



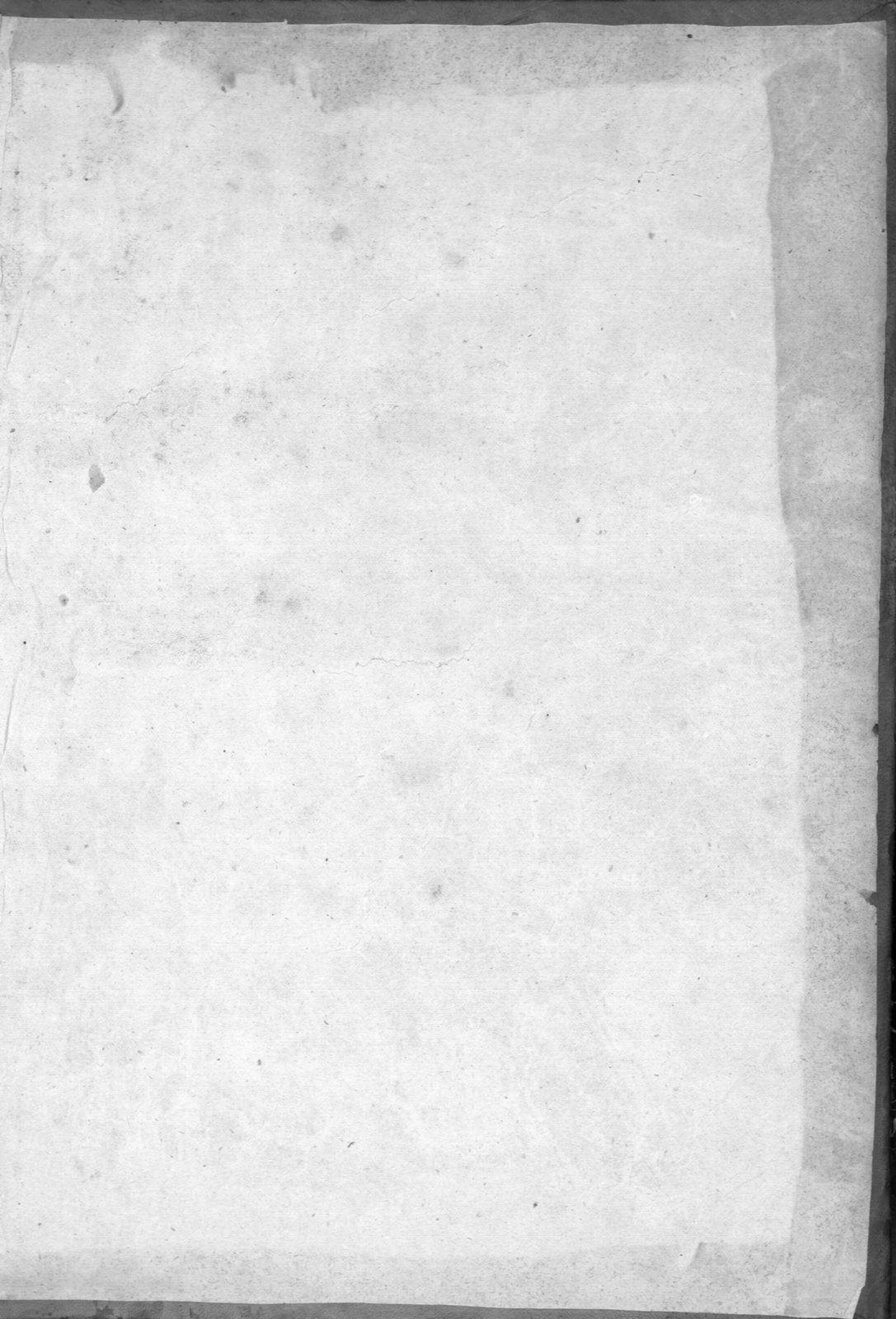
R.65

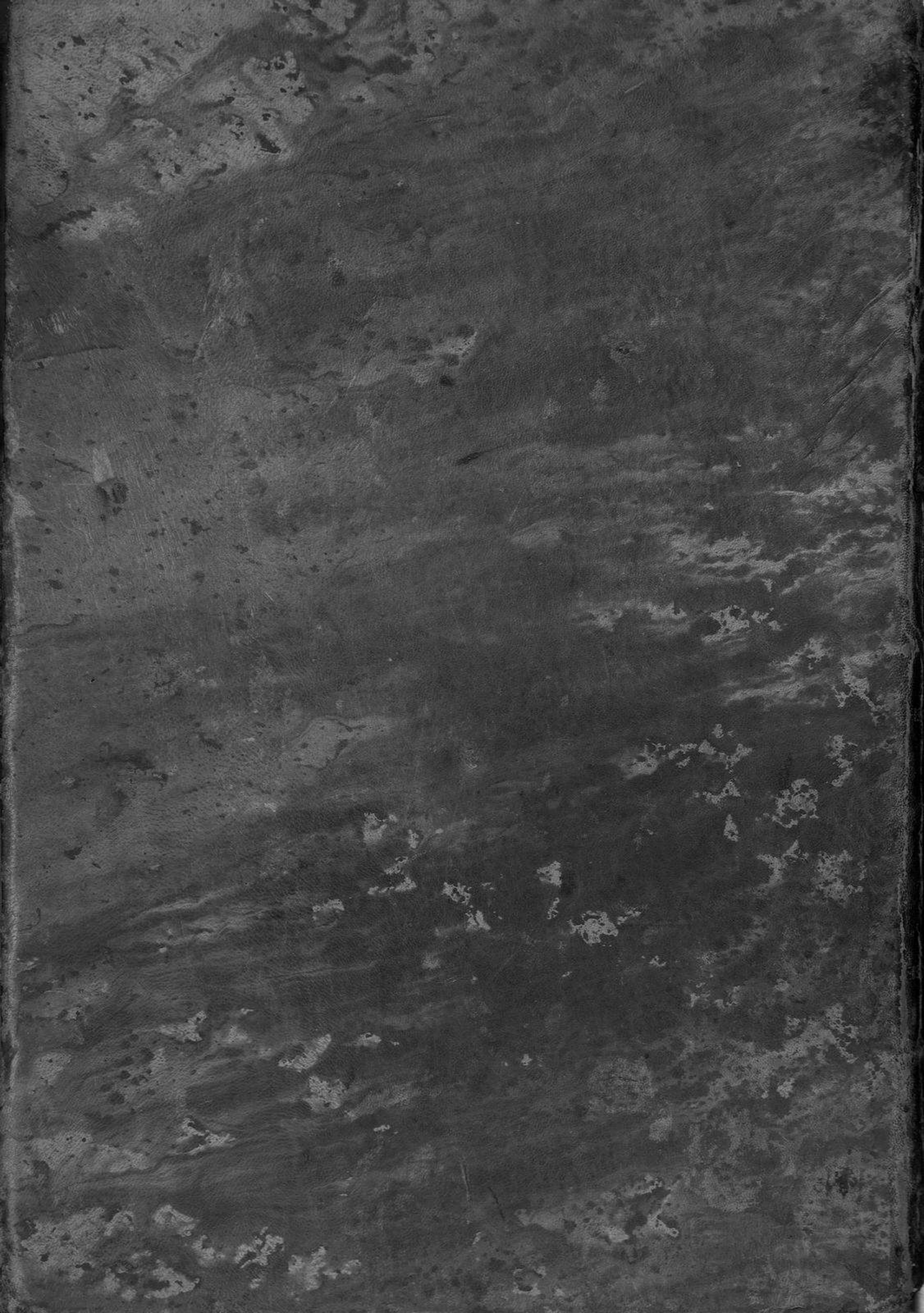
4/15

Publ 172

No. 85

1977 9648





ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΝΚΛΙΔΕΣ

ΟΠΕΡΑ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ

De ~~Euclidis~~ ~~Opera~~



Euclidis

megarensis philo

sophi acutissimi mathematicorumq; omni
um sine controuersia principis opa a **Clam**
pano interprete fidissimo tralata **Que** cum
antea librariorum detestanda culpa mēdis
fedissimis adeo deformia eēt: vt vix **Eu**
clide ipsum agnosceremus. **Lucas** pacio
lus theologus insignis: altissima **Mathe**
maticarū disciplinarum scientia rarissimus
iudicio castigatissimo deterfit: emendauit.
Figuras cētum ⁊ vndetriginta que in alijs
codicibus inuerse ⁊ deformate erant: ad re
ctam symmetriam concinavit: ⁊ multas ne
cessarias addidit. **Quandē** quoq; plurimis
locis intellectu difficilem cōmentario
lis sane luculentis ⁊ eruditiss. ape
ruit: enarravit: illustravit **Adhec**
vt elimatioz exiret **Scipio** ve
gius mediol. vir vtraq;
lingua: arte medica: subli
mioribusq; studijs
clarissimus diligē
tiam: ⁊ censurā
suā prestitit.

B. E.

A. Paganus Paganinus Characteri
bus elegantissimis accuratissi
me imprimebat.





[Faint, illegible text, possibly a title or header]

[Faint, illegible text, possibly a subtitle]

[Main body of faint, illegible text, appearing to be a list or a series of entries]

[Faint text at the bottom of the page, possibly a signature or date]



Reuerendissimo Domino suo in omnibus precipuo. D. Francisco de Soderinis. Tituli sanctæ susanne presbitero Cardinali. Voleterrano. Frater Lucas paciolus de burgo Sancti Sepulchri ex minoritana familia perpetuam. F. D.



Vm mecum ipse patris tui viri clarissimi: cum fratris florētini populi principis Illustrissimi Petri Soderini: cum tuorum omnium quibus ipse debere plurimum velim. Cum tua denique beneficia mecum repeto: repeto autem frequentissime: vel quod huiusmodi per se recordatio viro probo iucundissima esse solet: vel quod intuenti fortuna nihil est reliquum aliud: Tantum metuis: Tantum fratri clarissimo principi: Tantum tibi debere sentio: ut oratione consequi non possim: atque vix capiā. Neque enim solum vestra erga me familiae beneficia huiusmodi sunt quae vel uno loco vel tempore consent: sed ea quae cum per se omnium maxima sint: Cuncta fere testet Italia: ut quocumque me recipiam: vestigia non leuiter impressa videam vestrorum erga nos merito. Siue enim Romae: Siue Mediolani: Siue florentiae in qua ciuitate cum vestra semper honestissima familia floruerit. Nunc tandem frater omni laude maior primus nostra tempestate perpetuus princeps est dictus: tot et tanta occurrunt ut obruat saepe memoriam multitudo: quantum contra magnitudo beneficiorum labentem reuocet. Quo pacto enim (ut omitte iam ingentia alia) vestri possum obliuisci: quae effecistis restituta ab inferis vita: studio: cura: ope denique vestra quos aduersa valitudine pene adierat: ut coniuncta sit ratio vitae nostrae et vestrae beneficentiae: sed et fratrum meorum dum: Iuniperi. S. et Ambrosii: sacrae theologiae professorum recordatio: quos ob excellentem eorum virtutem et libentissime repeto: et ob religionis coniunctionem ardentissime diligo: tanquam consuetanos in minoritana familia nostra: magnos stimulos affert: ad gratum erga vos omnium exhibendum: quos ita semper fouistis: ut dubitare possim plus ne ipse amare viderer affectus an vos maximis in illos meritis colere. Quae omnia facile a me impetrarunt: ut quoniam et pro fortuna mea par pari rependere non possum: et tu nihil aliud pro amplitudine tua requiris quam amari. Partum tibi meum recentem ex mathematicis disciplinis paratum tradere voluerim. Eumque ita. Reuerendissime meae. D. Tuam nuncupare: dicareque: tanquam benefactori meo precipuo: et uiuenti in terris augustissimo numini. Nam si diuos Ideo colimus: quod saluten nostram laborantes ab his exposcimus Impetremusque: non video quo pacto non te numinis cuiusdam loco habeam: quae vitam abs te uno post immortalem deum acceperim. Quod in studio et si semper ateneris ita assuetus fuerim: ut nihil aliud egerim ab incunabulis: vel natura optima magistra: vel assiduo usu: nescio tamen quo pacto elaboratum hoc tempore tantum anobis est: quantum et maturior aetas maioris afferre iudicii potuit ad iudicandum et industria ad expoliendum opus et ingenium ad inueniendam rem afferre potuit. Euclidem igitur ex megaricis philosophis facile principem post multa in studiis mathematicis nostro Marte annos ab hinc non paucos edita formis aeneis subieci: qui multum sane ab aliis distabit: et quod characterum elegantiorum formam delegi: et quod accuratius omnia digessi: et multa quoque mea addidi: quae vel Euclidis: vel Campani loca quaedam obscuriora Illustrat. Qualis autem sit studiorum huiusmodi fructus: quae ve eorum excellentia: et quanta hac tempestate raritas: ipse qui longe excellis in his facile cognosces. Atque utinam et alii cognoscere vellet non ostentare aut ea quae nesciunt veluti fumum veditare non conarent. Qui tanto grauius peccat quanto haec cum certiora sint: et sibi plane coniunctissima: non possumus sic offendere in vna alteraue re: quae omnis plane totius mathematicae disciplinae ratio non condat et ruat. Tu vero et haec leges: et corriges: cum his quae rationem omnem huiusmodi facultatis complectunt. Quorum partem vrbinati Duci ultimo: partem Ludouico Sforciae clarissimo quondam Mediolanensi principi dicata sunt a me. Et quoniam maximis amicorum precibus impulsus: et tuorum precipue familiarium quorum mihi carissimus Leonardus vincius accessit

vt ederem: Leges quia soles frontis serenitate vernacula lingua per me do-
natum Euclidem: vt quod opus ad vtilitatem nostrum omnium con-
scriptum est maximaq; humano generi vtilitates parit: Ita omnibus ob-
uium sit: vt cum lingua patria nostra & in his disciplinis locupletetur.
Habeant & aliteris alieni: quam vel linguam admirentur: vel auctorem
sequantur: quonullus vnquam prestantior: vel Platonis summi phyloso-
phi testimonio vixit valeat ad vota. Reuerendissima. D. Tua fidelis ser-
ui sui non Immemor. Venetiis. V. Idus Iunii. M.D.VIIII.

Danielis Caietani Cremonensis Epigramma.

Redditus infernis Euclides moestus ab vmbribus.

Pallidus: Informis: conditus ora situ.

Hospicium a multis miseranda Voce poposcit.

Per fora per regum limina perq; scholas.

Accipitur nulli nisi qui se nosse putabant.

Sed male quod fuerat cognitus: Emicuit.

Extremaq; diu mundi spaciatus ad oras.

Si qua sibi misero dextera ferret opem.

Inuenit tandem qualem felicia dudum.

Patronum Votis fata tulere suis.

Frater Is est aquo nitidus formosus: & ille.

Redditur antiquo tempore qualis erat.

Magnifico & clarissimo danieli Rainerio patricio Veneto Auocatori maturri-
mo & liberatissimo Danielis Caietani Cremonensis Epistola.



Estimavi me Daniel Clarissime nefas committere si fidelissimam Eu-
clidis castigatorem per eminentissimum sacrae theologiae ac philosophiae docto-
rem atque in arithmetice penetrabilibus peritissimum videlicet Magistrum Lu-
paciolum seraphicae ac minoritanae familiae ornamentum singulare
nuper euigilatam laudibus persequi distulissimam. Tu quae sanae doctrinae
fautor assertor cocelebraris indefessus has meas laudes tui matur-
rimi iudicii solito libramento per pedes facile cognoueris non ab assentatione aliqui sed
mero veritatis fonte effluxisse quae tibi hominem intus nosti scripta illius medullitus in-
spexisti quantum et ille ingenio valeat atque doctrina. Te vero nullo modo decipi posse
quod semper tui similitudo es consentit examinatum tuum iudicium quod omnibus in rebus excu-
tendis circumcisum rotandum perfectum semper inuentum est ob id te vel aequum vel poste-
ri nostri feruentibus votis nunciate ut Catonem aliter ut hortensium nunc statua si liceat
consecraret nunc imagine quae te vel cetera vel dicere informant instituantque aetatis nostrae
viri doctissimi in medio aetatis sinu. Non temere Magister Lucas te Elegit cui suas in
Euclidem lucubraciones dedicaret quae cum studiis maximis polleas ea tibi aliis et nuncina
conplecteris sed ex hoc ipso consumatissima tibi gloria reponderat. Nam satis eminet
ingenii proprii meritis quae fuerit fautor alieni. Vnde in partem remotis gradibus dignita-
tem per quam merito virtutum tuarum ab aliis discerni soles nobilitatis tuae posthac solus
erit iudicium scripta eruditorum te cognitorum habuisse vel potius nomen aeternum. Sed
quod conueniens est obsecro te dedicatorem hanc vel nuncupationem estimari. Cui non mi-
nus gloriae apud posteros attribuat auctoris sui lima quam tui nominis auspiciu. Est autem
Lu. paciolum. Careat assentatione verbum meum. vir sanae rarae exquisitaeque doctrinae Sepone
pauillulum sacrae theologiae assiduam lectionem. Continuas ceteras seu maius omne
lia quae in celeberrimis Italiae et extra Italiam Ciuitatibus frequentissimo theatro ha-
buit in quibus inclytus omilista modo corda terrificat modo per mulcet et quoquo vult du-
cit. Lege videlicet fidei catholicae amplificatorum: videlicet in philosophia in theologia in mathe-
si incomparabilem: quem ut laudare non studeo ita ipse laudari plurimum vetat contentus
se ipso id quod est veri philosophiae proprium ornamentum. Namque moris est sapientibus munda-
nae laudis cruciata subjungere: et de se ipsis sumpta ab aliis praeconia deridere quae
iuxta Illud Symmachianum ut vera laus ornat ita falsa castigat. Sic et ipse facit quod dum
vult suam scientiam exercere non veretur illis esse impedimento quod illius amplitudinem suis
dictis commendare praesumunt: Ceterum ego quauis loqui prohibet tacere tamen non pos-
sum hoc quod mensura et numerus Euclidis siue pressorum in curia siue tralatoz per
cursu ita confuse ita lacere ita praepostere legebat ut quae arte ipsam callerent aut non in-
telligerent aut alienae culpae fugillationem in ipsum Euclidem impudenter retorquerent.
Nunc vero ubi lyncea Lucae pacioli acies in has symplegadas ac reciprocas tot er-
rorum charybdes sese pertrauit: iam facta est plana via securus transitus liber discursus per
obscuras ante conualles et redditus est Euclides versus obuius omnibus planus atque expositus
solertissimo ingenio castigatissima emendatione constantissimo iudicio Magistrum
Lucae nostrum: quem ut poetae dicendo intelligimus κατ'εξ οὐρανὸν ἄσπερον ὡς ὁρᾷ ἡμεῖς ut oratorem demo-
sthenem ut philosophum Aristotelem intelligimus. per modo arithmetice effere do fratrem intelli-
gere totus orbis italus fas habet de quo illud asinum in vera atque absolutissima artis arith-
meticae cognitione quod aiunt de Cicerone quod in actionibus ceteris ceteros in aulo
cluetio ipse se superauit: et de. M. frontone qui cum extra reliquos excelleret oratores in
pelopem se sibi praetulit hoc docet ars ipsa quam in speculatu atque coniectu recodit
hic lucas solus e multis non practica fecit tot corporibus in varias atque multiplices figu-
ras deductis sed impitissimo cuique exponendo facillimam quasi sub ipsis oculis proposuit.
Ec quis hoc ausus unquam ante superioribus nobilissimum ictum aggredi? certe nemo ne-
scitissimus quidem mathematicus praeterquam Lucas paciolum vir in arithmetica arte
rarissimi exempli ac penullius. Sed quae tanti viri laudem maria mihi transmittere diffi-
cillimum est Daniel Generosissime hoc quasi stagnum per nauigenas non posse tot narrari
in laudem scientiae hominis quod illud africanum adagium semper verius relinquitur. At caueant
Moneo a peralato volumine vituperones et perant quae so in penitenda maledicta
suas linguas acuminare: Reperatque obsecro et nomen dedicatis et excellentiam il-
lius cui dedicetur. Vale ex patavio Idibus Maius. M. D. V I I I.

Franciscus Massarius Venetus Iacobo Cocco. P. V. suo salutem.



Anto sum studio semp complexus (viti ipse scis) mathematicas disciplinas mi Iacobe Cocceamicorum amicissime: vt admodum trahar cogarq; ad illos amados: qui in huiusmodi studiis versantur ac profitentur: quando quidem illas ad philosophiæ necessitatem accedere non ignoro: Nec te fugit in pluribus Platonem Aristotelem huiusmodi exempla proponere & fere semper mathematice demonstrare: quom eo tempore essent in luce enimvero referunt Athenis in Accademia Platonis inscriptum esse neminem intro se recipere: qui prius non mathematicas obcalluerit scientias. Quin etiam illas verissimas esse facile cognosco ob id Auerrois in primo certitudinis gradu collocavit. Verum illæ ipsæ disciplinæ iam plures annos sub tenebris iacuerunt: aut per q̄ paucis fuerunt perceptæ: præsertim liber Elementorum Euclidis: qui nec integer nec ab omni labe alienus iam diu latitavit: adeo vt ne ipse Euclides agnosceretur. Sed tamē hac nostra ætate multo labore industria ac diligentia Magister Lucas Paciulus Sacræ Theologiæ professor non solum castigavit verum etiam multa ad expositionem adiunxit egregie quidem inuenta. hoc enim modo eum redegit ad verum sensum idq; proculdubio putandum est. Nam hoc tempore ipse Magister præcæteris pollet: & (vt verius dicam) sola Phoenix. Nolo modo quot insunt homini virtutes: q̄tum ingenium: q̄taue memoria: & rerum exuberantia: & doctrinarum altissima cognitio ex amissim cōmemorare: propterea q̄ satis insignem reddunt sua volumina: testanturq; etiam lectiones: quibus ambo interfuimus. ob id itaq; non immerito ab omnibus Pontificibus: ab omnibus supremi ordinis Antistitibus: summisq; Principibus totius Italiæ summo amore & charitate fuit semper complexatus. Quamobrem te etiam summo opere precor: vt huiusmodi disciplinas precipue Euclidem velis omni studio amplecti. Nam hæc quo ad studia philosophiæ tibi profutura sunt: eo magis quia ipse Euclides a predicto Magistro Luca fidissimo interprete fuit emunctus ac emendatus: qui vir cumulate laudandus de bōisq; disciplinis benemeritus haud quempiam omisit locum: quem omni studio cura ac diligentia ad cōmunem vsum non optime exposuerit scio ego q̄ cōmunis Præceptoris sis studiosus immo potius suæ multiplicis scientiæ contemplator: quom moris sit tui omnes litterarum professores amore prosequi: hunc præcæteris aliis tanq̄ peritissimum ac ante alios sapientissimum amare observare & venerari videris haud equidem sum dubius: quem si sequaris incoeptum sis in summum virum euasurus tuamq; domum illustraturus. Ad hanc spem me erigit tuum perspicax ingenium: & pene diuinum: tua etiam eruditio tanta in ista adulescentia q̄ta vix in vlllo senet: ac p̄ hoc merito te quadam admiratione intuemur Me quoq; excitant suauitas: modestia: grauitas: & tui optimi mores: cuius nulla in toto corpore menda sedet. Quæ omnia ipsa ætas auget. Non enim tuus animus nisi in litterarum studiis: in liberalibus artibus: in ipsa deniq; vera sapientia versatur: ad quæ omnia te prouum ac propensum video: quid tu aliud tuæ Reipub. polliceris? nisi vt te optimo senatore administrante foelix Respub. foeliciores vndiq; fulgeat: tuq; rectissime magistratibus defunctus posteritati nomen conferes. Sed quæ de te sunt plura dicenda in aliud reiciam tempus. Verum modo ad Euclidem animum intende: & vt ameris ama Vale.

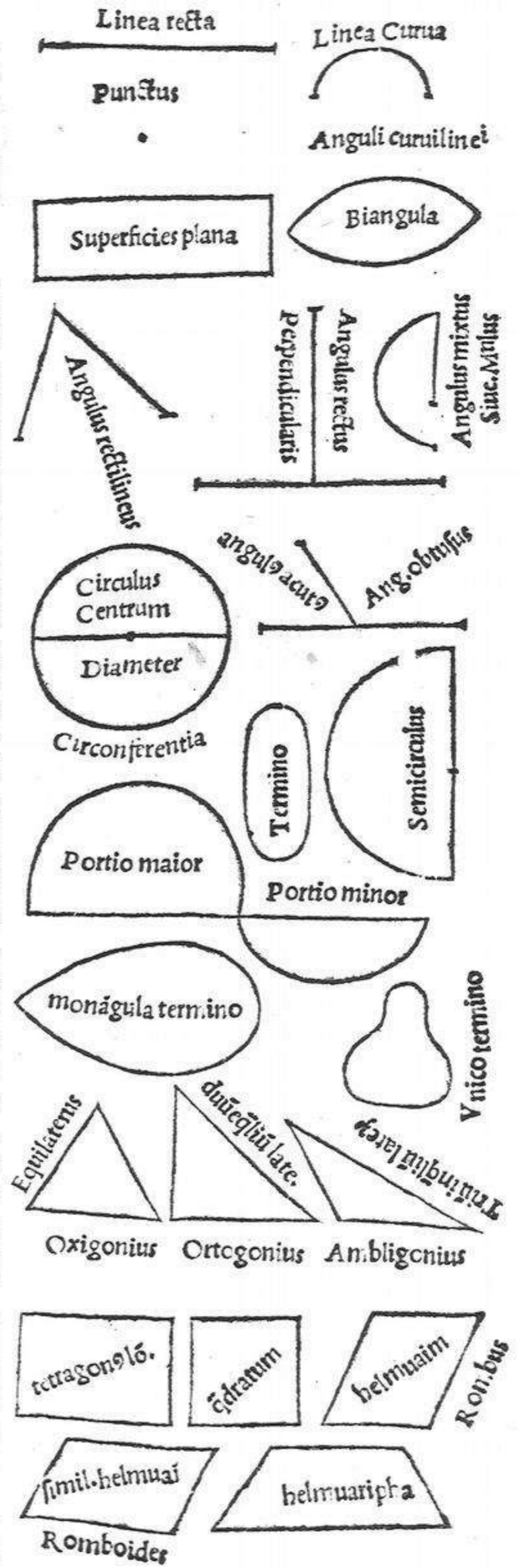
PLATO
Nulla dies sit sine linea.

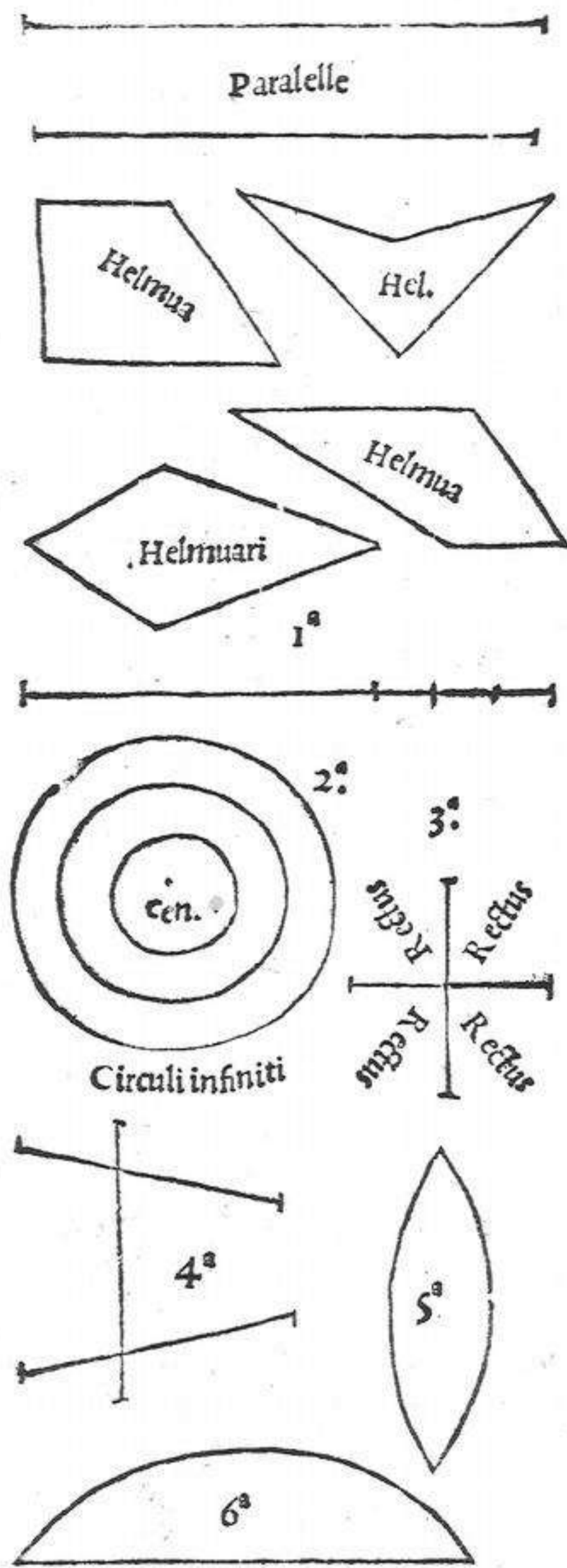
Acutissimi philosophi ac perspicacissimi Mathematici. Euclidis megarensis primus elementorum liber: ex optima. Campani traductione Reuerendo Sacre theologie professo re Mathematice discipline disertissimo. Magistro Lucapaciolo de burgo Sancti sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo feliciter Incipit. Diffinitionibus seu descriptionibus principiorum per se notorum premissis.



Lineatus est cuius pars non est. 2. **L**inea est longitudo sine latitudine cuius quidem extremitates sunt duo puncta. 3. **L**inea recta est ab vno puncto ad alium breuissima extensio in extremitates suas vtrunq; eorum recipiens. 4. **S**uperficies est que longitudinem et latitudinem tantum habet. cuius termini quidem sunt lineae. 5. **S**uperficies plana est ab vna linea ad aliam extensio in extremitates suas recipiens.

6. **A**ngulus planus est duarum linearum alternus contactus. quarum expansio est super superficiem applicatioque non directa. 7. **Q**uando autem angulum continent duae lineae recte rectilineus angulus nominatur. 8. **Q**uando recta linea super rectam steterit duosque anguli vtrobiq; fuerint aequales. eorum vterque reectus erit. 9. **L**ineaeque linea superstantis ei cui superstat perpendicularis vocatur. 10. **A**ngulus vero qui recto maior est obtusus dicitur. 11. **A**ngulus vero minor recto acutus appellatur. 12. **T**erminus est quod vniuscuiusque finis est. 13. **F**igura est que termino vel terminis continetur. 14. **C**irculus est figura plana vna quidem linea contenta. que circumferentia nominatur. in cuius medio punctus est. a quo omnes lineae recte ad circumferentiam exeuntes sibi inuicem sunt aequales. Et hic quidem punctus circuli dicitur. 15. **D**iameter circuli est linea recta que super eius centrum transiens extremitatesque suas circumferentiae applicans circulum in duo media diuidit. 16. **S**emicirculus est figura plana diametro circuli et medietate circumferentiae contenta. 17. **P**ortio circuli est figura plana recta linea et parte circumferentiae contenta. semicirculo quidem aut maior aut minor. 18. **R**ectilineae figure sunt que rectis lineis continentur quarum quedam trilaterae que tribus rectis lineis. quedam quadrilaterae que quatuor rectis lineis. quedam multilaterae que pluribus quam quatuor rectis lineis continentur. 19. **F**igurarum trilaterarum. alia est triangulus habens tria latera equalia. Alia triangulus duo habens equalia latera. Alia triangulus trium inequalium laterum. Harum iterum alia est orthogonium. vnum. scilicet rectum angulum habens. Alia est amblygonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium. in qua tres anguli sunt acuti. 20. **F**igurarum autem quadrilaterarum. Alia est quadratum quod est





equilaterum atq; rectangulum. Alia est tetragonus longus. q̄ est figura rectangula. sed eglatera non est. Alia est helmua ymi. que est equilatera. sed rectangula non est. 21. ¶ Alia est similis helmua ymi que opposita latera habet equalia. atq; oppositos angulos equalis. idem tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cōtinetur. Preter has autem omnes quadrilatera figure helmuariphe nominātur. 22. ¶ Equidistantes linee sunt q̄ in eadem superficie collocata atq; in alterutram partem protracte non conueniunt. etiam si in infinitum protrahātur.

Castigator.

¶ A diffinitione superficie superioris posita excipitur circularis que postea specialiter inferius ponitur que non continetur terminis: & ideo eius termini non sunt linee sed linea & etiam monangula excipitur & c̄ quis multe curuilinee sperice conuexe concaue & plane lineis contineantur quibus posset diffinitio illa aplicari vt patet intuenti.



Etitiones sunt quinq;. 1. ¶ A quolibet puncto in quemlibet punctum rectam lineam ducere atq; lineam definitam in cōtinuum rectumq; quantumlibet protrahere. 2. ¶ Super centrum quodlibet quantumlibet occupando spacium circulum designare. 3. ¶ Omnes rectos angulos sibi inuicem esse equalis. 4. ¶ Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit duob; anguli ex vna parte duobus rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eandem ptem protractas proculdubio coniunctimita. 5. ¶ Duas lineas rectas superficie nullam cōcludere.



Communes animi cōceptiōes sunt hec. 1. ¶ Que vni & eidem sunt equalia & sibi inuicem sunt equalia. 2. ¶ Et si eqlibus equalia addant̄ tota quoq; fient equalia. 3. ¶ Et si ab equalibus equalia auferantur que relinquuntur erunt equalia. 4. ¶ Et si ab inequalibus equalia demas que relinquuntur erunt inequalia. 5. ¶ Et si inequalibus equalia addas ipsa quoq; fient inequalia. 6. ¶ Si fuerint due res vni equalis ipse sibi inuicem erunt equalis. 7. ¶ Si fuerint due res quarum vtraq; vnius eiusdem fuerit dimidium vtraq; erit equalis alteri. 8. ¶ Si aliqua res alicui supponatur appliceturq; ei nec excedat altera alteram. ille sibi inuicem erunt equalis. 9. ¶ Omne totum est maius sua parte.

Castigator.

¶ Ista que vni & eidem & c̄. quam Euclides hic acomodat quantitibus infra in. ii. q̄nti libri acomodat proportionibus vt ibi. ¶ Prima & sexta differunt tanq; inclusum & exclusum vel sicut abstractum & concretum vel sicut mensura & mensuratum vel sicut prima & secunda intentio siue res & specis rei.

Verba Campani.



Sciendum est autem q; preter has animi conceptiones siue communes scientias multas alias que numero sunt & comprehēsbiles pretermisit Euclides: q̄rum hec est vna. ¶ Si due quantitates equalis ad quamlibet tertiam eiusdem generis cōparent̄ simul erunt ambe illa tertia aut eq̄ maiores: aut eq̄ miores: aut simul eq̄les. ¶ Itē alia Quāta est aliq; q̄titas ad quālibet aliā eiusdē generis tantā esse quālibet tertiā ad

aliquam quartam eiusdem generis in quantitatibus continuis: hoc vniuersaliter verum est siue autes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitudo. n. decrescit in infinitum. in numeris aut non sic: sed si fuerit primus submultiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicuius tertii: quoniam numerus crescit in infinitum: sicut magnitudo in infinitum minuit.

Propositio prima.

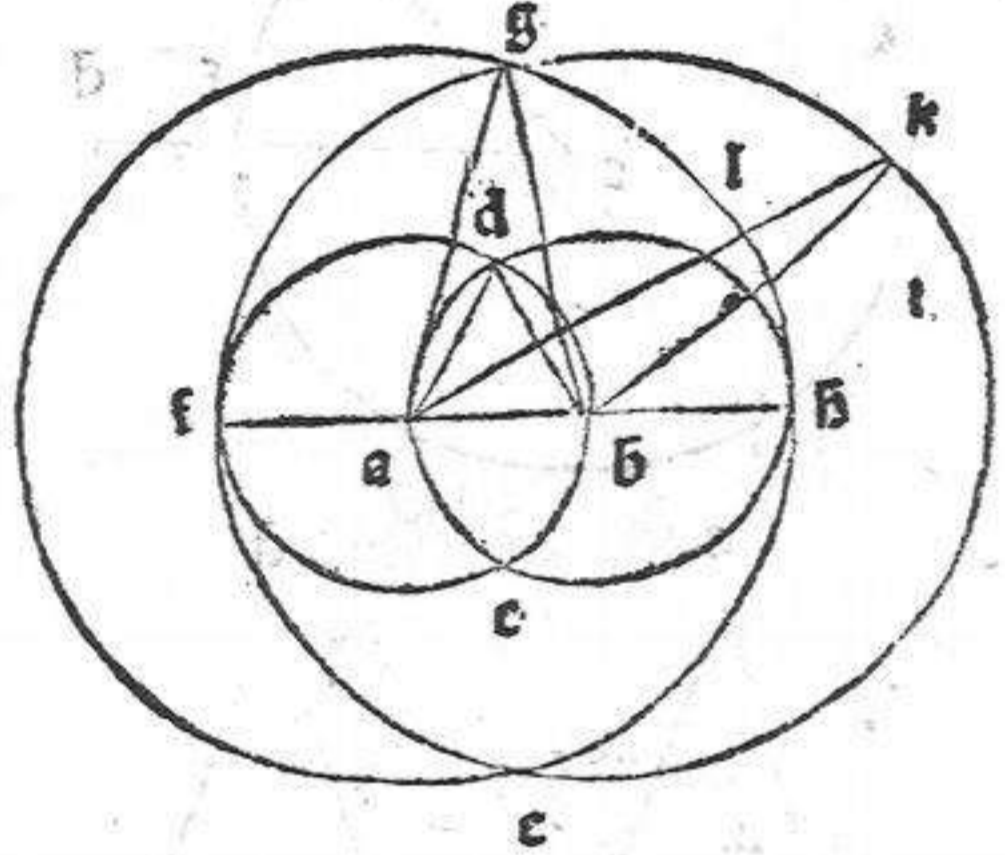
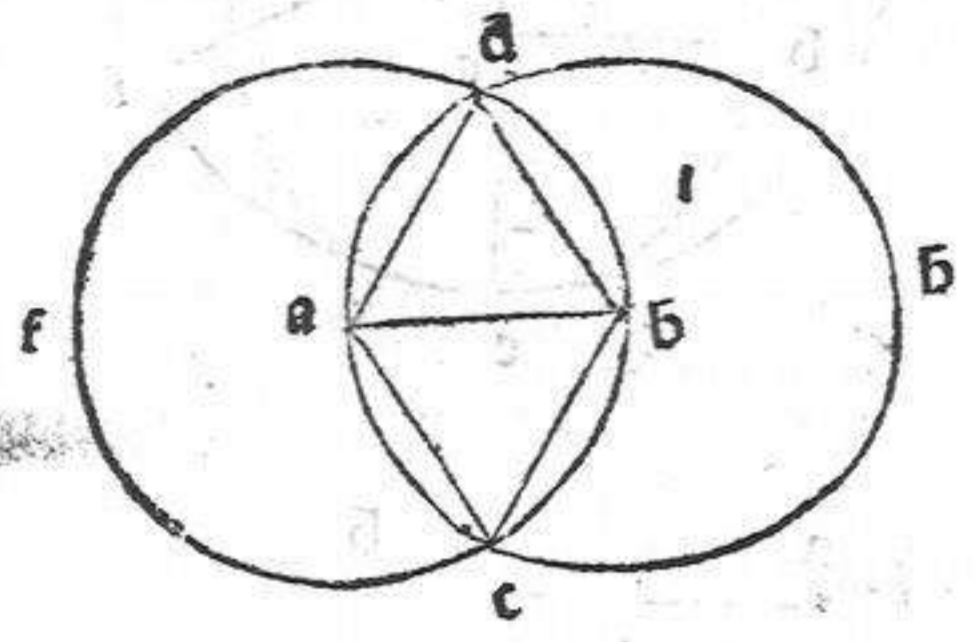


Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam collocare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulum equilaterum constituisse. Super alteram eius extremitatem. s. in puncto. a. ponam pedem circini immobilem & altero pedem mobilem extendam vsq. ad. b. & describam secundum quantitatem ipsius linee date per secundam petitionem circulum c. b. d. s. rursus alteram eius extremitatem. s. punctum. b. faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem lineae abo circulum. c. a. d. h. q. circuli interfecabunt se in duobus punctis: qui sunt. c. d. & alteram duarum sectionum: sicut sectionem. d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee praeteritis lineis. d. a. d. b. per primam petitionem. Quia ergo a puncto. a. quod est centrum circuli. c. b. d. praeterite sunt lineae. a. d. &. a. b. vsq. ad eius circumferentiam ipse erunt equales per definitionem circuli. Similiter quoque: quia a puncto. b. quod est centrum circuli. c. a. d. praeterite sunt lineae. b. a. &. b. d. vsq. ad eius circumferentiam ipse erunt et equales: quia ergo utraque duarum linearum. a. d. b. d. equalis est lineae. a. b. ut probatum est: ipse erunt equales inter se per primam conceptionem: ergo super datam lineam collocauimus triangulum equilaterum: quod est propositum. ¶ Si autem super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum species. s. triangulum duum equilaterum & triangulum trium inequalium latez. protraheam lineam. a. b. in utraque partem vsq. quo occurret circumferentiae amborum circuloz super duo puncta. f. & h. & posito centro in puncto. a. lineam circuli. e. h. g. secundum quantitatem lineae. a. h. Itemque posito centro in puncto. b. lineetur circulus. e. f. g. secundum quantitatem lineae. b. f. He autem circuli interfecabunt se in duobus punctis qui sunt. e. g. coniungant igitur extremitates date linee cum altera dictarum sectionum per duas lineas rectas qui sunt. a. g. b. g. & quia hee lineae. a. b. & a. f. exeunt a centro circuli. c. d. f. ad eius circumferentiam ipse erunt equales. Similiter quoque. a. b. & b. h. quae exeunt a centro circuli. c. a. d. h. vsq. ad ipsius circumferentiam ipse erunt equales. Quia ergo utraque duarum linearum. a. f. & b. h. equalis est lineae. a. b. ipse erunt inter se equales: ergo posita. a. b. conuenienter. b. f. equalis. a. h. sed. b. f. est equalis. b. g. quia ambo exeunt a centro circuli. e. f. g. ad eius circumferentiam. Similiter quoque. a. h. est equalis. a. g. & utraque earum est maior. a. b. eo quod utraque duarum linearum. b. f. & a. h. maior est a. b. quare super datam lineam collocauimus triangulum duorum equalium laterum. ¶ Triangulum et trium inequalium latez super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum extra in circumferentia alterutrius duorum maiorum circuloz quod non sit in altera duarum sectionum: & cui non obuiet. f. h. cum in utralibet parte praeterita fuerit in continuum & directum: coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus date linee. Sit. n. punctus. k. signatus in circumferentia circuli. e. f. g. & non sit in altera sectionum nec occurrat ei. f. h. cum praetereretur in continuum: & directum vsq. ad eius circumferentiam. Protraheam ergo lineas. a. k. & b. k. & secabit linea. a. k. circumferentiam circuli. e. h. g. secet ergo in puncto. l. eritque. b. k. equalis. a. l. quia. b. k. est equalis. b. g. & a. l. equalis. a. g. quare. a. k. est maior. b. k. sed & b. k. est maior. a. b. triangulum ergo. a. b. k. est trium inequalium latez. Sic igitur super datam lineam omnes triangulorum species collocauimus.

Castigator.

a ¶ Circinus rectius accouenientius sextus dicitur cum sextam partem semper capiat aut sit eius sexta circuli que facit in quocumque dispo nere piatur stricte latez. etc. b ¶ Describere circulum secundum quantitatem linee date est ipsam facere semidiametrum circuli describendi. ¶ Constituer sine formare figuram aliquam



qz b. k. et b. f. sunt eqles p. d. m. circuli at b. f. et maior m. totum et maior sua parte. k. et maior. a. b. p. aham. coem anjmi conceptionem s. s. sunt due quantitates ineqles. s. eqles maiori et maior numero.

sup datā lineā ē ipsam ponere vnū ex lateribus figure sic describēde sup eā.

Propositio .2.

Dato puncto cuilibet linee recte propositae equas rectam lineam ducere.



Sit. a, punctus datus & b. c. linea data volo a puncto. a. ducere lineā vnā equalem lineae. b. c. in quacūq; ptem cōtingat; cōiungā ergo punctū. a. cū altera extremitate lineae. b. c. cum q̄ voluero. & cōiungā ipsum. a. cū extremitate. c. p̄ lineam. a. c. sup quā cōstituā triāgulum eq̄latez; s̄m doctrinā p̄cedētis q̄ sit a. c. d. & in illa extremitate lineae date cū qua cūiunxi punctū datū. s. in extremitate. c. ponā pedē circini imobile & describā sup ipsum circulū s̄m q̄titate ipsius date lineae q̄ sit circulus. e. b. & latus triāguli eq̄lateri q̄d oppōit puncto dato. s. latus. d. c. p̄traham p̄ centz; circuli descripti vsq; ad eius circūferentiam; & sit tota linea sic protracta. d. c. e. s̄m cuius quantitatem lineabo circulū posito cētro in. d. q̄ sit circulus. e. f. & postea p̄traham latus d. a. vsq; ad circūferentiam huius vltimi circuli & occurrat circūferētie ipsius in puncto. f. dico igit q̄ a. f. est eq̄lis. b. c. nam. b. c. & c. e. sunt eq̄les; quia exeūt a centro circuli. e. b. ad eius circūferentiā. Similiter quoq; d. f. & d. e. sunt equales quia exeūt a centro circuli. e. f. ad circūferentiā. sed. d. a. & d. c. sunt equales quia sunt latera triāguli eq̄ilateri ergo s̄. d. a. & d. c. demantur de. d. e. & d. f. q̄ sunt equales; erūt residua q̄ sunt. a. f. & c. e. equalia quia ergo vtraq; duaz; linearum. a. f. & c. e. ē equalis. & e. ipse sunt eq̄les inter se; quare a puncto. a. protraximus lineam. a. f. equalem. b. c. q̄d est p̄positum.

Propositio .3.

Propositis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abscindere.



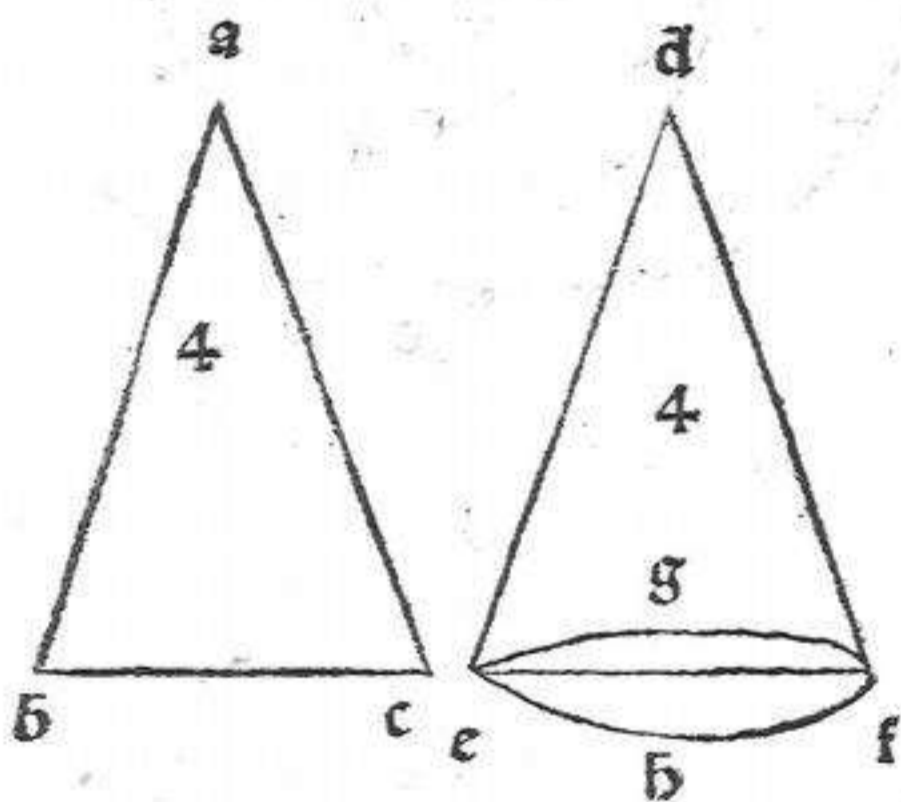
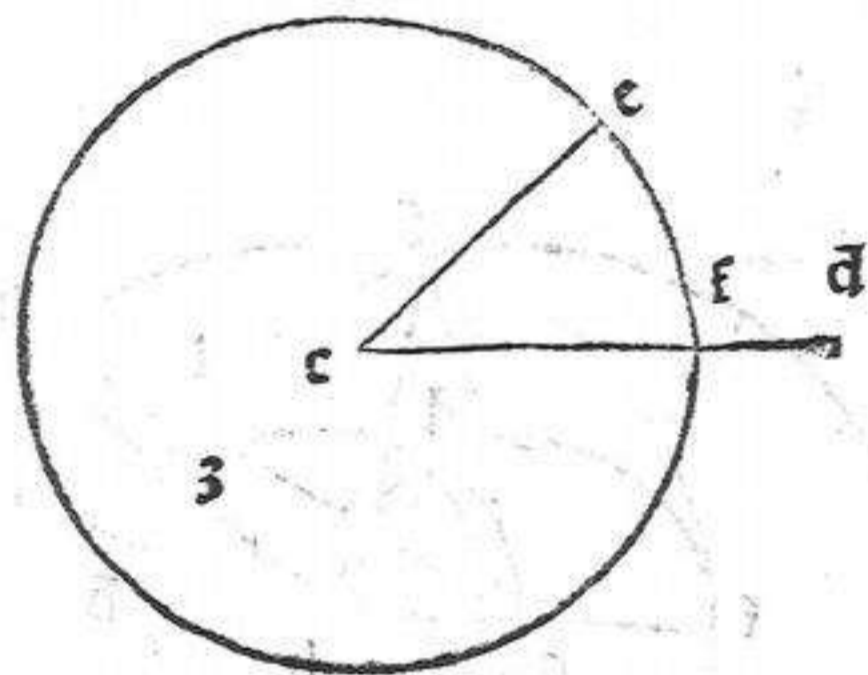
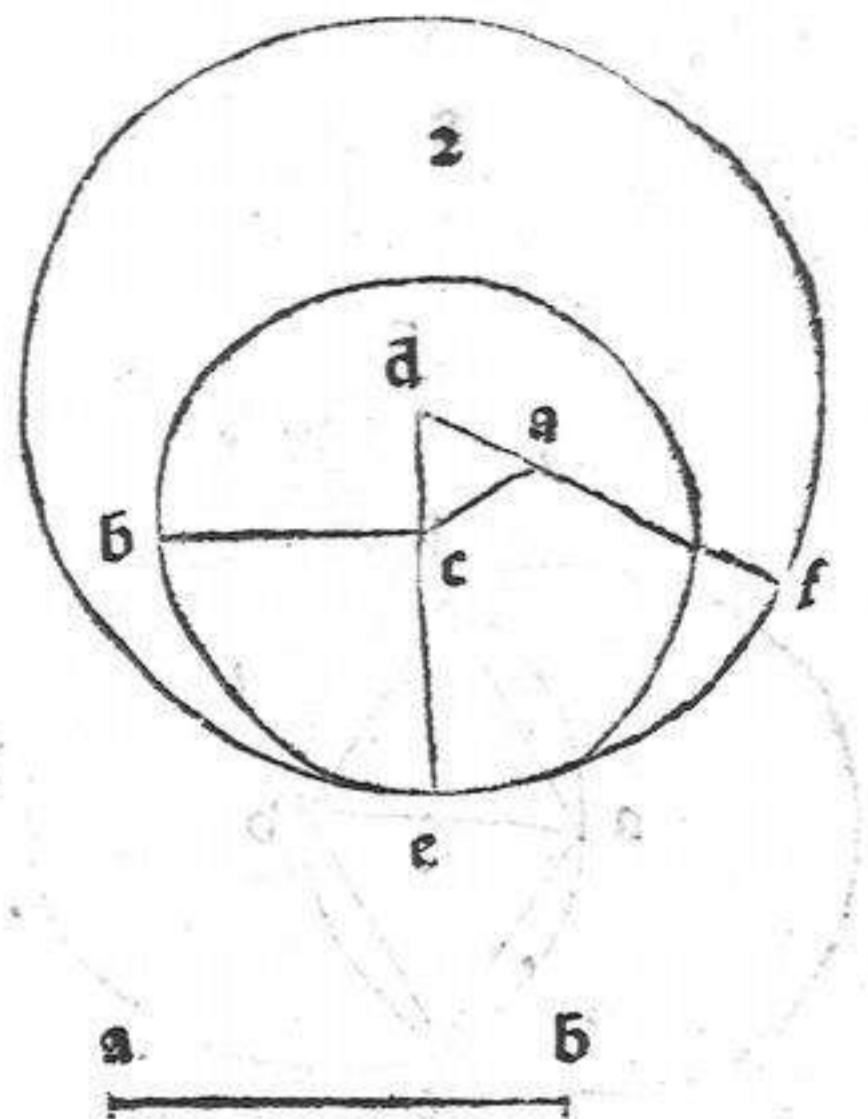
Sint due lineae. a. b. & c. d. & sit. a. b. minor volo ex. c. d. abscindere vnā que sit equalis. a. b. duco primo a puncto c. vnā lineā eq̄lem. a. b. s̄m q̄d docuit p̄cedens; que sit. c. e. posito ergo centro in puncto. c. describam circulum s̄m quantitatem. c. e. qui secabit lineam. c. d. Sit ergo vt secet eam in puncto f. eritq; linea. c. f. equalis lineae. c. e. quia ambo exeunt a centro eiusdem circuli ad circumferentiam; & quia vtraq; duarum linearum. a. b. & f. c. est eq̄lis. c. e. ipse sunt inter se equales; quod est p̄positum.

Propositio .4.

Anium duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius equalia fuerint; duosq; anguli eorum illis eq̄lateribus cōtēti equales fuerint alter alteri; latera quoq; illoz reliqua sese respicientia equalia; reliqui vero anguli vnus reliquis angulis alterius equalis erunt; ac totus triangulus toti triangulo equalis.

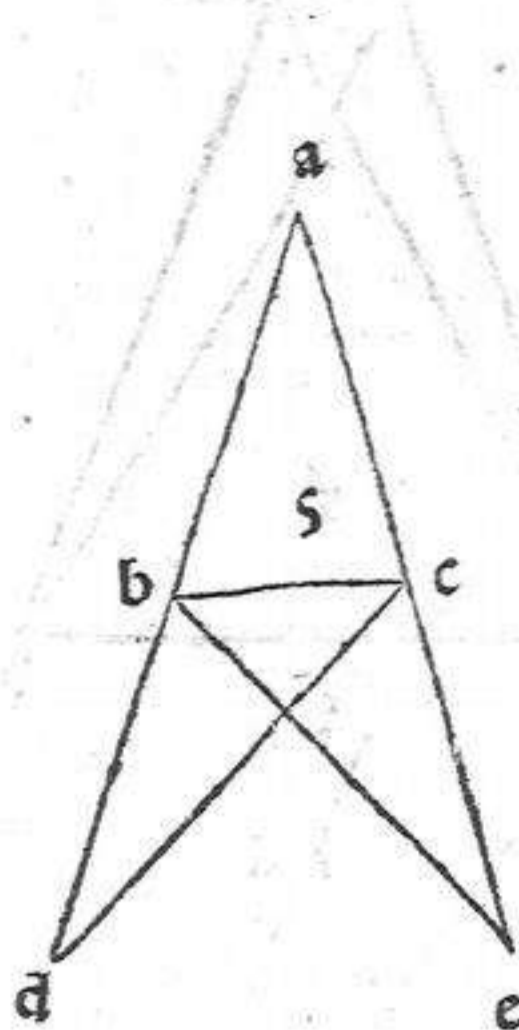


Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; latus. a. b. equalis lateri. d. e. & latus a. c. eq̄le lateri. d. f. & angulus. a. equalis angulo. d. tūc dico q̄ basis. b. c. est equalis basi. e. f. & angulus. b. equalis angulo. e. Item angulus. c. equalis angulo. f. quod probatur. Supponam triangulum. a. b. c. triangulo. d. e. f. ita q̄ angulus. a. cadat super angulum. d. & latus. a. b. super latus. d. e. & latus. a. c. super latus. d. f. & patet per conuersionem penultime conceptiōis q̄ nec anguli nec latera sese excedent eo q̄ angulus. a. est equalis angulo. d. & latera superposita his quibus superponuntur per ypothesim. Puncta ergo. b. c. cadent super puncta. e. f. si ergo linea. b. c. cadit super lineam. e. f. patet p̄positum; quia cum linea. b. c. superposita lineae. e. f. non excedat eam nec excedatur ab ea est ei equalis per penultimam conceptionem; eadem ratione erit angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. Si autem linea. b. c. non cadit super lineam. e. f. sed cadit intra triangulum sicut linea. e. g. f. aut extra sicut linea. e. h. f. tunc due lineae recte concludunt superficiem quod est contra vltimam petitionem.



Castigator

Hec .s. vocatur fuga miserorum qm̄ miseri ingenii cū ad eam pueniūt fugā aripiunt sed ne fuge det occasio ondā eam breuiter & leui onſione q̄ sufficiet adiscēti. Sit .n. triangulus .a .b .c . diuidam eum p̄ lineam .c . d . p̄pendicularē in duos triangulos parciales .a . d . c . & .b . d . c . eritq; angulus .a . d . c . primi trianguli eq̄lis angulo .b . d . c . secundi quia vterq; rectus & latera illos continentia sunt equalia quia .d . b . est equale .d . a . & .c . d . est latus cōequare per premissam erūt residui anguli equales puta angulus .a . & angulus .b . & hoc ē p̄positū. ¶ Quod ē duo anguli sub basi sunt equales patet qm̄ duo āguli q̄ sunt apud .a . eq̄les duobus rectis sunt p̄ diffinitionē linēe stātis sup̄ aliam q̄a facit duos angulos equales semper duobus rectis v̄ infra .n. probabit. Similiter duo āguli q̄ sunt apud .b . Igitur demptis superioribus qui sunt equales vt probatum est q̄ sunt inferius relinquentur eq̄les per cōem sciam & ex ista demonstratiōe patet q̄ triāgulus eq̄lateralis est eq̄angulus q̄a equalitas quorumlibet duorum laterum concludit equalitatem angulorum correspondentium &c.

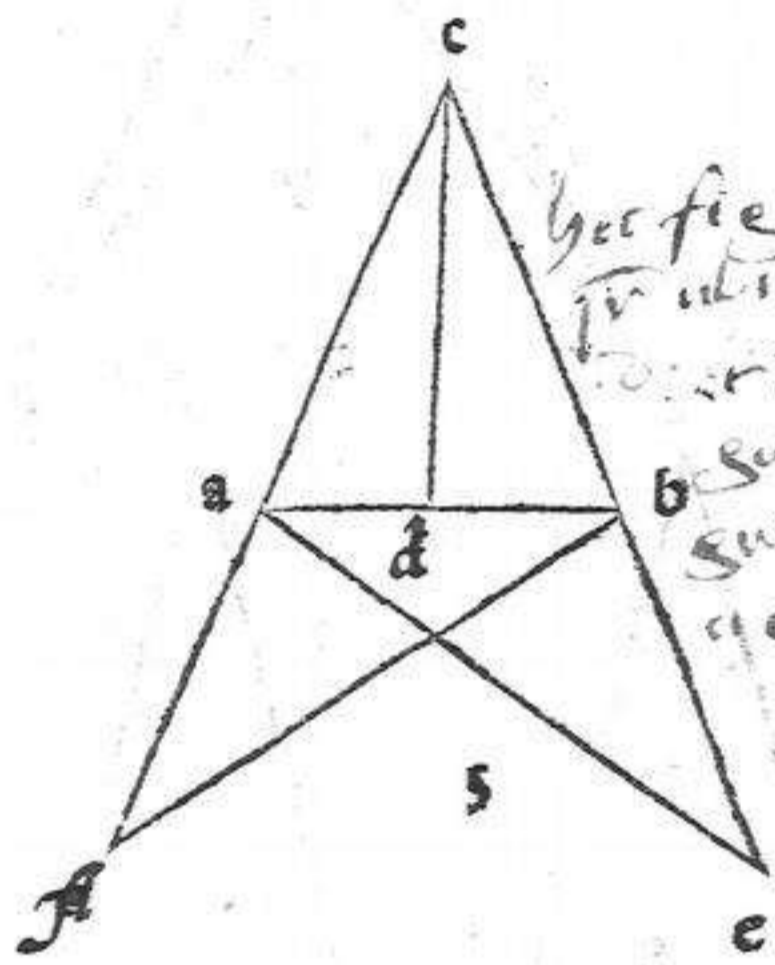


Propositio .5.

In is trianguli duum equalium laterum angulos qui supra basim sunt equales esse necesse est; q̄ si eius duo equalia latera directe protrahantur fuerint quoq; sub basi duo anguli inuicem equales.



Sit triangulus .a . b . c . cuius latera .a . b . sit equalia lateri .a . c . dico q̄ angulus .a . b . c . est equalis angulo .a . c . b . q̄ si protrahantur .a . b . & .a . c . vsq; ad .d . & .e . fiet angulus .d . b . c . equalis angulo .e . c . b . quod sic probatur. Ptractis .a . b . & .a . c . ponam per tertiam lineam .a . d . equalē lineē .a . e . & protraham lineas .e . b . d . c . & intelligam duos triangulos .a . b . e . & .a . c . d . quos pbabo esse equales & equilateros & eq̄angulos. Sunt .n. duo latera .a . b . & .a . e . trianguli .a . b . e . equalia duobus lateribus .a . c . & .a . d . trianguli .a . c . d . & angulus .a . est cōis vtriq; ergo p̄ premissam basis .b . e . est equalis basi .c . d . & angulus .e . est equalis angulo .d . & angulus .a . b . e . equalis angulo .a . c . d . I tem intelligo duos triangulos .d . b . c . & .e . c . b . quo similiter probabo esse equilateros & equiangulos . Nā duo latera .d . b . & .d . c . trianguli .b . d . c . sunt equalia duobus lateribus .e . c . & .e . b . trianguli .e . b . c . & angulus .d . est equalis angulo .e . ergo per premissam . basis basi . & reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus .d . b . c . est equalis angulo .e . c . b . & hoc est secūdum propositum . s . q̄ anguli sub basi equales sunt; & angulus .b . c . d . est equalis angulo .e . b . c . sed totus .a . b . e . est equalis .a . c . d . vt probatum fuit supra . ergo angulus .a . b . c . residuus est equalis angulo .a . c . b . residuo quorum vterq; est super basim; quod primum propositum.



hec figura vt...

Castigator

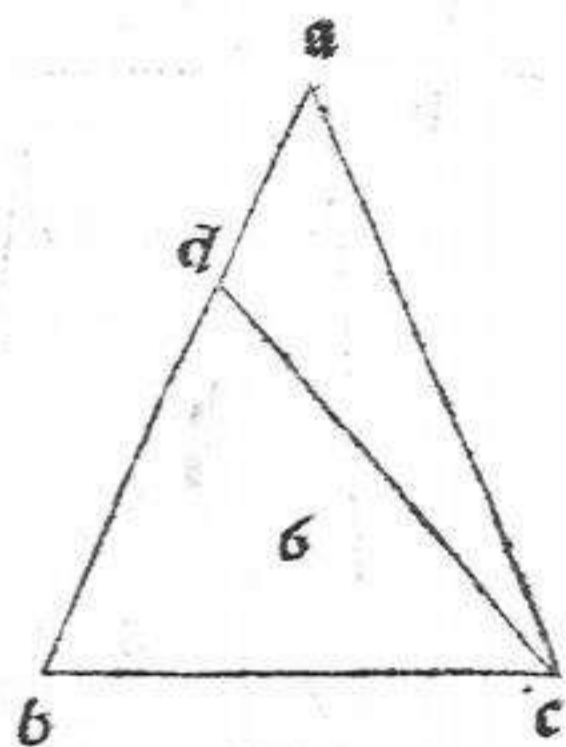
Nota quando dicit angulum .a . b . c . intelligit angulum .b . qui designatur per litteram mediam & tali modo semper vtitur in triangulis &c. & si diceret angulum .b . a . c . intelligeretur angulus .a . & dicendo .a . c . b . vel .b . c . a . intelligitur angulus .c . sed cōmuniter in proferendo seruatur ordo alphabeti videlicet .a . b . c . d . &c. ¶ Et quilibet illorum qui sunt supra basim . est minor recto vt dicitur in expositione septime sexti & per consequens quilibet illorum qui sunt sub basi est maior vt potest faciliter colligi per decimam tertiam huius.

Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli eq̄les fuerint duoq; latera angulos illos respicientia equalia erunt.



Hec est conuersa premissae quantum ad primam eius partem. Sit enim triāgulus .a . b . c . cuius duo anguli .b . & .c . sunt equales dico q̄ latus .a . b . est equale lateri .a . c . Si enim nō sunt equalia erit alterum altero maius sit .a . b . maius q̄ d



refecetur ad equalitatem. a. c. p. tertiam propositionem vt superfluum sit a parte. a. & refecetur in puncto. d. sitq. b. d. equalis. a. c. & ducatur linea. d. c. Intelligo ergo duos triangulos. a. b. c. & d. b. c. quos probabo esse equilateros & equiangulos. Sunt enim duo latera. d. b. & b. c. trianguli. d. b. c. equalia duobus lateribus. a. c. & b. c. trianguli. a. b. c. & angulus. b. equalis angulo. c. totali per ypotefim ergo basis. d. c. e. equalis basi. b. a. & angulus d. c. b. equalis angulo. a. c. b. pars videlicet toti quod est impossibile.

Propositio .7.



Ia duobus punctis aliquam lineam terminantibus duae lineae ad punctum unum concurrentes erint ab eisdem punctis alias lineas singulas suis conterminalibus equalis que ad alium concurrant punctum in eandem partem ducit impossibile.

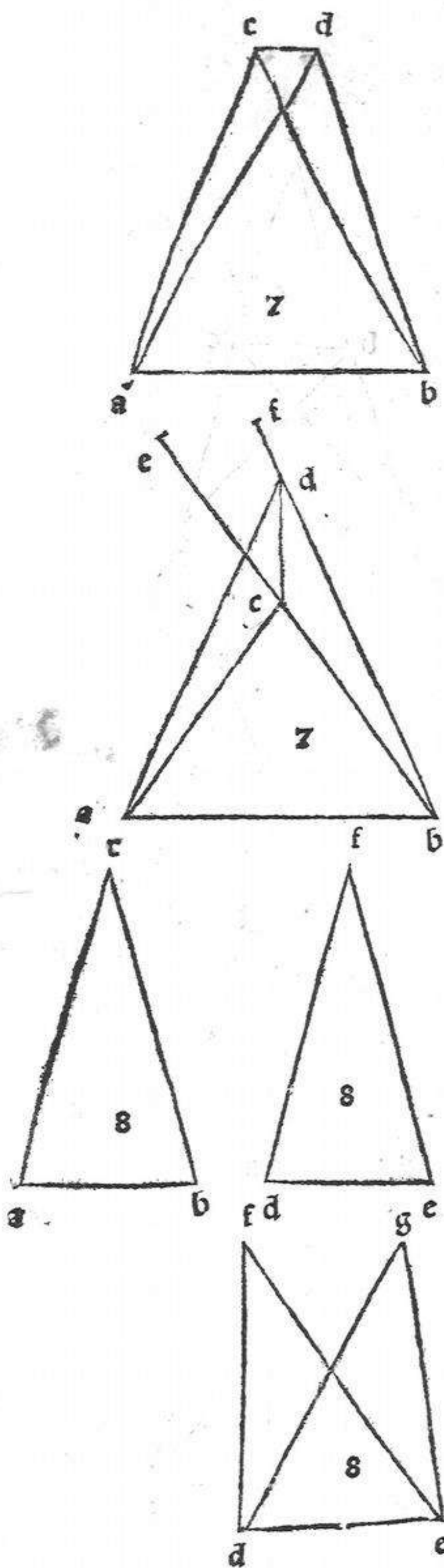
Sit linea. a. b. a cuius extremitatibus protrahantur due lineae in partem unam que concurrant in eodem puncto vt sint. a. c. & b. c. que concurrant in puncto. c. dico q. in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extremitatibus que concurrant ad aliud punctum ita q. illa que egredietur a puncto. a. sit equalis lineae. a. c. & que egredietur a puncto. b. sit equalis lineae. b. c. Quod si fuerit possibile protrahantur alie due lineae in eandem partem que concurrant in puncto. d. & sit linea. a. d. equalis lineae. a. c. & linea. b. d. equalis. b. c. aut ergo punctus. d. cadet intra triangulum aut extra nam in altro laterum. a. c. & b. c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti. Si autem cadat extra aut altera linearum. a. d. & b. d. secabit alteram linearum a. c. & b. c. aut neutra neutram: & secet primo altera alteram & protrahatur linea. c. d. Quia ergo trianguli. a. c. d. duo latera. a. c. & a. d. sunt equalia erit angulus. a. c. d. equalis angulo. a. d. c. per s. Similiter quia in triangulo. b. c. d. duo latera b. c. & b. d. sunt equalia erunt anguli. b. c. d. & b. d. c. Similiter equalis per eadem: & quia angulus b. d. c. est maior angulo. a. d. c. sequitur angulum. b. c. d. esse maiorem angulo. a. c. d. partem. s. toto quod est impossibile. Si autem. d. cadit extra triangulum. a. b. c. ita q. lineae non se fecent protraham lineam. d. c. & producam. b. d. & b. c. sub basi vsq. ad. f. & ad. e. & quia lineae. a. d. & a. c. sunt equalis erunt anguli a. c. d. & a. d. c. e. q. per. s. Similiter qa. b. c. & b. d. sunt equalis erunt anguli sub basi qui sunt. c. d. f. & d. c. e. equalis per secundam partem eiusdem. Quia ergo angulus. e. c. d. minor est angulo. a. c. d. sequitur angulum. f. d. c. esse minorem angulo. a. d. c. quod est impossibile. Et eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si. d. punctus cadat intra triangulum. a. b. c. & c.

Propositio .8.



Anium duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq. vnus basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equalis esse necesse est.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq. a. c. equalis. d. f. & b. e. equalis. e. f. & a. b. equalis. d. e. dico q. angulus. c. est equalis angulo. f. & angulus. a. angulo. d. & angulus. b. angulo. e. Superpōam basim. a. b. basi d. e. que cum sint equalis neutra excedet alteram per conuersionem penultime conceptionis: aut ergo punctus. c. cadet super punctum. f. aut nō. Si sic: tunc quia angulus. c. superpositus erit angulo. f. & neuter eorum excedit alterum: ipsi sunt equalis per conceptionem predictam. Similiter arguereliquos angulos esse equalis: si autem punctus. c. non cadit super f. sed super quemlibet alium qui sit punctus. g. quia. e. g. est equalis. b. c. imo eadem: itemq. d. g. equalis. a. c. erit. e. g. equalis. e. f. & d. g. equalis. d. f. quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.

Et unum angulum per equalia secare.



Item datus angulus quem oportet diuideret angulus. a. b. c. lineas ipsi in continentes que sunt. a. b. & b. c. ponam equalis per tertiam & producam lineam. a. c. super quam constituiam triangulum equilaterum. a. d. c. & protraham lineam. b. d. dico q̄ ipsa diuidit datum angulum per equalia. Intelligo duos triangulos. a. b. d. & c. b. d. & quia duo latera. a. b. & b. d. trianguli. a. b. d. sunt equalia duobus lateribus. c. b. & b. d. trianguli. c. b. d. & basi. a. d. basi. c. d. ergo per precedentem angulus. a. b. d. est equalis angulo. c. b. d. quod est propositum facere.

Castigator.

Datum angulum rectum p̄ tria equalia secare. **Q**uamuis Euclides in hoc libro nullibi doceat angulum in tria equalia diuidere cum difficili sit scientia. Et non ita de facili posset de omni verificari. tamen de angulo recto pulcherrime hoc ostenditur ista. 9. & 32. huius mediantibus 23. addita. quod sic apparet. Ponatur trigonus equilaterus. a. b. c. certum est quolibet angulorum eius duobus tertiis vnus recti equari cū omnes tres duobus rectis angulis sint equalis per. 32. huius. Igitur vno illorum in duo equa diuiso per. 9. istam v̄puta angulo. b. a. c. totali in duos partiales. b. a. d. & d. a. c. per lineam. a. d. erit quilibet eorum tertia vnus recti hoc peracto detur rectus quicunq̄. v̄puta. e. f. g. a lineis. e. f. & g. f. contentus supra terminum vnus earum. f. constituiam angulum. e. f. h. seu angulum. g. f. k. per. 23. equalem angulo. b. a. d. vel. c. a. d. q̄ erit tertia vnus recti postea residuum dicti recti qui est due tertiæ recti vt deduximus diuidam per equalia per dictam. 9. s. angulum. g. f. h. per lineam. f. k. vel angulum. e. f. k. per lineam. f. h. & erit vnusquisq̄ duorum angulorum. h. f. k. & k. f. g. tertia vnus recti. & sic totalis angulus rectus. e. f. g. est diuisus in tres equalis partiales videlicet. e. f. h. h. f. k. & k. f. g. quod est propositum.

Propositio .10.

Proposita recta linea eam per equalia diuidere.



Item sit proposita linea quam oportet diuidere per equalia. linea. a. b. si per ipsam constituiam triangulum equilaterum. a. b. c. & angulum. c. diuido per equalia secundū doctrinam precedentis per lineam. c. d. dico q̄ linea. c. d. diuidit datam lineam. a. b. per equalia. Intelligo. n. duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & arguo sic. Duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. vnus angulo. c. alterius ergo per quartam. basi. a. d. basi. d. b. q̄ est propositum.

Propositio .11.

Et a linea recta a puncto in ea signato perpendicularem extrahere duobus quidem angulis equalibus ac rectis vtrinq̄ subnixam.

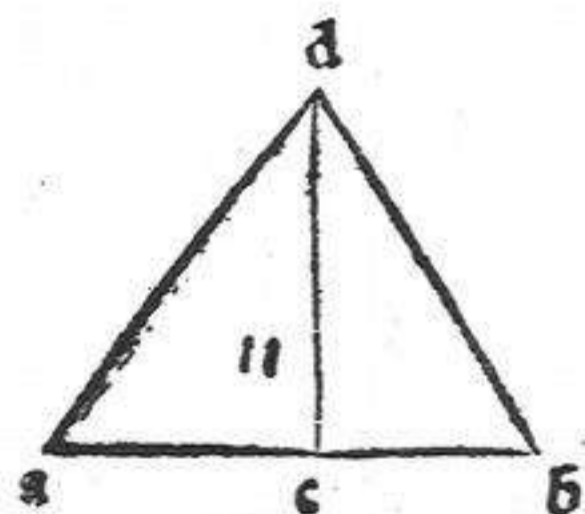
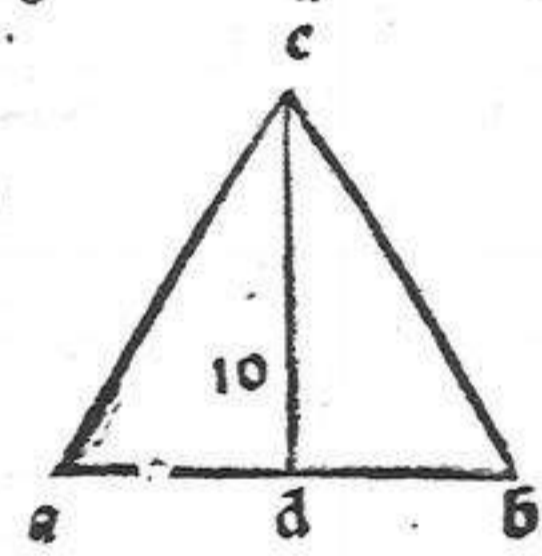
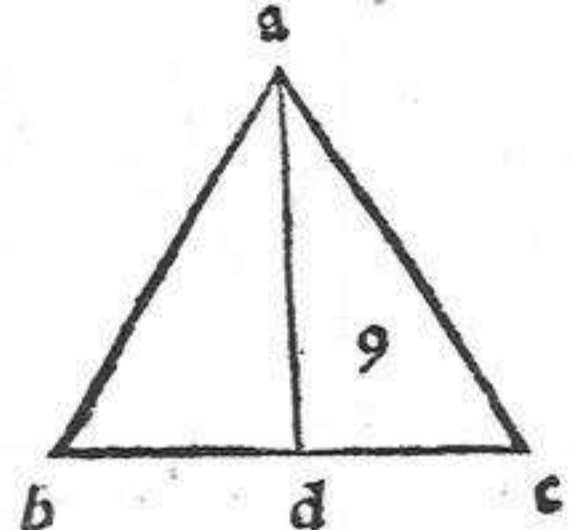
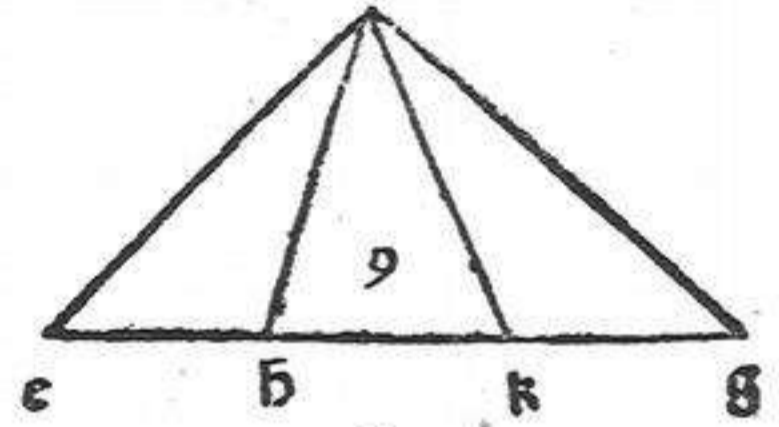
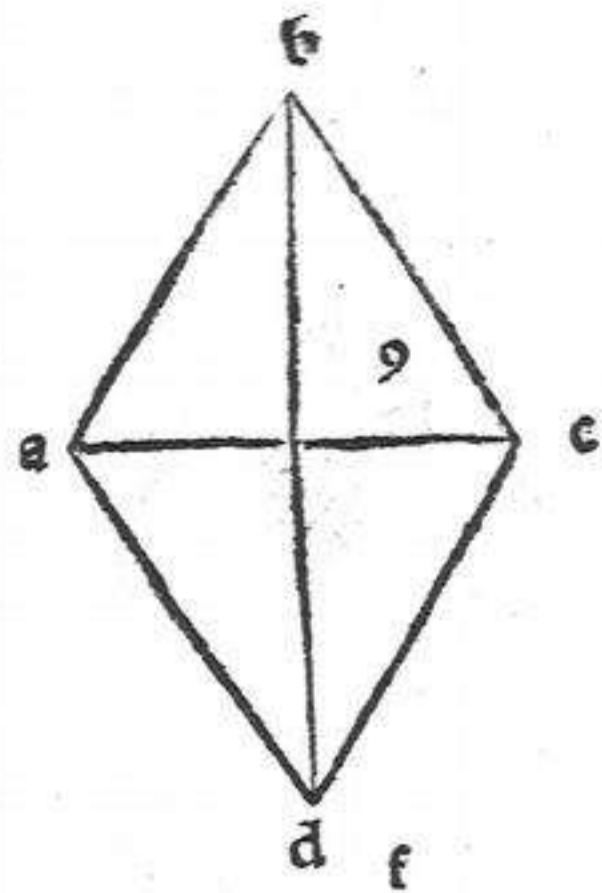


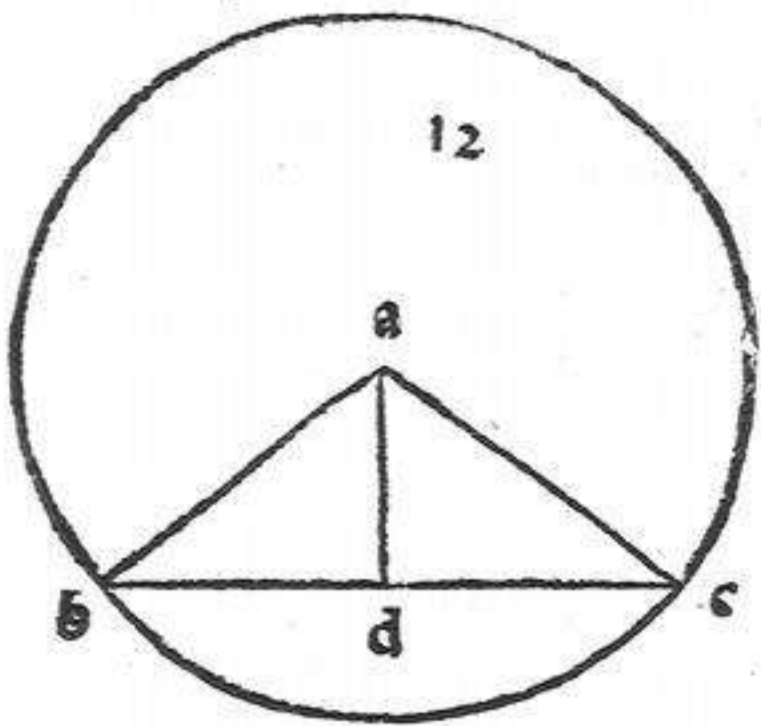
Item sit data linea. a. b. in qua sit datus punctus. c. a quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per tertiam a lineam. b. c. equalem lineæ. a. c. & super totam. a. b. constituo triangulum equilaterum. a. b. d. & protraho lineam. c. d. de q̄ dico q̄ ipsa est perpendicularis super lineam. a. b. Intelligo duos triangulos. a. c. d. & b. c. d. & quia duo latera. a. c. & c. d. trianguli. a. c. d. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & basi. a. d. basi. b. d. erit per. 8. angulus. a. c. d. equalis angulo. b. c. d. quare vterq̄ eorum erit rectus per definitionem anguli recti: & linea. c. d. perpendicularis super lineam. a. b. per definitionem lineæ perpendicularis: quod est propositum.

Castigator.

Vel per petitionem augendo alterutram earum ad equalitatem alterius.

Propositio .12.





Puncto extra signato ad datam lineam indefini-
te quantitatis perpendicularem deducere.

Sit. a. punctus signatus extra lineam b. c. a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b. c. in utraque partem quantum libuerit et super punctum a. describam circulum b. c. sic ut secet lineam datam in punctis b. c. et pertraham lineas a. b. et a. c. et dividam angulum b. a. c. per equalia per lineam a. d. p. 9. dico quod a. d. est perpendicularis super lineam b. c. Intellego duos triangulos a. b. d. et a. c. d. et quia duo latera a. b. et a. c. trianguli a. b. d. sunt equalia duobus lateribus a. c. et a. d. trianguli a. c. d. et angulus a. vnius equalis angulo a. alterius erit p. 4. basis b. d. equalis basi d. c. et angulus a. d. b. equalis angulo a. d. c. quare uterque eorum rectus et linea a. d. perpendicularis super lineam b. c. per definitionem anguli recti et lineae perpendicularis: quod est propositum.

Propositio 13.



An recte lineae super rectam lineam stantis duo utro-
bius anguli aut sunt recti aut duobus rectis aequales.

Sit ut lineam a. b. super stet lineam c. d. quae si fuerit super eam perpendicularis faciet duos angulos rectos per conversionem definitionis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis a puncto b. ducat b. e. perpendicularis super e. d. per undecimam: erunt duo anguli e. b. c. et e. b. d. recti per conversionem definitionis: quia ergo duo anguli d. b. a. et a. b. e. aequivalent angulo d. b. e. ipse cum angulo c. b. e. erunt aequales duobus rectis: quare tres anguli qui sunt d. b. a. a. b. e. et c. b. e. sunt aequales duobus rectis: sed angulus c. b. a. est aequus duobus angulis c. b. e. et e. b. a. ergo duo anguli c. b. a. et a. b. d. sunt aequales duobus rectis: quod est propositum. Ex quo patet quod totum spatium quod in quolibet superficie plana punctum quodlibet circumstat quatuor rectis angulis esse aequale.

Castigator

Per conversionem definitionis. si lineae super rectam lineam stantis quoniam linea recta super rectam stans et duos angulos invicem aequales cans est perpendicularis. conversio huius est quod omnis perpendicularis est linea cans super aliam duos angulos invicem aequales et per consequens rectos. Hec et sequens faciunt ad undecimam undecimi et 13. dicti.

Propositio 14.



Iduae lineae a puncto vni lineae in diversas partes exi-
erint duosque circa se angulos rectos aut duobus re-
ctis aequales fecerit: ille duae lineae sibi directe coniuncte
sunt et linea vna.

Sit ut a puncto b. lineae a. b. exeant duae lineae in oppositas partes quae sint b. c. et b. d. et faciant duos angulos qui sunt c. b. a. et d. b. a. aequales duobus rectis: tunc dico quod duae lineae c. b. et d. b. sunt sibi invicem directe coniuncte et linea vna: et haec est quasi conversio prioris: quod si non fuerit linea vna tunc protrahat c. b. incontinuum et directum quod quia non est linea vna cum d. b. transibit super eam ut b. e. aut infra eam ut b. f. quia ergo super lineam rectam quae est c. b. e. cadit linea a. b. erunt anguli c. b. a. et e. b. a. aequales duobus rectis per precedentem: et quia omnes recti sunt adiuncte aequales per 3. petitionem anguli quoque c. b. a. et d. b. a. sunt aequales duobus angulis rectis per hypothese[m] erunt duo anguli c. b. a. et e. b. a. aequales duobus angulis c. b. a. et d. b. a. ergo depro co[m] angulo c. b. a. erit angulus e. b. a. equalis angulo d. b. a. per totum quod est impossibile. Si vero lineam c. b. protrahat per b. a. angulum d. b. a. esse equalis angulo f. b. a. si forte diceret adversarius lineam c. b. protrahat cadere infra b. d.

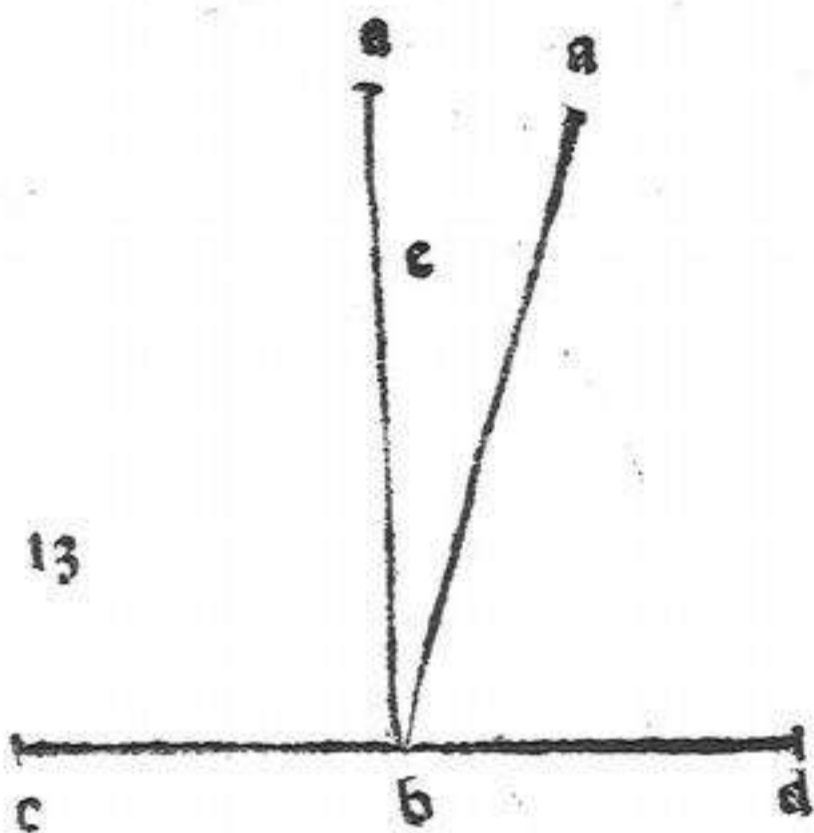
Propositio 15.



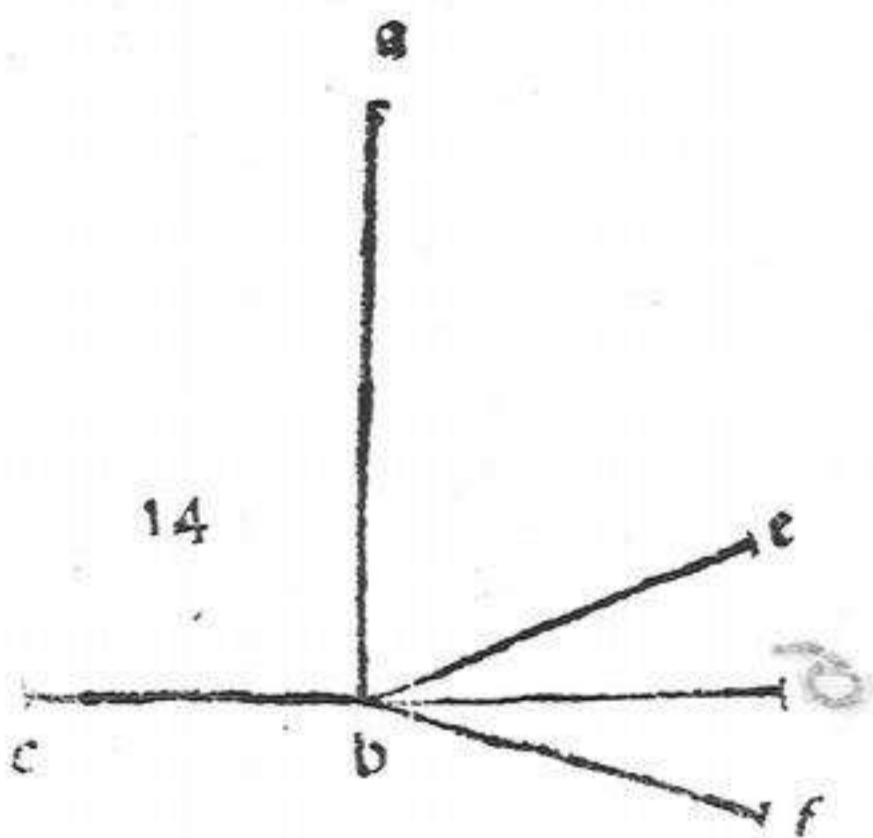
Animum duarum linearum se invicem secantium: omnes an-
guli contra se positi sunt aequales: unde manifestum est
quod cum duae lineae recte se invicem secant quatuor
qui sunt anguli quatuor rectis esse aequales.

Sint duae lineae a. b. et c. d. se invicem secantes in puncto e. dico quod angulus d. e. b. est aequus angulo a. e. c. et angulus b. e. c. est aequus angulo a. e. d. Erunt namque p. 13. duo anguli a. e. c. et c. e. b. aequales duobus re-
ctis: itaque duo anguli c. e. b. et d. e. b. aequales duobus rectis per eadem: quare duo per

13



14



mi sūt eāles duobus postremis eo q̄ oēs recti sūt aduicē eāles p. 3. petitiō
 nē: dēpto ergo cōi angulo q̄ ē. c. e. b. erit angulus. a. e. c. eālis āgulo. d. e. b.
 Eodē mō pbabit angulum. c. e. b. esse eālem angulo. a. e. d. qd̄ ē ppositū.

Propositio .16.



In quodlibet laterum triāguli directe protrahatur
 faciet angulum extrinsecum vtroq̄ angulo trian-
 guli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶ Sit vt triāguli. a. b. c. latus. a. b. p̄trahatur vsq̄ ad. d.
 dico q̄ angulus. d. b. c. maior est vtroq̄ duoz̄ anguloz̄ in-
 trinsecoz̄ sibi oppositoz̄ q̄ sunt. b. a. c. & b. c. a. Diuidā. n.
 p. 10. lineam. c. b. p̄ eālia in puncto. e. & p̄traham. a. e. vsq̄ ad. f. ita vt. e. f.
 fiat eālis. a. e. & p̄traham lineā. f. b. Intelligo duos triāgulos. c. e. a. & b.
 e. f. & quia duo latera. a. e. & e. c. triāguli. a. e. c. sūt eālia duobus lateribus
 f. e. & e. b. triāguli. f. e. b. & angulus. e. vnius est eālis angulo. e. alterius p̄
 p̄missam quia sunt anguli cōtrapositi: erit p. 4. angulus. e. c. a. eālis angulo.
 e. b. f. & iō angulus. e. b. d. maior erit āgulo. b. c. a. Silr̄ quoq̄ pbabitur
 q̄ est maior angulo. c. a. b. Nam diuidam. a. b. per equalia in puncto. g. p̄
 10. & p̄traham lineam. g. h. eālem linee. c. g. p. 3. postea p̄traham. h. b. k
 eruntq̄ duorum triāguloz̄ q̄ sunt. a. g. c. & b. g. h. duo latera. a. g. & g. c. p̄
 mi eālia duobus lateribus. b. g. & g. h. & cōi: & angulus. g. vnius angulo. g.
 alterius per. 15. ergo p. 4. angulus. g. a. c. est equalis angulo. g. b. h. quare p̄
 15. & angulo. k. b. d. & quia angulus. c. b. d. est maior angulo. k. b. d. erit etiā
 maior angulo. b. a. c. quod est propositum.

Propositio .17.



Inis triāguli duo quilibet anguli duobus rectis
 sunt minores.

¶ Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo qlibet eius anguli duo
 bus rectis sunt minores: p̄trahat. n. vnū latus eius vt. b. c.
 vsq̄ ad. d. eritq̄ p̄cedētem angulus e. extrinsecus maior
 a. & maior. b. sed. c. extrinsecus cū. c. intrinsecus ē eālis duo
 bus rectis per. 13. ergo anguli. b. & c. intrinseci siue anguli. a. & c. intrinseci
 sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus. b. a. probabitur
 q̄ duo anguli. a. & c. sunt minores duobus rectis: quod est propositum.

Propositio .18.



Inis triāguli longius latus maiori angulo op-
 positum est.

¶ Sit vt in triāgulo. a. b. c. angulus. a. sit maior angulo. c. di-
 coq̄ latus. c. b. maius erit latere. a. b. Si. n. sit eāle erit per. 5.
 āgulus. a. eālis angulo. c. quod ē cōtra ypothēsym. Si at̄
 a. b. sit maius refecetur ad equalitatē. c. b. p. 3. sitq̄. d. b. eā-
 le. c. b. erit ergo p. 5. angulus. d. c. b. eālis angulo. b. d. c. sed. b. d. c. est maior
 angulo. b. a. c. p. 16. ergo. b. c. d. ē maior. b. a. c. quare multo fortius maior
 a. c. b. p̄s toto: qd̄ ē impossibile. **Propositio .19.**



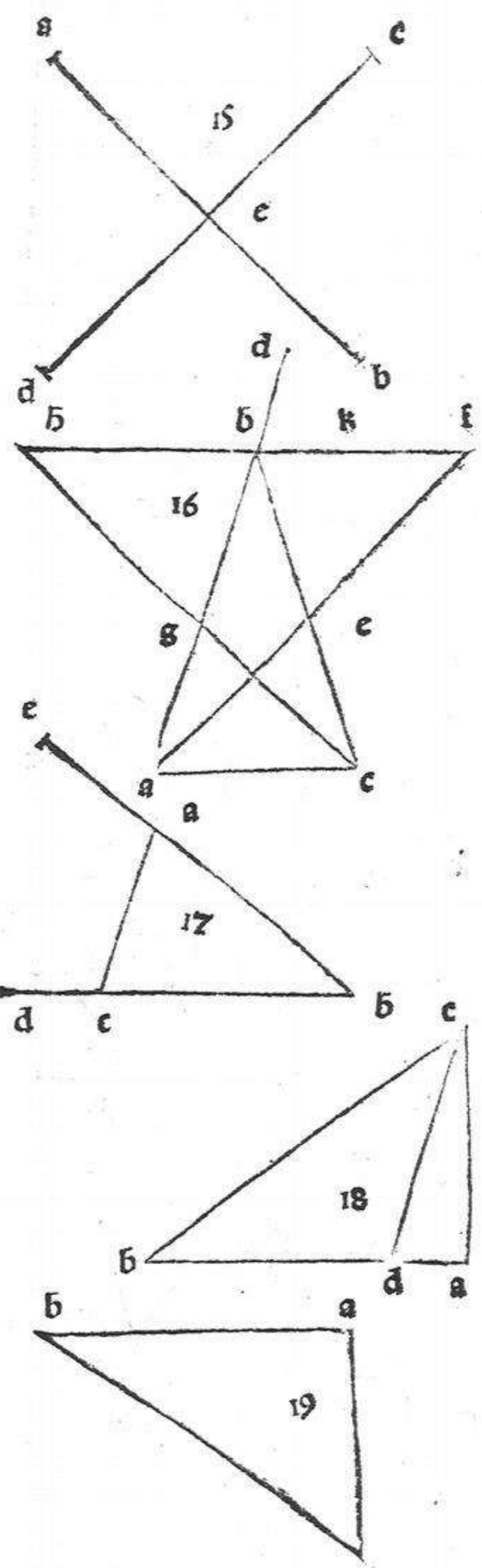
Inis triāguli maior angulus longiori lateri op-
 positus est.

¶ Sit vt i triāgulo. a. b. c. latus. b. c. sit maius latere. a. b. di-
 co q̄ angulus. a. erit maior angulo. c. & est conuersa prece-
 dentis. Si. n. sit equalis tunc per. 6. latus. a. b. est equalē late-
 ri. b. c. quod est contra ypothēsym. Si autem. c. sit maior
 tunc per precedentem latus. a. b. est maius latere. b. c. quod est contra ypo-
 thesym quare astruit ppositū. **Propositio .20.**



Inis triāguli duo quelibet latera simul iuncta
 reliquo sunt longiora.

¶ Sit triāgulus. a. b. c. dico q̄ duo latera. a. b. & a. c. sunt
 longiora latere. b. c. Protrahatur lineā. b. a. vsq̄ ad. d. ita
 vt. a. d. sit equalis a. c. & protrahatur. c. d. p. 5. erit angulus. a.
 c. d. eālis angulo. d. q̄re angulus. b. c. d. est maior angulo. d.



ergo per.18. latus. b. d. est maius latere. b. c. sed. b. d. est equale. a. b. & a. c. q̄
re. b. a. & a. c. simul iuncta sunt maiora. b. c.

Propositio .21.



I de duobus punctis terminalibus unius lateris
trianguli due linee exeuntes intra triangulum ip-
sum ad punctum unum conveniant eadem duabus
quidem reliquis triangulilineis breviores erunt &
maiozem angulum continebunt.

Sit ut in triangulo. a. b. c. ab extremitatibus lateris. b. c.
concurrant due linee. b. d. & c. d. ad punctum. d. intra triangulum. a. b. c.
dico q̄ ipse simul iuncte sunt breviores duabus lineis. a. b. & a. c. simul iun-
ctis & q̄ angulus. d. est maior angulo. a. Protraham enim. b. d. v. j. q. quo se-
cet latu. a. c. in puncto. e. eruntq; per. 20. b. a. & a. e. simul iuncte maiores
b. e. ergo. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. At vero. d. e. & e. c. simul iun-
cte per eandem sunt maiores. d. c. quare. b. e. & e. c. sunt maiores. b. d. & d. c.
& quia. b. a. & a. c. sunt maiores. b. e. & e. c. ut p̄batū ē prius erūt multo for-
tius maiores. b. d. & d. c. q̄ est primū p̄positum. At qm̄ angulus. b. d. c. est
maior angulo. d. e. c. p̄. 16. & angulus. d. e. c. est maior angulo. e. a. b. p̄ ean-
dem; erit angulus. b. d. c. multo fortius maior angulo. b. a. c. q̄ est i c̄m
propositum.

Propositio .22.



Tribus lineis rectis propositis quaz due quelibet
simul iuncte reliqua sint longiores de tribus aliis
lineis sibi equalibus triangulum constituere.

Sint tres linee recte propositae. a. b. c. & sint quelibet due
simul iuncte longiores reliqua. aliter. n. ex illis tribus equa-
libus triangulus non posset constitui per. 20. Cum igit ex
illis tribus predictis voluero cōstituere triangulum; sumo lineam rectam
que sit. d. e. cui non pono a pte. e. determinatum finem; de qua sumo per
3. d. f. equalem. a. & f. g. equalem. b. & g. h. equalem. c. factōq; puncto. f. cē-
tro describo s̄m q̄tatem lineae. f. d. circulū. d. k. Itemq; factō. g. cētro de-
scribo s̄m q̄tatem lineae. g. h. k. h. qui circuli interfecabunt se in duobus
punctis quorum unum sit. k. alioquin sequeretur vnam dictarum lineaz
esse equalem aliis duabus iunctis aut maiorem eis; quod est contrarium
positi; Duco ergo lineam. k. f. & k. g. eritq; triangulus. k. f. g. constitutus
ex tribus lineis equalibus lineis. a. b. c. datis; sunt enim. f. d. & f. k. equales
qm̄ sunt a cētro ad circūferētiā quare. f. k. est equalis. a. Similiterq; g.
b. & g. k. sunt equales; quia exeūt a cētro ad circūferētiā; quare. g. k. ē
equalis. c. & quia. g. f. sumpta fuit equalis. b. patet p̄positum manifeste.

Castigator

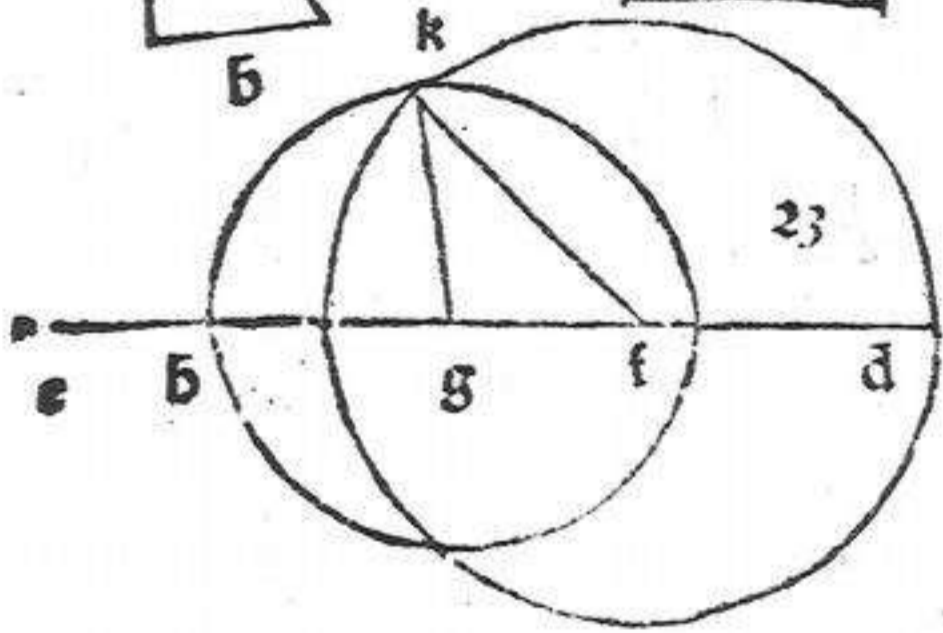
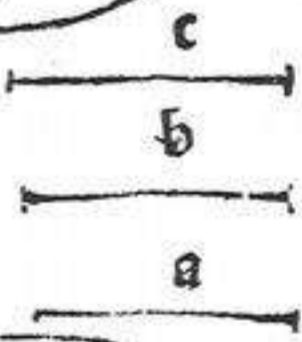
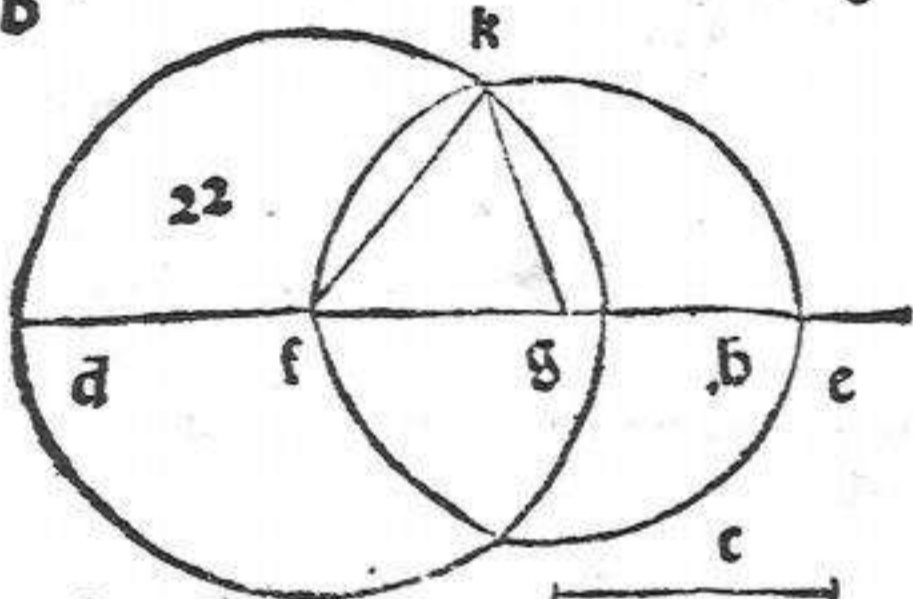
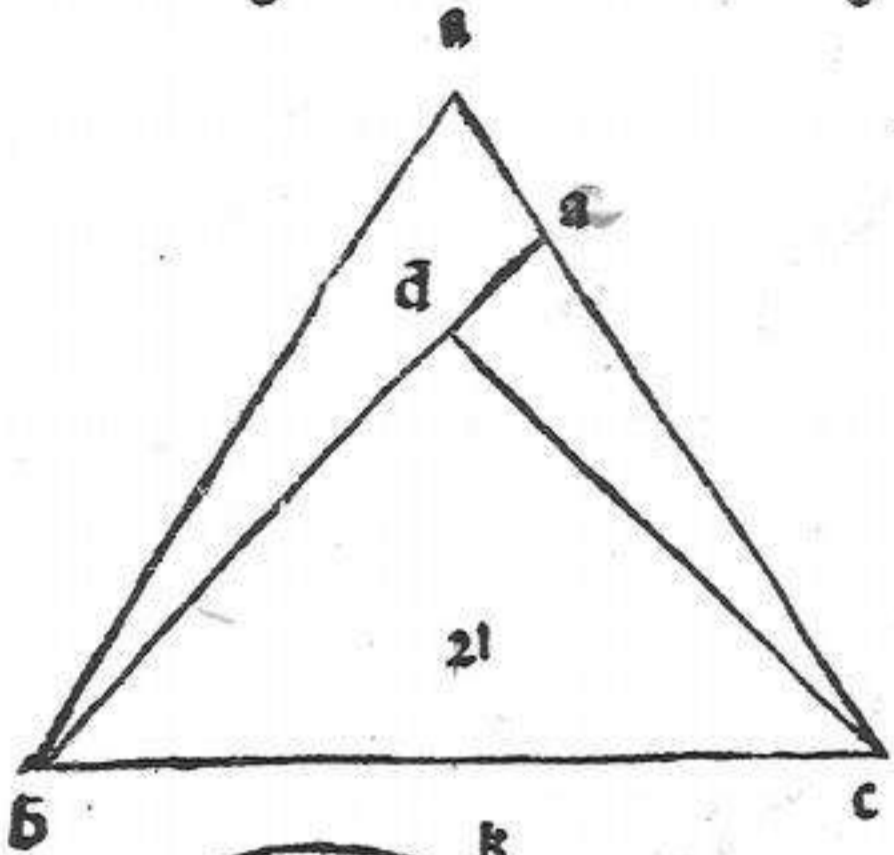
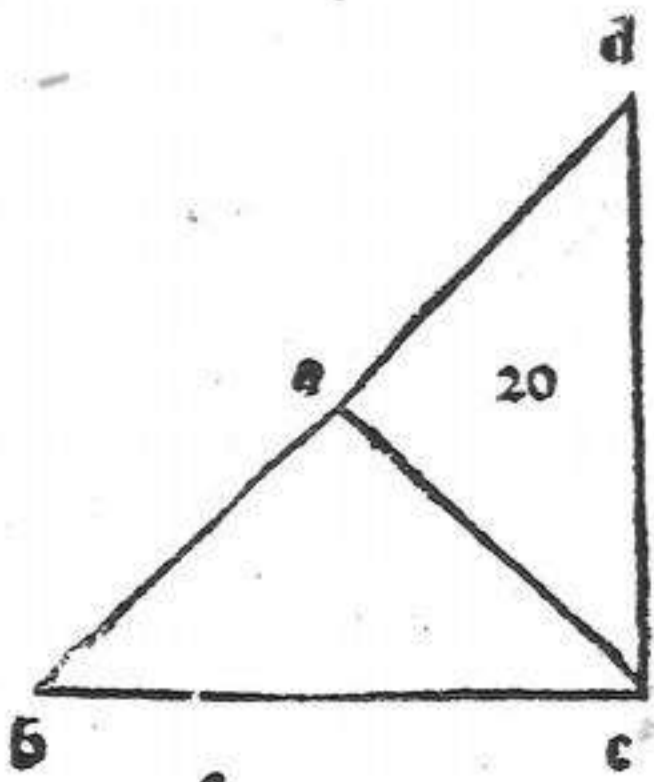
Quia. d. f. per ypothesim equatur lineae. a. & eidem. d. f. per diffinitio-
nē circuli seu centri equatur. f. k. & ideo per concep. sextam si fuerit due res
vni equales & c. f. k. equatur. a.

Propositio .23.



Ata recta linea super terminum eius cuilibet an-
gulo proposito equum angulum designare.

Sit data linea. f. e. que est in superiori figura; & sint lineae
b. a. continentēs angulum datum cui subtendam basim
c. super punctum. f. lineae. e. f. iuberem facere equalem an-
gulum angulo dato. Ad lineam. e. f. adiungo. f. d. equalē
lineae. a. & ex. f. e. sumo. f. g. equalem. b. & ex. g. e. sumo. g. h. equalem. c.
& super puncta. f. & g. describo duos circulos. d. k. & k. h. s̄m quantitatem
duarum linearum. f. d. & g. h. & interfecantes se in puncto. k. sicut docuit p̄-
cedens; ducti q; lineis. k. f. & k. g. erunt equalia duo latera. k. f. & f. g. tri-
anguli. k. f. g. duobus lateribus. a. & b. trianguli. a. b. c. & basis. g. k. equalis
basi. c. ergo per. 8. angulus. k. f. g. equalis erit angulo contento. ab. a. & a.
b. quod est propositum.



Propositio .24.



Anium duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerint equalia: si fuerit angulorum sub illis equis lateribus contentorum alter altero maior: basis quoque eiusdem basi alterius maior erit.

Sint duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. sintque duo latera. a. b. & a. c. equalia duobus lateribus. d. e. & d. f. & vnūquodque suo correlatiuo dextro. s. dextro sinistroque sinistro. Sitque angulus. a. maior angulo. d. dato. Dico quod basis. b. c. maior erit basi. e. f. Faciā. n. iuxta doctrinam precedentis angulū e. d. g. equalē angulo. a. eritque angulus e. d. f. eius. Et ponā. d. g. equalē. a. c. Et pertraham. e. g. que aut transibit supra. e. f. vt secet lineam. d. f. aut super. e. f. vt sit secum linea vna: aut infra. Trāseat ergo primo sup̄. Et quā. a. b. & a. c. latera trianguli. a. b. c. sunt equalia. e. d. & d. g. lateribus trianguli. e. d. g. & angulus. a. angulo. d. totali: erit per. 4. basis. b. c. equalis basi. e. g. At non quia. d. g. & d. f. sunt equalē: nam vtraque equalis. a. c. erit per. 5. angulus. d. f. g. equalis angulo. d. g. f. Quare. d. f. g. maior erit. f. g. e. ergo. e. f. g. multo fortius maior ē eodem. f. g. e. ergo per. 18. latus. e. g. maius ē latere. e. f. quare & b. c. maior ē. e. f. quod ē propositū. Si non. e. g. trāseat supra. e. f. & sit secū linea vna tūc e. f. erit per. e. g. per vltimā ergo cōceptōe per propositū. Si non. e. g. trāseat infra. e. f. pertrahantur due linee. d. f. & d. g. que sunt equalē vt probatū ē vsq. ad. k. & ad. h. fiētque per scđam partē ante sub basi. f. g. anguli. k. f. g. & f. g. h. equalē: quare angulus. e. f. g. maior erit angulo. f. g. e. ergo per. 18. latus. e. g. maius est latere. e. f. quare. b. c. maior ē. e. f. quod est propositum. Istud vltimum mēbz possit et probari per. 21. per ipsam. n. erūt in dispositiōe tertia due linee. d. g. & e. g. maiores duabus lineis. d. f. & f. e. & quā. d. g. ē equalis. d. f. propter hoc quod ambe sunt equalē. a. c. Erit. g. e. maior. e. f. quare & b. c. maior: quod ē propositū. melius tñ est demonstrare priori. mō vt in oī dispositiōe arguat per qntā.

Propositio .25.



Anium duorum triangulorum quorum duo latera vnus duobus lateribus alterius fuerit equalia: basis vero vnus basi alterius fuerit maior: erit quoque angulus trianguli maioris illis equis lateribus contentus angulo alterius se respiciēte maior.

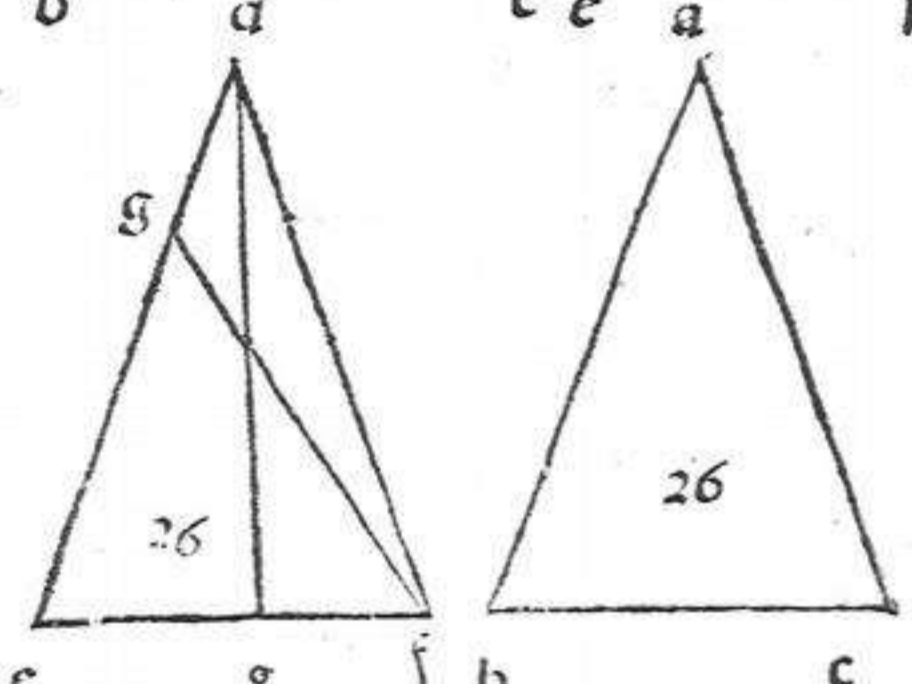
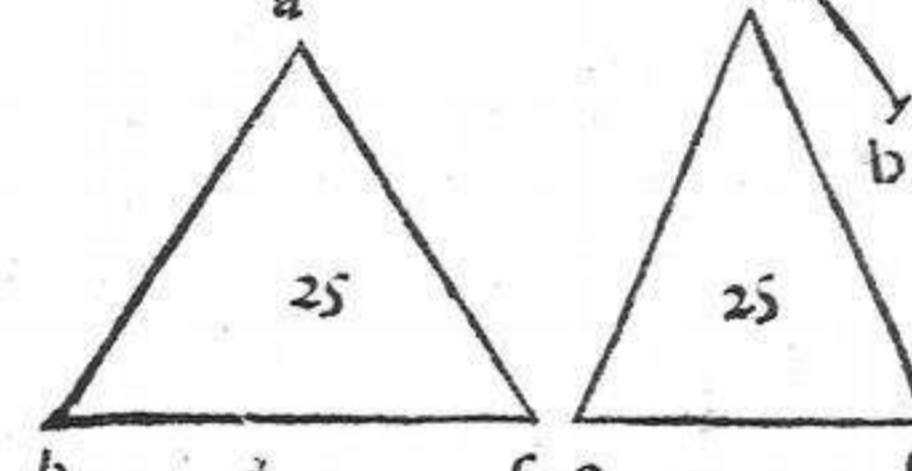
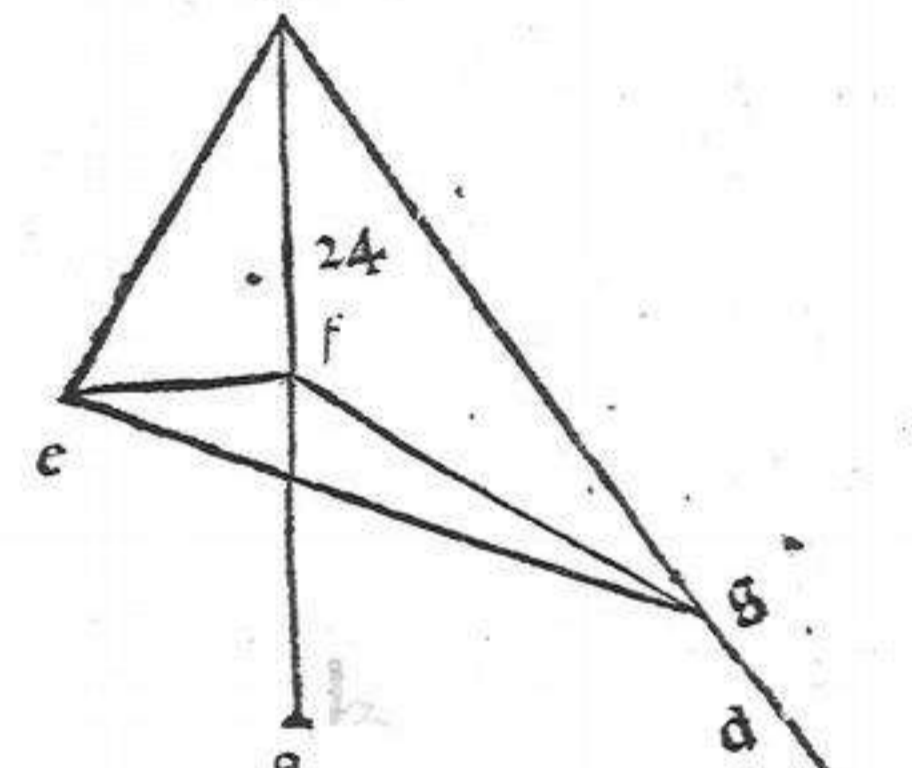
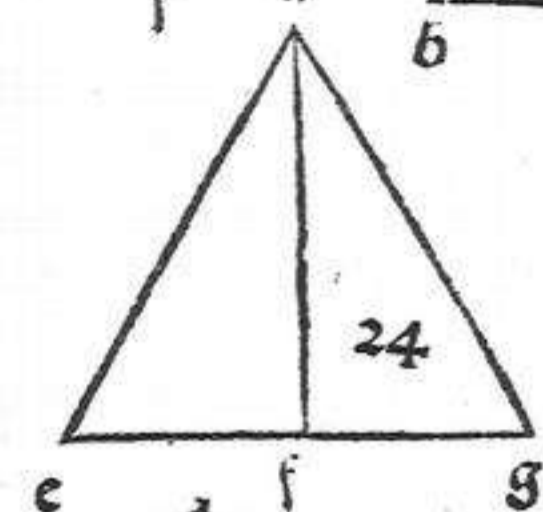
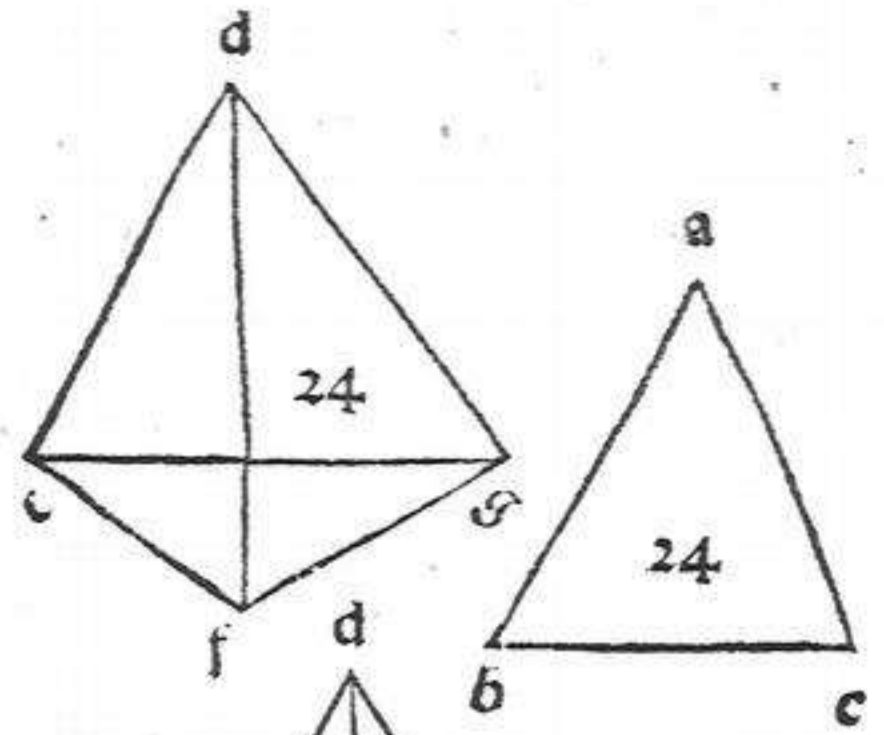
Sint duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. sintque duo latera. a. b. & a. c. primi equalia duobus lateribus. d. e. & d. f. secundi vnūquodque suo correlatiōe: sitque basis. b. c. maior basi. e. f. dico quod angulus. a. maior erit angulo. d. hec est conuersa precedentis. Equalis quidem non erit: sic. n. esset per. 4. basis. b. c. equalis basi. e. f. quod ē cōtra ypothesim: sed nec minor quia sic esset. d. maior: & ita per precedentem basis. e. erit maior basi. b. c. quod est contrarium propositioni quare maior erit sicque propositum asruitur.

Propositio .26.



Anium duorum triangulorum quorum duo anguli vnus duobus angulis alterius & vterque se respicienti equalē fuerint latus quoque vnus lateri alterius equalē: fueritque latus illud inter duos angulos equalē aut vni eorum oppositū: erunt quoque duo vnus reliqua latera duobus reliquis alterius triangulilateribus vnūquodque se respicienti equalia: angulusque reliquus vnus angulo reliquo alterius equalis.

Sint duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. sitque angulus. b. equalis angulo. e. & angulus. c. equalis angulo. f. sitque latus. b. c. equalē lateri. e. f. aut alterum duorum laterum. a. b. & a. c. equalē alteri duorum laterum. d. e. & d. f. ita quod a. b. sit equalē. d. e. aut. a. c. d. f. dico quod reliqua duo latera vnus erunt equalia reliquis duobus lateribus alterius & reliquus angulus reliquo angulo equalis: angulus videlicet. a. angulo. d. Ponam ergo primo vt latus. b. c. super quod iacent anguli. b. c. sit equalē lateri. e. f. super quod iacent angu



si e, f. qui positi sunt equales angulis b, c. tunc dico qd latus a, b. est equale lateri d, e. & latus a, c. lateri d, f. & angulus a. angulo d. Si n. latus a, b. nō sit equale lateri d, e. alterum erit maius: sit ergo maius d, e. quod refecabo ad equalitatem a, b. sitq, g, e. equale a, b. & producam lineam g, f. eritq, per. 4. angulus g, f, e. equalis angulo a, c, b. quare & angulo d, f, e. c. pars toti quod est impossibile: erit ergo d, e. equale a, b. ergo p. 4. d, f. equale a, c. & angulus d. equalis angulo a. quod est primum membrum diuisionis ppositite. Sint rursus vt prius duo anguli b, c. equales duobus angulis e, f. sitq, latus a, b. quod opponitur angulo c. equale lateri d, e. quod opponit angulo f. cui positus est equalis angulus c. dico qd latus b, c. erit equale lateri e, f. & latus a, c. lateri d, f. & angulus a. angulo d. Si n. latus e, f. nō fuerit equale lateri b, c. erit alterum maius: sit ergo e, f. maius: ponatur itaq, e, g. equale b, c. & producam lineam d, g. eritq, per. 4. angulus d, g, e. equalis angulo a, c, b. quare & angulo d, f, e. extrinsecus videlicet intrinseco qd est impossibile: p. 16. Erit ergo e, f. equale b, c. ergo per. 4. latus d, f. equale lateri a, c. & angulus d. totalis angulo a. quod est secundum membrum diuisionis ppositite: quare totum manifeste patet.

Propositio .27.



Si recta linea super duas lineas rectas ceciderit duosq, angulos coalternos sibi inuicem equales fecerit ille due linee erunt equidistantes.

Sit vt linea a, b. cadat super duas lineas c, d. & e, f. & secet lineam c, d. in puncto g. & lineam e, f. in puncto h. sitq, angulus d, g, h. equalis angulo e, h, g. dico qd linee c, d. & e, f. sunt equidistantes. Si n. non concurrant aut ad partem c, e. super punctum k. aut a parte d, f. super punctum l. & qualitercumq, fuerit accidet impossibile per. 16. videlicet angulum extrinsecum esse equalem intrinseco. Nā vnus dictorum anguloꝝ coalternosꝝ qui positi sunt equales erit extrinsecus & reliquus intrinsecus. Quia igit ipossibile est eas concurrere i alterutra ptem ptractas ipse p diffinitionem erūt equidistates: quod est propositum.

Propositio .28.



Si linea recta duabus lineis rectis superuenerit fueritq, angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito cōlis aut duo anguli intrinseci ex vna parte duobus angulis rectis equales ille due linee equidistantes erunt.

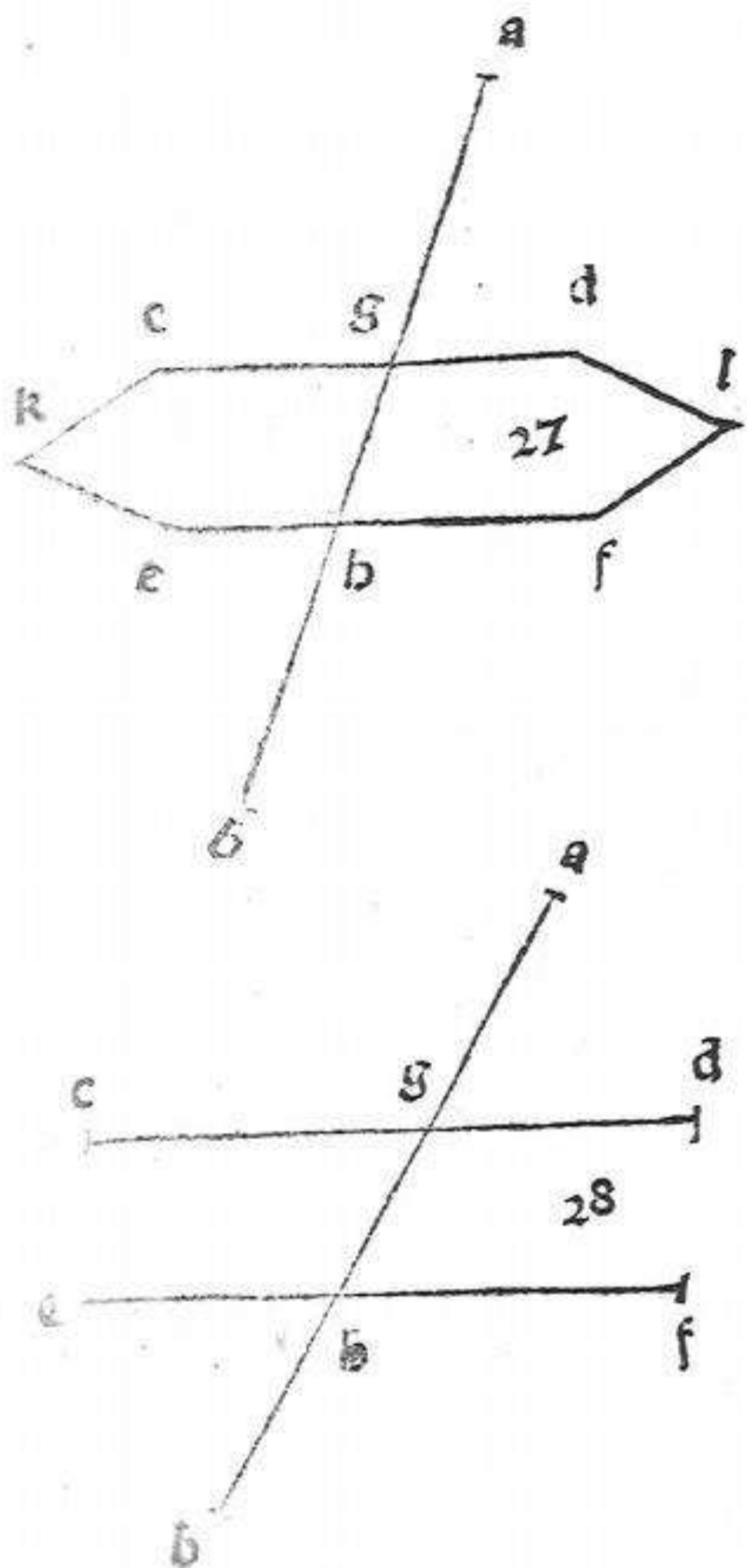
Sit vt linea a, b. secet duas lineas c, d. & e, f. in puncto g. & h. sitq, angulus g. extrinsecus equalis angulo h. intrinseco ex eadem parte sumpto: aut duo anguli g, h. intrinseci ex eadem parte sumpti sint eqles duobus angulis rectis. Dico qd due linee c, d. & e, f. sunt equidistantes. **S**it ergo primo angulus d, g, a. equalis angulo f, h, g. eritq, per. 15. angulus c, g, h. equalis eidem angulo f, h, g. qre per premissam c, d. & e, f. sunt equidistates. Sint rursus duo anguli d, g, h. & f, h, g. equales duobus rectis. Et quia per. 13. duo anguli d, g, h. & c, g, h. sunt similiter equales duobus rectis erit angulus c, g, h. equalis angulo f, h, g. quare per premissam c, d. & e, f. erunt equidistantes: quod est propositum.

Propositio .29.



Si duabus lineis equidistantibus linea superuenerit duo anguli coalterni equales erunt: angulusq, extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito equalis. Itemq, duo anguli intrinseci ex alterutra parte cōstituti duobus rectis angulis equales.

Sint due linee a, b. & c, d. equidistates super quas cadat linea e, f. secans eas in punctis g. & h. dico qd anguli g, h. coalterni sunt equales: & qd angulus g. extrinsecus est equalis angulo h. intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto: & qd anguli g, h. intrinseci ex eadem par



se sumpti sunt equeles duobus rectis: & hec est conuersa duarum precedētū.
 Primum sic patet. Si enim angulus. b. g. h. non est equalis angulo. c. h. g.
 alter eorum erit maior. sit ergo maior angulus. c. h. g. & quia duo anguli.
 c. h. g. & g. h. d. sunt equales duobus rectis per. 13. erūt duo anguli. b. g. h. &
 d. h. g. minores duobus rectis ergo per quartam petitiōem due linee. a. b.
 & c. d. si protrahantur cōcurrent in parte. b. & d. ad punctū aliquem vt ad
 k. non ergo sunt equidistantes per diffinitionem quod est contra ypothe
 sim: & quia hoc est impossibile. erunt igitur duo anguli coalterni. b. g. h.
 & c. h. g. equales quod est primum propositum. Ex hoc patet secundum
 est. n. per. 15. angulus. b. g. h. equalis angulo. a. g. e. ergo angulus. a. g. e. erit
 equalis angulo. c. h. g. extrinsecus videlicet intrinsecus: quod est secundum
 propositum. Ex hoc rursus patet tertium: Sunt enim per. 13. duo anguli. a.
 g. e. & a. g. h. equales duobus rectis. ergo duo anguli. a. g. h. & c. h. g. erunt
 etiam equales duobus rectis qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sum
 pti: quod est tertium propositum.

Propositio 30.



S fuerint due linee vni equidistantes eedem sibi
 uicem equidistantes erunt.

¶ Sint due linee. a. b. & c. d. quarum vtraq; equidistet li
 nee. e. f. dico illas duas videlicet. a. b. & c. d. esse equidi
 stantes. hoc autē est vniuersaliter verum siue due linee. a.
 b. & c. d. sint in vna superficie cum linea. e. f. siue non: hic
 tamen non intelligitur nisi secundum q; omnes sunt in superficie vna. se
 cundum. n. q; sunt in diuersis superficiebus probatur in nona. libri. 11. q;
 sunt equidistates. Sint ergo omnes in superficie vna. protraham autem li
 neam. g. h. secantem lineas. a. b. e. f. & c. d. in punctis. k. l. m. & quia. a. b.
 equidistat. e. f. erit angulus. b. k. l. equalis angulo. e. l. k. per primam per
 tem precedētis cum illi sint coalterni. atq; c. d. equidistat. e. f. erit angulus
 k. l. e. extrinsecus equalis angulo. l. m. c. intrinsecus per secundam partem p
 cedentis ergo angulus. b. k. l. est equalis angulo. c. m. l. qui cum sint coal
 terni erunt per. 27. linee. a. b. & c. d. equidistantes. quod est propositum.

¶ Similem habes in. 16. 11.

Propositio 31.



Puncto extralineam dato linee propofite equidi
 stantem ducere.

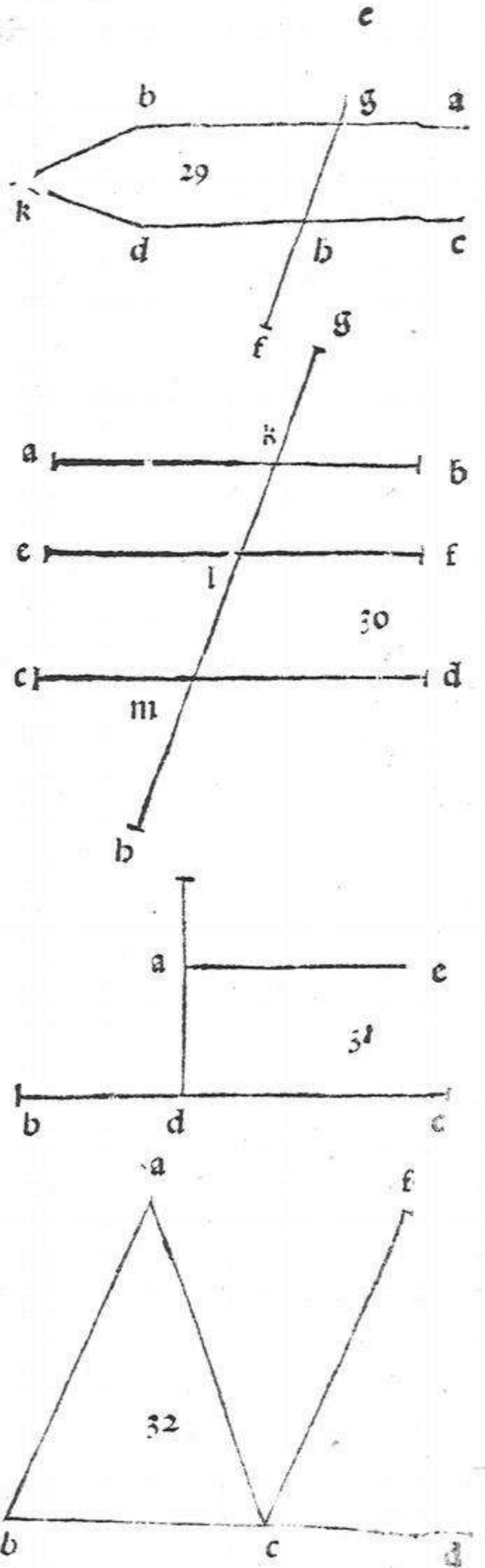
¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtri
 q; protrahatur per ipsum non transit. Sit ergo punctus. a.
 datus extra lineam. b. c. a quo oportet protrahere lineam
 equidistantem. b. c. protraho lineam. a. d. qualitercunq;
 contingat & super punctum. a. qui est extremitas linee. a. d. constituo angu
 lum. e. a. d. per doctrinam. 23. equalem angulo. b. d. a. sibi coalterno. eritq;
 a. e. equidistans. b. c. per. 27. quod est propositum.

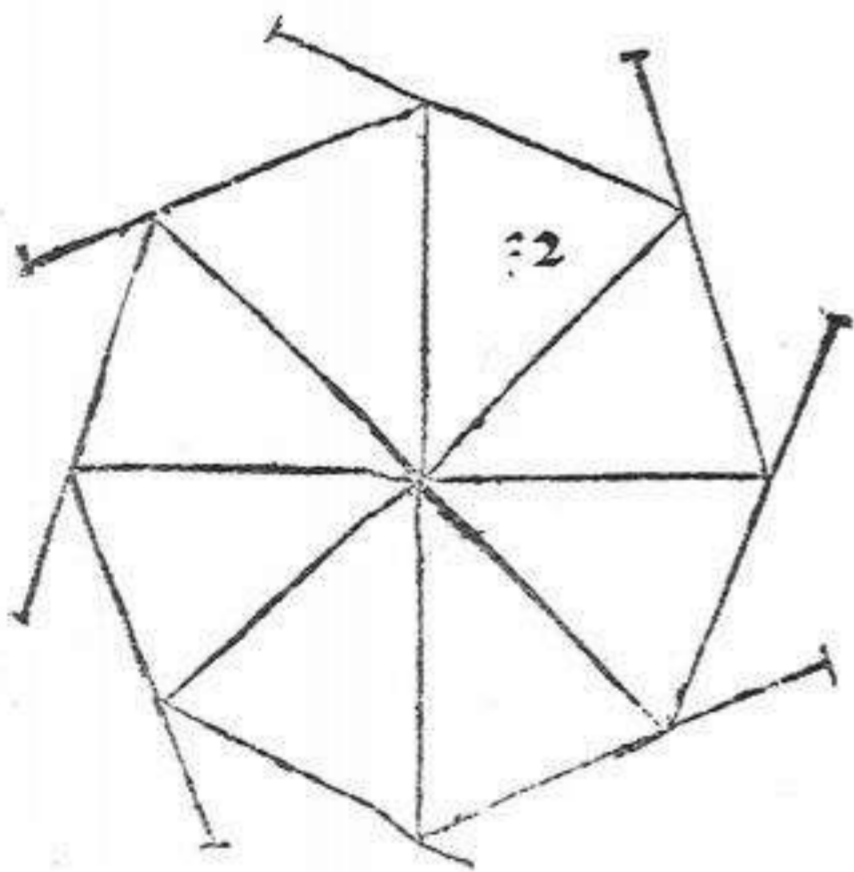
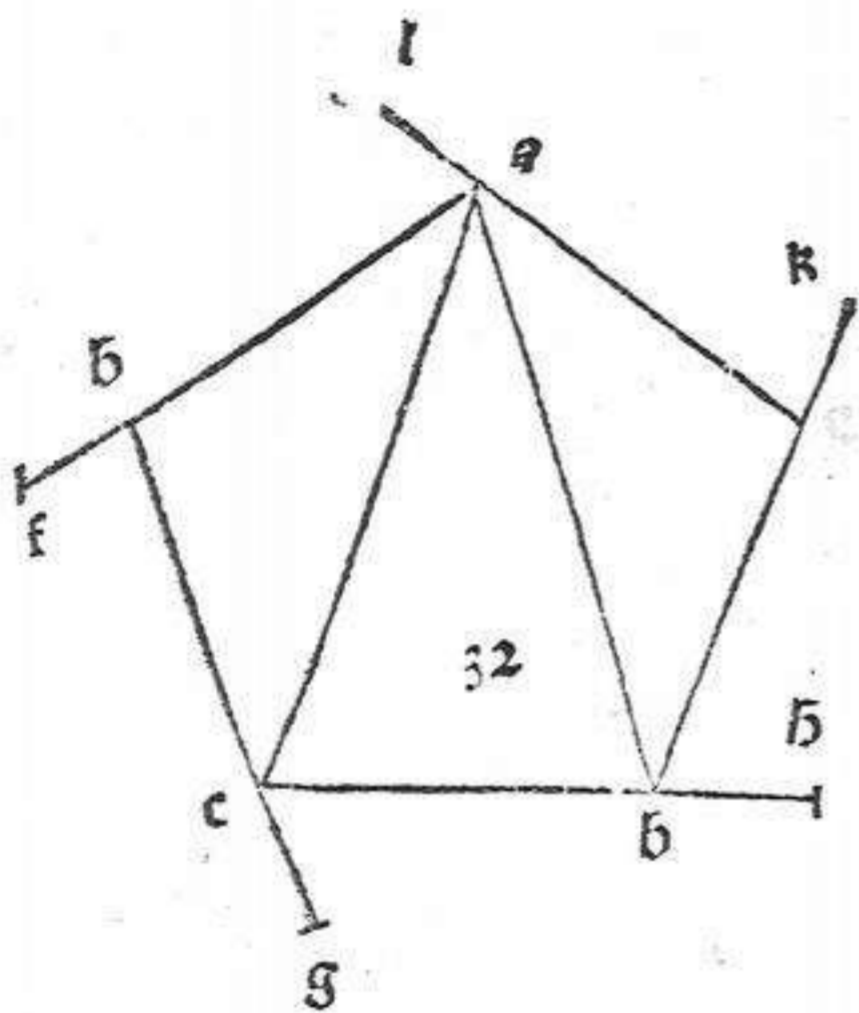
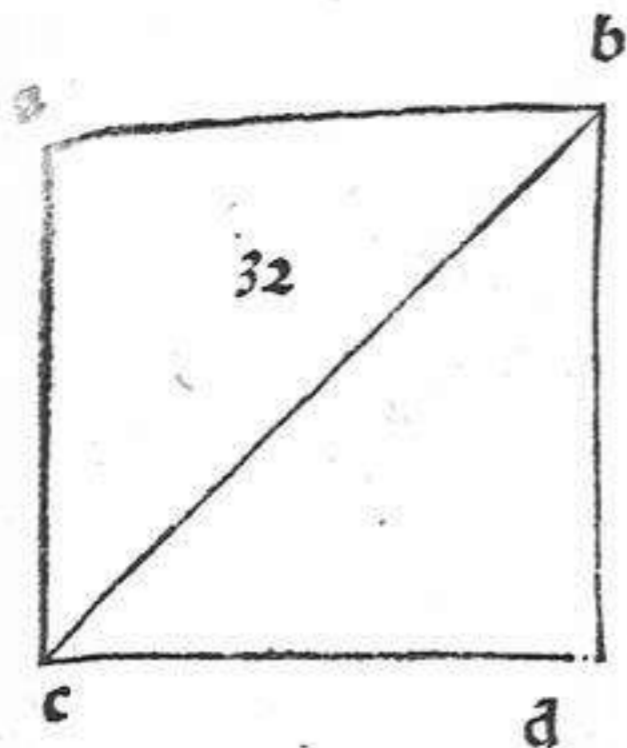
Propositio 32.



Inis trianguli angulus extrinsecus duobus in
 trinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autez
 tres angulos eius duobus rectis angulis equos
 esse necessē est.

¶ Sit triangulus. a. b. c. cuius latus. b. c. protrahatur vsq;
 ad. d. dico q; angulus. c. extrinsecus est equalis duobus an
 gulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis simul iunctis. & q; tres anguli trian
 guli. a. b. c. simul iuncti sunt equales duobus rectis. A puncto. c. protrahā
 c. f. eqdistante. a. b. fm doctrinā pcedentis. eritq; angulus. f. c. a. eqilis angu
 lo. a. q; sunt coalterni p pma pte. 29. & angulus. f. c. d. extrinsecus eqilis angu
 lo. b. intrinsecus p scdam pte eius de. qre totus. a. c. d. extrinsecus ē eqilis duobus
 angulis. a. & b. intrinsecis sibi oppositis. qd ē p mū. & qa duo anguli. a. c. b. &
 a. c. d. sunt equeles duobus rectis: p. 13. erunt tres anguli. a. b. & c. intrinseci eq





les duobus rectis: quod est fm propositum. ¶ Ex hac aut patet q̄ oīs figure poligonie^a, oēs anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt equales quotus est numerus quo a prima destiterit duplicatus: verbi gratia. Poligoniarum figurarum est triangula prima: quia si esset duaz^b linearum: cum figura sit clausio lineaz^b: tunc due linee recte includerēt superficiem quod est impossibile per vltimam petitiōem. Quadrilatera secunda: pentagonaz^c: similiter aut q̄libet tota erit in ordine quotus erit numerus laterum aut angulorum eius inde dempto binario. Dico ergo q̄ triangule q̄ ē prima oēs anguli sunt eq̄les duobus rectis. Quadrilatero q̄ est secunda erunt equales quatuor rectis & pentagōe q̄ est tertia erūt equales sex rectis. Hoc aut inde manifestum est qm̄ cum quelibet talis figura sit in tot triāgulos resolvableis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis angulo^d eius ad oēs angulos oppositos: sintq; oēs anguli oīs triāguli duobus rectis equales erunt oēs laterate figure oēs anguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a prima: quod est propositum. Sit. n. exempli gr̄a: Pentagonus a. b. c. d. e. a cuius angulo. a. ducam lineas ad angulos. c. d. sibi oppositos: eritq; totus p̄tagonus resolutus in triāgulos. a. b. c. a. c. d. & a. d. e. quoz^e cū cuiuslibet sint anguli equales duobus rectis erūt pentagoni anguli equales sex rectis: quod est duplum eius numeri quo a prima distat siue duplū numeri angulorum aut laterum eius inde dempto binario. ¶ Possumus quoq; b̄ sic idem proponere dicētes q̄ oīs figure poligonie oēs anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis equales q̄tus ē numerus quē eius anguli duplicāt inde dempti: quatuor p̄cto. n. quolibet itra figuram signato & ab eo ad singulos angulos lineis p̄tractis erit ipsa figura i tot triāgulos resoluta quāti fuerint eius anguli: iōq; oēs anguli oīm illoz^f trianguloz^g p̄iter accepti tot rectis angulis erūt equales q̄tus est numerus quē duplicāt anguli p̄posite figure: cū itaq; sint oēs anguli triāguloz^h in quos ipsa resoluta est p̄ctum mediū circūstantes quatuor rectis equales p. 13. manifestum cōstat p̄positum. ¶ Similiter quoq; patet q̄ oīs figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuor rectis angulis sunt equales: sunt. n. intrinseci & extrinseci bis tot rectis equales quot hūerint angulos per. 13. Intrinseci at sunt bis tot rectis equales quot hūerint angulos dēptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis equales: quod est p̄positum. Exēpli gr̄a: p̄positi pentagoni latera p̄trahantur vt fiant anguli extrinseci. a. b. q̄dem p̄trahatur vsq; ad. f. b. c. v/ q; ad. g. c. d. v/ q; ad. h. d. e. v/ q; ad. k. e. a. v/ q; ad. l. erūtq; per. 13. duo anguli. a. intrinsecus & a. extrinsecus. equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli. b. intrinsecus. & b. extrinsecus: sic & ceteri quare. a. b. c. d. e. anguli intrinseci & extrinseci decē rectis. demptis igitur intrinsecis q̄ sunt eq̄les sex rectis erūt extrinseci. v3. b. a. l. c. b. f. d. c. g. e. d. h. & a. e. k. eq̄les quatuor rectis. ¶ Patet et q̄ oīs p̄thagoni cuius vnūquodq; latus duo secat sex reliqs h3. s. angulos duobus rectis equales. sit qualis proponit p̄tagonus. a. b. c. d. e. & secet latus. a. c. latus. b. e. in p̄cto. g. & latus a. d. idem latus. b. e. in p̄cto. f. eritq; angulus. a. f. g. equalis duobus angulis. b. & d. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo. f. d. b. Itēq; angulus. f. g. a. erit equalis duobus angulis. c. & e. cū sit extrinsecus ad ipsos in triāgulo. g. c. e. sed duo āguli. a. f. g. & f. g. a. cū angulo. a. sunt eq̄les duobus rectis ergo q̄tuor anguli. b. d. & c. e. sunt cū angulo. a. eq̄les duobus rectis: q̄d ē p̄positū.

Castigator.

a ¶ s. multiangule nā grece poly. multū gonia vō angulū significat et figure pluriū anguloz^b dicere possumus. b ¶ Possumus quoq; & sic idem p̄ponere & c. Ista regula aducitur infra in. 21. libri. u. & multū facit ad illā & sequētes vt patet. c ¶ Ista vocat figura egrediētium anguloz^d & ē. i. in ordine q̄a nec trianguli nec quadrāguli latera p̄tracta in cōtinuū & directū cōcurrēt vt patet intuēti quia tunc due linee recte clauderent superficiem cōtra vltimam petitionem. De tetragono patet quia si latera sunt equidistantia non concurrent sed si non sunt equidistantia habebit angulos acutos & obtusos igitur ex vna parte latera concurrent ex alia vero

minime. Et sic non erit figura huius ordinis: sed latera pentagoni bina & bina continent angulos obtusos ergo utrinque protrahat concurrent & sic e prima talium. **Propositio .33.**



Sin summitatibus duarum linearum equidistantium & equalis quantitatis alie due linee coniungantur ipse quoque equalis & equidistantes erunt.

Sint due linee, a, b, & c, d, equales & equidistantes quarum extremitates coniungam per lineas, a, c, & b, d, quas dico esse equales & equidistantes. **¶** Protrahat, n. lineam, a, d, & quia linee, a, b, & c, d, sunt equidistantes erit angulus, b, a, d, equalis angulo, a, d, c, per primam partem, 29. ergo erunt duo latera, a, b, & a, d, trianguli, a, b, d, equalia duobus lateribus, d, c & d, a, trianguli, d, c, a, & angulus a, primi equalis angulo, d, secundi, ergo per, 4, basis, b, d, primi est equalis basi a, c, secundi, & angulus, a, d, b, primi equalis angulo, d, a, c, secundi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee, b, d, & a, c, equidistantes per, 27, & quia prius probatum est ipsas esse equales: patet propositum utrunque. **Propositio .34.**

29
4
27



Superficies equidistantibus contenta lateribus lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet equales diametro diuidente eam per medium.

Sit superficies, a, b, c, d, equidistantium laterum: ita que linea, a, b, equidistet, c, d, & a, c, b, d, dico duas lineas, a, b, & c, d, item duas lineas, a, c, & b, d, esse equales. Similiter & dico angulum, a, esse equalem angulo, d, & angulum, b, angulo, c. **¶** Protrahat diametrum, a, d, que etiam diuidet superficiem illam per medium, cum, a, b, & c, d, sint equidistantes: erunt anguli, b, a, d, & c, d, a, qui sunt coalterni equales per, 29. At quia et, a, c, & d, b, sunt equidistantes: erunt anguli, c, a, d, & b, d, a, qui sunt coalterni equales per eandem. Intellego, n. duos triangulos, a, d, b, & d, a, c, & quia duo anguli, a, & d, trianguli, a, d, b, sunt equales duobus angulis, d, & a, trianguli, d, a, c, & latus, a, d, super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est coterit per 26, latus, a, b, equale lateri, c, d, & latus, a, c, lateri, b, d, & angulus, b, angulo, c, & quia angulum, a, totalem patet esse equalem angulo, d, totali per secundam conceptionem totum propositum cum correlario liquet.

29
26

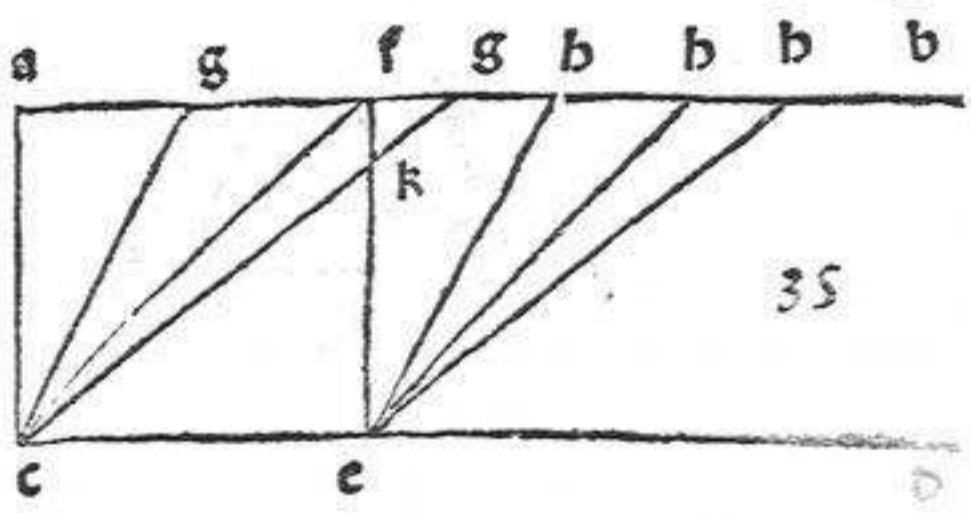
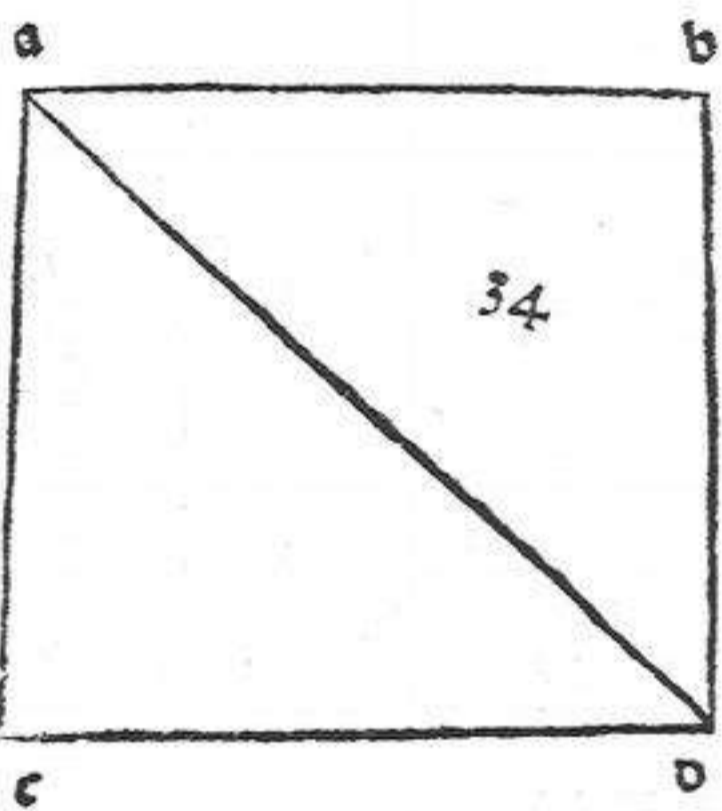
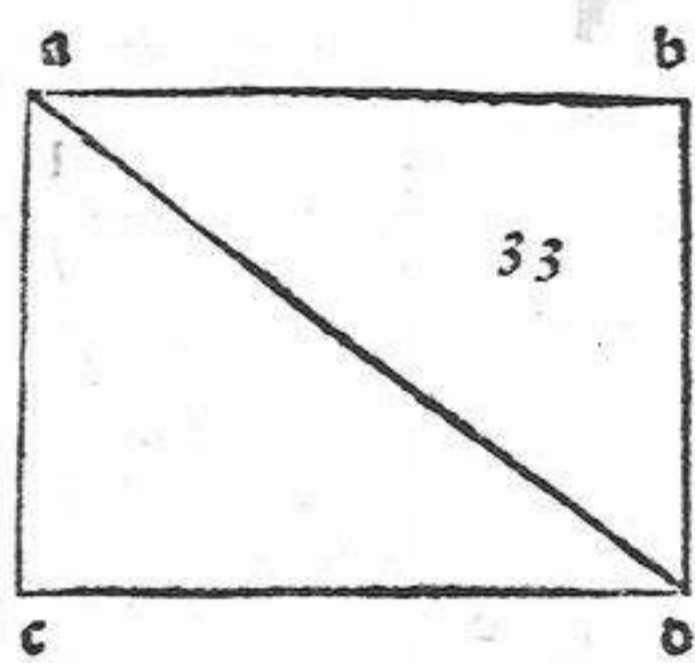
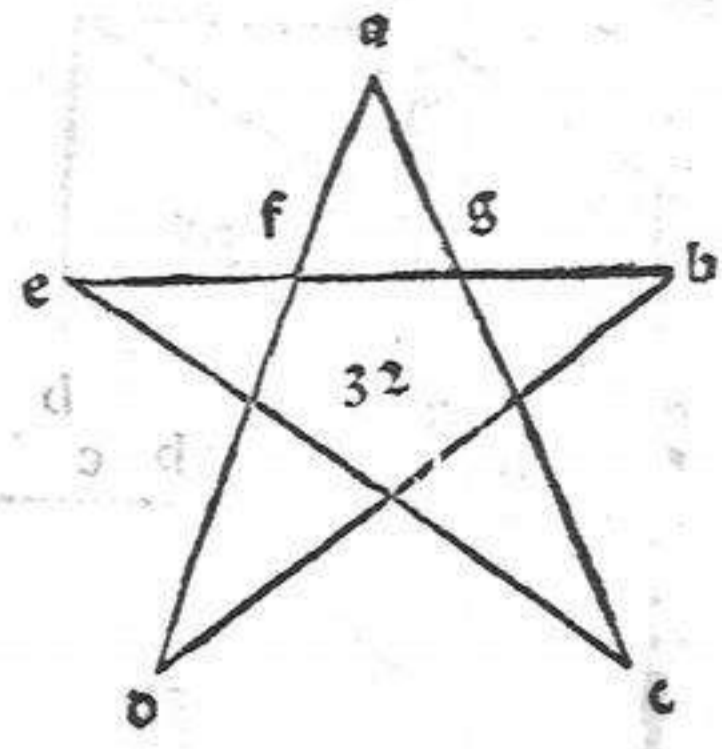
Propositio .35.



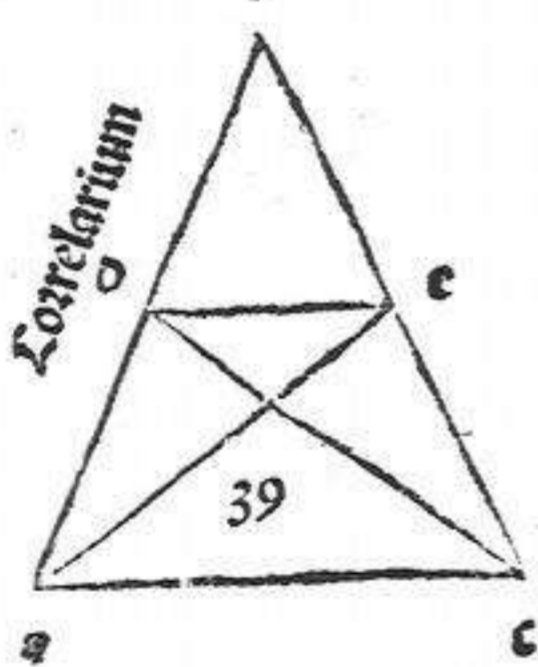
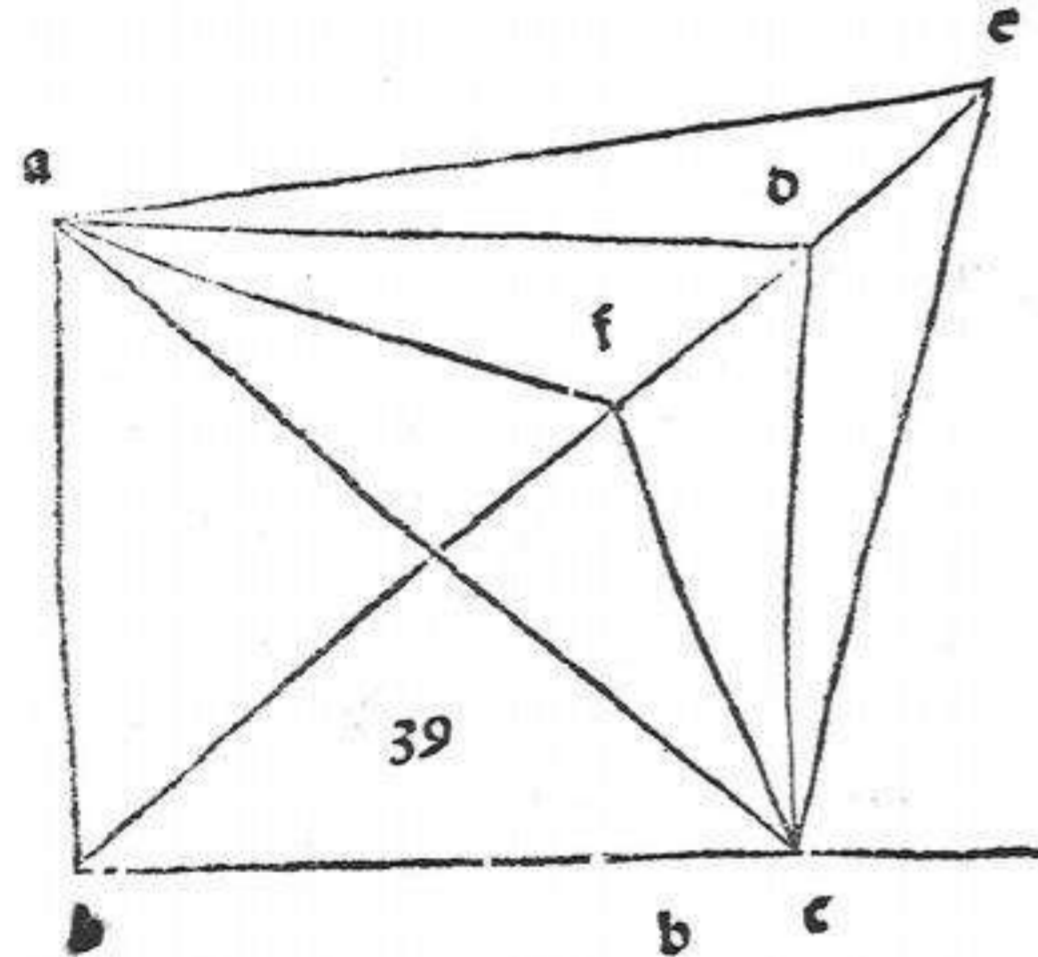
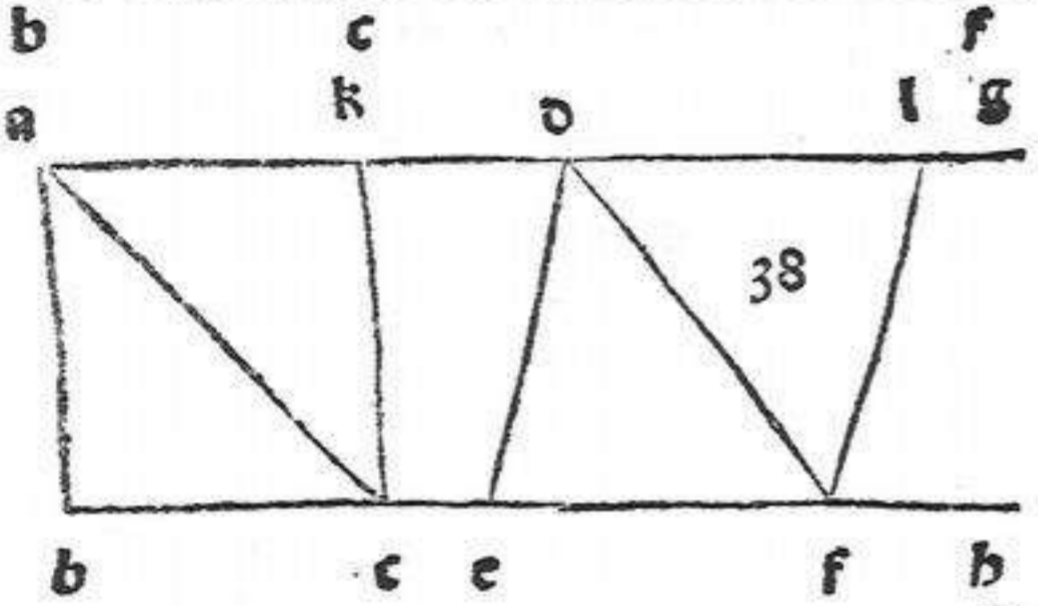
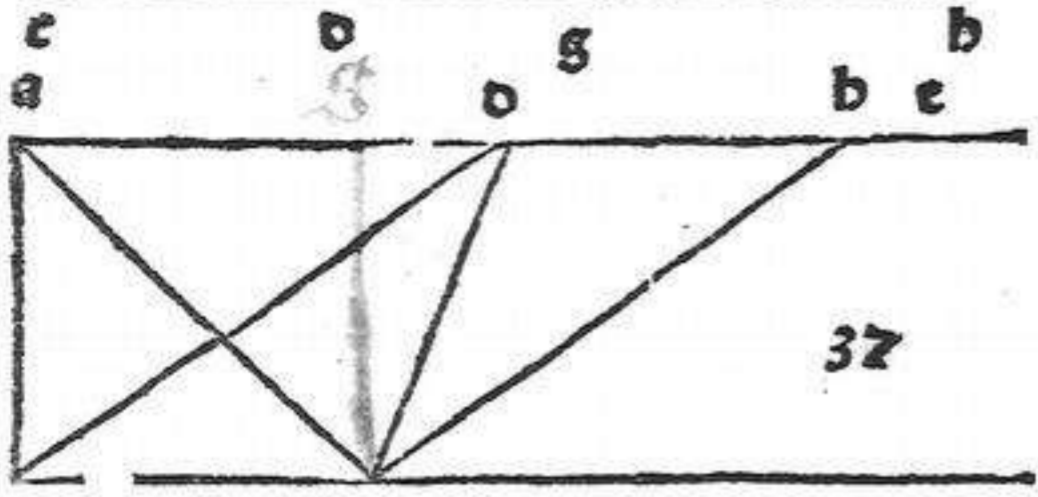
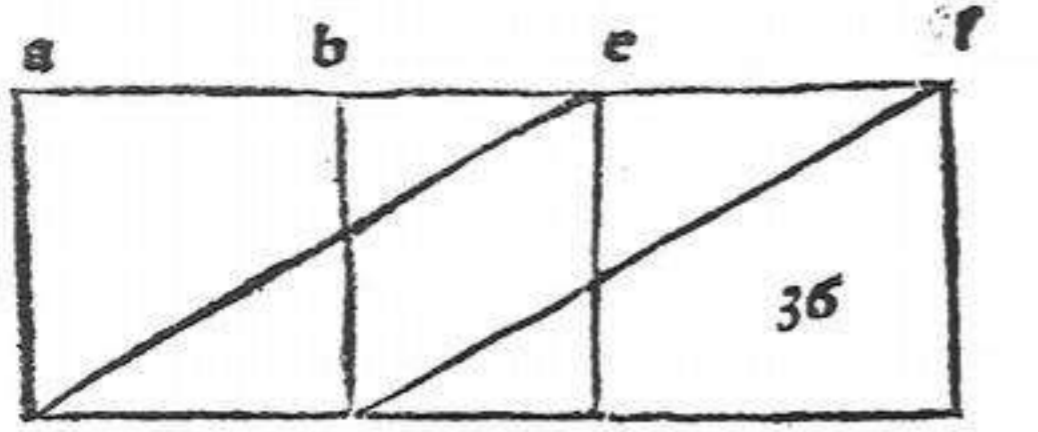
Superficies equidistantium laterum super unam basim atque in eisdem alternis lineis constitute equales esse probantur.

Sint due linee, a, b, & c, d, equidistantes inter quas fiat a, c, f, e, superficies equidistantium laterum super basim, c, e, & super eandem basim & inter easdem lineas fiat alia superficies, g, c, h, e, similiter equidistantium laterum dico duas predictas superficies esse equales quod sic probatur. **¶** Aut, n. linea, c, g, secabit lineam, a, b, in aliquo puncto lineae, a, f, aut in puncto, f, aut in aliquo puncto lineae b, f, secet ergo primo in aliquo puncto lineae, a, f, ut in prima figuracione apparet, & quia utraque duarum linearum, a, f, & g, h, est equalis lineae, c, e, per precedentem una earum erit equalis alteri dempta ergo linea, f, g, ceteri remanebit, a, g, equalis, f, h. Quia per precedentem iteque est, a, c, equalis, f, e, & angulus, h, f, e, angulo, g, a, c, per secundam partem, 29, uidelicet extrinsecus intrinseco erit per, 4, triangulus, a, c, g, equalis triangulo f, e, h, ergo irregulari figura quadrilatera que e, g, c, f, e, addita utriusque erit superficies, a, c, f, e, equalis superficiei, g, c, h, e, quod est propositum. **¶** Secet ergo modo linea, c, g, lineam, a, b, in puncto, f, ut in secunda figuracione apparet, eruntque simili argumentatione priori duo trianguli, a, c, f, & f, c, h, equales quare utrobique addito triangulo, f, c, e, patet propositum. **¶** Secet tertio modo linea, c, g, lineam, a, b, inter duo puncta, f, b, ut in tertia figuracione apparet: secabitque lineam, f, e, sicut in puncto, k, &

29
4



b



quia simili argumentatione priori linea. a. f. e equalis linee. g. h. facta cõmuni linea. g. f. erit a. g. equalis. f. h. ¶ triangulus. a. g. c. equalis triangulo f. c. h. adito ergo utriq; triangulo. c. k. e. ¶ detracto ab utroq; triangulo. f. k. g. erit superficies. a. c. f. e. equalis superfici ei. g. c. h. e. quod est ppositum.

Propositio 36.



Ania parallelograma in basibus equalibus atq; in eisdem lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Parallelogramum dicitur superficies equidistantium laterum. Sint due superficies. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. equidistantium laterum constitute inter duas lineas equidistantes q̄ sunt. a. f. ¶ c. h. ¶ super equales bases que sunt. c. d. ¶ e. g. h. dico eas esse equales. Nam protraham duas lineas. c. e. ¶ d. f. eritq; per. 33. superficies. c. d. e. f. equidistantium laterum propter hoc q̄. e. f. est, equalis ¶ equidistans. c. d. nam utraq; earum est equalis. g. h. Quia ergo per premisam utraq; duarum superficialium. a. b. c. d. ¶ e. f. g. h. est equalis superfici ei c. d. e. f. ipse erunt sibi inuicem equales; quod est propositum.

Propositio 37.



Quales sunt sibi cuncti trianguli qui super eandem basim atq; inter duas lineas equidistantes sunt cõstituti.

¶ Sint duotrianguli. a. b. c. ¶ d. b. c. constituti super basim b. c. inter duas lineas. a. e. ¶ b. f. que sint equidistantes; dico eos esse equales. Protraham enim. c. g. equidistantem. a. b. ¶ c. h. equidistantem. d. b. per. 31. eruntq; due superficies. a. b. c. g. ¶ d. b. c. h. equales per. 35. ¶ quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium. 34. ipsi erunt equales per cõem sciam que est quoz tota sint eqlia ¶ dimidia; sicq; patet propositum.

Propositio 38.



S duo trianguli super bases equales atq; inter duas lineas equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. ¶ d. e. f. constituti super bases b. c. ¶ c. f. equales ¶ inter lineas. a. g. ¶ b. h. equidistantes; dico eos esse eqls. ¶ Protraham enim. c. k. equidistantem. a. b. ¶ e. f. l. equidistantem. e. d. eruntq; due superficies. a. b. c. k. ¶ d. e. f. l. equales per. 36. ¶ quia dicti trianguli sunt eaz dimidia p correlarium. 34. ¶ erunt eqls p antedictam cõem sciam.

Propositio 39.



Anes duo trianguli equales si in eandem basim z ex eadem parte ceciderint inter duas lineas equidistantes erunt.

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. ¶ d. b. c. cõstituti super basim b. c. ex una eademq; parte; sintq; equales; dico eos esse inter lineas equidistantes; ¶ hec est cõuersa. 37. ¶ A puncto. a. p traham lineam equidistantem linee. b. c. que si pertransierit per punctum d. liquet propositum. Si autem ptransierit supra aut infra; transeat primo supra ¶ sit. a. e. producãq; b. d. usquequo secet lineã. a. e. in puncto. e. ¶ protraham lineam. e. c. ¶ quia triagulus c. b. e. est eqlis triagulo. a. b. c. p. 37. ¶ triagulus. d. b. c. positus est eqlis triagulo a. b. c. erit triagulus. d. b. c. eqlis triagulo e. b. c. ps toti quod est impossibile. Nõ igitur ptransibit lineã q̄ a puncto. a. ducitur eq distanter. b. c. supra. d. tráseat. ergo infra. ¶ sit a. f. secãs lineam. d. b. in pũcto. f. p traham ergo lineam. f. c. ¶ quia p. 37. triagulus. f. b. c. est eqlis triagulo. a. b. c. ipse et erit equalis triagulo. d. b. c. ps toti quod est impossibile. Quia ergo linea a puncto. a. equidistãter b. c. non trásit nisi p punctum. d. patet propositum. ¶ Ex hac aut ¶ premisa nota q̄ si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera p eq̄ secet uel secuerit ipsa erit tertio equidistãs quod sic p batur. Sit triagulus. a. b. c. cuius duo latera q̄ sunt a. b. ¶ b. c. secet linea. d. e. p equalia. a. b. quidem in pũcto. d. ¶ b. c. in puncto. e. dico q̄ linea. d. e. ¶ equidistãs. a. c. Protraham

33
31
35
34
36
34
37
37
37

38 enī in q̄drilatero. a. c. e. d. diametros. a. e. f. d. c. eritq; p. 38. triāgulus. a. e. d. equalis triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. a. d. posita est equalis linee. d. b. Itemq; per eandem triangulus. c. e. d. erit equalis eidem triangulo. d. e. b. propter id q̄ linea. c. e. posita est equalis linee. e. b. Quia triangulus. a. e. d. est equalis triangulo. c. e. d. quia ergo ipsi sunt constituti super eandē basim. uidelicet lineam. e. d. f. ex eadem parte ipsi, erunt p̄ hanc. 39. inter lineas equidistantes ergo linea. d. e. est equidistans linee. a. c. quod quidē propositum ad quintam quarti tibi ualebit.

Castigator

a **I**ste concursus pbatur per tertiam partem. 29. per eam enim f. per aduersarium duo anguli intrinseci totales. a. f. b. sunt equales duobus rectis sed linea. b. d. latus secundi trianguli diuidit angulum intrinsecum in duos ptiales. Et quia super lineas. a. e. f. b. d. cadit linea. a. b. que ex parte. e. f. d. facit duos angulos minores duobus rectis scilicet. a. b. d. f. e. a. b. quare per. 4. petitionē due linee. a. e. f. b. d. in eandem partem protracte concurrunt. **V**el sic per. 30. si non concurrant. a. e. f. b. d. per aduersarium. ipse per diffinitionem erunt equidistantes f. quia. et ex ypothe. b. c. equidistat a. e. ideo per. 30. b. d. f. b. c. erunt equidistantes cum utraq; equidistet. a. e. f. sic. b. d. cum. b. c. non cāsarent angulū. d. b. c. q̄ est contra ypothesim. **P**otest etiam propositum huius. 39. concludi ostensue sic per conuersionem. 35. sic deducendo uidelicet ducam a puncto. e. per. 31. equidistantem lateri. a. b. q̄ sit. c. e. quam ponam per. 3. equalem ipsi. a. b. f. coniu gam extremitates. a. f. e. per lineam. a. e. per primam petitionem q̄ erit equalis f. equidistans basi. b. c. per. 33. deinde ab eodem puncto. c. p̄ eandē 31. erigam equidistantem lateri. b. d. que sit. c. f. quam similiter ponam per. 3. equalem ipsi. b. d. demum per rectam coniungam extremitates. d. f. per eandem petitionem que similiter erit equalis f. equidistans ipsi basi b. c. per eandem. 33. f. sic sunt due superficies equidistantium laterum. equales quia dicti trianguli sunt earum dimidia f. sunt equales per ypothesim ergo ipse sunt equales per conceptionem quoq; dimidia sunt equalia tota quoq; sunt equalia f. sunt super eandem basim. b. c. ergo p̄ conuersionem 35. ipse sunt inter duas lineas equidistantes que sunt. a. f. f. b. c. f. sic earū dimidia que sunt ipsi trianguli. **I**sta facit ad secundam. 12. f. ad primam. 14. f. 6. f. 7. 8. 17.

Propositio .40.

I duo trianguli equales super equales bases vni us eiusdemq; linee ex eadem parte fuerint constituti eos inter duas lineas equidistantes necesse est contineri.

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. eq̄les cōstituti sup̄ duas bases q̄ sunt. b. c. f. e. f. f. ex eadem pte dico eos esse inter duas lineas equidistantes. f. hec est cōuersa. 38. f. pbatur. per ipsam sicut p̄cedens p. 37. **A** puncto. a. ducatur linea. equidistans linee. b. f. q̄ si transferit p̄ punctum. d. patet p̄positum. sin aut̄ p̄transferit supra ut. a. g. f. p̄ducatur e. d. usq; ad ipsam q̄ sit. e. g. f. ducatur linea. g. f. eritq; p. 38. triāgulus. a. b. c. equalis triangulo. g. e. f. quare f. triāgulus. d. e. f. erit equalis triāgulo. g. e. f. p̄s toti quod est impossibile. Non ergo trāsibit supra. Trāseat ergo infra. f. secet lineam. d. e. i puncto. h. f. ducatur linea. f. h. eritq; p. 38. triāgulus. h. e. f. equalis triangulo. a. b. c. Quare f. triāgulo. d. e. f. p̄s toti quod ē impossibile. quia ergo non trāsibit nisi per punctum. d. patet p̄positum.

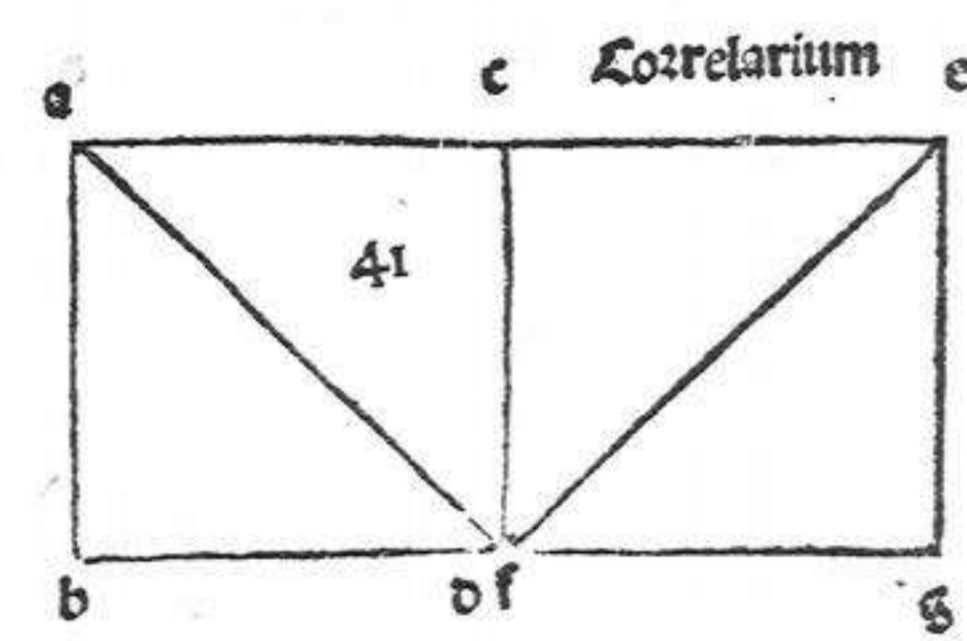
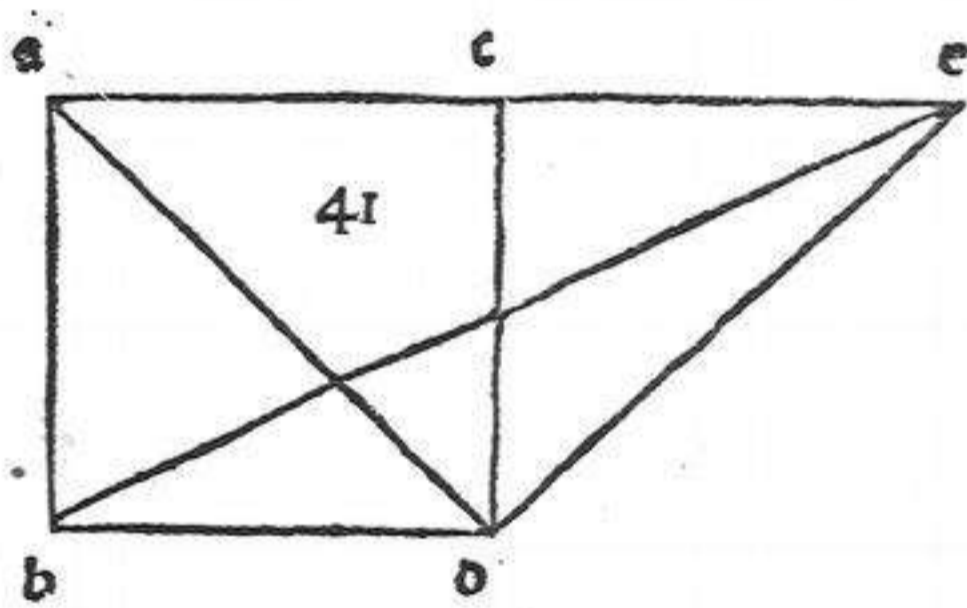
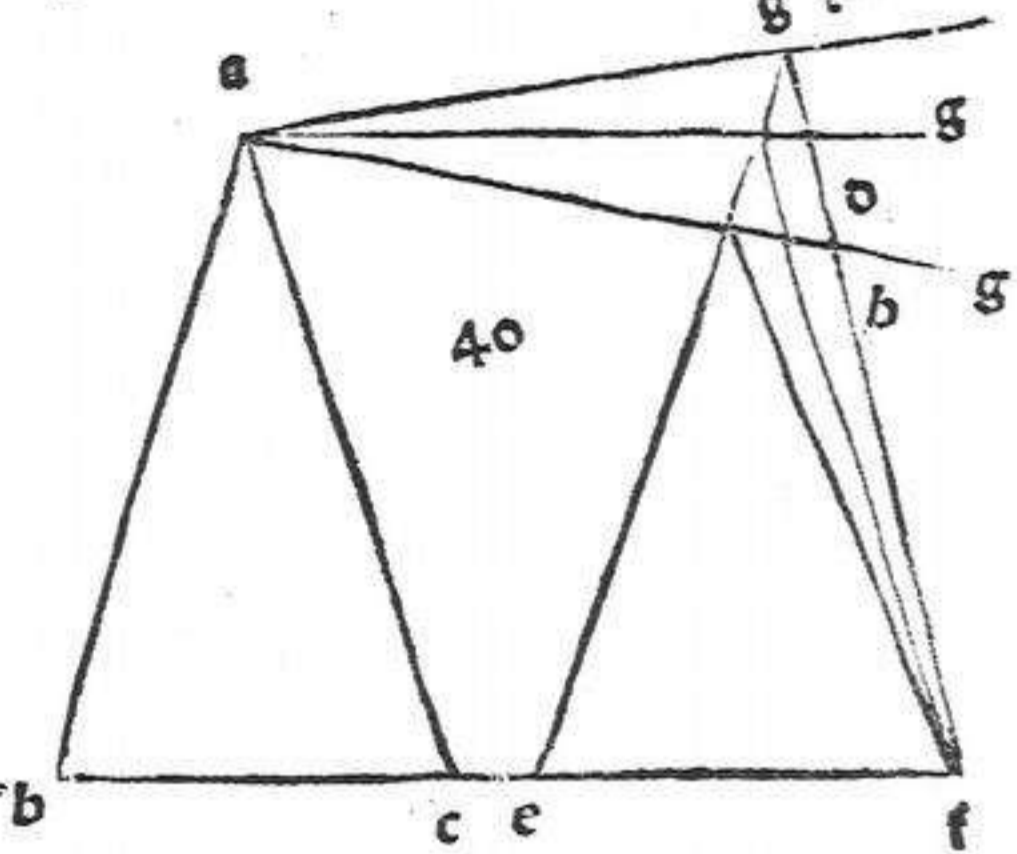
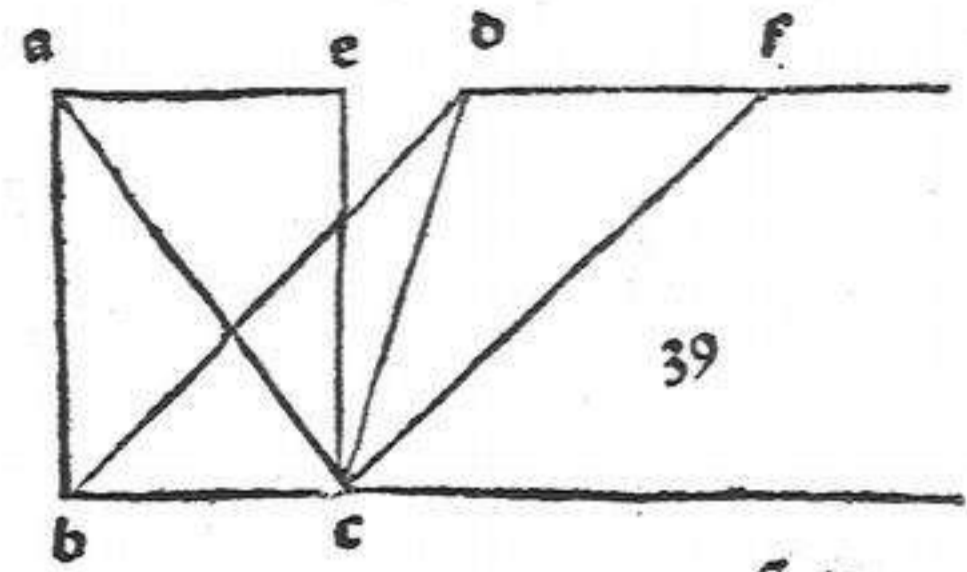
Propositio .41.

I parallelogramum triangulusq; in eadem basi at q̄ in eisdem alternis lineis fuerint constituta parallelogramum triangulo duplum esse conueniet.

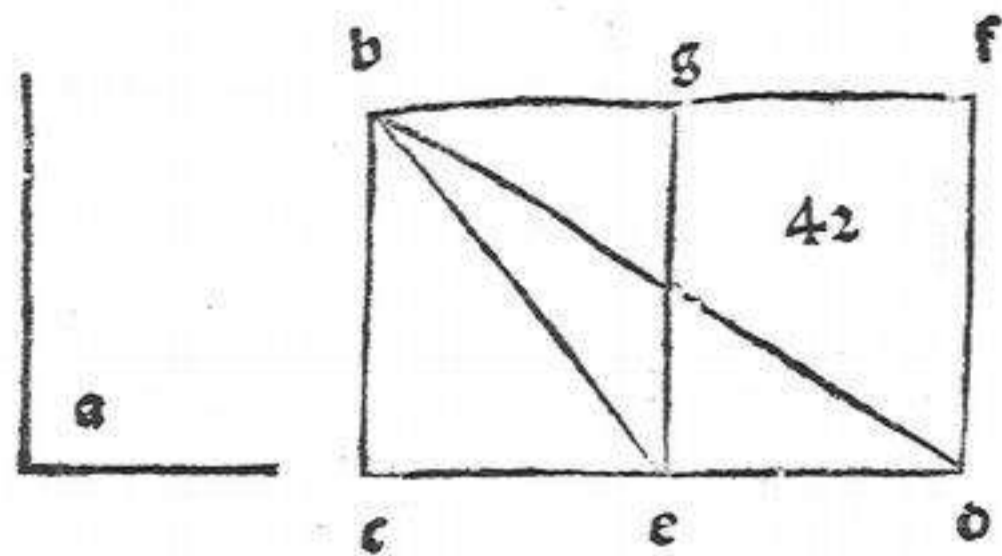
Sit palellogramū. a. b. c. d. f. triāgulus. e. b. d. sup̄ basim b. d. f. inter lineas a. e. f. b. d. q̄ sint eq̄distantes: dico palellogramū duplū ēē triāgulo p̄trahā in palellogrāo diame



t̄p. a. d. eritq; triāgulus. a. b. d. dimidiū palellogrami p̄ corr. 34. f. quia



38
37
38
38



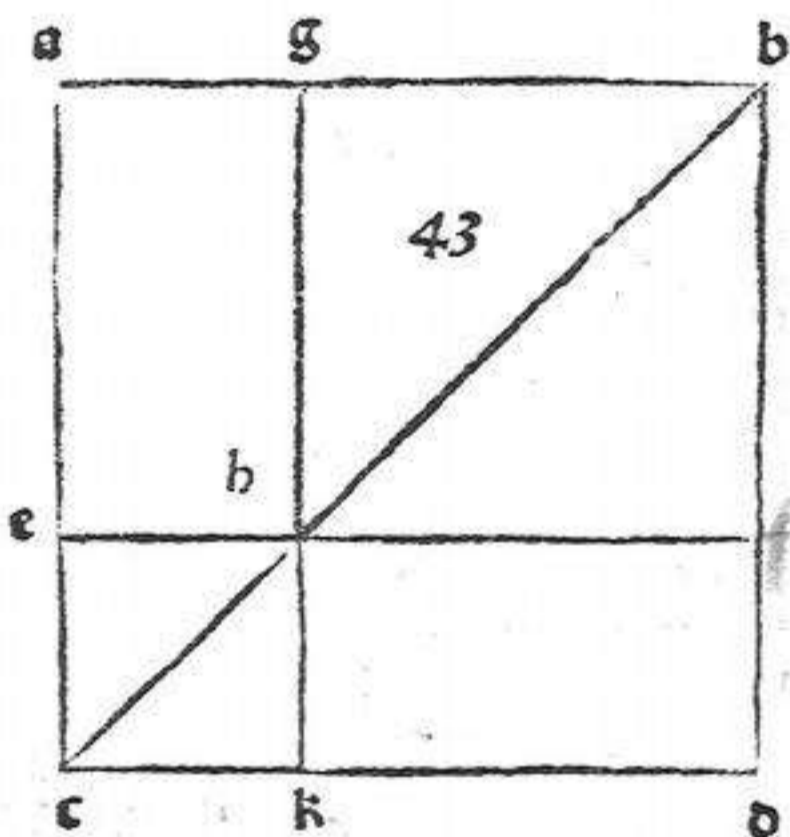
triangulus, e, b, d, est equalis triangulo, a, b, d, per. 37. patet triangulum e, b, d, esse dimidium palellogrami, a, b, c, d, quod e propositum. Similiter quoq; potest probari q; si palellogramum triangulusq; in equalibus basibus, atq; inter lineas equidistantes fuerint constituta palellogramum duplum erit triangulo: quod ideo non posuit. Euclides: quia leuiter patet ex hac precedente correlarium, §. 38, diuiso palellogramo per diametru in duos triangulos, uel super basim palellogrami inter easdem lineas equidistantes triangulo constituto ad quem duplum erit palellogramum per hanc precedentem § ipse equalis alteri triangulo per. 38.

Propositio .42.



Equidistantium laterum superficiem designare cuius angulus sit angulo assignato equalis, ipsa uero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus, a, § assignatus triangulus, b, c, d, uolo describere superficiem equidistantium laterum equalem triangulo, b, c, d, cuius uterq; duorum angulorum contra se posito sit equalis, a, ¶ Diuido basim, c, d, per dimidiu in puncto, e, § protraho lineam, b, e, § a puncto, b, duco, b, f, equidistantem c, d, eritq; per. 38, triangulus, b, e, d, equalis triangulo, b, e, c, quare triangulus, b, e, d, est dimidium totalis trianguli, b, c, d, igitur super punctum e, linee, d, c, constituo angulum, d, e, g, equalem angulo, a, § perficio palellogramum, g, e, d, f, quod quia per precedentem est duplum ad triangulum, b, e, d, erit etiam equale triangulo, b, c, d, per hanc coem scientiam: quorum dimidia sunt equalia, ipsa quoq; sunt equalia, est enim triangulus, b, c, d, utriusq; dimidium quare descripsimus palellogramum, g, e, d, f, equale triangulo, b, c, d, cuius uterq; duorum angulorum, g, e, d, § d, f, g, contra se positorum est equalis angulo, a, quod fuit propositum.



Propositio .43.



Anis palellogrami spacijs eorum que circa diametrum sunt palellogramorum supplementa equi sibi inuicem esse necesse est.

¶ Sit palellogramum, a, b, c, d, in quo protraham diametrum, b, c, § protraham, e, f, equidistantem utriq; duorum laterum, a, b, § c, d, que secet diametrum in puncto h, a quo ducam, k, g, euidistantem utriq; duorum laterum, a, c, § b, d, § pducam ea quousq; secet utrunq; latus, a, b, § c, d, sitq; tota, g, h, k, eritq; totum palellogramum, a, b, c, d, diuisum in quatuor palellogramata quorum duo scilicet, e, c, k, h, § g, h, b, f, dicuntur consistere circa, c, b, quia diametrum trāsit per medium eorum § ideo sunt circa diametrum: reliqua duo scilicet, a, e, g, q, § k, h, f, d, dicuntur supplementa hec duo supplementa dicuntur esse equalia, sunt enim duo trianguli, a, b, c, § c, d, b, equalis per correl. 34, similiter quoq; duo trianguli, g, h, b, § f, h, b, sunt equalis per idem correl. 34. At duo trianguli, c, e, h, § k, h, e, similiter equalis per idem correlarium demptis igitur duobus triangulis, b, g, h, § h, e, c, de totali triangulo, a, b, c, ac duobus triangulis reliquis b, f, h, § k, c, h, de totali triangulo reliquo, c, d, b, erunt per communem sciā residua: que sunt duo dicta supplementa equalia: quod est ppositū.

Propositio .44.

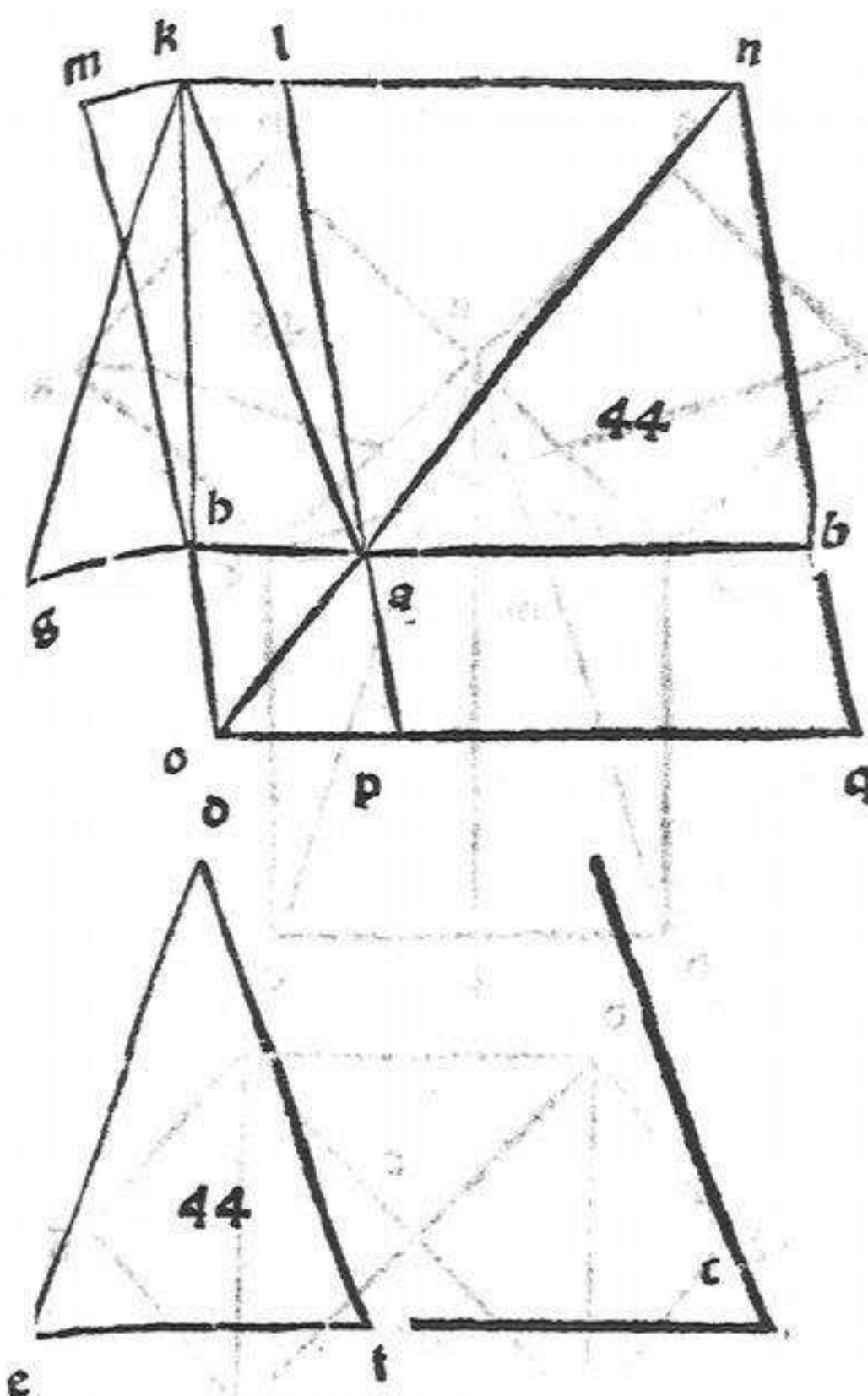


Proposita linea recta super eam superficiem equidistantium laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa uero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiem equidistantium laterum super lineam aliquam est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiē. Sit ergo data linea, a, b, § datus angulus, c, § datus triangulus d, e, f, super lineam, a, b, uolo designare superficiem unam equidistantium laterum itaq; linea, a, b, sit unū ex lateribus eius cuius uterq; duorū an

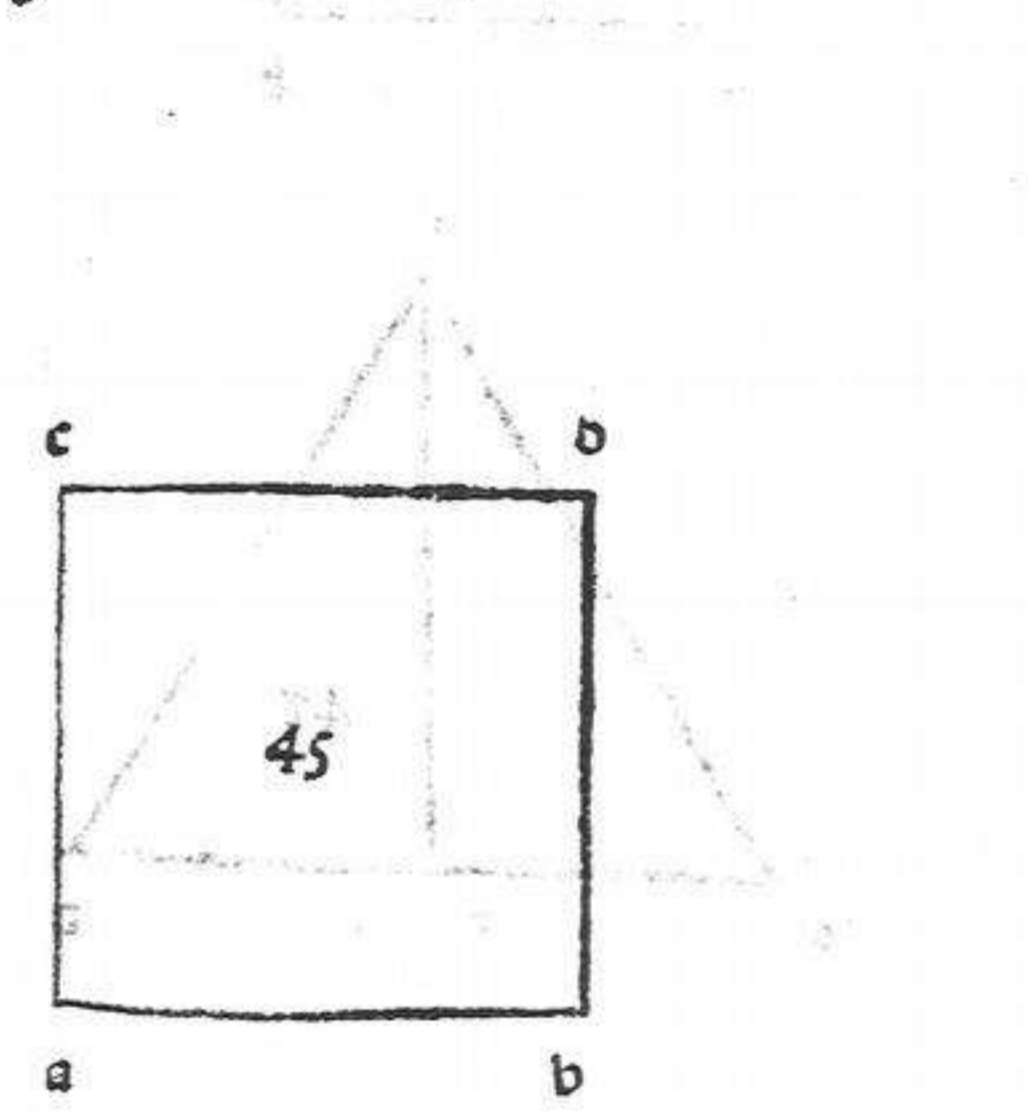
42
41
14
23
26
38
23
41
a
15

gulum contra se positum sit equalis angulo, c. & ipsa totalis superficies sit equalis triangulo, d. e. f. differt autem hec a. 42, quia hic Datur latus unius superficiem describēdes scilicet linea, a b. ibi autē nullum. Cum ergo uolo facere adiungo lineam, a g. lineae, a b. sicut rectitudinem, quam pono equalem lineae, e f. basi trianguli dati super quam constituo triangulum unum ei equalem & equilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulum, a. g. k. equalem angulo, e. & angulum, g. a. k. equalem angulo, f. p. 23. & quia, g a, posita fuerat equalis, e f. erit per, 26. triangulus, g. a. k. equalis & equilaterus triangulo, c. f. d. diuidam ergo, g a, per equalia in puncto h. & protraham, k. h. & producam a puncto, k. lineam, m. k. n. equidistantem lineae, g b. eritq, per, 38. triangulus, a h. k. equalis triangulo, g b. k. tunc super punctum, a. lineae, g a, faciam angulum, g. a. l. per, 23. equalem angulo, c. dato: & complebo super basim, a b. & inter lineas, g b. & m. n. equidistantes superficiem equidistantium laterum, m. l. h. a. que per, 41. dupla erit ad triangulum, k h a. quare equalis totali triangulo, k. g. a. quare & triangulo, d. e. f. Proposito: protraham ergo, h. a. equidistantem, a. l. & producam diametrum, n a. quam protraham quousq, concurrat cum, m h. in puncto, o. & complebo superficiem equidistantium laterum, m. o. n. q. & protraham, l. a. usq, ad, p. eritq, per precedentem supplementum, a. b. p. q. equale supplemento, m. l. h. a. quare & triangulo, d. e. f. & quia, per, 15. angulus, l. a. h. est equalis angulo, b. a. p. & ideo angulus, b. a. p. est equalis angulo, c. patet super datam lineam, a b. descriptam esse superficiem equidistantium laterum, a. b. p. q. equalem dato triangulo, d. e. f. cuius uterq, duorum angulorum contra se positum qui sunt, a. & q. est equalis dato, angulo, c. quod fuit propositum. **Castigator.** **Concursus ille non probatur ab auctore sed scilicet nam a l n. est triangulus & p. 17. huius duo anguli, l. n. sunt minores duobus rectis & per secundam partem, 29. huius angulus, l. extrinsecus equatur angulo, m. intrinseco ergo duo anguli, m. n. sunt minores duobus rectis quare per ultimam petitionem, m h. & n a. concurrēt ad ptem illam in puncto, o.**



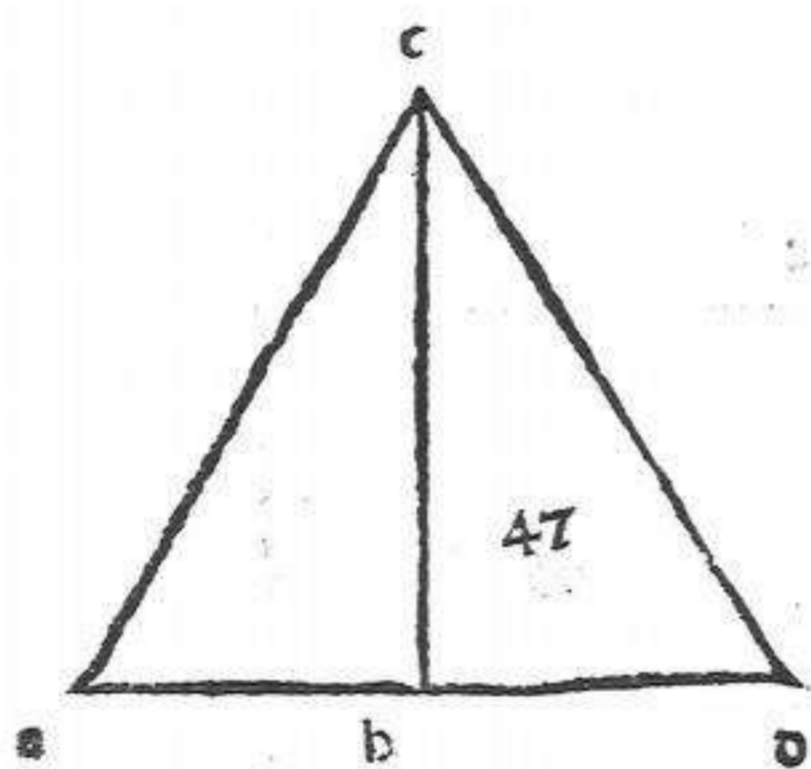
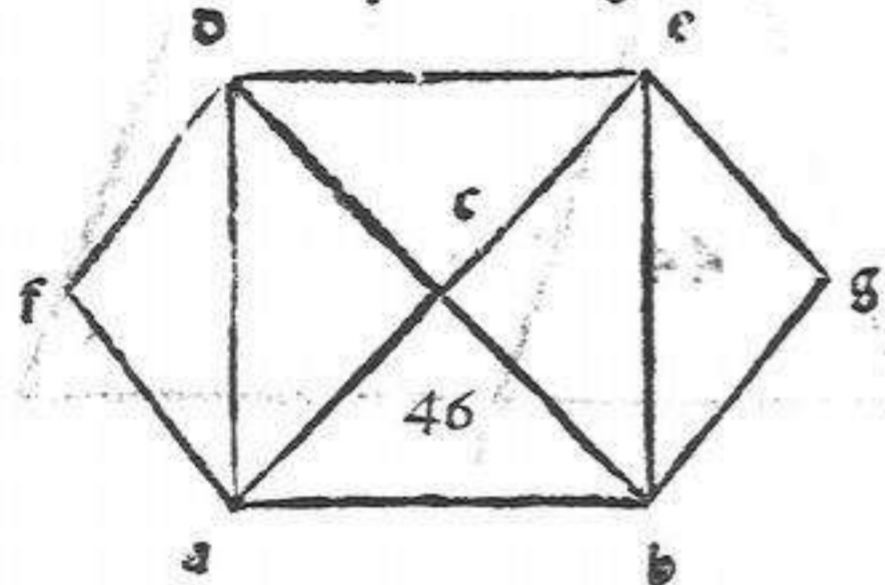
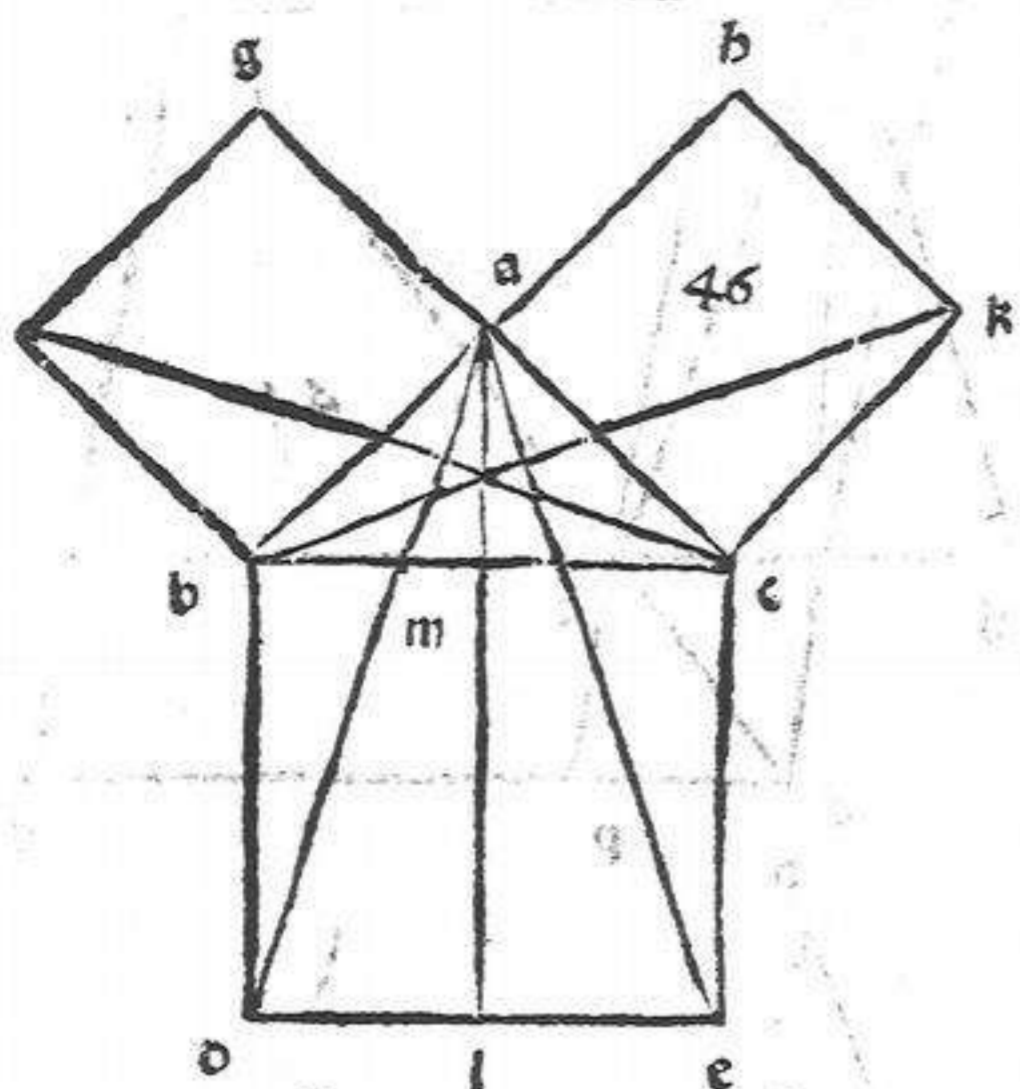
11
28
33
29
11
31
33
29

Propositio 45.
De data linea quadratum describere.
¶ Sit data linea, a b. ex qua uolo quadratum describeret. A puncto, a. & b. lineae, a b. educo p. 11. lineas, a. c. & b. d. perpendiculares ad lineam, a b. que erunt equidistantes per ultimam partem, 28. & pono utraq, earum eidem, a b. per tertiam equalem & protraho lineam, c. d. eritq, ipsa equalis & equidistans lineae, a b. per, 33. & quia uterq, duorum angulorum, a. & b. est rectus, erit uterq, duorum, c. & d. rectus per ultimam partem, 29. ergo per diffinitionem, a. b. c. d. est quadratum, quod est propositum. ¶ Idem aliter sit, a. c. perpendicularis super lineam, a b. per, 11. & sit ei equalis ut prius & a puncto, c. per, 31. ducatur, c. d. equidistans, a. b. & ponatur equalis ei & ducatur linea, d. b. que per, 33. erit equalis & equidistans, a. c. & omnes anguli recti per ultimam partem, 29. quare per diffinitionem habemus propositum.



11

Propositio 46.
In omni triangulo rectangulo quadratum quod a latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur equum est duobus quadratis que ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.
¶ Sit triangulus, a. b. c. cuius angulus, a sit rectus dico q, quadratum lateris, b c. equum ē quadrato, a b. & quadrato a c. simul sumptis. ¶ Quadrabo ergo hec tria latera sicut doctrinā precedentis: sitq, quadratum, b. c. superficies, b. c. d. e. & quadratum, b a. superficies, b. f. g. a. & quadratum, a c. superficies, a. c. h. k. ab angulo, a. recto ducam ad basim, d e, basim maximi quadrati tres lineas, s. a. l. equidistantem utriq, lateri, b d. & c e. que secet, b c. in puncto, m. & hypothemisas, a d. & a e. Itemq, a duobus reliquis angulis trianguli qui sunt, b. & c. ducam ad duos angu



los duorum quadratorum minorum duas lineas se intersecantes intra ipsum
 triangulum que sunt. b. k. & c. f. quia uterque duorum angulorum b. a. c.
 & b. a. g. est rectus per. 14. erit. g. c. linea una eadem ratione erit. b. h. linea
 una. quia uterque duorum angulorum. c. a. b. & c. a. h. est rectus: quia ergo super
 basim. b. f. & inter duas lineas equidistantes que sunt. c. g. & b. f. constituta
 sunt parallelogramum. b. f. g. a. & triangulum. b. f. c. erit per. 41. parallelogra-
 mum. b. f. g. a. duplum triangulo. b. f. c. sed triangulus. b. f. c. est equalis tri-
 angulo. b. a. d. per. 4. quia. f. b. & b. c. latera primi sunt equalia. a. b. & b.
 d. lateribus postremi. & angulus. b. primi est equalis angulo. b. postremi.
 eo quod uterque constat ex angulo recto & angulo. a. b. c. communi. ergo paralel-
 logramum. b. f. g. a. est duplum ad triangulum. a. b. d. sed paralelogramum.
 b. d. l. m. est duplum ad eundem triangulum. per. 41. quia constituti sunt
 super eandem basim scilicet. b. d. & inter lineas equidistantes que sunt. b.
 d. & a. l. ergo per eandem scientiam quadratum. a. b. f. g. & paralelogramum.
 b. d. l. m. sunt equalia: quia eorum dimidia videlicet predicti trianguli
 sunt equalia Eodem modo & per easdem propositiones mediantibus tri-
 angulis. k. b. c. & a. e. c. probabimus quadratum. a. c. h. k. esse equalis para-
 llelogramo. c. e. l. m. quare patet propositum. **Castigator**

Et correlarie potest addi ex quo patet quod quadratum diametri ad qua-
 dratum coste est duplum: quo applicato conclusio probatur in lateribus
 quadrati & diametri que faciunt ysochelem quia ad specialiter tenderet
 conclusio ut patet per applicationem in correlario factam sit igitur huius
 modi ysocheles. a. b. c. & sint. a. c. & b. c. continentia angulum. c. rectum e-
 qualia & a. b. sit maximum latus quod opponitur angulo recto. c. dico
 quod quadratum huius maximi lateris esse quale duobus quadratis relinquo-
 rum laterum scilicet quadrato. a. c. d. f. quod est quadratum lateris. a. c.
 & quadrato. b. c. e. g. quod est quadratum lateris. b. c. Est enim quadra-
 tum. a. b. e. d. diuisum in quatuor triangulos equales per duas diagonos
 e. a. & b. d. quorum duo sunt medietates. maiorum duorum quadratorum
 scilicet triangulus. a. c. d. & b. c. e. sicut uides sed triangulus principalis. s. a.
 b. c. & triangulus ei oppositus puta. c. d. e. sunt equalis. aliis medietatibus
 duabus quadratorum minorum que sunt extra quadratum maximum
 quoniam omnes isti in. 6. triangulos equales diuisi sunt sicut patet ex pre-
 dictis igitur quadratum lateris. a. b. est equalis duobus quadratis reliquo-
 rum laterum ut dicit prima pars theorematis & per consequens. a. d. quod datur est duplum
 ad quadratum alterius lateris & ita quadratum diametri erit duplum ad
 quadratum coste ut dicit correlarium. quia latus maioris quadrati est dia-
 meter minoris & latus minoris est semidiameter maioris ergo. &c.

Propositio 47.

Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto p-
 ducitur: equus fuerit duobus quadratis que a duo-
 bus reliquis lateribus describuntur. rectus est angu-
 lus cui latus illud opponitur.

Lineam in seipsam ducere est eius quadratum descri-
 bere. **Sit** triangulus. a. b. c. sitque quadratum lateris. a. c. e-
 quale quadratis duorum laterum. a. b. & b. c. simul iunctis. dico angulum
 b. cui latus. a. c. opponitur esse rectum: & hec est conuersa prioris. **A** pu-
 nto. b. extraholineam. b. d. per. u. perpendicularem super lineam. b. c. qua
 pono equalem. a. b. & produco lineam. d. c. eritque per precedentem quadratum
 d. c. equale duobus quadratis duarum linearum. d. b. & b. c. & quia. b. d.
 posita est equalis. b. a. erunt per communem scientiam que est linearum
 equalium equalia esse quadrata: quadrata duarum linearum. a. b. & b. d. equa-
 lia: qua propter erit quadratum. d. c. equale. quadrato. a. c. ergo per aliam
 communem scientiam que est conuersa prioris scilicet lineas quarum quadrata
 sunt equalia esse equalis: erit. d. c. equalis. a. c. quare. per. 8. angulus. b.
 trianguli. a. b. c. est rectus quod est propositum.

Propositio 48.



Propositis quibuscunq; quadratis alteri illoꝝ gno-
monem reliquo equaleni describere.

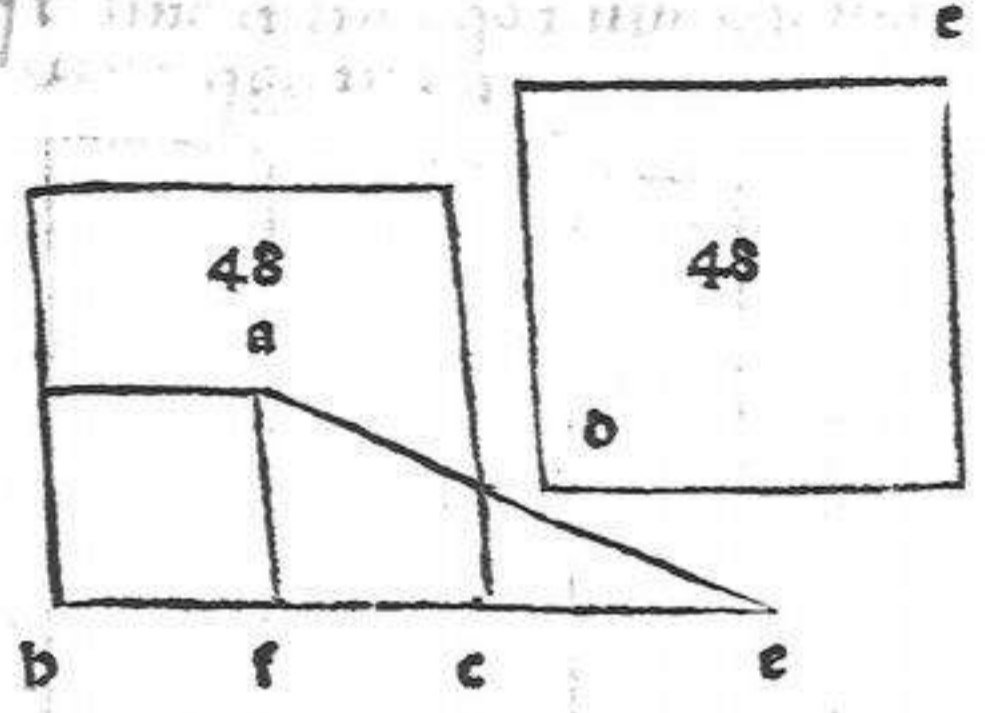
¶ Proponatur ergo duo quadrata scilicet. a. b. & c. d. & sit
propositum producere gnomonem circa. a. b. equaleni. c.
d. quadrato. ¶ Protrahatur itaq; unum latus quadrati. a. b.
ad equalitatem unius lateris quadrati. c. d. in continuum

20
P.

& directu & sit f. e. ita q; f. e. sit eqle uni lateꝝ quadrati. c. d. & ex. e. ducam
lineam recta ad. a. sit ergo triangulus orthogoniꝝ q; a. f. e. angulus rectus ar-
guat ergo fm penultimam primi sic; quadratu. e. a. est tm qntum quadra-
tum. e. f. & qdratum. f. a. sed quadratu. e. f. est eqle quadrato. c. d. & quadra-
tum. f. a. e. equale qdrato. a. b. ergo qdratum. a. e. e. equale quadratis. a. b. &
c. d. Itē. e. f. a. e. triangulus ergo. e. f. & f. a. latera sunt logiora. a. e. latere. fm
10. primi sed. f. a. e. eqle. a. b. rōe qdrature; ergo. e. f. & f. b. sunt logiora. a. e.
ergo. illa totalis linea scilicet. e. b. e. maior. a. e. refecetur ergo. b. e. ad equa-
litate. a. e. ad punctum. c. ita q; b. c. sit equale. a. e. ergo quadratum. b. c.
est equale quadrato. a. e. sed quadratum. a. e. ut prius probatum fuit est
equale quadratis. a. b. & c. d. ergo quadratum. b. c. est equale eisdem sed
quadratum. b. c. addit super quadratum. a. b. gnomonem illum quem ui-
des ergo gnomonem ille est quadrato. c. d. equalis. quod erat probandum.

¶ Ista ultimā memini me repissime in antiquissimis libris penultimā se-
cūdi nullo mō est huius pmi cum de gnomone nihil sit dictū. adhuc.
Explicit liber primus Incipit liber secundus.

Liber secundus. Euclidis de potētia lineę recte eiusq; par-
tium ex optima Campani interpretatiōe Magistro Luca pa-
ciolo de burgo. Sancti Sepulcri Or. minorum. Castigatore
diligentissimo & felicissime Incipit.



¶ Due paralellogramum rectan-
gulum sub duabus lineis angu-
lum rectū abientibus dīptineri.

¶ Paralellogramum est superficies eq-
distantium laterum.

¶ Paralellogramū rectāgulum ē hñs
oēs angulos rectos & pducitur ex uno
duorum lateꝝ eius ambiētium unū ex
suis angulis in reliquum. & ideo sub il-
lis dicitur contineri.

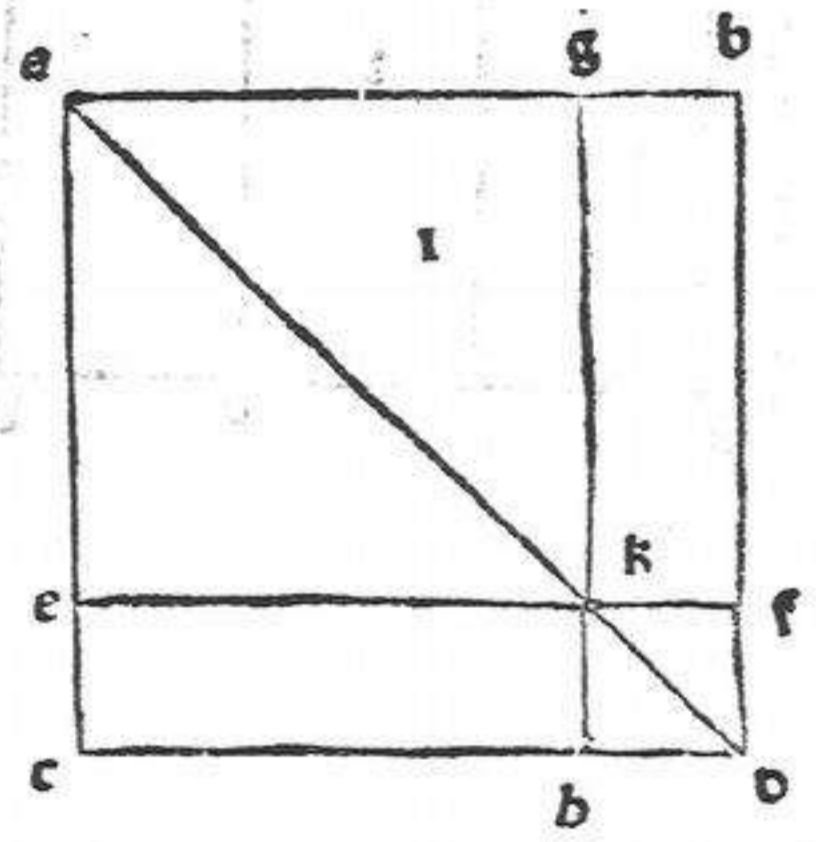
¶ Oīs palellogrami spacij ea q-
dem q̄ diameter secat p̄ medium
palellograma circa eādes diame-

trum consistere dicuntur. Eoꝝ vero paralellogramoꝝ que
circa eandem diametrum consistunt quodlibet unum cui sup-
plementis duobus gnomio nominatur.

43
P.

4

¶ Que palellograma dicunt cōsistere circa diametꝝ. & q̄ sint supplemē-
ta: expositum est supra in demonstratione. 43. pmi. ¶ Sit. n. palellogra-
mum. a. b. c. d. cuius diametꝝ. a. d. diuidant due linee. e. f. g. h. ducte equi-
distāter; lateribus oppositis dicti palellogrami. secātes se sup diametꝝ. a. d.
in puncto. k. eritq; ipsum paralellogramum diuisum in. 4. paralellogra-
ma & unū quodq; duorum paralellogramorum que sunt. a. g. e. k. & k. f.
h. d. que diameter secat p̄ medium dicit consistere circa diametrum. Re-
liqua duo q̄ diameter non secat dicuntur supplementa q̄ duo supplemen-
ta cum alterutro dictorum palellogramorum consistētium circa diame-
trum componūt figuram quādam q̄ gnomio appellat cui deest ad cōple-
mētum palellogrami palellogramum unum reliquum circa diametrum
consistens; quod si addat supra diametrum totalis compositi cōsistet. erit



q. simile totali. Vnde palellogramū addito gnomōe quāuis crescat nime tñ alteratur. quemadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Castigator

¶ Ex quo hec pulchra sequitur uidelicet pñū q. quis minuat superficies palellogrami non pp hoc minuitur lateralis circumferentia quia ex ipsa dempto uno dictorum palellogramorum circa diametrum consistentiū residuum quod erit figura gnomonis tantū dem circuet. Et secundum ē sequitur q. licet gnomoni augeatur superficies addito sibi palellogramo prius dempto non pp hoc augetur eius circumferentia lateralis. Tertium sequitur q. oīs superficies rectangula plana est palellogramum sed non eōtra cum oīs talis sit de necessitate equidistantium laterum tñ nō possit reperi in pluribus nec paucioribus quatuor laterum ad hoc q. oēs eius angulī sint recti. Ideo aplicando aduerte. **¶** Productum. Quod fit ex ductu unius in alterum. Superficies rectangula. Rectangulum. Multiplicatio. Palellogramum rectangulum. Nomina sinonima.

Propositio 1.



¶ Si fuerint due linee quarū una in quotlibet partes diuidatur illud q. ex ductu alterius in alteram fiet equum erit his que ex ductu linee indiuisē in unā quāq. partem linee particulatim diuise rectangula producentur.

¶ Lineam in aliam lineā ducere ē supra terminos unius earū duas lineas orthogonaliter alii eqles erigere. tñ superficiem equidistantium laterum rectangulam. complere q. sub illis duabus lineis p. diffinitionem dicitur contineri. **¶** Sit due linee. a b. tñ c. quaz. una scilicet. a b. in quotlibet ptes diuidatur q. sint. a d. tñ d e. tñ e b. dico q. illud quod fit ex ductu. c. in totam. a b. equum est illis palellogramis rectangulis simul iunctis q. sūt. ex. c. in. a d. tñ in. d e. tñ in. e b. **¶** Sup. pñcta. a b. erigā lineas. a f. tñ b g. ppendiculares sup. lineam. a b. quarū utraq. sit eqlis. linee. c. tñ cōplebo rectangulam superficiem. a f. b. g. ducta linea. f g. q. per diffinitionem pducitur ex. c. in. a b. tñ sub illis dicitur cōtineri. p. traham quoq. a punctis d. tñ e. lineas. d h. tñ e k. equidistantes lateribus. a f. tñ b g. eritq. utraq. earū equalis. p. 34. pñi utraq. eaz. est eqlis. a. f. p. diffinitionem igitur rectangulum. a. d. f. h. pducitur ex. c. in. a. d. tñ sub illis dicitur cōtineri tñ rectangulū. d. h. e. k. ex. c. in. d. e. tñ rectangulū. e. k. b. g. ex. c. in. e. b. tñ quia hec rectangula simul iuncta sunt eqlia totali rectangulo. a. f. b. g. patet uerū esse propositū.

Propositio 2.



¶ Si fuerit linea in partes diuisa. illud quod ex ductu totius linee in seipsam fit: equum erit his que ex ductu eiusdem in oēs suas partes.

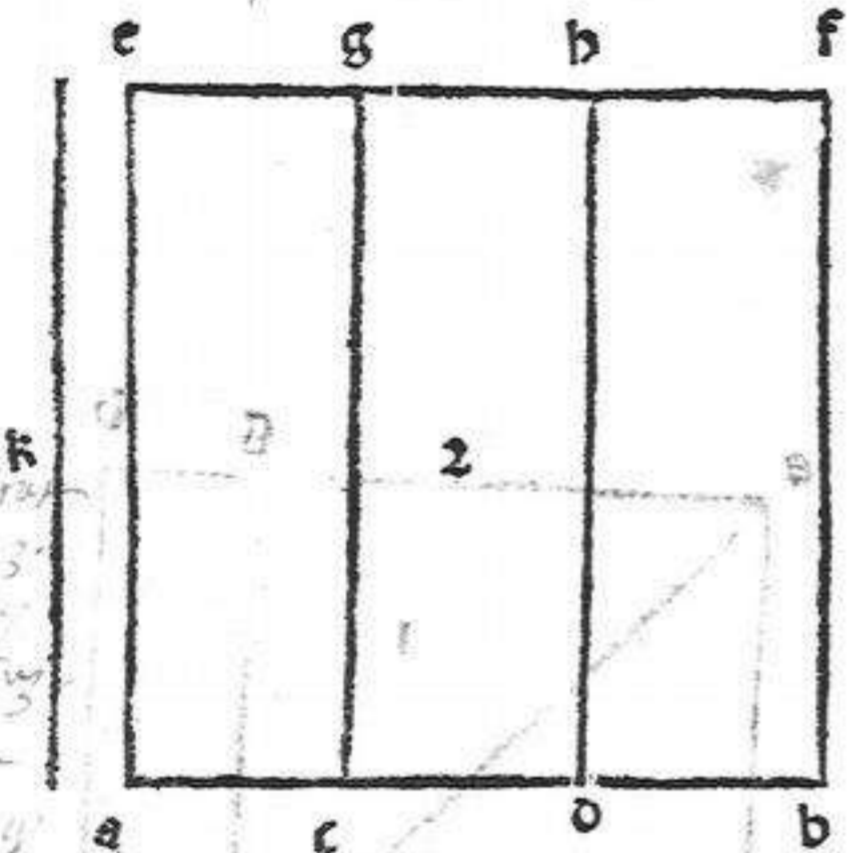
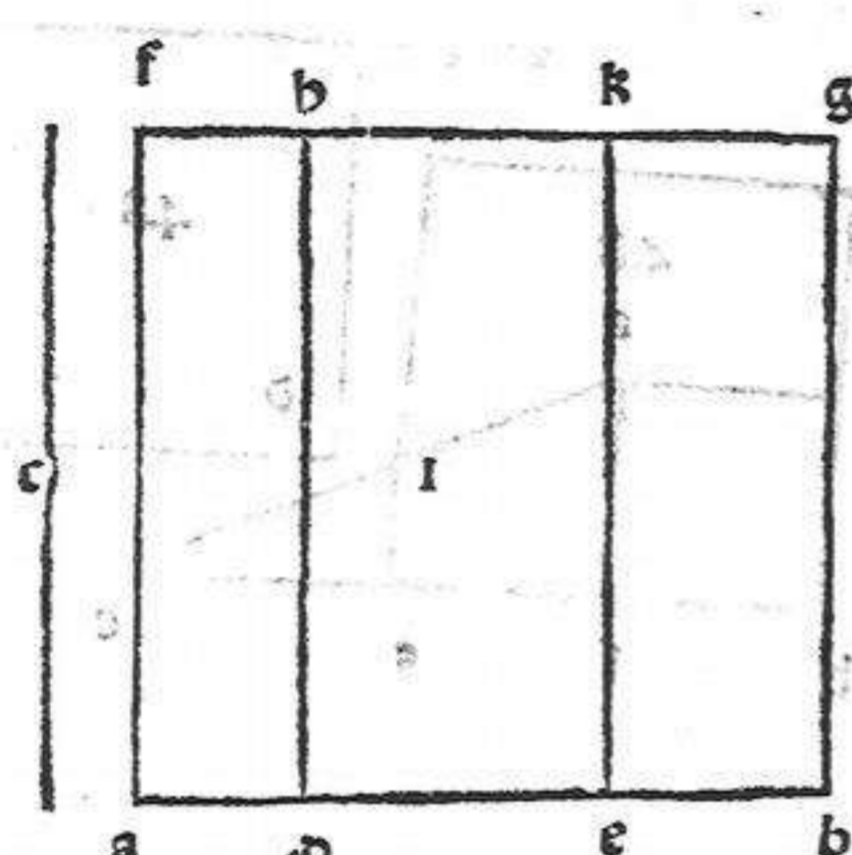
¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. tñ c d. tñ d b. dico q. illud q. fit ex ductu totius. a b. in se quod sit. a. e. b. f. equum est his que sunt ex ipsa tota in unamquāq. dictarū partium quod palā patebit. ductis. c g. tñ d h. equidistantes. a e. tñ b f. **¶** Aliter sumatur. k. eqlis. a b. eritq. p. pmissam quod fit ex ductu. k. in totā. a b. equū ē q. fit ex ductu. k. in oēs ptes. a b. tñ quia ex. k. in. a b. tñ fit quātum ex. a b. in se. tñ ex. k. in oēs partes. a b. quātum ex. a b. in omnes partes eiusdem. propter id quia k. tñ a b. sunt equales patet uerum esse propositum.

Propositio 3.



¶ Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod fiet ex ductu totius in alteram partem equum erit his que ex ductu eiusdem partis in seipsam tñ alterius in alteram.

¶ Sit linea. a b. diuisa in. a c. tñ c b. dico q. illud quod fit ex tota. a b. in eius partem. a c. equum est quadrato eiusdē a c. partis. tñ ē quod fit ex eadem parte. a c. in. b c. fiat quadratum linee. a c. q. sit. a. c. d. f. tñ p. ficiatur superfici es. a. b. d. e. patebitq. propositum. **¶** Ali



Handwritten marginal notes in Latin script.

Handwritten marginal notes in Latin script.

34 p.

ter sumat. g. equalis. a. c. f. quia. b. a. in. a. c. tñ est quantum. a. c. in. a. b. ecõ
 uerso. f. a. c. in. a. b. f. in. c. b. f. in seipsam quantum. g. in easdeni. At. g. in
 totam. a. b. quatum in. a. c. f. in. c. b. per primam huius patet propositum.
 scilicet q̄ tantum erit. a. c. in. a. b. quantum in se f. in. c. b. quare econuerso
 a. b. in. a. c. quantum. a. c. in. se. f. in. c. b. quod uolumus demonstrare.

Propositio .4.



Si fuerit linea in duas partes diuisa illud quod ex
 ductu totius in seipsam fit: equum est his que ex du
 ctu utriusq; partis in seipsam z alterius in alteras
 bis. Ex hoc manifestum est q̄ in omni quadrato due
 superficies quas diameter secat per medium sunt
 ambe quadrate.

Sit linea. a. b. diuisa in. a. c. f. b. c. dico q̄ quadratum totius a. b. equum
 ē duobus quadratis duarum linearum. a. c. f. b. c. f. duplo eius quod fit ex
 ductu unius eaz̄ alteram. **D**escribam q̄dratum alterius partialium sit
 q̄. c. d. b. e. quadratum linee. c. b. cui adiugam gnomonem fm ductum
 directiuũ linee alterius scilicet. a. c. quod faciam hoc mō. In quadrato de
 scripto prorabam diametrum. b. d. f. a puncto. a. educam perpendicularẽ
 super lineam. a. b. que sit. a. k. quam. a. k. f. diametrum. b. d. producam usq;
 quod concurrant in puncto. f. f. a puncto. f. producam. f. b. equidistantem
 linee. a. b. quam. f. h. f. b. e. pducam usq; quo concurrat in puncto. g. f. pro
 ducam. c. d. usq; ad. h. f. e. d. usq; ad. k. Et quia duo latera. d. e. f. e. b. trian
 guli. d. e. b. sunt equalia erunt p. 5. p̄mi duo anguli. e. d. b. f. c. b. d. equales
 f. quia angulus. e. est rectus erit p. 32. primi uterq; eorum medietas recti.
 Eadem rōne uterq; duoz̄ angulorum. c. d. b. f. c. b. d. erit medietas recti.
 quare per secundam ptem. 29. primi erit unusquisq; quatuor angulorũ
 qui sunt. h. f. d. f. h. d. f. f. k. f. d. f. k. d. f. medietas recti ergo p. 6. primi. f.
 g. f. g. b. sunt equalis. similiter quoq; f. a. f. a. b. pari rōe. f. h. f. h. d. Itemq;
 f. k. f. k. d. quare utraq; duarum superficierum. a. b. g. f. f. k. d. b. f. est qua
 drata f. quia totale quadratum. a. b. f. g. q̄ est quadratum linee. a. b. con
 stat ex duobus quadratis que consistunt circa diametrum q̄ sunt quadra
 ta duarum linearum. a. c. f. c. b. f. ex duobus supplementis quorum unũ
 quodq; pducitur ex. a. c. in. b. c. patet propositum nostrum. **A**liter sit li
 nea. a. b. ut prius diuisa in. a. c. f. c. b. eritq; p. 2. huius quod fit ex tota. a. b.
 in se equum ei quod fit ex ipsa in. a. c. f. c. b. sed ex ipsa in. a. c. tñ fit quan
 tum ex. a. c. in se. f. ex. a. c. in. b. c. per. 3. huius. Itẽq; ex ipsa. a. b. tota in. b. c.
 tñ fit q̄ntum ex. c. b. in se. f. ex. c. b. in. a. c. per eandẽ. ergo q̄d fit ex tota. a.
 b. in se equum est ei quod fit ex. a. c. in se f. in. c. b. f. ex. c. b. in se. f. in. a. c.
 quod est propositum. Sed hac uia nõ patet correlarium. sicut uia precedẽ
 ti patet. unde prima est auctori magis consona.

4. d. u. m.

5 p. 32
29 p. 6 p.

2
3

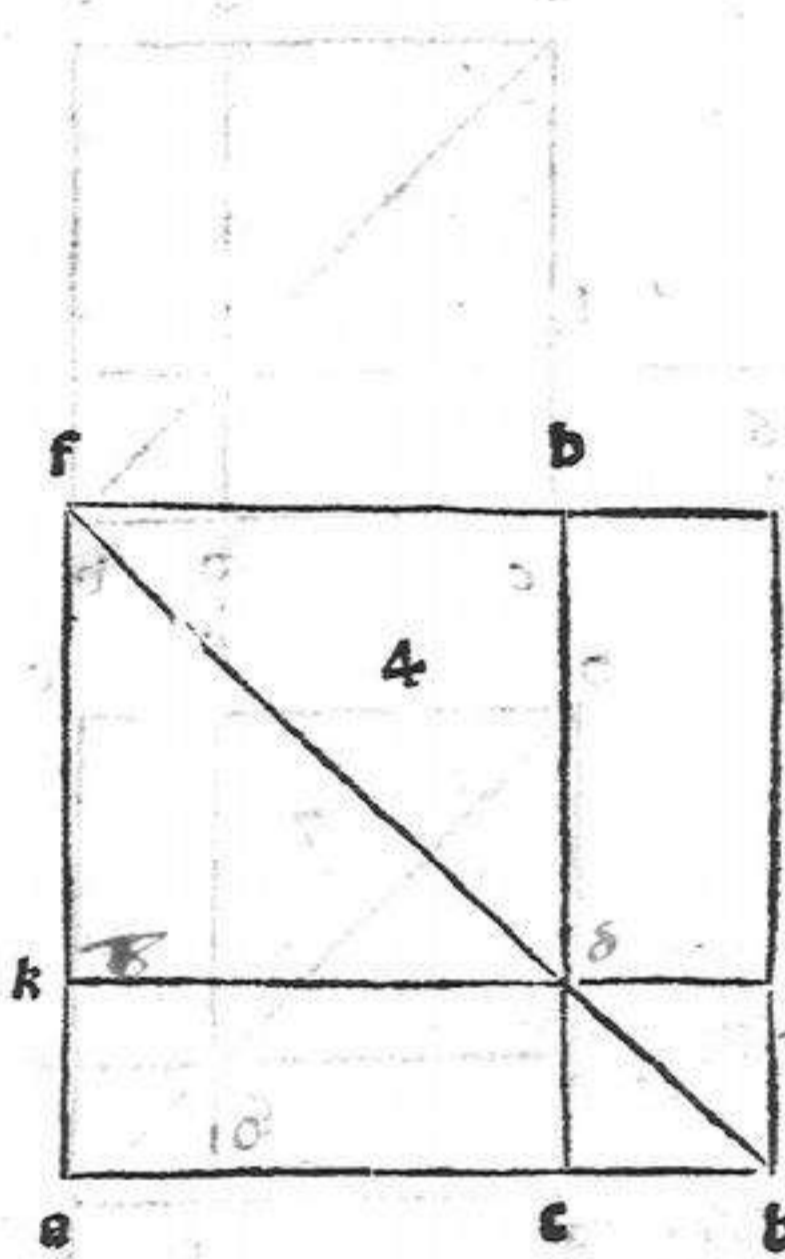
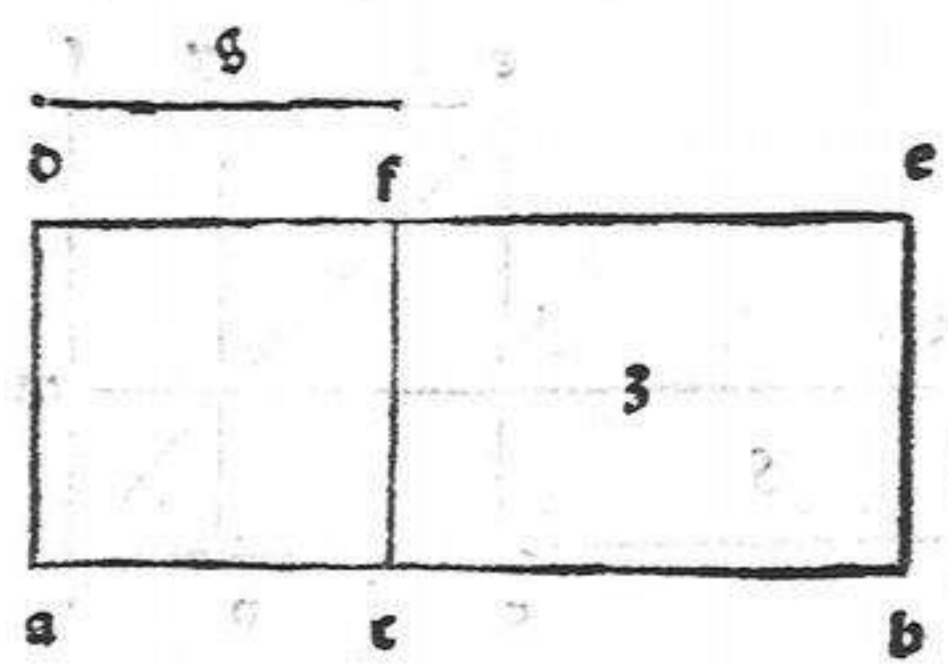
Castigator

Nota q̄ nunq̄ poterit linea aliqua taliter diuidi partibus existentibus
 inequalibus. quin quadrata partium 'ineq̄lium simul iuncta sint maiora
 duplo superficiei unius partis in alteram ut cõstat ex p̄mo duorum ances
 dentium pre demonstratorum super. 35. decimi ut ibi apte declarat quod
 est nota dignum in praticis operationibus ppter radicem subtractionem
 unius ab altera cum semper duplum superficiei unius in alteram oportet
 at detrabi a summa quadratorum partium inequalium f. radix remanẽ
 tis erit residuum que operatio ex ista. 4. secundi. elicitur f. per eam pro
 batur f. earum additio ut super. 35. decimi.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duoz̄ inequalia fece
 tur quod sub inequalibus totius sectionis rectan
 gulum cõtinetur cum eo quadrato quod ab ea que
 inter vtrasq; est sectiones describitur equum est ei
 quadrato quod a dimidio totius linee in se ducto
 describitur.



*hoc mōdus p̄m
 accipit em dco
 diuisio p̄ duo
 rō p̄ q̄dratuz̄
 q̄dratuz̄
 m̄z̄ d̄ dupl̄
 explicatuz̄ q̄
 2
 exempligra
 m̄z̄ d̄ rō
 d̄ rō
 d̄ rō
 q̄dratuz̄ dupl̄
 a duo 32 p̄
 cõp̄ti f̄ qua
 q̄dratuz̄ d̄ rō*

*hoc d̄ m̄nũcũd̄ est m̄nũf̄stuz̄ accipit ang 12
 diuisio ang 12 in 2 ang 6
 duo ang 6 ut q̄dratuz̄ diuisio
 12 6 est q̄dratuz̄ p̄m̄ p̄ rō
 m̄nũcũd̄. q̄dratuz̄ q̄dratuz̄
 d̄ rō f. g. r̄alr̄m̄. H̄õ q̄dratuz̄
 9. p̄m̄i r̄alr̄m̄ f̄ m̄z̄ d̄ rō f̄ r̄alr̄m̄ 36*

Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. & p'inequalia in puncto .d. dico quadratum .c. b. esse equale ei quod fit ex .a. d. in .d. b. & quadrato .c. d. Describa quadratum .c. b. q' sit .c. b. f. e. i quo protraham diametrum .e. b. & ducam .d. g. equidistantem .b. f. que secet diametrum .e. b. in puncto .h. & .a. puncto .h. educam eqdistatem lineae .a. b. q' sit .h. k. secans lineam .b. f. i puncto .m. & lineam .c. e. in puncto .l. & protraham .a. k. equidistantem .c. e. eritq' per correlarium premisse utraq' duarum superficierum .l. g. & .d. m. quadrata. & per .43. primi duo supplementa .c. h. & .h. f. equalia . ergo addito quadrato .d. m. utriq' erit palellogramum .c. m. equale parallelogramo .d. f. & quia .a. l. est equale .c. m. p. 36. pmi: erit .a. h. equale gnomoni qui circumstat quadrato .l. g. ergo addito utriq' quadrato .l. g. erit .a. h. cum quadrato .l. g. equale quadrato .c. f. quod est propositum.

Propositio .6.



Sit recta linea in duo equalia diuidatur. alia vero ei linea in longum addatur. quod ex ductu totius iam composite in eam que iam adiecta est cum eo quod ex ductu dimidie in seipsam: equum est ei quadrato quod ab ea que constat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

Sit linea .a. b. diuisa per equalia in puncto .c. eiq' addatur linea .b. d. dico q' quadratum .c. d. quod sit .c. d. e. f. equale e' ei quod fit ex tota .a. d. in .b. d. & quadrato .c. b. Producam in quadrato predicto diametrum .d. e. & ducam lineam .b. g. equidistantem .d. f. que secet diametrum .d. e. in puncto .h. a. quo h. Producam equidistantem lineae .a. b. que sit .h. k. secans .d. f. in puncto .m. & .c. e. in puncto .l. Producam .a. k. equidistantem .c. l. eritq' per .36. primi .a. l. equale .c. h. At .c. h. erit equale .h. f. per .43. primi quare .a. l. est equale .h. f. ergo addito .c. m. utrobq' erit .a. m. equalis toti gnomoni circumstanti .l. g. quare .l. g. addito utrobq' erit .a. m. cum .l. g. equale .toti quadrato .c. f. & quia utraq' duarum superficierum .l. g. & .b. m. est quadrata: per correlarium .4. huius patet propositum.

Propositio .7.



Sit linea in duas partes diuidatur. quod fit ex ductu totius in seipsam cum eo quod est ex ductu alterius partis in seipsam. equum est eis que ex ductu totius lineae in eandem partem bis & ex ductu alterius partis in seipsam.

Sit linea .a. b. diuisa in duas partes in puncto .c. dico q' quadratum totius .a. b. cum quadrato .b. c. equum est ei quod fit ex .a. b. in .b. c. bis cum quadrato .a. c. describatur quadratum totius quod sit .a. b. d. e. & ducatur diameter .b. d. & .e. f. equidistans .b. c. secans diametrum in puncto .g. & ducatur .k. g. h. equidistans .a. b. & quia quadratum .a. e. cu' quadrato .c. h. tantum sunt quantum quadratum .k. f. cum duabus superficieribus .a. h. & .c. e. patet propositum.

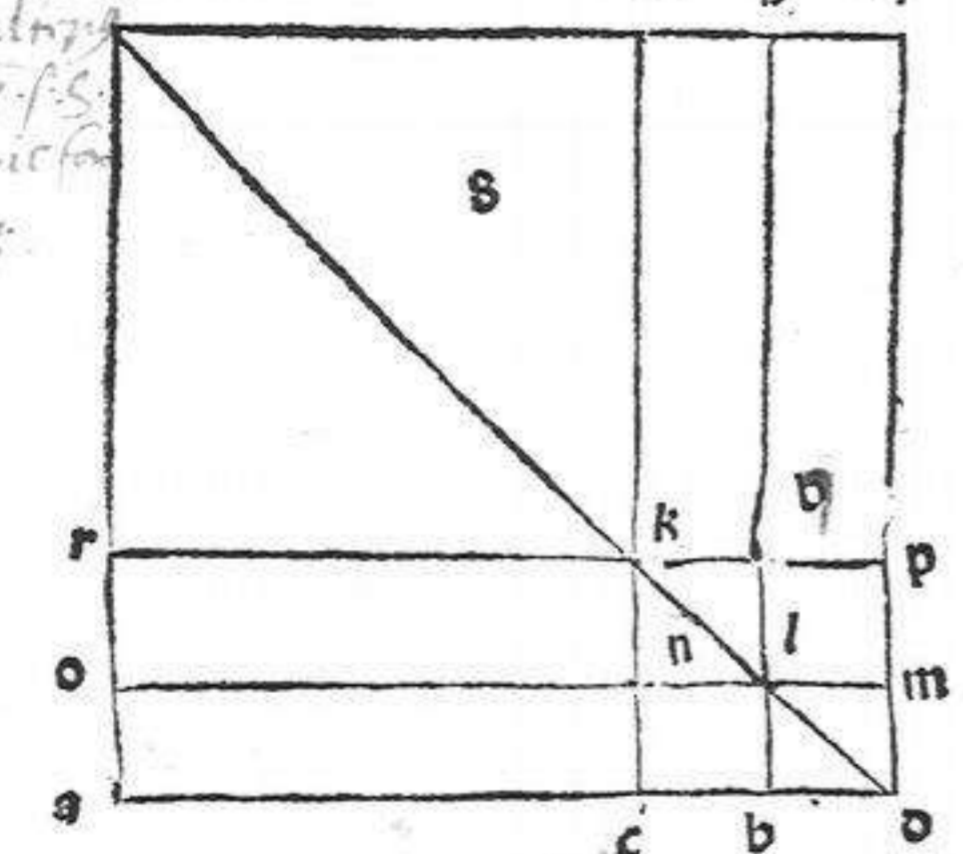
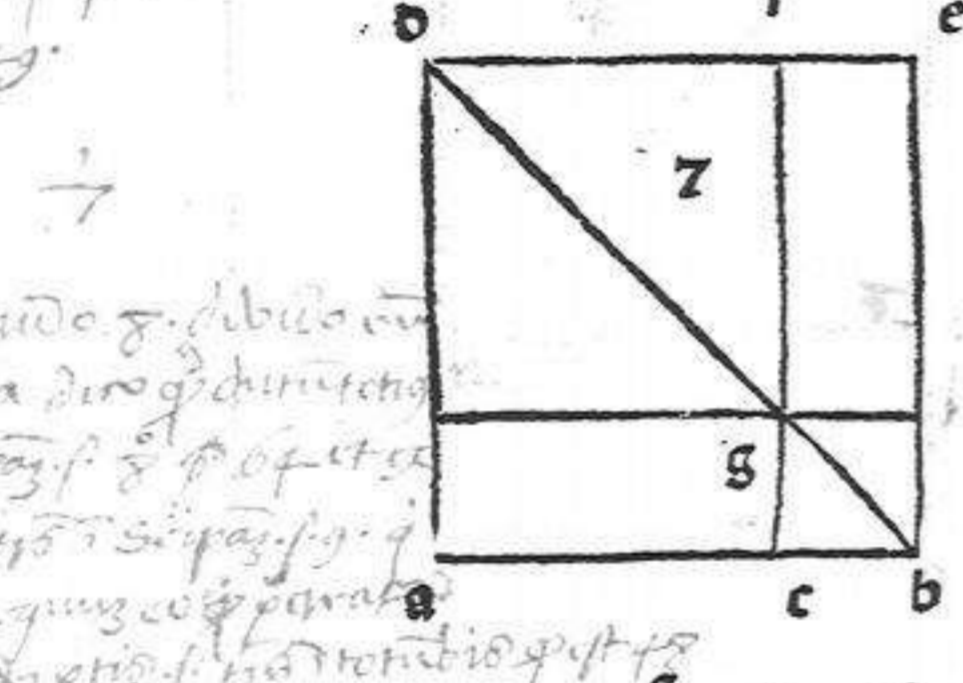
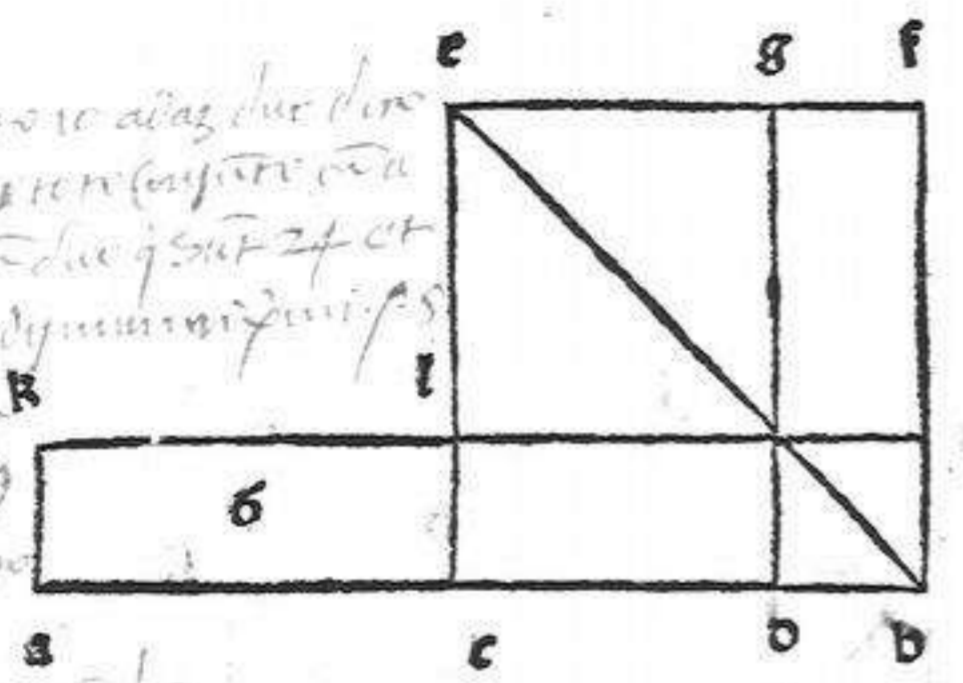
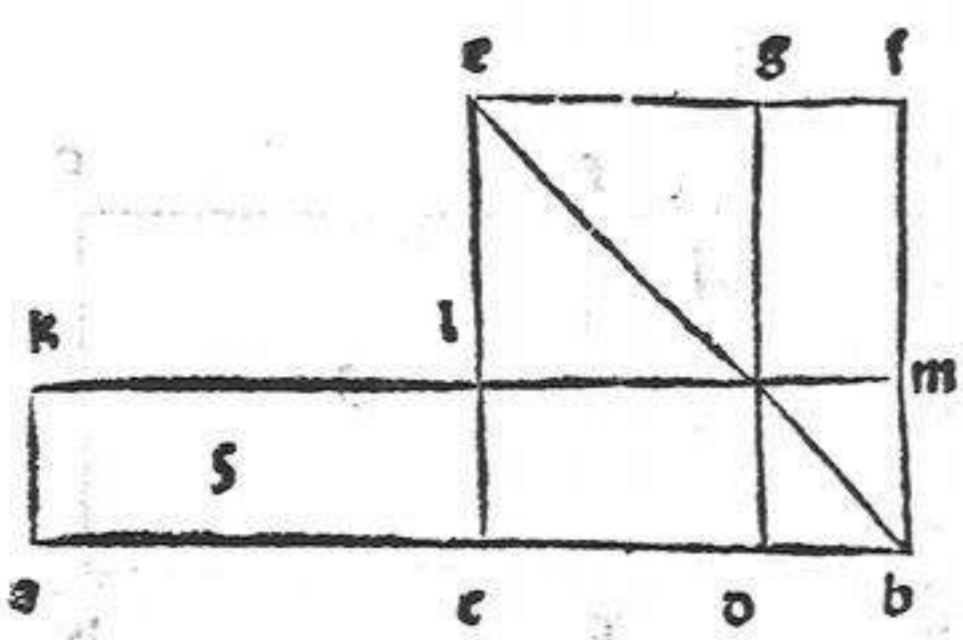
Hec facit ad .68. decimi. & .69. decimi. & .70. & .71. & .72. & .73. & .74. & .76. & .92.

Propositio .8.



Sit linea in duas partes diuidatur: eiq' in longu' alia equalis vni diuidentium adiungatur: quod ex ductu totius iam composite i seipsam fiet. equum erit bis q' ex ductu prioris lineae in eas adiectam quater. & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsas.

Sit linea .a. b. diuisa in puncto .c. q' litercuq' contingat: cui addatur .b. d. equalis .c. b. dico q' quadratum totius .a. d. quod sit .a. d. e. f. est equale ei quod fit ex .a. b. & .b. d. quater cum quadrato .a. c. hoc autem patebit ducta diametro .d. e. & lineis .c. g. & .b. h. equidistantibus li



Handwritten notes in the left margin:
 12. p' due q' sup' 24 et
 25 hcc
 25 hcc
 25 hcc

Handwritten notes in the left margin:
 73. a. quib' co' p' parat
 73. a. quib' co' p' parat
 73. a. quib' co' p' parat

Handwritten notes at the bottom left:
 Si fundax arq'io .b. quid d'uro p' 2 et f
 12
 + 8
 10
 14
 230
 78
 4
 78

43
p
36
p

4 nec. d. f. & secantibus diametrum in punctis. k. l. per que puncta ducantur
 4 p. q. k. r. & m. n. l. o. equidistantes. a. d. erit enim per correlarium. 4. huius
 unaqueq. superficierum r. g. n. q. & b. m. quadrata: & quia. c. b. posita est
 equalis. b. d. erit utraq. superficierum. c. l. & l. p. quadrata. Eruntq. 4. qua-
 drata diuidentia quadratum. c. p. equalia & quia totus gnomon circum-
 stans quadrato. r. g. est quadruplus ei quod fit ex. a. b. in. b. d. quia quadra-
 plus ad superficiem. a. l. patet propositum.

Propositio .9.



S linea in duo equalia duozq. unequalia diuidatur
 que sunt ex ductu unequalium sectionem in seipsa
 pariter accepta: duplum sunt vtriusq. pariter acce-
 ptis: que quidem ex dimidia. eaz. que vtriusq. sectio-
 ni interiacet quadratis describuntur.

Sit linea. a. b. diuisa per equalia. in. c. & per unequalia
 in. d. Dico q. quadratum. a. d. & quadratum. d. b. simul iuncta: dupla sunt
 quadrato. a. c. & quadrato. c. d. simul iunctis. **S**uper lineam: a. b.
 erigo lineam. c. e. perpendicularem & equallem utriq. earum linearum.
 a. c. & c. b. & produco. e. a. & e. b. eritq. per. 32. primi uterq. angulorum.
 a. & b. & uterq. angulorum partialium qui sunt ad. e. medietas recti. to-
 nusq. e. rectus: & produco. d. f. equidistantem. c. e. & perpendicularem su-
 per lineam. a. b. eritq. uterq. angulorum. d. rectus: & angulus. d. f. b. me-
 dietas recti per. 32. primi: siue per secundam partem. 29. primi quare per
 6. primi. d. f. & d. b. sunt equalia a puncto. f. duco. f. g. equidistantem. a. b.
 eritq. per secundam partem. 29. primi: uterq. angulorum. g. rectus: & angu-
 lus. e. f. g. medietas recti quare per sextam eiusdem latera. e. g. & g. f. sunt e-
 qualia: & quia per penultimam eiusdem quadratum. e. f. est equale quadrato
 e. g. & quadrato. g. f. ipsum erit duplum ad quadratum. g. f. quare ad qua-
 dratum. c. d. **S**itemq. per eandem quadratum. e. a. est equale quadrato
 a. c. & quadrato. c. e. ipsum erit duplum ad quadratum. a. c. & quia quadra-
 tum. a. f. est equale quadrato. e. f. & a. e. per eandem ipsum erit duplum ad
 quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. sed quadratum. a. f. est iterum equa-
 le per eandem quadrato. a. d. & quadrato. d. f. ergo quadratum. a. d. & qua-
 dratum. d. f. dupla sunt ad quadratum. a. c. & ad quadratum. c. d. & quia
 quadratum. d. f. est equale quadrato. d. b. erunt quadrata duarum linea-
 rum. a. d. & d. b. dupla quadratis duarum linearum que sunt. a. c. & c. d. quod
 est propositum.

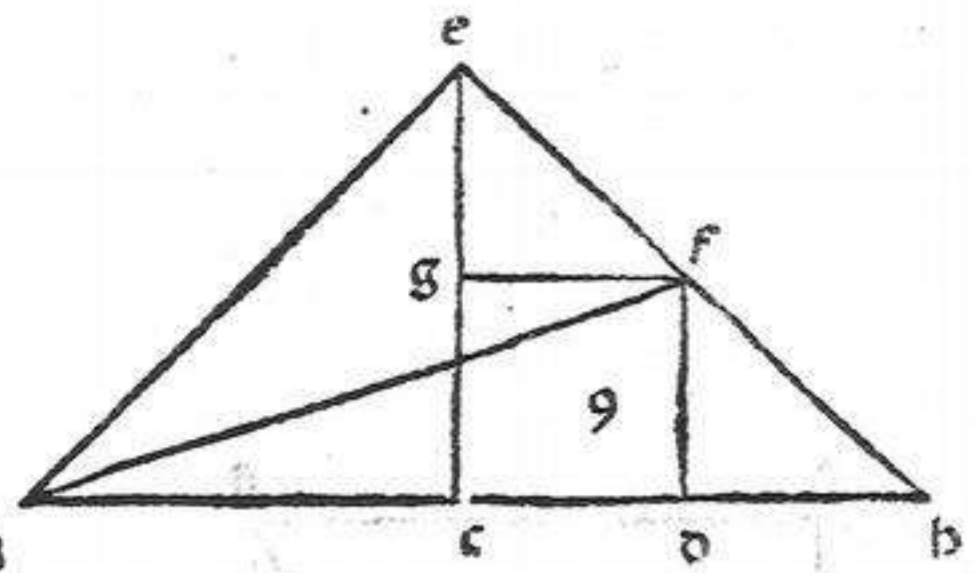
Castigator

Illi trianguli. sunt similes. s. a. d. f. & a. c. p. & ideo laterum proportio-
 lium per. 4. sexti. quia angulus. d. maioris & angulus. c. minoris sunt recti
 & angulus. a. unius est idem cum angulo. a. alterius sequitur per. 32. primi
 angulos. p. parui & f. magni esse equalis & sic latera illos continentia sunt
 proportionalia per dictam. 4. sexti. & ideo ponendo. a. d. 9. & d. f. 3. erit.
 c. p. 2. p. g. 1. a. p. 3. 40. quia. a. c. 6. & p. f. 10. cetera sunt clara & prati-
 ce dicitur vulgariter se. a. d. basa del grande mida. d. f. catecto che mida-
 ra. a. c. basa del piccolo. cioe se. 9. mida. 3. che mida. 6. operando habebis
 viam diximus.

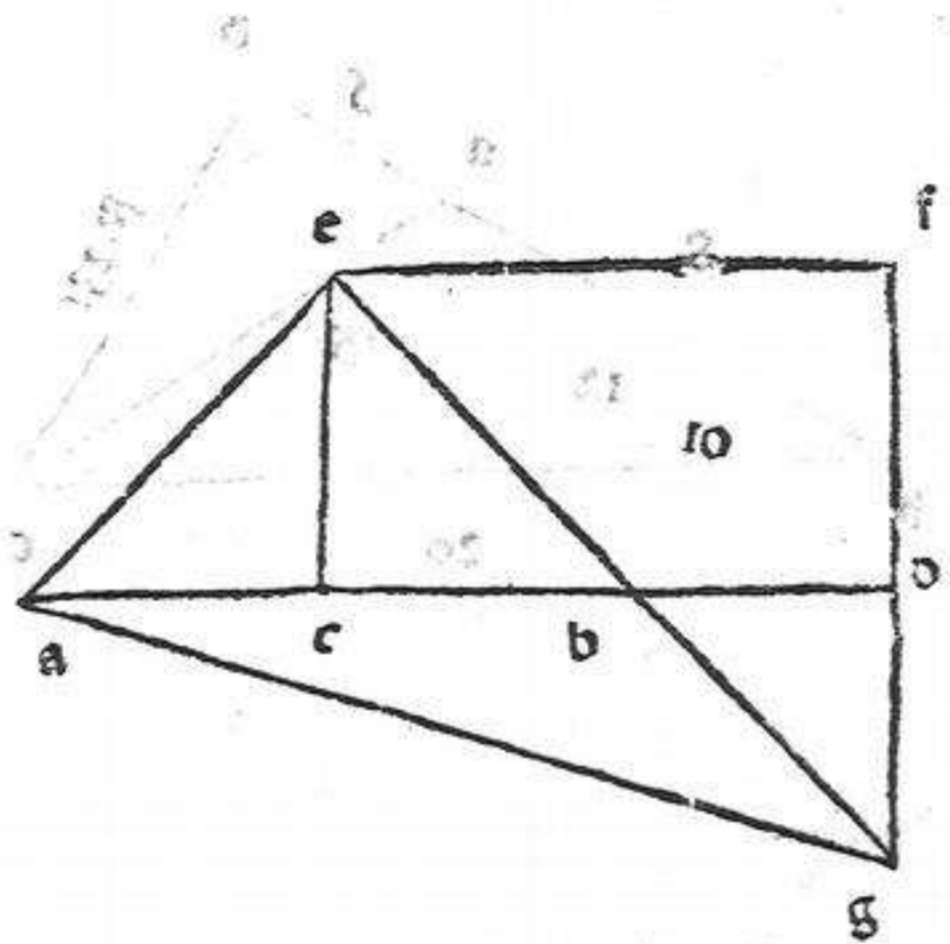
Propositio .10.



S linea in duo equalia diuidatur eiq. in logum
 alia addatur. quadratum quod describitur a to-
 ta cum addita: quadratum quod ab ea que ad-
 dita est. vtriusq. quadrata pariter accepta. ei qua-
 drato quod a dimidia. eiq. quod ab ea produci-
 tur que ex dimidia adiectaq. consistit vtriusq.
 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

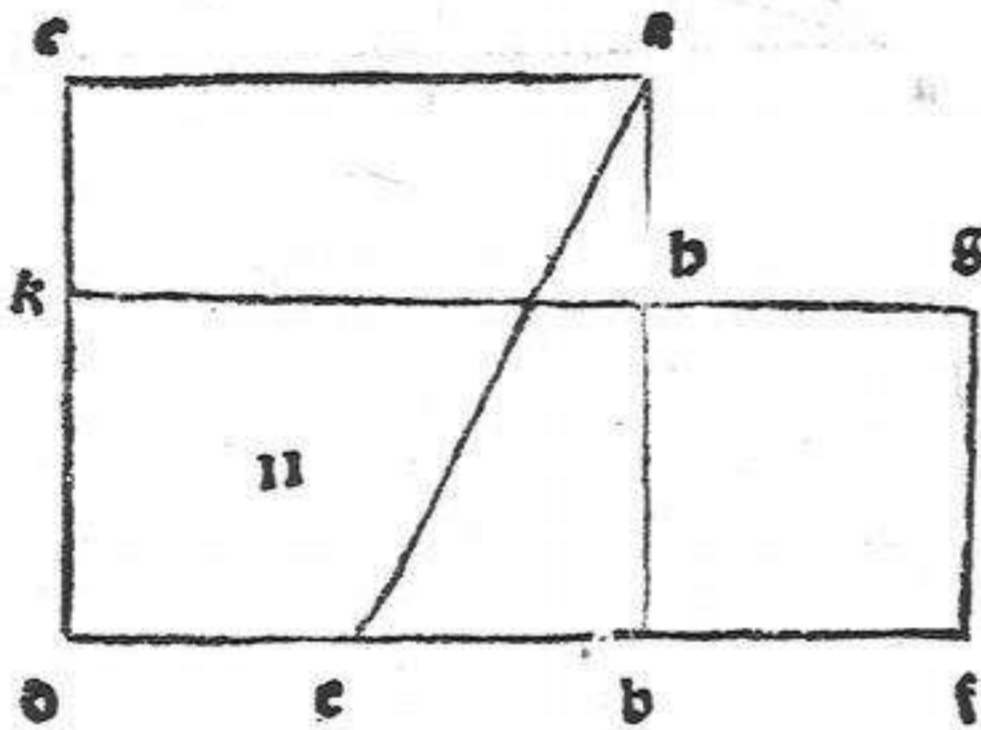


*Si aliquo numero dno equalia dabitur sicut 10
 et 5. et dno d. g. h. a. f. 2. et 2. quadratus d. g. h.
 pariter. 8. ut 2. est duplu q. est 6. q. est 4. est d.
 q. h. a. d. d. h. a. g. h. b. f. 5. q. est 25 et munito
 q. h. a. d. d. h. a. g. h. b. f. 5. et munito munito
 q. est 3. cup. q. d. h. a. g. h. b. f. in quibus 3. q. est
 d. h. a. d. d. h. a. g. h. b. f. q. d. h. a. g. h. b. f. q. d. h. a. g. h. b. f.*



*Sit munito. 6. d. h. a. g. h. b. f. 2. et 5. d. h. a. g. h. b. f.
 duo et 5. munito d. h. a. g. h. b. f. munito d. h. a. g. h. b. f.
 10. q. est 64. et q. d. h. a. g. h. b. f. munito d. h. a. g. h. b. f. est dupl.
 q. d. h. a. g. h. b. f. q. est 25. et q. d. h. a. g. h. b. f. d. h. a. g. h. b. f.
 munito q. est 5. munito q. d. h. a. g. h. b. f. est 25. q. d. h. a. g. h. b. f.*

Sit linea .a. b. diuisa per equalia in .c. & addita sibi linea .b. d. dico duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis. ¶ Erigo .c. e. perpendicularē sup lineam .a. b. & eādem utriq; lineaz .a. c. & .c. b. & perficio triangulum .a. e. b. ductis lineis .a. e. & .e. b. eritq; ut in premissa uterq; angulorum .a. & .b. & uterq; eorum qui sunt ad .e. medietas recti per .32. pmi totusq; .e. est rectus A puncto .e. produco .e. f. equalem & equidistantem .c. d. & produco .f. d. & .e. b. quousq; concurrunt in puncto .g. & produco lineam a g. eritq; per ultimam partem .29. primi angulus .c. e. f. rectus sed angulus .c. e. b. est medietas recti. ergo angulus .b. e. f. est similiter medietas recti: & quia per .33. eiusdem .f. d. est equidistans .c. e. erit per .34. eiusdem angulus .f. d. g. rectus. ergo per .32. eiusdem. erit angulus .e. g. f. medietas recti. Itē q; per eādem angulus .d. b. g. similiter medietas recti: propter id quod angulus .b. d. g. est rectus ergo per .6. eiusdem duo latera .e. f. & .f. g. sunt equalia. Itemq; duo latera .d. b. & .d. g. sunt equalia: ergo per penultimam eiusdem quadratum .e. g. duplum est ad quadratum .e. f. quare ad quadratum .c. d. ¶ Itemq; p eādem qdratum .a. e. duplū ē ad qdratū .a. c. & quia qdratum a g. est p eādem egle qdrato .a. e. & .e. g. similiter quoq; & qdrato .a. d. & .d. g. At quia qdratum .d. g. est equale quadrato .b. d. erunt duo quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta dupla duobus quadratis duarum linearum .a. c. & .c. d. pariter acceptis quod ē propositum. Hec autem & omnes premisse ueritatem habent in numeris sicut in lineis.



Propositio .11.



Itam lineam sic se are. ut quod sub tota & vna portione rectangulum continetur: equum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

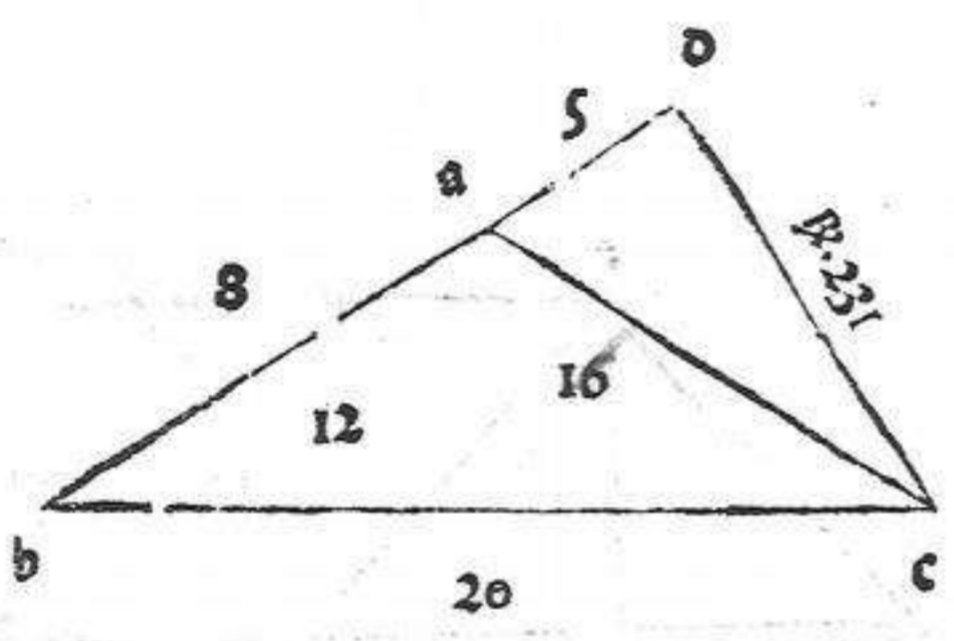
Sit linea data .a. b. quā uolumus sic diuidere ut quod ex tota & eius minore portione producit equum sit quadrato maioris. ¶ Describo quadratum ipsius quod sit .a. b. c. d. & latus .b. d. diuido per equalia in .e. & produco .a. e. & .e. b. produco usq; ad .f. ita quod .e. f. sit equalis .a. e. & ex .b. f. portione extrinsecat describo qdratum quod ex latere .a. b. refecat portione equalem .b. f. que sit .b. h. & quadratum descriptum sit .b. f. h. g. Dico q; a. b. sic est diuisa in puncto .h. quod illud quod fit ex tota .a. b. in eius portione .h. a. est equale quadrato .h. b. Produco .g. h. usq; ad .k. que erit equidistans .a. c. Quia ergo linea .d. b. diuisa est per equalia in .e. & est sibi addita linea .b. f. erit per .6. huius quod fit ex .d. f. in .b. f. cum quadrato .e. b. equale quadrato .e. f. Quare & qdrato .e. a. Quare per penultimam primi: quadratis duarum linearum .e. b. & .b. a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato lineae .c. b. erit quod fit ex .d. f. in .b. f. & ipsum est superficies .d. g. equale quadrato lineae .a. b. Ergo dempto ab utrisq; palellogramo .h. d. erit quadratum .h. f. equale palellogramo .h. c. Et quia quadratum .h. f. est quadratum lineae .h. b. Et palellogramum .h. c. producit ex .c. a. que est equalis .a. b. in .a. h. patet factum esse ppositum. ¶ Ad hoc autem faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi: ut hec undecima proponit sicut scies sexti .29. te docente.

Propositio .12.

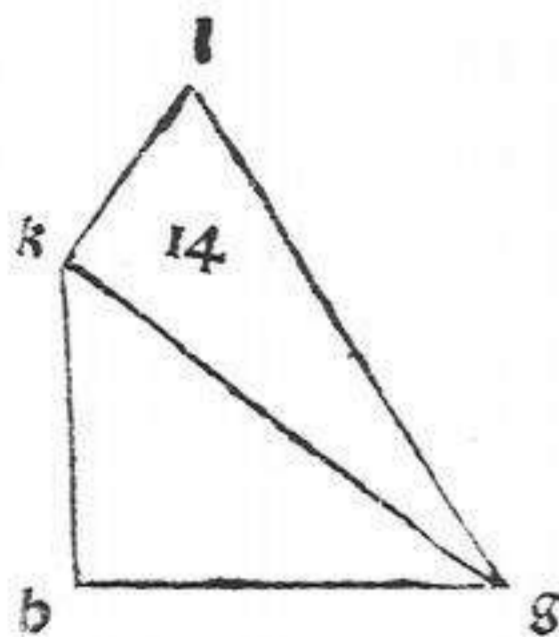
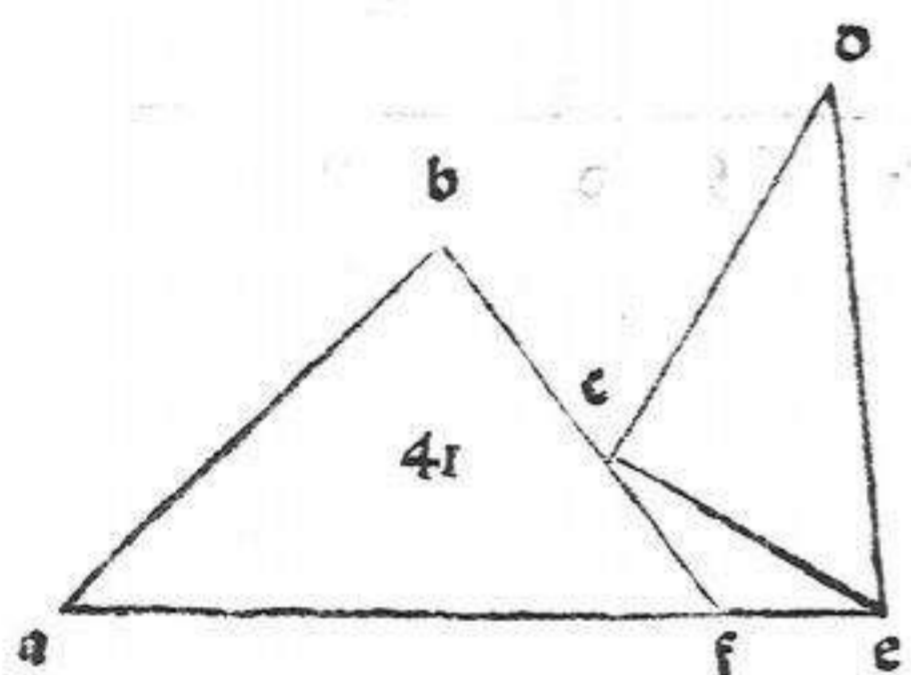
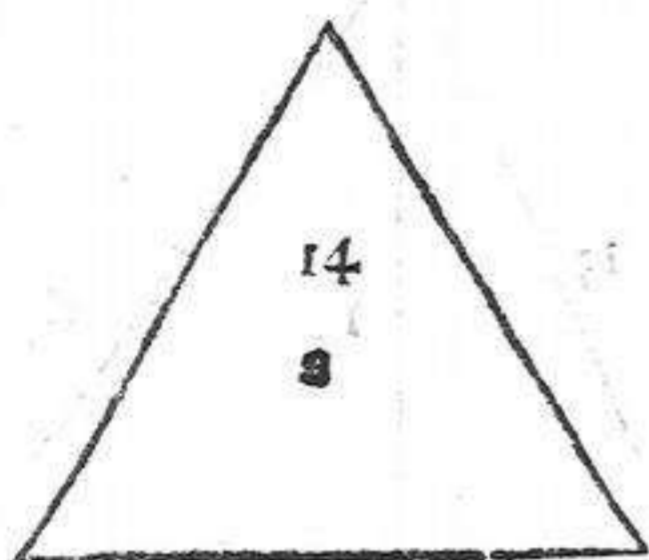
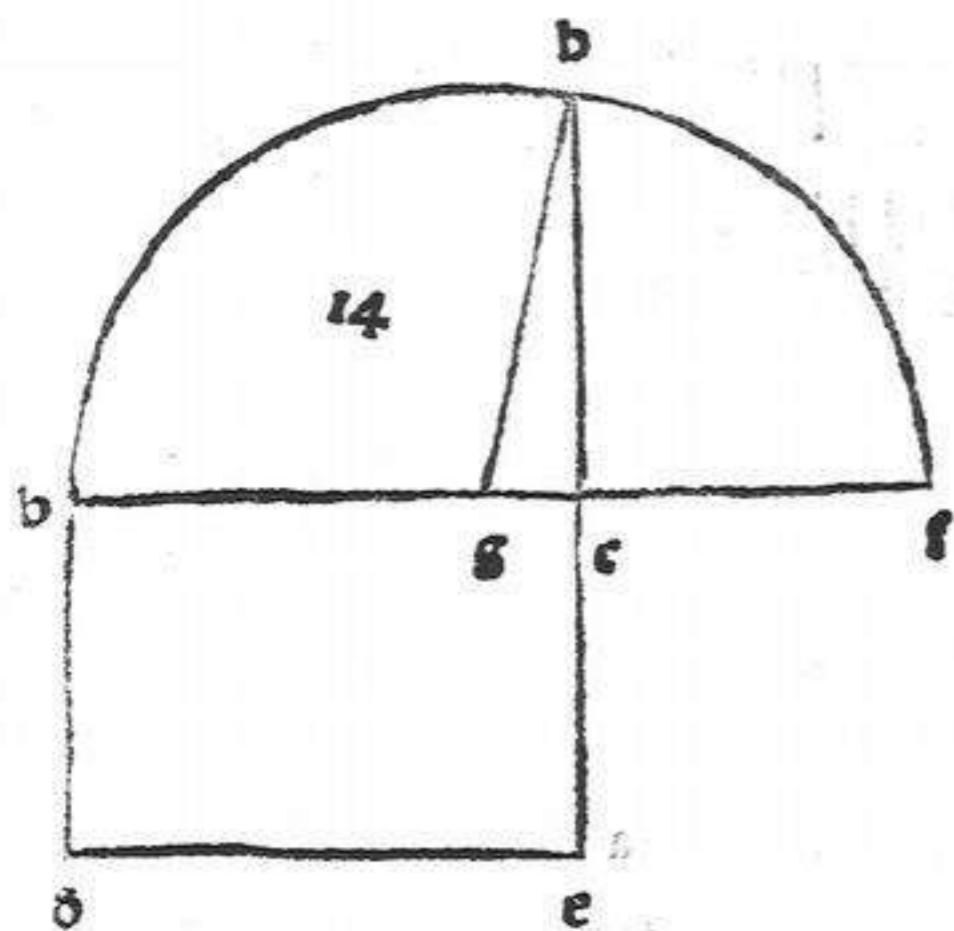


In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtēdit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulus amplius potest. quantum est quod continetur bis sub vno eorum: atq; ea que sibi directe iuncta ad obtusum angulum a perpendiculari extra deprehenditur.

Sit triagulus .a. b. c. habens angulum .a. obtusum. A pūcto .c. ducat linea perpendicularis ad lineā .b. a. q̄ necessario cadet extra triagulum .a. b. c. aliogn angulus obtusus esset rectus aut minor recto p .16. pmi. Sit ergo .c. d.



32
29
33
34
32
6
6
29
16



cognoscitur area ipsius & auxiliantibus tabulis de corda & arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Castigatoz

a Alioquin angulus. c. uel. b. qui sunt acuti ex ypothesi esset maior recto uel rectus p. 16. p. ideo.

Propositio .14.



Quo trigono equum quadratum describere.

E Sit datus trigonus. a. cui nos uolumus equum quadratum describere. Designabo superficiem equidistantium laterum & rectorum angulorum equalem trigono dato sicut quod docet .42. p. mihi sitq. superficies illa. b. c. d. e. cuius si latera fuerint equalia habemus quod querimus. Ipsa enim erit quadrata. per definitionem. Si autem latera sint inequalia tunc adiungam minus ipsorum laterum maiori secundum rectitudinem. sitq. linea. e. f. equalis minori duorum laterum quod est. c. e. adiuncta maiori quod est. b. c. sicut rectitudinem. Totam. b. f. diuidam per equalia in puncto. g. & facto. g. centro super lineam. a. b. f. sicut quantitatem lineae. g. b. describam semicirculum. b. h. f. & latus. e. c. producam usquequo secet circumferentiam in puncto. h. Dico q. quadratum lineae. c. h. est equale trigono dato. Producam lineam. g. h. & quia linea. b. f. diuisa est per equalia in. g. & per inequalia in. c. erit per. s. huius quod fit ex ductu. b. c. in. c. f. cum quadrato. c. g. equale quadrato. g. f. Quare & quadrato. g. h. quare per penultimam primi & duobus quadratis duarum linearum. g. c. &. c. h. Ergo dempto utriusque quadrato. c. g. erit quod fit ex. b. c. in. c. f. quod est equale superficiei. b. e. eo q. e. f. est equalis. c. e. Equale quadrato lineae. c. h. quare quadratum lineae. c. h. est equale trigono. a. quod est propositum. Et nota q. per hoc inuenitur latus tetragonum cuiuslibet altera parte longioris & simpliciter omnis figure rectis lineis contenta quecunq. fuerit. Quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonum latus sicut doctrinam istius. & inueniemus per penultimam primi. lineam unam que possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia. uolo nunc inuenire latus tetragonum rectilinee figure irregularis. a. b. c. d. e. f. Resoluo eam in. 3. triangulos qui sunt. a. b. f. c. d. e. & c. f. e. Inuenio quoque sicut doctrinam istius tria latera tetragonica istorum trium triangulorum que sunt. g. h. h. k. & k. l. & erigo. h. k. perpendiculariter super. g. h. & produco. g. k. eritq. per penultimam primi quadratum. g. k. equale quadratis duarum linearum. g. h. & h. k. & tertium latus. k. l. erigo perpendiculariter super lineam. g. k. & produco. lineam. g. l. eritq. per penultimam primi. g. l. latus tetragonum totius figure rectilinee propositae. **Explicit liber secundus.**

Castigatoz

a Etiam dato quadrato equum ei trigonum describere ut in. 28. sexti habebis & in. 41. p. apparet si ei diligens intellectus extiterit. Et non solum quadrato sed cuiusq. figure & superficiei multilaterae seu polygonie his mediis possumus semper equum triangulum designare quoniam omnes tales resoluemus in triangulos & unicuique triangulo per hanc assignabimus equum quadratum siue parallelogramum quodcumq. De hinc ex omnibus illis unum conficiemus per hanc 25. sexti equale illis omnibus postea super duplum basis huius maximi faciemus triangulum equalis altitudinis & ipse erit equalis illi polygonie propositae.

Euclidis de circulis et eorum portioibus liber tertius fini optimas. Lamp ani traductioem. Magistro Luca Paciolo de burgo. S. S. Or. mino. Castigator acuratissimo feliciter. Incipit.



Horum diametri sunt equeles. ipsoz circulos equeles ee. Maiores aut quozum maiores et minores quoz minores. 1. **C**irculum linea ptingere. dr. q cum circulus tangat in vtraqz ptem. electa. circulum no secat. 2. **C**irculi sese ptingere dicunt qui tangetes se inuicem non secant. 3. **R**ecte linee i circulo eqliter distare dicuntur a centro. cum a cetro ad ipas ducte ppendiculares fuerint equeles. 4. **P**lus vo distare a cetro dr. in qua ppendicularis longior cadit. 5. **R**ecta linea portioes circuli ptinges corda noiat. 6. **P**ortio vo circulerentie arcus nucupat. 7. **A**ngulus at portiois dr. q a corda et arcu ptinget. 8. **S**upra arcu angulus pistere dr. q a quolibet pnto arcus ad corde terminos duabus rectis lineis exeutibus continet. 9. **S**ector circuli est figura q sub duabus a centro ductis lineis et sub arcu q ab eis comprehendit ptinget. 10. **A**ngulus aut q ab eis lineis ambitur supra cetro pistere dr. 11. **S**imiles circulozum portioes dicunt in qbus qui supra arcum pstant anguli sibi inuicem sunt equeles. 12. **A**rcus quoqz similes sunt qui equos angulos pdicto modo suscipiunt. 13.

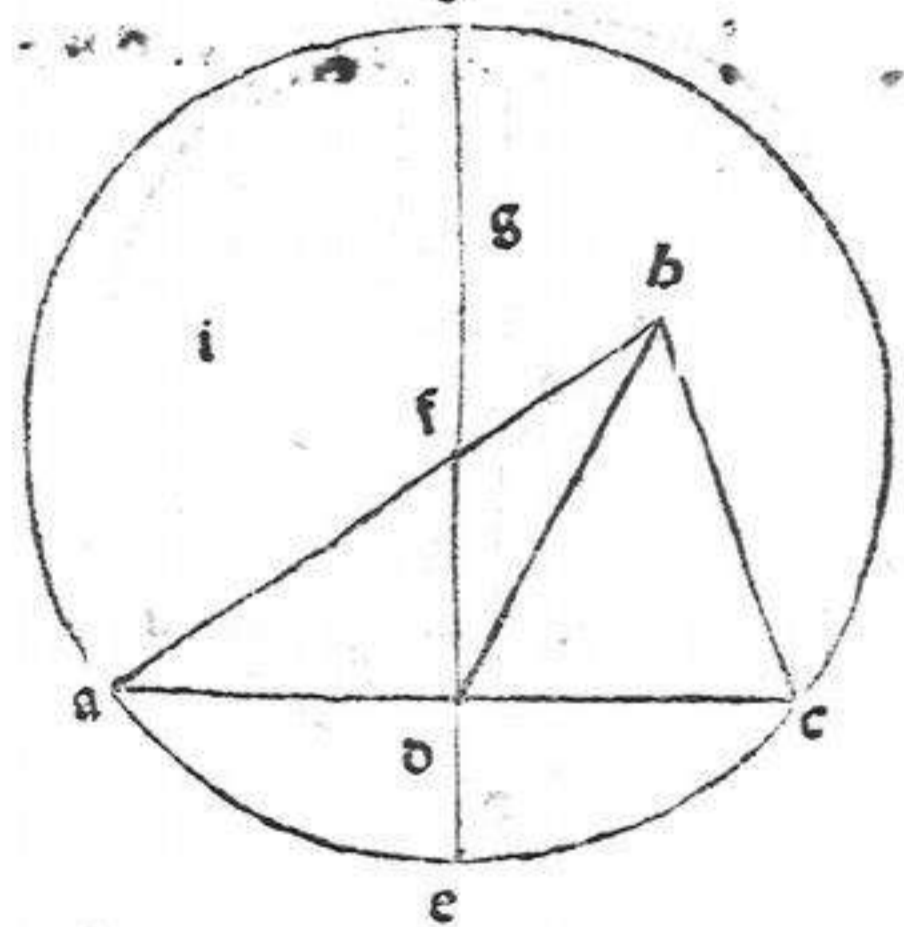
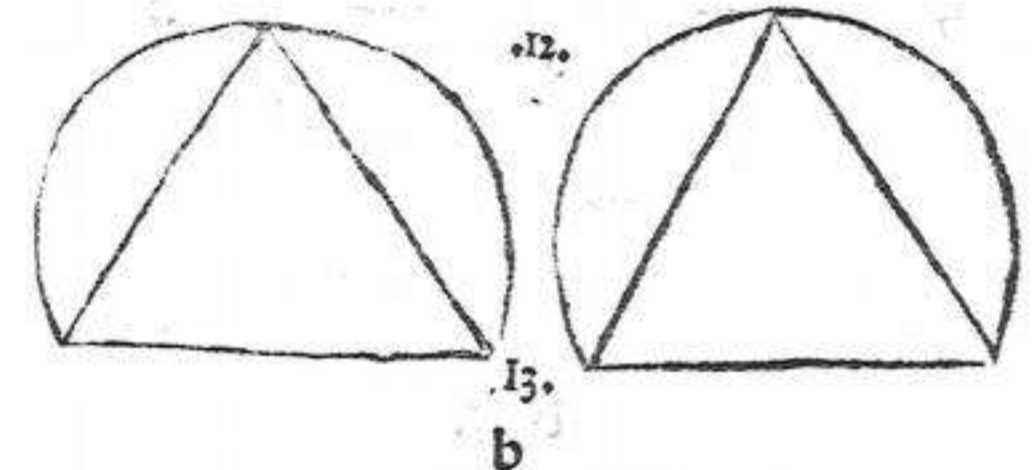
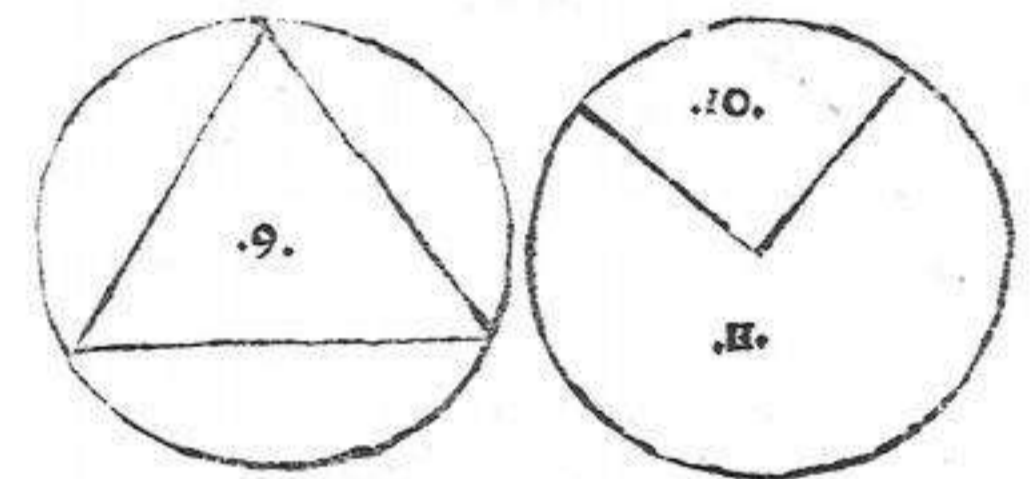
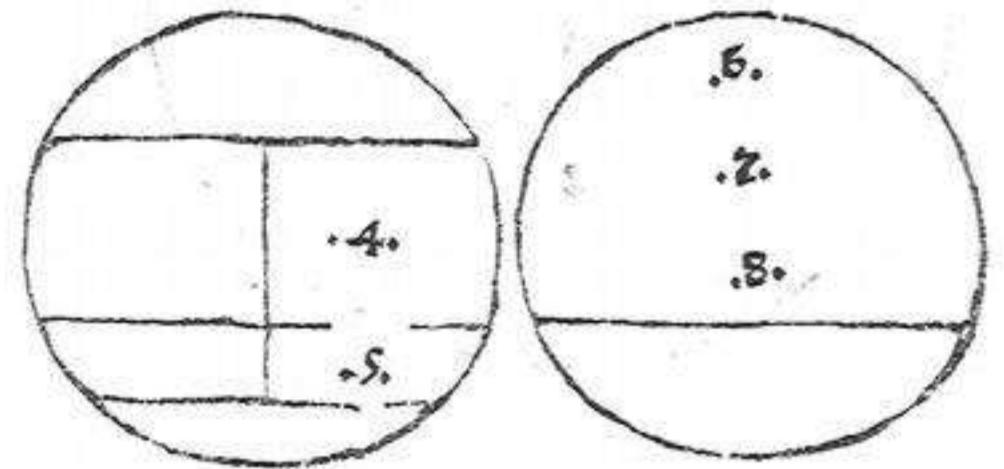
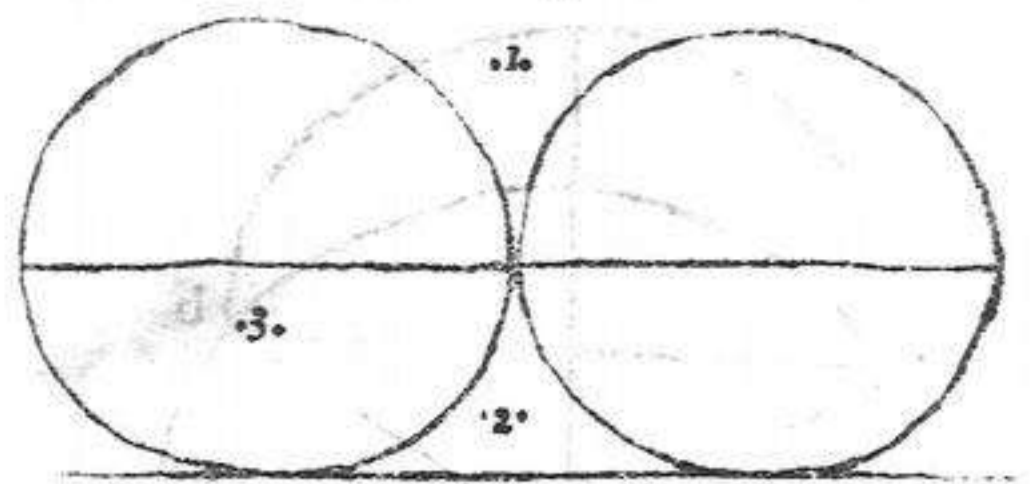
Castigator

Circularis figura inter alias optinet principatum quia multe condiciones sibi competunt q nulli alii figurarum yfopimetrarum nam ipsa est prima figurarum et perfectissima et simplicissima et regularissima et capacissima oium yfoperimetrarum et pulcherima oium ut constat ex electione summi opificis et sic addere potes ipsa q est maxie apta motui. ut inde physico auditu dixit az. Et si queratur quare Euclides prius de ipsa uerba non fecerit dicitur eo quia inuenit multa de ipsa que minime concludi poterant nisi ex conclusionibus rectilinearum figurarum et ideo sibi fuit necesse sciam de circulis preposterare quemadmodum fecit preponendo geometriam arithmetice cum illa sit prior cunctis et ante Diuino philosopho et Boetio in sua arithmetica.

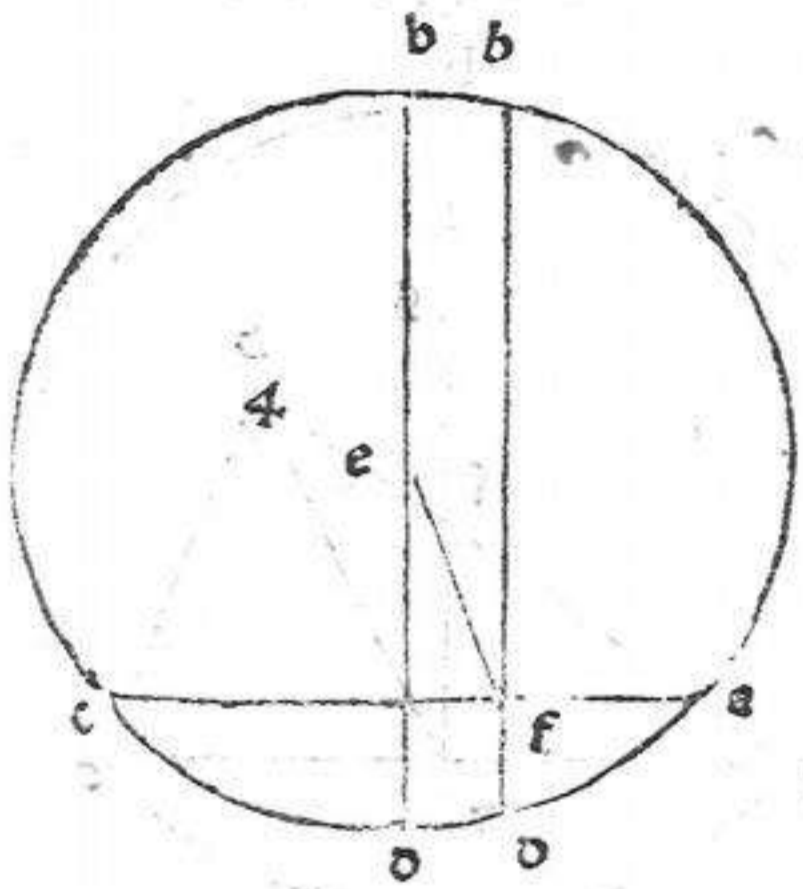
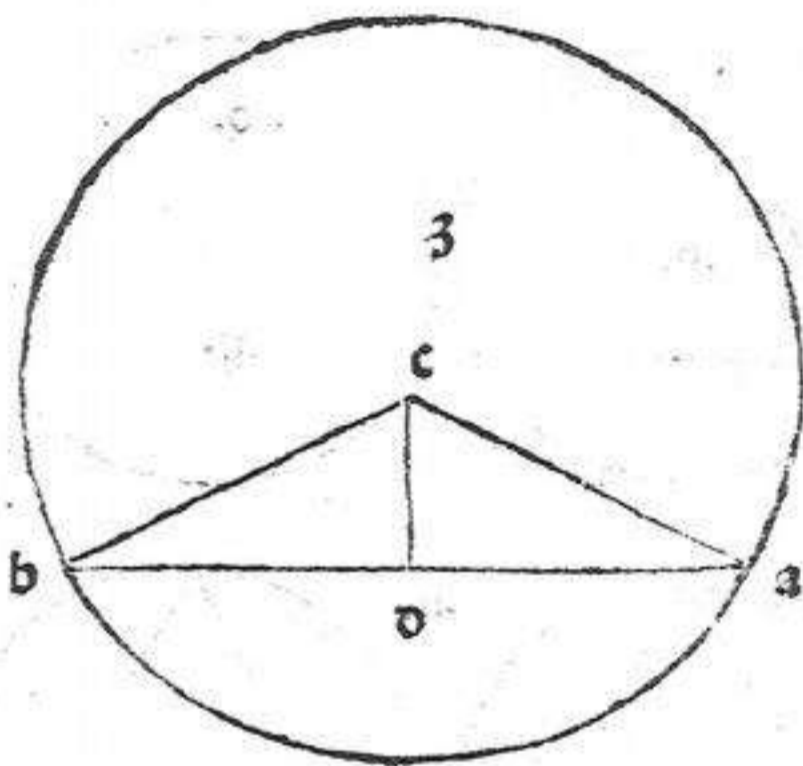
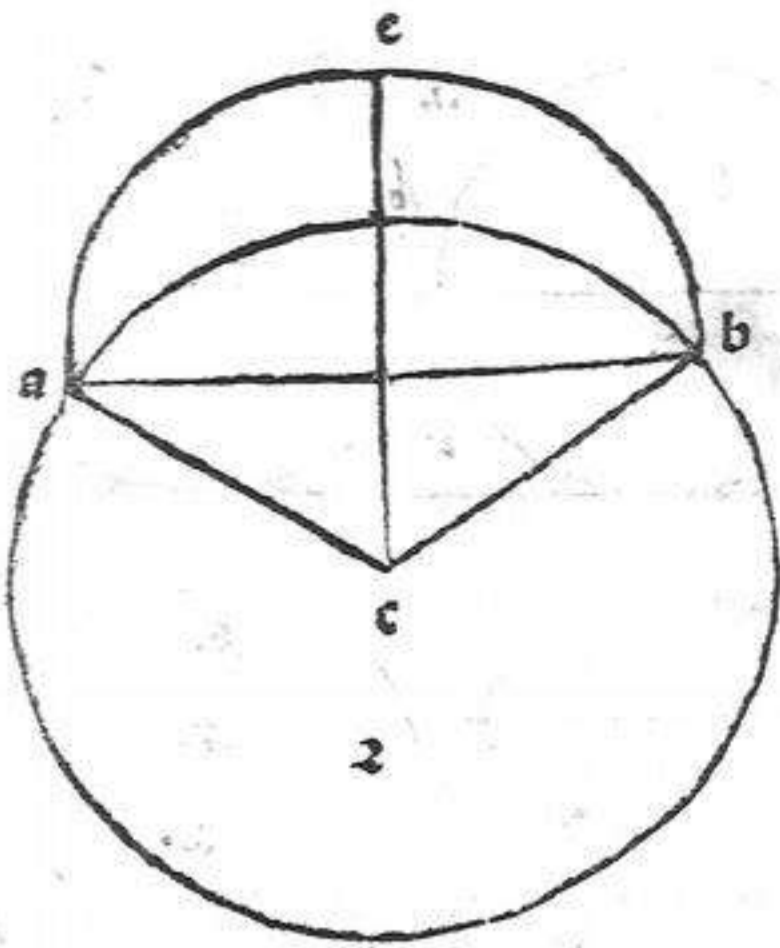
Propositio .i.

Circuli propositi centrum inuenire. vnde manifestum est q duabus rectis lineis in eodem circulo apud circulerentiam terminatis neutraillarum alteram per equalia orthogonaliter secat nisi ipsa super centrum transferit.

Sit circulus propositus. a. b. c. cuius uolumus centrum inuenire. **D**uco in ipso circulo lineam a. c. qualitercunqz contingat quam diuido per equalia in puncto. d. a quo duco perpendicularem ad lineam a. c. quam applico circulerentie ex utraqz parte. sitq. e. d. b. quam rursus diuido p equalia in puncto. f. que dico ee centz circuli. **S**i eni no erit aut alibi aut in linea. e. b. aut extra. In linea. e. b. no si. n. fuerit i ea ut i puncto. g. erit linea. e. f. maior linea. e. g. ps uidelicet toto qp e impossibile. **Q**uod si fuerit extra lineam. e. b. ut i puncto. h. ducant linee. h. a. h. d. b. c. et eglatera. b. d. et



Faint handwritten notes at the bottom of the page.



da. trianguli. h. d. a sunt equalia lateribus. h d. f. d e. trianguli. h d. c. f. basis. h a. basi. h c. erit per. 8. primi angulus. a. d. h. equalis angulo. c. d. h. quare uterq. rectus f. quia angulus. a. d. b. fuit etiam rectus erit. a. d. h. equalis. a. d. b. p. 3. petitiōe primi pars. uidelicet toti quod est impossibile. Nō est ergo centrum dati circuli alicubi quam in puncto. f. quod est ppositū.

Propositio .2.



Sper circuli circumferentiam duobus punctis signatis. lineam rectam ductam ab al ero ad alterū. circulum secare necesse est.

¶ Sit ut in circūferentia circuli, a b, cuius centrum sit, c, signata sint duo pūcta que sunt, a, f. b, dico q. linea recta coniungens unū cum altero secabit circulum. Alioquin cadet extra circulum; sitq. a, e, b, linea recta si possibile est; producam lineas, c a, f. c b, eruntq. p. 5. primi; angulus, c. a. b. f. c. b. a. equalis; pro traham item lineam, c. e, que secet circumferentiam in puncto, d, eritq. p. 16. pmi; angulus, a. e. c, maior angulo, c. b. e, quare maior angulo, c. a. e, quare per. 18. eiusdem latus, a c, maius latere, c e. f. quia, c d, est equalis, c a, erit, c d, maior, c e, pars toto quod est impossibile; Quia ergo linea coniungens duo puncta, a b, non transibit extra circulum secabit ipsum quod est ppositum.

5 p.

18

Propositio .3.



S lineam intra circulum preter centrum collocatā. alia a centro veniens per equa secet. orthogonaliter super eam insistere. z si in eam orthogonaliter steterit. eam per equalia diuidere necesse est.

¶ Sit ut lineam, a, b, collocatam intra circulum, a b, cuius centrum sit, c, linea, c, d, ueniens a centro diuidat per equalia; dico q. diuidit eam orthogonaliter, f. econuerso uidelicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia. ¶ Produca lineas, c. a, f. c b, f. ponam, primo q. diuidat eam per equalia; erunt ergo duo latera, c d, f. d, a, trianguli, c d, a, equalia duobus lateribus, c d, f. d b, trianguli, c, d, b, f. basis, c, a basi, c, b, ergo per. 8. primi; angulus, d, unius est equalis angulo, d, alterius quare uterq. rectus; quare, c d, est perpendicularis super, a b, quod est ppositum. ¶ Ponam iterum q. c d, sit perpendicularis super, a b, f. ostendam q. ipsa diuidit, a b, per equalia Erit enim propter hanc positionem uterq. anguloz qui sunt ad, d, rectus quare unus equalis alteri. At quia per. 5. primi angulus, c. a. d, est equalis angulo, c. b. d, f. latus, c, a, equale lateri, c, b, per. 26. primi; eiusdem erit linea, a, d, equalis linee, d, b, quod est ppositum.

8

5 26

Propositio .4.



S intra circulum due linee se inuicem secēt. z super centrum non transeant. non per equalia eas secari necesse est.

¶ Sit ut in circulo, a, b, c, d, cuius centrum sit, e, due linee a, c, f. b, d, secent se in puncto, f, f. utraq. earum uel altera non transeat per centrum, dico q. ipse non diuidit sese per equalia; ita q. utraq. p equalia diuidatur ab altera. ¶ Quod si fuerit hoc possibile; ponatur f. sit primo ut neutra transeat per centrum a centro, e, producam lineam, e, f, eritq. per primam partem premise unusquisq. 4. angulorum; qui sunt, a, f, e, e f c, f. c f d, rectus quod est impossibile; sic enim rectus eet minor recto. ¶ Sit igitur ut altera earum transeat per centrum f. altera non; sitq. b, d, transiens per centrum adhuc dico q. non diuidunt sese per equalia quod si sic, tunc per primam partem premise, cū b, d, ducta a centro diuidat, a, c, per equalia diuidat eam orthogonaliter quare etiā, a, c, diuidet, b, d, orthogonaliter; f. quia diuidit, a, c, ipsam b, d, per equalia ut ponit aduersarius; ipsa transibit per centrum per correlarium prime huius; quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio 5.



Inter se invicem secantium cētra diversa esse.
 ¶ Sint duo circuli. a. c. b. a. d. b. secantes se super duo pun-
 cta. a. f. b. Dico q̄ eorum sint diversa centra. ¶ Si enim
 haberent idem centrum ipsum erit p̄ diffinitionem in por-
 tione utriq; circulo cōmuni; sitq; illud. e. f. ducantur linee
 e a. f. e. f. c. eruntq; per diffinitionem due linee. e a. f. e. f. e. q̄
 les; ¶ Itemq; per diffinitionem due linee. c. a. f. e. c. equales quare. e. f. est
 equalis. e. c. cum utraq; earum sit equalis. e. a. pars videlicet toti quod est
 impossibile.

Propositio 6.



Inter se se contingentium nō idem centrum
 esse necesse est.

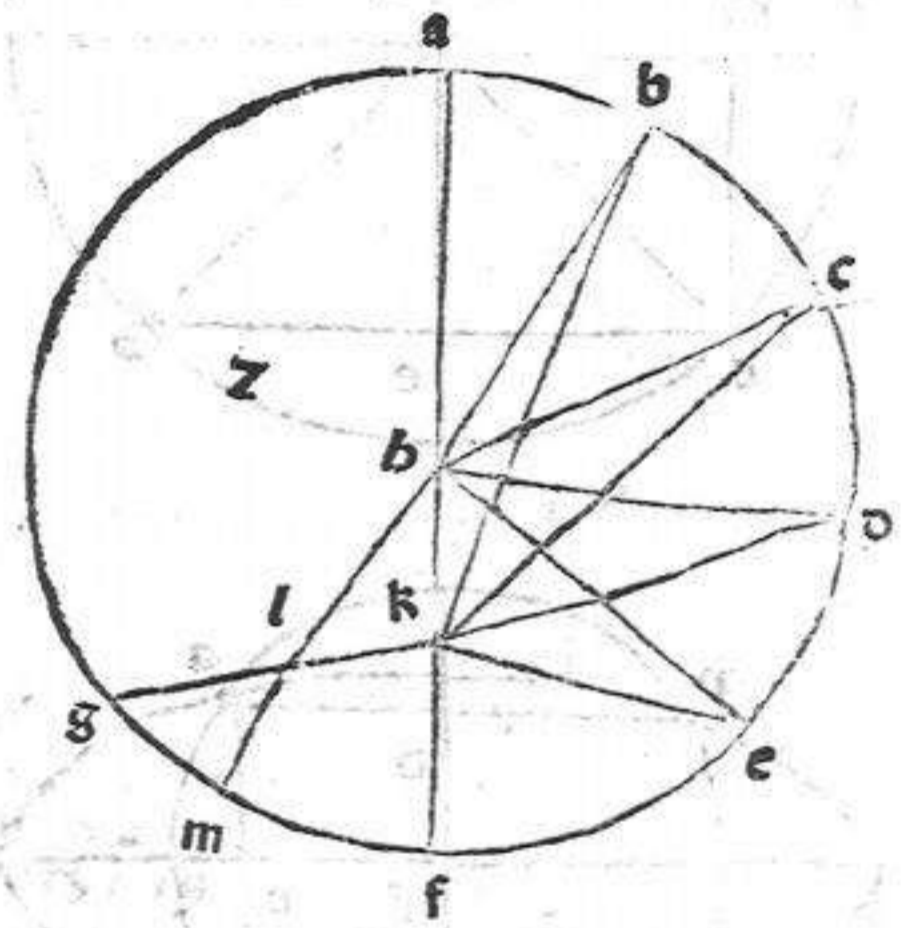
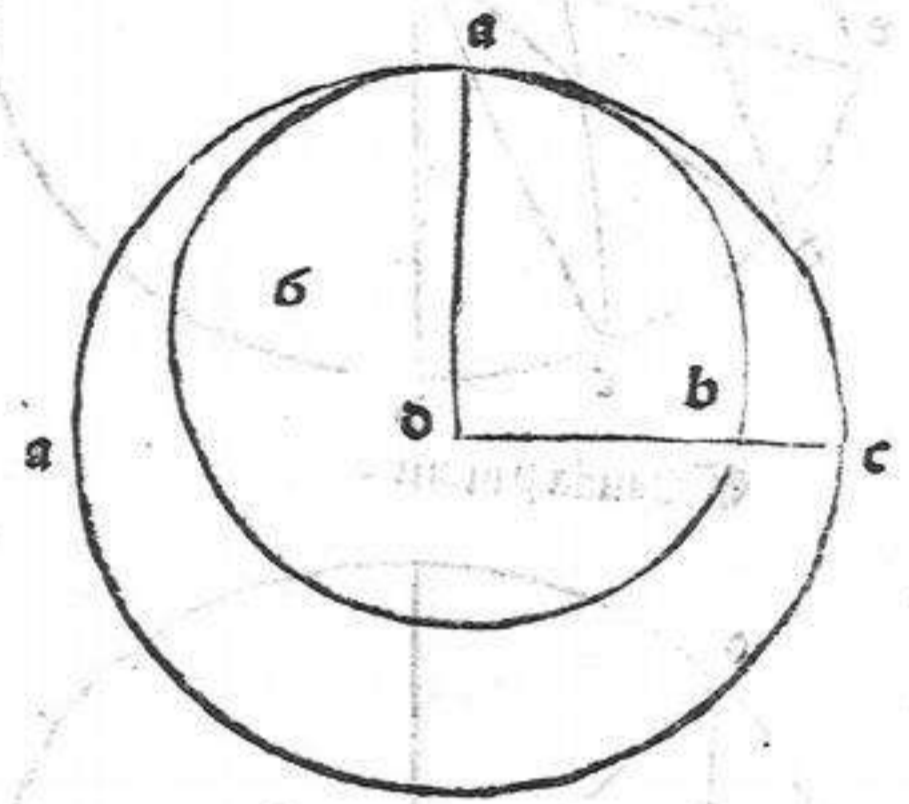
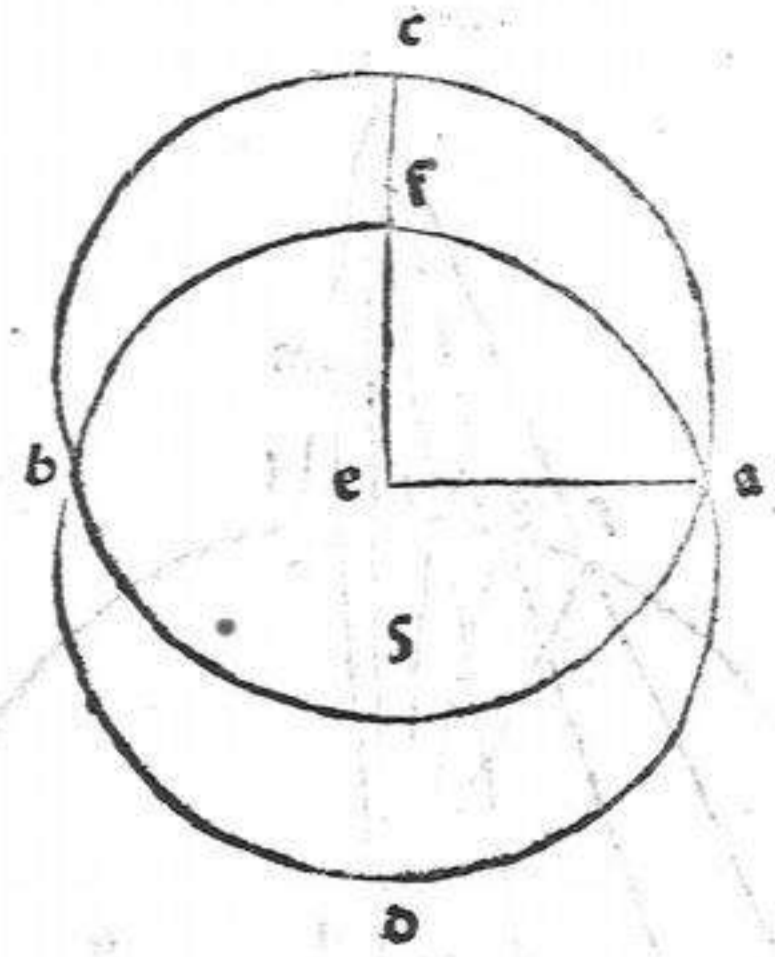
¶ Sint duo circuli. a. b. f. a. c. contingentes se in puncto. a
 Dico q̄ eorum sint diversa centra. Si enim habuerint idē
 centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cū
 minor positus fuerit intra maiore; sitq; ipsum. d. f. ducant
 linee. d. a. f. d. b. c. eritq; per diffinitionem utraq; duarum linearum. d. b.
 f. d. c. equalis. a. d. quod est impossibile. ¶ De circulis aut se contingen-
 tibus extra quorum scilicet unus est extra alterum; manifestum est p̄ dif-
 finitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.

Propositio 7.



In diametro circuli punctus preter centrum si
 gnetur. z ab eo ad circumferentiam linee plurime
 ducantur que super centrum transierit omnium
 erit longissima. que vero diametrum perficiet om-
 nium erit breuissima. que autem centro prime ce-
 teris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tāto bre-
 uiores esse conveniet. ¶ Duas quoq; equidistantes linee bre-
 uissime collaterales equales esse necesse est.

¶ Sit ut in diametro. a. f. circuli. a. b. c. cuius centrum sit. h. sit signatus pū-
 ctus. k. preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt. k. a. k. b. k.
 c. k. d. k. e. k. f. k. g. ad circumferentiam; f. transeat. a. k. per centrum. h. f. k.
 f. sit complementum dyametri; sitq; ut. k. e. f. k. g. equidistant a. k. f. hoc
 est dicere ut angulus. e. k. f. sit equalis angulo. f. k. g. dico q̄. k. a. est omniū
 longissima. f. k. f. omnium breuissima; alie vero tanto longiores quāto
 centro propinquiores. ut. k. b. est longior. k. c. f. k. c. est longior. k. d. f. k.
 d. longior. k. e. f. k. e. f. k. g. sunt equales; quia enim in triangulo. b. k. h.
 duo latera. b. h. f. h. k. per. 20. primi; sunt maiora latere. b. k. f. ipsa sunt e-
 qualia linee. a. k. erit. a. k. maior. b. k. f. eadem ratione maior omnibus
 aliis f. hoc est primum. ¶ Itemq; quia in triangulo. e. h. k. duo latera. h.
 k. f. k. e. per eandem sunt maiora latere. h. e. quod est equalis linee. h. f. ip-
 sa erunt maiora linea. h. f. ergo dempta communi linea que est. h. k. rema-
 nebit k. e. maior. k. f. eademratione quelibet aliarum erit maior ipsa f. h
 est secundum. ¶ Itemq; quia duo latera. b. h. f. h. k. trianguli. b. h. k. sunt
 equalia duobus lateribus. c. h. f. h. k. triāguli. c. h. k. f. angulus. b. h. k. ē ma-
 ior angulo. c. h. k. erit per. 24. primi. basis. b. k. maior basi. k. c. eadem rōne
 k. c. maior erit. k. d. f. k. d. maior. k. e. f. hoc est tertium. ¶ Quod si due
 linee. k. g. f. k. e. non sunt equales erit altera maior; sitq; k. g. de qua sumā
 k. l. equalem. k. e. f. producam. h. l. quousq; secet circumferentiam in pun-
 cto. m. f. quia per ypothesim angulus. g. k. f. est equalis angulo. f. k. e. erit
 per. 13. p̄mi. angulus. l. k. h. equalis angulo. c. k. h. f. duo latera. l. k. f. k. h.
 trianguli. l. k. h. sunt equalia duobus lateribus. e. k. f. k. h. trianguli. e. k. h.
 ergo per. 4. primi basis. h. l. est ebulis basi. h. e. f. quia. h. m. ē equalis. h. e
 erit. h. m. equalis. h. l. quod est impossibile. sunt ergo due linee. k. g. f. k.
 e. equales quod est nostrum propositum. quartum.



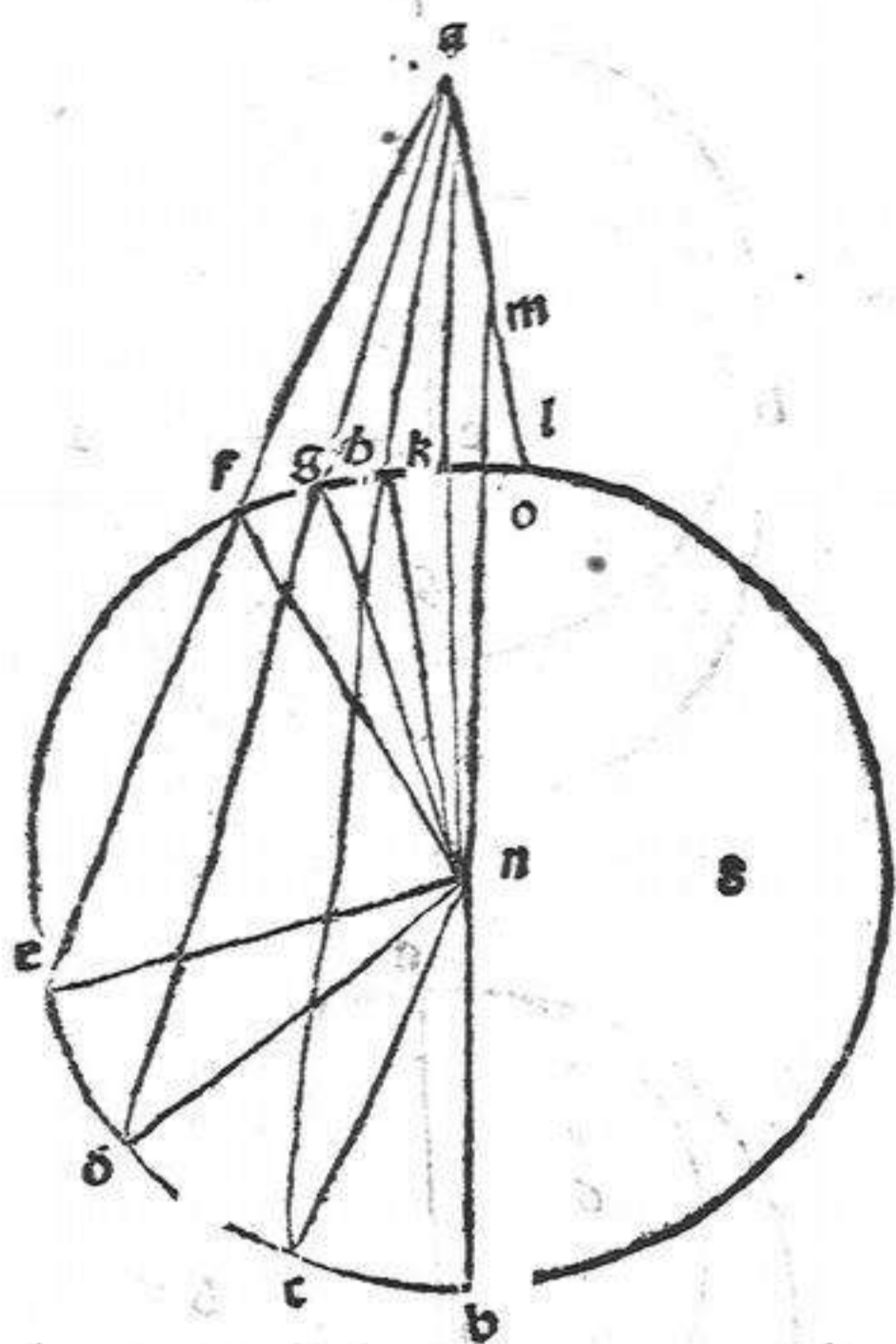
¶ Pes anseris

20
p
24
13
4

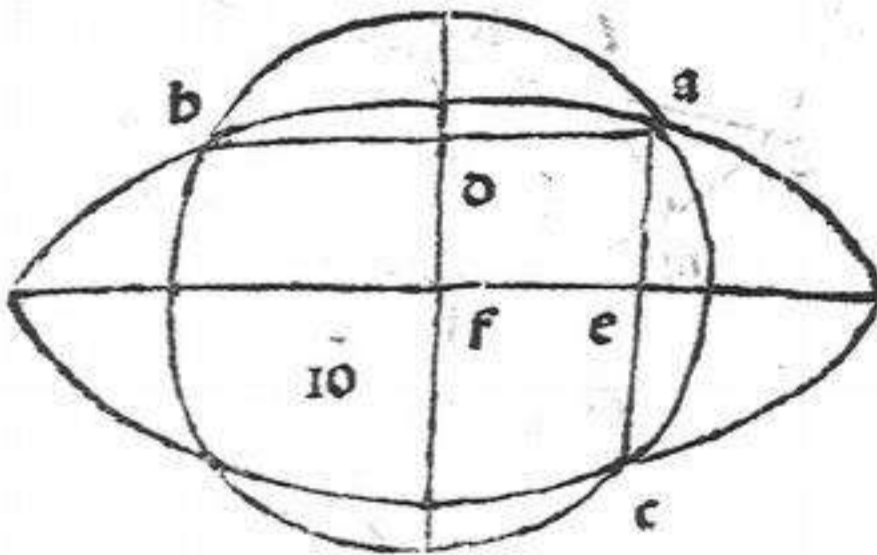
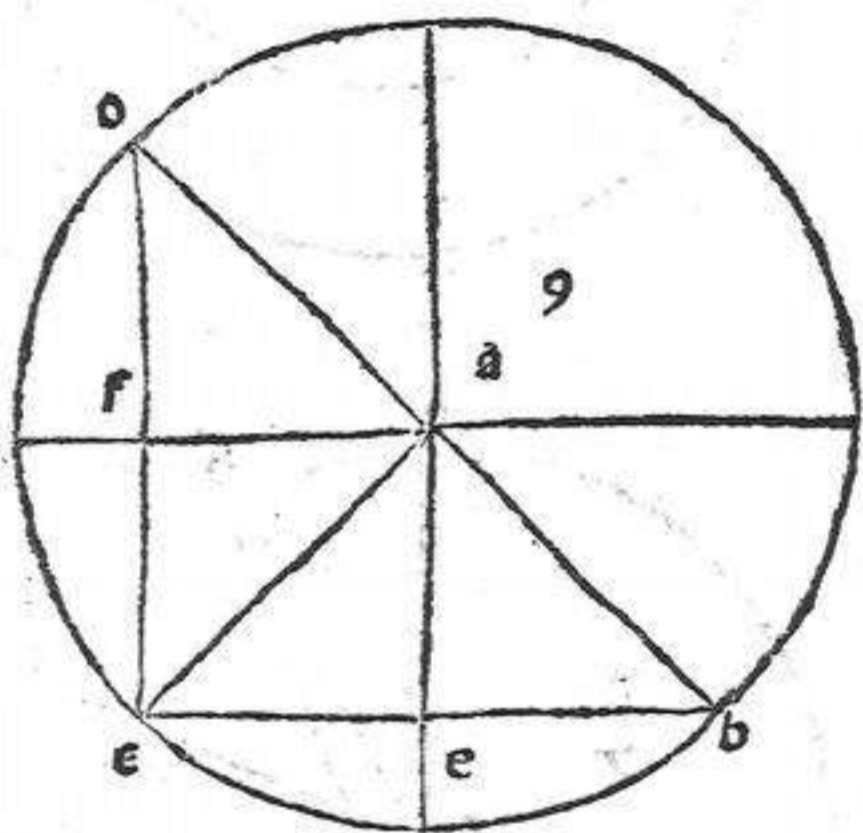
Propositio .8.



Extra circulum puncto signato ab eo ad circumferentiam lineae plurime ducantur circulum secando. que super centrum transferit omnium erit longissima. Centro autem propinquiores ceteris remotioribus longiores. Linee vero partiales ad circumferentiam extrinsecus applicate: ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima. eiq; propinquiores remotioribus breviores. Due vero que lineae brevissime utrinque eque propinquant equales sunt.



Cauda pavonis.



Sit ut a puncto. a. assignato extra circulum. b. c. d. cuius centrum sit. n. ducant plurime lineae ad circumferentiam secando circulum que sint. a. k. n. b. a. h. c. a. g. d. f. a. f. e. Dico q. a. b. transiens per centrum omnium erit longissima. f. g. a. c. e. maior. a. d. f. a. d. maior. a. e. f. g. a. k. est brevissima omnium extrinsecarum: f. g. a. h. est minor. a. g. f. a. g. minor. a. f. f. dico q. si ducat. a. l. ita q. ipsa f. a. h. equilater distent ab. a. k. hoc est q. angulus. k. a. h. sit equis angulo. l. a. k. ipse erunt equales. Producam. n. a. centro. n. lineas. n. e. n. d. n. c. n. f. n. g. f. n. h. eruntq. p. 20. primi duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. maiora. a. c. f. q. ipsa sunt equalia lineae. a. b. erit. a. b. maior. a. c. eadem rone erit maior oibus aliis quod est primum. Et quia duo latera. a. n. f. n. c. trianguli. a. n. c. sunt equalia duobus lateribus. a. n. f. n. d. trianguli. a. n. d. f. angulus. a. n. c. e. maior. angulo. a. n. d. erit p. 24. primi: basis. a. c. maior basi. a. d. f. eadem rone erit. a. d. maior. a. e. qd e. fm. Itaq. quia in triangulo. a. n. h. duo latera. a. h. f. n. h. sunt maiora. a. n. per. 20. primi. f. h. n. est equalis. n. k. erit p. eodem sciam. a. h. maior. a. k. eadem rone quilibet extrinsecus applicataz maior erit. a. k. quod e. tertium. Item quia p. 21. primi due lineae. a. h. f. h. n. sunt minores duabus lineis. a. g. f. g. n. f. h. n. e. equalis. g. n. erit p. eodem scientiam. a. g. maior. a. h. eadem rone erit. a. f. maior a. g. qd e. quartum. Quod si. a. l. non sit equalis. a. h. cu ipse sint equaliter distantes ab. a. k. erit altera maior: sitq. a. l. ponat ergo. a. m. equalis a. h. f. producam. n. o. m. q. ergo duo latera. m. a. f. a. n. trianguli. m. a. n. sunt equalia duobus lateribus. h. a. f. a. n. trianguli. h. a. n. f. angulus. m. a. n. e. equis angulo. h. a. n. erit p. 4. primi: basis. m. n. equis basi. n. h. f. q. a. n. o. e. equis. n. h. erit. n. o. equalis. n. m. p. uidelicet toti quod est impossibile f. hoc est quintum.

Propositio .9.



Intra circulum puncto signato. ab eo plures q. due lineae ducte ad circumferentiam fuerint equalles. punctum illud centrum circuli esse necesse est. Sit ut a puncto. a. signato intra circulum. b. c. d. ducte sint .3. lineae. a. b. a. c. f. a. d. ad circumferentiam q. pono ee equalles dico punctum. a. esse centrum circuli. Producam. n. duas lineas. c. b. f. d. c. f. diuidat utraq. eaz p. equis. c. b. qdem in puncto. e. f. d. c. in puncto. f. f. pducam. e. a. f. f. a. quas applico circumferentie ex utraq. pte. eritq. p. 8. primi uterq. anguloz q. sunt ad. e. equis alteri. igr p. 13. p. uterq. erit rectus. Sicut quoq. p. eadem uterq. anguloz q. sunt ad. f. rectus: ergo per correlarium pme huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia f. orthogonaliter ipsa transit p. centrum. similiter quoq. a. f. transit p. centrum: quia diuidit d. c. p. equalia f. orthogonaliter. quare. a. est centrum qd est ppositum.

Propositio .10.



Circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est. Sint si possibile e. duo circuli secantes se in pluribus q. in duobus locis sup. 3. puncta. a. b. c. Producam lineas. a. b. f. a. c. quas diuidam p. equis in punctis. d. f. e. f. producam a puncto. e. lineam. e. f. perpendicularem sup. lineam. a. c. f. a puncto. d. lineam. d. f. perpendicularem super lineam. a. b. f. secant se due lineae. e. f. f. d. f. in puncto. f. eritq. per correlarium prime huius punctum

20
p.
24
20
21
4
13
8

5 f. centrum circuli utriusq; quod est impossibile. per. 5. huius.

Propositio .11.



S circulus circulum contingat. lineaq; per centra eorum transeat. ad punctum contactus eorum applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens p centra duorum circulorum c. e. f. d. e. sese cōtingentium intra uel extra. non uadit ad locum contactus secet circumferentiam utriusq; sitq; .a. cētrum circuli. e. d. f. b. centrum circuli. e. c. f. ducatur linea recta. a. b. c. d. se cans circumferentiam utriusq; f. ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. c. e. b. eruntq; in contactu interiori. per 10. primi due linee. e. b. f. b. a. longiores. e. a. quare longiores. a. d. ē enim a. centrum circuli. e. d. f. quoniam. b. c. est equalis. e. b. quoniam .b. est cētrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. quod est impossibile. ¶ In contactu uero exteriori erunt due linee. a. e. f. e. b. longiores. a. b. quare .a. d. f. c. b. maius erunt q̄ tota. a. b. quod est falsum.

Propositio .12.



S circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco cōtingere necesse ē.

¶ Si enim fuerit possibile. ut circulus circulum cōtingat in duobus locis intra uel extra contingat circulum. a. b. c. d. circulus. a. b. e. iterius in duobus pūctis. a. b. uel exterius circulus. c. d. f. in duobus punctis. c. d. Cum ergo ducemus lineam rectam ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulum. a. b. e. interiorē accidet contrarium secūde huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum; cum diuiserimus ipsam per equalia f. eduxerimus a puncto diuisionis perpendicularē ad ipsam. fueritq; applicata circumferētie ex utraq; parte ipsa trāsibit p centrū amboꝝ circuloꝝ q̄re accidet cōtrariū p̄misisse. ¶ In circulo uero cōtingēte exteriꝝ in pūctis. c. d. si ducamus lineā rectā a pūcto c. ad pūctū. d. necesse ē accidere cōtrariū se huius. q̄re utraq; ipossibile.

Castigator.

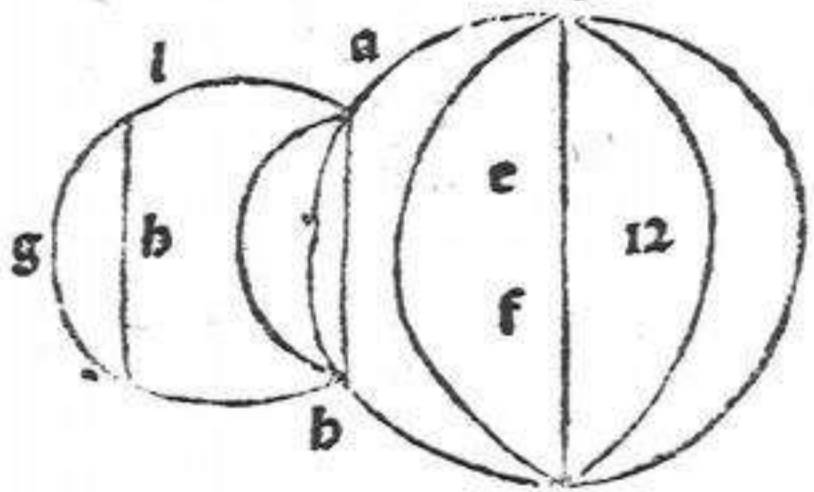
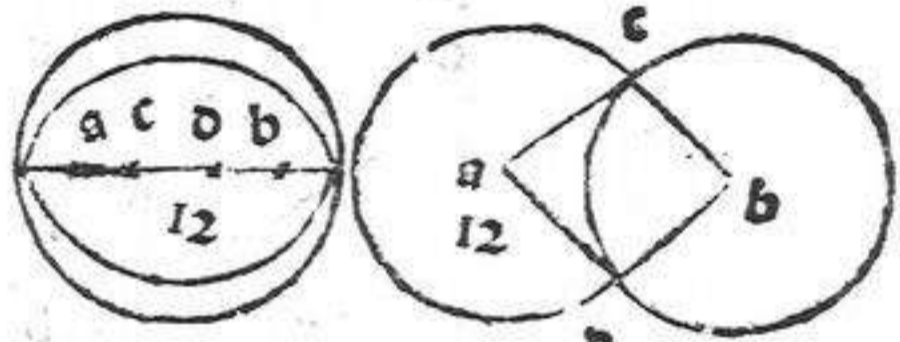
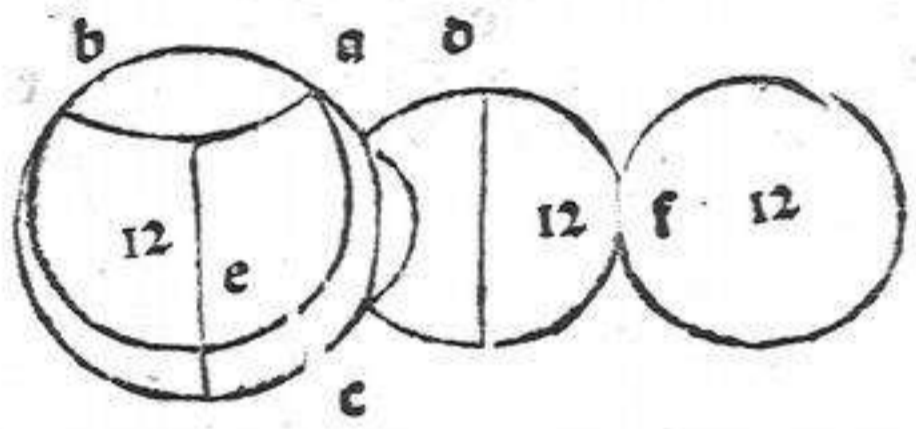
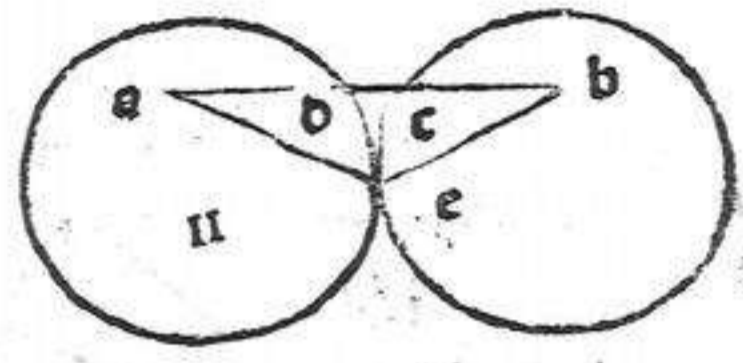
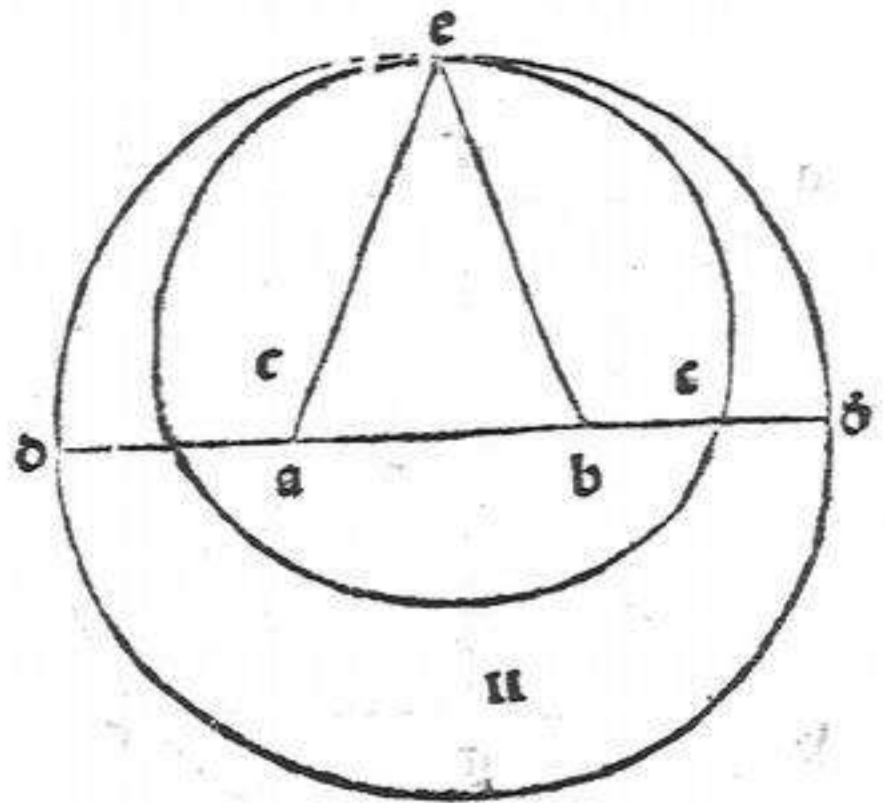
¶ Verbi gratia. Quod si fuerit possibile. ut sese in duobus aut pluribus cōtingant locis circulus ergo. c. d. circulum. a. b. in duobus locis interiorē cōtingat super duo puncta. c. f. d. Si itq; centrum circuli. a. b. punctum. e. f. centrum circuli. c. d. punctum. f. linea. ergo que coniungit punctum. e. puncto. f. f. p̄trahitur ad circumferentiam cadit in loco ubi duo circuli sese contingunt per premisam. Coniungam itaq; .e. cum .f. f. p̄traham lineam. e. f. ad duo puncta in quibus duo circuli sese contingunt. c. f. d. centrum uero circuli. a. b. est. e. linea ergo. c. e. linee. e. d. est equalis sed linea. e. d. linea. d. f. longior existit. ergo linea. c. e. longior ē linea. f. d. sed linea. c. f. linea. c. e. fortior inuenitur linea. c. f. multo longior existit linea f. d. Et ēt quia centrum circuli. c. d. est punctum. f. erit linea. f. d. linee. f. e. equalis. Sed iam fuit ostensum. q̄ linea. c. f. linea. f. d. multo longior existit. hoc autem contrarium f. impossibile non ergo contingit. c. d. circulum. a. b. nisi tñ i loco uno. Cōtingant ergo se exterius in duobus locis si hē possibile fm similitudinē qua circulus. g. h. circulū a. b. cōtingit linea ergo q̄ p̄trahit a pūcto. a. ad pūctū. b. cadit itra circulū. a. b. f. cadit extra circulū. g. h. h. at cōtrariū f. ipossibile ē. qm̄ si qlibet duo puncta cadētia fuerit sup arcū circuli linea unum eoz; alteri cōiungit itra circulū cadit p̄ .a. huius nō ergo cōtingit circulū nisi i loco uno exterius. neq; iterius. Et hē quod demonstrare uoluimus.

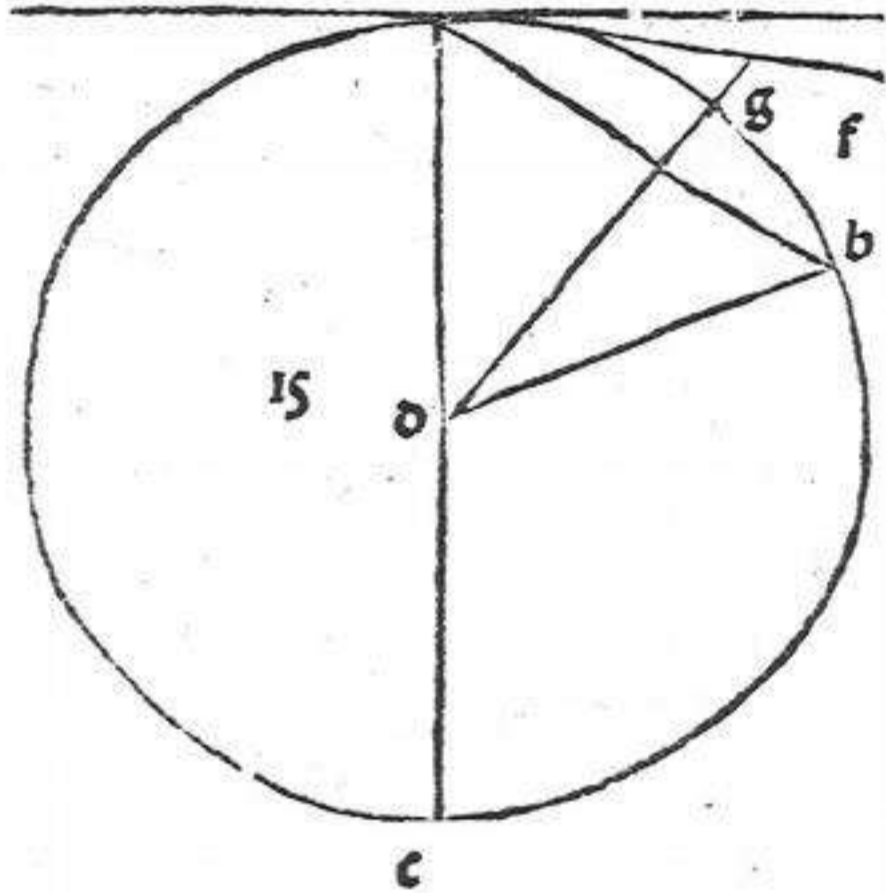
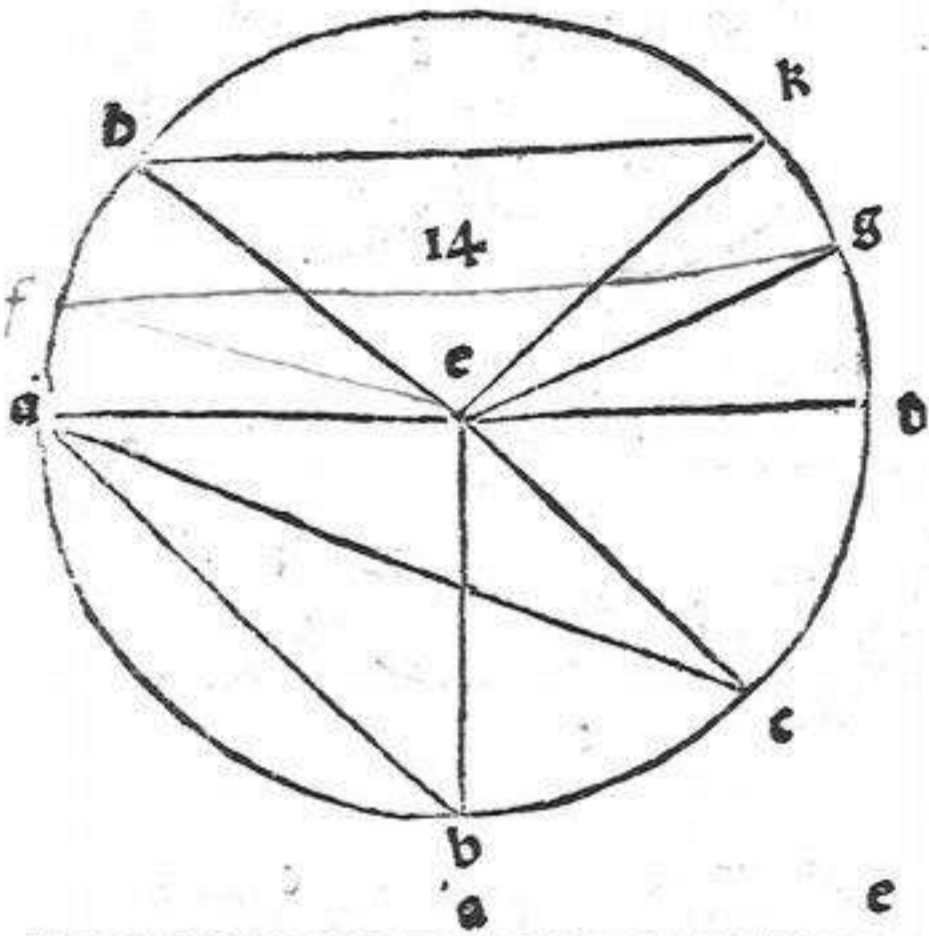
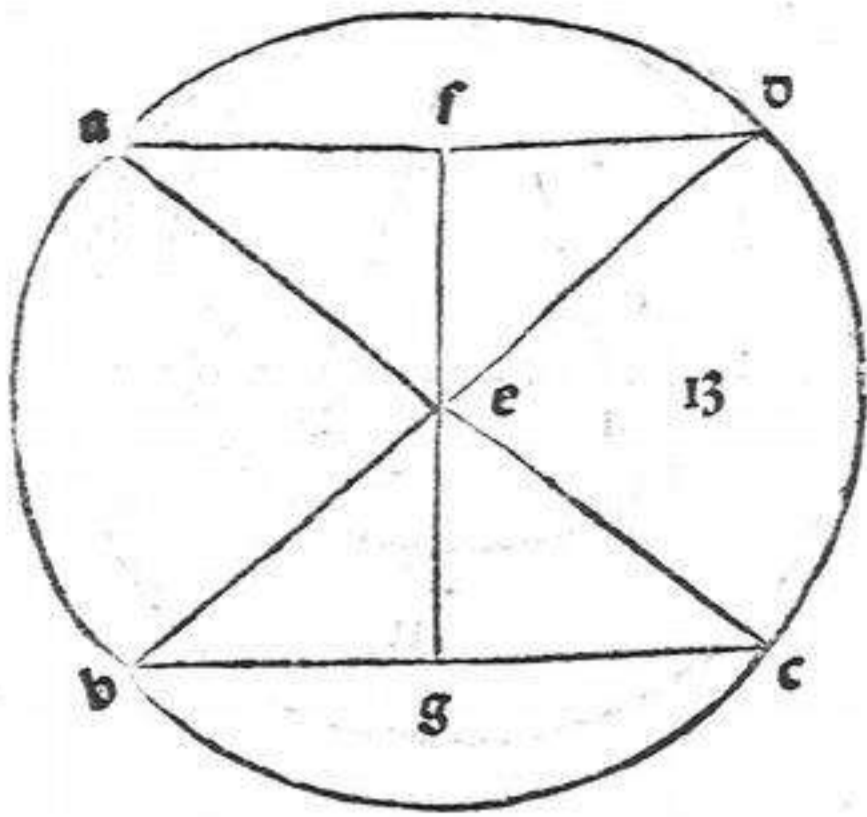
Propositio .13.



Ecce linee in circulo si fuerint equales eas a centro egdistare. z si a cētro egdistiter it eq̄les eē necesse ē.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. d. cuius centrum sit. e. due linee a. d. f. c. b. sint eq̄les. dico q̄ ipse equidistant a cētro f. ecō uerso. Producātur. n. a cētro. e. linee. e. f. f. e. g. p̄p̄diculares ad. a. d. f. b. c. eritq; p. 2. ptem tertie huius .a. d. diuisa p eq̄lia. in. f. f. b. c. l





g. quia ergo duo latera. e. d. & d. a. trianguli. e. d. a. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & c. b. trianguli. e. c. b. & basis. e. a. basi. c. b. erit per .8. primi angulus. d. equalis angulo. c. & quia duo latera. e. d. & d. f. trianguli. e. d. f. sunt equalia duobus lateribus. e. c. & c. g. trianguli. e. c. g. Nam d. f. est equalis. c. g. eo q̄ tota. a. d. posita est equalis. b. c. & angulus. d. est equalis angulo. c. erit per .4. primi basis. e. f. equalis basi. e. g. & quia iste sunt perpendiculares uenientes ad eas a centro patet per definitionem 4. huius ipsas equaliter distare a centro. ¶ Aliter idem. Quadratum enim. e. d. per penultimam primi ualeat quadrata duarum linearum. e. f. & f. d. & quadratum. e. c. quadrata duarum linearum que sunt. e. g. & c. g. & quia quadratum. d. e. est equalis quadrato. e. c. & quadratum. d. f. quadrato. g. c. erit quadratum. e. f. equalis quadrato. e. g. quare. e. f. est equalis e. g. sicq̄ patet idem. ¶ Sit ergo. e. f. equalis. e. g. quod est eas equaliter distare a centro. dico tunc q̄. a. d. est equalis. b. c. de quadratis enim duarum linearum. e. d. & e. c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e. f. & e. g. equalibus remanent per penultimam primi quadrata duarum linearum. f. d. & g. c. que per communem scientiam necesse est esse equalia: quare. f. d. est equalis. g. c. ergo duplum. f. d. quod est. a. d. est equalis duplo. g. c. quod est b. c. & hec est secunda pars propositi.

Propositio .14.



Intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrum eius omnium longissimam. eiq̄ propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

¶ Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. e. cadat plurime linee. que sint. a. b. a. c. a. d. f. g. h. k. sitq̄. a. e. d. diameter. dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro. e. linee ad extremitates omnium que sint. e. b. e. c. e. f. e. g. e. h. & e. k. eruntq̄ per .20. primi duo latera. e. f. & e. g. trianguli. e. f. g. longiora. f. g. & quia ipsa sunt equalia. a. d. erit. a. d. maior. f. g. eadem ratione maior erit q̄. a. c. quia. a. e. & e. c. sunt maiora. a. c. & equalia. a. d. ergo. a. d. maior est. a. c. sic quoq̄. est maior. h. k. & maior etiam q̄. a. b. quod autem. f. g. sit maior. h. k. & a. c. a. b. patet. quia per .24. primi cum duo latera. f. e. & e. g. trianguli. f. e. g. sint equalia duobus lateribus. h. e. & e. k. trianguli. h. e. k. & angulus. f. e. g. maior angulo. h. e. k. erit basis. f. g. maior basi. h. k. Similiter quoq̄. q̄. a. e. & e. c. sunt equalia. a. e. & e. b. & angulus. a. e. c. maior angulo. a. e. b. erit basis. a. c. maior basi. a. b. & sic est propositum.

Propositio .15.



Ab altero terminorum diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur. extra circulum eam cadere necesse est. ¶ Atq̄ inter illam & circulum aliam lineam rectam capi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circumferentia contentum omnium acutorum angulorum esse angustissimum.

¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestum est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.

¶ Sit ut. a. termino a diametri. a. c. circuli. a. b. c. cuius centrum. d. ducatur linea orthogonaliter: dico q̄ ipsa cadit extra circulum. & q̄ inter lineam illam & circumferentiam nulla alia recta linea intercipitur: & q̄ angulus quem ipsa & circumferentia continet est minor omni angulo rectilineo qui uidelicet a duabus rectis lineis continetur. & quod angulus contentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto.

8 p.

4

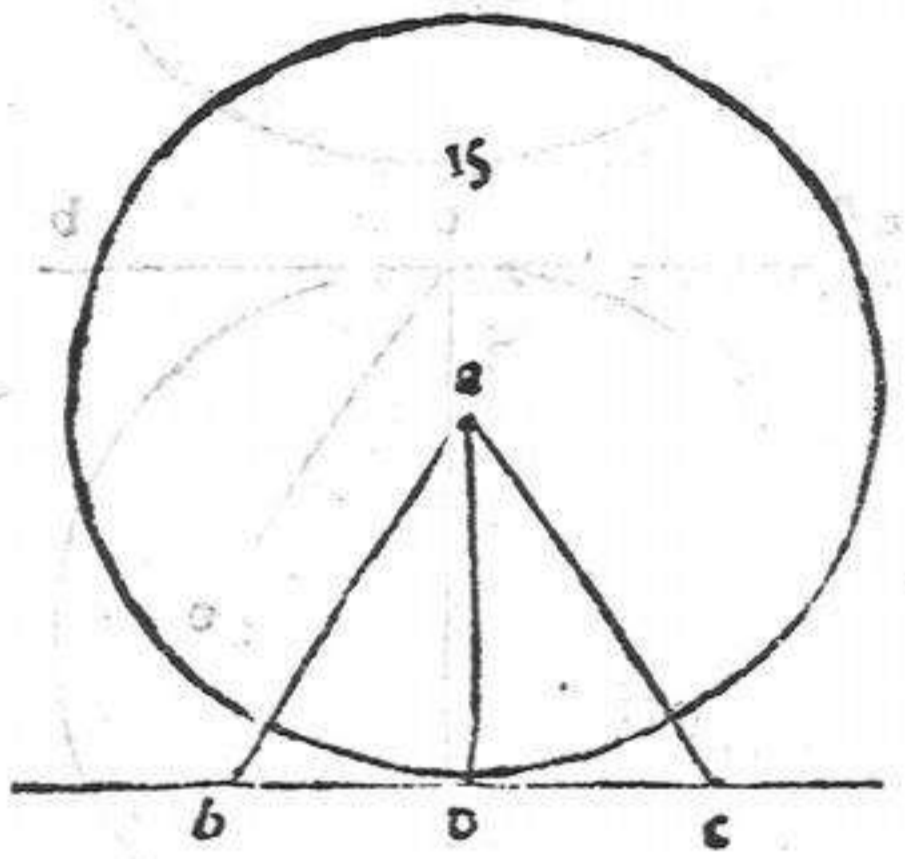
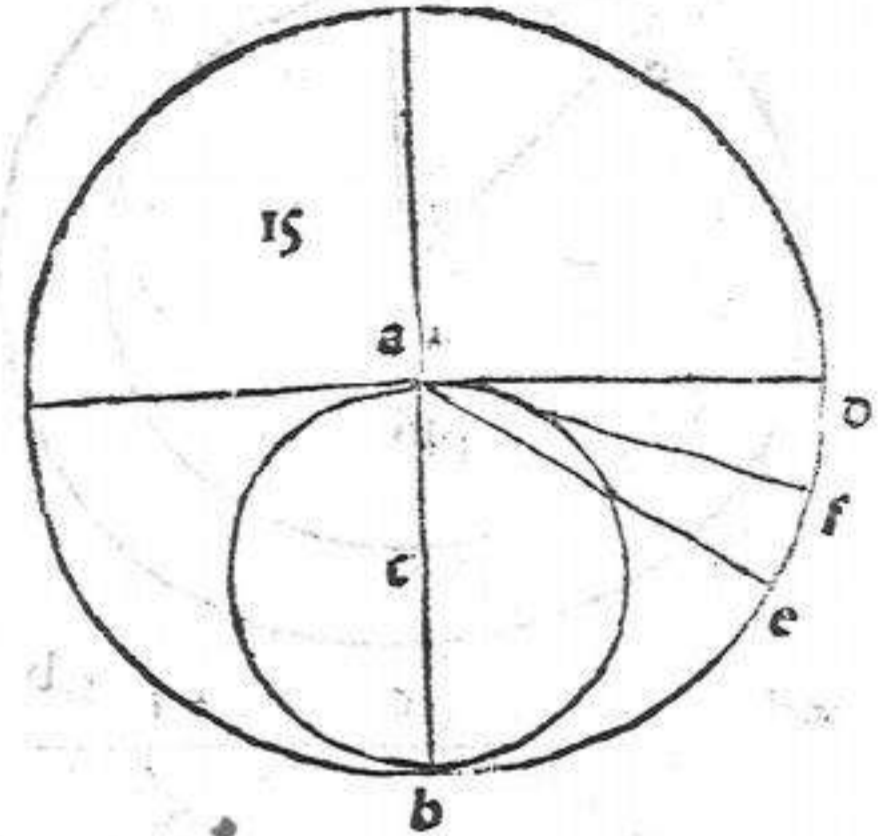
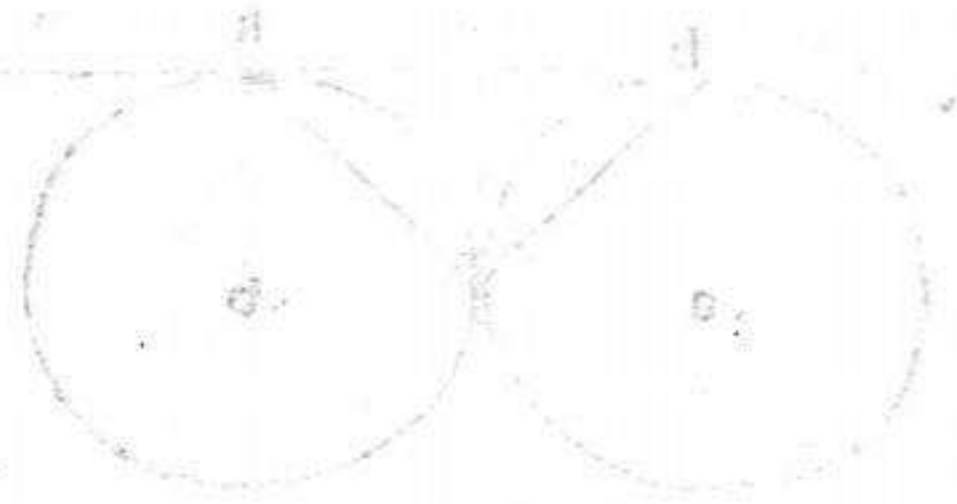
20

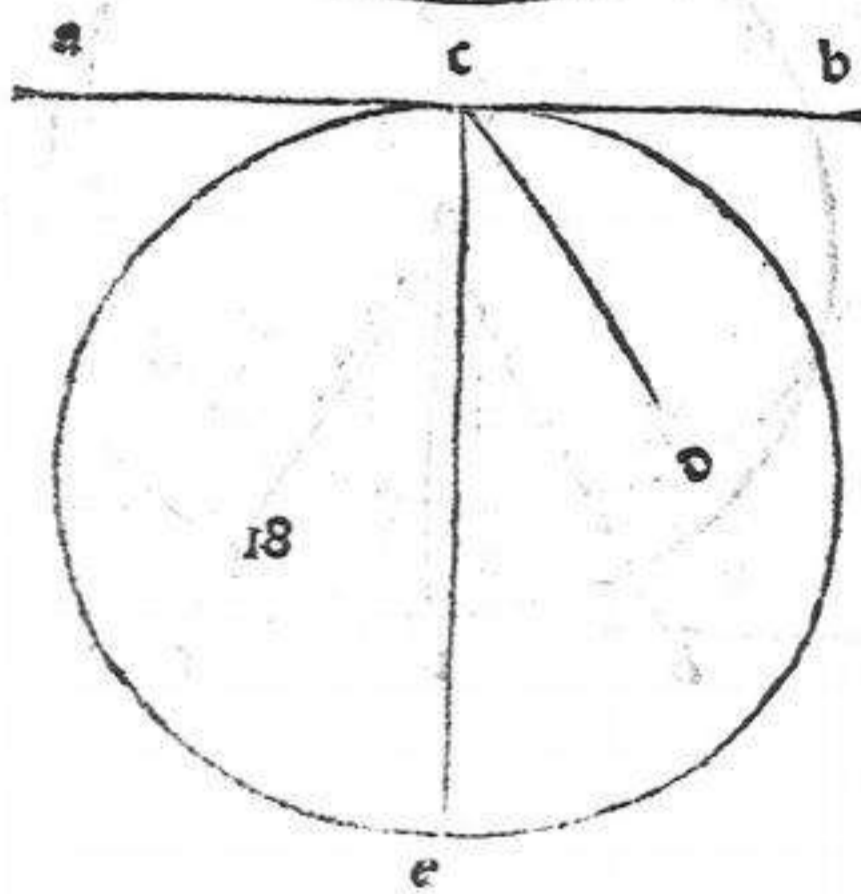
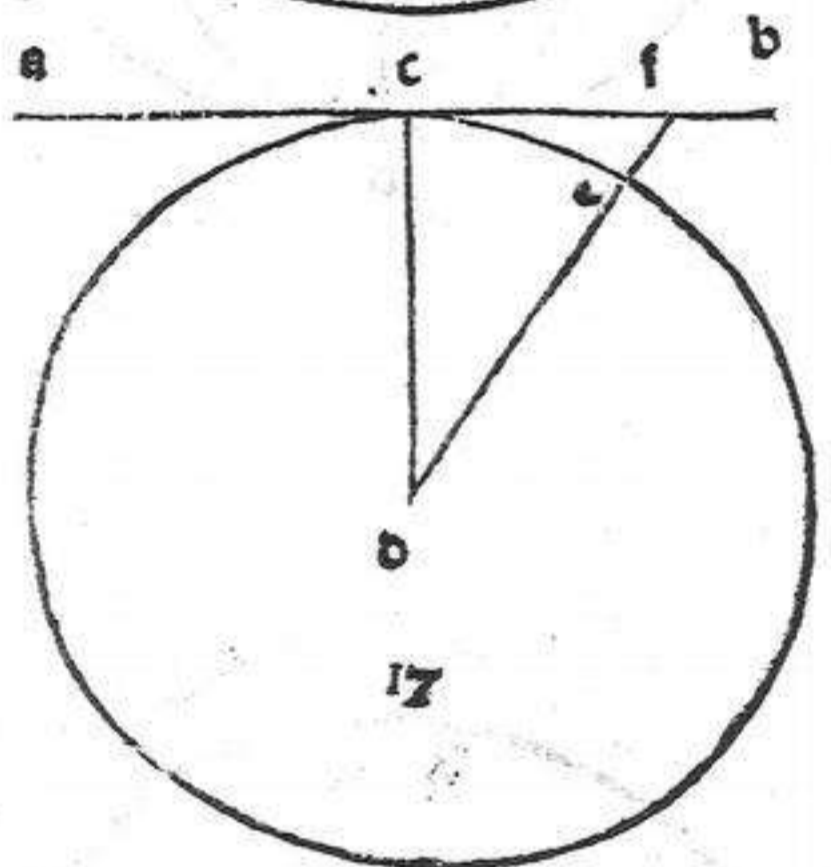
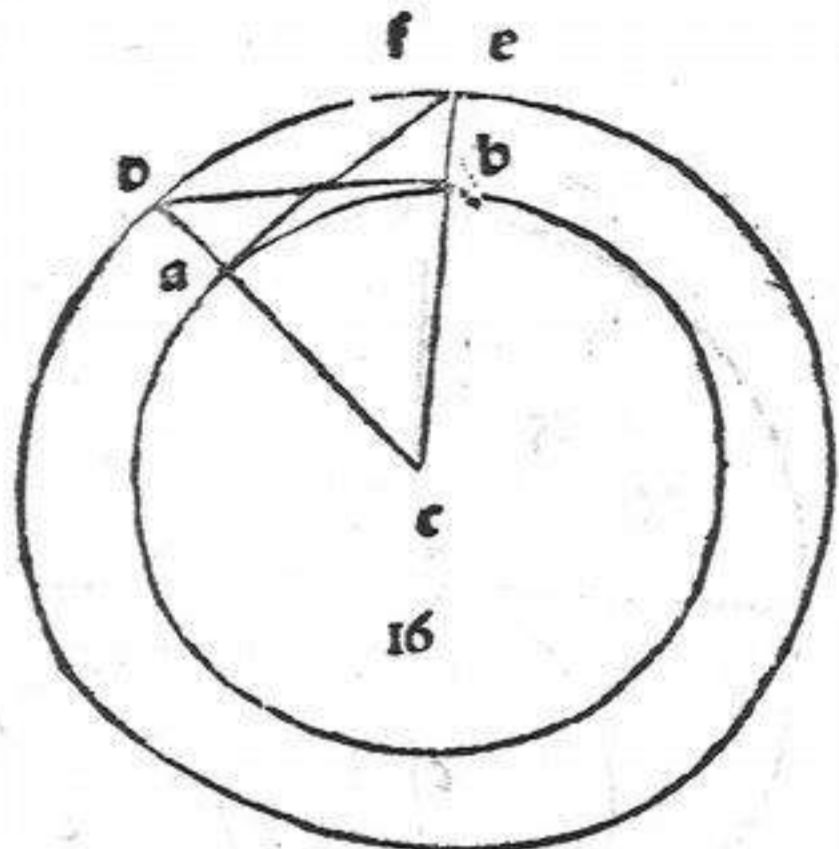
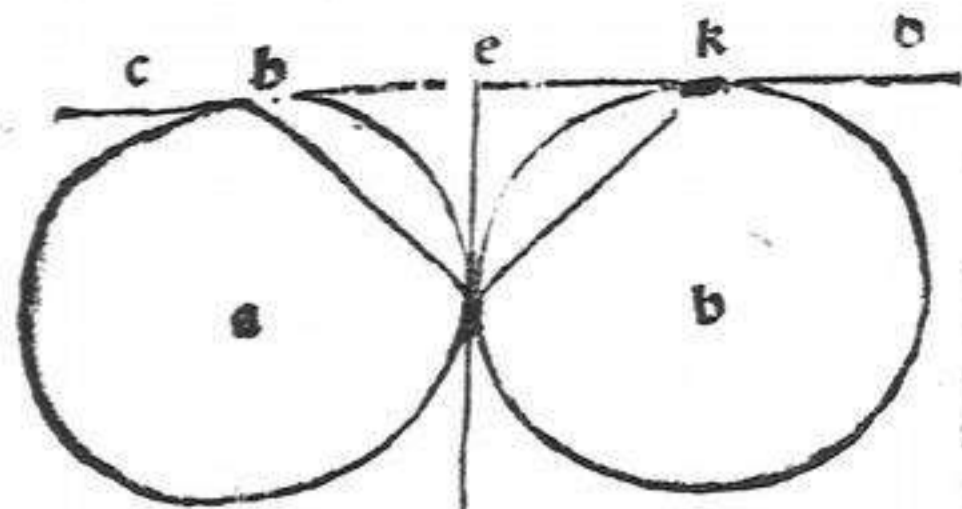
24

5 p dēre infra circulum. sit illa linea. a. b. & ducatur linea. d. b. eritq; per. 5. primi
32 angulus. d. a. b. equalis angulo. d. b. a. & quia angulus. d. a. b. est rectus
18 per ypothesim. habebit triagulus. a. b. d. duos angulos rectos quod est im
9 possibile. per. 32. primi. ¶ Cadet ergo extra sitq; a. e. q; si inter ipsam & cir
 cumferentiam potest linea recta intercipi sit illa. a. f. ad quam ducatur p
 pendicularis. d. g. & quia angulus. d. g. a. est rectus. erit per. 18. primi linea
 a. d. longior linea. d. g. quod est impossibile. Quare inter ipsam & circūse
 rentiam nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q; angulus
 cōtētus. ab. e. a. & circūferentia qui dīr angulus contingentie est minor oī
 angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angu
 lus esset angulo cōtingentie equalis. aut eo minor cū. oīs talis possit pere
 lia diuidi fm doctrinam. 9. primi inter lineam. a. e. & circūferentiā posset
 linea recta intercipi q; monstrauiimus esse nō posse. Per qd patet angulū
 cōtētum a diametro & circūferentia oīum acutorum rectilineorum esse
 maiorem. quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem mō
 strauimus esse minorem oī rectilineo. ¶ Correlarium patet p primam p
 tem. Cum enim linea. a. e. in utranq; ptem erecta non secet circulum & tā
 gat ipsum in puncto. a. ipsa est contingēs p diffinitionem. ¶ Ex hoc no
 tandum q; nō ualet ista argumentatio. hoc trāsīt a minori. ad maius. & p
 oīa media. ergo p equale. Nec ista contingit reperire maius hoc & minus
 eodem ergo cōtingit reperire equale. Hoc aut sic patet. Sit circulus. a. b. sup
 centz. c. cuius diameter. a. c. b. & ducatur ab eius termino. a. linea. a. d. or
 thogonaliter eritq; cōtingens circulum p correlarium huius. Describat
 itez sup pūctum. a. fm quantitatem diametri. a. b. circulus. b. e. d. & ima
 ginetur linea. a. b. moueri sup punctum. a. per circūferentiam arcus. b. e. d
 ita q; punctum. b. numeret oīa puncta arcus. b. e. d. quousq; perueniat ad
 lineam. a. d. & cooperiat ipsam. & quia angulus. b. a. d. est rectus; erit ut nō
 sit sumere aliquem angulum acutum cui eqlem non fecerit linea. a. b. cū
 diametro. a. c. b. minoris circuli. quia transiuit ad angulum rectum diu
 merans situm oīum angulorum acutorum quorum manifestum est quos
 dam esse minores angulo semicirculi cōtento a semicircūferentiam. a. b. &
 diametro. a. c. b. & angulum rectum māifestum est esse maiorem eodem.
 Dico. q; nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectū maiorem interme
 dius fuit ei equalis. Si enim fuerit aliquis; sit ut illum fecerit linea. a. b. cū
 punctus. b. fuit in puncto. e. arcus. b. e. d. quia ergo angulus. e. a. b. est eq
 lis angulo semicirculi predicto; angulus aut semicirculi est amplissimus
 oīum acutoz p ultimā ptem huius; erit angulus. e. a. b. amplissimus oīum
 acutorum; diuidatur ergo angulus. e. a. d. sicut pposuit. 9. primi p equalia
 ducta linea. a. f. eritq; per conceptionem angulus. f. a. b. amplior angulo
 e. a. b. quare erit aliquid amplius amplissimo quod ē impossibile. ¶ Vel
 sic cum angulus. e. a. b. sit equalis angulo semicirculi sicut ponitur. At an
 gulus semicirculi cum angulo contingentie est equalis uni recto. Simili
 ter quoq; angulus. e. a. b. cum angulo. e. a. d. est equalis uni recto; erit an
 gulus. e. a. d. equalis angulo contingentie; & quia angulus contingentie ē
 angustissimus omnium acutorum. p. 3. ptem huius. erit similiter angulus.
 e. a. d. sibi eqlem angustissimus oīum acutoz; sed angulus. e. a. f. est eo angu
 stior p conceptionē; erit ergo aliquid angustius angustissimo qd ē impos
 sibile. ¶ Non ergo erit angulus rectilineus equalis angulo semicirculi &
 quia transitur a minori ad maius & non per equale. Item quia est reperi
 re minorem eo & maiorem; patet instantia contra utranq; argumētatio
 nem predictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum.

Castigator

¶ Si circulum linea recta contingat tantum in puncto contingere neces
 se est. si enim fm lineam contingat ducam ad terminos lineae secundum
 quam contingit que sit. b. c. a centro circuli quod sit. a. lineas. a. b. & a. c. &
 ducam lineam. a. d. in medium lineae. b. c. & erūt duo trianguli. a. b. d. & a
 d. c. tūc arguo sic. Aut linea. a. d. incidit orthogonaliter super. b. c. aut nō.





Si fuerit in omni triangulo angulus apud. d. rectus & per consequens in illis triangulis erunt latera. a. b. & a. c. longiora latere. a. d. p. 18. primi. quia maiori angulo opponitur quodlibet illorum laterum suo in illis triangulis. Si uero non incidit orthogonaliter erit unus angulus quem facit obtusus & ei in suo triangulo maior latus opponitur per eandem. 18. ex quo sequitur qd tres linee uenientes a centro. a. usq. ad puncta. b. c. d. non sunt equales sed ista tria puncta sunt puncta circumferentie igitur linee uenientes a centro ad circumferentiam non sunt equales quod est contra definitionem circuli. Sequitur etiam a centro ad contactum linea ducta esse perpendicularem super contingentem ut infra per. 17. huius demonstratur.



Osset probari, quod angulus contingencie est diuisibilis secundum lineam rectam ut constat per figurationem hinc a latere positam. Certum est qd angulus, qui causatur ex contactu duorum circuloꝝ uel spaz. est angulus contingencie & talis diuidatur per lineam. e. g. quia hic habetur triangulus h. g. k. cuius basis. h. k. diuidatur per equalia in puncto. e. & protrahatur uersus. g. contactum & arguitur per. 4. primi. deinde per. 26. huius & patet propositum.

Castigator

Nihil hoc ad rombum Euclidis. quia ipse intelligit a recta & curua causatus.

Propositio. 16.



Dato puncto ad datum circulum lineam contingentem ducere.

Sit circulus datus. a. b. cuius centrum. c. punctusq. datus d. uolo ergo a puncto. d. ducere lineam contigentem circulum. a. b. Produco lineam. d. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. a. super quam describo circulum. d. e. secundum quantitatem linee. d. c. concentricum circulo. a. b. & a puncto a. Produco lineam. a. e. perpendicularem ad lineam. d. c. que secet circumferentiam circuli. d. e. in puncto. e. & produco lineam. e. c. secantem circumferentiam circuli. a. b. in puncto. b. deinde produco lineam. d. b. que erit contingens circulum. a. b. Quia enim duo latera. a. c. & c. e. trianguli. a. c. e. sunt equalia duobus lateribus. b. c. & c. d. trianguli. b. c. d. & angulus. c. e. communis utriq. erit per. 4. primi angulus. e. a. c. equalis angulo. d. b. c. angulus autem. e. a. c. est rectus quare angulus. d. b. c. est rectus per correlarium ergo precedentis erit linea. d. b. contingens circulum. a. b. quod est propositum.

Propositio. 17.



Si circulum linea recta contingat a contactu uero ad centrum linea recta ducatur. necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

Sit linea. a. b. contingens circulum. c. e. cuius centrum sit. d. in puncto. c. qui iungatur eum centro per lineam. c. d. dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam. sit ergo. d. f. perpendicularis ad eandem que secet circumferentiam circuli in puncto. e. eritq. uterq. angulorum qui sunt. ad. f. rectus igitur per. 18. primi linea. c. d. est maior linea. d. f. quod est impossibile. Constat itaq. d. c. esse perpendicularem super. a. b. quod est propositum.

Quia sic pars esset maior suo toto. quod est contra conceptionem cum d. c. sit equalis. d. e. per definitionem circuli.

Propositio. 18.



Si circulum linea recta contingat: & a contactu in circulum linea quedam orthogonaliter ducatur. in eadem centrum esse necesse est.

Sit ut prius linea. a. b. contingens circulum. c. e. in puncto. c. & a. contactu ducatur intra circulum. c. e. linea perpendicularis ad lineam. a. b. dico qd centrum circuli est in linea. c. e. & est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea. c. e. sit

4 p
26

4

18
a

alibi ubicunq; contingat. sitq; d. & producatur linea. d. e. eritq; d. c. per p' missam perpendicularis ad lineam. a. b. quod est impossibile cum. e. c. posita sit perpendicularis ad ipsam: quare patet propositum.

Propositio .19.

Intra circulum angulus supra centrum consistat alius vero angulus supra circumferentiam consistens eandem basim habeat inferior superior. i. duplus erit.



Sit ut in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. fiat angulus. a. d. c. super centrum & angulus. a. b. c. super circumferentiam. sitq; utriusq; anguli eadem basis que sit arcus. a. c. dico angulum. a. d. c. duplum esse ad angulum. a. b. c. **Q**uod sic probatur. Aut enim due linee. a. b. & b. c. includunt duas lineas. a. d. & d. c. aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum. aut etiam altera primam secet alteram postremam. **S**it ergo primo ut includant eas ut in prima figuracione apparet. & producatur linea. b. d. e. eritq; per 32. primi: angulus. a. d. e. extrinsecus equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. a. d. & a. b. d. trianguli. a. b. d. & quia ipsi sunt equales per 5. eiusdem erit angulus. a. d. e. duplus ad angulum. a. b. d. similiter quoq; erit angulus. e. d. c. duplus ad angulum. d. b. c. quare totus angulus. a. d. c. duplus est ad totum angulum. a. b. c. quod est propositum. **Q**uod si altera duarum linearum. a. b. & b. c. fiat linea una cum altera duarum linearum que sunt. a. d. & d. c. ut in secunda figuracione apparet. per easdem per quas prius: & simili modo liquet propositum. **Q**uod si altera duarum primarum secet alteram duarum postremarum. ut in 3. figuracione apparet. ubi linea. a. b. secat lineam. d. c. producatur linea. b. d. e. eritq; per easdem quas prius assumpsimus & simili modo angulus. e. d. a. duplus ad angulum. d. b. a. & totus angulus. e. d. c. duplus ad totum angulum. d. b. c. quare angulus. a. d. c. duplus est ad angulum. a. b. c. quod est propositum.

32
P.
S

Castigator

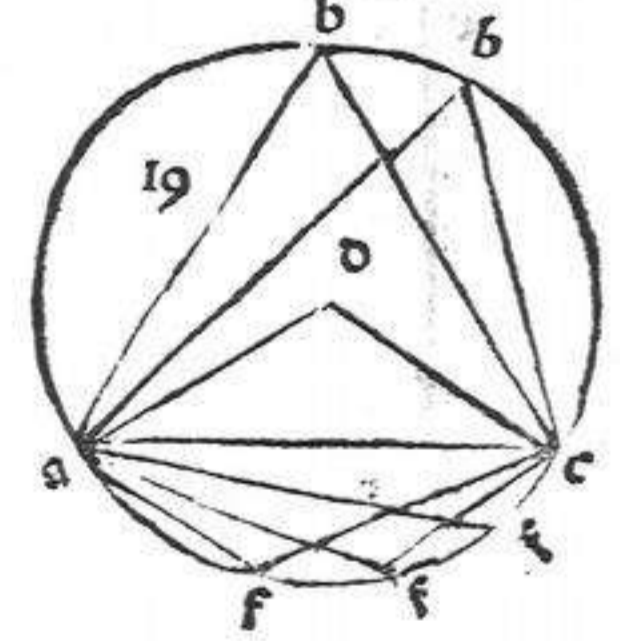
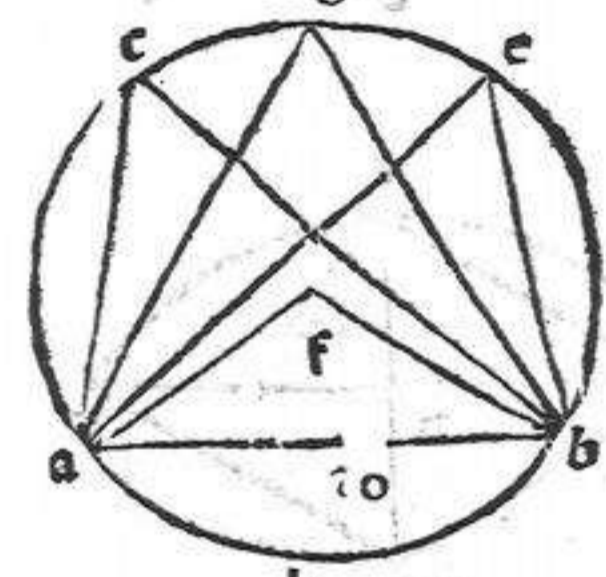
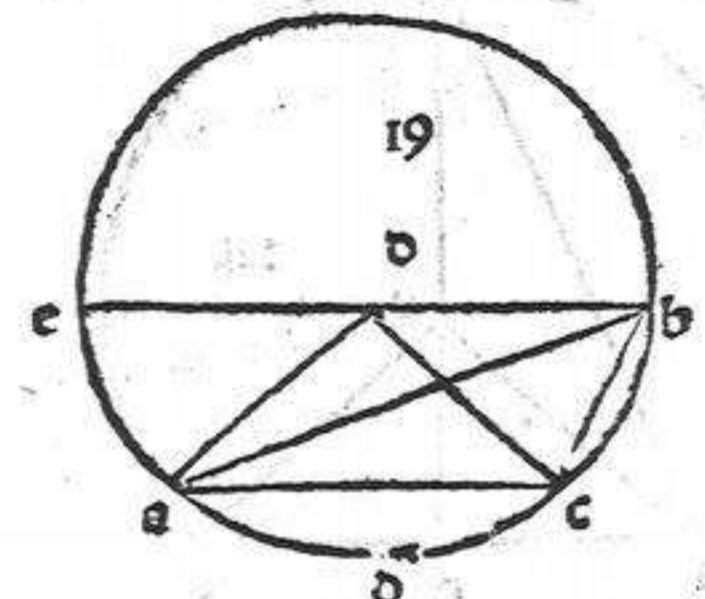
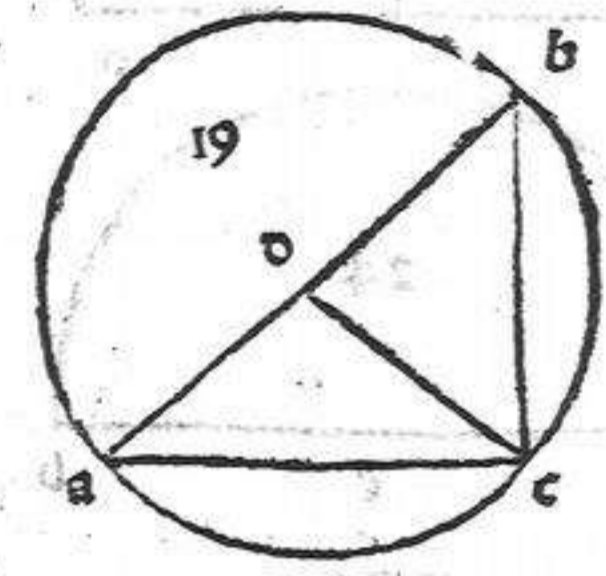
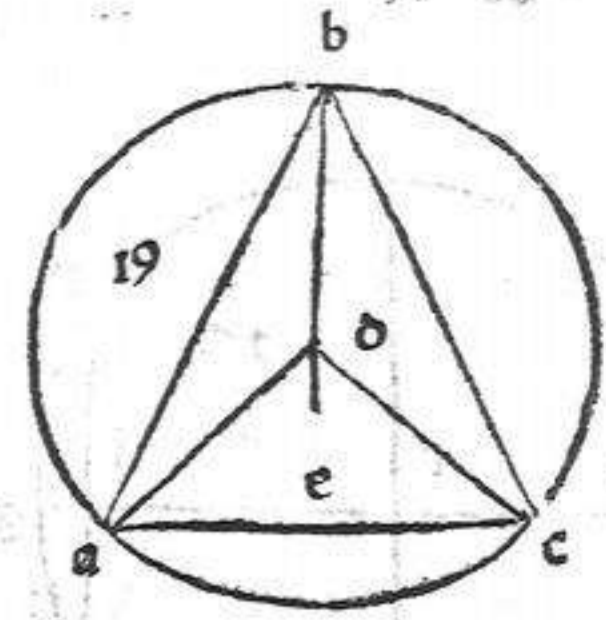
Ista. 19. indiget limitatiōe aliter pateret istatiam ut patebit nā si angulus fuerit sup arcū portionis minoris ueluti in arcu. a. f. c. in puncto. f. tūc manifeste. appet eādē basim hēre cum angulo supra centrum quā eadē corda a. c. est basis utriusq; tñ non uē concludi angulus. d. esse duplus ad angulum. f. & ideo limitāda uē cōclusio sic uidelicet. Alius nō angulus sup circumferentiam portionis maioris consistens eādē basim circulem hēat inferior superiori duplus erit. **V**igesima cōclusio ueritatē hēt sed nō pbabit. d. angulis consistentibus in portione. a. f. b. per premisam eū ipsa sit portio minor ut. de. 19. diximus sed bene indifferēter concludēt propositum p se quētem. 21. de quadrilatero circulo inscripto sic uidelicet. Quilibet angulus. b. cum eodem angulo. f. equant duobus rectis ergo anguli. b. sibi inuicem sunt equales cum. a. b. c. f. sit quadrilaterum & similr de angulis. f. in minori portioe consistentibus per eādē. 21. probabit eos esse equales sic uidelicet quilibet angulus. f. cum eodem angulo. b. equivalent duobus rectis igitur omnes anguli. f. sibi inuicem sunt equales quia sunt duo anguli i quadrilatero. a. b. c. f. ex aduerso collocati ut patet intuiti & equalitas angulorū sup circumferentiam maioris portionis pbat p unicū angulum sup circumferentiā minoris portionis & e conuerso equalitas eorū qui sunt super arcum minoris cōcluditur per unicū illoz qui sunt in portioe maiore.

Propositio .20.

In vna circuli portione anguli super arcum consistent angulos quoslibet esse equales necesse est.



Sit ut in portione. a. d. b. circuli. a. d. b. cuius centrum. f. consistent quotlibet anguli super arcum. a. d. b. qui sunt. c. d. e. dico eos esse equales. **P**rotrahat. n. corda. a. b. & ab eius extremitatibus ducantur in centrum linee. a. f. & b. f. eritq; per premisam angulus. f. consistens super centrum ad unumquēq; eorum. duplus: quare ipsi sunt equales: quod est propositum.



Propositio .21.



Intra circulum quadrilaterus describitur. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterum .a. b. c. d. inscriptum circulo .a. b. c. d. dico quosq; duos eius angulos ex aduerso collocatos esse equales duobus rectis. ¶ Prahant .n. i. quadrilatero diametri .a. c. b. d. eritq; p̄missam angulus .c. b. d. equalis angulo .c. a. d. ¶ angulus .a. b. d. angulo .a. c. d. quare totus .a. b. c. erit equalis duobus angulis q̄ sunt .a. c. d. ¶ .c. a. d. ¶ q̄a ipsi cū angulo .a. d. c. sunt eq̄les duobus rectis .p. 31. primi erūt duo anguli .b. totalis. ¶ .d. totalis eq̄les duobus rectis quod ē p̄positum. Similiter quoq; p̄babit angulos .a. ¶ .c. totales eē eq̄les duobus rectis.

Castigator.

Ex ista excluduntur elmuaym. siue rombus. ¶ et similis elmuaym. siue romboides. quia nō p̄nt circulo inscribi cū 2. anguli oppositi sint obtusi.

Propositio .22.



Has circuli similes portiones inequales. sup̄ vnā rectam lineam assignatam. ex eadem parte cadere impossibile est.

Sit linea recta assignata .a. b. sup̄ quam fiat portio circuli .a. c. b. dico q̄ super eandem lineam ex pte eadem non fiet alia portio que sit similis huic. ¶ et ea maior aut minor.

Quod si fuerit hoc possibile fiat ergo portio .a. d. b. maior ea que tñ sit similis ei fiat ergo angulus .a. c. b. in portione minori. ¶ angulus .a. d. b. in maiori. erit ergo ut lineae .a. d. ¶ .d. b. includant lineas .a. c. ¶ .c. b. ut patet in figuracione prima. Aut ut altera primarum fiat eadem cum altera portio .a. z. ut in secunda aut ut altera secet alteram ut in tertia. ¶ Quod si fuerit primo modo erit per .21. primi angulus .c. maior angulo .d. non ergo sunt portiones similes per diffinitionem. Quod si secūdo modo erit adhuc angulus .c. maior angulo .d. per .16. eiusdem. nec sic igitur erūt portiones similes. Si aut̄ tertio modo sit ut linea .a. d. secet lineam .c. b. ¶ et secet circūferentiam portionis minoris in puncto .e. ¶ et ducatur linea .e. b. eritq; p̄ eandē .16. primi angulus .a. e. b. cōsistens in portione .a. c. b. maior angulo .d. sed .e. ē eq̄lis p̄ .20. huius q̄re .c. ē maior .d. q̄re nullo mō similis. ¶ Similiter quoq; mō p̄babit q̄ sup̄ lineam .a. b. non sit et portio similis portioni .a. c. b. minor .e. a. posito .c. in loco .d. ¶ .d. in loco .c. in figuracionibus p̄dictis erit enim per premissas scilicet p̄ .21. ¶ .16. primi ¶ et p̄missio mō angulus .d. omnium figuracionum maior angulo .c. quare portiones non erunt similes. ¶ Et nota q̄ licet p̄ponatur super lineam vnā nō posse fieri portiones similes ineq̄les ex eadem pte. uez est tamē q̄ nec ex diuersis quod licet p̄bare miori q̄ ē ex una pte supposita maiori q̄ ē ex alia. necesse enim erit p̄ cōem sciam ipsam a maiori excedi nō ergo sunt similes p̄ hanc .22.

Propositio .23.



In circulo similes portiones super lineas equas fuerint. ipsas portiones equales esse necesse est.

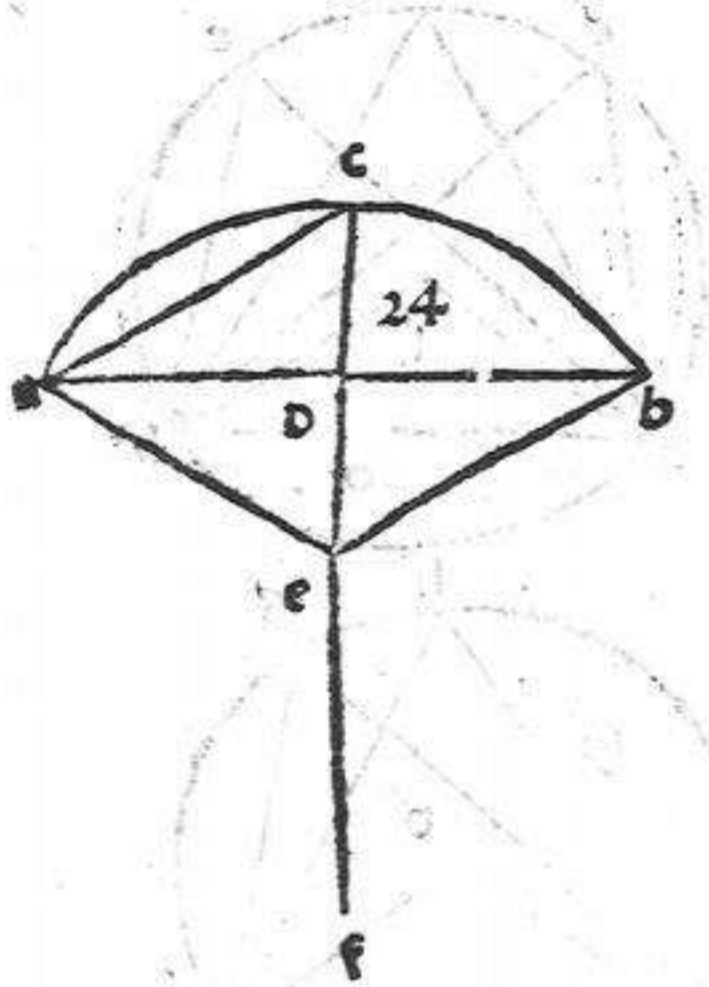
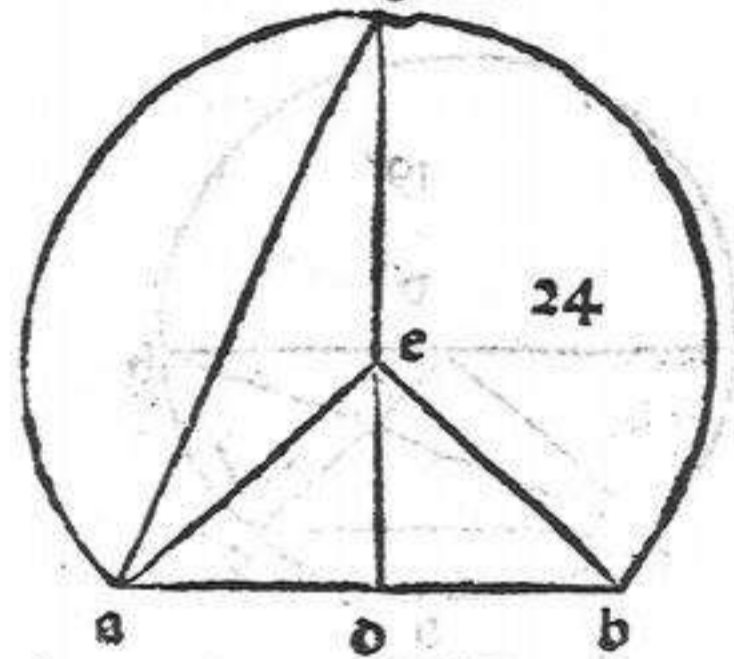
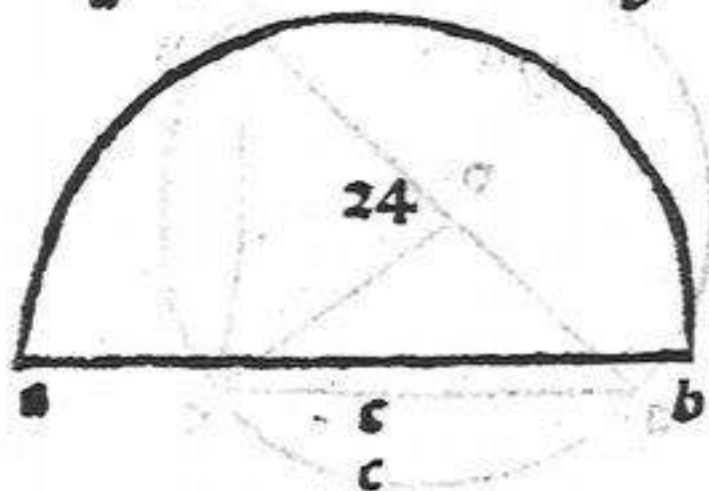
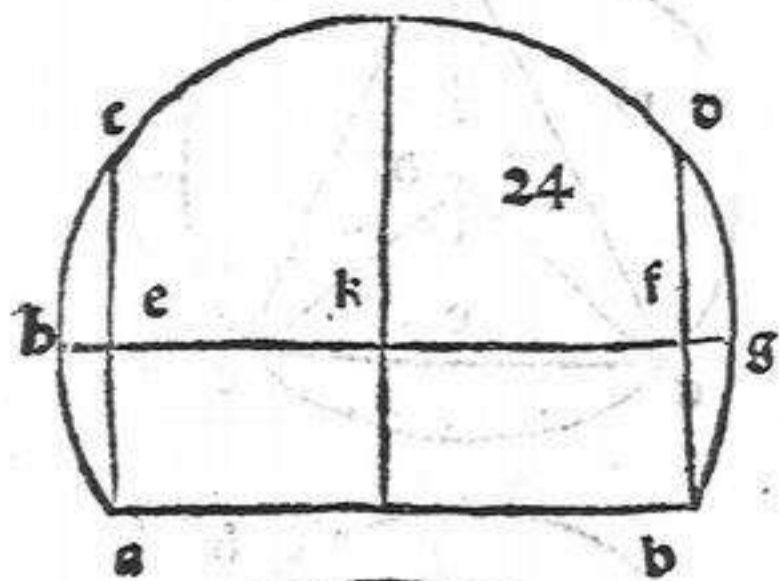
Sint duae lineae .a. b. ¶ .c. d. equales sup̄ quas sint due portiones circulo .a. e. b. c. f. d. que sint similes. dico q̄ ipse sunt equales. Si .n. nō sunt equales altera earum supposita alteri excedet maior minorem. sed linea .a. b. non excedet lineā .c. d. ne excedatur ab ea; cum sint equales. quare accidit contrariū p̄missis quod est impossibile. erunt enim .a. b. ¶ .c. d. linea .una.

Propositio .24.



Ati semicirculi. siue semicirculo maioris miori sue portionis circulum perficere.

Intentum p̄ hanc conclusionem est ex omni arcu dato siue ex omni circuli portione data perficere circulum. Sit ergo .a. b. quilibet arcus ex quo uolo perficere circulum pro



32.
p.

21

16

16

20

21

16

22

traham in eo duas lineas qualitercumq; contingat que sint .a. c. & .b. d. quas diuidam per equalia .a. c. quidem in puncto .e. & .b. d. in puncto .f. & protraham .e. g. perpendiculararem ad .a. c. & .f. h. perpendiculararem ad .b. d. que secant se in puncto .k. eritq; per correlarium prime huius centrum circuli in utraq; linearum .e. g. & .f. h. quare centrum est punctum .k. Si aut .e. g. non fecerit .f. h. sed sint linea una. quemadmodum erit si due linee .a. c. & .b. d. sint equidistantes tunc ipsa applicabitur circūferentie dati arcus ex utraq; parte ipsa igitur diuisa p̄ medium in puncto .k. erit ibi centrum circuli p̄ idē correlariū. Equidistantes at̄ non erūt .e. g. & .f. h. quacū in utraq; sit centz circuli p̄ dictū correlariū. essent eiusdē circuli duo cētra. Sic p̄ de oī arcu siue de oī portioē cōiter demonstrari q̄liter inde circulus p̄ficiat̄

¶ Quia tñ auctor ur̄ hāc cōclusionē uariat̄ fm̄ diuersas spēs arcuū diuim portionū enumerādo spēs; demonstrabibus diuisim p̄ spēs q̄liter ex oī portione data circulus perficiatur. Sit ergo primum .a. b. portio data semicirculus. eritq; p̄ diffinitionem semicirculi . linea .a. b. diameter. ea igitur diuisa per medium in puncto .c. erit .c. centrum circuli. **¶** Sit rursus portio .a. c. b. semicirculo maior cuius corda sit .a. b. quā diuido p̄ equalia in puncto .d. a. quo duco .d. c. p̄pendiculararem ad ipsam que transibit per cētrum p̄ correlarium prime huius; & protraho lineam .a. c. & quia linea .a. b. est minor diametro cum sit .a. c. b. portio maior semicirculo: erit .a. d. minor semidiametro. sed .d. c. est maior semidiametro. ergo .d. c. ē maior q̄ .a. d. ergo p̄ 19. primi; angulus .c. a. d. ē maior angulo .a. c. d. fiat itaq; per .23. primi; angulus .c. a. e. equalis angulo .a. c. d. p̄ducta linea .a. e. que secet lineam .c. d. in puncto .e. eritq; p̄ 6. primi. linea .a. e. equalis linee .e. c. p̄ducatur igitur linea .e. b. eritq; per .4. primi. linea .e. b. equalis linee .a. e. quare tres linee .e. a. e. b. e. c. sunt equales ergo per .9. huius. e. est centrum circuli. **¶** Sit iterum .a. c. b. portio minor semicirculo cuius corda sit .a. b. quā diuido p̄ equalia in puncto .d. a. quo p̄duco lineam .c. d. e. perpendiculararem ad lineam .a. b. que secet circūferentiam in puncto .c. hāc manifestum est transire per cētrum p̄ correlarium prime huius. p̄duco iterū lineam .a. c. eritq; angulus .a. c. d. maior angulo .c. a. d. si est equalis erit portio .a. c. b. semicirculus. & si minor^a erit maior^b semicirculo. positū est at̄ q̄ sit minor p̄duco igitur lineā .a. e. que cū lineā .a. c. faciat angulū equalē angulo .c. & secet lineam .c. d. in puncto .e. & manifestum ē q̄ punctū .e. cadat extra datam portionem. & produco lineam .e. b. & quia angulus .a. totalis est equalis angulo .c. erit per .6. primi. linea .c. a. equalis linee .e. c. & quia p̄ quartam primi. linea .e. b. est equalis linee .e. a. erit per .9. huius punctum .e. centrum circuli quare patet^a propositum fm̄ omnes species portionum circuli.

¶ **C** assigato

¶ Quia oēs linee recte ī circulo sunt minores diametro eiusdē circuli p̄ 14. huius. & ideo corda cuiuslibet portionis eiusdē ē breuior diametro sed si angulus .a. c. d. eēt equalis angulo .c. a. d. erit dicta portio semicirculus p̄ 6. p̄mi. Et si minor erit maior semicirculo qm̄ tūc linea .c. d. eēt longior a. d. uel .b. d. p̄ 18. p̄mi. & cū in eadē sit cētrū circuli p̄ correlariū p̄me huius & iā nō ē in p̄ucto .d. ut dictū ē quia eēt cōtra ypotēsīm sequitur q̄ sit supra d. iter .d. & c. p̄ aduersariū. & p̄ cōns corda .a. b. eēt infra cētrū & sic efficeret corda portiois maioris .a. c. b. & iō cōtra ypotēsīm. b. **¶** Vel sic tūc angulus .c. a. d. eēt maior angulo .a. c. d. si mō fiat angulus .c. a. e. p̄ 23. p̄mi equalis angulo .a. c. d. ut in portione maiori tūc sequitur dictā portionē eēt maiore cum punctus .e. per .9. huius sit cētrū. ut in secunda dispositione. portiois maioris sicq; cōtra ypotēsīm. qm̄ positū ē q̄ sit portio minor. iō. & c.

19
p.
23
6
4
9

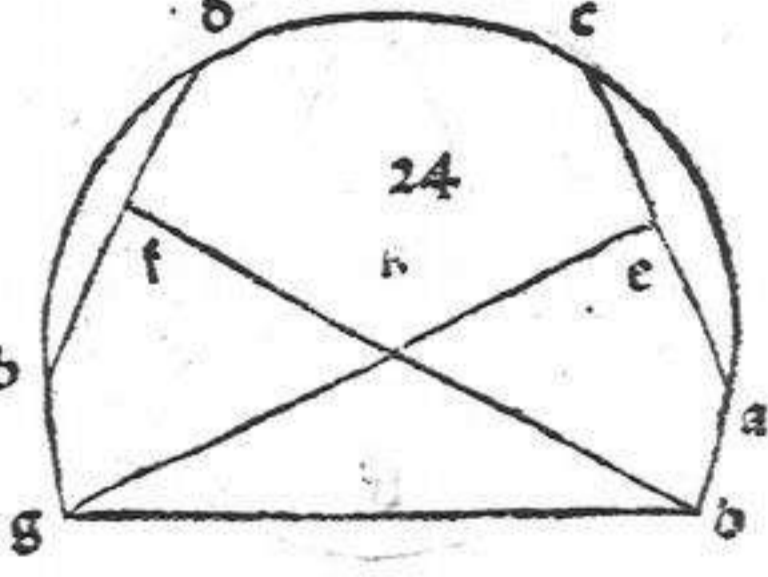
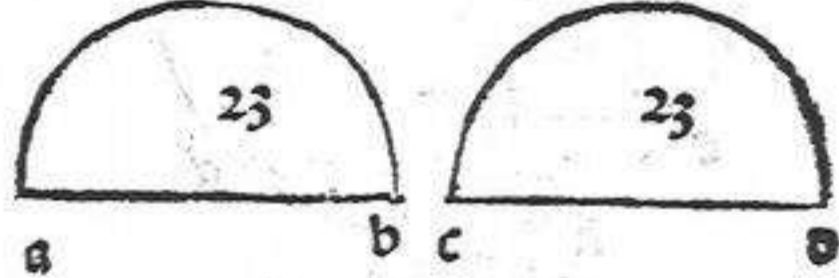
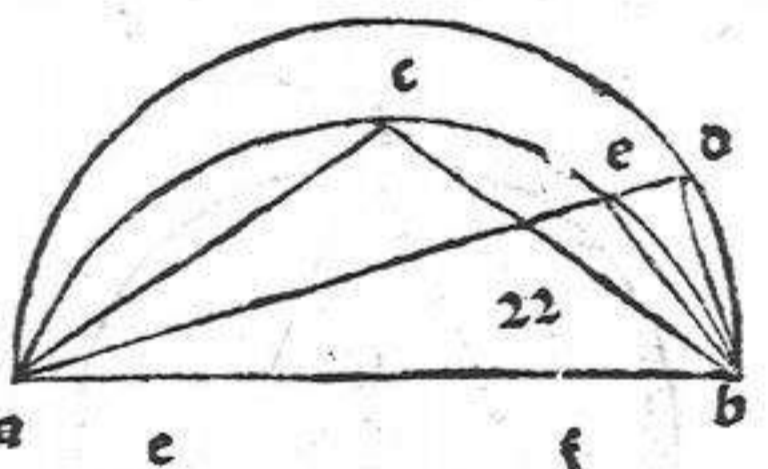
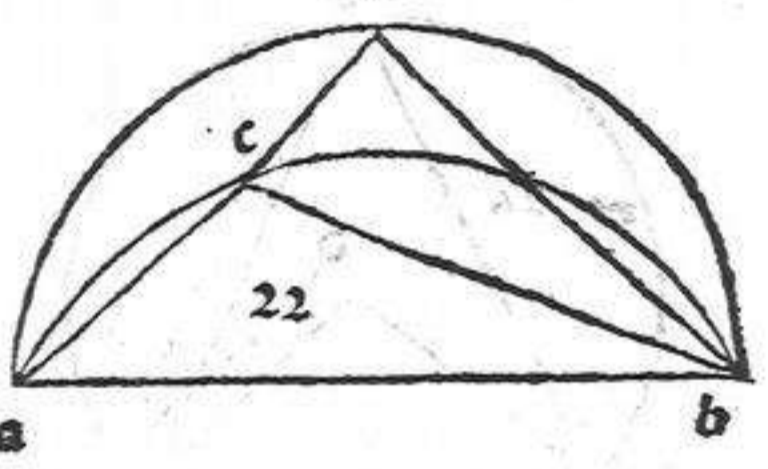
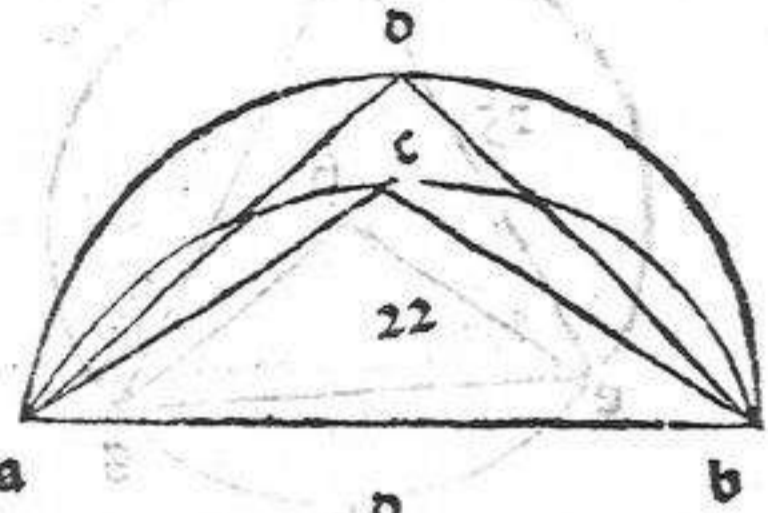
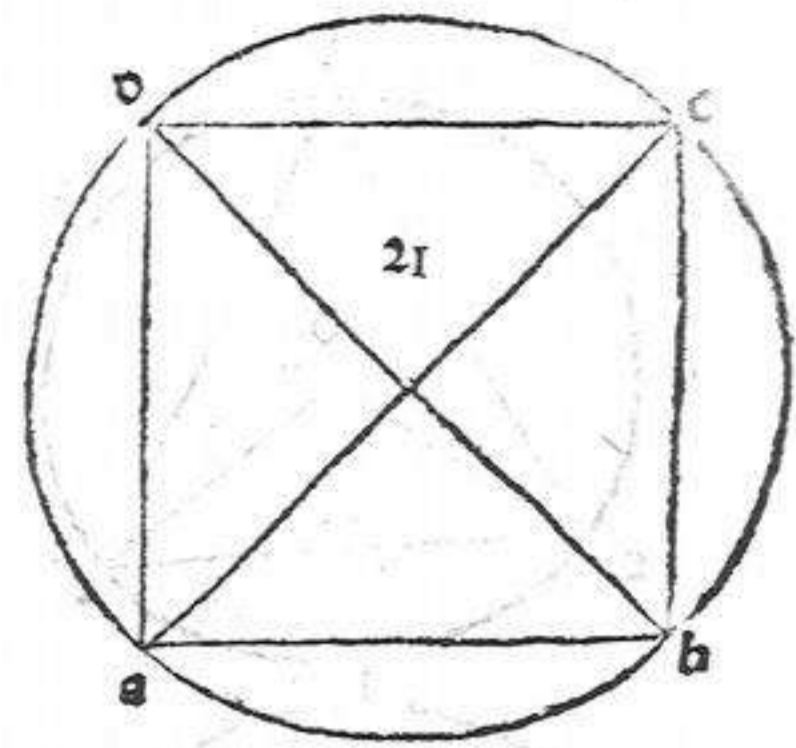
a
b

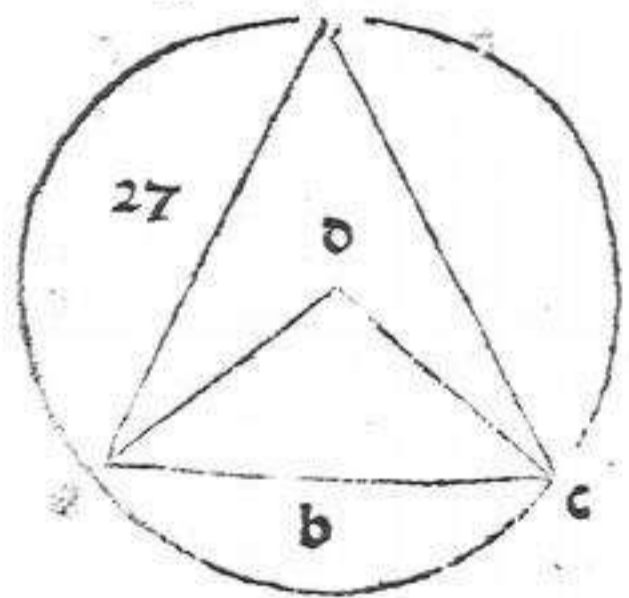
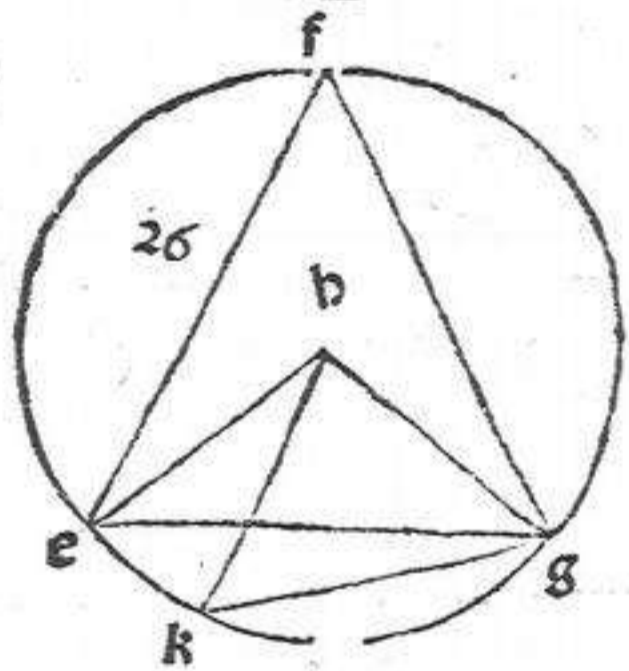
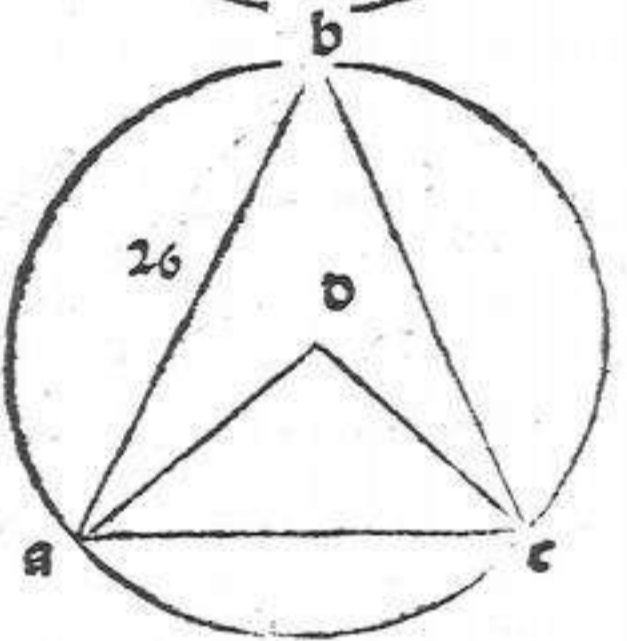
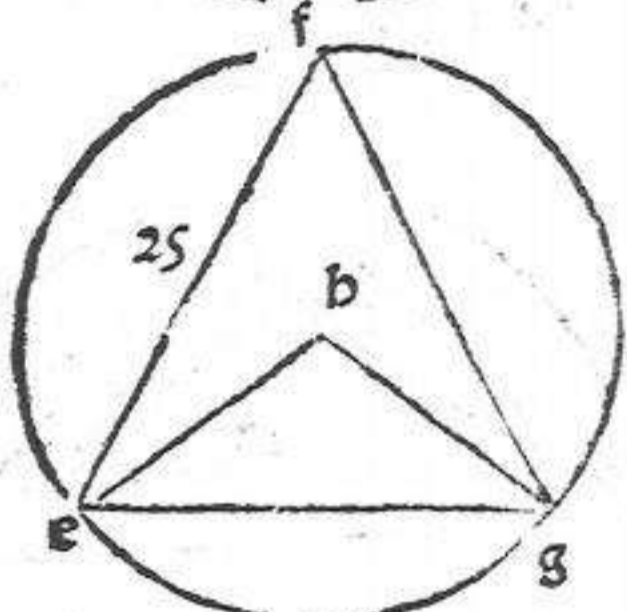
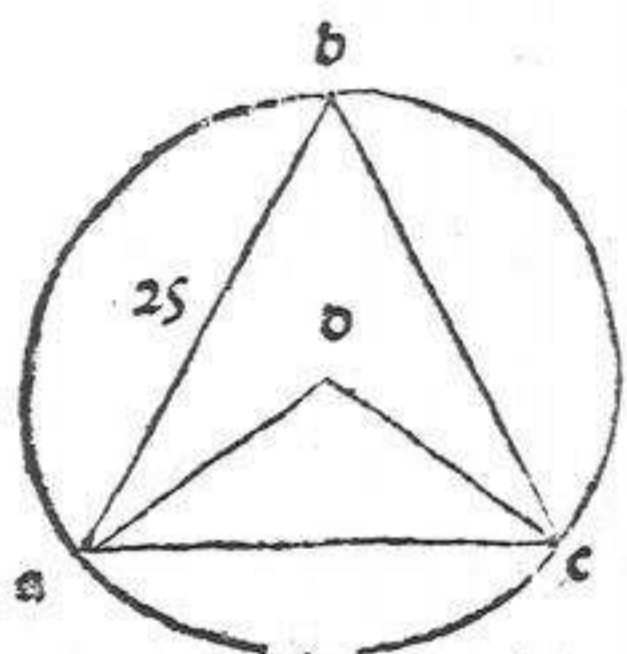
6
4
9

Proposito .25.

In equis circulis seu super centra. seu super circū ferētias equalēs anguli p̄stant. super equos arcus eos cadere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales .a. b. c. cuius centrum .d. & .e. f. g. cuius centrum .b. & fiant supra centra eorum duo angu





h. a. d. c. f. e. b. g. qui ponantur equales. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. esse equales. ¶ Protrahatur due linee. a. c. f. e. g. f. fiant duo anguli in circū ferentis ipsorum consistens supra predictos arcus qui sint angulus. a. b. c. f. angulus. e. f. g. quia ergo circuli sunt equales. erunt per diffinitionem^a eque lium circulorum semidiametri equales. f. quia duo anguli. d. f. h. sunt eque les erit per. 4. primi: linea. a. c. equalis linee. e. g. f. per. 19. huius erit angulus. b. equalis angulo. f. cum. d. b. angulus sit equalis angulo. h. ergo p. dif finitionem similium portionum due portiones. a. b. c. f. e. f. g. sunt simi les: f. quia ipse sunt super lineas. a. c. f. e. g. equales ipse erunt equales per. 23. huius: quare arcus. a. b. c. f. e. f. g. sunt equales Quod si anguli. b. f. f. g. sunt in circumferentia ponantur equales. erunt per diffinitionem portio nes similes f. anguli. d. f. h. equales per. 19. huius f. quia circuli sunt equa les per positionem erunt per. 4. primi: due linee. a. c. f. e. g. equales qua re ut prius portiones equales per. 23. huius cum sint similes f. super equales lineas. igitur f. arcus equales: quod est ppositum.

Castigator

a ¶ Immo per conuersionem diffinitionis. b ¶ Quia uterq. duplus ad illos.

Propositio 26.



S in equis circulis equi sumatur arcus. infra illos formatos angulos. qui supra centra eorum seu su pra circumferentias constituentur equos esse ne cesse est.

¶ Sint ut prius duo circuli. a. b. c. cuius centrum. d. f. e. f. g. cuius centrum. h. sintq. duo arcus. a. b. c. f. e. f. g. equales si antq. super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint. d. f. h. ductis. a. d. c. d. e. h. g. b. Itemq. super eosdem arcus fiant duo alii anguli in circūferen tia qui sint. b. f. f. ductis lineis. a. b. c. b. e. f. f. g. f. dico duos angulos. d. f. h. adinuicem esse equales. Itemq. duos. b. f. f. adinuicem esse equales f. e. hec conuersa prioris. ¶ Si enim non sunt. d. f. h. anguli adinuicem equa les: sit ergo. h. maiora quo abscidatur^a angulus. k. h. g. qui sit equalis an gulo. d. eritq. per premisam arcus. k. e. f. g. eque arcui a. b. c. sed duo arcus a. b. c. f. e. f. g. positi sunt equales: accidet ergo partem esse equalem toti: quod est impossibile: quare anguli. d. f. h. totales sunt equales. ¶ Simi li quoq. modo probabis angulos. b. f. f. esse equales. uel si mauis probato q. anguli. d. f. h. sint equales. sequitur. b. f. f. esse equales per. 19. huius f. e conuerso.

Castigator

a ¶ Ve super punctum. h. fiet angulus. k. h. g. per. 23. primi. equalis an gulo. d.

Propositio 27.



S in circulis equalibus eque linee arcus rescent. arcus quoq. equos esse si autem linee inequales fuerint arcus quoq. inequales. 2 a maiore linea maiorem^a arcum: a minore vero minorem abscin di necessarium est.

¶ Sint duo circuli equales. a. b. c. cuius centru. d. f. e. f. g. cuius centru. h. sitq. corda. a. c. equalis corde. e. g. dico duos arcus. a. b. c. f. e. f. g. quos predictae corde ex predictis circulis rescent esse equales. Quod si corda. e. g. ponat maior corda. a. c. dico arcu. e. f. g. ee maiore arcu. a. b. c. Primū quidē sic pbat ducant a cētris linee ad extremitates cordaz. q. sint d. a. d. c. h. e. h. f. quia circuli positi sunt fore equeles. erūt hee^a semidiamet ri equeles. f. quia linea. a. c. posita est equele linee. e. g. erit per. 8. primi: angulus. d. equalis angulo. h. totali: quare per. 25. huius erit arcus^b. a. b. c. equele arcui. e. f. g. sicq. patet primū. Secundum sic sit. e. g. maior. a. c. eritq. per. 25. primi angulus. h. maior angulo. d. fiat ergo angulus. f. h. g. equalis angulo

a
4
b p
19
23
19
4
43

a
19

a
8 p
b 52
25

25 d. eritq. per. 25. huius arcus. f. g. equalis arcui. a. b. c. qre arcus. e. f. g. est maior arcu. a. b. c. quod est secundum. propositum.

Castigator

a **Per conversionem diffinitionis equalium circuloꝝ. b** Arcus inferiores ideo cōcludunt eꝛles quia superiores sunt eꝛles p. 25. huius qbus a totis circūferētiis remotis remanētes sunt eꝛles. Aliqui hnt a minore linea maiore arcū ff utruq. pōt stare sed diuersimode cōsideratum. qm qn dr a maiore linea maiorem arcū intelligit in portione minore ff qn dr a minore linea intelligitur de portione maiore quia in portione maiori maior linea minorem arcū abscondit qm ipsa magis appropinquat diametro ff. sic minuit arcum portionis maioris sed jecus in minori.

Propositio 28.

In circuloꝝ equalium equos arcus. equas cordas habere necesse est.

Sint duo circuli eꝛles. a. b. c. cuius centꝝ. d. ff. e. f. g. cuiꝝ centꝝ. h. sitq. arcus. a. b. c. equalis arcui. e. f. g. dico q. corda a. c. est eꝛlis corde. e. g. ff est hec conuersa pme partis premisse.

26 **Ducantur lineę. d. a. d. c. h. e. h. g. erūtq. p. 26. huiꝝ anguli. d. ff. h. equales; quare per qtam pmiterit. a. c. eꝛlis. e. g. qd est propositum. Qu ecūq. aut pbate sunt pāsiones de diuersis circulis eꝛlibus intellige multo fortius ueras eē de eodē.**

Propositio 29.

Et unum arcum per equalia diuidere.

Sit datus arcꝝ. a. b. c. cui subtēdat corda. a. c. q diuidat p equalia in puncto. d. a. quo ducat ppendicularis ad ipsam q sit. d. b. secās circūferētiā dati arcus in puncto. b. quē dico diuidere datū arcum p equalia. ducat. n. lineę. b. a. b. c. q erūt eꝛles p. 4. pmi qre p pma ptem. 27. huiꝝ arcꝝ.

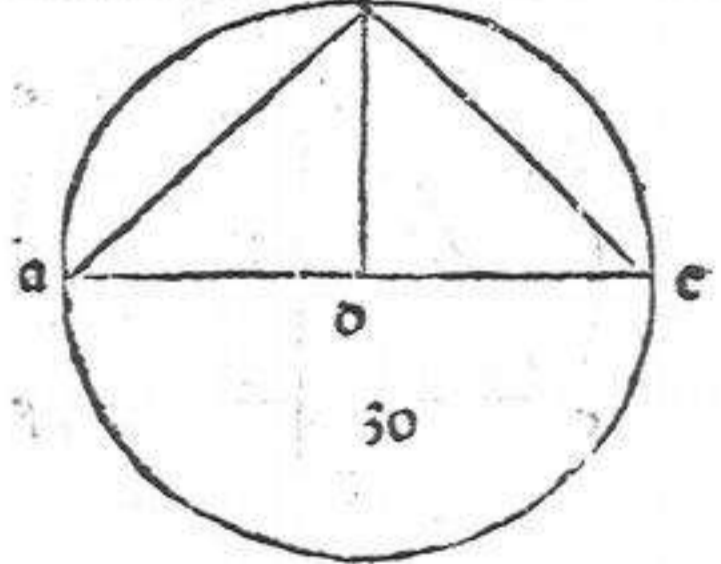
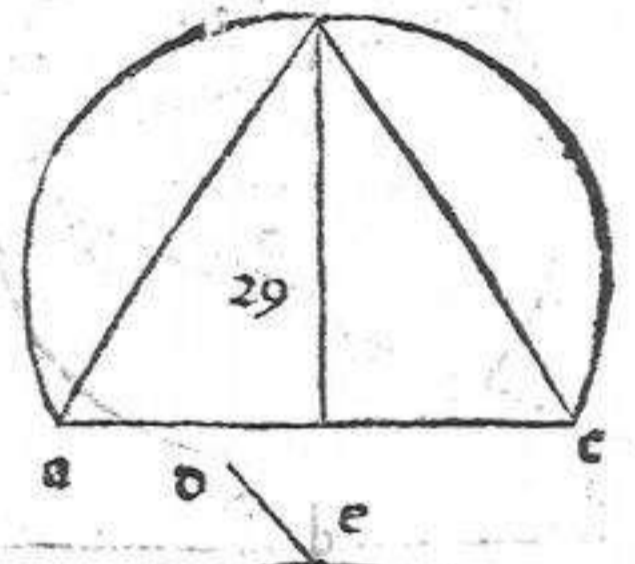
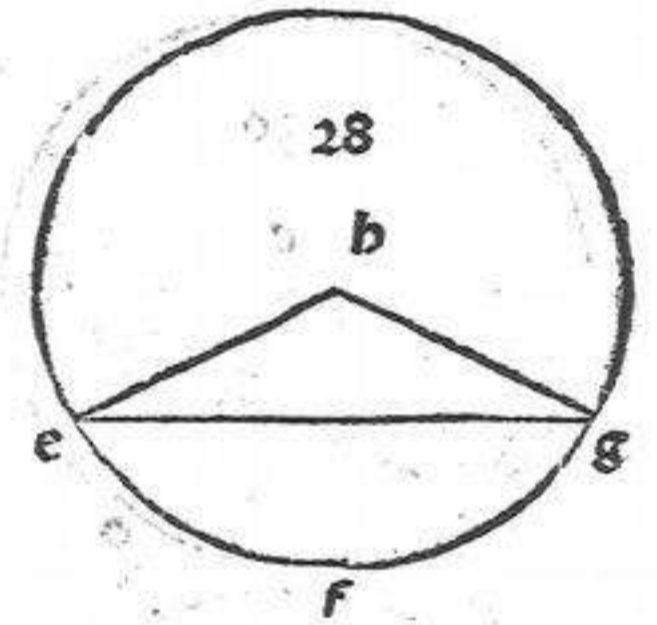
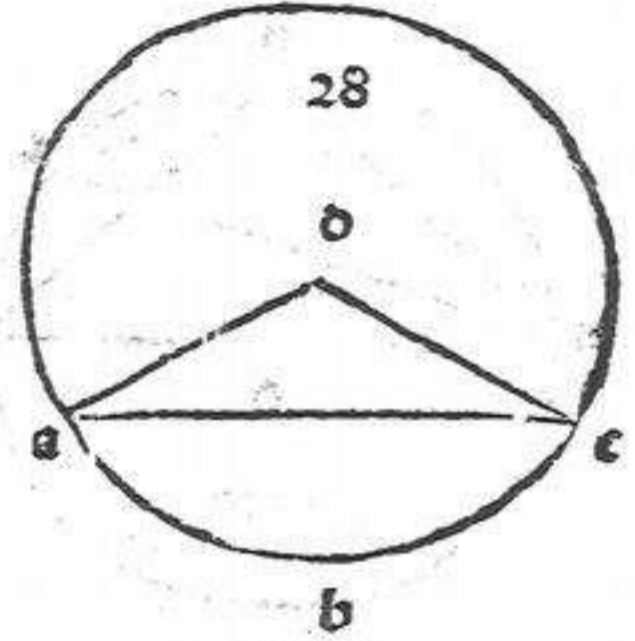
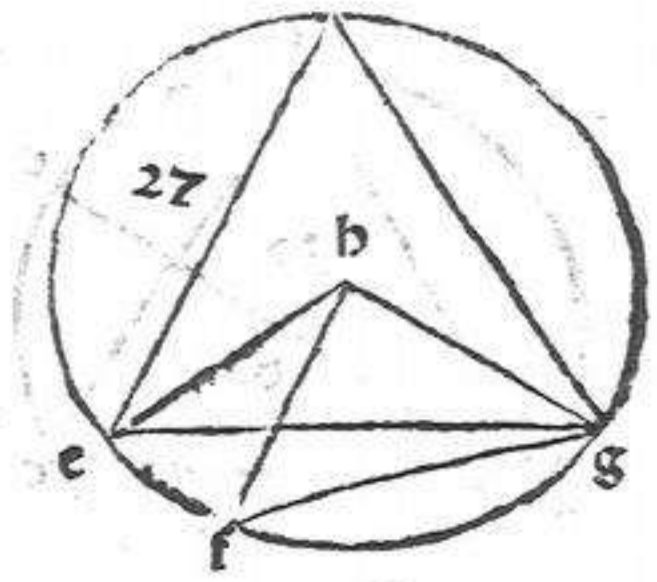
4 **a. b. erit eꝛlis arcui. b. c. quod ē ppositū.**

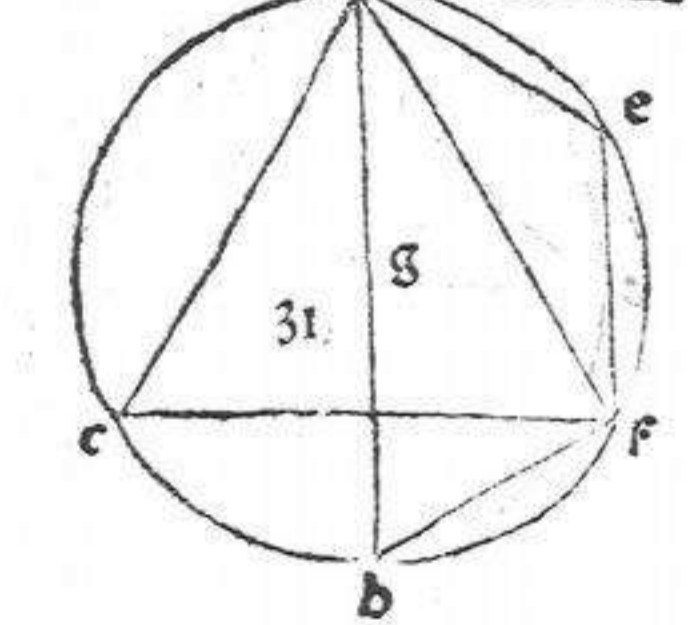
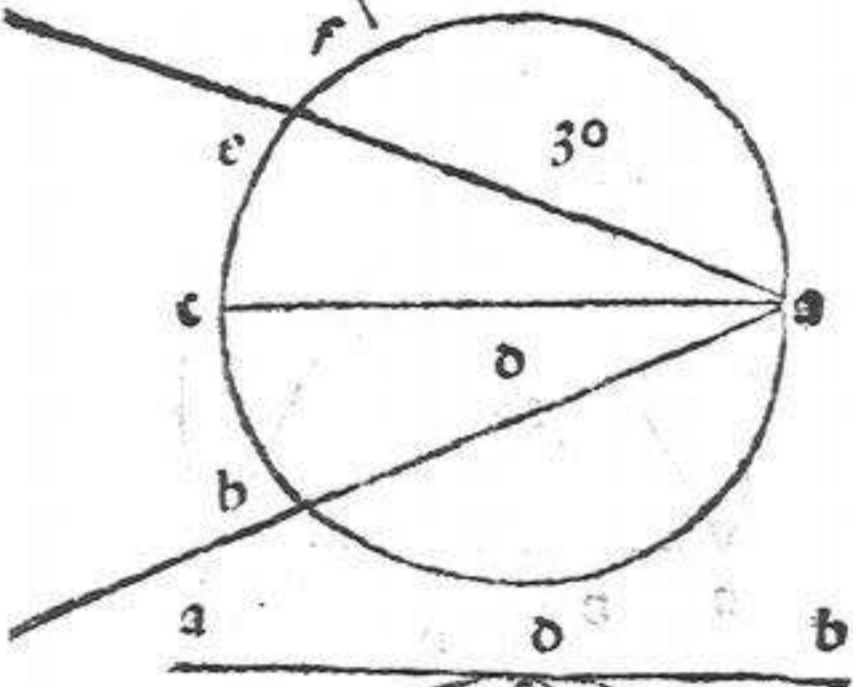
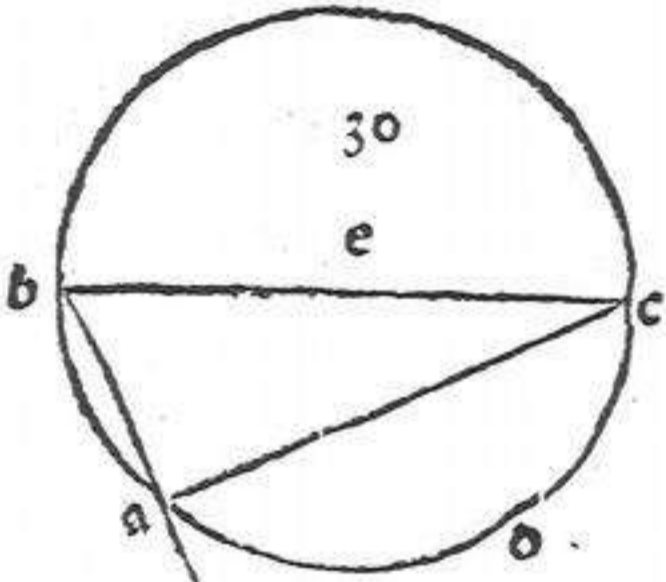
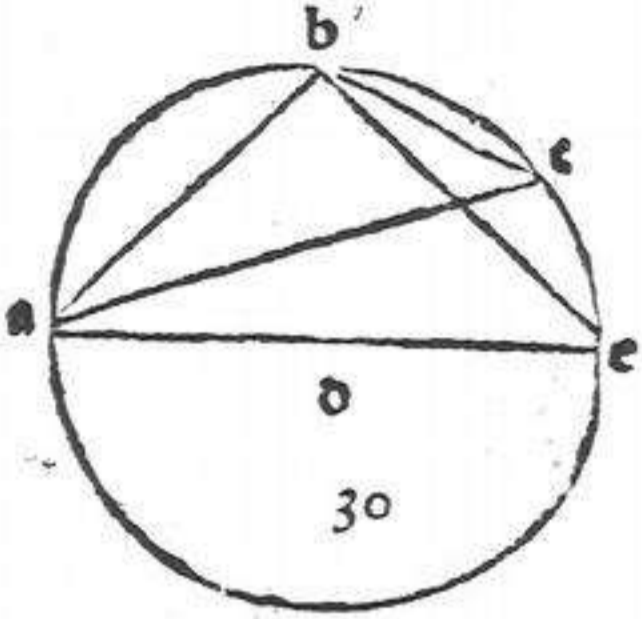
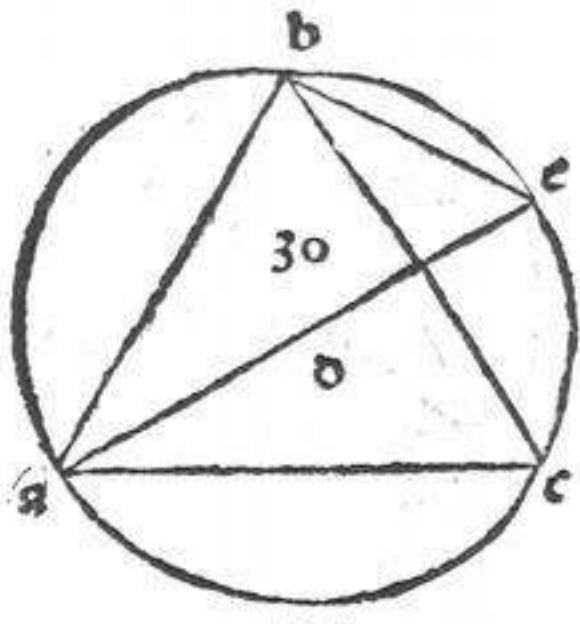
Propositio 30.

Rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat. rectus est. Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. Itemq. omnis portiois angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

Sit ut in circulo. a. b. c. cuiꝝ centꝝ. d. ff diameter. a. d. c. semicirculꝝ. a. b. c. in cuiꝝ semicirculi circūferētiā fiat angulus. a. b. c. ductis lineis. a. b. ff b. c. dico illū angulū eē rectum. ptrahat ab ipso angulo in centꝝ. lineā. b. d. eritq. p quinta pmi; angulus. a. b. d. eꝛlis angulo. a. ff angulus. d. b. c. eꝛlis angulo. c. ff qa angulus. c. d. b. ē eꝛlis duobus angulis. d. b. a. ff a. p. 32. pmi; ipse erit duplus ad angulū. d. b. a. eadem rōne angulus. a. d. b. duplus erit ad angulū. d. b. c. ergo duo anguli. c. d. b. ff. a. d. b. dupli sunt ad totalē angulū. a. b. c. sed ipsi sunt eꝛles duobus rectis. p. 13. pmi; erit igꝛ angulus. a. b. c. totalis medietas duozꝝ rectozꝝ; qre rectus quod est pimum ppositum.

Idealiter ptrahat. b. c. usq. ad. e. eritq. p. 32. pmi; angulus. a. b. c. equalis duobus angulis. a. ff. c. ff qa angulus. a. est equalis angulo. a. b. d. ff angulꝝ c. angulo. c. b. d. erit agulꝝ a. b. e. eꝛlis totali agulo. a. b. c. ergo uterq. eozꝝ ē rectus p diffinitionem. Tertiū sic patet; sit in circulo. a. b. c. cuiꝝ centꝝ. d. portio. a. b. c. cuiꝝ corda. a. c. maior semicirculo; ff fiat sup eius circūferētiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. ff. b. c. dico illū angulū eē minore recto. ducat enim diamiter. a. d. e. ff lineā. e. b. eritq. per pnam partem huiꝝ. b. totalis rectus. quare angulus. a. b. c. erit minor recto per cōem sciam cum sit pars eius; sicq. patet tertiū. Secūdū sic. Sit rursus in circulo. a. b.





e. cuius centz. d. portio. a. b. c. cuius corda. a. c. q̄ sit semicirculo minor & h̄ at sup ei⁹ circūferentiā angulus. a. b. c. ductis lineis. b. a. & b. c. dico hūc angulum esse maiorem recto. producat̄ enim diameter a. d. e. & linea. b. e. eritq; per primam partem huius angulus. a. b. e. rectus. quare angulus. a. b. c. erit maior recto quod est secundum propositum. ¶ Quartum & quintum sic. Sint in circulo. a. b. c. d. cuius centrum. e. portio. a. b. c. cuius corda a. c. maior semicirculo & portio. a. d. c. cuius eadem corda. a. c. minor semicirculo dico angulum cōtentum ab arcu. b. a. & corda. a. c. esse maiorem recto & angulum cōtentum ab arcu. d. a. & corda. a. c. esse minorem recto. p̄ducatur diameter. c. e. b. & linea. b. a. usq; ad. f. eritq; per primam partem huius angulus. b. a. c. rectus quare per. 13. primi angulus. f. a. c. est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est primi pars & secundus pars recti evidenter patet utrūq; quare tota liquet hec p̄thamembris conclusio. ¶ Ex istis autem duabus ultimis partibus nota ēt instātiā contra illas duas argumētationes ad quas tulimus instātiā. in. 15. huius. trāsitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris q̄ est minor recto per ultimam p̄tem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius. non tñ per equale. Cum. n. omnis portio circuli sit semicirculus aut minor semicirculo. aut maior sit aut tā angulus semicirculi per primam partem. 15. quam angulus portionis minoris per ultimam p̄tem huius minor recto. portionis uero maioris sit maior recto. & tñ non erit alicuius portionis angulus. nec simpliciter aliquis cōtentus a circumferentiā. & linea recta nec rectus nec eq̄lis recto. Quod ut clarius pateat sit in circulo. a. b. c. cuius centz. d. linea. a. b. cui non sit determinatus finis ex parte. b. secās ex ipso portionē semicirculo minorem. eritq; per ultimam p̄tem huius minor recto. huius circuli sit diameter. a. d. c. & imaginēt̄ linea. a. b. moueri ad partem. c. sup p̄ctum. a q̄ quamdiu fuerit citra. c. uel in ipso. c. coopiens diamet̄. a. d. c. faciet cum arcu angulum minorem recto. In oī aut p̄cto ultra. c. uelut in. e. faciet p̄ p̄ultimā p̄tem h̄ angulum maiorem recto. trāsīt ergo a minori ad maius nō p̄ eq̄le. & sicut in rectilineis angulis est rep̄ire maiorem angulo semicirculi & minore. nō tñ eq̄lem ut mōstratū ē. i. 15. huius. sic in angulis portionū est rep̄ire maiore recto & minorem n̄ tñ eq̄lem. ut patet ex ista demōstratōe.

Propositio 31.



¶ Circulum linea recta contingat & a cōtactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centz ducatur quoscunq; duos angulos cū contingente facit. duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt. portionibus: equales.

¶ Sit recta' linea. a. b. contingens circulum. c. d. e. f. cui⁹ centz. g. in puncto. d. a quo. d. ducatur in circulum preter centrum linea d. f. secans ipsum. fiantq; angulus. d. c. f. consistens sup arcum portionis d. e. f. ductis lineis. c. d. & c. f. & angulus. d. e. f. cōsistens super arcum portionis d. c. f. ductis lineis. e. d. & e. f. dico angulum. c. esse equalem angulo. b. d. f. & angulū. e. angulo. a. d. f. ducat. n. diameter. d. g. h. & linea. f. h. eritq; p̄. 17. hui⁹. d. h. p̄pendicularis sup. a. b. & p̄ p̄mam p̄tem p̄mise angulus. d. f. h. rectus. quare duo anguli. a. d. h. & d. f. h. sunt eq̄les. posito ergo cōmuni angulo. h. d. f. erit angulus. a. d. f. equalis duobus angulis qui sunt. d. f. h. & h. d. f. sed hi duo cum angulo. h. sunt equales duobus rectis per. 32. primi ergo angulus. a. d. f. cum angulo. h. sunt equales duobus rectis. sed an angulus. a. d. f. cum angulo. b. d. f. equiualeat duobus rectis per. 13. primi ergo angulus. b. d. f. est equalis angulo. h. ergo & angulo. c. per. 20. huius & hoc est primum. Et quia duo anguli. c. & e. f. sunt equales duobus rectis per. 21. huius erit angulus. e. equalis angulo. a. d. f. quod est secundum. Vel istud secundum sic si angulus. a. d. f. cum angulo. h. equiualeat duobus rectis. ut premonstratum est. sed angulus. e. cum angulo. h. equiualeat duobus rectis per. 21. huius. ergo angulus. e. est equalis angulo. a. d. f. quod est p̄positū.

13
15
15
15
17
32
13
20
21

Propositio .32.



per datam lineam. circuli portionem describere capientem angulum. dato angulo equali. seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

Sit. a. b. linea data. c. datus angulus super lineam a. b. uolo describere unam circuli portionem recipiētem in circulo rectilineum angulum equali angulo. c. Si igitur fuerit angulus. c. rectus diuisa. a. b. per medium describam super eam semicirculum. factumq. erit propositum. per primam partem. 30. huius.

30

23

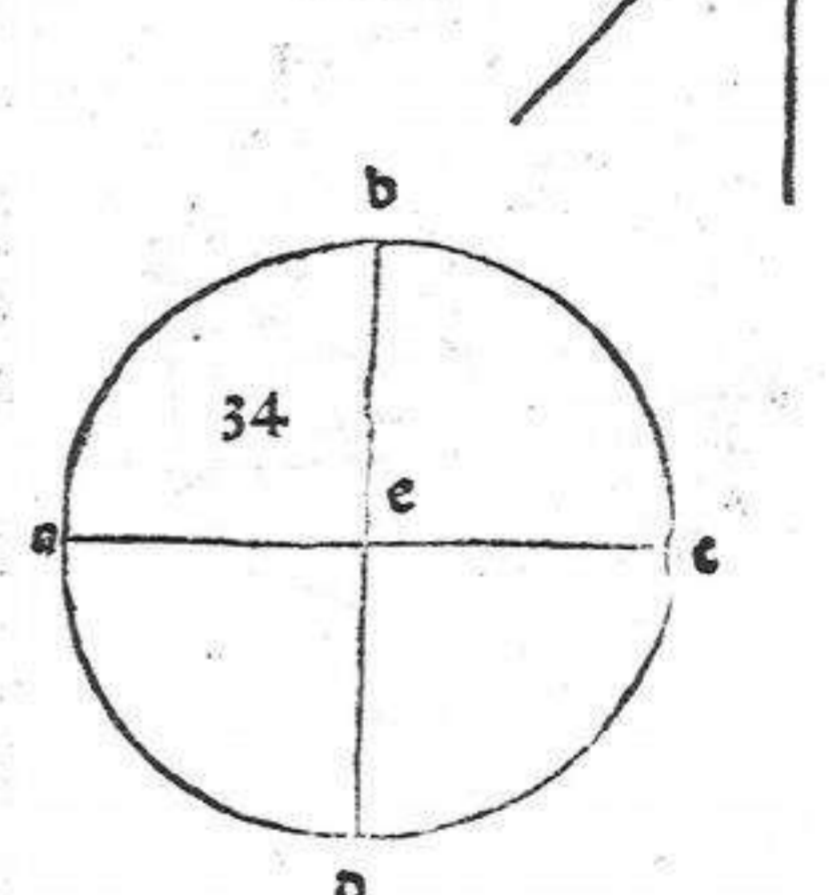
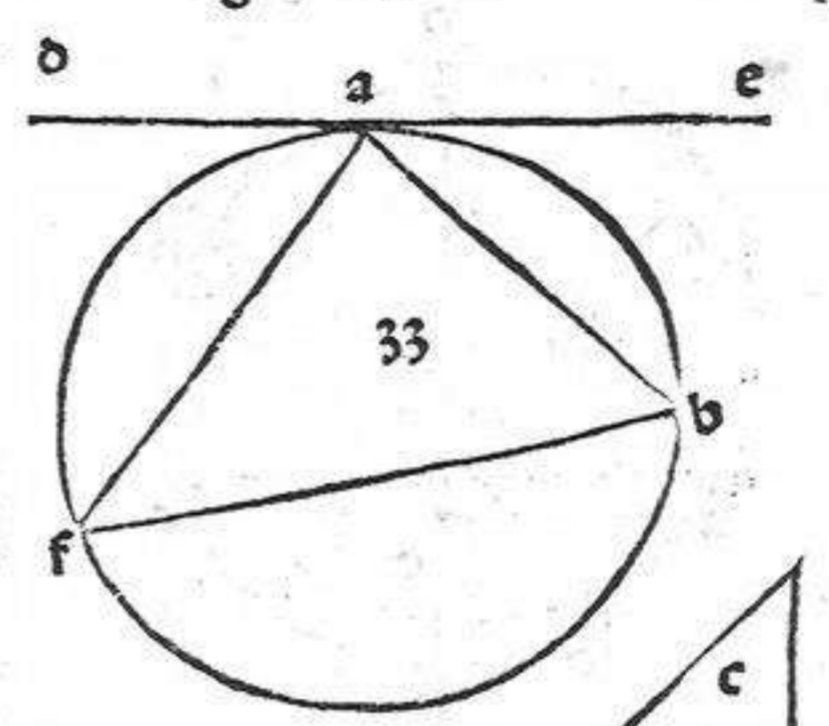
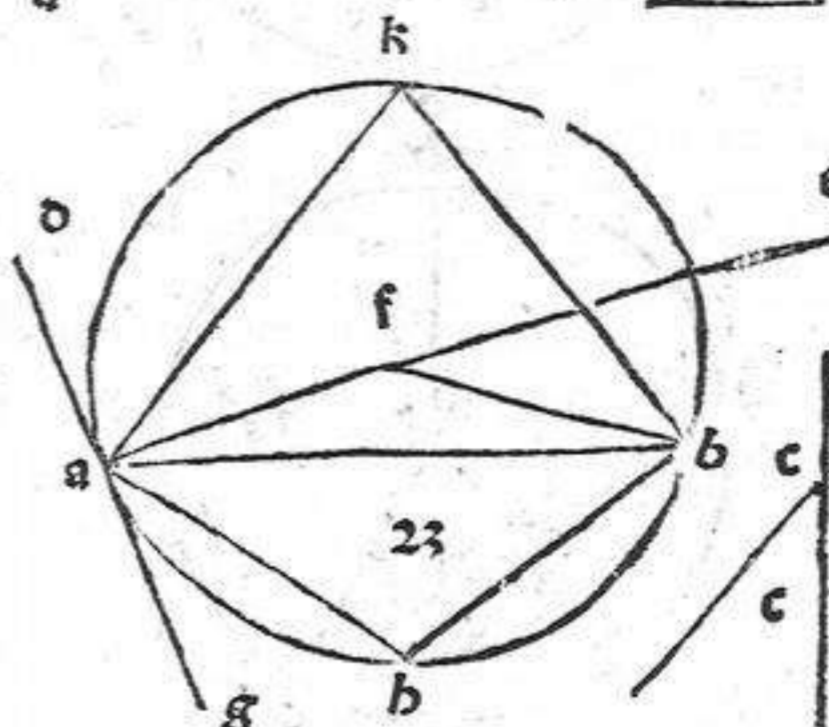
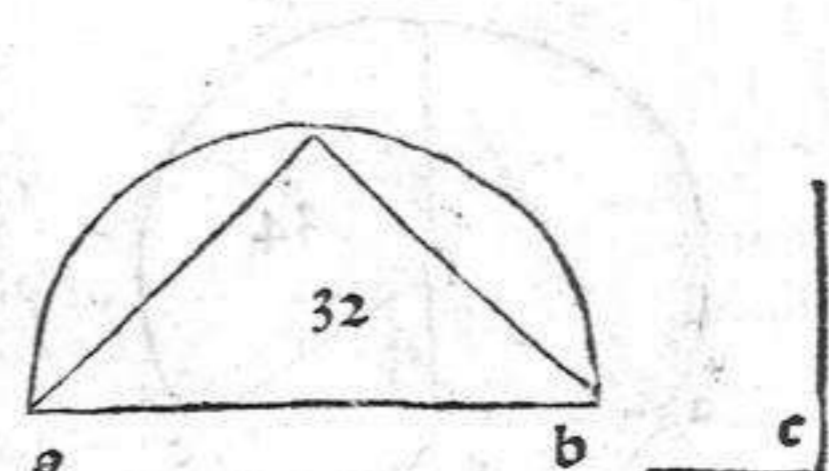
6

15

6

15

Si autem sit obtusus ducā lineam. d. a. cū lineam. b. a. cōtinentem equalē angulum angulo .c. ꝛ a puncto. a. ducam lineam .a. e. perpendicularem super lineam. a. d. ꝛ super punctum. b. faciam angulum p. 23. primi equali angulo. e. a. b. in quo obtusus excedit rectum ducta linea. b. f. usq. ad perpendicularem .a. e. eruntq. per .6. primi lineae. f. a. ꝛ f. b. equales. facto itaq. puncto. f. centro circuli describam fm quantitatem lineae. f. a. circulum. a. h. b. eritq. per correlarium. rs. huius linea. a. d. contingens circulum quare per premissam angulus qui fit in portione. a. h. b. est equalis angulo. d. a. b. quare ꝛ angulo. c. quod est propositum. Si autem angulus. c. sit acutus. producam lineam. a. g. continentem cum lineam. a. b. angulum equali angulo. c. ꝛ a puncto. a. ducam. a. e. perpendicularem ad lineam a. g. ꝛ super punctum. b. faciam angulum equali angulo. e. a. b. in quo rectus excedit acutum. ducta linea. b. f. usq. ad perpendicularem .a. e. eruntq. per .6. primi lineae. f. a. ꝛ f. b. equales: facto itaq. puncto .f. centro circuli. describam fm quantitatem lineae. f. a. circulum. a. k. b. eritq. per correlarium. rs. huius linea. a. g. contingens circulum. quare per premissam angulus qui fit in portione. a. k. b. est equalis angulo. g. a. b. quare ꝛ angulo. c. quod est propositum.



Propositio .33.



Dato circulo: dato angulo. equum angulum capiētem portionem abscindere.

Sit. a. b. datus circulus. c. datus angulus uolo ergo a circulo. a. b. abscindere portionem unam capiētem equali angulum angulo. c. produco lineam .d. a. e. contingētem datum circulum in puncto. a. a. quo duco in circulum lineam. a. b. continentem cum lineam. a. e. angulum equali angulo. c. eritq. per .31. huius portio. a. b. existens a parte lineae .a. d. recipiens angulum equali angulo. c. quod est propositum

31

Propositio .34.

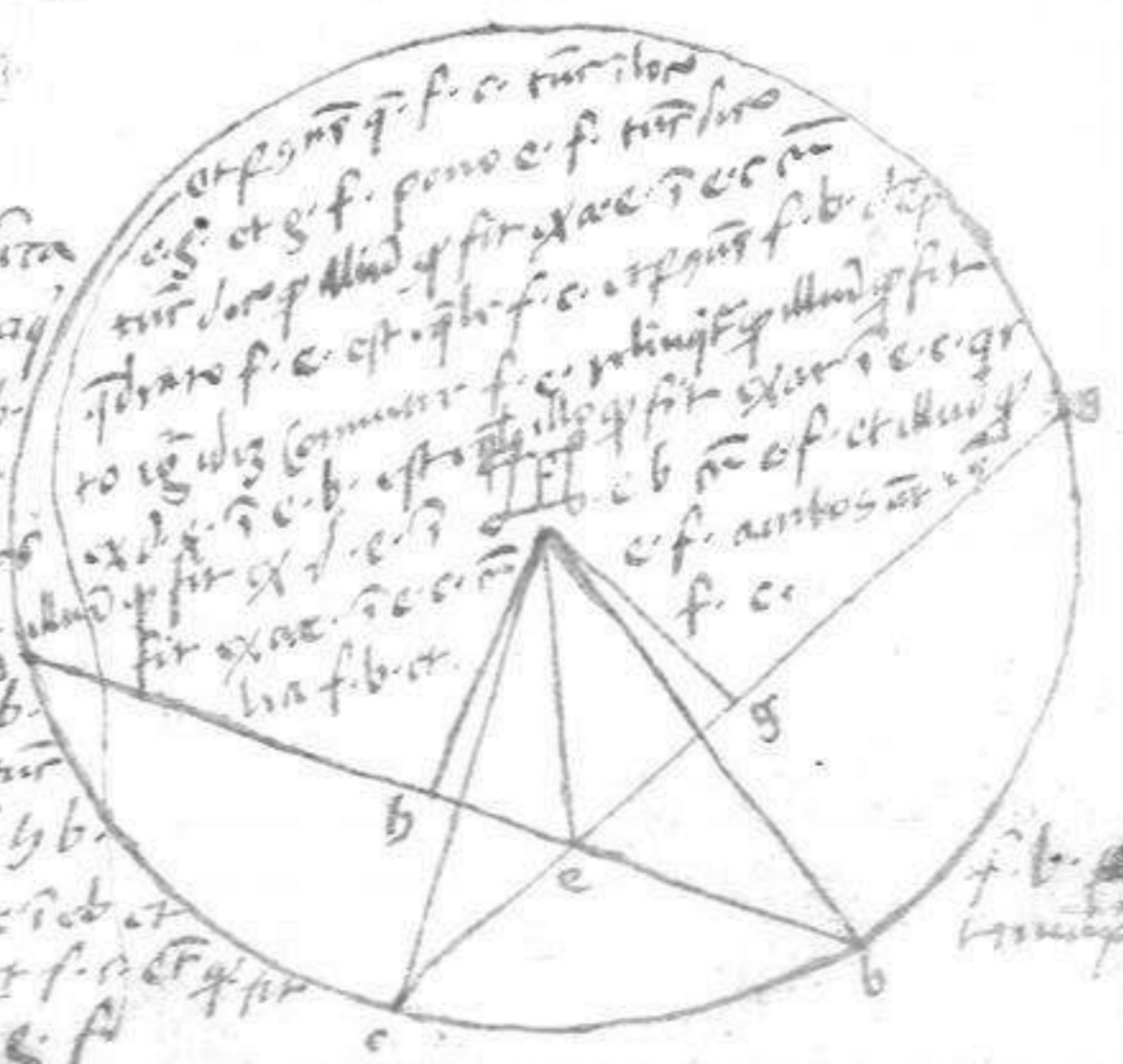


Intra circulum due recte lineae sese inuicem secēt. q. sub duabus partibus vnus earum. pcedit. equū est ei rectāgulo quod sub duabus alterius lineae partibus continetur.

Sint duelineae. a. c. ꝛ b. d. secantes se in circulo a. b. c. d. super punctum e. dico q. illud rectangulum quod fit ex. a. e. in e. c. equum ē ei quod fit ex. b. e. in e. d. Aut enim ambe lineae. a. c. ꝛ b. d. transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut. neutra. q. si ambe transeāt per centrum erit. e. centrum circuli. omnesq. .4. lineae equales: quare liquet propositum. Quod si altera earum tantum transit per centrum sit illa. b. d. cētrumq. circuli sit. f. aut ergo. b. d. secabit a. c. per equalia aut per inequalia. secet ergo primo per equalia eritq. per primam partem. 3. huius secās eam orthogonaliter. ducatur itaq. linea. f. c. eritq. p. s. secundi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. equali quadrato lineae. f. d. quare ꝛ quadrato lineae. f. c. ergo per penultimam primi ꝛ quadratis duarum linearum. f. e. ꝛ e. c. dempto ergo utriusq. quadrato. e. f. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equali quadrato lineae. e. c. ꝛ quia. e. c. est equalis. a. e. patet propositum. Quod si. b. d. transiens per centrum secat. a. c. per inequalia a centro. f. ducatur. f. g. perpendicularis ad .a. c. eritq. per secundam

3

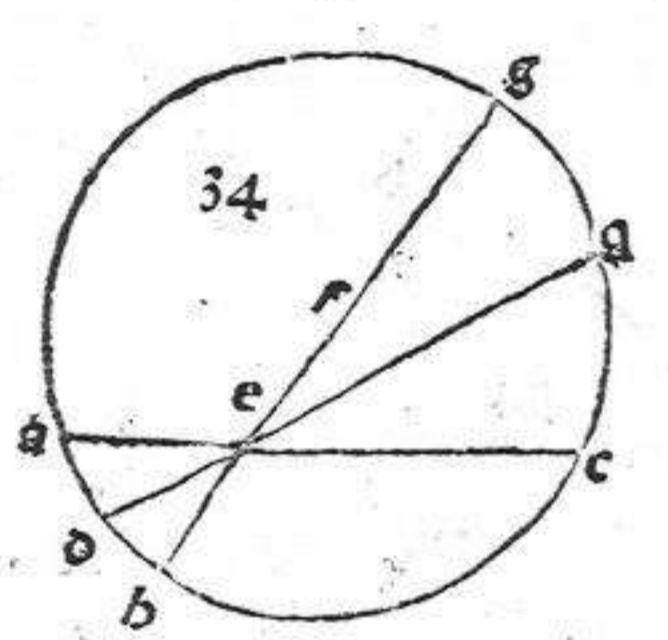
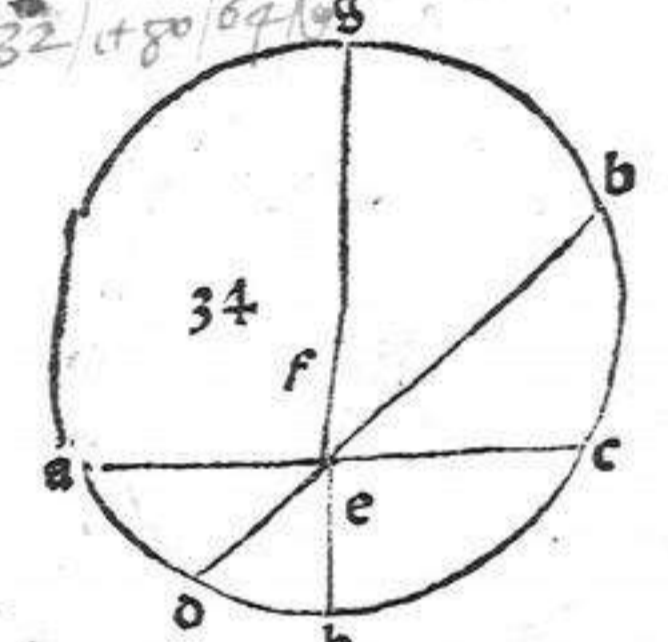
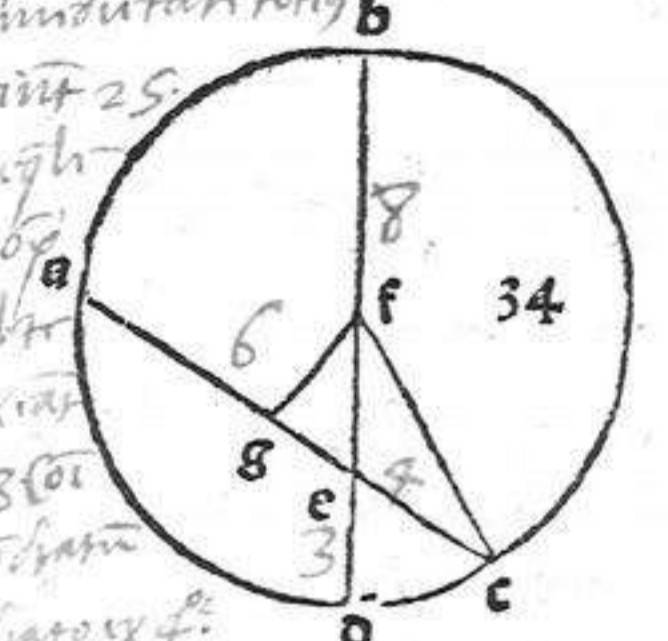
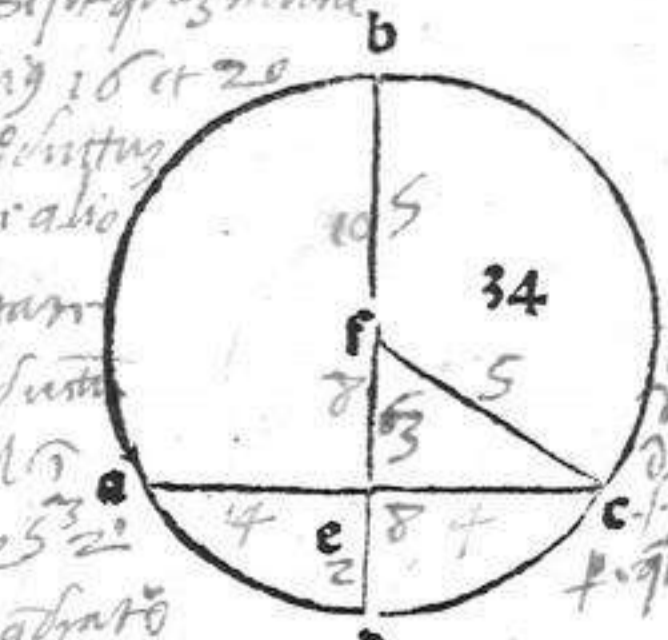
5



Handwritten notes in a cursive script, likely a commentary or correction to the printed text. It discusses the geometric relationships between the lines and angles in the propositions, mentioning terms like 'centrum', 'perpendicularis', and 'equalis'.

LIBER

Summario q. s. f. q. l. z. m. n. o. p. q. r. s. t. u. v. w. x. y. z. et c. 20 et alij 16 et 20 ring 3 4. 16. p. l. u. t. u. z. it 64. q. s. f. h. a. l. i. o. h. u. o. f. s. i. m. u. l. t. a. m. q. u. i. t. 8. i. t. 8. u. p. d. u. m. t. u. n. t. r. o. q. b. a. l. i. o. t. 8. q. s. i. r. p. b. o. p. 5. 2. u. t. u. z. 8. 5. 2. i. n. q. u. a. d. r. a. t. o. p. r. o. d. u. c. t. o. e. x. m. u. l. t. a. t. i. o. n. e. i. e. f. 5. q. r. a. b. o. f. a. c. i. u. t. 2. 5. i. d. 3. u. t. q. h. q. u. i. s. t. i. g. h. q. u. a. d. r. a. t. o. 5. q. s. 2. 0. 9. h. a. r. y. 5. u. n. t. i. t. r. a. b. i. t. d. r. a. t. o. 5. u. n. t. i. t. o. x. i. a. u. t. 8. d. e. m. p. t. o. u. t. 3. 6. i. t. 3. u. n. t. i. t. q. u. a. d. r. a. t. o. p. r. o. d. u. c. t. o. e. x. m. u. l. t. a. t. i. o. n. e. i. e. f. 2. s. i. r. i. q. h. q. u. a. d. r. a. t. o. x. f. i. t. p. o. t. p. o. n. i. 5. 4. 0. 3. 2. i. t. 8. 0. 6. 4. 0. 9.



partem tertie huius. a. g. equalis. g. c. et ducatur linea. f. c. eritq. per. s. secundi quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato. e. f. et ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum. f. g. et g. e. propter id quod angulus. f. g. e. est rectus equale q. drato linee. d. f. et ideo linee. f. c. ppter p quod penultimam primi et quadratis duarum linearu. f. g. et g. c. dempto ergo utriq. quadrato linee. f. g. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. cum quadrato linee. g. e. equale quadrato linee. g. c. sed per. s. secundi quod fit ex. a. e. in. e. c. cum quadrato linee. g. e. est equale quadrato linee. g. c. dempto igitur utriq. quadrato linee. g. e. erit quod fit ex. b. e. in. e. d. equale ei quod fit ex. a. e. in. e. c. quod est propositum. ¶ Quod si neutra earum transit per centru siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia producarn lineam. g. f. e. h. diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram p equalia .ut. b. d. a. c. tunc .g. h. diuidit etiam. a. c. per equalia. ergo orthogonaliter per tertiam huius. ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit. ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. a. e. in. e. c. et per tertium modum huius quod fit ex. g. e. in. e. h. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. ergo quod fit ex. a. e. in. e. c. equum est ei quod fit ex. b. e. in. e. d. quod est propositum. ¶ At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis quod fit ex. g. e. in. e. h. equale utriq. eorum que sunt ex. a. e. in. e. c. et .b. e. in. e. d. quare unum eorum erit equale alteri quod est propositum.

Castigator.

¶ Quod secent sese per equalia extra centrum e impossibile per. 9. huius. qa semper ab eodem puncto sectionis essent plures q. due linee equales si ambe linee ad inuicem fuerint equales. Si uero fuerint inequales .tunc per hanc est impossibile. qa ut deducitur rectangulum duarum partium unius semper est equale alteri rectangulo aliarum partium alterius et sic p conceptione esset impossibile.

Propositio .35.

S Extra circulum punctus signetur. ab eo antes ad circulum alia linea secans. alia contingens due recte linee ducantur quod sub tota secante. atq. parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qd ex contingentelinea describitur.

¶ Sit. a. punctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centrum. e. a quo ducantur ad circulum due linee. a. b. contingens. et. a. d. c. secans. dico q. illud quod fit ex. a. c. in. d. a. equum est quadrato linee. a. b. ¶ Aut enim. a. d. c. transit per centrum aut non transeat: ergo primo per centrum quod est. e. et ducatur linea. e. .b. que per. 17. huius perpendicularis erit super lineam. a. b. et quia linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto e. et est ei addita linea. d. a. erit per sextam secundi quod fit ex. c. a. et. a. d. cum quadrato linee. e. d. et ideo cum quadrato linee. e. b. equale quadrato linee. e. a. et ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linearum: e. b. et. b. a. propter id quod angulus. b. est rectus. dempto ergo utriq. quadrato . e. . b. erit quod fit ex. c. . a. in. a. d. equale quadrato linee a. b. quod est propositum. ¶ Quod si linea a. d. c. non transit per centrum sumatur. a. f. e. g. transiens per centrum et ducantur linee. e. d. et. e. h. et sit. e. h. perpendicularis ad. a. d. c. eritq. p. 3. huius. d. h. equalis .h. c. qa ergo linea. d. c. diuisa est per equalia in puncto. h. et addita sibi linea. a. d. erit per. 6. secundi quod fit ex. c. . a. in. a. d. cum quadrato. d. h. equale quadrato linee a. h. ergo addito utriq. quadrato. h. e. erit quod fit ex. c. a. in. a. d. cum quadratis duarum linearum. d. h. et. h. e. et ideo p penultimam primi cum quadrato d. e. propter id quod angulus. b. est rectus. et ideo cu quadrato e. f. propter id quod e. d. et. e. f. sunt equales. equale quadratis duarum linearu. a. h. et. h. e. et ideo per penultimam pmi quadrato linee. a. e. sed quia per sextam secundi quod fit ex. g. a. in. a. f. cum quadrato. f. e. equale est quadrato linee. a. e. quia ergo utriq. eorum que sunt ex. c. a. in. a. d. et ex. g. a. in. a. f. cum quadrato linee. f. e. e. equale quadrato linee. a. e. ipsa

erunt inter se equalia. Dempto ergo utrinque quadrato linee e.f. erit qd fit ex c.a. in a.d. equale ei quod fit ex g.a. in a.f. sed id quod fit ex g.a. in a.f. est equale quadrato linee a.b. p̄missum modū huius: ergo qd fit ex c.a. in a.d. ē equale quadrato linee a.b. quod est p̄positū. ¶ Et ex hac nota q̄ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quotlibet secātes linee ducant̄ rectangula q̄ continent̄ sub totis. ¶ earum portiōibus extrinsecis adinuicem sunt equalia. qm̄ oīa sunt equalia quadrato linee cōtingentis. ¶ Nota ēt q̄ si a quolibet p̄cto extra circulum signato due linee cōtingentes ad circulum ipsum ducant̄. ipse erūt adinuicem equalis. erit. n. quadratum utriusq; eaz; equale ei qd fit ex linea secāte ab ipso puncto ducta in circulum. in p̄tem eius extrinsecam. Hoc aut̄ euidentius patet p̄ penultimam p̄mi. ¶ Sit. a. p̄ctus signatus extra circulum. b. c. d. cuius centz. e. ¶ ab ipso ducant̄ due linee. a. b. ¶ a. d. cōtingētes circulum in punctis. b. d. dico ipsas eē eq̄les. Producam. n. lineas. e. a. e. b. ¶ e. d. eritq; p̄. 17. huius uterq; anguloz. b. ¶ d. rectus. quare p̄ penultimam p̄mi quadratum. a. e. erit equale duobus quadratis duaz; linearum. a. b. ¶ b. e. Si similiter quoq; ¶ duobus duaz; a. d. ¶ d. e. quare quadrata duaz; linearum. a. b. ¶ b. e. sunt equalia quadratis duaz; a. d. ¶ d. e. ¶ quia quadrata duaz; q̄ sunt. b. e. ¶ e. d. sunt equalia erunt quadrata duarum q̄ sunt. a. b. ¶ a. d. equalia: ergo. a. b. est equalis. a. d. quod est p̄positum. ¶ Aliter ēt ducatur linea. b. d. eritq; p̄ quintam primi angulus. e. b. d. equalis angulo. e. d. b. p̄pter id quod linea. e. b. est equalis linee. e. d. ¶ quia uterq; duoz; anguloz. b. ¶ d. ē rectus. erit p̄ cōem sciam angulus. a. b. d. residuus equalis angulo. a. d. b. residuo. p̄ sextam. ergo p̄mi est linea. a. b. equalis linee. a. d. a ¶ Per cōcep. si due res fuerit uni eq̄les ipse sibi. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quoz; latera sunt equalia quadra. quoq; equalia esse. c ¶ Per cōem sciam cōuersam precedentis quaz; quadrata sunt eq̄lia lineas eq̄les esse.

Propositio 36.

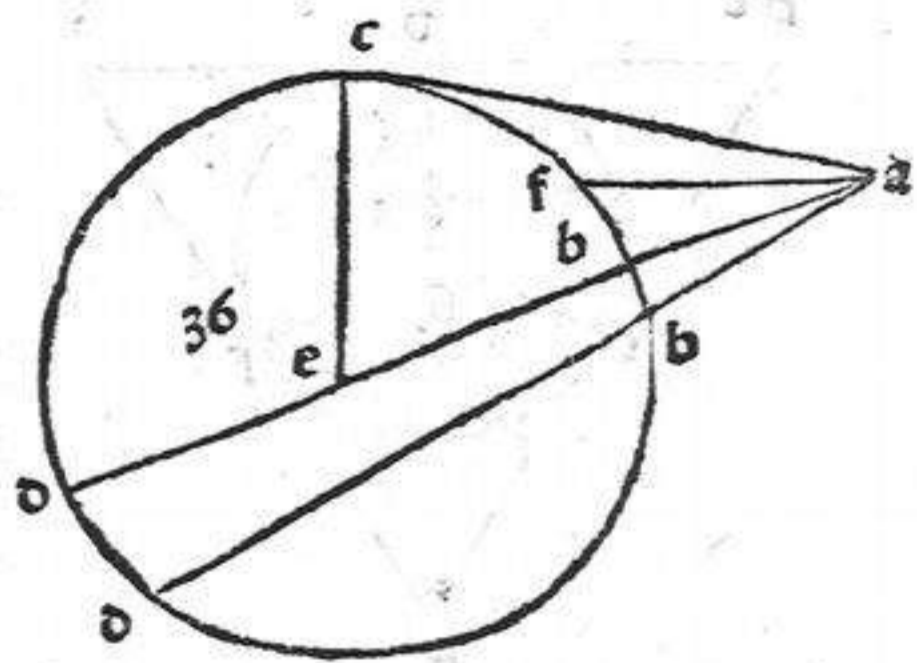
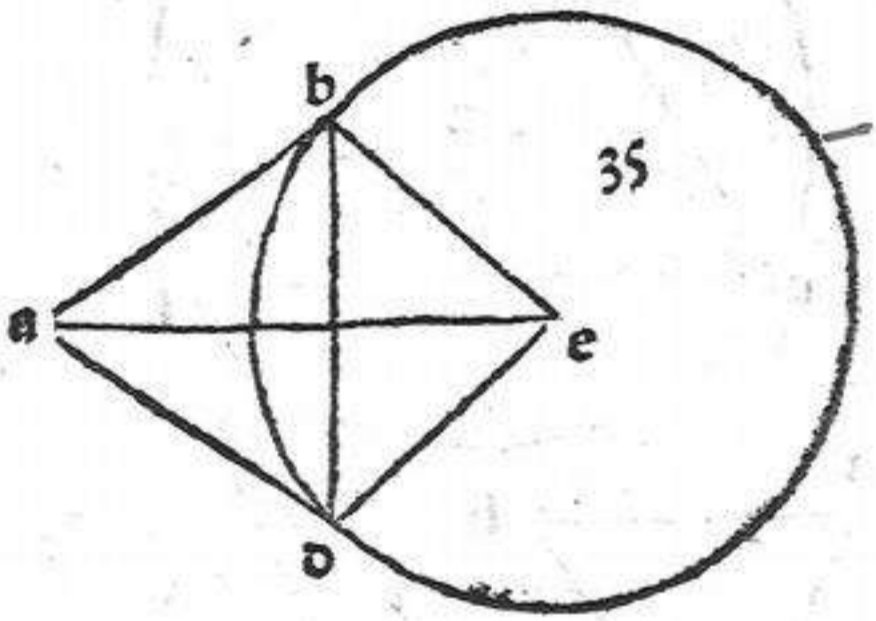
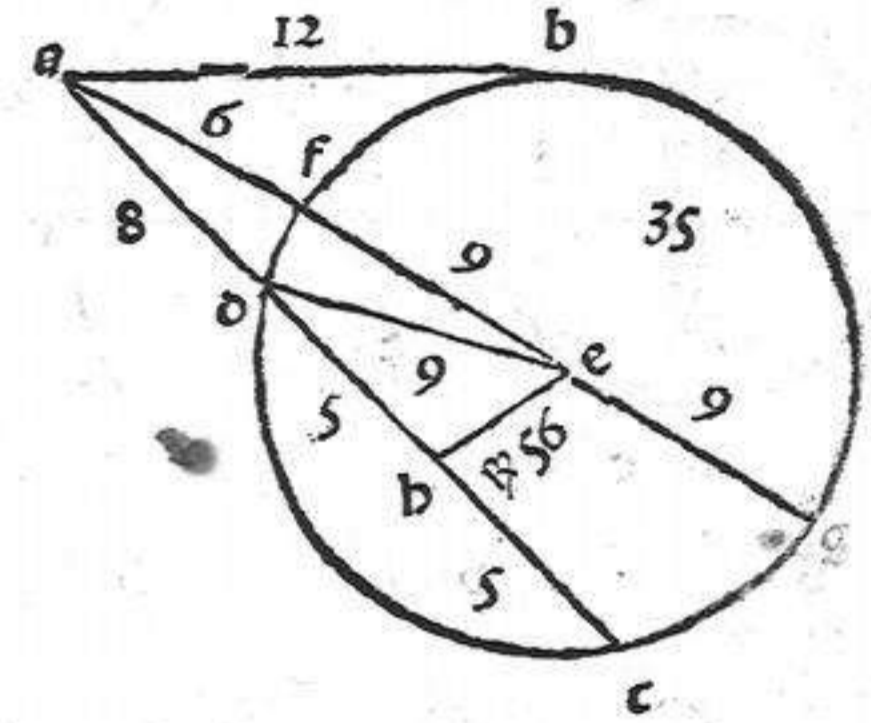
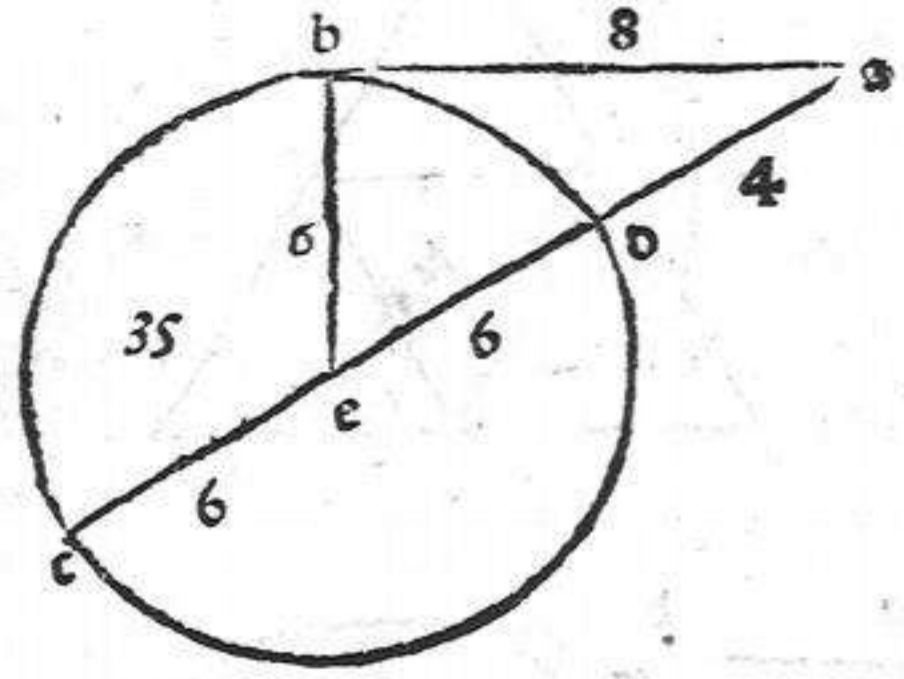


I fuerit p̄ctus ex circulū signatus a quo due linee ad circū ferētia ducantur. altera secās altera circū ferētie applicata fueritq; qd ex ductu totius secātis i p̄te sui extrinsecā equū ei qd ex ductu applicate i se ipfam fit: erit linea applicata ex necessitate circulū p̄ti.

¶ Sit. a. p̄ctus signatus extra circulū b. c. d. cuius centz. e. a quo ducant̄ ad circulū linea. a. b. d. secās ipsum ¶ linea. a. c. applicata circū ferētie. ¶ esto ut qd fit ex. d. a. i. a. b. sit eq̄le qdrato. a. c. dico linea. a. c. eē cōtingentem ¶ hec cōuersa poris. Si. n. nō est contingēs. sit ergo cōtingēs linea. a. f. eritq; p̄ p̄missam qd fit ex. d. a. in. a. b. equale qdrato linee. a. f. qre quadratum linee. a. f. ē equalē qdrato linee. a. c. ergo. a. c. ē eq̄lis. a. f. qd ē i possibile. p̄. 8. huius erit ergo. a. c. cōtingēs qd est p̄positū. ¶ Idē ostē siue p̄babit̄ maneat prior dispositio ¶ ypotēsis. ¶ si linea. a. b. d. trāsīt p̄ centz. ducat̄ linea. c. e. eritq; p̄. 6. secundi qd fit ex. d. a. in. a. b. cū qdrato. e. b. ¶ ideo cū qdrato. e. c. equale qdrato. a. e. sed qd fit ex. d. a. in. a. b. positū ē equale qdrato. a. c. ergo. qdratum. a. c. cū qdrato. c. e. ē equale qdrato. a. e. ergo p̄ ultimā p̄mi angulus. c. ē rectus. ergo p̄ correlariū. 15. huius linea a. c. est cōtingens circulū qd est p̄positum. ¶ Si aut̄. a. b. d. nō trāsīt p̄ centrum ducat̄ a puncto. a. linea trāsītens p̄ centz. ¶ quia qd fit ex hac tota in eius partem extrinsecam ē eq̄le ei quod fit ex. d. a. in. a. b. p̄missam ipsum erit equale qdrato linee. c. a. c. qre ut prius. a. c. erit contingēs circulū.

Castigator

a ¶ Profupponit. n. punctus. c. non posse altius sup circumferētiam poni uel si in inferiore p̄te circuli signet̄ nō posse infimius ¶ tūc semp. a. f. erit minor. a. c. ¶ ideo p̄. 8. huius sequit̄ impossibile. b ¶ Per cōem sciam q̄ est quaz; quadrata sunt equalia lineas quoq; equalis esse. c ¶ Per cōem sciam si fuerint due res uni equalis ipse eedem. d ¶ Nimiz; si ultima p̄mi huic ultime tertiū suffraget̄ cū alie eiusdem primi aliis ubilibet subuenierint. e ¶ Per cōem scientiam duorum equalium cui equatur. unum eidem eq̄tur ¶ reliquū. Explicit liber tertius.



a
17
b
5
c
6
a
b
8
c
6
15
d
e

De figurarum unius alteri inscriptione et circumscriptione Liber quartus. Euclidis ex suprema Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de burgo, Sancti Sepulcri Ordinis minorum castigatore feruentissimo. Incipit.

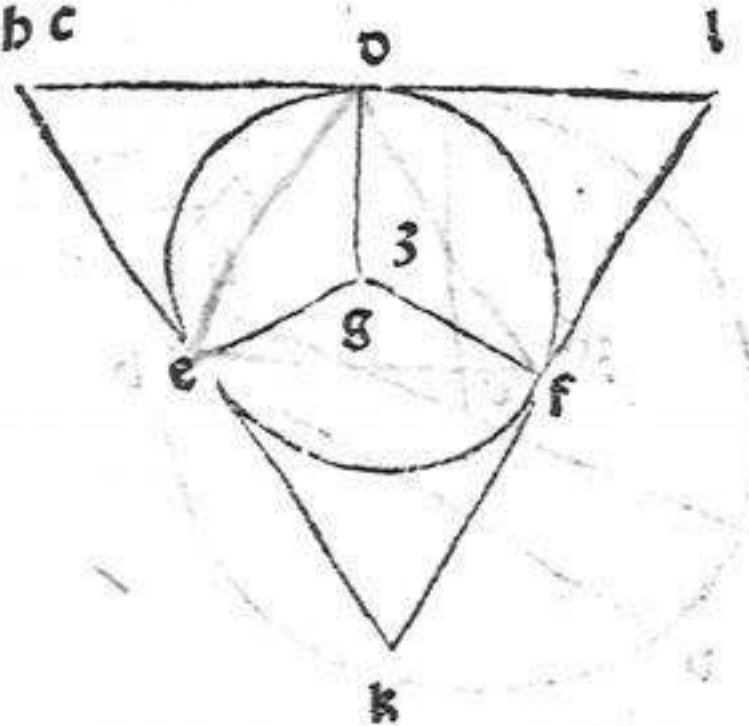
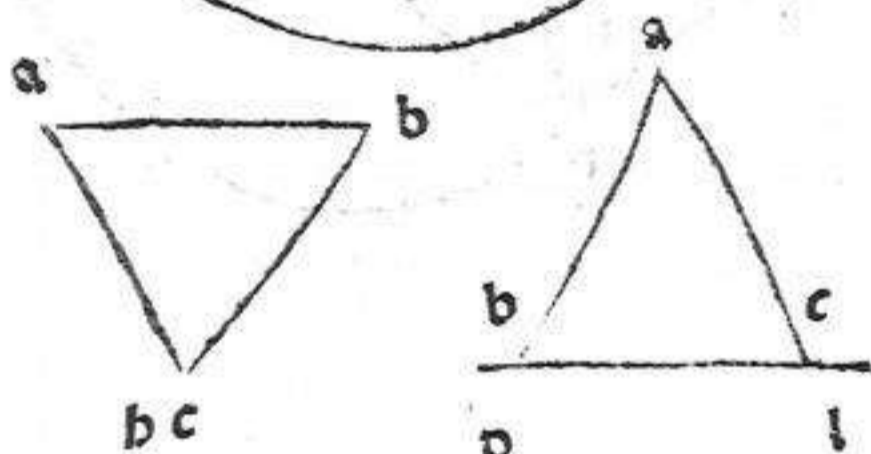
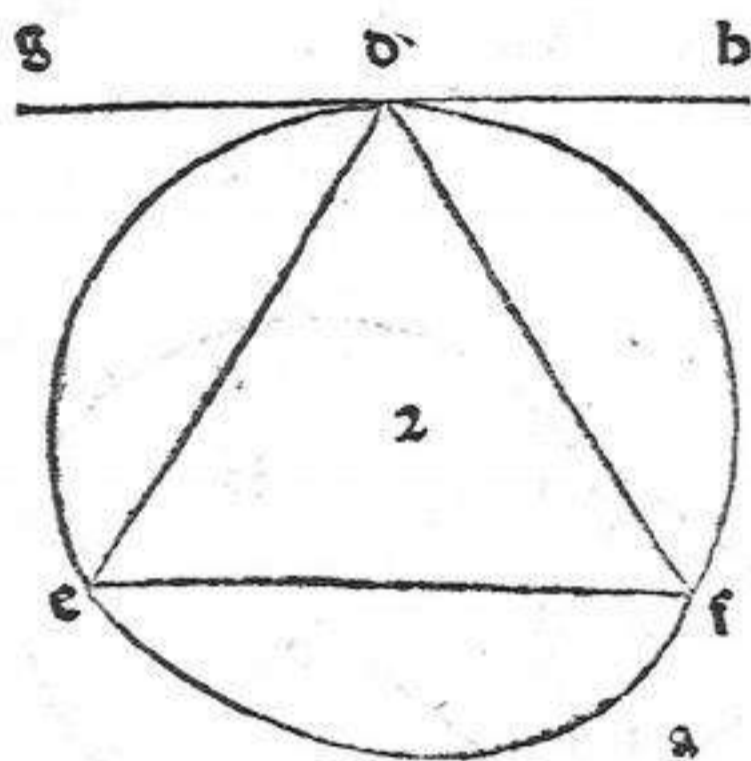
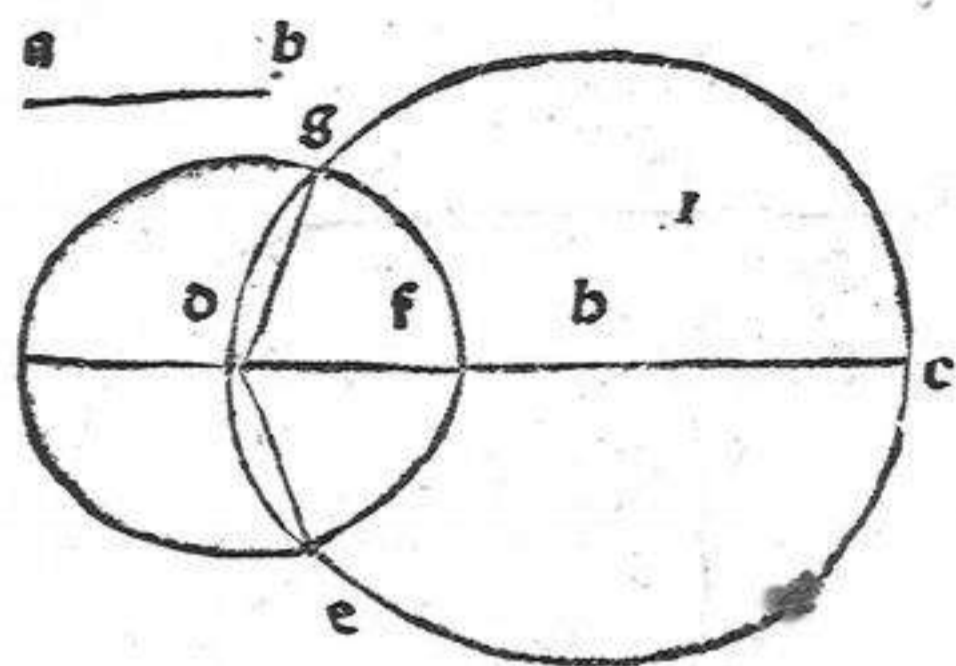
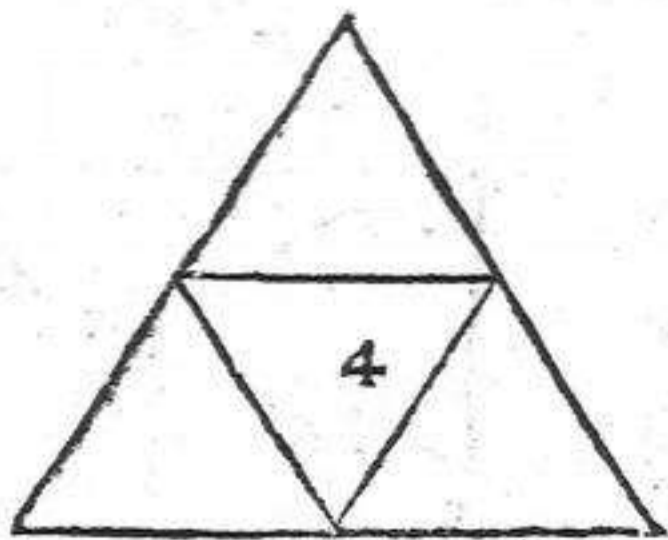


Figura intra figuram dicitur inscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur laterum quoque suorum angulorum ab interiore parte contingit. Circumscribi vero figura figure perhibet quod tiens ea quidem figura eius cui circumscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio .1.



Intra datum circulus date linee recte que diametro minime maior existat equam rectam lineam coaptare.

Sit linea data. a. b. circulusq. datus. c. d. e. cuius diameter c. d. qua non est maior linea. a. b. uolo intra datum circulum coaptare lineam equalem. a. b. si fuerit equalis diametro constat propositum. Si at minor ex diametro sumatur. d. f. sibi equalis et super punctum. d. fm quantitatem linee. d. f. describatur circulus. f. e. g. secans datum circulum in punctis. g. et e. ad altez quorum ducatur linea a puncto. d. ut. d. e. uel. d. g. eritq. utralibet earum equalis linee a. b. eo q. utraq. earum est equalis linee. d. f. per diffinitionem circuli: quare habemus propositum.

Propositio .2.



Intra assignatum circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

Sit assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. nolo intra hunc circulum collocare unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium esse sed est possibile. Produco. g. d. h. contingentem circulum in puncto. d. super quem facio angulum. h. d. f. ducta linea. d. f. equalem angulo. c. et angulum. g. d. e. ducta linea. d. e. equalem angulo. b. et protraho lineam. e. f. eritq. per. 31. tertii angulus. e. equalis angulo. c. quia uterq. est equalis angulo. h. d. f. c. quidem per positionem. e. uero per. 31. tertii eadem ratione erit angulus. f. equalis angulo. b. quare per. 2. primi. d. tertius erit equalis. a. tertio. quare habemus propositum.

Propositio .3.



Intra assignatum circulum assignato triangulo triangulum equiangulum describere

Sint ut prius assignatus triangulus. a. b. c. assignatusq. circulus. d. e. f. cuius centrum. g. circa hunc circulum uolo describere unum triangulum equiangulum triangulo. a. b. c. equilaterum enim non est necessarium sed est possibile. Producam basim. b. c. in utranq. ptem. ut fiant duo anguli extrinseci. et a centro. g. Producam lineam. g. d. ad circumferentiam. et constituam angulum. d. g. e. ducta linea. g. e. equali angulo. b. extrinseci. et d. g. f. ducta linea. g. f. equali. c. extrinseci. et a punctis. d. e. f. producam in utranq. parte lineas orthogonaliter que per correlarium. 15. tertii erunt contingentes cir

31
31
32

15

culum quas contingentes. Protraham quousq; concurrat in punctis. h. k. l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim uterq; angulorum qui sunt ad. d. & uterq; eorum qui sunt ad. e. sit rectus si intelligatur protrahi linea. d. e. erunt duo anguli qui sunt ad partem. h. minores duobus rectis. quare p penultimam petitionem in partem illam protracte concurrent linee. l. d. h. k. e. h. eadem ratione concurrent due linee. h. d. l. k. f. l. cum uterq; angulorum qui sunt ad. f. sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero. h. d. e. g. duo anguli. d. & e. sunt recti. erunt duo anguli. g. & h. equales duobus rectis. cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis. ut monstratum est supra. 32. primi: & quia duo anguli. b. intrinsecus & extrinsecus sunt similiter equales duobus rectis. per. 13. primi: at uero. b. extrinsecus positus e equalis. d. g. erit intrinsecus. b. equalis. h. Simili quoq; ratione erit. c. intrinsecus equalis. l. & quia duo anguli. b. & c. intrinseci sunt minores duobus rectis per. 32. primi: erunt similiter duo anguli. h. & l. minores duobus rectis. quare per penultimam petitionem due linee. h. e. & l. f. protracte concurrent in puncto. k. fietq; triangulus. h. k. l. & quia angulus h. est equalis angulo. b. intrinsecus. & angulus. l. angulo. c. intrinsecus. erit per 32. primi. angulus. k. equalis angulo. a. quare habemus propositum. d. b. d.

32
13
32
32

Propositio 4.

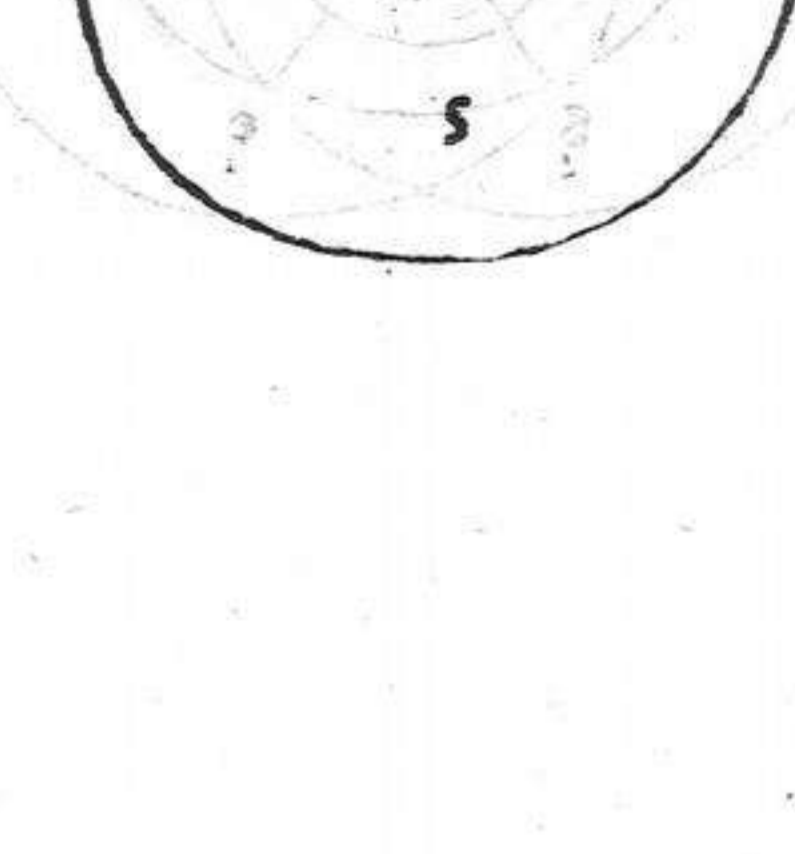
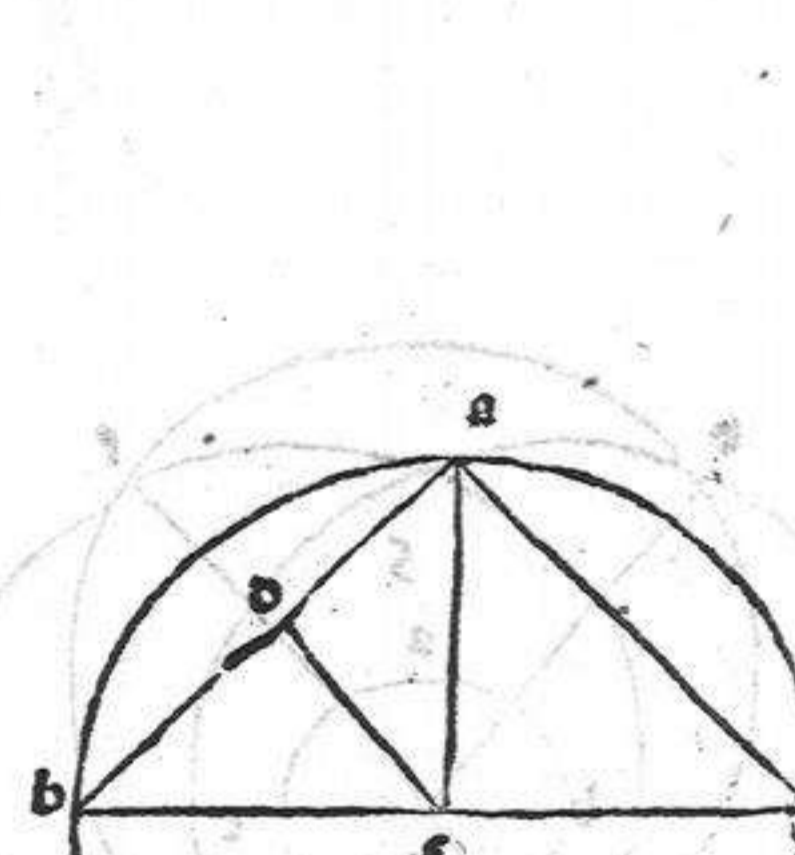
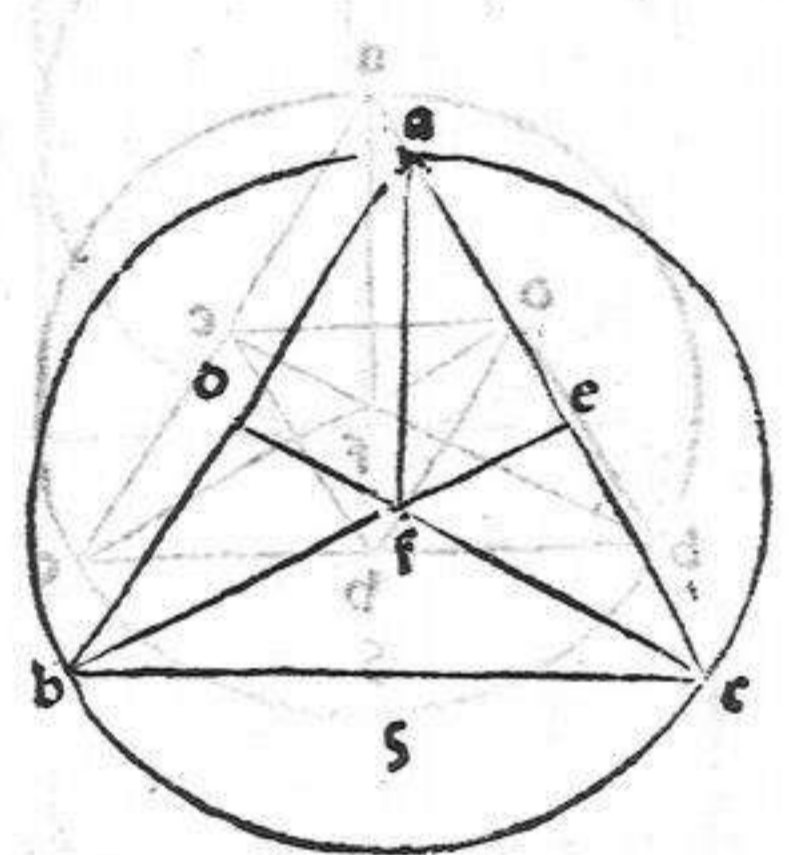
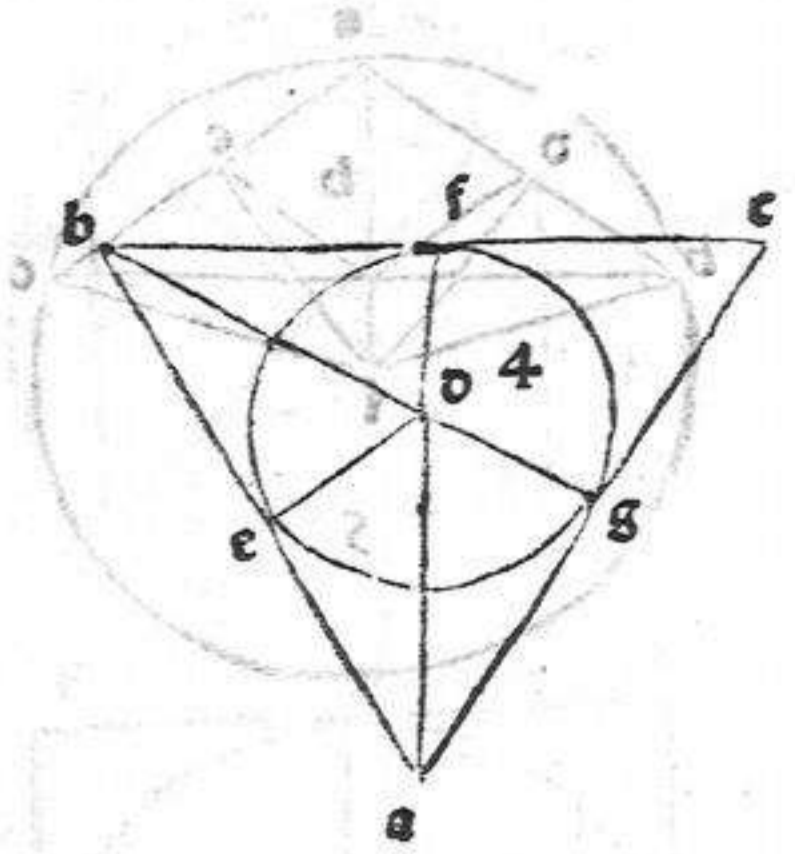
Intra datum triangulum circulum describere. Sit assignatus triangulus. a. b. c. uolo intra ipsum circulum describere. hec est quasi conuersa secunde. ¶ Diuido. n. duos eius angulos. a. & b. per equalia. a. quidem ducta linea. a. d. b. uero. ducta linea b. d. q̄ concurrant in puncto. d. a quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius. d. e. quidem ad a. b. d. f. ad. b. c. & d. g. ad. a. c. & quia duorum triangulorum. e. a. d. & g. a. d. angulus. a. unius est equalis angulo. a. alterius. & uterq; angulorum. e. & g. rectus & latus. a. d. cōe. erit per. 26. primi: linea. d. e. equalis linee. d. g. Eadem rōne cum duorum triangulorum. e. b. d. & f. b. d. angulus. b. unius sit equalis angulo. b. alterius & uterq; angulorum. e. & f. rectus: latus quoq; d. b. cōe: erit per eadem. linea. e. d. equalis linee. d. f. quare tres linee. d. e. d. f. d. g. sunt equales. posito ergo centro in. d. & descripto circulo secundum quantitatem unius earum transibit per. 9. tertii per reliquarum duarum extremitates: & quia per correlarium. 15. tertii unaqueq; linearum. a. b. b. c. & c. a. erit contingens circulum. patet perfectum esse propositum.

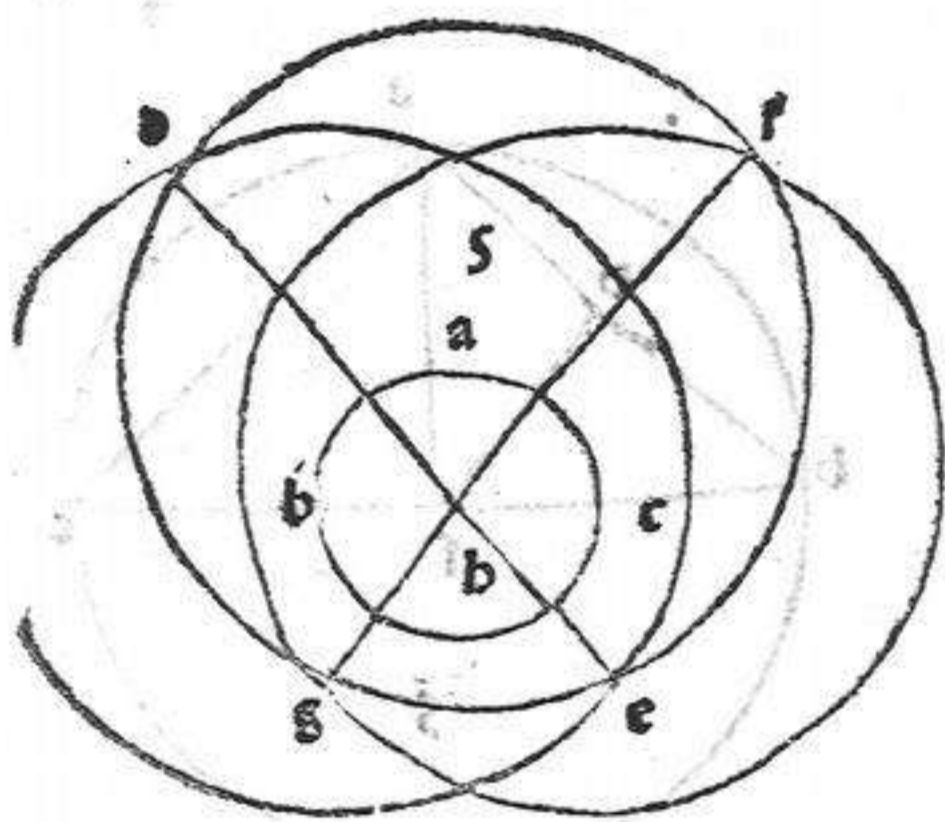
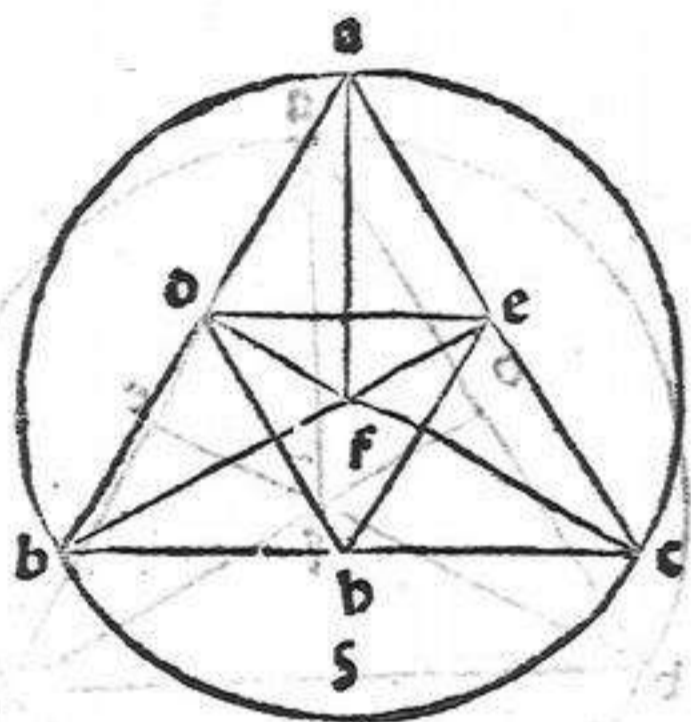
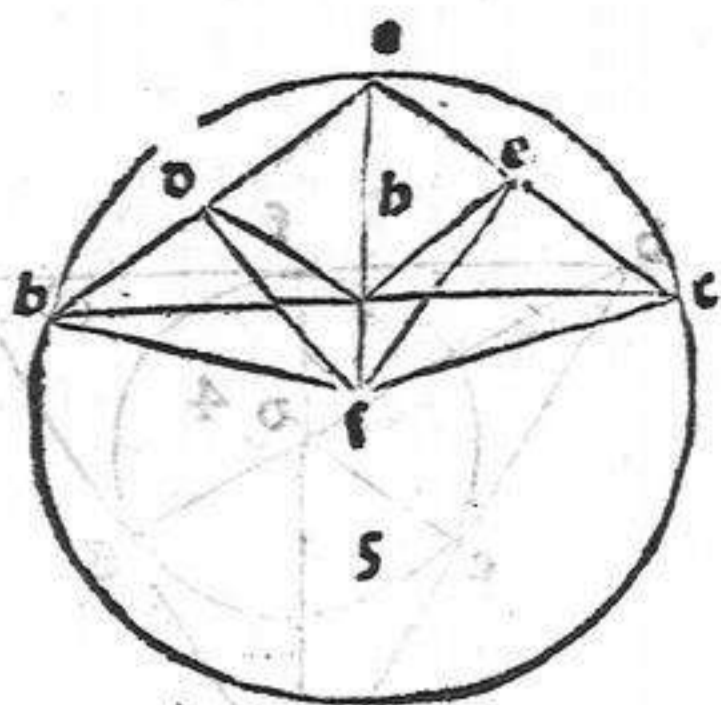
26
9
15

Propositio 5.

Intra trigonum assignatum siue illud sit orthogonium siue amblygonium. siue oxigonium circulum describere. Sit trigonus assignatus. a. b. c. uolo circa ipsum describere circulum hec est quasi conuersa tertie. ¶ Diuido duo eius latera. a. b. & a. c. per equalia. a. b. quidem in puncto. d. & a. c. in puncto. e. a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas. a. b. & a. c. q̄s protraho quousq; concurrant in puncto. f. sintq; d. f. & e. f. cōcurrēt enim qm̄ cum uterq; angulorum. d. & e. sit rectus si intelligatur protrahi linea. d. e. fient duo anguli ad partem in quam protrahuntur minores duobus rectis: quare concurrent p penultimam petitionem. Igitur a puncto. f. q̄ est punctus concursus quem dico esse centrum circuli quesiti. Protraho lineas ad singulos angulos que sunt. f. a. f. b. f. c. & quia in triangulo. a. d. f. duo latera. a. d. & d. f. sunt equalia duobus lateribus. b. d. & d. f. trianguli. b. d. f. & angulus. d. unius angulo. d. alterius: quia uterq; rectus: erit per quartam primi. f. a. equalis. f. b. eadē rōne erit. f. a. equalis. f. c. cōpatis lateribus & angulis duorum triangulorum. a. e. f. & c. e. f. ergo per. 9. tertii punctum. f. erit centrum circuli quesiti. hec est uniuersalis demonstratio ad oēs spēs trigoni. ¶ Quia tñ auctor uidet uelle medium uariare disiungendo inter orthogonium amblygonium & oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. ¶ Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq; angu

4
9





lus. a. rectus latus. b. c. respiciens hunc angulum rectum diuido per equalia in. f. a quo puncto quem dico esse centz^o circuli ad medium punctum alterius duoz^o reliquoz^o laterum qui sit. d. duco lineam. f. d. & quia linea f. d. diuidit duo latera. a. b. & b. c. trianguli. a. b. c. per equalia: ipsa erit equidistans tertio. uidelicet linee. a. c. hoc enim demonstratum est supra. 39. primi: & quia angulus. a. positus est rectus. erit per secundam partem & per tertiam. 29. primi: uterq; angulorum qui sunt ad. d. rectus ducatur igitur linea. f. a. eritq; p^o quartam primi: linea. a. f. eqlis linee. b. f. comparatis adin uicem lateribus & angulis trianguloz^o. a. d. f. b. d. f. & quia linea. b. f. est eqlis linee. c. f. erit. 3. linee. b. f. a. f. c. f. adin uicem equales. quare per. 9. tertii erit f. centrum circuli quesiti. ¶ Sit rursus trigonus. a. b. c. ambli goni us. sitq; angulus. a. obtusus latus. b. c. respiciens hunc angulum obtusum. diuido p^o equalia in punco. h. a quo ad media puncta duorum reliquorum lateru que sunt. d. & e. duco lineas. h. d. & h. e. eritq; d. h. equidistans. a. c. & e. h. eq distans. a. b. propter id quod demonstratum est supra. 39. primi: uidelicet q^o linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia. tertio est equidistans: quare per secundam partem. 29. primi erit uterq; duorum anguloz^o b. d. h. & c. e. h. equalis angulo. a. & ideo uterq; obtusus. Ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. quousq; concurrant in puncto. f. quem dico esse centz^o circuli. Manifestum est enim eas concurrere propter causam prius dictam. secabit utraq; earum lineam b. c. q^o respicit obtusum & concurreret extra^a triangulum. a. b. c. igitur a puncto. f. qui est punctus concursus earum: Produco lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi bis assumptam erunt equales comparatis p^omo lateribus & angulis duorum triangulorum. a. d. f. b. d. f. deinde aliorum duorum. a. e. f. c. e. f. quare per. 9. tertii. f. est centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum ut trigonus. a. b. c. sit oxigoni us diuisis omnibus eius lateribus per equalia: uidelicet latus. a. b. in puncto. d. & latus. a. c. in puncto. e. & b. c. in puncto. h. Protraho lineas. d. e. d. h. & e. h. eritq; d. h. equidistans. a. c. & e. h. a. b. propter id quod demonstratum est super. 39. primi: quare per secundam partem 29. primi: uterq; angulorum. b. d. h. c. e. h. erit equalis angulo. a. & ideo acutus: ductis igitur perpendicularibus. d. f. ad lineam. a. b. & e. f. ad lineam. a. c. manifestum est eas concurrere intra^b triangulum. a. b. c. sitq; punctus concursus. f. quem dico esse centru circuli. ¶ Produco enim lineas. f. a. f. b. f. c. que per quartam primi: bis assumptam ut prius erunt equales: quare p^o 9. tertii erit. f. centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patetq; si triangul^o fuerit orthogoni us centrum circuli circumscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambli goni us centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigoni us cadet intra triangulum.

Castigator

a ¶ Per conuersionem secunde partis. 30. tertii & per conuersionem tertie partis eiusdem. ¶ Aliter enim rectus eet equalis obtuso uel maior obtuso ideo extra de necessitate ad hoc facit correlarium. 39. primi. & 2. 6. b ¶ Aliter enim rectus egeretur acuto uel esset eo minor. ¶ Ex ista quinta elicitur modus coniungendi tria puncta ubicunq; fuerint posita in eadem circumferentia hoc est inueniendi centrum eis commune describendo circulos super unumquodq; eorum & a punctis intersecationum ipsoz^o protractis duabus lineis & ubi ille se intersecabunt illic erit centrum quem admodum habes in ludis nostris de uiribus quantitatis. Et hic sint illa puncta. a. b. c. dummodo non sint situata in linea una quia tunc esset impossibile in curuo suscipere rectum. Fiat prius unus circulus super unu punctonum coprehedens omnia puncta illa intra se & postea describantur duo alii circuli super alia duo puncta. & a punctis intersecationum istorum uelud. f. g. & d. e. ducantur linee & punctus intersecationis istaru erit centrum commune illis tribus ut hic.

Propositio .6.

Intra datum circulum quadratum describere.



Sit datus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter supra cetum e. quarum extremitates coniungo protractis lineis. a. b. b. c. c. d. & d. a. quas dico continere quadratum quesitum.

Ipse enim erunt equales adinuicem per quartam primi ter assumptam propter id quod quatuor linee e. a. e. b. e. c. & e. d. sunt equales. & quatuor anguli qui sunt a. e. recti. & unusquisq. quatuor angulorum .a. b. c. & d. e. rectus per primam partem. 30. tertii: propter id quod quilibet eorum e in semicirculo erit igitur. a. b. c. d. quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Propositio .7.

Intra propositum circulum quadratum describere.



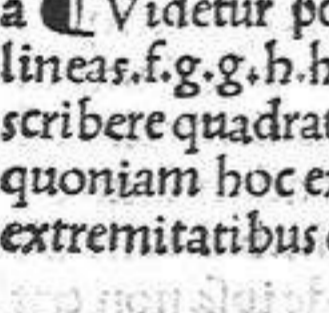
Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrum. e. uolo circa ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secantes se orthogonaliter sup centrum. e. a quarum extremitatibus duco in utraq. partem lineas orthogonaliter quousq. qlibet earum cōcurrant cū duabus lateralibus suntq. pūcta cōcursus eaz. f. g. h. k. eritq. p correlarium 15. tertii uterq. anguloꝝ qui sunt ad unūqueq. quatuor punctoꝝ. a. b. c. d. rectus: quia ergo in qdrilatero. a. f. b. e. tres anguli. a. b. & e. sunt recti: erit quartus angulus qui est. f. rectus: habet. n. quodlibet quadrilaterum quatuor angulos eqles qtuor rectis: ut demonstratum est supra. 32. primi: eadē rōne quilibet angulorum. g. h. & k. erit rectus: ergo p secundam ptem. 28. pmi. due linee. f. g. & k. h. Itemq. due. f. k. & g. h. sunt eqdistantes. ergo p 34. primi. f. k. est equalis. g. h. & f. g. k. h. & quia p eandem. f. k. est equalis h. d. & f. g. a. c. At uero. b. d. est equalis. a. c. erunt quatuor linee. f. k. g. h. f. g. & k. h. equales: sed & qtuor anguli. f. g. k. h. sunt recti: ut probatum est p us. ergo. f. g. k. h. est quadratum per diffinitionem quod est propositum.

Castigator.

Videtur potius per illud correlarium. 15. tertii uelle in nuere qtuor lineas. f. g. g. h. h. k. & k. f. esse cōtingentes circulū cū ppositum sit ei. circū scribere quadratū q q anguli illi qtuor ad dicta qtuor pūcta esse rectos. quoniam hoc ex ypotesi ex protractione linearum orthogonaliter ab extremitatibus diametrorum est manifestum.

Propositio .8.

Intra quadratum assignatum circulum describere.



Sit quadratum assignatū. a. b. c. d. uolo intra ipsum describere circulū hec e qsi cōuersa. 6. diuido unūquodq. latꝝ eius p eqlia. a. d. qdem in puncto. f. b. a. in puncto. g. c. b. in puncto. h. & d. c. in puncto. e. & pduco lineas. e. g. & f. h. secātes se in pūcto k. que dico ee centꝝ circuli. Erit. n. f. h. equidistās & eqlis a. b. per. 33. pmi: pp id quod. a. f. & b. h. sunt eqles & eqdistātes. Similiter p eādē & d. c. a. b. & quia oēs medietates qtuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem equales erunt p. 34. pmi: quatuor linee. k. e. k. f. k. g. & k. h. equales ergo p. 9. tertii. k. est cetrum circuli qstiti.

Per cōem sciam quorum tota sunt equalia dimidia quoq. eqlia ee.

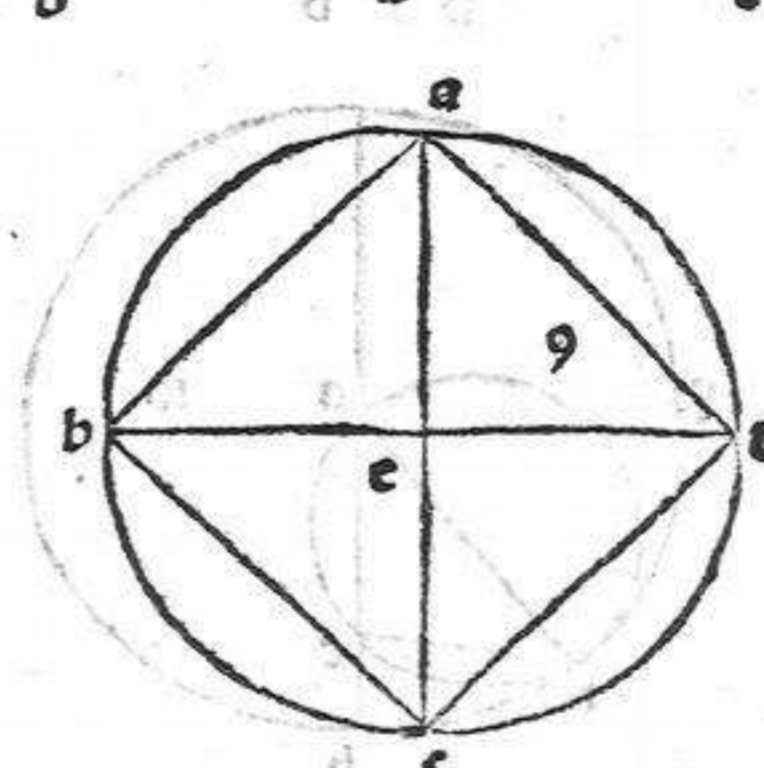
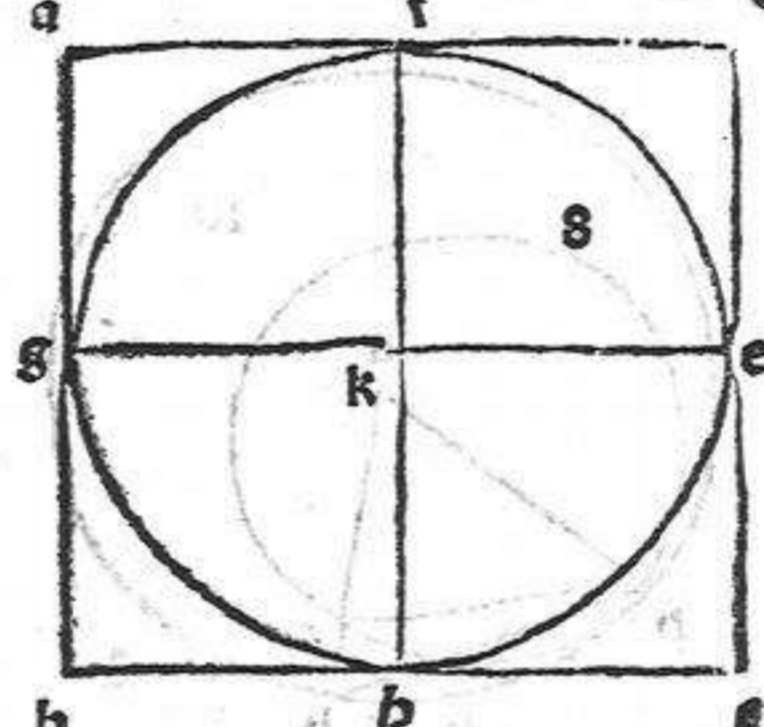
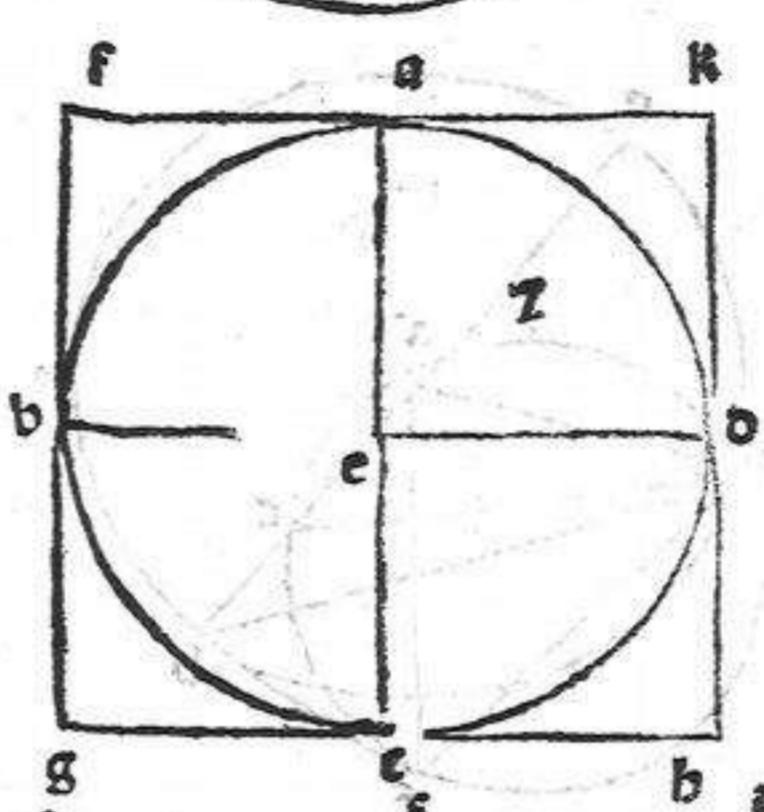
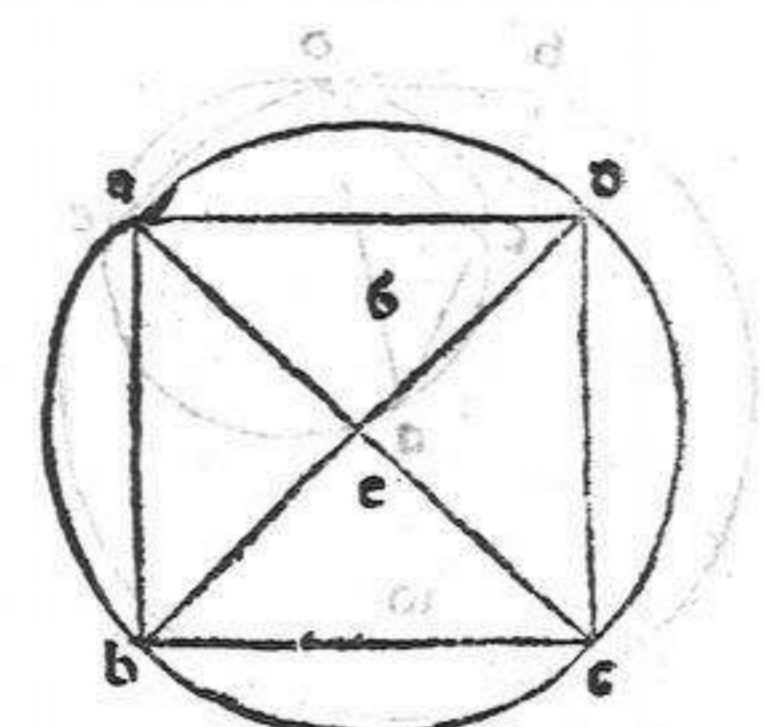
Propositio .9.

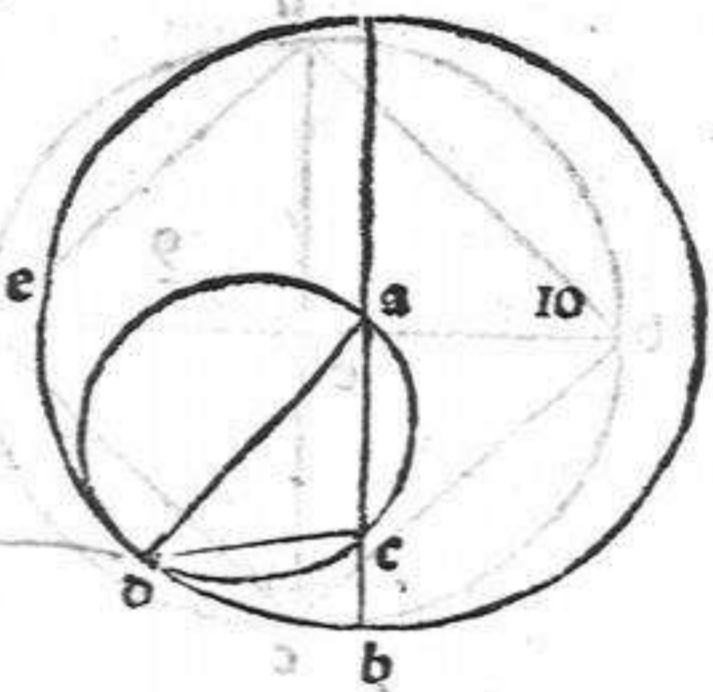
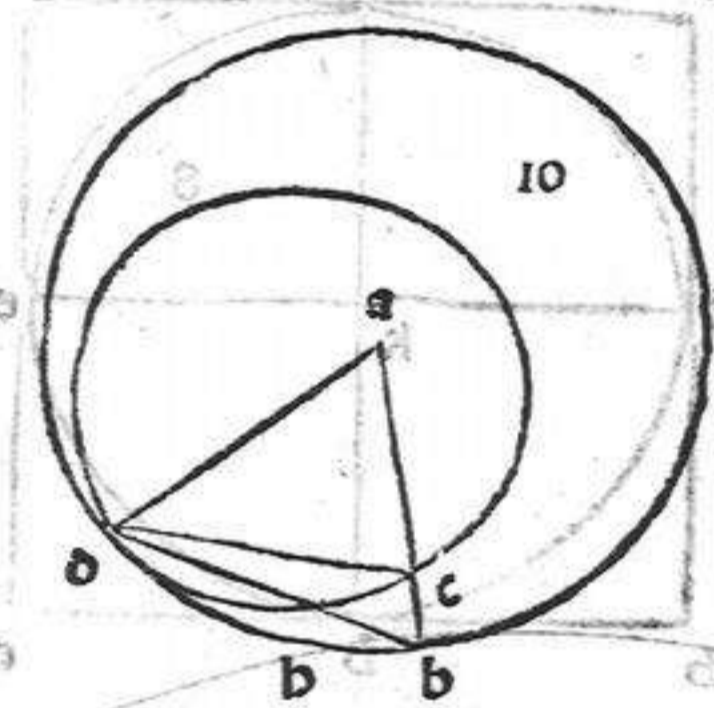
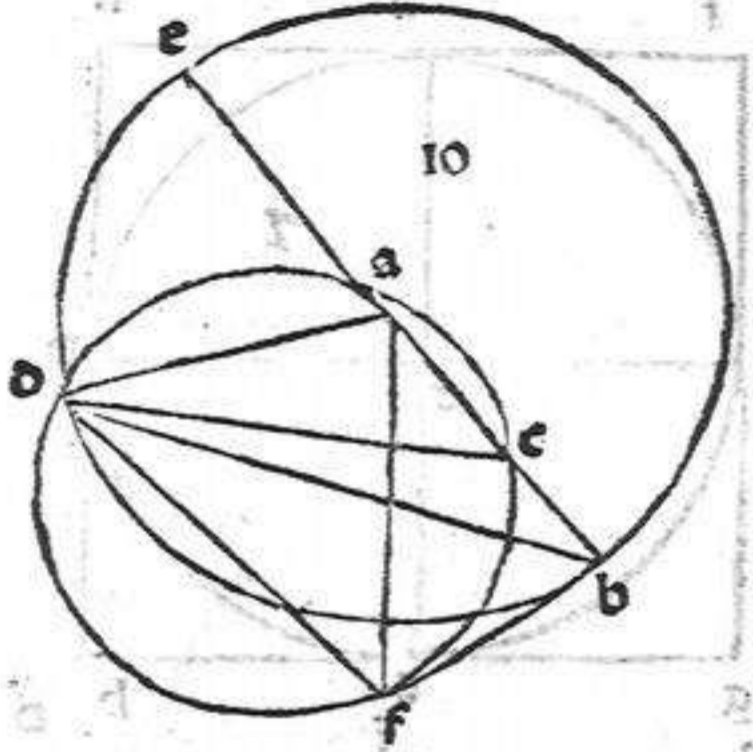
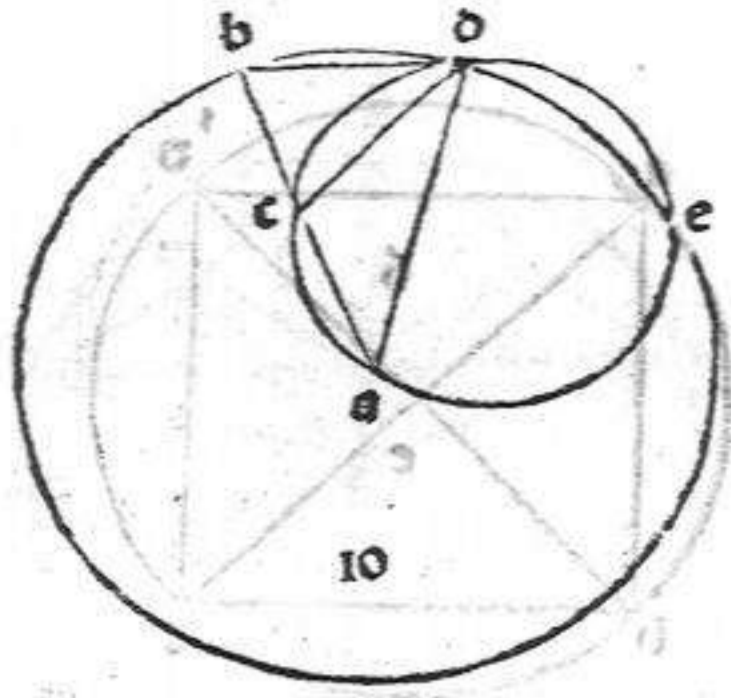
Intra assignatum quadratum circulum describere.



Sit qdratum. a. b. c. d. uolo circa ipsum circulum describere. hec est qsi cōuersa. 7. Protraho in ipso duas diametros. a. c. & b. d. secātes se in puncto. e. que dico ee centꝝ circuli. Cum. n. linee. a. d. & e. a. b. sint eqles erūt p. 5. pmi. āgu li. a. d. b. & e. a. b. d. eqles. & qa angulus. a. totalis e rectus. erit p. 32. pmi: uterq. eoz medietas recti. Simili quoq. mō pbabit quelibet ptialium angulorum a predictis diametris & lateribus qdrati ppositi

bet ptialium angulorum a predictis diametris & lateribus qdrati ppositi





contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus. e. a. d. est equalis angulo. e. d. a. erit per. 6. primi linea. e. a. equalis linee. e. d. eadem ratione. erit. e. a. equalis. e. b. & e. c. equalis. e. d. quare quia quatuor linee. e. a. e. b. e. c. d. sint equales. erit per. 9. tertii. e. centz. circuli q̄siti. q̄d est p̄positū.

Castigator

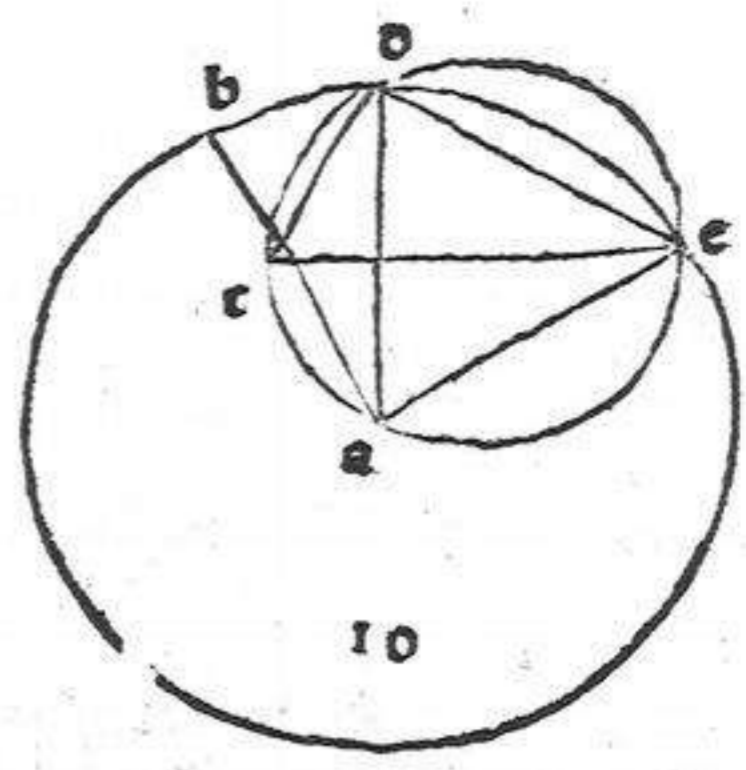
¶ Per conceptionem si fuerint due res quarum utraq. unius eiusdem fuerit dimidiū. Potius per istā si due res equales uni tertie fuerint equales utraq. illius tertie erit dimidium. ¶ Ista habet ortum ex. 9. tertii decimi. ¶ Ibi clarius formatur huiusmodi triangulus.

Propositio .10.

Eum equalium laterum triangulus designare. cuius uterq. duorum angulorum quos basis optinet reliquo duplus existat.

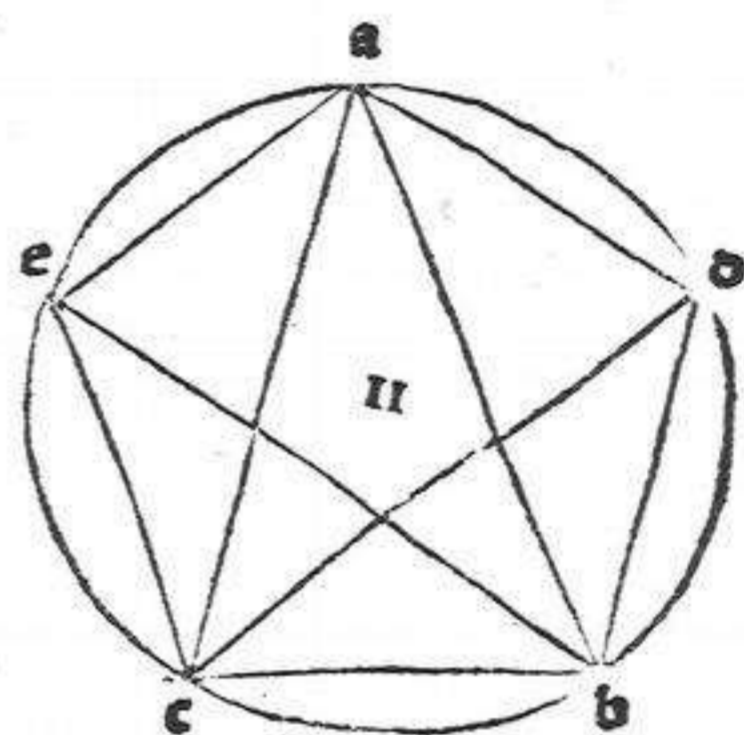
¶ Intentio est describere unū triangulum duum equalium laterum & tertii ineqlis cuius uterq. anguloz q̄ super latz quod est reliquis inequale existunt ad tertium duplus existat. Ad hoc aut̄ faciendum sumat. linea qlibet que sit. a. b. que dividatur fm q̄ docet. ii. secundi in puncto. c. ita q̄ illud quod fit ex. a. b. in. b. c. sit equale quadrato. a. c. factoq. puncto. a. centro fm ipsius quantitatē describatur circulus. b. d. e. intra quem per p̄mam huius coaptetur linea. b. d. qualis linee. a. c. & pducantur due linee. d. a. d. c. dico triangulum. a. b. d. esse qlis p̄ponitur. ¶ Circūscribat circulus qui sit. d. c. a. per. 5. huius triāgulo. d. c. a. Quia ergo linea. d. b. est equalis. linee. a. c. erit quod fit ex a. b. in. b. c. equale quadrato linee. b. d. quare per ultimam tertii. b. d. linea est cōtingens circulum. d. c. a. & per. 31. eiusdem angulus. c. d. b. est equalis angulo. c. a. d. ¶ Posito ergo cōi angulo. c. d. a. erit totus angulus. b. d. a. equalis duobus angulis. c. a. d. c. d. a. sed per. 32. primi angulus. b. c. d. est eq̄lis eidem quia extrinsecus ad ipsos. ergo angulus. b. d. a. est equalis angulo. b. c. d. & quia angulus. a. d. b. est equalis angulo. a. b. d. per. 5. primi eo q̄ latera. a. d. & a. b. sunt equalia. erit angulus. b. c. d. equalis angulo. c. b. d. ergo per. 6. primi. linea. c. d. est equalis linee. b. d. quare & linee. c. a. ergo per. 5. primi angulus. c. a. d. est equalis angulo. c. d. a. Quia ergo uterq. angulorum. c. d. b. & c. d. a. est equalis angulo. c. a. d. erit totus angulus. b. d. a. duplus ad angulum. d. a. b. & ideo angulus. a. b. d. sibi equalis. duplus est et̄ ad angulum. b. a. d. quod est p̄positum. ¶ Forsan dicet aduersarius circulum. d. c. a. circūscriptum trigono partiali secare circulum. b. d. e. in aliquo puncto arcus. b. d. ita q̄ simul secabit lineam. b. d. unde ipsa non erit circulo applicata. sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile ē ut ponit aduersarius & a puncto. b. ducatur ad ipsum circulum minorem contingens. b. f. & ducantur linee. f. a. f. d. eritq. per penultimam tertii quod fit ex. a. b. in. b. c. equale quadrato. b. f. ergo. b. f. est equalis. b. d. quare per. 5. primi angulus. b. f. d. est equalis angulo. b. d. f. & quia per. 31. tertii angulus. b. f. a. est equalis angulo. a. d. f. erit angulus. b. d. f. maior angulo. a. d. f. quod est impossibile. cum ipse sit pars eius. ¶ Ali ter possumus istud refellere & ostēdere q̄ ille minor circulus nullo modo secabit lineam. b. d. forsā enim diceret q̄ secaret eam non secando arcū d. b. maioris circuli. Si enim possibile est q̄ secet eam. sit hoc in p̄cto. h. eritq. quod fit ex. a. b. in. b. c. equale ei quod fit ex. d. b. in. b. h. Monstratum est enim supra penultimam tertii q̄ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur. equalia sunt adinuicem; & quia quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. b. d. erit q̄d fit ex. d. b. in. b. h. equale quadrato. d. b. quod est impossibile per secundam secundi; quare constat propositum. ¶ Et nota q̄ minor circulus necessario secabit maiorem & abscindet ab eo arcum unum. equalē arcui. b. d. & maior abscindet similiter ab eodem unum arcum equalē arcui. d. c. Quod sic probatur. si enim minor non secat maiorem. contingit ergo ipsum in puncto.

d. ¶ quia per .11. tertii circulorum se contingentium centra. ¶ punctus cō
 tactus sunt in linea una. erit cētrum minoris circuli in linea. a. d. propter
 hoc q̄ in ea est centrum maioris ¶ punctus contactus. ergo per .17. tertii
 angulus. a. d. b. est rectus quare similiter ¶ angulus. a. b. d. sibi equalis est
 a rectus quod est impossibile. per. 32. primi. Secet ergo ipsum in pūctis. e.
 d. dico arcum. e. d. maioris esse equalem arcui. d. b. ¶ arcum. e. d. minoris
 esse equalem arcui. d. c. p̄duco lineas. d. e. c. e. ¶ e. a. eritq; per. 26. tertii unus
 quisq; q̄tuor angulorum qui sunt. d. e. c. c. e. a. d. a. c. ¶ a. d. c. equalis ali
 b p̄pter id qd̄ duo arcus. d. c. ¶ e. a. b̄ sunt equales. per. 27. eiusdem quare to
 talis angulus. a. e. d. duplus est ad angulum. b. a. d. ¶ ideo equalis utriq;
 angulorum. a. b. d. ¶ a. d. b. ¶ quia angulus. a. e. d. est equalis angulo. a. d.
 e. per. 5. primi; propter id quod. a. e. ¶ a. d. sunt equales a centro ad circū
 c ferentiam. erunt duo anguli. e. d. trianguli. a. e. d. equales duobus angu
 lis. d. ¶ b. trianguli. a. d. b. ergo per. 32. primi; reliquus angulus. a. ¶ unius
 est equalis reliquo angulo. a. alterius; ergo per. 25. tertii arcus. e. d. maioris
 est equalis arcui. d. b. ¶ per eandem arcus. e. d. minoris est equalis arcui. d.
 c. ¶ hoc est quod proposuimus.



Castigator

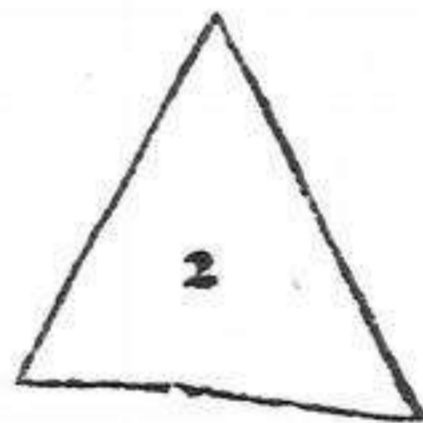
a ¶ Quia ut ibi omnium est quod sit ex tota secante in partem sui extri
 secam equale est quadrato lineae contengentis ¶ cum b. f. modo sit con
 tingens per aduersarium ideo ¶ c. Et quoniam rectangulum. a. b. in. b. c.
 ex ypothesi est equale quadrato lineae. a. c. quia sic fuit diuisa linea. a. b.
 ex .11. secundi erit. b. f. equalis. a. c. per communem scientiam que est qua
 dratorum equalium latera esse equalia ¶ per consequens. b. f. etiam esteq̄
 lis. b. d. quom b. d. locata fuerit in circulo maiori ad equalitatē. a. c. ex p̄
 ma ypothesi ex quibus cuncta sequentia manifeste patent. ¶ Facilius for
 matur iste triagulus. 10. huius secundum mōm habitum in. 9. tertii decimi
 uidelicet duobus lateribus exagoni ¶ basi que sit latus decagoni uno ¶
 eodem circulo in scriptorum tunc quilibet angulus ad basim duplus erit
 ad reliquum ut ibi declaratur. b ¶ Quia per primam dispositionem
 huius. d. c. fuit inuēta equalis. d. b. que quidem. d. b. posita fuit eqlis. a. c.
 ¶ ideo. d. c. ¶ c. a. sunt eq̄les ¶ iō concluditur per primam partem. 27. tertii
 arcus esse equales. ¶ Cū angulus. b. f. d. totalis sit maior ipso. a. d. f. sequi
 tur angulum. b. d. f. sibi equalem esse maiorem eodem. a. d. f. ideo impos
 sibile quoniam. b. d. f. est pars ipsius. a. d. f. ¶ Quia triagulus haberet duos
 angulos rectos actu quod est impossibile per dictam. 32. primi. c ¶ Per
 communem sciam que est quorum dupla seu quorum tota sunt equalia
 sub dupla quoq; seu tota sunt equalia.



Propositio .11.

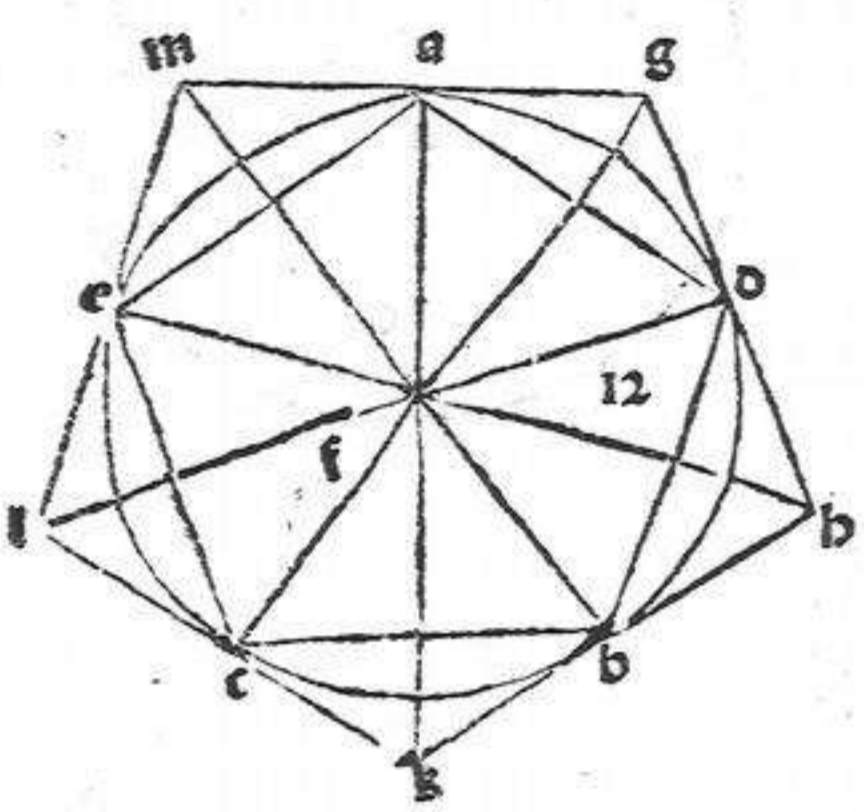
Letra datum circulum equilaterum. atq; equian
 gulum pentagonum describere.

a ¶ Sit datus circulus. a. b. c. uolo intra ipsum describere pē
 thagonum unum. equilaterum atq; equiangulum. ¶ Desi
 gno triangulum unum qualem premisa p̄pōit. qui sit. 2.
 cui alium equiangulum intra datum circulum describo.
 b sicut docet secunda huius; qui sit. a. b. c. sitq; uterq; angulorum. a. b. c. ¶ a.
 c. b. duplus ad angulum. c. a. b. utrūq; eorum diuido per a equalia ductis li
 neis. b. e. ¶ c. d. eruntq; per. 25. tertii. 5. arcus in quos. 5. puncta. a. d. b. c. e. di
 uidunt circulum adinuicem equales. propter id quod quinq; anguli qui
 in dictos arcus cadunt sunt adinuicem equales. ¶ Continuatis igitur illis
 quinq; punctis per lineas rectas que sunt. a. d. d. b. b. c. c. e. ¶ e. a. erit pen
 thagonus. a. d. b. c. e. inscriptus dato circulo qualis proponitur. ¶ Est enī
 equilaterus per. 28. tertii cum. 5. arcus; quorum eius quinq; latera sunt cor
 de; sint adinuicem equales. ¶ etiam equiangulus per. 26. eiusdem eo q̄
 quinq; arcus. d. a. e. a. e. c. e. c. b. c. b. d. ¶ b. d. a. in quos anguli ipsius pēth
 a goni cadūt sunt adinuicem equales; b̄ sicq; constat propositum.



Castigator.

a ¶ Per cōmunem sciētiam si equalibus equalia addas cū arcus. a. d. sit equalis arcui. e. c. per. 25. addito utriq; arcu. a. e. erit arcus d. a. e. equalis arcui. a. e. c. & sic de reliquis. b ¶ Pari modo potest deduci per quartā primi angulos duos qui sunt ad. f. esse equales. Nam duo latera. a. f. & a. g. trianguli. a. f. g. equantur duobus lateribus d. f. & d. g. trianguli. d. f. g. uidelicet latus. a. f. primi lateri. d. f. secundi per diffinitionem circuli & centri. Et latus. a. g. eiusdem primi lateri. d. g. secundi per penultimam tertii & angulus. f. a. g. primi angulo. f. d. g. secundi. qm̄ uterq; rectus ex ypothesi. ergo reliqui anguli unius reliquis angulis alterius unusquisq; suo relatiuo. s. āgul⁹. a. f. g. angulo d. f. g. & angul⁹. a. g. f. āgulo. d. g. f. igit̄ &c.



Propositio .12.



I circa propositum circulum pentagonum equilaterum atq; equiangulum designare.

¶ Sit propositus circulus. a. b. c. cuius cētrum. f. uolo circa ipsum designare pentagonum equilaterum atq; equiangulum. ¶ Supra circumferentiam ipsius circuli quasi s̄m doctrinam premisse sibi inscripsissem pēthagonum quinq; puncta angularia notabo. que sunt. a. d. b. c. e. ad que a centro ducam lineas. f. a. f. d. f. b. f. c. f. e. & ab eisdem punctis educam perpendicularares ad istas lineas in utranq; partem quousq; concurrant in punctis. g. h. k. l. m. eruntq; hee linee contingentes circulum per correlarium. 15. tertii; & ad ista puncta concursus ducam a centro lineas. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. Et quia monstratum est super penultimam tertii; q̄ si ab aliquo puncto extra circulum signato due linee contingentes ad ipsum circulum ducantur q̄ ipse erunt equales. erit. linea. g. a. equalis linee. g. d. & h. d. h. b. & sic de ceteris. At quoniam quinq; arcus in quos quinq; puncta. a. d. b. c. e. diuidunt circulum. sunt adinuicem equales. erunt per. 26. tertii quinq; anguli. a. f. d. d. f. h. b. f. c. c. f. e. e. f. a. consistentes super hos arcus in cētro. f. sibi inuicem equales. Sunt autem duo latera. a. g. & f. a. trianguli. f. g. a. equalia duobus lateribus. d. g. & f. d. trianguli. f. g. d. & latus. g. f. cōmune. ergo per. 8. primi duo anguli eorum qui sunt. ad. f. Itemq; duo anguli qui sunt ad. g. sunt adinuicem equales. eadem ratione duo anguli qui sunt ad. f. in triangulis. d. f. h. & h. f. b. Itemq; duo qui sunt. ad. h. sunt adinuicem equales. Similiter quoq; singuli trium reliquorum angulorum qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. & singuli trium. qui sunt. k. l. m. diuidantur p̄ equalia. primi quidem per lineam. f. k. secūdi per lineam. f. l. tertii uero per lineam f. m. & quia hii tres anguli qui sunt. b. f. c. c. f. e. e. f. a. sunt sibi inuicem equales & aliis duobus qui sunt. a. f. d. & d. f. b. equales erunt eorum dimidia que sunt decem anguli facti in centro. f. adinuicem equalis. Quia igitur duo anguli. a. f. f. trianguli. g. a. f. sunt equales duobus angulis. a. f. f. trianguli. m. a. f. & latus. a. f. cōmune erit per. 26. primi angulus. g. unius equalis angulo. m. alterius & latus. g. a. equalis lateri. a. m. ¶ Eadem ratione erit angulus. g. in triangulo. g. f. d. equalis angulo. h. in triangulo. d. f. h. & latus. g. d. equalis lateri. d. h. quare quia. g. a. est dimidium g. m. & g. d. dimidium. g. h. & g. a. & g. d. sunt equalia: erunt per cōmunem scientiam. g. m. & g. h. eorum dupla equalia. Similiter quoq; probabimus. g. m. esse equalis. m. l. & m. l. l. k. & l. k. k. h. quare pēthagonus g. h. k. l. m. est equilaterus. ¶ Sed & equiāgulus: cū enim duo anguli qui sunt ad. g. sint adinuicem equales. & duo qui sunt ad. m. similiter adinuicem equales & g. partialis. sit equalis. m. partiali. utrunq; enim. probatū est prius. erit. per eandem cōmunem scientiam. g. totalis equalis. m. totali. & eadem ratione probabis equalitatem in ceteris angulis: quare est equiangulus. sicq; constat propositum.

Castigator.

a ¶ Per cōem sciam quoz tota sūt eq̄lia: dimidia quoq; eq̄lia eē necesse est. b ¶ Quoz dimidia sunt eq̄lia tota quoq; eq̄lia eē necesse est.

Propositio .13.

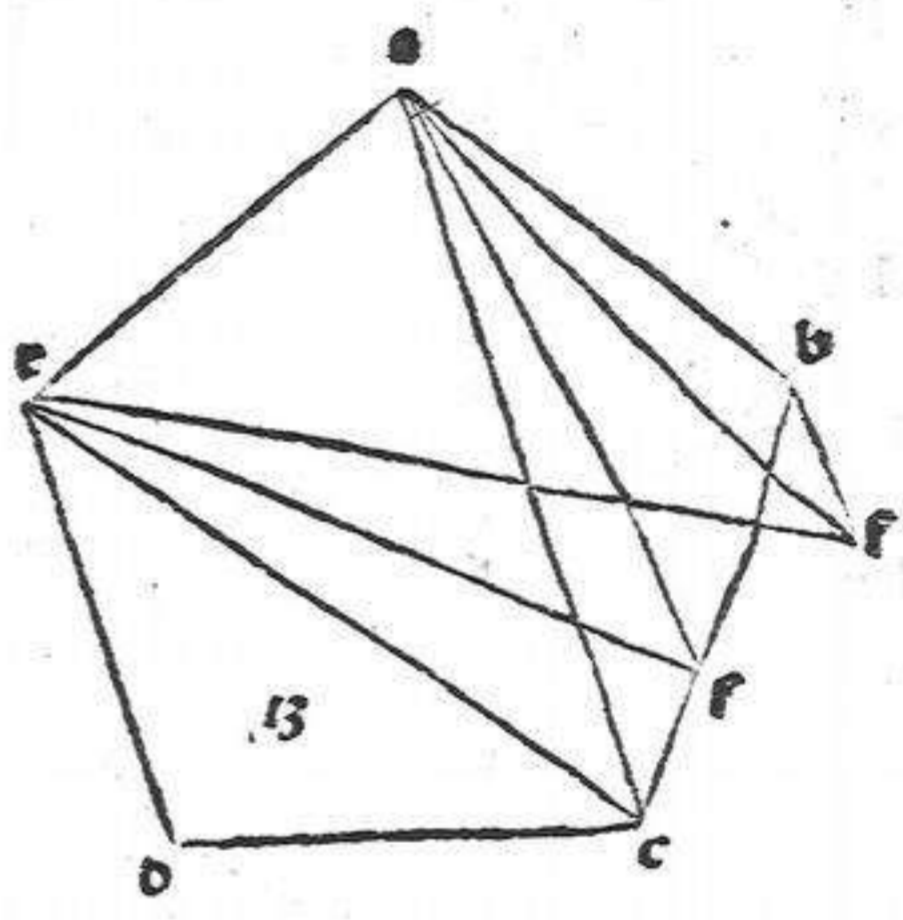
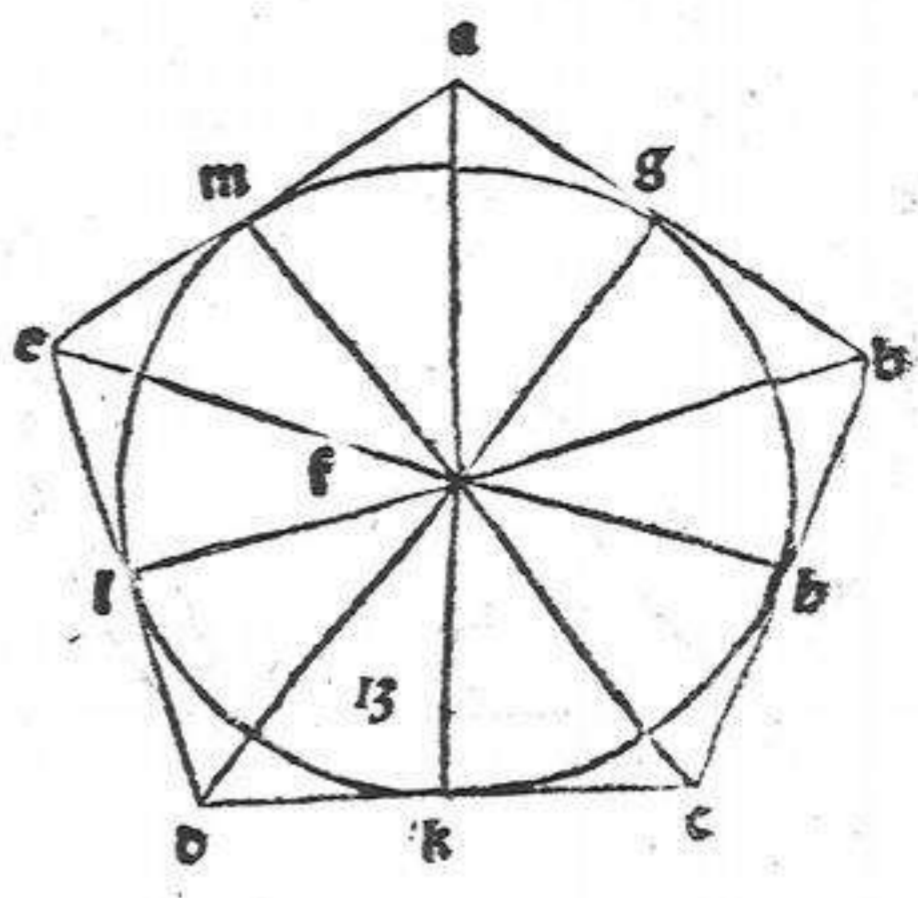


Letra equilaterum atq; equiangulum pentagonum assignatum. circulum describere.

Letra assignatus pentagonus equilaterus atq; equiangularis: quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile. a. b. c. d. e. uolo sibi inscribere circulum. hec est quasi conuersa. r. r. duos eius ppinquos angulos qui sunt. a. f. e. diuido per equalia ductis lineis. a. f. f. e. f. donec concurrant in puncto. f. intra ipsum pentagonum quem dico esse centrum circuli. **C**oncurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli. a. f. e. similiter totalis anguli. e minus est angulo recto. **S**i enim intra pentagonum non concurrent aut extra ipsum pentagonum aut in latere pentagoni. aut in eius angulo: qui utriq; angulorum diuisorum opponitur. **C**oncurrant ergo primo extra in puncto. f. **D**ucatur linea. b. f. **Q**uia duo latera. c. a. f. a. f. trianguli. e. a. f. sunt equalia duobus lateribus. b. a. f. a. f. trianguli. b. a. f. **A**ngulus. a. unius angulo. a. alterius erit per. 4. primi basis. e. f. equalis basi. f. b. **Q**uia angulus. a. partialis est equalis angulo. e. partiali. propter id quod. a. totalis. e. totali erit per. 6. pmi. f. a. equalis. f. e. **Q**uare. f. a. e. equalis. f. b. ergo per. 5. primi duo anguli. b. totalis. f. a. partialis sunt equalis quare. a. partialis est equalis uel maior. a. totali d quod est impossibile. **C**oncurrant ergo in puncto. f. super latus. b. c. eritq; arguendo per premissas **E**t premisso modo angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali qd est impossibile. **Q**uod si forsan concurrant in angulo. c. erit per eadem **E**t eodem modo. c. b. equalis. c. a. **E**t ideo adhuc ut prius angulus. a. partialis equalis angulo. a. totali. **Q**uod quia hoc esse non potest. Sit ergo punctus concursus qui est. f. intra pentagonum a quo duco. 5. perpendiculares ad eius. 5. latera. que sint. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. **E**t ad duos eius angulos ppinquos altrifecus angulis per equalia diuisis qui sunt. b. f. d. duco lineas f. b. f. d. **Q**uia duo anguli. a. f. m. trianguli. a. f. m. sunt equalis duobus angulis. a. f. g. trianguli. a. f. g. **E**t latus. a. f. commune erit per. 26. primi. f. m. equalis. f. g. **P**er eandem quoq; probabis. f. l. equalem. f. m. sumptis duobus triangulis. e. f. m. f. e. f. l. **Q**uia iterum duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt equalia duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. **E**t angulus a. unius. angulo. a. alterius erit per. 4. primi angulus. b. partialis equalis angulo. e. partiali. **Q**uia. b. totalis equalis e. e. totali. **E**t e. totalis diuisus est per equalia erit etiam. b. totalis diuisus per equalia. **E**t eodem modo probabis. d. totalem diuisum per equalia propter equalitatem. d. partialis f. a. partialis sumptis triangulis. e. a. f. f. e. d. f. quia ergo duo anguli. g. f. b. trianguli. g. f. b. sunt equalis duobus angulis. h. f. b. trianguli. h. f. b. **E**t latus. f. b. commune erit per. 26. primi. f. h. equalis. f. g. **E**t eodem modo probabis. f. k. equalem. f. l. sumptis triangulis l. f. d. k. f. d. quoniam igitur 5. linee. f. g. f. h. f. k. f. l. f. m. sunt equalis. erit. f. centrum circuli. per. 9. tertii. quem describemus fm quantitatem unius earum **E**t tanget omnia latera pentagoni. propter equalitatem linearum. **E**t nullum eorum secabit per primam partem. r. s. tertii. sicq; constat ppositu. **C**onastigatoz.

Hoc eni probatum est supra. 32. primi ubi ostensum est omnes. 5. angulos pentagoni. 6. rectis equiualeere scilicet unusquisq; ualet unum rectum **E**t quintam unius recti. **E**t ideo dimidium totalis anguli. a. **E**t similiter. e. minus est angulo recto **E**t ideo ex illa parte concurreret per pultimam petitionem. b **P**er aduersarium. c **P**er Etiam per aduersarium. d **Q**uia angulus. b. pentagoni ex ypotesi e equalis angulo totali ipsius pentagoni **E**t ideo cu angulus. b. totalis sit maior angulo. b. pentagoni e maior angulo a. totali **E**t io cu angulus. a. ptialis equet ipsi. b. seqt ipsum. a. ptiale e maior. a. totali siue ei e qlem qd e impossibile **E**t c p primam dispositione no seqt angulu. a. ptiale e e qlem. a. totali sed ipso maiore **E**t in duabus postremis dispositionibus seqtur totali e e qlem semper. s. qn per aduersariu concurrerent in latere uel in angulo illis opposito.

d iiii



Propositio .14.

Circa datum pentagonum quod sit equilaterum. atq; equiangulum circulum describere.



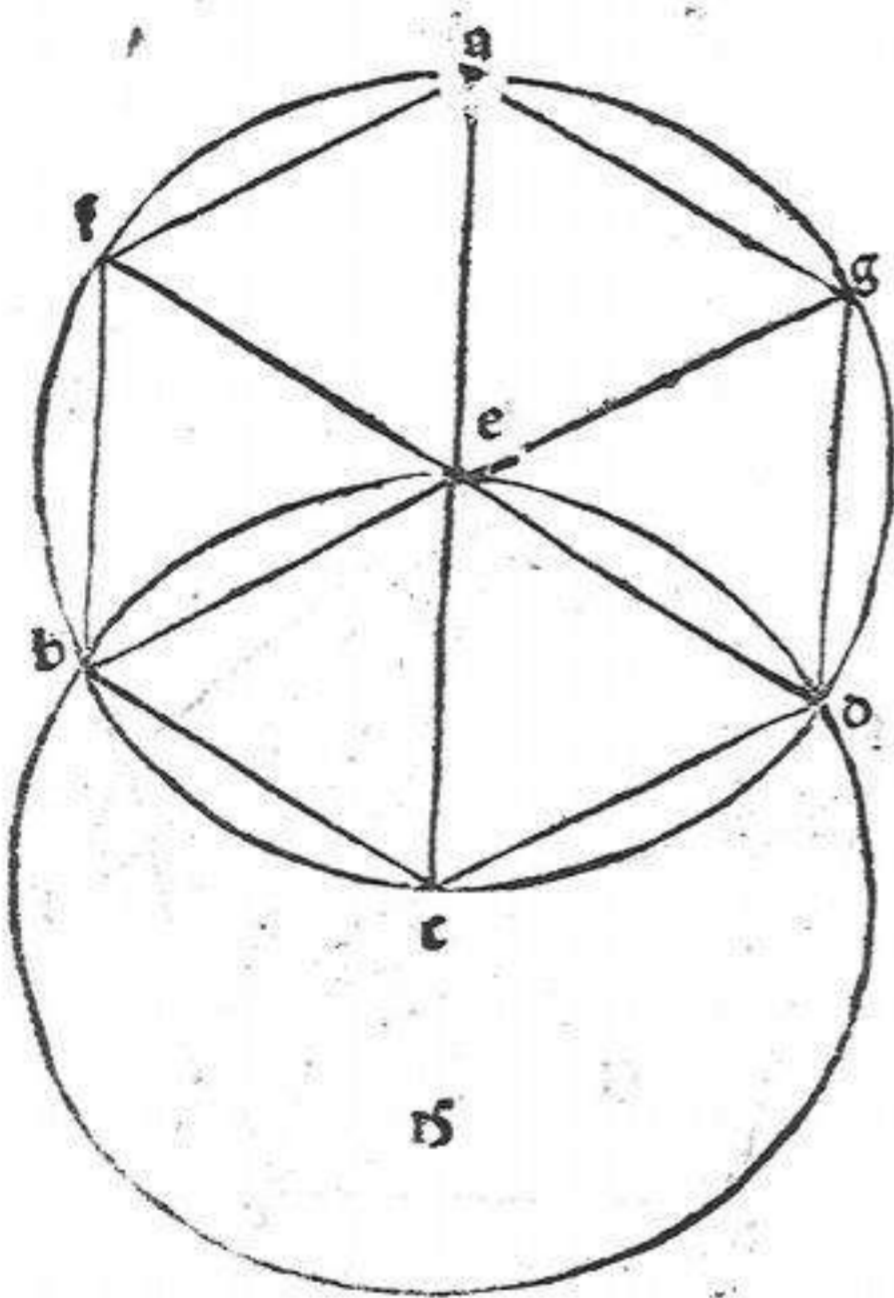
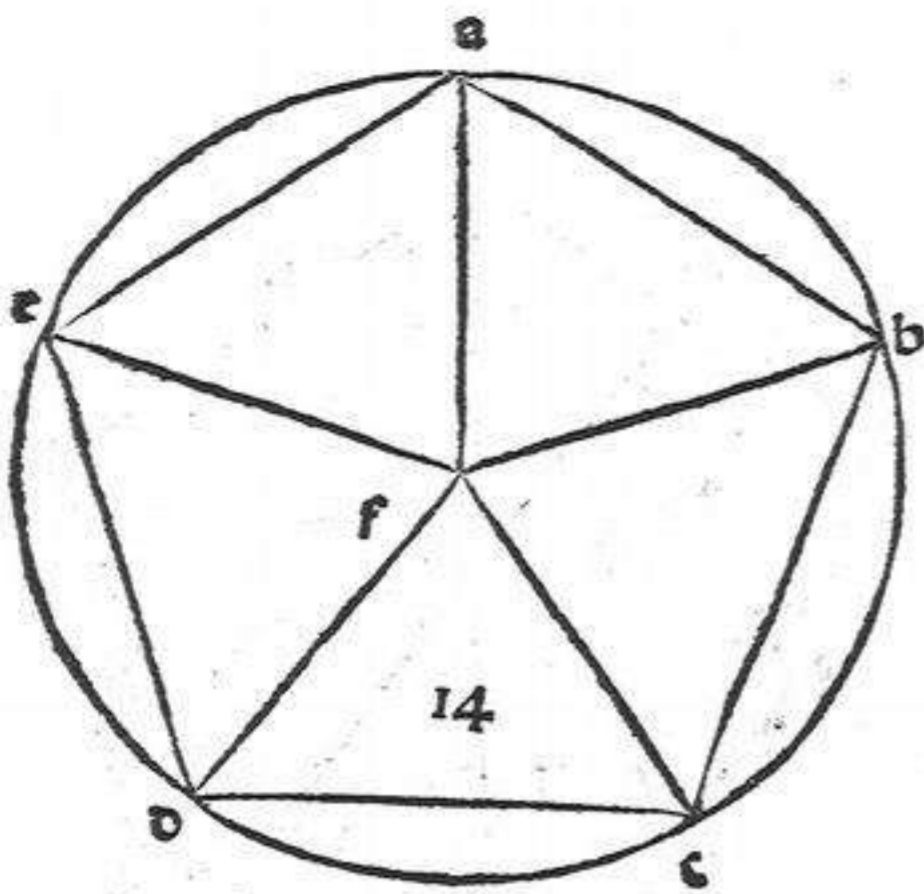
Sit ut prius datus pentagonus, equilaterus atq; equi-
gulus. quia de aliis non est necessarium hoc esse possibile
a. b. c. d. e. uolo circa ipsum describere circulum. hec est q̄
si cōuersa. 12. Duos ei⁹ p̄p̄inuos āgulos q̄ sunt a. f. e. diui-
doper equalia ductis lineis. a. f. f. e. quousq; concurrāt intra ipsum pen-
thagonum in puncto. f. ¶ Concurrent. n. f. intra pentagonum ut proba-
tum est in premissa. Et a puncto concursus duco ad reliquos angulos line-
as que sint. f. b. f. c. f. d. f. quia duo latera. a. f. f. a. b. trianguli. a. f. b. sunt eq̄-
lia duobus lateribus. a. f. f. a. e. trianguli. a. f. e. f. angulus. a. unius angulo
a. alterius erit per. 4. primi. f. b. equalis. f. e. f. angulus. b. partialis angulo.
e. partiali. Et quia. b. totalis est equalis. a. totali. f. e. totalis diuisus est per
equalia. erit similiter. b. totalis diuisus p̄ equalia. f. hoc quoq; modo p̄ba-
bis utrūq; anguloꝝ. c. f. d. diuisum eē p̄ equalia f. s. lineas. f. a. f. b. f. c. f. d.
f. e. esse equales. quare p̄. 9. tertii. f. erit centrum circuli. sicq; patet p̄positū.

Propositio .15.

Intra propositum circulum. exagonus equilaterū atq; equiangulum describere. ¶ Ex hoc itaq; ma-
nifestum est q̄ latus exagoni equum est dimidio
diametri circuli cui inscribitur.



Sit propositus circulus. a. b. c. d. cuius centrū .e. uolo sibi
inscribere exagonum equilaterum atq; equiāgulum. pro-
duco diametrum. a. e. c. f. fm̄ quantitatem semidiametri. e. c. factō cen-
tro puncto. c. describo circulum. e. b. d. secantem priorem in duobus pun-
cti s. b. d. a quibus produco duas diametros in circulo primo que sint. b. e.
g. d. e. f. trium ergo diametrorum extremitates cōiungo. 6. lineis que sint
a. f. f. b. b. c. c. d. d. g. f. g. a. quas dico continere exagonum quesitum. Erit
enim ut demonstrat prima primi uterq; triangulorum. b. e. c. c. e. d. equi-
laterus. quare f. equiangulus per. 5. eiusdem ergo p̄. 31. primi duo anguli.
b. e. c. f. c. e. d. cum uno equali uni eorum sunt equales duobus rectis. Pro-
pter id quod quisq; eorum est tertia duorum rectorum sed ipsi per. 13. eius-
dem cum angulo. d. e. g. sunt equales duobus rectis. ergo angulus. d. e. g. ē
equalis utriq; eorum quare p̄. 15. eiusdem. 5. anguli. qui sunt ad. e. sunt ad-
inuicem equales. ergo p̄. 25. tertii arcus in quos cadunt sunt equales. qua-
re f. eorum corde per. 28. eiusdem que sunt latera ipsius exagoni. Equila-
terus igitur est sed f. equiangulus p̄. 26. tertii propter id quod sex arcus in
quos angularia puncta exagoni diuidunt circulum bini f. bini sumpti
sunt adinuicem equales. ut arcus. a. f. b. arcui. f. b. c. f. ideo angulus. f. qui
consistit in primo est equalis angulo. b. qui consistit in secundo. idem in
ceteris. quare constat propositum. ¶ Correlarium ex hoc patet q̄ dimi-
dium diametri f. latus exagoni sunt latera eiusdem trianguli equilateri.
ut. e. c. f. e. b. f. c. b. ¶ Et nota q̄ non proponitur circa propositum circu-
lum exagonū equilaterū atq; equiāguli designare. Nec intra talē exagonū
circa talē circulum describere. quēadmodū fecit de triangulo q̄drato sp̄e
thagono. non quia nō sit necessarium hoc esse possibile. sed quia hec tria
per eadem precepta fiunt in pentagono equilatero f. equiangulo. f. in
omni figura equilatera. atq; equiangula quecūq; fuerit. Vnde quamcūq;
figuram equilateram f. equiangulam scimus circulo inscribere; eandem
circulo extra. f. circulum sibi intra f. extra; hisdem mediis per q̄ hec in
pentagono fecimus describemus. ¶ Nota etiam q̄ omnis figura equi-
latera circulo inscripta. aut circumscripta est etiam necesario equiangu-
la. de inscripta patet per. 27. f. 26. tertii sumptis arcibus circuli. quibus la-
tera inscripte figure corde sunt binis f. binis. In hos enim arcus ipsius fi-
gure anguli cadūt. De circūscripta autem ductis a circuli centro lineis ad
oēs eius angulos. f. ad loca contactus facile probabis. si plene intellectu



demonstrationi. 13. huius diligens intellectus accesserit. erit enim ut oēs ipsius figure angulos lineae a centro uenientes per equalia diuidant. sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum. & cum duabus ad eorum extremitates a centro uenientibus duos triangulos ab eis contentos equiangulos adinuicem per 4. primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p̄ hāc cōem sciam quoz dimidia sunt equalia. tota quoq; eē eqlia.

Castigatoz.

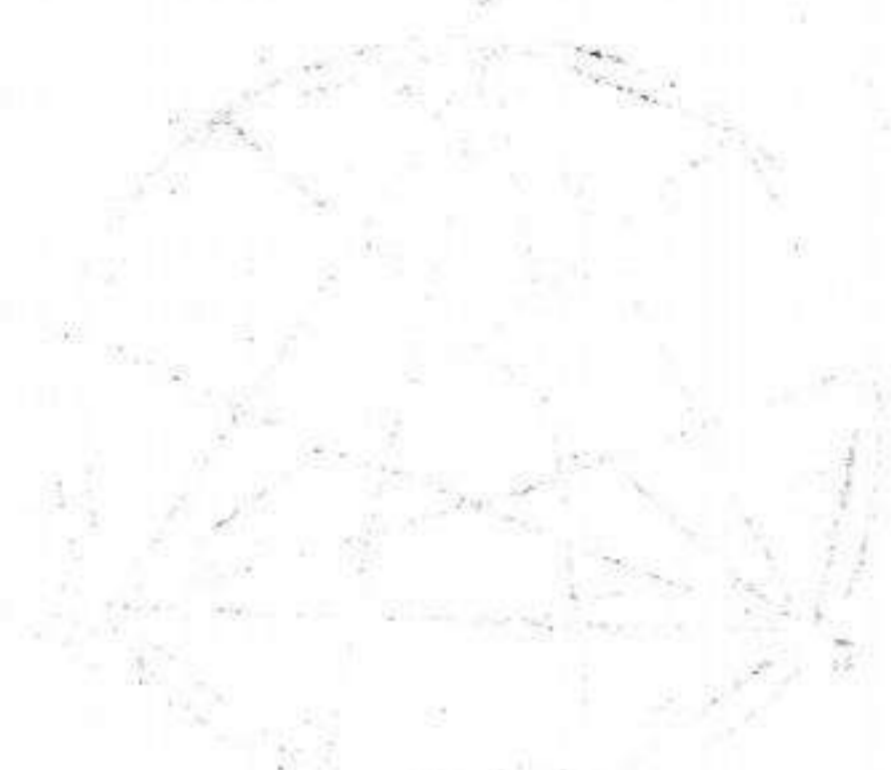
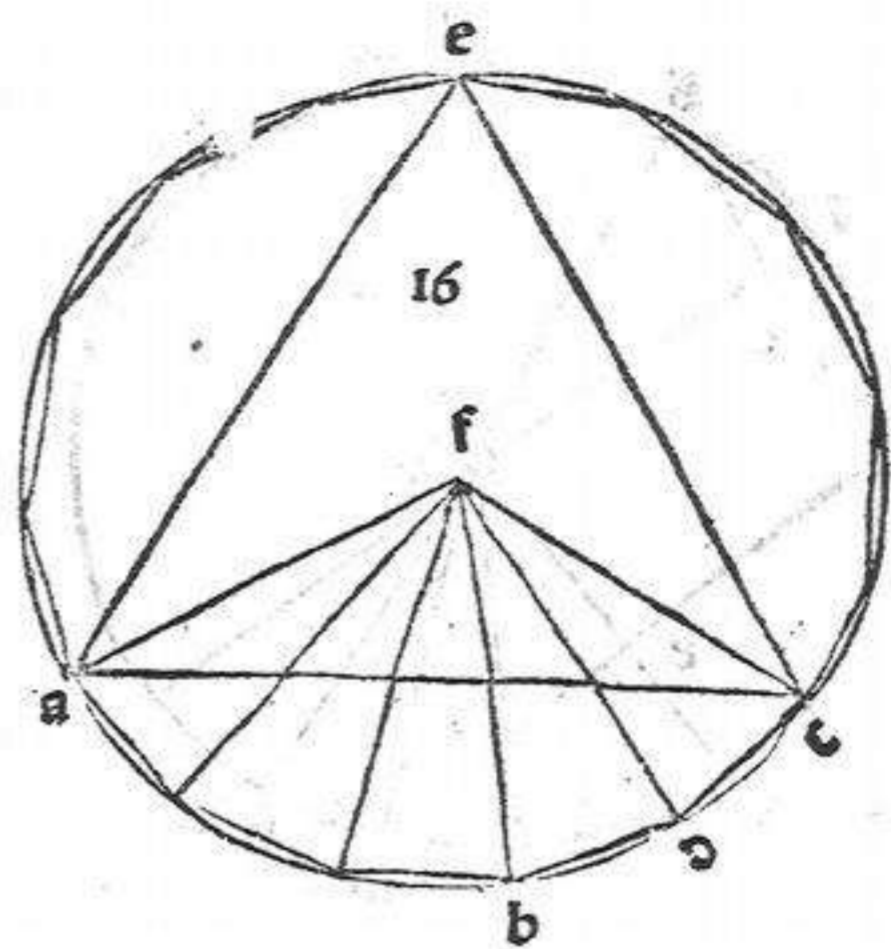
a **No.** diligenter quia ad practicam multum facit tale persuppositū ut apparebit.

Propositio .16.



Intra datum circulum. quindecagonum equilaterum atq; equiangulum designare. **Deinde** circa quēlibet circulum assignatum quindecagonum equilaterum atq; equiangulum atq; intra datum quindecagonum circulum describere.

Sit datus circulus. a. b. c. uolo sibi inscribere quindecagonum equilaterum & equiangulum. deinde etiam circūscribere atq; intra talē quindecagonum propositum circulum describere. Non proponit autē circa talem quindecagonum circulum describere. quia hoc satis dat intelligere per a lia que proponit. In dato circulo iuxta doctrinā secundē huius. protrabo latus trianguli equilateri a q̄ sit. a. c. & iuxta doctrinā .11. latus pentagoni equilateri atq; equianguli quod sit. a. b. Et quia arcus. a. c. est totius circumferentia tertia; cuius arcus. a. b. est. quinta erit superfluum inter eos quod est arcus. b. c. due tertie; arcus. a. b. uel due quinte arcus. a. c. siue due quintedecime totius circumferentie. Nam in omni toto excedit tertia quintā. in duabus tertiis ipsius quinte. uel in duabus quintis ipsius tertie. siue in duabus quintis decimis totius. hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que est tria in duabus unitatibus que sunt due tertie ipsius ternarii qui ē quinta. uel due quinte ipsius quinarīi qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totum. ¶ Diuiso igitur arcu. b. c. per equalia. in. d. patet utrunq; duorū arcuum. c. d. & d. b. esse tertiam arcus. a. b. uel quintam arcus. a. c. siue quintam decimam totius circumferentie. ¶ Subtēsis igitur eis cordis. c. d. & d. b. coaptatisq; cōtinue intra datum circulum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera uero duo que proponit cum tertio q̄ dat intelligere uidelicet quindecagonum circulo circūscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circūscribere ex 12. 13. & 14. huius plene intellectis facile perficies. ¶ Et nota q̄ quāmcūq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterū circulo scimus inscribere & circūscribere. & ipsi circulum. ¶ Diuisis c. n. arcubus quibus latera eius que scitur inscribi subtenduntur. per equalia & a punctis mediis ad extremitates laterum ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per 28. tertii. ergo & equiangula. hoc enim demonstratum est supra. 15. huius q̄ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiā equiangula. Et quia hanc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per. 12. 13. & 14. huius. ¶ Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum sciemus per hoc & exagonum & per exagonum duodecagonum ac per duodecagonum figuram. 24. laterum. & sic in infinitum duplando. Et licet p̄ triangulum possit ut diximus inscribi exagonus. posuit tamen huius ppriam demonstrationem ex qua sequitur potissimū per utile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figuram cuius laterum numerus est pariter par. per pēthagonum quoq; sciemus decagonum & figuram. 20. laterum. sicq; continue duplando. idem quoq; intellige de quindecagono. per ipsum enim scientur figure. 30. & 60. & omnium continue duplatorum laterum. ¶ Ceterarum autem fi-



gurarum de quibus ista non docet. uel que per has non habentur difficili-
lis est scienita. & parum utilis. ^d ut sunt eptagona nonagona undecagona.
Quod si sciremus triangulum duum equalium laterum designare. cuius
uterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquum sciremus eptagonū
ut supra pentagonum circulo inscribere. q; si uterq; quadruplus esset ad
reliquum sciremus nonagonum. & si quincuplus. undecagonum. Idemq;
in ceteris figuris imparium laterum. posito utroq; angulorum ad basim
multiplici ad reliquum. per eum numerum qui est medietas. maximi pa-
ris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.

Castigator.

a ¶ Quia si illa secunda prosupponit triangulum assignatum equilaterum
& sic in scribendo circulo unum ei equiangulum. Orietur pariter equila-
terus ad instar propositi i quibus maior & minor secundum quantitatem pro-
positi circuli. Similiter dicitur de pentagono. per. ii. huius. b ¶ Per. 29
terti. c ¶ Per. 28. tertii cum omnis illi arcus sint sibi inuicem equales
quoniam quisq; est. is. pars totius circumferentie. d ¶ Verba campani
traductoris immo utilissima cum uirtus circa difficile uersetur teste. A. p.
quia facile malum.



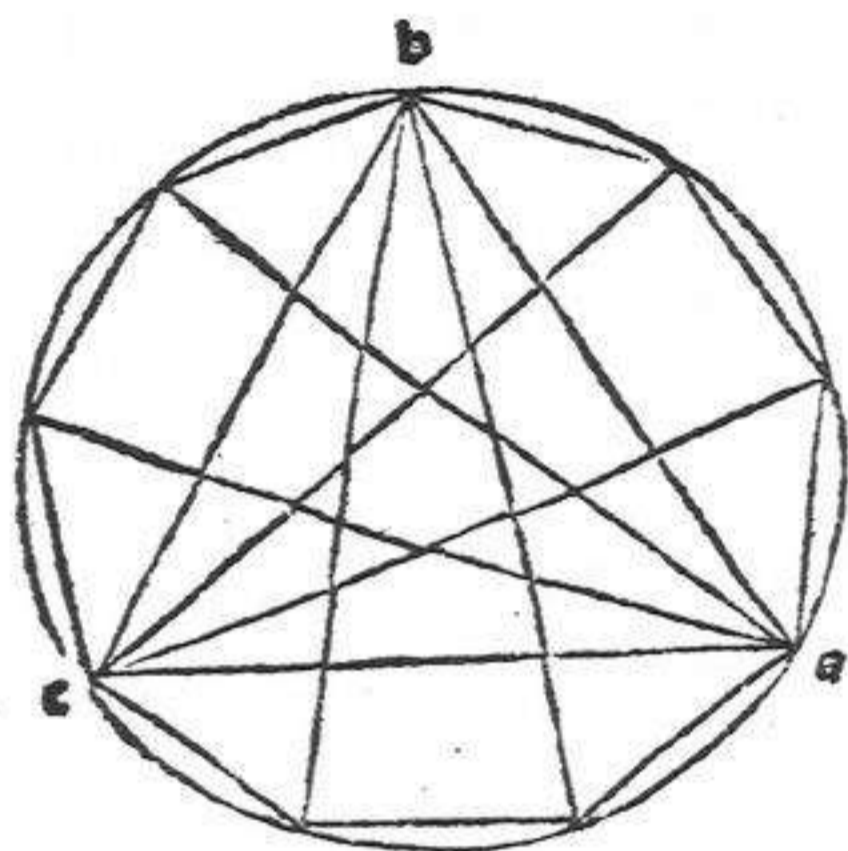
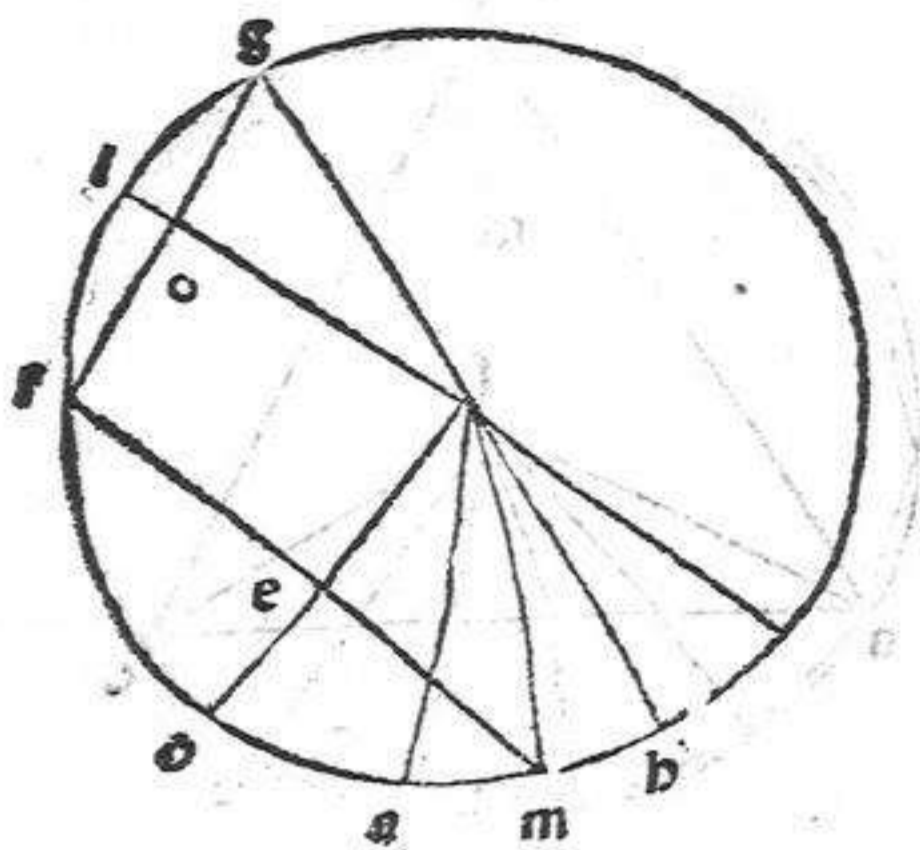
A tum angulum in tria equa diuidere. ^a Sit angulus datus
c. uolo ipsum diuidere in tres equales angulos quod sic fa-
cio. pono primo. c. centrum circuli describendo circulum
qualitercunq; contingat. & protraho latera continētia da-
tum angulum usq; quo secent circumferentiam in punctis
a. & b. tunc a puncto. c. quod est centrum circuli duco li-
neam. c. d. perpendiculariter ad lineam. c. b. & in linea. c. d. assigno. punctū
e. a quo duco lineam ad equalitatem. c. b. usq; quo secet circumferentiam
circuli in puncto. f. & produco. e. usq; a. deinde ptraho lineam. g. h. equi-
distantem. f. a. que scilicet. g. h. transeat per centrum. & duco lineam. f. g.
equidistantem linee. e. c. & protraho lineam. c. b. in continuum & directū
usq; ad. l. que secat lineam. f. g. orthogonaliter in puncto. o. & per equalia
dico ergo q; arcus. l. g. est equalis arcui. h. b. propter hoc. q; angulus. l. c. g.
est equalis angulo. h. c. b. cum sint contra se positi. Cum igitur arcus. f. g. sit
duplus arcui. l. g. erit etiam duplus arcui. h. b. sed arcus. f. g. est equalis arcui
a. h. cum sint inter duas lineas equidistantes que sunt. f. a. & g. h. ergo arcus
h. a. est duplus arcui. h. b. ergo & angulus. a. c. h. est duplus angulo. h. c. b. di-
uidam ergo angulum. a. c. h. per equalia per lineam. c. m. & patet ppositū.

Castigator.

a ¶ Ista de diuisione anguli in tres partes equales est limitanda quoni-
am non est de omni. Eius limitatio erit ista datum angulum minorem
recto in tria equa diuidere nā de obtuso non posset illis mediis concludi
quia tunc linea. d. c. caderet inter lineas. a. c. & b. c. & tunc demonstratio
non tendit ut per te deducendo percipere potes. ideo discursus tibi relin-
quitur &c. Et talis limitatio datur intelligi per constitutionem ipsius no-
nagoni in circulo ob cuius rationem principaliter illa posita uidetur ubi
prius inscribit triangulum circulo equilaterum & per consequens equian-
gulum cuius quisq; angulorum minor est recto ex. 32. primi: ut euidenter
apparet.



Ntra datum circulum nonangulum equilaterum atq; eq-
angulum. designare qd sic fieri pōt iuxta doctrinā secū de
huius. inscribam circulo assignato triangulum equilate-
rum atq; equiangulum qui sit a. b. c. & unumquēq; angu-
lorum eius diuidam per tria equalia & protraham lineas
diuidentes angulos usq; ad circumferentiam & tunc quia
nouem anguli locati in circulo sunt equales de necessitate arcus suppositi
ipsis angulis sunt equales. Protraham enim cordas subtractas singulis arcu-
bus & habebo intentum. ¶ Explicit Liber quartus.





Ermo habitus per Reuerendum patre. M. LVCAM Pa
 ciolum de burgo Sancti Sepulchri. Or. minor. In eccle
 sia Sancti Bartholomei. Venetiis. 1508. Die. xi. augusti
 in quintu Euclidis. Spiritus sancti gratia illuminet sen
 sus & corda nostra. Amen. ¶ Arduarum difficiliumq; re
 ru omnium. Reueredi dñi: uenerandi patres: excellētissi
 mi Doctores: Magnifici uiri: Acutissimi cuiuscunq; facultatis studētēs:
 uosq; ceteri prestantissimi ciues: difficillima est proportio. Hæc est illa
 quæ sola intima altissimæ idiuideq; trinitatis penetrat: & a sacris theo
 logis solertissime inuestigatur. Hæc enim est quæ sæpius in eorum uolu
 minibus relatio dicitur: aliquando respectus: nonnunq; habitudo. Inter
 dum intellectualis discursus: & nomine alio comparatio nūcupatur. Hu
 ius notitiam diuini philosophi summopere cupierunt: dum Metaphysi
 cen opera in lucem prodere curarent. Hanc pro uiribus naturales profe
 qui sunt: ut Socrates: Plato: Aristoteles: ceteriq; omnes. Cum de re
 rum uniuersiq; natura agerent. Non enim aliud in rebus uniuersis supe
 rioribus: scilicet & inferioribus q̄ debita earum adinuicem proportio
 seu habitudo queritur. Nunq; enim sacris litteris incumbentes: processio
 nem sancti spiritus a patre & filio ex eorum reciproco amore causatam
 lingua calamoq; explicare potuissent: nisi prius relationem inter eos p a
 tris ad filium: & e contra percepissent. Hanc pre oculis summus opifex in
 cælestium terrestriumq; rerum dispositione semper habuit. Dum orbiū
 motus cursusq; syderum & planetarum omnium ordinatissime dispone
 ret. Hæc quando æthera firmabat fursum: & appendebat fundamēta ter
 ræ: & librabat fontes aquarum: & mari terminum suum circumdabat: le
 gemq; ponens aquis: ne transirent fines suos: cum eo erat cuncta cōpo
 nens. Que nam esset humano generi delectatio si ex tanta rerum diuer
 sitate pportio non oriretur? Cum sepe dicatur: uarietas est que delectat.
 Quo pacto insuper in inuisibilium raperetur amorem nisi habitudinē
 quandam creaturæ ad creatorem cerneret. Et quāuis finiti ad infinitum
 proportio nulla esse predicetur: attingentie tamen inter ea proportio a
 sacris non negatur doctoribus. Naturales aut & ipsi (ut paulo ante dixi
 mus) p sedulo rerum naturalium proportiones quæsiuere: prout in eorū
 codicibus passim habetur. Presertim Aristotelis cuius opera præ aliis assi
 due premanibus habētur. Nam inde physico auditu proportionē motu
 um inter se subtilissime perscrutatur. Et ex decem predicamentis quo nu
 mero denario oēs phi contenti extitere: unū relatiōis seu ad aliqd huic
 tā sublimi indagatrici pportioni. s. spāliter addicauit. ¶ Omitto loca
 alia pene innumerabilia ubi de pportionibus & pportionalitatibus sæ
 pissime disseritur. Que omnia (ut de naturalibus concludam:) medicis
 psertim peritisimis: (quib; omnium cura cōmissa est) nota sunt & eē de
 necessitate debent. Nō. n. calidi & frigidi: hūidi & siccī in medelis dispo
 nendis rectā rōnem habebūt: nisi gradū cuiuslibet predictaz nouerint.
 quem postea ex multis pportionādo qualitibus: unā efficiunt egrotā
 ti corpori debite exhibedā. ¶ Quo et Astronomi pportioē relicta age
 rent: nōne uelut amentes ceci q̄ discurrerent. Narrēt hii qui sentiūt: dicāt
 egyptii: ut Ptolomeus: Ali. Albategni. Alfagranus. Geber. Albuma
 far: & ceteri oēs qui pportioē preuia pitissimi euasere. ¶ Qualiter coro
 graphi cosmographiq; Marinus quē sepe Ptolom eus ipugnat Strabo &
 alii qui totius orbis sitū nobis tabulis quibusdam accuratissime tradide
 runt: tot & tanta simul unico libello complecti potuissent: nisi matrem
 oium obseruassent proportionem. ¶ Dicant queso architecti omnes &
 diuersarum machinarum inuētores prisce & presentes: Pythius qui pri
 mus ædē minerue nobiliter architectatus ē. Dinocrates: Archimedes:
 Vitruuius: Frōtinus: Vegetius: & alii q̄ plures q̄ i ædificioꝝ structuris sū
 me excelluerunt: quoꝝ memoriā psuse ruinæ adhuc nobis afferūt quo
 medio talia ederint? Certe proportione duce se oīa pfectis respōdebūt.

¶ Quomodo pictores celeberrimi. Appelles Miron Policletus & ceteri quos historiae nominant aliquid laude dignum prospectivo aspectu suis posteris reliquiserunt. Si in eorum figuris liniamenta distantiasque debitas altitudines & latitudines proportionaliter non seruassent. **¶** Lapidum quoque seu lapidum sculptores Phidias: Praxiteles. Appollonius. Nestor & reliqui industria tali preediti: non ne eandem diligentissime proportionem marmoreis aeneisque statuis accomodarunt. prout indies frustis talium hinc inde repertis facile datur intelligi. **¶** Pariter & Musici: nil aliud in eorum melodiis: armoniisque querunt nisi modum debitum uocum & sonorum: hoc est: Sesquialtera sesquitercia. Diapente: Diapason: & aliis huiusmodi proportionibus (teste Boetio) proportionatum. ut in auditorum auribus dulcius ac suauius resonent. & summam illis delectationem ingerant: quae sine proportione & proportionalitate minime Causari potest. Quem morem imitando poetae Carmina sua (eisdem fere mediis) Datilo: Iambo: Spondeo: Trocheo: Anapesto: Tribraco. Proceleumatico. Ceterisque proportionis loco utendo pedibus. Componunt. **¶** Nec non & rethores (ad istorum instar) Orationum suarum partes debitas. ac congruis numeris assignant. **¶** Hoc idem origo & fundamentum omnium liberalium artium grammatica obseruare uideatur: dum normam recte loquendi recteque scribendi. discere incipientibus tradit. graui: acuto: circumflexoque: acentibus terminatam. **¶** Quae et uia aequissimae sanctiones. Iustiniana scilicet & canonica suas recte formarent sententias: si iustitiam utranque commutatiuam scilicet & distributiua non supponerent. Quarum altera uidelicet distributiua penes geometricam tantum proportionem attendi comprobatur (ut in ethicis Aristoteles: & plato inde legibus & republica testantur) iuxta quam iustus iudex uiuorum & mortuorum olim humano generi retribuet merita ac demerita omnium adinuicem proportionando ut ex sacris aperte elicitur litteris. **¶** Hanc assidue & commutatiuam obseruant rerum publicarum fautores dignissimi huius seculi negociatores res pecunia uendendo. emendoque. seu quouis alio modo pertractando. **¶** Aliarum quoque unaqueque mechanicarum industria suas debitas habet proportionem ipsam moderantes: experientia teste. **¶** Sed dum talia percurimus quid de arithmetica geometricisque nostris dicemus: qui precipui inter alios semper habitusunt: ut Pitagoras & Nicomachus: qui primi numerorum apud graecos inuentores fuisse perhibentur: quis apud latinos Boetius & Apuleius habentur. Non ne hi ceteris diligentius proportionem seruant: quam (teste Euclide) rationalem uocant. **¶** Geometre uero utriusque indifferenter rationali scilicet & irrationali curam adhibent. **¶** Hec denique proportio infinitus thesaurus est hominibus quo qui usi sunt particeps facti sunt amicitiae dei propter disciplinae dona Commendati. **¶** Hanc ego proponere sine fictione didici & cupientibus sine inuidia comunico uirtutem eius apertissime ostendedo. **¶** Hae igitur proportionum & proportionalitatum Euclides necessariam cernens obseruantiam ut omnium que dixerit fructus uberius habeatur. De his ipsis disertissime hoc in quinto egit. Definitiones earundem premitteus ac deinceps more suo conclusiones trigintaquatuor numero. (quibus iste totus complectitur liber) exarando. Et contra aduersarium eas firmissime atque inrefragabiliter concludit. **¶** Quae propter si quis ad speculationem aliquam quacunque in facultate scientiae: arteque: aspirat ad hunc properet fontem: a quo aquae uiuae semper flumina fluunt. Et super astra eius extolletur ingenium. **¶** Sed ut iam ad litteram ueniamus res exposulat. Quae sic incipit uidelicet. pars est.



Mnes hi sunt qui interfuere. In diui Bartholomei ædet cū ego Lucas Paciulus Burgensis Sancti Sepulchri Ex minoritana Francisci familia Quintum Euclidis profiteri solē niter cēpi præfatione hac prius habita. M. D. viii. Augusti. die. xi. Et in primis.

¶ Glarissimus Vir. Ioānes Lascares ad senatum Venetū christianissimi francorum Regis Orator. Vir clarissimus Philippus ferrius Barchinonensis Catholici Hispaniarum Regis ad eundem Senatū Orator. ¶ Reuerendus Apostolorum presul Isidorus bagnolus Serenissimi Principis Cancellarius. ¶ Joannes Baptista Egnatius Vir omni litterarū genere præstans. ¶ Vincentius Dulcius.

¶ Reuerendi Sacre Theologie Profesores.

¶ Magister Gabriel Venetus Eremiticæ Fæmilie teruisinæ prouinciæ præses. ¶ M. Gabriel Brunus Venetus Minoritanæ Familiæ Romanicæ Prouinciæ Minister. ¶ M. Petrus Lucignanensis eiusdem familie.

¶ M. Iacobus fauentinus eiusdem familiæ. ¶ M. Ioannes Andreas de ciuitali. ¶ M. Petrus de cruce Hispanus. ¶ M. Antonius foroiu liensis. ¶ M. Germanus Guardianus. ¶ M. Nicolaus Mutinensis.

¶ M. Angelus Venetus. ¶ M. Simon Venetus Regens. ¶ Sacre Theo. bacalarius formatus. Frater Petrus terrenouanensis. ¶ S. Theo. Bacalarius Frater Bartholomeus montalcinas. ¶ Frater Iocundus Veronensis Antiquarius. Omnes prelibati Eiusdem Minoritanæ Familiæ. ¶ Hieronimus Riginus Mantuanus Eremita. ¶ Sebastianus Leonardus Cosmographus.

¶ Magnificus Vir Bernardus Bembus Doctor & æques. ¶ M. V. Marinus Georgius Doctor. ¶ M. V. Sebastianus foscarenus Philosophie professor Clarissimus. ¶ M. V. Gabriel Maurus æques. ¶ M. V. Franciscus donatus æques. ¶ M. V. Vincentius Quirinus Doctor. ¶ M. V. Petrus pascalicus Doctor & æques. ¶ M. V. Nicolaus Teupul⁹ Doctor ¶ M. V. Daniel Rainerius aduocator comunis. ¶ Excellens Vir Ioannes Baptista Brocardus.

Medici Illustres.

¶ Benedictus Thedaldus. ¶ Marinus Brocardus. ¶ Franciscus Valentinus. ¶ Alexander Veronensis. ¶ Ambrosius Leo Nolanus. ¶ Rodulfus Camertes. ¶ Matheus Feltrensis. ¶ Cæsar Optatus. ¶ Ascanius Esinus. ¶ Excellens studiorum humanitatis professor Hieronimus Maserius Foroliuensis. ¶ M. V. Hieronimus Sauorgnanus. ¶ M. V. Franciscus Duodus. ¶ M. V. Vincentius Grimanus. ¶ M. V. Franciscus & Iacobus fratres Cornelii. ¶ M. V. Thomas Iustinianus. ¶ M. V. Marcantonius Comerius. ¶ M. V. Federicus Molinus. ¶ M. V. Petrus Donatus. ¶ M. V. Petr⁹ Contaren⁹. ¶ M. V. Donat⁹ Legius. ¶ M. V. Laurentius Bragadenus. ¶ M. V. Marinus Sanutus. ¶ M. V. Angelus Pisaurius. ¶ M. V. Petrus Mocenicus. ¶ M. V. Sanctus Tronus. ¶ M. V. Laurētius Memmus. ¶ M. V. Carolus Contarenus. ¶ M. V. Dominicus priolus. ¶ M. V. Ioannes Bembus. ¶ Flaminius poeta calenus ¶ Aldus Manutius Romanus. ¶ Palladius Soranus poeta. ¶ Leonardus Augustini pratensis. ¶ Petrus Zianus. ¶ Iacobus draganus. ¶ Matheus Cinus Florentinus. ¶ Bartholomeus. Franciscus & Paulus fratres Rompiasii. ¶ Nicolaus Sapa. ¶ Lucas Carolus. ¶ Bartholomeus Pedretus. ¶ Laurentius Papiensis Musicus. ¶ Franciscus masfarius. ¶ Iacobus Coccus. ¶ Marcus Antonius Bragadenus. Hi tres adolescētes summe indolis. ¶ Petrus Priolus. ¶ Sebastianus Priolus. ¶ Bernardus roclaius & Ioānes eius filius Florentini. ¶ Iacobus Georgius Mathematicæ Sectator. ¶ Georgius Tragurinus eiusq; filius Marcus. ¶ Alexius Bergomensis. ¶ Ioānes Marcus Canotius Patauinus. ¶ Petrus Lombardus. Hi quatuor prefati Architectonica Clari. ¶ Bernardinus Petrus Urbinas. ¶ Alexander francius & Vanotius Pauli Senenses. ¶ Ot

taui⁹ forosempronienſis. ¶ Joānes franciſcus puteolanus. ¶ Nicolaus corbolus florentinus. ¶ Franciſcus roſellus florentinus Cosmographus. ¶ Aliiq; plurimi quorum nomina ſigillatim referre ad quingentos & amplius operoſum nimis foret florem tantum hominum decerpiſi.

¶ Iſidorus Bagnolus Apoſtolorum præſul & Sereniſſimi Principis Cæcellarius Natali Regie diui Jacobi præſuli & Veneto Canonico. S. P. D.



Electatus Mirum inmodum Superiore Anno prælectione quadam Euclidis Mathematicorum omnium facile. Principis in quintum eius Librum. quam LVCAS. Paciulus de Burgo Sæcti Sepulchri Minoritanæ Familiæ addictus omnium noſtra tempeſtate hiſce diſciplinis inſtructiſſimus habuit. Non potui frater optime tecum uoluptatem incredibilem quam cæperam non cõmunicare: tum quod te etiam atq; etiam amem. Tum quod ipſa res Digna mihi ſemper eſt uiſa que tibi quoq; cognita perſpectaq; foret. Noras tu ſcio. LVCAM. noſtrum Noras hominis ingenium. Noras hominis famam Verum eius ſcripta fortasſe non attigeras ut pro ingenii tui Fælicitate & candore melius de tota re ſententiã ferres. Ego uero qui tibi ſemper gratificari ſtudi curauit. Vt qui audire prælegentem LVCAM. per publicas occupatiões non potuiſti præſens habeas abſens in quo te quandoq; oblectes fructuq; maximum capias. Leges igitur tu iſtam prælectionem. Leges & poſt illã quintum Euclidis librum qui ſane iſ eſt ut quanto Euclides ipſe omnes alios ſcriptores antecellit tanto quintus hic ſcripta ab eo alia præſtet. Sunt qdem plena ingenii: plena acuminis: plena diuinitatis in hoc qn̄to omnia. Nihil conſequutum te in mathematicis credes. Niſi quintum non ſolum quod aiunt a limine ſalutes ſed accurate introſpicias. Quare non dubito quin pro rei præſtantia & auctoris ſingulari ac prope diuina ſcientia id legas & quod te plurimum delectari poſſit & aliis etiam atq; etiam prodeſſe. Cætera interim mathematica uel Euclidis nunc tãdem emendatiſſima uel que Lucas ipſe ſuo Marte peperit qñ in dies cuduntur ſelix expecta. Bene uale Venetiis ex ædib⁹ noſtris. M. D. viiii. Martii. xii.

Castigator.



Utant non nulli optime lector huiusmodi mathematice diſcipline ignari proportionem quantitatem eſſe quod minime uerum eſt ſed eſt mera quantitã adinuicem hãtudo. cum eiſdem fuerint generis quantecunq; fuerint ut in ſequentibus apertiſſime. Euclides ipſe diſſinit. Et talis habitudo ad minus exigit duo extrema ſeu duos terminos. Proportionalitatẽ autem nõ ſic intelligas habitudinẽ eſſe quãtitatum ſed ſolum proportionum ſimilitudinẽ & nomine alio quidam eam proportionum proportionem appellant. Ad cuius conſtitutionem ad minus due proportionẽ requirunt. cum ſimilitudo ad minus exigit duo extrema hoc eſt duas proportionẽs ut infra in iſto quinto loco ſuo habebis & due proportiões ad minus exigunt tres terminos ſi fuerit continue. ut. 2. 4. 8. 16. dicuntur proportionales & ſic. 3. 9. 27. 81. ſunt. n. primi proportionales in dupla: poſtremi uero in tripla & dicitur continua. Item alio modo dicuntur proportionalia in continue ut ſunt. 2. 4. 10. 20. 7. 14. & iſta uocatur proportionalitas dupla in continua &c. Et ppea ne tu cum reliquis in foueam cadas uolui te cautum reddere ne in ſequentibus tibi eguocatio occurrat. quoniam ſcribimus Indoctis &c.

Necessarius ac vtilissimus Euclidis Liber quintus de p
 portionibus & proportionalitatibus ex perfecta Campani tra
 ductioe. Magistro Luca Paciolo de burgo. Sancti Sepul
 cri Ordinis. Aduozum Castigatore optimo. Incipit feliciter.

Diffinitio .1.



Pars est quantitas quantitatis mi
 nor maioris cum minor maiorem
 numeret.

Pars quandoq; sumitur proprie: &
 hec est q̄ aliquotiens sumpta suū totū
 p̄cise cōstituit: sine diminutiōe uel aug
 mento: & dicitur suū totum numera
 re per illum numerum s̄m quem sumi
 tur ad ipsius totius constitutionem: ta
 lem aut̄ partem quam multiplicatiuā
 dicimus hic diffinit. **Q**uandoq; su
 mitur cōiter & hec est quelibet quanti
 tas minor que quotiēscūq; sumpta suo
 toto minus aut maius constituit. quā

aggregatiuam dicimus: eo q̄ cum alia quantitate diuersa totum suū cō
 stituat: per se autem quotiens cunq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris q̄ eam minor metitur.

Pars relatiue dicitur ad totum: & in istis duobus extre
 mis consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito
 minori extremo diffinit hic maius: uocat aut̄ ipsum mul
 tiplex propter hoc q̄ munis ipsum aliquotiens sumptum
 constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicem: pars &

multiplex. Nam omnis pars submultiplex: ut patet per eius diffinitionē.

Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecunq; sint eiusde; ge
 neris quātitatus certa alterius ad alterā habitudo.

Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem gene
 ris adinuicem in eo q̄ earum altera maior aut minor: est
 reliqua uel sibi equalis. **N**on enim solum in quantitati
 bus reperit̄ proportio. sed in ponderibus: potētis & sonis.

In ponderibus quidem & potētis uult plato in thimeo eē proportionē:
 ubi elementorum numez; oñdit: in sonis autem esse proportionem liq̄t
 ex musica. Nam ut uult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas ine
 quales ptes diuidat. erit ipsaz; p̄tium suorūq; sonoz; eadem cōuerso mō p
 portio. Sed in quibuscunq; pportio reperitur: ea p̄ticipant naturam p̄p̄e
 tatēq; quātitatis: non. n. reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q̄ eaz;
 una est reliqua maior aut minor. aut sibi eqli. **Q**uantitatis aut̄ p̄p̄iū
 est s̄m ipsam egle uel ineguale dici. ut uult Aristo. in p̄dicamētis. un̄ liq̄t
 pportionem primo in quantitate repiri. & p̄ ipsam in omnibus aliis. Nec
 eē in aliquibus rebus pportionem cui similis non sit in aliquibus quātitatib;
 pp̄ qd̄ bene dixit Euclides pportioem simplr̄ eē in quātitate cum eā diffi
 niuit p̄ habitudinem duaz; quātitatū eiusdem generis adinuicē. **C**uius
 diffinitionis intellectus ē: q̄ pportio ē habitudo duaz; quātitatū adinuī
 cem q̄ attēdit in eo q̄ una eaz; ē maior aut minor alia uel sibi eqli: p̄ qd̄
 patet q̄ oportet eas eē eiusde; generis: ut duos nūeros: aut duas lineas aut
 duas sup̄ficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo t̄pa. Non. n. pōt̄ dici
 linea maior aut minor sup̄ficie. aut corpe nec t̄ps loco. sed līea. linea & su
 p̄ficies sup̄ficie. Sola. n. uniuoca & cōpabilia sunt. **Q**uod aut̄ dicit cer
 ta habitudo. Nō sic intelligas q̄si nota uel scita. sed quasideterminata: ut sit
 sensus. Proportio ē determinata hītudo duaz; quātitatū: ita in quā determi

nata & hec & non alia. Non enim est necessarium ut ois habitudo duaz
 quatitatum sit scita a nobis nec et a natura. ¶ Nam proportio quedam
 est discretorum ut numeroz. qdam aut continuoz. In numeris autē mi
 nor est pars b aut partes maioris ut demonstratur in septimo: quare & in
 eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At uero in continuis est pro
 portio magis larga: est enim in eis ubi minor quatitas est pars c aut ptes
 maioris & talium oium mediantibus numeris est proportio nota: q & rō
 nalis dicitur. Dicunturq. omnes tales quantitates cōmunicantes: quia
 eas una & eadem necesario metitur. unde & omnes numeri sunt cōmuni
 cantes. omnes enim ipsos metitur unitas. ¶ Est etiā ubi minor nō est ps
 aut partes d maioris & in talibus nō est nota proportio. nec nobis nec na
 ture. Diciturq. hec proportio irrōnalis: & hee quantitates incōmunican
 tes: unde fit: ut quecunq. proportio reperitur in numeris reperiat in om
 ni genere continuozum: ut in lineis superficiebus corporibus & tempori
 bus: non autem econuerso: infinite enim sunt proportionēs in continuis
 reperte: quas numerorum natura non sustinet. Sed quecunq. proportio
 reperitur in uno genere cōtinuozum eadem reperit in omnibus aliis. Nā
 qualitercunq. se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet que
 libet superficies ad aliquā aliam. & quodlibet corpus ad aliquod aliud: si
 militer & tempus. sed non sic quilibet numerus ad aliquem alium: unde
 magis est larga proportio in continuis. q̄ in discretis. Exquo manifestum
 est proportionem geometricam esse maioris abstractionis: q̄ proportio
 nem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersat.
 rōnalis est: geometria uero rōnales & irracionales equaliter considerat.

Castigator

a ¶ Vniuoca sunt quorum nomen cōmune est & ratio substantie eadem
 ut hoc nomen homo significat sor. & pla. quoniam eadem ratione sor.
 est homo qua. pla. &c. Equiuoca uero quorum nomen cōmune est & ra
 tio substantie diuersa ut hoc nomen canis significat latrabilem piscem &
 stellam sed alia & alia ratione &c. etiā hoc nomē sanum dicitur de urina
 & cibo in genere latent equiuocationes. b ¶ Quando minor est pars ut
 4. respectu. 12. quando minor est partes ut. 8. respectu. 12. & sic in ceteris.
 c ¶ Ut linea bipedalis linee quadripedalis quando pars ut linea octo
 pedalis linee. 12. qn ptes. d ¶ Vel. 12. respectu. 12. uel. 12. respectu. 12.

Diffinitio .4.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

¶ Ut si dicamus q̄ que est proportio. a. ad. b. ea est etiam
 c. ad. d. proportio que ē inter. a. & b. similis ē illi que est in
 ter. c. & d. Hec autem similitudo que ex istis proportioni
 bus resultat dicitur proportionalitas.

Castigator

¶ Amica est enim similitudo. dissimilitudo uero odiosa at contraria.
 Boetius in primo musice capitulo primo & 31. Proportiones autem prin
 cipaliter in numeris cōsiderātur. Boetius primo capitulo quarti musices.
 ¶ Ista proportionalitas potest dici dupla tripla quadrupla sexquialtera
 sexquitercia &c. put fuerint q̄titates proportionate continue.

Diffinitio .5.



Quantitates que dicuntur cōtinuam habere propo
 tionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut eque
 sunt: aut eque sibi sine interruptione addunt aut
 minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p̄ continuam
 & discontinuam diffinit membra diuidentia. & primo cō
 tinuam imo ut uerius dicam: supposita diuisione proportionalium p̄ con
 tinue proportionalia & incontinue: diffinit non continuam proportio
 nalitatem: nec incontinuum: sed cōtinue proportionalia & incontinue.
 Diffinitio autem continue proportiōalitatē & incontinue satis patet p̄

a 4 c 6

b 2 d 3

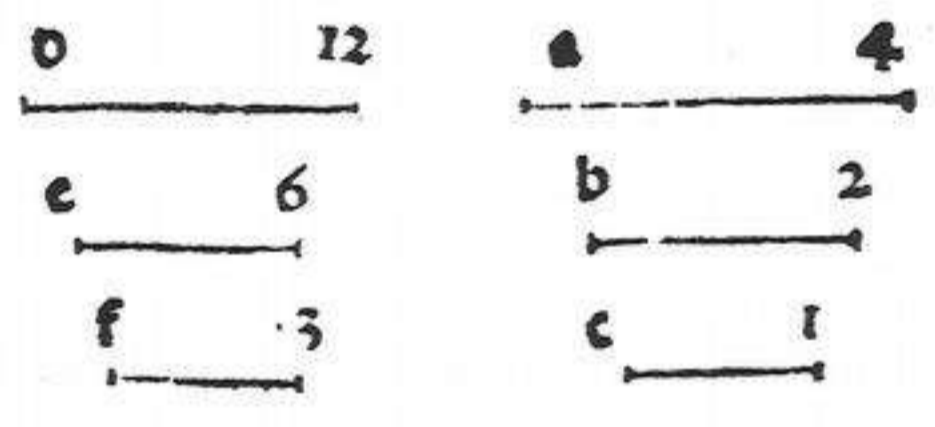
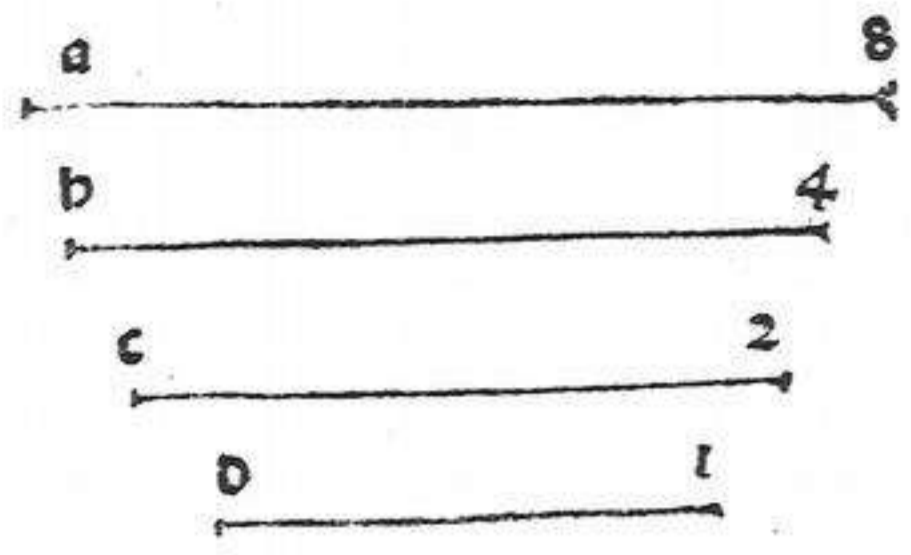
a 8

b 4

c 2

d 1

diffinitionem continue proportionalium & incontinue. ¶ Continua autem proportionalitas est cum quodlibet quantatum eiusdem generis in qua proportione prima antecedit secundam in eadem quolibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita b. ad. c. & c. ad. d. eritque quolibet earum antecedens & consequens excepta prima que est solum antecedens: & ultima que est tantum consequens. ¶ Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum eo quod non sit proportio inter quantitates generum diuersorum: & hec erit ad minus in tribus terminis constituta. ¶ Incontinua autem est cum quatuor quantatum siue omnes fuerint eiusdem generis siue due prime unius & due postreme alterius: in qua proportione prima antecedit secundam in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritque earum quolibet: aut tantum antecedens aut tantum consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis sicut erat in proportionalitate continua: eo quod consequens prime proportionis non continuatur antecedenti secunde: sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est ut sint diuersorum. Sicut. n. contingit lineam reperiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiem: & corpus ad corpus: & tempus ad tempus: & numerus ad numerum. ¶ Viso quid sit continua proportionalitas. & quid in continua explanemus diffinitionem continue proportionalium premissam. ¶ Quantitates inquit proportionales continue sunt quae eque multiplicia aut sibi sunt equalia: aut eque sibi sine interruptione addunt aut minuunt: uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis. a. b. c. ad quas sumantur. d. e. f. eque multiplicia: ut sicut. d. est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b. & f. ad. c. eruntque omnes in eodem genere. Multiplicia. n. & submultiplicia in eodem sunt genere: sitque. ut. d. e. f. aut sint equalia adiuicem: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita quod sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat super. f. aut minuat ab ipso. Cuius hec inquam multiplicia sic se habuerint erunt tres quantitates. a. b. c. continue proportionales. ¶ Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: aliter. n. diffinitio est falsa. Nam quantumlibet quantum eiusdem generis equis se differentiis excedentium eque multiplicia accepta equis etiam differentiis se excedunt: tamen similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus. Nec tamen priores quantitates sunt continue proportionales: imo minor est semper maior proportio. ¶ Hoc autem ideo euenit quia earum multiplicia non similiter se excedunt quantum ad proportionem: sed solum quantum ad quantitatem excessus: est. n. & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio. ¶ Verbi gratia: sumantur tres numeri equis differentiis se excedentes: imediate uidelicet arithmetice ut. 2. 3. 4. horum trium eque multiplices equaliter se excedunt. dupli quidem binario: tripli ternario. & sic de ceteris: non tamen sunt. 2. 3. 4. continue proportionalia: imo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sexquialtera: & maiorum sexquitercia. ¶ Quia ergo inter eos non est similitudo proportionum. Non erit inter eos proportionalitas: & ideo neque continua neque incontinua. ¶ Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis non intelligi quantum ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem. ¶ Erit itaque sensus diffinitionis premisse. Continue proportionalia sunt quantum omnia multiplicia equalia: sunt continue proportionalia. ¶ Sed noluit ipsam diffinitionem proponere si. b. hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem a parte tamen rei: est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdem generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si. n. a. & b. essent diuersorum generum essent etiam. d. & e. ipsae. a. & b. multiplicia eorundem diuersorum generum: propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare. d. non esset equalis. e. nec ea maiori



a
b
c

aut minor. Nā q̄titates diuersoꝝ geneꝝ nō sunt adinuicē comparabiles.

Castigator.

a ¶ Maxime geometre interest de p̄portionibus & natura ipsarum tota liter diserere. Nam arithmeticus nō inuenit in oībus numeris p̄portiois modos qm̄ infinite sunt p̄portiones quas natura numeroꝝ non patit̄: ut in isto per Campanum dicitur. ¶ Qm̄ aut̄ ipsa p̄portiois cōsideratio extensa est & lata & applicatur fere omnibus adinuicem comparabilibus s̄m magis & minus. Ideo s̄m hunc conceptum cōem potest sic diffiniri. ¶ Proportio est aliquorum adinuicem cōparabilium unius ad alterum certa habitudo. uerbi gratia. ut numeri ad numerū magnitudinis ad magnitudinem soni ad sonum: temporis ad tempus: motus ad motum: humoris ad humorem: saporis ad saporem: coloris ad colorem &c. Geometet aut̄ trahit intentiōem proportionis ad magnitudinem & habet eam sic diffinire. proportio est duaz̄ quātitarum eiusdem generis unius ad alteram certa habitudo. Dico aut̄ eiusdem generis quia sola talia comparabilia sunt. ¶ Diuiditur autem proportio in duas spēs que accipiūtur in comparatione ad quantitates. Nam quantitarum quedam sunt cōmunicātes siue cōmensurabiles. quedam dicuntur incōicantes siue incōmēsurabiles: cōicantes dicuntur ille quibus est una quantitas cōmunis eas numerans. Dicitur aut̄ una quantitas numerare aliam. que s̄m aliquem numerum accepta p̄ducit ipsam: ut linea pedalis bipedalem uel tripedalē lineam. Sunt igitur quantitates cōmunicātes sicut linea bipedalis & tripedalis quas pedalis linea s̄m binarium & ternarium numerat. Quātitates uero quibus non est una cōmunis quantitas eas numerās dicuntur incōmensurabiles cuiusmodi sunt diameter quadrati & eius latus. sunt igr̄ s̄m hoc due p̄portionum spēs. s. rōnalis & irrōnalis: p̄portio rōnalis debetur quātitatibus cōicantibus ipa quoq; est que numeris sola debetur. Irrōnalis aut̄ p̄portio quātitatibus incōmensurabilibus debet̄: numeris uero neq; q̄ cōpetit. ¶ Vñ manifestū ē q̄ ad geometrā p̄tinet p̄portiois cōsideratio: quia oīs p̄portio est magnitudis: sed nō oīs p̄portio ē nūeralis. Proportio igr̄ rōnalis denōiatur īmediate ab aliquo nūero: cū. n. quātitatū cōicantiū oportet q̄ s̄m aliquē numerū minor uel aliquā ps̄ minoris maiore nūeret: p̄p̄ quod dixit Euclides infra in. s. decimi. Oīum duaz̄ quātitatū cōicantium est p̄portio alterius ad alterā tanq̄ p̄portio nūeri ad numerū. Diuidit̄ aut̄ hec spēs s̄m oēm modum s̄m que diuisa ē p̄portio arithmetica: nā alia est eq̄litas alia inequalitas: & p̄portio īequalitatis subdividit̄: alia maioris: alia minoris inequalitatis: & utraq; accipit̄ inter eosdē terminos nō eodē ordie. Prima. n. ē habitudo maioris termini ad minore. secūda minoris ad maiore ecōuerso. Et utraq; s̄m qnq; spēs subdividit̄. qm̄ maioris īequalitatis spēs sunt p̄portio multiplex proportio super particularis p̄portio superpartiens. Item proportio multiplex supparticularis & proportio multiplex superpartiens. Totidēq; spēs habet proportio inequalitatis minoris & eisdē signant̄ noībus addita prepositione sub. & de istoꝝ diuisiōibus dicit arithmetica non oportet plus insistere. ¶ Proportio aut̄ irrōnalis non noīatur sic īmediate ab aliquo numero ab alia p̄portione nūerali qm̄ nō ē possibile ut s̄m aliquē numerum ps̄ aliqua minoris maiore nūeret. Cōtingit tñ mediate denōiare irrōnalē a numero ut q̄ p̄portio diametri ad costā ē medietas p̄portionis duple. & ita capiunt alie spēs p̄portionis huius denōiationē a numero. Diuidit̄ aut̄ hec p̄portio in duas spēs q̄ accipiunt̄ penes cōparationem ad quātitates mensurabiles & ad modos diuersificatiōis in eis ut lineaz̄ quedā sunt incōmensurabiles in longitudine tñ: quedā sunt icōmensurabiles in lōgitudine simul & in potētia. Incōmēsurabiles in lōgitudine sunt linee quarū lōgitudines nō cōicant. Si aut̄ superficies quadrate in quas possunt cōicent. tūc sunt icōmensurabiles in lōgitudine tñ: cōicantes aut̄ in potētia. Et hec spēs prima ut latus quadrati & diametri eiusdē nō cōicant quadrata aut̄ eorum cōicāt s̄m p̄portionē duplā. Si uero superficies quadrate in quas possunt

due linee incōmēsurabiles in longitudine sūt in quā superficies incōicātes: tunc ille linee dicerent incōmēsurabiles in longitudine & in potētia. Et hec spēs est secunda. exemplum est: accipiat linea medio loco proportionalis inter diametrum & costam s̄m q̄ docet .9. sexti inferius. Ibi. n. latus quadrati ex illa linea media inuenta sunt incommensurabiles in longitudine: sicut constat: quia cum extrema fuerint incōmēsurabilia inter se erunt & incōmunicantia cū medio quod est s̄m cōtinuam pportionalitatem inter ista sunt due eedem linee incōmensurabiles in potentia: qm̄ quadrata earum non cōicant. Nā ex decima septima sexti oīum triū linearū continue proportionaliū quanta ē prima ad tertiā tñ erit & quadratum prime ad quadratū secūde. Pñt aut̄ hee spēs utraq; subdividi in tot spēs quot modis accidit lineas uel sic esse incommensurabiles. Nam nō solū linee possunt eē incōmensurabiles in lōgitudine tñ: dum se hñt sicut diameter & costā: sed aliis modis se hñtib; forte ī īfinitū. similiter dico de lineis incōmēsurabilibus ī lōgitudine & potētia. qā n̄ solū sūt tales q̄ medie sunt iter costā & diametrū sed alie &c. **Diffinitio. 6.**

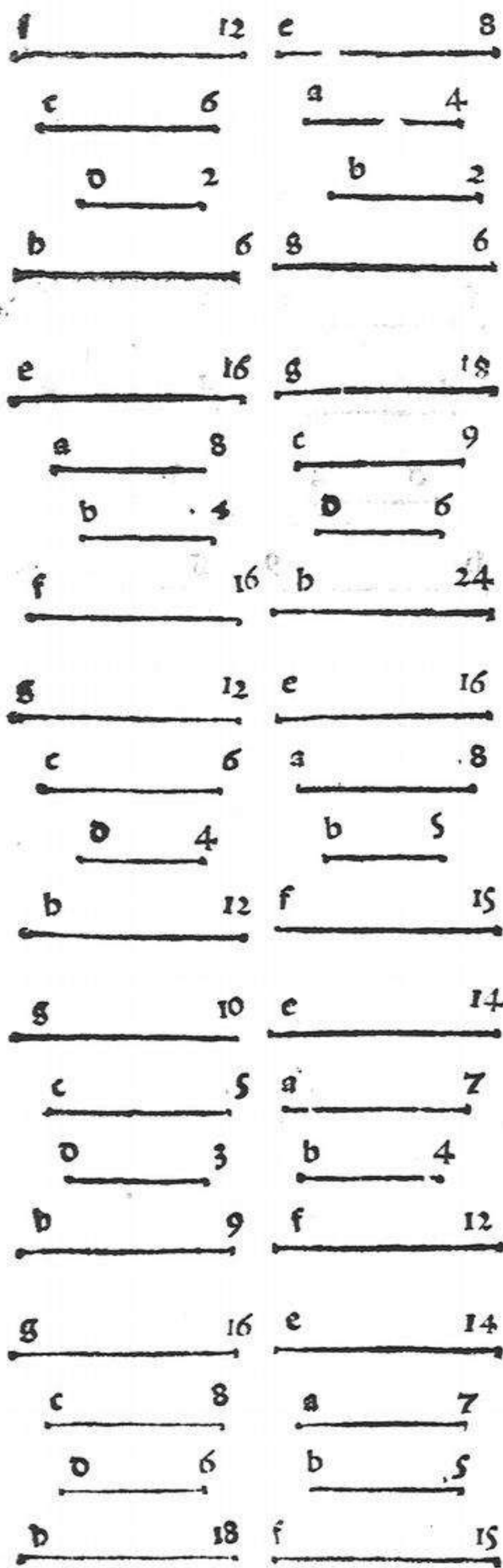


Quantitates que dicuntur eē s̄m pportionē vnā p̄ma ad secundā & tertiā ad quartā sunt quarū p̄me & tertiē multiplicēs equales multiplicibus secūde & q̄rte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutiōe vel equalitate eodē ordine sumpte.

¶ Posita superius diffinitione quātitatū cōtinue pportionaliū. hic ponit diffinitionē incōtinue pportionaliū: & est q̄ quarūlibet 4. quātitatū quarū prime & tertiē eque multiplicia sūpta fuerint. Itēq; secūde & q̄rte eque multiplicia: fueritq; multiplex prime sic se hñt ad multiplex secūde q̄rte ad additionē aut diminutionē aut equalitatē: sicut multiplex tertiē ad multiplex q̄rte: erit pportio prime earū ad secūdā sicut tertiē ad q̄rtā. uerbi grā. Sint q̄tuor quātitates. a. b. c. d. sumantq; ad primā & ad tertiā que sunt. a. & c. eque multiplicia utpote dupla: q̄ sint. e. & f. Itēq; ad secūdā & q̄rtā q̄ sunt. b. & d. sumant alia eq̄ multiplicia: utpote tripla: q̄ sint. g. & h. sitq; ut hec. 4. multiplicia sic sūpta cōparata adinuicē s̄m ordinē p̄marū q̄tuor quātitatū: ita uidelicet q̄. e. cōparet ad g. & f. ad. h. non aut̄. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutiōe & eq̄litate: uidelicet q̄ si. e. addit supra. g. & similiter. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. & f. similiter minuat ab. h. aut si. e. ē eq̄lis. g. & similiter. f. sit eq̄le. h. tunc pportio. a. ad. b. ē sicut. c. ad. d. ¶ Similitudo aut̄ in addēdo aut diminūdo intelligat̄ hic sicut in diffinitionē continue pportionaliū: uidelicet nō quantū ad quātitatē excessus: sed quātū ad pportionē. **¶** Q̄d aut̄ dicit eodē ordine sumpte itelligat̄ sicut expositū ē: uidelicet ut multiplicia nō referant adinuicē s̄m ordinē eaz; quātitatū: q̄bus eque multiplicia assumuntur: ut multiplex prime nō referat ad multiplex tertiē: aut multiplex secūde ad multiplex quartē: sed referat s̄m primū ordinē ipsaz;. 4. quātitatū uidelicet multiplex p̄me ad multiplex secūde & multiplex tertiē ad multiplex quartē. **¶** Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incōtinue pportionales sunt quatuor quātitates & pportio prime ad secūdā ē sicut tertiē ad q̄rtā cū sumptis eque multiplicibus ad primā & tertiā. Itēq; eque multiplicibus ad scđam & q̄rtā erit pportio multiplicis prime ad multiplex. secūde: sicut multiplicis tertiē ad multiplex quartē: sed nō diffiniuit si. b. hac forma p̄p̄ cām predictā: licet a parte rei idē sit. Nō ē aut̄ necessariū ut quatuor quātitates. a. b. c. d. sint eiusdē generis: eo q̄. b. non continuat̄ in pportione cū. c. sed pñt eē due prime unius generis: & due sequētes alterius. ¶ Per q̄ patet q̄ necesse ē referri multiplex prime ad multiplex secūde & multiplex tertiē ad multiplex q̄rte: non aut̄ multiplex prime ad multiplex tertiē aut multiplex secūde ad multiplex quartē quia nō semp̄ sunt eiusdē generis. multiplex p̄me & tertiē: nec multiplex scđe & q̄rte. ¶ Fuit at̄ necesse si me re eque multiplicēs ad primā & tertiā. itēq; eque multiplicēs ad secūdā & quartā: & nō eque multiplicēs ad primā & secūdā: & itē non eque ad ter



a
b



tiā & quartā quia nisi p multipliciū sūptionē cōtinuant termini prime p portiois cū termis secūde. nō erit p qd sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.

Castigator.

a ¶ Nam si a. ponatur. 6. & b. 4. c. u. ero. 5. & d. 3. & sumant multiplicia eq̄ liter utputa dupla ad primam & tertiam erit. f. 10. & e. n. Itemq; ad secundā & quartam ēt dupla erunt. h. 6. & g. 8. que multiplicia in ordine suarū quātitatū adinuicem cōparata arithmetice eodem modo se hnt in ad dendo equando & minuendo: nam dupla p quaternarium ut patet & tripla p senarium & sic in ceteris & tñ prime ad secūdam nō est sicut tertie ad quartam nā illa est sexqaltera & alia supbipartiens tertias & ideo geometrica debēt intelligi. ¶ Infra. 4. qnti clare apebit multiplicia taliter relata adinuicem ppositum cōcludere ēt in. x. sexti. Idem. b ¶ Exemplū qñ non sunt pportioales. 5. & 3. pro. c. d. & 6. 4. p. a. b. multiplicia nō se hnt eodem mō. 10. 6. 12. 8. ¶ Id est non arithmetice sed geometrica. c ¶ Boetius. 2. musice capitulo. 12. sed inter has tres medietates pportionalitas qdē pprie & maxime geometrica nuncupat iccirco qm̄ eqs pportionibus tota contextitur. Sed tñ eodem utenur p̄niscue uocabulo pportioalitates ēt ceteras nūcupantes uidelicet arithmetica & armonicam. d ¶ Sicut numeri caput est unitas ita pportionū eq̄litem eē p̄ncipium. Boetius. 2. musice capitulo. 15. ibidem ostendit qualiter duobus modis pportionalitas arithmetica procreatur exemplis optimis in numeris.

Diffinitio .7.



Quantitates quarum proportio est una proportionales nominantur.

¶ Postquam diffiniuit quantitates continue proportionales & incontinue diffinit quantitates proportionales simpliciter & patet diffinitio.

Diffinitio .8.



Et si fuerint p̄ m̄ & tertie eque multiplices. Itēq; secunde & quarte eque multiplices. addetq; multiplex prime super multiplicem secunde. Non addet autem multiplex tertie super multiplices quarte dicetur prima maioris proportionis ad secundā q̄ tertie ad quartam.

¶ Diffinitis quātitatibus pportionalibus diffinit quātitates in proportionales. Sunt aut̄ improportionales inter quas est dissimilitudo pportionum quod cōtingit dupliciter aut q̄a maior est pportio p̄me ad secundā q̄ tertie ad q̄rtā: aut q̄a minor & iō eius sunt due spēs. P̄ia qñ maior est pportio p̄mi ad sc̄m q̄ tertii ad quartum: & dicit̄ hec maior improportionalitas. ¶ Secunda uero qñ minor est proportio primi ad sc̄m q̄ tertii ad quartum: & dicitur minor improportionalitas. ¶ Diffinit ergo eas inter quas est maior proportio prime ad secundam q̄ tertie ad q̄rtam q̄ est maior improportionalitas: diffinitionem aut̄ earum inter quas ē minor pportio prime ad secundam: q̄ tertie ad quartam non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̄ fuerint. 4. quantitates ad quaz p̄mam & tertiam sumpta sint eque multiplica. & ad sc̄m & quartam eq̄ multiplica: & multiplica p̄me & sc̄de relata adinuicē non se habebūt similiter multiplicibus tertie & quarte relatis adinuicem in additione diminutione & equalitate ille. 4. quantitates erunt improportionales. ¶ Quod si ita fuerit q̄ multiplex p̄me sit equale multiplici sc̄de. multiplex uero tertie sit minus multiplici quarte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici sc̄de. multiplex aut̄ tertie sit eq̄le. aut minus multiplici q̄rte. Aut q̄ multiplex p̄me sit maius multiplici sc̄de: & similiter multiplex tertie multiplici q̄rte: uerumtñ plus excedit quātum ad pportionem non quātum ad quātitatē excessus multiplex p̄me multiplex sc̄de q̄ multiplex tertie multiplex q̄rte. Aut q̄ multiplex p̄me sit minus multiplici sc̄de. & s̄l̄ multiplex tertie multiplici q̄rte. uerumtñ minus minuit quātum ad pportionem nō quātū ad quā

titate excessus: multiplex prime a multiplici secunde: quae multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istorum .4. modorum maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumuntur ex numeris. ¶ Additio ergo illa multiplicis prime super multiplex secunde. Non autem multiplicis tertie super multiplex quarte de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinem habet ad istos .4. modos predictos et ipsos comprehendit. unde sensus istius diffinitionis est cum sumptis sic multiplicibus ut proponit fuerit maior proportio multiplicis prime ad multiplex secunde quam multiplicis tertie ad multiplex quarte: erit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam: si diffiniuit autem sub hac forma per eamdem causam predictam. Vel possumus dicere quod additio multiplicis prime super multiplex secunde: et non multiplicis tertie super multiplex quarte: de qua loquitur in praemis diffinitione maioris in proportionalitatis proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: et non se excedit nisi ad secundam quatuor predictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorum sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. unde sensus illius diffinitionis est cum sumptis sic multiplicibus ut proponit si multiplici prime exstante maiori multiplici secunde: non sit necessarium quod multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tunc erit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam. per hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: quia iste est illis omnibus magis planus et ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio prime .4. quantitatum ad secundam quam tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam reperiri. Quae cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex secunde non autem multiplex tertie super multiplex quarte. Nec usquam contingit hoc reperiri quod sit maior proportio prime ad secundam quam tertie ad quartam ut demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possumus autem esse haec quantitates improporcionales diuersorum generum sicut et quantitates incontinuae proportionales si inter eas fuerit incontinua improporCIONALITAS: ut si dicatur maior est proportio .a. ad .b. quam .c. ad .d. Si autem fuerit continua improporCIONALITAS erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. ut si dicatur maior est proportio .a. ad .b. quam .b. ad .c.

Castigator. Sufficiencia huius diffinitionis habetur ex .8. huius s. ut in fine dicte b. dicitur. b. Dissimilitudo uero odiosa atque contraria. Boetius in primo musicae capitulo primo. ¶ Amica est enim similitudo.



St autem proportionalitas ad minus inter tres terminos constituta.

¶ Postquam auctor diffiniuit proportionem proportionalitatem et quantitates proportionales et improporcionales. ostendit quod sit minus numerus terminorum inter quos proportionalitas potest consistere maximum autem non ponit quia illud non contingit summeret potest. n. proportio quilibet continuari in terminis infinitis: siue fuerit rationalis: siue irrationalis. ¶ Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus due proportionales similes: eo quod proportionalitas sit similitudo proportionum. Quelibet autem proportio habet autem et consequens: ergo quilibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia et duo consequentia: hoc est impossibile fieri in paucioribus quam tribus terminis: in quibus medius eorum fiet autem et consequens: et ideo proportionalitas erit continua: quae in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. In continua autem non erit in paucioribus quam in .4. eo quod in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens: aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improporCIONALITATIS. Si enim fuerit continua. erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua ad minus inter quatuor.

Castigator.

a ¶ Que ab aliquo numero denominatur immediate. b ¶ Que ab aliquo numero nō denoiatur imediate ut dyametri ad costā eius. qdrati.

Diffinitio 10.



¶ Si fuerint tres quantitates continue proportionales dicetur proportio prime ad tertiam. proportio prime ad secundam duplicata.

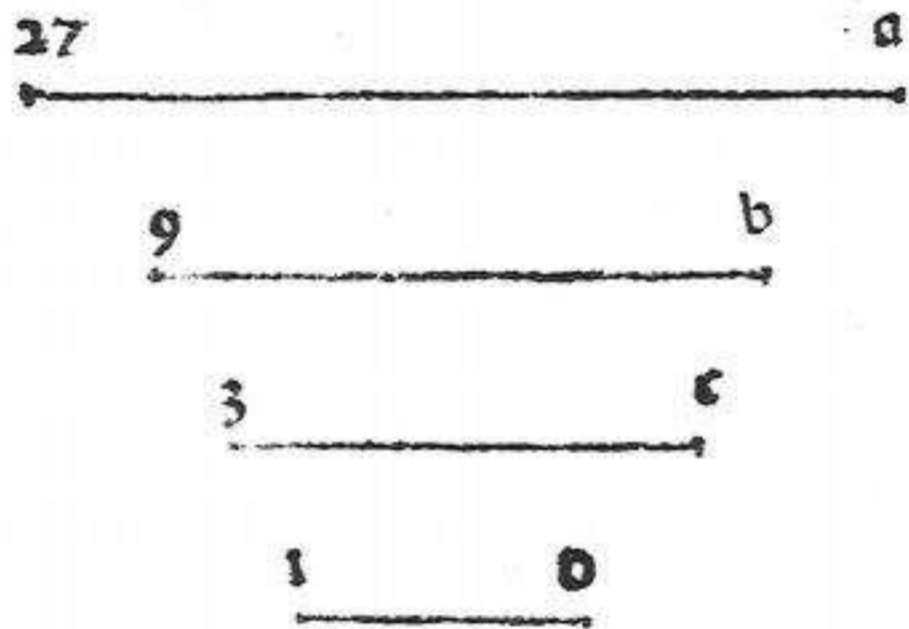
¶ Diffinit proportionem q̄ est inter extremos terminos continue proportionalitatis in tribus terminis constitute ¶ dicit q̄ si fuerit proportio primi ad secundum sicut secūdi ad tertium; erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata; hoc est ex duabus talibus composita. ¶ Siue quod idem est; erit pportio primi ad tertium. sicut primi ad scdm duplicata; hoc est in se multiplicata. uerbi grā. in numeris Sint. 3. numeri continue proportio nales; sintq; cōtinue dupli; ut. 2. 4. 8. proportio primi ad tertium erit sicut proportio pmi ad scdm in se multiplicata; proportio aut̄ primiad secundum ē dupla; dupla uero in se multiplicata; producit quadruplam; unde proportio extremoz est quadrupla; uidelicet duplum dupli; uel secundū priorem expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata; quia quadrupla constat ex duabus duplis.

Diffinitio .II.



¶ Si fuerint quatuor quātitates continue pro portionales. proportio prime ad quartam dicetur pro portio prime ad secundam triplicata.

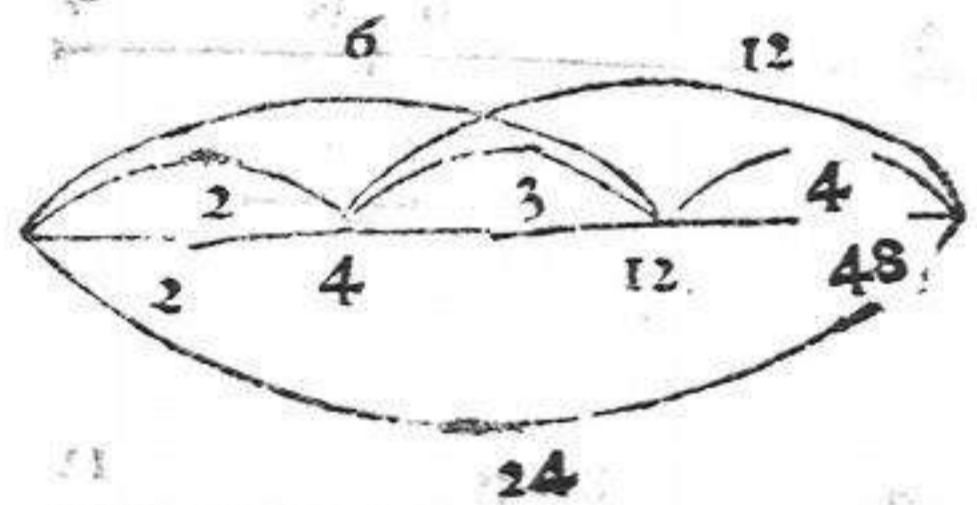
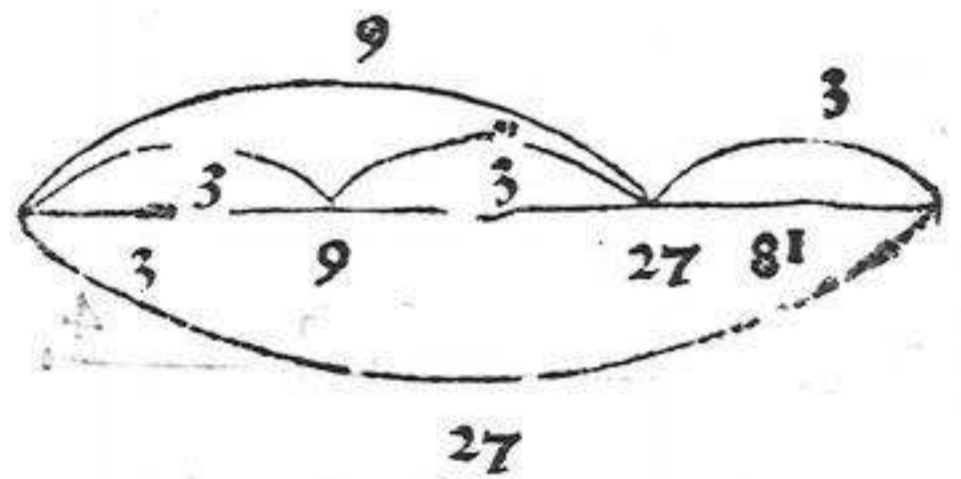
¶ Diffinit proportionem que est inter extremos termi nos continue proportionalitatis in .4. terminis cōstitute ¶ dicit q̄ si fuerit .4. quantitates cōtinue pportionales erit pportio pme ad qrtam sicut pportio pme ad secundam triplicata. ¶ Hoc est ex tribus talibus composita. qm̄ tales inueniūtur in ea; siue quod idem est; erit pportio pme ad quartam sicut pme ad secundam triplicata. hoc ē in se. postea in productum multiplicata. Verbi grā; in numeris. Sint qua tuor numeri continue proportionales; sintq; continue tripli ut sint. 1. 3. 9. 27. proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum i se postea in productum multiplicata; proportio aut̄ primi ad secundum ē tripla; tripla nō in se multiplicata pducit nocuplam ¶ tripla in nocuplā producit uigincuplam septuplam. erit itaq; pportio extremoz uigincupla septupla. quod est triplum tripli. Vel fm̄ priorem expositionem pportio extremoz est sicut proportio primi ad scdm triplicata; qa uigincupla se ptupla constat ex tribus triplis. Non diffinit aut̄ proportiōem extremoz cōtinue pportionalitatis inter plures q̄ qtuor terminos cōstitute; pp̄ id q̄ di mensionēs in rebus naturalibus repte non excedunt ternarium. ¶ Deno minatio aut̄ pportionis duaz quantitatum quibus nullum interponitur medium hēt naturam lineæ. Eaz; uero quibus interponit unū medium i cōtinua pportionalitate hēt naturam supficiē eo qd̄ fit ex multiplicatio ne denoiationis duaz primarum in se. Oē aut̄ quod ex multiplicatione li nee; in lineam producit; naturā hēt supficiē. si in se qdem quadrati; si nō in alteram Parte altera longioris. Sed proportionis eaz; quantitatum de noiatio quibus in cōtinua proportionalitate duo media interponuntur naturam hēt solidi; quia prouenit ex multiplicatione denoiationis duaz pmarum. Primo in se. ex qua multiplicatione producitur supficiēs; dein de in productum ex q. multiplicatione prouenit solidum siue corpus; oē. ¶ n qd̄ ex multiplicatione lineæ in supficiē producit crescit in solidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quātitatum est simplex inter uallum; ¶ hñs naturam simplicis dimēsonis ut lineæ; proportiōalitas au tem trium est duplex interuallum; ¶ hñs naturam duplicis dimēsonis. ut supficiē; proportionalitas aut̄ qtuor est triplex interuallum; ¶ hñs na turam trine dimēsonis ut solidi. Et quia dimēsones ulterius non pro cedunt. ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos.



portionalitatis in quinq; terminis: aut pluribus constitute. ¶ Vel non dif-
 finuit proportionem in his quia earum proportio h̄r ex predictis diffini-
 tionibus. Si. n. in tribus terminis proportio extremorum constat ex pro-
 portione p̄morum duplicata: & in quatuor terminis cōstat ex eadem tripli-
 cata: in .5. terminis constat ex eadē quadruplicata: & in sex ex eadem quin-
 cuplicata. ¶ Vñ quemadmodum in tribus terminis cōtinue proportiōa-
 libus proportio extremorum continet proportionē p̄morum bis. & in .4.
 terminis ter. sic in .5. terminis cōtinebit q̄ter. & in sex quinquies. & ita dein-
 cept. ut semp̄ proportio extremorum in terminis cōtinue proportionali-
 bus toties contineat proportionē p̄morum quot sunt oēs termini minus
 uno. ¶ Similiter quoq; si proportio extremorum continue proportiona-
 litatis in tribus terminis constitute est ea que producit ex proportione p̄-
 morum in se semel multiplicata: & in .4. in se bis multiplicata: in quinq;
 terminis ea que p̄ducitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata
 & in .6. terminis quater: & sic semp̄ ut termini fuerint duobus plures mul-
 tiplicationibus: siue ut multiplicationes sint eq̄les mediis extremis inter-
 positis. Et nota q̄ et in improportionalitate continua extremorum pro-
 portio producit ex oibus proportionibus intermediis. ¶ Ex p̄dictis
 appret q̄ proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus
 terminis cōstitute denoiatur a quadrato in quatuor terminis cōstitute
 denoiatur a cubo: quorum quidem quadrati & cubi latus est denomina-
 tio proportiōis p̄mi ad secūndum: uerbi gr̄a: in numeris. Sint quatuor nu-
 meri continue proportionales qui sunt continue tripli. 3. 9. 27. 81. propor-
 tio primi ad secūndum denominatur a ternario. est enim tripla: p̄mi n̄o
 ad tertium a nonario qui ē quadratus ternarii. nam ipsa est nocupla. At
 n̄o proportio p̄mi ad quartum denominatur a .27. qui ē cubus denomi-
 nationis proportionis p̄mi ad secūndum uidelicet ternarii. ipsa. n. est ui-
 gincupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis cō-
 tinue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non qua-
 drato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum in qua-
 tuor uero terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria
 latera sunt denoiationes trium proportionum. quod et patet in numeris.
 Sint quatuor numeri continue improportionales: qui sunt. 2. 4. 12. 48. in
 quibus p̄portio p̄mi ad secūndum est dupla: secūdi ad tertium tripla: &
 ideo p̄mi ad tertium sexcupla: tertii uero ad q̄rtum q̄drupla: & iō p̄mi ad
 q̄rtum uigincupla q̄drupla. Senarius ergo qui ē denoiatio proportionis
 p̄mi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo & tria qui sunt deno-
 minatiōes duarum primarum p̄portionum. 2. 4. uero q̄ est denominatio
 proportionis p̄mi ad quartum est solidus cuius latera sunt. 2. 3. & 4. q̄ sunt
 denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entiu.

Castigator

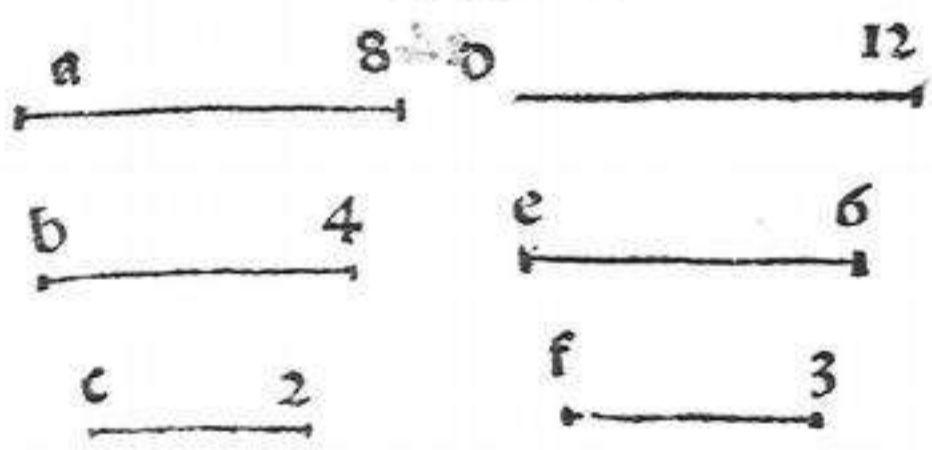
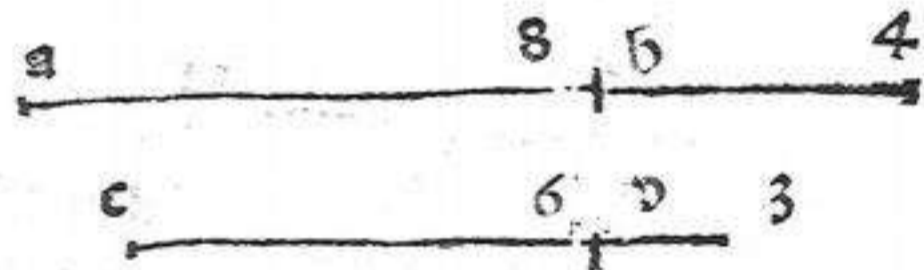
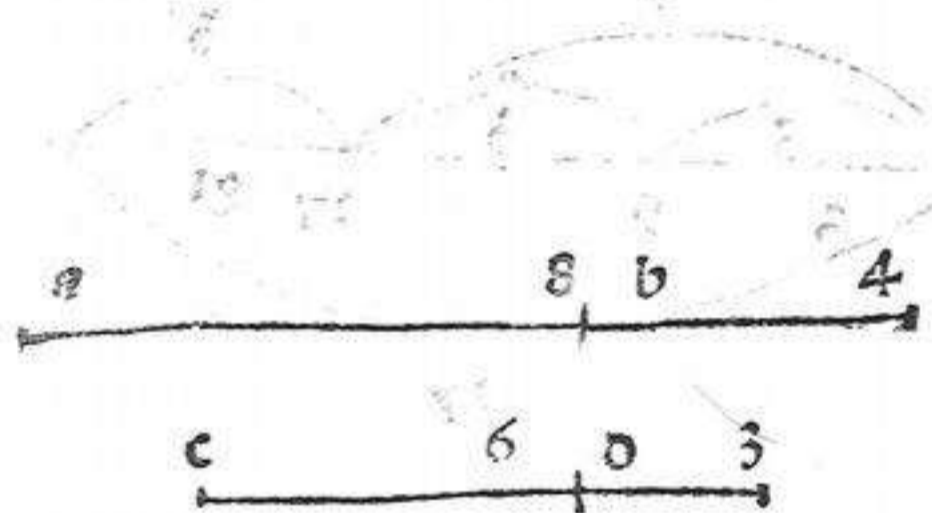
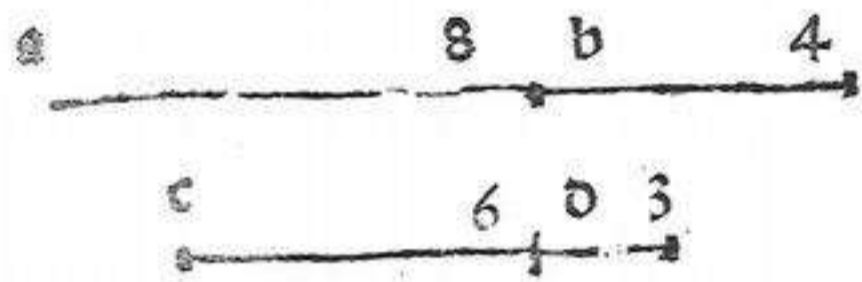
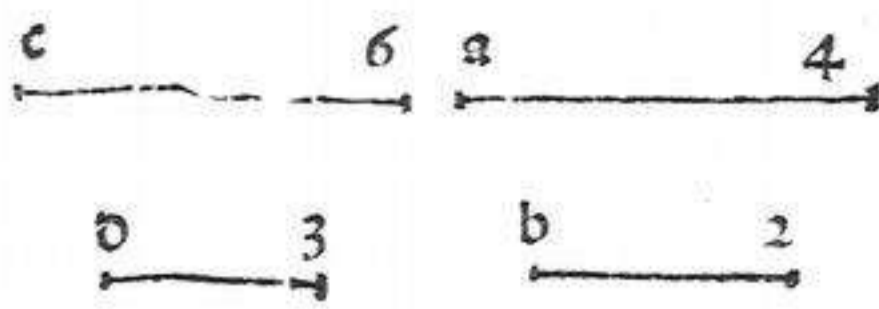
¶ Et quecumq; dicte sunt passionēs de proportionalitate indifferenter
 intellige scilicet arithmetice & geometricē quoniam utroq; modo pos-
 sunt assignari quantitates uidelicet proportionales geometricē & p̄portio-
 nales arithmetice & utreq; continue & discontinue respectu eorundem
 generum & diuersorum ut dictū est. quia cōtinue semp̄ sunt eiusdē generis
 siue geometricē siue arithmetice & incontinue possunt esse diuersorum &
 eiusdem indifferenter. Sed illa geometrica habet attendi penes propor-
 tionem quo ad equalitatem diminutionem & additionem & ista arith-
 metica solum penes differentias seu excessus. Et sic itelligas de improportio-
 nalitate utriusq; maiori & minori continua & incontinua & c. ut per te fa-
 cilitate deduces cuius ingenii non diffido ideo & c. etiam quo ad compo-
 sitionem proportionis extremorum in tribus & in quatuor terminis con-
 tinue: quia sicut geometrica in tribus terminis primi ad tertium constat
 ex primi ad secūndum duplicata quo ad proportionem etiam arithme-
 tica quo ad differentias ex illa duplicata & in .4. triplicata & sic in ceteris
 argue.



Diffinitio .12.

Quantitates que sunt in pportione vna. antecedens ad consequentem & antecedens ad consequentem. dicitur e contrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. Itemque permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

Diffinit species proportionalitatis que sunt .6. videlicet conuersa, permutata, disiuncta, coniuncta, euersa, & equa. Sunt autem hee species quasi quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem & permutatam: in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euersa & in quibus nihil extra sumitur ut in equa: uocat autem antecedens primum extremum proportionis: consequens uero uocat secundum. Vult itaque per hanc diffinitionemque si fuerit proportio, a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ex hoc ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas e contrario siue e conuersa. Si autem sic arguam, a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. uidelicet ut ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: & ambo extrema secunde consequentia. uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata: & in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: & consequens prime antecedens.



Diffinitio .13.

Disiuncta uero proportionalitas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad consequens sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

Diffinit coniunctam disiunctam & euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis: idem secundum substantiam & uult quod si ita fuerit, ut sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & ego ex hoc concludam, ergo totius a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. & iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Diffinitio .14.

Coniuncta uero proportionalitas dicitur augmento in antecedentium supra consequentia equa comparatio.

Vult quod si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam, ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

Diffinitio .15.

Euersa proportionalitas dicitur quotiens unumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

Vult quod si fuerit, a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. & ex hoc ego concludam ergo a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. & iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Diffinitio .16.

Qua proportionalitas dicitur quantitatibus plurimis propositis alijsque secundum eundem numerum in vna proportione applicatis medianum equali numero remoto utroque extremorum similitudo proportionum.

Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit. & uult quod si sumantur quotlibet quantitates ut. a. b. c. itemque totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. ut. d. e. f. fuerintque secunde in proportione primarum siue eodem ordine. ut si dicatur, a. ad. b. sicut. d. ad. e. & b. ad. c. sicut. e. ad. f.

ad. f. Siue ordine conuerso ut si dicatur, a. ad. b. sicut, e. ad. f. & b. ad. c. sicut, d. ad. e. & ex hoc concludatur, ergo. a. ad. c. sicut, d. ad. f. & iste modus arguendi uocet equa pportionalitas. ¶ Hoz aut, 6. modorum arguendi qui dicuntur species pportionalitatis quatuor pbat auctor in lra infra in isto, 5. Permutatam quidem pportionalitatem pbat in. 16. huius disunctam uero in. 17. coniuictam in. 18. equam uero pportionalitatem demonstrat. in. 22. & 23. Sed in. 22. cu qntitates duoz ordinu eode ordie sunt pportioales in. 23. cu no sint pportioales ordine couerso. Couersam no pportioalitate; aut euersam n demostat eo q couersa patet ex diffinitione qntitatum incotinue pportioaliu. Euersa aut patet ex pmutata adinuice 19. ut sup eadem. 19. sumus dicturi. qlr aut couersa pportioalitas ex dione qntitatum incotinue pportioaliu maifesta sit demostremus nuc. ¶ Sit ergo pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. uolo ergo demostrare qd erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. Sumat. e. ad. a. & f. ad. c. eq multiplicia. Silr quoq. g. ad. b. & h. ad. d. eq multiplicia eritq p couersionem diffinitionis qntitatum incotinue pportioalium. ut. e. & g. itemq. f. & h. similiter se habeat in additione diminutione & equalitate. Intelligo tuc b. pnum. a. secundum. d. tertium. c. qrtum. Suptaq. sunt ad pnum & tertium. g. & h. eq multiplicia. Itaq. ad scdm & qrtum. e. & f. eque multiplicia. Et qa multiplicia pmi & secudi q sunt. g. & e. similiter se hnt multiplicibus tertii & qrti q sunt. h. & f. adinuice additione diminutione & equalitate. erit p dictam diffinitionem pportio b. pmi. ad. a. secundum sicut. d. tertii ad. c. qrtum qd est ppositum. Constat itaq. modus arguedi q dr couersa pportionalitas. ¶ Huius aut qnti libri pncipia plurimis difficilima esse untr equibusda conclusionibus quas ex ipsi demonstrat; magis ab intellectu distatia Nihil. n. ur intellectui imediatus adherere q q duaz quarumlibet qntitatum equalium sit ad tertiam qualibet una pportio; quod tn huius quinti. septima demonstrat ex diffinitione incotinue pportionalitatis q ab intellectu pmo ur q pluri mum esse remota. Quis. n. non facilius duaz quatitatum eqlium ad aliquam tertiam eadem esse pportionem ccedat. q. 4. quatitatum si multiplicia pme & tertie eqliter sumpta multiplicibus secude. & qrtie eqliter sumptis similiter se habuerint in additione diminutione & equalitate esse pportionem pme ad secundam sicut tertie ad qrtam. Vez si subtiliter intuemur liquido constabit no posse uniri intellectui q pportio duaz quantiatu equalium ad tertiam sit una. nisi p quid est esse pportionem unam. Si. n. quis ignoret quid est esse pportionem unam eadem pportionem alteri quo cognoscet duaz qntitatum eqlium esse eadem pportioem ad tertiam. ¶ Indiget igitur pculdubio intellectus anteq illam q uidebatur cceptibilis ppositio apprehendat huius rei que p ipsius diffinitione habebitur cognitiõe. postmodum utz ea diffinitio duabus quatitatibus equalibus ad tertiam coparatis coueniat ptractatiõe. quod si diffinitio inueta fuerit illis quatitatibus couenire ccludet ppositu. Sin aut oppositu. No eigit imediata propositio qua superficialis apprehensio imediatam iudicauit. ¶ Similiter quoq. imediatus iudicat prima apphensio adherere intellectui q duarum quatitatum ineqlium maior est pportio maioris eaz ad aliam q minoris ad eadem. Quam demonstrat 8. huius. q quod. 4. quatitatum sit maior pportio pme ad secundam q tertie ad quartam. cu multiplicibus ad pntiam & tertiam equaliter sumptis. Itemq. aliis ad secundam & quartam & equaliter multiplex prime addit super multiplex secude. & multiplex tertie no addit sup multiplex quarte ex quo que pdicta est propositio demostretur; sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi p quid e e pportionem maiore. ¶ Igitur oportuit euclidem q quantitates dicuntur pportioales; & q improportioales diffinire. Proportioales aut sunt q rum pportio una est. & Importioales quaz pportiones diuerse. Itaq. diffiniuit quantitates quaz pportio una. & eas in quibus conectuntur extrema no dissociatis mediis quas uocauit continue proportioales. & dixit hanc pportionalitatem in tribus terminis ad minus existere. pp hoc

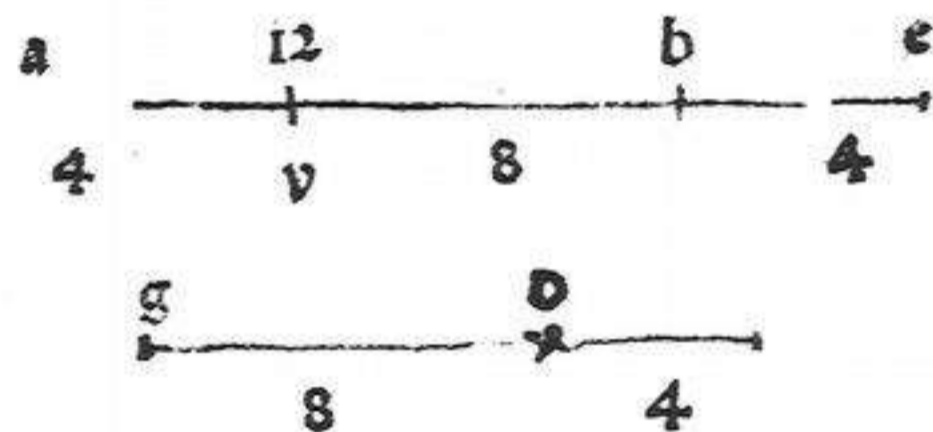
e	s	f	12
-----		-----	
a	4	c	6
-----		-----	
b	2	d	3
-----		-----	
e	6	b	9
-----		-----	

Quod unum saltem bis sumendum est medium. Et eas in quibus accidit interruptio mediolorum: hec sunt incontinue proportionales et hec proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos pro alterius medii sumptione. Et diffiniuit et quantitates que sunt improportionales. quare est maior una proportio quam sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intellectui cognoscere que proportionales essent una et que diuersae. Quae. n. haberent unam denominationem essent una. que autem diuersas diuersae. hec autem facilitas manifesta est ex arithmetica quam omnium numerorum proportio scita rationalis est. Vnde Iordanus in secundo arithmetice siue diffiniens que proportionales sunt eedem et que diuersae. dicit easdem esse que eadem denominationem recipiunt. Maiorem vero quam maiorem et minorem quam minorem. Sed infinite sunt proportionales. irrationales quorum denotatio scibilis non est. Quare cum Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia cõiter non contrahendo ad racionales uel irrationales quam considerat proportionem repletam in continuis que cõis est ad istas. Non potuit diffinire idemtitatem proportionum pro idemtitatem denominationum. sicut arithmeticus: eo quod multarum proportionum ut dicitur sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionem autem oportet fieri ex notis uel malicia proportionum irrationalium coegit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit ut patet ex premisis diffinire proportionalitatem siue idemtitatem proportionum. pro idemtitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum pro irrationalitate habitudinum et inconuenientiam terminorum coactus est refugere ad terminorum multiplicia. ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum et equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptorum quod ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitionem uenerit. Nihil. n. in quocumque in equalitatis genere terminis magis idem quam eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. quam multiplicium habitudo. Et quia proportio est duarum quantitarum eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo quod sunt equeles aut quod altera maior. ideo idemtitas proportionum entium inter primam. 4. quantitarum ad secundam et tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. et tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut similis minoritas. tunc est inter quatuor quilibet quantitates cum est inter omnes earum equaliter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione. quantitates que dicuntur continuam proportionalitatem habere cetera: ac si diceret. omnes illas quantitates uoco continue proportionales quod est eas similiter esse equales continue et similiter continue esse. maiores. et similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibi inuicem sunt. similiter continue equales. uel similiter continue maiores. uel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse continue proportionales quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat eas dico non esse continue proportionales. Quod autem dicit in sexta diffinitione. Quantitates que dicuntur esse secundum proportionem unam prima ad secundam et tertia ad quartam. et cetera: ac si diceret omnes. 4. quantitates uoco incontinue proportionales. et se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartam: quod est primam ad secundam. et tertiam ad quartam similiter se habere inequando aut addendo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime et tertie ad omnes eque multiplices secunde et quarte. similiter se habent aut inequando. aut addendo aut minuendo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habent ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem prime ad secundam sicut tertie ad quartam. Quod autem dicit in. 8. diffinitione est ac si diceret maiorem proportionem uoco. 4. quantitarum prime ad secundam quam tertie ad quartam quod est primam magis excedere secundam quam tertiam excedat quartam. quarum aliquae ex multiplicibus prime addit super aliquam ex multiplicibus secunde aliquae ex multi

plicibus tertie sumpta secundum numerationem multiplicis pme nō ad dēte sup aliquē ex multiplicibus q̄rte: sumpta fm numerationē multiplicis sc̄de. q̄d est esse maiorem p̄portionem multiplicis pme ad multiplicē sc̄de. q̄ multiplicis tertie ad multiplicem q̄rte. ¶ Definitiones aut̄ istas nixi sunt aliqui demonstrare. quorū A metus filius Ioseph tētavit eas demonstrare in epistola sua quā de p̄portione & proportionalitate composuit. & accepit tria p̄ modū positionis tāq̄ p̄ncipia q̄ dicit eē p̄ se nota & p̄ batione non indigere. ¶ Quorū p̄mum ē q̄d si fuerint. 4. quantitates. q̄ rū sit p̄portio p̄me ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. erit ecōverso p̄portio sc̄de ad p̄mam sicut q̄rte ad tertiā. & hic ē modus arguēdi quē uocauit supius Euclides cōuersam p̄portionalitatē. & errauit qm̄ dixit p̄positionem eē p̄ se notā. cuius añs & consequēs sunt ignota. Ignotū ē. n. qd sit eē p̄portio nem p̄me quātittatis ad secūdā sicut tertie ad q̄rtā. q̄re hoc ignoto posito iposibile est intelligere quid ex ipso sequat̄. ¶ Similiter quoq̄ quia cōsequens ē ignotū. impossibile ē intelligere quid ad ipsum añdat. ¶ Secundum p̄ncipium eius fuit: q̄ si fuerint. 4. quātittates quarum sit p̄portio p̄me ad sc̄dam sicut tertie ad q̄rtā. si p̄ma sit maior sc̄da: erit tertiā maior q̄rta: & si minor minor. & si eq̄lis eq̄lis. ¶ Tertium fuit q̄ si fuerint 4. quātittates q̄rum sit p̄portio p̄me ad secūdā sicut tertie ad q̄rtā. erit p̄me ad quodlibet multiplex secunde: sicut tertie ad aliquod eque multiplex ex multiplicibus q̄rte: & accidit sibi in istis duobus p̄ncipiis idē p̄m̄ quod accidebat in p̄mo. Accepit. n. i oibus ignota similiter tāq̄ nota. q̄re non demonstrauit. ¶ Peccauit et̄ in secūda demonstratione & in tertiā & in quinta. in q̄rum qualibet arguit ex. 8. uel ex. 10. huius q̄ probatur ex definitione in continue proportionalitatis. ¶ Arguit. n. sic si p̄portio. a b ad. e. ē maior q̄. g. ad. d. sit ergo. u. b. p̄tis. a. b. ad. e. sicut. g. ad. d. p̄ quod appet ipsum supponere q̄ duarum quātittatum. a. b. & u. b. ineq̄lium relatarū ad. e. maior maiorem & minor minorē ad ipsam optinet p̄portionē uel q̄ quātittas q̄ ad. e. hēbit minorē p̄portionem q̄ habeat. a. b. erit minor. a. b. quorū p̄mū demonstrat. 8. huius. & sc̄dm. 10. Nā cū uolueris summere quātittatem q̄ se habeat ad. e. in p̄portione. g. ad. d. dabo tibi maiorem aut minorem aut equalem. a. b. indifferenter sicut uoluerō. quare aut̄ non demonstrat aut accidit sibi circulus & p̄ncipia esse ignotiora cōclusionibus. ¶ Supponenda sunt igitur cum Euclide p̄ncipia tanq̄ nota. & non ipsa ex conclusionibus. sed conclusiones ex ipsis demonstrande sunt.

Castigator.

¶ Ex quo p̄portionalitas ē similitudo p̄portionum sequit̄ q̄ p̄portiones similes sunt q̄rum eadē ē denomiatio ut dupla. Et dupla tripla & tripla & c. medietas triple & medietas triple igr̄ p̄portionum rōalium. Tales aut̄ due p̄portioēs aut cōicant in uno termino aut nō: ex primo fit p̄portionalitas cōtinua & ē illa q̄ ad minus ē i tribus terminis cōstituta. ubi nō media sunt diuersa sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. ¶ Cōtigit aut̄ in eisdē terminis unā p̄portionem inferri ex alia multis modis cū fuerit p̄portionalitas qua p̄p̄ Euclides ponit. 6. mōs siue spēs & ut tibi d̄r sunt quidā modi arguēdi quorum p̄m̄ d̄r cōuersa: sc̄ds p̄ mutata: tertius coniuēctā: q̄rtus disiūctā: quintus euersa: sextus eq̄. Et iste modus arguēdi requirit ad minus duas p̄portioalitates sicut & p̄portionalitas requirit duas p̄portiones quia una añs alia nō q̄ inferitur uocatur consequēs & q̄nq̄ ipsi termini añcedētia: & cōsequētia & q̄ p̄or ē in p̄portione uocatur añs. posterior nō in q̄libet p̄portione uocatur cōsequēs: & sic accipiēs noīa in descriptionibus seq̄ntibus. un̄ cōuersa p̄portionalitas s̄b aliis nōbis ē cum ex añcedētibus h̄nt cōsequētia & econuerso ordine cōuerso ut sic arguēdo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr̄ ecōuerso sicut. d. ad. c. ita. b. ad. a. hic. n. a. & c. sunt p̄mo añcedētia & postea consequētia & econtra est de. b. & d. istud idē patet in numeris accipiēdo 6. & 4. 3. & 2. & idē ē in magnitudinibus siue sint cōmēsurable siue non cōmēsurable. n. se h̄nt mō nūeroꝝ incōmensurabiles patet si intelligas p̄



Quadrati pui p. e. eius diametꝝ p. b. latus magni quadrati. p. a. eius diametꝝ
 ueꝝ e sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. Et ex h sequit q sicut. d. ad. e. ita. b. ad. a. Et c.
¶ Permutata pportio dr cu ex antecedete secude pportionis fit cosequens
 prie Et ex cosequente pme ans scde ita. s. arguendo sicut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr
 pmutatim sicut. a. ad. c. ans. ad ans ita. b. ad. d. coseqns ad conseques Et te
 net consequetia sue p has lras intelligas numeros; siue magnitudines co
 mesurabiles siue incommesurabiles. Assumit aut iste modus arguendi in
 aliis scientis Et ad diuersas materias trahit sed quomodo in alia materia
 ualet Et quo no difficultatem het Et alibi uideri det in isto scdo modo ar
 guedi pportionalitas composita ex pportioibus irrionalibus pot inferri ex
 pportionalitate composita ex pportionibus ronalibus Et econuerso quia seq
 tur sicut costa maior ad suam dyametꝝ sic costa mior ad suam diametꝝ.
 igr sicut costa ad costā ita dyameter ad diametꝝ sed possibile e q costa sit
 dupla ad costā Et tuc sequitur q dyameter sit dupla dyametri; hoc aut no
 accidit in pmo mo Et ca est quia si ans e in isto ex pportioe maioris ineq
 litatis cosequens erit ex proportione minoris inequalitatis Et econuerso
 semp aut in eisdem terminis cu pportioe maioris ineqlitatis est ronalis Et
 erit pportio ronalis minoris ineqlitatis Et econuerso noia. n. non diferunt
 nisi p hanc ppositionem. s. b. Et c. Sequatur tertia. s. coniueta pportioalitas
 sub aliis xbis. Coniueta pportionalitas dr quoties a diuisis arguitur ad
 coniuetiones si enim ut. a. ad. b. ita. c. ad. d. igitur coiungedo terminos te
 net sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. eode ordine fuato. **¶** Quarta sub aliis
 xbis. Disiueta uero est cum econuerso. s. a coiunctis terminis ad eosdem
 diuisos arguitur ut sicut. a. b. ad. b. ita. c. d. ad. d. igitur sicut. a. ad. b. ita. c.
 ad. d. Et in istis seruatur idem ordo in terminis i quibus fiat illatio ut ans
 Et suu cosequens coiungant. Et c. **¶** Sequitur euersa sub aliis xbis euersa pportio
 e a diuisis uel simplicibus terminis ad coiunctos siue compositos no eode or
 die sed couerso fit illatio ut sicut arguebat. a. ad. b. ita. c. ad. d. igr. sicut. d. c.
 ad. c. ita. b. a. ad. a. Et differt a coiuncta qa i illa arguebat ad cosequetia i ista
 ad antia. Et io uocat euersa Et pt ee duplex uel euersa coiuncta uel euersa di
 siueta pmiscedo ea cu duab xpsibus pdictis. Et pnt multi alii modi argue
 di ex pmistione haz regulaz formari uel fieri Et c. **¶** Eaq pportionalitas
 sub aliis xbis e dua bus multitudinibus qtitatu ppositis Et sibi in similitu
 dine pportionum correspondentibus subtractis mediis primaz ad ulti
 mas in hitudine pportionis similitudo sic arguendo sicut. a. Et b. Et c. iter se
 ita. d. Et e. Et f. inter se igitur sicut. a. ad. c. ita. d. ad. f. Et isti sunt modi argue
 di utiles i oi qtitate Et i oib pportioibus potes facere oes has cosequetias p
 ter ultimā q ad minus sex terminos requit un si fuerit quatuor qtitates ppor
 tionales couersim erut pportionales Et pmutatim Et coiunctim Et euersim
¶ Rursus diuisim seu disiuetim h dico q diuersa oportet pceder coiunctim
 ut patet ex descriptioe. Cnalis aut forma arguedi in oibus istis pt ee talis
 uidelicet sicut p^m ad. 2^m ita. 3^m ad. 4^m igr sicut. 4^m ad. 3^m ita. 2^m ad p^m ut
 sic i couersa uel sic igr sicut p^m ad. 3^m ita. 2^m ad. 4^m ut sic in pmutata Et sic i
 aliis; Et tuc sub isert sed pmi ad. 3^m e pportio talis uel talis igit scdi ad. 4^m
 est pportio consimilis ibi arguit in pmutata Et ita suo modo est in aliis ar
 guedu A p. m. in tertio topicoꝝ utit tali mo arguedi in pportione pmu
 tata uidelicet sicut p^m ad scdm ita tertiu ad qrtum igr pmutatim sicut pri
 mum ad. 3^m ita. 2^m ad. 4^m sed p^m supat plus. 3^m q. 3^m 4^m supat igr. 2^m plus
 supat. 4^m q. idē. 3^m supat. 4^m Ex^m summatur isti numeri. 6. Et. 4. 3. Et. 2. Et ar
 guatur sic sicut. 6. ad. 4. ita. 3. ad. 2. quia utrobq. est propotio sexquialtera.
 igitur sicut. 6. ad. 3. ita. 4. ad. 2. quia utrobq. est pportio dupla sed sic se het
 6. ad. 3. q. supat plus q. 3. supant. 2. qa supatio. 6. ad. 3. e sm pportione dupla
 sed. 3. ad. 2. sm pportionem sexquialteram. pportio. autem dupla maior
 e pportione sexgaltera igr sic se hnt. 4. ad. 2. q. supant. 2. plus q. 3. supant. 2.
 ut prius. Tenet aut ista forma p hoc q pportio primi ad. 3^m Et pportio
 secundi ad. 4^m sunt equales sicut concluditur per generalem formam ar
 guendi; igitur quecumq. pportio est altera maior Et altera. Et c.

Propositio .1.



Ifuerit quotlibet quantitates aliaz totides eque multiples. aut singule singulis equales necesse e quemadmodum vna illarum ad sui comparem. totum quoq; ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

Sint quotlibet quatitates. q; sint. a. b. c. aliarum totide que sint d. e. f. eque multiples unaqueq; ad sui comparem. aut singule sint singulis eales. ita uidelicet q; sicut e multiplex. d. ita. b. est multiplex. e. f. c. multiplex. f. uel si. a. e ealis. d. q; similiter. b. sit eale. e. f. c. ealis. f. dico q; sicut se habet. a. ad. d. ita se habet aggregatum ex oibus que sunt. a. b. c. ad aggregatum ex oibus que sunt d. e. f. **Q**uod si singule singulis sint eq; les patet ppositum per hanc com sciam: si ealibus equalia addantur to ta quoq; erunt equalia. **S**i aut sint oes suis compibus eque multiples diuisis eis fm quantitate suarum submultiplicium: erit aggregatum ex pma pre. a. f. prima. b. f. pria. c. eale aggregato ex. d. e. f. p predicta com sciam adiuuate. hac. que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. **S**i militer quoq; aggregatum f. secudis pibus quantatum. a. b. c. erit equa le aggregato ex. d. e. f. sicq; de ceteris: f. quia hoc poterit toti es fieri quoti ens. d. continet in. a. erit ut eale aggregatu ex. d. e. f. toti es contineatur in aggregato ex. a. b. c. quoti es. d. cotinet i. a. quia ergo quoti es. d. numerat a. toti es aggregatu ex. d. e. f. numerat aggregatu ex. a. b. c. patet q; sicut. a. e multiplex ad. d. ita aggregatu ex. a. b. c. aggregati ex. d. e. f. qd e ppositu.

Castigator.

Quia oportet oes partes cuiuslibet multiplicis pbare prius adinuice ee eales p illam q; uni eidem f. c. qm. q;libet illarum eqtur sue submultipli ci f. tuc p aliam com sciam si equalibus. f. c. coponedo eas in ordine mul tiplicium.

Propositio .2.



Ifuerint sex quatitates. quarum prima ad scdam atq; tertia ad quartam eque multiples. quinta ad secundam atq; sexta ad quartam eque mul tiplices: totum prime z quinte ad scdam. totumq; ter tie z sexte ad qrtam eque multiplicia esse pueniet.

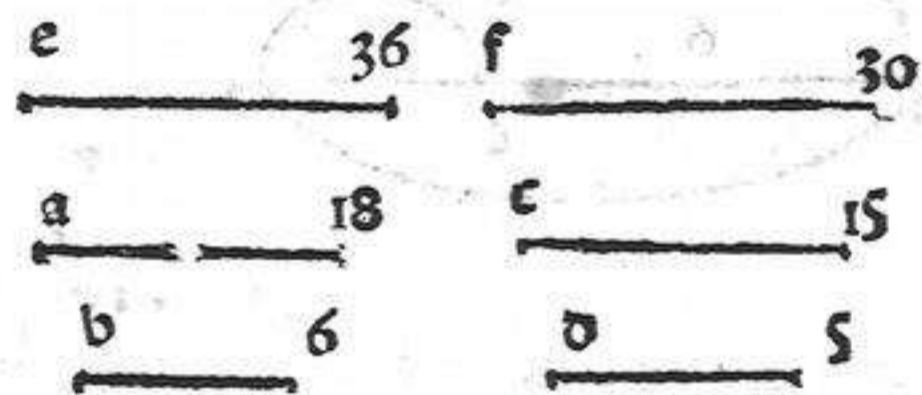
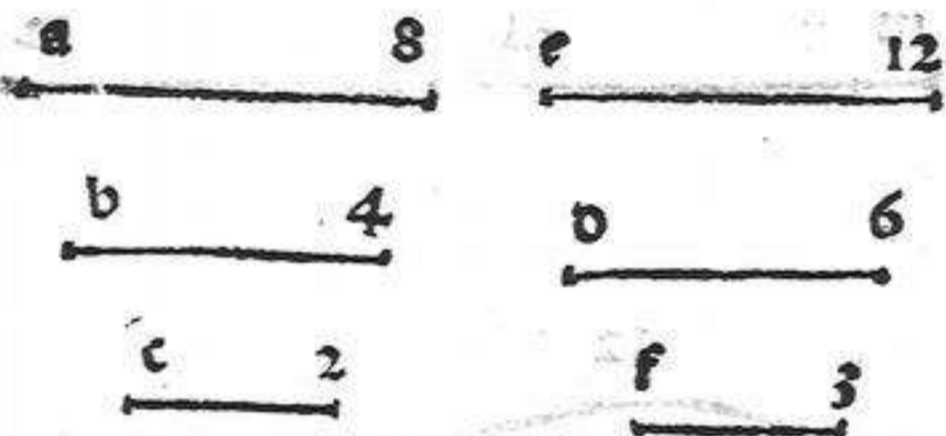
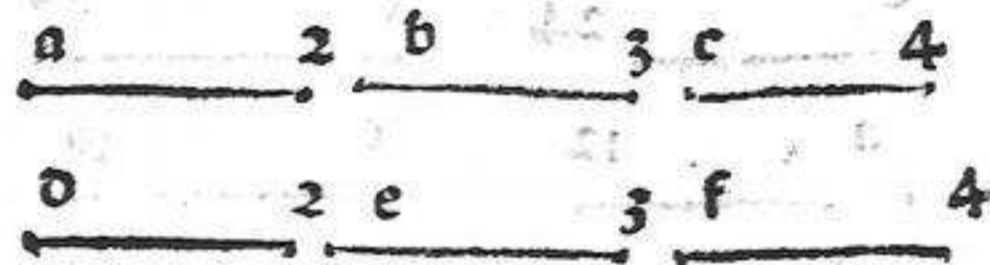
Sint sex quantitates. a. prima. b. secuda. c. tertia. d. qrt a. e. quinta. f. sexta. **S**itq; a. f. c. eque multiples ad. b. f. d. iteq; e. f. f. sint eq; multiples ad easdem dico q; sicut totu aggregatu ex. a. f. e. e multi plex ad quatitatem. b. ita totu aggregatu ex. c. f. f. est multiplex ad quan titatem. d. Nam quia numerus fm que. b. continet in. a. est. ealis numero fm quem. d. cotinetur in. c. Similiter quoq; numerus fm que. b. cotinet in e. est equalis numero fm que. d. continet in. f. erit p com sciam que est: si equalibus equalia addant f. cetera. numerus fm quem. b. continet in aggregato ex. a. f. e. ealis numero fm que. d. cotinet in aggregato ex e. f. f. qre sicut aggregatu ex. a. f. e. e multiplex ad. b. ita aggregatum ex. c. f. f. e multiplex ad. d. qd e ppositu.

Propositio .3.



Ifuerint pnum scdi z tertium quarti eque multi plicia: ad primum vero z tertium multiples su mantur equales erut multiplex primi ad secudus atq; multiplex tertij ad quartus eque multiplicia.

Sint sex qntitates. a. pma. b. secuda. c. tertia. d. quarta. e. quita. f. sexta. **S**itq; a. ad. b. f. c. ad. d. iteq; e ad. a. f. f. ad. c. eq; multiples. dico q; sic. e. e multiplex ad. b. ita. f. ad. d. **D**ividat. n. e. fm qntitate a. sui submultiplicis f. f. fm quatitatem. c. eritq; pp equalitatem ptium. e. ad. a. f. ptium. f. ad c ut quelibet ptium. e. sit ita multiplex ad. b sicut qlibet ptium. f. ad. d **Q**uia ergo sicut prima ps. e. est multiplex ad b. ita prima ps. f. e multiplex ad. d. Itemq; sicut scda pars. e. est multiplex ad. b. ita secuda. f. ad d. ergo erit p premisam aggregatum. ex duabus p mis ptibus. e. ita multiplex ad. b. sicut aggregatum ex duabus p mis ptibus



f. ad. d. & quia rursus tertia pars. e. si sit aliqua tertia pars: ita multiplex ad. b. sicut tertia. f. ad. d. erit p eadem ut totum aggregatum ex tribus primis partibus. e. sit ita multiplex ad. b. sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus. f. ad. d. ¶ Sicq; si plures fuerint partes. e. & f. componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludens q; sicut. e. est multiplex ad. b. ita. f. ad. d. per premisam totiens sumptam: quot fuerint partes in e. aut in. f. minus una: sicq; patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia tunc prima pars. e. tenet locum prime & prima pars. f. tenet locum tertie. & secunda. e. tenet locum quinte. & secunda. f. tenet locum sexte. & ideo per premisam concluditur totius. e. ad. b. sicut totius. f. ad. d. & eodem modo ulterius ad alias partes si que forent. b ¶ Quoniam semper aggregatum ex partibus. e. habebit locum prime & semper sequens pars. e. habebit locum quinte. & aggregatum ex partibus. f. tenebit locum tertie & semper pars succedens. f. tenebit locum sexte. & ideo per premisam totiens repetitam quoties fuerint ptes. e. minus una: aut i. f. &c.

Propositio. 4.

¶ Si fuerit proportio primi ad secundum: sicut tertii ad quartum: ad primum autem & tertius eque multiplicia assignentur. Itemq; ad secundum & quartum multiplices equales erunt assignate multiplices eodem ordine proportionales.

¶ Sit proportio. a. primi ad. b. secundum. sicut. c. tertii ad. d. quartum. Sumanturq; e. ad. a. & f. ad. c. eque multiplicia. Itemq; g. ad. b. & h. ad. d. eque multiplicia: dico q; proportio. e. ad. g. est sicut. f. ad. h. ¶ Sumā. k. ad. e. & l. ad. f. eque multiplicia. iteq; m. ad. g. & n. ad. h. eque multiplicia. & quia. e. & f. sunt eque multiplicia ad. a. & c. iteq; k. & l. eque multiplicia ad. e. & f. erunt p premisam. k. & l. eque multiplicia ad. a. & c. ¶ Per eadem quoq; erunt. m. & n. eque multiplicia ad. b. & d. quare per conversionem definitionis incontinue proportionalitatis. k. ad. m. & l. ad. n. similiter se habebunt in addendo diminuendo & equadot quia ergo. k. & l. sunt eque multiplicia ad. e. & f. itemq; m. & n. eque multiplicia ad. g. & h. erit per definitionem incontinue proportionalitatis proportio. e. ad. g. sicut. f. ad. h. quod est propositum.

Propositio. 5.

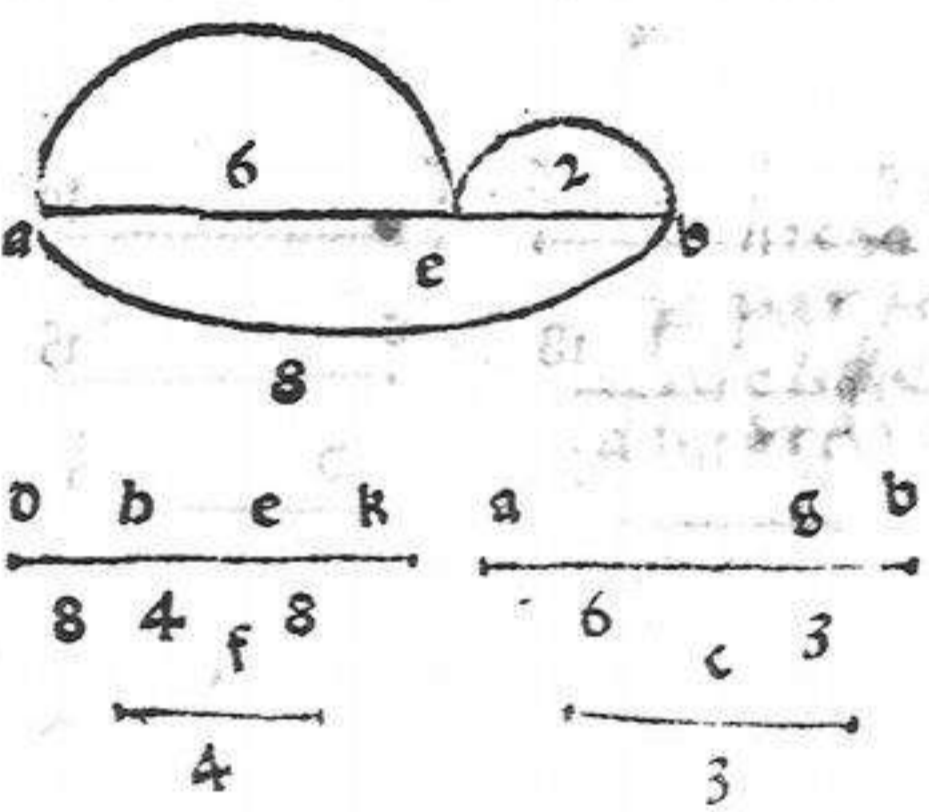
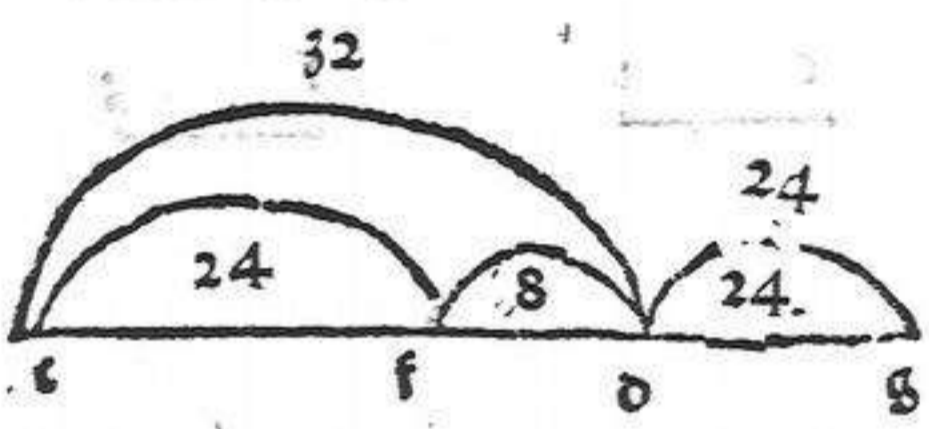
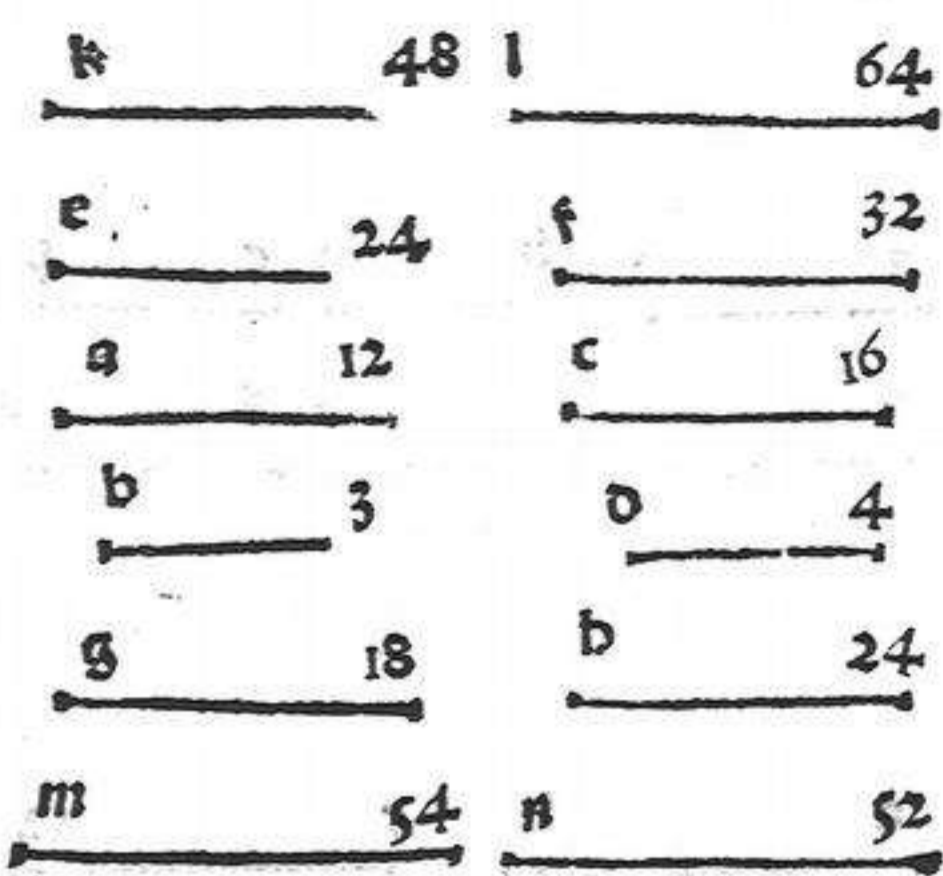
¶ Si fuerint due quantitates: quarum una sit pars alterius minuatq; ab utraq; ipsarum ipsa pars erit reliquum reliquo atq; totum toti eque multiplex.

¶ Vel sic si aliquota erit reliquum reliqui tota pars erit quota totum totius. Sit quantitas. a. b. tota pars quantitates. c. d. quota. e. b. ipsius. a. b. minuatq; a. b. ex quantitate c. d. & sit residuum. f. c. eritq; f. d. equalis. a. b. Similiter quoq; minuat e. b. ex quantitate. a. b. sitq; residuum. e. a. dico q; quota pars est quantitas. a. b. quantitates. c. d. tota est. quantitas. a. e. quantitates. c. f. ¶ Cum. n. f. d. si equalis a. b. erit. f. d. ita multiplex. e. b. sicut. c. d. e multiplex. a. b. ponā itaq; d. g. ita multiplicem. a. e. sicut. f. d. est multiplex. e. b. eritq; ex prima huius quantitates. f. g. ita multiplex. a. b. sicut. f. d. est multiplex. e. b. ¶ Quia sic fuit. c. d. multiplex. a. b. sicut. f. d. fuit multiplex. e. b. erit utraq; duarum quantitates. c. d. f. g. eque multiplex quantitates. a. b. quare p eadem sciam. c. d. & f. g. sunt eque adinuicē: dempta igr ab utraq; eaz; quantitate. f. d. erit. c. f. equalis. d. g. & quia. d. g. fuit ita multiplex. a. e. sicut. f. d. e. b. & ideo sicut. a. b. e. b. quare & sicut. c. d. a. b. erit. c. f. ita multiplex. a. e. sicut tota. c. d. totius. a. b. qd est propositum.

Propositio. 6.

¶ Si fuerint due quantitates ad alias duas eque multiplices: duaeq; minores a duabus maioribus utraq; a sua multiplice subtrahantur. erunt duo reliqua eundem partium eque multiplicia. aut eis equalia.

¶ Sint quantitates. a. b. ad. c. & d. e. ad. f. eque multiplices



subtrahatur. c. ex. a. b. f. f. ex. d. e. f. sint residua ex. a. b. quide. a. g. ex. d. e. d. h. erit. g. b. e. q. l. i. s. c. f. h. e. e. q. l. i. s. f. dico q. duo residua. a. g. f. d. h. erunt equalia duabus quantitatibus. c. f. f. aut eis eque multiplicia. ¶ Sit ergo primo. a. g. e. q. l. i. s. c. dico q. d. h. est equalis. f. Suma. n. quantitate. e. k. e. q. l. e. f. erit. p. premisas ypotheses ut totiēs. f. sit in. h. k. a. quotiēs. c. in. a. b. q. re sicut. a. b. est multiplex. c. ita. h. k. e. multiplex. f. sed sic erat et. d. e. multiplex eiusde. f. erit igr per cōem sciam. h. k. e. q. l. i. s. d. e. dempta igr cōi earū quantitate. h. e. erit. d. h. equalis. e. k. q. re equalis. f. q. d. e. p. positū. ¶ Si aut. a. g. sit multiplex. c. ponā. ut. e. k. sit eque multiplex. f. erit. ut prius ut totiēs. f. sit in. h. k. quotiēs. c. in. a. b. Sed totiēs erat et in. d. e. erit igr ut prius. d. e. equalis. h. k. f. d. h. e. k. q. re sicut. a. g. est multiplex. c. ita. d. h. est multiplex. f. q. d. e. p. positū. Aliter idē. ¶ Cū fm eūdem numez cōtineat q. titas. a. b. quantitatē. c. fm quē q. titas. d. e. quātitatē. f. dempta. ab utrisq. unitate remāeat unitas uel nūerus fm quē. a. g. cōtinet. c. f. fm quē d. h. cōtinet. f. patet quātitates. a. g. f. d. h. eē e. q. l. e. s. aut e. q. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. s. quātitatibus. c. f. f.

Castigator.

Cū. a. g. posita sit e. q. l. i. s. c. sequit q. c. bis ē. in. a. b. f. similiter. f. bis ē. in. h. k.

Propositio .7.

Sue quantitates e. q. l. e. s. ad q. libet cōparentur ea tum ad illam erit vna proportio. itemq. ad illas p. portio illius vna est.



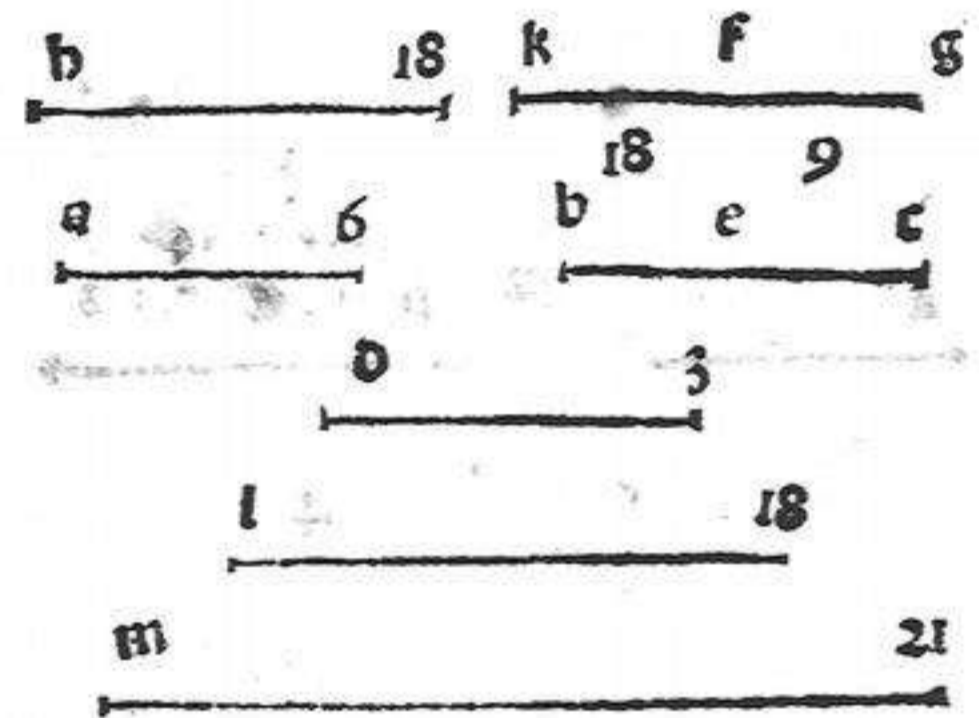
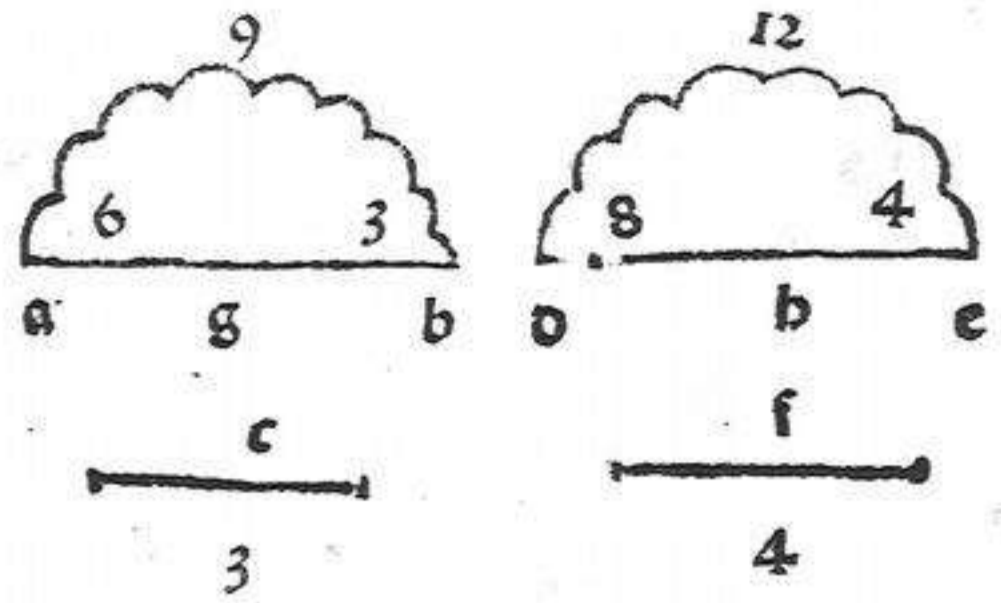
Sint due quātitates. a. b. equales. que cōparent ad quā libet tertiā. ut ad. c. dico q. eadē est p. portio. a. ad. c. f. b. ad. c. ¶ Itēq. eadē. c. ad. a. f. c. ad. b. Primū sic p. bat. cū. n. c. sit cōsequens ad. a. primā f. ad. b. tertiā ipsa erit in rōne secunde f. q. r. te. Sumā igr. d. ad. a. primā f. e. ad. b. tertiā eque multiplices. f. sumā. f. quā libet ex multiplicibus. c. que ē secūda f. quarta. f. quia. a. f. b. quaz sūt e. q. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. s. d. f. e. posite sunt e. q. l. e. s. erit. ut si. d. diuidatur fm quantitatē. a. f. e. fm quātitatē. b. q. p. tes utrobq. sint numero f. quātitate e. q. l. e. s. n. u. m. e. r. o. quide p. ypothesim p. p. equalitatem multiplicatiōis utrobq. quātitate aut p. hāc cōem sciam quotiens oportuerit repetitam. que eidē sunt equalia sibi inuicē sunt equalia. quia igr prima ex p. tribus. d. est equalis p. me ex p. tribus. e. f. f. u. c. u. n. d. a. secūde. f. c. e. t. e. r. e. c. e. t. e. r. i. s. Suntq. tot partes in. d. quot sunt in. e. erit per primā huius. d. equalis. e. q. re p. cōem sciam. si due quātitates equales cōparentur ad aliā tertiā. aut ambe quātitates. d. f. e. sunt similiter maiores. f. aut similiter minores. aut sibi equales. igr ex dif. finitione incōtinue p. portionalitatis. q. est p. portio. a. prime ad. c. secūda. eadē est. b. tertiē ad. c. quartā q. d. est p. positum. ¶ Secundū eodē modo p. babis ordine conuerso. ut. c. ponatur prima f. tertia. a. uero secūda. b. q. r. ta. Cū uero quātitas. f. q. est e. q. m. u. l. t. i. p. l. i. c. e. s. p. me f. tertiē sit aut similiter maior quātitatibus. d. f. e. que sunt eque multiplices secūde f. quartē. aut si. militer minor aut eis equalis. erit p. eandē diffinitionē proportio. c. p. me ad. a. secūda. sicut. c. tertiē ad. b. quartā. quod est p. positum secundum.

Propositio .8.

Sue quantitates inequales ad vnam quantitatē proportionentur. maior quidem maiorem. minor uero minorem obtinebit proportiones. illius uero ad illas ad minorem uero proportio maior. ad maiorem uero minor erit.



Sint due quantitates inequales. a. f. b. c. sitq. maior. b. c. f. p. portionentur ad eandē quantitatē que sit. d. dico q. maior ē p. portio b. c. ad. d. q. a. ad. d. f. q. ecōtrario maior ē. d. ad. a. q. d. ad. b. c. Primū sic p. bat. ponā. e. b. equalē. a. f. multiplicabo totiēs. e. c. q. pueniat quantitas maior. d. sitq. f. g. f. summā. k. f. ita multiplicē. b. e. f. similiter. h. ita multi. plicē. a. sicut. f. g. ē multiplex. e. c. eritq. p. primā huius. h. ita multiplex. a. sicut. k. g. ē multiplex. b. c. erit et. h. equalis. k. f. p. hoc q. eaz submultipli. ces que sunt. a. f. b. e. posite sunt e. q. l. e. s. ¶ Ponam quoq. q. b. nō sit minor



d. sed equalis aut maior totiens. n. multiplicabo unamquāq; trium quā-
 titatū. e. c. b. e. f. a. equaliter; g. f. g. multiplex. e. c. proueniat maior. d.
 f. g. h. multiplex. a. non proueniat minor eadem. ¶ Deinde toties mul-
 tiplicabo. d. quod pueniat quantitas maior. h. sitq; m. prima quantitas
 multipliciū. d. que sit maior. h. Sub qua sumam maximā multiplicē. d.
 aut sibi equalem; si. m. est prima in ordine multiplicium. d. que sit. l. erit
 q. ut. l. non sit maior. h. f. constabit. m. ex. d. f. l. propter id quod omne
 multiplex constat ex proximo precedenti multiplici f. simplo: ut triplū
 ex duplo f. simplo. excepto primo multiplici quod cōstat ex bis simplo.
 ¶ Quia ergo. h. est equalis. k. f. non erit. k. f. minor. l. itaq; k. f. f. d. non
 efficient minus q. l. f. d. quare non efficient minus q. m. f. quia. f. g. ē ma-
 ior. d. erit. k. g. maior q. m. ¶ Intellego igitur quantitatē. b. c. primā. d.
 secundam. a. tertiam. d. quartam. f. quia ad primā f. tertiam sumpta sūt
 eque multiplicia; uidelicet. k. g. f. h. Similiter quoq; ad secundā f. quar-
 tam eque multiplicia; imo idem i rōne duorum quod est. m. f. addit. k.
 g. multiplex prime super. m. multiplex secunde non addit aut. h. multi-
 plex tertie super. m. multiplex quarte; erit per diffinitionem maioris im-
 proportionalitatis maior proportio. b. c. prime ad. d. secundam q. a. ter-
 tie ad. d. quartam quod est primū. ¶ Secundū pbabis per eandem diffi-
 nitionem cōuerso ordine; ut. d. sit prima f. tertia. a. secunda. b. c. quartat
 addit enim. m. multiplex prime super. h. multiplicem. secunde. Nō addit
 autem. m. multiplex tertie super. k. g. multiplicem quarte; quare maior ē
 proportio. d. ad. a. q. d. ad. b. c. quod est secūdum. ¶ Ex huius aut demō-
 strationis modo patet sufficientia diffinitionis maioris improporiona-
 litatis; quā posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā. n. est maior
 proportio prime quatuor quantitatum ad secundam q. tertie ad quartā.
 quin contingat aliqua eque multiplicia ad primam f. tertiam reperiri; q.
 cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde f. quarte; inueniet
 multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex
 tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus; sicut
 demonstrabimus in fra supra. 12. huius.

Castigator

¶ Quia. k. g. per primam huius est ita multiplex. b. c. sicut. k. f. b. e. f. iō
 sicut. h. a. cum. k. f. sit equalis h. rōne submultipliciū; ut ibi dicitur. f. c. b. ¶ Pri-
 mum multiplex est duplum; f. hoc appellat Boetius minimū in secundo
 libro sue musice. cap. 22. f. tale semper constat ex bis simplo. Simplum aut
 intelligitur subduplū; ut. 2. respectu. 4. f. 6. respectu. 12. f. c. oīa alia multi-
 plicia cōstant ex pximo pcedente multiplici f. simplo ut triplū ex du-
 plo. 2. f. simplo. 1.

Propositio 9.

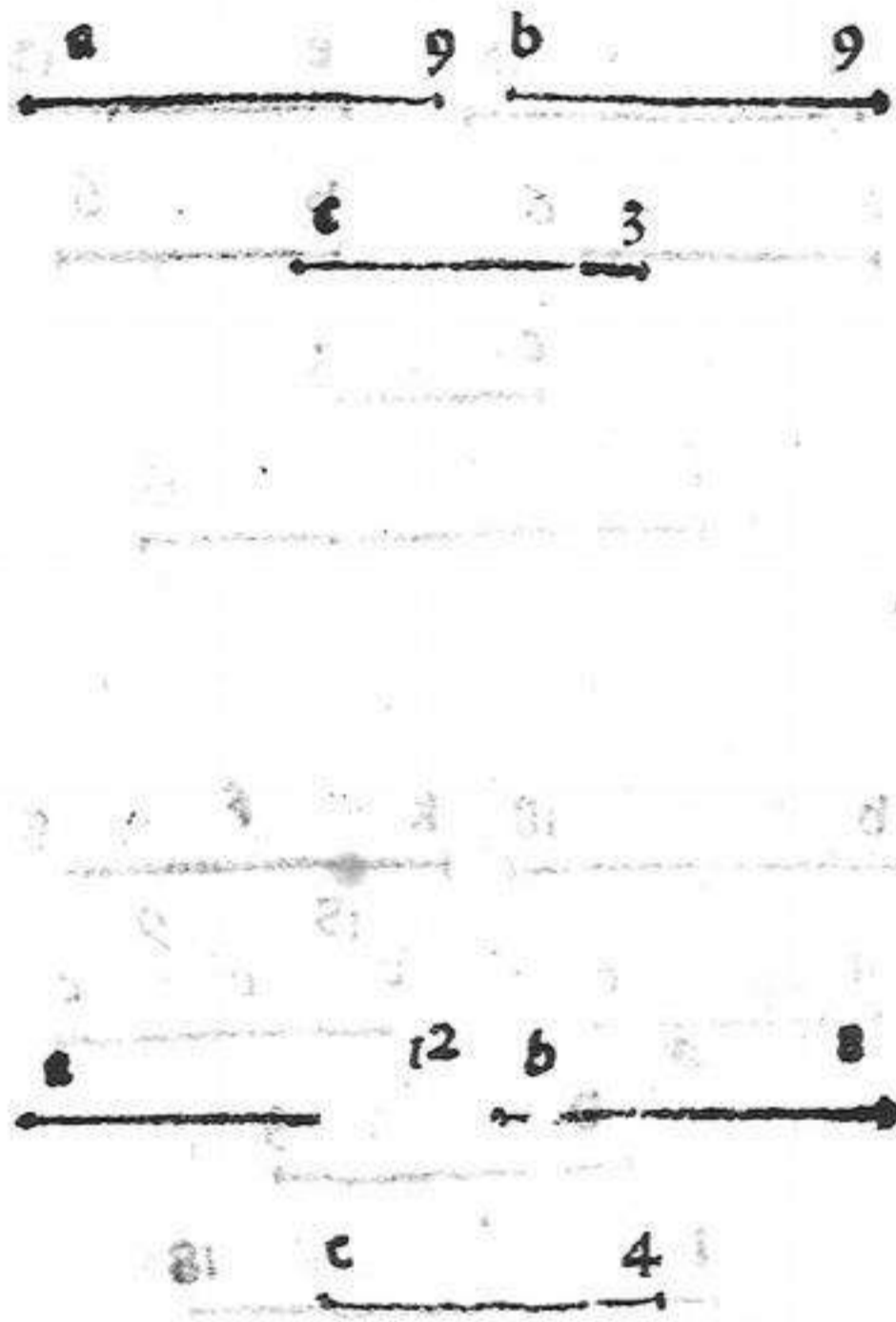


¶ Si fuerit aliquarum quantitatum ad vnā quāti-
 tatem proportio vnā ipsas eē equales. Si vero vni-
 us ad eas pportio vna ipsas equales eē necesse ē.
 ¶ Sit duarum quantitatum. a. f. b. pportio vna ad. c. di-
 co eas esse equales. f. si e conuerso fuerit eadem pportio. c.
 ad utranq; earum; adhuc dico eas eē equales. hec est conuersa 7. Primum
 sic patet. si enim nō sunt equales; sed altera eaz maior. utpote. a. erit p pri-
 mā partē premisse maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. quod ē cōtra ypothe-
 secundū quoq; patet. quia si. a. est maior. b. erit per secundam partem pre-
 misse maior proportio. c. ad. b. q. ad. a. quod est etiam cōtra ypothesim.

Propositio 10.



¶ Si fuerit vnus ad quantitatem vnā; aliquam pro-
 portio maior quantitatem maiorem esse. Si vero
 vnus ad eandem proportio maior minorem eē ne-
 cessē est.
 ¶ Quod si fuerit maior pportio. a. ad. c. q. b. ad. c. dico
 a. esse maiore. b. f. si fuerit maior. c. ad. b. q. c. ad. a. adhuc



Handwritten notes in a cursive script, partially obscured and difficult to read. Some legible words include 'multiplex', 'maior', and 'minor'.

dico. a. esse maiorem. b. hec. est conuersa. s. Primū patet p̄ primam partē
 2. ^o p̄ primam. s. nam per primam partem septime: nō erit. a. equalis
 b. nec etiam minor per primam octaue. Secundum uero patet ex secundis
 partibus earundem.

Castigator.

a. **P**er primam septime. a. non est equalis. b. **P**er primam partē octaue. a. non est minor. b. quia tunc utrunq. eset contra ypoth. uidelicet q̄ sit maior proportio. a. ad. c. q̄. b. ad. c. **E**t sic etiam secunda pars p̄ secundas partes predictarum et eset contra ypothe. ut patet etc.

Propositio .ii.



Si fuerint quantitatum proportiōes alicui vni equales ipsas quoq. proportiōes sibi inuicem equales esse necesse est.

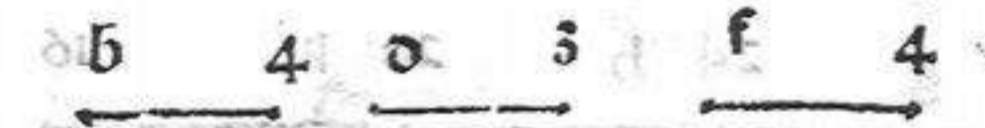
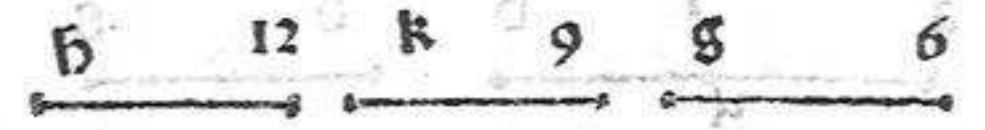
Propositionem hanc quā Euclides in principio primi annumerauit inter cōmunes animi conceptiones: que ei dem sunt equalia sibi quoq. sunt equalia: prout de quantitibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur. Sit ergo utraq. duarum proportionum que sunt. a. ad. b. **E**t. c. ad. d. equalis proportiōi que est. e. ad. f. dico proportiōes que sunt. a. ad. b. **E**t. c. ad. d. sibi inuicem eē equales. **S**umam enim. g. ad. a. **E**t. h. ad. c. **E**t. k. ad. e. eque multiples. **I**temq. l. ad. b. **E**t. m. ad. d. **E**t. n. ad. f. eque multiples: **E**t quia per ypothesim proportio. e. ad. f. est sicut. a. ad. b. **E**t similiter sicut. c. ad. d. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumptam si. k. addit super. n. **Q**uod si. g. addit super. l. **E**t. h. super m. **E**t si. k. minuit ab. n. **Q**uod si. g. minuat ab l. **E**t. h. ab. m. **E**t si. k. ē equalis. n. **Q**uod si. g. sit equalis. l. **E**t. h. equalis. m. quia igitur. g. ad. l. **E**t. h. ad. m. similiter se habent in addendo diminuendo **E**t equando. mediantibus. k. **E**t. n. erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est propositum.

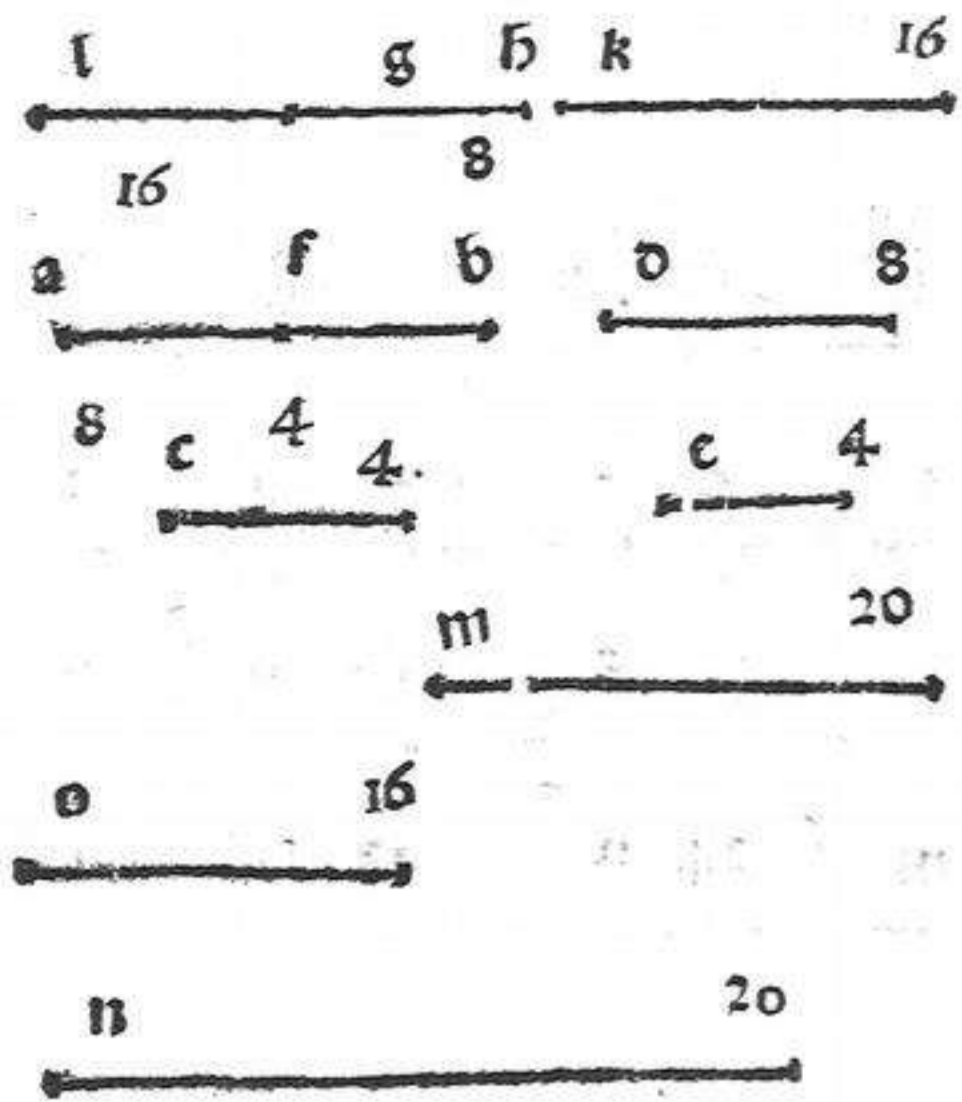
Propositio .12.



Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum: tertij uero ad quartum maior q̄ quinti ad sextum erit proportio primi ad secundum maior q̄ quinti ad sextum.

Sicut i precedēti q̄ hic demonstrat in proportionalibus conceptibile est i quantitibus: uidelicet q̄ si due quantitates fuerint sibi inuicem equales quacunq. fuerit una earum maior eadē maior erit **E**t reliqua. **I**n proportionibus tñ hoc demonstratur: ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. c. uero ad. d. sit maior q̄. e. ad. f. erit quoq. a. ad. b. maior q̄. e. ad. f. **S**umam enim. g. ad. a. **E**t. h. ad. c. **E**t. k. ad. e. eque multiples. **I**temq. l. ad. b. **E**t. m. ad. d. **E**t. n. ad. f. eque multiples: **E**t quia per ypothesim proportio. c. ad. d. est sicut. a. ad. b. **E**t maior q̄. e. ad. f. erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. h. addit super. m. **E**t. g. addat super. l. **E**t per conuersionem diffinitionis maioris in proportionalitatis q̄ nō sit necesse. k. addere ^a super. n. **Q**uia igitur mediantibus. h. **E**t. m. si g. addit super. l. nō est necesse. k. addere. super. n. erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis maior proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. f. quod est propositum. **S**imili quoq. modo probabis q̄ si sit a. ad. b. sicut. c. ad. d. **E**t. c. ad. d. minor q̄. e. ad. f. erit. a. ad. b. minor. q̄. e. ad. f. **C**ū enim sit. c. ad. d. minor q̄. e. ad. f. erit. e. ad. f. maior q̄. c. ad. d. per cōuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis si. k. addit super. n. non est necesse q̄. h. addat super. m. sed si. h. non addit super m. g. non addit super. l. **E**rgo si. k. addit super. n. non ē necesse ut. g. ^a addat super. l. **P**er diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis maior erit proportio. e. ad. f. q̄. a. ad. b. ergo econuerso: minor erit. a. ad. b. q̄. e. ad. f. quod est propositum. **E**x modo autem demonstrationis octaue huius **E**t hac fiet manifestum q̄ si fuerit prime quatuor quātitatū ad





secundam maior proportio q̄ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie; que cum comparabitur ad aliqua eque multiplicia secūde & quarte inuenietur multiplex prime addere sup̄ multiplex secūde; non autem multiplex tertie super multiplex quarte; quod sic patet. Sit enim maior proportio, a, b. ad, c. q̄. d. ad, e. ponam ergo ut sit proportio, a, f. ad, c. sicut, d. ad, e. eritq; per hanc, n. & per, 10. a, f. minor a, b. & sit minor in quantitate, f. b. quam multiplicabo totiēns q̄. proueniat quantitas maior, c. que sit, g, h. hac conditione. ut, d. totiēns multiplicata producat quantitatem non minorem, e. que sit, k. ¶ Tūc ponam ut l, g sit ita multiplex, a, f. sicut, g, h. est multiplex, f. b. aut, k. d. eritq; per primam huius, l, h. ita multiplex, a, b. sicut, k, d. Deinde ponam q̄. m. sit prima quantitas multiplex, e. que sit maior, k. & ponam, n. ita multiplicem c. sicut, m. est multiplex, e. eritq; per premisas ypotheses & conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis; quantitas, n. prima multiplicium, c. que erit maior, l, g. nec erit, l, g. minor, c. b. Sumam ergo sub n. maximam multiplicium, c. aut sibi equalem si forsan, n. sit prima multiplicium eius que sit, o. constabitq; n. ex, o. & c. ¶ Quia ergo, l, g. non est minor, o. & g, h. est maior, c. erit, l, h. maior, n. quare cum, k. sit minor, m. patet propositū. ¶ Conuersam quoq; huius demonstrare possumus. uidelicet q̄ si contingit reperire aliqua eque multiplicia prime & tertie quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde & multiplex tertie non addat super multiplex quarte; maior erit proportio prime ad secundam q̄ tertie ad quartam; quod sic probatur. ¶ Sint quatuor quantitates, a. prima, b. secunda, c. d. tertia, e. quarta, sintq; f. ad, a. & g. ad, c. d. eque multiplicia. Similiter, h. ad, b. & k. ad, e. eque multiplicia. & addat, f. super, h. non addat autem, g. super, k. dico q̄ maior est proportio a. ad, b. q̄. c. d. ad, e. Si enim equalis per conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis addet, g. super, k. quod est contra ypothe. Si autē minor sit, c. l. ad, c. sicut, a. ad, b. eritq; per huius, 10. c. l. minor, c. d. & sit minor in quantitate, l, d. Ponam igitur ut, m. n. sit ita multiplex, c. l. & n. p. multiplex, l, d. sicut, f. est multiplex, a. eritq; per primā huius, m. p. ita multiplex, c. d. sicut, f. est multiplex, a. utraq; igitur duarum quantitatū, m. p. & g. est eque multiplex quantitatū, c. d. ergo ipse sunt equales. Nam hec illatio demonstrata est in, 7. huius; & quia, g. non est maior, k. non erit, m. p. maior eadem; sed per conuersionem diffinitionis in continue proportionalitatis, m. n. est maior, k. eo q̄, f. est maior, h. ergo, m. n. ē maior, m. p. quod est impossibile quare relinquitur propositum.

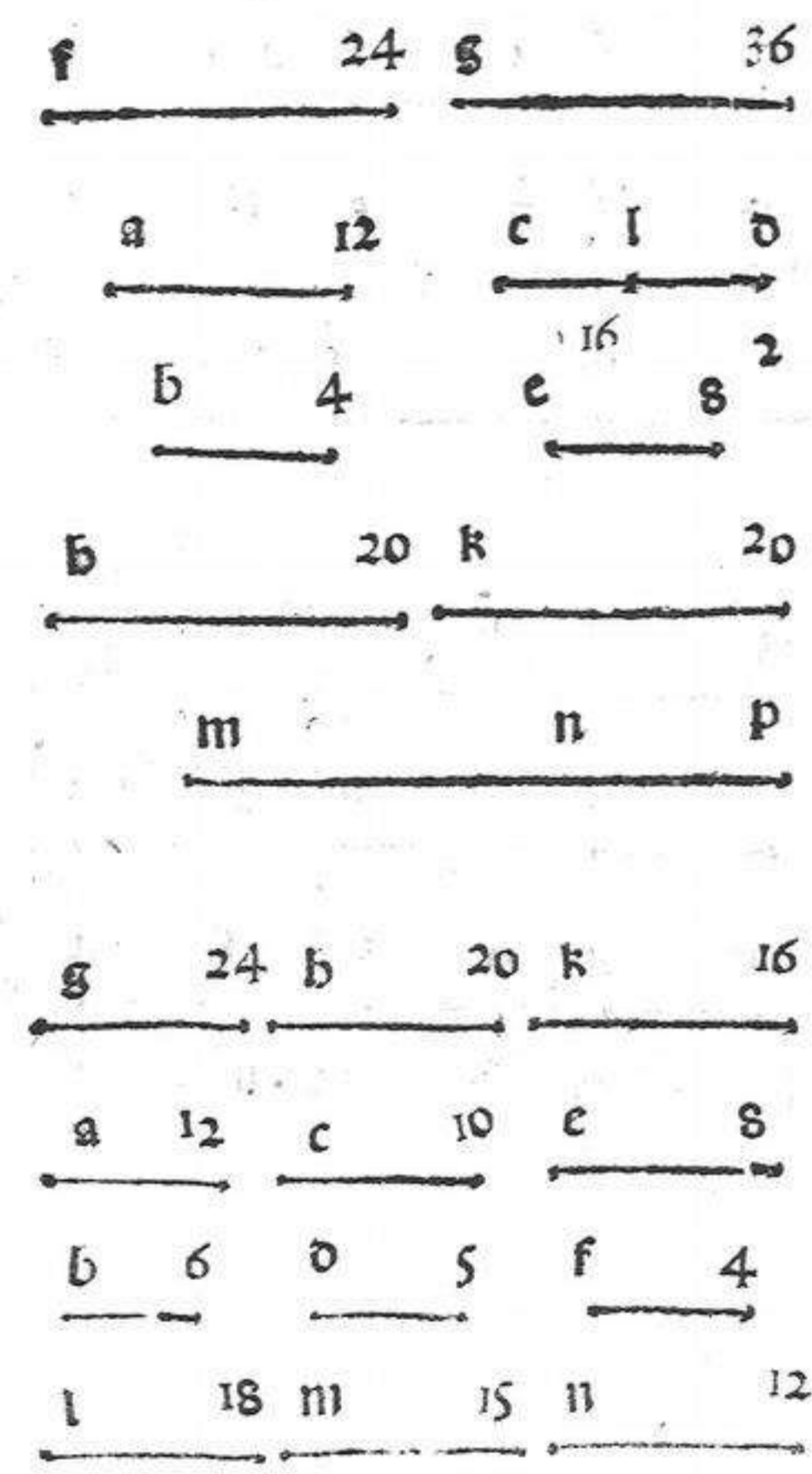
Castigator.

¶ Quia stat q̄, k. addat super, n. etiam; sed nō tm̄ fm̄ pportionē quātū h. super, m. ut in quarto modo maioris iproportionalitatis habuisti, s. diffini. huius quinti; sed hoc non est necesse sed possibile solum, b. ¶ Quoniam totiēns multiplicabo unāquāq; trium quantitatū, f. b. d. a. f. g. k. non proueniat minor e. & q̄, l. g. non efficiatur minor, c. sed equalis aut maior, c. ¶ Cum hoc q̄, c. & e. totiēns eque multiplicentur q̄, m. proueniat maior, k. & n. maior l, g.

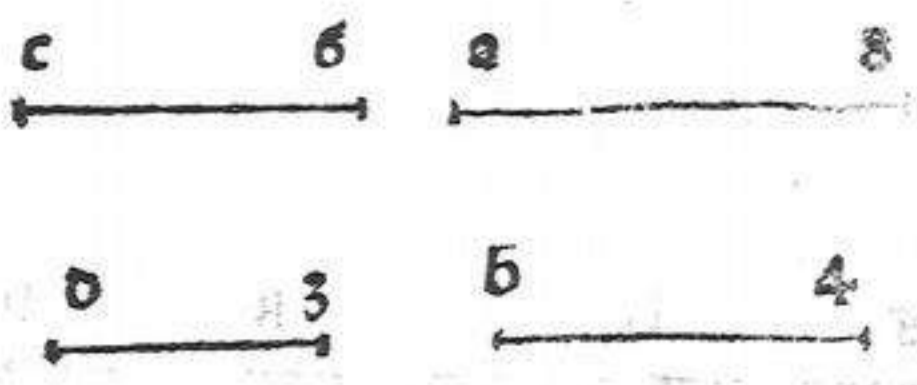
Propositio 13.



¶ Si fuerit quodlibet quantitatū ad totidem alias proportio una erit quoq; que proportio vnus ad vnā. eadem proportio harum omnium panter acceptarum ad omnes illas panter acceptas. ¶ Quod primo proposuit de multiplicibus; hic proponit de omnibus proportionibus; unde hec est cōmuniō illa; eo q̄ omnis multiplicitas est proportio; non autē e conuerso. ¶ Sit igitur, a, ad, b. & c. ad, d. & e. ad, f. una proportio; dico q̄ que ē proportio, a, ad, b. eadem est compositi ex, a, c. e. ad compositum ex, b, d, f. Sumam, g. ad, a. & h. ad, c. & k. ad, e. eque multiplicia. Itemq; l. ad, b. & m. ad, d. & n. ad, f. eque multiplicia; eritq; per primam huius compositum ex, g, h, k.



ita multiplex compositi ex. a. c. e. sicut. g. est multiplex. a. Similiter per eadē compositum ex. l. m. n. erit ita multiplex compositi ex. b. d. f. sicut. l. est multiplex. b. Et per conversionē diffinitionis in continue proportionalitatis. bis sumptam si. g. addit super. l. h. addit super. m. k. super. n. Et si minuit minuit: Et si equat equat: ergo per cōmunem scientiam si. g. addit si. per. l. compositum ex. g. h. k. addit super compositum ex. l. m. n. Et si minuit minuit: Et si equat equat: ergo per diffinitionem in continue proportionalitatis proportio. a. ad. b. est sicut cōpositi ex. a. c. e. ad compositum ex. b. d. f. quod est propositum.



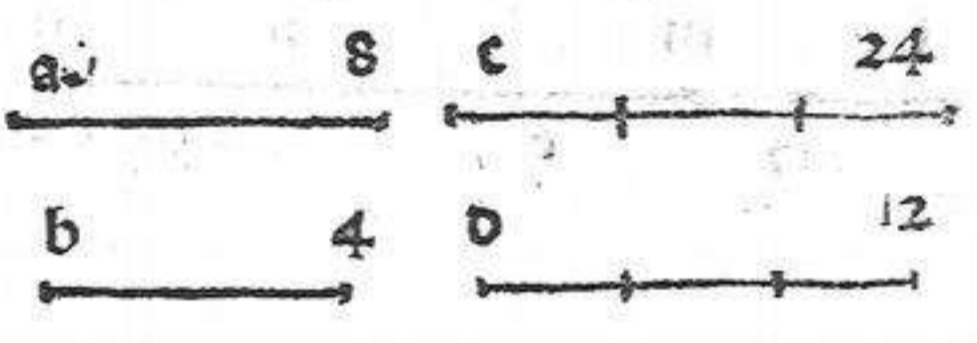
Castigator.

a Si equalibus equalia addas: uel si inequalibus equalia addas: etc.
 b Quia. a. tenet locum prime compositi ex. a. c. e. tertie. b. secunde compositum ex. b. d. f. quarte.

Propositio. 14.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. fueritq; maior prima tertia: necesse est secundam quartam esse maiorem. Quod si minor et minorem. Si vero equalis et equalem esse.

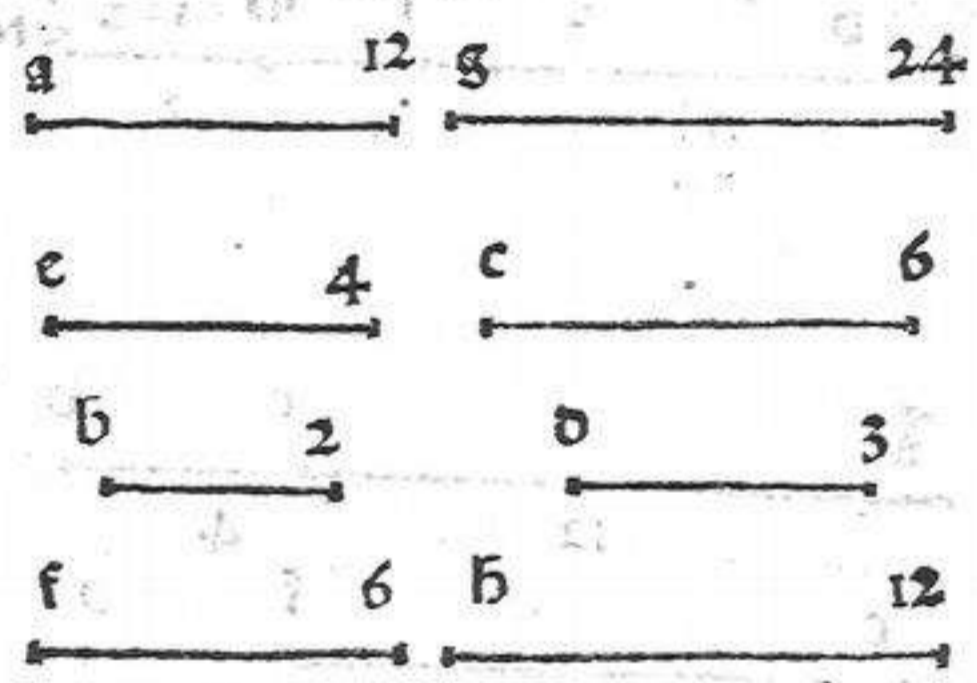
Et sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; si. a. est maior. c. b. erit maior. d. Et si minor minor: Et si equalis equalis. Si enim. a. sit maior. c. erit per primam partem. 8. huius maior proportio. a. ad. d. q; c. ad. d. quare maior erit. a. ad. d. q; ad. b. ergo per secundam partem. 10. huius. b. erit maior. d. quod est propositum. Quod si. a. sit minor. c. erit per primam partem. 8. minor proportio. a. ad. d. q; c. ad. d. q; re maior erit. a. ad. b. q; ad. d. per secundam ergo partem. 10. b. erit minor d. Si autem. a. sit equalis. c. erit per primam partem. 7. a. ad. d. sicut. c. ad. d. quare. a. ad. d. sicut ad. b. itaq; per secundam partem. 9. b. erit equalis. d. sic q; patet propositum.



Propositio. 15.

Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assignate. erit ipsarum multiplicium atq; submultiplicium una proportio.

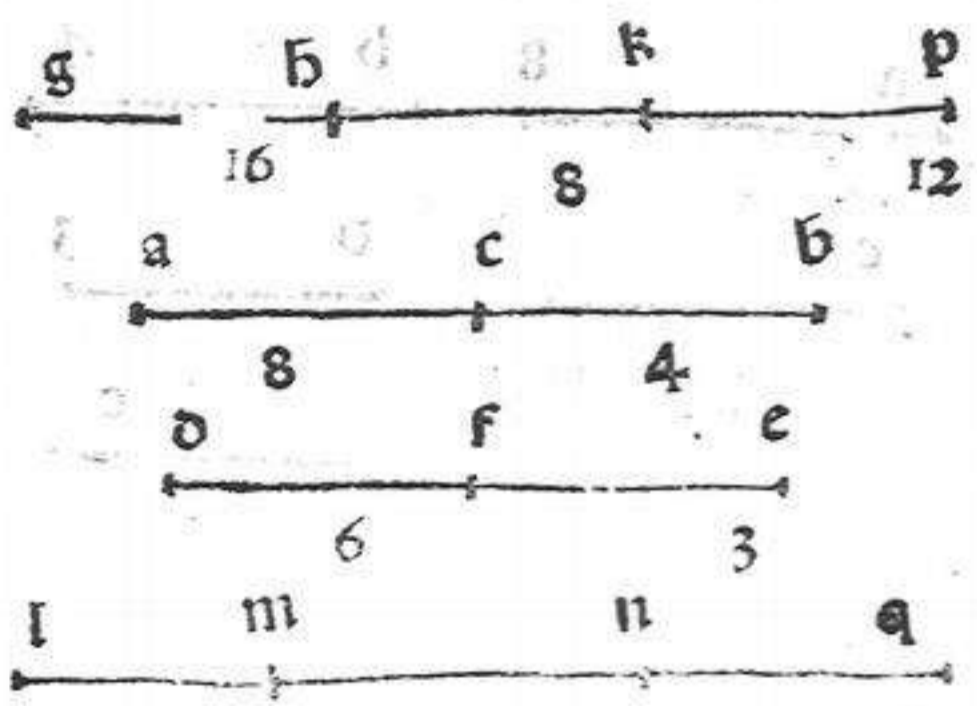
Et sint. c. ad. a. Et d. ad. b. eque multiplices. dico q; que est proportio. a. ad. b. eadē est. c. ad. d. diuidatur. c. fm quantitatem. a. Et d. fm quantitatem. b. suntq; tot partes. c. quot d. Et quia quelibet pars. c. ad. qualibet partem. d. se habet sicut. a. ad. b. erit per. 13. huius. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.



Propositio. 16.

Si fuerint quatuor quantitates proportionales. permutatim quoq; proportionales erunt.

Et sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. Et iste est modus arguendi qui dicitur proportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patet. Summam. e. ad. a. Et f. ad. b. eque multiplices itemq; g. ad. c. Et h. ad. d. eque multiplices: eritq; per premisam. e. ad. f. sicut. g. ad. h. quare per. 14. si. e. addit supra. g. Et f. addit super. h. Et si minuit minuit: Et si equat equat: per diffinitionem igitur in continue proportionalitatis erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum. Necesse est aut ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.



Propositio. 17.

Si fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdem disiunctim quoq; proportionales esse.

Et demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata demonstrat illud q; dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaq; proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. dico q; erit. a. c. ad. e. b. sicut. d. f. ad. f. e. Summam enī. g. h. ad. a. c. Et h. k. ad. c. b. itemq; l. m. ad. d. f. Et m. n. ad. f. e. eque multiplices. eritq; p primam huius. g. k. ita multiplex

a. b. sicut. g. h. est multiplex. a. c. l. n. ita multiplex. d. e. sicut. l. m. est multiplex. d. f. et ideo per premisas ypotheses. g. k. est ita multiplex. a. b. sicut est. l. n. d. e. ¶ Ponam iterum. k. p. ad. c. b. et n. q. ad. f. e. eque multiplices; eruntq; p secunda. h. p. ad. c. b. et m. q. ad. f. e. eque multiplices. ¶ Per conuersionem igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si. g. k. addit super. h. p. l. n. addit sup. m. q. et si minuit minuit; et si equat equat demptis itaq; communibus. h. k. et m. n. erit per comunem scientiam; ut si. g. h. addit sup. k. p. q. l. m. addit sup. n. q. et si minuit minuit; et si equat equat. ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio a. c. ad. c. b. est sicut. d. f. ad. f. e. quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Qm. h. k. tenet locum prime. et c. b. locum secunde. m. n. locum tertie. f. e. locum quarte. k. p. locum quinte. n. q. locum sexte. Ideo per secundam huius. h. p. ad. c. b. sicut. m. q. ad. f. e.

Propositio .18.

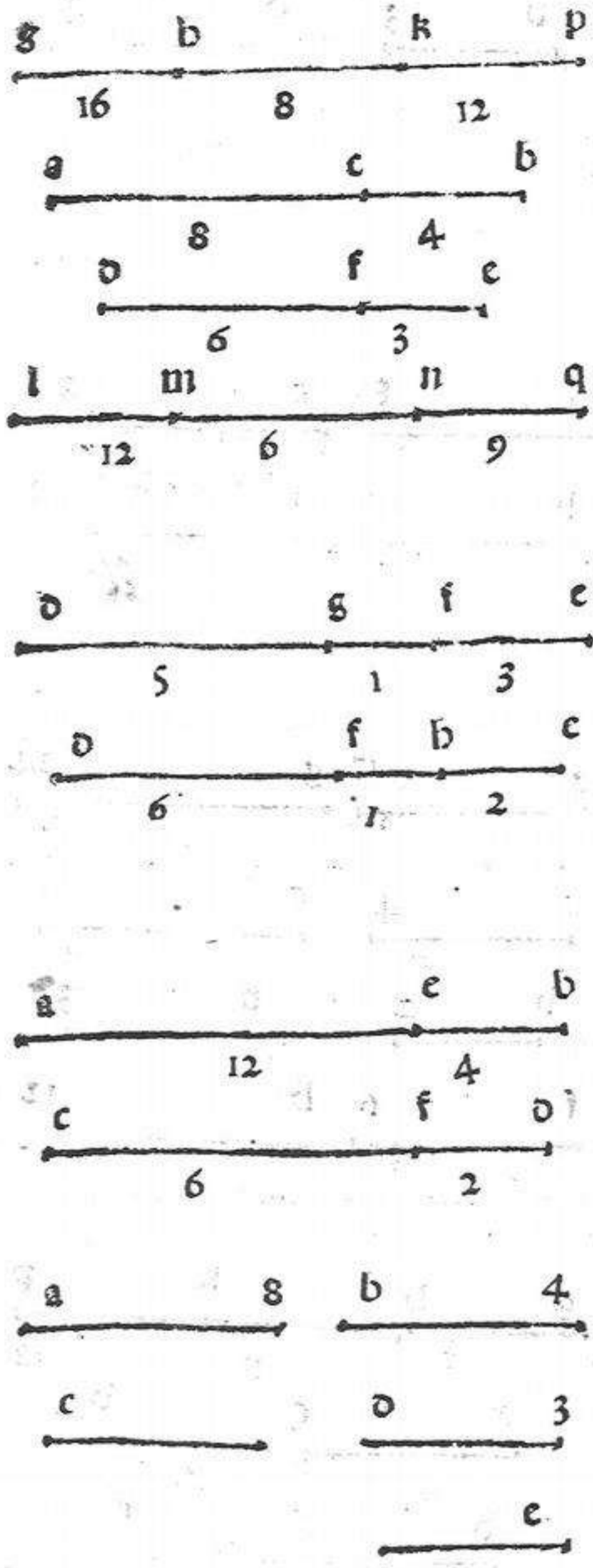
Ifuerint quantitates disiunctim proportionales coniunctim quoq; proportionales erunt.

Demonstrat modum arguendi qui dicitur proportionalitas coniuncta et est modus conuersus prioris. Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse et maneat oes eius ypotheses; excepto q; ponatur esse proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. dico q; erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. f. e. ¶ Sequitur. n. ex hac hypothesis et aliis hypothesis pmisse de multiplicibus equaliter sumptis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si. g. h. addit super. k. p. q. l. m. addat super. n. q. et si minuit minuat; et si equat equat; ergo positis communibus. h. k. et m. n. sequitur per comunem scientiam si. g. k. addit super. h. p. q. l. n. addat super. m. q. et si minuit minuat; et si equat equat; quare per diffinitionem incontinue proportionalitatis erit proportio. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. quod est propositum. ¶ Aliter idem indirecte sic. Cum sit proportio. a. c. ad. c. b. sicut. d. f. ad. f. e. non est. a. b. ad. b. c. sicut. d. e. ad. e. f. sit ergo proportio. d. e. ad. aliquam aliam quantitatem sicut. a. b. ad. b. c. que aut erit maior. e. f. aut minor. si enim esset ei equalis constaret propositum. Sit itaq; primo maior et sit. e. g. eritq; per premissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. g. ad. g. e. que p. n. d. g. ad. g. e. est. sicut. d. f. ad. f. e. Sequitur igitur per. 14. q; cum. d. g. prima sit minor. d. f. tertia erit. g. e. secunda minor. e. f. quarta; sed erat propositum q; esset maior. Sit ergo proportio. d. c. ad. minorem. e. f. que sit. e. h. sicut. a. b. ad. b. c. eritq; per premissam. a. c. ad. c. b. sicut. d. h. ad. h. e. quare. per. 11. d. h. ad. h. e. sicut. d. f. ad. f. e. et quia. d. h. prima est maior. d. f. tertia erit p. 14. e. h. secunda maior. e. f. quarta; q; quia est impossibile; sequitur propositum.

Propositio .19.

If a duobus totis due portiones abscindantur fueritq; totum ad totum quantum abscisum ad abscisum: erit reliquum ad reliquum quantum totus ad totum.

Quod quinta proponit de multiplicibus. hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus. unde est illa tanto comunior quanto multiplicitate proportio. Sint igitur due quantitates. a. b. et c. d. a quibus abscindantur due que sint. b. e. et d. f. sitq; proportio totius. a. b. ad. totam. c. d. sicut. b. e. abscise ad. d. f. abscisam. dico q; eadem erit. a. e. residui ad. c. f. residuum que est totius. a. b. ad. totam. c. d. ¶ Cum enim sit. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. erit permutati. a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. et disiunctim. a. e. ad. e. b. sicut. c. f. ad. f. d. et iterum permutati. a. e. ad. c. f. sicut. e. b. ad. f. d. et quia sic erat. a. b. ad. c. d. patet propositum. ¶ Ex hac aut. 19. et permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicitur proportionalitas euerfa; ut si sit. a. b.

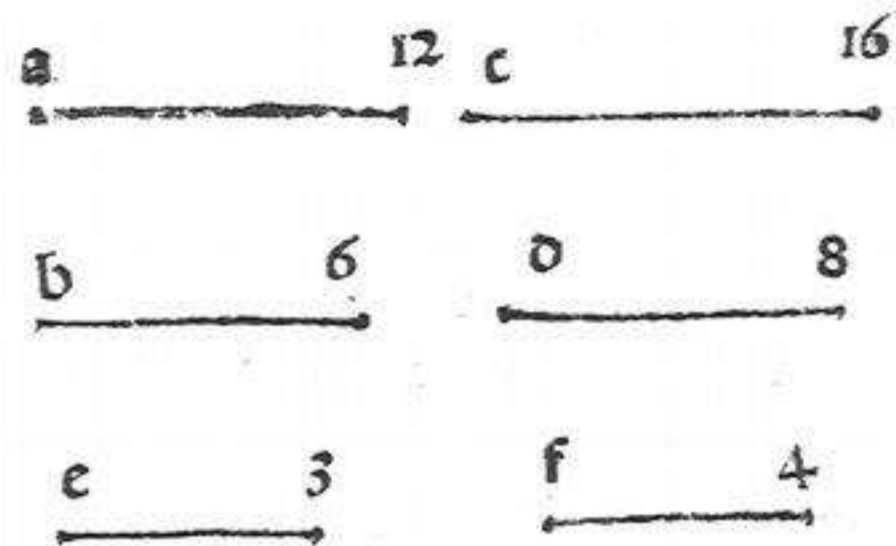


ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. f. dico q̄ erit. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quia cū sit a. b. ad. b. e. sicut. c. d. ad. d. fuerit permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. e. ad. d. f. quare per hanc. 19. b. a. ad. d. c. sicut. a. e. ad. c. f. igitur permutatim. b. a. ad. a. e. sicut. c. d. ad. c. f. quod est propositum. ¶ Cōuersa quoq; proportionalitas quā ex diffinitione incontinue proportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti: potest hic quoq; demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate: ¶ 9. huius ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q̄ erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. sin autem sit. d. ad. e. sicut. b. ad. a. ¶ quia. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut b. ad. d. ¶ quia iterū. b. ad. a. sicut. d. ad. e. erit quoq; permutatim. b. ad d. sicut. a. ad. e. quare erit. a. ad. e. sicut. a. ad. c. si igitur. e. non sit equale. c. accidet impossibile ¶ contrarium secunde partis. 9. si autem equalis erit b. ad. a. sicut. d. ad. c. quod est propositum.

Propositio .20.



¶ Si fuerint quotlibet quātitates alieq; fm earū numerum quaz queq; due priorum fm pportionem duarum postremarum necesse est inproporionalitate quidē equalitatis vt si fuerit prima priorū vltima maior. z posteriorum primā vltima eē maior rem. Quod si minor z minorem. Si vero equalis z equalem.



¶ Demonstraturus Euclides modum arguēdi qui dī equa proportionalitas siue quātitates duorum ordinū directe siue peruersim proportionentē premitit duo antecedentia ad demonstrandū ppositum necessaria per quonū primū demonstratur equa pportionalitas cū quantitates duorum ordinum directe pportionantur: per fm aut cum proportionantur puer sim: proponit aut hec duo antecedentia de quantitatibus duoz ordinū numero equalibus quecūq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobic; quantitatibus fm quemcūq; numerum ueritatem habent: non est autem necesse ut demonstremus ea nisi solum in tribus: hoc enim omnino sufficiens est ad propositum: de pluribus aut quibusq; patebit p equā proportionalitatē cū ipsa demonstrata fuerit. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq; tres alie q̄ sint. c. d. f. ¶ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico q̄ si. a. est maior. e. c. erit maior. f. ¶ si minor minor: ¶ si equalis equalis. ¶ Si enim est maior erit per primā partē B. maior proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. quare per. 12. maior erit. c. ad. d. q̄ e. ad. b. ¶ quia per conuersam proportionalitatem. e. ad. b. est sicut. f. ad d. erit. c. ad. d. maior q̄. f. ad. d. itaq; per primā partē. 10. c. est maior. f. q̄ est propositum. Quod si. a. sit minor. e. per easdē ¶ eodem modo probabitur. c. eē minorem. f. erit enim minor proportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. per primam ptem. 8. ¶ ideo p. 12. ¶ per conuersam proportionalitatem minor erit. c. ad. d. q̄. f. ad. d. ¶ ideo per primā ptem. 10. erit. c. minor. f. quod ē ppositū. Si aut. a. sit equalis. e. erit p primā partē. 7. pportio. a. ad b. sicut. e. ad. b. ¶ iō per undecimā ¶ cōuersam pportionalitatē erit. c. ad d. sicut. f. ad. d. quare per primā partē. 9. c. est equalis. f. quod ē ppositū. ¶ Quidā aut hanc cōclusionē demonstrauerūt eā p pportionalitatē per mutatim hoc modo. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ergo pmutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ quia rursus. b. ad. e. sicut. d. ad. f. erit pmutatim b. ad. d. sicut. e. ad. f. sed erat. b. ad. d. sicut. a. ad. c. ergo per. 11. erit. a. ad c. sicut. e. ad. f. itaq; p. 14. si. a. prima est maior. e. tertia erit. c. secunda. maior. f. quarta. ¶ si minor minor: ¶ si equalis equalis: q̄ ē ppositū. ¶ Isti aut errauerunt in sua demonstratione: quia si eēt intentio Euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsum premittere hanc cōclusionē p antecedente ad equā pportionalitatē: si enim rursus fiat una pmutatio proportionalitatis ad quā deuentū est: que est esse. a. ad. c. sicut. e. ad. f. sequitur q̄ sit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ hoc est equa proportionalitas. ¶ Preterea eoz cōclusio non sequitur nisi oēs quantitates amboz ordinū fuerint generis uni-

us. Si enim a. b. e. sint lineae. f. c. d. f. superficies: aut corpora: aut tpa: non erit tunc pmutare proportiones: peccant igr uniuersaliter dictum p ticulariter demonstrantes.

Castigator.

¶ Quia. c. d. tenent locū pmi & secūdi f. a. b. tertii. & qrti f. e. b. quinti & sexti. & ideo p duodecimam concludit postea facta cōuersa. f. f. d. tenent locum pmi & secūdi f. e. f. b. tertii & qrti f. a. f. b. qnti f. sexti.

Propositio .21.



I fuerint quotlibet quātitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due ex prioribus quibusqz duabus ex posterioribus per uer sim compare secundum proportionem earum fuerint. ne cesse quoqz est ut si fuerint in proportionalitate eq̄ litatis priorum prima ultima maior. & posteriorum prima ultima esse maiorem. si autem minor & minores. Si uero equalis & equalem.

¶ Secūdam añs sint tres quātitates. a. b. e. sumantqz alie tres q̄ sunt. f. c. d. & sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico qz si. a. ē maior. e. f. erit maior. d. & si minor minor: & si equalis equalis. ¶ Hec aut p batur p eadem & eodem mō quo pcedens: si. n. a. sit maior. e. erit. maior pportio. a. ad. b. q̄. e. ad. b. q̄re maior. c. ad. d. q̄. e. ad. b. & ideo maior q̄. c. ad. f. maior igit. f. q̄. d. p secūdam ptem. 10. qd̄ est ppositum. ¶ Quod si. a sit minor. e. erit tādē minor. c. ad. d. q̄. ad. f. q̄re p eādē ptem eiusdem f. erit minor. d. ¶ Si aut. a. sit eq̄lis. e. sequit̄ ut sit pportio. c. ad. d. sicut. c. ad. f. igitur per secūdam partem. 9. erit. f. equalis. d. quod est ppositum.

Propositio .22.



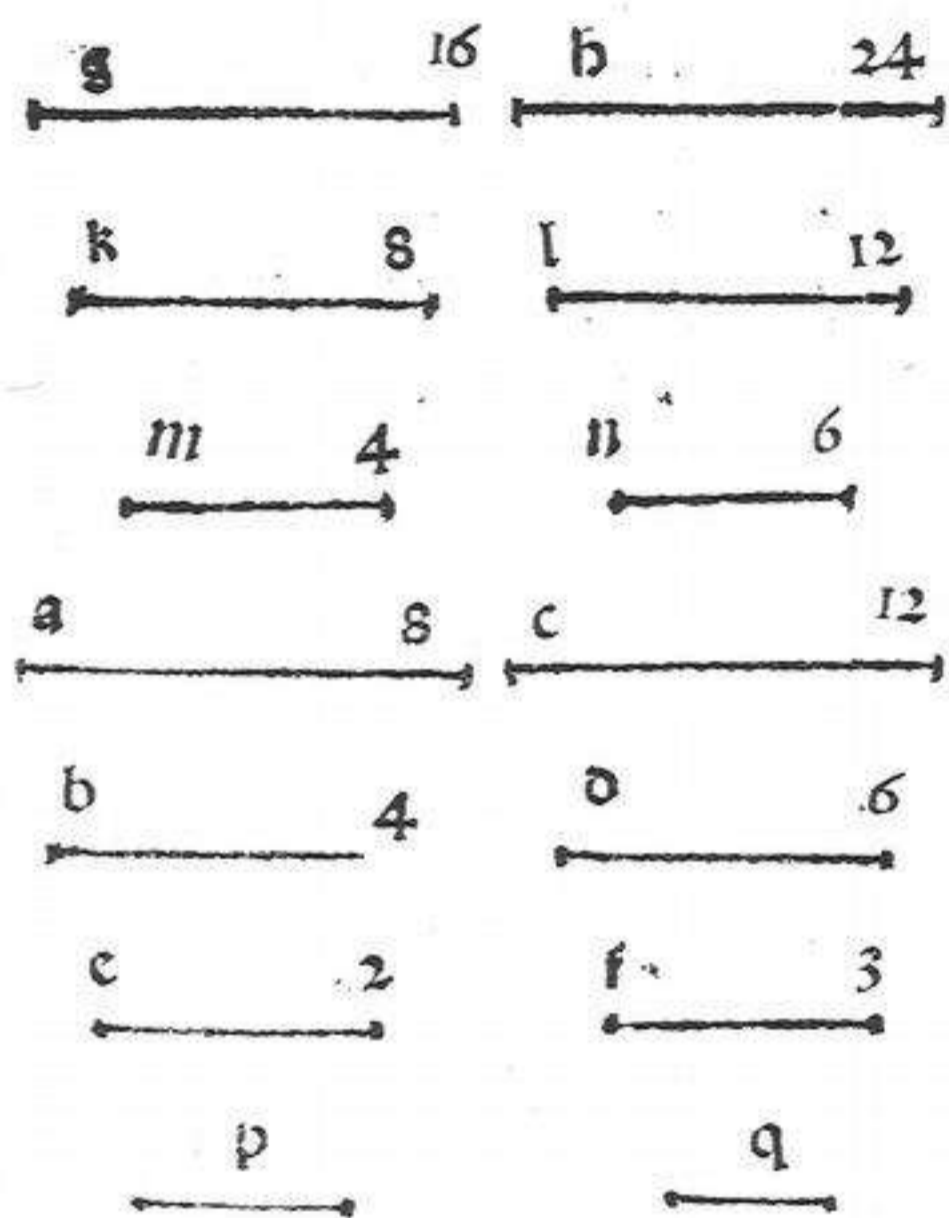
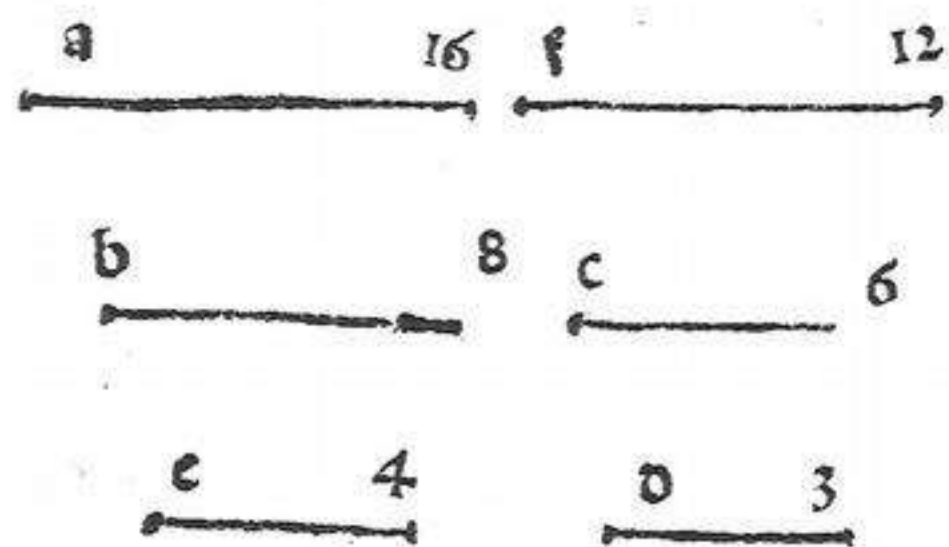
I fuerint quotlibet quātitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

¶ Demōstratis añtibz ad equā pportionalitatem. hic demōstrat eam: & pmo cum quātitates duoz ordinū sunt directe pportioales. Nō est aut necesse ut demōstret nisi cū in utroqz duorum ordinū sunt tm̄ tres quātitates. Per hoc. n. euidenter seq̄tur cū i utroqz ordie fuerint q̄tuor quātitates & deinceps: & ideo ēt nō oportuit eius añs demonstrari nisi solum cū in utroqz ordine sunt ēt tres quātitates ¶ Sint igit tres quātitates. a. b. e. sumanturqz tres alie q̄ sunt. c. d. f. & sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico qz erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Sumam. n. g. ad. a. f. h. ad. c. eq̄ multiplicia. Itēqz. k. ad. b. f. l. ad. d. cōf rursus. m. ad. e. f. n. ad. f. eque. eritqz p. 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. q̄re p. 20. si. g. est maior. m. erit. h. maior. n. & si minor minor: & si equalis eq̄lis. ¶ Igitur p diffinitionem incōtinue pportionalitatis p portio. a. ad. e. est sicut. c. ad. f. qd̄ est ppositum. ¶ Pōt quoqz hoc demōstrari. p. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. f. h. l. n. ad. c. d. f. eq̄ multiplicibus erit. n. p. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ptracta ut p̄s. ¶ Qd̄ si fuerint quātitates plures tribus in utroqz ordine: utpote quatuor additis. p. f. q. ita qz sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut. c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demōstratum est. sublatis igitur. b. f. d. erunt tres quātitates. a. e. p. & alie tres. c. f. q. ut proponitur: q̄re. a. ad. p. sicut. c. ad. q. sicqz demōstrat de. 4. per tres sublato uno medio. Eodem modo demōstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus mediis & de. 6. per. 5. sublatis tribus: & sic de ceteris.

Propositio .23.



I fuerint quotlibet quātitates alieqz secundum earum numerum quarum queqz due secundum proportionem duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportionales erunt.



Demonstrat equam proportionalitatem in quãtitatibus duorum ordinum indirecte siue peruersim proportionatis. Nec est necesse q̄ demonstretur nisi cum in utroq; duorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quecunq; ponantur in utroq; ordine sicut in premissa de directe proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates. a. b. e. sumanturq; alie tres que sint. f. c. d. & sit proportio. a. ad b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico q̄ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. ¶ Sumã enim. g. ad. a. & h. ad. c. & k. ad. f. eque multiplicia. I tẽq; l. ad. b. & m. ad. e. & n. ad. d. eque multiplicia; eritq; p q̄rtã. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & p. 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per. 21 si. g. addit super. m. & k. addit sup. n. & si minuit minuit; & si equat equat. ergo per diffinitionem in continue proportionalitatis proportio. a. ad. e. e sicut. f. ad. d. quod est ppositũ. ¶ Potest quoq; & hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. l. m. ad. a. b. e. & k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus. ¶ Erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. & l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta ut prius. Conuenientius tñ demonstrantur hec & premissa s̄m primum modũ. ¶ Quod si plures tribus fue rint quantitates in utroq; ordine; utpote quatuor additis. p. q. r. ita q̄ sit a. ad. b. sicut. d. ad. q. & b. ad. e. sicut. c. ad. d. & e. ad. p. sicut. f. ad. c. erit itez a. ad. p. sicut. f. ad. q. ¶ Erit enim per predemonstrata. a. ad. e. sicut. c. ad. q. Sublatis igitur. b. & d. erunt tres quantitates. a. e. p. & alie tres. f. c. q. ut proponitur; quare. a. ad. p. sicut. f. ad. q. Sic igitur demonstratur de. 4. per tres sublato uno medio. Eodẽ mō demonstrabis de. 5. per quatuor sublatis duobus mediis. & de. 6. per. 5. sublatis tribus & sic in ceteris.

Castigatoz.

Nota cum in istis inducit diffinitio incõtinue ppor. illa maioritas minoritas & equalitas multipliciũ adinuicem. s. primi ad secũdũ; & tertii ad q̄rtũ intelligũtur semper geometricè & non arithmetice uidelicet q̄ in tñ quantũ multiplex primũ excedit equat aut minuit multiplex secundi tãtũdẽ multiplex tertii s̄m ppor. excedat equet multiplex tertii multiplex quarti sicut dcm̄ fuit supra in diffinitione q̄nta huius quinti lib. uñ nõ sufficit dicere multiplex p̄mi excedet multiplex secũdi; & similiter multiplex tertii excedit multiplex q̄rti ergo q̄tuor quãtitates sunt ppor. & pportio p̄ me ad secũdã est sicut tertie ad q̄rtã; sed oportet addere q̄ tantũdẽ se excedant equet aut minuãt &c.

Propositio .24.



Ifuerit proportio primi ad secundum tanquã tertij ad quartum; proportio uero quinti ad secundũ tanq̄s sexti ad quartum erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum tanquã sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.

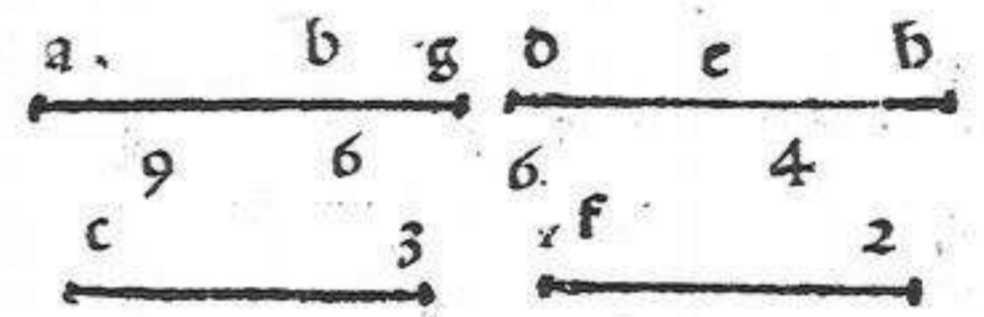
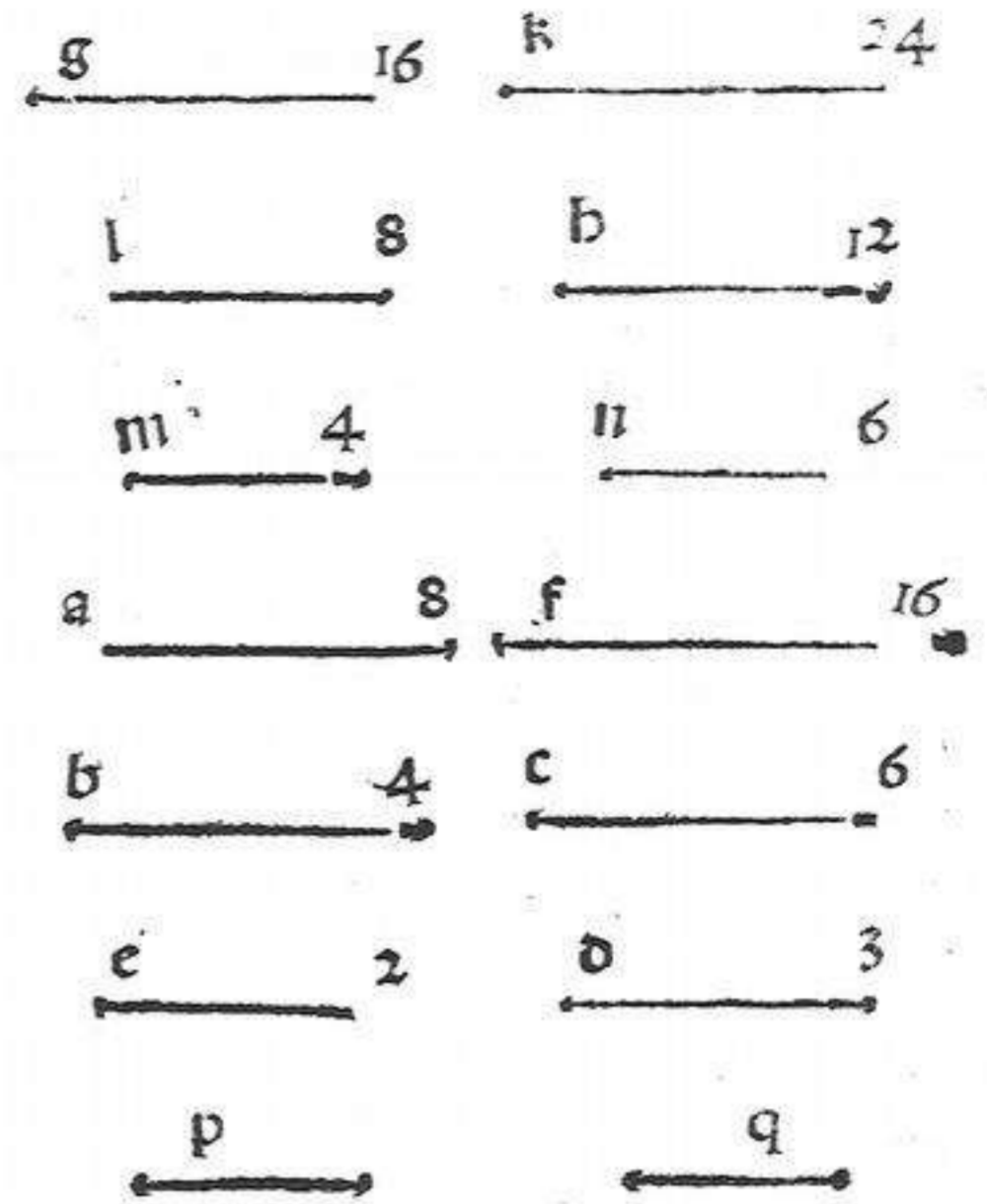
Quod secunda proposuit de multiplicibus hec proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus; unde est illa tanto cõmuniõr quanto multiplicitate proportio & se habet ad illã; quẽadmodũ. 13. ad primã. ¶ Sit igitur pportio. a. b. ad. c. e sicut. d. e. ad. f. & itẽ. b. g. ad. c. sicut. e. h. ad. f. dico q̄ pportio. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. ¶ Erit enim per cõuersam proportionalitatem. c. ad. b. g. sicut. f. ad. e. h. quare per. 22. erit in equa proportionalitate. a. b. ad. b. g. sicut. e. d. ad. e. h. ergo coniunctim p̄ 18. a. g. ad. g. b. sicut. d. h. ad. h. e. itaq; per. 22. erit in equa proportionalitate. a. g. ad. c. sicut. d. h. ad. f. quod est propositum.

Propositio .25.

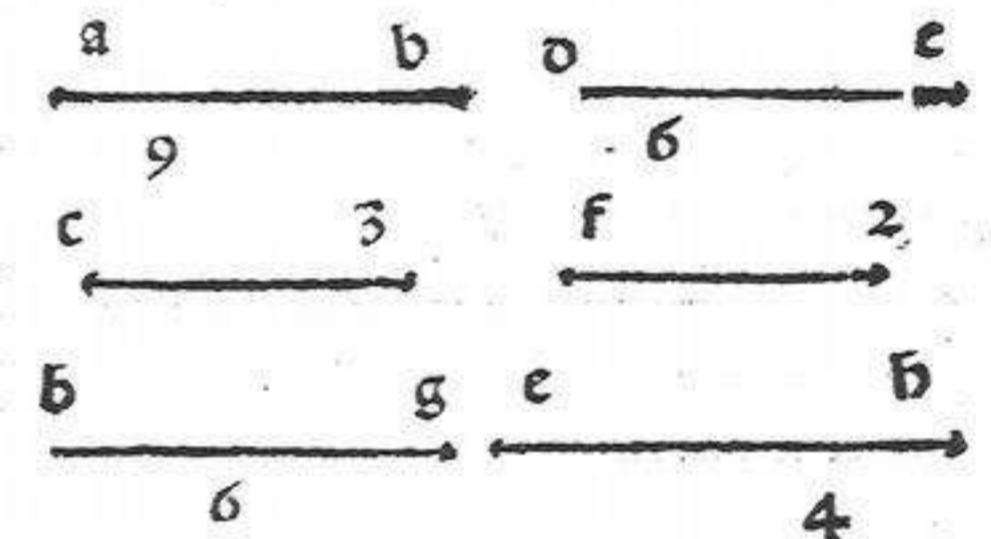


Ifuerint quatuor quantitates pportionales: fueritq; prima earum maxima; & vltima minima primam & vltimam pariter acceptas ceteris duabus maius eẽ necessario comprobatur.

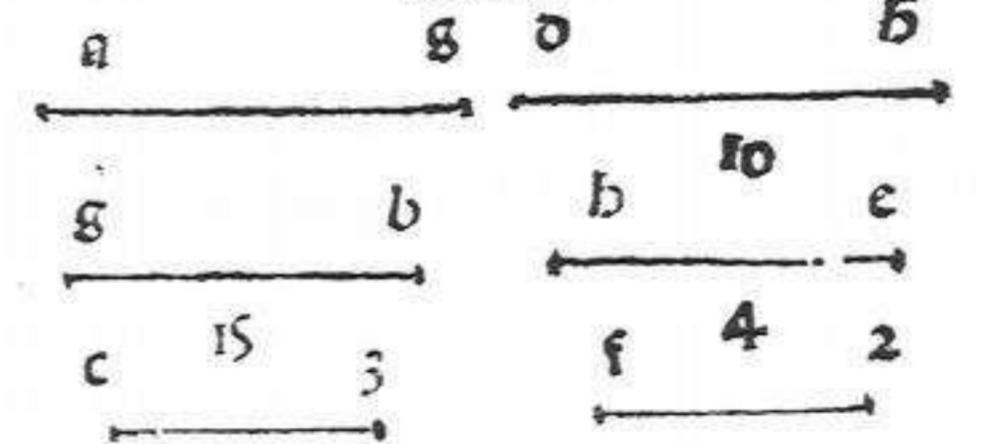
Quod hic proponitur non habet locum nisi cum oẽs quatuor quãtitates sint eiusdẽ generis. ¶ Sint igr̄ q̄tuor quãtitatũ eiusdẽ generis pportio. a. b. ad. c. d. sicut. e. ad. f. sitq; a. b. maxima neq; oportet ponere q̄. f. sit minima; ga ipm̄ ex hoc sequit q̄. a. b. e posita

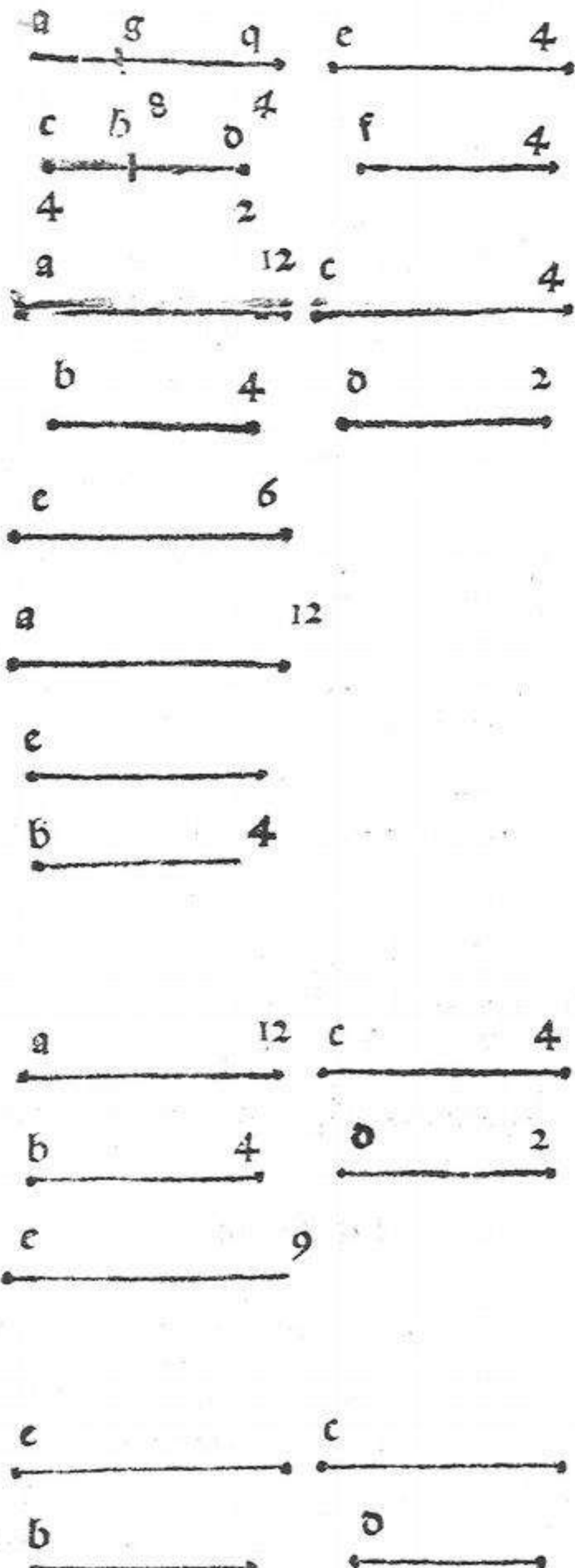


Explicite. 24



Directe





est maximatum non posuit hoc auctor in cōclusionē tanq̄ positionē; sed potius tanq̄ p̄cedentis positionis cōclusionē. ¶ Dico q̄ cū ita fuerit maius erit aggregatū ex .a. b. f. f. q̄ ex .c. d. f. e. Cū enim .a. b. sit maior .e. abscindā ex .b. a. g. b. equalē .e. ¶ Similiter quoq̄ .g. a. c. d. est maior .f. abscindā ex .c. d. h. d. equalē .f. eritq̄ p̄ yptohesim a b. ad .c. d. sicut .g. b. ad .h. d. q̄ rep. 19. a. g. residuū ad .c. h. residuū sicut tota .a. b. ad totum .c. d. s. a. b. ad .c. d. Cū ergo .a. g. se habet ad .c. h. sicut .a. b. ad .c. d. sed .a. b. est maior .c. d. quare .a. g. maior est .c. h. additis igitur utriq̄ duabus quantitibus .g. b. f. h. d. erit per cōemscientiam^a aggregatū ex .a. b. f. h. d. maius aggregato ex .c. d. f. g. b. f. quia .d. h. posita est equalis .f. f. g. b. e. maius erit aggregatum ex .a. b. f. f. q̄ aggregatum ex .c. d. f. e. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Quia primū aggregatū cōstat ex .a. g. f. g. b. f. h. d. f. secūdu cōstat ex .c. h. f. h. d. f. g. b. f. quia per 19. a. g. est maior .c. h. f. utriq̄ .s. a. g. f. c. h. addite sunt ille due q̄titates .g. b. f. h. d. ideo primū f. maius secūdo f. c.

Propositio .26.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum proportio p̄me ad secundam maior q̄s tertie ad quartam erit conuerso e contrario proportio secunde ad primam minor q̄s quarte ad tertiam.

¶ Sit p̄portio .a. ad .b. maior q̄ .c. ad .d. dico q̄ erit e conuerso mō contrario minor proportio .b. ad .a. q̄ .d. ad .c. ¶ Si enim este adē .b. ad .a. que ē .d. ad .c. erit e conuerso .a. ad .b. ut .c. ad .d. sed nō ē Imo maior. At uero si ē .b. ad .a. maior q̄ .d. ad .c. sit .e. ad .a. ut .d. ad .c. eritq̄ ex .12. e. ad .a. minor q̄ .b. ad .a. q̄re ex prima pte. 10. e. est minor b. Ideoq̄ ex scda pte. 8. maior erit proportio .a. ad .e. q̄ .a. ad .b. ¶ quia per cōuersam proportionalitatē .a. ad .e. sicut .c. ad .d. erit ex .12. proportio .c. ad .d. maior q̄ .a. ad .b. sed erat minor: relinquit ergo p̄positum. ¶ Possumus quoq̄ si libet astruere p̄positū ostēsue. ¶ Manifestū enim ē ex p̄ma pte. 10. q̄ illa q̄titas cuius ad .b. est eadē p̄portio que est .c. ad .d. ē minor .a. eo q̄ ponitur maior p̄portio .a. ad .b. q̄ .c. ad .d. ¶ Illa ergo quantitas sit e cū sit igit p̄portio .e. ad .b. ut .c. ad .d. erit e conuerso .b. ad .e. ut .d. ad .c. Cōstat autem ex secūda parte. 8. q̄ p̄portio .b. ad .a. minor est q̄ proportio .b. ad .e. itaq̄ per .12. proportio^a .b. ad .a. est minor q̄ .d. ad .c. quod uolumus.

Castigator

a ¶ Et cōuersam p̄por. quia primo est .b. ad .e. sicut .d. ad .c. postea per .12. b. ad .a. minor q̄ .d. ad .c.

Propositio .27.



¶ Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio p̄me ad secundam q̄s tertie ad quartam erit permutatim maior proportio prime ad tertiam q̄s secunde ad quartam.

¶ Sit hic quoq̄ p̄portio .a. ad .b. maior q̄ .c. ad .d. dico q̄ erit p̄mutatim maior proportio .a. ad .c. q̄ .b. ad .d. ¶ Eadē enim nō erit: q̄a tūc quoq̄ eēt p̄mutatim .a. ad .b. sicut^a .c. ad .d. ¶ Neq̄ minor. Nā si hoc ponatur: sit itaq̄ .e. ad .c. ut .b. ad .d. eritq̄ ex .12. maior p̄portio .e. ad .c. q̄ .a. ad .c. quare ex prima parte. 10. e. ē maior .a. I taq̄ p̄ primā ptem. 8. proportio .e. ad .b. ē maior q̄ .a. ad .b. ¶ quia positū ē ut sit .e. ad .c. sicut .b. ad .d. erit p̄mutatim .e. ad .b. sicut .c. ad .d. ex .12. igitur maior erit p̄portio .c. ad .d. q̄ .a. ad .b. sed positum erat oppositum. uerū est ergo p̄positū. ¶ Ostēsue quoq̄ idē quē admodū in p̄missa: sumpta enim ē .e. ad .b. ut .c. ad .d. erit ex prima pte. 10. e. minor .a. quare ex prima parte. 8. maior erit .a. ad .c. q̄ .e. ad .c. sed ex permutata proportionalitate est .e. ad .c. ut .b. ad .d. igit ex .12. a. ad .c. est maior q̄ .b. ad .d. quod est propositum.

Castigator

a ¶ Per conuersam propor. quia sumpta fuit .e. ad .c. sicut .b. ad .d. ¶ ideo dicitur sumpta ad .b.

Propositio .28.



S fuerint quatuor quantitates quaz pme ad secun-
da sit maior pportio q̄s tertie ad quartā. erit quo-
q̄s coniunctim maior pportio pme z secūde ad se-
cundam q̄s tertie z quarte ad quartam.

Sit maior pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ maior erit
totius. a. b. ad. b. q̄ totius. c. d. ad. d. ¶ Quia ipsa neq̄ erit
eqlis neq̄ minor. Si enim eqlis: tūc erit disiunctim. a. ad. b. ut. c. ad. d. cōtra
ypothe. Si aut̄ ē minor: sit. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. eritq̄. ex. n. maior ppor-
tio. e. b. ad. b. q̄. a. b. ad. b. itaq̄. ex prima pte. io. e. b. ē maior q̄. a. b. s̄ p cōce-
ptionem. e. maior q̄. a. quare ex prima parte. s. maior est proportio. e. ad
b. q̄. a. ad. b. sed. e. ad. b. est ut. c. ad. d. per disiunctam pportionalitatem eo
q̄ erat. e. b. ad. b. ut. c. d. ad. d. ergo per. n. c. ad. d. ē maior q̄. a. ad. b. hoc au-
tē est cōtra ypothe. ¶ Idem ē ostensue: cum enim propositū sit q̄ ma-
ior sit pportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. sit proportio. e. ad. b. ut. c. ad. d. eritq̄. ex p̄-
ma parte decime. e. minor. a. Ideoq̄. ex cōmuni scientia. e. b. erit minor q̄
a. b. quare ex prima parte. s. maior erit pportio. a. b. ad. b. q̄. e. b. ad. b. At
uero proportio. e. b. ad. b. est per coniunctam pportionalitatem sicut. c.
d. ad. d. positum enim est ut sit. e. ad. b. tanq̄. c. ad. d. igitur ex. n. maior est
a. b. ad. b. q̄. c. d. ad. d. quod est propositum.

Propositio .29.



S fuerint quatuor quantitates quaz pme z secunde
ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad
quartam. erit quoq̄s disiunctim pportio pme ad
secundam maior q̄s tertie ad quartā.

Sit proportio. a. b. ad. b. maior q̄. c. d. ad. d. dico q̄ erit
disiunctim pportio. a. ad. b. maior q̄. c. ad. d. ¶ Alioquin
erit eqlis uel minor: q̄ si eqlis erit p cōiunctā pportionalitē. a. b. ad. b.
ut. c. d. ad. d. q̄ ē cōtra ypothe. si aut̄ minor erit maior. c. ad. d. q̄. a. ad. b.
ergo p̄ premisam maior erit. c. d. ad. d. q̄. a. b. ad. b. quod est incōueniens
quia positum est q̄ minor: uerum est ergo quod dicitur. ¶ Quod ē ostē-
siue astruemus hoc mō. ¶ Ponemus enim ut proportio. e. b. ad. b. sit tanq̄
pportio. c. d. ad. d. eritq̄. ex p̄ma pte. io. e. b. minor q̄. a. b. quare ex cōmu-
ni scientia. e. est minor q̄. a. ¶ Minor igitur est ex prima pte. s. pportio. e.
ad. b. q̄ sit. a. ad. b. sed proportio. e. ad. b. est sicut. c. ad. d. ex disiuncta ppor-
tionalitate: itaq̄. ex. n. proportio. a. ad. b. est maior q̄ sit. c. ad. d. quod ē p̄-
positum.

Propositio .30.



S fuerint quatuor quātitates quaz pme z secūde
ad secundā sit maior pportio q̄s tertie z quarte ad
quartā: erit euersim minor pportio pme z secūde
ad p̄mam q̄s tertie z quarte ad tertiam.

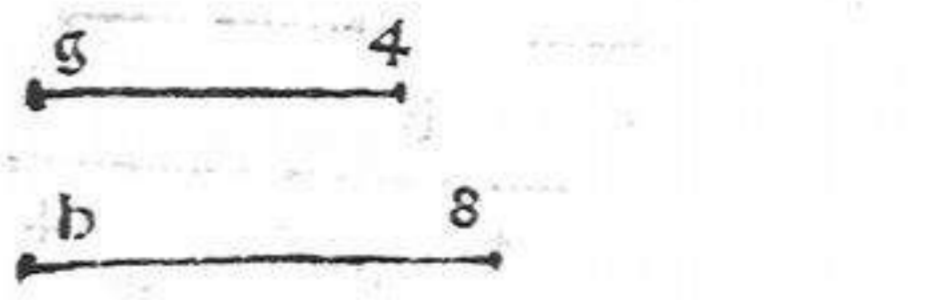
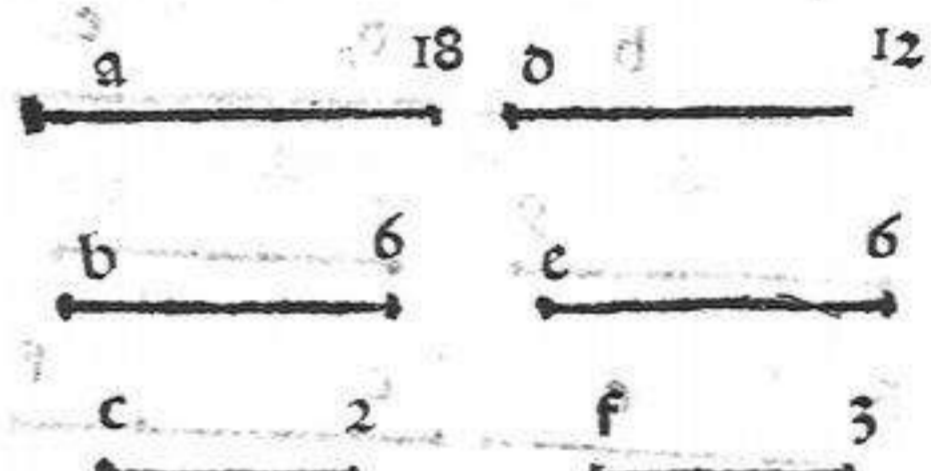
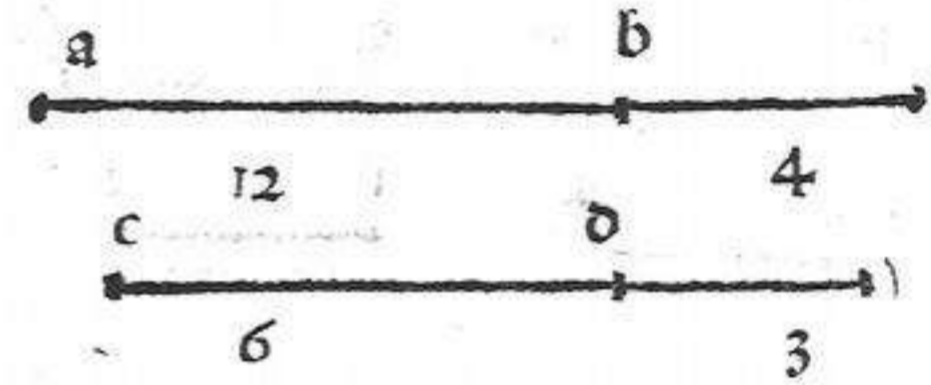
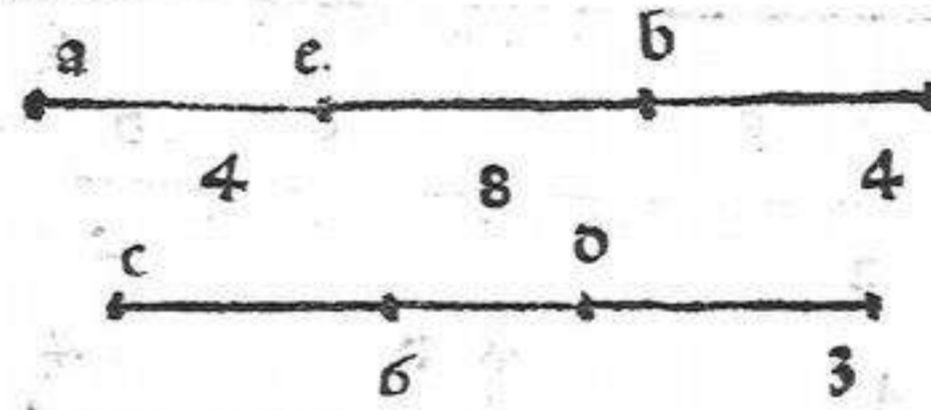
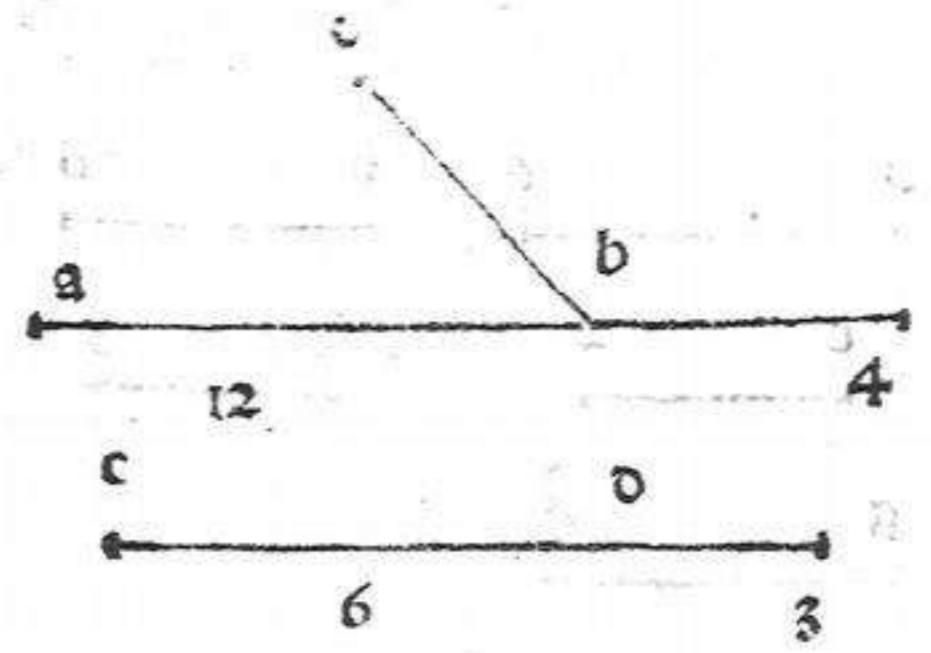
Sit maior pportio. a. b. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q̄ euersim
minor erit pportio. a. b. ad. a. q̄. c. d. ad. c. ¶ Erit enim disiu-
ctim ex premisa maior proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. I taq̄. per. 26. erit ecō-
uerso minor. b. ad. a. q̄. d. ad. c. quare per ante premisam coniunctim mi-
nor erit. b. a. ad. a. q̄. d. c. ad. c. quod est propositum.

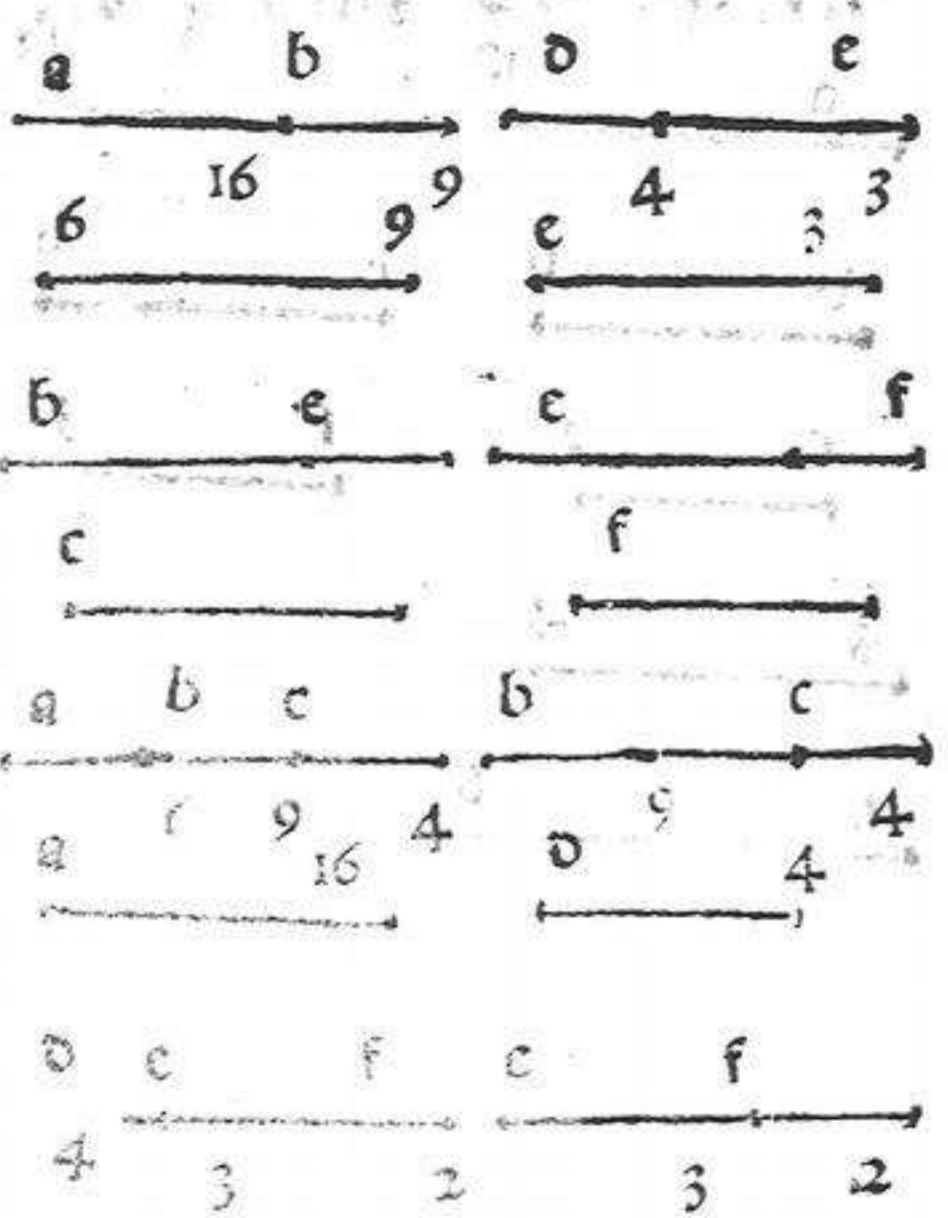
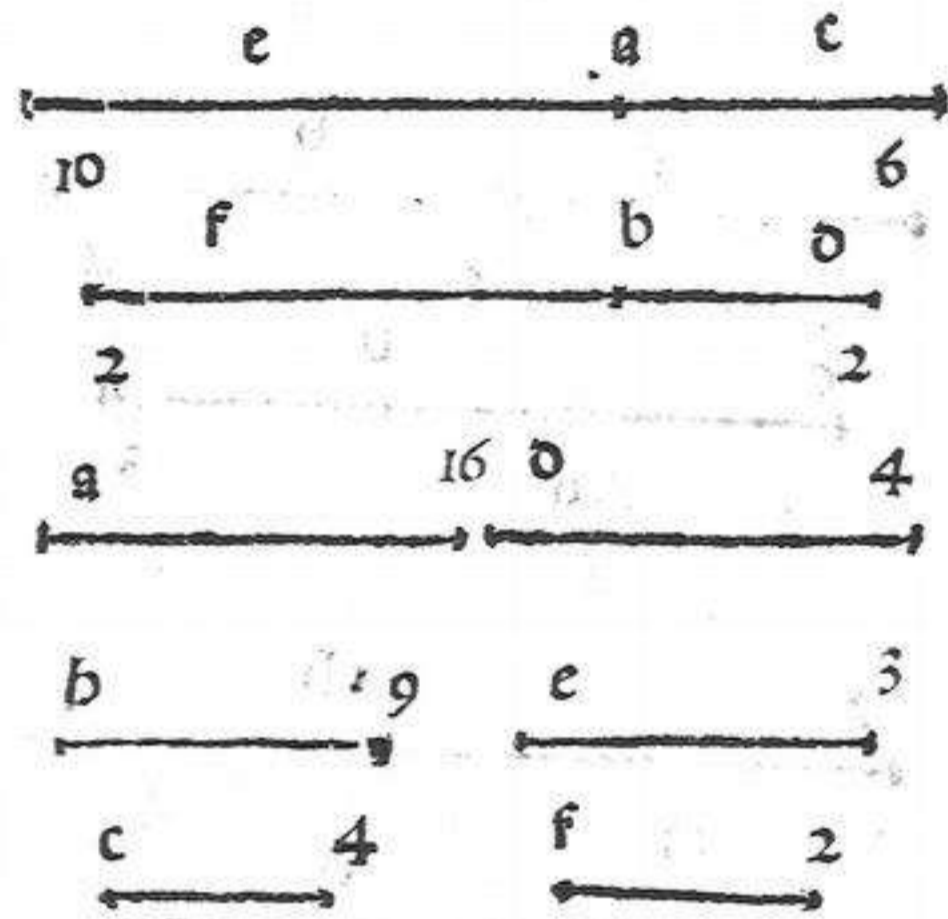
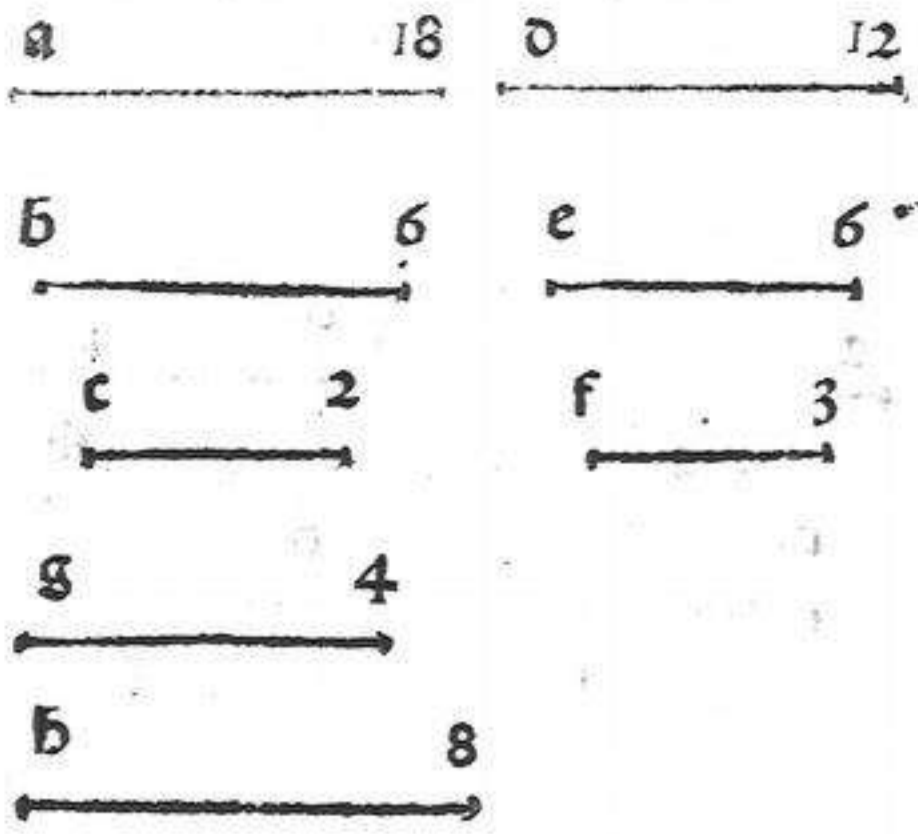
Propositio .31.



S fuerint tres quātitates in vno ordine. itēq̄s tres
in alio fueritq̄s prime priorum ad secundā maior
pportio q̄s prime posteriorum ad secundam. itē
q̄s secūde priorum ad tertiam maior q̄s secūde po-
steriorum ad tertiam. erit quoq̄s pme priorum ad
tertiā maior pportio q̄s pme posteriorum ad tertias.

Sint tres quantitates. a. b. c. itemq̄. alie tres. d. e. f. sitq̄ maior proportio
a. ad. b. q̄. d. ad. e. itemq̄ maior. b. ad. c. q̄. e. ad. f. dico q̄ maior erit propor-
tio. a. ad. c. q̄. d. ad. f. ¶ Sit enim. g. ad. c. ut. e. ad. f. eritq̄. ex prima parte. io.
g. minor. b. quare ex secunda parte. s. proportio. a. ad. g. est maior q̄. a. ad.





b. multo maior ergo est proportio. a. ad. g. q̄. d. ad. e. ¶ Sit itaq. h. ad. ḡ. ut d. ad. e. eritq. ex prima parte. 10. a. maior. h. quare ex prima parte. 8. p̄portio. a. ad. c. maior est q̄. proportio. h. ad. c. At uero proportio. h. ad. c. est p̄ equam proportionalitatem: sicut. d. ad. f. est enim. h. ad. g. ut d. ad. e. ¶ g. ad. c. ut. e. ad. f. igitur ex. 12. p̄portio. a. ad. c. est maior q̄. d. ad. f. quare constat propositum.

Propositio .32.



S fuerint tres quantitates in vno ordine: itemq; tres in alio fueritq; proportio secunde priorum ad tertiam maior q̄s prime posteriorum ad secundam. Itemq; prime priorum ad secundam maior q̄s secunde posteriorum ad tertiam: erit maior proportio prime priorum ad tertiam q̄s prime posteriorum ad tertiam.

¶ Sint enim tres quantitates in vno ordine. a. b. c. Itemq; tres in alio. d. e. f. quemadmodum in premissa. sitq; maior proportio. b. ad. c. q̄. d. ad. e. ¶ maior. a. ad. b. q̄. e. ad. f. dico q; maior erit. a. ad. c. q̄. d. ad. f. ¶ Sit enim g. ad. c. ut. d. ad. e. eritq; g. minor. b. per primam partem. 10. quare maior erit proportio. a. ad. g. q̄. ad. b. per secundam partem. 8. ¶ Igitur multo maior e. a. ad. g. q̄. e. ad. f. ¶ Sit itaq; h. ad. g. ut. e. ad. f. eritq; a. maior. h. ex prima parte. 10. quare proportio. a. ad. c. maior est q̄. h. ad. c. ex prima parte B. At uero ex. 23. proportio. h. ad. c. est tanquā. d. ad. f. eo quod est. g. ad. c. ut. d. ad. e. ¶ h. ad. g. ut. e. ad. f. igitur ex. 12. maior est proportio. a. ad. c. q̄. d. ad. f. quod est propositum.

Propositio .33.



S fuerit proportio totius ad totum maior q̄s abscei si ad abscesum erit residui ad residuum maior proportio q̄s totius ad totum.

¶ Sint due quantitates. a. ¶ b. a quibus abscondantur. c. ¶ d. ¶ residua sunt. e. ¶ f. sitq; maior proportio. a. ad. b. q̄. c. ad. d. dico q; maior erit proportio. e. ad. f. q̄. a. ad. b. ¶ Erit enim ex. 27. permutatim maior proportio. a. ad. c. q̄. b. ad. d. quare ex. 30. erit euersim minor proportio. a. ad. e. q̄. b. ad. f. igitur rursus ex. 27. permutatim. b. ad. a. maior q̄. f. ad. e. quare ex. 26. minor erit. a. ad. b. q̄. e. ad. f. quod est propositum.

Propositio .34.



S quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritq; cuiuslibet precedentis ad suam relationem maior proportio q̄s alicuius subsequētis ad suam. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio q̄s alicuius subsequētium ad suam comparem aut etiam q̄s omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas: minor autem q̄s prime ad primam.

¶ Sint tres quantitates. a. b. c. relate ad totidem alias que sint. d. e. f. sitq; maior proportio. a. ad. d. q̄. b. ad. e. ¶ b. ad. e. sit maior q̄. c. ad. f. dico q; p̄portio. a. b. c. pariter acceptarum ad. d. e. f. pariter acceptas est maior q̄. b. ad. e. uel maior q̄. c. ad. f. ¶ etiam maior q̄. b. ¶ c. pariter acceptarum ad e. ¶ f. pariter acceptas: ¶ q; ipsa est minor q̄. a. ad. d. ¶ Cum sit enim. a. ad. d. maior q̄. b. ad. e. erit permutatim. a. ad. b. maior q̄. d. ad. e. ¶ coniuētum a. b. ad. b. maior q̄. d. e. ad. e. ¶ iterum permutatim. a. b. ad. d. e. maior q̄. b. ad. e. quare per premissam. a. ad. d. est maior q̄. a. b. ad. d. e. ¶ Eodemq; modo probatur maiorem esse. b. ad. e. q̄. b. c. ad. e. f. ¶ Itaq; maior proportio est a. ad. d. q̄. b. c. ad. e. f. quare permutatim maior est. a. ad. b. c. q̄. d. ad. e. f. ¶ coniuētum maior a. b. c. ad. b. c. q̄. d. e. f. ad. e. f. ¶ iterum permutatim maior. a. b. c. ad. d. e. f. q̄. c. b. ad. e. f. quare per premissam maior est. a. ad. d. q̄. a. b. c. ad. d. e. f. quod est propositum.

¶ Explicit liber quintus.

Liber sextus Euclidis de superficiebus similibus & earum ad inuicem proportionibus ex perfectissima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minor. Castigatore acuratissimo Incip.



Superficies similes dicuntur quarum anguli unius angulis alterius equales latera quoque equos angulos continentia proportionalia.

Ut si trigonus .a. b. c. fuerit equiangulus trigono .d. e. f. fueritque angulus .a. equalis angulo .d. & angulus .b. equalis angulo .e. & angulus .c. angulo .f. & proportio .a. b. ad .d. e. sicut .a. c. ad .d. f. & .b. c. ad .e. f. ipsi erunt similes.

Superficies mutuo- rum laterum sunt inter quarum latera in continua proportio-

tionalitas retrāsitue habetur.

Ut si duorum quadrilaterum .a. b. c. d. e. f. proportio .a. b. lateris primi ad .d. e. lateris secundi fuerit sicut proportio .e. f. lateris secundi ad .b. c. lateris primi: illa duo quadrilatera dicuntur mutuo- rum laterū siue mutuekesia.

Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium & duo extrema quando eadem est proportio totius ad maiorem sui sectionem que est maioris ad minorem.

Propositio .1.



Si duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo una tanta erit alterutra earum ad alteram. quanta sua basis ad basim alterius.

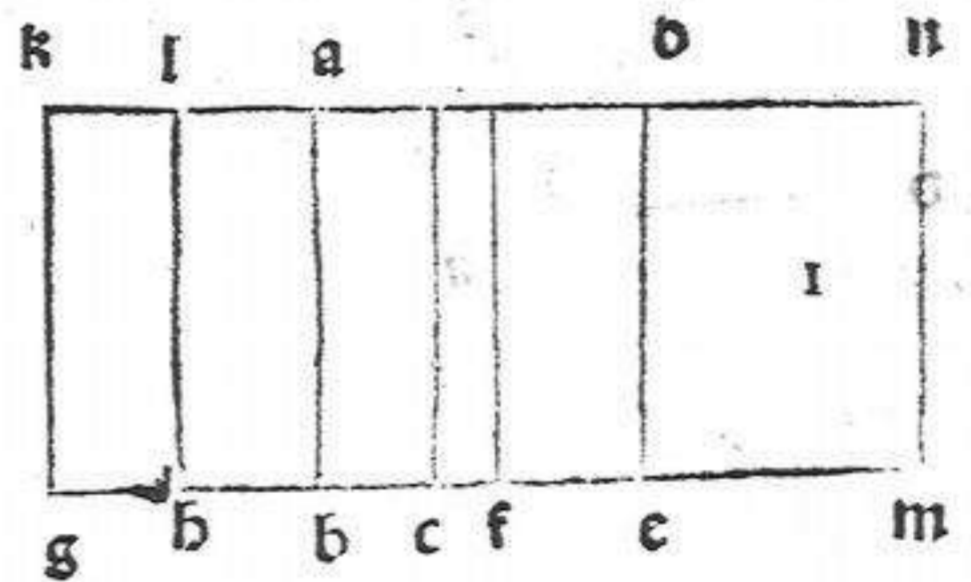
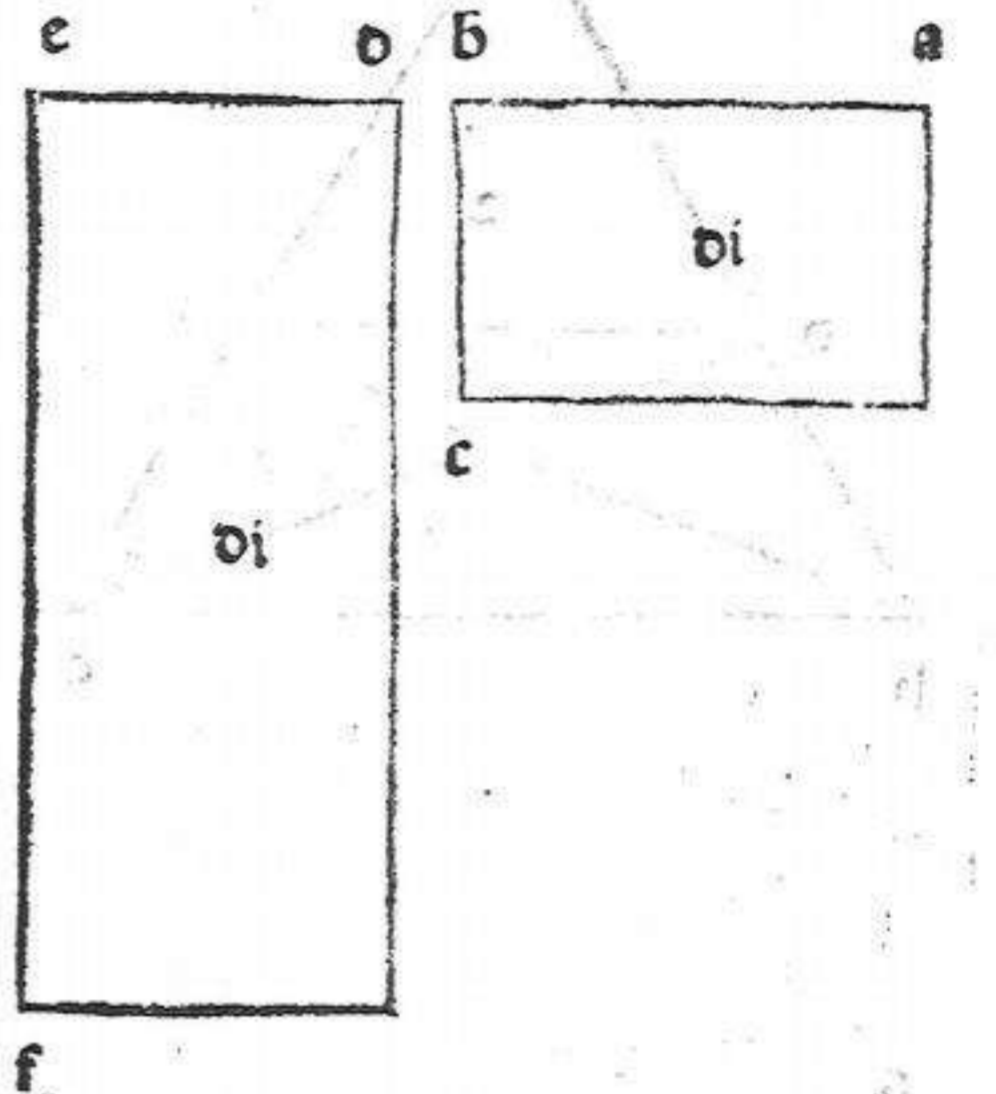
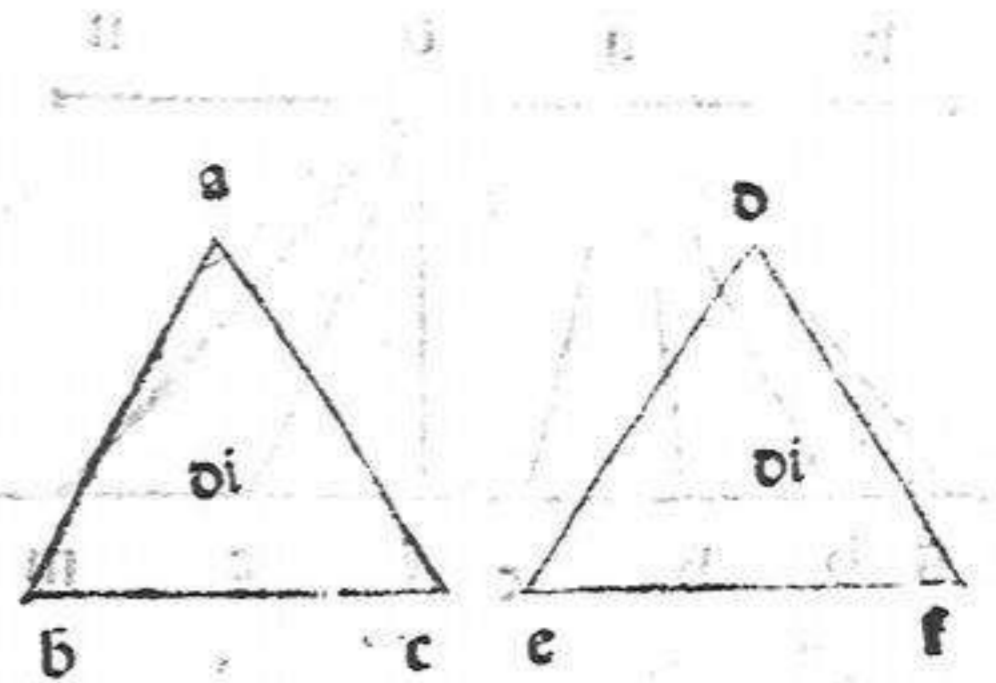
Sint duo parallelograma .a. b. c. d. e. f. equalis altitudinis. dico eēpportionē eoz; sicut .b. c. ad .e. f. Ponā illa duo parallelograma sup lineam unam que sit .g. m. eruntq; pp hoc q; sunt eq̄lis altitudinis iter lineas equidistantes quarum sit altera .k. n. deinde ex linea .g. m. sumā .g. c. multiplicē fm quēcūq; numez; uoluerō .ad .b. c. & diuidam eā in ptes eq̄les .b. c. in punctis .h. & .i. a qbus & puncto .g. ducam eq̄ distātes lineas .a. b. q. sunt .g. k. & .h. l. & cōplebo superficies equidistantium laterū .k. h. & .l. b. eritq; unaqueq; eaz; p. 36. p̄mi eq̄lis .a. c. q̄re sicut linea .g. c. ē multiplex lineae .b. c. ita superficies .c. k. superficiei .a. c. & Similiter quoq; ad lineam .e. f. sumā ex linea .g. m. lineā .f. m. multiplicem fm quēcūq; numez; uoluerō .e. f. & cōplebo superficiem equidistantium laterū ducta linea .m. n. eq̄ distanter lineae .d. e. eritq; superficies .n. f. ita multiplex superficiei .d. e. sicut linea .m. f. lineae .e. f. & quia per .36. p̄mi si linea .g. c. est maior linea .f. m. superficies .k. c. est maior superficie .n. f. & si minor minor. & si equalis eq̄lis erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis eadem proportio basis .b. c. ad basim .e. f. que est superficiei .a. c. ad superficiem .d. e. quod est propositum. **U**t de triangulis equalis altitudinis idem probabis: & eodem modo per .38. p̄mi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiples ad uertices triangulorum.

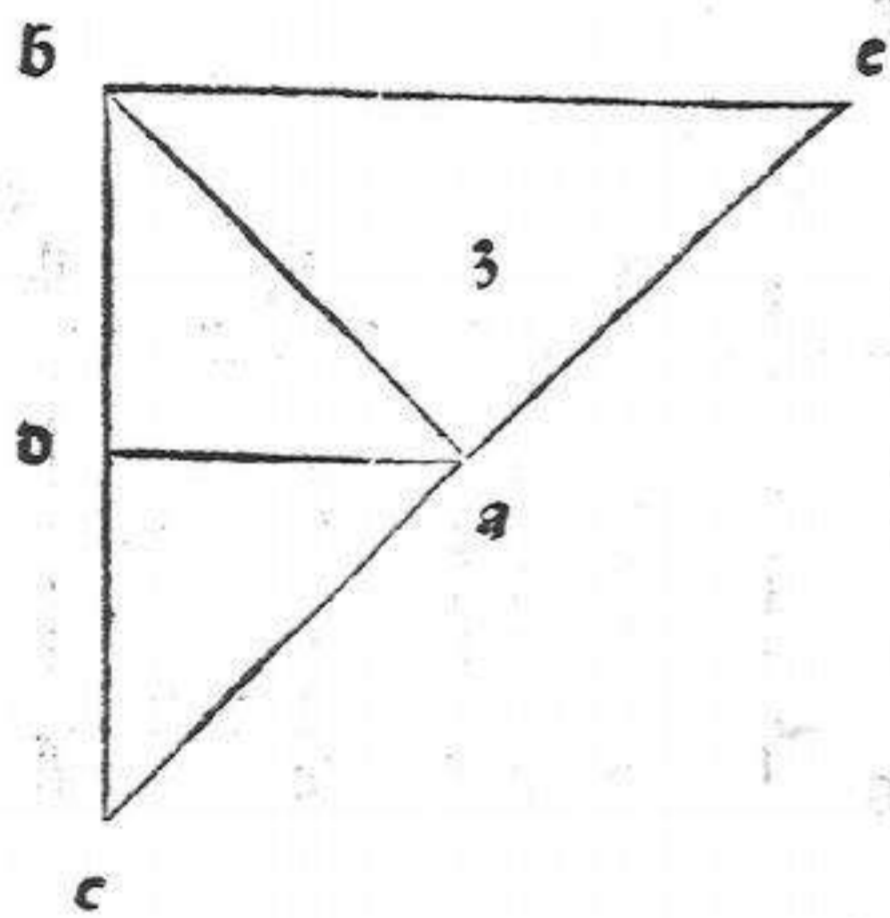
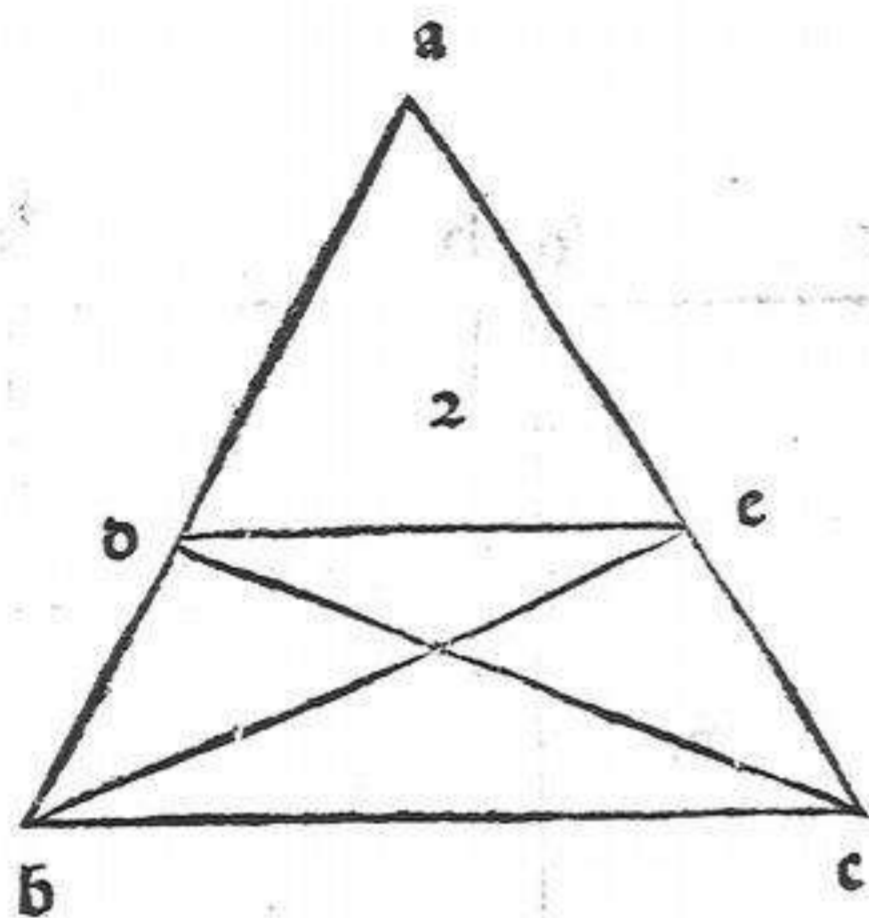
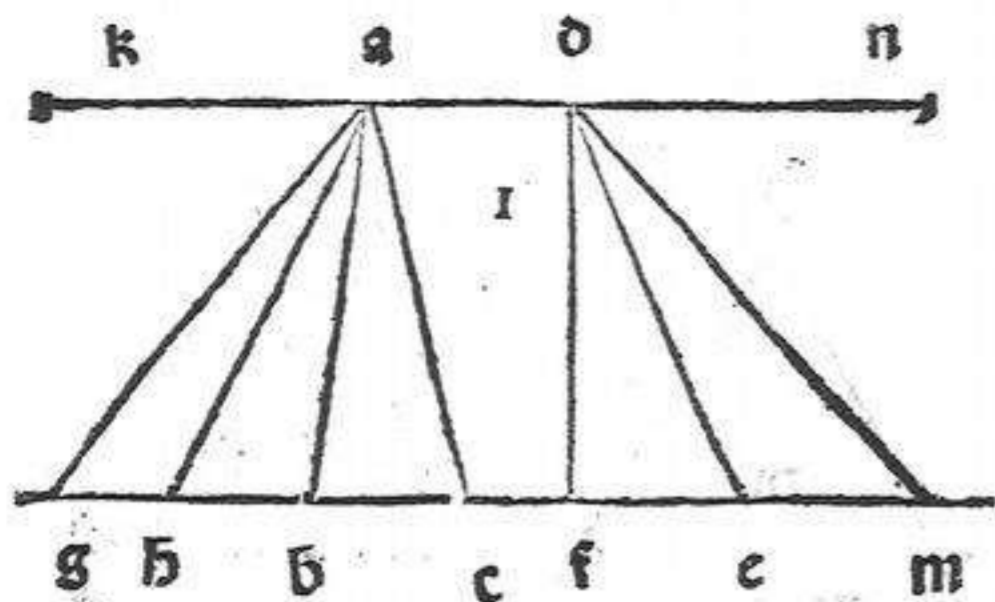
Propositio .2.



Si linea recta duo triangulilatera secās reliquo fuerit equidistans: eas duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet eam reliquo lateri equidistare necesse est.

Sit triangulus .a. b. c. cuius duo latera .a. b. & .a. c. secet





linea, d. e. equidistanter tertio lateri: quod est, b. c. dico q̄ erit proportio a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. & econuerso si fuerit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. linea, d. e. erit equidistans linee. b. c. ¶ Protraham enim duas lineas, e. b. & d. c. eritq̄ per. 37. primi triangulus. e. d. b. equalis triangulo. d. e. c. propter id quod ipsi sunt ambo super lineam. d. e. inter lineas equidistantes. itaq̄ per secundam partem. 7. quinti: proportio trianguli. a. d. e. ad utrunq̄ illorum erit una. ¶ Sed proportio eius p̄ premisam ad triangulum. e. d. b. est sicut linee. a. d. ad lineam. d. b. & ad triangulum. d. e. c. sicut linee. a. e. ad lineam. e. c. Nam ipse cum utroq̄ illorum est equalis altitudinis: quare erit proportio. a. d. ad. d. b. sicut. a. e. ad. e. c. quod est primum. ¶ Et si hoc fuerit erit per premisam ipsius. a. d. e. ad utrunq̄ illorum proportio una: quare per secundam partem. 9. quinti ipsi sunt adinuicem equales: & quia ipsi sunt super eandem basim. uide licet lineam. d. e. & ex eadem parte erit per. 39. primi linea, d. e. equidistans linee. b. c. quod est secundum.

Propositio .3.



Iab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus p̄portionales esse. Si uero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus p̄portionales fuerint lineam illam angulum per equalia diuidere necessario comprobatur.

¶ Sit trigonus. a. b. c. cuius angulum. a. diuidat linea. a. d. per equalia: dico q̄ proportio. b. d. ad. d. c. est sicut. b. a. ad. a. c. & econuerso. ¶ Protraham enim. b. e. equidistantem. a. d. & producarn. c. a. quousq̄ concurrat cum. b. e. in puncto. e. eritq̄ per primam partem. 29. primi angulus. e. b. a. equalis angulo. b. a. d. & per secundam partem eiusdem angulus. e. angulo. d. a. c. quare angulus. e. est equalis angulo. e. b. a. ergo per. 6. primi. e. a. est equalis. a. b. & ideo per primam partem. 7. quinti proportio. e. a. ad. a. c. est sicut. b. a. ad. a. c. sed per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. ergo. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quod est primum. ¶ Secūda pars que est conuersa prime partis probabitur conuerso modo. ¶ Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio. b. a. ad. a. c. sicut. b. d. ad. d. c. quare per premisam. e. a. ad. a. c. est sicut. b. d. ad. d. c. erit eadem proportio. e. a. ad. a. c. que est. b. a. ad. a. c. ergo per primam partem. 9. quinti. e. a. & a. b. sunt equales: quare per. 5. primi duo anguli. e. & e. b. a. sunt equales. igitur per primam & secundam partem. 29. primi angulus. b. a. d. est equalis angulo. d. a. c. quod est secundum.

Castigator.

a ¶ Concurfus iste probatur per lineam. b. c. cadentem super duas lineas. b. e. & c. a. per quartam petitionem primi. Nam ipsa primo cadit super duas equidistantes. b. e. & d. a. & per secundam partem. 29. primi. a. d. c. extrinsecus equatur angulo. e. b. c. totali intrinseco: & quia per. 17. primi duo anguli. a. d. c. & a. c. d. triaguli. a. c. d. sunt minores duobus rectis: & ideo duo anguli. a. c. d. & e. b. c. totalis etiam sunt minores duobus rectis cum loco anguli a. d. c. extrinseci ponatur. e. b. c. intrinsecus sibi equalis: & sic per predictam petitionem due linee. b. e. & c. a. in eandem parte protracte concurrent in puncto. e. & c.

Propositio .4.



Inium duorum triangulorū quorū anguli unus angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia

¶ Sint duo triaguli. a. b. c. d. e. f. equiaguli. sitq̄ angulus a. eqlis angulo. d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. dico q̄ p̄portio. d. e. ad. a. b. & d. f. ad. a. c. ē sicut. e. f. ad. b. c. ¶ Ponā

enim ambos triangulos sup lineam unā que sit. e. c. ita q̄ duo anguli unius qui erunt super hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt sup eandem. non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius extremo alterius: et ponam duos eorum medios angulos in eodē puncto coire. sitq̄. a. f. c. ipse idem triangulus qui erat. a. b. c. et quia angulus. a. f. c. est equalis angulo. e. et angulus. d. f. e. angulo. c. per ypothesim: erit per primam partem. 28. primi linea. a. f. equidistans. d. e. et d. f. equidistans. a. c. et Complebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit g. f. eritq̄. per. 34. primi. g. a. equalis. d. f. et g. d. equalis. a. f. et Quia ergo per secundam huius. g. a. est ad. a. c. sicut. e. f. ad. f. c. et per eandem. e. f. ad f. c. sicut. e. d. ad. d. g. erit per. 7. quinti. d. f. ad. a. c. et per eandem. e. d. ad f. a. sicut. e. f. ad. f. c. quod est propositum.

Propositio. 5.



Anium duorum triangulorum quorum cuncto- rum laterum sese respicientium est proportio vna anguli lateribus proportionalibus contenti equi- bi inuicem esse probatur.

Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea et premissa unā conclusionem sicut fecit in secūda et tertia huius: quia nec eadem figuratione nec eisdem mediis demonstratur quibus precedens.

Sint itaq̄. duo triaguli. a. b. c. d. e. f. sitq̄. proportio. a. b. ad. d. e. et a. c. ad d. f. sicut. b. c. ad. e. f. dico q̄. angulus. a. est equalis angulo. d. et angulus. b. angulo. e. et angulus. c. angulo. f. et Constituam super lineam. e. f. in oppo- sita parte trianguli. d. e. f. angulum. f. e. g. equalem angulo. b. et angulum e. f. g. equalem angulo. c. eritq̄. per. 32. primi: angulus. g. equalis angulo. a. ergo per premissam proportio. a. b. ad. d. e. g. et a. c. ad. f. g. sicut. b. c. ad. e. f. et Quare. a. b. ad. d. e. sicut ad. e. g. et a. c. ad. d. f. sicut ad. f. g. et Igitur per secundam partem none quinti. d. e. est equalis. e. g. et per eandē. d. f. equa- lis. f. g. quare per. 8. primi: duo trianguli. d. e. f. et g. e. f. sunt equianguli: quare ergo triangulus. d. e. f. est etiam equiangulus triangulo. a. b. c. con- stat propositum.

Castigator.

Per cōem sciam q̄ uni et eidē: siue q̄n due res uni equales.

Propositio. 6.



Annes duo trianguli quorum vnus angulus vni- us vni angulo alterius equalis. lateraq̄ illos duos equos angulos contentia proportionalia sunt in- ter se inuicem equianguli.

Maneat prior dispositio: et sit solum angulus. b. equa- lis angulo. d. e. f. et proportio. a. b. ad. d. e. sicut. b. c. ad. e. f. dico adhuc duos triangulos. a. b. c. d. e. f. esse equiangulos. et Cum enim sit per. 4. huius propter ypotheses premisse conclusiois. a. b. ad. e. g. sicut. b. c. ad. e. f. erit. a. b. ad. d. e. sicut. a. b. ad. e. g. quare per secundam partem no- ne quinti. d. e. est equalis. e. g. et Quia ergo duo latera. d. e. et e. f. trigoni d. e. f. sunt equalia duobus lateribus. e. g. et e. f. trigoni. g. e. f. et angulus. e. vnus angulo. e. alterius: quia uterq̄. e equalis angulo. b. ipsi erūt p̄ quartā primi equianguli. et quia. e. g. f. est et equiangulus. a. b. c. patet propositū.

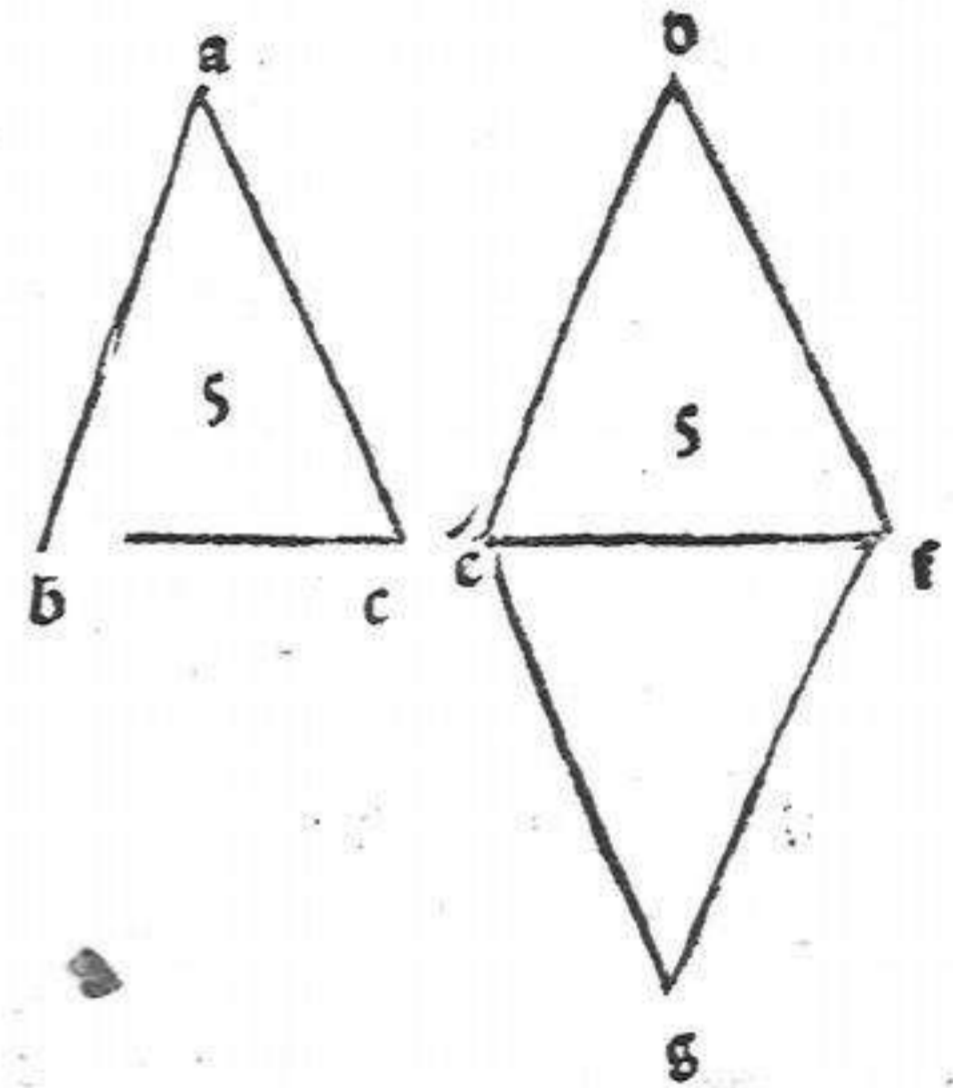
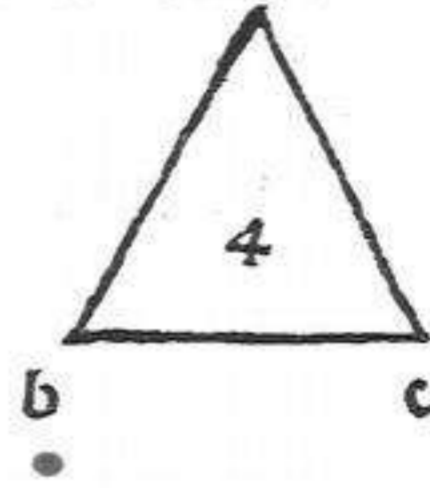
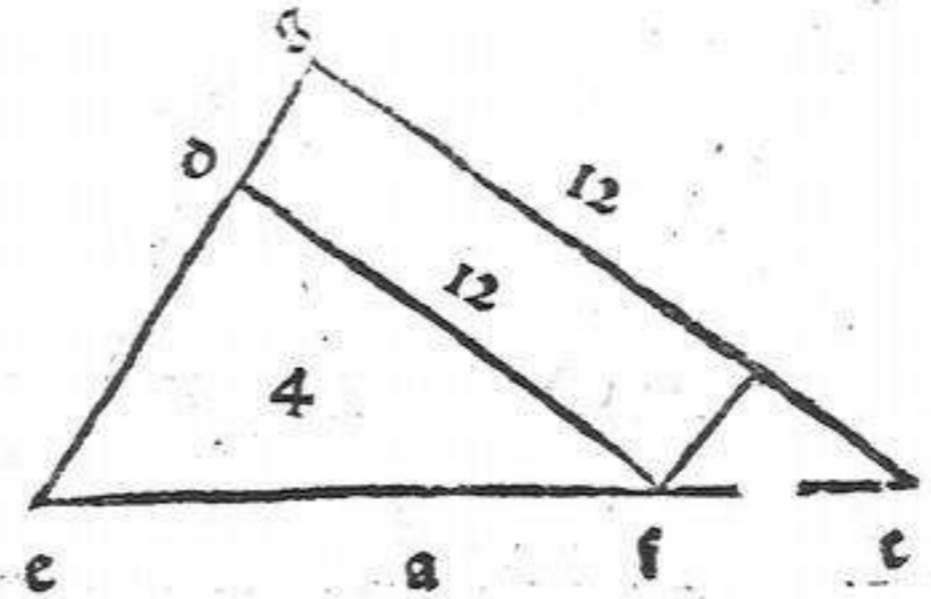
Castigator.

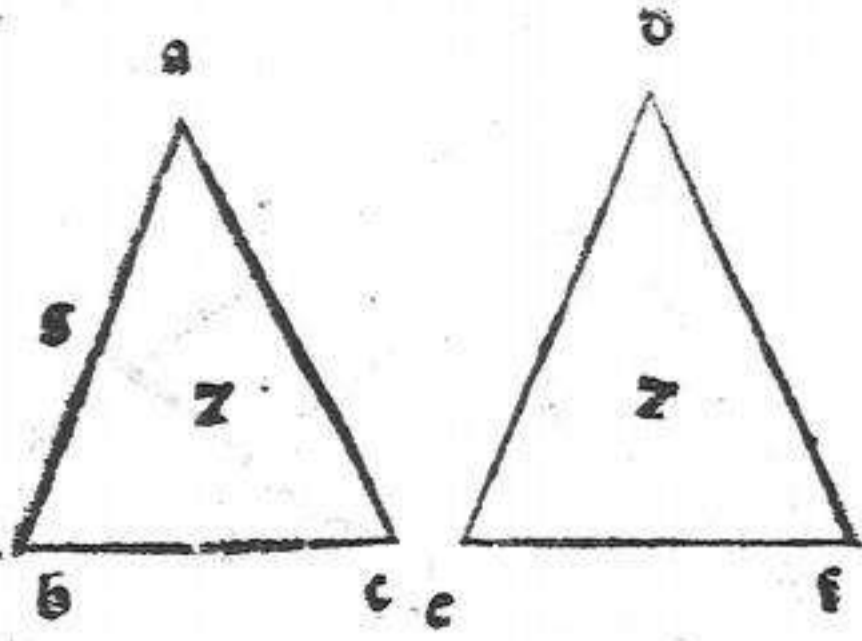
Videlicet vnus p̄ ypote. s. angulus. d. e. f. et alius p̄. 23. primi.

Propositio. 7.



Ifuerint duo triaguli quorum vnus angulus vni- us vni angulo alterius equalis: duocq̄ suorum reli- quorum angulorum lateribus p̄portionalibus cō- tenti: duorum vero demum reliquorum vterq̄ aut neuter recto angulo minor necesse est illos du- os triangulos omnibus suis angulis inter se inui- cem equiangulos esse.





Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. f. sitq; angulus. a. equalis angulo. d. & p' portio. a. c. ad. d. f. sicut. c. b. ad. f. e. & uterq; duorum angulorū. b. & e. aut neuter sit minor recto; dico eos esse equiangulos. ¶ Si enim angulus. c. unius est equalis angulo. f. alterius; patet propositū per premisam. ¶ Sin autem sit. c. maior fiatq; angulus. a. c. g. equalis eidem; eritq; per. 32. primi triangulus. a. g. c. equiangulus triangulo. d. e. f. quare per quartam huius proportio. a. c. ad. d. f. sicut. g. c. ad. e. f. sed sic fuit. b. c. ad. e. f. ergo per. 9. qn ti. g. c. & b. c. sunt equales. ¶ Ergo p' quintam primi angulus. b. est equalis angulo. b. g. c. ¶ Si ergo neuter duorum angulorum. b. & e. fuerit minor recto; accidet duos angulos unius trianguli non esse minores duobus re ctis; quod eē non pōt p' 32. & 17. primi. ¶ Quod si uterq; fuerit minor re ctō; erit angulus. a. g. c. maior recto per. 13. primi; quare & angulus. e. sibi equalis est etiam recto maior; quod est contra yptōhe. ¶ Quare destru ctō opposito remanet propositū. ¶ Oportet aut utrunq; angulorum reli quorum aut neutrum esse minorem recto. ¶ Possibile enim est in eodē triangulo ut in triangulo. a. b. c. lineam. g. c. esse equalem. b. c. & ideo erit a. c. ad. utraq; earum una proportio per. 7. quinti. Nec tñ erunt trianguli a. g. c. & a. b. c. equianguli; quia unus angulus unius sit equalis uni angulo alterius; immo idem ut angulus. a. & proportio lineae. a. c. p'ut est latus ma gni ad. a. c. prout est latus parui sicut. b. c. latus magni ad. g. c. latus parui; utraq; enim equalis. ¶ Et hoc est p' hoc q; angulus. g. minoris est maior recto; & angulus. b. maioris minor. Nam in omni triangulo duum equa lium laterum uterq; angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Castigator.

Quamuis ibi dicatur possibile enim est in eodem triāgulo & c. Ima ginatur primo formatus triangulus duū equalium laterum. b. c. g. Demū protracto latere. b. g. quantum libuerit. ut ad. a. deinde protracta linea. a. c. a pūcto ad punctum. Imaginantur duo trianguli unus magnus. a. b. c. & alius parvus. a. g. c. qui suprapositus magno imaginatur & ab eo abscin dit triāgulum illum duum equalium laterum. s. b. c. g. prout in illis duo bus explicite positus apparet & c. Et hec pro septima huius dicta sint.

Propositio. 8.

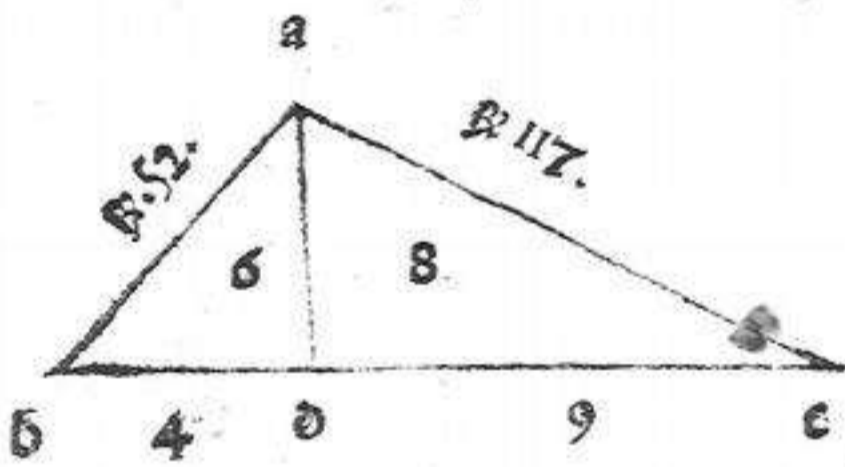


Pab orthogonij angulo recto ad basim linea perpē dicularis ducatur. fient duo trianguli partiales to ti triangulo & sibiinuicem similes. Unde etiā ma nifestum est q; in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad absim perpendicularis duca tur erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis pportionalis. Itemq; vtrunq; latus inter totam ba sim atq; sibi conterminalem basis portionem.

Sit trigonus. a. b. c. orthogonius eiusq; angulus. a. rectus a quo ducat a. d. perpendicularis ad basim. dico q; uterq; duorum triangulorum par tialium qui sunt. a. b. d. a. d. c. similis est totali triangulo. a. b. c. & unus eo rum alteri. ¶ Est enim uterq; ipsorū equiangulus totali per. 32. primi. eo q; uterq; est orthogonius & in uno angulo cōmunicant cum totali; quare & sibiinuicem sunt equianguli. ¶ Ita q; angulus. b. est equalis angulo. d. a. c. & angulus. b. a. d. angulo. c. & duo anguli qui sunt ad. d. sibiinuicē & an gulo. a. totali equales; quare per. 4. huius latera equos eorum angulos re spicientia sunt proportionalia; ergo per diffinitionem, sunt similes; qd est propositum. ¶ Vtrunq; correla. ex his euidenter apparet.

Castigator.

Nota propter dictum superius in fine expositionis octaue huius. ubi per. 4. concluduntur latera illoꝝ triangulorum equos angulos respicien tia esse proportionalia. Et ex hoc per diffinitionem similium superficieꝝ illos triangulos esse similes & c. Diffinitio illa nō dicit q; latera equos an gulos respicientia sunt proportionalia; sed q; latera equos angulos conti nentia sunt proportionalia; ut ibi patet; & sic uidetur indebite concludi



intentum. ¶ Quapropter aduerte q̄ idem est in triangulis dicere latera equos angulos respicientia esse proportionalia: & equos angulos continētia esse proportionalia: quod in istis duobus triangulis apparet. uidelicet a. b. c. & d. e. f. dato q̄ sint equianguli. uidelicet q̄ angulus. a. equetur angulo. d. & b. angulo. e. & c. angulo. f. nam latus. d. e. ad. a. b. que respiciūt angulos. c. & f. sunt in p̄porione laterū. d. f. ad. a. c. que etiā respiciunt equos angulos. b. & e. & per consequens istamet latera sunt continētia equos angulos: uidelicet a. & d. & sic arguas de reliquis & c. Et ideo postea per diffinitionem & c.

Propositio .9.

Habuis lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.



¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. iter quas uolo unam lineam in proportionalitate continua collocare. Ad unam uiam earum alteri sitq̄, tota ex eis cōposita. a. d. ita q̄. b. d. sit equale. c. & super totam describo semicirculum a. e. d. & produco. e. b. usq̄, ad circumferentiam perpendicularem ad lineā a. d. dico lineam. b. e. esse quam querimus. ¶ Produco enim lineas. e. a. & e. d. eritq̄, per. 30. tertii angulus. e. totalis rectus: quare per primā partem. correl. premisse p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. b. e. ad. b. d. quod est p̄positum.

Propositio .10.

Habuis lineis datis tertiam eis in continua p̄portionalitate subiungere



¶ Sint due linee propositae. a. b. & c. quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere: cōiungo lineam. c. angulariter ut contingit cum lineā. a. b. sitq̄, a. d. sibi equalis: & produco lineam. a. b. usq̄, ad. e. donec fiat b. e. rqualis. a. d. & protracta lineā. b. d. a puncto. e. duco lineam sibi equidistantem quā lineam. a. d. produco quousq̄, concurrant in puncto. f. dico igitur lineam. d. f. esse quam querimus. ¶ Est enim per secundam huius p̄portio. a. b. ad. b. e. sicut. a. d. ad. d. f. sed a. b. ad. b. e. est sicut. a. b. ad. a. d. per. 2. partem. 7. quinti: quare. a. b. ad. a. d. sicut. a. d. ad. d. f. quod est p̄positum. ¶ Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam ad quam sit p̄portio tertie sicut prime ad secundam: ex prima & secunda fiat lineā una & toti cōposite tertie: angulariter adiūgatur & a cōmuni termino prime & secunde: ducatur lineā ad extremitatem tertie: & ab altero termino secunde ducatur huic linee equidistans: quousq̄, cōcurrat cum tertie in continuum rectumq̄, protracta: eritq̄, per secundam huius lineā quā hec equidistans abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima. a. b. secunda. b. e. tertie. a. d. erit. quarta. d. f.

Castigator.

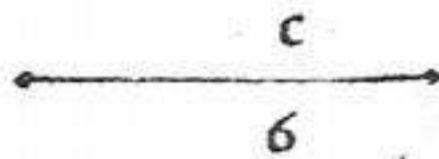
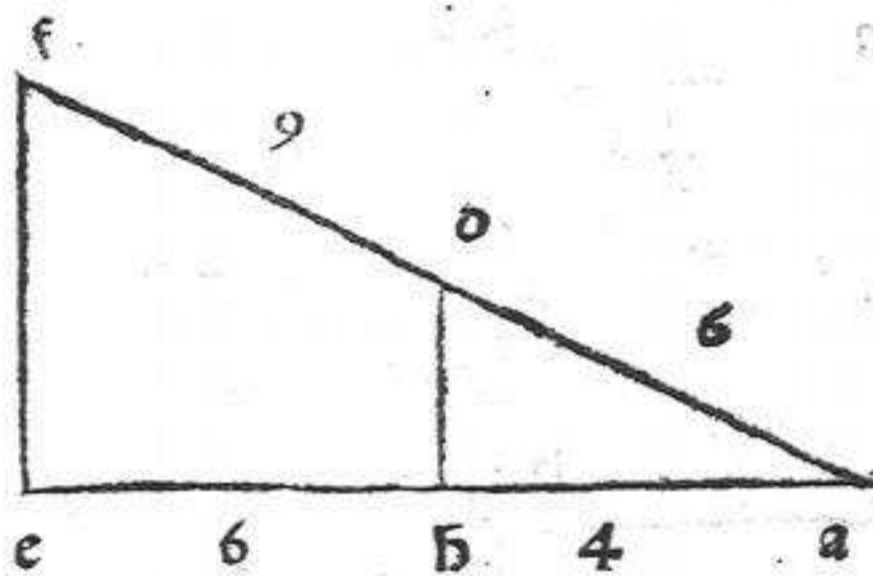
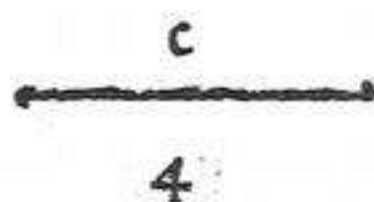
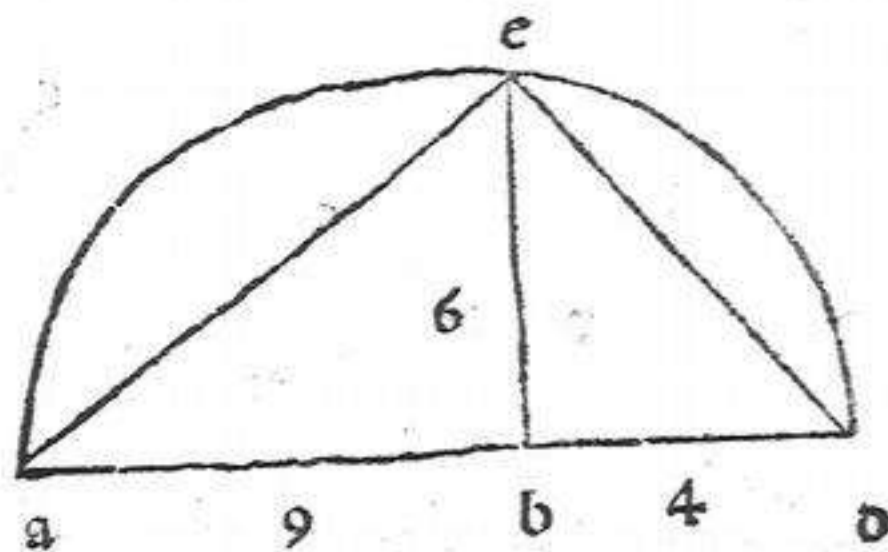
a ¶ Cōcurrent. n. per rationes supra in tertie huius adductas. b ¶ Quāuis non dicat sub continua p̄portio. subiūgere: tñ indifferenter habet locum ad infinitas: quia inuenta quarta ad tertiam: tunc prima dimissa inuenitur quinta ad quartam & sexta ad quintam & c. dimittēdo semper priorem tres subsequentes retinendo. & tunc operando per. 10. sequitur intentum ut patet.

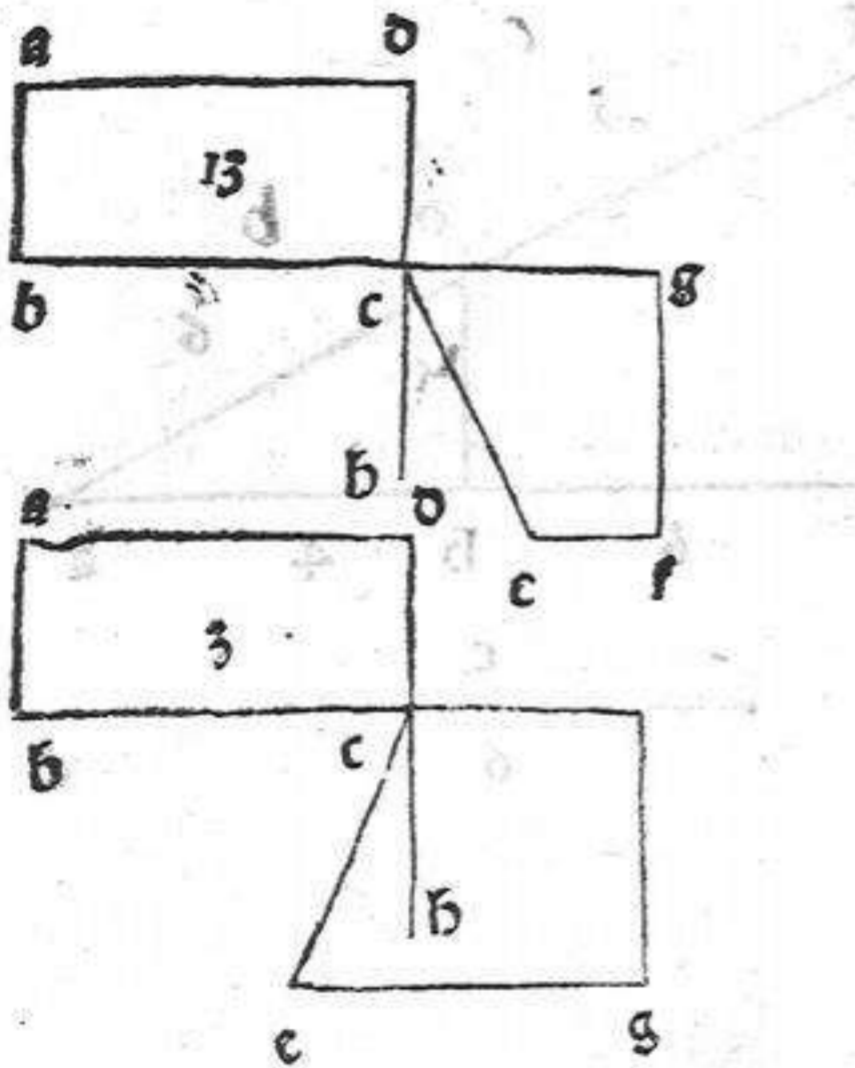
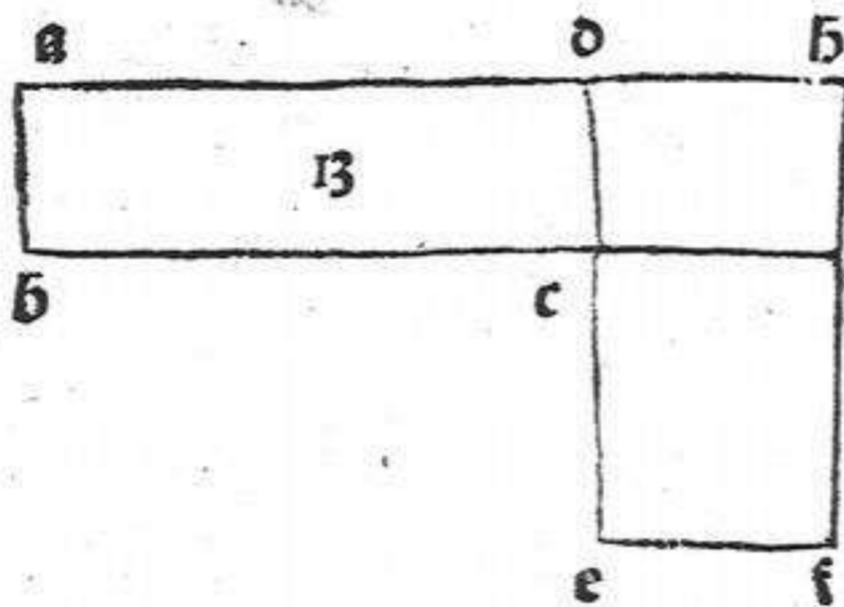
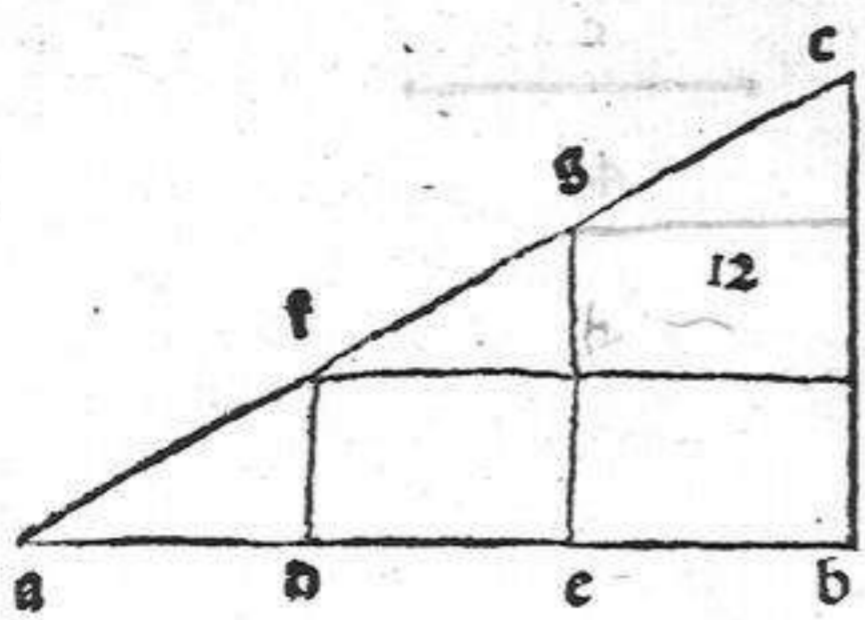
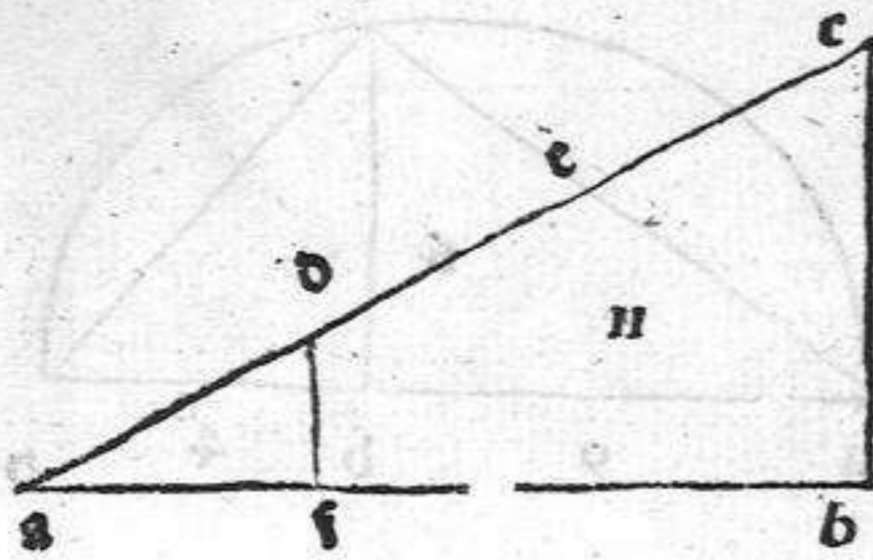
Propositio .11.

Hassignata lineā quotamcūq̄ inbearis partem abscindere.



¶ Sit. a. b. lineā assignata ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere. ¶ Coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis que sit. a. c. a qua refeco tres equas portiones. que sint. a. d. d. e. & e. c. & produco lineas. e. b. & d. f. sibi equidistantes. dico. a. f. esse tertiam. a. b. est enim per secundam huius p̄portio. c. d. ad. d. a. sicut. b. f. ad. f. a. quare cōiunctim. c. a. ad. d. a. sicut. b. a. ad. f. a. cum igitur. c. a. sit tripla. ad. d. a. patet. a. f. esse tertiam. a. b. quod est p̄positum.





Propositio 12.
 Habus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

E sint due linee quas angulariter ut continget coniungam. a. b. f. a. c. sitq. a. b. diuisa in tres uel qualescuq. portiones signatis in ea punctis. d. f. e. uolo secundum easde portiones diuidere lineam. a. c. ¶ Cum igitur ipsas angulariter coniunxero. protraham lineam. b. c. f. equidistantes ei. d. f. e. g. dico istas equidistantes diuidere lineam. a. c. in partes proportionales partibus. a. b. ¶ Protraham enim. f. h. equidistantem. a. b. que secet. e. g. in puncto. k. eritq. p secundam huius proportio. g. f. ad. f. a. sicut. e. d. ad. d. a. f. c. g. ad. g. f. sicut h. k. ad. k. f. quare f. sicut. b. e. ad. e. d. per. 34. primi. f. secundam partem. 7. quinti: quod est propositum. Oportet autem secundam huius totiens repetere quot erunt partes lineae. a. b. minus una. At uero. 34. primi f. septimam quinti minus duabus.

Propositio 13.



E due superficies equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis: equales fuerint latera duos equos angulos continetia mutekesia esse. Si uero latera duos equos angulos continetia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

E sint due superficies. a. b. c. d. f. c. e. f. g. equidistantium laterum f. equales. sitq. angulus. c. unius equalis angulo. c. alterius. dico proportioem. b. c. ad. c. g. esse. sicut. e. c. ad. c. d. f. si proportio. b. c. ad. c. g. fuerit sicut. e. c. ad. c. d. f. predicti anguli fuerint adhuc equales: dico illas duas superficies equidistantium laterum esse equales. ¶ Coniungam enim eas angulariter ut delictet angulum. c. unius cum angulo. c. alterius. ita q. duo latera earum que sunt. b. c. f. c. g. fiant linea una: eruntq. similiter duo reliqua latera. d. c. f. c. e. linea una. (alioquin sequeretur per presentem ypothe. que est angulum. c. unius esse equalem angulo. c. alterius. f. per. 15. primi: parte esse equalem toti): complebo itaq. superficiem equidistantium laterum productis lineis. a. d. f. f. g. quousq. concurrant in. h. eritq. per primam partem. 7. quinti utriusq. superficiem. a. c. f. c. f. ad superficiem. c. h. proportio una: f. quia per primam huius proportio superficiem. a. c. ad. superficiem. c. h. sicut lineae. b. c. ad lineam. c. g. f. superficiem. c. f. ad eandem superficiem c. h. sicut. e. c. ad. c. d. manifesta est prima pars propositae conclusionis. ¶ Secunda pars sic patet: per primam. n. huius est proportio. b. c. ad. c. g. sicut. a. c. ad. c. h. f. e. c. ad. c. d. sicut. c. f. ad eandem. c. h. f. quia positum est q. proportio. b. c. est ad. c. g. sicut. e. c. ad. c. d. erit utriusq. duar. superficialium. a. c. f. e. g. ad superficiem. c. h. una proportio: ergo per primam partem. 9. quinti. a. c. est equalis. c. f. sicq. patet secunda pars.

Castigatio.

a ¶ Quia si. d. c. f. c. e. non sunt linea una: tunc continuabo. d. e. usq. ad h. in utraq. dispositione aduersarii: f. semper per. 15. primi in qualibet anguli contra se positi erunt equales. f. angulus. c. utriusq. f. p. ypothe. et dictus angulus maior aut minor contra se posito equat angulo. c. superficialium. a. b. c. d. f. ideo ps. toti quod e. impossibile p. coceptione. b. ¶ Cōcurrēt. n. quia si imaginatur p. trahi linea. d. g. fient duo anguli ex parte. h. minores duobus rectis. f. ideo per. 4. petitionem concurrent f. in. h.

Propositio 14.



E duo trianguli quoz unus angulus unius unius angulo alterius equalis equales fuerint: latera duos angulos equos continetia erunt mutekesia. Si uero latera duos equos angulos continentia fuerint mutekesia duo trianguli equales esse comprobantur.

Spos. res duobus lineis in quibus duas uniusq. portionis subuenire. Sint due linee. a. b. et b. c. in quibus uolo duas proportio...

Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. equales; sitq; angulus. e. unius equalis angulo. c. alterius; dico proportionem. a. c. ad. c. e. esse sicut. d. c. ad. c. b. & si fuerit proportio. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. & predicti anguli fuerint ad huc equales; dico illos duos triangulos esse equales. **C**oniugam enim eos angulariter ita q; latera. a. c. & c. e. fiant linea una. eruntq; similiter. b. c. & c. d. linea una. Caliter sequeretur partem esse equalem toti. per. 15. pmi) & protraham lineam. b. e. eritq; per primam partem. z. quinti utriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. c. b. e. proportio una; & quia per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut a. c. ad. c. e. & secundi eorum ad eundem sicut. d. c. ad. c. b. manifesta est prima pars propositae conclusionis. **S**ecunda pars econverso probatur. quia. a. c. ad. c. e. est sicut primi trianguli ad triangulum. b. c. e. & d. c. ad. c. b. sicut secundi ad eundem per primam huius; & quia positum est ut sit. a. c. ad. c. e. sicut. d. c. ad. c. b. erit utriusq; dictorum triangulorum ad triangulum. b. c. e. una proportio; quare per primam partem. 9. quinti ipsi sunt equales. sicq; patet secunda pars.

Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima z vltima rectangulum continetur; equum erit ei quod sub duabus reliquis. Si vero quod sub prima z vltima continetur equum fuerit ei qd sub duabus reliquis continetur rectangulum; quatuor lineas proportionales esse conuenit.

Sint quatuor linee. a. b. c. d. proportionales; Sitq; proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; superficies contenta sub. a. & d. equalis est superficiei contente sub. b. & c. **E**t si superficies contenta sub. a. & d. est equalis superficiei contente sub. b. & c. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d.

Fiant enim superficies contenta sub. a. & d. & superficies contenta sub b. & c. Si ergo est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. latera illarum superficierum erunt mutekesia; sed & anguli ab eis contenti equales; quia utraq; est rectorum angulorum; quare per secundam partem. 13. huius ipse sunt equales quod est primum. **S**ecundum patet per primam partem eiusdem. si enim ipse sunt equales, quia omnes anguli earum sunt recti; latera earum erunt mutekesia; quare proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. quod est secundum.

Propositio .16.



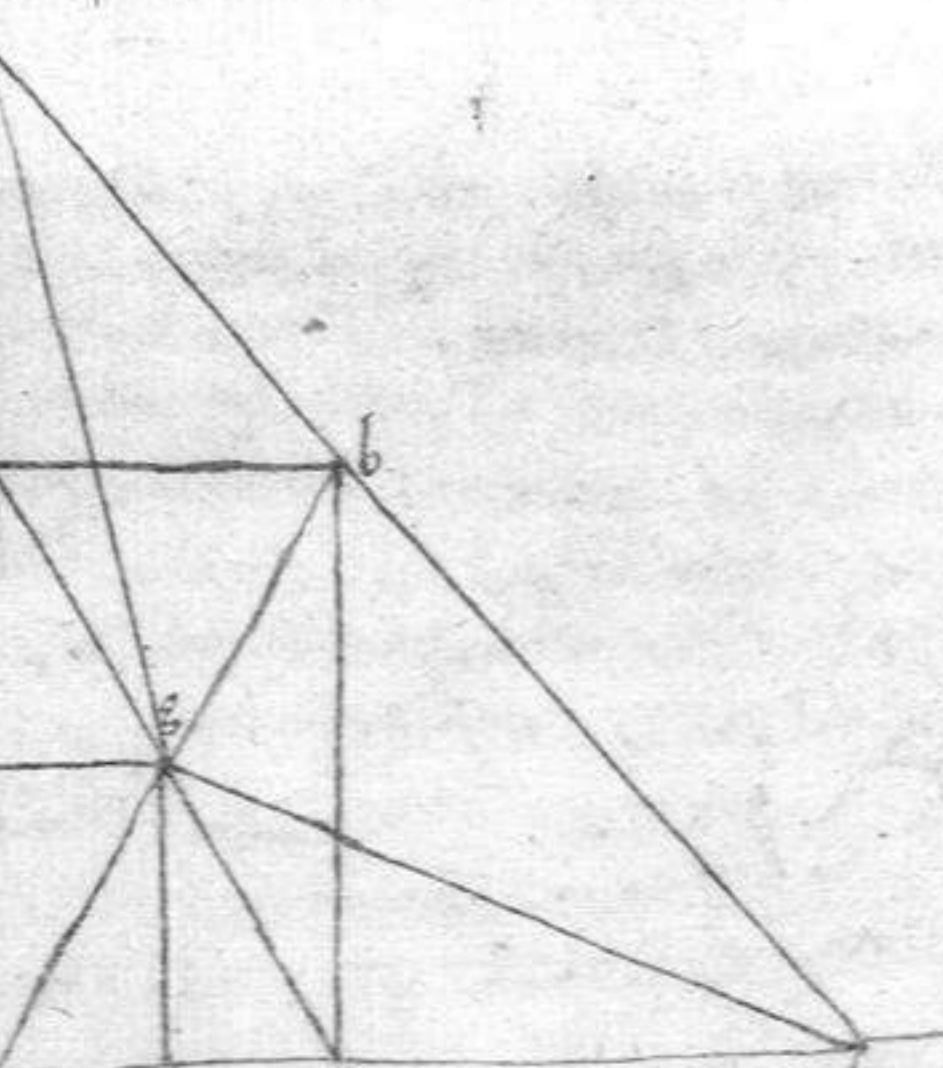
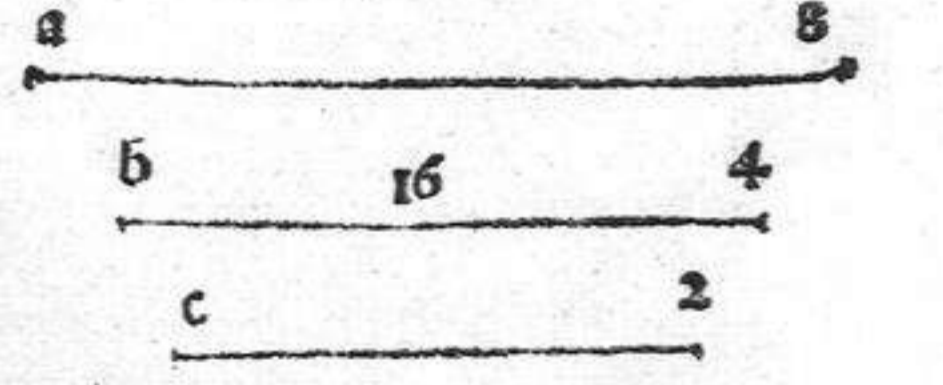
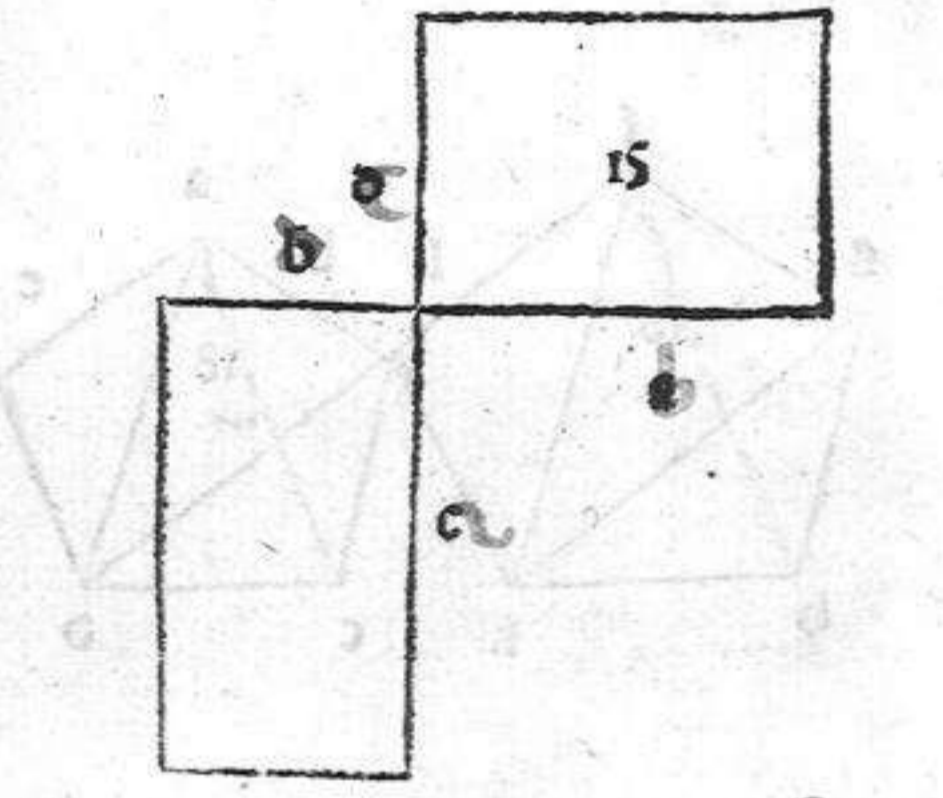
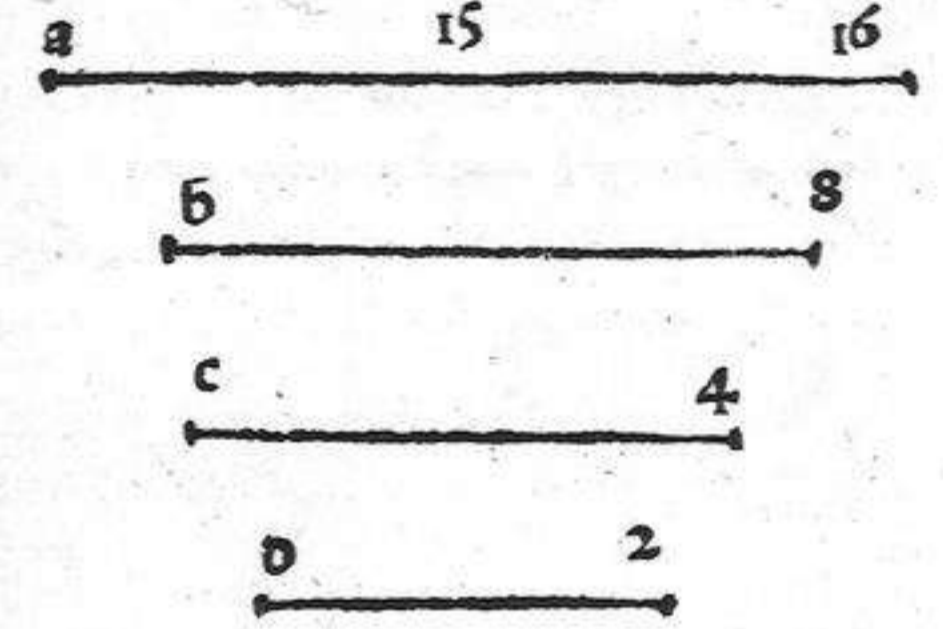
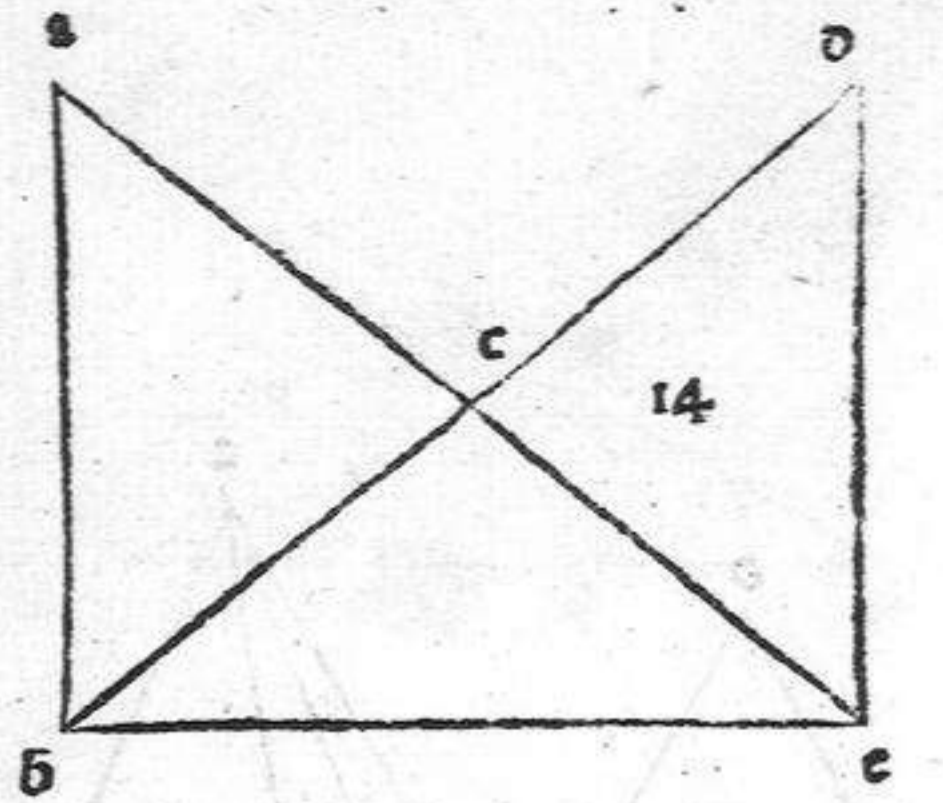
Si fuerint tres linee proportionales quod sub prima z tertia rectangulum continetur; equum erit ei quod a secunda quadrato describitur. Si vero quod sub prima z tertia continetur equum est ei quadrato quod a secunda producitur; ipse tres linee proportionales erunt.

Sit proportio linee. a. ad lineam. b. sicut linee. b. ad lineam. c. dico q; superficies contenta sub. a. & c. equalis est quadrato. b. & si superficies contenta sub. a. & c. est equalis quadrato. b. dico q; proportio. a. ad. b. est sicut b. ad. c. **H**oc autem est euidentis per precedentem posita alia linea que sit equalis. b. ita q; b. sit in ratione secunde & tertie.

Propositio .17.



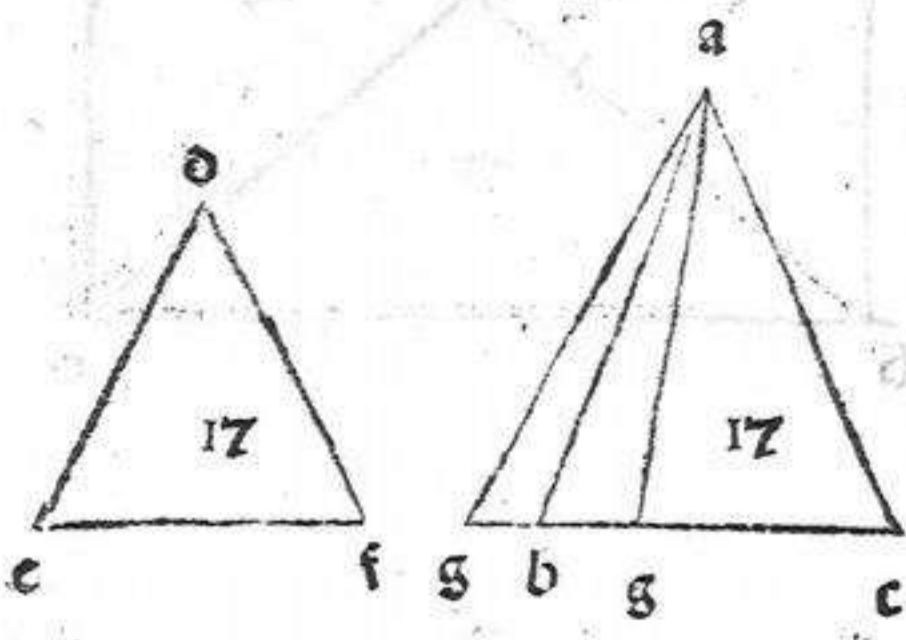
Si fuerint duo trianguli similes proportio alterius ad alterum est tanq; proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius duplicata. **M**anifestum etiam ex hoc quia omnium trium linearum continue proportionalium quanta est prima ad tertiam tanta erit superficies constituta super



*et qv q' glinve p p equum st q' linoe q' f. a p te
 Sicut opus q' d' m' p' t' s' q' l' i' n' a' z' q' l' i' n' a' z' f' c' g' e' r' g' a' s
 quif q' id q' fit ex d. f. s. c. f. equum st q' q' fit ex d. p. s. a. p. q' s
 istig b' s' u' r' p' p' o' r' t' i' o' n' a' l' i' u' s' q' s' i' c' u' t' d. f. ad d. p' p' i' t' a' p. d. ad. c. f.
 s' z' s' i' c' u' t' d. f. ad d. p. i' t' a' c. f. ad c. b. p' q' s' b' t' b. a' ad d. f.
 p. a' p' c' a' n' d' o' z' i' g' s' i' c' u' t' b. a. ad p. a. i' t' a' p. a. ad c. f. i' t' c. f. ad
 c. b. q' s' i' c' u' t' o' s' t' e' n' d' u' d' d' a' n' i' q' u' o' l' i' n' e. s. d. p. i' t' d. f. i' t' c. f.
 i' t' p. a. i' t'*

primam ad superficiem constitutam super secundam: cui fuerit ei similis in lincatione & creatione.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. & d. e. f. similes eruntq; per diffinitionem eq^u anguli & laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo d. & angulus. b. angulo. e. & angulus. c. angulo. f. ¶ Eritq; proportio. a. b. ad. d. e. & a. c. ad. d. f. sicut. b. c. ad. e. f. ¶ Dico q; proportio trianguli. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata. ¶ Subiū gatur enim fm doctrinam. 10. huius duabus lineis. b. c. & e. f. tertia in continua proportionalitate que sit. c. g. protracta aut resecata. c. b. si. c. g. fue rit ea maior aut minor. ¶ Et producat^{ur} linea. g. a. eritq; per secundā par tem. 14. huius triangulus. a. g. c. equalis triangulo. d. e. f. propter id quod proportio. a. c. ad. d. f. est sicut. e. f. ad. c. g. & angulus. c. equalis angulo. f. q^u re per secundam partem. 7. quinti trianguli. a. b. c. ad utrunq; illorum erit una proportio. ¶ Sed per primam huius proportio trianguli. a. b. c. ad tri angulum. a. g. c. est sicut. b. c. ad. g. c. At uero proportio. b. c. ad. c. g. sicut. b. c. ad. e. f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio triangu li. a. b. c. ad triangulum. d. e. f. est sicut proportio. b. c. ad. e. f. duplicata: q^u est propositum. ¶ Si autem. c. g. sit equalis. b. c. erit per secundam partem 14. huius triangulus. a. b. c. equalis triangulo. d. e. f. equalis autem propor tio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotienscunq; sum pta. ¶ Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadē me dia demonstrare de superficiebus equidistantium laterum similibus sum pta solum. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autem eam: quia per se quentem demonstratur uniuersaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correl. q; uniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus si milibus nondum patet nisi de triangulis: sed demonstrata sequente patet erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente quia est cor rel. huius: non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua ueritas manifestata est non ex modo illius.



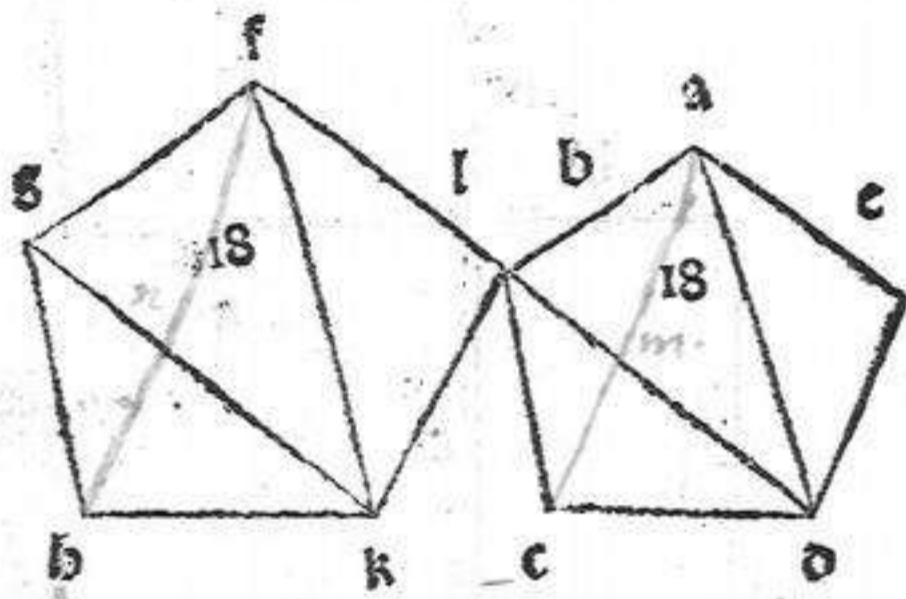
*patet ex diffinitione septimi
proportio ex t^{er}minum compo
nitur ex omnibus intermediis*

Propositio .18.



Adues due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq; numero eq^u les. Estq; proportio alterius earum ad alteram si cut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuū latus al terius proportio duplicata.

¶ Sint gratia exempli duo pentagoni. a. c. d. f. h. k. simi les. dico q; ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales: & q^u d^u proportio alterius eorum ad alterum est sicut. a. b. ad. f. g. proportio duplica ta. ¶ Ducantur enim linee due. a. c. & a. d. itemq; f. h. & f. k. eritq; per pre sentem ypothe. & per. 6. huius triangulus. a. b. c. equiangulus triangulo. f. g. h. & triangulus. a. e. d. triangulo. f. l. k. ¶ Similiter quoq; per hanc com munem scientiam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa. sunt: erit triangulus. a. c. d. equiangulus triangulo. f. h. k. Nam ipsi pentagoni po siti sunt equianguli & laterum proportionalium. ¶ Et quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem equianguli: ut probatum est: erunt etiā & similes per. 4. huius & diffinitionem similiarum superficieum: quare cū ipsi sint numero equales patet primum. ¶ Secundum sic protrahatur. b. d. que secet. a. c. in puncto. m. & g. k. que secet. f. h. in puncto. n. eritq; trian gulus. b. c. d. equiangulus triangulo. g. h. k. per. 6. huius & presentem ypo the. quare & triangulus. a. b. m. triangulo. f. g. n. & a. m. d. f. n. k. ergo p. 4. huius proportio. b. m. ad. g. n. est sicut. a. m. ad. f. n. & a. m. ad. f. n. sicut. m. d. ad. n. k. quare per. 11. quinti. b. m. ad. g. n. sicut. m. d. ad. n. k. ergo per mutatum. b. m. ad. m. d. sicut. g. n. ad. n. k. sed per primam huius. a. b. m. ad. a. m. d. & b. c. m. ad. c. m. d. sicut. b. m. ad. m. d. ¶ Et per eandem. f. g. n. ad. f. n. k. & g. n. h. ad. h. n. k. sicut. g. n. ad. n. k. ergo per. 13. quinti. a. b. c.



ad a. c. d. sicut. f. g. h. ad. f. h. k. quare pmutatim. a. b. c. ad. f. g. h. sicut. a. c. d. ad. f. h. k. ¶ Eadem ratione probabis q̄ sicut. a. e. d. ad. f. l. k. ergo per. 13. quinti totius penthagoni ad totum penthagonum: sicut. a. b. c. ad. f. g. h. ¶ Per premisam igr est pportio penthagoni. a. c. d. ad penthagonum. f. h. k. sicut proportio. a. b. ad. f. g. duplicata: quod est ppositum. ¶ Ex quo rursus patet correl. precedentis. ¶ Aliter potest demonstrari secundum. ¶ Cum enim trianguli in quos penthagoni diuiduntur sint adinuicem similes: erit per precedentem proportio. a. b. c. ad. f. g. h. sicut. b. c. ad. g. h. duplicata. ¶ Et. a. c. d. ad. f. h. k. sicut. c. d. ad. h. k. duplicata. ¶ Et. a. e. d. ad. f. l. k. sicut. d. e. ad. k. l. duplicata. ¶ Quia igitur omnes hee proportio nes duplicate sunt equales propter hoc quod positum est simplas eē equales erit per. 13. quinti totius penthagoni ad totum penthagonum sicut la teris unius ad suum relatiuum. latus alterius proportio duplicata.

Castigator.

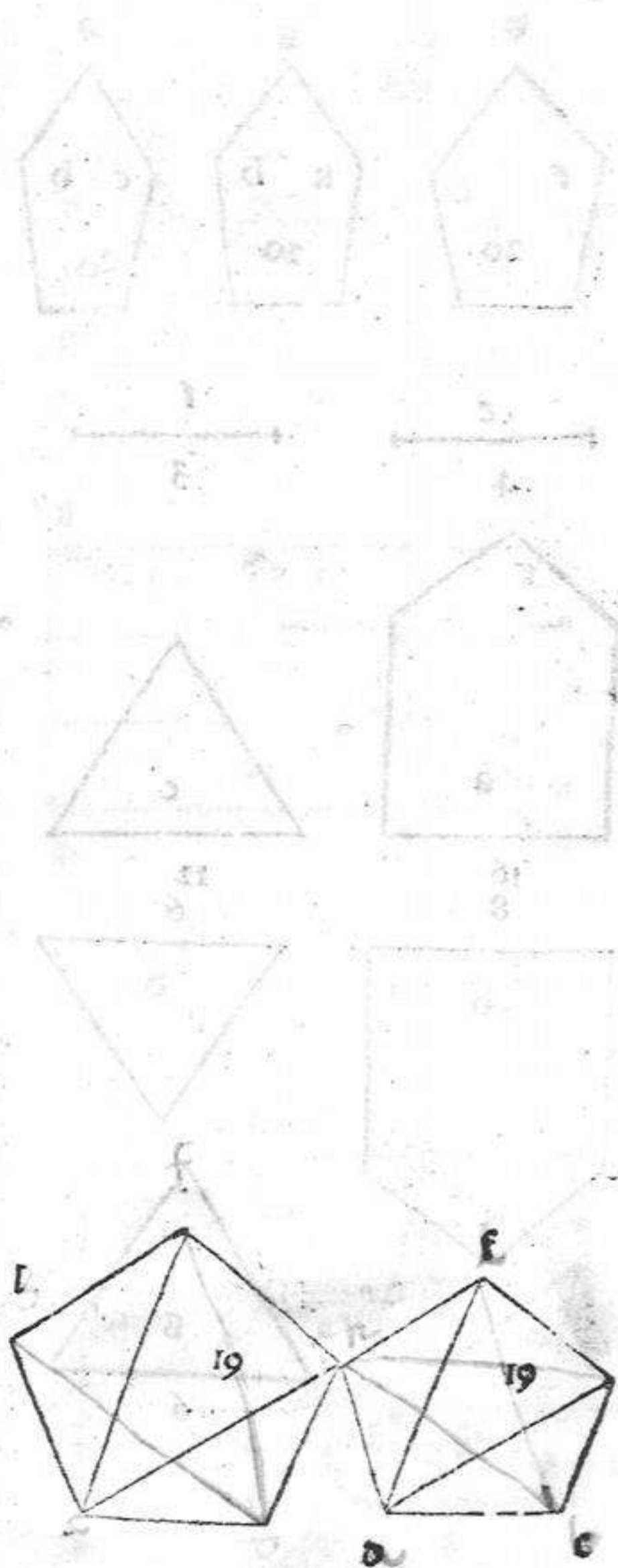
a ¶ Quia positi sunt penthagoni similes: ¶ ideo equianguli per diffini tionem similium superficierum: ¶ sic trianguli. a. b. c. ¶ f. g. h. sunt equian guli per. 6. huius: quoniam angulus. b. unius est equalis angulo. g. alteri us cum sint anguli propositorum penthagonorum integrorum: ut patet: ¶ latera illos continentia sunt inter se proportionalia: per ypothe. pen thagonorum similium ¶ c. Et ideo per. 6. huius ¶ c. ¶ Ex ista ¶ prima huius notatur mirabile uisus: uidelicet quocunq; quadrilatero dato pro tractis in eo duabus diametris resoluetur in quatuor triangulos adinui cem proportionales: ut in duobus quadrilateris propositorum penthago norum apparet: uidelicet. a. b. c. d. ¶ f. g. h. k. Nam triangulus. a. b. m. ad triangulum. a. m. d. est sicut basis. b. m. ad. basim. m. d. per primam huius: ¶ b. c. m. ad. c. m. d. etiam ut. b. m. ad. m. d. ¶ ideo proportioales. I tem a. b. m. ad. b. c. m. sicut. a. m. ad. m. c. per eandem etiam. c. d. m. ad. a. m. d. sicut. c. m. ad. m. a. ¶ e conuersa: ¶ sic quocunq; uoluantur semper sint pro portionales: quoniam bases semper heedem eodem modo dicetur de tri angulis quadrilateri. f. g. h. k. ¶ omnium aliorum ¶ c. ¶ Sed in his uo cibus que nulla inequalitate discordant: nulla omnino consonantia est ¶ enim consonantia est dissimilium inter se uocum in unum redacta cō cordia: hec Boe. tertio capitu. primi musice ¶ 31.

Propositio .19.



Supra datam lineam date superficiei similem su perficiem describere.

¶ Sit data linea. a. b. supra quam uolo constituere super perficiem similem date superficiei que sit penthagona: ¶ sit. c. d. e. f. g. ¶ Diuido hunc penthagonum in triangulos ductis lineis. d. f. ¶ d. g. ¶ super punctum. a. constituo an gulum equalem angulo. c. ducta linea. a. b. ¶ super punctum. b. consti tuo alium angulum: qui sit. a. b. h. equalem angulo. c. d. g. protracta li nea. b. h. quousq; concurrat cum. a. h. in puncto. h. eritq; per. 32. primi angulus. a. h. b. equalis angulo. c. g. d. ¶ ideo per. 4. huius latera duorum triangulorum. g. c. d. ¶ f. h. a. b. proportionalia. ¶ Facio quoq; angulum. h. b. k. ducta linea. b. k. equalē angulo. g. d. f. ¶ angulū. k. b. l. ducta linea b. l. equalē angulo. f. d. e. ¶ angulum. b. h. k. ducta linea. h. k. equalē angulo. d. g. f. ¶ angulum. b. k. l. ducta linea. k. l. equalē angulo. d. f. e. eritq; perfectus penthagonus qui constituendus erat si per lineam. a. b. ¶ Est. n. equiangulus dato penthagono propter equalitatē angulorū tria ngulorum in quos est uterq; diuisus. ¶ Sed ¶ laterum proportionaliū pro pter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum que ex quar ta huius euidenter apparent: quare per diffinitionem similium superficie



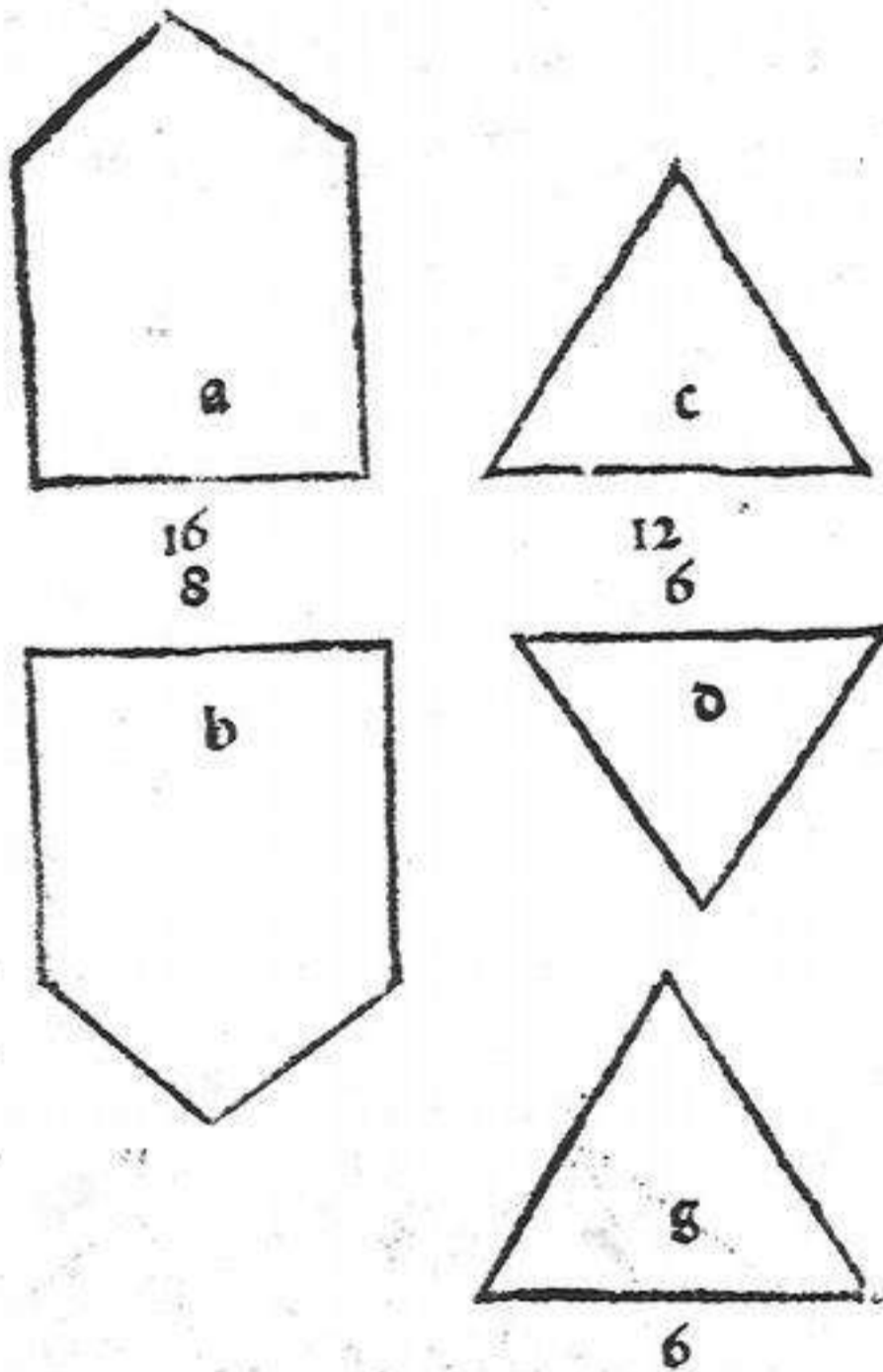
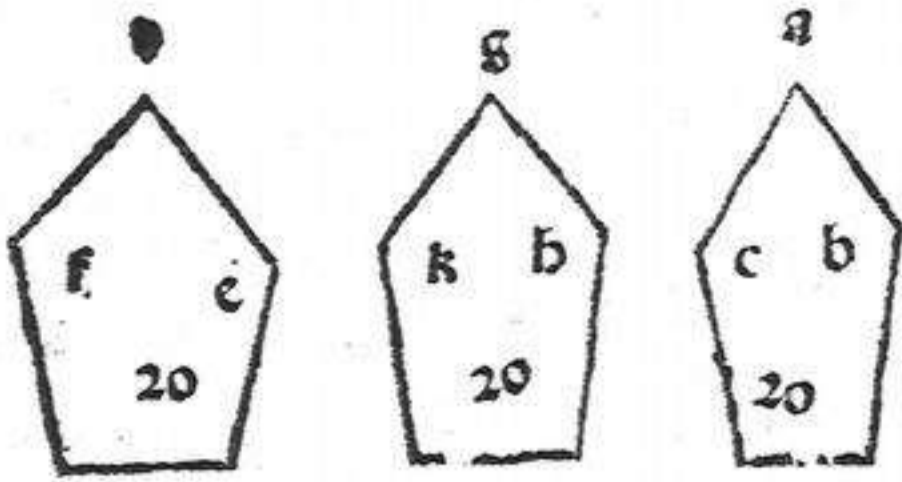
rum pentagonus constitutus super lineam. a. b. est similis pentagono dato quod est propositum.

Propositio .20.



S fuerint vni superficiei similes quaslibet superficies sibi inuicem similes esse necesse est.

Sit uterq. pentagonorum. a. b. c. d. e. f. similis pentagono. g. h. k. dico eos esse similes sibi inuicem. ¶ Est enim uterq. eorum equiangulus pentagono. g. h. k. per conversionem diffinitionis similium superficierum; quare sunt equianguli adinuicem. ¶ Similiter quoq. per conuersionem eiusdem diffinitionis proportio. a. b. ad. g. h. sicut. a. c. ad. g. k. ¶ Et. g. h. ad. d. e. sicut. g. k. ad. d. f. ¶ Ergo per equam proportionalitatem. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. ¶ Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum. a. b. c. d. e. f. contentia equos angulos esse proportionalia; per diffinitionem itaq. similium superficierum ipsi sunt similes adinuicem; quod est propositum.



Propositio .21.



S fuerint quotlibet linee proportionales atq. super binas z binas similes superficies designentur: ipse quoq. superficies erunt proportionales. Si vero super binas z binas similes superficies constitute fuerint proportionales: ipsas quoq. lineas proportionales esse necesse est.

Sint quatuor linee proportionales. a. b. c. d. sitq. proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. si superficies similes constituatur super. a. b. utpote duo pentagoni similes & alie similes constituantur super. c. d. utpote duo trianguli similes: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum. ¶ Q. d. si fuerint pentagoni similes: & similiter etiam trianguli similes: fueritq. proportio pentagoni ad pentagonum: sicut trianguli ad triangulum: dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Subiungatur enim lineis. a. b. c. d. lineis. e. f. in continua proportionalitate: sicut docet. 10. huius. eritq. per. 22. quinti & per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Quia ergo per correl. 17. huius proportio pentagonorum: est sicut. a. ad. e. & triangulorum sicut. c. ad. f. erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. ¶ Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes: & duo trianguli similes: sitq. proportio pentagonorum sicut triangulorum: dico q. proportio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Sit enim. c. ad. g. sicut. a. ad. b. (hoc enim qualiter fiat dictum est supra. 10. huius). & super. g. fiat sicut docet. 19. huius. superficies similis illi que est constituta super lineam. c. eritq. per premisam similis ei que constituta est super lineam d. ¶ Eritq. etiam per primam partem huius. 21. que proportio pentagoni. a. ad. pentagonum. b. eadem trianguli. c. ad. triangulum g. sed eadem erat etiam trianguli. c. ad. triangulum. d. ergo per secundam partem. 9. quinti triangulus. d. est equalis triangulo. g. Et quia sunt similes: erit linea. g. equalis linee. d. per primam partem. 17. huius cum super lineas. c. d. & g. sint trianguli: uel per secundam partem. 18. cum fuerint que libet alie figure multiangule: equalitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta nisi ex equali. erit itaq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. quod est propositum.

Propositio .22.



Sicte superficies equidistantium laterum que circa diametrum consistunt toti parallelogramo atq. sibi inuicem sunt similes.

Sit ut in parallelogramo. b. d. cuius diameter. a. c. consistant superficies. g. b. & f. k. equidistantium laterum: circa

diametrum. dico eas esse similes toti parallelogramo & sibi inuicē. ¶ Est enim per secundam huius. $b.g.ad.g.c.$ & $d.h.ad.b.c.$ sicut. $a.e.ad.e.c.$ ergo coniunctim $b.c.ad.c.g.$ & $d.c.ad.c.h.$ sicut. $a.c.ad.c.e.$ quare per. 11. quinti. $b.c.ad.c.g.$ sicut. $d.c.ad.c.h.$ ¶ Sed etiam sicut. $a.b.ad.e.g.$ cum. $a.b.$ sit equalis $d.c.$ & $e.g.h.c.$ ¶ Eodem modo erit. $a.d.ad.d.b.$ sicut. $a.b.ad.e.g.$ & $d.c.ad.b.c.$ ¶ Quia ergo ista parallelogramata sunt equiangulara constat per definitionem similium superficierum. $g.h.$ esse simile. $b.d.$ ¶ Simili quoque modo probatur. $f.k.$ esse simile eidem: propter hoc quod. $b.a.$ ad. $a.k.$ & $d.a.$ ad. $a.f.$ est sicut. $c.a.$ ad. $a.e.$ per secundam huius & coniunctam proportionalitatem: quare per. 20. huius. $f.k.$ est etiam simile. $g.h.$ sicque patet totum.

Propositio .23.

S in suo spacio parallelogramum parziale distinctum toti parallelogramo simile. atque secundum suum illius esse fuerit: circa eiusdem diametrum consistit. ¶ Sit ut in parallelogramo. $b.d.$ sit distinctum parallelogramum. $f.g.$ quod sit sibi simile & secundum suum esse. i. partem cum eo in angulo. $c.$ dico quod parallelogramum. $f.g.$ consistit circa diametrum parallelogrami. $b.d.$ & est hec conuersa precedentis. ¶ Producam enim. $a.e.c.$ que si fuerit diameter parallelogrami $b.d.$ constat propositum. Sin autem sit. $a.h.c.$ diameter eius. & ducatur. $h.k.$ equidistans. $f.c.$ eritque per premisam parallelogramum. $f.k.$ simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per conuersionem definitionis similium superficierum proportio. $b.c.ad.k.c.$ est sicut. $d.c.ad.f.c.$ ¶ Sed per eandem conuersionem dicte definitionis proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut. $d.c.ad.f.c.$ propter id quod parallelogramum. $f.g.$ positum est simile parallelogramo. $b.d.$ ergo per. 11. quinti proportio. $b.c.ad.g.c.$ est sicut. $b.c.ad.k.c.$ utraque enim est sicut. $d.c.ad.f.c.$ quare per secundam partem nonne quinti. $g.c.$ est equalis. $k.c.$ pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur. $a.e.c.$ diameter parallelogrami. $b.d.$ quod est propositum.

Castigator.

Poterat etiam aduersarius dicere quod esset. $a.l.c.$ uidelicet infra punctum. $e.$ Et idem ut prius accideret impossibile: sed hac positione. $e.g.c.$ esset maior. $k.c.$ ut patet.

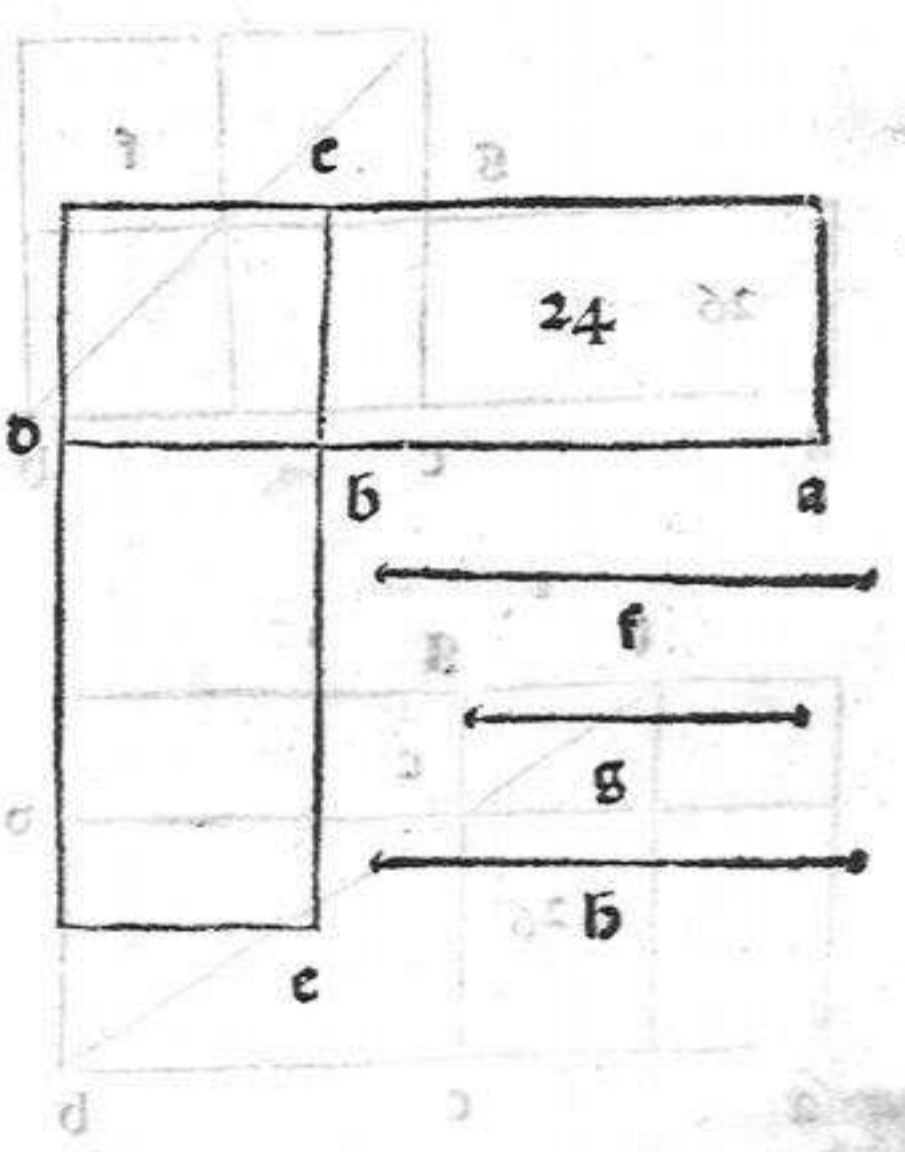
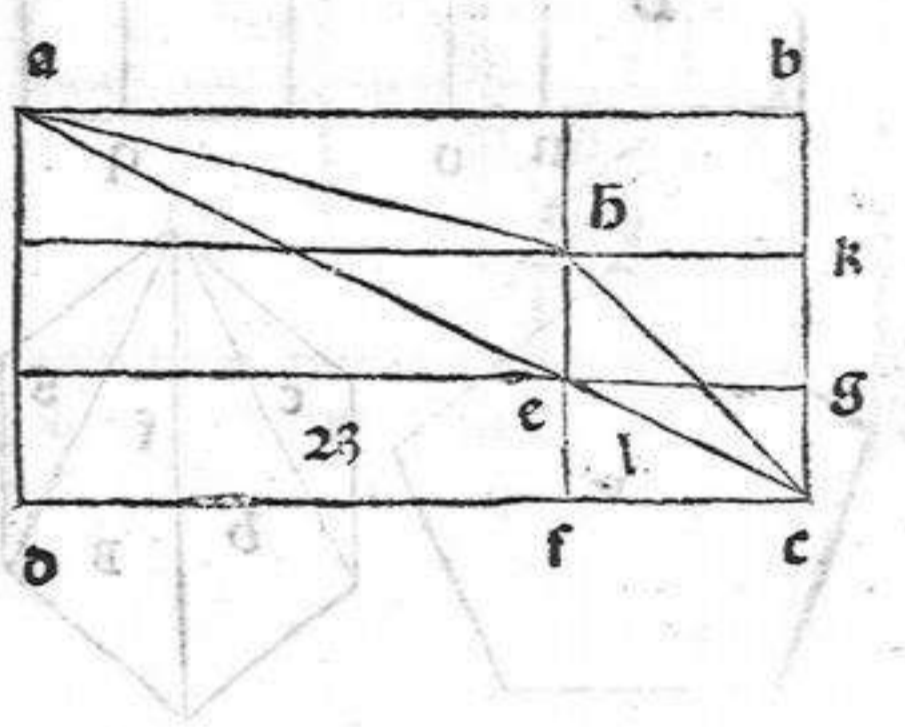
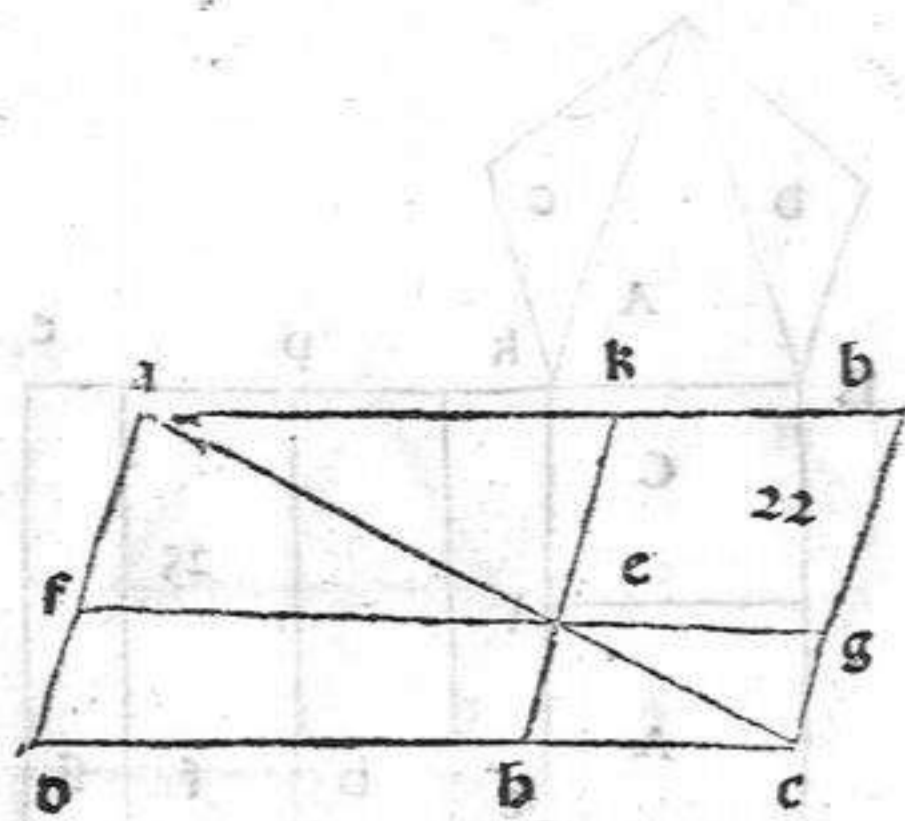
Propositio .24.

Minimum duarum superficierum equidistantium laterum quarum unus angulus unius unius angulo alterius equalis proportio alterius ad alteram est que producitur ex duabus proportionibus suorum laterum duos equos angulos continentium.

Sint due superficies equidistantium laterum. $a.c.$ & $e.d.$ sitque angulus. $b.$ unius equalis angulo. $b.$ alterius: dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportione. $a.b.ad.b.d.$ & $f.c.b.ad.b.e.$ ¶ Disponam enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in. 13. huius: adiuncto ad utramque parallelogramum. $b.c.d.$ ¶ Et ponam ut proportio linee. $f.$ ad lineam. $g.$ sit sicut. $a.b.ad.b.d.$ & $g.ad.h.$ sicut. $c.b.ad.b.e.$ (qualiter enim hoc fiat. dictum est supra. 10. huius): eritque per primam huius & 11. quinti. $a.c.ad.c.d.$ sicut. $f.ad.g.$ & $c.d.ad.d.e.$ sicut. $g.ad.h.$ quare per. 22. quinti erit in equa proportionalitate. $a.c.ad.d.e.$ sicut. $f.ad.h.$ & quia. $f.ad.h.$ producitur ex. $f.$ ad. $g.$ & $g.ad.h.$ ut dictum est in fine expositionis. 11. definitionis quinti. erit ut. $a.c.ad.d.e.$ producatur ex eisdem: quare constat propositum.

Castigator.

L. $d.a.$ & $c.e.$ erunt linea una propter ypothe. in angulis & cam in. 13. superius adducta per. 15. primi. & ista facit ad. 7. duodecimi. ¶ Nota qualiter. 10. huius applicetur huic. 24. Nam ibi dicitur quod si tribus lineis propositis uelimus quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam & c. Et ideo in ista dispositione habes tres lineas. primam. $f.$ ad



g. secundā g. ad. h. tertiā sicut. c. b. ad b. e. que quidem. h. sic p. 10. inuenta est. qm̄ habes tres alias lineas: uidelicet. c. b. primā ad. e. b. secundam: f. g. tertiā: cui. g. tertiē inuenta est. h. quarta ad quā ipsa. g. tertiā se habet in p̄portione: sicut. c. b. prima ad. e. b. secundam: ut patet in ista figura ad modū decime predictē disposita.

Propositio .25.

Alte superficiē similem aliq̄ propōsite equalem designare.



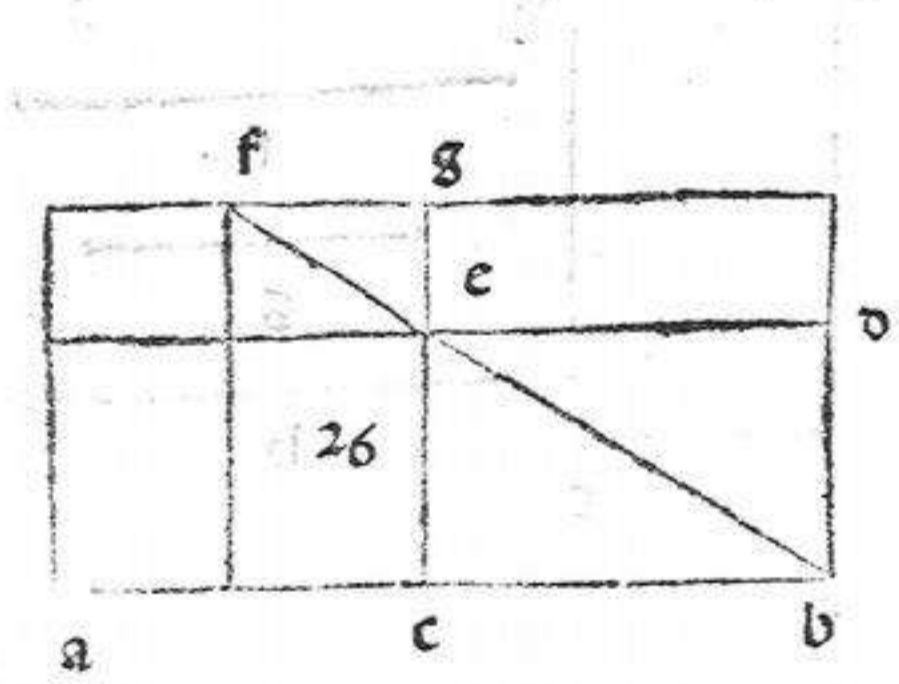
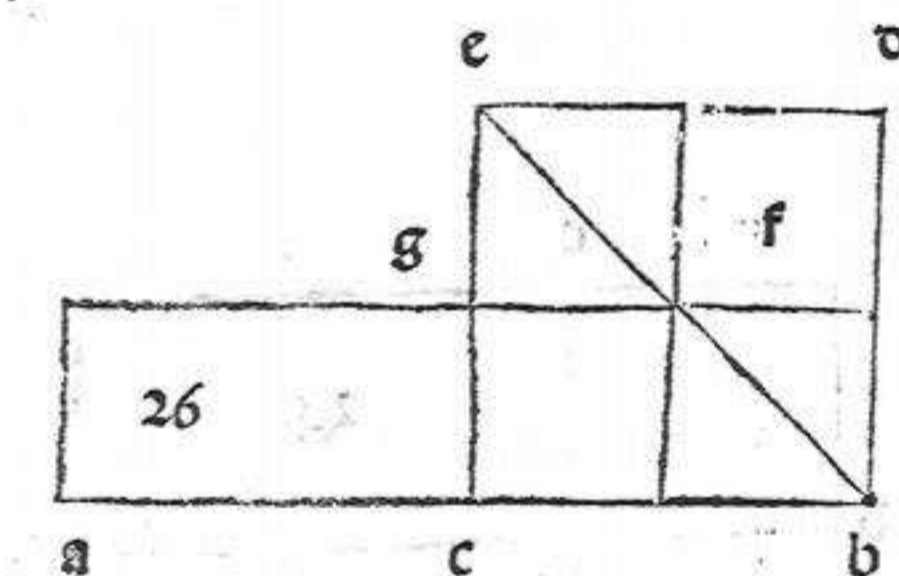
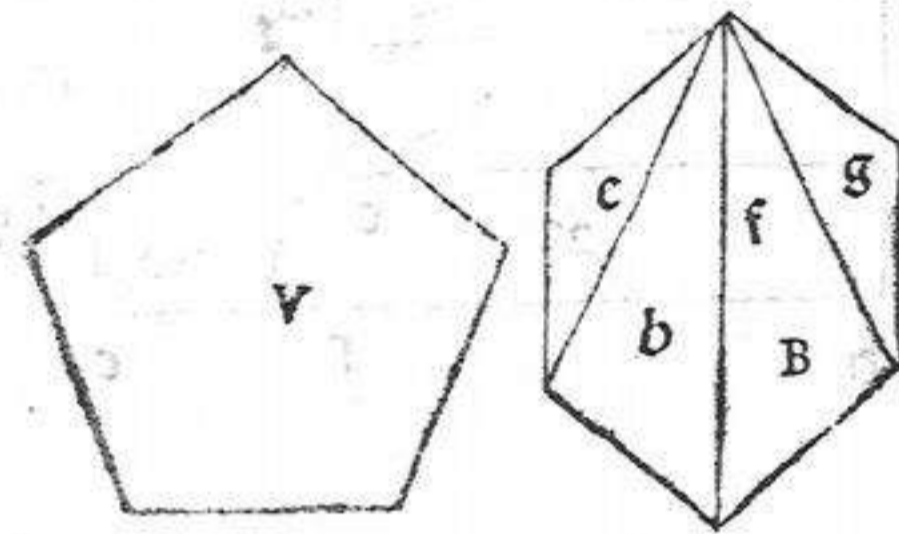
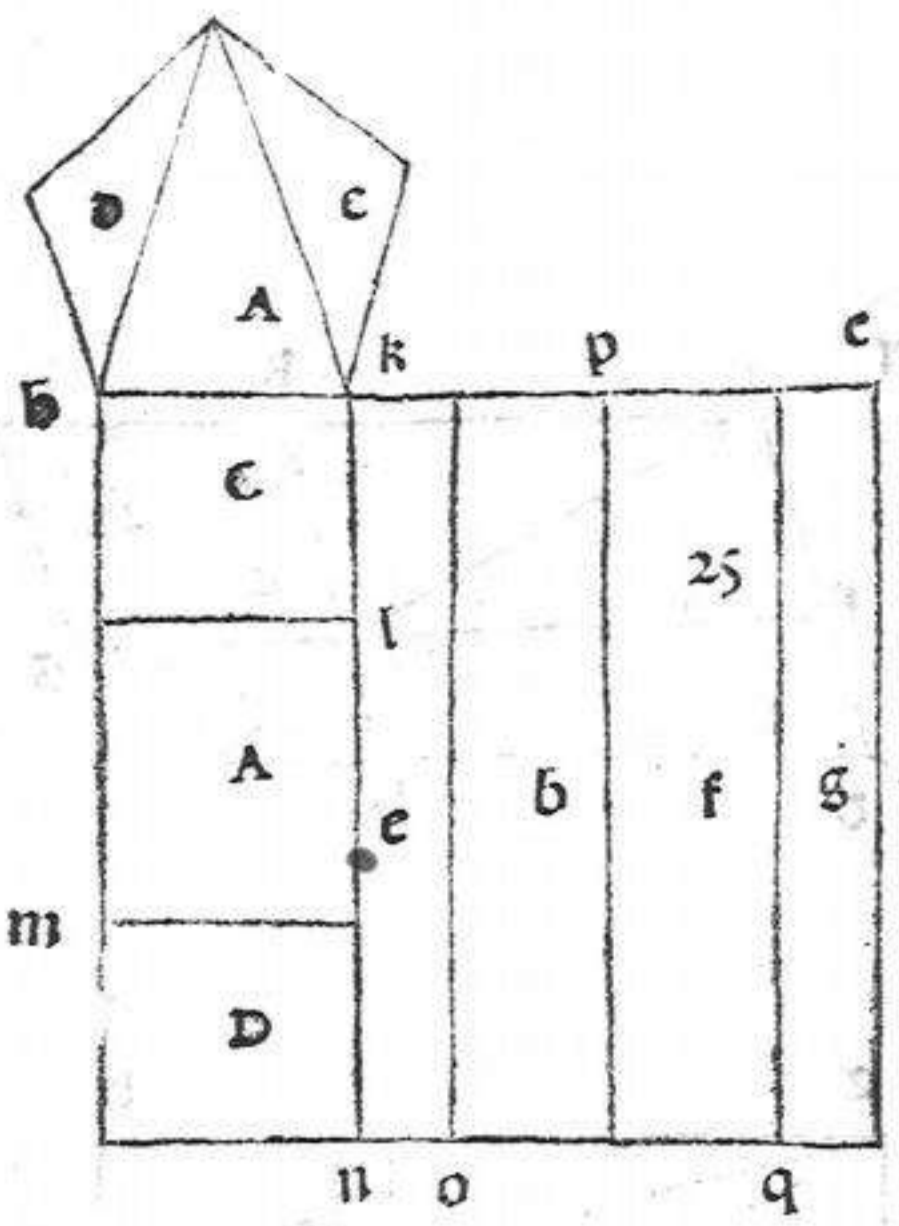
Sint p̄posite due superficies rectilinee. A. pentagona. B. exagona. uolo facere unam superficiem similem. a. & equalem. b. ¶ Vtranq̄. p̄positarū superficiē resoluo in triangulos. ¶ A. quidem in triāgulos. c. a. d. ¶ B. uero in triāgulos. e. b. f. g. ¶ Super basim superficiē. a. que sit. h. k. constituo s̄m doctrinā 44. primi superficiem equidistantium laterum rectangulam equalem. c. que sit. h. l. ¶ l. m. equalem. a. ¶ m. n. equalem. d. ut sit tota superficies equidistantium laterum. h. n. constituta super basim. b. k. equalis p̄thagono. a. ¶ Eodem modo super lineam. k. n. que est s̄m latus huius superficiē cōstituo aliam superficiem rectangulam equalem exagono. b. quia facio. k. o. equalem. e. ¶ o. p. equalem. b. ¶ p. q. equalē. f. ¶ q. r. equalem. g. ut sit tota rectangula superficies. n. r. equalis exagono. b. ¶ Et pono per. 9. huius lineam. s. t. p̄portioalem inter lineam. h. k. & lineam. k. r. ¶ Super eā s̄m doctrinam. 19. huius constituo superficiem. u. similem superficiē. a. dico ipsam esse quā querimus & equalem superficiē. b. ¶ Cum enim tres linee. h. k. s. t. ¶ k. r. sint continue proportionales. ¶ Super primā & secundam sint cōstitute superficies similes uidelicet. a. ¶ u. erit per correla. 17. huius. a. ad. u. sicut. b. k. ad. k. r. quare per primam huius sicut. h. n. ad. n. r. ¶ Et ideo p̄ primam partem septime quinti sicut. a. ad. n. r. ¶ Et p̄ hoc per secundam partem eiusdem sicut. a. ad. b. itaq̄ p̄ secundam partem. 9. quinti. u. est equalis. b. quod ē p̄positū. ¶ Quod etiam possumus ex permutata p̄portionalitate facile p̄bare: quia cum sit. a. ad. u. sicut. h. n. ad. n. r. erit permutatim a. ad. h. n. sicut. u. ad. n. r. ¶ Et quia. a. est equalis. h. n. erit. u. equalis. n. r. ¶ re. u. est etiam equalis. b. per hanc cōmunem scientiam: quecunq̄. uni ¶ ei dem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶ Nō est aut̄ necessarium ut superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. equidistantium laterū equales triangulis. c. a. d. aut superficies. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. equales triāgulis. e. b. f. g. sint rectangule: sed ut angulus extrinsecus superficiē. l. m. sit equalis angulo intrinseco superficiē. l. h. ¶ extrinsecus. m. n. intrinseco. m. l. ¶ Similiter quoq̄. ut extrinsecus superficiē. k. o. sit equalis intrinseco superficiē. h. n. ¶ extrinsecus. o. p. intrinseco. k. o. sicq̄. de ceteris. ¶ Cum enim sic fuerit erit unaquaq̄. linearū. k. n. ¶ & sibi opposita. h. m. itemq̄. h. r. ¶ & sibi opposita. n. q. ¶ linea una per ultimam partem. 29. primi: & per. 14. eiusdem: quotiens oportuerit equaliter repetitas. ¶ Propter id qd̄ oēs superficies. h. l. l. m. ¶ m. n. Itemq̄. k. o. o. p. p. q. ¶ q. r. sunt equidistantiū laterum & angulus extrinsecus cuiusq̄. sequētis est equalis intrinseco eā p̄cedētis: quare due superficies. h. n. ¶ n. r. erūt equidistantiū laterū & inter lineas equidistantes & equalis altitudinis. Cetera ergo argue ut prius.

Propositio .26.

Super dimidiū datē lineę parallelogramū designatū maius ē eo parallelogramo cui datē lineę applicato deest ad cōplectionē lineę simile z super diametrum cōsistens super dimidium collocati.



Sit data linea. a. b. sup̄ cuius dimidiū. c. b. cōstituat parallelogramū. c. d. cuius diameter. b. e. ¶ & ad lineā. a. b. applicet parallelogramū. a. f. cuius unū latus secet. e. c. in p̄cto. g. itaq̄. ad cōplementū totius lineę. a. b. desit superficies. f. b. que sit similis superficiē. c. d. ¶ & cōsistēs circa diametrum eius. dico tūc qd̄ parallelogramū. c. d. ē maius parallelogramo. a. f. ¶ Est enim p̄ primā huius. a. g. equalē. g. b. ¶ & per. 43. p̄mi. c. f. equalē. f. d. ergo p̄ hāc cōm̄ scientiā: si equalibus cōlia addas ¶ &



erit gnomo constans ex tribus parallelogramis que sunt. c. f. f. b. f. f. d. e. q. l. s. parallelogramo. a. f. quare parallelogramum. c. d. e. maius parallelogramo. a. f. in parallelogramo. e. f. q. d. est propositum. ¶ I de etiā esset si superficies. a. f. fieret altior superficie. c. d. ut uidere potes in secunda figura in q. etiam per primam huius. a. g. est equale. g. b. demptis itaq. utriq. duobus supplementis superficiei. f. b. excedet parallelogramum. c. d. parallelogramum. a. f. in parallelogramo. f. e.

Castigator.

a ¶ Tunc eēt econuerso quia parallelogramo. a. f. linee. a. b. applicato de est ad cōplectiōem totius linee parallelogramum f. b. quod quidē ē maius. c. d. super dimidium collocato: ¶ sunt similia ex. 22. huius. q. d. f. b. non consistit super diametrum collocati super dimidiū: uidelicet. c. d. imo ipsū c. d. consistit super diametrum illius. f. b. quod ad cōplementū linee deest: ut patet. Et ideo cōclusio ista. 26. uidet sub distiūctiōe intelligi. s. cui date linee applicato ad cōplectiōem linee deest simile parallelogramū consistens super diametrum super dimidium collocati uel super cuius diametrum cōsistit illud sup dimidiū collocatū: ut in illa scda figura euidenter apparet in qua. c. d. cōsistit super diametrum. f. b. ¶ c. q. d. ē cōuerso mō.

Propositio .27.

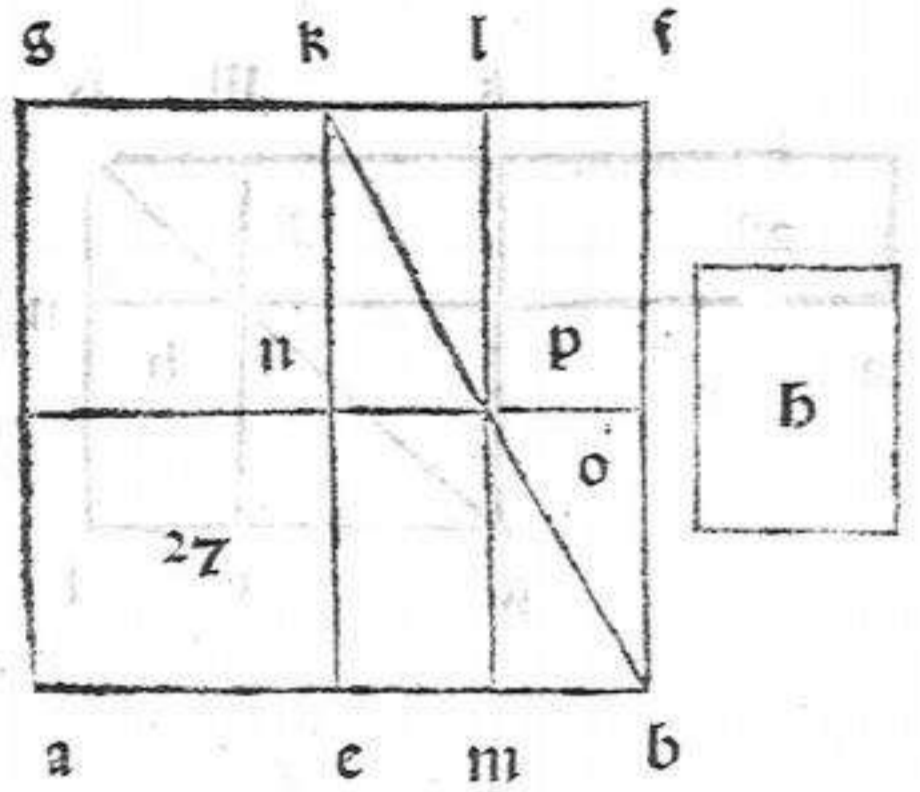
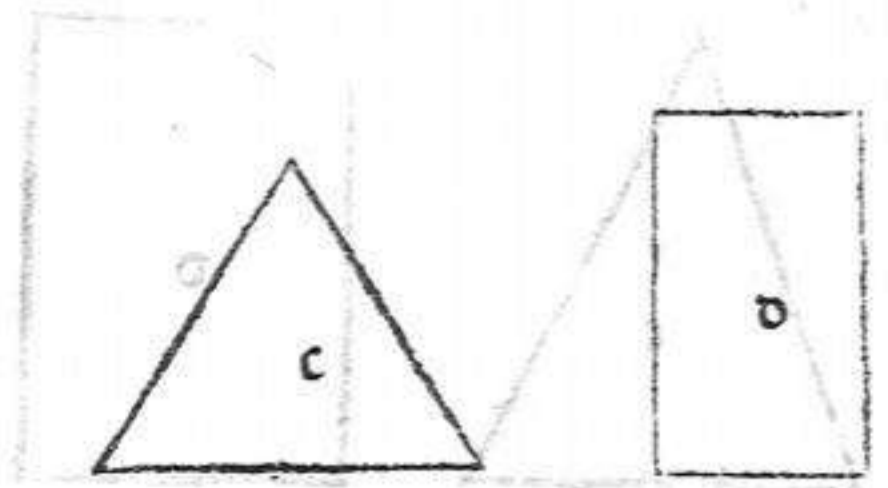


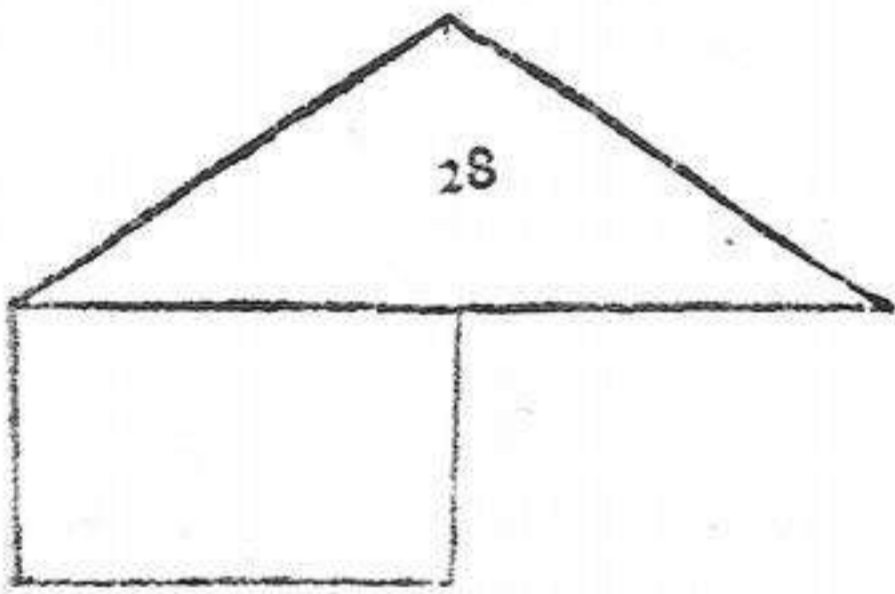
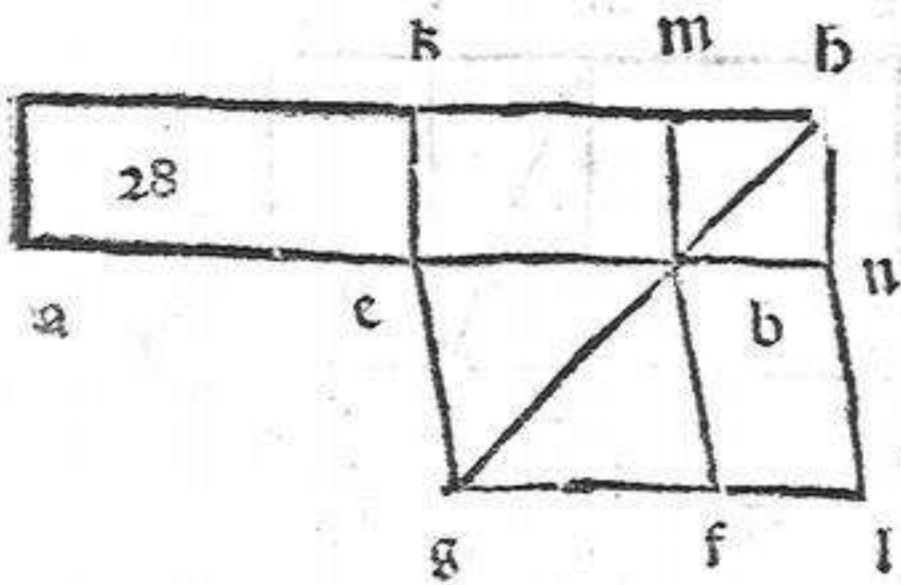
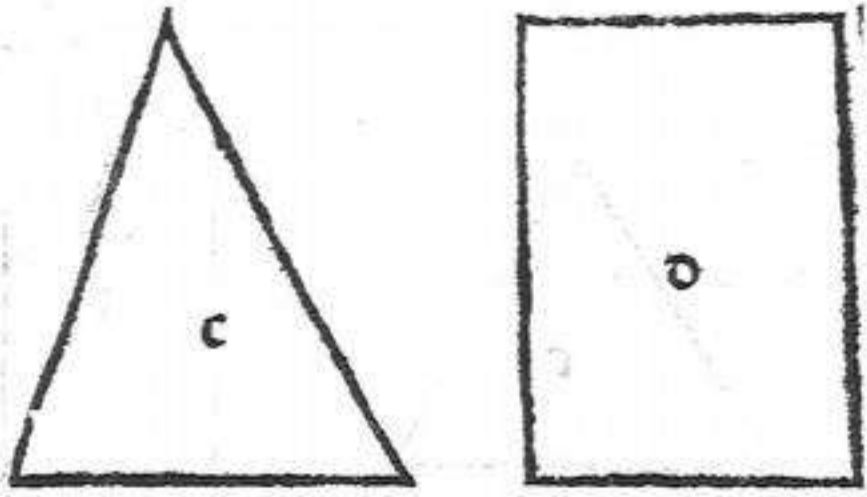
Paralatera superficie proposita equum ei super quā libet assignatā lineā parallelogramū designare cui desit ad complēdam lineam alij superficiei propositae simile parallelogramum quod fm eiusdes suū eē parallelogramo super dimidium date linee collocato minime maius existat.

¶ Sit assignata linea. a. b. ¶ et propositus triangulus. c. propositumq. parallelogramum. d. uolo super lineā. a. b. designare parallelogramum equale triangulo. c. ita q. desit ad complendam lineam. a. b. parallelogramum simile. d. ¶ et sit ita conditionatum. q. triangulus. c. non sit maior parallelogramo simili. d. collocato super dimidium linee. a. b. alioquin^a ad im- possibile laboraretur per premisam. ¶ Diuido igitur lineam. a. b. per equalia in puncto. e. ¶ fm doctrinam. 19. huius: super eius medietatem e. b. constituo parallelogramum. e. f. simile. d. ¶ complebo super totam lineam. a. b. parallelogramum. b. g. ¶ Quia igitur. c. non est maior parallelogramo. e. f. sed equalis ei aut minor sicut positum est. ¶ Si fuerit ei equalis erit parallelogramum. e. g. quale intenditur^b per. 36. primi coadiuuante prima pre. 9. quinti: ¶ per diffinitionē similitudinū superficieum ¶ 20. huius ¶ Si autem minor: sit minor in superficie aliqua cui equalis ¶ et similis. d. fiat fm doctrinam. 25. huius que sit. h. eritq. h. similis. e. f. per 20. huius. quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ¶ et proportionalium laterum. ¶ Protraham igitur in parallelogramo. e. f. diametrum. b. k. ¶ et rescabo latera. k. f. ¶ et e. k. superficiei. e. f. ad mensuram laterum superficiei. h. protractis lineis. i. m. ¶ et n. o. equidistantibus lateribus superficiei. e. f. secantibus se in puncto. p. ut superficies. k. p. sit equalis ¶ et similis superficiei. h. ¶ Eritq. per. 23. huius punctum. p. in diametro. k. b. ¶ Protracta itaq. o. n. usq. ad. a. g. dico parallelogramum. a. p. eē quale proponitur. ¶ Deest enim sibi ad complementum linee. a. b. parallelogramū. p. b. q. d. per. 22. ¶ et 20. huius est simile parallelogramo. d. Sed ipm etiam parallelogramum. a. p. est equale triangulo. c. Est enim per primā huius. a. n. equale. n. b. ergo per. 43. primi: ¶ et hanc communem scientiam si equalibus equalia addas ¶ et parallelogramum. a. p. est equale gnomoni. n. b. l. ¶ et quia iste gnomon est equalis triangulo. c. propter id quod parallelogramum. e. f. positum fuit eē maius triāgulo. c. in parallelogramo h. quod est equale parallelogramo. k. p. patet propositum.

Castigator.

a ¶ Quia premissa ondit omne palellogramum collocatum super dimidium date linee esse maius eo cui date linee applicato deeset ad com





plectionem totius linee unum paralellogramum simile illi sup dimidium collocato consistens super diametrum eiusdem. Et ideo in casu si triangulus esset maior paralellogramo simili, d. collocato sup dimidium date linee esset impossibile designare unum paralellogramum equale trigono, c. cui applicato date linee deesset unum paralellogramum simile, d. quando paralellogramum deficiens ad compledam lineam esset super diametrum collocatum; quoniam o[mn]e tale est maius illo; Et sic ad impossibile laboraretur, ut patet quoniam semper oportet quod paralellogramum date linee applicatum sit minus illo super dimidium collocato Et non maius Et c. b. ¶ Quia p. 36. primi, e. g. equatur, e. f. Et per ypoth. et triangulus, c. equatur eidem, e. f. cum dicitur si fuerit ei equalis; Et ideo per primam partem, 9. quinti, e. g. ad, e. f. sicut trianguli, c. ad idem e. f. quia utriusque proportio equalitatis. Et ideo cum utriusque ad idem sit una proportio per dictam, 9. illa duo sunt equalia; unde dicitur, e. g. Et triangulus, c. cetera sequuntur per definitionem Et 20. huius.

Propositio 28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equum paralellogramum constituere, quod addat super complementum date linee superficiem equidistantium laterum date superficiei equidistantium laterum similem. ¶ Sicut prius data linea, a. b. Et datus triangulus, c. datumque paralellogramum, d. uolo super lineam, a. b. constituere paralellogramum equale triangulo, c. quod addat super totam lineam, a. b. paralellogramum simile, d. ¶ Divido lineam, a. b. per equalia in puncto, e. Et super eius medietatem, e. b. facio, e. f. similem, d. sicut quod docet 19. huius. ¶ Et sicut doctrinam, 25. huius, facio, k. l. cuius diametrum, g. h. similem, d. Et equalem duabus superficieribus, e. f. Et c. ¶ Eritque, per 20. huius, k. l. similis, e. f. ¶ Superposita igitur superficiei, k. l. superficiei, e. f. ita quod ambe comunicent in angulo, g. erit per 23. huius superficies, e. f. consistens circa diametrum superficiei, k. l. quare punctum, b. est in diametro, g. h. ¶ Godeplebo igitur paralellogramum a. b. quod dico esse quale proponitur. ¶ Quod constat pertractis linea, f. b. usque ad, m. Et linea, e. b. usque ad, n. ¶ Est enim per primam Et 36. primi huius, a. k. equale, k. b. Et ideo per 43. primi est etiam equale, n. f. addito ergo utriusque, e. h. erit per communem scientiam, a. b. equale gnomoni, e. b. f. ¶ Sed iste gnomon est equalis triangulo, c. quia paralellogramum, k. l. positum fuit equale duabus superficieribus, c. Et e. f. ergo paralellogramum, a. b. est equale, c. Et addit ad complementum linee, a. b. paralellogramum, m. n. quod per 22. Et 20. huius est simile paralellogramo, d. quare constat perfectum esse quod uolumus. Possumus autem ad lineam datam adiungere paralellogramum equale non solum trilatere superficiei posite, sed Et cuilibet rectilinee figure propositae quocumque ipsa fuerit cui desit ad compledam lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum propositae; sicut docet premissa observata condicione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. ¶ Vel quod addat ad compledam lineam superficiem equidistantium laterum similem superficiei propositae; sicut proponit conclusio presens. ¶ Propositam enim superficiem cui equale paralellogramum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuatur ad complectionem linee paralellogramum simile paralellogramo dato; resoluemus in triangulos, Et ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totale superficiei propositae equalem, ¶ Hoc autem qualiter fiat; Et si scire uolueris, require, 25. huius. ¶ Dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum constituemus quem si 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem; quare Et superficiei propositae. ¶ Huic ergo triangulo si equale paralellogramum ad lineam datam adiunxeris quod addat ad complementum linee aut minuatur paralellogramum simile paralellogramo dato secundum quod docet hec Et premissa; quod propositum erat te perfectis se non dubites.

Propositio. 29.



Sicutlibet lineam propositam secundum proportionem habentem medium. duosque extrema secare.

Sit proposita linea, a. b. quælo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratū. b. c. & ad eius, latus. a. c. adiungo sicut quod docet premissa parallelogramum. e. d. equale quadrato, b. c. & addat ad complementum lineæ. a. c. parallelogramum. a. d. & sit simile. b. c. Sitque latus parallelogrami. c. d. quod equidistat. a. c. d. e. & secet lineam. a. b. in puncto. f. dico lineam. a. b. esse diuisam in puncto f. sicut proponitur. Est enim. a. d. quadratum propter id quod est simile. b. c. Quare. a. f. est equale. f. d. Sed & f. e. est equalis. a. b. propter id quod est equalis. a. c. per 34. primi. Et quia. c. d. est equalis. b. c. dempto utrinque. c. f. erit. a. d. equale. e. b. & angulus. f. unius angulo. f. alterius ergo p. 13. huius latera sunt mutuekesia. Ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. Et quia. e. f. est equalis. a. b. & f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. Ergo per definitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi. Diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sicut quod docet. 11. secundi; sitque. e. b. quod continetur sub tota. a. b. & eius pte. f. b. ita que. f. e. sit equalis. a. b. & a. d. sit quadratum. a. f. Est itaque per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. Quod restat arguere ut prius; per. 13. huius. Vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum quod docet. 11. secundi. quod sit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equalis quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partem. 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secundam est sicut. a. f. secunde ad. f. b. tertiam per definitionem itaque diuisa est. a. b. ut proponitur. **Castigator.** Idem ostendit. 11. secundi sub aliis uerbis. & unum ex correlariis. 16. noni in numeris & 6. tertii decimi indifferenter in linea & numero & in. 10. quarti decimi ualde ab omnibus philosophis comendatur talis diuisio.

Propositio 30.



Suerint duo trianguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus equidistant. fuerintque illa quatuor latera secundum equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse necesse est.

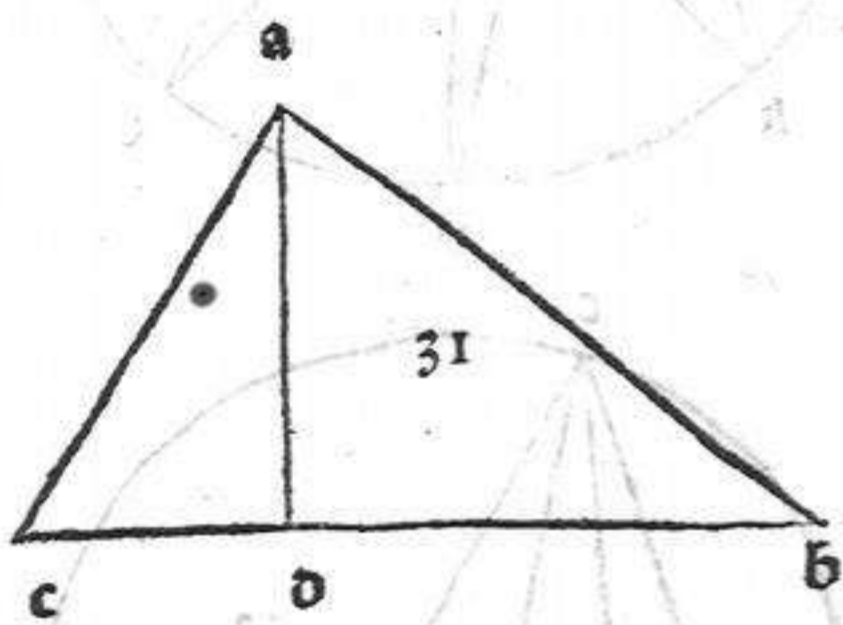
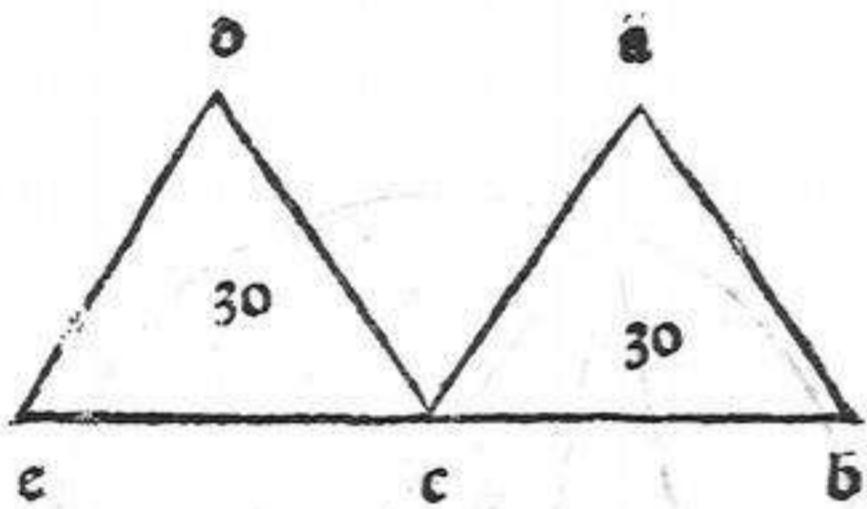
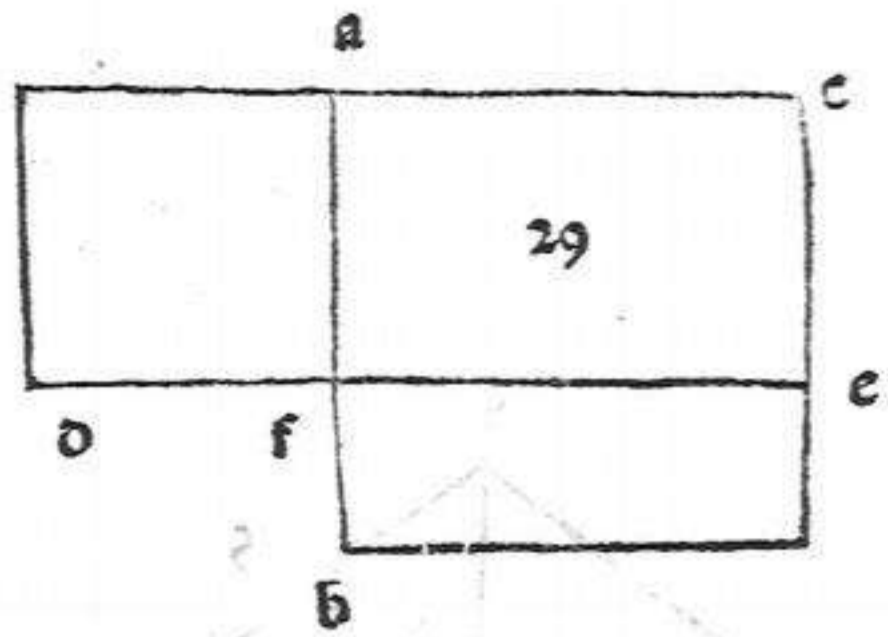
Sint duo trianguli. a. b. c. d. e. constituti sup angulum. a. c. d. sitque. a. c. equidistans. d. e. & d. c. a. b. & sit proportio. a. c. ad. d. e. sicut. a. b. ad. d. c. dico que due bases eorum. b. c. & c. e. sunt linea una. Est enim angulus. a. equalis angulo. d. quia uterque eorum est equalis angulo. a. c. d. per primam partem. 29. primi. Igitur per presentem ypothe. & 6. huius ipsi trianguli sunt equianguli. & angulus. b. est equalis angulo. d. c. e. & angulus. a. c. b. angulo. e. quare per. 32. primi: tres anguli qui sunt. ad. c. sunt equales duobus rectis: ipsi enim equantur tribus angulis utriuslibet duorum triangulorum. Ergo per. 14. primi. b. e. est. linea una: quod est propositum.

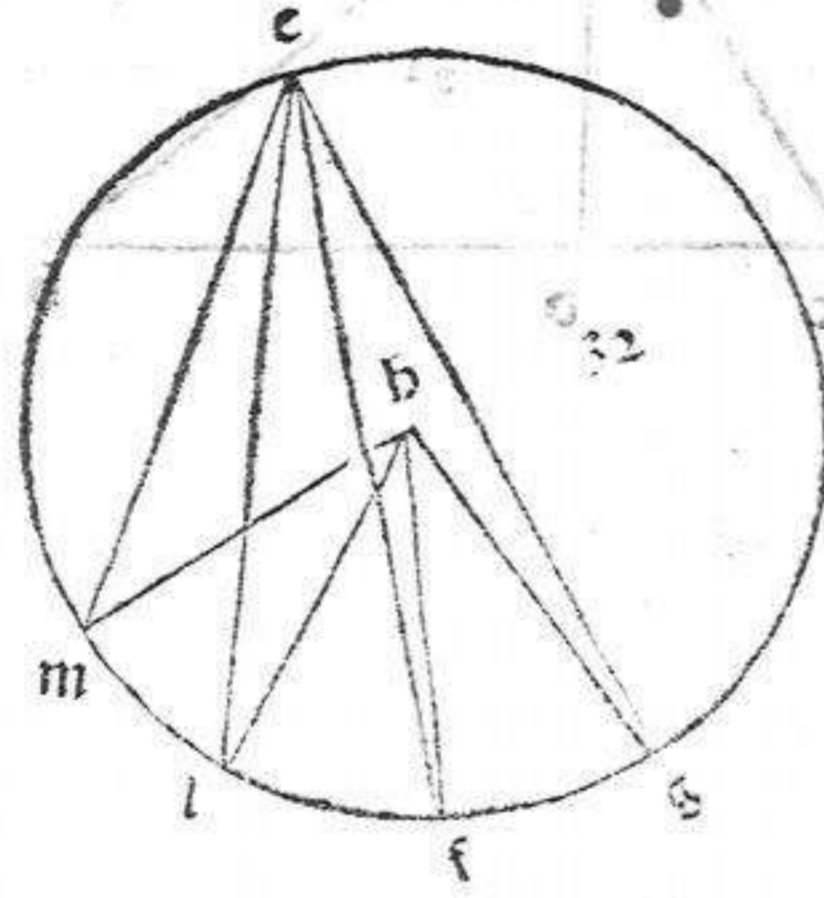
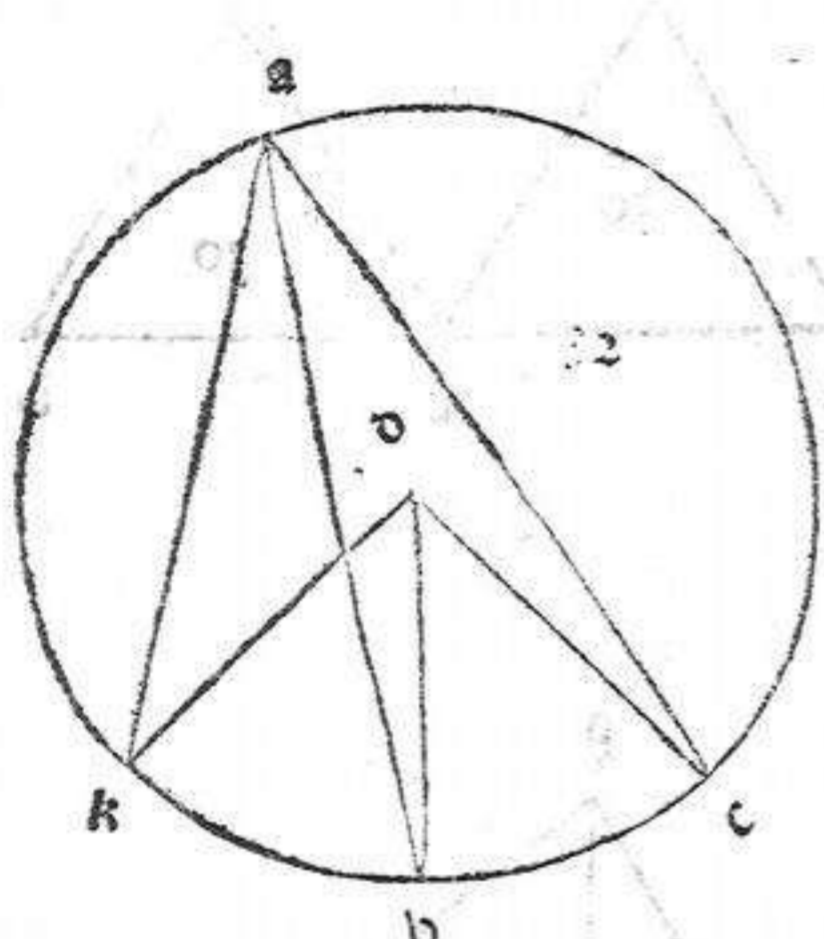
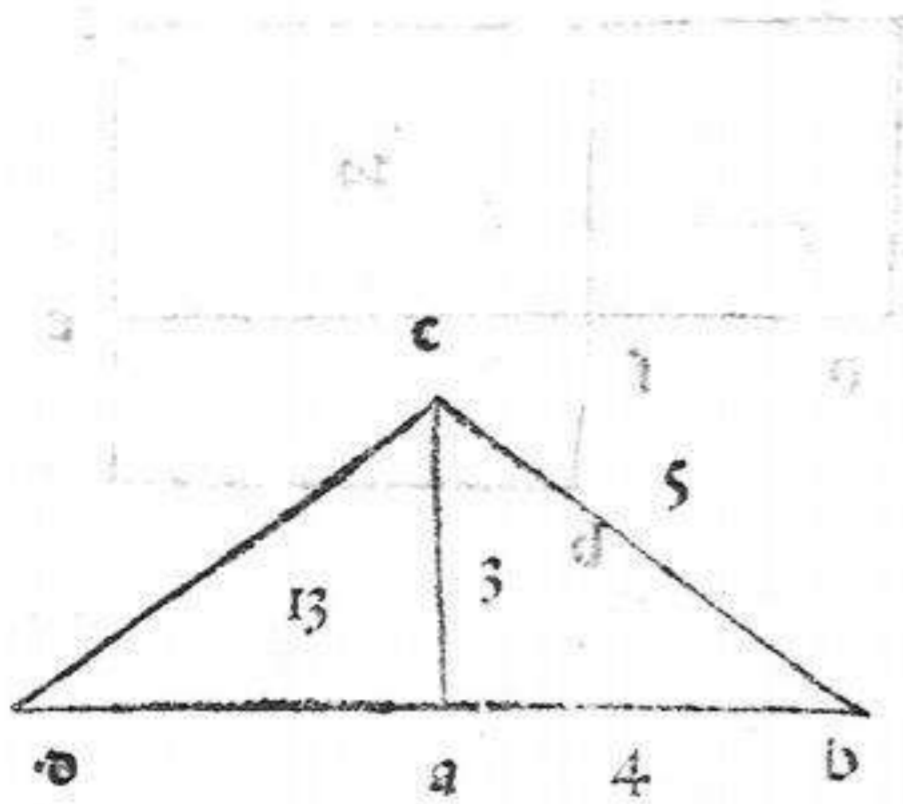
Propositio. 31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris que subtenditur angulo recto equalis est superficiebus duorum laterum angulum rectum continentium pariter acceptis. cum fuerint similes ei lineatione & creatione.

Quod pponit penultima pmi de superficiebus qdratis pponit hec penultima sexti de omnibus superficiebus similibus. unde hec est illa tanto uniuersalior quanto superficies laterata qdrato. Sit itaque triangulus rectangulus. a. b. c. cuius angulus. a. sit rectus: dico que superficies constituta super latus. b. c. est equalis duabus superficiebus constitutis super. a. b. & a. c. cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ.





¶ Ducam perpendicularem. a. d. ad lineam. b. c. eritq; per secundam par-
tem correl. 8. huius proportio. b. c. ad. c. a. sicut. c. a. ad. d. c. ¶ c. b. ad. b. a.
sicut. b. a. ad. d. b. ¶ Si itaq; super quamlibet trium linearum. b. c. c. a. ¶ a.
b. fiat superficies similis aliis i figura ¶ situ. erit per correl. 17. huius propor-
tio superficiei constitute super. b. c. primam. ad constitutam super. c. a. se-
cundam sicut. b. c. prime ad. d. c. tertiam ¶ item eiusdem superficiei con-
stitute super. b. c. primam ad constitutam super. a. b. secundam sicut. b. c.
prime ad. d. b. tertiam per idem correl. ¶ Quare per conuersam propor-
tionalitatem superficiei. a. c. ad superficiem. c. b. sicut. c. d. ad. c. b. ¶ Et si
militer superficiei. a. b. ad. superficiem. b. c. sicut. b. d. ad. b. c. ¶ Et ponatur
a. c. prima ¶ c. b. secunda ¶ quarta ¶ c. d. superficies tertia. ¶ a. b. superfi-
cies quinta. ¶ b. d. superficies sexta. ¶ arguatur per. 24. quinti quod ppor-
tio superficiei constitute super. b. c. ad duas superficies constitutas super. c. a.
a. ¶ a. b. simul est sicut. b. c. ad. c. d. ¶ d. b. simul. ¶ Quia igitur. b. c. est
equalis duabus lineis. c. d. ¶ d. b. simul sumptis. erit superficies constituta
super. b. c. equalis duabus superficibus constitutis super. c. a. ¶ a. b. simul
sumptis quod est propositum. ¶ Conuersam quoq; huius possumus faci-
le demonstrare per modum demonstrationis ultime primi. ¶ Sit enim
triangulus. a. b. c. sitq; superficies constituta super. b. c. equalis duabus su-
perficiebus constitutis super duas lineas. a. b. ¶ a. c. sibi similibus. dico q;
angulus. a. est rectus. ¶ Ponam enim angulum. c. a. d. rectum. ¶ lineam
a. d. equalem. a. b. ¶ claudo superficiem ducta linea. d. c. eritq; per hac. 31.
superficies constituta super. c. d. equalis duabus constitutis super duas line-
as. c. a. ¶ a. d. sibi similibus. quare etiam constitute super. b. c. sibi simili.
hec enim posita est equalis duabus constitutis super a. b. ¶ a. c. sibi simili-
bus erit ergo linea. b. c. equalis. c. d. quare per. 8. primi angulus. a. est re-
ctus quod est propositum.

Propositio 32. In circulis equalibus supra ceterum siue supra cir-
cūferentiā anguli consistat. erit angulorū pportio tā-
q̄m proportio arcuum illos angulos suscipientū.

¶ Sint circuli. a. b. c. cuius centrum. d. ¶ e. f. g. cuius cen-
trū. h. equeles; si p quoz cētra hāt duo anguli. b. d. c. ¶ f. h. g.
¶ Et super eorum circūferentias alii duo qui sunt. b. a. c. ¶
f. e. g. dico q; proportio angulorum tam eorum qui sunt super centra q̄ eo-
rum q̄ super circumferentias; est sicut arcus. b. c. ad. arcū. f. g. ¶ Cōtinua-
bo. n. illis duobus arcubus alios arcus equeles. siue scdm eundem numez; si-
ue scdm diuersos. ¶ Sitq; arcus. k. b. equeles. b. c. ¶ uterq; duoz arcū. l. m.
¶ f. l. equeles. f. g. ¶ Et pducam lineas. k. d. k. a. m. h. l. h. m. e. ¶ l. e. ¶ Erūtq;
p. 26. tertii anguli q̄ sunt ad. d. adiuicē equeles. ¶ Similiter quoq; ¶ qui sunt
ad. h. adiuicē equeles. Idē ē de his q̄ sunt ad. a. ¶ de his q̄ sunt ad. e. ¶ Sicut
igitur arcus. k. c. est multiplex arcus. b. c. ita angulus. k. d. c. anguli. b. d. c.
¶ Et angulus. k. a. c. anguli. b. a. c. Similiter sicut arcus. m. g. ē multiplex
arcus. f. g. ita angulus m. h. g. anguli. f. h. g. ¶ angulus. m. e. g. anguli. f. e. g.
¶ Sed si arcus. k. c. est equeles arcui. m. g. angulus. k. d. c. est equeles angulo. m.
h. g. ¶ angulus. k. a. c. angulo. m. e. g. ¶ si maior maiores. ¶ si minor mino-
res p. 26. tertii. ¶ Per diffinitionem itaq; incōtinue pportionalitatis ppor-
tio arcus. b. c. ad arcū. f. g. est sicut anguli. b. d. c. ad angulū. f. h. g. ¶ sicut an-
guli. b. a. c. ad angulum. f. e. g. qd̄ est ppositū. Idē intellige in eodē circulo.

Castigator.

¶ Hoc nō dicit explicitē sed sequitur ad illā pbata equeitate quē ad modum
diximus supra in prima buiusde. 36. primi adducta ita accidit in. 26. tertii
sunt. n. quatuor quātitates angulus. b. d. c. p̄ma angulus. f. h. g. scda arcus
b. c. tertia arcus. f. g. quarta ¶ a. d. p̄mam ¶ tertiā sumpta sunt eq̄ multipli-
cia uidelicet dupla. s. angulus. k. d. c. ¶ arcus. k. c. ¶ ad. scdam angulus. m.
h. g. triplus ad angulū. f. h. g. ¶ arcus. m. g. triplus ad arcū. f. g. q̄rtam ergo
per dictam diffinitionem in cōtinue ppor. ¶ sic de aliis angulis ad. a. ¶ e.
¶ arcubus eorundem. ¶ Explicit liber sextus.

Septimus Euclidis liber de numeris et eorum adinuicem proportionibus et proportionalitatibus. ex optima Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore accuratissimo. Incipit.



Vnitatis est qua una quaeque res una dicitur. 2. **N**umerus est multitudo ex unitatibus composita. 3. **N**aturalis series numerorum dicitur in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4. **D**ifferentia numerorum appellatur numerus quo maior habundat a minore. 5.

Numerus primus dicitur qui sola unitate metitur. 6. **N**umerus compositus dicitur quem alius numerus metit. 7. **N**umeri contra se primi dicuntur qui nullo numero excepta solaynitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus quae unitas metitur nullusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minoris maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes quae ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uod si duo numeri partes habuerint eadem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales quae eandem denominationem recipiunt. Maior vero quae maiorem. Minor autem quae minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionibus minores sunt impossibile est. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiples. 2. **Q**uotlibet

Numeri contra se primi dicuntur qui nullo numero excepta solaynitate numerantur. 8. **N**umeri adinuicem compositi siue communicantes dicuntur quos alius numerus quae unitas metitur nullusque eorum est ad alium primus. 9. **N**umerus per alium multiplicari dicitur qui toties sibi coaceruatur quotiens in multiplicante est unitas. 10. **P**roductus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. 11. **N**umerus alium numerare dicitur qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12. **P**ars est numerus numeri minoris maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. 13. **D**enominans est numerus secundum quem pars sumitur in suo toto. 14. **S**imiles dicuntur partes quae ab eodem numero denominantur. 15. **P**rima simpla numeri pars est unitas. 16. **Q**uod si duo numeri partes habuerint eadem tot partes maioris dicitur esse minor quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. 17. **N**umeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod est maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundum quod eum continet et eius partem vel partes. 18. **C**um fuerint quotlibet numeri continue proportionales dicitur proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata. ad quartum vero triplicata. 19. **C**um continue fuerint eadem vel diuerse proportionales dicitur proportio primi ad ultimum ex omnibus composita. 20. **D**enominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem pars vel partes ipsius minoris. quae in maiore sunt. Maioris autem ad minorem totum. vel totum et pars vel partes. prout maior superfluit. 21. **S**imiles siue una alij eadem dicuntur proportionales quae eandem denominationem recipiunt. Maior vero quae maiorem. Minor autem quae minorem. 22. **N**umeri vero quorum proportio una. proportionales appellantur. 23. **T**ermini siue radices dicuntur quibus in eadem proportionibus minores sunt impossibile est. 1. **P**etitiones sunt quatuor. **C**uilibet numero quotlibet posse sumi equales prout libet. vel multiples. 2. **Q**uotlibet

numero aliquē quātūlibet sumere posse maiorē. 3. **C** Serie numerozū in infinitum posse procedere. 4. **C** Nullū numerū in infinitum posse diminui. 1. **C** Cōmunes animi conceptiones sunt decē. 1. **C** Omnis pars minor est suo toto. 2. **C** Quicūq; eiusdē siue equaliū fuerint eque multiplices, ipsi quoq; erūt eq̄ les. 3. **C** Quibus idē numerus eque multiplex fuerit, siue quorum eque multiplices fuerint equales. 2 ipsi etiam erūt equales. 4. **C** Omnis numeri pars est vnitas ab ip̄o denominata. 5. **C** Omnis pars est minor q̄ maiorem h̄s denominationem, maior vero que minorem. 6. **C** Quilibet numerus totus ē ab vnitate, quota pars ipsius est vnitas. 7. **C** Quicūq; numerus in vnitate ducitur, seipsum producit. Vnitas quoq; in quēcunq; ducta, p̄ducit eundē. 8. **C** Quicūq; numerus numerat duos, numerat quoq; cōpositū ex illis. 9. **C** Quicūq; numerus numerat aliquē, numerat oēm numeratū ab illo. 10. **C** Quicūq; numerus numerat totū 2 detractum, numerat residuum.

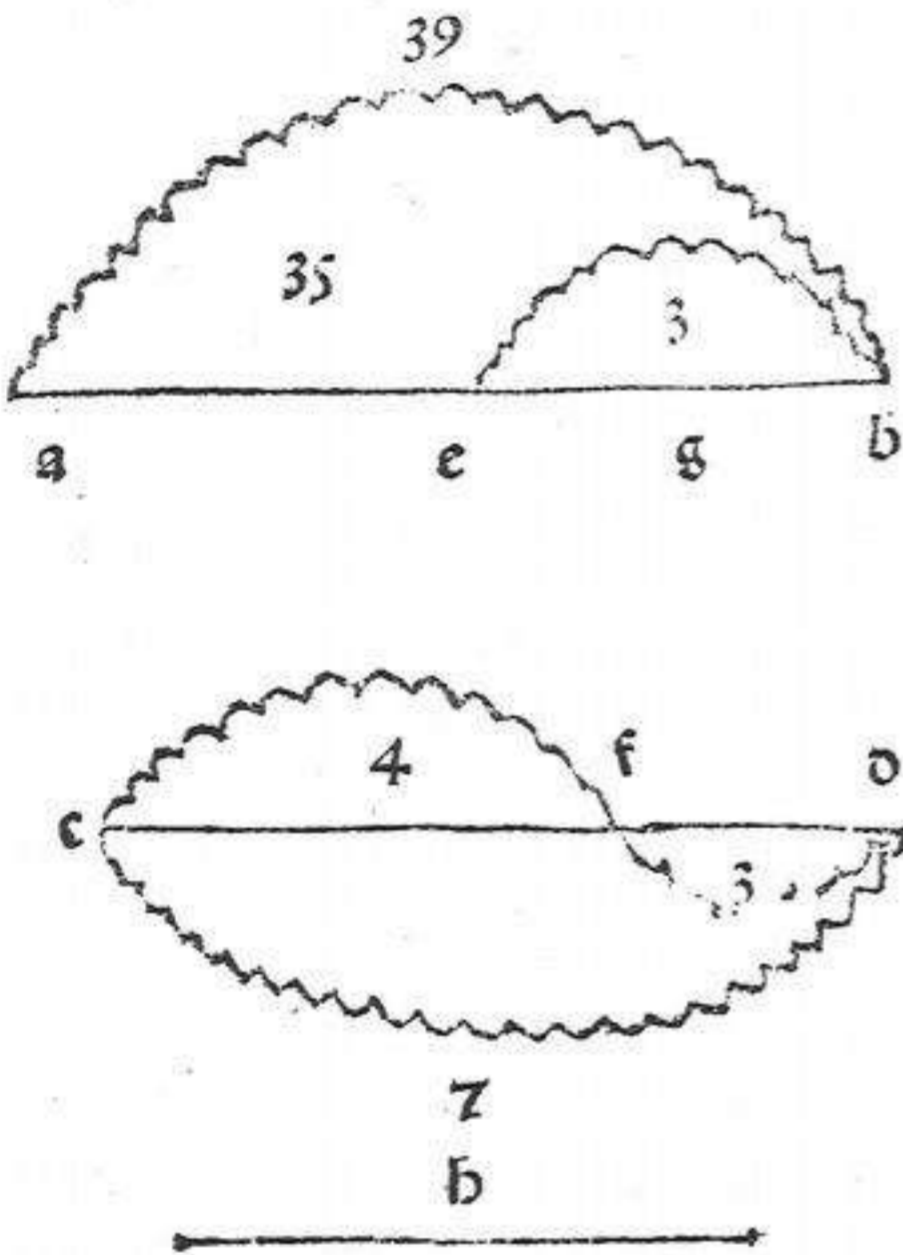
C Castigator.

a **C** Species ille propor. maioris inequalitatis: **C** p̄ consequēs econuerso s. minoris iequalitatis que numero sunt quinq; uidelicet multiplex super particularis suppartiens. Multiplex superparticularis **C** multiplex suppartiens ex ista diffi. 20. sumpserunt denotationē. Nā cū maioris numeri ad minorē dicatur totū intelligit multiplex per diffi. 2. quinti. Et ideo p̄ma species dicta multiplex: **C** cum ē maioris ad minorē dicatur totum **C** pars intelligitur totū semel **C** pars unica: **C** tūc secunda spēs dicta supparticularis cū sexqui. **C** ē totū **C** p̄tes: **C** tūc tertia spēs dicta suppartiens **C** intelligit totū pluries **C** pars unica: **C** tūc q̄rta species dicta multiplex super particularis cū sexqui. **C** etiā totum pluries **C** p̄tes: **C** tūc quinta spēs dicta multiplex suppartiens quibus denominationibus preposita li. sub. dicēdo submultiplex sub superparticularis sub suppartiens **C** tot species minoris inequalitatis numero habebis quot maioris. b **C** Iste cōceptiōes in. 10. libro respectu q̄titatū in genere quasi ad instar quinti: de quibus in illo agitur, allegātur p̄ similes istis ut dicēdo p̄ simile antepenultime: p̄ simile penultime **C** ut patet in expositione. 9. eiusdē **C** secūda. c **C** Proportio dicitur cōponi ex duabus p̄portionibus q̄n denominatio illius p̄portionis p̄ducit ex ductu denominationū illaz p̄portionū unius in alterā Vt tellio in sua p̄spectiua. d **C** Boe. 2. musice. cap. 9. dicit unitatē numerum cū dicit: maiores uero sunt numeri tres **C** q̄tuor minores binarius **C** vnitas in maioribus igitur minor: **C** i minoribus maior p̄portio cōtinēt **C** p̄portiones aut̄ p̄ncipaliter in numeris cōsiderant. I dē in. 4. musice. cap. 1. e **C** Oium exēpla: diffi. ut. 1. 2. 3. 4. 5. 6. **C** ut. 2. respectu senarii **C** q̄ternarii. ut. 3. 5. 7. 11. 13. 17. **C** sēp sunt ipares: ut. 4. 6. 8. 12. 14. **C** et ipares: ut. 15. 21. 33. 39. **C** ut. 11. **C** 13. 17. 19. **C** c. 12. **C** 7. 17. 20. **C** 63. 17. 34. Vt. 4. **C** 8. 12. **C** 16. 15. 21. 33. **C** 15. 24. 30. 63. **C** Contra se primi **C** adinuicē primi idē iportat ut infra uigesimasecūda huius apparet. **C** Quoz stat q̄ aliquis sit cōpositus **C** alter nō. **C** q̄ uterq; sit p̄mus: ut ex. 24. infra apparet: **C** q̄ ambo sint cōpositi sed nō adinuicē: ut. 20. **C** 63. **C** Cōicantes aliq̄n oēs impares. 15. 21. 33. et oēs pares. 12. 18. 30. **C** pares **C** ipares. 15. 24. 33. 36. 63.

Propositio.



3 a maiore duozū numerozū minor detrahatur: donec minus eo superfit. Ac deinde de minore ipsum reliquū donec minus eo relinq̄tur. Itēq; a reliquo primo reliquū p̄m quousq; minus eo superfit: atq; in huiuscemodi cōtinua detractōe nullus fit erit reliquus: qui ante relictū numeret vsq; ad vnitatem: eos duos numeros contra se p̄mos esse necesse est.



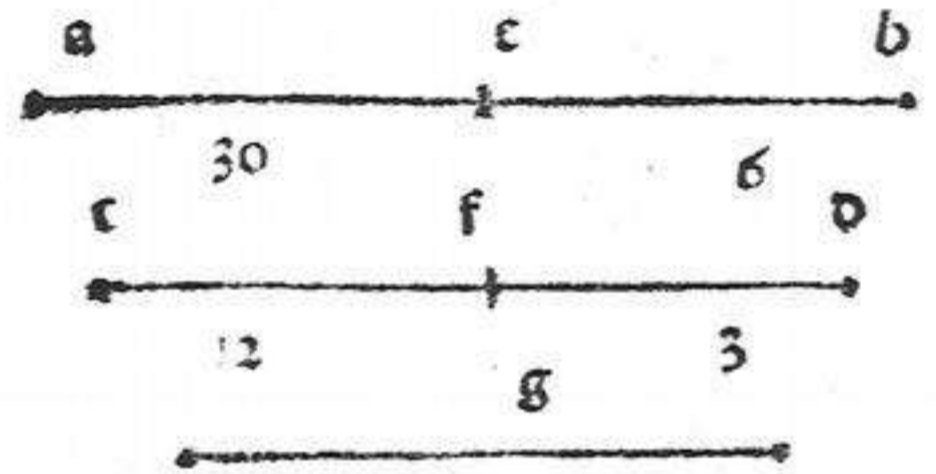
¶ Sint duo numeri. a. b. & c. d. minor detrahaturq. c. d. ex a. b. quotiens potest: & sit residuum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin posset ex ipso adhuc detrabi. c. d. detrahatur & ipse. e. b. ex. c. d. quotiens potest. sitq. residuum. f. d. sed & f. d. detrahatur ex. e. b. quotiens potest: & sit residuum g. b. & sit unitas. dico tunc duos numeros. a. b. & c. d. esse contra se primos. Si enim sunt compositi numerabit eos communiter per diffinitionē aliquis numerus preter unitatem qui sit. h. ¶ Et quia. h. numerat. c. d. numerabit. a. e. per penultimam conceptionem: & quia idem numerat. a. b. numerabit etiam. e. b. per ultimam conceptionem. ergo & c. f. per penultimā. quare & f. d. per ultimam. ergo & g. e. per penultimam. ergo & g. b. per ultimam. & quia. g. b. est unitas: sequitur numerum esse partem unitatis uel sibi equalē: quod est impossibile. ¶ Erunt igitur. a. b. & c. d. contra se primi quod est propositum. ¶ Quod si duo numeri. a. b. & c. d. sint contra se primi. nō erit in hac mutua detractioe status antequam ad unitatem perueniatur. Et est istud conuersum eius quod auctor proponit. ¶ Si autem in hac mutua detractioe fuerit status anteq̄ perueniatur ad unitatē: sit ut. g. b. sit numerus qui detrahatur ab. f. d. & nihil sit residuum. igitur. g. b. numerat. f. d. ergo per penultimam cōceptionem numerat & e. g. & quia etiam numerat seipsum numerabit per antepenultimam cōceptionē totum. e. b. ergo per penultimam numerat. c. f. sed ostensum est prius q̄ numerat. f. d. ergo per antepenultimam numerat totum. c. d. quare p̄ penultimam numerat. a. e. & quia ostensum est prius q̄ etiam numerat. e. b. sequitur per antepenultimam ut etiam numeret. a. b. quia igitur numerus. g. b. numerat utrūq. duorum numerorum. a. b. & c. d. numeri. a. b. & c. d. sunt compositi: non igitur contra se primi quod est cōtra ypothe. ¶ Per hanc ergo uiam propositis quibusq. duobus numeris inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi. si enim tali facta mutua detractioe perueniatur ad unitatem: ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status anteq̄ perueniatur ad unitatem ipsi sunt compositi.

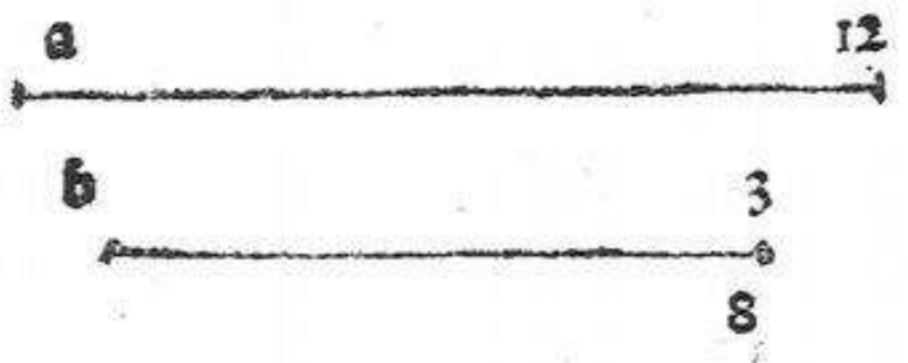
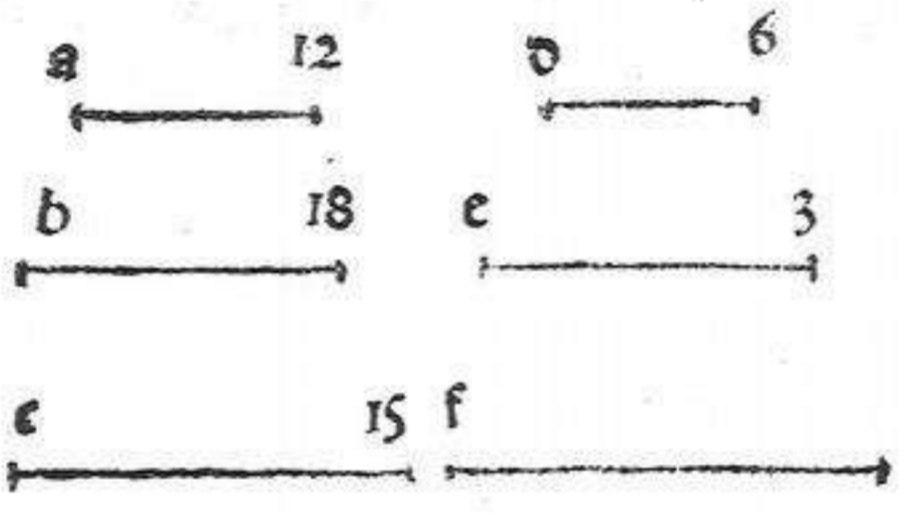
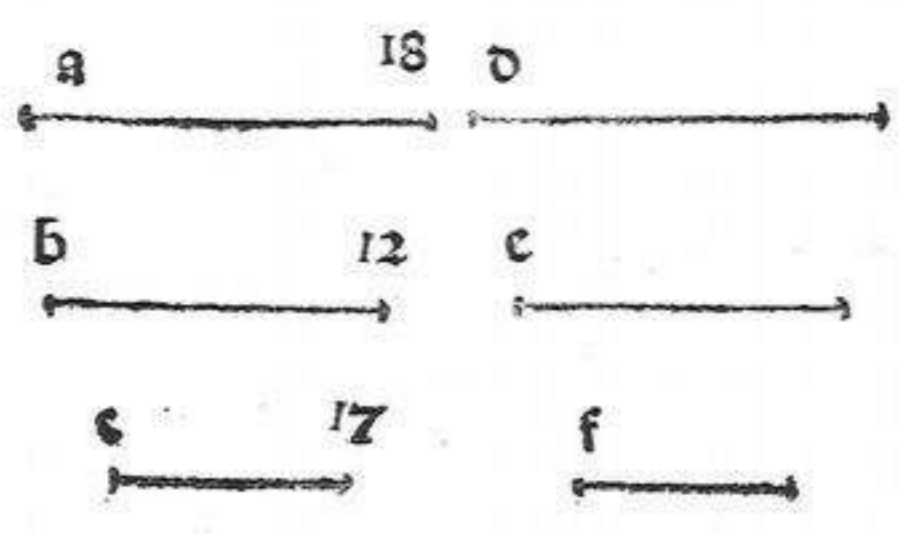
Propositio. .2.



Propositis duobus numeris adinuicem compositis maximum numerum cōmunem eos numerantem inuenire. Unde manifestum est quod omnis numerus duos numeros numerans numerat numerum maximum ambos numerantem.

¶ Sint duo numeri compositi. a. b. & c. d. minor. c. d. ¶ Quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem. uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantē. Secundum modum & similitudinem prioris: minuo minorem de maiori quoad possum. uidelicet. c. d. de. a. b. & sit residuum. e. b. ¶ Itemq. e. b. de. c. d. quoad possum: & sit residuum. f. d. & quia huius diminutio nō potest fieri infinites per ultimam petitionem: nec potest etiam ad unitatē peruenire in proposito per precedentem: (quia tunc essent numeri ppositi contra se primi): quod est contra ypothe. ¶ Sit ut cum detraxero. f. d. ex. e. b. quoad potero q̄ nihil sit residuum. dico tunc. f. d. esse maximum numerum numerantem. a. b. & c. d. ¶ Quod enim numeret eos patet per penultimam & antepenultimam cōceptionem alternatim quoties oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedentis. ¶ Numerat enim. f. d. e. b. quia cum ab ipso detrahatur quoad potest nihil sit residuum ergo & c. f. per penultimam conceptionem: ergo & c. d. per antepenultimam: quare & a. e. per penultimā igitur & a. b. per antepenultimā. ¶ Quod autem nullus maior. f. d. numeret a. b. & c. d. sic patet. ¶ Si enim fieri potest: sit numerus. g. maior. f. d. numerans utrunq. duorum numerorum. a. b. & c. d. ¶ Quia igitur. g. numerat. c. d. numerabit per penul. concep. a. e. & quia numerat. a. b. numerabit per ultimam. e. b. ergo per penul. numerat c. f. & quia etiam numerat. c. d. numerabit per ultimam. f. d. maior uidelicet minorem: quod est impossibile. ¶ Ex hac secūdo p̄cessu liquet correl.

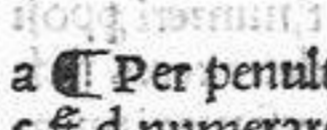




Propositio .3.
Propositis tribus numeris adinuicem compositis maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̄ hanc tertiam conclusionem demonstremus demonstrandum arbitramur ipsius a. n. uidelicet propositis tribus numeris q̄liter poterimus certificari an ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Sint itaq̄ tres numeri. a. b. c. de quibus uolo uideere utrum ipsi sint adinuicem compositi. ¶ Per primam igitur inquirito an duo primi qui sunt. a. & b. sint adinuicem primi quod si sic non erunt a. b. c. adinuicem compositi. per diffinitionem. ¶ Si autem. a. & b. sunt adinuicem compositi: sit per precedentem. d. maximus numerus eos numerans: qui si numerat. c. erunt per diffinitionem. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Si autem non numerat ipsum. sed ipsi. c. & d. quidem sunt contra se primi. non erunt. a. b. c. adinuicem compositi. Nā quicūq̄ numeraret eos numeraret et. d. per correl. precedentis. sicq̄ essent. d. & c. compositi quod est contra ypothe. ¶ Si autem. c. & d. sunt compositi erunt etiam. a. b. c. adinuicem compositi. ¶ Sit enim per premisam. e. maximus numerans c. & d. qui etiam p̄ penul. concep. numerabit. a. & b. quare per diffinitionem. a. b. c. sunt adinuicem compositi. ¶ Simili quoq̄ modo sciatur p̄propositis quotlibet pluribus q̄ tribus an omnes sint adinuicem compositi. ¶ Propositis itaq̄ tribus qui sint adinuicem compositi. qui etiam sint. a. b. c. uolo inuenire maximum numerum numerantem omnes.

¶ Sumo fm̄ doctrinam premisse. d. maximum numerantem. a. & b. qui si numerat. c. ipse est quem querimus. alioquin per correl. precedentis seq̄retur maiorem numerare minorem. ¶ Si autem non numerat. c. erunt tamen. b. c. & d. adinuicem compositi per ypothe. & correl. precedentis & diffinitionem. ¶ Sit igitur maximus eos numerans. e. dico. e. esse maximum numerantem. a. b. c. ¶ Quod enim eos numeret patet per hanc ult. ypothe. que est ipsum esse maximum numerantem. c. & d. & per penult. concep. ¶ Et q̄ nullus eo maior numeret eos sic patet. ¶ Sit enim si potest fieri. f. maior. e. qui numeret. a. b. c. qui cum numeret. a. & b. numerabit per correl. premisse. d. & quia etiam numerat. c. numerabit per idem correl. e. maior uidelicet minorem quod est impossibile. ¶ Non erit igitur numerus aliquis maior. e. numerans. a. b. c. quod est propositum. ¶ Simili quoq̄ modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos: unde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc doceret quia idem est modus & ars in tribus & pluribus. ¶ Ex ultimo aut̄ huius demonstrationis p̄cessu possumus et̄ istud correl. huic tertie conclusioni aduicere. ¶ Vñ manifestum est q̄ ois numerus numerans quotlibet adinuicem compositos numerat maximum numerantem eos omnes. & etiā maximos numerantes binos & binos eorum.



Castigator
 a ¶ Per penultimam conceptionem quia quicūq̄ numerus numeraret c. & d. numeraret et. a. & b. qm̄. d. iam numerat. a. & b. ergo p̄ penultimā a. b. c. essent adinuicem compositi. b ¶ Quia cū sint. a. b. c. adinuicem compositi erit aliq̄s numerus eos cōiter numerans & cū. d. sit maximus numerans. a. & b. sequitur q̄ ille numerus cōiter numerans illos tres q̄ numeret etiam. d. per correl. precedentis & per consequēs. d. & c. sunt etiam adinuicem cōpositi.



Propositio .4.
Partium duorum numerorum inequalium minor maioris aut pars est: aut partes.
 ¶ Sint duo numeri. a. & b. b. minor. dico q̄. b. est pars uel ptes. a. Aut. n. b. numerat. a. aut non. ¶ Si numerat pars eius est p̄ diffinitionem. Si non numerat ipsum. aut ergo sunt adinuicem primi aut non: si nō sunt adinuicem primi habebunt per diffinitionem partem cōm: que quotiens fuerit in. b. tot

partes. a. dicetur esse. b. p. diffinitionē. ¶ Si autem sint adinuicem primi quia tñ oīs numeri p̄s est unitas ab ipso denominata. patet idē p̄ unitates.

Propositio .5.



Ifuerint quatuor numeri quoz primus tota pars secundi quota tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

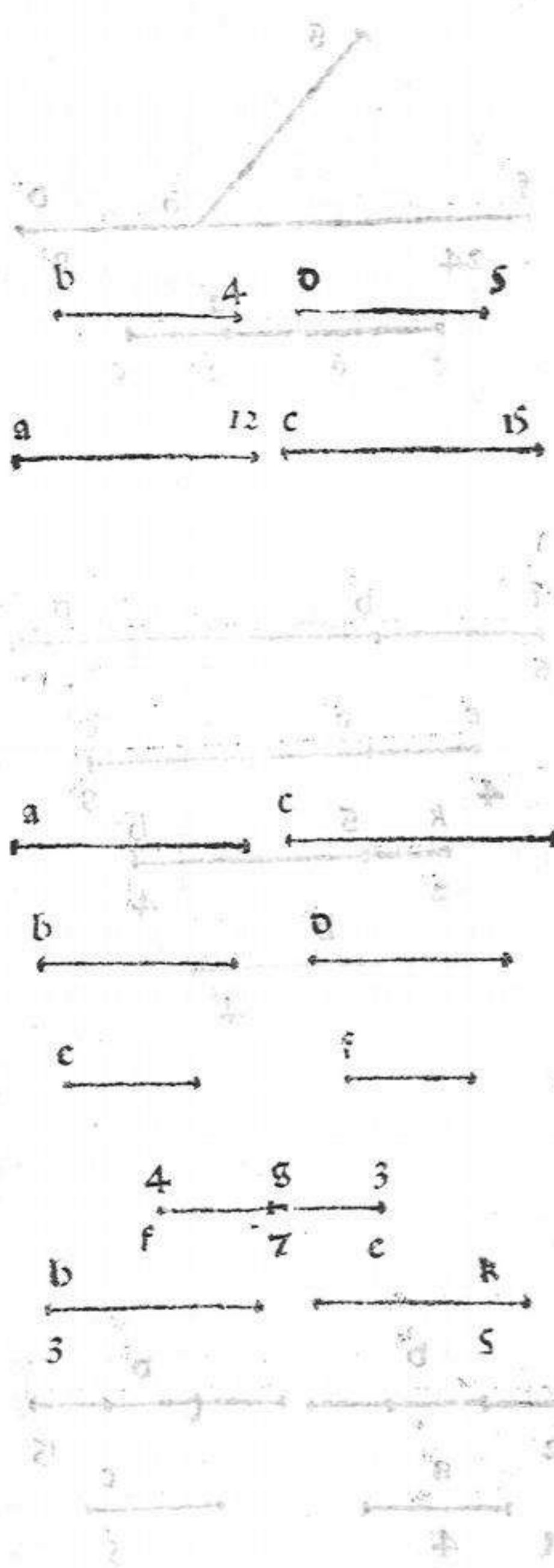
¶ Volens Euclides hos libros de numeris aliquo precedentium nō indigere sed per se ipsos stare: partem eius q̄ proposuit per primam quinti de quantitibus in genere: proponit p̄ hāc quitam huius septimi de numeris. ¶ Sint igitur. 4. numeri. a. b. c. d. sitq. b. tota pars. a. quota. d. c. dico q. b. f. d. pariter accepti sunt tota pars. a. f. c. pariter acceptoz: quota. b. est. a. ¶ Diuisis enim. a. f. c. secundum quantitatem. b. f. d. argumentare sicut in prima quinti. ¶ Erit enim. ut totidem sint partes. a. quot. c. per positionem. ¶ Et ut aggregatum ex prima parte. a. f. prima. c. sit equale aggregato ex. b. f. d. ¶ Similiter quoq. f. aggregatū ex secunda parte. a. f. secunda. c. ¶ Et quia hec aggregatio toties potest fieri quotiens continetur. b. in. a. sequitur ut numerus equalis aggregato ex. b. f. d. totiens contineatur in aggregato ex. a. f. c. quotiens. b. continetur in. a. quare constat propositum.

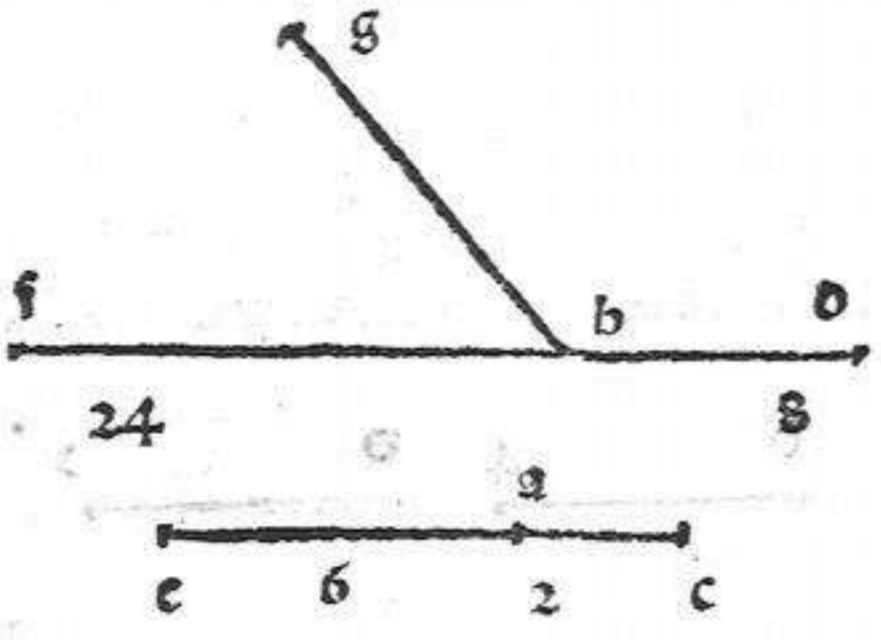
Propositio .6.



Ifuerit quatuor numeri quoz primus tote partes secundi quote tertius quarti: erunt primus z tertius pariter accepti tote partes secundi z quarti pariter acceptorum. quote primus secundi

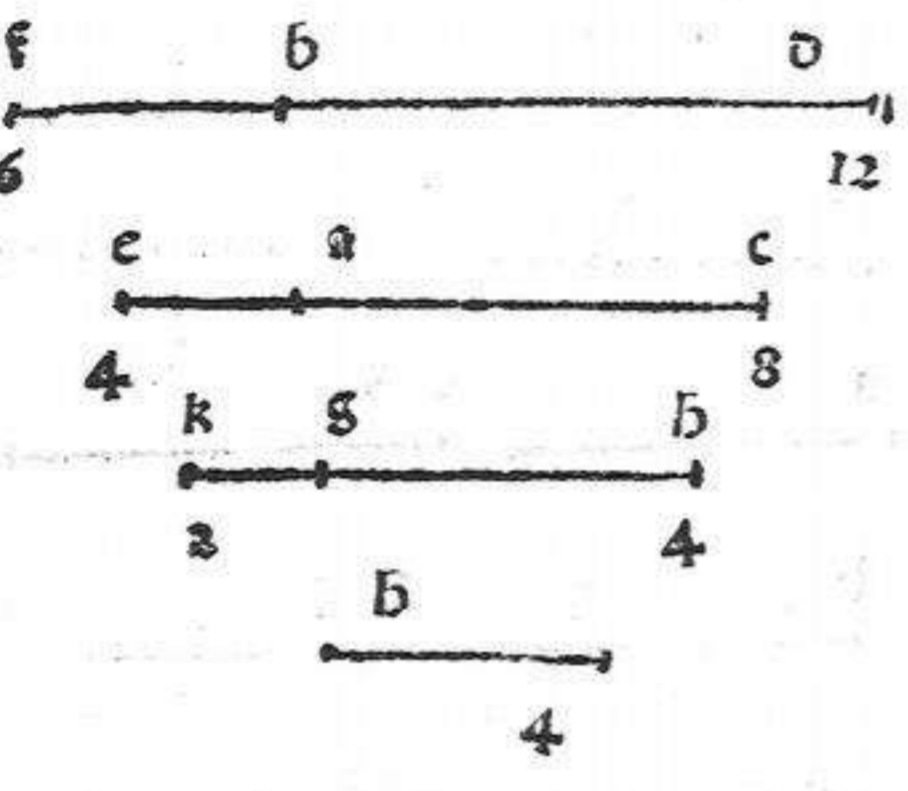
¶ Quod proposuit premisa de parte: proponit ista de partibus. ¶ Sint itaq. ut prius quatuor numeri. a. b. c. d. sitq. ut. b. sit tot f. tote ptes. a. quot f. quote. d. est. c. dico q. b. f. d. pariter accepti. erunt tot f. tote partes. a. f. c. pariter acceptorum: quot f. quote. b. ē. a. ¶ Dico autem tot f. totas: quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur: quorum alter numerator dicitur alter denominator: ut cum dicimus tres quinte: ternarius numerat: quinaris denominat. ¶ Quia igitur. b. ē partes. a. sit ut sint partes eius numerate ab. h. f. denominate a. k. eritq. similiter per positionem. d. partes. c. numerate ab. h. f. denominate a. k. ¶ Vna itaq. partium. b. sit. e. f. una partium. d. sit. f. eritq. per ypothe. e. pars. b. denominata ab. h. f. pars. a. denominata a. k. ¶ Similiter quoq. f. f. erit pars. d. secundum. h. f. pars. c. secundum. k. ¶ Compositus igitur ex. e. f. f. sit. g. eritq. per premisam. g. pars. b. f. d. pariter acceptorum secundum. h. ¶ Itemq. per eandem erit pars. a. f. c. pariter acceptorum secundum. k. ¶ Quare per. 16. diffinitionem erunt. b. f. d. pariter accepti partes. a. f. c. pariter acceptorum numerate ab. h. f. denominate a. k. eo q. eorum communis pars est. g. minoris secundū. h. f. maioris fm. k. f. quae sic erat. b. a. constat propositum. ¶ Potes autem f. per hanc f. premisam quod proponit de quatuor numeris ad quotlibet numeros ampliare: q. si quotlibet numeri minores ad todidē maiores cōparētur fuerintq. singuli singuloz tota pars aut ptes: quota uel quote primus secundi: erūt quoq. omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum quota uel quote primus secundi. quod facile probatur per hanc f. premisam: quotiens oportuerit repetitas. ¶ Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis aliqua ad demonstrationem eorum que hic proponit ex. 13. quinti: facile demonstrāsemus hanc sextam. Nunc autem quia uidetur oppositum aliter enim superuacue proposuisset multa de numeris que demonstrata sunt in quinto de quantitibus in genere. Necesse habuimus propriis uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes: solis huius septimi contenti principiis: propter quod f. petitiones f. communes animi conceptiones propositi proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.





Propositio 7.
Si fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detrahaturq; ab ambobus ipsa pars: erit reliquus tota pars reliqui quota totus totius.

¶ Quod proponit hic Euclides de numeris proposuit superius in quinta quinti. de quantitatibus in genere. **¶** Sit itaq; ut quota pars est totus. a . totius. b . **¶** Totus sit. c . detractus ab . a . d . detracti a . b . dico qd tota erit. e . residuus. a . f . residui. b . quota est totus. a . totius. b . **¶** Et hec est quasi conuersa quinte. **¶** Sit enim p petitionem. e . tota pars. g . quota. c . est. d . **¶** Eritq; per. s . tota pars. a . compositi ex. g . f . d quota est. c . d . quare f quota est. a . b . **¶** Igitur per secundam conceptionem compositus. ex. g . f . d . est equalis. b . **¶** Dempto itaq; ab utroq; numero. d . erit. g . equalis. f . quare erit. e . tota pars. f . quota est. a . b . tota. n erat. e . g . qd est propositum.

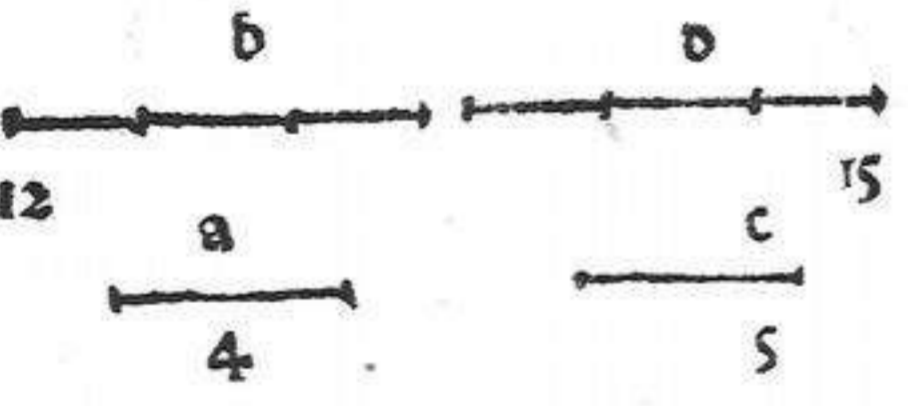


Propositio 8.
Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahantur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

¶ Hec est quasi conuersa sexte. **¶** Vt si sit quot f quote p tes e totus. a . totius. b . tot f tote. c . detractus ab . a . d . detracti. a . b . erit. e . residuus. a . tot f tote ptes. f . residui. b . quot f quote est. a . b . **¶** Sit enim. g . una partium. a . **¶** Et. h . una partium. c . eritq; propter ypoth. g . tota pars. a . quota. h . c . f tota. b . quota. h . d . **¶** Detrahatur igitur. h . d . e . g . f remaneat. k . eritq; k . per premisam tota pars. e . quota. g . a . f tota. f . per eandem quota. g . b . **¶** Quia igitur. e . f . f . habent partem comem que est. k . erit per. 16 . definitionem. e . partes. f . tot quidem quota p est. k . e . f tote quota est. k . f . f . quia tot f tote erat. a . b . patet ppositum.

Castigator.

¶ Quoniam in casu isto. a . fuit posita due tertie ipsius. b . f cum. g . sit una partium. a . ipse erit una tertia ipsius. b . f erit una medietas ipsius. a . eade ratione. h . erit medietas. c . f tertia totius. d . nunc sunt duo numeri. g . minor. b . maior. g . est pars. b . sicut. h . d . per premisam. k . residuus. g . est tota pars. f . residui. b . quota. g . totus totius. b . s . tertia que quidem tertia de nominatur a ternario f iterum. g . est medietas ipsius. a . f . h . detractus. a g . est medietas. c . detracti. ab . a . sequitur per eandem premisam ut. k . residuus. g . sit medietas. e . residui. a . que quidem medietas denominatur a binario f sic. k . est pars communis. f . f . e . ergo. per. 16 . definitionem tot ptes. e . est totius. f . quotiens. k . continetur. in. e . f tote quotiens. k . continetur in. f . maiore sed in. f . continetur ter. f in. e . bis ergo sunt due tertie f id concluditur in fine f quia tot f tote erat. a . b . patet propositum quia positum fuit qd. a . eset due tertie totius. b . f c . Parimodo sequeretur si positus fuisset tres quarte uel. quatuor quinte ipsius. b . f c .



Propositio 9.
Si fuerint quatuor numeri quorum primus secundi tota pars quota tertius quarti: erit permutati tota pars aut partes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.

¶ Sit. a . primus tota pars. b . secundi quota. c . tertius. d . quarti. sintq; a f . b . minores. c . f . d . **¶** Aliter enim eset e conuerso ei quod proponit. **¶** Dico qd quota pars uel partes est. a . c . tota uel tote est. b . d . **¶** Diuidantur enim. b . quidem f m quantitatem. a . d . uero f m . c . eruntq; per presentem ypoth. tot partes. b . quot. d . **¶** Et quia unaqueq; partium. b . est equalis. a . f unaqueq; d . c . **¶** Est autem. a . c . pars aut partes per presentem ypoth. f per quartam. **¶** Erit unaqueq; partium. b . sue comparis ex partibus. d . ut prima prime. **¶** Secunda secunde: sicq; de ceteris. **¶** Tota pars aut partes quota uel quote est. a . c . **¶** Per. s . igitur uel. 6 . sub disunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut

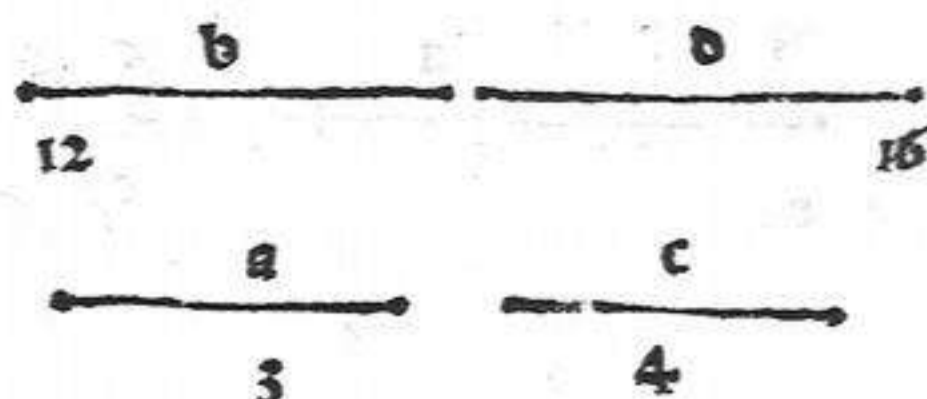
partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

Propositio .10.



Si fuerint quatuor numeri: quorum primus tote partes secundi quote tertius quarti: erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quote secundus quarti.

Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a. & b. sitq. a. tote partes. b. quote. c. est. d. dico q. quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. b. d. **¶** Diuidatur enim minores in partes illas qui sunt. a. & c. eruntq. per presentem hypothe. tot partes. a. quot. c. **¶** Et quia unaqueq. ex partibus. a. e. tota pars. b. quota que libet ex partibus. c. est. d. **¶** Hoc enim habemus ex nostra ypothe. erit permutatim per premisam: ut quota pars aut partes e. b. d. tota uel tote sit una queq. ex partibus. a. siue comparis ex partibus. c. **¶** Per quintam igit uel sextam sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut partes. b. d. quota uel quote est. a. c. quod est propositum.

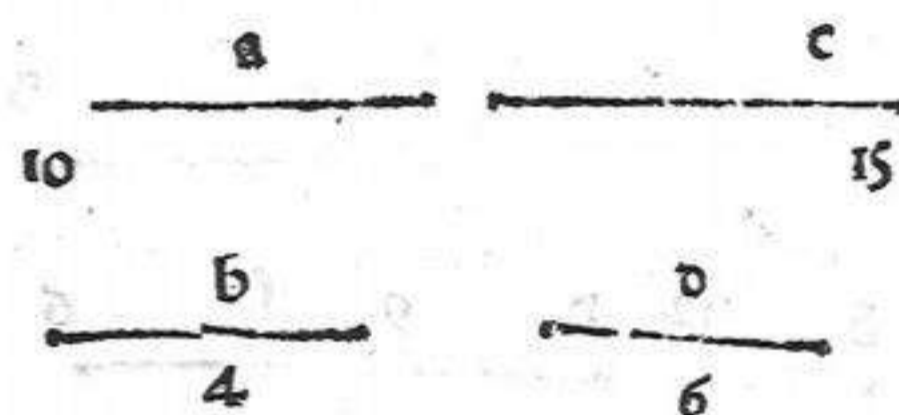


Propositio .11.



Si fuerint quatuor numeri proportionales quorum primus secundo & tertius quarto sit maior: erit secundus tota pars: aut partes primi quota uel quote quartus tertij. Quod si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quote quartus tertij: quatuor numeros proportionales esse conueniet.

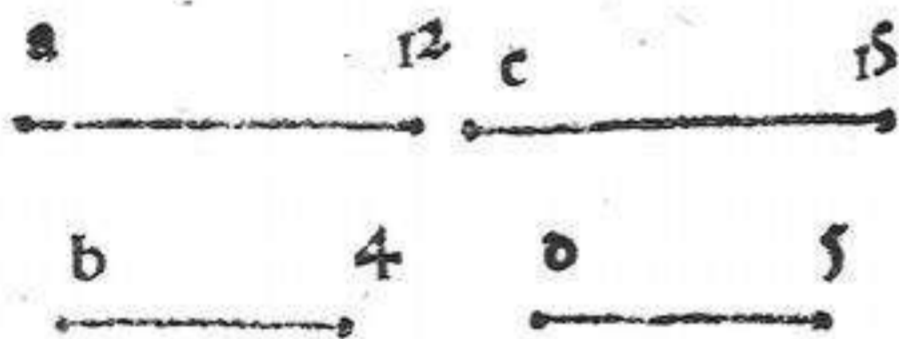
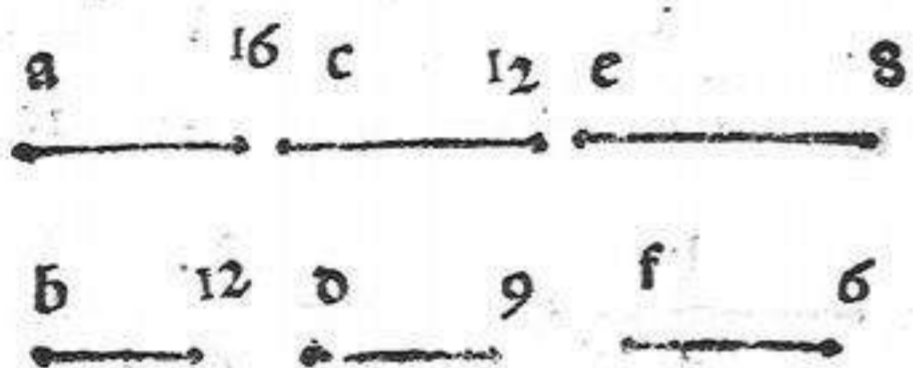
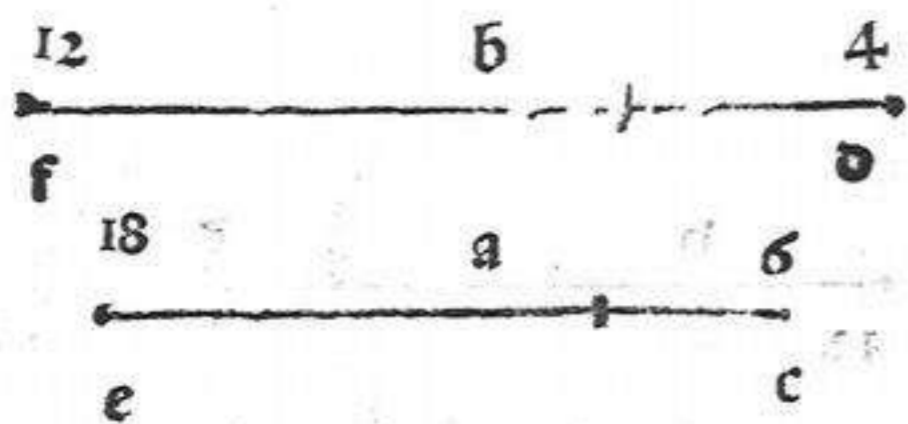
Sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sintq. a. & c. maiores: dico q. quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote est. d. c. & e conuerso. **¶** Erit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum ut quoties. b. in. a. totiens sit. d. in. c. & si qua pars aut partes. b. superfluit in. a. tota pars aut partes. d. superfluant in. c. si itaq. contineatur. b. in. a. sine superfluitate partit: quia totiens sine superfluitate continetur. d. in. c. erit per diffinitionem similium partium: quota pars. b. a. tota. d. c. q. si quotienslibet continetur. b. in. a. cum superfluitate partis: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate similis partis distincto. a. fm. b. ut superfluat. e. atq. c. fm. d. ut superfluat. f. erit tota pars. e. b. quota. f. d. **¶** At quia totiens continetur. b. in. a. differentia. a. ad. e. quotiens. d. in. c. differentia. c. ad. f. erit per communem scientiam totiens. e. in. a. quotiens. f. in. c. **¶** Cum igitur. a. & b. habeant. e. partem communem: similiter. c. & d. f. sit itaq. e. in. b. quotiens. f. in. d. itemq. e. in. a. quotiens. f. in. c. erit per. 16. diffinitionem. b. tot & tote partes. a. quot & quote. d. c. **¶** Si autem. b. quotienslibet continetur in. a. cum superfluitate quotlibet partium: quia totiens continetur. d. in. c. cum superfluitate totidem & similium partium: distincto a. fm. b. ut superfluat. e. similiter. c. fm. d. ut superfluat. f. erit. e. tot & tote partes. b. quot & quote. f. d. **¶** Sumpta itaq. una ex ipsis argumentandum: ut prius: sicq. patet primum. **¶** Secundum sic sit. b. a. tota pars aut partes quota uel quote. d. c. dico q. erit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. **¶** Si enim est tota pars constat propositum. **¶** Si autem tote partes diuisis eis fm partes illas patebit totiens esse. b. in. a. quotiens. d. in. c. & totam partem aut partes. b. superfluere in. a. quotam aut quote. d. superfluunt in. c. per diffinitionem itaq. est proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. sicq. liquet totum.



Castigator.

Scilicet per secundam quicumq. eiusdem siue equalium &c. Quia cum. e. & f. sint partes similes. b. & d. per diffinitionem. 14. ab eodem numero denominantur: & per consequens numerus fm quem. e. continetur in. b. est equalis numero fm quem. f. continetur in. d. tunc per communem scientiam dictam. differentia. a. ad. e. & differentia. f. ad. c. cum sint equalium eque multiplices. hoc est illorum numerorum denominantium partes illas: sequitur. e. totiens contineri in. a. quotiens. f. in. c.

b



Propositio .12.



Ita duobus numeris fm suas proportiones duo numeri detrahantur: erit proportio reliqui ad reliquum tanq̄ proportio totius ad totum.

¶ Quod proposuit Euclides in .19. q̄nti. de quātitatibus ī genere: p̄ponit hic de nūeris. ¶ Ut si sit p̄portio totius. a. ad totū. b. sicut. c. detracti. ab. a. ad. d. detractū. a. b. erit. e. residui. a. ad. f. residuum. d. sicut. a. ad. b.

¶ Si. n. a. sit minor. b. erit p̄ presentem ypoth. ¶ p̄ conuersionem diffinitionis. c. tota ps aut ptes. d. quota uel quote est. a. b. per. 7. igitur uel. 8. erit. e. tota pars aut partes. f. quota uel quote est. a. b. per diffini tionem igitur erit p̄portio una: q̄d est propositum. ¶ Q̄d si. a. sit maior. b. erit p̄ primam p̄tem p̄mise quota ps aut ptes. b. a. tota uel tote. d. c. q̄re p̄. 7. uel. 8. tota uel tote erit. f. e. itaq; p̄ secūdā p̄tem p̄mise. e. ad. f. sicut. a. ad. b. quare cōstat p̄positum. ¶ Cedūt aut̄ huic. 7. ¶ 8. hec enim sola q̄ ambe ille continet. ¶ Volunt aut̄ q̄dam sc̄dam partem huius p̄bare p̄. 19. quinti: sed si hoc intenderet Euclides: cum ista p̄ponat p̄rticulariter q̄d illa uniuersaliter uane illa demonstrata in q̄nto p̄posuisset hāc hic in septimo. Et q̄a itez non demonstrāt eam simplr p̄. 19. quinti. At uero nec modum demōstrationis illius possunt affirmare ad demōstrationem huius cum illa demonstrēt in quātitatibus in genere. p̄ p̄portionalitatem p̄mutatam q̄ infra demonstrāt in numeris. Existimo aut̄ ¶ rōabiliter conuinci ur̄ Euclidem quē uultum demōstratoris arithmetici: gr̄a decimi in quo sine numeroꝝ aliqua precognitiōe trāsire non poterat constat assumere. ¶ Idcirco plurima eoz que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstranda de numeris: q̄m p̄ alia p̄ncipia propria uidelicet numeroꝝ q̄ magis nota sunt intellectui q̄ ea per que processit in quinto ipsa demonstrare intendit: p̄ncipia enim quinti propter maliciam quātitatum incōmunicantium difficilia sunt: p̄ncipia uero numerorum magis ultro se intellectui applicant: faciliusq; q̄ illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.



Ifuerint quotlibet numeri proportionales quantum fuerit unus antecedens ad suum consequentem: tanti erunt oēs antecedētes pariter accepti ad omnes consequentes pariter acceptos.

¶ Quod p̄ponit Euclides p̄. 13. quinti de quantitatibus in genere p̄ponit p̄ hanc de numeris. ¶ Ut si sint. a. b. c. d. e. f. p̄portionales dico q̄ que ē p̄portio. a. ad. b. ea est q̄. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos. ¶ Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit p̄ conuersionem diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota uel tote c. d. e. f. ¶ Per. 5. ergo uel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes. a. b. tota uel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptorum: quare per diffinitionem p̄portio una. ¶ Si aut̄. a. c. e. sint maiores. b. d. f. erit p̄ primam partem. ¶ 11. quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. d. c. e. f. ¶ Per. 5. ergo uel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars uel partes. b. a. tota uel tote. b. d. f. p̄ter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaq; per secundam partem. ¶ 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

Propositio .14.



Ifuerint quatuor numeri proportionales: permuatim quoq; proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permuatata quam demonstrauit Euclides per. 16. quinti in quantitatibus in genere: p̄ponit hic demonstrādū in numeris.

¶ Ut si sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit p̄mutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit enim. a. maior. b. aut minor: similiter quoq; ¶ maior. c. aut minor. ¶ Sit itaq; p̄mo minor utroq; erit ergo p̄ presentē

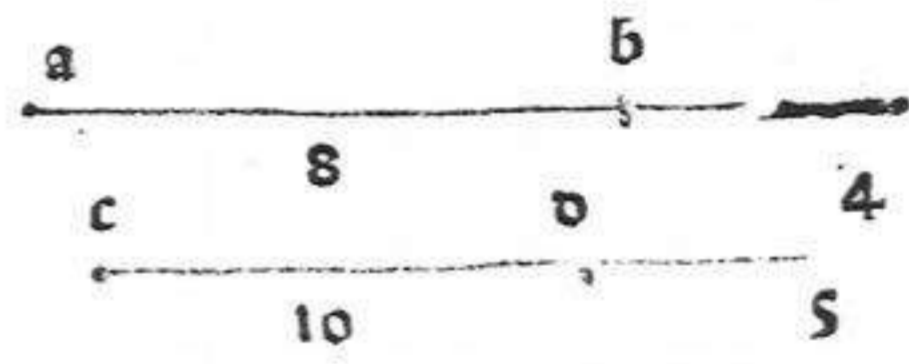
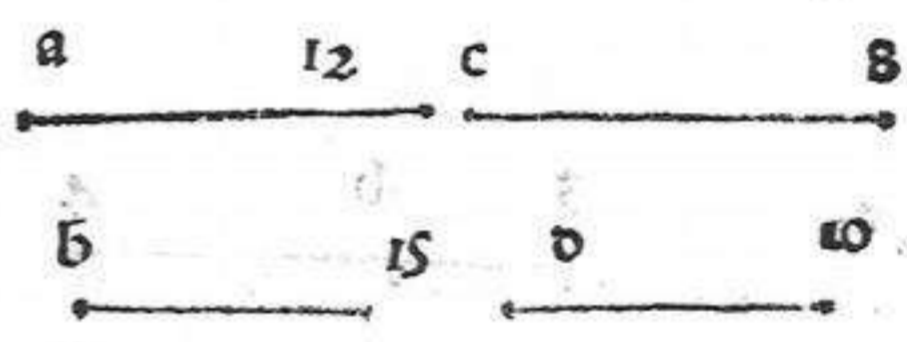
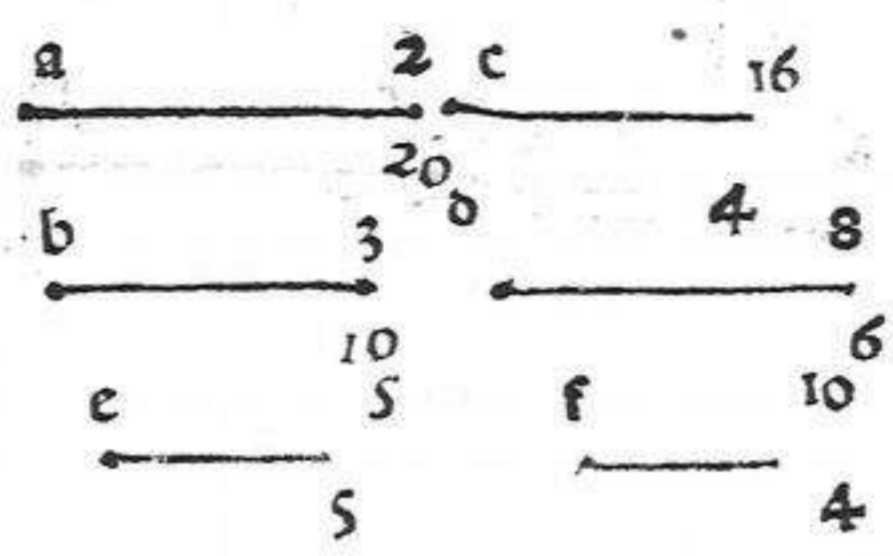
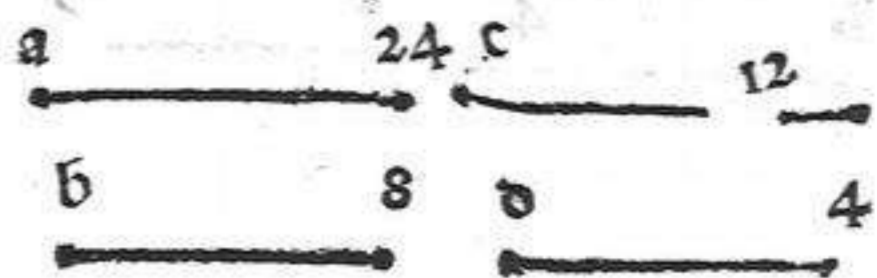
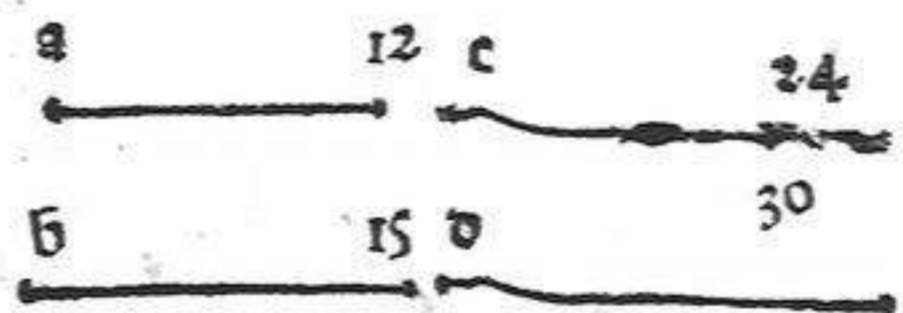
ypothe. & conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota uel quote. c. d. per. 9. itaq. uel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut partes. c. quo ta uel quote. b. d. quare per diffinitionem proportio una. ¶ Sit igitur. a. maior utroq. eritq. per primam partem. 11. ut quota pars aut partes est. b. a. tota uel tote sit. d. c. quare per. 9. uel. 10. tota pars aut partes erit. d. b. quo ta uel quote. e. a. igitur per secundam partem. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Sit tertio. a. maior. b. & minor. c. eritq. per primam partem. 11. tota ps aut partes. b. a. quota uel quote. d. c. quare per. 9. uel. 10. quota uel quote e a. c. tota uel tote erit. b. d. per diffinitionem itaq. proportio una. ¶ Vlti mo quoq. sit. a. minor. b. maiorq. c. eritq. ut tota pars aut partes sit. c. d. quota uel quote est. a. b. per. 9. itaq. uel. 10. erit tota uel tote. d. b. quota uel quote. c. a. qre per secundam ptem. 11. b. ad. d. sicut. a. ad. c. sicq. constat propo situm. ¶ Huic autem cedunt. 9. & 10. quia hec sola quod ambe ille pponit.

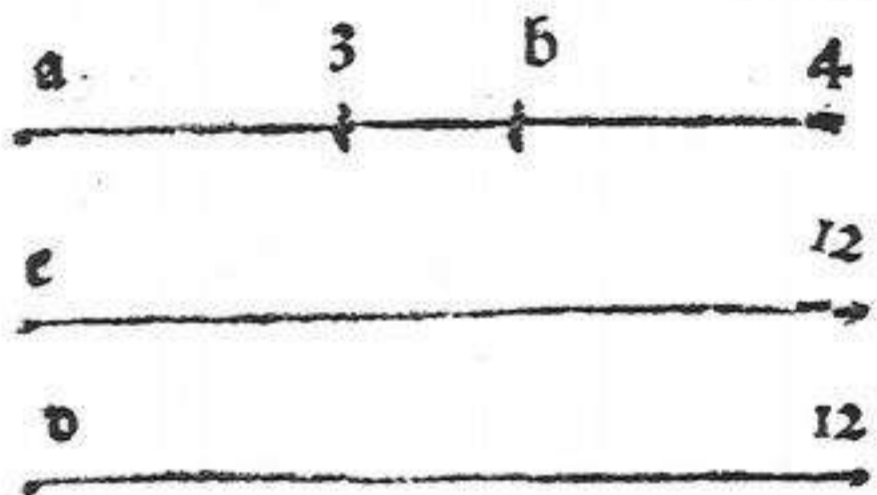
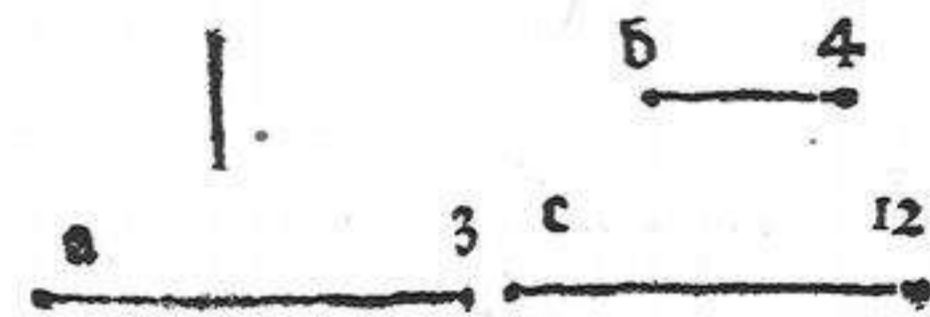
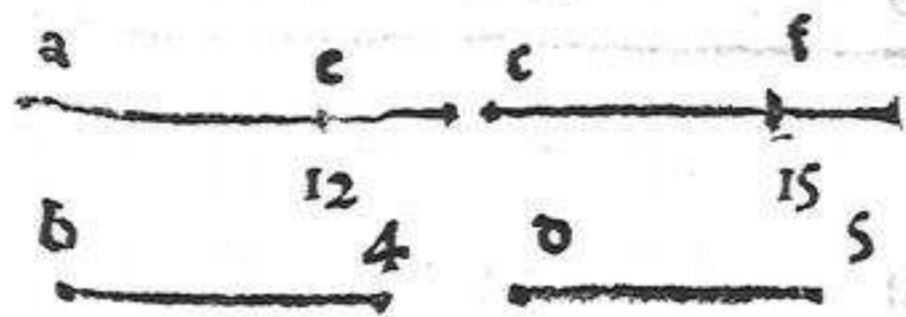
Propositio 15.



Si fuerint quotlibet numeri aliiq. secundum eorum numerum omnesq. duo ex paucibus secundum p portionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

¶ Modum arguendi qui dicitur equa proportionalitas quam demonstrauit Euclides per. 22. quintide quanti tatibus in genere proponit hic demonstrandum in numeris directe proportionalitatis. ¶ Equam autem proportionalitatem quam de monstrauit per. 23. quintide quantitibus in directe proportionalitatis non proponit demonstrandum in numeris; sed eam demonstrabimus in fra sup. 19. huius. ¶ Nec est necessarium ut pdemonstremus in numeris quod demonstratum est p. 11. quinti de quantitibus in genere uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni equales uel eedem ipsas e sibi equales uel easdem. ¶ Hoc enim manifestum est p diffinitionem ut si. a. ad. c. & e. ad. f. sit sicut. b. ad. d. erit tam. a. c. q. e. f. tota ps aut partes quota uel quote. b. d. ¶ Aut totiens continebit. a. c. & e. f. quotiens. b. d. ¶ Et tota pars aut partes superfluent. c. in. a. & f. in. e. quota uel quote. d. in. b. ¶ Quia ergo quota pars aut partes est. a. c. tota uel tote est. e. f. ¶ Aut quoties. a. continet. c. totiens. e. f. ¶ Et quota pars aut partes. c. su perfluunt. in. a. tota uel tote. f. in. e. ¶ Erit per diffinitionem. a. ad. c. sicut e. ad. f. ¶ Sint igitur ut proponitur numeri. a. b. e. & alii totidem. c. d. f. sitq. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Dico q. erit in equa pro portionalitate. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Erit enim per premisam. a. ad. c. si cut. b. ad. d. sed & b. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. a. ad. c. sicut. e. ad. f. ¶ I gitur per eandem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Idem erit sumptis pluribus. ¶ Sicq. constat propositum. ¶ Quoniam autem Euclides ceteras quatuor speci es proportionalitatis que sunt conuersa; coniuncta; disiuncta; euersa; no proponit demonstrandas in numeris; conueniens arbitramur eas quas auctor tanq. facile demonstrabiles pretermisit demonstrare. ¶ Primum itaq. demonstrabimus conuersam; ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q. erit econueso. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si enim fuerit. a. minor. b. tunc quoq. erit c. minor. d. & tota pars aut partes. a. b. quota uel quote. c. d. quare per secu dam partem. 11. erit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ Si autem fuerit. a. maior. b. erit quoq. & c. maior. d. & per primam partem. 11. b. tota pars aut par tes. a. quota uel quote. d. c. per diffinitionem igitur. b. ad. a. sicut. d. ad. c. ¶ **Disiunctam proportionalitatem ostendere.** ¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Erit eni permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. ¶ Et per. 12. sicut. a. ad. c. ¶ Quia ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ **Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre.** ¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. ¶ Erit enim permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare per. 13. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. permutatim igitur erit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d.





¶ Quersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.
¶ Ut si sit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ¶ Erit. n. permutatim. a. b. ad. c. d. sicut. b. ad. d. quare per. 12. sicut. a. ad. c. permutatim igitur erit. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. ¶ Patet itaq. totum. ¶ Ex his quoq. leue est demonstrare in numeris q. Euclides proponit per. 24. quinti de quantitatibus in genere uidelicet q. **¶** Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum quiti quoq. ad secundum sicut sexti ad quartum: erit proportio primi z quinti pariter acceptorum ad secundum sicut tertij z sexti ad quartum.
¶ Ut si sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. itemq. e. ad. b. sicut. f. ad. d. erunt. a. e. pariter accepti ad. b. sicut. c. f. pariter accepti ad. d. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem. b. ad. e. sicut. d. ad. f. quare per equam proportionalitatem. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo coniunctim. a. e. ad. e. sicut. c. f. ad. f. ¶ Itaq. per equam proportionalitatem. a. e. ad. b. sicut. c. f. ad. d. qd est propositum. ¶ Eodemq. modo probabis econuerso. ¶ Si sit. b. ad. a. sicut. d. ad. c. itemq. b. ad. e. sicut. d. ad. f. ¶ Erit b. ad. a. e. sicut. d. ad. c. e. f. ¶ Erit enim per conuersam proportionalitatem. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Quare per equam. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ¶ Et coniunctim. a. e. ad. e. sicut. c. f. ad. f. igitur econuerso. e. ad. a. e. sicut. f. ad. c. e. f. ¶ Per equam itaq. proportionalitatem erit. b. ad. a. e. sicut. d. ad. c. e. f. quod erat propositum. ¶ Ex hoc quoq. manifestum est q. si fuerit proportio quotlibet numeroz ad primum sicut totidem alioz ad secundum. erit aggregati ex oibus antecedentibus ad primum ad primum: sicut aggregati ex oibus antecedentibus ad secundum: ad secundum. ¶ Iteq. econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios: erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsam: sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsam.

¶ Castigator.

a **¶** Et hoc quia semper habentur. 6. numeri. quoz primus ad secundum sicut tertius ad quartum e. quintus ad secundum: sicut sextus ad quartum: e. sic primus e. quintus dicuntur antecedentes ad secundum: e. tertius e. sextus antecedentes ad quartum: e. sic et dnr eoz consequentes. e. io aggregatum ex primo e. qnto fit unus numerus e. aggregatum ex tertio e. sexto fit alius e. ulterius accipit unus alius numerus p qnto ad primum: e. illud aggregatum hr p primo ad secundum e. unus alius pro tertio ad quartum: e. illud aggregatum habet pro sexto e. sic in infinitum e. econuerso e. c. e. patet correlarium.

Propositio .16.



S numeret unitas aliquem numerum quotiens quilibet tertius aliquem quartum: erit quoq. permutatim ut quotiens unitas numerat tertium totiens secundus numeret quartum.

¶ Ut si sit unitas ad. a. sicut. b. ad. c. erit pmutatim unitas ad. b. sicut. a. ad. c. **¶** Nō supfluit aut hec demonstrata pmutata pportione: nō enim ex illa pōt cōcludi quod hic pponitur. Nam illa demonstrata est de. 4. numeris pportionalibus: unitas uero nō est numerus per diffinitionē. **¶** Hoc ergo mō pateat propositum. **¶** Diuidat a. p unitates e. c. fm quantitatē. b. eruntq. per presentē ypothe. tot partes a. quot c. **¶** Et quia unaqueq. partiū. a. est unitas e. unaq. ptium. c. ē eq. lis. b. erit ut quotiens unitas in. b. totiēs unaqueq. ptii. a. in sua cōpari ex ptibus. c. **¶** Per modū itaq. demōstrationis. s. sequet totiēs esse. a. i. c. quotiens unitas in. b. quod est ppositum.

Propositio .17.



S duorum numerorum uterq. ducatur in alterū: qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut si ex. a. in. b. pueniat. c. e. ex. b. in. a. pueniat. d. erunt c. e. d. equales. **¶** Cū enim. b. multiplicatus per. a. pducatur. c. erit p cōuersionem diffinitionis. b. in. c. quotiēs

unitas in .a. ergo per premisam erit .a. in .c. quoties unitas in .b. ¶ Et quia totiens est .a. etiam in .d. quia ex .b. in .a. fit .d. sequitur ut totiens sit .a. in .c. quoties in .d. ¶ Per concep. igitur .c. et .d. sunt similes. ¶ Possumus quoque hanc conclusionem alio modo proponere. ¶ Si duorum numerorum uterque ducatur in alterum idem numerus utrobique pueniet. ¶ Vt si ex .a. in .b. pueniat .c. idem et ex .b. in .a. pueniet. ¶ Quia enim ex .a. in .b. fit .c. erit ut prius per conuersionem definitionis .b. in .c. quotiens unitas in .a. Et permutatim per premisam .a. in .c. quoties unitas in .b. ¶ Quia igitur .a. toties sibi coaccruatur in .c. quoties in .b. est unitas sequitur per definitionem quod ex .b. in .a. fit .c.

Propositio .18.



I unus numerus in duos ducatur: tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum: quantum duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet .a. utrumque duorum numerorum .b. et .c. et pueniat .d. et .e. dico quod erit proportio .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Sequitur enim per conuersionem definitionis eius quod est multiplicari ut .b. in .d. et .c. in .e. sit quoties unitas in .a. quare per definitionem proportionis .d. ad .e. est sicut .e. ad .c. ¶ Equaliter enim eos continet quia quotiens .a. unitate. ¶ Ergo permutatim .d. ad .e. sicut .b. ad .c. quod est propositum.

Propositio .19.



I duo numeri unum multiplicent: erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicatorum.

¶ Ex conuersione antecedentis premisse concluditur hec eadem passio que in premissa. ¶ Vt si uterque duorum numerorum .b. et .c. multiplicet .a. et pueniat .d. et .e. erit .d. ad .e. sicut .b. ad .c. ¶ Erit enim per ante premisam. ut ex .a. in .b. et .c. fiant .d. et .e. quare per premisam .d. ad .e. sicut .b. ad .c. quod est propositum.

¶ Potes autem quod proponit per hanc et premisam de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare. ¶ Quod si unus multiplicet quotlibet erit productorum et multiplicatorum una proportio. ¶ Similiter quoque si quotlibet multiplicent unum erit productorum et multiplicatorum una proportio. ¶ Quod per hanc et premisam quotiens oportuerit repetitas facile probabis. ¶ Hic autem ut supra polliciti sumus demonstrare uolumus equam proportionalitatem in quotlibet numeris duorum ordinum indirecte proportionalitatis quam demonstrat Euclides per .23. quinti in quantitatibus in genere: dicimus igitur quoniam.

¶ Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt.

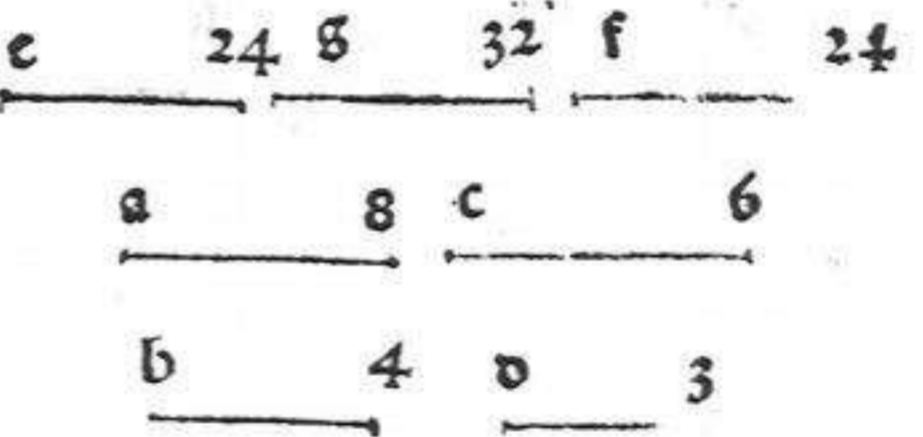
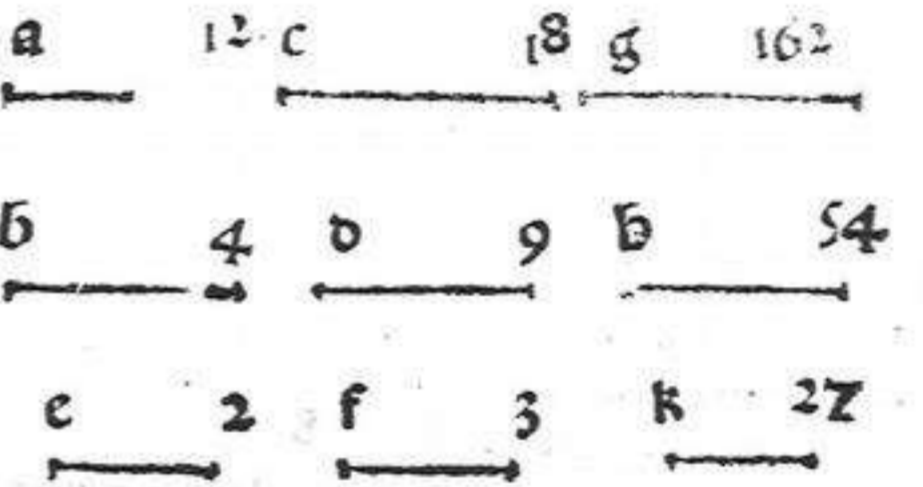
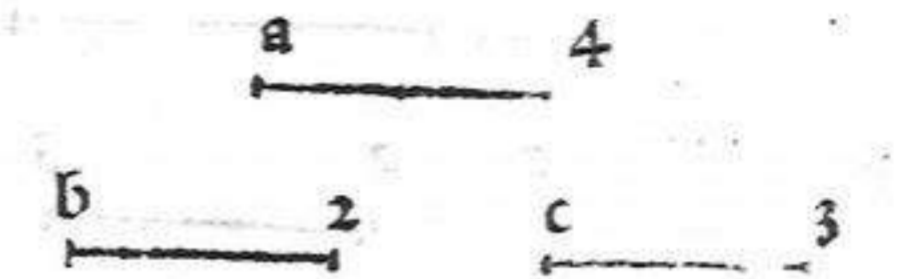
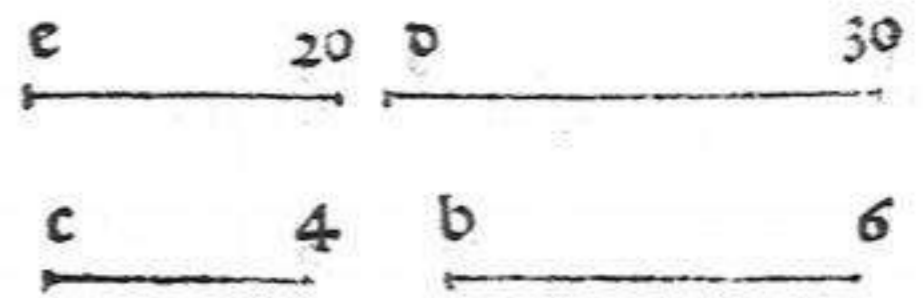
¶ Vi si sit .a. ad .b. sicut .d. ad .f. ¶ Et .b. ad .e. sicut .c. ad .d. ¶ Erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ¶ Ducatur enim .c. in .d. et .f. ¶ Et pueniant .g. et .h. ¶ Eritque per premisam .g. ad .h. sicut .d. ad .f. ¶ Quare et sicut .a. ad .b. ¶ Ducatur item .f. in .d. et pueniat .k. ¶ Eritque per hanc .19. .g. ad .k. sicut .c. ad .f. ¶ Et quia ex .f. in .d. fit .k. fiet idem e conuerso per .17. ex .d. in .f. ¶ Quia igitur ex .c. et .d. in .f. fiunt .h. et .k. ¶ Erit per hanc .19. .h. ad .k. sicut .c. ad .d. ¶ Quare sicut .b. ad .e. ¶ Et quia iam ostensum est quod .e. .g. ad .h. sicut .a. ad .b. erit per .15. .a. ad .e. sicut .g. ad .k. ¶ Sed sic erat etiam .c. ad .f. ¶ Est igitur .a. ad .e. sicut .c. ad .f. quod est propositum. ¶ Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus quemadmodum probat in .23. quinti de quantitatibus pluribus tribus.

Propositio .20.

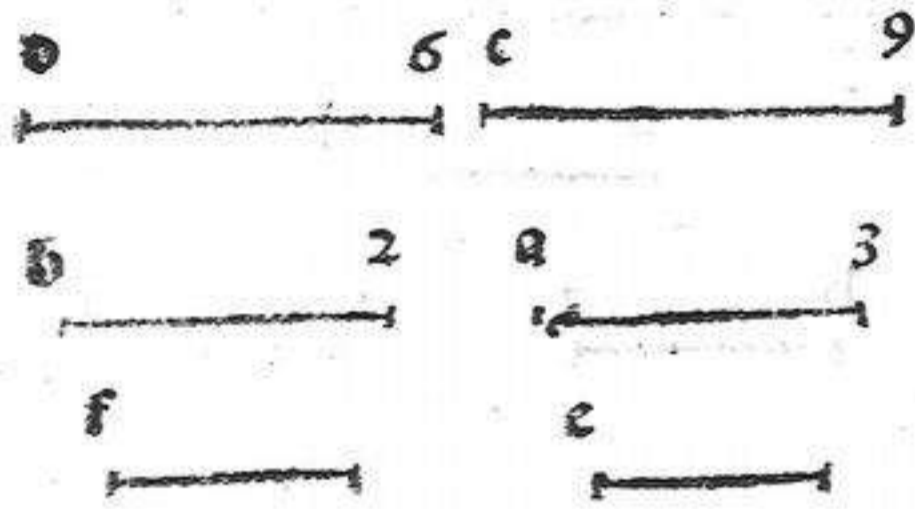


I fuerint quatuor numeri proportionales quod ex ductu primi in ultimum pducetur equum erit ei quod ex ductu secundi in tertium. Si vero quod ex primo in ultimum pducetur equum est ei quod ex secundo in tertium illi quatuor numeri sunt proportionales.

¶ Quod proposuit Euclides per .15. sexti de quatuor lineis proportionalibus: proponit hic de quatuor numeris proportionalibus uerbi gratia. ¶ Sit proportio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. fiatque ex .a. in .d. et .e. et ex .b. in .c. et .f. dico quod .e. et .f. sunt equales: et e conuerso. ¶ Ducatur enim



a. in. b. fiat. g. ¶ Eritq. per. 18. g. ad. e. sicut. b. ad. d. ¶ Et quia per. 17. ex. b. in. a. fit. g. ¶ Ex eodem. b. in. c. f. erit per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ Sed p. 14. e. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ergo erit. g. ad. f. sicut. g. ad. e. ¶ Equales igit sunt. f. f. e. quod est p̄mum. ¶ Nec oportet p̄demonstrare si vnus numeri ad duos sit vna proportio q̄ ipsi sunt ēqles: aut si ipsi sunt equales q̄ vnus ad ipsos sit vna proportio. ¶ Si enim est vna proportio. g. ad. e. ¶ Ad. f. aut ipse erit tota pars vel partes. e. quota vel quote idem est. f. ¶ tunc per cōceptionem patet. e. f. f. esse ēqles. ¶ Aut totiēs. g. continebit. e. quotiens. f. ¶ Et sup̄fluent in ea tota pars vel ptes. e. quota vel quote in eodē superfluent. f. ¶ tunc ēt per conceptionem patet eos esse equales. ¶ Quod si ipsi fuerint equales patet per conceptionem q̄ aut. g. erit tota pars vel ptes. e. quota vel quote. f. ¶ tunc per diffinitionem erit ipsius. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna. ¶ Aut equaliter continebit vtrunq. cum superfluitate similizim ¶ tot numero partium: ¶ tūc etiā per diffinitionē erit eius ad vtrunq. proportio vna. ¶ Secūdum sic patet: sit. e. productus ex. a. in. d. equalis. f. producto ex. b. in. c. dico q̄ p̄portio. a. ad. b. est sicut. c. ad. d. ¶ Et est hec conuersa prime partis. ¶ Sit enim vt prius. g. qui fit ex. a. i. b. ¶ quia. e. f. f. sunt equales. erit. g. ad. vtrunq. eorum proportio vna: ¶ quia vt prius per. 18. g. ad. f. sicut. a. ad. c. ¶ ad. e. sicut. b. ad. d. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. quare permutatim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ¶ Non proponit autē Euclides de tribus numeris cōtinue proportionalibus q̄ ille qui ex ductu primi in tertium producit sit equalis quadrato medii. Et si ille qui ex primo in tertium producit sit equalis quadrato medii: q̄ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in. 16. sexti de tribus lineis. ¶ Hoc enim facile demonstratur per hāc. 20. medio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quarta equali medie.

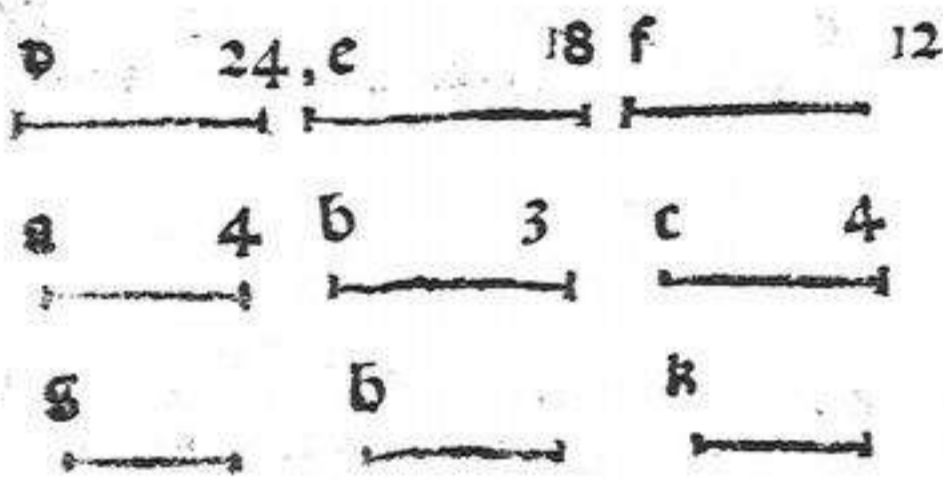


Propositio .21.



Minimi secundum quamlibet proportionem minimi: numeri at quoslibet in eadem p̄portione minorē z maiorē maiorē equaliter.

¶ Sint. a. ¶ b. minimi numeri in sua proportione: sitq. c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico q̄. a. numerat. c. ¶ b. d. equaliter. ¶ Cum sit enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. ¶ Erit igitur. a. c. tota pars vel partes quota vel quote b. d. ¶ Si itaq. fuerit pars constat propositum. ¶ At si partes sit. e. vna partium. a. ¶ f. vna partium. b. ¶ quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. ¶ Quare permutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. ¶ Quare etiā sicut. a. ad. b. nō sunt itaq. a. ¶ b. minimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq. ¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis minimi numerant omnes in eadem proportione quisq. suum correlatiuum equaliter. ¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in eadem proportione vel in diuersis. ¶ Sint q̄ in eadem uel eisdem. d. e. f. ita q̄ sit. d. ad. e. vt. a. ad. b. ¶ e. ad. f. vt. b. ad. c. dico q̄. a. numerat. d. ¶ b. e. ¶ c. f. equaliter. ¶ Quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. vt. b. ad. e. ¶ quia. b. ad. c. vt. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. vt. c. ad. f. quare. b. ad. e. ¶ c. ad. f. sicut. a. ad. d. ¶ Et quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e. ¶ c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. ¶ Si itaq. pars constat propositum. ¶ At si partes sit. g. vna partium. a. ¶ h. vna partium. b. ¶ k. vna. c. ¶ Eritq. per presentem ypothe. tota pars. h. e. ¶ k. f. quota. g. d. ¶ Quare per diffinitionem. h. ad. e. ¶ k. ad. f. sicut. g. ad. d. ¶ Permutatim igitur erit. g. ad. h. vt. d. ad. e. ¶ h. ad. k. vt. e. ad. f. ¶ Quare. g. ad. h. vt. a. ad. b. ¶ h. ad. k. vt. b. ad. c. ¶ Quia ergo. g. h. k. sunt minores. a. b. c. ¶ in eadem proportione sequitur contrarium positi.



Propositio .22.



Si fuerint duo numeri fm suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

Sint duo numeri. a. & b. fm suam proportionem minimi. dico qd ipsi sunt contra se primi. Si enim non. Numeret eos. c. fm. d. & e. Eritq. per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. & quia. d. & e. sunt minores. a. & b. sequitur. a. & b. no eē sue pportiois minimos: qd est contrariū positioni. Similiter quoq.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatiōe suarum proportionū siue eadem siue diuerse fuerint minimi. nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint. a. b. c. minimi in continuatione suarum proportionum: dico qd nullus numerabit omnes. Si autē numeret eos. d. a. quidem fm e. b. uero fm. f. & c. fm g. eritq. per. 18. e. ad. f. sicut. a. ad. b. & f. ad. g. sicut b. ad. c. Quia ergo. e. f. g. sunt minores. a. b. c. & fm proportionem eorum non erunt. a. b. c. quales positi sunt: quod est inconueniens. Quāquam autem nullus numeret. a. b. c. si fuerint minimi: potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus. Ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum ac utroq. eorum in aliquem tertium ad utrumq. primum: prouenient tres numeri quorum quicq. duo erunt compositi. Nullus tamen numerabit omnes. Sint enim. a. b. c. tres numeri quorum quisq. sit primus ad alios: ducaturq. a. in. b. & c. & proueniat. d. & c. itemq. b. in. c. & proueniat. f. dico quosq. duos ex. d. e. f. esse adinuicem compositos: tamen nullus numerabit omnes. Duos quosq. patet esse compositos. A. enim numerat. d. & e. B. uero. d. & f. & c. e. & f. Quod autem nullus numeret omnes: patebit prius demonstrato qd. a. est maximus numerans. d. & e. B. quoq. maximus numerans. d. & f. Et. c. maximus numerans. d. & f. Hoc autem sic constat. Si enim. a. non est maximus numerans. d. & e. sit itaq. g. numeretq. d. fm. h. & e. fm. k. Eritq. per secundam partem. 20. a. ad. g. sicut. h. ad. b. I ternq. per eandem. a. ad. g. sicut k. ad. c. Quia ergo. a. est minor. g. erit. h. minor. b. & k. minor. c. Et quia. h. ad. k. sicut. b. ad. c. Vtraq. enim est sicut. d. ad. e. per. 18. bis assumptam. Sunt autem. h. & k. minores. b. & c. Erit per immediate sequentem & per hāc ypothe. q. b. & c. sunt contra se primi reperire minimis minores: qd quia est impossibile. Erit. a. maximus numerans. d. & e. Eo deq. modo probabitur qd. b. sit maximus numerans. d. & f. & c. maximus numerans. e. & f. Si quis ergo numerat. d. e. f. per correl. secunde ter assumptum ipse numerabit. a. b. c. sed quisq. eoz. primus erat ad reliquos. Accidit igitur impossibile. Similiter quoq.

Quotlibet numeri quos vnus non numerat fm continuationem suarum proportionum sunt minimi.

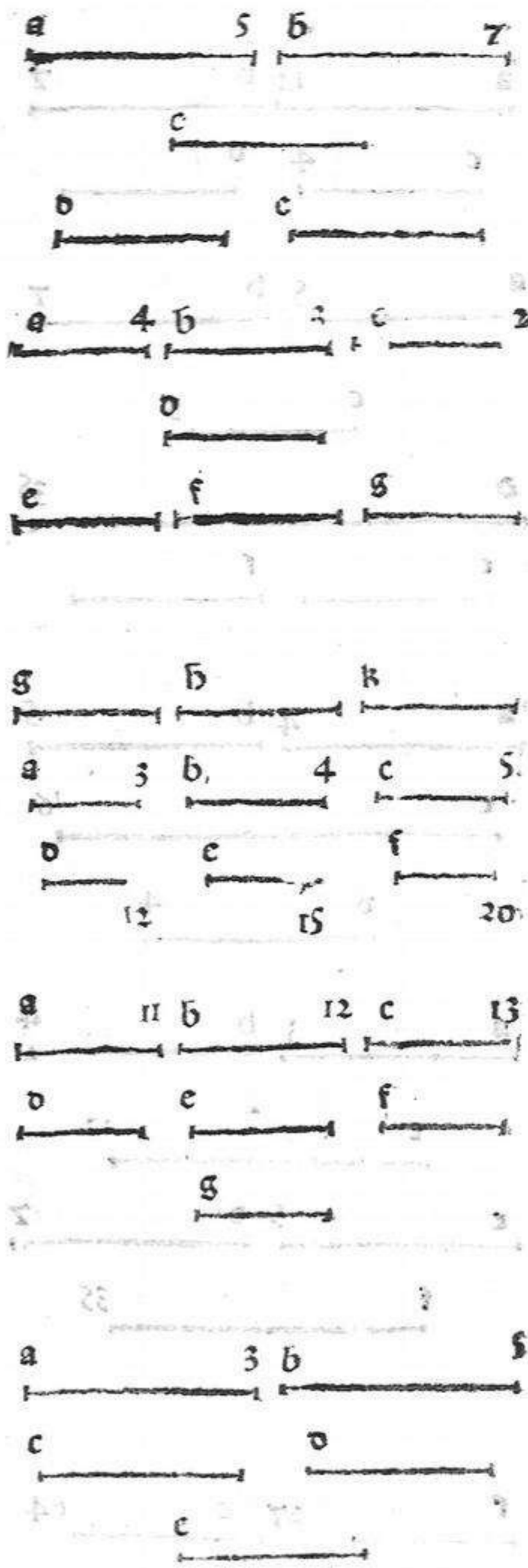
Vt si sint. a. b. c. quilibet numeri quos omnes nullus numerat. dico qd ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. Alioquin sint minimi. d. e. f. qui per. 21. numerabunt. a. b. c. quisq. suum relatiuū equaliter. Sit ergo ut fm. g. eritq. per. 17. ut uiceuersa. g. numeret. a. b. c. fm d. e. f. quare accidit contrarium positioni.

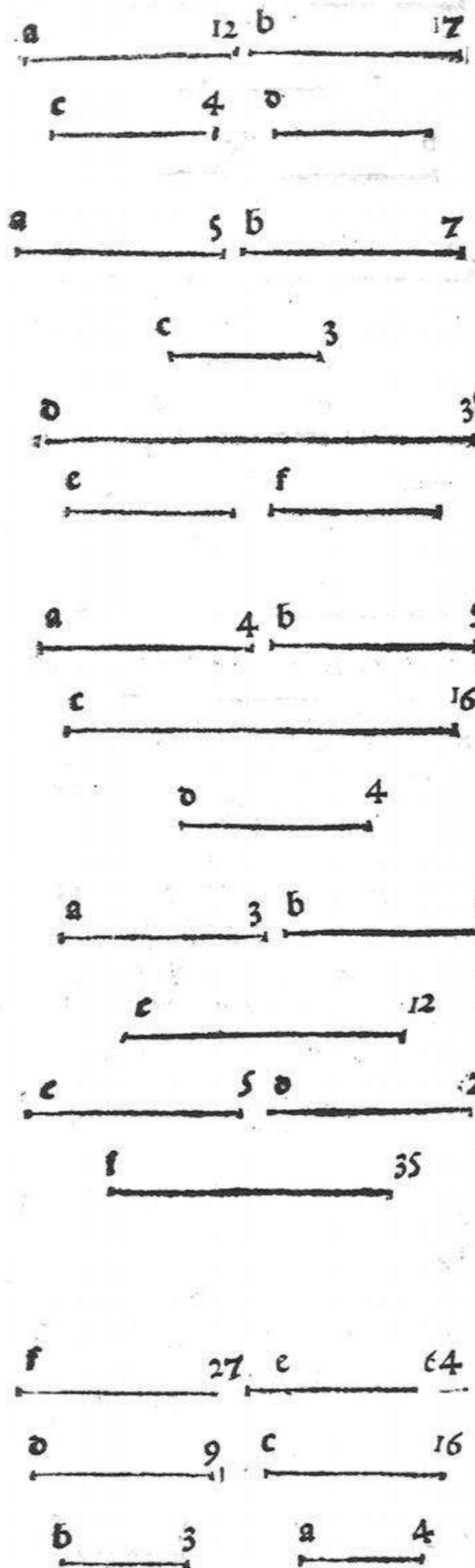
Propositio .23.



Silicet numeri contra se primi sunt fm suam proportionem minimi.

Hec est conuersa premissē. Vt si duo numeri sunt. a. & b. cōtra se primi: ipsi erūt fm suā pportionē minimi. Sin aut minimi i eadē pportioē si possibile est. c. & d. Cōstat itaq. per. 21. q. c. numerat. a. & d. b. equaliter sit igitur ut fm. e. erit per. 17. ut uiceuersa. e. numerat. a. & b. a. quidem secundum. c. & b. fm. d. non sunt igitur. a. & b. contra se primi: quod est contra ypoth.





Propositio 24.

Ifuerint duo numeri contra se primi. si quis vnus eorum numeret ad alterum esse primus necessario comprobatur.

Sint. a. & b. contra se primi. c. vero numeret. a. dico qd c. primus est ad. b. Alioquin numeret eos. d. qui per penultimam conceptionem numerabit etiam. a. non sunt ergo. a. & b. contra se primi. d. enim numerat ambos.

Propositio 25.



Ifuerint duo numeri ad alium quemlibet primi qui ex ductu vnus in alterum producet. ad eundem erit primus.

Sit vterq. duorum numerorum. a. & b. primus ad. c. & ex. a. in. b. sit. d. dico qd. d. est primus ad. c. Aliiter enim numeraret eos. e. d. quidem fm. f. eritq. per secundam partem. 20. a. ad. e. sicut. f. ad. b. Et quia. a. & c. sunt primi & e. numerat c. ipse erit per. 24. primus ad. a. quare per. 23. a. & e. sunt fm suam proportionem minimi: sequitur ergo per. 21. vt. e. numeret. b. Et quia positum est qd ipse numeret. c. non erunt. b. & c. contra se primi: qd est contra ypothe.

Propositio 26.



Ifuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorum in seipsum pducitur ad reliquum e primus.

Sint contra se primi. a. & b. & ex. a. in se fiat. c. dico qd. c. primus est ad. b. Sit enim. d. equalis. a. eritq. d. primus ad. b. & ex. a. in. d. fiet. c. per premisam igitur patet. c. primum esse ad. b. quod proposuimus.

Propositio 27.



Iduobus numeris ad alios duos comparatis vterq. ad vtrumq. fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producet. erit primus.

Sint. a. & b. priores. c. & d. posteriores: sitq. vterq. duorum. a. & b. primus ad vtrumq. duorum. c. & d. Et ex. a. in. b. sit. e. & ex. c. in. d. f. dico qd. e. primus est ad. f. Hoc autem. 25. ter assumpta euidenter concludit. Cum enim fiat. e. ex. a. in. b. quorum vterq. primus est ad. c. & ad. d. Erit per ipsam. e. primus ad. c. & item per ipsam primus ad. d. Quia item. f. fit ex. c. in. d. quorum vterq. primus est ad. e. erit rursus per ipsam. f. primus ad. e. quod est propositum.

Propositio 28.



Ifuerint duo numeri contra se primi ducaturq. eorum vterq. in seipsum: erunt inde producti contra se primi. Itemq. si in vtrumq. productorum suum ducatur principium: erunt quoq. producti contra se primi.

Sint. a. & b. contra se primi: ducaturq. vterq. in se & pueniant ex. a. quidem. c. ex. b. vero. d. Itemq. ducatur. a. in. c. & proueniat. e. Et. b. in. d. proueniat. f. dico. c. & d. esse contra se primos. Itē qd. e. & f. contra se primos. Est enim per. 26. c. primus ad. b. Per eandem igitur erit. d. primus ad. a. & ad. c. sicq. constat primum quod est. c. & d. esse contra se primos. Reliquum sic: est enim vterq. duorum numerorum. a. & c. primus ad vtrumq. duorum. b. & d. Itaq. per. 27. erit. e. primus ad. f. quod est reliquum. Non solum autem erit. e. primus ad. f. sed etiam per. 25. ad. b. & ad. d. Itemq. per eandem. f. ad. a. & c. sicq. si infinites duceretur vtrumq. productorum in suum principium essent omnes producti contra se primi: & non solum hoc sed quilibet eductus ab. a. ad quemlibet eductum a. b.

Propositio 29.



I fuerint duo numeri contra se primi qui ex am-
 bobus coaceruatur ad vtrunq; eorum erit primus.
 Si vero ex ambobus coaceruatus ad vtrunq; eo-
 rum fuerit primus. duo quoq; numeri adiuices
 erunt primi.

Sint. a. & b. contra se primi dico q; ex eis composi-
 tus. a. b. ad vtrunq; eorum erit primus & econuerso. ¶ Nam si. d. numerat
 totum. a. b. & alterum eorum numerabit per cōem scientiam & reliquum
 quare non erunt contra se primi; sed hoc positū fuerat; patet ergo primū.
 ¶ Secundū sic; sit. a. b. primus ad vtrunq; suorum componentium q; sunt
 a. & b. dico q; a. & b. sunt cōtra se primi. ¶ Posito enī q; d. numeret vtrun-
 q; duorum numerorum. a. & b. sequitur per cōem scientiam q; etiam nu-
 meret. a. b. ex eis compositum; quare ad neutrum duorum numerorum
 a. & b. erit. a. b. primus; sed positum erat q; esset ad vtrunq;. Accidit igitur
 impossibile. ¶ Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad
 altez; primus quoq; erit ad reliquū; ideoq; & coaceruati inter se. ¶ Sit. n.
 cōpositus ex. a. & b. primus ad. a. dico q; erit et primus ad. b. alioqn nume-
 ret eos. d. qui p cōceptionē numerabit & a. cū numeret totū & detractum
 hoc aut inconueniens erat enim compositus ex. a. & b. primus ad. a.

Propositio .30.



Nis numerus compositus ab aliquo primo
 numeratur.

Sit. a. quilibet numerus cōpositus; dico q; aliquis pri-
 mus numerat ipsum. ¶ Quia enim est cōpositus nume-
 ratur ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit p̄mus ve-
 rum erit quod dicitur; si aut cōpositus sit. c. qui nume-
 rat eum; qui etiam per cōem sciētiam numerabit. a. si ergo ipse fuerit pri-
 mus constat quod dicitur. At si cōpositus necessario numerabit eum.
 alius qui sit. d. qui etiam per communem sciētiam numerabit. a. de quo
 rōcinare ut prius. ¶ Quia ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est
 minorem assumere qui cōpositum occurrentem numeret sequitur ut
 tandem deueniatur ad aliquem primum; alioquin accidet impossibile &
 contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.

Propositio .31.



Nis nūerus aut ē primus aut a primo nūerat.

Sit. a. quilibet numerus dico ipm' eē primū vel nume-
 rari a primo. ¶ Quia si nō ē primus erit cōpositus; quili-
 bet aut talis ab aliquo p̄mo numerat p̄ premisam. a. igitur
 vel primus est vel a p̄mo numerat; quod p̄ponitur.

Propositio .32.



Nis numerus primus ad omnem quem non
 numerat est primus.

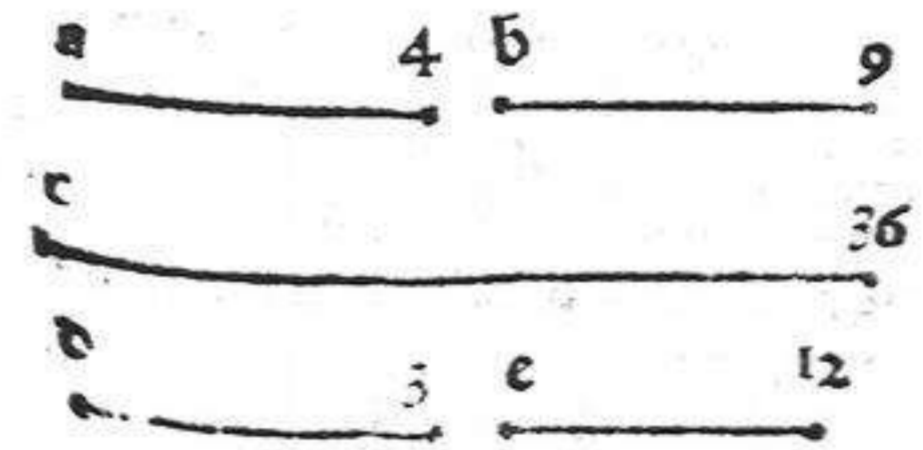
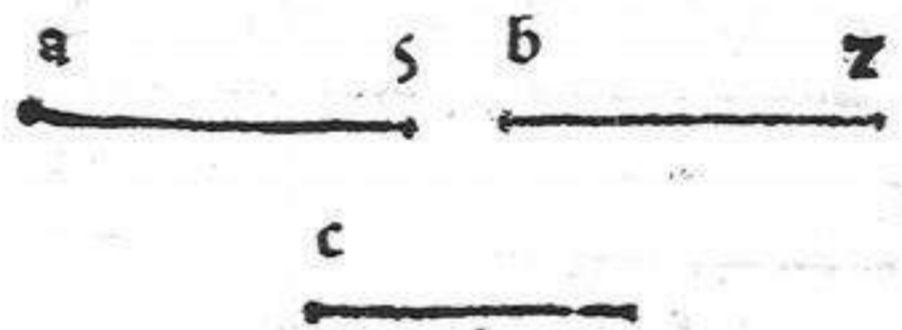
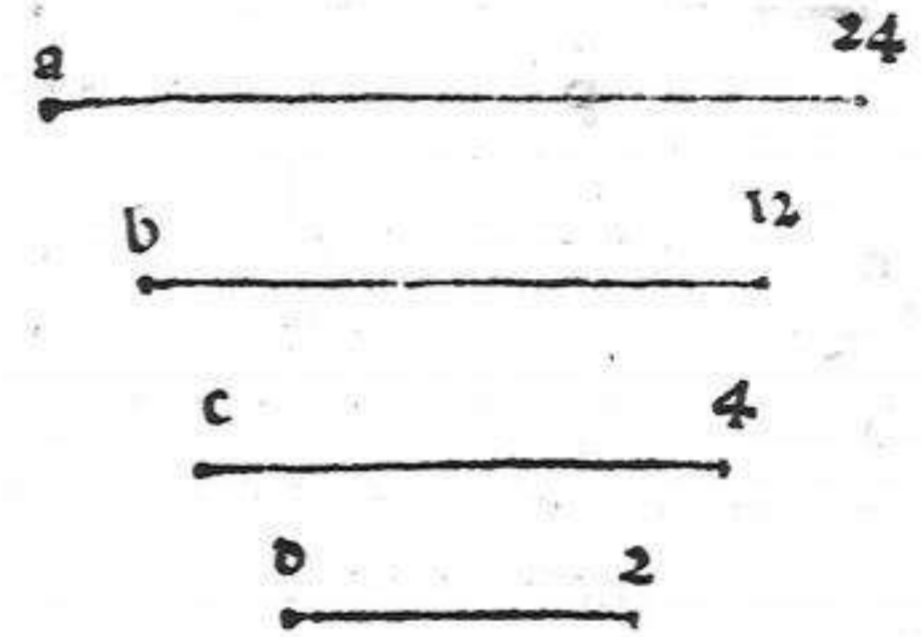
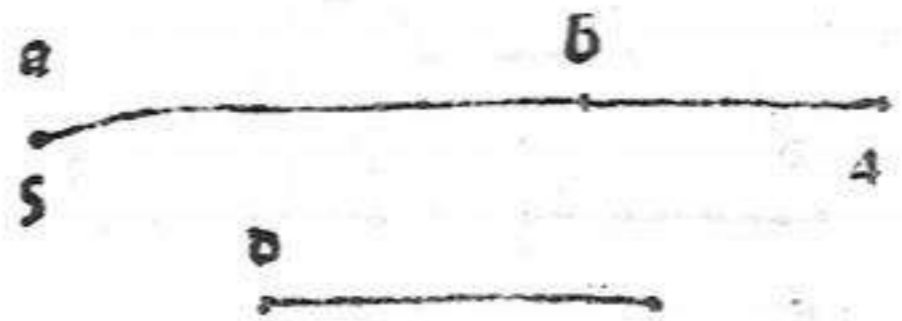
Sit. a. numerus primus non numerans. b. dico q; a. &
 b. sunt contra se primi. ¶ Si enim. c. numerat eos non est
 verum q; a. sit primus.

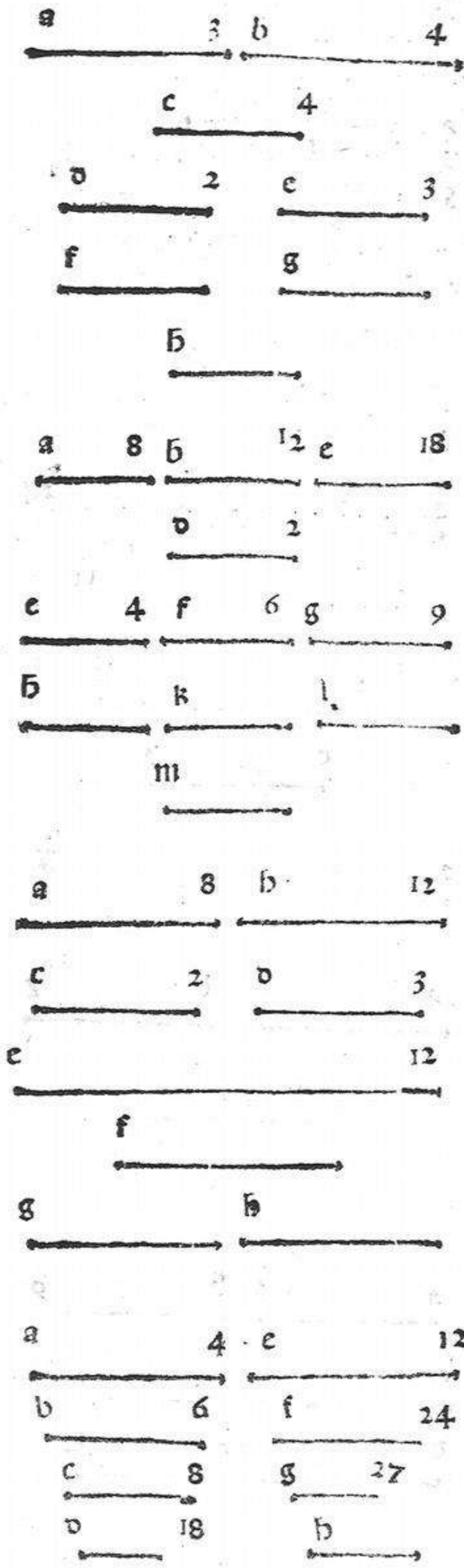
Propositio .33.



I numerus ex duobus productus ab aliquo pri-
 mo numeretur necesse est eundem primum alte-
 rum illorum duorum numerare.

Sit. c. p̄ductus ex. a. in. b. & sit. d. numerus primus q; po-
 nat numerare. c. dico q; d. numerat. a. vel. b. ¶ Numeret
 enī. c. fm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipm' p̄ p̄
 misam; & iō erūt fm suā p̄portionē minimi p. 33. ¶ Et q̄a. a. ad. d. sicut. e.
 ad. b. p̄ secundam p̄tē. 20. sequit ut. d. numeret. b. per. 21. q̄d est propositum.
Ende manifestum est q; si aliquis numerus numerat p̄ductus
 ex duobus vel si eidem fuerit cōmensurabilis; cōmensurabi-
 lis quoq; erit alteri eorum.





Propositio .34.



Pmeros fm proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire. **E**nde manifestum est maximum numerum duos comuniter numerante fm minimos illius pportionis eos numerare.

Sint, a. & b. numeri propositi fm quorum proportionem volumus inuenire minimos. **S**i ergo fuerit contra se primi sunt quales inquirimus per. 23. **S**i autem compositi sumantur ut docet secunda maximus eos cõiter numeras qui sit. c. **N**umeretq; eos fm. d. & e. eruntq; in eadem pportione per. 18. **Q**uos dico esse quales querimus. **S**i autem sint. f. & g. que per. 21. numerabunt. a. & b. equaliter: sit igitur ut fm. h. eritq; p scdam ptem. 20. c. ad. h. sicut. f. ad. d. vel sicut. g. ad e. **Q**uare. c. est minor. h. **I**taq; cu. h. nueret. a. & b. nõ fuit. c. maximus eos numeras sed erat positu q; sicut ergo & c. Similiter quoq; possumus.

Numeros fm continuitatem proportionum numeroru assignatorum minimos reperire. **E**nde etiam manifestum est maximum numerum quotlibet comuniter numerantem fm minimos proportionum eorum eos numerare.

Ut si sint. a. b. c. fm quorum proportionem volumus inuenire siue fuerint in eadem pportione siue in diuersis. **S**i nullus numerus numerat eos omnes: ipsi sunt quos querimus per. 23. hoc enim ibi demonstratum est. **S**i autem vnus numerat omnes: sumatur ut docet tertia: maximus eos comuniter numerans qui sit. d. **N**umeretq; eos fm. e. f. g. qui erunt in eadem pportione per. 18. **D**ico eos esse quos querimus. **A**lioquin sint. h. k. l. qui per. 21. numerabunt. a. b. c. equaliter: sit ut fm. m. **E**ritq; per secundam partem. 20. d. ad. m. ut. h. ad. e. vel. k. ad. f. vel. l. ad. g. Minor est igitur. d. q; m. quare cum. m. numeret a. b. c. non fuit. d. maximus eos numerans: quare sequitur impossibile: fuit enim. d. maximus numerans. a. b. c.

Propositio .35.



Silicet duo numeri minimos numeros siue proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicantes minimum ab ipsis numeratus produciunt. **E**nde manifestum est minimum que duo numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint duo numeri. a. & b. minimiq; in eorũ pportione. c. & d. eritq; per primam partem. 20. ut ex. a. in. d. & b. in. c. fiat idem numerus qui sit. e. **Q**ue dico ee minimum numeratum ab. a. & b. **A**li ter enim sit. f. quem numeret. a. & b. fm. g. & h. eritq; per secundam partem. 20. h. ad. g. sicut. a. ad. b. & sicut. c. ad. d. & per. 18. erit. c. ad. h. sicut. e. ad. f. cum itaq; per. 21. c. numeret. h. e. numerabit. f. maior minorem: quia ergo hoc est impossibile constat verum esse quod dicitur.

Propositio .36.



Propositis quotlibet numeris minimus ab eis numeratum reperire. **M**anifestum etiam ex hoc est minimum numerum quem quotlibet numerant quemlibet ab eis numeratum numerare.

Sint ppositi numeri. a. b. c. d. volo inuenire minimum numeru numeratu ab eis. **I**nuenio itaq; primo minimum numeratu ab. a. & b. q; si. a. numerat. b. nõ erit alius q; b. **S**i autem non numerat eu nec eõuerso: si ipsi sunt cõtra se primi q; ex uno in altez puenit erit minimus p. 23. & pmissam. **Q**uod si sunt cõcantes: sumantur minimi i eoz pportioe: ut docet. 34. & maiore i minore eoz multiplicato pueniat e q; erit minimus nueratus ab eis p pmissam. **S**imili quoq; nõ inueniat minimus nueratus ab. e. & c. q; sit. f. eritq; f. minimus numeratus ab. a. b. c. **S**ed & minimus que numerant. f. & d. sit. g. eritq; g. minimus que numerat numeri ppositi. **Q**uod eni oes ipsum numeret: patet p cõceptione. **S**ed si non est minimus ponatur ergo. h. quem ga numerat. a. & b. nu

merabit etiam ipsum per correl. premisse. e. ¶ Per idem quoq. correl. nu-
merabit ipsum. f. sed g. ¶ Maior itaq. numerat minorem quod est im-
possibile. ¶ Hec et premissa proponuntur in alio loco sub tribus conclu-
sionibus quaz. prima equiualeat pmissis: secunda componit ex correlariis am-
bobus: tertia pponit de tribus qd. hec de quotlibet numeris. Est itaq. pma.

¶ Datis duobus numeris minimis ab eis numeratū inuēire.

¶ Datis numeri sint. a. f. b. quorum minor si numerat maiorem est ma-
ior quem qrimus. ¶ Alioquin maior eoz. numeraret minore se. ¶ Si at
neuter neutrum numeret, si ipsi sint cōtra se pmi. erit qui ex. a. in. b. pue-
nit qui sit. c. minimus oīum quem numerat. a. f. b. ¶ Nam si minorem
eo numerauerint esto. d. que numeret pmi. e. f. ¶ Eritq. p. secundam par-
tem. 20. a. ad. b. sicut. f. ad. e. ¶ Et quia. a. f. b. sunt sue proportōis minimi
per. 23. numerabit. a. f. per. 21. ¶ Et quia per. 18. est. c. ad. d. sicut. a. ad. f. Nā
ex. b. in. a. f. f. sunt. c. f. d. ¶ Sequit. c. numerare. d. ¶ Sed erat. d. minor
c. quare impossibile. ¶ Si autem. a. f. b. sint cōcantes: negociare pposi-
tum vt in. 35. ¶ Secūda trium cōclusionum ex ambobus correl. ē cōfecta.

**¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt
minimus quem numerant eundem numerum numeret.**

¶ Vt si sit quilibet numerus quem numerat. a. f. b. d. minimusq. ab eis-
dem numeratus. c. erit vt. c. numeret. d. ¶ Cum. n. sit. d. maior. c. si. c. nō
numerat ipsum. numerabit tñ aliquid eius. ¶ Sitq. plurimum quod nūe-
rat. e. f. residuum sit. f. eritq. f. minus. c. ¶ Quia igitur. a. f. b. numerat. c.
numerabunt per cōem sciam f. e. sed numerabant. d. itaq. p. aliam cōmu-
nem scientiam numerabunt. f. inconueniens ergo sequitur q. c. non fuit
minimus quem numerant. a. f. b. ¶ Idem cōuincet et eodem modo de
quotlibet numerato a quotlibet pluribus. s. q. minimus ab illis quotlibet
pluribus numeratus eūdem numeret: vltima trium cōclusionum est.

**¶ Propositis tribus numeris: minimū numeroz. ab eis
numeratoz. inuenire.**

¶ Tres numeri ppositi sint. a. b. c. minimusq. que numerant. a. f. b. sit. d.
qui sumetur vt prima trium cōclusionum docet. ¶ Si igitur. c. numerat
d. scito. d. esse. quem querimus. ¶ Si. n. a. b. c. minorem eo numerat. sit. n.
e. quem per premissam cōclusionem numerabit. d. quod est impossibile.
¶ Si aut. c. non numerat. d. sumatur. e. minimus numeratus ab eis. ¶ Qd
at. e. numeretur ab. a. b. c. patet quia. c. numerat ipsum f. d. similiter: ergo
f. a. b. q. numerat. d. ¶ Quare. e. numerabit ab. a. b. c. eritq. e. minimus
quem numerat. a. b. c. ¶ Si aut sit. f. quem p. pmissam cōclusionem nu-
merabit. d. sed. c. numerat. f. quia. a. b. c. numerat eum: quare. c. d. nume-
rabūt eū: quare p. premissam. e. numerabit eū et est maior eo. ¶ Sed f. e.
maior minorem quod non esse potest. Idem inuenies et eodem mō quot-
libet propositis.

Propositio 37.

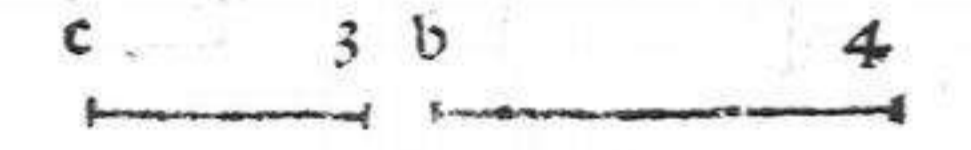
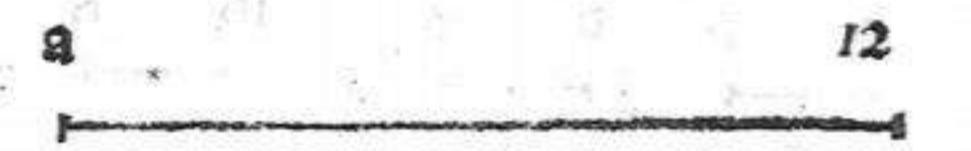
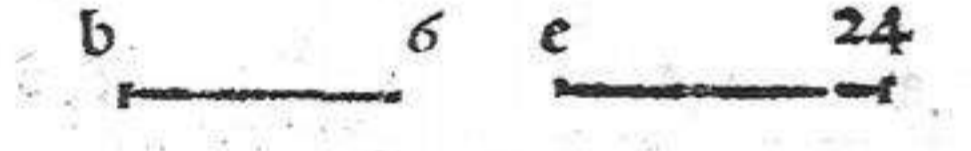
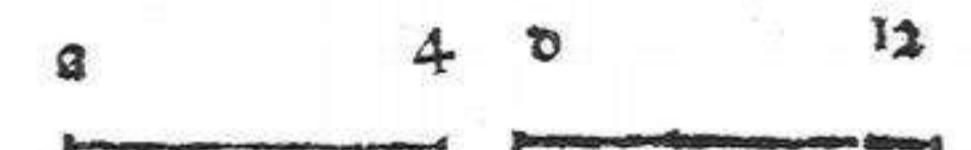
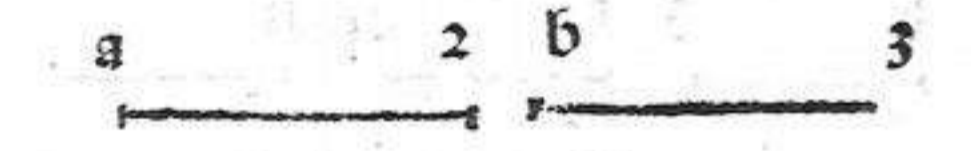
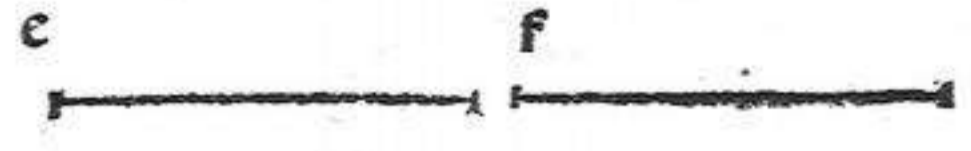
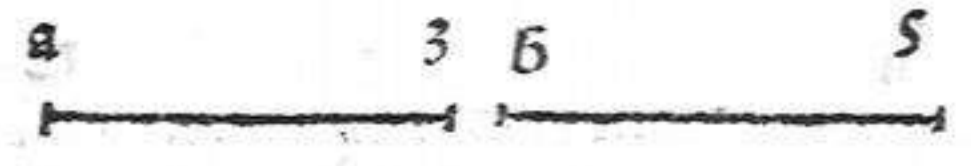
**¶ Numerus aliquis alius numerz. numeret: erit in
numerato pars a numerante denominata.**

¶ Huius sensus ē q. oīs numerus numeratus a ternario hēt
tertiam et numeratus a quinario hēt quintā. sicq. de ceteris.
¶ Vt si. b. numeret. a. erit in. a. ps. denoiata a. b. ¶ Nume-
ret. n. ipsum quotiens vnitas in. c. eritq. per. 16. vt. c. quoq.
totiens numeret. a. quotiens vnitas in. b. quare tota pars. est. c. a. quota
vnitas. b. ¶ Et quia vnitas est pars oīs numeri ab ipso denominata per cō-
munem scientiam: erit. c. pars. a. denominata a. b. quod est propositum.

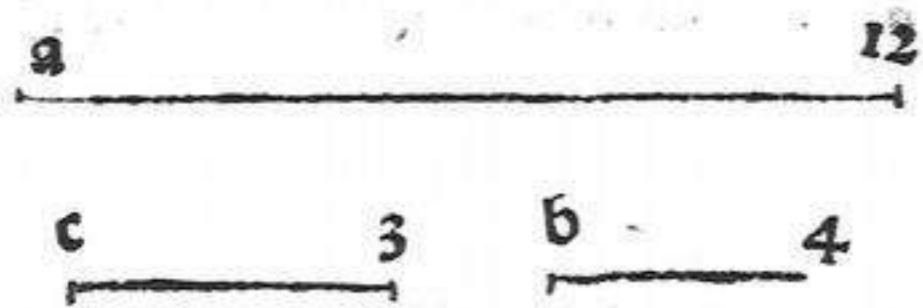
Propositio 38.

**¶ Numerus aliquis partem quotācūq. habeat nu-
merabit ipsum numerus ad illam ptes dictus.**

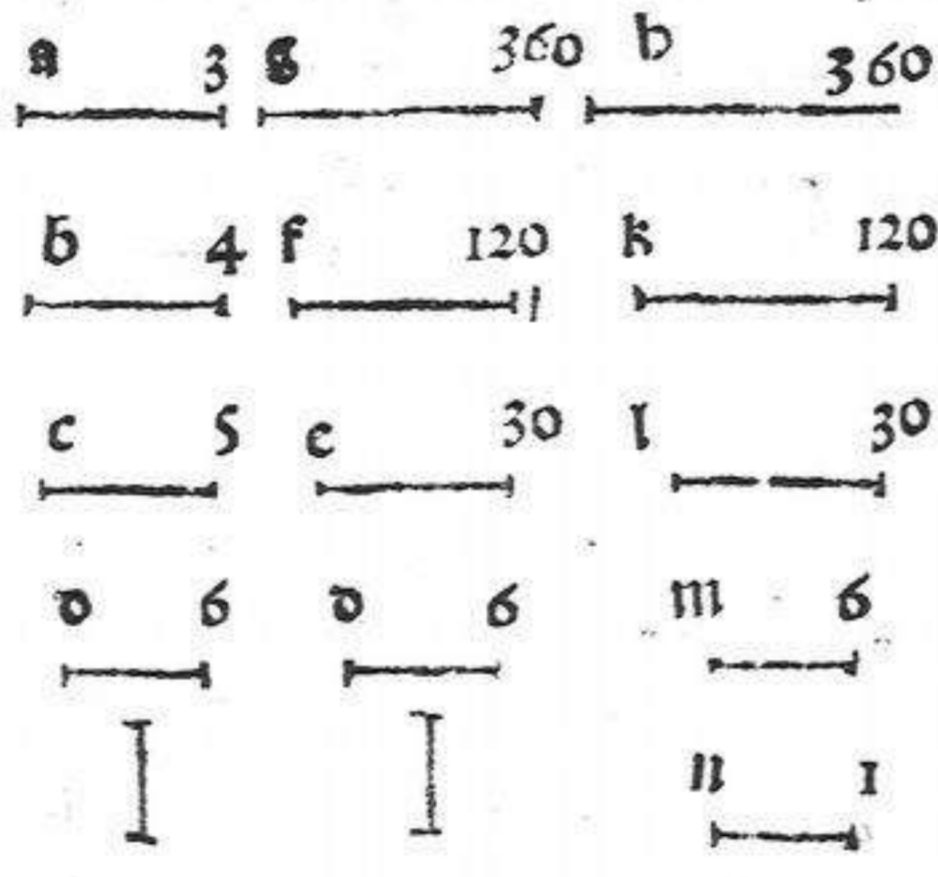
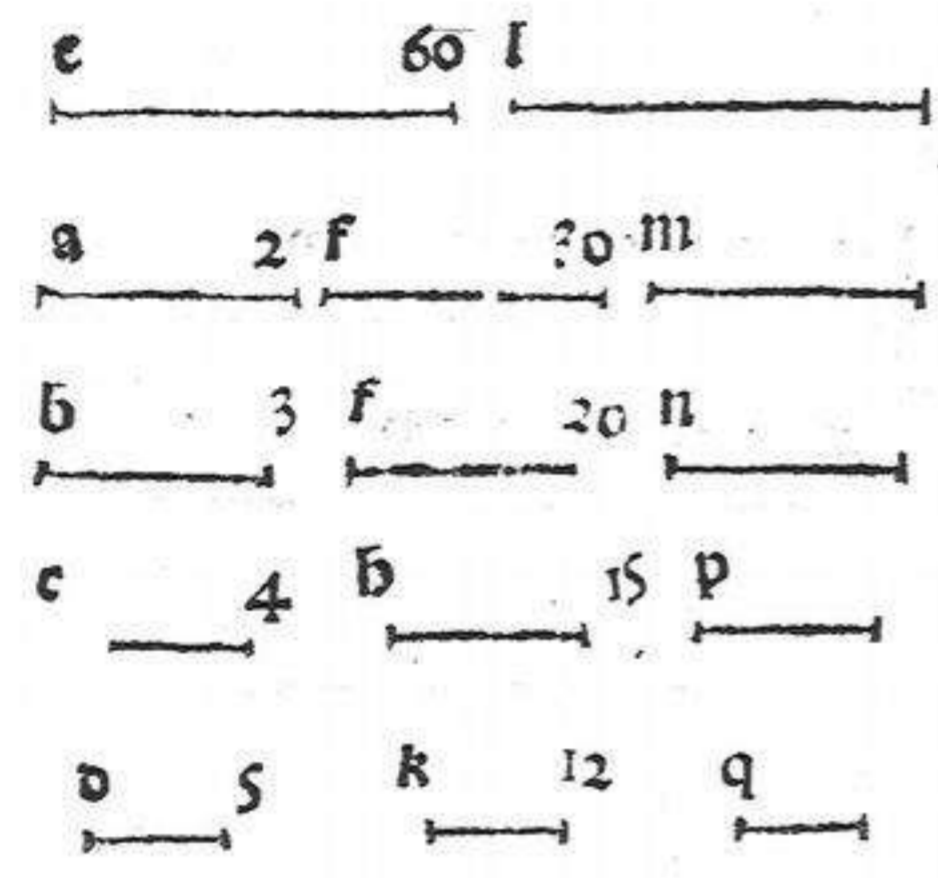
¶ Hec est conuersa premisse cuius est intentio q. oīs nu-
merus hīs tertiā nūerat a ternario: et hīs qntā a quinario:
sicq. de ceteris. ¶ Vt si. b. sit. ps. a. denoiata. a. c. seqt vt. c.
numeret. a. ¶ Quia enim. b. est pars. a. denominata a. c. sed et vnitas ē ps



I



I



c. denominata ab ipso per concep. sequitur ut quotiens unitas numerat. e. totiens. b. numerat. a. ¶ Itaq; per. 16. quotiens unitas. b. toties. c. numerat a. quare constat propositum. ¶ Aliter idem: cum sit. b. pars. a. si tota unitas. c. eritq; per hanc comunem scientiam unitatem ee partem omnis numeri ab ipso denominatam. c. denominans. b. in. a. ¶ quia e. b. in. a. quotiens unitas in. c. euidenter sequitur propositum per. 16.

Propositio 39.



Numerum minimū propositarum denominationum habentem partes inuenire. Ex quo manifestū est qd minimus numerus numeratus a quotlibet e minimus habes partes denoiatas ab ipsis.

¶ Sint. a. b. c. d. denominantes partes propositas. ¶ e. minimus numeratus ab eis sumptū fm. 36. ipsum. e. dico esse quem querimus. ¶ Sint enim fm quos numerant ipsum. f. g. h. k. eritq; p 16. ¶ hanc comunem scientiam: unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta: ut uiceuersa. f. g. h. k. numerent. e. fm. a. b. c. d. quare sunt partes eius ab illis dicte. ¶ Est igitur. e. habens partes propositarum denominationum. ¶ Minimus etiam qm si alter fuerit ut. l. sint partes. l. dicte ab eis. m. n. p. q. eruntq; per. 16. ¶ predictam com scientiam. a. b. c. d. uiceuersa partes. l. dicte ab. m. n. p. q. quare non erat. e. minimus quem numerat. a. b. c. d. quod est inconueniens. ¶ Habito minimo: si cura est habere secundū aut quotūcū quelibet: q; si secundum sume duplum minimi: si tertiu triplū ¶ ad hunc modū in aliis. ¶ Cum enim omnis multiplex. e. numeret ab a. b. c. d. per hanc com scientiam. Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratum ab illo. ¶ Necesse est per. 37. ut omnis multiplex. e. habeat partes denominatas ab. a. b. c. d. ¶ Si itaq; duplus. e. nō fuerit secundus habens partes ppositarum denoiationum: erit alius quem sicut sequitur esse maiorem. e. sic sequitur ee minorem duplo: ¶ quia illum numerant. a. b. c. d. per. 38. sequitur per correl. 36. q. e. numeret eundē quod est impossibile. ¶ Cum enim numeret se. numeraret p hanc comunē scientiam omnis numerus numerans totum ¶ detractum: numerat residuum differētiā illius ad se. que cum sit minor se: maior numerus numeraret minorem quod esse non potest: sequitur itaq; duplum. e. esse fm numerū habentem propositarum denominationum partes. ¶ Similiter quoq; argues duplum. e. esse tertium probato duplo esse secundum: alioquin quia esset triplo minor: ¶ duplo maior: sequeretur. e. numerare aliquem inter ipsius duplum ¶ triplum: quod ut prius patet esse impossibile. ¶ Probato autem triplo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: ¶ sic in ceteris.

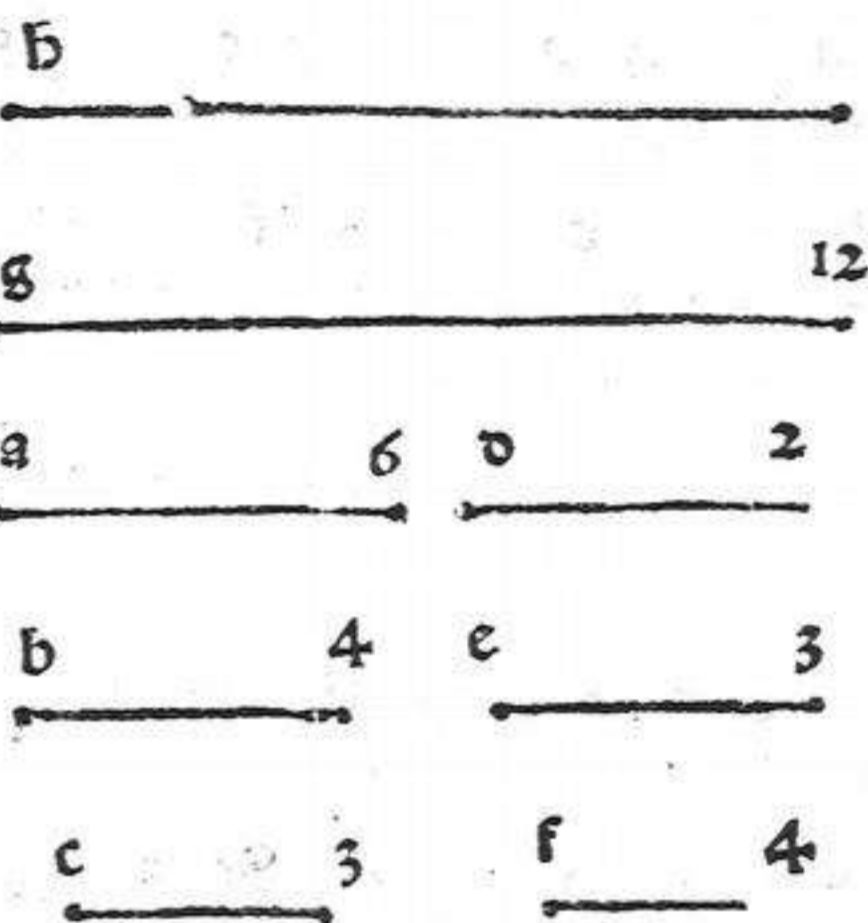
¶ **M**inimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

¶ Ut minimum numerum habentem tertiam que tertia habeat quartā que etiam quarta habeat quintam aut septimam aut qualitercūq; cōtingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. ¶ Multiplicari oportet deno minatorem prime partis in denominatorem secunde: ¶ ex eis productū in denominatorem tertie: productum quoq; in denominatorem quarte sicq; de ceteris usq; ad ultimam a prima. ¶ Vel usq; ad primam ab ultima ¶ qui prouenerit erit qui inquiritur: ut in. proposito. 60. uel. 84. ¶ Hoc autem ita esse demonstratiue sic habeto. ¶ Sint numeri partes propositas denominantes. a. b. c. d. uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denomiātam ab. a. ita q; illa pars habeat partem denomi natam a. b. ¶ illa aliam denomiātam a. c. sed ¶ hec aliam dictam a. d. ¶ Ducatur itaq; d. in. c. ¶ proueniat. e. ¶ e. in. b. ¶ proueniat. f. ¶ f. quoq; ducatur in. a. ¶ proueniat. g. quem dico esse quem inquirimus. ¶ Cum enim ipse. g. proueniat etiam ex. a. in. f. per. 17. erit. f. pars. g. dicta ab. a. At quia. f. prouenit per eandem ex. b. in. e. erit. e. pars. f. dicta a. b. sed ¶ pro pter hoc erit. d. pars. e. dicta a. c. ¶ qua unitas est pars. d. dicta ab ipso

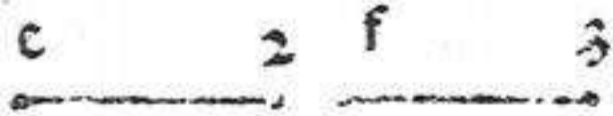
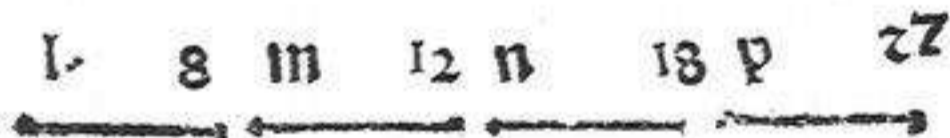
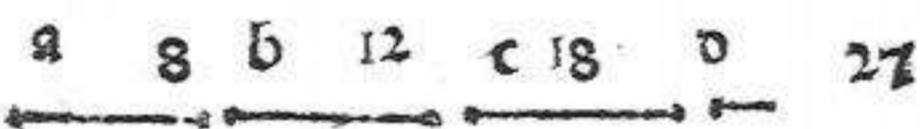
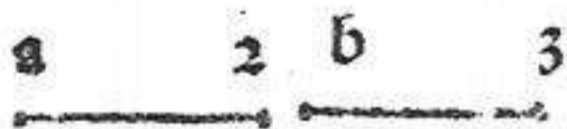
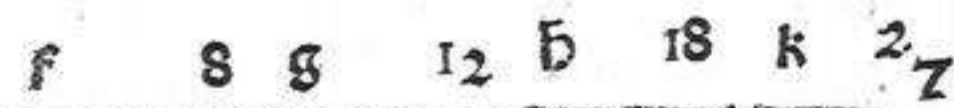
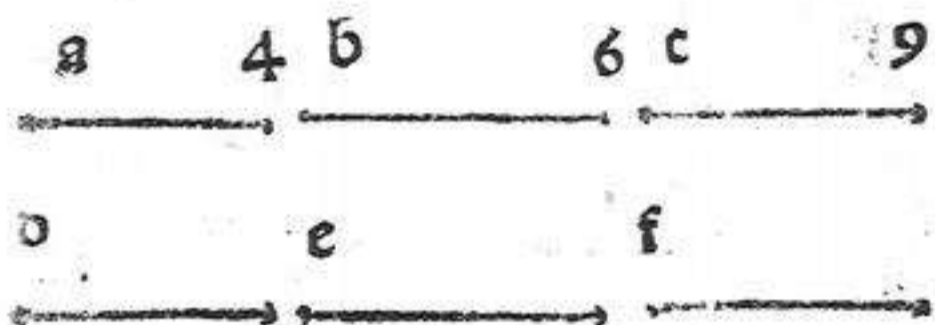
d. patet. g. habere partes ut proponitur. ¶ Si ergo non fuerit minimus sit. h. sitq. k. pars eius dicta ab. a. ¶ l. pars. k. dicta a. b. ¶ m. pars. l. dicta a. c. n. quoq. pars. m. dicta. a. d. ¶ Eritq. p. 18. ¶ 14. g. ad. f. ut. h. ad. k. ¶ f. ad. e. ut. k. ad. l. ¶ c. ad. d. ut. l. ad. m. sed ¶ d. ad unitatem ut. m. ad. n. ¶ Ergo per. 15. erit in proportione equalitatis. g. ad unitatem ut. h. ad. n. ergo permutatim erit. g. ad. h. ut unitas ad. n. ¶ Quare cum. h. sit minor g. erit. n. minor unitate. sequitur igitur impossibile partē numeri minorem eē unitate. ¶ Erit itaq. g. minimus habēs ptes ut pponit. Quo inuēto si cura fuerit hēre scdm aut quotūquelibet p minimi multiples ut prius dcm est sumēdi erūt hec aut. 39. pponitur in alio fm hunc modum.

¶ P:opositis partibus quotiscumque libet minimum numerum eas continentium inuenire.

¶ Ut si partes propositae sint. a. b. c. sintq. eas denominantes. d. e. f. ¶ sumatur minimus quem numerant. d. e. f. qui sit. g. hunc dico esse quem querimus. ¶ Erunt enim in eo propositae partes per. 37. ¶ Qui si nō fuerit minimus eas continens; sit ergo. h. quē numerabunt. d. e. f. per. 38. igitur nō erit. g. minimus numeratus ab eis quod est incōueniēs quia erat. ¶ Intellego uero partes. a. b. c. indeterminate poni ¶ nō sub quantitate certa; aliter enim non eēt necessarium ut minimus numerus quem numerāt. d. e. f. esset minimus continens partes ppositas. ¶ Plurimas enim cōtingit partes reperire quas numerus numeratus ab eaz. denominatoribus non continet. ¶ Verbi gratia. Tres numeri q. sunt. 10. 90. ¶ 72. sunt eiusdē numeri ptes. primus quidē tertia. secundus uero q̄rta. ¶ tertius quinta; nec tm̄ minimus quē numerāt denoiatores eoz. qui ē. 60. partes istas cōtinet. ¶ Instandū igitur est si ptes sub certa quātitate ponant prime cōsequentie huius demonstrationis. ¶ Nō enim sequitur ut arguit p. 37. si ternarius hūc numerat ergo hic numerus positus est eius tertia. ¶ Sed ergo hēt tertiam. ¶ Quapp̄ idem est qd̄ pponitur fm utrūq. modum; sed fm primū cōuenientius uidet qd̄ intenditur pponi. ¶ Attēdere aut̄ oportet q. cū oīs ps habeat q̄titatē in ea contingit ponere quotlibet ¶ quaslibet ptes fm quātitatē; ¶ inquirere q. s. minimus eas cōtinet ¶ sub quibus denoiationibus. ¶ Minimū aut̄ eas cōtinētē cōstat eē minimū numeratū ab eis. ¶ Secundum quos uero numerant sunt qui illos in illo denoiant. ¶ Contingit itez. ponere quotlibet ¶ quaslibet denominationes; ¶ inquirere in quo minimo hee denominationes repiuntur ¶ fm quas q̄titates. ¶ Minimū quoq. cōstat eē minimum numeratū ab illis. ¶ Secundū quos uero numerant sunt qui q̄titates determinant. ¶ Vtrobiz. aut̄ idcirco inquirūt minimus; quia infiniti sunt hinc quidē qui has ptes cōtinent. Inde uero in quibus hee denoiationes repiuntur. ¶ Contingit rursus ponere quotlibet ptes ¶ totidē denoiationes. Vel quotlibet denoiationes ¶ totidem partes. ¶ Nō aut̄ quaslibet cū quibuslibet; sed certas cū certis. ¶ Si enim ponam ptes tres quatuor quinq. ¶ denoiationes eaz. 6. 7. 8. ¶ inquiram quis nūerus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus; similis ero inquisitori uano q̄renti impossibile. ¶ Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis ¶ nō ut contingit ¶ inquirere quis numerus positas ptes sub positis denominationibus continet; nō aut̄ quos. ¶ Minimus unicus enim est nam siue pposita fuerit una pars ¶ una denoiatio siue plures ¶ plures; non erit sumere plures numeros quod ppositū erit continētes. Solus enī est cuius ternarius est quinta nō plures. Solus quoq. cuius ternarius octauat ¶ senarius quarta non plures. ¶ Ideoq. pponentem partes ¶ denoiationes ipsarū in toto non est querere quis minimus continet has ptes sub istis denoiationibus; sed quis unus cōtinet. ¶ Proponētē aut̄ ptes tm̄. Cōtingit querere quis minimus eas continet ¶ a quibus in eo denoiantur. ¶ Solas quoq. pponentē denoiationes conuenit querere q. partes ab illis dicte ¶ in quo minimo repiunt. Conueniētius aut̄ ur̄ partes p denoiationes inquireret; q. denoiationes p partes; diuersitatē quidē denoiationū nō partiū comitatur pportionū diuersitas. ¶ Explicit liber septimus.



Liber octauus Euclidis de numeris similibus ac eorum ad instar continue q̄tatis denominationibus ⁊ ipsorum ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulcri Ordinis Minorum Castigatore diligentissimo. Incipit.



Atera numerorum dicuntur quorum multiplicatione numeri producuntur. 1. **S**upficialis appellatur numerus qui ex duobus lateribus continetur. 2. **S**olidus vero qui sub tribus ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 3. **Q**uadratus est numerus supficialis equalibus lateribus consistens. 4. **C**ubus est solidus equalibus consistens lateribus. 5. **S**imiles dicuntur numeri supficiales siue solidi quorum latera sunt proportionalia.

terera sunt proportionalia.

Propositio .1.



In numeris quotlibet continue proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

Sint continue proportionales. a. b. c. duoque extremi qui sunt a. c. sint contra se primi. dico quod in eadem proportionem non reperiuntur totidem minores. Si autem contingit sint. d. e. f. eritque per .15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. quia. a. ⁊. c. sunt minimi in sua proportionem p. 23. eiusdem sequitur p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. c. f. maiores. s. minores quod esse non potest.

Propositio .2.



Minimos quotlibet continue proportionalitatis secundum proportionem datam minimos inuenire. unde manifestum erit: quod si fuerint tres numeri continue proportionalitatis secundum eam minimi duo extremi erunt quadrati. quod si fuerint quatuor erunt extremi cubi.

Sint date proportionis minimi. a. ⁊. b. ducaturque a. in se ⁊. fiat. c. ⁊. in. b. ⁊. fiat. d. b. quoque in se ⁊. pueniat. e. eruntque. c. d. e. continue proportionales in proportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: quia. c. ⁊. e. sunt contra se primi p. 28. eiusdem erunt. c. d. e. secundum datam proportionem minimi p. premissam. Ducatur iterum. a. in omnes illos. ⁊. pueniat. f. g. h. ⁊. b. in. c. ⁊. pueniat. k. erunt et. f. g. h. k. continue proportionales in proportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: minimi quoque p. 28. eiusdem ⁊. premissam hac uia ⁊. ratione inueniet. s. uel. 6. uel. quotlibet.

Propositio .3.



In numeris quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint minimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

Hec tertia est conuersa prime. Sint. n. a. b. c. d. continue proportionales ⁊. secundum suam proportionem minimi. dico quod. a. ⁊. d. extremi erunt ad inuicem primi. **M**inimi. n. in proportione a. ad. b. sint. e. ⁊. f. eruntque p. 22. septimi contra se primi p. hos ergo duos secundum doctrinam premisse inueniant totidem continue proportionales ⁊. minimi quot sunt numeri propositi. **P**rimo quidem tres qui sunt. g. h. k. deinde quatuor qui sunt. l. m. n. p. ⁊. ad hunc modum continue p. additionem unius quousque fiat tot quot sunt numeri propositi ut sunt hic. l. m. n. p. sequitur ergo. l. m. n. p. equales esse. a. b. c. d. eo quod in eadem proportione sunt utrinque minimi. **E**t quia. l. ⁊. p. sunt contra se primi p. 28. septimi: erunt quoque. a. ⁊. d. illis equales contra se pri

mit quod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinem assignatarum proportionum in minimis numeris fm ipsas proportiones continuatim proportionalibus inuenire.

Assignate pportioes in minimis termis inueniant ut docet. 34. septimi. Sintq; pma inter. a. f. b. scda inter. c. f. d. tertia inter. e. f. f. sic quoq; de pluribus si fuerint plures. uolo has pportiones in qtuor minimis numeris cotinuare. Sumo ergo. g. minimum quem numerat. b. f. c. f. quotiens. b. numerat ipsum. g. toties a. numerat. h. d. quoq; totiens numeret. k. quoties. c. g. itaq; si. e. numerat. k. sit ut. f. toties numeret. l. erutq; . h. g. k. l. quos qrimus. Costat. n. p. 18. septimi q; sit. h. ad. g. sicut. a. ad. b. f. g. ad. k. sicut. c. ad. d. at. k. ad. l. sicut. e. ad. f. Minimi quoq; na si alii sint minimi ut. n. p. m. q. oportebit p. 21. septimi bis assumpta ut uterq; duoz. b. f. c. numeret. p. qre f. g. numerabit eudem. p. correl. 35. sep. quod est inconueniens. Sunt igr. h. g. k. l. minimi. At uero si. e. non numerat. k. sit. m. minimus numeratus ab eis. s. e. f. k. quem. m. quotiens numerat. k. totiens. h. numeret. n. f. g. totiens. p. erutq; per. 18. septimi. n. p. m. in pportione. h. g. k. quare. n. ad. p. ut. a. ad. b. f. p. ad. m. ut. c. ad. d. sed quotiens. e. numerat. m. totiens. f. numeret. q. f. erit p eandem. m. ad. q. sicut. e. ad. f. Manifestum est igitur q; assignate pportiones cotinuate sunt in quatuor numeris qui sunt. n. p. m. q. Qui si no fuerint minimi. sint si possibile est alii qui sint. r. s. t. x. quia itaq; per. 21. septimi bis assumptam uterq; duoz numerorum. b. f. c. numerat. s. sequitur p. correl. 35. sep. ut. g. numeret eundem quare et. k. numerabit. t. at qa p. 21 septimi. e. numerat eundem. t. no erit. m. minimus quem numerant. k. f. e hac roe qrtā illis f. quotlibet alias sine oi offendiculo cotinuare poteris.

Propositio .5.



Adnium duorum numerozum compositorum p portio vnus ad alterum est ex laterum suozum p ducta proportionibus.

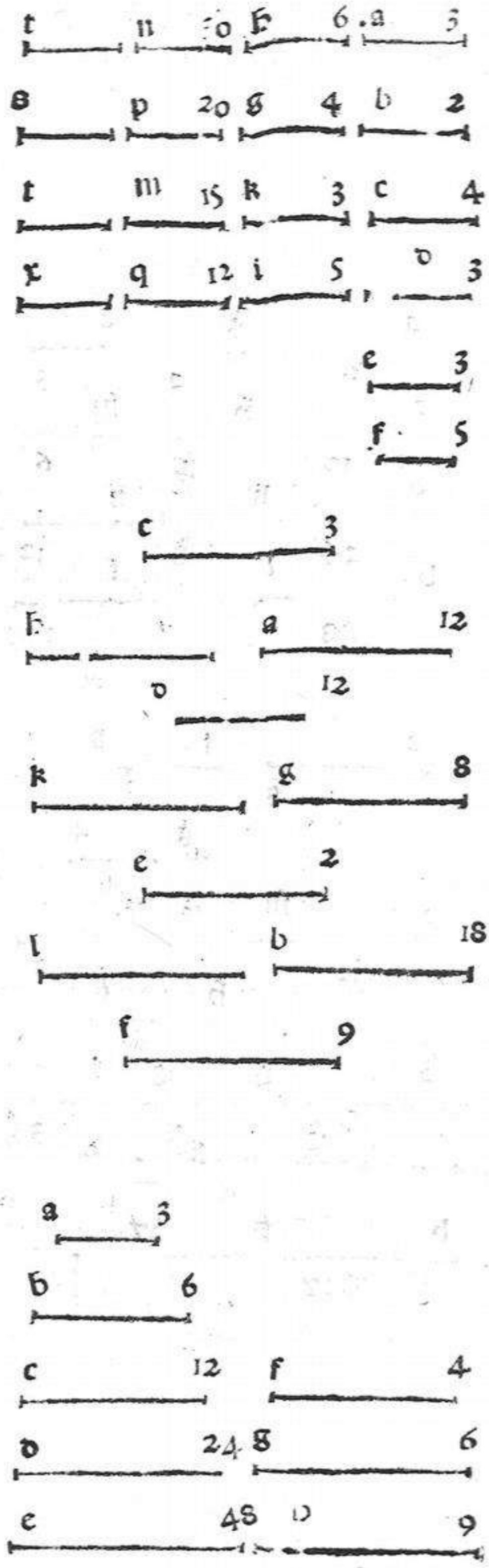
Quod proponit. 24. sexti de superficiebus equidistantium laterum proponit hec de numeris compositis. Sint duo numeri copositi. a. b. latera. a. sint. c. f. d. latera. b. sint e. f. f. dico itaq; q; proportio. a. ad. b. constat ex ea que est. c. ad. e. f. ea que est d. ad. f. Sit enim ut ex. d. in. e. fiat. g. quia ergo ex. d. in. c. fit. a. f. ex f. in. e. fit. b. per. conuersionem diffinitionis laterum erit per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 19. eiusdem. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare per diffinitionem proportio. a. ad. b. composita est ex ea que est. c. ad. e. f. ea que e d. ad. f. quod est propositum. Nec est necessarium ut continuemus proportionem laterum uidelicet eam que est. c. ad. e. f. eam que est. d. ad. f. in minimis numeris repertis fm doctrinam precedentis ut docent quidam hoc enim est proposito preter necessarium. Arguunt enim posito q; illi minimi sint. h. k. l. ita q; sit. h. ad. k. sicut. c. ad. e. f. k. ad. l. sicut. d. ad. f. proportionem. h. ad. l. esse compositam ex compositorum laterum pportionibus. Sumptoq; g. fieri ex. d. in. e. arguunt. a. ad. g. ut. h. ad. k. quia ut. c. ad. e. f. g. ad. b. ut. k. ad. l. quia ut. d. ad. f. ideoq; fm equam propo. f. a ad. b. ut. h. ad. l. concludunt igitur. a. ad. b. componi ex quibus. h. f. l. uez quidem sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



In numerozum quotlibet continue proportionalium primus secundum non numeret: nullus eozum numerabit vltimum.

Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales. dico q; si. a. non numeret. b. nullus eozum numerabit. e. Manifestum aut estq; si ipsum numeret oes numerabunt. e. f. simpliciter



quilibet precedentis quilibet sequentem. ¶ Si autem non numerat ipsum pate
 q. d. non numerabit. e. nec simpliciter aliquis eorum proximo sequentem
 quia sunt positi continue proportionales. ¶ Sed q. nullus alius ut. c. nume
 ret ipsum sic constat. ¶ Sumantur fm doctrinam secunde huius totidem
 minimi continue proportionales in pportione eade quot sunt ipse. c. ¶ Oes
 sequentes qui sunt. f. g. h. eruntq. p. 3. huius. f. ¶ h. contra se primi: ¶ quia p
 equam pportionalitatem. c. ad. e. ut. f. ad. h. cum. f. non numeret. h. nec. c.
 numerabit. e. eode mo nec aliq. alioz: quare liquet qd ppositum est.

Propositio .7.



¶ In numerorum continue proportionalium primus
 ultimū numeret: idem ipse z secundū numerabit.
 ¶ Sint qui prius continue proportionales. dico si. a. nume
 rat. e. ipse numerabit. b. alioquin ex premissa non numera
 ret. e. quod est contrarium ¶ impossibile. Non solum aut
 numerabit. b. sed ¶ oes ¶ quisq. eoz quilibet ipm sequentem.

Propositio .8.



¶ Inter duos numeros numeri quotlibet in conti
 nua proportionalitate ceciderint: totides inter om
 nes duos in eades pportione relatos cadere ne
 cesse est.

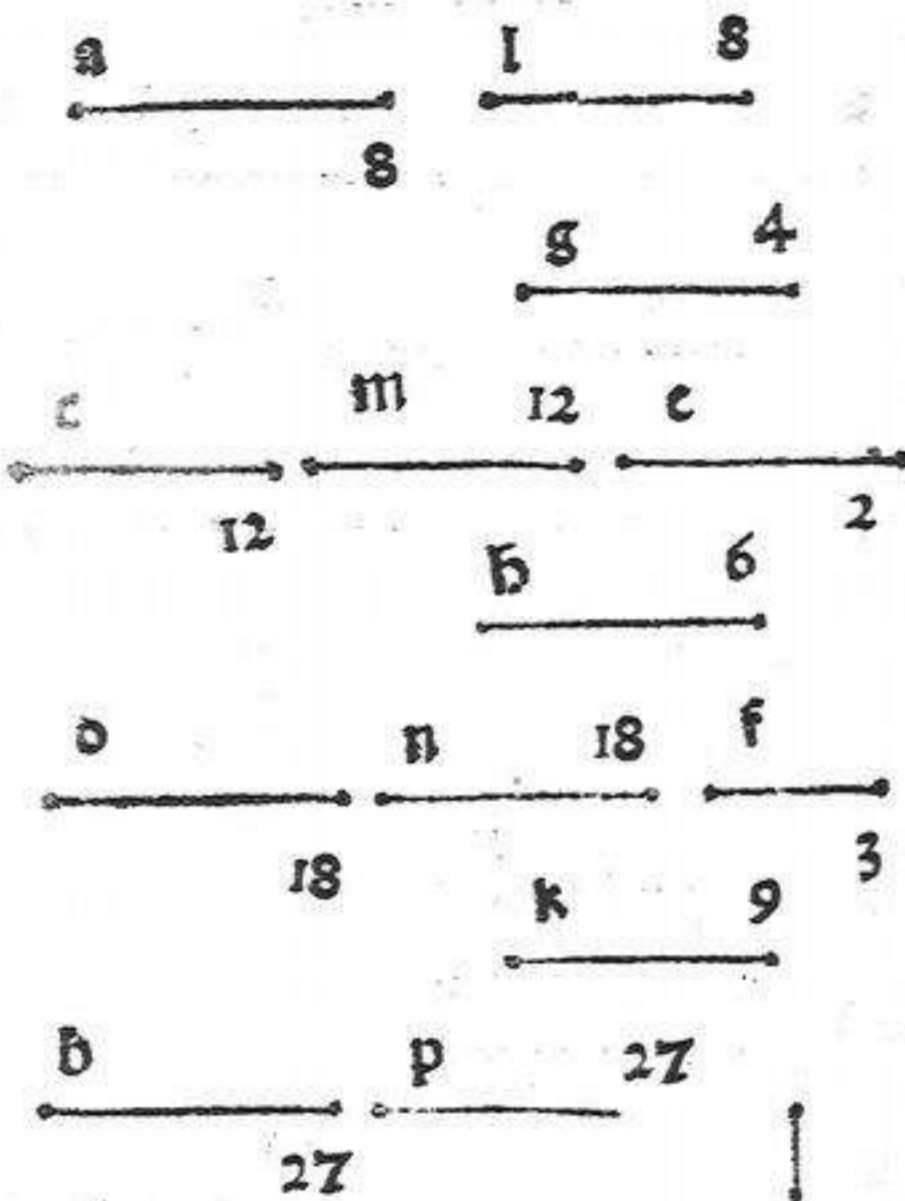
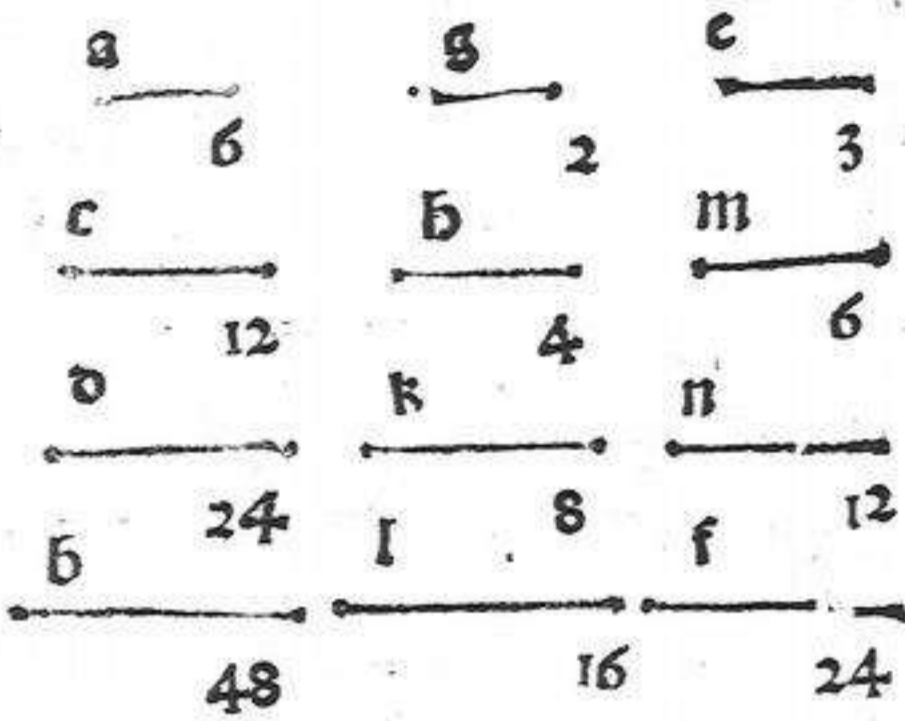
Sint. a. ¶. b. inter quos cadunt. c. ¶. d. in cōtinua pportioe
 habentes se in pportione. e. ad. f. dico q. totidē cadūt inter
 e. ¶. f. ¶ in eadem pportione quot inter. a. ¶. b. Sint enim. g. h. k. l. totidē
 minimi quot sunt. a. ¶. b. ¶ qui inter eos cadunt sumpti: quēadmodū do
 cet secunda huius cōtinue pportionalis in eadē pportione eruntq. p. 3. g.
 ¶. l. cōtra se primi: ¶ per equā ppor. erit. g. ad. l. sicut. a. ad. b. ideoq. ¶ sicut
 e. ad. f. ¶ quia ipsi sunt in sua pportione minimi per. 23. septimi: sequitur
 per. 21. eiusdē ut. g. numeret. e. ¶. l. f. equaliter: toties igitur numeret. h. m. ¶
 k. n. positisq. m. ¶. n. inter. e. ¶. f. constat per. 18. septimi. e. m. n. f. eē conti
 nue pportionalis: quēadmodum sunt. g. h. k. l. ¶ ideo quēadmodum. a.
 c. d. b. quare patet quod dictū est. ¶ Ex hac constat nullā suplicarem
 posse per equalia diuidi: si enim hoc eēt oporteret inter duos numeros
 sola unitate distates numerum cadere mediū quod eē non potest: ideoq.
 tonus in musica quē sexquioctaua cōtinuet pportio i duo uera semitoniam
 diuidi non pōt: sed necessario diuiditur in minus semitonium ¶ maius.

Propositio .9.



¶ Inter duos numeros contra se primos numeri
 quotlibet continua proportionalitate ceciderint: in
 ter utrunq. eorum z unitatem totidem continua
 proportionalitate cadere necesse est.

¶ Sint. a. ¶. b. cōtra se primi. inter quos cadat incōtinua
 ppor. c. ¶. d. dico q. totidē erunt continue pportionalis in
 ter. a. ¶ unitatē: itemq. totidē inter. b. ¶ unitatē. Sint enim in illa ppor
 tione minimi. e. ¶. f. sumpti ut docet. 34. septimi: ex quibus sumant tres
 continue proportionales ¶ minimi in eorum pportione: put docet secu
 da huius qui sint. g. h. k. deinde quatuor qui sint. l. m. n. p. ¶ hoc totiens fi
 at usquequo sic sumpti fiant totidem quot sunt numeri propositi: ut sunt
 hic. l. m. n. p. Constat itaq. cum sint. a. c. d. b. in sua pportione minimi p
 primam huius: sintq. l. m. n. p. totidem ¶ minimi in eadem. Non sit aut
 possibile eē aliquid minus minimo q. numeri. l. m. n. p. equales erūt nu
 meris. a. c. d. b. quisq. suo relatiuo ē igitur. l. equalis. a. ¶. p. b. Manifestum
 autem ex secunda huius q. ex. f. in se fit. k. ¶ ex eodem in. k. p. per diffini
 tionē igitur eius quod est multiplicari: erit. f. in. k. k. quoq. in. p. quoties
 unitas est in. f. itaq. unitas. f. k. p. sunt continue proportionales. Similiter
 autem ¶ unitas. e. g. l. sumptis ergo. a. ¶. b. loco. l. ¶. p. sibi equalium erunt
 inter. a. ¶ unitatem. g. ¶. e. ¶ inter. b. ¶ unitatem. k. ¶. f. continue propor
 tionalis totidem quot sunt inter. a. ¶. b. quod est propositum.



Propositio .10.



Inter utrunque eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint ambo bus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

Sint duo numeri. a. & b. sintque. c. & d. inter. a. & unitatem. e. quoque. & f. inter. b. & unitatem continue proportionales. dico totidem esse inter. a. & b. continue proportionales; hec est conuersa prioris excepto quod ad subiectum premisse appositum erat. a. & b. esse contra se primos quod non apponitur hic ad passionem; qua propter uniuersalior est passio huius subiecto illius. ¶ Quia igitur quotiens unitas in. d. totiens est. d. in c. & totiens. c. in. a. constat quod ex. d. in se fit. c. & ex eodem. d. in. c. a. Similiter quoque. ex. f. in se. & in. e. fient. e. & b. ¶ Ducat itaque. d. in. f. & productus sit. g. itemque. idem. d. ducatur. in. g. & e. & sint producti. h. & k. Constat igitur ex. 18. septimi quod. c. ad. g. ut. d. ad. f. & ex. 19. quod. g. ad. e. ut. d. ad. f. quare. c. g. e. sunt continue proportionales in proportione. d. ad. f. item per. 18. iterum sunt. a. ad. h. sicut. c. ad. g. & h. ad. k. sicut. g. ad. e. & per. 19. k. ad. b. sicut. d. ad. f. igitur sunt. a. h. k. b. continue proportionales; quare constat propositum.

Propositio .11.



S fuerint ambo quadrati erit proportio unius ad alterum tanquam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si uero ambo fuerint cubi erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

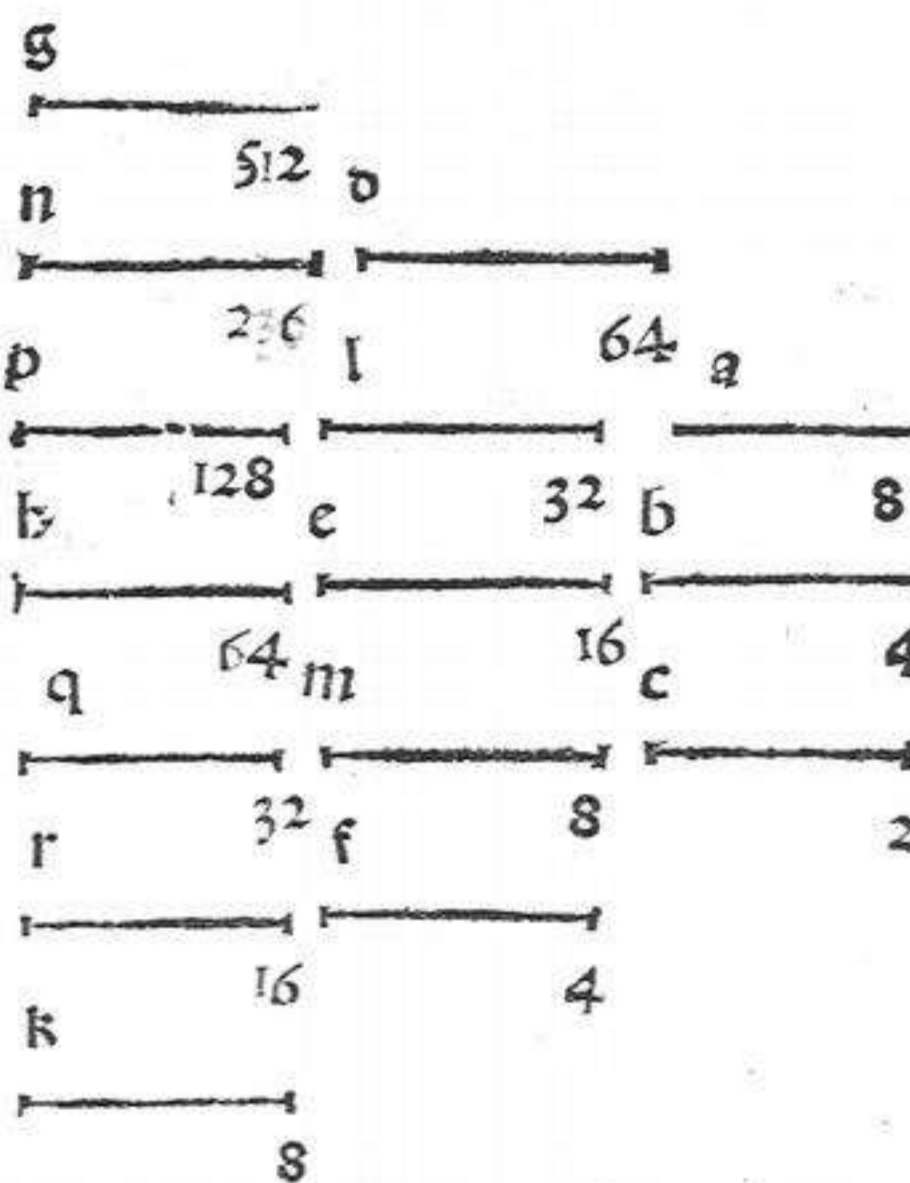
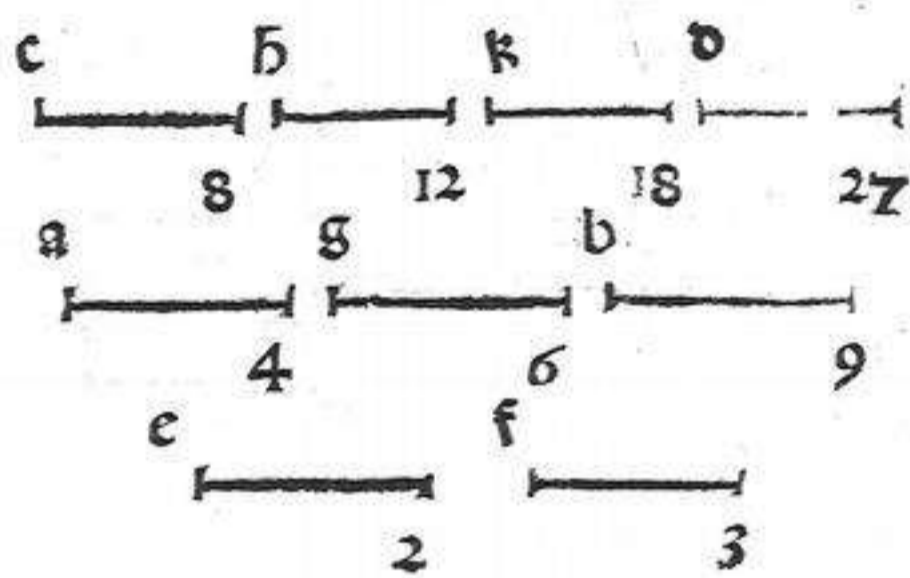
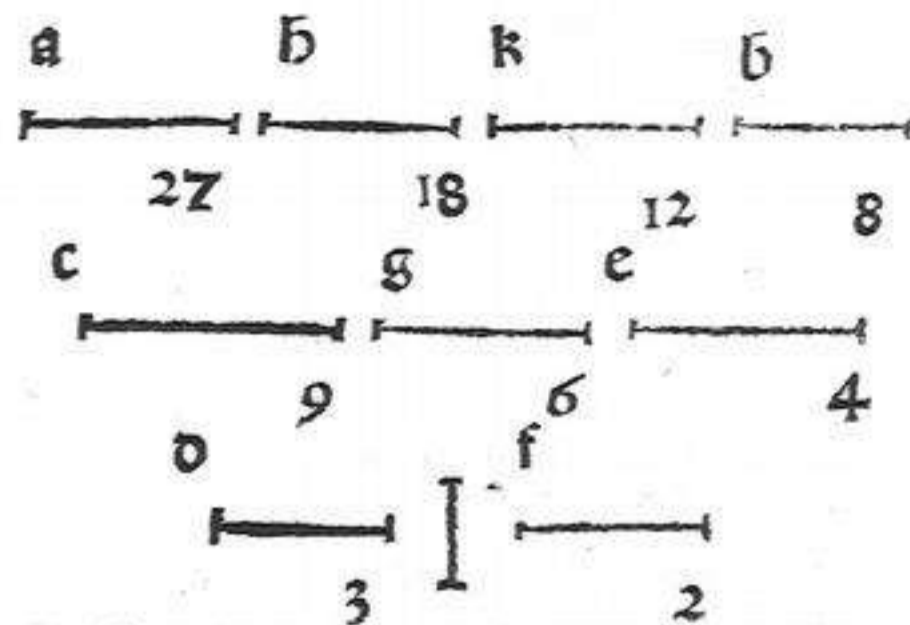
Sint duo quadrati. a. & b. & duo cubi. c. & d. latera tantum quadratorum quam cuborum sint. e. quidem. a. & c. f. uero. b. & d. dico quod proportio. a. ad. b. erit sicut. e. ad. f. duplicata. c. uero ad. d. sicut eadem triplicata. Manifestum enim est quod ex. e in se fit. a. & ex ipso. e. in. a. c. sic quoque. ex. f. in se fit. b. & ex ipso in. b. d. ducatur igitur. e. in. f. & proueniat. g. & in. g. & b. & proueniant. h. & k. eritque. per. 18. septimi. a. ad. g. sicut. e. ad. f. & per. 19. g. ad. b. sicut. e. ad. f. igitur ex diffinitione. a. ad. b. sicut. e. ad. f. duplicata quod est primum. ¶ Secundum eodem modo constat. sunt enim per. 18. iterum. c. ad. h. sicut. a. ad. g. & h. ad. k. sicut. g. ad. b. & per. 19. k. ad. d. sicut. e. ad. f. quare. c. h. k. d. sunt etiam continue proportionales in proportione. e. ad. f. per diffinitionem igitur erit. c. ad. d. sicut. e. ad. f. triplicata; quod est secundum.

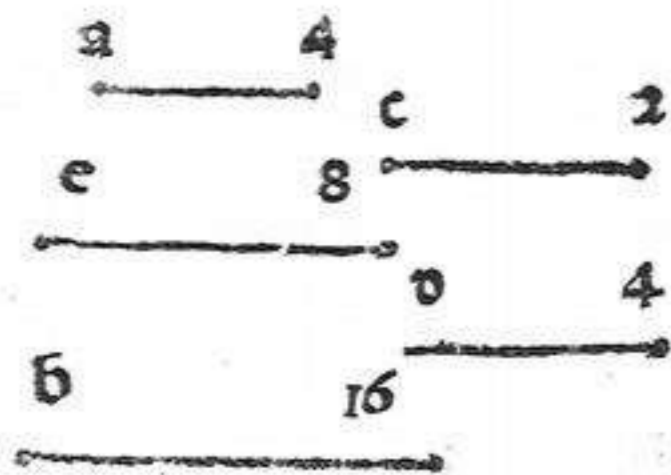
Propositio .12.



I numerorum continue proportionalitatis quisque in seipsum ducatur; qui inde producentur sub continua proportionalitate esse. Quod si item in ipsos productos principia sua ducantur inde quoque productos continue proportionalitatis esse necesse est. idemque in omnibus hoc modo productis extre-

Sint. a. b. c. continue proportionales quorum quisque in se ducatur & proueniant ex. a. quidem. d. ex. b. uero. e. & ex. c. f. dico quod. d. e. f. sunt continue proportionales; quod si item. a. ducatur in. d. & proueniat. g. b. quoque. in. e. & proueniat. h. & c. in. f. proueniat. k. dico etiam quod. g. h. k. erunt continue proportionales. ¶ Sit enim ex. a. in. b. l. & ex. c. in. eundem. m. eruntque per. 18. & 19. septimi. d. l. e. m. f. continue proportionales in proportione. a. b. c. itaque per equam proportionalitatem argue. d. ad. e. sicut. e. ad. f. quod est primum. ¶ Reliquum sic ducatur. a. in. l. & e. & proueniat. n. & p. c. quoque ducatur in. e. & m. & proueniant. q. & r. eruntque. per easdem. g. n. p. h. q. r. k. continue quoque proportionales in proportione primorum; per equam igitur proportionalitatem concludere. g. ad. h. sicut. h. ad. k. quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscumque primi in productos ducantur.





Propositio .13.



Siquis quadratus numerus alium quadratus numeret: latus quoque suum latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

Sint duo numeri. a. & b. quadrati: lateraque eorum. c. & d. dico quod si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. & econverso

¶ Constat enim quod ex c. in se fit. a. ex d. quoque in se. b. fiat igitur. e. ex c. in d. eruntque per. 18. & 19. septimi. a. e. b. continue proportionales in proportione. c. ad d. ¶ Si igitur. a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. e. quare & c. d. quod est primum. ¶ Conuersa sic patet. si. c. numerat. d. a. numerabit. e. propter id quod proportio. a. ad e. sicut. c. ad d. & si numerat. e. ipse numerabit. b. propter hoc quod sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Sicubus alium cubum numeret: latus quoque suus latus alterius numerabit. Si vero latus suus latus alterius numeret: cubus numerabit cubum.

Sint duo numeri. a. & b. cubi lateraque eorum. c. & d. dico quod si a. numerat. b. c. quoque numerabit. d. & econverso.

¶ Ducatur enim. c. in se. & fiat e. d. quoque in se fiat. f. constat igitur quod ex c. in e. fit. a. & ex d. in f. b. fiat itaque. g. ex c. in d. eruntque per. 18. & 19. septimi. e. g. f. continue proportionales in proportione. c. ad d. sed. & h. & k. pueniant ex. c. in. g. & f. ¶ Per easdem igitur erunt. a. h. k. b. continue quoque proportionales in eadem proportione. ¶ Itaque si a. numerat. b. idem ipse per. 7. huius numerabit. h. quare & c. d. est n. c. ad d. sicut. a. ad h. constat igitur prima pars. Conuersa patet: sicut conuersa prioris. Nam si. c. numerat. d. a. quoque numerabit. h. quem si numerat necesse est ut numeret. b.

Propositio .15.



Numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret: nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.

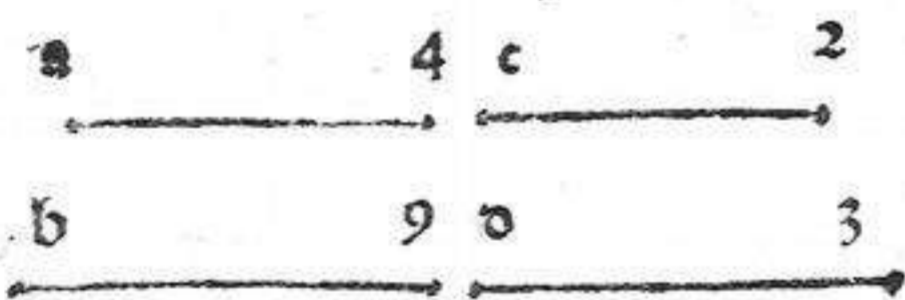
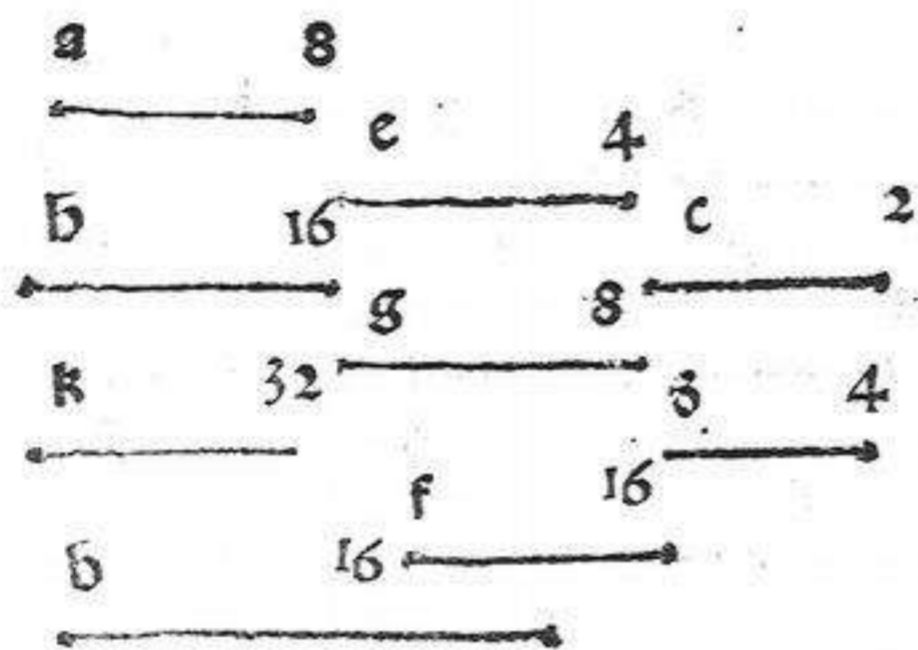
Hec. 15. proponit negationes conuerti: que affirmationibus quas. 13. huius conuerti proposuit opponuntur: ut si sint duo numeri quadrati. a. & b. quorum latera. c. & d. si a. non numerat. b. c. quoque non numerabit. d. econverso etiam si. c. non numerat. d. nec. a. b. ¶ Sit enim primo ut. a. non numeret. b. si itaque. c. numerat. d. per secundam partem. 13. huius. & a. numerabit. b. quod est contrarium positioni: sicque patet primum. ¶ Secundum quoque sic: sit ut. c. non numeret. d. itaque si. a. numeret. b. per primam partem. 13. necesse est ut. c. numeret. d. necesse est igitur ut numeret ipsum cum non numerat ipsum: quod est impossibile. ¶ Quemadmodum autem necesse est conuerti negationes oppositas affirmationibus quas. 13. demonstrauit conuerti: sic quoque necesse est eas negationes que opponuntur illis affirmationibus quas premissa conuerti demonstrauit conuertantur unde si cubus non numerat cubum nec latus eius numerabit latus illius econverso quoque si latus unius non numerat latus alterius: nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autem hoc per premissam a destructione consequentis: sicut quod propositum est per. 13. ideoque hoc auctor non proposuit: sed per id quod propositum est ipsum dedit intelligi.

Propositio .16.



Sino duo numeri superficiales fuerint similes necesse est tertium numerum fm proportionalitate continuam eis interesse: eritque proportio unius numeri ad alterum sibi similem velut unius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

Sint duo numeri. a. & b. superficiales & similes: dico



¶ inter ipsos cadet unus numerus in continua pportione: latera enim. a. sint. c. f. d. b. uero latera sint. e. f. eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. e. sicut. d. ad. f. constat aut q; ex. c. in. d. fiat. a. f. ex. e. in. f. b. fiat itaq; g. ex. e. in. d. eritq; per. 19. septimi. a. ad. g. sicut. c. ad. e. f. per. 18. eiusde. g. ad. b. sicut. d. ad. f. quare. a. ad. g. sicut. g. ad. b. est itaq; g. continua proportionalitate medius inter. a. f. b. quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum sit. a. ab. b. per diffinitionem: sicut. a. ad. g. duplicata: que eadem est illi que est. c. ad. e.

Propositio .17.



¶ I fm continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris inter sit: illi duo numeri superficiales sunt. z similes.

¶ Hec est conuersa premisse: ut si inter. a. f. b. sit. c. si. b. continua proportionalitate constitutus. a. f. b. erunt superficiales f. similes. ¶ Sint enim. d. f. e. minimi in proportioe qua continuantur. a. c. b. qui per. 21. septimi numerabunt. a. f. c. equaliter: sitq; ut fm. f. f. per eandem. c. f. b. equaliter: f. sit ut fm. g. erunt igitur per diffinitionem. a. f. b. superficiales: f. erunt etiam per diffinitionem. d. f. f. latera numeri. a. e. quoq; f. g. latera numeri. b. ¶ Quod autem ipsi sint similes sic habeto. ¶ Cum enim ex. d. in. g. sit. c. f. ex. e. in. f. sit idem. c. erit per secundam partem. 20. septimi. d. ad. e. sicut. f. ad. g. per diffinitione igitur. a. f. b. sunt similes: quod est propositum. ¶ Hoc autem ultimū quod est. a. f. b. esse similes: potest etiam haberi per. 19. f. 18. septimi: f. per has hypothe. q; a. c. b. sunt cōtinue proportionales in proportione. d. ad. e. minimorum numerantium. a. f. c. fm. f. f. c. f. b. fm. g.

Propositio .18.



¶ S fuerint duo numeri solidi similes: necesse ē eis duos numeros fm continuam proportionalitatem interesse. eritq; proportio vnus solidi ad alterz sibi simile. velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se pportionaliter pportio triplicata.

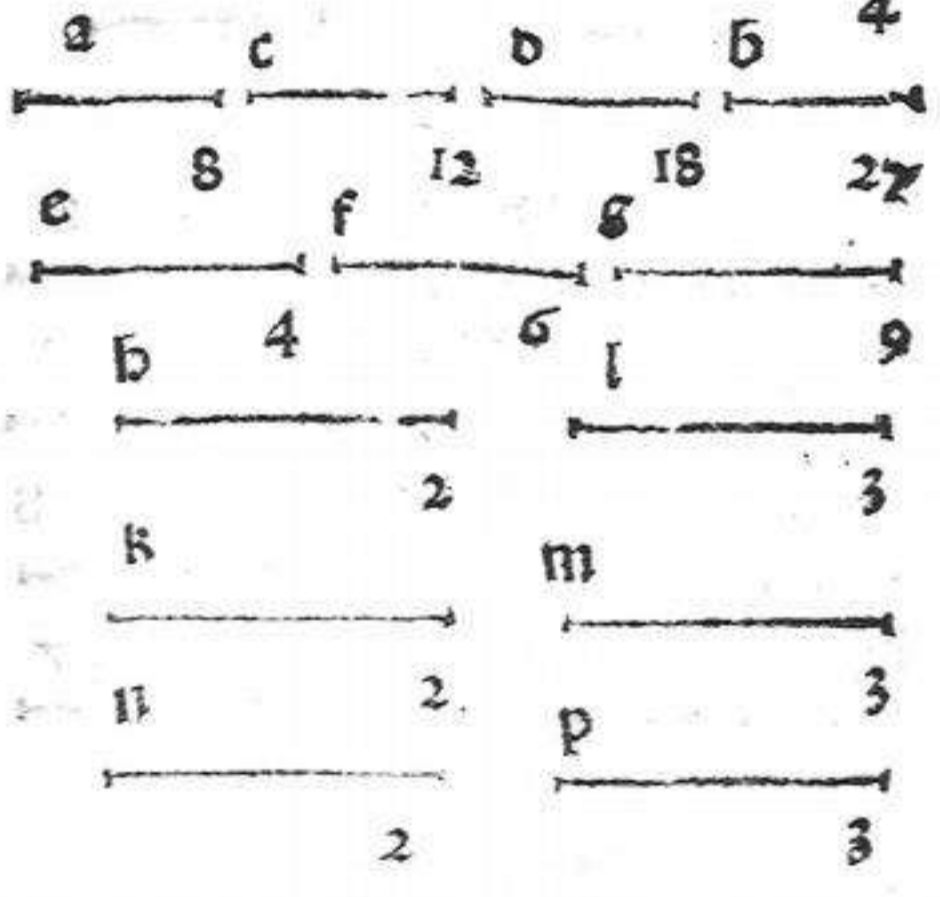
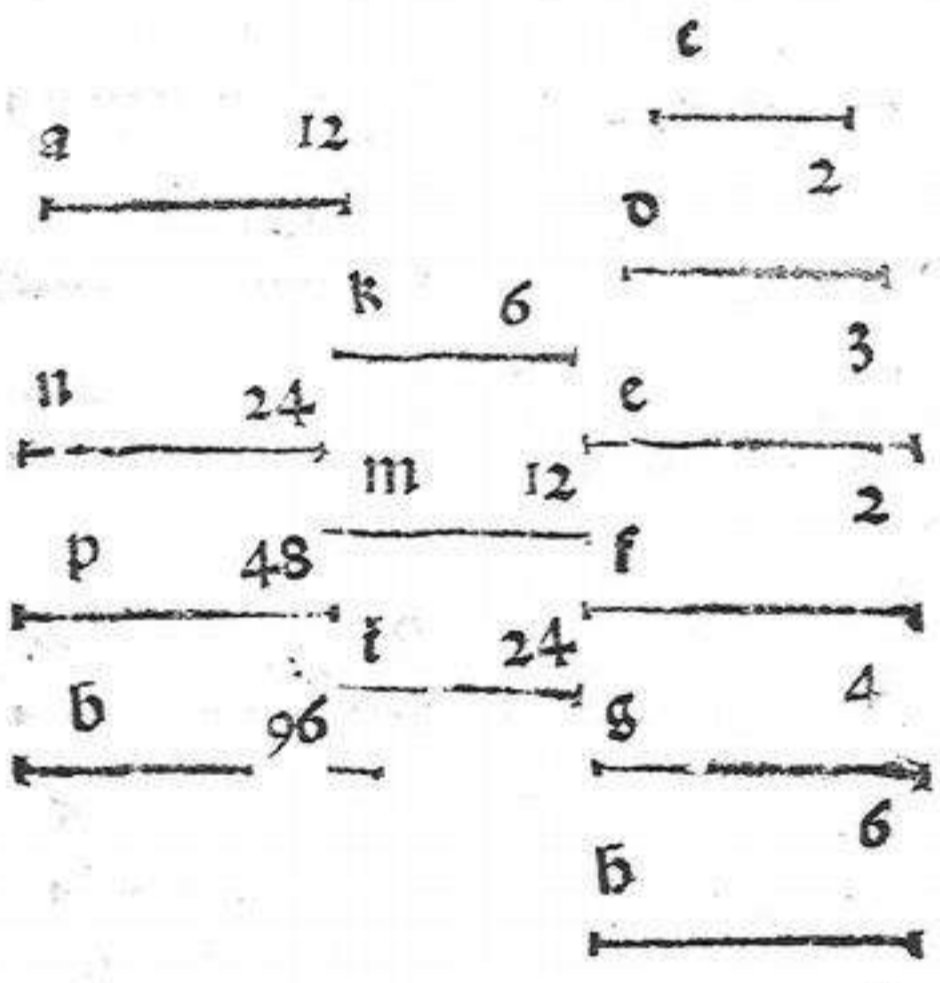
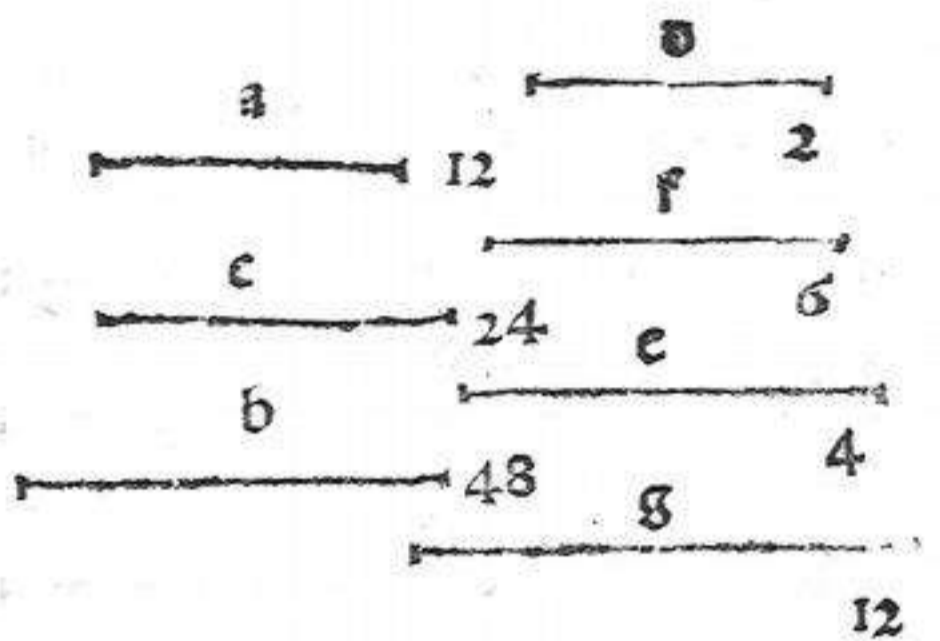
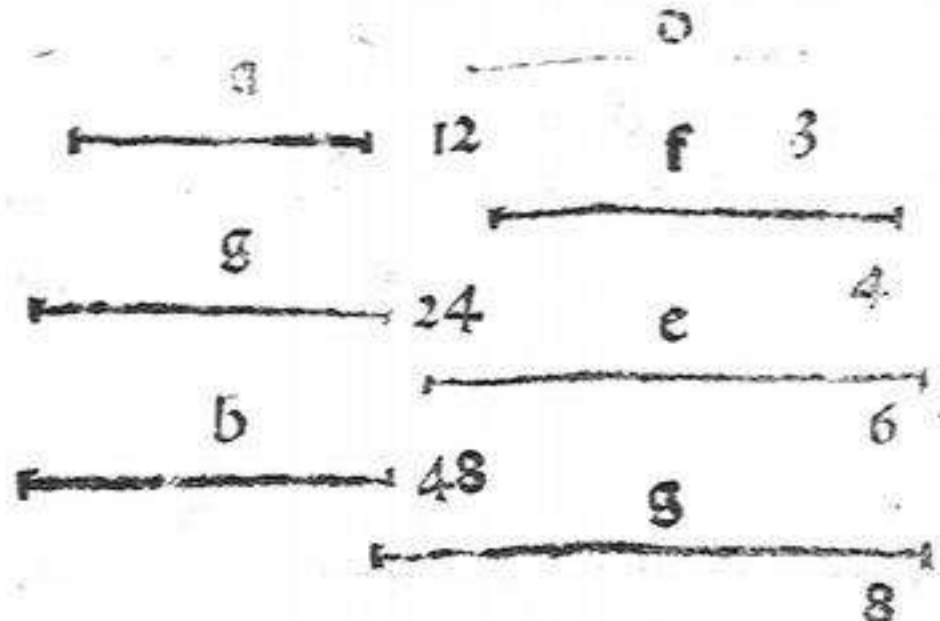
¶ Sint duo numeri. a. f. b. solidi similes dico q; inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri. a. c. d. e. latera uero. b. sint. f. g. h. eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium. c. ad. f. f. d. ad. g. sicut. e. ad. h. Sit igitur ex. c. in. d. k. f. ex. f. in. g. l. erūtq; ex diffinitione. k. f. l. superficiales f. similes. quare p. 16. huius unus numerus cadet inter eos medius fm proportionem. c. ad. f. qui sit. m. Manifestum autem est q; ex. e. in. k. sit. a. f. ex. h. in. l. b. si igit ex. e. in. m. f. l. fiant. n. f. p. erūt per. 18. septimi. a. ad. n. sicut. k. ad. m. f. n. ad. p. sicut. m. ad. l. quare. a. n. p. sunt continue pportionales in pportione c. ad. f. ¶ Et quia per. 19. eiusdem. p. ad. b. sicut. e. ad. h. f. ideo sicut. c. ad. f. sequitur ut quatuor numeri. a. n. p. b. sint continue pportionales fm proportionem. c. ad. f. ¶ Sunt itaq; inter. a. f. b. duo numeri. n. f. p. medii in continua proportionalitate suorum laterum interpositi: quod est propositum. ¶ Correl. autem patet cum proportio. a. ad. b. sit per diffinitionem sicut. a. ad. n. triplicata que est eadem illi: que est. c. ad. f.

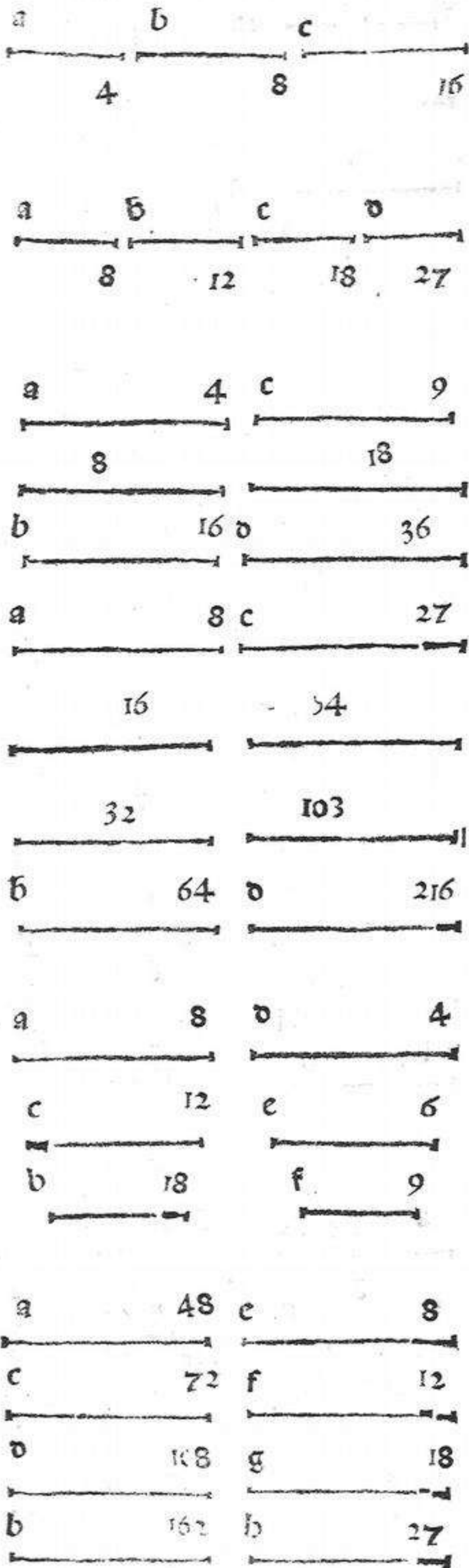
Propositio .19.



¶ I eis fm cōtinuam pportionalitatem duo nūeri interiacēt quilibet duo nūeri solidi sunt atq; similes.

¶ Hec est cōuersa pmissa ut si inter. a. f. b. sint duo numeri. c. f. d. medii in cōtinua pportione: erūt. a. f. b. solidi f. similes. ¶ Sumātur enī tres minimi in eadē pportione cōtinue pportioales q; sint. e. f. g. erūtq; p. 17. e. f. g. superficiales f. similes. ¶ Sint ergo. h. f. k. latera. e. at. l. f. m. latera. g. eritq; p. corre. 16. huius. e. ad. f. sicut. h. ad. l. aut sicut. k. ad. m. manifestū aut est ex tertia q; e. f. g. sunt cōtra se primi: ideoq; p. 23. septimi in sua proportione minimi: f. quia p. equā pportionalitatem sunt. a. ad. d. f. c. ad. b. sicut. e. ad. g.





sequitur per. 21. septimi: ut ipsi numerent. a. f. d. equaliter quod sit fm. n. f. item. c. f. b. equaliter qd sit fm. p. Quia igitur ex. h. in. k. fit. e. f. ex. e. in n. fit. a. sequitur p diffinitionem ut. a. sit solidus eiusq. latera. h. k. n. similiter quia ex. l. in. m. fit. g. f. ex. g. in. p. b. sequitur et ut. b. sit solidus f. eius latera. l. m. p. ¶ Ipsos aut esse similes sic constabit cum ex. g. in. n. fiat. d. f. ex eode i. p. b. erit p. 18. septimi. n. ad. p. sicut. d. ad. b. f. quia sic erat. h. ad. l. f. k. ad. m. p. diffinitione manifestu est. a. f. b. ee similes: qd e ppositum.

Propositio .20.



S triu numerorū continue pportionalium primus fuerit quadratus tertiu quoq. quadratum ee.

¶ Sint tres numeri continue pportionales. a. b. c. sitq. a. quadratus dico q. c. est etiam quadratus. ¶ Sunt enim p. 17. a. f. c. superficiales f. similes cu igitur. a. sit quadratus

p ypothe. erit. c. qdratus.

Propositio .21.



S quatuor numerorū continue pportionalium primus fuerit cubus: quartus cubum ee necesse e.

¶ Sint qtuor numeri cotinue pportionales. a. b. c. d. sit q. a. cubus: dico q. d. est et cubus. ¶ Costat enim p. 19. q. a. f. d. sint solidi similes: f. quia. a. est cubus p ypothe. erit etiam. d. cubus.

Propositio .22.



S duorum numerorum quorum proportio sicut qdrati ad quadratum fuerit vnus quadratus: alterum quoq. quadratum ee.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in pportione duoru quadratoru qui sint. c. f. d. sitq. a. uel. b. quadratus: dico reliquu ee quadratu. Cum enim. c. f. d. sint quadrati sequitur eos ee superficiales similes: ideoq. per. 16. cadet vnus medius inter eos in continua pportione: quare p. 8. f. inter. a. f. b. per. 20 igitur constat ppositum.

Propositio .23.



S duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus z alterum cubicum ee.

¶ Sint duo numeri. a. f. b. in proportione duorum cuborum qui sint. c. f. d. sitq. a uel. b. cubus: dico reliquum esse cubum. ¶ Necesse e enim q. c. f. d. sint solidi similes: quippe oes cubi sunt similes f. solidi: itaq. per. 18. inter ipsos cadent duo medii in cotinua proportione totidem igitur per. 8. cadent inter. a. f. b. itaq. per. 21. manifestum est quod dicitur.

Propositio .24.



S numerorū superficialium similiu est pportio vnus ad alterum sicut pportio quadrati ad qdratu.

¶ Sint. a. f. b. superficiales similes: dico q. vnus ad alterum e proportio sicut quadrati ad quadratum. ¶ Erit. n. per. 16. inter eos vnus numerus medius in continua pportione qui sit. c. ¶ Sumptis itaq. tribus minimis in pportione eoz: qui sint. d. e. f. erunt p correl. 2. d. f. f. quadrati: f. quia p equa pportionalitatem est. a. ad. b. sicut. d. ad. f. constat uerum ee qd pponitur.

Propositio .25.



S niu duorū solidorū similiu est proportio vnus ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubu.

¶ Sint. a. f. b. solidi similes: dico q. pportio vnus ad alterum est sicut cubus ad aliquem alium cubu. ¶ Sunt qui dem per. 18. inter eos duo numeri medii fm continuam proportionem qui sint. c. f. d. in eorum proportioe sint minimi: quatuor. e. f. g. h. quorum. e. f. h. erunt cubi per correlarium secū de: quia igitur per equam proportionalitatem est. a. ad. b. sicut. e. ad. h. liquet ppositum. **Explicit liber Octauus.**

Liber nonus Euclidis de quinque numerorum precipuis speciebus, et de perfecto habundante ac diminuto secundum Campani optimam translationem. Magistro Luca Paciolo de burgo sancti Sepulchri Ordinis minorum Castigatore optimo Incipit.



Numerus est qui potest in duo equalia diuidi. 2. **I**mpar numerus est, qui in duo equalia diuidi non potest, additque supra parem unitatem. 3. **P**ariter par est quem cuncti pares eum numerantes paribus vicibus numerant. 4. **P**ariter impar est quem cuncti pares eum numerantes imparibus vicibus numerant. 5. **P**ariter par et impariter est quem pares eum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. 6. **I**mpariter impar quem cuncti impares eum numerantes imparibus vicibus numerant. 7. **P**erfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. 8. **H**abundans dicitur quod omnibus suis partibus minor est. 9. **D**iminutus vero quod maior.

Castigator.

Diffinitiones iste respectiue sunt parium et imparium. 1. **V**t. 4. 6. 8. 10. et similes. 2. **V**t. 3. 5. 7. 9. et similes. 3. **V**t. 8. 16. 32. 64. et similes. 4. **V**t. 6. 10. 14. 18. 26. 30. 42. 54. et similes. 5. **V**t. 12. 24. 36. 48. 60. et similes. 6. **V**t. 15. 21. 27. 33. 35. et similes. 7. **V**t. 6. 28. 496. et similes. 8. **V**t. 12. 24. 36. et similes. 9. **V**t. 8. 10. 16. et similes.

Propositio .1.



Si fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producentur numerus quadratum esse necesse est.

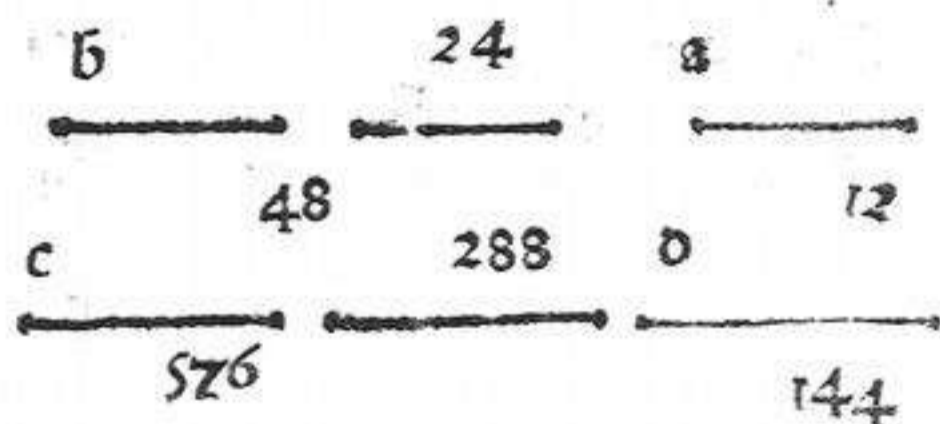
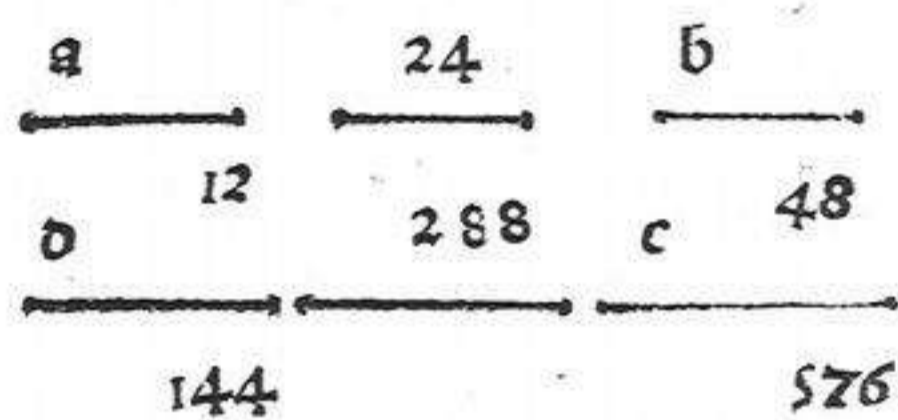
Sint, a. et b. superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat. c. dico. c. esse quadratum. fiat enim. d. ex. a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad. c. sicut. a. ad. b. et quia inter. a. et b. cadit unus medius secundum continuam proportionalem per. 16. octauum. sequitur per. 8. eiusdem ut unus quoque cadat inter. d. et c. itaque cum d. sit quadratus erit per. 20. eiusdem. c. quoque quadratus quod est propositum.

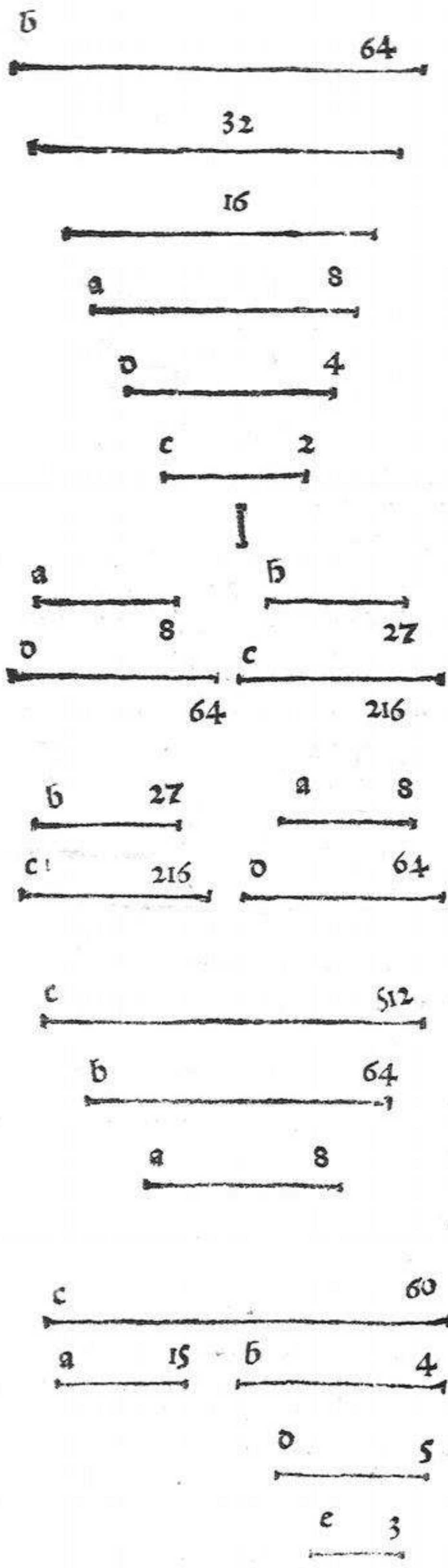
Propositio .2.



Tex ductu alterius in alterum tetragonus producat. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. 1. **E**x his itaque patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producat tetragonum esse. 2. **S**i vero ex ductu tetragoni in numerum aliquem tetragonus producat illius numerum aliquem esse tetragonum. 3. **I**temque si ex ductu tetragoni in numerum aliquem non tetragonus producat eum numerum aliquem non tetragonum esse. 4. **S**i vero tetragonus in numerum aliquem non tetragonum ducatur qui inde producat non tetragonum esse necesse est.

Hec est conuersa prioris: ut si ex. a. in. b. fiat. c. fueritque. c. quadratus: erit a. et b. superficiales similes: sit enim. d. ex. a. in se. eritque per. 18. septimi. d. ad





e. sicut. a. ad. b. per. 16. autem octavi cum. d. f. c. sint superficiales similes: eo qd sunt ambo quadrati: erit iter eos unus numerus medius fm cōtinuam propor. per. 8. itaq, eiusdem erit etiam unus inter. a. f. b. igitur per. 17. eiusdem. a. f. b. sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima ps cor rel. patet per premisam: sunt enim omnes tetragoni superficiales similes. Secunda patet ex hac cum sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius cor. parte a destructione consequentis. Quarta ue ro patet ex eiusdem parte secunda a destructione etiam consequentis.

Propositio .3.



I numerus cubus in seipsum ducatur qui inde p ducetur erit cubus.

Sit. a. cubus ex quo in se ducto fiat. b. dico. b. esse cubū. **S**it enim. c. latus cubicum. a. ex. c. uero in se fiat. d. patet itaq, qd ex. c. in. d. sit. a. sunt igitur unitas. c. d. a. continue proportionales: quod ex. 18. septimi ff presentibus ypothesibus manifestū est. **E**t qa est. a. ad. b. sicut unitas ad. a. eo qd quotiens vnitas est in. a. toties. a. in. b. erūt inter. a. f. b. duo numeri medii fm proportionalitatem continuam per. 8. octavi. **C**um igitur ex ypothesi sit a. cubus erit per. 21. eiusdem. b. quoq, cubus: qd oportebat demonstrare.

Propositio .4.



I cubus in alium cubum ducatur: qui inde produ cetur erit cubus.

Sint. a. f. b. cubi: fiatq, c. ex. a. in. b. dico. c. esse cubum. **F**iat enim. d. ex. a. in se eritq, per premisam. d. cubus: **q**uia per. 18. septimi est. a. ad. b. sicut. d. ad. c. constat ex 23. octavi. c. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .5.



I numerus cubus in numerum alium ducatur: fueritq, productus cubus in quem ductus est nu merum cubum eē necesse est: vnde z manifestum est: qd ex ductu cubi in non cubum producitur nō cubus. **D**uctoq, cubo in numerum aliquem si fue rit qui inde producitur non cubus in quem ille du ctus fuerit necesse est eē non cubum.

Sit enim ex. a. cubo in. b. numerum productus. c. cubus dico. b. esse cu bum: fiat enim. d. ex. a. in se qui p ante premisam erit cubus: qa igitur ē per. 18. septimi. a. ad. b. sicut. d. ad. c. estq, a. cubus: sed f. d. f. c. cubi erit per 23. octavi. b. cubus: quod est propositum. Prima pars cor. rel. patet ex hac quinta a destructione consequentis. secunda per premisam similiter a de structione consequentis.

Propositio .6.



I ex ductu cuiusdā numeri in seipsum cubus pro ducatur eum eē cubum necessario comprobatur.

Sit ut ex. a. in se fiat. b. sitq, b. cubus: dico ergo. a. esse cubum: fiat enim. c. ex. a. in. b. eritq, ex diffinitione. c. cu bus. **q**uoniam constat ex. 18. septimi qd sit. a. ad. b. sicut b. ad. c. cum sint. b. f. c. cubi: sequitur ex. 23. octavi. a. esse cubum: quod est propositum.

Propositio .7.



I numerus compositus in numerum quemlibet ducatur: qui inde producetur erit solidus.

Sit. a. numerus compositus: qui ducatur in. b. f. proue niat. c. dico. c. esse numerum solidum. Cum enim. a. sit cō positus numeratur ab aliquo numero qui sit. d. numeret q, eum fm. e. quia igitur ex. e. in. d. sit. a. f. ex. a. in. b. c. erit ex diffinitione solidorum. c. solidus eiusq, latera. e. d. b. qd est ppositum.

Propositio .8.



Si fuerint numeri ab vnitate continue proportioales: tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq; septimus ab vnitate est quadratus cubi: ac deinceps: quinq; semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.

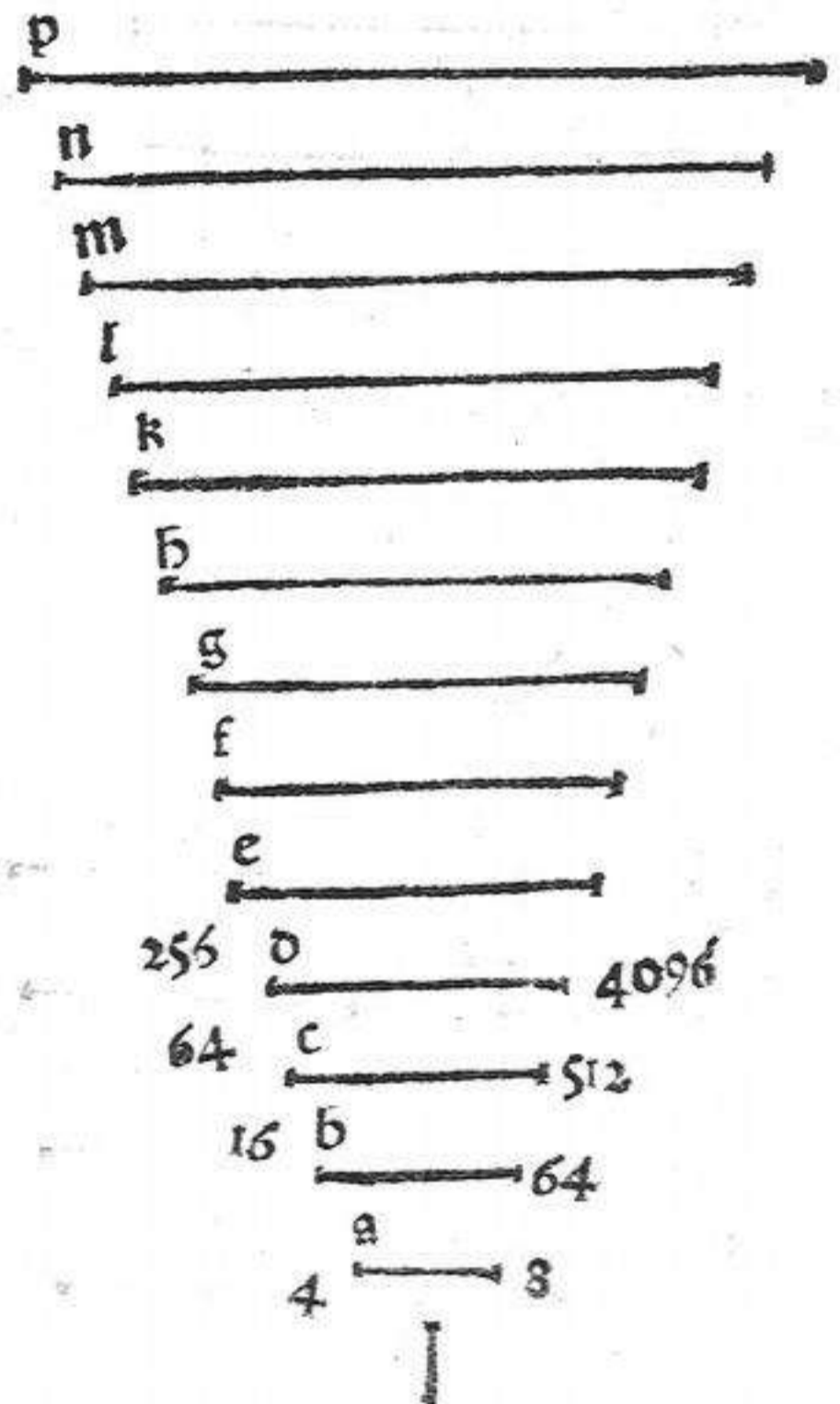
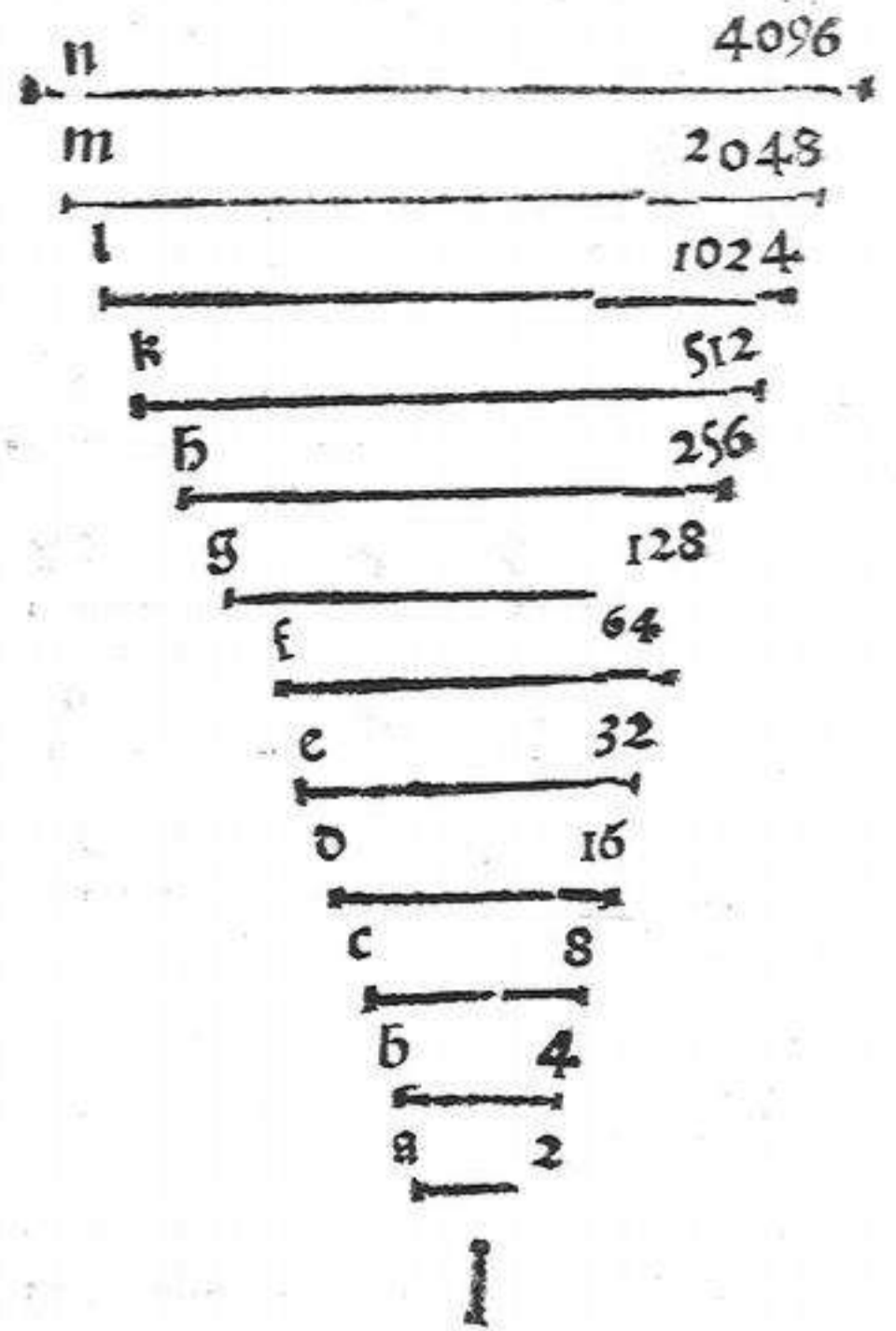
Sint continue proportionales vnitas, a. b. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico b. esse quadratum & d. omisso. c. & sic alios vno semper omisso, vnde simpliciter omnes existentes in locis imparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus & septimus. ¶ Dico item. c. esse cubum & f. duobus omisissis: & sic in ceteris. ¶ Omnisq; simpliciter est cubus cuius ab vnitate locus addit super ternarium: vel quemlibet multiplicem ipsius ternarii vnitatem: vt sunt quartus septimusdecimus tertiusdecimus & sextusdecimus, in his. n. conueniunt omnes qui duos transmittunt. ¶ Itemq; dico. f. ab vnitate septimum esse quadratum cubicum: & similiter enim quinq; numeris intermissis: idēq; in ceteris. ¶ Simpliciter autē dico cuius locus ab vnitate addit super senariū vel quemlibet multiplicē ipsius vnitate: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus & vigesimusquintus: illum esse quadratū cubicum: quadratum quidem quoniam eius locus impar: cubum autem quoniam super multiplicem ternarii addit vnitatem. quippe senarii multiplices cunctos ternarii necesse est eē multiplices. ¶ Que autem proposita sunt sic constant. ¶ Est enim ex ypothesi, a. in. b. quotiens vnitas in. a. itaq; b. ex diffinitione quadratus, quia igitur. b. c. d. sunt continue ppor- tionales cum. b. sit quadratus: patet ex. 17. vel. 20. octaui. d. esse quadratū. Eadem ratione & f. quia. d. e. f. sunt continue proportionales: & d. ē quadratus: idem in ceteris vno intermisso: constat itaq; primum. ¶ Secundū sic cum sit. b. in. c. quotiens. a. in. b. ex ypothe. sequitur a diffinitione: vt ex. a. in. b. suum quadratum fiat. c. igitur ex diffinitione cubi. c. est cubus. At quia. c. d. e. f. sunt continue proportionales: sed & f. g. h. k. est autem. c. cubus: necesse ē per. 19. vel. 21. octaui. vt. f. quoq; sit cubus. ideoq; & k. idē q; in ceteris duobus transmissis: quare liquet secundum. ¶ Quoniam autem in. f. septimo & in. n. tertiodecimo: ceterisq; quinq; medios omittentibus: simpliciter vero & in omnibus quorum locus super quemlibet multiplicem senarii addit vnitatem: terminantur quadratorum & cuborum computationes: in his quidem vnus: in illis autem duorum omissione sequitur ipsos esse quadratos: ex huius prima parte & cubicos ex secunda: quare quadrati cubici: constat ergo totum quod dicitur.

Propositio .9.



Si numeris quotlibet ab vnitate continua proportionalitate dispositis vnitatem sequens quadratus fuerit: ceteri quoq; omnes erunt quadrati. Si vero qui vnitatem sequitur fuerit cubus: ceteri quoq; omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab vnitate sit q. a. quadratus: dico omnes esse quadratos: aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes esse cubos. b. enim constat esse quadratum per premis- sam: quia ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 20. octaui sequitur. c. esse quadra- tum. idem quoq; ex eiusdem. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus au- tem idem eodemq; modo probabis: quare patet primum. ¶ Secundum autem sicut cum. b. fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cu- bus. c. vero constat esse cubum per premisam. itaq; per. 23. octaui. d. om- nesq; sequentes cubicos esse probabis: est enim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel. 21. eiusdem: sunt enim. a. b. c. d. sed & b. c. d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.



Propositio .10.



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis unitate sequens non quadratus fuerit: non erit aliorum quorumlibet quadratus exceptis ab unitate: tertio ex his qui deinceps uno semper in termissio reperitur tetragoni. Si vero secundus ab unitate non fuerit cubus: nullus ceterorum erit cubus exceptis ab unitate quarto: et deinceps his qui duorum semper intermissione formantur cubici.

Hec ex opposito subiecti premisse infert partem oppositi passionis: dico autem partem quoniam ex .8. constat omnes impares esse quadratos: omnesque quorum locus super ternarium uel quemlibet ipsius multipliciter addit unitatem esse cubos. **S**int itaque qui prius ab unitate continue proportionales non sit autem .a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex omnibus esse quadratum: aut cubicum nisi quos octava proponit. **S**i enim quis alius ponatur quadratus: sequitur per .22. octavi .a. esse quadratum. Quod si cubus sequitur per .23. eiusdem .a. esse cubum quorum utrumque contrarium est ypothe. Constat ergo propositum.

Propositio .11.



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimum numeret: eum quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est.

Sint usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sit .q. .e. numerus primus de quo ponatur ipsum numerare. .d. dico quod idem numerabit .a. Nam si non erit ad ipsum primus per .32. septem quia ex .a. in se fit .b. sequitur ex .26. eiusdem ut ipse quoque sit primus ad .b. sed fit ad .c. fit ad .d. sequitur ipsum esse primum per .25. eiusdem: eo quod ex .a. in .b. fit .c. fit ex eodem in .c. .d. non ergo numerat .d. cum sit primus ad ipsum: quare accidit contrarium ypothe. **I**dem aliter cum sit .e. primus si non numerat .a. primus erit ad ipsum per .32. septem. itaque per .23. eiusdem erunt minimi in sua proportione: quia autem .e. ex ypothe. numerat .d. sit: ut secundum .f. constat uero quod ex .a. in .c. fiat .d. ergo per secundam partem .20. septem. erit .a. ad .e. sicut .f. ad .c. quare per .21. eiusdem .e. numerabit .c. fit sit ut secundum .g. fit quia ex .a. in .b. fit .c. sequitur quoque per eandem fit eodem modo ut .e. numeret .b. esto ergo quod secundum .h. fit quoniam rursus ex .a. in se fit .b. necesse est iterum per eandem: ut .e. numeret .a. sed positum erat non numerare: ergo accidit impossibile.

Propositio .12.



In numeris ab unitate continue proportionalibus minor maiorem numerat secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

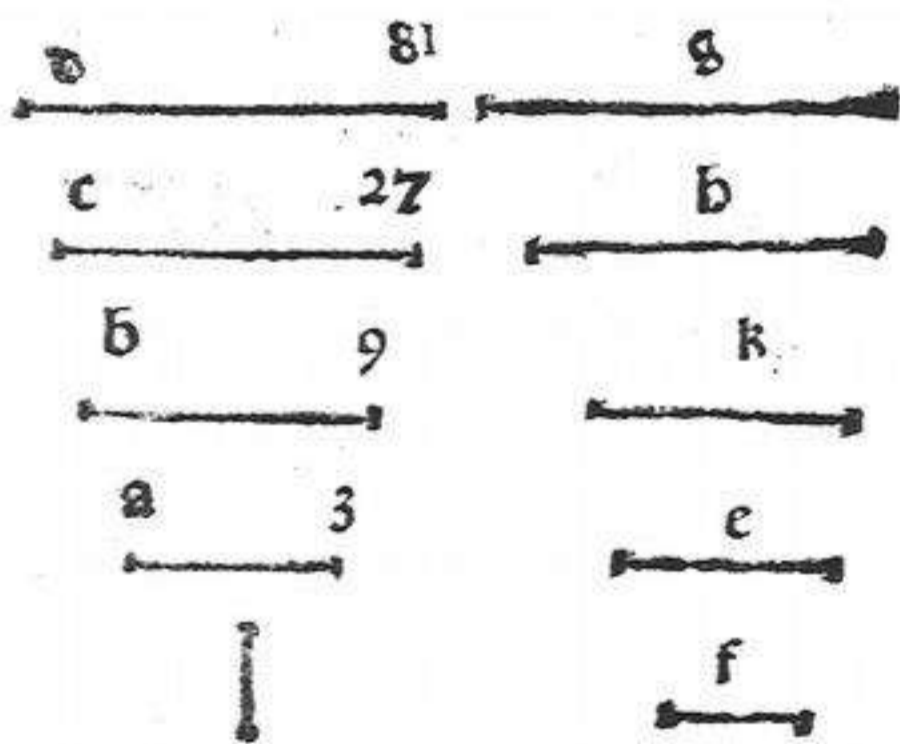
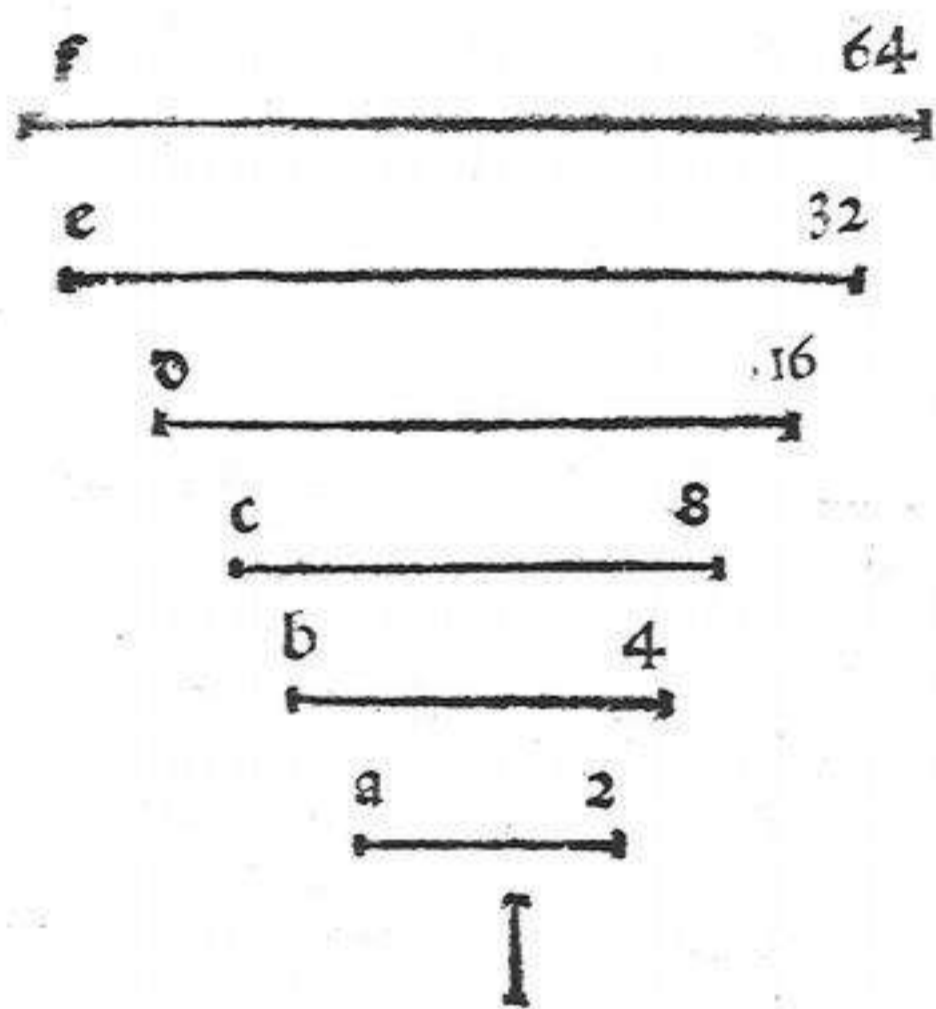
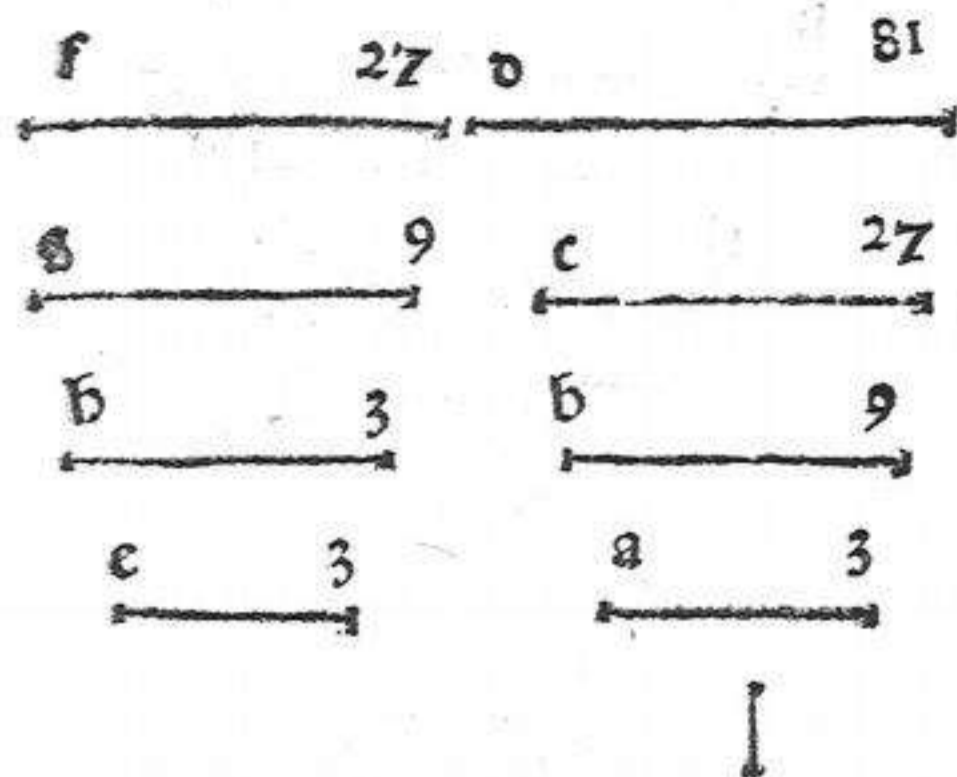
Sint ab unitate usque ad .f. continue proportionales: dico nullum ipsorum numerare .f. nisi secundum aliquem aliorum: constat .n. quod .e. numerat ipsum .f. secundum .a. est enim .e. ad .f. ut unitas ad .a. sed fit .d. numerat eundem .f. secundum .b. est namque per equam proportionalitatem .d. ad .f. ut unitas ad .b. De .c. quoque patet eodem modo quod secundum seipsum numeret eum. E contra uero quoque .a. numerat eum secundum .e. eo quod sicut unitas ad .e. ita .a. ad .f. .b. uero secundum .d. est enim ut unitas ad .d. ita .b. ad .f. uerum igitur est quod proponitur. Quippe, quotus quisque quod proponitur ultimum numerare fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem: numerare ipsum conuincit per equam proportionalitatem fit definitionem.

Propositio .13.



Quotlibet numeris ab unitate continue proportionalibus si qui unitatem sequitur fuerit numerus primus maximus eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis nullus numerabit.

Sint ut prius usque ad .d. continue proportionales ab unitate: sitque .a. numerus primus: dico quod nullus numerabit ultimum nec sim.



placiter aliquem eorum nisi aliquis eorum qui antecedit ultimū vel eū qui ponitur numerari. Sit enim si possibile est. e. diuersus ab eis qui numeret. d. qui si fuerit primus per. n. numerabit. a. nō igitur est. a. primus quod ē cōtra ypothe. ¶ Si autē ipse fuerit cōpositus necesse est p. 30. septimi: ut aliquis primus numeret eū qui non erit nisi. a. Nam si est alius ab. a. ut. f. cū necesse sit ipsum numerare. d. arguetur et eundē numerare. a. p. n. sic quoq. a. nō erit primus. Est igit. a. primus numerans. e. quā aut. e. numerat. d. sit ut fm g. eritq. p. secūda partē. 20. sep. a. ad. e. sicut. g. ad. c. fit enim. d. ex. a. in. c. q̄re cū. a. numeret. e. f. g. numerabit. c. sitq. ut fm. h. sequiturq. ut. a. numeret g. sicut sequebatur ut numeraret. e. alioquin si. g. quidē est primus cum numeret. c. sequitur p. n. ipm numerare. a. Si autē cōpositus p. eādē sequitur nume. primū numerantē. g. numerare. a. q̄d est inconueniens: itaq. a. numerat eū: sequitur ergo p. secūda partē. 20. septimi: ut. h. numeret quoq. b. eo q̄ tā ex. a. in. b. q̄ ex. g. in. h. constat p̄duci. c. ¶ Numeret. h. itaq. ipsum k. Constat autē ut prius de. g. q̄. a. numeret. h. Nā si non non erit. a. p̄mus itaq. p. secūda partē. 20. sep. sequitur ut. k. numeret. a. fit enim tā ex. a. in. se q̄ ex. h. in. k. b. Manifestū est autē. k. nō eē. a. nullus enim numero. g. h. k. est aliquis ex. a. b. c. d. si enim. g. eēt aliquis ex eis cū ipse numeret. d. fm. e. eēt per premisam. e. quoq. aliquis ex eis: sed non erat: nec igitur. g. ¶ Si militer cū. h. numeret. c. fm. g. non erit. h. aliquis ex. a. b. c. Nā eēt p̄misam f. g. ostensum est autē q̄ non. ¶ Nec igit. h. eadē rōne nec. k. ¶ Cū. n. ipse numeret. b. fm. h. si ipse eēt. a. conuinceret p̄ premisam. h. quoq. eē. a. At non erat. ¶ Nec igitur. h. erit. a. ¶ Numeret autē ipsum: Nō est itaq. a. primus quod est impossibile. ¶ Aliter idem si. e. diuersus ab. a. b. c. d. numerat. d. sit ut fm. f. f. quia. a. numerus primus numerat. d. p̄ductum ex. e. in. f. sequitur ex. 33. sep. q̄ ipse numeret. e. uel. f. numeret ergo. e. ¶ Quia igitur tā ex. a. in. c. q̄ ex. e. in. f. fit. d. erit per sc̄dam partem. 20. septimi. a. ad. e. sicut. f. ad. c. nūerat itaq. f. c. sit ut sc̄dm. g. eritq. per. 33. septimi ut. a. quoq. numeret. f. uel. g. sitq. ut. f. sequiturq. per secundam partem. 20. eiusdem: ut. g. numeret. b. sitq. ut secundum. h. ut prius igitur. a. numerabit. g. uel. h. f. sit ut numeret. g. h. ergo per secundam partem dicte. 20. numerabit. a. si itaq. h. non est equalis. a. non erit. a. primus: quod est contra ypothe. Si autē equalis erit unusquisq. numerorum. g. f. e. aliquis ex. a. b. c. d. p̄misam quotiens oportet assumptam. Non est igitur. e. diuersus ab eis: q̄d est etiam contra ypothe. itaq. constat ue. esse quod proponitur.

Propositio .14.



¶ Si propositus fuerit numerus minimus quem numerant primi assignati nō numerabit eū aliquis numerus primus preter illos assignatos.

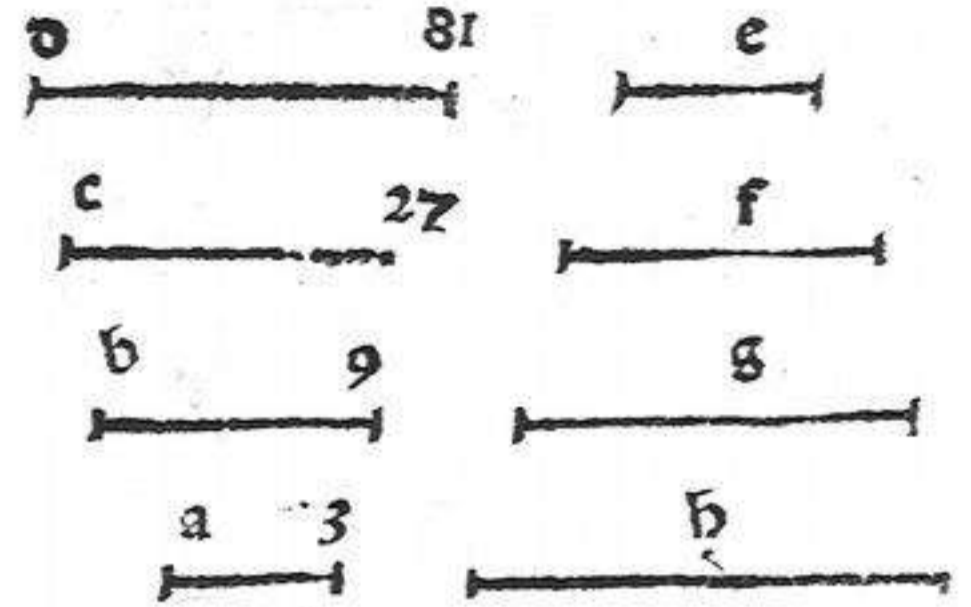
¶ Sit. a. minimus numerus numeratus a numeris primis q̄ sunt. b. c. d. dico q̄ alius primus preter eos non numerabit. a. Sin autem sit. e. primus numerans eum fm. f. quia ergo quilibet numerorum. b. c. d. numerat. a. productum ex. e. in. f. est autem quilibet eorum primus sequitur ex. 33. septimi: ut quilibet eorum numeret. e. uel. f. sed. e. nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat. f. cum itaq. sit. f. minor. a. utpote qui numerat eum fm. e. nō erit a. minimus numeratus ab illis quod est inconueniens.

Propositio .15.

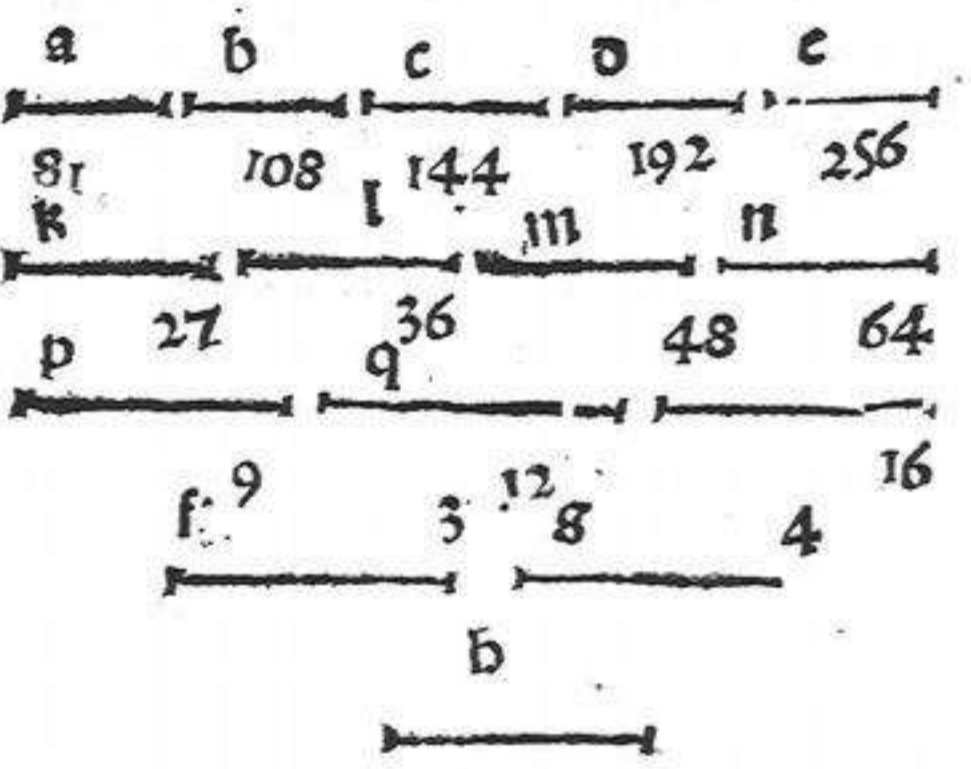
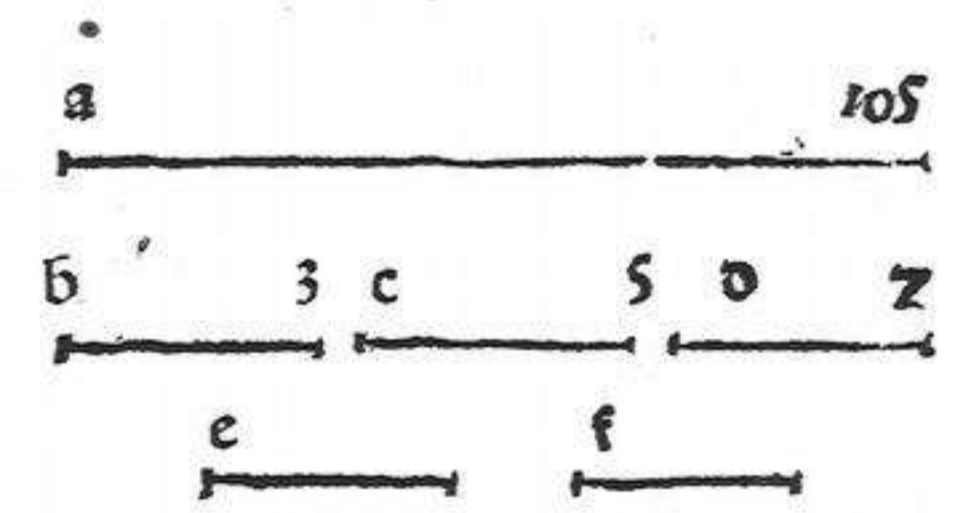


¶ Quotlibet numeri continue proportionales fm suam proportionem fuerint minimi: quicumq. alium quem illorum numerat alteri terminorum illius proportionis erit commensurabilis.

¶ Sint. a. b. c. d. e. continue proportionales f. minimi fm proportionem. f. ad. g. qui sint in sua proportione minimi: f. ponatur. h. numerare. c. dico q̄. h. est cōmesurabilis. f. uel. g. ¶ Sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi qui sunt. k. l. m. n. constat autem ex secunda octauī q̄ ex. f. in. m. fit. c. alioquin contingeret



I



esse minus minimo quod esse non potest; itaq; per correl. 33. septimi erit h. cōmensurabilis. f. vel. m. q; si. f. constat propositum; si autem. m. sumantur in eadē proportiōe tres minimi qui sint. p. q. r. eritq; ex secunda octaui; vt. m. fiat ex. f. in. r. ne minus minimo aliquid esse cogamur concederet; quare per predictum correl. h. est cōmensurabilis. f. vel. r. sed nō erat f. sic enim constabat propositum; cōmensurabilis igitur est. r. qui cum ex secunda octaui fiat ex. g. in se sequitur ex dicto correl. vt. h. sit cōmensurabilis. g. quod est propositum.

Propositio .16.



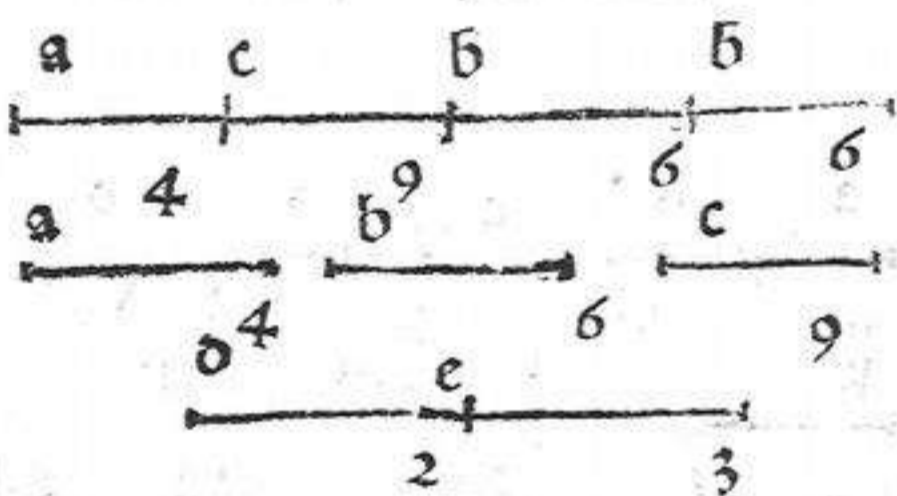
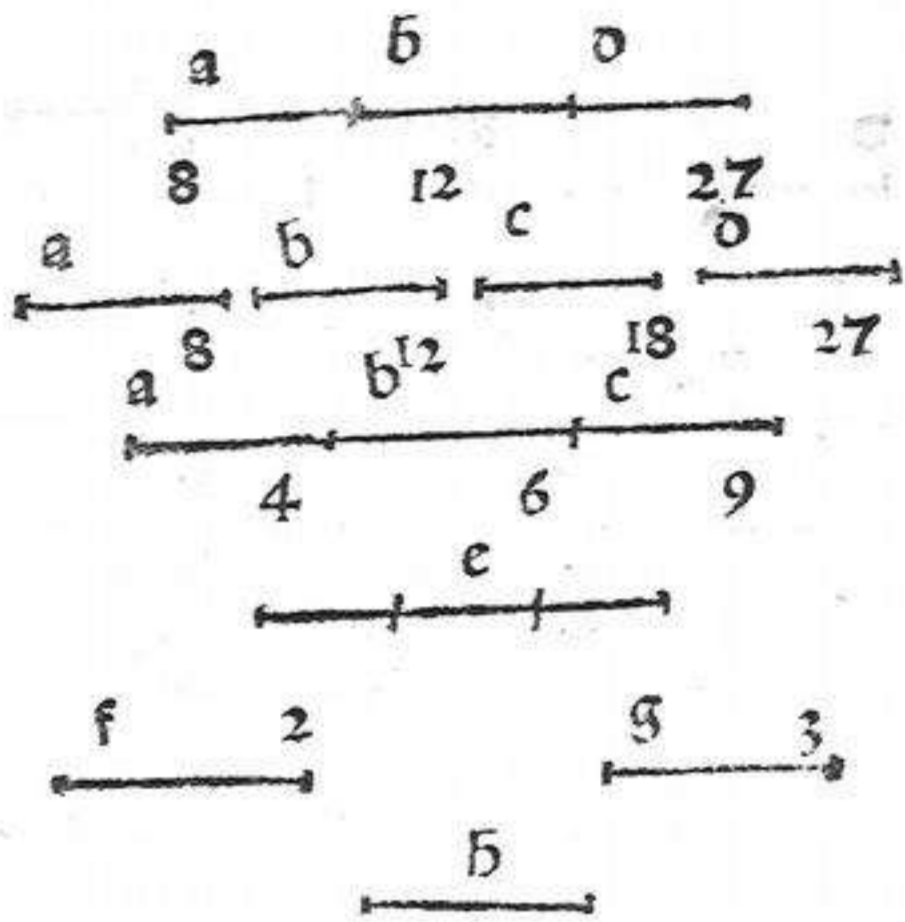
Si fuerint duo numeri quotlibet continue proportionales in sua proportiōe minimi quilibet eorū ad compositum ex reliquis primus esse necessario comprobatur.

Sint. a. b. c. d. continue proportionales & minimi. dico compositum ex. a. b. c. primum esse ad. d. Si enim nō numerabit aliquis numerus qui sit. e. compositum ex. a. b. c. & d. per premisam igitur erit. e. cōmunicans alteri terminorum illius proportiōis qui sunt. f. & g. erit itaq; numerus aliquis numerans. e. & alterum duorum f. g. qui sit. h. quia ergo. h. numerat. e. numerabit. d. & compositum ex. a. b. c. & quia numerat. f. vel. g. quorum vterq; numerat vtrum q; mediorum & simpliciter omnes si plures duobus sint; ex secunda octaui sequitur vt ipse numeret. b. & c. ergo & a. quia numerat totum. a. b. c. non sunt igitur a. & d. contra se primi quod est inconueniens per. 3. octaui. Similiter quoq; constabit compositum ex. a. b. d. primum esse ad. c. si enim vt prius. e. numerat ambos sequitur per premisam vt aliquis numerus qui etiam sit h. numeret. e. & altez duoz. f. g. itaq; h. numerat. c. & totū. a. b. d. sed & b. cū vtraq; radicū numeret oēs medios; igitur & cōpositū ex. a. & d. quia necessario numerat altez duoz. a. d. cū numeret altez duoz. f. g. numerabit & reliquum. Non sunt igitur. a. & d. contra se primi; & ita idem vt prius.

Demonstrant autem idem aliter de tribus continue pportionalibus & minimis sine adminiculo premisse; probant enim ex quibusq; duobus compositum primum eē ad reliquum; sint itaq; 3. continue proportionales & minimi. a. b. c. quorum termini. d. & c. dico tunc compositum ex. a. & b. primū eē ad. c. & compositum ex. b. & c. ad. a. itemq; ex. a. & c. ad. b. manifestū enim est ex secunda octaui qd ex. d. in se fit. a. & in. e. fit. b. & ex e. in se. c. & ex. 22. septimi; quod. d. & e. sunt contra se primi; itaq; ex prima parte. 29. eiusdem erit totus. d. e. primus ad vtrunq; eoz quia igitur vterq; duoz numeroz. d. & e. primus est ad. e. erit per. 25. eiusdem qui ex. d. in. d. e. producit & ipse est compositus ex. a. & b. primus ad. e. sequitur ergo per. 26. eiusdem; ut etiam compositus ex. a. & b. sit primus ad. c. fit enī c. ex. e. in se. **S**imili quoq; demonstratiōe pbabis cōpositum ex. b. & c. primum eē ad. a. At vero cōpositum ex. a. & c. primum eē ad. b. sic habetor; cū sit enim vterq; duoz. d. & e. primus ad totum. d. e. erit p. 25. septimi q; ex. d. in. e. pducitur; & ipse est. b. primus ad. d. e. itaq; p. 26. eiusdem qui ex d. e. in se puenit; & ipse est qui componitur ex. a. & c. & duplo. b. p̄mus erit ad. b. sequitur ergo compositum ex. a. & c. primum eē ad. b. necesse enim ē vt ex duobus compositus cū primus fuerit ad vnum eorum ex qbus componitur; sit primus ad reliquum. Demonstratum autem est hoc supra. 29. septimi. Oportet autē stabilire ad robur istius demonstratiōis compositum ex. a. & b. produci ex. d. in compositum ex. d. & e. supposito q; ex. d. in se fit. a. & ex eodem in. e. b. itemq; q; ex. d. e. in se producatur compositum ex. a. & c. & duplo. b. supposito eo quod prius & q; ex. e. in se sit. c. huius itaq; gratia proponimus hec demonstranda.

Quod sit ex ductu vnius numeri in quotlibet tantum ē: quātum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem pponit prima secundi de lineis. Sit enim vt ex. a. in. b. & in. c. & in. d. pueniant. e. & f. & g. dico q; ex. a. in cōpositū ex. b. & c. & d. prouenit



compositū ex e. f. g. sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius qđ multiplicat vt tota pars sit. b. e. f. tota. c. f. sed f. d. tota. g. quota est vnitas. a. per quintā itaq; septimi; tota quoq; pars erit cōpositus ex. b. f. c. d. compositi ex. e. f. g. quota est vnitas. a. ergo per diffinitionem ex. a. in cōpositū ex. b. f. c. d. fit compositus ex. e. f. g. qđ est propositum.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in vnum equum est ei quod fit ex composito eorum in eundem.

¶ Hoc est conuersum eius quod modo demonstratum est: vt si ex. b. f. c. d. in. a. fiant. e. f. g. fiet quoq; compositus ex composito in eundem qđ ex. r. z. septimi f. predemonstrato facile concluditur.

¶ Quod fit ex ductu quotlibet numeroꝝ in quotlibet alios: equū ē ei quod fit ex cōposito hoz in cōpositū illorum.

¶ Vt si. a. b. c. multiplicent. d. e. f. quilibet quēlibet: iungāturq; producta dico aggregatū ex productis esse quale producto ex composito ex. a. f. b. c. in compositum ex. d. e. f. Est enim p̄ premisam quod fit ex cōposito ex. a. b. c. in. d. quātum quod ex singulis in illum. d. sic f. in. e. f. in f. ex composito autem horum. a. b. c. in quemlibet illorum. d. e. f. p̄ añ premisam fit quātū ex cōposito in cōpositū: itaq; constat propositum.

¶ Numero in quotlibet partes diuiso: tantū est quod fit ex toto eo in se: quantum quod ex eo in omnes suas partes.

¶ Idem pponit secūda secūdi de lineis: vt si. a. diuidatur in. b. f. c. d. dico qđ tm̄ fit ex. a. in se quātū in oēs illos. b. c. d. Posito enim. e. equali. a. constat ex prima hāz incidentium tm̄ fieri ex. e. in. a. quātū in oēs ptes a. sed per cōcep. ex. e. in. a. fit quātū ex. a. in se. f. ex. e. in partes. a. quātū ex. a. in easdem. Manifestum ergo est verum esse quod dicitur.

¶ Numero in duo diuiso quod fit ex toto in alterum diuidētū tantum est quantum quod ex eodem in se z in alterum.

¶ Idem proponit tertia secūdi de lineis. Sit enim. a. diuisus in. b. f. c. dico tm̄ fieri ex. a. in. c. quātum ex. c. in se. f. in. b. Nā qđ ex. a. in. c. est quātum qđ ex. c. in. a. p̄. r. z. septimi. sumpto itaq; d. equali. c. erit. a. in. c. quātū. d. i. a. At p̄ primā hāz. d. in. a. est quantum in. b. f. c. qa ergo. d. in. a. f. in. b. f. i. c. est quātū. c. in. a. f. in. b. f. i. se p̄ equalitatem. c. f. d. cōstat ppositum.

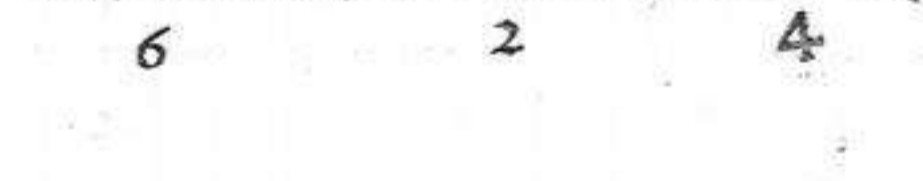
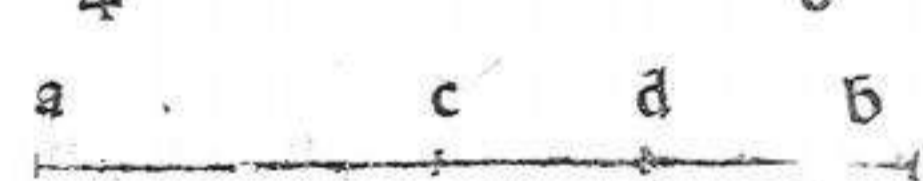
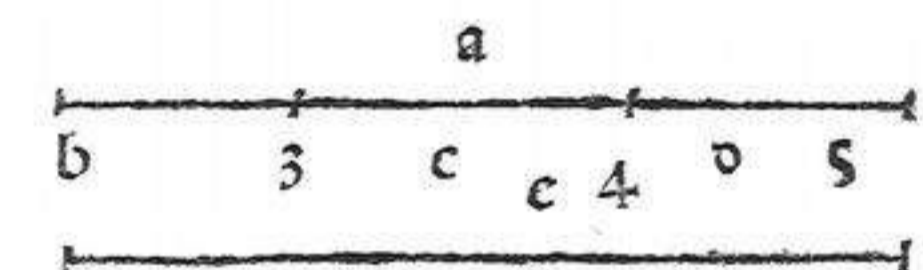
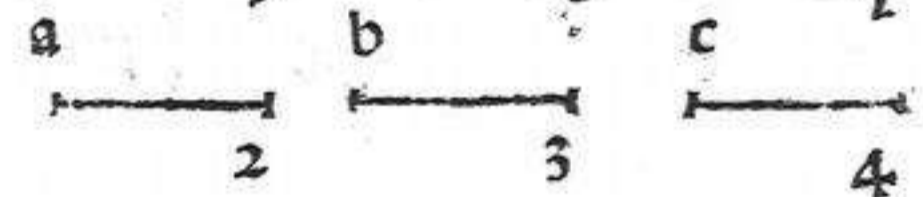
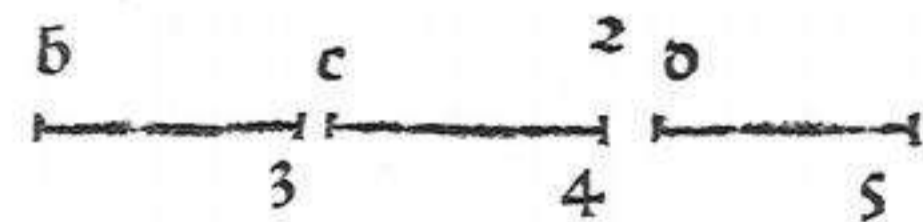
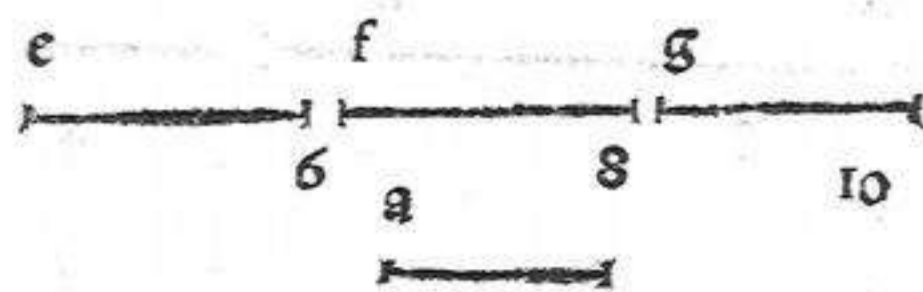
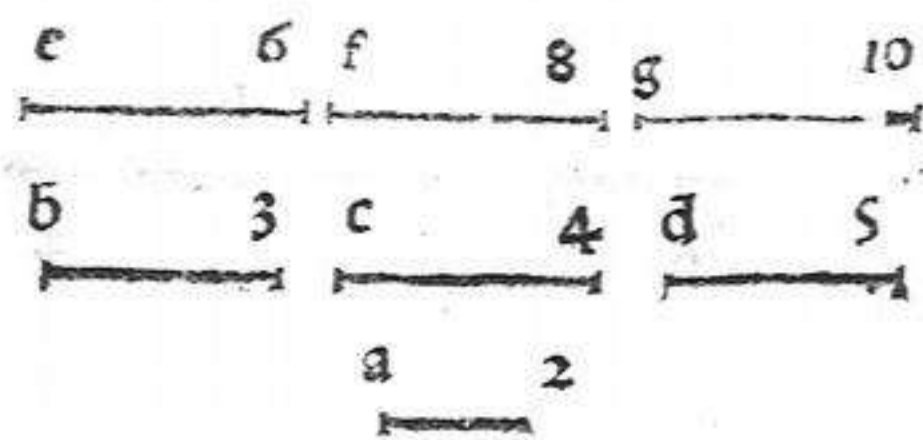
¶ Numero in duo diuiso quod ex ductu totius in se: est quantum quod ex ductu vtriusq; diuidentium in se z alterius eorum bis in alterum.

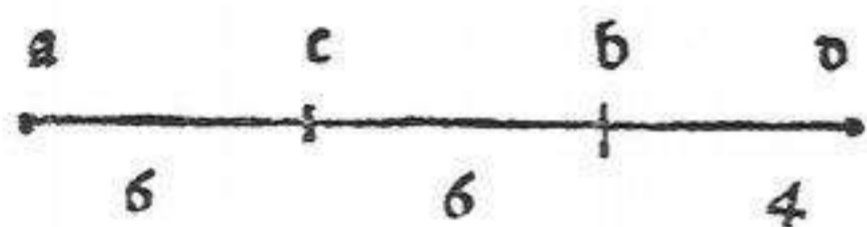
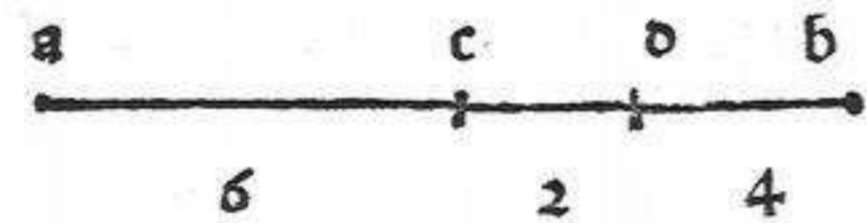
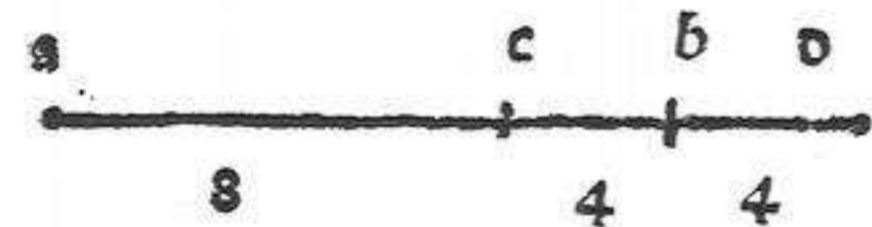
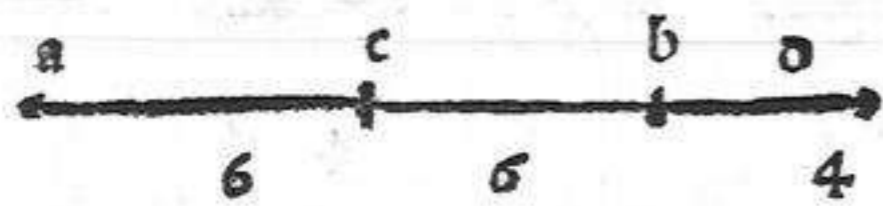
¶ Idem proponit quarta secūdi de lineis: vt si. a. diuidatur in. b. f. c. dico tantum fieri ex. a. in se: quātum ex. b. in se. f. c. in se: f. ex. b. bis in. c. est enim per quartam harum qđ ex. a. in se quantum quod ex eo in. b. f. in. c. ex eo aut in. b. per premisam est quantum ex. b. in se f. in. c. at ex. a. in. c. per eandem est quantum ex. c. in se: f. in. b. f. quia ex. c. in. b. tm̄ est quantum ex. b. in. c. per. r. z. septimi liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duozq; ſequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cū quadrato intermediij equus est quadrato medietatis totius.

¶ Idem proponit de lineis quinta secūdi: vt si. a. b. diuidatur in duos numeros equales qui sint. a. c. f. c. b. itemq; in duos inequales quorum sit maior. a. d. f. minor. d. b. dico qđ illud quod fit ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. d. equale est quadrato. c. b. per premisam enim quadratum c. b. ē equale quadrato. c. d. f. quadrato. d. b. f. ei quod fit ex. b. d. in. c. d. bis: sed ex. b. d. in se f. in. c. d. tantum fit quantum in. c. b. per primam harum: f. ideo quantum in. a. c. itaq; ex. b. d. in se: f. in. c. d. bis quātum ex ipso. b. d. in. a. d. per eandem igitur quadratum. c. b. si perat id quod fit ex. b. d. in. a. d. in quadrato. c. d. constat ergo propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo equalia diuisus eiq; alius numerus adiunctus: quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio z adiuncto.





Idem pponit sexta secundi de lineis. Sit enim. a. b. diuisus in duos
 les numeros q̄ sunt. a. c. & c. b. addaturq; ei numerus. b. d. dico illud qđ fit
 ex toto. a. d. in. d. b. cum quadrato. c. b. esse equale quadrato. c. d. est enim
 ex sexta harum quadratum. c. d. equale quadrato. d. b. & quadrato. b. c. &
 ei quod fit ex. d. b. in. b. c. bis. sed per primam harum ex. b. d. in se & in. b. c.
 bis est quantū ex. b. d. in. d. a. Sunt enim. a. c. & c. b. equales: itaq; quadra-
 tū. c. d. superat id qđ fit ex. b. d. in. d. a. in quadrato. c. b. quod est ppositū.

Cum numerus in duo diuiditur quod fit ex toto in se cuius eo
 quod ex altero diuidentium in se: est equum ei quod ex toto i eū
 dem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem pponit septima secundi de lineis. Sit enim numerus. a. diuisus i
 b. & d. dico quadratum. a. cum quadrato. d. tm̄ esse quantum 'quod fit ex
 a. in d. bis cum quadrato. b. constat quidem ex sexta harum q; quadratū
 a. tantum est quantum quadratum. d. & quadratum. b. & quod fit ex. d. in
 b. bis: itaq; quadratū a. cū quadrato. d. tm̄ est quantum quod ex. d. bis in
 se. & bis in. b. cum quadrato. b. sed ex. d. bis in se & bis in. b. fit quantum ex
 d. bis in. a. per primam harum: ergo quod fit ex. d. bis in. a. cum quadrato
 b. est quantum quadratum. a. cum quadrato. d. quare patet propositum.

Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq; equalis vni diuidē-
 tium additus: quadratus totius cōpositi equum est quadruplo
 eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem pponit octaua secundi de lineis. Sit numerus. a. b. diuisus in. a. c.
 & c. b. cui addatur. b. d. qui ponatur equalis. c. b. dico quadratum. a. d.
 tantum esse quantum est id quod fit ex. a. b. in. b. d. quater cum qua-
 drato. a. c. est nāq; per sextam harū quadratum. a. d. equum quadrato. a. b.
 & quadrato. b. d. & ei quod fit ex. a. b. in. b. d. bis: & quia quadratum. b. d.
 est eq̄le q̄drato. c. b. erit q̄dratū. a. d. eq̄le q̄drato. a. b. & q̄drato. c. b. & ei qđ
 fit ex. a. b. in. b. d. bis: per premisam autem est quadratum. a. b. cum qua-
 drato. c. b. quantum quadratum. a. c. cum eo quod fit ex. a. b. in. b. c. bis:
 itaq; quadratum. a. d. tantum est quantum quod ex. a. b. in. b. d. bis: & ex
 a. b. in. b. c. bis cum quadrato. a. c. & quia ex. a. b. in. b. c. tantum fit quan-
 tum in. b. d. constat verum esse quod propositum est.

Cum fuerit numerus in duo equalia duoq; inequalia diui-
 fus: quadrata amborum iequalium pariter accepta duplus sunt
 quadrato medietatis & quadrato eius quo iequalis portio exce-
 dit equalem pariter acceptis.

Idem pponit nona secūdi de lineis
 Sit enim. a. b. diuisus p̄ duos equales q̄ sint. a. c. & c. b. & p̄ duos iuequales
 q̄ sint. a. d. & d. b. dico q; quadrata duoz; numeroz; a. d. & b. d. pariter ac-
 cepta sunt duplū duobus q̄dratis duoz; numeroz; a. c. & c. d. pariter acce-
 ptis. Est enim p̄ sextā harū quadratū. a. d. quantū q̄dratū. a. c. & quadratū
 c. d. & duplū eius qđ fit ex. a. c. in. c. d. q̄ aut. a. c. est equalis. c. b. erit q̄dratū
 a. d. q̄tum q̄dratū. b. c. & q̄dratū. c. d. & duplū eius qđ fit ex. b. c. i. c. d. itaq; q̄-
 dratū. a. d. cū q̄drato. b. d. sunt q̄ntum q̄dratū. b. c. & quadratum. c. d. & du-
 plū eius qđ fit ex. b. c. in. c. d. & q̄dratū. b. d. duplū aut. eius qđ fit ex. b. c. in
 c. d. cū quadrato. b. d. est equale q̄drato. b. c. & quadrato. c. d. p̄. 9. harū: er-
 go quadrata duoz; numeroz; a. d. & d. b. sunt quantū quadrata duorū nu-
 meroz; b. c. & c. d. duplicata: & quia. b. c. & c. a. sunt equales. patet ppositū.

Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq; ei adiuctus
 quadratum totius cōpositi cū quadrato adiuncti duplum sunt
 ad quadratus medietatis ipsius cū quadrato cōpositi ex medie-
 tate & adiu. ncto.

Idem pponit. 10. secundi de lineis. Sit enim nu-
 merus. a. b. diuisus in duos equales. a. c. & c. b. sitq; sibi adiunctus numerus
 b. d. dico quadratum. a. d. cum quadrato. b. d. duplum eē ad quadratum
 a. c. cum quadrato. c. d. cum sit enim numerus. c. d. in duo diuisus sibiq; sit
 a. c. equalis vni diuidentium additus erit per. 10. harum quadratum. a. d.
 quantum quod fit ex. c. d. in. c. a. quater cum quadrato. b. d. quia uero. a.
 c. est equalis. c. b. erit q̄dratū. a. d. quantū qđ fit ex. d. c. in. c. b. q̄ter cū qua-

drato. b. d. itaq; quadratum. a. d. cum quadrato. d. b. erit quantum quod fit ex. d. c. in. c. b. quater cum duplo quadrati. b. d. hoc autem per. 9. harū duplum est ad quadratum. c. d. cum quadrato. c. b. cum igitur sit quadratum. c. b. equale quadrato. a. c. constat propositum.

Numerus aliquē ita diuidere vt quod ex toto vna eius portione continetur equum sit quadrato alterius est impossibile.

Quod. 11. secundi proponit faciendum in lineis. demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus. a. b. dico impossibile esse ipsum sic diuidi vt proponitur: sic enim diuideretur fm pportione habentem medium & duo extrema: vt patet ex diffinitione c. 29. sexti. Si autem potest diuidatur in. c. sitq; a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. erit itaq; a. c. minor. c. b. detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c. d. quia igitur est proportio totius. a. b. ad totum. b. c. sicut. b. c. detracti ab. a. b. ad. c. d. detractum ab. b. c. erit eadem. a. c. residui. a. b. ad. b. d. residuum. b. c. quare. b. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. b. erit igitur. c. d. maior. d. b. detracto itaq; d. e. de. c. d. vt sit. d. e. equalis. d. b. erit etiā proportio. b. c. ad. c. d. sicut c. d. ad. d. e. quare sic. d. b. residui. c. b. ad. c. e. residuum c. d. potest igitur c. e. detrahi ab. e. d. non erit itaq; finis istius detractionis quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur.

Propositio .17.



Ifuerint duo numeri contra se primi quantus est primus eorum ad secundum: tantum eē secundus ad tertium quemq; impossibile est.

Sint. a. & b. contra se primi: dico impossibile eē aliquē eis in continua proportionalitate adiūgi. Si enim potest sit. c. quia igitur. a. ad. b. sicut. b. ad. c. sunt autem. a. & b. in sua proportione minimi per. 23. septimi: sequit per. 21. eiusdem: ut. a. numeret. b. qui cum ēt numeret se nō erūt. a. & b. cōtra se primi: quod ē cōtrarium positioni.

Propositio .18.



Iquotlibet numerorum continue proportionaliū duo extremi fuerint contra se primi quantus est primus ad secundum tantum eē vltimum ad aliquem alium est impossibile.

Sint. a. b. c. continue pportionales. sintq; a. & c. contra se primi: dico q; in eadem pportione nō pōt eis adiungi alius: si enim potest sit. d. quia igitur est. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit pmutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. sunt aut. a. & c. in sua pportione minimi p. 23. septimi: itaq; p. 21. eiusdem. a. numerat. b. quare ēt numerat. c. numero 2. n. continue pportionaliū: si p. numerat scdm: ipse numerat oēs: & simpliciter qlibet pcedēs quēlibet sequētē: at q; ēt numerat se: nō erūt. a. & c. cōtra se pmi: q; est incōueniēs.

Propositio .19.



Propositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue proportionalis perscrutari.

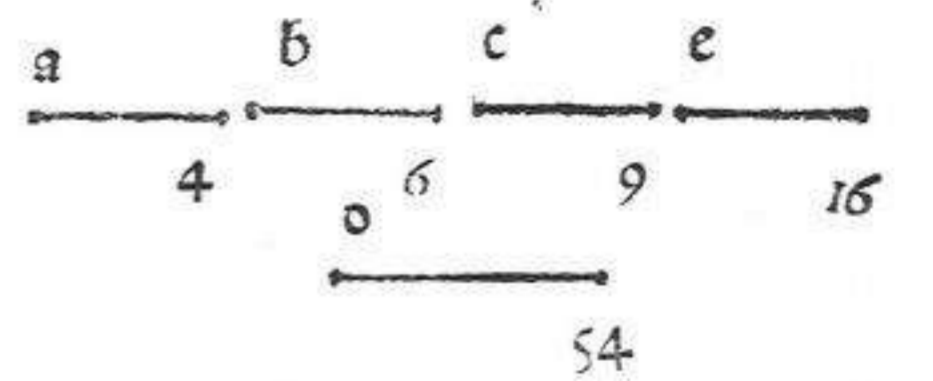
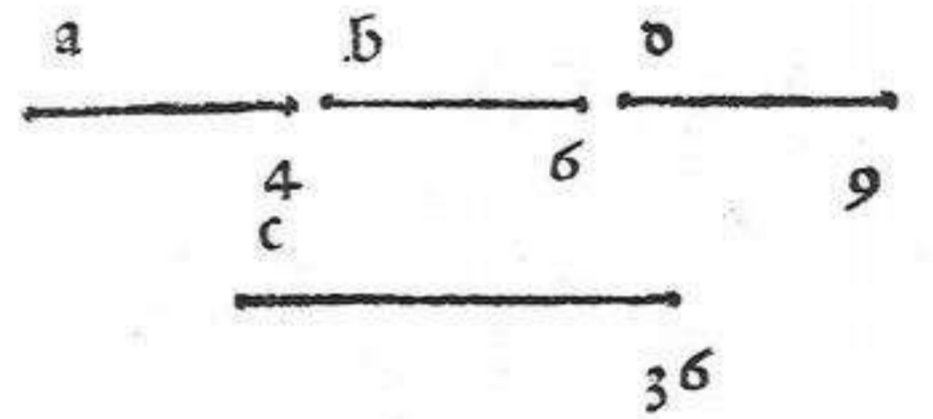
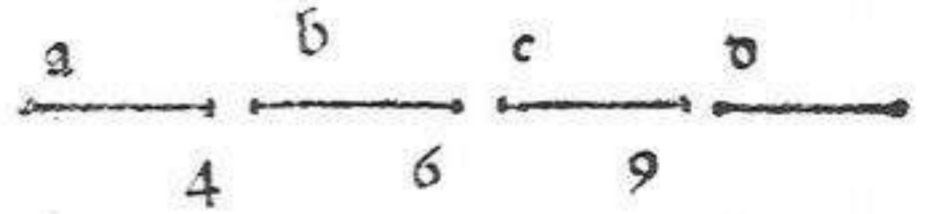
Sint. a. & b. duo numeri ppositi: uolo inquirere an eis possit tertius sub continua pportionalitate adiūgi. Igit si ipsi sunt cōtra se primi impossibile ē per. 17. ¶ Si uero compositi ducat. b. in se. & pueniat. c. quē si. a. numerat erit. ¶ Si uero nō nūerat nō erit. ¶ Nūeret. n. eū fm. d. q; erit quē qrimus p. 2. ptē. 20. septimi. ¶ Sit ergo ut nō numeret eū: ē tñ ut. a. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq; q; ex. b. in se fit. c. seqtur p primā ptē. 20. septimi. ut ex. a. in. d. sit idē. igitur. a. numerat. c. fm. d. sed erat positū q; nō: quare sequitur iposibile.

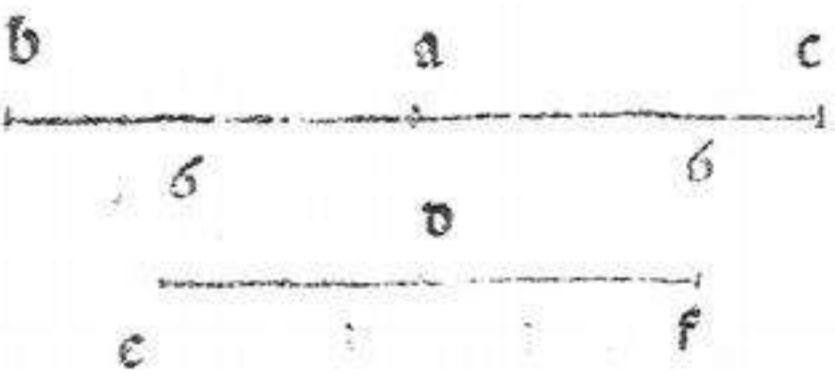
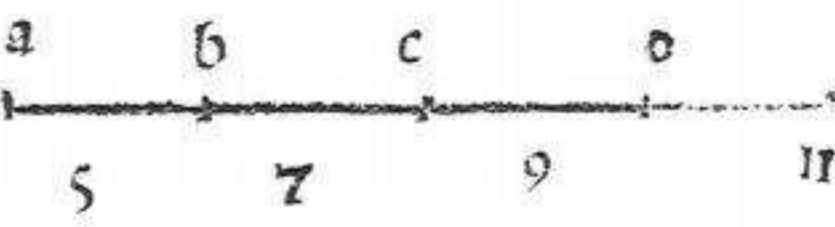
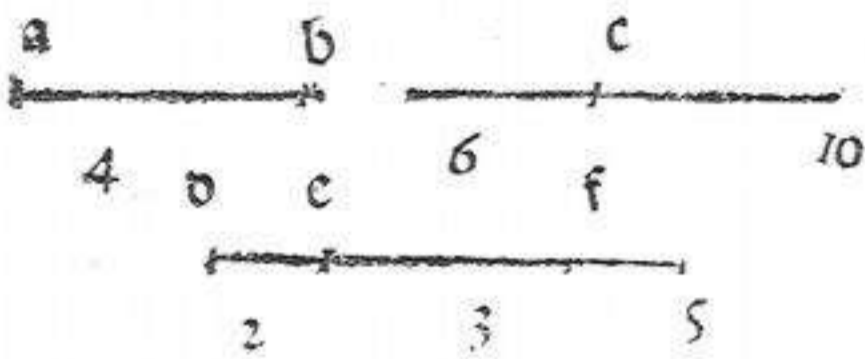
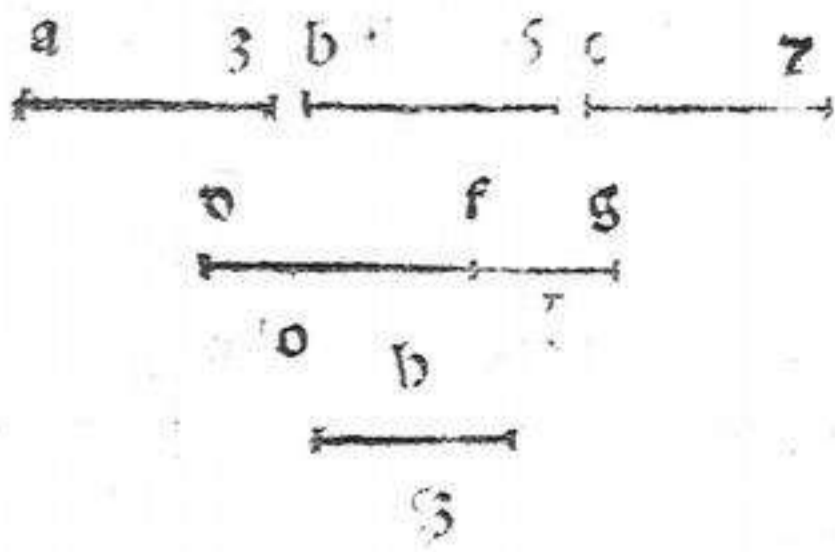
Propositio .20.



Etis tribus numeris cōtinue pportionalibus an sit aliquis qrtus eis cōtinue pportionalis inquirere.

Sint continue pportionales. a. b. c. uolo inquirere an alius eis sub continua pportionalitate possit adiūgi. ¶ Igitur si. a. & c. sunt contra se primi. impossibile est per. 18. si





compositi sit. d. qui prouenit ex. b. in. c. quem si numerat. a. erit. si uero nō numerat non erit. ¶ Numeret enim eum fm. e. qui erit quem querimus per secundam partem. 20. septimi ¶ Sit ergo ut non numeret eum : est tñ ut. a. ad. b. sicut. c. ad. e. itaq; quia ex. b. in. c. fit. d. sequitur per primā partē 20. septimi: ut ex. a. in. e. sit idem ¶ Ergo. a. numerat. d. fm. e. sed positum erat q; non. ¶ I dem potes perscrutari quotlibet continue proportionalibus propositis. si enim duo extremi sint contra se primi finem habet intentio per 18. si autem compositi ducto secūdo in ultimum si productum numeret primus: is secundum quē eū numerat est quem querimus p̄ secūda partem. 20. sep. ¶ Si autem primus productum non numerat nullus erit: quolibet enim posito per primam partem eiusdem fm̄ ipsum positum: numerabit primus productum: quod positum erat non numerare.

Propositio .21.



Itis quotlibet numeris primis aliquem primum ab eis diuersum eē necesse est.

¶ Nihil aliud intenditur nisi q; numeri primi sint infiniti demonstrare. Sint enim. a. b. c. numeri primi. dico esse aliquem primum diuersum ab eis sit quidē. d. f. minimus quē numerant cui addita unitate fiat. d. g. qui est primus aut compositus. si primus constat p̄positum. ¶ Si compositus numerat eū aliquis primus qui sit. h. quē non est possibile eē aliquē ex primis p̄positis. si enim eēt aliquis eoz; cū quilibet ipsoz; numeret. d. f. ipse quoq; numeraret eundē: at quia numerat. d. g. oporteret ipsum numerare. f. g. qui ē unitas: qđ est impossibile. ¶ I dē sequitur posito. d. f. quolibet nūero quē numerat. a. b. c. quare constat p̄positum.

Propositio .22.



Icoaceruent quotlibet numeri pares: totus quoq; ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq; numerorum a. b. c. par: dico ex eis compositum eē parem. ¶ Habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem. ¶ Sint ergo eoz; medietates. d. e. f. quia igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. et. c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq; totus. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq; d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. ē par: quod ē propositum.

Propositio .23.



Inumeri impares numero pares coaceruentur totus quoq; ex eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quilibet numeroz; a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum eē parem. ¶ Dempta enim a quolibet unitate constat residuos eē pares: et quia ille unitates dempte componunt parē: cū sint numero pares: constat propositū per premisam.

Propositio .24.



Inumeri impares numero impares coaceruentur totum quoq; ex eis coaceruatum imparē eē.

¶ Sit quilibet numeroz; a. b. c. impar: dico totū ex eis compositum eē imparē. ¶ Erit. n. p̄ premisam compositus ex a. et. b. par: et quia. c. depta unitate ē par: erit p̄ ante premisam totus. a. b. c. dempta unitate par: per diffinitionē itaq; constat totum eē imparē.

Propositio .25.



Ia numero pari numerus par detrahatur reliquus erit par.

¶ Sit totus. a. par a quo detrahatur. b. qui quoq; sit par: et residuus sit. c. dico. c. eē parē. ¶ Sit enim. d. medietas. a. e. quoq; sit medietas b. detractoz; e. de. d. sit reliquus. f. erit per. 13. septimi c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas c. itaq; c. est par: quod est propositum.

Propositio .26.



In numero impari detrahatur impar reliquus erit par.
 ¶ Sit. a. b. numerus impar a quo detrahatur. b. c. qui est sit impar: dico reliquum qui est a. c. esse parum. ¶ Detrahatur enim ab utroque duorum numeroz. a. b. et b. c. unitas que sit. b. d. eritque uterque duorum residuorum que sunt. a. d. et d. c. par per premisam itaque constat. a. c. esse parum: quod est propositum.

Propositio .27.



In numero impari numerum parem subtrahas qui relinquitur impar est.
 ¶ Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico c. b. residuum esse imparem. ¶ Sit enim. b. d. unitas: eritque a. d. par. et quia. a. c. est par erit per. 25. c. d. par. cum itaque sit. d. b. unitas erit. c. b. impar: quod est propositum.

Propositio .28.



In de numero pari imparem tollas qui relinquitur impar est.
 ¶ Sit. a. b. par a quo tollatur. a. c. qui sit impar: dico. c. b. residuum esse imparem. ¶ Subtrahatur enim ab. a. c. unitas que sit. c. d. eritque. a. d. par itaque per. 25. d. b. quoque erit par: quia igitur. d. c. est unitas, sequitur. c. b. esse imparem: quod est propositum.

Propositio .29.



In numero impar in numerum parem ducatur quod inde producet erit par.
 ¶ Ex. 23. manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.



In impari ducatur impar qui producet erit impar.
 ¶ Hec quoque. ex. 24. manifesta est.

Propositio .31.



In numero impar numeroz pares numeret: numero pari eum numerabit.
 ¶ Si enim numero impari eum numeraret ex impari in impari fieret par: quod est inconueniens per premisam.

Propositio .32.



In impari impari numeret impariter eum numerat.
 ¶ Si enim pariter eum numeraret ex numero impari in numero parem fieret impar quod est inconueniens per. 29.

Propositio .33.

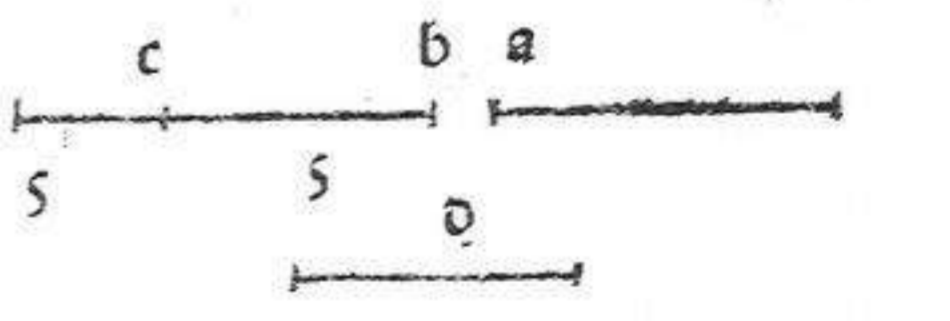
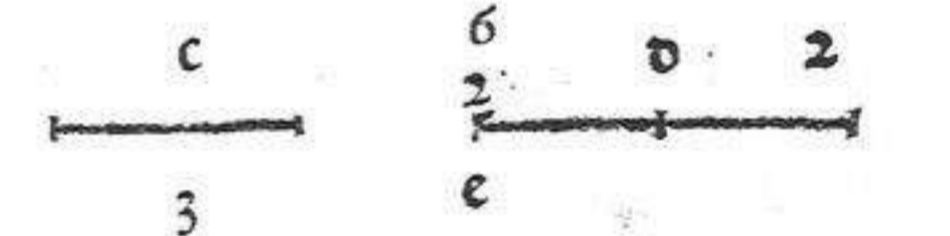
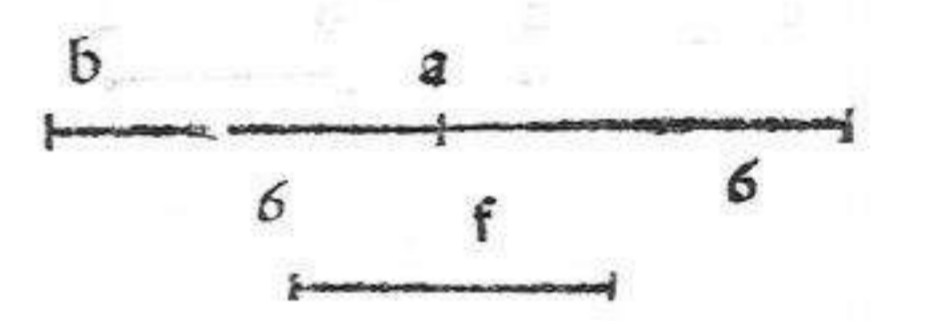
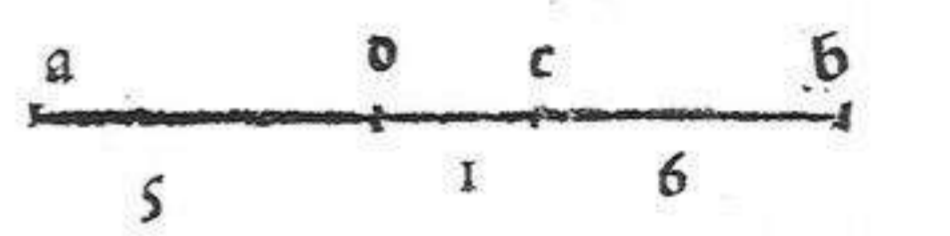
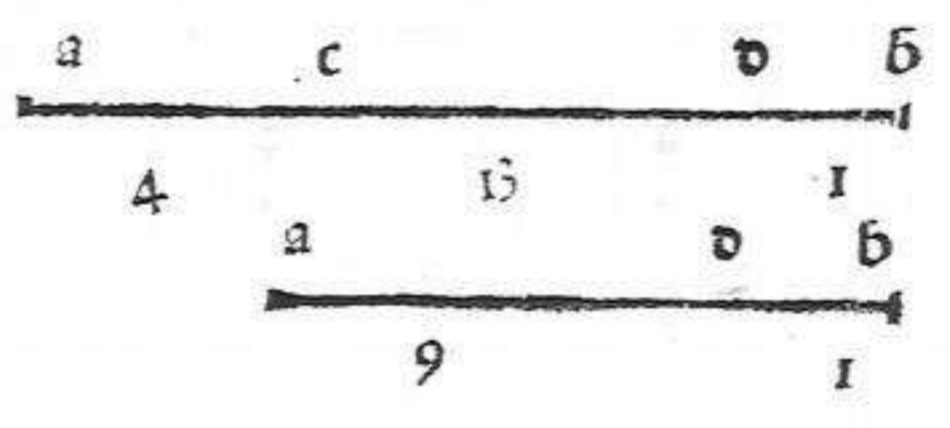


In numero impar numeroz parem metiatur eiusdem quoque dimidium ipsi metiri necesse est.
 ¶ Sit. a. numerus par cuius dimidium. b. sitque. c. numerus impar qui numeret. a. dico quod. c. numerabit. b. ¶ Numeret enim. a. semel. d. eritque per. 31. d. numerus par. Esto igitur eius dimidium. e. ducaturque. c. in. e. et proueniat. f. eritque per. 18. sep. a. ad. f. sicut. d. ad. e. et quia etiam est. a. ad. b. sicut. d. ad. e. sequitur. b. et f. esse equales. cum itaque. c. numeret. f. idem numerabit. b. quod est propositum.

Propositio .34.



In numero impar ad aliquem fuerit primus: idem ad eiusdem duplum erit primus.
 ¶ Sit. a. numerus impar primus ad. b. cuius duplum sit. c. dico quod. a. est primus ad. c. ¶ Si autem numeret eos. d. cum quod. a. sit impar sequitur. d. esse imparem: quicumque enim impari numerat impar est. ¶ Per premisam itaque. d. numeri ita. b. non sunt igitur. a. et b. contra se primi: quod est contra ypothesim.



Propositio .35.



Ameri a duobus dupli sunt pariter pares tatus. **S**int vnitas, a, b, c, d. continue proportionales, sitq, a. binarius: dico oēs eos esse pariter pares eisq, fm hac pportio nem in infinitum auctis nullum alium eē pariter parem. **D**e his qdem constat p diffinitionem cū p. 12. quilibet pcedens numeret quemlibet sequētem p aliquem eorum. quos oēs oportet esse pares: & nullus alius numeret aliquem eorum per. 13. eo q, a. qui est binarius vnitatem sequens ē primus. **Q**uod autem nul lus alius ab his sit pariter par constat: sic. **P**osito enim aliquo diuidatur in duas medietates eiusq, medietas in duas: & hoc totiēs fiat quousq, nu merus aut vnitas diuisionem impediāt quod est necesse euenire per vlti mam petitionem. si vero numerus hanc prohibeat ipse erit impar qui cum numeret pariter parem positum non erat pariter par que positus ē pariter par. si autem vnitas non erit. 13. vel. 15. alius a continue duplis ab vnitate.

Propositio .36.



Amerus cuius medietas ē impar ē pariter impar. **S**it. a. numerus cuius medietas que sit. b. sit impar dico. a. esse pariter imparē. **S**it enim. c. binarius manifestum est itaq, qm ex c. in. b. sit. a. sit aut. d. quilibet numerus par numeras. a. q numeret eū scdm, e. eritq, p scdm ptem. 20. septimi. e. ad. b. sicut. c. ad. d. igit. e. numerat. b. nā qa. c. nu merat. d. erit itaq, e. numerus impar. erat enim. b. p diffinitionem igitur a. est pariter impar.

Propositio .37.

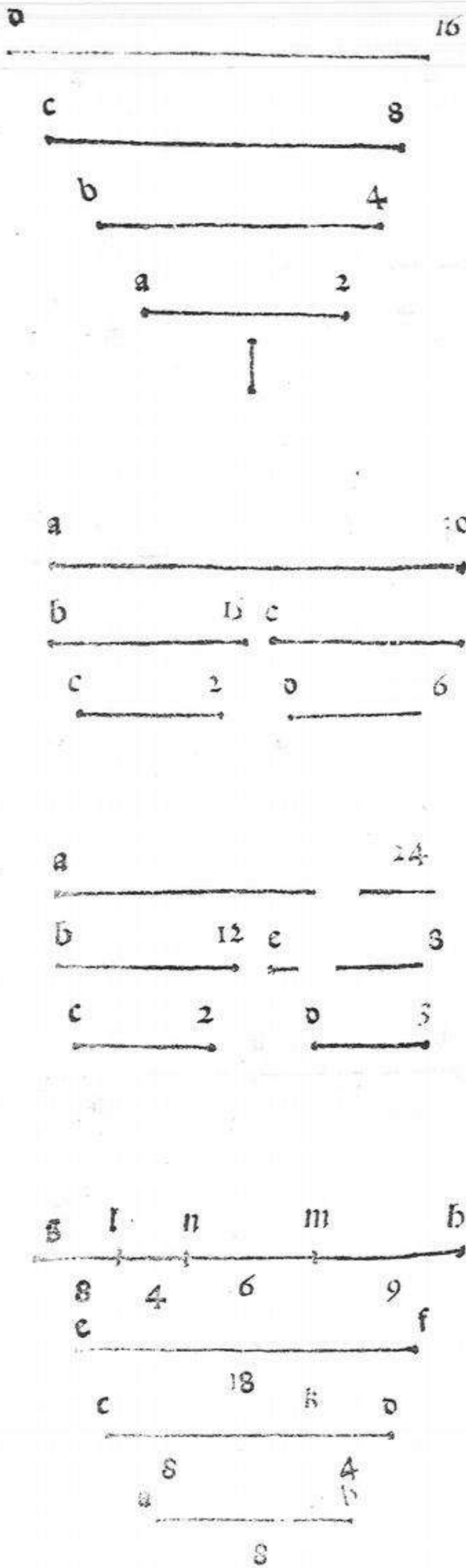


Nis numerus a duobus non duplus cuius me dietas est par est pariter par & impariter. **S**it numerus. a. non duplus a duobus cuius medietas q sit. b. ponatur par. dico ipsum esse pariter parem & impariter. **S**it enim. c. binarius de quo manifestum est q ipse nu merat. a. fm. b. quia uero. a. nō est duplus a duobus: neces se est si eius medietas que est. b. in alias duas medietates diuidatur: medie tatisq, medietas in alias duas ut tandem occurrat numerus impediens di uisionem qui propter hoc q diuisionem non recipit erit impar. **S**itq, is in quo sistit diuisio. d. in numero quippe necesse est stari qa si usq, ad uni tatem perueniret diuisio esset. a. de numeris duplis a binario de quibus nō est: de. d. uero manifestum est q ipse numerat. a. per hanc cōem scientiam oīs numerus numerans alium numerat oēm numeratum ab illo. Nume ret ergo eum fm. e. eritq, e. par. Alioquin. cum. d. sit numerus impar seq retur per. 30. a. esse imparem: quia igitur. b. numerus par numerat. a. fm. c q quoq, ē par ē enī binarius. At uero. e. numerus par numerat eūdem fm d. qui est impar. constat ex diffinitione numerum. a. esse pariter parem & impariter: qd est propositū. **Propositio .38.**



De secundo atq, vltimo numerorum cōtinue p portionalium equale primo dematur quantum ē reliquum secundi ad primum tantum esse reliquū vltimi ad coacernatum ex cunctis precedentibus necessario comprobatur.

Sint cōtinue pportionales. a. b. c. d. e. f. g. h. dematq, de c. d. eq̄lis. a. b. qui sit. c. k. & de. g. h. qui sit. g. l. dico tūc q pportio. k. d. ad. a. b. est sicut. l. h. ad cōpositum ex. e. f. c. d. & a. b. **S**umat ex. g. h. eq̄lis. e. f. g sit. g. m. & eq̄lis. c. d. qui sit. g. n. eritq, l. n. eq̄lis. k. d. **M**āifestum aut est p 12. sep. q cum sit. g. h. ad. g. m. sicut. g. m. ad. g. n. erit. h. m. residuum ad. m. n. residuum sicut. g. h. ad. g. m. **I**deog, sicut. e. f. ad. c. d. **S**imili quoq, modo erit. m. n. ad. l. n. sicut. c. d. ad. a. b. permutatim igitur erit. h. m. ad e. f. & m. n. ad. c. d. sicut. n. l. ad. a. b. itaq, coniunctim per. 13. sep. erit. l. h. compositus ex. h. m. m. n. & l. n. ad compositum ex. e. f. c. d. & a. b. sicut. l. n. ad. a. b. ideoq, sicut. k. d. ad. a. b. quod est propositum.



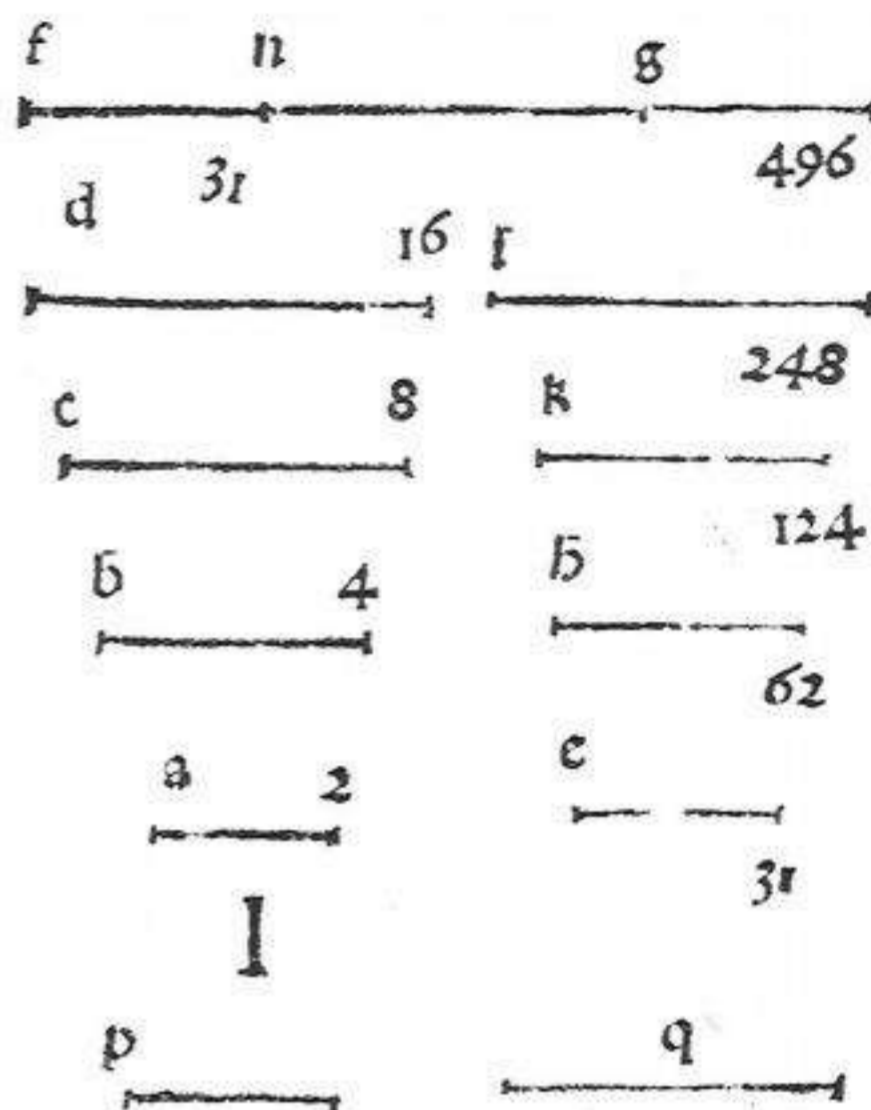
Propositio 39.



Si coaptati fuerint numeri ab unitate continue dupli qui coniuncti faciant numerum primum extremus eorum in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

Sint ab unitate continue dupli. a. b. c. d. ex eis autem fit unitate coaceruatus sit. e. qui ponatur esse numerus primus

- a in quem. e. multiplicet. d. et proueniat. f. g. dico. f. g. esse numerum perfectum. Sumatur igitur. h. k. l. continue dupli ad. e. ut tot sint. e. h. k. l. quot sint continue dupli ad unitatem si mpti. eritq. per equam proportionalitatem. l. ad. e. sicut. d. ad. a. quare per primam partem. 20. sep. ex. a. in. l. puenit. f. g. Nam ipse. f. g. prouenit ex. d. in. e. et quia. a. est binarius est. f. g. duplus ad. l. sunt igitur. e. h. k. l. et f. g. continue proportionales. dematur igitur ex. h. equalis. e. qui sit. m. h. et residuus. h. n. qui erit etiam equalis. e. itemq. ex. f. g. dematur eidem equalis qui sit. f. n. eritq. per premisam. n. g. quantum aggregatum ex. e. et h. et k. et l. sed et f. n. cum sit equalis. e. est quantum aggregatum ex. a. et b. et c. et d. et unitate. itemq. totus. f. g. est quantum aggregatus ex oibus his scilicet. a. b. c. d. et unitate et illis. e. h. k. l. de quibus omnibus manifestum est q. numerat eum scilicet. f. g. c. quidem fm. h. et b. fm. k. quod ex prima parte. 20. sep. conuincitur adiuuante equa proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim vt. d. ad. c. sic. h. ad. e. et vt d. ad. b. sic. k. ad. e. per equam proportionalitatem; quare et ex c. in. h. et ex. b. in. k. necesse est prouenire. f. g. quem dudum produxerat. d. in. e. si igitur nullus alius ab his numerat. f. g. ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret sic patet si enim hoc possibile est sit. p. qui numeret eum fm. q. eritq. per. 33. sep. vt. e. numeret alterum eorum ponaturq. et q. numeret. p. et quia per secundam partem. 20. sep. est. q. ad. d. sicut. e. ad. p. sequitur vt. q. numeret. d. quare cum. a. qui sequitur unitatem sit primus est enim binarius erit. q. per. 13. huius aut. a. aut. b. aut. c. quicumq. autem horum fuerit erit. p. aut. d. l. aut. k. aut. h. si enim. q. fuerit. a. constat q. p. erit. l. quod si fuerit. b. p. erit. k. si autem. c. p. quoq. erit. h. non est igitur. p. diuersus ab illis vt fuerat positum; relinquatur ergo q. f. g. sit numerus perfectus quod erat demonstrandum.
- b
- c
- d



Castigator.

a Ex hac habetur esse perfectorum primus senarius secundus. 28. tertius 496. ac deinceps alternatim terminando in octonarios et senarios in infinitum et non poterit esse perfectus nisi terminetur in altero dictorum.

b Quia in utroq. ordine sunt numeri in dupla proportione dispositi et ideo per equam ppor. siue pversim siue directe sunt. d. b. et k. e. pportioales.

Et iste sunt omnes partes eius quibus numeratur ille quidem fm. l. k. h. e. et iste fm. d. c. b. a. et unitas fm. se totum per concep. quia omnis numeri pars est unitas ab ipso dicta.

c Et si poneret aduersarius. e. numerare. q. tunc quia est per primam partem. 20. septimi. q. ad. d. sicut. e. ad. p. erit permutatim per. 16. quinti. p. ad. d. sicut. e. ad. q. sed. q. numeratur. ab. e. per aduersariu ergo d. numeratur etiam. ab. p. et tunc per. 13. erit. p. aliquis illorum. a. b. c. d. et sic viceversa q. erit aliquis illorum. l. k. h. e. quemadmodum dictum est de. p. ideo et c.

d Cum quilibet eorum numeret. f. g. fm. illos. s. l. k. h. et ideo. q. si fuerit. a. p. esset. l. cum. a. numeret. f. g. fm. l. et si. q. esset. b. p. esset. k. cum. b. numeret eundem. f. g. fm. k. et si. q. esset. c. p. esset. h. quia. c. numeret. f. g. fm. h. et ideo semper. p. esset aliquis illorum cum. q. numeret eundem. f. g. fm. p. et c.

Latius in his que de proportione et proportionalitate posita sunt in calce. s. diffinitione li. 5. et circa diffinitiones. 12. 13. 14. 15. 16. eiusdem ibi clare habes qualiter quantitates comunicantes et comensurabiles se habeant in longitudine et potentia.

Explicit liber Nonus.

Decimus prealijs. difficilimus Euclidis liber de treddecis irrationalibus lineis. Ex campani optima interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum. Castigatore acuratissimo. Incipit.



Euantitates quibus fuerit vna quantitas cōis eas numerans. dicent' cōicantes. quibus vero nō fuerit vna cōis quātitas eas numerans dicent' incōmensurabiles. 2 **L**inee i potētia cōicantes dicuntur quaz superficies quadratas vna cōis superficies nūerat 3 **L**inee incōmēsurabiles i potentia dicuntur quaz superficies. quadratas non nūerat vna cōis superficies. que cum ita sint ma-

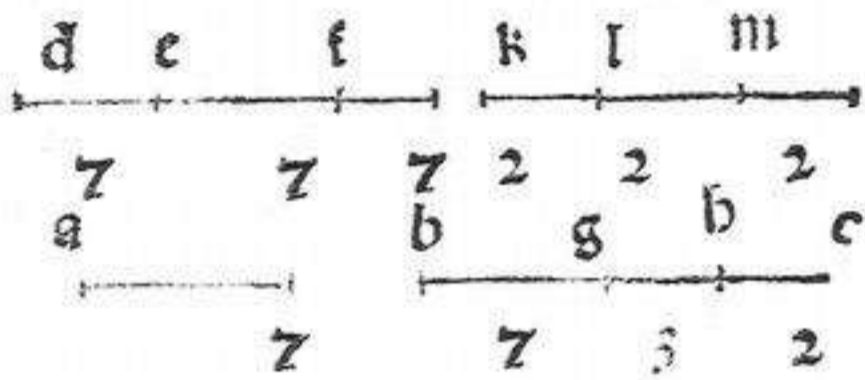
nifestum est qz omni linee posite multe alie sunt incōmensurabiles. quedam in longitudine tm. quedam in longitudine z potentia. 4 **D**is aut' linea cum qua rōcinamur posita vocetur rōnalis. 5 **L**inee qz ei cōicantes dicuntur rōnales. 6 **E**idem aut' in cōicantes dicuntur irrōales siue surde. 7 **D**is vō quadrata superficies de qua p ypotefim rōc namur dicitur rōnalis. 8 **S**uperficies vero ei cōicantes dicuntur rōnales. 9 **E**idem aut' incōmensurabiles superficies dicunt' irracionales siue surde. 10 **L**atera vero que in illas quadratas possunt dicuntur irrōnalia. 11 **Q**uālibet quāt. tatem totiēns posse multiplicari vt quālibet eiusdem generis quantitatē positam excedat.

Propositio .1.



In duabus quantitatibus inequalibus propositis maius dimidio a maiori detrahatur. itēqz de reliquo maius dimidio dematur deinceps quoqz eodem modo: necesse est vt tandem minore positarum minor quantitas relinquatur.

Sint due quātitates ineqles. a. b. c. b. c. maior. dico qz totiēs pōt maius dimidio detrahi a. b. c. uel eius residuo qz necesse erit relinq quantitatē minorē. a. multiplicetur. n. a. quotiens excedat. b. c. sitqz eius multiplex. d. e. f. maior. b. c. detrahatur itaqz. a. b. c. maius dimidio qz sit. b. g. itēqz ex residuo quod est. g. e. maius dimidio quod sit. g. h. hoc quoqz totiēns fiat quousqz. b. c. diuisa fuerint in tot ptes quotiens. a. continetur in. d. e. f. **D**ico tūc qz ultimum residuum ut est hic. h. c. est minus. a. multiplicetur namqz. h. c. quotiens est multiplicata. a. in. d. e. f. sitqz eius multiplex. k. l. m. **Q**uia igitur unaqueqz quantitatū. k. l. m. est equalis. h. c. sequit' ut f. k. sit minor. b. g. sed f. l. minor. g. h. at quia. m. est equalis. h. c. erit p conceptionem. k. l. m. minor. b. c. quare minor. d. e. f. cū sit ergo. d. e. f. ad. a. sicut. k. l. m. ad. h. c. sitqz. d. e. f. maior. k. l. m. sequit' p. 14. quinti qz. a. sit maior. h. c. quod est ppositum. I dēqz sequit' si de maiori dimidium dematur. itēqz de reliquo dimidium; sicqz totiēns quousqz maior diuidat' in tot partes quotiens continet' minor in quolibet suo multiplicē. maiorē positaz quantūlibet excedente. **A**ttendere aut' oportet qz huic uidet'. r. tertii contradicere pponens angulum contingentie. minorem fore quolibet angulo a duabus lineis rectis contento posito. n. angulo quolibet rectilineo. si ab ipso maius dimidio demat'. itēqz de residuo maius dimidio. necesse uidetur hoc totiēns posse fieri quousqz angulus



rectilineus minor angulo contingente relinquitur: cuius oppositum 15. tertii syllogizat: sed hi non sunt uniuoce anguli: non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uero nec angulum contingente totiens contingit sumi ut qualemcūq; rectilineum excedat: quod necessarium est ut ex prehabita demonstratione patet: ad hoc ut consequens ex antecedente sequat. planū ergo est et quēlibet angulū rectilineū infinitis angulis cōtingentie esse maiore.

Propositio .2.



Si fuerint due quantitates inuales detrahatur q̄a maiori equalē minori donec minus eo supersit ac deinde a minori ipsius reliqui equalē demat̄ donec minus eo relinquitur denuo quoq; a reliquo primo equalē reliqui secundi donec minus eo supersit aufei at̄: & in huiusmodi cōtinua detractio ne nullum reliquum quod ante relictum numeret: inueniatur: eas duas quantitates incōmensurabiles esse necesse est.

¶ Simile huic p̄posuit prima septimi in numeris. Sint due quantitates inuales. a. & b. maior. a. a quibus si fiat reciproca quoad p̄t detractio: non occurrat et si infinites fiat aliqua quantitas detractioem impediēs siue ante relictum numerās dico eas incōmensurabiles esse. ¶ Sinaut sit cōis eaz̄ mensura. c. detrahatur igitur. b. ex. a. quotiens p̄t. sitq; residuum d. quod residuum detrahatur ex. b. quotiens p̄t sit residuum. e. Fiatq; totiens ista detractio quousq; ex alterutra duaz̄ quantitatū .a. & b. remaneat minus. c. hoc enim necesse est esse possibile per precedentem. Sitq; hic. e. minus. c. cum igitur. c. mensuret. b. detractam ab. a. & etiam. a. mensurabit per conceptionē. d. residuum. ideoq; cū mensuret. d. detractum a b. & etiam ipsum. b. mensurabit. e. residuum. sed erat. e. minus. c. maior ergo quantitas mensurat minorem quod est impossibile.

Propositio .3.



In propositis duabus quantitatibus inualibus cōi cantibus maximam quantitatē cōiter eas numerantem inuenire. Ex hoc itaq; manifestum ē: que duas metitur quantitates maximam quoq; communiter ambas metientem metiri.

¶ Huius demonstrationem si secundā septimi non ignoras non potes ignorare: processus enim utrobique idem.

Propositio .4.



In propositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.

¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



Numerum duarum quantitatū cōmunicantium. est proportio tanq̄ numeri ad numerum unum.

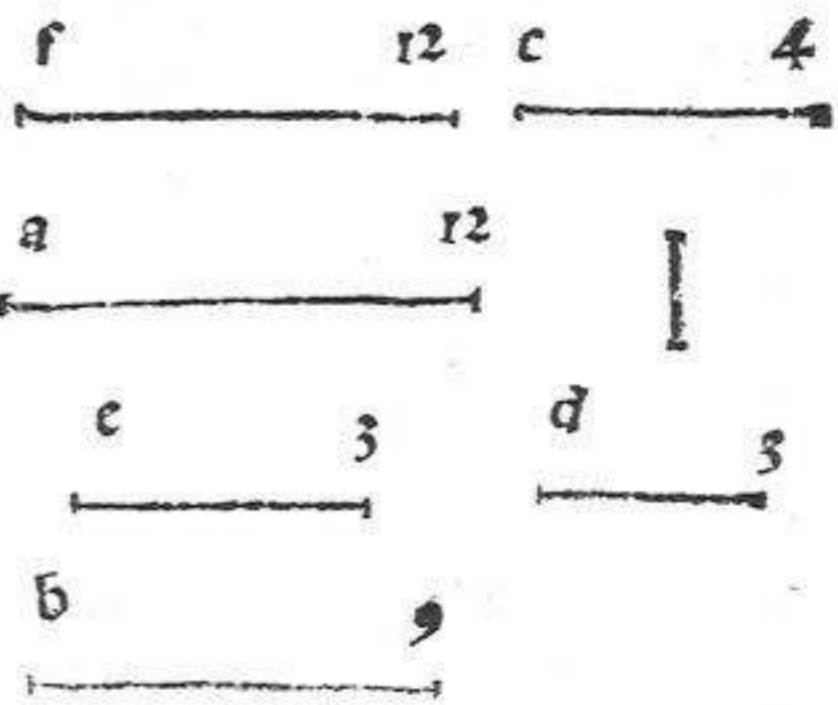
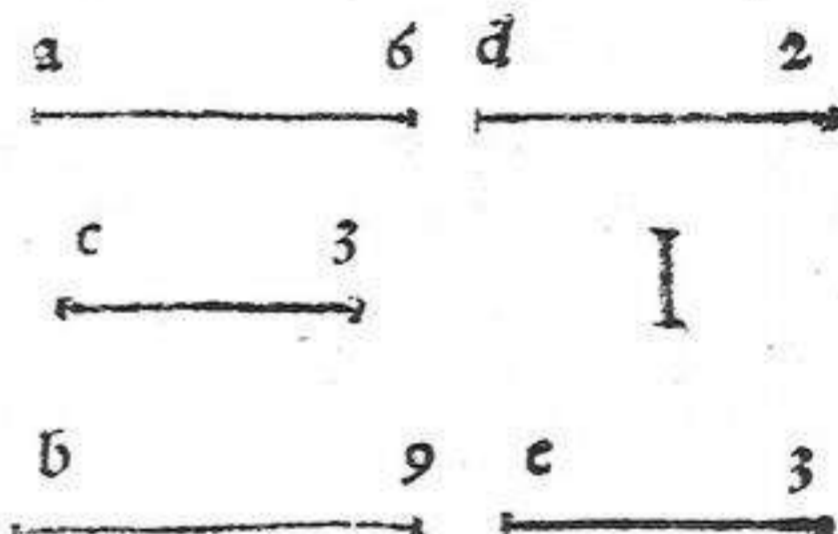
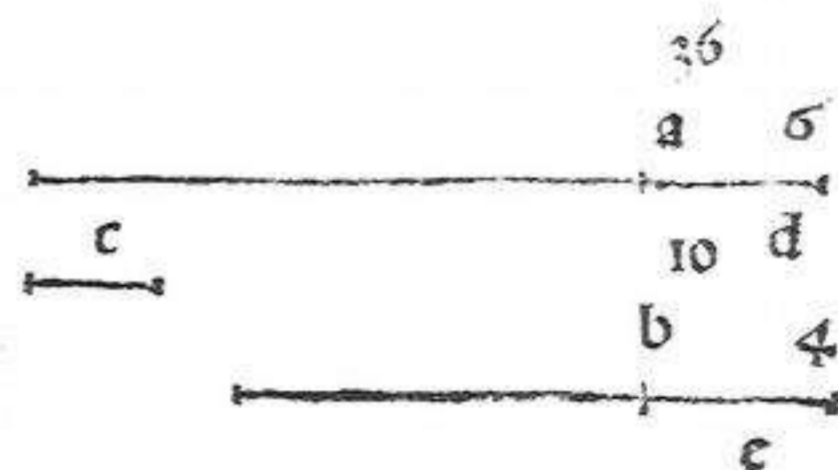
¶ Sint due quantitates. a. & b. cōmunicantes: dico q̄ eaz̄ p̄portio ē sicut alicuius numeri ad aliū numerū. ¶ Sit. n. c. maxia q̄ntitas cōiter mēsurās. a. & b. repta ut docet. 3. huius que mensuret. a. fm numerū. d. & b. fm numerū. c. eritq; .a. ad. c. ut. d. ad. unitatē. eo q̄ sicut. a. ē multiplex. c. ita. d. est multiplex unitatis. ac. c. ad. b. ut unitas ad. e. qm̄ sicut. c. ē submultiplex. b. ita unitas est submultiplex. e. igit̄ p̄ equam p̄portionalitatem. a. ad. b. ut. d. ad. e. quod est propositum.

Propositio .6.



Si fuerint due quantitates quaz̄ sit p̄portio vnius ad alteram tanq̄ numeri ad numerum unum: eas duas cōmunicantes esse necesse est.

¶ Hec est conuersa prioris ut si sit. a. ad. b. sicut numerus. c. ad numerū. d. erūt due q̄ntitates. a. & b. cōmunicātes. ¶ Sit enim. e. toties inēj. rans. b. quoties ē unitas in. d. & totiens

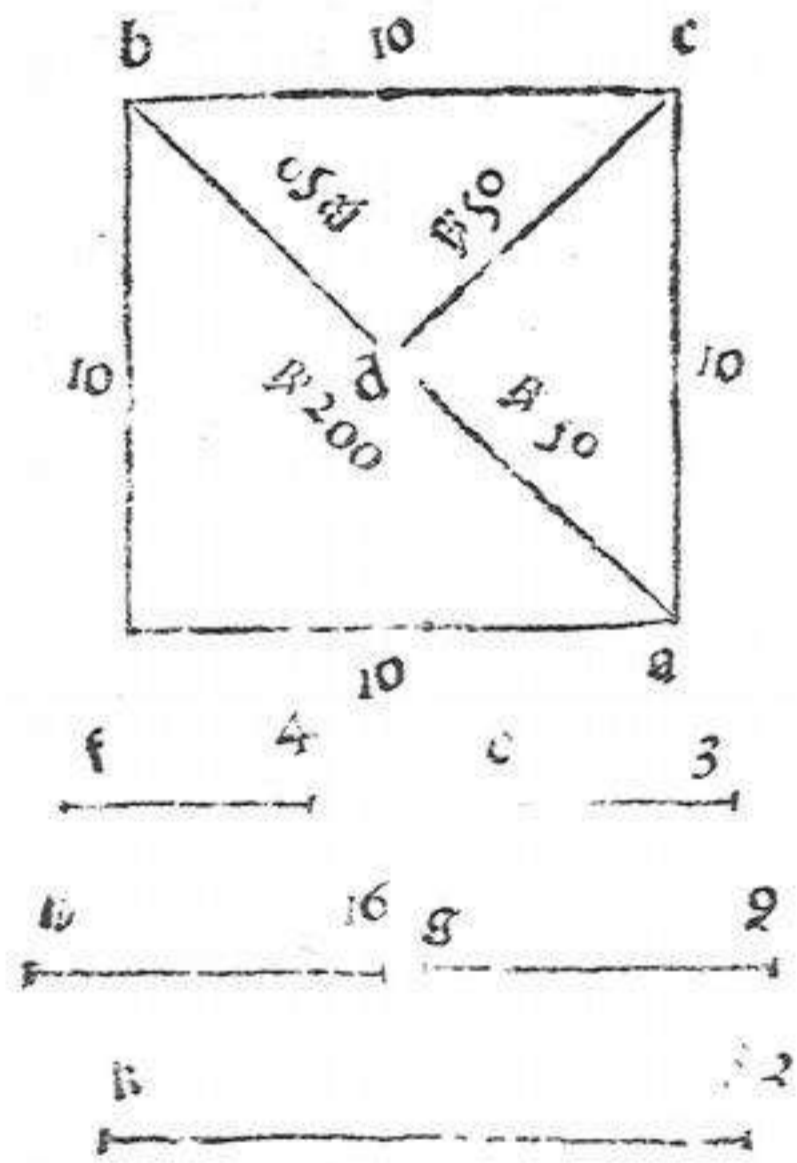
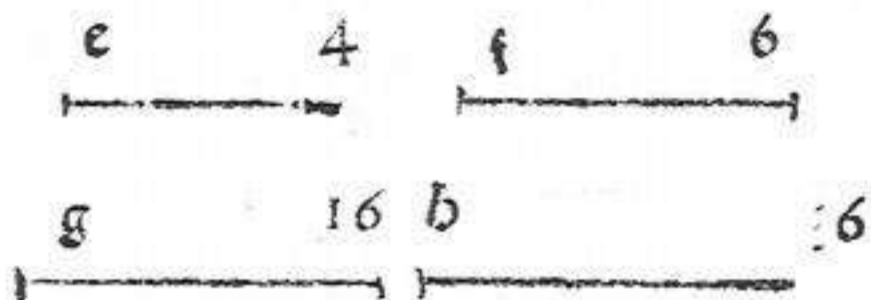
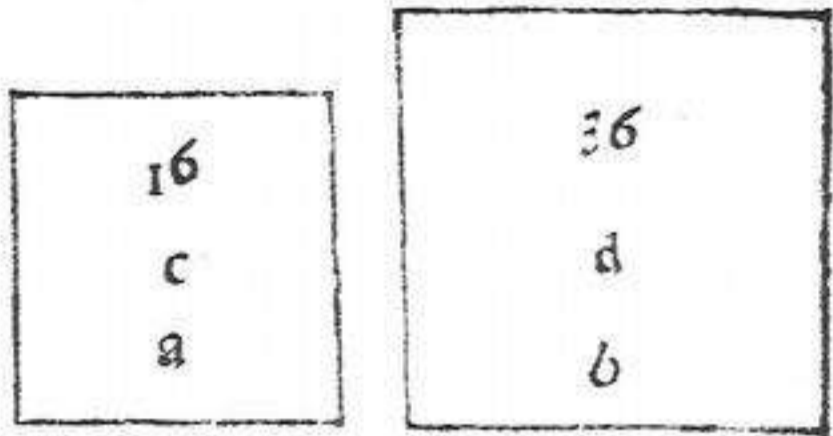


mensurans. f. quotiens unitas in. c. Cum sit igitur. f. ad. e. ut. c. ad unitatē ac. e. ad. b. ut unitas ad. d. erit p̄ equam p̄portionalitatem. f. ad. b. ut. c. ad d. quare ēt ut. a. ad. b. igitur p̄ primam p̄tem. 9. quinti. f. est equalis. a cum itaq. e. mensuret. f. per conceptionem mensurabit. a. igitur. a. f. b. cōican tes; mensurabat enim f. b. quod est propositum.

Propositio .7.



Anium duarum superficier quadratar quarum latera in longitudine cōmunicant ē p̄portio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerus quadratum. Si vero fuerit p̄portio superficier quadrate ad superficiem quadratā: tanquā p̄portio numeri quadrati ad numerum quadratum: erunt latera earum in longitudine cōmunicantia. Quod si fuerit p̄portio superficier quadrate ad superficiem quadratā non velut numeri quadrati ad numerum quadratum: latera earum erunt in longitudine incōmensurabilia.



¶ Sint. a. f. b. due linee quadrate quaz quadrata sint. c. f. d. dico q̄ si a. f. b. cōmunicant in longitudine erit p̄portio. c. ad. d. sicut numeri quadrati ad numerus quadratū f̄ e cōuerso. ¶ Si aut̄ p̄portio. c. ad. d. nō sit sicut numeri quadrati ad numerus quadratum. a. f. b. erunt incōmensurabiles in longitudine f̄ e cōuerso. Verūtn̄ istud argumētum quartū nō p̄ponit. ¶ Primum patet sic. si. a. f. b. cōmunicant in longitudine ipse p̄. s. erunt in p̄portione duoz numeroz q̄ sint. e. f. f. quoz quadrati sint. g. f. h. Quia ergo est. c. ad. d. sicut. a. ad. b. duplicata per. 18. sexti: sequit̄ ut sit ēt. c. ad. d. sicut. e. ad. f. duplicata. ¶ Sed ēt p̄. 11. octavi. g. ad. h. ut. e. ad. f. duplicata ergo. c. ad. d. sicut. g. ad. h. quod est primum. ¶ Secundum sic sit. c. ad. d. sicut. g. nūerus q̄dratus ad. h. numerus q̄dratū dico q̄. a. f. b. erūt i longitudine cōicantes. Cum enim sit. c. ad. d. ut. a. ad. b. duplicata p̄. 18. sexti. f. g. ad. h. p̄. 11. octavi ut. e. ad. f. duplicata: quare f̄ simpla. a. ad. b. sicut simpla e. ad. f. p̄. 6. igitur sunt. a. f. b. cōicantes quod est secundum. ¶ Tertium uero patet ex primo a destructione consequentis. ¶ Similiter quartum patet ex secundo a destructione consequentis. ¶ Ex tertia parte huius nota diamet̄z eē incōmensurabile coste. ¶ Cum. n. sit quadratū diametri duplū quadrato coste: dupla uero p̄portio non sit sicut numeroz quadratorum sequit̄ diamet̄z eē incōmensurabilem coste in longitudine. Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus eēnt oēs pariter pares quadrati f̄ etiā alii infniti q̄ nō sunt q̄drati. ¶ Ducit aut̄ A. p̄rio p̄rio. ad istud incōueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste q̄ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter. a. b. cōmensurabilis lateri. a. c. eritq. per. 5. a. b. ad. a. c. sicut aliquis nūerus ad alium. Sint ergo hii numeri. e. f. qui sint minimi i sua p̄portione. eritq. ob hoc alter eorum impar. Si enim uterq. par non erūt minimi: quadrati quoq. eoz sint. g. f. h. si ergo. e. est. impar. erit quoq. ex. 30. noni. g. impar sit itaq. k. duplus ad. h. eritq. k. ex diffinitione par. ¶ Quia igitur. a. b. ad. a. c. ut e. ad. f. erit per. 18. sexti f̄. 11. octavi quadratum. a. b. ad quadratum. a. c. ut. g. ad. h. est itaq. g. duplus ad. h. sic enim est quadratū a. b. ad quadratum a. c. p̄ penultimam primi: f̄ quia etiam. k. est duplus ad. h. sequitur p̄ 9. quinti ut. g. nūerus impar sit equalis. k. nūero pari. ¶ Quod si. e. sit par f̄. f. impar. erit p̄portio. f. ad dimidiū. e. q̄ sit. l. sicut. a. c. ad dimidiū. a. b. q̄ sit. a. d. f̄ ideo erit p̄portio q̄drati. a. c. ad quadratū. a. d. sicut p̄portio numeri. h. qui est impar per. 30. noni ad quadratum numeri. l. qui sit. m. cui. k. ponatur esse duplus. eritq. k. per diffinitionem par. At quia q̄dratū a. c. est duplum ad quadratum. a. d. per penultimam primi erit. h. duplus ad. m. cūq. k. sit etiam duplus ad. m. erit. per. 9. quinti numerus impar. h. equalis. k. numero pari quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Videlicet quātum ad p̄portionem arithmeticam nō aut̄ quātum ad

pportionem geometricam. quia semper inter diametrum & costam. col-
locabit tertia subcontinua pportionalitate per.9. sexti. & sic prima & tertia
cōmunicabunt medie. per consequens. prima que est diameter. commu-
nicabit. tertia que est costa. & c. geometrice.

Propositio .8.



Ifuerint due quantitates vni quātitati cōicantes
ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles eē necesse ē.

Sit vtraq; duarū quantitatū. a. & b. cōicans^a quanti-
tati. c. dico. a. & b. esse cōmensurabiles. ¶ Est enim per.5.
a. ad. c. sicut numerus ad numez; similiter quoq; per ean-
dem. c. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit itaq; nume-
rus. d. ad numerum. e. sicut. a. ad. c. numerusq; .f. ad numerum .g. sicut .c.
ad. b. At proportiones que sunt. d. ad. e. & .f. ad. g. continuentur in tribus
terminis qui sint. h. k. l. ut docet. 4. octaui; eritq; perequā proportionalita-
tem. a. ad. b. sicut. h. numerus ad. l. numerum. Per.6. igitur sunt. a. & b. cōi-
cantes qđ ē propositū. ¶ Ex hac quoq; seqtur qđ si fuerint due qntitates si-
bi inuicem cōicantes. cuiusq; vna earum communicat & reliqua; & cui-
cunq; vna non cōmunicat nec reliqua. ¶ Sint enim due quantitates. a. &
b. cōmunicantes; ponaturq; quelibet quantitas que sit. c. cum qua cōmu-
nicet. a. dico qđ. b. cōmunicabit cum eadem; quod ex hac octaua patet cū
vtraq; earum cōmunicet cū. a. ex ypothesi. ¶ Quod si iterum. a. & b. sint
cōmunicantes vt prius; ponatur. c. quelibet quantitas cum qua non com-
municet. a. dico qđ. b. non communicabit cum eadem. Si enim. c. cōmu-
nicaret cum. b. cum. a. quoq; per ypoth. communicet cum eodem. b. essent
per hanc octauam. a. & c. comunicantes. sed positum erant qđ non essent
quare constat quod diximus.

Castigator

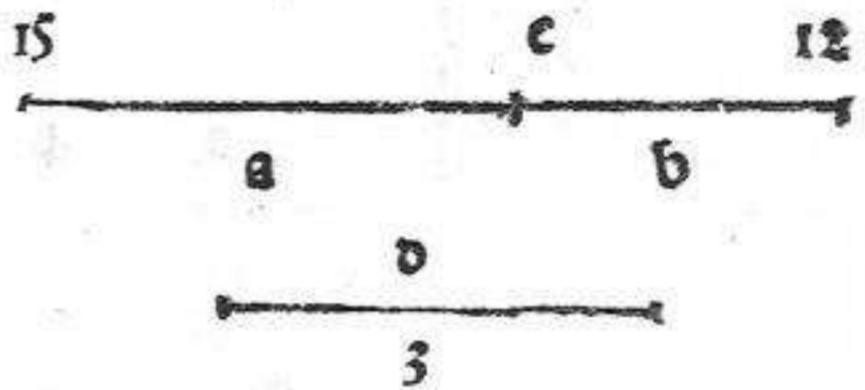
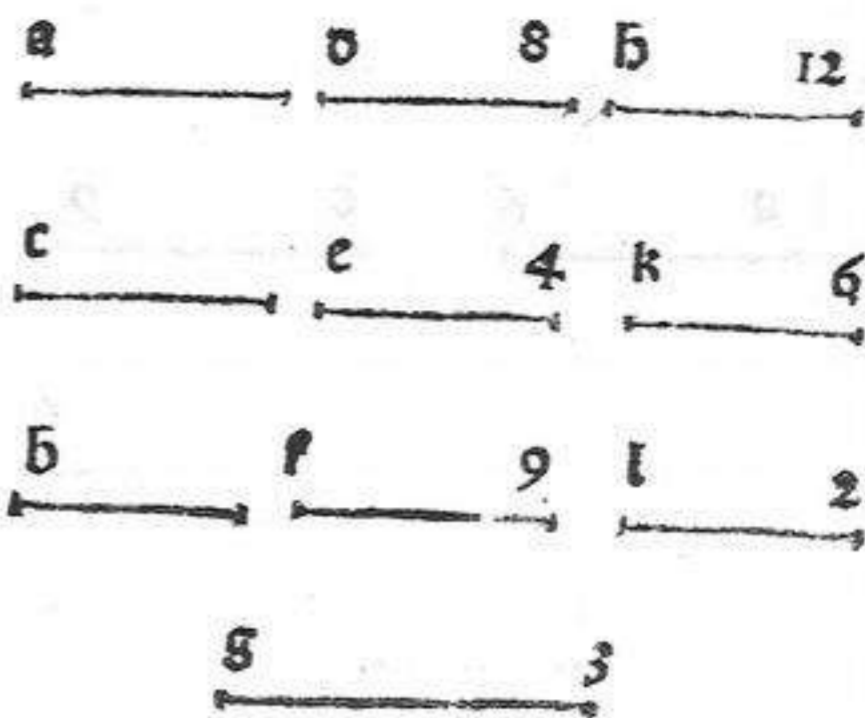
Communicātia proprie dicitur numeroz. ut in septimo & octauo &
nono libris apparet. sed commensurabilitas proprie competit quantitati
continue. Et ideo nimirum si auctor indifferēter aliquando vtitur vno
& alio termino ut in ista octaua apparet.

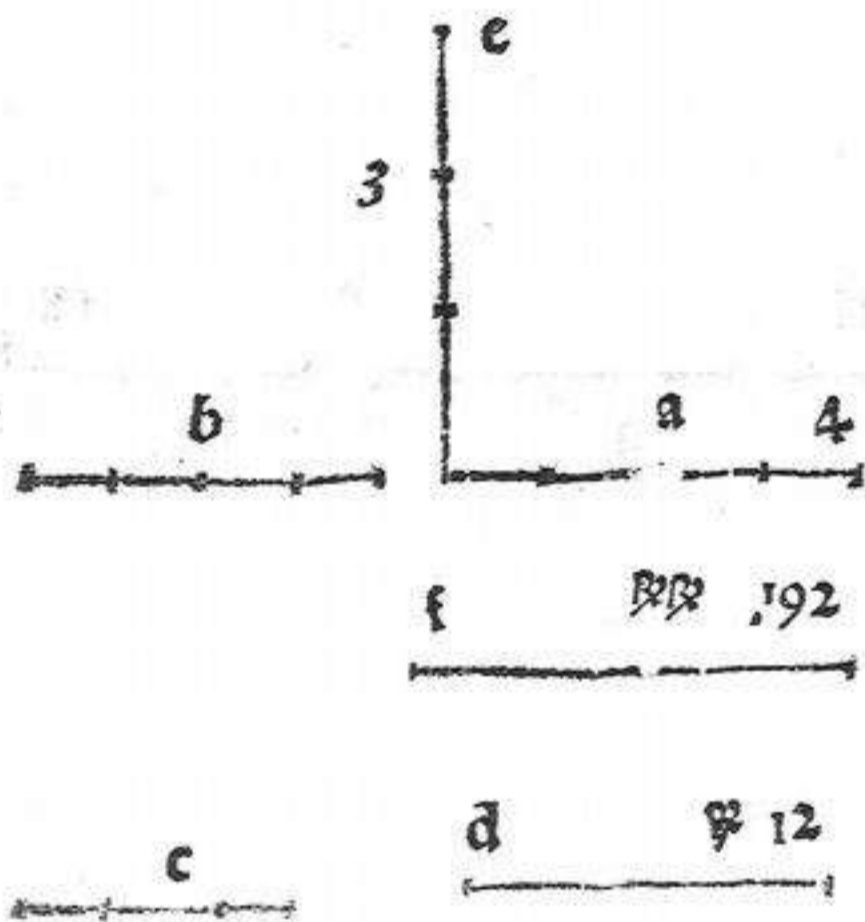
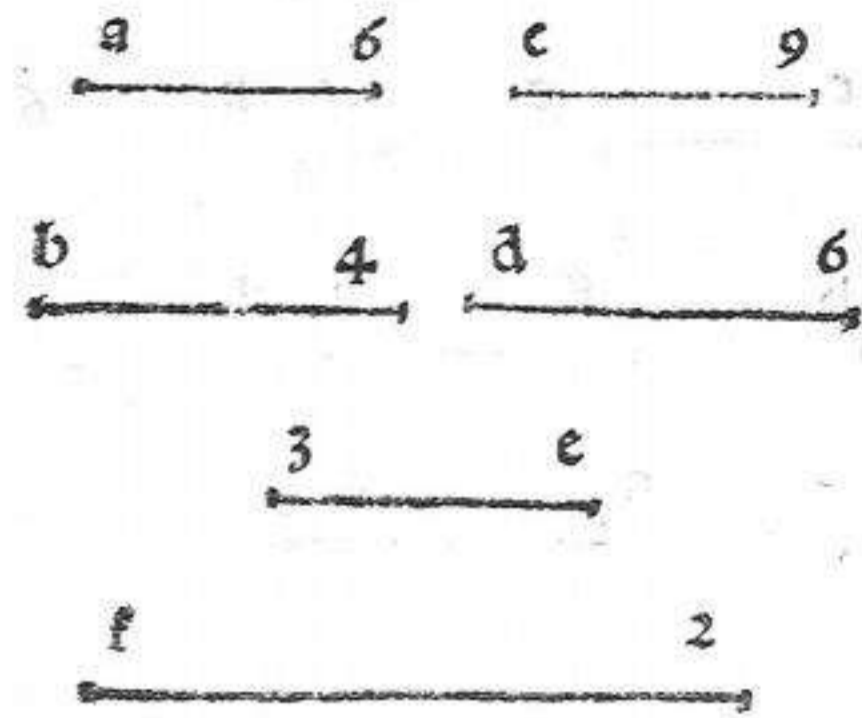
Propositio .9.



Ifuerint due quantitates cōicantes: totum quoq;
ex eis confectum vtriq; earum. erit cōmunicans.
Si vero fuerit totum vtriq; commensurabile erūt
ambe commensurabiles.

Sint due quantitates. a. & b. commensurabiles; dico
totum ex eis cōpositum quod sit. c. vtriq; earum eē com-
mensurabile & econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni
earum communicet dico qđ communicabit alteri; & ipse similiter iter se.
Idem quoq; in cōtrario. si enim. a. & b. sint incōicantes; dico qđ. c. vtriq;
earum erit incōmunicans & econuerso; ac si. c. alteri earum sit incommu-
nicans; erit quoq; incōmunicans & alteri; & ipse etiam inter se. Sint itaq;
primum. a. & b. comunicantes; sintq; earum cōis mensura. d. qui cum
vtrāq; earū numeret p conceptionem similē antepenultime numerabit. &
c. quare p diffinitionem. c. cōicabit vtriq; earū. scilicet. a. & b. Econuerso quo-
q; si. c. comunicet vtriq; earū. sit oim cōis mensura. d. cōstat itaq; p diffi-
nitionem. a. & b. cōicantes esse. Sed cōmunicet. c. cū altera earū que sit. a.
dico qđ cōicabit cū. b. & a. & b. comunicabūt adinuicē. Sit. n. d. com-
muniter mensurans. c. & a. qđ igitur. d. mensurat totum & detractum per
conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet. b. p deffinitionem er-
go & c. cōicat cū. b. & a. comunicat quoq; cum. b. ¶ Si autē. a. & b. sint in-
comunicantes erit. c. incommunicans vtriq; earū; si enim cū vtraq; seu
ēt cum altera earū communicaret & ipse comunicarēt adinuicem. quod
est contra ypothesim. ¶ Similiter quoq; econuerso si. c. ē incōicans vtriq;
earū seu etiam alteri earū; erit quoq; incommunicans relique; & ipse inter
se; quod palam est ex predemonstratis a destructione consequentis.





Propositio .10.
Quoniam quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima comunicans secunde: tertia quoque erit comunicans quarte. Si vero prima incommensurabilis fuerit secunde: tertia quoque incommensurabilis erit quarte.

Sint quatuor quantitates proportionales, a. b. c. d. dico quod si a. comunicat cum. b. c. quoque comunicabit cum. d. quod si a. est incommensurabilis. b. c. quoque erit incommensurabilis. d. Et si a. comunicat cum. b. in potentia tantum. c. quoque comunicabit cum. d. in potentia tantum. Verum illud non proponit auctor quia facile patet ex demonstratione priorum. Si enim a. comunicat cum. b. erit per. 5. a. ad. b. sicut numerus ad numerum. Sit ergo sicut. e. ad. f. At quia est per ypothesim. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit. c. ad. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. Per. 6. igitur est. c. comunicans cum. d. quod est primum. Secundum patet ex primo a destructione consequentis. Si enim a. est incommensurabilis. b. oportet. c. esse incommensurabilem. d. nam si esset ei commensurabilis cum sit ut. c. ad. d. sic. a. ad. b. per ypothesim: esset per primam partem. a. comunicans cum. b. sed non erat: quare constat totum quod proponit auctor. Quod autem adiunximus videlicet quod si a. comunicat cum. b. in potentia tantum. c. comunicat cum. d. in potentia tantum. sic patet. Cum enim a. non comunicet cum. b. in longitudine: nec. c. quoque ex parte secunda huius comunicabit cum. d. in longitudine. At vero cum quadratum. a. comunicet cum quadrato. b. ex ypothesi erit per. 5. quadratum linee. a. ad quadratum linee. b. sicut numerus ad numerum qui sint. e. f. f. Et quia quadratum. c. ad quadratum. d. est sicut quadratum. a. ad quadratum. b. erit et quadratum. c. ad quadratum. d. sicut numerus. e. ad numerum. f. per. 6. igitur. c. f. d. comunicant in potentia: sed quia non communicant in longitudine: constat propositum.

Propositio .11.

Proposita qualibet recta linea duas ei incommensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.
Sit linea. a. proposita: volo duas lineas reperire quarum una comunicet cum. a. in potentia tantum: altera vero sit incommensurabilis ei in longitudine et in potentia. Sumo itaque duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorum. sintque hii. b. f. c. quos facile est sumere cum quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum ea habeat proportionem quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati confirmante hec. 22. octavi: duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam. d. ad cuius quadratum se habeat quadratum linee a. sicut numerus. b. ad numerum. c. Hanc autem lineam ita reperio diuido lineam. a. in tot partes equales quot sunt unitates in numero. b. quod facile facio adiuvante. 11. vel. 12. sexti: dehinc super extremitatem linee. a. erigo lineam. e. perpendiculariter in qua toties contineatur una ex partibus. a. quotiens unitas est in. c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati linee. a. ad superficiem que fit ex a. in. e. est sicut. a. ad. e. et ideo sicut numeri. b. ad numerum. c. Si ponatur. d. in medio loco proportionalis inter. a. f. e. sicut docet. 9. sexti quod tunc per primam partem. 16. eiusdem quadratum. d. erit equale superficiem productam ex a. in. e. et erit proportio quadrati linee. a. ad quadratum linee. d. sicut numeri. b. ad numerum. c. quare. a. f. d. sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione et per ultimam partem. et ipse sunt incommensurabiles in longitudine. Reperita est itaque. d. prima linea quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio interpono ut docet. 9. sexti lineam. f. medio loco proportionalem inter. a. f. d. eritque per correl. 17. sexti quadratum. a. ad quadratum. f. sicut. a. ad. d. I itaque per secundam partem. 10. quadratum a. est incommensurabile quadrato. f. igitur linea. f. est incommensurabilis linee. a. in potentia quare et in longitudine est itaque. f. secunda linea quam propositum erat reperire. Et sic patet propositum.

Castigator.

¶ Quia quadratū .a. ad quadratū .f. nō ē sicut nūeri q̄drati. ad numez quadratum nec simpliciter sicut alicuius numeri ad aliquem numez. q̄m̄ si sic eēt. Tunc p̄ sextā huius cōuersam. s. eēt quadratū .f. q̄dratū .a. cōicantia Et commensurabilia quod non sunt. cum sint sicut .a. ad .d. vt dictum est. Et ideo per tertiam partem sep. huius .a. f. f. latera dictoz quadratorum i longitudine sunt incommensurabilia. vt dicit ibi f. c. quare lineae .a. f. f. sunt in longitudine f̄ potentia incommensurabiles. vt queritur.

Propositio .12.



Anium quatuor linearū p̄portionalis si prima tanto amplius possit secunda quantū ē quadratū alicuius lineae cōicantis sibi in longitudine. necesse est tertiam quoq̄ tanto amplius posse quarta quantum est quadratū alicuius lineae cōicantis sibi in longitudine: q̄ si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineae incommensurabilis sibi i longitudine. erit quoq̄ tertia potentior quarta quadrato alicuius lineae sibi incommensurabilis in longitudine.

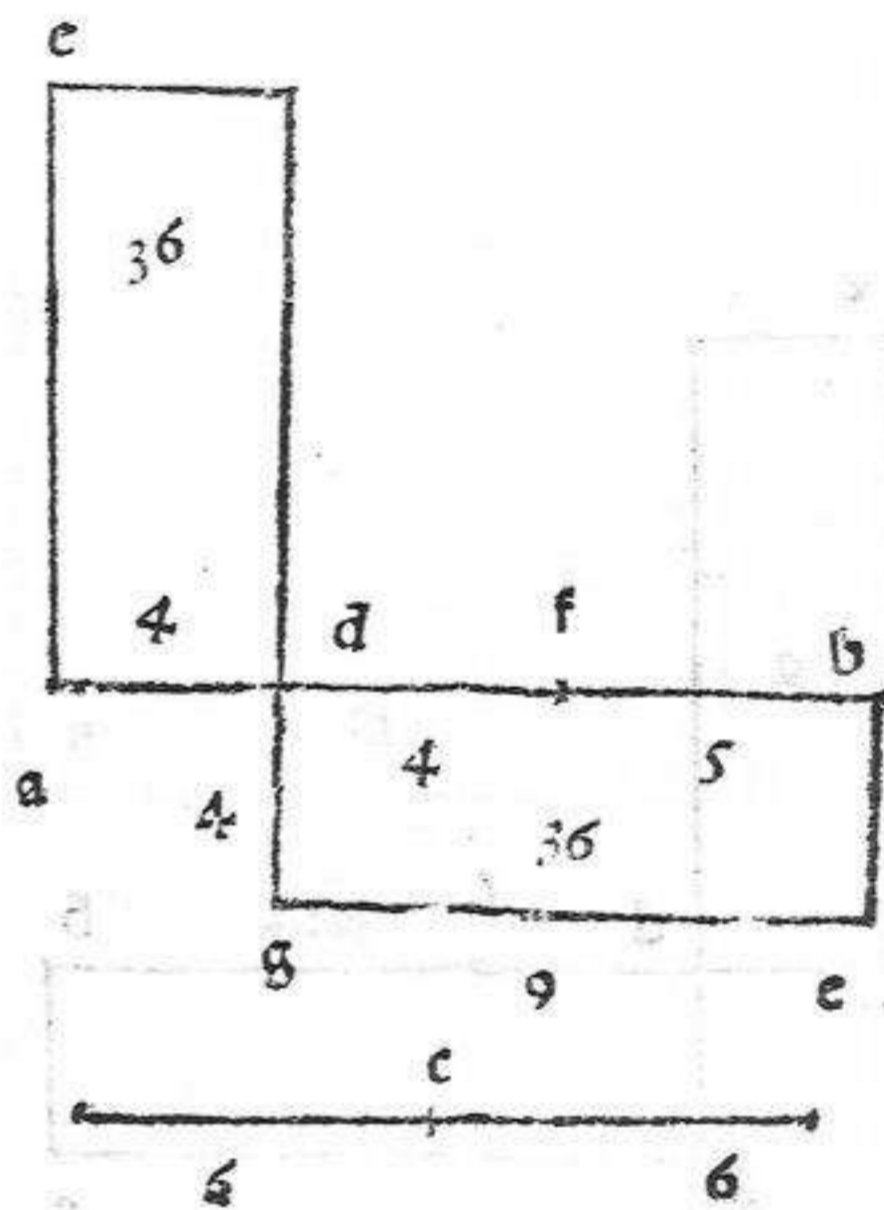
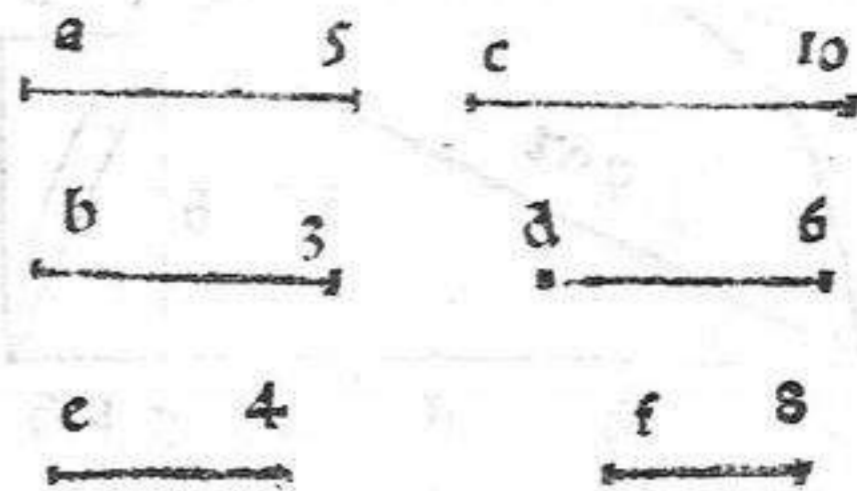
¶ Sint quatuor lineae p̄portionales .a. b. c. d. sitq̄ .a. maior .b. f̄ .c. maior d. Sit quoq̄ .a. potentior .b. quadrato lineae: e. f̄ .c. potentior .d. quadrato lineae .f. dico q̄ si a cōicet .e. in longitudine .c. quoq̄ cōicabit .f. in longitudine q̄ si a. non cōicat .e. in longitudine nec .c. cōicabit .f. in longitudine. Quod f̄ si .a. cōicat .e. in potētia tm̄ .c. quoq̄ cōicabit .f. in potētia tm̄. Vez tñ illud vltimū nō p̄ponit auctor qa facile patet ex prioꝝ demonstratiōe. Cū sit .n. p̄portio .a. ad .b. sicut .c. ad .d. erit q̄drati .a. ad quadratū .b. sicut quadrati .c. ad quadratū .d. f̄ quia quadratū .a. est equale quadratis duaz̄ linearū .b. f̄ .e. similiter quadratū .c. quadratis duaz̄ linearū .d. f̄ .f. erit p̄portio quadratoꝝ duarū linearū .b. f̄ .e. ad q̄dratū .e. sicut quadratorū .d. f̄ .f. ad quadratū .f. ergo disūctim erit quadratū .b. ad quadratū .e. sicut quadratū .d. ad quadratū .f. ergo .b. ad .e. sicut .d. ad .f. Item p̄ equam p̄portionalitatē erit .a. ad .e. sicut .c. ad .f. ergo p̄ primā ptē decime cōstat priā ps huius: f̄ p̄ sam̄ fa. f̄ p̄ tertiā ibi adiūctā tertiā: hic adiūctā.

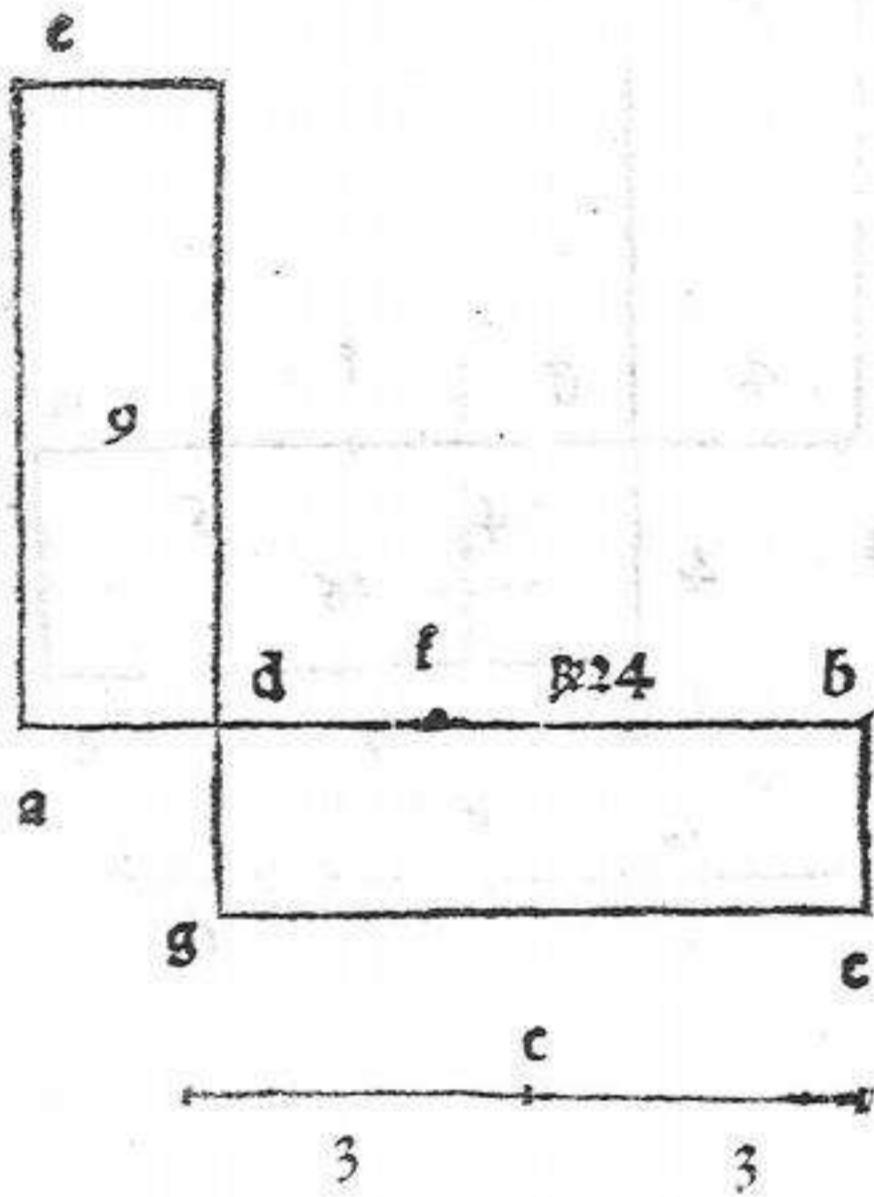
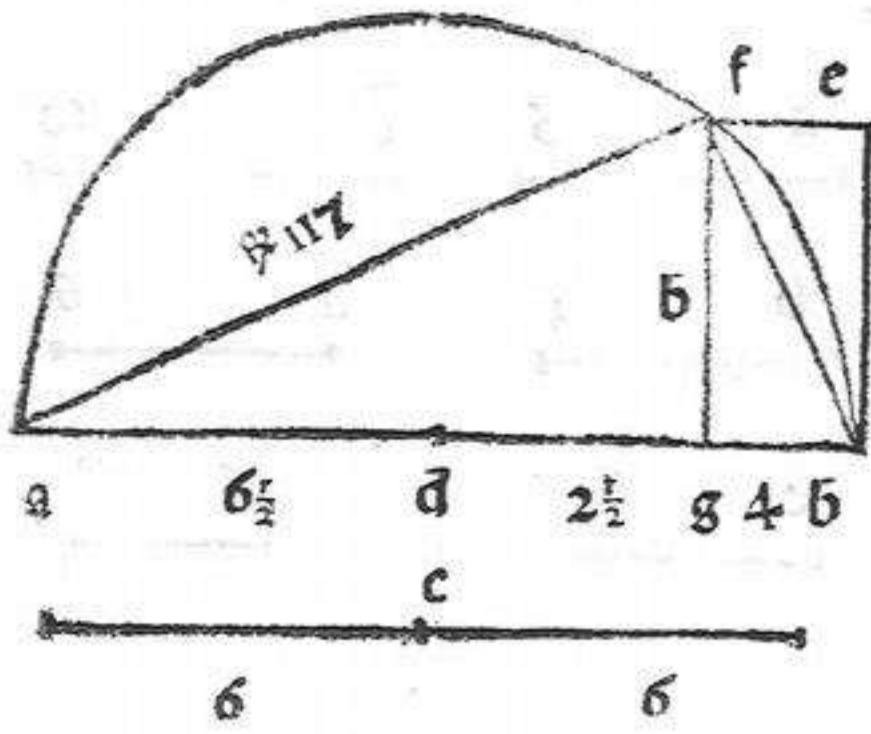
Propositio .13.



Si fuerint due lineae inaequales quarum longiorem in duo cōicantia diuidat superficies sibi adiuncta eālis quarte parti quadrati breuioris lineae cui adiuncte superficiei desit ad complendam totam lineam superficies quadrata necesse est ipsam lineam longiorem lineae breuiori tanto amplius posse quantum est quadratū alicuius lineae cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit longior potentior breuiori augmento quadrati lineae cōicantis sibi in longitudine adiungatur q̄ ei superficies equalis quarte parti quadrati breuioris lineae cui desit quadrata superficies superficiem sibi adiunctā eandem lineam longiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse ē.

¶ Sint due lineae .a. b. f̄ .c. maior .a. b. f̄ adiungat ad lineā .a. b. superficies eālis q̄rte pti q̄drati lineae .c. ita q̄ desit ad cōplēdā lineā .a. b. superficies q̄drata hoc enim est possibile. per .27. sexti quod facile fiet hoc modo. ¶ Diuidatur .a. b. in duas lineas .a. d. f̄ .d. b. ita q̄ inter eas cadat medietas lineae .c. continue proportionalis. ¶ Hoc autem qualiter fiat in fine demonstrationis huius docebitur: Eritq̄ ex .16. sexti superficies .a. d. in .d. b. que sit .d. e. equalis quadrato medietatis lineae .c. quare ex .4. secundi erit eadem sub quadrupla quadrati lineae .c. ¶ Deest quoq̄ ad complēdam lineam .a. b. superficies quadrata: cū f̄ .a. d. sit equalis .d. g. f̄ .d. b. equalis .g. e. Dico itaq̄ q̄ si superficies .d. e. diuidat lineam .a. b. in duo cōicantia erit lineam .a. b. potē





tior linea. c. in quadrato alicuius lineae secum comunicantis in longitudi-
ne & econverso. ¶ Cū autē sit linea. a. b. maior linea. c. non erit. a. d. equa-
lis. d. b. sic enim esset superficies. d. e. quadrata: & quia ipsa est equalis qua-
drato medietatis lineae. c. esset. a. d. equalis medietati. c. & tota. a. b. toti. c.
quod est contra ypoth. Non est igit. a. d. equalis. d. b. Ita q. de maiori ea-
rū que sit. d. b. abscindatur. d. f. equalis. a. d. eritq. per. 8. secūdi quadratum
totius. a. b. equale his que sunt ex. d. b. in. d. a. quater & quadrato. f. b. Qua-
re linea. a. b. erit potētior linea. c. in. quadrato lineae. f. b. Quā necesse est
cōicari toti. a. b. si linea. a. d. est cōicans lineae. d. b. Si enim hoc fuerit erit
d. b. cōicans. d. f. sive equali quare p. 9. b. f. cōicat cum. f. d. & ideo toti. b.
d. & p. hoc cū tota. a. f. igit. & cū tota. a. b. sicq. patet primū. ¶ Cōuersum
huius sic patet: sit. a. b. potētior. c. i. linea. f. b. que cōicet secum in lōgitu-
dine. dico tūc q. superficies equalis quarte parti quadrati lineae. c. addita ad
lineam. a. b. ita q. desit superficies quadrata diuidet lineam. a. b. in duo cō-
municantia. Diuidatur enim. f. a. per equalia in. d. & fiat superficies. d. e.
ex. d. b. in. d. a. & de erit ad complendam lineam. a. b. superficies quadra-
ta: eritq. per. 8. secūdi quadratum. a. b. equale quadruplo superficiei. d. e.
et quadrato. f. b. igitur quadruplum superficiei. d. e. est equale quadrato
c. quare superficies. d. e. sit equalis quarte parti quadrati. c. dico igit. q. d.
b. est cōicans cū. a. d. cū sit. f. b. comunicās cum. a. b. Si enim hoc fuerit
vt q. f. b. sit comunicās cū. a. b. erit & comunicans cū. a. f. p. 9. quare &
cum. a. d. sed & cū. d. f. sibi equali itaq. & d. b. est comunicans cum. a. d.
q. d. est secundū. Nunc autē monstrandū est qualiter linea. a. b. cū ipsa posi-
ta fuerit maior linea. c. possit sic diuidi vt inter ptes eius cadat medietas
lineae. c. continue proportionalis. ¶ Cū enim sic fuerit diuisa: superficies q. fiet
ex vna in alterā erit equalis quadrato medietatis lineae. c. & ipsa erit superfi-
cies equalis quarte parti quadrati lineae. c. adiuncta ad lineam. a. b. ita q.
desit superficies q. drata. Hoc enim sic fiet diuisa. a. b. per equalia in. d. lineae
super eā semicirculus. a. f. b. & similiter. b. e. ppendicularis ad. a. b. q. ponat
equalis medietati lineae. c. & ducatur. e. f. equidistans ad. a. b. vsq. quo se-
cet circūferentiā semicirculi in puncto. f. necesse est enim vt secet eā: cū li-
nea. a. b. sit maior linea. c. ¶ Et ducat. f. g. ppendicularis ad. a. b. q. cū per
34. primi sit equalis lineae. e. b. erit quoq. equalis medietati lineae. c. ¶ Du-
cant itaq. lineae. f. a. f. b. eritq. per primam partē. 30. tertii angulus. a. f. b. re-
ctus: & ideo p. primam partē correl. 8. sexti erit linea. f. g. medio loco pro-
portionalis inter. a. g. & g. b. quare medietas lineae. c. que ē sibi equalis: erit
etiam proportionalis inter easdem quod est nostrum propositum.

Propositio .14.



¶ Si fuerint due lineae inequales quarum longiorem
diuidat in duas partes incommensurabiles super-
ficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi
adiuncta ita q. desit ad eius complectionē: superfi-
cies quadrata erit longior potētior breuiori aug-
mento quadrati lineae incommensurabilis ipsi lon-
giori in longitudine. Si vō longior potētior fuerit breuiori q. dra-
to lineae incommensurabilis sibi longiori in longitudine adiunga-
turq. ei superficies equalis parti quarte quadrati breuioris de-
fueritq. longiori superficies quadrata necesse est vt ipsa superfi-
cies sibi adiuncta eandem longiorem lineam in duas portiones
incommensurabiles diuidat.

¶ Hec. 14. ex contrario antecedentis premisse infert contrariū consequen-
tis p. misse & non differt eius dispositio a dispositione illius. sed & modus
argumentādi vtrobq. idē. Si enī. a. d. nō cōicet cū. d. b. nec. d. f. sibi ad eq-
lis cōicabit cū eadē. d. b. itaq. p. 9. d. f. nō cōicabit cū. f. b. q. re neq. a. f. sunt
enim. a. f. & d. f. cōicantes tanq. numerans & numeratū: ideo neq. a. b. cō-
municabit cū linea. f. b. ¶ Q. d. si hoc fuerit videlicet si. a. b. non cōicet cū
f. b. non cōicabit cū. a. f. quare neq. cū. a. d. aut. d. f. Neq. igit. a. b. cū. d. a.

Potest quoq; hec. 14. demonstrari per premissam. s^{ma} pars huius ex secūda illius & secunda ex prima a destructione consequentis. si enim. a. d. & d. b. non cōicent nec etiam. a. b. & f. b. cōicabūt; nam si. a. b. & b. f. cōicarent oporteret per secundam partem premissae vt. a. d. cōicaret cum. d. b. sed positum est q̄ non. Eodem modo de secūda pte. si enim. b. a. & b. f. non cōmunicant nec. a. d. & d. b. communicabunt. nam si sic sequitur per primā ptem premissae vt. a. b. & b. f. cōicent q̄ n̄. cōicant; quare patet ppositum.

Castigator.

Diuidere i duas portiones incōmensurabiles & diuidere in duo incōmunicātia conuertunt vt patet ex secūda pte huius decimequarte & quin quagesimaprime huius decimiinfra vbi linea. d. b. rōalis diuidit in punto. f. in duo icōicantia ex quo patet q̄ quis rationale cōicet rationali tñ rationale potest diuidi in duas ptes tales ptes q̄ neutra illaz cōmunicabit alteri vt si diuidat. 10. in tales duas q̄ pductum vnius in alteram sit. 20. vna ps etit. 5. plus. 15. & altera. 5. minus. 15. q̄rum vtraq; ē incommēsurabilis alteri & ē toti. 10. ideo. &c.

Propositio .15.

Adnis superficies rectāgula quam continēt due linee in longitudine rōnales rōnalis eē probatur. **Sint** due linee. a. b. & b. c. continentes superficiem rectangula. a. c. racionales in longitudie; dico superficiem. a. c. esse racionalem. **Descripto** enim quadrato cuius vis earum. vt. c. d. linee. b. c. erit per primam sexti. c. d. ad. a. c. sicut. b. d. ad. a. b. quia igitur. b. d. cōmunicat in longitudine cū. a. b. ex ypothesi eo q̄. b. c. sua equalis communicat cum ipsa erit per primam partem 10. c. d. communicans. a. c. cum sit itaq; c. d. racionales per diffinitionem erit & a. c. racionales quod est propositum.



Propositio .16.

Am ad iūcta fuerit linee in longitudine ratiōali superficies racionales rectangula latus eius secundum erit in longitudine racionales lateriq; primo i longitudine commensurabile.

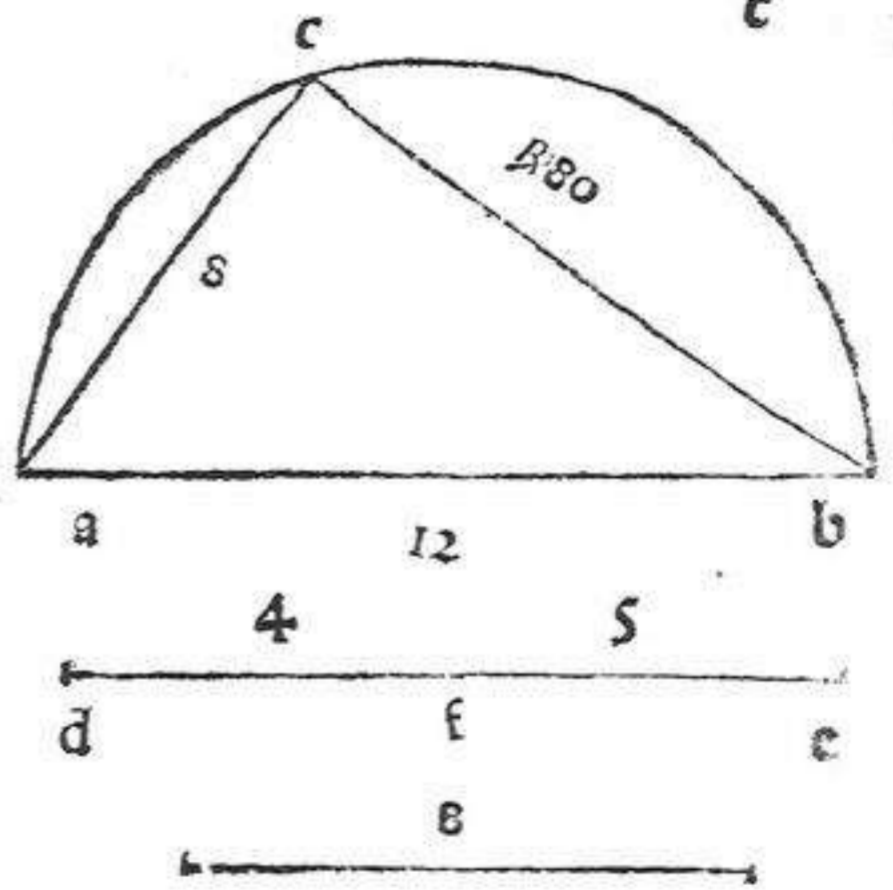
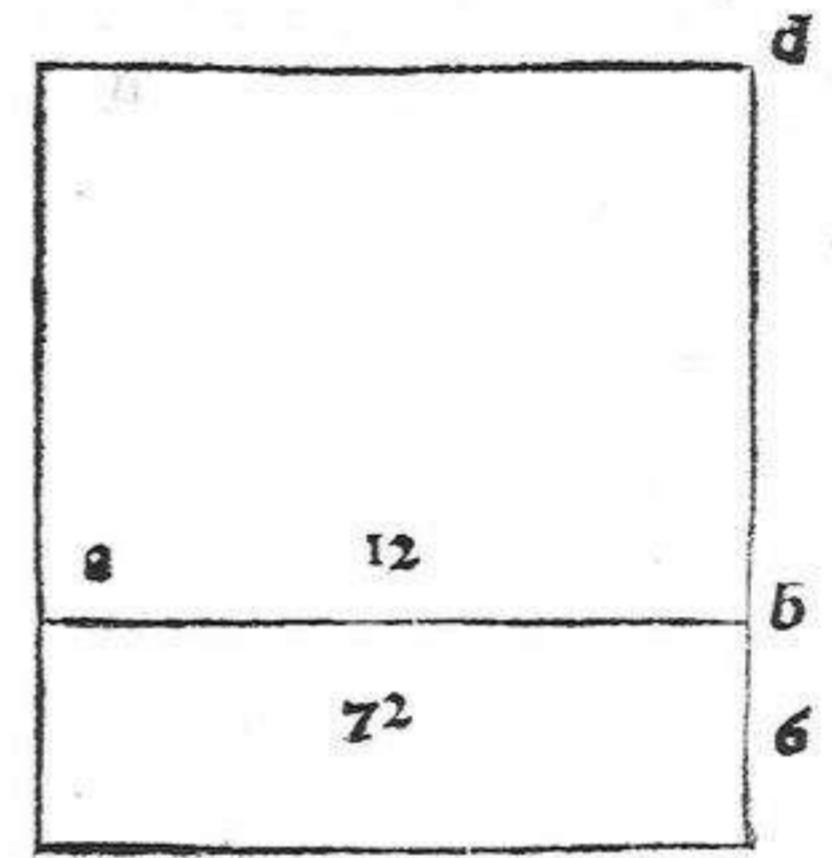
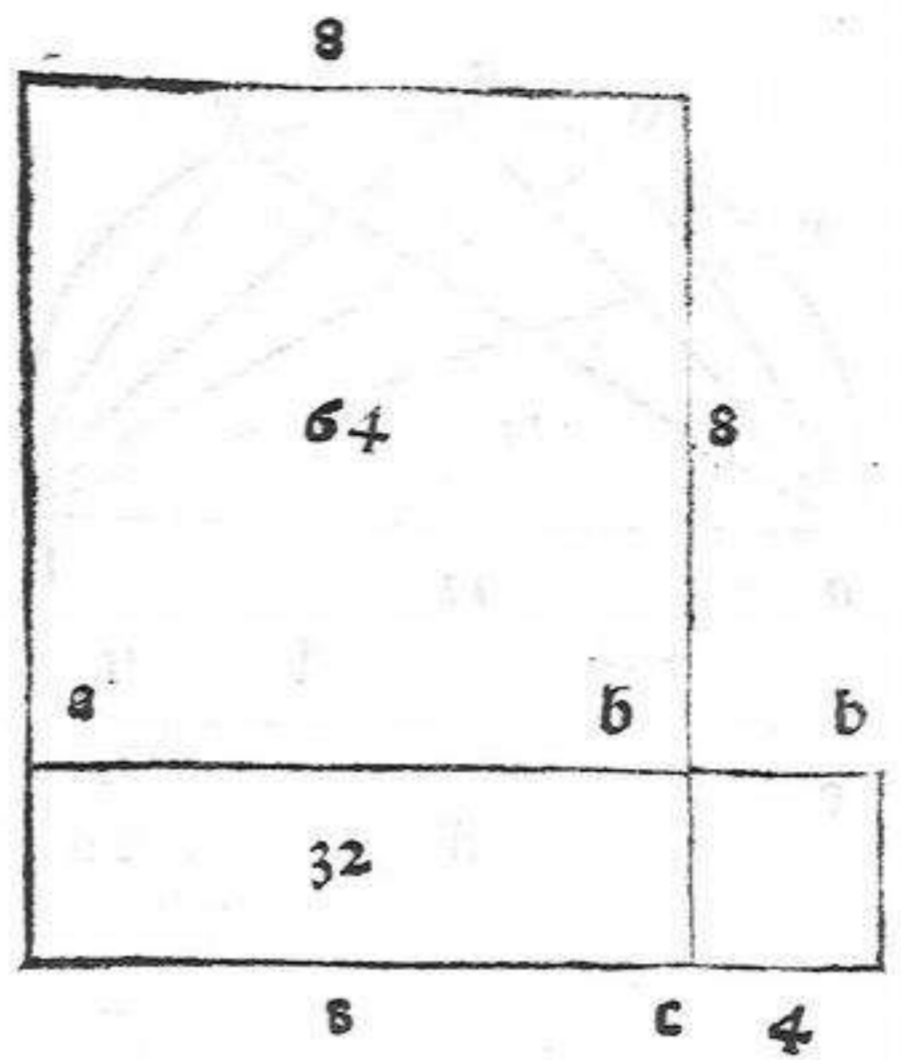
Hec est quasi conuersa prioris vt si superficies. a. c. adiūcta ad lineam. a. b. racionalem in longitudine fuerit racionales; dico q̄ latus eius secundum quod est. b. c. erit etiam racionales in longitudine & communicans lateri primo sit enim. a. d. quadratum. a. b. eritq; racionales ex diffinitione & propter hoc erit communicans cum superficie. a. c. racionales; quia igitur p̄ primam sexti sicut. a. d. ad. a. c. ita est ēt. d. b. ad. b. c. cōicat aut. d. a. cū. a. c. erit p̄ primam partem. 10. b. d. cōmunicas cum. b. c. ergo cum. b. a. sua equali sed. b. a. racionales est quare per diffinitionem & b. c. constat itaq; propositum.

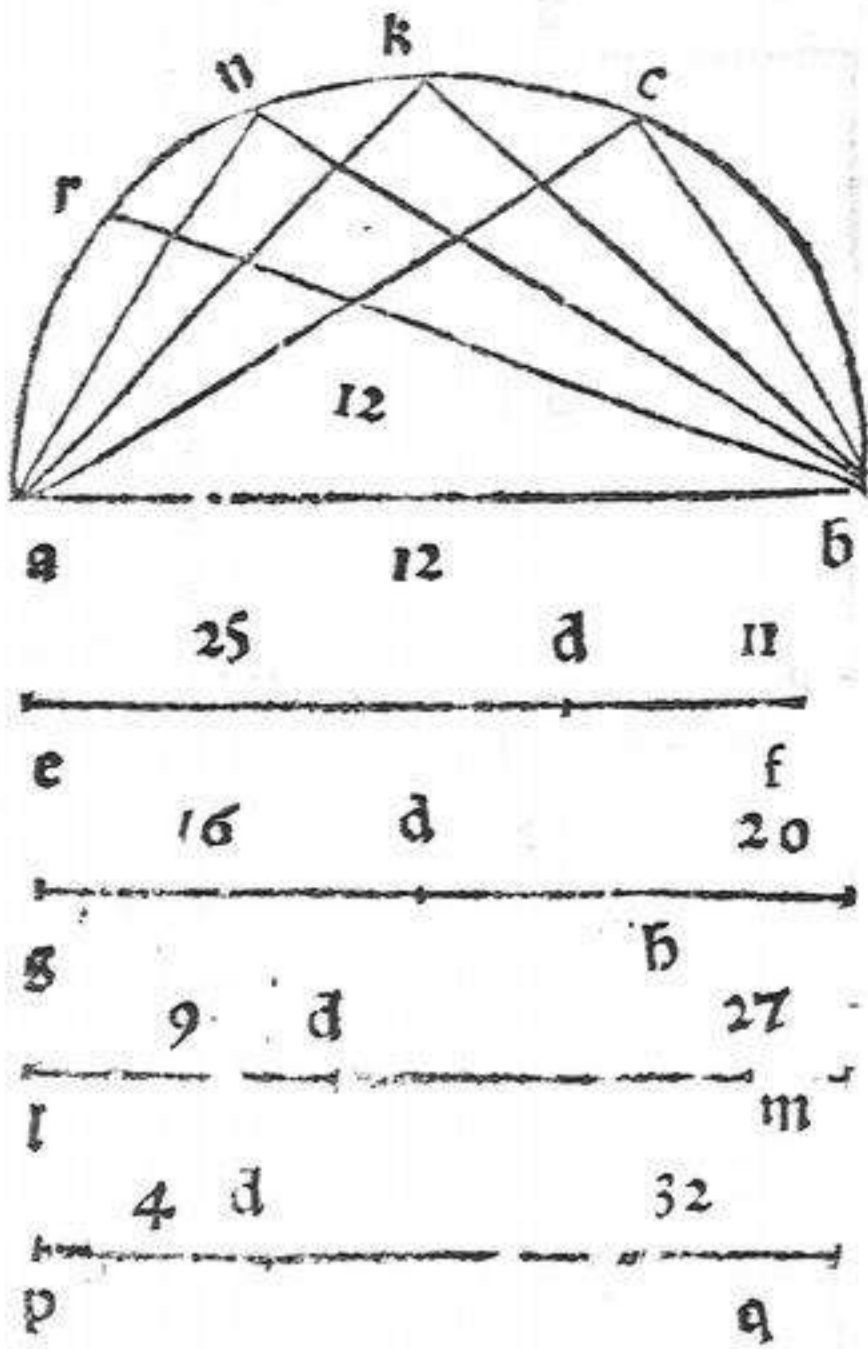


Propositio .17.

Has lineas inuenire potentia tantum racionales commensurabiles quarum longior plus possit breuiori quadrato linee sibi commensurabilis in longitudine.

Propositum est inuenire duas lineas racionales potentia tantum communicantes quarum longior sit potentior breuiori quadrato linee sibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam racionalem que sit. a. b. super quam describo semicirculum. a. c. b. & sumpto aliquo numero vt. d. e. diuido ipsum i duos numeros. d. f. & f. e. ita q̄ sit proportio. d. e. ad. d. f. sicut numeri quadrati ad numerum quadratum non sit autem proportio. d. e. ad. f. e. vt numeri q̄drati ad numerum quadratum. talis autem numerus est quilibet quadratus diuisibilis in quadratum & non quadratum. vt. 9. qui diuiditur in. 4. & 5. & oēs hoz; eq̄e multiplices; & inuenio lineam ad cuius quadratum se hēat q̄dratū linee. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez. d. f. q̄liter at ipsa reperiat in demonstratione. 5. & 11. dictum est; hanc lineam inuentam q̄





necessario est minor. a. b. coopto p primam quarti intra semicirculum. a. c. b. sitq. a. c. & subtendā lineā. e. b dico duas lineas. a. b. & c. b. eē quas que rimus. Erit igit p primā ptē. 30. tertii angulus. c. rectus. & iō p penultimā primi quadratū. a. b. equale est qdratis duaz lineaz. a. c. & c. b. & qd pportio qdrati linee. a. b. ad qdratū linee. a. c. ē sicut. d. e. ad. d. f. p ypoth. erit p euerfam pportionalitatē pportio qdrati linee. a. b. ad qdratū linee. c. b. sicut. d. e. ad. f. e. ergo qdratum. c. b. cōicat cū quadrato. a. b. p. 6. huius. Erit igit qdratū. c. b. rōnale p diffinitionē cū cōicet rōnali sufficiei. Et qa. c. b. & a. b. sunt incommensurabiles p vltimā ptem. 7. constat duas lineas. a. b. & c. b. eē rōnales potētia tm cōicantes. ¶ At qa linea. a. b. ē potentior linea. c. b. in quadrato linee. a. c. que p secūdam ptem. 7. cōicat secū i longitudine constat habitū eē ppositum. ¶ Si aut libeat plures duabus potētia tm rōnales cōicantes quaz vna potentior sit qualibet aliaz in quadrato alicuius linee secū cōicantis in longitudine repire. sit vt pūs linea a. b. rōnalis in longitudine sup quā describat semicirculus. a. c. b. sumaturq. nūerus. d. qdratus qui sit diuisibilis i multos qdratos & non qdratos quoz non qdratoz mīme sit pportio sicut aliquoz numeroz qdratoz. tales aut nūeri vltro se offerunt vt. 36. qui ē diuisibilis. in. 25. & n. itēq. i. 16. & 20. rursusq. in. 9. & 27. ac itēq. in. 4. & 32. istoz nō non qdratoz q sunt 11. 20. 27. 32. ad inuicē non ē pportio sicut alicuius numeri qdrati ad aliū. ¶ Esto igit vt numerus. d. qdratus diuidat in. e. qdratū & f. non qdratū sitq. qdratū linee a. b. ad qdratū linee. a. c. sicut nūerus. d. ad nūerū. e. & ducatur linea. c. b. & constat ppositum vt prius demonstratū ē. a. b. & c. b. eē duas tales lineas quas inquirimus. ¶ Similiter quoq. diuidā. d. in. g. qdratum & h. non quadratū sitq. quadratū linee. a. b. ad quadratū linee. a. k. sicut d. ad g. & ducatur linea. k. b. erūtq. vt prius due linee. a. b. & c. b. k. qles inquirimus. ¶ Eodē mō si rursus diuidatur. d. i. l. quadratū & i. m. non qdratū & ponatur pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. n. sicut d. ad l. & pducatur. n. b. erūt due linee. a. b. & c. b. n. quales inquirimus. Quod si rursus diuidatur. d. in. p. quadratū & in. q. non quadratū & fuerit pportio quadrati linee. a. b. ad quadratū linee. a. r. sicut. d. ad. p. & ptracta fuerit linea. r. b. erūt ēt due linee. a. b. & c. b. r. quales inquirimus. ¶ Sunt itaq. linee. a. b. b. c. b. k. b. n. b. r. potentia tm rōnales & in ea cōicantes quaz vna videlicet. a. b. ē potentior qlibet aliaz in quadrato linee secū cōicantis in longitudine. Si igitur quatuor b lineaz. b. c. b. k. b. n. b. r. nulla cōicat alii in longitudine constat ppositū. Istud aut sic pbatur. Patet. n. ex premissis q quadratū linee. b. c. ad quadratū linee. a. b. ē sicut nūerus. f. ad nūerū. d. & quadratū linee. a. b. ad quadratū linee. b. k. est sicut nūerus d. ad nūerū. h. ergo p equam pportionalitatem quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. b. k. est sicut nūerus. f. ad nūerū. h. sed nullus quatuor numerorum. f. h. m. q. se habet ex ypothesi ad alium sicut nūerus quadratus ad nūerū quadratum. quare per. 3. partem. 7. due linee b. c. b. k. sunt incommensurabiles in longitudine. ¶ Eadem ratione quelibet due ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine & liquet ergo quod volumus.

Castigator

In ista infra vbi dicitur. Si igitur quatuor linearū. b. c. b. k. b. n. & b. r. nulla comunicat alii & c. ¶ Nam si vna comunicaret alteri vtputa. b. c. cum. b. k. sequeretur q linea. a. b. comunicaret cum eadem. quia si comunicant in longitudine earum quadrata se haberent sicut duo numeri quadrati per primam partem. 7. huius. & tunc quadratum vnius earum ad quadratum linee. a. b. etiam esset sicut numeri quadrati ad nūerū quadratum. & tunc per secundam partem. 7. huius essent eorum latera scilicet linee. a. b. & c. b. k. seu. b. c. in longitudine commensurabilia quod est falsum. Vt prius conclusum fuit oppositum. ¶ Et sic de quacūq. alia & c. ¶ Et ideo Euclides probat eas esse ad inuicem incommensurabiles vt ibi patet & c.

Castigatio.

c De necessitate oportuit ponere duas lineas iequales. ad hoc vt eent in longitudine incōicantes & solum in potentia cōicantes rōnales. quia possunt esse due linee solum in potentia rōnales. Et non tm̄ in potentia cōicantes. sed et in longitudine cōicant vt sunt latera duaz̄ superficieum quadratarū quarū vna sit. 12. pedū & alia trium pedū que cū sint sicut duo numeri quadrati. 4. 16. & 9. 36. p̄ primā ptem. 7. latera sunt cōmensurabilia in longitudine. que latera dicuntur vulgariter β . 12. & β . 3. qm̄. β . 3. est medietas de β . 12. & p̄ consequens quarta p̄s quadrati. de β . 12. vt. 3. Idem dicitur de illis decimeoctaue sequentis

d Cum quadratum lineae. a. b. rōnales se debeat habere ad quadratum lineae inueniende sicut numerus. d. e. ad numez̄. d. f. hoc est sicut numerus quadratus ad numez̄ quadratum lineae. a. b. & linea inuenienda erunt cōicantes in longitudine ex secunda pte. 7. huius. Et erit p̄portio eaz̄. sicut lateris numeri quadrati. d. e. & lateris numeri quadrati. d. f. cum numeroz̄ quadratoz̄. d. e. & d. f. sit duplicata suoz̄ correlatiuoꝝ latez̄ p̄. 11. octauū ac et dictaz̄ lineaz̄ quadrata p̄. 18. sexti sunt suoz̄ correlatiuoꝝ latez̄ in duplicata p̄portione que est similis illi latez̄ dictoꝝ numeroz̄ Et cum dicti numeri ponantur quadrati s. 9. & 4. eoz̄ latera erunt. 3. & 2. inter q̄ ponatur vnitas. vt supra i. 5. huius apparet. Modo q̄cunq; fuerit illa linea. inuenienda erit cōicans lineae. a. b. posite. vt dictum ē. Et eaz̄ cōis mensura erit in. a. b. totiēs quotiēs vnitas in. 3. & i illa inuenienda erit. vt vnitas in. 2. Et sic illa mēsurabit. a. b. secundū numez̄. 3. & illam inueniendā secundū numez̄. 2. ergo diuisa. a. b. in tot ptes eq̄les. quod sunt vnitates i. 3. due ex illis erit linea inuenienda ad cuius quadratum se hēbit quadratum lineae. a. b. sicut numerus. d. e. ad numez̄. d. f. rōnibus aductis quam postea i dicto semicirculo vt p̄mittitur coaptabis cetera sunt plana intuecti & c. Sed ponendo. a. b. 12. numerus. d. e. dēret eē. 144. eius. β . 3. ē. 12. & diuideretur. a. b. in. 12. ptes & d. f. 64.

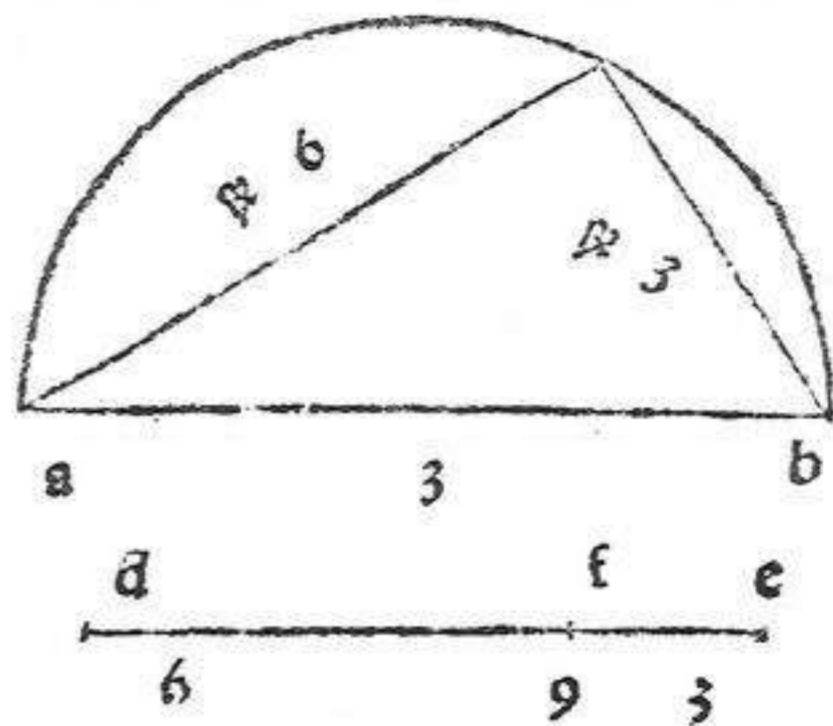
e Linea inuenienda faciliter habetur per. 11. huius.

Propositio .18.



Las lineas in potentia tantum racionales communicantes quarum longior plus possit breuiori quantum est quadratum lineae sibi incommensurabilis in longitudine inuenire.

L In hac quoq; remaneat eadē dispositio eedēq; ypotheses que in premisa hoc solū mutato q̄ p̄portio numeri. d. e. ad neutrū duoz̄ numerorum. d. f. & f. e. sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum; hoc autē facile fiet; posito. d. e. quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos vt si. d. e. sit. 9. & d. f. 6. & f. e. 3. argumentando ut prius hoc duntaxat excepto q̄. a. b. & a. c. sint in cōmensurabiles in longitudine per vltimam partem. 7. **Et sciendum** q̄ due linee quales hec & premisa docent inuenire componunt binomiū & minori earum abscisa de maiori quereliqua est dicitur residuū. Nota etiam q̄ lineae tantum potentia racionales communicantes possunt esse vna rationalis & alia irrationalis sicut latera tetragonica duarum superficieum quarum vna sit. 25. pedum & alia. 24. sunt rationalia potentia tantum communicantia; latus enim prime superficiei est. 5. latus vero secunde non numeratur & possunt esse ambe irrationales vt latera tetragonica duarum superficieum quarum vna sit. 24. pedum & alia. 23. neutrius enim numeratur latus. suntq; i longitudine incōmensurabilia ex vltima parte septime. **Quod si libeat et inuenire plures lineas duabus potentia tantum racionales communicantes quarum vna sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineae secum non communicantis in longitudine; sumatur talis numerus qui possit pluries sic diuidi q̄ ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio vt numeri**



quadrati ad numerum quadratum vt. 25. potest diuidi in. 2. $\sqrt{25}$. item in 5. $\sqrt{25}$. $\sqrt{20}$. $\sqrt{18}$. Et sit procesus idem que fuit in premisa.

Castigator.

¶ Ut in premisa per quintam huius sed facilius per. 11. huius inueniatur linea ad cuius quadratum se habeat quadratum linee. a. b. sicut numerus d. e. scilicet. 9. ad numerum. d. f. scilicet. 6. $\sqrt{9}$ quia numerus. d. e. ponitur quadratus eius latus erit notū. $\sqrt{9}$ eius radix que in casu est. 3. rationalis in longitudine. $\sqrt{6}$ latus numeri. d. f. s. 6. $\sqrt{6}$ $\sqrt{6}$ irrōnale. $\sqrt{6}$ dicitur radix furda. Itaq; int er. 3. $\sqrt{6}$. ponatur vnitas. Tunc per quintam vel. 11. diuidatur linea a. b. in tot partes quotiēs vnitas in. 3. $\sqrt{6}$ vna illarum erit eius mensura que in linea inueniēda erit totiēns quotiēs vnitas in $\sqrt{6}$. Et sic linea inueniēda erit. $\sqrt{6}$. $\sqrt{6}$ linea. a. b. erit i casu. 3. eius quadratum. 9. Et quadratum linee inuente. a. c. erit. 6. Ideo per tertiam partem. 7. incommensurabiles in longitudine. $\sqrt{6}$ Sed ponendo lineam. a. b. 12. numerus. d. e. deberet esse. 144. $\sqrt{144}$. d. f. 96. $\sqrt{96}$. f. e. 48. tunc arguendo per euersam propor. concluditur ut in precedenti.

Propositio. 19.



Mnis superficies quam cōtinēt due linee potentialiter tantum rōnales cōicantes est irrōnalis diciturq; superficies medialis eiusq; latus tetragonum scilicet quod in eam potest ē irrōnale diciturq; linea medialis.

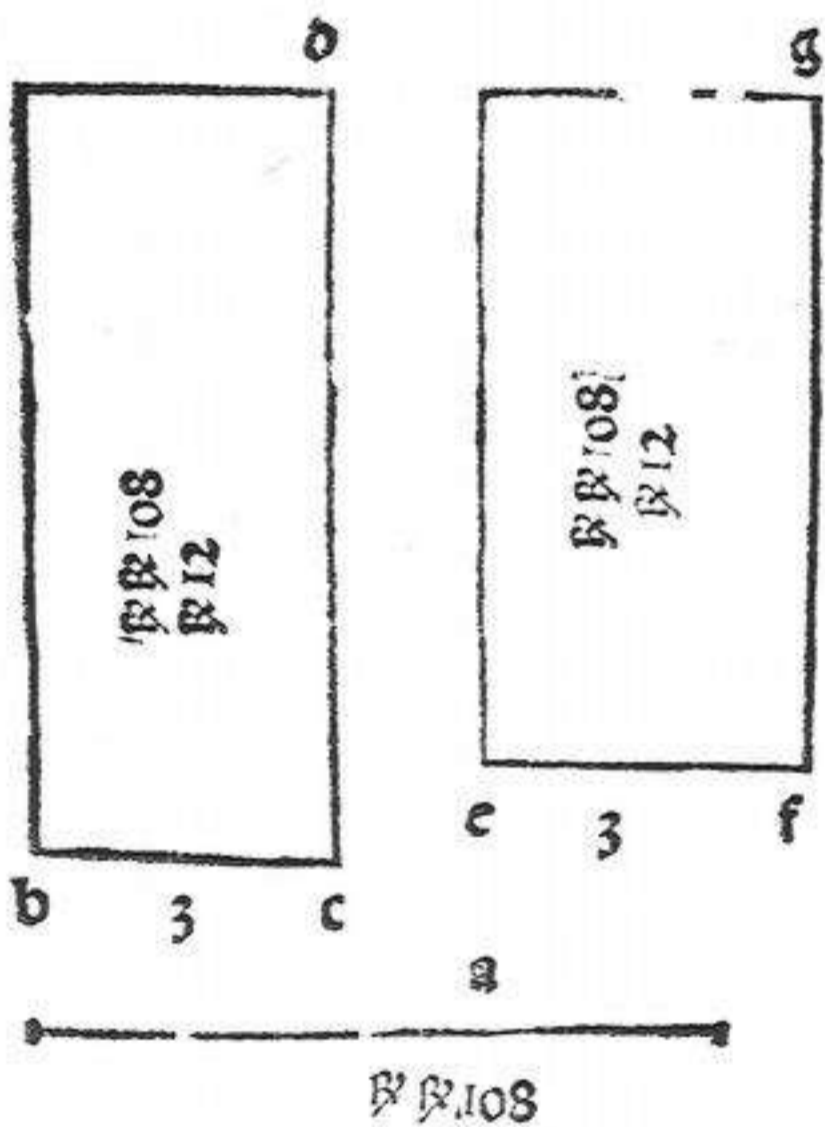
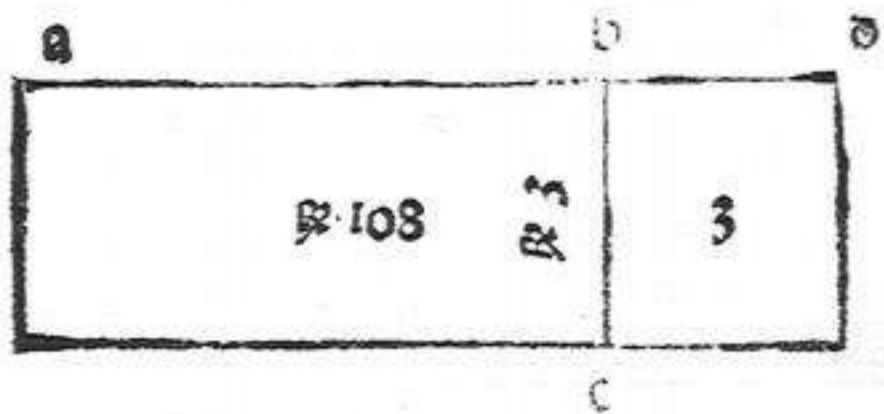
¶ Sint due linee. a. b. b. c. cōtinētes supficiem. a. c. rōnales potētia tm̄ cōicantes; que q̄liter repiātur ex premisa. \sqrt{a} añ pm̄isa. manifestum ē dico supficiē. a. c. eē irrōnalem. Sit. n. c. d. quadratum. b. c. eritq; rōnale p̄ ypothesim eo q̄ linea. b. c. ē rōnalis i potētia. \sqrt{a} qa ex prima sexti. a. c. ad. c. d. sicut. a. b. ad. b. d. non cōicat aut. a. b. cū. b. d. qa ex ypothesi non cōicat cum sua equali que ē. b. c. seq̄tur p̄ secundā p̄tem. 10. ut ēt. a. c. non cōicet cū. c. d. q̄re p̄ diffinitionem supficiēs. a. c. est. irrōnalis. ideoq; \sqrt{a} suū latus tetragonum est ēt irrōnale. Dicit aut̄ hec superficies medialis qm̄ ipsa est medio loco p̄portionalis inter duas supficiēs rōnales videlicet inter q̄drata duaz̄ lineaz̄ ipsam continentū \sqrt{a} lineā potēs in ipsam dicitur medialis. qm̄ ipsa quoq; ē medio loco p̄portionalis inter duas lineas potētia tm̄ rōnales communicantes \sqrt{a} he due linee sunt latera dicte superficies. Et hoc est q; volumus.

Propositio 20.



Mam adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius secundum potētia tm̄ erit rationale lateriq; primo in longitudine incommensurable.

¶ Hec ē quasi conuersa pm̄ise. Sit. a. linea medialis. sitq; linea. b. c. rōnalis in longitudine cui adiungatur supficiēs b. d. eqlis quadrato linee. a. q; hoc mō fiet; subiungat̄ duabus lineis. b. c. \sqrt{a} a. linea. c. d. in continua proportionalitate; vt docet. 10. sexti; eritq; superficies ex. b. c. i. c. d. eqlis quadrato linee. a. p. 16. eiusdē; dico latus eius fm̄ qd̄ est. d. c. esse rōnale in potētia tm̄ \sqrt{a} incōmensurable in longitudine lateri. b. c. \sqrt{a} Eritq; ex pm̄isa p̄ diffinitionē linee medialis vt linea. a. possit in aliquā supficiē contentā a duabus lineis potētia tm̄ rōnalibus cōmunicantibus q̄ sit supficiēs. e. g. cuius latera. e. f. \sqrt{a} f. g. eruntq; due superficies b. d. \sqrt{a} e. g. p̄ primam p̄tem. 13. sexti; latez̄ mutuoꝝ pp̄ hoc q; ipse sunt eql̄es \sqrt{a} rectangule; p̄portio ergo. b. c. ad. e. f. est sicut. f. g. ad. c. d. quare p. 10. cum. b. c. cōicet in potētia cū. e. f. eo q; quadrata vtriusq; eaz̄ sunt rationalia ex ypothesi. f. g. cōicabit in potētia cū. c. d. Cum igit̄ q̄dratum. f. g. sit rōnale p̄ ypothesim; eritq; quoq; quadratū. c. d. rōnale p̄ diffinitionem at qa supficiēs. b. d. est irrōnalis sicut sua equalis. e. g. p̄ premisam seq̄tur vt quadratū linee. c. d. nō cōicet cū supficiē. b. d. Et qa q̄dratū linee. c. d. ad supficiē. b. d. ē p̄ primā sexti; sicut. c. d. ad. c. b. erit p̄ secūda partē. 10. ut c. d. nō cōicet cū. b. c. q̄re cū. b. c. sit rōnalis i longitudie ex ypothesi erit. c. d. irrōnalis i longitudie \sqrt{a} potētia tm̄ rōnalis. patet ergo p̄posita cōclusio.



Propositio .21.



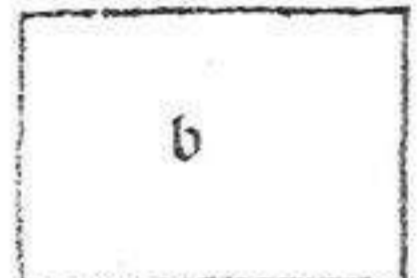
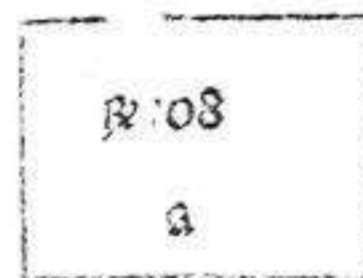
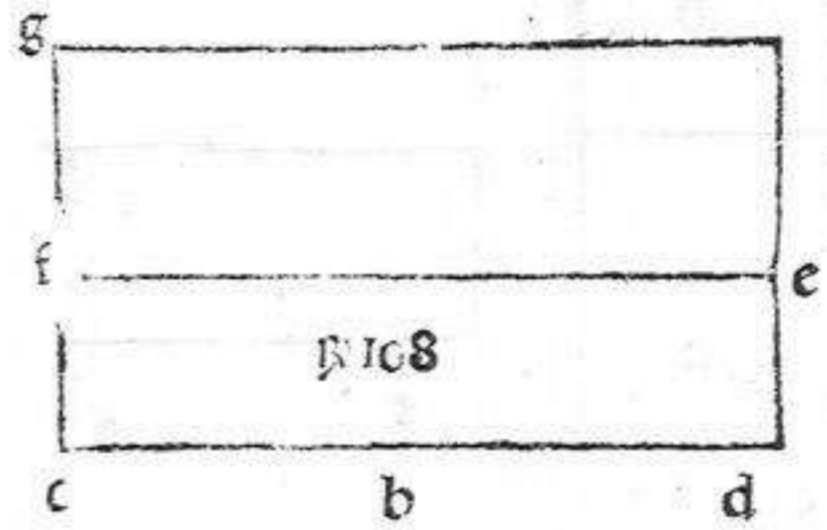
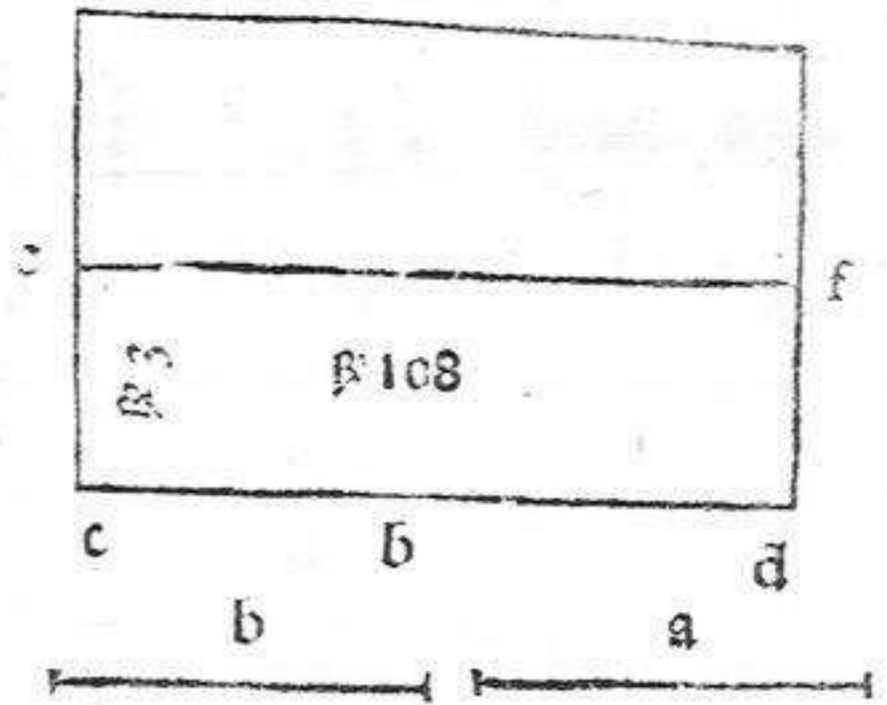
Anis linea comunicans mediali est medialis.

Sit linea. a. medialis cui ponatur linea. b. esse cōicans
sue in longitudine siue in potentia tñ: dico q̄ etiā linea
b. est medialis. Sit enim linea. c. d. rōnalis in lōgitudine
cui adiungatur superficies. c. f. equalis quadrato linee. a.
¶ itē superficies. e. g. equalis quadrato linee. b. hoc autē
qualiter fiat in premisa demonstratiōe dictum est. Eritq; per premisam
linea. d. f. rōnalis in potentia tñ ¶ incōmensurabilis linee. c. d. ¶ quia p̄
primam sexti. e. g. ad. c. f. sicut. f. g. ad. d. f. cōicat autem. e. g. cum. c. f. eo q̄
quadratum. b. cōmunicat cū quadrato. a. per ypothesim; quibus quadra-
tis dicte superficies posite sunt equalis; sequitur per primam partem. 10. vt
linea. f. g. cōmunicet cum linea. d. f. quare. f. g. est rōnalis in potentia tan-
tum sicut est. d. f. ¶ incōmensurabilis in longitudine linee. e. f. cum linea
d. f. sibi cōicans sit incōmensurabilis eidem. e. f. eo q̄ siue equalis; hoc enim
probatum est in. 8. qđ si fuerint due quantitates cōicantes cuicunq; vna
earum non cōicat nec reliqua; itaq; per. 19. erit superficies. e. g. medialis ¶
eius latus tetragonum quod est. b. mediale quod est propositum. ¶ Si-
militer quoq; omnis superficies cōicans superficiēi mediali medialis esse
conuincitur. Sit enim superficies. a. medialis cui ponatur superficies. b. eē
cōicans dico superficiem. b. esse medialem quod sic constabit. Sit linea. c.
d. rōnalis in longitudine; adiungaturq; ei superficies. c. e. que sit equalis su-
perficiēi. a. quod hoc modo fiet. Inueniatur linea. c. f. ad quam sic se ha-
beat vnum ex lateribus superficiēi. a. sicut linea. c. d. se habet ad reliquum
hec autem linea qualiter reperiatur in. 10. sexti dictum ē. Eritq; ex. 15. eius-
dem superficies. d. f. equalis. a. I temq; eodem modo ad lineam. e. f. adiū-
gat superficies. e. g. q̄ sit eq̄lis. b. erit itaq; p. 20. linea. c. f. potētia tñ rōnalis;
erit quoq; linee. c. d. in lōgitudine incōmensurabilis. Et qa. a. ¶ b. erant cō-
municantes ex ypothesi; erunt quoq; c. e. ¶ e. g. eis equalis cōicantes; ita
q; per primam sexti ¶ per primam partem. 10. huius erunt due linee. c. f. ¶
f. g. cōicantes in longitudine. ¶ Est igitur linea. f. g. rōnalis in potētia tā-
tum ¶ linee. e. f. incōmensurabilis in longitudine; quare per. 19. sup̄ficies
e. g. erit medialis; cum linea. e. f. sit ratiōnalis in longitudine sicut. c. d. sibi
equalis. ¶ Cum sit ergo. b. equalis. e. g. erit quoq; b. medialis; quod est p̄-
positum. ¶ Et nota q̄ omnes superficies mediales cōmunicantes compo-
nunt superficiem medialem. Vnde tota. d. g. est medialis; quia cum due
linee. e. f. ¶ f. g. sint ratiōales in potentia tñ ¶ non cōmunicantes in lon-
gitudine sequitur vt tota. c. g. sit ratiōnalis in potentia tantum ¶ non cō-
municans. c. d. in longitudine; itaq; per. 19. d. g. ē medialis. Eodemq; mo-
do si sint plures.

Castigatoꝝ.

g ¶ Quia per nonam compositum ex. c. f. ¶ f. g. quod est. c. g. cōmuni-
cat vtriq; c. f. ¶ f. g. tunc per octauam cum. f. g. non cōicet in longitudi-
ne cum. e. f. nec etiam. c. g. cōicabit ipsi. e. f. cum. c. g. per. 9. cōmunicet ip-
si. f. g. ¶ ideo per octauam cuicunq; non cōicat vnum nec reliquum com-
municabit ¶ c. ¶ ideo due linee. c. g. ¶ c. d. cum sint ratiōales potētia tñ
cōmunicantes continent superficiem. d. g. totam medialem p. 19. ¶ c.

h ¶ Si vis scire an due linee seu quantitates irratiōales sint communi-
cantes siue commensurabiles. primo videas vtrum sint equalis; si sic sem-
per cōmunicant cum non sit maior cōmunicantia equalitate. si non sunt
equalis; tunc vide que pars aut partes sit minor maioris ¶ redigendo eas
ad vltimam earum depressionem per viam fracti schisando ¶ vt vulgo
dicitur; ¶ si earum vltima depressio habeat radicem discretam erunt cō-
municantes; si non; non erunt; vt si sint. ¶ 90. ¶ 40. earum vltima de-
pressio erit ¶ 3 cuius radix est 3 hoc est. ¶ 40. est due tertie. ¶ 90. ergo se
hñt sicut duo ad tria. s. sicut numerus ad numerum. ideo per sextam huius
sunt communicantes ¶ c.

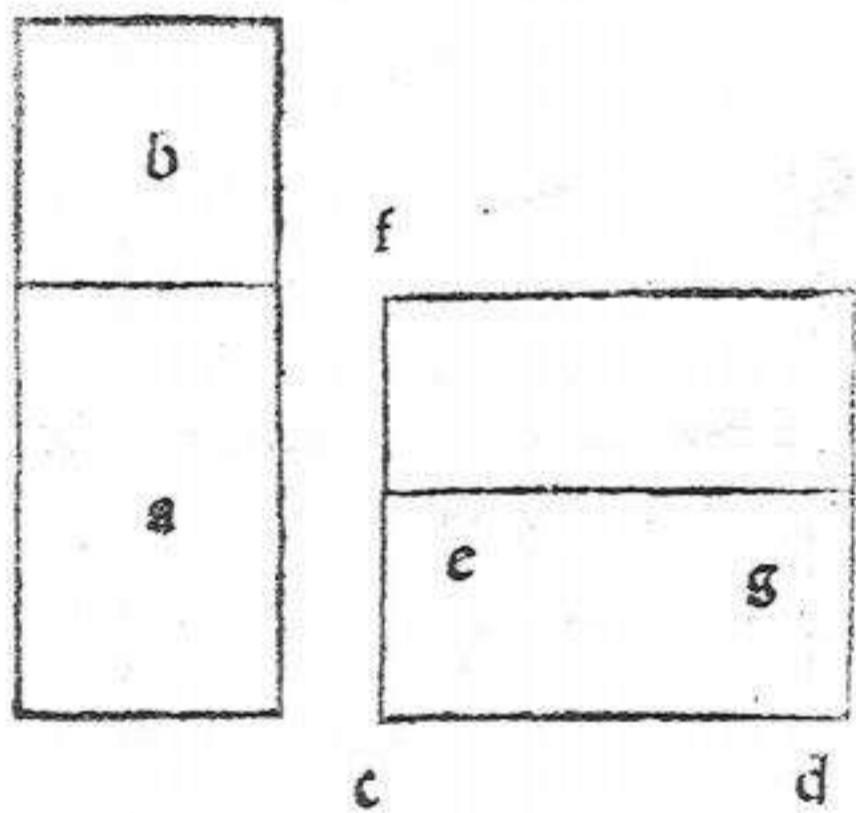
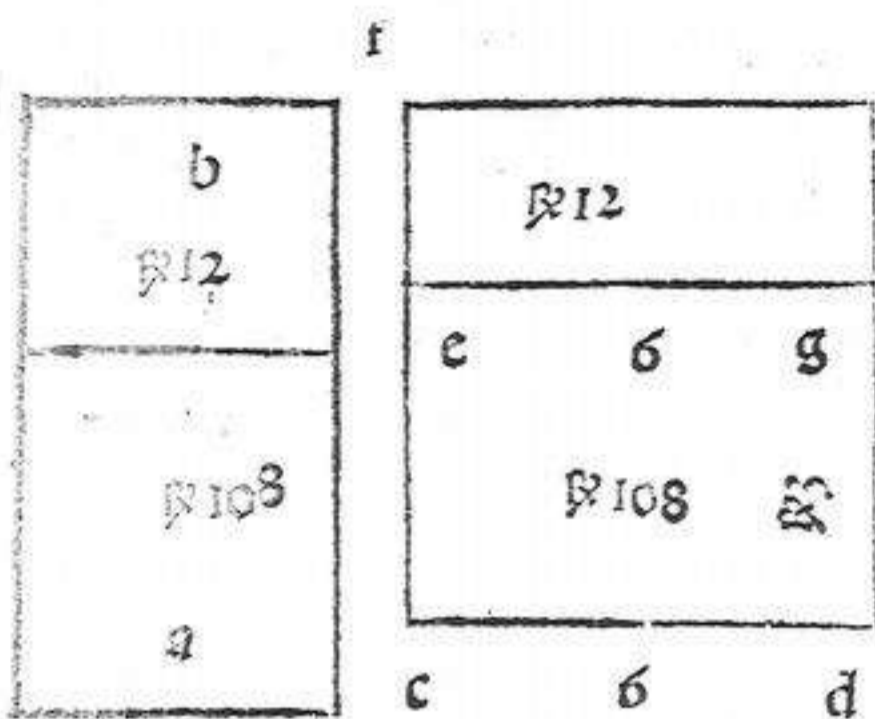


Propositio .22.



Medius differentia qua habudat mediate a media
li: irrationalis esse probatur.

Sit vtraq; duarum superficierum. a b. ff. a. medialis: di
co q; superficies. b. que est earum differentia est irrationali
lis. ¶ Sit enim linea. c. d. rationalis in longitudine cui ad
iungatur superficies. d. e. equalis superficiei. a. ff. superficies
d. f. equalis totali superficiei. a. b. Hoc autem equaliter fiat i premissa do
cuimus, quia ergo. d. f. est equalis. a. b. ff. d. e. equalis. a. erit per cōceptio
nem. g. f. equalis. b. Si itaq; superficies. b. non est irrationalis sed rationa
lis: erit ff. f. g. sua equalis rationalis. At cum linea. e. g. sit rationalis in lō
gitudine sicut sua equalis. c. d. erit per. 16. linea. e. f. rationalis in longitudi
ne ff. communicans linee. e. g. Per. 20. autem est vtraq; duarum linearum
c. e. ff. c. f. potentialiter tantum rationalis ff. linee. c. d. incōmensurabilis in
longitudine: itaq; e. f. linea est incommensurabilis linee. c. e. in longitudi
ne. ¶ Et quia per primam sexti quadratum linee. e. f. ad superficiem: que
fit ex. e. f. in. c. e. est sicut. e. f. ad. c. e. sequitur per secundā partem. 10. vt qua
dratum linee. c. f. sit incommensurable superficiei facte ex. e. f. in. c. e. qua
re ff. ipsum quadratum erit incommensurable duplo b superficiei ex. e. f. in
c. e. Quadratum vero. c. e. cum sit rationale est communicans quadrato
e. f. Totum igitur ex ambobus compositum erit per. 9. cōmunicans qua
drato. e. f. ff. ideo incommensurable duplo superficiei ex. e. f. in. c. e. ¶ Et qd
per quartam secundi quadratū linee. c. f. est equale duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. ff. e. f. ff. duplo superficiei ex. c. e. in. e. f. Et duplum sup
ficiei. c. e. in. e. f. est incōmensurable aggregato ex duobus quadratis dua
rum linearum. c. e. ff. e. f. sequitur per ea que addita sunt in. 9. vt quadra
tum. c. f. sit incōmensurable aggregato ex duobus quadratis duarum a li
nearum. c. e. ff. e. f. At cum aggregatum ex his quadratis sit rationale: seq
tur quadratum linee. c. f. non esse rationale: ff. ideo linea. c. f. non est ratio
nalis in potentia: ff. idcirco non erit superficies. d. f. medialis neq; a. b. sibi
equalis quod est inconueniens cum sit cōtrarium positis: relinquatur igit
tur q; superficies. b. est irrationalis: quod est propositum.



Castigator.

Quia oē mediale est irrationale sed non econuerso. ut supra. 19. huius.
a **S**cilicet si quātitates sint incommunicantes totum quoq; ex eis con
fectum seu compositum vtriq; earum erit incommunicans. ff. quia qua
dratum linee. c. f. est confectum. ex duobus quadratis. e. f. ff. c. e. ff. duplo
superficiei ex. c. e. in. e. f. sequitur per nonam tota. a. b. ff. 19.
b **C**um sub duplum sit pars proprie dicta dupli.

Propositio .23.



Medius superficies quam continent due linee me
diales potentialiter tantum communicantes: aut
rationalis est aut medialis.

Sint due linee. a. b. ff. b. c. mediales potentia tantum
communicantes: dico q; superficies. a. c. ab eis cōtenta aut
est rationalis aut medialis. Sint enim. d. c. quadratum li
nee. b. c. ff. a. e. quadratum linee. a. b. eruntq; ex ypothesi hec duo quadra
ta communicantia: ff. erit per primam sexti superficies. a. c. medialis me
dio loco proportionalis inter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea. f. g. q
sit rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies. f. h. equalis qua
drato. a. e. ff. h. k. equalis superficiei. a. c. ff. k. l. equalis quadrato. d. c. eruntq;
hee tres superficies. f. h. h. k. ff. k. l. continue proportionales sicut sunt sue
equales. a. e. a. c. ff. d. c. quare per primam sexti erunt etiam tres linee. g. h.
h. m. ff. m. l. que sunt bases earum continue proportionales. Et cum superfi
cies. f. h. ff. k. l. sint cōmunicantes sicut duo quadrata. a. e. ff. c. d. eis equa
lia: sequitur per primam sexti ff. 10. huius vt linea. g. h. sit comunicas cū

m.l. vtraq; autem earum est rationalis in potentia per.20. huius. Igitur superficies vnus earum in alteram est rationalis: omnis enim superficies quam continent due linee rationales in potentia: cōmunicantes in longitudine necessario est rationalis vt patet ex prima sexti & prima pte. 10. huius & ex diffinitione superficies rationalium. ¶ Et quia ex prima pte. 16. sexti quadratum linee. h. m. ē equale superficiē ex. g. b. in. m. l. erit quadratum linee. h. m. rationale. ¶ Si ergo linea. h. m. est rationalis in longitudine siue cōicans linee. k. m. que est equalis linee. f. g. erit per. 15. superficies. h. k. rationalis. ideoq; & sua equalis. a. c. Si autem linea. h. m. sit irrationalis in longitudine siue incōmensurabilis linee. k. m. que est equalis linee. f. g. cum ipsa sit rationalis saltē in potētia: eo q; suū qdratū ē rōnale erit ex. 19. superficies. h. k. medialis: quare & sua equalis. a. c. cōstat ergo ppositum. ¶ Et nota q; si due linee. a. b. & b. c. essent mediales in longitudine cōmunicantes: esset superficies. a. c. medialis tñ. Esset enim superficies a. c. cōmunicans vtriq; duorum quadratorum. a. e. & c. d. per primā sexti & per presentē ypothesim & per. 10. huius: & ideo superficies. h. k. sibi equalis. a. c. esset comunicans vtriq; superficiē. f. h. & k. l. Igitur per primam sexti & 10. huius linea. h. m. eset cōmunicans vtriq; duarū linearum. g. h. & l. m. & quia hee ambe sunt rationales in potentia tantum: non cōicantes in longitudine linee. f. g. esset quoq; h. m. rationalis in potentia tñ non comunicans in longitudine linee. f. g. & ideo nec comunicans linee. h. p. quare per. 19. erit superficies. h. k. medialis tantum. & ideo etiā a. c. sibi equalis. ¶ Si autem due linee. a. b. & b. c. essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia cōmunicantes: superficies. a. c. non esset rationalis neq; medialis. Si enim sic eēt scilicet q; due linee. a. b. & b. c. eēt mediales neq; in longitudine. neq; in potentia commnucantes: essent duo quadrata. a. e. & c. d. incommunicantia. itaq; & due superficies. f. h. & k. l. eis equalis quoq;: essent incommunicantes: quare & due linee. g. h. & m. l. essent incommensurabiles per primam sexti & per secundam partem. 10. Et quia vtraq; earum est rationalis tantum in potentia per. 20. esset superficies. vnus earum in alterā medialis per. 19. Cum ergo quadratum linee h. m. sit equale dicte superficiē que fit ex. g. h. in. m. l. per primam partem 16. sexti esset per. 19. linea. h. m. linea medialis. Per. 15. ergo non esset superficies. h. k. rationalis. nec etiā p. 20. medialis: quare nec sua equalis. a. c.

Castigator.

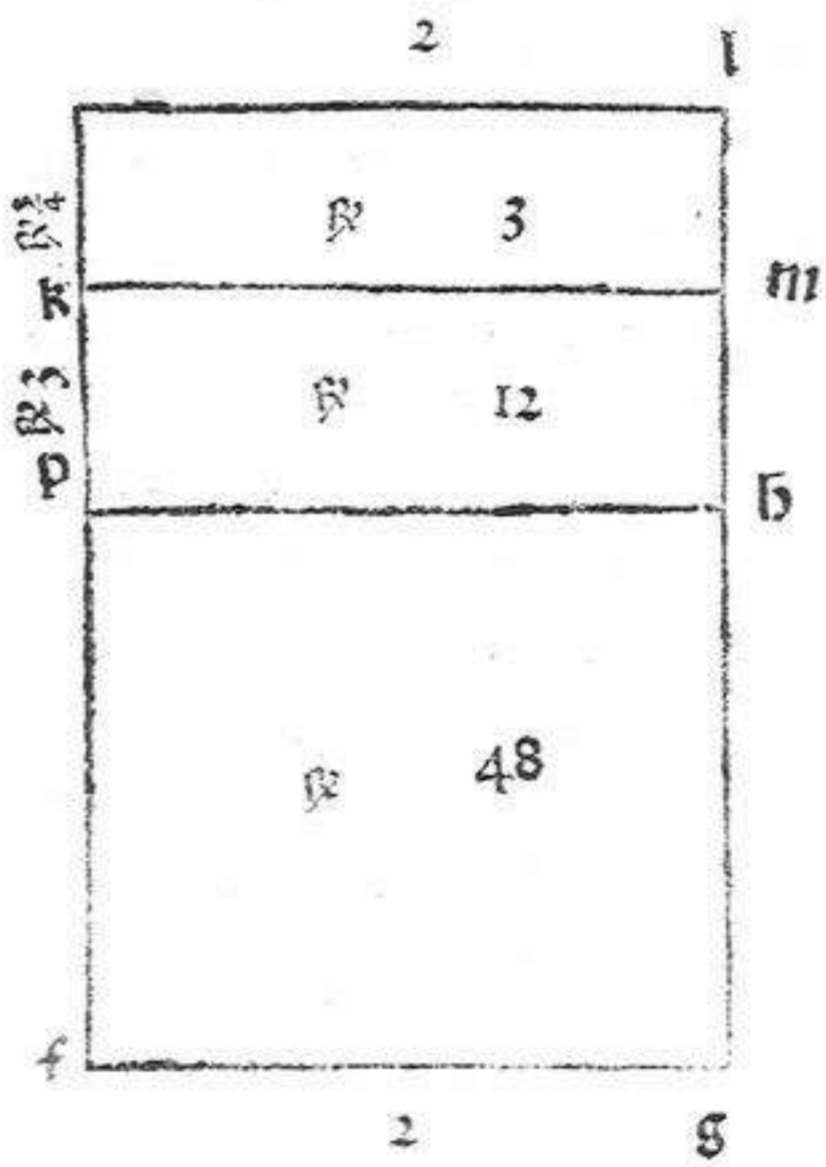
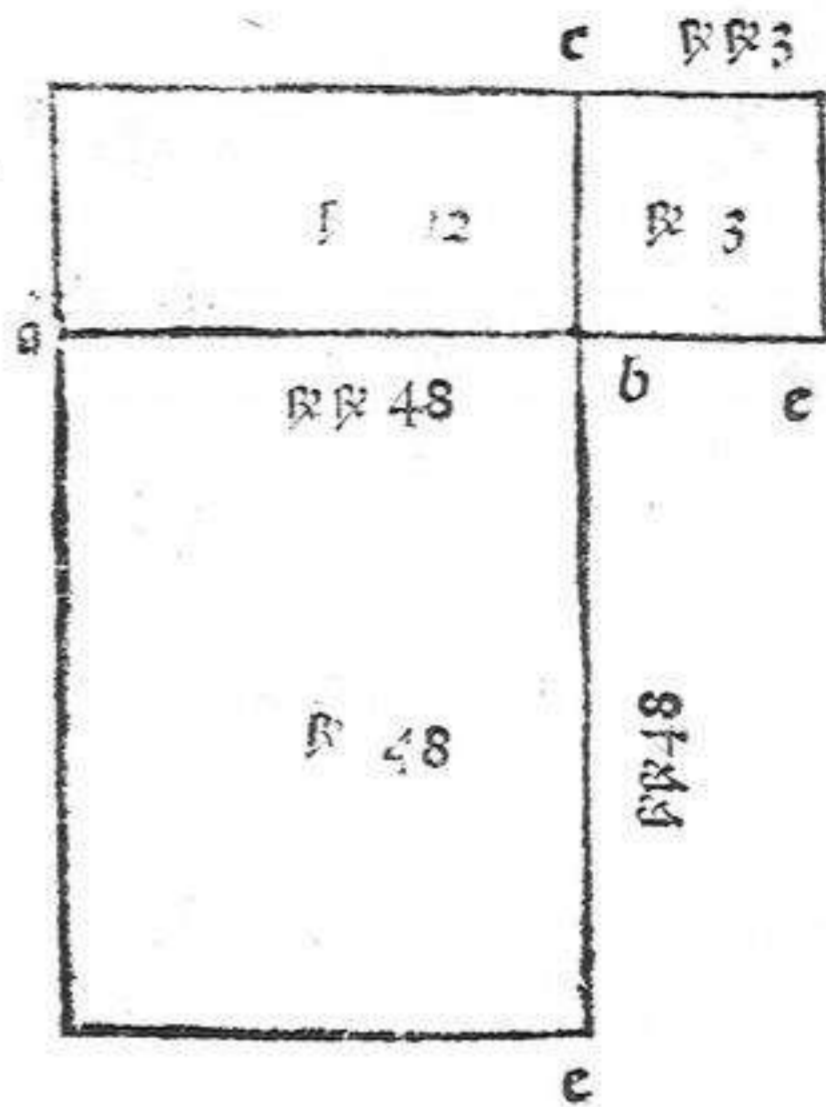
Qualiter fiat in tribus precedentibus dictum est. Videlicet per. 10. sexti positis tribus lineis quartam inuenire ad quam tertia se habeat sicut prima ad secundam: hoc autem totum fit vt deueniatur ad secundam partem. 13. sexti & arguatur superficies illas equalis cum sint mutuorum laterū & vnus angulus immo omnes vnus equetur angulo alterius & c. quarum trium linearum due sunt latera superficiē qdrate. a. s. secūda & tertia altera est linea. f. g. quarta inuenta est. g. h. tunc reliqua patent per decimam quintam sexti. Tunc erunt quatuor linee proportionales. prima. f. g. secūda vnum latus superficiē quadratē. a. tertia reliquum latus dicte superficiē quadratē. a. quarta erit linea inuenta per. 10. sexti. s. g. h. ita de reliquis. ¶ Scilicet q; nullo nodo posset esse rationalis sed tantum medialis.

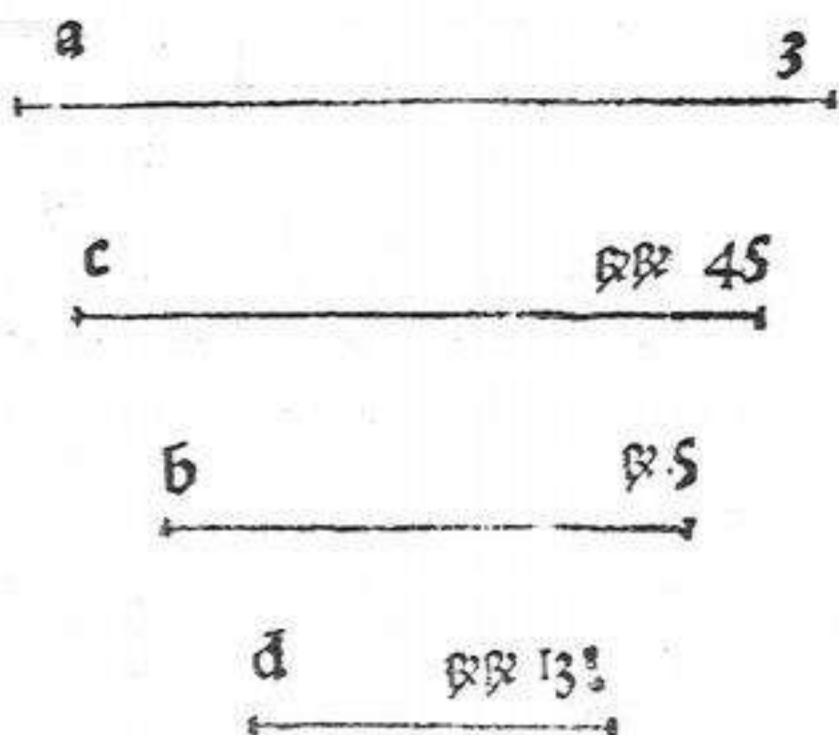
Propositio. 24.



Sas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq; rationalem cōtinentes quarum longior sit potentior breuiore: augmento quadrati linee comunicatis eidem longiori in longitudine inuenire.

Cum omnes due linee mediales potentia tantum cōmunicantes cōtineant superficiem rōalem aut mediale ut ex premissa patet

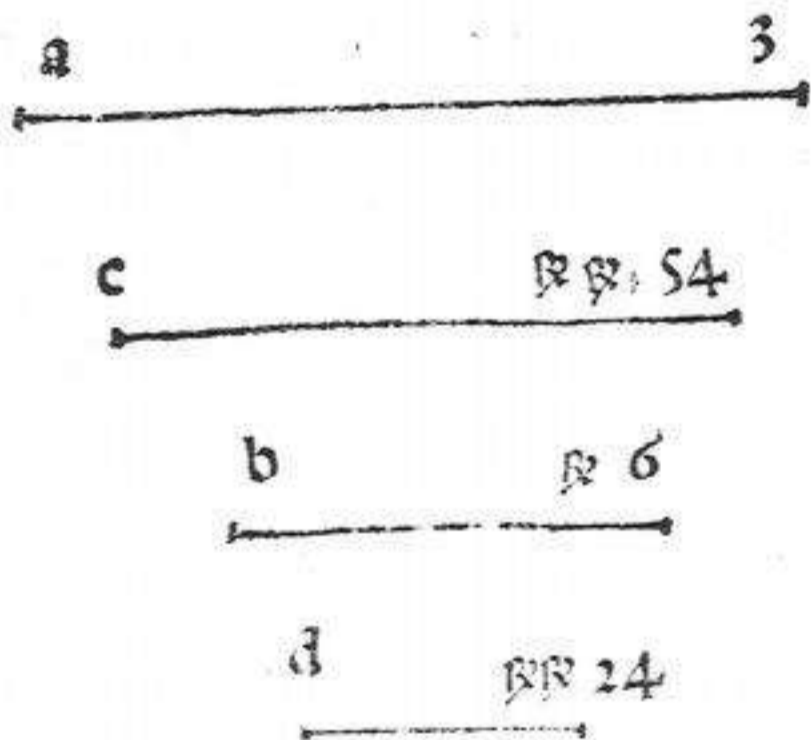




docet inuenire eas duas que continent superficiem rationalem & eas que medialem. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum comunicantes; quarum longior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi communicantes in longitudine que contineant superficiem rationalem. ¶ Ad hoc s̄m doctrinam. 17. Sumo duas lineas a. & b. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. possit amplius breuiori que sit. b. in quadrato alicuius linee secum comunicantes in longitudine. Et ponam lineam. c. secundū doctrinam. 9. sexti medio loco proportionalem inter. a. & b. & ponam vt sit proportio a. ad. b. sicut. c. ad. d. & qualiter fiat in 10. sexti dictum est. Dico tūc duas lineas. c. & d. esse quas querimus. patet enim ex. 19. q̄ superficies quam continent due linee. a. & b. est medialis; & quia per primam partem. 16. sexti quadratum linee. c. est dicte superficie equalis erit igitur per. 19. linea. c. medialis. Cum autem sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & b. comunicat cum. a. in potentia tantum ex ypothesi; quia tam. a. q̄. b. rationalis est in potentia sequitur per. 10. q̄. c. quoq; comunicet cum. d. in potentia tantum. itaq; per. 21. cum. c. sit linea medialis; erit etiam. d. medialis; & per primam partem. 12. erit linea. c. potentior linea. d. in quadrato linee sibi comunicantis in longitudine. Si ergo due linee. c. & d. contineant superficiem rationalem ipse sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem sic habeto; cum sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim a. ad. c. sicut. b. ad. d. sed erat. a. ad. c. sicut. c. ad. b. igitur ē. c. ad. b. sicut. b. ad. d. itaq; p̄ primam partem. 16. sexti superficies quam continent due linee. c. & d. est equalis quadrato. b. est autem quadratum. b. rationale per ypoth. cum ipsa sit rationalis in potentia; superficies ergo quam continent due linee c. & d. est rationalis; quare constat propositum.

Castigator.

¶ Nota q̄ ista consequētia valet sic arguendo iste linee sunt ratiōales in longitudine ergo comunicant in longitudine & in potentia sed non econuerso. s. iste sunt rationales in potentia seu comunicantes in potentia ergo in longitudine quia. 12. & 13. sunt rationales in potētia & non in longitudine quis in vtraq; comunicent & 12. & 6. comunicant in potentia & non in longitudine cum quadratorum suorum non sit proportio sicut numerorum quadratorum. ¶ In lineis medialibus non agitur de irrationalitate cum semp̄ sint irrationales quia sunt latera tetragonica superficialium irrationalium vt in. 19. dicitur sed solum de eis dicitur comunicantia & comēsurabilitas vt patet. n ¶ Scilicet tribus lineis propositis quartā inuenire ad quam. 3. se habeat sicut prima ad secundam & in casu prima ē linea. a. sc̄da linea. b. tertia linea. c. & quarta inuenta est linea. d. vt ibi d̄r.



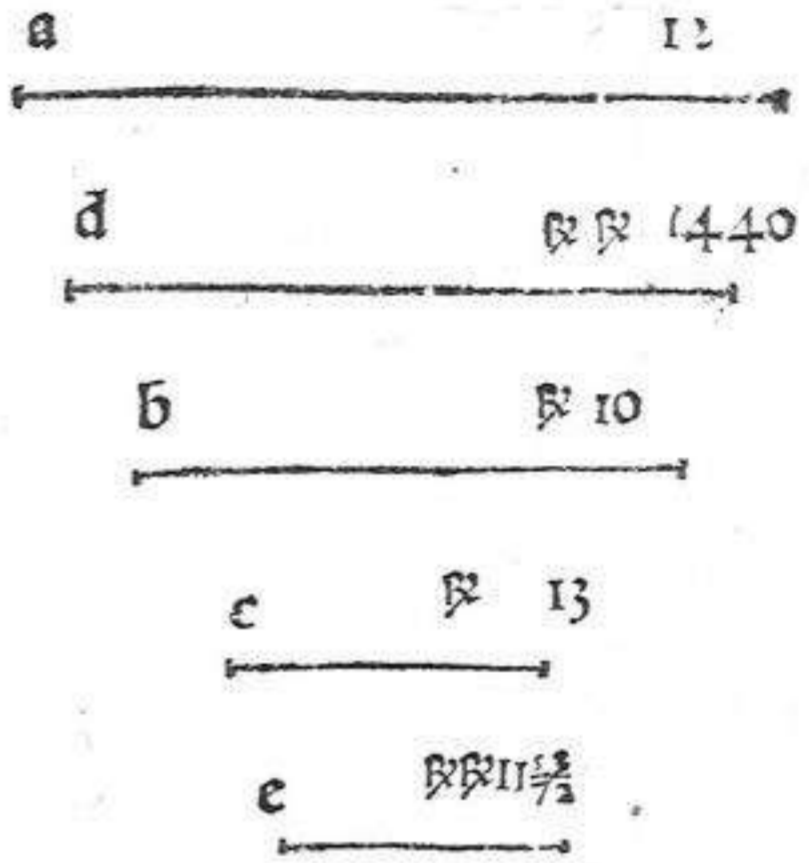
Propositio .25.

Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarū longior sit potētio; breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine incōmensurabilis inuenire. ¶ Positis duabus lineis. a. & b. rōalibus potētia t̄m cōicantibus quaz longior possit amplius breuiori q̄drato linee secum non cōicantis in longitudine; que quidem reperiuntur s̄m doctrinā. 18. ceterisq; positionibus manētibus sicut in p̄missa argumentādo mō cōsimili patebit duas lineas. c. & d. ēē quales querimus. Et nota q̄ due līe q̄s hec & p̄missa docent inuenire cōponunt bimediale p̄mum. & minori earum abscisa de maiori que reliqua est d̄r residuum mediale p̄mum.

Propositio .26.

Eas lineas mediales potentia tantum comunicantes superficiemq; medialem continentes quarū longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius linee incōmensurabilis ipsi longiori in longitudine inuenire.

Cum docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum cōmunicantes superficiemq; rationalem continentes; quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum communicantis in longitudine & secum incommensurabilis in longitudine. Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tñ communicantes superficiemq; medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in quadrato linee non secum cōicantis in longitudine; sed solum sibi incommensurabilis in longitudine. Illud enim facile habet ex isto. ¶ Sint itaq; tres linee sumpte fm doctrinam. 18. a, b, c. potētia tantum rationales & in ea solum cōmunicātes. Sitq; a. potentior. b. & c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine; & ponatur. d. medio loco proportiōalis inter. a. & b. vt docet. 9. sexti; & sit. d. ad. e. sicut. a. ad. c. dico duas lineas. d. & e. esse quales inquirimus. Cum sit enim quadratum linee. d. equale superficiē que cōtinetur sub. a. & b. per primam partem. 16. sexti. Sitq; superficies contenta sub. a. & b. medialis; ex. 19. cum. a. & b. sint potentia tantum rationales communicātes erit ex eadem linea. d. medialis. Quia. a. ad. c. sicut. d. ad. e. communicat autem. a. cum. c. in potentia tantum ex ypothesi. Sequitur ex. 10. vt. e. quoq; cōmunicet cū. d. in potentia tñ. Itaq; per. 21. erit. e. linea medialis. Et etiam quia. a. est potentior. c. quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine erit quoq; per. 22. d. potentior. e. quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine. ¶ Si igitur due linee. d. & e. contineant superficiem medialem constat eas esse quales inquirimus. ¶ Eas autem continere superficiem medialem. sic habetur. Cum sit ex ypothesi. a. ad. c. sicut. d. ad. e. erit permutatim. a. ad. d. sicut. c. ad. e. sed. a. ad. d. est sicut. d. ad. b. p ypothesim; itaq; d. ad. b. sicut. c. ad. e. igitur per primam partem. 15. sexti; superficies quam continent. d. & e. est equalis ei quam continent. c. & b. sed. b. & c. continent superficiem medialem per. 19. cum ipse sint rationales i potentia tantum communicantes ex ypothesi; itaq; d. & e. continent superficiem medialem. quod est propositum. ¶ Si autē cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiēq; medialem continentes; quarum longior esset potentior breuiori quadrato linee secum comunicantis in longitudine. Sumeremus tres lineas fm doctrinam. 17. a. b. c. potentia tantum rationales & in ea solum comunicātes; & poneremus lineam. a. esse potentiozem linea. c. quadrato alicuius linee sibi comunicantis in longitudine; cetera vero manerent vt prius & argumentatione consimili concluderemus duas lineas d. & e. esse quales proponitur inquirere. ¶ Et nota q; due linee quas hec. 26. docet inueniret componunt bimediale secundum & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum mediale secundum.



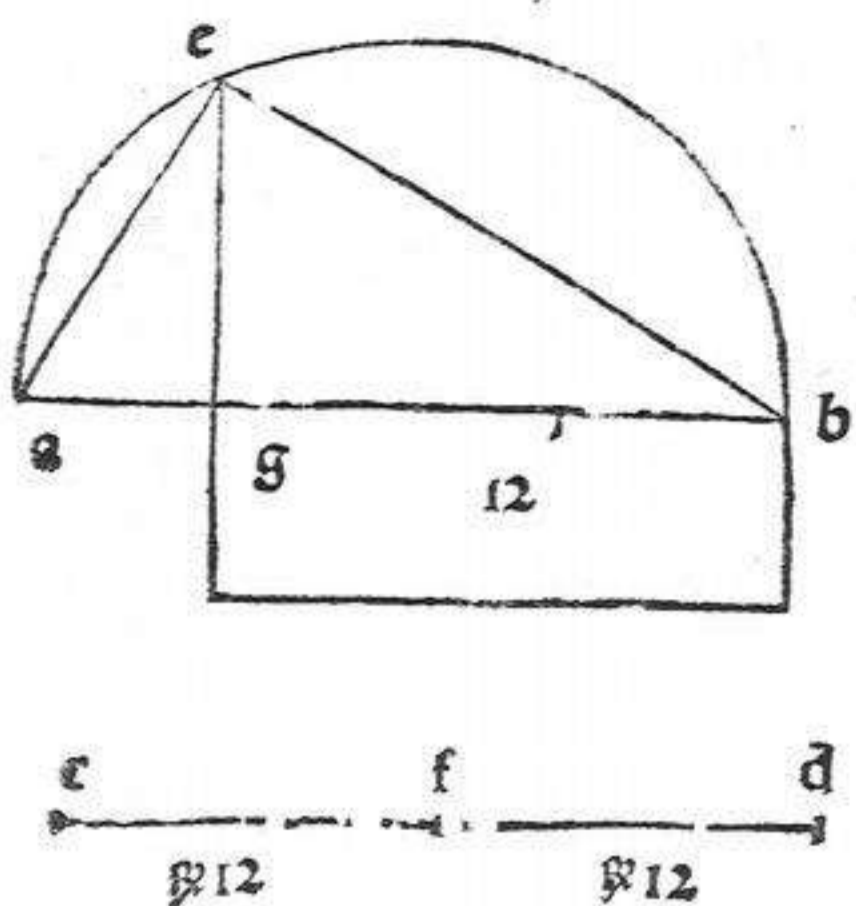
Castigator.

Potentia linee. e. medialis ad potentiam linee. d. medialis est; vt. 13. ad. 144. numerorum qui communicant; quoniam quadrati. 13. quod est 169. ad quadratum numeri. 144. quod est. 20736. est sicut numerorū quadratorum. I deo per secundam partem. 7. huius latera. 13. & 144. comunicāt in longitudine & potētie. a. ad. b. est velut. 72. ad. 5. p. ¶ Propter hoc dixit supra i. 17. 18. si libeat plures lineas inuenire potentia tñ ratiōales cōmunicantes; vt posset tres quatuor & c. lineas mediales inuenire & c.

Propositio .27.

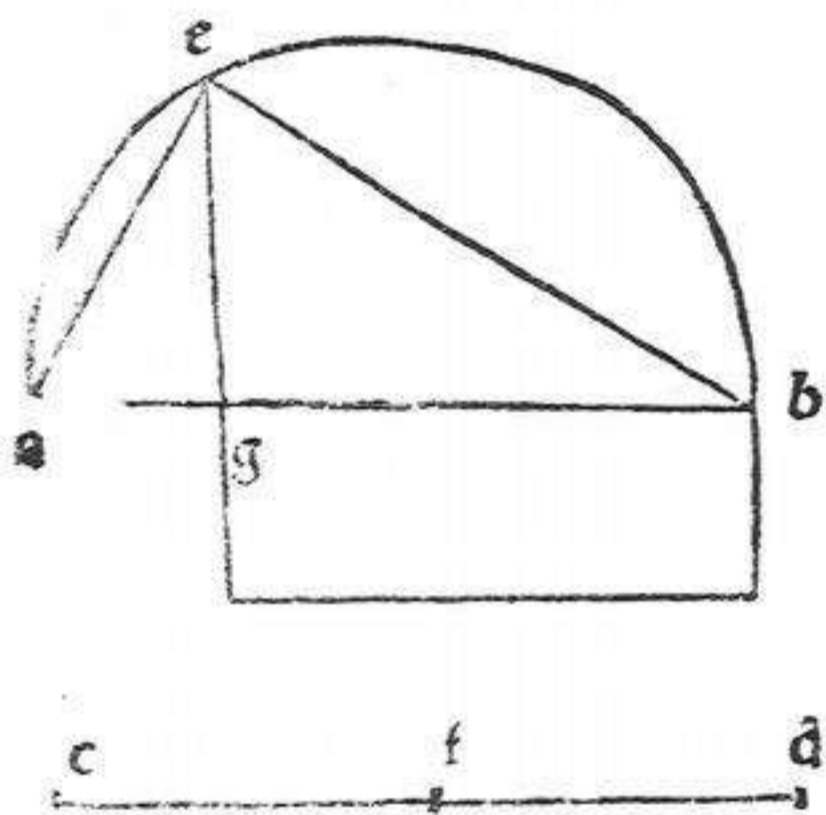


Eas lineas potentialiter incōmēsurabiles superficiemq; medialem continentes quarum quadrata ambo pariter accepta sint rationale inuenire. ¶ Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia q̄ in longitudine que contineant superficiem medialem & quadrata ambarum pariter accepta fa



ciant superficiem rationalem. Ad hec autem fumo p. 18. duas lineas. a. b. & c. d. potentia tantum rationales communicantes quarum longior que sit. a. b. sit potentior. c. d. quadrato alicuius lineae secum incommensurabilis in longitudine. Et super lineam. a. b. describo semicirculum. a. e. b. & diuido lineam. c. d. per equalia ad punctum. f. & diuido lineam. a. b. ad punctum. g. ita q. linea. c. f. cadat in medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. & qualiter hoc fiat in. 13. dictum est. Et pono q. superficies. b. h. fiat ex. a. g. in. g. b. Eritq. ex prima parte. 16. sexti quadratum. c. f. equale superfici. b. h. & quia quadratum. c. f. est equale quarte parti quadrati. c. d. ex quarta secundi. Et quia superfici. b. h. deest ad complendum lineam a. b. superficies quadrata. Cum. a. g. sit equalis. g. b. Et quia linea. a. b. potentior est linea. c. d. quadrato lineae sibi incommensurabilis in longitudine ex ypothesi: erit ex secunda parte. 14. linea. a. g. incommensurabilis lineae g. b. Educo igitur a puncto. g. perpendicularem super lineam. a. b. vsq. ad circumferentiam semicirculi que sit. g. e. Et protraho lineas. a. & e. b. quas dico esse quales querimus. Erit enim. e. g. equalis. c. f. eo q. vtraq. cadit medio loco proportionalis inter. a. g. & g. b. prima quidem per primam partem cor. 8. sexti. secunda vero per ypothesim: propter quod quadratum vtriusq. earum per primam partem. 16. sexti est equale superfici. ex. a. g. in. g. b. que est. b. h. ipse igitur sunt equales. At quia per quartam sexti proportio. a. e. ad. e. b. e sicut. a. g. ad. g. e. sunt aut. a. g. & g. e. & g. b. continue proportionales erit. a. e. ad. e. b. duplicata: sicut. a. g. ad. g. b. Quare per. 18. sexti erit quadratum lineae. a. e. ad quadratum lineae. e. b. sicut. a. g. ad. g. b. Cum sit igitur. a. g. incommensurabilis. g. b. erit per secundam partem. 10. quadratum. a. e. incommensurabile quadrato. e. b. quare due lineae. a. e. & e. b. sunt incommensurabiles in potentia. ¶ Et qa per penultimam primi quadratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. & e. b. pariter acceptis: quadratum aut. a. b. est rationale cum a. b. sit rationale in potentia p. ypothe. erit quoq. quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. pariter accepta rationale. ¶ Si vero he due lineae continent superficiem mediale habitum est propositum. Erat aut. c. d. rationale in potentia & in ea tantum commensurabilis lineae. a. b. quare & c. f. & ideo et. g. e. sibi equalis erit potentia rationale & terminum in eadem commensurabilis cum. a. b. itaq. per. 19. superficies ex. a. b. in. g. e. est medialis. Quia igitur per quartam sexti & per primam partem. 15. eiusdem superficies. a. e. in. e. b. est sibi. s. superfici. a. b. in. g. e. equalis constat duas lineas. a. e. & e. b. esse quales volumus. ¶ Et nota q. due lineae quas docet hec. 27. inuenire componunt lineam maiorem & minori earum abscissa que reliqua est dicitur linea minor.

Propositio .28.



Las lineas potentialiter incommensurabiles superficies rationalem continentibus quarum ambo quadrata pariter accepta sunt mediale inuenire.

¶ Sit hic prorsus eadem dispositio que prius in premissa. Sint autem due lineae. a. b. & c. d. quales pponit. 25. eruntq. simili argumentatione premissa due lineae. a. e. & e. b. quales hec. 28. proponit. Cum sit enim. a. b. linea medialis erit eius quadratum mediale per. 19. & ideo quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. sunt mediale per penultimam primi: & quia. a. b. & c. d. continent superficiem rationalem. sequitur etiam vt. a. b. in. c. f. & ideo in. g. e. sibi equalem contineat superficiem rationalem: itaq. & a. e. in. e. b. patet ergo quod queritur. ¶ Vnde due lineae quas hec. 28. docet inuenire componunt lineam potentem in rationale & mediale & minori earum abscissa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum rationali componit totum mediale.

Castigator.

¶ In istis tribus. s. 27. 28. 29. vbi adducitur. 4. sexti. Imaginantur semper tres trianguli: vnus totalis ex. a. e. b. & duo partiales. s. a. e. g. & g. e. b. qui

oēs adinuicem sunt similes per.8. sexti: & ideo latus. a. e. magni respiciens angulū. b. eiusdē magni ad latus. g. e. parui. respiciēs eūdē angulū. b. rōne parui trianguli. g. e. b. est sicut lateris. a. b. magni respiciētis angulū. e. rectū ipsius magni ad latus. e. b. parui. s. g. e. b. respiciens angulū. g. rectū eiusdem parui: & quia omnes anguli recti sunt equales per petitionem & b. priorum laterum: est idem vtrobiq; respectu diuersorum.

Propositio .29.



Eas lineas potencialiter incōmensurabiles superficiemq; medialem continentes quaz quadrata ambo pariter accepta sint mediale duplo superficiē vnus in alteram incōmensurabile inuenire.

Huius quoq; dispositio a duarum premisarum dispositione non sit in quoquam diuersa. Sint autem lineae due. a. b. & c. d. quales. 26. proponit eruntq; premissa argumentatione due lineae. a. e. & e. b. quas inquirimus. Cum enim. a. b. sit linea medialis erūt quadrata duarum linearum. a. e. & e. b. pariter accepta mediale. ¶ At cum. a. b. & c. d. contineant superficiem medialem. sequitur vt. a. b. in. c. f. & ideo i. e. g. sibi equalem contineāt quoq; superficiem medialem: oīs. n. superficies mediali communicans medialis esse conuincitur: quēadmodū in. 21. monstratum est. ¶ Superficies igitur. a. e. in. e. b. medialis est cum ipsa sit equalis superficiē. a. b. in. g. e. ¶ Quia vero linea. a. b. est incōmensurabilis lineae. c. d. erit etiam incōmensurabilis lineae. c. f. quare & lineae. e. g. quare per primam sexti & secundam partem. 10. huius: superficies a. b. in. e. g. que est equalis superficiē. a. e. in. e. b. erit incōmensurabilis quadrato lineae. a. b. itaq; & quadratis duarum linearum. a. e. & e. b. pariter acceptis. ¶ Quod cum ita sit sequitur quoq; vt duplum superficiē. a. e. in. e. b. sit incōmensurabile quadratis predictis duarum linearū. a. e. & e. b. piter acceptis & hoc erat monstrandum. ¶ Due lineae quas. hec. 29. docet inuenire componunt lineam potentem in duo medialis & minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Castigator

Propter hoc q; multiplicia & submultiplicia eiusdē sunt generis. Vt i fine quinte diffinitionis quinti libri dictum fuit. Et ideo partes proprie semper sunt de ratione totius, & sic. c. f. cum sit medietas. c. d. etiam per. 9. & 8. huius & rectius concluditur propositum.

Propositio .30.

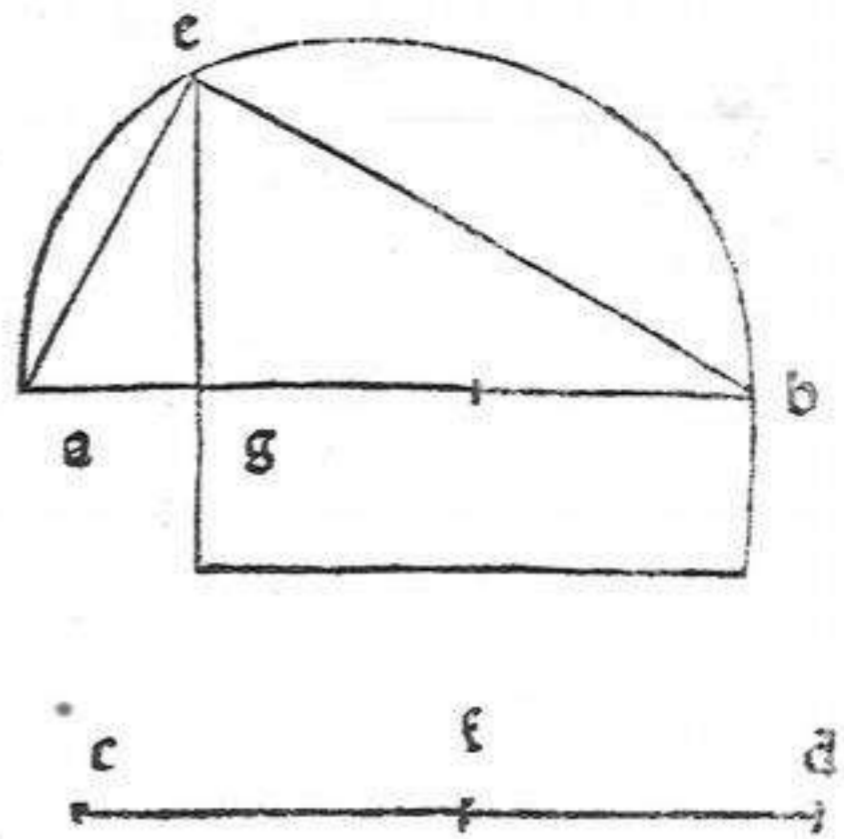


Idue lineae potencialiter tantū rōnales cōicantes in longū directumq; cōiungant: tota linea ex his cōposita erit irrationalis: diciturq; binomium.

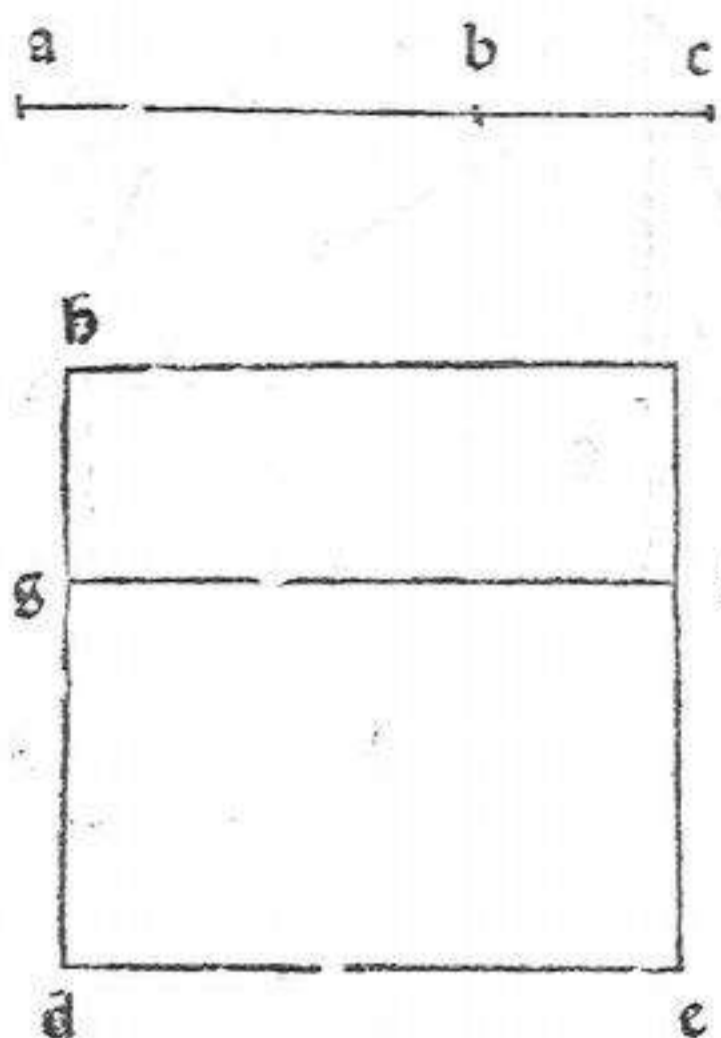
Sint due lineae. a. b. & b. c. in continuū. directumq; coniuncte rōnales in potentia tm cōicantes: quas p. 17. & 18. reperies: dico totam lineā. a. c. ex eis compositam esse irrationalē & ipse vocatur binomiū. Est enim p quartam secundi quadratum. a. c. equale quadratis duarū linearū. a. b. & b. c. & duplo superficiē vnus earum in alterā: quadrata aut ambarum faciunt superficiē rōnalem ex ypothesi: duplū vero superficiē vnus earum in alterā facit superficiem medialem ex. 19. itaq; quadrata ambarum pariter accepta faciūt superficiem incōmensurabilem duplo superficiē vnus earū in alterā. erit igit ex. 9. quadratū. a. c. incōmensurabile duobus qdratis duarū linearū. a. b. & b. c. piter acceptis quare irrationale p diffinitionē cum duo illa qdrata faciant superficiem rōnalem. ideoq; suū latus tetragonum quod est. a. c. irrationale quoq; p diffinitionem: constat ergo propositum.

Castigator

Hec irrationalitas facit infra ad. 67. huius. Et sicut in ista. 30. probatur linea binomialis esse irrationalis per. 4. secundi. ita infra. 68. huius probatur idem de residuo q; sit linea irrationalis mediante. 7. eiusdem.



secundi. §. 9. huius.



Propositio 31.

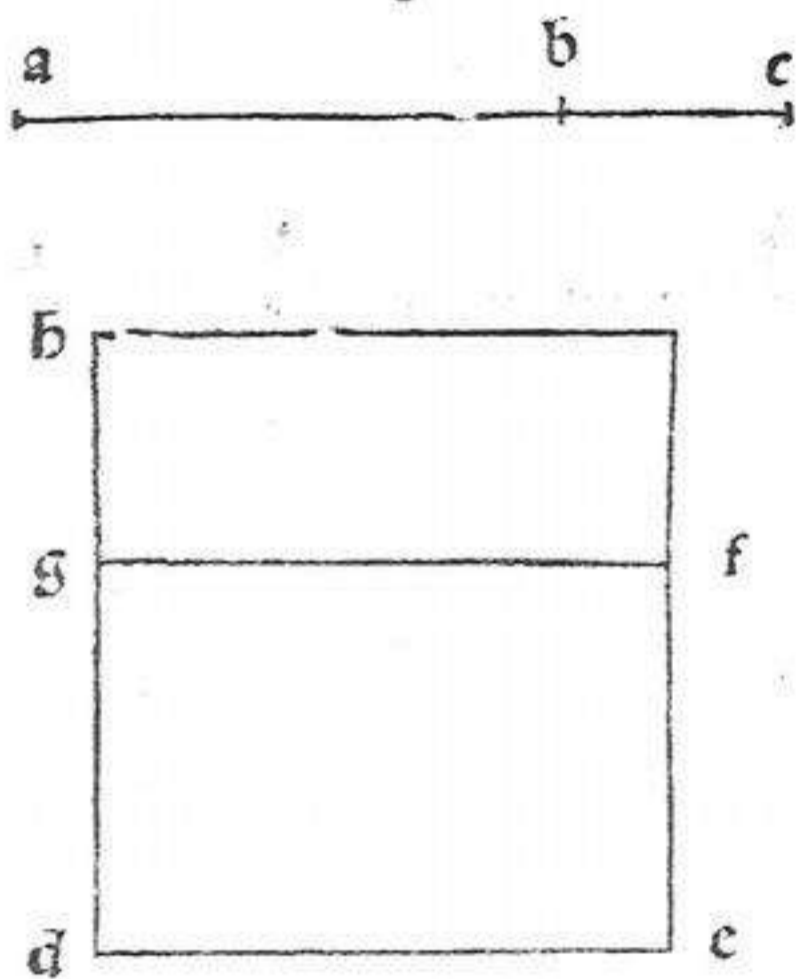


Sue linee mediales potentia tantum cōicantes superficiemq; rationalem continentes directe cōiungantur totalinea ex his composita erit irrationalis diciturq; bimediale primum:

¶ Sint due linee. a. b. & b. c. in continuum directumq; cōiuncte quales pponuntur quas p. 24. §. 25. reperies: dico totam lineam. a. c. eē irrationalem & ipsa vocatur bimediale primum. Est. n. duplum superficie. a. b. in. b. c. rōnale per ypothe. duoq; que quadrata duarum lineaz. a. b. & b. c. pariter accepta faciunt mediale. cum vtrumq; quadratum sit mediale p ypothesim & vnum eorum cōicans alii; duplum igitur superficie vnius earum in alterā est incōicans duobus qdratis piter acceptis: totum ergo aggregatum ex duplo superficie & duobus quadratis & ipsum est quadratum totius. a. c. p quartam secundi est incommensurable duplo superficie vnius earū in alteram p. 9. huius cum itaq; duplū superficie sit rationale erit quadratū. a. c. irrōnale. ideoq; & linea. a. c. qd est ppositum. ¶ I dē aliter: sit linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarū linearum. a. b. & b. c. eritq; superficies hec. d. f. medialis cū vtrumq; quadratū sit mediale p ypothe. & vnum eorū cōicans alii quare p. 20. linea. d. g. est rōnalis in potentia tñ non cōicans in longitudine linee. d. e. Rursus ad lineam. f. g. que est equalis. d. e. adiungatur superficies. f. h. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritq; f. h. rōnalis p ypothesim. quare per. 16. linea. g. h. erit rōnalis in longitudine. Due itaq; linee. d. g. & g. h. sunt potentialiter rōnales & in ea tñ cōicantes: ergo p. 30. tota linea ex eis cōposita que est. d. h. est binomiū & irrōnalis: quare p. 16. a destructione consequētis superficies. e. h. ē irrōnalis. At qa p quartam secūdi latus. ius tetragonīcū est linea. a. c. ipsa erit irrationalis per diffinitionem quod oportuit demonstrari.

Castigator

¶ Istarum linearum aliquando longior est potetior breuiore in quadrato linee maiori communicantis. vt in. 24. aliquando non communicantis. 25. huius.



Propositio 32.



Sue linee mediales potetialiter tantū cōicantes superficiēq; medialē cōtinentes directe cōiungantur totalinea erit irrōnalis diciturq; bimediale s̄m.

¶ Sint due linee. a. b. & b. c. mediales i contiū directūq; coniuncte vt proponitur quas per. 26. contingit reperiri. Dico totam. a. c. ex. eis cōpositam eē irrationalem & ipsa vocatur bimediale secūdam. ¶ Esto enim linea. d. e. rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies. d. f. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b. & b. c. piter acceptis & qa ex ypothesi duo illa qdrata sunt cōicantia: vt vtrumq; mediale: erit superficies. d. f. medialis quare per. 20. linea d. g. que est eius latus secundum est rationalis in potentia tantū: & linee d. e. incommensurabilis in longitudine. ¶ Rursus adiungatur ad lineam g. f. que est equalis linee. d. e. superficies. f. h. equalis duplo superficie. a. b. in. b. c. eritq; etiam superficies. f. h. medialis: erat enim per ypothesim superficies. a. b. in. b. c. medialis. ergo duplum eius cui est equalis. f. h. erit mediale. Per. 20. igitur linea. g. h. rationalis in potetia tantum & incommensurabilis in longitudine linee. g. f. ¶ Quia vero. a. b. & b. c. sunt potentialiter tantum communicantes erit per primam sexti & p secundam partem. 10. huius superficies vnius in alteram incommensurabilis quadrato vtriusq;. ¶ At quia quadrata earum communicant per ypothesim erit dicta superficies quare & duplum eius incommunicans duobus qua

dratis earum pariter acceptis. Due ergo superficies. d. f. f. h. sunt in com-
municantes; per primam itaq; sexti et secundam partem. 10. huius crit li-
nea. d. g. incommensurabilis lineae g. h. que cum sint rationales in poten-
tia; erit per. 30. tota linea. d. h. binomium et irrationalis; ergo per. 16. a
destructione consequentis erit superficies. e. h. irrationalis. Et quia la-
tus eius tetragonum per quartam secundi est linea. a. c. sequitur per dif-
finitionem et linea. a. c. sit irrationalis; quod propositum erat ostendere.

Castigator.

¶ Quia p primam sexti superficiei. a. c. ad vtrunq; quadratum est sicut
basis. a. b. ad basim. b. c. que sunt ex ypothesi due linee non com-
municantes in longitudine sed solum in potentia. Et ideo p secundam partem decime
huius superficiei. a. c. etiam non comunicat cum aliquo duorum quadra-
torum illarum duarum linearum. a. b. et b. c. quis superficies illa et dicta
quadrata sint irrationalia quia medialia seu irrationalia non communi-
cant nisi se habeant sicut numeri per quintam huius.

¶ Quia dato opposito huius consequentis sequitur lineam. d. h. esse ra-
tionalem per. 16. que non est. Et ideo irrationalis superficies. e. h. que si no-
n esset rationalis et tunc per. 16. vt dictum est.

Propositio .33.



Em coniuncte fuerint due linee potentialiter in-
commensurabiles superficiemq; med.alem continentes
quarum ambo quadrata pariter accepta sunt rationale: to-
ta linea erit irrationalis diciturq; linea maior.

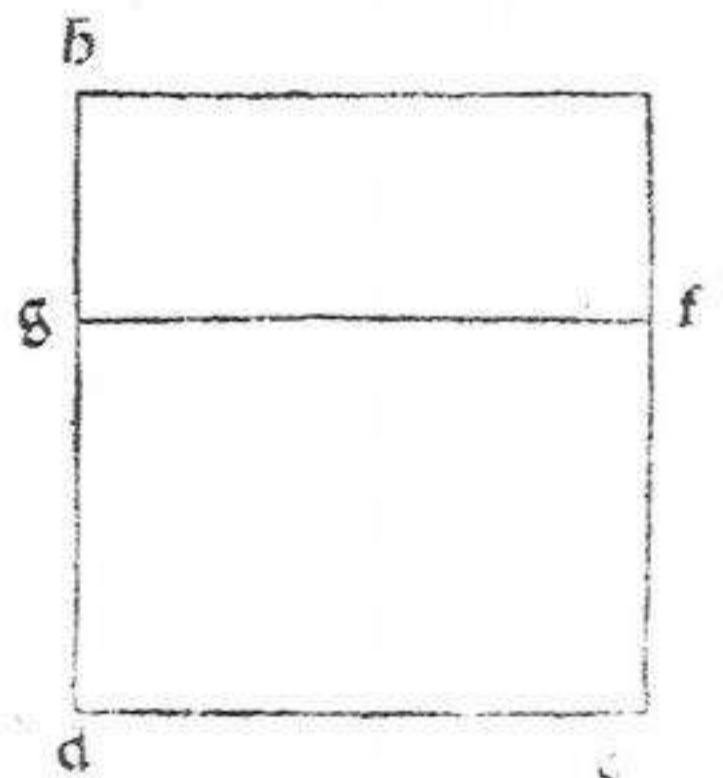
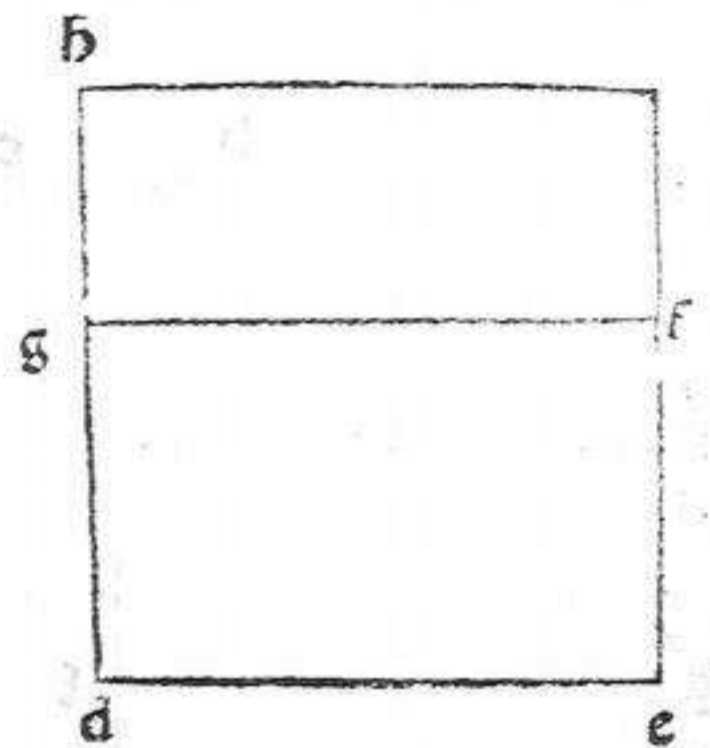
¶ Sint due linee. a. b. et b. c. sibi in continuum directumq;
coniuncte sicut proponitur; quas contingit ex. 27. reperi-
re; dico. a. c. ex eis compositam esse lineam irrationalem et ipsa vocatur
linea maior. Cum enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale su-
perficieis vero alterius in alteram quare et eius duplum medialis per ypo-
thesim; erit totum ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans
duplo superficiei vnus in alteram. itaq; totum aggregatum ex duobus qua-
dratis et duplo superficiei et ipsum est equale quadrato. a. c. p quartam scdi
erit per 9. huius incommensurable duobus quadratis. duarum linearum. a. b.
et b. c. pariter acceptis; per diffinitionem ergo est quadratum lineae. a. c. ir-
rationale et linea. a. c. irrationalis quod est propositum. **¶** Idem aliter si
cut in premissis ad lineam. d. e. que sit rationalis in longitudine adiunga-
tur superficies. d. f. que sit equalis duobus quadratis duarum linearum. a. b.
et b. c. pariter acceptis eritq; rationalis per ypothesim quare p. 16. latus eius
secundum quod est. d. g. erit etiam rationale in longitudine et communi-
cans lineae. d. e. **¶** Rursus ad lineam. f. g. adiungatur superficies. f. h. equalis
duplo superficiei. a. b. in. b. c. eritq; medialis per ypothesim; quare per. 20.
linea. g. h. que est eius latus secundum est rationale in potentia tantum
per. 30. igitur est linea. d. h. binomium et irrationalis; ideoq; p. 16. a destru-
ctione consequentis superficies. e. h. est irrationalis quare latus eius tetra-
gonum quod per quartam secundi est. a. c. est irrationale per diffinitio-
nem. quod volumus ostendere.

Propositio .34.



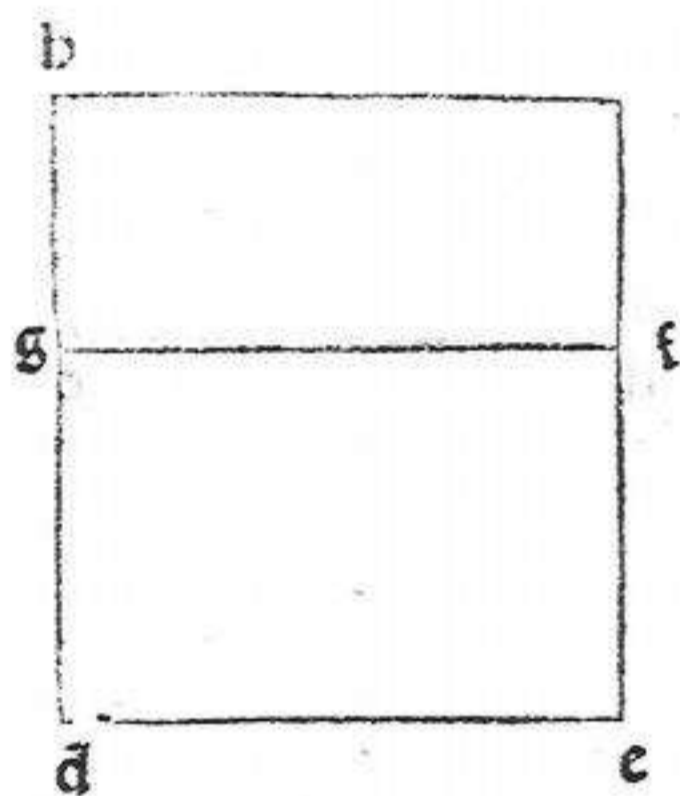
Em coniuncte fuerint due linee potetialiter inco-
mmensurabiles superficiemq; racionalem continen-
tes quarum ambo quadrata pariter accepta sint
mediale: tota linea erit irrationalis diciturq; po-
tens in rationale et mediale.

¶ Sint vt in premissis due linee. a. b. et b. c. in continuum
directumq; coniuncte quales proponitur; et ipse sunt ex. 28. sumende; dico
et tota linea. a. c. ex eis composita erit irrationalis et illa vocatur linea po-
tens in rationale et mediale. Cum sit enim superficies. a. b. in. b. c. raciona-
lis p ypothesim. ideoq; et duplum eius ac ambo quadrata pariter accepta



sunt medialē: sequitur p̄ quartam secundi ¶ 9. huius quemadmodū in premissis q̄ quadratum totius .a. c. sit incōicans duplo superficie .a. b. in .b. c. per diffinitionem igitur ipsum est irrationale ¶ linea .a. c. irrationalis q̄ est p̄positum. ¶ Idem aliter: sit vt in premissis linea .d. e. rōnalis in longitudine superficies .d. f. sibi adiūcta equalis duobus q̄dratis p̄ter acceptis duaz̄ lineaz̄ .a. b. ¶ .b. c. eritq̄ medialis p̄ ypothesim: p̄ .20. igit̄ erit linea .d. g. rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee .d. e. Sitq̄ superficies .f. h. adiūcta ad lineam .g. f. equalis duplo superficie ex .a. b. in .b. c. eritq̄ rationalis per ypothe. ¶ ideo per .16. latus eius secundum quod est .g. h. rationale in longitudine quare per .30. linea .d. h. est binomium ¶ irrationale: ¶ superficies .e. h. per .16. a destructione consequentis est irrationalis. Cum itaq̄ linea .a. c. sit eius latus tetragonum per quartam secundi sequitur vt .a. c. sit irrationalis per diffinitionem: constat ergo p̄positum.

Propositio 35



Sum diuncte fuerint due linee potēialiter incōmensurabiles superficiesq̄ medialē ¶ tinētes quaz̄ quadrata ambo pariter accepta sit medialē duplo superficie vnus in alteram incōmensurable tota linea erit irrōnalis diciturq̄ potens in duo medialia.

¶ Sint quoq̄ due linee hic .a. b. ¶ .b. c. in continuū directumq̄ cōiuncte vt p̄ponit que ex .29. sumende sunt: dico q̄ linea .a. c. ex eis cōposita est irrōnalis ¶ ipsa dicit̄ potens in duo medialia. Adiungatur n. ad lineā .d. e. que sit rōnalis in longitudine superficies .d. f. eq̄lis duobus q̄dratis duaz̄ lineaz̄ .a. b. ¶ .b. c. p̄ter acceptis: eritq̄ medialis p̄ ypothesim quare p̄ .20. linea .d. g. erit rōnalis in potētia tm̄ ¶ incōmensurabilis .d. e. linee rōnali in longitudine. ¶ Rursus ad lineam .g. f. que est equalis .d. e. adiungatur superficies .f. h. que sit equalis duplo superficie vnus in alterā erit et ex ypothesi medialis quare p̄ .20. linea .g. h. erit rōnalis in potentia tm̄. ¶ At q̄a per ypothesim ambo quadrata pariter accepta sunt incōmensurable duplo superficie vnus in alterā sequit̄ vt .d. f. sit incōmensurabilis f. h. quare p̄ primam sexti ¶ secundam partem .10. huius linea .d. g. ¶ incōmensurabilis .g. h. p̄ .30. igitur est linea .d. h. binomium ¶ irrōnalis. Itaq̄ superficies .e. h. est irrōnalis ¶ eius latus tetragonum quod est .a. c. vt in premissis: quare constat p̄positum. ¶ Si aut̄ duplum superficie .a. b. in .b. c. non esset incōmensurable ambobus quadratis pariter acceptis esset linea .a. c. medialis Esset enim .d. f. communicans .f. h. ideoq̄ linea .d. g. linee .g. h. tota igitur .d. h. ¶ esset rationalis in potentia tantum ¶ incommensurabilis in longitudine linee .d. e. per .19. igitur esset superficies .e. h. medialis eiusq̄ latus tetragonum quod est .a. c. linea medialis. Vt autem facilius fiat doctrina sequentium premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

Castigator.

Quia tota superficies .e. f. tunc esset medialis per .21. ¶ .9. huius postea per .20. linea .d. h. que est latus secundum dicte superficie .e. h. est solum in potentia rationalis lateriq̄ primo .d. e. in longitudine incommensurabilis. Et ideo per .19. latus tetragonum superficie .e. h. est linea medialis quod est per .4. secundi linea .a. c. vt premittitur. ¶ Vel sic ¶ melius per .9. huius. Si autem duplum superficie .a. b. in .b. c. non esset incommensurable seu incommunicans ambobus quadratis pariter acceptis. tunc esset eisdem commensurable siue communicans quare per .9. totum ex eis scilicet .d. f. ¶ .f. h. confectum. scilicet superficies .e. h. esset communicans vtriq̄ superficie. scilicet .d. f. ¶ .f. h. quare per .21. huius .e. h. tota esset etiā medialis superficies. Et ideo per .20. secundum latus eius quod est tota .d. h. est solum in potentia rationale ¶ sic per .19. linea .a. c. que per .4. secundi est eius latus tetragonum esset linea mere medialis ¶ c.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vnius earum in alteram quatum est quadratum eius linee qua maior excedit minorem.

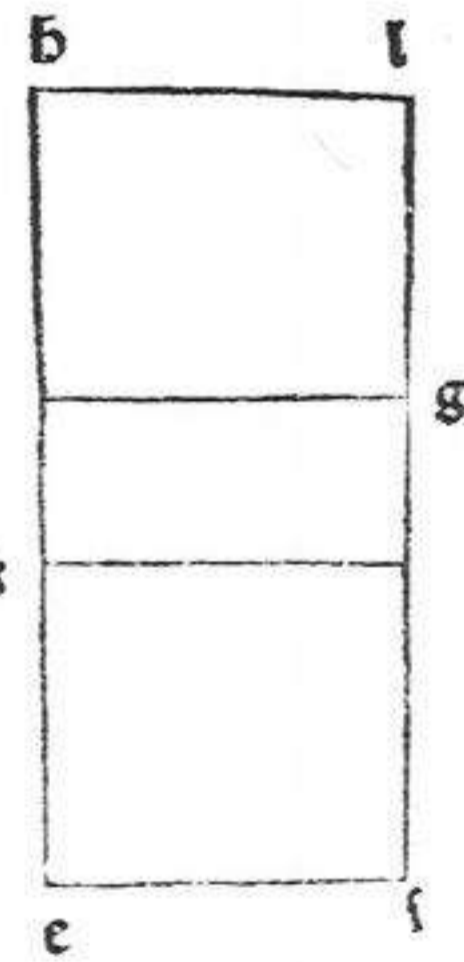
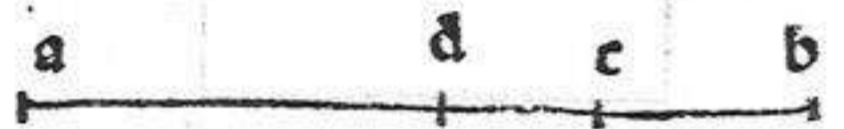
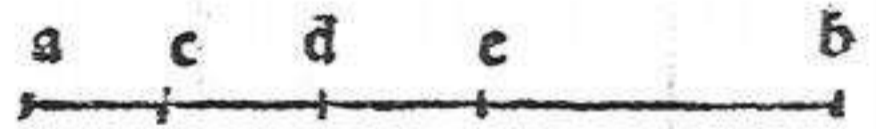
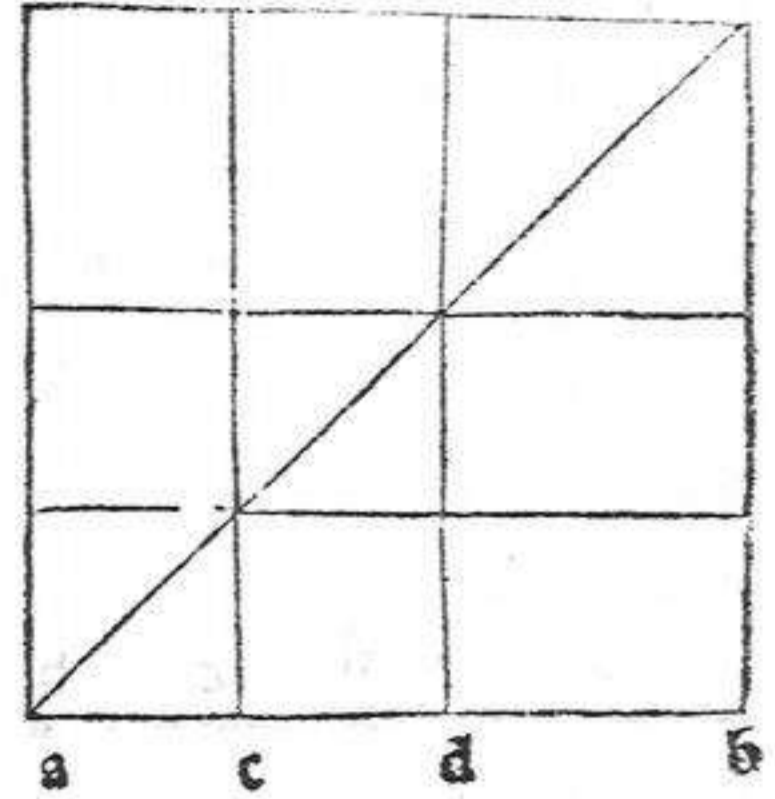
¶ Sit enim linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. sitq; maior portio .c. b. de qua sumatur .c. d. equalis .a. c. dico q; quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. sunt amplius duplo superficiei vnius in alteram in quadrato linee .d. b. ¶ Nam quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. est equale ei quod fit ex .a. c. in .c. b. quater cum quadrato .d. b. Eo q; vtraq; hec equalia sunt quadrato linee .a. b. primum quidem per quartam secundi. Secundum vero per .8. eiusdem. Demptis itaq; vtrinq; equalibus videlicet eo quod fit ex .a. c. in .c. b. bis erunt residua que sunt de primo quidem quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. ¶ De secundo vero quod fit ex .a. c. in .c. b. bis cum quadrato .d. b. equalia. Quare constat ppositum. ¶ Ex hoc ergo manifestu e q; si aliqua linea p duo inequalia diuidatur quadrato ambarum partium pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc est pp quod istud premisimus.

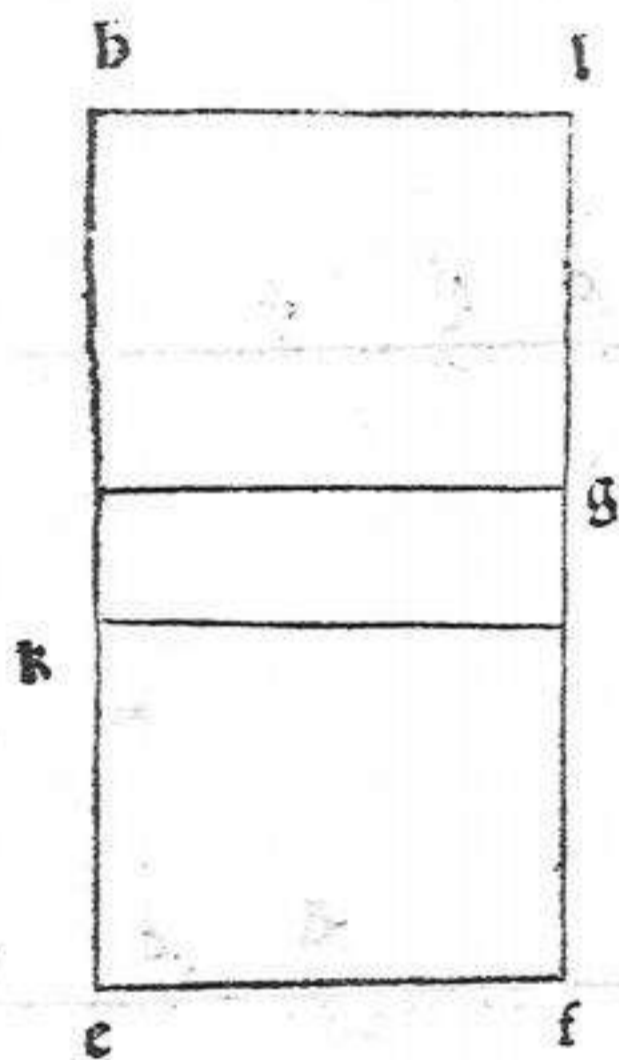
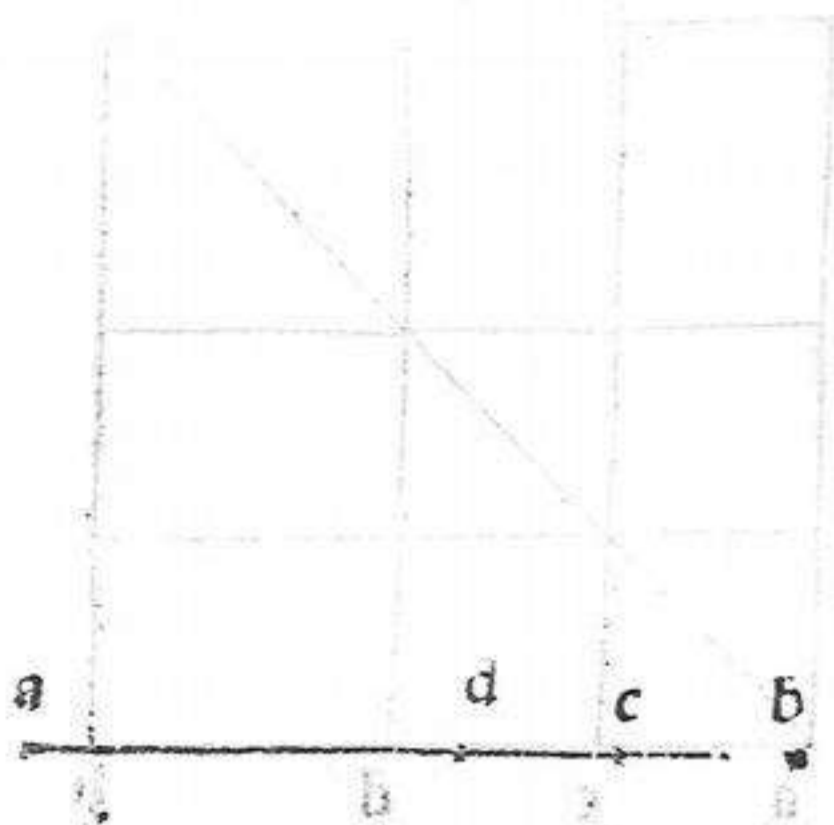
¶ Si aliqua linea per duo inequalia. itemq; alia duo inequalia diuidatur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt amplius quadratis minus inequalium pariter acceptis quantum est duplum quadrati illius linee que inter vtrasq; est sectiones & quadruplum eius quod fit ex eadem linea in eam que est inter punctum sectionis minus inequalium & punctum quod diuidit totam lineam per equalia.

¶ Sit linea .a. b. diuisa per duo inequalia in puncto .c. itemq; per alia minus inequalia in puncto .d. rursus per equalia in .e. dico q; quadrata duarum partium magis inequalium que sunt .a. c. & c. b. tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inequalium que sunt .a. d. & d. b. quantum est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. ¶ Sunt enim per .9. secundi quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta dupla quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. at per eandem .9. secundi quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta dupla sunt quadratis duarum linearum .b. e. & e. c. pariter acceptis. ¶ Itaq; quadrata duarum linearum .a. c. & c. b. pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum .a. d. & d. b. pariter accepta in eo quo duplum quadrati linee .c. e. excedit duplum quadrati linee .d. e. hoc autem per quartam secundi est duplum quadrati linee .c. d. & quadruplum eius quod fit ex .c. d. in .d. e. quare constat propositum. Ex hoc manifestum est q; quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earum quadrata pariter accepta maior a: & hoc est propter quod istud premisimus. **Propositio .36.**

¶ In alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctum & nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea .a. b. binomium eritq; ex .30. composita ex duabus lineis in potentia tantum rationalibus communicantibus que sint .a. c. & c. b. dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione videlicet q; ipse sint potentia tantum rationales communicantes. ¶ Si enim potest diuidatur in .a. d. & d. b. que sint potentia rationales tm communicantes. Esto quoq; linea e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies b. e. g. que sit eqilis quadratis duarum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis & superficies .f. h. que sit equalis quadrato linee .a. b. eritq; superficies .e. g. rationalis eo q; vtrunq; quadratorum linearum .a. c. & c. b. pariter acceptis est rationale per ypothesim & superficies .g. h. medialis per .19. qm ipsa est equalis duplo superficiei .a. c. in .c. b. per quartam secundi. Sit igitur rursus superficies .f. k. equalis quadratis duarum linearum .a. d. & d. b. pariter acceptis





que cum sint diuerse a duabus lineis. a. c. & c. b. erit per secundū predemōstratorum antecedentium superficies. f. k. diuersa a superficie. e. g. Earū ergo differentia sit. k. g. eritq; per quartam secundi excessus superficiē. f. h. super. f. k. qui sit. k. l. equalis duplo eius quod sit ex. a. d. in. d. b. & propter hoc erit etiam superficies. f. k. rationalis; & superficies. k. l. medialis; itaq; superficies. k. g. cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt. e. g. & f. k. erit rationalis. Non enim differt rationale a rationali nisi in irrationali; & hoc dico diffinitione & 9. huius hoc confirmatibus. Eadem quoq; cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt. g. h. & k. l. erit irrationalis per. 22. quod est impossibile.

Castigatio.

b ¶ Ista adiunctio superficierum ad lineam rationalem in longitudine equalium aliis superficiebus fit vbiq; in sequentibus & precedentibus; vt visum est; quemadmodum dictum est supra in vigesima; vigesima prima; vigesima secunda; & vigesima tertia huius, ideo ibi recurras; quia auctor cum semel diligenter docuerit sufficit ei & nobis. **c** ¶ Ex istis sex sequentibus diuisionibus linearum compositarum in suas componentes; vt patet; apparet illa philosophantium maxima; videlicet omnis res per quascunq; causas componitur per easdem resolui necesse est. **d** ¶ Cum vtraq; diuisio sit per inequalia scilicet in. c. & in. d. quoniam linee componentes binomium semper sunt inequales per. 17. & 18. huius quia longior potentior breuiore & c.

Propositio .37.



Imediali primo sub terminum suum in duas lineas mediales diuiso; sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

¶ Sit quoq; hic linea. a. b. bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq; rationalem continentes; ex quibus. 31. affertur eam componi que sint. a. c. & c. b. dico q; impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit diuidā eam in puncto. d. assumptaq; linea rationali. e. f. adiungatur ei. e. g. equalis duobus quadratis duarum linearum. a. c. & c. b. & superficies. f. h. equalis quadrato. a. b. & superficies. f. k. equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. b. eritq; per quartam secundi. g. h. equalis duplo superficiē. a. c. in. c. b. & per eandem erit. k. l. equalis duplo superficiē. a. d. in. d. b. propter ypothesim quoq; erit vtraq; duarum superficierum. e. g. & k. f. medialis & vtraq; duarum. g. h. & k. l. rationalis. hoc autem impossibile esset enim per primum superficiē. k. g. irrationalis ex. 22. per secundum autem eadē esset rationalis ex diffinitione & 9. quod est inconueniens.

Propositio .38.



Imediale secundum nisi in duas lineas tantū sub termino suo diuidi non potest.

¶ Sit vt prius linea. a. b. bimediale secundum diuisa in duas lineas. a. c. & c. b. mediales; potentia tantum comunicantes; superficiemq; medialem continentes; ex quibus 32. proponit eam componi; dico q; impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas. Sin autem diuidat in. d. sint q; vt prius superficies. e. g. f. h. & f. k. adiuncte ad lineam rationalem. e. f. eruntq; per presentes ypotheses vtraq; superficies. e. g. & g. h. mediales; quare per. 20. vtraq; duarum linearum. f. g. & g. l. erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine lineę. e. f. At quia due linee. a. c. & c. b. erunt incommensurabiles in longitudine; sequitur per primam sexti; & per secundam partem. 10. huius q; vtrunq; quadratorum linearum a. c. & c. b. sit incommensurable superficiē vnus in alteram; cunq; dicta quadrata communicent. ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter

accepta sint incommensurable superfici ei vnus in alteram: ideoq; \square eius duplo: quare superficies. e. g. incommensurable est superfici ei. g. h. \square linea g. f. linee. g. l. per primam sexti \square secundam partem. 10. huius: itaq; per. 30. linea. f. l. est binomium diuisa \square suum terminum in puncto. g. \square Eo demq; modo probabitur ipsam binomium esse mediantibus superficie bus. e. m. \square m. h. diuisam secundum suum terminum in puncto. m. quod est impossibile per. 36. Non enim potest dici q; linea. f. l. diuisa sit ad pun cta. g. \square m. in partes consimiles. sic enim esset linea. f. m. equalis. g. l. sed ipsa est maior linea. m. l. vt patet ex primo premisorum antecedentium huius: \square prima sexti cum. e. m. superficies sit maior. h. m. superficie. Hu ius autem demonstrationis modus potest esse communis. 37. ceterisque eam sequentibus.

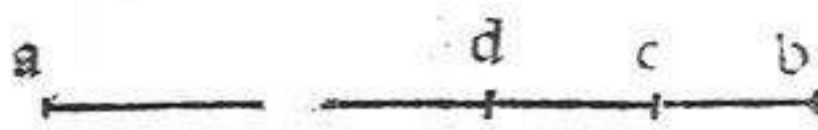


Propositio .39



Linea maior nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest.

\square Sit quoq; hec linea maior. a. b. diuisa ad punctum. c. in duas lineas potentialiter incommensurabiles superfi ciemq; medialem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale: ex talibus enim componi tur vt affirmat. 33. dico q; impossibile est ad alium punctum in alias du as lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi q; si potest: sit hic ad. d. mane ant sub his eadem figura eedemq; ypotheses que prius \square argue quemad modum in. 36. superficiem. g. k. esse rationalem \square irrationalem: quod est impossibile.

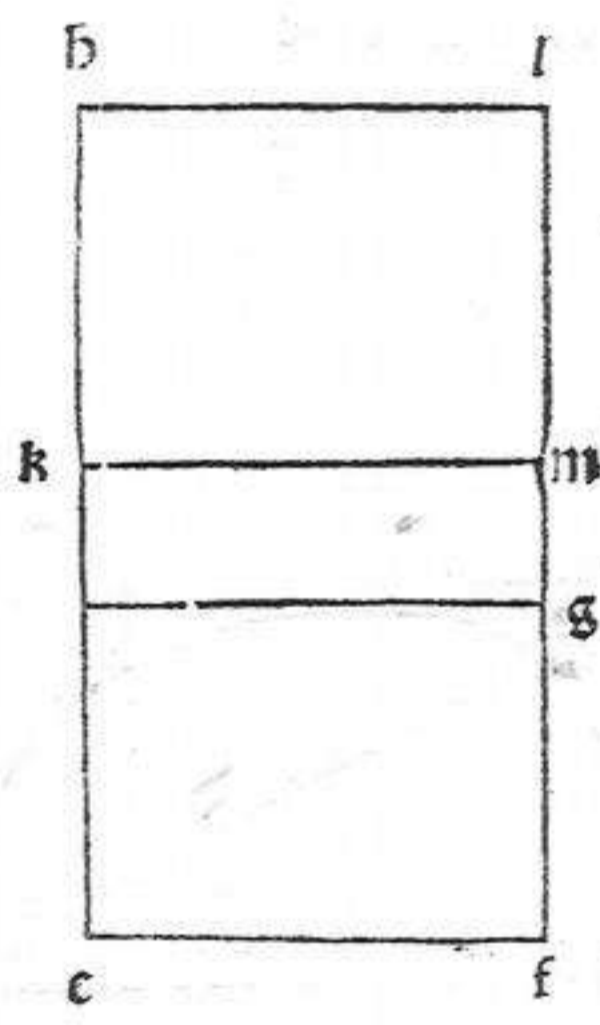


Propositio .40.



Linea potes in rationale z mediale nisi in suas du as lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

\square Hec quoq; 40. manentibus prioribus figura \square positio nibus exceptoq; ipsa linea. a. b. diuidatur in punctum. c. in illas duas lineas ex quibus. 34. dicit eam componi pro babitur: quemadmodum. 37. Si autem aliter fuerit q; pro ponat erit superficies. k. g. rationalis \square irrationalis quod esse non potest.



Propositio .41.

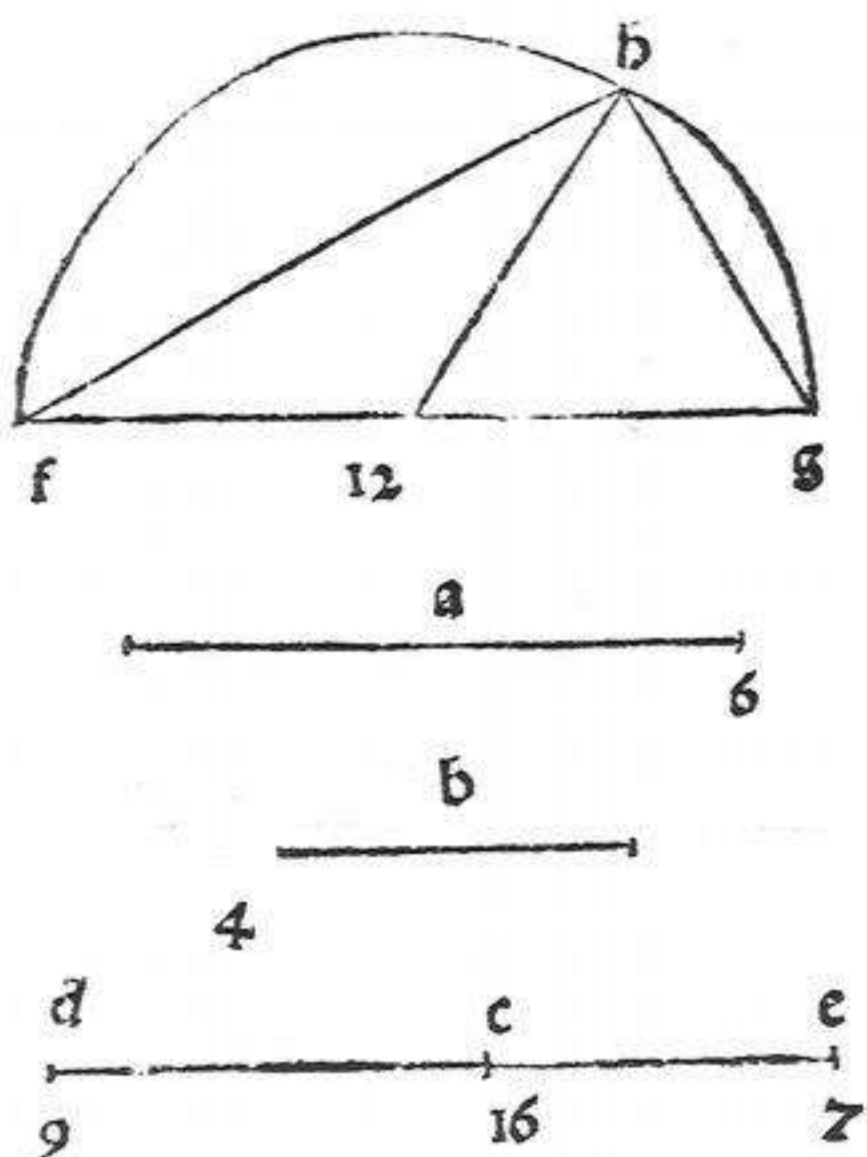


Linea potens in duo medialia nequit diuidi in ali as duas sub termino earum ex quibus coniuncta est: sed in suas tantum duas ex quibus componi tur est diuisibilis.

\square Hec enim. 41. diuisa linea. a. b. ad punctum. c. in eas ex quibus. 35. aserit eam componi ceterisq; vt supra tam figu ra q; positionibus manentibus probatur sicut. 38. nam dato opposito pro positi. Sequitur oppositum. 36. quod. est impossibile.

\square Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmen to quadratilinee communicantis eidem longiori in longitudine fueritq; eadem longior linee posite rationali communicans ip sum: vocabitur binomium primum. Si vero breuiore posite ratio nali communicet dicetur binomium secundum. Quod si neutra portionum eius posite rationali communicet appellabitur bino mium tertium. Item si longior breuiore tanto amplius possit quantum est quadratum alicuius linee ipsi longiori incommen surabilis in longitudine fueritq; longior portionum posite linee rationali communicans in longitudine ipsum nuncupabitur bi nomium quartum. Si vero breuiore posite rationali communi cet in longitudine quintum nominabitur. Si autem neutra por tionum eius posite rationali communicet in longitudine erit bi nomium sextum.

Propositio .42.



Inomium primum inuenire.

I Sit, a. linea rationalis posita; sumanturq; duo numeri quadrati. b. & c. quorum. c. sit diuisibilis in quadratum qui sit, d. & in nō quadratum qui sit. c. ponaturq; proportio quadrati lineae. a. ad quadratum lineae. f. g. sicut numeri. b. ad numerum. c. eritq; ex secunda parte. z. linea. f. g. communicans lineae. a. rationali posite in longitudine. Super eam igitur lineetur. f. g. h. semicirculus; sitq; proportio quadrati lineae. f. g. ad quadratum lineae. f. h. sicut. c. ad. d. & ducatur linea. g. h. Dico ergo duas lineas. f. g. & g. h. directe coniunctas componere binomium primum. Est enim linea. f. g. que est longior potentior linea. g. h. que est breuior in quadrato lineae. f. h. per. 30. tertii & penultimam primi; communicat autem linea. f. h. lineae. f. g. in longitudine per secundam partem. z. cum proportio quadratorum ipsarum. f. g. & f. h. sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c. & d. Linea vero. g. h. conuincitur esse rationalis in potētia tantum; nō communicans lineae. f. g. in longitudine. Ideoq; neq; lineae. a. rationali posite. Cum sit enim quadratum lineae. f. g. ad quadratum lineae. f. h. sicut numerus. c. ad numerum. d. erit per euersam proportionalitatem quadratum lineae. f. g. ad quadratum lineae. g. h. sicut numerus. c. ad numerum. e. Cum itaq; c. sit numerus quadratus. e. vero non quadratus; sequitur per vltimā partem. z. vt linea. g. h. sit incommensurabilis lineae. f. g. in longitudine. Relinquitur igitur ipsam. g. h. esse rationalem in potētia tantum & a definitione lineas. f. g. & g. h. componere binomium primum; quod erat inueniendum.

Castigator.

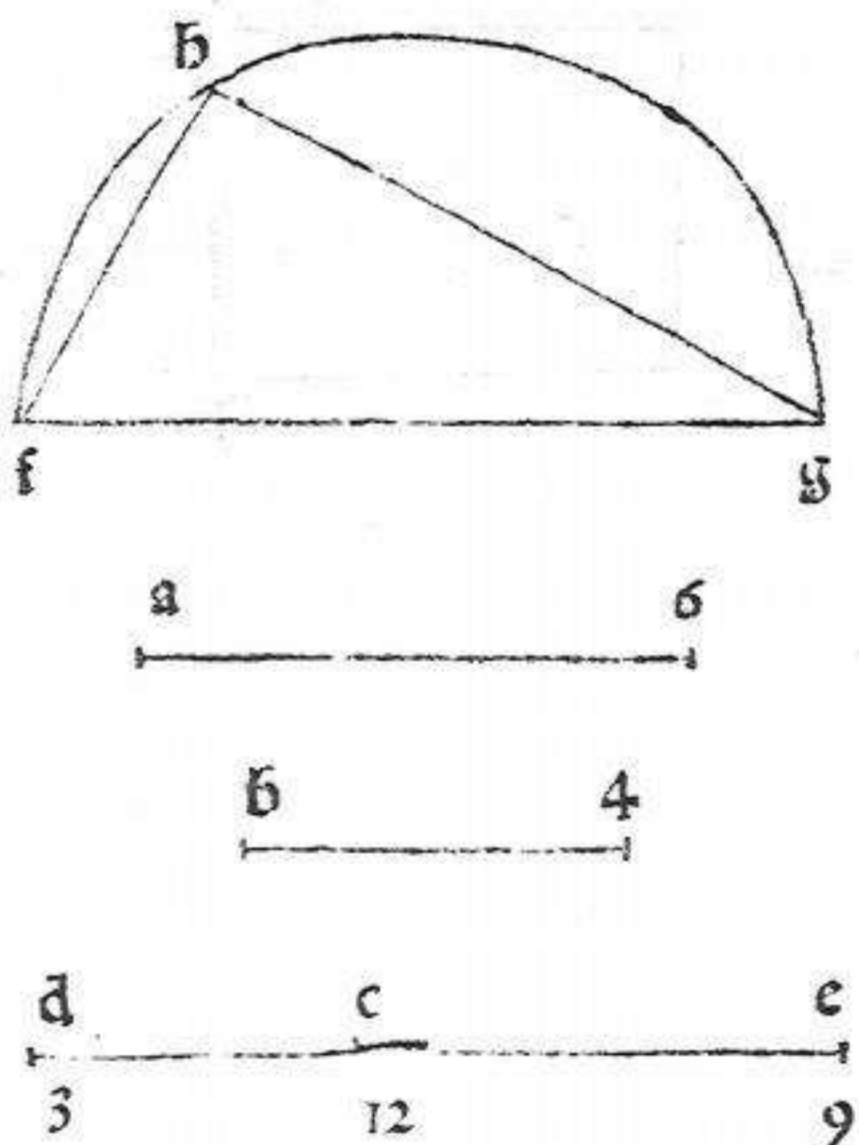
a Que. f. g. reperitur; vt in. 17. huius. sed ponendo numerum. b. minorem numero. c. s. b. 4. & c. 16. necessario linea. f. g. erit longior linea. a. & quia numerorum quadratorum proportio laterum suorum est duplicata per vndecimam octauī ac etiam dictarum linearum quadrata per 18. sexti. sunt suorum correlatiuorum laterum in duplicata proportione que est similis illi laterum dictorum numerorum; & cum dicti numeri ponantur quadrati scilicet. 4. & 16. eorum latera erunt. 2. & 4. inter que ponat vnitas; vt supra in quinta huius & 11. apparet. Modo quecunq; fuerit illa linea inuenienda erit communicans lineae. a. posite; vt dictum est & earum communis mensura erit in. a. totiens & cetera. vt ibi dictum est in. 17. postea inuenitur alia. f. h. simili modo ad cuius quadratum se habeat quadratum lineae. f. g. sicut. c. numeri ad. d. numerum penitus sicut inuenimus. f. g. & procedendo semper similiter habebis propositū & ideo supra in. 17. docuit inuenire plures huiusmodi lineas & c. etiam dicendo si. 16. dat. 9. quid dabit. 144.

Propositio. 43.

Inomium secundum reperire.



I Sit vt prius. a. rationalis linea posita. b. vero numerus quadratus. c. vero sit numerus non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum & e. quadratum. Ita tamen q; proportio totius. c. qui est non quadratus ad. d. qui est etiam non quadratus sit sicut numerorum quadratorum; talis autem numerus est. 12. & 48. diuisibilis enim est. 12. in. 9. quadratum numerum & 3. non quadratum; estq; proportio. 12. ad. 3. sicut. 16. ad. 4. quorum vterq; quadratus eodem modo. 48. diuisibilis est in. 36. & 12. Tales autem numeros sic reperies. Sit. a. numerus quadratus. b. quoq; sit vnitate minor. cuius quadratū sit. c. At vero. d. pueniat ex. b. in. a. eritq; ex prima incidētū noni. b. d. r. a. d. ad. c. Ducatur idē. a. in. c. & pueniat. e. eritq; e. quadratus ex prima parte correl. secūde noni eo q; vterq; numeroz. a. & c. est qdratus p hypothesim. Fiat rursus. f. ex. a. in. d. eritq; f. qualē qrimus. Est. n. ex vltima pte pdicti correl. numerus. f. nō qdratus; eo q; d. nūerus



fit non quadratus. Si, n. d. numerus esset quadratus: esset quoq. b. quadratus. ex. 2. pte eiusdem correl. 2. noni ff ex. 22. octavi: ff quia a. est quadratus esset p. 16. eiusdem: tertius continue proportionalis inter a. ff. b. quod est impossibile cum sint sola vnitare distantes. Non est igitur .d. quadratus quare nec. f. Est enim. f. equalis. d. ff. e. qm cum. b. sit differentia, d. ad. c. vt patet ex premissis: erit p primam incidentium noni quod fit ex. a. in. d. equum his que fiunt ex. a. in. b. ff in. c. ¶ Et quia ex. a. in. b. fit. d. ff in. c. fit e. sequitur vt. d. sit differentia. f. ad. e. Et quia per. 18. septimi est. f. ad. e. sicut. d. ad. c. erit permutatum. f. ad. d. sicut. e. ad. c. Cūq. vterq. duoz. numeroz. e. ff. c. sit quadratus manifestum est numez. f. ee qualē volumus. Est enim non quadratus diuisibilis in. d. non quadratum ff. e. quadratum: cuius pportio ad. d. est sicut quadrati ad qdratum videlicet. e. ad. c. cetera oia sint vt prius. ¶ Dico q. linee. f. g. ff. g. h. cōponunt binomium secūdū Cum. n. sit qdratum. a. ad quadratum. f. g. sicut. b. ad. c. rursusq. quadratū f. g. ad quadratum. g. h. sicut. c. ad. e. erit p equam pportionalitatem qdratum. a. ad quadratum. g. h. sicut. b. ad. e. cū igit vterq. duoz. numeroz. b. ff. e. sit quadratus erit p secūdam ptem. 7. ff. linea. g. h. cōicans in longitudine linee .a. ratiōali posite: de linea vero. f. g. cōstat q. ipsa sit rationalis in potentia tñ non cōicans linee. a. rationali posite in longitudine p vltimam partem. 7. que cū sit potentior linea. g. h. in qdrato linee. f. h. p. 30. tertii ff penultimam primi cōicet aut linea. f. h. linee. f. g. in longitudine per secundam partem 7. eo q. eorum quadrata sunt in pportione numeroz. c. ff. d. quorum est proportio sicut numerorum quadratorum p ypothesim: constat propositum. ¶ Aliter quoq. idem esto linea. g. h. com-
 muniens. a. rationali posite in longitudine quam facile est inuenire. Sitq. c. numerus quadratus diuisibilis in quadratum. d. ff non quadratū. e. sitq. proportio quadrati linee. g. h. ad quadratum linee. f. g. sicut numerus. e. ad numerum. c. eritq. f. g. incommensurabilis linee. g. h. in longitudine per vltimam partem. 7. ff potentior ea in quadrato linee. f. h. cui communitat in longitudine primo per conuersam^b deinde per euersam proportionalitatem: ff per secundam partem. 7. ex diffinitione igitur linee. f. g. ff. g. h. componunt binomium secundum.

Castigator.

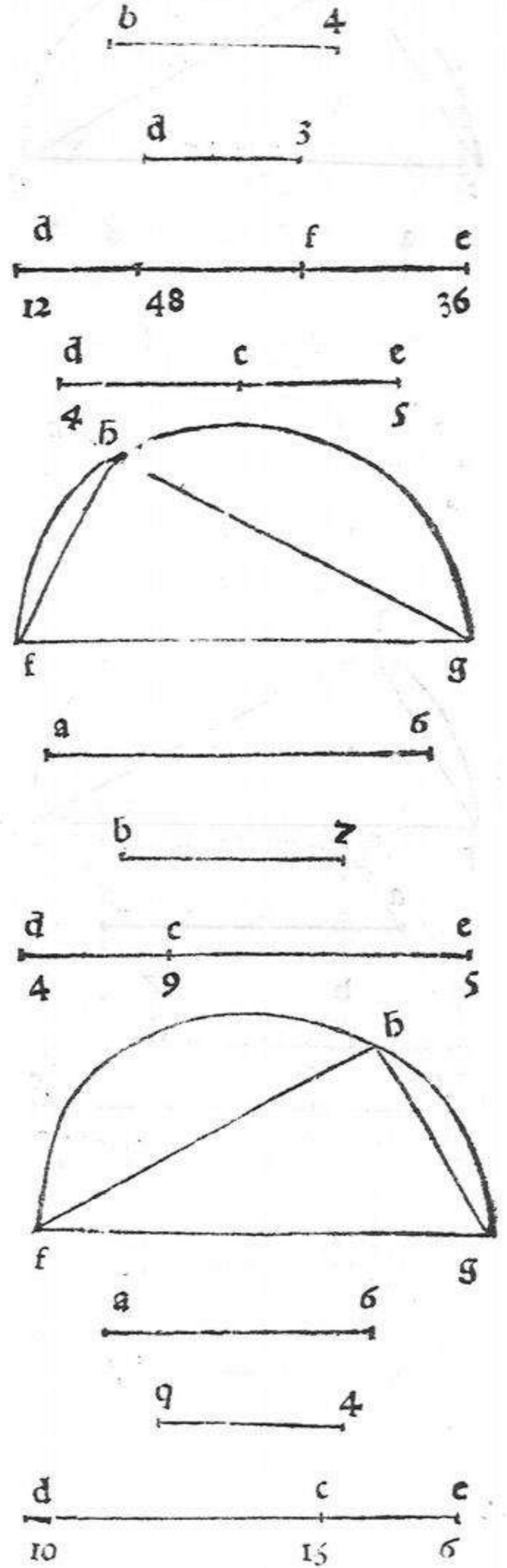
b ¶ Quia cum quadratum linee. g. h. sit ad quadratum. linee. f. g. sicut numerus. e. non quadratus ad numerum. c. quadratum ex ypothe. Ideo per conuersam proportionalitatem. quadratum. f. g. ad quadratum. g. h. sicut numeri. c. ad numerum. e. ff quoniam quadratum. f. g. equalit duobus quadratis. g. h. ff. f. h. per. 30. tertii. ff penultimam primi sicut numerus. c. equiualeat duobus numeris. e. ff. d. Igitur per euersam proportionalitatem quadratum. f. g. ad quadratum. f. h. sicut numeri. c. quadrati ad numerum. d. quadratum tunc per secundam partem. 7. linee. f. g. communitat linee. f. h. in longitudine ff.

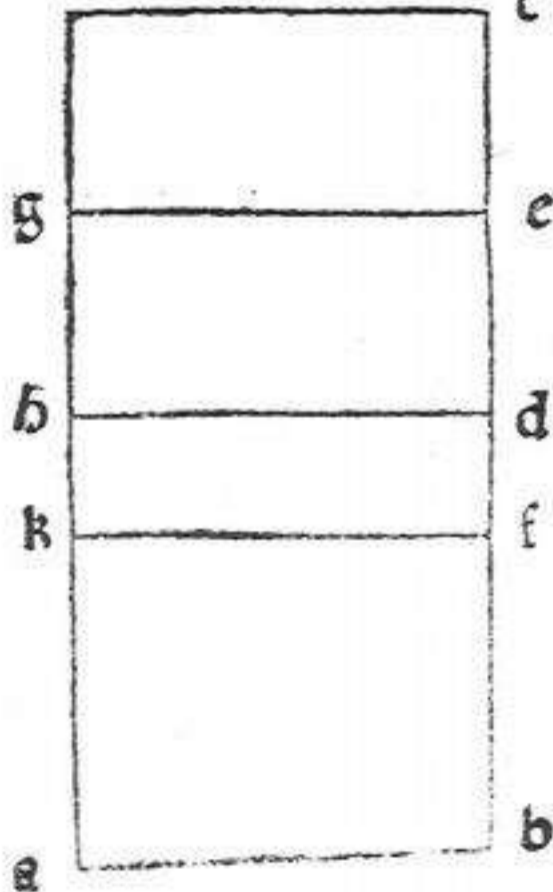
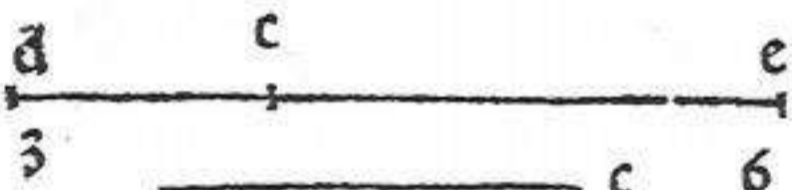
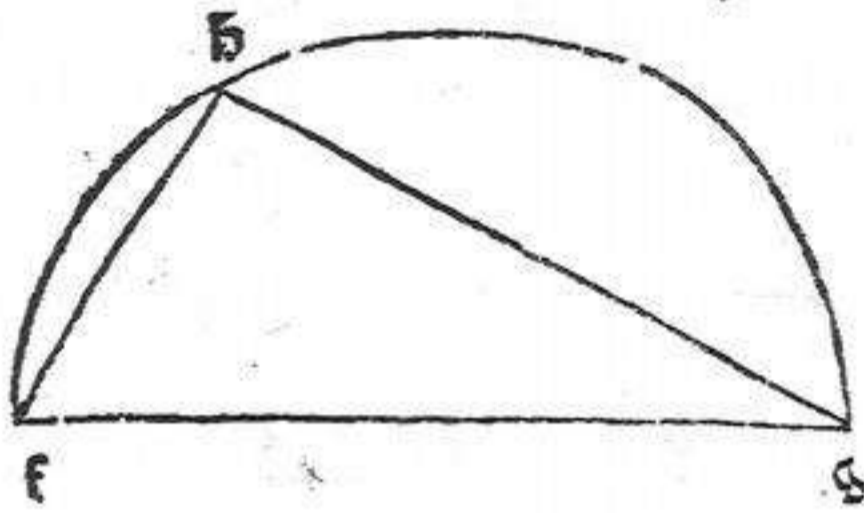
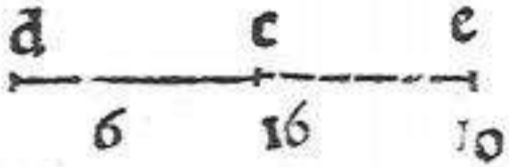
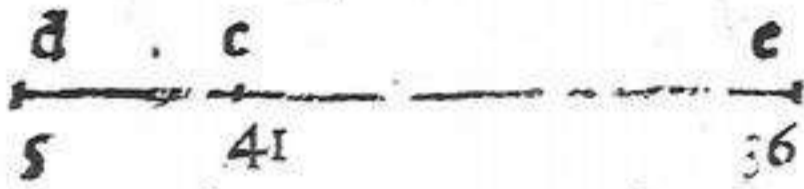
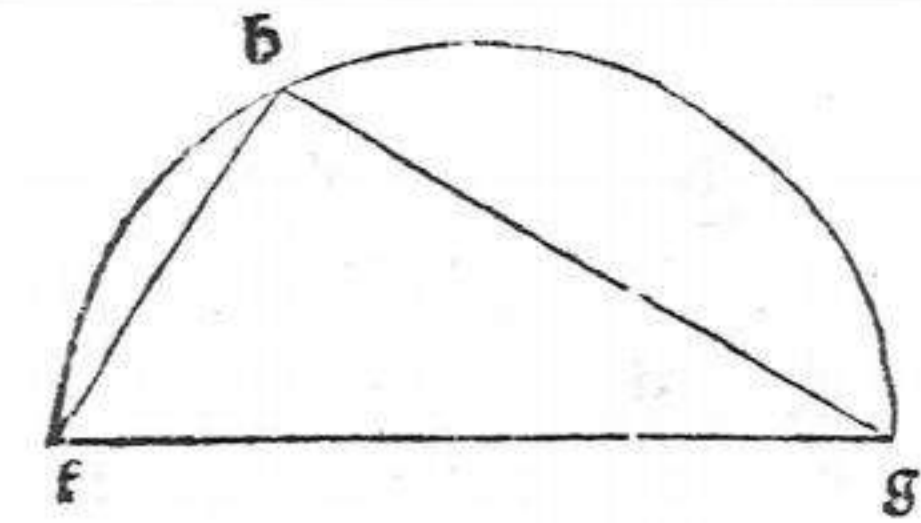
Propositio .44.

Inominum tertium inuestigare.



¶ Binomium quoq. tertiu sic reperitur: posita vt prius lineea. a. rationali in longitudine sit. b. nūerus primus. c. vero quadratus diuisibilis in quadratum. d. ff non quadratum. e. cetera omnia sint vt prius: dico q. due linee. f. g. ff. g. h. cōponunt binomium tertium: neutra enim earum ē commensurabilis in longitudine linee. a. rationali posite sed vtraq. incommensurabilis. f. g. quidem per vltimam partem. 7. h. g. vero per equā proportionalitatem ff vltimam partem. 7. Est enim per equam proportionalitatem quadratum linee. a. ad quadratum linee. g. h. sicut numerus. b. ad numerum. e. mediantibus: hinc quidem quadrato linee. f. g. inde vero numero. c. numeri autem. b. ff. e. non sunt in proportione aliquorum quadratorum: cum. b. sit numerus primus. si enim essent in proportione numerorum quadratorum: necesse esset per. 16. octavi





Et octavam eiusdem: tertium eis in continua proportionalitate interesse esset igitur per. 17. eiusdem numerus. b. superficialis quod est impossibile cum sit primus per hypothe. incomensurabilis est itaque linea. g. h. lineae. a. rationali posite ex ultima parte. 7. Quia ergo linea. f. g. potentior est linea. g. h. in quadrato lineae. f. h. ex. 30. tertii et penult. primi que communicat ei in longitudine ex scda pte. 7. et eversa pportionalitate ex diffinitione binomii tertii patet nostra intentio.

Propositio .45.

Binomium quartum scrutari.



In inuentione binomii quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi. excepto quod quadratus numerus. c. diuidatur in duos non quadratos qui sint. d. e. et cetera omnia negocianda sunt hic ex diffinitione binomii quarti sicut ibi ex diffinitione binomii primi.

Propositio .46.

Binomium quintum querere.



Huius inuentione sic est sicut binomii secundi: excepto quod numerus. c. non quadratus diuidetur in. d. non quadratum et. e. quadratum. ita tamen quod proportio. c. ad. d. non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. Cetera omnia sunt hic pquirenda ex diffinitione binomii quinti sicut ibi quae sunt ex diffinitione binomii scdi. Vel pone quod linea. g. h. sit cõicã lineae a. rationali posite in longitudine: et pone numerum. c. quadratum diuisum in duos non quadratos qui sint. d. e. pone itaque pportione quadrati lineae. g. h. ad quadratum. f. g. sicut numeri. e. ad numerum. c. deinde astrue propositum ex ultima parte. 7. et pntibus hypothesibus et conuersa et eversa pportionalitatibus et iterum ex ultima parte. 7. ex diffinitione binomii quinti.

Propositio .47.

Binomio sexto demum oportet insistere.



Binomium sextum sicut tertium scrutandum est et tamen erit hic numerus quadratus. c. diuisus in duos non quadratos. d. e. et cetera ut ibi eritque ex diffinitione binomii. 6. linea quam componunt. f. g. et. g. h. sibi inuicem directe coniuncte binomium sextum: quod est propositum inuenire.

Propositio .48.

Si fuerit superficies binomio primo lineaque rationali contenta: latus quod super ea potest binomium esse necesse est.



Sit superficies. a. c. contenta lineae rationali. a. b. et binomium primo quod sit. b. c. dico quod latus tetragonici superficiei. a. c. est binomium. Sit n. punctus. d. cõis terminus duarum portionum binomii primi. b. c. cuius maior portio sit. b. d. eritque rationalis in longitudine ex diffinitione: et cõmensurabilis lineae. a. b. rationali posite. Diuidat ite minor portio que est. d. c. per equia ad punctum. e. lineaque. d. b. diuidatur sub ea conditione ad punctum. f. quod inter partes eius que sunt. b. f. et. f. d. cadat. d. e. medio loco proportionalis: quod quodliter fiat in. 13. dcm est. Ducantur atque lineae. c. g. d. h. f. k. equidistantes lineae. a. b. et quae ex diffinitione binomii primi lineae. d. b. est potentior linea. d. c. in quadrato lineae sibi cõicantis in longitudine sequitur ex scda pte. 13. et quod due lineae. b. f. f. d. sint cõicantes: per. 9. igitur est utraque earum cõicans toti lineae. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine ideoque per. 15. utraque duarum superficieum. a. f. et. f. h. est rationalis. Describat itaque quadratum. l. m. cuius latus. l. r. equale superficiei. a. f. cui circumponatur gnomon pertracta dyagonali. l. m. n. ad eam quantitate quod ipsius gnomonis quadratum: quod sit. m. n. sit equale superficiei. f. h. duoque eius supplementa sint. p. m. et. m. q. que necesse est esse equalia duabus superficiebus. d. g. et. g. c. quod sic collige. Cum enim sit linea. d. e. medio loco proportionalis inter lineas. b. f. et. f. d. erit superficies. d. g. ex prima sexti medio loco proportionalis inter superficies. a. f. et. f. h. quare et inter quadrata. l. m. et. m. n. Et quia supplementum. p. m. est et medio loco pportionale inter quadrata dicta ex prima sexti: sequitur ut. p. m. sit

equalis. d. g. ideoq. m. q. g. c. Igitur linea. l. p. est latus tetragonum super-
 ficiei. a. c. hanc lineam dico esse binomium. Cum sint. n. ambo quadrata
 l. m. f. m. n. rationalia erunt ex diffinitione due linee. l. r. f. r. p. potentia
 liter rōnales. Est autem per primam sexti. a. f. ad. d. g. sicut. b. f. ad. d. e. Sed
 b. f. est incommensurabilis. d. e. f. quia. b. f. est rationalis simpliciter vt p
 batur. d. e. vero quia cōicat in longitudine. d. e. rōnali in potētia tm̄.
 Eritq. ipsa rōnalis in potentia tm̄ per. 18. quod ex premissis ypothesibus
 manifestum ē. Itaq. p secundam ptem. 10. superficies. a. f. ē incommensura-
 bilis superficie. d. g. igit f quadratum. l. m. supplemento. p. m. quare p primā
 sexti f secundā ptem. 10. linea. l. r. est incommensurabilis linee. r. p. Ex. 30.
 igitur constat lineam. l. p. esse binomium quod erat monstrandum.

Propositio 49.



S fuerit superficies linea rōnali binomioq. secūdo
 p tēta: latus eius tetragonū erit bimediale primū.

C Sit eadem figura eedemq. ypotheses que in premissa
 eritq. ex diffinitione binomii secundi linea. d. c. rationalis
 in longitudine: quare per. 15. vtraq. duarum superficie-
 rum. d. g. f. g. c. ideoq. f duo supplementa. p. m. m. q. erūt
 rationalia: linea vero. b. d. erit rationalis in potentia tantum: f diuisa
 in duas lineas communicantes. f. d. f. b. f. ex diffinitione binomii secundi
 f premissis ypothesibus f secunda parte. 13. per. 19. igitur erit vtraq. duarū
 superficie. a. f. f. f. h. ideoq. f vtrumq. quadratorum. l. m. f. m. n. me-
 diale. itaq. ambe linee. l. r. f. r. p. sunt mediales in potētia quoq. cōicantes
 nam cū linea. b. f. cōicet linee. f. d. sequitur ut. a. f. cōicet. f. h. quare qdratum
 l. m. qdrato. m. n. ideoq. f linea. l. r. linee. r. p. i potētia: in longitudine at
 non cōicant: qm̄ vna earū ad alterā ē sicut. l. m. ad. m. p. Cū igit. l. m. nō
 cōicet. m. p. eo q. altera medialis videlicet. l. m. altera nō rōnalis videlicet
 m. p. sequitur vt. l. r. non cōmunicet in longitudine. r. p. quia igitur ipse
 continet superficiem rationalem que est. m. p. constat lineam. l. p. ex
 31. huius esse bimediale primum.

Propositio 50.



S binomio tertio ac linea rōnali superficies pti-
 neatur linea in eam potens erit bimediale secūdu.

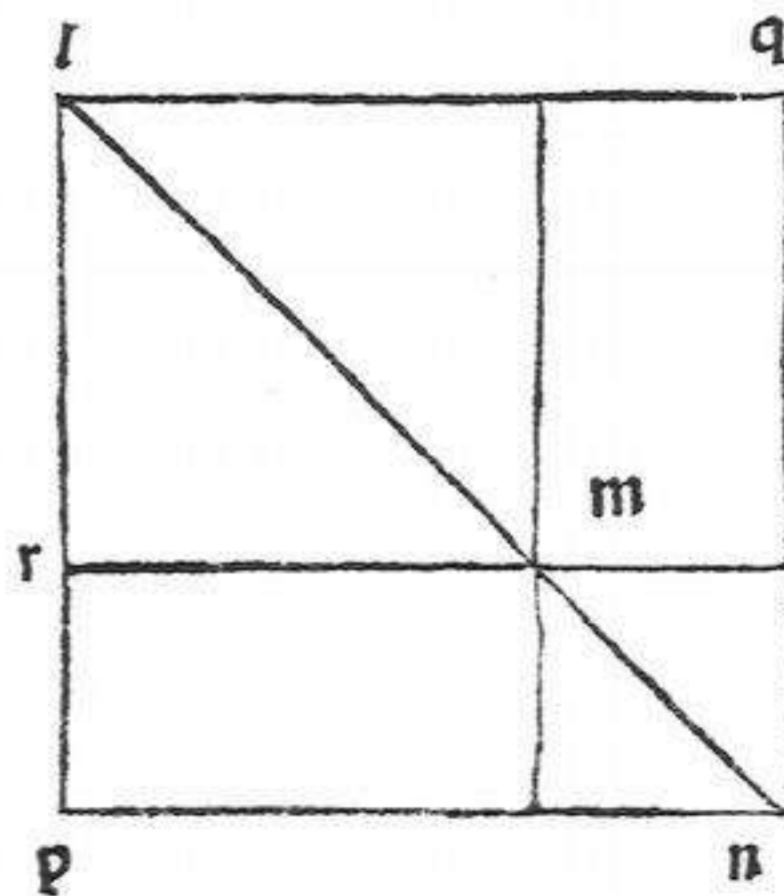
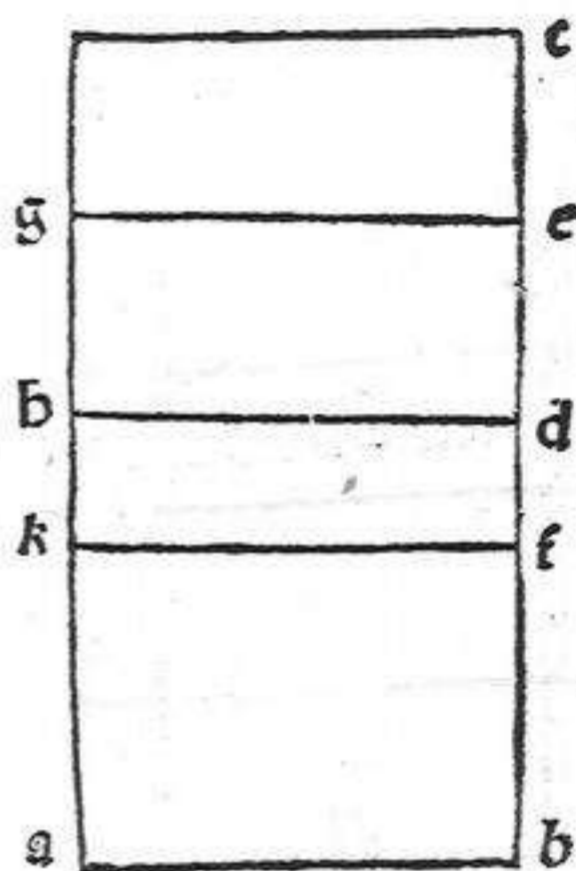
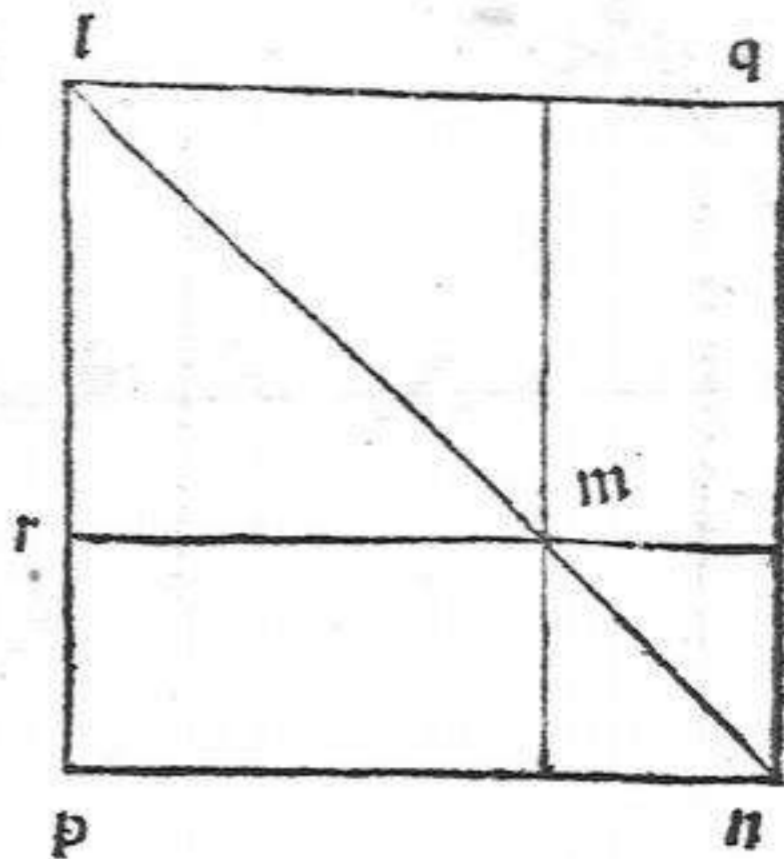
C Dispositio f ypotheses maneāt vt supra. Eritq. ex his
 ypothesibus f diffinitione binomii tertii f. 19. vnaqueq.
 quatuor superficie. a. c. me-
 dialis: quare vtrumq. duorū qdratorū. l. m. m. n. f vtrūq.
 duorū supplementorū. p. m. f. m. q. erit et mediale vtraq. igit duarū linea-
 rum. l. r. f. r. p. erit medialis. f cum due superficies. a. f. f. f. h. sint commu-
 nicantes eo q. duelinee. b. f. f. f. d. sunt communicantes per secundam par-
 tem. 13. erunt due linee. l. r. f. r. p. communicantes in potentia in longitu-
 dine vero non. quia superficies. l. m. non communicat cum superficie. m.
 p. eo q. neq. a. f. communicat cum. d. g. Nam linea. b. f. non communi-
 cat cum. d. e. cum igitur ipse contineant superficiem medialem que ē. p.
 m. constat ex. 32. lineam. l. p. esse bimidiale secundum qd est propositum.

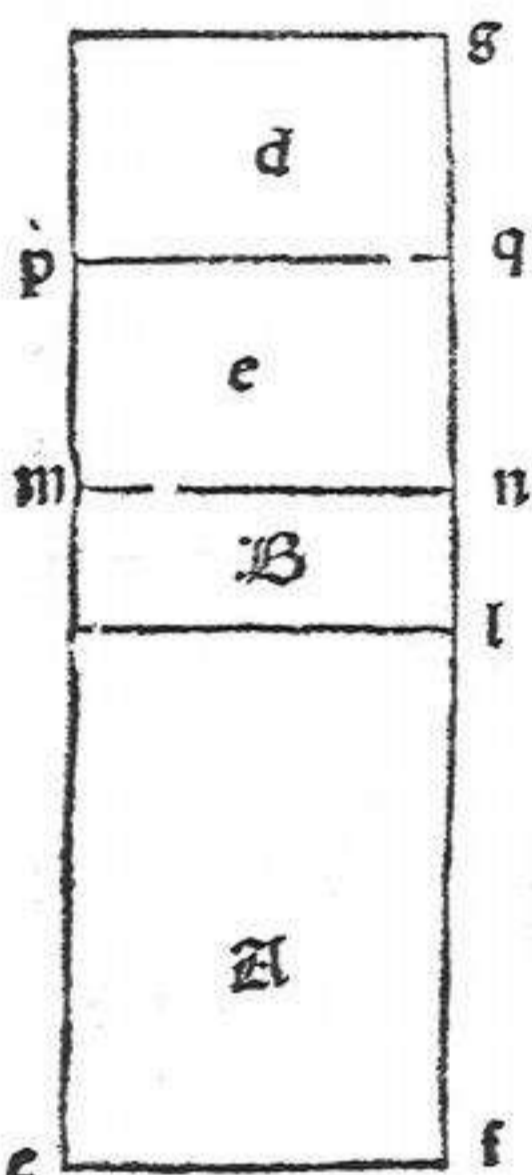
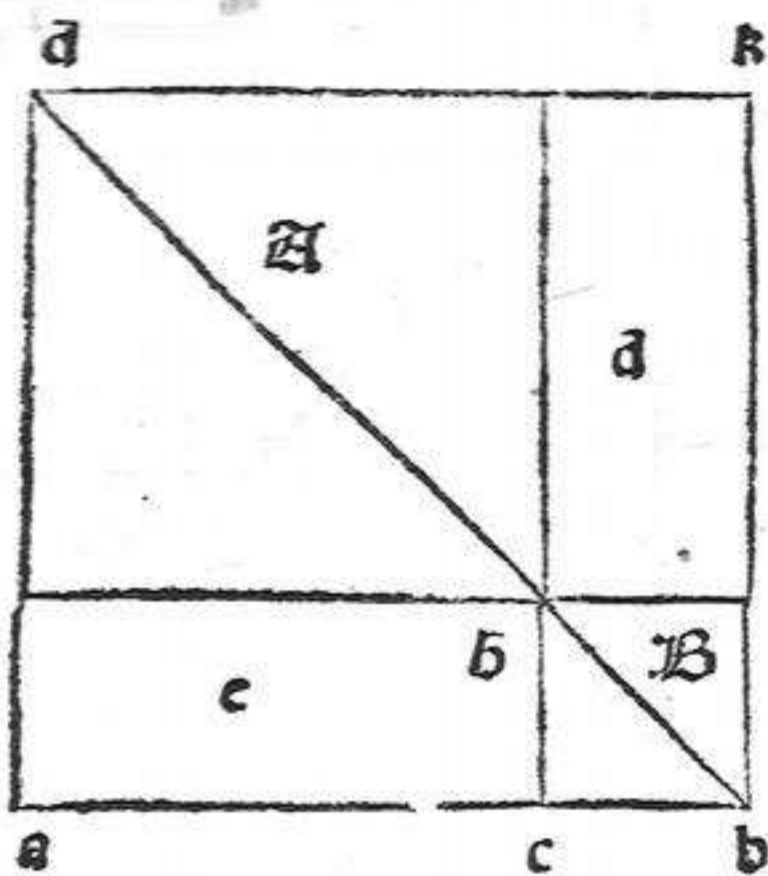
Propositio 51.



S linea rationali binomioq. quarto superficies pti-
 neatur: que i eam superficiem potest ē linea maior.

C Cunctis vt in premissis manētibus erit ex ypothe. f
 diffinitione binomii quarti f. 19. vtraq. duarum superfi-
 cierum. d. g. f. g. c. quare f vtraq. duarum. p. m. f. m. q.
 medialis duob. quadrata. l. m. f. m. n. pariter accepta ra-
 tionale eo q. superficies. a. d. est rationalis per diffinitionem binomii
 quarti. f. 15. Et quia. d. b. diuiditur in puncto. f. in duo incommunicantia
 per secundam partem. 14. erit superficies. a. f. incommensurabilis superfi-
 ciei. f. h. I deoq. f quadratum. l. m. quadrato. m. n. due igitur linee. l. r. f.
 r. p. sunt incommensurabiles in potentia que cum contineāt superficiem





medialem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale constat per. 33. lineam. l. p. esse lineam maiorem quod erat monstrandum.

Propositio. 52.



Ifuerit superficies linea rationali atq; binomio quanto contenta quecumq; in eam linea potens in rationale & mediale esse ex necessitate conuincitur. **H**ic in hac quoq; est aliquid ex priorum dispositione & positionibus mutandum; & eis enim manentibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomii quinti & 15. vtraq; duarum superficierum. d. g. & g. c. quare vtraq; duarum. p. m. & m. q. rationalis. Totaq; a. d. quare & quo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta medialis ex. 19. cumq; ex secunda parte. 14. sit linea. f. b. incommensurabilis linee. f. d. ideoq; superficies. a. f. superficiei. f. h. & quadratum. l. m. quadrato. m. n. erit linea. l. r. incommensurabilis in potentia linee. r. p. at quia ipse continet superficiem rationalem. p. m. & earum quadrata ambo pariter accepta sunt mediale conclude ex. 34. lineam. l. p. esse potentem in rationale & mediale; quod promissum est.

Propositio. 53.



Ibinomio sexto lineaq; rationali superficies contineatur linea que in eam potest; in duo medialia potens esse probatur. **H**ec. 53. adhuc te substatinet ociari a pingendo figurast contenta enim est premissis dispositione & positionibus. Quibus stantibus necesse est ex ipsis positis & dispositione i. diffinitione binomii postremi & 19. qualibet ex superficieribus. a. d. & d. g. & g. c. propter quod & ambo quadrata. l. m. & m. n. pariter accepta & p. m. & m. q. esse medialem. Cumq; b. f. & f. d. propter quod a. f. & f. h. ideo q; l. m. & m. n. sint incommensurabiles erunt due linee. l. r. & r. p. incommensurabiles in potentia. at quia ipse continent superficiem medialem. p. m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale quod est. duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile; quod ex eo probatur q; superficies. b. h. est incommensurabilis superficiei. h. c. propter hoc q; linea. d. b. est incommensurabilis linee. d. c. sequitur ex. 35. lineam. l. p. esse que potest in duo medialia.

Propositio 54.



Ilinee rationali equus quadrato binomii rectangulum adiungat; latus eius secundum binomium primũ esse conueniet. **H**ec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinem. Huius autẽ hec intetio. Sit linea. a. b. binomium diuisa ad punctum. c. in duas lineas. a. c. & c. b. s̄m suam diffinitionem aut terminum eiusq; a. b. quadratum sit. b. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. e. g. equalis quadrato. b. d. **D**ico q; latus secundum huius superficiei quod est linea. f. g. est binomium primum. Diuidatur enim quadratum. b. d. in duo quadrata. b. h. & h. d. que sint quadrata duar; portionum binomii; & in duo supplementa. a. h. & h. k. quorum vtrunq; continetur sub duabus portionibus binomii; eritq; ex diffinitione binomii que habetur per. 30. vtrunq; istorum quadratorum rationale. & per. 19. vtrunq; supplementorum mediale. Ex superficiei igitur. e. g. abscindatur superficies. e. l. equalis quadrato. d. h. & l. m. equalis q̄drato. h. b. & n. p. equalis vni duorum supplementorum. a. h. vel. h. k. Eratq; p. g. residua equalis reliquo supplemento. Quare per primam sexti linea. n. q. est equalis linee. q. g. **E**x premissis

autem manifestum est q̄ vtraq; duarum superficierum. e.l. & l.m. & ideo tota superficies. e.n. est rationalis. Et vtraq; duarum equalium .n.p. & p.g. ideo tota. m.g. medialis. quare per .16. vtraq; duarum linearum f.l. & l.n. & tota linea. f.n. rationalis in longitudine: & linee. e.f. rationali posite commensurabilis: & per .20. vtraq; duarum. n.q. & q.g. & tota. n.g. rōnalis in potentia tantum incōmensurabilis linee. m.n. & ideo linee. e.f. sibi equali & per consequens & linee. f.n. in longitudine. ¶ Si igitur linea f.n. que est maior linea. n.g. vt ex primo duorum antecedentium. 35. demonstrationi subiūctorum & prima sexti apparet: fuerit potentior linea. n.g. minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomii primi manifestum est lineam. f. g. esse binomium primum. ¶ Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata .d.h. & h.b. sit p̄ primā sexti superficies. a.h. medio loco proportionalis: conuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem. m.q. esse inter superficies. e.l. & l.m. medio loco proportionalis. Quare per primam sexti linea. n.q. que est medietas linee. n.g. est in medio loco p̄portionalis inter duas lineas f.l. & l.n. quod igitur fit ex. f.l. in. l.n. est quantum quod ex. n.q. in se p̄. 16. sexti: ideoq; per. 4. secundi quantum quarta pars quadrati linee. n.g. Itaq; per primam partem. 13. cum linea. f.n. diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q̄ ad complendam totam lineam. f.n. desit superficies quadrata in duo communicantia ad punctum. l. erit. f.n. potentior. n.g. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio .55.



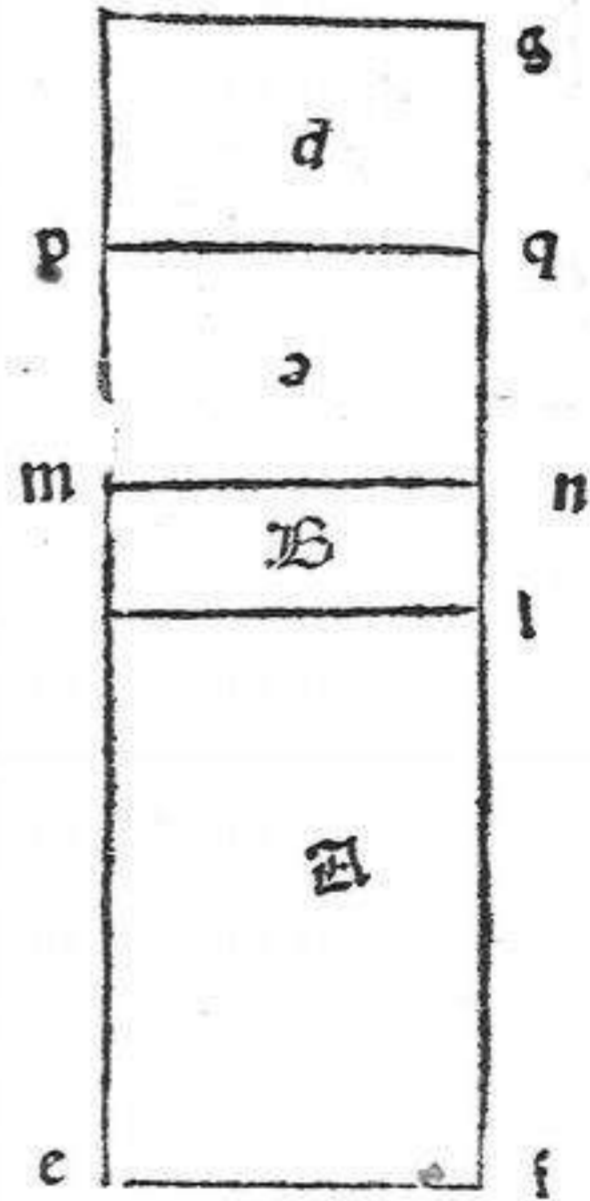
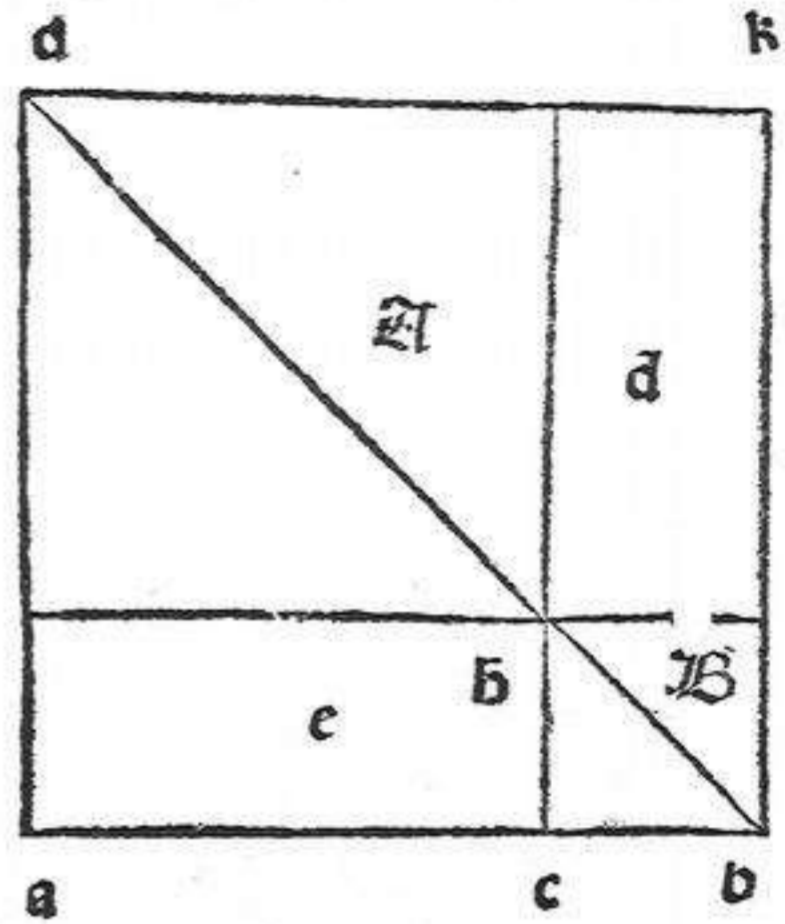
S linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiungatur latus eius reliquum binomium secundum esse oportebit.

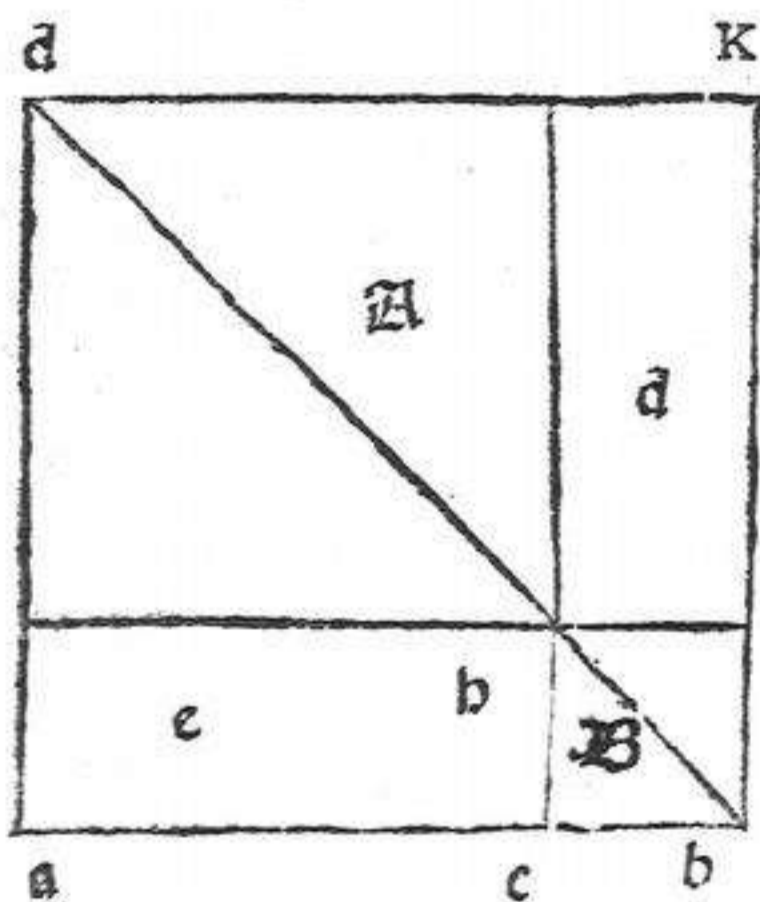
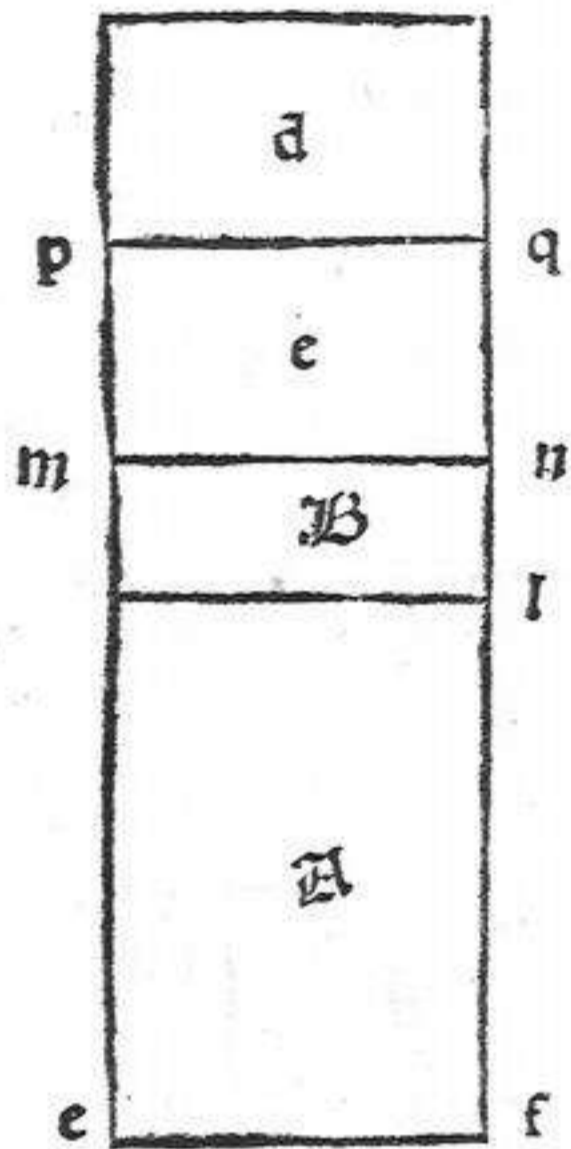
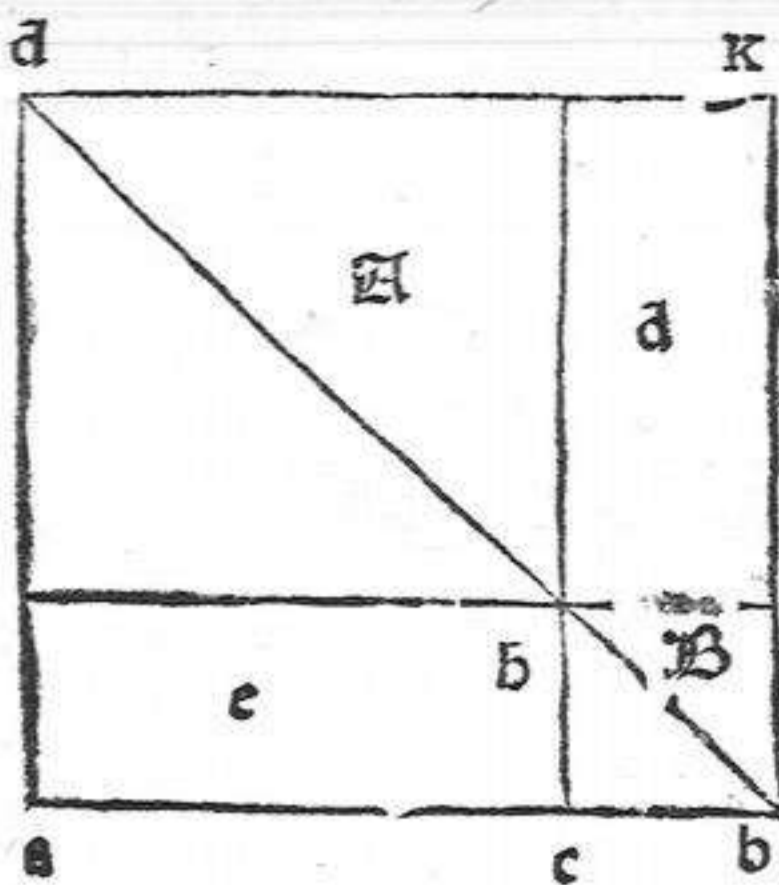
¶ Sit linea. a.b. bimediale primum diuisa ad punctum c. secundum suum terminū. Cetera autē sint vt prius: dico lineam. f.g. esse binomium secundum erit enim superficies m. g. rationalis eo q̄ partes bimedialis primi continent superficiem rōnalem & superficies tres. e.l.l.m. & tota. e.n. mediales communicantes eo q̄ portiones bimedialis primi sunt linee mediales potentia tantum communicantes ex. 31. per. 16. igitur erit linea. n.g. rationalis in longitudine cōmensurabilis linee. e.f. rōnali posite. & p̄. 20. linea. f.n. rōnalis i potentia tñ que cum sit maior linea. n.g. ex primo duorum antecedentium demonstrationi. 35. adiūctorum & prima. 6. eaq; potentior quadrato linee communicantis secum in longitudine ex prima parte. 13. erit a diffinitione linea. f.g. binomium secundum quod est propositum.

Castigator.

b ¶ Nota q̄ tñ valet dicere practice. & & .450. plus & & .18. qđ est bimediale secundū quantum dicere & .v. & .648. plus & .360. scilicet radix vniuersalis totius compositi & vult dicere q̄ accepta radice de. 360. Et illa posita super radicem de. 648. & huius aggregati summere radicem. quod probatur in quadrando eas. & vna queq; facit. & .648. plus & .360. vt. patet operando & cetera.

c ¶ Quia ex primo duorum antecedentium cum linea. a.b. diuidatur per inequalia in puncto. c. quoniam due linee componentes bimediale primum vna est maior altera ex .25. huius. Et ideo duo quadrata earum sunt amplius duplo superficiei vnus in alteram quare superficies. e. n. maior est superficie. m. g. cum. e. n. equatur duobus quadratis duarum linearum. a.c. & c.b. & m.g. duobus supplementis. Et ideo per primam sexti. n.f. maior est. m.g. reliqua sequuntur & c.





Propositio 56.



Si adiuncta fuerit linee in longitudine rationali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis secundum di-
latus eius secundum binomium tertium esse necesse est.

¶ Si fuerit linea. a. b. bimediale secundum diuisa per terminum suum
ad punctum. c. reliqua uero omnia fuerint ut prius: erit linea
f. g. binomium tertium. Erit. n. ex. 32. et nostris positioibus utra
que superficies. e. n. et m. g. medialis: que per. 20. utraque duarum linearum. f. n. et n. g.
erit rationalis in potentia terminum: at quia bimedialis secundum partes sunt conicantes
in potentia terminum erit superficies. e. l. conicans superficiem. l. m. et ideo linea. f. l. li-
nee. l. n. potentior: ergo est per primam partem. 13. f. n. que sit. n. g. in quadrato linee
sibi conicantis in longitudine. Cumque sint superficies. a. h. et quadratum. h. b. in-
commensurabilia eo quod linee. a. c. et c. b. incommensurabiles: ideoque et ambo
quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis: eo quod quadra-
ta sibi inuicem conicant ex ypothesi supplementa quoque cum sibi inuicem sint equalia:
sequitur ut superficies. e. n. sit incommensurabilis superficiem. m. g. et ideo linea
f. n. linee. n. g. per definitionem igitur est linea. f. g. binomium tertium: quod est propositum.

Propositio 57.



Si linee rationali rectangulum equum quadrato linee
maioris adiungatur alterum se continentium late-
rum erit binomium quartum.

¶ Si hec quoque fuerit linea. a. b. linea maior diuisa secundum
terminum suum ad punctum. c. cunctaque reliqua non fuerint aliter
quam prius: erit linea. f. g. binomium quartum. Cum enim sint
ambo quadrata portionum linee maioris pariter accepta rationale erit superficies
e. n. rationalis: ideoque per. 16. linea. f. n. rationalis in longitudine conicans linee. e. f.
rationali posite: superficies uero. m. g. erit medialis propter illud quod portiones linee
maioris continent superficiem medialis: itaque per. 20. linea. n. g. est in potentia ra-
tionalis terminum: et quia et portiones prefate linee. a. b. sunt potentialiter incommen-
surabiles superficies. e. l. incommensurabilis erit. l. m. ideoque linea. f. l. li-
nee. l. n. igitur per primam partem. 14. linea. f. n. est potentior linea. n. g. in
quadrato linee sibi incommensurabilis: ex definitione igitur est linea. f. g.
binomium quartum: quod erat propositum.

Propositio 58.



Si linee rationali quadrato linee potentis supra rationale
et mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur
alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea. a. b. ea que potest supra mediale et rationali
diuisa secundum eius definitionem ad punctum. c. nihil imutet de
reliquis: sequiturque linea. f. g. esse binomium quintum. Cum enim
partes huius linee. a. b. continent rationalem superficiem necesse est ut super-
ficies. g. m. ideoque per. 16. linea. n. g. sit rationalis. Cumque ambo quadrata por-
tionum huius linee pariter accepta sint mediale erit superficies. e. n. media-
lis: et per. 20. linea. f. n. rationalis in potentia terminum: at quia portiones predictae li-
nee sunt incommensurabiles in potentia: erit superficies. e. l. incommensurabilis
superficiem. m. l. ideoque et linea. f. l. linee. l. n. potentior igitur est per primam
partem. 14. linea. f. n. linea. n. g. in quadrato linee sibi incommensurabilis: per
definitionem itaque binomii quinti concludere propositum.

Propositio 59.



Etotiens adiuncta fuerit linee rationali superfici-
es rectangula equalis quadrato linee potentis in
duo medialis eiusdem superficiem latus secundum binomi-
um sextum esse conuincitur.

¶ In hac. 59. sit linea. a. b. linea potens supra duo media-
lia: que autem preter hec sunt sicut supra maneat et erit tunc
linea. f. g. binomium sextum quod ignorare non poteris si premissoz eius
quod. 35. proponit in memoriam non fueris: et sic patet in hac nostra intentio.

Propositio .60.



An is linea cuilibet binomiorum comunicans sub eadem specie binomium esse probatur.

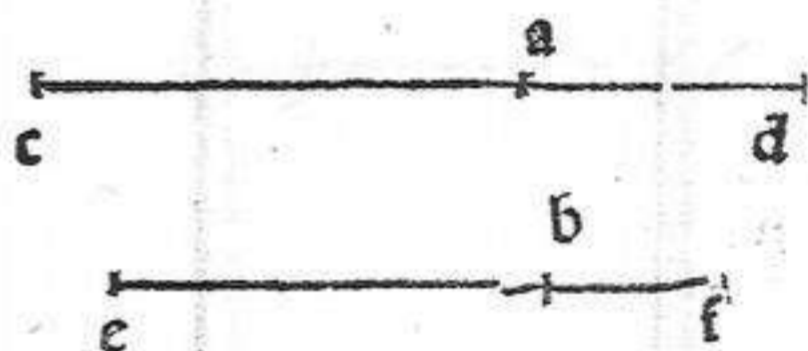
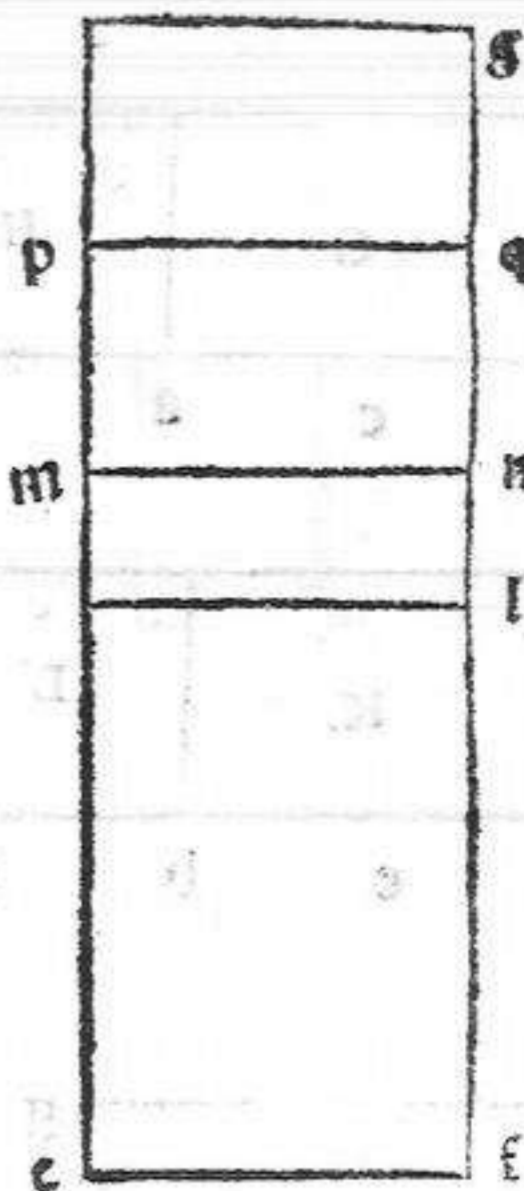
Sit linea .a. binomium cuius vis speciei: sitq; linea .b. sibi cōicans in longitudine: dico lineam .b. eē binomium eiusdē speciei cuius .a. Sint enim binomiales portiones

a .c. & .d. eruntq; ambe rationales in potentia tantū comunicantes p. 30. linea vero .b. diuidatur per .n. sexti p̄m p̄portionem .c. ad .d. in .e. & .f. eritq; p̄ coniuñctam & euersam & permutatā proportionalitatem .c. ad .e. & .d. ad .f. sicut .a. ad .b. cum sint igitur .a. & .b. cōicantes: erūt etiam per primam partem .10. c. & .e. itēq; .d. & .f. cōicantes. Si igitur fuerit .c. rationalis in potentia tantum erit & .e. si autem in longitudine & .e. Eodemq; modo si .d. est rationalis in potentia tm̄ vel etiam in longitudine. erit quoq; & .f. similiter. & ex .12. si potentior est .c. d. quadrato linee sibi cōmensurabilis in longitudine vel si forte incōmensurabilis erit. & .e. potentior .f. in quadrato linee sibi cōmensurabilis vel etiam incōmensurabilis: necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorū vt eiusdem speciei binomii sint .a. & .b. Si autem linea .b. cōicet binomio .a. in potentia tm̄ erit etiam & sic linea .b. binomium b̄ autē eiusdē speciei non est necessarium imo impossibile est vt ambo simul cadāt sub prima specie binomiorum. vel sub secunda quarta vel quinta: sed necesse est vt ambo cadāt sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnum enim eorum eē i aliqua ex tribus primis speciebus & aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile. Cum enim .a. comunicet cum .b. in potētia tantum. c. quoq; cum .e. & .d. cum .f. cōicabit tm̄ in potentia ex .10. Si igitur alterutra duarū linearum .c. & .d. fuerit rationalis in longitudine non erit sua compar ex lineis .e. & .f. rationalis in longitudine. Non est itaq; possibile vt .a. & .b. cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum portionum binomii est rationalis in longitudine. hec autem species sunt: prima & secunda quarta & quinta. At vero quia per .12. due linee .c. & .e. simul potentiores sunt duabus lineis .d. & .f. in quadratis duarū linearum sibi in longitudine comunicantium aut incōicantium: necesse est vt ambo binomia .a. & .b. simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem .b. quid dubitas esse binomium cum sint enim .c. & .e. comunicantes in potentia tantum: similiter quoq; .d. & .f. sint autem .c. & .d. rationales in potentia tantum: conuincitur .e. & .f. esse rationales in potētia tantum: que quia nō cōicant in longitudine sicut nec eis proportiōales .c. & .d. ipse componunt indubitanter binomium per .30. huius.

Castigator.

a Sub eadem specie .s. principali. Quia binomiorum due sunt species principales: vt supra .41. huius posite sunt prime speciei lōgiores binomiorum portiones potētiōres sunt breuioribus in quadrato linee eiusdē lōgioribus cōicatis & secūde speciei lōgiores potētiōres sunt breuioribus in quadrato linee eiusdē lōgioribus incōmensurabilis in lōgitudine & vtraq; istaz̄ habet tres spēs: pria habet binomium p̄mū sc̄dm & tertium. & sc̄da quartū quintū & sextū. **b** Et ideo si duo binomia cōicāt solū in potētia nō est possibile vt ambo cadāt sub eadē spē particulari primi secūdi quarti & quinti. hoc est alteri illoz̄ h̄ntium alterā portionū rōnalem: qa cōpares portiones eoz̄ nō corespōderent in rationalitate vel irrationalitate: sed erunt ambo sub tertia principalis prime. aut sub tertia principalis secūde. hoc est tertium aut sextum binomium. Sed qñ duo binomia cōicarent in longitudine & eorum portiones essent in longitudine cōmensurabiles: tūc bñ possunt eē sub eadē specie particulari: hoc est ambo: sub prima ex primis tribus vel secunda vel tertia: & sic sub eadem specie aliqua ex tribus postremis: vt patet arguendo ex adductis coniuñcta euersa & permutata proportionalitatibus: quia tunc semper eorum compares portiones con-

m



responderet in ronalitate irrationalitate cōicatiōe vel cōmēsurabilitate.

Propositio .61.



Anis linea alterutri bimedialium commensurabilis: sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

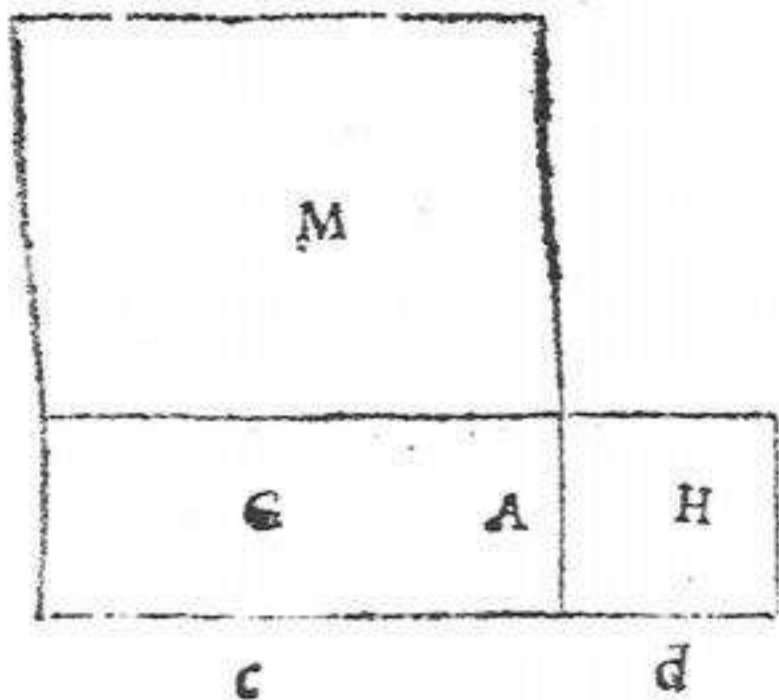
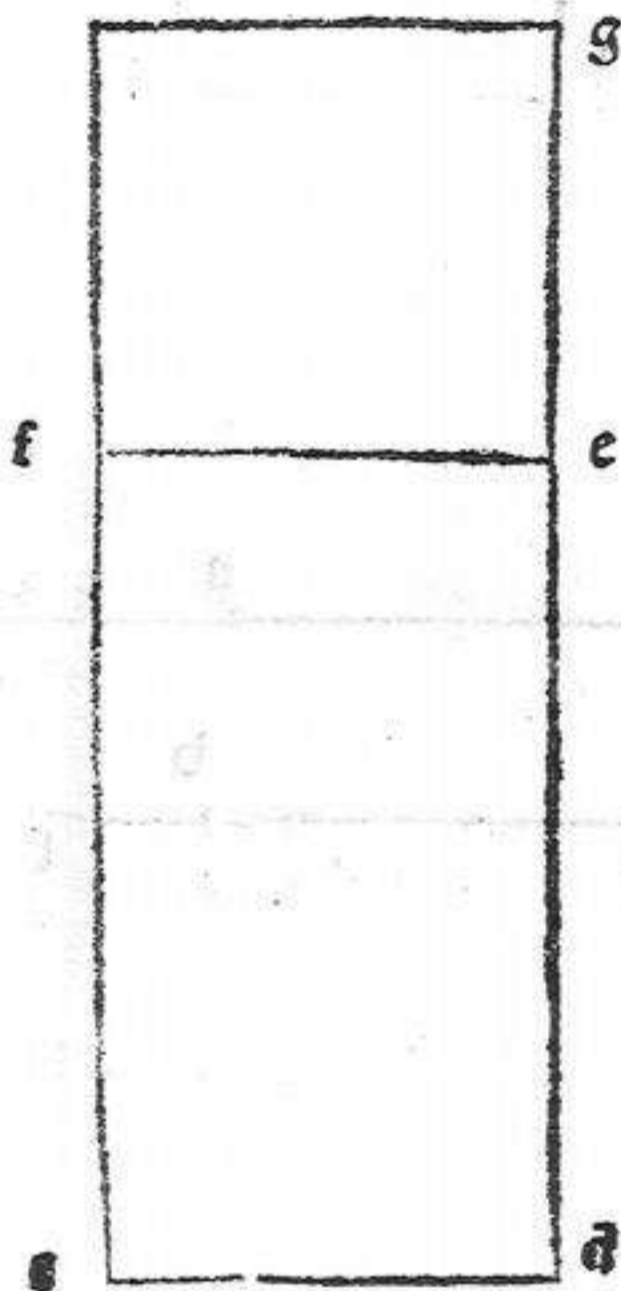
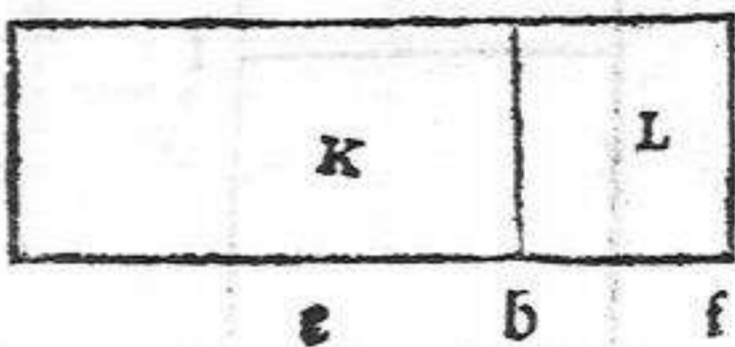
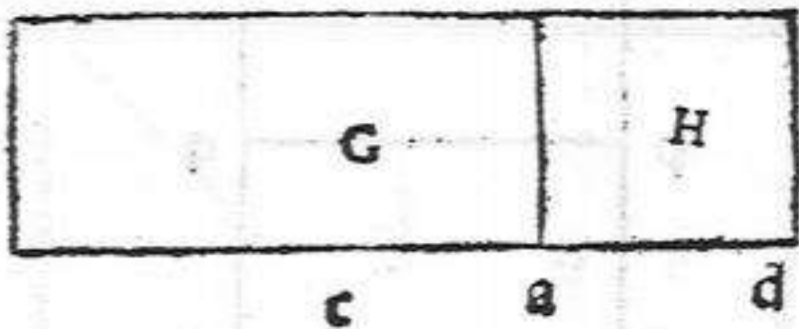
Veritatem habet quod dicitur siue in longitudine siue etiam in potentia tñ cōmunicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim due linee cōicantes. a. & b. quouis duorum modoz predictorum. sitq. a. bimediale primum vel secundum. dico q. etiā. b. est bimediale primum vel secundum: prout fuerit. a. Diuiso enim. a. bimediali in suas bimediales portiones ex quibus componitur p. 31. & 32. que sint. c. & d. b. quoq. diuisa in. e. & f. fm proportionem. c. ad d. vt docet. 12. sexti positaq. g. superficie contenta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. Et posito. h. quadrato. d. & l. f. erit per coniuētam & euersam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in premissa. c. ad e. & d. ad. f. sicut. a. ad. b. Sicut igitur ex positione. a. & b. sint cōicantes; siue hoc sit in lōgitudine siue in potentia sic. c. & e. itēq. d. & f. similiter erunt cōicantes. At quia. c. & d. sunt mediales potētia tantum cōicantes; sequitur ex. 21. vt e. & f. sint etiam mediales & ex. 10. potentia tñ cōicantes cum ipse per ypothesim sint proportionales. c. & d. cūq. sit per primam sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. & k. ad. l. sicut. e. ad. f. erit. g. ad. h. sicut. k. ad. l. & permutatim. g. ad. k. sicut. h. ad. l. quia igitur. h. est cōmunicans. l. eo q. duo eorum latera que sunt. d. & f. cōicant in longitudine vel in potētia fm q. a. & b. in alterutro eorum cōmunicāt. sequitur ex. 10. vt. g. & k. quoq. sibi inuicem cōicēt. Erit igitur. k. rationalis aut medialis: prout fuerit. g. ex diffinitōe superficiei rationalis aut. 21. In hoc enim tñ differt bimediale primum a bimediali secundo q. portiones bimedialis primi in quas fm suum terminum diuiditur continent superficiem rōnalem; bimedialis autem secundi medialem. Si igitur. a. fuerit bimediale primum erit superficies. g. rōnalis quare & k. & ideo. b. bimediale primum per. 31. Quod si. a. fuerit bimediale secundum erit superficies. g. medialis ob hoc etiam. & k. b. itaq. p. 32. erit bimediale secundum quare constat propositum. ¶ Idem aliter ad lineā rōnalem. c. d. posita. a. alterutro bimedialiū & b. sibi in longitudine vel potentia cōicantes; adiungatur superficies. c. e. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. eruntq. superficies. c. e. & f. g. cōmunicantes eo q. quadrata eis equalia que sunt quadrata linearum. a. & b. sunt cōmunicantia ex ypothesi. ex prima igitur sexti & 10. huius necesse est duas lineas. d. e. & e. g. eē cōmunicantes; & quia si. a. fuerit bimediale primum linea. d. e. erit binomium secundum p. 55. ideoq. e. g. etiam binomium secundum per premisam. ¶ Quare latus tetragonum superficiei. f. g. & ipsum est. b. bimediale primum per. 49. At vero si. a. fuerit bimediale secundum linea. d. e. erit binomium tertium per. 56. ideo. e. g. est binomium tertium per premisam quare & latus tetragonum superficiei. f. g. & ipsum ē. b. bimediale secundum per. 50. Manifestum est igitur verum esse quod proponitur.

Propositio .62.



Anis linea cōicans linee maiori: est linea maior.

Et hec quoq. veritatem habet. si utrolibet modo cōicans fuerit aliqua linea linee maiori. Esto enim. a. linea maior. b. vero quouis sibi cōicans modo: erit. b. linea maior. Diuisa namq. a. in eas portiones ex quibus constat p. 33. que sint. c. & d. & b. fm earum proportionem in. e. & f. positoq. g. sit superficies contēta sub. c. & d. & k. sub. e. & f. & m. & h. sint q. drata. c. & d. at. n. & l. e. & f. erit. m. ad. h. sicut. n. ad. l. per secundam partē 18. sexti & coniuētim. m. & h. ad. b. sicut. n. & l. ad. l. & permutatim. m. & h. ad. n. & l. sicut. b. ad. l. quia ergo. h. cōicat cum. l. eo q. d. cōicat cum. f. aut in longitudine aut in potētia: prout. a. cōmunicat cum. b. sequitur vt ambo quadrata. m. & h. pariter accepta cōmunicent cum ambobus qua-



dratis. n. f. l. pariter acceptis. cum itaq; duo prima pariter accepta sunt rationale per. 33. erunt quoq; f. duo postrema rationale per diffinitionem. At quia superficiem. k. necesse e esse medialem sicut. g. ex. 21. lineasq; .e. f. esse incommensurabiles in potentia sicut. c. f. d. ex. 10. concluditur per. 33. lineam. b. esse lineam que dicitur maior quod est propositum. ¶ I de aliter, cum sit. a. linea maior cui. b. communicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia; sumpta linea rationali que sit. c. d. adiungatur superficies. ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis quadrato linee. b. cum igitur quadrata duarum linearum. a. f. b. sint communicantia ex ypothesi. erit superficies. c. e. communicans superfici ei. f. g. ideoq; per primam sexti f. primam partem. 10. huius linea. d. e. linee. e. g. in longitudine. at quia ex. 57. linea. d. e. est binomium quartum erit quoq; per. 60. linea. e. g. binomium quartum; igitur ex. 51. linea. b. potens in superficiem. f. g. est linea maior.

Propositio .63.



Siqua linea linee potenti in rationale z mediale communicet ipsa in rationale z mediale potens esse comprobatur.

¶ Verum quoq; est q; qualitercunq; linea aliqua sit communicans potenti in rationale f. mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est potens in rationale f. mediale; quod sicut prius duplici modo probatur; necesse est autem quantum ad primum modum vt sicut due linee. c. f. d. sint in potentia incommensurabiles. ita sint etiam. e. f. f. per. 10. Et quemadmodum. g. est superficies rationalis nam tale continent portiones linee potētis in rationale f. mediale. ita etiam per diffinitionem sit. k. rationalis f. quemadmodum duo quadrata. m. f. h. pariter accepta sunt mediale; sic etiam per. 21. duo quadrata. n. f. l. pariter accepta erunt mediale; igitur ex 34. b. est potens in rationale f. mediale. ¶ Quantum autem ad secundum modum necesse est ex. 58. vt linea. d. e. sit binomium quintum. ideoq; f. per. 60. linea. e. g. est binomium quintum. quare per. 52. latus tetragonum cum superfici ei. f. g. quod est. b. erit linea potens in rationale f. mediale; quod est propositum.

Castigator.

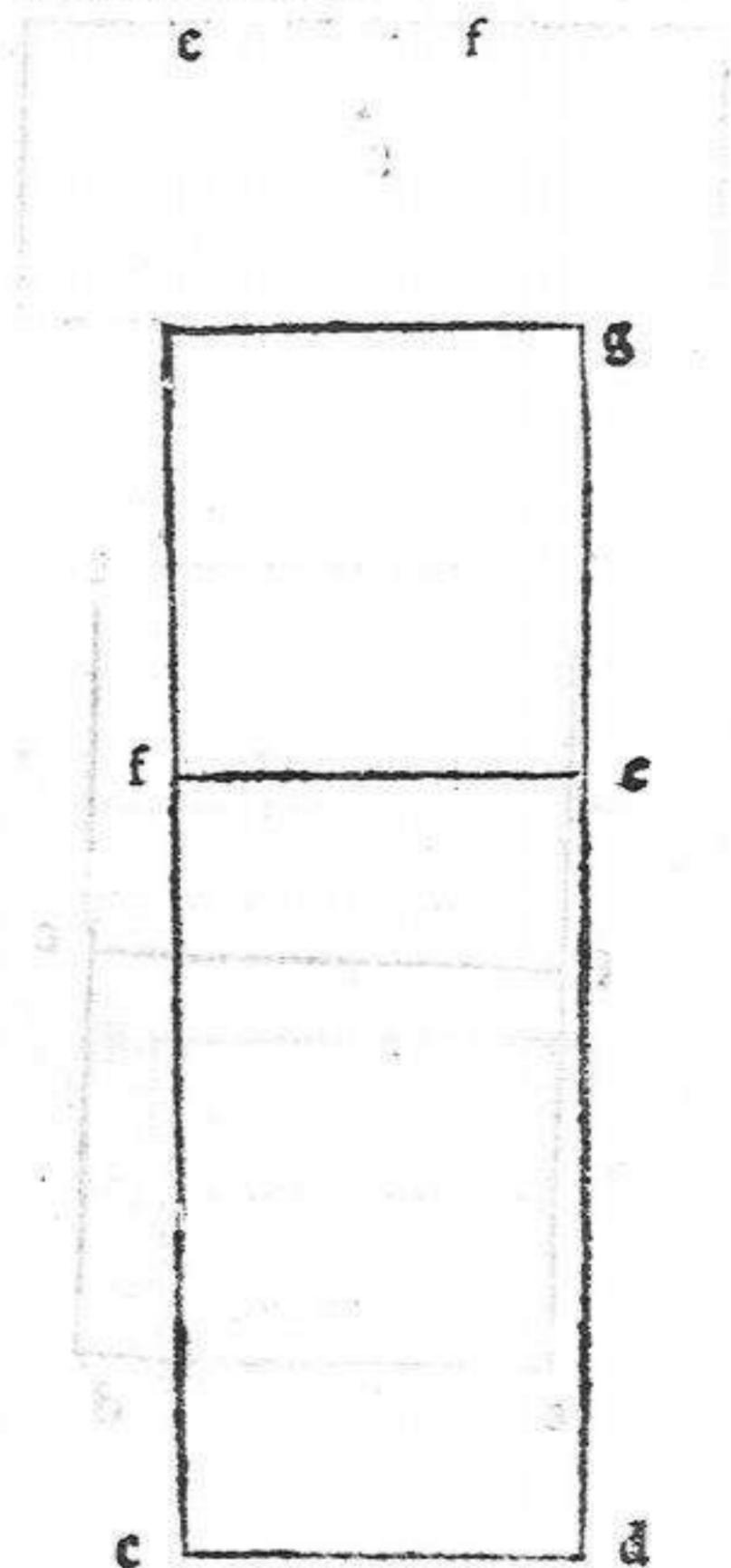
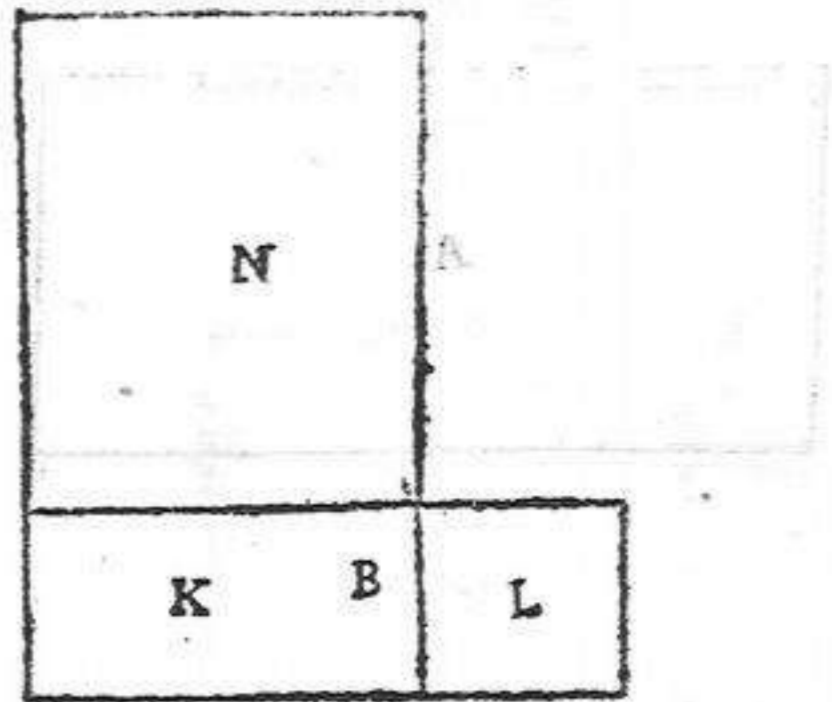
¶ Quia p. 1. sexti. g. ad. h. sicut. c. ad. d. Ergo per. 11. quinti. sicut. e. ad. f. f. sicut. k. ad. l. ergo permutatim g. ad. k. sicut. h. ad. l. f. per primam partem 10. huius. g. communicat cum. k. quia. h. prima communicat. cum. l. secunda f. ideo per. 21. k. conuincitur esse medialis f. c. hac via per diffinitionem. k. in. 63. conuincitur esse rationalis quemadmodum i. 62. per. 21. medialis.

Propositio .64.



Mnis linea communicans potenti in duo medialia ipsa quoq; potens est in duo medialia.

¶ Hec quoq; manentibus eisdem dispositione f. positionibus eo duplici modo quo premisse; probabitur vera eē siue in longitudine siue in potentia communicet linea b. cum linea. a. potenti in duo medialia. Quātum enim ad primum agumentationis modum erit per. 35. superficies. g. medialis. ideoq; f. k. per. 21. cum communicet ei; duo quoq; quadrata. m. f. h. pariter accepta erunt ex eadem. 35. mediale; ideoq; duo. n. f. l. pariter accepta per. 21. at quia duo quadrata. m. f. h. pariter accepta ex predicta. 35. sunt in commensurable duplo superficie. g. sequitur. p. 10. f. nostras positiones vt duo quoq; l. f. n. piter accepta sint incommensurable duplo superficie. k. cum itaq; sint. e. f. f. incommensurabiles in potentia quemadmodum. c. f. d. erit ex. 35. linea b. potens in duo medialia. Quātum aut ad secundum solite argumentationis modum erit. p. 59. d. e. binomium sextum. ideoq; et p. 60. linea. e. g.



erit binomium sextum quare per 53. latus tetragonum superficiei. f. g. qd est. b. erit potens in duo medialia quod est propositum.

Propositio .65.



Sue superficies quaz altera ronalis altera vero medialis diungantur linea potens in tota superficie inde copositam aliqua erit quatuor irrationalium linearum videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale.

¶ Ut si. a. sit ronalis superficies et b. medialis erit linea potens in totam. a. b. aliqua premissa quatuor. Sit. n. linea. c. d. rationalis cui adiungatur superficies. c. e. equalis. a. et f. g. equalis. b. eritque ex. 16. linea. d. e. ronalis in longitudine concans linee. c. d. ronalis posite et ex. 20. linea e. g. ronalis in potentia tamen et ex. 30. linea. d. g. binomium cuius cum altera binomialium portionum que est. d. e. sit ronalis in longitudine concans linee ronalis posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione specierum binomii aut binomialium primum aut secundum aut quartum aut quintum: tertium aut sextum non erit ex diffinitione: itaque ex. 48. 49. 51. et 52. linea potens in totam. c. g. que est equalis duabus simul. a. et b. erit aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potens in rationale et mediale: quod est propositum. **¶** Bimediale vero secundum aut potens in duo medialia non erit: quoniam si esset bimediale secundum esset ex. 56. linea. d. g. binomium tertium quod si esset potens in duo medialia esset ex. 59. linea. d. g. binomium sextum. sed neutrum erat: unde patet nostra intentio.

Propositio .66.



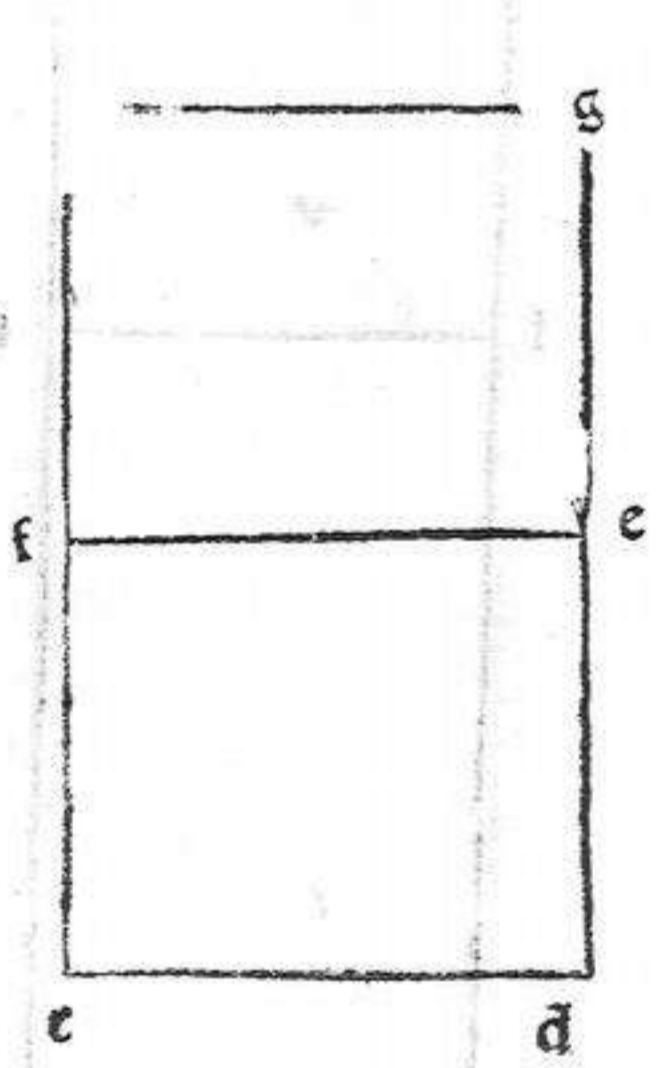
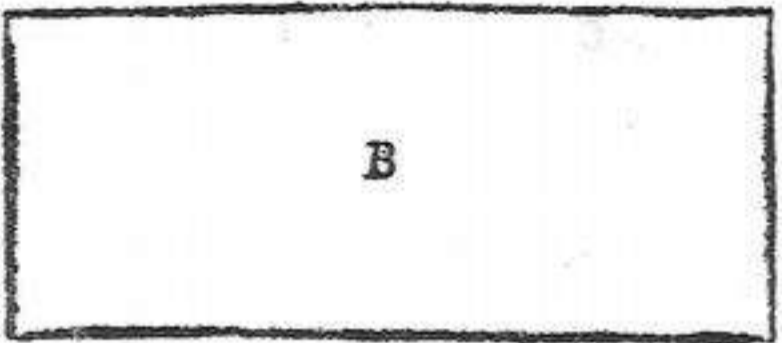
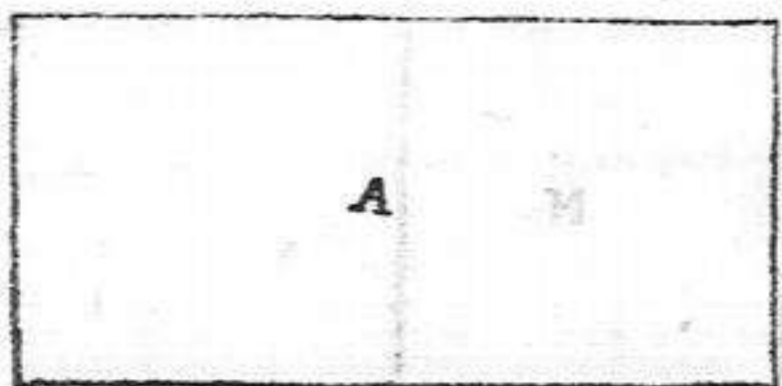
Sue diuncte fuerint due superficies mediales incomensurabiles linea potens in tota superficie alterutra erit duarum irrationalium linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.

¶ Ut si. a. et b. sint due superficies mediales incomensurabiles si. n. eent incomensurabiles esset coposita ex eis medialis ex. 9. et 11. que et linea potens in ea medialis. ex. 19. dico quod linea potens in coposita ex ambabus erit aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: Sit. igitur dem linea. c. d. ronalis: superficies vero sibi adiuncta. c. e. equalis. a. et superficies f. g. equalis. b. eritque ex. 20. linea. d. e. similiter quoque linea. e. g. ronalis in potentia tantum: cumque superficies. c. e. et f. g. sint incomensurabiles sicut. a. et b. eis equales. ideoque linee. d. e. et e. g. ex prima sexti. et 10. huius. erit ex. 30. linea d. g. binomium cuius cum utraque binomialium portionum que sunt. d. e. et e. g. sit incomensurabilis linee ronalis posite que est. c. d. ipsum erit ex diffinitione binomium tertium aut sextum: linea ergo. potens in totam c. g. equalem composita ex. a. et b. erit ex. 50. et 53. aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

Castigator.

¶ Qualiter autem linee in longitudine rationali. c. d. posite adiungantur superficies equales superficiei. a. et b. et qualiter habeatur noticia certa theoretice et practice virtute. 10. sexti ut supra. 54. huius recte percipies hoc prius addito quod cuiuslibet dictarum superficierum inuenies tetragonum latus per ultimam secundi quo inuento semper pones illud secundam lineam et primam. c. d. rationalem deinde per dictam. 10. sexti eis subiunges tertiam sub continua proportionalitate que ex noticia superficiei et linee. c. d. rationalis posite etiam tertia. d. e. et e. g. erunt note. ut si in 66. a. superficies esset. 15. et c. d. 6. tunc. d. e. esset. 15. et si superficies. b. esset 180. linea. f. e. etiam. 6. sicut c. d. sua equalis. e. g. secundum latus esset 15. Et sic apparet quod ex positione linee. c. d. rationalis maiori vel breviori oritur maius vel minus eius secundum latus. d. e. et e. g. ut si. c. d. ponatur. 5. d. e. erit practice 15. et e. g. 8. et si. c. d. sit. 8. erit. d. e. 15. et e. g. 15. et per regulam trium dicendo si. 6. dant. 15. quod dabit. 15. et c.

Propositio .67.





Si posita fuerit linea binomialis ceteraque irrationales sequentes eam: non erit earum aliqua sub termino alterius.

¶ Vult quod si linea aliqua ut a fuerit ex sex prehabitis lineis irrationalibus que sunt binomium et eius quinque comites ipse non erit aliqua aliarum. Si enim quadrato eius equalis superficies adiungatur ad lineam rationalem b, c que sit b, d si quidem a fuerit binomium erit ex 54. linea c, d binomium primum: que si fuerit bimediale primum: erit c, d ex 55. binomium secundum: si autem bimediale secundum: erit c, d ex 56. binomium tertium. Et si linea maior erit c, d ex 57. binomium quartum. At si potens in rationale et mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex 58. c, d binomium quintum: aut ex 59. binomium sextum. Et quia impossibile est c, d esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex prehabitarum linearum irrationalium. ¶ De linea autem mediali constat quod ipsa quoque non sit aliqua sex sequentium videlicet neque binomium neque aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationalem: latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. cum autem superficies equalis quadrato binomii aut alicuius suarum comitum: latus eius secundum est binomium aut primum aut secundum et sic de ceteris per 54. et 5. eam sequentes quare ipsum est irrationale et in longitudine et in potentia per 30. ¶ Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia et irrationalem tam in longitudine quam in potentia. nimirum impossibile lineam medialem esse binomialem aut aliquam ex quinque suis comitibus.

Castigator.

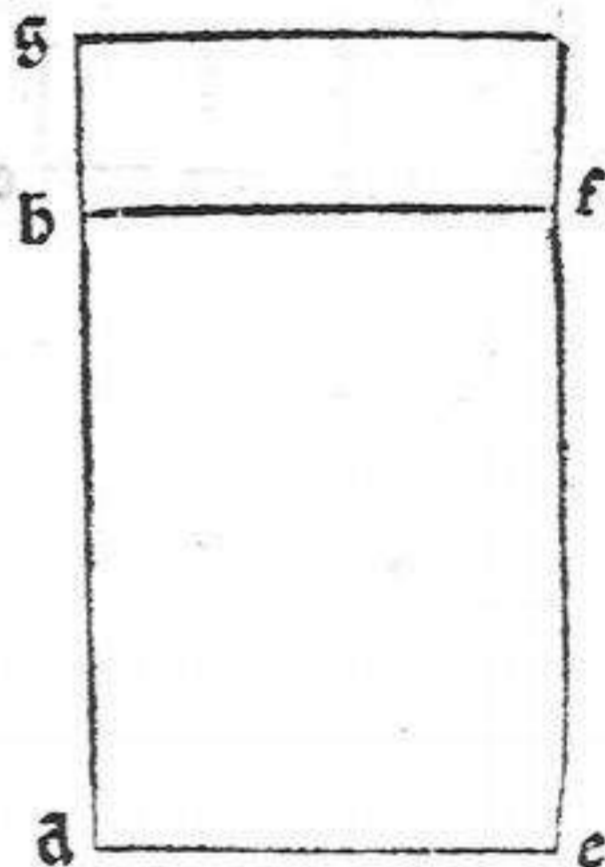
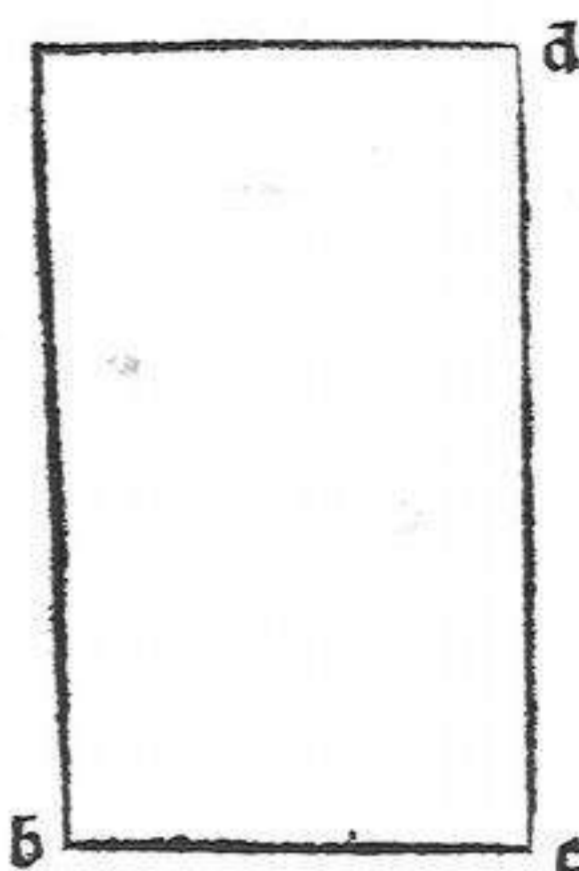
¶ Ibi. n. probatum est quod quadratum cuiuslibet binomii est incommensurable duobus quadratis duarum linearum componentium binomium per 9. huius. et 4. secundi que quadrata semper sunt rationalia eo quod linee ille in potentia sunt rationales coincantes per 17. et 18. huius. Et ideo per diffinitionem huius. 10. quadratum ipsum est irrationale cum non coincet rationali. Sicque patet binomium tam in longitudine quam in potentia esse irrationale. per 30. huius.

Propositio .68



¶ Si linea de linea abscindatur fuerintque ambe potentialiter tantum rationales coincantes: reliqua linea erit irrationalis diciturque residuum.

¶ Sit linea b, c abscisa ex a, b sintque ambe rationales tantum potentia coincantes quales docuit inuenire 17. et 18. et hee sunt que componunt binomium. ¶ Dico quod a, c reliqua est irrationalis et ipsa vocatur residuum. Constat enim ex 7. secundi quod quadrata duarum linearum a, b et b, c pariter accepta que componunt superficiem rationalem ex ypothesi et diffinitione rationalis superficie et 9. huius tantum sunt quintum duplum superficie a, b in b, c cum quadrato a, c . Unquam ex 19. superficies a, b in b, c sit medialis. ideoque et duplum eius et mediale per 21. et ideo irrationale per 19. sequitur ut ambo quadrata duarum linearum a, b et b, c pariter accepta sint incommensurable duplo superficie vnus earum in alteram: quare per 9. et quadrato linee a, c ex diffinitione igitur quadratum linee a, c est irrationale cum ipsum sit incommensurable rationali videlicet duobus quadratis duarum linearum a, b et b, c pariter acceptis. Itaque etiam ex diffinitione linea a, c est irrationalis quod est propositum. ¶ Exemplariter in figura esto superficies e, g equalis duobus quadratis duarum linearum a, b et b, c pariter acceptis. Eritque rationalis. ¶ Itemque sit superficies d, f equalis duplo superficie vnus in alteram: eritque ex 19. medialis et erit ex 7. secundi superficies f, g equalis quadrato linee a, c cumque superficies e, g sit incommensurable superficie d, f eadem erit ex 9. incommensurable f, g quare f, g irrationalis et eius tetragonum latus a, c .



Propositio .69.



Si fuerit linea de linea abscisa fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes superficiesque rationales continentes reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale primum.

¶ Sit linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. sintque ambe quales proponitur quas ex .24. et .25. reperies et hee sunt que componunt bimediale primum dico quod reliqua linea .a. c. erit irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale primum. Erunt enim ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplum vero superficiei unius in alteram rationale. itaque ambo quadrata pariter accepta, incommensurable sunt duplo superficiei unius in alteram quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram et quadrato linee .a. c. sequitur per .9. ut quadratum linee .a. c. sit incommensurable duplo superficiei unius in alteram quare tam ipsum quadratum quam latus eius .a. c. est irrationale per definitionem constat ergo propositum. Quod quemadmodum in premissa si libet potes declarare exemplariter in figura. ¶ Aliter idem sicut sit linea .d. e. rationalis in longitudine: cui adiungatur superficies .d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram et superficies .g. e. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritque per .7. secundi superficies .f. g. equalis quadrato linee .a. c. cum itaque .p. ypothesim sit superficies .e. g. medialis erit per .20. linea .d. g. rationalis in potentia terminum. Cum vero sit superficies .e. h. rationalis per ypothesim erit ex .16. linea .d. h. rationalis in longitudine: itaque per .68. linea .g. h. est residuum et irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. est irrationalis et eius latus tetragonum quod est .a. c. est irrationale. Et sic patet propositum.

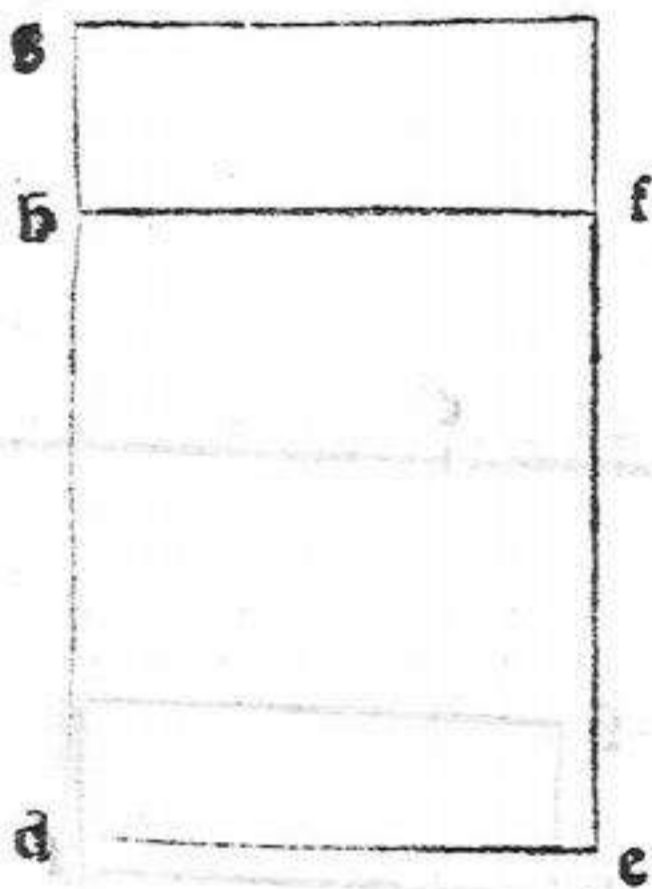
Propositio .70.



Si linea de linea secetur fuerintque ambe mediales potentialiter tantum communicantes continentesque mediale: reliqua linea erit irrationalis diceturque residuum mediale secundum.

¶ Sit hic quoque linea .b. c. abscisa ex linea .a. b. vtraque autem .a. b. et .b. c. sint ut proponitur et ipse per .26. reperiuntur et sunt que componunt bimediale secundum: dico quod linea reliqua que est .a. c. est irrationalis et ipsa dicitur residuum mediale secundum. Sunt enim ex ypothesi et .21. ambo quadrata duarum linearum .a. b. et .b. c. pariter accepta mediale. similiter quoque duplum superficiei unius in alteram est mediale. Cum itaque ex .22. mediale non differat a mediali nisi in irrationali: erit quadratum linee .a. c. in quo per .7. secundi duo quadrata linearum .a. b. et .b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiei unius in alteram irrationale quare et linea .a. c. irrationalis. ¶ Figurali quoque exemplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit .e. g. equalis ambobus quadratis .a. b. et .b. c. simul et .d. f. duplo superficiei unius in alteram erit .f. g. per .7. secundi equalis quadrato .a. c. que cum sit tria superficiei unius medialis .e. g. ad superficiem mediale .d. f. ipsa est irrationalis per .22. et eius tetragonum latus .a. c. irrationale. ¶ Idem aliter. Sit linea .d. e. rationalis cui adiungatur superficies .d. f. equalis duplo superficiei unius in alteram et .e. g. equalis ambobus quadratis pariter acceptis, eritque per .7. secundi .f. g. equalis quadrato .a. c. quia non .e. g. est medialis erit ex .20. linea .d. g. in potentia terminum rationalis. Similiter quoque cum .e. h. sit medialis erit ex eadem linea .d. h. rationalis. Similiter in potentia terminum. Et quoniam .a. b. et .b. c. sunt incommensurabiles in longitudine ideoque quadratum vtriusque earum superficiei unius in alteram: et pro hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi coincident. sunt quoque incommensurable duplo superficiei unius in alteram sequitur ut .e. g. sit incommensurable .h. e. quare propter linea .d. g. linee .d. h. igitur ex .68. linea .g. h. est residuum et irrationalis ideoque per .16. a. destructione consequentis superficies .f. g. irrationalis et eius latus tetragonum .a. c. irrationale.

Propositio .71.





I linea de linea detrahatur si erintq; ambe poten-
tialiter incōmensurabiles continenteq; mediale
quadrataq; earum ambo pariter accepta ratio-
le: reliqua linea erit irrationalis vocabitq; minor.
¶ Si sint. a. b. & b. c. quales pponitur que p. 27. reperiunt
& cōponūt lineam maiorem erit linea. a. c. irrōalis & ipsa
est que dicitur linea minor. Quod qui premissa firmiter tenuerit positio-
nesq; diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

Propositio .72.



I linea de linea demat fuerintq; ambe potenti-
ter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem con-
tinentes quadrataq; earum ambo pariter accepta
mediale: linea reliqua erit irrōnalis diciturq; iun-
cta cum rōnali componēs totum mediale.

¶ Et hoc quoq; nescire nō pōt q; priora nouerit nisi a me-
moria exciderint: quoniam positis lineis. a. b. & b. c. vt pponitur que & p
28. reperiuntur lineam potentem in rationale & mediale componunt: sit
a. c. reliqua rōnalis ipsa dicit que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale.

Propositio .73.



I linea a linea detrahatur fuerintq; ambe poten-
tialiter incōmensurabiles superficiemq; mediale con-
tinētes quadrataq; earum ambo pariter accepta me-
diale duplo superficiem alterius in alterā incōmen-
surabile: reliqua linea erit irrationalis diciturq;
iuncta cum mediāli faciens totum mediale.

¶ Sint et hic. a. b. & b. c. quales pponitur que per .29. reperiuntur & ipse
sunt que componunt lineam potentem in duo medialia eritq; . a. c. reli-
qua irrationalis dicta que iuncta cum mediāli componit totum media-
le quod vt facile premissa duplici argumentatione concludas procesum
20. moneo diligenter attendas. Est autem premittēdum hic antecedens
necessarium ad demonstrationes sequentium quod est propositum.

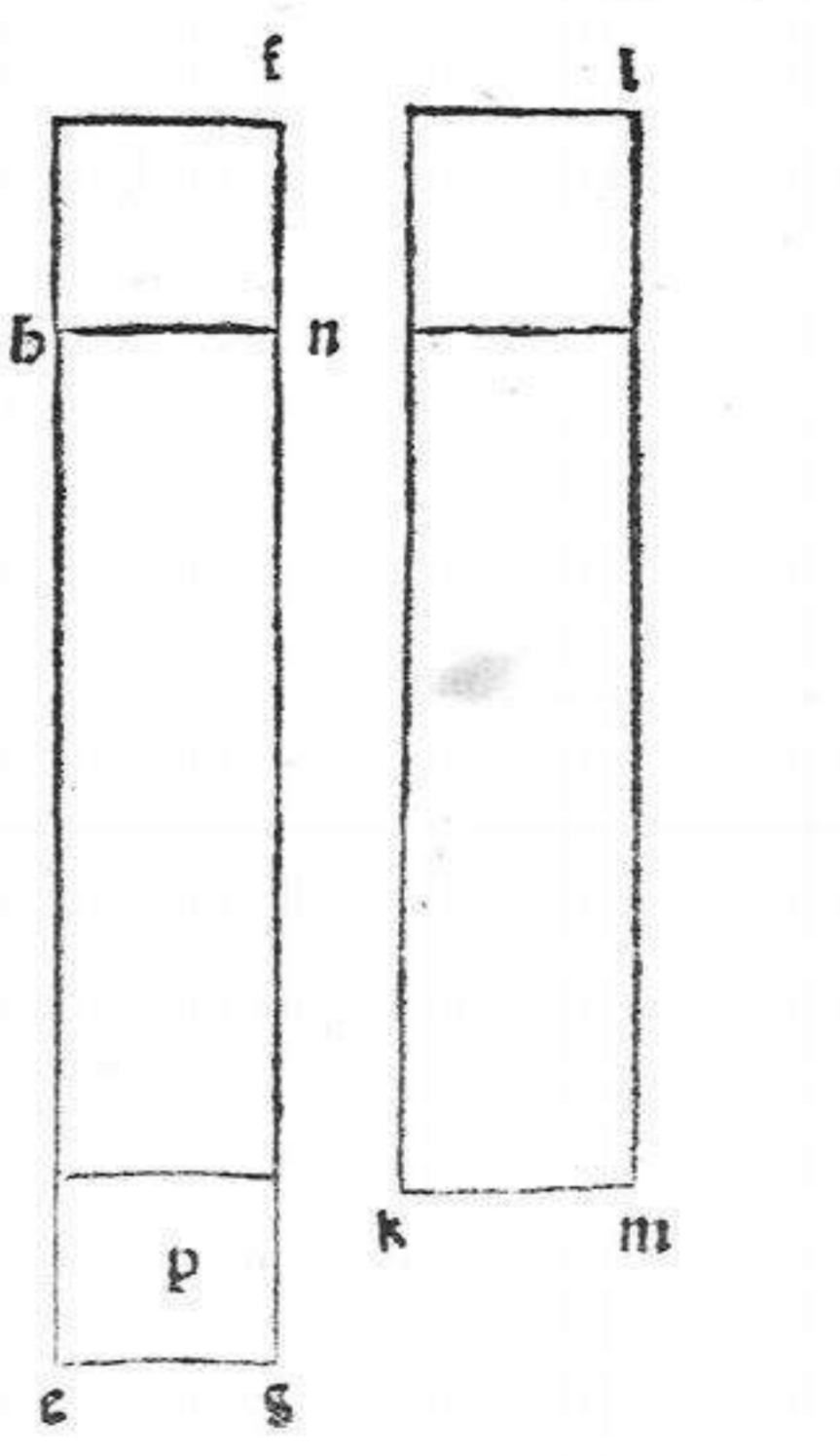
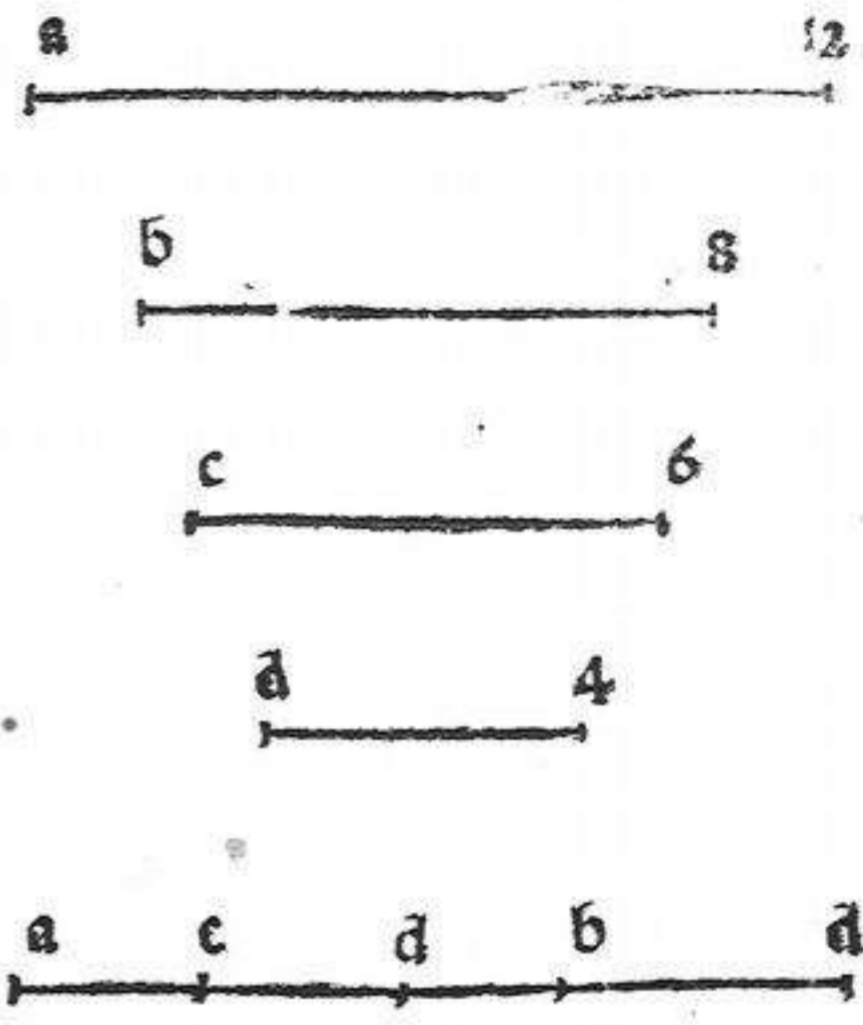
¶ Si fuerint quatuor quantitates differentia prime quarum
ad secundam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differē-
tia prime ad tertiam sicut secunde ad quartam.

¶ Intelligendum ē hoc de quantitatibus eodem mō relatis vt cum pri-
ma maior fuerit secunda sic quoq; tertia maior quarta. cū vero minor &
mior. Exempli grā sit dria^a. a. ad. b. sicut. c. ad. d. dico q; erit. a. ad. c. sic. b.
ad. d. est enim per hanc cōem animi conceptionem. ¶ Differentia extre-
morum est composita ex differentiis ipsorum ad media differentia. a. ad. c.
composita est ex ea que est. a. ad. b. & ea que est. b. ad. c. at ea que est. b. ad
d. per eandem conceptionem componitur ex ea que est. b. ad. c. & ea que
est. c. ad. d. & quia ex ypothesi est differentia. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ea vero
que est. b. ad. c. est communis sequitur per communem scientiam vt sit
a. ad. c. sicut. b. ad. d. quod est propositum.

Castigator.

a ¶ Geometricē non arithmetice. s. sicut. a. excedit. b. in. $\frac{1}{2}$. ipsius. a. vel
in. $\frac{1}{2}$. ipsius. b. q; etiam. c. excedat. d. in. $\frac{1}{2}$. ipsius. c. vel in. $\frac{1}{2}$. ipsius. d. & si. a.
minuit. a. b. tantūdem minuat. c. ad. d. quoniā arithmetice esset falsum
quod dicitur. nam. 12. prima differt a. 8. secunda per quatuor vnitates. &
6. tertia a. 4. quarta per duas vnitates vnde excessus arithmetice non est
idem sed geometricē.

¶ Et ex hoc sequitur commune dictum. s. quod proportio extremorum
componitur ex pportionibus mediorum quod probatur profupposita
ista veritate: videlicet quanta est aliqua quātitas ad aliam: tanta ēt deno-
minatur proportio eius ad ipsam. Et istud inductiue patet. Quoiā si
fuerit vna equalis alteri. erit equa proportio inter illas. & si dupla fuerit



linea erit proportio dupla & si fuerit incommensurabiliter correspondens in longitudine & potentia erit & proportio irrationalis consimilis erit quia semp pportionum denominatio cōformis ē habitudini terminoz. Et hinc est argumentum q̄ nulla quantitas excedit aliam iproportionabiliter quā vna excedat aliam incōmensurabiliter &c. ¶ Vnde hoc stante apparet comune dictum prepositum esse verum videlicet q̄ proportio extremorum componitur ex pportionibus mediorum. Et accipio duas lineas .a. & .c. duplam & subduplam Tunc q̄ proportio .a. ad .c. componitur ex proportione medii vel mediorum sumptorum inter .a. & .c. Et tantū amplius quantum excedit .b. medium. Igitur .a. excedit .c. secundum proportionem duorum excessuum sumptorum. Igitur excessus iste continet excessus istos quorum habitudo cōtinet habitudines & proportio proportionum. Et hoc voco proportionem componi ex proportionibus. Consimiliter quoq; si fuerint plura media tunc .n. ex omnibus pportionibus illorum inter se. & ad extrema componitur pportio extremorum. Et inde est q̄ omnis proportio multipliciter resolui potest in proportiones exemplum in pportione dupla que resolui pōt in duas proportiones similes. & iste sunt irrōnales potest et resolui in duas proportiones rōnales sed non similes. verbi gratia in sexquialteram & sexquiterciam sic enim quaternarius excedit binarium. puta proportione sexquialtera que est ternariū ad binarium & secundum sexquiterciam que est quaternariū ad ternariū. Si aut accipias duplam proportionem secundum senarium. & ternarium inuenies plura media & proportionem plures. Et sic semper ascendēdo ad maiores numeros &c. ¶ Etia pportio extremoz arithmetice componitur ex omnibus differentiis inter mediis q̄ per ea que dicta sunt super diffinitione .ii. quinti & i opere nostro magno ipresso ad cartas .44. de numeris equaliter siue inequaliter se excedentibus colligere potes.

Propositio .74.



Per lineam nisi vna tantum residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Sit linea .a. c. residuū que fuerit reliqua abscisa .b. c. ex .a. b. eruntq; .a. b. & .b. c. rationales tantum potentia communicantes ex .68. dico q̄ ipsa .a. c. nulli alii linee q̄ .b. c. poterit componi sub hac diffinitione neq; maiori .b. c. neq; minori .b. c. Si autem potest componatur cum .c. d. indifferenter maiori aut minori q̄ .c. b. eruntq; ob hoc ambe linee .a. d. & .d. c. rationales in potentia tantū communicantes. Quia ergo ex .7. secundi quadrata ambarum linearum .a. b. & .b. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus earum in alteram in quadrato .a. c. ¶ Similiter quoq; quadrata duarum linearum .a. d. & .d. c. pariter accepta excedunt duplum superficiē vnus ipsarum in alteram in quadrato eiusdem .a. c. ¶ Sequitur ex premisse antecedente vt differentia duorum quadratorum duarum linearum .a. b. & .b. c. pariter accepta ad duo quadrata duarum linearum .a. d. & .d. c. pariter accepta sit sicut differentia dupli superficiē .a. b. in .b. c. ad duplum superficiē .a. d. in .d. c. ¶ Cum autem sint duo quadrata vtriusq; sectionis pariter accepta rationale ex ypothesi duplum vero superficiē vnus in alteram portionum vtriusq; sectionis mediale per ypothe. & .19. ¶ Erit vna & eadem differentia duarum superficiē rationalium & duarum medialium hoc autem est impossibile. Rationales enim superficiē non differunt nisi in rationali superficiē vt patet per diffinitionem rationalis superficiē & per .9. Medialis autem non differt a mediali nisi i irrationali superficiē per .22. ¶ Hoc autem fit manifestius in figura sic. Sit enim superficiē .e. f. adiuncta ad lineam .e. g. equalis ambobus quadratis duarum linearum .a. b. & .b. c. pariter acceptis. At .g. h. sit equalis duplo superficiē vnus in alteram eritq; .f. h. equalis quadrato linee .a. c. ex .7. secundi ¶ Similiter quoq; sit .k. l. adiuncta ad lineam .k. m. equalis duobus quadratis

duarum linearum, a. d. & d. c. pariter acceptis & m. n. sit equalis duplo superficiei vnius in alteram; eritq; ex. 7. secundi. n. l. equalis quadrato linee a. c. ideoq; etiam equalis, h. f. est itaq; differentia, e. f. ad. g. h. sicut, k. l. ad m. n. quare per antecedens premisum erit permutatim differentia, e. f. ad k. l. & ipsa sit. p. sicut, g. h. ad. m. n. Et quia vtraq; duarum superficieum, e. f. & k. l. est. rationalis vtraq; vero duarum superficieum, g. h. & m. n. medialis sequit impossibile videlicet superficieum, p. eorõnalem & irrõnalem.

Propositio .75.



Nulla linea nisi vna tantum residuo mediali primo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem.

Hec quoq; probabitur simili mō. Sint enim in vtraq; sectione ambo quadrata ariter accepta mediale; duplũ vero superficiei vnius in alteram rationale & quia vt prius eadem ē differentia q̄dratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ē dupli superficiei vnius ad duplum superficiei alterius erit vna & eadē superficies differentia duarum mediarum & duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secundo coniungibilis est vt sub termino earum fiant nisi tantum que ab ea ante separata erat.

Sit enim, a. c. residuum mediale secundum que fuit residua abscisa .b. c. ex. a. b. eruntq; ex. 70. due linee. a. b. & b. c. mediales potētia tm̄ cõcantes mediale continentēs; dico q̄ ipsa. a. c. in illi linee alii q̄. c. b. sub hac diffinitione coniungi pōt. Sin autem coniungatur linee. c. d. sitq; linea. e. f. rationalis in longitudine ad quam coniungatur superficies. e. h. equalis quadratis duarum linearũ .a. b. & b. c. pariter acceptis & e. k. equalis quadratis linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis a qua abscindatur e. g. equalis quadrato linee a. c. eritq; per. 7. secundi superficies. l. h. equalis duplo superficiei. a. b. in. b. c. & l. k. p eandem sit equalis duplo superficiei. a. d. i. d. c. qui ergo quadrata ambarum partium prime sectionis sunt mediale & duplum etiam superficiei mediale incommensurable duobus quadratis pariter acceptis que nescire diligens geometra non poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies. e. h. medialis cum ipsa sit equalis duobus quadratis pariter acceptis & superficies. l. h. medialis cum ipsa sit equalis duplo superficiei vnius in alteram; per. 20. igitur est vtraq; duarum linearum. f. h. & g. h. rationalis in potentia tantum & quia vna est incommensurable alii; eo q̄ superficies. e. h. est incommensurable superficiei. h. l. sicut duo quadrata duplo superficiei; erit ex. 68. linea. f. g. residuum quare linea. f. g. que est residuum componitur linee. g. h. vt sint ambe sub termino earum que erant ante separationem. Similiter quoq; probabis eandem. f. g. cum linea. g. k. componi eadem conditione mediantibus superficiebus. e. k. & k. l. quarum prima est equalis quadratis duarum linearum. a. d. & d. c. pariter acceptis & secunda duplo superficiei vnius in alteram; quod est impossibile p. 74. & hic modus demonstrationis potest esse communis .75. ceterisq; quatuor sequentibus eam.

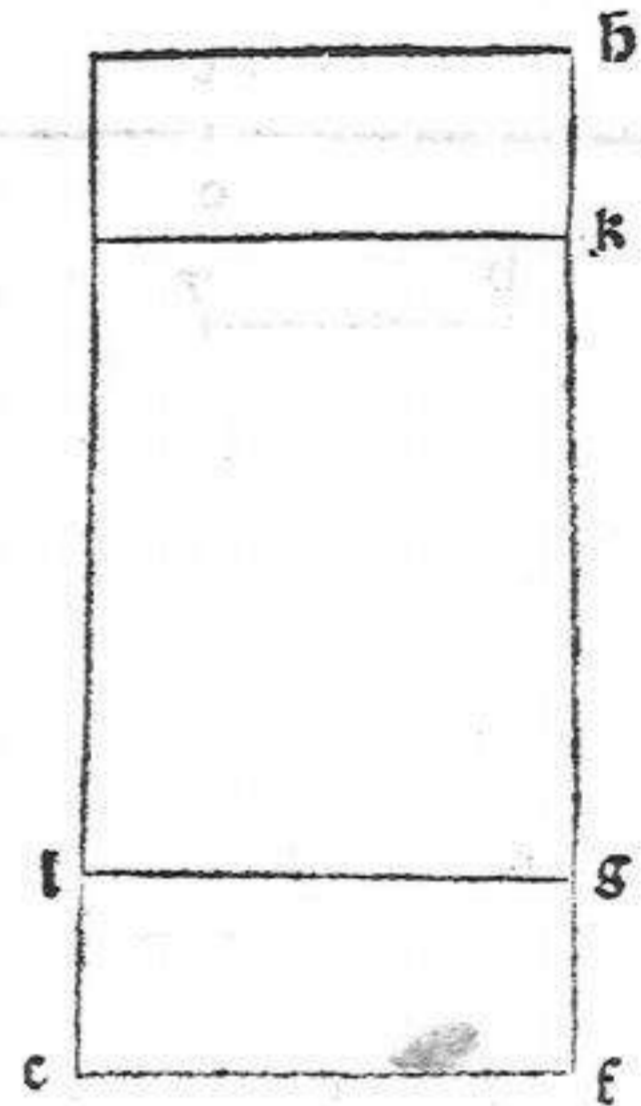
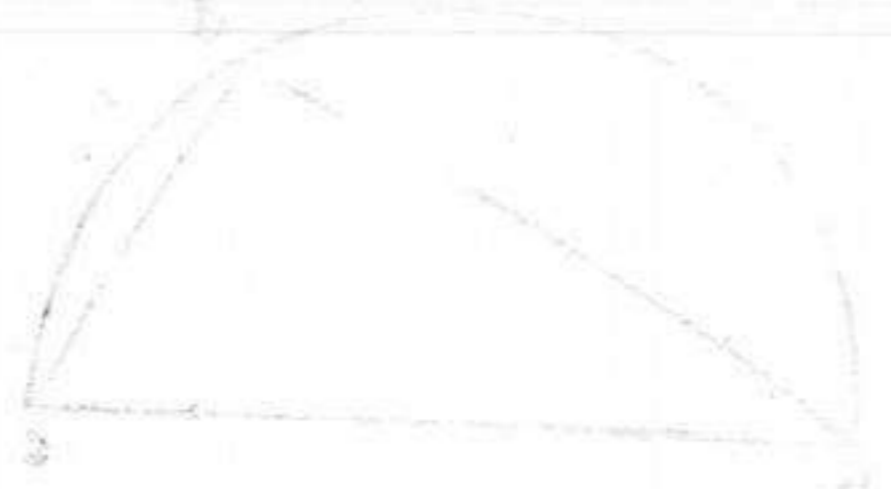
Propositio .77.

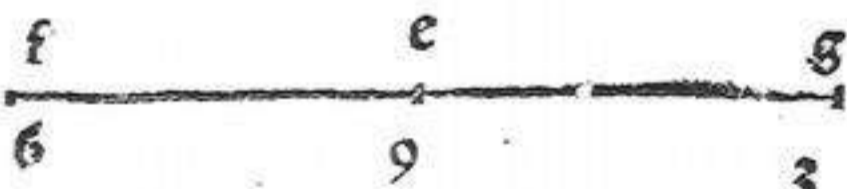
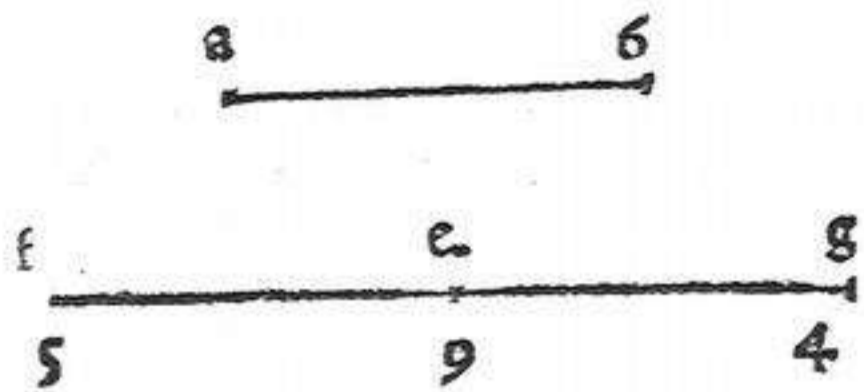
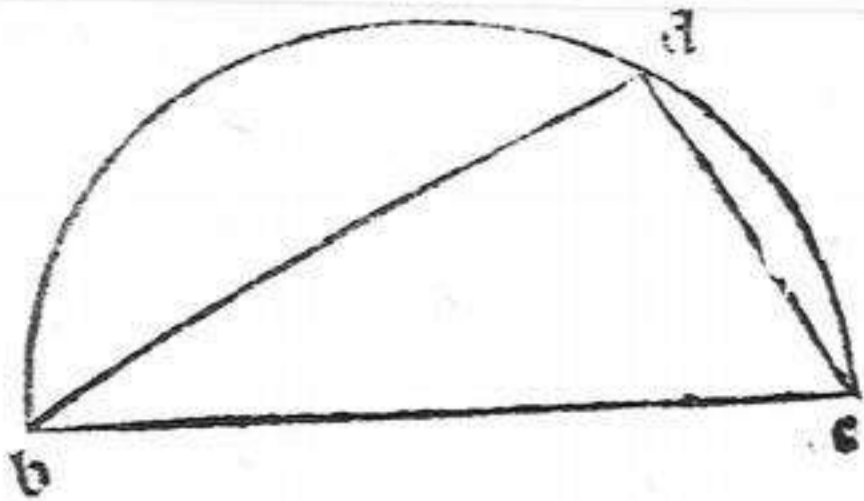


Nulla linea minori coniungibilis est vt sub termino suo fiat nisi tantum que ante sibi abscisionem coniungebatur.

Intellige quid sit linea minor quod si oblitus es consule. 21. & sine obiectione concludes propositum. Si quem admodũ in. 74. p̄cesseris; poterisq; si libuerit quẽadmodũ in. 76. p̄cedere.

Propositio .78.





Linea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantum componi non potest vt sub earum termino fiant.

¶ Quid sit linea que proponitur ex. 72. didicisti. cum ergo de ea volueris quod per hanc. 78. dicitur demonstrare a processu. 75. in quoq̄ non deuias. sed sicut in .76. si te delectauerit ingenio duce poteris procedere.

Propositio .79.



Linee que iuncta cum mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem.

¶ Huius linee que iuncta cum mediali componit totum mediale magistra est. 73. de qua quod hec. 79. enunciat sic concludere cogeris sicut de residuo mediali secundo quod per. 76. enunciatum est conclusisti.

¶ Pofitis duabus lineis altera rationali altera vero residuo adiecta q̄ ipsi residuo linea aliqua secundum eius terminum si fuerit totum inde compositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti communicantis in longitudine: fueritq̄ idē totum posite rationali linee in longitudine commensurable quod posite erat dicitur residuum primum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali comunicet in longitudine dicitur residuum secundum. ¶ Quod si fuerit vtraq̄ rationali posite in longitudine incommensurabilis vocabitur residuum tertium. ¶ Si fuerit tota linea potentior adiecta augmento quadrati linee ipsi toti incommensurabilis eademq̄ tota posite rationali comunicet in longitudine nuncupabitur residuum quartum. ¶ Si vero linea adiecta posite rationali cōicet in longitudine vocabitur residuum quintum. ¶ Quod si fuerit vtraq̄ posite rationali in longitudine incommensurabilis appellabitur residuum sextum.

Propositio .80.



Residuum primum investigare.

¶ Ab inuentione omnium specierum residui facile non absoluit inuētio per ordinem omnium specierum binomii. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori linea reliqua erit residuum similis speciei vt patet ex diffinitionibus tam binomiorum q̄ residuorum: propriis tamen inuentionibus residuorum insistentes sic inquiramus primum. Sit linea. a. rationalis posita cui commensurabilis in longitudine sumatur. b. c. sitq̄. e. numerus quadratus diuisus in. f. non quadratum q̄ in quadratum. g. sitq̄. proportio quadrati linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq̄. per vltimam partem. c. d. rationalis in potentia tantum. ¶ Cum itaq̄. sit. c. b. potentior. c. d. in quadrato linee sibi communicantis in longitudine quod patet sicut in explanatione binomii primi constat ex diffinitione lineam. b. d. esse residuum primum.

Propositio .81.



Residuum secundum patefacere.

¶ Ad habendum residuum secundum sit. a. linea rationalis posita: eiq̄. communicans in longitudine. c. d. ¶ Sit quadratum. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad. e. eritq̄. b. d. residuum secundum ex diffinitione: si dubitas aut positas non seruas ypotheses aut binomii secundi repetitione indiges.

Propositio .82.



Residuum tertium perscrutari.
Residuum tertium sic habetur: posita vt prius. a. rationali numeroq. c. quadrato diuiso in. f. non quadratum. & g. qdratū assumptoq. h. numero pmo ac qdratū linee. a. ad quadratum linee. b. c. sicut. h. ad. e. sit quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. c. d. sicut. e. ad. f. eritq. ex diffinitione ne: de quo si hesitas consule binomium tertium: linea. d. b. residuū tertiu.

Propositio .83.



Residuum quartum inuenire.
Hic sicut i inuentione residui pmi sit linea. b. c. communicans linee. a. rationali posite: numerus autem. e. quadratus sit diuisus in. f. & g. quorum sit vterq. non quadratus: sitq. quadratum linee. b. c. ad quadratum linee. d. c. sicut. e. ad. f. & scies ex diffinitione lineam. d. b. esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomii quarti didiceras oblitus non fueris.

Propositio .84.



Residuum quintum demonstrare.
Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea. c. d. communicans linee. a. rationali posite in longitudine sicut erat i inquisitione secundi: & erit quadratus numerus e. diuisus in. f. & g. quoz neuter quadratus sicut in premissa & erit quadratum linee. c. d. ad quadratum. b. c. sicut. f. ad e. ex quibus a diffinitione concludere licet: habita sufficienti noticia binomii quinti: lineam. d. b. esse residuum quintum.

Propositio .85.



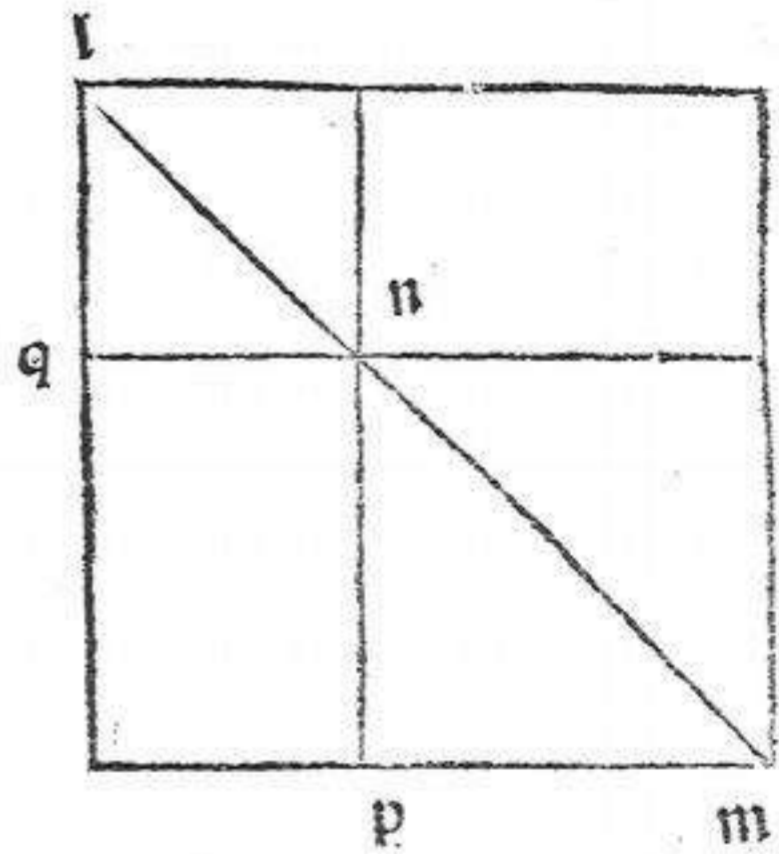
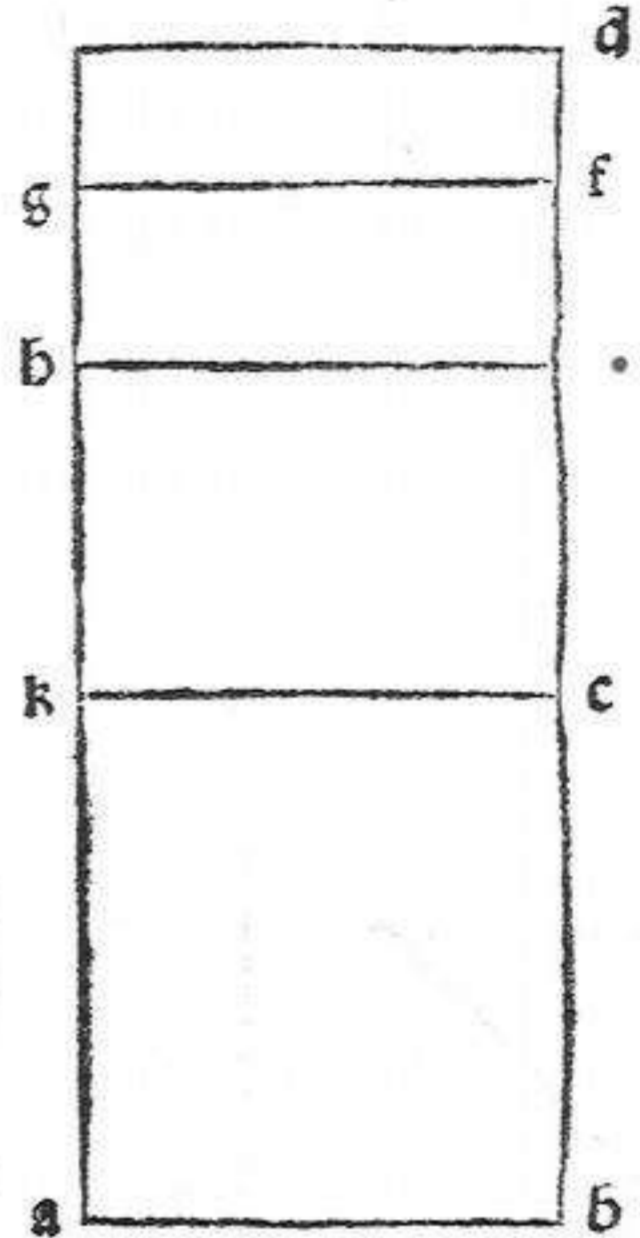
Residuum sextum denumpresto sit reperire.
Residuum sextum sic reperitur. erit vt prius linea. a. rationalis posita & e. numerus quadratus diuisus in. f. & g. non quadratos & erit. h. numerus primus & quadratū linee a. ad quadratum linee. c. b. sicut. h. ad. e. At vero quadratū b. c. ad quadratum. c. d. vt. e. ad. f. eritq. ex diffinitione. li nea. d. b. residuum sextum. cui si non plene animus tuus assenserit exerce ri te conuenit in inuentione binomii sexti.

Propositio .86.



Si fuerit superficies linea rationali atq. residuo primo contenta latus eius tetragonum necesse est esse residuum.

Sit superficies. a. c. cōtenta linea rationali. a. b. & residuo primo. b. c. dico latus tetragonum superficiei. a. c. esse residuum. ¶ Adiungatur enim ad lineam. b. c. linea. c. d. sitq. illa cuius detractione. b. c. fuit residuum primum. Eritq. ex diffinitione b. d. rationalis ex longitudine & c. d. in potentia tantum. b. d. quoq. erit potentior. d. c. in quadrato linee secum communicantis in longitudine. Diuidatur igitur. d. c. per equalia in. e. & tota. b. d. diuidatur ea cōditiōne in. f. g. inter. b. f. & f. d. sit. e. d. medio loco proportionalis: eritq. ex secunda parte. b. f. cōmunicans in longitudine. f. d. per. g. igitur vtraq. earum communicat cum tota linea. b. d. quare per diffinitionem ambe sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq. linee. f. g. e. h. & c. k. equidistantes a. b. eritq. per. i. s. vtraq. duaz. superficieum. a. f. & g. d. rationalis. Sit quadratum ergo. l. m. equale superficiei. a. f. eritq. rationale & latus eius rationale in potentia. Intra illud quadratū ptracta diagonali linea. l. m. describatur quadratum. l. n. equale superficiei. g. d. eritq. ipsum rationale & eius latus rationale in potentia protrahatur aut due linee. n. p. q. n. equidistanter lateribus totalis quadrati. ¶ Dico ergo quadratum. p. r. esse equale superficiei. a. c. & eius latus quod est. n. p. est residuum. Cum enim linea. d. e. sit ex ypothesi medio loco proportionalis inter. b. f. & f. d.



erit ex prima sexti superficies. d. h. medio loco proportionalis inter duas superficies. a. f. & g. d. ideoq; & inter duo quadrata. l. m. & n. l. Cūq; ex prima sexti sit superficies. l. p. medio loco proportionalis inter eadem duo quadrata erit. l. p. equalis. d. h. et etiam h. c. & quia quadratum. l. n. est equale g. d. erit. t. r. equale b. g. e. totus itaq; gnomon circumscribitur quadrato. m. n. est equalis. c. g. & q. a. l. m. erat equale. a. f. relinquit. m. n. equale. a. c. & aut n. p. latus quadrati. m. n. sit residuum sic collige. Est. n. vtraq; duarum linearum. p. r. & t. n. rationalis in potentia eo q; vtrūq; quadratum. l. m. & n. l. ē rationale vnaq; earum est incomensurabilis alii p primam sexti & 10. huius: eo q; quadratum l. m. est incomensurabile. l. r. superficiei sicut superficies. a. f. superficiei. h. d. de quibus manifestum est q; ipse sunt incomensurabiles: est enim p primam sexti vna earum ad alteram sicut linea. b. f. que est rationalis in longitudine ad lineam. d. e. que est rationalis in potentia tantum. Ex 68. igitur linea. p. n. que potest in superficiem. a. c. est residuum: & hoc est quod intendimus.

Calligatoz.

a ¶ Quia cum ille due superficies sint rationales: erunt quadrata illis equalia rationalia. Ideo quicquid fuerit de lateribus eorum tetragonis illa in potentia erunt rationalia: & p hoc non negat quin dicta latera possint esse rationalia in longitudine: sed non est necessarium. Et ideo non errat ponendo illa rationalia in potentia & c. b ¶ Per si ab equalibus equalia demas & c. Nam cum l. p. sit equalis. d. h. si ab ipsa. l. p. dematur quadratum. l. n. remanebit supplementum. p. q. quod ē equale supplemento. t. r. & si de superficie. d. h. demat. g. d. quod posita est equalis ipsi quadrato. l. n. remanebit superficies. e. g. Et quia remota sunt equalia remanentia erunt equalia p dictam eodem sciam: & ideo. t. r. sequit equari ipsi superficiei. e. g. vt dicit. c ¶ Aliud quoq; est hic notandum videlicet quod dicitur in illa. 86. q; latus tetragonis superficiei. a. c. erit residuum ab eius diff. s. p. n. & nos habemus q; dicta superficies. a. c. est. 24. m. & 252. que habet ex ductu 4. m. & 7. residui primi p diff. ipsius in. a. b. s. in. 6. cuius tetragonum latus est vna radix ligata seu vniuersalis videlicet. & v. 24. m. & 252. & hoc ē p ipsum. e. u. residuum cuiusuis spei. s. primi secundi tertii quarti quinti vel sexti. & p. 68. ad constitutionem residui cuiuslibet requirit q; due linee inaequales p 17. & 18. huius sint tamen potentia rationales concantes: & tunc de maiori abscissa minori reliqua dicit residuum & c. modo ista linea practice ad sensum illius. 68. non erit residuum. s. & v. 24. m. & 252. quia. m. & 252. est. & & 24. ē simplex & mera radix. s. & 24. tunc potentia eius est. 24. & potentia. m. & 252. est. & 252. ecce rationale & irrationale: quoniam. & & est linea medialis & latus tetragonum superficiei irrationalis per. 19. huius. Et ideo. & v. 24. m. & 252. non erit residuum a diffinitione & c. Ad hoc dicendum q; cum dicitur duas lineas potentialiter tantum rationales communicantes non dicitur magis de potentia simplici scilicet de primaria multiplicatione in se q; de duplici vel triplici potentia hoc est in se bis vel ter & quater & c. cum omnes tales appellatione potentie omnes veniant & c. Et ideo quamuis in prima earum multiplicatione in se ex qua oritur. 24. & m. & 252. quod est quadratum radice vniuersalis illius: & illa duplex. & effecta est vnica scilicet. & 252. & non communicat cum. 24. rationali: & ideo secundo ducta in se qualibet erit vna. 576. & alia. 252. que communicant & c. & ideo intelligendum est de potentia vnica duplicata triplicata quadruplicata: & quotiensuis multiplicata: quoniam omnes potentie nuncupantur: quod notandum tibi multis in locis deseruiet: presertim in isto decimo vbi agitur de lineis compositis & earum residuis seu recisis & c. de quibus et hoc notando clarius alias dicemus vt patebit & c. ¶ Item aliud mirabile ē scilicet q; cum quadratum. l. m. equatur superficiei. a. f. que in casu est. 21. cuius latus tetragonum est. & 21. & l. t. seu. l. q. vel. t. n. est. & 3. sequitur. p. m. seu. p. n. vel. n. r. esse latus tetragonum quadrati. p. r. quod est. & 21. m. & 3. pro residuo proposito quo in se duci facit. 24. m. & 252. etiam dictum latus est. & v. 24. m. & 252. quod ratione quadrature pbatur illi equari scilicet. & 21. m. & 3. quod est no. dignissimum.



I superficies aliqua linea rationali residuoque secundo continetur: linea in eadem potens erit residuum mediale primum.

In hac quoque argue sicut in premissa ex diffinitione residui secundi et secunda parte. 13. et nona et decimanona et 15. et 69.

Propositio. 88.



I linea rationali residuoque tertio superficies continetur erit linea super eam potens residuum mediale secundum.

In prior demonstrationi insiste et facile concludes propositum ex diffinitione residui tertii et secunda parte. 13. et 9. et 19. et 70.

Propositio. 89.



I fuerit superficies linea rationali residuoque quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

In hac quoque non aliter procedas quam prius. facile enim erit tibi propositum concludere. si premissam non despicias ex diffinitione residui quarti et secunda parte. 14. et 9. et 19. et 15. et 71. et sic patebit propositum.

Propositio. 90.



I fuerit linea rationali residuoque quinto superficies contenta latus eius tetragonum erit cum rationali componens mediale.

In itere premissae argumentatione ex diffinitione residui quinti et secunda parte. 14. et 9. et 19. et 15. et 72. quod propositum est concludere.

Propositio. 91.



I linea rationali residuoque sexto superficies contineat latus tetragonum quod super eam potest cum mediale constituens totum mediale esse comprobatur.

Inunc quoque ultimo quod per hanc dicit premissa modo satage concludere ex diffinitione residui sexti et secunda parte. 14. et 9. et 19. et 73. in his autem omnibus processum tuum nihil

offendere poterit si primam eam et perfecte didiceris et memoriter tenueris et quid quoque supponat solerter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato. l. m. te dubitare contigerit ad suum equale in superficie. a. d. tibi recurrendum erit et patebunt tuo ingenio.

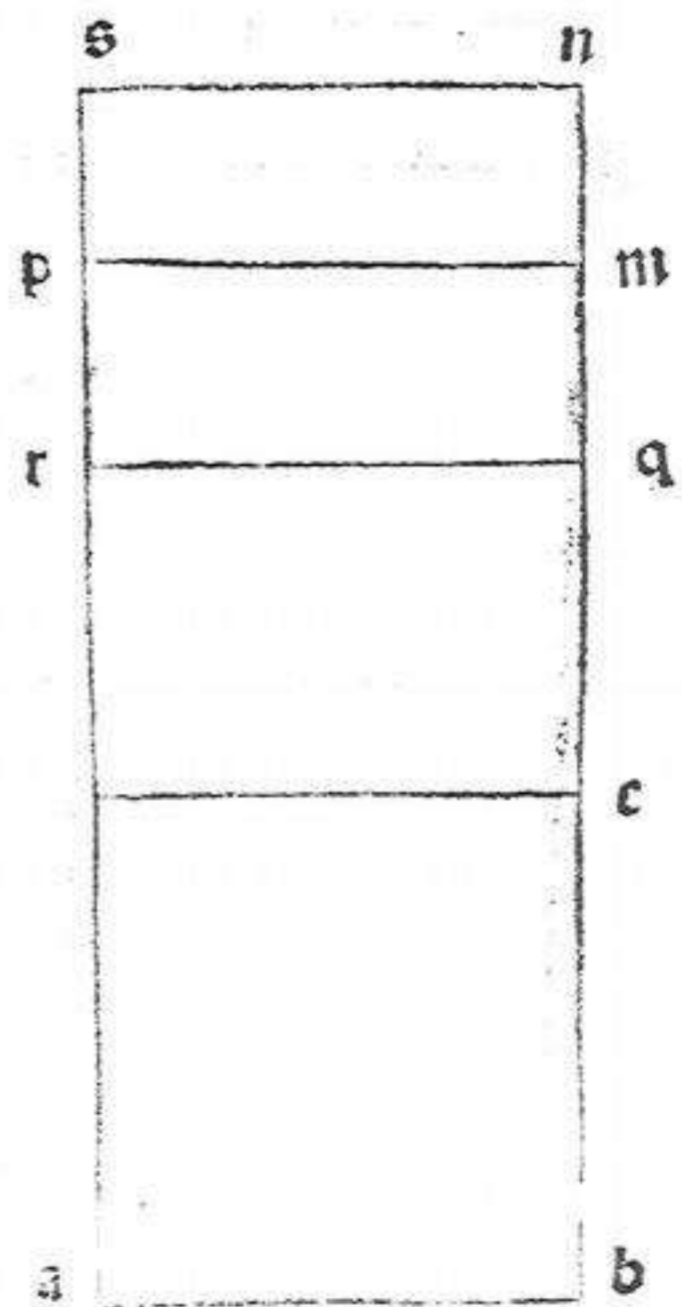
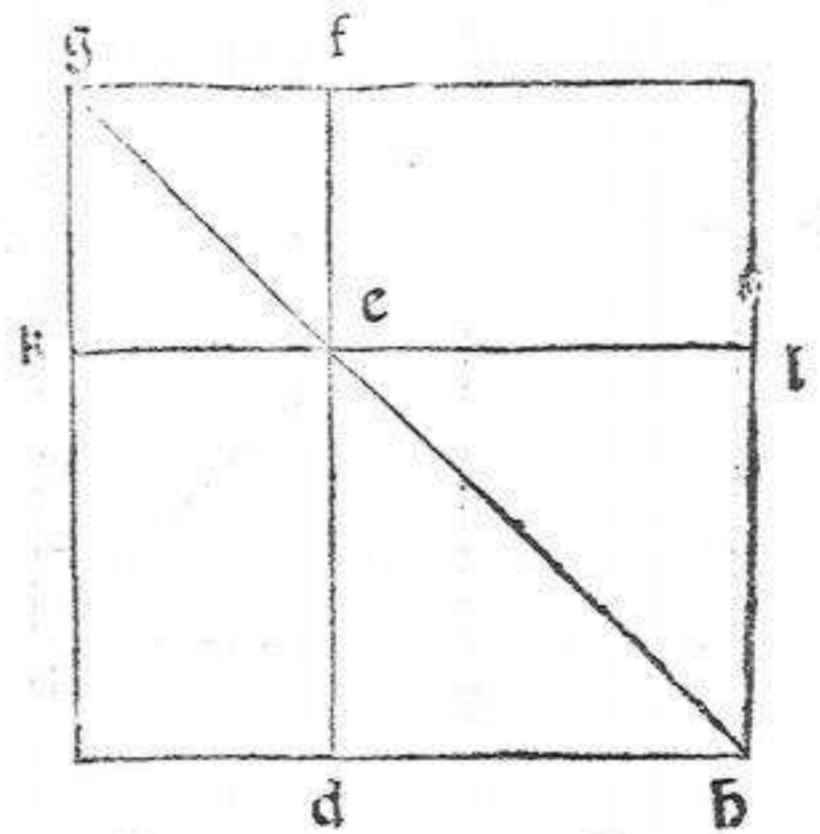
Propositio. 92.



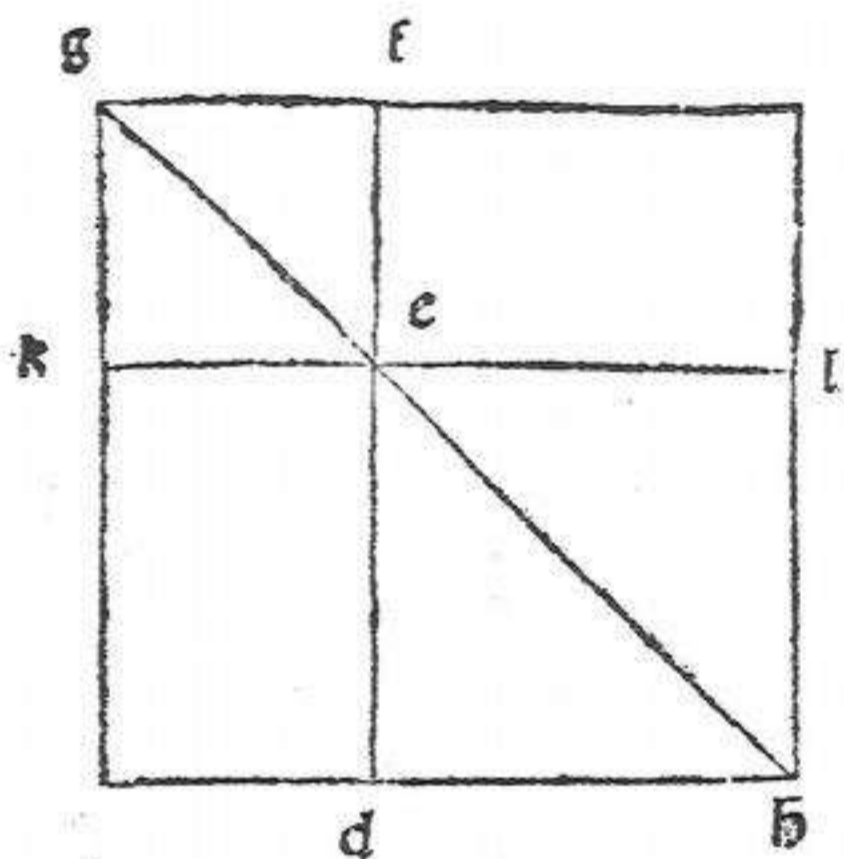
I ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicetur: alterum latus residuum primum esse necesse est.

Hec sex sequentes sunt conuersae sex precedentium per ordinem. huius autem prime hec est intentio: si sit superficies a. c. adiuncta ad lineam rationalem. a. b. equalis quadrato resi-

dui quod sit. d. e. erit eius latus secundum quod est. b. c. necessario residuum primum. Adiciatur. n. lineae. d. e. que proponitur esse residuum: linea p. cuius abscisionem ipsa fuerit residuum: sitque ei adiuncta. e. f. eritque. ex. 68. utraque duarum linearum. d. f. et. f. e. rationalis in potentia et una earum incommensurabilis aliam describat ergo quadratum lineae. f. e. quod sit. e. g. et quadratum. d. e. que posita est esse residuum quod sit. e. h. et adiciantur supplementa. d. k. et. f. l. eritque quadratum. g. h. tanquam quadratum lineae. d. f. et quadratum. e. h. erit sicut superficies a. c. Erit et utrumque quadratum. g. h. et. g. e. rationale. Sit igitur superficies. a. m. adiuncta ad lineam. a. b. equalis quadrato. g. h. eritque ob hoc rationalis quare p. 16. linea. m. b. est rationalis in longitudine. Superficies vero. p. n. sit equalis quadrato e. g. que est per hoc erit rationalis et p. 16. linea. m. n. rationalis in longitudine. itaque tota linea. b. n. est rationalis p. 9. Diuidat autem. c. n. per equalia. in. q. et ducatur q. r. equidistant. a. b. eritque ex prima sexti. c. r. equalis. r. n. Manifestum vero est



¶ cum tota superficies .a.n. sit equalis duobus quadratis .g. h. ¶ .f. e. g. pariter acceptis que sunt quadrata duarum linearum .d. f. ¶ .f. e. ¶ superficies a. c. sit equalis quadrato linee .d. e. ¶ .q. e. e. h. erit p. 7. scđi superficies residua ex .a. n. que est .c. f. equalis duplo superficie ex .d. f. in .f. e. Quare ¶ horum dimidia que sunt .r. n. ¶ .d. g. necesse est esse equalia. ¶ Cūq. igitur ex prima sexti sit superficies .d. g. medio loco proportionalis inter duo quadrata .g. h. ¶ .f. e. eritq. superficies .r. n. medio loco proportionalis inter duas superficies .a. m. ¶ .p. n. ideoq. per primā sexti erit et linea .q. n. medio loco proportionalis inter duas lineas .b. m. ¶ .m. n. cūq. sit .q. n. dimidium linee .n. c. ¶ linea .b. n. diuisa per punctum .m. in duo cōmunicantia inter que cadit .q. n. medio loco proportionalis; sequitur ex prima pte. 13. q. linea .b. n. sit potentior linea .n. c. in quadrato linee secū cōicantis in longitudine. q. ergo superficies .d. g. ¶ .e. medialis ex. 19. ex ypothesi aut superficies .c. r. sibi equalis medialis ¶ linea .c. q. rōnalis in potentia tm p. 20. ideoq. ¶ duplū eius quod ¶ linea .n. c. est rōnalis tm in potētia; q. ergo .b. n. est rōnalis in longitudine cōmunicans linee .a. b. posite rationali ¶ potentior .n. c. in quadrato linee sibi comunicātis in longitudine; sequitur ex diffinitione lineam .b. c. esse residuum primum; quod est propositum.



Propositio 93.



¶ Si adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea .d. e. residuum mediale primum ¶ linea .e. f. erit linea illa p cuius abscisionem .d. e. fuerat residuum mediale primum; dico q. b. c. erit residuum secundum qđ nescire nō poteris si demonstrationem premisse quousq. eam solido amplectaris habitu insisteris ¶ quales lineas oporteat esse .d. f. ¶ .f. e. vigilanter attenderis; de quo si dubitas. 69. requirenda erit.

Propositio 94.



¶ Si superficies equalis quadrato residui medialis secundi applicata fuerit ad lineam rōnalem; alter latus eius residuum tertium esse conuenit.

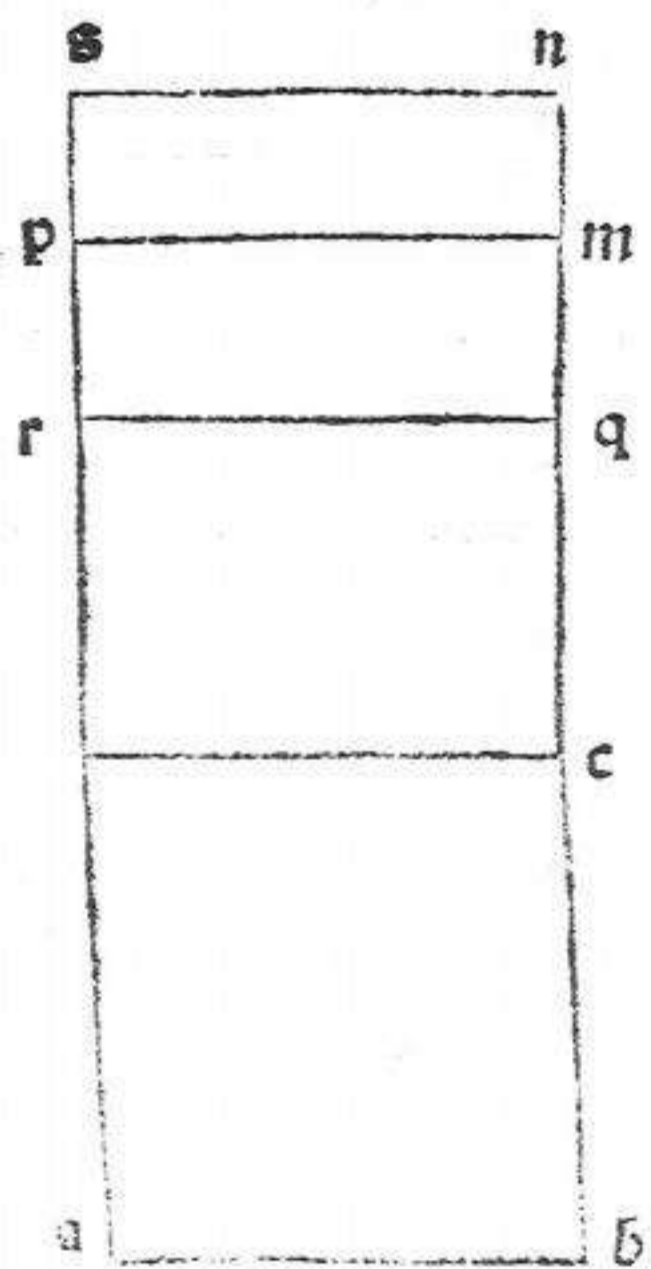
¶ Hic etiam erit .d. e. residuum mediale secundum ¶ sequetur vt sit .c. b. residuum tertium; quod vt facile concludas prime demonstrationi insistas ¶ quales lineas conueniat esse .d. f. ¶ .f. e. ex. 20. collige

Propositio 95.



¶ Si adiuncta fuerit linee rationali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius secundum erit residuum quartum.

¶ Si fuerit .d. e. linea minor asserit hec .95. q. b. c. erit residuum quartum; est aut sumendum ex. 71. quales lineas ¶ necesse sit .d. f. ¶ .f. e. cū .d. e. fuerit linea minori ¶ est astruendum propositum premisso modo; excepto q. in hac ¶ duabus sequētibz necesse est lineam .b. n. diuidi ad punctum .m. in duo incommensurabilia que in tribus premissis diuidebatur necessario in duo cōmensurabilia. nam in tribus premissis fuerant due linee .d. f. ¶ .f. e. cōicantes in potētia tm ¶ ideo eaz quadrata cōicantia; pp quod ¶ superficies .a. m. ¶ .p. n. quadratis earum equalis cōicantes. Quapropter ¶ due linee .b. m. ¶ .m. n. ideoq. ¶ fuit i tribus premissis linea .b. n. ¶ potentior linea .n. c. in qđrato linee secum cōicantis in longitudine ex prima parte. 13. In hac aut ¶ duabus sequentibus sunt due linee .d. f. ¶ .f. e. incommensurabiles in potentia vt apparet ex. 71. ¶ .72. ¶ .73. ¶ ideo earum quadrata ppter quod ¶ superficies .a. m. ¶ .p. n. incommensurabiles propter quod ¶ due linee .b. m. ¶ .m. n. ¶ incommensurabiles ideoq. per primam partem .14. tam in hac q. in duabus sequētibz necesse ¶ linea .b. n. ¶ eē potentiorē linea .n. c. in quadrato linee sibi incommensurabilis in longitudine; cetera perquire vt prius.



Castigator.

¶ Quia inter eas cadit medio loco pportionalis linea. q. n. p primam sexti cū. c. r. Et ideo. r. n. sit medio loco pportionalis inter duas superficies a. m. f. p. n. sicut sua equalis. d. g. inter duo quadrata. g. h. f. g. e. illis duabus superficiebus. a. m. f. p. n. equalia ex ypothesi.

Propositio .96.



¶ Ad lineam rationalem quadrato lineae cum rationali constituentis mediale equalis superficies adiungatur: latus eius secundū erit residuū quintus.

¶ Pone similiter hic lineam. d. e. eē illam q̄ iuncta cū rōnali cōponat totū mediale f̄ attende ex. 72. quales lineas oporteat esse. d. f. f. f. e. f̄ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportune institeris lineam. b. c. esse residuum quintum.

Propositio .97.



¶ Ad lineā rōnalem superficies equalis quadrato lineae cū mediāli cōponētis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuum sextum.

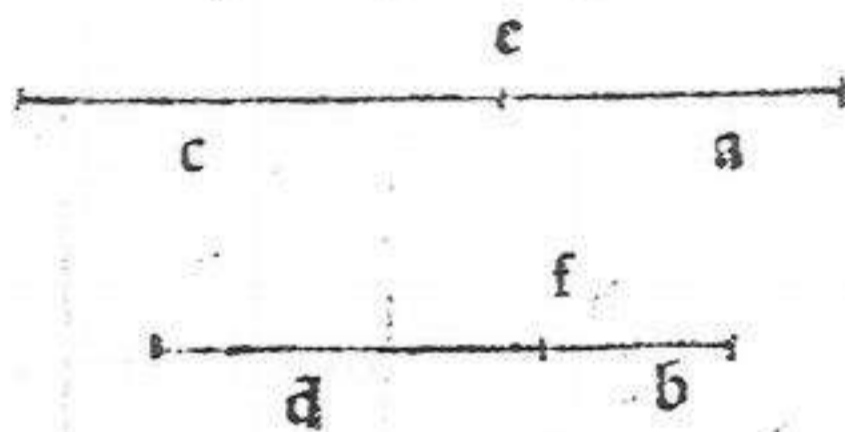
¶ Nunc vltimo conuenit lineā. d. e. eē illā que iūcta cū mediāli cōponit totū mediale cui adiūcta lineā. e. f. que videlicet sit illa per cuius abscisionē lineā. d. e. fuerat que pponitur si quales lineas. d. f. f. f. e. esse oporteat ex. 73. didiceris priorem argumētationē firma mēte tenueris sine obice quoq̄ lineā. b. c. eē residuū sextum concludere poteris. si aut̄ fortassis in aliquo te hesitare contigerit quicquid illud fuerit de quadrato. g. h. ad sibi equalem superficie. a. n. cōferendum erit f̄ sic patebit propositum nostrum.

Propositio .98.



¶ Nis lineā residuo commensurabilis ipsa quoq̄ in termino ⁊ ordine est idem residuum.

¶ Quod. 60. f̄ quatuor. eā sequentes de binomio eiusq̄ comitibus quinq̄ pposuerunt hec. 98. f̄ quatuor. eā sequētes de residuo suisq̄ q̄nq̄ comitibus vez esse pponunt: q̄bus qui vsq̄ ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cōicantia in longitudine f̄ potentia tantum dictum ē in is quoq̄ idem oportet intelligi. nam omnis lineā residuo communicans in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiam est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdem speciei residuum. Verbi gratia: lineā communicans in longitudine residuo primo est residuum primum f̄ secundo communicans est secundum. sic quoq̄ in ceteris. Cum autem lineā communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq̄ necesse est eē residuum sed non eiusdem speciei: immo impossibile est vt. ea commu- nicans in potentia tantum residuo primo aut secundo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt am- bo cadant simul sub tribus primis speciebus aut ambo simul sub tribus postrenis. Sit itaq̄ exempli gratia. a. residuum cui communicet. b. in longitudine: dico q̄. b. erit residuum eiusdem speciei cum. a. Ad- iungatur enim lineā. c. ad lineam. a. f̄ illa sit per cuius abscisionem. a. fuit residuum: f̄ ad. b. adiungatur alia que sit. d. ad quam sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq̄ composita ex. a. f̄. c. e. composita vero ex. b. f̄. d. f̄. f. erit q̄. ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. f̄ per. 13. quinti erit. e. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. ¶ Cum itaq̄. a. communicet. cum. b. erit per. 10. c. communicans. cum. d. f̄. e. quoq̄ communicans cū. f. f̄ quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. si- cut. f. ad. d. sequitur per. 11. vt si fuerit. e. potentior. c. in quadrato lineae sibi communicantis in longitudine vel si forte incommensurabilis: sit simi- liter. f. potentior. d. at quoniam omnis lineā communi. as in longitu. di



ne linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico q̄a ambe erūt
rationales in longitudine vel ambe in potentia tñ: sequitur ex diffinitio
nibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si aut. b. coi'
cat in potentia tantum cum. a. ipsa quoq. erit residuum non tamen eius'
dem speciei necessario. sed quemadmodum dictum est: cuius demonstra
tio ex his que in. 60. de binomiis dicta sunt colligenda est.

Propositio. 99.



Anis linea vtrilibet residuo mediali comunicas
est sub ipsius termino z ordine residuū mediale.

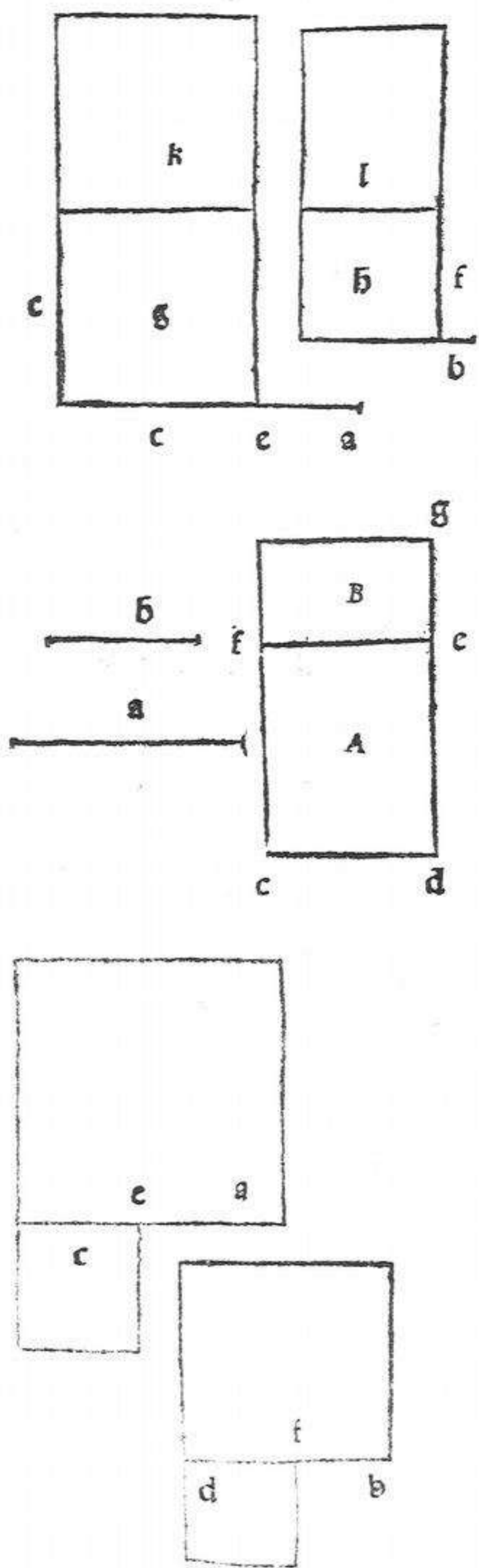
Verum ē quod dicitur siue coicet linea cum vtrolibet
residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit. n. a.
vtrilibet residuū mediale cui. b. coicet in longitudine vel
potentia dico q. b. est etiam residuum mediale quale fue
rit. a. ¶ Adiungatur enim linea. c. ad lineam. a. & sit. c. per cuius abscisio
nem. a. fuit residuum mediale: & ad. b. adiungatur alia q̄ sit. d. sitq. b. ad
d. sicut. a. ad. c. totaq. cōposita ex. a. & c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describatur igit
quadrata. c. & d. que sint. g. & h. & superficies. e. in. c. sit. k. & f. in. d. sit. l. Et
quia ē vt prius. e. ad. f. & c. ad. d. sicut. a. ad. b. sunt aut. e. & c. mediales pote
tia tñ coicantes. ex. 69. & 70. sequit ex. 21. vt. f. & d. eis comunicantes. sunt
etiam mediales potentia tñ comunicantes: constat aut ex prima sexti q̄
sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. & l. ad. h. sicut. f. ad. d. & quia est. e. ad. c. sicut. f. ad
d. sequitur vt sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et permutatim. k. ad. l. sicut. g. ad. h.
¶ Cum ergo. g. comunicet cum. h. sequitur vt. k. coicet. cum. l. Si igitur. k. est
rationale quod est in residuo mediali primo erit etiam per diffinitionem
l. rōnalis quare per. 69. b. etiam est residuum mediale primum. Si aut. k.
sit medialis quod est in residuo mediali secūdo: erit per. 21. etiam l. media
lis. ideoq. b. p. 70. residuū mediale secundum quare: constat propositum.
¶ Idem aliter Si linea. b. coicet cum linea. a. que est vtrilibet residuū me
diale in longitudine vel in potentia sit superficies. c. e. adiūcta ad lineam
rationalem. c. d. equalis quadrato. a. & f. g. equalis quadrato. b. erūtq. ob
hoc. c. e. & f. g. coicantes quēadmodū & quadrata lineaz. a. & b. eis equa
lia. ideoq. p. primam sexti & 10. huius. d. e. & e. g. sunt coicantes in longi
tudine: & quia si. a. est residuum mediale primū & linea. d. e. est residuum
secundum per. 93. & si. a. est residuum mediale scdm: linea. d. e. est residuū
tertium per. 94. at cum. d. e. est residuum secundum linea. e. g. est etiam re
siduum secundum & cum illa est tertiu. similiter & hec est tertium per. 98.
¶ Sequitur itaq. ex. 87. & 88. vt. b. sit residuum mediale primum aut secū
dum prout fuerit. a. & sic patet quod intendimus.

Propositio 100.



I linea aliqua linee minori comunicet. ipsa quo
q̄ erit linea minor.

Facile est hanc probare duplici modo sicut premissam
siue coicet linea aliq̄ cū linea minori in lōgitudine siue in
potentia hoc aut appposito quantum ad primum modum
q̄ cum sit. f. ad. d. sicut. e. ad. c. erit ex scda parte. 18. sexti qua
dratum. f. ad quadratum. d. sicut quadratum. e. ad quadratum. c. & coim
Etim quadrata duarum linearum. f. & d. ad quadratum. d. sicut quadrata
duaz. lineaz. e. & c. ad quadratum. c. & pmutatim quadrata duaz. lineaz.
f. & d. ad q̄drata duaz. lineaz. e. & c. sicut quadratum. d. ad q̄dratum. c. coi
cat aut quadratū. d. ad quadratū. c. ergo duo quadrata duaz. lineaz. f. &
d. piter accepta coicant cū duobus q̄dratis duaz. lineaz. e. & c. piter acce
ptis: & q̄a ex. 21. q̄drata duaz. lineaz. e. & c. piter accepta sunt rōale: erit aut
p diffinitionē & duo quadrata duaz. lineaz. f. & d. piter accepta rōnale.
Cūq. sit superficies. k. medialis erit et. l. sibi coicans medialis: igit ex. 21. b. ē
nea minor. quantum autem ad secundum modum erit per. 95. linea. d.
e. residuum quartum ideoq. per. 98. & linea. e. g. erit etiam residuum quar
tum. ideoq. etiam per. 89. linea. b. est linea minor.





Propositio .101.

An is linea cōicans lineæ cū rōnali cōponenti mediale est cum rationali componens mediale.

C Hanc quoq; duplici predicto modo non est difficile probare: siue de cōicantia in longitudine siue de cōicantia in potētia tñ intelligat; sed quantū ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale p. 21. quē admodum sunt duo quadrata duarum linearum. e. f. c. piter accepta ex. 22. quibus ipsa cōmunicant f. superficies. l. erit rationalis: per diffinitionem quemadmodum est superficies. k. ex. 22. cum ipsa cōmunicans. ¶ Igitur ex. 22. b. est cum rationali componens mediale. quantum ad secundum modum: erit. d. e. residuum quintum ex. 69. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cum rationali componens mediale. per. 90.

Propositio .102.



An is linea cōmensurabilis lineæ cū mediāli cōstituenti mediale est cū mediāli cōstituens mediale.

C Hic quoq; pone lineam aliquam cōicare cū ea que cū mediāli componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tñ put volueris: f. duplici modo premissio sine difficultate concludes eam quoq; cum mediāli componere mediale. erit etiam quantum ad primum modum superficies. l. mediālis quemadmodum f. k. f. duo quoq; quadrata duarum linearum. f. f. d. pariter accepta mediale sicut f. duo quadrata duarum linearum. e. f. c. f. q. duo quoq; duarum linearum. e. f. c. ad. k. sicut duo duarum. f. f. d. ad. l. cū duo prima non communicent cum duplo. k. ex. 23. neq; duo secunda cōmunicabunt cum duplo. l. ex. 10. igitur ex. 23. b. est cum mediāli cōponens mediale. Quātum aut ad scdum modum erit. d. e. residuum sextū ex. 97. ideoq; f. e. g. ex. 98. quare. b. est cū mediāli cōponens mediale ex. 91.

Propositio .103.



Ide superficie rōnali superficies mediālis abscindat lineam in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuū aut linea minor.

C Sit enim tota superficies constans ex. a. f. b. rationalis a qua detrahatur. b. que sit mediālis: dico q; linea potens in. a. residuum aut est residuum aut linea minor. Esto nāq; linea. c. d. rationalis superficiesq; .c. e. sibi adiuncta sit tanq; a. f. f. g. tanq; b. f. tota. c. g. sicut tota. a. b. eritq; .c. g. rationalis. ideoq; per. 16. linea. d. g. rationalis in longitudine f. f. g. erit mediālis. ideoq; per. 20. e. g. rationalis in potentia tantum: est igitur ex diffinitione linea. d. e. residuum primum aut quartum: ergo per. 86. f. 89. linea potens in superficiem. c. e. f. ideo in superficiem. a. sibi equalem est residuum aut linea minor: quod est propositum.

Propositio .104.



Ide superficie mediāli superficies rationalis detrahatur linea in reliquam superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum: mediale primum aut cum rationali componens mediale.

C Hec quoq; sicut premissa probatur. Erit enim tota. a. b. mediālis. b. autem rationalis: f. tunc dico quod in. a. residuum pōt aut ē residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale. Cum enim. c. g. equalis sit. a. b. erit per. 20. linea. d. g. rationalis in potentia tantum: f. cū sit. f. g. equalis. b. erit per. 16. linea. e. g. rationalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea. d. e. residuum secundum aut quintum quare per. 87. f. 90. latus tetragonum superficiem. c. e. f. ideo superficiem. a. est residuum mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

Propositio .105.





I superficies medialis a superficie mediali detrahatur fueritque reliqua toti incomensurabilis que ipsam reliquam potest alterutra erit duarum irrationaliu videlicet aut residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Si a duarum premissarum demonstratione non deuias concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a. b. f. b. mediales et sit a. reliqua incomensurabilis toti. (Aliter enim esset a. medialis ex. 21. et eius latus tetragonum mediale ex. 19.) tunc dico quod linea potens in a. est residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c. g. equalis a. b. erit p. 20. linea d. g. rationalis in potentia tantum per eandem quoque cum sit f. g. equalis b. erit etiam e. g. rationalis in potentia tantum et cum sit a. incomensurabilis toti a. b. erit f. g. incomensurabilis c. g. ideoque per primam sexti. et. 10. huius erit etiam e. g. incomensurabilis d. g. igitur a definitione linea d. e. erit residuum tertium aut sextum; quare p. 88. et. 91. latus tetragonum superficie c. e. et ideo superficie a. e. residuum mediale secundum aut cum mediali componens mediale.

Propositio .106.



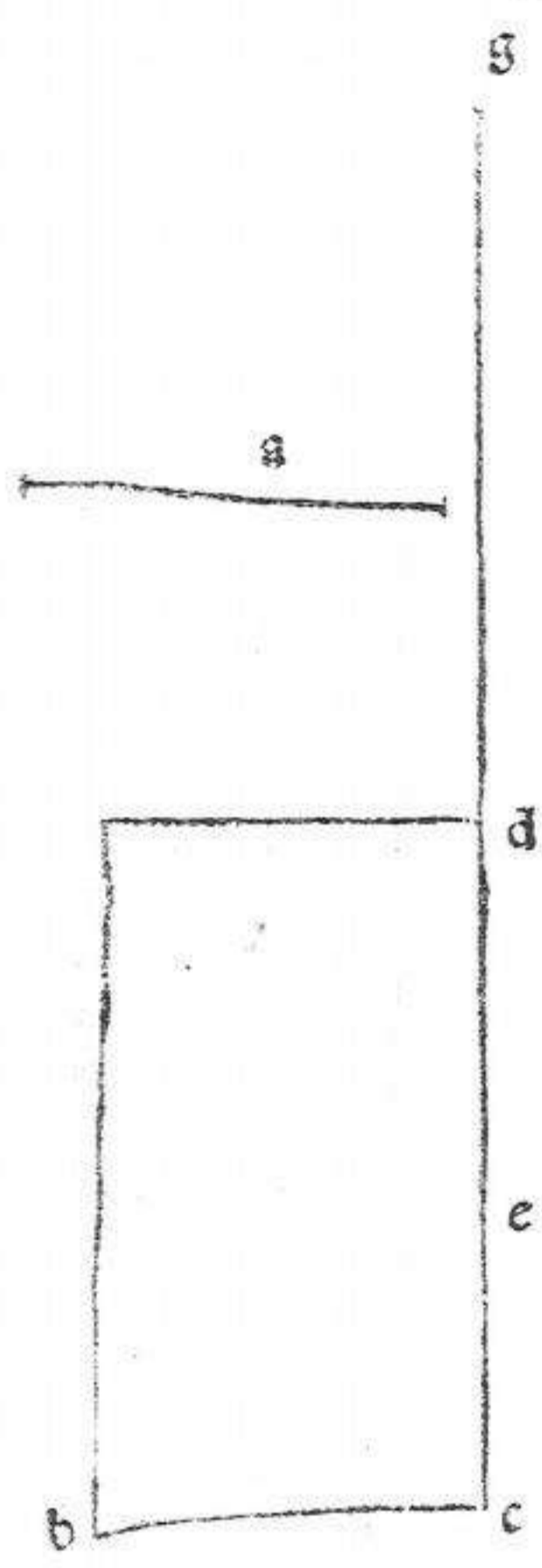
Inearum irrationaliu que sunt residuum et post ipsas subsequente vllam aliu termino et ordine subesse impossibile est residuo quoque binomii terminum vel ordinem uenire non est possibile.

Vult autem per hanc. 106. quod residuum est alie quinq. linee irrationales eam sequentes differant specie et diffinitione abinuicem et nulla linea vna potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harum sex linearum irrationaliu que sunt residuum et eius quinq. comites; et quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomii nec est possibile lineam vnam simul esse residuum et binomium cuiuscumque speciei residui vel binomii. Pars prima sic constat: quoniam superficies equalis quadratis residui et suarum quinq. comitum cum adiungantur ad lineam rationalem habent secunda latera necessario diuersa abinuicem ex. 92. et quinq. eam sequentibus, sunt autem secunda latera residuum primum et secundum et deinceps vsque ad sextum. Pars secunda constat hoc modo: si eadem linea potest esse simul residuum et binomium sit a. cuius quadrato equalis superficies adiungatur ad rationalem lineam b. c. sitque b. d. eritque ex. 54. linea c. d. binomium primum et ex. 92. residuum primum. In quantum ergo binomium primum diuidat in suas binomiales portiones ad punctum e. sitque maior portio c. e. que erit rationalis in longitudine per diffinitionem; in quantum autem est residuum primum adiungatur ei d. g. per cuius abscisionem fuerat residuum primum; eritque et ex diffinitione c. g. rationalis in longitudine. Cum itaque sit vtraque duarum linearum c. g. et c. e. rationalis in longitudine erit et per 9. linea e. g. rationalis in longitudine; atque linea d. e. est rationalis in potentia tamen cum ipsa sit per hypoth. minor portio binomii primi; erit per 68. linea d. g. residuum et quia ipsa erat rationalis in potentia tamen cum per eius abscisionem esset linea c. d. residuum primum sequitur impossibile per 68. Quod ut clarius pateat esto superficies b. d. adiuncta ad lineam rationalem b. c. equalis quadrato linee d. g. cum itaque linea d. g. sit rationalis in potentia erit per 16. linea c. d. rationalis in longitudine, at cum etiam linea d. g. sit residuum erit ex. 92. linea c. d. residuum primum quod esse non potest cum linea que dicitur residuum sit irrationalis per 68.

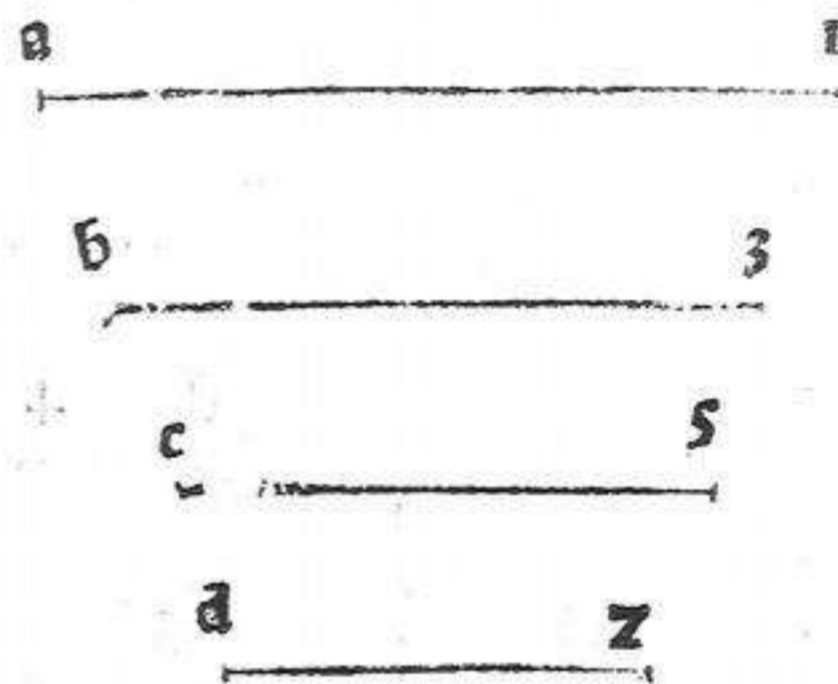
Propositio .107.

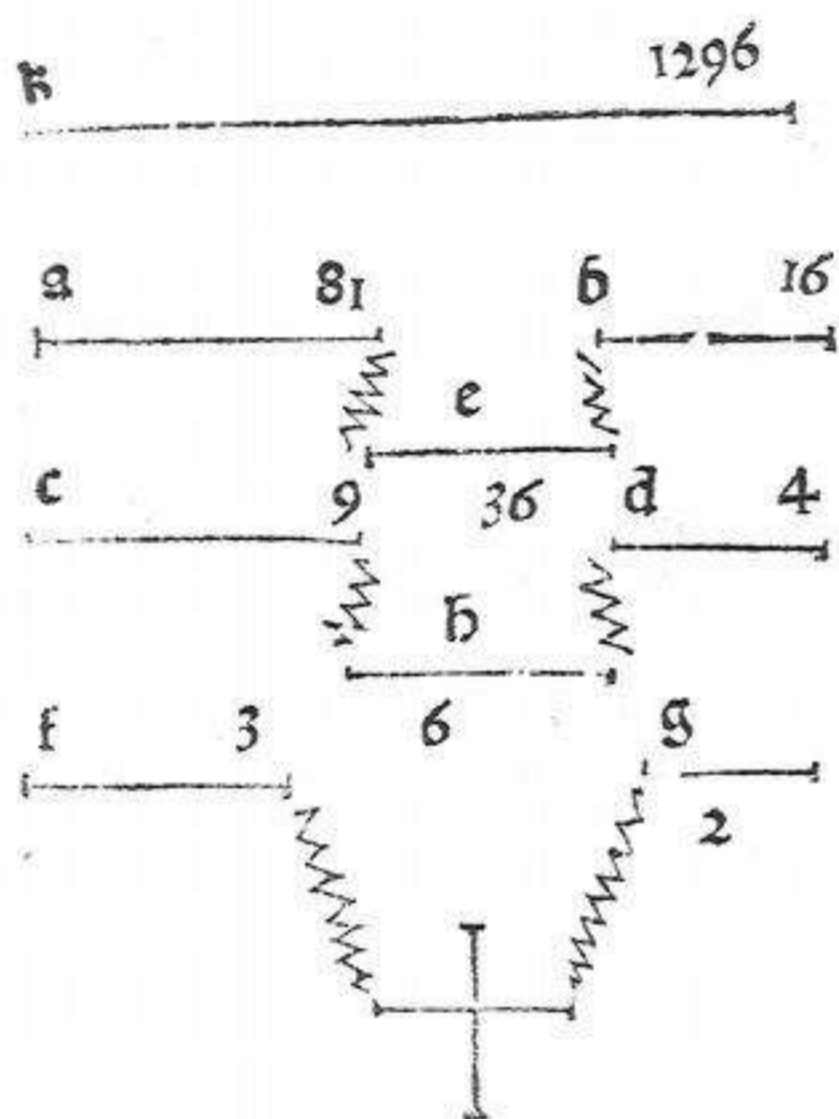


Inea que residuum dicitur vlla ve irrationaliu que post eam sunt nequit esse sub termino binomii aut sub termino et ordine vllius ceterarum linearum irrationaliu que binomium subsequuntur; cum autem possibile sit linearum irrationaliu seriem in infinitum produci non est possibile vllam earum cum ea que precefferit in termino et ordine conuenire



¶ Vult per hanc vltimam libri .10. q. .13. irracionales linee de quibus in hoc decimo demonstratum est & ipse sunt linea medialis binomii & eius quinq; comites residuum & eius quinq; comites sint abinuicem singule a singulis specie differentes: & q. nulla linea vna pot esse simul sub duabus aut pluribus speciebus eaz; & q. species linearum irrationalium possunt in infinitum pducī quaz; nulla cum alia conuenit in diffinitione & ordine. Quod aut hęc .13. linee videlicet medialis binomium & eius .5. comites residuum & eius .5. comites sint irrōnales demonstratum esse superius meminit de mediali quidem ex .19. de binomio aut & eius quinq; comitibus ex .30. & quinq; eam sequentibus: at vero de residuo suisq; quinq; comitibus ex .68. & quinq; eā sequentibus. Nullam aut harum .13. lineaz; irrationaliū posse conuenire in specie cum aliqua aliarum lineaz; sic collige. ¶ Esto enim vt ad vnam eandēq; lineam rōnalem in longitudine adiungatur superficies equales quadratis predictarum .13. linearum irrōnalianū p̄m q. ordine se inuicem sequuntur: eritq; ex .20. secundum latus prime istarum .13. superficierum rationale in potentia tantum. ¶ Secunda aut latera secūde istarum .13. superficierū & quinq; eam sequentium erunt oēs species binomiorum per ordinem videlicet binomium primum secundū & deinceps vsq; ad sextum ex .54. & quinq; eam sequentibus demonstratum esse memineris. ¶ Secunda vero latera tertie superficiei & quinq; eam sequentiū sunt species residuorum in ordine videlicet residuum primum & residuum secundū & deinceps vsq; ad sextum quod ex .92. & quinq; eam sequentibus didicisti. Cum igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum non conueniat cum aliqua specie binomiorum aut cū aliqua residuorum quoniam omne binomium per .30. & oē residuum per .68. est linea irrationalis & in longitudine & in potentia. Et cum nulla species residuorum conueniat cū aliqua specie binomiorum ex secunda parte penul. huius decimi: sequitur vt oīa secunda latera harum .13. superficierum sint adinuicē diuersa: ideoq; per primam sexti & ipse .13. superficies sint diuersę cum earum omnium altitudo sit vna quare etiam hęc .13. linee irracionales propositę sunt singule a singulis diuersę. ¶ Possunt aut hęc .13. lineaz; irrationalium species in infinitum produci. infinite enim sunt species linearum medialium. infinite quoq; binomiorum & sic de singulis. Quod hoc modo constat. Esto linea .a. medialis. sumaturq; vnitas & quolibet numeri primi vt .3. .5. & .7. & sint totidem linee .b. .c. .d. quot sunt sumpti numeri primi. sintq; quadrata istaz; lineaz; .b. .c. .d. ad quadratū .a. sicut numeri primi ad vnitatem. eritq; linee .b. .c. .d. mediales ex .21. qm̄ ipse communicant in potentia cum linea .a. mediali. omnes aut erunt diuersę in longitudine ab .a. & a se inuicem p vltimā ptem .7. quoniam nullius istorum numerorum ad vnitatem nec alicuius eorum ad alterum per .16. & .8. & correlarium secunde octauī & presentis ypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum. ¶ Erit ergo .a. & omnes sibi cōmunicantes in longitudine sub p̄ia specie linearum medialium. .b. vero & omnes sibi comunicantes in longitudine sub secunda. .c. aut & omnes eidem comunicantes vel cōmēsurabiles sub tertia. .d. quoq; & omnes sibi comunicantes in longitudine sub quarta: & quia numeri primi sunt infiniti vt ex .21. noni didicisti. necesse est species linearum medialium esse infinitas. ¶ Quod autem est dictum de linea mediali intellige de binomio suisq; .5. comitibus & residuo suisq; quinq; comitibus: nam sicut omnis linea comunicans mediali est medialis siue comunicet ei in longitudine siue in potentia vt probatum est in .21. ita etiam omnis linea comunicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum vel etiam residuo aut alicui suarum quinq; comitum in longitudine vel in potentia est secum sub eadem specie vt probatum est. in .60. & quatuor eam sequentibus & 98. & quatuor eam sequentibus. ¶ Sunt igitur species harum .13. linearum irrōnalianū infinite quarum nulla conueniet cum precedēti in ordine vel diffinitione. ¶ Conuenit quoq; d̄rie aliter species lineaz; irrōnalianū esse infinitas



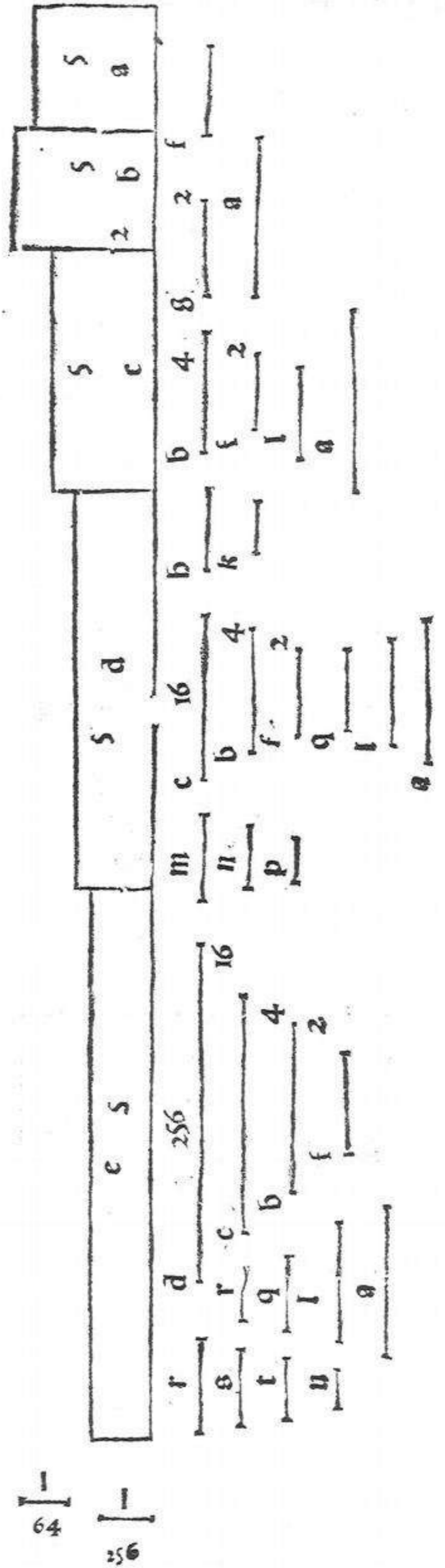


nam omne latus tetragonum superficiem dicte a numero non quadrato est irrationale per ultimam partem. 7. et per definitionem. cum itaq. tales numeri sint infiniti; erunt etiam species harum linearum irrationalium infinite. Tertio modo contingit secundam partem huius ultime conclusionis libri decimi sic exponi: ut dicamus ab unaquaque linea rationali in potentia tantum infinitas linearum irrationalium species produci quarum nullam cum aliqua earum que ipsam precesserint; possibile est in definitione et ordine convenire. Verbi gratia. Sumatur aliqua superficies rationalis dicte a numero non quadrato ut quinq. eritq. latus eius tetragonum irrationale in longitudine quoniam ipsum est incommensurable lateri tetragonum superficiem rationalis dicte a numero quadrato ex ultima parte. 7. Dico ergo q. huius lateris latus. iteq. scilicet lateris latus et rursus huius tertii lateris latus et sic in infinitum: sunt linee irrationales tam in longitudine quam in potentia; et q. nulla earum convenit definitione vel specie cum aliqua que eam precesserit in ordine. estq. latus tetragonum premisse superficiem quecumq. dicte fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix et principium et quelibet ipsarum est principium omnium ipsam sequentium; et quecumq. ab aliquo tetragonum latere cuiusq. talis superficiem proficiuntur diuerse sunt in longitudine et potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonum latere talis superficiem generantur et hoc dico cum ipsarum superficiem non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. hec autem ut possumus firma demonstratione colligere antecedens ad ipsa premittere oportet. sitq. istud.

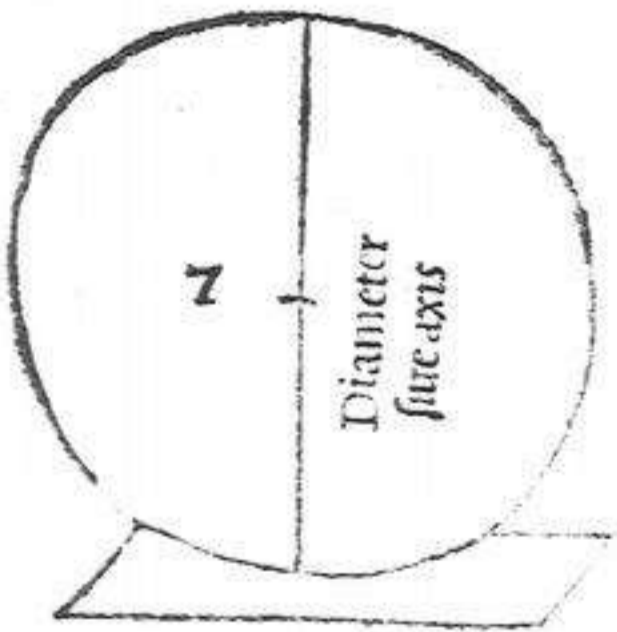
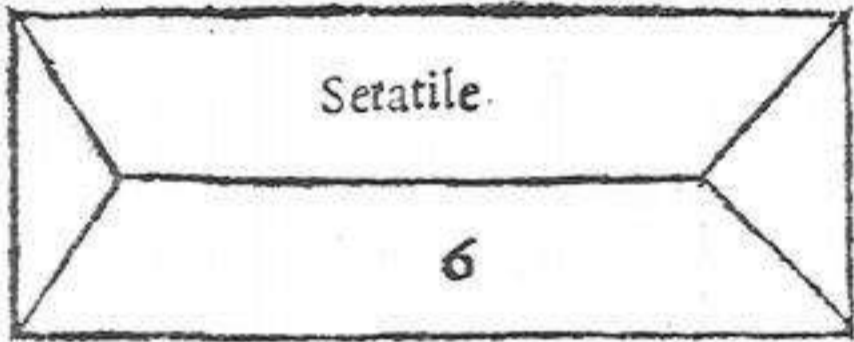
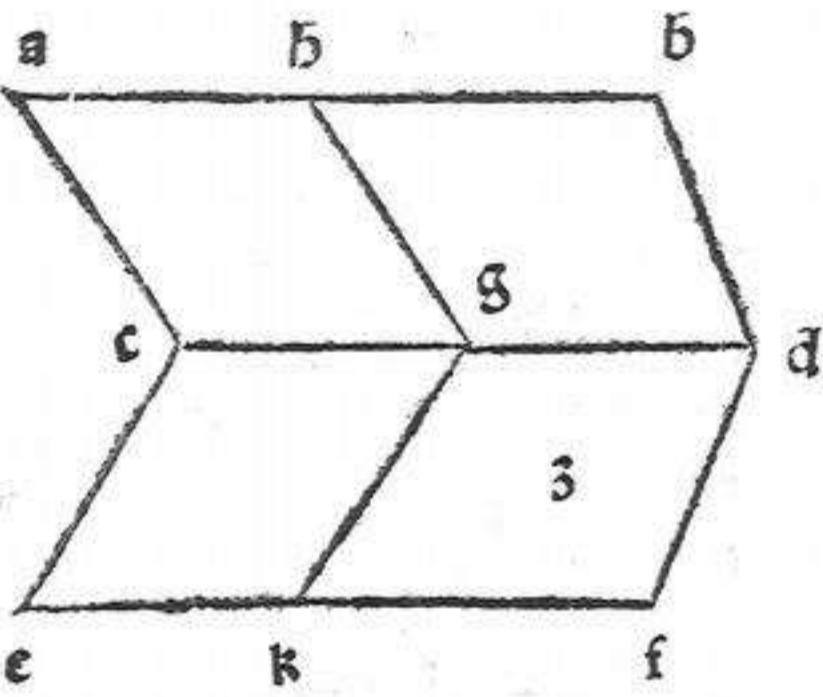
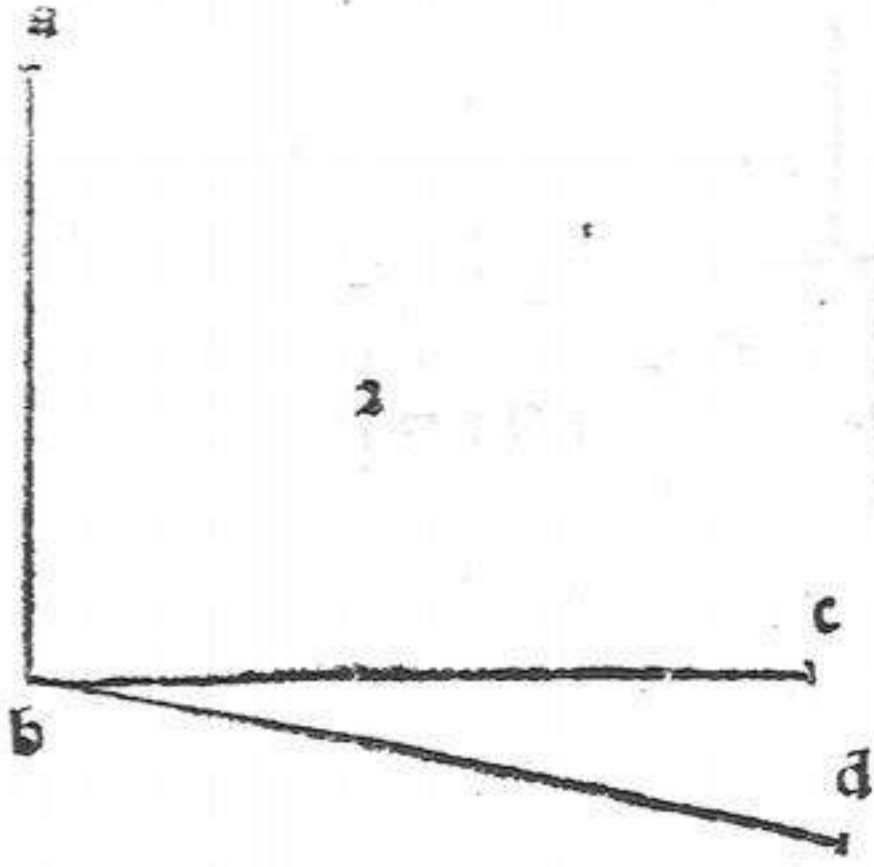
¶ Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producat quota latera tetragonum duorum precedentium inuicem duces totum tetragonum latus ipsius producti produces.

¶ Verbi gratia sit ut ex. a. in. b. sit. k. at. c. et d. sint latera tetragonum. a. et b. fiat autem. e. ex. c. in. d. sintq. iterum. f. et g. latera tetragonum. c. et d. fiat h. ex. f. in. g. dico q. h. est latus tetragonum. e. et q. e. rursus est latus tetragonum. k. Cum enim ex. f. in se et in. g. fiant. c. et h. erit. c. ad. h. sicut. f. ad. g. sed et sic. h. ad. d. sicut. f. ad. g. eo q. ex. g. in. f. et in se fiunt. h. et d. Sunt igitur. c. h. d. continue proportionales itaq. ex. h. in se quantum ex. c. in. d. quare. h. est latus tetragonum. e. Eadem quoq. ratione cum ex. c. in se sit. a. in. d. sit. e. et ex. d. in se sit. b. erunt et. a. c. b. continue proportionales in proportione. c. ad. d. Cum igitur ex. a. in. b. sit. k. sequitur etiam ut ex. e. in se sit. k. quare. e. est latus tetragonum. k. constat itaq. quod dicitur. R. est itaq. demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies. a. rationalis dicte a numero non quadrato. ut. 5. sitq. linea. a. eius tetragonum latus et sumantur quotlibet linee rationales in longitudine que sint. b. c. d. e. Sintq. dicte a numeris quoz quisq. precedens sit tetragonum latus proximo sequentis: ut si. b. sit. 2. c. 4. d. 16. e. vero. 256. ad has autem lineas racionales in longitudine adiungatur superficies equalis. a. eruntq. secunda latera singularum racionales in longitudine per. 16. ut secundum latus. b. 2. et dimidium: secundum c. unum et quarta: secundum vero. d. una quarta et una. 16. at vero superficiem. e. secundum latus erit una. 64. et una. 256. Sit ergo. f. tetragonum latus. b. g. vero sit tetragonum latus secundi lateris superficiem. b. eritq. per premissum antecedens ut ex. f. in. g. sit. a. Rursus sit. h. tetragonum latus secundi lateris. c. k. quoq. sit tetragonum latus. h. eritq. per predictum antecedens ut ex. b. in. h. sit. a. et ex. f. in. k. sit tetragonum latus. a. quod sit. l. Sit iterum. m. tetragonum latus. scilicet lateris superficiem. d. sed cum. n. sit tetragonum latus. m. et p. tetragonum. n. eritq. p. predictum antequam ut ex. c. in. m. fiat. a. et ex. b. in. n. l. et ex. f. in. p. tetragonum latus. l. quod sit. q. Amplius autem sit. r. tetragonum latus lateris secundi superficiem. e. sit quoq. s. tetragonum. r. et t. s. sit et. u. tetragonum. t. Sequiturq. per dictum antecedens ut ex. d. in. r. fiat. a. et ex. c. in. s. l. et ex. b. in. t. sit. q. et etiam ex. f. in. u. tetragonum latus. q. quod sit. x. et sic in infinitum. Dico ergo has lineas. a. l. q. x. quarum. a. est tanquam radicale principium esse irrationales

a. quidem in longitudine tantum; cetero vero in longitudine & in potētia. Et dico q̄ nulla earum conuenit cum alia in diffinitione vel ordine. ¶ Cum enim ex f. in. g. & k. fiant. a. & l. erit. a. ad. l. sicut. g. ad. k. & quia vt patet ex dictis ypothesibus. g. & k. sunt incommensurabiles in longitudine & in potētia. sequitur et. vt. a. & l. sint incommensurabiles in longitudine & in potētia. Eadem ratione. a. & q. ē enim. a. ad. q. sicut. g. ad. p. & pp eandem cām et. a. & x. cum sint sicut. g. & u. Et hac via quoq; necesse est vt. l. & q. sint similiter incommensurabiles tam in longitudine q̄ in potētia. cum enim ex f. in. k. & p. fiant. l. & q. erit. l. ad. q. vt. k. ad. p. at. k. & p. nec cōmensurabiles sunt in longitudine nec in potētia. Si enim sint erūt h. & n. cōmensurabiles. sed non sunt. at vero. l. & x. oportet esse vtroq; mō incommensurabiles; ē enim. l. ad. x. sicut. k. ad. u. eo q̄ ex. f. in. k. & u. fiant. l. & x. Sunt aut. k. & u. vtroq; mō incommensurabiles. Sinaut accidet. d. & h. esse cōmensurabiles quod est inconueniens. q. vero & x. q̄ sint quoq; incommensurabiles potētia & longitudine ex eo patet q̄ est. q. ad. x. sicut. p. ad. u. constat autem q̄. p. & n. sunt incommensurabiles. nā si non; erunt. n. & c. cōmensurabiles. ideoq; m. & s. sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales esse in longitudine & in potētia incommensurabile; & ideo diffinitione & specie differentes produci ex linea. a. rationali in potētia tantum ¶ Restat autem nunc ostendere q̄ quecūq; irrationales lineae ab aliqua linea rationali in potētia tantum hac via generantur; diuersae sunt ab omnibus tam in longitudine q̄ in potētia que a qualibet alia linea rationali in potētia tantum quadratum cuius ad quadratum prioris non sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū hac eadem via egrediuntur; hoc quoq; sic constat. ¶ Sint. a. & b. rationales in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum a numeris non quadratis. sitq; vt illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum; lineae quoq; que procedunt hac via ab. a. sint. c. d. e. & a. b. procedant. f. g. h. dico q̄ nulla ex lineis. c. d. e. communicat in longitudine vel potētia cum aliqua ex lineis. f. g. h. Cū. n. sint. c. & f. tetragonica latera. a. & b. at. d. & g. tetragonica latera. e. & f. & e. & h. tetragonica. d. & g. nō ē possibile vt aliq̄ ex. c. d. e. cōicet cū sua cōpari ex. f. g. h. vel longitudine vel potētia. Si. n. alterutro mō cōicet. e. cum. h. sequitur vt. d. communicet. cum. g. & c. cum. f. quare & a. cū b. etiam in longitudine quod est contra ypothesim. Vniuersaliter autem verum est dicere quamlibet harum esse vtroq; modo incommensurabile cuiuslibet istarum. Dato namq; q̄. d. communicet cum h. etiam in potētia tantum sequitur vt. c. quoq; communicet cum. g. & a. cum. f. quod non est possibile. ¶ Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄ latus superficiei denominate a latere priori. vnde tetragonici latus lineae. a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea a. talis autem superficies est quam continet linea. a. & linea rationalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuius libet lineae. Sit linea. a. cuius tetragonicum latus volo inuenire. b. vero sit linea rationalis in longitudine dicta ab vnitae & ipsa ē minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris. Medio loco proportionalis inter eas sit. c. est igitur p. 16. sexti. c. tetragonici latus. a. Idem enim fit ex. a. in. b. & ex. c. in. f. At vero ex. a. in. b. fit superficies dicta ab. a. Quicquid enim a quolibet in vnum ducto producit ab eo qd vnum multiplicat denomina. Et nota q̄ cum. c. fuerit latus tetragonici lineae a. indifferenter contingit lineam. c. esse maiorem linea. a. & minorem prout. b. etiam fuerit maior aut minor.



Liber undecimus Euclidis de corporibus in genere et specie iuxta optimam Campani traductionem. Magistro Luca Paciolo de burgo Sancti Sepulchri Ordinis minorum. Castigatore diligentissimo. feliciter Incipit.



Corpus est quod longitudinem et latitudinem et altitudinem habet cuius termini sunt superficies. Linea erecta supra superficiem est que cum singulis sibi coterminabilibus lineis in ea superficie expansis angulos rectos facit. Linea autem hec supra eam superficiem perpendicularis esse et ad eadem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea. a. b. exurgere supra planum: ita et punctus. a. imaginetur in aere et. b. in plano et a puncto b. ducantur plures linee in eodem plano ut. b. c. b. d. et quotlibet alie. Si igitur ita fuerit et linea. a. b. cum linea. b. c. et cum linea. b. d. et cum quolibet alia linea protracta a puncto. b. in plano illo angulum rectum contineat ipsa dicitur esse perpendicularis ad illam superficiem in qua protracte sunt hee linee videlicet. b. c. et. b. d. et alie cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.

Superficies autem erecta super superficiem est quotiens puncto uno eodem linee que est cōis terminus illarum superficierum due perpendiculares conterminales superstant que rectum continent angulum in eisdem superficiebus site sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem. a. b. c. d. exurgere super superficiem. e. o. c. d. e. f. i. a. ceret et intelligamus lineam. c. d. esse cōm terminum ambaz in ea itaque signet punctus. g. a quo ad lineam. c. d. extrahantur due linee perpendiculares una videlicet in superficie. c. d. e. f. q. sit. g. k. et alia in superficie. a. b. c. d. q. sit. g. h. si igitur angulus quem continent hee due linee perpendiculares videlicet. g. h. et. g. k. erit rectus superficies. a. b. c. d. dicitur orthogonaliter erecta super superficiem. c. d. e. f.

Superficies equidistantes sunt que in vtrambuslibet partem protracte non concurrent et si in infinitum producantur.

Intellectum est quod dicitur. Scire tamen debes et omnes plane superficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnem partem protracte concurrent alicubi et super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium vel esse equidistantes vel in vtramque partem protractas concurrere. Quippe que in eadem superficie non sunt nec equidistant ab inuicem nec tamen quantumlibet protracte concurrent.

Equa corpora sunt atque similia quorum terminales superficies numero ac quantitate eales unius creatōis sunt atque similes. Similia corpora sunt que similibus superficiebus numero ealibus continentur.

Si has duas definitiones de corporibus equalibus et similibus non intelligis ad definitionem similitudinum superficiebus positam in principio sexti recurre.

Corpus seratile dicitur quod quinque superficiebus quarum tres parallelogramme sunt due vero triangule continetur.

Domus quatuor parietes equidistantes habenti tectum unico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali et equidistanti superpositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphera est transitus arcus circūferentie dimidii circuli quotiens sumpto vel supremo semicirculo lineaque diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.

Super quamlibet lineam semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota revolutione circumducatur corpus quod describitur sphaera no

minatur cuius centrum constat esse centrum semicirculi circūducti.

Piramis laterata ē figura corporea quā continent superficies ab vna quaz relique sunt ad vñū oppositū punctū sursum erecte.

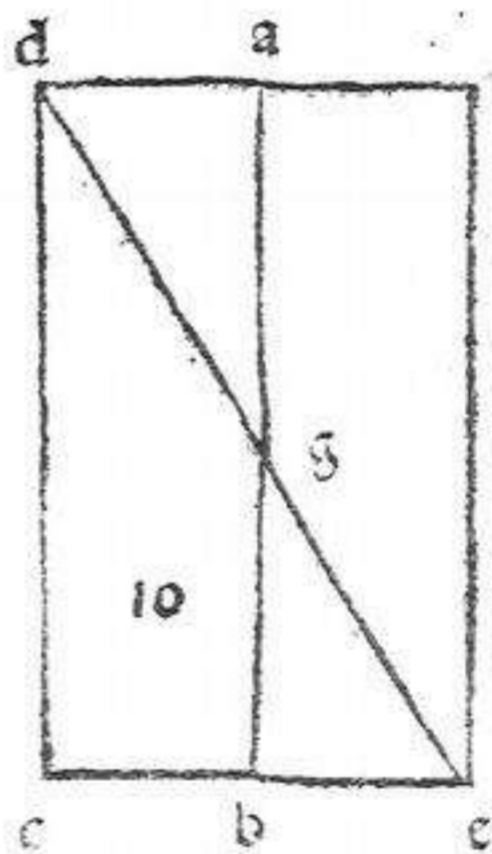
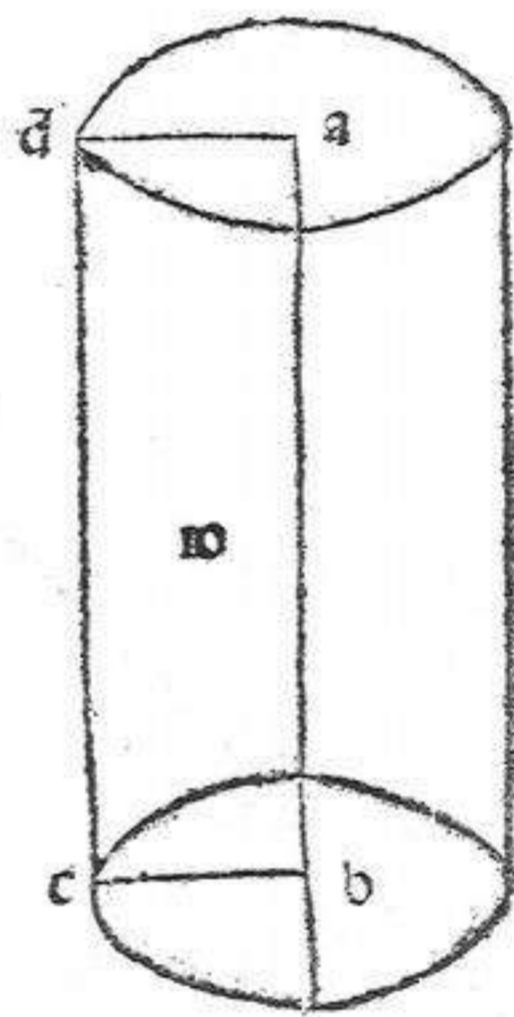
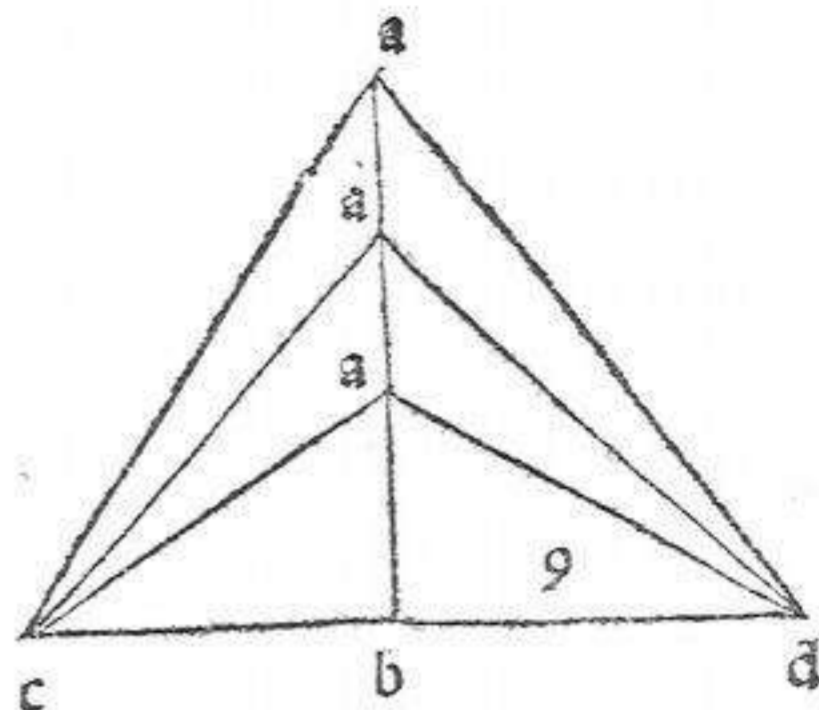
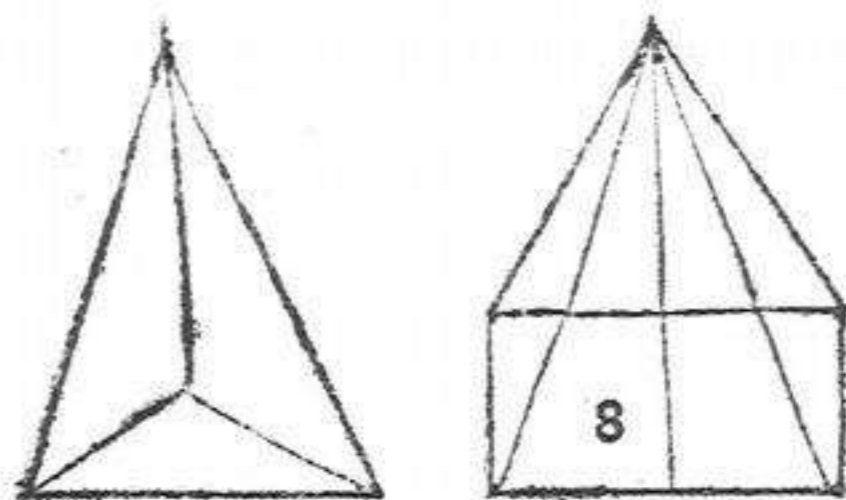
In omni laterata piramide cūctę superficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vñum punctum subleuantur qui conus piramidis dicitur suntq; oēs hee laterales superficies triangule; basis vero frequēter nō ē triāgula.

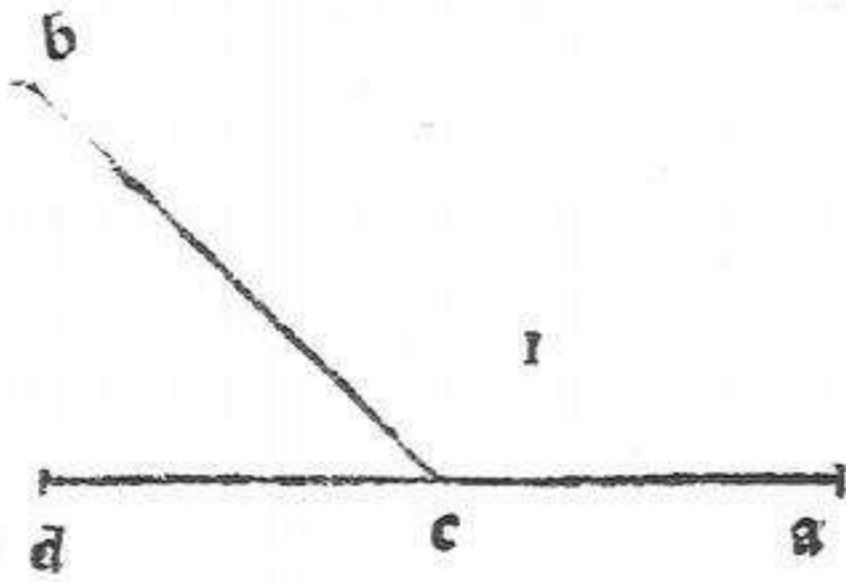
Piramis rotunda est figura solida; estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continētiū fixo z donec vsq; ad locum vñde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. **S**i autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. **S**i vero longius acutiangula. **S**i vero breuius obtusiangula erit. **A**xis autem ipsius figure est latus fixum. **B**asisq; sua circulus. **D**icitur autem figura hec piramis columnę rotunde.

Sit trigonus, a. b. c. rectum angulum habens qui sit. b. figuratq; alterū duorum laterum ambiētium rectum angulum. b. sitq; latus quod figurat a. b. quo fixo circūducatur trigonus quousq; ad locum vñde moueri cepit redeat; corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur; cuius tres sunt differentie. Alia enim est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula. Et prima quidem est quādo latus. a. b. lateri. b. c. fuerit equale. Esto enim vt linea. b. c. cū rotatu trigoni peruenerit ad situm lineę. b. d. ita q; punctus. c. cadat super punctum. d. fiatq; linea vna. hoc est vt ipsa tunc coniungatur situi a quo moueri cepit secundum rectitudinem; eritq; linea hic quasi. b. c. d. q; quia ex. 32. primi §. 5. eiusdē angulus. c. a. b. est medietas recti erit angulus. c. a. d. rectus iōq; piramis hec dicitur rectangula. **S**i autē latus. a. b. sit longius latere. b. c. erit acutiangula; erit. n. tunc ex. 32. primi §. 19. eiusdem angulus. c. a. b. minor medietate recti ideoq; totus angulus. c. a. d. est minor recto q; acutus quare piramis acutiangula. **Q**uod si latus. a. b. fuerit breuius latere. b. c. erit angulus. c. a. b. maior medietate recti ex. 32. primi §. 19. eiusdem q; totus. c. a. d. q; est duplus ad ipsum. c. a. b. maior recto q; obtusus. igit q; piramis conuenienter tunc dicitur obtusiangula. **A**xis autem huius piramidis dicitur linea. a. b. **B**asis vero eius circulus quem describit linea. c. b. super centrum. b. dicitur quoq; hec piramis columnę rotunde illius videlicet quam motu suo describeret parallelogramum proueniens ex. a. b. q; b. c. latere. a. b. manente fixo.

Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus z crassitudine idest altitudine equales est transitus parallelogrami rectanguli latere rectum angulum continēte fixo ipsaq; superficies donec ad locum suum redeat circūducta diciturq; hec figura columna rotunda. **C**olumnę itaq; rotunde atq; spherę circuliq; vñum atq; idem est centrum.

Sit parallelogramum rectangulum. a. b. c. d. figuratq; latus. a. b. q; eo fixo totū palellogramū quousq; ad locum suum cadat vel redeat circūducatur; corporea ergo figura huius parallelogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus b. alter vero est quem motu suo designat linea. d. a. q; eius centrum est punctus. a. **A**xis autem huius columnę dicitur linea. a. b. que manet fixa in motu parallelogrami. **Q**uod si imaginati fuerimus parallelogramum a. b. c. d. cum peruenerit rotatu suo ad situm. a. b. e. f. coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiē plane; vt scilicet totū sit vñum parallelogramum. d. c. e. f. q; protraximus in eo diametrum. d. e. erit quoq; diameter. d. e. diameter columnę. **Q**uod autem dicitur columnę q; spherę q; circuli idem esse centrum; intelligi debet cum horum vna est eadēq; diameter. Verbi gratia diximus enim q; d. e. est diameter istius colūne. Spherā igit atq; circulū quoz diameter ē linea. d. e. necesse est idē centz hēre cū centro pposite colūne. Sit. n. vt linea. d. e. scet lineā





a. b. in puncto. g. erit. g. centrum colūne: diuidit enim axem columnę p equalia & diametrum columnę per equalia quod patet per .26. primi nā anguli qui sunt ad .g. sunt equalis ex .15. primi & anguli qui sunt ad .a. & b. recti ex ypothesi: linea quoq. a. d. est equalis lineę .b. e. itaq. d. g. ē equalis. e. g. & a. g. equalis. g. b. cunq. anguli. c. & f. sint recti si super punctum. g. secundum spaciū. d. g. ac sup lineā. d. e. circulus describat trāsibit ex cōuer sa prime ptis. 30. tertii p puncta. c. & f. itaq. punctum .g. est centz. circuli cuius diameter est diameter colūne. ideoq. & sphere: quare māifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq. columnę rotunde spheram esse circū scriptibiles. Sicq. patet q. voluit istud theoreuma.

¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̄ duo qui non in vna superficie siti ad vnum punctum angularem conueniunt.

¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte lineę nequeūt superficiem claudere. Angulos quoq. planos solidum angulum continentis in eadem superficie non conuenit esse sitos sed in diuersis quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

¶ Similes sunt figure corporeę rotūde siue sint colūne siue eaz piramides quaz axes diametris suaz basiū sunt pportionales.

¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit pportio axis vnus earum ad diametrum siue basis sicut axis alterius ad diametrum siue basis ille due columnę aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

Castigator.

¶ Ista diffinitio equalium atq. similium corporum &c. psupponit quedam corpora esse equalia & non similia & sunt illa quorum terminales superficies numero & quantitate vnusq. creationis. sed nō similes vt sunt superficies equidistantium laterum & rectorum angulorum in solido paralellogramo cuius lineę angulares sunt supra superficiem orthogonaliter erecte & in illo cuius lineę angulares non sunt orthogonaliter erecte que dam sunt eiusdem altitudinis sunt equalia si in equis basibus vt dicitur infra. 31. & 32. huius Et tamen non sunt similia a diffi. similium superficierum in principio sexti posita. Quedam sunt similia & non equalia vt in eisdem paralellogramis inequalis altitudinis. Et sic dicendum est de aliis infinitis. Quedā sunt equalia & similia simul vt ex te elicere potes &c.

Propositio .1.



¶ Inee recte partem esse in plano & partem in sublimi est impossibile.

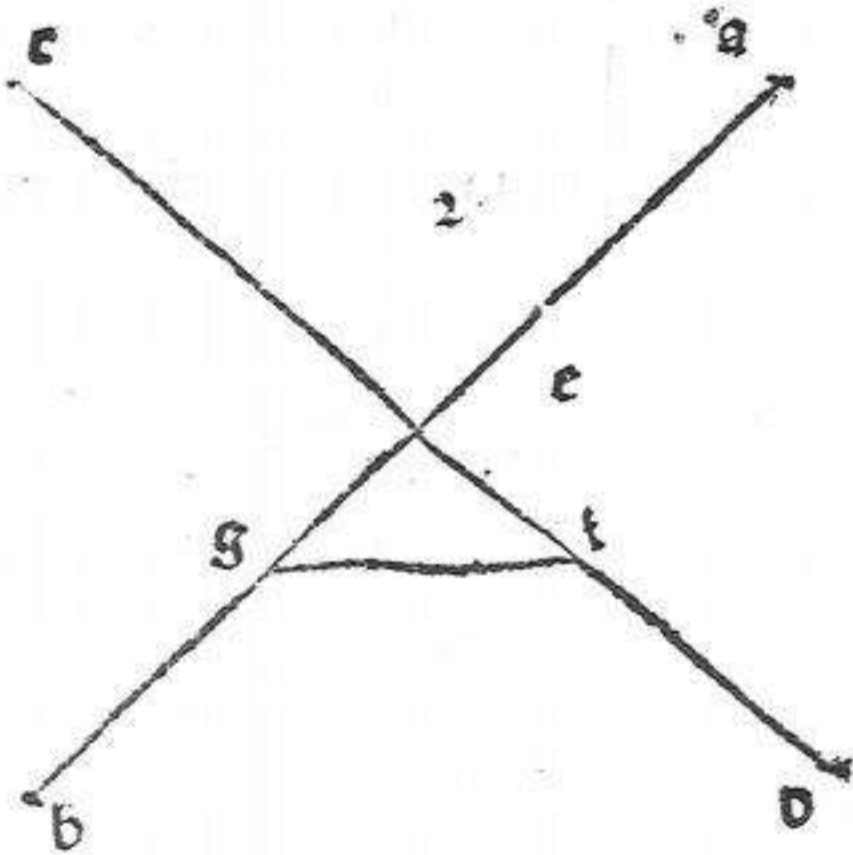
¶ Sit linea .a. b. recta dico quod non est possibile vt pars eius sit in plano & pars sursum eleuata. si enim est possibile sit pars eius que est .a. c. sita in plano & pars eius que est .c. b. in sublimi posita & protrahatur directe. a. c. i plano in quo ipsa sita est vsq. ad .d. eritq. vt vni eidemq. lineę que ē linea .a. c. due lineę penitus diuersę que sunt lineę .c. b. & .c. d. ex eadem parte directe adiciantur quod est impossibile: ex .13. primi.

Propositio .2.



¶ Ines lineę due quarum altera alteram secat in vna superficie site sunt omnisq. triangulus in vna superficie totus consistit.

¶ Sint due lineę recte .a. b. & .c. d. se inuicem secantes in puncto. e. dico eas esse in superficie vna & omnem triangulum dico esse i superficie vna totum. ¶ Signetur enim punctus. f. in. linea .c. d. & punctum .g. in linea .a. b. & ducatur linea. f. g. Quia igitur impossibile est partem trianguli. e. f. g. esse in plano & partē in sublimi quin etiam suarum terminalium linearum vnus aut plurium



pars similiter sit in plano. & pars similiter i sublimi cum de lineis hoc sit i possibile per premisam erit quoq, impossibile de triangulo. itaq, totus triangulus. e. f. g. est in superficie vna. Ex hac igitur secunda parte & premissa constat prima pars huius secunde propositionis.

Propositio .3.



Sumum duarum superficierum seinuicem secantium communis sectio est linea recta.

De planis superficiebus intellige & verum erit quod dicitur. Sint itaq, due superficies plane. a. b. & c. d. seinuicē sectantes dico quod earum communis sectio erit linea recta. Esto enim duo puncta .e. & .f. termini communis sectionis earum que continuētur per lineam rectam que sit .e. f. si igitur linea .e. f. est in vtraq, duarum superficierum. a. b. & c. d. constat propositū. at vero si in neutra aut si non in altera cum ambo puncta .e. & .f. sint in vtraq, superficierum. a. b. & c. d. in ea superficie in qua ipsa non fuerit protrahatur linea recta que sit .c. h. f. erunt igitur due recte linee .e. f. & .c. h. f. habentes duos terminos communes quod est impossibile. sic enim due recte linee includerent superficiē quod ē cōtra petitionē vltimā pmi libri.

Propositio .4.



Si fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earūde superficiem perpendicularis erit.

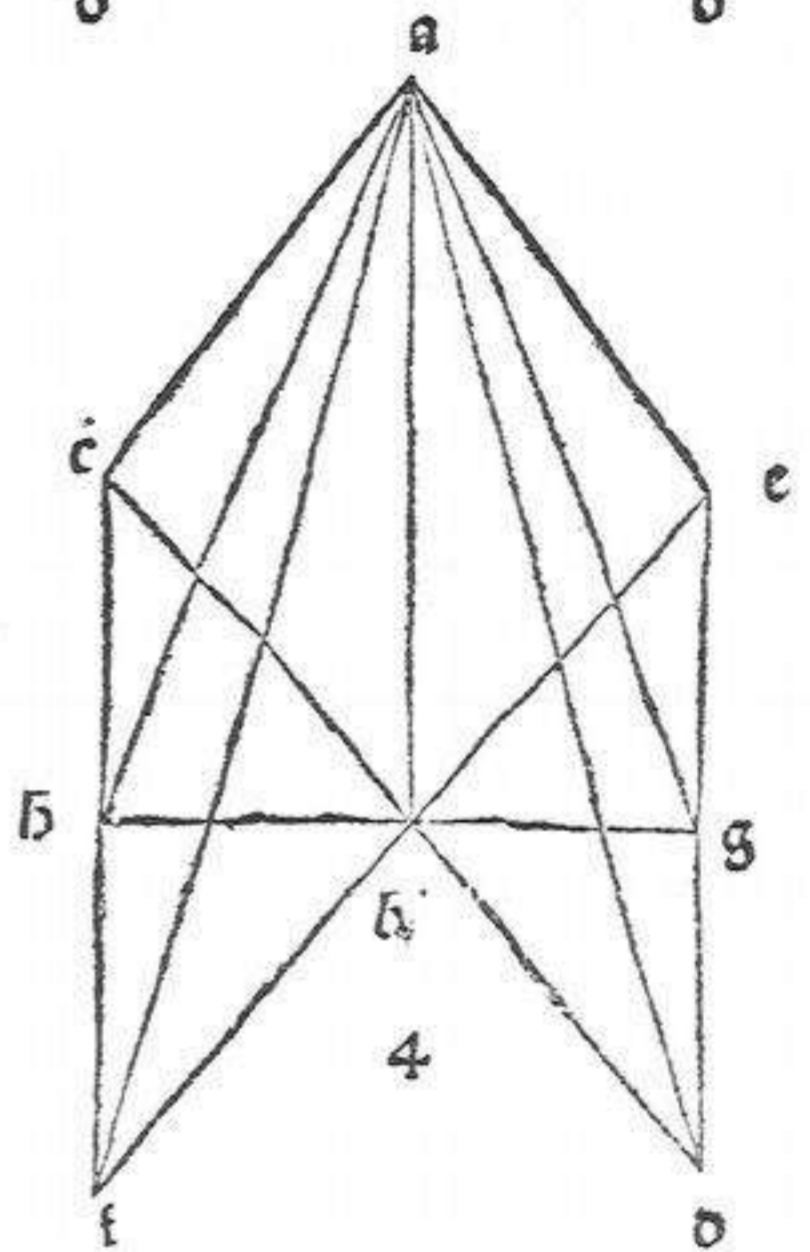
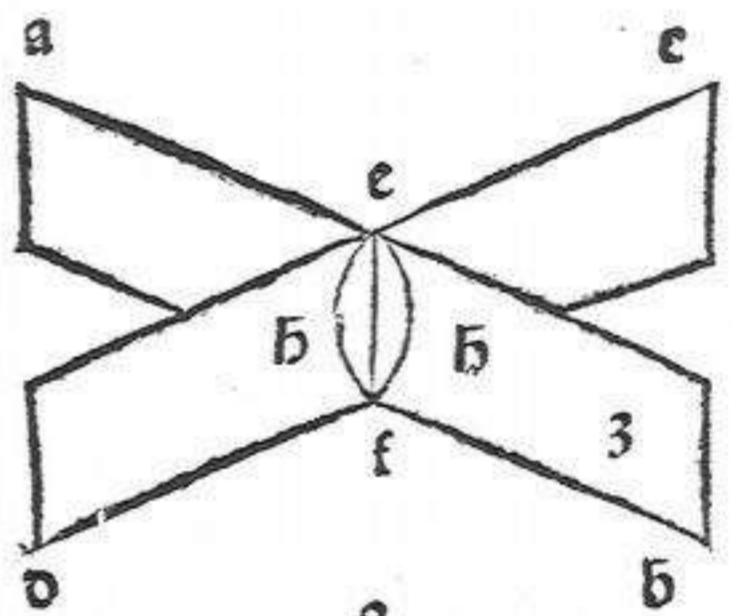
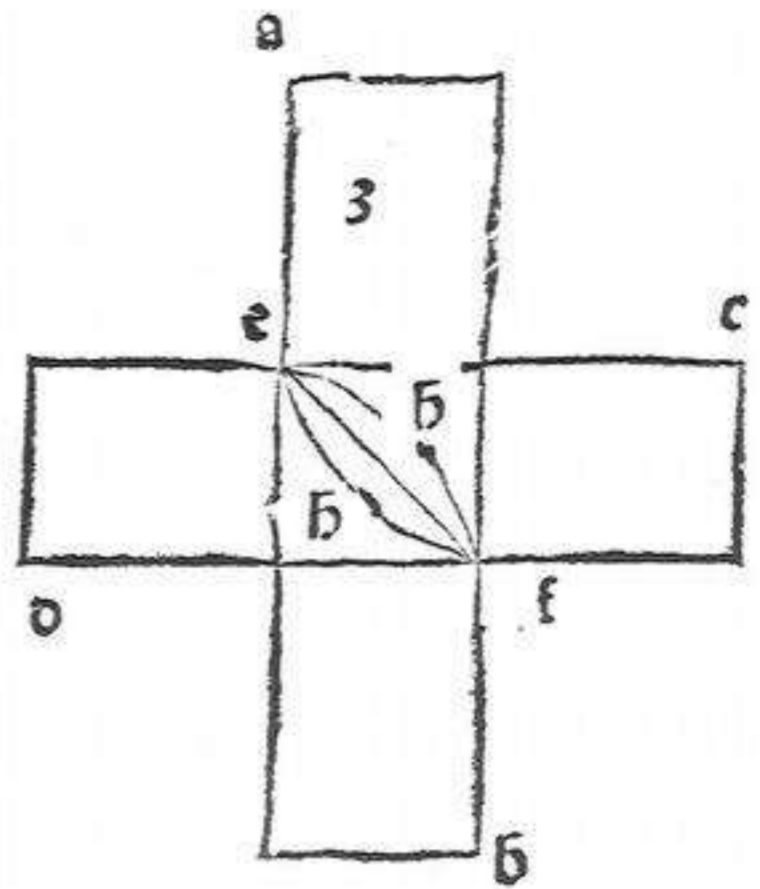
Sit linea .a. b. orthogonaliter erecta super incisionem duarum linearum .c. d. & .e. f. secantiū se in puncto .b. de quibus constat p̄ ān̄ premisam & ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea .a. b. ppendicularis ē ad ipsarū superficiem. Sint .n. c. b. & .b. d. equales at vero .f. b. & .b. e. equales & p̄trahant linee .e. d. & .c. f. que erūt equales p̄ .4. primi & equidistates p̄ .27. eiusdē. Signato itaq, puncto aliquo i linea .e. d. qui sit .g. ducat linea .g. b. h. eritq, ex .26. primi .e. g. equalis .f. h. igitur a puncto .a. vel quouis puncto linee .a. b. demittatur ypothemisaliter linee .a. c. a. d. a. e. a. f. a. g. a. h. eritq, ex .4. primi .a. c. equalis .a. d. & .a. e. equalis .a. f. I tem p̄ .8. eiusdem erit angulus .a. e. d. equalis angulo .a. f. c. ergo p̄ .4. ipsius erit .a. g. equalis .a. h. & ideoq, p̄ .8. eiusdem erit angulus .a. b. g. equalis angulo .a. b. h. quare ex diffinitione vterq, est rectus & linea .a. b. ppendicularis ad lineam .g. h. ¶ Simili quoq, mō p̄babis eādē esse ppendicularem ad oēs lines protractas a puncto .b. in superficie duarum linearum .c. d. & .e. f. igitur ex diffinitione constat lineam .a. b. eē ppendicularem ad superficiem in qua site sunt due line. c. d. & .e. f. seinuicē secantes qd̄ est p̄positū.

Propositio .5.



Si super tres lines conterminales cōi earum termino erecta linea quedam orthogonaliter insistat eedem tres linee in vna superficie site erunt.

Sit linea .a. b. orthogonaliter erecta super cōem terminum trium linearum .b. c. b. d. b. e. angulariter se cōtingentiū in puncto .b. quaz, nulla alii directe applicetur quod idē est ac seinuicem secēt in puncto .b. p̄tracte .n. se secabunt dico q̄ tres linee .b. c. b. d. b. e. sunt in vna superficie site. ¶ Constat aut̄ de quibusq, earū duabus q̄ ipse sunt in vna superficie site p̄ scđam huius vel p̄ primam ptem. 2. huius. si igit̄ linea .b. d. nō fuerit in superficie duarū linearum .b. c. & .b. e. sed ille due in plano: hec aut̄ in sublimi: erit vt hec superficies i qua site sunt due linee .a. b. & .b. d. si p̄trahatur & p̄ illud quod notum est super quartā secet illam in qua site sunt .b. c. & .b. e. eritq, p̄ .3. huius cōmunis earum sectio linea recta & ipsa sit .b. f. Quia igitur ex premisā linea .a. b. ē ppendicularis ad superficiem duarum linearum .b. c. & .b. e. sequitur ex diffinitione vt ipsa sit perpendicularis ad lineam .b. f. quare angulus .a. b. f. est rectus cumq, etiam angulus .a. b. d. sit rectus ex ypothesi. sequitur ipossibile videlicet partem suo toti esse equalem.



Propositio .6.



S fuerint due linee super vnā superficiem perpendiculares eas equidistantes esse necesse est.

Sint due linee, a, b, c, d, perpendiculares ad vnā superficiem dico eas esse equidistantes. Protrahatur, n. linea, b, d. eruntq; ex diffinitione duo anguli, a, b, d. c, c, d, b. recti. Si igitur due linee, a, b, c, d. sint i superficie vna ipse sunt equidistantes per secundam partem. 28. primi. Ipsas autem esse in superficie vna sic collige. a. puncto. b. super lineam, b, d. in plano cui perpendiculariter insistit. a, b, c, d. protrahe orthogonaliter lineam b, f. c. ex linea, c, d. sume. d, e. equalē. b, f. c. ptrahe lineas. e, b, c, e, f. c, d, f. erūt igit duo latera. e, d. c, d, b. triāguli. e, d, b. equalia duobus lateribus. f, b, c, d, b. triāguli. f, d, b. c. angulus. e, d, b. equalis angulo. f, b, d. cū vterq; sit rectus. Itaq; per quartam primi linea, b, e. est equalis linee. d, f. itēq; cū duo latera. e, b, c. b, f. triāguli. e, b, f. sint equalia duobus lateribus. f, d, c. d, e. triāguli. f, d, e. c. basis. e, f. communis erit per. 8. primi angulus. e, b, f. equalis angulo. f, d, e. cū vterq; sit rectus. Quia igitur angulus. f, d, e. est rectus a diffinitione erit etiam angulus. e, b, f. rectus; itaq; linea. f, b. perpendiculariter est erecta super comunem terminum trium linearum. b, a, b, d, b, e. se contingentium angulariter in pūcto. b. quare per premisam ipse sunt in superficie vna. Cum igitur ex prima parte huius secunde linea c, d. sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum. e, b, c. b, d. sequitur, a, b, c, d. esse in superficie vna; constat ergo propositum.

Propositio .7.



S in duabus lineis equi distantibus duobus punctis signatis ab altero ad alterum recta linea ducatur: in qua superficie ille due linee site sunt eas quoq; in eandem sitam esse necessario cōprobat.

Sint due linee. a, b, c, d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem q; ipse sunt in superficie vna. In eis autem signentur duo puncta. e, f. c. producatu linea recta. e, f. dico itaq; lineam. e, f. esse sitam in superficie linearum. a, b, c, d. Sin autem sit. e, f. in alia superficie vt in sublimi dependens que superficies si protrahatur secabit necessario superficiem i qua site sunt due linee. a, b, c, d. eritq; per. 3. huius cōis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile sic enim due recte linee concluderent superficiem.

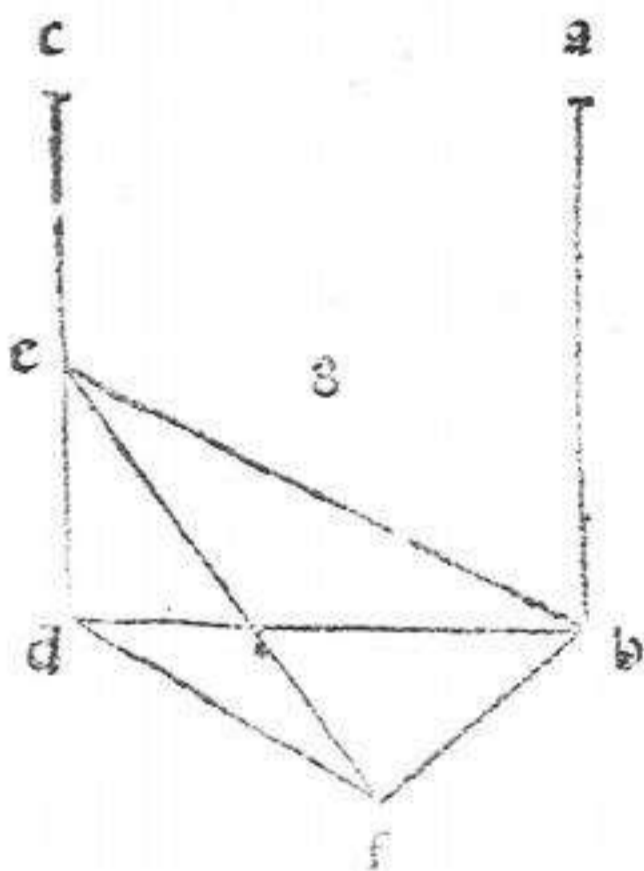
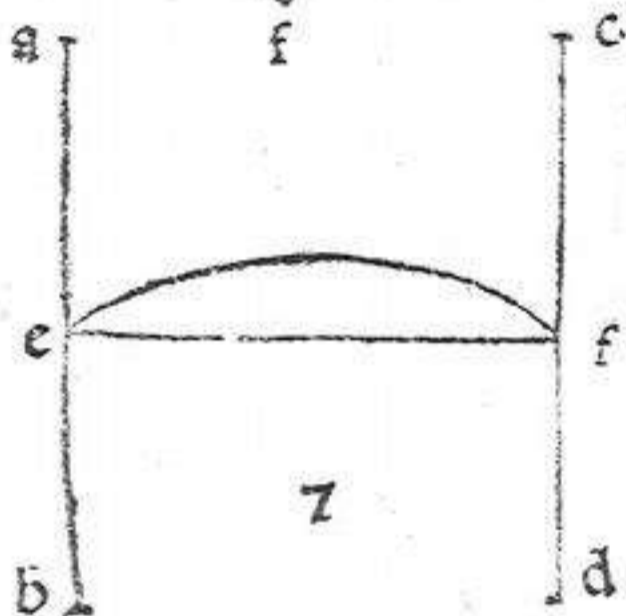
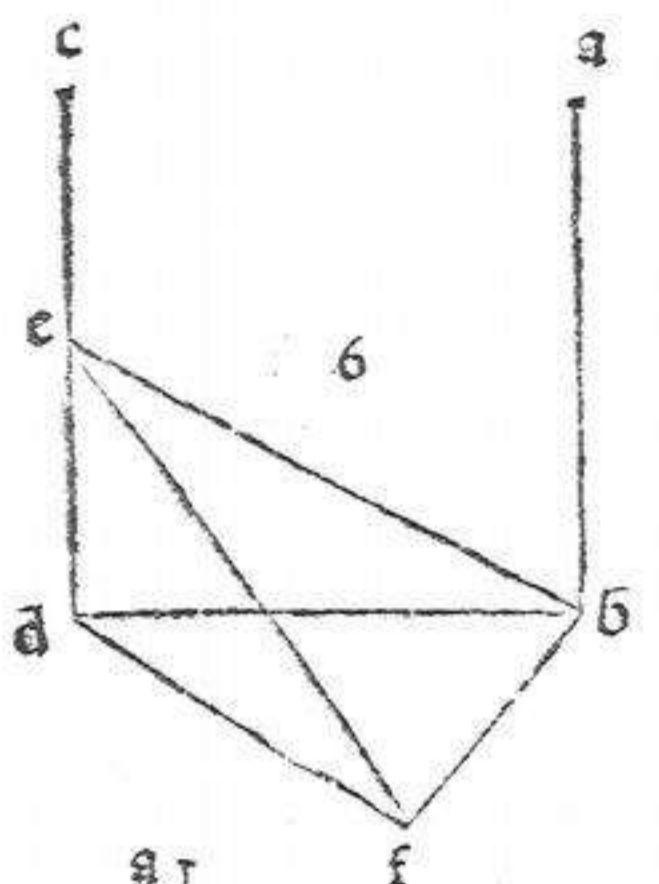
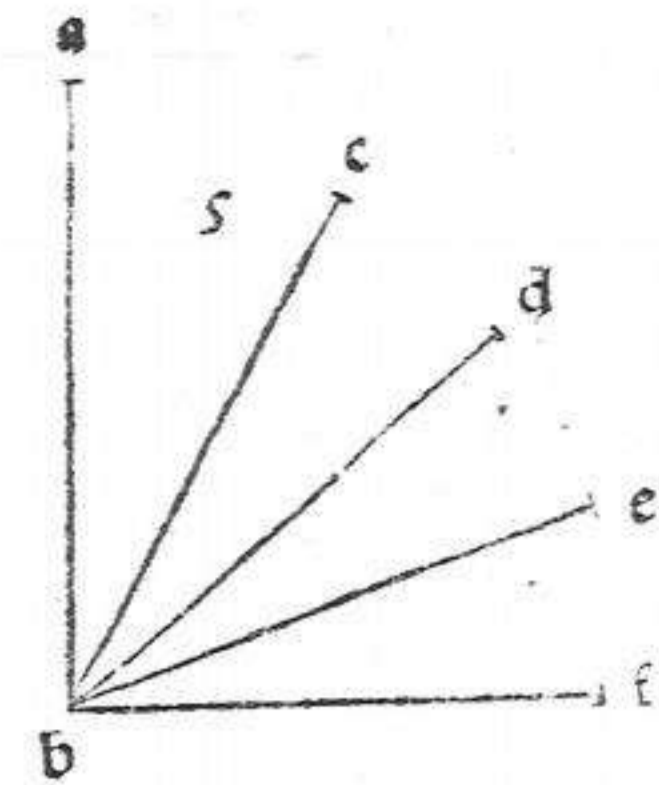
Propositio .8.



S in idem planum due recte linee equidistanter erigatur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendiculari esse conueniet.

Hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee. a, b, c, d. equidistantes c. sit earum altera vt. c, d. erecta perpendiculariter super superficiem quamlibet dico reliquam earum que ē. a, b. esse perpendicularem ad eandem superficiem. Fiat enim prorsus eadē dispositio que in sexta; eritq; vt ibi vterq; duorum angulorum. e, d, b. c, f, b, e. rectus; primus quidem per positionem secundus autem per. 8. pmi quare per. 4. huius linea. f, b. est perpendiculariter erecta super superficiem in qua sunt due linee. b, d. c, b, e. cūq; per premisam due linee. a, b, c, d. sint in eadem superficie cum duabus lineis. b, d. c, b, e. sequitur lineam. f, b. esse perpendiculariter erectam supra superficiem in qua est linea. b, a. a diffinitione igitur erit angulus. f, b, a. rectus c. quia etiam angulus. d, b, a. est rectus per vltimam partem. 29. primi; sequitur per quartam huius lineam. a, b. esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee. b, d. c, b, f. quare constat propositum.

Propositio .9.





S duelinee vni non in vna superficie equidistant cas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

Sit vtraq; duarum linearum .a. b. & .c. d. equidistant linee .e. f. nec sint omnes in superficie vna. dico q; eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidem que sunt omnes in superficie vna probatum e per .30. primi. at vero de his que in vna superficie non sunt vt est hic. e. f. que intelligatur sursum erecta in sublimi. restat hoc loco probandum. Signetur itaq; in ea punctus .g. a quo educantur due perpendiculares ad duas lineas .a. b. & .c. d. que sint .g. h. & .g. k. eritq; per .4. huius linea .e. f. perpendicularis ad superficiem videlicet illam in qua sunt site due linee .g. h. & .g. k. itaq; pmissam bis assumpta vtraq; illaz; duaz; lineaz; .a. b. & .c. d. perpendicularis e ad eandem superficiem videlicet ad illa i qua site sunt dicte due linee .g. h. & .g. k. Per sextam huius igitur ipse sunt sibi inuicem equidistantes qd e ppositum.

Propositio .10.



S duelinee se angulariter contingentes duabus aliis se continguntibus eis oppositis equidistantes fuerint: non autem in superficie vna qui ab eis sunt duo anguli equi sibi inuicem esse comprobantur.

Sint due linee .a. b. & .a. c. se angulariter contingentes in puncto .a. equidistantes aliis duabus que sunt .d. e. & .d. f. se quoq; angulariter continguntibus in puncto .d. nec sint cum eis in superficie vna dico angulum .a. ee equalem angulo .d. ¶ Esto enim linea .d. e. equalis linee .a. b. cui ipsa posita e esse equidistant. & .d. f. equalis .a. c. cui et ipsa equidistare ponit. Et ducantur linee .d. a. & .e. b. & .f. c. eritq; ex .33. primi bis assumpta vtraq; duaz; lineaz; .b. e. & .c. f. equalis & equidistantis linee .a. d. Per conceptionem igitur & premissam eedem sunt equales & equidistantes sibi inuicem. & itaq; p .33. primi denuo repetita due linee .b. c. & .e. f. sunt etiam equales & equidistantes: igitur p .s. primi constat ppositum.

Propositio .11.



In aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere.

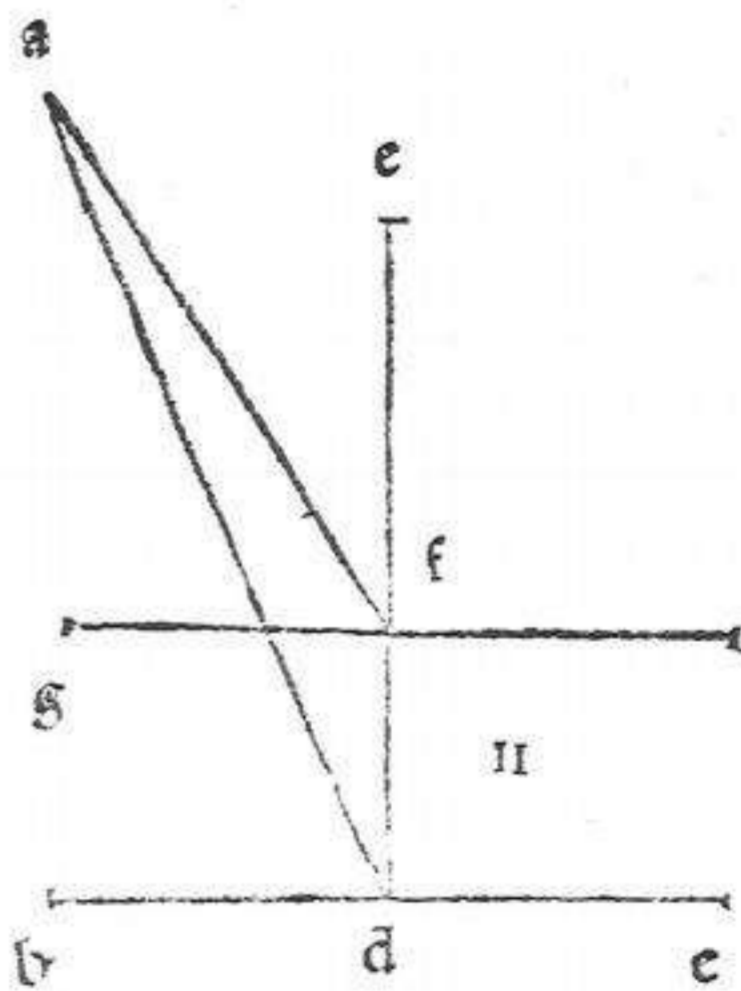
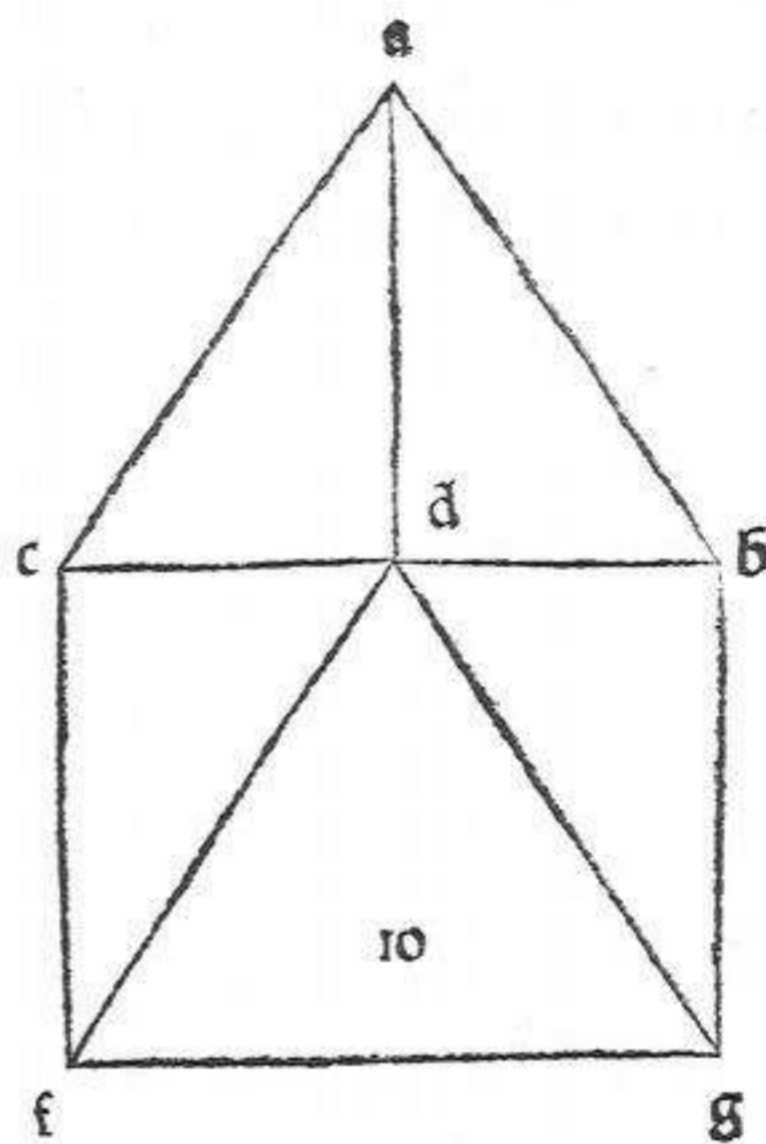
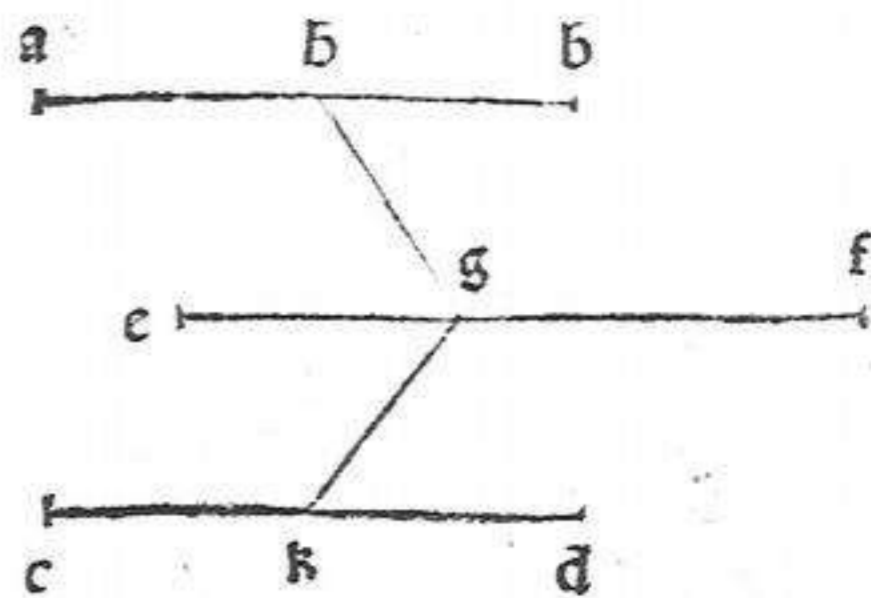
Sit punctus .a. sursum in aere a quo volumus ad superficiem subiacentem perpendicularem ducere: ducatur igitur in plano illo: linea .b. c. vtcunq; contingerit ad qua ab ipso puncto .a. ducatur perpendicularis .a. d. scdm doctrinam .12. primi. Rursusq; a puncto .d. i plano illo ad quod ducenda est perpendicularis a puncto .a. extrahatur linea .d. e. que sit perpendicularis ad lineam .b. c. vt docet .11. primi. Ad hanc quoq; lineam .d. e. ducatur alia linea perpendicularis a puncto .a. que sit .a. f. hanc dico esse eam quam intendimus. ¶ Sit enim linea .f. g. equidistans linee .b. c. & quia vterq; duoz; angulorum .b. d. a. & .b. d. f. est rectus: erit ex quarta huius linea .b. d. perpendicularis ad superficiem in qua est triangulus .a. d. f. ideoq; etiam per .s. huius erit linea .g. f. perpendicularis ad eandem superficiem. Igitur a definitione erit angulus .g. f. a. rectus: cunq; etiam angulus .d. f. a. sit rectus: sequitur ex quarta huius lineam .a. f. esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt due linee .d. f. & .f. g. quod est propositum.

Propositio .12.



Superficie proposita punctoq; i ea assignato ab eo puncto ad data superficiem lineam orthogonaliter erigere.

Cum a puncto quolibet i superficie proposita assignato perpendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandem superficiem perpendicularem quemadmodum premissa docuit demittere que si in assignatum punctum ceciderit ipsa est quam queris. Sinaut ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem equidistantem ducito: eaq; per .s. huius probabis esse quam queris.



Propositio .13.



Eas lineas super punctum vnu ad superficiē vnā orthogonaliter insistere est impossibile

Si enim possibile est vt due linee vni eidēq; superficiē super punctum vnum perpendiculariter insistāt superficies in qua ipse perpendiculares, site sunt intelligatur produci quousq; secet superficiem cui dictae lineae perpendiculariter insistent eritq; per.3. huius communis earum sectio linea recta: & quia ex diffinitione vtraq; illarum duarum perpendicularium cum cōmuni sectione continet angulum rectum sequitur vt angulus rectus sit pars anguli recti quod est impossibile. ¶ Quomodo autē demonstratum ē impossibile esse ab vno eodem puncto extra superficiem duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodēq; puncto extra superficiem signato ad eandem superficiem protractas ad ipsam esse perpendiculares. ¶ Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6. huius quod est impossibile ex diffinitione linearum equidistantium. ¶ Constat igitur ex hac qd si aliqua superficies plana aliam planam superficiem orthogonaliter secet & ab aliquo puncto secantis superficiē ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in communi earum sectione eam cadere necesse ē. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiē ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur vt docet .12. primi & a puncto in quo incidit cum cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandem cōmunem sectionem in superficie secta educatur vt docet .11. primi. Eritq; ex diffinitione superficiē super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quem continēt hee due lineae perpendiculares rectus, quare per quartā huius prima harum duarum perpendicularium etiam est perpendicularis ad superficiem sectā, ergo ab vno puncto protracte sunt due lineae perpendiculares ad eandem superficiem quod est impossibile; relinquitur itaq; ppositum nostrum.

Propositio .14.

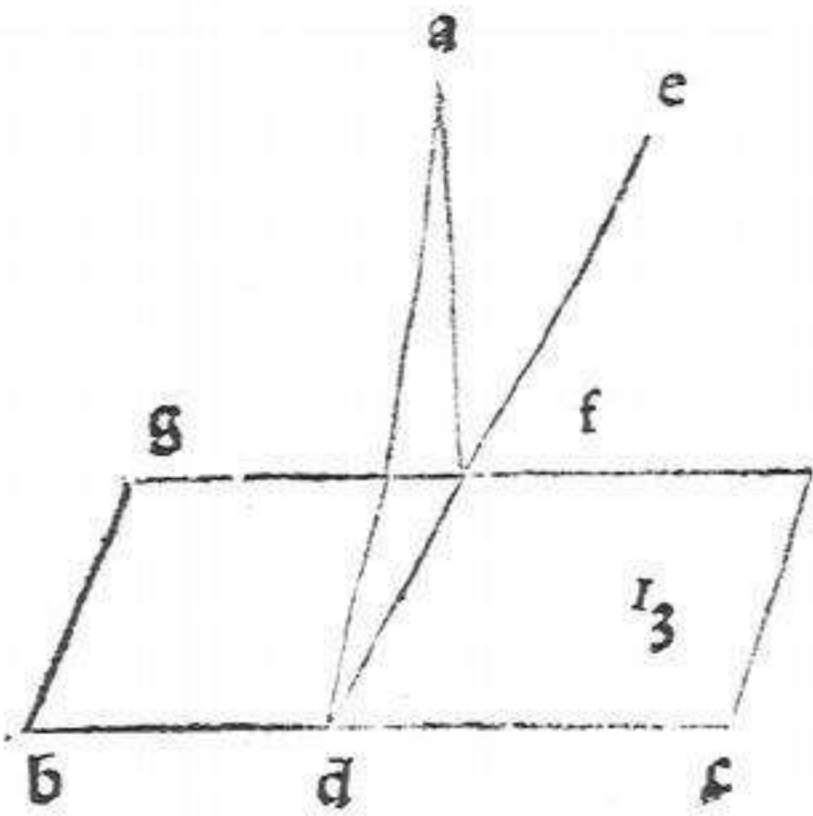


In linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiam in infinitum in quacūq; partem protrahantur nunquam concurrent.

Posita enim linea vna duabus superficiebus orthogonaliter insistere si possibile est superficies illas concurrere. ¶ In earum cōi sectione que per.2. huius erit linea recta punctusq; quocūq; modo signetur a quo due lineae in illis duabus superficiebus ad lineā illā que ipsis perpendiculariter supstat protrahantur: eritq; cōstitutus triangulus ex his duabus lineis & perpendiculari. ¶ Huius itaq; trianguli vterq; duorum angulorum qui super perpendicularē consistunt est rectus vt patet ex diffinitione lineae supra superficiem perpendiculariter stantis hoc autē est impossibile per.31. primi.

Conuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistantes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earum perpendiculariter superstat: dico qd eadem linea relique superficiē perpendiculariter superstat. ¶ Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrantem eritq; comunis sectio huius superficiē secantis & alterius sectarum videlicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere continens angulum rectum cum ipsa linea penetrante ex diffinitione lineae perpendicularis ad superficiem. ¶ Si igitur alia communis sectio ipsius superficiē secantis & reliqua duarum sectarum cum eadem linea penetrante non continet angulum rectum erit ex vltima petitione primi vt ille due communes sectiones in alterutram partem pro-



tracte necessario concurrant quare & superficies que posite sunt equidistantes necessario concurrent. Et quia hoc est impossibile erit ille angulus re-
ctus. Eodemq; modo erit de qualibet alia superficie eadem superficies eq-
distantes secante super eadem lineam; igitur ex quarta huius & ex ista. 14.
constat verum esse quod diximus.

Propositio .15.



Si fuerint due linee se contingentes angulariter eq-
distantes aliis duabus se angulariter contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis
contente due superficies in nulla parte quantumcumq;
producantur possunt concurrere.

¶ Sint due linee. a. b. & a. c. se angulariter contingentes
in puncto. a. equidistantes duabus lineis. d. e. & d. f. se angulariter contigē-
tibus in puncto. d. & nō sint in superficie vna; dico earum superficies in quā-
cumq; ptem & quantumcumq; ptabantur nunq; concurrere. Protrahatur & n.
a puncto. d. put docet. s. huius perpendicularis ad superficiem duarum li-
nearum. a. b. & a. c. sitq; d. g. & a puncto. g. ducatur. g. h. equidistans .a. b. &
g. k. equidistans .a. c. eritq; ex diffinitione vterq; duoz; angulorum. d. g. h.
d. g. k. rectus & per. 9. erit linea. d. f. equidistans linee. g. k. & linea. d. e. equi-
distans linee. g. h. quare per vltimam partem. 29. primi vterq; duorū an-
gulorum. e. d. g. f. d. g. erit rectus; ideoq; per quartā huius linea. d. g. erit p-
pendicularis ad superficiem duarum linearum. d. e. & d. f. cumq; ipsa eadē
sit etiam ex ypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum. a.
b. & a. c. igitur ex premissa liquet quod est propositum.

Propositio .16.



Si duas superficies equidistantes vna superficies
secet cōes earū sectiones equidistantes erunt.

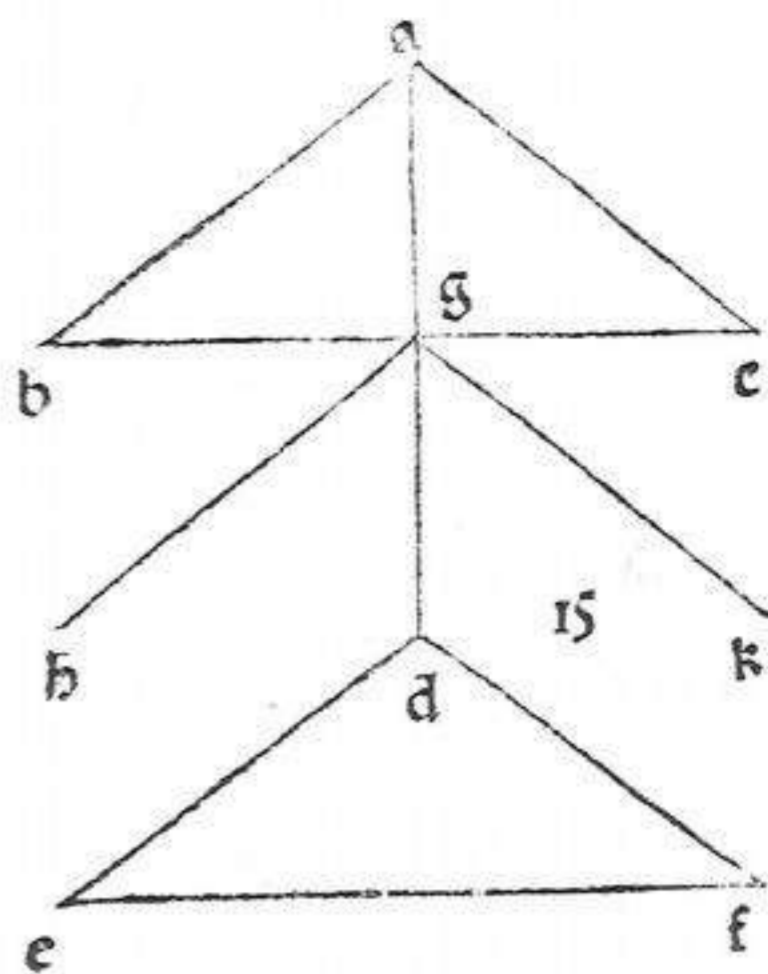
¶ Constat equidem ex tertia q; vna superficie quascunq;
duas superficies equidistantes secante cōmunes earū sectio-
nes erunt due linee recte; que cū sint ambe site in superficie
secante, si ipse non fuerint equidistantes ponatur ad quod-
libet vnum punctum concurrere erit itaq; vt vnus atq; idem punctus sit
in vtraq; illarum duaz; sectionum cōmuniū cūq; vna illaz; cōmuniū
sectionum sit in vna duarum superficierū sectaz; & reliqua in altera. sequi-
tur superficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere. hoc autē
impossibile est. Erunt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est
propositum. ¶ Ex hac & premissa potes elicere conclusionem vnam simi-
lem. 30. primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistan-
tes ipse quoq; erunt adinuicem equidistantes. Positis enim tribus superfi-
ciebus quarum vtraq; duarum extremarum equidistet medie dico q; ne-
cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. Secentur omnes ille tres su-
perficies duabus superficieribus se quoq; inuicem secantibus; eruntq; ex hac
16. cōes sectiones duarum extremaz; superficierū equidistantes sectionibus
medie; quare ex. 30. primi ipse etiam sectiones duarum extremarum sup-
ficerum erunt equidistantes adinuicem. Et quia ipse contingunt se in cō-
muni sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium ex
premissa euidenter constat quod diximus

Propositio .17.



Si superficies tres vel plures equidistantes duas
rectas lineas se inuicem contingentes vel equidi-
stantes secent illarum linearum portiones propor-
tionales esse probantur.

¶ Intelligantur enim due recte linee penetrantes quali-
tercumq; contigerit tres superficies equidistantes aut etiam
plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet
duas superficies interceptas proportionales esse quibusque duabus inter
alias duas ex illis equidistantibus superficieribus interceptis. Coniungan-



tur enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonaliter: eritq; hec diagonalis cum vtraq; illarum duarum penetrantium superficies propositas in superficie vna illas equidistantes superficies positas secante. si ergo harum superficierum comunes sectiones que p[er] premissam erunt equidistantes cogitatione protraxeris ex prima parte secū de sexti constabit propositum.

Propositio .18.



In superficie assignata orthogonaliter steterit linea: ois superficies a linea illa quorsūlibet ducta ad eādē assignatā superficiē erit orthogonaliter erecta.

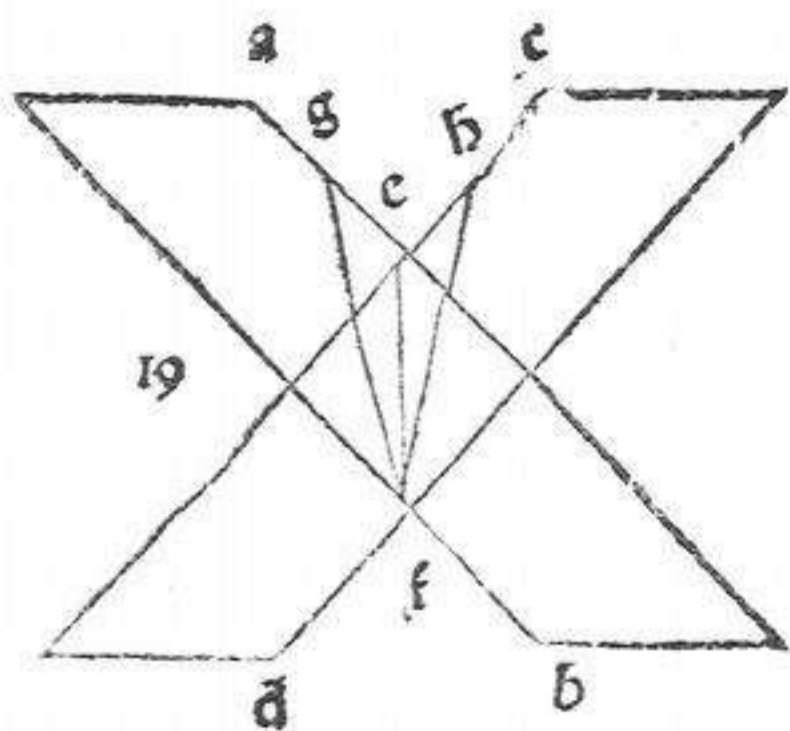
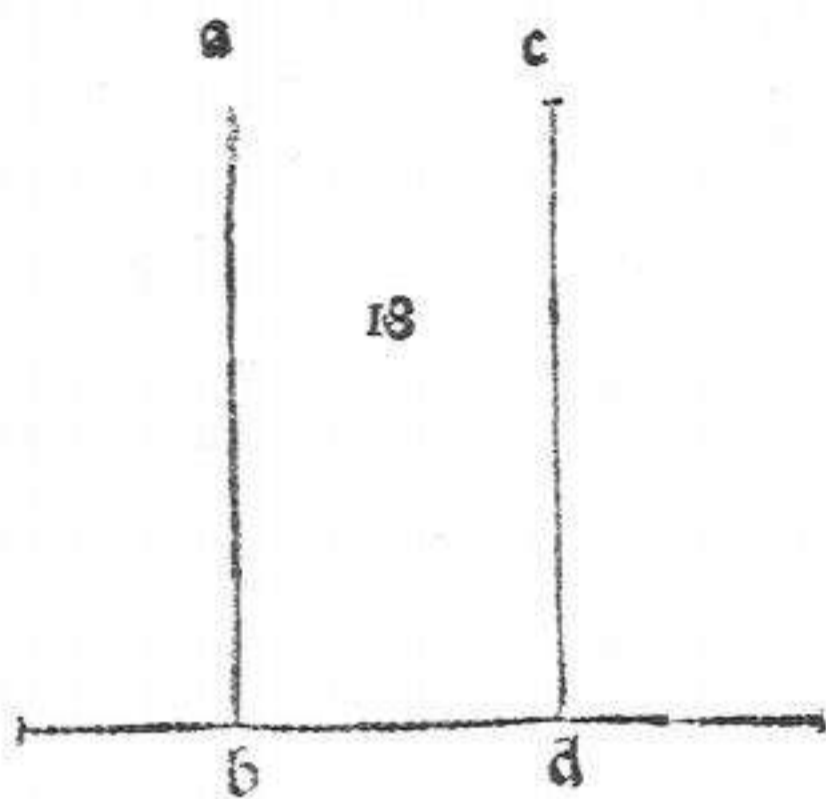
¶ Sit enim linea .a. b. erecta perpendiculariter super assignatam superficiem & a linea .a. b. producatu[r] superficies quorsū libuerit: quam dico super propositam superficiē esse perpendiculariter erectam. **¶** Cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum communis sectio linea recta ex .3. huius. sitq; .b. d. in hac ergo cōi sectione signato puncto quolibet qui sit .d. extrahatur ab eo. in superficie que p[er]ducta est a linea .a. b. linea quedam perpendicularis ad lineam .b. d. que sit .d. c. eritq; ex secunda parte .28. primi linea .c. d. equidistans lineae .a. b. ideoq; ex .8. huius linea .c. d. est et perpendicularis ad superficiem propositam. **¶** Quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto lineae .b. d. ad ipsam lineam .b. d. in ipsa superficie que producta est a linea .a. b. est perpendicularis ad propositam superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erecte: constat verum esse quod propositum est.

Propositio .19.



Ine due superficies se inuicem secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

¶ Sint due superficies .a. b. & .c. d. se inuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatam superficiem: sitq; cōis earum sectio linea recta .e. f. hanc dico esse perpendicularem ad assignatam superficiem. Alioquin a puncto .f. qui est comunis terminus sectionum duarum superficierum se inuicem secantium. & tertie superficiei secte p[er]ducatur vna linea recta que sit .f. g. in superficie .a. b. perpendicularis ad superficiem assignatam. Itēq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eādē superficiem que sita sit in superficie .c. d. & ipsa sit .f. h. Erūt q; due lineae .f. g. & .f. h. orthogonaliter insistentes si per punctum vnum ad superficiem assignatam: hoc autem impossibile per .13. huius. **¶** Tales autē lineas posse protrahi a cūcto .f. in vtraq; duarum superficierum .a. b. & .c. d. cum .e. f. nō fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem dubitare nō cōuenit. **¶** Intelligatur quidem linea .f. b. cōis sectio superficiei .a. b. & superficiei assignate. Et linea .f. d. superficiei .c. d. & superficiei assignate. Si igitur linea .e. f. fuerit perpendicularis ad vtranq; duarum linearum .f. b. & .f. d. ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatam ex quarta huius. Si autem ad neutram sit .f. g. perpendicularis ad .f. b. & .f. h. perpendicularis ad .f. d. deinde a puncto .f. protrahe in superficie assignata vnā lineam perpendicularem ad lineam .f. b. que ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte cum linea .f. g. continebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea .f. g. perpendicularis ad superficiem assignatam. **¶** Eodem quoq; modo protracta alia linea a puncto .f. in superficie assignata que sit perpendicularis ad lineam .f. d. sequetur ex diffinitione predicta & ex quarta huius lineam .f. h. esse perpendicularem ad superficiem assignatam quod est impossibile per .13. huius. **¶** Quod si confiteare lineam .e. f. esse perpendicularem ad lineam .f. b. sed non ad lineam .f. d. sequetur modo consimili duas lineas .e. f. & .f. h. eē perpendiculares ad superficiem assignatam: quod nihil minus ē impossibile.

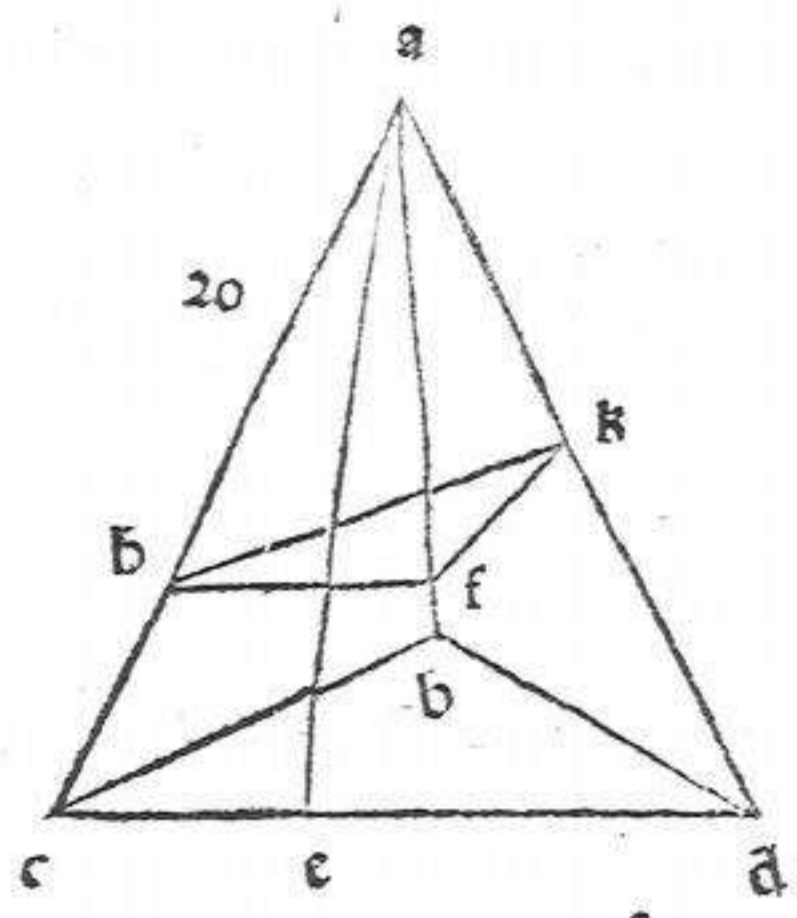


Propositio .20.

I tres anguli superficiales solidū angulus contineat illoꝝ trium anguloꝝ quicqꝫ duo pariter accepti reliquo sunt maiores.



Sint tres linee .a.b.a.c.a.d. pyramidaliter erecte supra superficiem .b.c.d. continentes tres superficiales angulos ex quibus solidus perficitur angulus in puncto .a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto .a. constituentibus pariter acceptos tertio esse maiores. ¶ Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem equales: aut si duo tantum equales tertio existente minore utrolibet duoz equalium: constat ꝑ cōem scientiam verum esse quod dicitur. ¶ Quod si eoz vnus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur equales siue non equales adhuc cōstat illum maiorem cum utrolibet duorum reliquorum pariter acceptorum tertio esse maiore. Sed ꝑ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur esse maiores: sic collige. ¶ Esto .n. trium propositorum angulorum superficialium angulis .c.a.d. maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum .e.a.d. equalem angulo .b.a.d. protracta linea .a.e. Et sumatur ex hac linea .a.e. lineā .a.g. ꝑ ex linea .a.b. lineam .a.f. quas ponam esse equales. Et protraham lineam a puncto .g. qualitercūqꝫ contingat in superficie duarum linearum .a.c. ꝑ .a.d. quousqꝫ secet .a.c. in puncto .h. ꝑ .a.d. in puncto .k. ꝑ ipsa sit .h.g.k. Et producam lineas .f.h. ꝑ .f.k. Cū sit igitur .a.f. equalis .a.g. posita .a.k. cōi erit ꝑ quartam primi .f.k. equalis .k.g. Et quia ex .20. primi due linee .h.f. ꝑ .f.k. sunt maiores linea .h.k. erit ꝑ conceptionem .h.f. maior .h.g. ideoqꝫ ꝑ .25. primi cū sit linea .a.f. equalis linee .a.g. erit angulus .f.a.h. maior angulo .h.a.g. ꝑ conceptionem igitur constat duos angulos .h.a.f. a.k. pariter acceptos eē maiores angulo .h.a.k. quod erat demonstrandum.

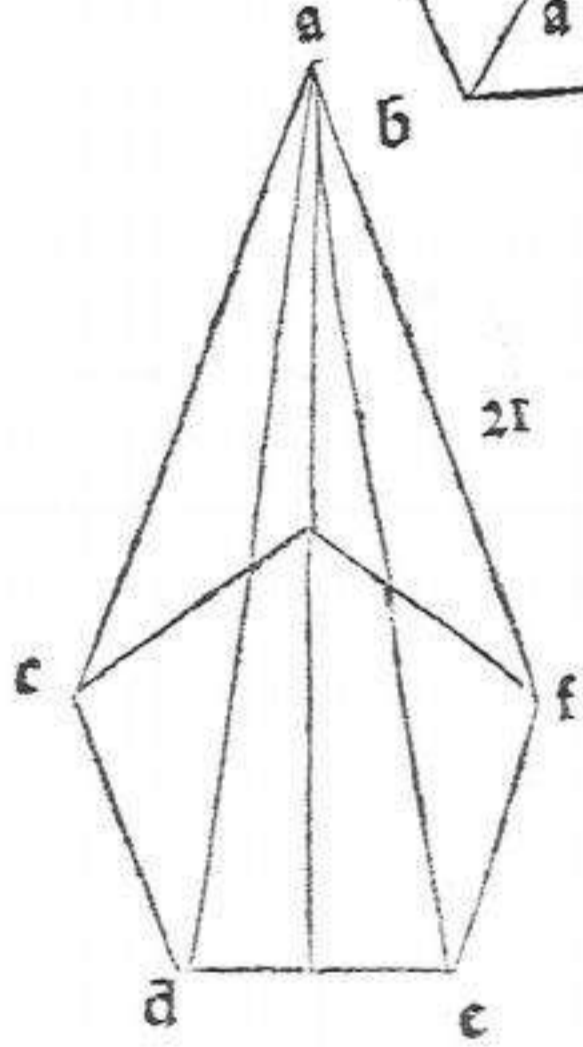
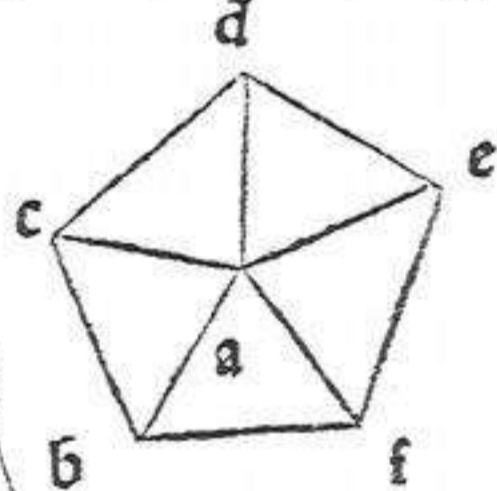
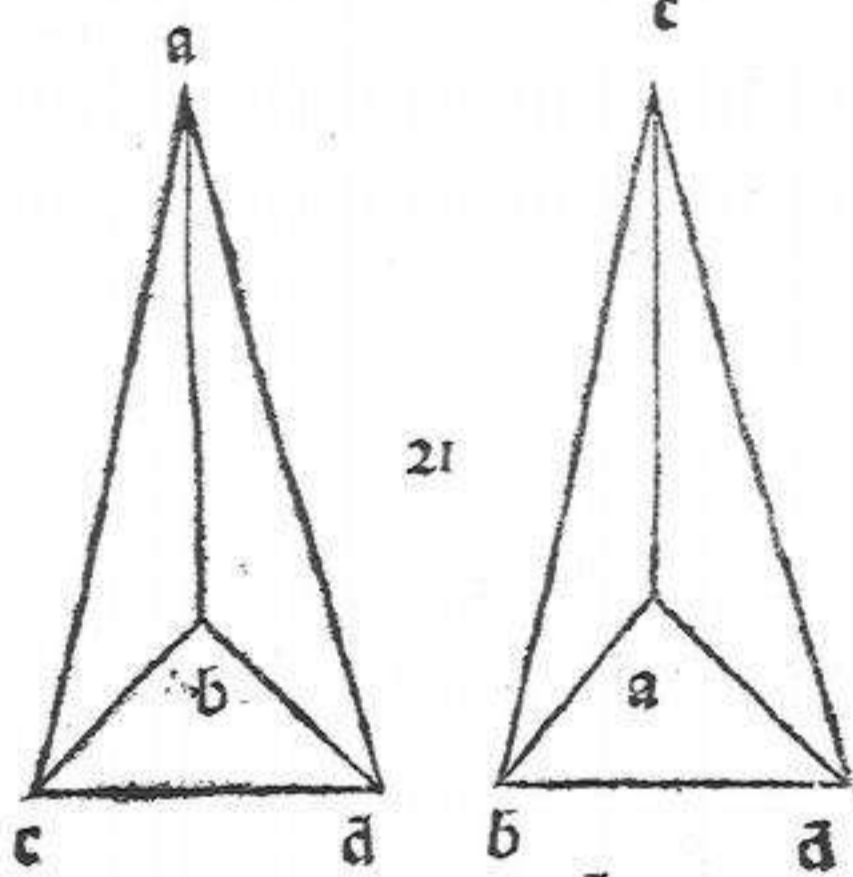


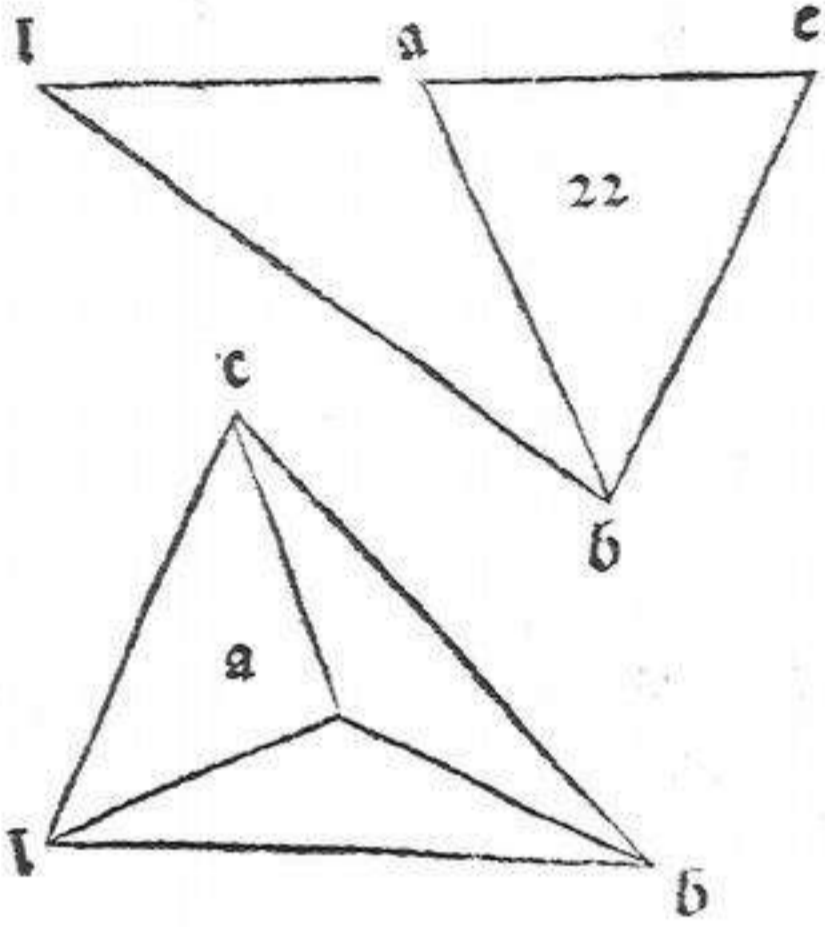
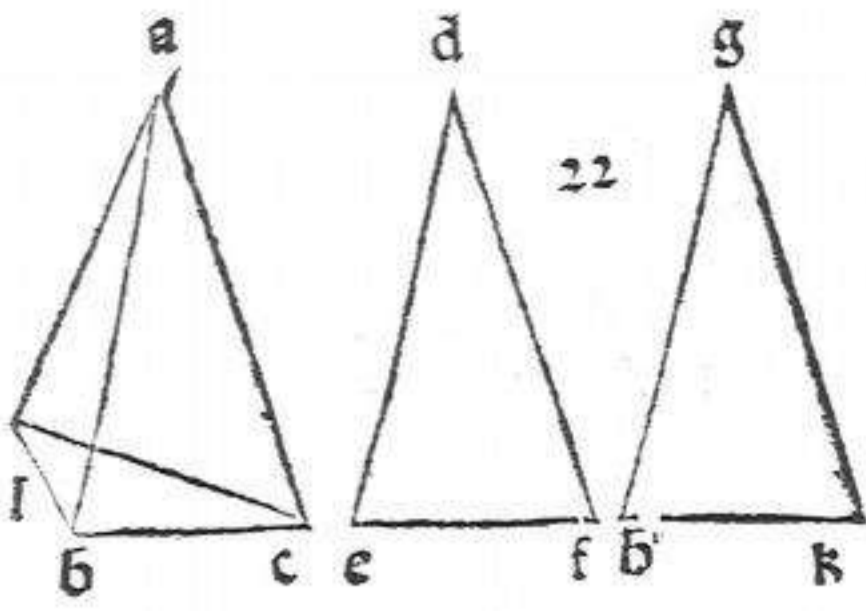
Propositio .21.

Nis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur.



Anguli solidi quantitas ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur: hec ergo .21. proportionaliter proponitur quoqꝫ quoslibet superficiales angulos solidum quēlibet cōtinentes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. ¶ Sit enim triangula pyramis .a.b.c.d. cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suoz anguloꝝ hic tñ sit .a. De quo dico qꝫ tres superficiales anguli ipsi .a. continentes sunt minores quatuor rectis. ¶ Constat enim ex .32. primi .9. angulos trium triangulorum hanc pyramidem circūstantium ꝑ ipsi sunt .a.b.c.a.c.d.a.d.b. esse equales sex angulis rectis: de tribus autē angulis basis eius qꝫ est triangulus .b.c.d. constat quoqꝫ ꝑ eādem qꝫ ipsi sunt equales duobus rectis. ¶ Cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictorum hanc nostrā pyramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū: qui inqꝫ sex anguli cū tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent: sint ex ꝑmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis sequitur ipsos sex angulos eē maiores duobus rectis. Ex nouē. igitur angulis triū trianguloꝝ pyramidem circūdantium his sex angulis demptis erunt ex cōi scia reliqui tres ꝑ ipsi sunt qui constituūt solidum angulū .a. minores .4. rectis. ¶ Si autē angulus .a. supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quā tribus cōtineat qꝫ erit ꝑm multitudinē anguloꝝ sue basis: cū igitur oēs anguli oīum triāguloꝝ ipsam pyramidē circūdatiū ꝑiter accepti sint ex .32. primi tot rectis angulis equales quātus est numerus anguloꝝ sue basis duplicatus: eo qꝫ tot necesse est esse triangulos pyramidē circūdantes quot fuerint anguli sue basis. Cūqꝫ omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis equales quātus est numerus anguloꝝ suorum duplicatus: demptis inde .4. vt. in .32. primi demonstratum est. Cūqꝫ igitur omnes an





guli triangulorum piramidem circūdantium qui super latera basis ipsius piramidis consistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis vt euidenter constat ex premissa totiens quot angulos ba- sis habuerit repetita adhuc necessario sequitur ex cōmuni scientia superfi- ciales angulos solidum angulum .a. continentes pariter acceptos esse mi- nores quatuor rectis: eoinquam minores quo omnes anguli trigonorū piramidem circūdantium qui super latera basis statute piramidis consi- stunt excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Propositio .22:



S tres anguli superficiales quorum quicq; duo pa- riter accepti tertio sint maiores cūctis sibi inuicē equis lineis contineantur de tribus basibus angu- los illos ab ipsarum linearum equalium terminis subtendentibus triangulum substitui vel constitui possibile est.

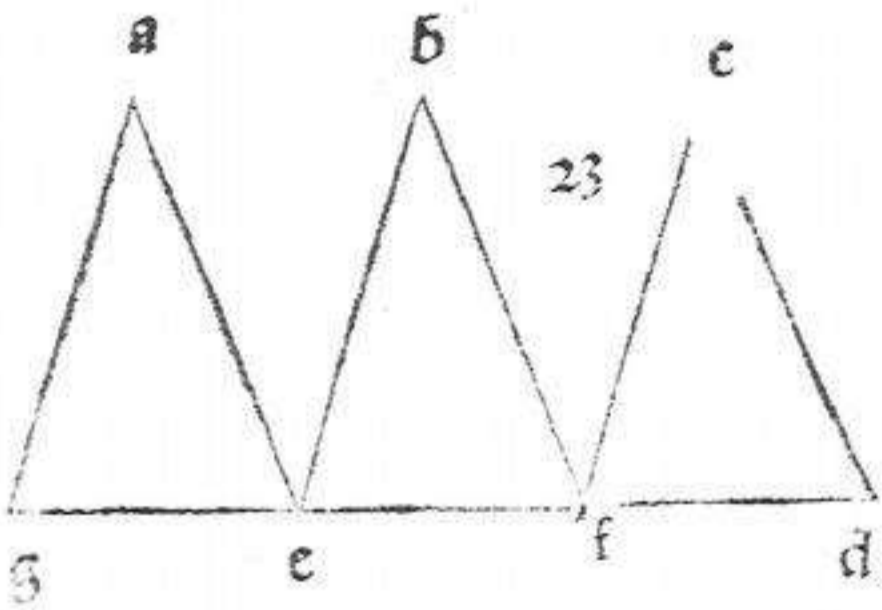
Sint tres superficiales anguli .b.a.c.e.d.f.h.g.k. vt proponitur: tales videlicet vt quicq; duo eorum tertio sint maiores. ¶ Sintq; sex latera eos continentia equalia que sint .a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. ¶ subtendantur eis tres bases que sint .b.c.e.f.h.k. ¶ Ex his ergo tribus basibus triangulum aio constitui posse. ¶ Esto enim angulus .b.a.l. equalis angulo .d. ¶ linea .a.l. lineę .d.e. ¶ protrahantur .l.b.l.c. eritq; ex .4. primi linea .l.b. equalis lineę .e.f. Ex ypothesi vero constat totalem angulum .a. esse ma- iorem angulo .g. erant .n. quicq; duo ex tribus angulis .b.a.c.d. ¶ .g. tertio maiores. Igitur ex .24. primi linea .l.c. linea .h.k. est maior. Cūq; sint ex .20. primi due lineę .l.b. ¶ .b.c. maiores linea .l.c. sequitur duas lineas .l.b. ¶ .b.c. esse multo fortius maiores linea .h.k. ¶ Quia igitur .l.b. est equalis .e. f. erunt due lineę .b.c. ¶ .e.f. maiores linea .h.k. Constat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis .b.c.e.f.h.k. esse longiores tertia. Igitur ex .22. primi cōstat verum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito q; si duo anguli .b.a. ¶ .c.d. pariter accepti sint equalis duobus rectis erūt due lineę .l.a. ¶ .a.c. ex .14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis .g.h. ¶ .g.k. que ex .20. primi longiores sunt linea .h.k. cūq; ex eadē lineę due .l.b. ¶ .b.c. sint longiores linea .l.c. sequitur vt prius .b.c. ¶ .e.f. pa- riter acceptas esse longiores .h.k. At nō si duo p̄dicti anguli sint maiores duobus rectis: erūt ex .21. p̄mi due lineę .a.l. ¶ .a.c. ideoq; ¶ due .g.h. ¶ .g.k. breuiore duabus que sint .l.b. ¶ .b.c. quare vt prius .b.c. ¶ .e.f. pariter acce- pte sunt longiores linea .h.k.

Propositio .23.

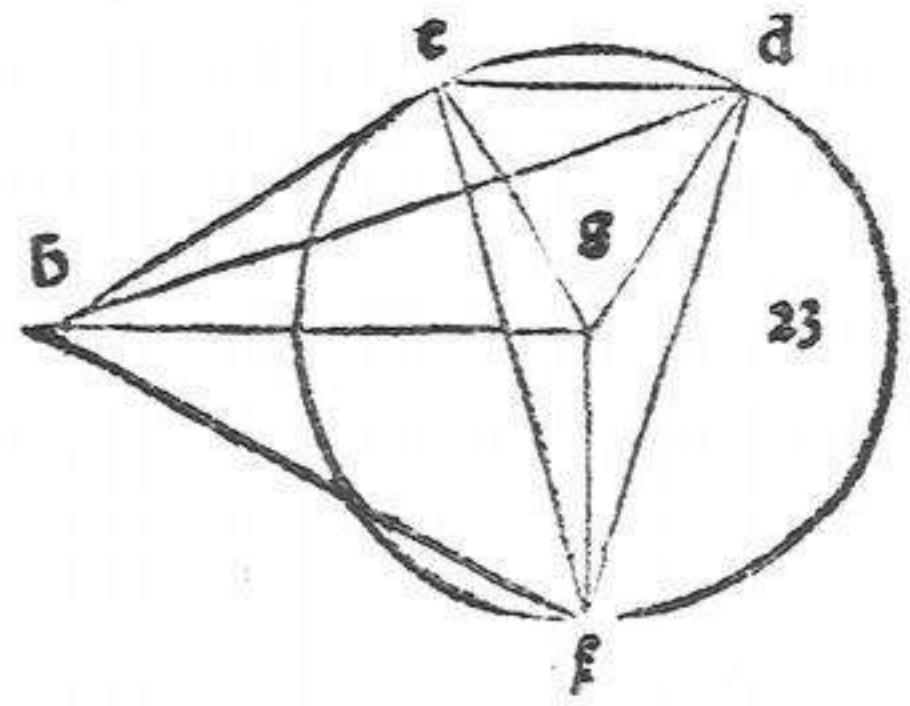


Tribus angulis superficialibus propositis quorum quicq; duo pariter accepti tertio sint maiores oēs aut tres simul quatuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalibus qualescūq; sint solidum angulum constituere.

Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt .a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnum solidum angulum constituere. ¶ Oportet igitur ex .20. huius vt quicq; duo eorum pariter accepti tertio sint maiores ¶ ex .21. huius vt omnes pariter accepti quatuor rectis angu- lis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continentia cū cta ad inuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ¶ ipse sint .d.e.e.f. ¶ .f.d. eritq; ex p̄missa possibile de tribus lineis his basibus equalibus trian- gulum constitui. ¶ Sit igitur ex eis constitutus secundum doctrinam .22. primi triangulus .d.e.f. cui sicut docuit quinta quarti circūscribatur circu- lus .d.e.f. supra centz .g. ¶ .g. protrahatur .g.d.g.e.g.f. ¶ q̄ cum sint adinuicem equalis ex diffinitione circuli lateraq; tres p̄positos angulos ambiētia eq̄ lia ex ypothesi necesse est vt earum quelibet quolibet illorum laterum sit minor equalē aut maiorem esse ē impossibile. Si enim linea exiens a centro .g. ad circūferētiā circuli .d.e.f. esset equalis alicui latez



a. d. a. e. b. e. b. f. c. f. c. d. sequeretur propterea que posita sunt annuente. B. primi tres angulos. a. b. c. ppositos eē equales tribus angulis. d. g. e. e. g. f. f. g. d. cūq; hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile patet ex. 13. protracta paulisper vna linearum exientium a centro ad circūferentiam in continuum & directum essent et tres anguli. a. b. c. equales et quatuor rectis quod est contra posita. ¶ Quod si esset maior superpositus tribus tri angulis quorum sunt anguli. a. b. c. tribus triangulis diuidentibus triangulum. d. e. f. vnoquoq; illi cum quo cōmunicat in basi ita q; bases supponantur basibus equales videlicet equalibus & anguli. a. b. c. cadant ad partem puncti. g. sequeretur ex. 21. primi tres angulos. a. b. c. eē maiores tribus qui sunt. d. g. e. e. g. f. g. d. essent itaq; maiores quatuor rectis quod ē amplius contrarium positus. ¶ Reliquitur itaq; vnum quodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus maius eij se linea egrediente a centro. g. ad circūferentiam. d. e. f. ideoq; et potentius. ¶ Sit igitur potentius in linea. g. h. que sit secundum. 12. huius orthogonaliter erecta si per superficiem trianguli vel circuli. d. e. f. Demittanturq; tres ypothemise. h. d. h. e. h. f. quas dico continere angulos tres superficiales equales tribus ppositis constituentes angulum solidum in pūcto. h. Cum enim quadratū linee. a. d. sit equale duobus quadratis duarum linearum. d. g. & .g. h. ex ypothesi. At quadratum linee. d. h. sit egle eidem ex penultima primi necesse ē lineā. a. d. eē equalē linee. d. h. Eodēq; mō & lineā. a. e. lineē. e. h. igit ex. 8. pmi^a cū bases et sint egles crit angulus. a. eglis angulo. d. h. e. Similiter quoq; erit angulus. b. equalis angulo. e. h. f. & angulus. c. equalis angulo. f. h. d. quare constat factum eē quod facere disposuimus.



Castigator.

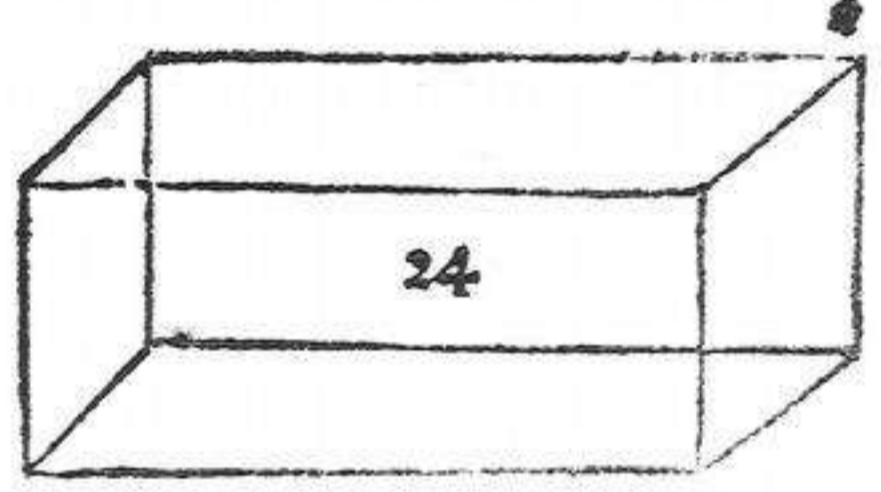
a ¶ Quia cum triangulus. d. e. f. sit constitutus ex tribus lineis equalibus illis tribus basibus prosupponitur latus. e. d. huius trianguli. d. e. f. eē equalē illi basi. d. e. subtense angulo. a. Et ideo p. 8. primi concludit de angulis.

Propositio .24.

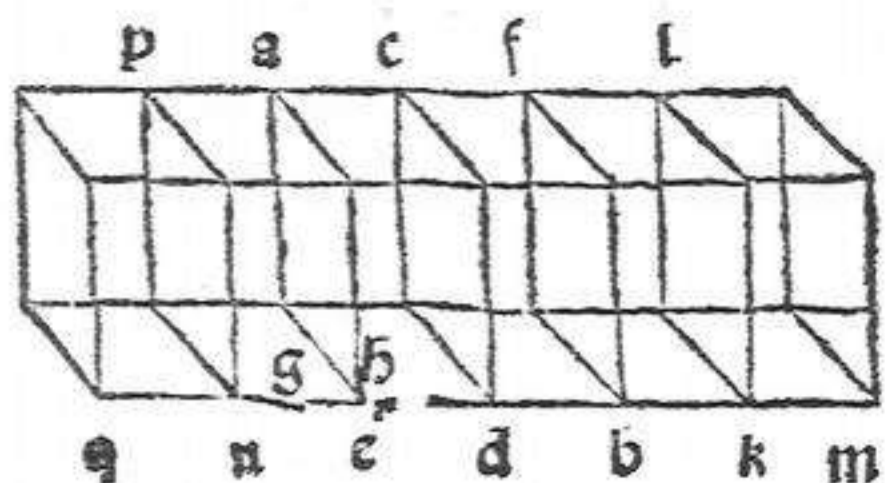


I super ficiebus equidistantibus solidus continetur eius opposite superficies sibi inuices equales sunt & equidistantium laterum.

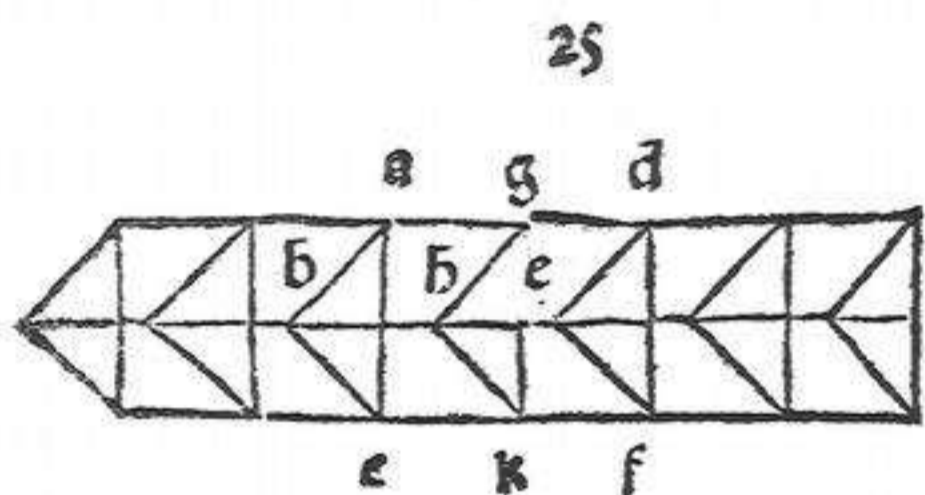
¶ Quicquid dicant alii solidum equidistantibus superficibus contentum superficibus paribus necesse est contineri que sicut esse non possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedere. ¶ Constat enim columnā exagonam posse. 8. superficibus que bine & bine opposite sibi inuicem equidistant contineri: sic quoq; octogonam. 10. & decagonam. 12. & ad istarum similitudinem in infinitum. ¶ Sed horum omnium solidorum equidistantibus superficibus contentorum que infinita esse pronuncio solum illud dicitur parallelogramum cuius omnes superficies ipsum ambientes parallelograme sunt & istud sex superficibus duntaxat necesse est ambi. De tali itaq; quod sex tantum superficibus ambitur dico debere intelligi q; hec. 24. proponit. Sit igitur tale solidum corpus. a. b. cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente comprehendat patebitq; tibi vnāquāq; earū quatuor ex reliquis secare. Cuius quatuor latera cum sint communes sectiones ipsius secantis & quatuor sectarum. Sint autem ille quatuor secte bine & bine secundum q; ad inuicem opponuntur equidistantes ex ypothesi sequitur ex. 16. bis assumpta vt quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicem bina & bina equidistantia. Constat itaq; secundum. ¶ At vero ex. 34. primi manifestum est omnia latera opposita istarum sex superficierum esse equalia. ¶ Erunt igitur bina latera angulum planum continentia cuiusq; earum equalia binis lateribus angulum planum in superficie sibi opposita cōtinentibus Anguli quoq; ab illis binis & binis lateribus cōtenti egles p 10. huius igit ex cōuersa penultime cōis scie in pmo libro posite necesse ē quasq; duas superficies i solido. a. b. oppositas eē sibi inuices equales quod est ppositum.



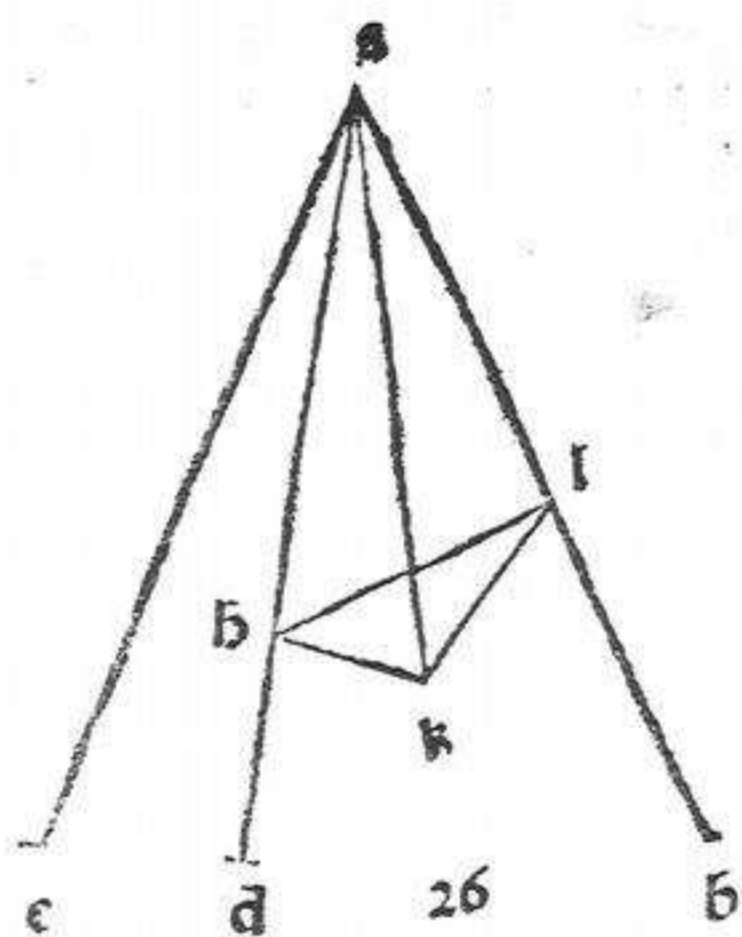
6.



25



25



26

Propositio .25.



Superficies quedam secet solidum parallelogramum equidistanter duabus ipsius solidi superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus sunt proportionalia.

Sit corpus, a. b. solidum parallelogramum & secet ipsum superficies, c. d. equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt a. e. & f. b. & sit superficies, g. b. basis ipsius solidi, a. b. de qua constat per premissam & ipsa sit equidistantium laterum. Et sit communis sectio duarum superficieum, c. d. & g. b. linea, h. d. de qua constat per .3. huius & ipsa sit linea recta & per .16. huius & ipsa sit equidistans, g. e. ideoque sunt due superficies, g. d. & h. b. equidistantium laterum & ipse sunt bases duorum partialium corporum in que superficies, c. d. diuidit solidum .a. b. Dico itaque, & proportio solidi, a. d. ad solidum, b. c. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. Protrahantur enim vtrinq; quantum libuerit, quatuor linee penetrantes superficiem, c. d. super eius angulos & ipse sunt, a. f. & e. b. cum duabus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturque ex eis omnibus portiones ex parte puncti, b. quot libuerit que ponantur singule equales linee, b. d. & ex parte puncti, e. alie similiter quot libuerit que ponantur equales linee, e. d. super quas vtrinq; constituantur solida parallelograma secundum suarum longitudinem exigentium. Sintque ex pte puncti, b. solida, f. k. & l. m. & ex parte puncti, e. solida, a. n. & q. p. Eritque ex diffinitione corporum equalium atque similium vnum quodque solidorum, f. k. & l. m. equale solido, e. b. & vnum quodque, a. n. & p. q. est equale, a. d. Fiat igitur argumentum quemadmodum in prima sexti. Est enim solidum, c. m. ita multiplex solidi, b. c. sic basis, h. m. basis, h. b. & solidum, q. c. ita multiplex solidi, a. d. sic basis, q. h. basis, g. d. & si basis, h. m. est equalis basi, q. h. solidum, e. m. est equale solido, q. c. ex diffinitione corporum equalium atque similium & si basis est minor basi & solidum est minus solido & si maior maius quod patet ex diffinitione eadem refecata maiori basi ad equalitatem minoris & descripto super eam solido parallelogramo. itaque ex diffinitione incotinue proportionalitatis proportio solidi, a. d. ad solidum, c. b. sicut basis, g. d. ad basim, h. b. quod est propositum. **¶** Quod si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus superficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illam secantem superficiem velut ad communem terminum copulantur suis basibus erunt proportionalia. **¶** Sit enim, a. f. corpus seratile cuius sint due trigone superficies, a. b. c. d. e. f. Constat igitur ex diffinitione seratilis vnaquaque trium superficieum que sunt, a. b. d. e. b. c. e. f. a. c. d. f. esse parallelogramum. Secet igitur superficies, g. h. k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis superficiebus que sunt, a. b. c. d. e. f. dico & proportio seratilis, a. k. ad seratile, g. f. est sicut basis, a. k. ad basim, g. f. quod sicut de solidis parallelogramis probatur. Protractis enim in vtraque partem lineis, a. d. b. e. c. f. factisque inter eas ex parte puncti, e. seratilibus equalibus seratili, g. f. & ex parte puncti, b. aliis equalibus seratili, a. k. vtrinq; quouis numero ex diffinitione incotinue proportionalitatis, si cum ista vigili mente perlustres non erit tibi difficile concludere quod diximus.

Propositio .26.



Super datum punctum date linee angulo solido proposito equalem angulum solidum constituitur.

Solidus angulus propositus sit, a. qui contineat tribus lineis, a. b. a. c. a. d. tres superficiales angulos ipsum solidum perficientes continentibus cui super punctum, e. linee, e. f. propositae que ad libitum proponentis iaceat: aut in sublimi confurgat iubemur equalē angulum solidum constituitur qualiscumque sit situs lineae, e. f. a puncto, g. vbi cumque volueris signato: producto lineae, g. e. erunt & ex secunda huius due linee, e. f. & g. e. in superficie vna. In hac itaque superficie

super punctum. e. datum in assignata linea secundum consilium .23. pmi
constitue angulum eglem angulo. b. a. c. et ipse sit. f. e. g. dehinc ex linea.
a. d. abscinde lineam. a. h. sicut volueris et a puncto. h. producito ppendicu-
larem. h. k. ad superficiem in qua sunt due linee. a. b. et a. c. quod qualiter
faciedum sit. n. huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de puncto. k. Nihil. n.
refert vtz ppendicularis. h. k. occurrat superficie in qua sunt due linee. a. b.
et a. c. inter ipsas lineas aut extra aut in eaz altera ducito tm lineam. a. k.
positoq puncto. l. in linea. a. b. vbicūq volueris ptrahere lineas. k. l. et l. h. et
pone angulum. f. e. m. in superficie lineaz. e. f. et e. g. equalem angulo. b. a.
k. et lineam. e. m. equalē linee. a. k. et ex linea. e. f. fume lineam. e. p. equa-
lem linee. a. l. et a puncto. m. educ lineam. m. n. ppendicularem ad superfi-
ciem in qua sunt due linee. e. f. et e. g. et pone eam equalē. h. k. et protra-
he lineas. e. n. n. p. et p. m. dico igitur tres lineas. e. f. e. g. e. n. continere an-
gulum solidū in puncto. e. equalē angulo. a. pposito. Cum sint enim ex
ypothesi duo latera. a. k. et k. h. trianguli. a. k. h. equalia duobus lateribus
e. m. et m. n. trianguli. e. m. n. et anguli qui sunt ad. k. et ad. m. recti ex dif-
finitione linee perpendiculariter erecte supra superficiem. Erunt ex quar-
ta primi due linee. a. b. et e. n. equalē. Per eandem quoq erunt due linee
k. l. et m. p. equalē. Ideoq et p eandem. h. l. et n. p. equalē; cum sint. h.
k. et k. l. equalē. m. n. et m. p. et anguli. h. k. l. et n. m. p. recti p. s. igitur pri-
mi erit angulus. n. e. p. equalis angulo. h. a. l. ¶ Simili quoq mō probabis
angulum. g. e. n. esse equalē angulo. c. a. d. Constat itaq nos effecisse quod
volumus. Huic si studiosus institeris quotcūq lateribus. a. solidus angu-
lus ppositus cōtineatur quod a te petit sine offendiculo perficere poteris.

Castigator.

¶ Non mireris de puncto. g. si ad libitum ponatur et linea. g. e. ptraha-
tur hoc. n. fit vt habeatur superficies ex secunda huius in qua angulus sup-
ficialis situetur et c. etiam per primam huius si pūctus. g. directe obuiaret
pūctō. e. tūc fieret linea vna q̄ tota eēt in eodē plano siue i eadē supficie.

Propositio 27



Super assignatam lineam dato solido equidistan-
tium superficierum simile solidum constituere.

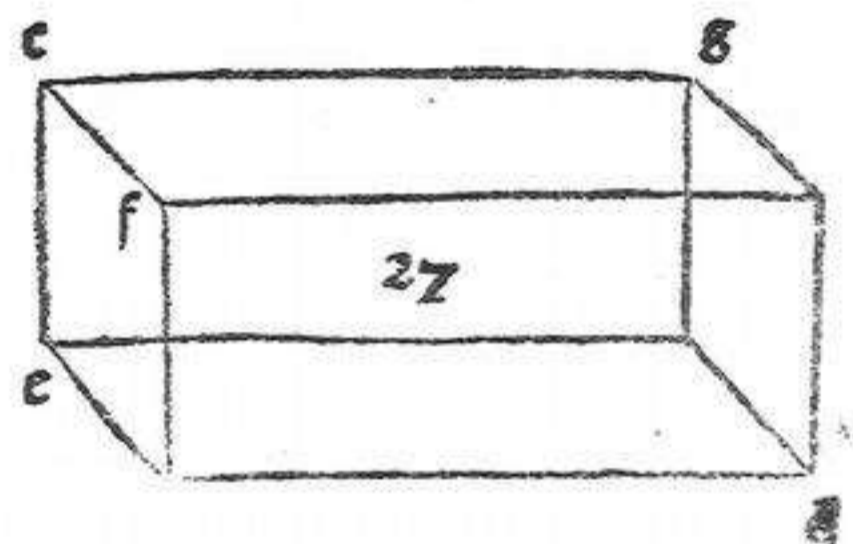
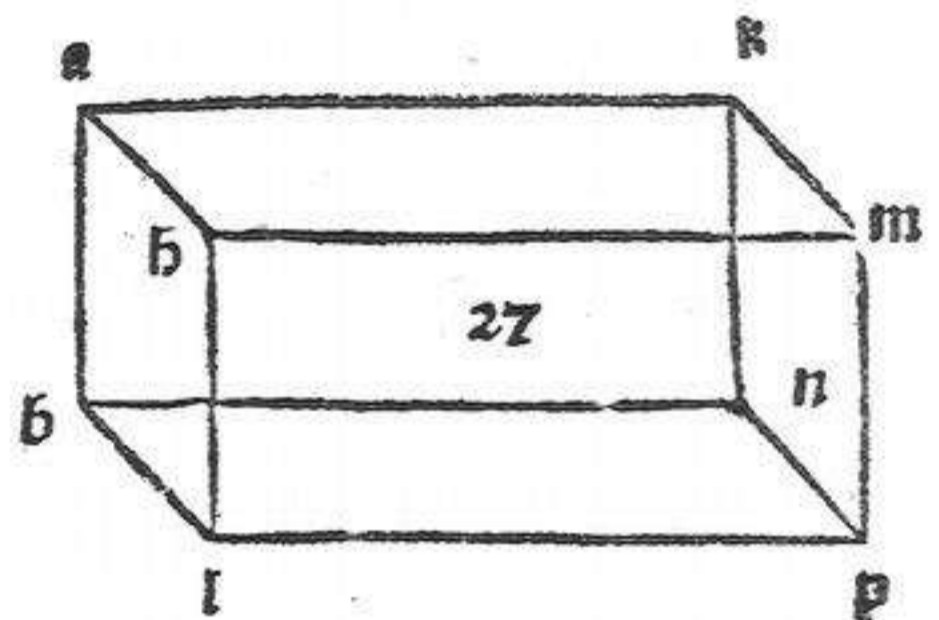
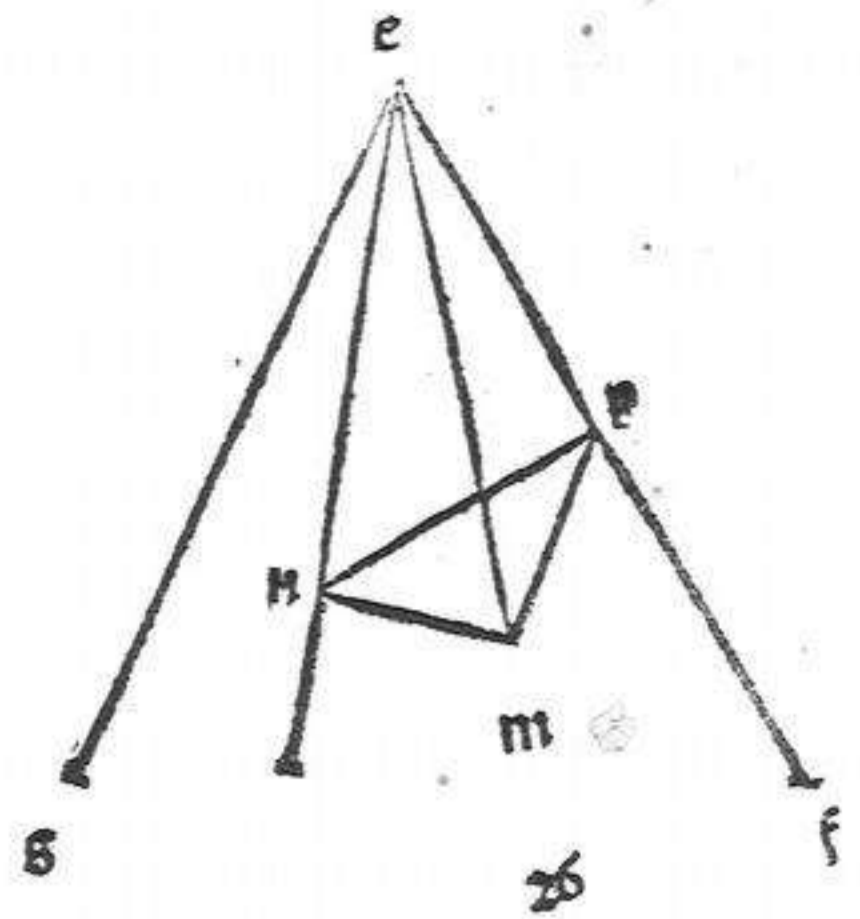
¶ Sit assignata linea. a. b. de cuius situ vtrum in plano
iaceat vel sursum exurgat nihil curetur; sitq assignatum
parallelogramum solidum corpus. c. d. cui super lineam
a. b. iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres li-
nee continentes superficiales angulos ex quibus componitur solidus an-
gulus. c. inscripte litteris. c. e. c. f. c. g. At secundum precepta premisse super
punctum. a. linee. a. b. constituatur angulus solidus equalis. c. quem con-
tineant tres linee. a. b. a. h. a. k. et auxilio. 10. sexti sit proportio. c. e. ad. a. b.
et c. f. ad. a. h. et g. c. ad. a. k. proportio vna. Dehinc a tribus punctis. b. h.
k. protrahantur sex linee. h. l. equidistans linee. a. b. et h. m. equidistans li-
nee. a. k. iterum. b. l. equidistans linee. a. h. et b. n. equidistans linee. a. k.
¶ Rursus quoq. k. n. equidistans. a. b. et k. m. equidistans. a. h. Amplius
autem protrahantur. m. p. equidistans. h. l. et p. l. equidistans. h. m. pro-
trahatur quoq et linea. p. n. eritq completum solidum parallelogramum
a. p. quod dico esse simile solido. c. d. Hoc autem ex diffinitione similiū
superficierum et diffinitione similium corporum si earum memineras
facile concludes.

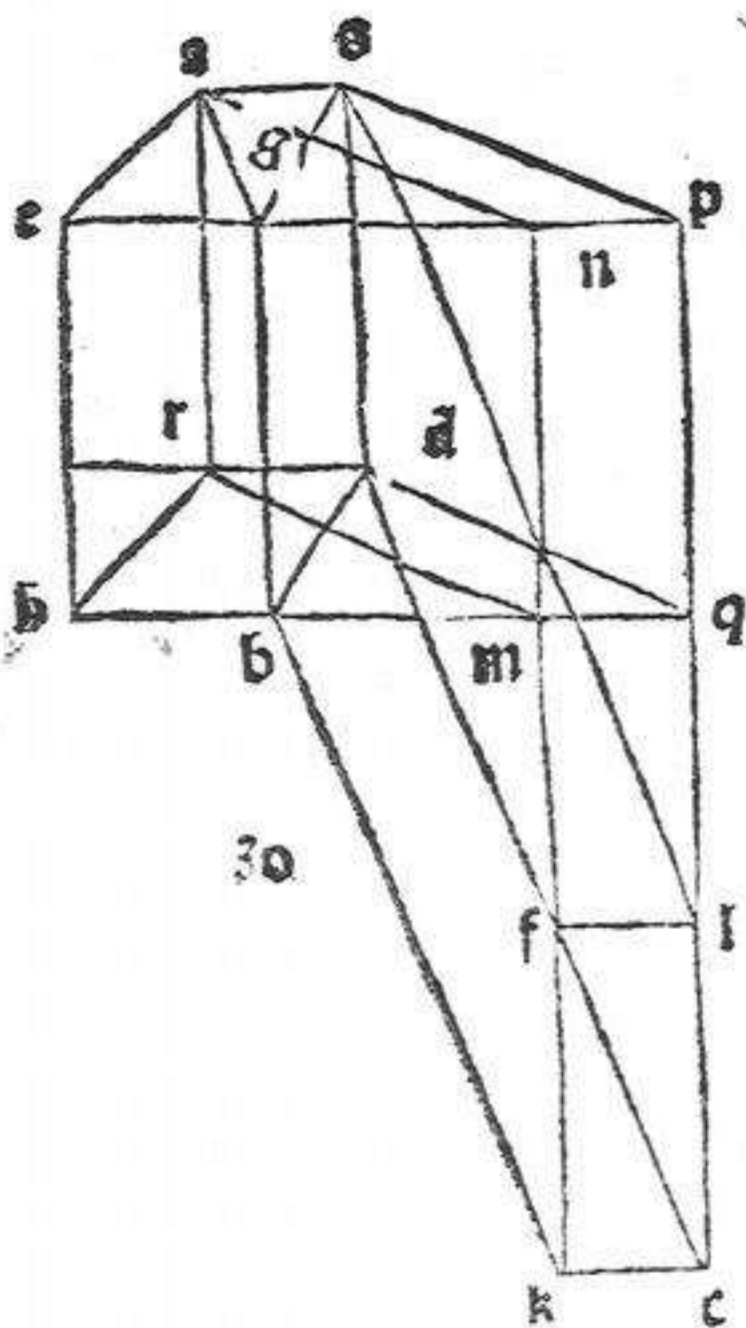
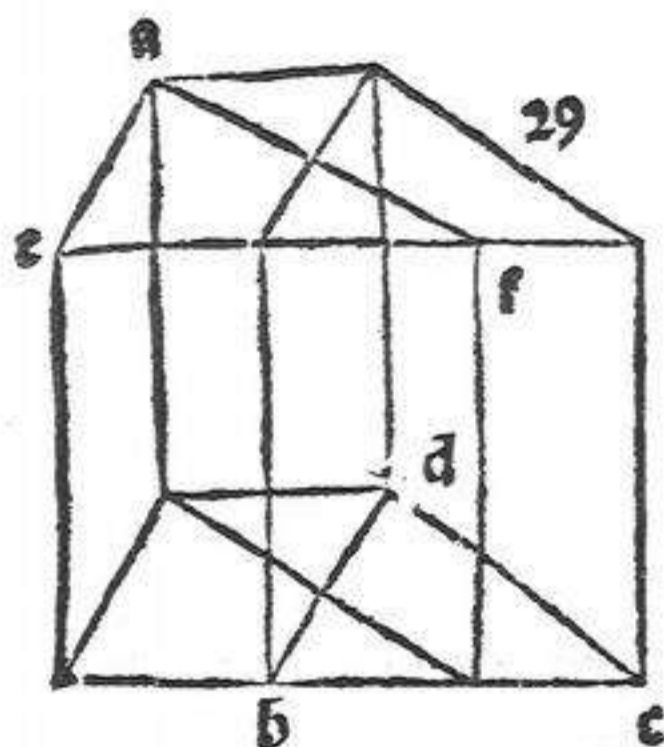
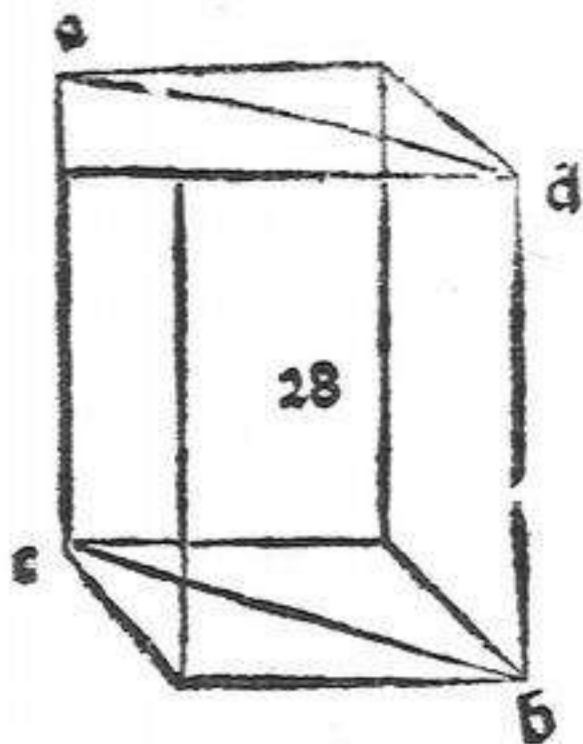
Propositio 28.



Superficies aliqua solidum parallelogramum su-
per duas quaslibet oppositas superficies eius ter-
minales et super earum duas diametros secet eā-
dem superficie corpus illud p eqlia secare necesse est.

¶ Sit corpus. a. b. solidum parallelogramum de quo sit
positū q̄ superficies. a. b. c. d. secet ipsum sup diametros duaz
superficieaz oppositaz solidum ipm terminantiū que sint. a. d. et c. b. dico





¶ ipsa diuidit istud solidum propositum per equalia. Cōstat enim q̄ ipsa diuidit illud solidum in duo seratilia quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas secundum q̄ ipse sunt opposita latera solidi propositi manifestum est ex. 24. huius eē equalia cum solidum de quo loquimur positum sit esse parallelogramum. Ex eadem quoq; &. 41. primi constat trilateras superficies dictorum seratiliū esse equalia. ¶ Igitur a diffinitione solidorum equalium liquet quod propositum est.

Castigator.

a ¶ Quia triangulus formatur sup̄ vnum latus superficieꝝ oppositarum & super idem formatur eadē superficies opposita. Et ideo per. 41. sunt eq̄ les dicti trianguli quoniam sunt medietates illarum superficieꝝ per communem scientiam. 7. in primo libro.

Propositio. 29.



uncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atq; in eadem basi super vnam lineam constituta probantur esse equalia.

¶ Verum est q̄ solida equidistantium laterum eque alta siue inter superficies eq̄distantes super vnam & eandem basim constituta sunt adinuicē eq̄lia sicut de superficieꝝ eq̄distantium lateꝝ sup̄ vnam basim & inter lineas equidistantes constitutis vt in. 35. primi demonstratum est. Sed talium solidorum quedam dicuntur constitui super lineam vnam & sunt illa quoꝝ sup̄premaxꝝ superficieꝝ duo opposita latera sunt fm̄ rectitudinem protracta linea vna & de talibus hec. 29. proponit demonstrandum ipsa omnia esse equalia adinuicem. Sunt autē eoꝝ alia que non dicuntur constituta sup̄ lineam vnam & sunt illa quoꝝ sup̄premaxꝝ superficieꝝ duo latera opposita quecūq; sumantur fm̄ rectitudinem p̄tracta nō sunt linea vna & de talibus sequēs demonstrandum p̄ponet ipsa quoq; oīa esse adinuicem equalia. ¶ Sint itaq; duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies eq̄distantes. a. b. &. a. c. constituta super vnam basim que sit. a. d. quoꝝ sup̄preme superficies sint. e. b. &. f. c. Sintq; hāꝝ sup̄premarum superficieꝝ duo latera opposita cum secundum rectitudinem protrahantur. linea vna & ipsa sint. e. &. f. b. c. dico itaq; q̄ solida. a. b. &. a. c. sunt equalia; hoc autē si figuram eius secundum q̄ oportet actu vel cogitatione fabricaueris & quemadmodū in. 35. primi b̄ processeris idem faciens hic de seratilibus quod ibi de triangulis facile concludere poteris occurruntq; tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in superficieꝝ occurrisse nouisti.

Castigator.

b ¶ Quoniam seratilia hic in que resoluntur ista duo solida parallelograma sunt omnia adinuicem equalia per diffi. corpoꝝ equalium atq; similitium & tunc per cōem scientiam quoꝝ dimidia sunt equalia tota quoq; equalia esse. quia illa seratilia semper sunt dimidia illorum parallelogramorum. Ideo & cetera.

Propositio. 30.



uncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta que in eadem basi non autem super lineam vnam fuerint constituta probantur esse equalia.

¶ Sint nunc duo solida parallelograma eque alta siue inter superficies equidistantes sintq; super vnam & eandem basim sed non super lineam vnam constituta dico iteꝝ ea eē equalia. ¶ Esto enim duo solida palelograma. a. b. &. a. c. eque alta siue inter superficies equidistantes constituta super vnam basim que sit. a. d. sed nō sup̄ vnā lineā; sintq; eoꝝ sup̄preme superficieꝝ. e. b. &. f. c. quāꝝ opposita latera fm̄ rectitudinē p̄tracta non erūt linea vna. Cūq; ipsa ex ypothesi sint in vna superficie eo q̄ solida p̄posita sunt inter superficies equidistantes; necesse est vt duo latera vnus earum p̄tracta secundum rectitudinē fecent duo alterius eāꝝ p̄tracta fm̄ rectitudinē; p̄trahātur itaq; duo

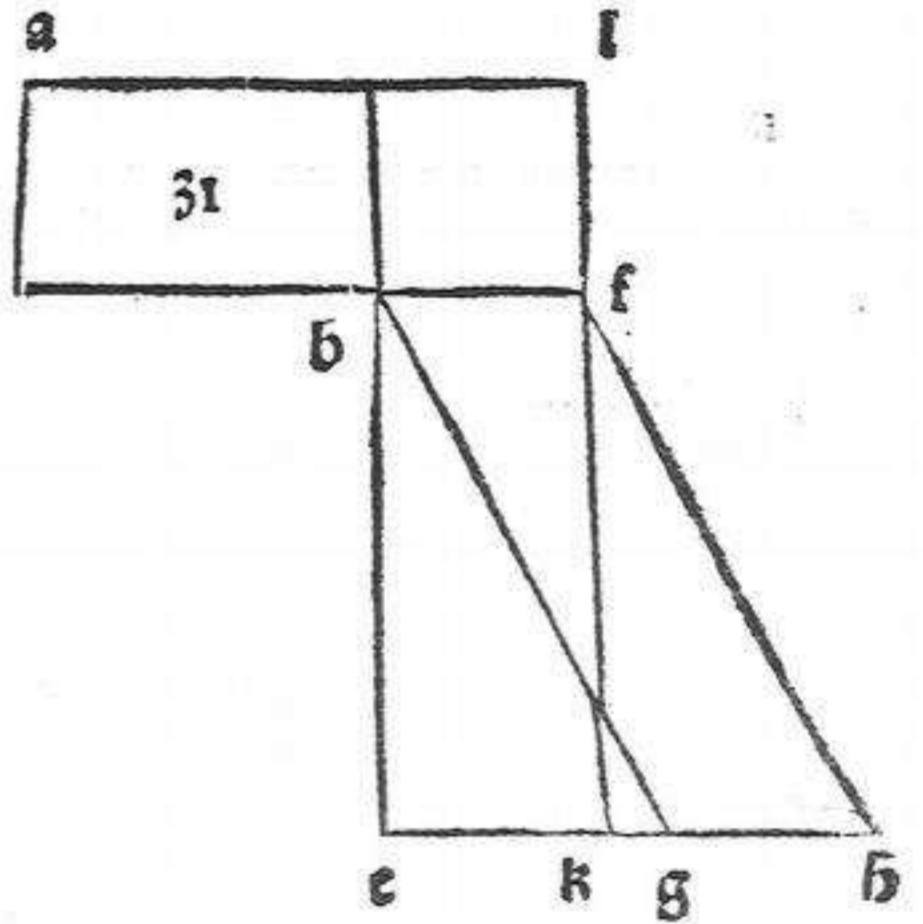
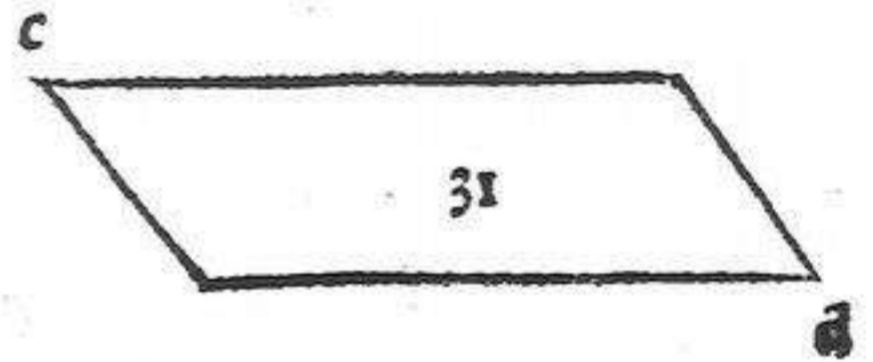
opposita latera superficiei. e. b. que sint. e. g. f. h. b. & duo opposita superficiei f. c. que sint. k. f. c. l. & secant se super quatuor puncta. m. n. p. q. eritq; superficies. m. n. p. q. equidistantium laterum equalis unicuique trium superficierum quaz; vna est basis oppositis solidis cōis & ipsa ē. a. d. & due relique sunt superpreme superficies eorūde solidoz; & ipse sunt. e. b. & c. f. ductis itaq; lineis a quatuor punctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi sibi directā habitudinē relatos que sint. n. a. m. r. p. s. q. d. pfectū erit solidū palellogrammum. a. q. in eadē basi cū vtroq; duoz; prioz; & eque altū & sup lineā vnā cū vtroq; ipsoz; p̄ premisam igit vtrūlibet duoz; solidoz; p̄positoꝝ que sunt. a. b. & a. c. est equale solido. a. q. p̄ conceptionē ergo ē solidū. a. b. eque solido. a. c. q̄re constat p̄positum. ¶ Potes quoq; cōuersas huius & p̄misse p̄bare si libet ducendo ad impossibile. Pones. n. quelibet duo solida palellogama eē eqlia & cōstituta sup eandē basim eq̄distantia & demōstrabis ea eē eque alta. Erūtq; hee & p̄missa tue demonstrationis mediū impossibile aut ad qd̄ duces erit: p̄tem suo toti eē eqlēm; qd̄ euidenter patebit si de illo solido qd̄ altius eē mentit̄ aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia & sup eandē basim cōstituta vnū solidū palellogramū eque altū demissiori abscideris: hoc aut̄ abscisum equale eē demissiori cōuincēs ex hac & p̄missa. ideoq; & toti illi a quo ipsum abscideris ex cōi scientia.

Propositio 31.



Solida eq̄distantium superficierum in basibus equis cōstituta si fuerit eque alta lineeq; eoz; angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; verū ē q; oia solida palellogama i equis basibus atq; inter superficies eq̄distantes siue eque alta cōstituta sint adinuicē eqlia sicut de superficiebus eq̄distantium laterum super equales bases & inter lineas eq̄distantes cōstitutis in .36. primi probatum est. At taliū solidoz; alia sunt quoz; angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt de quibus hec. 31. p̄ponit demonstrādum ea eē equalia. Alia vero sunt quorum angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte de quibus sequēs demonstrādū p̄ponit ea eē equalia. Intelligant itaq; super duas bases. a. b. & c. d. que sint equales & eq̄distantium laterum nō tñ vnus creatiois. sed sit. a. b. tetragonus longus. & c. d. simile helmuaym duo solida eq̄distantium laterum cōstituta eque alta sintq; linee erecte sup angulos p̄positaz; basium perpendicularēs ad ipsas dico hec duo solida adinuicē eē equalia. Protrahant itaq; duo latera basis. a. b. & sint illa que cōtinent angulū. b. vsq; ad. f. & e. & fiat angulus. f. b. g. equalis angulo. c. basis. c. d. & sumant̄ due linee. b. f. & b. g. equales duobus lateribus basis. c. d. q̄ cōtinent angulū. c. & perficiat superficies eq̄distantium laterum. b. h. que erit equalis & similis basi. c. d. Dehinc p̄trahatur. h. e. equidistans. b. f. & f. k. equidistans. b. e. eritq; quadrilatera superficies. b. k. equidistantium laterum equalis. b. h. ex. 35. primi: cūq; b. h. sit equalis. c. d. erit per cōceptionem. b. k. equalis. a. b. Compleatur itaq; superficies equidistantium laterum. b. l. p̄tracta linea. k. f. quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus cōtinētibus angulum. a. in puncto. l. Age ergo vt super tres superficies equidistantium laterum que sunt. b. h. b. k. b. l. cōstituantur eque alta solida solido constituto super basim. a. b. sintq; linee oium solidoz; istoz; erecte super bases perpendicularēs ad ipsas & appellentur bases & solida super eas constituta eisdem nominibus. ¶ Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum equalium atq; similium q; duo solida. b. h. & c. d. equalia atq; similia sunt ¶ De solidis autem. b. h. & b. k. constat ex .29. q; ipsa sunt equalia: sunt enim eque alta & constituta super vnā & eandē basim & ipsa est superficies erecta super lineam. b. f. & super lineam vnā: est autem per. 25. proportio a solidi. a. b. ad solidum. b. l. sicut basis. a. b. ad basim. b. l. & p̄ eandē solidi. b. k. ad solidum. b. l. sicut basis. b. k. ad basim. b. l. cūq; sit vtriusq; duarum basium. a. b. & b. k. ad basim. b. l. vna proportio: ex prima parte. 7. quinti erit vtriusq; duorum solidorum. a. b. & b. k. ad



solidum. b. l. proportio vna igitur ex prima parte none quinti erunt duo solida. a. b. f. b. k. equalia; at quia solidum. b. k. est equale solido. b. h. solidumq. b. h. solido. c. d. sequitur ex communi scientia solidum. a. b. esse equale solido. c. d. quod est propositum.

Castigator.

a **Q**uia imaginatur super totam basim. a. f. vel. e. l. parallelogramū solidum constitutum & superficies erecta super lineam. b. f. equidistanter basibus oppositis ipsum secare.

Propositio 32.



I solida equidistantium superficierum in equis basibus constituta eque alta fuerint linee autem angulares supra bases orthogonaliter non steterit ipsa esse equalia necesse est.

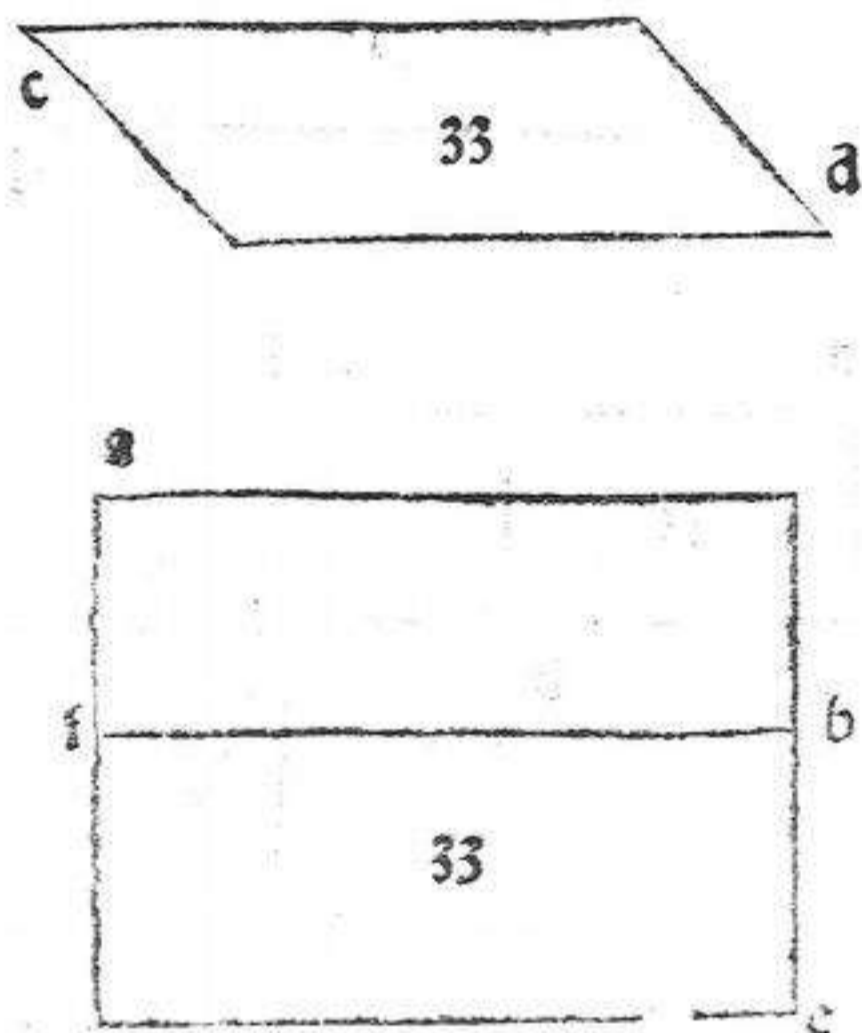
Fabricatis duobus corporibus vt proponitur videlicet que sint equidistantium terminorum & eque alta & sup bases equas non autem super bases suas perpendiculariter erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur que ex. 6. erunt singulares equidistantes & etiam ex ypothesi singule singulis equalis ipse enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt; & si inter eas solida equidistantium laterum perficiantur constabit ex premisa hec duo solida vltimo constituta esse ad inuicem equalia. Cunq. duorum priorum & duorum posteriorum sint eodem bases videlicet eorum superficies suppremet; constat ex. 29. vel. 30. & hac communi scientia; quecūq. equalibus sunt equalia sibi inuicem sunt equalia verum esse quod propositum est. **Ex** his potes conuersas huius & premisse eisdem mediantebus indirecte demonstrare si libet eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducendo. Pones enim duo solida parallelograma esse equalia & super equales bases & conuincas ea esse eque alta vel pones ea esse eque alta & equalia & conuincas ea sup bases eqles.

Propositio 33.



Ania solida equidistantium superficierum eque alta suis basibus sunt proportionalia.

Sint duo solida equidistantium superficierum eque alta constituta super duas bases. a. b. & c. d. dico q. proportio illorum duorum solidorum vnus ad alterum est sicut proportio suarum basium que sunt. a. b. & c. d. vnus ad alteram. Constat quidem ex. 24. vtranq. harum duarum basium esse equidistantium laterum. **D**uo igitur latera opposita & equidistantia in superficie. a. b. protrahantur & inter ea fiat superficies equidistantium laterum que sit. f. e. equalis. c. d. Dehinc supra superficiem. f. e. compleatur solidum parallelogramum eque altum ei quod constitutum est super basim a. b. sitq. amborum communis terminus illa superficies que exurgit super lineam. b. f. hec autem solida & sue bases eisdem nūcupentur nominibus. **Q**uia igitur basis. f. e. est equalis basi. c. d. erit ex. 31. vel. 32. solidum. f. e. equale solido. c. d. At quia totale solidum. a. e. secat superficies exurgens super lineam. b. f. equidistanter duobus lateribus oppositis; erit ex. 25. proportio solidi. f. e. ad solidum. a. b. sicut basis. f. e. ad basim. a. b. Cunq. sint c. d. & f. e. tam bases q. solida equalia; bases quidem ex ypothesi; solida autem ex. 31. vel. 32. Sequit ex. 7. quinti bis assumpta semel p. basibus & semel p. solidis q. solido. a. b. & c. d. basiumq. a. b. & c. d. sit p. portio vna qd. demonstrare volumus. **H**uius quoq. conuersam eadē ipsa mediante demonstrare que admodū conuersas precedentium nō ē difficile. pones enim duo solida para-



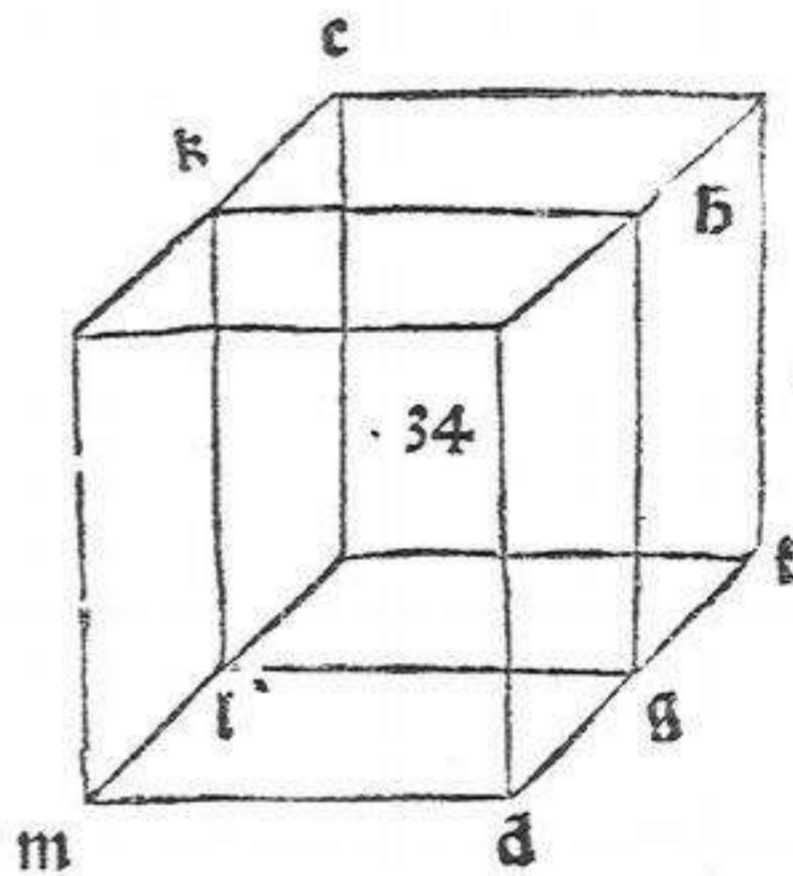
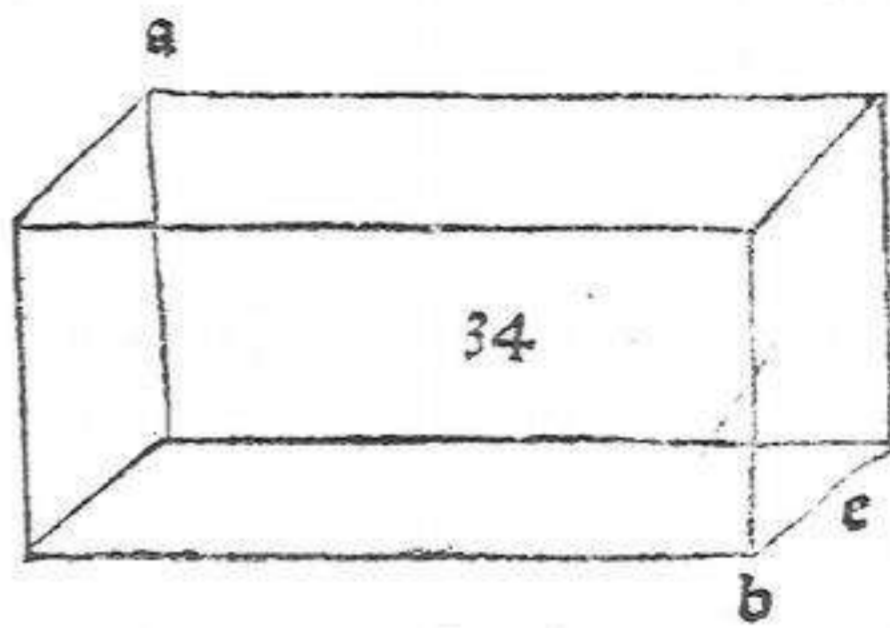
llograma esse suis basibus pportionalia & conuincet ea esse eque alta abscisoq; ab eo q; altius mentiet aduersarius vno solido palellogramo eque alto demissiori erunt abscisum & dimissus suis basibus pportionalia ex ypothesi & ex hac. 33. cumq; et eent totale altius a quo parziale abscidisti & ipsum demissius eisdem basibus pportionalia ex ypothesi sequitur ex prima pte. 9. qnti totale q; aduersarius dicit altius & priale qd ab eo abscidisti esse equalia.

Propositio . 4.



S duo solida equidistantium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint due bases suis altitudinibus mutue ipsa solida sibi inuicem equalia esse necesse est.

¶ Quocumq; sunt duo solida equidistantium superficierum equalia eorum bases & altitudines necesse est esse mutueas & econuerso quemadmodum de superficieribus equidistantium laterum equiangulis. 13. sexti proposuit. At tamen hac. 34. istud demonstrandum proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basibus palellogramis orthogonaliter insistant. Ea vero que sequitur proponit idem de ceteris. Sint ergo nunc duo solida palellograma. a. b. & c. d. equalia quorum bases sint. a. e. & c. f. lineaq; altitudinum ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte & sit altitudo solidi. a. b. linea. e. b. & solidi. c. d. linea. f. d. si igitur fuerint due line. e. b. & f. d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicem cum ipsa quoq; solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex conuersa. 31. bases eoz que sunt. a. e. & c. f. equales. ideoq; bases & altitudines erunt mutue; sicq; constabit propositi prima pars. & econuerso constabit secunda vt si altitudines & bases sint mutue; ponantur altitudines equales erunt quoq; bases equales. ideoq; per. 31. & solida equalia & sic constat secunda pars. At si line. e. b. & f. d. non fuerint equales sit. f. d. maior & ex ea refecetur. f. g. ad equalitatem. e. b. tribusq; ceteris lineis que sunt altitudines solidi. c. d. ad eandem mensuram in punctis. h. k. l. refecatis perficiatur solidum palellogramum. c. g. eque altum solido. a. b. eritq; ex premissa. a. b. ad. c. g. sicut a. e. ad. c. f. Cum itaq; c. d. sit equale. a. b. erit ex prima parte. 7. quinti. c. d. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. per premissam autem e proporrio. c. d. ad. c. g. sicut m. f. ad. f. l. qd patet si vna ex lateralibus superficieribus solidi. c. d. & ipsa sit. f. m. intelligat basis ipsius. At p prima sexti. f. m. ad. f. l. sicut. d. f. ad. f. g. idq; p. 7. qnti. sicut. d. f. ad. b. e. Igit. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. b. e. constat itaq; priaps. Scdam ptem cum sit couersa prie couerso mo pbabis; sit. n. eade dispositione manente pportio. a. e. ad. c. f. sicut. d. f. ad. e. b. dico tunc solida. a. b. & c. d. esse equalia; erit. n. ex 7. qnti. d. f. ad. f. g. sicut. a. e. ad. c. f. sed ex premissa est a. b. ad. c. g. sicut. a. e. ad. c. f. igitur e. a. b. ad. c. g. sicut. d. f. ad. f. g. ex prima aut sexti e. d. f. ad. f. g. sicut. m. f. ad. f. l. & ex premissa. c. d. ad. c. g. sicut. m. f. ad. f. l. itaq; . c. d. ad. c. g. sicut. a. b. ad. c. g. igitur ex . 9. 5. a. b. & c. d. sunt equalia; quod est ppositum.



Propositio . 35.



S duo solida equidistantium terminorum fuerint equalia eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutue. Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quolibet duo corpora equidistantium superficierum probantur esse equalia.

¶ Quod premissa proposuit de solidis palellogramis quoque linee altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. proponit in distincte de omnibus. Demonstrare autem conuenit hanc ex premissa quemadmodum demonstrauimus. 31. & 33. Fabricatis enim duobus solidis equidistantium laterum quibuscumq; si linee altitudinum suis basibus orthogonaliter insistant; constat verum esse quod dixit ex premissa. ¶ Sinaut a quatuor angularibus punctis supremaz superficierum in vtroq; solido quaterne

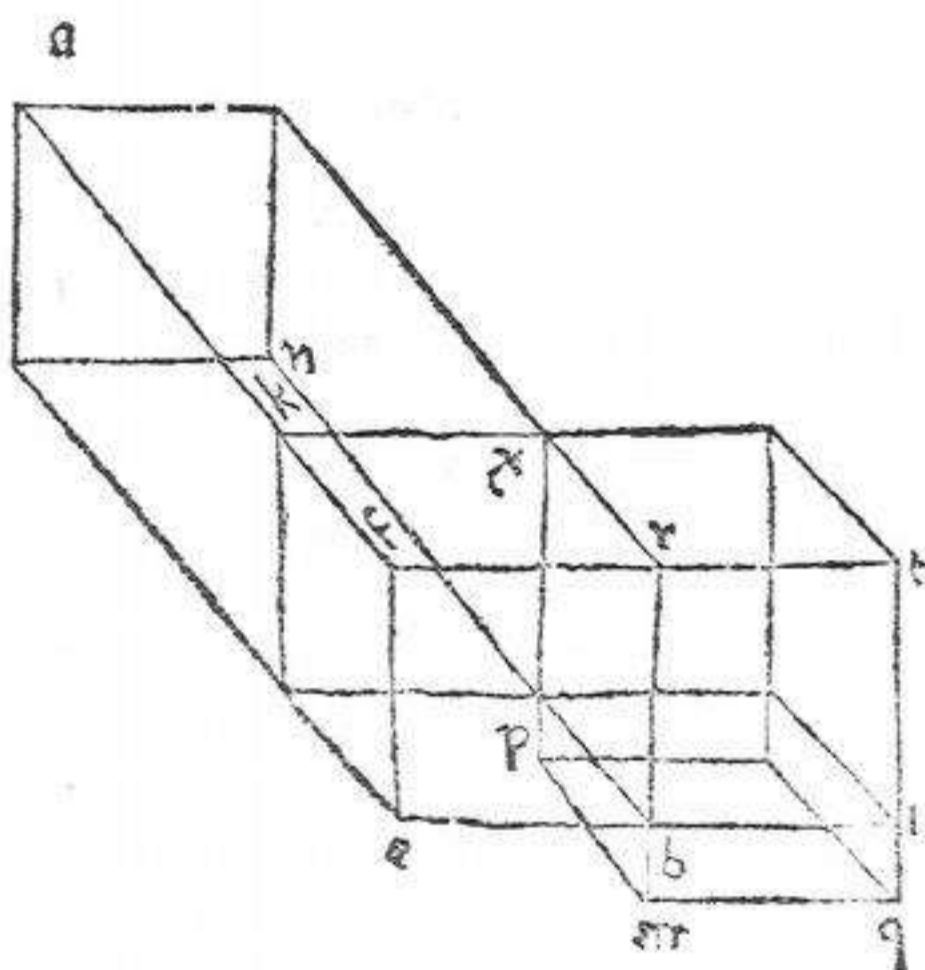
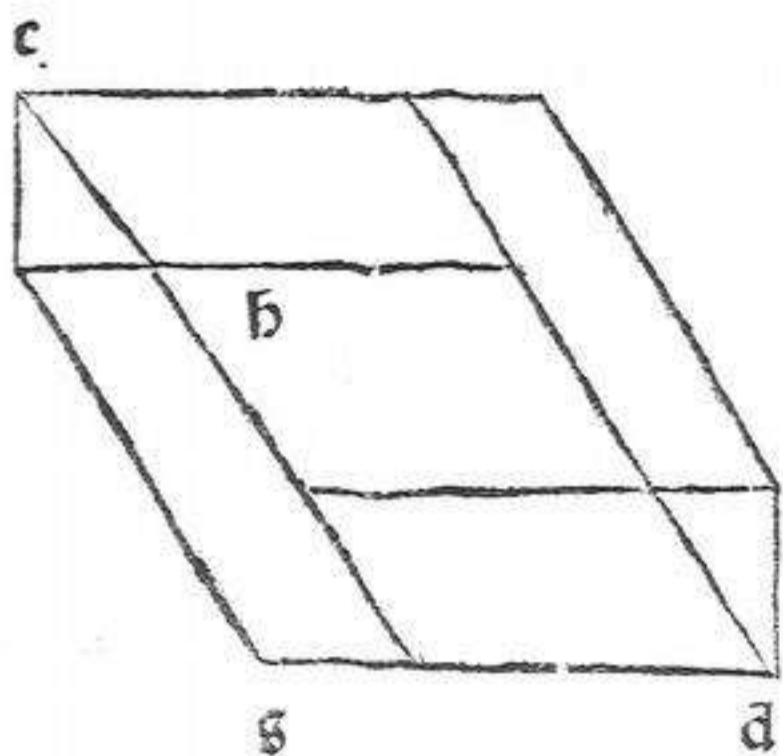
linee demittantur perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus in
 finarum superficierum quaterne erigantur inter quas duo solida para-
 llograma perficiatur eque alta solidis prioribus. eruntq; ex. 29. & 30. hec
 duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum & eorum
 sint eedem bases & eedem altitudines: sit aut ex premissa de posterioribus
 verum quod hec. 35. proponit verum erit idem etiam de prioribus.

Propositio .36.



S duo solida equidistantium superficierum fue-
 rint similia proportio erit vtriusq; ad alterum ta-
 q; cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus
 alterius proportio triplicata.

Sint enim duo solida. a. b. & c. d. parallelograma & si-
 milia: dico q; pportio vnus eoz ad altez est sicut vnus
 lateris eius ad vnum latus alterius quod sibi refertur proportio triplicata
 quemadmodum duarum superficierum similium proportio est sicut suo-
 rum relatiuorum laterum proportio duplicata vt in. 18. sexti demonstra-
 tum est. ¶ Nam si solida. a. b. & c. d. fuerint equalia cum ipsa ponantur si-
 milia erunt ex diffinitionibus similium corporum & similium superfie-
 rum cuncta latera vnus equalia suis relatiuis lateribus alterius ideoq; cum
 duarum quantitatum equalium proportio triplicata aut quotienslibet
 sumpta non efficiat nisi equalitatis proportionem: constat in hoc casu ve-
 rum esse quo proponitur. ¶ Si autem inequalia: sit. a. b. maius cuius lon-
 gitude sit. b. e. latitudo. e. f. altitudo. f. a. basis. e. r. & suprema superficies. a.
 n. Solidi vero. c. d. sit longitudo. d. g. latitudo. g. h. altitudo. h. c. constat
 itaq; ex diffinitione similium corporum & ex diffinitione similium sup-
 ficierum & presenti ypothesi q; proportio. a. f. ad. c. h. & f. e. ad. h. g. & e. b.
 ad. g. d. sit pportio vna. Sumatur igitur ex linea. a. f. quam manifestum
 est esse maiorem. c. h. linea. f. k. equalis. h. c. ceteraq; tres determinates alti-
 tudinem solidi. a. b. rescentur ad equalitatem eius & inter eas complea-
 tur solidum parallelogramum. k. b. eque altum solido. c. d. & protrahan-
 tur due linee basis. e. b. vsq; ad. l. & r. b. vsq; ad. m. sitq; b. l. equalis. g. d. &
 b. m. equalis. h. g. & perficiatur superficies equidistantium laterum. m. l.
 que erit equalis & similis. h. d. Super eam igitur erigatur solidum parallelo-
 gramum. p. q. secundum altitudinem prescisam ex altitudine solidi. a. b.
 eritq; p. q. equale & simile solido. c. d. rursusq; inter lineas. r. b. & b. l. perficiatur
 superficies equidistantium laterum. b. t. super quam quoq; erigatur
 solidum parallelogramum. x. l. eque altum vtriq; duorum solidorum. k. b.
 & p. q. replendo alterutrum duorum angulorum entium inter ea.
 ¶ Cum autem duo solida. a. b. p. q. sint similia eo q; ambo posita sint simi-
 lia solido. c. d. corpora vero vni & eidem corpori similia inter se sunt simi-
 lia vt patet ex diffinitione similium corporum & 20. sexti. Manifestum
 est ex. 25. ter assumpta q; inter duo solida. a. b. & p. q. secundum continuam
 proportionalitatem cadunt duo solida. k. b. & x. l. opportune ergo consti-
 tuta vel constructa figura: ypothesibusq; memorie firme commendatis
 ex prima sexti facile concludes propositum. ¶ Excute torporem & dilige-
 ter attende sciesq; ex. 25. huius proportionem solidi. a. b. ad solidum. k. b.
 esse sicut superficiei. a. r. ad superficiem. k. r. ideoq; ex prima sexti sicut linee
 a. f. ad lineam. k. f. Et proportionem solidi. k. b. ad solidum. x. l. sicut su-
 perficiei. k. r. ad superficiem. x. t. ideoq; sicut linee. f. r. ad lineam. r. t. Et p-
 portionem solidi. x. l. ad solidum. p. q. sicut superficiei. r. l. ad superficiem
 l. m. ideoq; sicut linee. r. b. ad lineam. b. m. ¶ Ex ypothesi vero liquet q;
 proportio linee. f. r. ad lineam. r. t. & linee. r. b. ad lineam. b. m. est sicut li-
 nee. a. f. ad lineam. k. f. itaq; ex diffinitione proportionis triplicate posita
 in prohemio quinti: constat q; proportio solidi. a. b. ad solidum. p. q.
 ideoq; etiam ad solidum. k. b. est sicut linee. a. f. ad lineam. k. f. triplicata &
 quia linea. k. f. posita est equalis linee. c. h. patet verum esse quod dicitur.
Scire autem oportet q; quicquid per hanc. 36. & per. 7. eam continet



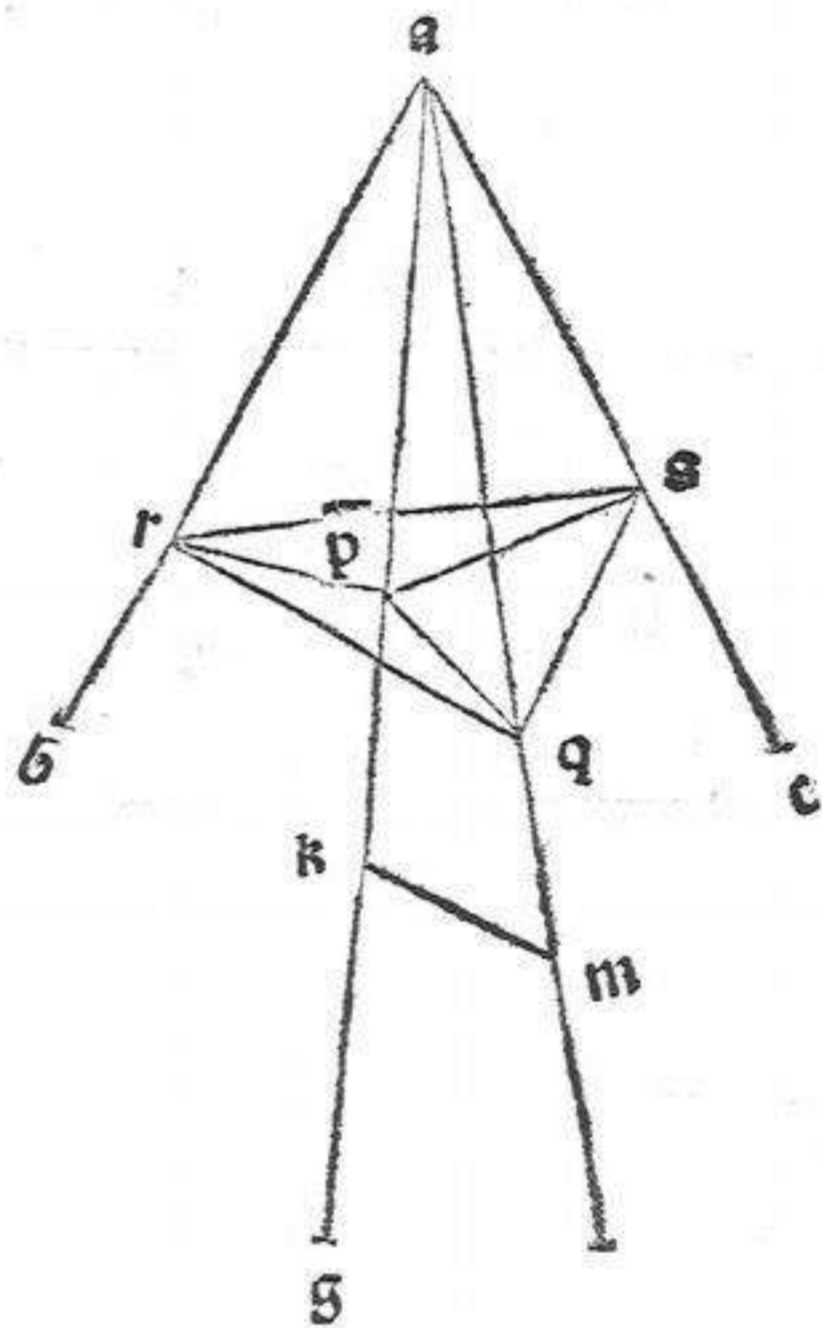
precedentes demonſtratum eſt de ſolidis parallelogramis. idem quoq; ve-
rum eſt de ſeratilibus quorum baſes communiter ſunt trigone aut com-
muniter tetragone. hoc autem ex. 28. & hac. 36. & 7. eam continue precedē-
tibus conſtabit ingenioſo inſpectori. ¶ Si enim fuerint ſerabilia quelibet
eque alta ſuper eādem baſim vel ſuper baſes equales cōiter tamen trigo-
nas aut communiter tetragonas cum ipſa ſint dimidia ſolidorum para-
llogramorum ſuarum altitudinum ex. 28. ipſe erunt equalia ex. 29. & tri-
bus eam ſequentibus: ex his enim conſtat ſolida parallelograma ipſis ſera-
tilibus dupla eſſe equalia. ¶ Similiter quoq; ſi fuerint duo ſerabilia ſuper
baſes communiter trigonas aut communiter tetragonas eque alta ipſa
erunt ſuis baſibus proportionalia quēadmodum de ſolidis parallelogra-
mis ex. 33. habetur ipſa enim ſunt ex. 28. dimidia ſolidorum parallelogra-
morū ſue altitudinis: ſolidorum autem parallelogramorum ſue altitudi-
nis eorūq; baſium eſt vna proportio ex. 33. cum itaq; ſit ſolidorum para-
llogramorū pportio ſicut ſeratilium quia ſicut ſimplum ad ſimplum
ſic duplum ad duplum ex. 15. quinti atq; baſium ſolidorum parallelogra-
morum eſt proportio ſicut baſium ſeratilium. aut enim eodem erunt baſes
ſeratilium & ſolidorum parallelogramorum: & hoc quidem erit cum ba-
ſes ſeratilium fuerint tetragone tunc enim ex ſeratilibus ſuper eaſdem ba-
ſes erunt ſolida parallelograma complenda. Aut baſes ſeratilium erunt
ſubduple ad baſes ſolidorū parallelogramorū: & hoc qdē erit cū baſes ſerati-
lium fuerint cōiter trigone: tūc. n. erūt ex ſeratilibus ſolida palellograma
complenda adiunctis ad baſes ſeratilium ſuperficiebus trigonis vt ſiant
baſes ſeratilium cum trigonis adiunctis ſuperficiebus: ſuperficies equidi-
ſtantium laterum ſequitur vt ſit proportio ſeratilium ſicut ſuarū baſium.
¶ Eodēq; modo ſi ſerabilia fuerint equalia fuerintq; communiter ſuper
baſes trigonas vel communiter ſuper baſes tetragonas: baſes eorum altitu-
dinibus ipſorum mutue erunt. Quod ſi baſes eorum ſuis altitudinibus
fuerint mutue ipſa ſerabilia erunt equalia quemadmodum de ſolidis pa-
rallelogramis. 34. & 35. proponunt. Hoc autē facile patet ex his que dicta
ſunt in. 35. Si vero ſerabilia fuerint ad inuicem ſimilia: erit pportio vnus
ad alterum. ſicut proportio lateris vnus ad ſuum reliquum latus alterius
triplicata quemadmodum de ſolidis parallelogramis. 36. proponit quod
ex eadem. 36. facile tibi patebit ex illis ſeratilibus ſimilibus ſolidis para-
llogramis completis. ſolida ipſa probaueris eſſe ſimilia: quod ex diffi-
nitione ſimilium corporum & ſimilium ſupficerum & ex hoc qd ſerabilia
ponuntur ad inuicem ſimilia ex. 34. primi leue eſt negociari.

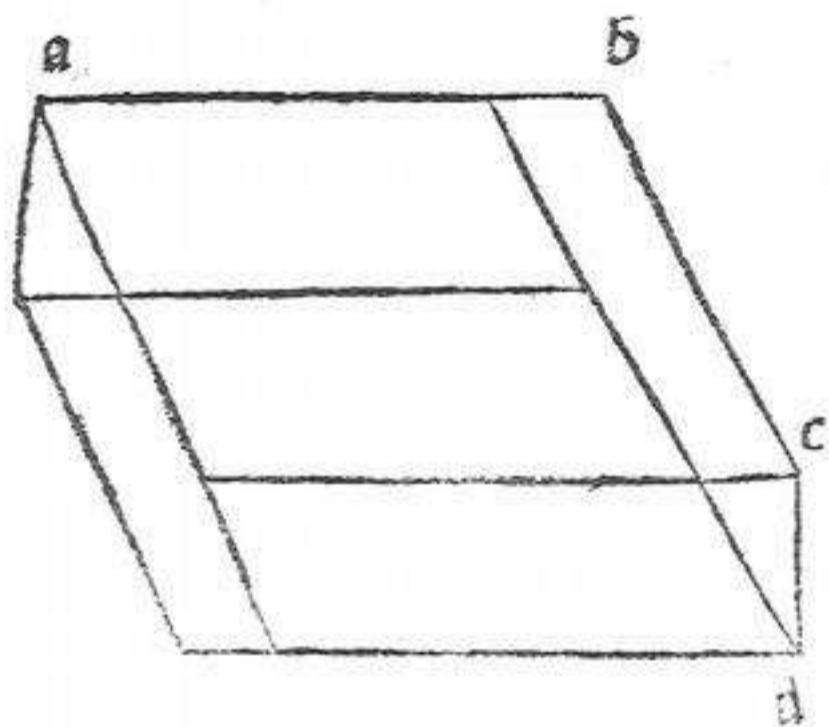
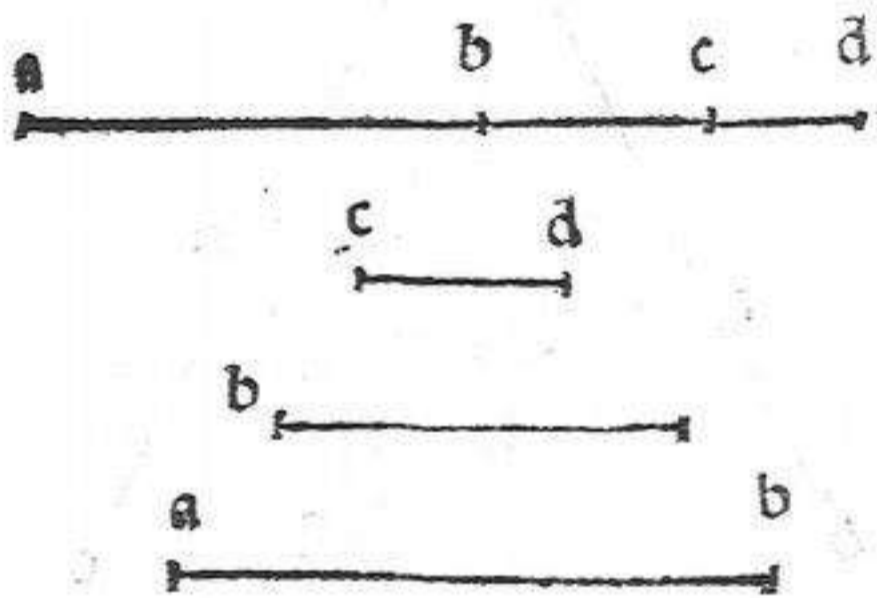
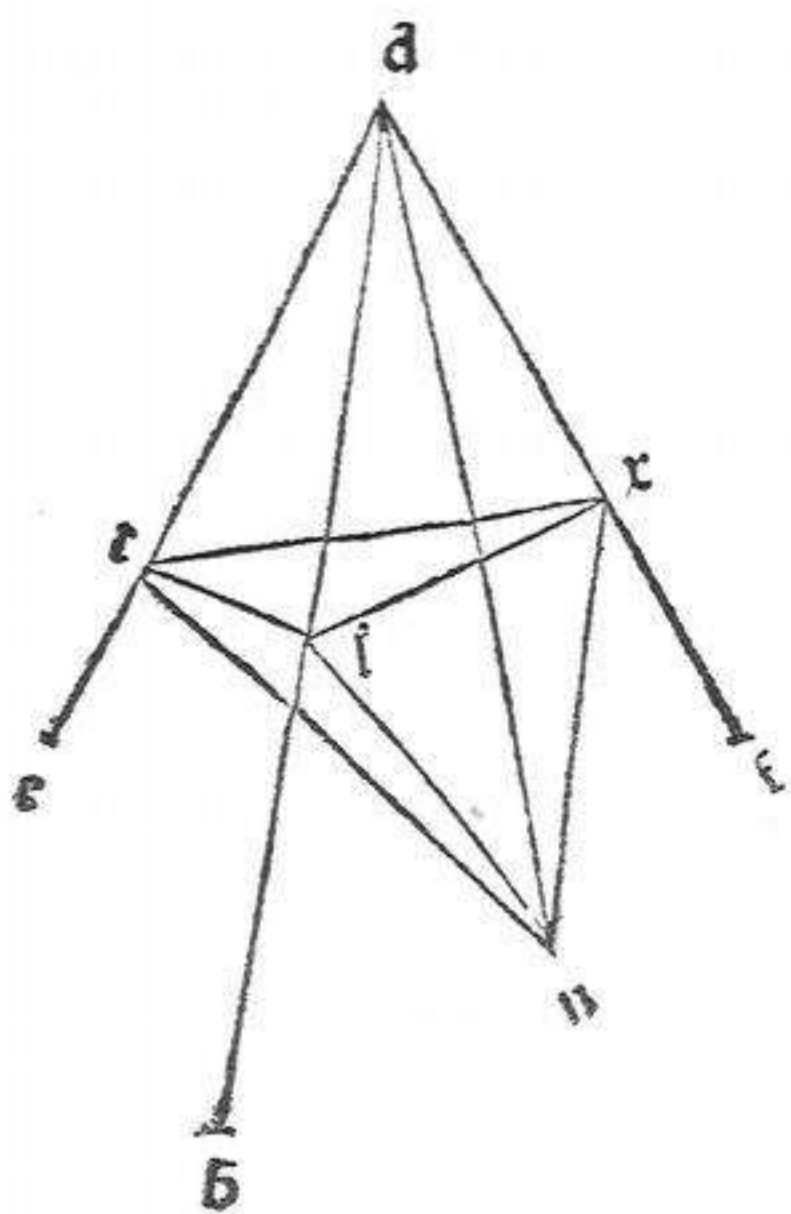
Propoſitio. 37.



Si fuerit duo anguli plani equales ſuper quos due
ypothemiſe in aere ſtatuantur cum lateribus an-
gulorum ſubiacentium ſingulos ſingulis equos
angulos cōtinentes atq; in illis ypothemifis duo
puncta ſignentur a quibus punctis due perpen-
diculares ad ſuperficies angulorum propoſitorū
demittantur a punctis autem ſuper que perpendicularares ceci-
derint ad eoſdem duos angulos planos due recte linee ducan-
tur duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus ypothemi-
ſis continentur equi ſibi inuicem eſſe probantur.

¶ Sint duo anguli plani .a. & .d. equeſ contenti lineis .a. b. & .a. c. & .d. e.
& .d. f. & ſuper eos erigantur due linee ypothemiſaliter .a. g. & .d. h. ſitq; an-
gulus .g. a. c. equalis angulo .h. d. f. & angulus .g. a. b. equalis angulo .h. d.
e. atq; in duabus ypothemifis .a. g. & .d. h. ſignentur quomodolibet duo
puncta .k. & .l. a quibus ſecundum precepta. n. huius demittantur ad ſuper-
ficies angulorum .a. & .d. due perpendicularares que ſint .k. m. & .l. n. & pro-
trahantur due linee .a. m. & .d. n. ¶ Dico igitur angulum .g. a. m. eſſe equa-
lem angulo .h. d. n. Si linea .a. k. eſt equalis .d. l. bene quidem. Sin autem
ex linea .a. g. ſumatur .a. p. equalis .d. l. at a puncto .p. demittatur linea p-





pendicularis ad superficiem anguli. a. que sit. p. q. manifestum est igitur qd punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius & diffinitione linearum equidistantium quas necesse est esse in superficie vna facile constat studio se intuenti. De hinc: a puncto. q. ducatur perpendiculares due vna ad lineam. a. b. que sit. q. r. & alia ad lineam. a. c. que sit. q. s. similiter quoq; a puncto. n. ducantur due alie perpendiculares vna ad lineam. d. e. que sit. n. t. & alia ad lineam. d. f. que sit. n. x. & protrahantur. r. s. & t. x. iterumq; a punctis p. & l. demittantur ypothemise. p. q. p. r. p. s. & l. n. l. t. l. x. His itaq; positis figuraq; prudenter disposita demonstrationem propositi sic collige. Constat ex penultima primi qd quadratum linee. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. q. & p. q. ac ex eadem qd quadratum. a. q. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. q. itaq; quadratum. a. p. est equale quadratis trium linearum. a. s. s. q. & q. p. Sed ex eadem quadratum. s. p. est equale quadratis duarum linearum. s. q. & p. q. ergo quadratum. a. p. est equale quadratis duarum linearum. a. s. & s. p. ideoq; ex vltima primi angulus. a. s. p. est rectus: similiq; modo probabis vnūquēq; trium angulorum d. x. l. a. r. p. d. t. l. esse rectum. ¶ Cum igitur ex ypothesi sit angulus. s. a. p. equalis angulo. x. d. l. linea. a. p. linee. d. l. erit ex. 26. primi linea. d. x. eq̄lis. a. s. & x. l. equalis. s. p. Eodem quoq; modo cum ex ypothesi sit angulus. r. a. p. equalis angulo. e. d. l. erit ex eadem linea. a. r. equalis. d. t. & r. p. equalis. t. l. quare per quartam primi linea. r. s. erit equalis linee. t. x. & angulus. a. r. s. equalis angulo. d. t. x. & angulus. a. s. r. angulo. d. x. t. est enim ex ypothesi angulus. a. equalis angulo. d. a conceptione igitur erit angulus. s. r. q. equalis angulo. x. t. n. & angulus. r. s. q. angulo. t. x. n. Sunt enim residui duoz̄ rectorum demptis equalibus. Necesse ē itaq; ex. 26. primi vt linea. r. q. sit equalis. t. n. & q. s. equalis. n. x. Cūq; ex penultima primi quadratum linee. r. p. sit equale quadratis duarum linearum. r. q. & q. p. & quadratum linee. t. l. equale quadratis duarum linearum. t. n. & l. n. sint autem due linee. r. p. & t. l. equales: due quoq; que sunt. r. q. & t. n. equalcs: sequitur ex communi scientia duas que sunt. p. q. & l. n. esse equalcs. ¶ Eodem modo cum quadratum linee. a. p. sit equale quadratis duarum linearum que sunt. a. q. & q. p. similiter quadratum linee. d. l. quadratis duarum linearum que sunt. d. n. & n. l. sit autem. a. p. equalis. d. l. & p. q. equalis. l. n. sequitur ex communi scientia. a. q. esse equalcm. d. n. ex. 8. igitur primi concludo propositum. Videlicet angulum. p. a. m. esse equalcm angulo. l. n. d.

Propositio .38.



Solidum tribus lineis proportionalibus contentum equum erit solido quod a medie linee equis lateribus continetur. si anguli sui ambozum sibi inuicem equalcs fuerint.

¶ De solidis paralellogramis intelligatur: de his enim qualiacūq; sint dūtamen equiangula verum est qd contentum a tribus lineis proportionalibus equale est ei quod a media earum continentur quemadmodum de superficiebus rectangulis probatum est in. 16. sexti & de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda parte. 13. eiusdem. Sint igitur tres linee. a. b. b. c. & c. d. continue proportionales fiatq; ex eis vnus angulus solidus ad libitum & perficiatur solidum equidistantium laterum cuius linea. a. b. sit longitudo. b. c. vero altitudo. sed. c. d. latitudo & ipsum solidum dicatur. a. d. sumpta quoq; alia linea quelibet equali. b. c. que etiam vocetur. b. c. super ipsius extremitatē que est. b. constituatur angulus solidus equalis angulo solido a. secundum quod docet. 26. lineeq; cetera solidum angulum. b. continentes rescentur ad equalitatem linee. b. c. & perficiatur solidum equidistantium superficieum cuius longitudo latitudo & altitudo sit linea. b. c. & ipsum appelletur. b. c. ¶ Dico itaq; duo solida. a. d. & b. c. esse equalia

¶ Manifestum est enim q̄ cuncte superficies vnus sunt equiangule suis re-
latiuis superficiebus alterius quod ex .34. primi patere potest. nam cum
solidus angulus. b. ponatur equalis solido angulo .a. necesse est vt vnus
angulus vnus cuiusq; superficiei solidi .a. d. sit equalis vni angulo sue rela-
tiue superficiei in solido . b. c. itaq; per .34. primi eorum oppositi erunt
equales. At quia vnus cuiusq; superficiei quadrilatero omnes anguli sunt
equales quatuor rectis ex .32. primi ; necesse est duos reliquos vnus esse
equales duobus reliquis sue relatiue. cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint
etiam ad inuicem equales conuincitur necesario vt vnāqueq; ex superfi-
ciebus solidi .a. d. sit equiangula sue relatiue in solido . b. c. Quare ex secun-
da parte .13. sexti bases duorum solidorum propositorum erunt equales.
Sunt enim equiangule & laterum mutuorum. Si itaq; linee altitudinum
super bases ipsorum orthogonaliter insistant constat ex .31. ipsa esse equa-
lia. cum enim hee linee sint equales & ipse determinant altitudinem soli-
dorum erunt solida eque alta. At si linee altitudinum ipsorum non in-
sistant suis basibus orthogonaliter ab ipsarum summitatibus ad bases
perpendicularibus demissis erunt ex premissa hee perpendiculares ad in-
uicem equales. Ipse enim erunt sicut erant & in premissa demonstratio-
nis figura due linee .p. q. & .l. n. quas demonstraui oportere esse equa-
les. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus a sum-
mitatibus ipsorum ad suas bases descendentes diffinitur erunt ex .32.
duo solida .a. d. & .c. b. equalia. ¶ Conuersa quoq; huius possumus si dele-
ctat conuerso modo probare. ¶ Vt si paralellogramum corpus .a. d. sit
equale & equiangulum corpori paralellogramo . b. c. & corpus . b. c. conti-
neat a media triū lineaz cōtinentiū corpus .a. d. erūt tres linee cōtinētes
corpus .a. b. cōtinue pportioales. Cū .n. duo solida palellograma .a. d. & .c.
b. sint equalia & eque alta ex ypothēsi ipsa erūt sup bases equales per con-
uersas .31. & .32. & quia ipse bases eorum sunt equiangule sequitur. ex prima
parte .13. sexti q̄ ipse sunt mutuorum laterum itaq; proportio .a. b. ad .b. c.
sicut . b. c. ad .c. d. quare constat propositum.

Castigator.

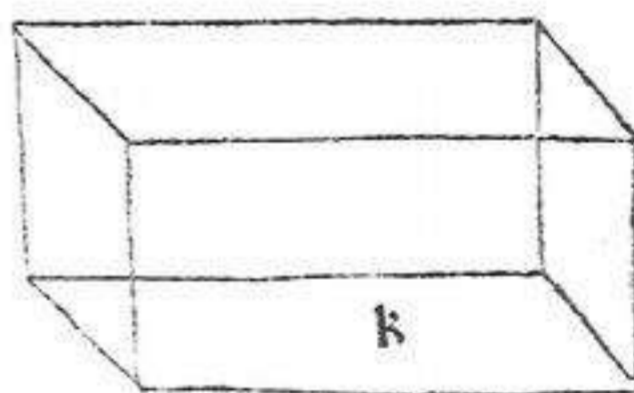
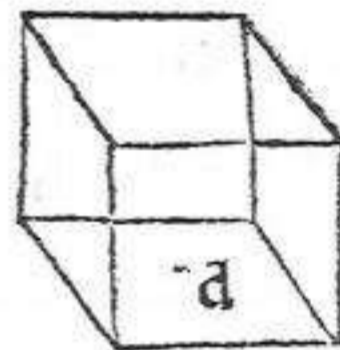
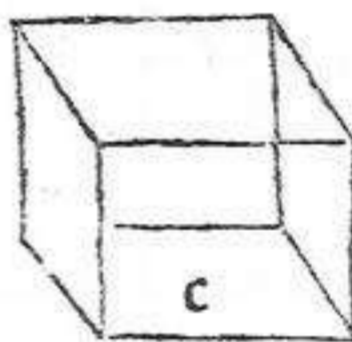
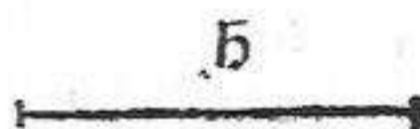
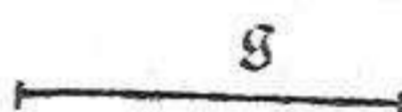
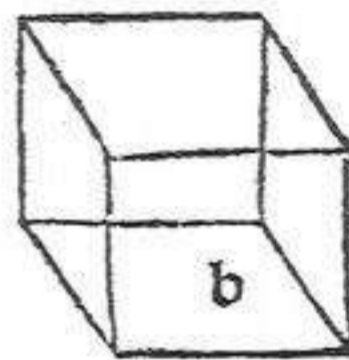
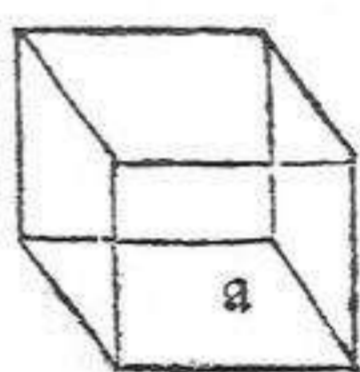
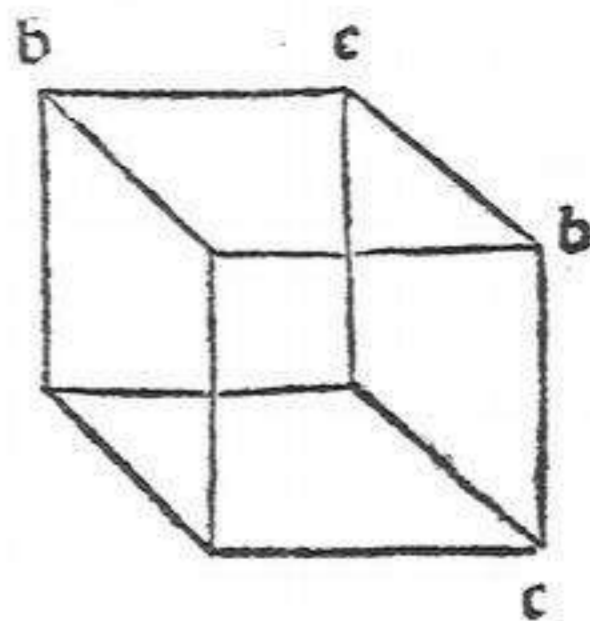
¶ Per conuersam .31. 32. huius quoniam bases sunt equales ex prima .13. sexti. Ideo eque alta.

Propositio .39.



¶ Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quo-
q; sua equidistantium atq; similibus vnus cuiusq; creationis superficie-
rum erunt proportionalia. si vero solida equidistantium atq; similibus vnus
cuiusq; creationis superficie-
rum fuerint propor-
tionalia linee quoq; a quibus ipsa solida continen-
tur erunt proportionales. Simile pponit vigesima prima sexti
de superficiebus.

¶ Sint enim .4. linee .a. b. & .c. d. proportionales & super has fabricentur
quatuor solida paralelograma eisdem nominibus dicta. que sint expres-
se similia. duobus enim ad libitum fabricatis super duas lineas .a. & .c. cete-
ra secundum precepta .27. constituenda erunt dico hec .4. solida esse pro-
portionalia & e conuerso. Subiugantur enim duabus lineis .a. & .b. in con-
tinua proportione due que sint .e. f. quemadmodum docet .10. sexti &
duabus lineis .c. & .d. alie due que sint .g. & .h. constat igitur ex .36. & ex
diffinitione proportionis triplicate que posita est in principio quinti &
ex hac ypothēsi q̄ solida .a. & .b. sibi inuicem & solida .c. & .d. sibi ad inui-
cem sunt exprese similia q̄ proportio solidi .a. ad solidum .b. est sicut
proportio linee .a. ad lineam .f. ¶ Solida quoq; .c. ad solidum .d. sicut li-
nee .c. ad lineam .h. & quia per .22. quinti proportio linee .a. ad lineam
f. est sicut linee .c. ad lineam .h. erit ex .11. quinti solidum .a. ad solidum
b. sicut solidum .c. ad solidum .d. Constat igitur prima pars. ¶ Secūda sic



sint duo solida. a. & b. sibi ad inuicem similia duo que sint. c. & d. sibi ad inuicem expresse similia. Sintq; cuncta parallelograma & ponantur proportionalia. dico q; linee. a. b. & c. d. super quas sunt constituta sunt proportionales. Sit .n. ex. 10. sexti sicut linea. a. ad lineam. b. ita linea. c. ad lineam. k. & fiat fm. 27. huius super lineam. k. solidū expresse simile solido. d. qd̄ est dicatur. k. eritq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficies. & 20. sexti corpus. k. expresse simile corpori. c. ideoq; per primā partē huius. 39. iam pbatam erit pportio solidi. a. ad solidum. b. sicut solidi. c. ad solidum. m. k. & quia eadem erat solidi. c. ad solidum. d. erit ex secunda parte none. quinti solidum. k. egle solido. d. cūq; eēt sibi expresse simile sequitur lineam. k. eē equalem linee. d. Equalitas enim non producitur ex alī qua proportione triplicata vel quotieslibet sumpta nisi ex equalitate igitur ex secunda parte. 7. quinti constat et hmoi pars secūda. Deciperis autē si arbitraris oportere vnū quodq; quatuor solidoz. a. b. c. d. eē simile cuilibet alioz; necesse ē. n. duo solida. a. & b. sibi ad inuicē. itēq; duo. c. & d. sibi ad inuicē eē similia; solida autē. c. & d. solidis. a. & b. eē similia cōtingens est; necessariū autē nō. ¶ Idē ex hac. 39. de seratilibus facile poteris cōcludere.

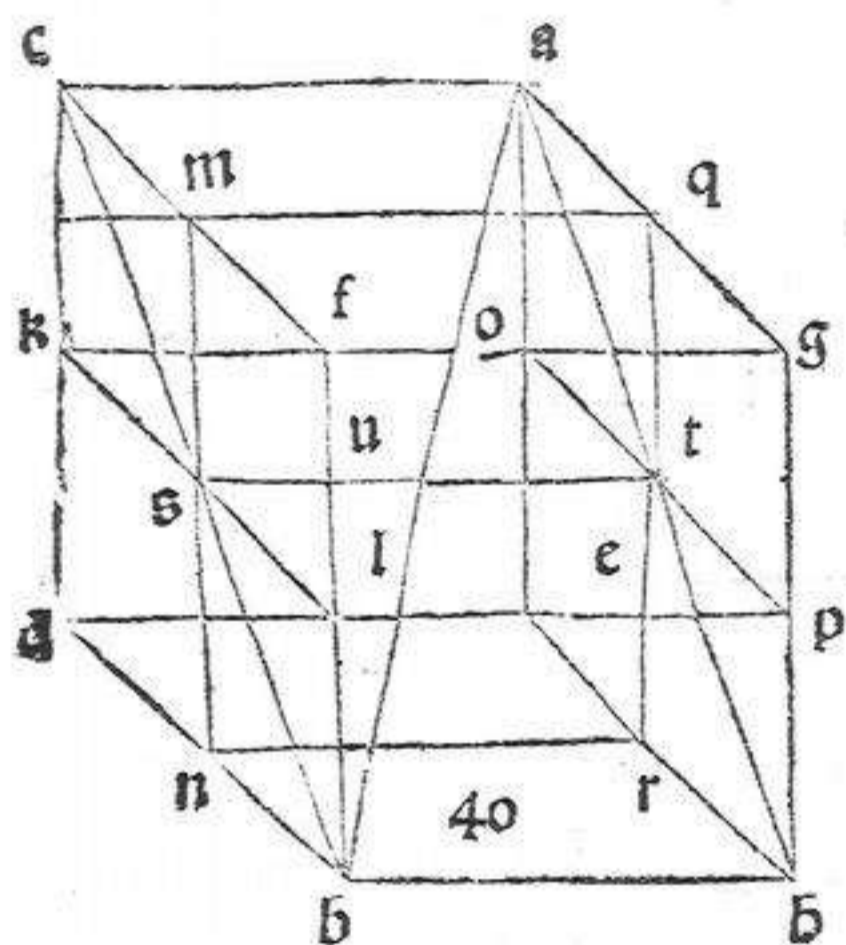
Propositio .40.



Sin scissa fuerint latera duarum oppositarū superficies cubi vnū quodq; i duo media exierintq; a punctis sectionum due superficies se vicissim secantes & cubum communem earum sectionem diametrum cubi per equalia secare & ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

¶ Statue cubum qui sit. a. b. de quo constat per diffinitionem q; omnes linee ipsum continentis sint equalis & eius superficies rectangule; tale enim corpus cubum dicimus. Huius igitur basis sit superficies. a. c. d. e. superficies vero eius suprema. b. f. g. h. dextra vero eius superficies sit. a. e. g. h. sinistra at superficies sit. b. f. c. d. ceterior quoq; sit. d. e. b. h. sed vterior a. c. g. f. eiusq; diameter sit. a. b. Diuidatur itaq; omnia latera duarum quarumlibet superficies oppositarum eius per equalia; & sint nunc superficies quarum latera diuidantur dextra atq; sinistra. Diuidantur inquam quatuor latera; dextre quidem super quatuor puncta que sunt. o. p. q. r. Sinistre vero super quatuor que sint. k. l. m. n. & coniungantur puncta in his superficiebus opposita ductis lineis. o. p. & q. r. que secant se in puncto t. I tēq; k. l. & m. n. que secant se in pūcto. s. & perficiantur due superficies secantes se inuicem & cubum; protractis itē lineis. o. k. & p. l. q. m. & r. n. sitq; harum duarum superficies communis sectio linea. s. t. dico igitur q; linea. s. t. diuidit diametrum. a. b. & diuiditur ab eadem diametro per equalia; quod patet vtraq; enim earum transit per centrum cubi.

¶ Aliter vero conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim due linee. t. a. & t. h. & item due. s. c. s. b. eritq; ex. 4. primi. a. t. equalis. t. h. & s. c. equalis. s. b. constat autem ex prima parte. 29. primi; q; angulus. p. t. q. est equalis angulo. a. q. t. Et ex. 4. primi angulus. h. t. p. est equalis angulo. t. a. q. I itaq; ex. 32. primi totus angulus. h. t. q. cum angulo. q. t. a. valet duos rectos Quare ex. 14. pmi linea. a. h. erit linea vna. Similiter quoq; linea. a. b. erit linea vna. At q; ex. 9. huius linea. a. c. ē equidistans linee. b. h. Vtraq; enim est equidistans linee. d. e. cūq; ipse sint equalis quia latera cubi. Sequitur ex. 33. primi duas lineas. a. h. & c. b. eē equalis & equidistantes I deoq; per cōceptionem earum medietates que sunt a. t. & b. s. erunt equalis. Ex. 7. autem huius manifestum est quod linea. s. c. est in superficie duarum linearum. a. h. & b. c. & ex eadē linea. a. b. que est diameter cubi. est etiam diameter superficie parallelograme. a. c. b. h. itaq; linea. s. t. secat diametrum. a. b. Secet ergo ipsam in puncto. u. Dico ergo lineā. s. u. eē equalē linee. u. t. Et linea ēt a. u. linee. u. b. Intelligantur duo trianguli. a. t. u. b. s. u. quoz; anguli q; sunt ad. t. & s. sunt equalis ad inuicem. Similiter anguli eorūdem q; sunt ad. a. & b. eglēs ad inuicē ex primis



parte. 29. primi: propter id q̄ linea. a. t. equidistat linee .s. b. Et quia etiā ipse sunt adinuicem equales: sequitur ex. 26. primi quod propositum est. ¶ Idem quoq; eodem modo concludatur & si solidum. a. b. nō sit cubus sed solidum corpus parallelogramum siue equalibus lineis siue non equalibus contentum fuerit siue quoq; super basim orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac. 40. figuratio cui bi ad omnes figuras parallelogramas solidas.

Propositio .41.

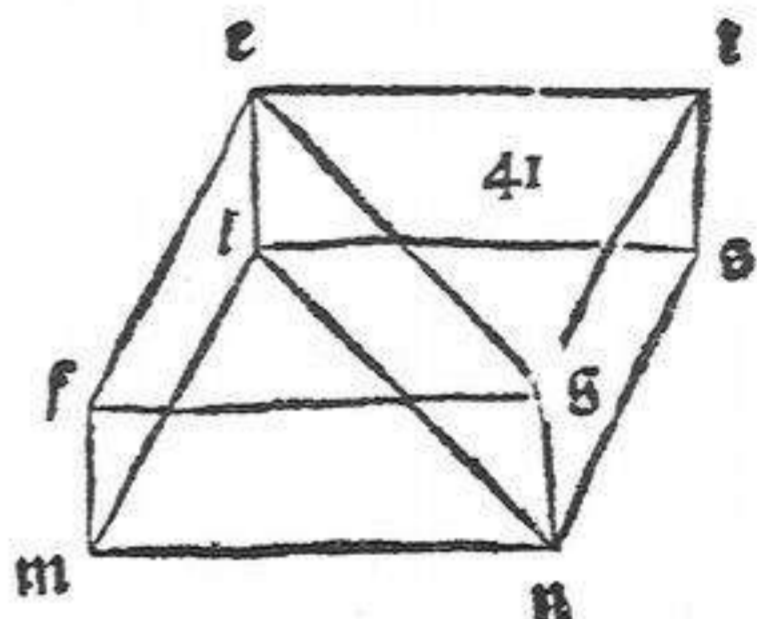
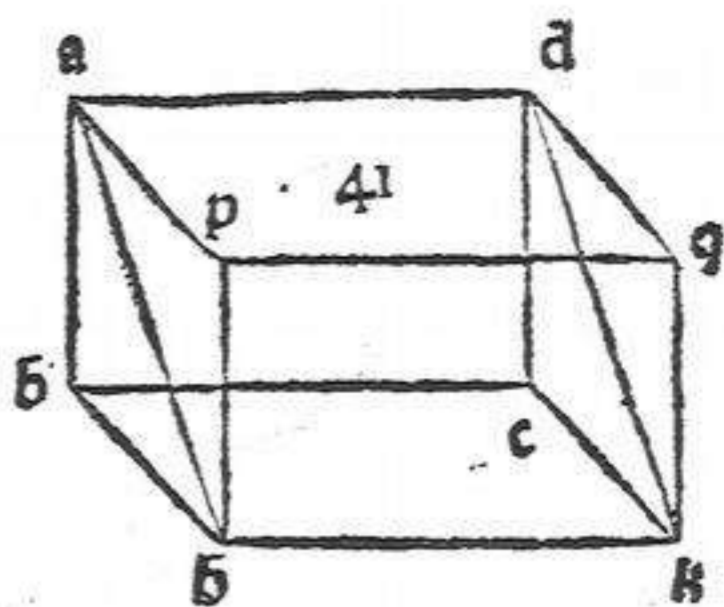


I duo corpora seratilia quorum alterum basim triangulā alterum vero basim. habeat equidistantiā laterum ipsi basi triangule duplam eque alta fuerint illa duo corpora necesse est esse equalia.

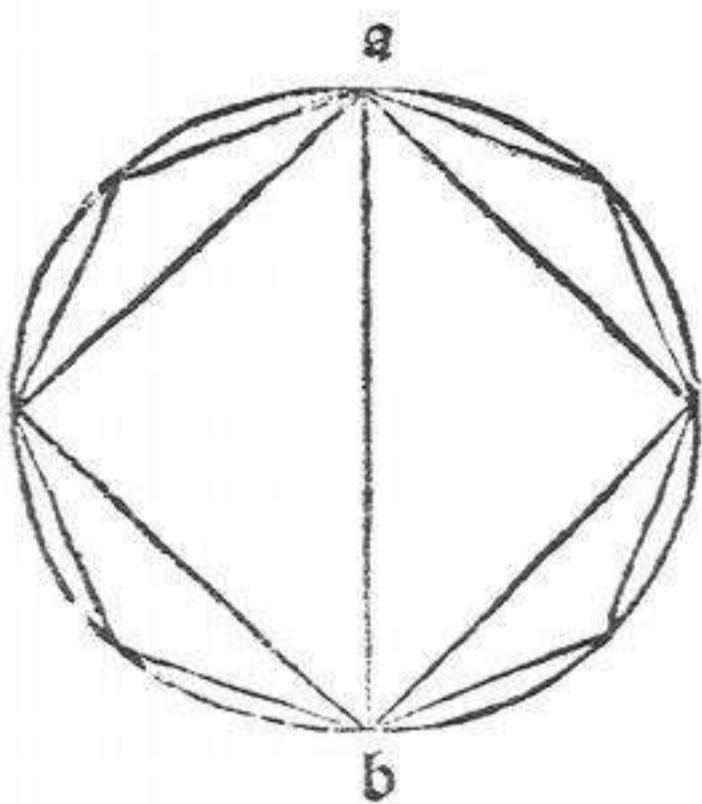
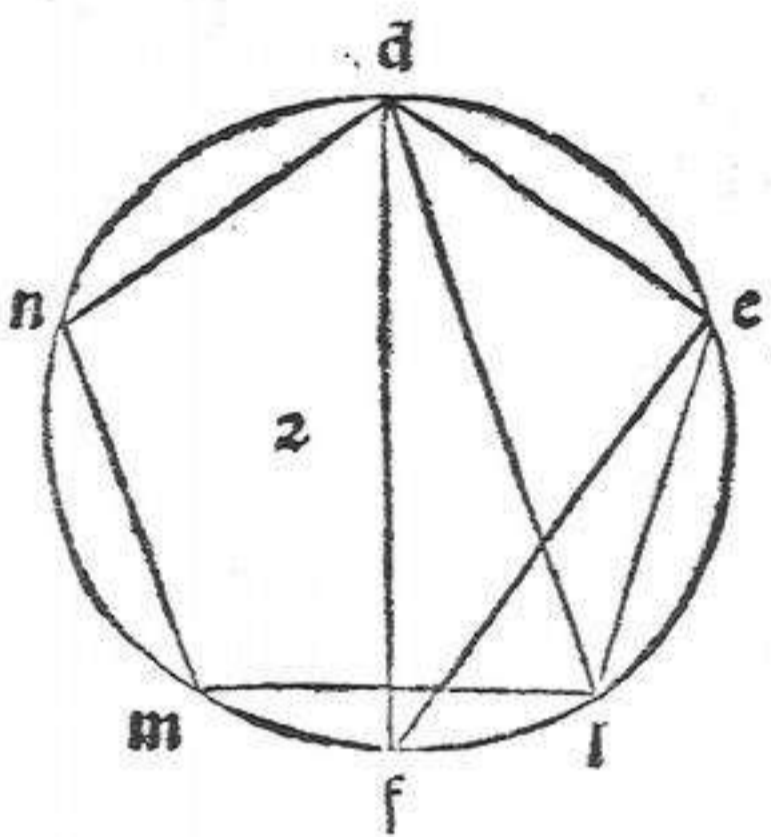
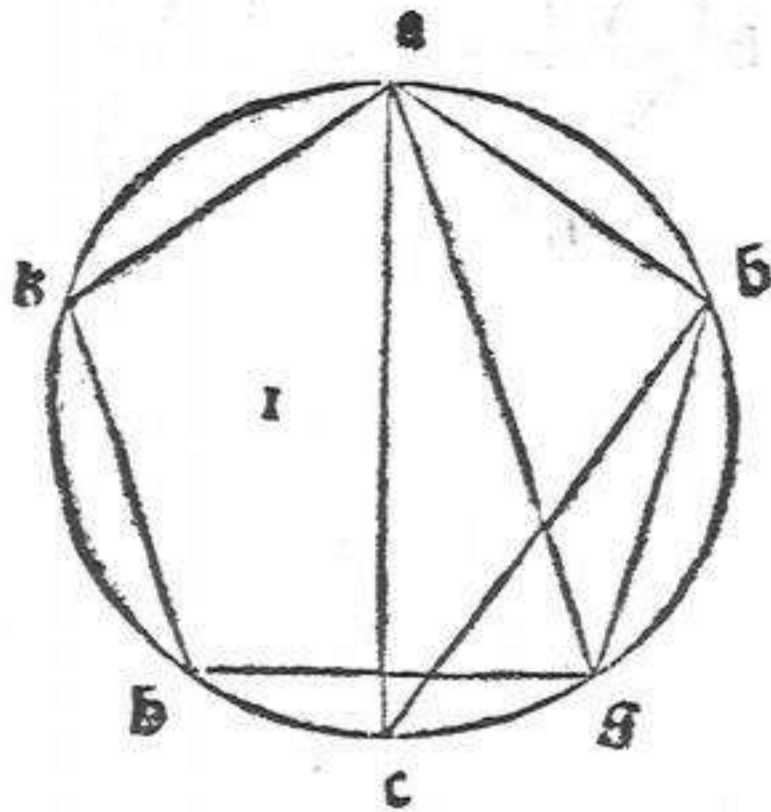
¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistantium laterum dupla trilatere superficie .e. f. g. & super as duas superficies fiant duo corpora seratilia eque alta: sitq; seratile quod est supra basim quadrangulam .a. b. h. d. .c. k. cuius basis est superficies equidistantium laterum proposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantium laterum est. a. b. d. k. tertia vero est. b. h. c. k. due autem eius triangulares superficies sunt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile autē quod est super basim triangulam. e. f. g. sit e. f. g. l. m. n. cuius altera duarū trilatararum superficieum est basis predicta: reliqua vero triangulus .l. m. n. trium autem superficieum eius equidistantium laterum: prima quidem est. e. f. l. m. secunda vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. Dico itaq; hec duo seratilia proposita esse adinuicem equalia. Perficiantur enim duo solida parallelograma adiungendo vtriq; duorum propositorum seratiliū aliud seratile sibi equale. Primo quidem seratili super eādem basim sitq; adiunctum seratile. a. p. h. d. q. k. Cuius due trilatere superficies sunt .a. p. h. d. q. k. Tres autem quadrilaterae: prima quidem. a. h. d. k. que est terminus communis sibi & ei cui adiungit. Secūda vero. a. d. p. q. Tertia quoq; p. q. h. k. ¶ Secundo autem seratili adiungatur aliud seratile sibi equale hoc modo. Adiungatur primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita q̄ tota superficies. e. f. g. r. sit equidistantium laterum & super hunc triangulum fiat seratile. e. g. l. r. n. s. quod cum illo cui adiungit perficiat corpus parallelogramum. Huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies sunt. e. g. r. l. n. s. Tres autem paralelograme sunt: prima quidē e. l. r. s. Secūda. e. l. g. n. & ipsa est communis terminus sibi & ei cui adiungitur. Tertia vero. g. r. n. s. ¶ Manifestum ē igitur ex diffinitione solidorū equalium atq; similium q̄ duo seratilia parallelogramum componentia solidum. a. k. sibi inuicem. itēq; duo componentia solidum parallelogramum. e. n. sibi adinuicē sunt equalia. At vero ex. 31. vel ex. 32. huius duo solida. a. k. & e. n. sunt sibi inuicem equalia. quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita per comunem scientiam constat ea ēē equalia: quecunq; enim fuerint equalia eorum medietates necesse est ēē equalis: liquet itaq; quod propositum est.

Castigator.

¶ Appellat hic inferius multiangulas quas in principio primi dixit multilateras & sunt a quadrilateris vsq; i infinitum semper tñ rectilinee.



Quoddecimus liber. Euclidis de multiangularum seu multilateralum superficierum similium circulis inscriptarum alterius ad alteram proportionibus ex optima Campani interpretatione Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Adinorum. Castigatore accuratissimo. Incipit.



Propositio .1.
Adnium duarum superficierum similium multiangularum inter duos circulos descriptarum est proportio alterius ad alteram tamquam proportio quadratorum que ex diametris circulorum eas circumscribentium proveniunt.

Sint duo circuli .a. b. c. d. e. f. quibus inscribantur due quelibet figure poligonie que ponantur ad invicem similes: sintque nunc pentagone inscripte ut docet .ii. quarti et ipse sint .a. b. g. h. k. aliud pentagonum .d. e. l. m. n. diametri quoque circulorum sint .a. c. et .d. f. dico itaque quod proportio pentagoni .a. b. g. h. k. ad pentagonum .d. e. l. m. n. est sicut quadratum diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. f. protrahantur enim in utroque circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non contentum: nalis se invicem cancellantes intra ipsum pentagonum in hoc quidem a. g. et c. b. in illo autem d. l. et f. e. eritque ex .6. sexti triangulus .a. b. g. equiangulus triangulo .d. e. l. nam cum pentagoni ponantur ad invicem similes erunt ex definitione similium superficies angulus .b. equalis angulo .e. et latera ipsos continentia proportionalia videlicet proportio .a. b. ad .d. e. sicut .b. g. ad .e. l. cum sint autem ex .20. tertii duo anguli .f. et .l. sibi invicem equales. Itemque duo alii .c. et .g. sibi invicem equales erunt duo qui sunt .c. et .f. ad invicem equales ex hac commensurata: que equalibus sunt equalia sibi quoque equa esse necesse est. Et quia ex prima parte .30. tertii uterque duorum angulorum .a. b. c. d. e. f. est rectus sequitur ex .32. primi duos triangulos .a. b. c. d. e. f. esse equiangulos quare per quartam sexti proportio diametri .a. c. ad diametrum .d. f. est sicut lateris .a. b. ad latus .d. e. cum itaque ex secunda parte .18. sexti proportio duorum pentagonorum sit sicut proportio lateris .a. b. ad latus .d. e. proportio duplicata est per eadem proportio quadrati diametri .a. c. ad quadratum diametri .d. f. sit sicut diametri .a. c. ad diametrum .d. f. duplicata per hanc commensurata: quorum dimidia sunt equalia ipsa quoque ad invicem esse equalia manifestum est quod propositum est.

Propositio .2.



Adnium duorum circulorum est proportio alterius ad alterum tamquam proportio quadrati sue diametri ad quadratum diametri alterius.

Sint duo circuli .a. b. et .c. d. quorum diametri quoque dicantur .a. b. et .c. d. dico itaque quod proportio circuli .a. b. ad circulum .c. d. est sicut quadrati .a. b. ad quadratum diametri .c. d. Manifestum enim est ex hac communi scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquam secundam tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam quod proportio quadrati diametri .a. b. ad quadratum diametri .c. d. est sicut circuli .a. b. ad superficiem aliquam que sit .e. cuiuscunque figure aut forme ponatur: hanc autem impossibile est maiorem esse aut minorem circulo .c. d. Si enim est possibile ipsam esse minorem circulo .c. d. sit itaque minor in superficie .f. itaque circulus .c. d. sit equalis duabus superficiebus .e. f. pariter acceptis constat igitur ex prima .10. quod totiens possit ex circulo .c. d. suisque residuis subtrahi maius dimidio quousque relinquatur quantitas aliqua minor .f. inscribatur ergo sibi

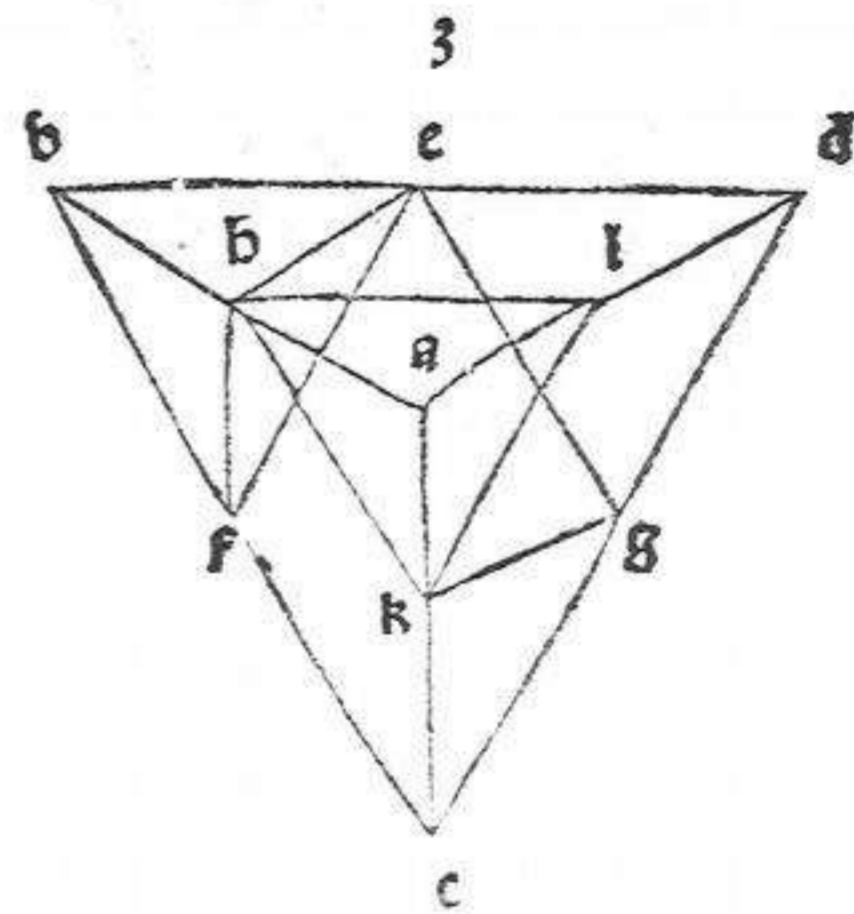
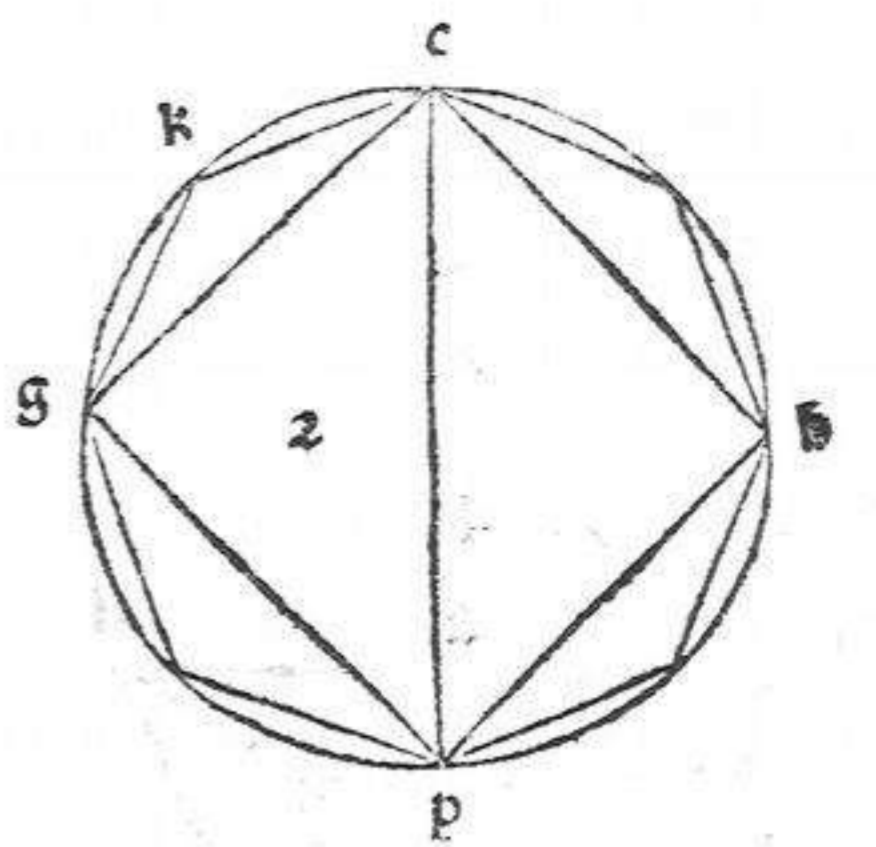
vt docet. 6. quarti quadratū. c. d. g. h. de quo cōstat q̄ ipsum sit maius me-
 dietate circuli. Quadratum enim quod est duplum ad ipsum est circulū
 circūscribens vt patet ex penultima primi & 7. quarti. Si igitur portiones
 circuli existentes super latera quadrati pariter accepte fuerint minus sup-
 ficie. f. sufficit. Sint aut̄ quatuor arcus existentes super dicta latera p̄ equa-
 lia diuidantur & puncta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus late-
 rum continuentur per lineas rectas. verbi gratia arcus. c. g. diuidatur per
 equalia in puncto. k. & protrahantur lineae. k. c. k. g. sicq; de ceteris. Erit
 q̄ quilibet triangulorum descriptorum super latera quadrati maior me-
 dietate portione in qua existit eo q̄ oīs triangulus ysocheles est medie-
 tas parallelogrami sue basis per. 41. primi. Sint itaq; portiones existentes
 super latera octogonii inscripti pariter accepte minus superficie. f. si enim
 nondum hoc esset nō cessarem diuidere arcus quoꝝ latera vltime descri-
 pte figure sunt corde per equalia: & inscribere figuram equilateram duplo
 plurium laterum prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus
 maius dimidio quousq; per primā. 10. portiones super latera alicuius talis
 figure circulo inscripte existentes pariter accepte erunt minus superficie. f.
 Sint ergo nunc que dictae sunt: eritq; ex conceptione octogonum. c. d. ma-
 ius superficie. e. In circulo igitur. a. b. eadem via inscribatur simile octo-
 gonum: quod dicatur. a. b. sitq; ex premisa proportio octogoni. a. b. ad
 octogonum. c. d. sicut quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c.
 d. ideoq; per. 11. quinti sicut proportio circuli. a. b. ad superficiem. e. itaq; p̄
 mutatum polygonii. a. b. ad circulum. a. b. sicut polygonii. c. d. ad superfi-
 ciem. e. cumq; sit polygonium. c. d. maius superficie. e. erit polygonium. a.
 b. maius circulo. a. b. hoc aut̄ impossibile non est ergo superficies. e. minor
 circulo. c. d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit: cum igitur sit p̄por-
 tio quadrati diametri. a. b. ad quadratum diametri. c. d. sicut circuli. a. b. ad
 superficiem. e. erit e cōuerso quadrati diametri. c. d. ad quadratum diametri. a. b. sicut
 superficie. e. ad circulū. a. b. & cōstat ex cōscia i principio huius demonstratio-
 nis posita q̄ eadē ē circuli. c. d. ad aliquā superficiem q̄ sit. f. eritq; ex. 14. q̄nti su-
 p̄ficie. f. minor circulo. a. b. itaq; proportio quadrati diametri. c. d. ad q̄-
 dratum diametri. a. b. erit sicut circuli. c. d. ad superficiem. f. minorem cir-
 culo. a. b. ¶ Sed ex hoc demonstrauimus paulo ante sequi impossibile ē vī-
 dalicet polygoniū inscriptū circulo maius esse circulo: sicut ergo superficies
 e. non pōt eē minor circulo. c. d. ita nec maior: erit ergo necessario eq̄lis
 quare per secundam partē. 7. quinti liquet quod propositum est.

Castigator.

a. ¶ Quia tūc sequeretur polygonii. c. d. ad circulū. c. d. eē sicut circuli. a. b.
 ad quātitatem. f. & sic polygoniū. c. d. eēt maius circulo. c. d. quod ē im-
 possibile cum sit pars eius vt paulo ante concludisti polygonium. a. b.
 esse maius circulo. a. b. & c.

Propositio 3.

Pnis piramis cuius basis triangula scindi pōt i
 duas equas piramides sibi inuicē totiq; piramidi
 similes ynaq; in duo seratilia q̄ ambo pariter acce-
 pta dimidio totius piramidis necesse ē eē maiora.
 ¶ Sit piramis. a. b. c. d. super basim triangulam. b. c. d.
 eiusq; vertex solidus angulus. a. a quo demittantur tres
 ypothemise. a. b. a. c. a. d. ad tres angulos basis: & diuidantur omnia late-
 ra basis per equalia in tribus punctis. e. f. g. tres quoq; ypothemise per
 equalia in tribus punctis. h. k. l. & protrahantur in basi due lineae. e. f. & e.
 g. eritq; basis eius diuisa in tres superficies quarum due sunt duo triangu-
 li. b. e. f. e. g. d. quos ex secunda parte secunde sexti ex diffinitione simi-
 lium superficialium constat esse similes sibi inuicem & toti basi equa-
 les ad inuicem ex. 8. primi tertia est tetragona: parallelograma & ipsa
 est. e. f. g. c. quam constat esse duplam ad triangulum. e. g. d. ex. 40. &
 41. primi: demittant ergo rursus a pūcto. h. due ypothetise. h. e. f. h. & a



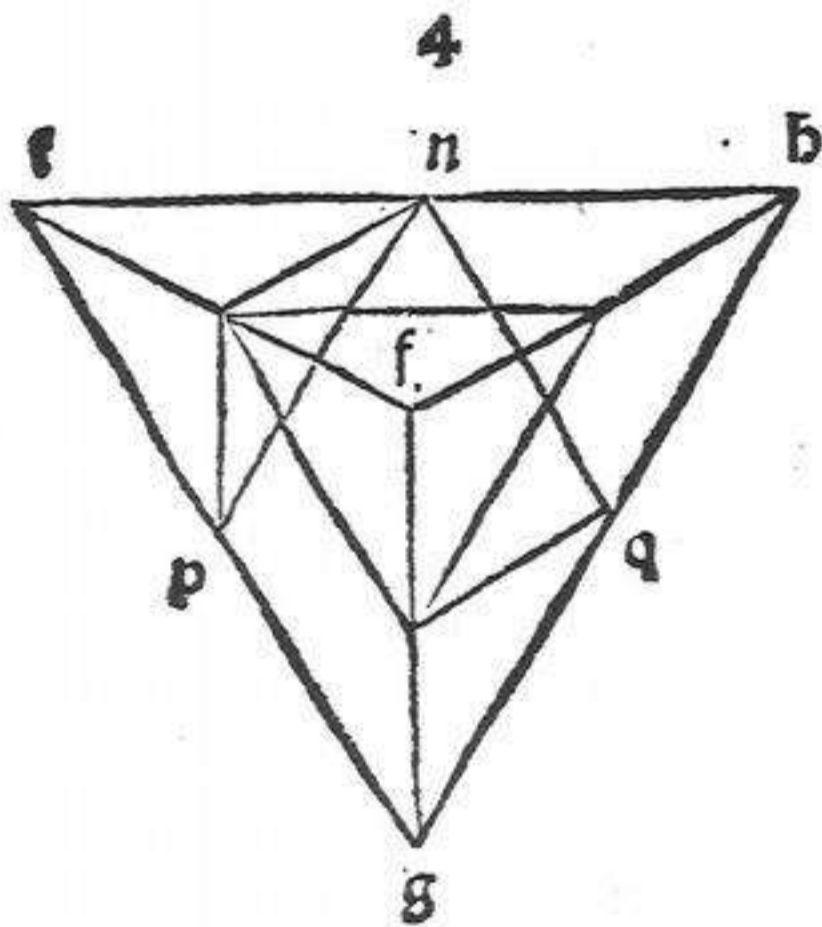
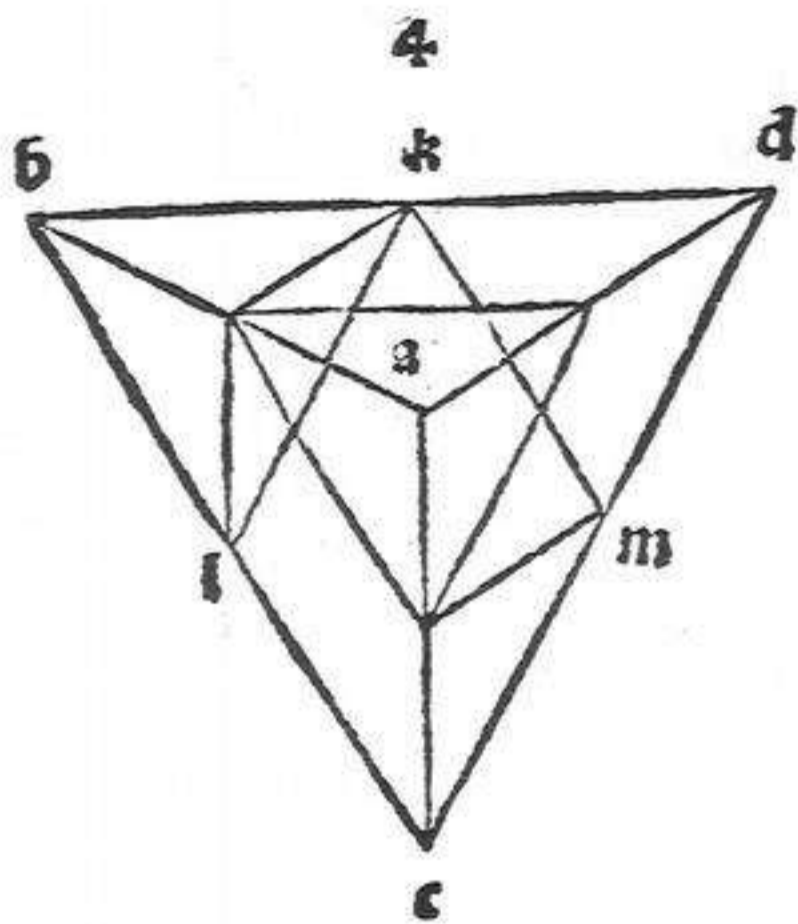
puncto. k. ypothemisa. k. g. & protrahantur linee. h. k. k. l. & i. h. diuisa & itaq; tota piramis. a. b. c. d. in duas piramides que sunt. h. b. e. f. & a. b. k. l. & duo seratilia quorum vnum est. e. h. f. g. k. c. & est super basim quadrangulam. c. f. g. e. & aliud est. e. g. d. h. k. l. & est super basim triangulam. e. g. d. de duabus aut piramidibus. h. b. e. f. a. h. k. l. & ipse sunt equales ad necem sibiq; & toti piramidi. a. b. c. d. similes; constat ex diffinitione corporum equalium & similitum & ex. 10. u. libri & ex secunda parte. sexti. D. duobus aut seratilibus & ipsa sint eqlia constat ex vltima. u. libri. Quod vero ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius piramidis; ex hoc manifestum est & vtrunq; illorum diuisibile est in duas piramides quarum altera triangula equalis vni duarum in quas & seratilia totalis piramis diuiditur. altera vero quadrangula que dupla est ad reliquam quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis piramidis diuise; hanc proportionem si scire desideras. sextam huius. u. libri consule. sed sufficit tibi scire quantum ad propositum illa duo seratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas quantalibet quantitate excedere.

Propositio .4.



Pdue piramides eque alte quarum bases triangule singule in binas piramides equales sibi inuicem ac toti similes binasq; seratilia equalia diuidantur erit proportio basis vnus ad basim alterius tanq; proportio duorum seratiliu suo. um ad duo seratilia alterius. eritq; palas oia seratilia que fuerint in vtralibet illarum piramidum pariter accepta ad cuncta seratilia que in altera piramide fuerint eandem habere proportionem q; basis eius piramidis ad basim alterius piramidis.

Sint due piramides quarum bases triangule eque alte hec quidem. a. b. c. d. cuius conus punctus: a. basis triangulus. b. c. d. ypothemise. a. b. a. e. a. d. illa vero. e. f. g. h. cuius conus punctus. e. basis triangulus. f. g. h. ypothemise. e. f. e. g. e. h. hee aut due piramides diuidantur sicut in premissa. Sintq; bases earum diuise hec quidem protractis lineis latera basis ipsius per equalia diuidentibus que sunt. k. l. & k. m. illa vero protractis lineis que sunt. n. p. n. q. dico ergo q; proportio basis. b. c. d. ad basim. f. g. h. est sicut duorum seratiliu piramidis. a. pariter acceptorum ad duo seratilia piramidis. e. pariter accepta. Manifestum est aut ex. 18. sexti pte secunda q; pportio trianguli. b. c. d. ad triangulum. k. m. d. est sicut linee b. d. ad lineam. k. d. duplicata p eandem quoq; est proportio trianguli. f. g. h. ad triangulu. n. q. h. sicut linee. f. h. ad lineam. n. h. duplicata. Cūq; sit linea. b. d. ad lineam. k. d. sicut linea. f. h. ad lineam. n. h. vtrobiq; n. e. dupla pportio erit triangulus. b. c. d. ad triangulum. k. m. d. sicut triangulus. f. g. h. ad triangulum. n. q. h. & pmutatim triangulus. b. c. d. ad triangulu. f. g. h. sicut triangulus. k. m. d. ad triangulu. n. q. h. triangulus aut. k. m. d. ad triangulu. n. q. h. e. sicut seratile exns sup ipm ad seratile exns sup illu p. 33. vndecimi huius quoq; seratilis ad illud e. sicut ambo seratiliu piramidis. a. piter acceptorum ad ambo seratilia piramidis. e. piter accepta ex. 15. qntis necesse est. n. vt sit duplum ad duplum quemadmodu simplicum ad simplicum. itaq; concludere ex. u. quinti quod propositum est. Dormitas aut si dubitas seratilia vnus harum piramidum eque alta esse seratilibus piramidis alterius. cū n. sint piramides eque alte; sit quoq; vtraq; eaz diuisa in duas piramides eqlles sibi toti; similes & in duo seratilia eqlia & sint due partiales piramides eque alte eo q; similes & equales quod facile patebit demissis a verticibus partialium piramidum perpendicularibus ad bases ipsarum; de quibus perpendicularibus ex. 37. vndecimi constat esse equales. Cūq; altitudines harum partialium piramidum pariter accepte componant altitudinem totalis piramidis diuise. Sintq; ambo seratilia eque alta vni partialium piramidum ei videlicet que superpartialem triangulum basis tota



lis pyramidis componitur non est phas ambigere seratilia vnus earum pyramidum esse eque alta seratilibus alterius earum. Correllarium vero ex eo manifestum est quod similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem sicut bina seratilia vnus ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialium sic se habent adinuicem sicut bases totalium ex secunda parte. 15. 16. et permutata proportione constat ex. 13. quinti verum esse quod correllarium proponit.

Propositio .5.



Anes due pyramides eque alte quarum bases triangule suis basibus sunt proportionales.

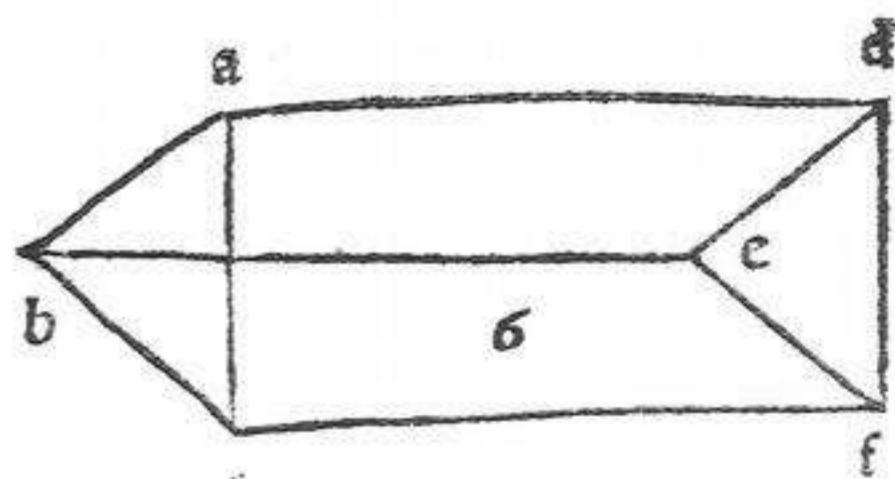
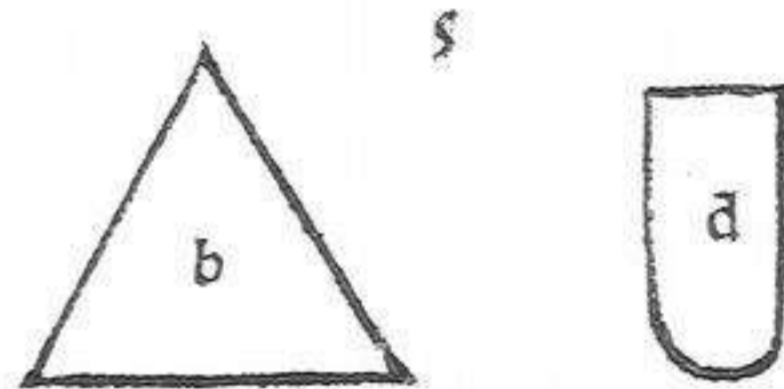
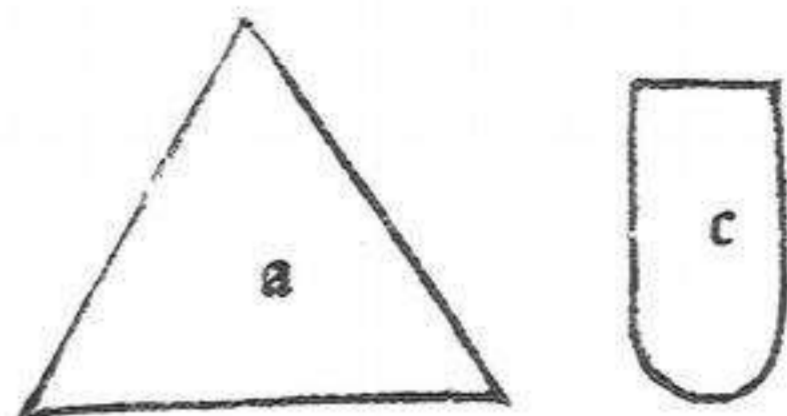
¶ Quod. 33. vndecimi proposuit de solidis parallelogramis et in fine. 36. vndecimi verum esse demonstrauimus de seratilibus. hec quinta. 12. proponit de pyramidibus triangularibus. Intelligatur enim due pyramides eque alte quarum bases sunt duo trigoni. a. et b. dico quod proportio pyramidis. a. ad pyramidem. b. est sicut basis. a. ad basim. b. quod eodem demonstrationis vel argumentationis genere demonstrandum est quo secundam huius demonstrauimus. sit enim vt basis. a. ad basim. b. ita pyramis. a. ad corpus. c. de quo dico quod ipsam non erit minus neque maius pyramide. b. nam si possibile est vt sit minus esto minus in solido. d. vt pyramis. b. sit equalis duobus corporibus. c. et d. pariter acceptis diuisa itaque pyramide. b. vt proponit. 3. detrahantur ab ea duo seratilia que ex premissa sunt maius medietate pyramidis ipsius itemque ex vtraque duarum partialium residuarum pyramidum duo earum predicto modo diuisarum seratilia demantur et fiat hoc totiens quousque ex pyramide. b. cogatur aduersarius per primam rationem. confiteri relinqui minus solido. d. eruntque ex communi scientia seratilia detracta maius. c. fiat igitur a pyramide. a. similis seratiliu detractio et intelligamus tot seratilia detracta esse ex pyramide. a. quot detraximus ex pyramide. b. eritque ex correllario premissa sicut basis. a. ad basim. b. ita seratilia detracta a pyramide. a. ad seratilia detracta a pyramide. b. sed sic erat pyramis. a. ad corpus. c. itaque seratilia pyramidis. a. ad seratilia pyramidis. b. sicut pyramis. a. ad corpus. c. et permutati seratilia pyramidis. a. ad pyramidem. a. sicut seratilia pyramidis. b. ad corpus. c. Cuius sint seratilia pyramidis. b. maius corpore. c. erunt seratilia pyramidis. a. maius pyramide. a. Et quia hoc est impossibile non erit corpus. c. minus pyramide. b. sed nec maius. hoc enim posito cum sit proportio basis. a. ad basim. b. sicut pyramidis. a. ad corpus. c. erit e contrario basis. b. ad basim. a. sicut corporis. c. ad pyramidem. a. Eritque eadem ex communi scientia pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. sequeturque ex. 14. quinti quod corpus. d. sit minus pyramide. a. eo quod pyramis. b. ponitur minor corpore. c. Erit igitur basis. b. ad basim. a. sicut pyramis. b. ad corpus minus pyramide. a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile videlicet seratilia detracta ab aliqua pyramide maius esse ea pyramide a qua detrahuntur ideoque reinquitur corpus. c. esse equale pyramidi. b. cum nec minus ea possit esse nec maius et proportionem pyramidis. a. ad pyramidem. b. esse sicut basis. a. ad basim. b. hoc erat autem demonstrandum.

Propositio .6.



Ane corpus seratile in tres pyramides equales basesque triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit seratile. a. b. c. d. e. f. ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas equales. Protrahatur enim in vna quaque suarum trium superficierum parallelogramarum linea diagonalis itaque vna earum diagonalium sit conterminalis reliquis duabus vt si protrahas lineas. b. d. b. f. et f. a. quas propter confussionem protrahere contempsisti eritque totum seratile in tres tria



gulas pyramides diuisum quas ex premiffa bis assumpta facile constat eē
equales. Quoniam autem Euclides nihil demonftrandum proponit de
pyramidibus lateratis exceptis solidis his quarum sunt bases triangule vt
omnium cognitionem ex elementis que ponit; fufficienter elicere possi-
mus; quedam arbitramur non inutile demonstrationibus hic positis ad-
iungere; folis enim elementis contentus Euclides multa pretermisit que
quamuis ex eis confequantur non tamen sine difficultate patent studen-
tibus; horum primum est hoc.

¶ Si duo solida quorum alterum feratile alterum vero pira-
mis cuius basis triangula super eandem basim aut super equa-
les trigonas aut feratile super quadrangulam; pyramis vero su-
per trigonam que quadrangule basis feratilis fit dimidiū pstituta
fuerint eque alta feratili pyramidi triplum esse conueniet.

¶ Si feratile propositum fuerit super basim trigonam tunc ex pyramide
proposita super propriam basim perficiatur feratili pyramidi propositę
eque altum. Si vero feratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi-
pyramidis adiciatur triangulus ex quo & basi pyramidis perficiatur sup-
ficies equidistantium laterum super quam ex ipsa pyramide compleatur
feratili pyramidi eque altum. Quia igitur istud feratili feratili priori est
eque altum & vtrorūq; bases sunt equales ex ypothefi. sequitur ipsa esse
equalia hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex
6. huius. 12. libri feratili secundum triplum ē ad pyramidem propositam;
nam ipsa est vna ex tribus pyramidibus in quas ipsam feratili diuiditur.
Erit quoq; per communem scientiam propositum feratili triplum ad
propositam pyramidem.

¶ Si quotlibet pyramides quarum bases triangule super vnas
eandēq; basim siue super equales constitute fuerint; eque alte
eas esse ad inuicem equales necesse est.

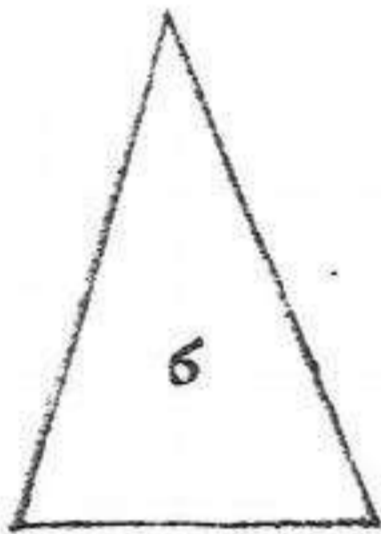
¶ Fabricato enim vno feratili eque alto pyramidibus propositis super
basim triangulam equalem basibus propositarum pyramidum aut super
basim quadrangulam duplam basibus earūdem; erit ipsum feratili tri-
plum ad pyramides singulas. hoc enim constat ex premiffa addita siue
interposita; igitur ex communi scientia cunctę propositę pyramides sunt
vt diximus ad inuicem equales.

¶ Omnes pyramides quarum bases triangule eque alte suis
basibus sunt proportionales.

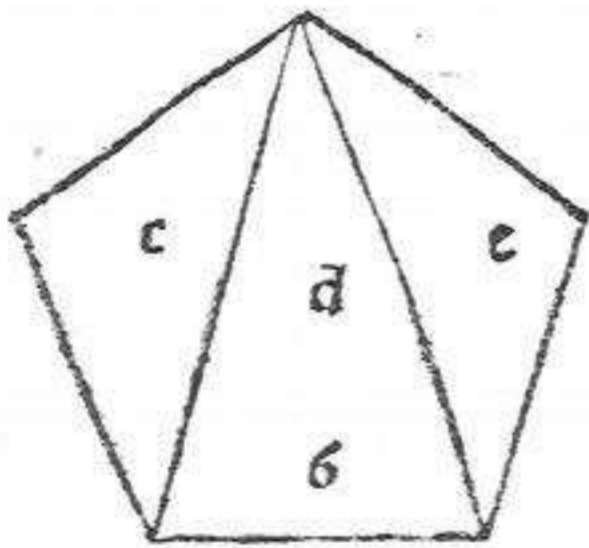
¶ Fiant super bases propositarum pyramidum aut super alias trigonas
equales aut super parallelogramas duplas feratilia ipsis pyramidibus eque
alta eruntq; ob hoc feratilia sibi inuicem eque alta & quia feratilia suis ba-
sibus sunt proportionalia vt probatum est in .36. vndecimi. 33. ipsius
mediante. Cūq; ex prima harum additarum manifestū sit hec feratilia
tripla esse ad propositas pyramides vnumquodq; videlicet ad suam rela-
tiuam; basesq; ipsorum equales aut duplas eē basibus ipsarum sit aut ex .15.
quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erūt quoq; propo-
site pyramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet pyramides eque alte fueritq; alteri⁹
basis trigona; relique autem tetragona aut plurilatera; pyrami-
des ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

¶ Exempli gratia. Intelligentur due pyramides eque alte super duas ba-
ses. a. & b. sitq; basis. a. triangula. b. vero pentagona. Et dicantur hee pira-
mides. a. & b. itaq; dico proportionem pyramidum. a. & b. esse sicut basium
a. & b. distinguat q̄dem p̄thagonus. b. in tres triāgulos. c. d. e. eritq; tota
pyramis. b. distincta in tres pyramides eque altas quarum bases sunt trian-
guli. c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur
ex premiffa interposita proportio pyramidis. c. ad pyramidem. a. est sicut
trigoni. c. ad trigonum. a. & pyramidis. d. a. pyramidem. a. sicut trigoni. d.



a



b

ad trigonum .a. itēq; piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. qninti bis assumpta sequitur q; sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. et ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. et ipsum est pentagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus pportio- nales esse probantur.

¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusq; fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos et ipsa piramide in piramides triangulas: erit ex premissa interposita pportio vnius cuiusq; harum trangu- larium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquā sicut sue basis ad basim alterius .itaq; per .24. qninti quotiēs oportet assū- ptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.

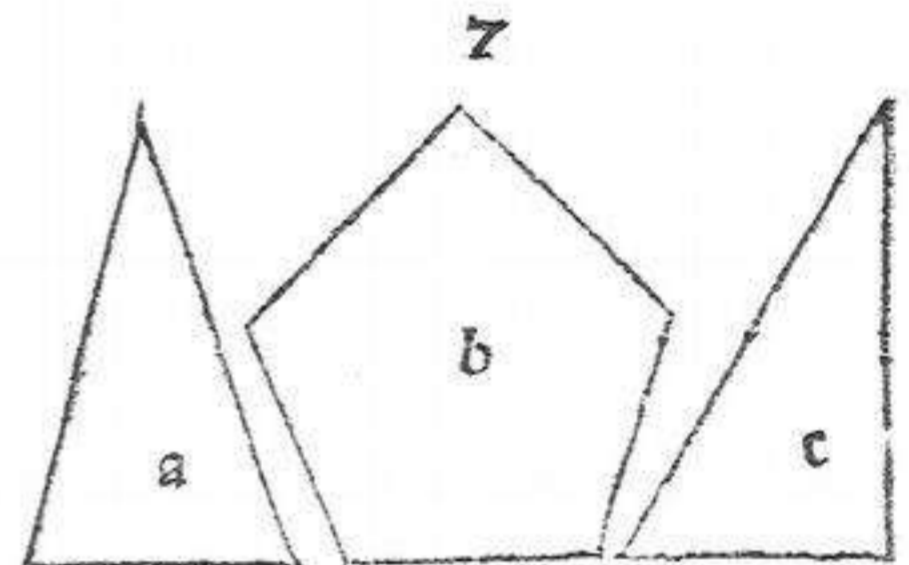
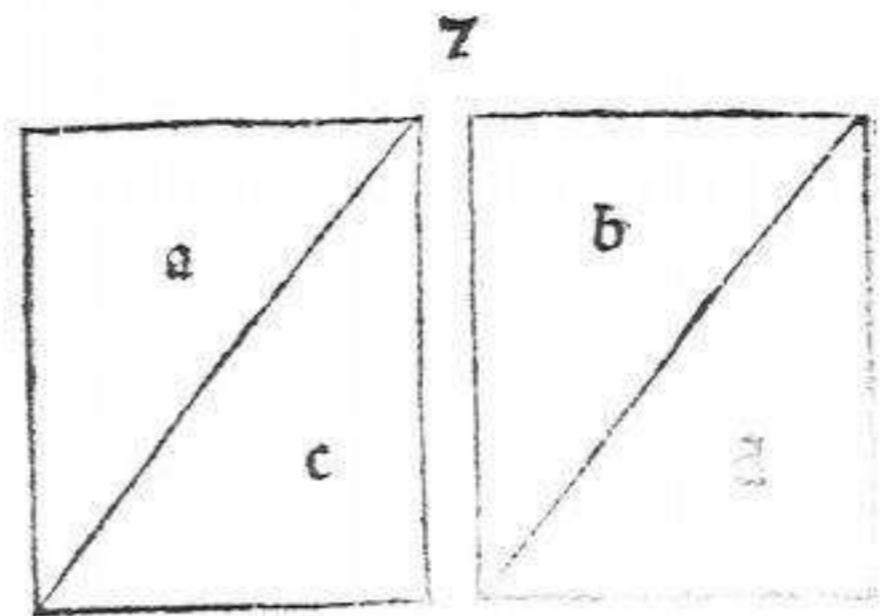


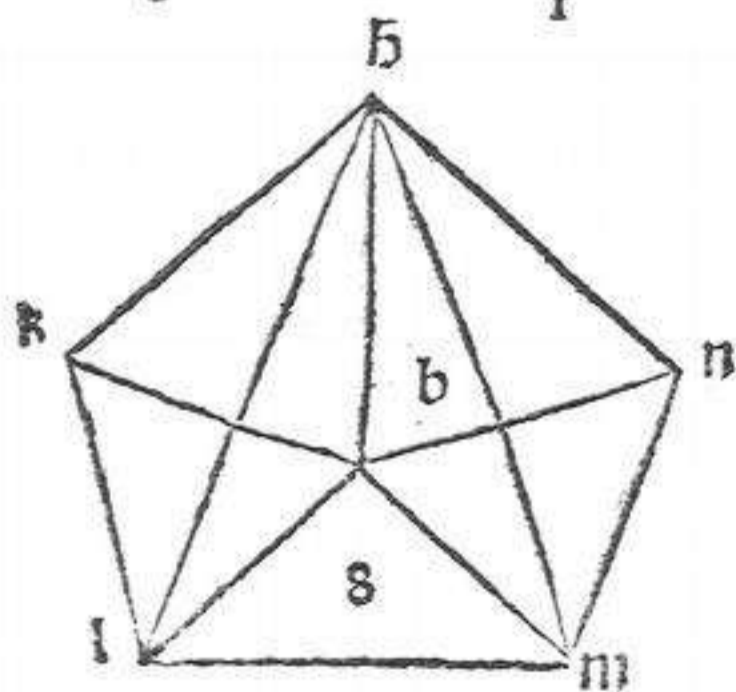
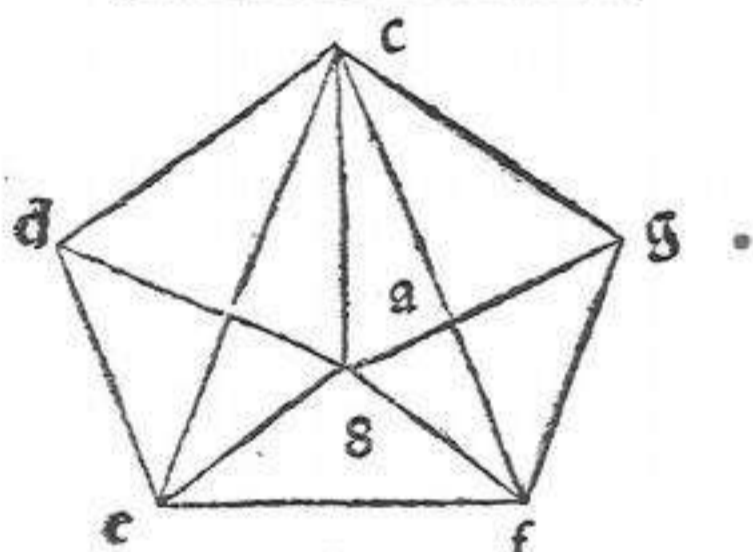
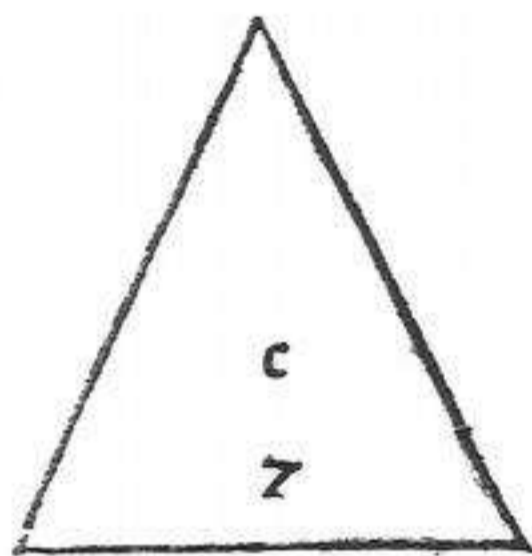
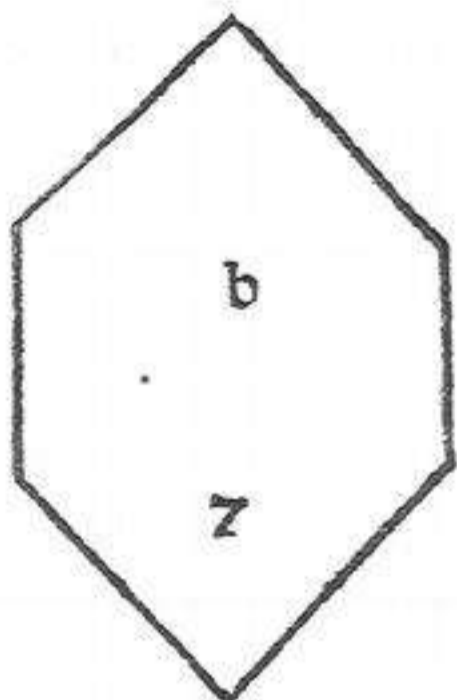
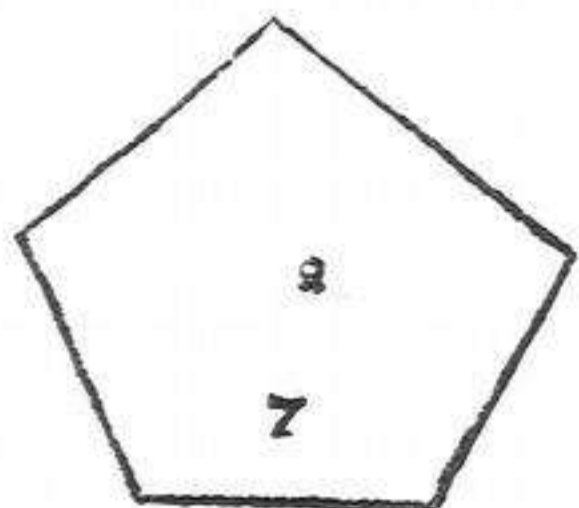
P due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerint mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta et trigesima quinta vndeci- mi proposuerunt de solidis parallelogramis: et nos in .36. eiusdem demō- strauimus de seratilibus: hec septima .12. proponit de piramidibus haben- tibus bases triangulas. ¶ Intelligentur enim due piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. et .b. que dicantur .a. et .b. dico itaq; q; proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitu- dinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. et si hoc fuerit dico pira- mides .a. et .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. et .b. duo alii, qui sint .c. et .d. vt fiant ambe superficies .a. c. et .b. d. equidistantiū laterum et ex ipsis piramidibus super bases .a. c. et .b. d. compleantur solida parallelograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur a. c. et .b. d. Manifestū igitur ē ex sexta huius .12. q; piramis .a. est sexta pars solidi .a. c. et piramis .b. sexta solidi .b. d. itaq; ex .35. vndecimi argue propo- situm: primam quidem partem ex prima. secundam autem ex secunda.

¶ Quod si due queibet piramides laterate fuerint equales ea- rum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero ba- ses earum altitudinibus ipsarum mutue fuerint easdem pira- mides equales esse oportet.

¶ Si bases vtrarunq; fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si sit altera tantū igitur .a. basisq; alterius piramidis sit .b. et sumatur trigonus .c. equalis poligonio .b. fiatq; super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. et sint .a. b. c. equiuoca nomina piramidū et basium. Quia igitur ex ypothesi due piramides .a. et .b. sunt eqles et ex vltima interpositarum ad sextam huius dueq; piramides .b. et .c. sunt eq- les: et erunt ex communi scientia due piramides .a. et .c. equales: igitur ba- ses earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cun- q; bases .b. et .c. sint equales: altitudines quoq; piramidum .b. et .c. equales. Erunt ex prima parte et secunda .7. qninti bases .a. et .b. mutue altitudini- bus piramidum .a. et .b. ¶ Secunda pars cōuerso mō probatur. nam si fue- rit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. erit ex .2. pte et pria .7. qnti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinē piramidis .a. itaq; ex scda pte huius .7. due piramides .a. et .c. sunt equales quare p cōmunem sciam due quoq; piramides .a. et .b. sunt equales. ¶ Si vero neutra propositarum piramidum fuerit





trigona sed vtraq; polygonia. Verbi gratia altera pentagona altera exago-
na que adhuc dicantur. a. & b. sumatur similiter triangulus. c. equalis exa-
gono. b. super quem fiat piramis eque alta piramidi. b. eruntq; due pira-
mides. b. & c. equales. ideoq; due que sunt. a. & c. etiam per conceptionem
equales quare basis. a. ad basim. c. sicut altitudo piramidis. c. ad altitudi-
nem piramidis. a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septia
quinti basis. a. ad basim. b. sicut altitudo piramidis. b. ad altitudinem pi-
ramidis. a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis. a. ad basim. b. fue-
rit vt altitudo piramidis. b. ad altitudinem piramidis. a. erit quoq; ex se-
ptima quinti basis. a. ad basim. c. vt altitudo piramidis. c. ad altitudinem
piramidis. a. ideoq; vt patet ex prioribus erunt due piramides. a. & c. equa-
les quare etiam ex communi scientia & due que sunt. a. & b. erunt etiam
equales. Et hoc est propositum.

Propositio .8.



Proportio duarum piramidum similium quarum
bases triangule e. pportio alteris ad altera tanq; la-
teris ad latera eius relatiuum proportio triplicata.

Propositis duabus piramidibus bases triangulas habē
tibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma
quemadmodum dictum est in demonstratione premis-

se: eruntq; hec duo solida paralellograma similia eo q; piramides ponun-
tur similes ad inuicem. nam duo solidi anguli qui sunt communes pira-
midibus & solidis paralellogramis superficialibus angulis numero & quan-
titate equalibus continentur: & latera quoq; illos angulos superficiales cō-
tinentia sunt proportionalia quare ex. 34. primi tres superficies solidorū
paralellogramorum communes angulos solidos constituentes sunt equi-
angule & laterum proportionalium. ideoq; similes ex diffinitione simi-
lium superficialium: quare ex. 24. & 13. quinti cuncte sex superficies horum
duorum solidorum paralellogramorum sunt similes ad inuicem: igitur
a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum p-
portio solidorum & piramidum sit vna ex. 15. quinti. nam solida sunt sex-
cupla piramidibus ex sexta huius. cunq; sit proportio solidorum. vna si-
cut suorum relatiuorum laterum triplicata ex. 36. vndecimi libri:
Sint autem latera solidorum eadem quoq; latera piramidū. erit quoq;
ex. 11. quinti proportio propositarum piramidum sicut suorum relatiuo-
rum laterum proportio triplicata: quod e propositum.

Quod si fuerit due que libet piramides laterate similes erit
proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum
latus alterius proportio triplicata.

Sint due laterate piramides quarum coni. a. & b. similes sintq; sup ba-
ses pentagonas que sunt. c. d. e. f. g. h. k. l. m. n. dico q; proportio earum e
sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitio-
ne similium superficialium & corporum q; pentagoni qui sunt bases pro-
positarum piramidum sibi ad inuicem cunctiq; reliqui trianguli ipsas
ambientes sibi inuicem sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in
triangulos similes & numero. equales prout. 18. sexti proponit esse possibi-
le: protractis in hac quidem lineis. c. e. & c. f. in illa vero. h. l. & h. m. Di-
co igitur istas piramides esse diuisas in piramides triangulas similes & nu-
mero equales. Conferantur enim ad inuicem due piramides. a. c. d. e. b.
h. k. l. quarum coni sunt. a. & b. constat autem ex ypothesi triangulum. c.
a. d. esse similem triangulo. b. h. k. & triangulum. d. a. e. triangulo. k. b. l.
& quia etiam ex ypothesi angulus. d. est equalis angulo. k. & latera. c.
d. & d. e. continentia angulum. d. sunt proportionalia lateribus. h. k. &
k. l. continentibus angulum. k. erunt ex. 6. sexti duo trianguli. c. d. e. & h.
k. l. equianguli. ideoq; per. 4. sexti erit proportio. c. d. ad. h. k. sicut. c. e.
ad. h. l. cunq; ex ypothesi sit proportio. c. a. ad. b. b. & etiam. a. e. ad. b. l. sicut

c.d.ad.h.k, erit ex .n. quinti. c.a.ad.h.b. & a.e.ad.b.l. sicut.e.e.ad.h.l. igitur ex .s. sexti & diffinitione similium superficierum triangulus c.a.e. erit similis triangulo.h.b.l. manifestum est itaq; ex diffinitione similium corporum q; piramis.a.c.d.e. est similis piramidi .b.h. k.l. similiter quoq; constat piramidem.a.c.e.f. esse similem piramidi.b.h.l.m. & piramidem.a.c.f.g. piramidi.b.h.m.n. Quia ergo ex hac .s. proportio piramidis.a.c.d.e.ad.piramidem.b.h.k.l. est sicut lateris .c.d. ad latus.h.k. triplicata & etiam piramidis .a.c.e.f. ad piramidem .b.h.l.m. sicut .e.f. ad .l.m. triplicata. ac etiam piramidis.a.c.f.g. ad piramidem.b.h.m.n. sicut.c.g. ad.h.n. triplicata cum sit ex ypothesi proportio.e.f.ad.l.m. & .c.g.ad.h.n. sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex .n. quinti vt proportio totalium piramidū a.f.b. sit sicut vnus harum partialium ad aliam vnam. igitur ex hac .s. & vndecima quinti constat verum esse quod diximus.

Omnes columne laterate eque alte suis basibus sunt proportionales.

Verum est quod dicitur super qualescūq; bases polygonias sint columne. Columnas autem lateratas vocamus solida corpora laterata quorū bases & superficies supreme sunt similes & equales, cuncte vero relique superficies ipsa solida circumstantes; sunt equidistantium laterum Talium autem solidorum prima species est seratile cum super vna suarum trilatararum superficierum intelligitur esse statutum. Secunda vero species est columna cuius basis sit quadrilatera quam ex duobus seratilibus necesse est esse compositam; & tertia est cuius basis ē pentagona & ipsa ex tribus seratilibus perficitur. Simpliciter autē dico q; omnis laterata columna in tot corpora seratilia potest distingui in quot triangulos sua basis. Intelligantur itaq; due columne laterate.a.f.b. constitute super duas bases a.f.b. eque alte. dico q; proportio columnarum .a.f.b. est sicut basium.a.f.b. Distinguantur nāq; hee bases in triangulos & hee columne in seratilia; basis quidem.a. que ponatur esse quadrangula in duos trigonos s.c.f. d.f. columna.a. in duo seratilia.c.f.d. basis vero.b. que sit pentagona distinguatur in tres trigonos .e.f.g. & columna .b. in tria seratilia que similiter vocentur.e.f.g. Manifestum est igitur ex his que in .36. vndecimi dicta sunt q; proportio seratilis.c.ad.seratile.e. est sicut basis.c. ad basim.e. & iterum seratilis.d.ad.seratile.e. sicut basis.d. ad basim.e. quare per.24. quinti erit columne.a.ad.seratile.e. sicut basis.a. ad basim.e. eadē ratione erit columna.a.ad.seratile.f. sicut basis.a. ad basim.f. at rursus columna.a.ad.seratile.g. sicut basis.a. ad basim.g. Igitur ex .24. quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile concludes propositum constat itaq; ex hoc q;

Omnes columne laterate super eandem basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

Cum enim vt proximo probatum est eque alte columne laterate sint suis basibus proportionales. ponantur autem bases esse aut easdem aut equales necesse est ex .24. quinti vt etiam columne sint equales constat quoq; q;

Si fuerint quelibet solida parallelograma seratilia & laterate columne eque alta ipsa quoq; suis basibus proportionalia esse necessario comprobantur.

Omnia enim hee species sunt lateratarum columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

Omnis laterata columna tripla e' ad suam piramidem.

Distinguat basis columne in triangulos & secundum numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia & piramis colūne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratiliū. constat itaq; vnumquodq; seratile ad eam piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri; igitur ex .n. quinti omnia



seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cunq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna & ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columnae perficiantur constat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quaelibet columnae lateratae aequales: earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum & altitudines mutue fuerint: easdem columnas aequales esse necesse est.

¶ Si enim columnae sint aequales earum piramides erunt aequales eo qd omnis laterata columna est tripla ad suam piramidem. si autem piramides fuerint aequales suae bases suis altitudinibus mutue erunt quemadmodum demonstratum est in septima huius. ¶ Quia igitur columnarum suarumq; piramidum eadem sunt bases & altitudines sunt eadem. constat prima pars propositi. ¶ Sint igitur bases & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutue: dico qd columnae erunt aequales. cum enim eadem sint bases eademq; altitudines columnarum suarumq; piramidum: erunt bases & altitudines piramidum propositarum columnarum mutue. si hoc vt positum est verum fuerit de columnis. erunt itaq; piramides aequales prout in septima huius demonstratum est igitur & columnae aequales cum ipse triplae sint ad suas piramides: quare patet secunda pars eius quo propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram tanq; lateris ad suum relatum latus proportio triplicata.

¶ Si columnae fuerint similes erunt ex diffinitione similium corporum bases earum ceteraq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero aequales quemadmodum. 13. sexti proponit esse possibile: & ipse columnae diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. stude igitur probare seratilia vnus suis relatiuis seratilibus alterius esse similia: quod facile probabis ex ypothesi & sexta & quarta & quinta sexti: & diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum hoc aut probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnus cuiusq; seratilis vnus ad suum relatum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnus sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratiliu vnus ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnus seratilis ad suum seratile relatum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta & quia vtrobq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas & relatiua latera seratiliu sunt relatiua latera columnarum necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata quod est propositum.

Propositio .9.



Anis columna rotunda piramidi suae triplex esse comprobatur.

¶ Supra circulum .a. intelligatur vna columna & vna piramis secundum eandem suam altitudinem erecte dicanturq; equiuoce ipsa piramis & columna & circulus nomine vno scilicet .a. dico itaq; qd columna .a. est tripla ad piramidem .a. cuius probatio est quia neq; maior neq; minor potest esse q̄ tripla. Sit enim primum si possibile e maior q̄ tripla quantitate corporis b. ita qd si .b. corpus dematur de columna .a. erit residuum eius triplum ad piramidem .a. Inscribebatur ergo quadratum circulo .a. super quod erigantur duo seratilia aequae altae columnae .a. de quibus duobus seratilibus pari

ter acceptis constat q̄ ipsa sunt plus medietate columnne .a. quemadmo-
 dum ipsum quadratum constat esse plus medietate circuli .a. Si enim ex
 ipsis seratilibus perficiantur solida parallelograma quorum ipsa sunt me-
 dietates: erit ipsa columna pars ipsorum duorum solidorum pariter acce-
 ptorum. ¶ Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor tria-
 ngulos duum equalium laterum in portionibus circuli quarum portionū
 latera quadrati sunt corde diuisis arcubus illarum portionum per equa-
 lia & sint illi trianguli .c. d. e. f. super quos etiam erige seratilia ad altitudi-
 nem columnne .a. & manifestum est q̄ hec seratilia sunt maius medietate
 portionum columnne super portiones circuli consistentium quemadmo-
 dum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autē
 hoc totiens quousq; per primam .10. cogatur aduersarius confiteri portio-
 nes columnne pariter acceptas esse minus corpore .b. ¶ Erit igitur colum-
 na laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta
 quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonum inscriptum circulo
 a. maius a triplo pyramidis rotunde .a. & quia ipsa laterata columna est
 tripla ad suam pyramidem sicut demonstratum est in eis que premissa
 sunt. sequitur ex secunda parte .10. quinti libri vt rotunda pyramis .a. sit
 minor laterata pyramide laterate columnne cuius basis est inscriptum po-
 lagonium basi rotunde pyramidis .a. quod est impossibile. Est enim pi-
 ramis laterata pars ipsius pyramidis rotunde: non est igitur pyramis .a.
 minus tertia parte sue columnne. sed nec plus tertia. Si enim possibile est:
 sit pyramis .a. plus tertia parte columnne .a. quantitate corporis .b. ita q̄ de
 tracto corpore .b. de pyramide .a. sit residuum ipsius pyramidis tertia pars
 columnne .a. igitur quemadmodum prius ex pyramide .a. intelligatur de-
 trahi pyramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratum circulo .a.
 inscriptum quam lateratam pyramidem constat esse plus dimidio pira-
 midis rotunde. Item de residuo pyramidis .a. rursus intelligantur detra-
 hi pyramides eque alte statute super triangulos .c. d. e. f. qui sunt in portio-
 nibus basis & hoc totiens fiat vt ex prima decimi relinquatur ex pira-
 mide .a. minus corpore .b. Erit itaq; pyramis laterata inscripto polygono su-
 perstans quam componunt laterate pyramides ex rotunda pyramide de-
 tracte maius tertia parte rotunde columnne .a. & quia vt probatum est i pre-
 cedentibus hec pyramis laterata est tertia pars sue columnne laterate .a. seq-
 tur denuo ex secunda parte .10. quinti libri columnnam rotundam .a. esse
 minorem columna laterata eiusdem altitudinis cuius basis ē polygonū
 basi rotunde pyramidis inscriptum: hoc autem impossibile: nam hec co-
 lumnna laterata pars est columnne rotunde. Cum igitur columna rotunda
 non possit esse minus triplo sue pyramidis neq; maius: erit necessaria tri-
 pla ad eam quod demonstrare volumus.

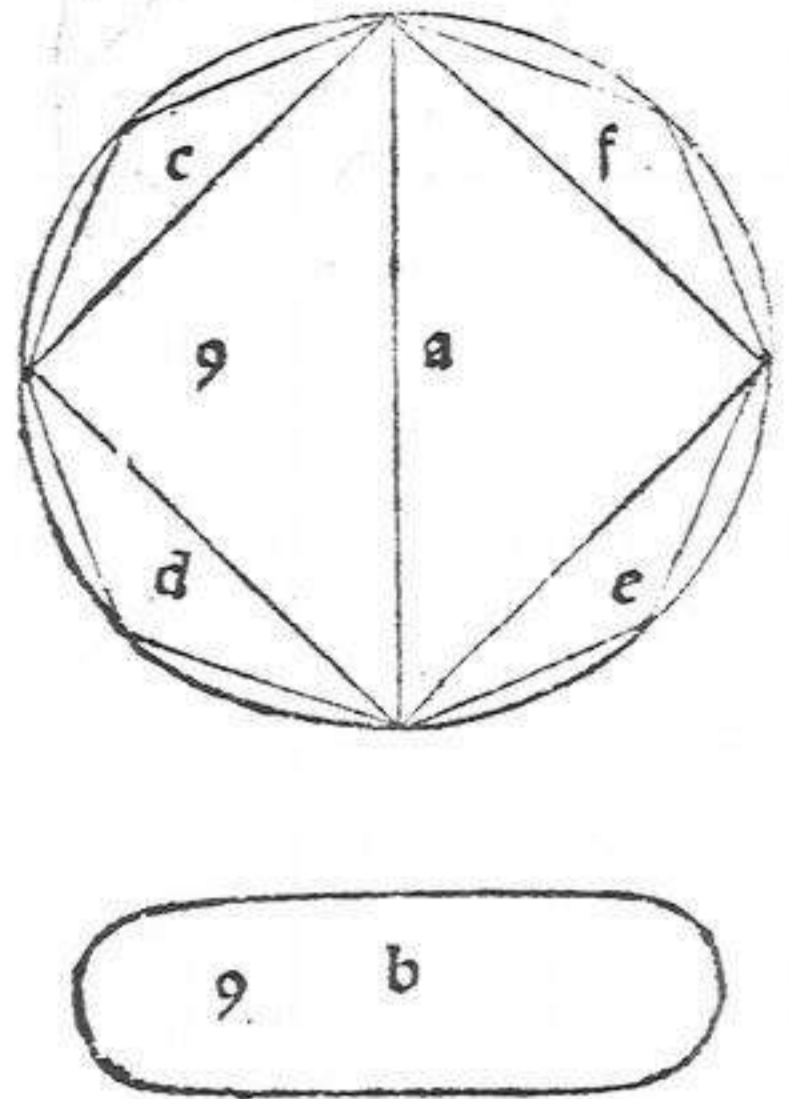
Castigator.

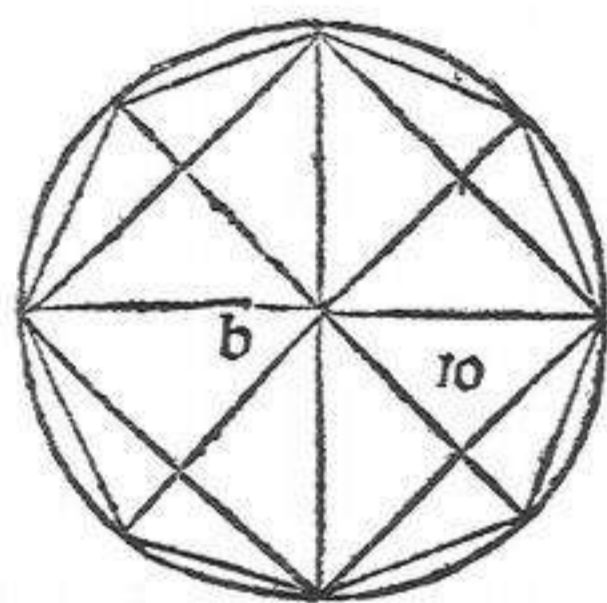
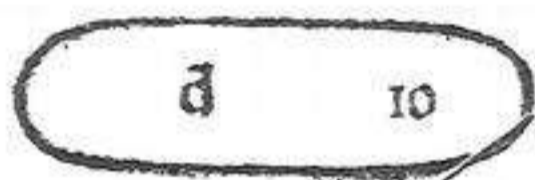
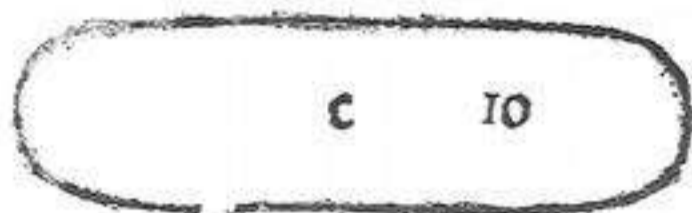
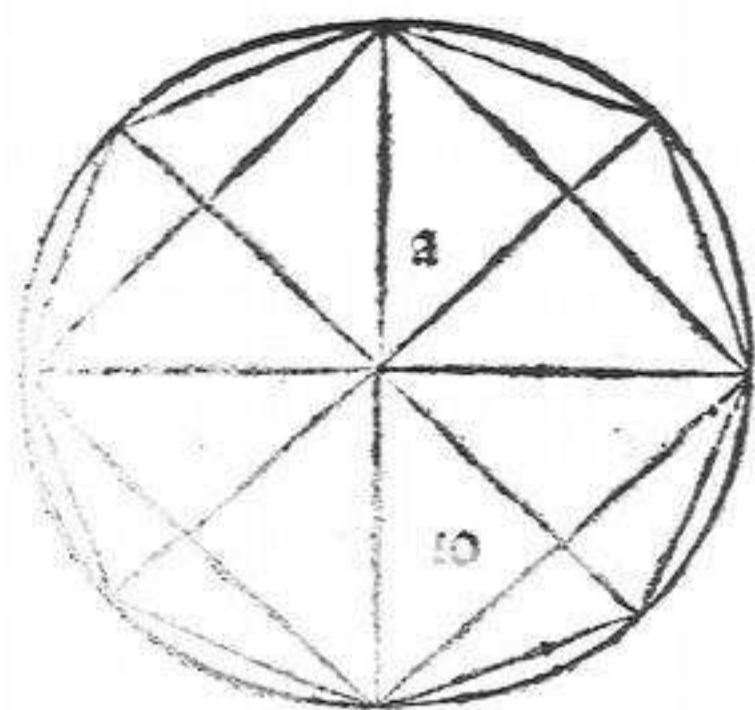
a ¶ Quia minus deficit ad complendam totam columnnam q̄ triplo
 cui deficit corpus .b. q̄ maius est portionibus columnne piter acceptis.
 b ¶ Cum quelibet tertia pars huius sit maior tertia parte illius rotun-
 de. Ideo tota totali.

Propositio .10.



Proportio duarum rotundarum pyramidū simi-
 lium columnnarum ve rotundarum similibus est
 pportio alterius ad alterā tanq̄ diametri sue ba-
 sis ad diamet̄z basis alterius pportio triplicata.
 ¶ Sint duo circuli .a. & .b. super quos constituatur due
 rotunde pyramides similes dueq; columnne rotunde simi-
 les & dicantur circuli & pyramides & columnne & diametri circulorum
 his noibus .a. & .b. equiuoce: dico itaq; q̄ proportio duarum pyramidum
 a. & .b. duarumq; columnnarum .a. & .b. est sicut duarum diametrorum





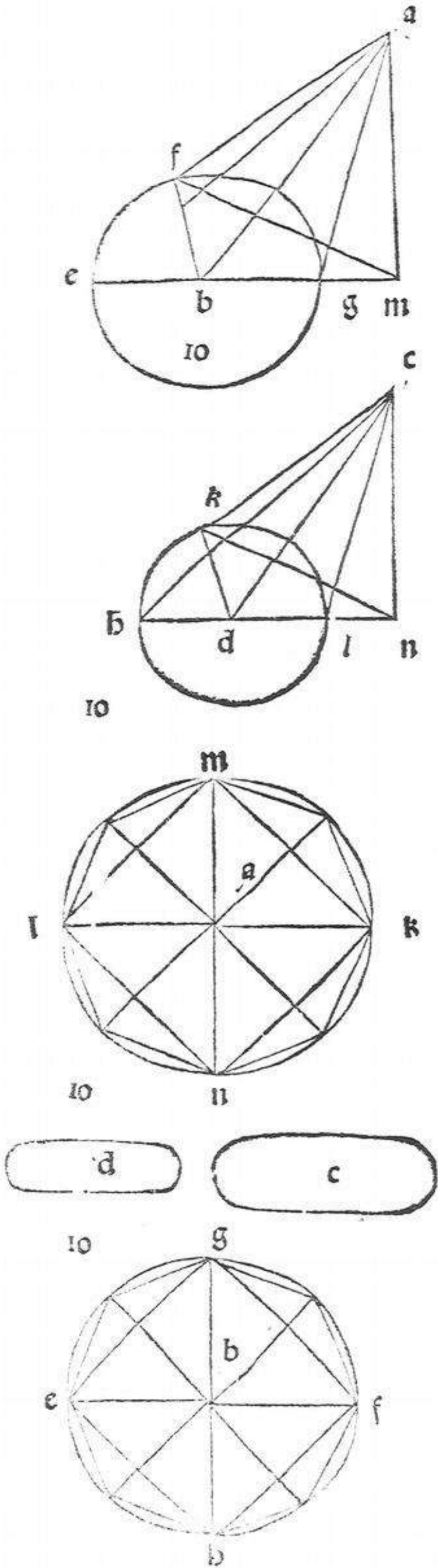
a. & b. proportio triplicata: hoc autem si de pyramidibus confiterit: de columnis autem constabit ex. 15. quinti. cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam pyramidem: de pyramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est enim per communem scientiam positam in principio secunde demonstrationis huius. 12. libri: que proportio diametri .a. ad diametrum .b. triplicata: eadem pyramidis .a. ad aliquod corpus. Illud igitur corpus sit .c. de quo dico qd ipsum non potest esse minus neq; maius pyramide .b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis .d. ita qd duo corpora .c. & .d. pariter accepta sint quantum pyramis .b. itaq; quemadmodum in secunda parte premissa ex pyramide .b. detrahatur laterata pyramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptum circulo .b. & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistentes super trigonos portionum circuli .b. fiat itaq; hoc totiens quousq; cogente prima .io. sit residuum pyramidis .b. minus corpore .d. erit ex communi scientia laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maius corpore .c. Inscribebatur itaq; circulo .a. polygonium simile illi quod est basis laterate pyramidis detracte a pyramide .b. & ad angulos huius polygonii inscripti circulo .a. demitte lineas a cono pyramidis .a. perficiens super illud polygonium lateratam pyramidem eque altam rotunde pyramidi .a. hanc igitur studeas demonstrare esse similem laterate pyramidi detracte a rotunda pyramide .b. quod hoc modo facies. In vtraq; pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans verticem pyramidis cum centro basis & erit perpendicularis ad basim. De hinc a centr. basis protrahas in vtroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq; polygonii inscripti cumq; ex diffinitione a similibus pyramidum rotundarum sit proportio axis vnus ad axem alterius sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius. ideoq; etiam ex. 15. quinti & equa proportionalitate sicut semidiametri ad semidiametrum. sint autem vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti necesse est ex sexta propositione sexti libri & quarta eiusdem & diffinitione similibus superficies & similibus corporum diffinitione vt laterata pyramis .a. sit similis laterate pyramidi .b. qre per additam ad .8. huius proportio laterate pyramidis .a. ad lateratam .b. est sicut lateris vnus ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata. ideoq; & sicut diametri .a. ad diametrum .b. triplicata. igitur quoq; sicut rotunde pyramidis .a. ad corpus .c. ex. 11. quinti quare permutatim proportio laterate pyramidis .a. ad rotundam pyramidem .a. sicut laterate pyramidis .b. ad corpus .c. Et quia laterata pyramis .b. maior est corpore .c. erit laterata pyramis .a. maior rotunda pyramide .a. quod est impossibile cum sit pars eius. Non est ergo corpus .c. minus rotunda pyramide .b. Restat itaq; probandum qd nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri .b. ad diametrum .a. triplicatam esse sicut corporis .c. ad rotundam pyramidem .a. sed ex conceptione eadem est rotunde pyramidis .b. ad aliquod corpus aliud quod sit .d. & quia ex ypotbesi corpus .c. maius est rotunda pyramide .b. sequitur. ex. 14. quinti qd rotunda pyramis .a. sit maior corpore .d. itaq; proportio rotunde pyramidis .b. ad corpus quod e minus rotunda pyramide .a. videlicet ad .d. est sicut sue diametri .b. ad diametrum alterius proportio triplicata. hoc autem est impossibile. na ex hoc demonstrauimus sequi qd pars sit maior suo toto. cum ergo corpus .c. non possit minus esse neq; maius rotunda pyramide .b. erit necessario sibi equale. ideoq; ex secunda parte. 7. quinti constat propositum. Non lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dumtaxat columnas & pyramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistant: tales enim diffinite fuerunt in principio vndecimit cum tamen passio hic demonstrata communiter conueniat omnibus columnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus siue ea'

rum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue sup eas fuerint inclinatae: & appellentur differentie causa hee rotunde columne & piramides quarum basibus axes orthogonaliter superstant erecte: relique vero dicantur inclinatae: & quia in principio .ii. non sunt diffinitae columne aut piramides rotunde nisi ille tantum quas erectas vocamus. hee quide per motum parallelogrami reſtangiuli ille vero per motum trigoni reſtangiuli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas & piramides difinitionibus communiter & vniuoce conuenientibus erectis & inclinatis columnis & piramidibus rotundis. Cum igitur extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punctus qui cum circumferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq; ad locum vnde moueri inceperit. circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & ab ipso circulo cui circumducitur continetur voco piramidem rotundam. & circulum cui linea hec circumducitur voco basim ipsius piramidis. fixum autem punctum extra circuli superficiem signatum voco conum piramidis: lineamq; rectam continuantem centrum basim cum cono piramidis appello axem seu sagittam piramidis. Cuius hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidem esse erecta. cum vero inclinata dico etiam piramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana superficies per eorum centra transiens secuerit fuerintq; continuate per lineam rectam due relative sectiones duarum circumferentiarum ipsorum circulorum. Si linea hec in circumferentiis ipsorum circulorum equidistanter situi a quo moueri inceperit quousq; ad locum suum redeat circumducatur: corpus quod a curua superficie quam motu suo describit hec linea & a duobus propositis circulis continetur: voco columnam rotundam. cuius axis siue sagitta est linea recta centra duorum circulorum continuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq; duorum circulorum: dico columnam esse rectam. Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinatam. Cuius fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq; anguli quos axes & communes sectiones harum superficieum & basium continent adinuicem equales: & fuerit proportio axis vnus ad axem alterius sicut semidiametri basis vnus ad semidiametrum basis alterius: tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas adinuicem dico similes esse. His diffinitionibus positis demonstrandum est qd omnium duarum rotundarum piramidum similium columnarum verotundarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnus ad alteram sicut diametri basis vnus ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premitimus antecedens necessarium.

Castigator.

a Diffinitio non dicit hoc sed ex permutata proportio. elicitur. Quoniam si proportio axis vnus ad diametrum sue basis est sicut axis alterius ad diametrum sue basis. Ergo permutatim axis vnus ad axem alterius sicut diametri vnus ad diametrum alterius &c.

Si fuerint due rotunde piramides adinuicem similes vtraque quarum due plane superficies super axem secant fuerintq; harum duarum superficieum altera in vtraque piramide super basim eius orthogonaliter erecta at arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficieum que super



bases non ponuntur orthogonaliter erecte continent a dinui-
cem equales.

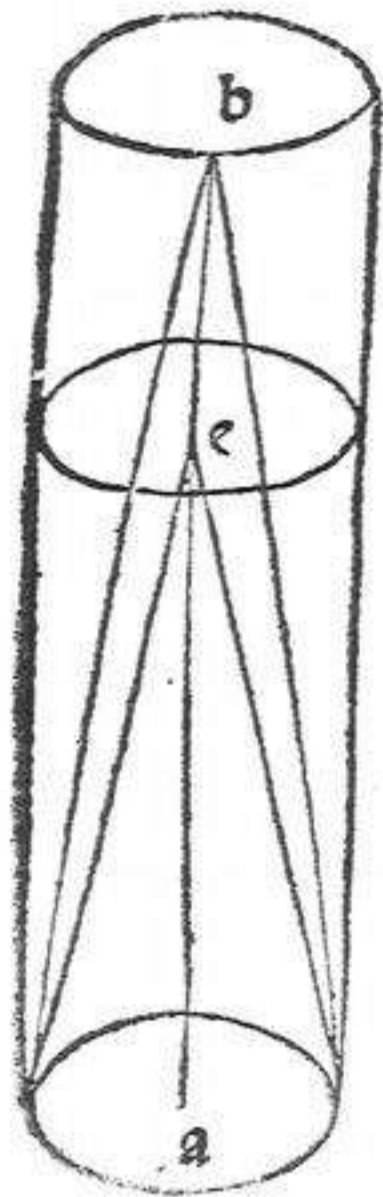
¶ Sint due rotunde piramides .a. b. c. d. quarum bases sunt circuli .e. f. g. h. k. l. & axes due linee .a. b. c. d. & diametri basium .e. g. h. l. cetera basium sunt duo puncta .b. d. conu piramidum .a. c. similes adinuicem: & ab earum conis ad superficiem basium protrahantur vt docet .ii. vndecimi libri due perpendiculares que sunt .a. m. c. n. & continuentur puncta .m. n. cum centrīs basium protractis lineis .b. m. d. n. eritq; ex is. vndecimi superficies .a. b. m. que egreditur ab axe .a. b. erecta sup basim piramidis .a. b. orthogonaliter. Eodem modo superficies .c. d. n. que egreditur ab axe .c. d. erit erecta super basim piramidis .c. d. orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus .f. g. h. k. l. similes & intelligatur due superficies .a. b. f. c. d. k. egredi ab axibus & secare piramides .a. b. c. d. similes. ¶ Dico igitur duos angulos .a. b. f. c. d. k. esse adinuicem equales. Protrahantur .n. due linee .f. m. k. n. Quia igitur due piramides .a. b. c. d. sunt similes & due superficies .a. b. m. c. d. n. stantes orthogonaliter sup bases egrediuntur ab earum axibus: erit ex diffinitione similium piramidum angulus .a. b. m. equalis angulo .c. d. n. & quia ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter erecte vterq; duorum angulorum .a. m. b. c. n. d. est rectus erunt ex .32. primi .f. 4. sexti duo primi trianguli .a. b. m. & c. d. n. laterum proportionalium vt proportio linee .a. b. ad lineam .c. d. sicut .b. m. ad .d. n. & sicut .a. m. ad .c. n. Et quia ex diffinitione similium piramidum proportio axis .a. b. ad axem .c. d. est sicut semidiametri .b. f. ad semidiametrum .d. k. erit ex .ii. quinti. proportio .b. f. ad .d. k. sicut .b. m. ad .d. n. Cuiusq; sint duo anguli .f. b. m. & k. d. n. equales eo qd duo arcus .f. g. h. k. l. sunt similes ex ypothesi: erit ex sexta & quarta sexti proportio .f. m. ad .k. n. sicut .b. m. ad .d. n. ideoq; sicut .a. m. ad .c. n. & quia iterum ex diffinitione linee super superficiem perpendiculariter erecte vterq; duorum angulorum .a. m. f. c. n. k. est rectus: erit ex sexta & quarta sexti proportio .a. f. ad .c. k. sicut .a. m. ad .c. n. ideoq; per .ii. quinti sicut .a. b. ad .c. d. & sicut .b. f. ad .d. k. igitur ex quinta sexti duo anguli .a. b. f. c. d. k. sunt adinuicem equales quod est propositum. ¶ Idem probabis leuiter de rotundis columnis similibus: hoc itaq; demonstrato dico qd omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq; fuerint siue erecte siue inclinate est proportio vnus earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim vt prius due rotunde piramides .a. b. quarum bases sunt circuli .a. b. & horum circulorum diametri sint etiam .a. b. sitq; proportio piramidis .a. ad corpus .c. sicut diametri .a. ad diametrum .b. proportio triplicata. non erit igitur corpus .c. minus neq; maius rotunda piramide .b. Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis .d. ita qd duo corpora .c. d. pariter accepta sint quantum rotunda piramis .b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq; comunis sectio huius superficie & circuli .b. linea .e. f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. & protrahatur intra circulum .b. alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit .g. h. Sicq; inscribatur circulo .b. quadratum .e. g. f. h. & a rotunda piramide .b. intelligatur detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo .b. inscriptum: que vt probatum est supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusdem altitudinis consistentes sup trigonos portionum circuli .b. fiatq; hoc toties quouq; residuum sit rotunde piramidis .b. minus corpore .d. ex pria decimi. Eritq; ex conceptione laterata piramis detracta qua componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore .c. tunc ergo prodeat ex axe piramidis .a. superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum .a. & sit comunis sectio huius superficie & circuli .a. linea

R. I. que ob hoc erit diameter circuli. **a.** protrahatur autem in circulo. **a.** alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. **m. n.** sicq; inscribatur in circulo. **a.** quadratum. **k. m. l. n.** & diuidendo arcus portionum circuli. **a.** per equalia perficiatur in circulo. **a.** polygonium simile illi quod est inscriptum circulo. **b.** & ad singulos angulos huius polygonii demitte lineas rectas a cono pyramidis. **a.** perficiēs super illud polygonium lateratam pyramidem eque altam pyramidi. **a.** hanc autem lateratam pyramidem probabis esse similem laterate pyramidi detracte. **a.** rotunda pyramide. **b.** quod hoc modo facies produces axes cogitatione vel actu vtriusq; in vtriusq; pyramidibus. **a.** & **b.** & **a.** centrīs basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq; ex premisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis. **a.** cum singulis lineis ductis a centro circuli. **a.** ad angulos polygonii sibi inscripti equalēs suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis. **b.** cum singulis lineis ductis a centro circuli. **b.** ad angulos polygonii sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similiarum proportio axis pyramidis. **a.** ad axem pyramidis. **b.** ē sicut semidiametri circuli. **a.** ad semidiametrum circuli. **b.** sequitur ex sexta & quarta sexti & diffinitionibus similiarum superficierum & similiarum corporum q̄ due laterate pyramides. **a.** & **b.** sint similes. Cetera argue sicut prius in decima. constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus quod proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. & quia omnis columna rotunda est tripla ad suam pyramidem. hoc enim sufficiēter est demonstratum siue columne & siue pyramides fuerint erecte siue inclinate; sequitur ex. **15.** quinti vt etiam quarumlibet columnarum rotundarum similiarum sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

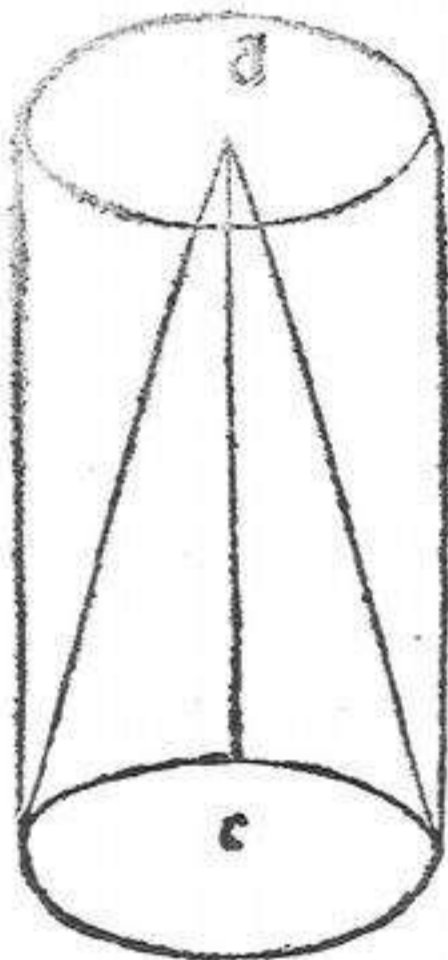
Propositio .II.



Dues duas rotundas pyramides siue columnas eque altas suis basibus pportionales eē necesse ē. **¶** Supra duos circulos. **a.** & **b.** statuantur vt prius due rotunde pyramides eque alte que dicantur similiter. **a.** & **b.** & due rotunde colonne eque alte eisdem litteris ascripte **a.** & **b.** dico itaq; q̄ proportio duarum pyramidum. **a.** & **b.** duarumq; columnarum. **a.** & **b.** est sicut duorum circulorum. **a.** & **b.** quod de columnis manifestum erit si hoc prius de pyramidibus demonstrabit omnis enim rotunda columna tripla est ad suam pyramidem; de pyramidibus autem constabit indirecta demonstratione hoc modo. Est enim ex communi scientia proportio rotunde pyramidis. **a.** ad aliquod corpus sicut circuli. **a.** ad circulum. **b.** illud corpus sit. **c.** dico itaq; q̄ corpus. **c.** non potest esse maius neq; minus rotunda pyramide. **b.** sit enim primo minus quantitate corporis. **d.** igitur circulo. **b.** inscribatur quadratum & detrahatur a rotunda pyramide. **b.** pyramis. laterata cuius sit basis quadratum circulo. **b.** inscriptum & ex portionibus pyramidis detrahantur pyramides super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quousq; sit. ex pyramide. **b.** residuum minus corpore. **d.** eritq; laterata pyramis detracta quam componunt partiales pyramides detracte maior corpore **c.** Inscribatur ergo circulo. **a.** polygonium simile illi polygonio quod ē basis laterate pyramidis. **b.** & perficiatur super ipsum pyramis laterata ductis lineis a vertice pyramidis laterate. **a.** ad angulos polygonii inscripti. Eruntq; due laterate pyramides. **a.** & **b.** eque alte. hoc. **n.** est ppositū de rotundis; q̄re pportio laterate pyramidis. **a.** ad lateratā pyramidē. **b.** est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut polygonii. **a.** ad polygoniū. **b.** hoc **n.** demonstratum est in sexra huius. At vero polygonii. **a.** ad polygoniū.



12.



b. est sicut circuli. a. ad circulum. b. quod manifestum est ex pria & secūda huius: itaq; laterate pyramidis. a. ad lateratam pyramidem. b. sicut rotunde pyramidis. a. ad corpus. c. quare permutatim laterate pyramidis. a. ad rotundā pyramidē. a. sicut laterate pyramidis. b. ad corpus. c. cunq; sit laterata pyramis. b. maior corpore. c. sequitur lateratam pyramidem. a. esse maiorem rotunda pyramide. a. hoc autem impossibile est enim pars eius non erit ergo corpus. c. minus rotunda pyramide. b. ¶ Si vero ponat aduersarius q; sit maius demonstrabimus. rursus idem impossibile consequerit enim per conuersam proportionalitatem proportio corporis. c. ad rotundam pyramidem. a. sicut circuli. b. ad circulum. a. sit quoq; eadem rotunde pyramidis. b. ad aliquod corpus quod sit. d. Cum igitur corpus c. sit maius rotunda pyramide. b. per ypothesim: erit ex. 14. quinti rotunda pyramis. a. maior corpore. d. itaq; proportio circuli b. ad circulum. a. erit sicut rotunde pyramidis. b. ad quoddam corpus minus rotunda pyramide. a. Sed hoc demonstratum est prius esse impossibile. sic enim sequitur q; pars sit maior suo toto. non est igitur corpus. c. neq; minus neq; maius rotunda pyramide. b. sed tantum equale. itaq; ex secunda parte septime quinti concludere propositum. Vt autem facilius inconcussiusq; demonstraretur quod sequitur: ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

¶ Si superficies quedam rotundam columnam equidistāter basi eius secuerit: erunt duo partialia corpora que ad illam secātem superficiem terminantur portionibus axis columnę proportionalia.

¶ Simile est hoc ei quod pposuit. 25. vndecimi libri de solidis parallelogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis immo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Quod quā argumentationem prime sexti vel. 25. vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit: hic enim non aliter q; ibi ex diffinitione incōtinue proportionalitatis que posita est in probemio quinti libri arguendum est. propositum. ¶ Attendere autem oportet q; quecunq; superficies secat columnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite. nam quecunq; superficies vni superficiei sunt eq; distantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem vt ex his que dicta sunt ex decimasexta vndecimi libri didicisti: quare manifestum est q; omnes rotunde columnę quarum sunt bases equales altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis quod de pyramidibus constabit si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna triplex ad suam pyramidem. Rotunda quidem ex nona huius: laterata vero ex his que supra in octaua demonstrata sunt.

Propositio .12.



¶ Si due pyramides rotunde siue columnę fuerint equales siue bases & altitudines erunt mutue. Si vero siue bases & altitudines mutue fuerint ipsas pyramides siue columnas equales eē necesse est.

¶ Altitudinem pyramidum determinant linee a conis ad bases perpendiculariter descendentes: columnarum autem a suppremis earum superficiebus ad bases. ¶ Sint itaq; due rotunde pyramides. a. b. & c. d. equales: dueq; rotunde columnę. a. b. & c. d. equales sintq; communes bases tam pyramidum q; columnarum duo circuli. a. & c. communes quoq; altitudines tam pyramidum q; columnarum determinate per lineas. a. b. & c. d. dico q; proportio circuli. c. ad circulum. a. est sicut altitudinis. a. b. ad altitudinem. c. d. & econuerso. Hoc autem si de columnis probatum fuerit de pyramidibus certum erit: quoniam omnis columna rotunda tripla est ad suam pyramidem. Si itaq; due altitudines

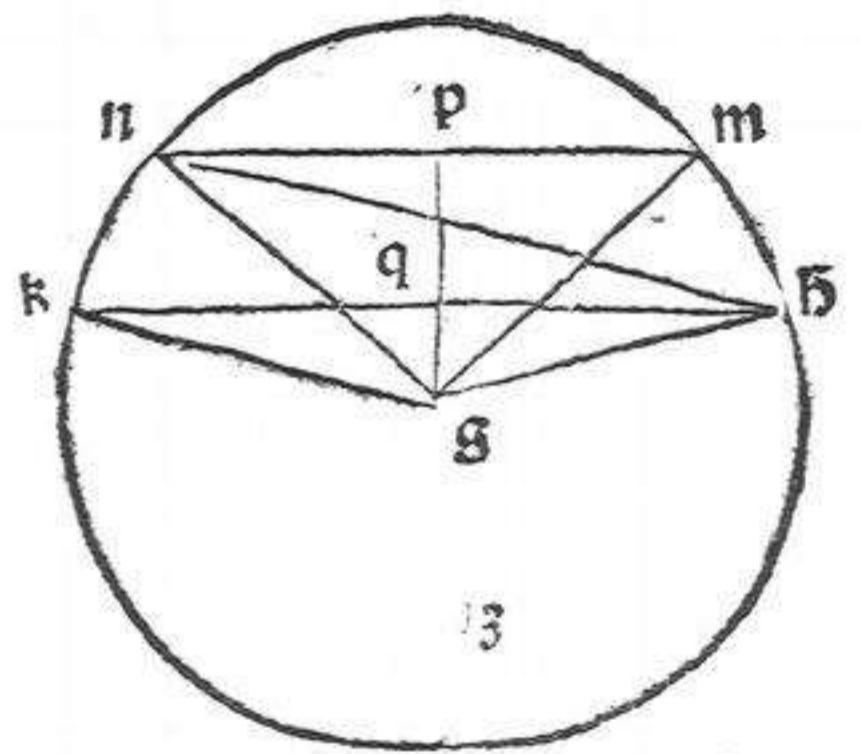
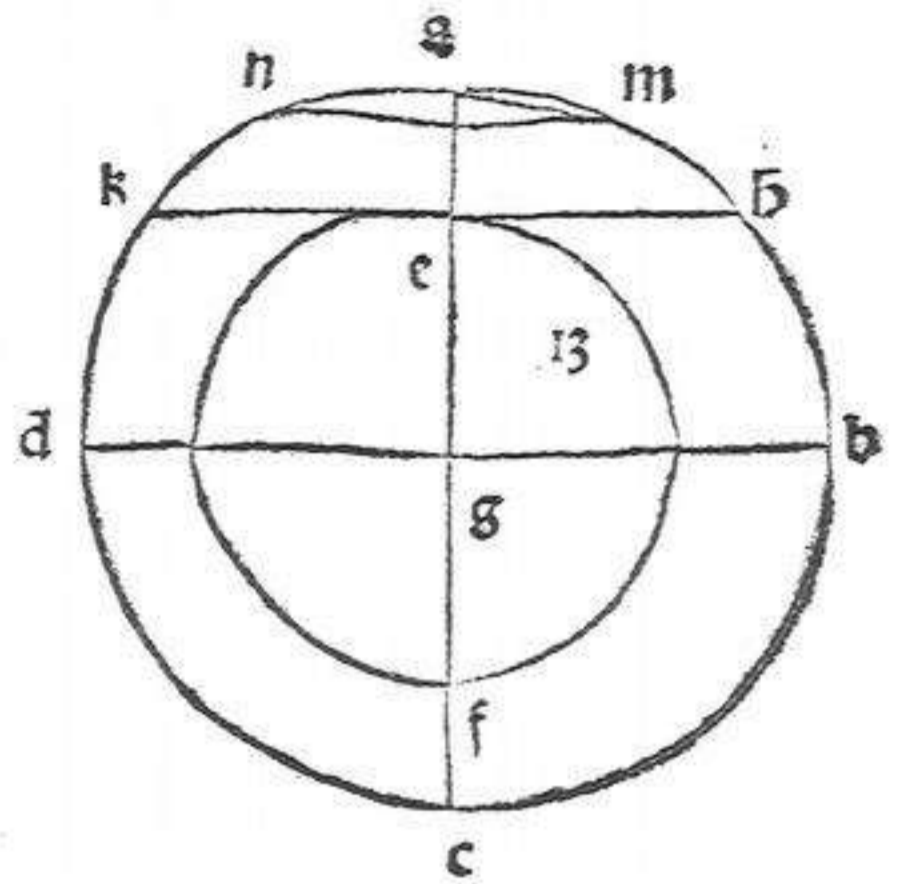
a. b. c. d. fuerint equales ex premissa constat propositum. Si aut inaequa-
les sit, a. b. maior sumaturq, a. e. equalis. c. d. et secetur columna. a. b. a sup-
ficie. e. eqdistater basi eius. a. eritq, ex premissis antecedente columna. a. b.
ad columnam. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. a. e. ideoq, ex priā pte
z. quinti columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad altitudinē
a. e. quare p scđam ptem. z. quinti sicut altitudo. a. b. ad altitudinē. c. d.
ex pmissa aut ē columna. c. d. ad columnā. a. e. sicut circulus. c. ad circulū
a. itaq, p. ii. quinti est altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d. sicut basis. c. ad ba-
sim. a. constat igit priā ps. ¶ Scđa couerso mō cōstabit eadē dispositione
manēte. Sit. n. vt basis. c. ad basim. a. sic altitudo. a. b. ad altitudinem. c. d.
dico q, due columne. a. b. c. d. sunt equales. Erit enim ex secūda pte. z.
quinti altitudo. a. b. ad altitudinem. a. e. sicut basis. c. ad basim. a. et q, ex
premissa columna. c. d. ad columnā. a. e. ē sicut basis. c. ad basim. a. et ex p-
misso antecedente columna. a. b. ad columnā. a. e. sicut altitudo. a. b. ad
altitudinē. a. e. sequitur ex. ii. quinti vt columna. c. d. ad columnam. a. e. sit
sicut columna. a. b. ad eandem. a. c. igitur ex prima parte. g. quinti due co-
lumne. a. b. c. d. sunt equales; quare constat etam secūda pars.

Propositio .13.



Em propositi fuerit duo circuli ab vno centro cir-
cūducti superficiem multiangulam equalium la-
terum circulum minorem minime tangentium
intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. et e. f. ab vno cōi centro qđ
sit. g. circūducti. dico q, intra maiorem. qui sit. a. b. c. d.
possibile est vnum polygonum quod sit equilaterū de-
scribi minorē cir-
culū q est. e. f. nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quoadrent. n. hi duo circuli dua-
bus diametris sup centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicem secantibus que
sunt. a. c. et b. d. sitq, e. f. diameter minoris ps diametri. a. c. q est diameter
maioris. sicq, igitur a puncto. e. ducat vtrinq, vsq, ad circūferentiam ma-
ioris linea orthogonaliter super diametꝝ. e. f. que occurrat circūferentie
maioris hinc qdem in puncto. h. inde vero in puncto. k. eritq, ex correl-
lario. 15. tertii linea. h. c. k. cōtingens circulū minorē. Postea vero qua-
drantē. a. b. maioris circuli diuide p equalia in puncto. l. fm doctrinam
29. tertii; dehinc rursus arcū. a. l. p equalia ad punctū. m. cūq, hoc pluries
feceris necessario tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu. a. h. sit
hic. a. m. Hoc aut idcirco necessarium est quia cum fuerint due quantita-
tes inaequales si a maiori earū dematur eius dimidium. itēq, a residuo di-
midium possibile est hoc totiens fieri quousq, tandē minor minore earū
relinquetur quemadmodum in prima. 10. demonstratum est. Cum igit
sic diuidendo ad arcum quantulumcūq, minorem. a. h. fuerit deuentum
cuiusmodi ē arcus hic. a. m. sumat arcus. a. n. eq̄lis arcui. a. m. ducanturq,
due linee. a. m. et n. m. Quia igit arcus. a. k. ē eq̄lis arcui. a. h. qđ ex scđa p-
te tertie tertii et quarta primi et 27. tertii manifestū ē. Et qđ arcus. a. n. ē eq̄-
lis arcui. a. m. erit ex cōi scia arcus. n. k. eq̄lis arcui. m. h. ergo due linee. m
n. et k. h. sunt eq̄distantes Ergo linea. m. n. nō poterit tāgere circulū. e. f.
q̄re multo fortius neq, linea. a. m. pt ipsum tāgere. ¶ Quoniā igit cōstat
circulū. a. b. c. d. diuisibile ē p archus equales arcui. a. m. ideoq, p. 28. tertii
simul cōstat intra ipsum circulū posse chordulas eq̄les chordule. a. m. cō-
tinue coaptari circulū ipsum polygonie chordantes. manifestū ē intra cir-
culū maiore posse vnū polygoniū eq̄lateꝝ cuius vnū latus ē linea. a. m. i-
scribi et qđ linea. a. m. nō cōtingit circulū minorē patet ex priā pte. 13. ter-
tii et diffinitione lineaz a centro circuli eq̄liter eq̄distantium qđ inscri-
ptum polygoniū nullo lateꝝ suoꝝ tangit circulū minore qđ ē ppositum.
¶ At qđ dubitas duas lineas. m. n. et k. h. ēē. eq̄distantes cum sint duo
arcus. n. k. et m. h. eq̄les; hoc aut incōcusam nitatē sortitū est qđ due linee
circulū vnū nō aut se inuicē secantes; si ex circumferentia equales arcus
hinc inde lineis ipsis intersint erunt eq̄distantes; due quidem a centro. g.



lineam .g.p. perpendiculararem ad lineam .m.n. que secet lineam .h.k. in pñ
 fto. q. & protrahe lineas .g.m. g.n. g.k. g.h. & duobus arcibus .n.k. & .m.
 h. subtende duas cordas que etiam dicantur .n.k. & .m. h. eruntq; ex .28. ter
 tii hee corde equales .n.k. & .m. h. eo q; arcus equales. Et per secundam p
 tem tertie eiusdem tertii erit linea .n.p. equalis linee .m.p. cū igitur vterq;
 duorum angulorum qui sunt ad .p. sit rectus ex diffinitione perpendicu
 laris erit ex quarta primi angulus .n.g.p. equalis angulo .p.g.m. At 7o
 per .8. primi angulus .k.g.n. est equalis angulo .h.g.m. itaq; per commu
 nem scientiam que est si equalibus equalia addas tota erunt equalia erit
 angulus .k.g.q. equalis angulo .q.g.h. ideoq; per quartam primi linea .k.
 q. erit equalis linee .q.h. quare per primam partem tertie tertii linea .g.
 q. erit perpendicularis ad lineam .k.h. igitur ex prima parte .28. primi due
 linee .n.m. & .k.h. sunt equidistantes & hoc est quod dubitare conquestus
 es. ¶ Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile ducatur enim li
 nea .n.h. eritq; ex vltima sexti angulus .h.n.m. equalis angulo .n.h.k. eo
 q; arcus .h.m. est equalis arcui .n.k. ideo ex .27. primi linea .m.n. erit equi
 distans linee .h.k. Conuersam quoq; si libuerit conuerso modo probabis
 si enim linea .m.n. est equidistans linee .h.k. erit arcus .n.k. equalis arcui
 m.h. erunt enim ex prima parte .29. primi duo anguli .h.n.m. & .n.h.k. eq
 les. ideoq; ex vltima sexti duo arcus .n.k. & .m.h. erunt etiam equales.

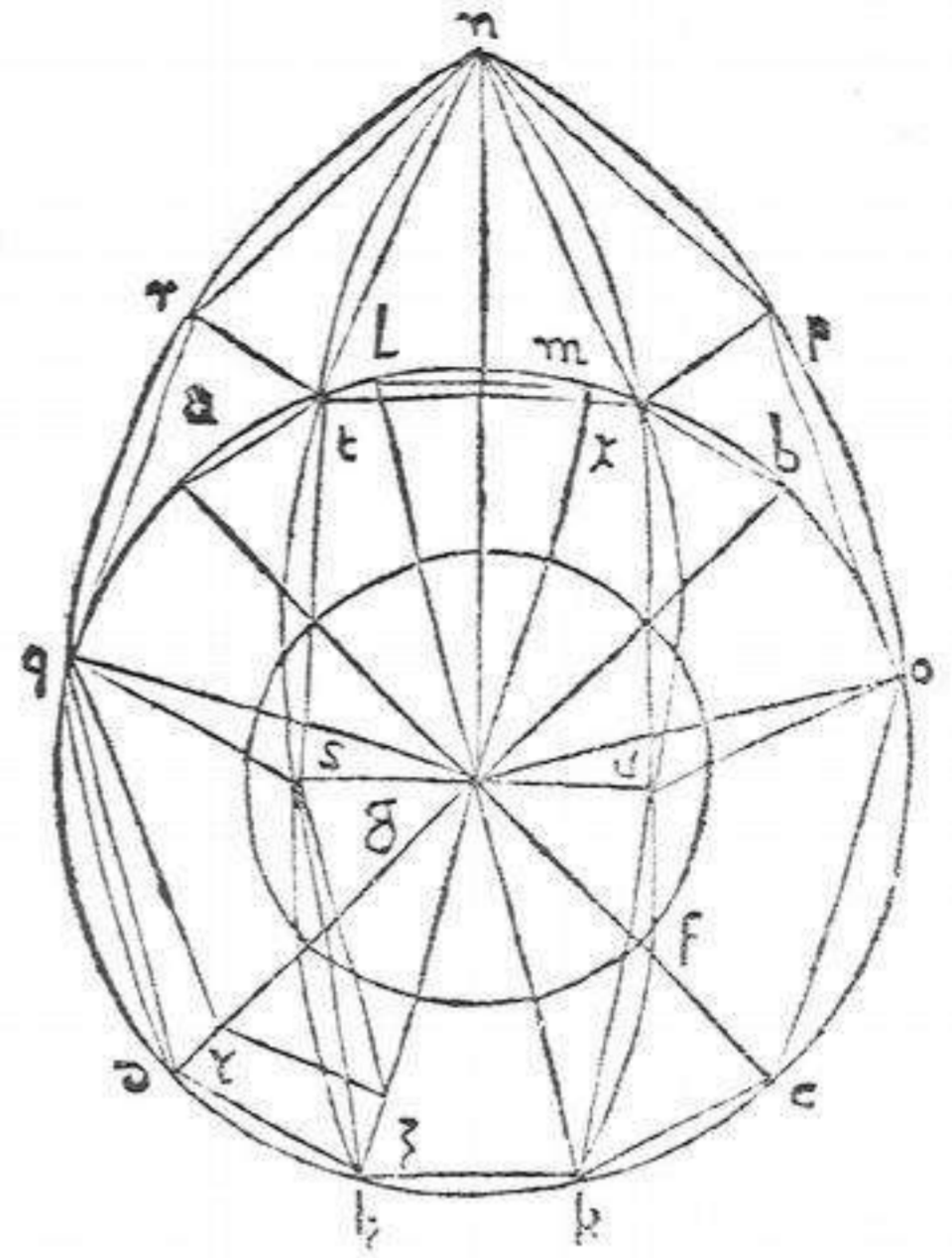
Propositio .14.

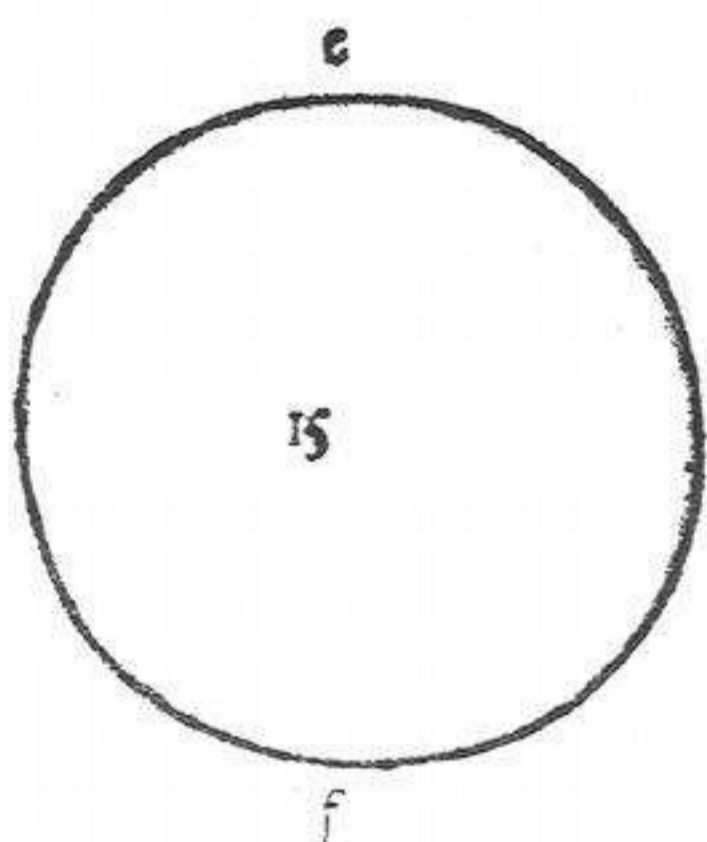
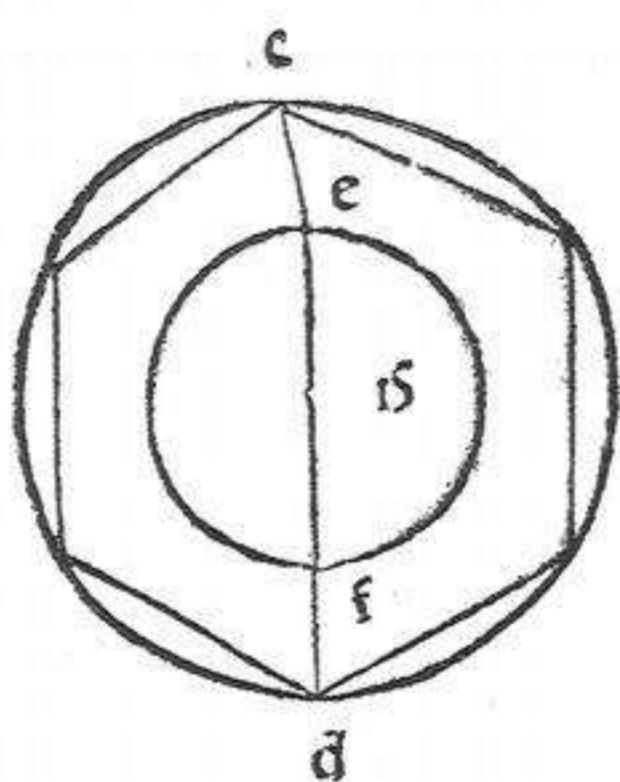
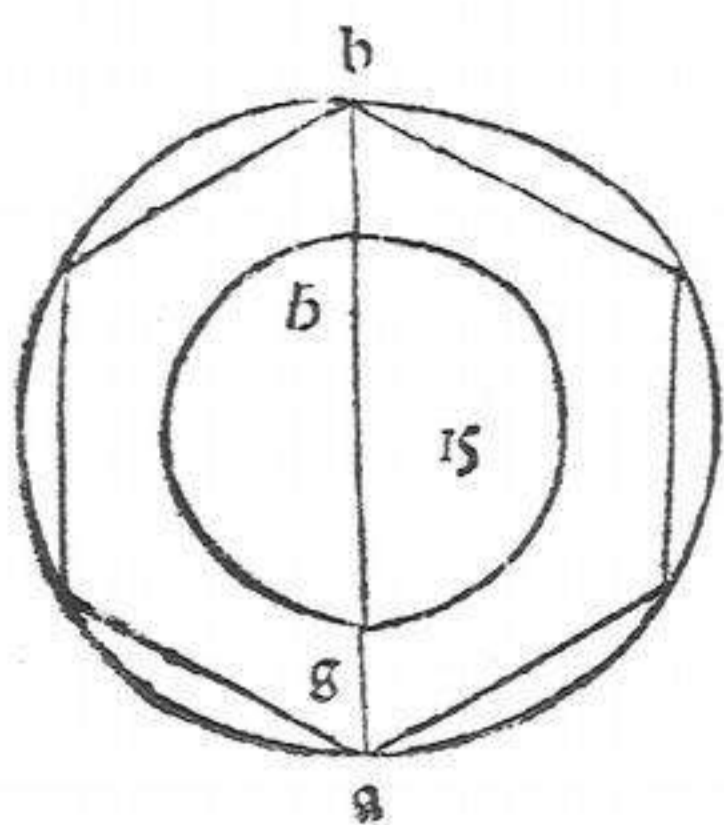


Stabus spheris vnum centrum habentibus pro
 positis intra maiorem earum solidum multarum
 basium superficiem minoris spheræ minime tan
 gentium figuratiter constituere. Quo constituto
 si in minori sphaera siue in qualibet alia sphaera si
 mile corpus intelligibiliter constituatur erit pro
 portio corporis multarum basium intra maiorem spheram cō
 stituti ad corpus multarum basium intra minorem spheram vel
 aliam constitutum sicut diametri maioris spheræ ad diametrum
 minoris vel alterius spheræ proportio triplicata.

¶ Sint propositæ due spheræ .a.b.c.d. & .e.f. vnum atq; idem centrum
 quod sit .g. habentes & sit maior earum sphaera .a.b.c.d. minor vero spher
 ra .e.f. volumus aut intra maiorem earum vnum corpus multarum basium
 constituere: de quibus non intendimus q; ipse bases sint equales aut simi
 les sed q; nulla earum tāgat superficiem minoris spheræ. Cum igitur hoc volue
 rimus facere secabimus simul vtranq; propositarum spherarum vna pla
 na superficie per commune centrum earum transeuntes eruntq; ex diffini
 tione spheræ & diffinitione circuli communes sectiones huius secantis su
 perficie & superficierum spherarum propositarum lineæ continentes cir
 culos. sint itaq; duo circuli .a.b.c.d. & .e.f. quorum centrum est centrum
 spheræ de quo propositum est quod ipsum sit .g. Quadrabimus igitur
 hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum
 orthogonaliter secantibus que sint .a.c. & .d.b. postea maiori circulo scdm
 precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo
 suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exempli causa
 inscripsisse duodecagonum equilaterum ita q; in quadrante ipsius maioris
 circuli q; e.c.d. sint tria latera huius duodecagoni que sint corde .d.h.h.k.
 & .k.e. que cum sint equales erunt quoq; ex prima parte .27. tertii arcus ear
 rum equales. Dehinc a duobus punctis .h. & .k. que sunt extremitates me
 die corde producemus duas diametros que sint .h.m. & .k.l. & super cen
 trum .g. erigemus lineam .g.n. perpendiculararem ad superficiem circuli.
 a.b.c.d. quam producemus quousq; obuiet superficiem spheræ maioris
 super punctum .n. ¶ Deinde intelligam quatuor superficies secantes

sphaeras propositas : quarum vnaqueq, secet eas super lineam. g.n. sed prima earum supra lineam. g.n. & diametrum. d.b. secunda super lineam g.n. & diametrum. h.m. tertia vero sepe lineam. g.n. & diametrum. k.l. quarta autem super lineam. g.n. & diametrum. c.a. Eruntq, ex diffinitionibus sphere & circuli communes sectiones harum superficierum & superficiei sphere maioris linee continentis circulos & erunt portiones inscripte vt inter punctum. n. & quatuor puncta que sunt. d.h.k.c. quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt. d.n.h.n. & k.n. & c.n. hoc autem ideo euenit eo qd oēs anguli quos continet linea. g.n. cū vnaquaq, diameterum protractarum in superficie circuli. a.b.c.d. sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem. Recti vero anguli in cetro quarte circumferentie subtenduntur. quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum equalium manifestum est qd vnus quisq, horum quatuor circulorum est equalis circulo. a.b.c.d. Nam diameter oīum ipsoꝝ ē diameter sphere maioris. igit per. 15. qnti quadrates eorum sunt equales: quare quinq, arcus qui sunt. d.n. h.n. k.n. c.n. & d.c. sunt equales. In vnoquoq, ergo quatuor quadratum circulorum erecto rum coaptentur ypothemisales chorde quarum quelibet sit equalis chorde circuli prostrati que sunt latera polygonii sibi inscripti & est vna eazꝝ corda. d.h. sintq, in primo quidem. d.q.q.r. & r.n. in secundo vero. h.s.s. t. & t.n. in tertio autem. k.u.u.x. & x.n. & in quarto sint. c.o.o.p. & p.n. & protrahantur corausta coniungentes capita ypothemisalium chordarū que sint. q.s.s.u.u.o. & r.t.t.x.x.p. Vides igitur quarte parti superioris hemisperii maioris sphere que quidem quarta pars est. d.n.c. inscriptum eē corpus. 9. basium quarum tres que coeunt in puncto. n. sunt triangule. cetera autem sunt quadrangule. suntq, harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autem inter quosq, duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē & chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicē equales. ¶ Hoc autem scies si p perpendiculares a coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis demiseris. de quibus constat qd ipse cadet super diametros circulorum quos corausti cotinuant quod ex demonstratis in. 13. 11. facile deprehendes. Verbi gratia. Sint a duobus terminis corausti. q.s. demisse due ppendiculares. q.y. & s.3. cadentes in diametris. d.b. & h.m. & protrahantur linee. q.d.s.h. & y.3. eruntq, ex quarta sexti duo trianguli. q.y.d. & s.3.h. similes quare proportio duarum perpendiculariū. q.y. & s.3. erit sicut duarum cordarum. q.d. & s.h. cunq, sint corde equales erunt etiam & ppendiculares equales. At ipse sunt equidistantes ex sexta. 11. ergo ex. 33. primi coraustus. q.s. est equalis & equidistans line. y.3. & quia ex secunda parte secunde sexti line. y.3. est equidistans corde. d.h. & ideo minore ea sequitur ex. 9. vndecimi vt coraustus. q.s. sit etiam eqdistans corde. d.h. & minor ea ex^a conceptione. Cum itaq, corde que sunt latera polygonii inscripti circulo iacenti & ipse sunt omnes equales corde. d.h. non tangant spheram minorem: necesse est vt nullum latus harum basium corporis inscripti siue quadrangule sint siue trigone tangat eandem minorem spheram cum omnia hec latera sint ipsis cordis equalia aut miora. Simpliciter aut dico qd nulla etiam harum basium de quibus omnibus manifestum est ex secunda parte secunde. 11. qd ipse sunt tote in superficie vna pōt aliquo sui puncto contingere minorem spheram eo qd omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq, earum equidistanter corausto minor est necesario corda prostrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quattarum maioris sphere tam superioris hemisperii qd inferioris ad eius similitudinem quadrilateris trilaterisq, superficieribus subtexantur: eritq, maiori sphere corpus. 72. basium superficiem minoris sphere minime tangentium queadmodū ppositum fuerat inscriptū. Dico insup qd si alia qd





libet sphaera simile corpus statuatur erit proportio vnus ad alterum sicut diametri vnus sphaera ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim .72. bases vtriusq; corporis bases totidem lateratarum pyramidum quarum omnium vertices erunt in centrīs ipsarum sphaerarū. In has autem pyramides superficies, si a singulis angulis inscriptorum corporum qui sunt extremitates cordarum & coraustorum lineas ad centra sphaerarum produxeris. Stude itaq; ex diffinitione similium corporum probare cunctas pyramides vnus esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex .8. huius proportio vnus cuiusq; earum ad suam relatiuam alterius sicut proportio semidiametrorum sphaerarum ipsarum triplicata. sunt enim semidiametri sphaerarum latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum & diametrorum est ex .15. quinti vna proportio ex .13. eiusdem facile concludes propositum.

Castigator.

a Cum polygonum descriptum secundum quantitatem lineae .y. 3. sit pars polygoni descripti secundum quantitatem lineae seu corde .d. b. v. patet intuenti quoniam diametri suorum circulorum quibus imaginatur inscribi sunt inequales &c.

Propositio .15.



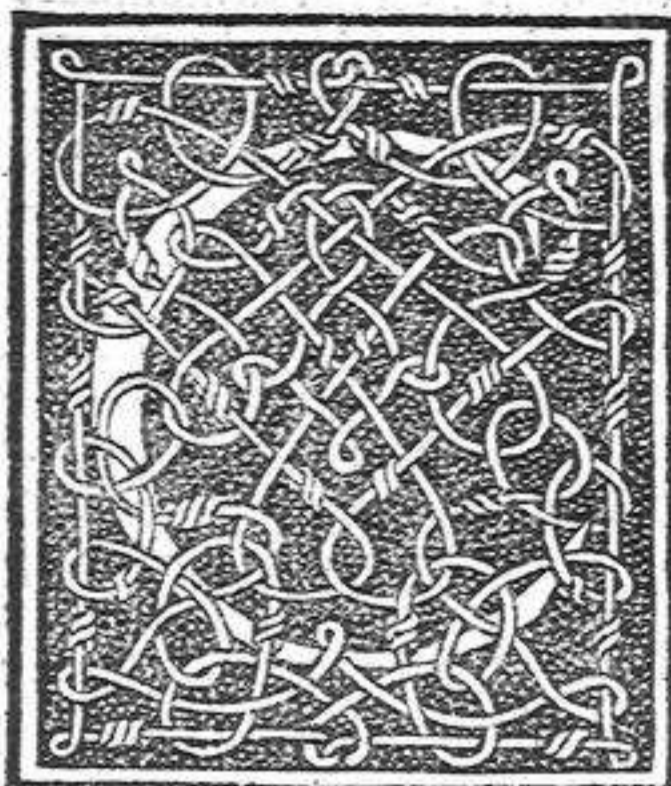
Proportio duarum sphaerarum est proportio alterius ad alteram tanquam siue diametri ad diametrum alterius proportio triplicata.

Sint due sphaerae .a. b. & .c. d. quarum diametri sint .a. b. & .c. d. dico q; proportio earum est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est quoniam neq; ad minorem sphaeram q̄ sit sphaera .c. d. neq; ad maiorem est proportio sphaerae .a. b. sicut diametri .a. b. ad diametrum .c. d. triplicata. Esto quidem proportio sphaerae .a. b. ad sphaeram .e. f. sicut diametri .a. b. sphaerae .a. b. ad diametrum .c. d. triplicata; demonstrabo itaq; q; sphaera .e. f. non potest esse minor neq; maior q̄ sphaera .c. d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem imaginabor eam includi a sphaera .c. d. & circumduci ab eodem centro & inscribam sphaerae .a. b. corpus multarum basium sphaeram .e. f. minime tangentium quod iam dicatur .c. d. & inscribam .a. b. corpus multarum basium simile corpori multarum basium .c. d. q̄d ēt noīe sphaerae dicat .a. b. Et sphaera .c. d. aliud huic simile q̄d ēt dicat noīe sphaerae .c. d. vt in p̄missa ostensum est. constat itaq; ex sc̄da parte p̄missae .c. n. quinti q; proportio sphaerae .a. b. ad sphaeram .e. f. est sicut corporis multarum basium quod est .a. b. ad corpus multarum basium; quod est .c. d. vtraq; enim est sicut diameter .a. b. ad diametrum .c. d. triplicata; hec autē ex ypothe. illa vero ex secunda parte p̄missae; quare permutatim proportio sphaerae .a. b. ad corpus multarum basium .a. b. est sicut sphaera .e. f. ad corpus multarum basium .c. d. Cum igitur sphaera .a. b. sit maior corpore multarum basium .a. b. erit etiam sphaera .e. f. maior corpore multarum basium .c. d. hoc autem est impossibile. nā ipsa est ps eius; nō ē ergo sphaera .e. f. minor sphaera .c. d. Si autem dicat aduersarius esse maiorem confutabimus ipsum hoc modo: erit enim per conuersam proportionalitatem sphaera .e. f. ad sphaeram .a. b. sicut diametri .c. d. ad diametrum .a. b. triplicata, sit itaq; eadē sphaera .c. d. ad sphaeram .g. h. eritq; ex .14. quinti sphaera .g. h. minor sphaera .a. b. eo q; sphaera .c. d. posita ē minor sphaera .e. f. q̄re proportio sphaerae .c. d. ad aliquā sphaeram minorem sphaera .a. b. ē sicut diametri .c. d. ad diametrum .a. b. triplicata. At hoc est impossibile; nam ex hoc sequitur q; pars sit maior suo toto vt demonstratū est p̄ius. itaq; sphaera .e. f. non est maior neq; minor q̄ sphaera .c. d. igitur ex .7. quinti concludere propositā conclusionem que imponit finem libro duodecimo.

Explicit liber duodecimus.

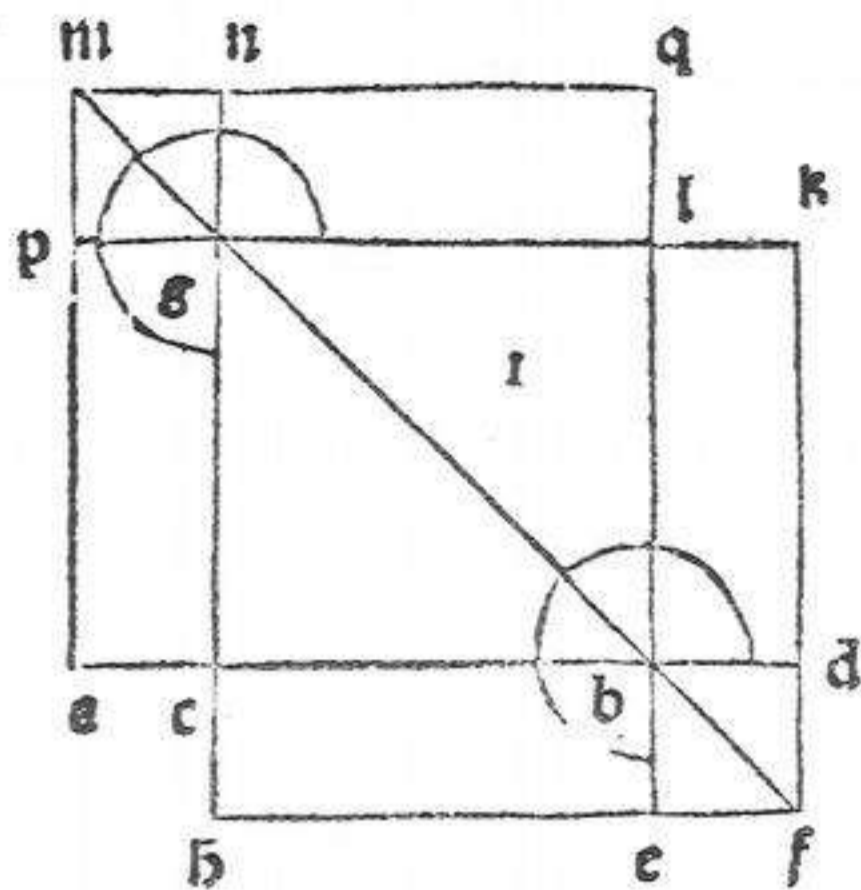
Liber tertiusdecimus Euclidis de admiranda vi linee secundum proportionem habentem medium duoque extrema diuise et quinque corporum regularium formatione ex perfecta Campani traductione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum castigatore optimo Incipit.

Propositio .1.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema: si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportio-
naliter diuise: quadratum linee ex eis duabus compositae quadrati medietatis eiusdem linee diuise quincuplum esse necesse est.

¶ Sit linea, a. b. diuisa in puncto. c. p. ut docet, 29. sexti. et sit maior portio eius linea. b. c. cui. b. c. directe adiungatur linea. b. d. que sit equalis medietati totius a. b. dico quod quadratum linee. c. d. erit quincuplum ad quadratum linee. b. d. Quadrabo enim lineam. b. d. et sit eius quadratum. d. e. et circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatem linee. b. c. protracta diametro. f. b. g. sitque circumpositus gnomon. e. g. d. eritque ex. 22. sexti superficies inde composita que sit. h. k. tanquam quadratum linee. c. d. Dico igitur quadratum. h. k. quincuplum esse ad quadratum. d. e. Sit igitur. e. l. quadratum circumpositi gnomonis sibi que circumponatur alius gnomon ad quantitatem linee. a. c. protracta diametro. f. b. vsque ad. m. sitque hic gnomon. c. m. l. et protrahantur linee. c. n. et p. l. equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrum. f. m. in puncto. g. Manifestum est autem ex. 22. sexti quod compositum ex hoc secundo gnomone et quadrato. c. l. et ipsum quadratum sit. a. q. est quadratum linee. a. b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplum ad quadratum. d. e. eo quod linea. b. d. est medietas linee. a. b. cumque sit ex prima parte. 16. sexti superficies. a. n. ideoque per. 43. primi superficies. m. l. equalis quadrato. c. l. prouenit enim. a. n. ideoque et. m. l. ex. b. a. in. a. c. et. c. l. prouenit ex. c. b. in se et cum ex prima sexti sit. a. l. dupla ad. l. d. ideoque equalis. l. d. et. c. e. pariter acceptis ex. 43. primi erit ex hac communi scientia si equalibus equalia addas tota fient equalia: quadratum. a. q. equale gnomoni. e. g. d. hic ergo gnomon quadruplus est ad quadratum. d. e. quemadmodum erat quadratum. a. q. itaque totum quadratum. h. k. cum ipsum constet ex simplo et quadruplo erit ex communi scientia quincuplum ad idem quod est propositum. Idem aliter ex quarta secundi constat quod quadratum linee a. b. est quadruplum ad quadratum linee. b. d. At per secundam eiusdem quod fit ex. a. b. i. b. c. et in. a. c. est equale quadrato. a. b. quod autem ex. a. b. in. b. c. equum est ei quod ex. b. d. bis in. b. c. quod ex prima secundi manifestum est cum. a. b. sit dupla ad. b. d. At vero quod ex. a. b. in. a. c. est ex prima parte. 16. sexti equale quadrato. b. c. itaque per communem scientiam quod fit ex. b. d. bis in. b. c. et quod ex. b. c. in se est equale quadrato. a. b. et ideo est quadruplum ad quadratum. b. d. quare superaddito quadrato. b. d. erit totum aggregatum quincuplum ad quadratum. b. d. videlicet illud quod fit ex. b. d. bis in. b. c. cum quadrato. b. c. et quadrato. b. d. at quia ex quarta secundi hoc totum est equale quadrato. c. d. constat verum esse quod diximus.



Propositio .2.



Icuiuslibet linee bipartite cuius quadratū quadrati alterutrius suarum portionum fit quincuplum in longum sibi linea addatur donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex: eadem duplex linea scdm proportionem habentem mediū duosq; extrema diuisa erit maiorq; portio eius erit linea media.

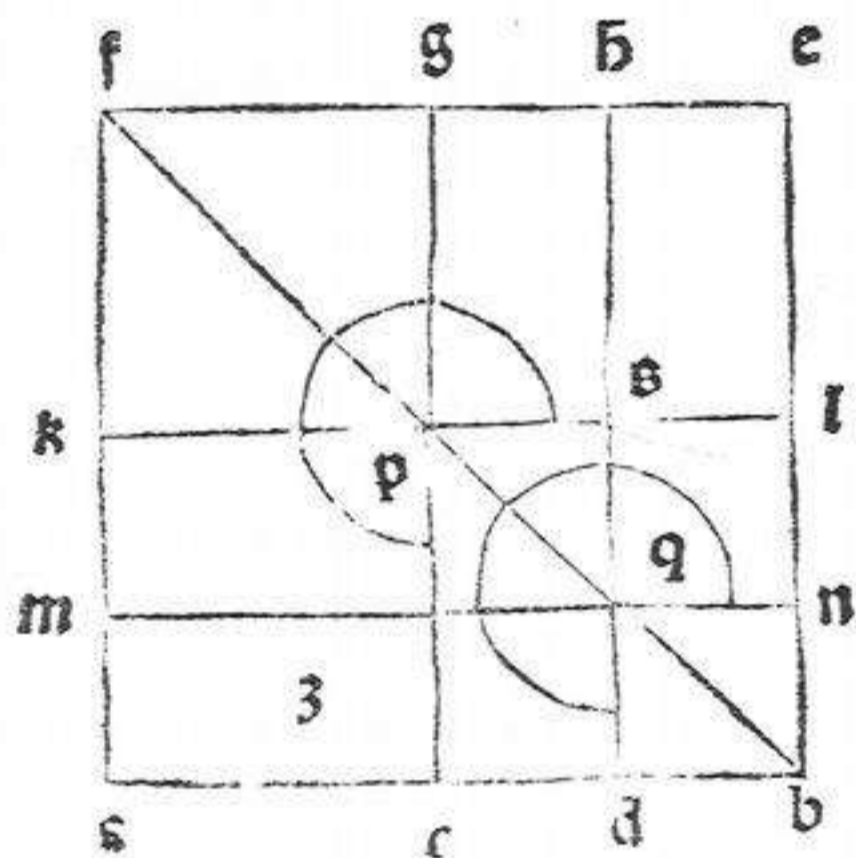
Hec est conuersa premissis duplici quoq; modo sicut illa demonstrabitur via retrograda eadem prorsus manente dispoſitione. Verbi grā, sit quadratum h, k quincuplum ad quadratum d, e . f linea a, b dupla ad lineam b, d . dico qd linea a, b diuisa est in puncto c scdm proportionem habentem mediū f duo extrema f maior portio eius est linea media vt est c, b . Constat autē ex 4. secundi qd quadratum a, q quadruplum est ad quadratum d, e . itaq; gnomon g, d, e equalis est quadrato a, q . quare duo supplementa l, d f, c, e pariter accepta sunt quantum gnomon c, m, l . Atq; eadē supplementa pariter accepta sunt ex prima sexti quantum a, l ideoq; quantum c, q sequitur qd c, q sit equalis gnomoni c, m, l dempta igitur ab utroq; superficie l, n erit quadratum c, l equalis superficie a, n cum igitur fiat superficies a, n ex a, b in a, c , sit autē quadratum c, l quadratū linee c, b , erit ex scda parte 16. sexti proportio a, b ad b, c sicut b, c ad c, a ex definitione ergo linee scdm proportionem habentem mediū f duo extrema diuise positam in principio sexti libri cōclude ppositū. **I**tem aliter cum quadratū c, d sit ex ypothesi quincuplū ad quadratum b, d quadratum vero a, b sit ex quarta secundi quadruplū ad idem. at quadratū c, d sit ex eadem equalē quadrato c, b f quadrato b, d f ei qd fit ex b, d bis in c, b sequitur vt illud qd fit ex b, d bis in c, b cum quadrato c, b sit equalē quadrato a, b sed ex b, d bis in c, b tñ est quantum qd fit ex a, b in b, c eoq; a, b dupla est ad b, d ergo quod fit ex a, b in b, c cū quadrato b, c est equalē quadrato a, b f quia ex scda scdi quod fit ex a, b in b, c f in a, d ē eqle quadrato a, b sequit ex cōscientia vt quadratum linee b, c sit equalē ei quod fit ex a, b in a, c igitur ex secunda parte 16. sexti f definitione cōstat ppositum.

Propositio 3.



Si diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem mediū z duo extrema si minori portio in tanq; dimidium maioris directe innatur erit vt quadratum linee inde composite quincuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

Sit linea a, b diuisa in puncto c secundum proportionem habentem mediū f duo extrema. sitq; eius maior portio linea c, b q; diuidat p equalia in d . dico qd quadratum linee a, d est quincuplum ad quadratum linee c, d . describatur enim quadratum a, b quod sit a, e , in quo protrahatur diameter b, f f linee g, c f d, h itemq; k, l f m, n equidistāter lateribus oppositis secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis p f q f extra diametrum in duobus aliis locis r f s . manifestū igitur est ex 22. sexti vel ex correlario quarte secundi: qd oēs superficies existentes in quadrato a, e quas diameter diuidit per mediū sunt quadrare: quatuor autem superficies que sunt $a, r, m, p, p, h, f, s, e$ constat ex 43. primi f prima sexti eē adinuicem eqles. nam due postreme p, h, f, s, e sunt adinuicē equales ex prima sexti quoniā igr ex pñti ypothesi f definitione linee scdm q; pponitur diuise f pma parte 16. sexti quadratum c, l est eqle superficie a, g ideoq; f gnomoni r, s, j pp id quod superficies a, r est equalis superficie p, h, f, q, m ex quarta secundi quadratum c, l est quadruplum ad quadratum r, j qd est tanq; quadratum linee c, d sequitur ex cōscientia qd quadratum m, h sit quincuplum quadrati r, j cōstat enim ex gnomone quadruplo f, r, j simplo. hoc autē est ppositū. **I**dem aliter cum sit linea b, c diuisa p equalia in puncto d f addita est ei linea a, c erit ex 6. secundi quod fit ex



a. b. in. a. e. cum quadrato. c. d. interiacentis equale quadrato. a. d. at quia quod fit ex. a. b. in. a. c. equale est quadrato. c. b. ex prima parte. 16. sexti hoc aut est quadruplum ad quadratum. c. d. manifeste patet veritas eius quod dicitur. Potes quoque si libet et duplici modo ex consequente huius sui ante concludere processu retrogrado. Sit. n. eadem dispositione manente quadratum. m. h. quinquuplum ad quadratum. r. s. eritque gnomon. r. f. s. equale quadrato c. l. Vtrique. n. e. quadruplum ad quadratum. r. s. at quia superficies. a. g. e. equalis gnomoni predicto necesse est ut superficies eadem sit equalis quadrato predicto. quare ex secunda parte. 16. sexti. et diffinitione linea. a. b. e. diuisa in puncto. c. secundum proportionem habentem medium et duo extrema: et maior portio eius est linea c. b. Idem aliter cum sit ex ypothesi quadratum linee. a. d. quinquuplum ad quadratum linee. c. d. et ex. 6. secundi idem ipsum quadratum sit equale ei quod fit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sequitur ut id quod fit ex. a. b. in. a. c. cum quadrato. c. d. sit quinquuplum ad idem quadratum. c. d. ideoque eo dempto erit residuum videlicet quod fit ex. a. b. in. a. c. quadruplum ad ipsum et quare et ex quarta secundi quadratum linee. c. b. est quadruplum ad idem necesse est ut quod fit ex. a. b. in. a. c. sit equale quadrato. c. b. quare itez ex secunda parte. 16. sexti et diffinitione linea. a. b. est diuisa secundum proportionem habentem medium et duo extrema in puncto. c. et maior eius portio est linea. c. b.

Propositio .4.



Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa eius in longum directe tanquam maior sectio adiciatur: et ita tota linea inde compositam secundum proportionem habentem medium et duo extrema diuisam esse et erit eius maior portio linea prima.

Sit linea. a. b. diuisa qua supponit proportionem in puncto. c. et sit eius maior portio. c. b. totique. a. b. adiciatur directe linea. b. d. que sit equalis. c. b. dico quod tota. a. d. eadem proportione diuisa est in puncto. b. et maior eius portio est linea. a. b. que est linea prima. Est. n. ex diffinitione. a. b. ad. b. c. sicut. b. c. ad. c. a. at quia ex septima quinti. a. b. ad. b. d. sicut ad. b. c. igitur ex vndecima eiusdem. a. b. ad. b. d. sicut. b. c. ad. c. a. Quarum pro conuersam. proportio aliter. b. d. ad. b. a. sicut. a. c. ad. c. b. et coniunctim. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. c. Cumque sit ex septima quinti. a. b. ad. b. c. sicut ad. b. d. erit ex vndecima eiusdem. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. Itaque ex diffinitione linea. a. d. diuisa est in puncto. b. secundum proportionem habentem medium et duo extrema et maior portio eius est linea. a. b. quod est propositum. Eodem quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundum predictam proportionem diuise tanquam minor portio detrahatur. erit ipsa maior portio secundum eandem proportionem diuisa. eritque maior portio eius linea detracta. verbi gratia. Sit linea. a. b. sicut proponitur in puncto. c. diuisa sitque maior portio. a. c. a qua detrahatur c. d. equalis. c. b. dico quod. a. c. est diuisa secundum proportionem eandem in puncto. d. et quod maior portio eius est linea. d. c. Cum enim sit ex diffinitione. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. b. At ex septima quinti. a. c. ad. c. b. sicut ad. c. d. erit ex vndecima eiusdem. b. a. ad. a. c. sicut. a. c. ad. c. d. ideoque pro. 19. quinti: sicut. c. b. residuum ad. d. a. residuum. Sed ex septima eiusdem. c. b. ad. d. a. sicut. c. d. ad. d. a. itaque. a. c. ad. c. d. sicut. c. d. ad. d. a. ex diffinitione ergo constat quod diximus. Nec igitur ea quam auctor proponit additio nec ea quam ex opposito proponimus detractio quantumcumque vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.



Propositio .5.



Secundum proportionem habentem medium et duo extrema quolibet linea fuerit diuisa quod ex tota linea quodque ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta triplum sunt eius quod ex maiore portione quadratum describitur.

¶ Sit linea .a.b. diuisa per sepe dictam proportionem in puncto .c. sitq; maior portio eius linea .c.b. dico q; quadrata duarum linearum .a.b. & .c.b. a. pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee .c.b. Hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum .c. b. & duplum eius quod fit ex .a.b. in .a.c. I teniq; quia quod fit ex .a.b. in .a.c. est equale quadrato .c.b. ex diffinitione & prima parte .16. sexti; manifestum est propositum. **Propositio .6.**



Anis rationalis linee secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuise vtriusq; portionem residuum esse necesse est.

¶ Sit linea .a.b. secundum solitam proportionem diuisa in puncto .c. rationalis. dico q; vtraq; portio eius est residuum. Sit enim maior eius portio .a.c. cui directe adiu-

ciatur .a.d. equalis dimidio totius .a.b. eritq; etiam .d.a. rationalis ex .6. decimi libri & diffinitione. Constat autem ex prima huius q; quadratum linee .d.c. quincuplum est ad quadratum linee .d.a. igitur linea .d.c. est communicans linee .d.a. in potentia ex diffinitione. sed non in longitudine ex vltima parte .7. decimi quare per .68. decimi linea .a.c. est residuum cum due linee .c.d. & .d.a. sint ambe rationales potentialiter tantum communicantes. & quia iterum si ad lineam rationalem .a.b. adiungatur superficies equalis quadrato linee .a.c. que e residuum erit latus eius secundum linea .c.b. ex prima parte .16. sexti necesse est ex .92. decimi vt linea .c.b. sit residuum primum. Quare constat propositum. Amplius autem si linee sic diuise vt proponitur maior portio fuerit rationalis: erit minor residuum verbi gratia. sit vt prius .a.b. diuisa in .c. secundum dictam proportionem & maior portio eius que est .a.c. sit rationalis que diuidatur per equalia in .d. eritq; ex tertia huius quadratum d.b. quincuplum ad quadratum .d.c. at quia .d.c. est rationalis cum ipsa sit dimidium .a.c. sequitur vt due linee .d.b. & .d.c. sint rationales potentialiter tantum communicantes quare vt prius linea .c.b. est residuum. at vero si linea rationalis in potentia tantum secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuidatur adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuum. Sit enim .a.b. rationalis in potentia tantum diuisa sicut proponitur in puncto .c. & sumatur aliqua rationalis in longitudine que sit .d.e. que etiam diuidatur in .f. secundum predictam proportionem. Manifestum est igitur ex secunda .14. libri que sine adminiculo alicuius eorum que sequuntur incocussa demonstratione roborat q; pportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. & sicut .c.b. ad .f.e. Cum ergo .a.b. coicet cum .d.e. in potentia sequit ex pma pte .10. decimi q; .a.c. coicet cum .d.f. & .c.b. cum .f.e. in potentia. Et q; vtraq; portio linee .d.e. est residuum vt patet ex predictis sequitur ex .98. decimi vt vtraq; portio linee .a.b. sit et residuum sed no eiusdem speciei vt ibidem demonstratum est. Quare constat q; ois linee ronalis in longitudine vel in potentia tm fm pportionem hntem medium & duo extrema diuise vtraq; portio e residuum. Et nota q; prima ps pntis demonstratiōis qua demonstrat q; maior portio linee diuise fm pportioem hntem medium & duo extrema sit residuum si tota linea sit ronalis pcedit ex sufficientibus siue tota linea ponat ronalis in longitudine siue in potētia tm. Secda no pars qua demonstrat hoc de minori portione q; ipsa quoq; sit residuum si tota est ronalis non pcedit ex sufficientibus nisi tota sit ronalis in longitudine. Tertia aut ps q; pbatur q; minor portio est residuum sufficēter pcedit siue maior portio sit ronalis in longitudine siue in potentia tm. Ad concludendum igr de maiori portioe linee pdicto modo diuise q; ipsa sit residuum sufficit ponere totam lineam diuisam esse ronale in potentia tm sed ad cōcludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portioē maiorem. similiter ronale in potentia tm. sed ad cōcludendum hoc de minori portione mediāte tota necesse est ponere totā lineam esse ronale in longitudine aut vt edum est secunda .14. libri que admodū dū ē



Propositio .7.



Iquis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangularis quoque idem pentagonus esse probatur.

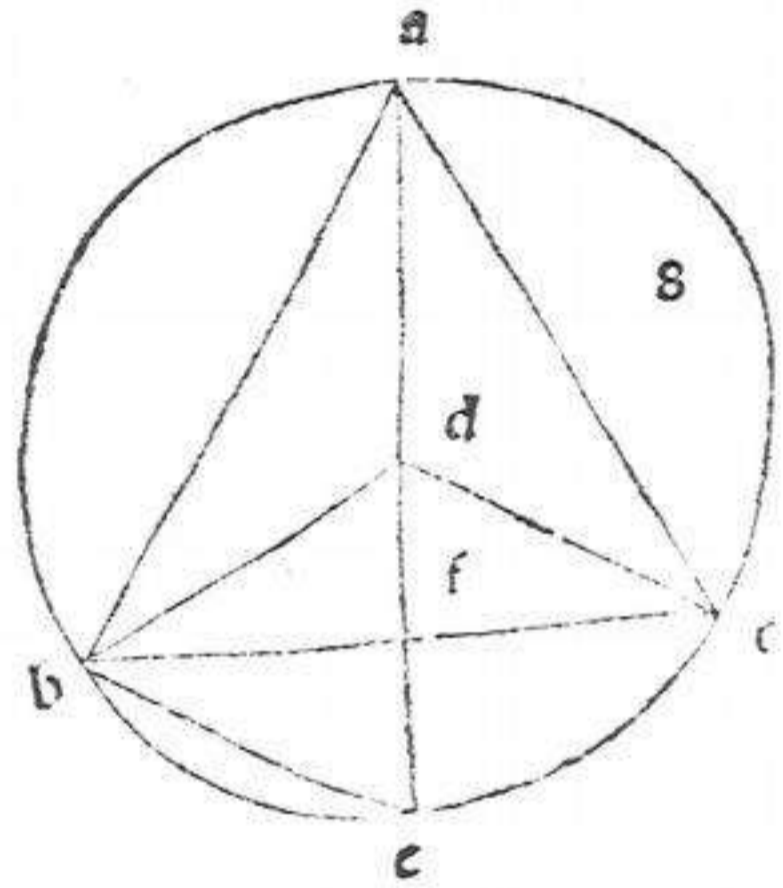
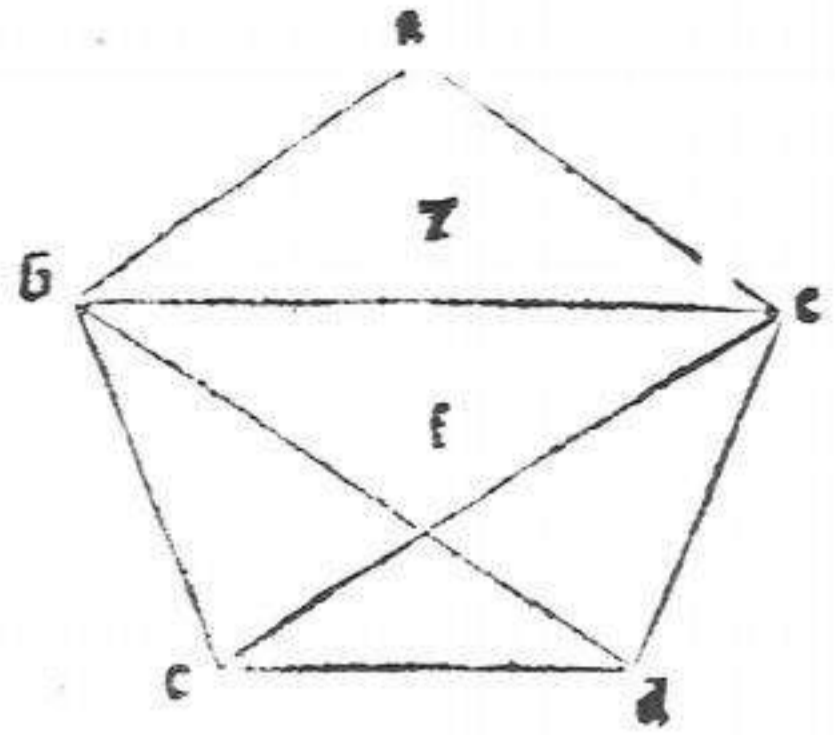
Sit pentagonus .a. b. c. d. e. equilaterus. sintque quilibet tres eius anguli siue continue siue incontinue sumantur adinuicem equales & sint prius incontinue sumpti. sintque anguli .a. c. d. illi tres qui ponuntur adinuicem equales dico totum pentagonum esse equiangularum. His angulis subtendantur chorde .b. e. b. d. & .e. c. & totus pentagonus diuidatur in trigonum & quadrilaterum cuius due diagonales sint chorde duorum proximorum equorum angulorum secantes se intra quadrilaterum ipsum in puncto .f. eritque per quartam primi basis .b. e. equalis basi .b. d. & angulus .a. e. b. equalis angulo .c. d. b. Cumque per quintam primi angulus .b. e. d. sit equalis angulo .b. d. e. eo quod duo latera .b. e. & .b. d. sunt equalia. erit ex communi scilicet totalis angulus .e. equalis totali angulo .d. Si vero probabis totale angulum .b. esse equallem angulo totali .c. Est enim per quartam primi basis .b. e. equalis basi .c. e. & angulus .a. b. e. equalis angulo .d. c. e. per quintam autem eiusdem .f. primi est angulus .e. b. c. equalis angulo .e. c. b. igitur ex communi scilicet totalis angulus .b. est equalis totali angulo .c. Sint itaque tres anguli .b. c. d. continue sumpti equales & sic quoque erit pentagonus equiangularis: erit enim ex .4. primi basis .b. d. equalis basi .c. e. & angulus .c. d. b. angulo .d. e. c. & angulus .b. d. c. angulo .e. c. d. quare per sextam primi due linee .c. f. & .f. d. erunt equales cum duo anguli trianguli .f. c. d. qui sunt ad basim .c. d. sint equales. Igitur ex hac communi scilicet si ab equalibus erit linea .f. b. equalis linee .f. e. erat enim tota .b. d. equalis toti .c. e. ideoque per quintam primi erit angulus .f. b. equalis angulo .f. e. b. per eandem autem est angulus .a. b. e. equalis angulo .a. e. b. Itaque per communi scilicet angulus .b. totalis est equalis angulo .e. totali tres enim partiales anguli componentibus unum sunt equales tribus partibus componentibus alium unum quodque suo relativo. Manifestum est igitur quod tres anguli .e. b. c. non continue sumpti in proposito pentagono sunt equales. Cum autem sic demonstratum est totum pentagonum esse equiangularum utrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.



In isosceles triangulo equilateri quod a latere suo quadratum describitur triplum est quadrato dimidii diametri circuli a quo triangulus ipse circumscribitur.

Sit triangulus .a. b. c. equilaterus cui circumscribatur circulus .a. b. c. supra centrum .d. quemadmodum docet quinta quarti libri & protrahatur in eo diameter .a. d. e. dico ergo quod quadratum linee .a. b. triplum est ad quadratum semidiametri .a. d. Ducantur enim due linee .b. d. & .d. c. & arcui .b. e. subtendatur chorda .b. e. eritque ex octava primi angulus .b. a. d. equalis angulo .c. a. d. quare per vltimam sexti arcus .b. e. est equalis arcui .e. c. Et quia ex .27. tertii tres arcus .a. b. b. c. & .c. a. sunt adinuicem equales eo quod eorum chorde que sunt latera trigoni sunt equales ex hypothesi. Erit arcus .b. e. sexta pars circumferentie. ideoque chorda .b. e. erit latus hexagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per correl. 15. quarti linea .b. e. est equalis semidiametro .a. d. Manifestum est autem ex prima parte. 30. tertii quod angulus .a. b. e. est reclusus. ideoque quadratum linee .a. e. est equale quadrato duarum linearum .a. b. & .b. e. pariter acceptis ex penultima primi. At vero quadratum .a. e. quadruplum ad quadratum .b. e. ex quarta secundi cum linea .a. e. sit dupla .b. e. Relinquitur ergo quadratum .a. b. triplum esse ad quadratum .b. e. & ideo ad quadratum .a. d. quod est propositum. Non lateat autem nos quod linea .b. c. que est latus trigoni diuidit semidiametrum .d. e. per equalia. Esto quidem punctus diuisionis .f. constat igitur ex quarta primi quod .b. f. est equalis .f. c. ideoque per primam partem tertie tertii omnes anguli qui sunt ad .f. sunt reclusi. Quare ex penultima primi quadratum .b. d. est equale quadrato duarum linearum .d. f. & .f. b. Quadratum vero .b. e. equalis quadrato duarum linearum que sunt .b. f. & .f. e. Et quia .b. d. est equalis .b. e. erunt



ex cōi scia duo quadrata duaz lineaz, b. f. & f. d. pariter accepta equalia duobus quadratis duaz lineaz, b. f. & f. e. pariter acceptis. Dempto igitur vtrinque quadrato. b. f. erit ex cōi scia quadratum. f. d. residuum equale quadrato. f. e. residuo quare & linea. f. d. lineae. f. e. ex hac cōi scia quaz quadrata sunt equalia eas lineas esse equalis. Ex hoc itaq; manifestum est qd perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis est dimidio lineae ductae a centro eiusdem circuli ad ipsius circumferentia.

Castigator.

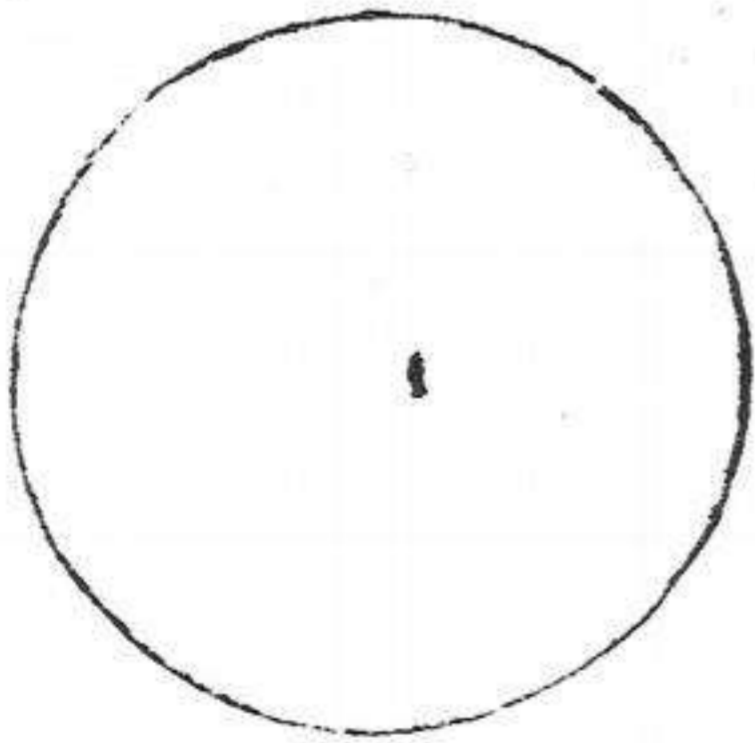
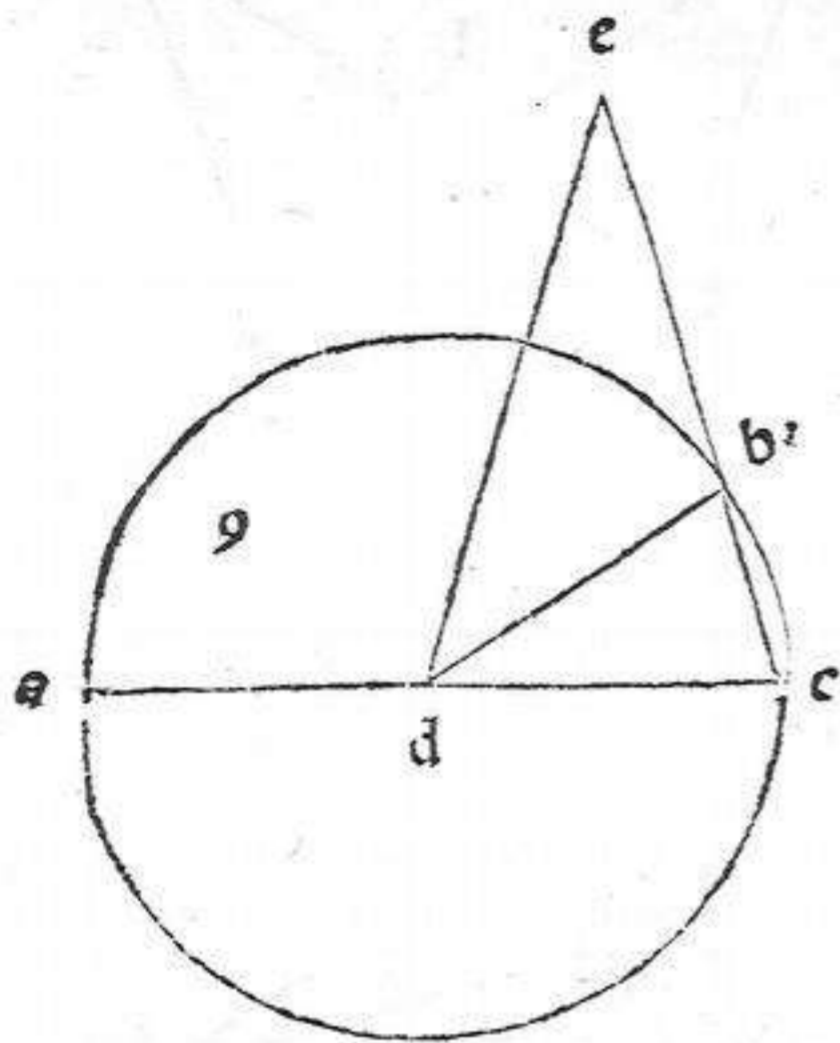
¶ Quia duo anguli ad. d. sunt equalis adinvicem & latera triangulorum illos continētia equalia. s. b. d. d. c. & d. f. cōe vtriq; triangulo.

Propositio 9.



P latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idemq; circulus circumscribit sibi inuicem in longum directumq; coniungantur totalinea ex eis composita sibi proportionem habentem medium & duo extrema diuisa erit maiorq; eius portio latus exagoni.

¶ Sit circulus. a. b. c. cuius centz. d. & diameter. a. d. c. sitq; arcus. c. b. quinta pars arcus semicirculi. a. b. c. cui subtendatur chorda. c. b. quam consistat esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti. A diuigaturq; lineae. c. b. incontinuum & directum linea. b. e. que ponatur esse equalis lateri exagoni equilateri predicto circulo inscripti. Dico totam lineam. c. e. diuisam esse. in parte. b. sibi proportionem habentem medium & duo extrema & maiorem eius portionem dico esse lineam. b. e. qd est latus exagoni. Ducant. n. in centz. duae lineae. e. d. & b. d. eritq; angulus. e. equalis angulo. b. d. e. ex. 5. primi p hoc qd linea. e. b. est equalis lineae. b. d. ex correl. 15. quarti angulus quoq; d. b. c. est equalis angulo. c. ex. 5. primi: quare ex. 32. primi angulus. a. d. b. erit duplus ad angulum. d. b. c. & quia p eadem angulus. d. b. c. est duplus ad angulum. e. sequitur vt angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. e. Est. n. ex cōi scia quadruplum quicquid fuerit duplum dupli. Cūq; sit et idem angulus. a. d. b. quadruplus ad angulum. b. d. c. ex vltima sexti eo qd arcus a. b. est quadruplus ad arcum. b. c. necesse est ex cōi scia vt angulus. e. sit equalis angulo. b. d. c. Si igitur intelligant duo trianguli. d. e. c. totalis. & b. d. c. partialis cū angulus. e. totalis sit equalis angulo. b. d. c. partialis & angulus. c. sit cōis vtriq; necesse est ex. 32. primi: vt ipsi sint equianguli: quare p quartam sexti proportio duorum laterum. e. c. & c. d. continentium angulum. c. in totali triangulo est sicut duorum laterum. d. c. & c. b. continentium eundem angulum in partiali triangulo qa ergo proportio. e. c. ad. c. d. est sicut ad. e. b. ex scda pte. 7. quinti. & d. c. ad. e. b. est sicut e. b. ad eadem ex pma pte eiusdem. Sequit ex. 11. quinti vt sit proportio. c. e. ad e. b. sicut. e. b. ad b. c. I gr a dione concludere ppositum lineam. e. c. esse diuisam sibi proportionem habentem medium & duo extrema & maiorem portionem eius esse latus exagoni qd oportuit non demonstrare. Conuersam quoq; demonstrare conuenit qd facile fiet via retrograda. Ea n. assumit Ptolomeus capitulo. 9. prime dictois almagesti ad demonstrandum quantitatem chordae arcuum circuli. Dico itaq; qd si linea quilibet sibi proportionem habentem medium & duo extrema diuidat cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni: eiusdem minor erit latus decagoni. At vobis cuius minor erit latus decagoni eiusdem maior erit latus exagoni. Sit. n. priori dispositioe manente linea. e. c. diuisa in puncto. b. sibi predictam proportionem & maior eius portio sit. e. b. dico qd cuiuscumq; circuli linea. e. b. est latus exagoni eiusdem est linea. b. c. latus decagoni. & cuiuscumq; circuli linea. b. c. est latus decagoni eiusdem est linea. e. b. latus exagoni. Intelligo aut hoc de exagonis & decagonis equilateralis. Si. n. sit. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti: erit per correl. 15. quarti. e. b. equalis. d. c. & quia proportio. e. e. ad. e. b. est sicut. e. b. ad b. c. ex ypothesi erit ex. 7. quinti. c. e. ad d. c. sicut d. c. ad. e. b. igitur ex. 6. sexti duo trianguli. e. d. c. & d. c. b. sunt equianguli Angulus ergo. e. est equalis angulo. b. d. c. ipsos enim latera proportionalia respiciunt. cumq; sit angulus



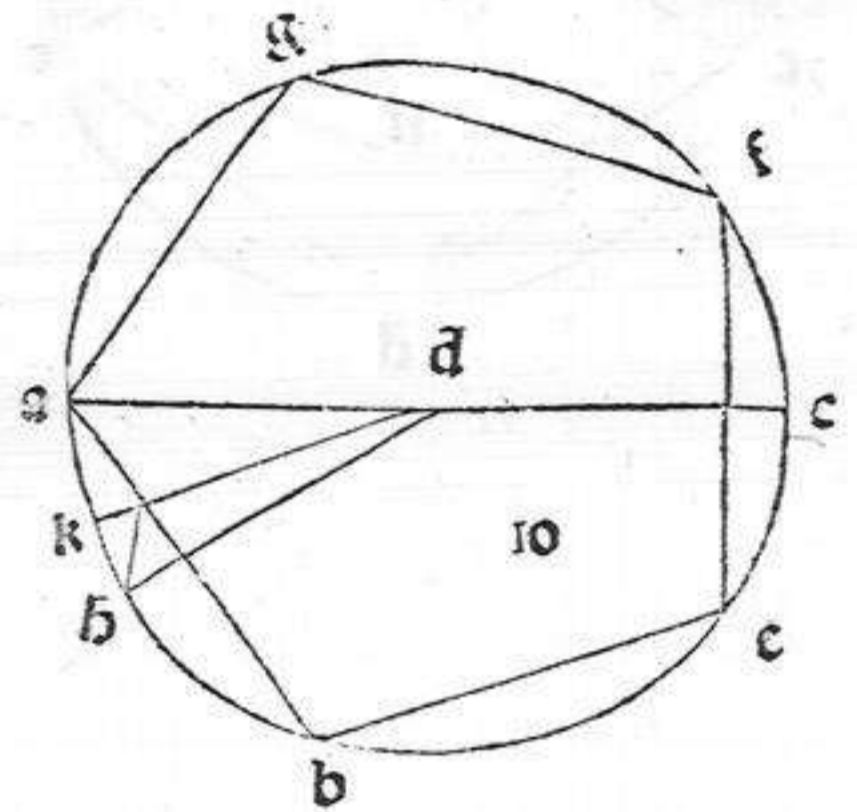
a. d. b. quadruplus ad angulum. e. ex. 32. primi bis assumpta. & quinta eius dem bis; sequit vt et idē angulus. a. d. b. sit quadruplus ad angulum. b. d. c. Ideoq; ex vltima sexti arcus. a. b. quadruplus est ad arcum. b. c. Linea igitur. b. c. est latus decagoni circulo. a. b. c. inscripti. Qd si linea b. e. fite rit latus decagoni circuli. a. b. c. erit. e. b. latus exagoni eiusdem. Sit. n. e. b. latus exagoni circuli. f. eritq; ex predictis. b. c. latus decagoni eiusdem. In telligantur igitur inscripti ee decagoni equilateri duobu; circulis. a. b. c. & f. quoz oia latera erunt equalia linee. b. c. & quia ois figura equilatera cir culo inscripta est equiangulara vt probatum est in. 15. quarti libri sequitur vtrosq; decagonos ee equi angulos. Cuiq; ois anguli vnus piter accepti sint equalis oibus angulis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in. 32. primi; necesse est ex hac coi scia quorūlibet equa lium decimas aut quota slibet ptes eiusde denotatiōis ee equalis vt vnus hoz decagonoz sit equiangularus alii. ideoq; similis ex dione similitū sibi pfi cietur. & quia si due figure similes duobus circulis inscribant; erit propor tio duoz relatiuoz latez illaz figurarum sicut duaz diametroz illoz cir culoz vt appar. t ex cor. d. 18. sexti libri & prima. 11. cum latera decagono rum similitum inscriptoz duobus circulis. a. b. c. & f. sint equalia sequitur vt diametri eoz sint equalis. ideoq; & semi diametri et equalis. Sūt autē se midiametri & latus exagoni equalia ex correlario decime quite quarti. Erit ergo linea. e. b. latus exagoni circulo. a. b. c. inscripti sicut ipsa est la tus exagoni circuli. f. sibi equalis. Hoc autē est quod demonstrare volui mus. Ex hac autem nōa huius. 13. libri noueris exortam esse decimam q̄r ti libri que duum equalium laterum proponit trigonum describendum cuius vterq; duorum angulorum quos basis obtinet ad tertium duplus exi stat. Talis enim est vterq; triangulorum. e. d. c. & d. c. b. & simpliciter om nis cuius duo latera sunt equalia maiori portioni alicuius linee diuise sibi proportionem habentem medium duocq; extrema & tertium quod est ba sis est equalis minori portioni linee eiusdem. Vel cuius duo latera sunt eq̄ lia lateri exagoni equilateri alicui circulo inscripti; basis vero est equalis lateri decagoni equilateri eidem circulo inscripti quod est propositum.

Propositio .10.

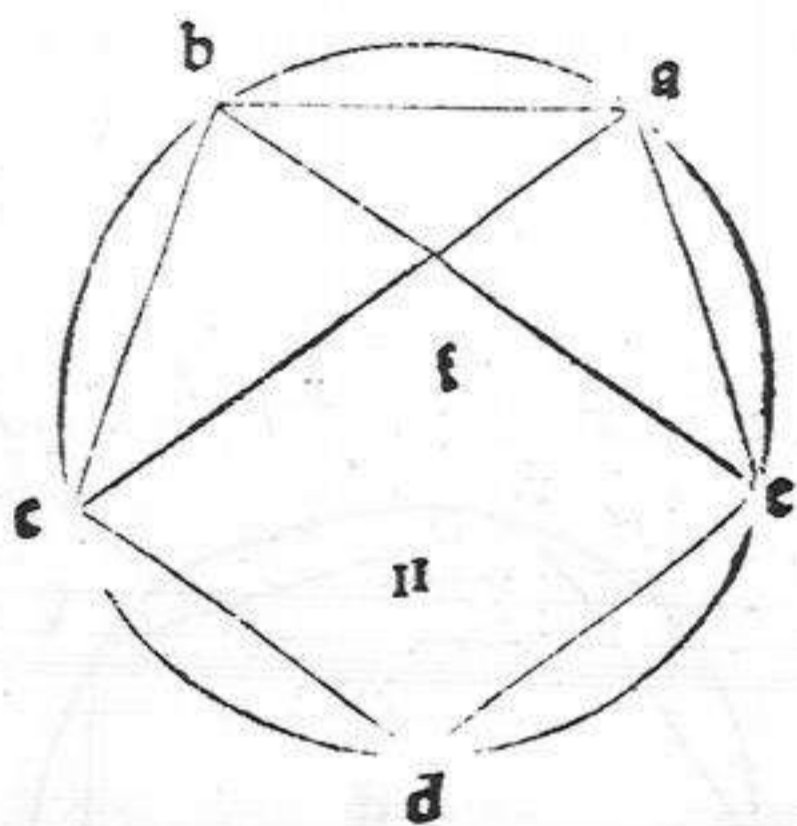


Ane latus pentagoni equilateri tanto potentius est latere exagoni equilateri quantum potest la tus decagoni equilateri si sint in eodē circulo any bo inscripti.

Sit circulus. a. b. c. cuius centrum. d. & diameter. a. d. c. inscribaturq; ei pentagonus eglaterus qui sit. a. b. e. f. g. & a centro. d. protrahatur perpendicularis ad latus. a. b. que producat vsq; quo obuiet circumferētie in puncto. h. sitq; d. h. & protrahatur due chor de. a. h. & h. b. que erunt equalis adinuicē ex secunda parte. 3. tertii & quar ta primi. ideoq; et duo arcus. a. h. & h. b. equalis adinuicem ex. 27. tertii. Est igitur vtraq; duarum chordarum. a. h. & h. b. latus decagoni equilate ri proposito circulo inscripti. Dico itaq; q̄ quadratum linee. a. b. que est latus p̄tagoni ē equalis duobus quadratis duaz lineaz. b. d. & a. h. piter acceptis quaz prima est equalis lateri exagoni ex cor. d. 11. quarti; & scda ē latus decagoni p̄trahat. n. a centro d. p̄pendicularis ad lineā a. b. q̄ est la tus decagoni q̄ producat vsq; ad circumferētiā; sitq; d. k. q̄ scet lineam a. b. q̄ est latus p̄tagoni in puncto. l. & Protrahat linea h. l. Cōstat autē ex scda pte tertie tertii & 4. p̄mi. 27. tertii q̄ linea. d. k. q̄ est p̄pendicularis ad chordam. a. h. simul diuidit p̄ equalia chordam & arcū. Ideoq; arcus. a. k. est eq̄lis arcui. k. h. Quare ex vltima sexti angulus. a. d. l. est eq̄lis angulo. l. d. h. Ideoq; ex q̄rta primi basis. a. l. basi. l. h. Igr ex q̄nta primi angulus. l. a. h. eq̄lis est angulo. l. h. a. Cūq; et sit ex eadē angulus. h. a. b. eq̄lis angulo. h. b. a. sequit vt angulus. l. h. a. sit equalis angulo. h. b. a. Ergo ex. 32. p̄mi duo triāguli. b. a. h. & a. h. l. sunt eq̄ anguli. Est. n. angulus. b. maioris eq̄li; angu



lo. h. minoris \angle angulus. a. cōis est vtriq. Itaq. per quartam sexti pportio
 b. a. ad. a. h. ē sicut. a. h. ad. l. a. Quare ex prima parte. 16. sexti quod proue
 nit ex b. a. in. a. l. est equale quadrato lineae. a. h. q̄ est latus decagoni. Cū sit
 autē semicirculus. a. e. c. equalis semicirculo. a. f. c. \angle arcus. a. e. arcui. a. f. erit
 arcus. e. c. residuus equalis arcui. f. c. residuo. Quare arcus. e. c. est medietas
 arcus. e. f. ideoq. equalis arcui. a. h. \angle duplus ad arcum. h. k. Et quia arcus.
 e. b. ē duplus ad arcum. b. h. erit ex. 13. quinti totus arcus. c. e. b. duplus ad
 totum arcum. b. h. k. ideoq. ex vltima sexti angulus. c. d. b. ē duplus ad an
 gulum. b. d. l. cūq. ē angulus. c. d. b. duplus sit ad angulum. b. a. d. ex. 32. \angle
 quinta primi. sunt. n. duo latera. d. a. \angle . d. b. equalia erit angulus. b. d. l. e q̄
 lis angulo. b. a. d. itaq. per. 32. primi erit triangulus. b. d. l. e q̄ angulus trian
 gulo. b. a. d. Est. n. angulus. d. minoris e q̄ lis angulo. a. maioris. \angle angulus. b
 est cōis vtriq. Ergo. per quartam sexti pportio. a. b. ad. b. d. est sicut. b. d
 ad. l. b. quare per primam partem. 16. sexti quod prouenit ex. a. b. in. b. l. ē
 equale quadrato. d. b. at vero probatum est prius q̄ illud quod prouenit
 ex. a. b. in. l. a. est equale quadrato. a. h. Itaq. quod prouenit. ex. a.
 b. in. a. l. \angle in. l. b. est equale duobus quadratis duarum linearum. a. h.
 \angle . b. d. \angle quia ex secunda secundi quod prouenit ex. a. b. in. l. a. \angle in. l. b. est
 equale quadrato lineae. a. b. Est autem linea. a. b. latus pentagoni equilate
 ri proposito circulo inscripti. Linea vero. a. h. est latus decagoni equilate
 ri. \angle linea. b. d. est ex correlario. 15. quarti equalis lateri exagoni equilateri
 proposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratiōe astruitur hoc
 quod dicitur.



Propositio .11.



S duobus propinquis angulis pentagoni equila
 teri intra circulum descripti a terminis suo. um la
 terus due recte linee sutendantur vtrazq. alteram
 secundum proportionem habentem medium duo
 qz extrema secabit maior qz ipsius portio lateri ipsi
 us pentagoni equalis erit.

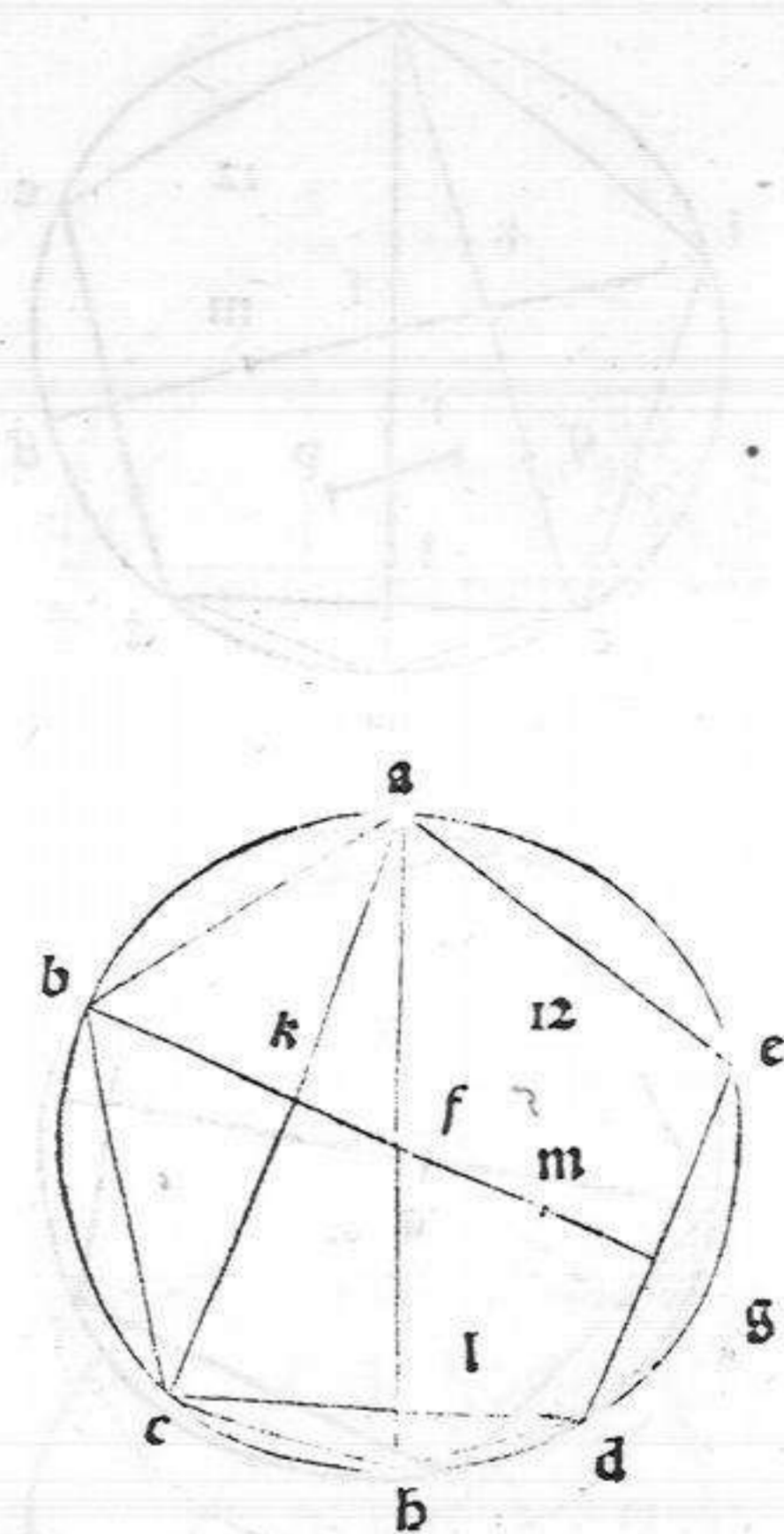
Sit pentagonus equilaterus. a. b. c. d. e. inscriptus circulo eisdem literis
 signato \angle duobus eius propinquis angulis qui sunt. a. \angle . b. subtēdantur due
 recte linee. a. c. \angle . b. e. secantes se inuicem in puncto. f. Dico itaq. vtrāq. ha
 rum esse diuisam in puncto. f. fm proportionem hntem medium duoq.
 extrema: \angle qz maior portio vtriusq. est equalis lateri pentagoni. Mani
 festum est enim ex. 27. tertii qz quinq. arcus circuli pentagonum propositū
 circumscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chordes: sunt adin
 uicem equales. Ideoq. ex vltima sexti quatuor anguli. a. e. b. a. b. e. b. a. c.
 \angle . b. c. a. sunt adinuicem equales. Nam arcus. a. b. a. e. \angle . b. c. sunt adinuicē
 equales. Cūq. sit arcus. c. d. e. duplus ad arcum. b. c. erit quoq. ex vltima
 sexti angulus. c. a. e. duplus ad angulum. c. a. b. at vero ex. 32. primi angulus
 a. f. e. duplus est ad angulum. f. a. b. igitur angulus. a. f. e. est equalis angu
 lo. f. a. e. Quare per sextam primi linea. a. e. est equalis lineae. f. e. Sunt autē
 duo trianguli. a. b. e. \angle . a. f. b. equianguli per ea que dicta sunt \angle per. 32. pri
 mi. Est enim angulus. e. maioris equalis angulo. a. minoris \angle angulus. b.
 communis vtriq. Igitur per quartam sexti pportio. e. b. ad. b. a. sicut. b. a.
 a. ad. f. b. cūq. sit. c. f. equalis. a. b. eo qz ipsa vt probatum est equalis. a. e. Se
 quitur ex. 7. quinti: vt sit pportio. b. e. ad. e. f. sicut. e. f. ad. f. b. Quare p
 diffinitionem linea. e. b. est diuisa fm proportionem habentem medium
 duoq. extrema \angle eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni. Si
 autem hoc est verum de linea. e. b. erit quoq. ex. 7. quinti \angle quinta eiusdē
 \angle diffinitione idem verum de linea. a. c. Nam tota. b. e. est equalis toti. a
 c. ex quarta primi \angle portiones portionibus ex sexta. primi \angle communi
 scientia: portiones enim. a. f. \angle . b. f. sunt equales ex sexta primi. ideoq. f. e.
 \angle f. c. residue erunt adinuicem equales ex conceptione. Vel potes si libet
 \angle facilius de linea. a. c. demonstrare propositum negotiando circa ipsum
 vt prius circa lineam. e. b.

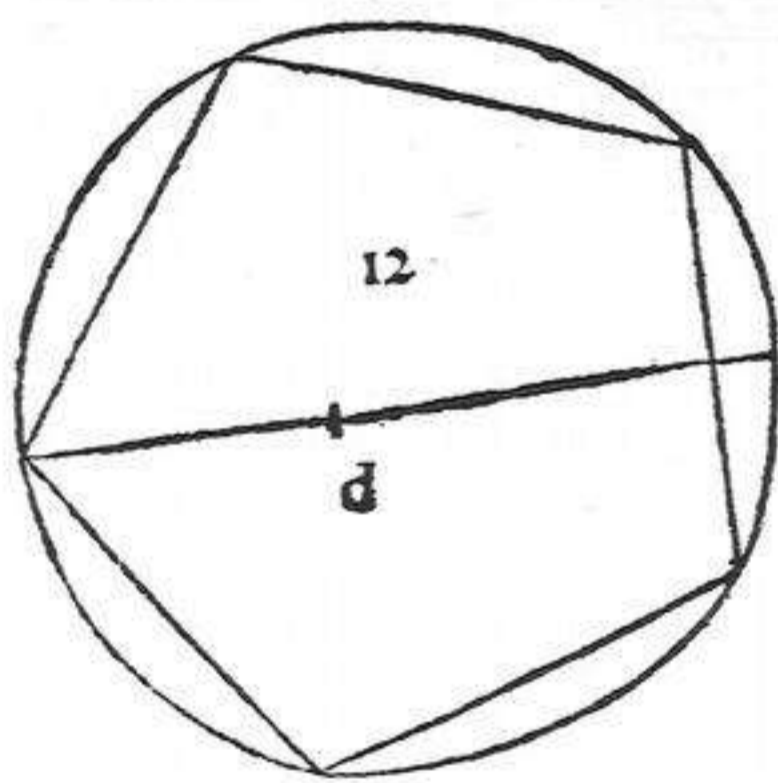
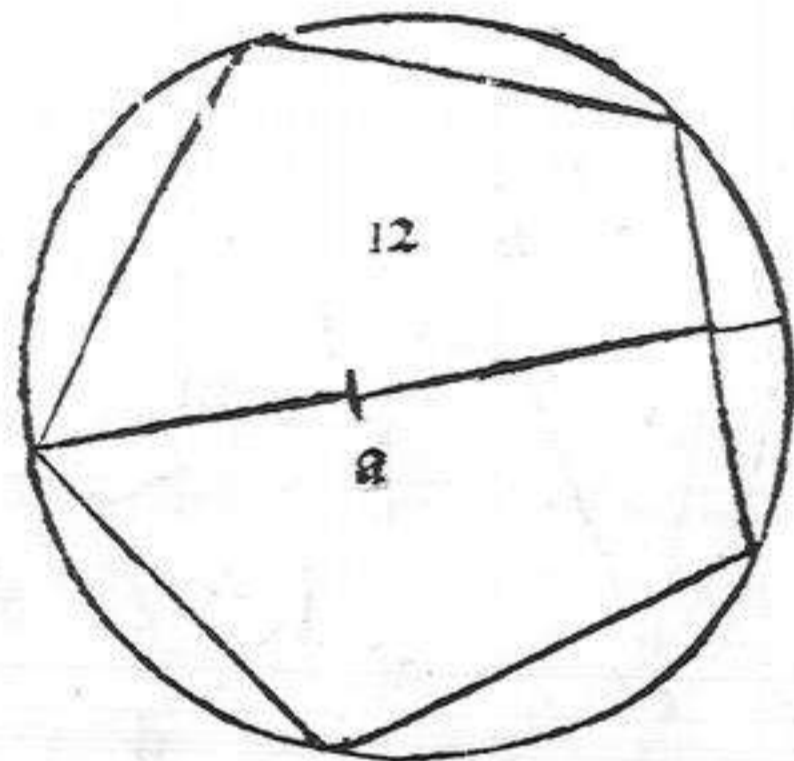
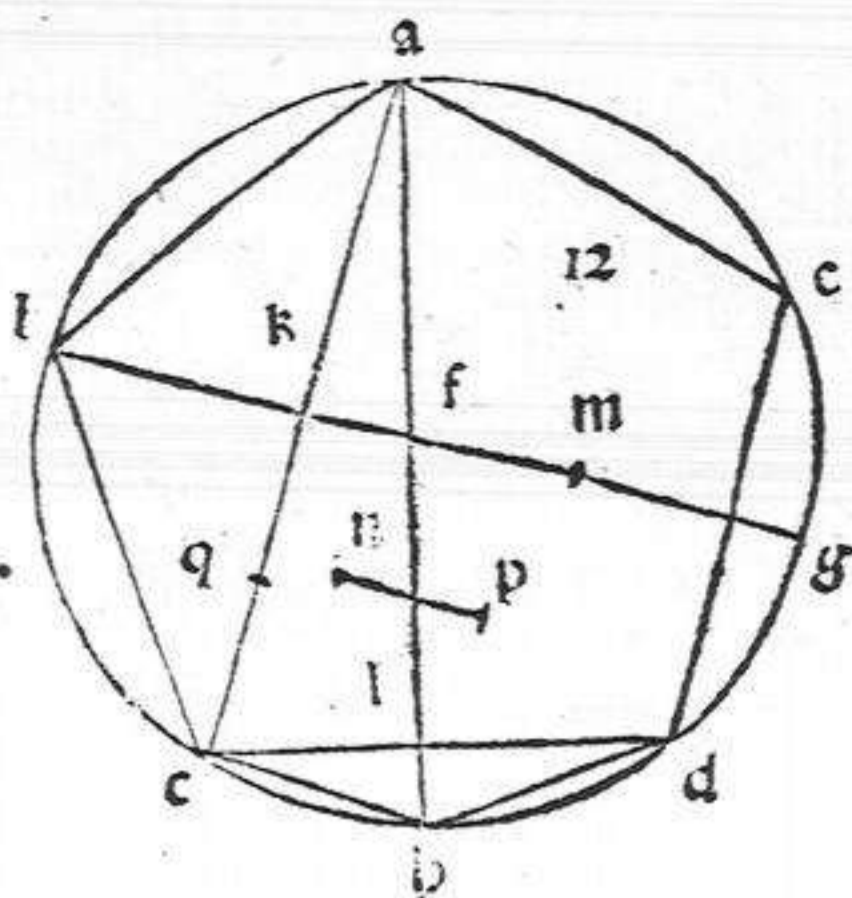
Propositio .12.



Incirculi pentagonum equilaterum circumscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.

Sit pentagonus equilaterus, a b. c. d. e. inscriptus circulo eiusdem litteris ascripto cuius centrum. f. & due diametri. b. g. & a. h. sitq; vtraq; harum diametroꝝ linea rationalis in longitudine: dico tunc qd latus pentagoni inscripti erit linea irrationalis illa videlicet qd dicitur minor. Protrahatur. n. linea, a. c. qd secet diametꝝ. b. g. in puncto k. Eritq; ex vltima sexti & quarta primi linea. a. c. diuisa a diametro. b. g. orthogonaliter & per equalia in puncto. k. qd cum semicirculus. b. a. g. sit equalis semicirculo. b. e. g. & arcus. b. c. arcui. b. a. sicut constat ex 27 tertii erit arcus. a. g. residuus equalis arcui. c. g. residuo. I oq; ex vltima sexti angulus. a. b. g. equalis est angulo. c. b. g. Cum itaq; duo latera. a. b. & b. k. trianguli. a. b. k. sint equalia duobus lateribus. c. b. & b. k. trianguli. c. b. k. & angulus. b. vnius angulo. b. alterius: erit ex quarta primi basis. a. k. equalis basi. k. c. & oes anguli qui sunt ad. k. sunt recti ex prima parte tertie tertii. Diameter aut. a. h. secet latus pentagoni. c. d. in puncto. l. Eritq; similiter linea. c. d. diuisa a diametro. a. h. orthogonaliter & per equalia in puncto. l. Cu. n. sint duo arcus. a. d. h. & a. c. h. equalis & arcus. a. c. sit equalis arcui. a. d. erunt duo residui semicirculoꝝ qui sunt. c. h. & d. h. equalis. Quibus si subtendantur due chorde que sunt. c. h. & d. h. ipse quoq; ex. 28. tertii erunt equalis & qd arcus. a. c. est equalis arcui. a. d. erit ex vltima sexti angulus. c. h. l. equalis angulo. d. h. l. Ideoq; p quartam primi basis. c. l. est equalis basi. d. l. & oes anguli qui sunt ad. l. recti ex prima pte tertie tertii. Itaq; duo trianguli. a. c. l. & a. f. k. sunt equianguli ex. 32. pmi. Est. n. angulus. l. maioris equalis angulo. k. minoris eo qd vterq; est rectus & angulus. a. est comis vtriq; quare ex quarta sexti proportio. l. c. ad. c. a. est sicut. k. f. ad. f. a. Sumatur igitur ex diametro b. g. linea. f. m. equalis quarte parti semidiametri. eritq; per equam proportionalitatem proportio. c. l. ad quartam partem lineae. a. c. qd sit. c. q. sicut. k. f. ad quartam partem lineae. f. a. que est. f. m. & qd per. 15. quinti proportio c. d. ad. c. k. est sicut. c. l. ad. c. q. Sic enim est duplum ad duplum sicut simplex ad simplex. Erit per. 11. quinti. d. c. ad. c. k. sicut. k. f. ad. f. m. & conuictim lineae constantis ex. d. c. & c. k. ad. c. k. sicut. k. m. ad. m. f. & io per primam partem. 11. sexti proportio quadrati lineae compositae ex. d. c. & c. k. ad quadratum lineae. c. k. sicut quadrati lineae. k. m. ad quadratum lineae. m. f. Constat aut ex premissa qd si linea. a. c. diuidatur fm proportionem hntem medium duoq; extrema maior portio eius erit equalis lineae. d. c. igitur linea constans ex. d. c. & c. k. componitur ex maiori portioe lineae diuise fm proportionem hntem medium duoq; extrema & ex medietate totius lineae sic diuise. Est. n. c. k. medietas. a. c. Itaq; p prima istius. 13. libri quadratum lineae compositae ex. d. c. & c. k. quincuplum quoq; est ad quadratum lineae. c. k. Ideoq; quadratum lineae. k. m. quincuplum quoq; est ad quadratum lineae. m. f. Cum sit hoz quadratoꝝ & illoꝝ vna proportio est aut linea. b. m. quincupla ad lineam. m. f. Erat. n. m. f. qrtta pars semidiametri ppositi circuli: ergo qdratu lineae. k. m. ad qdratu lineae. m. f. e sicut lineae b. m. ad lineam. m. f. & qd ex secunda parte. 13. sexti quadratum lineae. k. m. ad quadratu lineae. m. f. est sicut lineae. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Erit ex vndecima quiti lineae. b. m. ad lineam. m. f. sicut lineae. k. m. ad lineam. m. f. duplicata. Igitur linea. k. m. est medio loco proportionalis inter duas lineas. b. m. & m. f. quod sic constat. Sit enim linea. n. p. medio loco proportionalis inter eas sumpta secundum doctrinam none sexti eritq; ex diffinitione proportionis duplicate que posita est in principio quinti proportio. b. m. ad m. f. sicut. b. m. ad. n. p. duplicata: & quia. b. m. ad. n. p. sicut. n. p. ad. m. f. erit etiam ex. 11. quinti proportio. b. m. ad. m. f. sicut. n. p. ad. m. f. duplicata. Igitur ex prima parte. 9. quinti due lineae. k. m. & n. p. sunt equalis. I oq;



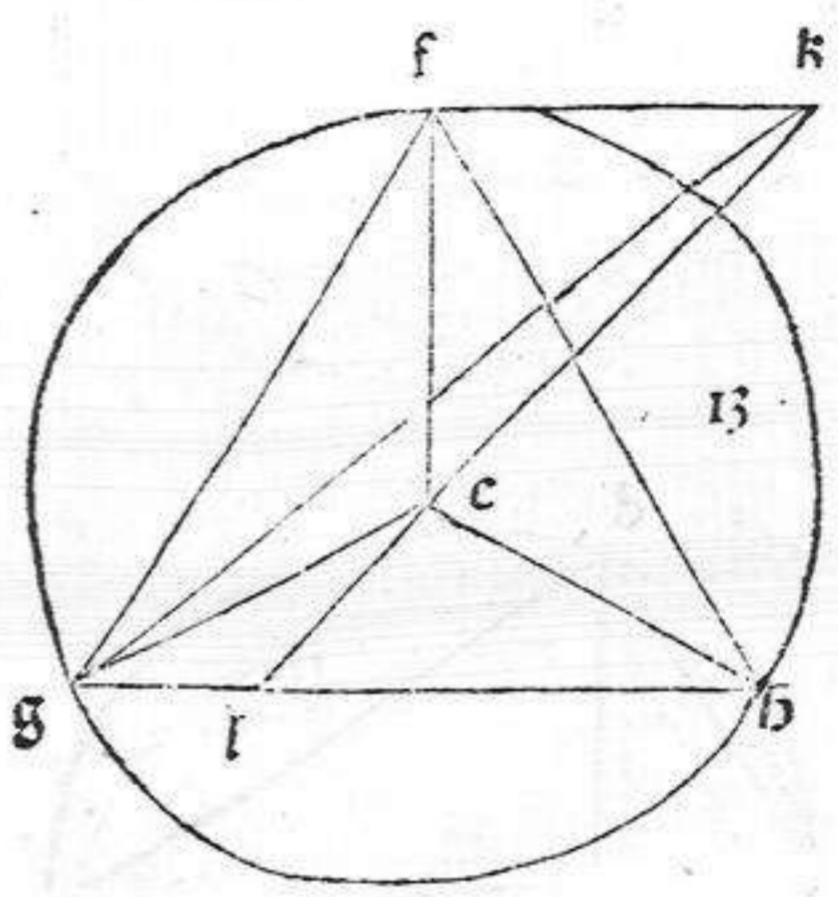
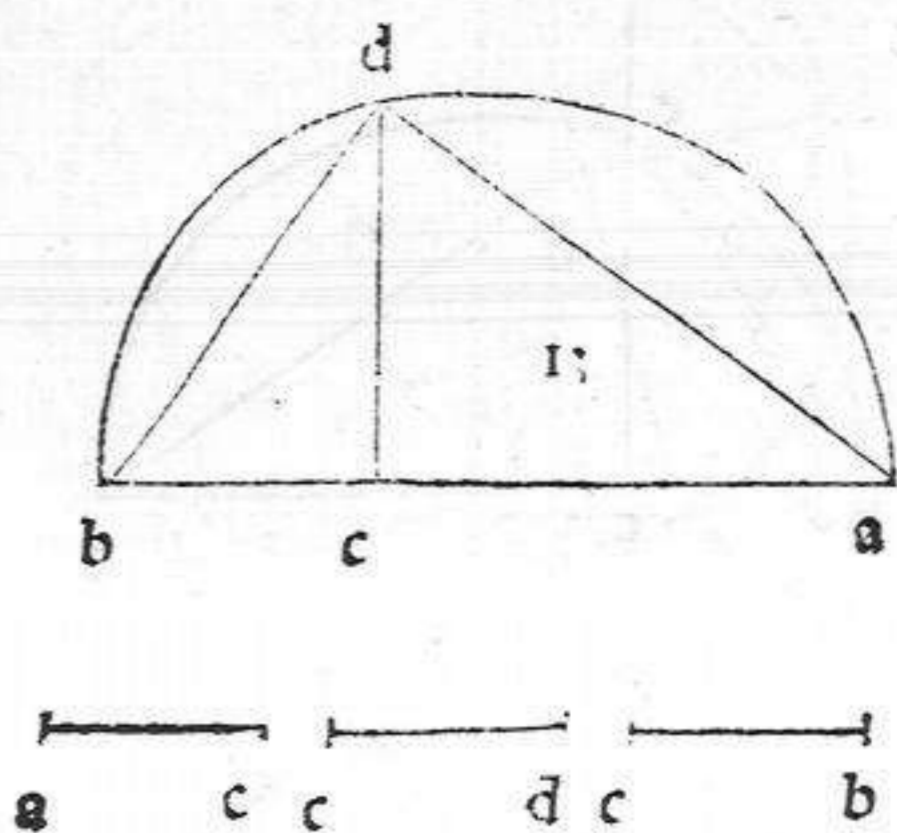


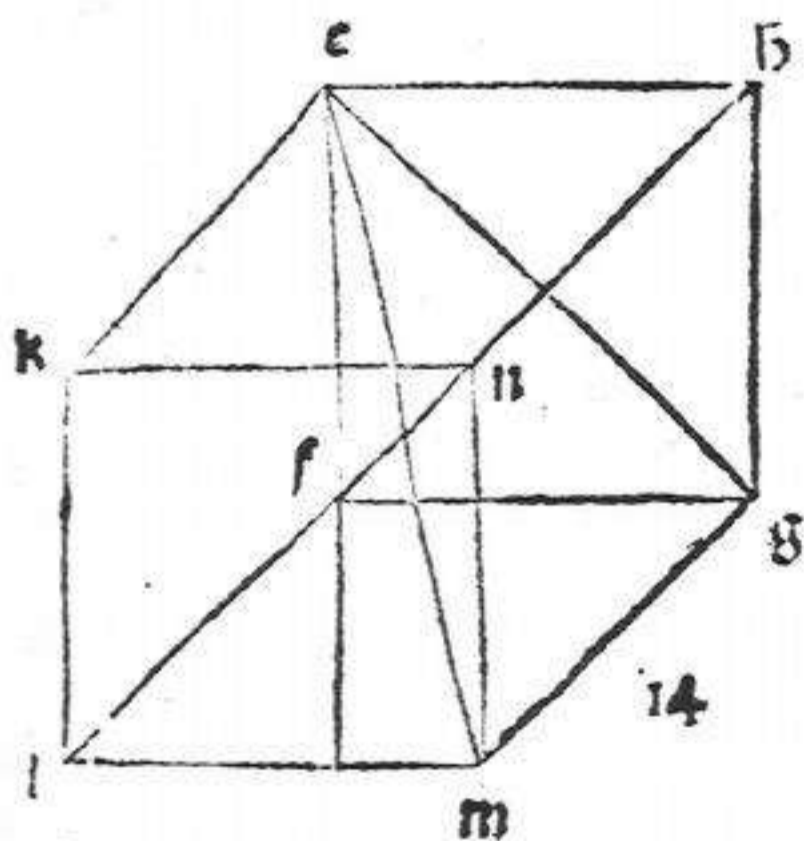
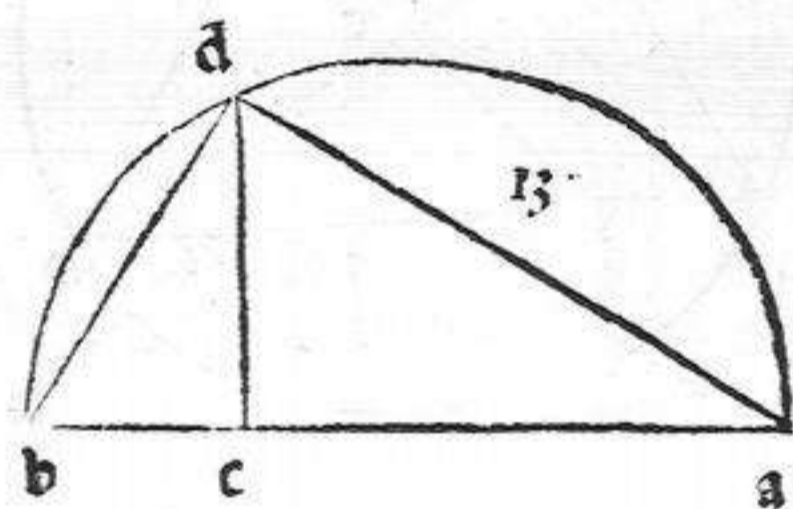
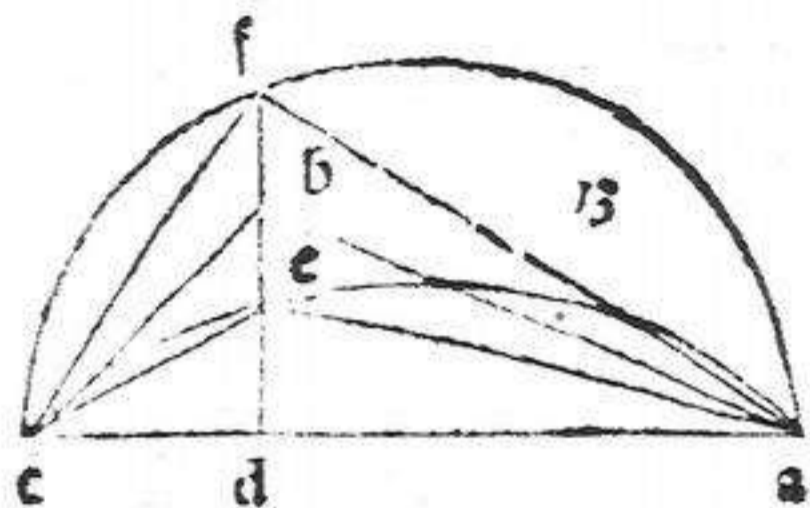
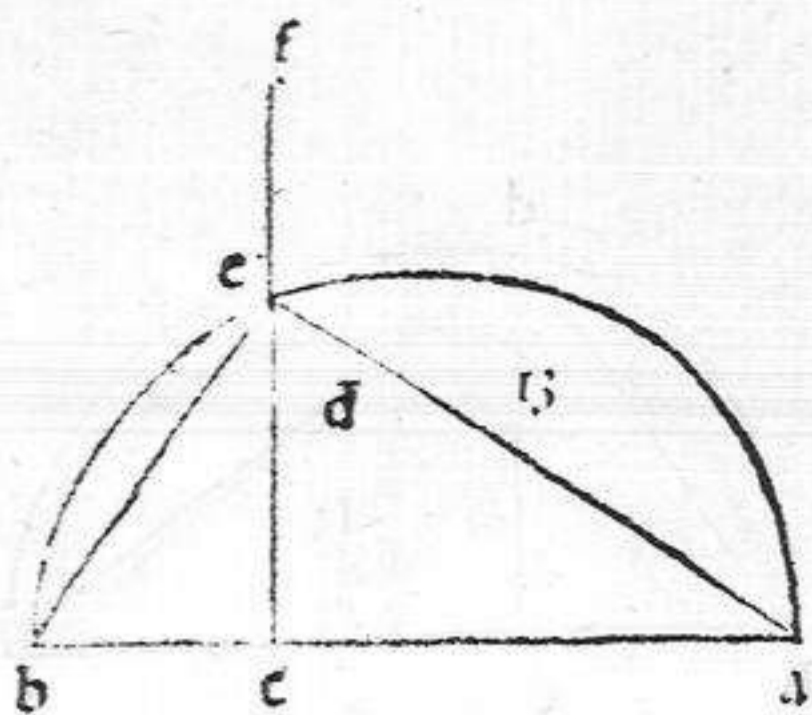
ex prima parte. 7. quinti & ex secunda parte eiusdem linea k. m. est me-
 dio loco proportionalis inter. b. m. & m. f. Quare ex correl. 17. sexti pro-
 portio quadrati linee. b. m. ad quadratum linee. m. k. est sicut est linee. b.
 m. ad lineam. m. f. & quia linea. b. m. est quincupla ad lineam. m. f. erit q̄
 dratum linee. b. m. quincuplum ad quadratum linee. m. k. linea at b. m.
 est rōnalis in longitudine. Ergo per vltimam ptem. 7. decimi linea. m. k.
 est rōnalis in potentia tñ & quia linea b. m. est potentior linea. m. k. in q̄
 drato linee sibi incōmensurabilis in longitudine vt continuo probabitur
 erit linea. b. k. residuum quartum ex d̄ffinitione residui quarti. Quod at
 probandum assumpsimus sic patet. Sit numerus. r. quincuplus ad numez̄
 1. sintq. t. & j. quantum r. ac si esset. r. quinq. j. vnum. t. quatuor. Et sit li-
 nea. b. m. potentior linea. m. k. in quadrato linee. x. Cū igitur sit q̄dratū
 linee. b. m. ad q̄dratū linee. m. k. sicut numerus. r. ad numez̄. j. erit p̄ euer-
 sam proportionalitatē quadratum linee. b. m. ad quadratū linee. x. sicut
 numerus. r. ad numez̄. t. Quare per vltimam ptem. 7. decimi linea. x. est
 incōmensurabilis linee. b. m. in longitudine. Nō est ergo dubium quin b
 k. sit residuum quartum. Manifestum vero est ex. 34. tertii q̄ illud quod
 fit ex. b. k. in k. g. est equale ei quod fit ex. a. k. in k. c. I deoq̄ et ipsū idē
 est equale quadrato. k. c. eo q̄ a. k. est equalis. k. c. ergo quadrato. b. k. ad
 d̄to vtriq̄. erit ex penultima primi quod fit ex. b. k. in se & in. k. g. equale
 quadrato. b. c. Et quia ex prima secundi quod fit ex. b. k. in se & in. k. g. ē
 equale ei q̄ fit ex. b. k. in. g. b. Erit linea. b. c. latus tetragonum sup̄ficiē
 contente a duabus lineis. g. b. & k. b. & quia linea. g. b. est rōnalis; linea ve-
 ro. b. k. est residuum quartū. & quia linea potens in superficiem linea rōnali
 residuoq̄. quadrato cōtentam est linea minor vt constat ex. 39. decimi li-
 bri necesse est lineam. b. c. que est latus pentagoni equilateri proposito cir-
 culo in scripti esse lineam minorem. quod erat ex principio d̄. constan-
 dum. Hoc ergo modo sequitur q̄ latus pentagoni equilateri circulo in scri-
 pti sit linea minor. si diameter circuli cui in scribatur fuerit rationalis in
 longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rōnalis in potētia tñ. adhuc
 necesse est vt latus p̄tagonu equilateri sibi in scripti sit linea minor. Esto
 enim linea. a. rōnalis in potentia tñ supra quam de scribatur circulus ei q̄
 de scripto in scribatur pentagonu equilateru cuius vnum latus sit. b. c. di-
 canturq̄. pentagonu & circulus. a. dico q̄ linea. b. c. est linea minor. Suma-
 tur enim aliqua linea rōnalis in longitudine que sit d & super eam linee-
 tur circulus cui in scribatur pentagonu equilateru & sit vnum latus ipsi-
 us linea. e. f. dicanturq̄. pentagonu & circulus. d. constat igitur ex hac n̄.
 q̄ e. f. est linea minor cum diameter. d sit rōnalis in lōgitudine. Qm̄ n̄o
 proportio pentagoni. a. ad p̄tagonum. d. est sicut quadrati linee. b. c. ad
 quadratum linee. e. f. vtraq̄. enim est ex secunda parte. 15. sexti sicut linee
 b. c. ad lineam. e. f. duplicata. Pentagoni autem. a. ad pentagonum. d. est
 sicut quadrati diametri. a. ad quadratum diametri. d. ex prima. n̄. erit ex
 n̄. quinti quadratum linee. c. b. ad quadratum linee. e. f. sicut quadratum
 diametri. a. ad quadratum diametri. d. cumq̄. quadrata duaz̄ diametroz̄
 a. & d. sunt cōicantia; quia ambo sunt rōnalis ex ypothesi erunt quoq̄. ex
 prima parte. 10. decimi quadrata duarum linearum. b. c. & e. f. cōicantia.
 Ergo linea. b. c. cōicat in potentia cum linea. e. f. & quia linea. e. f. est minor
 sequitur ex. 100. decimi q̄ et. b. c. sit linea minor quod est propositum. Si
 ue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue in potē-
 tia tñ necesse est vt latus p̄tagonu eglateri sibi in scripti sit linea minor.



Propositio .17.
 Piramidem quatuor basium triangulariū & equilate-
 rarum ab assignata spei a circumscriptibile fabz̄ ca-
 re huius ergo spere diametros ad latus ipsius pi-
 ramidis sexquialteram proportionem potenciali-
 ter habere probatur.

Sit linea. a. b. diameter assignate spere que diuidatur in puncto. c. ita
 q. a. c. sit dupla ad. b. c. & lineetur super eam semicirculus. a. d. b. & produ-
 catur linea. c. d. orthogonaliter super lineam. a. b. & producantur linee. b.
 d. &. d. a. Postea fiat circulu. f. g. h. si per cētrum. e. cuius semidiamiter sit
 equalis linee. c. d. cui ex secunda quarti libri inscribatur triangulus equila-
 terus qui sit. f. g. h. ad cuius angulos protrahantur a centro linee. c. f. e. g. e.
 h. Deinde super centrum. e. erigatur secundum q. docet. n. vndecimi linea
 e. k. que ponatur equalis. a. c. perpendicularis ad superficiem circuli. f. g. h.
 Et demittantur a puncto. k. ypothemise. k. f. k. g. k. h. Eritq. cōpleta pira-
 mis quatuor basium triangularium & equilateralum quam dico eē ab af-
 signata spere circumscripibilem. Et dico quadratum diametri propositi
 spere sexquialterum esse ad quadratum lateris fabricate pyramidis. Con-
 stat enim ex prima parte correlariū. s. sexti q. linea. c. d. est medio loco pro-
 portionalis inter. a. c. & c. b. quare ex correl. 17. eiusdem quadratum linee
 a. c. ad quadratum linee. c. d. est sicut. a. c. ad. c. b. Ergo cōiunctim quadra-
 tum. a. c. & quadratum. c. d. ad quadratum. c. d. sicut. a. b. ad. b. c. Ideoq. ex
 penult. primi quadratum. a. d. ad quadratum. d. c. sicut. a. b. ad. b. c. Cum
 ergo linea. a. b. sit tripla ad. b. c. (erat. n. a. c. dupla ad eā) erit quoq. quadra-
 tum a. d. triplū ad quadratum. d. c. ē aut ex s. huius quadratum. f. g. triplū ad
 quadratū. e. f. Quare cum ex ypothesi. d. c. sit equalis. e. f. erit ex cōi. scia. a.
 d. equalis. f. g. & quia ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem
 linea. e. k. cōtinet cū singulis lineis. e. f. e. g. e. h. angulos rectos: quare que
 libet est equalis linee. c. d. & q. ipsa eadem est eq. linee. a. c. & angulus. c.
 ē rectus: erit p. quartam primi vnaqueq. trium lineaz. k. f. k. g. k. h. eq. li-
 nec. a. d. Manifestum ē igitur fabricatam pyramidem eē quatuor basium
 triangularium equilateralaz. Ipsam aut eē circumscripibilem ab assignata
 spere sic habeto. Linee e. k. intelligatur adiici fm rectitudinem linea. e. l.
 eq. lis linee. c. b. vt tota. k. l. sit eq. lis. a. b. q. est diameter assignate spere. Hāc
 aut lineam inquam. e. l. imagineris esse sub circulo. f. g. h. perpendicularē
 quoq. ad ipsius superficiem ex pte inferiori sicut est. e. k. ex parte superiori
 eritq. vnaqueq. triū linearum. e. f. e. g. e. h. & simpliciter q. libet semidiamete-
 ri circuli. f. g. h. medio loco pportionalis inter. k. e. & e. l. quēadmodum
 ē. d. c. inter. a. c. & c. b. nam hee sint equales illis vnaquaq. sue relative. Si
 igit. super lineam. l. k. describatur semicirculus circūducaturq. quousq. ad lo-
 cū vnde moueri ceperat redeat erit ex diffinitione speraz. equaliū spere de-
 scripta motu huius semicirculi eq. lis spere assignate. Sunt. n. spere equales
 q. z. sint eq. les diametri quēadmodū de circuli. in pncipio tertii dictū ē. Se-
 micirculum hunc vno necesse est trāsire p. tria puncta. f. g. h. que sunt an-
 guli solide pyramidis fabricate. Similiter aut dico q. semicirculus hic qui
 si p. lineam. k. l. fuerit descriptus si circūducatur quousq. ad locū redeat vñ
 moueri ceperat continget circulum. f. g. h. super oia puncta circūferentie ip-
 sius. Quod ex hac vetust. a. veritate probatur. Si linea recta super lineam re-
 ctam perpendiculariter steterit que inter ptes eius cui supstat vel circūstat
 medio loco proportionalis ponatur. fueritq. super eam lineam cui perpē-
 dicularis supstat semicirculus descriptus circumferentia ipsius per extre-
 mitatem linee medio loco pportionalis posite perpendiculariter necessa-
 rio transibit. Cum igitur cuncte semidiametri circuli. f. g. h. sint perpendi-
 culare: ad lineam. k. l. & medio loco proportionales inter partes ipsius q.
 sunt. k. e. & e. l. sequitur vt semicirculus descriptus super. k. l. si circūducatur
 transeat per oia puncta circumferentie. f. g. h. & per oēs solidos angulos pi-
 ramidis fabricate. Itaq. a. d. diffinitione eius quod est figuram inscribi fi-
 gure pyramis fabricata est inscripibile illi spere quam semicirculus super
 lineam. k. l. lineatus motu suo describit. Et quia hec spere descripta est as-
 signate spere equalis per diffinitionem equalium speraz. sequitur ex com-
 muni scia vt hec pyramis fabricata sit ab assignata spere circumscripibili: qd
 est propositum. Correlariū aut patet sic. Cū. n. a. b. sit tripla ad. b. c. p. e. er-
 sam pportionalitatem erit. a. b. sexquialtera ad. a. c. Idq. ex scda pte correla-





iii. s. sexti & correlario. 17. eiusdem quadratum linee. a. b. erit et sexquialter ad quadratum linee. a. d. & quia linea. a. d. est equalis lateri fabricate pyramidis. at vero. a. b. est diameter sære. constatque esse quod per correlarium dicitur. Ne autem quemquam de vetusta veritate proposita hesitare contingat eam volumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineam. a. b. linea. c. d. perpendicularis que ponatur medio loco proportionalis inter partes linee. a. b. que sint. a. c. & c. b. ita que proportio. a. c. ad. c. d. sit sicut. c. d. ad. c. b. Et super lineam. a. b. describatur semicirculus. a. e. b. Dico que huius semicirculi circumferentia transibit per punctum. d. que est extremitas perpendicularis. Sinaut autem secabit lineam. c. d. aut supertransibit eam totam ipsam transiens & includens & non contingens. Secet ergo primo eam in puncto. e. & ducatur linee. e. b. & e. a. eritque ex prima parte. 30. tertii totalis angulus. a. e. b. rectus. Itaque ex prima parte correl. s. sexti proportio. a. c. ad. c. e. est sicut. c. e. ad. c. b. At vero ex secunda parte b. quanti proportio. a. c. ad. c. e. est maior quam. a. c. ad. c. d. eo que. c. e. est minor quam. c. d. Cum igitur sit. c. e. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. e. & c. d. ad. c. b. sicut. a. c. ad. c. d. erit per. 12. quanti. e. c. ad. c. b. maior quam. c. d. ad. c. b. Idemque per primam partem 10. quinti. e. c. est maior quam. d. c. pars videlicet que si uel totum quod est impossibile. Non ergo secabit circumferentia semicirculi lineam. c. d. Supertransibit igitur & producat. c. d. usque ad circumferentiam: sitque tota. c. e. & protrahatur linee. e. b. & e. a. sequeturque ut prius lineam. c. d. esse maiorem quam sit linea. c. e. Quod est et impossibile. constat ergo propositum. Si autem dicimus que si fuerit aliquis angulus rectus cuius basis subtedatur super quam semicirculus lineatur: ipsius circumferentia per angulum rectum transire necesse est. Conuersam vero huius proponit prima pars. 30. tertii. Quod autem dicimus sic constat. Sit. n. angulus. a. b. c. rectus cuius subtedatur basis. a. c. & super eam lineatur semicirculus dico que ipsius circumferentia transibit per punctum. b. in quo coeunt linee continentis angulum rectum cuius demonstratio est que neque transibit supra neque infra. Sin autem transeat: primo infra sitque. a. e. c. & ab angulo. b. producat. lineam. b. d. perpendicularis ad basim. a. c. que secet circumferentia semicirculi in puncto. e. & protrahantur linee. e. a. & e. c. eritque angulus. a. e. c. rectus ex prima parte. 30. tertii. at ipse est maior angulo. a. b. c. per. 21. primi hoc autem est impossibile ex tertia petitione cum uterque sit rectus. Hic quidem ex hypothesis: ille vero ex prima parte. 30. tertii. Non ergo transibit circumferentia semicirculi infra angulum. b. transeat itaque supra & sit. a. f. c. producat. autem perpendicularis. d. b. quousque obuiet circumferentie semicirculi. a. f. e. in puncto. f. & producantur linee. f. a. f. c. eritque ex prima parte 30. tertii angulus. a. f. c. rectus. Cumque et esset ex hypothesis angulus. a. b. c. rectus sequitur impossibile per. 21. primi sicut in principio. Reliquitur ergo quod diximus. Hoc autem necessarium est ad cognitionem eorum que sequuntur.

Propositio 14.



Assignata sære circumscribibilem cubum costituere eiusdem aut sære diametrum lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

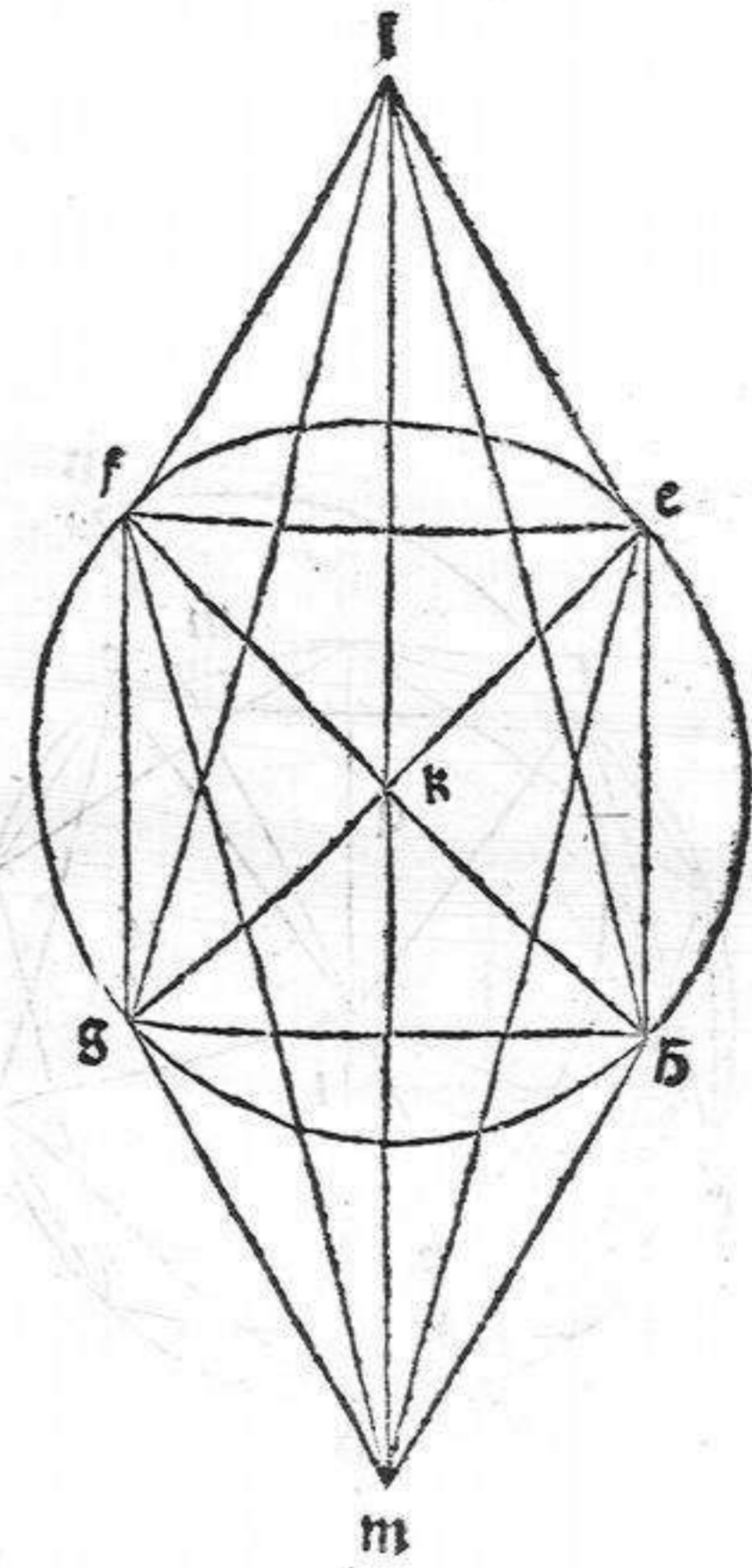
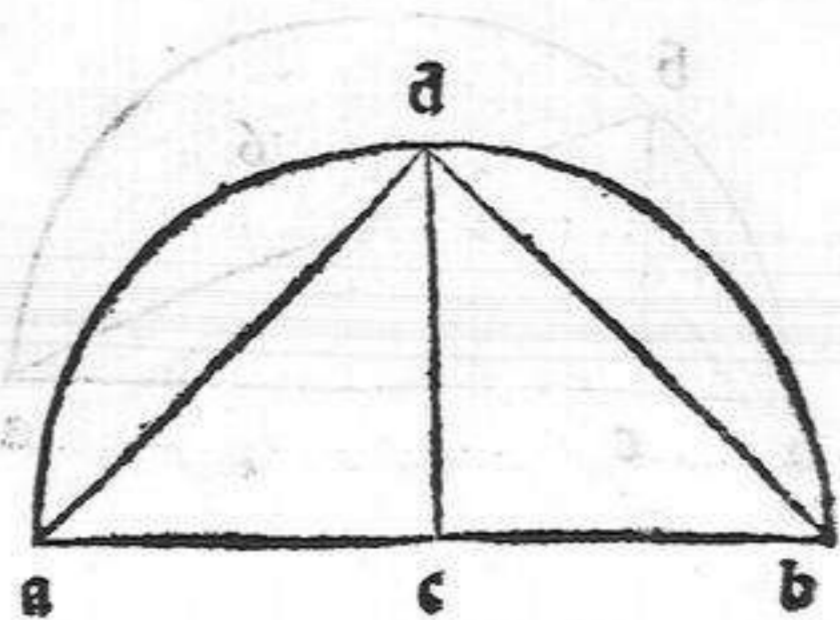
Assignate sære diameter sit. a. b. super quam lineatur semicirculus. a. d. b. diuidaturque diameter in puncto. c. prorsus secundum conditionem premissæ videlicet ut linea. a. c. sit dupla ad lineam. c. b. & producat. c. d. perpendicularis ad. a. b. & protrahantur. d. b. & d. a. postea fiat unum quadratum cuius omnia latera sunt equalia linee. b. d. sitque. e. f. g. h. super cuius quatuor angulos erigantur ut docet. 12. vndecimi quatuor linee perpendiculares ad superficiem ipsius quadrati quare quilibet ponatur et equalis linee. b. d. sintque. e. k. f. l. g. m. h. n. eruntque hee quatuor perpendiculares singule singulis equidistantes ex sexti vndecimi: & anguli quos continent cum lateribus quadrati recti ex diffinitione linee perpendiculares ad superficiem: deinde coniungantur extremitates istarum perpendicularem protractis lineis. k. l. l. m. m. n. n. k. eritque completus cubus sex superficiebus quadratis contentus. Constat. n. ex. 33. 34. primi que quatuor superficies ipsum ambientes & ipse sunt quare opposita latera sunt quatuor perpendi-

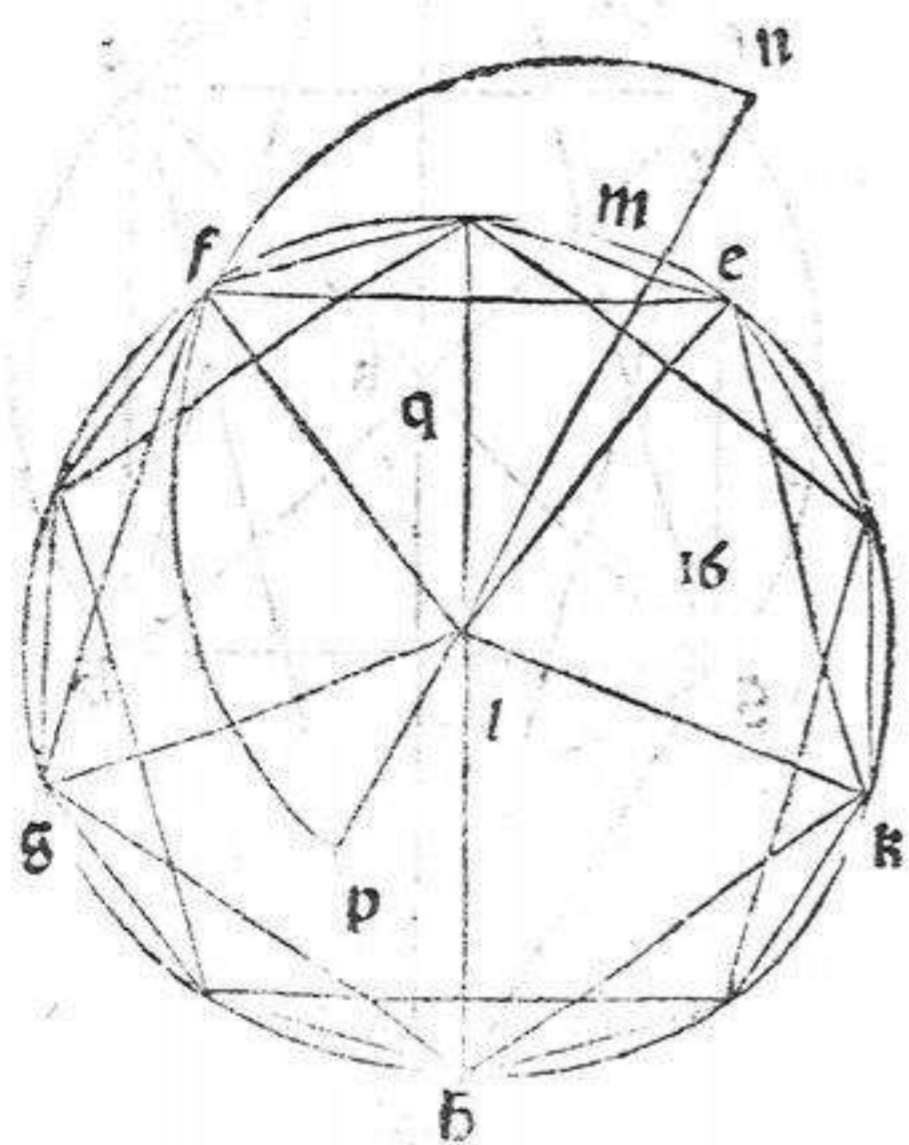
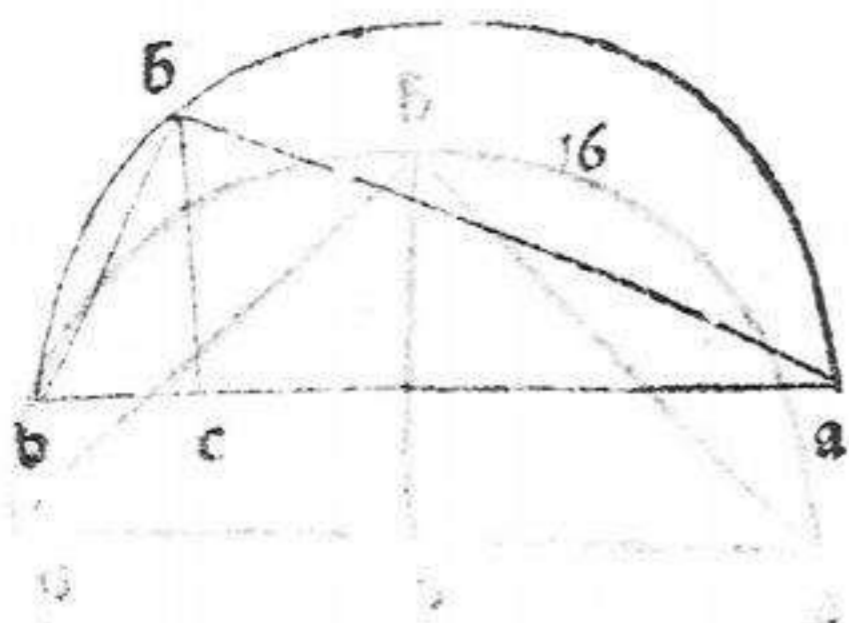
culares sint oēs quadrate: de basi aut hoc positum est. at \propto de suprema eius superficie q̄ est. $k.l.m.n.$ q̄ ipsa quoq̄ sit quadrata. cōstat ex. 33. primi & 10. vndecimi. ideoq̄ ex quarta vndecimi māifestum ē singula latera eiusdem cubi duabus ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Vt aut cubum hūc ab assignata spera circūscriptibilem esse demonstremus: in vna suaz superficie p̄trahat diagonalis. Verbi gr̄a in basi eius sitq̄. $e.g.$ & ab huius diagonalis altera extremitate p̄trahatur diameter cubi. $e.m.$ eritq̄ ex penultima p̄mi q̄dratum. $e.g.$ duplum ad q̄dratum. $f.g.$ Iōq̄ & ad quadratum. $g.m.$ eo q̄ $g.m.$ ē equalis. $f.g.$ Sūt. n. oīa latera cubi adinuicē equalia. & q̄a rursus ex penultima primi quadratum. $e.m.$ est equale quadratis duaz lineaz $e.g.$ $f.g.m.$ p̄ hoc q̄ angulus. $e.g.m.$ est rectus ex diffinitione lineae p̄pendicularis ad superficiem. Erit quadratum. $e.m.$ triplum ad quadratum. $m.g.$ Constat. n. ex duplo & simplo. cūq̄ ex secunda p̄te correlarii. 3. sexti & ex correlario. 17. eiusdem q̄dratum quoq̄ $a.b.$ sit triplum ad q̄dratum. $b.d.$ eo q̄ linea. $a.b.$ tripla ē ad lineam. $b.c.$ sit aut. $b.d.$ equalis. $e.g.$ sequit̄ ex cōi scia vt. $e.m.$ q̄ est diameter cubi sit equalis. $a.b.$ q̄ est diameter sperae. Ita q̄ si sup. $e.m.$ lineet̄ semicirculus circūducaturq̄ quousq̄ ad locum vñ fuit initium motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione sperarum equaliū eq̄lis sperae assignate. At \propto q̄a hic semicirculus trāsitum faciet p̄ p̄ctum. $g.$ eo q̄ angulus. $e.g.m.$ est rectus eadēq̄ rōne p̄ ceteros singulos rectos angulos cubi q̄d ex ante ante hanc. 14. immediate p̄missio manifestum est. Cōstat cōstitutum cubum ab assignata spera eo q̄ a sua equali circūscriptibilem esse quod demonstrare oportebat. correlarii \propto demonstratio in istius demonstrationis processu prepatuit.

Propositio .15.

Sopus octo basium triangulariū & equilaterarum a spera proposita circūscriptibile cōponere. erit q̄ palam eiusdem sperae diametrū lateri ipsius corporis duplicem esse potentialiter.

Diameter sperae propositae sit. $a.b.$ que diuidatur p̄ equalia in p̄cto. $c.$ & sup̄ eam lineet̄ semicirculus. $a.d.b.$ & p̄ducatur. $c.d.$ p̄pendicularis. ad. $a.b.$ & iungat̄ p̄ctus. $d.$ cum. $a.$ & cum. $b.$ Describaturq̄ vnum quadratum cuius singula latera sint equalia lineae. $b.d.$ sitq̄ quadratum. hoc. $e.f.g.h.$ in quo p̄trahant̄ diametri due. $e.g.$ & $f.h.$ secantes se inuicem in p̄cto. $k.$ Cōstat igitur ex. 4. primi q̄ vtraq̄ istarum diametrorū sit equalis lineae. $a.b.$ que est diameter sperae cum angulus. $d.$ sit rectus ex prima p̄te. 30. tertii & singuli quoq̄ anguli. $e.f.g.h.$ recti ex diffinitione q̄drati. Cōstat rursus q̄ eedem due diametri. $e.g.$ & $f.h.$ diuidūt se inuicem p̄ equalia in p̄cto. $k.$ h̄ aut̄ ex. 5. primi & 32. & sexta eiusdem facile est elicere. Erigat̄ itaq̄ super p̄ctum. $k.$ linea. $k.l.$ p̄pendicularis ad superficiem q̄drati q̄ ponatur equalis medietati diametri. $e.g.$ vel. $f.h.$ & demittant̄ ypothemise. $l.e.l.f.l.g.l.h.$ eruntq̄ ex his q̄ posita sunt & penultima primi quotiens oportuerit repetita singule baz ypothemisaz equales sibi inuicem & equales lateribus quadrati. Habes ergo piramidem quatuor equilaterarum triangulariumq̄ basium super quadratum constitutam. Hinc itaq̄ sub ipso quadrato similit̄ piramidē hoc mō appōe lineā. $l.k.$ producas p̄forando quadratum vsq̄ ad. $m.$ itaq̄ $k.m.$ ex his sub quadrato sit equalis. $l.k.$ existenti supra: & iunge p̄ctum. $m.$ cum singulis angulis q̄drati p̄ducendo. 4. alias ypothemisaz que sunt. $m.e.m.f.m.g.m.h.$ de quibus quoq̄ manifestum est ex penultima primi: quemadmodum de aliis q̄ sunt in superiori p̄te q̄ ipse sint equalis ad inuicem & lateribus quadrati. Cōpleuimus igitur corpus. 8. basium triangularium & equilaterarum. Hoc aut̄ ab assignata spera circūscriptibile esse sic habeto. Cōstat. n. q̄ linea. $l.m.$ est equalis diametro assignate sperae: nam vtraq̄ earum est equalis diametro quadrati. igitur si super. $l.m.$ lineetur semicirculus qui circumuoluetur quousq̄ ad locum suum redeat: spera quam motu suo describet erit eq̄lis assignate sperae vt ex diffinitione sperarum equalium colligitur. His





vero semicirculus transibit per quatuor angulos quadrati & simpliciter per
oia puncta circūferentie circuli circūscripti quadrati, eo q̄ semidiamete
ter quadrati vt linea .f. k. & portiones lineae .l. m. q̄ sunt .l. k. & .k. m. sunt ad
inuicem equales, quare ex diffinitione eius quod ē figuram vnam alii figu
re inscribi fabricatum corpus inscribibile ē spera motu huius semicirculi
descripte. Itaq; & spera assignate ex cōcept, cū ipse sunt adiuicē eq̄les ex dif
finitione. Correl. No manifeste cōstat: sunt .n. due lineae .d. b. & .d. a. equales
ex .4. p̄mi: ideoq; quadratū, a b. duplū est ad quadratū .b. d. ex penul. p̄mi:
latus aut fabricati corporis est equale lineae .b. d. vtz est ergo correlariū.

Propositio .16.



Sperus viginti basium triangularium atq; equila
terarum a data spera diametrum rationalem ha
bēte circūscriptibile fabricare. eritq; palam latus
eiusdem corporis esse lineam irrationalem eam sci
licet que dicitur minor.

Sit hic quoq; diameter assignate sperae .a. b. que ponat
esse rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄: & diuidatur in pūcto
c. ita q̄ .a. c. sit quadrupla ad .c. b. & lineetur super eam semicirculus .a. d. b.
& p̄ducatur .c. d. p̄pendicularis ad .a. b. & p̄trahatur linea .d. b. deinde p̄m q̄
titatē lineae .d. b. lineetur circulus .e. f. g. h. k. supra centz .l. cui inscribat p̄
tagonus equilateralis eiisdem liris annotatus: ad cuius angulos a centro .l.
ducantur lineae .l. e. l. f. l. g. l. h. l. k. Rursum in eodem circulo inscribatur de
cagonus eqlaterus: diuidantur .n. cuncti arcus quoz chordae sunt latera p̄
tagoni p̄ equalia & a pūctis mediis ad extremitates cunctoz latez inscri
pti pentagoni lineae recte dirigantur. Itēq; super singulos angulos pentago
ni erigatur cathetus p̄m q̄ docet .n. vndecimi quorum quilibet sit ēt equa
lis lineae .b. d. & cōtinuent extremitates hoz quinq; cathetoz quinq; corau
stis. Eruntq; ex .6. vndecimi quinq; catheti erecti adinuicem equidistan
tes. Cūq; ipsi sint equales erunt quoq; ex .33. p̄mi: quinq; corauisti eorū
extremitates iungentes equales lateribus pentagoni. Demitte igit a sum
mitatibus singulis singuloz cathetoz binas & binas ypothemisas ad duos
circūstantes angulos inscripti decagoni. & harum decem ypothemisaz a
quinq; extremitatibus cathetoz ad .5. pūcta que sunt singuli anguli me
dii inscripti decagoni descendētium extremitates continualium penta
gonum rursus ipsi circulo inscribēdo qui quoq; erit eqlaterus ex .23. tertii.
Cum hoc itaq; feceris videbis te perfecisse decem triāgulos quoz latera
sunt decem ypothemisaz & quinq; corauisti & .5. latera huius secūdi pentago
ni inscripti. Hos ergo decē triangulos eqlateros eē sic collige. Cum .n. tā
semidiameter descripti circuli q̄ qlibet. erectorum cathetorum sit equalis
lineae .b. d. ex ypothesi: erit ex correlario .15. quarti quilibet cathetorū equa
lis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter est equalis lineae
.b. d. inscripti. Quia No ex penul. primi vnaqueq; .10. ypothemisarum tā
to est potentior catheto quantum potest latus decagoni. At vero ex .10.
huius latus quoq; p̄tagoni ē tanto potentius eodem quātum pōt idē la
tus decagoni. Erit ex cōi scia vnaqueq; haz ypothemisaz equalis lateri
pentagoni. De corauistis aut iam patuit q̄ ipsi sint equales lateribus penta
goni. Itaq; cuncta latera horum decem trianguloz aut sunt latera penta
goni eqlateri secūda vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igitur epla
teri trianguli. Amplius aut super centz circuli q̄ est pūctum .l. erige aliū
cathetū equalē p̄oribus q̄ sit .l. m. ei usq; superiorē extremitatē q̄ est pūctus
m. iūge cū singulis extremitatibus p̄ioz per quinq; corauistos eritq; ex sex
ta vndecimi hic centralis cathetus singulis cathetorum angularium equi
distans. Ideoq; ex .33. primi hi quinq; corauisti erunt semidiametro circuli
equales & ex correl. 15. quarti quilibet eorum tanquam latus exagoni. cen
trali ergo catheto ex vtraq; parte adiiciatur linea vna equalis lateri deca
goni. Supra quidem adiiciatur ei .m. n. deorsum autem sub circulo adii
ciatur sibi a centro circuli .l. p. postea demittant a pūcto .n. 5. ypothemise

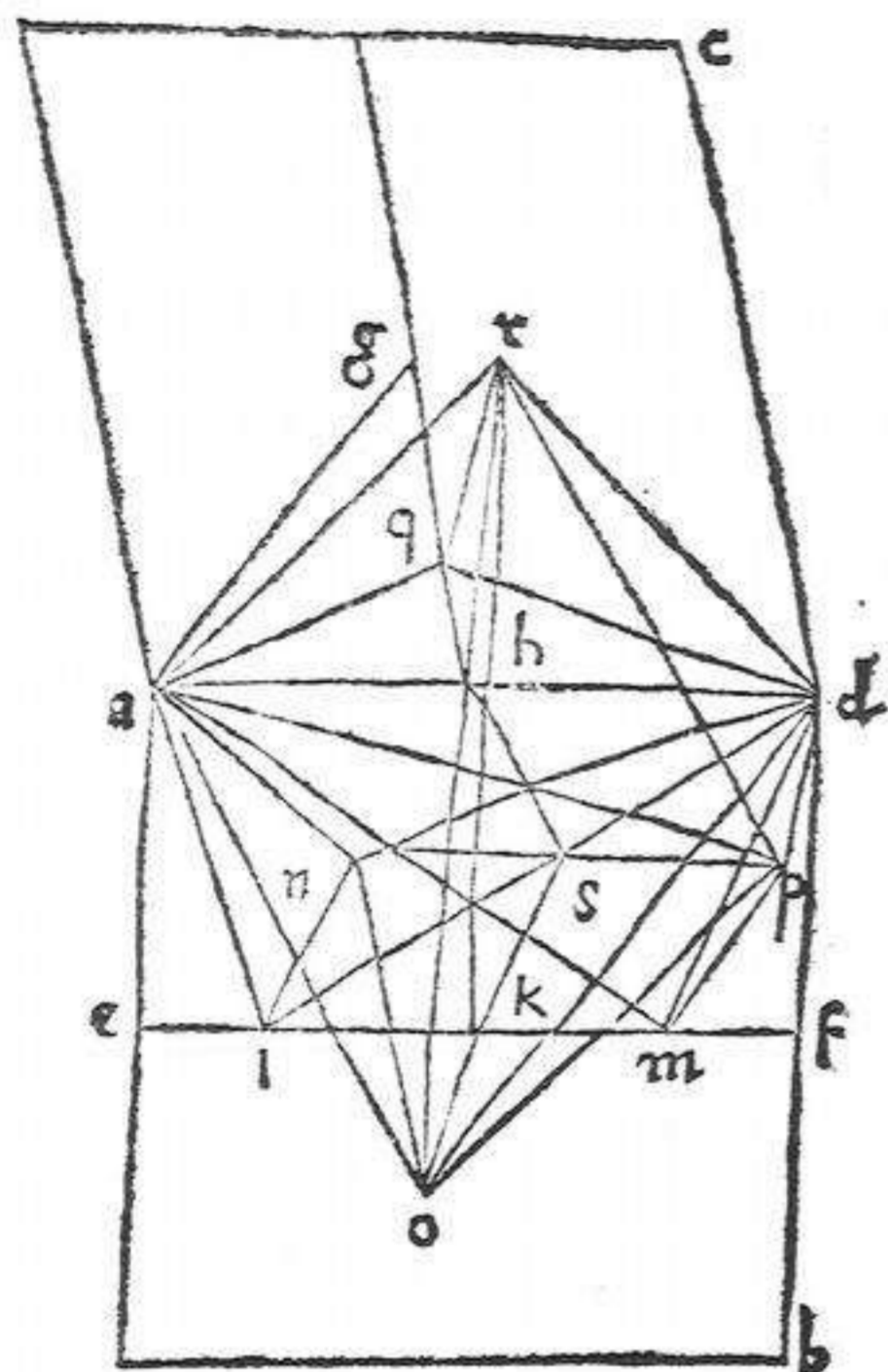
ad .5. superiores angulos decem triangulorum qui sunt in circuitu. Et a puncto p. alie .5. ad alios quinque inferiores. Eruntque hee decem ypothemise equeles adinuicem lateribus inscripti pentagoni ex penultima primi et .10. huius quemadmodum de aliis decem prius demonstratum est. Habes ergo corpus .20. basium triangularium atque equilaterarum cuius cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni. Eius vero diameter est linea .n. p. Horum autem .20. triangulorum decem consistunt in circuitu supra circulum. qui etiam autem consurgunt sursum ad punctum .n. concurrentes. At quinque reliqui deorsum emergunt super punctum .p. coeuntes. Hoc autem ycoedrum corpus a data sphaera circumscribibile esse sic erit manifestum. Cum linea .l. m. sit equalis lateri hexagoni et .m. n. lateri decagoni equilaterorum quos circulus .e. f. g. circumscribit tota .l. n. erit ex nona partis libri diuisa secundum proportionem .h. m. et .d. extre. in puncto .m. et maior portio eius erit linea .l. m. Diuidat itaque .l. m. per equalia in .q. Eritque ex communi scia .p. q. equalis .q. n. Nam .p. l. posita est equalis lateri decagoni quemadmodum .m. n. quare .q. n. est medietas .n. p. quemadmodum est .q. m. medietas .m. l. Cum ergo quadratum .n. q. sit ex .3. huius quincuplum ad quadratum .q. m. erit quoque ex .15. quatuor quadratum .p. n. quincuplum ad quadratum .l. m. Est .n. ex quarta secundi quadratum .p. m. quadruplum ad quadratum .q. n. Quadratum quoque .l. m. quadruplum ad quadratum .q. m. ex eadem. Quadruplum autem ad quadruplum est ut simplicium ad simplicium teste .15. quatuor at .70. quadratum .a. b. quincuplum est ad quadratum .b. d. ex secunda parte correlarii .8. sexti: et ex correlario .17. eiusdem: est et .a. b. quincupla ad .b. c. eo quod .a. c. fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo .l. m. est ex ypothesi equalis .b. d. erit ex communi scia .a. b. equalis .n. p. Itaque si supra lineam .n. p. semicirculus describat qui tamen locum primum repetat circouoluat sphaera ipsius motu descripta erit a diffinitione sphaerae equalium equalis sphaerae opposita. Et quoniam linea .l. m. est medio loco proportionalis inter .l. n. et .n. m. ideoque inter .l. n. et .p. l. erit quoque quilibet semidiameter circuli medio loco proportionalis inter .l. n. et .l. p. et cum .l. m. sit equalis semidiametro circuli: itaque semicirculus supra .p. n. descriptus transibit per omnia puncta circumferentiae circuli .e. f. g. Ideoque et per singulos angulos solidi fabricati in illa circumferentia consistentes: et quia eadem ratione singuli coramisti continuantes extremitates angularium cathetorum: cum extremitate centralis sunt medio loco proportionales inter .p. m. et .m. n. eo quod quilibet eorum est equalis .l. m. sequitur ut idem semicirculus transeat et per reliquos angulos figure ycoedre statuta. est igitur corpus hoc inscribibile sphaerae cuius diameter .p. n. Ideoque et sphaerae cuius diameter .a. b. Latus autem huius solide figure dico esse lineam minorem. Constat .n. quod linea .b. d. est rationalis in potentia cum eius quadratum sit subquincuplum ad quadratum lineae .a. b. quae posita est rationalis siue in longitudine siue in potentia tamen. Itaque semidiameter atque semidiameter circuli .e. f. g. est et rationalis in potentia. Nam eius semidiameter est equalis .b. d. Igitur ex .12. huius latus pentagoni equilateri huic circulo inscripti est linea minor. at vero sicut in huius demonstrationis processu patuit latus huius figure est quantum latus pentagoni: ergo latus huius figure .20. alchaidarum est linea minor quemadmodum proponit.

Propositio .17.



S corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atque equiangularium ab assignata sphaera diametrum rationalem habente circumscribibile constituitur. eritque palam latus eiusdem corporis irrationalis esse: id quod residuum dicitur.

Eiat cubus secundum quod docet .14. huius circumscribibile ab assignata sphaera: sintque huius cubi due superficies .a. b. et .a. c. imaginemur autem nunc quod .a. b. sit suprema superficies cubi et .a. c. sit una ex lateralibus sitque linea .a. d. communi istis duabus superficiebus. diuidantur itaque in superficie .a. b. duo opposita latera per equalia videlicet .d. b. in puncto .f. et lateri oppositum .i. e. et puncta diuisionis continuentur per lineam .e. f. latus quoque .a. d. et illud quod sibi oppositum in superficie .a. c. diuidat per equalia et puncta diuisionis continuentur linea recta cuius medietas sit



g. h. Sitq. pūctus. h. medius pūctus lineae. a. d. similiter lineae. e. f. diuidat
 p equalia in. k. & protraatur. h. k. quālibet igit̄ trium lineaz. e. k. k. f. & g
 h. diuide fm̄ proportionem ha. me & du. ext. in tribus pūctis. l. m. q. sint
 q. maiores portiones eaz. l. k. k. m. & g. q. Quas manifestum est esse equa
 les cū tote linee diuise sint equales videlicet quelibet eaz. medietati lateris
 cubi. Deinde a duobus pūctis. l. & m. erige perpēdicularēs vt docet. 11. vn
 decimi ad superficiem. a. b. quaz. vtrāq. ponas equalē lineae. k. l. sintq. l. n
 & m. p. similiter a pūcto. q. erige ppendiculariter. q. r. ad superficiem. a. c.
 quam ponas equalē. g. q. ptrahe itaq. lineas. a. l. a. n. a. m. a. p. d. m. d. p. d.
 l. d. n. a. r. a. q. d. r. d. q. Manifestum est igitur ex quinta huius q. duae lineae
 k. e. & e. l. potēdialiter sint triplū ad lineā. k. l. ideoq. et ad lineam. l. n. cū
 k. l. & l. n. sint equales. At p. o. k. e. ē equalis. e. a. igit̄ due lineae. a. e. & e. l.
 sunt potētia triplū ad lineā. l. n. quare ex penul. primi. a. l. ē potētia tripla
 ad. l. n. ideoq. p eadem. a. n. ē potētia quadrupla ad. l. n. Cūq. oīs lineae sit
 potētia quadrupla ad medietatem sui sequit̄ ex cōi scia q. a. n. sit dupla in
 longitudine ad. l. n. & q. a. l. m. dupla est ad. l. k. At. k. l. & l. n. sint equales
 erit. a. n. equalis. l. m. sunt. n. eaz. dimidia equalia. Et q. a. ex. 33. primi. l. m.
 est equalis. n. p. erit. a. n. equalis. n. p. Eodē mō pbabis tres lineas. p. d. d. r.
 & r. a. e. ē equalis sibi inuicem & duabus predictis. Habemus itaq. ex his qn
 q. lineis pētagonū equilaterū q. est. a. n. p. d. r. Sed fortasse dices ipsum nō
 esse pentagonum q. nec forsan ē totus in superficie vna. q. d. esset necessariū
 ad hoc vt esset pētagonus. Quod ergo sit totus in superficie vna sic habeto.
 p. deat eadem a pūcto. k. lineae. k. s. perpēdicularis ad superficiem. a. b. q. sit eq̄
 lis. l. k. eritq. ob hoc equalis vtriq. duaz. lineaz. l. n. & m. p. cūq. ipsa sit eq̄
 distans vtriq. eaz. ex sexta vndecimi. ideoq. cum amabus in eadem superfi
 cie ex dione lineaz. equidistantium necesse est vt pūctus. s. sit in linea. n
 p. & q. diuidat eā p equalia. ptrahent igitur due lineae. r. h. & h. s. sint itaq.
 duo trianguli. k. s. h. & q. r. h. sup vnū angulū videlicet. k. h. q. cōstituti &
 est pportio. k. h. ad. q. r. sicut. k. s. ad. q. h. nā vt. g. h. ad. q. r. sic. k. h. ad. q.
 r. ex. 7. quinti. & vt. r. q. ad. q. h. sic. k. s. ad. q. h. ex eadē. sed. g. h. ad. q. r. vt
 q. r. ad. q. h. eo q. q. r. est equalis. g. q. ergo p. 30. sexti lineae. r. h. s. est linea
 vna. Quare ex secunda vndecimi totus pentagonus de quo disputamus
 est in superficie vna. Ipsum quoq. dico esse equiangulum. cū. n. e. k. sit di
 uisa fm̄ proportionem habentem medium duoz. extrema & k. m. sit eq̄
 lis maiori portioni eius: erit quoq. ex. 4. presentis tota. e. m. diuisa fm̄ p
 portionem habentem medium duoz. extrema: maior quoq. portio eius
 lineae. e. k. Ideoq. per. 5. duae lineae. e. m. & m. k. Ideoq. duae. e. m. & m. p.
 Nam. m. p. est equalis. m. k. sunt potentia triplum ad lineam. e. k. Ideoq.
 & ad lineam. a. e. nam. a. e. est equalis. e. k. Itaq. tres lineae. a. e. e. m. & m. p.
 sunt potentia quadruplum ad lineam. a. e. Constat aut̄ per penultimam
 primi bis assumptam q. lineae. a. p. est potentia equalis tribus lineis. a. e. &
 e. m. & m. p. Itaq. a. p. est potentia quadrupla ad lineam. a. e. Latus vero
 cubi cum sit duplum ad lineam. a. e. est potentia quoq. quadruplum ad ip
 sam ex. 4. secundi. igitur ex cōi scia. a. p. est lateri cubi equalis. Cūq.
 a. d. sit vnum ex lateribus cubi erit. a. p. equalis a. d. Ideoq. ex. 8. primi an
 gulus. a. r. d. est equalis angulo. a. n. p. Eodem mō pbabis angulum. d. p.
 n. esse equalē angulo. d. r. a. quia pbabis lineam. d. n. esse potentialiter
 quadruplū ad medietatem lateris: cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit
 eqlaterus & habeat tres angulos equales ipse erit eqangulus ex septima pñ
 tis libri. Si itaq. hac via rōeq. cōsimili sup vnūquodq. reliquoꝝ lateꝝ cu
 bi pentagonum equilaterū & equiangulum fabricemus p̄ficiet̄ solidum. 12.
 superficiebus pentagonis eqlateris & equiangulis cōtentum. Cubus. n. hēt
 12. latera. Reliquum aut̄ est demonstrare solidum hoc esse a data s̄pera
 circū. criptibile. ptrahe int̄ igit̄ a lineae. j. k. due superficies secātes cubū quaz
 vna secet ipsum sup lineā. h. k. & alia sup lineā. e. f. eritq. ex. 40. vndecimi
 vt cōis sectio hāz. duaz. superficieꝝ secet diametꝝ cubi & secet viceversa ab
 ipsa diāetro p equalia. sit ergo cōis sectio eaz. vj. q. ad diāetꝝ cubi lineae. k. o.

Ita q. o. sit centrum cubi. Et ducantur lineae. o. a. o. n. o. p. o. d. o. r. Cō-
 stat autē q. vtraq. duarum lineaz. o. a. f. o. d. est semidiameter cubi. Iōq.
 equales. De linea. autem. o. k. constat ex. 40. vndecimi q. ipsa est equalis
 e. k. videlicet medietati lateris cubi. Et quia k. f. ē equalis. k. m. Erit. o. f.
 diuisa in puncto. k. fm proportiōem habentem medium duosq. extrema
 f. maior portio eius erit linea. o. k. q. est equalis. e. k. Itaq. p. s. huius erunt
 duae lineae. o. f. f. k. Iōq. o. f. f. j. p. Eo q. j. p. ad quas hec demōstratio non
 extēditur est equalis. k. j. triplum in potētia ad lineā. o. k. Et iō ad medie-
 tatem lateris cubi quare p. penul. primi. linea. o. p. ē potētia tripla ad me-
 dietatem lateris cubi. Ex correl. aut. 14. huius cōstat q. semidiameter spere
 tripla est in potētia ad medietatem lateris cubi quem circū scribit eadem
 spere. Itaq. o. p. est quanta semidiameter spere circū scribentis cubum p.
 positum. Eadem ratione cuncte lineae ducte a puncto o. ad angulos singu-
 los pētagonoꝝ oīum superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos
 inq. qui proprii sunt pentagonis non autē cōes eis f. superficiebus cubi. s. p.
 prii quales sunt in pentagono statuto tres anguli. n. p. r. De illis autē lineis
 q. veniunt a puncto. o. ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pē-
 tagonis f. superficiebus cubi quales sunt in pentagono pnti duo anguli. a.
 f. d. cōstat q. ipse sunt equales semidiametro spere circū scribentis cubum.
 I p. n. sunt semidiametri cubi ex. 40. vndecimi. At vero semidiameter
 cubi est tanq. semidiameter spere ipsum circū scribētis quemadmodum ex
 rōcinatione. 14. appet. I gr. oēs. inee ducte a pūcto. o. ad singulos angulos
 duodecedri sunt eqles adinuicē f. semidiametro spere. Semicirculus itaq.
 super totam diametrum spere vel cubi lineatus si circū ducatur transibit p.
 oēs angulos eius quare per diff. nitionem ipsum est ab assignata spere cir-
 cū scriptibile. Dico itē q. latus huius figure est linea irrōnalis ista videli-
 cet q. residuū dī si diameter spere ipsum circū scribentis fuerit rōnalis in lō-
 gitudine vel in potentia. Cum. n. diamēter spere sit ex. 14. huius tripla in
 potentia ad latus cubi erit latus cubi rōnale in potentia si diameter spere
 fuerit rōnalis in longitudine vel in potētia. Cōstat autē ex n. q. linea. r. p.
 diuidit lineam. a. d. q. est latus cubi fm proportiōem hntem mediū duosq.
 extrema f. q. portio eius maior equalis ē lateri pentagoni. Et quia maior
 portio eius est residuum ex sexta huius manifestum est latus figure duode-
 cedron eē residuum quod demonstrare volumus. Fabricata sunt igitur p.
 13. f. quatuor eam sequētes quinq. corpora equilatera atq. equiangula quo-
 rum vnū quodq. ē circū scriptibile ab assignata spere. Sūt autē hec solida: p.
 mum qdem quatuor basium triāgularium: f. dī tetracedron. Secundum ē
 sex basium quadrataz. f. dī cubus siue exacedron. Tertium octo basium triā-
 gularium: f. dī octocedron. Quartum autē ē solidum ycocedron f. est vi-
 ginti basium triāgularium. Quintum vero ex. 12. basibus pentagonis cōsi-
 stit: dīq. duodecedron. Hec at quinq. solida regularia dicūtur qm ipsa eq-
 angula sunt atq. eqlatera f. a spere atq. ab inuicem circū scriptibilia. plura
 vero his quinq. eqlatera q. sint f. equiangula eē est impossibile. Ad cōsti-
 tutionem cuiuslibet anguli so' idi necesse est ad minus tres sup'ficiales an-
 gulos cōcurrere. Ex duobus enim solis superficialibus nequit solidus angu-
 lus cōpleri: q. ergo tres anguli cuiuslibet exagoni equilateri f. equianguli
 sunt equales quatuor angulis rectis. At vero eptagoni f. cuiuslibet pluriū
 laterum figure equilatera atq. equiangule tres anguli sunt maiores quatu-
 or angulis rectis quemadmodum ex. 32. primi euidenter elicitur: omnis
 autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est teste. 21. vndecimi
 impossibile est tres angulos exagoni atq. eptagoni: f. simpliciter omnis
 plurilatera figure equilatera tamen atq. equiangule solidum angulum con-
 stituere. ideo nulla solida figura equilatera atq. equiangula potest ex super-
 ficiebus exagonalibus aut pluriū laterum constitui. Si enim tres anguli
 exagoni equilateri atq. equianguli quemq. solidum angulum excedunt
 quatuor f. p'ures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pē-
 tagoni equilateri atq. equianguli minores esse quatuor rectis angulis. ma-

nifestum est & quatuor esse maiores: quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq; equianguli possibile est solidum angulum constitui. ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile. ideoq; vnum duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq; equiangulis constitutum est illud videlicet quod duodecedron dicitur in quo anguli pentagonorum terni & terni solidos angulos perficiunt. Eadem quoq; est ratio in quadrilateris figuris equilateris & equiangulis q̄ in pentagonis: ois enim quadrilatera figura si equilatera equiangulaq; fuerit ipsa erit quadrata a definitione. Nam omnes eius anguli erunt recti per. 32. primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figure possibile est solidum angulum constitui: ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile est: propter quod ex talibus figuris superficialibus que cum quadrilatero ipse sint equilatero atq; equiangule vnicum solidum quod cubum dicimus fabricatum est. Triangulorum autem equilaterorum sex anguli sunt equales quatuor rectis ex 32. primi pauciores ergo minores & plures maiores: igitur ex sex angulis talium trigonorum aut ex pluribus impossibile est angulum solidum fieri: ex quinq; & ex quatuor & ex tribus possibile. Cum itaq; tres anguli trigoni equilateri efficiunt angulum solidum: perficitur ex triangulis equilateris corpus quatuor basium triangularium atq; equilaterarū. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo basium quod octocedron diximus. At vero si quinq; triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum contineant fiet corpus ycocedron viginti basium triangularium & equilaterarum. Quare ergo tot & talia sunt solida regularia & quare plura his non sint dictum est.

Castigator.

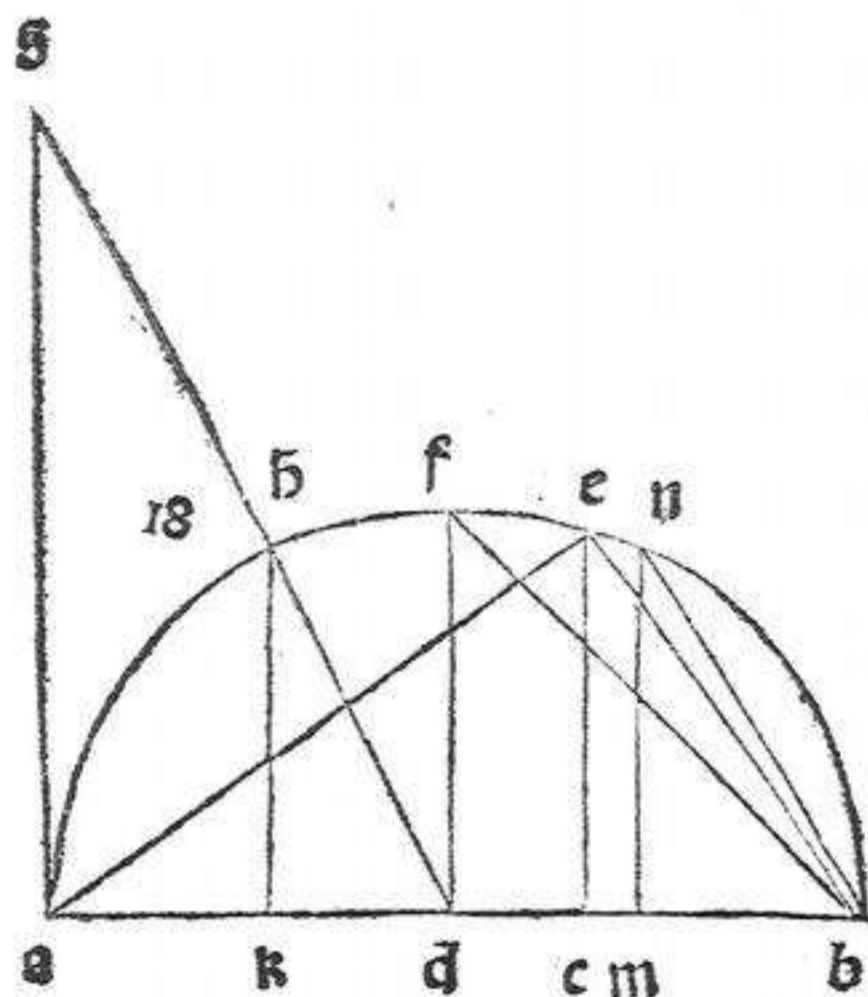
¶ Quia sicut totum ad totum ita dimidium ad dimidium. Nam ubi dicitur dyameter spere tripla est in potentia ad latus cubi ideo semidyameter similiter est potentia triplex ad medietatem lateris cubi ac si dyameter esset .6. eius potentia .36. & latus cubi esset .2. cuius potentia est .4. semidyameter .3. potentia eius .9. medietas lateris cubi esset .1. cuius potentia .1. que est subtripla ad potentiam .3. hoc est ad potentiam medietatis dyametri spere & cetera.

Propositio .18.



Latera quinq; corporum premissorum ab eadem spere circumscriptibilium cuius spere sola dyametros nobis proposita fuerit per ipsam propositas dyametrum inuenire.

¶ Sit .a. b. dyameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinq; premissorum corporum elicere. ¶ Diuidamus igitur hanc dyametrum in .c. ita q; .a. c. sit dupla ad .c. b. Et per equalia in .d. Et lineemus super eam semicirculum .a. f. b. ad cuius circumferentiam protrahantur due linee perpendiculares ad lineam .a. b. que sint .c. e. & .d. f. Et iungamus .e. cum .a. & .c. cum .b. & .f. cum .b. Manifestum ergo est ex demonstratione .13. q; .a. e. est latus figure quatuor basium triangularium & equilaterarum. Et ex demonstratione .14. q; .e. b. est latus cubi. Et ex demonstratione .15. q; .f. b. est latus figure octo basium triangularium & equilaterarum. Prodeat itaq; a puncto .a. linea .a. g. perpendicularis ad .a. b. & equalis eidem .a. b. & iungatur .g. cum .d. Sitq; .h. punctus in quo .g. d. secatur circumferentiam semicirculi. Et ducatur .h. k. perpendicularis ad .a. b. & quia .g. a. est dupla ad .a. d. erit ex quarta sexti .h. k. dupla ad .k. d. Sunt enim duo trianguli .g. a. d. & .h. k. d. equianguli ex 32. primi eo q; angulus .a. maioris est equalis angulo .k. minoris namq; uterq; rectus & angulus .d. est communis vniq;. Igitur ex quarta secundi .h. k. est potentia quadrupla ad .k. d. ergo ex penultima .1. b.

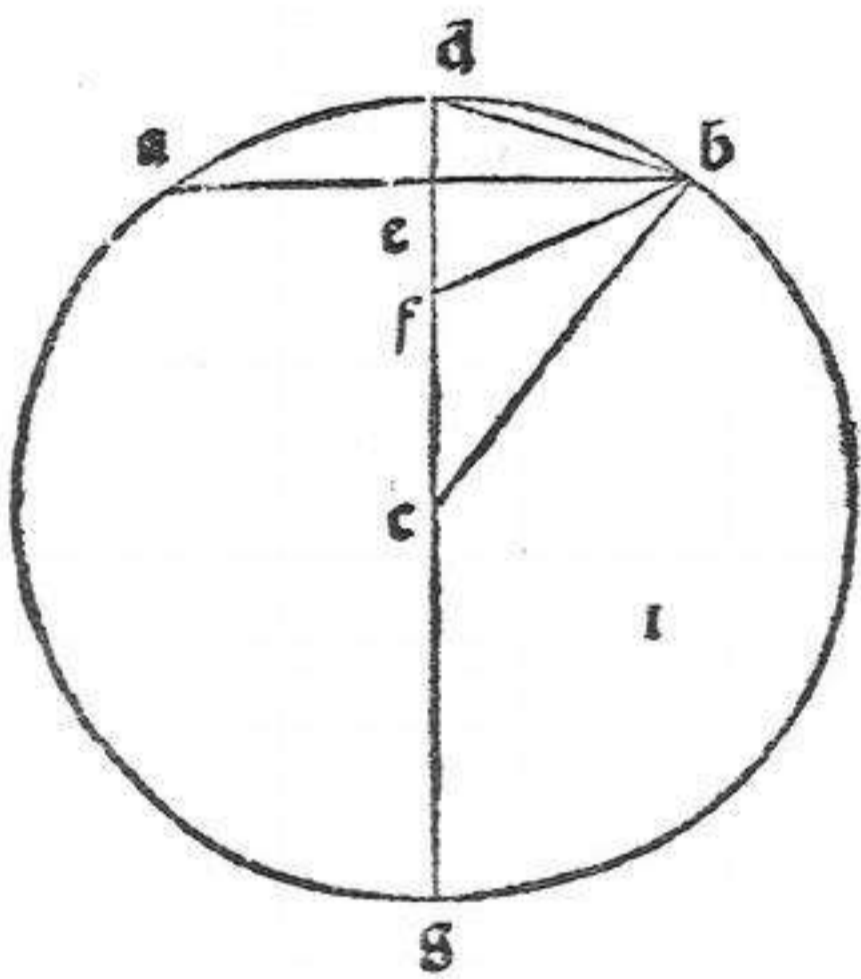


d. est potentia quincupla ad .k. d. cumq. d. b. sit equalis .h. d. est enim d. centrum semicirculi. erit quoq. d. b. potentia quincupla ad .k. d. At vero cum tota .a. b. sit dupla ad totam .b. d. quemadmodum .a. c. detracta ex prima .a. b. est dupla ad .c. b. detractam ex secunda .b. d. eritq. ex .19. quinti .b. c. residua prime; dupla ad .c. d. residuam secunde. Ideoq. tota .b. d. est tripla ad .d. c. Igitur quadratum .b. d. est nonecuplum ad quadratum .d. e. ¶ quia ipsum erat quincuplum tantum ad quadratum .k. d. erit ex secunda parte decime quinti, quadratum .d. c. minus quadrato .k. d. Ideoq. d. c. minor .k. d. Sit igitur .d. m. equalis .k. d. ¶ prodeat .m. n. v. q. ad circumferentiam que sit perpendicularis ad .a. b. ¶ iungatur .n. cum .b. Cum igitur .d. k. ¶ .d. m. sint equalis erunt ex diffinitione eius quod est aliquid quas lineas a centro equidistare due linee .h. k. ¶ .m. n. equaliter distantes a centro. Ideoq. equalis adinuicem ex secunda parte .13. tertii ¶ ex secunda parte tertie eiusdem. Itaq. m. n. est equalis .m. k. Nam .h. k. erat equalis ei. At quia .a. b. dupla est ad .b. d. ¶ .k. m. dupla est ad .d. k. ¶ quadratum .b. d. quincuplum ad quadratum .d. k. erit ex .15. quinti quadratum .a. b. similiter quincuplum ad quadratum .k. m. est enim quadratum dupli ad quadratum dupli sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione enim .16. manifestum est q. diameter spere est potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli figure .20. basium. q. ad .k. m. est equalis lateri exagoni circuli figure .20. basium. Nam diameter spere que est .a. b. ¶ potentialiter quincupla tam ad latus exagoni circuli illius figure q. ad .k. m. Rursuq. ex demonstratione eiusdem manifestum est q. diameter spere constat ex latere exagoni ¶ duplici lateri decagoni circuli figure .20. basium. Cum ergo .k. m. sit tanq. latus exagoni. At vero .a. k. sit equalis .m. b. Nam ipsa sint residua equalium demptis equalibus. Erit .m. b. tanq. latus decagoni. Quia igitur .m. n. est tanq. latus exagoni. nam ipsa est equalis .k. m. erit ex penultima primi ¶ .10. huius .n. b. tanq. latus pentagoni figure circuli .20. basium. Et q. ex demonstratione .16. apparet q. latus pentagoni circuli figure .20. basium est latus eiusdem figure .20. basium. Constat lineam .n. b. esse latus istius figure. Diuidatur itaq. .e. b. que est latus cubi ab assignata spere circumscriptibilis secundum proportionem habentem medium duosq. extrema in puncto .p. Sitq. maior portio eius .p. b. Constat igitur ex demonstratione premissis q. .p. b. est latus figure .12. basium. Inuenta ergo sint latera .s. premissorum corporum ex diametro spere nobis proposita. Est enim latus .a. e. pyramidis .4. basium. e. b. latus cubi. f. b. latus octocedri. At vero .n. b. latus ycocedri. Linea autem .p. b. latus duodecedri. Que autem horum laterum sunt maiora aliis sic habetur. Constat enim q. .a. e. est maior .f. b. nam arcus .a. e. est maior arcu .f. b. Itemq. .f. b. est maior .e. b. Et .e. b. maior q. .n. b. At vero .n. b. dico etiam esse maiorem q. .p. b. Cum enim sit .a. c. dupla ad .c. b. erit ex quarta secundi quadratum .a. c. quadruplum ad quadratum .c. b. Constat autem ex secunda parte correlarii .8. sexti ¶ ex correlario .17. eiusde q. q. dratum .a. b. triplu ¶ e ad q. dratum .b. e. sed .p. n. sexti q. dratum .a. b. ad quadratum .b. e. est sicut q. dratum .b. e. ad q. dratum .c. b. ex eo q. proportio .a. b. ad .b. e. est sicut .b. e. ad .b. c. ex secunda parte correlarii .8. sexti. itaq. p. n. quinti quadratum .b. e. triplum est ad q. dratum .c. b. ¶ quia quadratum .a. c. quadruplum est ad idem quadratum ut ostensum est: erit ex prima parte .10. quinti quadratum .a. c. minus quadrato .b. e. Ideoq. linea .a. c. maior est linea .b. e. Ideoq. .a. m. multo maior .b. e. Manifestum vero est ex .9. huius q. si linea .a. m. diuisa fuerit fm proportionem hntem medium duosq. extrema erit maior portio eius linea .k. m. q. est equalis .m. n. At no cum .b. e. diuiditur fm eandem pportionem videlicet hntem mediu duosq. extra maior eius portio ¶ linea .p. b. cu itaq. tota .a. m. sit maior tota .b. e. erit .m. n. que est equalis maiori portioni .a. m. maior q. .p. b. que est maior portio .b. e. Hoc autem manifestum est ex secunda .14. libri que sine auxilio alicuius earum que sequuntur firma de-

monstratione solidatur. Ergo p. 19. primi a fortiori. n. b. maior est q̄. p. b. Quare patet latera horum. s. corporum premissorum in fere eo ordine quo corpora se inuicem sequuntur se inuicem excedere. In cubo enim dumtaxat & octocedro habet hic instantias. Nam latus octocedri excedit latus cubi quous cubus antecedit octocedrum. Cubum autem premittunt idcirco octocedro: quia eadem diuisione diametri assignate spera latus pyramidis. 4. bases triangulas habentis & latus cubi inuenitur. Est igitur. a. e. latus pyramidis maius lateribus ceterorum corporum. Post ipsum autem est f. b. latus octocedri maius sequentium corporum lateribus. Tertio ordine sequit in magnitudine. e. b. latus cubi. Quarto vero loco e. n. b. latus ycoedron. Minimum autem est omnium. p. b. latus duodecedron vel duodecedri. ¶ Explicite liber Tertiusdecimus.

¶ Quartusdecimus liber Euclidis de habitudinibus trianguli pentagoni exagoni decagoni ad inuicem respectu lineae. Secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise & corporum regularium ad inuicem proportionibus ex optima Campani interpretatione. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore acuratissimo feliciter. Incipit.

Propositio .1.



¶ Perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulum ipsum descripti. Dimidio lateris decagoni atq; dimidio lateris exagoni intra circulum eundem descriptorum ambobus dimidiis in longum directusq; coniectis equalis esse probatur. ¶ Patet igitur q̄ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni est equalis perpendiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum de-

scripti directe coniectis.

¶ Sit linea. a. b. latus pentagoni equilateri inscripti circulo cuius centrum. c. & ducatur a centro. c. perpendicularis ad lineam a. b. que per secundam ptem tertie tertii diuidet ipsam per equalia & arcum eius etiam per equalia ex quarta primi & 27. tertii. Sitq; hec perpendicularis linea. c. d. secans a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. d. Est igitur vt diximus linea. a. e. equalis linee. e. b. & arcus. a. d. arcui. d. b. Protrahaturq; linea. d. b. de qua constat q̄ ipsa est latus decagoni equilateri opposito circulo inscripti cum ipsa subtendatur medietati quinte totius circumsferentie. Dico itaq; q̄ linea. e. c. est equalis medietati linee. c. d. & medietati linee. d. b. in longum directumq; coniectis. Compleatur quidem diameter. d. c. sitq; d. c. g. & sit. e. f. equalis. e. d. & protrahatur. b. f. Eritq; ex. 4. primi. b. f. equalis. b. d. ideoq; p. 5. primi angulus. b. d. f. erit equalis angulo. b. f. d. Constat autem ex vltia sexti q̄ angulus. g. c. b. quadruplus est ad angulum. b. c. d. Eo q̄ arcus. g. b. quadruplus e ad arcum. b. d. At vero angulus. g. c. b. per. 32. primi duplus est ad angulum. b. d. c. Nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt. b. d. c. & d. b. c. At ipsi sunt equales ex. 5. primi. igitur angulus. b. d. c. duplus est ad angulum. b. c. d. Quare angulus quoq; b. f. d. duplus e ad angulum. b. c. f. Sed angulus. b. f. d. est equalis duobus intrinsecis qui sunt. b. c. f. & c. b. f. per. 32. primi. Itaq; duo anguli. b. c. f. & c. b. f. sunt equales. Ideoq; per. 6.

primi. c. f. est equalis. b. f. Ideoq; etiam. c. f. est equalis. b. d. Nam. b. d. & b. f. sunt equales adinuicem. Quare dimidium. c. d. cum dimidio. b. d. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. at vero a dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium. c. f. bis cum dimidio. f. d. Dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. Et dimidium. f. d. est quantum. e. f. Itaq; c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. quod est propositum. Correlarium autem sic constat manifestum est enim ex 8. tredecimi libri q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti est equalis dimidio lineae ductae a centro ad circumferentiam. Hoc quidem ibi demonstratum est & quasi correlarium conclusum. Cum igitur ex hac prima istius. 14. libri pateat q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio lineae ductae a centro ad circumferentiam & dimidio lateris decagoni; sequitur q; perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis perpendiculari ductae a centro ad latus trianguli; dimidioq; lateris decagoni intra eundem circulum descripti; & hoc est quod ex correlario proponitur. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristeus in libro intitulo Expositio scientie. 5. corporum nec non & Appollonius in dono secundo; in proportionalitate figure. 12. basium ad figuram. 20. basium dicens; q; proportio superficierum figure habentis. 12. bases ad superficies figure habentis. 20. bases. est tanq; proportio corporis. 12. basium ad corpus. 20. basium. Linea & enim ducta a centro circuli pentagoni figure. 12. basium duodecedri ad circumferentiam eius est quasi linea prodiens a centro circuli trianguli figure. 20. basium ycoedri ad circumferentiam eius. Hec sunt ipsius magni appollonii verba. Intelligenda autem sunt de figura. 12. & figura. 20. basium ab vna eademq; sphaera circumscriptibili. Est enim proportio corporis duodecedri ad corpus ycoedron cum ambo vna eademq; sphaera circumscribit. Sicut proportio omnium superficierum duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas quemadmodum Appollonius premisorum verborum prima parte commemorat; quod & decima huius. 14. libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circumscribens pentagonum duodecedri equalis circulo circumscribenti trigonum ycoedri cum duodecedron & ycoedron eadem sphaera circumscribit quemadmodum ipse appollonius secunda parte premisorum verborum commemorat; quod etiam in quinta huius libri demonstratione firmatur; premissenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Castigator.

a **C** At vero dimidium. c. d. cum dimidio. c. f. est quantum dimidium c. f. bis cum dimidio. f. d. & cetera.

C Propter hoc est notandum q; omnium duarum quantitatum in equalium semper dimidium maioris cum dimidio minoris est quantum dimidium minoris bis & dimidium differentie qua maior habundat a minore verbi gratia sint due lineae ille in numeris. c. d. 2. f. c. 8. differentia. f. d. erit. 4. nam. c. d. est latus exagoni & c. f. latus decagoni vt dictum est & latus exagoni excedit latus decagoni in. f. d. dico q; medietas. c. d. que est. 3. cum dimidio. c. f. quod est. 4. que iuncta faciunt. 10. & sunt dimidia totalia equantur dimidio. c. f. bis. 8. & dimidio. f. d. quod est. 2. que iuncta. similiter faciunt. 10. & hoc in omni genere verificatur & ideo isto medio ipse concludit dicens dimidium autem. c. f. bis est quantum. c. f. totum & dimidium f. d. est quantum. e. f. s. medietas differentie f. d. maioris ad minorem itaq; c. e. est quantum dimidium. c. d. cum dimidio. d. b. & cetera sine isto proposito non concluderet vt patet.

Propositio .2.



Sicquid accidit vni linee diuise secundum proportionem habentem medium & duo extrema omni linee similiter diuise probatur accidere &c.

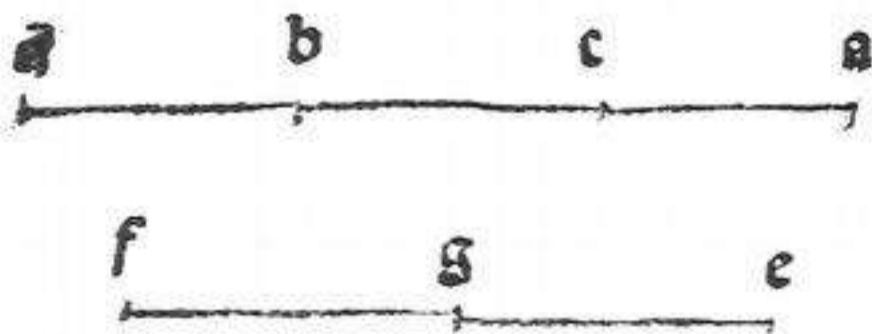
¶ Sit vtraq; duarum linearum. a b. & d. e. diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema hec quidem in. c. illa vero in. f. sintq; maiores portiones huius quidem. a. c. illius autem. d. f. Dico itaq; q; ambarum ad sui maiores portiones est vna proportio. Itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio vna at quoq; maiorum portionum ad minores vna. Et econtrario & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim. Nihil enim aliud est quicquid vni earum accidit. idem quoq; alii accidere. Constat enim ex definitione linee secundum proportionem habentem medium duosq; extrema diuise & ex prima parte. 16. sexti q; illud quod fit ex. a. b. in. b. c. est equale quadrato. a. c. Eodemq; modo quod fit ex. d. e. in. e. f. est equale quadrato. d. f. Ideoq; proportio eius quod fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratum. a. c. est sicut eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratum. d. f. Vtraq; enim est proportio equalitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. ad quadratum. a. c. sicut quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. f. ad quadratum. d. f. Quod ex. 15. quinti & permutata & equalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. cum quadrato. a. c. ad quadratum. a. c. si. ut quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. f. cum quadrato. d. f. ad quadratum. d. f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam. a. b. vna linea que sit equalis. b. c. que dicatur. b. g. Et ad. d. e. adiungatur equalis. e. f. que dicatur. e. h. Manifestum est igitur ex octaua secundi libri q; quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. g. cum quadrato. a. c. est quale quadrato linee. a. g. At vero similiter quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. h. cum quadrato. d. f. est equale quadrato. d. h. Ad vero ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex. a. b. in. b. c. equum est quadruplo eius quod fit. ex. a. b. in. b. g. Eo q; b. c. & b. g. sunt equales. Similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex. d. e. in. e. f. equum est quadruplo eius quod fit ex. d. e. in. e. h. Eo q; e. f. & e. h. sunt etiam equales. Igitur ex prima parte septime quinti & ex. 11. 5. eiusdem quadratum. a. g. ad quadratum. a. c. sicut quadratum. d. h. ad quadratum. d. f. Quare ex secunda parte. 11. sexti proportio linee. a. g. ad lineam. a. c. est sicut linee. d. h. ad lineam. d. f. Et coniuncti. a. g. & a. c. ad. a. c. sicut. d. h. & d. f. ad. d. f. At & o. a. g. cu. a. c. sunt tanq; duplum. a. b. & d. h. cum. d. f. tanquam duplum. d. e. Quare duplum a. b. ad. a. c. sicut duplum. d. e. ad. d. f. Et permutatim duplum. a. b. ad duplum. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Sed duplum. a. b. ad duplum. d. e. sicut. a. b. ad. d. e. ex 15. quinti. Igitur. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Ita q; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim: quod oportebat ostendere.

Propositio .3.



In iso latere exagoni secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior eius portio erit latus decagoni circumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶ Sit linea. a. b. latus exagoni alicuius circuli & diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema in puncto. c. sitq; maior portio eius. b. c. Dico q; cuiuscunq; circuli. a. b. est latus exagoni eiusdem. b. c. erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineam. a. b. linea. b. d. que sit latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni. Eritq; ex nona. 13. linea. a. d. diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio eius erit linea. a. b. Cu igitur vtraq; duarum linearum. a. b. & a. d. sit diuise secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. Igitur erit per premisam ambarum ipsarum ad sui maiores portiones vna proportio. Itaq; d. a. ad. a. b.



que est eius maior portio sicut. a. b. ad. b. c. que est etiam eius maior portio. Sed. d. a. ad. a. b. sicut. a. b. ad. b. d. ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius. Igitur ex vndecima quinti a. b. ad. b. d. sicut a. b. ad. b. c. Quare per secundam partem. 9. quinti. b. d. & b. c. sunt equales. Cum ergo. b. d. sit latus decagoni erit quoque ex communi scientia. b. c. latus decagoni. Vel aliter ad lineam. a. b. adiungatur. b. d. equalis. b. c. eritque ex. 4. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius linea. a. b. Itaque per conuersam. 9. tredecimi quam continue post ipsam demonstrauimus cuius circuli linea. a. b. est latus exagoni eiusdem linea. b. d. Ideoque linea. b. c. sibi equalis est latus decagoni. Possumus iterum idem alia via si libet demonstrare. Sit enim. e. f. equalis. a. b. que etiam diuidatur in. g. secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et sit maior portio eius linea. f. g. Constat igitur ex premissa quod quemadmodum. a. b. est equalis. e. f. sic. a. c. est equalis e. g. & c. b. equalis. g. f. Cumque fuerit. b. d. adiuncta ad. a. b. latus decagoni illius circuli cuius. a. b. est latus exagoni erit sicut prius dictum est. ex. 9. tredecimi tota. a. d. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et maior eius portio erit linea. a. b. Itaque per premissam. a. b. ad. b. d. sicut f. g. ad g. e. Quare per primam partem. 15. sexti quod fit ex. a. b. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Cumque. a. b. sit equalis e. f. Et erit quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est ei quod fit ex. b. d. in. f. g. Sed quod fit ex. e. f. in. g. e. equum est quadrato. f. g. Ex diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Et ex prima parte. 16. sexti. Igitur quod fit ex. b. d. in. f. g. est equale quadrato. f. g. Ideoque ex prima sexti linea. b. d. est equalis. f. g. Et quia. f. g. est equalis. c. b. erit quoque. c. b. equalis. b. d. & latus decagoni quod oportebat ostendere.

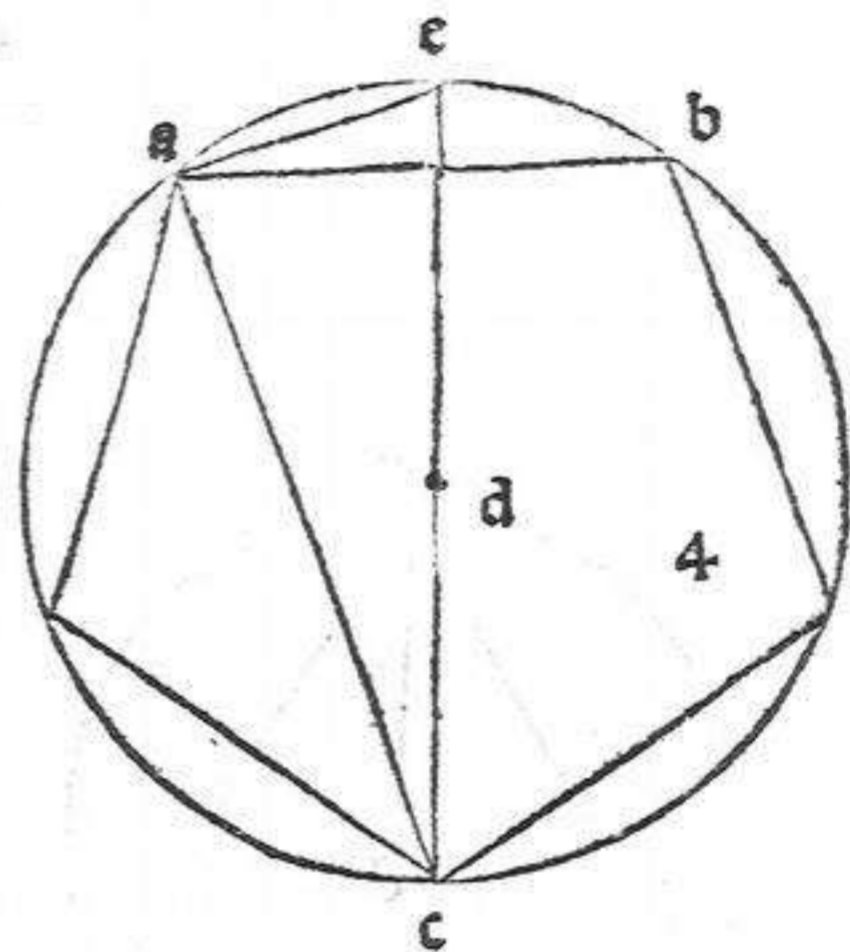
Propositio .4.



Quadratum lateris pentagoni intra circulum descripti quadratumque linee que illius pentagoni angulo subtenditur ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.

Sit in circulo. a. b. c. cuius centrum. d. inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnus latus sit. a. b. & protrahatur diameter. c. d. e. diuidens lineam. a. b. & eius arcum per equalia. Est igitur arcus. a. e. medietas quinte partis circumferentie illius circuli. Quare arcus. a. c. est due quinte totius circumferentie. Protrahantur itaque due linee. a. e. & a. c. Eritque. a. e. latus decagoni. equilateri. eo quod eius arcus est medietas quinte partis circumferentie. Linea vero. a. c. erit que subtenditur vni ex angulis pentagoni predicti. Eo quod arcus. a. c. est due quinte partes circumferentie circuli. Dico itaque quod quadrata duarum linearum. a. b. & a. c. pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. Est enim ex quarta secundi quadratum linee. c. e. quadruplum ad quadratum linee. d. e. Cum autem angulus. c. a. e. sit rectus ex prima parte 30. tertii. eruntque ex penultima primi quadrata duarum linearum. c. a. & a. e. quadruplum ad quadratum. d. e. Igitur quadrata trium linearum. c. a. & a. e. & d. e. quincuplum sunt ad quadratum linee. d. e. & quia ex decima tredecimi libri quadratum. a. b. est equale quadratis duarum linearum. a. e. & d. e. sequitur vt quadrata duarum linearum. a. b. & c. a. sint quincuplum ad quadratum d. e. quod est propositum.

Manifestum est ergo quod quadratum lateris cubi atque quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figuras duodecim basium eadem sphaera circumscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.



Constitutum correlarium vere manifestum est: constat enim ex demonstra-
tione. 17. tredecimi libri quod latus cubi subtenditur angulo pentagoni duo-
decidri cum cubum esse duodecedron vna eademque sphaera circumscribitur
itaque per hanc quartam sine obice constat correlarium. &c.

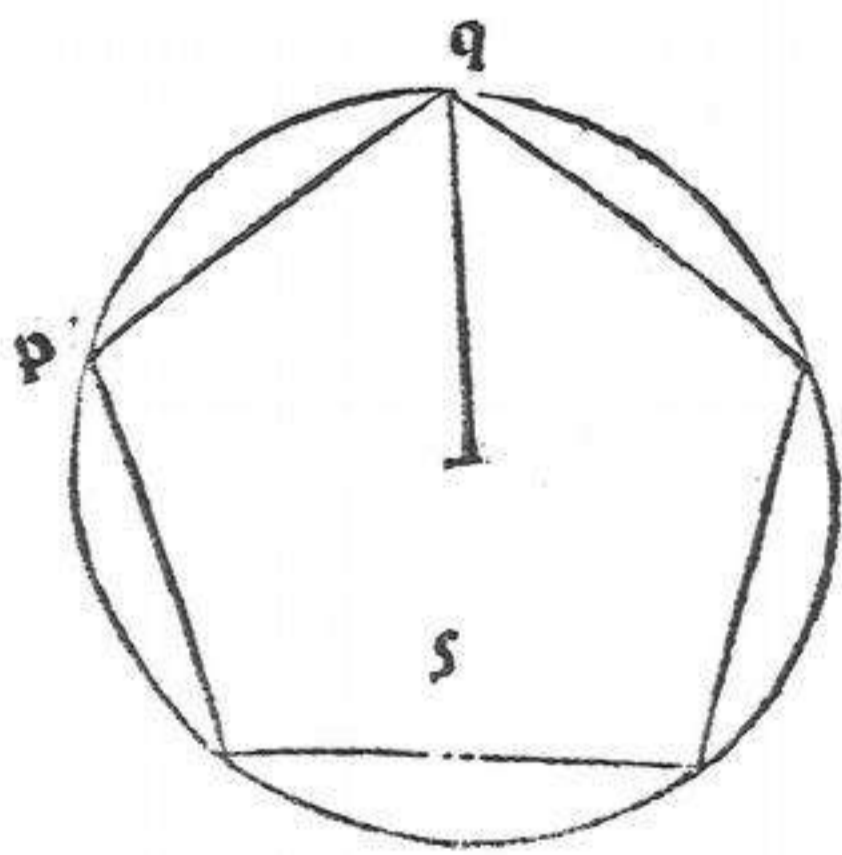
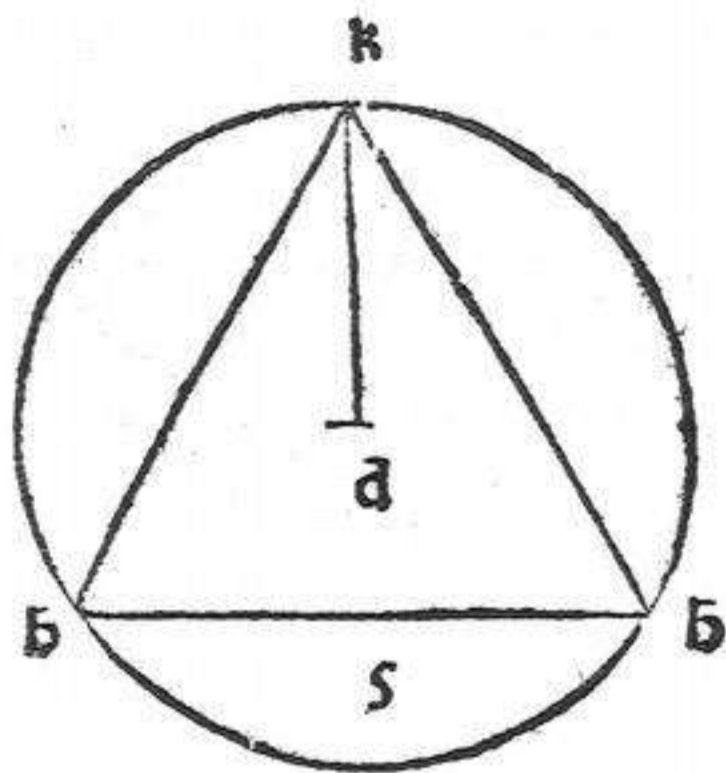
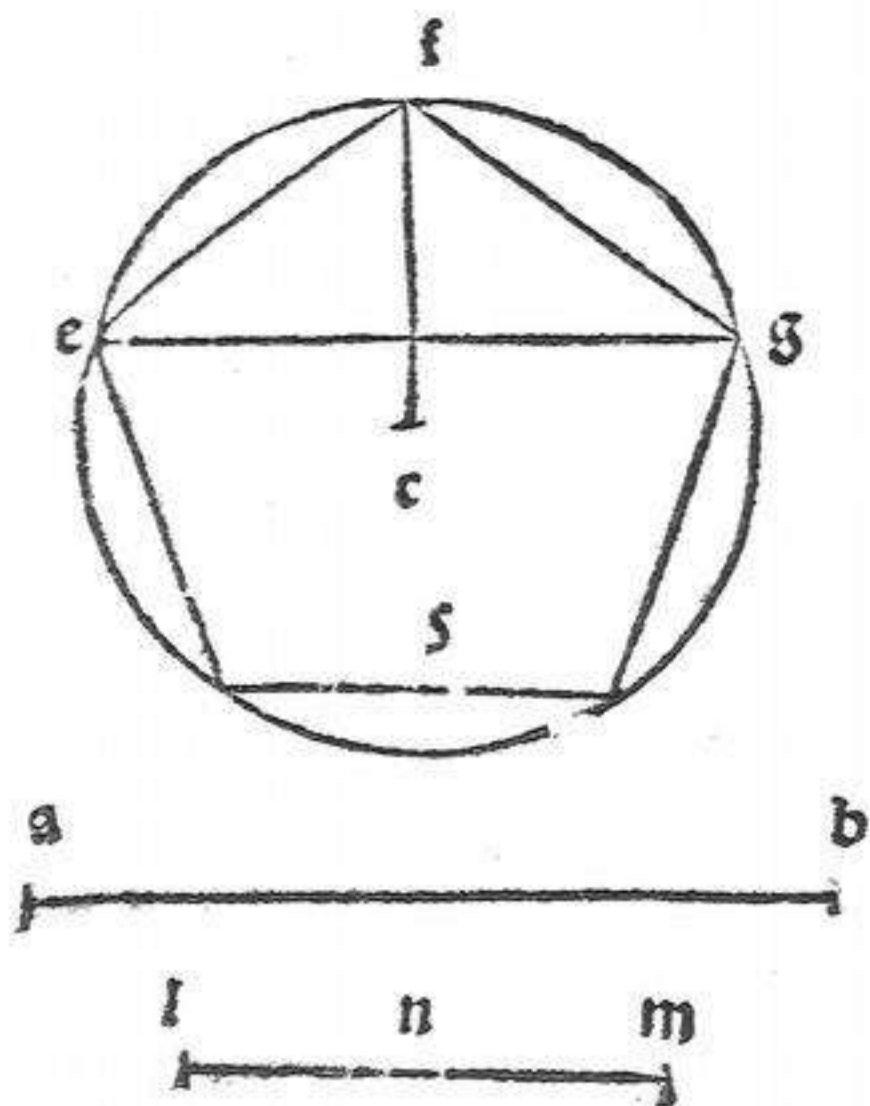
Propositio .5.



Pentagonus figure duodecim basium triangulus
quod figure viginti basium quos eadem sphaera circū-
scribit vno eodemque circulo circumscribuntur.

Sit sphaera cuius diameter. a. b. circumscribens duas soli-
das figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duode-
cim pentagonis sit. c. & ycoedron cuius vnus ex .20. tri-
angulis sit. d. Pentagono autem. c. Et trigono. d. super duo centra. d. & c.
circumscribantur duo circuli huic, quidem. f. c. ex. 14. quarti illi vero.
k. d. ex. 5. eiu: dem. Dico itaque quod hi duo circuli sphaerarum propositarum
quorum alter circumscribit pentagonum. c. Alter vero trigonum. d. sunt
equales. Signentur enim duo latera pentagoni. c. vnum ex suis angulis
continentia litteris. e. f. & f. g. & protrahatur linea. e. g. que si btendat an-
gulum. f. Et semidiameter circuli que sit. c. f. Vnum quodque ex lateribus
trigoni. d. signetur litteris. k. h. Et protrahatur semidiameter sui circuli
que sit. d. k. Dehinc sumatur linea. l. m. ad quam sit linea. a. b. que est dia-
meter sphaere assignate quincupla in potentia. Que quidem. l. m. diuida-
tur in. n. secundum proportionem habentem medium duoque extrema.

Sitque maior portio eius linea. l. n. Et secundum quantitatem totius. l. m.
lineetur circulus. p. q. I taque semidiameter circuli. p. q. sit equali linee. l.
m. Eritque ex correlario. 15. quarti linea. l. m. tanquam latus exagoni equilateri
circulo. p. q. inscripti. Ideoque per tertiam huius linea. l. n. erit tanquam latus
decagoni equilateri eidem circulo inscripti. igitur ex. 11. quarti inscri-
batur pentagonus equilaterus circulo. p. q. cuius vnus latus sit. p. q. eritque
ex. 10. tredecimi libri quadratum. p. q. equale quadratis duarum linea-
rum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Constat autem ex demonstratione. 16. tre-
decimi. quod. h. k. est. equalis. p. q. ergo quadratum. h. k. est equale quadra-
tis duarum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. At vero ex demonstra-
tione. 17. tredecimi. manifestum est quod. e. g. est latus cubi ab eadem sphaera
circumscribibilis. Quare per correlarium. 14. tredecimi. a. b. que est dia-
meter sphaere potentialiter est tripla ad. e. g. que est latus cubi. Si autem. e.
g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duoque extre-
ma patet ex demonstratione. 17. tredecimi quod. e. f. est tanquam maior portio
eius. igitur ex secunda huius. e. g. ad. l. m. sicut. e. f. ad. l. n. Nam vt tota ad
totam sic maior portio ad maiorem. itaque per. 21. sexti quadratum. e. g. ad
quadratum. l. m. sicut quadratum. e. f. ad quadratum. l. n. Quare per
13. quinti quadrata duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepta ad qua-
drata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter accepta sicut quadratum. e. g.
ad quadratum. l. m. ergo per. 15. quinti: & permutatam proportionalita-
tem & equam triplum. duorum quadratorum duarum linearum. e. g. &
e. f. pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter
accepta sicut triplum quadrati. e. g. ad quadratum. l. m. Triplum autem
e. g. quadrati est tanquam quadratum. a. b. ex correlario. 14. tredecimi. At
quadratum. a. b. est per ypotesim quincuplum ad quadratum. l. m. er-
go triplum quadrati. e. g. quincuplum quoque est quadrati. l. m. Quare
etiam triplum quadratorum duarum linearum. e. g. & e. f. pariter accepto-
rum est quincuplum ad quadrata duarum linearum. l. m. & l. n. pariter
accepta & quia probatum est quod quadratum. h. k. est equale quadratis dua-
rum linearum. l. m. & l. n. pariter acceptis. Sequitur ex communi scien-
tia vt triplum quadratorum. e. g. & e. f. sit quincuplum ad quadratum. h.
k. Constat autem ex. 8. tredecimi quod quincuplum quadrati. h. k. est quin-
decuplum ad quadratum. d. k. Nam simpliciter est triplum. Et ex quarta
huius constat quod triplum quadratorum. e. g. & e. f. est quincuplum qua-



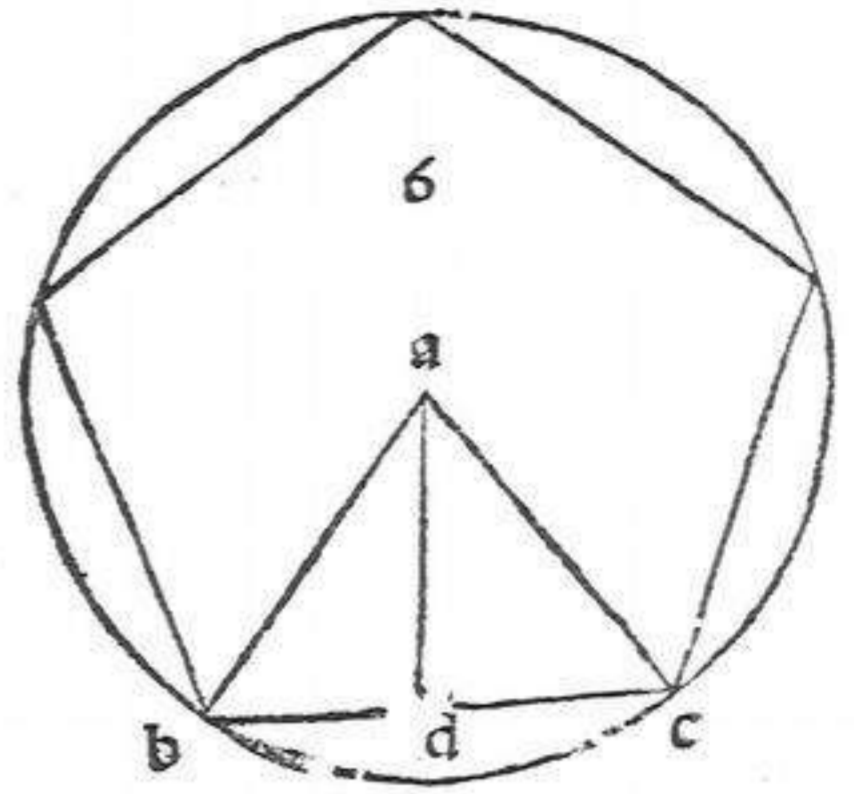
drati. e. f. nam simplum est quindcuplū. Itaq; quincuplum quadrati. c. f. est equale quincuplo quadrati. d. k. ideoq; per. 15. quinti quadratum. c. f. est equale quadrato. d. k. Quare etiam linea. c. f. est equalis lineae. d. k. Ergo ex diffinitione circularum equalium circulus circumscribens pentagonum. c. est. equalis circulo circumscribenti trigonum. d. quod erat ex principio demonstrandum. Nam semidiametri horum circularum sunt equales videlicet. c. f. & d. k.

Propositio .6.



Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circumscribentis pentagonum figure duodecim basium ad latus pentagoni atq; sub latere ipsius pentagoni continetur omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

¶ Sit pētagonus. a. vna ex. 12. basibus figure duodecedri & vnum ex eius lateribus sit. b. c. sibiq; ex. 14. quarti circumscribatur circulus supra centrum. a. & protrahantur lineae. a. b. & a. c. & a. d. perpendicularis ad. b. c. Dico ergo q; trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. est equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonum a. esse diuisibilem in quinq; triangulos equales triangulo. a. b. c. ex. 8. primi. itaq; omnes. 12. pentagoni duodecedri cum omnes sint equales & similes pentagono a. diuisibiles sunt in. 60. triangulos quorum quisq; per. 8. primi est equalis triangulo. a. b. c. Quod autem fit ex. a. d. in. b. c. est duplum per. 41. primi ad triangulum. a. b. c. ergo trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. est sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. Nam vt simplum ad simplum sic duplum ad duplum. Cum itaq; omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiam sexagincuplum ad triangulum. a. b. c. sequitur vt trigincuplum eius quod fit ex. a. d. in. b. c. sit equale omnibus superficiebus duodecedri pariter acceptis: quod est propositum.

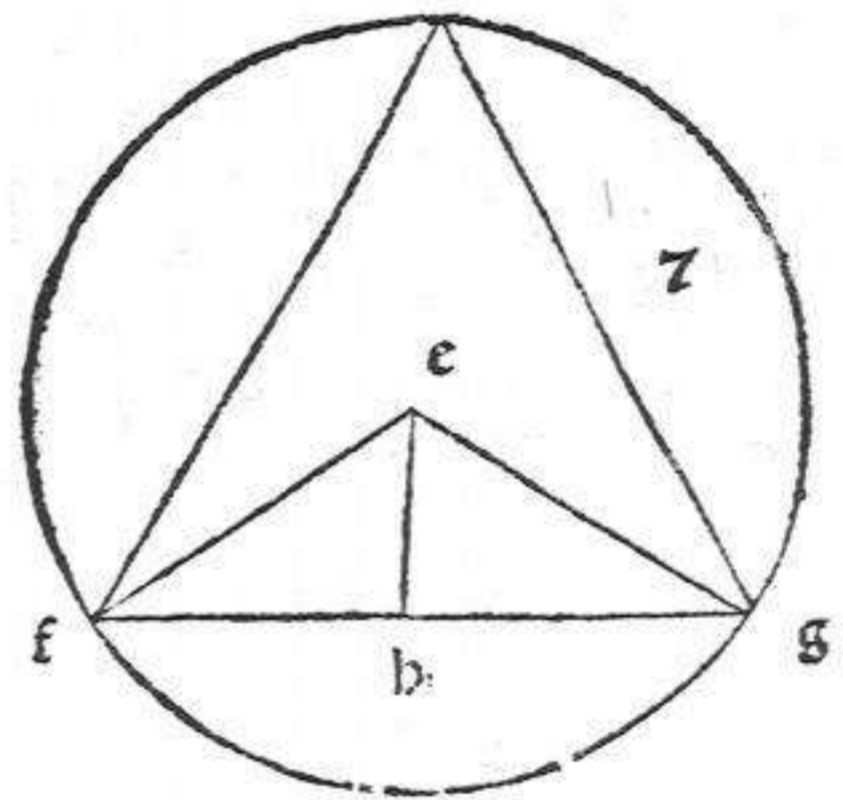


Propositio .7.



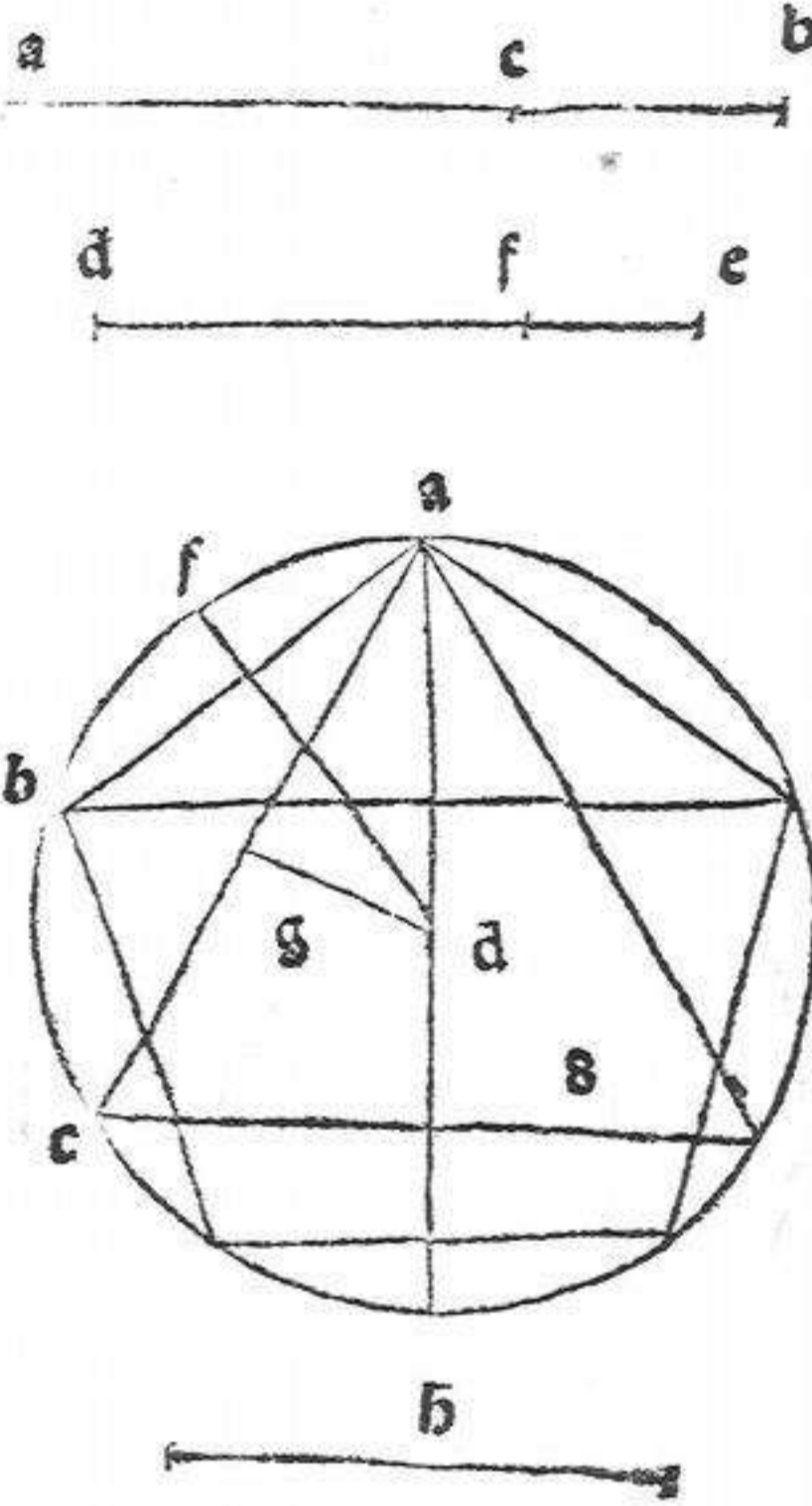
Quadratum quoq; quod est trigincuplum tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figure viginti basium atq; sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basium pariter acceptis.

¶ Esto enim hic trigonus. e. vna ex. 20. basibus figure ycoedri & vnū ex eis lateribus sit. f. g. Sibiq; ex. 8. quarti circumscribatur circulus super cētrum. e. & protrahantur lineae. e. f. e. g. & e. h. perpendicularis ad. f. g. Dico igitur q; trigincuplum eius quod fit ex. e. h. in. f. g. est equale omnibus superficiebus ycoedri pariter acceptis. Constat enim trigonum. e. esse diuisibilem in tres trigonos quorum quilibet per octauam primi est equalis trigono. f. g. Itaq; omnes. 20. trigoni ycoedri pariter accepti cum cuncti sint equales similes trigono. e. sunt tanq; sexagincuplum trigoni. e. f. g. Et quia p. 41. primi. quod fit ex. e. h. in. f. g. est duplum trigoni. e. f. g. Itaq; trigincuplum huius est equale sexagincuplo illius: sequitur vt trigincuplum. e. h. in. f. g. sit equale omnibus superficiebus ycoedri pariter acceptis quod erat demonstrandum.



¶ Manifestum igitur est q; proportio superficiebus figure duodecim basium in aliqua sphaera contente ad superficies figure viginti basium in eadem sphaera conclusae: est tanq; proportio tetragoni contenti sub latere pētagoni ipsius figure duodecim basium & sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus pentagoni: ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figure viginti basium & perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsius latus trianguli corporis viginti alchaidarum.

¶ Quod per illud correlarium concluditur verū esse siue figura. 12. basium & figura. 20. basium sint ab eadem spera circumscribibilis vt proponitur siue etiam fuerint circumscribibilis a diuersis speris. Proponitur autem prout hec figure, sint circumscribibilis ab eadem spera quoniam hoc modo valet & sufficit ad propositum. Eius ergo communis veritas sic patet. Constat enim ex. 6. huius q. trigincuplum. a. d. in. b. c. equum est omnibus superficiebus duodecetri pariter acceptis cuius pentagonus. a. est. vna ex. 12. superficiebus. Et ex hac. 7. constat similiter q. trigincuplum. e. h. in. f. g. equum est omnibus superficiebus ycoedri pariter acceptis cuius trigonus. e. est vna ex. 20. basibus. Siue illud duodecedron & istud ycoedron eadem spera circumscribat. Siue diuerse. Itaq. proportio trigincupli. a. d. in. b. c. ad oēs superficies illius duodecetri piter acceptas est sicut trigincupli e. h. in. f. g. ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas. Vtrobique enim est proportio equalitatis. Quare permutatim trigincuplum. a. d. in. b. c. ad trigincuplum. e. h. in. f. g. sicut omnes superficies illius duodecetri ad omnes superficies huius ycoedri & per. 15. quinti trigincupli ad trigincuplum est sicut simpli ad simplum. Constat igitur per. 11. quinti q. proportio omnium superficieum illius duodecetri ad omnes superficies huius ycoedri est eius quod fit ex. a. d. in. b. c. ad id quod fit ex. e. h. in. f. g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.



Propositio .8.



¶ Proportio cunctarum superficieum corporis duodecetri basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis viginti basium pariter acceptas que ab vna spera ambo circumscribuntur est tanquam proportio lateris cubi quem circumscribit eadem spera ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Vt ab huius. 8. demonstrationis libri. 14. processu ambiguitas omnis abscedat: istud prescire oportet. Quod si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema fuerit diuisa & ex medietate eius tanquam dimidium siue maioris portionis detrahatur: ipsa quoque medietas secundum proportionem habentem medium duorum extrema diuisa erit & eius maior portio est tanquam dimidium maioris siue duple. Verbi gratia sit. a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema in. c. Et maior eius portio sit. a. c. & sit. d. e. tanquam dimidium a. b. Et d. f. tanquam dimidium. a. c. Dico ergo q. d. e. diuisa est in. f. secundum proportionem habentem medium duorum extrema & maior portio eius est. d. f. Constat enim ex. 15. quinti q. proportio a. b. ad. a. c. est sicut. d. e. ad. d. f. Videlicet duplum ad duplum tanquam simplum ad simplum. Quare permutati. a. b. ad. d. e. sicut. a. c. ad. d. f. Igitur per. 19. quinti. c. b. ad. f. e. sicut. a. b. ad. d. e. Est itaque. c. b. dupla ad. f. e. sicut enim est. a. b. ad. d. e. Cum igitur tota. a. b. sit dupla ad totam. d. e. & singule partes. a. b. ad singulas partes. d. e. quare ex. 15. quinti & 11. eiusdem & diffinitione linee diuise secundum proportionem habentem medium duorum extrema. Erit linea. d. e. diuisa in. f. quemadmodum proponitur. Nunc igitur demonstrationi eius quod propositum est insistamus. Ad cuius exemplum sit. a. b. c. circulus cuius centrum. d. circumscribens pentagonum duodecetri & trigonum ycoedri que ambo pariter eadem spera circumscribit & concludit. Nam ex. 5. huius manifestum est q. idem circulus huius pentagonum & illius trigonum circumscribit. Sit autem linea. a. b. latus pentagoni & linea. a. c. trigoni. Sit q. linea. h. tanquam latus cubi ab eadem spera circumscripti. Dico itaque q. proportio omnium superficieum duodecetri pariter acceptarum ad omnes superficies ycoedri pariter acceptas est sicut linea. h. ad lineam. a. c. Producat quidem a centro. d. perpendicularis ad. a. b. q. transeat vsq. ad circumferentiam secans. a. b. in puncto. e. & arcum eius in puncto. f. Hac autem perpendiculari constat diuidere per equalia tam lineam. a. b. q. eius arcum chorda q. dem. a. b. per seorsam partem tertie textii: arcum vero eius per quartam primi & 27. textii. 8

igitur arcus. f. a. decima pars circumferentie. Subtendatur itaq; sibi chorda. a. f. que erit latus decagoni equilateri eiusdem circuli. Erit igitur ex. 9. tredecimi linea constans ex. d. f. f. a. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema. & maior portio eius erit linea. d. f. At vero ex prima huius. d. e. est equalis dimidio. d. f. dimidioq; f. a. in longum directumq; coniunctis. Sit igitur. d. g. perpendicularis ad. a. c. eritq; ex correlario. 8. tredecimi. g. d. tanq; dimidium. d. f. Itaq; si a linea. d. e. que est tanq; dimidium. d. f. a. cum. d. f. & f. a. sit linea vna; detrahatur equalis. d. g. que est tanq; dimidium. d. f. erit per illud quod ante hoc probatum est linea. d. e. diuisa secundum proportionem habentem medium duosq; extrema & maior portio erit tanq; g. d. Ex demonstratione autem 17. tredecimi constat q; si linea. h. que est latus cubi diuidaturq; secundum proportionem habentem medium duosq; extrema maior portio eius erit tanq; a. b. que est latus pentagoni figure. 12. basium. Itaq; per secundam huius proportio. h. ad. a. b. est sicut. d. e. ad. g. d. Quare per primam partem 15. sexti quod prouenit ex. h. in. g. d. equum est ei quod fit ex. a. b. in. d. e. Ex correlario autem premisse manifestum est q; proportio omnium superficierum duodecetri cuius latus. a. b. pariter acceptarum ad omnes superficies ycoedri cuius latus. a. c. pariter acceptas est sicut eius quod fit ex a. b. in. d. e. ad illud quod fit ex. a. c. in. g. d. Igitur ex prima parte. 7. quinti & 11. eiusdem proportio eius quod prouenit ex. h. in. g. d. ad illud quod prouenit. ex. a. c. in. g. d. est. sicut omnium superficierum illius duodecetri ad omnes huius ycoedri. At vero eius quod prouenit ex. h. in. g. d. ad illud quod prouenit ex. a. c. in. g. d. est per primam sexti sicut. h. ad. a. c. Itaq; per 11. quinti proportio omnium superficierum illius duodecetri ad omnes huius ycoedri est sicut. h. ad. a. c. quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus. si ad ipsum huius antecedens necessarium premiserimus quod est.

Si circulo cuilibet pentagonus equilaterus inscribatur rectangulum q; sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextante ipsius linee angulum ipsius pentagoni subtendentis contineatur eidem pentagono equum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri vnumquodq; integrum in. 12. partes equales intellectu & ratione diuiserunt omnesq; eas simul hoc est ipsum totum a ssem; vocauerunt; vndecim vero earum dixerunt deuncē. decem autem dextantem nouem dodrantē. octo vero bisse. at septem septuncem sepraté vel q;uncem. sex autem semis; quinq; quinquincem. quatuor trientem. tres autem quadrantem. duas vero sextantem. vnam autem appellauerunt vnciam ea; q; p ordinem talibus designauere figuris q; sepiissime iueniunt in antiqs libris.

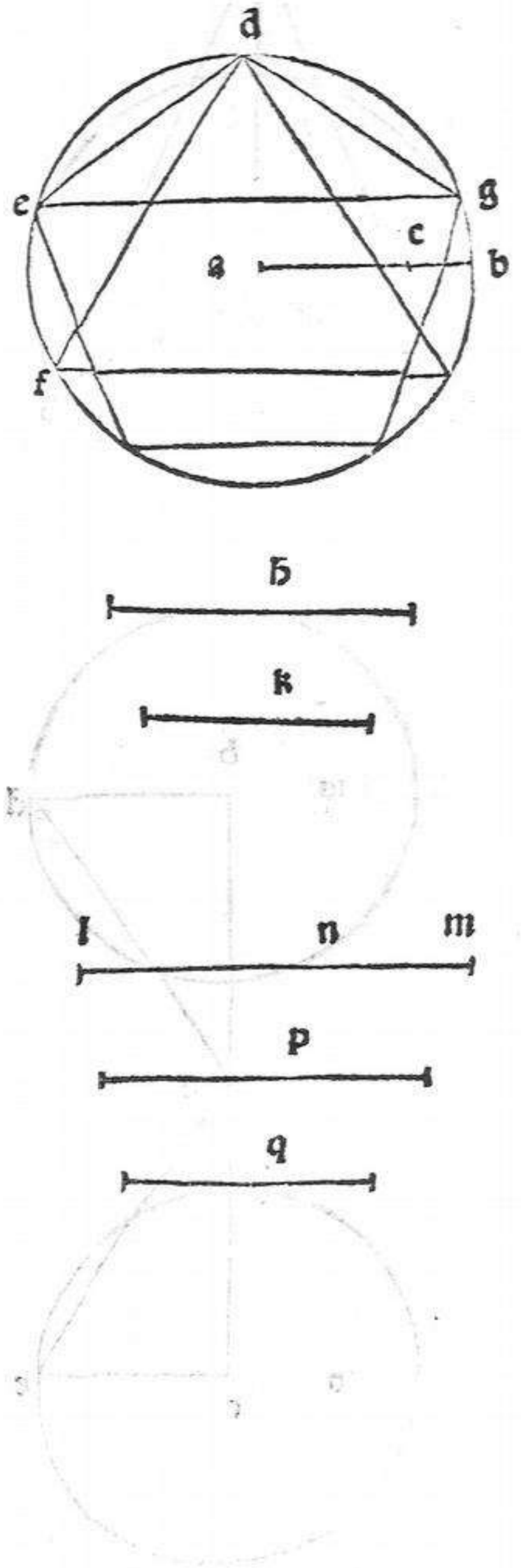
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx.
Semis	Quantunx	Triens	Quadrans	Sextans	Vncia

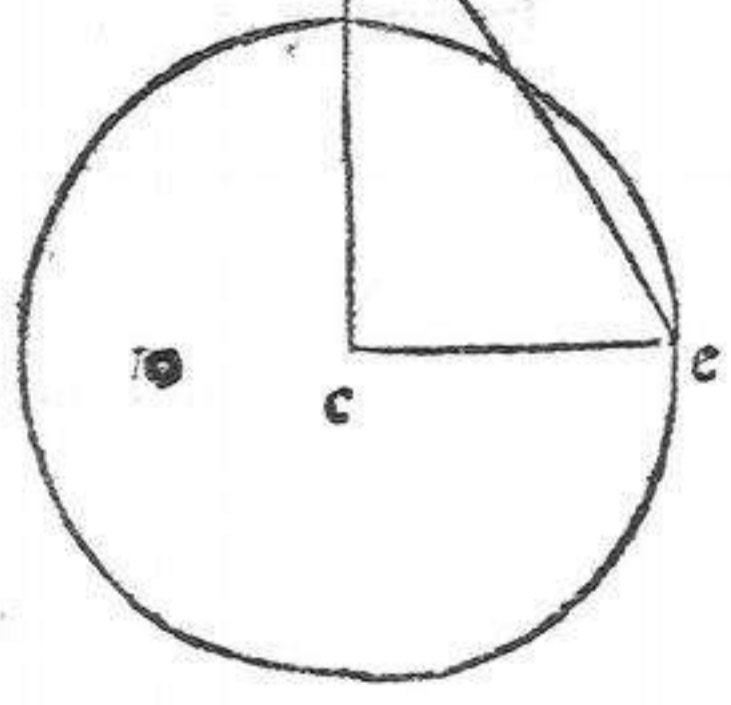
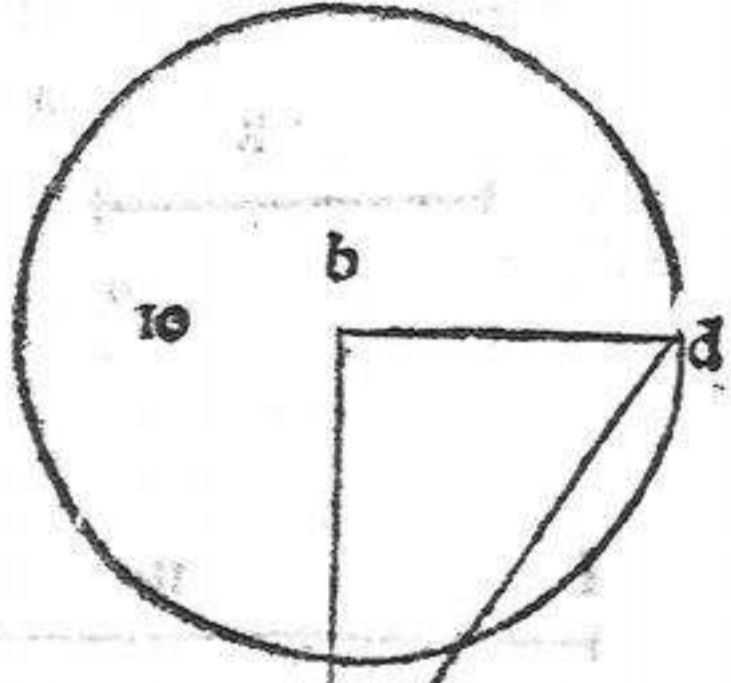
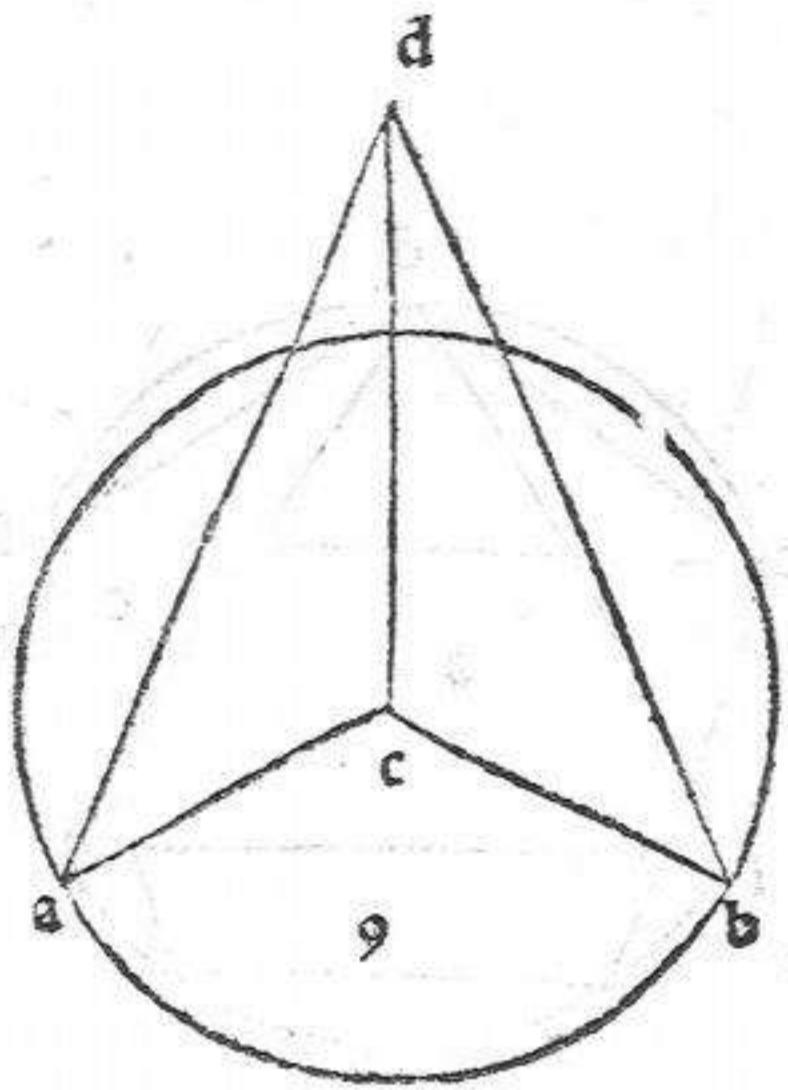
Vnciam quoq; quam duodecimam partem assis fore diximus in alias rursus. 12. fractiones. Sed alia via diuiserunt. nam medietatem vncie dixerunt semiunciam. tertiam vero duellam. q;rtā sicilicum. sextam sexculam. octauam dragmam duodecimam semi siclam. decimaoctauam tremis sem. vigesimam quartam scrupulum. quadragesimamoctauam obulum. septuagesimam secundam bissiliquam. nonagesimam sextam ceracem. Vltima vero que est centesima quadragesima quarta pars ipsius vncie sili quam nominauerunt. His autem. 12. fractionibus vncie posteri ores adiunxere calcum. Est autem calculus centesima nonagesima secunda pars vncie cuius additionis causa fuit vt vsq; ad minimum extremum diateseron & diapente simphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum harum fractionum denominatio conuenderet vel contenderet &



In quacumque linea secundum proportionem habentem medium duorum extrema erit proportio lineae potētis supra totam lineam eiusque maiorem portionem ad lineam potētis supra totam eiusdemque minorem portionem tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis viginti basium una cum cubo ipso in eadem sphaera contenti.

Sit linea .a. b. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema $\&$ maior portio eius sit linea .a. c. $\&$ super centrum .a. secundum quantitatem lineae .a. b. describatur circulus .d. b. e. Eiq; inscribatur ex .ii. quarti pentagonus equilaterus cuius vnum latus sit .d. e. Et ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit .d. f. Et vni ex angulis pentagoni qui sit .d. subtendatur linea .e. g. Constat igitur ex .s. huius $\&$ sphaera circumscribens duodecedron cuius pentagoni latus est .d. e. circumscribit simul ycoedron cuius trianguli latus est .d. f. Et ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est $\&$ eadem sphaera circumscribit cubum cuius latus est .e. g. Sumatur ergo linea .h. potens super totam .a. b. $\&$ eius maiorem portionem .a. c. Et sumatur .k. potens super totam .a. b. $\&$ minorem eius portionem .b. c. Dico itaq; $\&$ proportio .e. g. ad .d. f. hoc est lateris cubi ad latus trianguli ycoedri una cum ipso cubo ab ipsa sphaera contenti; est sicut .h. ad .k. Constat quidem ex correlario .15. quarti $\&$.a. b. est tanquam latus exagoni equilateri circulo .b. d. e. inscripti. Igitur ex tertia huius .a. c. est tanquam latus decagoni eiusdem circuli. Itaq; per .10. 13. d. e. potens est super totam .a. b. $\&$ eius maiorem portionem .a. c. Quare .d. e. est equalis .h. Nam quadratum vtriusque earum tantum est quantum quadrata duarum linearum .a. b. $\&$.a. c. pariter accepta. Patet autem ex octaua .13. $\&$.d. f. est tripla est potentialiter ad .a. b. At vero ex .s. eiusdem patet $\&$.k. quoque tripla est potentialiter ad .a. c. ergo ex secunda parte .11. sexti proportio .d. f. ad .a. b. est sicut .k. ad .a. c. Quare permutatim .d. f. ad .k. sicut .a. b. ad .a. c. Et quia ex demonstratione .17. tredecimi manifestum est $\&$ si .e. g. diuidatur secundum proportionem habentem medium duorum extrema maior portio eius erit tanquam .d. e. Erit per secundam huius proportio .e. g. ad .d. e. sicut .a. b. ad .a. c. Quare per .ii. quinti erit quoque .e. g. ad .d. e. sicut .d. f. ad .k. Et permutatim .e. g. ad .d. f. sicut .d. e. ad .k. Et quia per primam partem .7. quinti .d. e. ad .k. sicut .h. ad .k. Eo $\&$.d. e. $\&$.h. sunt equales Erit per .ii. quinti .e. g. ad .d. f. sicut .h. ad .k. quod est propositum. Non solum autem est proportio .e. g. lateris cubi ad .d. f. latus trianguli ycoedri sicut .h. ad .k. immo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnus ad alteram: quarum altera potest super totam quamlibet lineam diuisam secundum proportionem habentem medium duorum extrema $\&$ super eius maiorem portionem. Altera vero super totam $\&$ eius minorem portionem. Nam singulae lineae talium est proportio vna. Verbi gratia. Maneant priores ypotheses circa lineas .a. b. h. $\&$.k. Et sumatur quoque quaelibet alia linea que sit .l. m. diuisa secundum proportionem habentem medium duorum extrema in .n. $\&$ portio maior sit .l. n. Sitq; linea .p. potens super totam .l. m. $\&$ eius maiorem portionem .l. n. Et linea .q. sit potens super totam .l. m. $\&$ eius minorem portionem .m. n. Dico ergo $\&$ proportio .p. ad .q. est sicut .h. ad .k. Constat enim ex secunda huius $\&$.b. a. ad .a. c. est sicut .l. m. ad .l. n. Ergo per primam partem .11. sexti quadrati .b. a. ad quadratum .a. c. est sicut quadrati .m. l. ad quadratum .n. l. Quare conuenit quadrati .h. ad quadratum .a. c. sicut quadrati .p. ad quadratum .l. n. Et permutatim quadrati .h. ad quadratum .p. sicut quadrati .a. c. ad quadratum .l. n. Eodem argumentationis genere sequitur $\&$ proportio quadrati .k. ad quadratum .q. est sicut quadrati .c. b. ad quadratum .m. n. Et quia ex secunda huius $\&$ ex prima parte .11. sexti quadratum .a. c. ad quadratum .l. n. sicut quadratum .c. b. ad quadratum .m. n. Erit ex .ii. quinti quadratum .h. ad quadratum .p. sicut quadratum .k. ad quadratum .q. Quare per secundam partem .11.





sexi. h. ad. p. sicut. k. ad. q. Et permutatim. h. ad. k. sicut. p. ad. q. quod erat demonstrandum. Et ne quis dubitationis locus ea que demonstranda restant obscurat; premissenda adhuc arbitramur quedam quibus sequentia firmo demonstrationis robore inconcussa permaneant.

Si aliqua plana superficies speram quamlibet secet communis differentia plane superficiesi secantis & curve superficiesi speræ erit circumferentia continens circulum.

Sit igitur aliqua plana superficies secans speram & sit linea. a. b. communis sectio superficiesi secantis & superficiesi spe. Dico q̄ linea. a. b. est. circumferentia circuli. Aut enim centrum speræ est in plana superficie secante. aut extra. Quod si fuerit in ea ponatur vbiq̄ contigerit & sit. c.

Quia ergo tota linea. a. b. est in superficie speræ & quia omnes linee ducte a centro speræ ad ipsius circumferentiam sunt equales quemadmodum constat ex diffinitione speræ. sequitur vt omnes linee ducte a puncto. c. ad lineam. a. b. sint equales. Est igitur ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. circulus & eius centrum est. c. videlicet idem q̄ centrum speræ. Si autem centrum speræ fuerit extra superficiem secantem; ponatur ergo vbi libet quod sit. d. a quo secundum doctrinam. 11. vndecimi ducatur linea. d. c. perpendicularis ad superficiem secantem.

Et protrahantur ab eodem centro. d. due linee recte quomodocunq̄ contingat ad lineam. a. b. que sint. d. a. & d. b. Et iungatur. c. cum. a. & cum. b. Eruntq̄ due linee. d. a. & d. b. equales. Eo q̄ ipse sunt a centro speræ ad superficiem eius. Ex diffinitione autem linee perpendicularis ad superficiem. Manifestum est q̄ anguli. d. e. a. & d. c. b. sunt recti. Ideoq̄ ex penultima primi & ista communi scientia; que equalibus sunt equalia inter se sunt equalia. Erunt quadrata duarum linearum. c. d. & c. a. pariter accepta equalia quadratis duarum linearum. d. c. & c. b. pariter acceptis. Dempto itaq̄ vtrinq̄ quadrato. d. c. Erit quadratum. c. a. equalia quadrato. c. b. Quare & linea. c. a. lineæ. c. b. Eodem argumentationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto. c. ad lineam. a. b. esse equales ergo ex diffinitione circuli superficies quam continet linea. a. b. est circulus & eius centrum est. c. quod est propositum.

Ex hoc itaq̄ manifestum est q̄ cum superficies secat speram super centrum eius sector proveniens in superficie speræ est linea continens circulum cuius centrum est centrum speræ.

Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq̄ proveniens in superficie speræ est linea continens circulum cuius centrum est punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta a centro speræ ad superficiem secantem.

Amplius autem dico q̄

Si in spei a aliqua fuerint circuli equales perpendiculares ducte a centro speræ ad superficies illorum circulorum erunt ad invicem equales.

Sint i spei a cuius centrum. a. signati duo circuli. b. & c. equales. Ad quorum superficies protrahantur a centro speræ videlicet a puncto. a. perpendiculares secundum q̄ docet. 11. vndecimi. Ad hunc quidem. a. b. Ad illum autem. a. c. Dico q̄ due linee. a. b. & a. c. sunt equales. Protrahantur enim a punctis. b. & c. singule linee recte ad circumferentias illorum circulorum prout libuerit. In b. quidem. b. d. In illo autem. c. e. Et iungat a. cum d. & cum. e. Eritq̄ ex diffinitione linee supra superficiem perpendiculariter stantis vterq̄ duorum angulorum. a. b. d. a. c. e. rectus. At vero ex secunda parte premissi correlarii. Manifestum est q̄ duo puncta. b. & c. sunt centra circulorum. b. c. Ideoq̄ due linee. b. d. & c. e. sunt semidiametri eorum. Qui circuli cum ponantur equales sequitur ex diffinitione equalium circulorum has semidiametros esse equales. Et quia due linee. a. d. & a. e. sunt equales quia sunt ducte a centro speræ ad eius superficiem. Erunt ex penultima due perpendiculares. a. b. & a. c. equales.

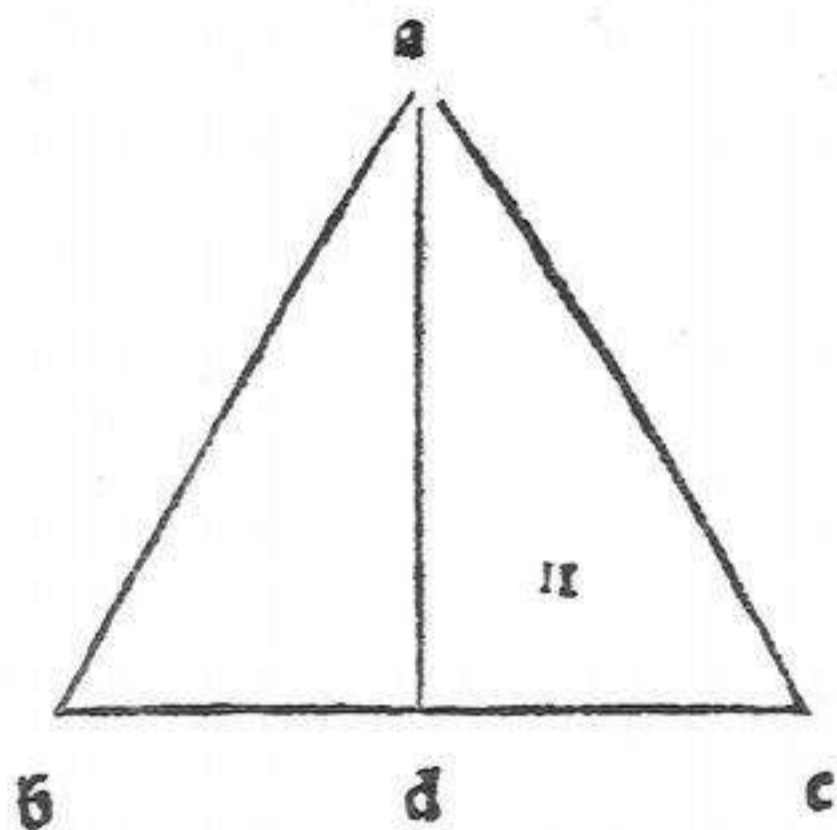
Quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio. 10.



Propositio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna eademq; sphaera includit: e sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

Hoc est quod superius post demonstrationem prime huius auctoritate aristotei & Apollonii commemorauimus cuius demonstratio ex his que premissa sunt euidenter elicitur. Ex quinta quidem huius manifestum est q; circuli quorum alter circumscribit pentagonum duodecedri; reliquus vero trigonum ycoedri que ambo corpora sphaera vna cohercet sunt adinuicem equales. Itaq; erunt perpendiculares a centro sphaera ad superficies omnium circulorum circumscriptentium pentagonos huius duodecedri & trigonos illius ycoedri in eorum centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestum est. Nam omnes hi circuli teste. 5. huius sicut dictum est equales sunt sibi adinuicem. Piramides igitur quarum sunt bases pentagoni duodecedri; conii autem earum sunt centrum sphaera. atq; piramides quarum bases sunt trigoni ycoedri; & conii earum similiter centrum sphaera sunt eque alte. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem mensurant vel determinant a conis ad bases perpendiculares cadentes. Piramides autem eque altas suis basibus proportionales esse oportet quemadmodum in. 6. duodecimi probatum est. Itaq; proportio pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad pyramidem cuius basis trigoni ycoedri est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum. Ideoq; per. 24. quinti proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus duodecedri. Ad pyramidem cuius basis trigonus ycoedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum. Hee autem. 12. piramides quarum sunt bases. 12. pentagoni duodecedri sunt tanq; totum corpus ipsius duodecedri. At. 12. pentagoni tanq; omnes superficies eius. Itaq; proportio corporis duodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus ycoedri est sicut proportio omnium superficierum duodecedri ad trigonum ycoedri. Quare rursus ex. 24. quinti proportio corporis duodecedri ad vigincuplum illius pyramidis cuius basis est trigonus ycoedri est sicut omnium superficierum duodecedri ad vigincuplum trigoni ycoedri. Cum igitur vigincuplum huius pyramidis sit tanq; totum corpus ycoedri ad vigincuplum istius trigoni tanq; omnes superficies ipsius ycoedri erit proportio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo vna eademq; sphaera concludit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis ycoedri pariter acceptas. Hoc autem est predictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia fixa solidaq; demonstratione roborata. cui quoq; adiciendum est hoc. Nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycoedri vna cum ipso cubo ab eadem sphaera conclusi sit sicut proportio omnium superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycoedri in eadem sphaera conclusi sicut ex. 8. huius demonstratum est; erit ex. 11. quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycoedri que ambo sphaera vna circumuoluit tanq; proportio lateris cubi eidemq; sphaera inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycoedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema est proportio lineae potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem sicut lateris cubi alicui sphaera inscripti ad latus trigoni corporis ycoedri ab eadem sphaera circumducti sicut ex. 9. huius demonstratum est erit et ex. 11. qnti vt diuisa qualibet linea fm pportione hntem mediu duoq; extrrea sit pportio liee potetis sup tota & eius maiore portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionem veluti proportio corpo



ris duodecetri ad corpus ycoedri que ambo vna atq; eadem spera circū scribit. Ex dictis igitur manifestum est q̄ proportio lateris cubi alicui spe re inscripti ad latus trigoni ycoedri ab eadem spera circumscripti. Itēq; proportio cunctarum superficierum duodecetri ad cunctas superficies ycoedri que ambo super eadem spera circumscribit. Et rursus proportio linee potentis super quamlibet lineam diuisam fm̄ proportionem habē tem medium duoq; extrema & super eius maiorem portionem ad lineā potentem super eandem & super eius minorem portionem atq; iterum p̄portio corporis duodecetri ad corpus ycoedri que ambo vna eadēq; spera cohercet est proportio vna. Mirabilis itaq; est potentia linee fm̄ p̄ portionem habentem medium duoq; extrema diuise: cui cum plurimā pholosophantium admiratione digna conueniant hoc principium vel precipuum ex superiorum principiorum inuariabili procedit natura vt tam diuersa solida tū magnitudine tū basium numero tū etiam figura ir rationali quadam simphonia rationabiliter conciliet. Quippe demon stratum est q̄ proportio duodecetri corporis ad ycoedron corpus que ambo spera vna coambit est quasi proportio linee potentis super quam libet lineam fm̄ prefatam proportionem diuisam & super eius maiorem partem ad quamlibet lineam potentem super eandem & eius minorem partem quoniam vero de tribus ceteris corporibus regularibus non ha bemus aliquid dictum studeamus de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eius dem trianguli ad ipsam perpendicularem potētia liter sexquitercium esse conueniet

Sit enim triangulus equilaterus .a. b. c. ducaturq; ab an gulo .a. linea .a. d. perpendicularis ad basim dico q̄ .a. b. ē potentialiter sexquitercium ad .a. d. Sunt quidem ex .5. primi duo anguli .b. & .c. equales. Et quia anguli ad .d. sunt recti erit per .26. primi linea .b. c. diuisa per equalia in puncto .d. Itaq; ex quarta secundi quadratum .b. c. quadruplum est ad quadratum .b. d. ideoq; etiam quadratum .a. b. q̄ druplum est ad quadratum .b. d. Est enim triangulus equilaterus. Quare per penul. primi quadrata duarum linearum .a. d. & .b. d. pariter accepta q̄ druplum sunt ad q̄dratum .b. d. itaq; quadratum .a. d. triplum est ad q̄dra tū .b. d. cōstat ergo p̄positū.

Propositio .12.



Inis trigonus equilaterus cuius est latus ratio nale superficies medialis esse probatur.

Sit vt p̄us triangulus .a. b. c. equilaterus & sit latus eius .a. b. rationale siue in longitudine siue in potentia tantum dico itaq; q̄ ipse triangulus est superficies medialis. Duca tur enim perpendicularis .a. d. ab angulo .a. ad basim. Erit q; ex premissa & ex .6. decimi & diōne superficiei rationalis quadratum li nee .a. d. rationale & linea .a. d. rationalis in potentia. Ipsa autem ex vlti ma parte .7. decimi mediante premissa erit incōmensurabilis linee .a. b. ideoq; & linee .b. d. que est tanq̄ eius dimidium. Sunt itaq; due linee .a. d. & .b. d. rationales potentialiter tantum cōmunicantes. Igitur ex .19. decimi superficies vnus earum in alteram est medialis. Cūq; superficies vnus ear; in alteram sit equalis trigono .a. b. c. cōstat vtz esse quod diximus.

Propositio .13.



In te superficies vtriuslibet duorum solidorum quorum alterum est piramis quatuorbasium triā gularium & equilaterarum reliquum vero est cor pus octobasium triangularium & equilateraz pa riter accepte: si diameter sperae ea circūscribentis rōnalis fuerit componunt superficiem mediam.

C Nam si diameter sphaerae alterum duorum propositorum corporum circumscribens fuerit rationalis siue in longitudine siue in potentia tunc erit ex correlario .13. tredecimi libri latus pyramidis rationale in potentia & ex correlario .15. eiusdem latus quoque corporis octo basium rationale in potentia. Quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslibet corporis erunt superficies mediales. Et quia trianguli vtriuslibet eorum sibi adinuicem sunt aequales: erunt ex .21. decimi omnes superficies vtriuslibet eorum pariter acceptae componetes superficiem medialem quem admodum proponitur &c.

Propositio .14.



I tetracedron & octocedron vna eademque sphaera circumscribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnam ex basibus octocedri. Omnes autem bases octocedri pariter acceptas ad omnes bases tetracedri pariter acceptas sexquialteram proportionem habere necesse est.

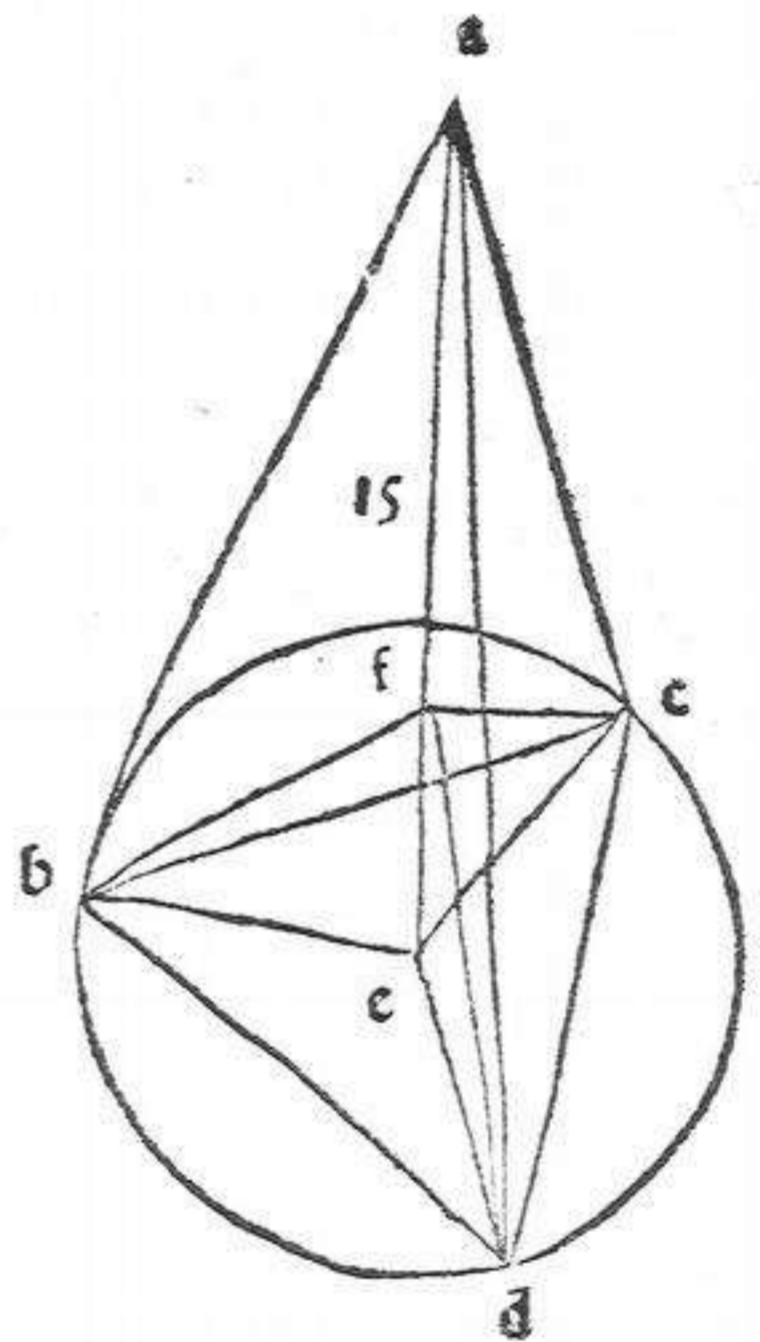
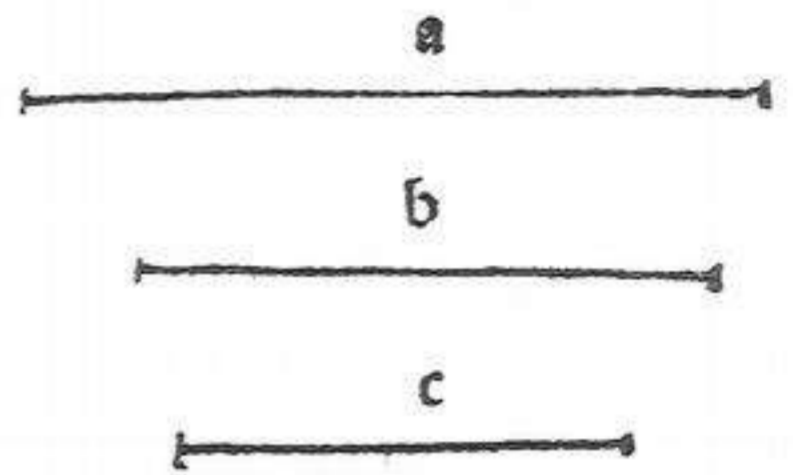
Sit aliqua sphaera cuius diameter .a. circumscribens pyramidem cuius latus .b. & octocedron cuius latus .c. Dico itaque quod triangulus equilateralis cuius latus .b. sexquitercius est ad triangulum equilaterum cuius latus .c. Et quod superficies quam componunt octo trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .c. sexquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli equilateri cuiusque quorum est latus .b. Constat enim ex correl. 13. tredecimi quod quadratum .a. ad quadratum .b. sicut .6. ad .4. Igitur econuerso quadratum .b. ad quadratum .a. sicut .4. ad .6. Ex correlario vero .15. eiusdem manifestum est quod quadratum .a. ad quadratum .c. sicut .6. ad .3. Itaque per equam proportionalitatem quadratum .b. ad quadratum .c. sicut .4. ad .3. Quadratum autem .b. ad quadratum .c. est sicut trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. Vtrobique enim est sicut .b. ad .c. proportio duplicata ex secunda parte .18. sexti. Igitur trigonus equilateralis cuius latus .b. ad trigonum equilaterum cuius latus .c. sicut .4. ad .3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus equilateralis cuius latus .c. ad trigonum equilaterum cuius latus .b. sicut tria ad quatuor. Ideoque octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. ad quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est. sicut octuplum ternarii ad quadruplum quaternarii. hoc est sicut .24. ad .16. & quia octuplum trigoni equilateri cuius latus .c. est omnes bases octocedri cuius latus .c. & quadruplum trigoni equilateri cuius latus .b. est omnes bases pyramidis cuius latus .b. Et quia proportio .24. ad .16. est sexquialtera sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octocedri cuius latus .c. ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus .b. sexquialtera sicut diximus in proportione respiciat.

Propositio .15.



Iramide quatuor basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram quamlibet collocata si a quolibet angulorum eius per centrum sphaerae recta linea ad basim ducatur in centrum circuli basim circumscribentis eam cadere atque eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

Sit piramis .a. b. c. d. 4. basium triangularium atque equilateralium intra sphaeram aliquam cuius centrum sit .f. collocata. Et cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius at quilibet quatuor triangulorum basis. Imaginemur nunc eius solidum angulum a. esse conum & triangulum .b. c. d. imaginemur esse basim. Atque huic basi intelligamus circumscriptum esse circulum .b. c. d. Dehinc a puncto .a.



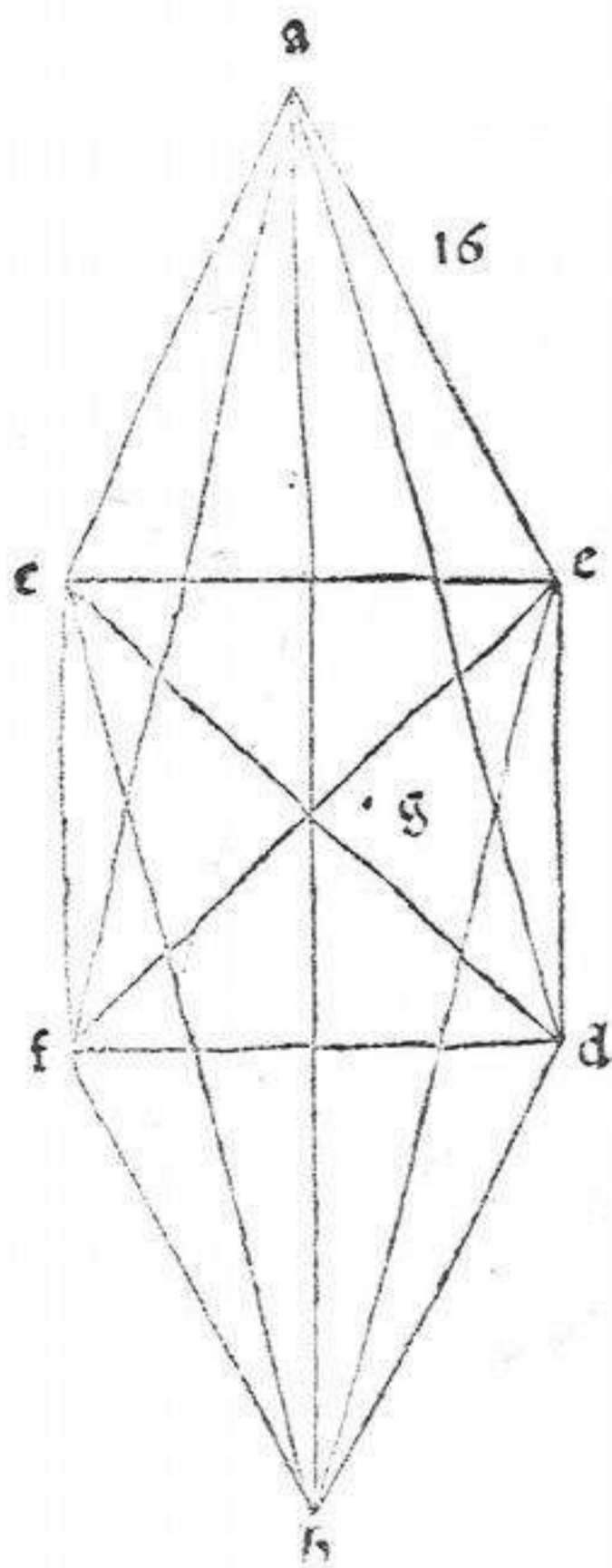
quem imaginati sumus conum pyramidis ducamus ad basim . b . c . d . lineam rectam transeuntē per punctum . f . qui est centrum sphere circum scribentis pyramidem de qua disputamus . Et occurrat hec linea superficiē . b . c . d . quam imaginati sumus basim pyramidis super punctum . e . Dico igitur q̄ punctum . e . est centrum circuli . b . c . d . q̄ linea a . f . e . est perpendicularis ad superficiem . b . c . d . Producam enim lineas . f . b . f . c . f . d . Et quia quatuor puncta . a . b . c . d . sunt in superficie sphere cuius cētrum f . propter hoc q̄ illam spheram positum est circumscribere hanc pyramidem . Erunt omnes quatuor linee . f . a . f . b . f . c . f . d . adinuicem equales sunt enim ducte a centro sphere ad eius superficiem . Ergo quia duo latera . a . f . f . b . trianguli . a . f . b . sunt equalia duobus lateribus . a . f . f . c . trianguli . a . f . c . f . basis . a . b . basi . a . e . ¶ Nam piramis posita est equilatera . Erit ex octaua primi angulus . a . f . b . equalis angulo . a . f . c . Ideoq; per . 13 . primi angulus quoq; . b . f . e . erit equalis angulo . c . f . e . ¶ Eodem modo probabis angulum . d . f . e . esse equalem angulo . c . f . e . ¶ Necesse est enim ex octaua primi vt angulus . a . f . e . sit equalis angulo . a . f . d . quare per . 13 . primi angulus quoq; . c . f . e . erit equalis angulo . d . f . e . Sunt igitur tres anguli . b . f . e . c . f . e . d . f . e . adinuicem equales . Protractis igitur lineis . e . b . e . c . f . e . d . sequitur ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem eq̄les . Ideoq; per . 9 . tertii punctus . e . est centrum circuli . b . c . d . Et quia perpendicularis ducta a centro sphere ad superficiem cuiuslibet circuli eam secantis cadit super centrum eiusdem circuli sicut ex his que premissa sunt videlicet ex his que decimam huius immediate precedunt didicisti conuincitur lineam . a . f . e . esse perpendicularē ad superficiem circuli . a . b . c . quemadmodum proponitur . ¶ Sin autem erunt eiusdem circuli duo centra quod natura tanq̄ impossibile exhoruit .

Propositio . 16 .



Solidum octo basium triangularium atq; equilateratum quod ab aliqua sphaera circumscribitur diuisibile est in duas pyramides eque altas quarum altitudo equalis est semidiametro sphere: basis autem vtriusq; quadratum quod est sub duplum quadrato diametri sphere.

¶ Esto corpus octo basium triangularium atq; equilateratum cuius sex anguli sint a . b . c . d . e . f . circumscriptum a sphaera cuius centrum . g . Cōstat itaq; q̄ sex puncta a . b . c . d . e . f . sunt in superficie sphere cuius centrum . g . Si igitur centrum g . iungatur cum quolibet horum sex punctorum erunt due linee iungentes ipsum eis ad inuicem equales cum ipse sint a centro sphere ad superficiem . Cum autem ex correl . 15 . tredecimi sit diameter sphere potentialiter dupla ad latus huius corporis erit ex quarta a secundi latus huius corporis potentialiter duplum ad semidiametrum sphere . Quadratum ergo e . f . duplum est ad quadratum . c . g . ideoq; equalē duobus quadratis duarum linearum . c . g . f . g . f . itaq; per penul . primi angulus . c . g . f . est rectus . eadē rōne quisq; triū anguloꝝ . f . g . d . d . g . e . f . e . g . c . ē rectus q̄re p . 14 . p̄mi c . g . d . f . f . g . c . est linea vna: igitur ex secunda . n . quinq; puncta . e . f . d . e . g . sunt in superficie vna . Manifestum est autem ex quinta primi: f . 32 . eiusdem q̄ quilibet quatuor angulorum . c . e . d . f . est rectus . igitur ex definitione quadrati superficies . c . e . d . f . est quadrata . f . quia latus eius est latus propositi corporis . constat ex correlario . 15 . tredecimi istud quadratum esse subduplum quadrato diametri sphere . consimili quoq; ratiocinatione constat vtrāq; duarum linearum . a . g . f . g . b . cum qualibet quatuor linearum . c . g . f . g . d . g . e . g . continere angulum rectum . ideoq; ex . 4 . vndecimi vtrāq; earum esse perpendicularē ad superficiem . c . e . d . f . f . ambas scilicet . a . g . f . g . b . per . 14 . primi componere lineam vnam: diuisum est igitur propositum corpus in pyramidem . a . c . f . d . e . cuius basis



c.f.d.e. cuius basis quadratum .c. e.d.f. quod est subduplum quadrato diametri spere & etiam altitudo lineae .a.g. que est semidiameter spere & in piramidem .b.c.f.d.e. cuius basis est predictum quadratum & eius altitudo linea .g.b. que est semidiameter spere : & hoc est quod oportebat ostendere.

Castigator.

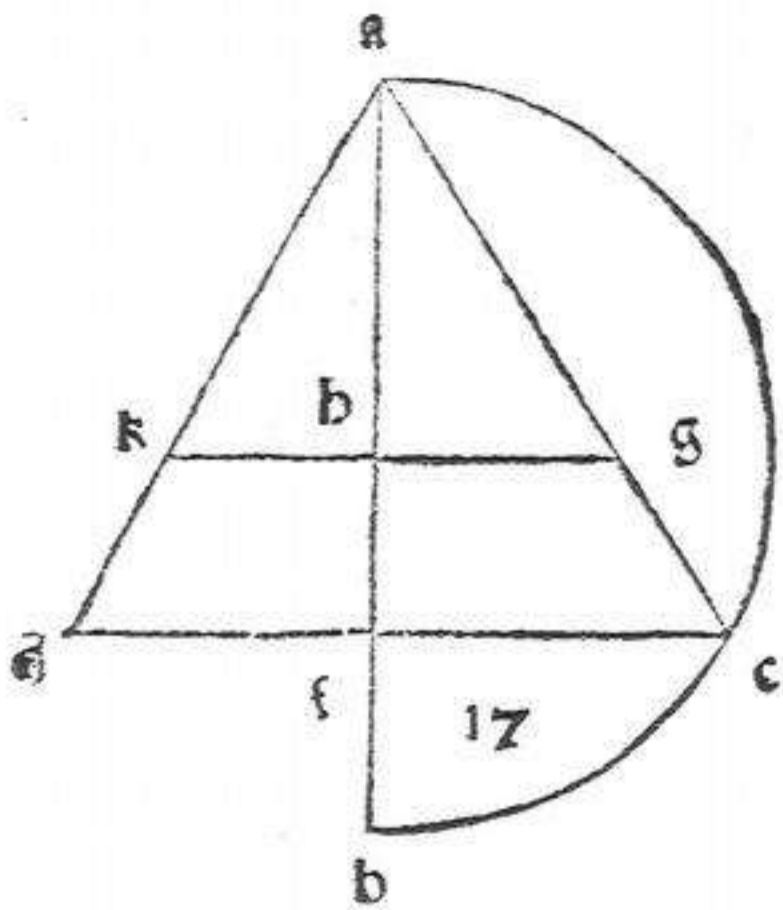
Ista quarta secū isto medio aducitur. Nam cū diameter spere diuidatur in duas partes equales ipsa diameter potentialiter est quadrupla ad sui medietatem. quia quadratum eius est equale duobus quadratis sicutarum duarum medietatum & duplo eius quod fit ex ductu vnus medietatis in alteram duplum autem illud sunt similiter duo alia quadrata earūdem duarum medietatum. Et sic apparet q̄ diameter est potentia quadrupla ad eius medietatem. Nunc autem quod est subduplum alicui ipsum est duplum ad quartam illius dupli vt .8. est subduplus ad .16. Et ideo .8. qui est subduplus. est duplus ad quartam partem .16. videlicet illius duplum ad subduplum. Ita in pposito latus .g. basium. est potentia duplum ad medietatem diametri cum ipsum sit subduplum ad dia.

Propositio .17.



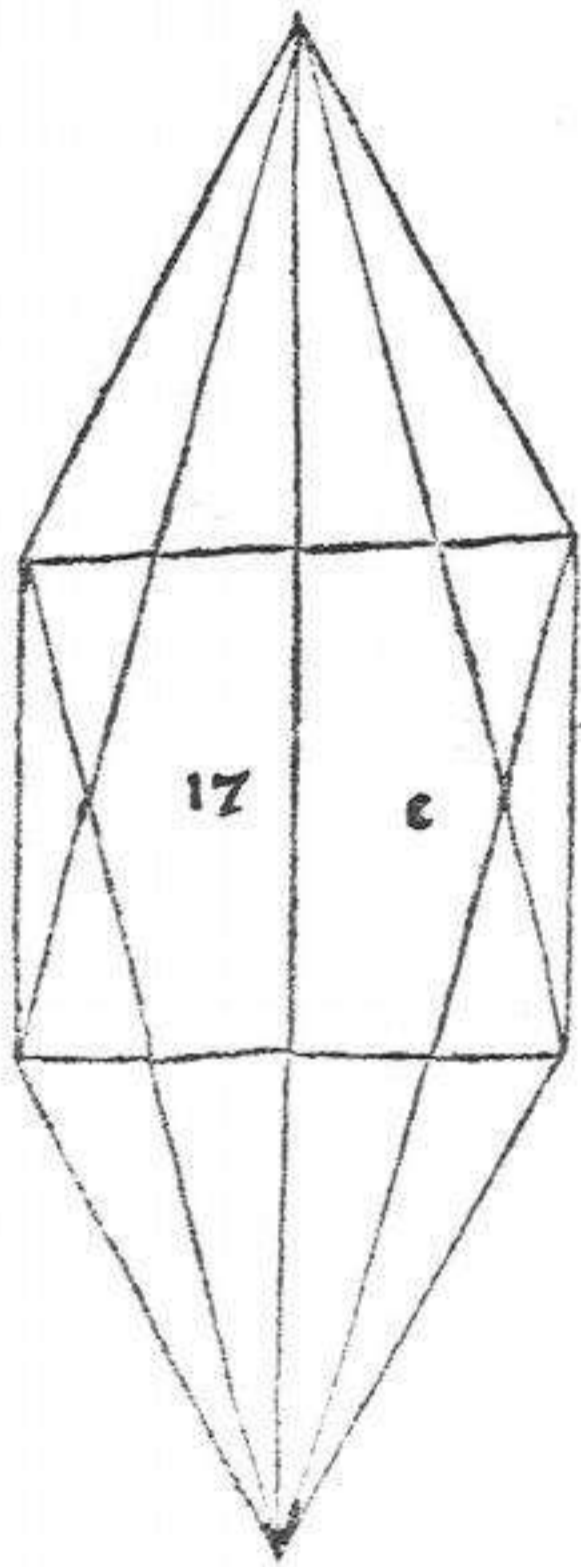
Piramidem quatuor basium triangulariū atq; equilaterarum sphaera aliqua circumscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sex quitertia ad dodrantem lateris ipsius piramidis & sub linea super quinq; p̄tente vicesimas septimas eiusdem dodrantis continetur ad quadratū diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum que ambo eadem sphaera circumducantur.

Sit sphaera cuius diameter .a.b. & centrum .h. circumscribens piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum .a.c.d. & corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum quod sit .e. Sitq; linea .l.m. potentialiter sub sexquitertia ad dodrantem lineae .a.c. que est latus piramidis. Et linea .n.m. contineat dodrantem predictum & eius quinq; vicesimas septimas. Sitq; .p. quadratum diametri .a.b. Dico itaq; q̄ proportio piramidis .a.c.d. ad octoedron .e. ē sicut superficies .l.m.in.m.n. ad quadratum .p. Imaginemur enim solidum angulum .a. esse conum piramidis & basim piramidis cuius vnum latus est .d. c. secare diametrum spere in p̄cto .f. Eritq; quemadmodum ex ratiocinatione .13. tredecimi manifestum est .a.f. dupla ad .f.b. Cūq; etiam .a.b. sit dupla ad .b.h. erit ex .19. quinti .b.f. dupla ad .h.f. Ideoq; .a.f. quadrupla ad .f.h. Imaginemur igitur superficiem secantem piramidem .a.c.d. super centrum spere equidistanter basi ipsius. Sitq; linea .g.k. communis sectio huius superficie & trianguli .a.c.d. Eritq; ex .17. vndecimi proportio .c.a. ad .a.g. sicut .f.a. ad .a.b. ¶ Igitur .c.a. ad .a.g. sicut .4. ad .3. Sic enim est ex eversa proportionalitate .f.a. ad .a.b. Constat etiam ex secunda parte .29. primi & .16. vndecimi & .10. eiusdem & prima parte secunde sexti & diffinitione similium superficialium & similium corporum q̄ piramis .a.g.k. est similis piramidi .a.c.d. Ideoq; ex .8. duodecimi proportio piramidis .a.c.d. ad piramidem .a.g.k. est sicut .c.a. ad .a.g. triplicata quare sicut .4. ad .3. triplicata. ¶ Constat autem ex secunda octaui q̄ proportio quatuor ad tres triplicata ē sicut .64. ad .27. itaq; proportio piramidis .a.c.d. ad piramidē .a.g.k. est sicut .64. ad .27. Fiat ergo triangulus equilaterus .q.r.s. ex linea equali .a.g. quam constat esse dodrantem lineae .a.c. & pducatur linea .q.t. perpendicularis ad .r.s. eritq; ex .11. huius linea .q.t. potentialiter sub



sexquitercia ad lineam .q.r. Ideoq; equalis .l.m. Adiciat quoq; lineae .r.s. linea .s.x. ita q; pportio .r.x. ad .r.s. sit sicut .64. ad .27. Diuidatq; .r.x. p eq lia in .v. vt sit .r. v .32. de partibus illis de quibus .r.s. est .27. aut .r.x. 64. Eritq; .r.u. equalis .m.n. ¶ Et ducantur lineae .q.u. ¶ .q.x. Eritq; ex pri ma sexii proportio trianguli .q.r.x. ad triangulum .q.r.s. sicut .64. ad .27. Cunq; per eandem triangulus .q.r.x. sit duplus ad triangulum .q.r.u. At ex .41. primi quod fit ex .q.t. in .r.u. duplum quoq; sit ad triangulum q.r.u. Erit quod fit ex .q.t. in .r.u. ¶ ipsum est equale superfici ei .l.n. equa le triangulo .q.r.x. Quare proportio superfici ei .l.n. ad triangulum .q.r. s. est sicut .64. ad .27. Ideoq; sicut pyramidis .a.c.d. ad pyramidē .a.g.k. Manifestum est autem ex .15. huius q; linea .a.f. est perpendicularis ad basim pyramidis .a.c.d. Ideoq; per .19. vndecimi linea .a.h. est etiam perpendicularis ad basim pyramidis .a.g.k. ¶ Igitur altitudo .a.g.k. pira midis est semidiameter sphere. Diuidatur itaq; octocedron .e. quemad' modum proponit premisat erit itaq; vtraq; duarum pyramidum i quas ipsum .e. diuiditur eque alta pyramidē .a.g.k. nam singularum altitudo est semidiameter sphere. Quia igitur omnes laterate pyramidē eque al te suis basibus sunt proportionales vt in .6. duodecimi demonstratum est erit proportio pyramidis .a.g.k. ad vtraq; earum in quas diuiditur octo cedron .e. sicut basis eius ad bases earum. quare per .14. quinti proportio pyramidis .a.g.k. ad totum octocedron .e. est sicut sue basis quam cōstat esse equalem triangulo .q.r.s. ad bases ambarum pyramidum in quas diuiditur .e. pariter acceptas quas constat esse equales quadrato diame tri sphere per premisam videlicet .p. Quoniam ergo proportio pira midis .a.c.d. ad pyramidem .a.g.k. est sicut trigoni vel tetragoni .l.n. ad tri gonum .q.r.s. videlicet .64. ad .27. ¶ pyramidis .a.g.k. ad octocedron .e. si cut trigoni .q.r.s. ad quadratum .p. Erit per equam proportionalitatem proportio pyramidis .a.c.d. ad octocedron .e. sicut tetragoni .l.n. ad quadratum .p. ¶ hoc erat demonstrandum.

Castigator.



a ¶ Cum .a.f. sit quadrupla ad .f.h. ¶ .a.h. tripla ad eandem sequitur vt .4. ad .3. ¶ cetera.
b ¶ Et etiam .27. ad .8. ¶ .25. ad .64. ¶ c. quia per .11. diffi. quinti quatuor quantitatum cōtinue proportionalium prime ad quartam sicut prime ad secundam triplicata ¶ per secundam octauū quatuor numerorum mi nimorum secundum suam proportionem semper duo extremi scilicet primus ¶ vltimus cum fuerint continue proportionales erunt de ne cessitate cubi. Et ideo vnus ad alium semper proportio triplicata hoc est primi cubi. ad secundum numerum triplicata per dictam diffinitio nem quinti. ¶ c. Et ideo quamuis ibi acceperit .64. ¶ .27. qui sunt duo numeri cubi poterat accipere quoscunq; duos alios cubos indifferenter inaequales .cetera quoq; profsequendo vt dicitur . Idem eueniet ¶ c. vt per te experiri poteris. Sed in casu isto cum per euersam proportionalita tem fuit proportio lateris vnus ad latus sibi relatum alterius vt .4. ad 3. triplicata fuit necesse sumere .64. cubum .4. ¶ .27. cubum ternarii argu endo vt dictum est per secundam octauū. sed fuisset lateris ad latus .3. ad 2. triplicata per .8. ¶ 12. tunc accepisset cubum ternarii .27. ¶ cubum binarii 8. ¶ sic in ceteris ¶ c. erunt de .4. ¶ .3. continue .64. 48. 36. 27.

Ex premissis igitur manifestum est quod perpendicularis veniens a centro sphere pyramidem quatuor basium triangul arium atq; equilaterarum circumscribentis ad quamlibet basim ipsius pyramidis equalis est sexte parti diametri spere.

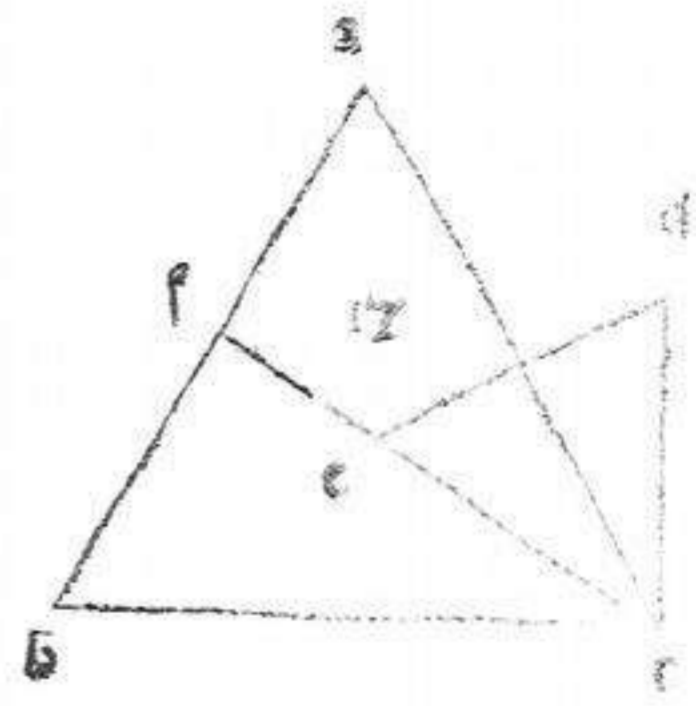
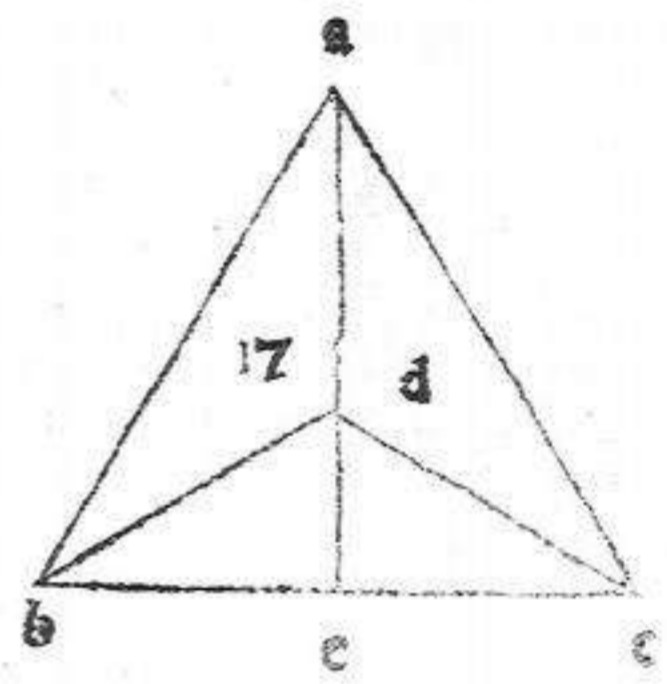
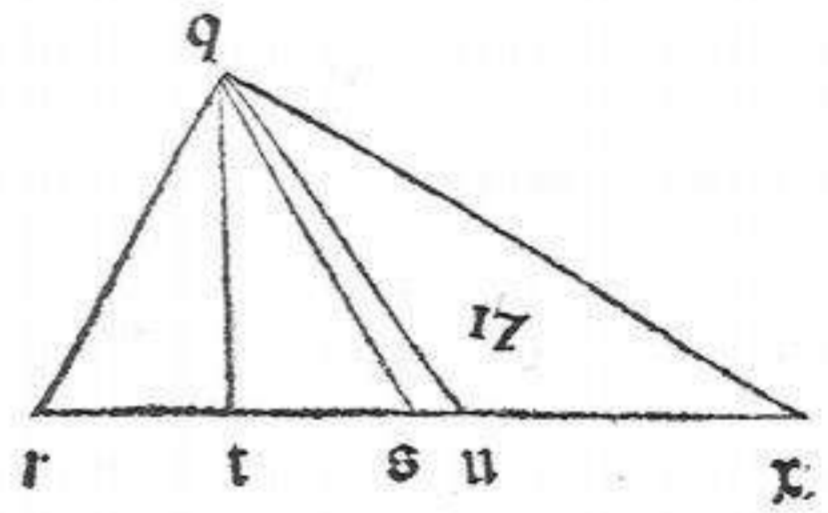
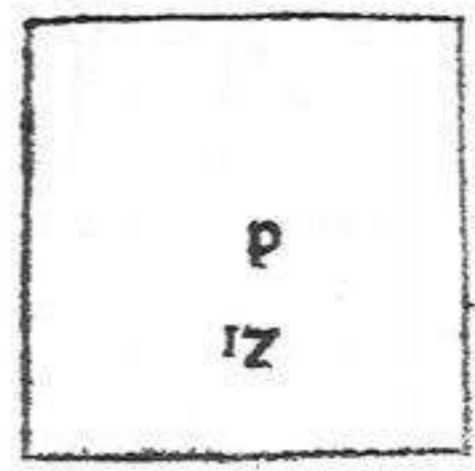
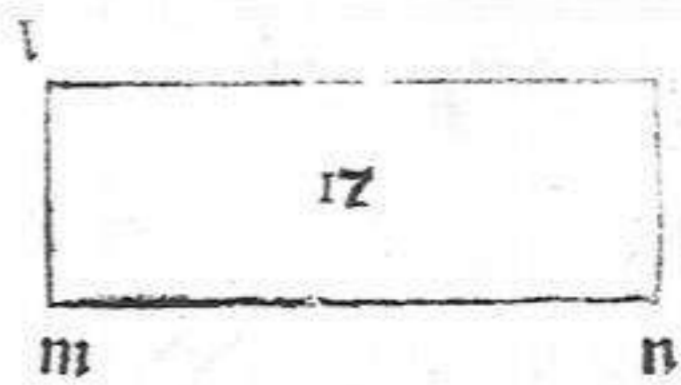
Cum enim cuncti trianguli pyramidem ambiētes sint similes & equales erunt quoq; circuli ipsos circumscribentes equales. ideoq; perpendicularares a centro spere ad eosdem circulos in eorum centra erunt etiam equales. Perpendicularares autem cadentes ad circulos sunt perpendicularares ad bases pyramidis itaq; perpendicularares ad bases sint adinuicem equales. Linea autem .h. f. est perpendiculararis ad basim pyramidis .a. c. d. quam .h. f. quia constat ex predictis esse sextam partem diametri .a. b. relinquitur ergo esse verū quod per correl. concluditur. ¶ Idem aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulo eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendiculararem que a centro circuli trigonum ipsum circumscribentis ad quolibet latus eius protrahitur.

Sit enim triangulus .a. b. c. equilaterus sitq; .d. centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam. Sint enim tria puncta .a. b. c. incircumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis. protrahatur autem .a. d. in continuum & directum quousq; obuiet lateri .b. c. super punctum .e. constat igitur ex octaua primi q; angulus .a. d. b. est equalis angulo .a. d. c. ideoq; ex .13. primi angulus .b. d. e. est equalis angulo .c. d. e. quare per quartam primi .b. e. est equalis .e. c. & anguli qui sunt ad .s. recti. Itaq; .d. e. perpendicularis est ad .b. c. veniens a centro circuli circumscribentis trigonum .a. b. c. & .a. e. perpendicularis est etiam ad .b. c. veniens ab vno angulorum predicti trigoni. Dico ergo q; .a. e. tripla est .ad. c. d. Constat enim q; tetragonus qui fit ex .d. e. in .e. b. equalis est trigono .b. d. c. tetragonus quoq; qui fit ex .a. e. in .e. b. equalis est trigono .a. b. c. At quia trigonus .a. b. c. triplus est ad trigonum .d. b. c. eritq; tetragonus qui fit ex .a. e. in .e. b. triplus ad eum qui fit ex .d. e. in .e. b. Cū igitur ex prima sexti sit proportio tetragoni .a. e. in .e. b. ad tetragonum ex .d. e. in .e. b. sicut .a. e. ad .e. d. erit .a. e. tripla ad .e. d. quemadmodum proponitur.

Necessē est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo alicuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

Nunc itaq; quod promisimus absoluamus ad hoc autē imaginemur pyramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarum cuius vna ex quatuor basibus cuius sit trigonus .a. b. c. circumscripam esse a sphaera cuius centrum .d. & protrahatur linea .d. e. perpendicularis ad superficiē trianguli .a. b. c. quam constat cadere in centrum circuli dictum trigonum circumscribentis. Dico igitur lineam .d. e. esse sextam partem diametri spere propositam pyramidem circumscribētis. Producam enim lineam .d. c. & lineam .c. f. perpendicularē ad lineam .a. b. quam .c. f. x proximo correlario constat transire per punctum .e. & ex promisso antecedente triplam esse ad .e. f. Constat autem ex quarta secundi q; secundū quadratum diametri spere cuius centrum .d. est .36. est quadratum semidiametri .d. c. 9. ex correl. autem .13. tredecimi est quadratum .b. c. 24. Et per .11. huius quadratum .c. f. 18. & per premissum antecedens quadratum .c. e. 8. Quia igitur ex penul. primi quadratum .d. c. est equalē quadratis duarum linearum .d. e. & .e. c. est autem quadratum .d. c. 9. & quadratum .c. e. 8. prout quadratū diametri spere est .36. relinquitur quadratū .d. e. vnum prout quadratum diametri spere est .36. Itaq; linea .e. d. est vnum prout diameter spere est .6. quod oportebat probare. ¶ Eodem demonstrationis genere demonstrabitur nobis q; semidiameter spere circumscribentis corpus .g. basium triangularium atq; equilaterum tripla est in potentia ad perpendicularē a centro spere circumscribentis ipsam ad quamlibet suarum basium descendente. ¶ Constat quidem quemadmodum dictum est prius q; cum omnes bases huius corporis



sunt equales & similes erunt circuli ipsas circumscribentes. Equales ideoque perpendiculares a centro sphere in ipsorum circulorum centra cadentes erunt adinuicem equales. Cuiusmodi perpendiculares ad circulos basium sint quoque perpendiculares ad bases sequitur ut perpendiculares a centro sphere ad singulas bases adinuicem sint equales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad vnam suarum basium probetur: relinquetur verum esse quod proponitur. ¶ Sit itaque, ut prius triangulus .a. b. c. vna ex basibus octoedri circumscripti a sphaera cuius centrum .d. & cetera quoque, sicut ut prius. ¶ Cum igitur ex cor. rel. 15. tredecimi diameter sphere sit potentialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphere. ideoque cum quadratum linee .b. c. est 12, erit quadratum linee .d. c. que est semidiameter sphere. 6. ex .ii. autem huius cum quadratum .b. c. est 12. quadratum .c. f. est 9. Ex premisso antecedente quadratum .c. e. est 4. itaque cum quadratum .d. c. que est semidiameter sphere est 6. quadratum .c. e. est 4. & quia ex penultima primi quadratum .d. c. est equale quadratis duarum linearum .c. e. & e. d. sequitur ut quadratum .e. d. sit duo prout quadratum .d. e. est 6. constat ergo quod diximus.

Propositio .18.



Eplum quadrati quod ex diametro sphere cubum circumscribentis describitur equum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro sphere ad quolibet ex superficiebus cubi, producitur medietati lateris cubi eiusdem equalis esse ex necessitate conuincitur.

Manifestum est enim ex correlario .14. tredecimi quod diameter sphere cubum includentis tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri sphere triplum sit ad quadratum lateris cubi & ita triplum: duplum quadrati diametri sphere equum sit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producantur. itaque duplum quadrati diametri sphere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars secundam autem partem ex .18. & .19. & .40. vndecimi libri facile probabis.

Ex his ergo euenire necesse est ut ex medietate lateris cubi bisse quadrati producti ex diametro sphere ipsum cubum ambientis cubi soliditas producat.

Explicit liber decimus quartus.

Quintusdecimus. Et ultimus Euclidis liber de quinque regularium corporum alterius in altero reciproca formatione & de eorumdem difficillime figurationis omissione secundum optimam Campani translationem. Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum Castigatore excellentissimo. Incipit quam feliciter.

Incipit Liber. xv. Propositio prima.



Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium laterum designare.

¶ Sit cubus cuius basis est quadratum a. b. c. d. suprema vero eius superficies quadratum e. f. g. h. Ipsum autem hac arte fabricare conveniet quadrato basis secundum quamlibet lineam ex. 45. primi descripto super singulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathetus secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigatur quos ex 6. vndecimi constat esse equidistantes.

¶ Quinq; ergo eorum bini et bini constructo eis imposito equidistater lateri

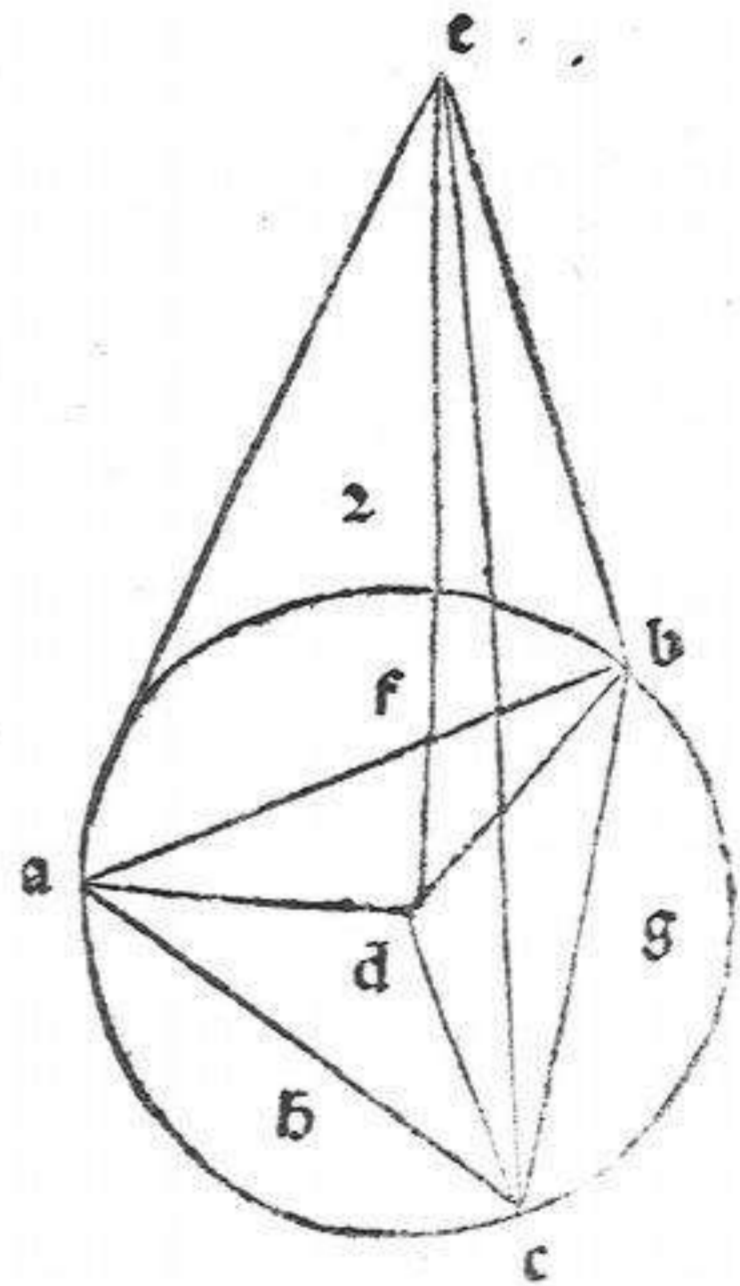
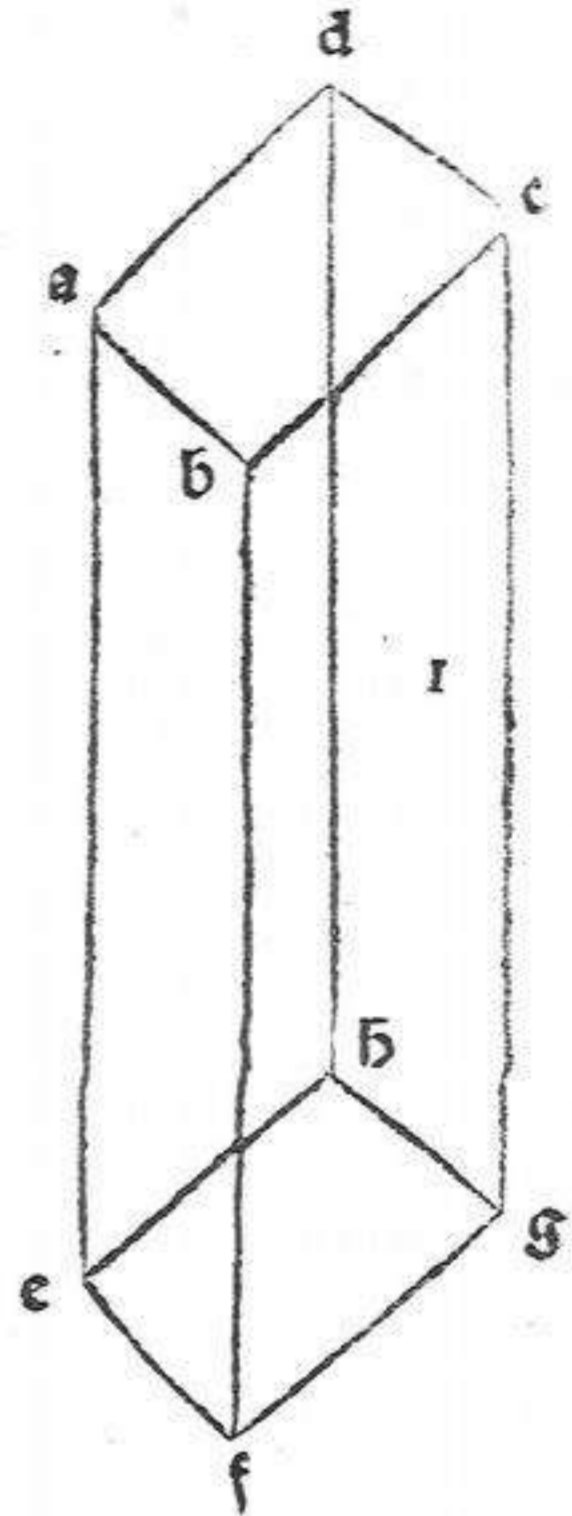
quadrati continentur. ¶ Constat igitur esse compositum cubum inam quatuor eius laterales superficies sunt quadrate ex. 33. primi et ex. 34. eiusdem et diffinitione quadrati. De suprema autem superficie, manifestum est quoq; q; ipsa est quadrata ex. 10. immo. 24. vndecimi et hac communi scia que equalibus sunt equalia: sibi quoq; sunt equalia: et ex diffinitione quadrati. ¶ Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium et equilateralum inscribere: in basi et in eius superficie suprema protrahantur due diametri quarum vna continuet duas extremitates infimas duorum cathetorum et alia continet suprema aliorum duorum quas animo intelliges. s. a. c. et h. f. ¶ Dehinc a duobus punctis .h. et .f. terminantibus diametrum superficiem supremae demitte ypothemisaliter binas et binas diametros que quatuor laterales superficies diuidant quas imaginaberis esse ab. h. quidem. a. h. et h. c. At vero ab. f. f. a. et f. c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsit ne multitudo linearum confunderet intellectum. ¶ Si igitur figuram hanc ut oportet actu vel animo compleueris videbis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam. Huius autem pyramidis bases equilateras esse constat eo q; ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt ad adinueniam equales.

Propositio .2.



Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

¶ Si intra pyramidem quatuor basium triangularium et equilateralum octoedron libeat inscribere prius convenit pyramidem ipsam fabricare que ratione certa hoc modo componitur. ¶ Statuatur secundum cuiuslibet lineae quantitatem trigonius equilateralis qui sit. a. b. c. cui circumscribatur circulus supra centrum. d. Et exeat. d. e. perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex. 12. vndecimi: que ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circumscribentis trigonum .a. b. c. Et a puncto .e. cadant tres ypothemise super tria puncta. a. b. c. ¶ Est itaq; completa piramis quatuor basium trilateralium et equilateralum. Protrahantur enim. d. a. d. b. d. c. Cum igitur anguli quos continet linea. e. d. cum singulis lineis. d. a. d. b. d. c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem. cumq; quadratum lineae. e. d. sit ex ypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli .a. b. c. erit ex penultima primi quadratum vniuscuiusq; trium ypothemisarum lineaz. e. a. e. b. e. c. triplum ad quadratum semidiametri circuli .a. b. c. sed ex octava tredecimi quadratum quoq; cuiusq; trium laterum trianguli. a. b. c. triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli. Igitur omnia latera statute pyramidis



sunt adinuicem equalia. Quare ipsa est equilaterarum basium. ¶ Cum itaq; sibi octocedron includere voluerimus diuidemus vnum quodq; sex laterum eius in duo media & equalia & continuabimus medium punctum cuiusq; lateris cum mediis punctis cunctorum reliquorum laterum cum quibus ipsum continet & angulum superficialem. Verbi gratia diuidam latera basis in punctis. f. g. h. & ypothemisas cadentes ab. e. in punctis. k. l. m. & continuabo punctum. f. cum puncto. g. & cum. h. & cum. k. & cū. l. punctūq; m. cū eisdem. g. h. k. l. & g. cū. h. & cū. l. & k. cū eisdē. h. & l. Ecce itaq; perfectum est corpus octo basium triangularium his duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus contentum. ¶ Has autem octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilateras esse manifestum est; ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.

Castigator.

a ¶ Ad inueniendum lineam in potentia duplam alteri modū habuisti in vltima secundi quando didicisti cuiuslibet figure rectis lineis contente latus tetragonum inuenire. Ad hoc ergo faciendum sufficit formare triangulum orthogonium cuius duo latera rectum angulum continentia sint equalia illi linee cui in potentia queris aliam duplam & tūc tertium latus erit linea quesita hoc est diametrum quadrati illius. Et sic triplam in potentia & quadruplam &c. iungendo semper inuentas orthogonaliter formato trigono semper tertium latus erit linea quesita per penultimam primi.

Propositio .3.



Atra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

¶ Qualiter autem cubum componere oporteat in pria huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo piramis quatuor basium triangularium & equalium laterum in eo ex prima huius designetur. Ac intra ipsam piramidē expremisssa octocedron distinguatur. Quo facto simul etiam factum erit quod voluimus. ¶ Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi. Et ex ratiocinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsius piramidis. Quare manifestum est omnia angularia puncta huius octocedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem centris cunctarum basium cubi que admodum in nona quarti sic reperitis a centro supreme superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor ypothemisas demitte. Et a centro infime & ad earundem lateralium superficierum centra quatuor alias ypothemisas eleua. Centra quoq; quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua ita videlicet q; centra earum tantum que se invicem secant continuas. Verbi gratia, iungas centrum anterioris cū centro dextre & cū cetro sinistre centz quoq; vltie iunges cū eisdem. hoc est cū cetro dextre & cū cetro sinistre. ¶ Habes itaq; corpus octo basium triangularium his. 12. lineis q; cetra superficiez cubi complexū cōtinuant. ¶ Si igit has bases equilateras esse probare volueris: a centris basium cubi ad cuncta ipsius latera perpendiculares protrahe quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per equalia diuidere ex secunda parte tertie tertius quod planum est si vnicuiq; basium cubi circulum circumscripseris atq; ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat concurrere easq; ex secunda parte. 13. tertii patet adinuicem esse equales & equidistantes lateribus cubi ex scda pte. 18. pmi iōq; et singulas ee eqles dimidiolateris cubi. Igitur ex. 10. vndecimi manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere: eo q; omnes superficies cubi sunt quadrate. ¶ Quare igitur ille. 12. li-

nee centra superficierum cubi continuantes & anguli quos hee linee sursum per media puncta laterum cubi concurrentes bine & bine continent sub- tenduntur ipse erunt ex quarta primi. vel etiam si maius ex penultima pri- mi adinuicem equales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & equilaterarum. quod oportebat facere &c.

Propositio .4.



Atra datum corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum cubum figurare.

Non dubites quin corpus octo basium triangularium atq; equilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo.

Qualibet recta linea super aliquod planum sursum or- thogonaliter erecta eam per equalia diuide & a puncto eius medio duas lineas hincinde perpendicularares extrahe que componat lineam vnam. Eruntq; hee due linee seinuicem secantes videlicet prima que super positum planum est orthogonaliter erecta & alia que ipsam su- per eius medium punctum orthogonaliter secat in eadem superficie site per primam partem secunde vndecimi. ¶ Ad superficiem igitur in qua ipse site sunt super comunem punctum sectioni earum quemadmodum 12. docet vndecimi perpendiculararem erige quam facias eandem superficie in vtraq; partem penetrare. Et pone cunctas sex portiones harum trium linearum a puncto in quo seinuicem secant equales. Sic enim quelibet quamlibet per equalia & orthogonaliter diuidet. Ita q; cum sint tres queq; due earum salutifere crucis venerandum signum ad angulos rectos con- tinebunt a supremo igitur erecte linee super positum planum puncto qua- tuor ypothemisas ad extremitates duarum linearum ipsam secantium demitte. Deinde ab infimo eiusdem erecte puncto; quatuor alias ypo- themisas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua.

Postremo quoq; harum ypothemisarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. ¶ Erunt enim hee duodecim linee videlicet quatuor ypothemise a supremo puncto erecte perpendicu- laris descendentes; quatuor que postreme ab eius infimo puncto sursum eleuate & relique quatuor linee harum ypothemisarum extremitates con- tinuantes ex penul. primi siue iunctionis puncto pluries repetita adinuicem equales. Quare constat corpus ab eisdem terminatum octo basibus triangularibus equilaterisq; contineri. ¶ Si igitur huic corpori cubum in- scribere delectat centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora eaq; reperta. 12. lineis rectis hac lege continua vt centrum cuiusq; horum triangulorum cum centro cuiusq; triu ad ipsius latera terminatorum per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere. ideoq; restat vt quod dicitur mente concipias ipsumq; si placet actu & opere concipias videbis enim. 12. li-
aneas horum triangulorum centra posita lege continuantes cubum conti- nere quem restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstras ee conclusum. Non enim erit cubus nisi omnes eius superficies sint quadra- te. Ducito ergo a quolibet angulo trigonorum superficierum octocedri perpendiculararem ad latus illi angulo oppositum. ¶ Has autem perpen- diculares ex. 11. 14. libri constat esse adinuicem equales & diuidere latera quibus perpendiculariter insistant per equalia. Ideoq; binas & binas sup- idem punctum lateris cui superstant conuenire; easdeq; constat ex his que in. 17. quartidecimi demonstrata sunt transire per centra triangulorum. Ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis transire ac earum por- tiones que intra centra trigonorum & latera ipsoz que intercipiuntur ex his etiam que in eadem demonstrata sunt constat esse equales. Angulos quoq; ab his perpendicularibus binis & binis coeuntibus contentos ex. 8. primi patet esse equales. ¶ Et quia hee perpendicularares sueq; portiones inter centra & latera intercepte eosdem angulos ambiunt; erunt quoq;

anguli quos linee a centrīs trigonorum ad latera perpendiculariter cadētes bine & bine continent ad inuicem equales. Cūq; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendant sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusum esse equilaterum at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus. ¶ Hos diagonos ex quarta primi omnes ad inuicem equales esse conuincēs mediātib; angulis a duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis si prius hos angulos ex .8. primi equales sibi inuicem esse probaueris. Cum igitur diametri tetragonarum basium corporis huius sint ad inuicem equales; latera quoq; earundem basium equalia esse necesse est ex .8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equiangulas. Atq; ex .32. primi omnes anguli cuiusq; earum sint equales quatuor rectis. Sequitur eas eē rectangulas. Itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate. Igitur inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Castigator.

¶ Nota de cubo tacitam descriptionem videlicet q; est corpus habens 6. superficies quadratas .12. latera equalia octoq; angulos solidos .24. angulis superficialibus contentos &c.

Propositio .5.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilaterarū assignato corpori octo basium triangularium quoq; atq; equilaterarū inscribere.

¶ Assignato corpori octo basium inscribere secundum precepta premisse cubum cuboq; inscripto inscribere. vt docet prima huius piramidem qualis proponitur cum igitur huius piramidis anguli sint etiam anguli cubi quēadmodum ex demonstratione prime manifestum est. cuncti autem anguli cubi sunt ex pmissa in superficiebus assignati octo cedri: erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebus corporis octo basium cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestum est nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Atra datum corpus vigintibasium 2 equalium laterum corpus duodecim basium pentagonalium 3 equalium laterum atq; equalium angulorum figuratiter componere.

¶ Corpus .20. basium non docemus hic fabricare quoniā ex .16. tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis evidens ē. Eo igitur vt ibi docetur composito. si sibi corpus .12. basium pentagonalium atq; equilaterarū includere delectat hac via procedendum est. ¶ Manifestum enim est .20. triangulos .60. superficiales angulos habere. & quia ad constitutionem vnus cuiusq; solidi anguli corporis ycocedri quinque superficiales conueniunt sicut ex demonstracione .16. tredecimi colligitur. constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur vt in ante pmissa centrīs cūctorum triangulorum totum ycocedron terminantium ea .30. rectis lineis continua ita q; cuiusq; centrum centrīs omnium circūiacentium cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cum ergo hoc feceris videbis ex illi .30. lineis duodecim pentagonos constitui .12. angulis solidis dati ycocedri oppositos. ¶ Hos itaq; pentagonos quēadmodum in ante pmissa fecisti de basibus cubi equilateros esse probabis. ¶ Necesse est enim vt quorūlibet triangulorum duorum idem latus habentium centra eodem spatio distent. Restat ergo vt eos etiam equiangulos esse silogices. ¶ Manifestum est autem ex ratiocinatione .16. tredecimi datum corpus viginti basium ab eadem sphaera cuius diameter est tanq̄ diameter huius corporis videlicet lineam que duos eius angulos oppositos continuat esse circūscriptibile.

¶ Si igitur hec diameter per medium secetur punctus sectionis erit centz sphaere ipsum circumscribentis. Ab eo, itaq; ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares ex.ii. vndecimi ducito. Et a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigit. Deinde cētrum sphaere cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuator. Age ergo eos proba esse equiangulos hoc modo. ¶ Cum enim omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sint equales erunt omnes perpendiculares a centro sphaere ad ipsos venientes & in eorum centra cadentes equales. Omnes ergo lineae a cētro sphaere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. Nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos ycocedri circumscribentium ex ypothesi. Igitur ex penultima primi eodem argumentationis genere quo superius in.14. silogizauimus sectorem prouenientem in superficie sphaere cum aliqua plana superficies sphaeram secat nō super centrum eius esse circumferentiam continentem circulum. ¶ Necesse est quinq; lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro sphaere ad superficies omnium pentagonorum ad quinq; angulos cuiusq; pentagoni esse adinuicem equales. Itaq; omnibus his duodecim pentagonis est circulus circumscribitibilis cum igitur ipsi sint equilateri conuincitur eos esse etiā equiangulos quod oportebat ostendere.

Propositio. 7.



Intra datum corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum corpus viginti basium triangularium atq; equilaterarum fabricare.

¶ Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum equilaterarum atq; equiangularum componere oporteat ex.17. tredecimi require. Sed qualiter corpus viginti basium triangulariū & equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce. Suorum pentagonorum centris vt in.14. quarti sit repertis ea adinuicem.30. lineis hac lege continua vt vnus cuiusq; pentagoni centrum centro cuiusq; pentagoni secum in latere communicantis iungatur. Ita videlicet q; vnus cuiusq; pentagoni centrum centris quinq; pentagonorum terminantium vel circūiacentium continuetur. Cum igitur hoc feceris obuiet tibi viginti trianguli ab his.30. lineis centra pentagonorum continuantibus contēti. Eruntq; hi viginti trianguli viginti solidis angulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes corpus viginti basium triangularium quas equilateras esse demonstrabimus & erunt.12. solidi anguli huius corporis. 20. basium in cētris. 12. pentagonorum corpus dati duodecedri terminantiū. ¶ Hos itaq; 20. triángulos eq; lateros eē sic pba. A cētris pētagonoꝝ ducito perpendiculares ad latera eruntq; omnes perpendiculares equales binas ergo & binas probabis ex octaua primi equos angulos continere. Et q; lineae continuantes centra pentagonorum his angulis a binis & binis perpendiculis contentis subtenduntur; cum omnes perpendiculares sint equales; erunt ex quarta primi omnes lineae cōtinuantes centra pentagonorum equales; quod est propositum. ¶ Perpendiculares autem binas & binas equales angulos continere & omnes eas adinuicem esse equales sic collige. ¶ Ex quinta primi & 26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia; easq; esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum; quare bine & bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo q; vtraq; diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia. ¶ Has igitur perpendiculares binas & binas vsq; ad angulos q; bus cōmune latus in quo coeunt

oppositum per centra pentagonorum producto & eisdem angulis duas
 lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est
 esse tanquam latus cubi ab eadem sphaera cum proposito duodecedro circum
 scriptibili. ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sint equa
 lia. easdemque liquet ex nona undecimi esse equidistantes propter hoc quod
 ambe equidistant communi lateri in quo bine & bine perpendiculares
 conueniunt. ¶ At vero ipsas easdem constat ex his perpendiculis
 per equalia diuidi. itaque per. 33. primi cuncte lineae continuantes puncta in
 quibus bine & bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi late
 ra fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. ¶ Nam omnes sunt
 tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi anguli contenti a binis & binis
 perpendiculis sunt equales: quare per quartam eiusdem lineae quoque
 continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum
 ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium &
 equalium laterum sicut iussi eramus.

Propositio .8.



Solido duodecim basium pentagonarum atque
 equilateralum proposito intra ipsum cubum di
 stinguere.

¶ Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut con
 stat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit
 cubum inscribi. ¶ Nam cum duodecim sint pentagoni si
 vnus cuiusque eorum vni angulo put cubi figuram videbis exigere chor
 dam vniam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectan
 gulasque superficies cubi & corpus amplectentes perficies. ¶ Equilateras
 quidem eas esse constat ex quarta primi. Rectangulas autem eodem argu
 mentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato yrocedro
 inscripti demonstrauimus esse equiangulas. Constat quidem ex decima
 septima tredecimi propositum duodecedron sphaere esse inscriptibile:
 Ergo a centro illius sphaere ad omnes has quadrilateras superficies per
 pendiculares: ut docet undecima undecimi protrahere. Et a puncto con
 cursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas
 lineas dirige. ¶ A eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum
 centro sphaere iunge. Eruntque hee lineae centrum sphaere cum angulis qua
 drilaterarum superficierum continuantes semidiametri sphaere de quarum
 quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penulti
 ma primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpe
 dicularem cum angulis quadrilaterarum superficierum. ¶ Necesse est
 omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles
 ideoque necesse est eas esse equiangulas cum sint equilaterae. ¶ Et quia ex
 32. primi anguli cuiusque earum pariter accepti sunt equales quatuor rectis
 angulis sequitur eas esse rectangulas. Nihil ergo deest inscripto corpori
 de ratione cubi.

Castigator.

¶ Quoniam ex vnaquaque corda & duobus lateribus pentagoni causa
 tur triangulus duum equalium laterum habens vnum angulum pen
 tagoni. Et ideo bini & bini accepti per. 4. primi arguuntur corde ille
 equales vndique & cum eadem sint latera cubi tali duodecedro inscripti
 ex. 17. 13. sequitur sex superficies cubum complectentes esse quadratas atque
 equilateras prout cubus exigit quemadmodum dictum est supra in isto
 4. huius & cetera.

Propositio .9.

Propositio .9.



In dato duodecedro sibi demū octocedron includere.
Composito duodecedro vt in .17. tertii decimi sex la-
 tera suaz superficiez ea videlicet que cathetos sup sex li-
 neas opposita latera superficiez cubi per equalia secantes
 erectis tanq̄ eoꝝ corausti iungunt p equalia diuide: eaꝝ
 bina ꝛ bina adinuicem cōposita cōtinua p tres lineas q̄
 seuuicem super mediū punctū diametri cubi ex .40. vndecimi p equa-
 lia secabunt. Eruntq; vt quoq; due earum trium seuuicem quoq; ad angu-
 los rectos diuidāt. ¶ Si igitur haz; trium lineaz; extremitates p .12. lineas
 rectas cōtinuaueris pueniet tibi corpus octo basū triangulariū ꝛ eqilate-
 raz; ex quarta pmi vel si mauis ex penultima pmi: qđ oportebat oñdere.

Propositio .10.



Intra assignatum duodecedron piramidem qua-
 tuor basium triangularium atq; equilaterarum
 adhuc restat distinguere.

Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua
 huius cuboꝝ piramidē ex prima. Cum igitur anguli pi-
 ramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione pme.
 Et anguli cubi i angulis duodecedri ex ratiocinatione octaue erūt quoq;
 anguli piramidis in angulis duodecedri. Itaꝝ constat quod volumus.

Propositio .11.



In ycocedro in eo cubum figurare.

Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta. Ac duode-
 cedro cubum ex octaua. Constat aut ex demonstratione
 sexte q; omnes anguli duodecedri cadunt super centrum
 basium ycocedri. Et anguli cubi sunt in angulis duodece-
 dri. ¶ Itaꝝ anguli cubi sunt in centris basium ycocedri
 habemus ergo propositum.

Propositio .12.



Inocedron datum piramidem quatuor basium tri-
 angularium atq; equilateraz; sibi postulat inscribi.

Si in dato ycocedro ex premissa cubum inscripseris cu-
 boꝝ ex prima piramidē incluseris quin postulationi yco-
 cedri satisfeceris hesitandum non erit. ¶ Scire autem oportet
 quod cum sint quinq; regularia corpora de quoz; mu-
 tua ab inuicem inscriptione in hoc .15. libro determinatur si vnūquodq;
 eoꝝ cuilibet ceteroz; esset inscriptibile. 20. eorū dē i:scriptiones acciderēt.
 ¶ Quippe cuilibet eoꝝ quinq; eēt cetera quatuor inscriptibilia. Ideoꝝ
 quater quinq; inscriptiones quod est .20. necessario puenirent. At vero
 piramidi solum octocedron conueniens est inscribi. ¶ Non .n. sunt in
 piramide bases aut anguli aut latera in qbus anguli cubi aut ycocedri aut
 etiam duodecedri possint extrema ipsius piramidis contingere. ¶ Cubū
 quoq; solius piramidis ꝛ octocedri vt octocedron solius piramidis ꝛ cu-
 bi receptiōi sunt apta. Qualiter .n. in eoꝝ alterutro .n. angulos ycocedri.
 ¶ Aut .20. angulos duodecedri. ita vt singuli in eorum singulis cadant
 collocabis. Ycocedron aut cum cetera conuenienti ambitione possit cō-
 plecti solius octocedri nequit esse receptaculum. Nam octocedri sex an-
 guli semidiametrali seuuicem bini ꝛ bini opositione respiciunt lineaz;
 eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. ¶ Itaꝝ illud
 gloriosum signum ad cuius intuitū cōsternantur demones sub rectis an-
 gulis triplicatum reddant. ¶ Hos itaq; triangulos neq; bases neq; anguli
 neq; latera ycocedri possunt sub suo situ recipere. Neq; .n. in eo repies sex
 bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliq; opposi-
 tione se continuantes. Duodecedron autem nulli ceteroz; sue ambitionis
 denegauit hospicium immo cunctoz; receptator existit. Vnde non in
 cōuenienter duodecedri figurā antiqui Platonis discipuli vel ascripsere

celo quemadmodum pyramidis formam igni eo q̄ sursum sub piramidi-
dali figura euolet. ac octocedri aeri. ¶ Quippe sicut aer ignem motus
paruitate sequitur sic octocedri forma pyramidis formam ad motū ha-
bilitate comittat. ¶ Viginti vero basium figuram aque dictauerunt. nā
cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circuletur in speram fluentis rei
motui magis q̄ scandentis cōuenire visa est. ¶ Cubon vere figuram qdā
dedere terre. Quid. n. in figuris maiori ad motum violētia indiget quā
thessera. ¶ At in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra. Si
igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis non substinet binasq; a qui-
bus naturam cubi & octocedri aliena est. ¶ Rursusq; vnā cui repu-
gnat ycocedri figura reieceris erunt relique tantum. 12. inscriptiones.
Pyramidis quidem sola. Cubi vero octocedriq; bine. Ycocedri autem
tres. Duodecedri autem quatuor. De quibus omnibus vt arbitror suffi-
cienter alias disputatum est.

Propositio 13.



Albicato quouis quinq; regularium corporum si-
bi spheram inscribere.

¶ Ex tertio decimo libro itaq; manifestum est vnūq; q; qnq; horum corporum esse spheræ inscriptibile. Nūc itaq; constabit viceuersa spheram vniciq; ipsorum esse in-
scri-
ptibilem. A circumscribentis enim spheræ cētro ad bases
vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra cir-
culorum bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cunq; omnes
circulo eas circumscribentes sint equales eruntq; hee perpendiculares eq̄-
les. Itaq; si secundum quantitatem vnus earum circulum super centrum
circumscribentis spheræ descripseris eiusq; semicirculum quousq; ad locū
vnde moueri ceperit redeat circumduxeris. Quia ipsum per extrema-
tes cunctaz; ppendicularium necesse est trāsire cōuincēs ex correlario. 15.
tertiū speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assigna-
ti corporis in concursibus perpendicularium cōtingere. Non enim plus
potest spheræ de basibus corporis contingere quam circumductus semi-
circulus dum mouebatur contingit. Quare assignato corpori constat
nos spheram quemadmodum propositum erat inscripsisse.

LAVS DEO. FINIS.

¶ Euclidis megarensis philosophi perspicacissimi elementorum opus
de duabus quantitibus discreta scilicet & continua. ac earūdem propor-
tionibus & proportionalitatibus; ex optima Campani interpretatione.
Magistro Luca Paciolo de Burgo Sancti Sepulchri Ordinis Minorum
sacre theologie p̄fessore. Matematicæq; discipline cultore feruentissimo
die noctuq; chalcographis assistente postillis suis oportunis plerisq; in lo-
cis additis manu propria accuratissime castigatum finit.

¶ Venetiis impressum per probum Virum Paganinum de Paganinis
de Brixia decreto tamen publico vt nullus ibidem totiq; dominio anno-
rum .xv. curriculo imprimat aut imprimere faciat. & alibi impressum
sub quouis colore in publicū ducat sub penis in dicto priuilegio contētis
Anno redemptionis nostræ .M.D.VIII. Klen. xi. Iunii. Leonardo
Lauretano Ve. Re. Pu. Gubernante. Pontificatus Iulii. I I. Anno. VI.