# ARITMÉTICA

PARA

USO DE LAS ESCUELAS DE INSTRUCCION PRIMARIA,

POR

DOÑA MARIA BASCUAS Y COLON,

Profesora superior de Instruccion primaria y ex-directora del colegio del Cármen de la ciudad de Pontevedra.



PRIMERA EDICION.



MADRID:

IMPRENTA DE LOS SEÑORES ROJAS,

Valverde, 16, bajo.

1871.

# ARITMÉTICA

PARA

## USO DE LAS ESCUELAS DE INSTRUCCION PRIMARIA,

POR

**DOÑA MARIA BASCUAS Y COLON,**

Profesora superior de Instruccion primaria y ex-directora
del colegio del Cármen de la ciudad de Pontevedra.



PRIMERA EDICION.

MADRID:
IMPRENTA DE LOS SEÑORES ROJAS,
Valverde, 16, bajo.
1871.

Mª Bascuas y Colon

## ADVERTENCIA.

Todos los capítulos que llevan el *asterisco* no deben de darse á conocer hasta que los alumnos esten al corriente de toda la parte puramente elemental.

# A MIS COMPAÑEROS.

Delicadísima es la mision que el profesor de Instruccion primaria tiene sobre sí; á él debe la juventud en los primeros pasos de su vida todo su porvenir, toda la gloria que pueda alcanzar. Esta verdad nunca debe de ser olvidada por los maestros; fácil es comprender esta aferracion en la idea: un edificio es tanto más sólido, cuanto es más sólido su cimiento; es tanto más duradero, cuanto más compactos son los elementos que le constituyen y cuanto mejor combinados entre sí son estos.

Probad, dignos profesores, á presentar en vuestros tiernos discípulos todos los ramos de su educacion primera, fáciles y claros, pero sólidos; haced que su razon dé una idea clara de lo que estudia, de lo que escucha; grabad en su memoria todo aquello que ha de formar su instruccion, presentada siempre en formas fáciles; y por más que el tiempo pase, por más que el mundo ofrezca otras cosas á su fantasía, á su imaginacion, siempre recordará todo aquello que estudió primero, todo lo que cuando niño impresionó sus sentidos.

Estos elementos que os presento no aspiran á la alabanza, nó; al único bien á que mi corazon puede aspirar, la única alegría que puede hacer grata mi existencia, no lo dudeis, es el que yo, la más humilde de mi profesion, haya contribuido en algo á hacer más fácil el estudio de esta importantísima ciencia.

# ARITMÉTICA.

## NOCIONES PRELIMINARES.

*Aritmética* es la ciencia que enseña á resolver, por medio del cálculo, los problemas que dependen de la cantidad representada por números.

Los cálculos que esta ciencia ejecuta con los números pueden reducirse á tres: *espresarlos*, *aumentarlos* y *disminuirlos*.

*Número*, es la representacion de la cantidad.

*Cantidad*, es todo aquello que puede espresarse por números exácta ó aproximadamente.

*Unidad*, es cada una de las partes de que se compone el número.

La unidad abstracta es *uno*.

Para comprender fácilmente esta ciencia necesitamos saber, qué se entiende por problema y de cuántas partes consta.

*Problema*, es hallar una ó más cosas desconocidas por medio de otras conocidas ligadas á ellas. Las cosas desconocidas se llaman *incógnitas* y las conocidas *datos*.

Resolver el problema es hallar la *incógnita*.

Los números se dividen en abstractos y concretos.

*Abstractos* son los que no determinan la especie, como tres, nueve; y *concretos* son aquellos que la especifican, dos abanicos, siete tinteros.

Los concretos pueden ser *homogéneos* y *heterogéneos*, *complejos* é *incomplejos*.

*Homogéneos*, son los que se refieren á unidades de una misma especie, como tres libras, diez libras.

*Heterogéneos*, son los que están referidos á unidades de distinta especie, como seis libros, cinco plumas.

*Complejos*, son los concretos de la misma naturaleza, pero de distinta especie: dos arrobas, tres libras y siete onzas.

*Incomplejos*, los concretos de una sola especie: siete reales, once arrobas.

Además de esta division del número, puede éste ser considerado bajo otras formas muy distintas; segun su modo de escribirse, respecto á la cantidad que expresan ó á su magnitud positiva. En el primer caso pueden ser simples ó dígitos y compuestos; en el segundo, enteros, quebrados y mistos, y por último pueden ser múltiplos, llamados factores, y submúltiplos ó divisores.

Números *dígitos* son aquellos cuya representacion se hace por medio de un signo, y *compuestos* en el caso de usar de dos ó más signos.

Número *entero* es una sola cosa, ó la reunion de varias cosas iguales ó semejantes. *Quebrado* al que espresa una ó más partes iguales de la unidad. *Mixto* á la reunion del entero y quebrado.

*Múltiplo* al número que contiene á otro un cierto número de veces, y *submúltiplo* el que está contenido en otro un cierto número tambien de veces.

Para la resolucion de los problemas nos enseña la aritmética á ejecutar con los números cuatro operaciones, llamadas fundamentales, á saber: *sumar*, *restar*, *multiplicar* y *dividir*, conocidas con los nombres de *adicion*, *sustraccion*, *multiplicacion* y *division*.

Los signos que se usan para ligar los números en estas operaciones, son los siguientes:

| | |
|---|---|
| $+$ | que equivale á *más*. |
| $-$ | . . . . . . . . *ménos*. |
| $\times$ ó | . . . . . . . . *multiplicado por* |
| $:$ | . . . . . . . . *dividido por* |
| $=$ | . . . . . . . . *igual á* |
| $>$ | . . . . . . . . *mayor que* |
| $<$ | . . . . . . . . *menor que* |
| $(\ )^n$ | . . . . . . . . potencia del grado *n*. |
| $\sqrt[n]{\phantom{x}}$ | . . . . . . . . raiz del grado *n*. |

El signo $=$ sirve para ligar cantidades que sean equivalentes, y los signos $>$ y $<$ para el caso de que estas cantidades no lo sean.

## Numeracion.

*Numeracion* es la parte de la aritmética que tiene por objeto espresar los números por determinadas palabras ó por un corto número de cifras. La numeracion se divide en *hablada* y *escrita.*

## Numeracion hablada.

Numeracion hablada, es la representacion de los números por medio de las palabras.

En nuestro idioma se usan de las siguientes frases: *una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve* y *diez*, para espresar los nombres de los diez primeros números; y las de *decena, centena, millar, decena de millar, centena de millar* y *millon*, etc., para cada uno de los grupos siguientes.

A la reunion de diez unidades se la denomina *decena*, á la de diez *decenas* se la nombra *centena*, *millar* al conjunto de diez *centenas*, al de diez *millares decena de millar*, al grupo de diez de estas *centena de millar*, al de diez de estas *millon* ó unidad principal, y se sigue contando de la misma manera por billones, trillones, etc.

Para espresar los números comprendidos entre dos décenas consecutivas, bastará añadir los nueve primeros nombres, en el órden en que están enunciados, á continuacíon de la primera de las dos decénas: así, una decena y uno, una decena y dos, una decena y tres, etc., cuyas palabras han sido sustituidas por estas otras: *once, doce, trece*... Para enunciar los números comprendidos entre dos centenas consecutivas, colocaremos los nombres de los noventa y nueve números formados ya, en el mismo órden en que se encuentran, y tendremos de esta manera espresados los nuevecientos noventa y nueve números, y así continuaremos, pudiendo de esta manera sencillísima espresar cualquier número que se nos pida.

## Numeracion escrita.

Se llama numeracion escrita, la representacion del número por medio de *signos*.

Los signos, cifras ó guarismos y sus respectivos valores, son los siguientes:

| 0, | 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| cero, | uno, | dos, | tres, | cuatro, | cinco, | seis, | siete, | ocho, | nueve. |

Para espresar con estos diez signos todos los números posibles, hay necesidad de admitir en cada uno de ellos dos valores: uno *absoluto*, con el que representa el número de unidades de que consta; y otro *relativo*, esto es, el órden ó lugar que estas ocupan. Así el número 349, que consta de 3 centenas, 4 decenas y 9 unidades, tenemos para la segunda cifra, ó sea el 4, cuatro unidades para valor absoluto y el de decenas para el relativo, ó lo que es igual, cuarenta unidades.

En general, el primer lugar, contando de derecha á izquierda, corresponde á las unidades; el segundo á las decenas, el tercero á las centenas; el cuarto para las unidades de millar, para las decenas de millar el quinto; el sesto para centenas de millar, y á los millones el sétimo, y así sucesivamente.

De aquí resulta que diez unidades de un órden valen una del inmediato superior y recíprocamente, una unidad de cualquier órden tiene diez de su inferior inmediato.

Segun lo que se acaba de esplicar, para escribir un número entero, se escriben las unidades de cada órden, empezando por las de órden superior y cuidando de ocupar con ceros los lugares donde no haya unidades.

Propongámonos escribir el número quinientos treinta y ocho unidades; para conseguirlo, nos valdremos de las cifras 5, 3 y 8, de manera que el 5 ocupe el primer lugar de la izquierda, á su lado el 3, y á continuacion de este la cifra 8, en esta forma:

538

y de esta manera habremos conseguido nuestro objeto.

En el caso de faltar algun órden de unidad se le sustituye poniendo un *cero*. Así, para representar el número mil ochocientos cuatro, colocaremos un cero entre las cifras ocho y cuatro en esta forma:

1804.

Para representar las unidades de los diferentes órdenes se colocan á la derecha de la unidad tantos ceros como lugares haya de espresar, de la manera siguiente:

1, 10, 100, 1000, 10000.

Esta manera de escribir los números en nuestro sistema de numeracion es debido á un simple convenio.

Antes de pasar más adelante, diremos lo que se entiende por cifras *significativas* y *no significativas*.

Cifras *significativas* son las que representan valor por su figura, y *no significativas* son las que nada representan. Son *significativas* todas, ménos el *cero*.

Para enunciar un número entero, se divide este en secciones de tres cifras, empezando por la derecha, colocando una coma en la primera seccion, que indica los millares y en la segunda el signo $.^{1}$, que se lee millon, en la tercera otra *coma*, en la cuarta el signo $.^{2}$, para el billon, y asi sucesivamente: en seguida se lee de izquierda á derecha cada seccion, añadiendo al fin de ella la denominacion de la última cifra.

Esta manera de descomponer un número dado para despues leerlo, está fundado en la analogía que van teniendo los diferentes órdenes de unidades entre sí.

*Ejemplo:* $34{,}976.^{1}521{,}048$

se lee: *treinta y cuatro mil nuevecientos setenta y seis millones, quinientos veintiun mil cuarenta y ocho unidades.*

# OPERACIONES FUNDAMENTALES.

## Suma de enteros.

*Sumar es reunir dos ó más números homogéneos en uno solo.* Los números que se reunen se llaman *sumandos* y el resultado *suma.*

Para indicar la adicion se escribe entre los sumandos el signo +, y la suma se separa de los sumandos por medio del signo =.

Para sumar dos números dígitos ó un compuesto y un dígito ó viceversa, basta saber de memoria la siguiente

TABLA PARA SUMAR.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 y 1 son 2 | 2 y 2 son 4 | 3 y 3 son 6 | 4 y 4 son 8 |
| 1 y 2 .. 3 | 2 y 3 .. 5 | 3 y 4 .. 7 | 4 y 5 .. 9 |
| 1 y 3 .. 4 | 2 y 4 .. 6 | 3 y 5 .. 8 | 4 y 6 .. 10 |
| 1 y 4 .. 5 | 2 y 5 .. 7 | 3 y 6 .. 9 | 4 y 7 .. 11 |
| 1 y 5 .. 6 | 2 y 6 .. 8 | 3 y 7 .. 10 | 4 y 8 .. 12 |
| 1 y 6 .. 7 | 2 y 7 .. 9 | 3 y 8 .. 11 | 4 y 9 .. 13 |
| 1 y 7 .. 8 | 2 y 8 .. 10 | 3 y 9 .. 12 | |
| 1 y 8 .. 9 | 2 y 9 .. 11 | | |
| 1 y 9 .. 10 | | | |
| 5 y 5 son 10 | 6 y 6 son 12 | 7 y 7 son 14 | 8 y 8 son 16 |
| 5 y 6 .. 11 | 6 y 7 .. 13 | 7 y 8 .. 15 | 8 y 9 .. 17 |
| 5 y 7 .. 12 | 6 y 8 .. 14 | 7 y 9 .. 16 | 9 y 9 .. 18 |
| 5 y 8 .. 13 | 6 y 9 .. 15 | | |
| 5 y 9 .. 14 | | | |

*Para sumar compuestos, se colocan los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan en columna las unidades de igual órden; se suman las columnas, empezando por la derecha, se escriben debajo de ellas las unidades que hayan dado y si resultó alguna del inmediato superior se reserva para agregarla á la columna siguiente.*

*Ejemplo:* propongámonos sumar los números 9422, 349, 567 y 12.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

$$\begin{array}{r} 9422 \\ 349 \\ 567 \\ 12 \\ \hline 10350 \end{array}$$

Para efectuar esta operacion, diremos: 2 y 9 son 11 y 7 son 18 y 2 son 20, ó lo que es igual, cero unidades y 2 decenas; escribo cero bajo la columna sumada, llevo las dos decenas á la siguiente y continúo: 2, que llevo, y 2 son 4 y 4 son 8 y 6 son 14 y 1 son 15; escribo bajo esta columna 5, que son las decenas, y llevo la centena: 1, que llevo, y 4 son 5 y 3 son 8 y 5 son 13; es decir 3 centenas y 1 unidad de millar; escribo 3 y llevo 1: 1 y 9 son 10; pongo en su correspondiente lugar el cero y como no hay más columnas que sumar, escribo á continuacion la decena de millar. El resultado ó suma total será 10.350.

☼ Fácilmente se concibe que la disposicion de esta operacion, segun la regla dada, es la más sencilla posible; pues aunque para reunir varias cantidades, pudieran escribirse estas, unas á continuacion de las otras, ligadas por medio de su signo, tendria el inconveniente de poder compararse unidades de órdenes diferentes, y entónces el resultado no sería el verdadero.

El trazado de la línea por la parte inferior tiene por objeto el separar los datos del resultado.

El principiar á sumar por la derecha evita una doble suma, puesto que cuando las sumas parciales pasan de nueve hay que agregar las unidades que sobran al órden inmediato superior; si estas estuviesen ya sumadas, tendríamos que volver á empezar la operacion, dando lugar á una nueva para encontrar el resultado, que obtenemos con más facilidad siguiendo la regla dada; luego esta es la más sencilla.

Esta operacion no podrá efectuarse si las cantidades que se nos dan fuesen heterogéneas, puesto que cantidades de distinta especie no pueden dar un resultado homogéneo.

De la definicion de la suma se deducen varias consecuencias.

Una suma no varía aunque se altere el órden de los sumandos. En efecto, la suma

$$4 + 4 + 8 = 16$$

y esta otra

$$8 + 4 + 4 = 16$$

nos dan el mismo resultado.

Si se le añade ó quita un número cualquiera á uno de los sumandos, la suma aumenta ó disminuye en el mismo número.

$$3 + 9 + 5 = 17.$$

Supongamos que se aumentan **2** al primer sumando y como **2** y **3** son **5** tendremos

$$5 + 9 + 5 = 19.$$

Supongamos ahora que le quitamos **2** al segundo sumando, y como **9** ménos **2** son **7** tendremos

$$5 + 7 + 5 = 17.$$

Ya hemos visto que la suma aumentó ó disminuyó segun le hemos aumentado ó disminuido á los sumandos; de esto se deduce, que si un sumando aumenta en el mismo número que otro disminuye, la suma no sufre alteracion.

Por lo que acabamos ver, fácilmente se deduce que la suma es un problema cuyos datos son los sumandos y cuya incógnita es la suma.

## Sustraccion de enteros.

*Restar es una operacion que tiene por objeto, dada una suma de dos sumandos y uno de ellos hallar el* *otro*. Al número mayor ó sea á la suma se le dá el nombre de *minuendo*, al sumando conocido el de *sustraendo*, y al resultado *resto*, *resíduo* ó *diferencia*.

De donde resulta que el minuendo es siempre igual á la suma del sustraendo; y el resto, ó sea la suma del sustraendo y la diferencia es igual al minuendo.

*Ejemplo:* 36 ménos 6 = 30,

puesto que sumando 6 con 30 nos dan 36, número igual al minuendo.

Para indicar la sustraccion se escribe entre los datos el signo —, que significa ménos, y estos se separan del resto por el signo =

$$48 - 8 = 40.$$

Esta operacion es un problema cuyos datos son minuendo y sustraendo, y la incógnita es el resto.

En la sustraccion pueden ocurrir dos casos: que la resta se efectúe entre números dígitos ó que estos sean compuestos.

El primer caso se resuelve observando la cantidad que agregada al sustraendo nos diera el minuendo, y esta será el verdadero resto.

*Para restar un compuesto de otro se escribe el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de igual órden; se restan las unidades simples del sustraendo de las del minuendo,* *y se escribe el resto, las decenas de las decenas, las centenas de las centenas, etc., y el número formado por estos restos parciales será el resto total.*

*Ejemplo:* propongámonos hallar la diferencia entre los números 4.983 y 362.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

| | |
|---|---|
| *Minuendo.* . . . . . | 4.983 |
| *Sustraendo.* . . . . | 362 |
| *Resto.* . . . . . . . | 4.621 |

Para efectuarla diremos: si á 3 le quito 2 queda 1, y la escribo debajo de las unidades; si á 8 quito 6 quedan 2, que escribo debajo de las decenas; si á 9 le quito 3 quedan 6, que pongo en su correspondiente lugar; si á 4 no quito nada, quedan 4, que tambien escribo en el lugar que le corresponde.

Resulta que la diferencia entre los números 4.983 y 362, es 4.621.

° La disposicion de esta operacion en la forma que nos dice la regla, es indudablemente la más sencilla, puesto que aqui como en la suma, la colocacion del sustraendo á continuacion del minuendo, ligados por el signo, tendria el inconveniente de que al practicar la operacion pudieran compararse distintos órdenes de unidades.

° Esta operacion pudiera principiarse por las unidades de especie superior, en el caso de que todas las cifras del minuendo sean mayores que sus respectivas del sustraendo, pues caso de no suceder así, habria necesidad de ejecutar una doble resta.

Si alguna cifra del sustraendo fuese mayor que su respectiva del minuendo, se le agregará á esta una unidad del órden inmediato superior, ó sea diez de su órden, se efectúa la resta, y al restar la cifra siguiente se le añade á la del sustraendo una unidad de su órden.

*Ejemplo:*

$$\begin{array}{r} 7.892 \\ -\ 483 \\ \hline 7.409 \end{array}$$

Como 2 es menor que 3, le agregamos una unidad del órden inmediato, que serán diez de su órden, 10 y 2 son 12, si á 12 le quitamos tres nos quedan 9; 1, que se le agrega al sustraendo parcial inmediato, y 8 son 9, si á 9 le quitamos 9 no queda nada; 8 ménos 4 igual 4; si á 7 no se le quita nada quedan 7.

° De la definicion de la resta se deduce:

1.° Si al minuendo se le añade ó quita un número cualquiera, el resto aumenta ó disminuye en el mismo número: $8 - 3 = 5$; si al minuendo 8 le agregamos 4 el resto aumentará en las mismas 4; $8 + 4 - 3 = 9$; si por el contrario le quitamos 3, el resto disminuye en las mismas 3 y así, $8 - 3 - 3 = 2$.

2.° Si al sustraendo se le agrega ó resta un número cualquiera, el resto disminuye ó aumenta en el mismo número. Así:

$$8-4=4,\ 8-4+2=2,\ 8-4-1=5$$

3.° Si al minuendo ó sustraendo se le añade ó quita un mismo número, el resto no altera; y en esto se funda la regla de que cuando una cifra del minuendo sea menor que su respectiva del sustraendo, se le agregue á la cifra del minuendo una unidad del órden inmediato superior, y á la del sustraendo siguiente una de su órden; pues aumentando en el mismo número ambos datos, el resto no altera.

Esta operacion no se puede efectuar con números heterogéneos, puesto que el resultado ha de ser de la especie de los datos.

### Multiplicacion de enteros.

*Multiplicar es hallar un tercer número que sea respecto del primero lo que el segundo es respecto de la unidad.* Es decir, que si el segundo contiene 4 veces la unidad, el tercero contendrá este mismo número de veces al primero.

De esto resulta que repitiendo un número, como sumando, tantas veces como unidades contiene otro, el resultado será el producto: en efecto:

$$4\times3=4+4+4=12,$$

y este número 12 contiene tantas veces á 4 como 3 contiene á la unidad.

Esta operacion es un problema cuyos datos son los factores y cuya incógnita es el producto.

Al primer número se llama *multiplicando*, al segundo *multiplicador* y al tercero *producto*. El multiplicando y multiplicador juntos se denominan *factores*.

La multiplicacion se indica con el signo ×, que se coloca entre los factores.

Tres son los casos que pueden ocurrir en la multiplicacion, á saber: multiplicar un dígito por un dígito, un compuesto por un dgíito y un compuesto por otro compuesto.

Para resolver el primer caso basta saber de memoria la siguiente

# TABLA DE MULTIPLICAR.

| | | |
|---|---|---|
| 1 por 1 es 1 | 2 por 2 es 4 | 3 por 3 es 9 |
| 1 ... 2 .. 2 | 2 ... 3 .. 6 | 3 ... 4 .. 12 |
| 1 ... 3 .. 3 | 2 ... 4 .. 8 | 3 ... 5 .. 15 |
| 1 ... 4 .. 4 | 2 ... 5 .. 10 | 3 ... 6 .. 18 |
| 1 ... 5 .. 5 | 2 ... 6 .. 12 | 3 ... 7 .. 21 |
| 1 ... 6 .. 6 | 2 ... 7 .. 14 | 3 ... 8 .. 24 |
| 1 ... 7 .. 7 | 2 ... 8 .. 16 | 3 ... 9 .. 27 |
| 1 ... 8 .. 8 | 2 ... 9 .. 18 | |
| 1 ... 9 .. 9 | | |

| | | |
|---|---|---|
| 4 por 4 es 16 | 5 por 5 es 25 | 6 por 6 es 36 |
| 4 ... 5 .. 20 | 5 ... 6 .. 30 | 6 ... 7 .. 42 |
| 4 ... 6 .. 24 | 5 ... 7 .. 35 | 6 ... 8 .. 48 |
| 4 ... 7 .. 28 | 5 ... 8 .. 40 | 6 ... 9 .. 54 |
| 4 ... 8 .. 32 | 5 ... 9 .. 45 | |
| 4 ... 9 .. 36 | | |

| | | |
|---|---|---|
| 7 por 7 es 49 | 8 por 8 es 64 | 9 por 9 es 81 |
| 7 ... 8 .. 56 | 8 ... 9 .. 72 | |
| 7 ... 9 .. 63 | | |

| | | |
|---|---|---|
| 10 por | 10 es | 100 |
| 10 ... | 100 .. | 1,000 |
| 10 ... | 1,000 .. | 10,000 |
| 10 ... | 10,000 .. | 100,000 |
| 10 ... | 100,000 .. | 1.000,000 |

*Para multiplicar un número compuesto por un dígito, se multiplica cada parte del compuesto por el dígito, escribiendo las unidades del órden del compuesto que resulte, debajo de las de este y guardando las que sobren para añadirlas al producto siguiente, á escepcion del último que se escribirá como se encuentre.*

Por ejemplo; queremos multiplicar 3.659 por 3, dispondremos la operacion del modo siguiente:

| | |
|---|---|
| *Multiplicando.* | 3659 |
| *Multiplicador.* | 3 |
| *Producto.* | 10977 |

Y diremos: 3 por 9 son 27, escribo 7 y llevo 2; 3 por 5 son 15 y 2 del producto parcial anterior; son 17, escribo 7 y reservo 1; 3 por 6 son 18 y 1 son 19, escribo 9 y llevo 1; 3 por 3 son 9 y 1 son 10, escribo el cero, y como no hay más cifras que multiplicar pongo á continuacion el 1: resulta que $3659 \times 3 = 10977$.

*Para multiplicar un compuesto por otro compuesto, se coloca el multiplicador debajo del multiplicando, de modo que se correspondan las unidades, decenas, etc; se multiplica cada una de las cifras del multiplicador por todas las del multiplicando, cuidando de poner la primera cifra de cada producto parcial debajo de su correspondiente del multiplicador; se suman los productos parciales y la suma será el producto total.*

EJEMPLO.

| | |
|---|---|
| *Multiplicando.* | 7549 |
| *Multiplicador.* | × 835 |
| | 37745 |
| *Productos parciales.* | 22647 |
| | 60392 |
| *Producto total.* | 6303415 |

Para mayor facilidad en la operacion es muy conveniente elejir para multiplicador el número que tenga menos cifras.

° De la definicion se deduce;

1.° *El órden de los factores no altera el producto;* por ejemplo:

$$4 \times 3 = \times 34$$

En efecto descompongamos el 4 en sus unidades y repitamos estas tres veces.

$$\begin{array}{c} 1+1+1+1 \\ 1+1+1+1 \\ 1+1+1+1 \end{array}$$

Observemos, que ya se cuenten por líneas verticales ya por horizontales, el resultado es el mismo, lo cual prueba el principio.

° 2.° *Que en un producto indicado de varios factores se puede invertir el órden de estos sin que altere el producto.*

* 3.° *Para multiplicar un número por un producto de varios factores es necesario multiplicar dicho número por cada uno de dichos factores.*

* 4.° *Para multiplicar un producto indicado de varios factores por un número, bastará multiplicar uno de estos factores por dicho número, conservando los demás* (1).

ABREVIACIONES.

Los casos en que puede abreviarse la multiplicacion son cuatro: 1.°, *cuando el multiplicador es la unidad seguida de ceros,* 2.°, *cuando multiplicando y multiplicador terminan en ceros;* 3.°, *si entre las cifras significativas del multiplicador hay ceros, y* 4.°, *si el multiplicador es* 11.

*Para multiplicar un número por la unidad seguida de ceros, basta escribir á la derecha del multiplicando tantos ceros como siguen á la unidad.*

*Ejemplo:* 349×1.000=349.000

*Si el multiplicando ó multiplicador, ó ambos, terminan en ceros, se efectúa la operacion prescindiendo de ellos y luego se escribe á la derecha del producto total tantos ceros como tengan el multiplicando ó multiplicador, ó ambos juntos, si los dos terminasen en ceros.*

---

(1) El profesor cuidará de ampliar con ejemplos estos principios.

| | | |
|---|---|---|
| 49200<br>× 34<br>1968<br>1476<br>1672800 | 789<br>× 20<br>15780 | 72000<br>× 300<br>21600000 |

*Si entre las cifras significativas del multiplicador hubiese ceros, se multiplican las significativas prescindiendo de ellos.*

$$\begin{array}{r} 34978 \\ \times\ 2005 \\ \hline 174890 \\ 69956\phantom{0} \\ \hline 70130890 \end{array}$$

*Cuando el multiplicador es* **11** *se suma el multiplicando consigo mismo, cuidando de poner la primera cifra de la derecha del segundo sumando debajo de la segunda del primero.*

$$349 \times 11 = 3839$$

*Ejecucion:*

$$\begin{array}{r} 349 \\ 349\phantom{0} \\ \hline 3839 \end{array}$$

**Division de enteros.**

*Dividir es una operacion que tiene por objeto dado el producto de dos factores y uno de ellos ha-*

*llar el otro.* Al producto se le llama *dividendo*, al factor conocido *divisor* y al incógnito *cociente.*

La division se indica escribiendo entre el dividendo y divisor dos puntos, ó poniendo sobre una línea horizontal el dividendo y debajo el divisor; en esta forma:

$$36 : 17,\ \frac{27}{12}$$

La division puede ser exacta ó inexacta: en el primer caso el producto del cociente por el divisor es igual al dividendo, y en el segundo hay que agregar á este producto el resíduo. Se dice division exacta á la que no deja resíduo, é inexacta en el caso contrario.

Como vemos por lo anteriormente dicho, los datos en esta operacion son dividendo y divisor, y la incógnita es el cociente, de aquí resulta que la division no es sino un problema.

En la division pueden ocurrir tres casos: 1.°, *dividir un dígito por un dígito;* 2.°, *un compuesto por un dígito; y* 3.°, *un compuesto por otro compuesto.*

*Para dividir un dígito por otro dígito basta saber de memoria la tabla de multiplicar;* así:

$$12 : 4 = 3$$

porque el producto del cociente 3 por el divisor 4, dá el dividendo 12; luego el cociente 3 es el verdadero.

*Si el dividendo consta de más de una cifra y el divisor de una sola, se divide cada cifra del dividendo por la del divisor, escribiendo las cifras, conforme se van encontrando, en el cociente.*

*Ejemplo:*

$$\begin{array}{r|l} 348 & 3 \\ \cline{2-2} 04 & 116 \\ 18 & \\ 00 & \end{array}$$

3 entre 3 á 1; escribo 1 en el cociente, multiplico esta cifra por el divisor y el producto lo resto del dividendo; 1 por 3 es 3, á 3 no va nada, pongo un cero debajo del 3, bajo á su lado el 4, y digo: 4 entre 3 á 1; 1 por 3 es 3 á 4 va 1, que pongo debajo del 4, y bajo el 8: 18 entre 3 á 6; 6 por 3 son 18, á 18 pago, de 18 llevo 1, á 1 pago.

Tenemos que 348 : 3=116.

*Para dividir dos números de varias cifras, se separan de la izquierda del dividendo tantas cifras como hay en el divisor, ó una más si la primera del divisor fuese mayor que la primera del dividendo. Se divide el número formado por las cifras separadas y tendremos la primera cifra del cociente. Se multiplica esta por el divisor, y el producto se resta del dividendo parcial* (1). *A la derecha del resíduo se*

(1) Llámase dividendo parcial á cada uno de los que se toman para dividir.

*baja la cifra siguiente del dividendo, y tendremos otro dividendo parcial, con el cual ejecutaremos lo mismo que con el anterior. Seguimos haciendo esto mismo hasta haber concluido de dividir el último dividendo parcial, y el número obtenido por estos cocientes parciales, será el cociente total.*

Propongámonos hallar el cociente de 4362 entre 12:

```
4362 |12
     |______
076   363
  042
   06
```

Como son dos las cifras del divisor y la primera de este es menor que la del dividendo, tomo las dos primeras del último que son 43, y para dividir este *dividendo parcial* por el divisor 12 digo: 4 entre 1 á 3; 3 por 2 son 6 á 13 van 7, de 13 llevo 1, 3 por 1 es 3 y 1 que llevo son 4, á 4 no va nada; bajo el 6, y tendremos el nuevo dívidendo parcial 76:

7 entre 1 á 6, 6 por 2 son 12 á 16 van 4; de 16 llevo 1, 6 por 1 es 6 y 1 son 7, á 7 pago; bajo el 2 y tendremos 42 entre 12:

4 entre 1 á 3, 3 por 2 son 6 á 12 van 6, llevo 1; 3 por 1 es 3 y 1 son 4, á 4 pago. El cociente de esta division será 363 y el resíduo 6.

El resíduo de cada uno de los dividendos parciales debe ser menor que el divisor; de lo contrario será que la cifra puesta en el cociente es baja, ó que está equivocada la multiplicacion ó sustraccion. El último resíduo, si lo hay, debe ser por consiguiente menor que el divisor.

*Si alguno de los dividendos parciales fuese menor que el divisor, se pondrá un cero en el cociente y se continúa la division, despues de haber bajado la siguiente cifra del dividendo.*

*Ejemplo:*

| | |
|---|---|
| 27692 | 92 |
| 00092 | 301 |
| 00 | |

Antes de escribir la cifra en el cociente debe hacerse el cálculo ó tanteo.

En el cociente deben resultar tantas cifras, más una, como queden á la derecha del primer dividendo parcial.

## ABREVIACIONES.

Tres son las abreviaciones que se pueden hacer en la division: 1.ª, *dividir un número por la unidad seguida de ceros;* 2.ª, *cuando el divisor termina en ceros,* y 3.ª *cuando dividendo y divisor terminan en ceros.*

***Para dividir un número por la unidad seguida de ceros, se separan de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros siguen á la unidad.***

*Ejemplo:*

24978 : 100 = 249,78

*Si el divisor termina en ceros, se tachan estos, se separan de la derecha del dividendo tantas cifras como ceros se tacharon en el divisor y se efectúa la division prescindiendo de dichas cifras y ceros.*

*Ejemplo:*

| | |
|---|---|
| 34'97 | 800 |
| 02 97 | 4 |

En esta division tenemos por *cociente entero* 4 y por residuo 297 menor que 800, divisor, por lo cual la operacion debe estar bien.

*Cuando dividendo y divisor terminan en ceros, se tacha igual número de ellos en el uno y en el otro, y luego se efectua la operacion.*

Propongámonos dividir el número 34.000 por 200; suprimimos en ambos igual número de ceros, que en este caso son dos, y la cuestion queda reducida á dividir el número 340 por 2 así.

| | |
|---|---|
| 340 | 2 |
| 14 | 170 |
| 000 | |

## PRUEBAS DE LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES.

*Prueba de una operacion, es una segunda operacion por la cual nos cercioramos de la exactitud de la primera.*

La prueba más fácil de la adicion, es volver á ejecutar la suma inversamente, y si las sumas resultasen iguales, la operacion estará bien.

Para convencernos de que la sustraccion está bien ejecutada, se suma el sustraendo y el resto, y la suma debe ser igual al minuendo.

Para hacer la prueba de la multiplicacion, se toma el multiplicando por multiplicador y este por aquel; ó se divide el producto por uno de los factores y el cociente debe resultar igual al otro factor.

La division se prueba multiplicando el cociente por el divisor, se le agrega al producto el residuo si lo hubiera, y el resultado nos debe dar el dividendo.

## CASOS EN QUE SE HAN DE EJECUTAR LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES.

Cuando para resolver un problema sea preciso reunir cantidades, se suma.

Si para resolverlo hay que conocer la diferencia que existe entre dos números, se resta.

Si tenemos que hallar el valor de varias unidades, con relacion al valor conocido de una, se multiplica.

Cuando nos propongamos reducir unidades de un órden á otro de especie inferior, se multiplica tambien.

Si dado el valor de varias unidades queremos conocer el de una de ellas, se divide.

Cuando debamos reducir unidades de un órden á otro de especie superior, se divide.

### FACILÍSIMAS APLICACIONES DE ENTEROS.

349 libros, 98 libros, 901 libros y 4 libros, ¿cuántos libros son? (1)

Presté 40.000 reales y me pagaron 2.700 ¿cuánto me deben?

66 vras de tela á 11 rs. vara, ¿cuánto importan?

3.264 rs. repartidos entre 8 pobres, ¿cuánto corresponde á cada uno?

42 duros cuántos reales son?

En un comercio compré 2 arrobas de garbanzos en 108 rs., 1 arroba de aceite en 64 rs. y 3 libras de jamon en 15. ¿Cuánto debo en dicho comercio?

El empleado que perciba 30.000 rs. de sueldo al año, ¿cuánto percibirá mensual?

(1) Como ya quedan espuestos los casos en que se ha de sumar, restar, multiplicar y dividir, se omiten las esplicaciones aclaratorias para la resolucion de los problemas.

Siendo la herencia de cinco hermanos 4392000 reales, se desea averiguar lo que corresponde á cada uno, en el supuesto de que lleven partes iguales.

Compré 32 varas de retorta á 18 rs., vara, 3 abanicos á 4 rs. uno, una sombrilla en 4 duros y 12 varas de tela á 8 rs. una. ¿Cuánto importa todo esto?

¿Cuántas onzas son 5120 rs.?

Un viajero debe andar en 15 dias 90 leguas, ¿cuántas tiene que andar cada dia?

## Propiedades de los números enteros.

Los números enteros gozan de ciertas propiedades que le son peculiares y cuyo estudio constituye dos teorías importantísimas conocidas en la Aritmética con los nombres de *divisibilidad* y *números primos*.

Como nuestro objeto no ha sido sino el hacer fácil el estudio elemental de las propiedades de los números, nos limitaremos á dar algunas ideas precisas para el estudio de las teorías que siguen.

*Se dice que un número divide á otro, ó es divisor de este cuando su division no deja resíduo.* Así: 3 es un divisor de 6, 12, 18 y 24. El número 11 es divisor de 22, 33 y 44.

*Un número es divisible por* 2 *cuando termina en* 0 *o cifra par.* Así:

$$30 : 2 = 15, \quad 26 \quad 2 = 13$$

*Un número es divisible por* 5 *cuando termina en* 0 *ó* 5:

$$20 : 5=4,\ 35 : 5=7$$

*Un número es divisible por* 3 *ó por* 9 *cuando sumadas sus cifras significativas, de izquierda á derecha, consideradas como unidades simples, esta suma es múltiplo de* 3 *ó* 9.

Así el número 3276 es divisible por 3 ó por 9: puesto que $3+2+7+6=18$, y como 18 es un múltiplo de 3 ó de 9, este número será divisible por 3 ó por 9.

* *Un número es divisible por* 11 *cuando la diferencia entre la suma de los valores absolutos de sus cifras significativas, de lugar impar y la suma de los valores absolutos de las cifras significativas, de lugar par, es cero,* 11 *ó múltiplo de* 11.

El número 472643897 es divisible por 11; en efecto:

$$7+8+4+2+4=25$$
$$9+3+6+7=25$$

y como $25-25$ es igual á 0, el número propuesto es divisible por 11.

* *Por último, un número es divisible por* 4, 8, 16, *cuando sus dos, tres, cuatro últimas cifras de la derecha sean ceros ó múltiplos de* 4, 8, 16... *y un número será divisible por* 25, 125... *cuando sus dos, tres... últimas cifras de la derecha sean ceros ó múltiplos de* 25, 125...

* *En general todo número que sea divisible por dos ó más, lo será tambien por su producto.*

* Como consecuencia del estudio y conocimiento de las propiedades que acabamos de esponer, es la descomposicion de un número en sus factores primos.

* *Para descomponer un número en sus factores primos, se escribe este número y á su derecha se traza una línea vertical, se principia dividiéndole por 2 á él y los cocientes que resulten, todas las veces que se pueda, despues por 3, y así sucesivamente hasta encontrar un número que no sea divisible sino por él mismo. Los cocientes hallados se escribirán unos debajo de otros, y lo mismo haremos con los divisores, que quedarán colocados á la derecha de la línea trazada.*

*Ejemplo*: hallar los divisores simples del número 360.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

$$\begin{array}{r|l} 360 & 2 \\ 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

* Se llama *máximo comun divisor* de varios

números, el mayor de todos los números, que los divide exactamente.

Para encontrar el máximo comun divisor de dos números, se puede hacer de dos maneras.

1.ª *Dividir el mayor por el menor; si la division es exacta, el menor es el máximo comun divisor, si no lo es, divídase el mayor por el resíduo anterior y continúese esta operacion hasta encontrar un resto cero; y el último divisor es el máximo comun divisor pedido.*

*Ejemplo:*

Hallar el máximo comun divisor de los numeros 360 y 400.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

| | | |
|---|---|---|
| | 1 | 9 |
| 400 | 360 | 40 |
| 40 | 000 | |

En esta operacion se escriben los cocientes por la parte superior para evitar equivocaciones.

2.ª *Descompónganse los números dados en sus factores primos y formando un producto con los factores primos comunes con su menor esponente, este será el m. c. d.* (1) *pedido.*

---

(1) Léase *máximo comun divisor.*

Hallar por los factores primos, el m. c. d. entre los números 360 y 400.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 360 | 2 | | 400 | 2 |
| 180 | 2 | | 200 | 2 |
| 90 | 2 | | 100 | 2 |
| 45 | 3 | | 50 | 2 |
| 15 | 3 | | 25 | 5 |
| 5 | 5 | | 5 | 5 |
| 1 | | | 1 | |

$360 = 2.\ 2.\ 2.\ 3.\ 3.\ 5. = 2.^3\ 3.^2\ 5.$

$400 = 2.\ 2.\ 2.\ 2.\ 5.\ 5 = 2.^4\ 5.^2$

Y como los factores comunes á ambos números son $2.^3$ y 5, el m. c. d. será $2.^3 \times 5 = 8 \times 5 = 40$.

* *Si el máximo comun divisor que quisiéramos encontrar fuese entre varios números, hallaríamos este respecto á los dos primeros; despues entre el hallado y otro de los números dados y así sucesivamente, el último de todos sería el m. c. d. pedido: ó descompondriamos á los números propuestos en sus factores primos; formaríamos, como sabemos, el produtco de todos los factores primos comunes con sus menores esponentes, y dicho producto sería el m. c. d. pedido.*

* Se llama *mínimo comun múltiplo* de varios números; al menor de todos los números que sea divisible exáctamente por estos.

* *Para averiguar el M. c. m.* (1) *entre dos números, se halla su m. c. d. se divide uno de ellos por este m. c. d. y el cociente se multiplica por el otro: el producto será el M. c. m. de los números propuestos.*

*Ejemplo*: Hallar el M. c. m. entre los números 4356 y 728.

El m. c. d. entre estos números, es 4; divido uno de ellos, por ejemplo, el menor 728 por 4, y el cociente 182 lo multiplico por 4356 y el producto 792 792 será el M. c. m. pedido.

* Puede tambien resolverse este caso, *descomponiendo los números dados en sus factores primos y formando con estos factores un producto en el que estén todos ellos, pero afectados de su mayor esponente.*

Aplicando á los números propuestos esta regla obtendremos:

$$\begin{array}{r|l} 4356 & 2 \\ 2178 & 2 \\ 1089 & 3 \\ 363 & 3 \\ 121 & 11 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 728 & 2 \\ 364 & 2 \\ 182 & 2 \\ 91 & 91 \\ 1 & \end{array}$$

$4356 = 2.\ 2.\ 3.\ 3.\ 11.\ 11. = 2.^2\ 3.^2\ 11.^2$

$728 = 2.\ 2.\ 2.\ 91 = 2.^3\ 91.$

---

(1) Léase *mínimo comun múltiplo.*

Luego el M. c. m. será $2.^3\ 3.^2\ 11.^2\ 91 = 792\ 792$.

* *Si el M. c. m. se tuviese que encontrar entre varios números, se hará como en el caso de que estos números sean dos: esto es, lo hallaríamos entre dos de ellos y luego entre este y otro de los números dados, y así sucesivamente.*

## NÚMEROS QUEBRADOS Y MISTOS.

*Quebrado* es el número que espresa las partes en que está dividida la unidad y las que de ellas se toman. Consta de dos números, uno llamado *denominador* y el otro *numerador*; el primero indica las partes en que está dividida la unidad, y el segundo el número que tomamos de estas partes: ambos reciben el nombre de *términos de la fraccion.*

El *quebrado* puede ser *propio* ó *impropio*, será *propio* si el denominador es mayor que el numerador; esto es, si el valor del quebrado no contiene unidades, y será *impropio* en el caso contrario.

Para leer un quebrado se enuncia el numerador como si fuese entero y á continuacion el denominador terminándole con la partícula *avos* si pasa de diez, y si no en la forma siguiente: *medio*, si la unidad está dividida en dos partes: *tercios*, si en tres; *cuartos*, si en cuatro; *quintos*, si en cinco; *sestos*, si en seis; *séptimos*, si en siete; *octavos*, si en ocho; *novenos*, si en nueve, y *décimos* si en diez.

Para escribir un quebrado, se coloca sobre una línea horizontal el numerador y debajo de ella el denominador.

*Ejemplos:* $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{15}{22}$

*De dos quebrados que tengan igual numerador, tendrá más valor el que tenga menor denominador.*

*De dos quebrados que tengan igual denominador, tendrá más valor el que tenga mayor numerador.*

Para averiguar cuál de dos quebrados, de distinto denominador es mayor, se reducen estos á un denominador comun.

Para reducir dos ó más quebrados de diferentes denominadores á otros de igual valor y de comun denominador, *se multiplican los términos de cada quebrado por todos los denominadores de los demás ménos por el suyo*, y de esta manera habremos conseguido el objeto.

Sean los números dados $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{5}$.

Multiplicando $1\times4\times5$, nos dará 20, que será el numerador del quebrado equivalente; $3\times2\times1=30$, el numerador del segundo quebrado; $1\times4\times2=8$, el numerador del tercer quebrado; y $2\times4\times5=40$ el denominador comun.

° Tambien pueden reducirse quebrados á un comun denominador, por medio del M. c. m.

° En efecto, si los denominadores tienen factores comunes, existe entre estos un denominador más simple que todos ellos: para encontrarlo, hallaremos el M. c. m. de estos denominadores y multiplicando luego los dos términos de cada quebrado por los factores que le faltan á cada denominador para formar dicho M. c. m. habremos obtenido lo que deseamos.

*Ejemplo:*

Reducir á un comun denominador los quebrados:

$$\frac{7}{40} \quad \frac{11}{90} \quad \frac{15}{125}$$

descompongo los denominadores en sus factores primos

$$40=2^3\ 5$$
$$90=2\ 3^2\ 5$$
$$125=5^3$$

El m. c. m. es $2^3\ 3^2\ 5^3$, multiplicando los dos términos del primer quebrado por $3^2\ 5^3$, los del segundo por $2^3\ 5^3$, y los del tercero por $2^3\ 3^2$, los nuevos quebrados

$$\frac{7\ 3^2\ 5^3}{2^3\ 3^2\ 5^3} \quad \frac{11\ 2^3\ 5^3}{2^3\ 3^2\ 5^3} \quad \frac{15\ 2^3\ 3^2}{2^3\ 3^2\ 5^3}$$

tendrán todos el mismo denominador.

De la definicion de quebrados resultan varias consecuencias:

1.ª *Para multiplicar un quebrado por un entero* *se multiplica el numerador por el entero conservando el denominador.*

$$\text{Así: } \frac{3}{5} \times 4 = \frac{12}{5}$$

y como el quebrado $\frac{12}{5}$ que ha resultado, tiene su numerador 4 veces mayor que $\frac{3}{5}$, el principio es evidente.

2.ª *Para dividir un quebrado por un entero, se multiplica el denominador por dicho entero, conservando el numerador.*

$$\text{Así; } \frac{7}{9} : 5 = \frac{7}{45};$$

resultado evidente, puesto que el denominador del quebrado resulta ser 5 veces mayor que el primero, luego la unidad en este quebrado, está dividida en 5 partes más que en el propuesto.

De la misma manera se demostrarán los casos que siguen:

3.º *Se puede multiplicar un quebrado por un entero, dividiendo su denominador por este número entero y conservando el numerador.*

4.º *Se puede dividir un quebrado por un entero, dividiendo su numerador por el entero.*

## Simplificacion de quebrados.

*Simplificar* ó *reducir* un quebrado, es trasformarlo en otro equivalente, y cuyos términos sean menores.

*Para reducir ó simplificar un quebrado, se divide el numerador y denominador por un mismo divisor.* Si ambos términos no pueden ser divididos por un mismo número, el quebrado será *irreducible.*

Propongámonos reducir el quebrado $\frac{42}{54}$. Dividiendo cada uno de sus términos por 2, nos resultará el nuevo quebrado $\frac{21}{27}$; si lo dividimos ahora por 3 nos dará $\frac{7}{9}$, quebrado irreducible, pues no tienen sus términos comun divisor. Tenemos, pues, que $\frac{42}{54}=\frac{21}{27}=\frac{7}{9}$.

Para conocer á primera vista por qué número serán divisibles los términos del quebrado propuesto, no hay más que tener presentes las reglas anteriormente dadas en los principios de la divisibilidad.

## Adicion de los números quebrados.

En la suma de quebrados pueden ocurrir dos casos: 1.°, que tengan igual denominador; 2.°, que lo tengan distinto.

Para resolver el primer caso, se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador comun.

*Ejemplo:* $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}+\frac{2}{8}+\frac{7}{8}+\frac{4}{8}+\frac{1}{8}=\frac{22}{8}.$

Como 22 es mayor que 8, resulta que el quebrado es *impropio.*

Para averiguar el verdadero valor de este quebrado, se dividirá el numerador por el denominador, y de este modo sabremos las unidades que contiene. El número que resulta, que en este caso es 2 enteros y $\frac{6}{8}$, es el resultado pedido.

En el segundo caso se reducen los quebrados á comun denominador y luego se suman como en el primer caso. Así:

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{5}+\frac{2}{6}=\frac{90+24+40}{120}=\frac{154}{120}=1\,\frac{34}{120}=1\,\frac{17}{60}.$$

### Sustraccion

Para restar quebrados, pueden tambien ocurrir dos casos; que tengan igual denominador, ó que lo tengan diferente.

Si tienen el mismo denominador, se restan los numeradores y al resto se le pone por denominador el denominador comun.

*Ejemplo:*

$$\frac{5}{8}-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}\quad\frac{15}{16}-\frac{8}{16}=\frac{7}{16}$$

Si tienen distinto denominador se reducen á comun denominador y luégo se restan como en el primer caso.

Así: $$\frac{4}{9}-\frac{1}{3}=\frac{12-9}{27}=\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$$

## Multiplicacion.

La multiplicacion de quebrados se efectúa multiplicando los numeradores y luego los denominadores; escribiendo el primer producto por numerador y el segundo por denominador.

*Ejemplos:*

$$\frac{7}{9}\times\frac{6}{7}=\frac{42}{63}\quad\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}=\frac{12}{20}$$

## Division.

La division de quebrados se hace multiplicando el numerador del dividendo por el denominador del divisor; y el numerador de este por el denominador del dividendo, escribiendo en el primer producto por numerador y el segundo por denominador.

*Ejemplos:*

$$\frac{4}{6} : \frac{2}{5} = \frac{20}{12} = 1\,\frac{8}{12} = 1\,\frac{2}{3}$$

## NÚMEROS MISTOS.

Para *sumar números mistos*, se suman los quebrados y luego los enteros, añadiendo á estos los que den la suma de aquellos. Así:

$$8\frac{1}{4} + 10\frac{1}{3} + 12\frac{4}{5} = 31\frac{23}{60}$$

Sumados los quebrados de este ejemplo, nos resulta $\frac{83}{60} = 1\,\frac{23}{60}$, sumando los enteros y agregándole el que la suma de los quebrados produjo, tendremos 31 enteros; reuniendo á este número el quebrado $\frac{23}{60}$ nos resulta el número misto $31\,\frac{23}{60}$.

***Para reducir un número misto á quebrado, se multiplica el entero por el denominador, se le agrega el numerador, y á la suma se le pone por denominador el del quebrado.***

*Ejemplo.*

$$4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$$

La sustraccion de números mistos se verifica reduciéndolos á quebrados, y luego se restan como tales. Así:

$$9\frac{1}{4}-3\frac{2}{3}=\frac{37}{4}-\frac{11}{3}=\frac{111-44}{12}=\frac{67}{12}=5\frac{7}{12}.$$

Vemos, pues, que $9\frac{1}{4}-3\frac{2}{3}=5\frac{7}{12}$.

La sustraccion de números mistos se efectúa tambien restando los quebrados, luego los enteros y reuniendo despues ambos restos.

Si ocurre que el quebrado del minuendo sea menor que el del sustraendo, se toma una unidad de los enteros del primero, se descompone en el número de partes en que está dividida la unidad, se le agregan estas al quebrado del minuendo y se ejecuta la resta; cuidando no olvidar, que el minuendo entero tiene una unidad de ménos. Así:

$$19\frac{1}{5}-4\frac{7}{8}=14\frac{13}{40}.$$

Puede ocurrir tambien tener que restar un quebrado de un entero; en este caso se multiplica el entero por el denominador, al producto se le resta el numerador, y á la resta se pone por denominador el del quebrado.

*Ejemplo:*

$$9-\frac{1}{2}=\frac{17}{2}=8\frac{1}{2}$$

Si el minuendo es misto se reduce á quebrado y luego se restan como tales.

*Ejemplo:*

$$42\frac{1}{4}-\frac{4}{5}=\frac{85}{2}-\frac{4}{5}=\frac{425-8}{10}=\frac{417}{10}=41\frac{7}{10}$$

Para multiplicar números mistos se reducen á quebrados y luego se multiplican como tales quebrados.

*Ejemplo:*

$$12\frac{1}{4}\times 5\frac{1}{2}=\frac{9}{4}\times\frac{11}{2}=\frac{39}{8}=67\frac{3}{8}$$

Si uno de los factores fuese quebrado se resuelve del mismo modo. Así:

$$4\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{9}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{27}{8}=3\frac{3}{8}$$

Para dividir un número misto por otro misto se reduce á quebrados y luego se dividen como estos.

*Ejemplo:*

$$8\frac{1}{5}:4\frac{2}{6}=\frac{41}{5}:\frac{26}{6}=\frac{246}{130}=1\frac{116}{130}$$

Si un número cualquiera se divide por la unidad, el cociente es igual al dividendo; si se divide por un número menor que la unidad, el cociente será mayor que el dividendo; y si se divide por un número mayor que la unidad, el cociente resultará menor que el dividendo.

Un entero se reduce á quebrado de un denominador dado, poniendo por numerador de este, su producto por el entero.

Si queremos reducir el entero **8** á quebrado cuyo denominador sea 5, multiplicaremos 5 por 8 que dará 40 y tendremos el quebrado $\frac{40}{5}$.

## SISTEMA ANTIGUO DE PESAS Y MEDIDAS.

No sólo se consideran los objetos bajo el punto de vista del mayor ó menor número de ellos, sino que tambien debe atenderse en determinados casos á su estension, á su precio ó valor comercial, á su peso, etc.; cosas todas que pueden ser mayores ó menores y debemos determinar exactamente, si queremos tener una idea precisa de los objetos que deseamos conocer. De esto resulta la necesidad de *medir la cantidad*, ó sea de averiguar las veces que esta contiene ó está contenida en la unidad.

Debemos por consiguiente conocer las diferentes unidades de medida, para poder apreciar con exactitud el valor de las cantidades de su misma especie. Estas unidades prescritas por las leyes son las que constituyen el sistema de pesas, medidas y monedas.

## Medidas de longitud.

Unidad usual es la vara de Burgos, que se divide en 3 piés, el *pié* en 12 pulgadas y la *pulgada* en 12 líneas.

La vara se divide tambien en cuatro cuartas.

La *legua* que tiene 3 millas ó 2.000 piés, ó bien 6.666 varas y dos tercias. El estadal tiene 4 varas.

## Medidas de capacidad.

PARA LÍQUIDOS. La unidad usual es la *cántara* de Toledo, que se divide en 8 azumbres, el *azumbre* en 4 cuartillos, y el cuartillo en 4 copas. El *moyo* tiene 16 cántaras.

PARA ÁRIDOS. La unidad usual es la *fanega* de Avila, se divide en 12 celemines y el *celemin* en 4 cuartillos.

El cahiz, que tiene 12 fanegas.

PARA EL ACEITE. La unidad usual es la *arroba*, que se divide en 25 libras, y la *libra* en cuatro panillas ó cuarterones.

## Medidas de peso.

COMERCIALES. La unidad usual es el *quintal*, que se divide en 4 arrobas, la *arroba* en 25 libras, la *libra* en 16 onzas, la *onza* en 16 adarmes, el *adarme* en 3 tomines, y el *tomin* en 12 granos. La *tonelada*, que tiene 20 quintales.

MÉDICAS. El *marco* tiene ocho onzas, la *onza* 8 dracmas, la *dracma* 3 escrúpulos y el *escrúpulo* 24 granos.

PARA EL ORO Y LA PLATA. El *marco* tiene 8 onzas, la *onza* 8 ochavas, la *ochava* 6 tomines y el *tomin* 12 granos.

## Medidas superficiales y agrarias.

SUPERFICIALES. La unidad usual es la *vara cuadrada*, ó sea un cuadrado que tiene por lado una vara. La *vara cuadrada* tiene 9 piés cuadrados, y el *pié cuadrado* contiene 144 pulgadas cuadradas.

Tambien se usan la *legua cuadrada*, *milla cuadrada* y *estadal cuadrado*, que son cuadrados que tienen por lado respectivamente una legua, una milla, ó un estadal.

AGRARIAS. La unidad usual es la *fanega de marco real* ó sea un cuadrado, cuyo lado es de 96 varas. Tiene 9.216 varas cuadradas, ó 576 estadales cuadrados, y se divide en 12 celemines superficiales y el *celemin* en 4 cuartillos.

La *aranzada* es un cuadrado que tiene 20 estadales de lado.

## Medidas de volúmen.

La unidad usual es la *vara cúbica* ó sea un cubo cuyo lado es una vara. Se divide en 27 piés cúbicos, y el *pié cúbico* en 1.728 pulgadas cúbicas.

### Monedas.

La unidad usual es el *real*, que se divide en 34 *maravedises*, moneda imaginaria. La *peseta*, que vale 4 reales, la *media peseta* vale 2; el *duro* ó *peso fuerte*, que vale 20 reales, el *medio duro* vale 10.

La *onza* vale 320 reales; la *media onza* vale 160; el *doblon* ú *ochentin* vale 80 reales; el *escudo* vale 40 reales, y el *escudito* de oro que vale 20 reales.

El *cuarto*, que vale 4 maravedises; la *pieza de dos cuartos* vale 8 maravedises, el *ochavo*, que vale 2 maravedises.

### Medidas de tiempo.

El *dia*, que tiene 24 horas, la *hora* 60 minutos, el *minuto* 60 segundos. El *mes*, que tiene 28, 29, 30 ó 31 dias. El *año* 12 meses ó 365 dias. El *siglo* tiene 100 años. Hay además el *lustro*, que tiene 5 años, y la *olimpiada*, que equivale á 4.

## NÚMEROS COMPLEJOS.

Supuesto que se sabe lo que son *complejos*, pasaremos á esplicar cómo se efectúan las operaciones fundamentales con dichos números.

### Reduccion de complejos á incomplejos.

*Para reducir un número complejo á incomplejo de especie inferior, se reducen las unidades superiores á* *las de especie inmediata, se añade al resultado las que hubiese de aquella especie, y así se va continuando hasta llegar á la última especie.*

Propongámonos reducir el número 3 quintales, 2 arrobas, 15 libras, á incomplejo de libra. Como un quintal tiene 4 arrobas, multiplicaremos 3 por 4 y al resultado le agregamos las 2 arrobas, de lo cual nos resultará 14 arrobas: multiplicando 14 por 25, que son las libras que tiene una arroba, y agregándole 15 nos resultarán 365 libras, que es el número pedido.

Así: 3 qq. 2 arrobas 15 libs.=365 libras.

*Si tenemos que reducir un complejo á incomplejo de especie superior ó intermedia á las especies dadas; se pone el número en forma de quebrado, cuyo numerador será el complejo reducido á su última especie, y cuyo denominador será el número que indica las unidades de la especie inferior, que componen una de la especie dada.*

Asi 3 qq. 2 arrobas 15 libs. reducido á incomplejo de arroba será igual á $\frac{365}{25}$. Vemos que 365, *numerador* de este quebrado, son las libras que resultan del complejo propuesto, y que 25, *denominador*, son las libras que componen una arroba.

14 onzas, 7 duros, 15 reales, 30 maravedises, reducidos á incomplejo de real, será $\frac{157620}{34}$ = 4.635 reales 30 maravedises.

### Adicion de complejos.

*Para sumar complejos se colocan los sumandos de manera que se correspondan las unidades de la misma especie; se suman las unidades de cada especie, empezando por las inferiores y añadiendo á cada suma parcial las unidades de su especie que hubiesen resultado de la suma anterior.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Ejemplo:* | 7 duros | 12 reales | 25 maravedises. |
| | 15 | 16 | 3 |
| | 10 | 8 | 15 |
| | 12 | 0 | 30 |
| | 45 | 18 | 5 |

En este ejemplo la suma de los maravedises nos da 73, ó lo que es igual, 2 reales, 5 maravedises, la de los reales nos da 38, ó sea 1 duro, 18 reales, y la de los duros nos dió 45, luego la suma total será 45 duros, 18 reales, 5 maravedises.

### Sustraccion de complejos.

*Para restar complejos, se coloca el sustraendo debajo del minuendo, de modo que se correspondan las unidades de una misma especie; se restan las unidades del sustraendo de las de la misma especie del minuendo, empezando por las inferiores y siguiendo la marcha que el ejemplo siguiente indica.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Ejemplo:* | 12 qq. | 3 arrobas | 10 libs. | 15 onzas. |
| | 8 | 2 | 7 | 12 |
| | 4 | 1 | 3 | 3 |

*Si algun sustraendo parcial es mayor que su minuendo respectivo, se añade á este una unidad de la especie superior inmediata, teniendo en cuenta luego que el minuendo siguiente tiene una unidad de ménos, que es la que hemos agregado al minuendo anterior.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Ejemplo:* | 7 años | 2 meses | 15 dias. |
| | 3 | 4 | 10 |
| | 3 | 10 | 5 |

## Multiplicacion de complejos.

*Para multiplicar dos complejos ó un complejo por un incomplejo ó viceversa, se reducen los complejos á incomplejos y luego se multiplican como tales.*

Conviene siempre reducir el multiplicador á la especie de la unidad cuyo valor es el multiplicando.

Hallar el valor de 15 varas de terciopelo, cuyo precio es 6 duros, 9 reales vara; 6 duros 9 reales$=$ 129 reales, luego el número pedido será el producto de $129 \times 15 = 1.935$.

Hallar el valor de 3 arrobas, 20 libras de garbanzos, á 2 duros, 4 reales, 17 maravedises la arroba.

3 arrobas 20 libs. $\times$ 2 ds. 4 rs. 17 mrs.

$$=\frac{95}{25}\times\frac{1513}{34}=\frac{143735}{850}=169$$

¿Cuánto valen 7 varas, 2 piés, 5 pulgadas de tela á 8 rs. vara?

$$7 \text{ vs. } 2 \text{ ps. } 5 \text{ pulgs.} \times 8 = \frac{281}{36} \times 8 = 62 \text{ rs. } \frac{16}{36}.$$

### Division de complejos.

*Para dividir un complejo por otro, ó un complejo por un incomplejo ó viceversa, se reducen á incomplejos y luego se dividen como tales.*

*Ejemplo:* 8 varas, 1 pié, 11 pulgadas de tela costaron 15 duros y 12 reales: ¿cuál es el valor de una vara?

$$15 \text{ ds. } 12 \text{ rs. : } 8 \text{ vs. } 1 \text{ p., } 11 \text{ pulgs.}$$

$$= 312 : \frac{311}{36} = 36 \text{ rs. } \frac{36}{311} \text{ valor de una vara.}$$

Con 3 onzas, 12 duros, 8 reales compré 14 varas de género; ¿á cómo vale la vara?

$$\overset{\text{onzas.}}{3} - \overset{\text{duros.}}{12} - \overset{\text{reales.}}{8} : \overset{\text{varas.}}{14} = 86 \text{ rs. } 9 \text{ mrs.}$$

Con 32 duros compré 8 arrobas, 15 libras, 8 onzas; ¿á cómo sale la libra?

$$\overset{\text{ds.}}{32} : \overset{\text{arrobs.}}{8} - \overset{\text{libs.}}{15} - \overset{\text{onzas.}}{8} = 640 : \frac{3448}{16} = 2 \text{ rs. } 33 \text{ mrs.}$$

## VALUACION DE QUEBRADOS.

*Valuar un quebrado es hallar su valor en unidades de especie inferior.*

*La valuacion se verifica multiplicando el numerador por las unidades de especie inferior que contiene la unidad á que se refiere el quebrado y el producto se divide por el denominador.*

Sea el quebrado $\frac{7}{8}$ de duro; puesto que un duro tiene 20 reales, la operacion se reduce á multiplicar 7 por 20 y dividir el producto 140 por 8; tendremos pues

$$\frac{7\times 20}{8}=\frac{140}{8}=17+\frac{4}{8}:$$

de modo que $\frac{7}{8}$ de duro componen 17 reales y $\frac{4}{8}$ de real que valuaremos en maravedises multiplicando por 34, número de maravedises que tiene el real, el numerador 4 y dividiendo por 8 el producto habremos obtenido el número de reales y maravedises que tiene $\frac{7}{8}$ de duro.

## QUEBRADOS DECIMALES.

*Quebrado decimal es aquel cuya unidad se halla dividida en* 10, 100, 1000, ó en general, *aquel que tiene por denominador la unidad seguida de ceros.*

Los nombres de las diferentes unidades decimales (1) son los siguientes: *décima*, si el denominador es 10; *centésima*, si 100; *milésima*, si 1000; *diezmilésima*, si 10000; *cienmilésima* si 100000; *millonésima*, si 1000000; etc.

Una unidad vale 10 décimas, ó 100 centésimas, ó 1000 milésimas, etc. etc. Una décima es lo mismo que 10 centésimas, ó 100 milésimas, ó 1000 diezmilésimas, etc. Una centésima vale 10 milésimas, ó 100 diezmilésimas y así sucesivamente una unidad de un órden vale 10 del inmediato inferior y recíprocamente.

El número de unidades de cada órden es siempre inferior á diez.

Las décimas son unidades de primer órden decimal, las centésimas de segundo, las milésimas de tercero, etc. etc.

*Los quebrados decimales se leen como los númemeros enteros espresando al fin la denominacion correspondiente á la última cifra. Si el número es misto se lee el entero como tal y el decimal como queda dicho*. Así.

0'24; se lee, veinte y cuatro centésimas.

2'004; se lee, dos enteros, cuatro milésimas.

*Para escribir mistos decimales, se escriben los enteros, se pone despues de ellos una coma, y luego*

---

(1) Llámase *unidad decimal* á cada una de las 10, 100, 1000, 10C00, etc. partes en que se considera dividida la unidad.

*se escriben las décimas, centésimas, milésimas, etc. Los quebrados decimales se escriben lo mismo, sólo que en vez de los enteros se pone un cero, como anteriormente se vió.*

## Adicion de decimales.

*Para sumar decimales, sean quebrados ó mistos, se escriben los sumandos unos debajo de otros de modo que se correspondan las unidades de igual órden y luego se suman como los enteros, cuidando únicamente que la coma de la suma forme columna con la de los sumandos.*

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{r} 0'34 \\ +0'08 \\ +0'9 \\ +0'487 \\ \hline 1'807 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24'3 \\ 62'8 \\ 0'97 \\ \hline 88'07 \end{array}$$

## Sustraccion de decimales.

*Los decimales se colocan y restan como los enteros, cuidando de que la coma de la diferencia forme columna con la de los datos. Si uno de estos tuviera menor número de cifras decimales que el otro, se le agregarán ceros á su derecha hasta que queden iguales.*

*Ejemplos:*

$$\begin{array}{r} 0'348 \\ -0'256 \\ \hline 0'092 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34'25 \\ -8'67 \\ \hline 25'58 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7'204 \\ 5'800 \\ \hline 1'404 \end{array}$$

*Aunque á un decimal, se le agreguen ceros á su derecha, el valor de dicho número no varía.* Así, si á 0'8 le agregamos un cero tendremos, 0'80 cuyo valor es igual á 0'8; pues si cada décima vale 10 centésimas, claro es que 8 décimas es igual á 80 centésimas porque $8 \times 10 = 80$. *Por la misma razon no altera el valor del decimal aunque se le quiten ceros de la derecha.*

Así: 0'8=0'80=0'800=0'8000 etc.
ó, 0'8000=0'800=0'80=0'8.

### Multiplicacion de decimales.

*Para multiplicar decimales, sean mistos ó quebrados, se efectua la operacion como si fuesen enteros, y luego se separa de la derecha del producto total, tantas cifras para decimales, cuantas de estas tengan los dos factores.*

*Ejemplos:*

```
      324           349'9
      4'5            2'35
    ------         -------
     1620           17495
    1296           10497
    ------         6998
    1458'0         -------
                   822'265
```

*Para multiplicar un decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma tantos lugares á la derecha como ceros siguen á la unidad.* Así;

$3'22\times10=32'2$, en este caso corremos la coma un lugar, por ser uno el cero que sigue á la unidad.

$0'422\times100$, aquí corremos la coma dos lugares, por ser dos los ceros que siguen á la unidad, y suprimimos el cero de la izquierda por no tener valor. Asi tendremos:

$$0'422\times100=42'2$$

## Division de decimales.

*Para dividir una cantidad entera ó decimal por una decimal, se iguala el número de sus cifras decimales y la operacion se ejecuta como si fueran enteros.* De este modo habremos obtenido el cociente entero. Si deseamos hallar las cifras decimales se pone una coma en el cociente, un cero á la derecha del residuo y se divide este nuevo dividendo parcial lo mismo que los anteriores; obteniendo asi las décimas, si aun quedase residuo podremos buscar las centésimas agregándole un cero y dividiéndolo de nuevo, y asi sucesivamente se hallarán las milésimas etc. etc., como se puede deducir de los ejemplos siguientes:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 349'0 | 24'8 | 134'80 | 36'45 |
| 101 0 | 14'07 | 025 450 | 3' 69 |
| 00 800 | | 035800 | |
| 0064 | | 02995 | |

*Si tenemos que dividir una cantidad decimal por un número entero, se efectua la division como si el dividendo fuese entero y se separa luego de la derecha del cociente tantas cifras, para decimales, como de estas tenga el dividendo.* Para mayor claridad puede consultarse el siguiente ejemplo:

```
649'86|48
       -------
169     13'53
 258
  186
   42
```

Si queremos hallar más cifras decimales, con objeto de aproximar la division á la mayor exactitud posible, añadimos al residuo un cero ó los necesarios, en la forma que hemos dicho ya, y se continuará la division. En este caso se pone la coma en el cociente antes de bajar la primera cifra decimal, como se podrá observar en el siguiente ejemplo:

```
79'9|12
     ------
 79  6'658
  70
  100
   04
```

*Para dividir un decimal por la unidad seguida de ceros, se corre la coma tantos lugares á la izquierda como ceros siguen á la unidad.*

*Ejemplos.*

34'2: 10=3'42, 798'7: 100=7'987.

## Reduccion de quebrados ordinarios á decimales y reciprocamente.

*Para convertir una fraccion ordinaria en fraccion decimal, se divide el numerador por el denominador.*

Propongamos convertir en fraccion decimal $\frac{34}{6}$;

para conseguirlo se divide 34 entre 6 y nos dará 5 enteros, para buscar la parte decimal se pone una coma en el cociente, un cero á la derecha del residuo y dividiendo este nuevo dividendo obtendremos las décimas; luego continuaremos del modo ya dicho buscando las centésimas, etc. etc. y tendremos,

$$\frac{34}{6} = 5'666$$

Si la fraccion no contiene enteros, ó sea si el numerador es menor que el denominador, se pone cero en el cociente, para indicar que no hay enteros, y se buscan las cifras decimales, como ya queda dicho.

*Ejemplo:*

$$\frac{7}{8} = 0'875$$

*Para reducir un quebrado decimal á quebrado ordinario, debemos distinguir tres casos:* 1.°, *que la* *fraccion decimal sea periódica pura;* 2.°, *que sea periódica mista;* y 3.°, *que no sea periódica.*

*Fraccion no periódica,* es la que consta de un número limitado de cifras, como 0′25, 0′8, 0′50. *Fraccion periodica pura,* es la que repite contínuamente un número, como: 0′666, 0′121212, 0′3333. *Fraccion periódica mista es la que tiene alguna cifra antes del período,* como 0′58333, 0′435555, 6′7666.

*Para convertir en ordinaria una fraccion no periódica, basta ponerle por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga la fraccion, ó sea ponerle su denominador de manifiesto.*

*Ejemplos:*

$$0'25=\frac{25}{100}\quad 48'8=48\frac{8}{10}$$

*Para reducir una fraccion periódica pura á fraccion ordinaria, se pone por numerador el período y por denominador tantos nueves como cifras tiene el período.* Así:

$$0'1212=\frac{12}{99};\ 423'333=424\frac{3}{9}$$

*Para convertir en fraccion ordinaria una fraccion periódica mista, se pone por numerador la parte no periódica seguida del primer período ménos la parte no periódica; y por denominador tantos nueves como* *cifras tiene el período, seguidos de tantos ceros como cifras tiene la parte no periódica.*

$$\text{Así:}\quad 84'8333 = 84\frac{83-8}{90} = 84\frac{75}{90}$$

## RAZONES Y PROPORCIONES.

*Razon es el cociente indicado de dos cantidades:* á la primera se la llama *antecedente*, á la segunda *consecuente*, y á las dos reunidas se las denomina *términos de la razon.*

*Para indicar la razon de dos cantidades se escribe el antecedente y el consecuente separados por el signo de division;* así para indicar la razon de 24 y 6 se escribirá

24 : 6, y se lee, 24 es á 6.

El número 24 es el *antecedente*, 6 el *consecuente* y 4, que es el cociente, será la *razon.*

*Proporcion es la igualdad de dos razones, ó sea cuatro números tales que la razon de los dos primeros es igual á la de los dos segundos.*

La razon de 16 á 8 es igual á la de 24 á 12, puesto que la razon entre ambos es 2; luego los números 16, 8, 24, 12, forman una *proporcion* que se escribirá:

16 : 8 :: 24 : 12, y se lee 16 es á 8 como 24 es á 12.

Los términos primero y tercero se llaman *antece-*

dentes, los segundo y cuarto *consecuentes;* los términos primero y cuarto *estremos*, los segundo y tercero *medios.*

Cuando los medios son iguales la proporcion recibe el nombre de *contínua*, y el medio repetido se llama *medio proporcional.*

*En toda proporcion se verifica que el producto de los medios es igual al de los estremos.*

Sea la proporcion:

$$6 : 2 :: 12 : 4; \text{ digo que } 6 \times 4 = 12 \times 2$$

en efecto, si multiplicamos cada consecuente por la razon 3, resultará

$$6 : 6 :: 12 : 12$$

y el producto $6 \times 12 = 12 \times 6$, de los medios y de los estremos, es el mismo; pero al multiplicar los consecuentes por la razon el producto no ha sufrido alteracion, puesto que se ha hecho mayor lo mismo á un medio que á un estremo, luego el principio es evidente.

De esto resulta que para hallar un término estremo, se multiplican los medios y el producto se dividirá por el estremo conocido: así de la proporcion

$$6 : 2 :: 12 : x$$

se deduce

$$6 \times x = 2 \times 12$$

$$\text{luego } x = \frac{2 \times 12}{6} = \frac{24}{6} = 4$$

Para hallar un término medio se multiplican los estremos, y el producto se partirá por el medio conocido. Así:

$$6 : 2 :: x : 4$$
$$6 \times 4 = 2 \times x$$

$$\text{luego } x = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12.$$

Para que cuatro números concretos formen proporcion, es indispensable que sean homogéneos ó que lo sean dos á dos.

Las demás propiedades de las proporciones, tanto aritméticas como geométricas, no son del caso para sus aplicaciones en este tratado, por lo cual creemos prudente omitirlas.

## Regla de tres.

* Se llama *regla de tres*, la que nos enseña á conocer el cuarto término de una proporcion, de los que nos son conocidos los otros tres.

La regla de tres puede ser *simple* ó *compuesta;* la primera está formada por una sola proporcion, y la segunda por dos ó más; en ambos casos puede ser *directa* ó *inversa*.

Dícese que la regla es *directa*, si multiplicando por un número cualquiera uno de los principales, resnlta multiplicado su correspondiente; y llámase *inversa*, si multiplicando por un número cualquiera uno de los principales, resulta dividido por el mismd número su correspondiente.

La regla de tres se escribe y resuelve enteramente como una proporcion; pero antes de ponerla hay que observar si la proporcion es *directa* ó *inversa*. Si es directa usaremos la regla siguiente: primera cantidad es á su homogénea, como la correspondiente á la primera es á la correspondiente á la segunda. Si es inversa tendremos: primera cantidad es á su homogénea, como la correspondiente á la segunda es á la correspondiente á la primera.

15 metros de paño costaron 1.500 reales: ¿cuánto costarán 25 metros?

En esta cuestion vemos que duplicando el número principal 15 metros, resulta duplicado su correspondiente 1.500 reales, pues doble paño costaria doble dinero, por lo cual la regla es directa, y tendremos

$$15 \text{ mets.} : 25 \text{ mets.} :: 1.500 \text{ rs.} : x \text{ rs.}$$

de donde $x=2.500$; es decir, que si 15 metros costaron 1.500 rs. 25 costarán 2.500 rs.

18 hombres hacen una obra en 10 dias, 15 hombres en cuántos dias harán la obra, con las mismas condiciones.

Duplicando el número principal 18, resulta dividido su correspondiente 10, porque doble número de hombres harian la obra en la mitad de los dias, luego la proporcion es inversa, y tendremos

$$18 : 15 :: x : 10$$

$$x=\frac{18 \times 10}{15}=12$$

que son los dias que tardarán en hacer la obra 15 hombres.

Todos estos casos constituyen la regla de tres simple y los siguientes la compuesta.

8 hombres en 15 dias construyeron 96 varas de pared ¿cuántas varas harán 7 hombres en 20 dias?

Esta es *regla compuesta*, porque su resolucion depende de dos reglas de tres simples, como vamos á ver:

| | | |
|---|---|---|
| 8 hombres | 15 dias | 96 varas. |
| 7 | 20 | $x$ |

La primera regla que se nos presenta es: si 8 hombres en 15 dias hicieron 96 varas de pared, 7 hombres ¿cuántas varas harán? Como la proporcion es directa tendremos:

$$8 : 7 :: 96 : x$$

de donde $x = \frac{7 \times 96}{8} = 84.$

Resuelta esta proporcion, tenemos la siguiente: si 7 hombres en 15 dias construyeron 84 varas de pared, ¿en 20 dias qué varas harán? Esta regla es directa, pues en más dias construirán más varas, y así tendremos

$$15 : 20 :: 84 : x$$

de donde $x = \frac{20 \times 84}{15} = 112.$

Resulta que, si 8 hombres en 15 dias hicieron 96 varas de pared, 7 en 20 harán 112.

### Regla de interés.

Se llama *interés* la ganancia que produce un capital impuesto por un cierto tiempo.

Para resolver esta regla se ha tomado por unidad tipo, lo que producen 100 unidades en un año, y á este número se le llama *tanto por ciento.*

El *interés* puede ser *simple* ó *compuesto*, segun que este se agregue al capital, para formar otro nuevo ó no se le agregue.

Cuando es *simple* el capital siempre es el mismo y los intereses se pueden cobrar al fin de cada unidad de tiempo: en el caso de ser *compuesto*, el capital se aumenta cada año con los intereses que va devengando, no pudiendo por consiguiente percibirse estos hasta finalizado el contrato.

En el interés simple se distinguen dos casos: 1.°, que el tiempo sea un año; 2.°, que sea diferente de un año.

Para resolver el primer caso tenemos que considerar tres cosas: *capital, tanto po ciento* é *interés*, y en el segundo necesitamos del *tiempo*, además de las cantidades dichas.

En ambos casos su resolucion depende de los dos principios siguientes:

1.° *Las ganancias son proporcionales á los tiempos.*

2.° *Las ganancias de dos capitales prestados por un mismo tiempo son proporcionales á los capitales.*

Como á doble capital corresponde doble interés, el capital 100 y el total están en la misma razon que el tanto por ciento y el interés. Así llamando $c$ al capital, $r$ al tanto por ciento, é $i$ al interés, tendremos

$$100 : \text{capital} :: \text{tanto} : \text{interés},$$
$$\text{ó } 100 : c :: r : i$$

proporcion en que se puede hallar un término cualquiera de ella, dados los otros tres.

Hallar el interés anual de 8.600 rs. al 5 por 100.

$$100 : 8.600 :: 5 : x, \text{ de donde } x{=}430 \text{ rs.}$$

que es lo que producirán en un año los 8.600 rs. al 5 por 100.

Se desea averiguar el interés á que se prestaron 22.000 rs., sabiendo que produjeron en un año 600 reales.

$$100 : 22\ 000 :: x : 600, \text{ de donde } x{=}2'72.$$

Cuál será el capital que produce 3.000 rs. anuales al 5 por 100.

$$100 : x :: 5 : 3.000, \text{ de donde } x{=}60.000.$$

Si el tiempo fuese distinto de un año la proporcion que resolverá el problema es, tomando por unidad de tiempo el dia,

$$36.000 : \text{capital por el tiempo} :: \text{tanto} : \text{interés},$$

proporcion en que se puede hallar un término cualquiera de ella, conocidos los otros tres.

72.000 rs. al 8 por 100 en 90 dias, ¿cuánto producirán?

$$36.000 : 72.000 \times 90 :: 8 : x$$

de donde $x = \dfrac{72.000 \times 90 \times 6}{36.000} = 1.440$ rs.

Qué capital en 90 dias al 8 por 100 (1) habrá producido 1.440 rs.

$$36.000 : c \times 90 :: 8 : 1.440$$

de donde $c = \dfrac{36.000 \times 1.440}{90 \times 8} = 72.000$ rs.

A qué tanto por ciento habrá estado colocado un capital de 72.000 rs., para que en 90 dias haya producido 1.440 rs.

$$36.000 : 72\ 000 \times 90 :: r : 1\ 440$$

$$r = \frac{36.000 \times 1.440}{72.000 \times 90} = 8.$$

Qué tiempo habrá estado colocado un capital de 72.000 rs., para que al 8 por 100 nos produjera 1.440 rs.

$$36.000 : 72.000 \times 90 :: r : 1.440$$

$$r = \frac{36.000 \times 1.440}{72.000 \times 90} = 8.$$

---

(1) El signo por 100 se le conoce en el comercio bajo el nombre de *tanto por ciento*.

## Regla de compañía.

Llámase *regla de compañía*, la que enseña á averiguar la ganancia ó pérdida que corresponde á cada uno de varios sócios que han puesto su capital en fondo. Esta ganancia ó pérdida está en relacion con los capitales de los asociados y con el tiempo que estos capitales han estado en sociedad

De aquí resulta que la *regla de Compañía*, puede ser *simple* ó *compuesta*, segun que los capitales estén el mismo tiempo en el fondo ó no lo estén.

Si los capitales están el mismo tiempo en el fondo, no tendremos más que formar tantas proporciones cuantos los sócios sean, y tendremos lo que corresponde á cada uno.

Supongamos que tres comerciantes, A, B, C, han formado un fondo, y que el primero, A, por ejemplo, ha puesto 18.000 rs., el segundo, B, 4.000 y el tercero, C, 6.600: habiendo ganado 30.000 rs., ¿cuánto corresponde á cada uno?

Segun llevamos dicho formamos las tres proporciones siguientes:

1.er sócio 28.000 : 30.000 :: 18.000 : $x$
2.º 28.000 : 30.000 :: 4.000 : $x$
3.º 28.000 : 30.000 :: 6.000 : $x$

de modo que corresponderá á cada uno de ellos, A=19.285,71, B=4.285,71, C=6.428,58.

Para asegurarse de la exactitud de la operacion, se suman las ganancias de los sócios, y la suma debe resultar igual á la ganancia total.

Si los tiempos son desiguales, multiplicaremos cada capital por su tiempo, y la cuestion quedará reducida á la anterior.

Tres sócios forman un fondo, el primero coloca 200 duros, el segundo 100 y el tercero 550; siendo el tiempo respectivo 3, 6 y 2 años y la pérdida total 200 duros, ¿cuál es la de cada sócio?

| | | |
|---|---|---|
| 1.er sócio | $200 \times 3 =$ | 600 |
| 2.º | $100 \times 6 =$ | 600 |
| 3.º | $550 \times 1002 = 1.$ | |

$$600 + 600 + 1.100 = 2\,300$$

| | | |
|---|---|---|
| 1.er sócio | 2.300 : 200 :: 600 : | $x$=52'174 |
| 2.º | 2.300 : 200 :: 600 : | $x$=52'174 |
| 3.º | 2.300 : 200 :: 1.100 : | $x$=95'652 |

Vemos que resulta perdiendo el primer sócio 52'174 duros, el segundo lo mismo que el primero, pues si bien su capital es menor que el del primer sócio, tambien estuvo más tiempo en el fondo, y el tercero pierde 95'652 duros.

## Repartimientos proporcionales.

Para dividir un número dado, en *partes proporcionales* á otros números dados, se divide dicho número por la suma de los números á que deben ser proporcionales las partes, y el cociente se multiplica por cada uno de estos números.

Dividir 32.000 rs. entre tres personas, de modo que la segunda lleve triple que la primera y la tercera tanto como las otras dos.

Suponiendo que la primera llevase 1, la segunda llevaría 3 y la tercera 4: de modo que el número 32.000 lo hemos de dividir en números proporcionales á 1, 3 y 4.

Como $1+3+4=8$ tendremos que para hallar lo que corresponde á la primera, se divide 32.000 por 8, y para saber lo que toca á cada una de las otras dos multiplicaremos el cociente por 3 para la segunda y por 4 para la tercera, Así:

1.ª——32000: 8= 4000
2.ª———4000 × 3=12000
3.ª———4000 × 4=16000

Corresponde, como se vé, 4000 rs. á la primera, 12000 á la segunda y 16000 á la tercera.

### Regla de aligacion.

Se llama *regla de aligacion*, la que enseña á averiguar el precio medio de una mezcla, conociendo el precio y la cantidad de las especies mezcladas; ó hallar el número de unidades, de diferentes precios, que conviene mezclar para que salga la mezcla á un precio dado.

La regla de aligacion es *simple* ó *compuesta*, segun resuelva una ó varias cuestiones.

Para hallar el precio medio de la mezcla de varias unidades, se divide el valor total de las unidades mezcladas por el número de ellas.

Habiendo mezclado 15 arrobas de azucar de á 60 reales arroba, con 9 de á 70 ¿cuál es el valor de la mezcla?

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 15 | arrobas | á | 60 rs. | son | 900 | rs. |
| 9 | id. | á | 70 | son | 630 | |

$$900 + 630 = 1530$$

Dividendo 1530 por 24, total de las arrobas mezcladas, nos dá un cociente de 63'7, valor de una arroba de la mezcla.

Para hallar el número de unidades, de diferentes precios, que conviene mezclar para que salga la mezcla á un precio dado, se toma de cada especie de unidades que se han de mezclar, la diferencia entre el precio medio y el precio de la otra especie.

Teniendo garbanzos de á 50 rs. arroba y de á 72; se desea saber cuántas arrobas se han de mezclar de cada especie para que salga la mezcla á 56 reales.

| | |
|---|---|
| Precio medio 56 | garbanzos de á 50 |
| | garbanzos de á 72 |

$$72 - 56 = 16$$
$$56 - 50 = 6$$

Luego se puede mezclar por cada 16 arrobas de á 50, 6 de á 72.

---

° Además de las reglas que hemos dado á conocer, existen otras que se las denomina *regla de descuento* la una, y *conjunta* la otra. La primera, como su nombre lo indica, tiene por objeto averiguar la cantidad que se debe de descontar de otra dada; y la segunda nos enseña á encontrar la relacion que existe entre dos cantidades, por medio de relaciones que estas tienen con otras intermedias.

Para resolver la primera ó sea la de *descuento*, averiguaremos cuál es el interés que produce en un año el capital y restando de este la cantidad producida, el resultado será la que tenemos que abonar.

Cuánto vale en la actualidad una letra ó pagaré de 30.000 rs. que vence dentro de un año al 6 por 100 de descuento.

30.000 rs. al 6 por 100 de interés al año producen 1.800, de modo que restando del valor nominal el interés 1.800, tendremos 28.200 para su valor.

Cuando el tiempo es distinto de un año, se averigua el interés que produce, segun sabemos, y estaremos en el caso anterior.

La resolucion de la regla compuesta se funda en la siguiente:

Si se multiplican ordenadamente varias equivalencias, tales que el primer miembro de cada una sea de la misma especie que el segundo de la anterior, resultará otra equivalencia en que su primer miembro será de la especie de la primera y su segundo de la especie de la última.

En efecto, si tenemos las equivalencias siguientes:

1 onza =16 duros (1)
4 duros=80 reales (2)
2 reales=68 maravedises (3)

tendremos que $1 \times 4 \times 2 = 16 \times 80 \times 68$;

en efecto, si multiplicamos la primera igualdad por 4 y la segunda por 16 tendremos

1 onza × 4=16 duros × 4
4 duros × 16=80 reales × 16

y por consiguiente 1 onza × 4=80 reales × 16 (4).

De la misma manera se demostraria multiplicando la igualdad (3) por la (4).

Existen además de las reglas dichas, otra llamada de *falsa posicion*, la cual sirve para hallar un número desconocido por medio de otro que se quiere suponer, pero cuyas cualidades nos son conocidas.

Para su resolucion formaremos una proporcion cuyo primer término sean las cualidades del número que suponemos, el segundo este mismo número, el tercero las propiedades del que buscamos, y que será el cuarto.

Se trata de encontrar un número cuya tercera, cuarta y quinta parte sea igual á 9.400

Imaginemos un número en que todas sus partes sean enteras; sea, por ejemplo, 120, cuya tercera parte es 40, la cuarta 30 y la quinta 24; uno estas tres partes, y con la suma 94, formo la siguiente proporcion:

$$94 : 120 :: 9.400 : x$$

$$x = \frac{120 \times 9.400}{94} = 12.000 \text{ número pedido.}$$

### * Del cuadrado y raíz cuadrada de los números.

* *Cuadrado* ó segunda potencia de un número, es el producto de este número por sí mismo. Así, el cuadrado de 7, es $7 \times 7 = 49$.

*Raíz cuadrada* de un número, es otro número que elevado al cuadrado reproduce el número propuesto.

La raíz cuadrada de 36 es 6; porque 6 elevado al cuadro reproduce el número propuesto 36.

Los signos para indicar que una cantidad se ha de llevar á una potencia, ó se ha de extraer su raíz, son los indicados al principio de esta obra. Por convenio la raíz cuadrada de un número no lleva índice ninguno en el signo radical y se indica en la forma siguiente:

$$\sqrt{36}.$$

En general, para elevar un número á una potencia cualquiera, bastará repetir este número tantas veces como factor como unidades tiene su exponente. Así:

$$5^3=5,5,5=125.$$

En la extraccion de la raíz cuadrada pueden ocurrir dos casos: que el número propuesto sea menor ó mayor que 100.

Si el número propuesto es menor que 100, fácilmente obtendremos su raíz consultando la tabla siguiente:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1) | 1, | 2, | 3, | 4, | 5, | 6, | 7, | 8, | 9 |
| | 1, | 4, | 9, | 16, | 25, | 36, | 49, | 64, | 81 |

Propongámonos hallar la raíz cuadrada de 25:

Consultaremos el cuadro anterior y observando que el número que 25 tiene en la parte superior es 5, diremos que 5 es la raíz del número propuesto.

Busquemos ahora la raíz cuadrada de 52. Como el número 52 está comprendido entre los cuadrados 49 y 64, su raíz estará comprendida entre las raíces de estos dos números, esto es, entre 7 y 8, de modo que tomando á una de estas por valor de la raíz de 52, obtendremos esta con error menor de una unidad.

Luego para hallar la raíz cuadrada de un número menor que 100, *búsquese dicho número en la segunda línea del cuadro* (1), *y el numero que esté en su parte superior correspondiente será la raíz pedida. Si el número propuesto no fuese cuadrado perfecto,* *se tomará para valor de su raíz la del mayor cuadrado contenido en él.*

Supongamos ahora que el número es mayor que ciento; su raíz será mayor que diez, y por lo tanto se compondrá de decenas y unidades, de modo que para encontrarla nos será preciso saber la composicion de un número cuya raíz contiene decenas y unidades.

El cuadrado de todo número cuya raíz contiene decenas y unidades se compone: *del cuadrado de sus decenas, del doble del producto de sus decenas por sus unidades y del cuadrado de las unidades.*

En efecto; si representamos por $a$ las decenas y por $b$ las unidades, la espresion de su raíz lo estará por $a+b$, y su cuadrado por $(a+b)^2$, que es igual á $(a+b)$ por $(a+b)$, y esto igual á $a^2+2ab+b^2$.

$$\begin{array}{r}
a+b \phantom{+b^2} \\
a+b \phantom{+b^2} \\
\hline
a^2+ab \phantom{+b^2} \\
+ab+b^2 \\
\hline
a^2+2ab+b^2
\end{array}$$

Sabida ya la composicion de un número cuya raíz contiene decenas y unidades, no tendremos, para hallar su raíz, sino separar la primera de estas tres partes, esto es, $a^2$, cuya raíz es $a$, que elevada al cuadrado y restada del número propuesto, nos dá $2ab+b^2$; de modo que $a$ es la cifra de las decenas de la raíz: para obtener las unidades, observo que, si divido el doble producto de decenas por unidades, por el doble de decenas, el resultado son las unidades; puesto que $\frac{2ab}{2a}=b$, letra con que representamos dichas unidades; en vista de esto, podemos dar la siguiente regla práctica:

Para extraer la raíz cuadrada de un número mayor que 100: *sepárese la cifra de las centenas de este número, y extrayendo la raíz de estas cifras separadas tendremos las decenas de la raíz; elévese esta cifra al cuadrado y réstese del número propuesto; sepárense las unidades de este resto, y dividiendo, lo que queda á la izquierda por el doble de la raíz hallada, tendremos la cifra de las unidades. Para comprobarla, á la derecha del doble de las decenas escríbanse las unidades, multiplíquese este número así formado por las unidades, y si el producto puede restarse, la cifra es buena; sino se la rebaja en una unidad y se vuelve á repetir el cálculo.*

*Ejemplo:*

Extraer la raíz del número **7.569**.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Disposicion de la operacion. . . . . . . . | 75,69 | 87 | raíz del número propuesto. |
| Cuadrado de 8 decenas. | 64,00 | 16,7 | doble de 8 decenas por 7 unidades. |
| | 11,69 | 7 | cifra de las unidades. |
| Producto del doble de decenas por unidades, por las unidades. . . | 11,69 | | |
| Resto. . . . . | 0 | | |

De modo que 87 es la raíz exacta de 7.569.

La aplicacion de esta regla á un número que tenga más cifras, se hace *dividiendo este número en períodos de dos cifras, principiando por la derecha, se halla la raíz de la primera seccion de la izquierda, y se tendrá la primera cifra de la raíz, se eleva al cuadrado dicha cifra y se resta de dicha primera seccion; á la derecha del resultado se coloca el siguiente período; se separa la primera cifra de la derecha y se divide lo que queda á la izquierda por el doble de la raíz hallada y así sucesivamente hasta haber colocado el último período: para hallar el doble de la raíz desde la segunda cifra, se suma el número formado con el doble de la anterior y la cifra hallada con esta cifra.*

*Ejemplo:*

Hallar la raíz del número 459.684.

DISPOSICION DE LA OPERACION.

| | | |
|---|---|---|
| | 45,96,84 | 678 |
| | 36 | |
| 1.er resto. . | 099,6 | 127 |
| | 88,9 | 7 |
| | | 1348 |
| 2.º resto. . | 107,8,4 | 8 |
| | 107 8 4 | |
| 3.er resto. . | 0 | |

La raíz del número propuesto es 678 exactamente.

Si el último resto no hubiese sido *cero*, la raíz sería errónea en ménos de una unidad, como ya sabemos.

*Para extraer la raiz cuadrada de una cantidad decimal, se hace abstraccion de la coma y en seguida se extrae como si fuesen enteros, cuidando de separar en la raíz por cada dos decimales una cifra; si el número de cifras decimales fuese impar se agregaria un cero, y esto en nada alteraria su valor.*

*Para extraer la raíz cuadrada de una fraccion ordinaria, se extrae la raíz de sus dos términos y se divide la una por la otra.*

*Si ninguno de los términos de la fraccion fuese cuadrado perfecto, se multiplican los dos términos por su denominador, y de esta manera habremos hecho al denominador cuadrado.*

Esto nos basta, puesto que el denominador de un quebrado es, como su nombre lo indica, quien denomina la fraccion; de modo que si el numerador no es cuadrado perfecto se extrae su raíz por aproximacíon, y la raíz del quebrado será errónea en ménos de una unidad fraccionaria, indicada por la raíz del denominador.

## SISTEMA MÉTRICO DECIMAL

El sistema métrico decimal, mandado adoptar en España por ley de 9 de Julio de 1849, es la reunion de pesas y medidas que tiene por base el *metro*; y se llama decimal porque sus unidades crecen ó decrecen de diez en diez.

Las unidades principales ó tipos de cada especie en este sistema son seis; á saber: el *metro*, el *litro*, el *gramo*, la *peseta*, el *área* y el *metro cúbico*.

El *metro*, unidad de longitud, es la diez millonésima parte del arco de meridiano terrestre que existe entre el ecuador y el polo norte.

El *litro*, unidad principal tanto para líquidos como para áridos, es un vaso de forma cilíndrica cuya capacidad es un decímetro cúbico.

El *gramo*, unidad de peso, el peso en el vacío de un centímetro cúbico de agua destilada á la temperatura de su mayor condensacion, cuatro grados del termómetro centígrado.

La *peseta*, unidad principal para las monedas, que vale 4 reales.

El *área*, unidad principal de superficie, es un cuadrado que tiene diez metros de lado y por consiguiente el total de su estension es de 100 metros cuadrados.

El *metro cúbico*, unidad principal de volúmen, es un cubo que tiene de largo, ancho y altura, un metro por cada lado.

Para formar los nombres de los múltiplos ó unidades superiores se han tomado del griego las siguientes palabras:

Deca, Hecto, Kilo, Miria
que significan
diez, ciento, mil, diezmil

y se representan respectivamente por sus iniciales; M, K, H y D.

Para los submúltiplos ó divisores las siguientes del latin

deci, centi, mili
que equivalen á
décima, centésima, milésima

y cuya representacion en el cálculo es respectivamente; *d*, *c*, *m*.

De modo que anteponiendo á los nombres de las unidades principales los que acabamos de enunciar, habremos formado el sistema propuesto.

Para esplicarnos fácilmente los valores de cada una de estas especies consultaremos las siguientes tablas:

**Medidas de longitud.**

| | | |
|---|---|---|
| Múltiplos.. | Miriámetro. . . . . . . . . | 10.000 |
| | Kilómetro. . . . . . . . . . | 1.000 |
| | Hectómetro. . . . . . . . | 100 |
| | Decámetro. . . . . . . . . | 10 |
| Unidad. . . | Metro. | |
| Divisores. . | decímetro. . . . . . . . . . | 0'1 |
| | centímetro.. . . . . . . . . | 0'01 |
| | milimetro. . . . . . . . . . | 0'001 |

## Medidas de capacidad.

| | | |
|---|---|---|
| MÚLTIPLOS.. | Kilólitro.......... | 1.000 |
| | Hectólitro......... | 100 |
| | Decálitro.......... | 10 |
| UNIDAD... | Litro. | |
| DIVISORES.. | decílitro.......... | 0'1 |
| | centílitro......... | 0'01 |

## Medidas de peso.

| | | |
|---|---|---|
| MÚLTIPLOS.. | Kilógramo......... | 1.000 |
| | Hectógramo........ | 100 |
| | Decágramo......... | 10 |
| UNIDAD... | Gramo. | |
| DIVISORES.. | decígramo......... | 0'1 |
| | centígramo........ | 0'01 |
| | milígramo......... | 0'001 |

## Medidas de superficie.

| | | |
|---|---|---|
| MÚLTIPLO.. | Hectárea.......... | 10.000 |
| UNIDAD.... | Area............ | 100 |
| DIVISOR... | Centiárea......... | 0'01 |

## Medidas cúbicas.

| | | |
|---|---|---|
| MÚLTIPLOS.. | Miriámetro cúbico..... | 10.000 |
| | Kilómetro idem...... | 1.000 |
| | Hectómetro idem...... | 100 |
| | Decámetro idem...... | 10 |

| | | |
|---|---|---|
| UNIDAD. . . | Metro idem. | |
| DIVISORES. . | decímetro idem. . . . . . | 0'1 |
| | centímetro idem.. . . . . | 0'01 |
| | milímetro idem. . . . . . . | 0'001 |

## Monedas.

PLATA. La unidad es la *peseta*, que vale 4 reales. La *doble peseta*, que vale 2 pesetas ú 8 reales. El *duro*, que vale 5 pesetas ó 20 reales.

ORO. El *centen*, que vale 25 ó 100 reales.

COBRE. La pieza de 50 céntimos de real y la de 25.

## Operaciones fundamentales con los números métricos.

Las operaciones con los números métricos son lo mismo que con los decimales. Así para sumar números métricos, se reducen estos á una misma especie y se suman despues.

*Ejemplos:*

1.° Sumar los números 327 dm., 785; 95 Km., 52; 83 mm., 35756.

Reducidos estos números á la especie de metros, por ejemplo, lo que conseguiremos llevando la coma á la derecha ó izquierda tantos lugares como la especie superior contiene á la unidad, ó la inferior está contenida en ella, tendremos

$$\begin{array}{r} 3277'85 \\ 95520 \\ 83357'56 \\ \hline 182155'41 \end{array}$$

ó 18 Mm. 2 Km. 1 Hm. 5 Dm. 5 m. 41 cm.

2.° Sumar las cantidades 237 Hg.; 7 Dg., 95; y 0'329 mg.

Reducimos todas las especies á gramos y tendremos 2370 g.; 79 g., 5 y 0'0329.

$$\begin{array}{r} 2370 \\ 79'5 \\ 0'0329 \\ \hline 2449'5329 \end{array}$$

Para restar números métricos, redúzcanse minuendo y sustraendo á una misma especie, y réstense despues.

*Ejemplo:* 571 m. $^3$, 816—4255 dm. $^3$.

Redúzcanse minuendo y sustraendo á la especie de decímetros cúbicos y serán 571816 y 4253.

$$\begin{array}{r} 571816 \\ 4253 \\ \hline 567563 \end{array}$$

ó sea 567 m. $^3$ y 563 dm. $^3$.

Para multiplicar números métricos, efectúese esta operacion como los decimales.

*Ejemplos:*

1.° Cuánto valen 25 metros de tela á 7'56 reales el metro.

```
  7'56
    25
------
 37 80
151 2
------
189'00
```

Cuánto valdrán 75 Kg. y 39 g. sabiendo que un quintal métrico vale 575 reales.

Para resolver este caso reduciremos el multiplicador á quintales métricos, y tendremos 75039 de quintal, luego multiplicando este valor por 575 reales, obtendremos:

```
  0'75039
      575
---------
  3 75195
 52 5273
575 195
---------
431 47325
```

En la division de números métricos hay que distinguir dos casos: 1.°, que dividendo y divisor sean de una misma naturaleza; 2.°, que sean de diferente naturaleza.

Para resolver el primer caso, se reducen dividendo y divisor á una misma especie y para el segundo se reducen el divisor á la especie de unidad, cuyo valor se busca y se divide despues.

*Ejemplos:*

1.° Un hectólitro de trigo pesa 9 Kg. y 128 g.: ¿cuántos hectólitros contendrá un carro cargado del mismo trigo y cuyo peso es de 13 Kg. y 537 g.?

Reducidos á gramos el dividendo y divisor, serán 1300537 g. y 92128 g.

```
1300537    |92 128
           --------
 379257     14'1166
  107450
   153220
    610920
     581520
      28752
```

Luego dicho carro contendrá 14 Hl., 11 l. y 66 d.

2.° 71 Hg., 43 g. y 8 cg., han costado 9728 rs.; ¿á cómo sale el gramo?

El divisor 71 Hg., 43 g., 8 cg. reducido á gramos, es 71043,08.

```
9728000    |71043'08
           ----------
26236920    0'13
 4923996
```

Luego el valor del gramo es 0'13 reales.

## Reduccion de las medidas y pesas de Castilla á sus equivalentes métricos y al contrario.

Para reducir un número cualquiera de medidas antiguas á modernas ó viceversa, no tendremos más que ligar entre sí, por medio de equivalencias, todas las especies, y la cuestion quedará reducida á saber hallar un término cualquiera de una proporcion.

Las siguientes tablas nos dan á conocer las equivalencias aproximadas entre las diferentes unidades, tanto métricas como antiguas.

### Unidades de longitud.

| | Error. |
|---|---|
| 5 metros=6 varas. . . . . . . . | $\frac{1}{13}$ por 100. |
| 51 metros=61 varas. . . . . . . . | $\frac{1}{5}$ por 1.000. |
| 7 centímetros=3 pulgadas. . . . | $\frac{1}{2}$ por 1.000 poco ménos. |
| 5 miriámetros=9 leguas de 20 al grado | |
| 39 kilómetros=7 leguas comunes. . | $\frac{1}{4}$ por 1.000. |

### Unidades de capacidad para áridos.

| | Error. |
|---|---|
| 37 litros=8 celemines. . . . . . | casi insensible. |
| 5 hectólitros=9 fanegas. . . . . | 1 por 100. |

## Unidades de capacidad para líquidos.

| | Error. |
|---|---|
| 1 litro=2 cuartillos. . . . . . | 1 por 100 poco ménos. |
| 60 litros=119 cuartillos. . . . . | 1 por 1.000 idem. |
| 1 litro de aceite=2 libras de id. . | $\frac{1}{2}$ por 100. |
| 100 litros de id.=199 libras de id. . | apénas sensible. |

## Unidades de peso.

| | Error. |
|---|---|
| 6 kilógramos=13 libras. . . . . | $\frac{1}{3}$ por 100. |
| 46 kilógramos=100 libras. . . . . | |
| 46 qq. métricos=100 antiguos. . . | poco más de $\frac{1}{5}$ por 1.000. |
| 72 toneladas id.=100 id. . . . . | |

## Unidades de superficie.

| | Error. |
|---|---|
| 1 metro cuadrado = 13 piés cuadrados. . . . . . . . . . . . | 1 por 100. |
| 7 metros cuadrados=10 varas cuadradas. . . . . . . . . . | $\frac{1}{6}$ por 100. |
| 9 hectáreas = 14 fanegas superficiales. . . . . . . . . . | $\frac{1}{6}$ por 100. |

## Unidades cúbicas.

| | Error. |
|---|---|
| 1 metro cúbico=46 piés cúbicos. . | $\frac{1}{2}$ por 100. |
| 7 metros cúbicas=12 varas cúbicas. | $\frac{1}{8}$ por 100. |

3 toneladas de arqueo nuevas=27 id. antiguas.

### Ejemplos de reduccion de una especie á otra.

25 metros cuántas varas hacen?

Diremos: si 5 metros hacen 6 varas, 25 metros harán mayor número de varas, luego

$$5 : 6 :: 25 : x$$

$$x = \frac{6 \times 25}{5} = 30 \text{ varas.}$$

30 varas cuántos metros harán?

$$6 : 5 :: 30 : x$$

$$x = \frac{5 \times 30}{6} = 25 \text{ metros.}$$

¿Cuántas leguas hacen 358 kilómetros?

$$100 : 18 :: 358 : x$$

$$x = \frac{358 \times 18}{100} = 74'44 \text{ leguas.}$$

Como quiera que la aplicacion á la instruccion de las niñas en esta teoría es poco importante, omitimos mayor número de ejemplos que aquí sólo servirian de confusion, aunque los profesores cuidarán de esclarecerla todo lo posible con nuevos y convenientes ejemplos.

## NUMERACION ROMANA.

*Numeracion romana*, es la que espresa los números por medio de las siguientes letras:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | V. | X. | L. | C. | D. | M. |

cuyos valores respectivos son:

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 5. | 10. | 50. | 100. | 500. | 1.000. |

Para escribir con estas letras un número entero cualquiera, basta escribir unas al lado de otras, empezando por las de mayor valor y teniendo presente que una letra menor antepuesta á otra mayor, rebaja á esta el valor de aquella.

Hé aquí una tabla comparativa de algunos números:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | I. | 16. | XVI. |
| 2. | II. | 17. | XVII. |
| 3. | III. | 18. | XVIII. |
| 4. | IV. | 19. | XIX. |
| 5. | V. | 20. | XX. |
| 6. | VI. | 21. | XXI. |
| 7. | VII. | 22. | XXII. |
| 8. | VIII. | 29. | XXIX. |
| 9. | IX. | 30. | XXX. |
| 10. | X. | 33. | XXXIII. |
| 11. | XI. | 38. | XXXVIII. |
| 12. | XII. | 39. | XXXIX. |
| 13. | XIII. | 40. | XL. |
| 14. | XIV. | 45. | XLV. |
| 15. | XV. | 54. | LIV. |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 66. | LXVI. | 490. | XD. |
| 70. | LXX. | 555. | DLV. |
| 79. | LXXIX. | 601. | DCI. |
| 81. | LXXXI. | 714. | DCCXIV. |
| 90. | XC. | 900. | CM. |
| 95. | VC. | 1.095. | MVC. |
| 97. | XCVII. | 1.311. | MCCCXI. |
| 99. | LC. | 1.450. | MCDL. |
| 101. | CI. | 1.496. | MCDXCVI. |
| 106. | CVI. | 1.520. | MDXX. |
| 109. | CIX. | 1.571. | MDLXXI. |
| 112. | CXII. | 1.857. | MDCCCLXII. |
| 200. | CC. | 1.860. | MDCCCLX. |
| 349. | CCCIX. | 2.991. | MMCMXI. |
| 400. | CD. | 3.709. | MMMDCCIX. |

Ninguna letra se repite cuatro veces seguidas.

Las unidades simples pasan á ser unidades de millar, poniendo una línea horizontal sobre las letras correspondientes, ó una *m* en la parte superior ó inferior de las mismas. Así:

$\mathrm{X}^{\mathrm{m}}$ $\overline{\mathrm{XVC}}$ $\overline{\mathrm{L}}$ $\overline{\mathrm{C}}$ $\overline{\mathrm{M}}$

representan por su órden

10.000 15.100 50.000 100.000 1.000.000.

FIN.

# INDICE

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN ESTA OBRA.

Se halla de venta en las principales librerías de esta córte y en casa de la autora, calle de San Vicente Alta, núm. 29, tercero derecha. Su precio es de 3 reales en Madrid y 4 en provincias franco de porte.