 2.3.6.ternari⁹ binariũ tertia sui pte vicit: idẽ ternarius a senario a tota sui quãtitate superat. i. tribus: Idẽqz ipse ternarius medietate minoris vincit minorẽ .i. vno. ⁊ medietate maioris a maiore termino vicit idest trib⁹. Senarij enim medietas ternari⁹ est. In geometrica vo medietate neqz eisdẽ suis partib⁹ medius vel vincit minorẽ vel a maiore vincitur. neqz eadem parte vel minoris minorẽ superat: vel maioris a maiore relinqtur. sed qua pte sua medi⁹ termin⁹ minorem superat: eadem pte sua maior termin⁹ mediũ vincit. Quod est vt medietas atqz extremitas eq̃lib⁹ medietatẽ ⁊ extremitatẽ reliquam suis partibus superuadant. In hac enĩ dispositione que est.4.6.9. tertia sui pte medius senarius quaternarium superat. idest duobus: ⁊ tertia sui pte rursus nouenarius senarium vincit: idest tribus. Habet autẽ aliam proprietatẽ armõica medietas. vt cũ duas extremitates in vnũ redactas medietas multiplicauerit dupla quãtitas colligitur quã si se multiplicẽt due extremitates Sint enĩ hi termini.3.4.6.si igit̃ ternariũ ⁊ senariũ iũgas nouenariũ facies: q ꝑ quaternariũ ductus.36 efficit. qd̃ si se ipse extremitates multiplicent: ⁊ fiant tres sexies.18.cõficiũt: qd̃ est prioris sũme dimidiũ.

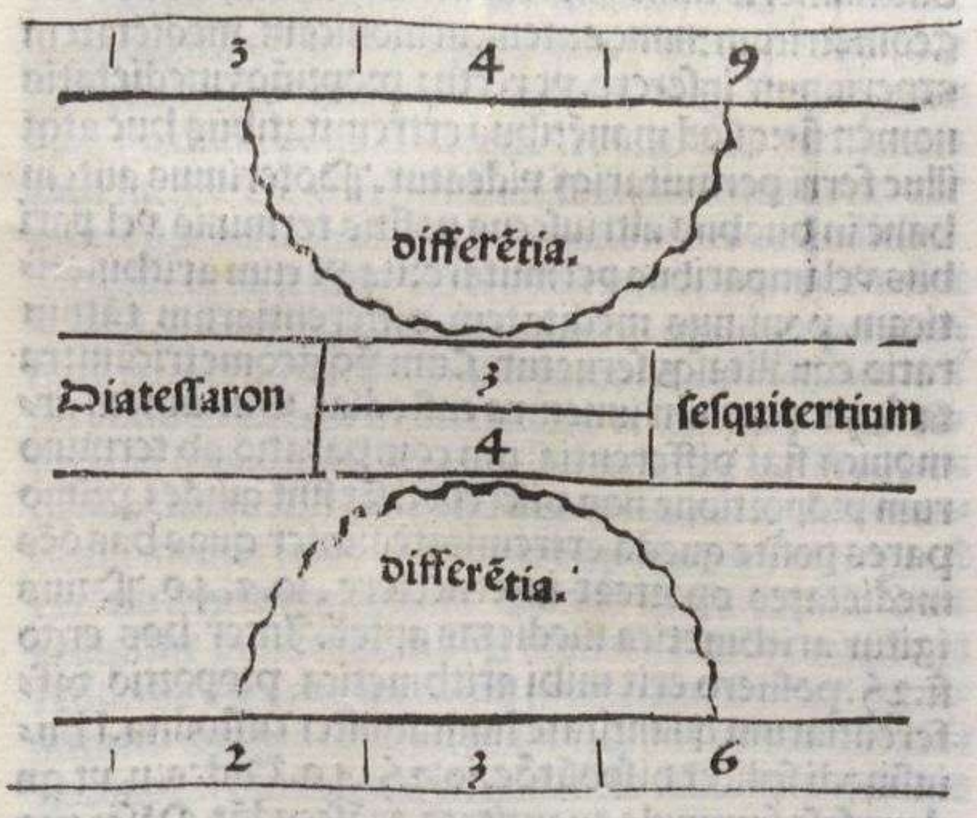


¶ Quare dicta sit armõica medietas ea que digesta ē
Capitulum . xxxxviii

Considerandum forsitan videatur: cur hāc armonicam medietatem vocemus. Cuius hec ratio est: quoniam arithmetica dispositio equas tantum per differētias diuidit quantitates: geometrica vero terminos equa proportione cōiungit. At vero armonica ad aliquid quodammodo relata consideratione: neqz soluz in terminis speculationem proportionis habet: neqz soluz in differentiis: sed in vtrisqz communiter. Querit enim vt quemadmodum sunt ad se extremi termini: sic maioris ad medium differentia: contra differētiam medietatis ad vltimum. Ad aliquid autem considerationem armonie proprie esse in primi libri rerum omnium diuisione monstrauimus. Ipsarum quoqz musicarum consonantiarum quas symphonicas nominant proportiones in hac pene sola medietate frequenter inuenias. Namqz symphonia diatessaron: que princeps est ⁊ quodammodo vim obtinēs elemēti: constituitur scilicet in epitrita proportione: vt est quaternarius ad ternarium: in eiusdē armonicis medietatibus inuenitur. Sint enim eiusmodi armonice medietatis temini quoruz extimi dupli sint ⁊ rursus alia huiusmodi dispositio quorum extimi tripli.

| 3 | 4 | 6 | | 2 | 3 | 9 |

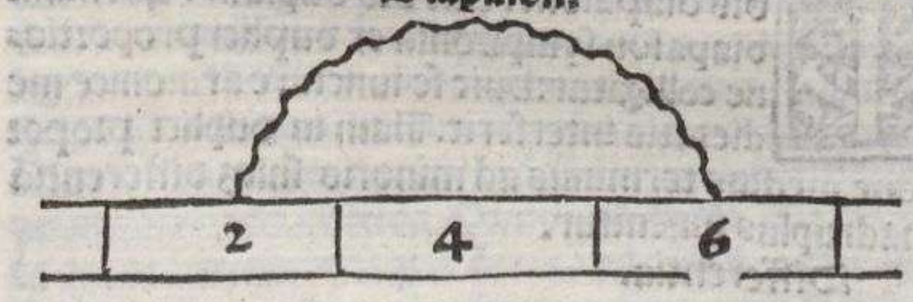
Senarius igitur ad ternarium duplus est. idem autem in alia dispositione senarius ad binarium triplus. Horum igitur si differentias colligamus ⁊ ad se inuicem comparemus: epitrita proportio colligitur vnde diatessarō symphonia resonabit. Inter tres enī ⁊. 6. ternarius est: ⁊ inter binarium ⁊ senarium quaternarius: qui sibimet comparati sesquitertiam efficient proportionē.



In eadem quoqz medietate ⁊ diapente symphonia componitur: quaz sesqualtera habitudo restituit. Nam in vtrisqz dispositiōibus his que subiecte sunt in duplici senarius ad quaternarium sesqualter est: in triplici ternarius ad binarium: ex quibus vtrisqz diapente symphonia coniungitur.

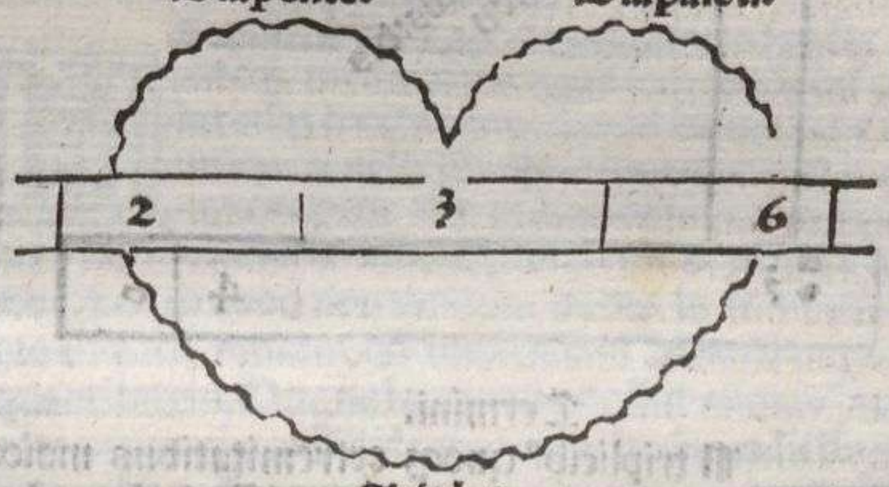
p Est hanc autem diapason consonātia que fit ex duplici. vt est subiecta formula.

Duplex
Diapason.



i In triplici quoqz dispositione simul diapente ⁊ diapason symphonia componitur: seruans sesqualteram ⁊ duplicem rationem. quod subiecta descriptio docet.

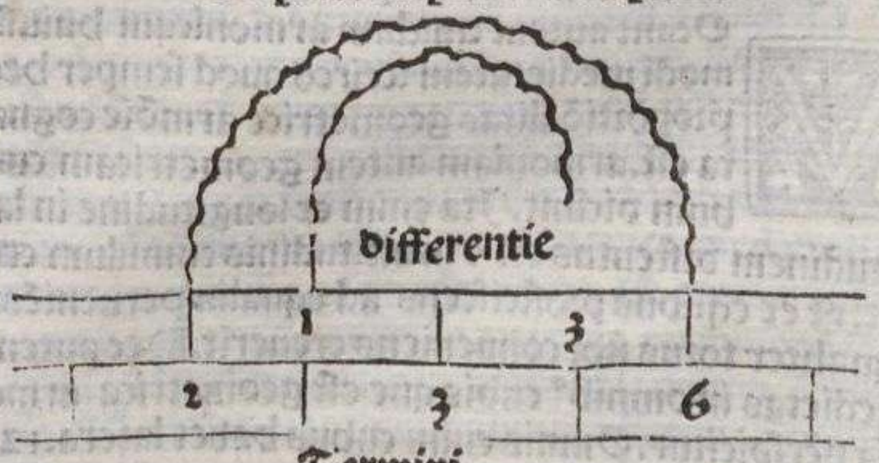
Sesqualtera. Diapente. Duplex Diapason.



Tripler.
Diapente ⁊ diapason.

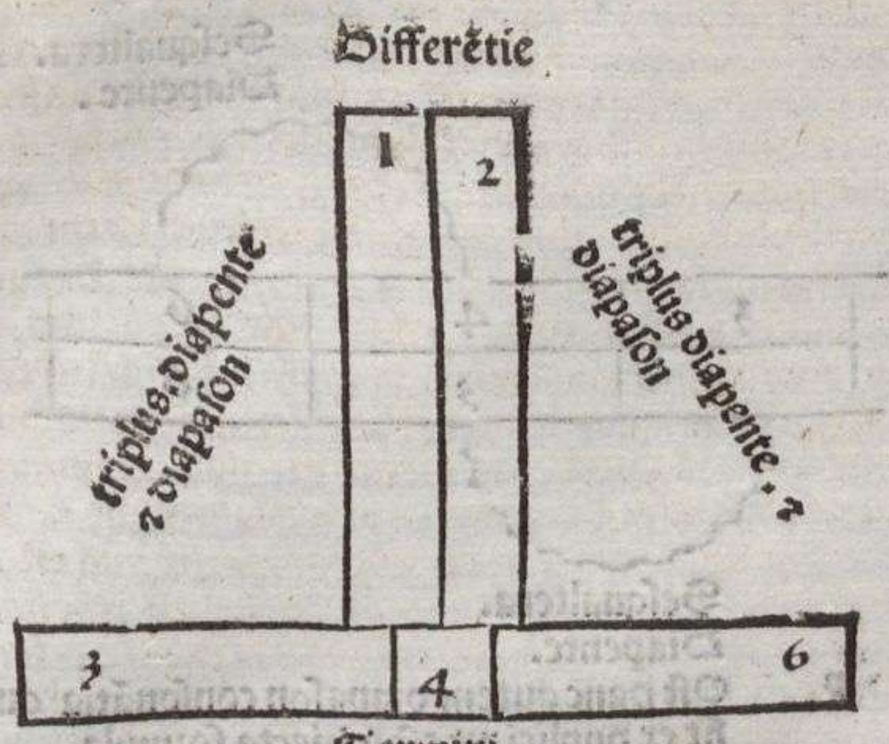
Et quoniam triplus duas continet consonantias diapente scilicet ⁊ diapason: in huius triplicis positione in differentiis eūdē rursus triplum reperiemus secundum subter descriptum modum.

Triplus. diapente ⁊ diapason



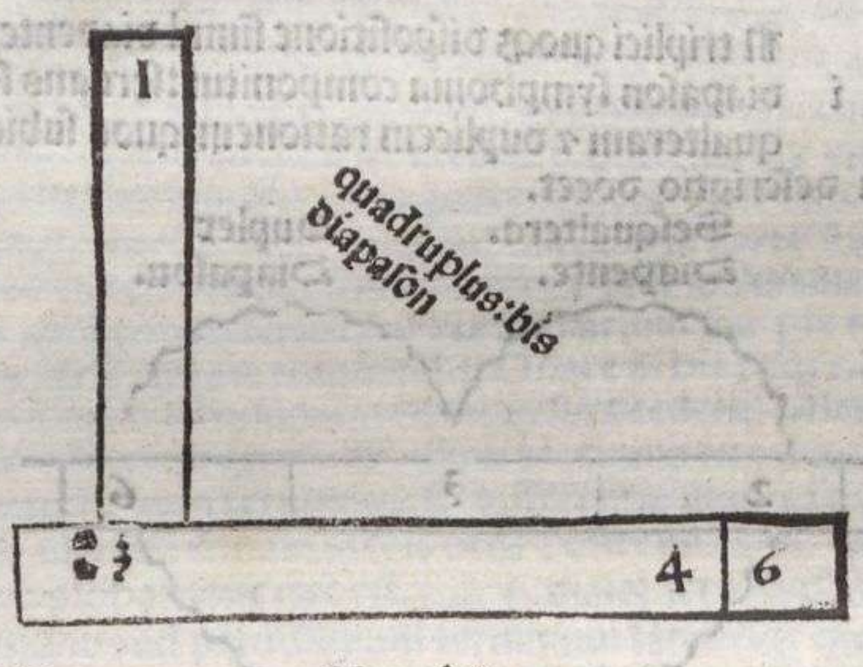
Termini.

In dupla vero dispositione maior termin' ad medii termini contra se differentiam triplus est. ⁊ rursus minor termin' ad medii contra minorem terminum comparati differentiam triplus est.



Illa autem maxima symphonia que vocat̃ bis diapason: velut bis duplum: quoniam diapason symphonia ex duplici proportione colligitur: huic se iuncture armonice medietatis interserit. Nam in duplici proportione medius terminus ad minoris suiq; differentiã quadruplus inuenitur.

Differentia.



In triplicib⁹ quoq; extremitatibus maior differentia ad minorem differẽtiã quadrupla est. ⁊ diapason bis symphoniã emittit. nãq; ĩ dispositiõe. 2. 3. 6. extremoꝝ differẽtia est: idest senarii ⁊ binarii. 4. minor vero differentia idest ternarii ⁊ binarii vnus. 4. autez vno quadrupla maior est relatione. que comparatio bis diapason consonantiam tenet.

¶ De geometrica armonia. Capitulum. xlix

Vocant autem quidam armonicam huiusmodi medietatem iccirco quod semper hec proportiõalitas geometrice armõie cognata est. armoniam autem geometricam cubum dicunt. Ita enim ex longitudine in latitudinem distentus est ⁊ in altitudinis cumulum creuit: vt ex eq̃libus proficiscens ad equalia perueniẽs: equaliter totus sibi conueniens creuerit. Hec autem medietas in omnib⁹ cubis que est geometrica armonia perspicitur. Omnis enim cubus habet latera. 12. angulos octo superficies sex. Hic autem ordo ⁊ dispositio armonica est. Disponantur enim. 6. 8. 12. hic ergo quemadmodũ est maior terminus ad paruissimũ ita differentia maioris ⁊ medii ad paruissimam comparatur. Perpensi namq; 12. ad sex dupli sunt. differentia vo. 12. ⁊ octonarii quaternarius est. octonario ⁊ senarii duo. dupla autem rõne distabunt duobus quatuor comparati. Rursus octonarius qui medietas est alia sua parte minorem precedit: ⁊ alia sua parte a maiore preceditur. eadem autem parte minoris minorem superat. qua parte maioris a maiore superatur. Rursus si extremitates in vnuz redigantur ⁊ a medietate octonario multiplicentur: duplus erit ab eo numero quem sole extremitates multiplicate p fecerint. Omnes autem in hac dispositione symphonias musicas inuenimus. Diatessaron quidem ẽ octo ad sex quoniã proportio sesquitertia est. At diapente. 12. ad. 8. quoniam ea que sesqualtera comparatio dicitur in ea diapente consonãtia reperitur. Diapason vero que ex duplici nascitur ex. 12. ad sex compositione producitur. Diapason vero ⁊ diapente que triplicis optinent rationem: fit ab extremitatum. differentia ad differentiam minorem. Namq; duodenarii ⁊ senarii sex differentia est. minor vero est differentia octonarii ⁊ senarii: idest. 2. dui senarius ad binarium triplus est: ⁊ diapason simul ⁊ diapente consonantiã sonant. Illa vero maior consonantia que est bis diapason: que ex quadruplo fit in medii termini idest octonarii: ⁊ eius differentie comparatione perspicit̃ que inter octonarium senariumq; reperitur. Quare proprie atq; conuenienter huiusmodi proportionalitas armonica medietas appellatur.

¶ Quemadmodum constitutis altrinsecus duob⁹ terminis: arithmetica ⁊ geometrica armõica inter eos medietas alternetur atq; de eoꝝ generationibus.

Capitulum. l.

Os autem prestare debem⁹ quatenus quẽ admodum dato calamo extremis foraminib⁹ manentibus musicis mos est: vt medium foramẽ permutãtes: atq; aliud aperientes aliud digitis occludentes diuersos emittant sonos. Vel cum duabus altrinsecus protensis cordis medii nerui sonum musicis vel astringendo tenuat vel remittendo grauat: ita quoq; datz duobus numeris nunc quidem arithmeticam: nunc vero geometricam: nunc autem armonicam medietatem experiamur inserere. vt rectuz propriũq; medietatis nomen sit: quod manẽtibus extremitatibus huc atq; illuc ferri permutariq; videatur. Poterimus autem hanc in duobus altrinsecus positis terminis vel paribus vel imparibus permutare: ita vt cum arithmeticam ponimus meditatem differentiarum tãtum ratio equalitasq; seruetur. Cum vo geometricam: rata se proportium iunctura custodiat. Sin autem armonica fiat differentiarum comparatio ab terminorum proportione non discrepet. Et sint quidez primo pares posite quedã extremitates: inter quas has oẽs medietates oporteat internectere. io. ⁊. 40. Prius igitur arithmetica medietas aptet̃. Inter hos ergo si. 25. posuero erit mihi arithmetica proportio differentiarum quantitate imutabiliter custodita. ĩ huiusmodi scilicet dispositõe. io. 25. 40. Vides. n. vt qn dene sese summule quantitate trãscendãt. Oẽsq; proprietates quas supra dirim⁹ ĩ medietate arithmetica conuenire: ab hac hmõi dispositione non repies alienas. Nãq; quẽadmodum vnusquisq; eorum termin⁹ ad seipsuz est: quoniã sibi equalis est: ita sunt ad se inuicẽ differẽtie: qm̃ sibi sunt equales. ⁊ quanto maior termin⁹ mediũ trãsit: tãto medi⁹ vincit mĩorẽ. Et extremitatũ aggregatio duplex est medietate. ⁊ minoꝝ terminorum proportio maior ẽ illa comparatiõe q̃ inter maiores

ter maiores terminos continetur. Et tanto minor ē numerus qui fit ex multiplicatis extremitatibus ab eo qui fit ex multiplicata medietate: quantum eorum differentie multiplicate restituunt. Illud quoqz quod medietas eadem sui parte ⁊ a maiore vincitur ⁊ minorem ipsam superuenit. non eadem autez parte minoris minorem transit: vel maioris a maiore relinquitur. que omnes scilicet proprietates non alterius nisi arithmetice medietatis sūt. Quod si superius dicta meminerit lector: ita esse indubitanter intelliget. rursus si inter eosdem. 10. ⁊. 40. viginti constituam: statim geometrica medietas cum suis proprietatib⁹ cūctis exoritur: arithmetica medietate pereūte. In hac enim dispositione. 10. 20. 40. quemadmoduz est maior ad medium: sic medius ad extremum. Et quod cōtinetur ab extremitatibus equum est ei quod a multiplici medietate completur. Differentie quoqz eorum in eadem sunt proportione qua termini. Crementum vero ⁊ imminutio proportionum secunduz terminos nulla est: sed maiorum terminorum proportio a minorum terminorum proportione non discrepat. Si vero armonicam medietatem coniungere velim. 16. mihi numerus inter extremitates vtrasqz ponendus est vt sit hoc modo. 10. 16. 40. Nunc igitur licet in huiusmodi dispositione omnes armonicas proprietates agnoscere. qua enim maximus ad paruissimum terminus proportione coniugitur: eadem proportione differentie ad seinuicē cōparātur. Et quib⁹ partibus maioris a maiore medius vincitur: eisdē partibus minoris preterit minorē. Suis vero non eisdē vel a maiore vincitur. vel transit minorem. Et in maioribus terminis maior est proportio: in minoribus minor. Et si in vnum extremitates redigantur: ⁊ medietatz quantitate concrescant: duplus inde conficitur numerus ab eo qui ex solis multiplicatis extremitatibus ꝓcreatur. Atqz hoc quidem in terminis paribus constitutum est. At vero si impares proponantur vt sunt 5. ⁊. 45. aptatus medius. 25. arithmeticā ꝓportionē medietatemqz constituit. Nam si sint. 5. 25. 45. eadē sese numerorum quantitate termini transgredient: ⁊ omnis superius dicta proprietas arithmetice medietatis in his terminis custoditur Sed si. 15. numerum medium ponam vt sint. 5. 15. 45. in geometricam medietatem termini relabuntur: equalibus terminorum ad se inuicem proportionibus custoditis. Nouem vero si inter vtrosqz terminos ponaz: vt sint 5. 9. 45. fit armonica medietas: vt qua summa maximus numerus paruissimum precedit: eadē maior differentia minorem differentiam vincat. Qua vo disciplina huiusmodi medietates reperire possimus expediendum est. Datis duobus terminis: si arithmeticam medietatem constituere oportebit: vtraqz est extremitas coniungenda quodqz ex ea copulatione colligitur diuidendum. isqz numerus qui ex diuisione redactus est arithmeticam medietatem inter extremitates locatus efficiet. vt. 10. ⁊. 40. si iūxero: efficiūt 50. quos si diuidam. 25. redduntur. Hic erit medius terminus secundum arithmeticam proportionem. Vel si illum numerum quo maior minorem superat diuidas: eumqz minori superponas: quodqz inde concrescit medium ponas arithmetica medietas informatur. Nam. 40. denarium tricenario superat. quez si diuidas. 15. fiūt. hunc si minori idest denario superposueris. 20. ⁊. 5. nascent. quem si medium cōstituas arithmetice medietatis ordo formatur. Geometricā vero si ratione vestiges: eius numeri qui sub vtrisqz extremitatibus continetur tetragonicum latus inquire: ⁊ hunc medium pone. Nam sub. 40: ⁊ denario numero. 400. continentur. Si enim denarium in. 40. multiplices: hic numerus crescit Horum igitur quadringentorum require tetragonicum latus. hi sunt. 20. Uicies enim. 20. 400. efficiuntur. Repertum ergo latus quadratum medium constitues. Uel si eam proportionem quam inter se dati termini custodiunt diuidas: ⁊ id quod relinquetur medium terminum ponas. Namqz. 40. ad denarium quadruplus ē. Igitur quadruplum si diuidas duplum facies: qui est scilicet. 20. Nam. 20. ad denarium duplus est. hūc si medium constituas: medietatem geometricam perferet Armonicā vero medietatez tali mō reperies. differētiam terminorum in minorem terminum multiplica ⁊ post iunge terminos. ⁊ iuxta eum qui inde confect⁹ est cōmitte illum numerum qui ex differentiis ⁊ termino minore productus est. Cuius cum latitudinem inueneris: addas eā minori termino: ⁊ quod inde colligitur medium terminum pones. 10. eniz. ⁊. 40. fiūt 50. Differentia autem inter. 10. ⁊. 40. 30. sunt. quem si multiplicas in denarium: idest in minorem: decies. 30. oportet. 300. efficies. Quos. 300. iuxta euz cōmitte qui ex iunctis vtrisqz cōfectus est: idest iuxta. 50. facient. enim quīquagies senos ⁊ inuenitur latitudo senarius. Nunc igitur si minori termino addas faciēt 16. ⁊ hic numerus medius constitutus iter. 10. ⁊. 40. armonicā proportionē medietatemqz seruabit.

¶ De tribus medietatibus que armonice ⁊ geometrice contrarie sunt.

Capitulum. li.

Et quidem sunt apud antiquiores inuēte ꝓbateqz medietates. quas iccirco lōgius enodatiusqz tractauimus: quod he maxime in antiquorum lectionibus inueniuntur: ⁊ ad omnem pene vim cognitionis eorum versatur vtilitas. Ceteras autem pretereundo transcurrimus: iccirco quod non multum nobis in lectionibus prosunt. sed tantum ad implendam denarij numeri quantitatem. Que ne lateant ne ve sint aliquib⁹ ignorate deprōmimus. Uidentur enim he supradictis medietatibus esse contrarie ex quibus originem trahūt Ex his enim etiam iste sunt constitute. Et autem q̄rta medietas que opposita videtur armonice: in qua tribus terminis positis: quemadmodū est maxius terminus ad paruissimū: sic differentia minoruz ad differentiaz maximorū. Ut sunt. 3. 5. 6. sex ad ternariū duplus. Et sunt minores. 5. ⁊. 3. maximi vo huius dispositionis. 6. ⁊. 5. Differentia vero minoruz quinarii scz ⁊ ternarij. 2. sunt maiorū quinarii ⁊ senarii. 1. qui 2. ad vnum comparati duplum faciunt. Ergo quemadmodum est maximus terminus ad paruissimū sic minorū terminorū differentia est ad differentiā maximorū. Liquet autē oppositā ⁊ quodāmodo contrariam esse hanc medietatem armonice medietati: iccirco: quod in illa quemadmodum est maximus terminus ad paruissimum: sic maioruz terminorū differentia ad differentiam minorū. Hic autem econtrario. Est autem proprium huius medietatis: quoniam quod continetur sub maximo termino ⁊ medio: duplum est eo quod continetur sub medio atqz paruissimo. Sexies enim quinqz. 30. sunt: quinquies vo tres. 15. Due vero alie medietates quinta scilicet ⁊ sexta geometrice medietati contrarie sunt: ⁊ eidem viden

ti.. opposite. Est autem quinta medietas: quotiens in tribus terminis quemadmodum est medius terminus ad minorem: terminum: ita eorum differẽtia ad differentiam medii atq; maioris. Nam in hac dispositione. 2.4.5. quaternarius ad binarium duplus ẽ. sed inter quaternarium ⁊ binarium duo sunt: inter quaternarium vero ⁊ maiorem terminum idest quinq;.1. ⁊ duo ad vnum dupli sunt. Contrarium autem geometrice medietati in hac proportione est: quod in illa quemadmodum maior terminus ad minorem esset: sic maiorum differentia ad differentiam minorum. hec vero contraria quemadmodum minores ad se termini sunt: sic minorum differentia terminorum ad maiorum differentiam comparatur. Est autem ꝑ prium in hac quoq; dispositione quod illud quod continetur sub maiore termino ⁊ medietate duplum est eo quod sub vtrisq; extremitatibus continetur. Nam quinquies quattuor sunt. 20. quinquies vero. 2. sunt. 10. ⁊. 20. denari duplus est. Sexta vero medietas est quando tribus terminis constitutis quemadmodum est maior terminus ad medium: sic minorum terminorum differẽtia maximorũ. In dispositione enim que est. 1. 4. 6. maximus teminus ad medium sesqualter est. differentia vero minorum idest vnius ⁊. 4. ternarius est: maiorum vero idest quaternarii ⁊ senarii binarius. Ternari' autem binario comparatus sesqualteram habitudinem proportionis efficiet. Eodem autem modo hec quoq; medietas geometrice contraria est quemadmodum ⁊ quinta: propter proportionem differentiarum a minoribus ad maiores terminos conuersam.

¶ De quatuor medietatibus quas posteri ad implẽdũ denarium limitem adiecerunt.

¶ Capitulum. lii.

Et be quidem sunt sex medietates quarum tres a pythagora vsq; ad platonẽ aristotelemq; manserunt. Post vero qui insecuti sunt has tres alias de quibus supra disseruimus suis commentariis addidere. Sequens autem etas quemadmodum diximus ad implendam denariam quãtitatem alias quatuor medietates apposuit. quas non adeo quis in veterum libris inueniat. Has igitur nos quam possumus breuissime disponamus. Prima enim que est earum in ordine vero septima medietas hoc modo coniungitur: cum in tribus terminis quemadmodum est maximus termin' ad vltimum: sic maximi ⁊ paruissimi termini differẽtia ad minorum differentiam terminorum. vt in hac dispositione. 6. 8. 9. Nouenarius igitur ad senarium sesqualter est. quorum est differentia ternarius. Minorum vo terminorum: idest octonarij ⁊ senarij binarius differentia est qui ad superiorem ternarium comparatus facit sesqualteram proportionem. Secunda vero inter quatuor: sed octaua in ordine proportionalitas est: quotiens in tribus terminis quemadmodum sunt extremitates ad se inuicem comparate: sic eorum differentia ad maiorum terminorum differentiam. vt sunt. 6. 7. Nouem igitur ad. 6. sesqualter est. ⁊ eorum differentia ternarius est qui comparatus contra maiorum differentiam: idest septenarij ⁊ nouẽarij q binarius est: reddit sesqualteram proportionem. Tertia vero inter has sequentes quatuor. nona autem in ordine proportio est: quando tribus terminis positis quam proportionem medius termin' ad paruissimũ custodit: eã retinet extremorum differentia ad minorum differentiam comparata. vt. 4. 6. 7. Eteniz. 6. ad. 4. sesqualter est. quorum est differentia binarius. septenarij vero ⁊ quaternarij ternarius differentia ẽ quem si ad superiorem binarium comparemus sesqualtera proportione coniungitur. Quarta vero que in ordine decima est consideratur in tribus terminis: cuz tali proportione medius termin' ad paruissimum cõparatur: quali extremorum differentia contra maiorum terminorum differentiam proportione coniungitur. vt sunt tres quinq; octo. Quinarius enim medi' terminus ad ternarium superbipartiẽs est. Extremorum vero differentia octonarii scilicet ⁊ ternarii quinarius. qui comparatus contra maiorum terminorũ differentiam scilicet quinarii ⁊ octonarii q est ternarius: ⁊ ipe quoq; superbipartiens inuenitur.

¶ Dispositio decem medietatuz. Capitulũ. liii.

D Isponamus igitur cunctas medietates in ordinẽ: vt cuiusmodi omnes sint facillime possint intelligi.

Arithmetica	Prima	1	2	3
Geometrica	Secunda	1	2	4
Armonica	Tertia	3	4	6
contraria armonice	Quarta	3	5	6
contraria geome.	Quinta	2	4	5
contraria geome.	Sexta	1	4	6
inter. 4. prima	Septima	6	8	9
inter. 4. secunda	Octaua	6	7	9
inter. 4. tertia	Nona	4	6	7
inter. 4. quarta	Decima	3	5	8

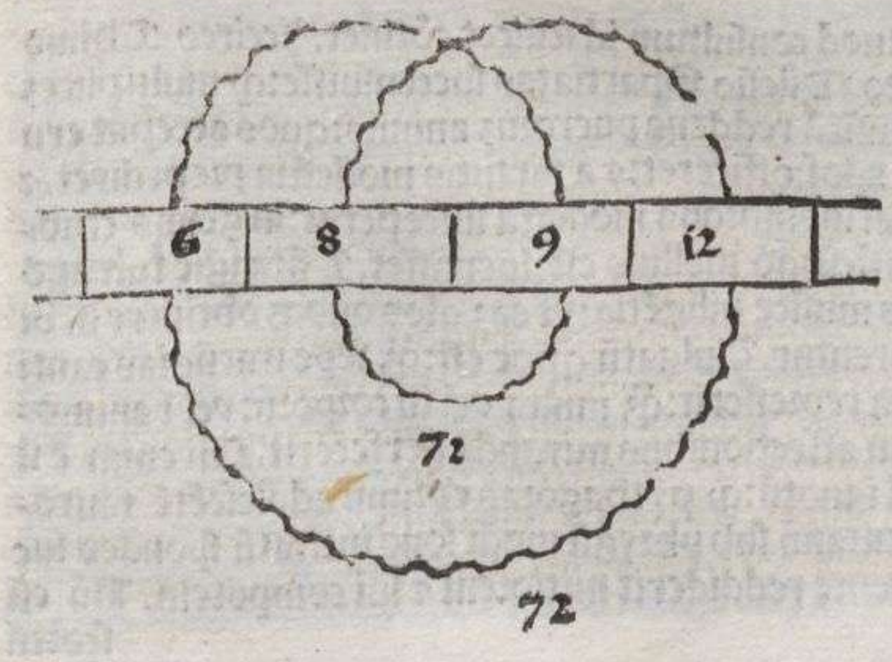
¶ De maxima ⁊ perfecta symphonia que tribus distẽditur internallis. Capitulum. liiii.

Restat ergo de maxima ꝑfectaq; armonia disserere. que tribus interuallis constituta magnam viz obtinet in musici modulaminis temperamentis: ⁊ in speculcatione naturalium questionum. Etenim perfectius huiusmodi medietate nihil poterit ĩueniri: que trib' interuallis producta perfectissimi corpis naturã substantiamq; sortita est. Hoc enim mõ cubũ quoq; trina dimẽsione crassatum: plenam armoniã esse monstrauimus: Hec autem hmõi inuenietur: si duobus terminis cõstitutis: qui ipsi trib' creuerit interuallis longitudine: latitudie: ⁊ profunditate: duo hmõi termini medii fuerit constituti: ⁊ ipsi trib' interuallis notati. qui vel ab equalibus per eq̃les equaliter sunt producti: vel ab inequalibus ad inequalia eq̃liter: vel ab inequalibus ad eq̃lia eq̃liter vel quolibet alio mõ atq; ita cũ armonicam ꝓportionẽ custodiant: alio tñ modo cõparati faciant arithmeticã medietatẽ: hisq; geometrica medietas que inter vtrasq; versat' deesse non possit. In quatuor enim terminis si fuerit quẽadmodũ prim' ad tertiũ. sic secũdus ad quartuz: proportionuz ratione. s. custodita: geometrica medietas explicatur. Et qd̃ continet' sub extremitatib' equum erit ei qd̃ sub vtraq; medietate ad seinuicez multiplicata conficitur. Rursus si maximus quatuor terminorũ numerus ad eum q sibi propinquus ẽ talẽ habeat differentiã qualez idez ipse maximo proprinquus ad paruissimũ huiusmodi proportio in arithmetica considerationе proponitur. Et extremorũ coniunctio duplex erit propria medietate. Si vero inter quatuor q est tertius terminus equa parte quarti quartũ terminuz superet: ⁊ equa primi a primo superet': armonica huiusmodi ꝓportio medietas ꝑspicitur: Et quod continetur

tinetur ſub extremorum aggregatione ⁊ multiplicatione medietatis duplex eſt eo quod ſub vtraq; extremitate conficitur. Sit autem quoddam huius diſpoſitionis exemplar hoc modo. 6.8.9.12. Has igitur omnes ſolidas quãtitates eſſe non dubium eſt. Sex enim naſcuntur ex vno bis ter. 12. autem ex bis duo ter. Horum autem medietates: octonarius fit ſemel duo quater. Nouenarius vero ſemel tres ter. omnes igitur termini cognati ſibi: ⁊ tribus interuallorum dimenſionibus notati ſunt. In his igitur geometrica proportionalitas inuenitur: ſi. 12. ad. 8. vel. 9. ad ſenarium comparemus. Utraq; enim comparatio ſeſqualtera proportio eſt. ⁊ quod continetur ſub extremitatibus idem eſt ei quod fit ex medijs. Namq; quod fit ex duodecies ſex: equum eſt ei quod fit ex octies. 9. Geometrica ergo proportio huiuſmodi eſt. Arithmetica autem eſt ſi duodenarius ad nouenarium: ⁊ nouenarius ad ſenarium cõparetur. In vtriſq; enim ternarius differentia eſt ⁊ iuncte extremitates medietate duple ſunt. Si enim iunxeris ſenarium ⁊ duodecies facies: 18. qui eſt nouenario medio termino duplus. In his ergo geometricam arithmeticam medietatem perſpeximus. Hic quoq; armonica medietas inuenit̃ ſi. 12. ad. 8. ⁊ rurſus. 8. ad ſenarium comparem⁹. qua enim parte ſenarij octonarius ſenariũ ſuperat: ideſt parte tertia: eadem duodenarij parte octonarius ſuperatur. Quatuor enim quib⁹ octonarius a duodenario vincitur: duodenarij tertia pars eſt. Et ſi extremitates iungas. 6. ſcilicet. ⁊. 12. eaſq; per octonarium medium multiplices. 144. ſunt. Quod ſi ſe extremitates multiplicent: ſex ſcilicet ⁊. 12. faciẽt. 72. quo numero. 144. duplus eſt. Inueniemus hic quoq; oẽs muſicas conſonantias. Mãq; 8. ad. 6. ⁊. 9. ad. 12. comparati ſeſquitertiam proportionem reddunt: ⁊ ſimul diateſſaron conſonantiam. Sex vero: ad. 9. vel. 8. ad 12. cõparati reddũt ſeſqualterã ꝓportionẽ. ſed diapẽte ſymphoniam. Duodecim vero ad ſenarium conſiderati duplicem proportionem: ſed diapaſon ſymphoniam canunt. Octo vero. ⁊. 9. ipſi contra ſe medij conſiderati epocdoum iungunt. qui in muſico modulamine tonus vocatur. q̃ olim muſicoꝝ ſonoꝝ mẽſura cõmunis ẽ. Olim. n. ẽ ſonus iſte paruiſſimus. Unde notũ eſt quod diateſſaron ⁊ diapẽte cõſonantiaꝝ tonos differentia eſt. ſicut inter ſeſquitertiam ⁊ ſeſqualterã proportionẽ ſola eſt epocdous differentia. Eius autem deſcriptionis ſubter exemplar adiecimus.

Proportionalitas geometrica.

Seſqualtere proportiones.

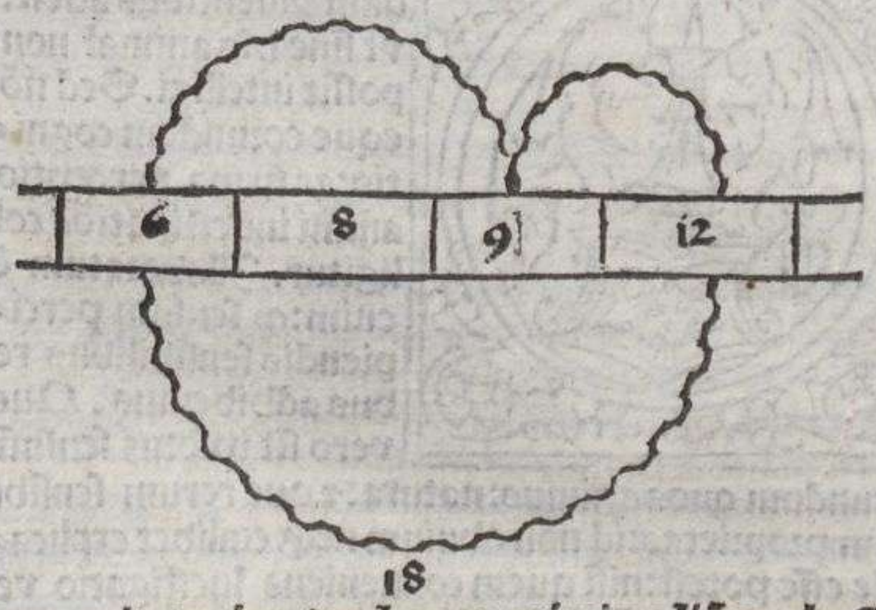


Extremorum mediorumq; multiplicationes

Proportionalitas arithmetica.

Differentie.

3 3

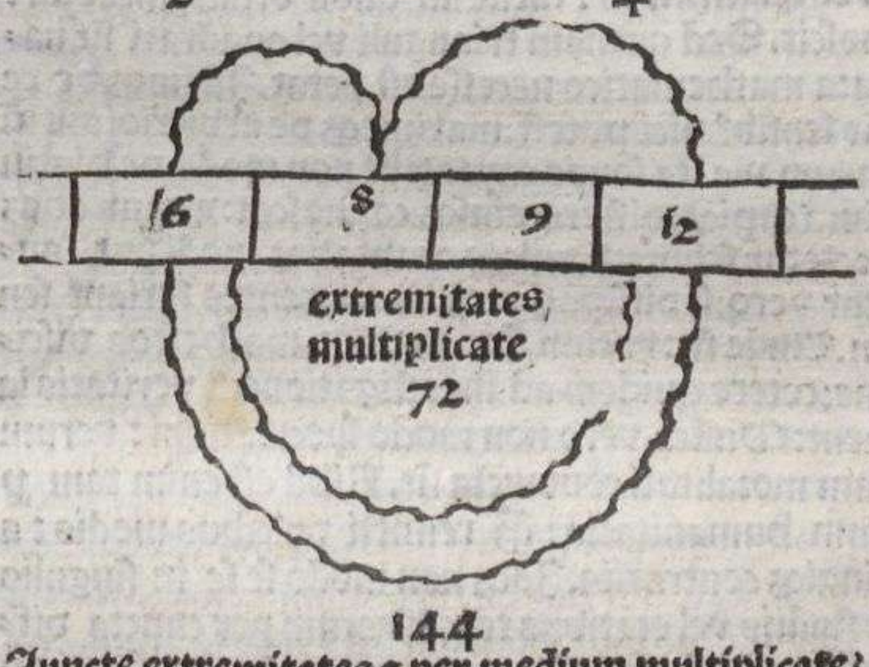


Extremitates iuncte ad nouenarium mediũ duple ſũt

Proportionalitas armonica.

Partes minoris maioriſq; terminorum.

2 4



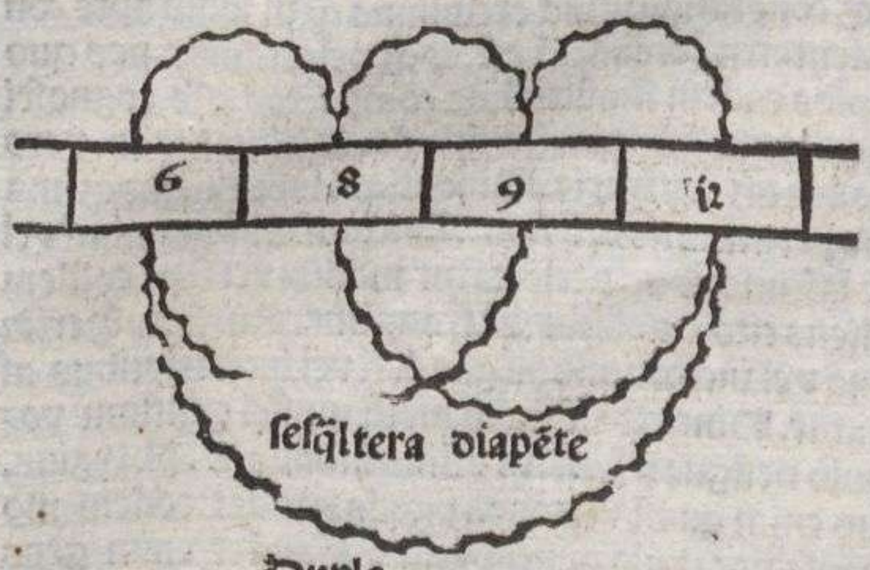
Juncte extremitates ⁊ per medium multiplicate

Conſonantie muſice

Seſquitertia Seſquitertia

Epocdous

Diateſſaron Diateſſaron.



Dupla

Diapaſon

Finis Arithmetice:

Musica

Boetij de Musica liber primus. Proemium Musicam naturaliter nobis esse coniunctam: & mores vel honestare vel euertere.

Capitulum primum.

Omnium quidem perceptio sensuum ita sponte ac naturaliter quibusdam viuentibus adest: vt sine his animal non possit intelligi. Sed nõ eque eorundem cognitio: ac firma perceptio animi inuestigatiõe colligitur. Illaboratum ẽ enim: q̃ sensum percipiendis sensibilibus rebus adhibemus. Que vero sit ipsorum sensuũ secundum quos agimus: natura: & que rerum sensibilium proprietas: id non obuium neq̃ cuilibet explicabile esse potest: nisi quem conueniens inuestigatio veritatis contemplatione direxerit. Adest enim cunctis mortalibus visus: qui vtrum venientibus ad visum figuris: an ad sensibilia radijs emissis efficiatur: iter doctos: quidem dubitabile est: vulgum quoq̃ ipsa dubitatio preterit. Rursus cum quis triangulum respicit vel quadratum: facile id quod oculis intuetur: agnoscit. Sed quenam trianguli vel quadrati sit natura: a mathematico necesse est petat. Idemq̃ de ceteris sensib⁹ dici potest. maximeq̃ de arbitrio auriũ quarum vis ita sonos captat: vt non modo de his iudicium capiat: differentiasq̃ cognoscat: verum etiam delectetur sepius: si dulces coaptatiq̃ modi sint. angatur vero: si dissipati atq̃ incoherentes feriant sensum. Unde fit: vt cum sint quatuor matheseos disciplinę: cetere quidem ad inuestigationem veritatis laborent: Musica vero non modo speculationi: verum etiam moralitati coniuncta sit. Nihil est enim tam p̃prium humanitatis: q̃ remitti dulcibus modis: astringiq̃ contrariis. Idq̃ non modo se se in singulis vel studijs vel etatibus tenet: verum per cuncta diffunditur studia: & infantes: ac iuuenes: necnõ etiam senes ita naturaliter affectu quodam spontaneo modis musicis adiunguntur: vt nulla oino sit etas: que a cantilene dulcis delectatione seiuncta sit. Hic etiam internosci potest: q̃ non frustra a Platone dictum ẽ mundi animam musica conuenientia fuisse cõiunctã. Cum enim ex eo: quod in nobis est iunctũ conuenienterq̃ coaptatum: illud excipimus q̃ in sonis apte conuenienterq̃ coniunctũ est: eoq̃ delectamur. nos quoq̃ ipsos eadem similitudine compactos esse cognoscimus. Amica est enim similitudo. Dissimilitudo vero odiosa atq̃ contraria. Hinc etiam morum quoq̃ maxime permutationes fiunt. Lasciuus quippe animus vel ipse lasciuioribus delectatur modis: vel sepe eosdem audiens cito emollitur: ac frangitur. Rursus asperior mens vel incitatioribus gaudet. vel incitatioribus asperatur. Hinc est etiam q̃ modi musici gentium vocabulo designati sunt: vt lidius modus. & . phrygius. Quo enim quasi vnaquęq̃ gens gaudet: eodem modus ipse vocabulo nuncupatur. Gaudet enim gens modis morum similitudine. Neq̃ enim fieri potest: vt mollia duris: dura molliorib̃us adnectantur. aut gaudeant. Sed amorem delectationemq̃ (vt dictum est) similitudo conciliat. Unde Plato etiam maxime cauendus existimat: ne bene morata musica aliqd permutetur. Negat enim esse vllam tantam morum in repu. labem: quam paulatim de pudenti ac modesta musica inuertere. Statim enim idem quoq̃ audiẽtius animos pati: paulatimq̃ discedere nullumq̃ honesti ac recti retiere vestigiũ: si vel p lasciuiores modos inuerecundus aliquid vel per asperiores feror atq̃ immane mentibus illabatur. Nulla enim magis ad animum disciplinis via: q̃ q̃ auribus patet. Cum ergo per eas. Rithmi modiq̃ ad animum vsq̃ descenderint: dubitari non potest: quin eo modo mentes atq̃ ipsa sunt efficiant: atq̃ conforment. Id vero & intelligi in gentibus potest. Illam que asperiores sũt getarum: duriorib̃us delectantur modis. Que vero mãsuete mediocribus. q̃q̃ id hoc tempore pene nullum est. Quod vero lasciuum ac molle est genus humanũ id totum scenicis ac theatralibus modis tenet. Fuit vero pudens ac modesta Musica: dum simpliciorib⁹ organis ageretur. Ubi vero varie permixteq̃ tractata est: amisit grauitatis atq̃ virtutis modum: & pene in turpitudinem prolapsa minimũ antiquam speciem seruat. Unde Plato precipit minime oportere pueros ad omnes modos erudiri: sed potius ad valentes ac simplices. Atq̃ hic maxime illud retinendus est: q̃ si quoquo modo per paruissimas mutationes hinc aliquid permutaretur: recens quidem minime sentiri: post vero magnam facere differentiam: & per aures ad animum vsq̃ delabi. Iccirco magnam esse custodiam reipu. Plato arbitratur Musicam optime moratam: pudenterq̃ coniunctam ita: vt sit modesta ac simplex: & mascula: nec effeminata: nec fera: nec varia. Quod lacedomõij maxia ope seruauere. dũ apd̃ eos Taletas Cretensis gortin⁹ magno precio accitus pueros disciplina musice artis imbueret. Fuit enim id ãtiqs ĩ morẽ: diuq̃ ꝓmãsit. Quoniam vo eis thimotheus Milesius sup̃ eas: quas ante repererat: vnũ addidit neruũ: ac multipliciorẽ Musicam fecit: exegere de laconica. Cõsultũq̃ de eo factũ ẽ. Quod insigne ẽ spartiatarum lingua. s. litterã in. R. vertentium ip̃z de eo consultũ eisdẽ verbis grecis apposui.

Quod consultum id scilicet cõtinet. Iccirco Thimotheo Milesio Spartiatas succensuisse: q̃ multiplicem Musicã reddens puerorum animis: quos accepat erudiendos: officeret: & a virtutis modestia prepediret. & q̃ armoniã: quã modestã susceperat: in genus chromaticũ: qd̃ mollius est: inuertisset. Tãta igit̃ fuit apd̃ eos musice diligẽtia: vt eam aĩos quoq̃ obtinere arbitrarentur. Vulgatũ qppe est: q̃ q̃ sepe iracũdias cantilena repressерit: q̃ q̃ multa vel in corporũ: vel ĩ animorum affectionibus miranda perfecerit. Cui enim ẽ illud ignotũ: q̃ pythagoras ebrium adolescẽtẽ tauromenitanũ sub phrygii modi sono incitatũ spondeo succinente reddiderit mitiorem & sui compotem. Mã cũ scortũ

ent multa morta visu:

scortum in riualis domo esset clausum: atq; ille furēs vellet domum amburere. cumq; pythagoras stellarum cursus (vt ei mos nocturnus) inspiceret: vbi intellexit sono phrigij modi incitatum multis amicorū admonitionibus a facinore noluisse desistere: mutari modum precepit atq; ita furentis animum adolescentis ad statum mentis pacatissime temperauit. Quod scilicet. Mar. Tullius commemorat in eo libro: quem de consilijs suis composuit: aliter quidem: sed hoc modo. Sed vt aliqua similitudine adductus maximis minima conferam: vt cum vinolenti adolescentes tibiarum etiam cantu (vt fit) instincti mulieris pudice fores frangerent: admonuisse tibicinam vt ipondeum caneret: ⁊ Pythagoras dicitur. Quod cuz illa fecisset tarditate modorum ⁊ grauitate canentis illorum furentem petulantiam consedasse. Sed vt simulia breuiter exempla coquiram. Terpander: atq; Arion Methimneus lesbios: atq; iones grauissimis morbis cātus eripuere presidio. bismenias vero Theban⁹ boetiorum pluribus: quos sciatici doloris tormenta vexabant: modis cunctas fertur absterisse molestias. Sz etiam Empedocles cum eius hospitem quidam gladio furibundus inuaderet. q⁹ eius ille patrem accusatione damnasset: inflexisse modum dicitur canendi: itaq; adolescentis iracundiam temperasse. In tantuz vero prisce philosophie studijs vis musice artis innotuit: vt pythagorici cum diurnas in somno resoluerēt curas. quibusdam cantilenis vterentur: vt ꝗs lenis ⁊ quietus sopor irreperet. Itaq; expereci alijs quibusdam modis stuporem somni confusionemq; purgabant. Id nimirum scientes: q⁹ tota nostre anime corporisq; compago musica coniuncta sit. Nam vt sese corporis affectus habet: ita etiam pulsus cordis motibus incitantur. Quod scilicet Democritus Hypocrati medico tradidisse fertur: cum cum quasi insanum cunctis Democriti ciuibus id opinantibus ī custodia medendi causa viseret. Sed quorsum ista. Quia non dubitari: quin nostre anime ⁊ corporis status eisdem quodammodo proportionibus videatur esse compositus: quibus armonicas modulatiōes posterior disputatio coniungi copulariq; monstrabit. Inde est enim q⁹ infantes quoq; Cantilena Dulcis oblectat. Aliquid vero asperum: atq; immite ab audiēdi voluptate suspendit. Nimirum id etiam omnis etas patitur: omnisq; sexus. Que licz sitis actibus distributa sint: vna tamen Musice delectatione coniuncta sunt. Quid enim fit: cum in fletibus luctus ipsos modulantur dolentes Quod maxime muliebre est: vt cum cantico quodam dulcior fiat causa flendi. Id vero etiam fuit antiquis in morem: vt cantus tibie luctibus preiret. Testis est Papinius Statius hoc versu. Cornu graue mugit adunco tibia: cui teneros suetum producere manes. ⁊ qui suauiter canere non potest: sibi tamen aliquid canit: non quod cum aliqua voluptate afficiat id quod canit: sed q⁹ quandam insitam dulcedinem ex animo proferentes quoquomodo proferant: delectantur. Nonne etiam illud manifestum est: in bellum pugnātium animos tubarum carmine accendi. Quod si verisimile est ab animi pacato statu quemq; ad furorez atq; iracundiam posse proferri. Non est dubium. q⁹ conturbate mentis iracundiam: vel nimiam cupiditatem modestior modus possit astrigere. Quid q⁹ cū aliquis cantilenam libentius auribus atq; animo capit ad illud etiam non sponte conuertitur: vt motum quoq; aliquem similem audite cantilene corpus effingat: ⁊ q⁹ omnino aliquod melos auditum sibi memor animus ipse decerpat. Vt ex his omnibus perspicue: nec dubitanter appareat ita quidem nobis musicam naturaliter esse coniunctam: vt ea ne si velimus quidem: carere possimus. Quocirca intendenda vis mētis est: vt id quod natura est insitum. Scientia quoq; possit comprehensum teneri. Sicut enim in visu quoq; non sufficit eruditis colores formasq; conspicere: nisi etiam que sit horum proprietas: inuestigauerint. Sic non sufficit cantilenis musicis delectari: nisi etiaz quali inter se coniuncte sint vocum proportiōe discat.

Tres esse Musicas: in quo de vi Musice narratur. Capitulum. ij.

Principio igitur de Musica disserenti illud interim dicendum videtur: quot Musice genera ab eius studiosis comprehensa esse nouerimus. Sunt autem tria. Et prima quidem mundana est. Secunda vero humana. Tertia que in quibusdam constituta est instrumētis: vt in Cytbara vel tibijs: ceterisq; que cātilene famulantur. Et primuz ea que est mundana: in his maxime perspicienda est: que in ipso celo vel cōpage elementorum: vel temporum varietate visuntur. Qui enim fieri potest: vt tam velox celi machina tacito silētiq; cursu moueatur. Et si ad nostras aures sonus ille non peruenit. Quod multis fieri de causis necesse est non poterit tamen motus tam velocissimus vti magnorum corporum nullos omnino sonos ciere: cum p̄ sertim tanta sint stellarum cursus coaptatione coniūcti: vt nihil eque compaginatum: nihil ita commixtuz intelligi possit. Namq; alij excelsiores: alij inferiores feruntur: atq; ita omnes equali incitatiōe voluuntur vt per dispares inequalitates ratus cursuum ordo ducatur. Unde non potest ab hac celesti vertigine ratus ordo modulationis abfistere. Jam vero quatuor elementorum diuersitates contrariasq; potentias: nisi q̄dam armonia coniungeret. qui fieri posset: vt in vnū corpus ac machinam conuenirent. Sed hec omnis diuersitas ita ⁊ temporum varietatem parit ⁊ fructuū vt tamen vnuz anni corpus efficiat. Unde si quid horum: que tantam varietatem rebus ministrant: animo ⁊ cogitatione discerpas: cuncta pereant: nec (vt ita dicam) consonum quicq̄z seruent. Et vt in graui bus cordis hic vocis modus est: vt non ad taciturnitatem grauitas vsq; descendat: atq; in acutis ille custoditur acuminis modus: ne nerui nimium tensi vocis tenuitate rumpantur: sed totum sibi sit consentaneū atq; conueniens. Ita etiam in mundi Musica peruidemus nihil ita esse nimium posse: vt alteruz propria nimietate dissoluat. Verum quicquid illud ē: aut suos affert fructus: aut alijs auxiliatur: vt afferant. Nam quod constringit hiems: ver laxat: torret estas maturat autumnus: temporaq; vicissim vel ipsa suos afferunt fructus vel alijs vt afferant subministrant. De qb⁹ posterius studiosius disputandū est. Hūanā vō musicā qsqs in sese ipsum descendit: intelligit. Quid ē.n. q⁹ illam īcorporeā rōnis vivacitatem corpori misceat: nisi q̄dam coaptatio: ⁊ veluti grauium leuium q̄z vocū q̄si vnā cōsonantiam efficiens temperatio. Quid est autem aliud q⁹ ipsius inter se partes anie ꝯiūgat: que (vt Aristoteli placet) ex ratiōabili irratiōnabiliq; coniuncta est. Quid vero q⁹ corporis clemēta permisceat: aut partes sibimet rata coaptatione

contineat. Sed de hac quoqz posterius dicam. Tertia est Musica que in quibusdam consistere dicitur instrumentis. Hec vero administratur aut intentione: vt neruis: aut spiritu vt tibijs: vel his que ad aquaz mouentur aut percussione quadam vt in his: que in concaua quedam virga erea feriuntur: atqz inde diuersi efficiuntur soni. De hac igitur instrumentorum Musica primum hoc opere disputandum videtur. Sed proemij satis est. Nunc de ipsis Musice elementis est differendum.

De vocibus ac de Musice elementis.
Capitulum. iii.

Consonantia: que omnem musice modulationem regit: preter sonum fieri non potest. Sonus vero preter quendam pulsum percussionemqz non redditur. Pulsus atqz percussio nullo modo esse potest: nisi p̃cesserit motus. Si enim cuncta sint immobilia: non poterit alterum alteri concurrere: vt alterum impellatur ab altero. Sed cunctis stantibus motuqz carentibus nullum fieri necesse sonum. Iccirco diffinitur sonus percussio aeris indissoluta vsqz ad auditum. Motuum vero alij sunt velociores: alij tardiores: eorumdemqz motuum alij sunt rariores: alij spissiores. Nam si quis in continuum motum respiciat: ibi aut velocitatem aut tarditatem necesse est comprehendat. Sin vero quis moueat manuz: aut frequenti eã mouebit motu: aut raro. Et si tardus quidem fuerit ac rarior motus: graues necesse est sonos effici ipsa tarditate: ⁊ raritate pellendi. Sin vero sint motus celeres ac spissi: acutos necesse est reddi sonos. Iccirco enim idem neruus si intendatur amplius: acutum sonat. Si remittatur graue. Quando enim tensior est: velociorem pulsum reddit: celeriusqz reuertitur: ⁊ frequentius ac spissius aerem ferit. Qui vero laxior est solutos ac tardos pulsus effert: rarusqz imbecillitate feriendi nec diutius tremit. Neqz enim quotiens pellitur corda: vnus edi tantum putandus est sonus: aut vnam in his esse percussionem: sed totiens aer ferit: quotiens eum corda tremebunda percusserit. Sed quoniam iuncte sunt velocitates sonorum: nulla intercapedo auribus sentitur. Et vnus sonus sensum pellit vel grauis: vel acutus: quamuis vterqz ex pluribus constet: grauis quidem ex tardioribus ⁊ rarioribus: acutus vero ex celeribus ac spissis. veluti si conũ: quẽ turbonem vocant: quis diligenter exornet: eiqz vnã virgulã coloris rubri vel alterius ducat: ⁊ cuz qua potest celeritate conuertat: tunc totus conus rubro colore videtur infectus. Non quo tot' ita sit. Sed q̃ partes puras rubre virge velocitas comprehendat: ⁊ apparere non sinat. Sed de his posterius. Igitur quoniam acute voces spissioribus ⁊ velocioribus motib' incitantur. Graues vero tardioribus ac raris. Liquet additione motuum ex grauitate acumen intendi. detractione vero motuum laxari ex acumine grauitatem. ex pluribus enim motibus acumen q̃z grauitas constat. In quibus autem pluralitas differentiam facit. eam necesse est in quadam numerositate consistere. omnis vero paucitas ad pluralitatem ita sese habet: vt numerus ad numerum comparat'. Eorum vero que secundum numerum conferuntur: partim sibi sunt equalia: partim inequalia. Quocirca soni quoqz partim sunt equales: partim vero sunt ineq̃litate distantes. Sed in his vocib', que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est. ⁊ enim consonantia est dissimilium inter se vocum in vnum redacta concordia.

De speciebus inequalitatis.
Capitulum. iiii.

Ue vero sunt inequalia: quinqz inter se modis inequalitatis momẽta custodiunt. Aut enim alterum ab altero multiplicitate transcenditur aut singulis partibus: aut pluribus: aut multiplicitate ⁊ parte: aut multiplicitate ⁊ partibus. Et primum quidem inequalitatis genus multiplex appellatur. Est vero multiplex: vbi maior numerus minorem numerum habet in se totum vel bis: vel ter. vel quater: ac deiceps: nihilqz deest: nihil eruberat: appellaturqz vel duplum vel triplum vel quadruplum. atqz ad hunc ordinem in infinita progreditur. Secundum vero inequalitatis genus est: quod appellatur superparticulare: idest cum maior numerus minorem numerum habet in se totũ ⁊ vnam eius aliquam partem: eamqz vel dimidiam: vt tres duorum: ⁊ vocatur sesqualtera proportio: vel tertiam: vt quatuor ad tres: ⁊ vocatur sesquitertia. Adhunc etiam modum in posterioribus numeris ps aliqua a maioribus super minores numeros continetur. Tertium vero genus inequalitatis est: quotiens maior numerus totum intra se minorem continet: ⁊ eius aliquantas insuper partes. ⁊ si duas quidem supra continet. vocabitur proportio superbipartiens: vt est quinqz ad tres. Sin vero tres super se continet vocabitur supertripartiens: vt sunt septem ad quatuor. Et in ceteris quidem eadem similitudo esse potest. Quartum vero inequalitatis est genus: quod ex multiplici: ⁊ superparticulari coniũgitur: cum scz maior numerus hz in se minorem numerum vel bis: vel ter: vel quotienslibet atqz eius vnam partem aliquã. Et si eum bis habet: ⁊ eius dimidiã partẽ: vocabitur duplex sesq̃lter: vt sunt quinqz ad duo. Sin vo bis minor ꝯtinebit: ⁊ eius tertia pars: vocabit duplex sesquiterti': vt sũt septẽ ad tres. Sin vero tertio ꝯtinebitur: ⁊ eius dimida pars: vocabitur triplex sesqualter: vt sunt septem ad duo. Atqz ad eundem modum in ceteris ⁊ multiplicitatis: ⁊ superparticularitatis vocabula variantur. Quintum est genus inequalitatis: quod appellatur multiplex superpartiens: quando maior numerus minorem numerum habet in se totum plusq̃z semel: ⁊ eius plusq̃z vnam aliquam partem. Et si bis maior numerus minorem numerum cõtinebit: duasqz eius insuper partes: vocabitur duplex superbipartiẽs: vt sunt tres ad octo. ⁊ rursus triplex superbipartiens: vt sunt tres ad vndecim. Ac de his iccirco nunc strictim ac breuiter explicamus: quoniam in libris: quos de Arithmetica institutione conscripsimus: diligentius enodauimus.

Que inequalitatis species consonantijs aptentur.
Capitulum. v.

Ex his igitur inequalitatis generib' postrema duo quoniam ex superiorib' mixta sũt relinquamus. De tribus vero prioribus speculatio facienda est. Optinere igitur maiorẽ ad consonantias potestatez videtur multiplex: consequenter autẽ superparticularis. Superpartiens vero ab armonie concinentia separatur: vt quibusdam preter Ptolomeum videtur.

Cur

¶Cur multiplicitas: ⁊ superparticularitas consonātijs deputentur.

Capitulum.vi.

Ea namq; probantur comparationi consentanea que sunt natura simplicia Et quoniā grauitas ⁊ acumen in quantitate consistūt ea maxime videbuntur seruare naturam concinentie que discrete proprietatem quātitatis poterunt custodire. Nam cum sit alia quidem discreta quantitas: alia vero continua: ea que discreta est. in minimo quidem finita est: sed in infinitum per maiora procedit. Namq; in ea minima vnitas eademq; finita est. In infinitum vero modus pluralitatis augetur: vt numerus qui cum a finita incipiat vnitate: crescendi non habet finē. Rursus que est continua: tota quidem finita est: sed per infinita minuitur Linea enim que continua est: infinita semper partitione diuiditur. Cum sit eius summa vel pedalis vel que cunq; alia definita mensura. Quocirca numerus semper in infinita crescit: continua vero quantitas in infinita minuitur. Multiplicitas igitur quoniam crescendi finem non habet: numeri maxime seruat naturam Superparticularitas autem: quoniam in infinitum minorem minuit proprietatem seruat continue quantitatis. Minuit autem minorem: cum semper eum cōtinet. ⁊ eius vel dimidiam partem: vel tertiam: vel q̄rtam. vel quintam. Nam semper pars a maiore numero denominata ipsa decrescit. Nam cum tertia a tribus denominata sit: quarta vero a quatuor: cum quatuor tres superent: quarta potius q̄ tertia minutior īuenitur. Superpartiens vero iam quodāmodo a simplicitate discedit. Duas enim vel tres vel quatuor habet insuper partes: ⁊ a simplicitate discedens eruberat ad quandam partium pluralitatē. Rursus multiplicitas omnis in integritate se continet. Nam duplum bis habet totum minorem. Triplum item tertio continet totum minorem: atq; ad eundem modum cetera. Superparticularitas vero nihil integrum seruat: sed vel dimidio superat: vel tertia: vel quarta: vel quinta. Sed tamen diuisionem singulis ac simplicib⁹ partibus operatur. Superpartiens autem inequalitas nec seruat integrum: nec singulis adimit partes. Atq; ideo secundum. Pythagoricos minime musicis consonātijs adhibetur. Ptolomeus tamen etiā hāc proportionē īter consonātias ponit: vt posteri⁹ ostēdā.

¶Que proportiones quibus consonātijs musicis aptē tur.

Capitulum.vii.

Illud tamen esse cognitum debet: q̄ omnes musice consonantie aut in duplici. aut in triplici: aut ī quadrupla: aut ī sesqualtera: aut in sesquitertia proportione cōsistant. Et vocabitur quidem que in numeris sesquitertia est: diatessaron. Que in numeris sesqualtera: Diapente appellatur in vocibus. Que in proportionibus dupla est: diapason in consonantijs. Tripla vero diapente: ac diapason. Quadrupla autem bisdiapason. Et nunc quidem vniuersaliter: atq; indiscrete dictum sit. Posterius vero omnis ratio proportionū lucebit

¶Quid sit sonus: quid interuallum: quid concinentia.

Capitulum.viij.

Sonus igitur est vocis casus emmelesideest aptus melo in vnam intensionem. Sonum vero non generalem nunc volumus diffinire. Sed eum qui grece dicitur phthongus dictus a similitudine loquēdi φθέγγε σθαι. Interuallum vero est soni acuti grauisq; distātia. Consonantia est acuti soni grauisq; mixtura suauiter vniformiterq; auribus accidens. Dissonātia vero est duorum sonorum sibimet permixtorum ad aurem veniens aspera: atq; iniocunda percussio. Nam dum sibimet misceri: nolunt: ⁊ quodammodo integer vterq; nititur peruenire: cunq; alter alteri officit: ad sensum vterq; insuauiter transmittitur.

¶Non omne iudicium dandum esse sensibus: sed amplius rationi esse credendum: in quo de sensuum fallacia.

Capi.ix.

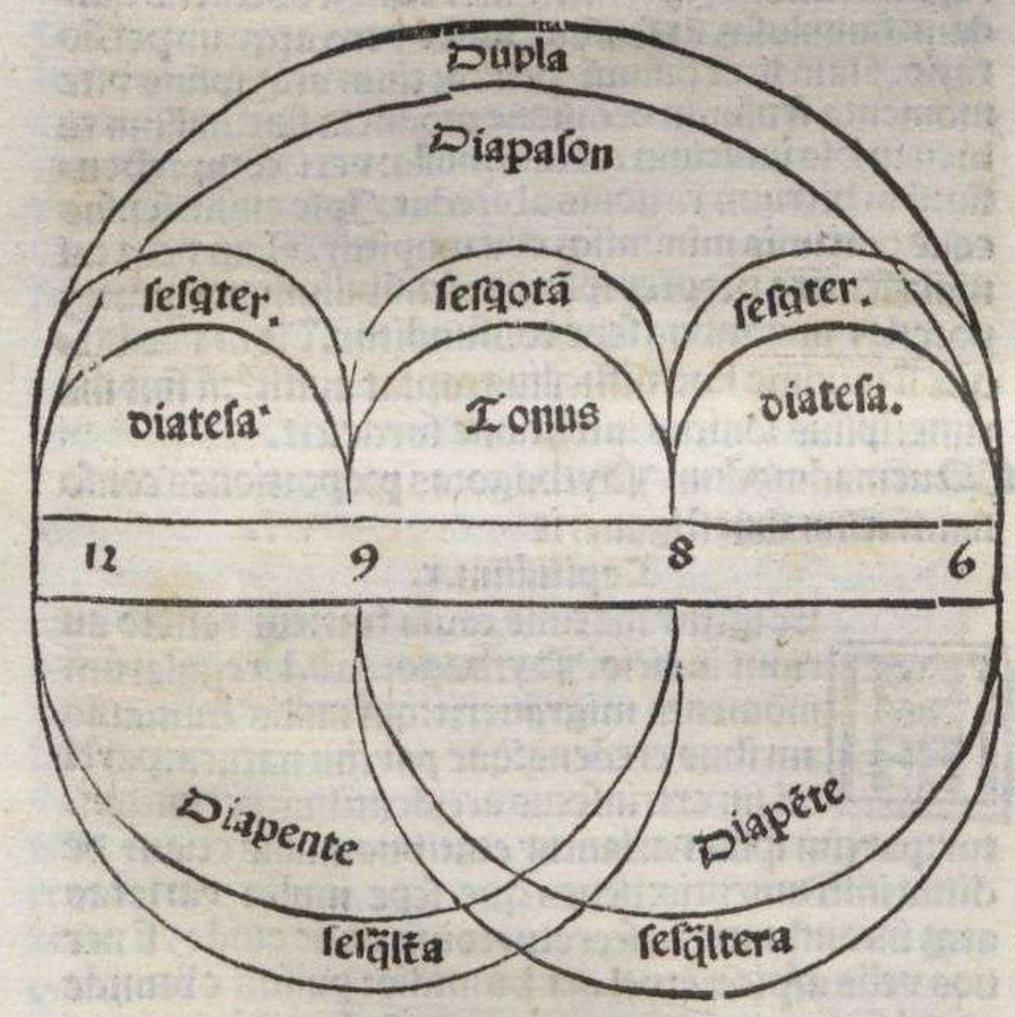
Ed de his ita proponimus: vt nō omne iudicium sensibus demus: quāq̄ a sensu aurium huiusce arti sumatur omne principiū Nam si nullus esset auditus: nulla omnino disputatio de vocibus extitisset. Sed principium quodammodo: ⁊ quasi admonitionis vicem tenet audit⁹ Postrema vero perfectio: agnitionisq; vis in ratione consistit: que certis regulis sese tenens nullo vnq̄ errore prolabitur. Nam quid diutius dicendum est de errore sensuum: quando nec omnibus eadem sentiendi vis: nec eidem homini semper equalis est. Frustra autem vario iudicio quisq̄ committet: quod veraciter affectat inquirere. Iccirco Pythagorici medio quodam feruntur itinere. Nam nec omne iudiciū dedunt auribus: ⁊ quedam tamen ab eis nō nisi aurib⁹ explorantur. Ipsas ⁊ enī consonātias aure metiūtur. Quibus vero inter se distantijs consonantie differāt id iam non auribus: quarum sunt obtusa iudicia: sed regulis rationiq; permittunt: vt quasi obediens quidam. famulusq; sit sensus. Iudex vero atq; imperās ratio. Nam licet omniū pene artium atq; ipsius vite momenta sensuum occasione producta sint: nullum tamen in his iudicium certum: nulla: veri comprehensio: si arbitrium rationis abscedat. Ipse enim sensus eque maximis minimisq; corrumpitur. Nam neq; minima sentire propter ipsorum sensibilium paruitatem potest: ⁊ maioribus sepe confunditur. Ut in vocibus que si minime sint: difficilius captat audit⁹: si sint maxime: ipsius sonitus intentione surdescit.

¶Quemadmodum Pythagoras proportiones consonantiarum inuestigauerit

Capitulum.x.

Hec igitur maxime causa fuit: cur relicto aurium iudicio. Pythagoras ad regularum momenta migrauerit: qui nullis humanis auribus credens: que partim natura: partim etiam extrinsecus accidentibus permutantur: partim ipsis variantur etatibus: nullis etiam deditus instrumentis: penes que sepe multa varietas atq; inconstantia nasceretur: dum nunc quidem si neruos velis aspicere: vel aer humidior pulsus obtundere vel siccior excicaret: vel magnitudo corde grauiorem redderet sonum: vel acumen subtilior tenuaret: vel alio quodammodo statum prioris constantie mutaret: ⁊ cum idem esset in ceteris īstrumētis: oia hec inconsulta mimeq; estimans fidei diu estuans ingrebat: qua nam rōne firmiter ⁊ constanter consonantiarū momēta p̄disceret. Cū īterea diuino quodā nutu p̄teriēs fabrorū officinas pulsos malleos exaudiuit ex diuersis sonis vnam quodāmodo concinentiā personare. Ita igitur ad id quod diu inquirebat. attonitus accessit ad op⁹. Diuq; considerans arbitratus est diuersitatē sonorū ferientiū vires efficere. Atq; vt id apertius colliqueret: mutarent inter se malleos impe

ra..ur. Sed sonorum proprietas non in hominum lacertis herebat: sed mutatos malleos comitabat. Ubi igitur id animaduertit: malleorum pondus examinat Et cum quinq; essent sorte mallei: dupli reperti sunt pondere: qui sibi secundum diapason consonantiam respondebant. Eundem etiam qui duplus esset alio sesquitertium alterius comprehendit ad quem scilicet diatessaron sonabat. Ad alium vero quendam: qui eidem diapente consonantia iungebatur. eundem superioris duplum reperit esse sesqualterum. Duo vero hi: ad quos superior duplex sesquitertius ⁊ sesqualter esse probatus est. ad se inuicem sesquioctauas proportionem perpensi sunt custodire. Quintus vero est reiectus: qui cunctis erat inconsonans. Cum igitur ante Pythagoram consonantie musice partim diapason: partim diapente: partim diatessaron: que est consonantia minima: vocarentur. Primus Pythagoras hoc modo reperit: qua proportione sibimet hec sonorum corda iungeretur. Et vt sit clarius. quod dictum est. Sint verbi gratia malleorum quattuor pondera que subter scriptis numeris contineantur. 12. 9. 8. 6 Hi igitur mallei: qui. 12. ⁊. 6. ponderibus vergebāt: diapason in duplo concinentiam personabant. Malleus vero. 12. ponderum ad malleum. 9. Et malleus. 8. ponderum ad malleum. 6. ponderum secundū epitritam proportionem diatessaron consonantia iungebatur. Nouem vero ponderum ad. 6. ⁊. 12. ad. 8. diapente consonantiam permiscebant. Nouem vero ad 8. in sesquioctaua proportione resonabant tonum.



¶ Quibus modis varie a Pythagora proportiones consonantiarum perpense sint.

Capitulum. xi.

Hinc igitur domus reuersus varia examinatione perpendit. an in his proportionibus ratio symphoniax tota consisteret. Nunc quidem equa pondera neruis aptans. Eorumq; consonantias aure diiudicans. Nūc vero in longitudine calamorum duplicitatem medietatemq; restituens: ceteraq; proportiones aptans integerrimam fidem diuersa experientia capiebat. Sepe ⁊ pro mensurarum modo cyathos equorus ponderum acetabulis immitens. Sepe ipsa quoq; acetabula diuersis formata ponderibus virga erea ferreaue percutiens nihil esse diuersum inuenisse letatus est. Hic etiam ductus longitudinem crassitudinemq; cordarum vt examinaret aggressus est. Itaq; inuenit regulam: de qua posterius loquemur: que ex re vocabulum sumpsit: non q; regula sit linea: per quam magnitudines cordarum sonumq; metitur: sed q; regula q̄dam sit huiusmodi inspectio fixa firmaq; vt nullum inquirentem dubio fallat iudicio.

¶ De diuisione vocū: earumq; explanatione.

Capitulum. xii.

Sed de his hactenus. Nunc vocum differētias colligamus. Omnis enim vox aut syneches est: que continua: aut diastematice q̄ dicitur cum interuallo suspensa. ⁊ continua quidem est. qua loquentes: vel prosam orationem legentes verba percurrimus. festinat enim tūc vox non herere in acutis ⁊ grauibus sonis: sedq; velocissime verba percurrere expediendisq; sensibus: exprimendisq; sermonibus continue vocis impet' opātur. Diastematice autem est ea: quam canendo suspēdimus: in qua non potius sermōibus: sed modulis inseruimus. Estq; vox ipsa tardior: ⁊ per modulandas varietates quoddam faciens interuallum: nō tacitur nitatis: sed suspense ac tarde potius cantilene. His (vt albinus autumat) additur tertia differentia: que medias voces. possit includere: cum sc̄ heroum poemata legimus: neq; continuo cursu: vt prosam: neq; suspenso segnioriq; modo vocis: vt canticum:

¶ Quod infinitatem vocum humana natura finierit.

Sed que continua vox est: ⁊ ea rursus qua decurrimus cantilenam: naturaliter quidem infinite sunt. Consideratione enim accepta nullus modus vel euoluendis sermonibus fit: vel acuminibus attollendis: grauitatibusq; laxandis. Sed vtrisq; natura humana fecit ꝓprium finem. Continue enim voci terminum humanus spiritus fecit: vltra quem nulla ratione valet excedere. tātū enim vnusq;sq; loquitur continue: quantum naturalis spiritus sinat. Rursus diastematice voci natura hominum terminum facit que acutam eorum vocem grauemq; determinat. Tm̄ enim vnusquisq; vel acumen valet extollere: vel deprimere grauitatem: quantū vocis eius naturaliter patit̄ mod'.

¶ Quis modus sit audiendi.

Capitulum. xiiii.

Nunc quis modus audiendi sit: disseramus Tale enim quiddam fieri consueuit in vocibus: quale cū paludibus vel quietis aqs iactum eminus mergitur saxus. Prius. n. in paruissimum orbem vndam colligit. deinde maioribus orbibus vndarum globos spargit atq; eo vsq;. dum fatigatus motus ab eliciendis fluctibus conquiescat. Semperq; posterior. ⁊ maior vndula pulsu debiliore diffunditur. q; si quid sit: quod crescentes vndas possit offendere: statim ille motus reuertitur: ⁊ quasi ad centrum. vnde profectus fuerat: eisdem vndulis rotundatur. Ita igitur cum aer pulsus fecerit sonum: pellit alium proximum: ⁊ quodam modo rotundum fluctum aeris ciet. Itaq; diffundit ⁊ omnium circunstantium simul ferit auditum. atq; illi est obscurior vox: qui longius steterit quoniam ad eum debilior pulsi aeris vnda peruenit.

¶ De

Nota quod tong nõ propie est consonatia et idcꝰ Sygig dixerat (ꝛ assera Diatessaron ꝛ minimꝰ consonatiaꝰ et quod quatꝛ sit nõ apaza et Dif ꝛ no ne Sygig asignat)

De ordine theorematum.i.speculationum.

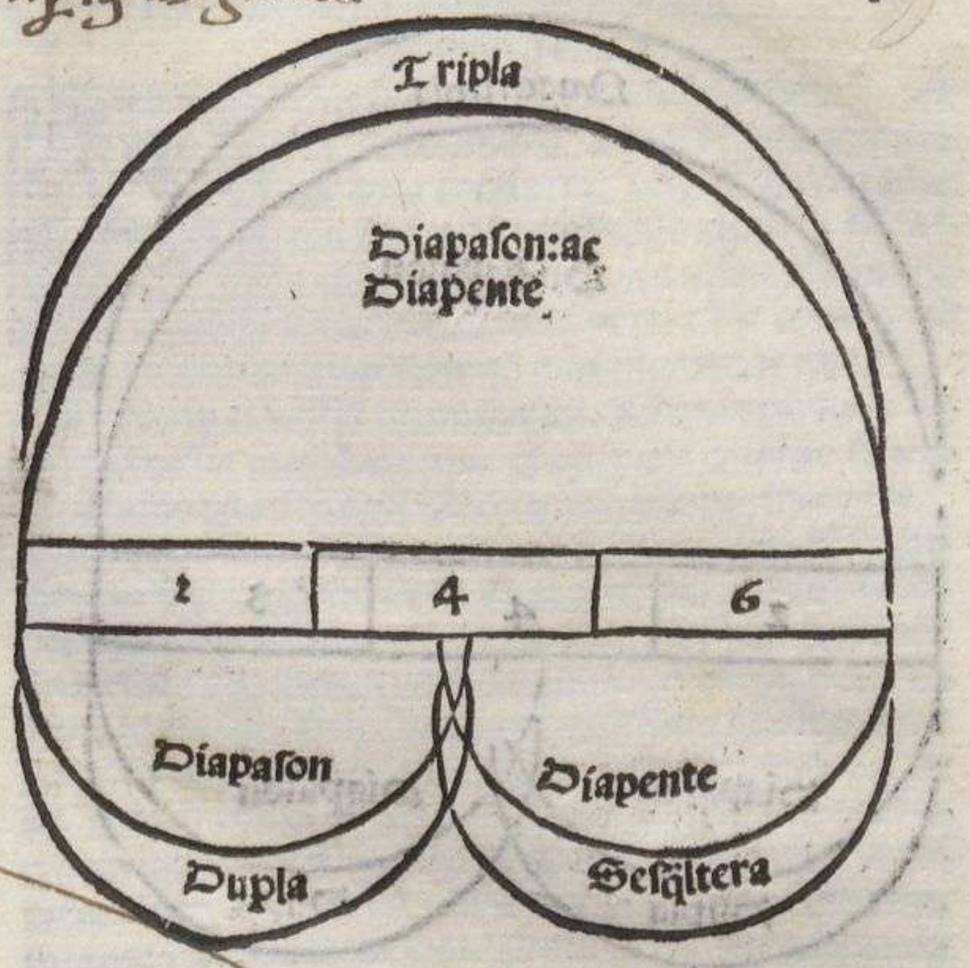
Capitulum.xv.

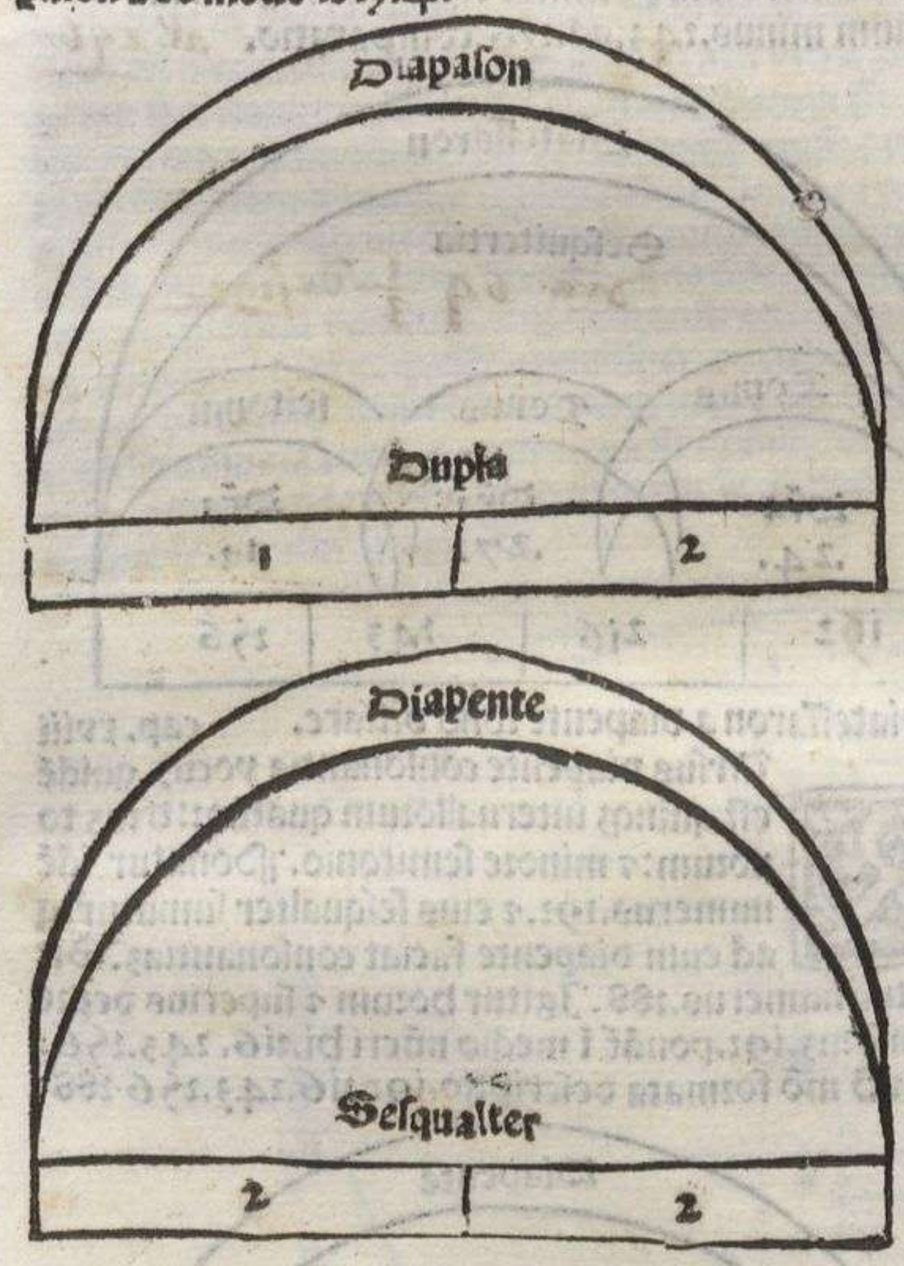
Is igitur ita positis dicendum videtur:quot
b generibus ois cantilena teratur:de quib'ar-
monice inētiōis disciplia ꝗsiderat. Sunt aūt
hec Diatonicum: Cromaticū enarmonicū. De qbus
ita demū explicādū ē:si pri' de tetracordis disseram'
ꝛ quēadmodum auctus neruorum numer' ad id quo
nunc pluralitas est: vsqꝫ peruenerit. Id autem fiet.
Si prius commemoremus:quibus proportiōib' sym-
phonie musice misceantur.

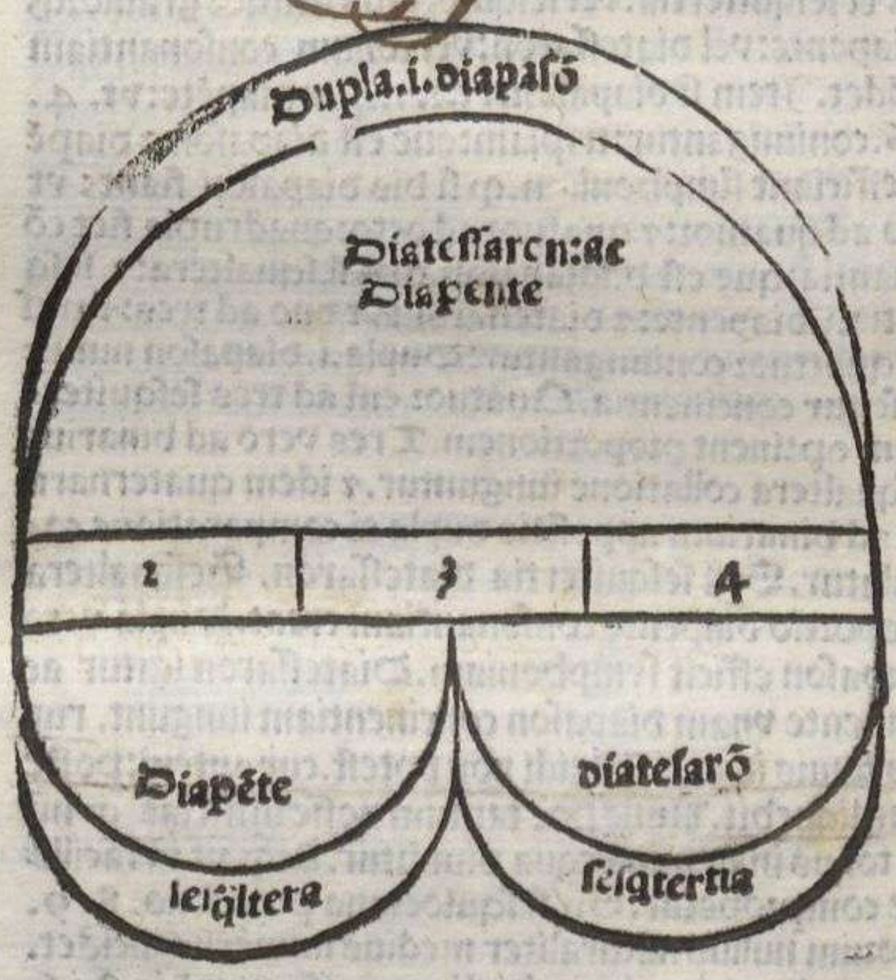
De consonantijs proportionum:ꝛ tono:ꝛ semitonio

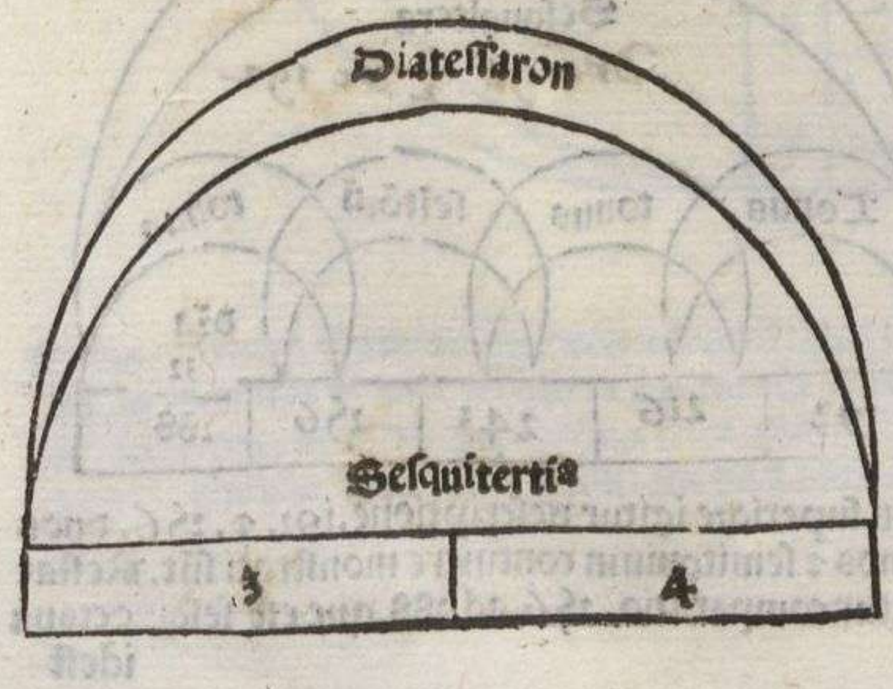
Capitulum. xvi.

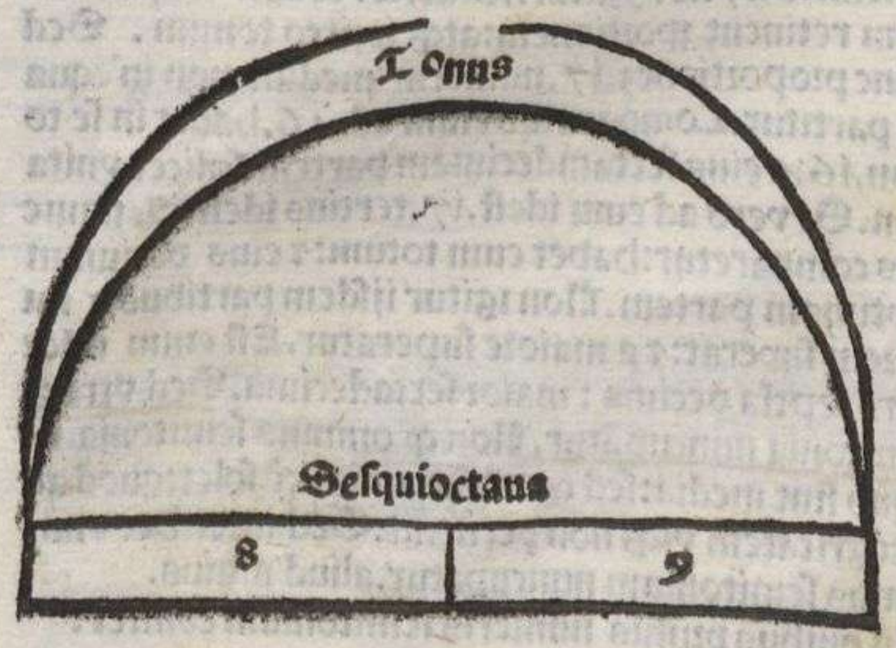
Diapason consonantia est:que fit i duplo vt
hec est.i.2.Diapente vo que constat bis nu
meris.2.3.Diatessaron vero est:que i hac
proportione consistit.3.4.Tonus vero ses
quioctaua proportione concluditur. Sed i
hoc nōdū cōsonantia: vt.8.9.Diapason vero ꝛ dia-
pente tripla comparatione colligitur hoc modo.2. 4.
6.Bisdiapason quadrupla collatiōe perficitur.2. 4.
8.Diatessaron vero ac diapente vnuꝫ perficiunt dia
pason hoc modo .2 .3.4.

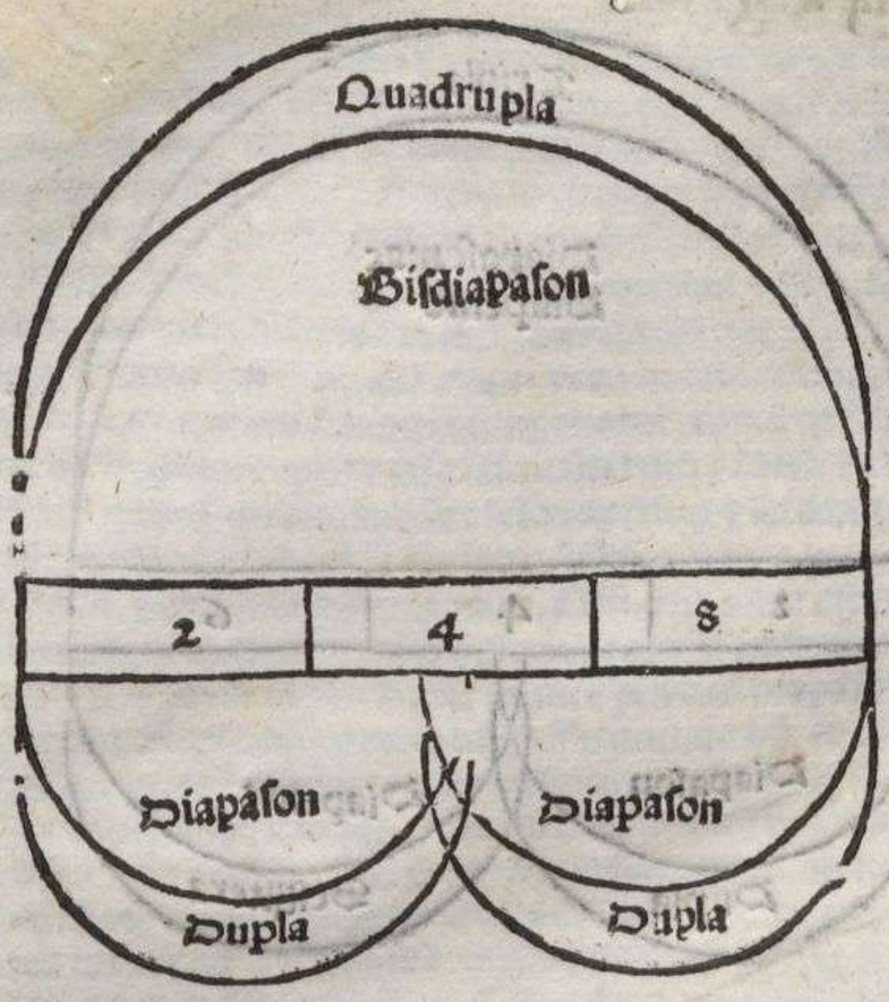








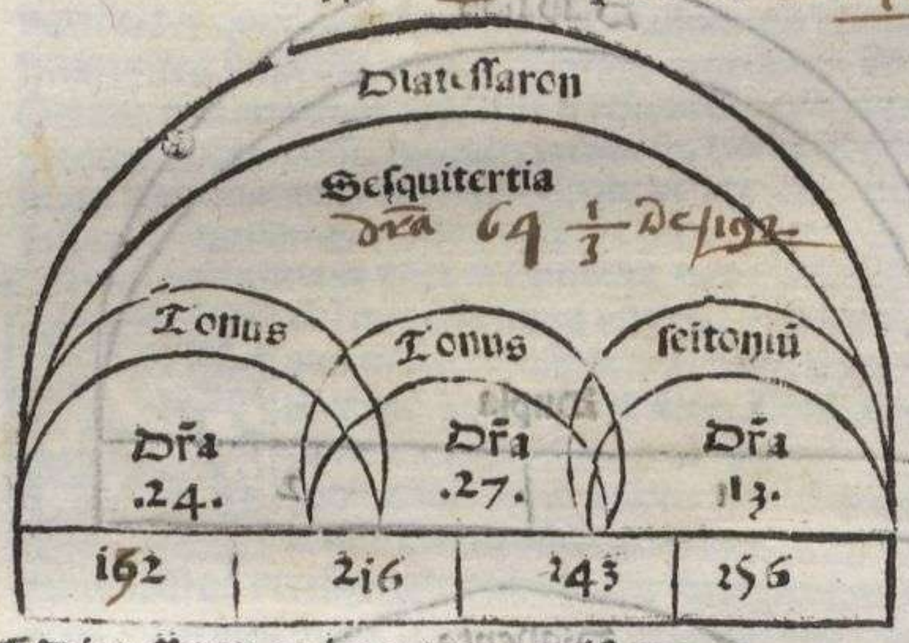




Nam si vox voci duplo sit acuta vel grauis: diapasõ consonantia fiet. Si vox voci sesqualtera proportiõe sit vel sesquitertia: vel sesquioctaua acutior grauiorq; Diapente: vel diatessaron: vel tonum consonantiam reddet. Item si diapason. vt. 2. 7. 4. 7 diapẽte: vt. 4. 7. 6. coniungantur: triplam: que est diapason 7 diapẽte: efficiant simphoniam. q; si bis diapason fiant: vt duo ad quatuor: 7 quatuor ad octo: quadrupla fiet cõsonantia: que est bisdiapason. q; si sesqualtera: 7 sesqtertia. i. diapente: 7 diatessaron: vt duo ad tres: 7 tres ad quattuor coniungantur: Dupla. i. diapason nimirq; nascitur concinentia. Quatuor enim ad tres sesquitertiam optinent proportionem. Tres vero ad binarius sesqualtera collatione iunguntur. 7 idem quaternarius ad binarium appositis dupla ei comparatione copulatur. Sed sesquitertia diatessaron. Sesqualtera proportio diapente consonantiam creat. Dupla vero diapason efficit symphoniam. Diatessaron igitur ac diapente vnam diapason concinentiam iungunt. rursus tonus in equa diuidi non potest. cur autem: posterius liquebit. Nunc hoc tantum nosse sufficiat. q; nũq; tonus in gemina equa diuiditur. Atq; vt id facillime comprobetur. Sit sesquioctaua proportio. 8. 9. Horum nullus naturaliter medius numerus incidet. Hos igitur binario multiplicemus: fiuntq; bis. 8. 16. bis. 9. 18. inter. 16. autem. 7. 18. vnus numer' naturaliter incidit: qui est scilicet. 17. Qui disponantur in ordinem. 16. 17. 18. Igitur. 16 ac. 18. collati sesquioctauam retinent ꝓportionem: atq; iccirco tonum. Sed hanc proportionem. 17. numerus medius non in equalia partitur. Comparatus enim ad. 16. habet in se totum. 16. 7 eius sertamdecimam partem scilicet vnitatem. Si vero ad eum idest. 17. tertius idest. 18. numerus comparetur: habet eum totum: 7 eius decimam septimam partem. Non igitur ijsdem partibus 7 minorem superat: 7 a maiore superatur. Est enim minor pars septima decima: maior sertadecima. Sed vtraq; semitonia nuncupãtur. Non q; omnino semitonia ex equo sint media: sed quod semium dici solet: quod ad integritatem vsq; non peruenit. Sed inter hec vnus maius semitonium nuncupatur. aliud minus.

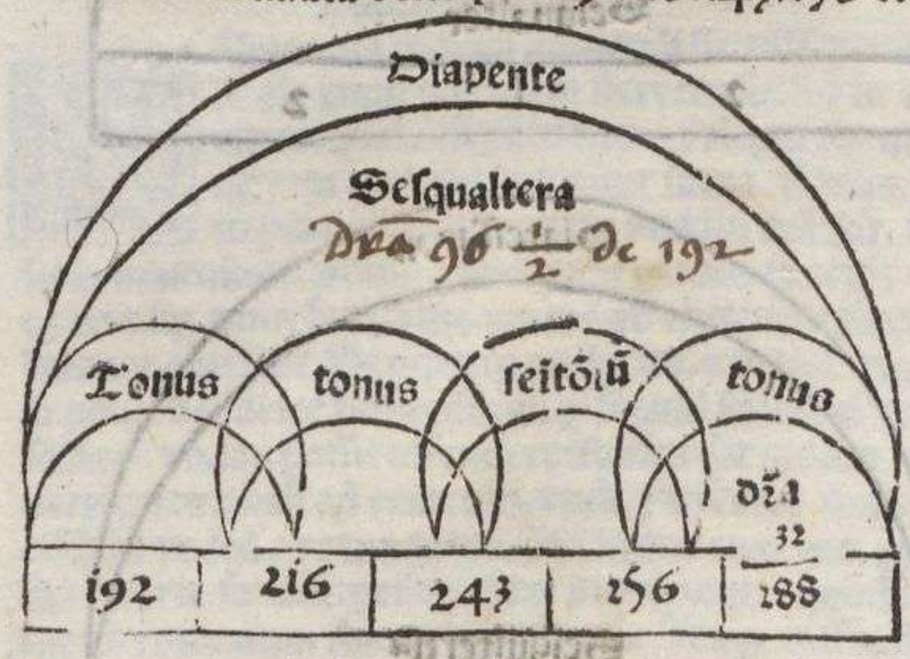
¶ In quibus primis numeris semitonium constet. Capitulum. xvii.

Quod vero sit integrum semitonium: aut q; bus primis numeris constet: nunc euidentius explicabo. Id enim quod de diuisione toni dictum est: non ad hoc pertinet: vt semitoniorum modos voluerimus ostendere Sed ad id potius q; tonum in gemina equa dicerem' non posse disiungi. Diatessaron: que est consonantia: vocum quidem est quatuor: interuallorum trium. Cõstat autem ex duobus tonis: 7 non integro semitonio Sit enim subiecta descriptio. 162. 216. 243. 256. Si igitur. 192. numerus. 256. comparetur: sesquitertia proportio fiet: ac diatessaron cõcinentiam resonabit. Sed si. 216. ad. 192. comparemus: sesquioctaua ꝓportio est. est enim eorum differentia. 24. que ẽ octaua pars de. 192. est igit' tonus. Rursus si. 243. ad. 216. cõparetur: erit altera sesquioctaua proportio. Nam eorum differentia. 27. pars. 216. probatur octaua. restat comparatio. 256. ad. 243. Quorum differentia ẽ 13. Qui ocies facti medietatem. 243. non videntur ꝛplere. Nõ ẽ igitur semitonium: sed minus a semitonio tunc enim integrum esse semitonium iure putaretur Si eor differentia: que est. 13. facta ocies medietatẽ 243. numerorum potuisset equare. Estq; verum semitonium minus. 243. ad. 256. comparatio. at. 246



¶ Diatessaron a diapente tono distare. cap. xviii

Rursus diapente consonantia vocum quidẽ est quinq; interuallorum quatuor: triu; tonorum: 7 minore semitonio. Nondonatur idẽ numerus. 192. 7 eius sesqualter sumatur: q ad eum diapente faciat consonantia;. Sit igitur numerus. 288. Igitur horum 7 superius deprehensorum. 192. ponãt' i medio nũeri hi. 216. 243. 256. 7 fit ꝗ mõ formata descriptio. 192. 216. 243. 256 288.



¶ In superiore igitur descriptione. 192. 7. 256. duos tonos 7 semitonium continere monstrati sũt. Restat igitur comparatio. 256. ad. 288. que est sesquioctaua idest

idest tonus eorumq; differentia est. 32. que est octaua pars. 256. Itaq; monstrata est diapente consonãtia ex tribus tonis semitonioq; constare. Sed dubius diatessaron consonantia a centum nonaginta duob⁹ numer⁹ vsq; ad. 256. venerat. Nunc vero diapẽte ab eisdem. 192. numeris vsq; ad. 288. distenditur. Superatur igitur diatessaron consonantia ad diapente ea proportione. que iter. 256. ⁊. 288. numeros continetur. At est hic tonus. diatessaron igitur symphonia a dyapente tono transcenditur

¶ Diapason quinq; tonis: ⁊ duobus semitonijs iungi.

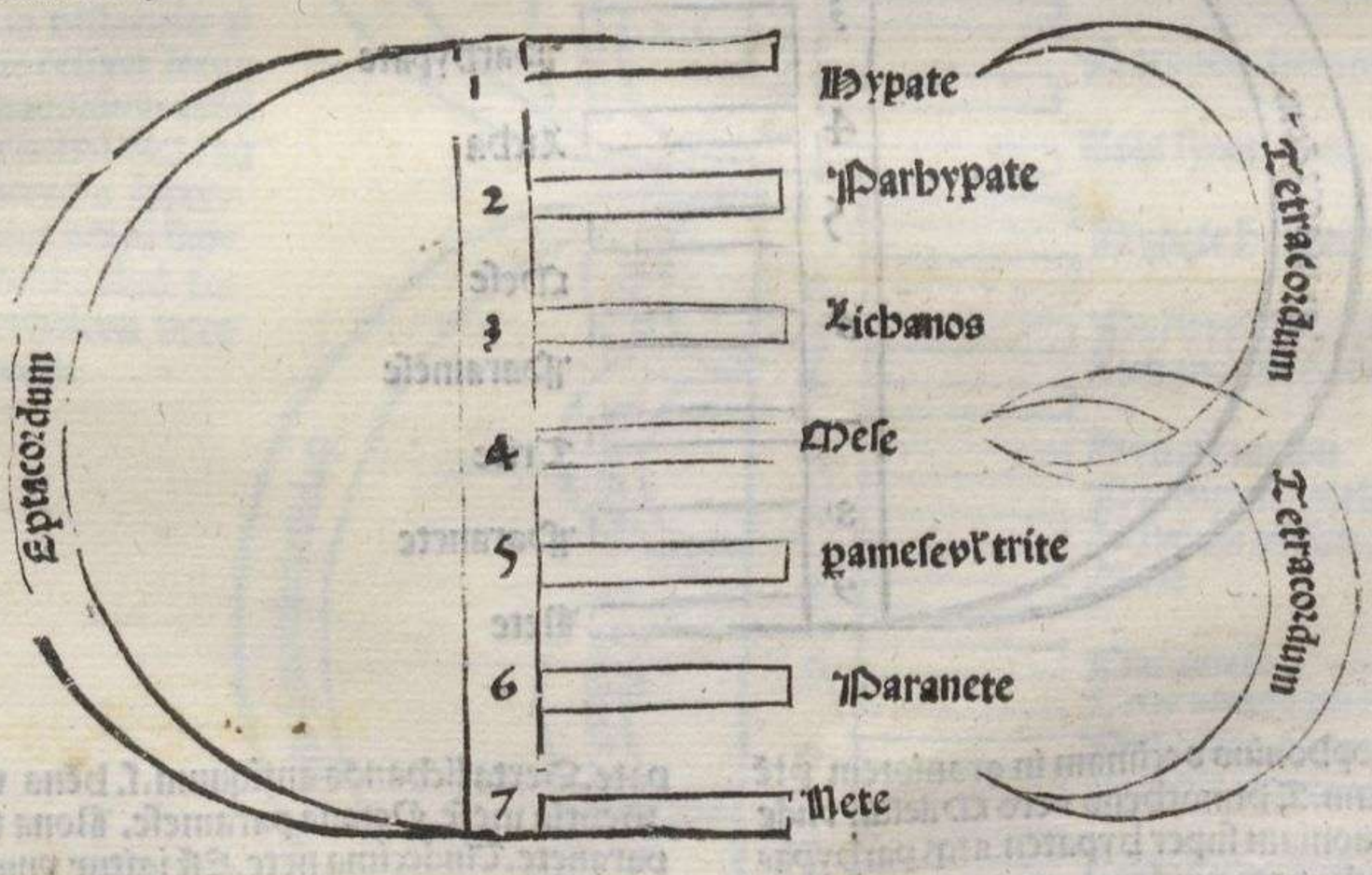
Capitulum. xix.

Dapason consonantia constat ex quinq; tonis: ⁊ duobus semitonijs: que tamen vnus non impleant tonum. Quoniam enim mõstratum est diapason ex diapente ⁊ diatessaron consistere: diatessaron vero probata est ex duobus tonis ⁊ semitonio constare: diapente ex tribus tonis ac semitonio: simul iuncta efficiunt quinq; tonos. Sed quoniam illa duo semitonia non erãt integre medietatis: eorum coniunctio ad plenum vsq; non peruenit. Sed medietatem quidem superat: ab integritate relinquitur. Estq; diapason secundum hãc rationem ex quinq; tonis ⁊ semitonijs duobus. Que sicut ad integrum tonum non aspirat: ita vltra integrum semitonium prodeunt. Sed que horum sit ratio: vel quemadmodum ipse consonantie musice reperiantur: postea liquidius explanabitur. Interea presẽti disputationi sub mediocri intelligentia credulitatis adhibenda est tunc vero firma omnis fides sumenda est: cum propria vnumquodq; demonstratiõe claruerit. His igitur ita dispositis paulisper de cithare neruis: ac de eorum nominibus: quoq; modo sunt additi disseramus. Queq; eorum causa sit nominum. hic enim primum ad noticiam veniẽtibus facile erit sciẽtia que sequuntur: amplecti.

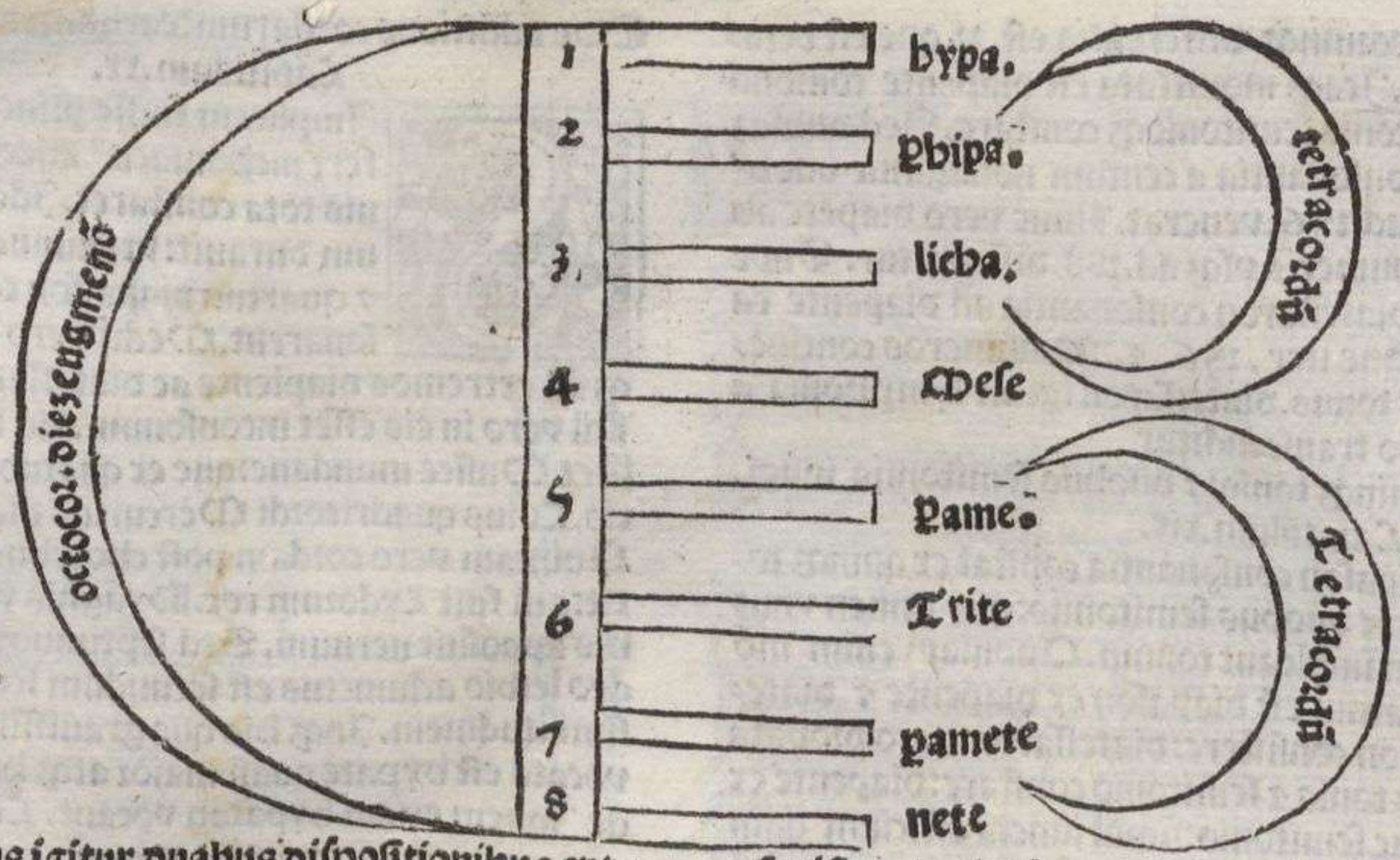
¶ De additione cordarum: earumq; nominibus.

Capitulum. xx.

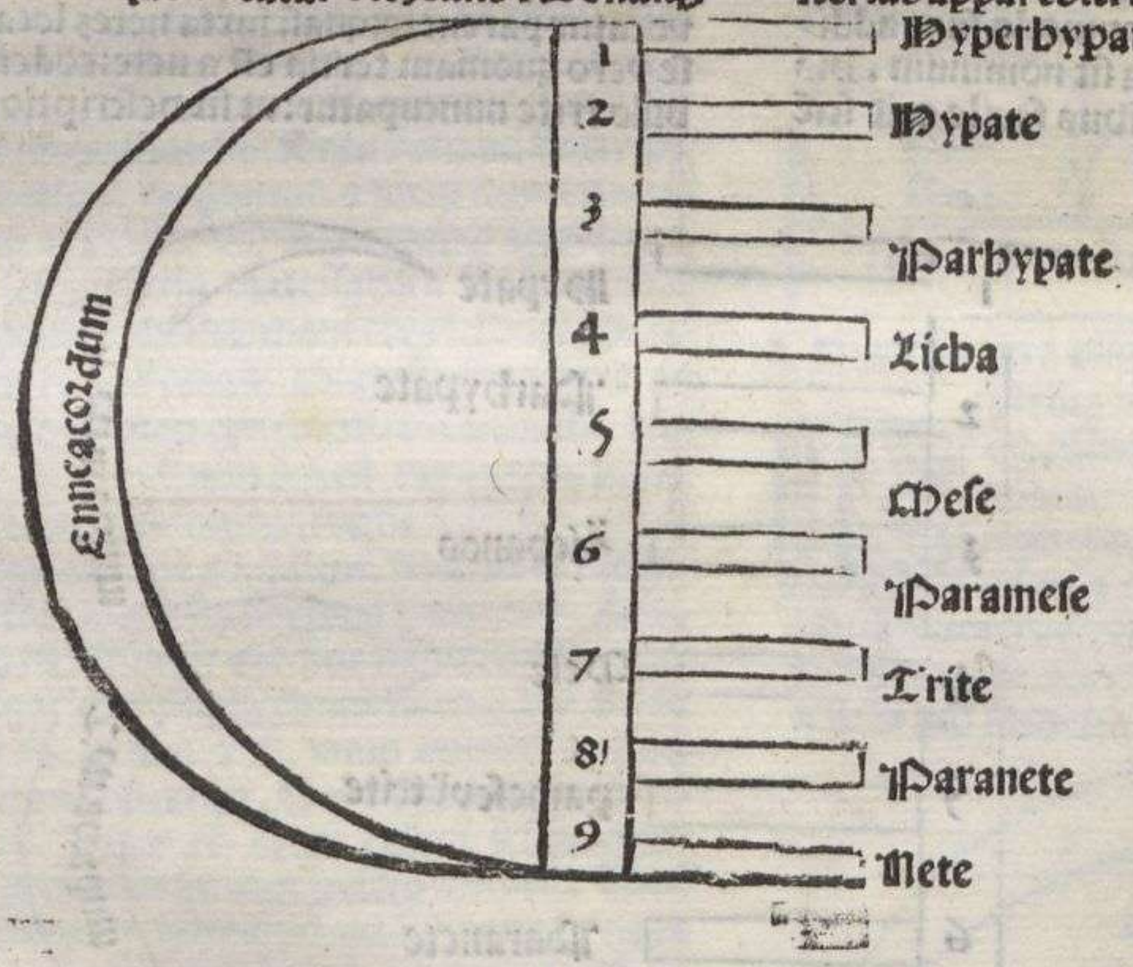
Simplicem fuisse principio musicaz refert nichomach⁹ adeo: vt quatuor neruis tota constaret. Idq; vsq; ad orpheum durauit: vt primus quidem neru⁹ ⁊ quartus diapasson consonantiam resonarent. Medij vero ad se inuicez atq; ad extremos diapiente ac diatessaron: ac tonum. Nil vero in eis esset inconsonum. Ad imitationem scilicet Musice mundane: que ex quatuor constat elemẽtis. Cuius quadricordi Mercurius dicitur inuentor. Quintam vero cordam post chorebus athis fili⁹ adiũxit: qui fuit Lydorum rex. Hyagnis vero phrix sextũ his apposuit neruum. Sed septimus neruus a terpãdro lesbio adiunctus est secundum scilicet planctarum similitudinem. Inq; his que grauissima quidem erat vocata est hypate quasi maior atq; honorabilior. Vnde Jouem etiam hypaton vocant. Consulem eodem quoq; nuncupant nomine propter excellentiaz dignitatis. Eaq; saturno est attributa propter tarditatem motus: ⁊ grauitatem soni. Parhypate vero secunda quasi iuxta hypaten posita ⁊ collocata. Lichanos tertia iccirco: quoniam lichanos digitus dicitur: quem nos indicem vocamus. Grecus a lingendo lichanon appellat. Et quoniam in canendo ad eam cordaz: que erat tertia ab hypate: index digitus: qui est lichanos inueniebatur: iccirco ipsa quoq; lichanos appellata ẽ Quarta dicitur mese: quoniam inter septem semper est media. Quinta est paramese quasi iuxta mediam collocata. Septima autẽ dicit̃ nete: quasi neate idest inferior. Inter quam netem: ⁊ paramesen est sexta: q̃ vocatur parenete: quasi iuxta netez locata. Paramese vero quoniam tertia est a nete: eodem quoq; vocabulo trite nuncupatur: vt sit descriptio hec.



¶ His octauam Samius Lichaon adiunxit: atq; inter paramesen: que ẽt trite dicitur: ⁊ paraneten neruum medium coaptauit: vt ipse tertius esset a nete. Et paramese quidem vocata est solum: que post mediã collocabat̃ trites vero nomẽ perdidit: posteaq̃z inter eã atq; paranetem tertius a nete locatus est neruus: qui digne trites nomẽ exciperet: vt sit octocordũ secundũ Lichaonis additionem hoc modo.

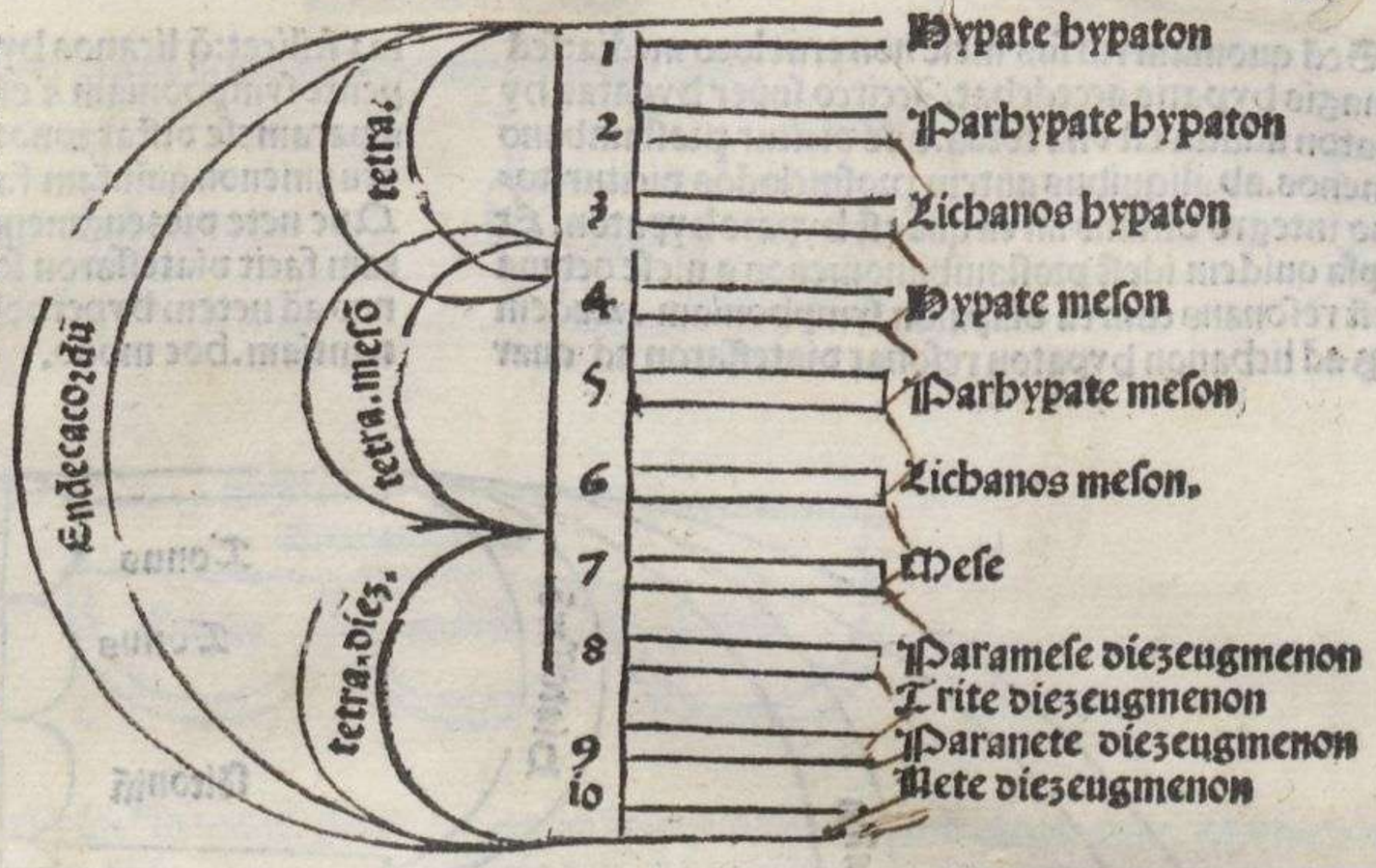


¶ In superioribus igitur duabus dispositionibus epta cordi: ⁊ octocordi. eptacordũ qdẽ dr synemenõ: quod ẽ cõiũctũ. Octocordũ vero diezeugmenon quod est disiunctum. In eptacordo enim est vnum tetracordũ hypate: parhypate: Lichanos: Mese. Aliud vero me se. parameſe. Paranete. Mete: Dum mesen neruum secundo numeramus. Atqꝫ ideo duo tetracorda p me sen coiũguntur. In octocordo vero qm̃ octo sunt corde: superiores quatuor idest hypate: Parhypate: Li chanos: Mese: vnũ tetracordũ explent. Ab hoc vero disiunctum atqꝫ integrum incboat a parameſe: prograditurqꝫ per triten: ⁊ paraneten ⁊ finitum ad ne ten. ⁊ est disiunctio: que vocatur diezeusis. Tonusqꝫ est distantia Meses: ⁊ Parameses. Hic igitur mea tantum quidem nomen obtinuit: Non enim est medis positione. qr in octocordo due quidez semper media reperiuntur. Sed vna media nõ potest iueniri. Pro phrastus autem periotes ad grauiorem partem vnã addidit cordam: vt faceret totum enneacorduz. Que quoniam super hypaten est addita: hyperhypate est nuncupata. Que prius quidem dum nouem cordarũ tantum esset cithara hyperhypate vocabatur. Nunc autem lichanos hypaton dicitur alijs superadditis. In quo ordine. atqꝫ instructione: quoniam ad indicẽ digitum venit. Lichanos appellata est. Sed hoc posterius apparebit. Nũc vo Enneacordi ordo sic se hz.

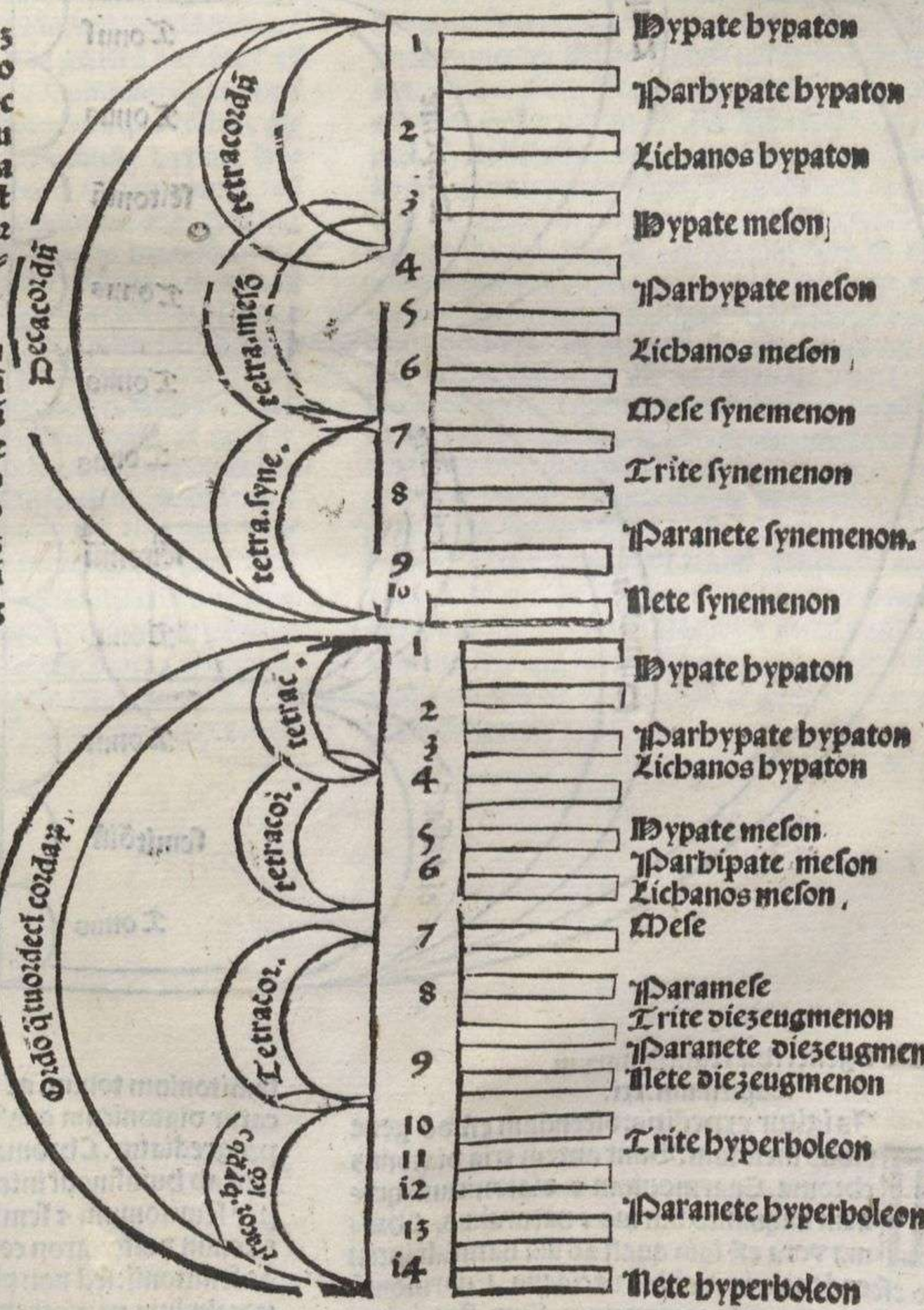


¶ Eſtiachus colophonius decimam in grauiorem ptẽ coaptauit cordam. Thimotheus vero Mileſius vnde cimam. Que quoniam super hypaten. atqꝫ parhypa ten sunt addite: hypate quidem hypaton vocate sunt quasi maxime magnarum: ⁊ grauissime grauiuz: aut excellentes excellentium. Sed vocata est prima inter vndecim hypate hypaton. Secunda vero parhypate hypaton: quoniam iuxta hypaten hypaton collocata est. Tertia que dudum in enneacordo hyphypate vo cabatur. Lichanos hypaton est nuncupata. Quarta vero hypate antiquum tenuit nomẽ. Quinta parhy pate. Sexta lichanos antiquum. ſ. hẽns vocabulum. Septia mese. Octaua parameſe. Nona trite. Decia paranete. Vndecima nete. Est igitur vnum tetracor dum hypate hypaton. parhypate hypaton. Lichanos hypaton: hypate. Aliud vero hypate: parhypate: Li chanos. Mese. Et hec quidem coniũcta sunt. Tertiũ vero est parameſe: trite paranete. Mete. Sz quoniaz inter superius tetracordum: quod est hypate hypatõ parhypate hypaton: Lichanos hypaton: hypate me son: ⁊ inter infimũ: quod est parameſe: trite: paranete nete: fit positione medium tetracordum: quod ẽ hypa te: parhypate

te:parhypate. Lichanos:me se totum hoc medium tetra cordum mesō vocatum est q̃ si mediarum:vocaturq̃ cum additamēto hoc hypate meson.parhypate meson :licha nos mesō:mese. Quoniaꝫ ve ro iter hoc mesō tetracordū ⁊ inferius:quod est netarū : disiūctio est meses scꝫ ⁊ para meses:Iferius omne tetracor duꝫ disiūctarū idest diezeug menō vocatum est cum addi tamēto scilicꝫ hoc. Parame se diezeugmenon: trite diezeugmenō:panete diezeugmenō:nete diezugmenon vt fit descriptio . hoc modo.

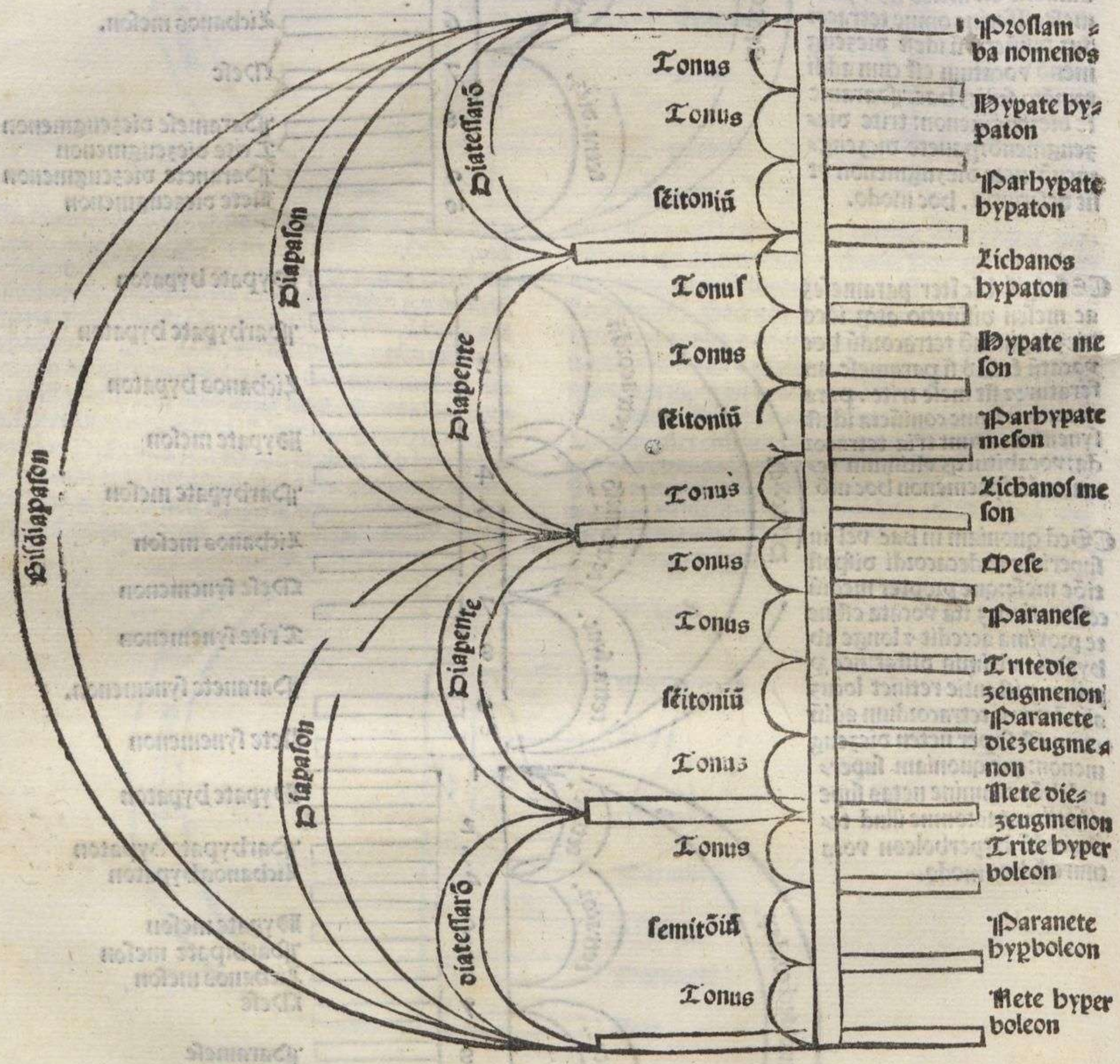


Est igit̃ hic iter paramesez ac mesen disiūctio atq̃ ideo diezeugmenō tetracordū hoc vocatū ē. Qd̄ si paramese au feratur:⁊ fit mese trite . para nete.nete:tunc coniūcta idest synemena erunt trīa tetracor da:vocabiturq̃ vltimum te tracordū synemenon hoc mō



Sed quoniam in hac vel in superiore endecacordi disposi tiōe mese:que propter mediā collocationez ita vocata est ne te proxima accedit ⁊ longe ab hypatis vltimis distat:nec p prium distantie retinet locuꝫ aliud vnuꝫ tetracordum adiū ctum est super neten diezeug menon:que quoniam super nadebāt acumine netas supe ri' collocatas:omne illud te tracordū hyperboleon voca tum est.hoc modo.

Sed quoniam rursus mese non erat loco media: sed magis hypatis accedebat. Iccirco super hypatas hypaton addita est vna corda: que dicitur proslambanomenos. ab aliquibus autem prosmelodos dicitur. tono integro distans an ea que est hypate hypaton. Et ipsa quidem idest proslambanomenos a mese octaua est resonans cum ea diapason symphoniam. Eadem q̃ ad lichanon hypaton resonat diatessaron ad quarta; scilicet: q̃ licanos hypaton ad meson resonat diapente symphoniam ⁊ est ab ea quinta. Rursus mese a paramese distat tono: que eadem mese ad nete diezeugmenon quintam facit diapente consonantiam. Que nete diezeugmenon ad neten hyperboleõ quartam facit diatessaron sonantiam. ⁊ proslambanomenos ad netem hyperboleon reddit bisdiapason consonantiam. hoc modo.

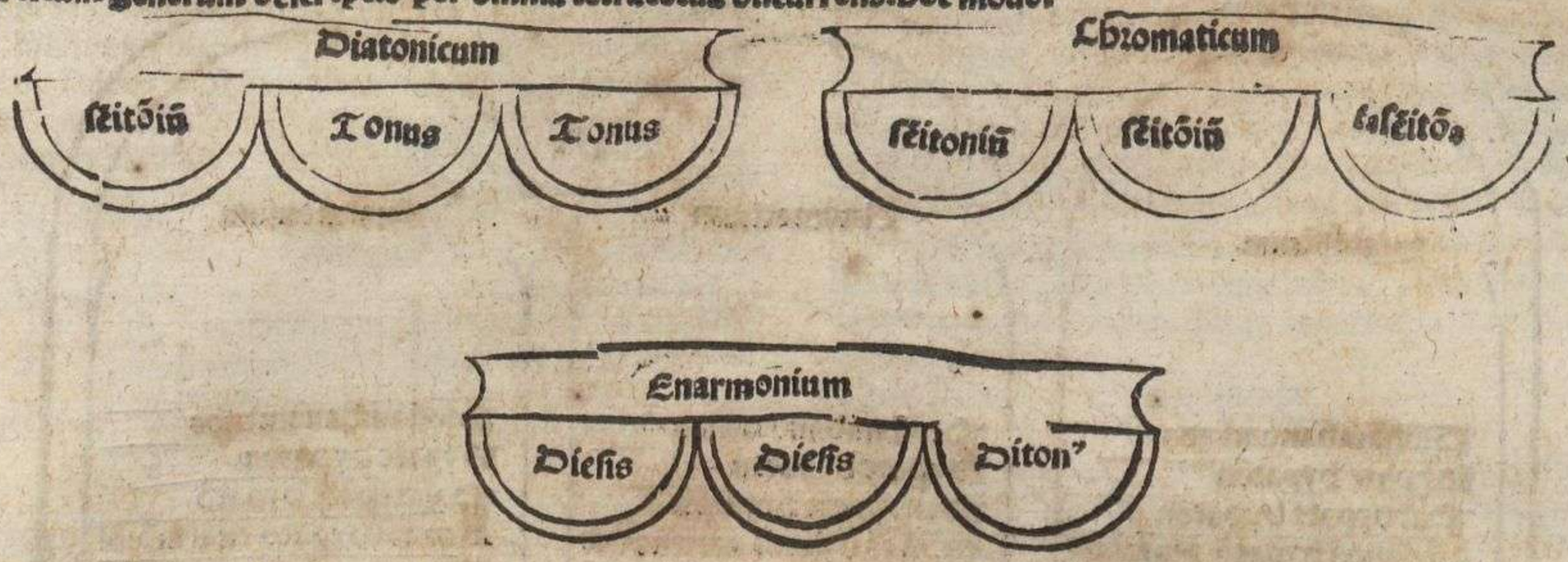


De generibus cantilenarum. Capitulum. xxi.

Is igitur expeditis: dicendum est de generibus melorum. Sunt autem tria diatonus chroma. Enarmonium ⁊ diatonicum quidem aliquanto durius ⁊ naturalius. Chroma vera est iam quasi ab illa naturali intentione descendens ⁊ in mollius decidens. Enarmoniũ vero optime atq̃ apte coniunctum. Cum sint igitur quinq̃ tetracorda hypaton meson synemmenon. diezeugmenon. hyperboleon. In his omnibus secundus diatonum cantilene procedit vox per semitonium. tonum ac tonum. In vno tetracordo. Rursus in alio p semitonium tonum ac tonum: ac descens. Ideoq̃ vocatur diatonicum quasi quod per tonum ac per tonus progrediatur. Chroma autem quod dicitur color: q̃si iam ab huiusmodi intentione prima mutatio cantat per semitonium ⁊ semitonium ⁊ tria semitonia. Tota enim diatessaron consonantia est duorum tonorus ac semitonij: sed non pleni. Tractum est autem hoc vocabulum vt diceretur chroma a superficiebus: que cum permutantur in alium transeunt colorem. Enarmonium vero quod est magis coaptatum est. Quod cantatur in omnibus tetracordis per diesin ⁊ diesin ⁊ diatonum. Diesis autem est semitonij dimidium. vt

sit triu

Et trium generum descriptio per omnia tetracorda discurrens. hoc modo.



De ordine chordarum nominibusq; In tribus generibus. Capitulum. xxii.

Nunc igitur ordo cordarum disponendus ē omnium que per tria genera variātur vt inconstanti ordine disponuntur. Prima ē igitur proslambanomenos que eadem dicitur prosmelodos. Secunda hypate hypaton. Tertia parhypate hypatō. Quarta vero vniuersaliter quidem lichanos appellatur. Sed si in diatono genere aptetur: dicitur lichanos hypatō diatonos. Si vero inchromate: dicitur diatonos chromatice. vel lichanos hypaton chromatice: Si autē i enarmonio: dicitur lichanos hypaton enarmōias vel diatonos hypaton enarmonios. Post hanc vocatur hypate meson. De hic parhypate meson. Atq; hic lichanos meson simpliciter. In diatonico quidem genere diatonos meson. In chromate lichanos meson chromatice vel diatonos meson chromatice. In enarmonio diatonos meson enarmonios. vel lichanos meson enarmonios has sequitur mese. Post hanc sunt duo tetracorda partim synemmenon: partiz diezeugmenon: Et synemmenon est quod post mesen ponitur idest trite synemmenon. De hinc lichanos synemmenon. eadem indiatonico diatonos synemmenon. In chromate vero vel diatonos synemmenon chromatice: vel lichanos synemmenō chromatice. In enarmonio vero vel diatonos synemmenon enarmonios: vel lichanos synemmenon enarmonios. Post has nete synnemmenon. Si vero mese neruo non sit synemmenon tetracordum adiunctum. Sed sit diezeugmenō est: post mesen paramese. De hinc trite diezeugmenon. Inde lichanos diezeugmenon. Que in diatono. Diatonos diezeugmenon. In chromate. tum diatonos diezeugmenon chromatice. tuz lichanos diezeugmenon chromatice. In enarmonio vero tū diatonos diezeugmenon enarmonios. tum lichanos diezeugmenon enarmonios. Eadem vero dicitur ⁊ paranete cum additione vel diatoni vel chromatis vel enarmonij. Super has nete diezeugmenon: trite hyperboleon: paranete hyperboleon: paranete hyperboleon Et que est paranete hyperboleon: eadem in diatono diatonos hyperboleon. In chromate vero chromatice hyperboleon. In enarmonio vero enarmonios hyperboleon. haruz vltia ea est q̄ ē nete hyperboleō. ⁊ sit descriptio eiusmodi vt trium generum contineat dispositionem. In quibus ⁊ similitudinem nominum ⁊ differentiam pernotabis. vt si nerui similes. in olbus cum eis qui sunt dissimiles colligantur fiant simul omnes octo ⁊ viginti. Hoc autem mōstrat subiecta descriptio.

Musica

Diatonicum	Chromaticum	Enarmonium
Proslambanomenos	Proslambanomenos	Proslambanomenos
Hypate hypaton	Hypate hypaton	Hypate hypaton
Parhypate hypaton	Parhypate hypaton	Parhypate hypatō
Lichanos hypatō diatonos	Lichānos hypatō chromatice	Lichānoi hypatō enarmōioi
Hypate meson	Hypate meson	Hypate meson
Parhypate meson	Parhypate meson	Parhypate meson
Lichanos mesō diatonos	Lichanoi meson chromatice	Lichānos mesō enarmōios
Mese	Mese	Mese
Trite synemmenon	Trite synemmenon	Trite synemmenō
Paranete synēmenō diat.	Paranete synēmenō chrō.	Paranete synēmeno enarm
Nete synemmenon	Nete synemmenon	Nete synemmenon
Paramese	Paramese	Paramese
Trite diezeugmenon	Trite diezeugmenon.	Trite diezeugmenon
Paranete diezeu. diatonos	Paranete diezeu. chroma	Paranete diezeu. enarmo.
Nete diezeugmenon.	Nete diezeugmenon	Nete diezeugmenon
Trite hyperboleon	Trite hyperboleon	Trite hyperboleon
Paranete hypboleō diato.	Paranete hypboleō chro.	Paranete hypboleō enar.
Nete hyperboleon	Nete hyperboleon	Nete hyperboleon.

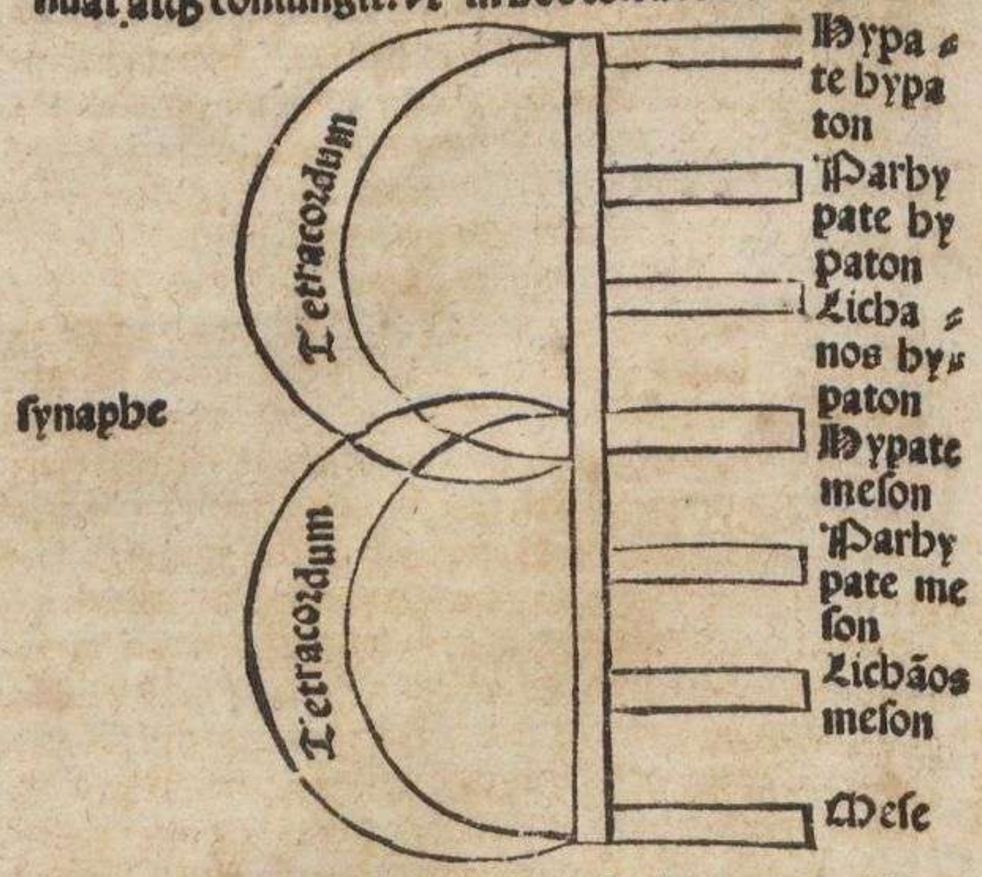
¶ Que sint inter voces in singulis generibus proportiones

Capitulum. xviii.

Hoc igitur mō ꝑ singula tetracorda in generum proprietates facta partitio est. vt ola quidem diatonici generis quinq; tetracorda duobus tonis ac semitonio partiremur Diciturq; in hoc genere tonus incompositus iccirco quoniam integer ponitur: nec aliquod ei aliud interuallum iungitur. Sed in singulis interuallis integri insunt. in chromate vero semitonio ac semitonio incompositoq; triemitonio posita diuisio ē Iccirco aūt incōpositū hoc triemitoniū appellamus: qm̄ in vno collocatū est interuallo. potest autem appellari triemitoniū in diatono genere semitoniū ac ton⁹. Sz nō est incompositum. duobus enī id ꝓficit ī teruallis. Et ī enarmonio genere idē ē. Constat autē ex diesi: ⁊ diesi ⁊ ditono īcomposito: qd̄ scilicet ꝓpter eandē cām incōpositū nūcupamus: qm̄ in vno collocatū est interuallo.

Quid sit synaphe Capitulum. xviiii.

Sed in his ita dispositis constitutisq; tetracordis synaphe est. Quam coniunctionem dicere latina significatione possumus: quo tiens duo tetracorda vnius medietas termini continuat atq; coniungit: vt in hoc tetracordo

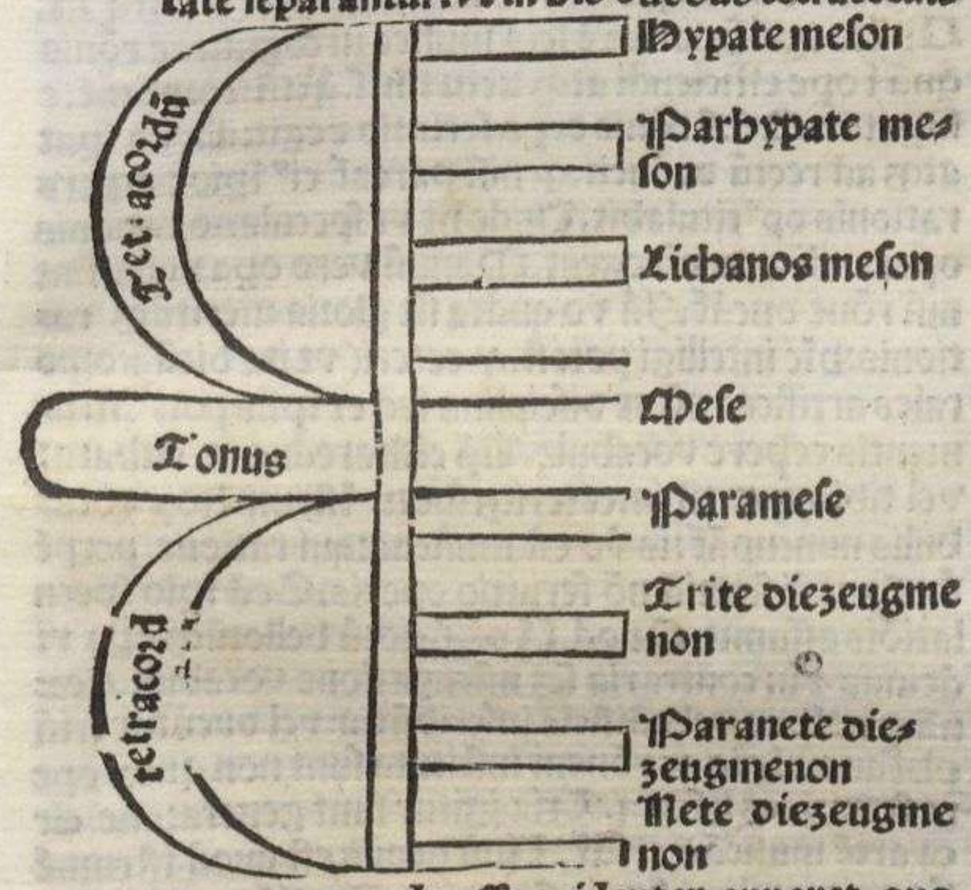


¶ Hoc igitur est vnum tetracorduz hypate. parhypate. lichanos hypate meson. Aliud vō hypate meson. parhypate meson. lichanos meson. mese. In vtrisq; igitur

igitur tetracordis hypate meson adnumerata est. Superiorisq; tetracordi ea est acutissima. Posterioris vero grauissima. Estq; ista coniunctio vna eadeq; corda hypate meson: duo tetracorda coniungens vt eadem hypaton ac meson tetracordo in superiore descriptione adiunxit: Est igitur synaphe: que coniunctio dicitur: duorum tetracordorum vox media. Superioris quidē acutissima: posterioris vō grauissima.

¶Quid sit diezeusis. Capitulum. 25.

Diezeusis vero appellatur: que disiunctio dici potest. quotiens duo tetracorda toni medietate separantur. vt in his duobus tetracordis



¶Duo igitur tetracorda esse euidenter apparet quoniam quidem octo sunt corde. Sed diezeusis est. i. disiunctio iter mesen ⁊ pamesen: q̄ iter se pleno differe tono. de quibus euidentius explicabitur: cum vnū quodq; studiosius explanandum posterior tractatus assumpserit. Sed diligentius intuenti quinq; nō amplius tetracorda reperiuntur hypaton. meson synemmenon. diezeugmenon. hyperboleon.

¶Quibus nominibus neruos appellauerit albinus. Capitulum. 26.

Albinus aūt earum nomina latina oratiōe ita interpretatus est: vt hypatas principales vocaret. Mesas medias. synemmenas coniunctas. diezeugmenas disiunctas. hyperboleas excellentes. Sed nobis in alieno opere non erit immorandum.

¶Qui nerui quibus sideribus comparentur. ¶Capitulum. 27.

Illud tamen interi de superioribus tetracordis addendus videtur: q̄ ab hypate meson vsq; ad neten quasi quoddā ordinis disiunctionisq; celestis exemplar est. Namq; hypate meson saturno est attributa. paripate vero iouiali circulo consimilis est. Lichanon meson marti tradidere. Sol meson obtinuit. triten synēmenon venus habet. paranetem synemmenon mercurius regit. nete autem lunaris circuli tenet exemplum. Sed marcus tullius contrarium ordinem facit. Nam in sexto libro de reipublica sic ait. Et natura fert vt extrēa ex altera parte grauiter: ex altera autem acute sonent. Quam ob causam summus ille stellifer cursus: cuius conuersio est cōcitatior: acuto ⁊ excitato mouetur sono. Grauissimo autem hic lunaris atq; infimus. nam terra nona immobilis manēs vna sede semper heret. hic igitur tullius terram quasi silentium ponit scilicet immobilem. post hanc sui proximus a silentio est: dat lune grauissimum sonum vt sit luna proslambanomenos. mercurius hypate hypatō venus parhypate hypaton. Sol lichanos hypaton. mars hypate meson. iuppiter perhypate meson. saturnus lichanos meson celum vltimum mese. Que vero sint harum immobiles: que vero in totum mobiles: que autem immobiles mobilesq; consistant: cū de monocordi regularis diuisione tractauero erit locus aptior explicandi.

¶Que sit natura consonantiarum Capitulum. 28.

Consonantiam vero licet aurium quoq; sēsus diiudicet: tamen ratio perpēdit. Quotiens enim duo nerui vno grauiore intenduntur: simulq; pulsi reddunt permixtum quodammodo ⁊ suauem sonum. dueq; voces quasi coniuncte in vnum coalescunt. tunc fit ea q̄ dicitur consonantia. Cum vero simul pulsi sibi quisq; ire cupit. nec permiscent ad aurem suauem atq; vnū ex duobus compositū sonū: tūc est q̄ dicit̄ dissonātia.

¶Vbi consonantie reperiuntur Capitulum. 29.

In his autem comparationibus grauitatis atq; acuminis has consonantias necesse est inueniri: que sibi commensurate sint. i. que notam possunt habere communem mensuram: vt in multiplicibus duplum. q̄ est illa pars metitur: que inter duos est terminos differentia: vt inter duos: ⁊ quatuor binarius vtrosq; metit̄: inter duos atq; sex. que tripla est binari⁹ vtrosq; metiatur: inter nouem atq; octo eadem vnitas est: que vtrosq; metiatur. Rursus insuperparticularib⁹ si sesqualtera sit proportio: vt quatuor ad sex: binarius est qui vtrosq; metiatur. qui sex vtrorumq; est differentia. q̄ si sesqtertia sit proportio: vt si octo senario cōparentur: idem binarius vtrosq; metitur: id vero nō euenit in ceteris generibus inequalitatis: que supra retulimus. vt in superpartiente. Nam si quinariū ad ternarium comparemus: binarius qui eorum differentia est neutrum metitur. Nas si semel ternario cōparatus: minor est: duplicatus excedit. Item his quinario comparatus: minor est tertio vero supergreditur. Atq; iccirco hoc primum inequalitatis genus a consonantie natura disiungitur. amplius q̄ in his. q̄ consonantias formant: multa similia sunt. in his vero minime: id probatur hoc modo. Namq; duplū nihil ē aliud nisi bis simplū. Triplus nihil aliud nisi tertio simplum. Quadruplus vero idē est q̄ quarto simplum. Sesqualterum: bis medietas. Sesquitertium vero ter pars tertia. quod haud facile in ceteris inequalitatum generibus inuenitur.

¶Quemadmodum plato dicat fieri consonantias. ¶Capitulum. 30.

Plato vero hoc modo fieri in aure consonantiam dicit. Necesse est inquit velociorem quidem esse acutiorem sonum. hic igitur cum grauem precesserit in aurem celer ingreditur. offensa que extrema eiusdem corporis parte quasi pulsus iterato motu reuertitur Sed iam segnior: nec ita celeri vt primo impetu emissus cucurrit. Quocirca grauior quoq;. Cum igitur iā grauior rediens nunc primum graui sono venienti similis occurrit: miscetur: ei vnamq; (vt ait plato) con

sonantiam miscet.

¶ Quid contra platonem nichomacus sentiat.
Capitulum.xxxi.

Sed id nichomacus non arbitratur dictum veraciter. Neqz enim similium esse consonantiam: sed dissimilium potius in vnum eandemqz consonantiā venientium: grauius vero graui si misceatur: nullam facere consonantiam. quoniam hanc canendi concordiam similitudo non efficit: sed dissimilitudo. Que cum distet in singulis vocibus: copulatur in mixtis. Sed deinc potius nichomacus fieri consonantiam putat. Non inquit vnꝰ tm̃ pulsus est: qui simplicem modum vocis emittat. Sz semel percussus neruus sepius aerem pellēs multas efficit voces. Sed quia ea velocitas est percussionis: vt sonus sonum quodammodo comprehendat: distātia non sentitur ⁊ quasi vna vox aurib' venit. Si igitur percussiones grauium sonorum commensurabiles sit percussionibus acutorum sonorum: vt in his ꝓportionibus: quas supra retulimus. Non est dubium quin ipsa commensuratio sibimet misceatur: vnamqz vocum efficiat consonantiaz.

¶ Que consonantia quam merito precedat.
Capitulum.xxxii.

Sed inter omnes quas retulimus consonātias habendum iudicium est: vt in aure ita quoqz ī ratione quam harum meliorem oporteat arbitrari. Eodem namqz modo auris afficitur sonis: vel oculus aspectu: quo animi iudiciū numeris vel continua quantitate. Proposito enim nūero vel linea nihil est facilius quam eius duplum oculo vel animo contueri. Item post dupli iudicium sequitur dimidij: post dimidium tripli post triplum partis tertie. Que ideo quoniam facilior est dupli descriptio. optimam nichomacus putat diapason cōsonātiam: post hanc diapente: que medium tenet. hinc diapente ac diapason. que triplum. Ceteraqz secunduz eundē modum formāqz diiudicat. Nō vero hoc ptolomeus eodē modo: cuius omnem sententiā posteriꝰ explicabo.

¶ Quo sint mō accipiēda que dicta sūt. capi. xxxiii.

Omnia tm̃ que deinc diligentius expediēda sunt sūmatī nunc ac breuiter attētemꝰ vt interī in superficie quadā hec animum lectoris assuefaciāt qui ad iteriorē sciaz posteriore tractatione descendet. Nunc vero quod erat pythagoricis in morē: vt cum quid a magistro pythagora diceret: hinc nullus rationem petere audebat. Sed erat eis rō docentis auctoritas: idqz fiebat quā diu discentis animus firmiore doctrīa roboratus ipse eādē rerū rōnem nullo ēt docente reperiret: ita ēt nunc lectoris fidei: que preponimus: cōmēdamus: vt arbitretur diapason in dupla: diapente in sesqualtera. Diatessarō in sesqtertia. Diapēte ac diapasō in triplici. bis diapason in quadrupla proportiōe consistere. Post vero ⁊ hoc rō diligētiꝰ explicabit. ⁊ quibus modis aurium quoqz iudicio consonantie musice colligantur: ceteraqz oia: que superius dicta sunt āplior tractatus edisseret. Et tonum sesqoctauā facere ꝓportiōez: eūqz ī duo equa diuidi non posse. sicut nullā eiusdē generis proportiōes. i. supparticularis: diatessaron etiā consonātiā duobus tonis semitonioqz consistere. semitonia vero eē duo maius ac minus. Diapente aūt tribꝰ tonis ac minore semitonio contineri. Diapason vero qnqz tonis ac duobꝰ minoribus semitonijs expleri. neqz ad sex tonos vllo modo puenire. hec oia posteriꝰ ⁊ numerorum rōne ⁊ aurium iudicio comprobabo atqz hec hactenus.

¶ Quid sit musicus. Capitulum .xxxiiii.

Nunc illud est intuendū quod oīs ars oīsqz etiā disciplina honorabiliorez naturaliter habeat rōnem quā artificiū. quod manuatqz ope artificis exerceē. Multo.n. est maius atqz altius scire quod quisqz faciat: q̄z ipsum illud efficere: q̄ sciat ⁊ enim artificiū corporale quasi seruiēs famulat. Ratio vero q̄si dña ipat: ⁊ nisi manꝰ ꝓm id quod ratio sancit: efficiat frustra fit. Quāto igit pclarior ē scia musice in cognitiōe rōnis quā ī ope efficiendi atqz actu tm̃. s. q̄z tū corpꝰ mēte supatur. Qd. s. rōnis exps seruitio degit: illa vo ipat atqz ad rectū deducit. q̄ nisi pareat eiꝰ ipio: expers rationis opꝰ titulabit. Unde fit vt speculatio rationis operandi actu nō egeat. Manuū vero opa nulla sint nisi rōne ducāt. Iā vo quāta sit gloria meritūqz rationis: hic intelligi potest. q̄ ceteri (vt ita dicā) corporales artifices nō ex disciplina sed ex ipsis potiꝰ istrumentis cepere vocabula. Nā citharedus ex cithara: vel tibicen ex tibia: ceteriqz suorū istrumētorꝫ vocabulis nuncupāt: is vo est musicus: qui ratione perpēsa. Canēdi sciētiā nō seruitio operis. Sed ipio speculatiōis assumit. Quod. s. ī edificiorū bellorūqz opa videmus ⁊ in contraria scz nūcupatione vocabuli. Eorꝫ nāqz noībus vel edificia inscribūtur vel ducūtur triūphi quorꝫ ipio ac rōnem instituta sunt non quorꝫ opere seruitioqz ꝓfecta. Tria igitur sunt genera: que circa artē musicā versāt. Unū genus est quod istrumētis agitur: aliud fingit Carmina. Tertiū quod instrumentorꝫ opꝰ carmēqz diiudicat. Sed illud quidē qd ī istrumentis positum est: ibiqz totam opam consumit vt sunt citharedi: quiqz organo ceterisqz musice istrumentis artificium pbāt: a musice sciētie intellectu seiūcti sunt. qm̃ famulantur (vt dictum est) nec quicqz afferūt rōnis. Sed sunt totius speculationis exptes. Secūdū vo musicam agentium genus est poetare. Quod non potiꝰ speculatione ac rōne quā naturali quodam istinctu fertur ad carmen. Atqz iccirco hoc quoqz genꝰ a musica segregādū ē. Tertiū est quod iudicandi pitiam sumit. vt rithmos: cantilenasqz eorūqz Carmen possit perpendere. Quod. s. q̄ñ totum in ratione ac speculatiōe positū ē. hoc ꝓprie musice deputabit. Isqz musicꝰ ē: cui adest facultas secūdū speculationē rōnez ve ꝓpositā ac musice cōueniētem de modis ac rithmis. Deqz generibus cantilenarum: ac de pmixtionibus ac de omnibus. de quibus posteriꝰ explicandū est: ac de poetarꝫ carminibus iudicandi.

¶ Eiusdem Boetij de Musica. liber secundus.

Proemium Capitulum. i.

Superius volumen cuncta digessit: q̄ nunc diligentius explicanda esse proposui. itaqz priusqz ad ea veniam: que propriis rationibus perdocenda sunt: pauca premittam Quibus elucubratior animus auditoris ad ea que dicenda sunt accipienda perueniat.

¶ Quid pythagoras esse philosophiam constituerit.
Capitulum.ii.

Primus olim pythagoras sapiētie studiū philosophiā nuncupauit. Quam. s. eiꝰ rei notitiā ac disciplinam ponebat: que ꝓprie vereqz esse diceret. Esse aūt illa putabat:

que

que nec intentione crescerent: nec diminutiõe decrescerent: nec vllis accidetibus mutarentur: Hec autez esse: formas: magnitudines: qualitates. habitudines ceteraqz: que per se speculata immutabilia sunt: iuncta vero corporibus permutantur: ⁊ multimodis variationibus mutabilis rei cognatione vertuntur.

¶ De differentiis q̃ztitatis: ⁊ que cui discipline sit deputata. Capitulum .iii.

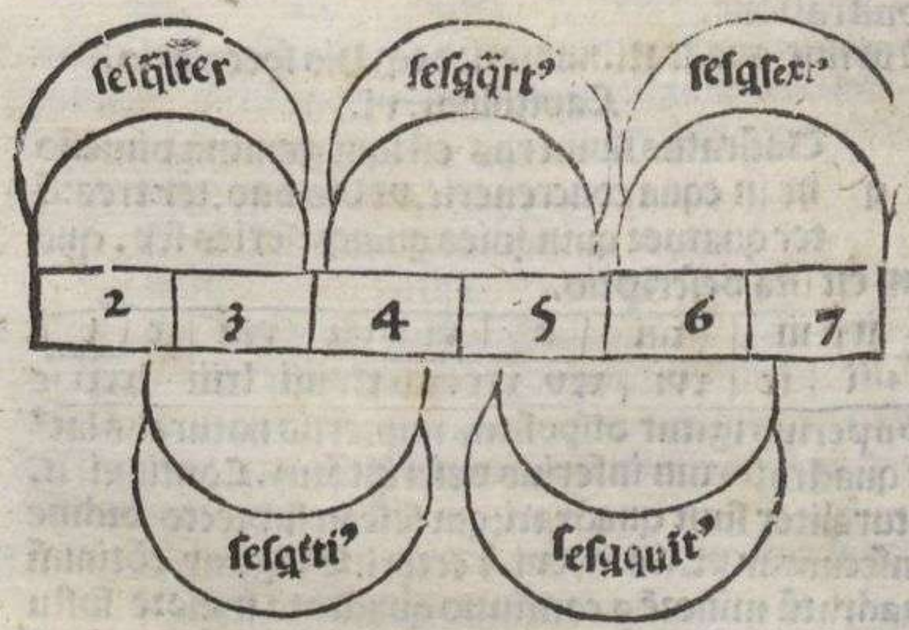
Omnis vero quantitas secundum pythagoram vel cõtinua vel discreta est. Sed que continua est: magnitudo appellatur. Que discreta est multitudo. Quorum hec est diuersa ⁊ contraria pene proprietas. Multitudo enim a finita incboans q̃ztitate crescens in infinita progreditur. vt nullus crescendi finis occurrat. Estqz ad minimuz termiata interminabilis ad maiꝰ eiusqz principium vnitas est: qua minus est nihil. Crescit vero per numeros atqz in infinita protenditur: nec vllus numerus: quo minus crescat: terminuz facit. Sed magnitudo finitam rursus sue mensure recipit quantitatem: Sed in infinita decrescit. Naz si sit pedalis linea vel cuiuslibet alterius modi: põt in duo equa diuidi: eiusqz medietas in medietatẽ secari eiusqz rursus meditas in aliam medietatem: vt nũqz vllus secãdi magitudinẽ terminus fiat. ita magnitudo q̃ztum ad maiorem moduz terminata est: ſ̃ vero cũ decrescere ceperit infinita. At contra numerus. quãtum ad minorem modum. finitus est: infinitus autem incipit esse cum crescit: cuz igitur hec ita sint infinita tamen quasi de rebus finitis philosophia pertractat: inqz rebus infinitis reperit aliquid terminatum: de quo iure possit acumen proprie speculationis adhibere. Naqz magnitudinis alia sũt ĩmobilia: vt terra vt quadratum vel triangulum: vel circulus. alia sunt mobilia: vt sphera mundi: ⁊ quicquid in eo rata celerita te conuertitur. Discrete vero q̃ztitatis alia sunt per se: vt tres vel quatuor: vel ceteri numeri. Alia vo ad aliud. vt duplum triplum: Aliaqz: que ex comparatione nascuntur. Sed immobilis magnitudinis geometria speculationem tenet. Mobilis vo scientiã astronomia persequitur: per se vero discrete quantitatis arithmetica auctor est. ad aliquid vero relate musica probatur obtinere peritiam.

¶ De relate pro quantitatis differentiis. Capitulum. iiii.

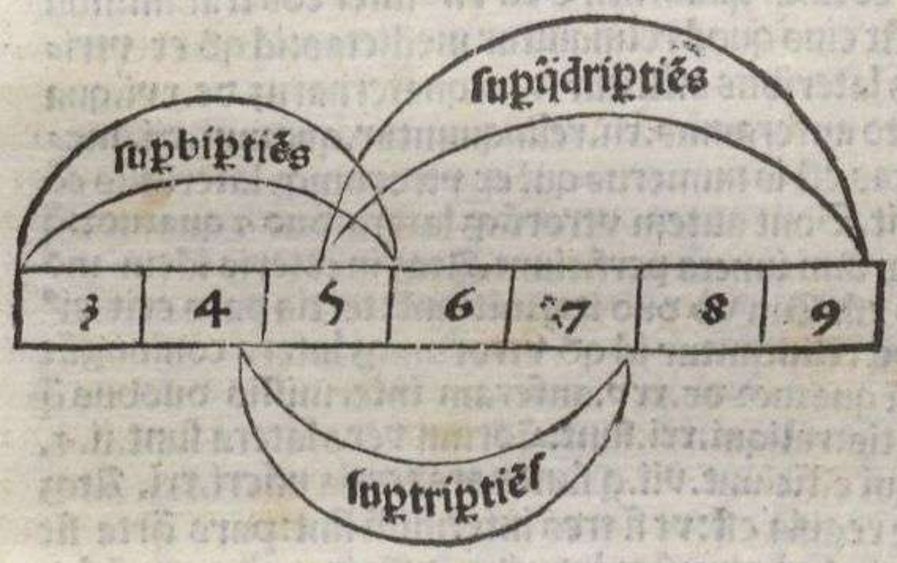
At de ea quidem q̃ztitate discreta que per se est in arithmetica sufficienter diximus: Relate vero ad aliquid q̃ztitatis simplicia quidem genera sunt tria. Unum quidem multiplex. Aliud vo superparticulare: Tertium superpartiens. Cum vero multiplex superparticulari suppartientiqz miscetur: fiunt alie due ex bis. ſ. multiplex superparticularis: ⁊ multiplex superpartiens. horum igitur omnium talis est regula: si vnitatem cunctis in naturali numero volueris cõparare: ratus multiplicis ordo texetur. Duo enim ad vnũ duplus est. tres ad eundem triplꝰ. q̃tuor q̃druplus. ⁊ ſ̃ ceteris eodem modo: vt subiecta descriptio .docet.

i	i	i	i	i	i	i	i	i
ii	iii	iiii	v	vi	vii	viii	ix	x

¶ Si vero superparticularem proportionem q̃ras naturalem sibi compara numerũ detracta. ſ. vnitate vt tres duobus sesqualter est: quatuor tribus: qui sesquitertius est: quinarius quaternario sesquiquartus est: ⁊ in ceteris eodẽ mõ qõ mõstrat subiecta descriptio



¶ Superpartientes autem tali modo reperies. dispo nas naturalẽ numeꝝ a ternario scilicet incboantẽ. Si vnũ igitꝝ intermiseris: Superbipartientem effici pernotabis. q̃ si duo: supertripartientez: q̃ si tres: superquadripartientem. idemqz in ceteris.



¶ Adhunc vero ordinẽ spectans ⁊ compositas ex multiplici ⁊ superparticulari: ⁊ ex multiplici ⁊ superpartienti proportiones lector diligens speculabitur: Sed de his tamen omnibus in arithmeticis expeditius dictum est.

¶ Cur multiplicitas ceteris antecellat. Capitulum. v.

Sed in his illud est considerandum: q̃ multiplex inequalitatis genus. longe duobus reliquis videtur antiquius. Naturalis enĩ numeri dispositio. in multiplicibus vnitati que prima est: comparantur. Superparticularis vero non vnitatis comparatione perficitur. Sed ipsorum qui post vnitatem sunt dispositi numerorum: vt ternari ad binarium quaternarii ad ternarium. Et in ceteris. adhunc modum Superpartientium vero longe retro formatio est: que nec continuis numeris cõparatur. Sed intermissis: nec semper equali intermissione. Sed nunc quidem vna nunc vero duabus nunc vero tribus. nunc vero quatuor: atqz ita in ĩfinita succrescit. Amplius multiplicitas ab vnitate incipit: superparticularitas a binario: superpartiens: proportio a ternario initiũ capit. Sz de his hactenꝰ. nũc q̃dazꝫ que q̃si axiomata greci vocant p̃mittere opor-

tebit:que tum demum quo spectare videantur intel ligemus:Cum de vnius cuiusq; rei tractabimus de monstratione.

¶Qui sint quadrati.numeri:deq; his speculatio.

Capitulum. vi.

Quadratus numerus est:qui gemina dimēsio
q ne in equa concreuerit.vt bis duo:ter tres:q̄ ter quatuor quinquies quinq;:sexies sex. quo rum est ista descriptio.

ii	iiii	iiiii	v	vi	vii	viii	ix	x
iiii	ix	xvi	xxv	xxxvi	xlviiii	lxiiii	lxxxi	c

¶Superius igitur dispositus numerus naturalis lat' est quadratorum inferius descriptorum.Continui. n. naturaliter sunt quadrati:qui sese in subiecto ordine consecuntur vt.iiii.ix.xvi.⁊ ceteri.Si igitur cōtinuū quadratū minorē a continuo quadrato maiore sustu lero:quod reliquit tantum erit quātum est:quod ab vtrorūq; quadratorū lateribus iūgitur.vt si q̄tuor au feram a nouenario quinq; sunt reliqui:qui ex duob' ⁊ tribus:qui sunt vtrorūq; quadratorū latera : coniū guntur:Item si nouenariū aufero de eo qui sex deci mis numeris ascriptus est.vii.sunt reliq:q.s.ex terna rio quaternarioq; coniunctus est:q predictorum qua dratorum latera sunt.Idemq; ī ceteris.Quod si non sint cōtinui quadrati.Sed vn' inter eos transmissus sit:fit eius quod relinquitur medietas:id qd ex vtri usq; lateribus efficitur:vt si quaternarum de.xvi.qua drato auferamus.xii.relinquuntur.quorum.xii. me dietas est is numerus qui ex vtrorumq; lateribus cō uenit.Sunt autem vtrorūq; latera.duo ⁊ quatuor:q̄ senarium iuncta perficiunt.Atq; in ceteris idem mo dus est:Sin vo duo itermittant:tertia pars erit ei' quod relinquitur id qd vtrorumq; latera coniungūt vt si quatuor de.xxv.auferam intermissis duobus q̄ dratis:reliqui.xxi.sunt.Eorum vero latera sunt.ii.⁊. v.qui efficiunt.vii.q sunt pars tertia nūeri.xxi. Atq; hec regula est:vt si tres intermissi sint:pars q̄rta sit id quod ex vtrorūq; lateribus efficitur eius quod sub tracto minore a maiore relinqtur.Sin quatuor transi mittantur:quinta:Atq; vno plus vocabulo numeri partes venient:quam sit intermissio numerorum.

¶Omnem inequalitatem ex equalitate procedere eius q; demonstratio.Capitulum.vii.

St autem quēadmodū vnitas pluralitat̄ numeriq; principium:ita equalitas propor tionū.tribus.n.preceptis (vt in arithme tica dictū est)multiplices ꝓportiones ex equalitate producim':ex cōuersis vo mul tiplicib' supparticulares habitudines procreamus. Item ex conuersis supparticularib' superpartientes compationes efficimus ponantur enī tres vnitates vel tres binarii .vel tres ternarii . velquotlibet equi termini ⁊ sit primus primo equus in sequenti scilicet ordine constitutus.Secund' vero primo ac secundo. terti' primo duob' secundis ac tertio:ita enim nume ro ꝓgresso fit duplex multiplicitatis prima proportio vt descriptio monet.

i		i		i	
i		ii		iiii	

¶Nam vnitas in secundo ordie cōstituta eq̄ est prime vnitati in supiore loco disposite.tem binarius equus vnitati prime ac secūde:Item quaternarius equ' est vnitati prime:ac duab' vnitatib' secundis atq; vni tati tertie.⁊ est.i.ii.iiii.dupla proportio:q; si de his idem feceris tripla comparatio procreabitur: ac de tripla quadrupla:de quadrupla qncupla:Ac deinceps talis currit habitudinū procreatio. Rursus iisdem tribus preceptis supparticulares fiunt.vt vno proba mus exēplo.Conuertamus nūc ⁊ priorem maiorem numerū disponamus.iiii.ii.i.ponatur igitur primus primo equus idest.iiii.secundus primo scilicet ⁊ secūdo. idest.vi.tertius primo duobus secūdis ⁊ tertio idest. ix.Quibus dispositis sesqualtera notat̄ esse ꝓportio

iiii	ii	i	
iiii	vi	ix	
Sesqualtera		Sesqualtera.	

¶Atq; id si de triplis fiat:sesquitertia.Si de quadru plis sesquiquarta.consimilibusq; in alterutra ꝓte vo cabulis proportionalitas ex multiplicitate nascet̄ .ex superparticularitate vero conuersa ducit̄ supparti ēs habitudo.Disponatur enim conuersim sesq̄ltera com paratio.ix.vi.iiii.Disponatur enim primus primo equ' i.ix.secundus primo ⁊ secundo.i .xv . Tertius primo duobus sēdis ac tertio.i.xxv.ac disponantur in ordi nem hoc modo.

ix	vi	iiii
ix	xv	xxv
Superbipartiens		Supbipartiēs

¶Superbipartiens igitur ex cōuersis sesqualteris ha bitudo producta est.q; si quis ad hanc speculationem diligens scrutator accedat:ex sesquitertiis Quersis su pertripartientem producit .Ceterisq; similibus vo cabulis adequatis cunctas ex supparticularitate sup partientis spēs procreari mirabit̄:Ex non conuersis aūt supparticularib':sed ita vt ex multiplici procrea ti sunt: manētibus necesse est multiplices superparti culares creari Ex manentibus vo superpartientibus ita vt ex superparticularibus prodierunt:non alii ni si multiplices superpartientes procreabuntur. ac de his quidem hactenus.diligentius enim in arithmeti cis libris de hac comparatiōe est disputatum.

¶Regula quotlibet continuas proportiones superpar ticulares inueniendi.Capitulum. viii.

Epe aūt accidit:vt tres vel quatuor vel quotli
s bet equas superparticularium proportiones de musica disputator inquirat.Sz ne id casu atq; inscitia facientes:error vllus difficultat̄ īpediat hac regula quotlibet equas proportiones ex multipli citate ducemus. vnusquisq; multiplex ab vnitate . s. computatus tot superparticulares habitudines p̄ce dit sue scilicet.in contrariam partem denomīationis quot' ipse ab vnitate discesserit hoc modo:vt duplex sesq̄lteras antecedat.Tripler sesquitertias.Quadru plex sesquiquartas.ac deinceps in hunc modū.sit igit̄ duplorum terminorum subiecta descriptio.

i	ii	iiii	viii	xvi.
	iii	vi	xii	xxiii
	ix	xviii	xxxvi	
			xxvii	liiii.
				lxxxi

¶In superiore igitur descriptione binarius prim' mul tiplex vnum ad se ternarius hz:qui possit facere ses qualteram proportionez.Ternarius vero nō hz aliū qui eius possit eē sesqualter quoniā medietate deficit Rursus quaternarius secundus est duplex hic duos sesqualteros antecedit senarium ⁊ nouenarium : qui medietate caret.Atq; iccirco nullus ei habitudine ses qualtera comparatur.Et in ceteris idem est tripli ve ro eodem modo sesquitertios creant.sit enim similis in triplo

in triplo descriptio.

i | iii | ix | xxvii | lxxxi
iii | xii | xxxvi | cviii
xvi | xlviii | cxliii
lxiiii | cxcii
cclxi

¶ In superiore igitur descriptione sesquitertias proportiones ita natas videmus: vt primus triplex vnũ sesquitertium antecedat. Secundus duos. tertij tres semperq; pars tertia in vltimo numero naturali quodam fine claudatur. q; si quadruplum statueris eodẽ modo sesquiquartos inuenies. si quincuplum sesquiquintos. Ac deinceps singuli denominationis multiplicis tot superparticulares precedũt: quoto loco ipsi ase vnitate discesserint. vnam vero tantum quadrupli dispositionem ponemus vt in ea sicut inceteris lector acũ mentis diligens exerceat.

i | iiii | xvi | lxiiii | cclvi
v | xx | lxxx | ccccxx
xxv | c | cccc
cxxv | d
dcxxv

¶ Hec igitur speculatio ad hanc vtilitatẽ videtur inuenta. vt quotienscũq; .iiii. vel quinq; . vel quotlibet sesqualteros vel sesquitertios vel sesquioctauos vel quotlibet alias proportiones quis inuestigare voluerit: nullo errore labatur: vtq; nõ ei numero primo tales proportiones querat aptare: qui quanti sint propositi: tot precedere: ⁊ post se habere non possit. Sz disponat potius multiplices. videatq; quantos superparticulares requirit: eumq; multiplicẽ respiciat: qui eo loco ab vnitate recesserit. vt est in superioribus descriptionibus. si tres sesqualteros fortasse quesierit: non a quaternario ingrediatur inuestigationem. hic enim qm̃ secundus est: duplus duos tãtum precedit: tertiũq; ei aptare nõ poterit. Sz vt ab octonario medietates tẽptet apponere. hic. n. qm̃ tertio ẽ: tres q̃s q̃rit sesq̃lteras ꝓportiões efficiet. ⁊ ĩ ceterꝭ. eodẽ mõ

¶ Est etiam alia augendi proportiones via hoc modo Radices proportionum dicuntur in eisdem comparationibus minime proportionis. Disponatur enim numerus naturalis: vnitate multiplicatus.

ii | iii | iiii | v | vi | vii

¶ Minime igitur proportiones sunt ut in sesqualtera. iii. ad. ii. in sesquitertia. iiii. ad. iii. in sesquiquarta. v. ad. iiii. ⁊ deinceps in infinitum ⁊ quecũq; se proportiones vnitate precesserint. Propositus igit̃ sit duas sesqualteras proportiones continua comparatiõe ꝓducere sumo radicem sesqualteram: eamq; dispono. ii. ⁊. iii. Multiplico igitur binarium per binariũ fiũt iiii. Item ternarius per binarium crescat: erunt. vi. Rursus ternarium in semet ipsuz ducemus. fiunt. ix. qui disponantur hoc modo.

ii | iii | iiii | vi | ix.

¶ Inuenimus igitur duas propositas sesqualteras ꝓportiones. vi. ad. iiii. ⁊. ix. ad. vi. Sit nunc propositum tres inuenire: Dispono eosdem numeros quos supra in exquirendis duobus sesqualteris habitudinibus proposueram: ipsasq; sesqualteras proportiões. Multiplico binario quaternarium. fiũt octo. Rursus senarium binario fiunt. xii. Rursus nouenarium binario fiunt. xviii. Rursus nouenariuz ternario: fiunt. xxvii. disponantur igitur hoc modo.

ii | iiii
iiii | vi | ix
viii | xii | xviii | xvii

¶ Atq; hic modus erit in ceteris: vt si sesquitertias ꝓportiones velis extendere: ponas sesquitertiorum radices: que sunt quaternarius atq; ternarij ad se inuicẽ

iii | iiii
ix | xii | xvi
xxvii | xxxvi | xlviii | lxiiii

¶ Atq; ad hunc modum multiplices: q; si sesquiquartas sesquiquartorum dispones radices eadem multiplicatione sesquiquartos quotlibet extendes. Quãtũ autem nobis he considerationes prosint. Sequens ordo monstrabit.

¶ De proportione numerorum qui ab alijs metiũtur.

Capitulum. ix.

s Si duos numeros eorum differentia integre fuerit permensa: in eadem sunt proportione numeri: quos sua differentia mensa est: in qua erunt proportione etiam hi numeri: secundum quos eos sua mensa est differentia. Sint enim numeri. l. lv. in ergo ad se inuicẽ sesquidecima habitudine comparantur ⁊ est eorum differentia quinarius: qui scilicet est pars decima numeri. l. hic igitur metietur quidem. l. numerum decies. vi. vero vndecies secundum igitur decem atq; .xi. numeros. lv. ⁊. l. propria differentia. i. quinarius permetit̃. ⁊ sunt. xi. ad. x. sesquidecima comparatione cõpositi. ſ eadem igitur sunt proportione numeri. quos propria differentia integra permẽsa est: in q̃ sunt hi: quos eos propria differentia ẽ ꝑmẽsa: q; si q̃ differẽtia nũeroꝝ ita eos numeros quoꝝ est differẽtia metiat̃: vt eãdẽ mẽsuraz numeroꝝ pluralitas excedat. idẽq; ſ vtrisq; sit excessus: ⁊ sic diminutior differẽtie mẽsura: quã ẽ pluralitas numeroꝝ: maiorẽ obtinebũt proportionẽ ad se inuicez numeri: si eis illud qd̃ relinqtur post mẽsionem. retractum fit: quam fuerũt integri: cũ eos ꝓpria differẽtia metiebat̃. Sint enim numeri duo. liii. lviii. hos igitur quinarius qui est eorum differẽtia: metiat̃ metitur igitur. liii. quinarius decies. vsq; ad. l. Relinquit vero ternarium. Rursus. lviii. numeruz metitur idem vndecies vsq; ad. lv. atq; in eo iterum ternarium relinquit. Auferatur igitur ex vtrisq; ternarius fiunt. l. ⁊. lv. qui disponatur hoc modo.

liii | l | viii | l | lv

¶ In hoc igitur manifestũ est maioris esse ꝓportiõis inter se. l. ⁊. lv. quam. liii. ⁊. lviii. In minoribus enĩ numeris maior semp̃ proportio reperit̃. q; paulo posterius demonstrabimus. Sin vo illa differẽtie permẽsio numerorũ multitudinẽ supuadat: eadẽq; vtrosq; numeri pluralitate pretereat. minores erũt ꝓportões numeri superius mensi cũ additiõe eiꝰ sũme: q̃ vtrosq; metiens differentia superuadit: quã fuerũt ante: cũ eos ꝓpa differentia metiebatur. Sint enim numeri. xlviii. ⁊. liii. horum quinarius differentia est. Metiat̃ igitur. xlviii. numerũ quinarius decies fiunt. l. Superuadit igitur. l. numerus. xlviii. numerum binario. idẽ quinarius. liii. vndecies metiatur fiunt. lv. qui eisdem rursus duobus. liii. numeruz superuadit. addat̃ vtrisq; binarius ⁊ disponantur hoc modo.

xlviii | liii | l | lv

¶ Minores igitur sunt proportiones. l. ad. lv. comparati cum additione. ſ. binarii quo differentia eos me-

tiens superuadit:quam.xlviii.⁊.liii.numeri quos eadem.que tamen in eis supercreuit:quinarii differentia permensa est.Maiores vero ⁊ minores proportiones hoc modo intelliguntur.Dimidia pars maior ē ꝗ tertia.Tertia pars est maior:quam quarta. Quarta pars maior est:quam quinta.ac deinceps eodē modo.Unde fit vt sesqualtera proportio maior sit sesquitertia.⁊ sesquitertia sesquiquartam vincat.Atq; idez in ceteris.hinc euenit vt in numeris maioribus mior ⁊ in minoribus maior semper videatur proportio superparticularium numerorum.Quod apparet in numero naturali:disponatur enim numerus naturalis. i.ii.iii.iiii.Binarius igitur ad vnitatem duplus est. Ternarius ad binarium sesqualter est.Quaternari⁹ vero ad ternarium sesquitertius.Maiores vero sunt numeri tres.⁊ iiii.Minores binarius ⁊ vnitas:in maioribus igitur minor:⁊ in minobus maior proportio continetur:hinc apparet q̃ si aliquibus numeris proportionem continentibus superparticularem :equa pluralitas addatur.maiorem esse proportionem ante eque pluralitatis augmentum:quam postea quaz eis pluralitas equa sit addita.

¶Que ex multiplicibus ⁊ superparticularibus multiplicitates fiant.

Capitulum. x.

Illud etiam premittendum videtur.qd paulo post demonstrabitur.Si multiplex inter nallum binario fuerit multiplicatū.id etiā q̃ ex illa multiplicatiōe nascetur:multiplex esse:q̃ si id quod ex tali multiplicatione p̃ creatum sit non fuerit multiplex:tūc illud non eē multiplex.quod binario fuerit multiplicatum.Item si superparticularis proportio binario multiplicetur : id q̃ fit neq; superparticulare esse:neq; multiplex:q̃ si id quod ex tali multiplicatione nascetur:neq; multiplex neq; superparticulare est:tunc illud quod binario multiplicatum est:vel superparticularis vel alterius generis est:non vero multiplicis.

¶Qui supparticulares quos multiplices efficiant.

Capitulum.xi

Is illud addendus est duos primos supparticulares primam efficere multiplicem proportionem.vt si sesqualter ⁊ sesquiterti⁹ cōiungantur duplicem creant.Sint enim numeri.ii.iii.iiii.iii.ad.ii.sesqualter est.iiii.ad iii.sesquitertius quatuor ad duo duplus.Rursus primus multiplex primo additus superparticulari secundum multiplicem creat.Sint enim numeri.ii.iiii. vi. iiii.namq; ad.ii.duplex est.primus scz multiplex . vi. ad.iiii.sesqualter.qui est prim⁹ superparticularis.vi. ad duo triplus.qui secundus est multiplex.q̃ si triplū sesquitertio addas : quadruplus efficitur . Atq; in hunc modum iunctis proportionibus multiplicius ac supparticularium:in infinitum multiplices p̃creant.

De arithmetica geometrica armōica medietate.c.xii.

Uoniam vero de p̃portionibus que erāt interim tractanda prediximus:nunc de medietatibus est dicēdum. ¶Proportio enim est duorus terminorum ad se quedam comparatio:terminos āt voco numerorum summas:¶Proportionalitas est eārum proportionum collectio. ¶Proportionalitas vero in tribus terminis minima constat.Constat autē plerumq; in pluribus. vt in quatuor vel in sex terminis Cum enim primus ad secundum terminus eādem retinet proportionē:quam secundus ad tertium : dicit hec proportionalitas.Estq; inter tres terminos medius.qui secundus est.has igitur proportiones medii termini coniungentis:trina partitio est.Aut enim eā est differentia minoris termini ad medium: ⁊ medii ab maximum Sed non equa proportio vt in his numeris.i.ii.iii.inter vnum quippe ac duo ⁊ inter duo ⁊ tres tantum vnitas differentiam tenet. Non est āt equa proportio.Duo quippe ad vnum dupli sunt.ternarius ad duo sesqualter.Aut ē eā proportio in vtrisq;:non vero equalibus differentiis constituta .vt in his numeris.i.ii.iiii. Nam duo ad vnuz ita sūt dupli quemadmodum quaternarius ad binarium. Sed inter quaternarium binariumq; binarius: inter binarium atq; vnitatem vnitas differentiaz facit.Est vero tertium medietatis genus quod neq; eisdem proportionibus neq; eisdem differentijs constat. Sed quemadmodum se habet maximus terminus ad minimum:ita se se habet maiorum terminorum differentia ad minorum differentiam terminorum vt in his numeris.iii . iiii . vi. Nam sex . ad . iii. duplus est . inter sex vero.⁊.iiii.binarius est. Inter . iiii. vero ac.iii. vnitas.Sed binarius cōparatus ad vnitatem:rursus duplus est:ergo vt est maximus termin⁹ in numeris ad minimum ita maiorum differentia ad minorum differentiam terminorum.Uocatur igitur illa medietas:in qua eque sunt differentie:arithmetica. Illa vero in qua eque proportiones: geometrica. Illa autem quam tertiam descripsimus armonica. Quarum hec subiciamus exempla.

Arithmetica			Geometrica			Armonica		
i	ii	iii	i	ii	iii	iii	iiii	vi
eque dīie			eque ꝓportōes			diuersē dīie:⁊ ꝓpor.		

¶Non vō ignoramus alias quoq; esse proportionum medietates:quas quidem in arithmetica diximus.ſz ad presentem tractatum he sunt interim necessarie. Sed iter has tres medietates proportionalitas qdez proprie.⁊ maxime geometrica nuncupat iccirco qm̄ equis proportionibus tota contexitur.Sed tñ eodem vtemur promiscue vocabulo proportiōalitates etiā ceteras nuncupantes .

¶De continuis medietatibus ⁊ disiunctis.ca.xiii.

Sed in his alia continua est proportionalitas.Alia disiuncta.Continua quidem vt superius disposuimus. Unus enim idemq; numerus medius :nunc quidem maiori.Supponitur :nunc q̃dem minori preponitur.Quotiens vero duo sunt medii tunc disiuncta proportionalitas nūcupatur:vt in geometrica hoc modo.i.ii.iii.vi.Nam vt est binarius ad vnitatem.ita senarius ad ternariū ⁊ vocatur hec disiuncta proportionalitas. vnde intelligi potest continuam quidem proportionalitatem. In trib⁹ ⁊ minimis terminis inueniri.Disiuncta vō in.iiii.pōt autem in.iiii.⁊ in pluribus continua esse proportionalitas.siquidem hoc modo sit.i.ii.iiii.viii. xvi.Sed hic non erunt duo proportiones sed plures. semperq; vna minus:quā sint termini constituti.

¶Cur ita appellate sint digeste superius medietates.

Capitulum.xiiii.

Circo autem vna eorum medietas arithmetica nuncupatur:quod inter terminos Secundum numerum equa est differentia Geometrica vero secunda dicitur:quod similis est qualitas proportionis. Armonica

autem vocatur: quoniam ita coaptata est: vt si differē tijs ac terminis equalitas proportionuz consideretur Et de his quidem diligentius in arithmeticis disputatum est. nunc vero vt commemoremus: tantuz ista percurrimus.

¶ Quemadmodum ab equalitate supradicte processerant medietates. Capitulum. xv.

Sed paulisper quemadmodū iste ꝓportionalitates ab equalitate procreantur: dicēdum est. ¶ Predictum est enim q̄ in numero valet vnitas. Idem in proportionibus equalitatem valere. Et sicut numeri caput est vnitas ita proportionum equalitatem esse principium. Quo circa hoc modo arithmetica medietas ab equalitate nascetur. positis enim tribus equis terminis. Hi duo modi sunt: quibus hec proportionalitas producatur ¶ Ponatur enim primus primo equus. Secundus primo ⁊ secundo. Tertius primo secundo ac tertio. Quod hoc monstratur exemplo. Sint vnitates tres ¶ Ponatur igitur primus primo equus idest vnus. Secundus primo ac secundo. idest duo. Tertius primo secundo ac tertio idest tres. eritq̄z dispositio talis.

i	i	i
i	ii	iii

¶ Rursus tres sint binarii inequalitate constituti. ii. ii. ii. ponatur primus primo equus. idest. ii. Secundꝰ primo ⁊ secundo idest. iiii. Tertius primo secundo ac tertio idest. vi. ⁊ erit dispositio hec.

ii	ii	ii
ii	iiii	vi

¶ Sed in his hoc speculandū est q̄ si vnitas fuerit ad equalitatis principium constituta: vnitas etiam erit in differentiis numeroruz: ipsi vero numeri inter se nullum intermittunt. Si vero binarius teneat equalitatem: binarius est differentia ⁊ vnus inter terminus semper numerus intermittitur. Sin vero ternarius: idez differentia est inter terminos vero duo naturaliter cōstituti intermittūtur Ac deinceps ad hūc modum. Est etiam alia proportionalitatem arithmetica procreandi via. ponantur enim tres eq̄ termini: constituaturq̄z primus primo ac secundo equus Secundus primo ac duobus secundis. Tertius primo ⁊ duobus secundis ac tertio: vt si sint tres vnitates. Sit primo primo ac secundo equus idest. ii. Secūdꝰ vero primo ac duobus secundis idest. iii. Tertius ātꝰ primo duobus secundis ac tertio. Idest quatuor.

i	i	i
ii	iii	iiii

¶ Hic igitur terminorum differentiam vnitas tenet. inter binarium enim ⁊ vnitatem atq̄z inter ternariū ac binarium. Vnitas intereſt. Nullus vero naturalis numerus intermittitur. ¶ Post vnitatez enī mox binarius est: ac post binarium ternarius: naturaliter constitutus idem rursus in binario fiat. Sintq̄z tres binarii. ⁊ sit primus primo ac secundo equus. i. quaternarius. Secundus vero primo ⁊ duobus secūdis. idest senarius. Tertius autem primo duobus secundis ac tertio idest octonarius.

ii	ii	ii
iiii	vi	viii.

¶ Hic quoq̄z binarius tenet differentiam terminorum vno inter eos naturaliter intermisso. Nam inter. iiii. ⁊. vi. quinarius naturaliter intermittitur. inter. vi. atq̄z. viii. Septenarius collocatur. Quod si ternarius equalitatis principium sit: fiet ternarius differentia verbi gratia. Sint termini tres ad regulas superiorum subtus.

iii	iii	iii
vi	ix	xii

¶ In his ergo ternarius est differentia ⁊ duo numeri intermissi idest vno minus q̄z sit differentia semp numeris intermissis. Atq̄z idem ⁊ in quaternario. quinarioq̄z perspicitur: Et que nos propter breuitatem tacemus. Isdem regulis ex semetipso diligens lector inueniet. Geometrica vero ꝓportionalitas tunc quēadmodum inueniri ab equalitate possit ostendimꝰ: quando quemadmoduz ab equalitate omnis inequalitas profluit monstrabamus. Nisi tamen fastidium est nunc quoq̄z breuiter repetendum est. Constitutis enim tribus equis terminis ponatur primus primo equus. Secundus primo ac secundo. Tertio prio duobus secundis ac tertio. Idemq̄z fiat continue atq̄z ita ex equalitate: geometrica proportionalitas principiū sumat. Sed de harum proportionum proprietatibus q̄z diligentissime in arithmeticis diximꝰ. q̄ si ad hec illis instructus lector accedat: nullo dubitationis erro re turbabitur: Armonica vero medietas de qua nunc paulo latius tractandum est: hac ratione procreatur Constituatur enim si qdez duplices curamus effingere: tribus equis terminis positis primꝰ prio ac duobus secundis equalis Secūdus duobus primis ⁊ duobus secundis. Tertius semel primo: bis secūdo: ⁊ ter tertio. Atq̄z hoc modo sint vnitates. i. i. i. Constituat igitur primus primo ac duobus secundis equalis. i. ternarius. Secundus vō duobus primis ⁊ duobus secundis. i. q̄ternarius. tertiꝰ vō prio ac duobus secūdis ⁊ tribus tertiis. i. sex. Et si in binariis equalitas construatur: vel in ternariis eadem rō medietatis apparet duplo a se terminis differētiis. distātibꝰ vt subiecte de scriptiones monent.

i	i	i
iii	iiii	vi
ii	ii	ii
vi	vii	xii
iii	iii	iii
viiii	xii	xviii

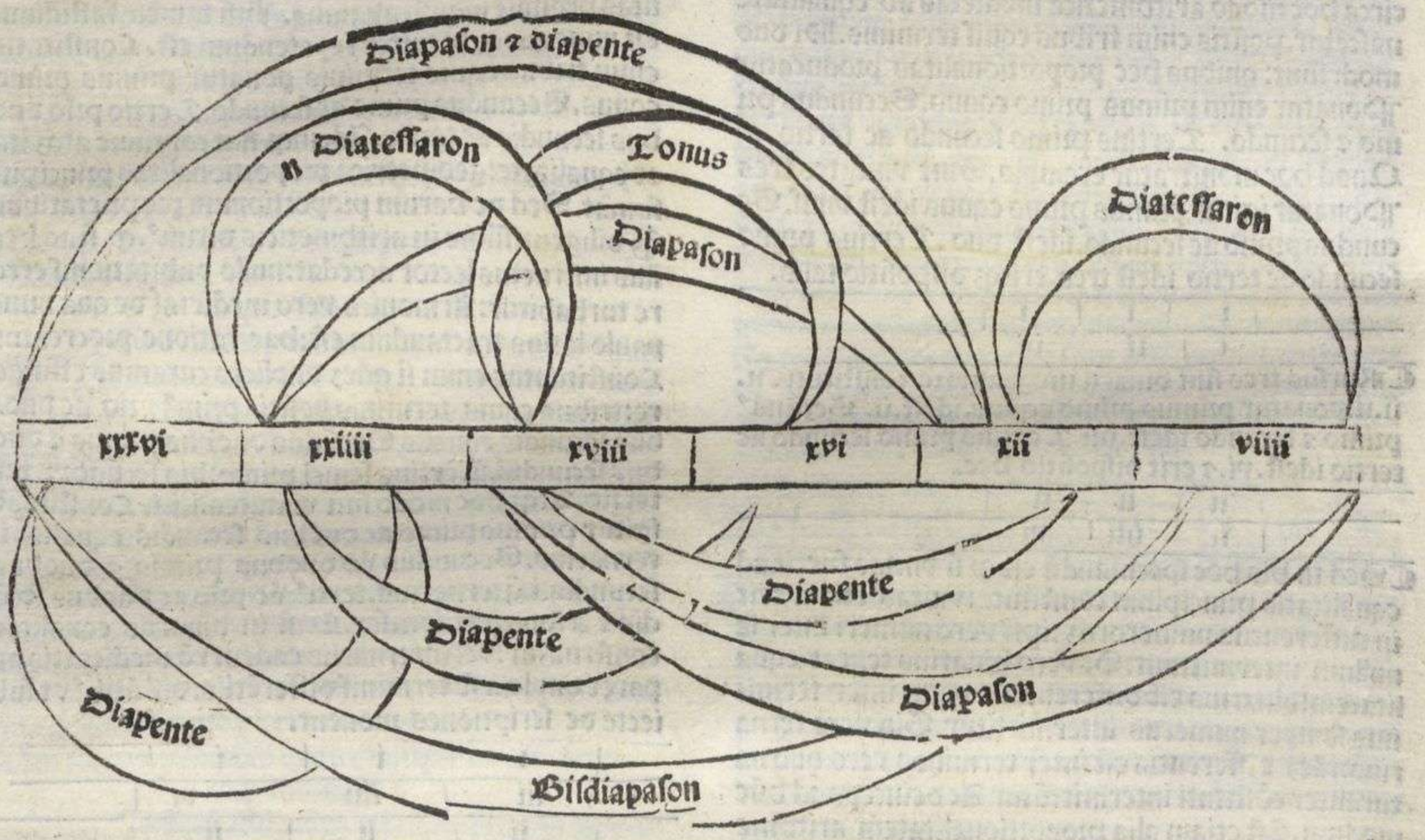
¶ Quod si facienda est in extremitatibus tripla proportio: tribus equis terminis constitutis. ¶ Primus q̄dem faciendus est ex primo ac secundo. Secundum vero ex primo ac duobus secundis. tertius autez ex primo duobus secundis ac tribus tertiis vt est subiecta descriptio.

i	i	i
ii	iii	vi
ii	ii	ii
iiii	vi	xii
iii	ii	ii
vi	ix	xviii

¶ Sz ingressi armonicā disputationē q̄ de ea diligētz dici possūt tacite ꝑtereūda eē nō arbitror. Collocet igit armōica ꝓportiōalitas iq̄z ea ōscriptiōe supiore ordine terminorum inter se differentie disponantur.

Diffe	i	ii rentie
iii	iiii	vi

Uidēs ne igitur. vt. iiii. ad tres diatessarō consonā tiam prodant. vi. ad. iiii. diapente concordent. vi. vero ad. iii. diapason misceant simphoniam: ipseq; earum differentie rursus eandeq; statuant consonantiā Binarius enim ad vnitatem duplus est in diapason consonantia constitutus. q; si se extremitates multiplicent: itemq; medius sui multiplicitate succrescat: comparati numeri toni habitudinem concordiamq; seruabunt. ter eniz sex efficiunt. xviii. quater. iiii. fiēt xvi. Sed. xviii. numerus. xvi. numerum minoris parte octaua transcendit. Rursus minimus terminus si se ipse multiplicet efficiet. ix. Quod si maior termin' sui multiplicatiōe ꝛcrescat efficiet. xxxvi. qui sibimet ꝛparati quadruplā. i. bis diapason ꝛcinentiam seruant. q; si hoc diligentius ispiciamus: hec erit omnis rei differentiarum vel terminorum in se inuicez multiplicatio. Minimus enim terminus. si medio multiplicetur fient. xii. Item minimus terminus. si maxio multiplicetur fient. xviii. Medius vero terminus si maximi numerositate augeatur. fient. xxiiii. Rursus minimus terminus si se ipso concrescat: fient. ix. Eodem modo si medius fient. xvi. Sēarius vero qui maximus est si se ipm multiplicet. xxxvi. reddet. hec igit in ordinem disponantur. xxxvi. xxiiii. xviii. xvi. xii. ix. sunt igitur diatessaron consonantiā resonātes. xxiiii. ad. xviii. ⁊. xii. ad. ix. diapente vo xviii. ad. xii. ⁊. xxiiii. ad. xvi. ⁊. xxxvi. ad. xxiiii. Tripla autem que est diapē te ⁊ diapason. xxxvi. ad. xii. Quadrupla vero que est bis diapason. xxxvi. ad. ix. epogdous vero qui tonus ē xviii. ad. xvi. comparatione seruatur:



Quemadmodum inter duos terminos supradicte medietates vicissim collocentur.

Capitulum. xvi.

Solent autem duo termini vari proponiq; vt inter eos nunc quidē arithmeticam: nunc vero geometricam: nunc armonicam medietatem ponam'. de quibus in arithmeticis quoq; dixim' Id tamen ipsum nunc etiam breuiter explicemus. Si arithmetica medietas quare: datorū terminorum videnda differentia est. eademq; diuidē da ac minori termino adiicienda. Sint enim decem. ⁊. xl. altrinsecus termini constituti: horumq; medietas secundum arithmeticam proportionalitatem queratur. differentiam prius vtrorumq; respicio que est. xxx. hanc diuido fiunt. xv. hanc minori termino. idest decem appono: fiunt. xxv. Si igitur hic inter. x. ⁊. xl. medius collocetur. fit arithmetica proportionalitas hoc modo. x. xxv. xl. Item iter eosdē terminos medietatem geometricam collocem'. Extremos propria numerositate multiplico. vt. x. in. xl. fiūt. cccc. horum tetragonale latus assumo: fiunt viginti. Uicies enim viginti fiunt. cccc. Hos igitur. xx. medios inter. x. ac. xl. si collocem: fit geometrica medietas subiecta descriptione formata. x. xx. xl. Si vero armonicam medietatem queramus: sibimet ipsis copulam' extremos. vt. x. ⁊. xl. fient. l. Eorum differentiam que est. xxx. In minorem terminum multiplicem'. scilicet in. x. vt fiant decies. xxx. qui sunt. ccc. hos secundum. l. partimur fiunt. vi. Quos cuz minori termino addi derimus fient. xvi. hūc igitur nūerū si inter. x. ac. xl. medium collocemus: armonica proportionalitas expeditur. x. xvi. xl.

querit

De consonantiaꝝ modo secundum nichomacum.

Capitulum. xvii.

Ed his hactenus. nunc illud addendum videtur quemadmodū pythagorici probant consonātias musicas in predictis proportiōibus inueniri. in qua re scilicet. eis ptholomeus nō videtur assensus: de quo pauloposterius dicemus. hec enim ponenda est maxime esse prima suauisq; cōsonantia: cuius proprietatem sensus apertior comp̄hendit. Quale enim est vnumquodq; p semetipsum tale ⁊ deprehēdit sensu. Si igit cūctis notior ē ea cōsonātia: que in duplicitate ꝛsistit: nō est dubiū primā

esse

esse omnium diapason consonantiam meritoq; excellere: quoniam cognitiõe precedat. Reliqueq vero hũc necessario secundum pythagoricos ordinem tenent: quem dederit multiplicitatis augmenta: ei superpartícularis habitudinis detrimenta. Monstratum qppe est: q multiplex inequalitas superparticulares ꝓportiones merito antiquitate transcendat. Quocirca naturalis numerus ab vnitate vsq; ad quaternariuꝫ disponatur. i. ii. iii. iiii. Igitur vni binari⁹ cõparatus ꝓportionẽ duplicẽ facit: ⁊ reddit diapasõ cõsonantiam eam que est maxima & simplicitate notissima. si vero vnitati ternarius comparetur: diapason ac diapente concordiam personabit. Quaternarius vero vnitati comparatus quadruplam tenet. bis scꝫ diapason efficies symphonia q̃ si ternarius binario comparetur diapente. Si vo que ternarius ternario diatessaron. consonãtiam supplet. isq; est horuꝫ ordo cunctis ad se inuicem comparatis: Nam comparatio que restat: Si quaternariũ binario comparemus: cadet in duplicem proportionem: quam tenebat ad vnitatem binarius comparatus. itaq; maxime distant soni in bis diapason: cum a se quadrupla interualli dimensione discedũt. Minimũ vero: cũ acutior graviorem tertia grauioris ꝓte trãscendit. Ac stat deiceps continentiarum modus qui neq; vltra quadruplam possit extendi: neq; intra partem tertiam coartari: ⁊ secundum nichomacum quidem hic consonantiarum est ordo: vt sit prima diapason: secunda diapason ei diapente: tertia bis diapason. quarta diapente. quinta diatessaron.

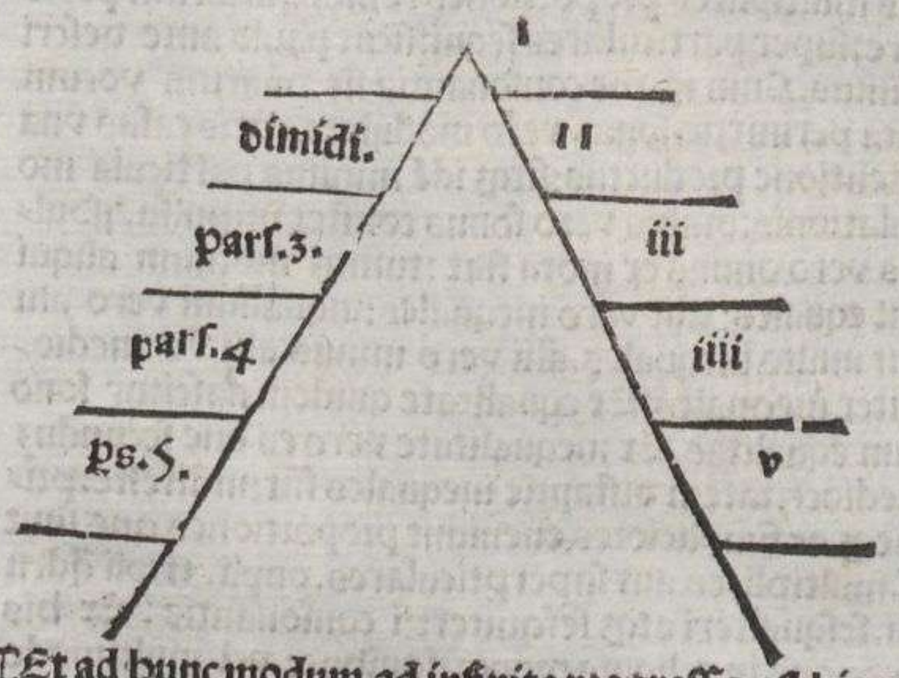
De ordine consonantiaruꝫ sententia eubolidis ⁊ hypasi. Capitulum. xviii.

Sed eubolides atq; hypasus alium consonãtiarum ordinem ponunt aiunt enim multiplicitatis augmenta superparticularitatis diminutioni rato ordine respondere. Itaq; non posse esse duplum nisi dimidium: nec triplum preter tertiam partem. Quoniam igitur fit duplum: ex eo diapason consonantam reddi. Quoniam vero fit dimidiuꝫ: ex eo quasi contraria diuisione sesqualteram. i. diapente effici proportioneꝫ. Quibus mixtis scilicet diapason ac diapente triplicem ꝓ creari. que vtramq; continet symphoniam. Sed rursus triplicis partem tertiam contraria diuisione partiri. Ex qua rursus diatessaron symphonia nascetur. Triplicem vero atq; sesquitertium iunctos quadruplam comparationem proportionis efficere. vnde fit vt ex diapason ⁊ diapente que est vna consonantia ⁊ diatessaron vna continentia coniũgatur: que in quadruplo consistens bis diapason nomen accepit. Secũdum hoc quoq; hic ordo est: Diapason. diapente diapason: ac diapente. diatessaron: bis diapason.

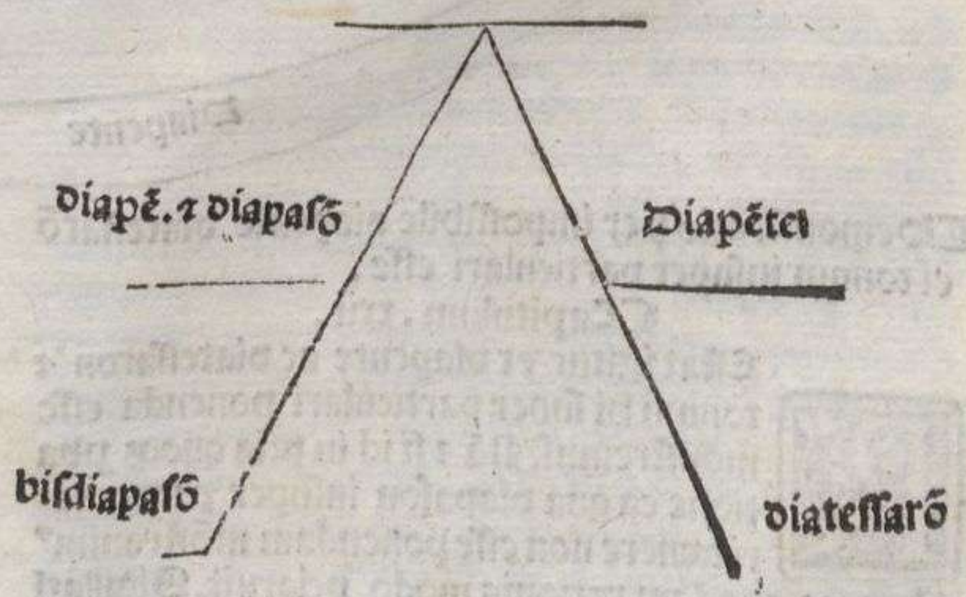
Sententia nichomaci que quibus consonãtiis apponantur.

Capitulum. xix.

Sed nichomacus non eandem eis esse arbitratur contrariam positioem. Sed potius vt vnitas in arithmeticis crementi erat diminutionisq; principium: ita etiam diapason symphoniam reliquarum esse principiuꝫ. illas vero sibi contraria diuisione posse constitui. id vero facilius erit cognitu. si prius preuideatur in numeris: constituatur igitur vnitas: ducq; ab ea partes fluant vna multiplicis. alia diuisionis. Sitq; hec formula.



Et ad hunc modum ad infinita progressio est binarius enim vnitatis duplex est. Contraria vero ei⁹ pars eisdem dimidium vnitatis ostẽdit. Tres triplus ⁊ cõtraria pars tertia. Quattuor quadruplus parsq; ⁊ contraria quarta. Atq; ita crescendi ⁊ decrescendi in simplici est vnitate principium. Idem igitur nũc ad consonantias conuertamus. Est igitur diapason que est dupla supremi loco principii. Que vero reliqueꝫ sunt: in contraria diuisione hoc modo. Sesqualter q̃dem triplo: sesquitertius vero quadruplo. Quod tali argumentatione probabitur. Idem enim primum ẽ sesqualter: qui primus triplus scilicet principalis vnitatis. Nam ternarius idem primus triplus est: si imitati. Idem primus sesqualter. Si binario compare⁊. Rursus idem ternarius eiusdem differentie quam ad binarium facit: cuius naturaliter posit⁹ probatur esse sesqualter: triplus est. Cum igitur iure sesqualter triplici opponatur. Diapente consonantia diapente ac diapason consonantie rationabiliter putatur opponi. Rursus quadruplus sesquitertij contrariam diuisionem tenet: Nam qui est primus quadruplus idem rursus primus sesquitertius inuenitur hoc modo. Quaternarius quippe primus est quadruplus si vnitati: primus sesquitertius: si ternario comparetur Rursus eius differentie quam inter se ac ternarium tenet: ipse fit quadruplus. Unde fit vt sesquitertia ꝓportio: que est diatessaron: quadruple proportioni q̃ est bis diapason in ꝓtrariũ diuidatur: Dupla vo quoniam nullam habet oppositã proportioneꝫ nec vllius ipsa sesqualtera ẽ: aut extat numer⁹: cui possit binari⁹ qui prim⁹ est duplus: superparticulari proportiõe cõiungi: talẽ formã contrarie proportionis excedit. Atq; iccirco secũdũ nichomacum diapason consonantiarum principium teneat hoc modo.



¶Sed q̃uis ita sese habeat :inquit tamen omnes melius multiplices proportiones consonantiarum precedere:super particulares sequi:sicut paulo ante descripsimus.Cum igitur consonantia sit duarum vocum rata permixtio sonus vero modulate vocis casus vna intentione productus:sitq; idē minima particula modulationis:omnis vero sonus constet impulsu. Pulsus vero omnis ex motu fiat :tumq; motuum aliqui sint equales:Alii vero inequales:inqualium vero alii sint multo inequales.alii vero minus.alii vo mediocriter inequales:Ex equalitate quidem nascitur sonorum equalitas.Ex inequalitate vero ea que secundum mediocritatem distantie inequales sūt:mãifeste:primeq; ac simpliciores eueniunt proportiones que sunt .s.multiplices aut superpticulares.dupli. tripli q̃dru pli.sesqualteri atq; sesquitertii consonantie . Ex his vero que in reliquis proportionibus: vel multimode vel non ita claris.vel longe omnino a se distantibus inequalitates fiunt:dissonantie existunt. Nulla autē sonorum concordia procreatur.

¶Quid oporteat premitti vt diapason in multiplici genere demonstretur.

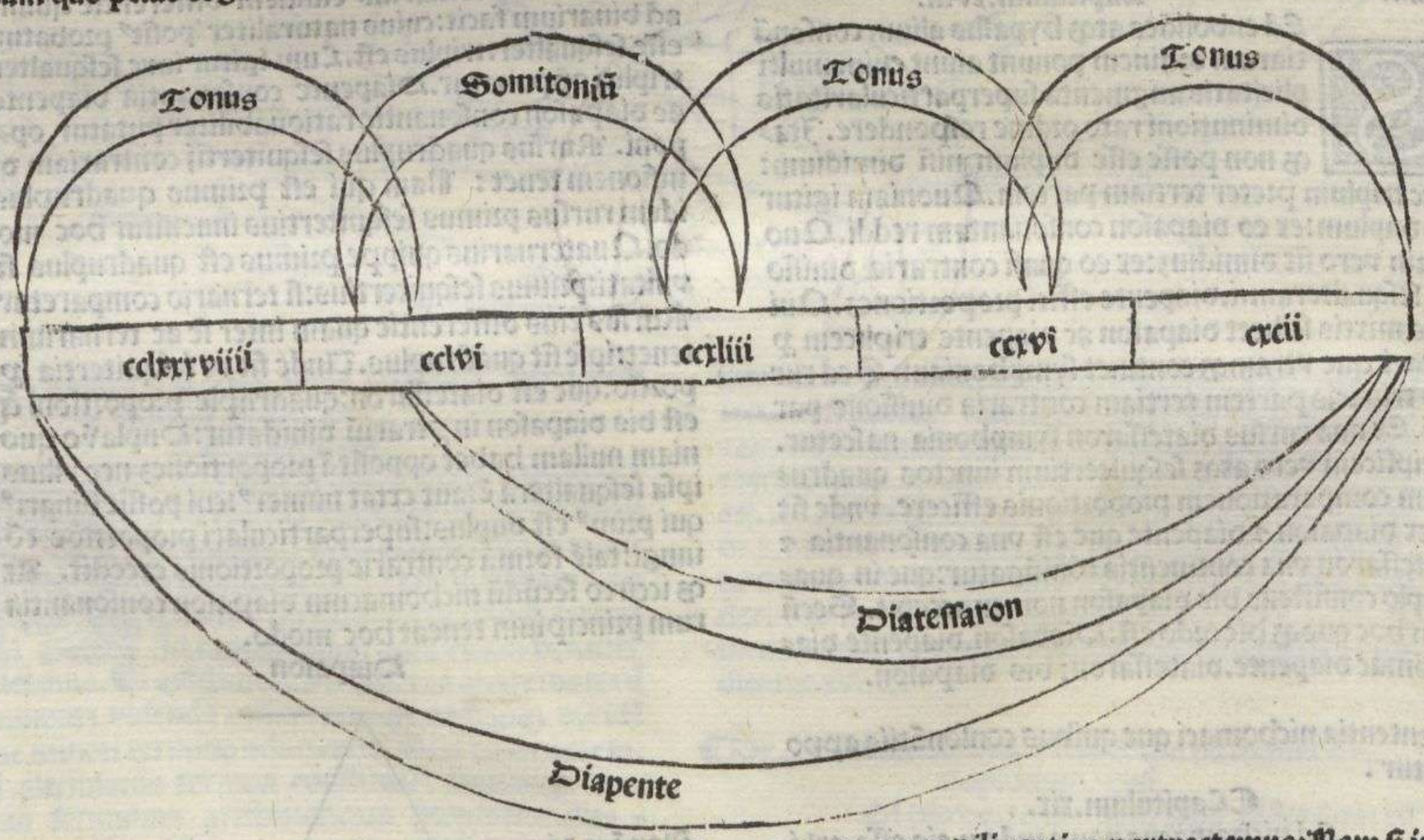
Capitulum.xx.

Oc igitur ita distincto:demõstrabitur diapason consonantia que cunctarum optima est in multiplici inequalitatis genere ꝛ ī duplicitatis habitudine reperiri.Ac primum quidem illud demonstrandum quemadmodum in multiplicitatis genere diapason consonantia possit agnosci. Precurrendus est igitur ad breue qd dam quo prius cognito facilior demonstratio fiat.ab omni superparticulari:si continuam ei superparticularem quis auferat proportionem que est scilicet minor id quod relinquitur minus est eius medietate que detracta est proportiōis vt in sesqualtera ac sesquitertia.Quoniam sesqualtera maior est:sesquitertias de sesqualtera detrahamus . Relinquitur sesquioctaua proportio:que duplicata non efficit integram sesquitertiam proportionem sed ea distantia minor est q̃ in semitonio reperitur.q; si duplicata sesquioctaua comparatio non est integra sesquitertie:simplex sesquioctaua non est sesquitertie proportionis plena medietas.q; si sesquiquartum sesquitertio auferas id qd relinquitur medietatem sesquiquarti non efficit. idēq; in ceteris.

¶Demonstratio per impossibile diapason in multiplici genere esse.

Capitulum. xxi.

Se nunc ad diapason consonantias redeamus:q; si ea non est in multiplici genere inequalitatis:cadet in superparticulare ineq̃litatis genus. Sit igitur superparticularis proportio diapason consonantia . Auferat ab ea continua consonantia .i. diapente : relinquitur diatessaron.Bis igitur diatessaron minus est vno diapente ei ipsum diatessaron non implet diapente consonantie medietatem q; est impossibile Monstrabitur enim bisdiatessaron tono ac semitonio consonantiam diapente transcendere .Quocirca nec diapason quidem insuper particulari inequalitatis genere poni potest.



¶Demonstratio per impossibile diapente diatessarō ei tonum insuper particulari esse.

¶Capitulum . xxii.

Estat igitur vt diapente ac diatessaron ꝛ tonum hi super particulari ponenda esse monstremus. Mā ꝛ si id in pria quoq; pbatione ea qua diapason insuper particulari genere non esse ponendam mōstrauim' id quoq; quodam rationis modo pclaruit.Sigillatim de eo ac diligentius pertractemus: Nam si in superparticulari quis has habitudines ponēdas eē nō dixerit in multiplici genere fatebitur collocādas. Nā insuperpartienti vel ceteris mixtis cur poni non possint:superius(vt arbitror) explanatum est. ponātur igitur si fieri potest in multiplici genere. Et quoniam diatessaron consonantia minor est.diapēte maior diatessaron duplici.diapente vo triplici proportioni multiplicitatis ap tetur. Verisimile est enim vt est consonantia

nantia diatessaron consonantie diapente cōtinua. ita si diatessaron in duplici statuitur. diapente in continua duplicis poni. i. triplici. Tonus autem quoniam in habitudinibus musicis post diatessaron locatur: nimirum inea proportione ponatur: que est minor duplici. hec autem in multiplicitatis genere non potest inueniri. Restat igitur in superparticularis habitudinem cadat Sit igitur prima. i. sesqualtera toni ꝓportio. Nam si duplicem auferamus triplici: quod relinquitur sesqualter est. Quod si diatessaron quidem duplex est. diapente vero triplum: sublato diatessaron a diapente tonus reliquus fit: nullo modo dubitari potest: quin tonus in sesqualtera debeat proportione constitui. Sed due sesqualtere proportiones duplicem vincunt. Quemadmodum ex arithmeticis instructus sibi potest quisq; colligere. Duo igit toni diatessaron superabunt: q̃ est inconueniens. diatessaron enim duos tonos semitonii spatio transcendit. Non igitur fieri potest: vt non diapente ac diatessaron insuperparticulari inequalitatis genere collocetur. q̃ si quis tonum quoq; in multiplici genere eē perscribat quoniam quidem tonus minor quam diatessaron. Diatessaron vero minus est quaz diapente diapente quidem ponatur in quadrupla. diatessaron in tripla. tonus in duplici: Sed diapente constat ex diatessaron ⁊ tono. Quadruplum igitur secundum hanc rationem constabit ex triplo ac duplo. quod fieri nequit. Rursus statuatur diatessaron quidez in triplici ei diapente in quadruplo. Si igitur auferamus triplum a quadruplo: sesquitertius relinquetur. Rursus si diatessaron diapente consonātie subtrabas: fit reliquus tonus: Tonus igitur secūdum hanc rationē in sesquitertia proportione constabit. Sed tres sesqtertii vno triplici minores fiūt. Tres igitur toni vnū diatessarō nulla ratione supplebunt. quod est falsissimum. Duo enim toni ac semitonium minus diatessaron consonantiam supplent. Ex his igitur demōstratur diatessaron consonantiam non esse multiplicem. Dico autem quoniam nec diapetente consonantia. in multiplici genere poterit collocari. Naz si in eo statuatur: quoniam est ei minor continua idest diatessaron. non locabitur diapente: in multiplici minimo. i. duplici scilicet vt sit locus: quo diatessaron consonantia possit aptari. Sed. diatessaron cōsonantia multiplicis generis non est. Quo circa nec diapente. in maiore habitudine multiplicis quam est dupla que minima est aptari potest. Si igitur diapente in minima scz dupla diatessarō vero que minor est in multiplici quidem aptari non potest. Non est enim minus quicq̃z duplici. Si igitur sesqualtera. Tonus vō sesquitertia. In continua enī proportione locabitur. Sed duo sesquitertii ampliores sunt vno sequaltero. Duo igitur toni vnam diatessaron consonantiam vincent: q̃ nulla ratione continget. Ex his igitur aprobatur diapente ac diatessaron in multiplici genere collocari nō posse: quocirca in superparticulari genere inequalitatis iure ponentur.

¶ Demonstratio diapente ⁊ diatessarō in maximis superparticularibus collocari.

Capitulum. xxiii.

Illud quoq; addendum necessario est: quoniam si diapente ac ditessaron superparticulares proportiones tenent: in maximis superparticularibus proportionibus collocantur. Sunt autem maxime sesqualtera ⁊ sesquitertia. Hoc vero approbabitur hoc modo. Nam si in minoribus proportionibus quam sesqualtera vel sesquitertia. diapente ac diatessaron cōsonantie collocentur. non est dubium quin sicut alie proportiones superparticulares preter sesqualteram ⁊ sesquitertiam iuncte non efficiunt vnum duplum. ita diapente ac diatessaron vnum diapason nulla ratione concludunt. Quoniam enī diapason in duplici proportione esse monstratum est. duplex vero proportio ex sesqualtero sesquitertioq; componitur. Diapason vero ex diatessaron ac diapente copulatur: non ē dubium quin si totum diapason in duplici statuatur diapente ⁊ diatessaron in sesqualtera sesquitertiaq; proportione sint locande. Aliter enim non poterunt diapason iuncte perficere: que consonantia in duplici proportione consistit. Nisi in duabus proportionibus steterint sesqualtera. scilicet ac sesquitertia. Alie enī proportiones superparticulares hanc nulla ratione conuungent.

¶ Diapente in sesqualtera diatessaron in sesquitertia esse tonum in sesquioctaua.

Capitulum. xxiiii.

Dico autem quoniam proprie diapente in sesqualtera. ⁊ diatessarō. in sesquitertia ꝓportione consistit. Quoniaz enī inter vtrasq; proportiones sesqualteram scilicet ⁊ sesquitertiaz Sesqualtera maior est ⁊ sesquitertia minor. quoniamq; in ꝯsonantiis diapente maior: diatessaron minor: apparet maiorez proportionē maiori: ⁊ minorem minori esse consonantie aptanduz Erit igitur quidem diapente in sesqualtera: diatessaron vero in proportione sesquitertia collocāda. Qd si diatessaron a diapente consonantiam subtrabamus: reliquitur spatium: quod dicitur tonus. Sesquitertiū vero si proportioni sesqualtere minuam⁹: relinquit sesquioctaua ꝓportio. Quo fit vt tonus. in sesqoctaua debeat ratione constitui.

¶ Diapason ac diapente: In tripla proportiōe esse. bis diapason In quadrupla. Capitulum. xxv.

Ed quoniam demonstratum est diapason q̃ dē duplam diapēte vō sesqualteraz. iunctas vero duplaz ac sesqualteram: triplicē ꝓportionem procreare: ex his etiā apparet diapēte ac diapason in triplici ꝓportiōe cōstitui. Sed si q̃s triplici proportioni sesquitertiam habitudinez iūgat: quadruplaz facit. Igit̄ si diapente ac diapason. ꝯsonantijs diatessaron symphonia iūgatur: fit q̃druplū spatiū vocum: quod bis diapason supra esse monstrauimus.

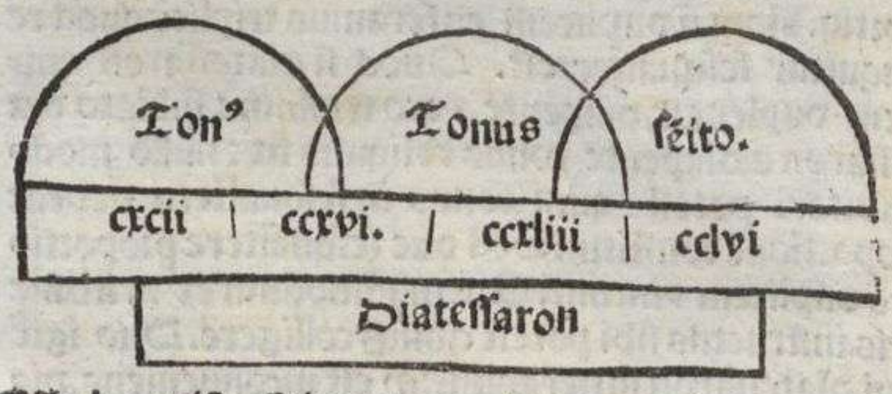
¶ Diatessaron ac diapason non esse consonantiā: secūdum pythagoricos. Capitulum. xxvi.

Ed in his illud diligens lector agnoscat. qd̃ consonantie consonantijs suppositе alias q̃ldam consonantes efficere. Nā diapente ac diatessaron iuncte diapason (vt dicum est) creant. huic vero diapason rursus si diapēte symphonia iungatur fit consonātia q̃ ex vtrisq; vocabulis nūcupatur. diapasō. s. ac diapente. Cui si diatessarō adatur: fit bis diapason: que quadruplam proportiōez tenet. Quid igit̄ si diatessarō ac diapason ꝯsonātias iungamus. vllam ne secundum pythagoricos efficiēt cōsonantiam. Minime. Nor enim in suppartiens in eq̃litatis gen⁹ cadit: nec seruat vel multiplicitatis ordinem: vel superparticularitatis simplicitatē. Age. n. statuātur numeri quibus id facilius approbemus. sit

eni ternarius: cuius sit senarius duplus. scilicet in dia
pason consistens proportione. huic aptetur sesquiter
tia quam diatessaron esse prediximus: vt octonarius
Is. enim ad senarium diatessaron proportionem te=
net: Qui octonarius ad ternarium comparatus ha=
bet eum bis. Sed ne sit multiplex habet etiam eius
aliquas partes neqz eas simplices. Duabus enim eiz
superuenit vnitatibus: que sunt due tertie partes ter
narii. quem primum terminum minimumqz locam⁹
Sint igit termini hi. iii. vi. viii. Illud quoqz q̃ iter
duas sibi cõtinuas cõsonantias cadit: ⁊. n. neqz duplũ
est integrum vt diapason consonantiam prodat: ne=
qz triplum: vt diapason ac diapente efficiat simpho=
niam Cui si tonus addatur: mox triplum modum pro
portionis efficiet. Quoniam enim diapason ac diapẽ
te sibi iũcte efficiũt triplũ. Diatessarõ vo ⁊ tõus dia
pẽte ꝓsonãtiã iũgũt. si diapasõ ꝓsonãtia addat diа
tessarõ: incõsonũ fit: qm̃ inter duplicẽ ac triplicẽ nul
la potest naturaliter proportio multiplicitatis intelli=
gi. q̃ si ei adiicio tonum: fit diapason diatessaron ⁊ to
nus: quod nihil distabit vtrum diapason ac diapente
sit: Diatessaron enim ⁊ tonus diapente constituunt.
Sit enim diapason quidem. iii. ⁊. vi. Diatessaron. vi.
⁊. viii. Tonus. viii. ⁊. ix. Diapente. vi. ⁊. ix. Diapason
ac diapente. iii. ac. ix. Erit igitur sic tripla ꝓportio. iii
vi. viii. ix. Sed quãquam de his multa nichomacus:
nos tamen qua potuimus breuitate partim ea ipsa
que pythagorici affirmant promentes: partim ⁊ eis=
dem quedam consequẽtia argumentantes: probaui=
mus: Si diatessaron consonantie diapason addatur
consonantiam ex his coniungi non posse. quid vero
sentiat de his ptolomeus: posterius apponam. Sed
de his hactenus: Iam de semitonis considerandũ ẽ

De semitonio in quibus minimis numeri constet. Capitulum. xxvii.

Identur enim semitonia nuncupata nõ q̃
vere tonorum sint medietates. ꝗ quod sint
non integri toni: huiusqz spatii quod nũc
quidem semitonium nuncupamus: Apud
antiquiores autem limma vel diesis voca
batur: hic modus est. Cum enim ex sesquitertia pro=
portione q̃ diatessaron est. due sesquioctaue habitu=
dines. que toni sunt: auferuntur: relinquitur spatium
quod semitonium nuncupatur. Queram⁹ igit duos
tonos continua dispositione descriptos Sz quoniam
hi (vt dictum est) in sesquioctaua proportione consi=
stunt: duasqz sesquioctauas proportiones continuas
adhibere nõ possumus. nisi multiplex ille: aquo be de
riuari possint: reperiatur. sit vnitas prima eiqz octo=
narius octuplus primus. ab hoc igitur vnum sesqui=
octauum potero deriuare. Sed quia duos querim⁹
fient octies octo: atqz ex eo. lxiiii. explicentur. Erit igi
tur secundus. octuplus. a quo possumus duas sesqui=
octauas ꝓportiones educere. Mãqz octo que est octa=
ua pars. lxiiii. vnitatum eisdem additi totam summã
lxxii. perficiunt. his vero si sua octaua similiter oppo
natur: que est nouenarius lxxxi. reddunt. Eruntqz hi
duo toni continui principali dispositione conscripti.
lxiiii. lxxii. lxxxi. Iam igitur. lxiiii. vnitatuz sesquiter
tium conquiramus. Sed quoniam. lxiiii. probantur
tertiã partem non habere: si omnes hi numeri terna
rio multiplicẽtur. mox eis pars tertia cõtigit: ⁊ oẽs in
eadẽ ꝓportiõe durabunt: qua fuerũt antecẽ his ter
nari⁹ multiplicator accederet: fiãt igit ter. lxiiii. cxcii.
horũ tertia. lxiiii. eisdẽ addita. cclvi. reddet. Erit igit
hec sesquitertia proportio diatessarõ ꝓsonãtiã tenẽs
Iam igitur duas sesquioctauas proportiões ad. cxcii.
duobus se numeris continẽtes rato ordie collocem⁹
fiant igitur ter. lxxii. i. ccxvi. Rursus ter. lxxxi. q̃ sunt.
ccxliii. Qui inter duos suprascriptos terminos colloce=
tur hoc modo. cxcii. ccxvi. ccxliii. cclvi.



In hac dispositione proportionum. Primus nume
rus ad postremum diatessarõ consonantiam consti=
tuit. Idẽ vero primus ad secundum ⁊ secũdus ad ter
tiũ geminos constituũt tonos. Constat igitur spaciũ
quod relinquitur ex. ccxliii. ad. cclvi. in quib⁹ minim⁹
semitonij forma consistit.

Demonstrationes non esse. ccxliii. ad. cclvi. toni me
dietatem. Capitulum. xxviii.

Probo igitur. ccxliii. ad. cclvi. distãtiam
non esse integram toni medij dimensionẽ
Etenim ducentorum quadraginta trium
⁊ ducentorum. lvi. differentia tredecim tã
tum vnitatibus continetur. Qui tredecim
minus quidem quam minoris octauam decimaz: pl⁹
vero quam nonamdecimam obtinent partem. Si. n.
octies decies tredecim ducas efficies. ccxxxiiii. qui. cc=
xliii. nullo modo equabit. Si decies nouies multipli
ces: superuadent: cum oporteat omne semitoniuz si
ti in integr tõi dimidiũ teneat: inter sextamdecimã
partem ac septimãdecimã collocari. Quod posterius
demonstrabit. Iam illud liquebit talẽ semitonij di=
stantiã sibimet geminatam. vnũ toni spatium nõ pos
se cõplere. Age enim vt sese. cclvi. ad. ccxliii. bnt tales
duas sibimet ꝗtinuas ꝓportiões secũdũ superi⁹ de=
scriptã regulã disponamus. cc. enim. l. ⁊. vi. insemet
ipsos multiplicemus. ⁊ sit maximus terminus. lxv.
dxxxvi. Item. ccxliii. propria numerositate cõcrescãt.
⁊ sit minimus terminus. ~~lix: cclviiii.~~ Rursus. cclvi. ad
ducentorum xliii. multitudinem concrescãt. Erit igi
tur numerus. ~~lxii. ccviii.~~ hic igitur medius colloce=
tur hoc modo.

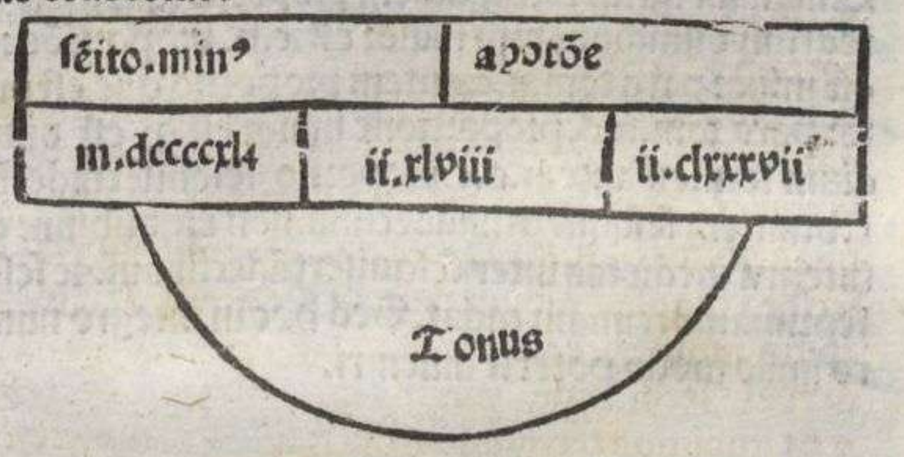
| lxv. dxxxvi | lxii. ccviii | lix. xlviii. |

In eadẽ igitur sunt ꝓportione ducenti. lvi. ⁊. ccxliii.
In qua. lxv. d. xxxvi. ad. lxii. ccviii. Et item. lxii. ccviii.
ad. lix. xlviiii. Sed maximus eor terminus qui ẽ. lxv.
dxxxvi. ad minimum qui est. lviiii. xlviiii. Vnum inte
grum non efficit tonum. q̃ si primi ad secundum pro
portio que est equa secũdi ad tertium proportioni: in=
tegri esse semitonii probaretur: duo dimidia iuncta
vnuz necessario efficerent tonum. Iam ãt cum non
sit extremorum terminoruz sesquioctaua proportio:
manifestum est hec duo spacia proprie tonorum di=
midia non videri. Quicquid enim cuiuscumqz est di=
midium id si duplicetur illud efficit: cuius dicitur esse
dimidium. Si vero illud implere non possit gemina=
ta ꝓticula min⁹ est parte dimidia. Si vero supfluat
ac superuadat: plus est parte dimidia. preterea ꝓba=
buntur. hcv.

buntur.hcv.dxxxvi.non facere sesquioctauaz proportionem. Si.lviiii.xlviiii.vnitatibus comparentur: si octaua pars.lix .xlviiii.eisdem secundum eas que in arithmeticis dicte sunt regulas aggeratur. Que qm̃ in integris numeris non consistit: Iccirco eandē octauam partem relinquimus.lectorum diligentie computandam.liquet igitur eaz ꝓportionez que in.cclvi ⁊.ccxliii .est constituta:non esse integrum dimidium toni quocirca id quod vere semitonium nuncupatur pars toni minor est quam dimidia.

¶De maiore parte toni in quibus minimis numeris constet. Capitulum.29.

Eliqua igitur pars q̃ maior est:apotome nuncupatur a grecis a nobis vero potest vocari decisio. Id enī natura fert:vt quotiens aliquid secatur ita vt nō equis partibus diuidatur:quāto minor pars dimidio minor est:tanto maior pars eadē que auctior est dimidium vincat Quantum igitur semitoniuz min' integro dimidio toni minus est:tāto appotome toni integrum superat dimidium ⁊ vincit. Et quoniā docuimus semitonium in.cclvi.⁊.ccxliii. pricipaliter stare:nunc ea que apotome dicitur: In qbus possit minimis constare numeris approbemus. Si igit̄ ccxliii. partem recipere octauam possent cum ad euz sesquioctauus numeris comparetuur:tunc:cclvi . habitudo ad sesquioctauam summam minimi numeri comparata:apotomē necessaria ratiōes mōstraret. Nūc vero ei quoniam pars octaua deesse mōstratur:vtriqz numeri octies fiant. Et ex.ccliii. quidē octies multiplicatis fit numer'.M.dccccxliiii.Quibus si ꝓpria conferatur.octaua qui sunt.ccxliii.fient.ii. clxxxvii. Rursus.cclvi.per octonarium crescant. fient igitur. ii.xlviii.Atqz hic supra scriptorum terminorū in medio collocetur.



¶Tertius igitur terminus ad primuz toni retinet proportionem. Secundus ad primum semitonii minoris Apotomes vero tertius ad secundum . Atqz in hisdē primis apotomes videtur constare proportio:cum semitonii.in.256.⁊.243.nūeris spatiū cōtineatur. Iccirco autem.M.dccccxliiii.⁊.ū.xlviii.in eadem ꝓportione sunt:qua.ccxliii.ad ducentos lvi.quoniā . cclvi. ⁊ ccxliii.octonario multiplicati sunt. Si enīz vnus numer' duos quoslibet numeros multiplicet:qui ex ea multiplicatione nascuntur. In eadem erunt proportione:qua fuerunt hi numeri.quos prior numerus multiplicauit.

¶Quibus proportionibus diapente diapason constet ⁊ quoniam diapason sex tonis non constet.

Capitulum . 30.

Sd quoniam de diatessaron consonantia latius diximus:breuius.⁊ pene puris numeris de diapason ac diapente consonantiis disseramus.diapente enim constat ex tribus tonis ac semitonio. Idest ex diatessaron ⁊ tono. Disponantur enī numeri quos superior descriptio ꝓrehēdit.cxcii.ccxvi.ccxliii. cclvi In hac igitur dispositione primus terminis ac secundum ⁊ secundus ad tertium tonorum retinet proportiones. Sed tertius ad quartum semitonii minoris: vt supra monstratum est. Si igitur.cclvi.octaua eisdem quorum octaua est apponatur:fient cclxxxviii. Quibus cxcii.comparati sesqualterum spatium proportionis efficiunt. Quocirca tres quidem toni sunt: si primus ad secundum secundus ad tertium : quint' conferatur ad quartum . Semitonium vero minus tertii ad quartum terminum comparatio tenet. q̃ si diatessaron quidē duoꝝ tonoꝝ est ac semitonii:minoris diapente vero trium tonoruz ac semtonii minoris:iuncte vero diatessaron ac diapente vnum diapason videntur : efficere.erunt quinqz toni ⁊ duo spatia semitoniorum minora:que vnum tonum non videantur.implere. Non est igitur diapason consonantia constans sex tonis vt aristoxēus arbitratur. quod in numeris quoqz dispositū euidētur apparet. Sex enim toni in ordinem disponantur.s.in sesquioctauis proportionibus constituz.sex vero sesquioctaue proportiones a sexto octuplo procreantur. Disponantur igitur sexoctupli.hoc modo.

i	8	64	512	4.96
31.768	262	144		

¶Ad hoc igitur vltimo numero sex toni in sesquioctaua proportione constituti locentur hoc mō. Dispositis primum octuplis terminis: vt octaue terminorum parte ipsorum terminoꝝ lateribus adiungantur. sit autem descriptio talis.

octupli	i	9	69	512
4.96	32.768		262.144	
sesquioctaui			Partes octaue	
262.144		32.768		
294.912.		36.864		
331.776		41.472.		
373.248.		46.657.		
419.904		52.488		
472.392		59.49		
531.441				

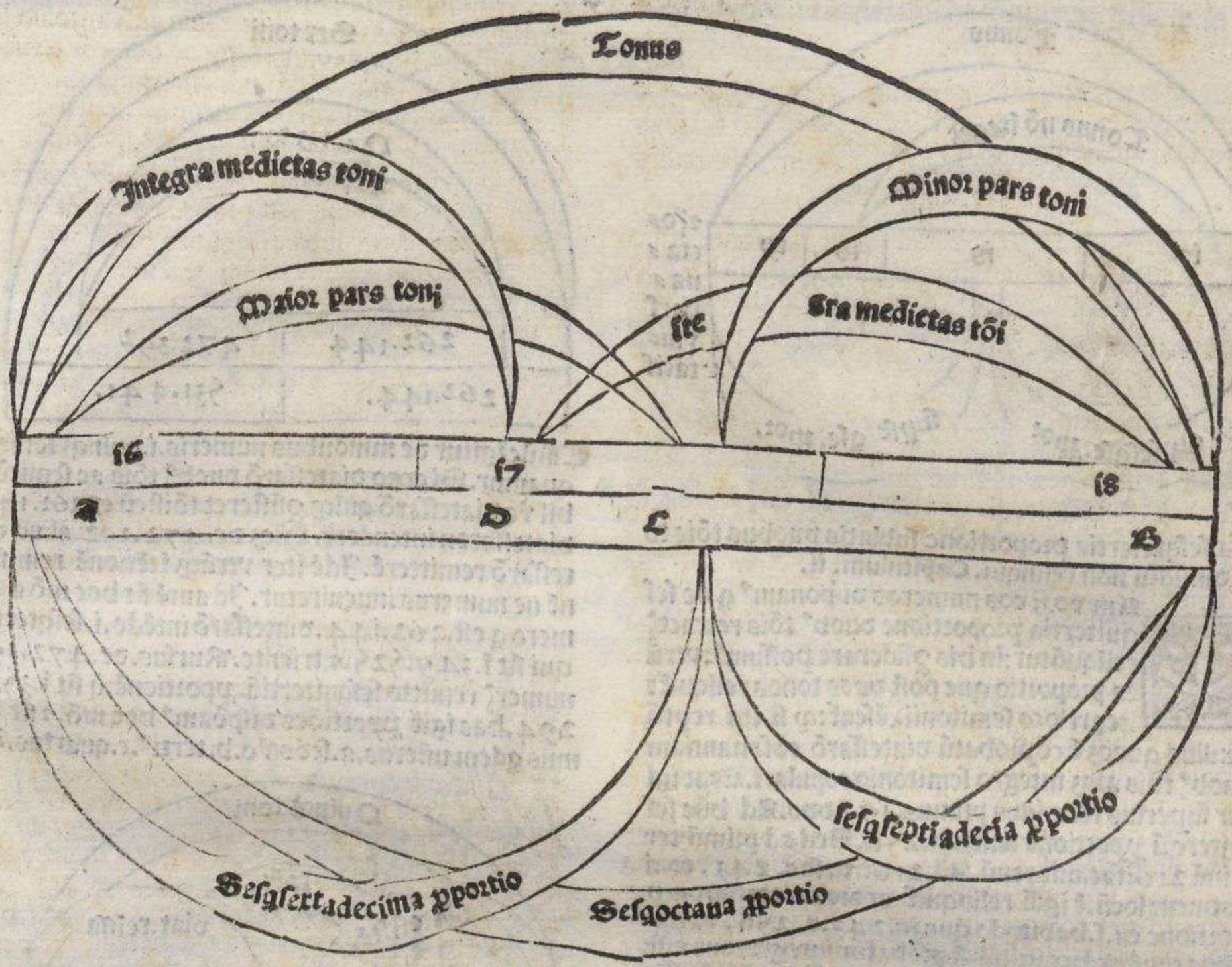
¶Huius igitur dispositionis hec ratio est.Continuus enim versus:qui limes dicitur:octuplos numeros tenet. A sexto vero octuplo sesquioctaue proportiones ducuntur.vbi vero octauas partes scripsimus: octaue sunt eorum numerorum partes:quibus adiacent. Que si eisdem quibus adiacent apponātur: posteriores numeros creant: vt in primo qui est. cclvii.cxliiii. huius octaua.32.768.hi sibimet si coniungātur: posteriorem efficiunt numerum qui est.294.912. Idē qz in ceteris inuenitur. Si igitur . vltimus numerus qui est.531.441.duplus est esset prioris numeri . qui est.262.144.recte diapason sex tonis constare videretur. Nunc autem si minimi numeri.i.prioris duplicem conquiramus minor erit eo numero qui est maximus ac supremus: Naz.262.144. numeri dupl' est qui ad eum scz diapason consonantiā tenet.524.288.hic igitur minor est eo numero qui sextum retinet tonum eo scz qui est.531.441.Mior ē igit̄ diapason consonātia sex tonis: Atqz id quo sex toni diapason consonantiam superuadunt: voco cōma.q̃ cōstat in minimis numeris.524.288.⁊.531.441 . sed de his quid aristoxenus sentiat.Qui auribus dedit oē

iudicium:alias commemorabo. Nunc volumis serie fastidii vitator astringam.

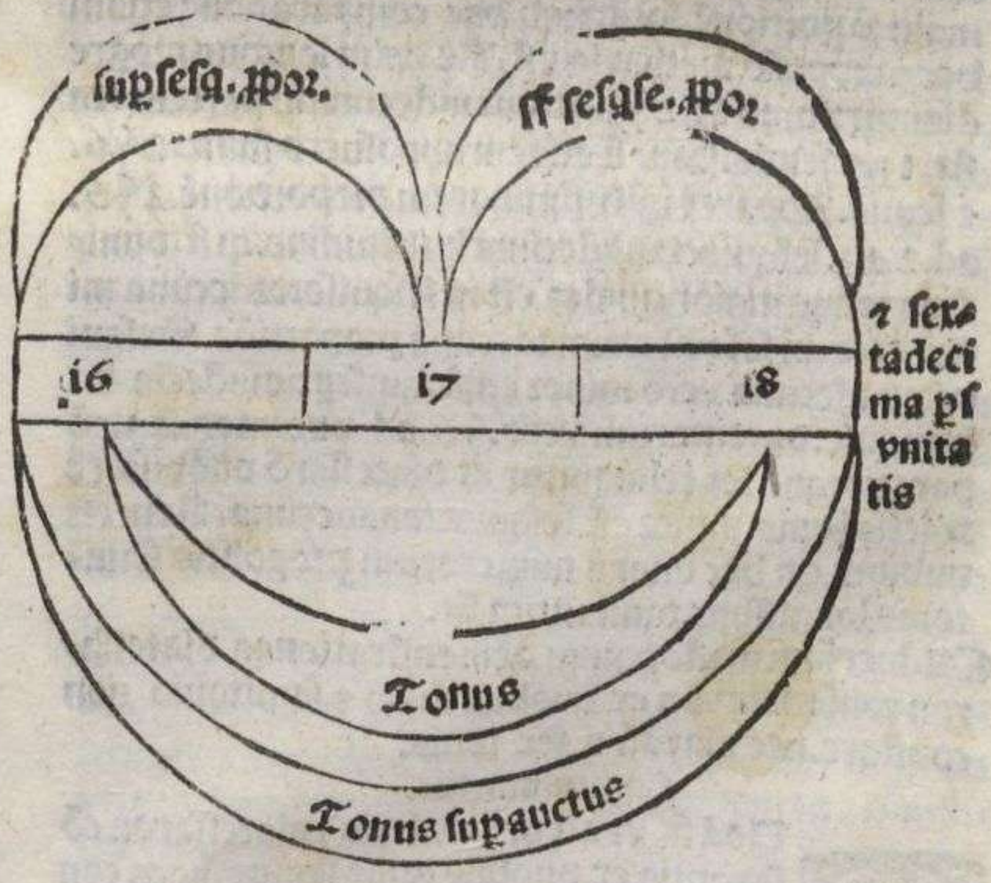
Eiusdez Boetii de Musica Liber tertius. Aduersus aristoxenum demonstratio superparticularem proportionem diuidi in eq nõ posse. atqz. ideo nec tonuz

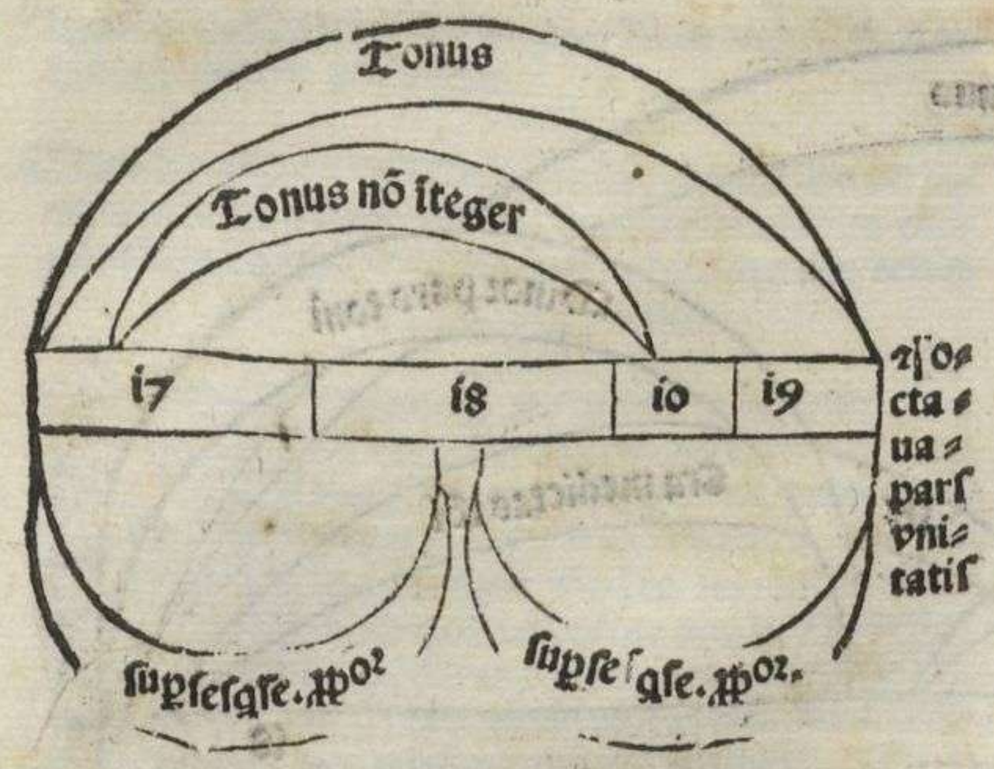
Capitulum. primum.

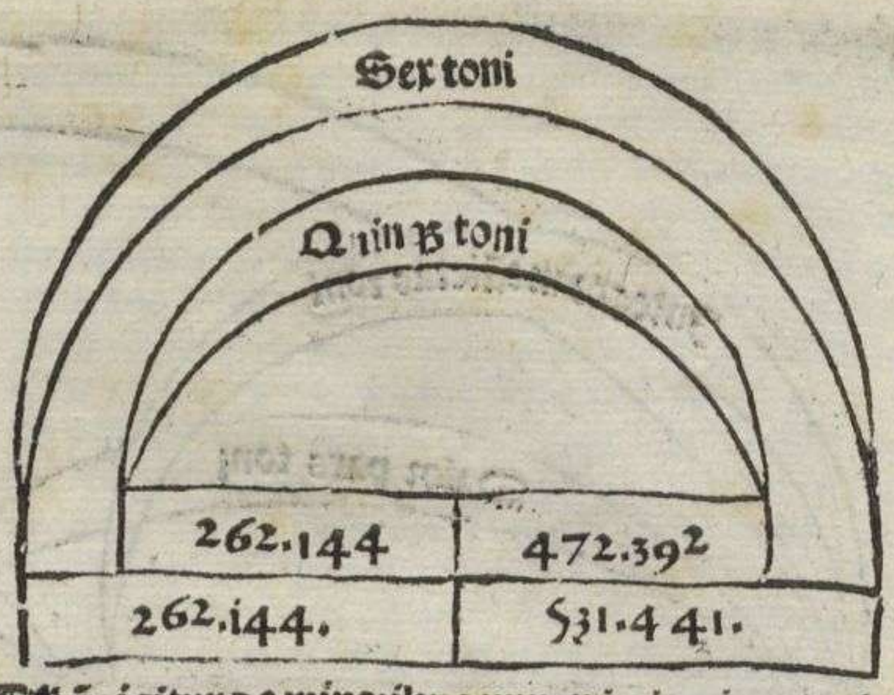
Superiore volumine demonstratum est diatessaron consonantiam ex duobus tonis copulari ac semitonio. diapente vero ex tribus tonis ac semitonio constare. Sed ea semitonia dimidium toni integrum non posse perficere: Si sigillatim cõsiderata tractentur. atqz ideo diapason ad sex tonos nullo modo peruenire. Sed quoniam aristoxenus musicus iudicio aurium cuncta p mittens hec semitonia non arbitratur esse secundum pythagoricos cõtractiora dimidio: sed sicut semitonia dicuntur: ita esse dimidietates tonorum. De eisdem rursus paulisper est disputandum demonstrandumqz prius nullam superparticularem habitudinẽ noto numero posse diuidi in integram medietatem. Inter duos enim numeros superparticularem proportionem continentes: siue illi sint principales: quorum est vnitas differentia: siue posteriores: nullꝰ ita poterit medius numerus collocari. vt quaz minimus proportionem tenet ad medium: eam medius teneat ad extremum scilicet vt in geometrica proportione: sed aut differẽtias equas facere potest: vt sit equalitas secundum arithmeticam medietatem. aut armonicam inter eosdem terminos medius numerus collocatus faciet medietatem: aut quamlibet aliaz. quarum in arithmeticis fecimus mentionem. q̃ si id demonstrabitur: nec illud quidẽ stare poterit. sesquioctauam proportinem que tonus est in dimidia posse discerni. Quando quidem sesquioctaua omnis in superparticulari inequalitatis genere consistit. Id vero melius inductione mõstrabitur. Illã sip singulas p portiones consideratione deducta. s. superparticulares nulla prorsus occurrit: que interposito medio termino equis proportionibus diuidatur: non est dubiũ quod superparticularis comparatio non possit in eq partiri. q̃ si videtur auribus consonum aliquid canere: cum cuilibet voci duobus tonis ac semitonio integro distans vocula comparetur. id non esse consonuz natura monstratur. Sed quoniam sensus omnis que minima sunt: comprehẽdere nequeat: iccirco hãc differentiam que vltra consonum procedit: sensum aurium non posse distinguere: fore autem vt deprehendatur si frequentissime talis particula per eosdez crescat errores. Nam quod in minimo haud sane cernitur compositum coniunctumqz cum iam magnum eẽ ceperit peruidetur. A q̃ igitur proportione est ordiendum: an compendiuz dabimus questioni: si ab eo de quo queritur ordiamur: Id vo est tõus in duo equa possit partiri nec ne. Nunc igitur de tono est pertractandum: ⁊ quemadmodum non possit in duo equa diuidi demonstrandum est. Quam demonstrationez si quis ad reliquas superparticulares comparationes transferat similiter demonstrabitur superparticularem in equa noto atqz integro numero separari non posse. ¶ Primi igitur tonum continentes numeri sunt 8. atqz. 9. Sed quoniam se isti ita naturaliter consequuntur. vt medius inter eos numerus non sit: eosdẽ binario quo. s. minimo possum multiplico. fiunt igit. 15. ac. 18. inter hos vero naturaliter numerus cadit qui est. 17. igitur. 18. ad. 16. tonus est. Sed. 10. ⁊. 8. ad. 10. ⁊. 7. comparatus habet eum totum: ⁊ eius septimamdecimam partem. Septimadecima vero ps minor est sextadecima naturaliter. Maior est igitur proportio que sub. 16. ac. 17 numeris continetur: quã ea que sub. 17. ac. 18. Qui disponantur hoc modo. ⁊ sit. 16. A. 17. c. 18. B. Medietas igitur integra tomiter. c. ac. B. nullo modo cadet. Minor est enĩ. c. b. proportio. c. a. proportione. Ad maiorem igitur partez medietas rata ponenda est. Sic vero medietas. d. Quoniam igitur. d. b. quidem proportio. quod est integrum dimidium toni maior est. c. b. proportiõe: q̃ est minor pars toni. a. c. autem proportio que est maior pars toni. a. d. proportione maior est q̃ est dimidium toni. est autem. a. c. proportio sesquisextadecia. c. b. autem sesquiseptimadecima. non est dubium qn integra medietas inter sesquisextãdecimam. ac sesqseptimamdecimam cadat. Sed hoc in integro numero nullo modo poterit inueniri.



¶Quoniam vero ad.16. numerũ.17.numerus comparatus super sesquisertamdecimam optinet proportionem.si eiusdem.17.numeri sertamdecimam requiramus:erit vnitas.atq; vnitatis pars.16.hanc si eidem.17.numero coniungamus:fiunt.18.ꝛ pars sertadecima. Si igitur.18.ꝛ pars:sertadecima:16. numero comparetur:recte toni mensurã videatur excedere. Cum ad eum solus.18.numerus sesquioctauam custodiat proportionez Unde fit vt quoniam supersesquisertadecima proportio tonum bis aucta transcendit:non sit integrum toni dimidium. Quicquid enim bis ductum transcendit aliquid:id vltra dimidium illius esse videbitur:quod transcendit. Quocirca super sesquisertadecima.non erit toni dimidium. Ac ꝑ hoc nec alia vlla maior sesquisertadecima proportione: toni poterit esse dimidium:cum ipsa sesquisertadecima integro toni dimidio.sit maior. Sed quoniam sesquisertamdecimam proportionez continua sequitur sesquiseptimadecima: videamus an ea tonum bis multiplicata impleat.17.igitur numeri sesquiseptimamdecimam partem tenet terminus.18. In eadem igit proportione si ad.18.numerum alium comparemus erit.68.ꝛ septimadecima pars.q̃ si ad.17. terminuz in sesquioctaua proportione positum numerum comparemus:fient.19.ꝛ pars octaua. Maior v̄o est pars octaua parte septimadecima. Maior igitur est ꝓportio numerorum.17.ac.19.ꝛ octaua.quam ea que in. 17.ac.19.ꝛ parte septimadecima continetur.que sũt .s.bis sesquiseptimedecime proportiones. Due igitur sesquiseptimedecime vnum tonum non videntur implere. Non est igitur sesquiseptimadecima toni dimidium:quoniam que duplicata non implet integrum: non continet dimidium. Semper enim dimidiuz duplicatum ei cuius est dimidium coequatur.







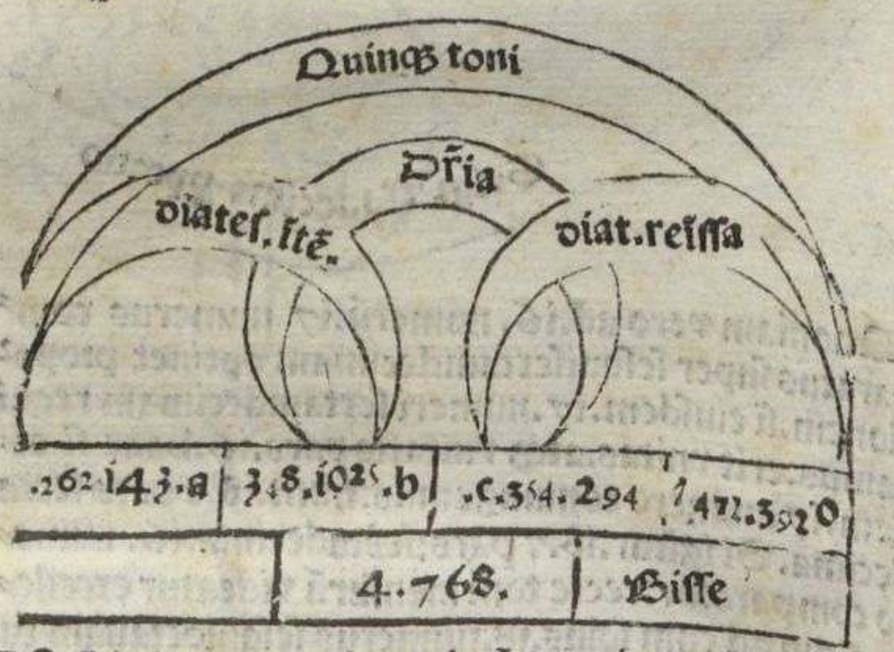
Ex sesquitertia proportione sublatis duobus tõis toni dimidiũ non relinqui. Capitulum. ii.

Am vo si eos numeros disponam' q de sesquitertia proportione duob' tõis retract' reliquũtur: in his ꝓsiderare possum': vtrũ ea proportio que post duos tonos reliquit: integri loco semitonii cẽseat: q si ita reptũ fit: illud quoq ẽ cõprobatũ diatessarõ cõsonantiam duob' tõis atq integro semitonio copulari. Erat igitur superius terminus primus. 190. duo. Ad hũc sesquitertiã ꝓportionẽ tenebãt. 256. Sed ad primũ terminũ 216. facunt tonũ. Ad. 216. rursus. 243. toni obtinent locũ. ẽ igit relinquit ex tota diatessaron ꝓportione ea. s. habitudo que in. 243. ⁊. 256. vnitatibus constat. hec igitur si probatur integri toni esse dimidium dubitari nõ põt diatessarõ ex duob' tõis semitonioq cõstare. Qm igitur demonstratum est toni dimidiũ iter sesqsextãdecimã ⁊ sesqseptimãdecimam ꝓportionẽ locari: ab hac comparatione etiam hec proportio metienda est. Me enim longius progrediamur: sumo ex. 253. octauamdecimam partem: ea fit. 13. ⁊ semis. hanc si eisdem apposuero fiunt. 256. ⁊ semis. Apparet igitur minorem proportionẽ. 256. ad. 243. sesquioctauadecima habitudine. q si dimidius tonus maior quidez est in sesquisextadecima minor vero. in sesquiseptimadecima proportiõe. Sesquioctauadecima vero minor est sesquiseptimadecia habitudine: ducentorum vero. 56. ad ducentos. 43. cõparatio: que scz relinquitur ex diatessarõ duobus retractis tonis. minor est sesquioctauadecima. Non est dubium qn hec duorũ numerorum propositio semitonio longissime diminutior sit.

Aduersum aristoxenum demonstrationes diatessaron consonantiam ex duobus tonis ⁊ semitonio non constare. nec diapason sex tonis.

Capitulum. iii.

Uod si (vt ait aristoxenus) diatessaron cõsonantia ex duobus tonis semitonioq conuingitur: due diatessaron consonantie necessario quinq tonos efficiunt: ⁊ diapente ac diatessaron iuncte sicut vnum diapasõ iungunt. ita sex tonis continua proportione coequantur. Et quoniam paulo ante sex disposuimus tonos: quorũz minimus erat numerus. 262. 144. ad hunc vero vltimus in sexto collocabatur tono numerus. 531. 441. quintum vero retinebat tonum. 472. ⁊. 392. disponantur hoc modo.



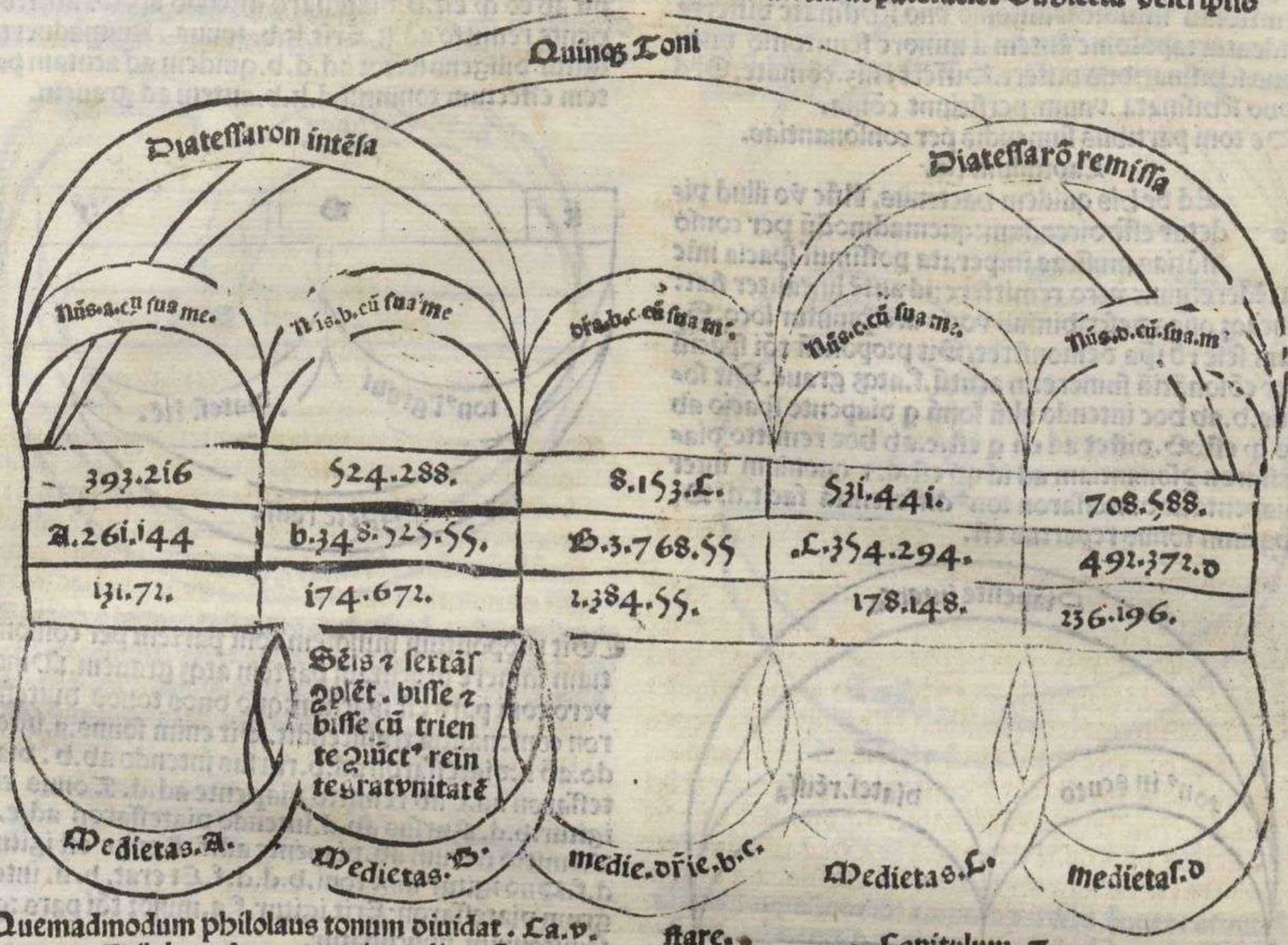
Qm igitur a terminus ab. d. termino quiq remot' ẽ tonis qmq diatessarõ in duobus tõis ac semitonio iũgit. vt aristoxenus arbitrat. vnũq diatessarõ. inter. a. atq. b. aliud vo inter. c. atq. d. positũ ẽ. b. ⁊. c. terminos nõ oz eẽ diuersos: ẽ vnos atq eosdẽ: vt integre quiq tõi ex duab' diatessarõ ꝓsonãtiis ꝓstare videãtur: Nũc vo qm est differẽtia. 4. 768. ⁊ bisse arguit diatessarõ minie tõis duob' ac semitõio ꝓiũgi

Diapason consonantiam. 6. tonis cõmate excedi. ⁊ qui sit minimus numerus cõmatis. Ca. iiii.

Ed hãc si q̃rim' in integris nũeris differentiaz collocare: qm in ea pte q ẽ bisse ps tertia si addat. plenã efficit vnitatẽ q ps tertia eiusdem bisse dimidiũ ẽ: si totius differẽtie dimidiũ eidẽ adiecero qõ est. 2. 384. ⁊ triens fit oĩs sũma. 7. c. 53. Que dudũ cõmat' ꝓportionẽ tenebat. Cõma. n. est quo sex tõi supant diapasõ ꝓsonãtiã: qõ i primis. 7. 157. vnitatib' ꝓtinet. Igit vt differẽtie dimidiũ ꝓ priũ adiecim'. vt i. 7. 153. excresceret: ita et cũct'. a. b. c. d. terminis medietates ꝓpas adiũgam': ⁊ eadez erit in oĩb' q̃ supra ꝓportio: fietq eadẽ iter quiq tonos ac bis diatessaron differentia que est inter sex tonos ac diapasõ cõsonãtiã dria. s. 7. 153. vnitates. Nũ colligit: quiq tonos bis diatessarõ: ⁊ sex tonos vnuz

diapason

diapason tñ cõmate superare. Qd in primis. 7. 153. vnitatib' inueniť. id ãt patefaciet Subiecta descriptio



¶ Quemadmodum philolaus tonum diuidat. Ca. v.

PHilolaus vo pytagoricus alio mõ tonum diuidere tentauit. Statuens. s. primordiũ toni ab eo numero: qui prim' cubũ a prio ipari: (q̃ maxime apud pythagoricos honorabile fuit:) efficeret. Nã cũ ternarius nũerus. prim' sit ipar tres tertio. 9. atq; id ter si duxerẹ. 27. necessario exurgẽt. q ad. 24. numerũ tono distat. eãdẽ ternarii differẽtiã seruans. Ternarius. n. 24. sũme octaua pars est: Que eisdẽ addita primũ a ternario cubũ. 20. ac. 7. reddit. Ex hoc igiť philola' duas efficit ptes. vnã q̃ dimidio sit maior: eãq; apotomẽ vocat. Reliquã que dimidio sit minor: eãq; rursus diesis dicit. quã posteri semitonio min' appellauere: hanc vo differẽtiã coma. ac pmũ diesis. in. 13. vnitatib' 2stare arbitrať: eo q̃ hoc iter. 256. 7. 243. puisa sit differentia: Quodq; idẽ numer'. i. 13. ex nouenario ternario. atq; vnitate 2sistat. q̃ vnitas pũcti obtineat locũ. Ternari vo prie iparis liee. Nouenari' pmi iparis quadrati. Ex his igiť causis cũ. 13. diesis ponat qd. semitoniũ nuncupať reliquam. 27. nũeri partem. que. 14. vnitatib' cõtineť: apotome eẽ cõstituit Sz qm̃ inter. 13. 7. 14. vnitas differẽtiã facit: vnitatẽ loco cõmatis eẽ et eẽ ponẽdã. totum vo tonum in. 27. vnitatibus locat. eo q̃ inter. 216. ac. 243. qui inter se distant tono. 27. fit differentia.

¶ Tonũ ex duob' semitoniis ac cõmote 2stare. ca. 6.

X quib' facile apparet tonũ duobus semitoniis minoribus 7 cõmate constare. Illaz si tot' tonus ex apotome constat ac semitonio semitoniũ vero ab apotome differt cõmate nihil est aliud apotome nisi semitoniũ min' 7 cõma. Si igitur duo semitõia miora de tono qs auferat: cõma fit reliquũ Demonstratio tonum duobus semitoniis cõmate distare.

Capitulum. 7.

DEm vo hoc quoq; probabitur mõ. Nã si diapason quinq; tonis ac duob' minorib' semitoniis continet. superãtq; sex toni diapasõ cõsonantiã vno cõmate. nõ est dubiũ quin tonis quinis ab vtroq; spacio sublatẹ fiant reliq̃ ex diapason quidẽ duo semitonia minora: de sex vero tonis tonus. Atq; hic tonus hec duo semitonia: q̃ relinquuntur. vincit cõmate. Qd si duobus eisdem semitonis cõma reponatur. equabunt tonum cõstat igiť: vnuz tonũ duob' semitoniis minorib' 7 cõmati q̃ in. 7. 153. primis vnitatibus inueniť: equari.

¶ De minoribus semitonii interuallis. Cap. 8.

PHilolaus igitur hec atq; his miora spatia talibus diffinitionibus includit. Diesis inquit est spatium: quo maior est sesquitertia proportio duobus tonis. Cõma vero ẽ spaciuz quo maior est sesquioctaua proportio duabus diesibus. i. duobus semitoniis. minorib'. Schisma est dimidium cõmatis. Diaschisma vero dimidium dieseos. i. semitonii minoris. Ex quib' illud colligitur: quoniam tonus quidem diuiditur principaliter in semitonium minus atq; apotomen: diuiditur etiam in duo semitonia 7 cõma. Quo fit vt diuidatur in quattuor diachismata 7 comma. integrũ vo dimidium toni quod est semitonium: constat ex duobus diachismatibus: q̃ est vnum semitoniũ minus 7 schisma q̃ est dimidium cõmatis. Quoniã eũ tot' tonus ex duobus semitonijs minoribus 7 cõmate coniunctus est: si quis id itegre diuidere velit: faciet vnũ semitonium minus cõmatisq; dimidium. Sed vnum semitoniũ minus diuiditť in duo diaschismata. Dimidiuz vero cõmatis vnũ schisma est. Recte igiť dictum est integre dimidiuz tonũ in duo diaschismata

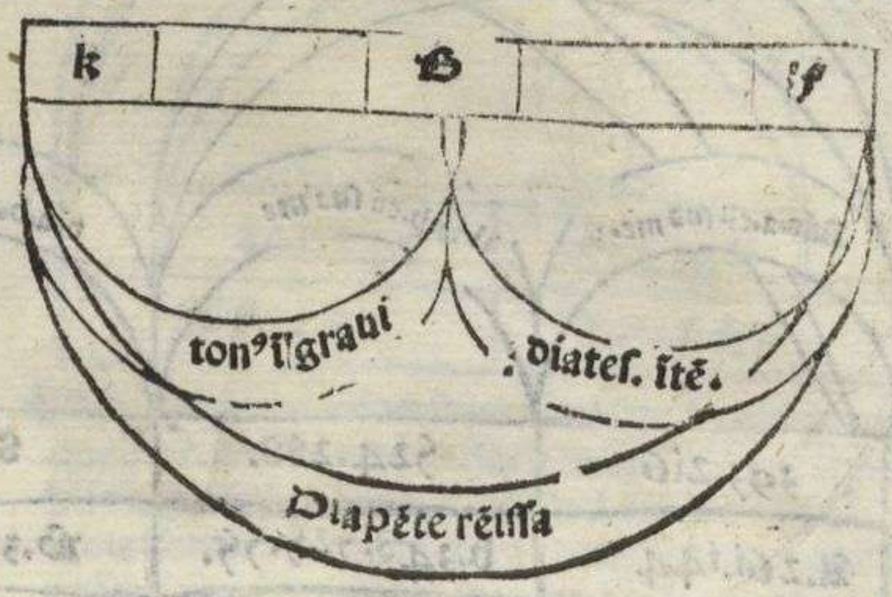
atq; vnum schisma posse partiri. Quo fit vt integrũ semitoniũ minore semitonio vno schismate differre videatur: apotome autem a minore semitonio duobus schismatibus differt. Differt enim. cõmate. Sed duo schismata vnum perficiunt cõma.

De toni partibus sumendis per consonantias.

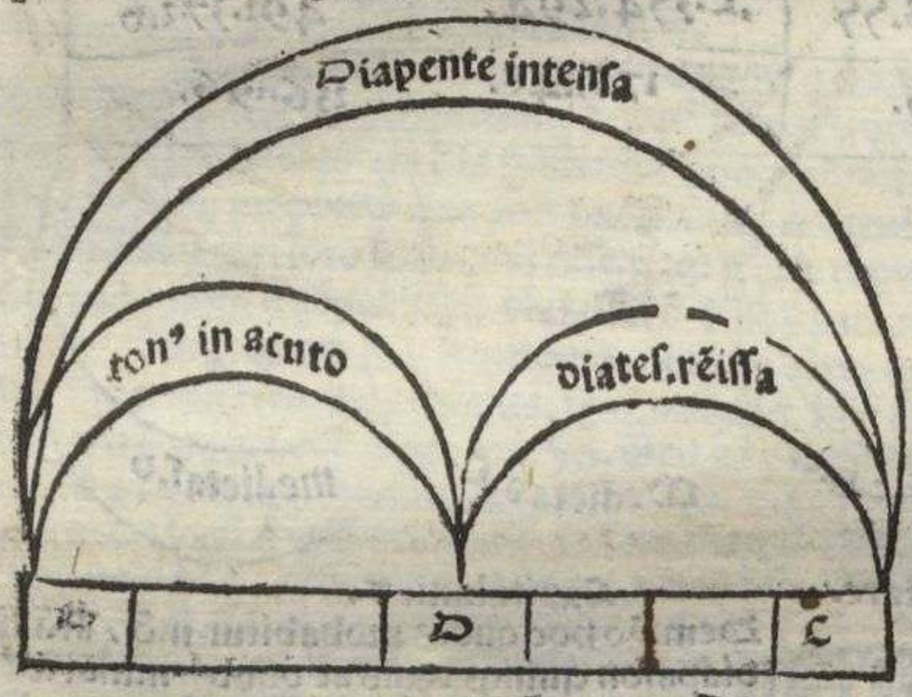
Capitulum .9.

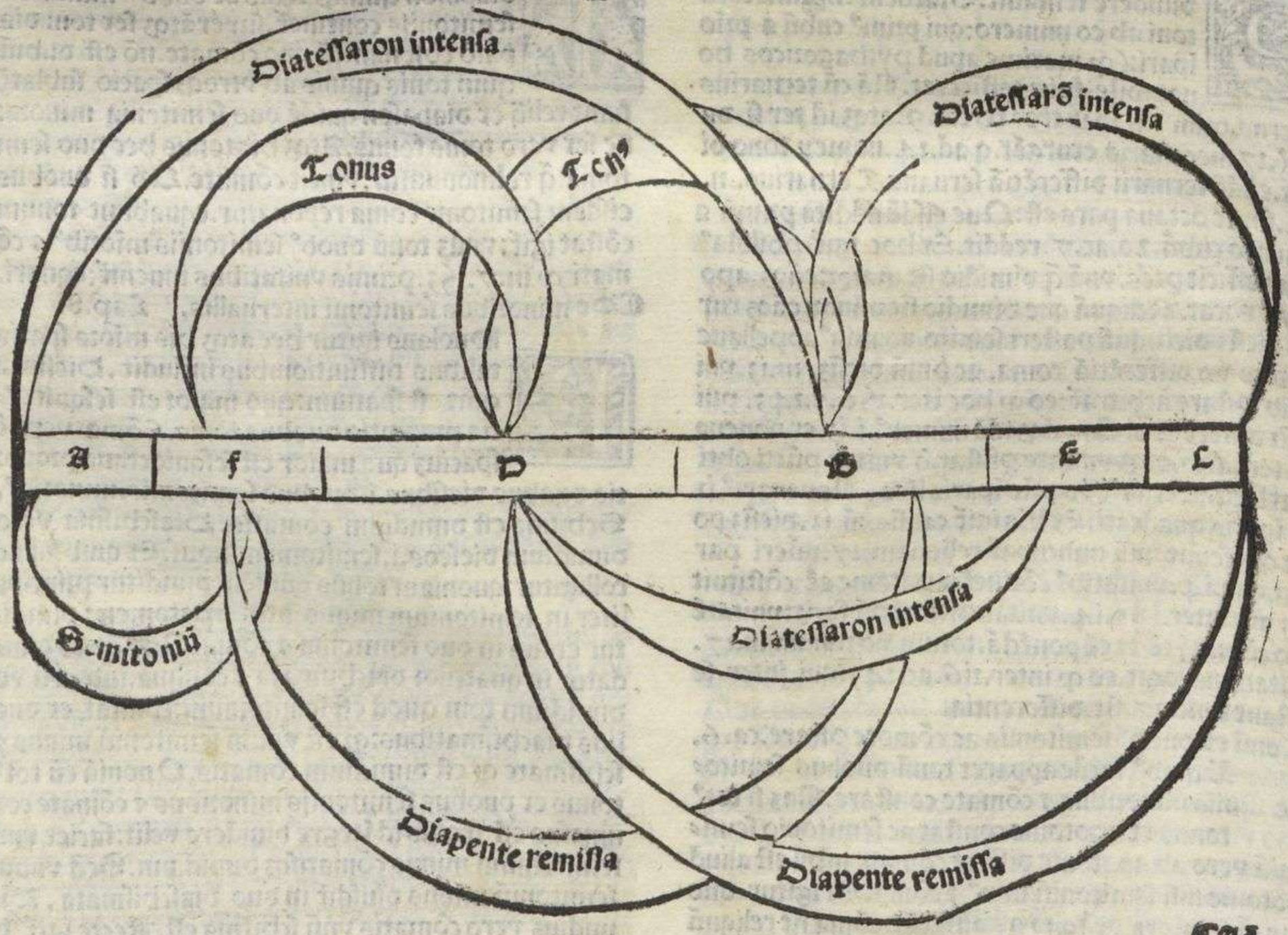
Ed de his quidem hactenus. Nũc vo illud videtur esse dicendum: quemadmodũ per consonãtias musicas imperata possimus spacia nũc extẽdere: nunc vero remittere: id autẽ linealiter fiat: lineaq; quas describimus vocis accipiuntur loco. Sz tam sese rõ ipa demonstret. Sit propositũ tõi spaciũ per cõsonãtiã sumere: in acutũ. f. atq; grauẽ. Sit sonus. b. ab hoc intendo aliũ sonũ q diapente spacio ab eo q est. B. distet ad eũ q est. c. ab hoc remitto diatessaron ꝯsonantiam ad id qd est. d. z quoniam inter diapente ac diatessaron ton' differentiã facit. d. B. spatium tonus repertus est.

Ad graviorem vero partem ita modulabimur tõnũ ab eo q est. b. diatessarõ intendo ad. f. z ab. f. diapente remitto ad. k. Erit. k. b. tonus. Animaduertet igitur diligens lector ad. d. b. quidem ad acutam partem effectum tonum: ad. k. b. autem ad grauem.

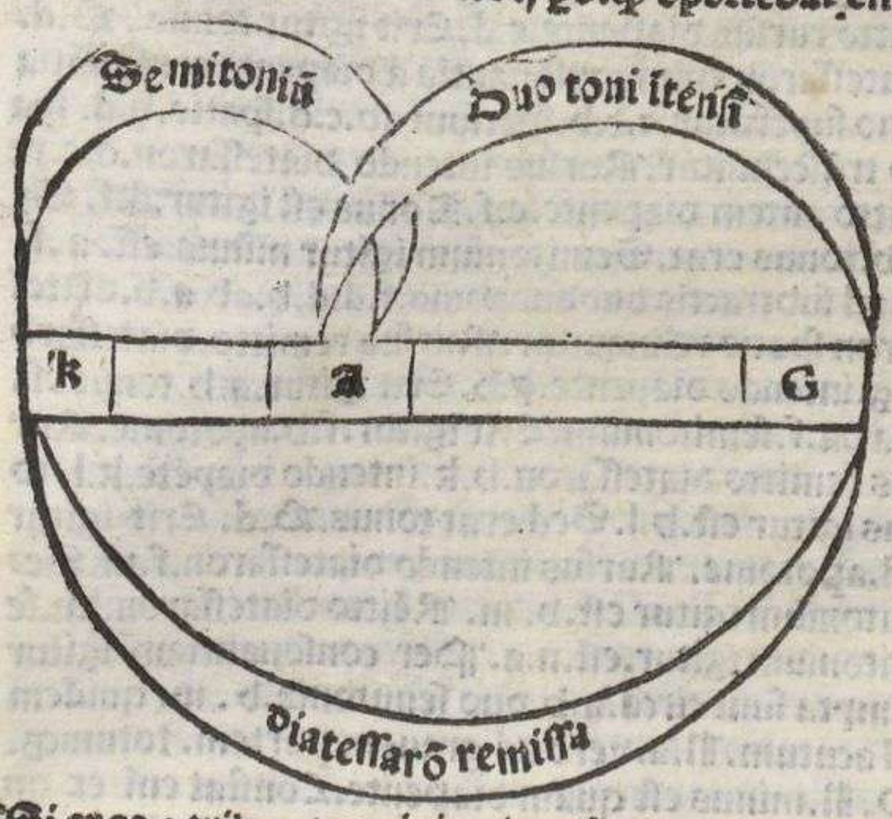


Sit propositum minorem toni partem per consonãtiam sumere in acutam partem atq; grauem. Minor vero toni pars est spacium: quo duos tonos diatessaron consonantia transcendit. Sit enim sonus. a. intendo. ab a. diatessaron ad. b. rursus intendo ab. b. diatessaron ad. c. ab remitto diapente ad. d. Tonus est igitur. b. d. Rursus ab. d. intendo diatessaron ad. e. Remitto iterum ab. diapente ad. f. Tonus est igitur d. f. Duo igitur sunt toni. b. d. d. f. Et erat. b. a. integrum diatessaron: Erit igitur. f. a. minor tõi pars: q; semitonium nuncupatur.

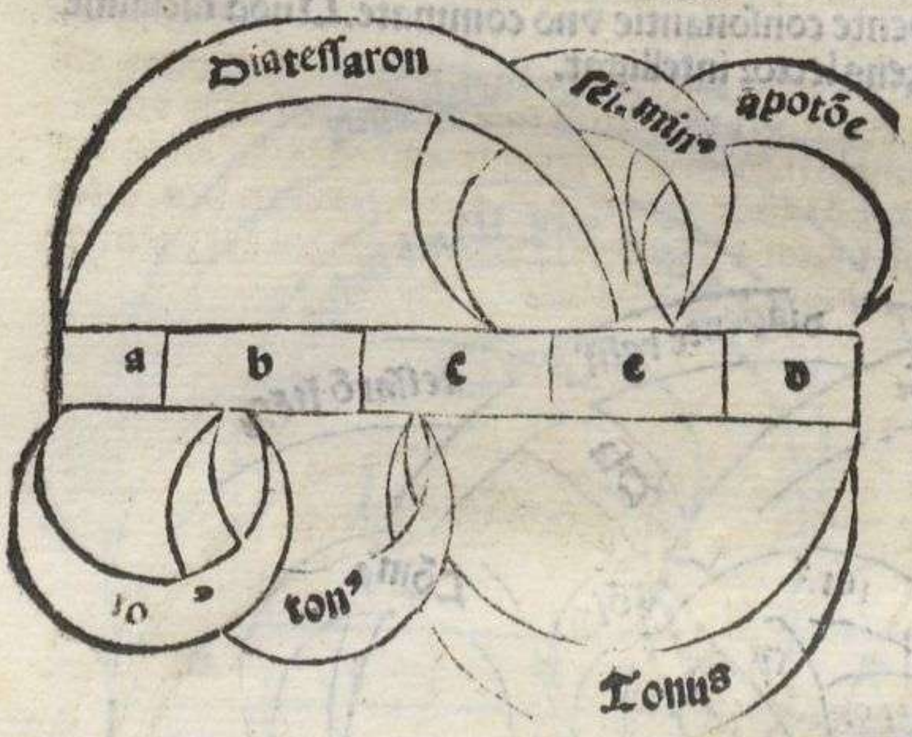




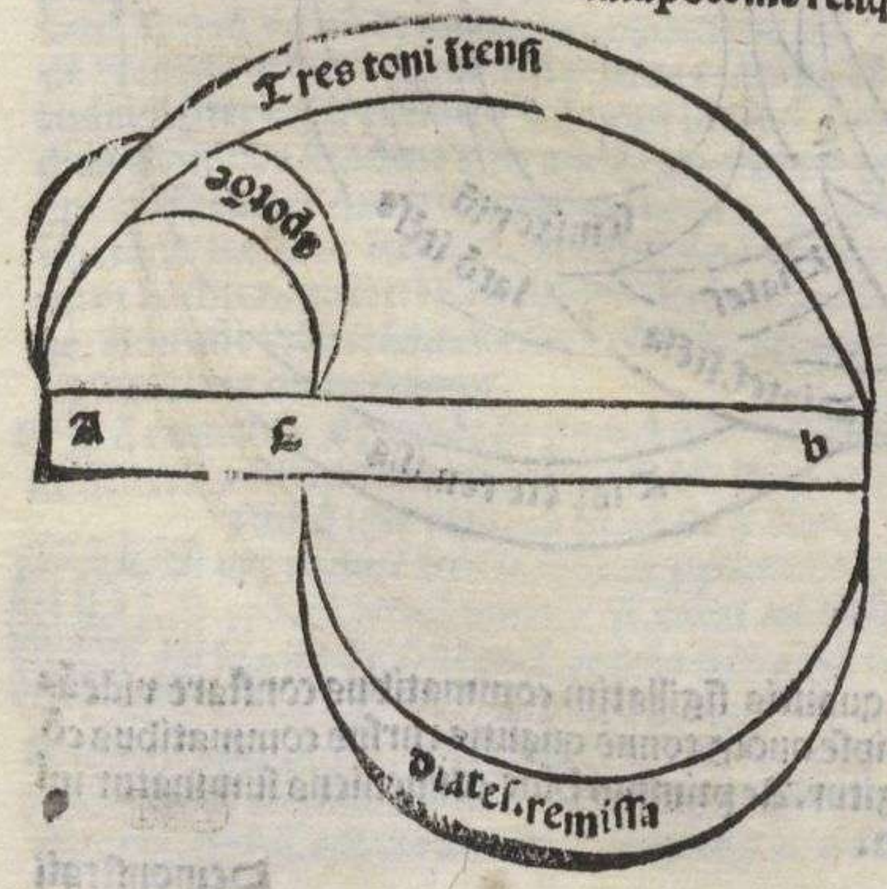
¶Ad grauiorē vo ptē hoc mō. Sit son⁹.a.itēdo duos tonos p ꝓsonantiā ad.g.diatessarō vo ab.g.remitto ad.k.erit igr̄.k.a.mior sēitōij ps:q oportebat efficē



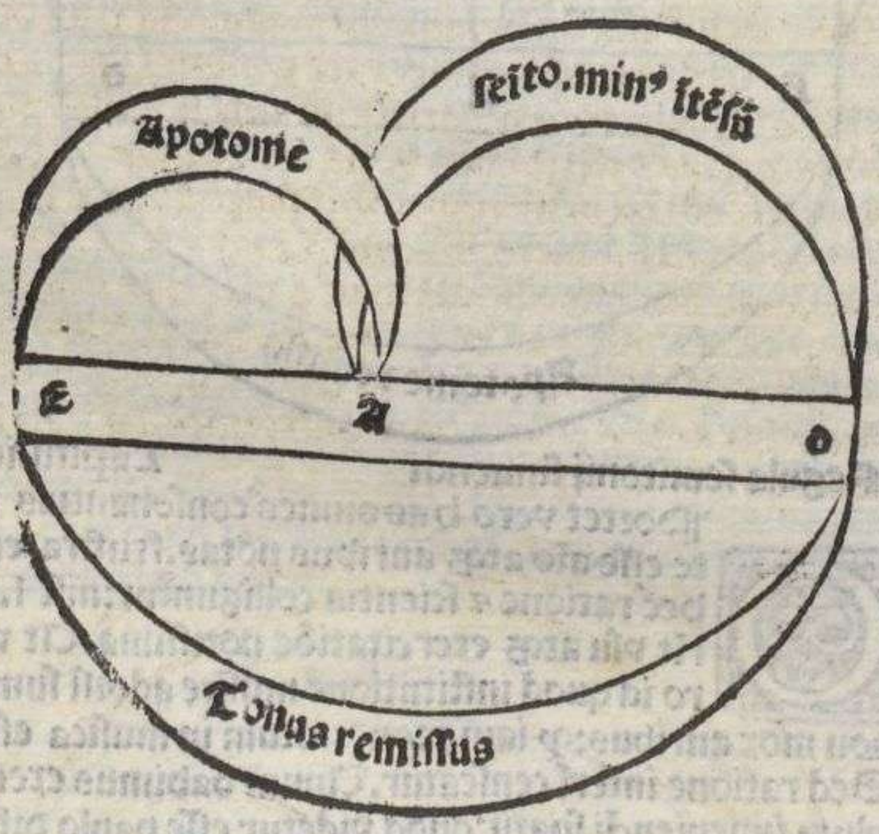
¶Si ergo a tribus terminis diatessarō auferam⁹ apotome fit reliqua. Sint enim tres toni.a.b.b.c.c.d.ab his auferatur.a.c.diatessaron. Erit igitur e.c.semitonium minus apotome igitur est.e.d.



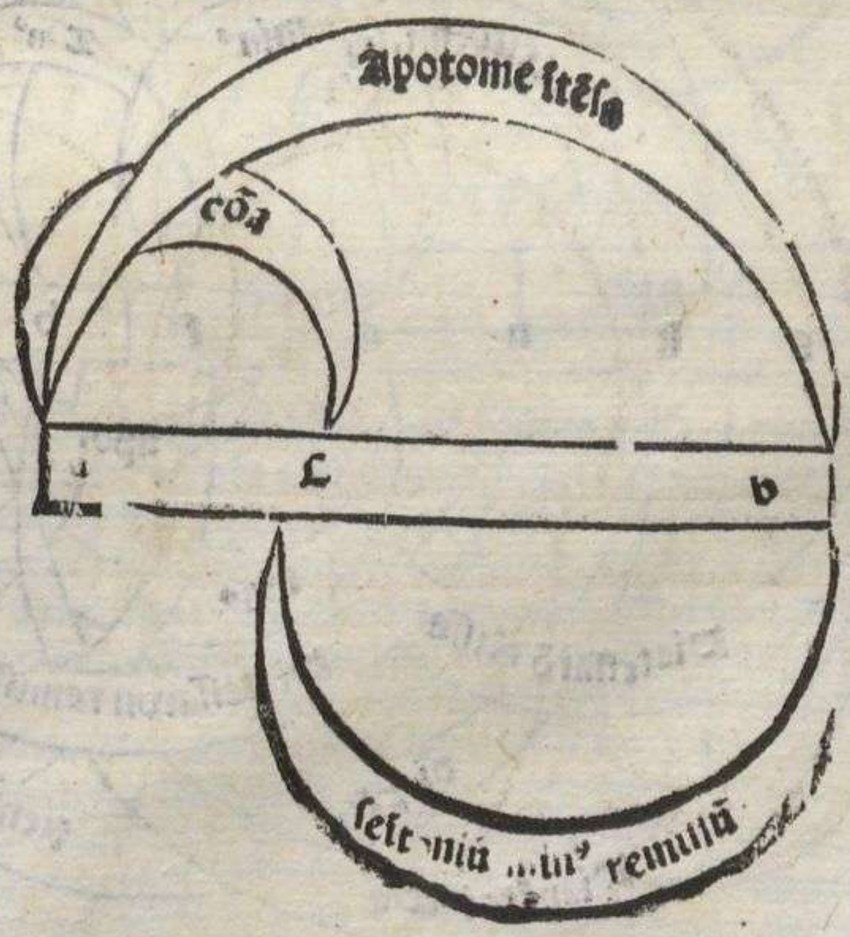
¶Hanc igitur apotomē si sit cōmodum sic sumemus. ac primum quidem ad acutum intendo tres tonos ab a.eos qui sunt ad.B.ꝛ ab eo q̃ est.b.ad.c. diatessaron cōsonantiam remitto ꝛ fit.c.a.apotome reliqua.



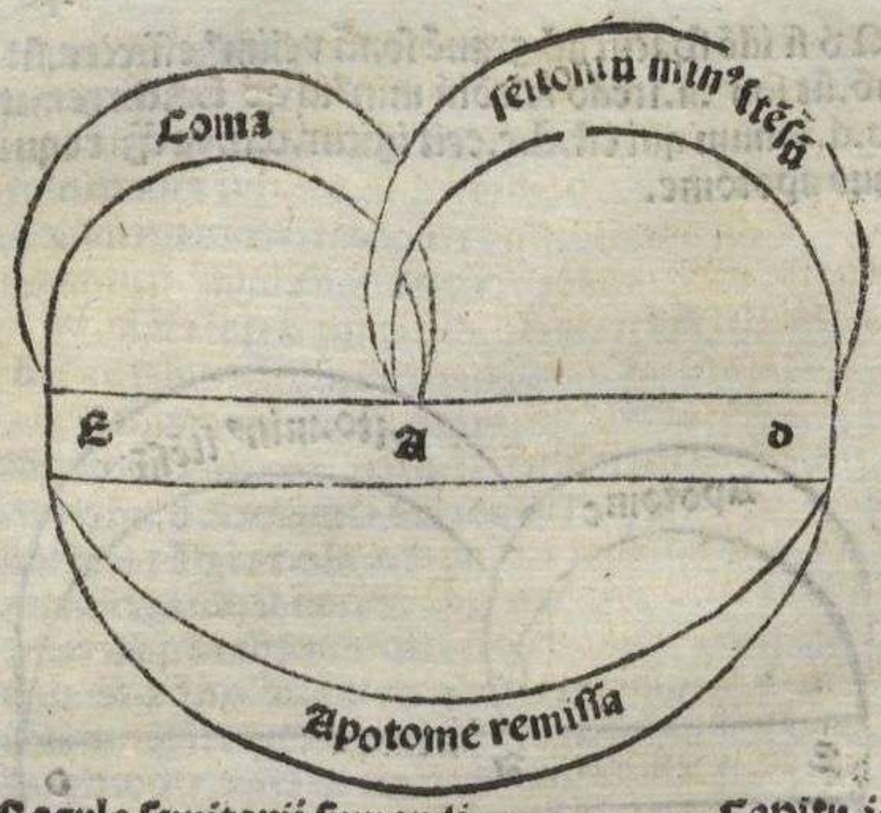
¶Q ꝟ si idē spaciū ad grauē sonū velim⁹ efficere sit ♭ mō.sit son⁹.a.itēdo seitōiū min⁹ id q ꝟ ē.a.d.rremitto ab.d.tonum qui est.d.e.erit igitur.e.a.ea q̃ ꝗ requirimus apotome.



¶Sit propositum in acutam partem sumere coma.ste sonus.a.intendo apotomen.a.b.remitto semitonius minus.b.c.ꝛ quoniam semitonium apotome minus est commate.Coma erit.c.a.



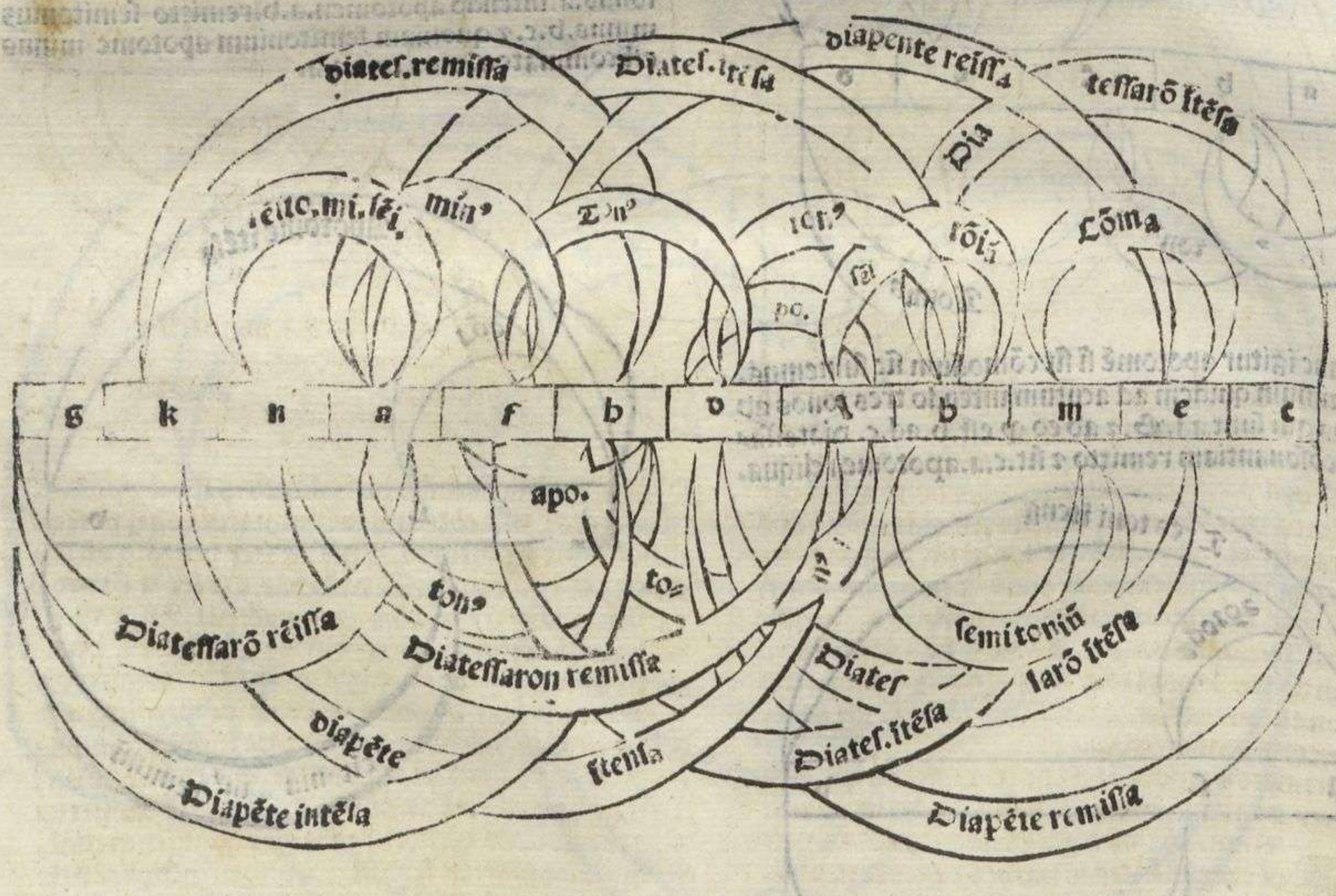
¶Rursus ad grauem partem hoc modo.intendo ab. a.sono semitonium minus id quod est.a.d.ab.d.vero remitto apotomen.id quod est.d.e.Erit igitur coma.e.a.



¶ Regula semitonij sumendi Capitu.io.

Portet vero has omnes consonantias rite esse aio atqz auribus notas. frustra enim hec ratione ⁊ scientia colliguntur: nisi fuerit vsu atqz exercitatiōe notissima. Ut vero id quod institutione musice adorsi sum' non mox auribus: q̄ iam prouectorum in musica est. Sed ratione interim censeatur. Unum dabimus exemplum inueniendi spatii: quod videtur esse paulo difficilius. scilicet semitonij minoris: vt in vtramqz partē acutam. scz atqz grauem: rato possit ordine reperiri

Sit diatessaron. a. b. oportet igitur circa. a. b. consonaz minus semitonium ad grauiorem partem acutioremqz deducere. intendo igitur. b. c. diatessarō. Remitto rursus diapente. c. d. Erit igitur tonus. B. d. diatessaron enim consonantia a diapente consonātia tono superatur. ⁊. c. b. spatium ab. c. d. spatio. b. d. spatio trāscenditur. Rursus intendo diatessaron. d. e. remitto autem diapente. e. f. Tonus est igitur. d. f. Sz d. b. tonus erat. Semitonium igitur minus est. a. f. quod subtractis duobus tonis. f. d. d. b. ab. a. b. diatessaron spatio relinquitur. Rursus remitto diatessarō a. g. intendo diapente. g. b. Erit igitur. a. b. tonus. sz erat. a. f. semitonium. Erit igitur. f. b. apotome. Rursus remitto diatessaron. b. k. intendo diapēte. k. l. tonus igitur est. b. l. Sed erat tonus. B. d. Erit igitur l. d. apotome. Rursus intendo diatessaron. f. m. Semitonium igitur est. b. m. Rēitto diatessaron. l. n. semitonium igitur. est. n. a. Per consonantiam igitur sumpta sunt circa. a. b. duo semitonia. b. m. quidem ad acutum. M. a. vero ad grauem partem. totumqz. M. M. minus est quam diapente. Constat enim ex quinqz semitonijs: ⁊ apotome geminata. ex duobus igitur tonis ⁊ tribus semitonijs minoribus. ⁊ quoniam duo semitonia vnum tonum implere nequeunt. Sed relinquitur coma totum. M. M. spatium minus est spatio diapente consonantie vno commate. Quod facillime diligens lector intelligat.

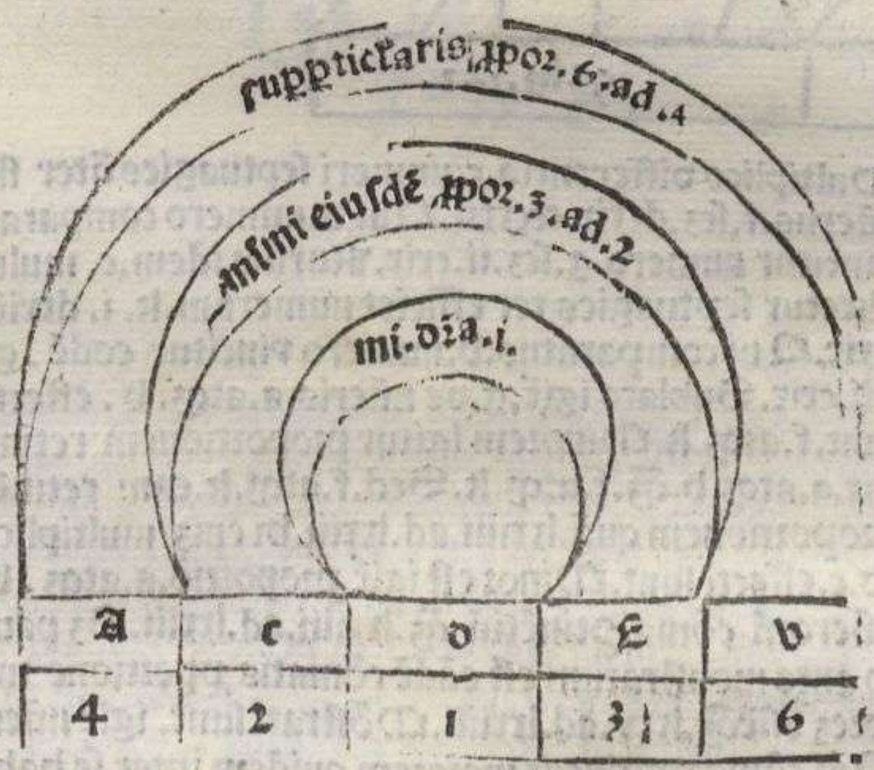


¶ Sed quoniam paululum de commatis ratione prediximus: non est diffugiendum ⁊ in quali portione idem ipsum comma contineatur ostendere. Est enim comma quod vltimum comprehendere possit auditus dicendumqz est semitonium minus ac semitonium maius quantis sigillatim commatibus constare videatur. ipse quoqz tonus quantis rursus commatibus coniungitur. Ac primum hinc conueniens summatur initium.

Demonstrati

De monstratio archite superparticularem in equa diuidi non posse: eiusq; reprehensio. Capi. xi.

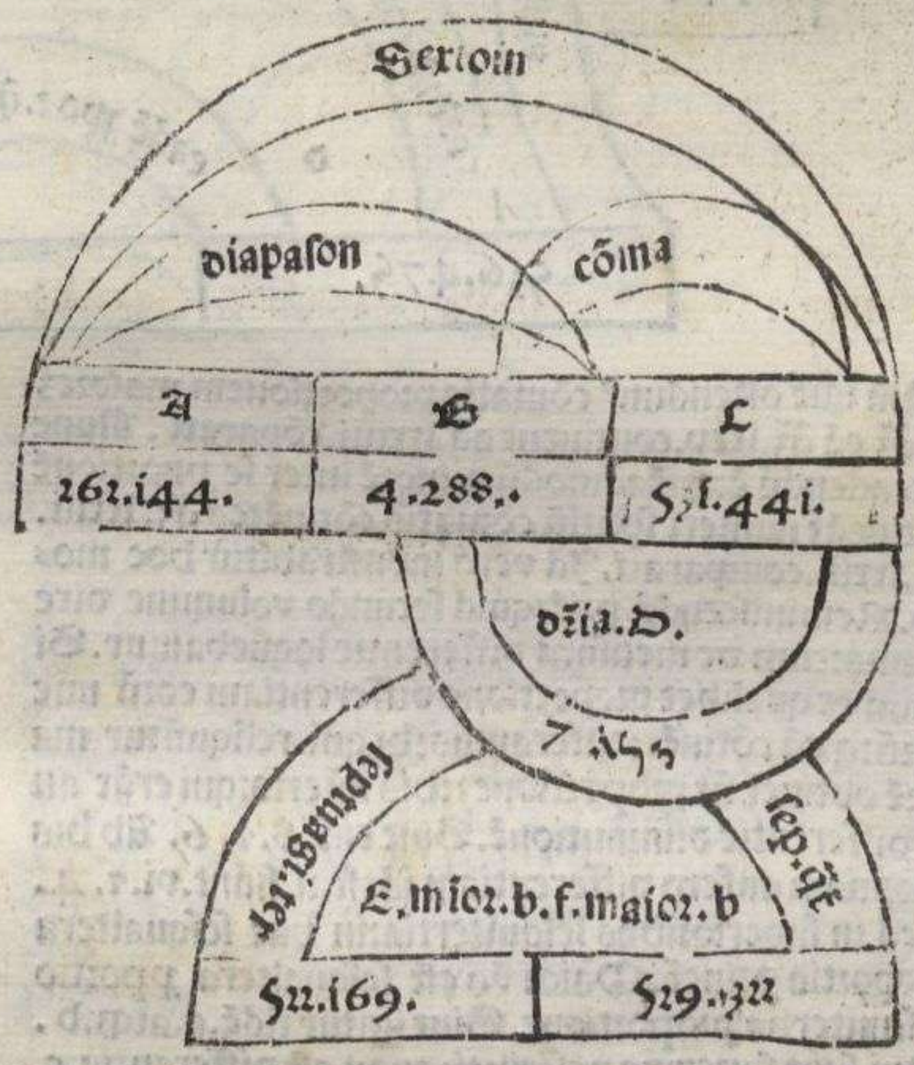
Uperparticularis proportio scidi in eq̃ medio proportionaliter interposito numero non potest. Id vero posterius firmiter demonstrabit. Quam enim demõstrationem ponit architas: nimium frusta est. hec vero huiusmodi est. Sit inquit superparticularis proportio. a. b. Sumo in eadem proportione minimos. c e. Quoniam igitur sunt minimi in eadem proportione. c. e. ⁊ sunt superparticulares. e. numerus. c. numerum parte vna sua eiusq; transcendit. Sit autem hec d. dico qm̃. d. non erit numerus. Sed vnitas. Si enim est numerus. d. ⁊ pars eius qui est: e. metietur. d. numerus. e. numerum. Quocirca. ⁊. e. numerum metietur. Quo fit vt. c. quoq; metiatur. vtrumq; igit. c. ⁊. e. numeros metietur. d. numerus. Quod est impossibile. Qui enim sunt minimi in eadem proportione q̃ buslibet alijs numeris: hi primi ad se inuicem sunt: ⁊ solam differentiam retinent vnitatem. vnitas igit ē. d. igitur. e. numerus. c. numerum vnitate transcendit Quocirca nullus incide medius numerus: qui eã proportionem equaliter scidat. Quo fit vt nec inter eos qui eandem bis proportionem tenent: medius possit numerus collocari: qui eandem proportionem equaliter scindat.



Et secundũ architte quidē rõnē iccirco ī supparticulari nullꝰ medi⁹ termin⁹ cadit: q eq̃aliter diuidat proportionē qm̃ mīmi ī eadē ꝓportiõe sola differunt vnitate. Quasi vo nõ ēt multiplici ꝓportione mīmi eandē vnitatis dīas sortiant. Cũ plures videam⁹ eē multiplices p̃ter eos q ī radicib⁹ collocati sũt īter quos medius terminus scindens eq̃lr eãdē ꝓportionē possit aptari. Sed hec qui arithmeticos nostros diligenter ispexerit: facillius itelliget. Addēdũ vo ē id ita euenire: vt architas putat: ī sola supparticulari proportione. Non aũt vniuersaliter est dicendum. Nunc autem ad sequentia conuertamur.

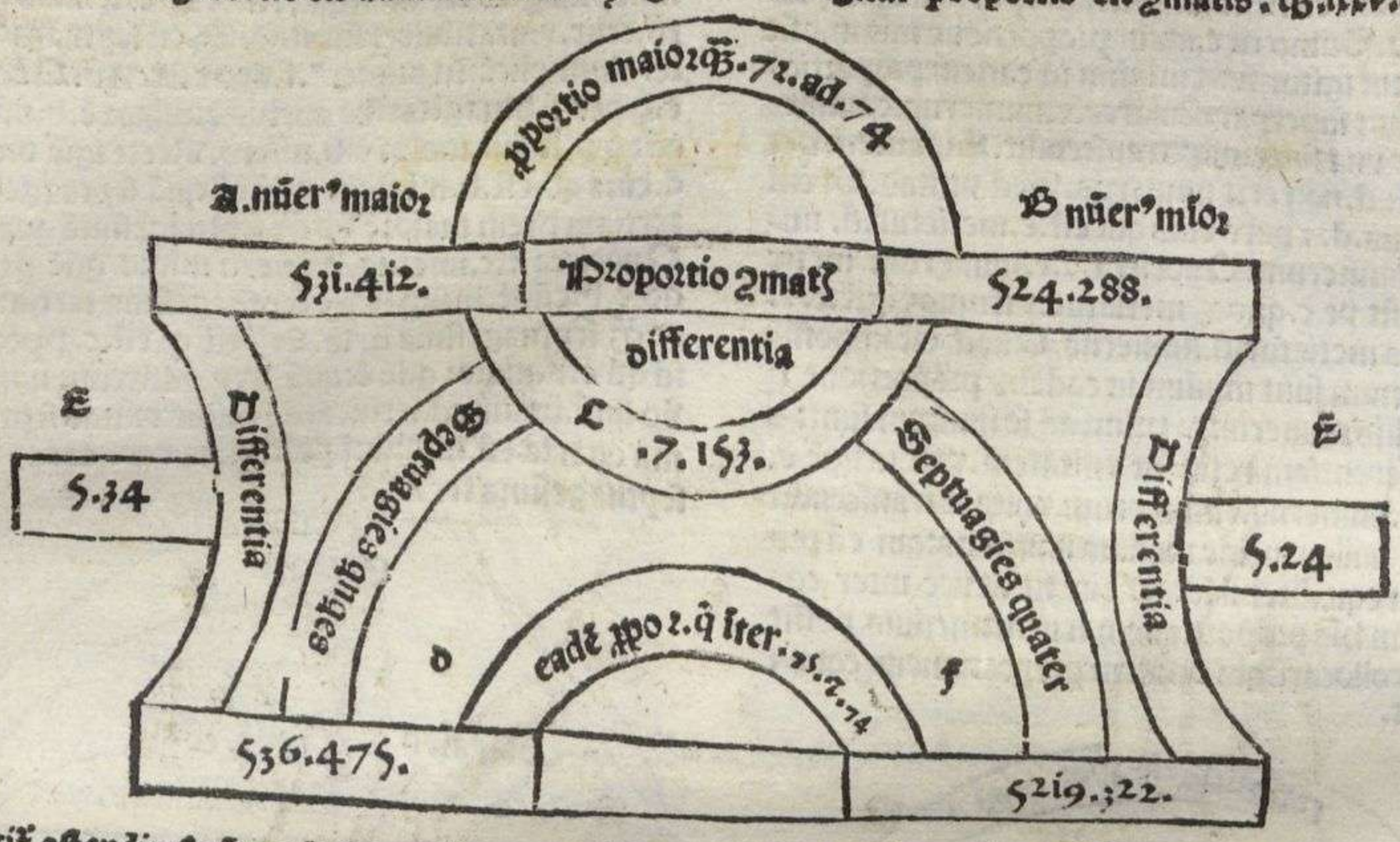
In q̃ numeroꝝ ꝓportiõe sit ꝯma. ⁊ qm̃ ī ea q̃ maior sit q̃z. lxxv. ad. lxxiiii. minor q̃z. lxxiiii. ad. lxxiii. cap. ii.

Primũ igit dico qm̃ bi nũeri q cõma ꝯtinet maiorē īter se retinet ꝓportionē. quã. xxv. ad. lxxiiii. minorē q̃z. lxxiiii. ad. lxxiii. id vo ita ōmõstrabit. ac prio qdē illud remi lecēdũ ē: q sex toni diapason cõmate transcendunt Sit igit. a. qdē. cclxii. cxliiii. B. autem diapason ad eũ contineat consonantiam in duplici scz cõstituta. z. dxxiiii. cclxxxviii. c. vero sex tonis ab a numero discedat. ⁊ fit. dxxxi. ccccxli. Que osa ex secundi voluminis tonoꝝ dispositione sũt colligēda. īter. b. igit atq;. c. cõmatis ꝓportio ꝯtinet. Aufero igit. b. numerũ de nũero. c. ⁊ reliquitur. d. in. vii. cliii vnitatib⁹ collocat⁹. Qui nũerus mior est quã sit septuagesima tertia ps. b. nũeri: maior vero est quã eiusdē septuagesima q̃rta sit. Nã si eundē. D. numerũ qui est in. vii. cliii. septuagies ter multiplicē: fiet mihi. e. nũerus ī. dxxii. cxlix. vnitatibus ꝯstitutus. Si eũ septuagies quater multiplicē: fit numer⁹. f. dxxix. cccxxii. Quoꝝ qdē e. q per septuagītatres auctus ē: minor ē. b. nũero. f. aũt q p. lxxiiii. maior ē. b. nũero. Recte igit dictũ est d. eius qd̃ est. b. mīorem qdē eē quã septuagesimam tertiam ptem maiorē vo q̃z septuagesimã quartam. Quocirca ⁊. c. nũerus. b. nũerũ mīore qdē pte eius qd̃ ē. b. eũdē. b. supat: q̃z septuagesima tertia: maiore q̃z septuagesima q̃rta. Si⁹ igit q⁹ est. c. ꝓportio ad id qd̃ ē. b. maior qdē ē: quã. lxxv. ad. lxxiiii. minor vo vo quã. lxxiiii. ad. lxxiii. Nã ī prior vnitas septuagesima quarta est mīoris: ī posterior vero eadez vnitas septuagesima tertia.

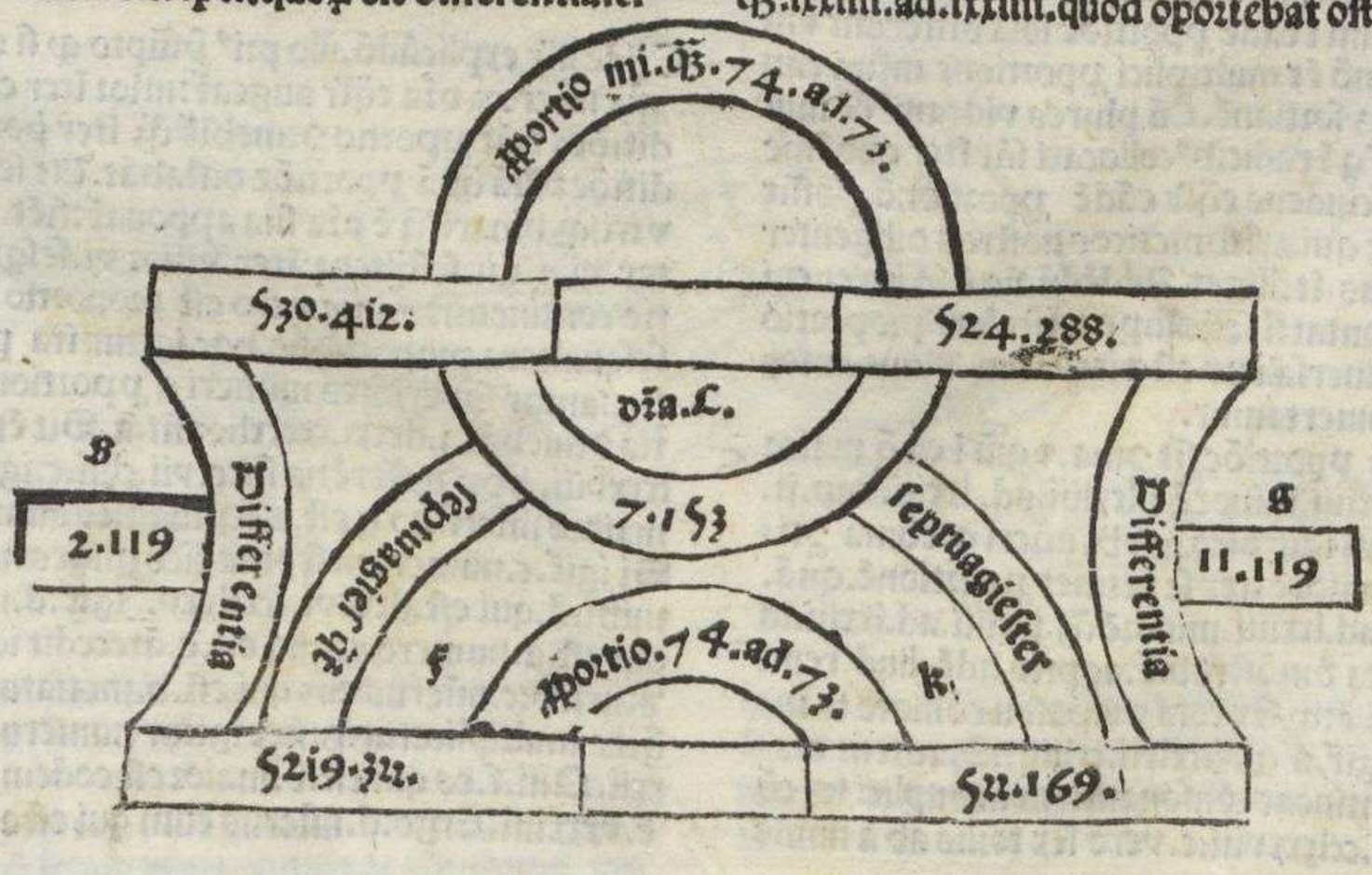


Idē alr explicãdũ. illo pri⁹ p̃sũpto q si cui ꝓportiõi ꝓpa nũeroꝝ dīa eq̃lr augeat: mior īter eos q post additiõez fiũt ꝓportio ꝯtinebit q̃z īter pores: q asi additiõez illã q̃dã ꝓportiõe distabãt. Ut sex ⁊ q̃tuor si vtrilq; binari⁹ q̃ ē dīa sua apponat: fiet. viii. ⁊. vi. ꝗ ī ter. vi. ⁊. iiii. sesq̃ltera: īter. viii. ⁊ vi. sesqtertia ꝓportio continetur: minor vero est proportio sesquitertia sesqualtera proportione. hoc igitur ita predicto disponantur superiores numeri q ꝓportionez commatis ꝯtinebãt. i. dxxxi. ccccxli. ⁊ fit. a. Sit ēt. b. dxxiiii. cclxxxviii. hoꝝ differētia fit. c. vii. cliii. c. igit numerus maiorē nũerũ eo q est. a. septuagies quinqes metiat. Si igit. c. numerum septuagies qnqes mltiplicē fiet: mihi. d. qui est. dxxxvi. ccccxxv. Igit. d. numerus eũ qui est. a. numero eo qui est. e. ãtecedit idest. v. xxxiiii Rursus. c. nũerus euz qui est. b. metiatur septuagies q̃ter multiplicetur q̃z: fiet igitur numerus. f. dxxix. cccxxii. Qui. f. eo qui est. b. maior est eodem. e. numero q ē. vxxxiiii. Ergo. d. nũerus eum qui est a transcēdit. e

numero.b.autem numerus ab eo qui est.f. vincitur eodem.e.numero. Si igitur a numero eundem.e.apponamus fiet.d. Si vero.b.numero eundem.e.apponamus fiet.f. Sed.d.nũerus septuagies quĩquies auctus est per.c.scz multiplicatum.f.autem septuagies q̃ter multiplicato. c.creuit obtinent igitur inter se ꝓportionem datqz.f.quaz habent.xxv.ad.lxxiiii. Sed d.atqz.f.sunt a atqz.b.vno eis addito.e.maiorez igitur necessarie est proportionem contineri inter.a.atqz.b.quam inter.d.atqz.f. Namqz.a.atqz.b.numero vno.e.addito effecti sunt.d.atqz.f. Minor igitur proportio est inter.d.atqz.f.quam inter.a.atqz.p. Sed inter.d.atqz.f.eadem proportio est que inter.lxxv.et.lxxiiii.inter.a.igitur atqz.b.maior proportio est quã inter.lxxv.et.lxxiiii. Ac.a.atqz.b.cõma continent. Maior igitur proportio est ꝓmatis. q̃z.lxxv.ad.lxxiiii.



¶ Qm̃ igit̃ ostendim' cõmatis proportionem maiorez eẽ q̃z eã q̃z.lxxv.continent ad.lxxiiii.cõparati. Nunc ostendendũ ẽ: qẽadmodũ minorẽ inter se ꝓportionẽ cõtineãt numeri spatiũ cõmatis cõtinẽtes q̃z. lxxiii. ad.lxxiii.comparati. Id vero monstrabitur hoc modo. Reminiscendũ pri': quid secundo volumine diximus: cum de mensura differentie loquebamur. Si enim ex qualibet proportione differentiam eorũ nũerorũ: q eã cõtinẽt: auferamus: bi qui relĩquũtur maiorẽ obtinebũt proportionez: bis nũeris: qui erãt ante differentie diminutionẽ. Sint enĩ .8.et. 6. Ab bis propriam aufero differentiam idest.ii.fiunt.vi.et. 4. Sed in superioribus sesquitertia: in hac sesqualtera proportio ꝓtinet. Maior vo est sesqualtera ꝓportio sesquitertia proportione. Sint igitur ijdẽ.a.atqz.b. Qui sunt superius descripti: quoꝝ est differentia.c. Multiplico differentiã.c.numeri septuagies q̃ter fit nũerus.f.scz.dxxix.cccxxii. Qui.a.numero comparatus vincitur numero.g.scz.ii.cxix. Rursus idem.c. multiplicetur septuagies ter efficiet numerum.k. i. dxxii. clxix. Qui comparatus.b.numero vincitur eodẽ. g. i.ii.cxix. Sublato igit̃.g.de nũeris.a.atqz. b. effecti sunt.f.atqz.k Minorem igitur proportionem retinebit.a.atqz.b.q̃z.f.atqz.k. Sed.f.atqz.k.eam retinẽt proportionem quã.lxxiiii.ad.lxxiii.bi enim multiplicato.c.effecti sunt. Minor est igit̃ proportio.a.atqz. b. nũerorũ cõma ꝓtinẽtiũ q̃z.lxxiiii.ad.lxxiii. Sicut paulo ante monstratum est eãdẽ cõmatis ꝓportione maiorez esse q̃z.lxxv.ad.lxxiiii. Mõstrati sunt. igit̃ nũeri Qui cõma continent maiorem quidem inter se habere proportionẽ quã.lxxvi.ad.lxxiiii. Minorem vero q̃z.lxxiiii.ad.lxxiiii.quod oportebat ostendere.



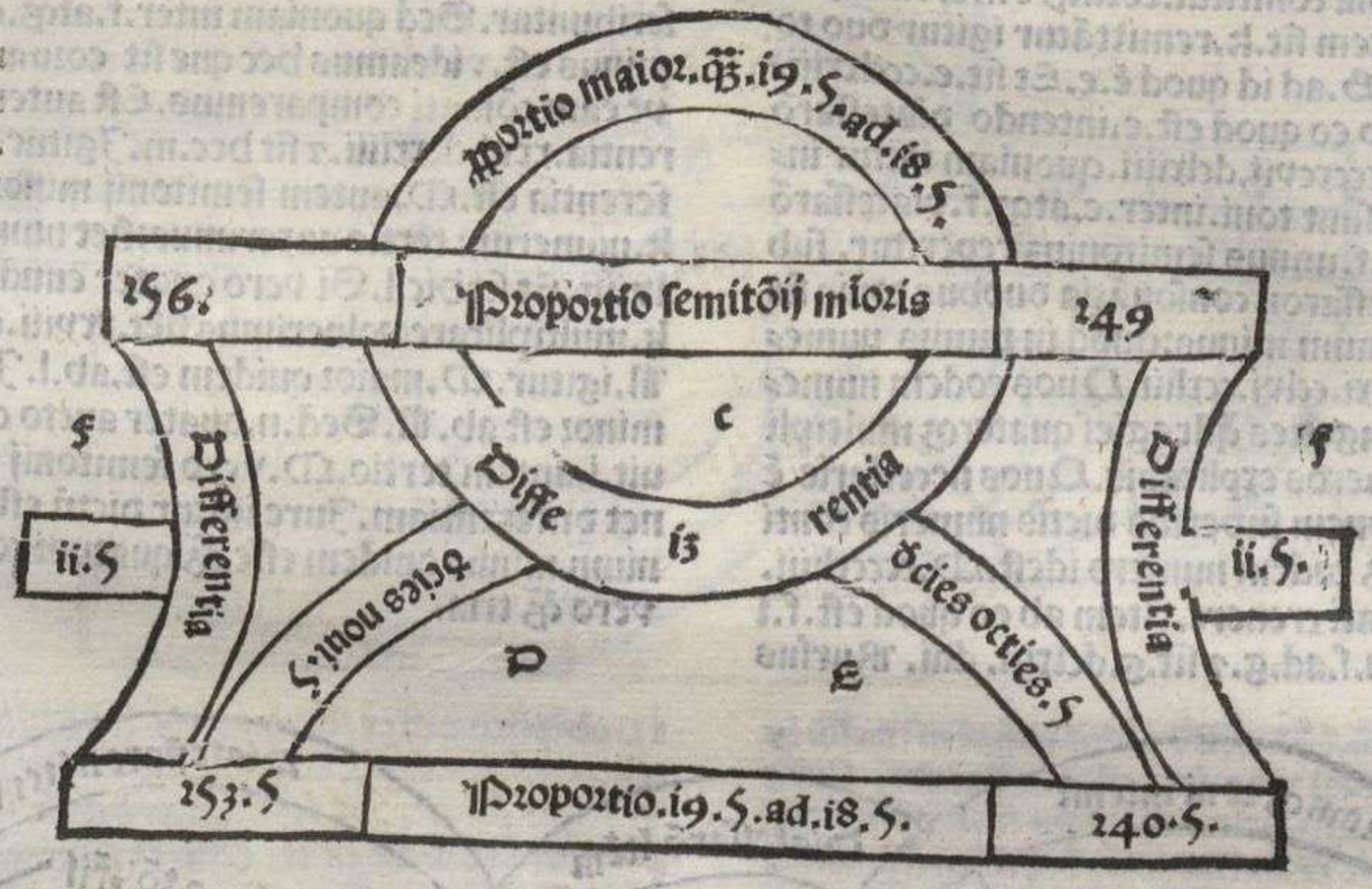
¶ Quod

¶Quod semitonium minus maius quidem sit q̃z. 20. ad 19. minus q̃z. 19. ad. 18.

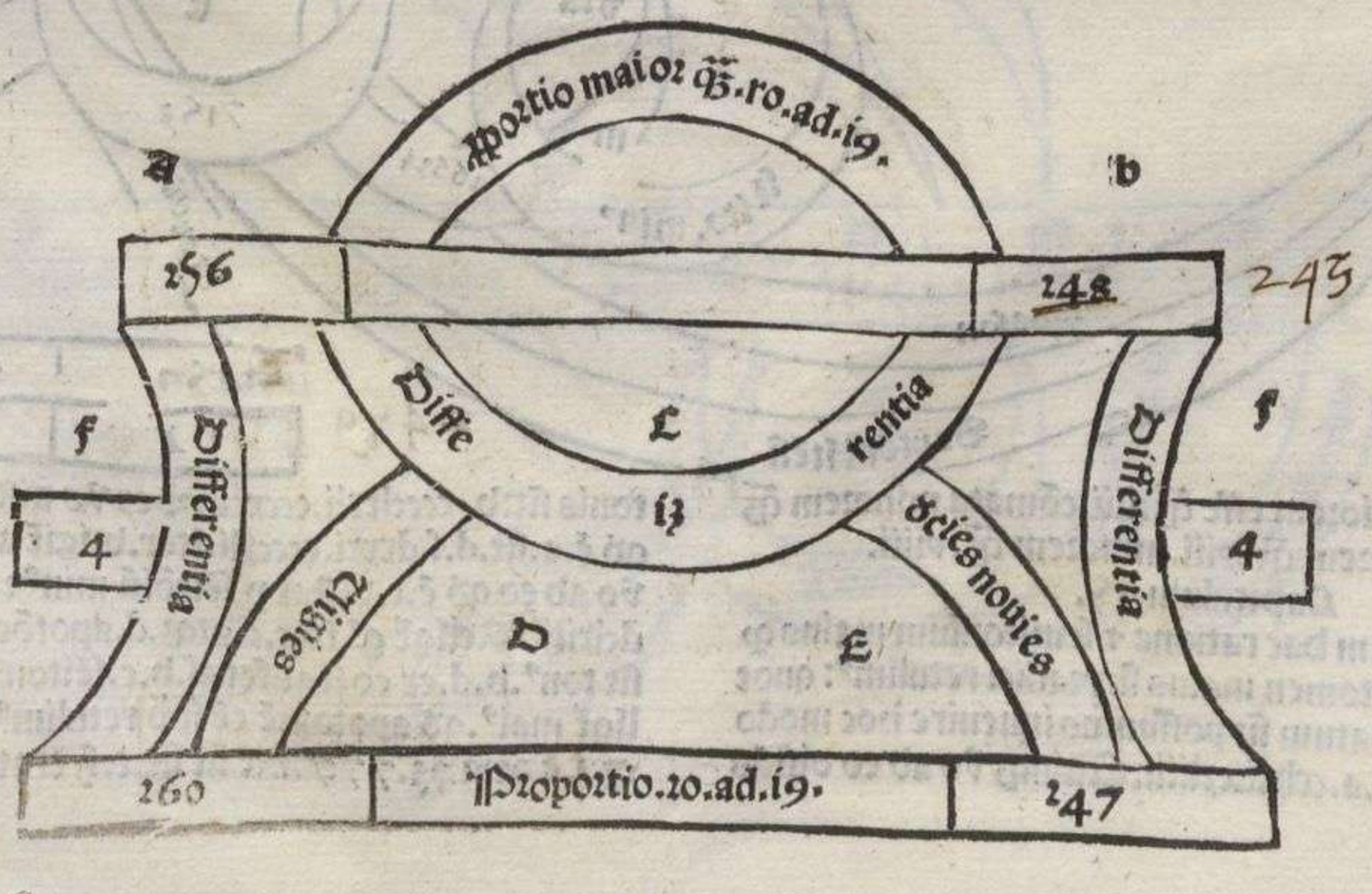
Capitulum. 13.

Quod si ad semitonium minus talis speculatio conuertatur: eius quoqz proportionem facillime reperiemus. Que constat inter. 256. et. 243. Sit igitur. 256. a. 243. b. horum differentia. 13. c. Dico qm̃. a. ad. b. minorem retinet proportionez: q̃z. 19. ⅚. ad. 18. ⅚. metiatur enim. c. 19. semis id quod est. a. fiũt. 253. ⅚. qd̃ sit. d. qui sez comparatus ad. a. eodẽ a duobus semisqz transcenditur Sitqz hec differentia. f. sez duo. et. ½ al. semis vel. q.

rursus eadem. f. differentia. b. numerum metiatur octies decies semis: fient. 204. ⅚. quod sit. e. igitur. e. Comparatus ad. b. eodem. e. transcendit̃. i. duobus et semis. d. igitur ab eo quod est a et rursus. e. ab eo qd̃ est. b. eadem. f. differentia sunt minores. Subtracto igitur. f. ab eo quod est a atqz. b. facti sunt. d. atqz. e. Maiorem igitur proportionem tenent inter se. d. atqz e. quam a atqz. b. Sed d atqz e eandem retinent proportionẽ inter se: q̃z. 19. ⅚. ad. 18. ⅚. A igit̃ ad. b. minorem retinet proportionem quam. 19. ⅚. ad. 18. ⅚. qd̃ oportebat ostendere.

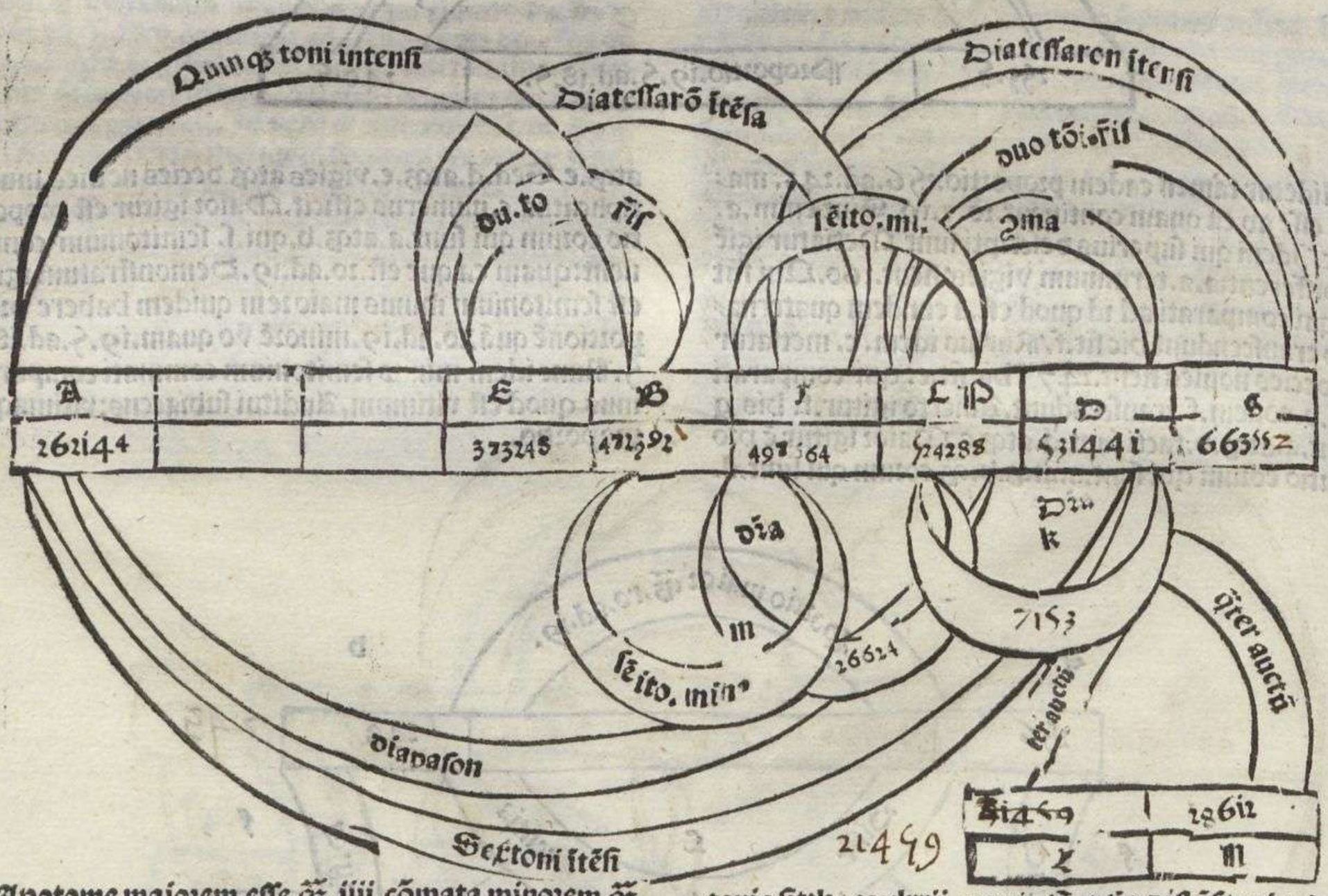


¶Videtur tamen eadem proportio. 256. ad. 243. maior esse ab ea quam continent. 20. et. 19. Sint enim. a. b. c. Idem qui superius descripti sunt. Metiatur igit̃ c. differentia. a. terminum vigies: fient. 260. Qui sũt d. qui comparati ad id quod est. a eundem quaternario transcendunt hic sit. f. Rursus idem. c. metiatur b. decies nouies fient. 247. hic sit. e. qui comparati ad. b. eodem. f. transcendunt. Adiecto igitur. f. bis q̃ sunt. a. atqz. b. facti sunt. d. atqz e. Maior igitur ẽ proportio eorum qui sunt. a. atqz. b. q̃z eorum qui sunt. d. atqz. e. Sed. d. atqz. e. vigies atqz decies nouies multiplicatus. c. numerus efficit. Maior igitur est proportio eorum qui sunt. a. atqz. b. qui. f. semitonium continent: quam ea que est. 20. ad. 19. Demonstratum igit̃ est semitonium minus maiorem quidem habere proportionẽ quã. 20. ad. 19. minorẽ vo quam. 19. ⅚. ad. 18. ⅚. Nunc idem minus semitonium commati comparemus quod est vltimum. Auditui subiacens: vltimaqz proportio.



¶Semitonium minus maius quidem esse tribus commatibus: minus vero quatuor. Capitulum.xiiii

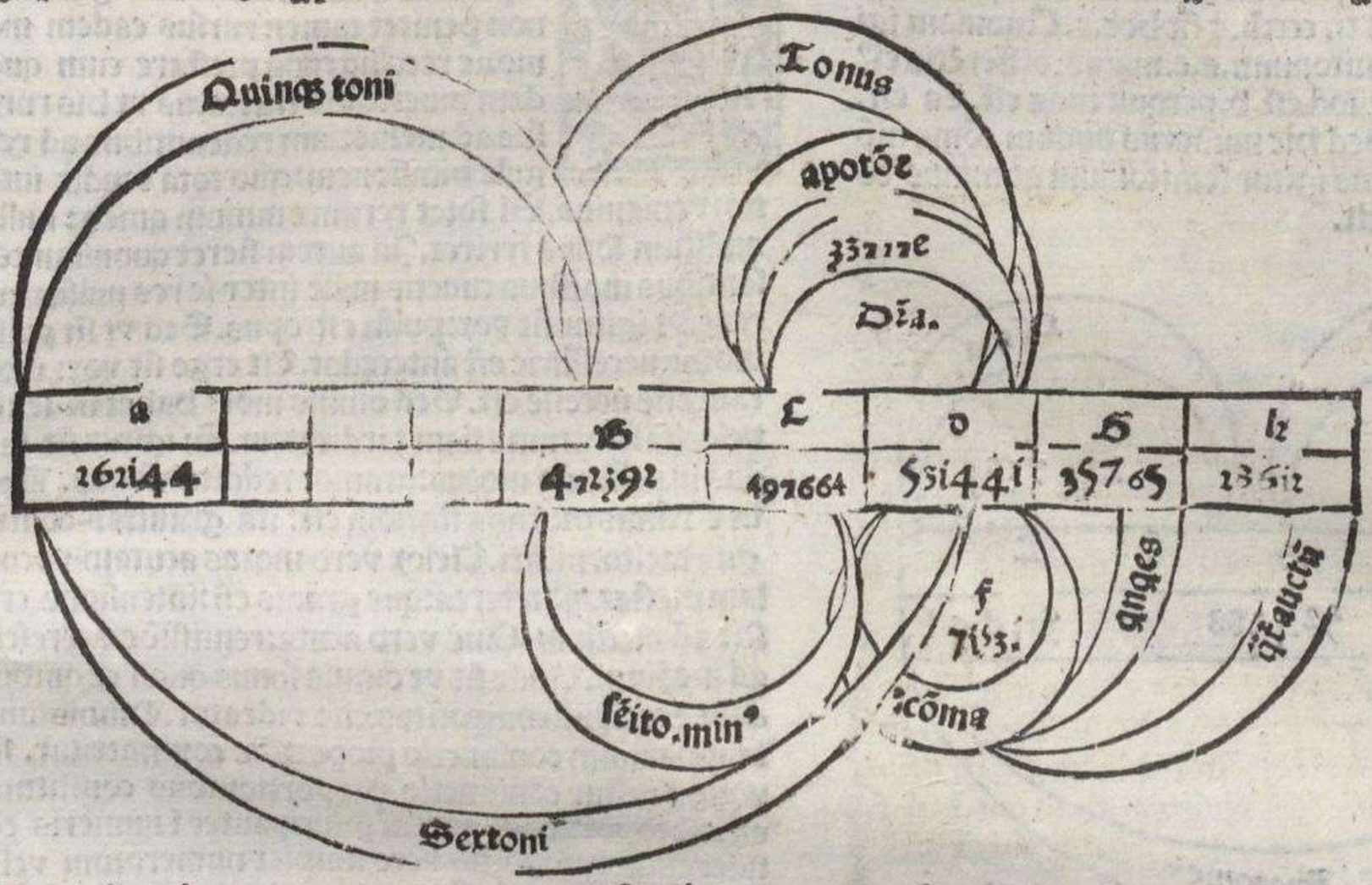
Situr demonstrandum proponimus semitonium minus maius quidem esse cõmatibus tribus minus vero quatuor. Quod hic facillime possis agnoscere. Sint tres numeri ita dispositi: vt inter se proportionem cõtineant diapason: ⁊ eam hue dicitur sex tonorum. sint enim.a.cclxii.cxliiii.intendantur igitur ad.b.quidem quinq̃ toni continui.⁊ fit.b.cccclxxii.cccxcii.ad.c.autem diapason consonantia referatur ⁊ fit.c.dxxiiii.cclxxxviii. Ad.d.autem sextoni intendantur: fitq̃.dxxxi ccccxli.his ita dispositis ⁊ constitutis manifestum est inter.c.atq̃.d.cõma constitui.eorũq̃ differentiaꝫ esse.vii .cliii. Id autem fit.k.remittãtur igitur duo toni ab eo quod est B.ad id quod ē.e. Et fit.e.ccclxxiii. ccxlviii. Rursus ab eo quod est.e.intendo diatessarõ ad id quod est.f.ccccxcvii.dclxiiii.quoniam igitur inter.e.atq̃.b.duo sunt toni.inter.e.atq̃.f.diatessarõ inter.b.igit̃.atq̃.f.minus semitoniuꝫ reperitur. sublatis enim a diatessaron consonãtia duobus tonis fit reliquum semitonium minus: quod in primis numeris constare predixi.cclvi.ccxliii. Quos eodem numeros si milies nonageties q̃dragies quateq̃ multiplices.b.atq̃.f.numeros explicabis. Quos necessarie ē eandem proportonem superius dictis numeris continere.qui vno atq̃ eodem numero idest.M.ccccxliiii. pariter multiplicati creuere. Item ab eo quod est.f.intendo diatessaron.f.ad.g.⁊ fit.g.dclxiii. dlii. Rursus ab eodem.g.remitto ad.p.duos tonos.⁊ fit.p.dxxiiii cclxxxviii. Quod.p.necessarie est: vt eundem sonum quem.c.numerus exhibeat. Ad equalitatem namq̃ eius tali ratione progressus est. Et enim ea que est. a. c.diapason consonantia que constat quinq̃ tonis ac duobus semitonijs minoribus.ab.vi.tonis cõmate superatur. Ab eodem igitur.a.termino numerus.p.quinq̃ tonis ac semitoniis duobus recessit hoc modo . ab eo quod est.a.vsq̃ ad id quod est.b.quinq̃ nimirum colliguntur toni.ab eo autem quod est.b.vsq̃ ad id quod est.f.minus esse semitonium pernotatur.f. vero atq̃.p.idem rursus semitonium minus includunt. .a.igit̃ vsq̃ ad.p.quinq̃ tonos ac duo semitonia: minora produxit: iure igitur.p.atq̃.c.eisdem nũeris cõscribuntur. Sed quoniam inter.f.atq̃.c.semitonium minus est. videamus hec que sit eorum differentia: vt eam cõmati comparemus. Est autem eoruꝫ differentia.xxvi.dcxxiiii.⁊ fit hec.m. Igitur.k.ꝫmatis differentia est.M.autem semitonij minoris. Si igitur. k.numerum tertio auxerimus: fiet numerus.xxi. cccclviiii. Et fit hic.l. Si vero quater eundem numerum k.multiplicare voluerimus fiet.xxviii.dcxii.⁊ fit hoc M.igitur.M.maior quidem est.ab.l. Idez autē.M. minor est ab. M. Sed.n.quater aucto cõmate succreuit.l.autem tertio.M.vero semitonij minoris obtinet differentiam. Iure igitur dictũ est minus semitonium minus quidem esse q̃ꝫ quatuor commata. maiꝰ vero q̃ꝫ tria.



¶Apotome maiorem esse q̃ꝫ.iiii.cõmata minorem q̃ꝫ v.tonum maiorem q̃ꝫ.viii.minorem q̃ꝫ.viiii. Capitulum.15.

Eadem hac ratione ⁊ semitonium maius q̃ apotomen maius supradici retulimꝰ: quot comatum sit possumus inuenire hoc modo Sit.a.cclxii.cxliiii, Quinq̃ vo ab eo distãs tonis sit: b. cccclxxii.cccxcii. Sex vo distãs tonis ab eo qd ē.a.sit.d.f.dxxxi.cccccxli.iter.b.igit̃ atq̃.d.ton ē.b vo ab eo qd ē.c.distat p sẽitõiũ min ⁊ fit.c. cccccxcvii dclxiiii. Relig̃ g̃ iter.c.atq̃.d.apotõe ꝫportio.nã cũ sit ton.b.d.ex eo si auferas.b.c.sẽitonũ min.c.d.relig̃ mai.qd apotomẽ cẽ sup̃ retulim.iter.d. igr̃ atq̃.d.ẽ dẑia.33.777.hic ãt sit.e.ꝫ erat ꝫmatꝫ dẑia. cliii.

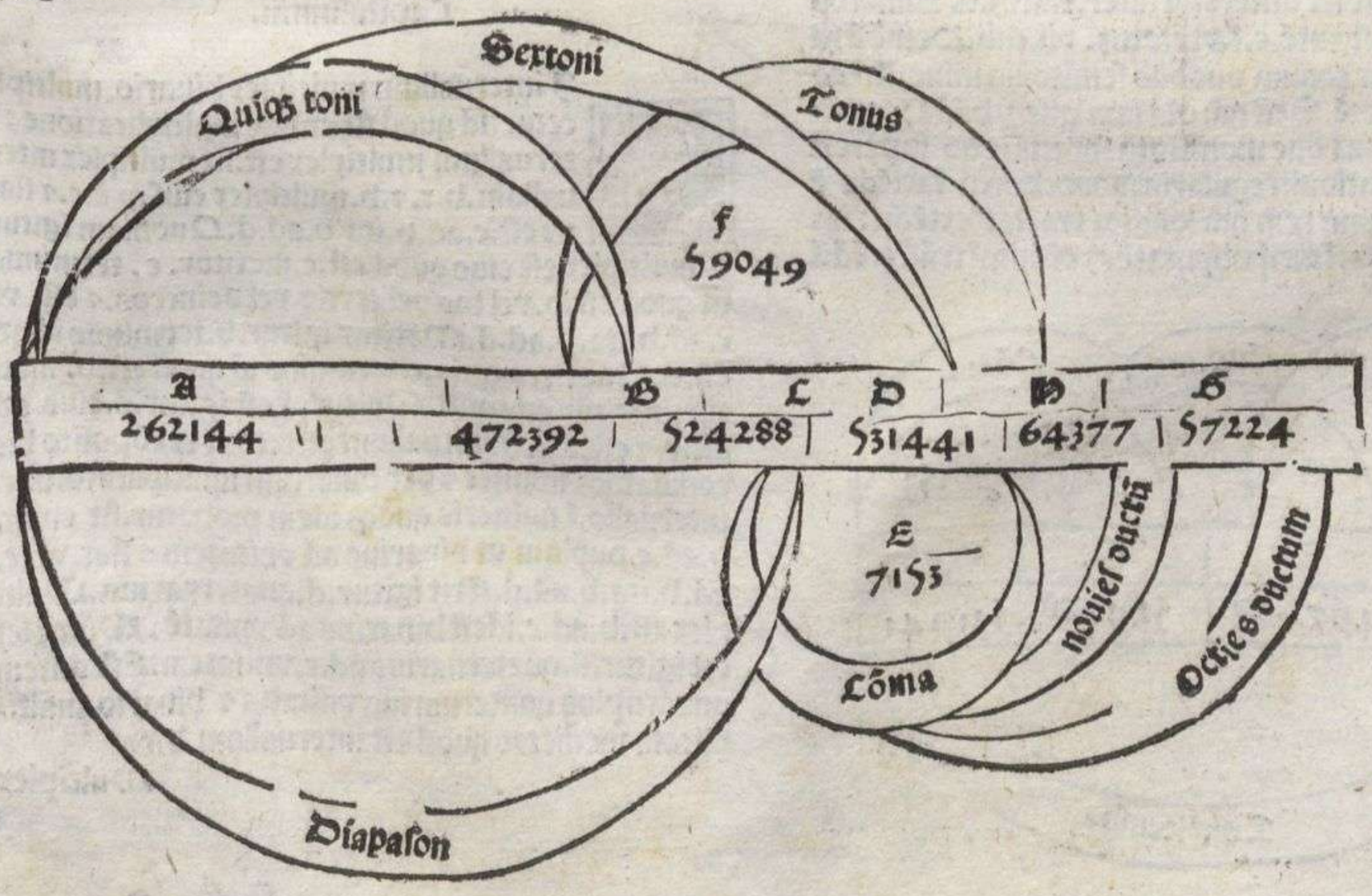
cliii. hic fit. f. Si igit. f. id. q̃ ē cõma qnqes multiplicē fiēt: mihi. xxxv. dccxv. ꝛ fit hoc. G. Si vo idē. f. q̃ter multiplicē fit: h. nũer⁹. q ē. xxviii. dcxii. G. igit ab eo qd ē. e. mai⁹ē. h. min⁹. Sz. g. quiquies auctũ ē cõma. h. vo q̃ter ē aũt apotomes dĩa. e. iure igit ocm̃ ē apotomē mĩorē qdē eē quã quiqz cõmata. maiorē vo qz q̃tuor. ex hoc igit ꝓbat tonũ maiorē qdē eē qz sũt octo cõmata minorē vo quã nouē. Mã si min⁹ semitoniũ mai⁹ qdē ē quã tria cõmata min⁹ vo quã q̃tuor apotome ãt maior qdē ē quã q̃tuor ꝓmata mĩor vo quã quiqz: iũctũ sẽitoniũ min⁹ semitonio maiori: qd ē apotome erit oē mai⁹ qdē octo ꝓmatib⁹ min⁹ vo qz nouē. sz apotõe atqz semitoniũ min⁹ vnũ efficiũt tonũ. ton⁹ igit maior qdē ē. viiii. ꝓmatib⁹ mĩor vo. ix.



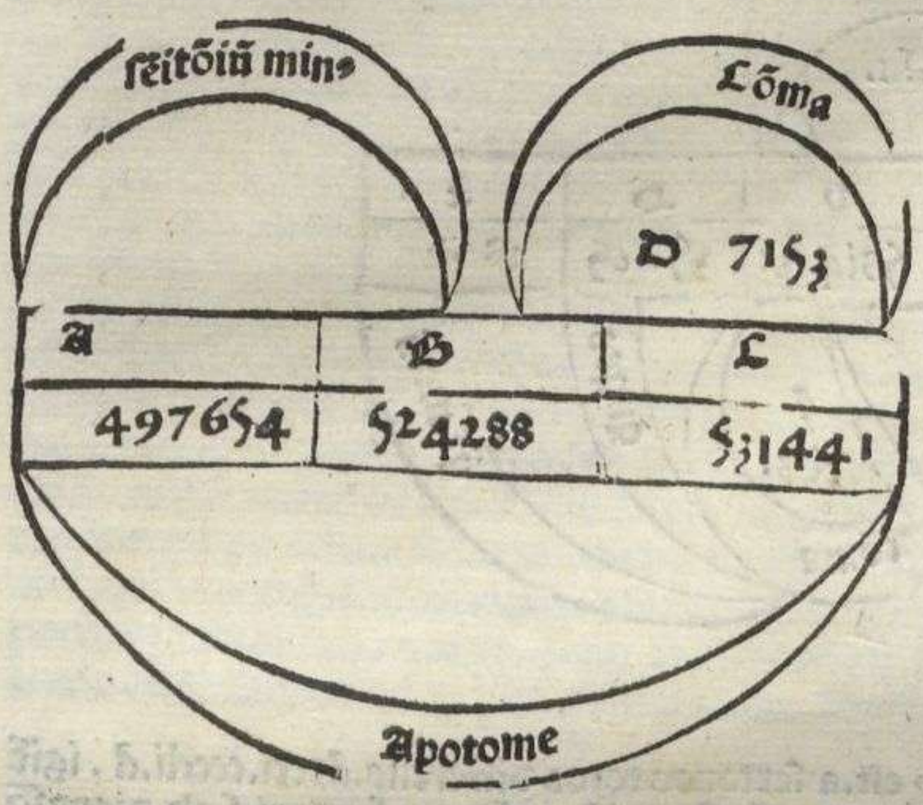
¶ Superius dictorum per numeros demonstratio.

Capitulum. xvi.

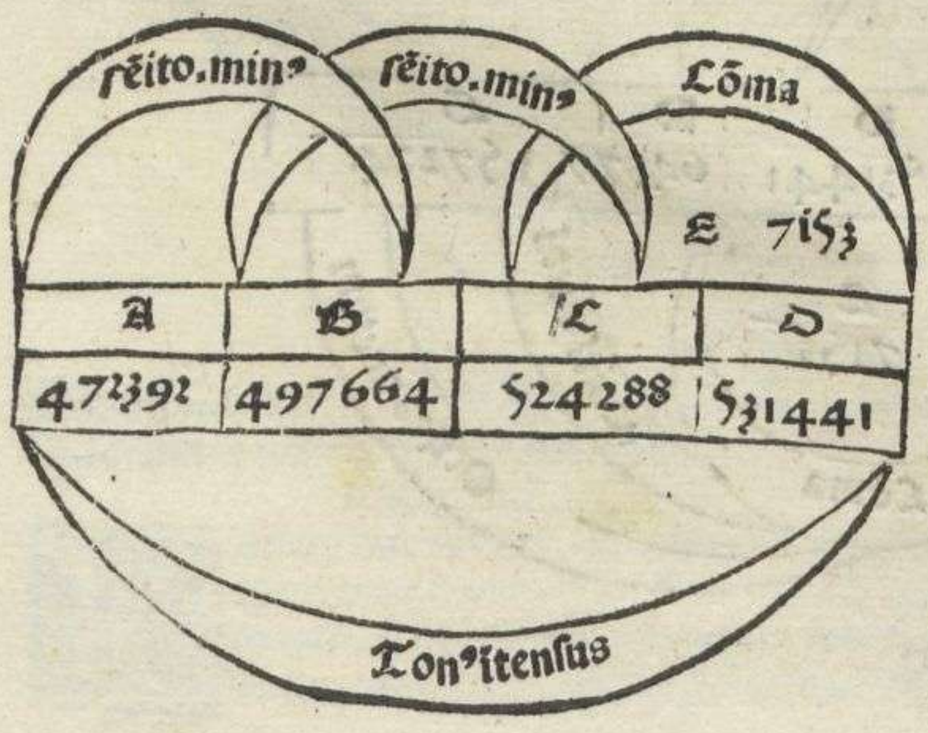
Ed quãquã per hanc rationẽ demonstratũ sit: quẽadmodum tonus cõmatibus comparetur: non est tamen quasi segnibus delassã dũ: quo minus per se hanc cõtra cõmata cõparationem retinere tonus ipse monstreť. Sit igit. a. quidem. cclxii. crliiii. b. autem quinqz distans tonis. ccccclxxii. cccxcii. L. vo diapason ad id q̃ est. a. continens symphoniã. s. i nũeris. dxxiiii. cclxxxviii. d. autẽ ab eo q̃ est. a. sextonos totos differens. dxxxi. ccccli. d. igit ab eo quod est. c. distat cõmate sex toni. s. ab. diapasõ consonantia. id autem fit. e. vii. cliii. d. autez ab eo qd est. b. tono integerrimo distat. vi. s. toni quinqz tõis. id aũt fit. f. dlxxxx. xlix. Si igitur. e. nouies auxero: fiet mihi. b. lxiiii. ccclxxvii. Sin vo octies: fiẽt. lvii. ccxxiiii Id fit. G. Sed. b. quidem. f. numero comparatus superat. G. vero superatur. ꝛ est. f. toni differẽtia. b. autem nouies multiplicatũ cõma. g. vero octies demonstratus est igitur tonus minor quidem. viiii. eẽ cõmatibus: octo cõmatibus maior.



Ita his premissis licet maius semitonium minore semitonio cõmate distare monstratum sit: tamen idem quoqz per se ⁊ per subiectos numeros tali ratione ꝓbabit. sit.a. numerus.ccccxcvii.dclxiiii.ab eo vero semitonium minus distans sit.b.numerus: qui iam supra quoqz descriptus est.dxxiiii.cclxxxviii. apotome vero distet ab eo quod est.a. Is numerus: qui colligitur vnitatibus.dxxxi. cccxli.⁊ sit hoc.c. Quoniam igitur.a.b.minus semitonium.a.c.maius: differẽtia eiꝰ quod est.c.ab eo quod est.b.perquirenda est. Ea est. vij.cliii.id sit.d. Sed hic numerus dudum cõma mõstrabat.inter maius igitur semitonium ac minus cõma differentiã facit.



Rursus demõstrãdũ propono tonum duobꝰ semitonijs minoribus solo cõmate esse maiorem. Sit.a. numerus.ccccclxxii.cccxcii. Ab hoc intẽdatur tonꝰ.dxxxi. ccccxli ⁊ sit hoc.d.ab eo vero quod est.a.intendat semitoniuz. Minꝰ quod est.b.ac sit.b.ccccxcvii.dclxiiii. Itẽ ab eo quod est.b.semitoniũ aliud intendat minꝰ qõ est.c.⁊ sit.c.dxxiiii.cclxxxviii. Quoniam igit.a .d. tonus est.a.c.vero duo continent minora semitonia videamus que sit differẽtia inter.c.atqz.d. numeros constituta. Est autẽ.e.s.vnitatuz. vii.cliii. Demõstratum est igitur tonum duobus semitonis minoribꝰ cõmate eẽ maiorẽ. Sed qm̃ oia iam que ꝓbãda promisimus: propria rõne monstrata sunt: nũc qõ superest musice institutioni: regularis monochordi faciẽda ẽ partitio. Quam rem qm̃ longior tractatꝰ extẽdit: in posterioris ꝙmẽtarij disputatõez cẽsuimꝰ trãsferẽdã



Eiusdem Boetij de Musica liber quartus.

Uocum differentias ĩ quãtitate consistere Capitulum.i.

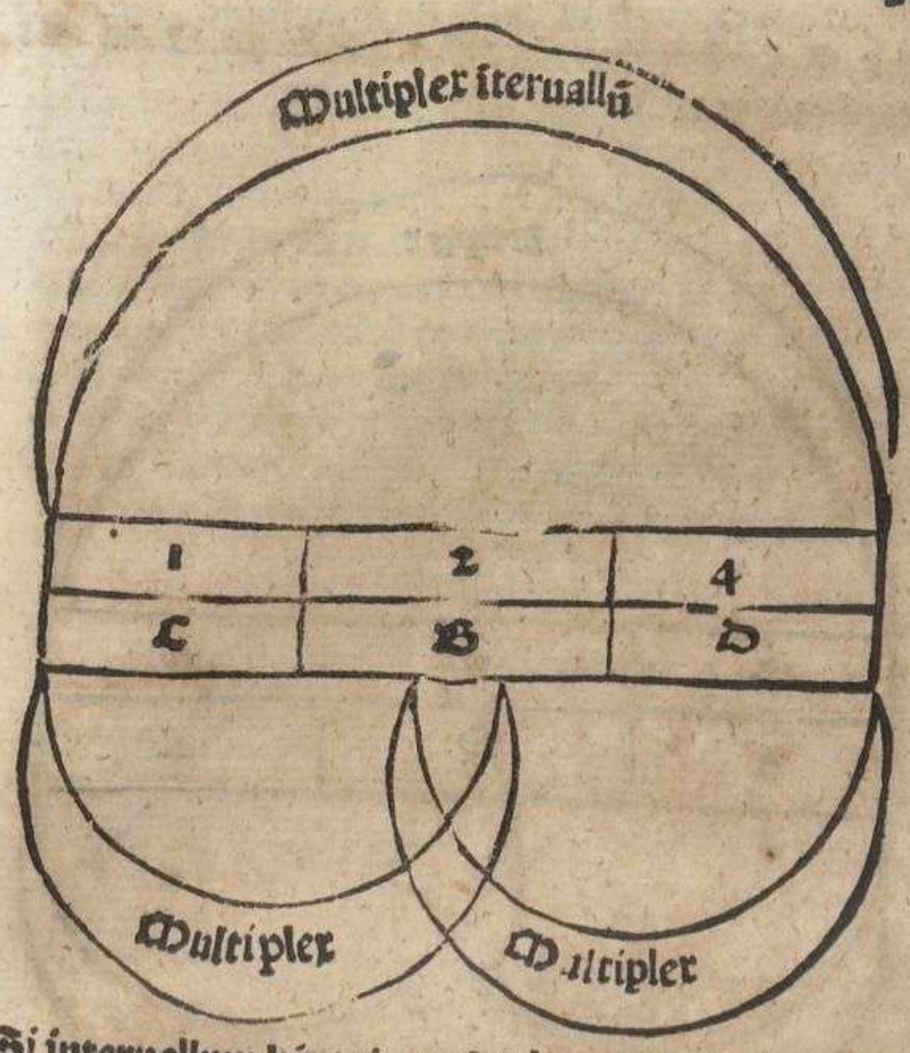
Si omnia que demonstranda erunt superioris libri tractatione digessimus non penitet tamen rursus eadem memorie recolligenda prestare cum quadam diuersitate tractatus vt his rursus ad memoriam redeuntibus ad regule diuisionem: quo tota tendit intẽtio: veniamus. Si foret rerum omnium quies: nullꝰ auditum sonus feriret. Id autem fieret quoniam cessantibus motibus cunctis nulle inter se res pulsuz cierent. vt igitur sit vox: pulsu est opus. Sed vt sit pulsꝰ motus necessarie est antecedat. Ut ergo sit vox: motum esse necesse est. Sed omnis motꝰ habet in se tũ velocitatem: tum etiam tarditatem. Si igitur sit tardus in pellendo motus: grauior redditur sonus. Maz vt tarditas proxima stationi est: ita grauitas contigua taciturnitati. Uelox vero motus acutam voculam prestat. Preterea: que grauis est: intensione crescit ad medium. Que vero acuta: remissiõe decrescit ad medium. Unde fit vt omnis sonus quasi ex quibusdam partibus compositus esse videatur. Omnis autem partium coniunctio proportiõe committitur. sonorum igitur coniunctio proportionibus constituta est. Proportiones autem principaliter ĩ numeris cõsiderantur: proportio vero simplex numerorum vel ĩ multiplicibus vel in superparticularibus vel in superpartientibus inuenitur. Secundum vero multiplices proportiones vel superparticulares consone vel dissone voces exaudiuntur. Consone quidem sunt: que simul pulse suauem permixtumqz inter se coniungunt sonum. Dissone vero que simul pulse: non reddũt suauem neqz permixtum sonum. his igitur ita predictis de proportionibus pauca dicamus.

Diuerse de interuallis speculationes. Capitulum.ii.

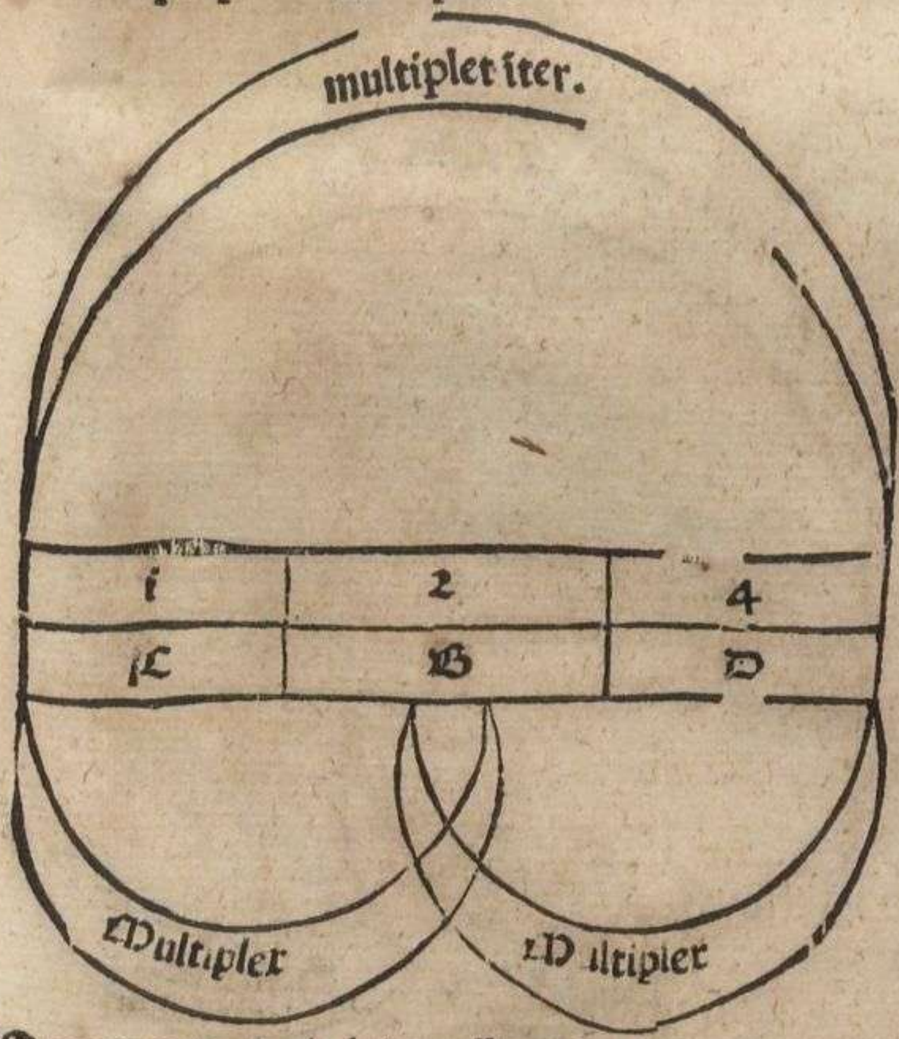
Si interuallum multiplex binario multiplicetur: id quod fit ex hac multiplicatione: ĩteruallum multiplex est. sit multiplex interuallum.b.c.⁊.b.multiplex eius qꝰ ẽ.c.⁊ fiat vt est.c.ad.b.ita.b.ad.d: Quoniam igitur b.multiplex est eius quod est.c.metitur. c. terminus id quod est.b.vel bis vel tertio vel deinceps.⁊ est. vt c.ad.b.ita.b.ad.d. Metitur igitur.b.terminus id qõ est.d. Quocirca quia.c.terminus id quod est.b. metitur: metitur etiam.d. Multiplex est igitur.d.eius qõ est.c.⁊ est.c.d. Interuallum effectum ex cõposito bis copulatoqz sibimet ⁊ per binarium multiplicato.b. c. interuallo.ĩ numeris quoqz idem probatur. sit enim. b.ad.c.duplum vt binarius ad vnitatem ⁊ fiat. vt. c. ad.b.ita.b.ad.d. Erit igitur.d.quaternarius. Multiplex est.b.ad.c.idest binarius ad vnitatẽ. Multiplex est igitur.d.quaternarius ad.c.vnitatem. Est autem quadruplus quaternarius vnitatis ⁊ binario multiplicata medietas quod est interuallum.b.c.

Multiplex

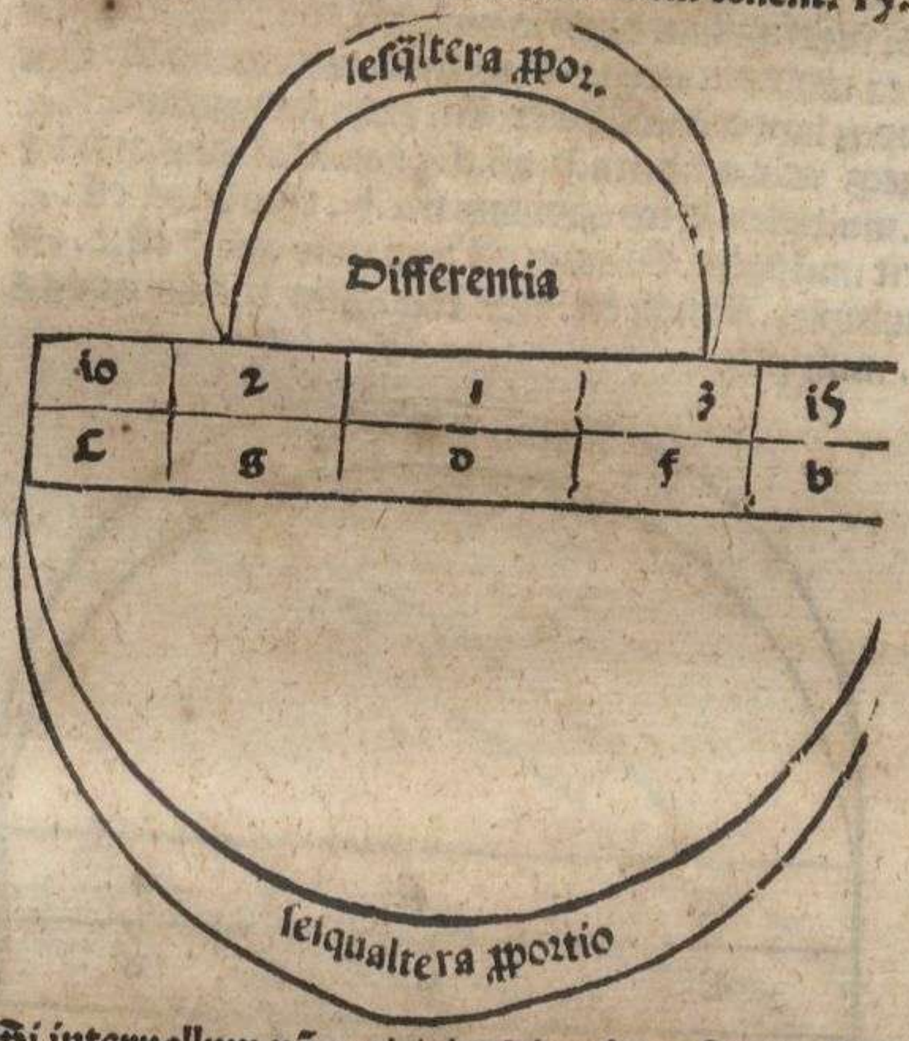
nota B. pag. adelante.



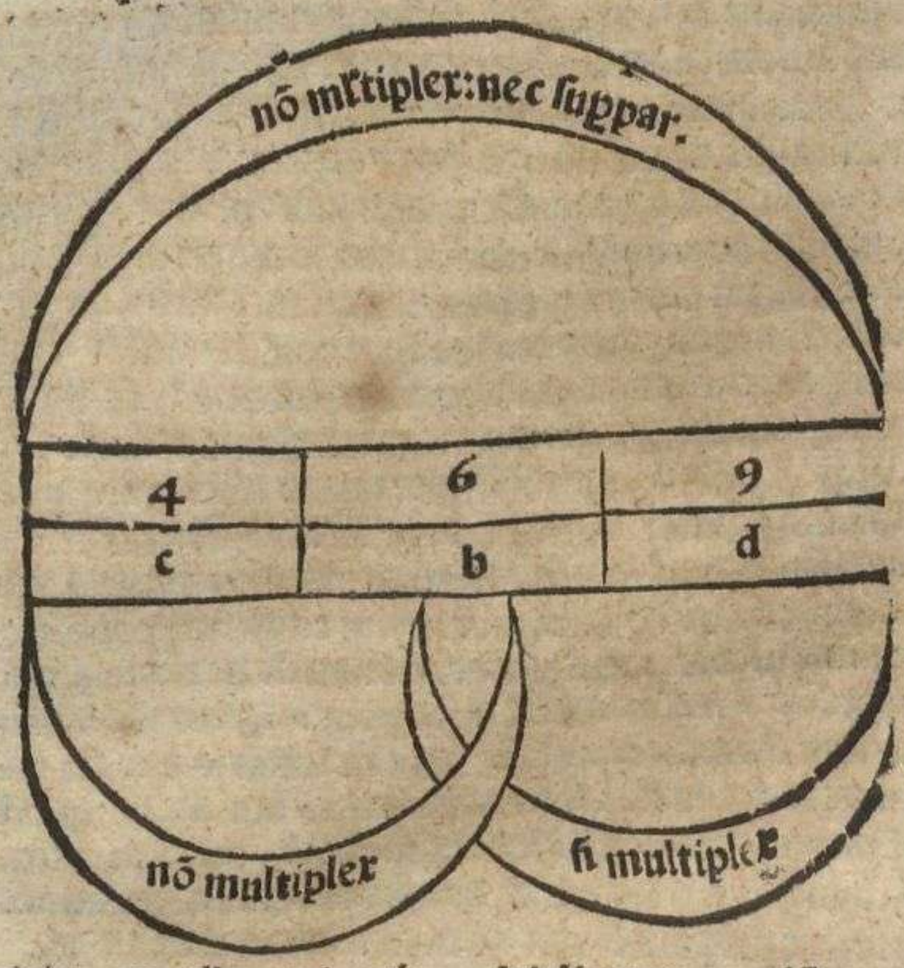
¶Si interuallum binario multiplicatũ multiplex effecerit interuallum:ipsum quoqꝫ multiplex erit. Sit iteruallũ.b.c.ꝛ fiat vt.c.ad.b.ita.b.ad.d.ꝛ.d.sit ad.c. multiplex. Dico:qꝛ.b.eiꝰ qꝏ est.c.multiplex est. Qm̃ enim.d.eius quod est.c.multiplex est:metietur. c. id quod est.d.metietur ꝛ.b.Ostensum vo est qm̃ si sint termini proportionaliter constituti:cum primus fuerit vltimo comparatus:si primus vltimũ fuerit mensus:metiet̃ ꝛ mediũ.c.igitur metitur id quod ẽ. b. Multiplex est igitur.b.eiꝰ q̃ ẽ.c. Id rursus ex nũerꝭ sit.c.vnitas.d.vo ex duplicata ꝓportione.b.c.sit q̃ternarius:ꝛ ẽ multiplex eius qꝏ est.c.Est enim q̃drupl⁹ Qm̃ igitur hic quadrupl⁹ ex duplicata.b.c.ꝓportiõe generatur.b.c.proportio dimidiũ eiꝰ erit.igit̃.b.c.ꝓportio dupla est. Sed duplum multiplex est. Erit igitur.b.c.proportio multiplex.



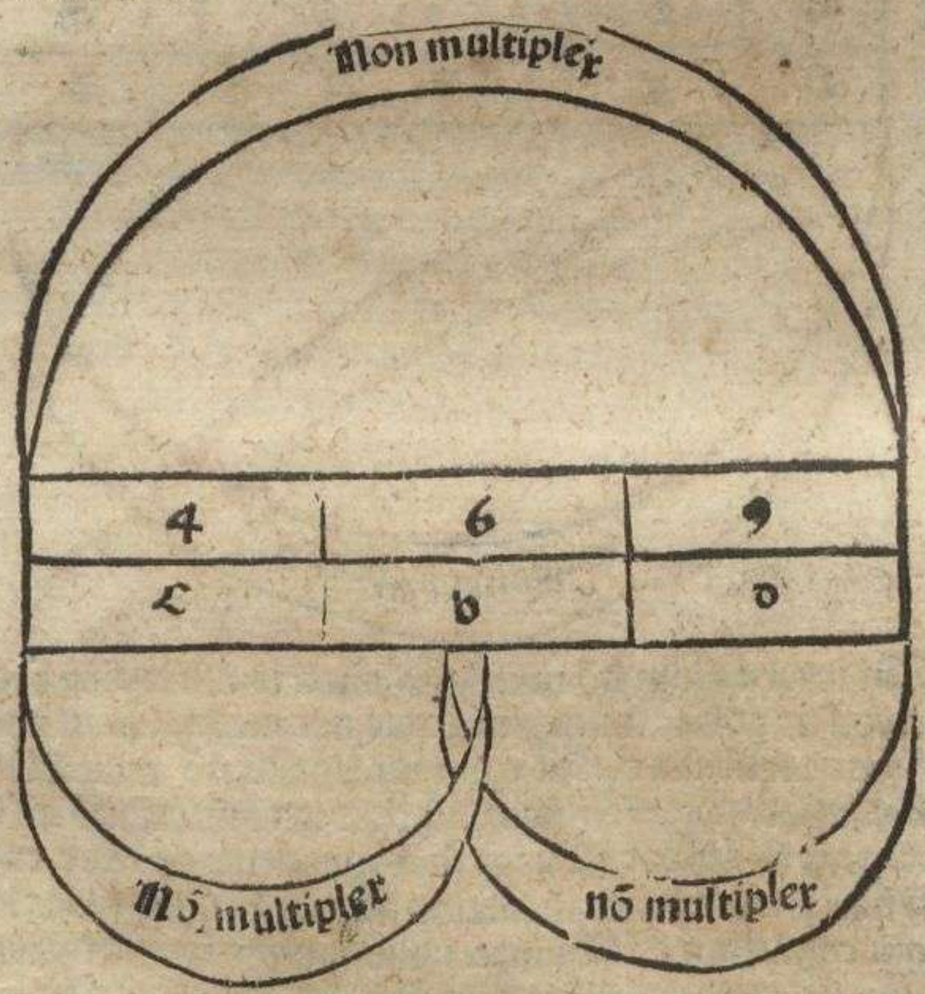
¶Superparticularis interualli mediꝰ numerus neqꝫ vnus neqꝫ plures proportionaliter interueniẽt.sit.n. b.c.proportio superparticularis ꝛ in eadem ꝓportiõe minimi sint.d.f.ꝛ.g.Qm̃.d.f.ꝛ.g.minimi sũt in eadẽ proportione:sunt eiusdem proportionis primi. Quocirca eos vnitas metietur. Auferatur igit̃.g.ab.d.f.ꝛ relinquat̃.d. hic est igit̃ vtrorũqꝫ mẽsura cõmunis hec igitur erit vnitas. Quocirca nullꝰ inter.f.d. atqꝫ g. incidet nũerus:q̃ sit ab.f.d.quidẽ minor maior vo ab.B.Sola eni ꝓ interest vnitas quanti vo in suppar ticularibus proportionibꝰ proportiõaliter inter eiusdem proportionis minimos intercident:tot ẽt inter ceteros eiusdẽ ꝓportionis incident. Sꝫ nullꝰ inter.f. d.atqꝫ.g.minimos eiusdẽ ꝓportionis iteruenire põt Nullus igit̃ inter.b.atqꝫ.c.proportionaliter cadet.ꝛ ĩ numeris sit quelibet superparticularis proportio:vt sesqualtera.hi vo sunt.io.ꝛ.15.in eadẽ vo proportione minimi.2.ꝛ.3.aufero de.3.binariũ fit reliqua vnitas:eadẽ vtroſqꝫ metit̃. Nullus erit igitur inter binarium ternarũqꝫ numerꝰ:qui sit binario maiori minor vero ternario. Alioquin vnitas diuidetur quod est inconueniens. Quare nec inter.io. quidem atqꝫ. 15.quisquam inuenietur numerus: qui talem ad.io. obtineat proportionem qualem ad eum tenent. 15.



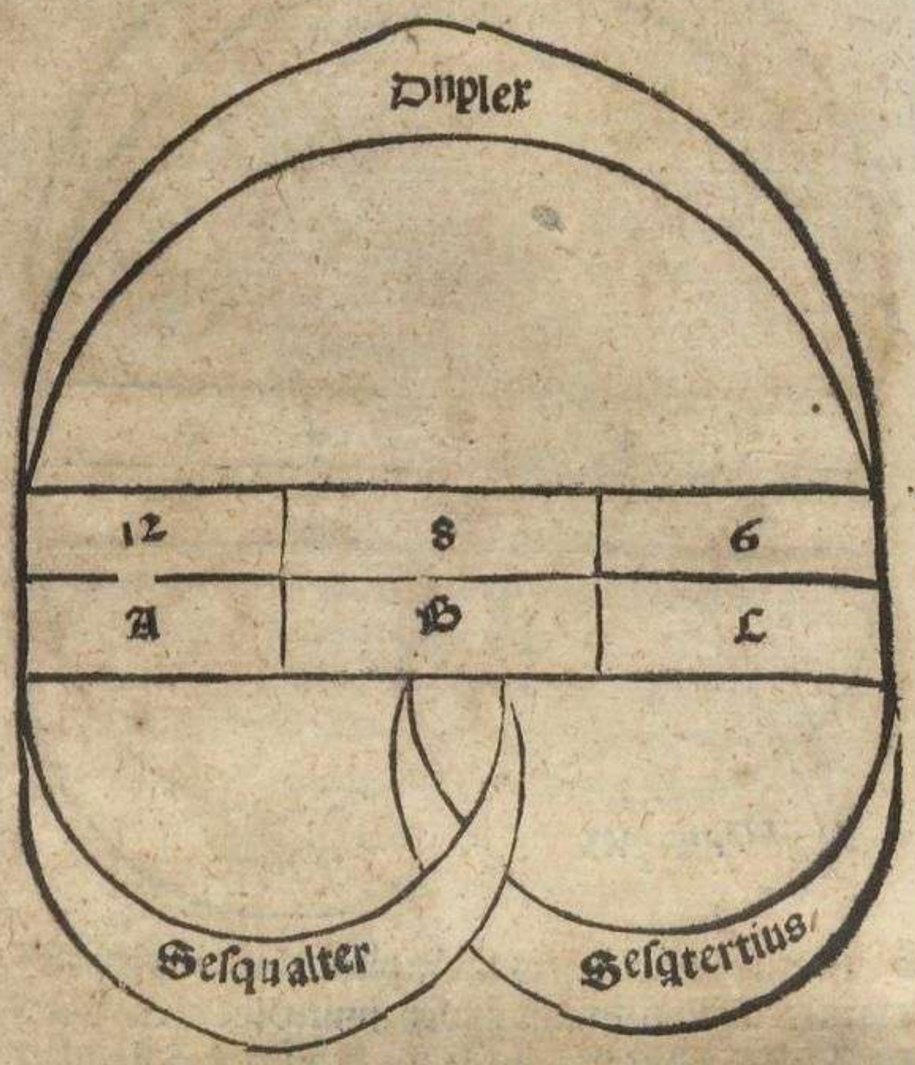
¶Si interuallum nõ multiplex binario multiplicet̃ id quod fit ex hac multiplicatione nec multiplex est nec superparticulare. Sit enim interuallũ nõ multiplex b.c.ꝛ fiat vt.c.ad.b.sic.b.ad.d. Dico qm̃.d.eius q̃ ẽ .c.neqꝫ multiplex est neqꝫ superparticularis. Sit enim si fieri potest primum.d.eius quod est.c.multiplex.ꝛ qm̃ cognitum est. Si interuallum binario multiplicatum sit.ꝛ multiplex interuallũ creatũ.id qꝏ multiplicatum est his interuallum esse multiplex. Erit igitur. b.c.multiplex.sed non est posituꝫ. Non igitur erit.d. eius qꝏ est.c.multiplex nec vo.superparticulare. Nã superparticularis proportionis medius proportinaliter terminus nullus interuenit.inter.d.vo.ꝛ.c. est ꝓportionaliter terminus constitutꝰ.idest.b. Nã vt. c. ad.b.ita.b.ad.d. impossibile igitur erit.d.eius qꝏ est .c.vel multiplicem esse vel superparticularem: quod oportebat ostendere: Et in numeris sit non multiplex interuallum.6.ad.4.fiatqꝫ vt sunt.4.ad.6. ita sex ad alium quemlibet numerum.hic erit igitur nouenarius. Qui quaternarii neqꝫ multiplex neqꝫ superparticularis est.



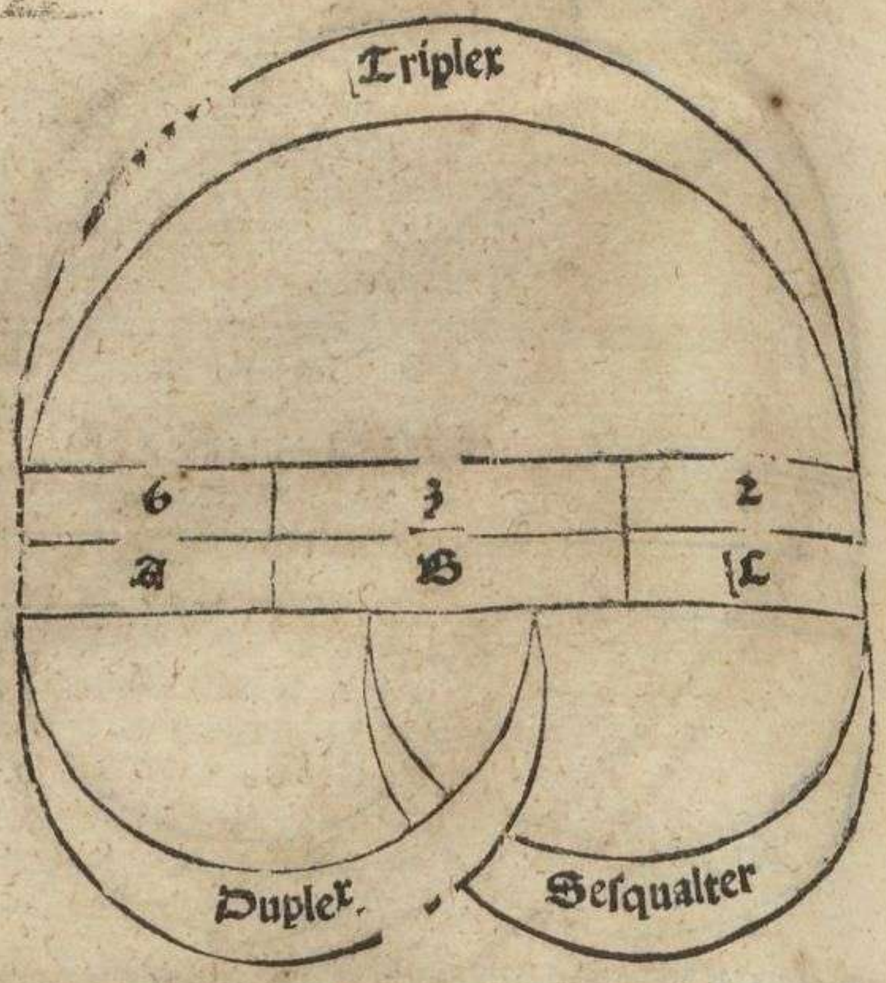
¶Si interuallum binario multiplicetur: atq; id quod ex ea multiplicatione creabitur multiplex nõ sit: ip̃m quoq; non erit multiplex. Sit enim interuallum. b. c. fiatq; vt. c. ad. b. ita. b. ad. d. ⁊ non fit. d. eius quod ē. c. multiplex. Dico quoniam nec. b. eius quod est. c. erit multiplex. Si enim est: ⁊. d. eius quod est. c. est multiplex. At non est. Non erit igitur. b. eius quod ē. c. multiplex



¶Duplex interuallum ex duobus maximis superparticularibus coniungitur sesqualtero ⁊ sesquitertio. Sit enim. a. quidem eius quod est. b. sesqualter. b. vero eius quod est. c. sesquitertius. Dico quoniaꝫ. a. eiꝰ quod est. c. duplex est. Quoniam igitur sesqualter est. a. eius quod est. b. igitur. a. habet in se totuꝫ. b. eiusq; dimidium. Duo igitur. a. equi sunt tribus. b. Rursus quoniam. b. eius. quod est. c. sesquitertius est. b. igitur habet. c. ⁊ eius tertiam partem. Tres igitur. b. equi sunt ad quatuor. c. Tres autem. b. equi erant duobus. a. Duo igitur. a. equi sunt ad quatuor. c. vo' igitur. a. equus est duobus. c. Duplex erit igitur. a. eius qui est. c. ⁊ in numeris. Sit enim sesqualter. 12. ad. 8. Sesquitertius vero. 8. ad. 6. Ergo. 12. ad. 6. Duplices sunt.



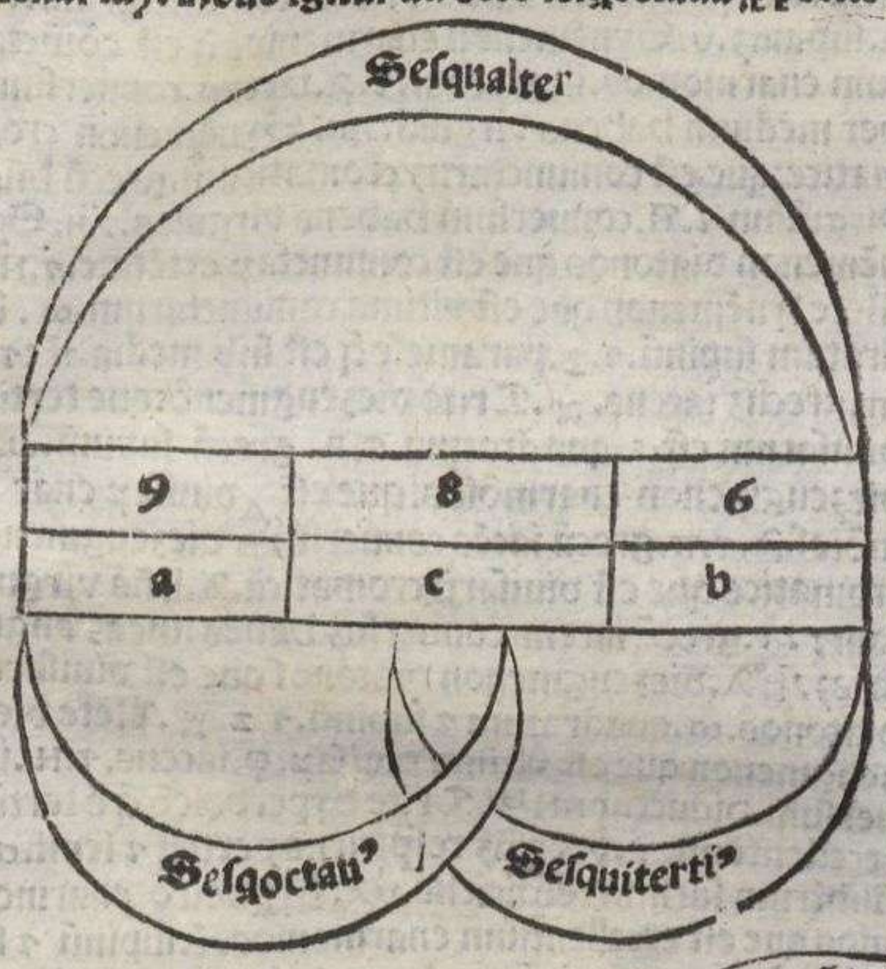
¶Ex duplici interuallo atq; sesqualtero triplex nascitur interuallum. Sit enim. a. eius quod est. b. duplex b. autem eius quod est. c. sesqualter. Dico quoniam a. eius quod est. c. triplex est. Nam quoniam. a. eius quod est. b. duplex est. a. igitur equus est duobs. b. Rursus quoniam. b. eius quod est. c. sesqualter est. b. igitur habet in se totum. c. ⁊ eius dimidiam partem. Duo igitur. b. equi sunt tribus. c. Sed duo. b. equi erant vni. a. ⁊ vnus igitur. a. equus est tribus. c. igitur. a. vno. c. triplex est. Et in numeris fit duplex quidem senarius ternario: sesqualter vero ternarius. binario, Senarius igitur, triplex est binario.



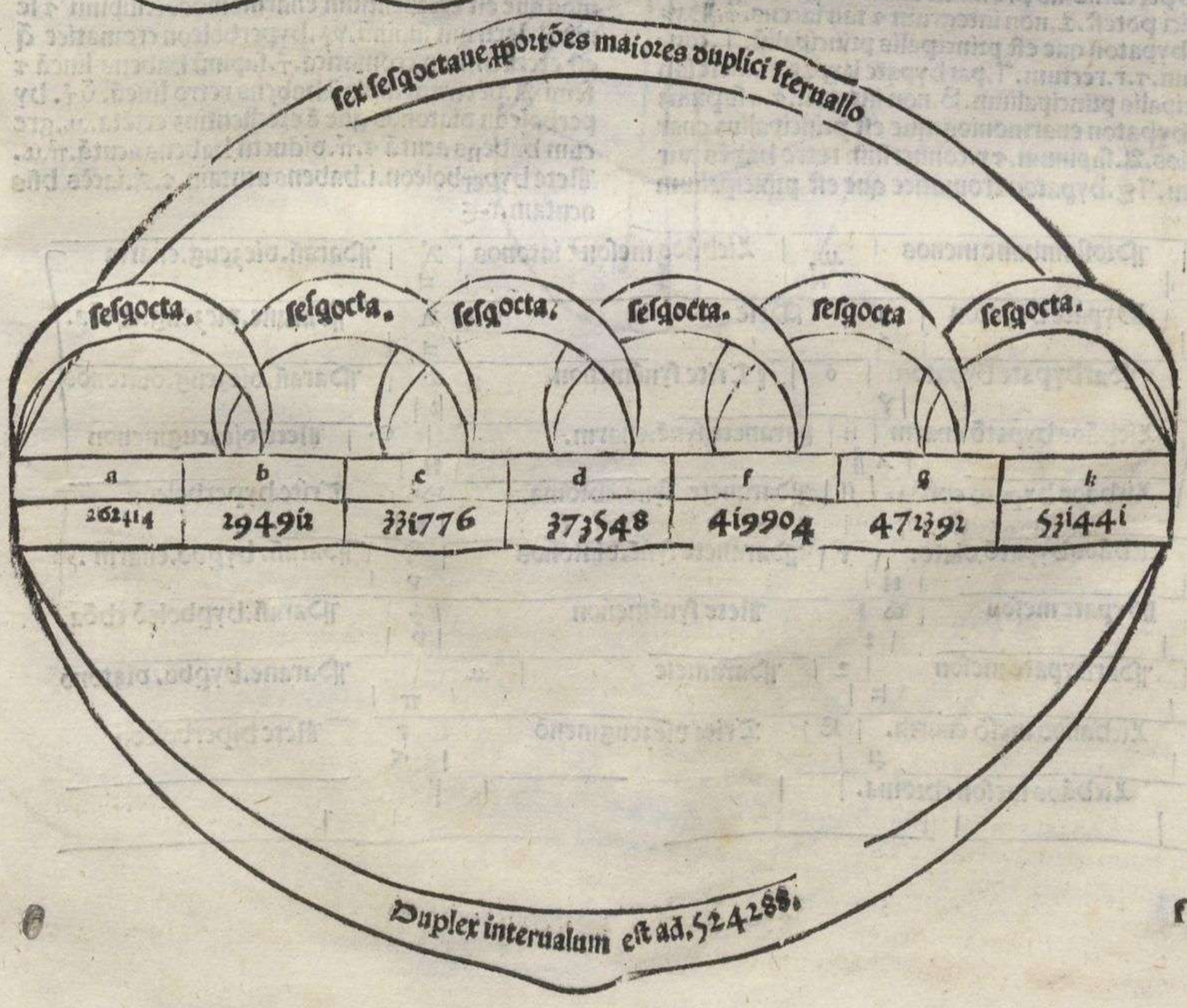
¶Si sesqualtero interuallo sesquitertiua demptũ fuerit interuallum: erit quod relinquitur sexqu octauuꝫ

Sit

Sit enim a quidē eius qd̄ est.b.sesqlter. At vo.c.ei' qd̄ est.b.sesquitertius. Dico qm̄.a.ei' quod est.c. sesqui octauus est. Qm̄ enim.a.ei' qd̄ est.b.sesqualter ē.a. igit̄ hz.b.z eius dimidiā partē. Octo igit̄.a.equi sūt ad duodecim.b. Rursus qm̄.c.ei' qd̄ ē.b.sesqtertius est.c.igitur hz in se.b.z tertiā eius partē. Mouē igit̄ c.equi sunt ad duodeciz.b. Duodecī āt.b.eq erāt ad octo.a. Et octo igit̄ a eq sunt ad nouē.c. Igit̄.a.equ' est ei qd̄ est.c.z octaue ei' pti.A.igit̄ ei' qd̄ ē.c. sesq octauus est. Et in numeris sesqualterū quidē interua lū sit nouenari' ad senariū sesqtertiū vo octōariz ad senariuz. Mouē igitur ad octo sesqoctaua ꝓportio ē



¶Sex proportiones sesquioctaue maiores sunt vno duplici interuallo. Sit enim quidem numerus.a.huius autem sit sesquioctauus.b.huius sesquioctauus.c.z huius sesquioctauus.d.z huius sesquioctauus.f. eiusqz sesquioctauus.g.atqz huius sesquioctauus.k. Id autem fiat secundum descriptuz in Arithmetica modū.z sint nūeri.a.b.c.d.f.g.k.z sit.a.262.144 huius autem sesquioctauus qui est.b.294.912. huius autem sesquioctauus qui est.c.331.776. huius autem sesquioctauus qui est.d.373.248. huius autem sesquioctauus.qui est.f.419.904.huius autez sesquioctauus qui est.g.472.392.huius autem sesquioctau' qui est.k.531.441.Et sūt.531.441. q̄ est k.pluszqz duplices ad ducenta.60.duo milia.c.44. quod est.a. Sex igitur sesquioctaue proportiōes.Ampliores sunt vno duplici interuallo.



Musicarum per grecas ac latinas litteras notarum nuncupatio.

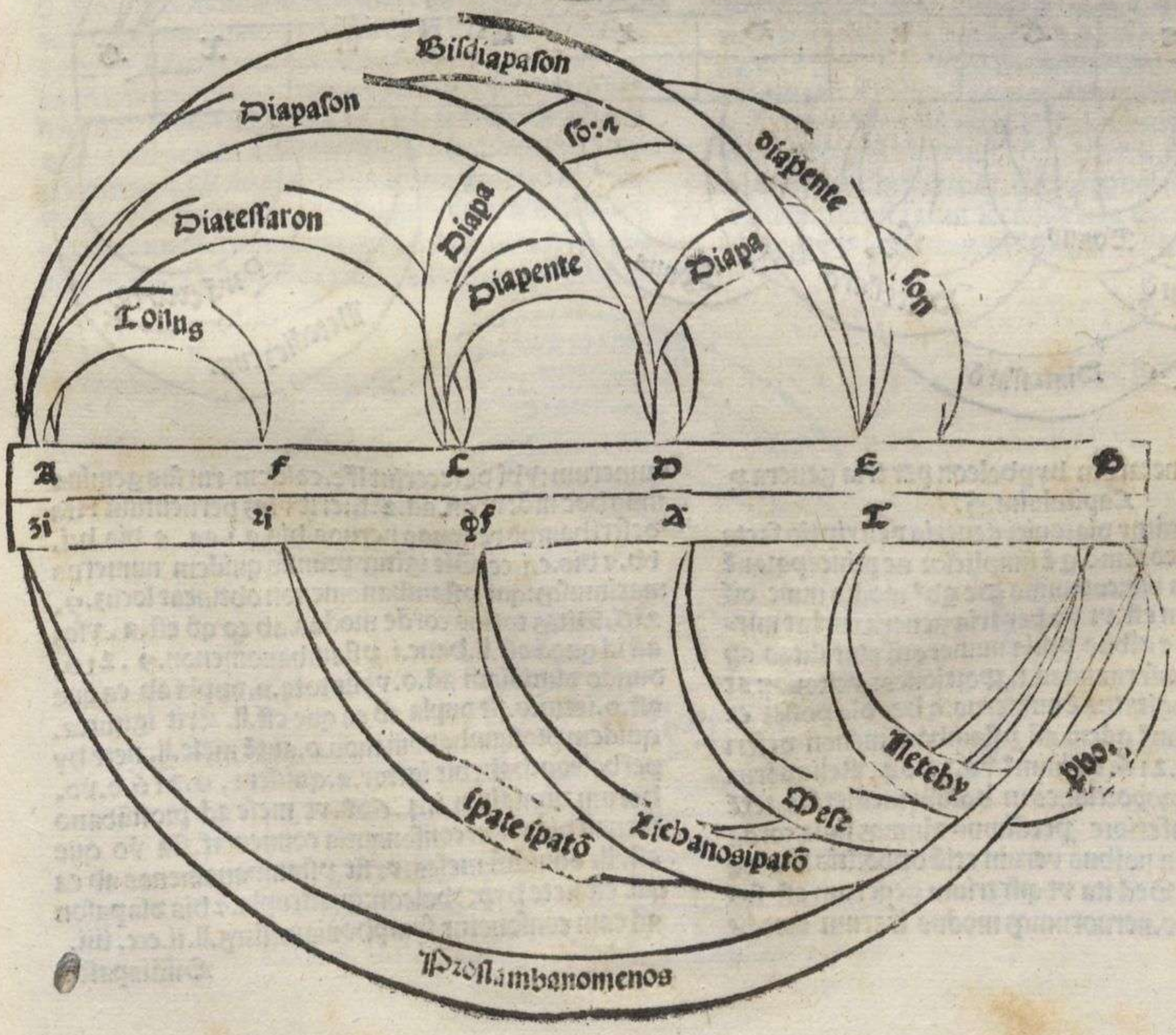
Capitulum. 3.

Restat quoniam sum' neruum secundum predictas consonantias per regulam diuisuri: quoniamq; necessarios sonos trib' generibus cantilene exhibebit ista partitio: musicas interim notas apponere: vt cum diuisam lineam iisdem notulis signauerimus: quod vnicuiq; sit nomen: facillime possit agnosci. Veteres enim musici pp compendium scriptionis: ne integra semper nomina necessarie esset apponere: excogitauere notulas quasdam: quibus neruorum vocabula notarentur: easq; per genera modosq; diuisere. Simul etiam hac breuitate captantes: vt si qñ melos aliquod musicus voluisset ascribere sup versuz Rithmica metri compositione distentum: has sonorũ notulas ascriberet. ita miro modo reperientes: vt non tantum carminum verba: que litteris explicarentur. Sed melos quoq; ipsum: quod his notulis signaret'. in memoriam posteritatemq; duraret. Sz ex his omnibus modis vnum interim ludium eiusq; notulas per tria genera disponamus: in reliquis modis idẽ facere in tempus aliud differentes. Sane si quando dispositionem notarum litterarum grecarum nuncupatiõe descripsero: lector nulla nouitate turbet'. Brecis. n. litteris nunc in quamlibz partem imminutis: nũc ẽt inflexis: tota hec notarum descriptio. constituta est. Nos vero cauemus aliquid ab antiquitatis auctoritate transuertere. Erunt igitur priores ac superiores notule dictionis. i. verborum: secunde vero atq; inferiores percussionis proslambanomenos qui adquisitus dici potest. Z. non integrum τ tau iacens. ⊤. Hypate hypaton que est principalis principaliũ. T. conuersum. τ. r. rectum. T. parhypate hypaton. idest sub principalis principalium. B. non integrũ. τ. ⊤ supinuz TB. hypaton enarmonios: que est principaliuz enarmonios. A. supinum. τ r. conuersum retro habẽs virgulam. Tϟ. hypaton cromatice que est principalium extenta. A. supinum. habens lineam τ. r. conuersum duas habẽs lineas. Tϟ. hypatõ diatonos que est principalium extenta. φ. grecum digãmon. φf. hypatemeson que est principalis mediaruz. c. τ. c. E. parhypate mesõ que est sub principalis mediarũ. q. τ. c. supinum. υ. Meson enarmonios q̃ est mediarũ enamonios. π. grecũ. τ. c. Quersiz. π̃ɔ. mesõ crõatica. q̃ ẽ mediaz cromatica. π. grecũ hñs virgulam. τ. c. conuersũ per medium habens virgulam π̃ ɔ- meson diatonos que est mediarum extenta. ω. grecum. τ. N. grecum diductum. N. Mese que est media. i. τ. λ. iacens. λ. Trite synẽmenon que est tertia coniunctarum. θ. λ. supinuz. υ. Synẽmenon enarmanios q̃ est cõiũctarum enarmonios. H. grecum. τ. λ. iacens conuersum per medium habens virgulã. λH. Synẽmenon cromatice: que est coniunctaruz cromatica. H. grecũ hñs virgulam τ. A. conuersum habens virgulas. λH. Synẽmenon diatonos que est coniunctaz extẽta. c. τ. N. Mete synẽmenon que est vltima coniunctarum. ω. q̃dratum supinũ. τ. z. paramese q̃ est sub media. π̃: τ. π. grecuz iacens. ϟ. Trite diezeugmenõ: que tertia diuisarum est. ε. quadratum. τ. n. grecũ supinũ. ω. diezeugmenon enarmõios: que est A diuisaz enarmõios. A. τ. π. grecũ iacẽs conuersũ. ɔ diezeugmenõ cromatice que est diuisarũ cromatica. A. hñs virgulam τ. π. grecũ iacens conuersuz habẽs lineaz angularez. E A. diezeugmenon diatonos que est diuisarũ diatonos. ω. quadratum τ supinũ. τ. z. ϟ. Mete diezeugmenon que est vltima diuisaz. φ. iacens. τ. N. inuersum. diductum. N θ. Trite hyperboleõ q̃ ẽ tertia excellentium. γ. deorsuz respiciens dextrũ τ semi. α. sinistrum sursum respiciens. υλ. hypboleõ enarmonios que est excellentium enarmonios. τ. supinũ τ semi. A dextrum supinũ. v. hyperboleon cromatice q̃ est excellentium cromatica. τ. supinũ habens lineã τ semi. A. dextrum supinũ habens retro lineã. ῡ τ. hyperboleon diatonos que ẽ excellentiuz extẽta. ω. grecum habens acutã τ. π̃. diductũ habens acutã. π̃ ω. Mete hyperboleon. i. habens acutam. τ. λ. iacẽs hñs acutam. r- E

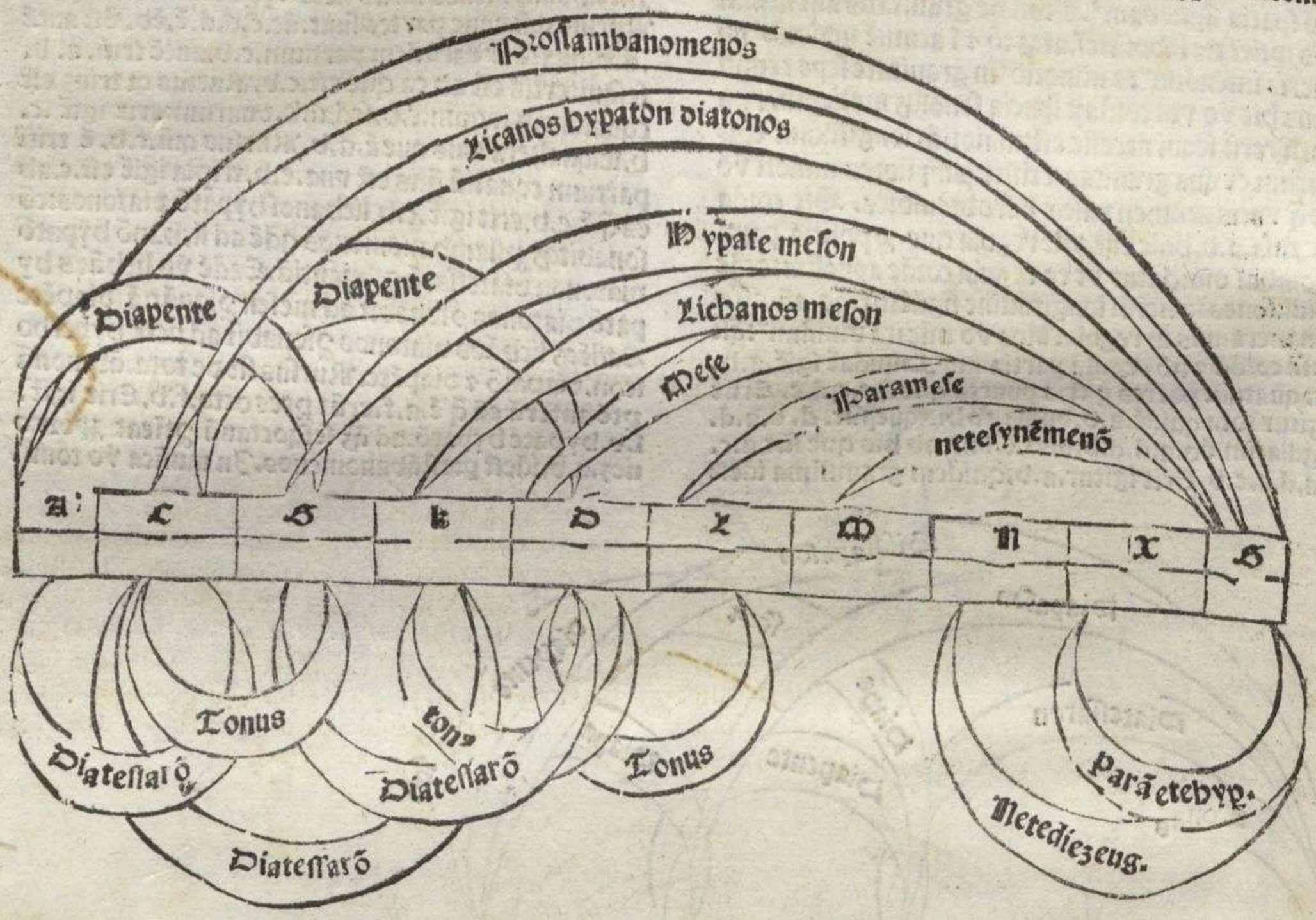
z H	Proslambanomenos	ω N	Lichãos meson diatonos	A E	Parañ. diezeug. enarm
T r	Hypate hypaton	I λ	Mese	A E	Parane. diezeug. chrõa.
B L	Parhypate hypaton	θ γ	Trite synẽmenon	ω z	Parañ. diezeug. diatonos
Tϟ T	Lichãos hypatõ enarm	H λ	paranete synẽ. enarm.	θ N	Mete diezeugmenon
Tϟ T	Lichãos hypatõ chrõa.	H λ	Paranete synẽ. chroma.	γ v	Trite hyperboleon
φ f	Lichãos hypatõ diato.	r N	Paranete synẽ. diatonos	τ v	Parañ. hypbo. enarm.
c L	Hypate meson	ω z	Mete synẽmenon	⊥ v	Parañ. hypboleõ chõa.
P υ	Parhypate meson	z E	Paramese	ω π	Parane. hypbo. diatono
π ɔ	Lichanos mesõ enarm.	E ω	Trite diezeugmenõ	r λ	Mete hiperboleon
π̂ ɔ	Lichãos meson chroma.				

¶ Monocordi regularis ptitio ĩ gñe diatonico. ca. 4

Sed iaꝫ tempus est ad regularis monocordi diuisionẽ venire. De q̃ re illud est predicendum: qd̃ siue in mensura nerui: siue in numeris. atq̃ in eorꝫ ꝓportione statuatur describenda diuisio. maius spatiũ corde: ⁊ maior numeri multitudo sonos grauiores efficiet: At si fuerit nerui lõgitudo ꝯtractior: ⁊ in nũeris non eq̃ multa pluralitas acutiores voces edi necessarie est. Atq̃ ex hac ꝯparatiõe quantũ vnaqueq̃ fuerit vel longior vel pluriũ numerorꝫ. Aliaq̃ vel cõtractior vel pauciorib̃ signata numeris: tanto vel grauior vel acutior inueniẽt. nec lectorẽ res illa cõturbet: qd̃ intẽdentes sepe spatia proportionũ numero maiore signauimus: remittẽtes vo minore: cũ itẽsio acumen faciat. remissio grauitatẽ. Illic. n. tantũ ꝓportionũ spatia signabam⁹. Nihil de grauitatis aut acuminis ꝓprietate laborãtes. atq̃ iõ ⁊ ĩ acumẽ maiorib⁹ numeris intendim⁹: ⁊ minorib⁹ in grauitatẽ sepe remisimus hic vo vbi cordarꝫ spacia sonosq̃ metiemur: natũrã rerũ sequi necesse est: maioriq̃ longitudini cordarum ex qua grauitas existit: ampliores minori vo ex q̃ vocis acumen nasciẽt dare breuiores. Sit corda intensa. a. b. huic equa sit regula que ꝓpositis partitionib̃ diuidatur vt ea regula corde apposita: eedẽ diuisiones in nerui longitudine signẽtur: q̃s añ assignaueramus in regula. Nos vo nũc ita diuidim⁹: q̃si ipsã cordã ⁊ nõ regulã partiamur. Diuidat igit. a. b. in quatuor partes ꝑ tria puncta que sũt. c. d. e. Erũt igitur tota quidẽ. a. b. dupla ab his que sũt. d. b. a. d. sigillatim vo. a. d. d. b. duo. e. sunt ab his que sũt. a. c. c. d. d. e. e. b. Erit igitur. a. b. quidem grauissima idest proslambanomenos. d. b. autẽ mese. Est enĩ dimidia totius. ⁊ sicut. a. b. ab ea que ẽ. b. d. Dupla est spatio ita. b. d. ab ea que est. a. b. dupla est acumĩe. Nã vt superius dictum est spatii ⁊ acuminis semper ordo conuersus est Nã tanto est corda maior in acumine: quãto fuerit minor in spacio. quocirca erit ⁊. e. b. Nete hyperboleon quoniam. e. b. eius que est. d. b. dimidia quidem in q̃ztitate dupla vero in acumine. Rursus qm̃ eadẽ. e. b. eiꝰ que est. a. b. quarta pars est. in spatio: quadrupla erit ab eadem in acumine. Erit igitur (vt dictum est) nete hyperboleõ dupla in acumine ab ea que est mese. Mese autem dupla in acumine ab ea que est proslambanomenos. Nete vero hyperboleon quadrupla in acumine ab ea que est proslambanomenos: consonabit igitur proslambanomenos ad mesen diapason. mese ad netẽ hyperboleõ diapason ꝓslambanomenos ad ad netẽ hypboleõ bis diapasõ Rursus qm̃ eque partes sunt. ãc. c̃. d. d. ẽ. ẽb. Est autẽ. ã. b. quatuor earũdem partium. c. b. autẽ triũ. a. b. sesquitertia est ab ea que est. c. b. Rursus q̃ triuꝫ est equalium partium. c. b. sed. d. b. duarum: erit igit. c. b. sesqualtera eius que ẽ. d. b. Rursus qm̃. c. b. ẽ triũ partium equaliũ q̃lis est vna. e. b. tripla igit est. c. ab ea q̃ ẽ. e. b. erit igit. c. b. lichanos hypatõ diatonos: cõsonabitq̃ ꝓslambanomenos qdẽ ad lichanõ hypatõ diatonon diatessarõ ꝯsonantiã. Eadẽ vo lichãos hypatõ diatonos ꝯsonabit ad mesen ꝯsonãtiã diapẽte Eadẽq̃ lichãos diatonos ꝯsonabit ad netẽ hyperboleon. diapasõ ⁊ diapẽte. Rursus sit de tota. ãb. nonã ptẽ auferã eã q̃ ẽ. a. f. erũt ptes octo. f. b. Erit igit. f. b. hypate hypatõ. ad q̃z sesqoctauã ꝯtleat ꝓportionez. a. b. idest proslãbanomenos. In musica vo tonũ.



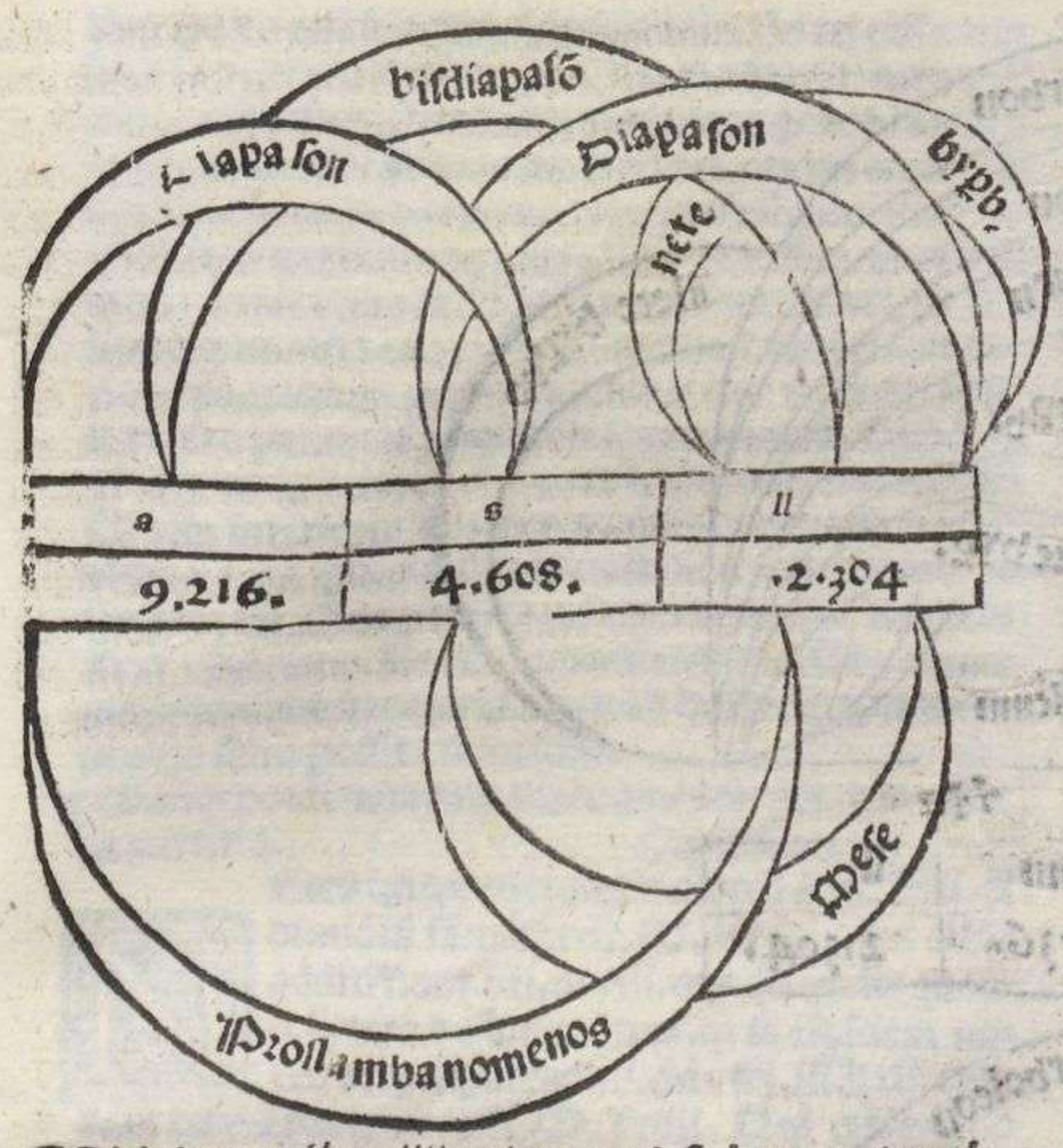
¶ Superior descriptio inferiora signa que continet: eiꝰ sunt descriptionis: vbi cordis notulas apposuimus: qm̃ eaꝝ nomina longum fuit ascribere. Item si. a. b. tribus scisionibꝰ partiamur: erit ps tertia. a. g. Dne igitur eiusdem erunt. G. b. Consonabit igitur. a. b. pslambanomenos. ad. g. b q̃ est hypate meson diapente consonantiam in proportione sesqualtera cõstitutã. c. b. aũt ad. g. b. erit sesquioctaua: ⁊ continebit tonũ idqꝫ ordine cadit. Mã licbanos hypatõ diatonos ideſt c. b. ad eam que est hypate meson. i. g. b. cõtiet tonũ Rursus. a. b. quidẽ proslambanomenos ad. c. b. licbanon hypaton diatonon habet consonãtiã diatessarõ a. b. autez proslambanomenos ad. g. b. hypatẽ mesõ habet consonantiã diapente. Itẽ. c. b. ad. d. b. i. licbanos hypaton diatonos ad mesen hz consonantiã diapente. g. b. autem ad. d. b. ideſt hypate meson ad mesen habet consonantiam diatessaron Licbanos. autem hypaton ideſt. c. b. ad hypaten meson comparata ideſt. g. b. distabit tono. Si autem eius que est. c. b. quartaz partẽ sumpsero: erit. c. k. Igitur. c. b. ad. k. b. obtinet sesqtertiam proportionem. k. b. autẽ ab ea que est. d. b. sesqoctaua proportione distabit. Erit igitur. k. b. quidẽ diatonos meson. ⁊ erit. c. b. i. licbanos hypatõ diatonos ad. k. b. i. diatonon meson. diatessaron consonantiam cõtinens. Rursus si eius q̃ est d. b. nonam partem sumpsero. erit mihi. d. l. Igitur. l. b. erit paramese. Si autem eius que est. d. b. quartam partem sumspero: erit. d. m. Igitur. m. b. erit nete sinẽmenon. Si. autem eius que est. d. b. tertiam partem sumpsero: erit. d. n. Igitur. n. b. erit nete diezeugmenon. Sit autẽ. k. b. in duas partes eq̃s fuerit diuisa: erit. k. x. Eritqꝫ. x. b. paranete hyperboleon.



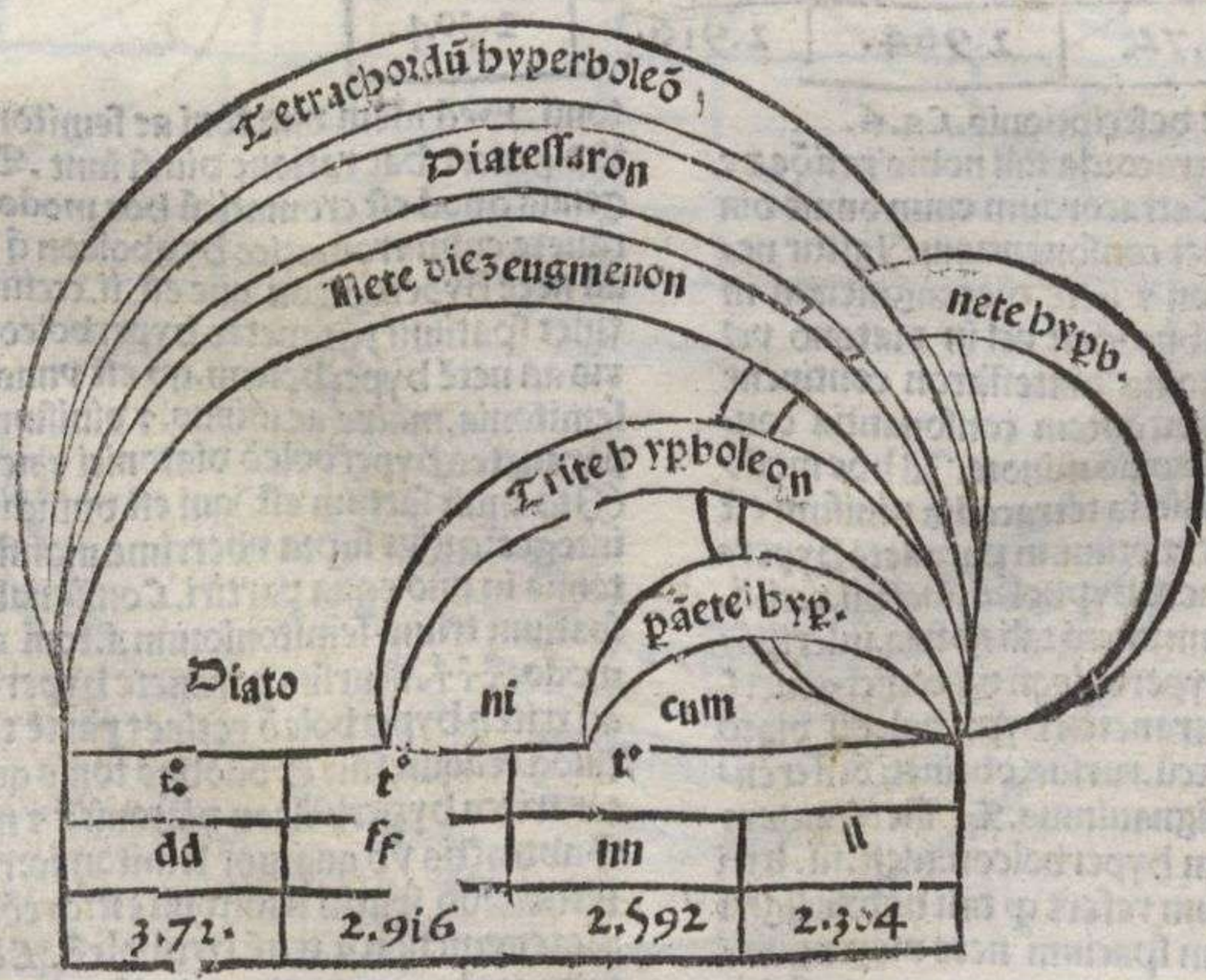
¶ Monocordi netarum hypboleon per tria genera partitio. Capitulum. 5.

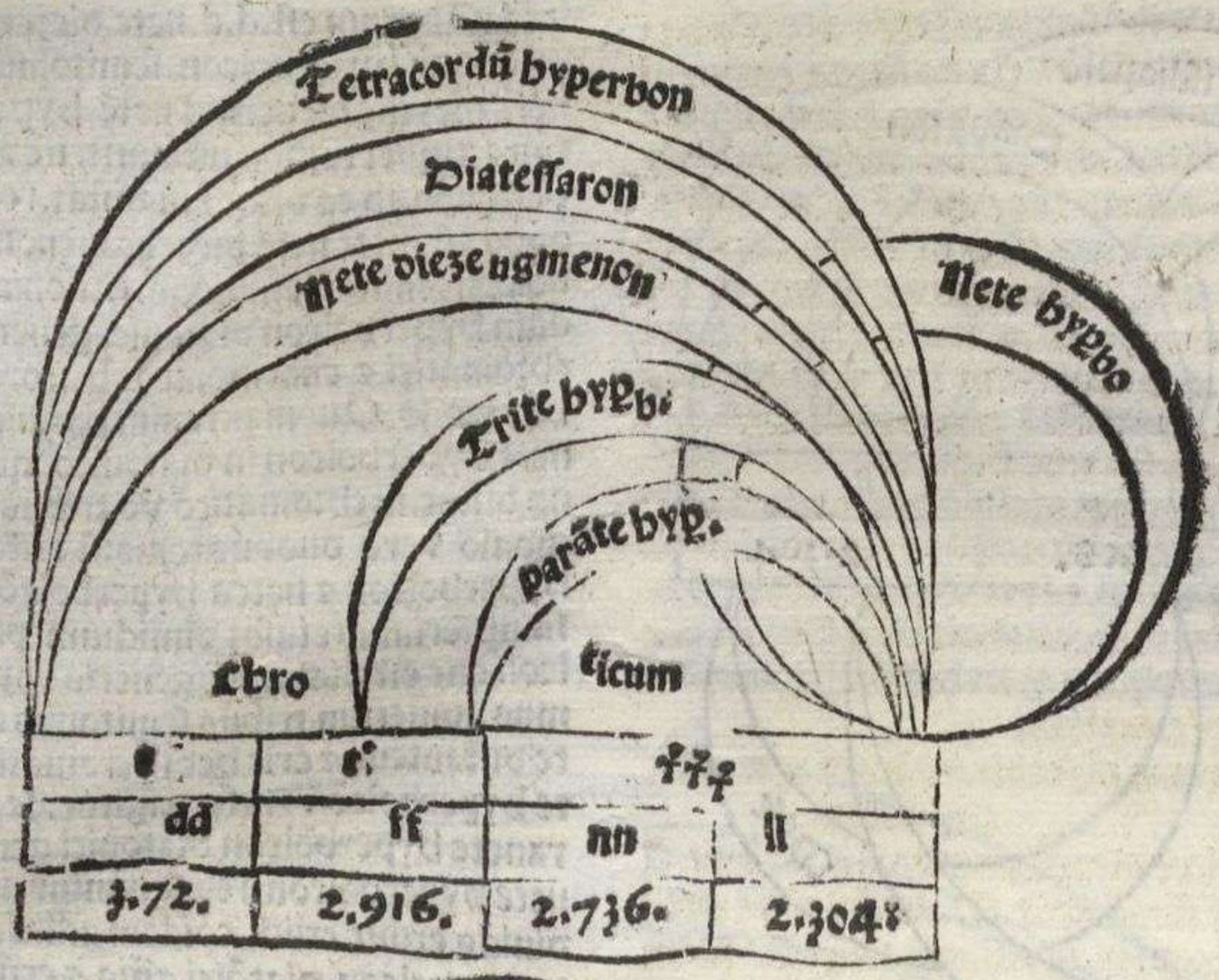
Unc igitur diatonici generis descriptio facta
n est in eo. s. mõ q ẽ simplicior ac princeps: quẽ
lidium nuncupamus De qbꝰ modis nunc disserendum non est. vt vo per tria genera currat mixta descriptio: ⁊ oibus ppria numerorũ pluralitas apponatur ad conseruandas. s. Portiones: veltonoꝝ atqꝫ vieseõ excogitatus ẽ numerus. q hec oia posset explere. vt maxim' qdem ad pslambanomenon describatur: q sit. 9. 216. Minim' vo. 2. 304. Reliquorum vo sonorum proportiones in horum medietate terẽtur. fane ab inferiore pcedimus oiumqꝫ noia cordarum non solum noibus verum etiã oppositis lr̃is demonstramus. Sed ita vt qm̃ trium generum est facienda partitio. neruorumqꝫ modus lr̃arum excedit numerum: vbi defecerint lr̃e. easdem rursus geminamus hoc mõ: vt qm̃. ad. z. fuerit vsqꝫ peruentum: ita describamus reliquos neruos. bis. a. i. aa. ⁊ bis. b. i. bb. ⁊ bis. c. i. cc. Sit igitur primus quidem numerus maximusqꝫ: qui pslambanomenon obtineat locuz. 9. 216. Sitqꝫ totius corde modus. ab eo qd̃ est. a. vsqꝫ ad id quod est. ll. hanc. i. pslambanomenon. 9. 216. diuido dimidiam ad. o. vt sit tota. a. dupla ab ea que est. o. item. o. sit dupla ab ea que est. ll. Erit igitur. a. quidem proslambanomenos. o. autẽ mese. ll. nete hyperboleon. habebit igitur. a. quidem. 9. 216. o. vo. horum dimidium. i. 4. 608. vt mese ad proslãbanomenon diapason consonantia conueniat. Ea vo que est. ll. dimidiũ meses: vt sit pslambanomenos ab ea que est nete hyperboleon: quadrupla. ⁊ bis diapason ad eam consonetur symphoniam: sitqꝫ. ll. ii. ccc. iiii.

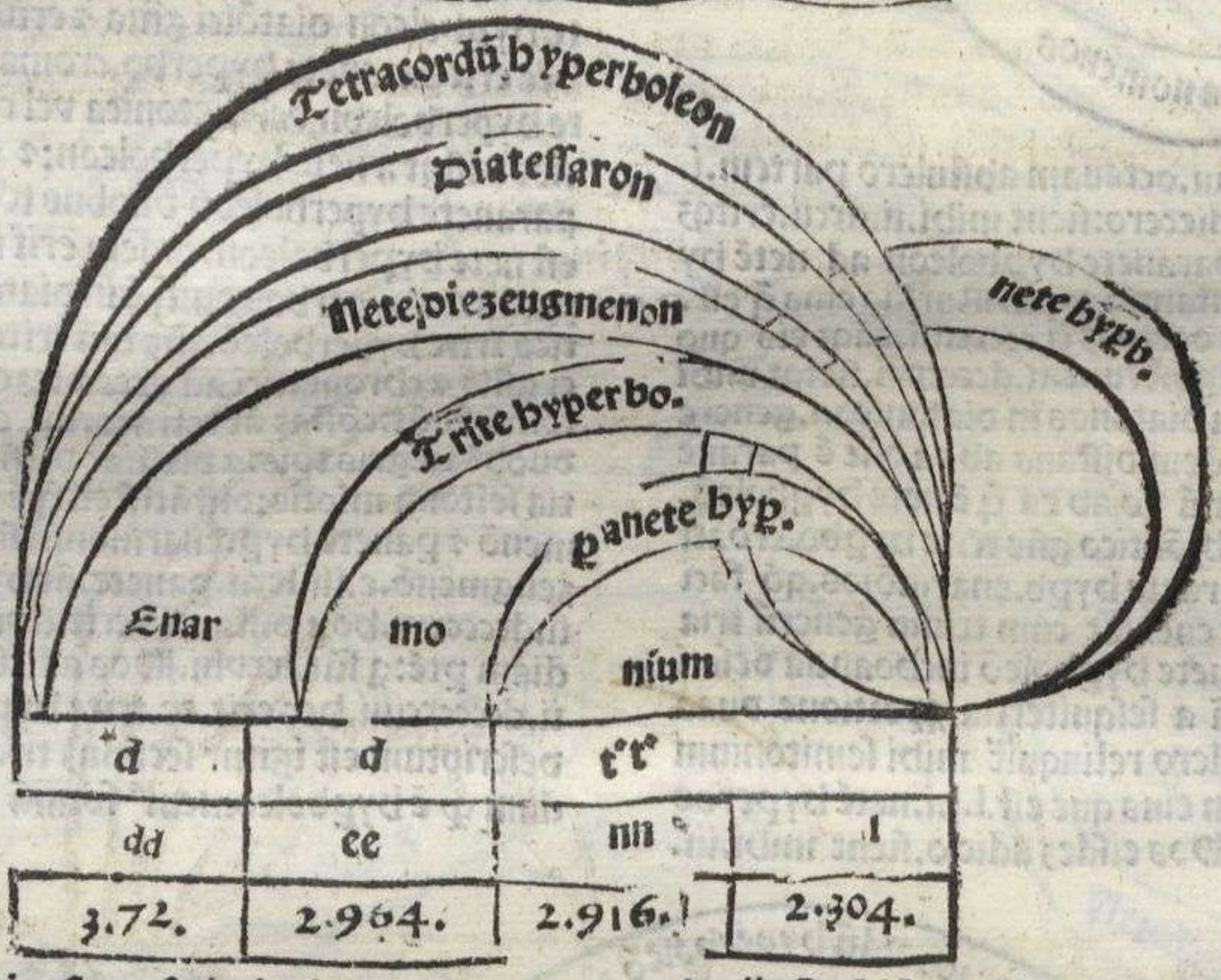
Bisdiapaso



¶Si igitur ex.ii.ccciiii.octauam abstulero partem.i. cclxxxvii.eisdemq; adiecero:fient mihi.ii.dxcii.eritq; n.n.ii.dxcii.que fit paranete hypboleon ad netē hypboleon obtinens distantiā tonū. Rursus eius q̄ est. n.n.i.ii.dxcii.aufero octauaz q̄ cccxxiiii.eāq; eis quoruz est octaua subiūgo.erunt.ii.dccccxvi.fietq; mihi .f.f.trite hypboleon diatonos in diatonico.s.genere ii.dccccxvi.tonum qdem distans ab ea que ē paranete hypboleon.diatonū vo ab ea q̄ ē nete hypboleō. eadē vo.f.f.erit in chrōatico gñe trite hypbo.crōatica enarmonio vo parāete hypb.enarmōios.qd facilius agnoscetur:cur eueniat cum trium generū tria prima tetracorda a nete hypboleō incboantia descripserimus.Qm̄ vo.si a sesquitertia ꝓportione duas sesquioctauas abstulero relinquit mihi semitonium minus:sumo tertiam eius que est.l.l.i.netē hyperboleon sunt.dcclxviii.Hos eisdez adicio.fient mihi.iii. lxxii.Quorum est.d.d.nete diezeugmenon continēs ad tritem hyperboleon semitonium minus Illaz qm̄ nete diezeugmenon ad netē hyperboleon diatessaron continet consonantiam:trite autem hyperboleō diatonos ab ea ditonum distat.relinquitur spatium quod est inter netē diezeugmenon ⁊ tritem hyperboleon semitonii minoris.Quoniam igitur tetracordum hyperboleon diatonici generis expleuim⁹.nūc chromatici ⁊ enarmonii tetracorda supplenda sunt hoc modo.Quoniam enim paranete hyperboleō ad netē hyperboleon in diatonico quidem genere tono distat.in chromatico vo tribus semitoniis:i enarmonio vero duobus tonis:si distantiam paranetes hyperboleon ⁊ netes hyperboleō diatonici generis sumpserimus eiusq; dimidium paranete hyperboleon que est diatonici generis apponamus :habebimus numerum tribus semitoniis ab hyperboleon nete distantem.⁊ erit hec in cromatico genere paranete hyperboleō . Aufero igitur.de.ii.dxcii.idest de paranete hyperboleon diatonici generis.ii.ccciiii.idest nete hyperboleon:relinquuntur mihi. cclxxxviii.hos diuido erunt.cxliiii.eosdem adiiciam.ii.dxcii.i.parāete hypboleon diatōici gñis ⁊ erūt mihi.ii.dccxxxvi. hec erit paranete hyperbo.cromatica rursus qm̄ trite hyperboleon vel diatonica vel chrōatica duos tonos distat a nete hyperboleon:⁊ in enarmonio gñe paranete hyperboleon duobus tonis distat ab ea q̄ est nete hyperboleon:eadem erit in enarmonico gñe paranete hyperboleon:q̄ ē in diatonico vel chromatico trite hyperboleō. Sz qm̄ trite hypboleō diatōici gñis ⁊ chromatici ad nete diezeugmenō min⁹ seitonū ꝓuāt:cōstat āt tetracordū enarmonii gñis ex duob⁹ itegris tōis:⁊ diesi:ac diesi:q̄ sūt dimidia spatia seitonii minoris:distātiā eā q̄ ē iter netē diezeugmenō ⁊ panetē hyp.enarmoniū sumo.ꝗ qm̄ nete diezeugmenō.e.iii.lxxii.panete.āt hypbo.enarmonios. ii.dccccxvi.hoz distantia erit.clvi.horū sumo dimidiam ptē:q sūt.lxxviii.Hos adicio.ii.dccccxvi..fient ii.dccccxciiii.hec erit.ee.trite hypboleō enarmonios descriptum est igitur secūduz tria genera tetracordum q ē hypboleon:cui⁹ formā subter adiecimus.







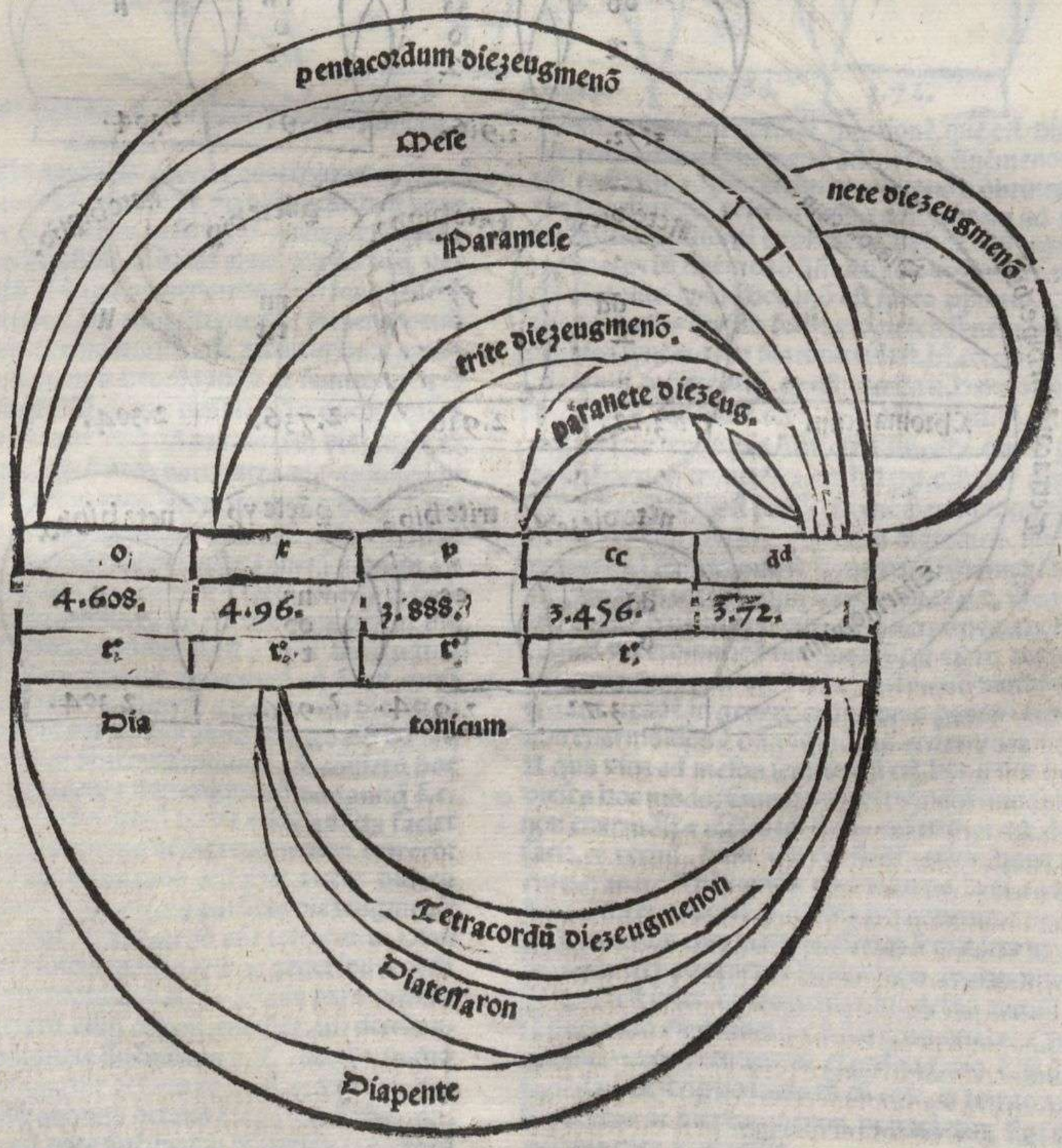
¶ Ratio superius digeste descriptionis. La. 6.

Ria igitur tetracorda tali nobis ratiõe descripta sunt. Tetracordum enim omne diatessaron retinet consonantiam. Igitur nete hyperboleon ⁊ nete diezeugmenon in tribus generibus idest vel in diatono vel in cromate vel in enarmonio diatessaron continent symphoniam. Diatessaron autem consonantia constat duobus tonis ⁊ semitonio minore. Id hoc modo per tria genera in supradictis tetracodis diuisum est In diatonico enim genere primum paranete hyperboleõ idest. ii. dccii. ad netẽ hypboleõ. idest. ii. ccciiii. obtinet distantiam tonum: quod tali notula inscripsimus. T. Rursus trite hyperboleon diatonici generis que est. ii. dccccxvi. ad paraneten hyperboleon diatonici generis que est. ii. dccii. rursus. obtinet differentiam quã simili nota insignauimus. T. Mete autem diezeugmenon ad tritem hyperboleon. idest. iii. lxxi ad. ii. dccccxvi. semitonium refert q̃ tali notula signauimus. T. hoc est totum spacium nete diezeugmenon ⁊ nete hyperboleon duorum tonorum ac semitonii. Sed idem duo toni ac semitonium in cromatico genere hac ratione diuisi sunt. Secundum enim genus quod est cromaticũ hoc modo descriptũ ẽ. paranete enim cromatice hypboleon q̃ est. ii. dccxxxvi. ad netẽ hyperboleon que est. ii. ccciiii. comparata cõtinet spatium paranetes hyperboleon diatõici generis ad netẽ hyperboleon. qõ est vnus ton⁹. idest duo semitonia. maius ac minus. ⁊ diuisum rursus spaciũ paranetes hyperboleõ diatonici ⁊ netes hyperboleõ (Ita enim factum est) qui est dimidius tonus: ꝗ non integre: q̃ (vt supra vberrime monstratũ est) nõ ꝑt tonus in duo equa partiri. Consignabimus igit̃ hoc spatium trium semitoniorum. i. toni ac semitõii hoc modo. ⁊ ⁊ ⁊. Rursus paranete hyperboleon crõatica ad triten hyperboleõ retinet partẽ toni. i. semitoniũ quod reliquũ fuit ex duobus tonis qui continẽtur inter triten hyperboleon diatonicã ⁊ netẽ hyperboleõ Subtractis vo quatuor semitoniis: reliquum ex toto tetracordo spatiũ semitonii est: q̃ cõtinet̃ inter netẽ diezeugmenon ⁊ tritẽ hypboleõ. Cõstat igit̃ ⁊ hoc tetracordum ex duobus tonis ac semitonio: diuisũ in

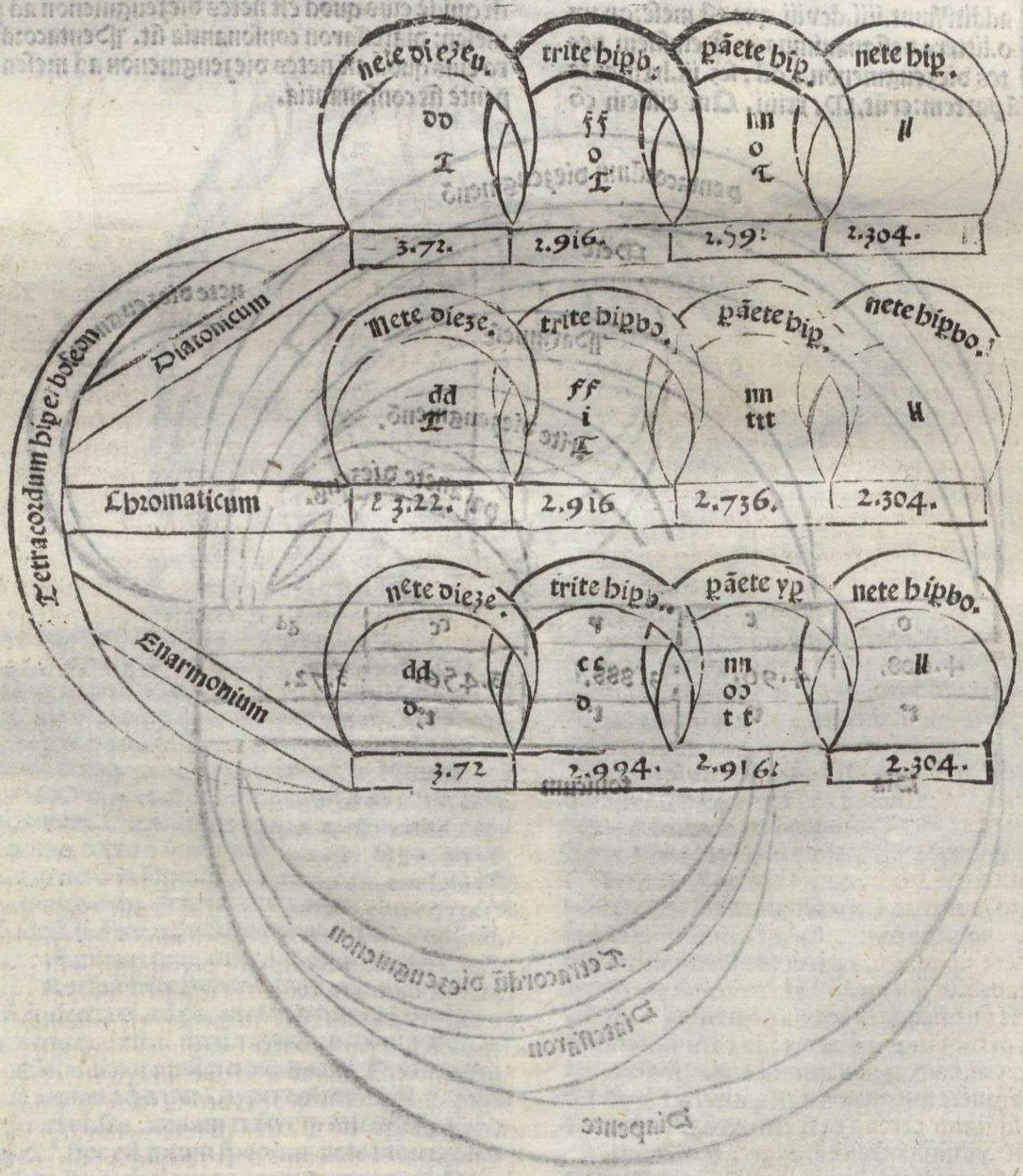
vno spatio quidem trib⁹ semitonijs. In duob⁹ autez spatijs duobus semitonijs. Tria vo spacia neruis q̃ tuor continẽtur. In enarmonio vero genere suma ẽ id pernoscendi facilitas. ab ea enim que est nete hiperboleõ. i. ii. ccciiii. paranete hiperboleõ enarmonios idest. ii. dccccxvi. duos tonos integros distat. quos hoc modo notabimus. T. T. Relinquitur igitur ex totius tetracordi duobus tonis ac semitonio vnum quidem semitonium quod continetur inter netẽ diezeugmenon ⁊ paranetẽ hiperboleõ enarmoniõ. Quod. s. diuisimus in duas dieses trite hiperboleõ enarmoniõ Media interiecta spatiũq̃z dieseos hoc modo signauimus. d. ita igitur nobis hiperboleon tetracordũ descriptuz est. Quo peracto ad diezeugmenõ tetracordum veniamus. Nec immorandum est eisdẽ commemorationibus in ceteris. Cum ab hac descriptione ẽt in alijs sumi possit exemplum.

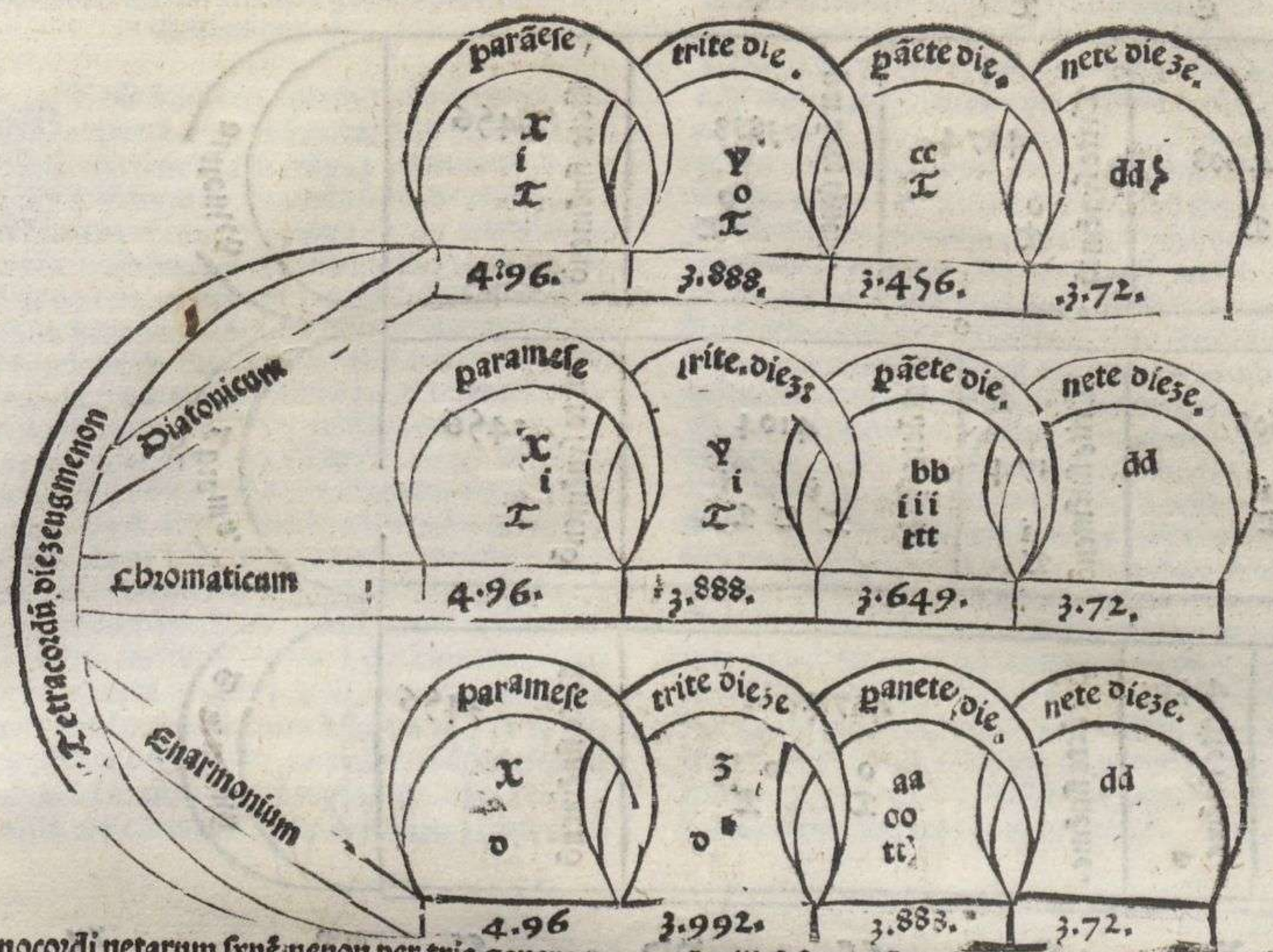
¶ Monochordi netarum dizeugmenon per tria genera partitio. Capitulum. 7.

Netes igitur diezeugmenon q̃ ẽ. iii. lxxii. si dimidiũ sũmã. erũt. M. dxxxvi. Qui eisdẽ additi fiunt. iiii. dcviii. que est mese: quam o. littera designauimus. q̃ si eiusdem netes diezeugmenon. i. dd. scz. iii. lxxii. auferam tertiã partem: erũt. M. xxiiii. Qui eisdem cõiũcti faciẽt. iiii. xcvi. que vocabitur paramese. x. littera subnotata. Mete igitur diezeugmenon. idest. iii. lxxii. ad mesen idest. iiii. dcviii. quoniam in sesqualtera cõparatione consistit: diapente cõsonabit symphoniam. Eadem vero nete diezeugmenõ idest. iii. lxxii. ad paramesen idest. iiii. xcvi. que ad eã l sesquitertia proportione composita est: diatessaron retinet consonantiam. Si igitur ab ea que est nete diezeugmenõ iii. lxxii. auferã octauam partez idest. cccclxxxiiii. eisq̃z adiiciaz: fient. iii. ccccl vi. eritq̃z hec paraẽete diezeugmenon. diatonos. cc. litteris pernotata ad netem diezeugmenon obtinens tonũ. Ab hac vero si octauam auferam partem. i. de. iii. ccccl vi. Que est. ccccxxxii. eosq̃z eidem adiungã: erũt. iii. dccclxxxviii. Eritq̃z ea y. trite diezeugmenon diatonos. Sed quoniam nete diezeugmenon ad paramesen sesquitertiam obtinebat portionem: trite autem diezeugmenõ diatonos a nete diezeugmenon duos tonos abest: cõtinebitur inter tritẽ diezeugmenon ⁊ paramesen semitonium minus. Diatonicum igitur genus. In hoc quoq̃z tetracordo ac pentacordo ita expletum est. vt tetracordi quidẽ eius quod est netes diezeugmenon ad paramesen: diatessaron consonantia fit. Pentacordi vero eius quod est netes diezeugmenon ad mesen: diapente fit consonantia.



Enarmonium vero atq; cromaticum genus hac ratione texemus. Sumo distantiam netes ⁊ paranetes diezeugmenon diatonici. idest. iii. lxxii. ⁊. iii. cccclvi. ē eorum differentia. ccclxxxiiii. hāc diuido. erunt. cxcii hanc si sumā ⁊ ei que est paranete diezeugmenō diatonos. adiūgam. i. iii. cccclvi. fient. iii. dcxlviii. hec erit paranete diezeugmenon chromatica. b. b. geminatis litteris annotata distans nete diezeugmenon tono ⁊ semitonio. i. tribus semitonijs continens ad tritem diezeugmenon dudum quidem diatonicam. Nūc vero cromaticam idest. iii. dcccclxxxviii. Semitonium reliquum ab eo. tono. quod diuisum est inter paranetē diatonon diezeugmenon ⁊ tritē diatonō diezeugmenon: ⁊ fit aliud reliquum ex tetracordo semitonium. i ter triten diezeugmenon cromaticam ⁊ paramesen: quod. s. ex diatessaron consonantia reliquitur: ea que est. inter neten diezeugmenon ⁊ paramesen subtractis duob' tonis: quos nete diezeugmenō ⁊ trite diezeugmenon cromatica continebant. Que autem in diatonico genere trite diezeugmenon diatonica est. In cromatico autem trite diezeugmenon cromatica ea in enarmōio genere paranete diezeugmenō enarmonios dicitur. integros enim duos tonos distat ab ea que est. nete diezeugmenon ⁊ notatur. a. a. Et iter neten diezeugmenon ⁊ paraneten enarmonion diezeugmenon nulla inter est corda. atq; ideo paranetes vocabulo nuncupatur. Semitonium vero quod est i ter paraneten. enarmonion diezeugmenō ⁊ paramesen idest inter. a. a. ⁊. x. hac rōne ptimur vt fiant due dieses. Sumo differentiā paranetes enarmonij diezeugmenon ⁊ parameses idest. iii. dcccclxxxviii. ⁊. iiii. xcvi. ea est. ccvii. hanc diuido. fient. c. iiii. hos appono iii. dcccclxxxviii. fiēt. iii. dccccxcii. Ea erit trite diezeugmenon enarmonios. z. littera pernotata. Huius igitē tetracordi per tria genera descriptionem subter adieci superiusq; dispositum hiperboleon tetracordū aggregaui. vti esset vtrozumq; vna descriptio: ⁊ paulatim iuncta dispositionis totius forma consurgeret.





¶ Monocordi netarum synẽmenon per tria ganera partitio Capitulum .8.

Duo quidẽ tetracorda que sibimet quidẽ cõiuncta sunt: a mese vero disiuncta: triũ generum superior descriptio quemadmodũ locarẽt ondit. Nũc ad aliud tetracordũ veniẽdũ ẽ: q̃ synẽmenon vocatur: quod iũctũ ẽ ei que est mese. Qm̃ enim iter neten diezeugmenõ ⁊ mesen diapẽte consonãtiã esse predixímus: ẽ autez diapente consonantia trium tonoꝝ ac semitonij. tres Tres vero sunt toni in hoc pentacordo: quoꝝ vn⁹ q̃dem netes diezeugmenõ ad paranetem diezeugmenon diatonon. Alter vero paranetes diezeugmenon diatonon ad tritem diezeugmenon diatonon. Tertius autez pameses ad mesen: reliquũq̃ semitoniuz trites diezeugmenõ diatom ad paramesen: qm̃q̃ netes diezeugmenon ⁊ parameses tetracordũ ab ea q̃ est mese. eo tono disiunctũ: q̃ est iter pamesen ac mesen. Si ex eo pentacordo: quod est a nete diezeugmenon ad mesen: vnũ abstulerimus tonũ eũ .s. qui conti netur iter neten diezeugmenõ ⁊ paraneten diezeugmenon diatonon: poterimus aliud tetracordũ ad mesen iungere: vt fiat synẽmenon: quod est cõiũctũ hoc mõ. Nã qm̃ paranetes diezeugmenõ diatoni: q̃ ẽ. c. c. numer⁹ ẽ. iii. cccclvi. horũ tertia eisdẽ addita faciet mesen. hic ergo numerus in diezeugmenon tetracordo. c. c. litteris ãnotatus tono distabat a nete diezeu menon in genere diatonico: ⁊ paraẽete diezeugmenõ diatonos vocabat̃. in synẽmenõ aũt tetracordo. i. conĩũctarũ sit nete synẽmenon in tribus generibus cõstituta. y. littera pernotata: ⁊ ab ea octaua pars aufera tur que ẽ. cccccxxii. eisq̃z apponatur: fiẽt. iii. dccclxxviii. que est paranete synẽmenon ⁊. T. littera pernotata. hui⁹ ps sumatur octaua ea q̃ est. cccclxxvi. hec summa si eisdẽ: quorum octaua ẽ: aggregẽt: fiẽt. iiii. cc[illegible]xiiii. que est trite synẽmenon diatonos. i. e. Sed tm̃ nete synẽmenõ ad mesen idest. iii. cccclvi. ad. iiii. dcviii. sesqtertiã obtinet ꝓportionẽ. que est diatessarõ: trite autem synẽmenõ ad neten synẽmenon idest iiii. ccclxxiiii. ad. iii. cccclvi. duoꝝ tonoꝝ obtinet ꝓportionẽ: relinquit̃ trites synẽmenon diatoni ad mesen proportio semitonij ⁊ coniũctũ est hoc tetracordũ cũ mese: atq̃z iõ synẽmenõ q̃si cõtinuũ ⁊ cõiũctũ vocat̃.

Et diatonici quidẽ hoc mõ est facta ꝓportio. Cromatici vero talis diuisio ẽ. Sumo netes synẽmenõ ⁊ paranetes synẽmenon diatonici idest. iii. cccclvi. ⁊. iii. dccclxxxviii. differentiã. ea est. ccccxxxii. hanc diuido vt semitoniũ fiat. fiunt. ccxvi. hãc adijcio ad. iii. dccclxxviii. vt tria semitonia fiãt: erũt. iiii. ciiii. que ẽ paraẽete synẽmenon cromatica. cũ littera. s. super apposita ẽ. Ab hac igit̃ idest paraẽete synẽmenõ cromatica ad triten synẽmenon prius quidem diatonicã. nũc vero cromaticã semitoniũ est Aqua trite synẽmenon cromatica vsq̃z mesen aliud semitoniũ repit̃. Sed quoniã a nete synẽmenon vsq̃z ad triten synẽmenon diatonicã vel cromaticã duo toni sũt: q̃ est in diatonico vel cromatico generib⁹ trite synẽmenõ diatonos vel cromatica: eadẽ in genere enarmonio panete synẽmenon enarmonios ẽ hãs sũmã. iiii. ccclxxiiii. q̃ fit. R. A qua vsq̃z ad meson semitoniũ est. hoc ptior l duas dieses hoc modo. Sumo differẽtiã paraẽetes synẽmenon enarmõij ⁊ meses idest. iiii. ccclxxiiii. ⁊. iiii. dcviii. facit. cc. xxxiiii. hanc diuido. fient. cxvii. hanc adiicio paranete synẽmenon enarmonios. i. iiii. ccclxxii. i fient. iiii. cccccxci. que. p. littera pernotatur. ⁊ fit ea trite synẽmenon enarmonios. Eritq̃z semitonium quod ꝓtinetur iter paraneten synẽmenon enarmonion: ⁊ mesen idest inter. iiii. ccclxxiii. ⁊. iiii. dcviii. diuisũ p tritẽ synẽmenõ enarmoniõ. eã. s. q̃ ẽ. iiii. cccccxci. Quocirca huius quoq̃z tetracordi expedita ratio ẽ. Nũc aũt faciẽda ẽ descriptio iũcta tñ cũ ceteris tetracordis. i. hipboleon ac diezeugmenon. vt paulatim fiat descriptionis rata progressio.

diatonicū	Cbroma.	Enarmoniū
3456 Mete sinēmenō	3456 nete synēmenō	3456 Mete sinēmenō
3888 parāete synem.	4104 parāete synt.	4374 parāete sineme.
4374 Trite synēmen	4374 Trite sinēmenō	4491 trite sineme.
4608 Mese	4608 Mese	4608 Mese

diatonicū	chromaticū.	enarmoniū
2304 Mete hipboleon	2304 Mete hiperbo.	2304 Mete hipboleō
2592 parāete hipb.	2736 paranete hipbo.	2916 paranete hipbo.
2916 trite hipbo.	2916 Trite hiperbo.	2994 Trite hiperbo. 3072 nete die.d.
3072 nete diezeug.	3072 nete diezeug.	3388 paranete diezeu.
3456 parāete diez	3648 parāete diez.	3992 trite diezeugme. 4096 pame.d.
3888 trite diezeug	3888 trite die.	4608 Mese
4096 paramese	4096 Paramese	
4608 Mese	4608 Mese	

Monochordi meson per tria genera partitio. Capitulum. 9.

EX his igitur que predicta sunt: ī ceteris nō arbitror diutius laborandum. Ad horū enī exemplar etiam reliqua tetracorda meson atq; hypaton texenda sunt. Ac primum q̄dem diatonici generis meson tetracordon hoc ordine describemus. Meses enim que est. o. iiii. dcviii. sumo tertiam partem. ea est. ī. dxxxvi hanc ei dē copulo. fient. vi. cxliiii. ea fit. M. hypate meson diatessaron ad mesen continens consonantiam. hec duobus tonis ac semitonio ita diuiditur. Sumo enim meses idest. iiii. dcviii. octauam partem: que est. dlxxvi. hanc eidem adiungo. fient. v. dxxxiiii. ea est lichanos meson diatonos idest. M. Cuius interim pars sumitur octaua ea est. dcxlviii. hanc eidem adiungo. fient. v. dcccxxxii. Ea fit. i. parhypate meson diatonos tonū obtinens ad lichanon meson diatonō: duobus autez tonis distans a mese. Relinquitur igitur semitoniuz inter hypaten meson diatonon ⁊ parhipaton meson diatonō cōstitutū. i. iter. vi. dxiiii. ⁊. v. dcccxxxii. Idez vero tetracordum meses atq; hipates meson in cromatico genere tali ratione partimur. Sūo meses differentiam ad licanon meson diatonon. i. iiii. dcviii. ad v. dxxxiiii. Ea est. dlxxvi. hanc dimidiam partior. fiēt cclxxxviii. eadem adijcio numero maiori. i. v. dxxxiiii. fient. v. cccclxxii. que fit. M. lichanos meson cromatice Relinquuntur igitur duo semitonia vnuz inter lichanon mesen. cromaticen ⁊ parhypatē meson cromaticen. i. iter. v. cccclxxii. ⁊. v. 832. ⁊ aliud inter parhipaten meson cromaticen ⁊ hypaton meson. idest iter v. 832. ⁊. vi. 144. Enarmonium vero genus hoc modo diuidimus quoniam ea que erat parhipate meson diatonos. vel ea que erat parhipate meson cromaticē duos tonos distabat a mese obtinens numerum. v. dcccxxxiii. ea in enarmonio genere erit lichāos meson enarmonios. L. littera pnotata duos nihilominꝰ ad mesen obtinens tonos. Reliquum igitur semitonium q̄ est inter lichanos mesō enarmonion ⁊ hypate meson. idest inter. v. dcccxxxii. ⁊. vi. cxliiii. in duas dieses hoc modo diuidimus. Aufero differentiam. v. dcccxxxii. ad. vi. cxliiii. ea est. cccxii. hāc dimidiam partior fient. clvi. hanc ad. v. dcccxxxii. iungo. fient. v. dccccclxxxviii. ⁊ hec fit. lz. parhipate meson enarmonios Due vero sunt diesis inter lichanon meson enarmonion ⁊ parhypate meson enarmonion idest. inter. v. dcccxxxiii. ⁊. v. dccccclxxxviii. ⁊ inter parhypaten meson enarmonion ⁊ hypaten meson idest inter. v. dccccclxxxviii. ⁊. vi. cxliiii. Diuisum est igitur meson tetracordon. Quod ita in descriptione ponatur: vt superius descriptis tetracordis aggregetur.

Diatonicum	Chromaticū	Enarmoniū
Mete synēmenō 3456	Mete synēmenō 3456	Mete synēmenō 3456
paráete synēmen 3888 o I	aprácte synēme. 4104 i III	paráete synem. 4374 o o I I
Trite synēmenon 4374 o I	Trite sinēmenon 4374 i I	Trite sinēmen. 4491 o –
Mese 4608 i I	Mese 4608 i I	Mese 4608 o –
Lichanos meson 5184 o I	Lichanos meson 5472 i i i III	Lichanos meson 2832 o o I I
Parhipate meso 5832 o I	parhipate meso 5832 i I	paripate meson 5988 o –
Hypate meson 6144 i I	Hypate meson 6144 i I	Hypate meson 6144 o –

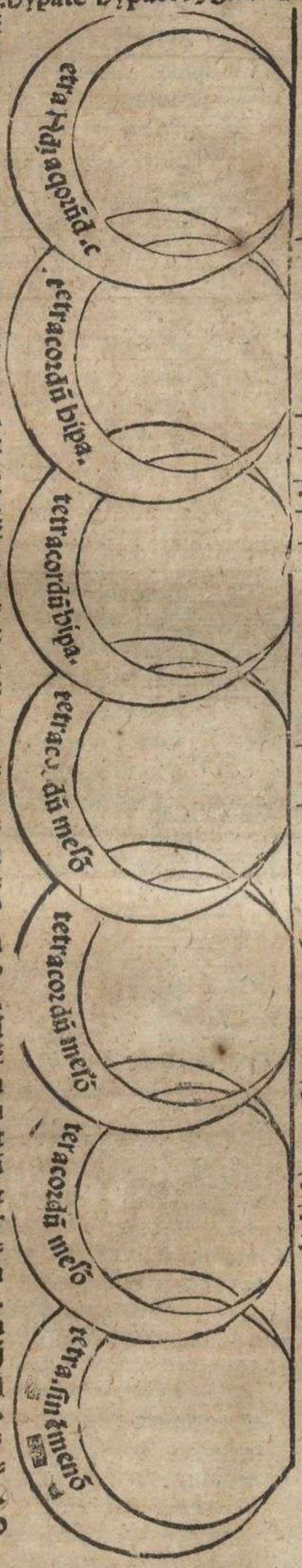
		Mete hyperboleō LL 2304				Mete hyperboleon 2304			Mete hyperboleō 2304
m	m	paráete hypbo. 2592 o I				paranete hypbo. 2736 i i i III			paranete hypbo. 2916 o o I I
ff	k	Trite hypboleō 2916 o I			k	Trite hyperbo. 2916 i I			trite hypboleō 2994 o – / 3072 o – nete diezeugme.
dd		nete diezeug. 3072 i I				Mete diezeug. 3072 i I			
cc		paráete diezeu. 3456 o I				paranete diezeu. 3648 i i i III			paranete diezeu. 3888 o o I I
	b	trite diezeugme 3888 o I			b	trite diezeug. 3888 i I			
y		Paramese 4096 i I				Paranete 4096 i I			trite diezeugme. 4096 pame. o –
x		20				20			2

Caduerte perspicue lector vltimas figure maioris lineam cū ea minoris figure linea adequari debere q. o. literam. n. summitate continet, sed quoniā aliter imprimi non poterat: sic posita est.

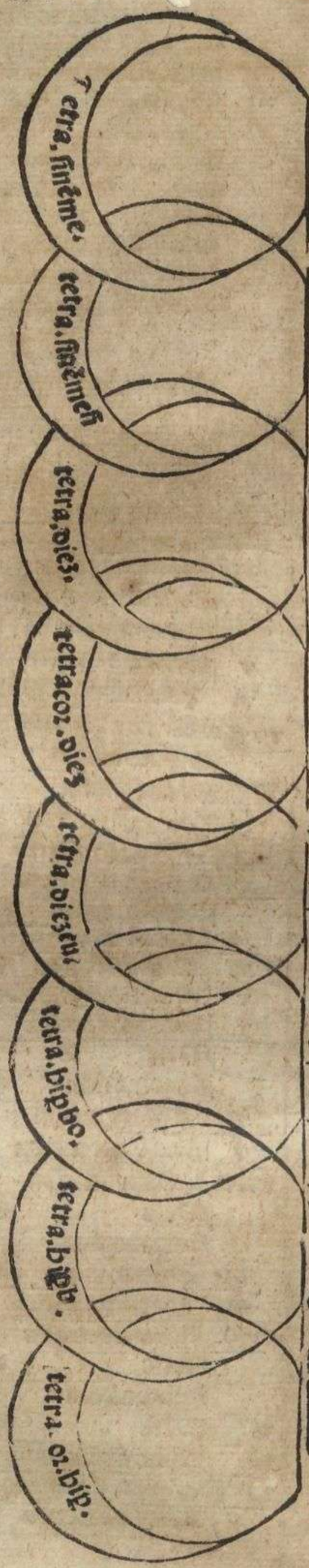
Monochordi

¶ Monochordi hypatõ ꝑ tria genera partitio: ⁊ totiꝰ oispositio de scriptionis. Capitulum.io.

Unc vero hypaton tetracordũ ꝑ tria genera diuidẽdũ ẽ. Sumo hypates meson. i. vi. cxliiii. dimidiam partẽ: que fit .iii. lxxii. hãc eidẽ si adiecero: fiẽt. viiii. ccxvi. q̃ ẽ pslãbanomenos ad hypatẽ meson diapẽte cõsonãtiã seruãs. Eiusdẽ aũt hipates mesõ. i. vi. cliiii. Si auferã tertiã partẽ que ẽ. ii. xlviii. eidẽ ꝗ adiecero: fiẽt. viii. cxcii. Et hec est. b. hypate hypatõ. Igitur hipates mesõ ad pslãbanomenon diapẽte ẽ ꝯsonãtia. ad hypatẽ vero hypatõ diatessarõ. Ab hac igiẽ hypate meson ⁊ i. vi. cxliiii. ꝑs auferaẽ octaua: erũt. dcclxviii. hãc eisdẽ si quis adiungat fiẽt. vi. dccccxii. Que est. e. licãos hypatõ diatonos ad hypaten meson toni obtinẽs ꝓportionẽ. Rursꝰ ꝑ. vi. dccccxii. ꝑs auferaẽ octaua erũt. dccclxiiii. ꝗ si eisdẽ copuleẽ fiẽt. vii. dcclxxvi. que est. c. parhypate hypatõ diatonos ad licanõ hypatõ diatonõ toni: ad hypatẽ mesõ duorũ tonoꝝ distãtiã seruãs. Relinqẽ igiẽ sẽitõiũ iter ꝓhypatẽ hypatõ diatonõ ⁊ hipatẽ hipatõ. i. iter. vii. dcclxx. vi. ⁊. viii. cxcii. ⁊ diatõici ⁊ quidẽ generis hypatõ tale tetracordũ ẽ. cromaticũ vero tali rõne diuidimꝰ. Sumo enĩ differẽtiã hypates meson. ⁊ eius que ẽ licãos hypatõ diatonos. i. vi. cxliiii. ⁊. vi. dccccxii. ea ẽ. dcclxviii. hãc dmidiaꝫ ptior vt duo efficiã semitõia fiẽt. ccclxxxiiii. hãc adijcio. vi. dccccxii. vt tria semitõia fiãt: erũt. vii. ccxcvi. hec erit. f. licanos hypaton cromatice ab ea q̃ est hypate mesõ tribꝰ semiton ijs distãs. Reliquũẽ ergo duo semitonia. vnũ qdẽ iter licanõ hypatõ crõaticẽ ⁊ phipatẽ hipatõ cromaticẽ. i. iter. vii. ccxcvi. ⁊. vii. dcclxxvi. Aliud vo iter parhypatẽ hypatõ cromaticẽ ⁊ hypatẽ hipatõ. i. iter. vii. dcclxxvi. ⁊. viii. cxcii. Restat enarmoniũ genꝰ: cuius ad superiꝰ exemplar talis diuisio est. Qm̃ enim parhipate hipatõ diatonos vel parhypate hipatõ cromatice. q̃. vii. dcclxxvi. vnitatibus insignita ẽ duobus tõis distat ab ea que est hypate meson: eadẽ erit in genere enarmonio licãos hypatõ enarmonios que ab hipate meson duobus ĩtegris differãt tonis. Restat igiẽ ex diatessarõ ꝯsonãtia semitoniũ qꝫ ẽ iter licanõ hypatõ enarmoniõ ⁊ hipatẽ hipa. i. iter. vii. dcclxxvi. ⁊ iter viii. cxcii. hoc ĩ duas diesis ita diuidimꝰ. Sumo dr̃iam eiꝰ: q̃ ẽ licãos hypatõ enarmõios: ⁊ hipates hipatõ. i. vii. dcclxxvi. ⁊. viii. cxcii. ea est. ccccxvi. huius dimidiã sumo fũt. cc. viii. hãc adijcio. vii. dcclxxiii. fiẽt. vii. dccclxxxiiii. q̃ fit. d. parhypate hipaton enarmõios. Sũt igiẽ due diesis: vna qdẽ que ẽ iter licanõ hypaton enarmoniõ ⁊ parhipatẽ hypatõ enarmoniõ. i. iter. vii. dcclxxvi. ⁊. vii. dccccxxxiiii. Altera vo q̃ ẽ iter parhipatẽ hipatõ enarmõion: ⁊ hipaten hipaton. i. inter. vii. dccccxx. iiii. ⁊. viii. cxcii. Tonꝰ vo vltimꝰ iter ꝑ slãbãomenõ ⁊ hipatẽ hypatõ. i. iter. ix. ccxvi. ⁊. viii. cxcii. ꝯtieẽ. Diuisũ ẽ igiẽ hipatõ tetracordũ ꝑ tria genera diatonicũ cromaticũ enarmõiũ. q̃ si supiorib̃us tetracordis hyperboleõ diezeugmenõ sinẽmenõ meson adiũgatur: fit ĩtegra ꝓfectaqꝫ descriptio diuisi ꝑ oia monocordi regularis.



	Diatonicum		
	Proslambanomenos	A	viiii. ccxvi.
⊤i	Hipate hipaton	B	viii. cxcii.
⊤o	Parhipate hipaton	C	vii. dcclxxvi.
⊤o	Lichanos hipaton	E	vi. dccccxii.
	Hipate meson	B	vi. cxliiii.
	Chromaticum		
⊤	Hipate hipaton	B	viii. cxcii.
⊤i	Parhipate hipatõ	C	vii. dcclxxvi.
⊤⊤⊤i	Lichanos hipaton	f	vii. ccxcvi.
	Hipate meson	E	vi. cxliiii.
	Enarmonium		
di	Hipate hipaton	B	viii. cxcii.
di	Parhipate hipatõ	D	vii. dccccxxxiiii.
⊤⊤	Lichanos hipaton	f	viii. dcclxxvi.
	Hipate meson	E	vi. cxliiii.
	Diatonicum		
⊤i	Hipate meson	H	vi. cxliiii.
⊤	Parhipate meson	J	v. dccccxxxii.
⊤	Lichanos meson	M	v. clxxxxiiii.
	Mese	O	iiii. dcviii.
	Chromaticum		
⊤i	Hypate meson	H	vi. cxliiii.
⊤	Paripate meson	J	v. dccccxxxii.
⊤⊤i⊤i	Lichanos meson	M	v. ccccxlii.
	Mese	O	iiii. dcviii.
	Enarmonium		
di	Hipate mesõ	H	vi. cxliiii.
di	Parhipate mesõ	k	v. dccccclxxxvii.
⊤i⊤o	Lichanos meson	L	v. dccccxxxii.
	Mese	O	iiii. dcviii.
	Diatonicum		
⊤i	Mese	O	iiii. dcviii.
⊤o	Trite sinẽmenon	E	iiii. ccclxxiiii.
⊤o	Paranete sinẽmenon	L	iii. dccclxxxvii
	Nete sinẽmenon	Y	iii. ccccvi.



	Chromaticum		
♮	Mese	O	iiii.dcvii.
♮i	Trite sinēmenon	E	iiii.cccclxxiiii.
♮i♮i♮i	paranete sinēmenon	S	iiii.cuii
	Nete sinēmenon	Y	iiii.cccclvi.
	Enarmonium		
oi	Mese	O	iiii.dcviiii.
oi	Trite sinēmenon	P	iiii.ccccxci
♮o♮	Paranete sinēmenon	R	iiii . ccclxxiiii.
	Nete sinēmenon	Y	iiii.ccccvi.
	Diatonicum		
♮i	Paramese	C	iiii.xcvi.
♮o	Trite diezeugmenon	Y	iii . dccclxxxviii.
♮o	Paranete diezeug.	LL	iii.ccccvi.
	Nete diezeugmenon	DD	iii.lxxii.
	Chromaticum		
♮i	Paramese	C	iiii.xcvi.
♮i	Trite diezeugmeno	Y	iii.dccclxxxviii
♮i♮i♮i	Paranete diezeug.	BB	iii. dcxlviii.
	Nete diezeugmenō	DD	iii.lxxii.
	Enarmonium		
oi	Paramese	C	iiii.xcvi.
oi	Trite diezeugmenon	3	iii.dccccxcii
♮o♮o	Paranete diezeug.	AA	iii.dccclxxxviii.
	Nete diezeugmenon	DD	iii. lxxii.
	Diatonicum		
♮i	Nete diezeugmenon	DD	iii.lxxii.
♮o	Trite biperboleon	FF	ii. dccccxvi
♮o	Paranete hyp. oleon	MM	ii.dxcii.
	Nete hyperboleon	LL	ii.ccliiii.
	Chromaticum		
♮i	Nete diezeugmenon	DD	iii.lxxii.
♮	Trite hypboleon	FF	ii. dccccxvi.
♮i♮i♮	Paranete hypboleon	MM	ii.dccxxxvi
	Nete hyperboleon	LL	ii.ccciiii.
	Enarmonium		
o	Nete diezeugmenon	DD	iii.lxxii.
o	Trite hiperboleon	EE	ii.dccccxciii.
♮ ♮	Paranete hipboleō	MM	ii. dccccxvi.
	Nete hiperboleon	LL	ii.ccciiii

¶ Ratio superius disposite descriptionis. Capi.2.

IN superiore igitur forma obtinet quidem consonantiam diapason proslambanomenos ad mesen: mese autem ad netem hiperboleon. Bis diapason aūt proslambanomenos ad netem hiperboleon. Diatessarō autem consonantiam seruat hipate hipaton ad hipatē meson. hipate mesō ad mesen mese. ad neten sinēmenon. paramese ad netē diezeugmenon. nete diezeugmenon ad netem hiperboleon. Atqz hoc ita fit vt his consonantijs integra tetracorda numerem⁹. Atqz vt clarius omnis in hac forma respiciatur ordo neruorū Secūdū tria genera. v. tantū notantur esse tetracorda ¶ Primū atqz grauissimum hipaton: cuius ē princeps hipate hipaton. vltima autem hipate meson. secundum vero meson cuius est princeps hipate meson Extrema vero mese. Tertium sinēmenon: cuius est principes mese finalis nete sinēmenon. Quartū diezeugmenon. cuius est prima paramese: nete vero diezeugmenon

Nota que se debe buscar la ja. 9 9. atras despues de la 9.

zeugmenon extrema. Quintus vero est hyperboleō cuius est quidem princeps nete diezeugmenon: ad netem vero hyperboleon terminatur extrema.

De stantibus ⁊ mobilibus vocibus.

Capitulum..12.

HArum vero omnium vocum partim sunt in totum immobiles: partim in totum mobiles: partim vero nec in totū immobiles nec in totum mobiles ī totus immobiles sunt proslambanomenos: hypate hypatō hypate meson. mese. nete synemenō. paramese. nete diezeugmenon. nete hyperboleon. iccirco qm̄ in omnibus tribus generibus eedem sunt: nec nomina nec loca permutātes: siue pentacorda siue tetracorda contineant. Pentacorda quidem vt proslambanomenos ad hypaten meson. ⁊ mese ad netē diezeugmenon. Tetracorda vero: vt hypate hypaton ad hypaton meson. ⁊ hypate meson ad mesen. Mobiles vo sunt que secundum singula genera permutantur hoc modo. vt paranete ⁊ licanos diatonici ⁊ cromatici. trite ⁊ parhypate enarmonici. Alia est enim paranete hyperboleon diatonos. alia paranete hyperboleon cromatica. alia trite enarmōios Diuerse sunt etiaz paranete diezeugmenon diatonos: atqz cromatica. Nec est eadē que in generibus ceteris trite diezeugmenon enarmonios: neqz eedem sunt paranete sinēmenon diatonos ⁊ cormatica: ⁊ trite sinēmenon enarmonios his: que sunt in reliquis generibus trite Distant etiam lichanos meson diatonos ⁊ licanos meson cromatice. ⁊ perhypate meson enarmonios nulli aliorum generum parhypate similis inuenitur. Nec eosdem locos ac numeros seruant licanos hypaton diatonos ⁊ licanos hypaton cromatice. Naz parhypate hypaton enarmonios aliorum generum parhypatis esse reperitur dissimilis. Non in totuz vero immobiles aut mobiles sunt: que in duobus quidem generibus manent. i. cromatico ⁊ diatonico Sed in enarmonio permutantur. Id autem sic consideratur trite hyperboleon. diatonos: ⁊ trite hyperboleon cromatice eadem in superiori forma descripta est bisdez numeris. 2. 916. At vero cum enarmonium genus aspicimus tritem aliam reperimus. i. 2. 994. Que igitur vox duobus fuit generibus cōis: eadem in tertio permutata est. Idem est in diezeugmenon tetracordo. Nam trite diezeugmenon diatonos ⁊ trite diezeugmenon cromatica eedem sunt: sibiqz consentiūt trite autem diezeugmenon enarmonios a superiore distat. In sinēmenis etiam idem est. Trite enim synēmenon diatonos ⁊ trite sinēmenon cromatice eedem sunt. Sed trite sinēmenon enarmonios est diuersa. Item parhypate meson diatonos ⁊ perhipate mesō cromatica eedem notantur. Sed in enarmonio genere sicut superi' trite: ita hic parhipate iuxta hypatos meson quidem inueniuntur. vi autem ac soni acumine diuerse sunt ceteris. Rursus parhypate hypaton diatonos ⁊ parhipate cromatica eadem est. Sed nō eadem est cum in enarmonio genere queritur. Sed vt harum non plena mutabilitas clarius colliquescat ad hyperboleon tetracordum redeamus. in hoc igit genere in diatonico atqz cromatico genere. trite hyperboleon est eadez: mutatur in enarmonio: ⁊ fit paranete. Item que trite diezeugmenon in diatonico vel cromatico genere vocabat: paranete in enarmonio ꝯ que trite sinēmenon in cromatico vel diatonico fuit: in enarmonio in paranetē transit. Que vero parhipate meson in cromatico vel diatonico vocebatur eadem licanos meson in enarmonio reperitur. q̄ autē parhypate hypaton vel in diatōico vel in cromatito dicebatur: licanos hipaton in enarmonio nūcupatur. Sunt igitur quidem immobiles. proslambanomenos. hypate hypaton. hypate meson. mese nete sinēmenon. paramese. nete diezeugmenon. nete hyperboleon Mobiles: vero: quas licanos: vel paranetas vel diatonicas. vel cromaticas. vel enarmonicas nominamus. Non in totum mobiles: aut immobiles: quas parhipatas tritas in diatonico vel cromate: licanas autem vel paranetas in enarmonico genere dicimus.

De consonantiarum speciebus.

Capitulum. 13.

NUnc de speciebus primaz consonantiarū tractandum est. prime autem consonantie sunt diapason: diapente: diatessarō. Species autem est quedam positio propriam habens formam secundum vnum quodqz genus in vnius cuiusqz proportionis consonantiaz facientis terminis cōstituta: vt in diatono genere. Nā si diezeugmenon tetracordum inter hyperboleon tetracordum: meseqz ponamus subtracto. s. sinēmenon tetracordo erunt. 15. nerui. At si ab his proslambanomenos detrahatur: erunt quatuordecim. hi ergo disponantur hoc modo. Sit. a. hypate hypaton. si. per hypate. hypaton. c. licanos hipaton. d. hypate meson E. phypate mesō. f. lichāos mesō. g. mese. h. pamese. i. trite diezeugmen̄. k. panete diezeugmenō. l. nete diezeugmenon. M. trite hypboleō. n. panete hypboleon. o. nete hyperboleon. Ab hipate igitur ad paramesen diapason consonantia est. A mese vero ad hypatē meson diatessaron. ab eadem vero mese ad licanon hipaton diapente. Erit igitur quidem diapason octo cordarum. Diatessaron vero quatuor. diapente autem quinqz. Ac per hoc habebit diatessarō quidē species tres. diapente autem spēs quatuor. diapason vero species septem. Semperqz vna minus species erit: qnam fuerint voces. vt enim a mese ceteras ordinamus diatessaron consonantie species tres sunt hoc modo. Una quidem species erit ab. g. ad. d. Secunda vo ab. f. ad. c. Tertia vero ab. e. ad. b. ⁊ huc vsqz diatessaron species progrediuntur. Iccirco quia huc vsqz spēs binos continet neruos. eiusdem diatessaron. vt. g. d. quidem eos qui sunt. e. f. continent. f. c. eos qui sunt. e. d. ⁊. e. b. eos continent: qui sunt. c. d. si vo his adiecero diatessarō. d. a. diuersa nō erit ab ea que est. g. d. vnum enī solum. g. d. consonantie neruū continebit. i. d. solum. Excessit igitur. g. d. consonantiam. atqz ideo diatessaron tres species habere perhibetur. Et in ceteris quidem consonantijs idē est. Diapente autem erunt species quatuor hoc modo: Unā qdem est. b. ad. d. Alia vero ab eo q̄ est. g. ad. c. Alia ab eo q̄ est. f. ad. b. Alia autē ab eo q̄ est. e. ad. a. diapason vero consonatie. 7. erunt species hoc modo. p̄ma ab eo q̄ est. o. ad. g. secunda ab eo q̄ est. M. ad. f. Tertia ab eo q̄ est. M. ad. e. Quarta ab eo q̄ ē. l. ad d. Quinta ab eo q̄ ē. k. ad. c. Sexta ab eo q̄ ē. i. ad. b. Septima ab eo q̄ est. b. ad. a. liquet igit ex his q̄ dicta sunt: diatessaron consonantiam semel tantum in ī mobilibus ac statutis vocibus contineri. Nā si ab hipate hipaton incipiam: erit. a. d. i. ab hipate hipatō ī

meson bipaten ea que est in ordine prima. Mã cetere non statutis vocibus terminantur vt.b.e.c. f. Nam ⁊ parbypate bipaton ⁊ parbipate meson: licanos bypaton ⁊ licanos meson mobiles esse monstrate sunt. Quod si rursus ab bypate meson diatessaron consonantiam incboemus. erit species diatessaron statutis vocibus terminata. g.d. ea que est prima. i. ab bipate meson in mesen. Relique minime. vt. e. b. ⁊. f. i. Mẽ paripate meson ⁊ licanos meson ⁊ trite diezeugmenon non non probantur immobiles. rursus si eandem diatessaron paramese suscipiat ordiendam erit quoq; que statutis coerceatur sonis diatessaron spẽs. n. l. id est a paramese in nete diezeugmenon: que est prima Nam cetere que sunt. i. m. ⁊. k. n. mobilibus terminãtur sonis. Nam tritem diezeugmenõ ⁊ paranetẽ diezeugmenon: ⁊ tritez hyperboleon. ⁊ paranetẽ hyperboleon mobiles voces esse predixímus. item diapẽte consonantia duas tm̃ modo spẽs tenet: que statutis vocibus includuntur. vna quidez est. d. b. idest ab bypate meson in paramesẽ: ea que est prima. Altera vero. g. l. i. a mese in neten diezeugmenon. hec vero est quarta. Relique vero. i. e. i. ⁊. f. k. minime statutis vocibus clause sunt. Naz paripate ⁊ licane: ⁊ trite: ⁊ paranete instabiles approbantur Similis autem ratio erit si a nete diezeugmenon in grauiorem partem. i. ad mesen consonantie huius spẽs considerentur. eisdem enim immobilibus vocibus: que superius dicte sunt: Continebuntur. Siue autem ab bypate meson seu a mese: seu a paramese. siue etiam a nete hypboleon consonantias ad grauiorem partem ducamus. duarum que statutis vocibus. Coerceantur non poterit esse destructio. Diapason vero ꝓsonantie siue ab bypate bypaton in paramesen: siue a nete hyboleon in mesen ordo sumatur: tres tm̃ modo. Spẽs obtinebit que ĩmobilibus vocibus coerceantur. Nam ab bypate bypaton ordientibus vna est. a. b. ea que est prima. ab bypate bipaton in paramese. Altera. d. l. ea que est quarta ab bypate meson in nete diezeugmenon. De hinc. g. o. hec septima est. i. a mese in netẽ hyperboleon Reliquarum vero specierum voces extime nullo modo immobilibus vocibus constitute sunt. Nam parbypate: ⁊ licane: ⁊ trite: ⁊ paranete (vt supra quoq; dictum est) immobiles non sunt. Similiter autem ⁊ per easdem voces si ab hiperboleon nete ordiamur. Specierum ordo conteritur. quorum omnium intelligentiã subiecta descriptio docet:

Stabiles.	A	Hipate bypaton
Mobilies	B	Paripate bipatõ.
Mobiles.	C	Licanos bipaton
Stabiles	D	Hipate meson
Mobiles	E	Parbipate meson
Mobiles	F	Lichanos meson
Stabiles	G	Mese.
Stabile	H	Paramese
Mobiles	I	Trite diezeugmenõ
Mobiles	K	Paraete diezeug.
Stabiles	L	Nete diezeugmenõ
Mobiles	M	Trite hiperboleõ.
Mobiles	N	Paranete hypbo.
Stabiles	O	Nete hipboleon

De modorum exordiis: in quo dispositio notarum p singulos modos ac voces.

Capitulum. 14.

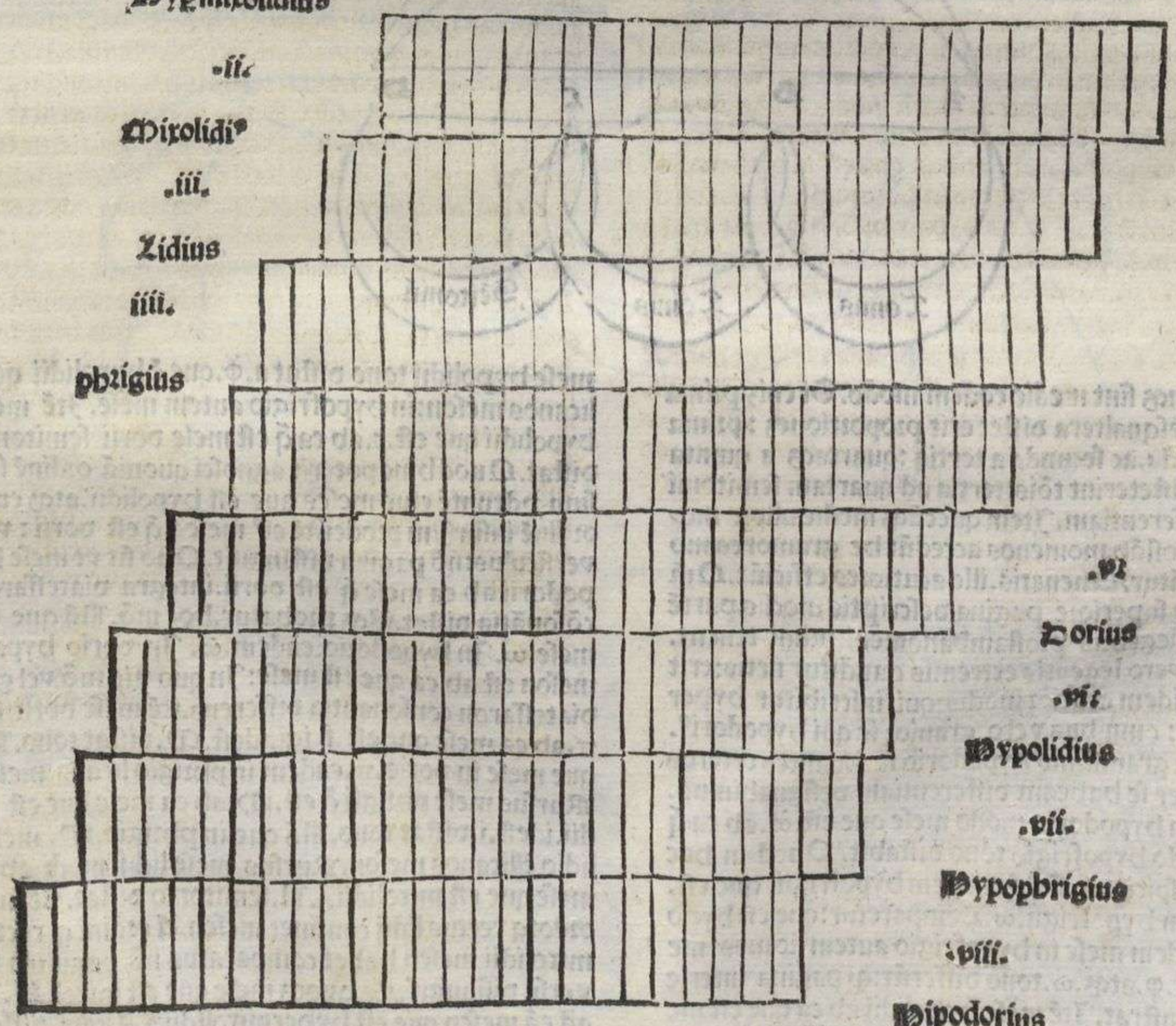
Ex diapasõ igitur consonantie speciebus existunt qui appellantur modi quos eosdem tropos vel tonos nominant. Sunt autem tropi constitutiones in totis vocum ordinibus vel grauitate vel acumine differentes. constitutio vero est plenum veluti modulationis corpus ex consonantiarum coniunctione consistens: quale est diapason vel diapẽte ⁊ diatessaron vel bis diapason. Est enim diapason constitutio: a proslambanomeno in meson ceteris: q̃ sunt medie: vocibus annumeratis: vel a mese. Rursus in neten hiperboleon cum vocibus interiectis: vel ab hipate meson in neten diezeugmenon cum his: quas extreme voces medias claudũt. Diapasõ ⁊ diatessaron vo ꝓstitutio ea est. que a proslambanomeno in neten finẽmenõ. cũ his que medie sunt interiecte constat. Bis diapason autem a ꝓslambanomenõ in neten hiperboleon cũ his que in medio sunt interposite considerat. Has igit constitutiones si qs totas faciat acutiores vel in grauius totas remittat. Pm supradictas diapason ꝓsonantie spẽs efficiet modus septem. quorum nomina sunt. hec. hipodorius. hipofrigius. hipolidius dorius frigius lidi⁹. mixolidius. horũ vero sic ordo ꝓcedit. Sit in diatonico genere vocum ordo dispositus a proslambanomeno in netẽ hipboleõ. atq; hic sit hipodori⁹ mod⁹. Si qs ꝓslãbanomeñ ĩ acumẽ itẽdat tono: hipatẽq; hip. codẽ tono attenuet: ceteroq; tonoꝝ omnes faciat acutiores: acutior totus ordo proueniet: quam fuit prius q̃z toni susciperet intensionem. Erit igitur tota constitutio acutior effecta. hipofrigius mod⁹. q̃ si in hipofrigio toni rursus intensionem voces acceperint. hypolidii modulatio nascetur. At si hipolidium quis semitoniũ intendat: dorium faciet: ⁊ in aliis quidem similis est in acumen intensionemq; processus. Quorum. nõ vt intelligentia solum rõne comprehendatur: verũ oculis quoq; forma possit agnosci ab antiqs tradita musicis descriptio supponenda est. sed quoniam per singulos modos a veterib⁹ musicis vnaquecq; vox diuersis notulis insignita est: descriptio prius notularuz videtur esse ponenda: vt his primum per se cognitis in modorum descriptione facilis possit esse despectio.

Hipmixolidius

Hypmixolidi⁹	Mixolidius	Lidius	Phrigi⁹	Dorius	Hipolidius	Hipophrigi⁹	Hipodorius	
								Prosambanomenos
								Hipate hypaton
								Parhipate hipaton
								Lichanos hipaton
								Hipate hipaton
								Parhipate meson.
								Lichanos meson
								Mese
								Trite sinẽmenon
								Paranete sinẽmenon
								Nete sinẽmenon
								Paramese
								Trite diezeugmenon
								Paranete diezeugmenon
								Nete diezeugmenon
								Trite hiperboleon
								Paranete hiperboleon
								Nete hiperboleon

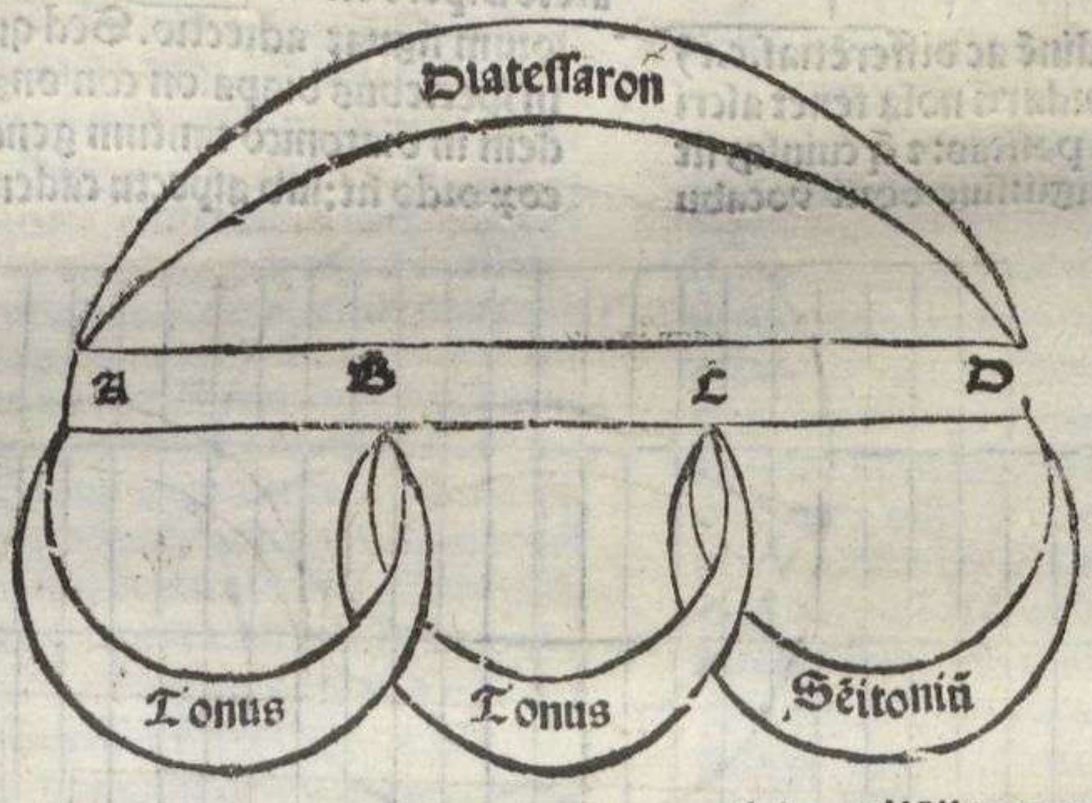
Descriptio ꝓtinẽs modoꝝ ordinẽ ac differẽtias.c.15

Upior igit ꝺscriptio cordarũ noſa tenet aſcri
s pta:notulas vero iuxta poſitas:ꝛ q̃ cuiuſq; ſit
modi:ſiue lidii ſiue phrigii:ſiue dorii vocabu
lorum ſignat adiectio. Sed qm̃ hos modos dixímus
in ſpeciebus diapaſon conſonantie reperiri:age eoſ
dem in diatonico tantum genere deſcribamus :vt q
eoꝝ ordo ſit:ſub aſpectu cadens intelligẽtiã ꝗ moret



Superius disposite modorum descriptionis.
Capitulum. 16.

Eptem quidem predixímus esse modos: ꝗ nihil videatur incongruum: q̃ octau⁹ super annexus est. huius enim adiectionis rōnem paulo posterius eloquemur. Nunc illud est considerandum: q̃ he paginule: quas inter se rectus linearum ordo distinguit: alie q̃dem habent notulas musicas: alie vo minime: velut in eo modo: qui scribitur hypermixolidius. Prima q̃dem panigula. ω. tertia. φ. litteris annotatur. Secunda notula vacat. in hac igitur intercapedine notularum tonus interesse monstratur. Quod vero. φ. tertie: atq̃. γ. quarte pagine notam non panigula diuidit. Sed versus recto ordine diductus. semitonium eas differre prenuntiat. q̃ probatur hoc modo. Naꝫ si. ω. proslambanomenos est. φ. hypate hypaton. γ. parhypate hypaton: necesse est inter pslambanomenon q̃ est. ω. ꝛ inter hypatē hypaton. q̃ est. φ. toni esse distantiam: inter hypaten aūt hypaton q̃ est. φ. ꝛ parhypaten hypaton: q̃ est. γ. semitonii differentiam contineri. iamq̃ hoc regulariter in cūctis est cōsiderandum: vt si vocum notulas integra pagina disgregauerit: tōi inter eas sciamus esse distantiā. Sin versus notulas: ac nō pagina distinguit: semitonii nō ignoremus esse distantiam. his igitur ita premissis: si duo ordines in bis diapason consonantia constituti sibi inuicem cōparentur. vt qui ordo sit grauior possit agnosci. si proslambanomenos proslambanomeno fuerit grauior: vel quelibet alia vox eiusdēꝫ loci voce grauior pernotetur: in eodē. s. genere constituta: totum quoq̃ ordinem necesse est esse grauiorē. Tamen id melius sumetur ad mediam que est mese. Duorum enim ordinum bis diapason consonantium cuius mese fuerit grauior: eiusdem totus ordo quoq̃ grauior erit. Nā cetere. singule singulis ꝓpate nihilominus grauiores inuenientur. itaq̃ si media ab alia media tono aut acutior videat̄ aut grauior: omnes quoq̃ nerui si in eodē genere sint: singuli sibimet cōparati tono acutiores aut grauiores esse videbātur. Quatuor autem mediis si prima ad quartam diatessaron distantiam seruet: prima vero a secunda tono differat: secunda quoq̃ a tertia eodem differat tono tertia ad quartam semitonii faciet differentiam hoc modo Sint. iiii. medie. a. b. c. d. ꝛ. a. ei que est. d. Comparata seruet ad eam sesquitertiam proportionem: que est diatessaron. Item. a. a. b. distet tono. b. a. c. distet tono. relinquitur. vt. c. ad. d. semitonii distantiam seruet.



Et si quinq̃ sint medie eodem modo. Si enim prima a quinta sesqualtera distet erit proportionez: prima q̃ a secunda. ac secunda a tertia: quartaq̃ a quinta singulis distetterint tōis: tertia ad quartam semitonii faciet differentiam. Item quecūq̃ medie alioꝝ modorum proslābanomenos accedūt he graniores modos operātur. Quenetis. ille acutiores efficiūt. Qm̄ igitur. In superiore pagina descriptis modis partē sinistram legentis proslambanomeni primi tenent. De tera vero legentis extremis clauditur netis: erit oībus quidem acutior modis: qui inscribitur hypermixolidi⁹: omnibus vero grauior is qui hypodori⁹. Nos vo a grauissimo hypodorio incboantes ceteros quam inter se habeant differentiam designabimus. Namq̃ in hypodorio modo mese que est. ω. ab ea q̃ est in modo hypofrigio tono distabit. Quod in hoc facile perspicietur: siquis mesem hypofrigii. que est. φ. eiusdem hypofrigii. ω. Comparetur: que est hypodorii quidem mese in hypofrigio autem licanos meson. Nam. φ. atq̃. ω. tono differūt: q̃ pagina interiecta demonstrat. Itē mese hypolidii ab ea que est mese hypofrigii toni differentiam facit. Nāq̃. c. que est mese hypolidii tono distat a. φ. que ē hypolidii q̃dē licanos meson: in hypofrigio autem mese. Itē mese hypolidii que est. c. ab ea q̃ est mese dorii semitonio distat. Quod hinc poterit agnosci quoniā ordinē sursum pdeuntē eius meses que est hypolidii. atq̃ eum ordinē insursum prodeūtē ei⁹ meses: q̃ est dorii: vn⁹ versiculus: nō pagina distinguit. Quo fit vt mese hypodorii ab ea mese q̃ est dorii. integra diatessaron cōsonātia distet. idq̃ probatur. hoc mō. Nā que est mese. ω. In hypodorio. eadem. ω. In dorio hypate meson est ab ea que est mese: In quo vis mō vel gñe diatessaron consonantia differens. itē mese dorii q̃ ē π. ab ea mese que est frigi. idest. M. distat tono. Nā que mese in dorio. π. eadem in phrigio licāos meson Rursus mese phrigij q̃ est. M. ab ea mese que est lidii. idest. i. distat tono. Nā que in phrigio. M. mese lidio ē licanos meson. Rursus mese lidij modi ab ea mese que est mixolidii. i. M. semitonio distat. Et n. si ordo: q̃ rectus lidij continet mesen. ei ordini q̃ rectus mixolidii mesen habet comparatus nō paginula sed versu disiungit. Ea quoq̃ mese que est mixolidij. M. ad eā mesen que est hypermixolidii. i. ꝛ. toni differē tiā facit

tiã facit:iccirco qm̃. Nl.que ĩ mixolidio mese est:eadẽ in hypmixolidio licãos mesõ est. Cũ fit vt mese dorii ab ea mese que est mixolidii diatessarõ consonãtia distet. Id ꝓbatur hoc mõ. Nlã mese q̃ ẽ dorii.i.π. eadem est mixolidii idest.π.hypate meson:que ad cuiuslibet modi mesen diatessaron consonantiã seruat.itẽ mese dorii.i.π.ad eam mesen que est hypermixolidii que est.τ.diapente cõsonantiã seruat. Ea enĩ mese q̃ est dorii idest.π. In ordine hypmixolidii licanos hypaton est.licãos aũt hypaton ad mesen in diatonico genere in quolibet mõ si cõpareẽ:diapẽte ꝙsonantia distat.cur autẽ octauꝰ modus:q ẽ hypmixolidiꝰ .adiectus est:hic patet. Sit bis diapason cõsonãtia.hec.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	K	L	M	N	O	P

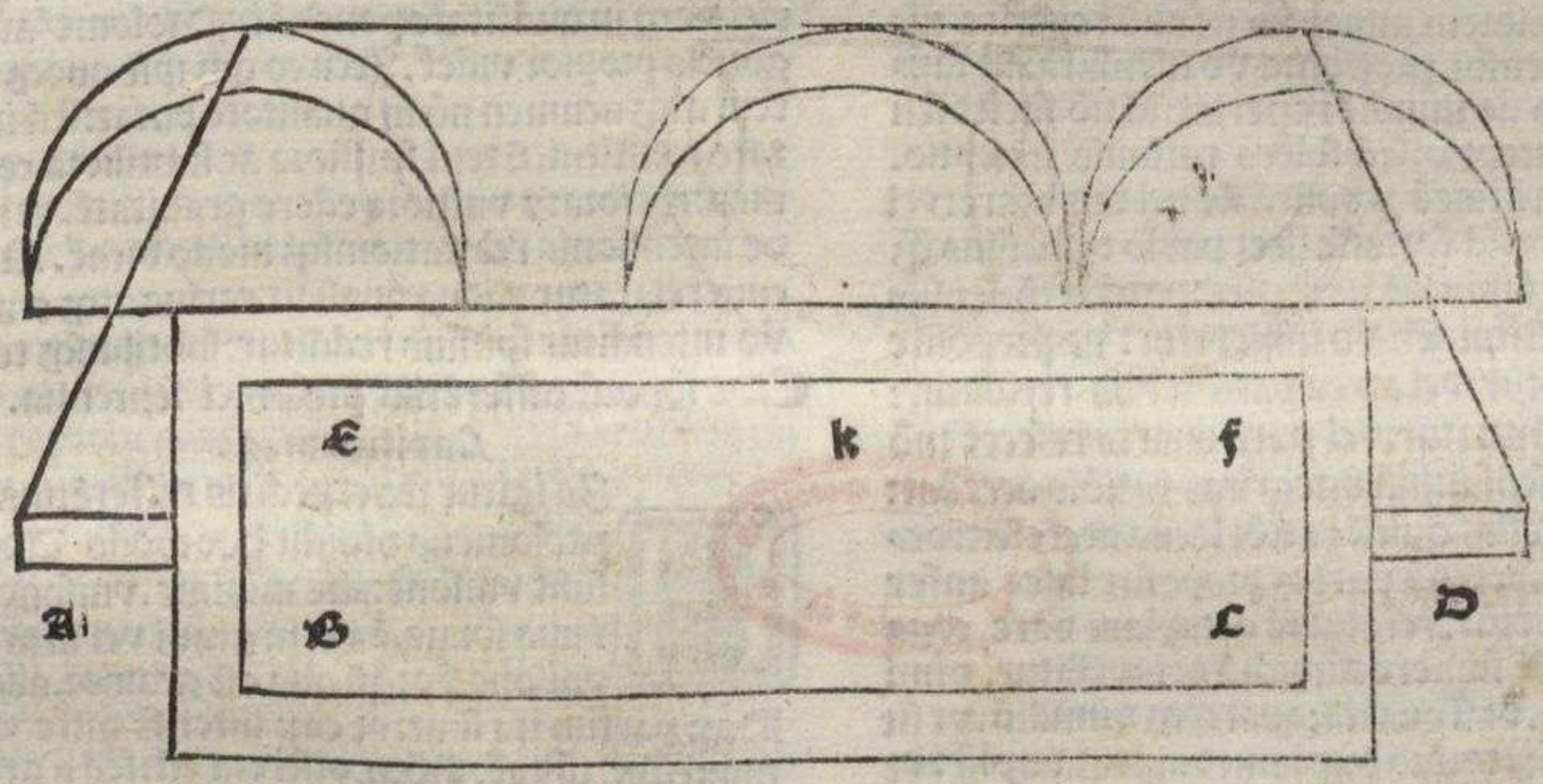
¶ Ratio superius disposite modorũ descriptio.

Capitulum. 17.

Diapason igitur cõsonantiã seruat.a.ad.id q̃ est.b.octo enim vocibus continetur .primam igit̃ dicimus esse spẽm diapason ea:que est.a.b. Secundã vo.b.i.tertiam.c.k. quartam.d.l.quintam.e.m.sextã.f.n.septim am.g. Relinquitur igitur extra.b.p.que vt totꝰ ordo impleatur :adiecta est.atq̃ hic est octauus modus:quem ptolomeus super annexuit.

¶ Quemadmodum indubitanter musice consonantie aure diiudicari possint. Capitulũ. 18.

Vt vo indubitanter ꝙsonantiarũ ratio colligatur tali breuissimo ac simplici effici poterit instrumẽto. Sit igitur regula diligẽter extensa.a.d.cui duo semispia:quas magadas greci vocant :insuper apponantur: ita vt ab ea que est.e.curuatura ad id q̃ est.b. deducta linea rectos circa se angulos reddat item ab ea q̃ est.f.curuatura ad id q̃ est.c.punctum deducta linea rectos circum se angulos efficiat. Sint vero he equaliter vndiq̃ perpolite:ꝛ ad eosdẽ vsus sint eisdẽ alie equales parate. Super has intẽdatur neruus equalis vndiq̃ is qui ẽ.a.e.f.d. Si igitur diatessaron consonantiam qualis sit reperire voluero:hoc mõ faciam ab.e.pũcto:quo neruus semisperium tangit:vsq̃ ad. f.punctum:quo rursus ab alia pte neruus semispio iungitur:diuido spatium q̃ est.e.f.septem ptibus:ꝛ ad partem septimarum quartam appono punctum quod est.k.est igitur.e.k.ad eam que est.k.f. sesquitertia. Si igitur ad.k.equũ superioribus semisperiis apposuero.atq̃ alterutra vicissim.e.k.ꝛ.k.f.plectro adhibito pellãtur.diatessarõ distãtia ꝙsonabit. Sin vo simul vtrasq̃ pcussero:diatessarõ ꝙsonantiã nosco.q̃ si diapẽte efficere volumus quiq̃ partibꝰ totã cordam.i.spatiũ.ab.e.ad.f.diuido ac tres vni portioni duas vero relique dabo .atq̃ ita posito semisperio.scõ̃ superius dictum modum consonantias dissonantiasq̃ perpendo.item si diapason consonantiã temptare voluero:totũ tribus ptibꝰ seco:atq̃ ĩ vnã duasq̃ distribuens easdem simul vel alterutram pulsans quid consonet:vel quid dissonet vtraq̃: cognosco. Tripla vero que est ex permixtis cõsonantiis nascitur ita redditur:vt si totam in quatuor partium diuisionibus partiamus:atq̃ in tres ꝛ vnam tota nerui prolixitas diuidatur.itaq̃ semisperium tribus appositum triple proportionis dissonantiaꝫ ꝛ consonantiã reddat.



¶ Eiusdem Boetii de Musica liber quintus.

Post monocordi regularis diuisionem adiicienda arbitror esse ea:in quibus veteres musice doctores sententie diuersitate discordant:habẽdumq̃ de omnibus subtile iudiciũ:atq̃ id quod proposito deest operi:mediocris doctrine dispositione supplendum est. Potest enim alia quoq̃ esse diuisio:in qua non vnꝰ tantummodo neruus assumitur:qui positis proportionibus diuidat :verum octo:atq̃ eiusmodi cithara fiat:aut in pluribus:ꝛ quanti necessarii sunt nerui:tota proportionum ratio quasi oculis subiecta cernatur

¶ De vi armonice:ꝛ que sint eius instrumenta iudicii ꝛ quo nam vsq̃ sensibus oporteat credi.

Capitulum . i.

Ed de his paulo post loquemur. Nunc dicendum que sit vis harmõice : de qua tractare ĩ
s stituentes.iiii.libros impleuimus. Naturam vero eius vnoq̃ exprimendam in huius quinti voluminis seriem distulimus. Armonica est facultas differentias auctorũ ꝛ grauiũ sonoꝝ sensu ac rõne perpendens. Sensus enim ac rõ quasi quedam facultatis armonice instrumẽta sunt. Sensus nãq̃ confusum quiddã ac proxie tale:quale est illud quod sentit:aduertit. Ratio autem diiudicat integritatẽ:atq̃ vnas persequitur differentias. Itaq̃ sensus inuenit qdẽ cõfusa ac proxima veritati. Accipit vo rõne integritatẽ Rõ vo ipsa quidem inuenit integritatẽ:accipit vo sensu cõfusam ac proximã veri similitudinem Nãq̃ sensus nihil concipit integritatis : sed vsq̃ ad

proximũ venit. Ratio vo diiudicat: velut si quis manu circulũ scribat. fortasse eũ vere circulũ oculꝰ arbitretur. Ratio vo nullo modo esse id q̃ simulat: intelligit: hoc vo iccirco est. qm̃ sensus circa materiã versatur: speciesq̃ in ea comprehenditur: que ita sũt fluide: atq̃ iperfecte. neq̃ determinate: ⁊ vsq̃ ad vngũ expolite: sicut est ipsa materia. Quare ipsũ quoq̃ cõfusio sequitur: mentẽ vo atq̃ rationem qm̃ materia non moratur: Species quas preuidet: preter subiecti cõmunionem intuet. atq̃ ideo eã integritas cõmitatur ac veritas. potiusq̃ insẽsum quod peccat: aut minus est: aut emendat aut cõplet. fortasse aũt id q̃ sensus si integre: sed ꝓfuse: atq̃ a veritate minꝰ q̃si quidã incallidus estimator agnoscit in singulis minꝰ habeat errati. collecta vo multiplicant in sumã: atq̃ iccirco magnam faciunt differentiam. Mã si duas voculas tono sensus distare arbitret: neq̃ distẽt: rursusq̃ ab vna eax tono putet distare tertiã: neq̃ ĩtegra ac toni vera sit distãtia. Itez tertie q̃rteq̃ tõi sensus differẽtiã putet atq̃ ĩ eadẽ quoq̃ erret. neq̃ sit differentia toni. ab hac etiam quarta quintã distare semitoniũ putet. neq̃ vere: neq̃ integre estimet: in singulis fortasse minus videat erratum: quod vo in primo tono sensus reliquit. atq̃ id quod in scdo ⁊ tertio atq̃ in quarto semitonio peccatum est: in vnũ cõgregatũ atq̃ collectũ efficiet: vt prima vox ad quintã vocẽ diapente nõ contineat consonãtiã. q̃ oportebat fieri si tonos tres ac semitoniũ sensus ĩtegre iudicasset Qd igitur ĩ singulis tonis minꝰ peruidebat: id collectũ in consonantiam euidenter aparuit. atq̃ vt peruideat sensum qdẽ confusa colligere: nullo mõ aũt ad integritatẽ rationis ascendere: sic consideremus. Date enim linee maiorem minorem ne aliã reperire nihil est difficile sensui. proposita vo mensura: vt tanto maiorẽ: tanto ue minorẽ reperiat: id nõ faciet sensus. Prima conceptio: sed solers rationis inuentio. vel si rursus datã lineã ꝓpositũ sit vel duplicare: vel dimidiam secare. id fortasse licet paulo difficilius q̃z confuse maiorez minorẽ ue repire: poterit tñ sensus inuentione constitui. Si vo imperetur: vt proposite linee tripla põatur: vel ab ea pars tertia recidatur: vel q̃drupla cõstituatur: vel pars quarta resecet: nõ ne ĩpossibile sit sensui: nisi integritas ratiõis accedat: hoc ideo q̃ processus quidẽ ratiõi locus accrescit: deficit sensui. Si. n. octauã partez proposite linee auferre aliquis imperetur: vel eiusdẽ octuplam dare cogatur. totius quidẽ sumere dimidiã compellitur. dimidieq̃ dimidiam. vt si quarta: quarteq̃ dimidiũ. vt sit octaua. Rursusq̃ totius duplam: dupleq̃ duplã: vt sit q̃drupla: quadrupleq̃ duplam: vt sit octupla. Itaq̃ in tãta rex numerositate nihil efficit sensus. Cuiꝰ omne iudicium subituz atq̃ in superficie positũ integritatẽ perfectionemq̃ non explicat. Iccirco non est aurium sensui dandũ omne iudiciũ: sed exhibenda ẽ etiam ratio que errantem sensum regat ac tẽperet: qua labẽs sensus deficiensq̃ veluti baculo innitatur. Nam vt singule artes hñt instrumenta quedã: quibus partim confuse aliquid informent: vt asciculuz: partim vo quod est integrũ deprehendat: vt circinũ Ita ẽt armonica vis hz duas iudicii partes: vnam q̃dem hmõi: per quã sensus comprehendit subiectorũ differentias vocum. Aliam vero: per quam ipsarum differẽtiax integrũ modũ mẽsurãq̃ considerat.

¶ Quid sit armonica regula: vel quam intentionez armonici pythagorici: vel aristoxenus: vel ptolomeus esse dixere. Capitulum. ii.

Huiusmodi igitur instrumentũ in quo rationis adhibito modo sonox differentie perquiruntur: vocatur armonica regula. in q̃re multox doctorũ sententie discordia fuit Quidã enĩ qui pythagoricis disciplinis maxime crediderunt. hanc intentionem armonice eẽ dicebant: vt cuncta rationi consentanea sequerentur. Sensuz enĩ dare quedam quodã mõ semia cognitionis: rationẽ vero perficere. Aristoxenus vo econtrario rationem qdẽ comitẽ ac secũdariam esse dicebat cuncta vo sensus iudicio terminari: ⁊ ad eius modulationẽ consensumq̃ eẽ tenendũ. A ptolomeo autem quodã mõ alio armonice definitur intẽtio. ea. ſ. vt nihil auribus rõniq̃ possit esse contrarium. Id enim secundũ ptolomeũ armonicus videt intendere: vt id q̃ sensus iudicat rõ quoq̃ ꝓpendat: ⁊ ita rõ ꝓportiões inueniat vt ne sensus reclamet. duorũq̃ hox concordia oĩs armonice ĩtentio misceat. Atq̃ in eo maxime aristoxenũ ac pythagoricos reprehendit: qd aristoxenus nihil rationi. Sed tantũ sensibus credit: pythagoricos aũt: quod minimum sensibus plurimum tamen ꝓportionibus rationis inuigilent.

¶ In quo aristoxenus vel pythagorici vel ptolomeum grauitatem atq̃ acumen constare posuerunt. cap. 3.

Quoniam vero sonum omnes esse cõsẽtiũt aeris ꝓcussionez: grauitatis atq̃ acuminis differentiã diuersa ratione ponebant aristoxenum secuti: ⁊ pythagorici. Aristoxenꝰ q̃ppe sonox differentias secũdũ grauitatẽ atq̃ acumen arbitrat in qualitate cõsistere pythagorici vero in quãtitate ponebãt. Ptolomeꝰ aũt pythagoricis propior videt. Iccirco qm̃ ipse quoq̃ grauitatem atq̃ acumen nõ in qualitate putat: sed in quantitate constitui. Eteni spissiora ac subtiliora corpa acumen: rariora: ⁊ vastiora edere grauitatẽ. vt nihil nũc de intensionis relaxationisq̃ modo dicat. Quãq̃z ẽt cum relaxatur aliqua quasi sit rarius atq̃ crassius: cũ vo intenditur spissius redditur: subtiliusq̃ tenuatur.

¶ De sonorũ differẽtiis ptolomei sententia. Capitulum. 4.

Is igitur ita expeditis differẽtias sonoruz ptolomeus diuidit hoc modo Vocum alie sunt vnisone: alie minime. vnisone sũt: q̃x vnus sonus. ẽ vel in graui vel in acuto. Mõ vnisone vo: qm̃ alia est grauior. alia acutior Hax partim ita sunt: vt eax inter se differentia cõmuni fine iũgat. Mõ. n. discreta est: sed a graui ĩ acutum ita ducit: vt cõtinua videatur. Alie vo sunt non vnisone: quax differentia silentio interueniente distinguitur: vt vo voces cõmuni fine iungant: fit hoc mõ Sicut enim cum in nubibus arcus aspicitur: ita colores sibimet sunt proximi: vt non sit certus finis: cũ alter ab altero disgregẽt. Sz ita verbi grã a rubro discedit ad pallidum: vt per cõtinuã mutationem in sequentẽ vertat colorẽ nullo medio certoq̃z iteruenente: qui vtrosq̃z distingnat: ita etiã fieri solet in vocib⁹ vt si qs ꝓcutiat neruũ eumq̃z dũ percutit torq̃at: euenit: vt ĩ principio pulsus grauior sit: dũ torq̃tur vo vox illa tenuet: cõtinuiq̃z fiant grauis vocis sonitꝰ ⁊ acute

¶ Que voces armonie sunt apte. Cap. 5.

Cum igit non vnisonarum vocũ alie sint continue: alie disgregate. Continue quidem tales

sunt. v

sunt: vt inter se earũ differentia cõmuni fine iunga tur: nec habeat locũ designatũ vox acuta grauisq; quem teneant. Discrete vo habent ppios locos: ve luti colores impermixti quox differentia visitur suo quodam loco constituta. Continue quidẽ nõ vnisone voces ab armonica facultate separantur. Sunt enim sibi ipsis dissimiles: nec vnum aliquid personantes. Discrete vo voces armonice subiiciuntur arti. Pot enim distantium sibiq; dissimilium vocũ differentia deprehendi. in quibus que iuncte efficere melos possint. ἐμμελέις. dicuntur. ἐκμελεις. autem quib' iunctis effici non potest.

¶ Quem numerum proportionum pythagorici statuunt. Capitulum. 6.

Onsone aũt vocãtur: que copulate mixtos suauesq; efficiũt sonos. Dissone vo q̃ minime. Et hoc qdem est ptolomei de sonorum differentia iudicium. Nunc aũt quid a ceteris musicis in consonantiarum positiõe dixerit: dicendũ videt': pythagorici. n. consonantias diapente ac diatessaron simplices arbitrantur: atq; ex his vnã diapason consonãtiã iungunt. Esse ẽt diapente ac diapason: ⁊ bis diapason: Illã triplicis hãc quadrupli. Diapason vo ac diatessaron consonantiã esse non estimant: iccirco qm̃ non insuper particulari vel multiplici cadit ꝓparatione. Sed in multiplici superpartiente. Est. n. hec proportio vocũ. vt octo ad. 3. si quis enim hox in medio quatuor. ponat efficit terminos hos. 8. 4. 3. Quox octo ad. 4. diapason efficiunt consonantiam. 4. ad. 3. diatessaron octo vo ad. 3. in multiplici suppartiẽte constituitur que autem sit multiplex superpartiens ꝓparatio: ex arithmeticis libris cognoscendũ est: ⁊ ex his que secũdo huiꝰ institutionis libro digessimus. Pythagorici aũt consonantias in multiplicibus ac suppartiularib' ponũt sicut in eodẽ libro scdo: quartoq; p̃dictum est. A suppartientibus vo ac multiplicib' superpartientib' cõsonantiã separant. Quibus aũt modis diapason quidem duplici diatessaron vo sesquitertio. ac diapente sesqualtero iungũt pytagorici: ex secundo huius institutionis musice libro ⁊ quarto petendum est.

¶ Quod reprehendat ptolomeus pythagoricos in numero proportionum. Capitulum. 7.

Eprehendit aũt pythagoricos ptolomeꝰ totamq; eã quã predictis libris exposuimꝰ demonstrationẽ pluribꝰ modis. in quo totum illud etiam qd̃ diatessaron ac diapente sesqualtero ⁊ sesquitertio coniungunt. in reliquis vero superparticularibus cum eiusdẽ sint generis: nullas omnino applicẽt consonantias.

¶ Demonstratio secundum ptolomeũ diapason ⁊ diatessaron consonãtie. Ca. 8.

Robat aũt ex diatessaron ⁊ diapason quãdã fieri simphoniã hoc mõ. Qm̃ enim diapason consonantia talẽ vocis efficit coniũctionem: vt vnꝰ atq; idẽ neruꝰ eẽ videat'. Idq; pythagoriciquoq; cõsontiunt. Quo circa si qua ei consonantia fuerit addita integra inuolataq; seruãtur. Ita enim diapason consonatie additur tanq̃ vni neruo. Sit igitur diapason consonãtia que cõtineat' inter hypaton meson ⁊ netẽ diezeugmenon. Utraq; hec ita sibi consentit: at coniungitur sono vt vna vox quasi vniꝰ nerui: non quasi duox mixta pellat auditũ quãcũq; igit' huic diapasõ ꝓsonãtie cõsonantiã iunxerimus: seruatur integra qꝛ ita iũgitur tanq̃ vni vocule ac neruo. Si igitur hypate meson ⁊ nete diezeugmenõ due in acutũ diatessarõ fuerint iuncte. si cõiungitur nete quidem diezeugmenõ ea que est nete hyperboleon: hypate ãt meson eaque est mese. vtraq; ad vtrãq; cõsonabit. ⁊ mese ad netẽ diezeugmenon: ⁊ eadẽ mese ad hypatẽ meson. Item nete hyperboleon ad netẽ diezeugmenõ ⁊ ad hypatẽ meson. Itẽ si ad grauiorẽ partẽ vtriusq; diatessarõ ꝓsonãtie relatẽt' erit ad meses qdẽ hipatõ diatessarõ retinẽs cõsonantiam hypate hypaton: ad netẽ autem diezeugmenõ parameſe. Consonabitq; ⁊ hypate hypaton ad hypate meson. ⁊ ad neten diezeugmenon. ad paramesen nete diezeugmenõ: ⁊ ad hipatẽ meson. Sed eo modo vt grauior que est: ad sibi q dem proximam diatessaron retineat consonantiã. ad vlteriorẽ vo diatessaron ac diapason: vt hypate hypatõ ad hipatẽ mesõ diatessarõ ad netẽ diezeugmenõ diatessarõ ac diapasõ. Itẽ nete hypboleõ q̃ ẽ acutior: ad sibi proximam netẽ diezeugmenon diatessaron cõsonãtiã: ad hypatẽ mesõ diatessarõ ac dipasõ

¶ Que sit proprietas diapason consonantie. Capitulum. 9.

Oc vero iccirco euenire cõtẽdit: qm̃ diapason pene vna vocula est: talisq; ꝓsonantia vt vnũ quodammodo effingat sonum: ⁊ sicut denario nũero q fuerit additus intra eũ positꝰ integer inuiolatus seruatur: cũ in ceteris ad ita minime eueniat: ita ẽt in hac cõsonãtia Illã si duo tribus adiicias: quinq; continuo reddis: ⁊ numeri spẽs imutata est. Si vo eosdem denario addas duodecim feceris: ⁊ binarius iunctꝰ denario cõseruatus est. Itẽ ternarius ceteriq; eodẽ mõ. ita igit' simphonia diapason quãcũq; aliã suscepit cõsonantiam: seruat nec imutat: nec ex cõsona dissonã reddit Illã sicut diapente simphonia iuncta diapason consonantie in tripla. s. proportione diapason ac diapente consonantiam seruat: ita ẽt diatessaron cum sit consonantia iũcta cũ diapason: aliam consonantiam reddit: ⁊ fit secundum ptolomeũ alterius consonantie additio. eiusq; est diapason ac diatessaron in multiplici superpartiente constituta. Estq; ea proportio dupla superbipartiens: vt octo ad tres: habent enim ternariũ octo bis: duasq; eius ptes idest duas vnitates.

¶ Quibus modis ptolomeus consonantias statuat. Capitulum. io.

T de pythagoricorum quidem opinione ptolomeus ita diiudicat. Quibus vo modis ipse cõsonantiarum proportiões numerosq; vestiget: hinc ordiendũ est. voces inquit inter se vel vnisone sunt: vel nõ vnisone. Nõ vnisonax autẽ vocũ alie quidem sunt equisone: alie emmelis: alie dissone: alie ecmelis: Et vnisone quidem sunt: que vnum atq; eũdẽ sigillati pulse reddũt sonũ. Eqsone vo: que sil' pulse vnũ ex duobus atq; simplicem quodãmõ efficiũt sonũ: vt est diapason ea que duplicata: que ẽ bis diapason. Consone aũt sũt q̃ cõpositũ pmixtũq; suauez tñ efficiunt sonũ: vt diapente ac diatessaron. Emmelis aũt sunt quecũq; qdẽ cõsone nõ sũt: possũt aptari tñ recte ad melos: vt sũt be q̃ consonãtias iungunt. Dissone vero sunt. que non pmiscent sonos: atq; isua uiter feriunt sensum. Emmelis vo que nõ recipiũtur ſconsonantiarum cõiunctione: de quib' paulo posterius in diuisione tetracordorũ dicemus. Qm̃ igitur vniuocis quidem comparationibus proxime sunt equoce: necessarie est vt equis numeris ea numerox in

equalitas adiungatur: que est proxima equis. Est aũt iuxta equalitatẽ numerorũ ea que est dupla. Mã ⁊ prima multiplicitatis species est: ⁊ maior numerus cum minorem numerum superuenit: eque ipsi minori trãscẽdit: vt duo vnũ vno transgrediuntur: qui eidẽ vnitati equalis est. iure igitur duplex proportio eqsonis aptatur. i. diapason. Bis diapasõ vero bis duplici. i. quadruplo. que autem proportiones diuidunt duplicẽ proportionẽ prime ac maxime: bis aptande sũt cõsonantiis que diuidunt diapason equi consonãtiam. vnde fit: vt diapente quidem sesqualtere: diatessarõ vero sesquitertie comparationi copulẽtur. Juncte vero ꝓsonantie cum equi sonis alias efficiunt consonãtias: vt diapente ac diapason in triplo: diatessaron ac diapason in ea proportiõe que est octo ad tres. Emmelis aũt sunt que diapente ac diatessaron diuidunt: vt tonus ceterecq; proportiones: de quibus paulo posterius in diuisione tetracordorum loquemur: simplices earum scilicet partes.

¶ Que sunt equisone: que consone: que emmelis.
Capitulum. 11.

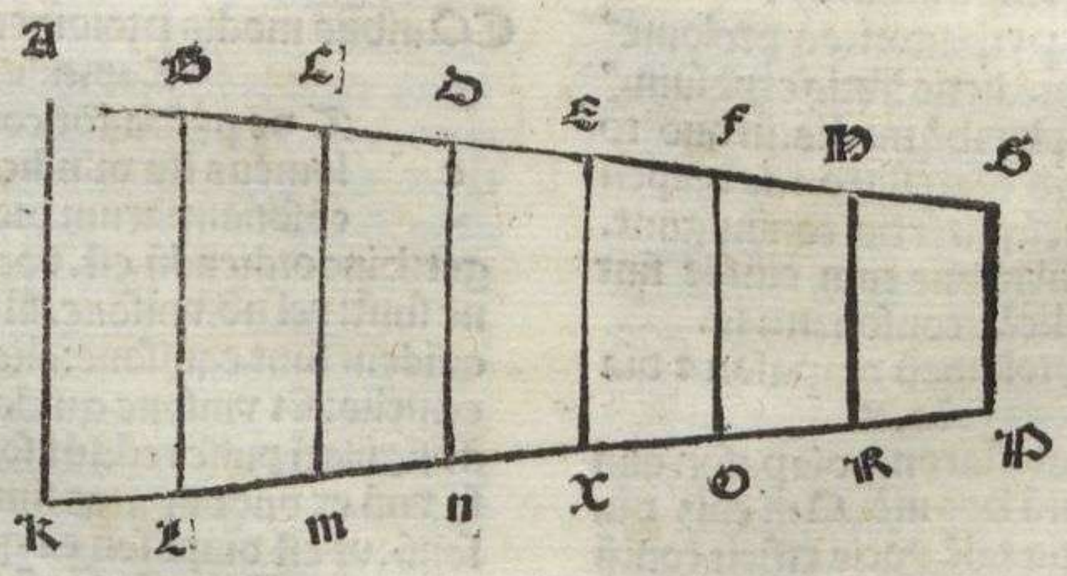
Situr equisone quidẽ sunt diapason ac bis diapason: qm̃ earum temperamento mirtu raq; vnus atq; simplex quodammõ efficit sonus. Consonantie autem sunt prime qdẽ in superparticularib⁹ sesqualtera ⁊ sesqtertia. i. diapente ac diatessaron: Et diapason ac diapente ⁊ diapason ac diatessaron be sunt composite atq; coniuncte ex eqsonis ⁊ consonantibus. Emmelis aũt reliqui: qui inter has poni possunt: vt inter diatessaron ac diapente differentia tonus. iũgũturq; quodã modo equisone qdem ex consonantibus: vt diapason ex diatessaron ⁊ diapente ꝓsonãtie ãt ex his: q emmelis soni vocantur: vt eadem diapente ⁊ diatessarõ tonis ceterisq; dicendis posterius proportionibus. sed quomodo quidem horum olum proportio colligi possit: ex eo loco sumẽdum est: quem quarto volumine in fine descripsimus: vbi numerus super semisperia tendebatur. Ibi enim deprehenditur equisonantia diapason ac bis diapason: ⁊ cõsonantie simplices diapente ac diatessaron: ⁊ consonantie composite diapason ac diapente: ⁊ diapason ac diatessaron ⁊ qui sunt emmelis soni: vt in toni differentia consistentes.

¶ Quemadmodum aristoxenus interualla consideret
Capitulum. 12.

Uid vero de his aristoxenus sentiat: breuiter aperiendũ est. Ille enim qm̃ minime tractatum rationi constituit. Sed aurium iudicio ꝓmittit. Jccirco voces ipas nullis numeris: notat: vt eax colligat ꝓportiones: ⁊ eax in medio differentiã sumit: vt speculationẽ nõ i ipsis vocibus. Sed in eo quod inter se differunt: collocet: nimis improuide: qui differentiam se scire arbitretur earum vocum: quarum magnitudinem nullã: mensuram ve constituat. hic igitur ⁊ diatessaron cõsonantiam duorum tonorum ac semitonii esse proponit: ⁊ diapente trium tonorum ac semitonii: ⁊ diapason sex tonorum: quod fieri non posse superioribꝰ voluminibus demonstratum est.

¶ Descriptio octocordi: qua ostenditur diapason consonantiam minorem esse sex tonis. Capitulum. 13.

Ocet autem ptolomeus per cuiusdam octocordi diuisionem diapason intra sex tonos cadere hoc mõ. Intendantur. n. octocorde. i. a. b. c. d. e. f. g. h. fiatq; sesquioctaua. a. k. eiꝰ q̃ ẽ. b. l. ⁊ b. l. eius que est. c. m. ⁊ c. m. eius que est. d. n. ⁊ d. n. eius que est. e. x. ⁊ e. x. eius. q̃ est. f. o. ⁊ f. o. eius que est. g. p. Erunt igitur sex toni. Rursus inter. f. o. ⁊ g. p. h. ducatur medius neruꝰ ad R. Erit igit. a. k. dupla ab eo qd̃ est. h. R. pulse igit fit. a. k. h. R. diapason equisonãtiã cõsonabũt. Si vero aliquis. g. p. percutiat. semper erit paulo acutior quã est. h. R. Ac ꝑ hoc transcendunt sex tõi diapason cõsonantiam. Si enim. a. k. ⁊ g. p. diapason pulsati resonarent: tonorum sex esset diapason cõsonãtia: Si vero his non consonantibꝰ. a. k. ⁊ h. R. diapason consonarent: ⁊ h. R. acutior esset quam. g. p. diapason consonantia sex tonos excederet. Nũc vero qr consonantibꝰ. a. k. ⁊ h. r. ab ea que est. g. p. grauior inuenit: non potest dubitari. qn sex toni diapason consonantiam excedant. Atq; ita sensu quoq; potest colligi diapasõ cõsonantiam inter sex tonos cadere: Sic igitur aristoxeni error sine dubitatione conuincitur.



¶ Diatessarõ cõsonantiã tetracordo contineri. ca. 14.

Une de tetracordorum diuisione dicendũ est
n Et enim diatessaron consonãtia quatuor efficitur neruis. Jccirco etiam diatessaron nuncupatur: vt igitur duobus neruis altrinsecus positis ad diatessaron simphoniã consonãtibus tetracordũ fiat: duos necessarie est statui in medio neruos: q ad se inuicem: atq; ad extremos tres ꝓportiões efficiãt.

¶ Quomodo aristoxenus vel tonum diuidat: vel gña eiusq; diuisionis dispositio. ca. 15.

Oc igitur diatessaron aristoxenus per gña ta
b li ratione partitur. Diuidit enim tonũ in duas partes: atq; id semitonium vocat. Diuidit in tres: cuius tertiam diesin vocat cromatis mollis diuidit in. 4. cuius quartam cum propria medietate. i. cũ octaua totius toni appellat diesin cromatis hemiolii Rursus solam quartam eius vocat diesin enarmonios: Cum igitur hec ita sint: cumq; generuꝫ diuisio

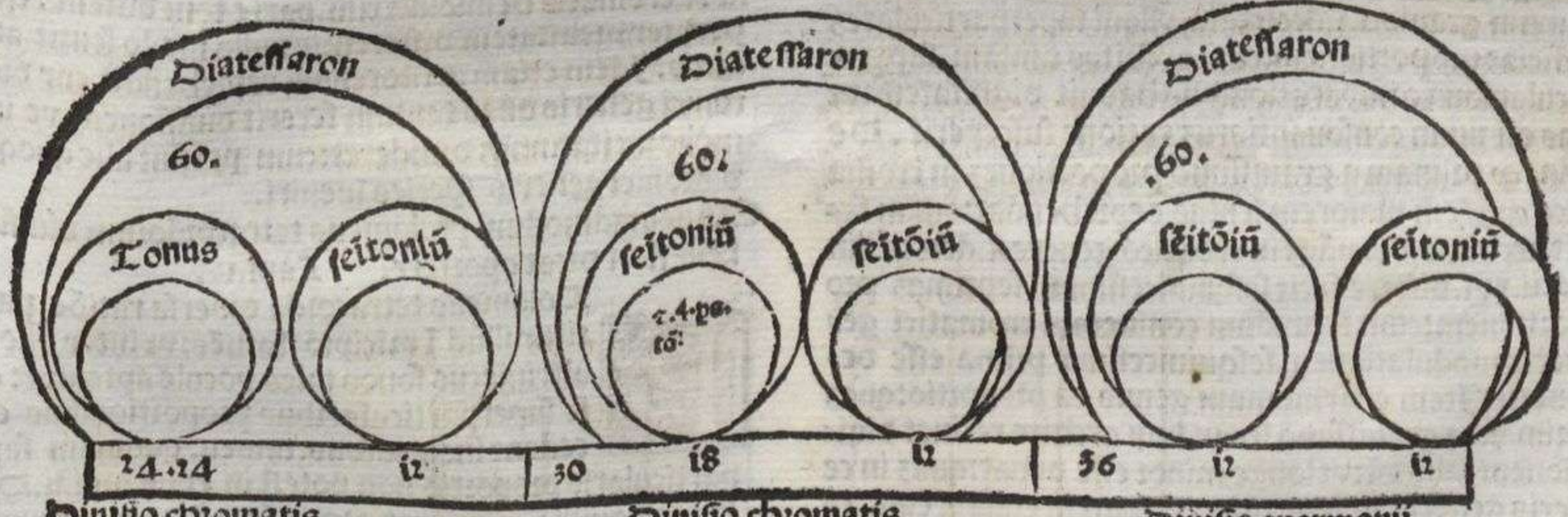
secundum

secundum eũ sit duplex: vnum quidẽ genus est mollius. Aliud vero incitatus. Et mollius quidez est enarmonium. incitatus vero diatonicuz. Inter hec vo cõsistit cromaticum incitatione mollitieqz participans. fiunt igitur secundum hunc ordinem differentie permixtorum genex sex. Una qdẽ enarmonij. iii. aũt cromatici. i. crõatici mollis. ⁊ cromatici hemiolii: ⁊ cromatici toniaci. Due vero relique diatonici mollis atqz icitati. Quox oium talis secundum aristoxenũ diuisio est. Quoniã enim quarta pars toni diesis enarmonios nuncupari predicta est: quoniãqz aristoxen⁹ non voces ipsas inter se comparat: sed differentiã vocum iteruallumqz metitur: ⁊ secundum eum tonus ẽ duodecim vnitatum: huius erit igitur pars q̃rta dicta diesis enarmonios tres. Quoniam vo ex duob⁹ tonis ac semitonio diatessaron consonantia iungit: erit tota diatessaron ex bis duodecim ac sex vnitatibus cõstituta. Sed quoniã sepe fit: vt si vsqz ad octauas velimus deducere partes: non in integros numeros. sed in aliquas particulas incurramus: iccirco quidem facienda est tota diatessaron consonantia. Ix. At vo. xxiiii. tonus. Semitonium duodecim. pars quarta: que diesis enarmonios dicitur: sex. octaua autem tres. iũcta vo octaua cũ q̃rta. sex. s. cũ trib⁹: vt faciat diesin cromatis emiolij erũt nouem. His igitur ita constitutis tria genera enarmonicum: cromaticũ: diatonicũ: bas aristoxeno videntur: habere ꝓprietates. vt alia eox dicãtur spissa: alia minime. Spissa sunt: quorum due grauiores ꝓportiones. Unã eã: que ad acutũ apposita ẽ magnitudie nõ vicũt. Mõ spissa vo quorũ due ꝓportiones vnam reliquam poterunt supare est autem enarmonium ⁊ cromaticum spissũ: diatonicum vero non spissũ. Itaqz enarmonium secũdum aristoxenum diuiditur. vi. vi. xlviii. vt iter graue ner uum. ac ꝓpe graue fit quarta ꝑs toni: que dicit diesis enarmonios. cũ sit tonus. xxiiii. vnitatibus constitutus. Item secundum interuallum a graui neruo ad tertium sit eadẽ q̃rta ꝑs toni. Reliq vo qui restant ex sexaginta qui totius proportionis sunt inter tertiũ a graui neruo atqz acutissimũ q̃rtũ ponũtur. xlviii. ⁊ ⁊ due proportiones ad grauem posite. i. vi. ac. vi. vnã reliquam ad acutũ locatã. i. xlviii. non vincunt. Cromatis vero mollis hanc facit diuisionẽ. viii. viii. xliii. vt octo atqz octo sint tertie partes tonox: est enĩ tonus (vt dictum est). xxiiii. vnitatũ: ⁊ dicitur toni ꝑs tertia diesis cromatis mollis. Item cromatis hemiolii diatessaron ita partitur. viiii. viiii. xlii. Est aũt diesis cromatis hemiolii pars octaua tõicuz. Quarta. i. ex. xxiiii. sex cum tribus. Item cromatis toniaci. Talis secundum aristoxenũ partitio est. xii. xii. xxxvi. Scilicet vt ĩ duob⁹ iteruallis singula semitonia constituat ⁊ quod reliquũ est ĩ vltimo. Atqz ĩ his oib⁹ due ꝓportiones: que grauiori neruo sunt ꝓxime. reliquã: q̃ ad acutum posita est: magnitudine minime superãt. sũt. enim (vt dictum est) spissorum generum. Spissa qpe genera sunt enarmonium atqz cromaticum. Diatonica vo diuisio ipsa quoqz ẽ duplex. Et mollis qdẽ diatonici diuisio est hoc mõ. xii. xviii. xxx. vt duodecĩ semitonium fit: decẽ ⁊ octo semitoniũ ⁊ quarta ꝑs toni. xxxii. vo quod reliquum est. Quorum decem ⁊ octo ⁊ duodecim efficiunt triginta: nec superãt ab ea parte que reliqua est. Itẽ diatonici incitati talis ꝓtitio est. vt semitoniuz ac duos habeat integros tonos i. xii. xxiiii. xxiiii. ex qbus. xxiiii. ⁊. xii. i. xxxvi. non superantur a reliqua parte que ad acutum est. Sed potius vincunt Est igitur secundum aristoxenum tetracordorum p̃dicta partitio: que subiecta descriptione monstrabitur.

Diuisio diatonici incitati

Diuisio diatonici mollis

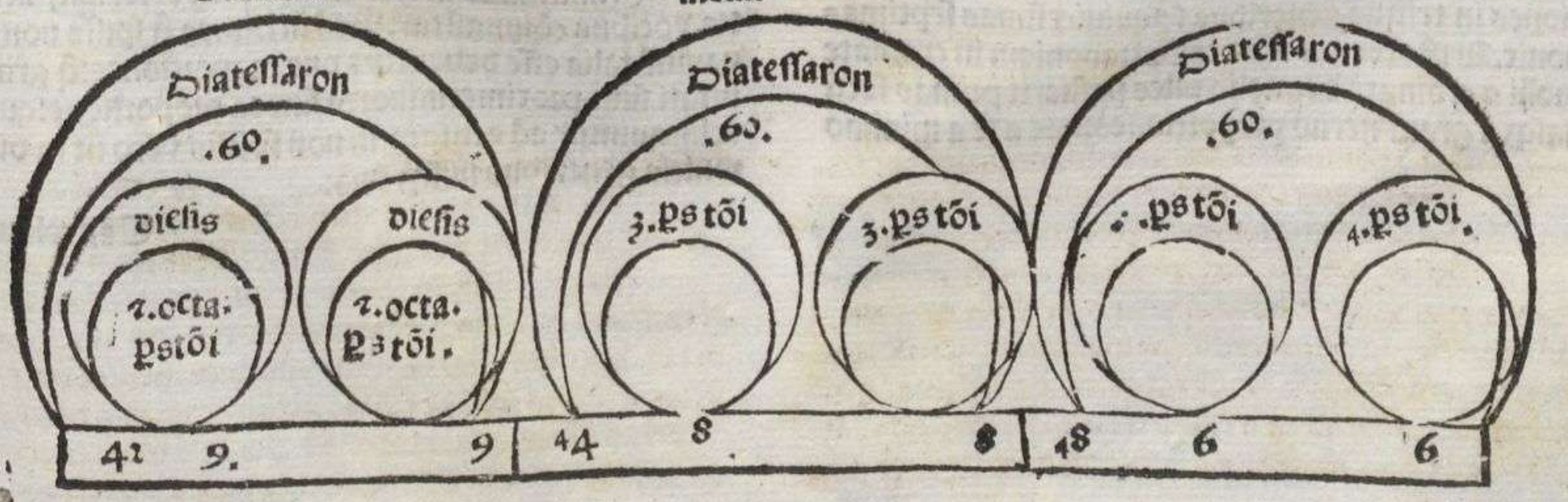
Diuisio chromatis Toniaci



Diuisio chromatis hemiolii

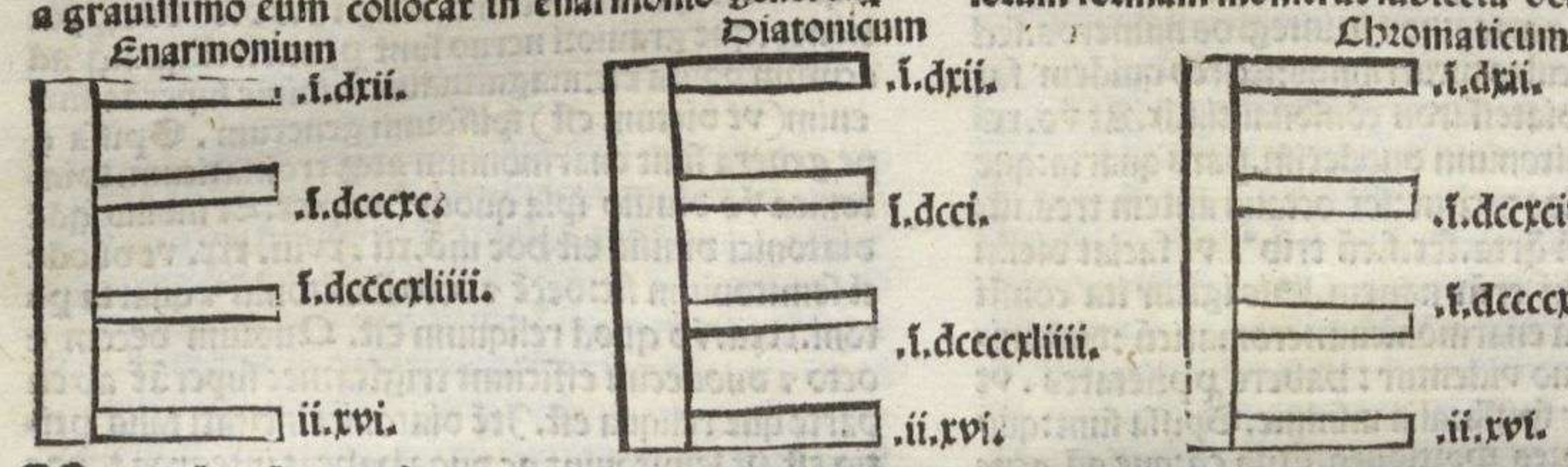
Diuisio chromatis mollis

Diuisio enarmonii



¶ Quomodo architas tetracorda diuidat eorumq; de scriptio. Capitulum. 16.

Architas vero cuncta in ratione constituēs non modo sensum aurium in primis consonantijs obseruare neglexit: verum etiam maxime in tetracordorum diuisione rationem secutus est. Sed ita. vt neq; eaz quā querebat efficaciter expediret: neq; sensui proposita ab eo ratio consentiret. Ille enim tria esse genera arbitratur: enarmonium. diatonicum. cromaticum. In quibus eosdem grauissimos statuit atq; acutissimos sonos in omnibus quidem generibus grauissimos sonos faciēs. ii. xvi. acutissimos vero. M. dxii. inter hos in tribus generibus neruum grauissimo proximum collocat eum. s. qui sit. ī. dccccxliiii. vt ad euz. ii. xvi. sesquiuicesimam septimam obtineant proportionem. Post hec vero infra acutum neruum. Tertiuz vero a grauissimo eum collocat in enarmonio genere: q sit. ī. dcccxc. ad quem. ī. dccccxliiii. sesquitricesima quinta proportione iungantur. Idemq; ī. dccxc. ad acutissimum. ī. M. dxii. In sesquiquarta proportione sit cōstitutus. Item in diatonico genere tertium quidem a grauissimo neruo: secundū vo ab acutissimo eā ponit: qui sit. ī. dcci. ad quos. ī. dccccxliiii. sesquiseptima proportione coniuncti sunt. Ipsi autem. ī. dcci. ad acutissimum. ī. dxii. sesquioctaua. in cromatico vero genere tertium a grauissimo: ⁊ secunduz ab acutissimo enim ponit: qui ad. ī. dcci. qui est tertius a grauissimo in diatonico genere: eam obtineat proportionez. quā obtinet. cclvi. ad ccxliii. hic autem est. ī. dccxcii. q est secundus ab acutissimo appositus: habetq; proportionem. Secundus ab acutissimo in diatōico genere. i. ī. dcci. ad secūdū ab acutissimo in chromatico genere idest. ī. dccxcii. eam quā habent. ccxliii. ad. cclvi. eorū q; tetracordorum secundum architē sententiam diuisorum formam monstrat subiecta descriptio.



¶ Quemadmodum ptolomeus ⁊ aristoxeni ⁊ architē tetracordorum diuisiones reprehendat. Cap. 17.

Sed vtrasq; tetracordorum diuisiones ptolomeus ita reprehendit. Architam quidem primo: quoniam secundus ab acutissimo neruus in cromatico genere idest. ī. dccxcii. ita est collocatus: vt nec ad acutissimum. ī. dxii. nec ad proximum grauiori. ī. dccccxliiii. vllam superparticularez efficiat proportionem. cum architas tantam suppar ticularibus comparationibus habuit dignitatem: vt eas etiam in consonantiaruz ratione susceperit. De hinc q; primam a grauissimo proportionez in cromatico quidem maiorem sensus deprehendat: quam fecit architas. hic nāq; in crōatico genere. ī. dccccxliiii. ad. ii. xvi. distare fecit sesquiuicesimam septimaz proportionem: cum secundum consuetam cromatici generis modulationem sesquiuicesima prima esse debuerit. Item enarmonium genus ea proportio: quaz primam a grauissimo secundum architē retinet diuisionem talis est: vt longe minor esse debat: quaz in ceteris generibus inuenitur. hic autem equam eam ceteris generibus statuit: dum primas a graui proportiones in tribus generibus sesquiuicesimas septimas ponit. Aristoxenum vero culpat: quoniam in cromate molli ⁊ cromate hemiolio tales posuerit primas secūdasq; a graui neruo proportiones: que a se a minimo ⁊ quantum sensus non possit internoscere: distarent. Est quippe proportio prima ī cromatis mollis prima diuisione secundum aristoxenum octo. at in cromate hemiolio nouem. Sz octo ad nouem vnitatis differētia distant. Est autem tonus totus. xxiiii. vnitatibus secundum positionem: quorum vnitas. xxiiii. est. Prime igitur a graui inter se proportiōes cromatis mollis: ⁊ cromatis hemiolii. xxiiii. parte toni distant. qō propter breuitatem differentie nullo modo sentit auditus. Idem etiam aristoxenum reprehendit. cur diatonici generis duas tantum fecerit diuisiones. vt in molle incitatumq; diuideret: cum possint alie quoq; diatonici generis species inueniri.

¶ Quemadmodum ptolomeus tetracordorum diuisionem fieri dicat oportere. Capi. 18.

Ptolomeus tetracorda diuersa ratiōe partitur illud ī principio statuēs: vt inter duos altrinsecus sonos tales vocule aptentur: q̄ se superparticularibus proportionibus excedant inequalibus: tamen: quoniam superparticularis proportio non potest in equa diuidi. De hinc vt omnis comparatio: que fit ad eum neruum qui est grauissimus in tribus: minor sit ceteris: q̄ acutis vocibus cōiungūtur. Sed in his: ea q̄ spissa nominamus talia esse debent: vt due proportiones: q̄ grauitati sunt proxime: minores sint ea proportione: que relinquintur ad acutum: in non spissis vero ut in diatonicis generibus nusq; vna.

¶ Nicolaus

finis.

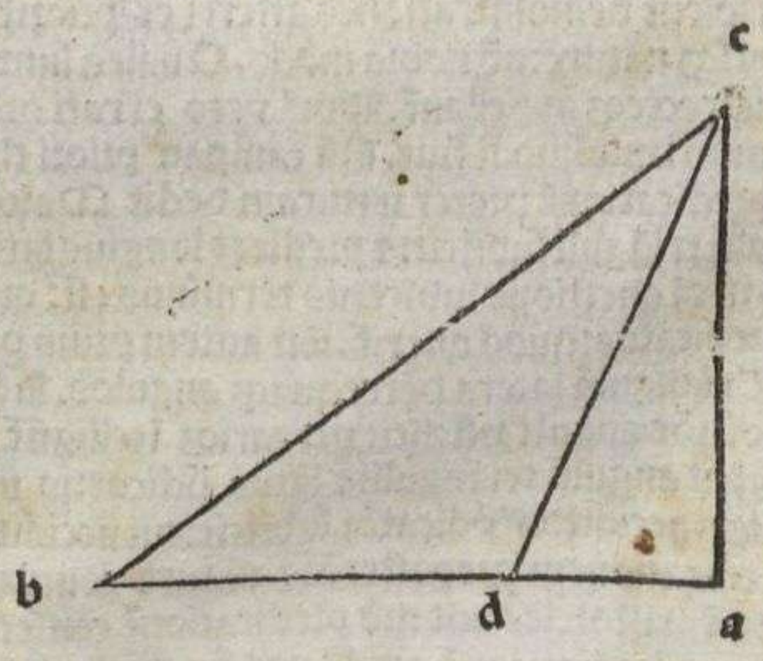
¶ Nicolaus Judecus Venetus. Donato Livalello viro Rethorico. S.

Recognoscens superiorib⁹ diebus Donate Musarum cultor elegantissime quosdam divi Boetij de Geometria libros consulto Euclidis greco exemplari. Cuius ille compluscula Theoremata ad verbuz latina fecit: animaduerti eminentissimum geometram euclidem a nostris ⁊ mendose ad modum legi: ⁊ (vt mea quidē fert opinio) non satis recte exponi. Sed prius illud fere traductoris culpa accidisse videt. Is. n. quicūqz tādem fuerit: e barbara lingua greca volumina trāsferēs semilatina. reddidit. Mā vocabula quedā ita: vt iacēt: barbara dimittit: cū tñ latini sua habeant ⁊ qdem optima ac probatissima. Quam enī quadrilaterā figurā. Rhombū ⁊ greci ⁊ nostri appellāt: ille verbo quodam (vt ita dicā) exotico helmuaim vocat: ⁊ huic affinē: quam greci Rhomboiden dicunt. Similē helmuaim. Sunt ⁊ alie q̄dā q̄drilatere figure: q̄s greci trapezia: nostri Mēsulas nomināt. Has noster hic interpres latini atqz greci vocabuli pereque ignarus Helmuarifas dicere nō vereť. Sed sint sane hec leuia ⁊ nō mlta aīaduersiōe digna. Illud certe (ni fallor) defendi nulla excusatione pōt. q̄ rex definitōes: qbus vt principijs totius scientie vtimur: ⁊ confundēdo falsas facit: ⁊ quas Euclides minime somniauit in eax locū: que illius erāt: temerario quodam ausu supponit. Mā statī in initio operis lineā huiuscemodi definitionis termino claudit. Linea est longitudo sine latitudine: cuius quidē extremitates sunt duo puncta. Hec vero finitio ei linee accōmodari minime pōt. q̄z peripheriā greci nomīant: cū illa extremis nullis finiať: q̄z q̄z quidā ex recentioribus falsa translatione decepti hanc tanq̄z Euclidis veram definitionē defēdere conāť: dicentes peripheriam quidē extremis ⁊ finibus actu carere: aptitudine vero (vt eorū vtar vocabulo) fines ⁊ terminos agnoscere. Quod pridiculū ē. Siquidē eodē exemplo lineam ipse definiam longitudinē citra latitudinē: que qdē extremis careat: q̄ si reclamabis ⁊ lineā objcies rectam finitam. Respondebo eā finibus habilitate potētiaqz vocare. q̄z uis actu non vacet. Quamobrez aut vtraqz definitio recipienda est: quo nihil pōt esse absurdius: aut vtraqz reijcienda. Quod rectissima ratiōe fieri constabit. si qs aladuertat: q̄z īcuriose egregi⁹ iste īterpres duas rerum longe aliarū definitiones in vnam quasi formā coniunxerit: atqz ad vnam tantū rem definiendā assumpserit. Nam Euclides cum lineaz diffiniuisset lōgitudinem citra latitudinē: essentqz ex lineis quedā finite ⁊ terminate. Mox declarauit: qui essent linee fines ⁊ termini inquiens. Linee vō extrema puncta sūt. At hic noster tam lepide traductionis auctor ex duarum definitionum permixtione confusioneqz vnū q̄si corpus definitiōis collegit: ac soli linee congruere aptariqz posse putauit. Ad plenā igiť linee definitionē nihil aliud corrogandū est preter id: quod dictū est lineam longitudinem esse citra latitudinem. Sic. n. circū currentes lineas rectas: ⁊ flexuosas complectiť: item finitas pariter atqz infinitas. Ex quib⁹ quidē īfinitas lineas prior nobis iā īfirmata definitio manifestissime non recipiebat. Age ostendamus nunc etiam Euclidis definitiones ab hoc nostro interprete (vt ē i oībus eque diligentissimus) pretermitti q̄ñqz: ⁊ alias q̄sdam pro illis adhiberi. in quo quidem non multum īquirendo laborabimus. Nam statim post dictas descriptiones lineā rectam his verbis definit. Linea recta est ab vno puncto ad alium breuissima extensio ī extrēitates suas vtrūqz eox recipiens. Nō ita Euclides. Sed definitionē vniuersam breuissime colligit ī hunc modū. Recta linea est: que ex equo sua puncta īteriacet. Nō secus in definitione plane superficiei aberrat. Nā cū Euclides sic ōfiniat. Plana superficies ē: que ex equo suas lineas interiacet. Ille quādā lōge aliā cōmentus est definitionē hoc modo. Plana superficies ē ab vna linea ad aliā extensio in extremitates suas recipiens. Sed hec atqz alia huiuscemodi plura partim inscite ⁊ indocte translata: partim etiam īmutata ⁊ inuersa. Si vtrūqz diligenter legere aliquādo tibi contigerit: per te ipse facillime deprehendes. nūc q̄ in expositore Campano in primum elementox libx notaui: explicare tibi aggredior. In qua quidē re ab oībus viris doctis: quibus hec nostra legere ocium erit petituz īpetratūqz esse velim: ne eos viri auctoritas magis moueat: q̄z ratio ipsa ⁊ veritas. Legūť ita qz (vt ad rē īpaz iā veniā) apud Euclidē ī prio elementorum libro duo Theoremata: quorū alterū reciprocat: atqz recurrit ad alterū. Ambo vō deductione ad īcōmodū a Cāpano demōstrata sunt. Sed vt qd ordiar: plani⁹ īteligas: accipe primū Theoremata īpa cū eox deductionibus ita: vt illa legit: atqz astruit cāpanus. Deide qd fortasse peccauerit ille. quidqz nos sentiam⁹: breuiter audies. Theoremata igiť hec sūt.

¶ Ois triāguli longius latus maiori āgulo oppositū ē

f

It vt triāgulo. a. b. c. āgulus. a. sit maior angulo. c. Dico: q̄ latus. c. b. mai⁹ erit latere. a. b. si enī sit eq̄le: erit per. 5. āgulus. a. equalis angulo. c. Quod est contra hipothesiz. Si autē. a. b. sit maius: resecetur ad equalitatem. c. b. per. 3. Sitqz. d. b. equale. c. b. erit ergo per. 5. angulus. d. c. b. eq̄lis angulo. b. d. c. Sed. b. d. c. est maior angulo. b. a. c. per. 16. Ergo. b. c. d. est maior. b. a. c. Quare multo forti⁹ maior. a. c. b. pars toto. Quod est impossibile.

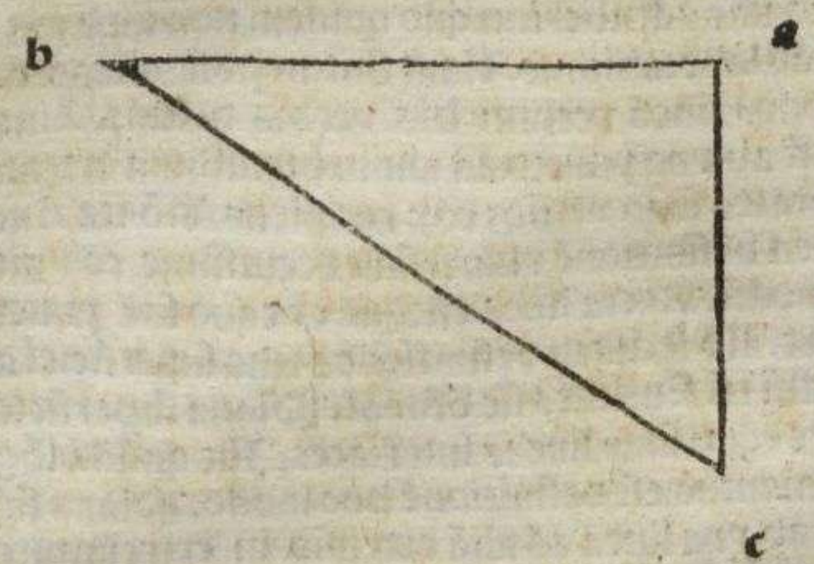


¶ Omnis Trianguli maiori angulo longius latus oppositum est.

s

It vt in triangulo. a. b. c. lat⁹. b. c. sit mai⁹ latere. a. b. Dico: q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. ⁊ est conuersa precedentis. Si enim sit equalis: tunc per. 6. latus. a. b. est equale lateri. b. c. Quod est contra hypothesim. Si autem. c. sit maior, tunc per precedentem latus. a. b.

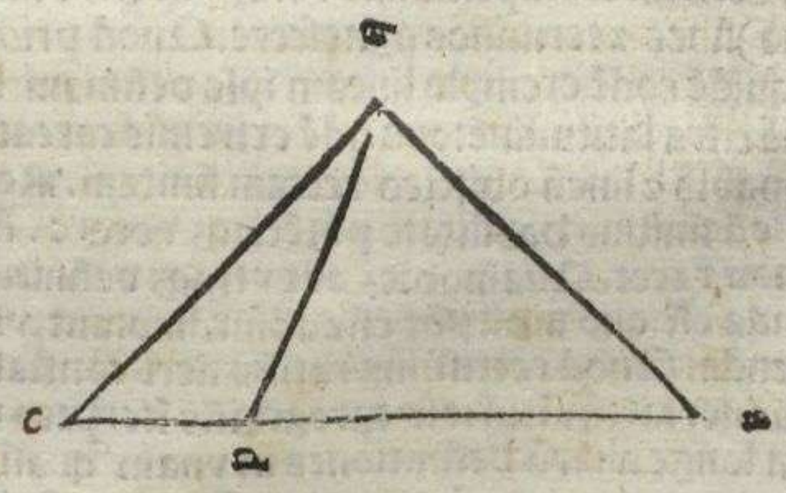
est maius latere.b.c. Quod est contra hypothesim. Quare astruitur propositum.



¶Sic campanus. Sed vt in quo nobis minus recte sensisse videatur: facilius parcipias: pauca quedã ex dialectica facultate partim prenotare: partim intermiscere oportet. Sũt igitur in omni questiõe (vt phi lopono in postremis Analyticis placet) duo: quorum alterum datum est: quesitum alterum: vt si positum ĩ questione fuerit: An celũ rotundũ sit: celum datum ẽ sed an rotundum sit queritur. At campanus proposita Theoremata in datum atq; quesitum nequaq̃ recte soluisse videtur. Nã ĩ priore Theoremate maiorem angulum sibi dari postulat: ⁊ subide querit: an illi maius latus sit e regione constitutum. Cõtraq; in posteriore maiꝰ quidẽ latus dari vult: an vero sit maiori angulo obuersũ: querit. Quod contra faciendũ ẽ Nam quiuis in dialectica mea quidem sententia vel mediocriter eruditus facile videre potest in eo Theoremate: quo omnis Trianguli longiꝰ latus maiori angulo cõtra respondere proponit: longius quidẽ latus triãguli dari subijciq; oportere: an vo maiori angulo sit e regione positũ: queri ac ꝑdicari. Contraq; in conuerso Theoremate maiorem quidem angulum concedi. lõgius vero latus ĩqri. Ob hoc vero peccatum consecutũ est ⁊ aliud longe maius. Nullũ enim ex propositis theorematis assertoria demonstratione cãpanus astruxit: sed vtrũq; ad ĩcõmodũ ducente ostendit. qõ in geometria: vbi fieri potest: vel maxime vitandum est ĩ qua solent demonstrationes afferri ex prioribus notioribusq; nature: nõ nobis modo. Quales sunt: q̃ assertorie: recteq; appellant. Hui⁹ vero errati origo atq; initium huiusmodi fuit. Nã campanꝰ priori theorematí predicationẽ preter naturam dedit Maiorez enĩ angulũ triãguli subijcit: ⁊ predicat longius latus: si qdem in oĩ questione subiectus terminus est: quod datur predicatus: quod queritꝰ. Est autem prius ꝑ naturam Triangulũ latera hẽre: quaq; angulos. Nã ex laterũ coitiõe anguli ꝓficisci: ꝓcreariq; ĩtelligũt. q igit subijcit angulũ trianguli: ⁊ latus ꝑdicat: is illud quod alteri accidit: eiꝰ ꝑdicatõi subijcit: cui accidit: ac ob id predicationem prepostera: ⁊ nature contraria facit. Quã aristoteles aut mõ predicationẽ censet appellãdã. aut predicationẽ quidẽ non simpliciter: sz ꝑ accidens. vbi igit ꝑdicatio ꝑter naturã hẽtur: aut difficile: aut certe ĩpossibile ẽ assertoriã demõstrationẽ accommodare. In huiuscemodi nãq; demõstratiõe necesse ẽ ⁊ maioris extremitatis q̃ ĩ ꝛclusione ꝑdicat: ⁊ minori extremitati: que in eadem subijcitur causa: esse mediũ. At fieri nullo mõ põt. vt ei qõ accidit: eiꝰ cui accidit: ꝓpriã cã eẽ statuat. Hic coactus ẽ cãpanus ĩ priore theoremate: qõ ĩ datũ atq; q̃sitũ ĩpite secuisset: demõstratiõe vti ad incõmodũ ducẽte. ⁊ qz illud putabat principale: posterius: quod ad ipsũ cõmearet: nõ alia collectiõe. q̃z ad incõmodũ ducẽte astruxit. Atq; ita nullã demonstrationẽ rectã assertoriãq; ad ea: que dicimus theoremata colligẽda cãpanus adhibuit. quod tamen oportuit: cum ipsa sit ad incõmodũ ducẽte potior. Hec sunt mi donate: que quãtũ ad proposita theoremata attinet: in campano reprehendenda censuimꝰ: sed hec: que stricti disputauimꝰ: illos: non exacte subtiliterq; ĩtellecturos certo scio: q postremos. Analyticos aristotelis non diligentissime legerint. Reliquum igitur est: vt illa ipsa theoremata (quẽadmodu; polliciti sumus) demonstremus traducta tamen prius: vt traducenda erant. Soluemus igitur ⁊ separabimus theorema principale in datum atq; quesitum: vt oportet: ⁊ ad ipsum astruendum assertoria demonstratione vtemur. Posteriusꝶ theorema: quod ad principale recurrit: cum predicationẽ preter naturam sortiatur demonstratione ad incommodum perducente breuiter colligemus. Demõstrationes igitur ipsas aggredimur: intende.

¶Omnis trianguli maius latus sub maiore angulo ꝑtenditur.

s Sit enim triangulum.a.b.c.habens latus: qõ est.a.c.maius eo latere quod est.a.b.aio angulum quoq;.a.b.c.sub quo latus.a.c. protenditur: maiorem esse angulo.b.c.a.cui contra respondet latus.a.b.nam qz maius est latus.a.c. q̃z.a.b.constituatur ipsi.a.b.equale ipsum.a.d.⁊ protrahat ĩpm b.d.latus ⁊ quoniam trianguli.quod est.b.d.c. exterior angulus est is: qui est.a.d.b.maior vtiq; erit interiore ⁊ ex aduerso constituto ãgulo.d.c.b.equalis vo est angulus.a.d.b.ipsi.a.b.d.angulo.nam latus quoq;.a.b.lateri.a.d.equum erat. Maior itaq; est angulus.a.b.d.ipso.a.c.b.angulo.multo igitur maior erit angulus.a.b.c.angulo.a.c.b. Omnis igitur trianguli maius latus sub maiore angulo protenditur. Quod oportebat demonstrare.

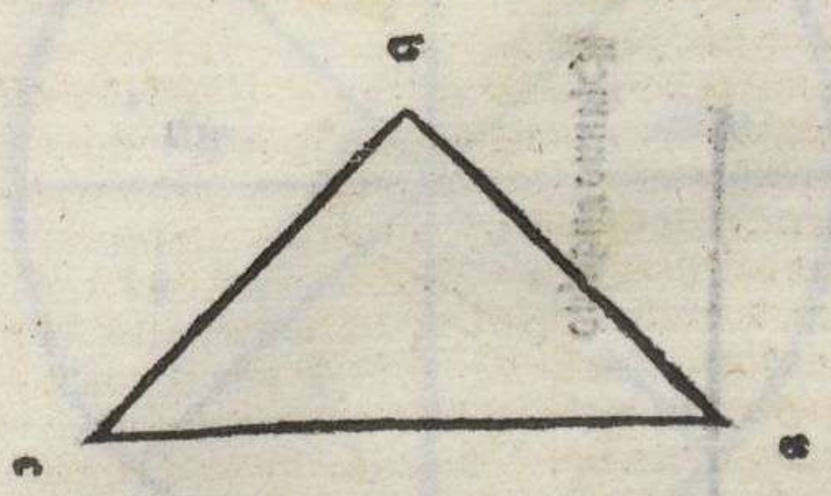


¶Omnis trianguli sub maiore angulo maius latus ꝑtenditur.

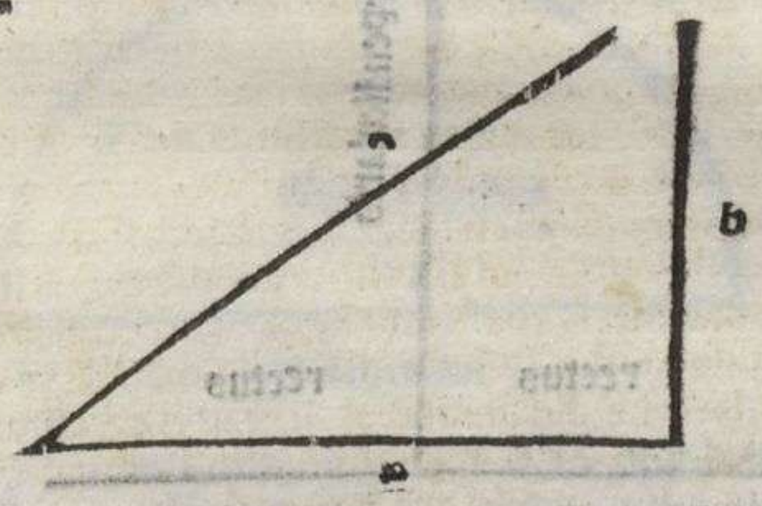
s Sit triangulum.a.b.c.maiorem habens .a.b.c.angulum eo: qui est.b.c.a. Aio latꝰ quoq;.a.c.ipso.a.b.latere maius esse. naz si maius non sit: aut equale erit ipsum.a.c. ipsi a.b.aut minus.equale. sane non est ipsum.a.c.ipsi. a.b.equalis enim foret etiam angulus.a.b.c.angulo.a.c.b.atqui non erat: Non igit eq̃le ẽ ipsũ.a.c.latꝰ ipsi. a.b.lateri. Neq; vo minꝰ ẽ ĩpm.a.c.ĩpo.a.b.maior enĩ foret angulus.a.b.c.angulo.a.c.b.atq nõ erat. si igit mi

ar tu quoq; eodẽ errore prolapsꝰ demonstrãdo rectam relinquens ad impossibile reprehensi per hoc dicimus.

minus est ipsum.a.c.latus ipso.a.b.latere.demõstratum autem est neqz equale illi esse.maius itaqz erit ipsum.a.c.latus ipso.a.b.latere.Omnis igitur trianguli sub maiore angulo maius latus protenditur. qõ oportebat demonstrare.

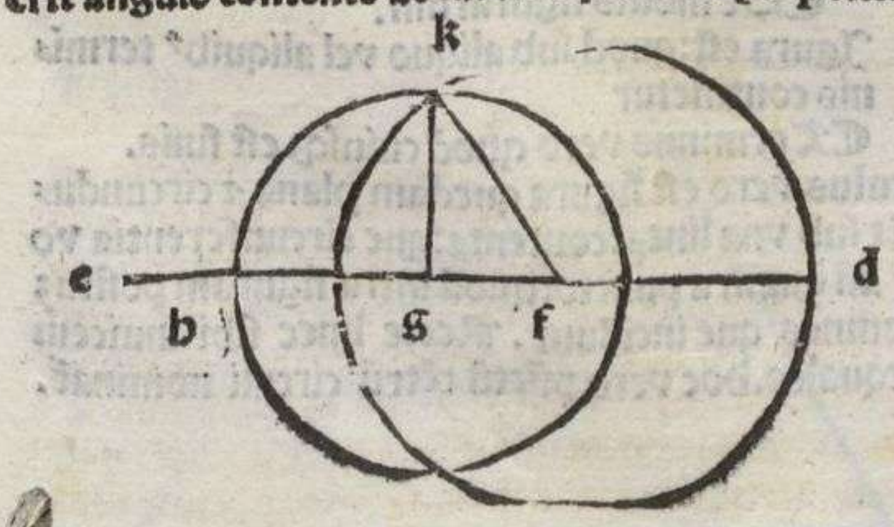


¶De sunt igitur huiuscemodi theorematum demonstrationes cum faciles:tum verissime ⁊ que maxime quadrent. Sed anteqz te dimittã:volo audias ⁊ aliõ quoddam huius hominis erratum leuiusculuz fortasse:turpe tamen:⁊ viro philosopho non negligenduz Habetur enim in eodem elementorum primo problema istiusmodi:ad datam rectam lineam:datumqz in ea punctum:dato angulo rectilineo equum angulum rectilineum constituere,hoc vero sic legit: deducit cã panus.

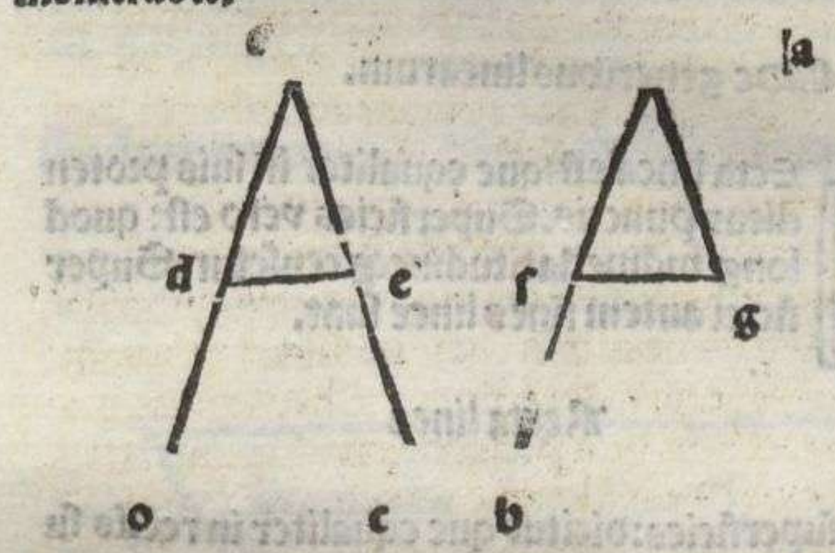


¶Data recta linea sup terminum eius cuilibet angulo proposito equum angulum designare.

Jt data linea.f.e.⁊.sint linee.b.a. continentes angulum datuz cui subtendã basim.c. Super punctum.f.linee.e. f. iuberẽ facere eq̃lẽ angulũ angulo dato ad lineaz.e.f.adiungo.f.d.equalẽ linee.a.⁊ ex.f.e.sumo.f g.equalem.b. ⁊ ex.g.e.sumo.g.h.equalem.c.⁊ sup pũcta.f.⁊.g. describo duos circulos.d.k.⁊.k.h.ꝑm quantitatẽ duaꝝ linearum.f.d.⁊.g.h.⁊ intersecantes se in puncto.k.sicut docuit precedens.ductisqz lineis.k.f.⁊.k.g.erũt equalia duo latera.k.f.⁊.f.g.trianguli.k.f.g.duobus lateribus.a.⁊.b.trianguli.a.b.c.⁊ basis.g.k.eq̃lis basi.c.ergo per octauam angulus.k.f.g. equalis erit angulo contento ab.a.⁊.b.quod est propositum.



¶Hec descriptio primiore aspectu satz scite satisqz sollicite facta videtur.sed si curiose attenteqz lectites: inuenies eam a seria doctrina philosopho probari non decere.nam cum artem nature emulã esse oporteat ipsaqz natura superuacaneis non abundet:non artificiose describere iudicandus est:qui plura in describẽdo congerit quaqz quibus ad demonstrationẽ vti necessarium sit.quod campanus nescio quomodo nõ deuitat:sed apertissime incurrit:quid enim sibi vult illa duorum circulorum designatio:quid illa tot cadẽ quãtitate linearum tam sollicita ductio. Nonne poterat:ac maxime debebat:dato ãgulo:qui.a.⁊.b.lineis cõtineret: ⁊ basi.c.adiecta:antierate illa:⁊ quasi morositate descriptiõis ꝑtermissa :stati assumptz trib⁹ lineis:qua essent designatis equales:triangulum constituere.Quod fieri uicere ex supiore problemate abũde constabat.Quare q istiusmodi problema diligentius pressiusqz ostendere volet:is(vt opinor)sic demonstrabit.



¶Ad datam rectam lineam:datumqz in ea punctum: dato angulo rectilineo equum angulum rectilineum constituere.

Jt data recta linea.a.b.datumqz in ea pũctũ a.Datus vero angulus rectilineus.d.c.e.opz igitur ad datam rectã lineam.a.b. ⁊ ad datũ in ea punctum.a.dato angulo rectilineo d.c.e.equalem angulum rectilineum constituere sumantur in lineis.e.d.⁊.c.e.puncta(si lubet).d.⁊.e.⁊ protrahatur .d.e.⁊ ex tribus rectis lineis.a.f.⁊.a.g.⁊.f.g.que sũt datz rectz lineis trib⁹.c.d.⁊.c.e.⁊.d.e.eq̃les.Triãgulum constituatur.a.f.g.ita:vt equalis sit ipsa.c.d. linea ipsi.a.f.ipsa.vero.c.e.ipsi.a.g. postremo ipsa.d. e.ipsi.f.g.Quoniam igitur duo linee recte.d.c.⁊.c.e. duabus rectis lineis.f.a.⁊.a.g.equales sunt altera alteri.⁊ basis.d.e.basi.f.g.equa habetur:angulus quoqz.d.c.e.angulo.f.a.g.que equalis erit.Ad dataz itaqz rectam lineam.a.b.datumqz in ea punctum.a. dato angulo rectilineo.d.c.e.equalis angulus rectilineus f.a.g.constitutus est.Quod oportebat facere.Addidissem quoqz alia plura longe etiam grauiora errata nisi me epistolam scribere meminissem.Sed euclidẽ ipsum aliquando fortasse vna ꝓlegemus:annotabimusqz omnia:in quibus nostri a recta ratione discedere videbuntur. Interim hec pauca tibi mi. Donate scripsimus:vt essent apud te eius beniuolentie atqz obseruantie pignus.qua te prosequebar (⁊ nunc quoqz prosequor)cum nostre Patauine philosophorum academie Rector hic ageres.Vale ex Patauina philosophorum palestra.

Geometrie

¶ Incipit liber primus Geometrie Euclidis a Boetio in latinum translate.

Qlia vero mi patrici Geometraꝝ exercitatissime. Euclidis de artis geometrice figuris obscure plata te adhortãte exponenda ⁊ lucidiore aditu expolienda suscepi. In primis quid sit mensura definiendum opinor.

¶ De mensura.

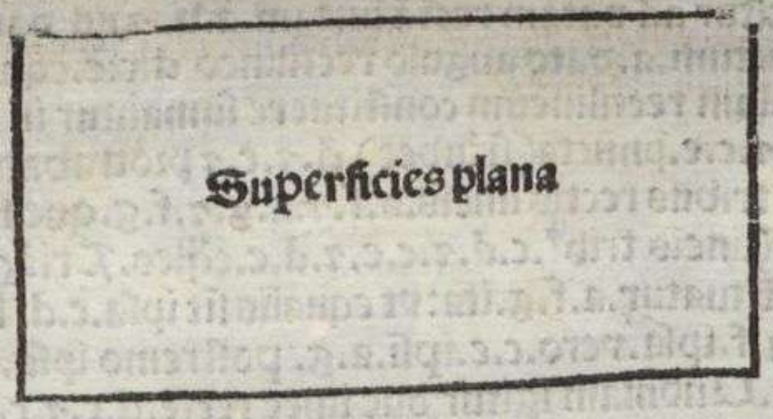
Mensura vero est quicquid pondere. capacitate longitudine: altitudine. latitudine: aloqꝫ finitur. Principium autez mensure pũctum vocatur. Punctum est: cuius ps nulla est linea vero sine latitudine longitudo est linee vero fines puncta sunt.

¶ De generibus linearum.

Recta linea est: que equaliter in suis protenditur punctis. Superficies vero est: quod longitudine: latitudineqꝫ censetur. Superficiei autem fines linee sunt.

Recta linea

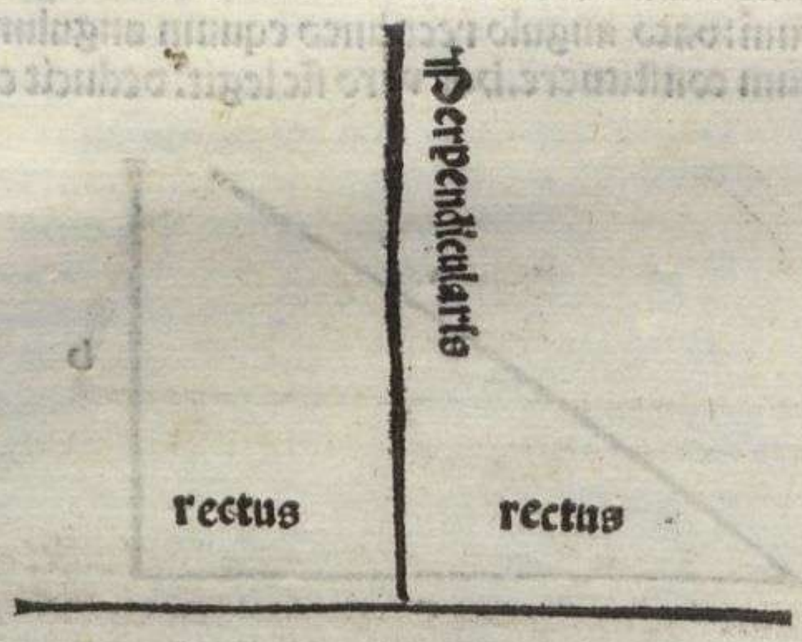
¶ Plana superficies: dicitur que equaliter in rectis suis lineis continetur.



¶ De generibus angulorum.

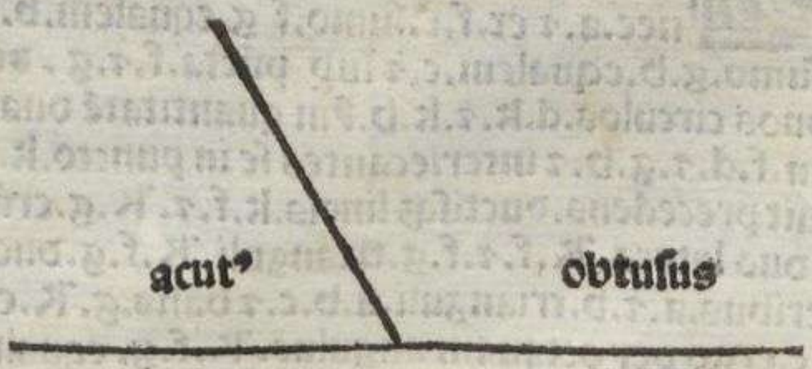
Planus angulus est duarum linearũ in plano inuicem sese tangentium: ⁊ non in directo iacentium ad alterutram cõclusio.

¶ Quando autem que angulum continent: linee recte sunt tunc rectilineus angulus nominatur.



¶ Cũ vero recta linea super rectã lineã stans circum se equos sibi inuicem fecerit angulos: rectus est vteraqꝫ equalium angulorum. Et linea super rectam lineã stans perpendicularis dicitur. Obtusus angulus maior recto est.

¶ Acutus autem angulus recto minor est.

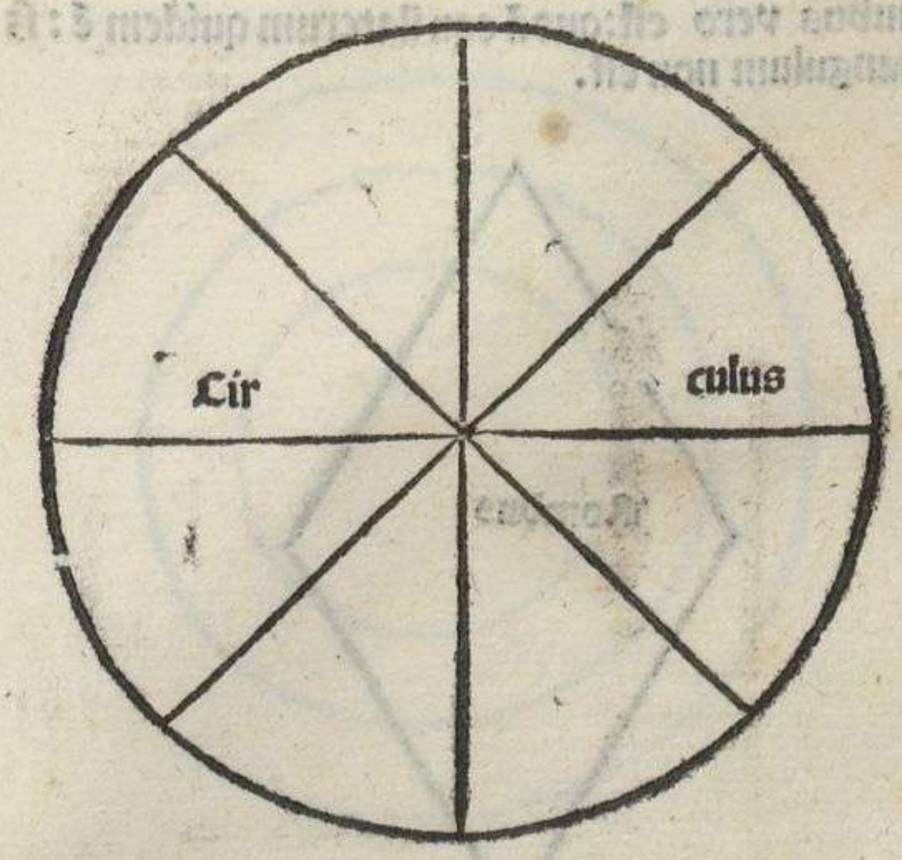


¶ De modis figurarum.

Figura est: quod sub aliquo vel aliquib⁹ terminis continetur

¶ Terminus vero quod cuiusqꝫ est finis.

¶ Circulus vero est figura quedam plana ⁊ circunducta. Et sub vna linea: contenta: que circunferentia vocatur ad quam a puncto: quod intra figuram positu; est: omnes que incidunt. Recte linee sibi inuicem sunt equales. hoc vero pũctũ cẽtrũ circuli nominat.



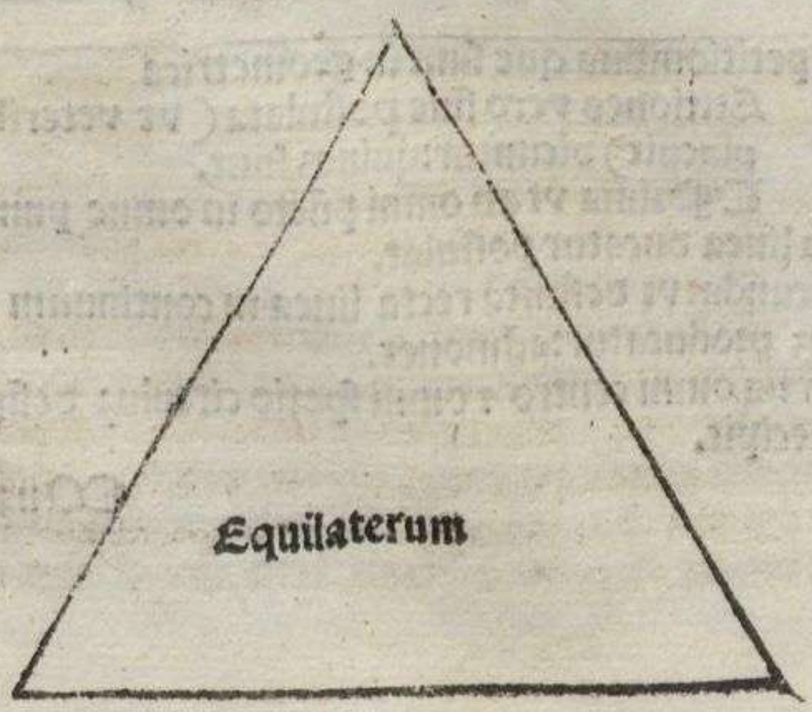
¶ Diametrus autem circuli est recta quedaz linea per centrum ducta: ⁊ ab vtrãq ꝑte in circũferẽtia circuli terminata: que ĩ duas equas partes circulũ diuidit
¶ Semicirculus vero est plana figura. que sub diametro Et ea quam diametrus apprehendit: circunferentia contiuetur.

Diametrus

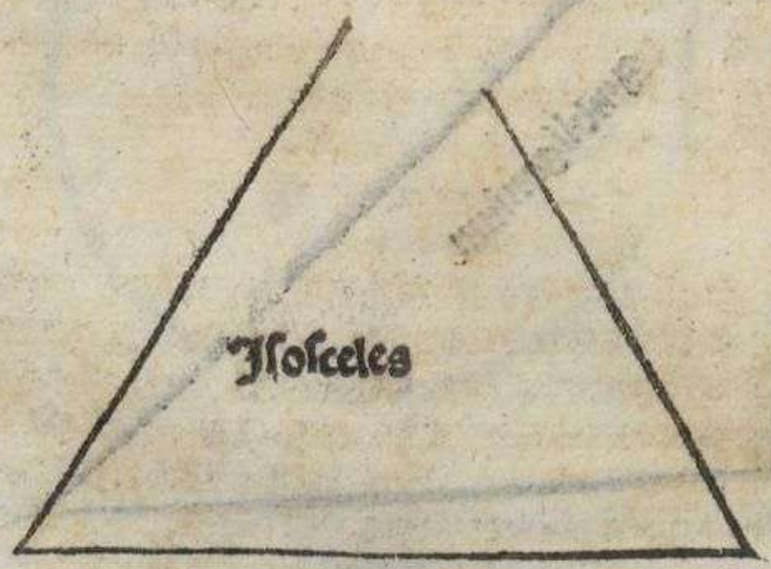
¶ Recti linee figure sunt: que sub rectis lineis cõtinẽt
¶ Trilatera quidem figura est que sub tribus rectis lineis continetur.
¶ Quadrilatera autem: que sub quatuor.
¶ Finitima vero mensuralis est linea. que aut pro aliq̃ obseruationum: aut aliquo terminorum obseruatur.
¶ Multilatera itaq̃ figura est: que sub pluribus q̃ quatuor lateribus continetur.

¶ De triangulis.

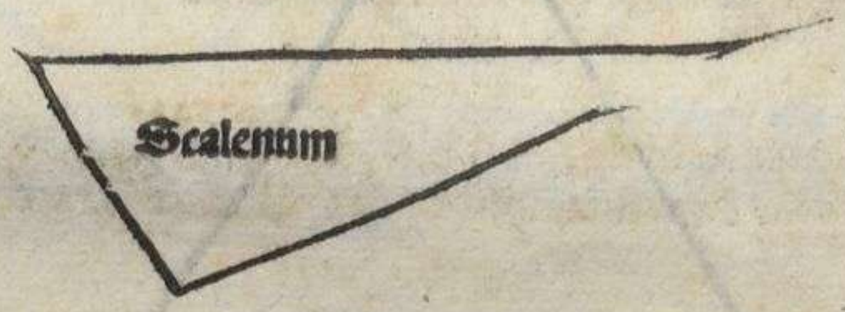
e Quilaterum igitur triangulumest: quod tribus equis lateribus continetur.



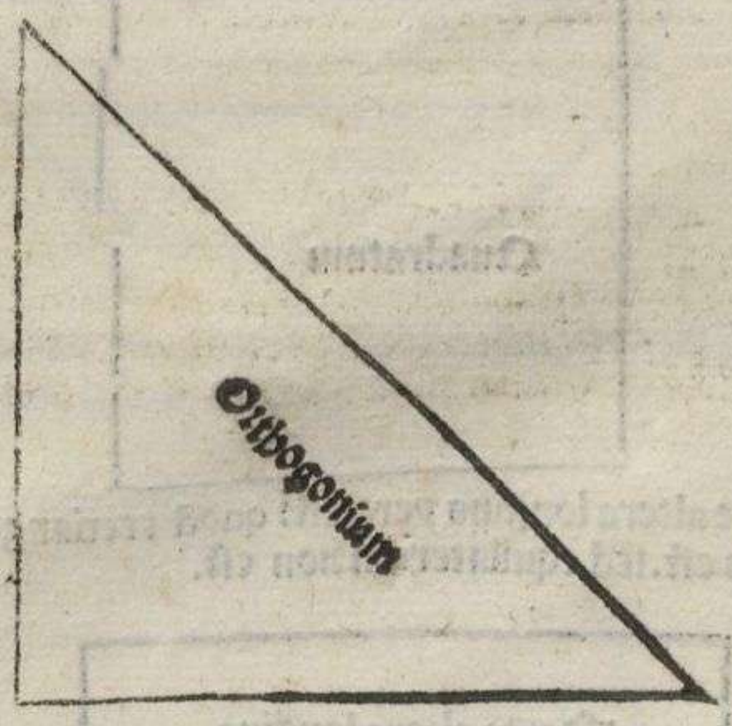
¶ Isosceles autem est: quod duo tantummodo latera habeat equalia.



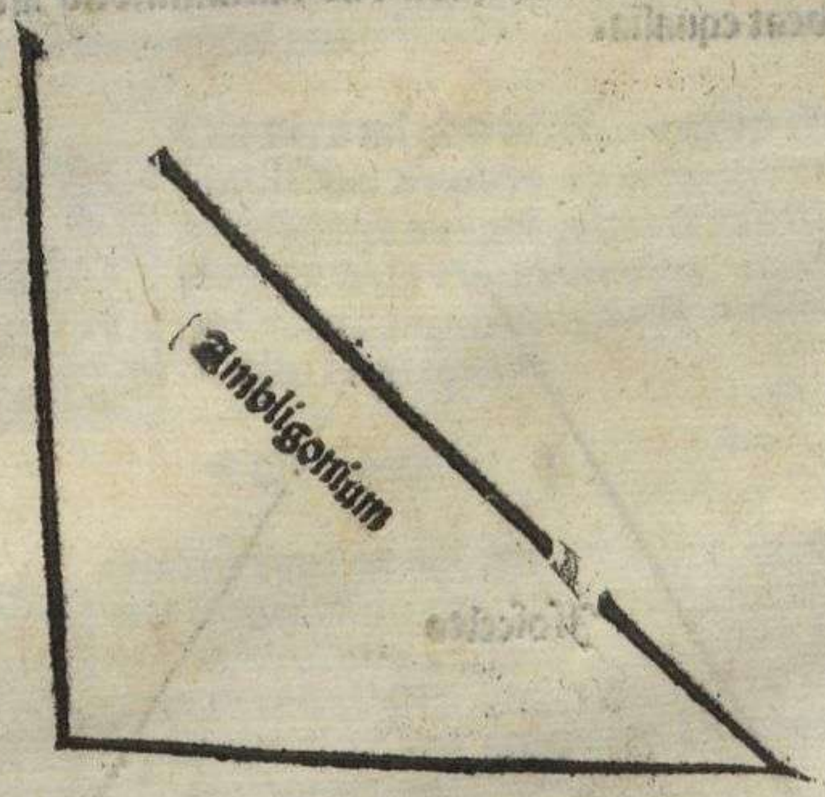
Scalenum vero quod tria latera habet inequalia:



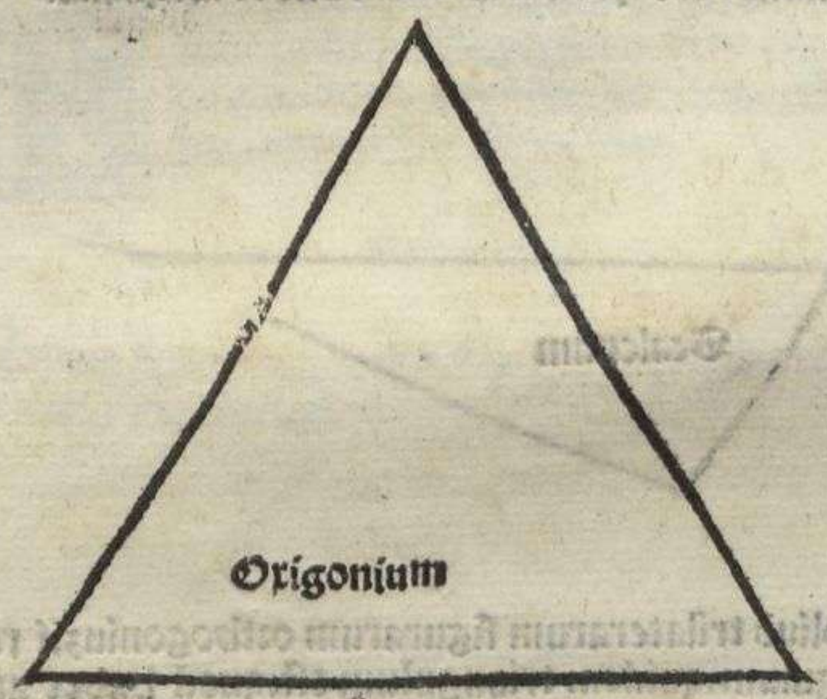
¶ Amplius trilaterarum figurarum orthogonius. ĩ rectiangulum. quidem triangulum est. quod habet angulum vnum rectum.



¶ Ambli gonium. autem quod latine obtusiangulm dicitur est: quod obtusum habet angulum.

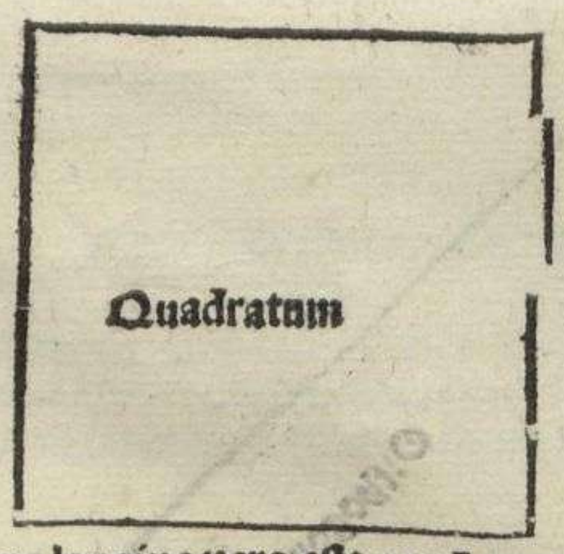


¶ Origonium. vero. i. acuti angulum: est i quo tres anguli sunt acuti.

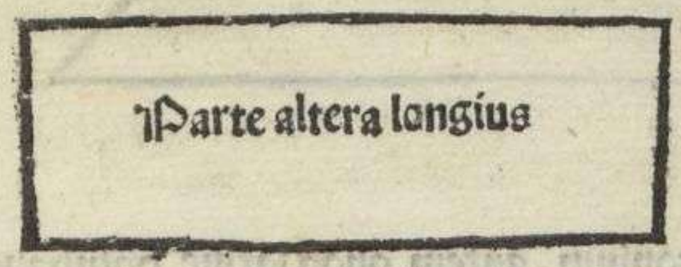


¶ De quadratis.

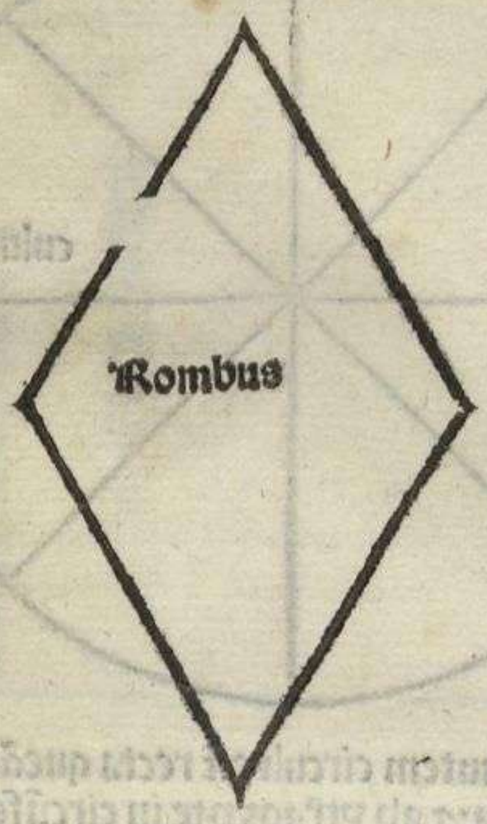
q Quadri laterũ vero figurarum quadratus vocatur: quod ẽ equilaterum atq; rectiangulũ.



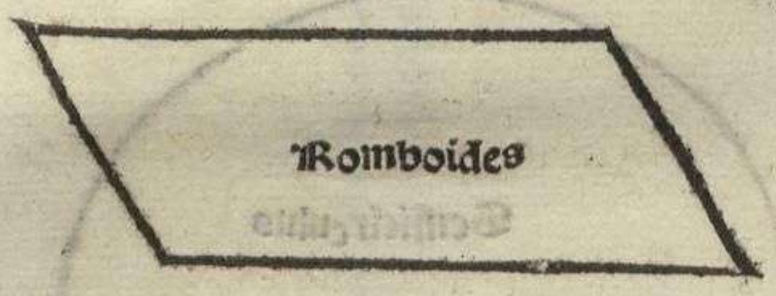
¶ Parte altera longius vero est: quod recriangulum quidem est. sed equilaterum non est.



¶ Rombus vero est: quod equilaterum quidem ẽ: ſ̃ rectangulum non est.



¶ Romboides autem est: quod incontrarium collocatas lineas atq; angulos habet equales: non autem rectis angulis: nec equis lateribus continetur.



¶ Preter hec autẽ oẽs quadrilatere figure trapezia. idest mensule nominantur.

¶ Prallele idest alterne recte linee nuncupantur: que eadẽ plana superficie collocate atq; vtriq; producte in neutra parte concurrunt.

Parallele.

¶ De petitionibus que sunt in geometrica

Petitiones vero siue postulata (vt veteribus placuit) dicuntur: quinq; sunt.

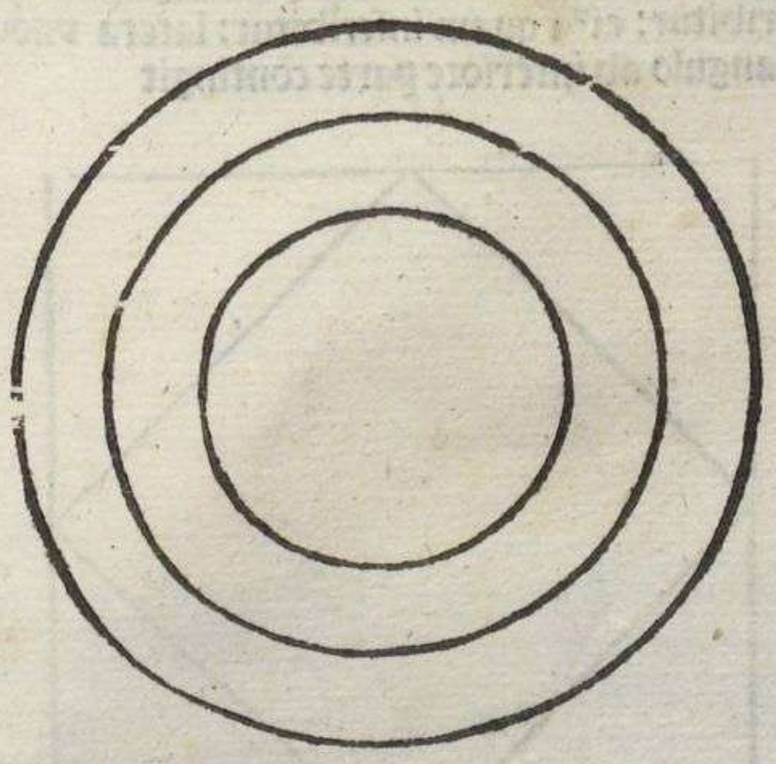
p ¶ Prima vt ab omni pũcto in omne punctũ recta linea ducatur postulat.

¶ Secunda: vt definita recta linea in continuum rectũq; producatur: admonet.

¶ Tertia omni centro ⁊ omni spatio circulus designare precipit.

¶ Quarta

Pero que la oja. 5 7. esta adelante despues de la 4. 8.



¶Quarta omnes rectos angulos ſibi inuicem equos eſſe vult.

¶Quinta autē: ſi in duas rectas lineas linea recta incidens interiores duos angulos ⁊ in eadez parte duobus rectis fecerit minores: rectas lineas in infinitum productas ad eas partes in quibus duo interiores anguli duobus rectis minores ſunt: concurrere iubet.

¶De communibus animi conceptionibus: que ſunt in geometrica.

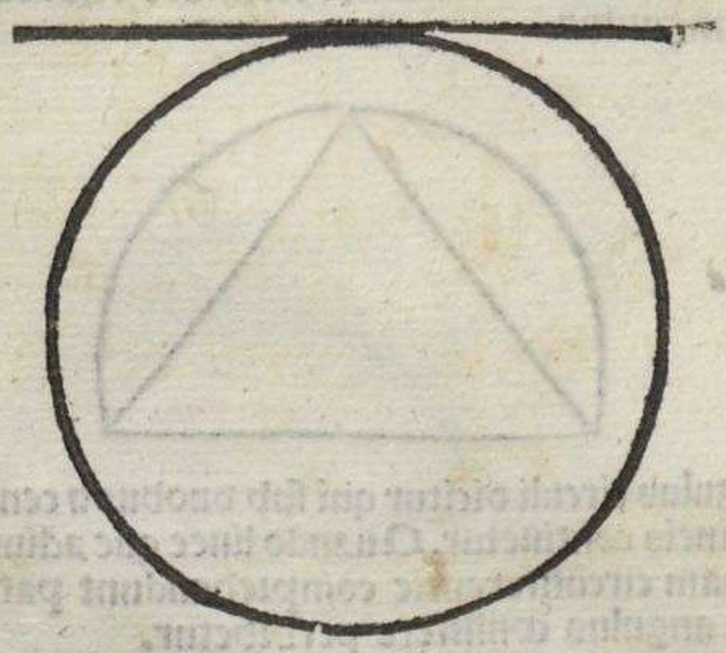
Ommunes igitur animi conceptiones ſunt que a grecis. κοιναὶ ἔννοιαι. vocantur. cum ſpacia ⁊ interualla eidem ſunt equalia. Et ſibi inuicem ſunt equalia. Et ſi ab equalibus equalia auferantur que reliquū tur: equalia ſunt. Et ſi equalibus equalia addantur: tota quoqz equalia ſunt. Et que ſibimet ipſis conueniunt equalia ſunt.

¶Omne paralello graminuz rectianguluz ſub iis duabus rectis lineis: que rectum ambiunt angulum dicitur contineri.

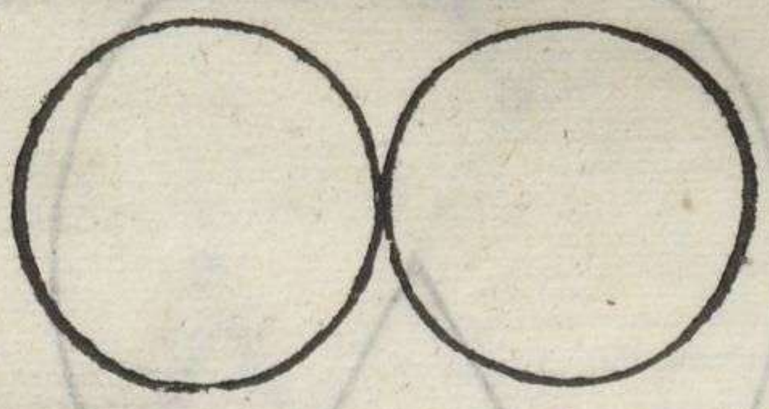
¶Omnis vero paralello grāmi ſpatii vnuz quodqz eorum que circa eandem diametruz ſunt paralello grāmorum cum duobus ſupplementis gnomon nuncupatur.

¶Circuli ſunt equales: quorum diametri ſunt equales inequales vero ſunt: qui ſic ſe non habent.

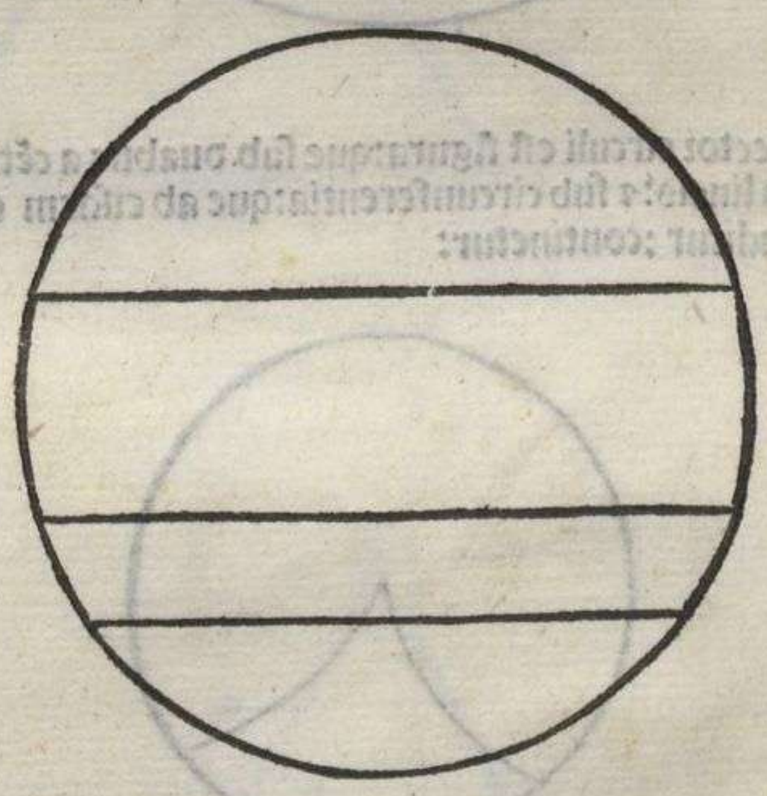
¶Recta linea circulum contingere dicitur: que cum circulum tangat: in vtraqz eiecta parte non ſecat circulum.



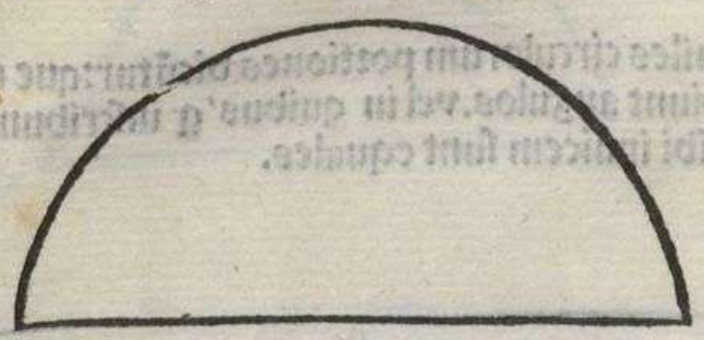
¶Circuli ſe inuicem contingere dicuntur: qui tangentes ſe ſe inuicem non ſecant:



¶Recte linee in circulo a centro diſtare equaliter dicuntur: quando a centro in ipſas ducte perpendiculares inuicem ſibi ſunt equales.



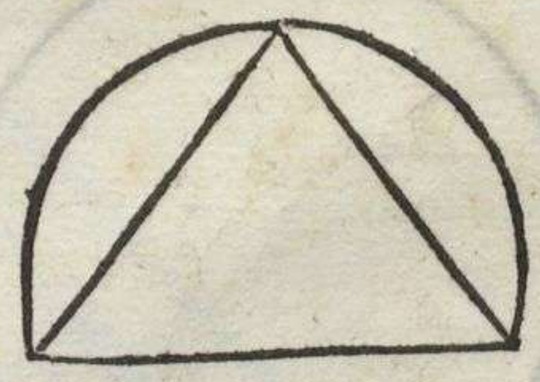
¶Plus vero a cētro diſtare dicitur linea: in quā perpendicularis longioz cadit.



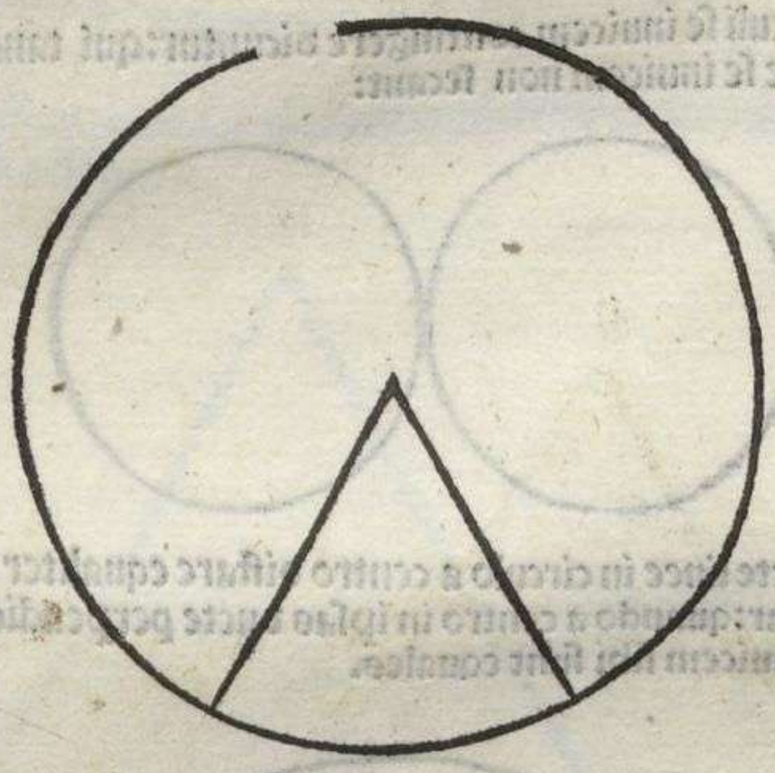
¶Portio circuli eſt figura: que ſub recta ⁊ circuli circunferentia. continetur.

¶In portione circuli angulus eſſe dicitur: quando in circunferentia portionis ſumitur aliquod punctū

& ab eodem puncto ad linee terminos due recte linee subiunguntur.

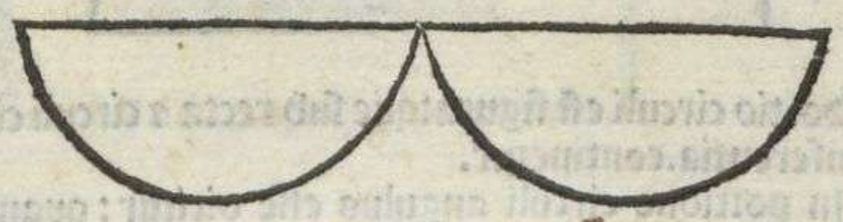


¶ Angulus circuli dicitur qui sub duobus a centro ductis lineis continetur. Quando linee que adiunguntur aliquam circunferentie comprehendunt particulam in ea angulus consistere perhibetur.

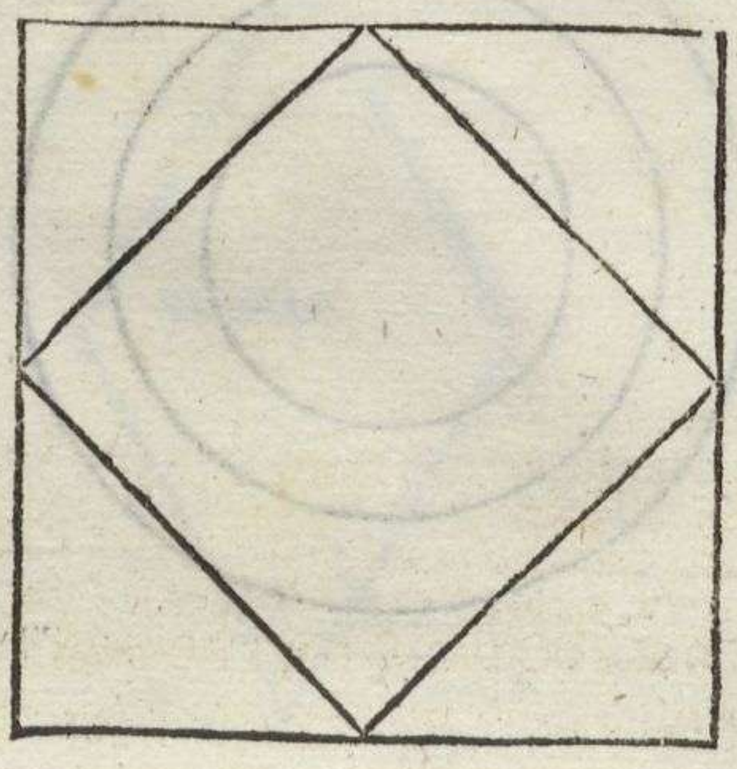


¶ Sector circuli est figura: que sub duabus a cẽtro ductis lineis: & sub circunferentia: que ab eisdem comprehenditur: continetur:

¶ Similes circulorum portiones dicũtur: que equales suscipiunt angulos. vel in quibus q inscribuntur: anguli sibi inuicem sunt equales.



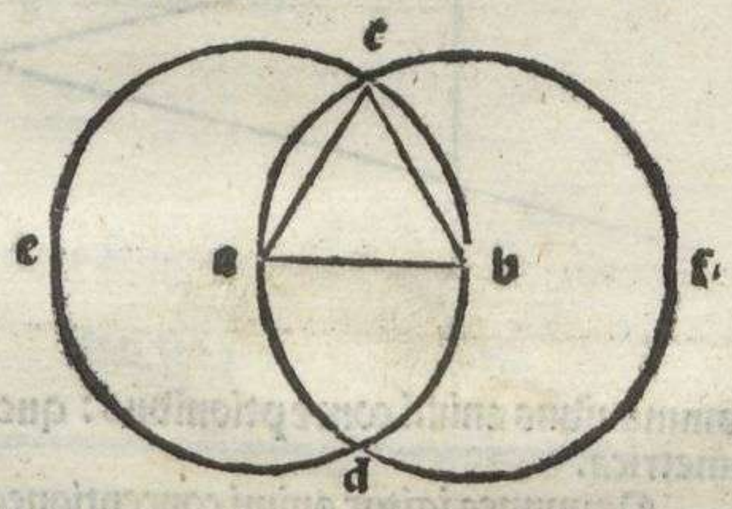
¶ Figura intra figuram dicitur inscribi quando ea q inscribitur: ei' ĩ quam inscribitur: latera vnoquoq; suo angulo ab interiore parte contingit



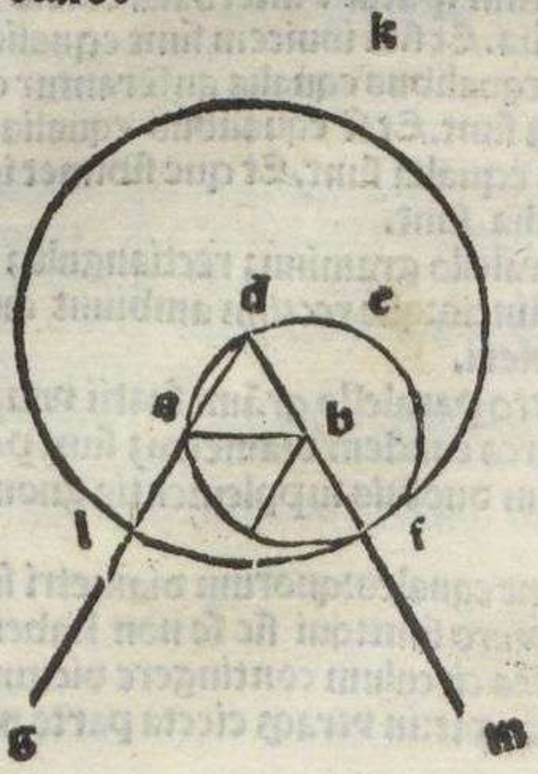
¶ Figura vero figure circũscribi perhibetur: quotiẽs ea que circunscribitur suis omnibus laterib' omnes angulos eius: cui circunscribitur tangit.

¶ Expliciunt prolegomena: Incipiunt schemata:

¶ Supra datam rectam lineam terminatam triangulũ equilaterum constituere.

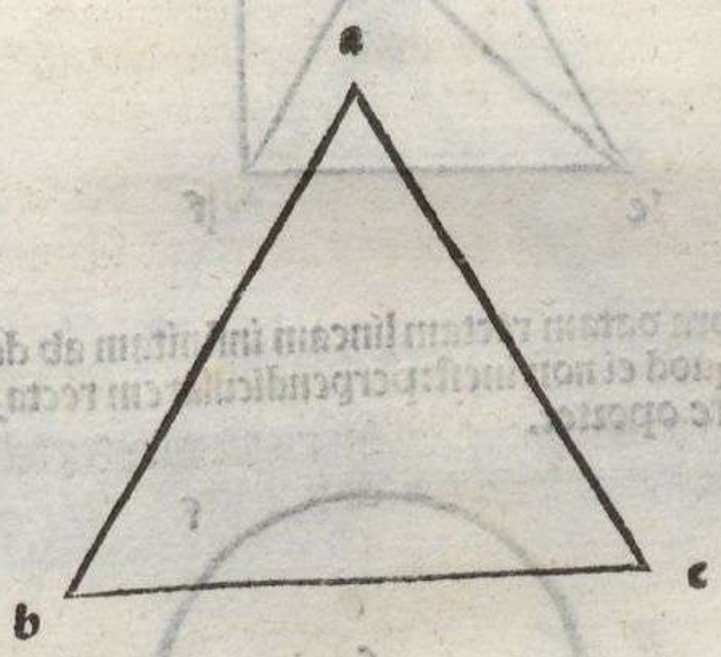


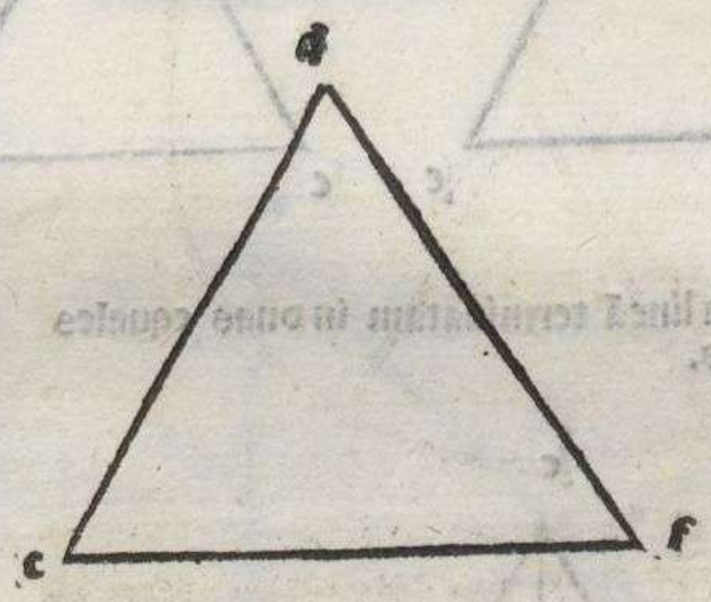
¶ Ad datum puctum date recte linee equalem rectam lineam collocare.



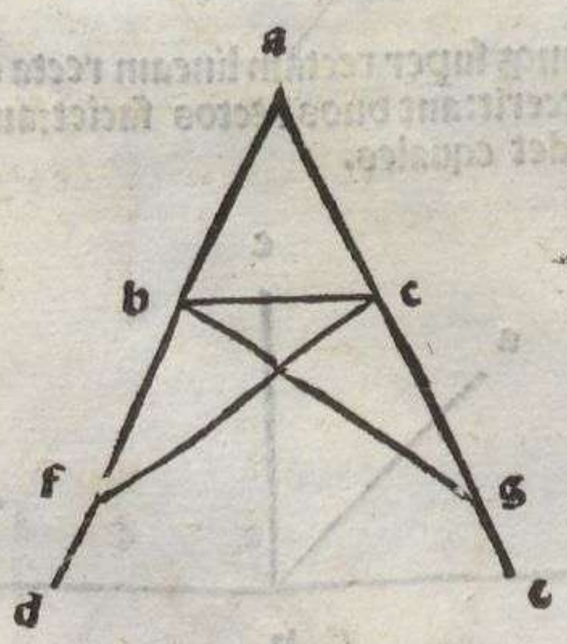
¶Duobus lineis rectis inequalibus datis a maiore minori equam rectam lineam abscindere oportet.

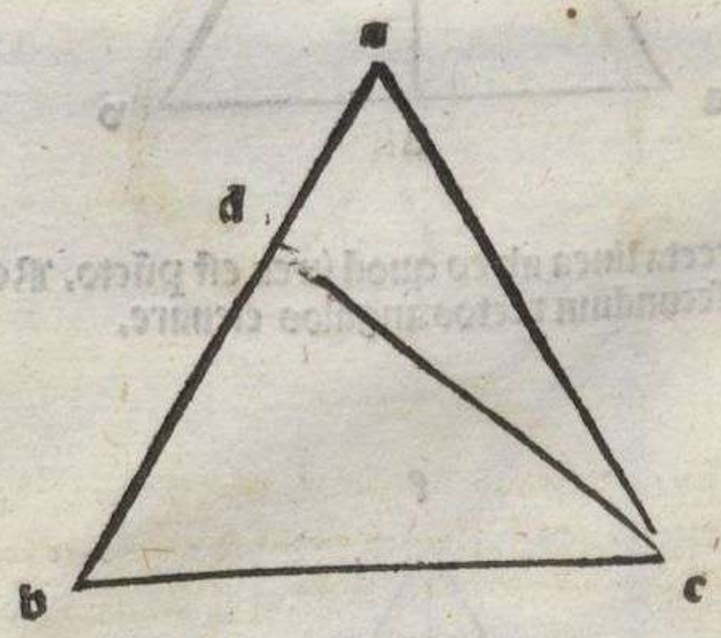
¶Si duo triangula duo latera duobus lateribus habent equa alterum alteri ⁊ angulum angulo equum eum qui sub equalibus rectis lineis continetur: ⁊ basim basi. equam habebunt: ⁊ triangulum triangulo equum erit. ⁊ reliqui anguli reliquis angulis erunt equales alter alteri: sub quibus equalia latera subtenditur.





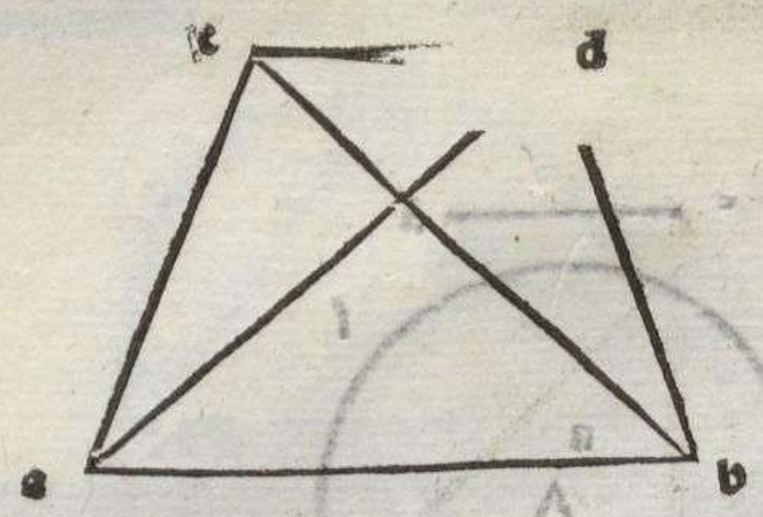
¶Triangulorum isoscelium anguli: qui ad basim: sunt equi sibi inuicem sunt



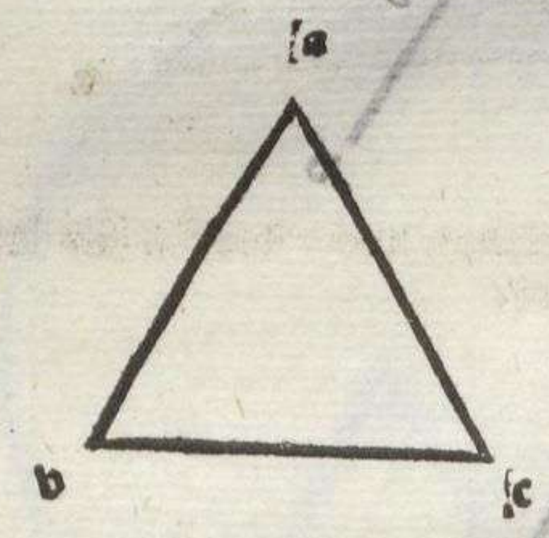


¶Si trianguli duo anguli equi sibi inuicem sint: ⁊ q̃ equalibus angulis subtenduntur latera: sibi inuicem erunt. equalia.

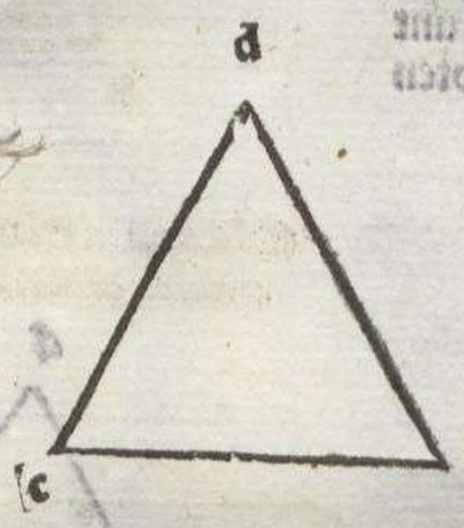
¶Super eandem rectam lineam duabus eisdem rectis lineis alie due recte linee equales altera alteri nullo modo constituentur. ad aliud atq; aliud punctum ad easdem partes eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

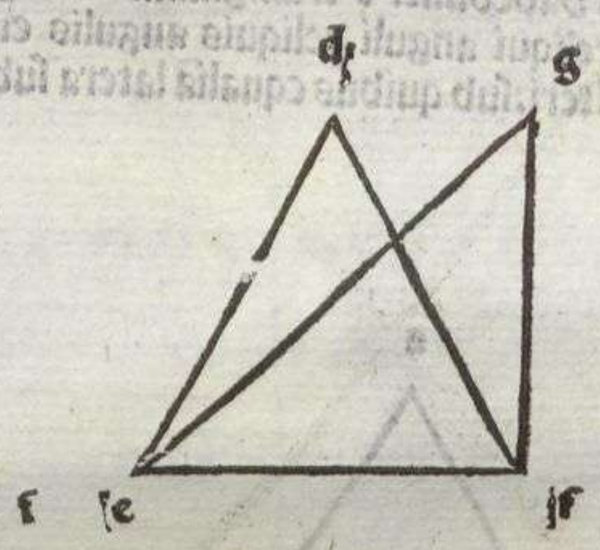


¶Si duo trianguli duo latera duobus laterib⁹ equa possideant alterum alteri. ⁊ basiz basi habeant equa ⁊ angulum angulo habebunt equalem: qui sub equalib⁹ rectis lineis continetur.

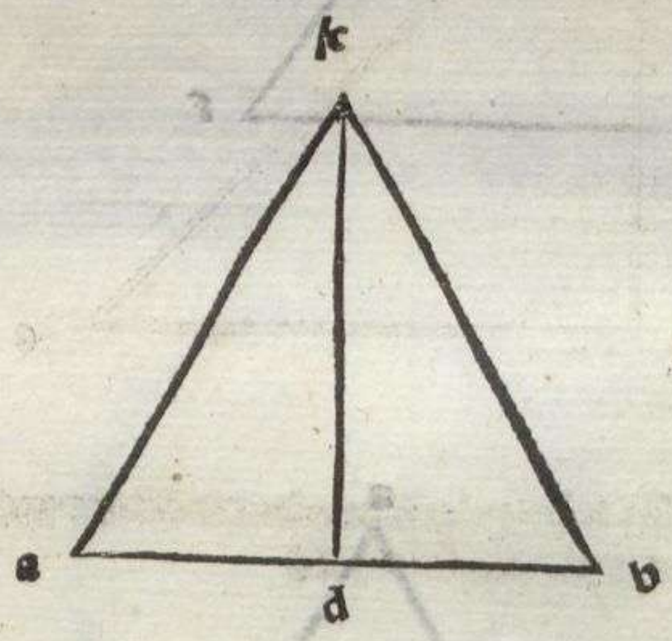


¶Datam rectam lineã terminatam in duas equales diuidere partes.

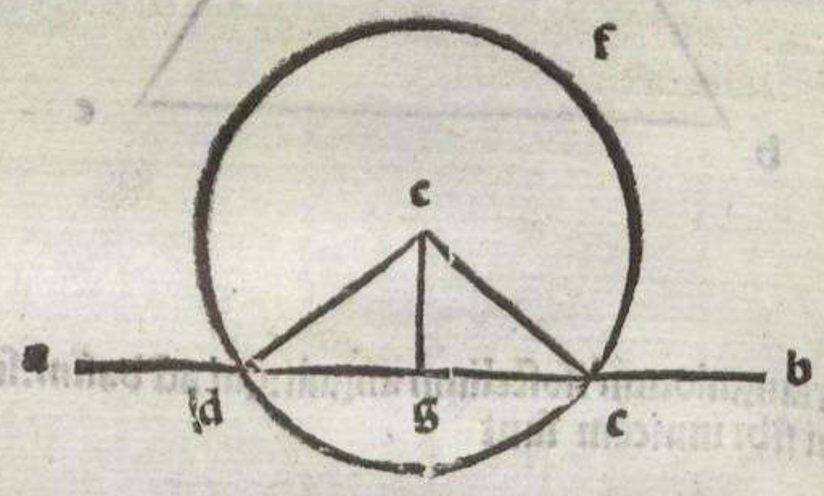




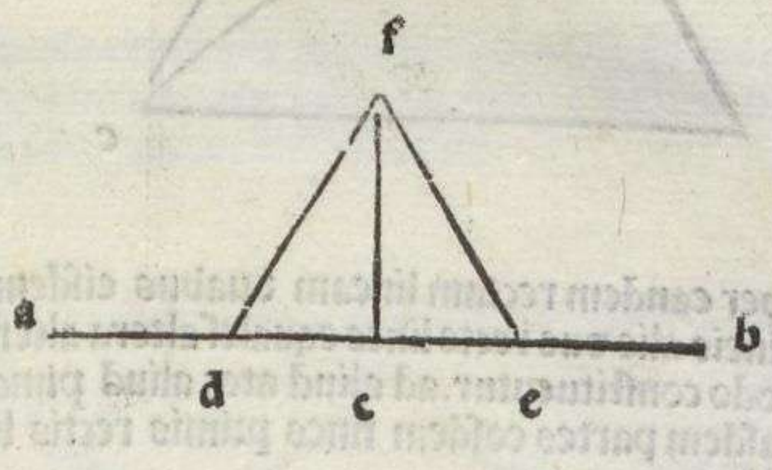
¶Supra datam rectam lineam infinitam ab dato pũcto: quod ei non inest: perpendicularem rectaz lineã ducere oportet.

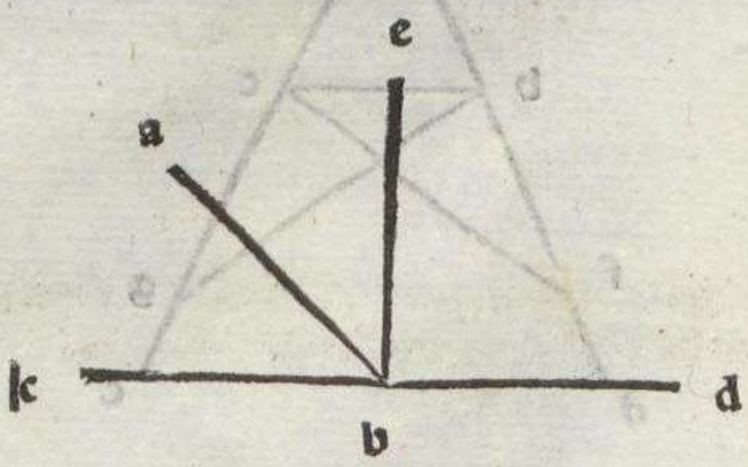


¶Data recta linea ab eo quod in ea est pũcto. Rectã lineam secundum rectos angulos eleuare.

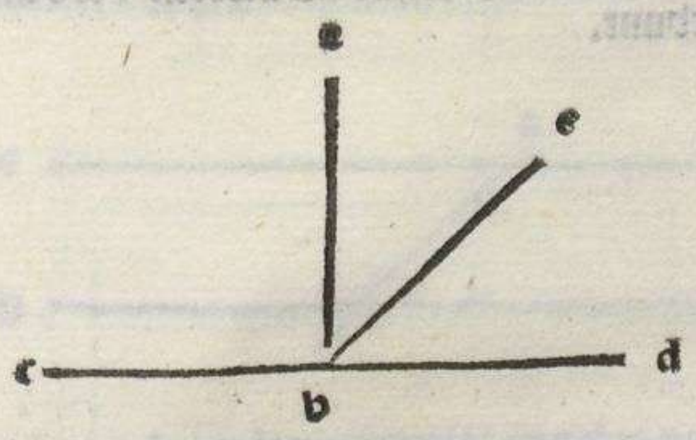


¶Quecunqz super rectam lineam recta consistens angulos fecerit: aut duos rectos faciet: aut duobus rectis reddet equales.

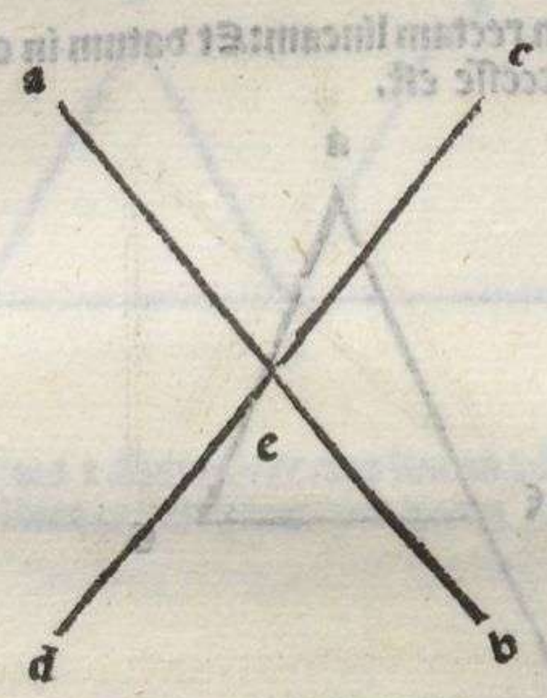




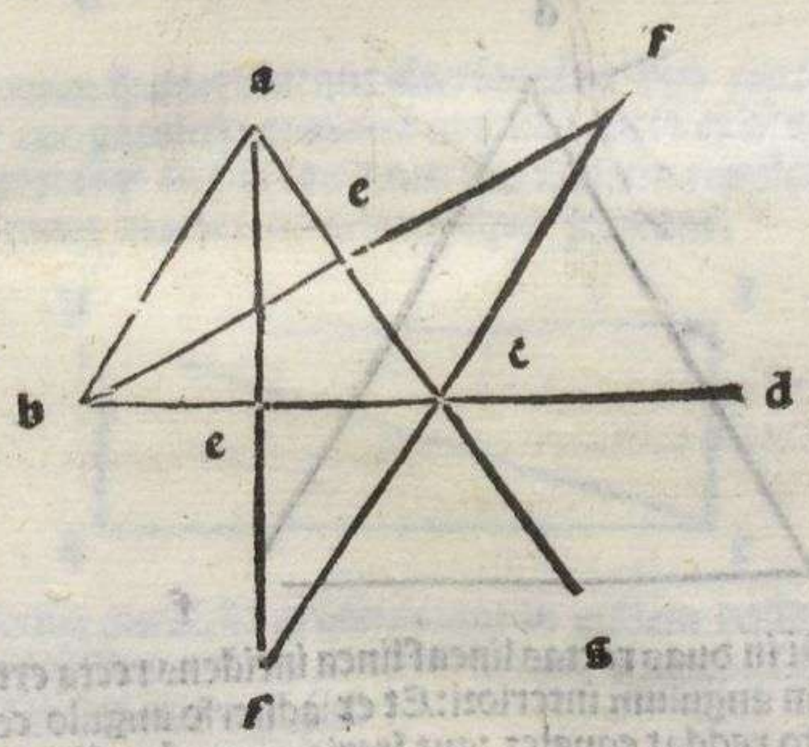
¶Si ad aliquam rectam lineam atqz ad eius punctũ due recte linee non in eandem partẽ ducantur: ⁊ circum se angulos duob⁹ rectis fecerint equos: in directum sibi eas lineas iacere necesse est.



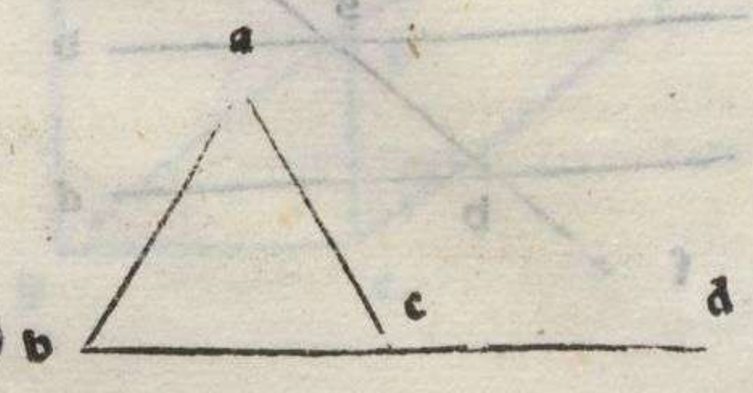
¶Si due recte lree sese diuidant: ad uerticez angulos sibi inuicem facient equos.



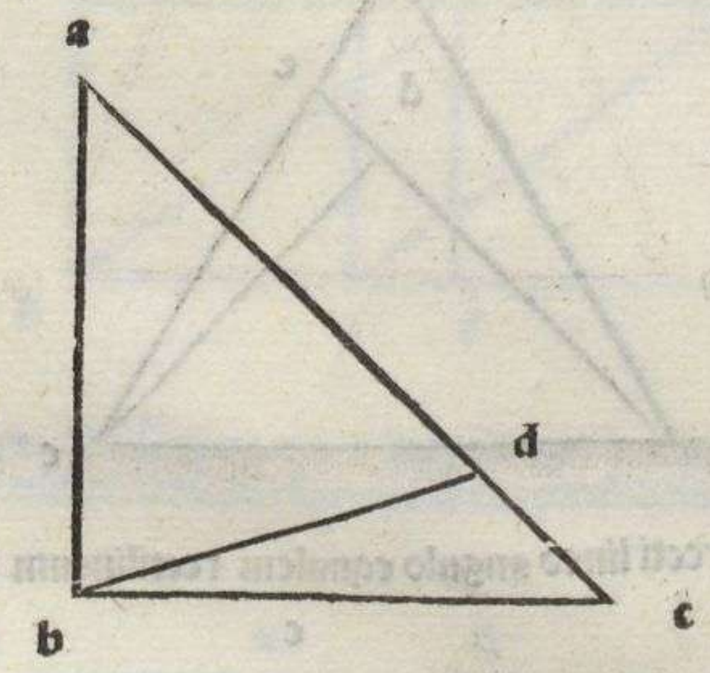
¶Omniuz triangulozum vno latere producto exteriozangulus vtrisqz interiozibus ⁊ ex aduerso angulis constitutis maioz existit.



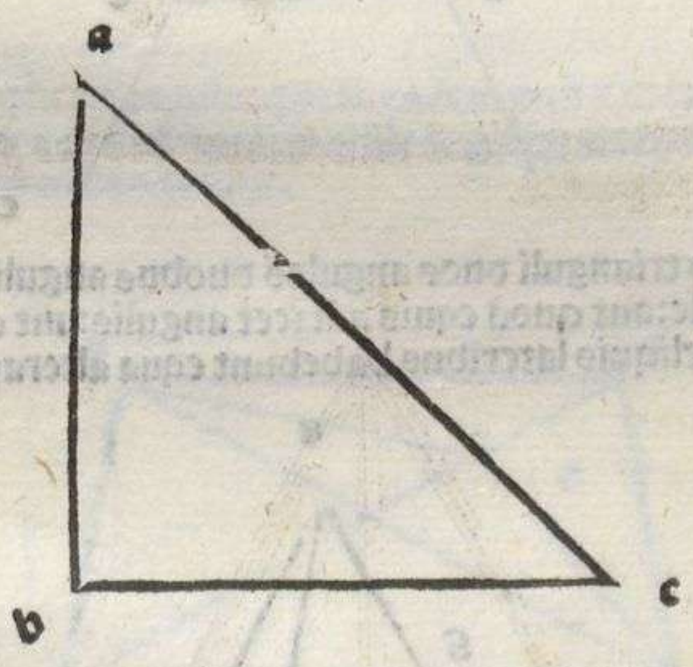
¶Omnium triangulorum duo anguli duobus rectis angulis sunt minozes omnifariam sumpti.



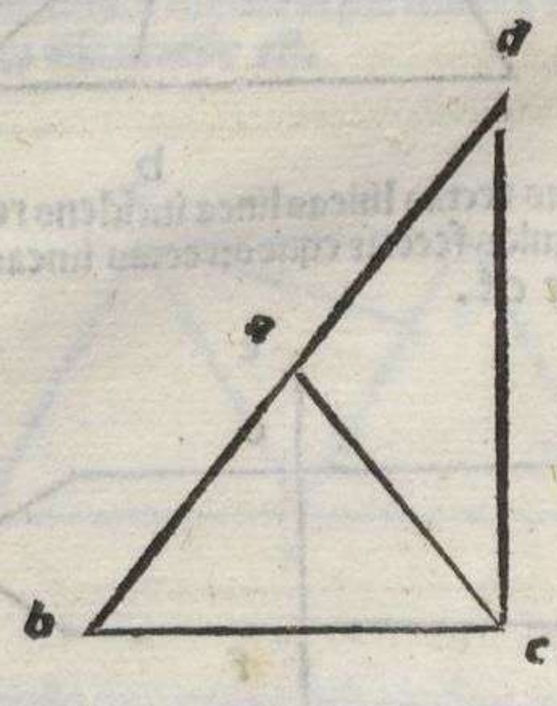
¶Omnium triangulozum maius latus sub angulo maiozе suotenditur.



¶Omnium triangulozum maioz angulus sub latere maiozе protenditur.

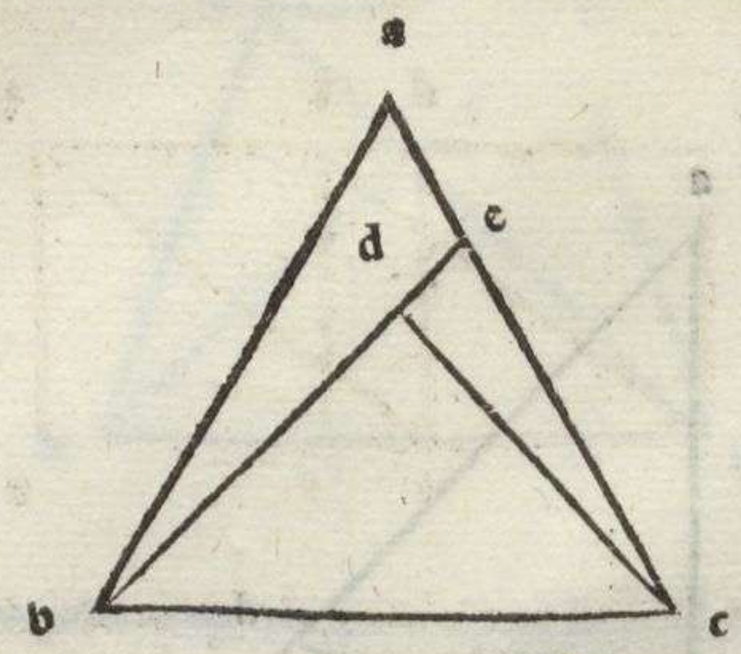


¶Omniuz triangulorũ duo latera cetero maiora sũt in omnem partem susceptas

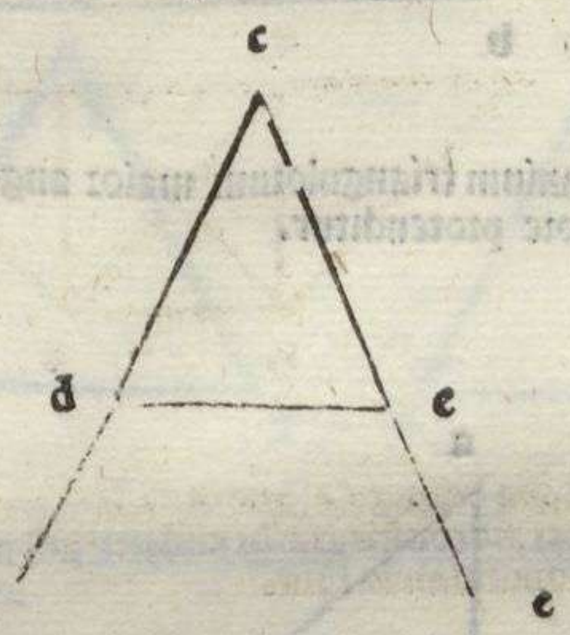


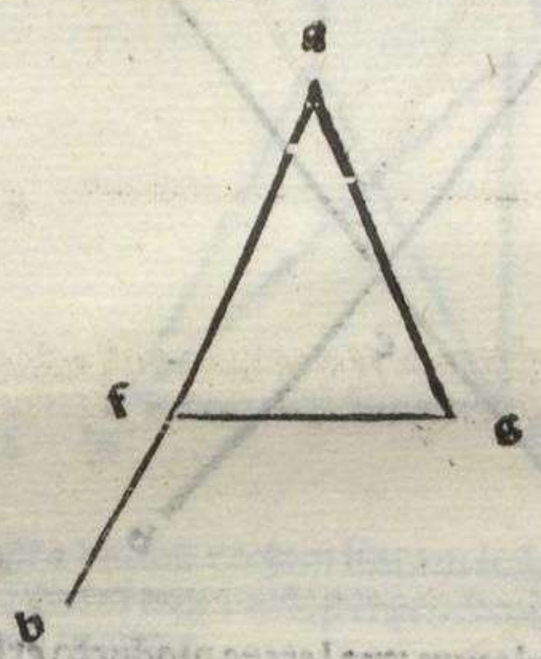
¶Si in vno quolibet trianguli latere a finib° lateris

duc recte linee interius constituantur angulum faciẽtes: quc constituuntur reliquis quidem trianguli duobus lateribus minores erunt Maiorem vero angulum continebunt.

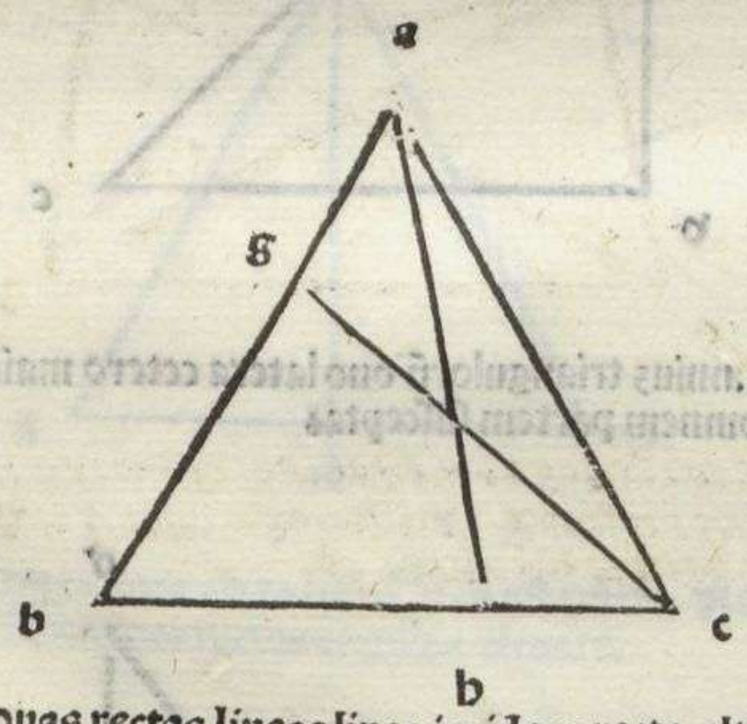


¶Ad datam rectam lineam: Et datum in ea punctum dato recti lineo angulo equalem rectilineum angulum collocare necesse est.

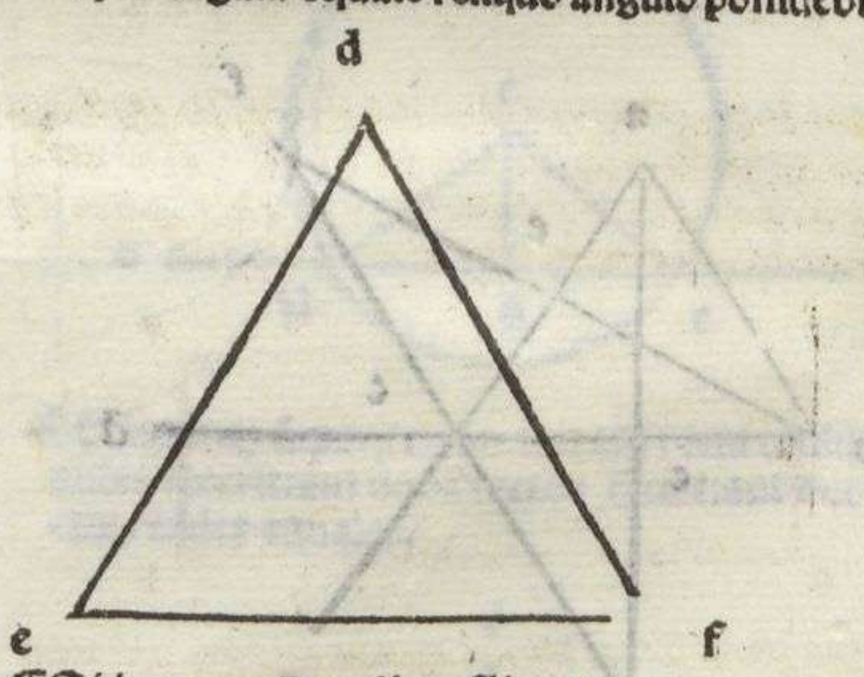




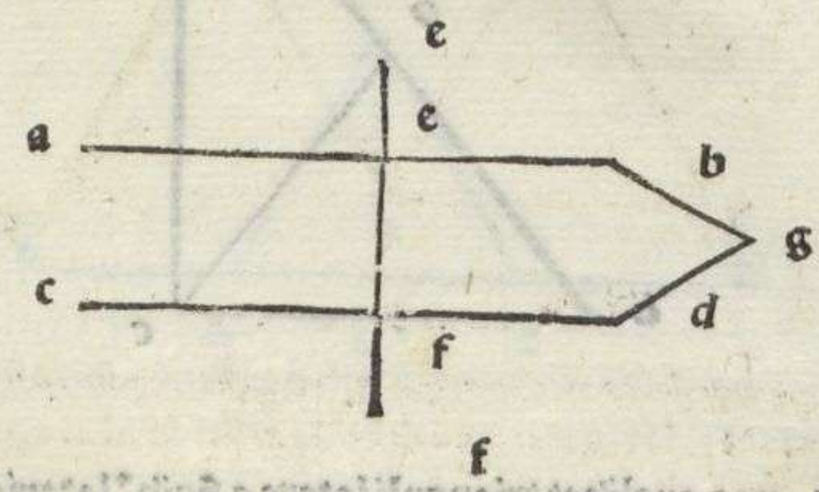
¶Si duo trianguli duos angulos duobus angulis habuerint equos alterum alteri: vnumqꝫ latus vni lateri sit equale: aut quod equis adiacet angulis: aut quod sub vno equalium subtenditur angulorum: ⁊ reliqua latera reliquis lateribus habebunt equa alteraꝫ alteri: ⁊ reliquũ angulũ equalẽ reliquo angulo possidebũt.

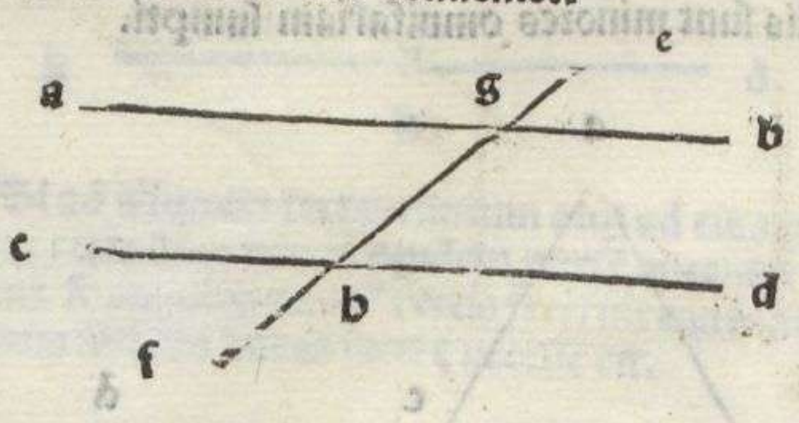


¶Si in duas rectas lineas linea incidens recta alternatim angulos fecerit equos: rectas lineas alternas esse necesse est.

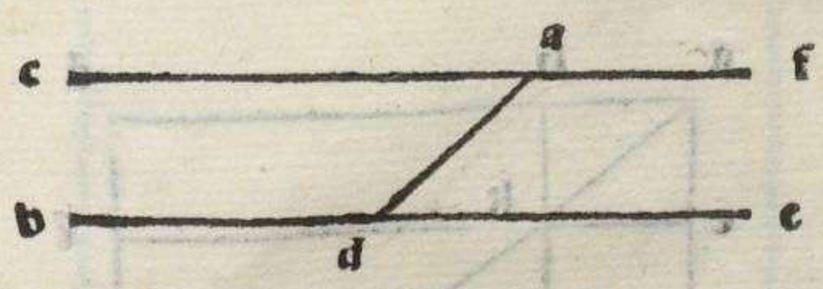


¶Si in duas rectas linea linea incidens recta exterior rem angulum interiori: Et ex aduerso angulo constituto reddat equalez: aut iteriores ⁊ ad easdem partes angulos duobus rectis equales faciat: rectas lineas sibi alternas esse conueniet.

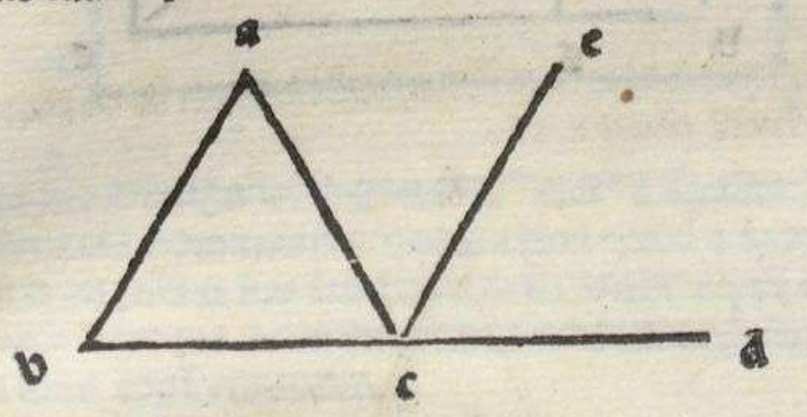




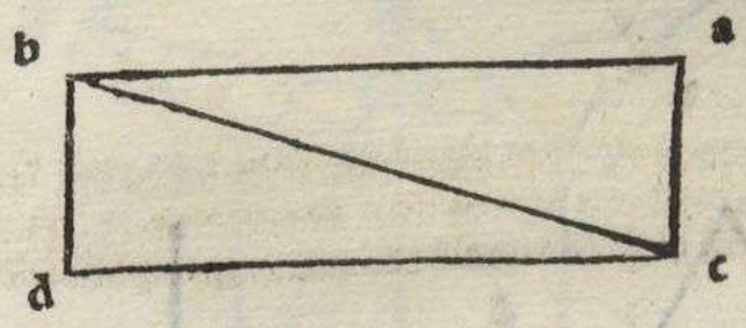
¶ Per datum punctum date recte linee alternaz rectam linam designare necesse est.



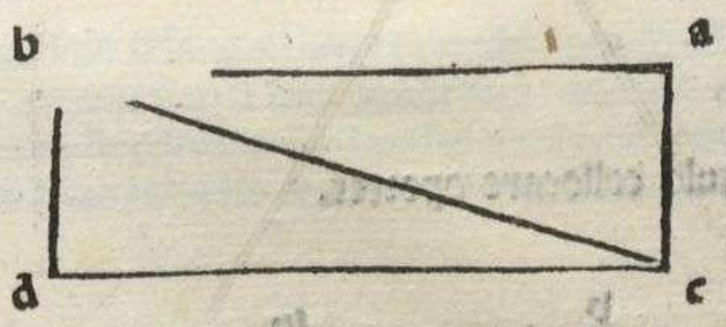
¶ Omnium triangulozuz exterior angulus duobus interius ⁊ ex aduerso constitutis ãgulis est equalis: interiores vero trianguli tres anguli duobus rectis angulis sunt equales.



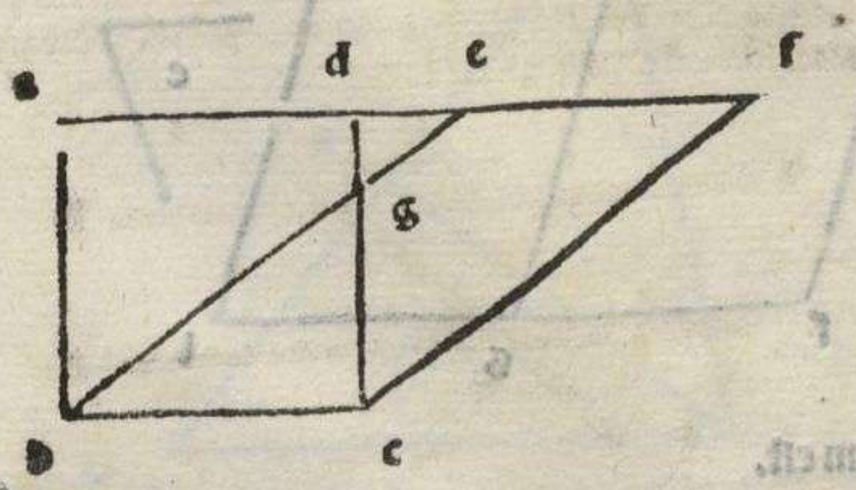
¶ Que equas ⁊ alternas rectas lineas ad easdem partes recte linee coniungunt. ipse quoqz alterne sunt ⁊ equales.



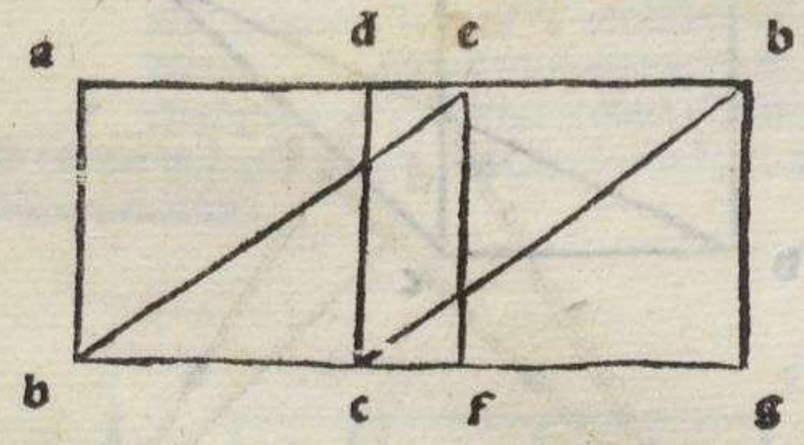
¶ Eorum spacierum: que alterius alteribus continentur que paralello gramma nominantur: ⁊ ex aduerso latera: atqz anguli constituti sibi invicem equales sũt ea quoqz diametrus in duo equa partitur.



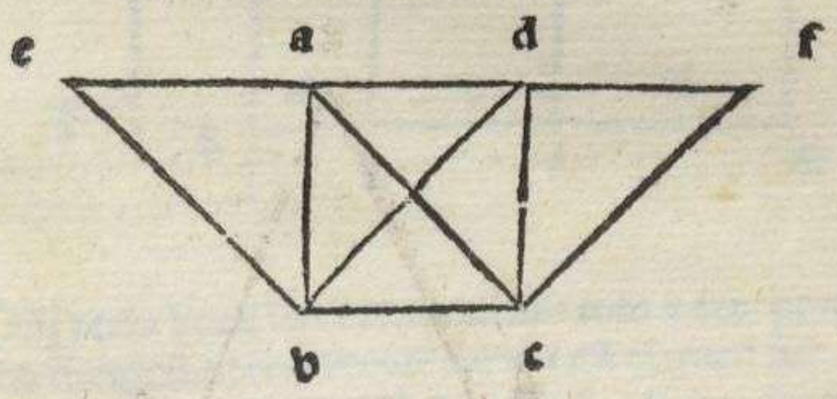
¶ Omnia paralello gramma: que in eisdem basibus: Et in eisdem alternis lineis fuerint constituta: sibi invicẽ probantur equalia.



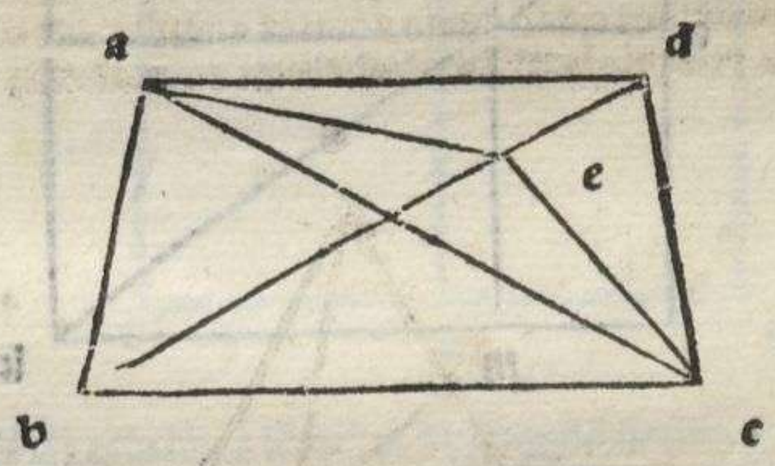
¶ Omnia paralello gramma in basibus equalibus ⁊ in eisdem alternis lineis constituta equalia ea necesse ẽ



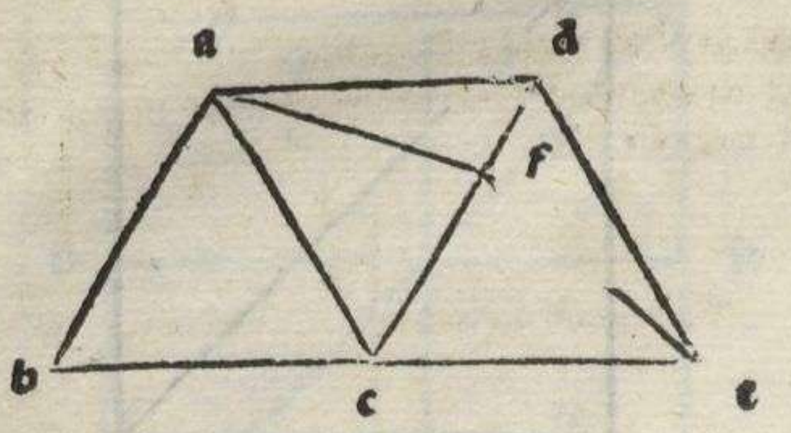
¶ Equa sibi sunt cuncta triangula: que in equis basib⁹ ⁊ in eisdem alternis fuerint lineis constituta.



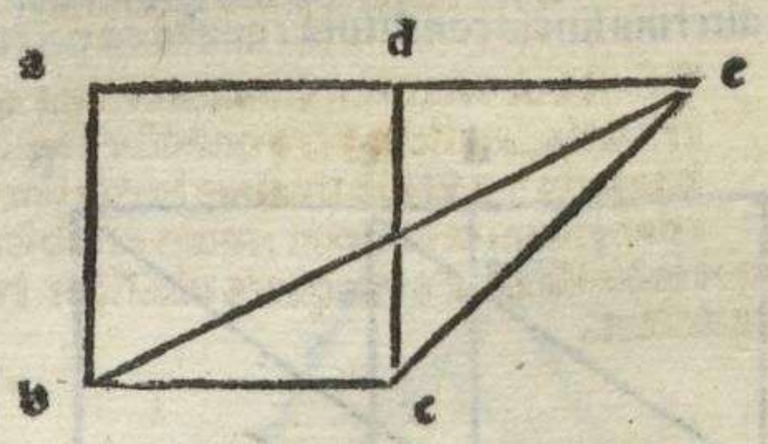
¶ Equa triangula: que in eadem basi ⁊ in eadez parte fuerint constituta: in eisdem quoqz alternis lineis cẽ pronuntianda sunt.



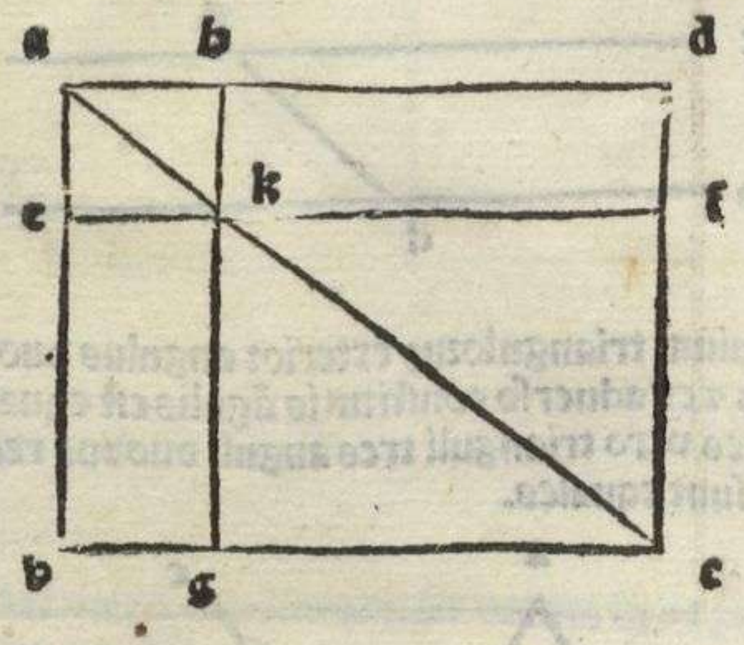
¶ Equa triangula in equis atqz in directuz positis basibus constituta. ⁊ in eisdem partibus: ⁊ in eisdez quoqz alternis esse necesse est.



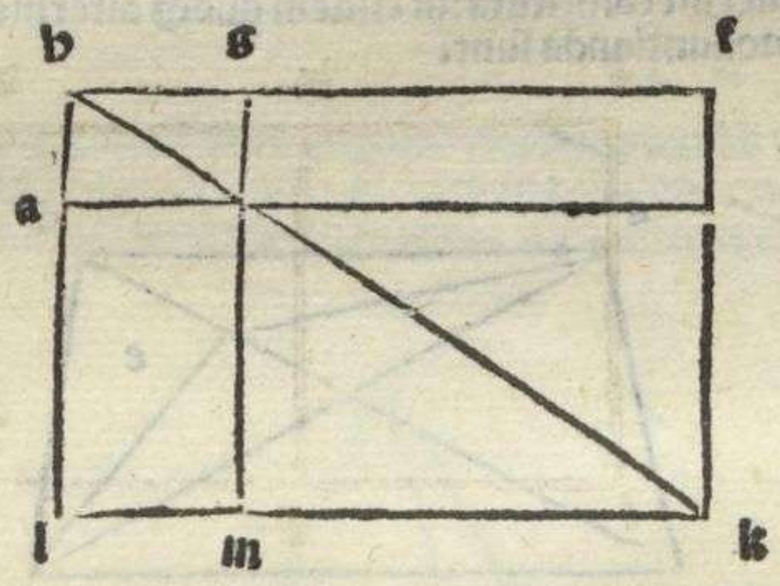
¶ Si paralello grammum: triangulumqz in eadẽ basi atqz in eisdem alternis lineis fuerint constituta: paralello grammum triangulo duplex esse conueniet.

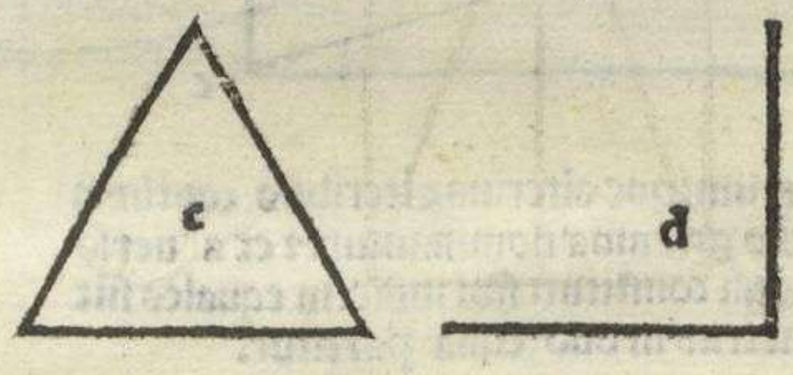


¶Omnis paralello grammi spatii eorum que circa eã dem diametrum sunt: paralello gramorum suplemẽ ta equa sibi inuicem esse necesse est.

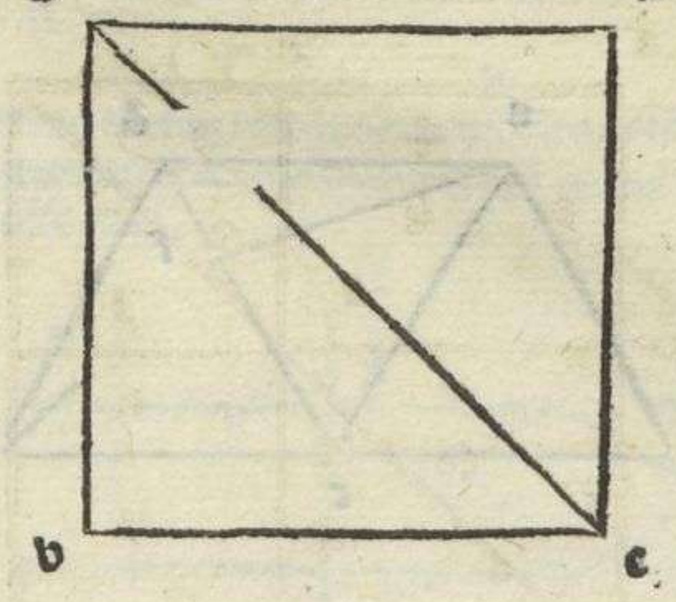


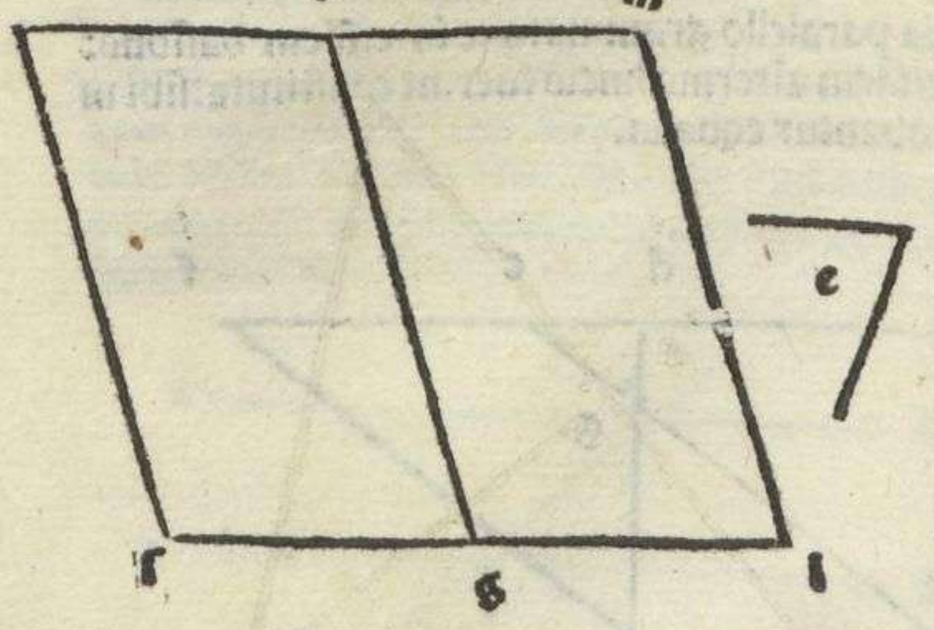
¶Juxta datã rectã lineã dato triangulo in rectilineo dato angulo paralello grãmũ equale pretendendũ est



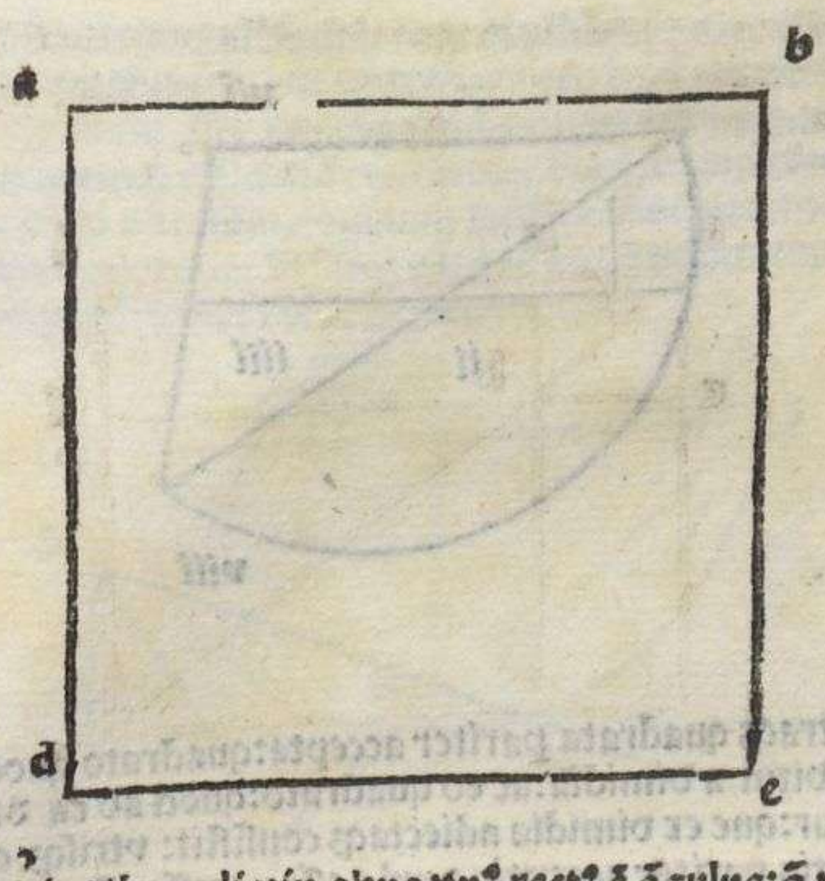


¶Dato rectilineo equale paralello gãmuꝫ in dato rectilineo angulo collocare oportet.

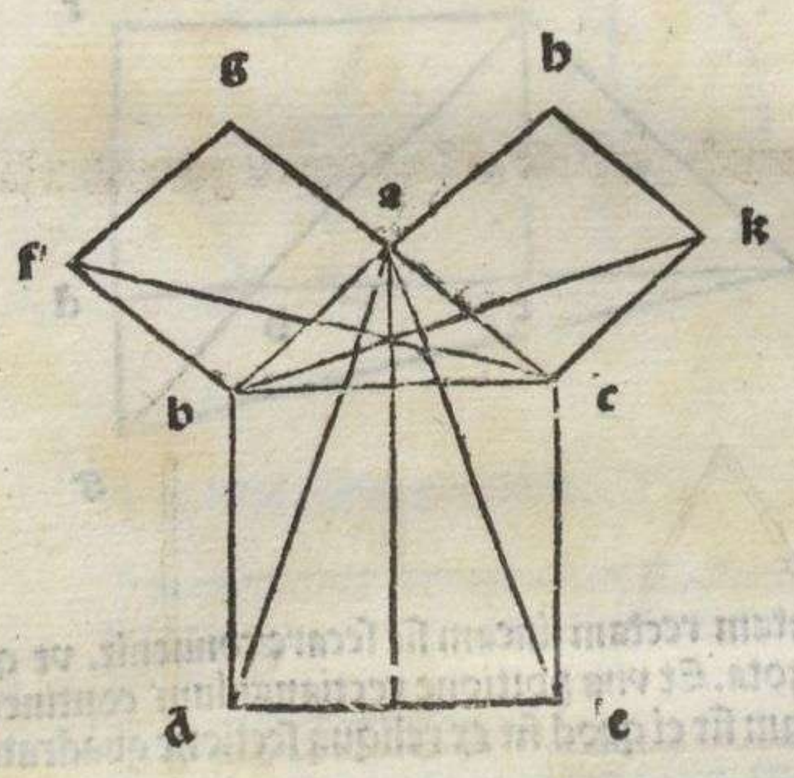




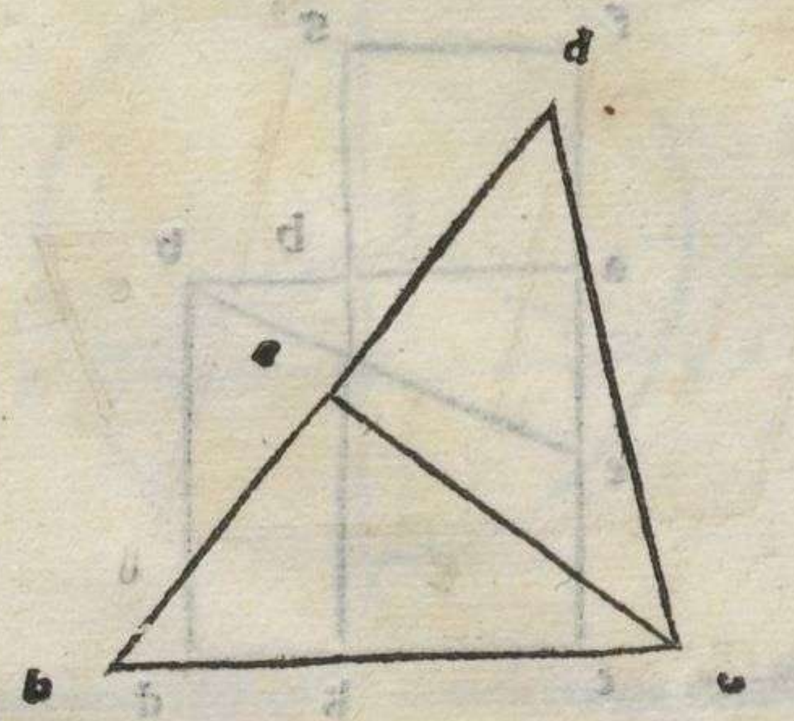
¶Quadratum ad datam rectam terminatam describendum est.



¶ In bis triangulis: in qbus vn⁹ rect⁹ ē ãgulus: q̃ rectiangula nominamus: quadratum quod a latere rectum angulum sub tendente describitur: equũ ē bis quadratis: que a continentibus rectum angulum lateribus conscribuntur.

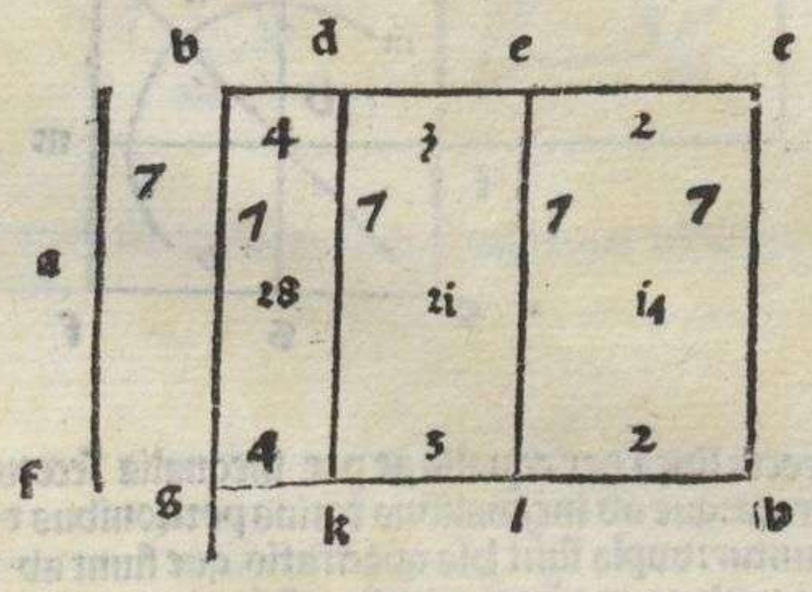


¶ Si ab vno trianguli latere quadratum quod describitur equum fuerit bis quadratis: que ab reliquis duobus lateribus describuntur: rectus est angulus: q̃ sub duobus reliquis lateribus continetur.

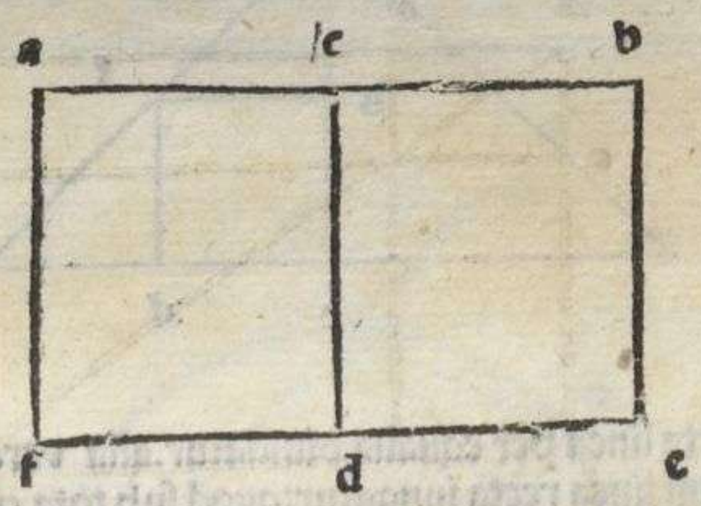


¶ Ex secundo libro Euclidis.

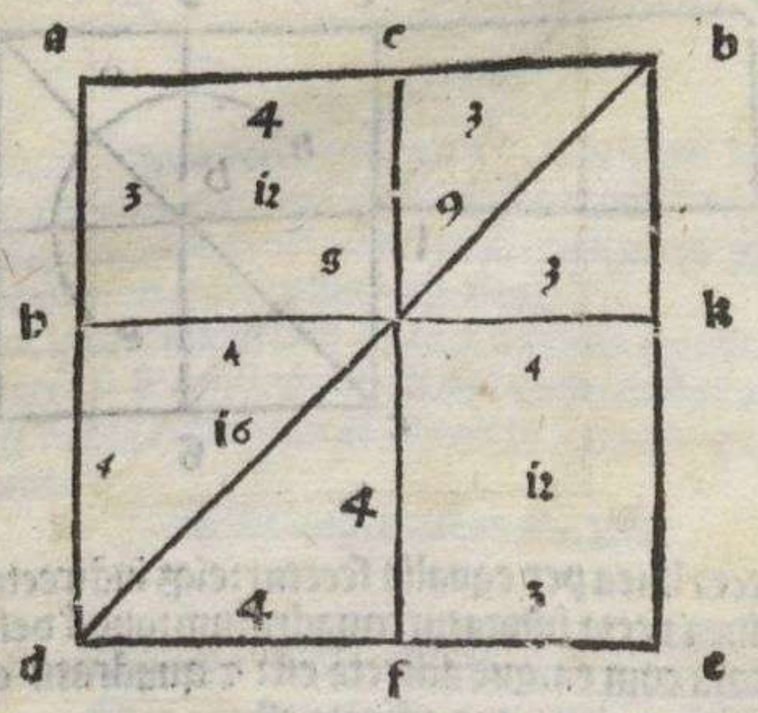
¶ Si sunt due recte linee: quarum vna quidē est indiuisa: altera vero quotlibet diuisionibus secta: quod sub duabus rectis lineis rectiangulum continetur: equuz erit bis: que sub ea que indiuisa est. Et vnaquaqz diuisione rectiãgula continetur.



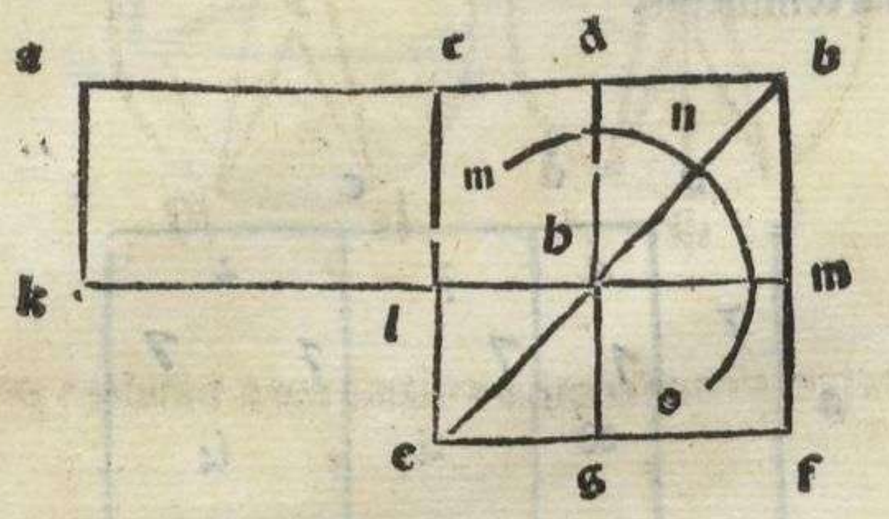
¶ Si recta linea secetur. quod sub tota ⁊ vna portione rectiangulum continetur. equuz est ei quod sub vtraqz portione rectiangulũ clauditur. ⁊ ei quadrato qd̃ ad predictam portionem describitur.



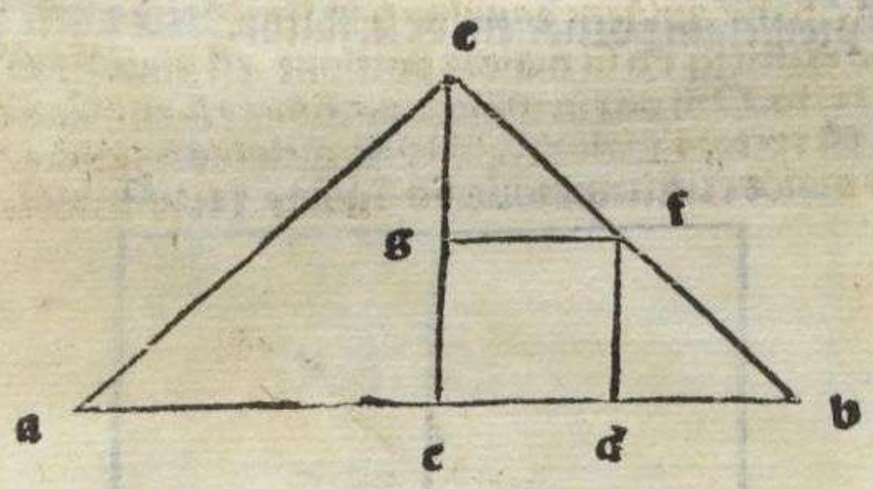
¶ Si recta linea secet: vt libet: quod scribitur a tota q̃dratum equum est bis: que describuntur ab vnaquaqz portione quadratis: ⁊ eidem bis rectiangulo quod sub eisdem est portionibus conuenit.



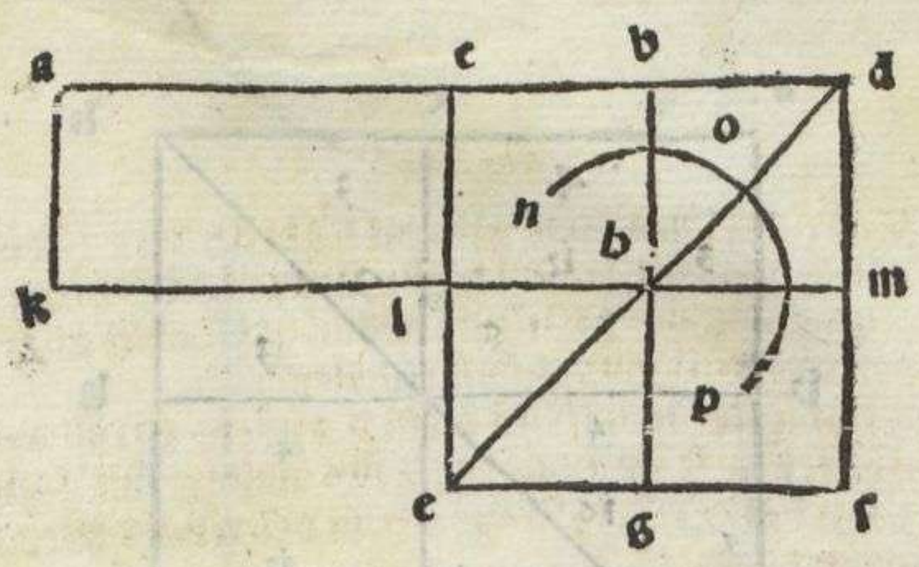
¶Si recta linea per equalia ac per ſequalia ſecet: qd ſub inequalibus totius ſectionibus rectiangulum cõtinetur: cuꝫ eo quadrato: quod ab ea deſcribitur: que inter vtraſq; eſt ſectiones: equũ eſt ei quadrato: qd deſcribitur ab dimidia.



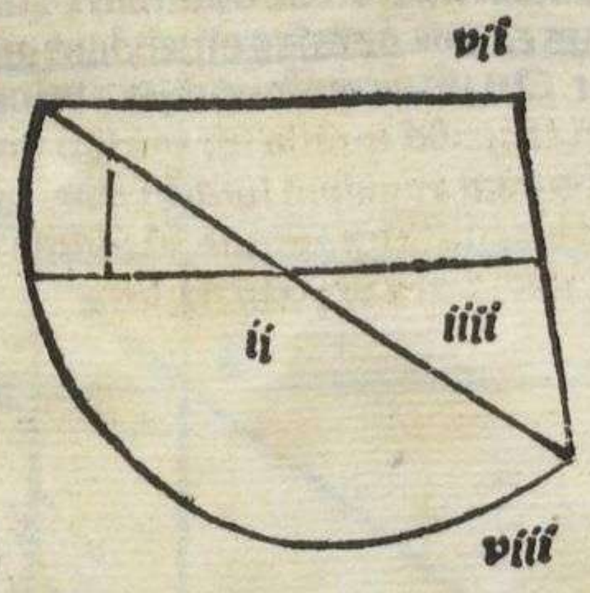
¶Si recta linea per equalia ac per inequalia ſecetur: quadrata: que ab inequalibus totius portionibus deſcribuntur: dupla ſunt bis quadratis que fiunt ab dimidia: ꝛ ab ea que inter vtraſq; eſt ſectiones.



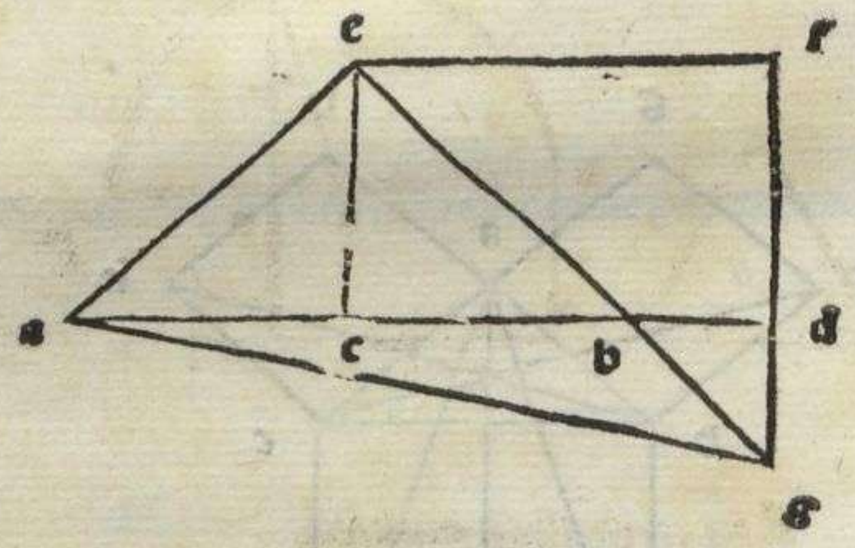
¶Si recta linea per equalia diuidatur. alia vero ei in directum linea recta iungatur: quod ſub tota cũ adiecta. Et ea que adiecta eſt: rectiangulum continetur: cũ eo quod deſcribitur a dimidia quadrato equum ẽ ei quadrato quod deſcribitur ab ea q̃ cõſtat ex adiecta atq; dimidia.



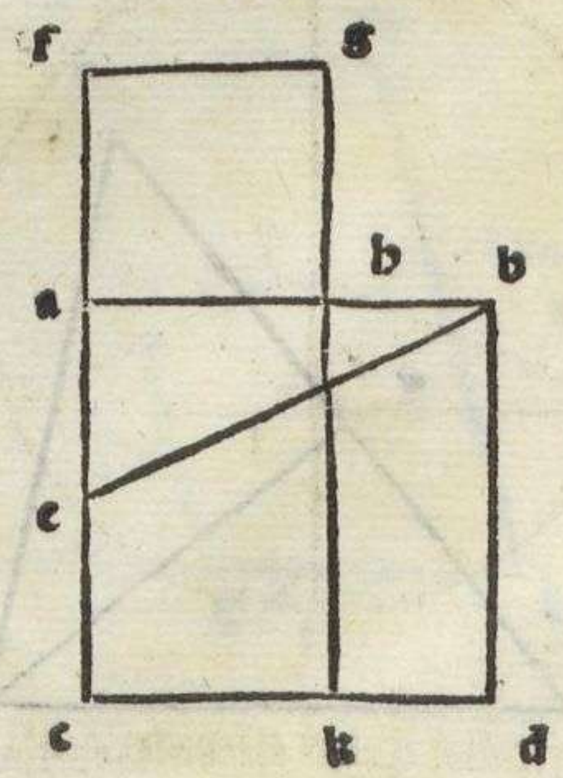
¶Si recta linea per equalia ſecetur: eiq; indirectum q̃dam linea recta iungatur: quadratum: quod deſcribitur a tota cum ea. que adiecta eſt: ꝛ quadratũ quod deſcribitur: ab ea que adiecta eſt.



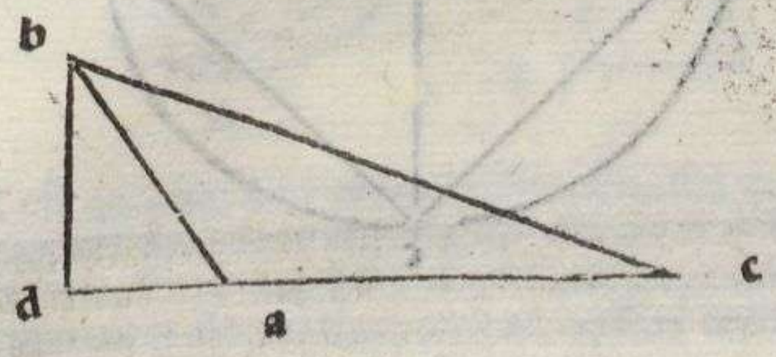
¶Utraq; quadrata pariter accepta: quadrato quod deſcribitur a dimidia: ac eo quadrato: quod ab ea deſcribitur: que ex dimidia adiectaq; conſiſtit: vtriſq; quadratis pariter acceptis dupla eſſe neceſſe eſt.



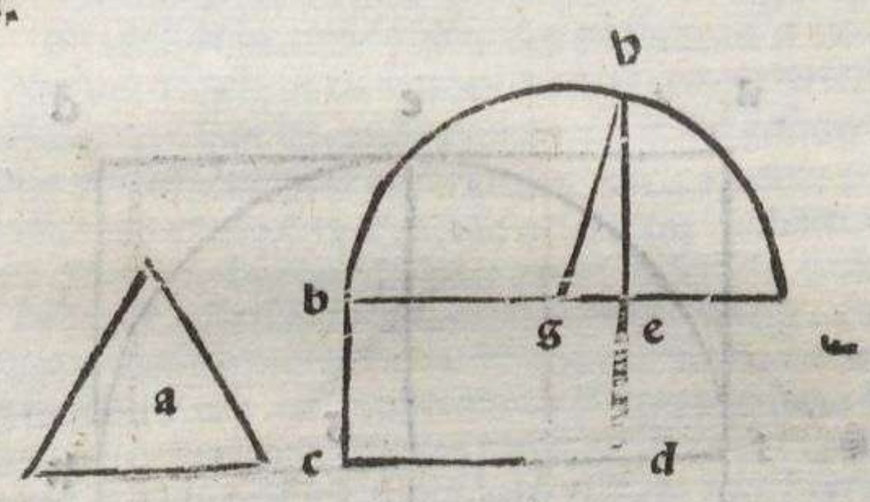
¶Datam rectam lineam ſic ſecare conuenit. vt quod ſub tota. Et vna portione rectiangulum continetur: equum ſit ei quod fit ex reliqua ſectione quadratum.



¶ In hac trianguli figura: que obtusum habet angulũ tanto amplius ea que obtusos obtendunt angulos latera possunt. Quam ea que obtusum obtinent angulũ: quantum est: quod continetur bis sub vno eorum: que circa obtusum angulum sunt: in quod protractus ppendicularis cadit: atq; ea: que ad obtusum angulũ a perpendiculari extra deprehenditur.

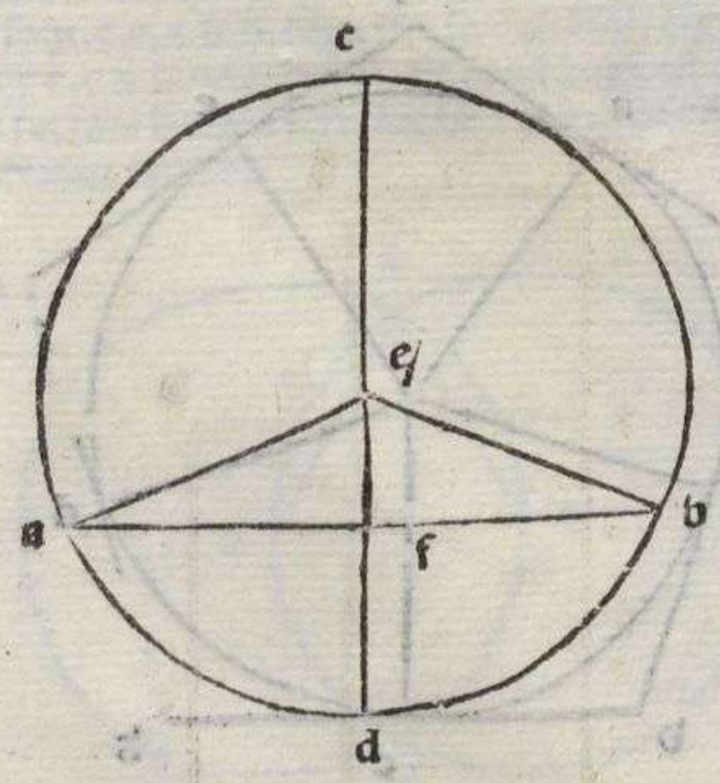


¶ Dato rectilineo equum necesse est collocare quadratum.

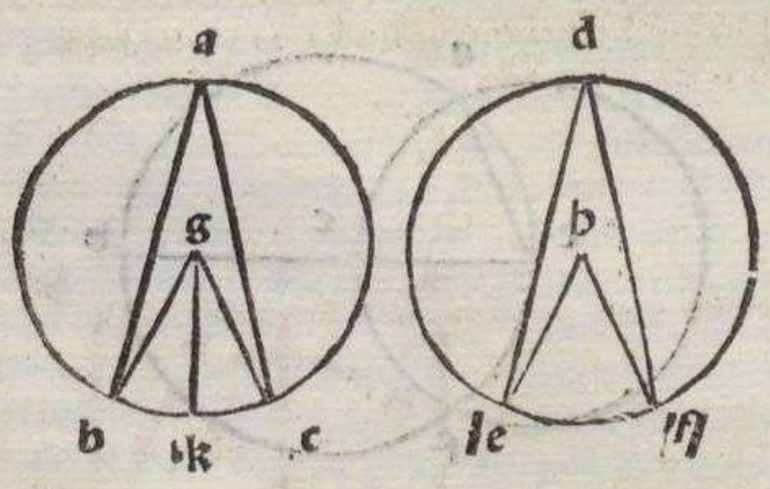


¶ Ex tertio libro Euclidis.

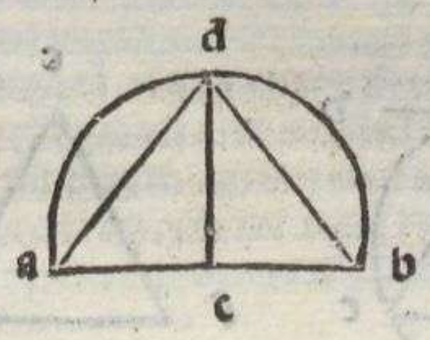
s I in circulo per centrum linea quedam dirigatur: ac quandam lineam rectaz non in centro positam in duas equas partes secet: per rectos eam angulos secat. Et si per rectos eã ãgulos secat in duas eam equas diuidet partes.



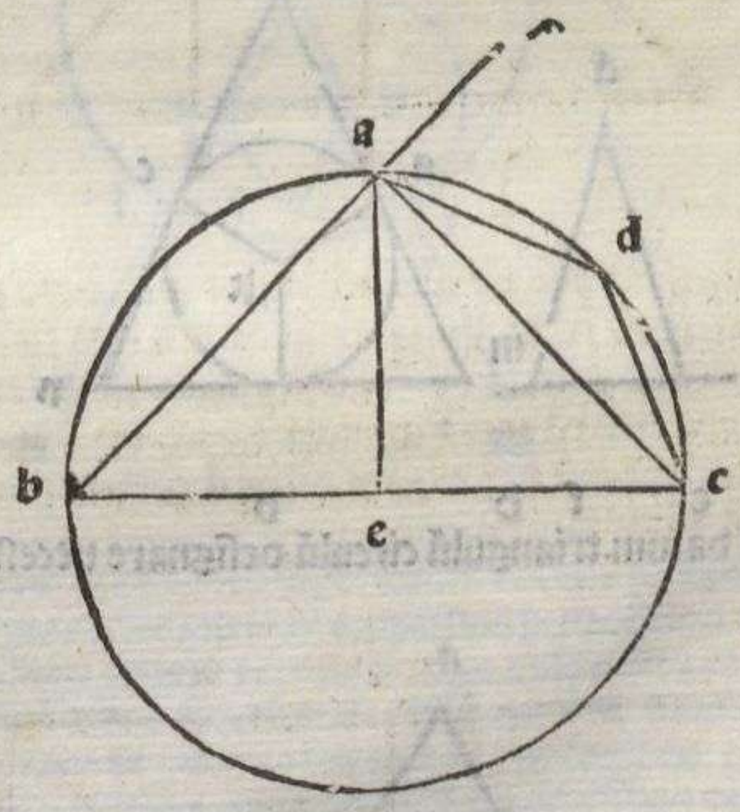
¶ In equis circulis: qui in circunferentijs equalibus anguli consistunt: sibi inuicem sunt equales: seu ad cẽtra: siue ad circunferentias constituantur.



¶ Datam circunferentiam in duo equa diuidere potis est.



¶ In circulo quidem angulus q in semicirculo est: rectus existit: q vo in maiore portione est angul⁹: mior est recto. Qui aũt in minore portione est angulus maior est recto: ⁊ maioris quidem portionis angulus. recto maior existit: minoris vo ãgulus recto minor.

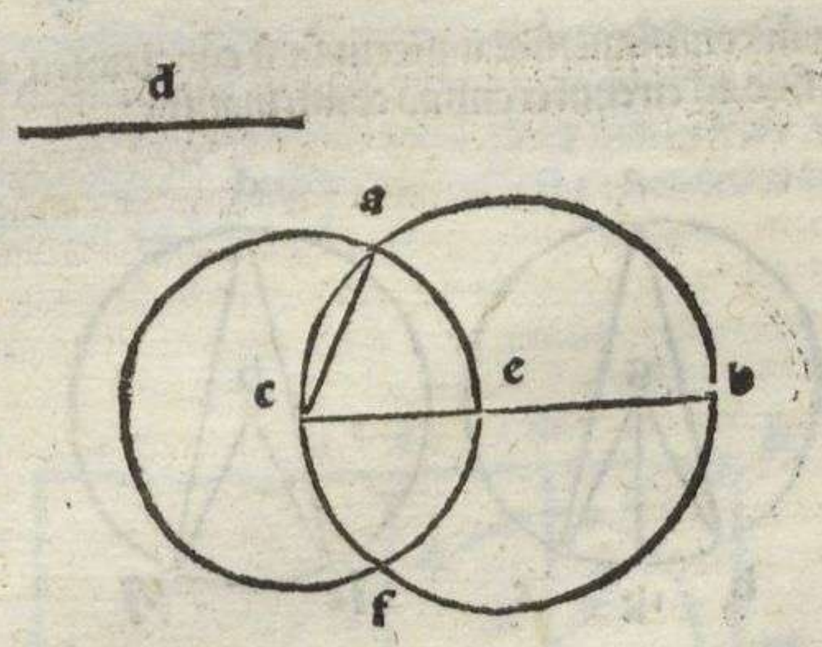


¶ Si circulus linea recta ꝗtingat a ꝗtactu vero scircũferentia quedã circulum secans linea recta ducatur. quos ũq; angulos facit: duo anguli qui sunt in alternis circuli portionibus: sunt equales.

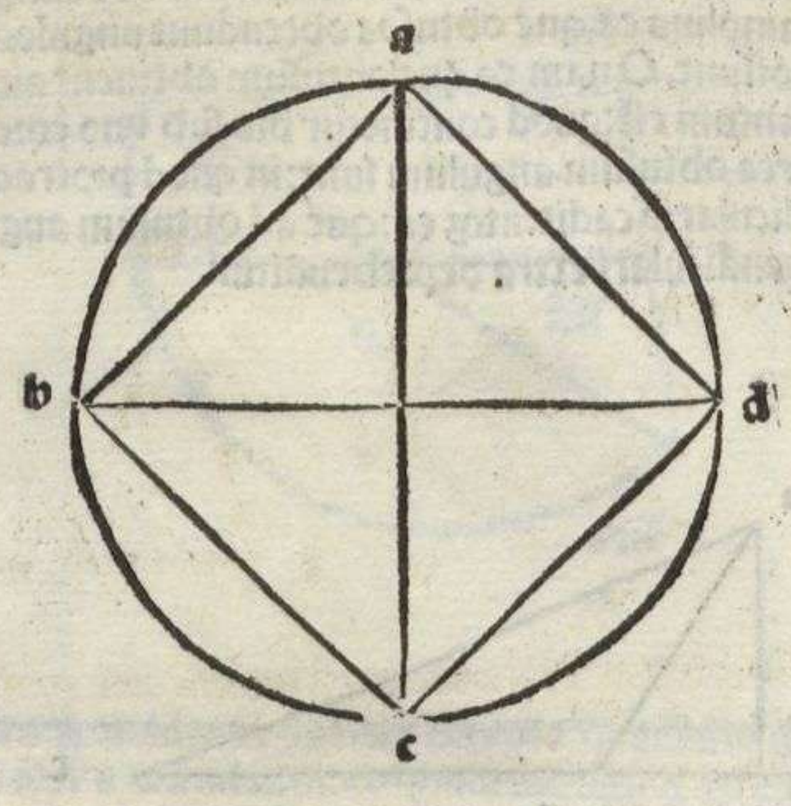
¶ Ex hoc igitur manifestũ ẽ: qm̃ si a pũcto circuli due linee recte se se contingant. Et sibi inuicem sint equales: sup datas rectas lineas circuli describere partes conuenit.

¶ Ex quarto libro Euclidis.

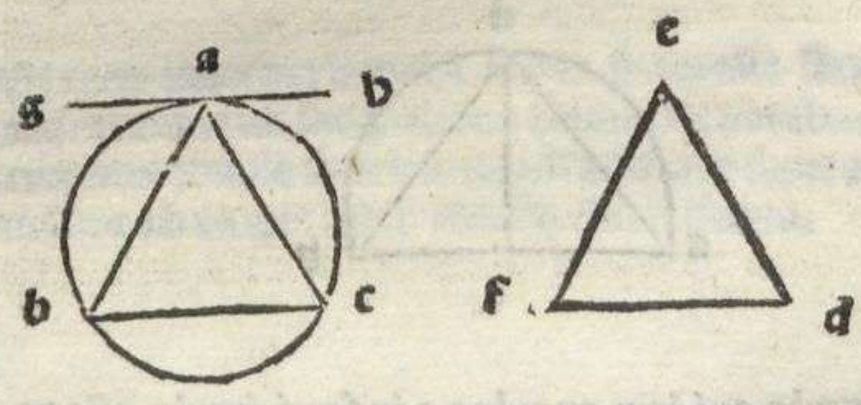
i Intra datum circulum date recte linee: que diametro minime maior existat: equam rectam lineam coaptare oportet.



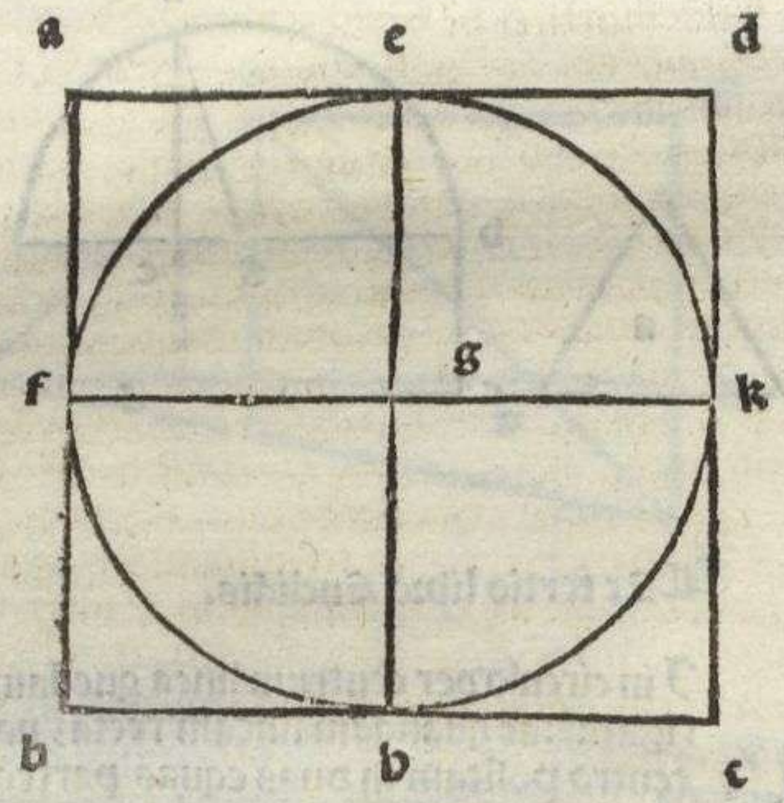
¶Intra datum circulum dato triangulo equoꝝ angulorum triangulum collocare conuenit.



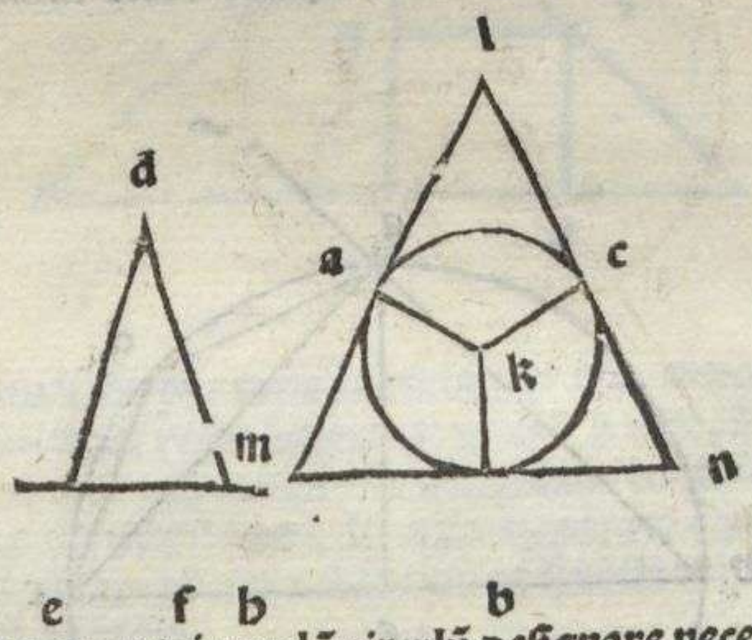
¶Intra propositum quadratũ circulum designare.



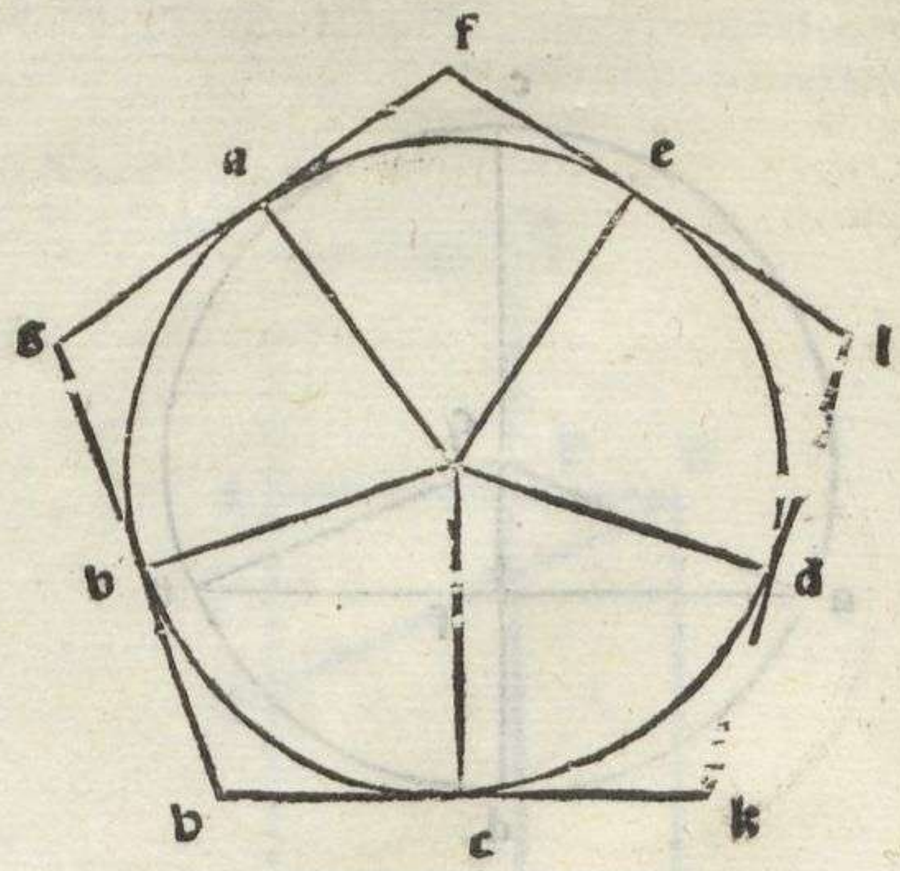
¶Circa datum circulum dato triangulo equalium angulorum triangulum designandum est.

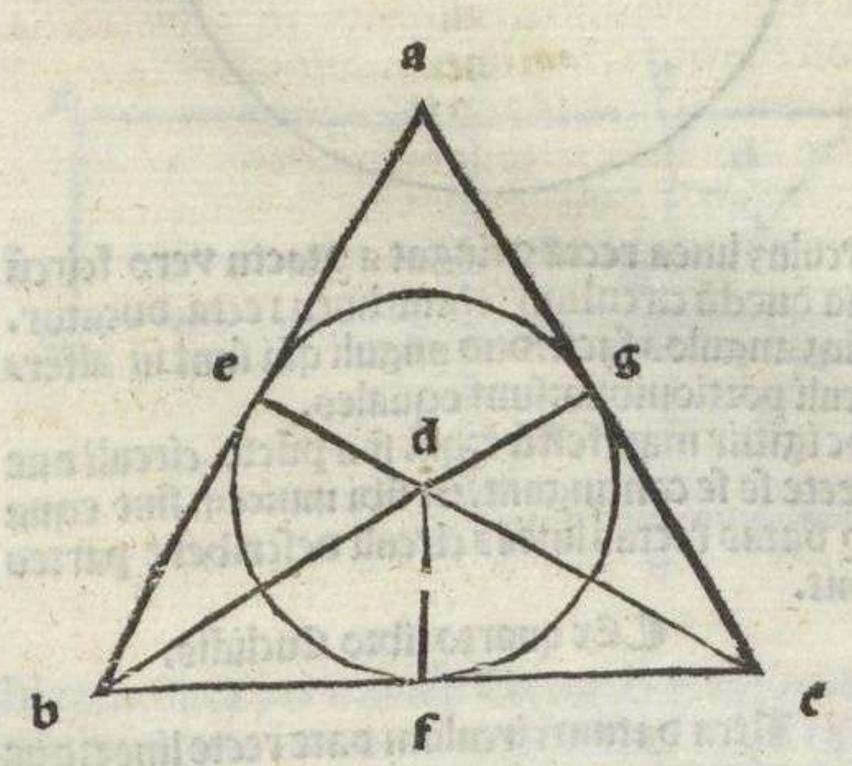


¶Circa datum circulum quinquangulum equilaterum ꝛ equiangulum designare geometre precipiunt.



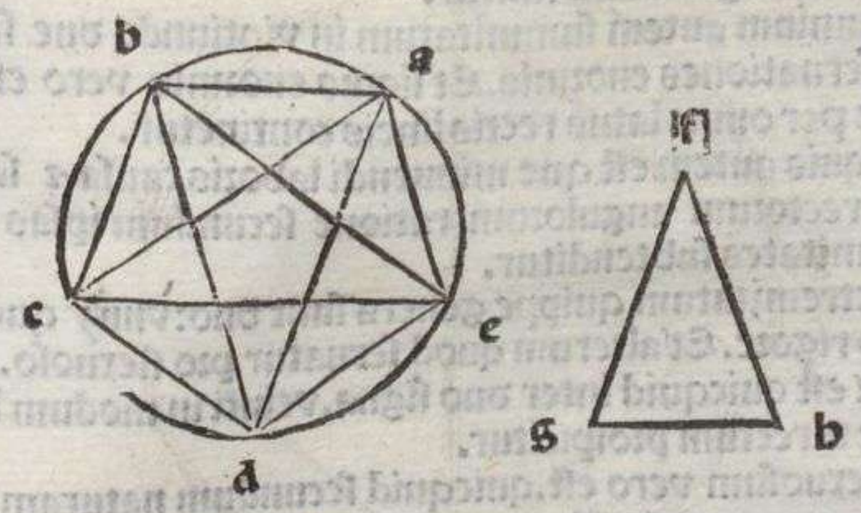
¶Intra datum triangulũ circulũ designare necesse ē.





¶Intra datum circulum quadratum aliquod describere vtile est.

¶ Intra datum circulum quinquãgulum: quod est eq laterum atq; equiangulum. designare non discõuẽit.

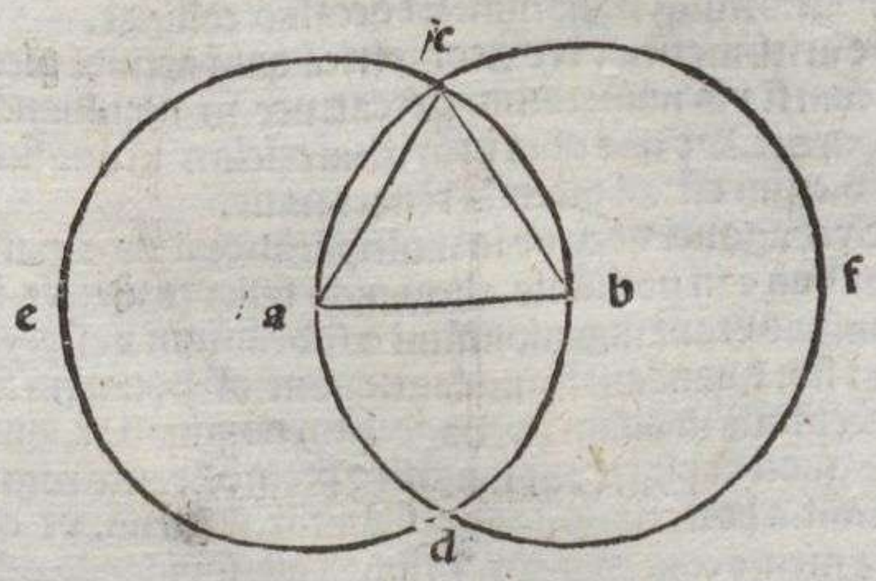


¶ Mã ola quecũq; sunt: numerorũ ratione sua constãt Et proportionabiliter alij ex alijs ꝓstituuntur circũferentie equalitate multiplicationibus suis quidem excedentes: atq; alternatim portionibus suis terminus facientes.

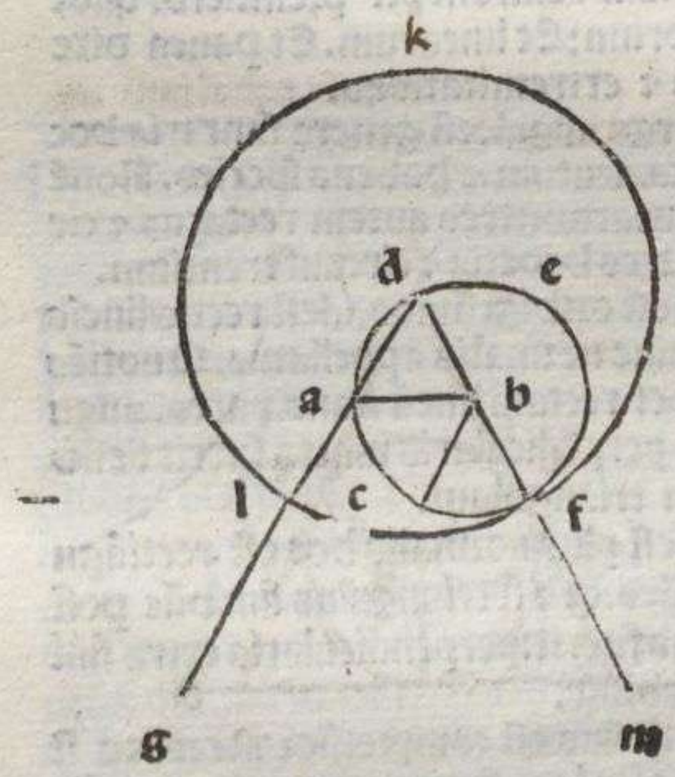
¶ De figuris geometricis.

Supra positarũ igitur speculationibus figuraꝝ s ab euclide succinte obscureq; prolatis: ⁊ a nobis verbum videlicet de verbo exprimentibus stricti translatis quedam iteranda repetendaq;: vt animus lectoris non obscuritate deterreatur. Sed a nobis potius alicuius exempli luce infusa delectetur: videntur Sunt enim a nobis quedã buic operi inserẽda buic arti valde necessaria: ⁊ supradictis respondentia. Et subsequentibus conuenientia. ad que intelligenda quicũq; in nostrorum arithmeticorum theorematibus ĩstructus accesserit: expeditiori intelligentia ducitur.

¶ Supra dictum igit̃ est: supradatã rectam lineã terminatam triangulum equilaterum constituere oportere ꝗ nimis inolute. Qua dere huius exẽpli notã subiecimus. Sit data recta linea terminata. a. b. oportet igit̃ super eam que est. a. b. triangulum equilaterum cõstituere ⁊ cẽtro qdẽ. a. spacio vo. a. b. circul' scribatur. b. c. e. d. Et rursus cẽtro. b. spatio autẽ. a. b. circulus scribatur: a. c. f. d. ⁊ ab eo puncto qõ ẽ. c. quo se circuli diuidunt: ab ea puncta que sunt. a. b. adiũgant̃. Recte linee. c. a. c. b. Qm̃ igit̃. a. punctum cẽtrum est b. c. e. d. circuli: equa est. a. b. ei que est. a. c. rursus qm̃ b. punctum est centrum. a. c. f. d. circuli: equa est. a. b. ei que ẽ. b. c. Sed. ⁊. a. b. ei que ẽ. c. a. equa eẽ mõstrata est: ⁊. a. c. Igit̃ ei que est. b. c. erit. eq̃lis. Tres igit̃ que sunt. c. a. a. b. b. eque sibi inuicẽ sunt. equilateruꝫ igitur ẽ. c. a. b. triangulus. Et constitutũ est supra data tam rectam lineam terminatam eam que est. a. b. qõ oportebat facere.

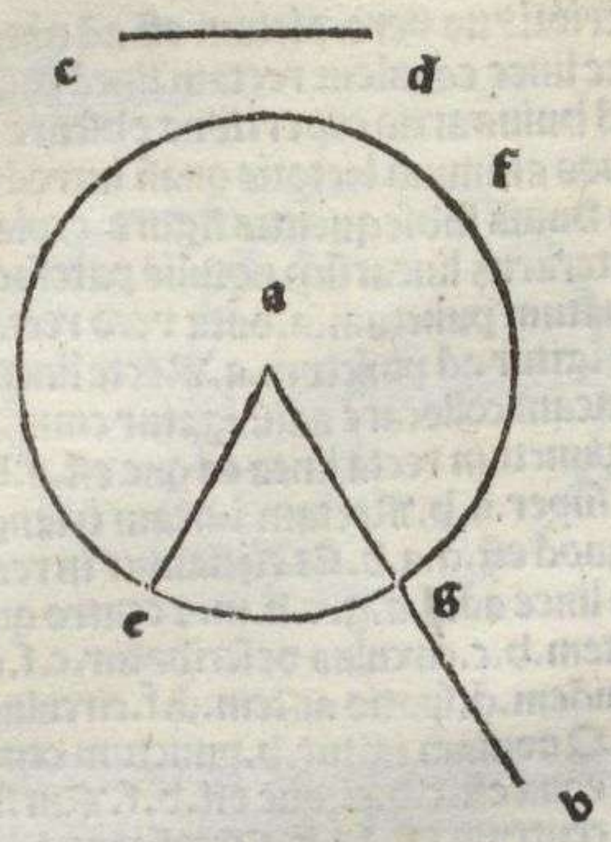


¶ In superioribus vero dictum est ad datum punctũ date recte linee equalem rectam lineã collocare oportere. Sed huius artis expertibus obscure difficulter q;. Sed nos animum lectoris quasi introducendo oblectantes huius subsequentis figure explanationem positis litterarus linearũq; notulis patefacimus. Sit quidem datum punctum. a. data vero recta linea. b. c. oportet igitur ad punctum. a. Recte linee. b. c. equã rectam lineam collocare adiungatur enim. ab. a. puncto ad. b. punctum recta linea ea que est. a. b. Et constituatur super. a. b. Rectam lineam triangulum eq laterum quod est. d. a. b. Et eijciantur in rectum. d. a. d. b. recte linee ad. ⁊. a. g. ⁊. b. m. ⁊ centro quidem. b. spatio autem. b. c. circulus describatur. c. f. e. ⁊ rursus centro quidem. d. spatio autem. d. f. circulus describatur. f. k. l. Quoniam igitur. b. punctum centrum ẽ. c. f. e circuli equa est. c. b. ei: que est. b. f. Rursus qm̃. d. punctum centrum est. f. l. k. Circuli: equa est. d. l. ei q̃ est. d. f. Quarum equa est. d. a. ei que est. d. b. ⁊ equilaterũ enim triangulum est id quod est. d. a. b. Reliq̃ igitur. a. l. relique. b. f. existit equalis. Sed. ⁊. b. f. ei q̃ est. b. c. equa esse monstrata est. Et. b. c. ei que est. a. l. erit equalis. Ad datum igitur punctus id quod est. a. date recte linee ei que est. b. c. equa locata est ea que est. a. l. quod oportebat facere: vt subiecta descriptio monet.



¶ Tertio igitur. loco superius ab euclide prolatum est duabus rectis lineis inequalibus propositis a maiore minori equam rectam lineam abscindere conuenire. Sed nimis strictim: Et ob id confuse inoluteq;. Nos vero vt animus lectoris ad enodationis intelligentie accessum: quasi quibusdam gradibus ducatur huius descriptionem formule subiecimus. Sint date due recte linee.

¶ Inequales. a. b. c. d. ⁊ sit maior. a. b. oportet igitur a maiore. a. b. minori. c. d. equam lineam abscindere. collocetur enim ad. a. punctum ei que est. c. d. equa ea q̃ est. a. e. Et cẽtro. a. spacio vero. a. e. circulis describatur. e. d. f. quoniam igitur. a. punctum centrum est. e. g. f. circuli: eq̃ ẽ. a. e. ei: que est. a. g. Sꝫ ⁊. c. d. ei que ẽ. a. e. erat equalis. ⁊. c. d. ei que est. a. g. erit equalis. Duabus igitur datis rectis lineis inequalib' eis que sunt. a. b. c. d. a maiore que est. a. b. minori que est. c. d equalis abscisa est ea q̃ est. a. g. qõ oportebat facere.



¶His etiam compendiosis: ⁊ tamen huius artis rudi bus per necessariis introductionibus lector initiatus si in aliqbus superius propositis vocillãdo abhorreat per se similes figurarũ descriptiões sine oĩs ĩpedimẽ ti reclamatione adinuenire potest ⁊ componere.

¶Sed iam ipsus est ad geometricalis mense traditio nem ab archita non sordido huius discipline auctore latio accõmodatam venire: si pri⁹ premisero: quot sint genera angulorum: Et linearum. Et pauca dixe ro de sũmitatibus ⁊ extremitatibus.

¶Rationabiliuꝫ Ergo angulorũ genera sunt tria hoc est. Rectum. hebes. acutum ⁊ habens species. Nouẽ Tres rectarum linearum: tres autem rectaruꝫ ⁊ cir cunferentium. Et tres hebetis ⁊ circunferentium.

¶Rectus angulus est orthigrãmos. idest rectis lineis comprehensus. latine normalis appellatus. Quotiẽs vo recta linea super rectam lineã stans. pares. angu los fecerit. ⁊ linea perpẽdicularis iuncta fuerit: effi ciet rectiangulum triangulum.

¶Habes angulus est plus normalis hoc est rectiãgu li positionem excedes. qr ⁊ si triangulus ꝓm hãc posi tionem constitutus fuerit: perpendicularis extra fini timas lineas habebitur.

¶Acutus autem angulus est compressior Recto: q si a recta linea: que sedis loco fuerit: rectam lineam se cundũ suam inclinationẽ emiserit: similiqꝫ cohibitio ne. Rectam lineam in occursum exceperit: efficiet triangulum: qui perpendicularem intra tres lineas habebit.

¶Linearum vero genera sunt tria rectum: circũferẽs flexuosum.

¶Recta linea itaqꝫ estque equaliter in suis signis posi ta est: que equaliter in planitie posita non concurrit

¶Circũferens vo lĩea est: cuius signa ex vtraqꝫ parte curuata. ⁊ a se inuicem distantia non concurrunt: q̃ signa si conuenerint: circulus non circũferens linea debet appellari. Flexuosa autem linea est. multifor mis velut arborum aut fluminum: ceterorũ signoruꝫ in quorum similitudine ⁊ arcisiniorum agrorum fini tur extremitas Et multorum que similiter in equa linea sunt formata naturaliter.

¶Summitatum igitur genera sunt. duo. summitas ⁊ plana summitas. Summitas est secũdũ geometricã appellationem: que longitudine latitudineqꝫ proten ditur.

¶Summitatis autem fines linee sunt.

¶Plana vero summitas est. que equaliter. Rectis li neis vndiqꝫ versum finitur.

¶Omnium autem summitatum in vintiundo due sũt obseruationes enormis. Et liquis enormis vero est: que per omne latus rectis lineis continetur.

¶Liquis autem est que minuendi laboris causa ⁊ sal ua rectorum angulorum ratione secundum ipsas ex tremitates subtenditur.

¶Extremitatum quippe genera sunt duo: vnuꝫ quod pro rigore. Et alterum quod seruatur pro flexuoso. ri gor est quicquid inter duo signa. veluti in modum li nee directum prospicitur.

¶Flexuosum vero est. quicquid secundum naturam lo corum curuatur. Nam quod in agro a mersore ope ris causa ad finem directum fuerit· rigor appellatur quicquid ad horum imitationem in forma scribitur: linea appellatur.

¶Bini rigores sunt quando singulis spacijs interue nientibus tendunt: vt itinera plerumqꝫ pergunt.

¶Nosse autem huius artis despicientem: quid sint di giti quid articuli: quid compositi quid ĩcompositi nu meri. Quid multiplicatores. qd ve diuisores: ad hu ius forme speculationem: quã sumus tradituri: opor tet.

¶Digitos vero quoscunqꝫ infra primum limitem id ẽ omnes quos ab vnitate vsqꝫ ad denariam summam numeramus: veteres appellare consueuerunt.

¶Articuli autem omnes deceno in ordine positi. Et in infinitum progressi nuncupantur compositi qppe nu meri sunt: omnes a primo limite idest. a. decem vsqꝫ ad secundum limitem. i. xx. ceteriqꝫ se se in ordine se quentes exceptis limitibus: incompositi autem digiti omnes annumeratis ⁊ omnibus limitibus.

¶Multiplicatores igitur numeri mutua in semet Re plicatione voluuntur. idest interdum maior minoris: interdum autem minor maioris multiplicator existit. Interdum vero numerus in se excrescens multiplica tionis augmenta suscipit: Diuisores autem maiorum semper minores constituuntur numeri.

¶De ratione abaci.

Prisce igitur prudentie viri pythagoricum dogma secuti. Platoniceqꝫ auctoritatis ĩ uestigatores. Speculatoresqꝫ curiosi totũ philosophie culmen innumerorum vi con stituerunt. Quis enim Musicarum modu lamina symphoniarum numerorum expertia censen do pernoscat. Quis ipsius firmamenti syderea corpo ra stellis compacta nature numerorum ignarus depẽ bendat: ortusqꝫ signorum. Et occasus colligat.

¶De arithmetica vero geometrica quid attinet dice re: cum si vis numerorum pereat: nec in nominando appareat. De qua quia in arithmeticis ⁊ in musicis sat dictum est: ad dicenda reuertamur.

¶Pythagorici vero ne in multiplicationibus ⁊ parti tionibus ⁊ in podismis. aliquando fallerentur: vt in omnibus erant ingeniosissimi ⁊ subtilissimi descripse runt sibi quandam formulam: quam ob honorem sui preceptoris mensam pythagoream nominabãt. quia hoc quod depinxerant magistro premõstrante cogno uerant. a posterioribus appellabatur. Abacus. vt qd̃ alta mente conceperant. Velius si quasi videndo ostẽ derent in notitiam omnium transfundere possent. eã qꝫ subterius habita sat mira descriptione formabã

¶Superi'

¶Superi⁹ vero digeste descriptiōis formula hoc mō vtebātur. Habebāt enī diuerse formatos apices: vt caracteres. Quidā enī huiuscemodi apicū notas sibi cōscripserāt. vt hec notula respōderet vnitati. l. Ista vt binario. H. tertia vero tribus ¶M. Quarta autē quaternario. ¶H. Hec āt qnqz ascriberet. ¶I. Ista vo senario Septima āt septenario cōuēiret. N. Hec vero octonario: 8. Ista vero nouenario iungerē tur. G. Quidaz vero in huius forme depictione ceu lrās alfabeti assumebant sibi hoc pacto. vt littera q̄ esset pria vnitati. Secūda binario. Tertia ternario: cetereqz i ordie naturali nūero insignitas ⁊ inscriptas tū mō sortiti sūt. Hos ⁊ enī apices. ita varie ceu pul uerem dispergere in multiplicando: ⁊ in diuidēdo cō suerunt: vt si sub vnitate naturalis numeri ordinem iam dictos caracteres adiungendo locarent. Mō alii qz digiti nascerentur. Primū aūt numerū. i. binariū Unitas enim (vt in arithmeticis est dictū) nūerus ñ est. Sz fons ⁊ origo numerorum. x. in scripta ponen tes. xx. ⁊ ternarium. xxx. ⁊ quaternariū. xl. ceterosqz in ordine sese sequentes proprias secundū denomiatio nes assignare constituerunt. Sub linea vero centeno insignita numero eosdem apices ponentes binariū. cc. ternariū. ccc. quaternariū. cccc. Leterosqz certis ō nominationibus respondere decreuerunt. In sequē tib⁹ vero paginularum lineis idē faciētes nullo erro ris nubilo obtenebrantur.

¶Scire aūt oz ⁊ diligēti examinatiōe discutere ī mul tiplicando ⁊ partiendo cui paginule digiti: ⁊ cui arti culi sint adiūgendi. Mā singularis multiplicator decē digitos in decenis: articulos: in centenis. Idem vero singularis multiplicator centū digitos in centenis: ar ticulos in millenis. Et multiplicator milleni digitos in millenis: ⁊ articulos in decennis millenis. ⁊ multi plicator centeni milleni digitos in centenis Mill̄. ar ticulos autem in Mill̄. millib⁹ habebunt:

¶Decenus aūt sūmet ipsius multiplicator digitos in pagina. L. inscripta: articulos in millenis. ⁊ multipli cator cētū digitos in. Mill̄. ⁊ articulos ī. x. ⁊ multipl̄. Mill̄. digitos ī. x. ⁊ articulis ī. c. ⁊ mltipl̄. Lentū mil leni. Millia. habeb. Lenten⁹ vo eq̄ sumet ipsius mul tiplicator digitos ī. x. ⁊ articul̄ in. c. ⁊ milleī. multipli cans digitos. ī. c. ⁊ articul̄ ī. x. c. ⁊ cētenū millenū mlti plicans digitos ī. x. M. ī. ⁊ articul̄. m. c. M. ī. ⁊ dece nū. Millenū multiplicās digitos ī. M. ī. ⁊ articulis ī x. M ī. subtendet. Millen⁹ itidē se ipsū multiplicās digitos. ī. x. c. ⁊ articulis. ī. c. ⁊ centeni milleī multipli cator digitos in. c. M. ī. ⁊ articulis ī. M. ī. ⁊ decenuz millenū excrescere faciēs digitos. ī. x. M. milia. Et ar ticul̄. ī. c. M. ī. hīe dinoscet. Decenus autez millenus multiplicator centū milleni: digitos ī. M. M. milia ⁊ articul̄. ī. x. M. ī. seqz ipsū adaugēs digitos ī. c. M. ī. ⁊ articulis ī. M. M. ī. habere deprehēdet. Lenten⁹ aūt millen⁹ seipsū multiplicās digitos. ī. x. M. ī. Et articulis. c. M. ī. supponit.

¶De diuisionibus rubrica.

Diuisiones igit̄ quātalibz iā expte lectoris aīus introduct⁹ facile valet dinoscere. breui ter. ⁊. n. de his ⁊ sūmoten⁹ dicturi: si q̄ ob scura iteruenerit. diligēti lectorū exercitō ad inuestiganda cōmittim⁹. Si decenus p se vel cēte nus p se: vel vlteriores p semetipsos diuidendi ꝓpo nant̄. Minores a maiorib⁹ quo ad vsqz diuidant̄: sūt subtrahēdi: singularē āt diuisorē decē ⁊ cētēi: aut mil leni aut vlteriorū: vel decenū diuisorē se sequētū sum pta differentia eos diuidere oz. Cōposit⁹ āt decen⁹ cū singulari p secūdas vel tertias. Et deiceps secūdū de nolationē partiū decenū vel simplicē. vel cōpsitum diuisurus ē. Cētenū vero millenū vel vlteriores p de cenum cōpositū. si diligēs suestigator accesserit: sum

pta differentia ⁊ primis articulis diuidendo: vel secũ datis appositis auctis aũt diuidendo suppositis diuidi posse pnoscet. Centenus aũt. M. singulis cõposit⁹ cẽtenũ vel millenũ hoc pacto diuidere cognoscit. Sũpto igitur vno diuidendoꝝ qd residuũ fuerit: diuisori ẽ coequãdũ: ⁊ qd supabũdauerit: sepositis reseruãdũ. Singularis aũt vel vt alij volunt munitũ p coeq̃tionẽ maiorũ ẽ multiplicandũ. Et digitis qdẽ pfecta differentia supponẽda: articulis aũt ipfecta ẽ preponẽda: ⁊ pri⁹ se moto itegra adiũgẽda. Et hec differẽtia ⁊ si forte aliquis seclusus sit significauit qd residuũ sit ex diuidẽdis. ¶ Hec vo breui itroductione plibantes: siqua obscure sunt dicta: ne tedio forent pretermissa: diligentis exercitio lectoris cõmittimus terminũ hui⁹ libri facientes. Et quasi ad vlteriora sequentium nos cõuertentes.

¶ Explicit liber primus.

¶ Incipit liber secundus geometrice: Rubrica:

Superioris vero tractatu volumis oia geometrice artis theorẽata quãuis succite tamen sunt dicta. Sz podismoꝝ noticiã hic liber q̃si q̃stionarius ⁊ oiuz podismaliũ questionũ scrupulositates incũctanter absoluet enodãdo veteres ⁊ eni agrimẽsores oẽm mensure quadraturã dimidio lõgiorẽ latiorem ve facere consuerũt. Et qd i latitudine lõgius fuerit: scãnũ. Et qd i longitudine longius appellare voluerũt vt subiecta docet formula.

Scãnũ

¶ De mensuris rubrica.

Risci igitur podismatici cautissimi dispectores duodeci mensurarũ genera ꝗstituerũt: quibus cũ vellent: formarũ agrorũqz emetirẽtur areas. Quorũ hec sunt nomia miliariũ stadiũ: act⁹ decẽ peda: que cadẽ ⁊ pertica passus: gradus: cubitus. pes semipes: palm⁹: vncia: digitus. miliariũ vo: v. milia pedũ protẽsiones habere sancitũ ẽ. Stadiũ autẽ de. xxv. pedes habere ꝗstat actus trifariã diuidit i minimũ i q̃dratũ. i duplicatũ actus minim⁹ q̃tuor tm̃ pedib⁹ i latitudine. ⁊. c. xx. pedib⁹ i lõgitudie ptẽdit act⁹ vo q̃drat⁹ ex oi latere. c. xx. pedib⁹ ꝗcludit. act⁹ aũt duplicat⁹. cc. xl. pedes explicat.

¶ Decẽpeda pedes decẽ colligit. passus. v. grad⁹. ii. 8. cubit⁹. i. 5. pedes habere dinoscit. Pes aũt palmos bz q̃ttuor semipes. ij. palm⁹ vo q̃tuor digitoꝝ protẽsione cõplet. De vnciali vero ⁊ digitali mẽsura melius cũ de vncialib⁹ ⁊ notis ⁊ noib⁹ in sequentib⁹ disputauerimus. dicem⁹. Enodatiusqz cũ dempnentoꝝ minutorũqz subtilitatib⁹ pmiserim⁹: eloquemur. nũc ad sequẽtis tractat⁹ enarrationẽ redire nos ꝗuenit. si pri⁹ quid pes porrectus: qd cõtract⁹: qdqz sit q̃dratus demõstrauerim⁹. Pes aũt porrect⁹ dr̃. Ubi tm̃ pedalis mensura i longo pnoscit. Cõtract⁹ aũt pes ille diiudicat: i quo lõgitudo latitudoqz cõsiderat. Quadrat⁹ vo pes habet. Ubi trine dimẽsiõis cõsideratio seqlitate cẽset. Ꝗ iã tps ẽ ad id qd istituim⁹ accedere

¶ De mensura ⁊ trib⁹ dimẽsionibus rubrica.

Uãuis etiam in superioris libri principio quid
q mẽsura designaremus: libet tm̃ spãliter hui⁹ artis speculatoribus satisfaciendo secũdũ iuliũ frõtinũ geometrice artis inspectorem prouidissimum quid sit mensura definire.

Ensura qppe est cõpluriũ ⁊ inter se eq̃liũ iteruallorum longitudo finita. geometrice ãt artis mensuralis speculatio trine dimensiõis. idest lõgitudinis. latitudinis crassitudinis consideratione colligitur Et vt enucleati⁹ Resoluatur. Recto plano solidoqz dinoscit. rectũ est quod lõgitudine solũ mensurando cẽsetur: vt linee portic⁹. stadia miliaria. fluminũ latitudines: ⁊ alia quãplura longa protensione directa: vt linee infra depicte descriptio notat.

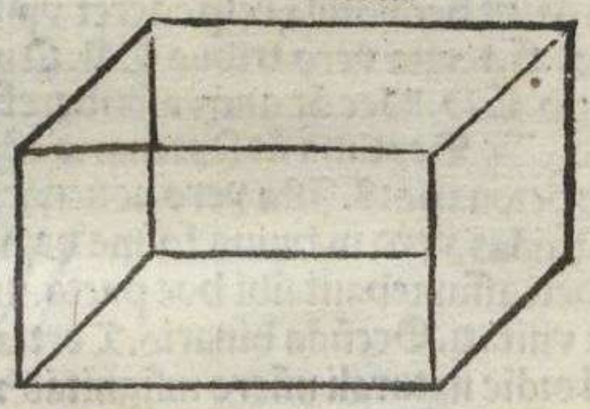
Rectum

¶ Plenũ est quod a grecis dr̃ epipedon: a nobis autẽ cõstracti: pedes: qd p lõgitudinẽ latitudinẽqz cõsideratur: vt agroꝝ planities: ⁊ edificioꝝ aree absqz tectorijs operibus ⁊ laquearib⁹ ac tabulatis ⁊ his similibus: vt subiecta formula docet.

Planuz

¶ Solidum ẽt ẽ: quod greci stereon vocãt nos aũt q̃dratos pedes: quod ⁊ longitudinẽ ⁊ latitudinẽ crassitudinẽqz habere cõprobatur. Ut edificiorũ: pilarũ: piramidũqz: nec nõ etiam macerie lapidũ: aliaqz multa vt subiecte notant formule.

Solidum



¶ De podismis rubrica.

Ed iã tẽpus ẽ pdismaliũ notitiã questionũ vt
s promisim⁹. narrãdo attigere: ⁊ de iuestiganda pedature speculatiõe: protin⁹ dicere. De trigonis vo q sic ternari⁹ nãliter pcedit q̃ternariũ ita sũt pponẽdi tetragonis: ⁊ pẽtagonis ceterisqz iprimis dicẽdũ eẽ cẽseo.

¶ De trigonis rubrica.

Unt aũt trigonoꝝ genera principalia sex. iso
s pleurum. Isosceles scalenũ orthogoniũ. ambligoniũ. origoniũ: quoꝝ oĩum in seq̃ntibus formas ⁊ pedaturas explanabimus.

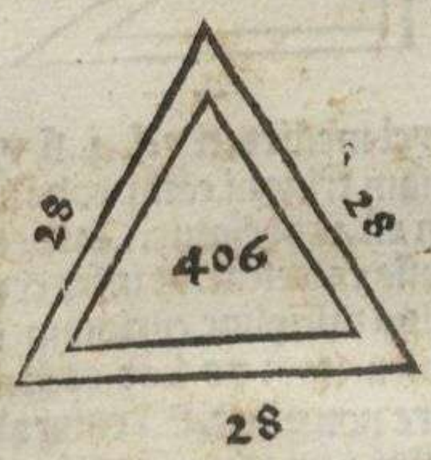
¶ De Isopleuro rubrica.

Rigonus igitur isopleurus: qui precedentis libri pene pricipio equilaterus triangulus dictus ẽ: paria latera habere cõprobatur. Donat ergo isopleurus i singulis habẽs laterib⁹ pedes. xxx. hui⁹ embadũ idest area tali modo ẽ iuestigãda. Sũma ⁊ eni vni⁹ lateris p se multiplicata. dcccc. numerum complet. ex. iis. Signgenta. ⁊. x. subtrahantur relinquũt. cccxc. tot pedes hui⁹ trigoni isopleuri embadum colligit. Mã catbet̃

pedib⁹

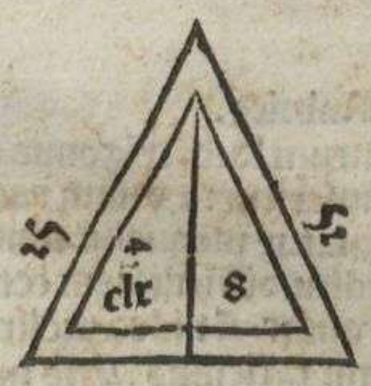
pedibus.26.constat protendi: Qui si per vnius lateris dimidium.i.per.15.multiplicati excreuerint. embadum complent.aut si vnius lateris pars tertia per ternarium: ꝛ denarium augebitur.300.nascentur. si vero summam lateris vnius per eundem ternarium multiplicabunt nonaginta reddent.qui superioribus 300.iuncti.390.facient.idest aream supradicti trigoni.sit autem predictorum infra facta depictio.

Et autem lector in huiusmodi inuestigationibus aliquo erroris ꝛ inscitie nubilo prepediatur. Eiusdem igitur trigoni Isopleuri.i.paribus lateribus solidi manifestationis exemplar subiiciemus.esto age isopleurus Cuius latera singula.28.pedes: colligant. Quorum si vnum per se augmentatuꝫ excreuerit. D.200 84.summa consurget. Cui si vnius lateris numerum aggregaueris. D.312.nascentur. horum suprascripta Medietate aream supradicti isopleuri pernotabis: vt subiecte descriptionis formula docet.



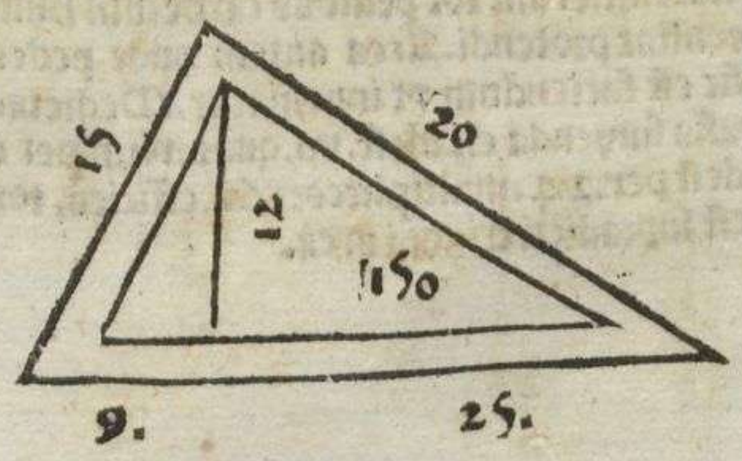
Vius autem iam sepe dicti trigoni: vt lateris vniuscuiusq; mensuram inquisitus quis inuestigare valeat: ꝛ dicere: apertissimum dabimus rationis experimentum. Proponatur itaq; si aream.406.pedibus protendi constituerit: quot pedum planitudines latus vnum quodq; colligere pernoscatur. Ducatur ergo suprascripta area octies: ꝛ in. 3.248.numerum consurgit huic si vnũ addatur fiũt.3. 249.huius summe latus si sumpsero: erit quinquaginta.7. Cui si vnitas subducta fuerint.56. Relinquuntur: Quorum si mediũ ad inuestigauero.28.fiunt Tot itaq; latus quodq; Isopleuri pedibus protenditur.

¶ Isosceles autem: qui ab euclide geometrice peritissimo duo tantũ latera bẽs equalia est determinat' secundus in ordine trigonorum constituitur. Cuius si latera bina imparibus numeris.i.25. protendantur pedibus: quatuordecim pedalia spatia basis habere pernotatur: Restat igitur vt quot pedes arealis cathetus colligat: requiramus. si vero medietas basis. hoc est.7. per se multiplicetur.49.nascentur. Mensuram autem vni' lateris si per se idest.xxv.multiplicaueris. D.c.xxv. Reddes: ex quibus si. xlviiii separaueris. D.76.relinquuntur. Quorum si latus accideris.xxiiii.erunt tot pedibus cathetum huius trigoni constat protendi. Area autem quot pedes habeat: sic est faciendum vt inueniatur. Medietas rursum basis sumenda est idest.vii.quos.vii.si per cathetum idest per.24.multiplices: 168.efficies. tot pedum est supradicti trigoni area.



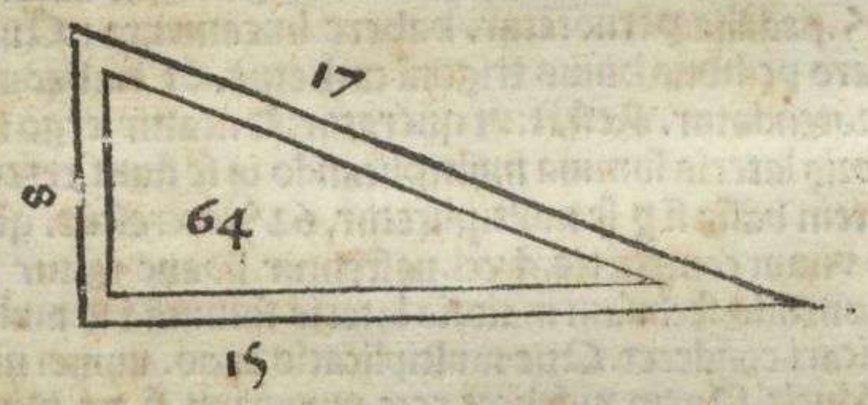
¶ De scaleno. Rubrica.

Scalenus.igitur ab euclide tria hẽns latera inequalia determinatus est. Sed nos numero eius figure aperta dabimus exẽplaria proponatur ita scalenon trigonus qui a latinis cuneus appellatur: cuius minoris lateris deciue.15.pedes colligat.basis autem. 25.pedalia pernotetur. habere lineamenta: Quot vero pedibus huius trigoni cathetus. Et embadum protendatur. Restat: vt queratur: Ducatur ergo minoris lateris summa multiplicando in se fiunt.cccxxv. Item basis si p se multiplicetur.625: excrescũt. qb' in vnum compactis.dccci.nascentur. Hanc igitur se mouendo seclusam maioris lateris summã ſ se multiplicari condecet. Que multiplicatio.400. numerum adducit. Quem videlicet.cccc.numerum si de prius seposita sũma.1.de.850.abstuleris.450. relinquũt Horum si medium sumpseris.cccxxv. Explicabis: quibus si summa basis vel.xxv.mataps auferat nouena rius erit.tot pedibus huius trigoni continetur precisura: vel eiectura minor. Restat vt cathetus.quot habeat pedes requiratur. Multiplicetur ergo minus latus p se sicut supra.25.prodeunt. Rursus ꝛ augmentata minoris p̃cisure per se summula.81.producit.hos si aufers ex in se ducto latere.144.supersunt. Quorum duodenarius esse dinoscitur latus tot pedes huius trigoni cathetus colligere perhibetur. Area vo podisinus tali modo reperitur. Metiatur ergo cathetus basim vel.xii.xxv.ccc.consurgent. Quorum medietate sepe dicti trigoni scaleni embadum podisma tur: vt in subiecta: figura notatur.



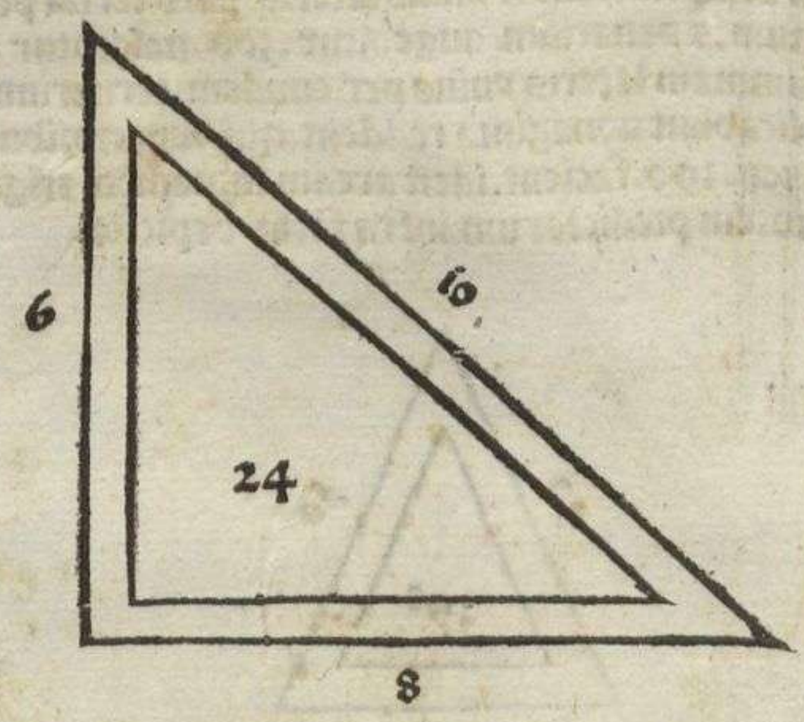
¶De orthogonio Rubrica.

Varto nimirum loco trigonus orthogonius ab Euclide inseritur: ⁊ vnum rectum bsis angulū consignatur inequalia continens latera: quem nos ipso auditu difficiliorem ceteris obscurio remq; esse arbitramur Et ideo prolixiorem in eius explanatione moram faciemus. Esto modo trigonus orthogonius: cuius cathetus pari numero insignit' vel. 8. pedibus mensuratus protenditur. Cuius si latera ignorantur. hoc modo inuestigari ab archita p̄ cipiuntur. Sumatur ergo supradicti cathetī medietas. i. 4. ⁊ per se multiplicet. Et. 16. excrescent. Quibus si vnitas subtrahatur. 15. apparent. Tot pedum huius trigoni basis esse cognoscitur. Predicte autē per medietatē cathetis summe adaucte. si vnum addatur: erunt pedes ypotemise. 17. Per eandem itez summam idest per. 16. embadum est inueniendum. ducatur ergo huius summe medius per cathetum. ⁊ 64. consurgent: qui aree complent supputationem. quod patenter in subiecta forma declaratur.

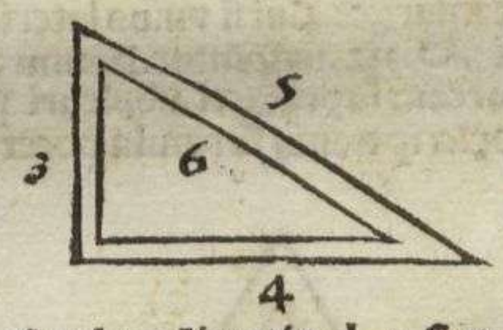


¶De eodem rubrica.

Onemur itaq; huius orthogoni apertam ⁊ ratam ⁊ per parz ⁊ imparis numeri quātitatem instituere descriptionem ascribatur ergo in primis par numerus cathetō. i. 6. cuius medietate in se augumentata. 9. proueniunt. Cui si ꝓm nostri precepti normulam superius designatam vnum auferatur. octonarius erit basis huius trigoni cuius medietas. ſ. quaternarius per catetum multiplicata. ꝓm q̄ supradictū est. areā complet. per cathetum ⁊ basis est hypate mise pedaturam sine vllius reclamatione inquisit' dicere facillimum ⁊ apertum nostre auctoritatis exemplum dabimus. multiplicetur ⁊ enim per suam quantitatem medietas huius trigoni cathetī. ⁊ summe que ex hac mutiplicatione prouenerit: vnitas aggregetur erit ypothemisse pedatura: eidem autem si auferatur vnum: erit basis sitq; huius rei hec facta descriptio.



¶Instituamus ergo huius trigonii orthogonii p̄ ſparem numerum probabilem explanationem. Annotet Cathet' impari numero idest. 3. quez si nite duxerz 9. explicabis. quib' vnitate subducta octo supersunt quorum medium si summatur: basis orthogonii huius pedatura fore comprobatur.



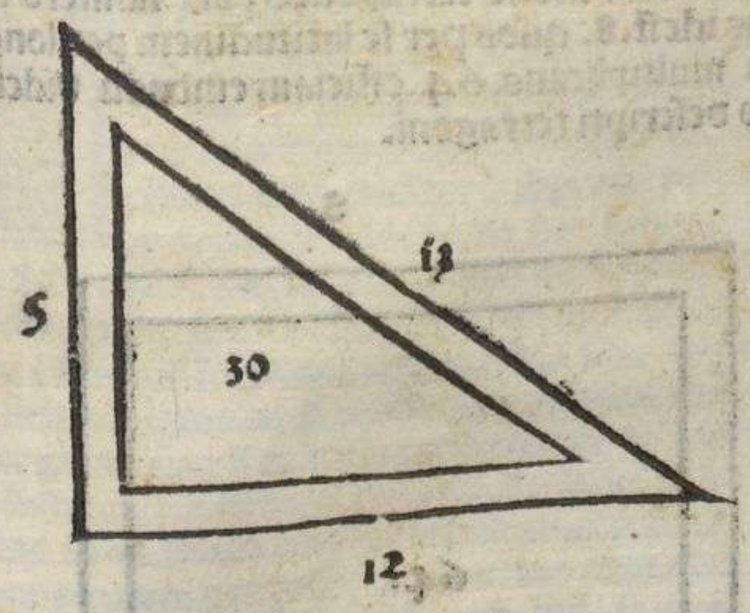
¶Huic vo basi vel medietati vel. 4. si vnū aggregaueris ypotemisam trigoni comprobabis. embadum vt supra dictum est. reperiatur. i. cathetus per medietatem huius basis excrescat: vt infra cernitur pictura

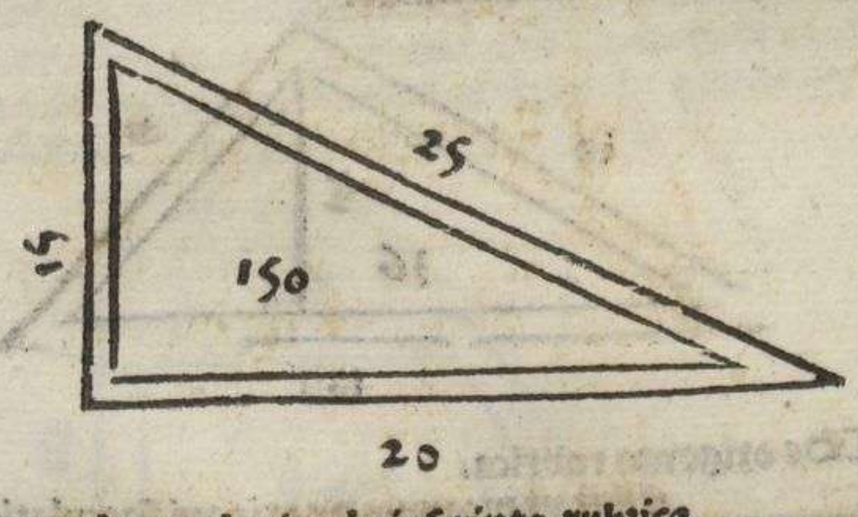
¶Ne autem huius discipline curiosum indagatorem aliqua fallat obscuritas: de hoc eodem orthogonio iterato disputare non piget. Est enim alia inueniendi cathetum ⁊ basim ⁊ ypotemisā ratio. Ponatur ergo cathetus. 5. pedibus protensus quem si multiplices. per sui quantitatem. 25. notabis. basis autem. iz habeas pedes inscribatur. que si sicut cathetus in se concreuerit. ioo. 44. nascentur.

¶Ille summe. i. 25. ⁊. 144. copulate. 169. restituent. Horum latus. iz. esse manifestum. i. ypotemisam supradicti trigoni. Deniq; si hypatemisam per se augēdo duxeris: par supra copulate quātitati. i. 169. reddes. De quibus si cathetum in se ductum subdureris 144: residui sunt. quorum latus. i. 12. basim restituit Ex ypotemisa vo per se multiplicata. Si quis basim in se ductam hoc est ex. 169. 144. subtraxerit: Non plusq̄z. 25. Remanent. Horum latus. i. 5. cathetum constituit: aream autem basis medietas ⁊ cathetus cōmultiplicati metiuntur.

¶Item per cathetū basis edicere pedaturam in hoc trigono condecet. Sit modo supra cathetus. 5. hic vero in se ductus. 25. cōstituit. Huic si assez abstulero. 24. progredientur. quorū mediū basim efficit. Rursum autem si basis q̄z̄titati eandem adiecero vnitatē ypotemisam explicabo. si autem per cathetum basis multiplicetur. 60. progreditur summa. Horum medietas embadon complet.

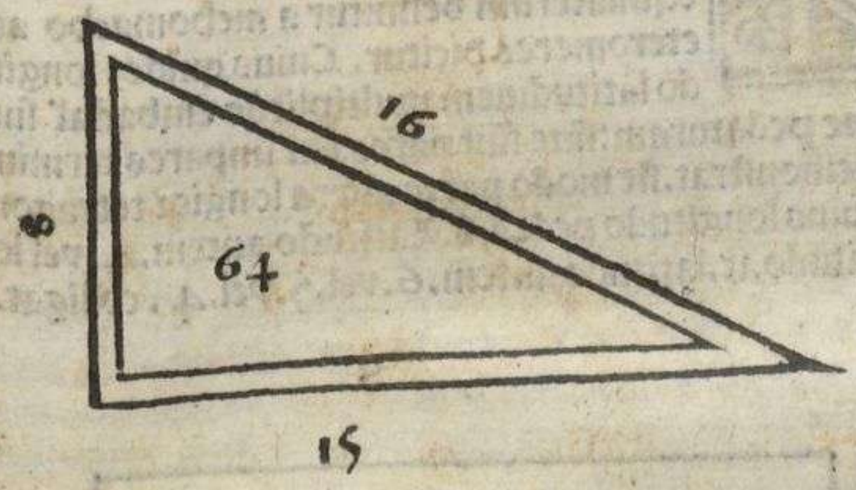
¶ Si autem eãdẽ differẽtiã hoc ẽ. 5. basi auferã: cathetum ꝓstituam vt cerni põt in subiecta figura.





¶ Item de eodem. Rubrica.

a Liã isup hãc vestigia gradiẽti normã hui⁹ trigõi obiiciẽdo ꝓponere curamus: q̃tin⁹ hãc caute idagãtes cautissima ad id ad qd̃ desiderãt accedere. iteritatis linea absq̃ dubio ꝓducat. ꝓpõatur igit̃ eiusdẽ orthogonii descriptio hisdẽ quãtitatib⁹: qb⁹ est circũsignata. s. cathetus. 8. ypotemisa. 17. basis ãt. 15. pedib⁹ designet̃. Hũc vo q̃rõne ꝑ ypotemise podisinum cateti: Et basis sũma pedat̃ repiri valeat: demõstrare studeam⁹. multiplicem⁹ ergo sũmã ypotemise ꝑ se. ⁊. 289. numer⁹ redũdat. Cui si q̃ter ẽba lidis q̃ꝯtitas subtrahat̃. 49. reliquũtur. hoꝫ tetragõicũ lat⁹ si iqsieris. 7. eẽ exprieris. qd̃. s. 7. si copulãti catheto. ⁊ basi aggreges. 30. efficies. quoꝫ dimidiũ basis ꝓstituit spatiũ qndeci ãt si de aggregat̃. i. 50 23. abstuler̃. 8. supẽ cathetũ sine dubio cõprobab.

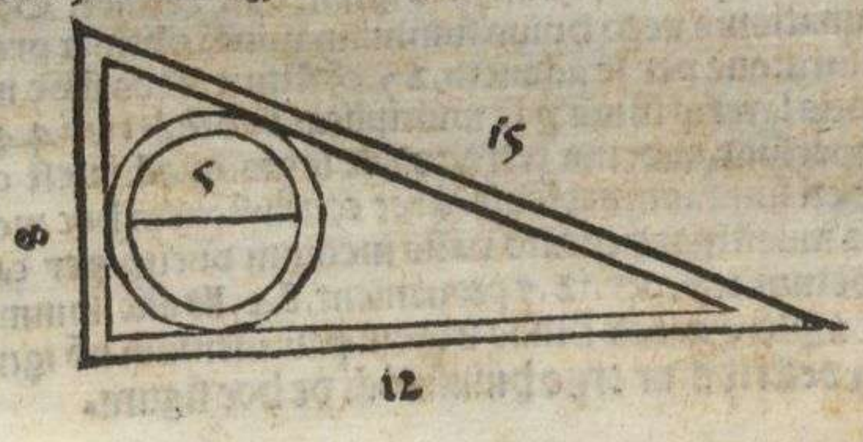


¶ Idem de eodem Rubrica.

d Esignemus iterum iã dicti orthogonii formã ⁊ aliis numerorũ q̃ꝯtitatibus: vt cũ aliquis vel ꝑ maiorẽ vel ꝑ minorẽ numeꝫ huius trigoni apertã tradere disciplinam cogatur: nullo errore labatur Esto age trigonus orthogonus: quẽ circũstant par vnus ⁊ duo ipares numeri par basi. vel. 20. ipar vnus catheto hoc est. 15. alter vo ypotemise. i. 25. ascribat̃. Embadalis ãt ꝓclusio ꝓm supradicti nostri ꝓcepti regulã ingrẽda ẽ hoc ẽ ꝑ multiplicatiões dimidie basis ⁊ totius sũme catheti ꝓtinet. n. aree sẽptum. 150. ꝓtractos pedes. Cathet⁹ ãt ⁊ basis tali sunt indagandi rõne ducat̃ ergo ypotemisat̃ sũma in se. ⁊ in. 625. Redundat. cui si q̃tuor adiiciant̃ embada. M. 225. nascent̃. quoꝫ tetragonale latus. i. 35. si excepis: sũmas. Utrasq̃ basi ⁊ catheti cõprobabis. Scire. ãt o; ⁊ inuestigare. quo numero a se inuicẽ cathetus ⁊ basis distent. Hic vo qs sit: manifestem⁹. si igit̃ ypotemise nise multiplicate q̃tuor: q̃ adieci supr⁹ embada. subtrahã in 25. sũmã regredit̃. Hoꝫ qnta ꝑs differẽtiã tenet. i. 5. quã si rursus duab⁹ iunct̃ sũmis vt. 20. ⁊. 15. xl. ꝑnotabo. hoꝫ mediũ ꝓplet basis

¶ De orthogonio circulo inscripto rubrica.

u Num ẽt qd̃ archite iudicio in hoc eodẽ orthogonio approbatum ẽ. ⁊ euclidis diligentissima perscrutatiõe prius ẽ rõnabiliter adinuentũ operẽptium ouximus nõ eẽ pretermittendu; Est ẽt sepe. vt disputator in geometrica: circul⁹ si hoc orthogonio inscribat̃: quot pedes diametrus colligat: reqrat qd̃ ne vict⁹ ignorãtia refutet aliqs se dicere: breuiter insinuamus rẽ hmõi. inscribatur itaq̃ circul⁹ orthogonio oẽs lineas eius tangens. hoc nimiꝫ facto cathetus ⁊ basis agregent̃ in vnũ et cuius sũme copulatione si ypotemise exceperis quãtitates: diametrũ efficies iũcti. n. 12. ⁊. 8. i. cathet⁹ ⁊ basis. 20. reddunt. Ex qb⁹ si ypotemisã abstulero. hoc ẽ. 15. diametrũ. 5. obtiere ꝓstitutã qd̃ subt⁹fctã d. signat figura

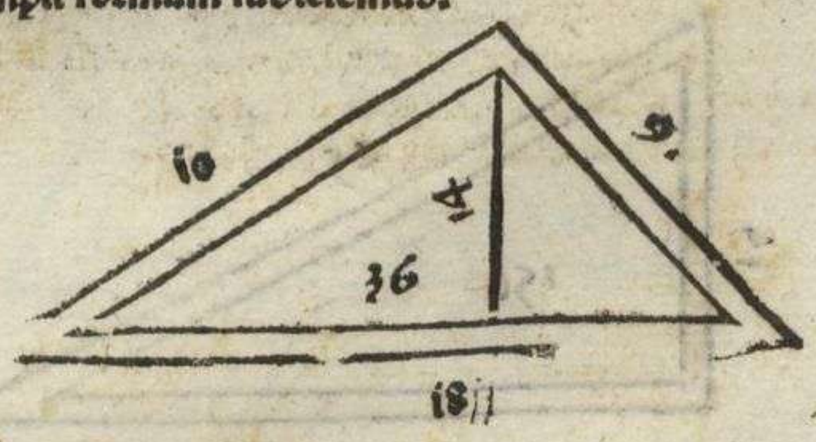


¶ De ambligonio rubrica.

q Uintus in ordine triãgulorũ ambligõius ab euclide insertus obtuiuꝫ angulũ hãs dictus est: quẽ nos succinte aptecq̃ explicãdo aggredimur. Mã si diligens lector supiorĩs nostri documẽti precept̃ ⁊ formulis istruct⁹ accesserit. minime ĩ hoc lababit: Constituat̃ mõ ambligoni⁹: cui⁹ basis: 18. numero. ypotemise ãt maior. 10. minor vo. 9. iscribã cathetus ãt. 4. summa insigniatur.

¶ Ducatur ergo basis per catheti dimidiũ: hoc ẽ. 18. per binarium ⁊. 36. prodeũt. que summa embadalis spacii planitudinẽ adimplet. Sed architas in cunctis vtens ratione alio modo huius ambligonii aream reperiri constituit non hanc sumpta est summam in hac aree planitudine. Sed minorem posse contineri existimans astruxit. n. cathetum per se ⁊ per binariũ vel per se ⁊ octonarium duplo se superantes multiplicari oportere. Et quantitatem: que hac ex multiplicatione proueniret aream constituere: non vt 36: Sed. 32 in se colligeret arealis illa contemplatio. qs quis autem huius iam dicti trigoni formas in plano designare disponat: a basis quantitate huiusmodi rẽ ingrediatur. tali ratione: vt terminus minoris ac maioris ypotemise copulatus paruo vincat terminum

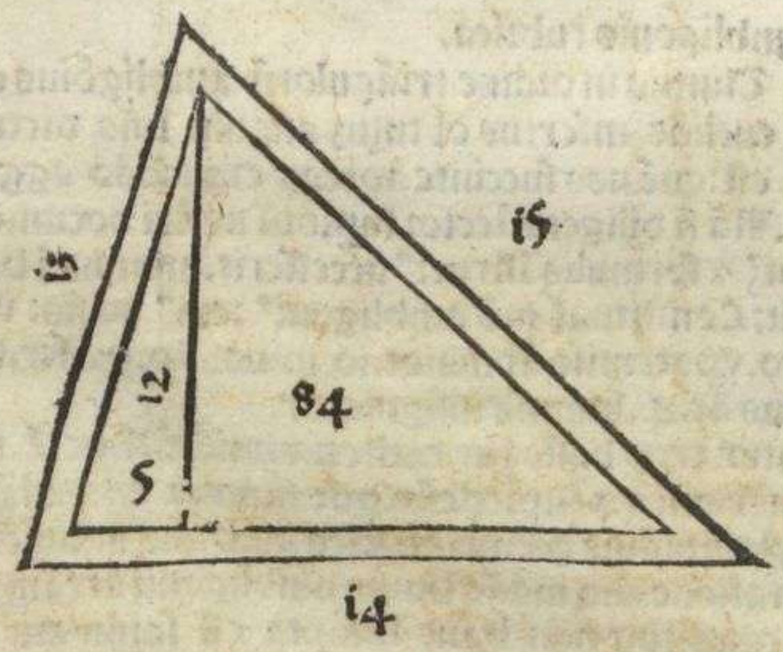
basis.hoc est si basis.20.mensuretur pedibus.maior ypotemisa.xi.minor autem.10.insigniatur. Sz melius hoc quod numeris duximus: ostendemus.si alicuius exempli formam subiciemus.



¶De origonto rubrica.

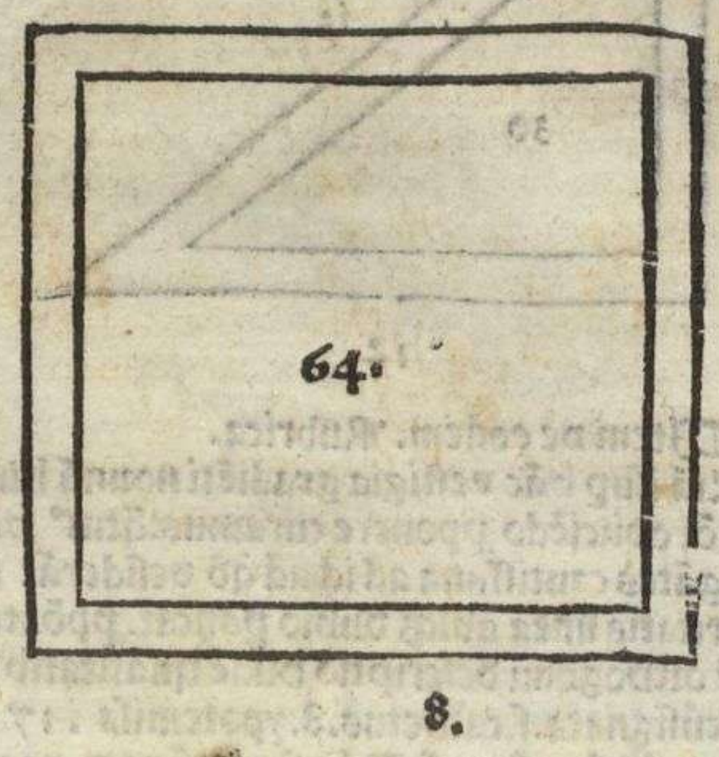
Restat vt dicamus de origoni speculatione qui sextus in trigonorum descriptione ab euclide non segni geometra ponitur acuti angulus determinatus.esto igitur origonius:cuius minoris lateris terminus.i.minor ypotemisa.13.pedibus terminetur.maior autē. 15.7 basis.14.mensuretur:cuius catheti:7 embadi summa si ignoratur tali ratione colligetur.

¶Ducatur ergo lateris minoris q̃ztitas per se. 169. redundat.basis item terminus si per se excreuerit. 196.nascentur:quas videlicet summas si iunxeris. 365.efficies.quo facto multiplicetur etiaz terminus ypotemisa per se:7 exurget.225.numerus quem si de superius copulata summa secreuero:fiunt residui. 140.horum.medietas.70.esse pernotatur.quod per basim disperlum quinquies ipsam in se retinet. Dominationis vero huius summam minor obtinet precisura:que per se adaucta.25.cōstituit.Nos si de minoris lateris sūma p se multiplicata abstuleris.144. supersunt.quorum tetragonale latus.quod.12 est catheti summam explebit.Area conclusionem hoc modo inuestigare curato basis medium ducito per cathetum.i.7.per.12.7 prouenient.84.Hanc summā complere areale huius irigoni pauimentum nō ignora describatur ergo huiusmodi de hoc figura.



¶Sed quia de trigonorum podismali consideratione in superioribus diligentium lectorum indagini explanauimus:superest. Vt ad tetragonorum speculationem transitum faciamus succintum de his habituri tractatum.

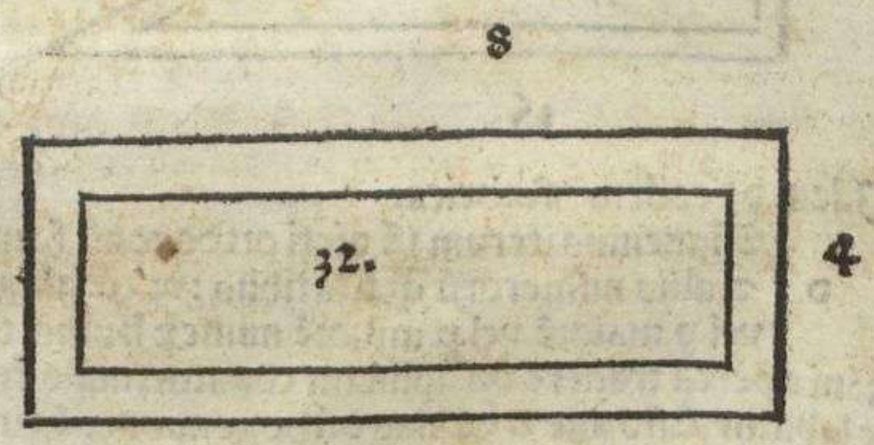
¶Quadratorum enim ceteris facilior est collectio.Et prius quidem de normali tetragono tali modo ordiamur.Omnis igitur tetragonus normaliter constitutus latitudinem longitudine multiplicante arealē constituit planitudinem.Et podismum sine dubio absoluit.Donatur modo tetragonus pari numero consignatus idest.8. quos per se latitudinem per longitudinem multiplicans.64.efficiam embadū videlicet subtus descripti tetragoni.



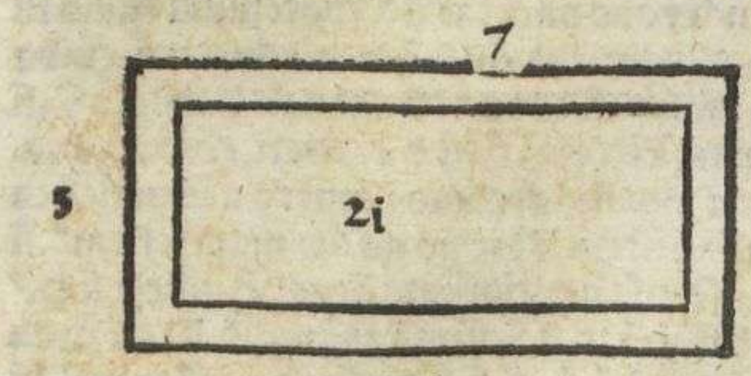
¶Idem vero si per imparem numerum feceris:attente obstaculo eadez ratio constabit.qui normal tetragonus ab euclide aquilaterus atqz rectiangulus nominatur a.Nichomacho autem in arithmeticis similiter appellatur.

¶De parte altera longiori rubrica.

Etragonus autem parte altera longior ab euclide quidem rectiangulum. Sed nō equilaterum definitur a nichomacho aūt eteromeres dicitur. Cuius quidez longitudo latitudinem multiplicās embadal summe pedaturam:siue sint pares seu impares termini: demonstrat.fit modo parte altera longior tetragon cuius longitudo pedes.8.Latitudo autem.4.vel longitudo.ix.latitudo autem.6.vel.5.vel.4. colligat.

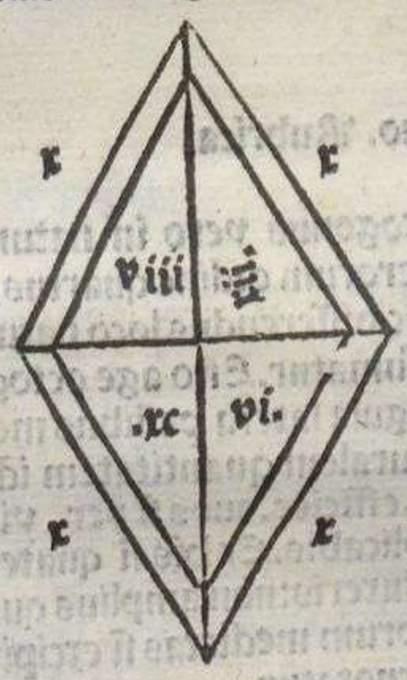


¶Multiplicet ergo latitudo longitudinem idest. 4. 8.32.nascentur.hoc est area parte altera longioris tetragoni prouenient que he figurarum deformationes pari numero atqz impari designate.



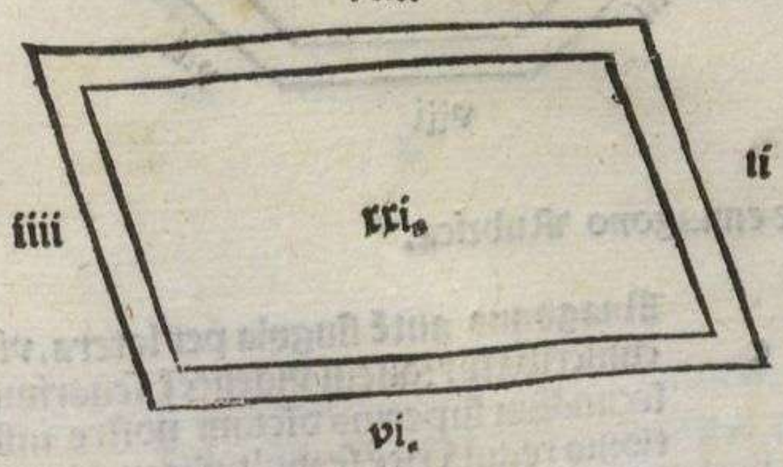
¶De rombo rubrica.

Is vero iam dictis paralello grammis adiiciendos rumbos. Et romboides tetragonos arbitramur. quãuis enim aut angulariter: aut lateraliter a supradictis paralello grammis dissideãt: tñ his sunt adnumerãdi. Esto age rombus quadrilaterus singulis lateribꝰ decene pedature summa conscriptus. diagoni autem hoc est angularis linee directio bis sena numeretur quãtitate. cuius. vi. si per se augumentabitur. xxxvi. exurgent. quos si ex basis termino per se multiplicato subtraxeris. lxiiii. Remanet. Horum tetragonale latus. i. viii. huius rombi cathetum constituit. Dialatus. i. viii. huius rombi cathetum. constituit. Diagonus autem per cathetum ductus embadalis sũme spatium ostendit. Hic autem ab euclide equa habẽs latera: Sed non angulos equos nec rectos definitur fit vo de hoc huius forme processio.

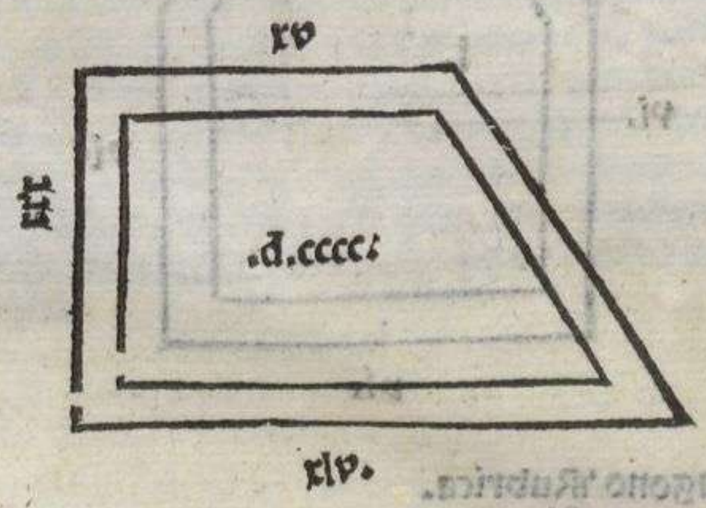


¶De rombon rubrica:

Uclides vero nec angulos equos: neqꝫ latera eq̃ hẽns romboides determinãdo ꝓposuit: quẽ nos quoqꝫ patẽtiori addi tu formãdo numerosqꝫ ascribẽdo resera bimus. Esto age romboides cuiꝰ vnũ latus. viii. pedes scõm autem quatuor Tertiur vero. vi. quartũ vero. ii. harũ vero summarum maximos terminos longitudinem obtinentes si comungas. xiiii. efficies. quoꝝ medietatem septenarius constituit. Minores autem summule in vnuꝫ redacte senariam quantitatem perficiũt: Cuius mediũ ternarius adiplet. que videlicet medietate. vii. ꝛ. iii. si per se multiplicabuntur: in. xxi. cõsurgent. idest. pedes areales tetragoni huius: vt infra apparet.

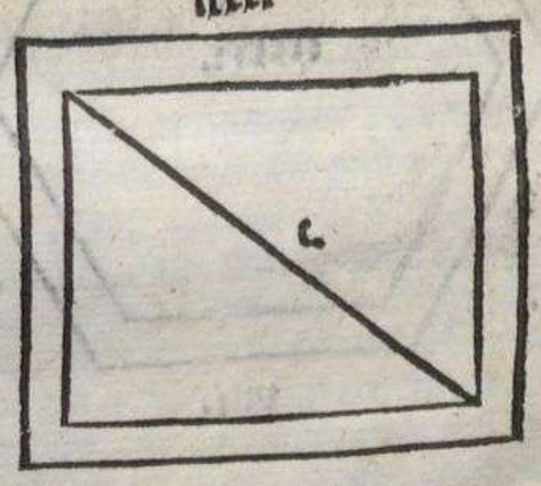


¶His ꝛ enim adiiciendum fore trapezium orthogonium non incongruum ducimus dupla ꝛ sesqualtera numerorum proportione lateraliter consignatum. ascribatur vertici summa quindenaria. cateto autem tricenaria duplo etiam transcendens: basi vo ad hãc sesqualteram seruans habitudinem terminus contradatur. per has ergo summas area huius trapezii tali ratione constituenda est. adiungatur vo vertex basi. i. xv. xlv. ꝛ. lx. terminus exuberat. Cuius pars dimidia si per cathetum multiplicabitur. aree pandit protensionem vt in medio scripta ps figura.



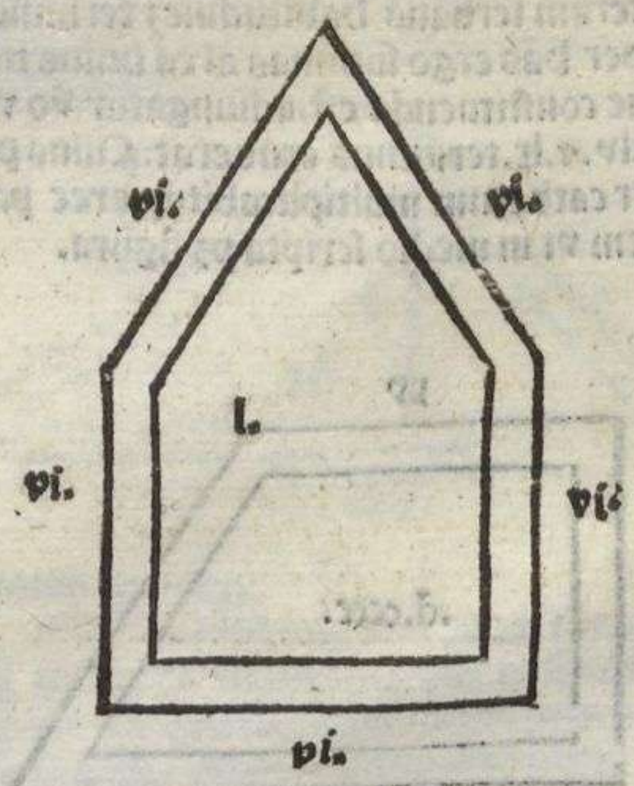
¶De diagono adinueniendo rubrica.

Epe autem euenire solet: vt in huius artꝭ speculatione: quot angularis linee protensio horum. s. tetragonorum pedes obtineat Requiratur. quod ne ignoretur: facillimũ apertissimumqꝫ huiusce rõnis habimus exẽplar Ponatur. etiam paralelio grammus. lx. orthogonius in longitudine. lxxx: Et in altitudĩe habẽs pedes. lx. longitudo vo per se augumentata. vi. cccc. explicat latitudo autem. per se multiplicata. iii. d. c. efficit. que videlicet. vi. cccc. ꝛ. iii. dc. in vnũ summe redacte. x. restituunt. horũ. s. x. tetragonale latus si sumpsero. c. pernotabo. hoc est diagonum huius paralello grammi orthogonii: vt infrascripta perspici potest forma.



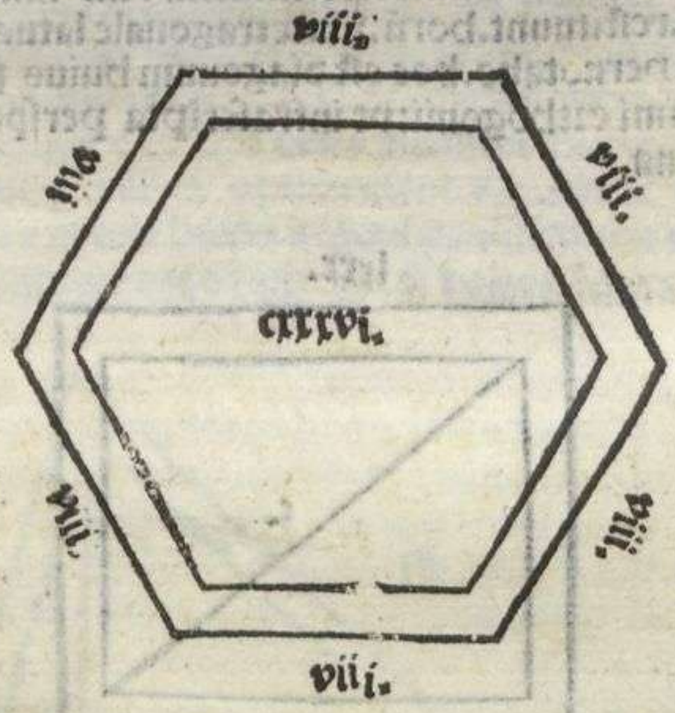
¶De multiangulis figuris rubrica.

Ed quia sufficienter breuiterqꝫ de tetragonorum diximus rõnibus. Restat vt de pentagonis. ꝛ exagonis: Ceterisqꝫ disseramus. Omnis itaqꝫ pentagonus equis habitis lateribus lateris vnius in se summa excrescente ac ter ducta: Rursusqꝫ eadem subducta medietateqꝫ huius summe sumpta embaidalis spatii pandit superficiem. Esto modo pentagonus singulis hẽns laterib⁹ pedes senos: Quos videlicet. vi. si per se duxero. xxxvi. Restituam. hos ter ductos in. cviii. numerum perstringam cui si abstulero lateris vnius sũmam. idest senarium. c. ii. explicabo quorum dimidium si accepero: aream infra descripti pentagoni adimpleb o.



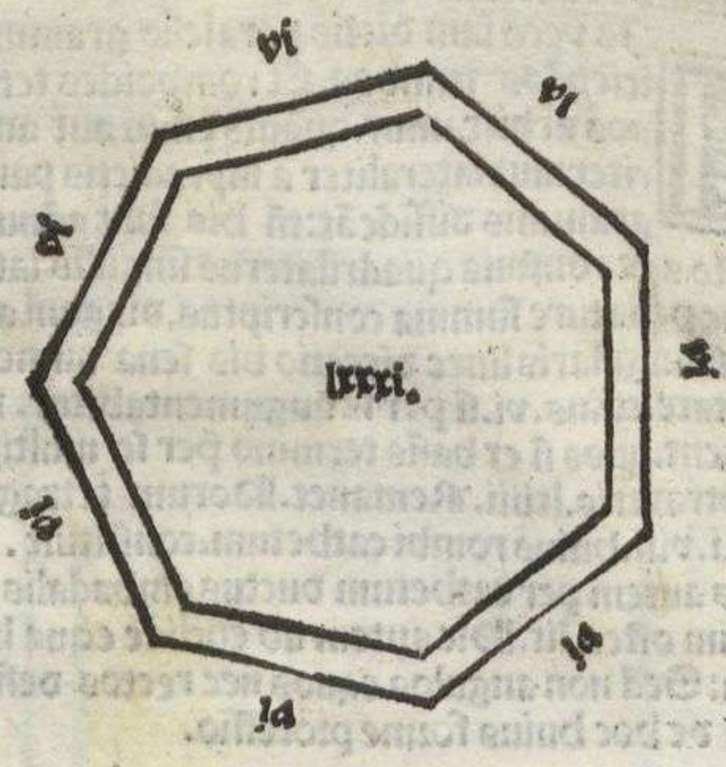
De exagono Rubrica.

EXagonus autem ordine in subsequenti dicendus inferatur. describatur ꝛ enim exagonus. viii. lateraliter insignitus: Quem videlicet octonarium per se multiplicans. lxiiii. efficiaꝫ hec summa. S. lxiiii. quaterducta in. cclvi. redundat. bis videlicet. cclvi. si lateris vnius quantitas idest. viii. bis ducta adiiciatur. cclxxii. apparēt. Quorum medium Si sumpseris aream huius exagoni explicabis



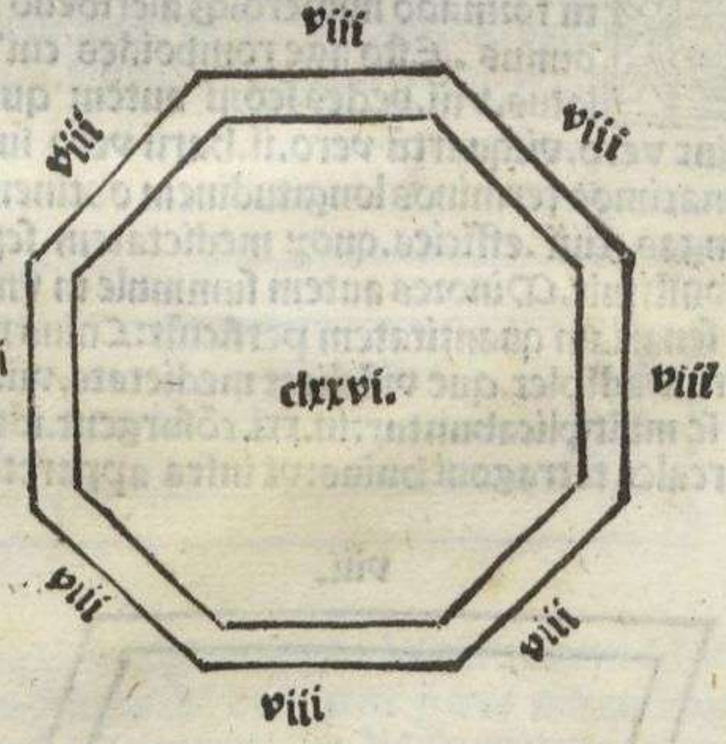
De eptagono Rubrica.

POst hec vt expediamus de eptagoni subsequentis ratione oportet. Qui videlicet eptagonus tertio hic inseritur loco septenarius quemadmodum in impariū numerorum tertius naturaliter ordine apparet collocetur ꝛ enim eptagonus senaria quantitate circunscriptus: cui si lateris vnius summam per se multiplicaueris. xxxvi. pernotabis. que scilicet quantitas hoc est. xxxvi. quinquies. ducta. clxxx. ad esse conducit. Quibus si senarie quantitatis summā ter ductā subduxeris. clxii. Relinquuntur. horum medietas sumpta. lxxxi. pede embadum huius eptagoni habere conducit.



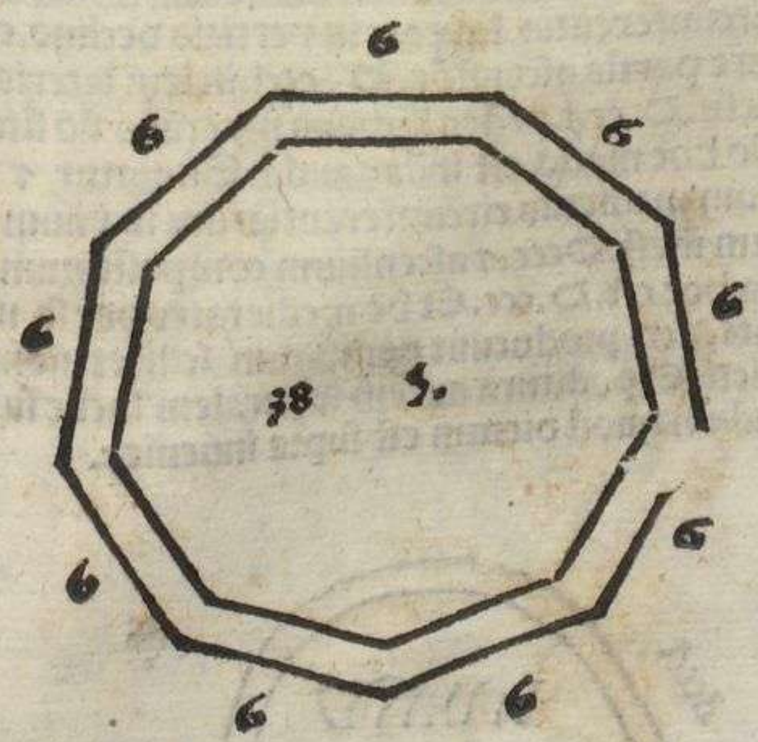
De octogono. Rubrica.

OCtogonus vero in naturali parium numerorum ordine quartus constitutus in hoc differendus loco naturaliter quartus assumatur. Esto age octogonus. vii. per singula latera pedibus mensuratus. Hāc nimirum naturalem quantitatem idest. viii. in se si duxeris. lxiiii. efficies. quos si per. vi. multiplicaris. cccclxxxiiii. explicabis. Ex his si quater lateris vnius summam deduxeris: non amplius quam. ccc. lii. Residui sunt. Quorum medietas si excipitur: area huius octogonii pernotatur.



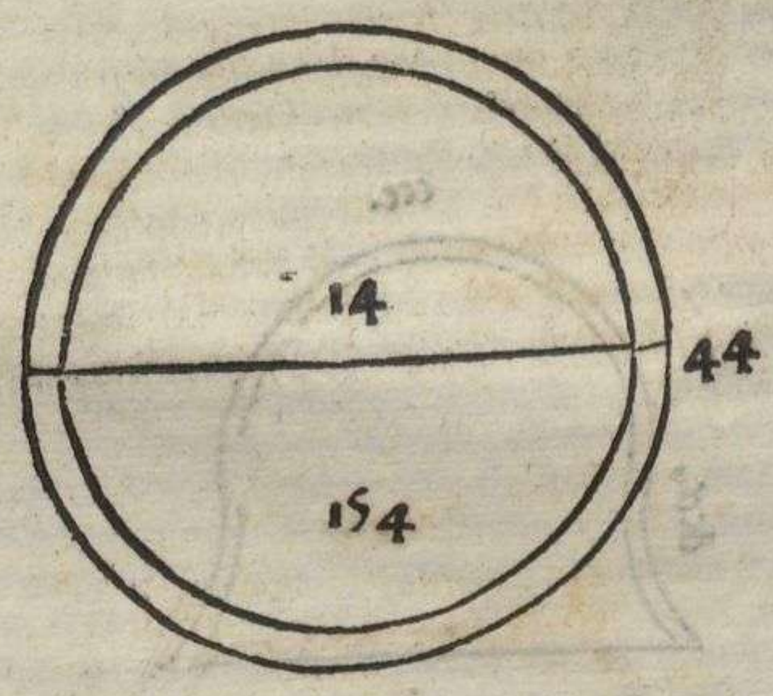
De ennagono Rubrica.

e ENnagonus autē singula per latera. vi. circunscribatur: quem videlicet senarium si secundum superius dictam nostre institutionis regulā per se multiplicaueris. xxxvi efficies: qui septies ducti. c. viiii. summam producent His si lateris vnius quantitatem quinquies subtraxeris. lxxviiii. Reddes horuꝫ medietas excepta si fuerit: huius ennagoni embadum. xxxviii. semispedibus contineri manifestat.



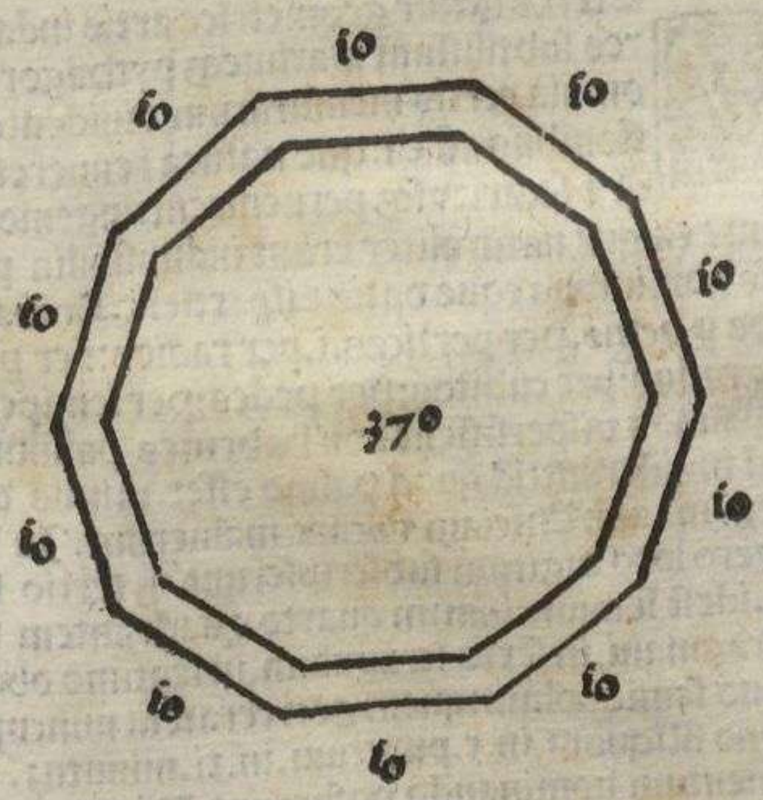
¶De circulo Rubrica:

Ed quia de angularibus figuis studioso lectori sufficienter disputauimus. Restat vt breuiter de circunductione spere vel circuli explicemus. Ponatur circulus itaq; .xliiii. pedibus in circunductione designatus. Diametrus autem.xiiii.pedum protensionibus describatur. Cuius summa si per se excreuerit.cxcvi.nascentur. hos per.xi.multiplicans.ii.clvi.efficies.quorum quartadecima pars.idest.diiii.aream huius cicli pandit: vt infra potest cerni. Est alia huius cicli inueniendi embadalis spatii ratio sumatur ⁊ enim circunductiue quantitatis medietas.vel.xxii.que est medietas Et p medietatem diametri idest per. vii. multiplicetur: ⁊ quod ex hac multiplicatione prouenerit: embadum pandit.



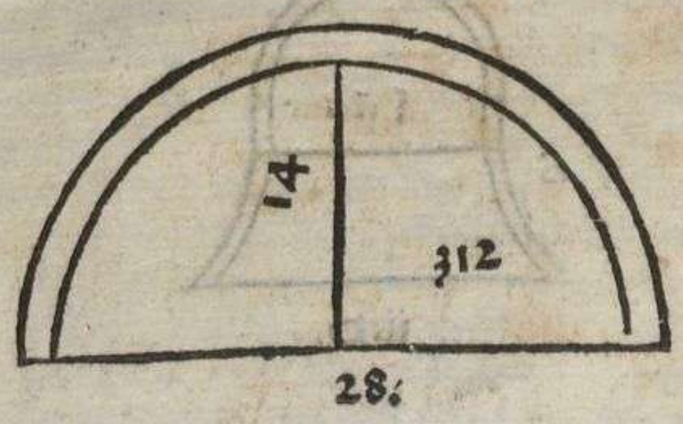
¶De decagono Rubrica:

Estat vt de decagoni embadali dicamus podismo. describatur itaq; decagonus denario numero lateraliter limitatus. Cuius si lateris vnius quantitas secundum iam sepe dictam nostre preceptionis institutionem se multiplicando excreuerit. C. efficiet. Dii vero octies duplicando excreuerit. d.ccc. adducunt Horum vero medium si sumpseris: aream huius decagoni.cccxx. pedibus contineri absq; dubio pernotabis



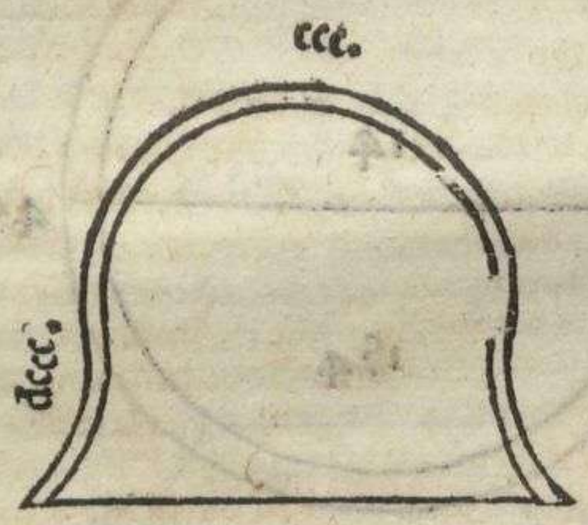
¶De emicicio. rubrica.

Is vero breuibus initiamentis de circularibus theorematibus dicendum esse censuimus de emicicio protinus dicturi. Conscribatur age emicicio. xxxiii. in basi ⁊ in semidiametro. xiiii. pedes habeas: cuius si aree podismus ignoretur: tali ratione adinuestigetur. Multiplicetur ergo summa basis per emediametri summam. ⁊ in.cccxcii. peruenitur. ⁊ hoc summa in decies.iiii.ccti. producit: quorum sumpta quartadecima parte idest.cccxii. arealis completur superficies: vt propter apparet.

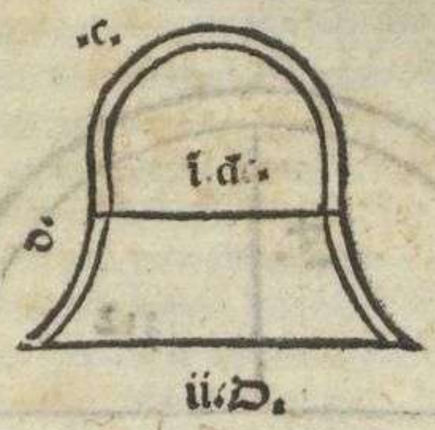


¶Idem vero de endecagono ceterisq; plurilateris figurarum descriptionibus si feceris: nullius erroris obstaculo lababis: hoc pacto vt in naturali ordine in multiplicanda vnius lateris summa: ⁊ in hac quantitate: que ex hac laterali multiplicatione nascitur: naturaliter augumentanda. Eademq; laterali naturaliter subducenda procedas embadumq; tali ratione ex medietatibus scilicet adinuenias.

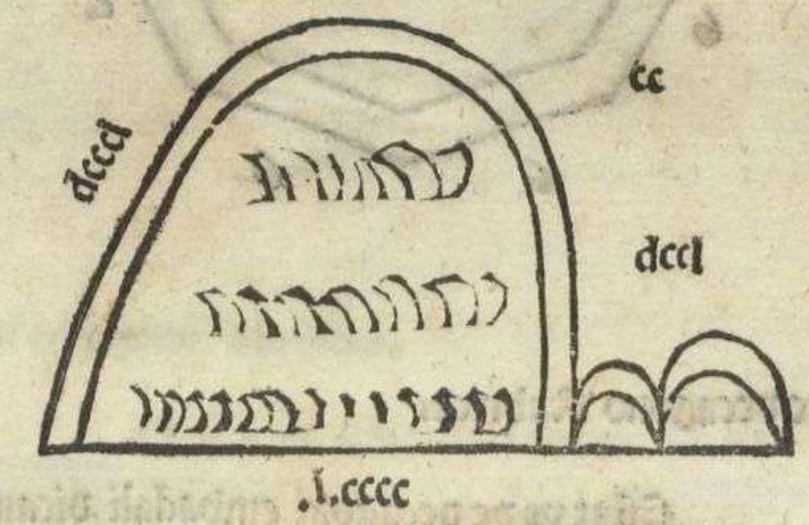
Hec de epipedarum podismationibus figurarum ad presens dicta sufficiant: restat vt de montuosa succintius aliquid ratione tractemus. inscribatur etiam mons in verticis circuitu. ccc. pedibus podismatus. a pede autem vsqz in summitatem. d. ccc. pedibus protentus. pes vero montis eiusdem in circuitu pedib' millenis consignetur. Proponatur modo inquisitum: quot iugera in hoc monte habeantur. Quod tali cuz ratione ordiendum iungantur ⁊ enim pedis ⁊ cacuminis duo illi circuitus idest. i. ccc. quorum per medium si ascensus hoc est. dccc. per. dcl. multiplicabit. dxx. pedes habere montis huius spatium comprobabitur. hanc igitur summam si in. xxviii. dccc. dispersseris. xviii. in hoc esse monte comprobabis. restantib' tantum millenis: ⁊ sexcentis pedibus.



Si autem mons in pedis circuitu. ii. d. ⁊ medietatis circuitione. i. d. c. in cacuminis autem circunductione centum ⁊ in ascensu. D. pedes habeas fuerit: hoc pacto iugera sunt adinuenienda. iungantur triuz supra dictorum circuituum Summe ⁊. iiii. cc. nascunt: quorum tertia parte. idest. i. cccc. montis ascensionē hoc est. d. multiplicante. d. cc. prodeunt: quos per iugera dispartiens. xxiiii. efficies non plusquam ducentis pedibus residuis.



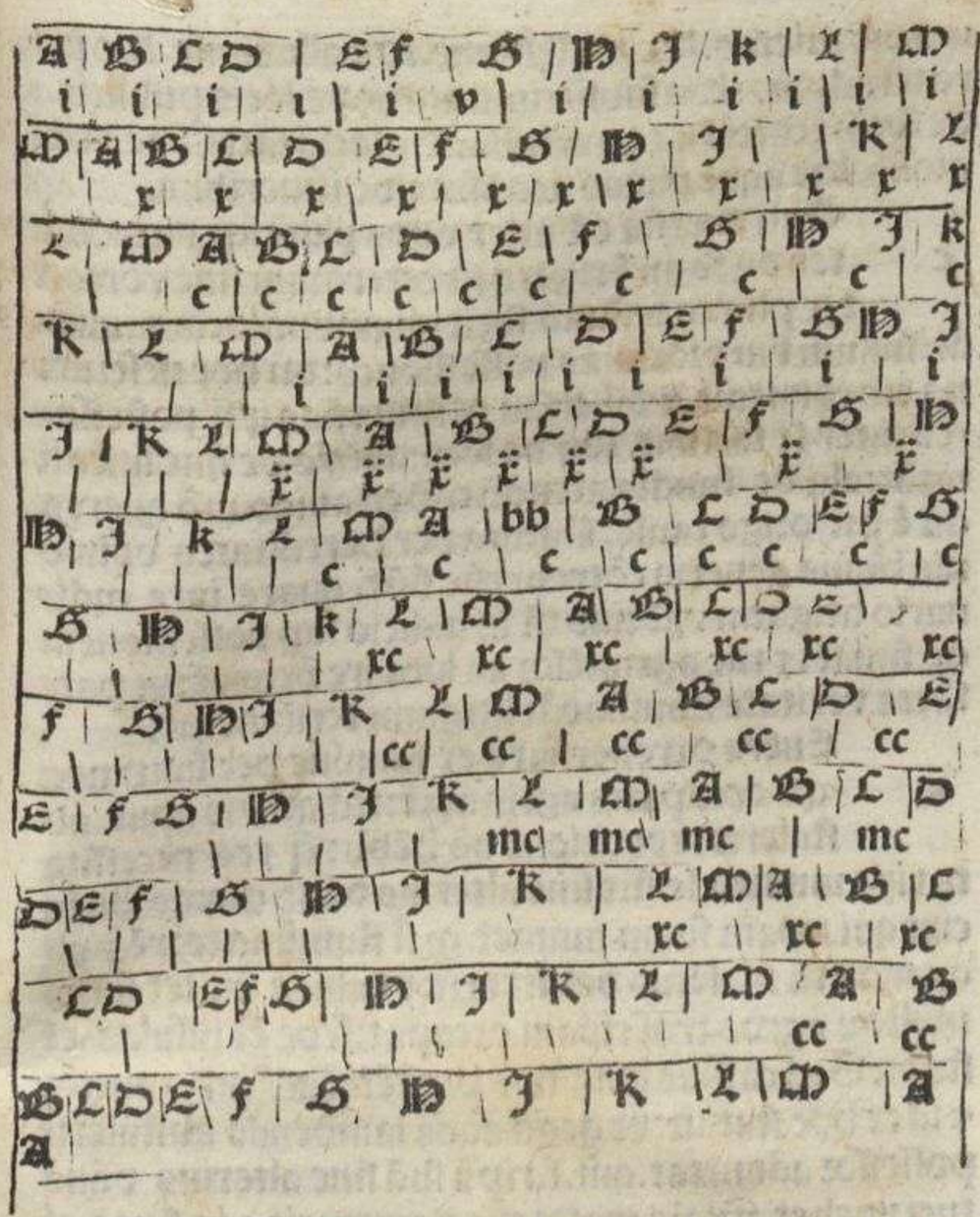
Mons autem strabus idest inequalis si fuerit in pedis circunferentia. i. cccc. ⁊ in verticis decliuo. cc. ⁊ in dextere partis ascensiōe. D. cccl. in leui lateris autē suspectu. D. cc. l. pedes habens iugeralis vo sita planitudo hoc modo est indagandа. Sumatur ⁊ enim duarum medietas circunferentiarum in vnum collectarum idest. Dccc. ⁊ ascensuum compositorum pars media hoc est. D. ccc. Et he medietates per se multiplicate. dcxl. producunt podismum scilicet montis supradicti. Expeditura autem iugeralem facile summā secundum quod dictum est supra inuenies.



Quia igitur de omnium huic arti inserendarum speculationum ratiōibus breuiter enodateqz sat disseruimus: Reliquum est vt de vnciali ⁊ digitali mensura. Et de punctoruz ⁊ minutorum ceterisqz minutiis sicut promiſimus dicamus: Mirabilem ⁊ arti huic: ceterisqz matheseis disciplinis necessariam figuram: quam arcbita premonstrāte didicimus: edituri.

De minutiis rubrica.

Veteres igitur geometrice artis indagatores subtilissimi maximeqz pythagorici: cū omnia certis mensurarum diuidentes rationibus ad ea: que natura renueret diuidi ⁊ secari: vsqz peruenirent: ingenio presignante ea que naturaliter erant indiuisibilia positis notis nominibus eque datis dispartiere. Cuius vero agros p actus. per perticas. i. per radios: per passus. per gradus: per cubitos: per pedes: per semipedes: ⁊ per palmos dispersissent non habentes palmum per quod diuiderent: id quod palmo esset minus digito autem maius: Unciam vocare maluerunt. In secundo vero loco digitum subscripserunt. in tertio staterem. idest semiunciam: in quarto quadrantem in quinto dragmam. in sexto scrupulum. in septimo oboluz. i octauo semiobolum: quem geci ceratem nuncupant: in nono siliquam. in. x. punctum. in. xi. minutuz. in. xii momentum nominando posuerunt. His ergo minutiis adinuentis: nominibusqz editis multiformes eis notas indidere. que quia partim grece: partim erāt barbare: nobis non videbantur latine oratiōi adiungende. Quapropter nos rem obscurā obscuris ignotisqz notarum signis inuoluere nolentes: loco earundem notarum latinorum elementorum notas ordine ponimus. ita ut. a. vncie respondeat. b. digito. c. statere. D. quadranti. e. Dragme. f. scrapulo. g. obolo. h. semiobolo. i. Silique. k. puncto. l. Minuto. M. momento ascribatur Describat itaqz his lītis: quam dirimus figuram vnciarum: hoc modo.



¶Eiusdem Boetii de geometria liber.

Eometria est disciplina magnitudinis ĩmobilis: formarũq; descriptio cõtẽplatiua: p quã vniuscuiusq; termini declarari solent: documẽtũ ẽt visibile philosophor̃.quod latine dr̃ terre dimensio. Qm̃ per diuersas formas ipsius discipline primũ egyptus fertur fuisse partita pro necessitate termior̃ terre: quos nilus fluuius inundationis tpe infundebat. Cui⁹ discipline magistri mẽsores ab dicebant̃. Sed varro peritissimus latinor̃ hui⁹ nois cãm sic extitisse cõmemorat dicens pri⁹ qdẽ dimẽsiões terrar̃ terminis positis vagãtib⁹ ac discordantib⁹ popul pacis vtilia pstitisse. Deinde toti⁹ anni circulum mẽsuali numero fuisse partitum. Tunc ⁊ ipsi mẽses quod annũ metiuntur: dicti sunt. Tũc ⁊ dimẽsionẽ orbis terre probabili refert rõe collectam: iõ factum ẽ vt disciplina ipsa geometrie nomen acciperet: quod per secula longa constaret.

¶De vtilitate geometrie Rubrica.

v Tilitas geometrie triplex est ad facultatẽ: ad sanitatẽ: Ad aiam. ad facultatẽ: vt mechãici ⁊ architecti. ad sanitatẽ: vt medici. ad animã: vt philosophi. Quã artẽ si arcte ⁊ diligenti cura atq; moderata mẽte pquirim⁹: hoc qd̃ pdict̃ diuisio nib⁹ mãifestũ ẽ: sensus nostros magna claritate diluci dat: ⁊ illud supra. Quale ẽ celũ aio subire: totãq; illã machinã supnã idagabili rõne al discutere. Et inspectiua mẽtis sublimitate ex aliqua parte colligere ⁊ agnoscere mũdi factorẽ: q tanta ⁊ talia archana velauit. Illã mũdus ipse spherica fertur rotũditate collect⁹ vt diuersas rer̃ formas ambit⁹ sui circuitiõe concluderet: vnde libr̃ seneca ꝓsentãea philosophis disputatione formauit: cui titulus ẽ de forma mundi. nã in geometria vtiq; partẽ fatemur esse vtilẽ teneri ⁊ actibus agitari ĩ oĩb⁹ prodesse cã existimamus. nec si ne cã sũmi viri ẽt ĩpensã huic sciẽtie operã dederũt: cũ sit geometria diuisa ĩ numeros atq; formas nũerorũ. nota nõ tm̃ oratori: sed cuiq; primis saltem lr̃is erudito necessaria est: quod ad subtilitatem cõstat tenuissima: ⁊ ad sciaz vtilissima: ⁊ ad exercitationẽ valde iocũdissima. In causis vo frequẽtissime q̃rit̃: qr̃ p mũ ordo ẽ geometrie necessarius. Rõne ⁊ eloquẽtie ex porib⁹ geometria pbat ĩ sequẽtia ⁊ certis ĩ certa ppter quod plures inuenias. q dialectici similiter ⁊ rethorici ĩgrediãt̃ hãc artẽ. Dialectico nãq; sillogismo si res poscit vtit̃ ⁊ qui sunt potentissimi grãmatici: q apodixis grece dicũt̃: idem probant ⁊ certe enthimemate: q rethoricus ẽ sillogism⁹: quod latine interp̃tat̃ mentis cõceptio. Quem iperfectũ solẽt artigrafi mũcupare. ⁊ ipe dẽiq; pbat: cui⁹ sit forme circuit⁹: quot lineis rectis ꝓtinet̃. Quib⁹ modis finitur: q̃ illa circũcurrẽs linea si efficiat orbẽ: q̃ forma ẽ ĩ planis max̃ perfecta ĩ qua tot spatia cõplectit̃. Et si q̃dratũ pib⁹ horis efficiat rursus q̃drata triãgul⁹ triãgula ipa pl⁹ eqs laterib⁹ quã iequalib⁹. ⁊ alia forsitaz obscurioza: qd̃ ẽt operis seq oportet expimẽtũ. Hec ĩ planis: nã ĩ mõtib⁹ ⁊ collib⁹ ẽt ĩpito pz: qr̃ per sol̃ cursum ⁊ vmbrar̃ motũ cõphẽditur: ⁊ p diuergia aquar̃ segregat̃. nũc ad epistolam Julij cesaris veniam⁹: quod ad hui⁹ artis originẽ ptinet: vt nec ipsi⁹ auctoris gloria pereat: vt nobis plenissime rei veritas ad notitiam veniat. quisquis ille tamen hanc epistolam studiose large voluerit quibusdam cõpendijs introduct⁹ lucidi⁹ maiora dicta in breui percipiet.

¶Diuus iulius cesar Rubrica.

Jr acerrim⁹ ⁊ multarum gentiuz dominator
v frequentia belli militem exercuit ampliorum bellorum operibus augende rei cã illustrium virorum vrbes ĩgressus est: gentium populos rogantes recepit tyrãnos gladio ĩteremit. Et postq̃z hostilem terram obtinuit: deletis hostium ciuitatib⁹ denuo nouas vrbes constituit: dato iterum colonie nomine ciues ampliauit.

¶Milites colonos fecit alios in italia: alios in prouinciis quibusdam. Hec que diuus august⁹ assignatus vrbes prouinciarum exercitui iussit ppter subitas bellorũ acies nõ solũ eas ciuitates demũ cĩgere muris: verũ ẽt loca aspera ⁊ confragosa satis alligari. vt ilr̃ maxime ppugnaculo est ⁊ ista loci natura. ⁊ ab agrorum noua dedicatione culture colonias appellauit: q̃ colonie his victorib⁹: qui temporis causa arma cepere: assignate sunt.

Rgo ne quid nos preterisse videamur. ꝗ magis eorum exempla sequamur: sepe erit ad
e formam respiciendum: ⁊ quia montium altitudines p̃cesse oratio monstrabat per ascensum precelsi cacuminis aciem laboriose signa ex lapidibus constructa reliquimus: ⁊ est munita discretaq; locorum quantitas. que permanet separatim per aquarum diuergia in vtraq; parte valde nota partitio: alia loca riparum cursus seruatur proinde etiam si hostis nos infestare voluisset: eos ex proxima ripa poteram⁹ expugnãdo rũpe. Illã circa regionẽ maritimã limites rectos cẽsuim⁹ ex lapidib⁹ ꝓpactz. totã limitũ rectur̃ cursũ demõstrabim⁹: qr̃ colonie oẽs q̃ ad mare ponũt̃: littore maris terminant̃. Agros ꝓualiũ iure ordinario disposuim⁹: quos intercisiuos nosauim⁹. In planitie vo limites recte cultellauimus.

Terũq; sunt agri quã multi assignati: quorũz
p mẽsura limitũ lz diuersa sit: tm̃ ẽt distant a se ali⁹ ab alio ĩ pedes. c. ĩ pedes. c. l. ĩ pedes. ccxl. in pedes. ccc. in pedes. ccclxi. ĩ pedes. cccc xx. in

pedes.cccclxxx.in pedes.d.c.in pedes.dcc.i pedes .d.
cccxl.i pedes.d.ccccl.xii.i pedes.i.xx.i pedes.i.cc.in pe
des.i.cccxl.i pedes.i.dc.i pedes.i.dcc.i pedes.i.dccc.
i pedes:ii.cc.i ꝓspectu tñ longo:quo signis limitem
agimus.

J fuerit termin⁹ crassus angustat⁹ ⁊ ab alia p-
s te longa crassus gemiat⁹.hi duo limites ma-
ximi deciman⁹ ⁊ cardo nominati sunt. Per
multa milia pedum concurrunt ⁊ nisi in alpes finiãt
diuidunt agros dextra leuaqꝫ rectarum linearum in
ter se continentium.

Mnem mensuram hui⁹ culture mediã longio
o rem siue latiorẽ facere debes:quod latitudine
longius fuerit:scãnum est:quod vero in longi
tudinem longius fuerit striga.

Unt fundi pene meritorũ.⁊ pro estimo vber
s tatis angustiores assignati sunt.

Oca macra ⁊ arida ampliori termino conclu-
l sa sunt. Sunt loca subsicciua que ad ius ordi-
narium non pertinent: Sed si conuenerit in-
ter possessores:possideant.si non conuenerit:
remanet potestati.

Lia loca perfectiora ad ius publicum pertine
a at.totidẽ si possessorib⁹ cõuenit possident.

Unt aũt loca publica hec:que scribunt silua ⁊
pascua publica augustinorum:que vllo modo
r alienari nequeũt:⁊ possident tutelã aut tem-
plorum publicorum:aut balnearum: que loca
colliua appellant.

Her extra clusus ẽ:qui intra finitimã lineam
a ⁊ centurias iteriacet.iõ extra clusus:qꝫ vltra
finitimos limites clauditur.

De controuersiis rubrica.

Ontrouersiarũ materie sunt due finis ⁊ loc⁹.
c harũ altera cõtinetur:quicqd ex agro discõ
uenit. Sed quoniaꝫ his quoqꝫ partibus signa
te controuersie diuersas habent conditiones:vt po-
tui ego cõprehendere:proprie sunt nominande.

Enera sunt controuersiarum.xiiii. depositiõe
g terminiorꝫ.De regione.de fine.de loco.De do
mo proprietas.De possessione.De alluuione.De iu-
re territorii. De subsicciuis agris.de locis publicis.
de locis relictis ⁊ extraclusis.De locis sacris ac reli-
giosis.De aque pluuie accessu:⁊ de itineribus.

Ontrouersia est inter duos pluresqꝫ vicinos.i
c ter duos an i rigore sit ceterorum sine rõnis.i
ter plures trifiniũ facit aliquibus locis ⁊ qua-
drifinium ꝑm proximas possessiones:dũ hoc nesciũt:
nõ eis conuenit.⁊ diuersas ꝓtrouersias ipsi possesso-
res inter se faciunt. Alij de loco:alii vo de fine linee li
tigãt:alii de fundis atendũt. Sed auido mõ queren
dũ ẽ pri⁹ origo cause. Matura per hereditates opinio
nis huius generis cõtrouersie fiũt. quare iure ordi-
nario litigatur. Prius tñ in iudicio sup possessionem
qõ finiat:⁊ tũc agrimẽsor ad loca ire ꝓcipiat:vt pate
facta veritate huiusmodi litigium terminetur.

Enera ꝓtrouersiarũ ex flumine hec sunt: non
g qd occupatis agris agit:sed qd vis aque ab
stulerit repetitionẽ nõ hẽbit: q̃ res necessita
te ripe muniende sũt sine alterius dãno qsquis ille fa
ciat qui ripam suam muniet. q̃ si fluminis torrẽs ali
quando tã violẽtus decurrerit:vt alueũ mutet suum
multoꝫ agros trãs ripam occupat:sepe ẽt insulas ef
ficiet. Sed cassius longinus prudẽtissim⁹ iuris auctor
⁊ idem hoc statuit:vt qcqd aqua lambendo abstulerit
possessor admittat.qm̃.s.ripã suã sine alterius dãno
tueri debet. Si vo maior vis decurrerit ⁊ in fines al
teri⁹ alueũ mutat suũ:⁊ fiat insula: in quo ꝓcurrerit
vnusqsqꝫ modũ fluminis maioris agnoscere debet:⁊
eam insulam ipse sibi vindicabit:cuius terrã tẽpesta
tiue preoccupauit:qm̃ non possessoris negligentia. sꝫ
tempestatis violentia apparet arreptum.

Her subsicciu⁹ ꝑm suas determinatiões ascri
a pt⁹ ẽ i finibus suis tabulario cesaris inferim⁹
⁊ qd bñficio ꝓcessa aut assignata colõie fuerit
siue in prorio siue iter alias ciuitates:libros bñficiorꝫ
ascribim⁹ ⁊ qcqd aliud ad strumẽtũ mẽsorũ ptinebit
ad solũ colonie: Sꝫ ad tabulariũ cesaris manu ꝓdito
ris subscriptum habere debebit.

Her est similis subsicciu⁹ ꝓdictiõis extraclu
e sus ⁊ ñ assignat⁹.q si rei publice populo rõa
no aut ipsius colonie:cuius fine circundat:
aut ad populum romanum pertinet datus non est
in eius:qui assignare potuerit:remanet potestate.

Igna limitũ finalium i diuersas regiões siue
s vocabula vicos vel possessiões hec sũt inter
vtrosqꝫ possessores testimõia agralia diuidẽda
i M mõtibus loca arida ⁊ ꝓ fragossa petras si-
gnatas inuenimus.

Umma mõtiũ terminos agusteos.i. rotundos
s i effigiẽ columne aliquos lr̃a signatos arcbas
finales in partibus grumos.i.cõgeriẽ petraꝫ
arbores antemissas itactas a ferro ꝓgeriẽ mecerie.i
vbi sara collecta ab vtrisqꝫ partibus limitem faciunt
item petras sacrificales aras:i quibus locis arbores
intacte stare vident.i quo loco veteres errãtes sacri
ficium faciebant. Alio loco vie militares finem faciũt
qui termino muniũtur. Alia vero dextera montium
i.pro latere mõtis ripe currentes finẽ faciũt.aliqñ se
pulchra finẽ faciũt.iõ sepulchra sequẽda sũt q̃ extrẽis
finib⁹ ꝓcurrentibus plures cõcursus agroꝫ expectãt
Oia.n.monumenta dominos testantur.

Unt termini cursorii in effigiẽ tituli ꝓstituti
s certa loca riui finales cunabule vel nouerce:
qd regul ꝓstruit.scorpiones vbi fines duo eu
neati

neati seiungunt. Si forte ī cāpestria loca: vbi agri in planitie sunt cōstituti in iugeribus assignata inueniūtur. item inter uoratos rupis arboribus ante missis ī tactis vt supra diximus sacrificales tumor terre in effigiē limitis constitutos. petras molares foueas vel metas lacus ⁊ legonatus: ⁊ fabritiis constructos calauiones Aliquotiens enim petras quadratas ⁊ scriptas: que ī dicant: cuius agri quis dominus: quot spacium tueātur. Non .n. oīs titulus inscriptionibus est iductus: quoniam aliquibus locis non sunt lapides scripti. sed in effigiem terminorum positi sunt: quos cursorios vocamus. Nam ⁊ ipsi montes omnino loca determināt termini vero non vnam mensuram inter se continent iubente augusto cesare balbo mensore: qui omnium prouinciarum mensuras distinxit ac declarauit per q̄ testimonia suprascripta fines locorum terminentur.

Unt enim termini quibus fides non est adhibenda. isti dicuntur itinerari. Omnes enim limites itineri publico seruire debebūt: qui dextra ac sinistra fines priuatos diuidunt: ⁊ ī medio iter publicum. hi tales non sunt omnibus locis. vtiq̄ sub omnes terminos signum inueniri oportet: quod ergo inuentum pro loco termini obseruetur ⁊ custodiri debeat: vt ab vno ad vnum dirigatur: ⁊ si nocte siue a a nota ad notam.

Jc. n. sunt certe legis consuetudines ⁊ obseruationes. semper signum in omnibus terminis positū est aut aliquos cineres aut carbōes aut testa: aut ossa aut vitrum aut massas ferri: aut aes: aut calcem: aut gipsum aut vas fictile inuenim⁹ quod etiam quibusdam saxorum fragminibus cōculcabant atq̄ diligenti cura confirmabant: vt firmius staret. tales ergo signum inter dominos ī ter quos fines terminabantur faciebant: termini vero non sūt omnibus locis. sed infinita sunt multa alia testimōia lege feliciter ⁊ intelligere curabis. qui intelliget q̄ videt agrorum intentionem ⁊ certamē tollere potest prudentiā tamen hi mensores habere debent qui iudicaturi sunt ⁊ quos aduocant: vt prestatores. in iudicando autem mensorem bonum virum ⁊ iustū agere vt nulla ambitione aut sordibus moueatur: seruare opinionem metris ⁊ moribus debet: omni enim artifici veritas custodienda est. exclusi sunt illi qui falsa pro veris opponunt. quidam per impudentiam quidam per imperitiam peccant. Mutans ergo in professione que generaliter pro veris adiiciuntur per controuersiam argumentaliter ⁊ coniecturaliter etiā superflue metiri artifices coguntur. sed tutum hoc iudicandi hominem artificem oportebit.

¶ Nomina agrimensorum rubrica.

Jgini	Marci	Cesaris neronis iussu
Julij	Junij	Claudi cessaris iussu
Frontini		
Siculi		
Flacci	Mypsi	Jgini euclidis Cassi.
Ageni	Balbi	Tiberii cesaris iussu
Urbici	Mensoris	Longini

¶ Imperatoris. Seuerini: ⁊ Antonini. iussu
imperatoris vespasiani iussu
imperatoris adriani iussu
imperatoris traiani. iussu
imperatoris angusti cesaris iussu
imperatoris Neronis iussu
imperatoris valentiniani iussu
imperatoris Theodosii iussu
imperatoris Archadii iussu
imperatoris honorii iussu
imperatoris Constantini iussu

¶ Nomina lapidū finaliū: ⁊ archaꝫ positōes rubrica.

Rtogonius rectus rectum angulum mittit
Jsopleuros rectus sub constitutus.

isosceles	Terminus lineatus
Exculenus siue exagineus	Spatula cursoria
Exculteratus lateribus	Termius ī iuersū posit⁹
Sumbus siue trapideus	item spatula cursoria
isosceles	quadrifinius
Solus trigonus alia iactat	item q̄drifinius.
Paralello grām⁹ pētagon⁹	Terminus gamatus
Exagineus	t̄min⁹ līeat⁹. i. q̄drifini⁹
Septagenus	itē q̄drifinius
Sinagonus	Mouerca.
Termin⁹ greca littera script⁹	Simmatus
Terminus ī summo acutus	Centustat⁹
Circlat⁹ pam⁹ itē acuto silis	Triuortin⁹
itē per ram⁹ vite p̄cise silis	Amicircul⁹
Cōplet⁹ rombus āpligine⁹	Claroberinus
Amicirculus quadratus	Trudcus
Terminus agusteus	t̄min⁹ august⁹ ī suo acut⁹
Terminus cursorius	Lapis molaris
Termin⁹ trifinius	Monumentum
Sepulturā cum ossib⁹ finalē	Mausoleus.
Terminus in latercul⁹	Arca final⁹
Terminus quadrifinius	Lippus
Terminus rotundus	Kalasiones
Terminus cui subiacet angulus	
Terminus quadrifinius	

Ut qui uis perfectus esse geometricus lege ista omnia que capitulata sunt subterius. Nam in primis scire oportet arithmeticā artem: que continet numerorum causas ac diuisiones idest qualis est diffinitio ac diuisio. de paribus imparibus numeris.

Qualis ē cōposit⁹ nūer⁹:	⁊ q̄lis ī cōpositus.
Qualis est perfectus nūer⁹:	⁊ qualis imperfect⁹
Qualis est diuisibilis nūer⁹	: ⁊ q̄lis ī diuisibil⁹.
Qualis est p̄ticular⁹ nūer⁹:	⁊ qual⁹ supra partiens.
Qual⁹ est supflu⁹ numer⁹	⁊ qualis diminutiuus.
Qualis ē multipler nūer⁹:	⁊ qualis submultipler
Qualis est solidus numerus	⁊ qual⁹ sphericus

Quomō inuēta est goemetria.

Quid sit geometria	Qualis est rectus āgul⁹
Que vtilitas	Qualis ē acut⁹ angul⁹
Qui ordo prescriptionis	qualis p̄tita mēsura sit
Que sit rō prepositionis	quantum trahit stadi⁹
Que dispositionis	quid sit acus
Que distributionis	quid sint climate
Que descriptionis	quid centua
Que demonstrationis	quid leuua.
Que conclusionis	quid arrapēnis
Qual⁹ est recta linea	quid iugerum
Qual⁹ est supficies linee	quid centuria
Qual⁹ est diuitrica linea	quid punctum
Quot sunt extremitatū gnā	quid est diametrus
Quot genera sūmitatum	quid paralello grāmū
Quot genera angulorum	quid figura
Qualis ē planus angul⁹	quid circulus.
Qualis est obtusus angul⁹	quot ſpartes sit diuisio
Qualis est bebes angulus	

Iscis ista oia ad plenitudinē:nosti locoꝝ segregationē. Mā q ignorāt regulā hui⁹ artis multa opponūt falsa ꝑ veris.

D Quomō iuenta est geometria.

M Inuentā eē geometriā aegiptii dicūt ꝑ necessitate terminoꝝ terre:quos null⁹ iundatiōis tempore ifundebat.

D Unde vocata sit geometria.

M Geometria nominata ē a dimēsiōe terre:ꝑ quā vniuscuiusq; terre termini declarari solent.

D Quid sit geometria.

M Geometria ē disciplina magnitudinis ⁊ figure: que ꝓm magnitudinem contemplatur.

D Que sit intentio.

M Intentio euclidis duplex ē ad discipulū respitiēs ⁊ ad naturas reꝝ ad discipulū respiciēs:qr oz eū ab his vti isagogicis icipe ꝑ facilitate ꝑ breuitate:⁊ eo qd ī qōib⁹ ob hoc nulla fit difficultas. ꝑ reꝝ nā eo qd phisice scie:⁊ timei siue platōis doctrina plurima geometrice demōstrare noscūt.

D Que vtilitas.

M Utilitas(vt supra ꝓfati sum⁹)geometrie tripler ē ad facultatē:ad sanitatē ad aiam:⁊ facultatē: vt mechāici ad sāitatē:vt medici ad aia; vt phi.

D Qui ordo ē geometrie in disciplinis.

M Aliq̄ten⁹ post aritbmeticā ꝓuus ē:aliq̄ten⁹ terti⁹

D Tituli inscriptio quomō intelligatur.

M Est enī tituli ꝓscriptio elemētoꝝ:q̄ figure simpliciores sūt:⁊ ex his alie ꝓponūt:q̄ ī his ēt resoluūt

D Si proprius coder.

M Coder iste ꝓm dispōnē euclidis eē dr̄:ꝓm demōstrationē vel iuentionē alioꝝ plerūq; eē dicitur

D In quot partes diuiditur.

M Diuidit coder iste ī q̄tuor ptes ī epipedis:ī aritbmeticis:in rōalib⁹ ⁊ irratiōalib⁹ lieis:⁊ ī solidis.

D Que sunt in demonstratiōe geometrica.

M Propositio dispō:distributio descriptio demōstr o.⁊ conclusio.

Estat aūt nobis ꝑfūdissimā quādā trade re disciplinā:q̄ ad oiuz nature:tū reꝝ integritatē maxime rōne ptineat. Magn⁹ qppe ī hac scia fruct⁹ ē:si qs nō nesciat: qd bonitas diffinita ⁊ sub scia cadēs aioq; sp imitabil⁹ ⁊ perceptibilis pria natura est:⁊ sue substātie decore ppetua:ifinitū vero malitie dedec⁹ nullis ꝑ priis principijs nixū:ꝗ nā sp errās ab oi definitiōe principii tāq̄ aliq̄ signo optie figure ipressa cōponit:⁊ ex illo erroris fluctu retinet. Mā nimiā cupiditatē ireq; imodicā effrenationē q̄si qdā rector aius pura intelligētia roborat⁹ astringit. Illos tm q̄ de nūeris a nicbomaco diffusi⁹ disputata sūt vel a varrōe de mēsuris oīsa sūt moderata breuitate collegim⁹. Et que transcursa veloci⁹ angustiorē itelligētie ꝓstabāt aditū:mediocri adiectiōe reꝑauim⁹:vt aliqn̄ ad euidentiā reꝝ nīis etiā formul⁹ ac descriptionib⁹ vteremur.qd nobis q̄ztis vigiliis ac sudore ꝓstiterit:facile sobrius lector agnoscit. Et has quodāmō ieq̄litatis formas tēperata bonitate laborando collegim⁹:ipse lector ꝑbabit:que nos ex grecaꝝ opulētia lāaꝝ in romanū orationis thesaurū ꝓtrabimus: Si q̄ ex sapie doctrinis emicuerūt sapientissimi iudicio ꝑ nos cōprobent: vides igit:vt tā magni laboris effect⁹ tuū tm̄ lector expectet examen. Nec ī aures prodire publicas nisi docte snie adstipulatiōe nitat.qd nihil mirū videri debet cū id op⁹ qd sapie iuēta ꝑseqt.nō auctoris. Sed alieno incūbat arbitrio.est.n. Sapia nūeroꝝ cās ⁊ diuisiones earum:que vera est cognitio ⁊ integra comprehensio.quod hec q spnit.i.semitam sapie : ei denūtio nō recte philosophandū. Hec aūt ē aritbmetica:hec.n.cūctis prior ē:nō mō quod hāc ille hui⁹ mūdane molis ꝓditor de⁹ primā sue habuit rōcinatiōis exēplar.⁊ ad hāc cūcta ꝓstituit:quecūq; fabricata ratione ꝑ numerū assignati ordinis inuenere cōcordiā. Ꝗ hoc quoq; prior aritbmetica declarat.qd quecūq; nā priora sūt:his sublatis simul posteriora tolluntur. qd si posteriora pereant nihil de statu prioris substātie ꝑmutat:vt aīal prius ē bove. Mā si tollas aīal stati quoq; bovis natura dīleta fit.si hominē sustuleris aīal nō ꝓibit ꝓpe tm ipsa numeroꝝ natura cūcta ꝓcessit. oīa quecūq; a primeua reꝝ natura constructa sūt:vident numeroꝝ rōne formata. Hoc.n.fuit principale ī aio ꝓditoris exēplar. Hic.n.q̄ttuor elemētoꝝ multitudo mutuata ē. Hic tpoꝝ vices.hic mot⁹ astroꝝ:celiq; cōuersio. Proprie tm ipsa numeroꝝ natura oēs astrorū cursus.oīsq; astronomica rō ꝓstituta ē. Sic .n.ort⁹ occasusq; colligim⁹.sic tarditates velocitatesq; errantiū siderū custodim⁹.sic defectus ⁊ multiplices lune variatiōes agnoscim⁹:qī qm̄ ꝓior:vt claruit aritbmetice vsus ē.huic disputatōis sumam⁹ exordiū hoc idē ī geometria vel in aritbmetica vī incurrere. Si.n.nūeros tollas:vnde triāgulū vel q̄dratū cōprehēdere possum⁹ vel qcqd ī geometria vsat:q̄ oīa numeroꝝ denominatiua sunt.hoc aūt erit ꝓspicuū si intelligam⁹ omnes inequalitates creuisse primordijs:vt ipsa quodammodo equitas matris ⁊ radicis obtinens vim ipsa omnes inequalitatis spēs ordinesq; profundauit. Sint.n.nobis tres bini vel tres terni vel tres quaterni vel quantos vltra libet ponere. qd .n.in his tribus terminis euenit idem contingit in ceteris.ex his igitur ꝓm precepti nostri ordinem videas primū nasci multiplices si conuertant.⁊ in his duplices pri⁹.de hinc triplos inde q̄druplos ⁊ ad eūdem ordinē ꝓsequentes. Rursus multiplices si ꝓuertant:ex his supparticulares orientur. Ex duplicibus qdem sesqualteri. Ex triplicib⁹ sesqtertii ex q̄druplis sesqquarti ⁊ ceteri ī hūc modū. Ex supparticularib⁹ vo ꝓuersis suppartiētes nasci necesse est ita vt ex sesq̄ltero nascat supbipartiens suptripartiētē sesqtertius gignat vt ex sesqq̄rto.superq̄dripartiēs. Rectis aūt positis neq; ꝓuersis prioribus supparticularib⁹ multiplices supparticulares oriunt. Rectis vo superpartientibus multiplices suppartientes efficiūt .precepta aūt tria hec sūt.vt primū numeꝝ primo facias parem. Secundo vero primū ⁊ scdo tertiū:prio duobus secūdis ⁊ tertio.cū.n.cū in terminis eq̄libus feceris ex his qui nascent duplices erūt De qb⁹ duplicibus si idē feceris:triplices ꝑcreant. Et de his quadruplices atq; in infinitum oēs formas numeri multiplices explicabis. Illi qdē quorū ꝑtes vltra quā satis ē sesepexerint:supflui nominātur:vt sūt.xii.vel.cxiiii Hi enim suis ꝑtib⁹ cōparati maiorē partiū sūmam toto corpore sortiuntur.ē enī duodenarii medietas. vi.pars tertia.iiii.ꝑs quarta.iii. pars sexta. ii. pars duodecima.i.Omnisq; hic cumulus redūdat in.xvi. ⁊ totius corporis sui multitudinem vincunt. Rursus xxiiii.numeri medietas est.xii.tertia.viii.quarta.vi Sexta.iiii.Octaua.iii.Duodecima.ii.vigesima q̄rta. i.Qui omnes:xxxvi.rependūt in qua re manifestum est qd sūma partium maior ē:⁊ supra propriū corpus exundat. Atq; hic quidē cui⁹ ꝓposite partes toti⁹ ter

mini

mini multitudine superantur. vt. viii. vel xiiii. hz eni octonarius partem mediam idest. iiii. hz ⁊ quartam quod est. ii. hz ⁊ octauã. i. Que cũcte in vnũ reducte septẽ colligũt minorẽ. s. sũmã toto corpore ꝯcludẽtes Rursus quatuordeci hz medietatẽ idest. vii. hz septimã. i. ii. hz quartamdecimã idest. i. Que si in vnũ collecte sint denarii numeri sũma succrescit: toto. s. termio mior. at. ii. q hoc mõ fũt vt prior ille quẽ sue ptes superant: tales videantur: tanq̃z si quis multis supernaturam manibus natus: aut duplici coniunctus corpore vel quid vnq̃z monstruosum nature in partium multiplicatione subripuit.

¶ Ille vero minores. vt si naturaliter quadã necessaria pte detracta: aut min⁹ oculo nasceretur: vel alio curtatus mẽbro naturale totius sue plenitudinis dispendiũ sortiret. iter hos aũt velut inter equales intẽpantias medii tẽpamẽtũ limitis sortit⁹ ẽ ille numer⁹ q pfectus dr̃ esse virtutis. s. emulator. Qui nec supuacua progressione dirigitur: nec ꝯtracta rursus diminutione remittit. Sed medietatis obtinet: q suis eqs partib⁹ nec grassat abũdantia: nec eget inopia: vt. vi. vl vel. xxviii. Namq̃z senari⁹ hz partẽ mediã. i. iii. ⁊ tertiã. i. ii. ⁊ sextã. i. Que ĩ vnã sũmã si redacte fint. i. iii. ii. i. par totũ numeri corpus suis ptib⁹ inuenit. xxviii. vero hz medietatẽ. xiii. ⁊ quãtã. vii. ⁊ septimã. iiii. ⁊. xxiiii. ii. vigesimãoctauam. i. Que in vnũ redacta totũ ptib⁹ corpus equabunt. ĩ vno. n. iuncte ptes. xxviii. efficiunt. Est aũt in his quoq̃z magna similitudo virtutis: ⁊ vitii. pfectos. n. nũeros rare inuenies: eosq̃z facile nũerabiles: quippe qui pauci sunt: ⁊ nimis constãti ordine procreati. At vero superfluos ifinitos reperies nec vllis ordinibus passim iordiateq̃z dispositos ⁊ a nullo certo fine generatos. Sũt aũt pfecti numeri ĩtra denariũ numerum. vi. intra cẽtenariũ. xxviii. Intra millenarium. cccxvi. Intra decem milia. diii. ⁊. cxxviii. Et semp hi numeri duob⁹ paribus terminãtur. vi. ⁊. viii. Et semp alternatim ĩ hos numeros sũmarum fines proueniẽt. Illã ⁊ primũ. vi. inde. xxviii. post hos. cccxcvi. Idem senarius qui prim⁹: postq̃z diii. cxxviii. Idem octonarius qui secundus.

m Aliorũ vero inequalitatis numeri quinq̃z sunt partes est. n. vna que vocatur multiplex: alia superparticularis. Tertia superptiens. quarta multiplex superparticularis. Quinta multiplex superpartiens. His igitur quinq̃z maiori partibus opposite sunt alie quinq̃z partes: que minoris sigillatim spẽbus hisdem noĩbus nuncupantur sola tm̃ prepositione distantes. Dr̃. n. submultiplex. subsupparticularis subsuppartiens. submultiplex supparticularis: submultiplex suppartiens. in prima pte si multiplicatur numerus multiplex dicit. In scda parte supparticularis dicit. In tertia suppartiẽs. ĩ quarta mlt̃ tiplex supparticularis. In qnta multiplex suppartiẽs minores v̄o numeri aliqua pte vn⁹ subsens atq̃z idez p partes ꝑz maiorũ normã multitudinẽq̃z ptendit.

¶ De paribus ⁊ ĩparibus numeris. Rubrica.

d Escriptio aũt que supposita ẽ hoc mõ facta ẽ quãtoscũq̃z in ordine pariter pariũ numerorũ ternari⁹ numerus multiplicauit. quicũq̃z ex eo procreati sunt primo sunt versu dispositi. Rursus qui eodẽ multiplicãte quinario nati sunt: secũdo loco sunt constituti. Post vero quos septenarius ceteros multiplicans procreauit. eosdem tertio constituimus loco: atq̃z idẽ in reliqua descriptiõis parte perficim⁹ superius igitur digeste descriptionis hec rõ est: si ad latitudinẽ respicias: vbi est duorũ terminor̃ vna medietas: ipsosq̃z terminos iungas: duplos eos ꝓpria medietate reperies: ⁊. xxxvi. ⁊. xx. faciunt. lvi. quor̃ medietas est. xxviii. ⁊. xii. si iungas faciunt. cl. quor̃. xx. medietati medi⁹ eorum termin⁹ inuenit. Ac vero vbi duas medietates habẽt: vireq̃z extremitates iuncte vtrisq̃z medietatib⁹ equales fiunt. vt. xii. ⁊. xxxvi. dũ cõiunxeris fiunt. xlviii. hor̃ si medietates sibimet applicaueris. idest. xx. ⁊. 28. idem erit. Atq̃z ĩ alia parte latitudinis eodẽ ordine qui fiunt numeri notati sunt: neq̃z vlla ĩ re ratio vtriusq̃z latitudinis discrepauit. Idemq̃z eodem ordine in ceteris numeris pernotabis. Et hoc ꝑm formã pariter ĩparis numeri fit: in quo hanc proprietatem esse supra iã dictum est. Rursus si ad longitudinez respicias. vbi duo termini vnã medietatẽ habent: quod fit ex multiplicatis extremitatibus. hoc fit si medius terminus sue capiet pluralitatis augmenta Illã duodecies. 48. faciunt. 576. medius vero eor̃ termin⁹ idest. 24. si multiplicetur eosdem rursus. 576. ꝓcreabit. Et rursus si. 24. ĩ. lxlvi. multiplicẽt faciũt. ii. ccciiii. quor̃ medi⁹ termin⁹ idest 48. si in semetipsũ ducatur idẽ. 2. 304. procreantur. vbi aũt duo termini duas medietates includunt. q̃z quod fit multiplicatis extremitatibus hoc id ẽ redditur in alterutram sũmã medietatibus ductis. Duodecies. n. lxlvi. multiplicatis. ĩ. c lii. procreant. due vero eor̃ medietates. ĩ. 24. ⁊. 48. si in semetipsas multiplicentur: eosdem. ĩ. ĩ52. restituent. atq̃z hoc ad imitationẽ cognationẽq̃z numeri pariter paris: a quo participatione tracta hec ei recognoscit ingenerata ꝓpetas. Et ĩ alio vero latere lõgitudinis eadẽ rõ descriptioq̃z notata est. Qua ĩ re mãifestũ ẽ totũ numerũ. ex superiorib⁹ duob⁹ eẽ ꝓcreatũ. q̃z eor̃ retinet ꝓpetates. Qm̃ aũt naturaliter ⁊ ꝑm ꝓpriã ordinis ꝯsequẽtiã multiplicẽ inequalitatis spẽm cunctis preposuim⁹ primãq̃z spẽm eẽ monstrauimus: ĩ hoc nobis posterioris opis ordine clarescat. Hic quoq̃z perstringentes id quod ꝓposuimus planissime breuiterq̃z doceamus: fit. n. talis descriptio ĩ qua ponat in ordinem vsq̃z ad denarium numerum continui numeri ordo naturalis: ⁊ secũdo versu duplus ordo texatur. tertio vero triplus Quarto aũt quadruplus: ⁊ hoc vsq̃z ad decuplũ. Sic. n. cognoscem⁹ quẽadmodũ superparticulari ⁊ superpartienti: ⁊ cũctis alijs princeps erit spẽs multiplicis: ⁊ quedam alia simul ĩspiciemus: ⁊ ad subtilitatem tenuissima ⁊ ad sciẽtiã vtilissima: ⁊ ad exercitationem valde iocundissima.

s Ĩ igit̃ duo prima latera preposite formule. q̃ faciũt ãgulum ab vno ad decẽ ⁊ decẽ ꝓcedẽtia respiciãt. ⁊ his subteriores ordĩes cõparẽt q. s. a. iiii. ãgulũ ĩcipiẽtes in vicẽos terminũ ponũt. duplex. i. pria spẽs multiplicitatis ostẽdit ita vt prim⁹ primũ sola superet vnitate. i. duo vnũ: secũdus scõz bina rio sup vadat vt q̃ternari⁹ binariũ. Terti⁹ tertiũ tribus: vt senari⁹ ternariũ q̃rtus quartũ q̃ternarii nũerositate trãscẽdat vt octo q̃ternariũ ⁊ p eãdẽ cũctis sequentiã se se minoris pluralitate pretereant.

s Ĩ vero tertius angulus inspiciatur: qui ab nouem incboans longitudinẽ latitudinemq̃z tricenis altrinsecus numeris extendit: ⁊ hic cum prima latitudĩe ⁊ longitudine comparet: triplex species multiplicitatis occurrit ita vt ista ꝯparatio p decimã litterã fiat: hiq̃z se nũeri supabũt ꝑz parilitat̃ factã nãr̃ ꝯnexionẽ: prius. n. ꝑmũ duob⁹ superat: vt vnũ tres: secũd⁹ ꝑm quaternario: vt binariũ

senarius: Tertius tertium sex: vt ternarium nouenarius ⁊ ad eundem ceteri modum progressionis accrescunt. Quam rem nobis scz ⁊ ipsa naturalis obiecit integritas: nihil nobis extra machinantibus: vt in ipso modulo descriptionis apparet.

Si quis aũt quarti anguli terminum qui sedecim numeri quiditate notatus est: ⁊ longitudinem que in quadragenos terminat: velit superioribus comparare. per. x. littere formam proportione collata quadruplici multitudinem pernotabit: bisqz est ordinabilis super se progressio: ⁊ vt primus primum tribus superet. vt quattuor vnitatem. secundus secundum senario vincat: vt octo binarium: tertius tertium nouenario transeat: vt duodenarius ternarium: ⁊ sequentes sũmule trium se semper adiecta quantitate transiliant. Et siquis subteriores aspiciat angulos: Idem per omnes multiplicitatis species vsqz ad decuplum dispositissima ordinatione pueniet.

I quis vero i hac descriptione superparticulares requirat: tali mõ reppiet. Si enim secũdum angulum notet: cuius est initium quaternarius: eiqz superiacet binarius atqz ad hunc sequẽtem quis accommodet ordinem: sesqualtera proportio declaratur. Nam tertius secũdi versus sesqualter est: vt tres ad duo: vel sex. ad. iiii. vel nouez ad sex. vt xii. ad. viii. Item ⁊ in ceteris qui sunt in eadem serie numeris talis coniugatio misceatur: nulla varietatis dissimilitudo subripiet. eadem tamen summaruz suprgressio est in hoc quoqz: que in duplicibus fuit. Primus. n. primũ idest ternarius binarium vno superat. secundus vero secũdũ duobus. tertius tertium trib⁹: ⁊ deinceps. Si vo quartus ordo tertio comparetur: vt. iiii. ad. iii. ⁊ eodem ceteros ordine consecteris: sesqtertia comparatio colligit. vt. iiii. ad. iii. vel. viii. ad. vi. vel. xii. ad. viiii. Vides ne vt i omnibus his sesqui tertia cõseruetur. Preterea eos q sub ipsis sũt: si idẽ faciens sequentes versus alterius comparaueris. oẽs sine vllo ipedimẽto spẽs superparticularis agnosces. hoc aũt i hac dispõne diuinum: quod oẽs angulares numeri tetragoni sunt. Tetragonus autem dicitur: vt breuissime dicam. quod etiam latius explicabitur: quem duo equales numeri multiplicãt: vt in hac quoqz descriptione est: vnus enim semel vnus est. ⁊ ẽ potestate tetragonus. Item bis duo. iiii. sunt. ter tres. ix quos in semetipsos multiplicationes primordiis perfecerunt. Circum ipsos vero qui sunt vel est circũ angulares longilateri numeri sunt. longilateros autem voco: quos vno se supergredientes numeri multiplicant. circum. iiii. M. duo sunt ⁊ sex: sed duo nascuntur ex vno ⁊ duobus: cum vnum bis multiplicaueris. Sz vnitas a binario vnitate preceditur. vi. vero ex duobus ⁊ tribus. bis enim tres senarium reddunt. Nouenarium vero sex ⁊ duodecim claudunt: qui duodecim ex tribus nascuntur ⁊. iiii. Ter. n. iiii. fiunt. xii. senari⁹ vero ex duobus ⁊ tribus bis enim ter fiunt. vi. Qui omnes vno maioribus lateribus procreati sunt. Nazcum. vi. ex binario ternarioqz nascuntur. iii. binariuz numerum vno superant: cunctiqz alii eiusdem modi sunt: vt primo ⁊ secundo ordine ad alterutrum multiplicatis terminis procreentur ita: vt quod nascitur ex duobus positis longi lateris altrinsecus ⁊ bis medio tetragono tetragonus sit. Et rursus quod ex duobus altrinsecus tetragonis ⁊ vno medio longilatero bis facto nascitur: ipse quoqz tetragonus sit ⁊ vt angulorum totius descriptiõis ad angulares tetragonos positorum vnius anguli: sit prima vnitas. Alterius vero qui contra est. tertia vini vero altrinsecus anguli secundas habent vnitates: ⁊ duo angularium tetragonorum anguli equum faciunt: quod sub ipsis continet illi quod fit ab vno illorum: qui est altrinsecus: angulorum. Multa enim sunt alia que i hac descriptione vtilia possint ad mirabiliaqz perpendi: que interim propter castigatam introducendi breuitatem ignota eẽ permittimus. Nunc vero ad sequentia propositu cõuertamus.

Venetiis. Impressum Boetii opus per Joannem ⁊ Gregorium de gregoriis fratres felici exitu ad finẽ vsqz perductum accuratissimeqz emendatum Anno humane restaurationis. 1499. die. 8. Julii. Augustino Barbadico Serenissimo Venetiarum principe Rempu. tenente.

Registrum

a
¶Anitii
apodictuam
q̃ tam insule
porphirius
b
sensibile
ꝛ multo
dentia vocata
nunq̃ hoc.
c
non est:
¶Sensus vero
autem non
adiecimus
d
stituunt:
ribus spem
li sed non
ꝛ differentia
e
¶Anitii mãlii
rem aut
igitur non est
si intelligentia

f
traria
cimus aliquid
ctum linee
nitio qui
g
pereat.ipse
niam filius
cem faciat
esse dicuntur
h
continuata
rum enim
aut falsum
tia quoq̃
i
falsitas
dum significat
bis libris
matio vniuers
k
ꝛ negationē
Quod si
nem esse
vnum aliqd

l
inquit tales
namus post
¶Eiusdem
videtur hoc
m
dito igitur
vero idest
purum
oratio
n
si diuerso
liter negas
quoniam
cta sunt
o
in ꝛtradis
tendit
videntur
ꝛ idefinito
p
iustus est
est iustus
est vt quod
nem iungens

q
vt est non
possibile esse
ambulare
tera que
r
testate a d
non sibi sunt
¶Vis omnis
non est nec
s
ferentia
decima est
maioris rei
nomini
t
retinent
catum ad
di vnam
eisdē videt
v
fuit autem
patefacit
post hec
ctoritate

r
contraria
q̃ dissidentia
libet aliud
demitur
y
per effectum
¶Igitur
¶Nam ꝛ
stipulationib⁹
ʒ
in subiecto
a cõmuniter
quedam
in his duob⁹
ꝛ
terminos
terminus
Quoddam
¶Hoc modo
2
si est.b.
id ex superiorib⁹
terminus
cum est.a.
vo dicitur

¶Registrus

a
¶Incipiunt
symphoniam
quoq̃ nulla
3.5.7.9
b
citatis exoritur.
8.8.8.
dratis
mus idest

c
secundum
nes maior
¶Quare
ter maiores
d
idest tonus
te phipate
sit trium
igitur

e
nantia
buntur
integra
diapason
f
Multiplex
Sit enim
¶Monocordi
bisdiapason

g
zeugmenon
hip mixolidius
tiam facit
sunt vt
h
¶Quarta
¶Duobus
¶Si due
¶Per datũ

i
pedibus
¶Item de
¶De rumbo
¶De ,ocagono

¶Registrum

a
¶Eximii

viuere
cibus insuper
b
ritatem
bus quod
scat minus
meoꝝ sentẽtias
c
minãte
fortuitis
rem habuisti
enim aliorum

d
formidolosa
telligitur per
i irrationabilib⁹
qõposset
e
a virtutibus
fuit pulchers
dictorum
vbi gratia
f
illa inquit
explicabas
tio hec enim
¶Huc te si

g
tamen
gendam
ctu diuino
ꝛ ec onuerso
h
fors patit
tii q̃ cõiter
rorum necesse
tatis ita
i
rimus hec
tum deorum
rum ginnas
clausit

k
scendit ab
terius
drinis.i.
nes.nam
l
amarius
sophismata
nos durimus
m
hoq̃ solet
cti subiũgit
tetris idest

PER

BOETI

1499

Venecia

De A[illegible]atritium
simm[illegible]
De D[illegible]s.
De B[illegible]o.
~~Deph~~[illegible]~~tionelí~~
~~briqui~~[illegible]
~~Desch~~[illegible]~~ibervn?~~.