

336

↑

~~Feb 136~~

~~Mar 137~~

*W. H. ...*

Cat. Inc. 128 (2<sup>o</sup> trat.)

2<sup>o</sup> tratado: invariable 128

Mt. quito Mudego Mmm  
Muchos años Muchos años me guardé  
Mmm

336

Muchos años Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm

Muchos años Mmm Muchos años  
Mmm Muchos años Mmm

Mmm Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm

Muchos

Mmm Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm  
Mmm Muchos años Mmm

Muchos años Mmm

Mmm

Muchos años Mmm

Muchos años

Muchos años Mmm  
Mmm

Mmm

Mmm

Muchos años me guardé

Muchos años Mmm

Mmm

Mmm



El Autor de este libro es *Jacobo Fabro.*

*B*

En la libreria del Colegio del  
*Angel.*

118682650

Muchos años Muchos años de

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años

Muchos años Muchos años Muchos años









Vmerus est multitudo ex vnitatibus aggregata.

n Numerus secundum se sumptus est numerus qui in comparatione ad alterum minime consideratur, neque vt ad figuras geometricas applicatur.

Numerus ad aliquid: est qui in comparatione ad alterum sumptus consideratur.

Numerus secundum figuram dicitur: prout ad figuras geometricas applicatur.

Numerus par est qui in duo equa diuidi potest.

Numerus impar est qui in duo equa minime diuidi potest.

Numerus pariter par: est numerus par cuius partes in duo equa ad vnitatem vsque sectionem recipiunt.

Numerus pariter impar est numerus par cuius media equalium partitione non admittunt.

Numerus impariter par: est numerus par cuius media equalium partitione admittunt, sed partium in duo equa partitio citra vnitatem deficit.

Numerus perfectus est numerus par: cuius omnes compositae simulque acceptae partes: sui totius summam implent. pars est que aliquoties supra neque excedendo neque deficiendo suum totum metitur.

Numerus diminutus est cuius collectae partes: minus ipso toto reddunt. qui et imperfectus dicitur.

Numerus abundans: est cuius in vnum ad aequae partes totius summam excedunt. qui et idem superfluous nuncupatur.

Numerus primus est numerus impar: qui sola vnitatem metitur. et idem quoque incompositus nominatur.

Numerus compositus est numerus: quem non sola vnitatem sed et alter numerus ipsum mensurat. qui et idem secundus appellatur.

Numerus solum ad alterum primus est numerus qui secundum se compositus est: ad alterum vero comparatus sola cum illo communi metitur vnitatem. par. impar.

¶ Iudoci Cliehtouei Neoportuensis in Epitomen  
Arithmeticae Iacobi Stapulensis commentarius.

Athematische discipline sunt que peculiarem quantitatis determinationem curant. aut continue vt geometria et astronomia. Geometria quidem magnitudinis simpliciter

m Astronomia vero magnitudinis orbium celestium. Aut discrete vt arithmetica et musica. Arithmetica quidem numeri absoluti. Musica vero numeri harmonici. His neglectis: omnis sane obscuratur disciplina: quae discipline omnes relique earum egent pre-

sidio/haud minus quam grammaticae aut logice. Non enim in naturali philosophia rectam magnitudinum assequetur intelligentiam: qui geometriae fuerit expertus/nec proportionum virtutis motiue ad mobile plane capiet: qui arithmetice sit ignarus. In morali autem philosophia de iustitia communium distributiuarum/commertiarumque commutatiua quis apte differet: arithmeticae medietatem et geometricam non exacte percipiens. Denique ad diuina assurgendi preclusa est facultas si mathematicarum disciplinarum desit presidium: que vel maximum prebent diuinorum cognoscendorum adminiculum. Hinc philosophus in logicis et physicis sepius adducit exempla mathematica quae adulescentium aios mathematicis disciplinis esse institutos supponat: antequam logicam aut naturalem philosophiam aggrediantur. ¶ Inter illas autem arithmetica primum vendicat locum: quae ceteris/geometria/musica/astronomia sit prior. Geometria quidem: quae de abstractionibus sit et simplicioribus / vtpote numeris absolutis: a quibus geometricarum figurarum vocabula suam sumunt denominationem. vt tri-

*Questio de Angel Decar melitay de calcei Me cil la era sel a  
libri a sel con de dny qm et ab a enel al cacar conpro la qm et legian  
1647*

## Introductio.

angulus a tribus/quadrangulus a quatuor Itaq; sublatis numeris: aufertur triangulus et quadrangulus. At si triangulus remoueat et quadrangulus: non est necesse tria et quatuor sustolli. quare ex priorum/posteriorumq; conditione cognoscantur numeri magnitudinibus priores.

Euclides

¶ Proinde Euclides in septimo/octauo/et nono libris sue geometrie de numeris determinat et differit: q; eorum cognitio ad proportiones magnitudinum cognoscendas sit summope necessaria. Porro cum arithmetica numerum simpliciter consideret/musica vero numerum harmonicum/sitq; hec subalternata: illa vero subalternas: perspicuum est arithmetica musica prior esse. Cum itidem geometria de magnitudine absolute determinet/Astronomia vero de magnitudine orbium celestium ipsi geometrie subalternata: constat et geometria astronomia prior esse. quare arithmetica q; geometria precedere ostensa est: et ipsa astronomia antea cognoscitur. Quod enim prior est: et posteriore prior erit. Omitto q; supputationes motuum celestium/defectuum solis aut lune sine arithmetica recte haberi non possint.

¶ Ut aut arithmetica cognoscatur. indiget adminiculo introductionis sicut et alie omnes discipline. Prefens quidem introductio quatuor precipue tractat. Primo omnem q; arithmetica considerat certa serie collectorum diuisionem. scilicet eorumdem diffinitionem. tertio numerorum proprietates eodem ordine subiunctas. quarto formulam ostendit ex quo loco singule proprietates demonstrantur a Iordano/aut declarentur a diuo Seuerino Boetio. ¶ In istis aut diuisionibus primis obseruandum est q; diuisum repetatur sicut cum membris diuidetur. ut numerorum parium aliter est par diminutus/aliter par abundans. cum etiam impares diminuti et abundantes inueniantur. Sic numerorum imparium aliter est impar primus/aliter impar compositus/aliter impar ad alterum primus. cum parium itidem aliquis primus sit/aliquis compositus/et aliquis ad alterum primus. Preterea in diuisione maioris inequalitatis per membra simplicia (ut auctores factitare solent) intelligenda sunt composita: ut ex primo et secundo membro: quartum scilicet multiplex supparticularis. Et ex primo et tertio quatum scilicet multiplex suppartiens. Ex secundo aut et tertio non potest componi membrum/neq; ex primo secundo et tertio sicut iunctis: q; ratio supparticularis et suppartientis repugnantes sint/eidemq; minime competere numero possint Et quemadmodum ex vnius relatiuorum diffinitione/alterius diffinitio cognoscitur: ita ex vnius diuisione alterius diuisione; nam consilium diuiditur. ut minor inequalitas in eadem species in quas maior inequalitas preposita preponit sub: nominibus specierum maioris inequalitatis. ut in submultiplicem/subsupparticularem/subsuppartientem/submultiplicem sub supparticularem/submultiplicem sub suppartientem. quorum quilibet deinde in proprias species diuiditur. Postea numerus secundum figuram analogiam magnitudinum diuiditur in linearem/planum siue superficiale/et solidum/corporeumq;. Planus ad similitudinem figure rectilinee species habet a numero angulorum sumptas: ut trigonum a tribus angulis denotatum/et tetragonum a quatuor: et ita progrediendo nomen ad dodecagonum/duodecimq; angulorum numerum/verum etiam in infinitum quemadmodum series numerorum crescit. quod etiam in speciebus maioris inequalitatis aut minoris nominandis seruandum est. Nam non solum illi sunt qui in formula exprimentur: sed et alie continua progressione quatumlibet fiat sumptas. Demum ea que quarto ponuntur limite fere in medio: non sunt noua membra diuidentia sed declaratiua exemplorum membris quibus respondet subfactorum. Nepe cum curte pyramidis ex numeris tetragonis sicut iunctis nascatur: subnectuntur exemplo pro quolibet specie curte pyramidis posito sui tetragoni ex quibus conuenit. ut curte pyramidis 29: tetragoni sunt 16. 9. 4. Nam tres illi tetragonales numeri sicut iuncti constituunt 29. Ita biscurte pyramidis 25 tetragoni sunt 16. 9. q; sicut sumpti componant 25. sicut 25 et 16 coniuncti faciunt 41. Sic laterculi 18 latera sunt 3. 3. 2. nam tres illi recte in se ducti constituunt 8. ut ducantur primus in secundo: inter tria sunt nouem. deinde tertius numerus ducatur in productum ex primo et secundo ut bis nouem conuenit 18. Ita asseris 12/ latera sunt 2. 2. 3. nam bis duo sunt quatuor et ter quatuor sunt duodecim. Sic de cunei et parallelepipedilateribus dicendum. Denique medietas (que et proportionalitas dicitur) in tres precipuas deducitur species: primam arithmetica/secundam geometricam/et tertiam musicam quibus subiunguntur alie septem: ab ordine solium/nomen sortite. ut quarta/quinta/&c. Et habet se medietas ad proportionem (que eadem prorsus habet species quas numerus ad aliquid) sicut totum ad suam partem. Continet enim omnis medietas ad minus duas proportiones: sicut omnis proportio duos numeros ut sua extrema.

Numerus

¶ Vnde duplex sit numerus: hic numerus/ille vero numeratus: diffinitur hic numerus absolutus et numerus (de quo solo arithmetica determinationem suscipit) q; multitudo est ex vnitatibus aggregata. Vnitatibus inquam numerantibus/ ex quibus numerus omnis componitur. ut binarius multitudo est ex duabus vnitatibus aggregata / ternarius ex tribus / quaternarius ex quatuor. Vnitas autem/ numeri principium est secundum multitudinem indiuisibile. Vnusquisq; autem numerus simpliciter et absolute consideratus/secundum se sumptus dicitur: q; ut huiusmodi/ in comparatione ad alterum non consideratur neq; ad figuras geometricas applicatur. ut quaternarius. Et denominationem habet absolutam diciturq; binarius/ternarius/quaternarius: aut duo/

tria/quatuor. Cū autē numerus vnus ad alterū cōparat̄ in eaq; cōsiderat̄ ratioe: dicit̄ nūerus ad aliqd vt 4 ad 2. Et denoiationē habet relatiuā diciturq; dupl<sup>9</sup>/triplus/sequalter. Cū vero nūerus per suas vnitates explicatus: alicui<sup>9</sup> figure geometricē speciē p̄fert: dī numerus scdm figurā. vt 4 p̄ suas vnitates descriptus: represētat figurā quadrāguli. Et denoiationē sumit a figura geometrica ad quā applicat̄: diciturq; trigonus/tetragonus/pētagonus. Quo fit vt vnus/ideq; numerus diuersis rōnibus sit numer<sup>9</sup> scdm se/ad aliqd/et scdm figurā. ¶ Diffiniō deinde numer<sup>9</sup> par q; ē qui i duo Par equa diuidi potest. hoc est qui i duas ptes equales/suas qdē medietates diuisibilis est. vt 4 in 2 et 2. Et sex in 3 et 3. Impar autē in duas ptes equales nūq; diuidi potest que sil iuncte totū cōstituāt: sed Impar in vnā minore et alterā maiore vt 5 in 2 et 3. Sic 7 in 3 et 4. Et quis septenari<sup>9</sup> in 3 et 3 diuidat̄: ille tamē non sūt sue tote partes et que sil accepte totū restituāt. ¶ De nūero pariter parī cōstituāt Pariter par exemplū vt 32 diuidit̄ in 16 et 16 suas quidē partes et medietates: que deinde diuidūt i ptes duas equales 8 et 8. Rursū ille in duas equales 4 et 4. Iterū et he in duas equales 2 et 2. Deniq; et ipse i duas vnitates sectionē recipiūt: quare partiū numeri dati 32 i duo eq diuisio ad vnitatē vsq; facta est. ¶ De pariter impari. vt 6 i q diuidit̄ in 3 et 3: sed ptes ille cū ipares sint: āpli<sup>9</sup> in duas ptes equales Pariter impar diuidi nequeūt. Sic 10 in 5 et 5 diducit̄ suas partes/ refugiētes vltiorē in duo equa partitionem. ¶ De impariter pari: vt 12 in duas secat̄ ptes eqles 6 et 6: q̄ itidē in duo equa diuidūt scilicet 3 et 3. Impariter illa tamē partiū in duo equa partitio deficit anteq; ad vnitatē pueniat̄. Ita 28 diuidit̄ in 14 et 14 par duas partes eqles: et ille in 7 et 7 que vltiorē nō admittūt diuisiōnē. Et hic quodāmodo medius est inter pariter parē et pariter imparē extremos: quorū vtriusq; aliquid participat. Nā cū pariter parī cōuenit q; partes eius in duo equa sectionē recipiūt: differt autē q; ea diuisio ad vnitatem vsq; nō cōtinuet̄. Cū pariter autē impari q; ad vnitatē vsq; nō diuidat̄ cōuenit: differt autē q; eius partes i duo equa cōsequēter diducantur. ¶ Pro numeri p̄fecti intelligēda diffiniōe p̄mittēdū est duplicē eīse numeri partē. Quedā est constituens/et est numerus minor a maiore contētus: vt ternarius cōponit quinariū: et oīs minor maiorē. Alia est pars numerās: ea scilicet que aliquoties sumpta vt bis/ter/quater et ita deinceps/suū totū mēsurat et equat: neq; plus neq; min<sup>9</sup> efficiendo. vt binarius pars est senarij. nā binarius ter sumptus metitur senarium. nā ter 2 sunt 6. Ita ternarius pars est nouenarij: nā ter sumptus reddīt nouenariū. Ter enim tria sunt nouem. Et de huiusmodi parte numeri nuuc et in sequentibus: solum futurus est sermo.

¶ Numerus itaq; perfectus est cuius omnes partes simul accepte: suū totū restituūt et complent Perfectus vt 6 cuius partes 1/2/3 sil iuncte ipsum totum efficiunt. Sic 28 perfectus est numerus. nam partes eius. 1. 2. 4. 7. 14 simul accepte totum numerū datum conficiunt neq; deficiendo neq; superādo

¶ Diminutus vero: cuius adinuicē iuncte partes citra totū deficiūt minusq; q̄ totū cōponunt. vt Diminutus 8 cuius partes. 1. 2. 4. solū cōplent 7 Non enī 3 ipse pars est: cū bis sumptus cōstituāt 6. ter vero sumptus nouē/atq; hic plus/ illic vero minus relinquat. Ita denarius/ diminutus est numerus. nam partes eius 1. 2. 5. addite solū reddunt 8.

¶ Abundans vero: cuius partes i vnū collecte maius reddunt q̄ totū. vt 12 cuius partes 1. 2. 3. 4. 6 Abundans simul iuncte cōponūt 16. Ita 18 abundās est numerus: cū partes eius 1. 2. 3. 6. 9. simul accepte totius sumā exuperēt/et 21 cōstituāt. Numerus abundans/ numerus sup̄fluus idē. Numerus diminutus: numerus imperfect<sup>9</sup> idē. Et numeri diminuti et abūdātes tam pares q̄ impares inueniunt̄: perfecti vero solū sunt pares. ¶ Numerus primus est qui sola vnitate mēsuratur neq; preter eā aliū Primus habet numerū/ ipsum mēsurantē. vt 3. 5. 7. nempe sola vnitas pars est ternarij et quinarij et septenarij. non enī 2 mēsurat aliquem eorū aut quūis alius: cū non aliquoties sumptus ipsū reddat

¶ Cōpositus autē est qui preter vnitatem: aliū habet numerū ipsum mēsurantē. vt nouenarius Cōpositus. preter vnitatē habet ternariū suam partem: cū ter tria cōponāt 9. Ita 15 preter vnitatē habet 3 et 5 partes suas ipsū mēsurantes: cū quinquies 3 et ter 5 reddant 15. Numerus compositus/ numerus secundus idē. Sic numerus primus/ numerus incompositus idem. non quidē idcirco dicitur: q; oēm cōpositionē refugiat: sed q; ex nulla pte p̄terq; vnitate (q̄ oīm nūerorū cōis est pars et mēsurā) cōponat̄. ¶ De numero solū ad alterū primo statuat̄ exemplū vt 9 ad 10. nā secundū se sumpt<sup>9</sup> Ad alterū primus nouenarius/ compositus est: ad denariū tamē comparatus nullam habet cōmunem et que vtrumq; metiatut mēsuram preter solam vnitatem: nullus enī numerus vtrumq; mēsurauerit vnq;. Duo quidem mēsurant 10/ sed non 9. sic 3 mēsurant 9/ sed non 10. 4 vero neutrū eorū mēsurat. Sic 8 ad 9 comparatus est solum ad alterum primus. nam secundum se cōsideratus compositus est: ad 9 tamen comparatus solam habet vnitatem vtriq; partem communem. Nā 2 qui 8 mēsurat/ item et 4: non mēsurat 9. Contra 3 qui 9 mēsurat: non metitur 8.

## Introductio.

**N**umerus autē ad alterū primus (pretermissa particula exclusiua) est qui ad alterū cōparatus sola habet vnitatē cōiter vtrūq; mensurātē. Et hic duplex est. quidā est per se primus: vt 5 ad 6. Quicumq; eni numerus simpliciter et secundū se primus est: et ad alterū quēcūq; primus erit. Alius autem est solū ad alterū primus vt oīs numerus cōpositus ad proxie maiorē/ minorēq; quibus interceptis cōparatus. Et ei opponitur numerus ad alterū coicans: et est qui ad alterū cōparatus p̄ter vnitatē numerū habet vtrūq; cōiter mensurātē. vt 9 et 12 quorū 3 cōis est mensura. Sic quicumq; par ad alterū parem cōparatus est cōmunicās. Nā oīm numerorū pariū/binarius est cōis mēlura. Vocabula autē par/impar/subiuncta: designant tria postrema mēbra his duobus mēbris posse subdiuid. vt numerorū primorū aliquis par est vt binarius/ qui q; pariū etiā primus sit: par vtrobiq; primus dicitur. alius impar vt ternarius/ vtrobiq; itidem primus dicitur: q; sola vnitare mēsuret/ et q; impariū oīm sit primus. Ita cōpositorum quidā est par vt 6/ quidā impar vt 9. Deniq; solum ad alterum primorū hic par est vt 6 ad 7/ ille vero impar vt 15 ad 16. Quorum vnumquodq; per analogiam vt oportet diffiniatur.

**E**qualitas: est cum equalis numerus ad equalem comparatur.

**I**nequalitas vero est cum inequalis ad inequalem comparatur.

**M**aior inequalitas est cum numerum maiorem ad minorem comparamus.

**M**inor vero inequalitas contra: quoties minorem maiori comparamus.

**N**umerus multiplex est cū maior numerus minori cōparatus: eundem plusq; semel continet vt bis/ter/ quater: et ita deinceps.

Vnitatem numerorū fontē/ principiūq; etiā numeri appellatiōe cēsemus.

**D**uplus est cum maior numerus minori comparatus: minorem bis continet.

**T**riplus cum ter continet.

**Q**uadruplus cum quater.

**Q**uicuplus cū quinq;: et hoc pacto deinceps scđm naturalē numerorū p̄gressiōnem.

**N**umerus supparticularis est cū maior numerus minori cōparatus totū in se numerū minorem continet: et eius partem aliquam.

**S**esquialter est numerus superparticularis cum maior totū contineat minorē: et eius medietatem. et idem dicitur hemiolius.

**S**esquitercius est cū maior continet totum minorem: et eius tertiam partē. qui et dicitur epitritus.

**S**esquiquartus est cū maior cōtinet totū minorē: et eius quartā partē. Et si quātā cōtinet/ vocat̄ sesquiquitus. et ita deinceps secundū numerorū seriē.

**N**umerus suppartiēs est cū maior cōtinet in se totū minorē: et eius insup aliquot ptes vt duas/tres/ q̄tuor aut quotquot attulerit ip̄a cōparatio. De iis partibus id intelligit̄: que minoris vnam partem non efficiunt.

**S**upbipartiēs est cū maior continet minorē et duas eius partes.

**S**uptripartiēs est cū tres eius partes insuper continet.

**S**uperquadripartiēs cum quatuor: et hoc pacto deinceps.

**N**umerus multiplex supparticularis est quoties maior nūerus ad minorē cōparatus habet eū plusq; semel et eius partē aliquā.

Et si bis continet et eius medietatē: vocat̄ duplus sesquialter.

Et si bis et tertiam: duplus sesquitercius.

Et si ter et medietatē/ triplus sesquialter. et ita deinceps: ex vtriusq; denotiōne multiplicis et supparticularis prout cōparatio attulerit noīa colligēdo.

Numerus multiplex suppartiens est quoties maior numerus minori cōparatus minorē plusq̄ semel cōtinet et insuper eius aliquot partes. et noia sumit cōposita ex vtraq̄ cōparationis denoiatione. vt hec: duplus supbipartiens/ duplus supertripartiens/ triplus/ quadruplus/ quincuplus superbipartiens et similia. Et quo pacto quinq̄ sumunt species cōparando maiorē numerū ad minorē / eo pacto sumunt quinq̄ correlatiue cōparato minore ad maiorē. quorū et suorū specialiū modorū specierūq̄ noia: sola sub prepositione addita effingimus: que sunt. submultiplex/ subsuperparticularis/ subsuperpartiens/ submultiplex subsuperparticularis/ submultiplex subsuperpartiens. Et species submultiplicis sunt subduplus/ subtriplus/ subquadruplus/ subquincuplus. et hoc pacto deinceps.

Species subsuperparticularis: subsequalter/ subsequitertius/ subsequi quartus/ subsequi quintus. et hoc pacto deinceps.

Species subsuperpartientis sunt subsuperbipartiens/ subsupertripartiens/ subsuperquadrupartiens. et hunc in modū cōsequenter.

Species submultiplicis subsuperparticularis: subduplus subsequalter/ subtriplus subsequalter et similes.

Species submultiplicis subsuperpartientis sunt subduplus subsuperbipartiens/ subduplus subsupertripartiens atq̄ cetera similes secundū rationis/ cōparationisq̄ naturā. sed hec statim nota sunt.

¶ Pro speciebus numeri ad aliqd id p̄monere licet: in qualibet earū duos sumi debere numeros/ vtpote eū qui ad alterū cōparat/ et eū ad quē alter cōparat. Numerus qui ad alterū comparat is est qui primo loco sumit. Ad quē vero alter cōparat: is est qui sc̄o cōstituit loco et p̄positione ad subiūgiū. vt 6 ad 3. 6 numerus est qui cōparat ad alterū/ et 3 numerus est ad quē alter cōparat Cōtravero numeros ordinādo vt 3 ad 6: 3 numerus est qui ad alterū cōparat/ et 6 numerus ad quē alter cōparat. ¶ Cū itaq̄ equalis nūerus ad equalē cōparat: dicitur equalitas in numeris. Et tūc vterq̄ terminorū eodē/ cōsiliq̄ noie exprimit: vt 2 ad 2/ 3 ad 3/ 4 ad 4/ ¶ Cū vero icqualis: dicitur inequalitas in numeris: sc̄z aut maior ad minorē vt 8 ad 4. aut minor ad maiorē vt 4 ad 8/ est inequalitas in numeris secundū materiā subiectā. Et tunc numeri ad invicē cōparati diuersis exprimunt noibus. Est aut numerus numero equalis qui ex eque multis cōstituit vnitatibus. vt 5 ad 5/ 6 ad 6 et ois numerus ad seipsū cōparatus. Inequalis vero qui nō ex eque multis cōstat vnitatibus. vt quilibet numerus ad alterū cōparat ¶ Maior numerus est q̄ ex pluribusq̄ alter aggregat vnitatibus. vt 8 est maior q̄ 4 ¶ Minor vero qui ex paucioribus. vt 4 ad 8. Cū iḡ maior ad minorē cōparat: dicitur maior icqualitas: a primo termino sumpta denoiatione vt 4 ad 2/ 6 ad 3. Cū vero cōtra minor numerus primo loco sumptus ad maiorē conferat/ cōparaturq̄: minor est inequalitas: a primo itidē termino/ noie sumpto. vt 2 ad 4/ 3 ad 6. ¶ De numero multiplici exemplū vt 4 ad 2. nā 4 maior numerus/ minorem sc̄z 2 ad quē cōparat plusq̄ semel cōtinet. Nā 4 bis cōtinet duo et nichil amplius. Sic 9 maior numerus cōparatus ad 3 minorē numerū: eū plusq̄ semel sc̄z ter cōtinet. et 12 ad 3 cōparatus multiplex est: q̄ eū quater cōtineat. Vnitas aut oim numerorum mater et origo q̄ oēs ex ea nascatur et oriantur numeri: in p̄posito etiā noie numeri intelligit et numerus dicitur. nō q̄ ipsa sit numerus: sed q̄ alij numeri ad eā cōparati multiplices sūt/ denoiationeq̄ a se sumptā habent. vt 2 ad vnitatē duplus est/ 3 ad vnitatē triplus/ 4 ad vnitatē quadruplus. et ita deinceps. quare p̄ diffinitionē multiplicis/ vnitas minor est numerus ad quē 2/ 3/ 4 maiores nūeri cōparant. Numerus aut multiplex specialē sumit denoiationē a numero denotate quoties minorē cōtinet. Nā si maior/ bis cōtinet minorē et nichil amplius (que quidē particula et si nō exprimat: intelligēda tamē est ad excludēdū multiplicē supparticularē/ aut multiplicē suppartientē: vbi maior numerus cōtinet minorē plusq̄ semel/ sed insup aliquid aliud) dicitur duplus: vt 4 ad 2/ 6 ad 3/ 8 ad 4. Si vero maior minorē ter cōtinet: dicitur triplus. vt 6 ad 2/ 9 ad 3/ 12 ad 4. Si minorē maior quater cōtineat: quadruplus dicitur vt 8 ad

Equalitas.

Inequalitas

Maior ineq̄

Minor.

Multiplex.

## Introductio

2/12 ad 3/16 ad 4. Cōtinēt enī 8 quater 2/12 quater 3/et 16 q̄ter 4. Si quiquies maior minorē cōplecti: dī quīcupl<sup>9</sup>. vt 10 ad 2/15 ad 3/20 ad 4. Si sexies: sextupl<sup>9</sup>. vt 12 ad 2/18 ad 3/24 ad 4. et ita deinceps secundū naturalē ordinē numerorū quantūlibet procedendo.

**Superparticularis.** ¶ Numerus superparticularis est numerus maior totū minorē cui cōparatur semel tātū cōtinēs in super et minoris aliquā partem. vt 3 semel continet 2 in super et eius ptem sc̄3 vnitatē que dualitatis est medietas. quare 3 ad 2 numerus est superparticularis. Adiecta est diffinitioni pticula semel tātū ad rectā intelligentiā requisita quo numerus multiplex superparticularis excludat: qui numerū minorem ad quē cōparat̄ continet (et aliquā eius partē) sed plusq̄ semel. Et speciale nomen sumit numerus superparticularis a parte numeri minoris cōtenta in numero maiori. nā quota fuerit ea pars: tale ei nomen accōmodat̄. Si enī numerus maior cōtinēt totū minorē et minoris medietatē: dicit̄ sesquialter. vt 3 ad 2/6 ad 4. Sex enī cōtinēt 4 et in super quaternarij medietatē vtpote binarium qui est medietas ipsius 4. Si maior totū minorē cōtinēt et tertiam minoris partē: est sesquitertius. vt 4 ad 3/et 8 ad 6. Nā 4 cōtinēt 3 et in super vnitatē que est tertia pars ternarij. Q̄ si maior vltra minorē ad quē cōparatur contineat quartā minoris partē: dicit̄ sesquiquartus. vt 5 ad 4/et 10 ad 8. Si quintā. sesquiquintus: vt 6 ad 5/et 12 ad 10. Nā 6 cōtinēt quinq; et in super vnitatē que est quinta pars ipsius 5. et ita consequenter. Numerus autē superparticularis qui latine sesquialter dicit̄: grece vocatur hemiolius. Et qui latine sesquitertius: grece epitritus appellatur.

**Suppartiens.** ¶ Numerus superpartiens est numerus maior qui ad minorē cōparatus: totū (sed etiā solummodo semel) cōtinēt in super et eius aliquot ptes. ut 5 ad 3 est suppartiens: nā cōtinēt semel 3/et in super aliquas eius ptes vtpote duas eius tertias. Sic 7 ad 4 suppartiens est. nā 7 cōtinēt 4 et in super aliquot eius partes sc̄3 tres quartas. Et diffinitio ista intelligitur de partibus numeri minoris q̄ simul sumpte non efficiunt vnā eius partē: vt due vnitates simul accepte non faciunt vnā partē ternarij. Et tres simul addite vnitates non efficiunt partē aliquā quaternarij: cū ternarius minime mēsuret quaternariū. Nā si numerus maior contineat minorē ad quē cōparat̄ et in super eius aliquot ptes: que simul sumpte vnā minoris partē efficiunt: numerus maior non superpartiens sed superparticularis est. vt 6 cōtinēt 4 et in super duas eius partes que sunt due quarte. At ille simul efficiunt vnā secundā/medietatēq; quattuor. quare 6 ad 4 est sesquialter. Ita 8 cōtinēt 6 et duas eius sextas: q̄ simul iuncte efficiunt tertiam partē senarij: quare 8 ad 6 non superpartiens sed superparticularis est. Et numerus superpartiens specialē habet denoiationē a numero partiuū numeri minoris vltra eū in maiore numero cōtentarū. Nā si numerus maior cōtinēt totū minorē et in super duas eius partes: dicitur superbipartiens vt 5 ad 3/7 ad 5/9 ad 7. Si vero maior numerus minorē cōtinēt et in super tres eius partes: dicit̄ supertripartiens vt 7 ad 4/8 ad 5/10 ad 7. Q̄ si maior numerus minorē cōtinēt et in super quattuor eius partes: vocat̄ superquadripartiens. vt 9 ad 5/13 ad 9. Deniq; si preter numerū minorē cōplectat̄ quinq; partes numeri minoris: est supquintupartiens vt 11 ad 6/12 ad 7/et ita deinceps. Diligenter tñ attendendū est preter hanc denoiationē aliam esse specialiore m designantē quote sunt ille partes numeri minoris que supra minorē cōtinent̄ in maiore: vt vtrū tertie/ quarte/ quite/ sexte/ et ita cōsequenter. et illa explicatur p accusatiuū pluralē qui designat numerū illas partes denoiantē. vt 5 ad 2 est superbipartiens ternas: q̄ due ille partes i maiori numero in super contente sint due tertie ternarij. Sed 7 ad 5 est numerus superbipartiens quintas: q̄ 7 vltra 5 contineat duas quintas quinarij. At vero 9 ad 7 est numerus superbipartiens septimas: quia 9 vltra septē cōtinēt duas vnitates que sunt due septime septenarij. Sic 7 ad 4 est suptripartiens quartas: qm̄ 7 vltra 4 continet tres quartas quaternarij. Atqui 8 ad 5 suptripartiens quintas/10 ad 7 supertripartiens septimas: et ita de ceteris.

**Multiplex superparticularis.** ¶ Numerus multiplex superparticularis est numerus maior qui ad minorē cōparatus eum plusq̄ semel continet et in super aliquā minoris numeri partē. vt 5 ad 2/ nā 5 continet 2 plusq̄ semel et in super vnā eius partē. Sic 7 ad 3/et 9 ad 4. Et sicut ex prima et secūda speciebus eius nomē sumit̄: ita et eius ratio ex vtriūsq; rationib<sup>9</sup> cōpletur. Q̄ enī numerū minorē plusq̄ semel cōtinēt/ cū multiplici cōspirat: q̄ in super aliquā minoris partem cōplectatur/ cōuenit cū superparticulari. Et eius species ex vtriūsq; speciebus itidē denoiant̄: rationesq; earū ex specialibus eorū a quib<sup>9</sup> denoiant̄ rationib<sup>9</sup>. Est enī duplus sesquialter/ numerus maior qui ad minorē cōparatus: eū bis cōtinēt et in super eius medietatē. vt 5 ad 2/10 ad 4. Duplus sesquitertius est numerus maior qui minorē cui comparatur bis cōtinēt et in super tertiam eius partē. vt 7 ad 3/14 ad 6. Duplus sesquiquartus q̄ minorē cōtinēt bis et quartā eius partē. vt 9 ad 4/18 ad 8. Ita triplus sesquialter est maior numer<sup>9</sup> qui ad minorē cōparatus eū ter cōtinēt et eius medietatē. vt 7 ad 2/14 ad 4. Triplus sesquitertius

qui ter minorē cōtinet et eius tertiam partē. vt 10 ad 3/20 ad 6. Triplus sesquiquartus est qui ter numerū minore[m] continet et ei⁹ quartā partē. vt 13 ad 4/et 25 ad 8. Ita cetera species per analogiam diffiniende sunt.

¶ Numerus multiplex superpartiens est maior numer⁹ ad minorē comparatus quem plusq[ue] semel **Multiplex** continet et insuper eius aliquot partes. Hoc enī a ratione superpartientis accipit/illud vero a ratio **superpartiens** ne multiplicis. vt 8 ad 3/11 ad 4. Continet enim 8 plusq[ue] semel ternarium/et insuper aliquas eius partes. Et noīa specierū eius cōposita sunt ex speciebus multiplicis et superpartientis simul iūctis. secundū quarū speciales rationes/dande sunt proprie specierū eius diffinitiones. Duplus enim superbipartiens est maior numerus ad minorē cōparatus quē bis continet et insuper duas eius partes. vt 8 ad 3/12 ad 5. Duplus supertripartiens est maior numerus qui minori cōparatus eū bis cōtinet et insuper tres eius partes. vt 11 ad 4/13 ad 5. Duplus superquadrupartiens: qui minorē bis continet et quattuor eius partes. vt 14 ad 5/18 ad 7. Sic triplus superbipartiens/major est numerus qui minorē ter cōtinet et duas eius partes. vt 11 ad 3/17 ad 5. Triplus supertripartiens: cū maior numerus minorē ter continet et tres eius partes. vt 15 ad 4/18 ad 5. Triplus superquadrupartiens: cū maior numerus minorē ter cōtinet et quattuor eius partes. vt 19 ad 5/25 ad 7. et ita de alijs.

¶ Et quemadmodū quinq[ue] sunt date species maioris inequalitatis in quibus maior numerus ad minorē cōparatur: ita eduerso quinq[ue] dande sunt species minoris inequalitatis/prius datis speciebus correlative. Et in his minor numerus ad maiorē cōparatur. harū autē specierū noīa sumuntur ex priorū specierū noībus preposita dūtaxat prepositione sub. vt submultiplex/subsuperparticularis/subsuperpartiens/submultiplex/subsuperpartiens. Ita et particulares earū species noīantur/diffiniunturq[ue] per analogiā oppositi. Earū tñ diffinitiones in littera expresse non sunt: q̄ satis ex suorū relatiuorū prius positis diffinitionibus possint haberi. Nā si quis diffinite nouerit vnū relatiuorū/diffinite noscet et reliquum: Et negatio per affirmationem habet cognosci. Maioris autem inequalitatis species in affirmatione sunt: minoris vero in negatione. Hic tamen ad clariorem earum intelligentiam exprimūtur hoc modo.

¶ Numerus submultiplex est minor numerus qui ad maiorē cōparatus plusq[ue] semel ab eo conti- **Submulti-** netur. vt 3 ad 12/4 ad 20. Numerus subduplus est minor numerus qui a maiore cui comparatur **plex.** bis continetur. vt 2 ad 4/3 ad 6. ¶ Subtriplex: minor est numerus qui a maiore cui comparatur ter continetur. vt 2 ad 6/3 ad 9. ¶ Subquadruplus est numerus minor a maiore cui comparatur quater contentus: vt 2 ad 8/3 ad 12. et ita de alijs.

¶ Numerus subsuperparticularis est numerus minor qui totus a maiore ad quem cōparatur contē **Subsuperpar-** tus est/insup et eius aliqua pars. vt 3 ad 4/4 ad 5. Numerus subsesquialter est numerus minor ad **ticularis.** maiorē cōparatus a quo tot⁹ contineat et eius medietas. vt 2 ad 3. Subsesequitercius: qui totus a maiore continetur et eius tertia pars. vt 3 ad 4. Subsesequiquartus: qui totus cōtinetur et eius quarta pars. vt 4 ad 5. ¶ Numerus subsuperpartiens est minor numerus qui a maiore totus contineat/insup **Subsuperpar-** et eius aliquot partes. vt 3 ad 5/7 ad 9. ¶ Subsuperbipartiens est numerus minor qui maiori cō- **tiens.** paratus ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 5/5 ad 7. Speciali autē appellatione 3 ad 5 dicitur subsuperbipartiens tertias siue vno noīe subsuperbitertius/quēadmodū 5 ad 3 dicitur superbitertius. In qua appellatione duo clauduntur numeri: quorū prior quot partes numeri minoris maior vltra minorē cōtineat/significat. posterior vero: quotas ptes. At 5 ad 7 peculiari noīe dicitur subsuperbitertius quintas siue subsuperbiquintus quēadmodū 7 ad 5 vocat[ur] supbiquint⁹.

¶ Subsupertripartiens est numerus minor qui semel a maiore continetur et insuper tres eius partes. vt 4 ad 7. Subsuperquadrupartiens: cū minor a maiore continetur/insuper et quattuor partes. vt 5 ad 9. et ita de ceteris. ¶ Numer⁹ submultiplex subsuperparticularis est numerus minor qui plusq[ue] **Submulti-** semel a maiore cui cōparatur continetur: et insuper aliqua eius pars. vt 10 ad 3/14 ad 4. Subdu- **plex subsup-** plus subsesquialter est numerus minor qui bis a maiore continetur et eius medietas. vt 2 ad 5/10 **particularis** ad 25. Subduplus subsesequitercius est numerus minor qui bis a maiore continetur et insuper eius tertia pars. vt 3 ad 7/6 ad 14. Subtriplex subsesquialter est numerus minor qui ter a maiore continetur et insuper eius medietas. vt 2 ad 7. Et ita de alijs speciebus dicendum est.

¶ Numerus submultiplex subsuperpartiens est numerus minor qui ad maiorē comparatus plusq[ue] **Submulti-** semel ab eo cōtinetur et eius aliq[ue] partes. vt 3 ad 8/et 4 ad 11. Subduplus subsuperbipartiens est cū **plex subsup-** minor numerus ad maiorē cōparatus bis ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 8/ **tiens.** 6 ad 16. Subduplus subsupertripartiens est cum minor numerus ad maiorē cōparatus/bis ab eo continetur et insuper tres eius partes. vt 4 ad 11/8 ad 22. Subtriplex superbipartiens est cum

## Introductio

minor numerus ad maiorem comparatus ter ab eo continetur et insuper due eius partes. vt 3 ad 11 et 6 ad 22. Et ita de aliis speciebus dicendum.

**Numerus linearis** est qui per plures in vnam/eandemq; partē adiectas: describitur vnitates.

**Numerus planus** est qui per suas vnitates descriptus: in longum atq; latum porrigitur.

**Numerus autem solidus** est qui per suas vnitates descriptus longitudini et latitudini crassitiem superaddit: trinoq; distenditur interuallo.

**Trigonus** est numerus planus: qui suis vnitatibus explicatus tria latera possidet equalia.

**Tetragonus**: quattuor equalibus angulis perficitur.

**Pentagonus**/quinq;.

**Hexagonus**/sex.

**Heptagonus**/septem.

**Octogonus**/octo.

**Ennagonus**/nouem.

**Decagonus**/decem.

**Endecagonus**/vndecim. et hunc in modum deinceps: quos appellatione latina nuncupare possumus triangulos/quadrangulos/quinquangulos/sexangulos/septangulos/octangulos/nonangulos/decangulos/vndecangulos: et hoc pacto consequenter.

**Numerus altera pte longior** est numerus planus qui per vnitates descriptus: longitudini latitudinē habet vnitate discrepantē. et idē longilaterus appellat.

**Numerus vero antelongior**: est qui per vnitates descriptus latera sua habet plusq; vnitate disiuncta. hoc est longitudinē latitudinē plusq; vnitate distentē.

**Pyramis** est numerus solidus cuius singula latera sūt ab vno planorū ad vnū cacuminis verticem eleuata. Et planus numerus a quo latera eriguntur: pyramidis basis nuncupatur. punctus autem/vnitasq; in quam cōueniunt: pyramidis conus/mucro/vertexq; dicitur. que si ex base triangula nascitur: pyramis triangula nominatur.

Si ex base quadrangula: pyramis tetragona. et hoc pacto deinceps.

**perfecta pyramis** ea est cuius laterū a verticē erectio: citra vnitatē nō deficit.

**Curta vero pyramis** ea est cuius laterum erectio ad vnitatē vsq; non ascēdit. cui si sola monas deest que est prima pyramis: curta dicitur. Si vnitas et planus vnus: biscurta.

Si duo: tricurta nominatur. et hoc pacto deinceps.

**Cubus** est numerus solidus sex equis superficialibus/planisq; numeris contentus: equā de se longitudini et latitudini altitudinē prebens. et iidem numeri: tessere nuncupantur que duodecim equa latera semper habent/solidos angulos octo/atq; superficies sex.

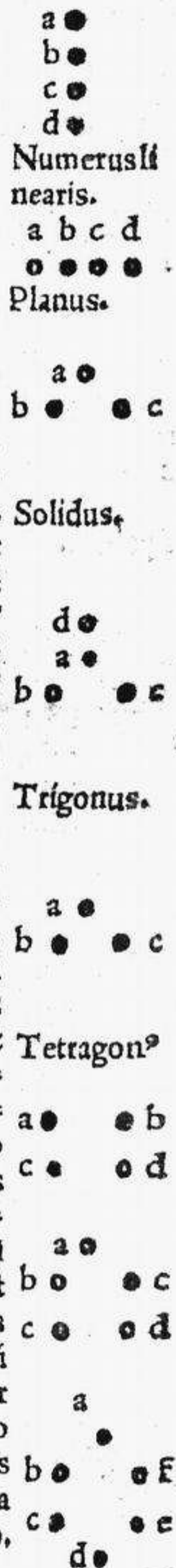
**Laterculus** is solidus est: qui longitudini latitudinem equam habēs/altitudinem possidet contractiorem.



Affer: cuius cū lōgītudo latitudīnī sīt equa: altitudīnē habet maiorem.  
 Cuneus vero qui longitudinē latitudinē et altitudinē in se cōtinet ineq̄ales.  
 Cīrcularis numerus est cum latus in se ducitur et tetragonus inde nascens in  
 idem terminatur. et rursū cum idem latus in tetragonū nascit̄ cubus qui  
 in idem reuoluitur. et is cubus: sphaera/ sphericusq̄ cubus appellat̄. Et cum  
 rursū quotiens idem latus in cubum vel si in infinitū duxeris: qui inde na-  
 scitur uumerus: in eiusdē lateris numerū terminatur/ reuoluiturq̄.

Parallelepipedus/ solidus numerus est equidistātib⁹ sup̄ficialibus/ planisq̄  
 numeris cōtētus neq̄ omnino quidē equalibus ueq̄ omnino ineq̄ualibus.

¶ Numerus omnis secundū figurā nō notis arithmeticijs vt alijs/ sed virgulis aut punctis vnitates  
 designantibus explicatur: et cuiusq̄ vnitatis loco punctū vnū annotandū est. Et secundū analogiā  
 magnitudinis tripliciter euariatur. Aliquis enim solam habet lōgītudinē numeralem: cuius oēs  
 vnitates in vnam et eandē partem extendūtur eademq̄ serie describuntur. Et hic linearis dicitur  
 q̄ lineae analogus sit. vt quaternarius per suas vnitates descriptus directe porrectas aut a sinistro  
 in dextrū aut a sursum in deorsum. quo pacto omnis numerus describi potest et numeri linearis ra-  
 tionē sortiri. Aliquis vero longitudinē habet et latitudinē: qui per suas vnitates explicatus/ in lon-  
 gum et latum porrigitur/ scz a sursum in deorsum/ et a sinistro in dextrū. Et hic planus vocatur: q̄  
 superficiei que planum dicitur analogus est. vt ternarius a b c qui a sursum in deorsum lōgītudinē  
 habet sumptā secundū latera a b/ et a c. A sinistro autē in dextrū latitudinē secundū latus b c. Quo  
 fit vt idem numerus linearis sit et planus reipsa: diuersis tamen rationibus et secundum diuersas  
 eius descriptiones. vt 3/4. Deniq̄ aliquis longitudinē habet/ latitudinē et profunditatē que po-  
 tissimum attenditur secundū porrectionē a suppositis vnitatibus ad superpositas. Et hic solidus  
 dicitur: q̄ solido/ corporiq̄ in magnitudine respondeat. Sicut enim corpus superficiei superaddit  
 profunditatē: ita et hic numerus numero plano crassitiem/ profunditatēq̄ adiungit. Et trino distē-  
 ditur (sicut et in magnitudine corpus) interuallo/ longitudine/ latitudine et profunditate. numer⁹  
 autē planus duobus: longitudine et latitudine/ linearis autē vno scz sola longitudine. Vnitas autē  
 principii nūeri secundū figurā/ nullū habet iteruallū: sed est vt punctū in magnitudinib⁹. vt intelligat̄  
 trigono a b c superposita extra papyrū vnitas d. Illic numerus erit solidus: nā preter lōgītudinē  
 et latitudinē habet profunditatē sumptā secundū latera a d/ b d/ et c d. ¶ Numerorū quidē planorū  
 primus est trigonus sicut et figurarū rectilinearū prima triangulus: nā due vnitates nullam cōstī-  
 tuunt in numeris figuram/ vt neq̄ due lineae claudunt superficiem. Et cum cuiuslibet numeralis fi-  
 gure ab angulis nomen sortite sua latera sint equalia: trigonus tria habet equalia latera et tres an-  
 gulos. vt ternarius a b c descriptus habet tria latera: primū a b/ secundū b c/ tertium a c/ adinuicem  
 equalia. Nā quodlibet eorum equalis cōtinet vnitates: vt pote duas. Et tres itidem (vt nomen in-  
 dicat) habet angulos. Sunt enim figurarum rectilinearum itidem et numerorum planorum angu-  
 li lateribus multitudinē equalis. Similiter senarius numerus est trigonus: quia per suas vnitates  
 descriptus tria latera habet equalia/ quorum quodlibet tres continet vnitates. ¶ Tetragonus autē  
 numerus est planus habens quattuor latera equalia. vt quaternarius a b c d descriptus. Nam pri-  
 mum eius latus est a b/ secundū c d/ tertium a c/ quartum b d/ quorum quodlibet duas habet vni-  
 tates. Ita nouenarius per vnitates descriptus/ tetragon⁹ est: q̄ quatuor habeat latera equalia/ quo-  
 rum quodlibet tres vnitates continet. ¶ Pentagonus numerus est planus qui per suas vnitates  
 descriptus quinque latera continet equalia. vt quinaris a b c d e descriptus cōtinetur quinīs lateri-  
 bus: a b/ b c/ c d/ d e/ e a/ quorum vnum quodq̄ duabus aggregatur vnitatibus. Et 12 per suas vni-  
 tates descriptus itidem pentagonus est/ quolibet laterū ternariū complectens. ¶ Hexagonus est  
 qui per suas explicatus vnitates/ sex equalibus lateribus continetur. vt senarius a b c d e f per suas  
 vnitates designatus sex habet latera: a b/ b c/ c d/ d e/ e f/ f a/ et quidem equalia: quando quidē eorū  
 quodlibet binarium contineat. Ita et 15 hoc pacto descriptus hexagonus est: q̄ sex contineatur  
 equis lateribus quorum quodlibet continet tres vnitates. Nec obstat eūdem esse trigonum si alio  
 modo describatur: qm̄ altera hic et illic ratio est. Sic heptagonus est numerus planus qui per suas  
 vnitates explicatus septem latera habet equalia. vt 7. ¶ Octogonus/ qui octo continetur equis la-  
 teribus. vt 8. ¶ Ennagonus/ qui nouem habet equalia latera: vt 9. ¶ Decagonus/ qui decem: vt 10.



# Introductio.

¶ Endecagonus qui vndecim. vt 11. ¶ Dodecagonus qui duodeci cōtinetur lateribus adinuicē equalibus: vt 12. et ita secundū naturalē numerorū seriē a numero maiori anguli nomen sumēdo: vt predictū est. ¶ Numerus altera parte longior est numerus planus quadrilaterus et quadrāgulus habens latera opposita equalia: sed longitudinē habet a latitudine sola vnitate differentē: hoc est longitudinē vel maiorē vel minorē latitudine sed sola vnitate. vt senarius a b c d descriptus habet duo in longitudine et tria in latitudine: modo tria duobus sola distant vnitate. Et sicut hic minus latus a sursum in deorsum porrigitur/maius vero a sinistro in dextrū: ita in isto et quocunq; altero ediuerso posset maius lat<sup>9</sup> a sursum in deorsū protēdi et minus a sinistro a dextrū. Nichil enī refert quo modo describatur: cū semp solius vnitatis distantia sit. Ita et 12 per suas explicatus vnitates/ numerus est altera parte longior: nā numerus est planus habens longitudinē a latitudine sola vnitate dissidentē. cū in longitudine habeat tria/ in latitudine vero 4: modo 3 et 4 solum vnitatis habent discrimen. ¶ Numerus altera parte longior: numerus longilaterus idem.

¶ Numerus antelongior est numerus planus etiā quadrilaterus et quadrangulus/ latera itidē opposita habens equalia sed longitudinē latitudini plusq; vnitate discrepantē vt binario/ternario/et ita de alijs. vt denarius a b c d/ descriptus habet latera opposita a b/ et c d equalia/ similiter latera a c/ et b d inter se equalia/ sed in longitudine solū habet duo: in latitudine vero quinq;. que a duobus plusq; vnitate distant/ nā ternario. Similiter octonarius suis vnitatibus descriptus habet in lōgitudine duo/ et in latitudine 4. que a duobus plusq; vnitate vtpote binario distant. ¶ Quemadmodū autē trigonus numerorū planorū primus est et perfectissimus: ita pyramis solidorū primus est et dignissimus. hinc per trigonū et pyramidē apta diuinorū intelligendorū est philosophia. Et cognoscēda est pyramis in numeris per analogiā Pyramidis in magnitudinibus sensui manifestioris. Nā quemadmodū in pyramide magnitudinis est basis: scz infima superficies a qua eriguntur latera. est et conus: scz supremum et in fastigio positum punctum/ in quo omīa latera conueniunt. Deniq; sunt latera a basi ad summū verticē erecta: inferius quidem ampliore distantia interuallo/ superius vero contractiore. Ita in pyramide numerali est basis: qui est numerus planus oibus suppositus a quo latera ad supremū cacumen erigunt. Est et conus: qui est vnitas suprema collocata vertice ad quā latera erigunt. Deniq; sunt latera a basi ad conū erecta: a basi quidē profecta et in conū desinentia/ que in imo a seinuicē distantiora sunt et pluribus intercepta vnitatibus: in superiori vero parte apud conū minus distant et pauciores habēt interiectas vnitates. Et numerus laterū pyramidis sumitur a numero laterū siue basis. Nam quot lateribus sua basis constiterit: totidē et ipsa pyramis constabit. cū a quolibet laterū numeri plani in basi positi erigatur vnum latus pyramidis. Hec omnia facile exemplo constabunt. sumatur trigonus 10: cui superponat trigonus 6/ illi proxime trigonus 3/ deniq; illi supereminens constituatur vnitas: numerus ille 20 pyramidalis est. nā est numer<sup>9</sup> solidus cuius oia latera ab vno planorū vtpote trigono 10 ad vnū cacuminis verticem sunt erecta. Et illius pyramidis trigonus 10 est basis: vnitas vero est eius conus siue vertex.

¶ Similiter sumatur tetragonus 16/ cui superponatur tetragonus 9/ illi proxime minor tetragonus 4/ cui demū superponat vnitas: numer<sup>9</sup> ex oibus aggregatus 30/ est pyramis. nā solidus est numerus cuius omīa latera ab vno planorū scz 16 tetragono ad vnū cacuminis verticē scz vnitatē sunt sursum erecta. Et tetragonus suppositus oibus qui est 16/ illius pyramidis est basis: vnitas vero omibus superposita/ est eius conus/ siue vertex. Et ita de alijs. Constat enim (vt docebūt proprietates) omnis pyramis ex suppositione similū planorū ipsi basi secundū certū ordinē. vt basis illorum sit maximus/ deinde proxime minores superponant sua serie: quousq; ad vnitatē vsq; decrescat multitudo. Et quia superpositi numeri plani sunt minores suppositis: hic oia latera pyramidis ab imo in sursum erecta (modo ea perfecta fuerit) sunt trigona. quemadmodū oia latera pyramidis multilatera in magnitudinibus: triangula sunt. quare pyramis tantā cū trigono inuenitur habere cōuenientiā/ vt in analogia pyramis sit trigonus solidus/ et trigonus: pyramis plana. Nempe si basis sit numerus trigonus: ei superponendi sunt per ordinē trigoni minores/ quousq; ad vnitatem perueniatur. Et si fuerit tetragonus: ei superponant tetragoni minores vsq; ad vnitatē. Et si pentagon<sup>9</sup>: ei superponantur pentagoni proxime minores/ quousq; ad vnitatem conscendatur. et ita de alijs.

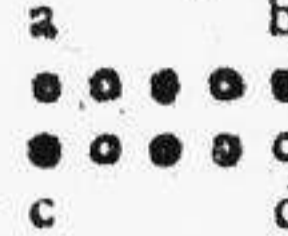
¶ Sumit autē pyramis suā denotatiōnē a numero plano eius basi: quemadmodū et in magnitudine. Nempe pyramis trigona est que ex base triangula nascitur. vt trigono 6 supponatur proxime minor trigonus 3/ et illi vnitas: totus numerus 10 ex his cōpositus est pyramis trigona. Similiter si trigonus 3 infimo constituatur loco et ei superponat vnitas: numerus 4 ex his aggregatus itidem pyramis est trigona. ¶ Pyramis tetragona est pyramis q̄ ex base tetragona nascit. vt tetragono 4

¶ Sumit autē pyramis suā denotatiōnē a numero plano eius basi: quemadmodū et in magnitudine. Nempe pyramis trigona est que ex base triangula nascitur. vt trigono 6 supponatur proxime minor trigonus 3/ et illi vnitas: totus numerus 10 ex his cōpositus est pyramis trigona. Similiter si trigonus 3 infimo constituatur loco et ei superponat vnitas: numerus 4 ex his aggregatus itidem pyramis est trigona. ¶ Pyramis tetragona est pyramis q̄ ex base tetragona nascit. vt tetragono 4

Altera parte longior.



Antelongior



Pyramis.

Conus.	
Sūma Pyramidis.	1
	3
20	6
	10
Basis.	

Conus.	
Sūma Pyramidis.	1
	4
30	9
	16
Basis.	

Pyramis trigona.

Tetragona.

supponat vnitas: numerus 5 / huiusmodi est pyramis. Ita tetragono 9 supponat proxime minor tetragonus 4 / cui deniq; superaddat vnitas: numerus 14 etia talis est pyramis. Et quia si basis est quadrangula / oēs superpositi plani sunt tetragoni vt prius ostensū est: hinc altera sumi potest pyramidis tetragone definitio q̄ est que ex numeris tetragonis sibi naturaliter suppositis enascit̄. Sicut et pyramis trigona que ex numeris trigonis cōtinua serie sibi suppositis cōponitur: et ita de alijs.

¶ Pyramis pentagona est que ex base quinquangula nascit̄. vt si pentagono 5 supponatur vnitas / **Pentagona.**  
 numerus 6 ita dispositus: talis est pyramis. Ita si pentagono 12 superponat pentagonus 5 et illi vnitas: numerus 18 est pyramis pentagona. Et eadē est que ex numeris pentagonis sibi naturaliter serie superpositis consurgit.

¶ Pyramis hexagona est que ex base sexangula cōponitur. vt si hexagono **Hexagona.**  
 6 supponatur vnitas: numerus 7 ex his aggregatus est pyramis hexagona. Ita si hexagono 15 supponatur hexagonus 6 / et illi in sumo vertice superaddat vnitas: numerus 22 ex his cōflatus itidē pyramis est hexagona.

Aliter / pyramis hexagona est que ex numeris hexagonis recta serie collocatis (vt minor proxime maiori superponat) constituit̄. Et hec secunda in oibus pyramidis speciebus definitio secundū materiā est: et demonstrandi mediū habet. Prima vero secundū speciē / atq; principiu est

¶ Perfecta pyramis est pyramis cuius latera a basi ad supereminētē in vertice vnita **Pyramis p̄fecta.**  
 tem erigunt. vt prius exemplorū gratia assignate pyramides: oēs enī latera habent ad vnitatem vsq; erecta. que cū adest: secū pfectionē affert. Et cū auferit̄: et pfectio simul adimit̄. Est enī vnitas: oīs perfectionis fons. Et si ad diuina libet assurgere: totus iste mundus perfecte pyramidis pre se gerit speciē. cuius sūma vnitas / bonitas et veritas et ipsa nūq̄ satis laudata diuinitas conus est: latera vero ex rebus ab illa exuberantissima bonitate manantibus cōponunt̄. quarū he quidē cono propinquiores sunt / minus ad multitudinē labētes et principio perfectionis similiores: vt entia supramūdana. ille vero distantiores magis ab vnitatem discedētes / et ipsi summe vnitati dissimiliores: vt entia sensibilia. Haud dissimili pene ratione vnitas numerorum fons et origo / simplex et indiuidua / ipsius summe vnitas: et numerorū multitudo entiu ab ipso primo ente profectorū gerunt similitudinē. vtq; ab vnitatem totus numerorū aceruus / quorū hi propinquiores vnitati illi vero remotiores: ita a primo ente oīs rerū multitudo ducit originē. In pyramide autē perfecta tot sunt ad eā cōplēdā / cōsummādāq; sumēdi numeri plani cōsimiles cōnumerata vnitate: quot in latere basis pyramidis sunt vnitates. Nā si due sūt in latere numeri plani pro basi cōstituti vnitates: duo numeri plani consimilis denotationis illic collocandi sūt / vtpote ipsa basis et supposita vnitas: q̄ potentia oīs est numerus planus et solidus / et cuiuslibet specierū numeri plani et solidi potētia primus. Si tres in latere basis sint vnitates: tres in illa pyramide numeri plani cōsimilis speciei constituēdi sūt / quorū vnitas tertiū supremūq; locū cōtinebit. Et si quatuor vnitates in latere basis: quatuor numeri plani consimilis rationis illā pyramidē perficiēt. Et ita de alijs. quod eo euenit. Nam omnis numerus planus est totus ab vnitatem: quot eius latus habet vnitates. vt si trigonus duas habet in latere vnitates: in ordine trigonorū est secundus / et si tres: tertius / si quatuor: quartus. Et in pyramide perfecta omēs priores basi numeri plani consimiles / superponendi sūt pariter cū vnitate. Erunt igit̄ in perfecta pyramide tot numeri plani eā cōponentes sibi vt decet superpositi: quot in latere basis eius erunt vnitates. quod est propositum. Similiter in pyramide perfecta tot sunt in quolibet latere sursum erecto vnitates quot sūt in latere basis. Nā tot sūt in latere basis vnitates quot sūt ad pfectā pyramidē sumēdi numeri plani. At quot sūt in cōstituenda pyramide numeri plani tot sūt in quouis latere sursum tendente vnitates. cum quouis numerus vniam lateri illi suggerat vnitatem: igitur quot sūt in latere basis perfecte pyramidis vnitates tot in latere sursum erecto: sūtq; latera illa inter se equalia.

¶ Curta pyramis primo et communiter accepta est cuius laterum erectio ad vnitatem vsq; non peruenit: q̄ ei deficiat ad suā pfectionē aut vnitas / aut cū vnitate aliquis numerus planus. vt si trigono 10 superponatur trigonus 6 non superaddito trigono 3 / aut saltem nō superimposita vnitate: pyramis 16 itidē et 19 est pyramis curta cōiter dicta / que et imperfecta noiatur.

Pyramis curta secundo et proprie est pyramis imperfecta cui ad suā pfectionē sola vnitas deest. vt cōstituat̄ trigonus 10 pro basi: cui super colloceat̄ trigonus 6 / et deniq; trigonus 3 pretermittā vnitate: pyramis 19 est pyramis curta secūdo et proprie / quare etia est curta primo et cōiter: cum hec ad illā genus sit et superius.

¶ Pyramis biscurta est pyramis imperfecta cui ad suū cōplementum deest vnitas et vnus numerus planus. vt constituat̄ trigonus 15 pro base: cui superponat̄ trigonus 10 / illi trigonus 6 / et deinde fiat status. Pyramis 31 est biscurta: nā ad suā consummationē ei deest vnitas et vnus planus vtpote trigonus 3.

¶ Pyramis tricurta est pyramis imperfecta cui vt perficiat̄ deest vnitas et duo numeri plani. vt loco basis ponat̄ trigonus 21 / cui proxime superimponat̄

¶ Pyramis p̄fecta.

¶ Pyramis curta.

¶ Biscurta.

¶ Tricurta.

¶ Pyramis p̄fecta.

¶ Pyramis curta.

¶ Biscurta.

¶ Tricurta.

## Introductio

20  
15  
21

46

Numerus  
cubicus.

trigonus 15 / et illi trigonus 10 / nullo amplius superiecto: Pyramis 46 est tricurta: nã ei ad suã cõ-  
pletionẽ deest vnitas et duo numeri plani vtpote trigoni / 6 / et 3. Sic quadricurta est cui deest vni-  
tas et tres numeri plani vt 36 cõstitutus ex trigonis 21 / et 15: cui deest vnitas et tres plani trigoni:  
10. 6. 3. Et ita de alijs. ¶ Numerus cubicus produciẽ ex ductu lateris in suũ tetragonũ. vt bis duo  
sunt 4: ibi 2 latus est tetragoni / 4 tetragonus. Deinde ducãt 2 in 4 hoc pacto / bis 4 sũt 8. ibi ge-  
nitus est cubicus numerus habẽs idẽ latus quod suus tetragonus sc3 2. Similiter ter 3 sunt 9: ibi  
3 latus est tetragoni in se ductũ / et 9 tetragonus ex ductu lateris in teipũ progenit9. Ducãt igitur  
3 in 9 hoc modo / ter 9 sunt 27: hoc ductu produciẽtur cubus 27: idẽ cum suo tetragono habẽs la-  
tus sc3 3. Si itaq; numerus cubicus per suas vnitates explicẽt (vt in solidis fieri haud secus atq; pla-  
nis operepreciũ est) contineẽt sex numeris planis sc3 quattuor lateralibus et a deorsũ in sursũ por-  
rectis / quinto sũma parte superiacente / et sexto ima parte subiecto: qui omẽs inter se equales sunt /  
equanturq; tetragono ipsius cubi. Habetq; cubicus numerus profunditatẽ equalẽ longitudini et  
latitudini: nã in quolibet interuallo eundẽ habet sc3 sui lateris numerũ: et eodẽ ter sumpto / primo  
pro lõgitudine / secundo loco pro latitudine / et tertio pro altitudine explicãt: sc3 suo latere. Et nu-  
merus cubicus diciẽt tessera: q; ad similitudinẽ tessere taxilli q; sit formatus / que cubicã figuram in  
magnitudinibus exprimit. Habetq; ois numerus cubicus 12 latera / quorũ quodlibet tot continet  
vnitates quot latus quadrati: qñ quidẽ idẽ est latus cubi et quadrati. Et illorũ laterũ duo / vnã ter-  
minant superficiẽ: quemadmodũ due linee terminant magnitudinẽ superficialẽ / sunt eni latera il-  
la numeri lineares. quare ois cubus sex continet superficies siue numeros planos et superficiales:  
quorũ quilibet (vt dictũ est) equatur tetragono / et solidos angulos habet 8: quattuor superiores et  
quattuor subiectos et inferiores. Est autẽ angulus solidus qui pluribus q̃ duabus superficiebus cõ-  
tineẽt in vnũ punctũ angularem cõuenientibus. Vt eni angulus planus duobus contineẽt terminis  
et numeris linearibus: numerus autẽ planus duobus terminis nõ claudĩt sed primũ tribus / ad ana-  
logiã anguli et figure in magnitudine. ita angulus solidus tribus ad minus superficiebus terminaẽt in  
vnũ cõuenientibus: numerus autẽ solidus multangulus quattuor ad minus superficiebus claudĩt.  
Itaq; quilibet octo angulorũ numeri cubici tribus cõpletur superficiebus: duab9 lateralibus et vna  
superiacente aut subiecta in vnitate vnã angularẽ cõcurrentibus. Exemplũ constituaẽt huiusmodi.  
8 numerus cubicus sex planis numeris cõtineẽt inter se equalibus / et quorũ vnusquisq; tetragono  
4 equatur: profunditatẽq; habet lõgitudine et latitudini equam. nã in quolibet interuallo habet  
2 / et sic explicãt: 2. 2. 2. vbi primo loco cõstitutus binarius longitudinẽ designat / secundo latitudi-  
nẽ / et tertio profunditatẽ. preterea 12 habet equa latera / in quolibet binariũ. 8 habet angulos soli-  
dos sicut 8 vnitates angulares / et superficies habet sex: in qualibet quaternariũ. Similiter 27 nume-  
rus est cubicus cõtentus sex numeris planis inter se equis et ipsi tetragono dati cubi equalibus: vt  
pote sex nouenarijs. in quolibet itidẽ interuallo / lõgitudine latitudine et profunditate habet 3. et  
sic designãt: 3 / 3 / 3. Duodecim habet latera / in quolibet ternariũ: quod et suũ et sui tetragoni est la-  
tus / solidos angulos octo secundũ 8 pũctos angulares sumptos. et superficies / planosq; numeros  
et superficiales sex / quorũ quilibet est tetragonus 9. Et hec cubi diffinitio (sicut et alie numeri secũ-  
dum figurã diffinitiones) intelligĩt de numero diuersas habẽte vnitates quibus explicẽt. Nempe  
vnitati predicta non cõuenit ratio: et tñ suo modo cubus est / cũ nascãt ex ductu lateris in suũ qua-  
dratũ sic: semel vnũ semel. Nã semel vnũ est vnũ / vbi prius vnũ latus est: posterius aut quadratum  
Rursum ducẽdo latus in productũ quadratũ: semel vnũ est vnũ / vbi prius vnũ est latus cubi et po-  
sterius cubus. Estq; in hoc exẽplo id vnũ peculiare q; idẽ reipsa est latus tũ quadrati tũ cubi / qua-  
dratus et cubus: ratione tamen diuersũ / quod vacare mysterio credendum non est.

Laterculus

¶ De laterculo exemplũ. vt 18. cuius latera sunt 3 / 3 / 2. nã ter 3 sunt 9 / et bis 9 sunt 18. Illic enim  
longitudo latitudini est equa: sed altitudo siue profunditas que 3 tertio numero designatur / est mi-  
nor. Et si profunditas sola vnitate sit minor: respondet altera parte lõgiori in planis / vt in dato ex-  
emplo. Si vero pluri q̃ vnitate profunditas sit longitudine et latitudine minor: respondet antelon-  
giori. vt 32 / cuius latera sunt 4 / 4 / 2. nam quater 4 sunt 16 et bis 16 sunt 32. ¶ De assere exemplũ  
vt 12 cuius latera sunt 2. 2. 3. nam bis 2 sunt 4 / et ter 4 sunt 12. Et ibi longitudo equalis est latitu-  
dini / profunditas autem 3 vtroq; maior. Q; si profunditas sola vnitate maior sit ceteris interuallis:  
respõdet altera parte longiori in planis. vt ostendit modo datum exemplũ. Si vero plus q̃ vnitate  
profunditas longitudinẽ et latitudinẽ superet: respõdet anteloniori in planis. vt 16 / cuius latera  
sunt 2 / 2 / 4. Nam bis 2 sunt 4 / et quater 4 sunt 16 ¶ De cuneo exemplũ. vt 24. cuius latera sunt  
2. 3. 4. primũ (vt in ceteris oĩbus) longitudo / secundũ latitudo / et tertiu profunditas. Nã bis 3 sunt

Asser

Cuneus

6 et quater 6 sunt 24. Estq; hic latitudo maior longitudine/profunditas vero maior latitudine,  
 quate et longitudine. quare tria habet interualla inequalia. ¶ De numero circulari sumatur exē Circularis.  
 plum. vt ducatur latus 5 in se: et proueniet tetragonus 25/ in idem latus desinens. Deinde ducā  
 5 in tetragonum 25: et fit cubus 125/ qui in idem reuoluitur latus. Postea idem latus 5 ducatur in 5  
 productum cubum 125: et fit 625. in idem latus terminatum. Rursum idem latus ducatur in 625 25  
 et fit 3125. in quem iterum ducatur 5 et fit 15625. iterum in productum ducatur idem latus 5/ et 125  
 fit 78125 in idem reuolutum latus. Et hoc pacto procedendo semper numeri producēdi desinēt 625  
 in latus primo datum scilicet 5. Ibi 25 est numerus circularis siue tetragonus circularis. tetragon<sup>9</sup> 3125  
 quidem: q; ex ductu numeri in seipsum sit procreatus. Circularis vero: q; in idem a quo product<sup>9</sup> 15625  
 est reuoluitur/ instar circuli cuius circūferentia in pūctum a quo primum egressa est reuertitur. Se 78125  
 cundo autem productus est cubus sphericus. cubus quidem: q; fiat ex ductu lateris in suum tetra  
 gonum. Sphericus vero: q; in idem relabatur a quo procreatus est/ instar sphere vna superficie clau Sphericus.  
 le in qua circūferentia dimidij circuli spheram describens ad suum locum vnde exiuit reuertitur.  
 Alii vero numeri consequentes/ spherici sunt eandem ob causam sed non cubici. Similiter ducā 6  
 latus 6 in se vt sexies 6: et prouenit tetragonus 36 in idem latus reuolutus. In quem rursus ducā 36  
 tur 6: producet 216 cubus in idem latus recidens. Deinde in datum cubum iterum ducatur la 216  
 tus 6: et proueniet 1296. Rursum in productum ducatur 6: et consurget 7776. In quem deiceps 1296  
 ducatur 6: producet 46656. In quē deniq; idem ducatur latus / fietq; 279936. et ita quātū 7776  
 voles procede: et qui producti sunt et qui producendi semper in idem reuoluuntur latus 6. Nu- 46656  
 merus 36 primo productus/ circularis numerus est et tetragonus. secundo productus loco nume 279936  
 rus 216/ est cubus sphericus. ceteri consequentes sunt spherici solidi: non tamen cubici. Ceterum  
 quemadmodum hec numeri circularis/ sphericiq; ratio ostensa est i numeris ab vnitate profusis:  
 ita quoq; et vnitati ipsi cōpetere haud incōuenienter ostendi posset ex diui Seuerini Boetii sentē- Boetius  
 tia: qui secūdi libri sue Arithmetices capite tricesimo cēset vnitatē et circulū esse et spherā. Et ver-  
 ba sūt hec. Vnitas quoq; virtute et potestate/ ipsa quoq; circulus vel sphaera est. Quoties eni pūctū Punctum  
 in se multiplicaueris: in seipsū vnde ceperat terminat. Si eni facias semel vnū: vnus redit. Et si hoc vnitatem:  
 rursus semel: idem est. Igitur si vna fuerit multiplicatio: solam planitudinem reddit/ et fit circul<sup>9</sup>. qui punct<sup>9</sup>  
 Si secunda: mox sphaera conficitur. Etenim secunda multiplicatio semper effectrix est profundita- est in ana  
 tis. Eadem ferme ratione idem auctor vnitatem numerum perfectū potestate nuncupat. Ita eni logia.  
 primi libri sue Arithmetices capite vicesimo inquit. Igitur prima vnitas virtute atq; potentia non  
 etiam actu et re ipsa perfecta est. Nam si primam ipsam sūpero de proposito ordine numerorum  
 pariter patiū: video primā atq; incompositā. Quam si per seipsam multiplico: eadem michi vnitas  
 procreatur. Semel enim vnū solam efficit vnitatē: que partibus suis equalis est potentia solū/ ceter  
 ris etiam actu atq; opere perfectis. Recte igitur vnitas propria virtute perfecta est: q; et prima est  
 et incomposita/ et per seipsam multiplicata sese ipsa conseruat. Et vt paucis absoluam/ eiusdē Boe  
 tii sententia est vnitatem virtute atq; potentia omnem numerū planū esse atq; solidū/ et cuiusq; ta  
 liū nomen sortiri. Dicit enim secūdi libri capite octauo. Nam si vnitas/ cunctorū est mater nume  
 rorū: quicquid in iis qui ab ea nascuntur numeris inuenitur: necesse est vt ipsa naturali quadā po  
 testate contineat. Verū id nichil aliud nobis insinuare credendum est: nisi summam illam rerum/  
 superbenedictamq; vnitatem supereminenter esse omnia. et quecunq; in rebus ab ea manātib;  
 prestabilia/ excellentiaq; inueniuntur: eadem superexcellenter et vnice in ea contineri. Designat  
 itidem eandem rerū vnitatē indiuiduam/ primam et incompositam: summe perfectam esse/ immo  
 perfectionis omnis immensitatē in se mirifice complecti. que cū maxime lateat: maxime patet/ et  
 cū minima sit: etiā est maxima. Latet eni: q; nostre menti inaccessa est. patet vero q; sese omnibus  
 in rebus legendam exhibuit per diuersa perfectionis vestigia rebus ipsis indita. minima quidē ob  
 indiuiduam simplicitatem vt et numeralis vnitas: maxima vero virtute/ q; ex ipsa prodeant oia.  
 Deniq; numerorū vnitatē circuli et sphere rationē sortiri nichil sane aliud significare videt̄ q; sum  
 mam rerū vnitatē in se circulari motu ductā/ nichil nisi seipsā et vnitatē sibi maxime equalē inef  
 fabiliter gignere/ spherico vero ductu vnitatē et summā equalitatē vtriusq; connexionē itidē sum  
 mā efficere. Et plane cetera id genus neq; his quidē inferiora ex numerorū sacramentis / abditissi  
 misq; secretis et adytis erui depromiq; haud difficile possent: que imprimis ardua/ diuinitatisq; ple  
 na potius in silentio illo Pythagorico discenda essent q; passim inuulganda. Hec tamen adiecta pu  
 tentur quo sibi quisq; persuadeat numeros ad diuina mysteria noscenda viam habere.

# Introductio

Parallelepipedus

¶ Numerus parallelepipedus est numerus solidus qui continetur numeris planis siue superficiibus: inter se equidistantibus / hoc est equali semper unitatum interstitio separatis (quamlibet superficiem ad sibi ex opposito respondentem superficiem comparando) qui etsi in infinitum plon garentur: nunq̄ concurrerent / quemadmodum in pyramide ad summam concurrunt unitatem. preter vero pyramidem numerus omnis solidus equidistantibus superficiibus continetur. nō tamen omnis: parallelepipedus est. Nam in parallelepipedo debent numeri illi plani neq; omnino esse equales sicut sunt in cubo / neq; omnino inequales sicut in cuneo: sed duo interualla quecunq; adinuicem esse equalia / et tertium vtriq; inaequale. quare solidus omnis numerus equidistantium laterum preter cubum et cuneum / hac ratione parallelepipedus est. Et sex modis euariari potest: quorum primus est. longitudine minore / latitudine et profunditate equalibus. vt 18. cuius latera sunt 2. 3. 3. Secundus. longitudine existente maiore / latitudine et profunditate equalibus. vt 12 cuius latera sunt 3. 2. 2. Tertius longitudine et profunditate equalib⁹ et latitudine minore. vt 18. cuius latera sunt 3. 2. 3. Quartus. longitudine et profunditate equalibus et latitudine maiore. vt 12. cuius latera sunt 2. 3. 2 Quintus. longitudine et latitudine equalibus et profunditate minore. vt 18 cuius latera sunt 3. 3. 2. Et hic proprio / peculiariq; nomine laterculus dictus est. Sextus. longitudine et latitudine equalibus et profunditate maiore. vt 12. cuius latera sunt 2. 2. 3. Et hic speciali nomine dictus est alfer. Est enim parallelepipedus secundum datam rationem laterculo et alferi communior. Et modi latera habentes eadem secundum materiam / quis secundum situm et formam transposita: eiusdem numeri habent exemplum. vt primus tertius et quintus numerum 18 / secundus quartus et sextus numerum 12. Quia tamen alius est laterum ordo et series (que formā respicit) idcirco diuerse sunt species. Et possunt hi sex modi vocabulis artis facile comprehendī in quibus numeri a sursum in deorsum primo limite porrecti: ordinem istorum designant modorū: vt nota unitatis primum modum / et nota binarij secundum / et ita deinceps. Deinde expressa ordinis nomina primum / secundum / tertium: interualla numeralium figurarum scilicet longitudinem / latitudinem / profunditatemq; significant. Nempe primum: longitudinem notat / secundum: latitudinem / et tertium: profunditatem. Duo autē interualla que per numeros expressos nō denotant: inter se equalia debent intelligi atq; supponi. Vt in primo modo per primum minus denotat q̄

1	primum minus
2	primum maius
3	secundum minus
4	secundum maius
5	tertium minus
6	tertium maius

primus datorum sex modorū parallelepidi est primo sc̄ longitudine minore duobus ceteris interuallis latitudine et profunditate / ipsis quidem inter se equalibus. Et ita de ceteris.

¶ Ex his constat numeros solidos numeris planis / equidistantibusq; superficiibus contentos / octo modis euariari posse: quorum duo extremi vt contrarij sunt et penitus contra pugnātes / cubus scilicet et cuneus. Intermedij autem (qui omnes sunt parallelepipedī) vt mediū sunt: vtriusq; extremi aliquid participant.

Parallelepipedī

Nomina	Modi	Ipsorum interuallorū habitudines	longi.	lati.	profun.	Sūme
Cubus	1	longi. lati. profun. equales.	2	2	2	8
	2	longi. minor. lati. profun. equales	2	3	3	18
	3	longi. maior. lati. profun. equales.	3	2	2	12
	4	longi. profun. equa. latitu. minor	3	2	3	18
	5	longi. profun. equa. lati. maior	2	3	2	12
Latercul⁹	6	longi. latitu. equa. profun. minor	3	3	2	18
Alfer	7	longi. lati. equa. profū. maior	2	2	3	12
Cuneus	8	longi. lati. profun. inequales	2	3	4	24

- Medietas est duarū / pluriūue proportionū similis habitudo.
- Medietas arithmetica est medietas: cuius terminiequas seruant differētias.
- Termini sunt numeri: medietatis proportionē constituentes.
- Differentia est quo numerus numerum superat ac vincit.
- Continua medietas arithmetica / ea est que in tribus continue numeris conti

netur. Si vero in quatuor discontinue contineatur: disiuncta medietas arithmetica nuncupatur.

Medietas geometrica est medietas cuius termini equas seruant proportiones

Que si in tribus continue terminis continetur: continua. Sin vero in quatuor discontinue: disiuncta nominatur.

Medietas harmonica ea est in qua quemadmodum maximus terminus ad minimum: ita differentia maiorum ad differentiam minorum sese habet.

Quarta medietas est in qua quemadmodum maximus terminus ad minimum: ita differentia minorum ad differentiam maiorum.

Quinta medietas in qua quemadmodum medius ad minimum: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Sexta est in qua quemadmodum maximus ad medium: ita minorum differentia ad differentiam maiorum.

Septima / vt quemadmodum maximus ad minimum: ita extremorum differentia ad differentiam minorum.

Octava / quemadmodum maximus ad minimum: sic eorum differentia ad differentiam maiorum.

Nona / quemadmodum medius ad minimum: sic extremorum differentia ad differentiam minorum.

Decima / quemadmodum medius ad minimum: ita extremorum differentia ad differentiam maiorum. Et he septem vltime presertim adiecte: quo Pythagore denarius impleatur in tribus terminis consistunt.

¶ Medietas siue proportionalitas est habitudo duarum proportionum / si fuerit simplex et non composita ex pluribus medietatibus: aut plurium q̄ duarum vt trium quatuor aut quinque si fuerit composita ex pluribus medietatibus. Exemplum primi. vt sicut 12 ad 6 / ita 4 ad 2. Exemplum secundi vt sicut 16 ad 8: ita 8 ad 4 / et 4 ad 2 / et 2 ad vnū. que quidem medietas composita in tres simplices medietates resolui potest. Quemadmodum propositio hypothetica simplex ex duabus categoricis componitur. Composita vero ex hypotheticis: ex pluribus q̄ duabus constituit categoricis. Et illarum proportionum ex quibus constituitur medietas habitudo debet esse similis aut penes equalitatem differentiarum aut proportionum. Differentiarum quidem: vt in arithmetica medietate / proportionum vero: vt in geometria et in aliis medietatibus.

¶ De medietate arithmetica exemplum sumitur huiusmodi. sicut 12 ad 10 / ita 6 ad 4. Nam quantum primus terminus 12 excedit secundum sc̄ 10: tantum tertius terminus 6 excedit quartum terminum 4. Vtrorumq; enim differentia est 2. Et numeri 12. 10. 6. 4 sunt illius medietatis termini: cum sint numeri constituentes proportionem ex quibus constat illa medietas. Binarius autem est differentia numeri 12 supra 10: cum sit id quo 12 superat 10 / quando quidem subtracto minore numero 10 a maiore 12: manet 2 differentia. Eadem est differentia numeri 6 supra 4: cum sit id quo 6 superat 4. Sublato enim minore numero 4 a maiore 6: residuus manet binarius per regulam communem. Datis duobus numeris inequalibus si minor a maiore subducatur: residua est maioris supra minorem differentia. ¶ De arithmetica medietate continua. vt sicut 12 ad 9 ita 9 ad 6. Siquidem differentia 12 ad 9 est numerus 3 / et eadem est ipsius 9 ad 6 differentia: et ea medietas in tribus terminis 12. 9. 6. continetur. Et continue quidem: nam que primi ad secundum terminum est excessus habitudo / eadem et secundi ad tertium absq; transmutatione differentie numeri ad suum proxime consequentem comparati: sic q̄ in continua terminorum progressione eadem sepe obseruat differentiarum equalitas. Et huius medietatis proportiones vno termino communicat: vtpote medio qui bis sumitur. Et cum ea dicat tribus contineri terminis: non ibi maior numerus excludit. nam nichil prohibet eam quatuor aut quinque et quotlibet terminis contineri. vt 12. 10. 8. 6. 4. 2. Vbi precedentis ad proxime sequē

Medietas

Arithmetica.

	2	
12		10
	2	
6		4

Arithmetica continua.

	3	3
12		6

## Introductio

tem continue eadē est differentia. sed tantūmodo secluditur numerus minor: nā nō potest arithmetica medietas continua paucioribus q̄ tribus contineri terminis. Et sane cū solū tribus cōtinetur/est arithmetica medietas cōtinua simplex: nō resolubilis in plures huiusmodi medietates. Cū vero pluribus q̄ tribus terminis continetur: est arithmetica medietas continua cōposita et in plures simplices resolubilis. ¶ Disiuncta medietas arithmetica est medietas arithmetica q̄ in quatuor discontinue terminis continetur. vt 12. 10. 7. 5. Idem enī est primi supra secundū et tertiū supra quartū excessus/eademq; differentia vtpote binarius: et continetur quatuor terminis/12/10/7/5. discontinue: quia numerorū se ordine consequentiū non eadē est differentia. nā primi ad secundū differentia est 2. Secūdi autē ad tertiū sc̄z 10 ad 7 differentia 3: quare ibi interrūpitur et discōtinuatur eadē differentiarū habitudo. Et huius medietatis p̄portiones nullo termino cōmunicāt: p̄similes p̄pōnibus cathegoricis nullo termino participātibus. Continue vero medietatis p̄portiones similes sunt cathegoricis medio termino participātibus et quarū predicatū prime est subiectū secūde. quales sūt homo est aial et aial est substātia. ¶ De geometrica medietate tale sumē exemplū: 12. 6. 8. 4. hic enī termini equas seruāt p̄portiones. nā vt primus ad secundū/12 ad 6: ita tertius ad quartū/8 ad 4. cū vtrobiq; sit p̄portio dupla. Eque autē p̄portiones sunt q̄ eiusdē sunt denoiationis: nō modo generalis sed et specialis. vt cū ambe sunt duple/triple/sesquialtere/sesquitercie/et ita de aliis. In p̄portione autē suppartiente aut multiplici suppartiente: vt eiusdē denoiationis dicant nō sufficit ambe esse superbipartiētes aut suptripartiētes aut supquadrupartieētes. Nā horū terminorū 9 7/5 3/ ambe p̄portiones sunt superbipartiētes: non tamē eiusdē sunt denoiationis/cū 9 ad 7 sit p̄portio superbipartiens septimas: et 5 ad 3 est superbipartiēs quintas/et inter datos quatuor terminos nō est medietas geometrica: nā iter nullos eoidē contingit arithmetica et geometrica iueniri medietatē. In datis autē terminis est medietas arithmetica cū p̄ximi ad p̄ximū termini differentia sit binari⁹. Sed requirit̄ specialior denoatio vt q̄ ambe sint superbipartiētes ternas/ aut quitas aut septimas/sive q̄ ambe sint supbitertie/supbiquite/aut supbiseptime. Et fit medietas geometrica i oibus p̄portionū generibus/multiplici/superparticulari/suppartieēte: et suis speciebus. ¶ Medietas geometrica cōiuncta est medietas geometrica que in tribus continue terminis continet̄. vt 8. 4. 2. Nempe vt 8 ad 4/ ita 4 ad 2. Vtraq; siquidē p̄portio est dupla. Et contiua ibi est proportio. Nā eadē est cuiusq; termini ad p̄xime sequentē sine interruptione proportio. Continet̄ autē tribus terminis reipsa diuersis: quorū medius duorū supplet officiū/cum sit consequens prime p̄portionis et antecedēs secunde: et idcirco bis sumit̄. quēadmodū harū p̄positionū homo est aial et aial est substātia: terminus aial bis ponitur. Et idcirco continue medietatis proportionessyno termino cōmunicant/cōueniūt et participant. ¶ Si (vt fieri potest) cōtinua medietas geometrica ex pluribus q̄ tribus cōstituatur terminis: vt 16. 8. 4. 2. 1. ibi nō simplex sed ex pluribus cōposita est medietas: sicut in arithmetica dictū est. ¶ Medietas geometrica disiuncta est que in quatuor discontinue terminis cōtinetur. vt 8. 4. 6. 3. Vt enī primus ad secundū: ita tertius ad quartū. Et ea in quatuor ad minus terminis cōtinet̄ discōtinue. Nā nō eadē consequentiū se terminorū vbiq; est p̄portio. nempe 8 ad 4 p̄portio est dupla: 4 autē ad 6 p̄portio subsesquialtera. huius autē medietatis p̄portiones nullo termino cōspirāt. ¶ De harmonica medietate vt 6. 4. 3. Nā sicut se habet maximus terminus 6 ad minimū terminū 3: ita binarius differentia maiorū sc̄z maximi et medij qui sūt 6 et 4: se habet ad vnitatem/differentiā minorū: medij inquam et minimi 4 et 3. Siquidē in cōparatiōe vtraq; p̄portio est dupla. ¶ Quarte medietatis exemplū. vt 6. 5. 3. nā vt 6 ad 3 maximus termin⁹ ad minimū: ita 2 que est differentia minorū ad vnitatē differentiā maiorū. Vtraq; enim p̄portio est dupla. Dicit̄ autē hic maxim⁹ is numer⁹ qui datorū terminorū est maximus/ et minim⁹ qui assignatorū terminorū est minim⁹. Differentia autē maiorū est differentia maximi ad mediū: et differentia minorū est differentia medij ad minimū. ¶ Quinte medietatis exemplū. vt 5. 4. 2. Nā vt 4 ad 2 medius ad minimū: ita 2 que est differentia minorū ad vnitatē que est differentia maiorū sc̄z licet quinarij et quaternarij. Nā vtraq; p̄portio est dupla. ¶ Sexte medietatis exemplum vt 6. 4. 1. Nempe vt 6 ad 4 maximus ad mediū: ita 3 que minorū est differentia/ad 2 differentiā maiorū: vtraq; sc̄z habitudo sesquialtera. ¶ Exemplū septime. vt 9. 8. 6. Nā sicut 9 ad 6 maximus ad minimū: ita 3 que extremorū 9 et 6 est differentia/ad 2 differentiā minorū. Extremi quidē nūeri sūt maximus et minim⁹ illi⁹ cōparatiōis termini: et differentia extremorū est maximi ad minimū differentia. ¶ Exemplum octaue medietatis. vt 9. 7. 6. Nam vt 9 ad 6 maximus ad minimum: ita 3 que differentia est extremorum ad 2 differentiam maiorū qui sunt 9 et 7. ¶ None medietatis potest assignari tale exemplum. vt 7. 6. 4. Nempe vt medius sese habet ad



minimū sc3 6 ad 4: ita 3 differentia extremorū 7 et 4/ ad 2 differentia minorū qui sunt 6 et 4: cū vtraq; sit sesquialtera/ sicut et in duabus precedentibus denominationibus ¶ Exemplum decime Decima vt 8/5/3. Nam vt medius ad minimum scilicet 5 ad 3: ita 5 differentia extremorum 8 et 3/ ad 3 differentiam maiorum 8 et 5. Nam vtraq; est superbipartiens ternas.  
Dicte autem decem medietates hac subiecta descriptiōe declarantur.

	Medietates	Differentie
	Continua	6. 4. 2.   2. 2.
1	Arithmetica	
	Disiuncta	7. 5. 6. 4.   2. 2.
	Continua	9. 6. 4.   Sesquialtera pportio.
2	Geometrica	
	Disiuncta	9. 6. 3. 2.   Sesquialtera pportio
3	Harmonica	6. 4. 3.   2. 1.   Dupla
4	Quarta	6. 5. 3.   1. 2.   Dupla
5	Quinta	5. 4. 2.   1. 2.   Dupla
6	Sexta	6. 4. 1.   2. 3.   Sesquialtera.
7	Septima	9. 8. 6.   3. 2.   Sesquialtera.
8	Octaua	9. 7. 6.   3. 2.   Sesquialtera.
9	Nona	7. 6. 4.   3. 2.   Sesquialtera
10	Decima	8. 5. 3.   5. 3.   Superbiteria

Vocabulis autem artis iste decem medietates earumq; diffinitōes (quo sine cōfusione rectori teneantur ordine) ita designari possunt.

- |   |                                 |    |   |
|---|---------------------------------|----|---|
| 1 | Eque differentie.               | 6  | Maximus medius/ minor/ maior  |
| 2 | Eque proportionēs.              | 7  | Maxim <sup>o</sup> minim <sup>o</sup> / extrem <sup>o</sup> / minor |
| 3 | Maximus/ minimus/ maior/ minor. | 8  | Maxim <sup>o</sup> minim <sup>o</sup> / extrem <sup>o</sup> / maior |
| 4 | Maximus/ minimus/ minor/ maior. | 9  | Medius minim <sup>o</sup> extrem <sup>o</sup> / minor.              |
| 5 | Medius/ minimus/ minor/ maior.  | 10 | Medius minim <sup>o</sup> / extrem <sup>o</sup> / maior             |

Nu me ri pro pri e ta tes.

- 1 Omnis numerus circum se proxime positorum atq; simul iūct orum compe ritur medietas.
- 2 Omnis numerus duorum quorūcūq; altrinsecus iacentiū et ab eo equaliter distantium: itidem est medietas.

Nu me ri pa ris pro pri e ta tes

- 1 Cum numerus par in duo partitur: si earum partium vna par est/ et alteram parem esse necesse est.
- 2 Cum par itidē in duo partitur/ si earū partiū vna impar est: altera erit impar.
- 3 par parem si multiplicet: semper nascitur par.
- 4 par imparem si multiplicet: nascitur par.

Nu me ri im pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Quilibet numerus impar in duo partitus: vt vnam partem parem et alterā imparē habeat necesse est.
- 2 Impar imparem si multiplicet: protinus nascitur impar.
- 3 Impar si multiplicet parem: procreabitur par.

Nu me ri pa ri ter pa ris pro pri e ta tes.

- 1 Quilibet numerus pariter par partē quālibet et noīe et quātitate parē habet  
Nomine quidē/ q̄ denoiationē habeat a numero pariter pare: quātitate vero/ q̄ ea ipsa numerus sit pariter par.

## Introductio

- Omnis numerus pariter par est aliquis duplicium ab vno cōtinue sumptorū. 2  
 Et quēlibet duplorū ab vno et solū talē: pariter parē esse necesse est.  
 Quotcunq; pariter pares ab vno cōnumeratavnitate collecti: sequenti minus 3  
 vno restitunt.  
 Omnis numerus pariter par est diminutus. 4  
 Omnis numerus pariter par ex respōdētibus sibi mutuo partibus procreat. 5  
 partes mutuo sibi respondentes: pars denominans/et denominata.  
 Numerorū pariter pariū cōtinue dispositōrū si series est impar: quod sub ex= 6  
 tremis continetur equū est ei qui continetur sub medio in se ducto. deinde  
 sub circūpositis vsq; ad seriei expletionem. Si vero fuerit par: equum est ei  
 qui sub duobus mediis continetur. deinde iis qui altrinsecus illis adiiciun-  
 tur/et hoc pacto vsq; ad seriei expletionem.

### Nu me ri pa ri ter im pa ris pro pri e ta tes.

- Quilibet numerus pariter impar: medietatem habet imparem. 1  
 Omnis numerus pariter impar quālibet sui partem alterius quantitatis reti= 2  
 net/pariter et denominationis. Nam si quantitas est par: denominatio erit  
 impar/et contra semper eueniat.  
 Omnis numerus pariter impar gignitur ex imparibus continue abvnitate sū= 3  
 ptis: in quos binarius ducitur.  
 Omnes numeri pariter impares sese quaternaria numerositate transcendūt: 4  
 quatuor naturali serie interceptos cōtinue relinquentes/et ab sese cōtinue  
 quinto loco distantes.  
 Omnis numerus pariter impar: duorū simul pariter impariū altrinsecus equi 5  
 distanter iacentium et naturali serie collectorum est medietas.  
 Omniū numerorū pariter impariū pari/cōtinuaq; serie dispositōrum: duas me 6  
 dietates simul iunctas suis pxime altrinsecis numeris et illis qui super illos  
 sunt vsq; ad vnitatē: simul/in vnūq; collectis equari necesse est.

Prima nu-  
meri, pprie-  
tas.

14 — 8  
12 — 7  
10 — 6  
8 — 5  
6 — 4

Secunda

11 — 11  
10 — 10  
9 — 9  
8 — 8  
7 — 7  
6 — 6  
5 — 5  
4 — 4  
3 — 3  
2 — 2  
1 — 1

¶ Prime proprietatis numeri exemplū. vt 5 numerus est cuius capiatur proxime minor 4/et pro- 1  
 xime maior 6/qui duo sunt circū datum numerum 5 proxime positi / et simul iuncti cōstituūt 10:  
 cuius datus numerus 5 est medietas. Similiter 5 et 7 duo sunt numeri circum numerum 6 proxi-  
 me positi/hic quidem maior ille vero minor: et simul iuncti efficiūt 12: cuius datus numerus 6 est  
 medietas. Ita 6 et 8 sunt duo numeri circum numerum 7 proxime positi et simul iuncti compo-  
 nunt 14: cuius datus numerus 7 est medietas. Et ita de omnibus est dicendum. ¶ Pro secunda 2  
 proprietate cognoscere operepreciū est qd numeri altrinsecus iacentes sunt duo numeri: vnus ma-  
 ior et alter minor ad medium numerū comparati: sic dicti qd ad alterum iaceant latus/minor qui-  
 dem ad latus vnum/et maior ad alterum. vt 4 et 8 sunt numeri altrinsecus iacentes ad 6 / simili-  
 ter 3 et 9. Numeri autem a tertio numero equidistantes sunt quorum eadem est ad illum tertium  
 differentia. vt 4 et 8 equidistant a numero 6: nam 8 ad 6 differentia est 2/similiter 4 ad 6 differē-  
 tia est 2. Sic 9 et 3 equidistant ab eodem numero 6: nam eorum ad datum numerum 6 eadem est  
 differentia. quando quidem 9 ad 6 differentia est 3/similiter 3 ad 6 differētia est 3. Nunc itaq; pre-  
 sentis proprietatis hoc sumatur exemplum. Duo numeri 8 et 4 sunt altrinsecus iacentes ad 6 vt  
 ostendū est/et ab illo equidistantes: simulq; iuncti faciunt 12 cuius 6 datus numerus est medietas  
 Ita 9 et 3 duo sūt nūeri altrinsec<sup>o</sup> iacētes et eqdistātes a 6: et sil iūcti cōstituūt 12 cui<sup>o</sup> 6 est medietas  
 Sicut 10 et 2 altrinsec<sup>o</sup> iacēt et eqdistāt a dato nūero 6/cūvtriūsq; ad 6 differētia sit 4: et sil iūcti cō-  
 ficiūt 12 cui<sup>o</sup> idē 6 est medietas. Deniq; 11 et 1 nūeri sūt (nā et i his duab<sup>o</sup> pprietatib<sup>o</sup> / qru prima

de duobus numeris dato numero proximis / scda vero de altrisecus positis quantūlibet a numero p<sup>o</sup>posito distātib<sup>us</sup> dat: vnitas noie numeri cōprehendit et continet altrisecus iacētes ad 6 / et ab eo equidistantes: cum vtriusq; ad 6 / differentia sit 5. qui si coniungantur: complent 12 cuius idem numerus propositus 6 est medietas. Et ita de quibuscunq; aliis numeris est dicendum.

1 ¶ Prime proprietatis numeri paris exemplū. vt nūer<sup>o</sup> par 12 diuidat in duas presīue eq̄les siue ineq̄<sup>es</sup> Prima numeri paris.  
les: nichil refert. que qdē collecte totū cōponāt et integre cōstituāt (nō enī hīc de partibus numer<sup>o</sup> rātib<sup>us</sup> agit sermo: sed constituentib<sup>us</sup> numerū) exempli gratia in 10 et 2: vna ei<sup>us</sup> pars scz 10 est par ita et altera scz 2. Ita si diuidat in 8 et 4 aut in 6 et 6 / semper si vna est par: vtrāq; parē esse necesse est.

2 ¶ Exemplū scde vt idē nūer<sup>o</sup> 12 diuidat in duas portioes 5 et 7: q̄rū sicut prior est ipar ita et posterior. sicut disseceat in 3 et 9 / in 11 et 1 (nā vnitas hīc numeri paris noie cēset: q̄ numer<sup>o</sup> ipar vnitatis naturā et cōditionē sequat<sup>ur</sup> / si vna diuisionis portio ē ipar: vtrāq; iparē esse oportet. sic q̄ impossibile ē numerū parē diuidi in duas ptes (q̄ si iuncte totū constituāt) quarū vna sit par et altera ipar: cū par numer<sup>o</sup> ipari addit<sup>ur</sup>: iparē nūerū cōstituāt. vt 2 et 5 cōplēt 7. par aut pari additus / parē cōponit: vt

12	
6	6
7	5
8	4
9	3
10	2
11	1

3 2 et 6 cōficiūt 8. et ipar ipari addit<sup>ur</sup> etiā reddit parē: vt 3 et 5 restituūt 8. ¶ Pro tertia proprietate premitte dū est q̄ numer<sup>o</sup> vn<sup>o</sup> alterū multiplicat: q̄n ductus in alterū: tertiū aliquē pducit. Ad qd̄ sane tria regrunt: nūer<sup>o</sup> in q̄ multiplicās / numer<sup>o</sup> multiplicat<sup>ur</sup> et nūer<sup>o</sup> pduct<sup>us</sup>. Numer<sup>o</sup> multiplicans est numerus qui in alterū ducit: et aduerbio numerādi explicari solet. Numerus multiplicatus est numerus in quē alter ducit: et noie nūerali exprimit<sup>ur</sup>. scdoq; nomiat<sup>ur</sup> et ponit<sup>ur</sup> loco / multiplicans vero primo. Numer<sup>o</sup> pduct<sup>us</sup> est numer<sup>o</sup> qui cōsurgit ex ductu multiplicātis in multiplicatū et noie numerali exprimit<sup>ur</sup> / tertioq; loco disponit<sup>ur</sup>: vt bis 4 cōficiūt 8. Ibi 2 est numerus multiplicās / 4 vero multiplicatus / et 8 numerus pductus. Sicut q̄ter 6 cōponūt 24. ibi 4 numerus est multiplicās / 6 numer<sup>o</sup> multiplicat<sup>ur</sup> et 24 numerus pductus. Tertie ergo proprietatis ea sūt q̄ modo posuim<sup>us</sup> exempla. nā in priore / binari<sup>o</sup> numerus par multiplicat nūerū parē 4: et inde nascit<sup>ur</sup> par scz 8.

4 In posteriore vero 4 numerus par multiplicat 6 numerū parē: et etiā pducit<sup>ur</sup> par scz 24. ¶ Exempla quarte vt si 2 nūer<sup>o</sup> par multiplicet 3 numerū iparē: nascit<sup>ur</sup> 6 numerus par. Sicut si 4 numerus par multiplicet 5 numerum imparem nascitur 20 numerus par. Et si idem numerus par multiplicet 7 numerum imparem nascitur 28 numerus par. ¶ Prime proprietatis numeri imparis exemplū vt 9 numerus impar diuidatur in duas quascunq; portioes que simul iuncte totum reddāt / quē admodū in 8 et 1 / in 7 et 2 / in 6 et 3 / in 5 et 4: eius vna pars est par et altera impar. Siquidē impossibile est imparē diuidi aut in duos pares: cū illi si iuncti parē cōponāt. aut in duos impares: cum et illi simul collecti numerū parē reddant. sed necesse est oēm imparē in vnā partē parē et alterā imparē disseccari: vt si priore loco sumpta sit par / altera sit impar: et si primo loco sumpta sit ipar

Quarta.

1 ¶ Prime proprietatis numeri imparis exemplū vt 9 numerus impar diuidatur in duas quascunq; portioes que simul iuncte totum reddāt / quē admodū in 8 et 1 / in 7 et 2 / in 6 et 3 / in 5 et 4: eius vna pars est par et altera impar. Siquidē impossibile est imparē diuidi aut in duos pares: cū illi si iuncti parē cōponāt. aut in duos impares: cum et illi simul collecti numerū parē reddant. sed necesse est oēm imparē in vnā partē parē et alterā imparē disseccari: vt si priore loco sumpta sit par / altera sit impar: et si primo loco sumpta sit ipar

Pria imparis proprietatis

9	
8	1
7	2
6	3
5	4

2 secundo loco pars sumpta sit par. ¶ Secunde proprietatis exemplū vt 3 numerus impar si multiplicet 5 numerū imparē: producit<sup>ur</sup> 15 numerus impar. Et si idē impar 3 multiplicet 7 numerum imparem: gignitur 21 numerus impar. ¶ Si idem numerus impar 3 multiplicet 9 numerum imparem: gignitur 27 numerus impar. ¶ Exemplum tertie vt si 3 numerus impar multiplicet 4 numerum parē: producit<sup>ur</sup> 12 numerus par. Et si idem impar 3 multiplicet 6 numerum parē: producit<sup>ur</sup> 18 numerus par. Deniq; si 5 numerus impar multiplicet 2 numerum parē producit<sup>ur</sup> 10. Et si 4: 20 / vbi vterq; productus est par. ¶ Prima numeri pariter paris proprietatis intelligenda est de numero pariter pari habente partem numeratiuam que sit numerus: et non de illo qui solam vnitatem habet partem numerantē. Quare binario accommodanda non est: sed dūtaxat numeris pariter paribus supra binariū sumptis. Preterea non est hec proprietatis applicanda cuiuscunq; parti siue numeratiue siue constitutiue. sed tantū parti numeratiue. Non tamen omni parti numeratiue / sed solum ei que numerus est. nam vnitas quis cuiuslibet numeri pariter paris est pars etiā numerans: tamen neq; nomine neq; quantitate est pariter par / cum non sit numerus pariter par: imo neq; numerus par / neq; etiam numerus. Ea autem pars est nomine pariter par: que quota sit maioris numeri pars / a numero pariter parē denominatur. vt 2 dicitur decimasexta pars ipsi<sup>us</sup> 32 denominationemq; habet a 16 numero pariter parē. quare 2 est pars ipsius 32: nomine pariter par

Secunda

Tertia

Prima pariter paris proprietatis

32	
16	
8	
4	
2	

Ea vero pars est quantitate pariter par: cum ipsamet est numerus pariter par. vt 2 (cuius partes in duo equa ad vnitatem vsq; sectionem recipiunt) est pars ipsius 32 / quantitate pariter par: cum 2 sit numerus pariter par. Prime itaq; proprietatis statuā exemplū. vt 32 numerus est pariter par p definitionē: et quālibet partē suā scz 2. 4. 8. 16. habet noie et quātitate pariter parē. qd̄ de prima partem eius binario modo ostensū est. Scda eius pars 4 est noie pariter par / quia quota sit eius pars: a numero pariter parē scz 8 habet denominationē. Est enī 4 octaua pars ipsi<sup>us</sup> 32. Etiā 4 est pars quātiti

# Introductio

Secunda.

64  
34  
16  
8  
4  
2  
1

Tertia.

64  
31 | 63  
16 | 31  
8 | 15  
4 | 7  
2 | 3  
1 |

Quarta.

Quinta.

Sexta.

64 ( 32  
16  
8  
4  
2

128 ( 64  
32  
16  
8  
4  
2

tate pariter par: cū per diffinitionē sit numer⁹ pariter par. Ita 8 est pars ipsius 32/noīe pariter par quia eius denoiat pars a numero pariter pare scilicet 4. Est enī 8 quarta pars ipsius 32. Etiā ē quā titate pariter par per diffinitionē. Deniq; 16 est pars ipsius 32 noīe pariter par: quia denoiat a nu mero pariter pare scilicet 2. Est enī 16 secūda pars ipsi⁹ 32. Eadē pars 16 est quātitate pariter par cū sit numerus pariter par. Ex huius autē pprietatis secūda particula manifestū est oēm partē nu meri pariter paris que numerus est: esse numerū pariter parē ¶ Scda pprietas tres habet particu las. Prima/omnis numerus pariter par est aliquis dupliciū siue duplorū ab vnitate cōtinue sūpto rū. Tunc autē sumunt dupli continue ab vnitate:quādo sumptorū ab vnitate in vna serie nume rorū pxime sequens duplā habet pportionē ad pxime precedentē. vt hoc ordine 1.2.4.8.16.32. 64.128/binarius numerus duplus est ad vnitatē/4 ad 2/8 ad 4:neq; interrūpīt illa duplorū seri es. Omnis itaq; numerus pariter par est aliquis illorū dupliciū ab vnitate cōtinue sumptorū. vt si quis numerus cōprobeēt esse pariter par: statī consequat eū esse de numero dupliciū continua serie ab vnitate sumptorū. Secunda particula est q; quilibet numerorū duplorū ab vno continue sum ptorū est pariter par; et hec est cōuerſa ad pcedetē. vt 8 est vn⁹ duplorū cōtinue ab vnitate sūpto rū: quare 8 est numerus pariter par/ita 16 /et 32. Tertia particula est. solū numerus qui est aliquis duplorū ab vno cōtinue sūptorū est pariter par. sic q; quicūq; numerus nō fuerit aliquis huiusmo di duplorum:nō potest esse pariter par. vt 6.10.12.14. Et hec statim sequitur ex prima particula. ¶ Tertiē pprietatis exemplū. vt vnitas cū primo numero pariter pari sc; binario constituit 3 qui vnitate minor est q; 4. pximus numerus pariter par. Siſt 1.2.4. simul iuncti constituūt 7 qui vni tate minor est q; 8 pximus numerus paritet par. Ita 1.2.4.8. simul collecti cōponūt 15 numerum vnitate minorē q; sit 16 sequens pariter par. Deniq; 1.2.4.8.16. simul cōpositi constituunt 31: qui vnitate minor est q; pximus numerus pariter par 32. ¶ Ex qua per diffinitionē numeri diminuti sequit quarta pprietas. quia p primā pprietatē quelibet pars numeri pariter paris est pariter par. et per tertiā quotcūq; numeri pariter pares cōnumeratavnitae collecti; constituūt numerū sequē te pariter pare vnitate minorē: quare cuiuslibet numeri pariter paris simul collecte partes min⁹ ip so toto reddūt. oīs igif numerus pariter par p diffinitionē est diminutus. vt 8: nā eius partes 1.2.4. minus faciūt q; octo: cū solū cōstituāt 7. Ita 16 diminutus est numerus: nā ptes eius simul colle cte 1.2.4.8. solū reddūt 15. ¶ Pro quarta pprietate prenoſcendū est. q; pars denoians est numer⁹ qui conueniēter respōdetur ad quesitiuū quota pars. Pars autē denoiata is est numerus de quo hu iusmodi sit interrogatio. vt si quis scisciteēt quota pars est binari⁹ ipsius 32. Cōueniēter respondeēt est decimasexta. Ibi 16 est pars denoians; et 2 pars denoiata. Q; si quis cōtra percōteēt quota pars est 16 ipsius 32: et respondeat eā esse secūdā partē. Ibi ediuerso 2 est pars denoians/et 16 pars de nominata. Dicit itaq; quinta pprietas q; oīs numerus pariter par fit ex huiusmodi partibus sibi mutuo respondentibus: hoc est ex ductu partis denoiantis in denoiatā et cōtra. vt bis 16 cōplent 32. siſt deciessexies duo cōstituunt 32. Si autē alterna fuerit numerorū multiplicatio: idē numerus vtrobiq; pueniet. Ita cum dico 4 est octaua pars dati numeri 32: ibi 4 est pars denoiata/et 8 pars denoians. et cū cōtra dixerō 8 ē q̄rta pars eiusdē numeri 32: ibi alternatiōe facta 8 pars est denoi ata et 4 pars denoians. Et ex illis partibus sibi mutuo respōdētibus hoc est in se inuicē alternati du ctis constituīt datus numerus pariter par. nā octies 4 cōstituūt 32 / siſt quater 8 eundē complent numerū. ¶ Pro sexta pprietate p̄mittēdū est tūc aliquā nūerorū seriē esse imparē: qn̄ ad q̄stionē fa ctā p quot illius seriē sūt nūeri/respōdeēt nūerus ipar. vt 3.5.7. Tūc autē est par: qn̄ positorū nūero rū multitudo ē par. vt 2.4.6.8. Id autē cōtinet sub extremis: qd̄ fit ex ductu extremi i extremū / id est nūerus qui pducit ex multiplicatiōe vni⁹ extremi p alterū. Extremi autē hīc vocānt prim⁹ date se riē nūeri et vltim⁹. Medij autē nūeri sunt qui ab extremis equidistāt: hoc est qui equo intercepto rū nūerorū interuallo ab vno distāt extremo sicut ab altero. Id autē cōtinet sub medio in se ducto qd̄ pducit ex ductu medij nūeri in se. Ille vero numer⁹ cōtinet sub duob⁹ mediis qui gignit ex du ctu vni⁹ medij in alterū. Prime itaq; partis hui⁹ sexte pprietatis exēplū. vt disponāt quicq; nūeri pa riter pares cōtinuo ordine sic 2.4.8.16.32. Ibi 2 et 32 sūt nūeri extremi: 8 vero est nūer⁹ medi⁹: nā ab vtroq; extremo vni⁹ nūeri iterstitio distat: et ducāt extrem⁹ in extremū sc; 2 in 32: pducit 64 Siſt ducāt medi⁹ nūerus 8 i seipsū: idē pduceēt nūer⁹. nā octies 8 cōstituūt 64. Deinde circumpositi nūeri 4 et 16 / in se ducāt vn⁹ in alterū: et equalis pducit numerus ei qui fit ex medio in se ducto: nam quater 16 sunt 64. Et ita factitandū est quousq; tota series expleta fuerit. ¶ Secunde partis eiusdem pprietatis exemplum. vt disponantur continue sex numeri pariter pares: 2.4.8.16.32 64: quorum numerorum/2 et 64 sunt extremi: 8 vero et 16. sunt duo medij / nam ab extemis

equidistant: ab utroq; in quā vnus tm̄ numeri interstitio. Extremus autē vnus in alterū ductus vt 2 in 64: producit 128/ similiter et medius vnus in alterū ductus vt 8 in 16 tantūdem cōficit vt pote 128. quare quod cōtinet sub duobus extremis equū est ei quod cōtinet sub duobus medijs Deinde sumant̄ duo numeri ipsiis medijs circūpositi et altrinsecus illis adiecti: scz 4 et 32/ et ducatur vnus in alterū: producent etiā 128. quod igit̄ cōtinet sub ijs numeris qui altrinsecus numeris medijs adiciunt̄: equū est ei quod cōtinet sub medijs vno in alterū ducto. Et quantūlibet numerorū pariter pariū seriem protrahere libet siue imparē siue parē: idem fuerit de his atq; illis iudiciū. Dicunt̄ autē numeri medijs circūpositi qui cū extremi non sint/ altrinsecus iacentes vnus quēdē ab vno latere mediorū et alter ab altero: equaliter a medijs distant. vel nullo scz numeri interstitio si proximi sint medijs: vel equali numerorū mediatione si non sint proximi. Et ita numeros medio circūpositos diffinitas.

¶ Prima proprietas numeri pariter imparis patet. vt 6 numerus pariter impar: suā medietatē 3 habet imparē/ et numeri pariter imparis 10: medietas 5 est impar/ et ipsius 14 qui est pariter impar: medietas 7 est impar. Et hec ex diffinitione numeri pariter imparis et diffinitione numeri imparis statim est nota.

¶ Secunda proprietas (vt et prima numeri pariter paris: cui analogia oppositi respondet) intelligit̄ de numeri pariter imparis parte numeratiua que sit numerus. Et de numero pariter impare vltra binariū sumpto. Nā binarius etiā rationē numeri pariter imparis et nōnullas proprietates sicut et numeri pariter paris retinet. Cuius quidem proprietatis sit hoc exemplū. Senarius numerus est pariter impar cuius pars binarius est par quātitate: cū sit numerus par/ tm̄ est impar denoiatione: nā a numero impare ternario denominat̄. Est enī 2 tertia pars ipsius 6. Contra 3 pars senarii est impar quātitate: cū sit numerus impar. et est par denoiatione: nā a nūero pare scz binario habet denoiationē/ cum 3 sit secunda pars ipsius 6. Ita denarius numerus est pariter impar. cuius pars binarius est par quātitate sed impar denoiatione: nā quinta pars. Et altera eiūsdē pars scz 5 est impar quātitate sed par denoiatione: nam denoiā esse secūda pars.

¶ Tertia proprietas hoc declarat̄ exēplo. cōstituant̄ numeri impares cōtinue ab vnitāte hac serie: 3/5/7/9/11/13/ et ita consequenter/ et in eorū quēlibet ducat̄ binarius: nascenē naturali serie numeri pariter impares/ 6/10/14/18/22/26. Si enī 2 ducat̄ in 3: producit̄ 6. 2 in 5: nascit̄ 10/ 2 in 7: nascit̄ 14. et ita de alijs. Et hinc pariter impares quia ex binario numero potentie et imparibus numeris formalibus nascunt̄: res ex materia et forma/ actūq; et potentia (quales sunt res naturales oēs) insinuant. Hanc autē tertiā proprietatem presens figura reddet patentiore.

Prima pariter imparis proprietas.

Secunda.

6  
2 3

10  
2 5  
Tertia.

Quarta.

Quinta.

22  
18  
14  
10  
6  
36  
28  
20

Impares in quos ducti binarius.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Pariter ipares ex eo ductu geniti.	6	10	14	18	22	26	30	34	38	42	46	50	54	58

¶ Quarta proprietas ostendit numeros pariter impares continue dispositos seruare medietatē arithmetica: sicut numeri pariter pares ex secūda proprietate cognoscuntur seruare proportionālitatē geometricā. Nā proximi pariter impares equam semp̄ seruant differentiā vtputa quaternariū. Constitutis enī hoc ordine numeris pariter imparibus: 6/10/14/18/22/26. ipsius 10 ad 6 differentia et excessus est 4. eadē est ipsius 14 ad 10/ eadē ipsius 18 ad 14: et ita proxime maioris ad proximē minorē. Et relinquunt numeri pariter impares quatuor in medio interceptos naturali serie numeros: cōnumerato proxime minore precedenteq; numero pariter impare. vt inter 6 et 10 intercipiunt̄ quatuor numeri: qui sūt 6/7/8/9/ et quito cōstitutus a 6 loco est pariter impar scz 10 Sic inter 10 et 14 quatuor intercipiuntur numeri: 10/11/12/13/ et quinto cōstitut⁹ loco est 14 numerus pariter impar. Quod quidē presenti descriptione vel apertissime constat.

Numeri naturali serie dispositi.

6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
---	---	---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Pariter impares quaternario distātes.

6	10	14	18	22	26
---	----	----	----	----	----

¶ Quinta proprietas numeri pariter imparis per analogiā duarū proprietatū numeri duabus distribuit̄ particulis. Prima. ois numerus pariter impar duorū circū se proxime positorū pariter imparū naturali serie collectorū atq; simul iunctorū est medietas. vt constitutis hoc ordine numeris pariter imparibus: 6/10/14/18/22: 6 et 14 numeri pariter ipares circū numerū 10 proxime positi et simul coniuncti cōplent 20: cuius 10 medius numerus est medietas. Ita 10 et 18 numeri pariter impares circū numerū 14 proxime positi et simul iuncti cōstituunt 28: cuius 14 est medietas Deniq; 14 et 22 circū numerū 18 circūpositi et simul iuncti reddunt 36: cuius 18 medius/ interceptalq; numerus est medietas. Secunda pars. ois numerus pariter impar duorū quorūcūq; pari-

ter impariū altrinsecus iacentiū et ab eo equaliter quantūlibet distantiū est medietas. vt cōstituantē  
 pariter impares hoc ordine: 2/6/10/14/18/22/26. duo numeri 6 et 22 sunt numero 14 altrinseci/  
 siue altrinsecus iacentes: nō quidē proxime sed mediate vt hec secūda pars intelligit̄ et a dicto nu-  
 mero 14 equidistantes: vterq; sc̄z vnus pariter imparis intervallo, qui simul iuncti faciunt 28: cui⁹  
 14 est medietas. Similiter extremi numeri 2 et 22 sunt dato numero 14 altrinseci et equidistantes  
 simulq; iuncti reddūt 28 quorū 14 est medietas. ¶ Sexta proprietas patet ordinatis hac serie pa-  
 ri numeris pariter imparib⁹. 2. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. due medietates hoc est duo numeri medi⁹ 14  
 et 18 simul iuncti cōponūt 32. Deinde illis medijs proximi sc̄z 10 et 22 simul et in vnū collecti: equa-  
 lem constituūt numerū 32. Deniq; duo datis medijs altrinseci et equidistantes 6 et 26 simul iuncti  
 eundē cōponunt numerū 32. Postremo extremi numeri 2 et 30 datis medijs equidistantes et simul  
 iuncti equant̄ medijs simul iunctis et constituunt etiā 32: et tūc ad vnitatē vsq; peruentū est. Qz si  
 numerorū pariter impariū series fuerit impar vt 6/10/14/18/22: tunc numeri altrinsecus iacentes  
 simul iuncti cōficiunt numerū equū ei qui fit medio addito ad seipsū. vt 10 ad 18 iunctus cōstituit  
 28 similiter et 6 ad 22: sicut medijs numerus 14 ad seipsū additus cōstituit 28. Sed hoc statim ex  
 precedete proprietate cognoscit̄: qua dicit̄ numerus medi⁹ equidistantibus altrinsecis intercept⁹  
 eorū simul iunctorū esse medietas: quare equatur numero confluenti ex additione sui ad seipsū.  
 Etiā ex sexta proprietatis numeri pariter paris proprietate id statim per analogiā cognoscit̄: vbi i  
 ferie impari medijs numerus seipso multiplicat̄. Quod ei ibi facit multiplicatio: hic facit additio.  
 Et hec sexta numerorū pariter impariū proprietas cognoscit̄ ex hac numerorū proprietate hic nō  
 enumerata sed a Iordano tertia propositione primi libri demonstrata. Si duo numeri a duob⁹ nu-  
 meris circū se positis equaliter distent/ illis coniunctis sunt equales: siue si duo circūpositi a duob⁹  
 medijs equaliter distent illis coniunctis sunt equales. vt 4/6/8/10/12/14. 6/10 et 12/ equaliter distāt  
 a duob⁹ medijs 8 et 10 quibus circūponunt̄. quare illi coniuncti his coniunctis sunt equales. Ita  
 4 et 14 dictis duob⁹ medijs 8 et 10 circūponunt̄ et ab eis equaliter distant. igitur coniuncti me-  
 dijs coniunctis equant̄ constituuntq; 18. Quod et in pariter imparibus propter equalē a se inuicē  
 distantiā quarta prosperitate ostensam contingit.

Nu me ri im pari ter pa ris pro pri e ta tes.

1 Omnis numerus impariter par aliquas eius partes habet et denominatione  
 et quantitate respondentes: aliquas vero denominatione/quantitateq; dissen-  
 tientes.

2 Omnis numerus impariter par ex numero pariter pari et pariter impari pro-  
 creatur.

3 Completa ad longitudinē et latitudinē impariter parium serie: qui per lōgitu-  
 dinem descripti sunt: sextā pariter pariū seruant proprietatē. qui autē in lati-  
 tudine/ sextā seruant pariter impariū. Longitudo seriei est que a sinistro por-  
 rigitur in dextrū. Latitudo vero: que ab imo euadit ad sursum.

Nu me ri per fe cti pro pri e ta tes.

1 Omnis numerus perfectus alternatim altero senario/ octonarioq; terminatus  
 comperitur.

2 Omnis numerus perfectus ex pariter paribus ab vnitae sua serie collectis na-  
 scitur: qui in vnū congesti/ congregatiq; numerū primū cōstituunt: in quē  
 ducitur aggregatorū maximus.

Nu me ri di mi nu ti et abun dan tis pro pri e ta tes.

1 Omnis numerus diminutus: a sola monade aut a numero diminuto numerat̄.

Numerus abundans: solum abundantem numerat.

Nu me ri pri mi et com po si ti pro pri e ta tes.

1 Omnis numerus primus ad omnē quem non numerat primus est.

- 2 Omnis numerus compositus: a primo numeratur.
- 3 Omnis numerus cōpositus post aliquē impariū naturalī serie dispositōrū totus esse probatur: quotus numerus ille impar ab vnitate fuerit aut post aliquem supra ipsum imparē totorū: totus. Quotus et totus: vt tertius / quintus / septimus, et hoc pacto deinceps.
- 4 Ois numerus primus aliquis impariū est hoc pacto dispositōrū qui post nullū imparē aut aliquē supra ipsum totorū: totus venerit / quotus aliquis impariū fuerit ab vnitate.

Numeri ad alterum primi proprietas.

- 1 Omnes numeri adinuicē primi singuli in se ducti: numeros adinuicē primos procreant.
- 2 Omnis numerus minor qui ad maiorem est primus / a maiore detractus quoties potest / et eo qui relinquetur quoties potest a minore detracto: et hoc pacto continue quoties opus est: tandem que detractōnis vicem impediāt: relinquitur vnitas.

¶ Prime proprietatis numeri impariter paris exemplū, vt 12 numerus impariter par habet partem scz binarium quantitate parem et etiam denominatione, nam denominatur a numero pari 6 / est enim binarius sexta pars 12. Similiter idem numerus habet senarium partem quantitate parem et etiam denominatione: cum 6 sit secunda pars ipsius 12, quare aliquis habet partes denominatione et quantitate respondentes scz vel vtroq; modo pares vel vtroq; impares. Et in hoc conuenit cū numero pariter pare. Idē numerus habet ternariū partē quātitate imparē sed denominatione parem: cū ternarius sit quarta pars ipsius 12. Deniq; habet quaternariū partē quātitate parte sed denominatione imparē: cū quaternarius sit tertia pars ipsius 12, habet igit aliquas partes denominatione et quantitate dissentientes et discōuenientes penes paritatē et imparitatē. Tunc enī denoiatio et quantitas cōsentiant: cū et quantitas et denoiatio est par / vel vtraq; impar. Dissentiūt vero: cū quantitas est par et denoiatio impar / aut quantitas impar et denoiatio par. Et in hac secunda particula cōuenit numerus impariter par cū numero pariter impare. Is enī vt medius: vtriusq; et pariter paris et pariter imparis vt extremorum naturam et conditionem quodāmodo participat.

Prima impariter paris proprietas.

¶ Neq; id irrationabile est: quāquidē cōpositū / eorū ex quibus nascit naturā sequit. Numerus aut impariter par ex numero pariter pari et pariter impari in se ductis enascit: vt secūda ostendit proprietas. Quod patet constituendo pariter pares secundū naturalē eorū seriem a sinistro in dextrū porrectā: et pariter impares secundū naturalē eorū ordinē ab imo sursum euadentē hoc modo.

Secunda.

Pariter impares /	22	44	88	176	352	704	¶ Ducant itaq; singuli numeri pariter impares in quolibet pariter pariū: constituent impariter pares. vt senariū i omēs pariter pares ducendo cōstituit primus limes impariter parium. nam 6 in 2 producit 12 / 6 in 4 gignit 24. Deinde secundus pariter impar in oēs pariter pares ductus producit secundū litem impariter parium. vt 10 in 2 / producit 20 / 10 in 4 producit 40. Tertius pariter impar ductus in descriptos numeros pariter pares: tertium producit litem quartus quartū / et quintus quintū. vt sola ostendit multiplicatio. Et ita cōpletur series impariter pariū ad longitudinē et latitudinē: longitudinē inquā a sinistro in dextrū porrectā sic 12 / 24 / 48 / 96 / 192. latitudinē vero ab imo ad sursum extentā sic 12 / 20 / 28 / 36 / 44. ¶ Et numeri pariter impares per longitudinē descripti seruant sextā pariter pariū proprietatē: nā in serie impari quod continet sub extremis / equū est ei quod continet sub medio in se ducto. Et in serie pari quod continet sub extremis equū est ei quod continet sub duobus medijs. Secundū latitudinē vero descripti numeri pariter impares seruant sextā pariter impariū proprietatē. nā in serie impari extremi simul iuncti equalem cōficiunt numerū vt medius sibi ipsi adiectus: et in serie pari extremi simul iuncti eū cōponūt numerū quē duo medij simul iuncti / deinde circūpositi. Quod omne exēplo euadet manifestius.
	18	36	72	144	288	576	
	14	28	56	112	224	448	
	10	20	40	80	160	320	
	6	12	24	48	96	192	

Tertia.

# Introductio

Capiant numeri impariter pares primi limitis secundum longitudinem descripti et in serie impari ut pote 12/24/48/96/192. Extremi 12 et 192 unus in alterum ducti producant 2304. Medius itidem 48 in se ductus eundem producit numerum 2304. Deinde circumpositi 24 et 96 unus in alterum ducti eundem gignunt numerum 2304. Deinceps capiant numeri impariter pares secundum longitudinem in serie pari: ut 12/24/48/96. Extremi 12 et 96 alter in alterum ducti producant 1152. Eundem et medij 24 et 48 producant numerum: si unus per alterum multiplicet. Quare secundum longitudinem servat pariter parium sexta proprietas. Postea capiant numeri impariter pares primi limitis secundum latitudinem descripti et in serie impari sc3 12/20/28/36/44. Extremi 12 et 44 simul adiuncti componunt 56. Eundem medius numerus 28 sibi ipsi adiectus constituit: eundem et circumpositi 20 et 36 simul adiuncti complent. Demum sumant impariter pares primi limitis secundum latitudinem descripti in serie pari: sc3 12/20/28/36. Extremi 12 et 36 simul iuncti constituunt 48: quem et medij 20 et 28 simul vnaque collecti itidem complent. Planum est itaque secundum latitudinem servari sextam proprietatem pariter imparium. Et ut de primo limite ostensum est: ita de quolibet altero ostendendum est. Subiecta autem ostendit descriptio qui numeri producant in quolibet quinq; limitum tam imparis quam paris seriei secundum longitudinem ex ductu extremorum circumpositorum aut mediorum per multiplicationem. Qui preterea numeri componantur in quolibet quinq; limitum tam imparis quam paris seriei secundum latitudinem ex adiunctione extremorum circumpositorum aut mediorum per additionem: quo in omnibus limitibus hec proprietas innotescat.

Producti ex ductu impariter parium secundum longitudinem.

In serie impari.	Li	mi	tes	eo	rum.
	1	2	3	4	5
In pari.	2304	6400	12544	20736	30976
	1152	3200	6272	10368	15488

In serie quidem impari numerus signatus producit primo ex ductu primi in quintum. secundo: secundi in quartum. tertio: tertij in seipsum. In serie autem pari: primo ex ductu primi in quartum. secundo ex ductu secundi in tertium.

Compositi ex adiunctione impariter parium secundum latitudinem.

In serie impari.	Li	mi	tes	eo	rum.
	1	2	3	4	5
In pari.	56	112	224	448	896
	48	96	192	384	768

Hic in serie impari notatus numerus componit primo ex adiunctione primi cum quarto. secundo. secundi cum quarto. Tertio tertij cum seipso. In serie vero impari ex adiunctione primi cum quarto et secundo ex collectioe secundi cum tertio

Prima numerus perfecti proprietates. **¶** Prima proprietas numeri perfecti patet. nam primus numerus perfectus 6 terminat senario/secundus 28 octonario. Tertius autem 496: rursum senario desinit. quartus vero: 8128/terminat octonario: et ita deinceps loco impari dispositus senario/pari vero octonario terminatus comperietur.

Secunda. **¶** Secunda sic ostendit. colligantur ab unitate (ea quidem connumerata) numeri pariter pares qui simul iuncti constituunt numerum primum. ut 1/2/simul collecti constituunt 3 numerum primum/in quem ducatur 2 aggregatorum maximus: fit 6 numerus perfectus. Deinde ulterius progrediendo 1/2/4/simul additi constituunt 7 numerum primum: in quem ducatur 4 adiunctorum maximus et postremus/fit 28 numerus perfectus. At 1/2/4/8/pariter pares constituunt 15 qui primus non est sed compositus: idcirco hoc pacto numerum perfectum non generant. Sed 15 numerus ex pariter paribus simul collectis constans et per aggregatorum maximum sc3 8 multiplicatus producit 120 numerum abundantem ut qui a 12 numero abundante numeret secundum 10. Deinceps 1/2/4/8/16/simul adiecti constituunt 31 numerum primum: in quem ducatur 16 maximus collectorum/fit 496 numerus perfectus. Atqui 1/2/4/8/16/32 simul additi constituunt 63 numerum compositum (ut qui a 21/11/7/et 3 numeret) quare eo modo numerum perfectum non constituunt: sed 63 numerus ex pariter paribus simul adiunctis compositus et per adiunctorum maximum 32 multiplicatus producit 2016 numerum abundantem: quia a 12 numero abundante numerat secundum 168: quare per numeri abundantis proprietates abundans est. Omnis enim numerus ab abundante numeratus: ut sit abundans oportet. Denique 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. simul adiecti constituunt 127 numerum primum: qui per maximum aggregatorum 64 multiplicatus producit numerum perfectum 8128. Et ita de aliis consimili modo dicendum est. Ut hec oculis subiecta descriptio clare ostendit.

Pariter pares.	1	2	4	8	16	32	64
Numeri primi ex superioribus collecti.		3	7		131		127
Numeri perfecti geniti.		6	28		496		8128

Boecius

Nec pretermittendum est id quod de numero perfecto diuus Severinus Boecius annotat primi libri sue Arithmetices capite decimonono/eum videlicet virtuti propemodum assimilari inter abundans



tiā defectūq; medie: q; haud dissimiliter is numerus inter abundantē/diminutūq; mediet. Inquit enī. Inter hos autē (sc3 abundantē et diminutū) medij tēperamentū limitis sortitus est ille numerus qui perfectus dicī: virtutis scilicet emulator. qui nec superuacua progressionē porrigit: nec cōtracta rursus diminutione remittit. sed medietatis obtinens terminū suis equus partibus nec crafatur abundantia nec eget inopia. Et sane huic assimulationi satis respondet huiusce numeri nomē quo perfectus dicī: qñquidē perfectio oīs a virtute proficiscat. Neq; ab illo discrepat q; rarissim<sup>9</sup> inuentu sit numerus perfectus. Nempe intra denariū solus 6 perfectus est. Intra cētenarium solus 28. Intra millenariū vnicus 496. Intra decē milia solus 8128: vt inquit idē Boecius p̄noiatī libri capite vicesimo. Abūdantes autē et diminuti inueniunt q̄ plurimi. haud aliter plane q̄ per viciorū deuia aberrantes et exuperatione defectioneue delinquentes hoīes inuenias pene infinitos: p̄ medium autem et rectum virtutis callem progredientes oppido q̄ paucos. Vt merito deplorandum sit quod conqueritur Iuuenalis.

Iuuenalis

Rari quippe boni/numero vix sunt totidem: quot  
Thebarum porte vel diuitis hostia Nili,  
Et plane verum est quod idem subiungit.  
Egregium/sanctumq; virum si cerno: biforū  
Hoc monstrum puero/aut miranti iam sub aratro  
Piscibus inuentis aut fete comparo mule:  
Sollicitus/tanq; lapides effuderit imber.

- 1 ¶ Prime proprietatis numeri diminuti et abundantis exemplū. vt binarius numerus diminutus est et ternarius/quinarius et septenarius/et eorū vnusquisq; sola monade numerat: cū sit numer<sup>9</sup> primus. Ita quaternarius numerus diminutus a binario numero diminuto numerat: et octonari<sup>9</sup> numerus diminutus a binario et quaternario numero diminuto/sic denarius a quinario numero diminuto itidē et binario. quare numerus diminutus a numero perfecto aut abundante minime numerari potest. Numerat tñ diminutus perfectū: vt ternarius senariū et quaternarius 28. numerat et diminutus abundantē: vt ternarius 12/quaternarius 16/nouenarius 18. ¶ Secūde proprietatis exemplū. vt 12 numerus abundans solū numerat numerū abundantē: vt 24 secundū 2 et 36 secundū tria. numerat itidē 48 secundū 4/et 60 secundū 5. Ita 16 numerus abundans solū numerat abundantē: vt 32 secundū binariū/et 48 secundū ternariū/et 64 secundū quaternariū. Ita et 18 numerus abundans numerat solūmodo numeros abundātes: vt 36 secundū binariū/54 secundū ternariū/72 secundū quaternariū: et ita de reliquis. Quare numerus abundans perfectū non numerat neq; diminutū: numerat tñ a perfecto vt 12 a senario similiter et 18. et a diminuto. vt 12 a ternario et 16 a quaternario. ¶ Prime proprietatis numeri primi et cōpositi exemplū. vt ternarius est numerus primus et nō numerat quinariū: ergo ad quinariū est primus/et sunt ternarius et quinarius numeri adinuicē primi siue contra se primi. Sic ternarius non numerat septenariū neq; octonariū: est ergo primus ad vtrumq; eorū. Numerus autē primus ad alterū quem numerat cōparatus: cōmunicans est et cōmēsurabilis. vt ternarius ad senariū/nouenarium/et duodenarium.
- 2 ¶ Secunde proprietatis exemplū. vt senarius numerus cōpositus a ternario numero primo numeratur: et octonarius cōpositus a binario numero primo. Denarius itidem cōpositus a quinario numero primo/et 14 cōpositus a septenario numero primo. et ita deinceps. ¶ In tertia proprietate totus et quotus relatiua sunt ordinis: vt tantus et quantus magnitudinis/et tot et quot multitudinis. Et totus idem est quod eius ordinis/quotus vero cuius ordinis. respondentq; eis noia ordinē numeralē denotantia: primus secundus tertius quartus quintus. Disponant itaq; impares naturali serie sic. 3/5/7/9/11/13/15/17/19/21/23/25/27/29/31/33/35. et ita cōsequenter: ternarius est ab vnitate numerus tertius. In hac itaq; serie impariū sumat tertius post ternariū nō cōnumerato ternario vtpote nouenarius: ipse per primā huius proprietatis pticulam est cōpositus/ quia est tertius post aliquē impariū naturali serie dispositōrū vtpote post ternariū. quotus sc3 tertius est numerus impar videlicet ternarius ab vnitate. Deinde sumatur tertius post 9 sc3 15: et hic quidē per secundā proprietatis partē cōpositus est: cū sit totus post aliquē totorū supra ipsum imparem. Est enim tertius post aliquē tertiorū supra ternariū datū imparem. Rursum sumat tertius post 15 sc3 21/et post illū tertius 27 et post eū tertius 33: oēs hi sunt per secundā proprietatis partē cōpositi. Sic quinarius est ab vnitate quintus numerus. in hac ergo serie sumat quintus post quinariū ipso quinario nō cōputato sc3 15: ille cōpositus est/et totus sc3 quintus post aliquē impariū naturaliter dispositōrū: quotus ipse ipar 5 est ab vnitate. Deinde post 15 sumat quintus. sc3 25:

Prima proprietatū numeri diminuti et abundantis.

Secunda

Prima proprietatū numeri primi et cōpositi.

Secunda

Tertia

## Introductio

et ille itidē est cōpositus/q̄ sit quintus post aliquē quintorū supra primo acceptū imparē. Deniq̄ post 25 sumat̄ quintus 35 et ille eadē ratione cōpositus est. Ita post septenariū qui ab vnitate septimus est/sumat̄ septimus in ordine naturali impariū sc̄ 21: ille quidē cōpositus est. Et post 21 rursū capiat̄ septim⁹ 35/et ille cōpositus est: q̄ septimus sit post aliquē septimorū supra datū imparē. Et ita de alijs. ¶ Quarta proprietas patet. vt quinaris numerus primus non est totus post aliquem 4 impariū: quotus impar ille fuerit ab vnitate. nā quinaris est primus post ternariū in ordine dato: at ternarius est tertius ab vnitate. similiter septenarius est secūdus a ternario qui est impar tertius ab vnitate: non est ergo idē ordo numeri primi ad imparē/et imparis ad vnitatē. Ita 11 quartus est a ternario qui est tertius ab vnitate: et tertius a quinario qui est quintus ab vnitate. Sic neq̄ numerus prim⁹ est tot⁹ post aliquē totorū supra iparē prius acceptū/quotus ille est ab vnitate: vt iductio ne fit q̄ manifestissimū. Et he due proprietates hac figurali descriptione euadēt dilucidiores.

Toti a septenario aut aliquo toto supra ipm.	7			7																																
Toti a gnario aut alio toto supra ipm.	5			5																																
Toti a ternario.	3			3																																
Impares	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29	31	33	35	37	39	41	43	45														
ipares cōpositi				9				15				21				25				27				33				35				39				45
Nūeri primi	3	5	7				11	13				17	19				23				29	31				37				41	43					

Prima numerī ad alterū primi proprietates  
 ¶ Prime proprietatis numeri ad alterū primi exemplū. vt 2 et 3 sunt numeri ad alterū primi. Du-  
 canē ergo singulī in se: vt bis 2 sunt 4/et ter 3 sūt 9: numeri producti 4 et 9 etiā sunt numeri ad in-  
 uicem primi. Ita 4 et 5 numeri contra se primi ducant̄ vterq̄ in seip̄s: vt quater 4 sūt 16/et quin-  
 quies 5 sunt 25: numeri producti 16 et 25 sunt numeri ad alterū primi. Sic 5 et 6 numeri sunt con-  
 tra se primi et ducant̄ quisq̄ in se: producti quadrati 25 et 36 etiā erunt numeri ad inuicem primi.  
 Vt hec descriptio dilucide ostendit.

Numeri ad inuicem primi quisq̄ in seip̄s ducti.	1	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Numeri ad inuicem primi ex superioribus producti.	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121

Secunda.  
 ¶ Secunde proprietatis exemplū. vt 16 et 25 sunt numeri contra se primi inaequales quorū minor  
 16 substrahat̄ a maiore 25 et residuus erit 9 qui quoties potest vt semel subducat̄ a minore prius  
 dato 16 superestq̄ septenarius. qui deinde quoties potest substrahat̄ a nouenario sc̄ semel et reli-  
 dua est dualitas: qua quoties potest sc̄ ter a septenario detracta reliqua est vnitas que diuisionis  
 vltiorē progressionē impedit. Similiter 25 et 36 sunt numeri contra se primi inaequales: quorum  
 minore 25 a maiore 36 detracto/residuus est vndenarius. qui quoties potest sc̄ bis a minore 25 si  
 detractus fuerit: residuus est ternarius. et illo quoq̄ ter quoties potest ab vndenario detracto su-  
 perest binarius. quo semel a ternario ablato reliqua est vnitas/diuisionem amplioremprepediens.  
 Quod et in minoribus contra se primis/5 et 8/5 et 13/7 et 10 facile cernitur.

E qua li ta tis et ine qua li ta tis pro pri e ta tes.

Equalitas est inequalitatis principium. 1

Omnis inequalitas ex equalitate nascitur. 2

Omnis inequalitas in equalitatem resoluitur. 3

Mul ti pli cis pro pri e ta tes.

Multiplices ceteris inequalitatibus sunt antiquiores/origīneq̄ priores. 1

Omnis multiplex ex continua numerorū serie ad vnitatem relata confurgit. 2

Multiplex/multiplicis modus atq̄ species.

Omnis multiplex maiorem habet multiplicem. 3

Spe cie rum mul ti pli cis pro pri e ta tes.

Omnes dupli ex singulis paribus a binario sūptis ad singulos seriei numero-  
 rum ab vnitate continue comparatis: nascuntur. 1

Omnis triplus: a ternario duobus post singulū quēq̄ triplum naturalis seriei 2

numerosū continue dimissis procreatur.

3 Quadruplus itidē cōtinue tribus post singulū quēq; quadruplū relictis numeris nascit̄. et hoc pacto de quincuplo / fescuplo et ceteris.

Su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omnis superparticularis: supparticularē supra se reliquit minorē. Minorē enī eā esse dicimus: cuius pars a maiori numero denoiatur.

2 Omnis supparticularis ex cōtinua serie numerosū: cōtinue proxime sequētis ad suū precedentē cōparatī: sumit inīcium.

Spe cie rum su per par ti cu la ris pro pri e ta tes.

1 Omnis sesquialter ex naturalibus / cōtinuisq; triplis: ad naturales / cōtinuosq; duplos cōparatis enascit̄.

2 Omnis sesquitercius pari pacto ex cōtinuis quadruplis ad continuos triplos cōparatis elicitur.

3 Omnes sesquiquartī ex cōtinue quincuplis ad cōtinuos quadruplos cōparatis simili origine extrahunt̄. Et hoc pacto sesquiquintī ex fescuplis et quincuplis / et sesquiseptimī ex septuplis et fescuplis: et ita deinceps.

1 ¶ Pro equalitatis et inequalitatis proprietatibus id cognitu dignū est q̄ sicut vnitas principium est omniū numerū secundū se / et oīs numerus ex vnitate nascit̄ et in vnitate resoluit̄: ita equalitas est inequalitatis principium producens / oīsq; inequalitas ex equalitate nascit̄ / et in equalitate resoluit̄. Et cū equalitas et vnitas ipsi sūme enti attribuant̄ / multitudo vero et inequalitas rebus ab eo emanantibus: ostendūt in vestigio he diuine proprietates summū ens rerū oīm esse principium / oīaq; ab eo ortū ducere et in eū reuocari. Quodq; magis mirū: nō ex bina aut quaterna equalitate nascitur inequalitas sed trina solū: quod rerū oīs principium / maxime vnū trinūq; tenui quodā vestigio indicat.

Prima proprietatū equalitatis et inequalitatis.

2 ¶ Vt autē manifestū euadat quomodo oīs inequalitas id est inequalitatis species ex equalitate trina nascitur: tria seruanda sunt precepta: que sunt / primū: primū / secundū: primū / secundū bis / tertium. Et significant q̄ datis tribus equalibus terminis suis limitibus dispositis: et a sinistro in dextrum porrectis / designatisq; subter tribus alijs locis pro his qui nascunt̄ inequalibus numeris scribēdis Primus terminus primo subsignet̄ loco / deinde primus et secundus simul addant̄: et cōpositus ex eis numerus / secundo supponat̄ loco / sub secundo eminentiore. Postremo primus terminus addatur secundo bis sumpto / et tertio semel sumpto: et numerus ex illis cōpositus tertio colloceat̄ loco: illi tres inequales subscripti / ex tribus equalibus superscriptis sunt geniti: et inter se proportionales. Et ita ex inequalibus prius genitis: inequales posteriores eisdem preceptis nascunt̄ per solā additionē. Quod vt exactius cognoscat̄: quinq; secundū numerū specierū inequalitatis ponunt̄ regule. Prima. Multiplicium dupli immediate ex equalitate nascunt̄ / et tripli ex duplis / quadrupli ex triplis / et proxime maiores cōsequenter ex proxime minoribus. Sint date tres vnitates tribus locis disposite sic. 1. 1. 1. per primū preceptum in primo inferiori loco sine additione nascitur vnitas / per secundū preceptū ex additione primi ad secundū siue prime vnitatis cū secunda: nascitur secundo loco binarius. per tertium preceptū: primū adiunctū secundo bis sumpto / item et tertio semel: pro gignit quaternarium tertio loco. Geniti autem numeri inequales. 1. 2. 4. sunt inter se dupli vt hec

Secunda.

1	1	1	Trina equalitas.
1	2	4	Dupli ex trina equalitate.
1	3	9	Tripli ex duplis.
1	4	16	Quadrupli ex triplis.

ostendit formula. In q̄ vnitas primo loco posita dicit̄ primū / secundo loco posita: secundū / et tertio loco: tertium. Et ita trinū numerosū ex quib; alij gignunt̄: primū primū / secundū secundū / et tertium tertium appellat̄

¶ Secunda regula. Superparticulares nascunt̄ ex multiplicibus consimilis denoiationis sed conuersis: vt sesquialteri ex duplis conuersis / et sesquitercij ex triplis / sesquiquartī ex quadruplis: et ita deinceps. Consimilis denoiationis dicunt̄ qui ab eodē numero denoiant̄: vt tripli a ternario / item et sesquitercij. Conuersi autē sunt: cū maior primo loco ponit̄ et medius secundo / minor vero postremo collocaat̄ loco. vt sint dati dupli conuersi. 4. 2. 1. Primus per primū preceptū sine adiectione

# Introductio

constituit quaternarium/primus adiunctus secundo per secundum preceptum efficit senarium. Denique primus adiunctus secundo bis sumpto et tertio: constituit nouenarium. Geniti numeri. 4. 6. 9. sunt sesquialteri. vt subiecta ostendit figura.

1	2	3	Limites.
4	2	1	Dupli conuersi.
4	6	9	Ex quibus sesquialteri.
9	3	1	Tripli conuersi.
9	12	16	Ex quibus sesquitercij.
16	4	1	Quadrupli conuersi.
16	20	25	Ex quibus sesquiquarti.

15. Postremum primus adiunctus secundo bis sumpto et tertio scilicet 9 ad bis 6 siue 12 cum 4 per tertium preceptum reddit 25. Tres numeri producti 9/15/25 sunt superpartientes vt subscripta ostendit figura.

1	2	3	Limites
9	6	4	Sesquialteri conuersi.
9	15	25	Ex quibus superbipartientes.
16	12	9	Sesquitercij conuersi.
16	28	49	Ex quibus supertripartientes.
25	20	16	Sesquiquarti conuersi.
25	45	81	Ex quibus superquadrupartientes.

¶ Tertia regula. Superpartientes nascuntur ex compositione similis denotationis superparticularibus sed conuersis: vt superbipartientes ex sesquialteris/ supertripartientes ex sesquitercij/ et superquadrupartientes ex sesquiquartis conuersis. Sint dati sesquialteri conuersi. 9. 6. 4. primus per primum preceptum in primo loco constituit 9. primus adiunctus secundo scilicet 9 ad 6 per secundum preceptum: componit

¶ Quarta regula. Multiplices superparticulares nascuntur ex superparticularibus directis vt dupli sesquialteri ex sesquialteris/ et ita consequenter.

¶ Quinta. Multiplices superpartientes nascuntur ex superpartientibus directis vt dupli superbipartientes ex superbipartientibus. et ita deinceps.

Limites.	1	2	3		1	2	3	Limites.
Sesquialteri.	4	6	9		9	15	25	Superbipartientes directi.
Du. sesqual.	4	10	25		9	25	64	Dupli superbipartientes.
Sesquitercij.	9	12	16		16	28	49	Supertripartientes.
Du. sesquiter.	9	21	49		16	44	121	Dupli supertripartientes.
Sesquiquarti.	16	20	25		25	45	81	Superquadrupartientes.
Du. sesquiquarti.	16	36	81		25	70	196	Dupli superquadrupartientes.

Tertia

¶ Tertia autem proprietas proponit omninequalitatem resoluendam esse in equalitatem: quod opposito ad compositionem fit modo/ a posterioribus et genitis ad priores et producentes deueniendo quousque in unitatem reuocentur. Fit autem resolutio his tribus preceptis/ primum: primum de secundo: primum/ secundo bis de tertio. Quorum hec est intelligentia. Datis tribus terminis inequalibus adinuicem proportionalibus et suis locis dispositis/ super quos tres itidem respondentes intelligantur loci: in quibus numeri quos fiet resolutio scribendi sint. primus terminus sine subtractione integer primo loco superiori ponatur. Deinde primus ille superscriptus de secundo subscripto detrahetur: et quod residuum fuerit/ secundo loco superiori signabitur. Postremo primus superscriptus semel et secundo superscripto bis subtrahetur a tertio subscripto: et quod residuum fuerit/ tertio loco superiori signabitur: tunc tres numeri in locis superioribus notati sunt in quos inferiores dati resoluti sunt. huiusmodi autem resolutio quinque regulis ostenditur.

¶ Prima. multiplices posteriores in proxime priores ex quibus geniti sunt resoluuntur: et illi rursus in priores quoad ad equalitatem peruenit fuerit. Sint dati tres quadrupli. 1. 4. 16. Primum per primum preceptum primo superiori loco ponatur. Deinde primus de secundo scilicet quaternario auferatur: et ternarius residuus secundo loco superiori ponatur. Postremo primus scilicet unitas et secundus scilicet ternarius bis de tertio inferiori loco posito auferatur: et residuus erit nouenarius tertio loco superiori signandus. Tres numeri superiores residui. 1. 3. 9. sunt tripli: in quos quadrupli reducuntur hoc modo.

Equalitas.	1	1	1	Limites.	1	2	3
Dupli.	1	2	4	Equalitas.	1	1	1
Tripli.	1	3	9	Dupli conuer.	4	2	1
Quadru.	1	4	16	Sesquialteri.	4	6	9

¶ Secunda regula. Superparticulares resoluuntur in multiplices conuersos ex quibus nascuntur: et illi in priores quoad ad unitatis equalitatem perueniunt.

hoc seruato quod minimus trium inequalium siue primo siue tertio positus loco: semper sit primus. Nam hec resolutio per subtractionem fit non autem potest a minore numero maior subtrahi. huius exemplum in superiore figura positum est.

Equalitas	1	1	1	Equalitas.	1	1	1
Dupli cōuer.	4	2	1	Dupli cōuer	4	2	1
Selqual. con.	9	6	4	Selqualteri	4	6	9
Supbipartien.	9	15	25	Dupli selq̄l.	4	10	25

¶ Tertia regula. Suppartientes resoluuntur in supparticulares conuersos ex quibus sunt geniti/ et illi in multiplices cōuersos vsq; ad vnitatem.

¶ Quarta. multiplices superparticulares resoluuntur in sesquialteros/ et illi in multiplices cōuersos ex quibus gignuntur vsq; ad vnitatem. et he due regule superiore figura patent. ¶ Quinta regula. multiplices superpartientes reducuntur in superpartientes directos ex quibus gignuntur: et hi in superparticulares conuersos/ qui deinde in multiplices conuersos donec ad vnitatem peruentum fuerit. Siue autem directi sint numeri inaequales siue conuersi: eodem semper modo fit resolutio/ a minimo scilicet incipiendo et eum primo loco constituendo. vt subiecta ostendit formula/ ab infimo limite ad superiores ascendendo intelligenda.

1	1	1	Equalitatem resoluuntur et hic est status.
4	2	1	Duplos conuersos: qui consequenter in
9	6	4	Sesquialteros conuersos/ qui resoluuntur in
9	15	25	Superbipartientes directos/ et hi in
9	24	64	Dupli superbipartientes resoluuntur in

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

¶ Pro prima proprietate multiplicis intelligenda figuret hoc modo mensura pytagore/ constituta et in dextrum et in deorsum serie numerorum vsq; ad denarium: et quolibet numero limitis deorsum tendens ducto in singulos numeros limitis in dextrum porrecti/ et ita completis in dextrum decem limitibus.

Prima multiplicis proprietates.

Qui in primo limite et in sinistro/ et deorsum porrecto (nam iidem sunt) constituti sunt numeri: progenitores sunt. In sequentibus vero limitibus: geniti. vt in secundo limite utrolibet porrecto ge-

niti ex ductu binarij in totum primum limitem. In tertio limite ex ductu ternarij in singulos primi limitis. In quarto limite ex ductu quaternarij in singulos numeros primi limitis: et ita consequenter. Numeri autem sequentium limitum ad primum limitem suorum scilicet productum comparati: multiplices sunt. vt numeri secundi limitis ad numeros primi limitis sunt dupli/ sic tertius limes ad primum triplus/ et quartus ad primum quadruplus: et ita consequenter multiplices suam a primo limite habent originem/ et ad primum suam denotationem. Supparticulares vero nequaquam: sed a sequentibus post primum limitibus. vt tertius limes ad secundum sesquialter est/ et quartus ad tertium sesquitercius/ et ita consequenter. Preterea multiplices ab aliis inaequalitatibus non habent originem imo ab vnitatem fonte ois equalitatis: sed alie inaequalitates ab eis/ vt supparticulares ex multiplicibus ad multiplices comparatis vt sequentes eorum proprietates ostendunt. Cōstat igitur his duabus rationibus multiplices ceteris inaequalitatibus antiquiores esse et origine priores.

¶ Secunda proprietate patet constituta naturali numerorum serie: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. et ita quatuorlibet progressu: comparando quolibet subinde numerorum ad vnitatem pueniunt oes species multiplicis. Est enim 2 ad 1 duplus/ 3 ad 1 triplus/ 4 ad 1 quadruplus: et ita deinceps ois numerus ad vnitatem relatus constituit speciem multiplicis a se denotata: vt 5 ad 1 quicuplus/ 6 ad 1 sescuplus.

Secunda

¶ Tertia proprietate manifesta est ex hoc principio quod series numerorum in infinitum augeat: quare dato quocumque multiplice: dari potest alterius speciei maior. vt decuplo maior duodecuplus/ et vndecuplo maior duodecuplus/ sicut 11 est maior quam 10/ et 12 est maior quam 11. Est enim maior multiplex: qui a maiore numero denotatur. Modo dato quocumque numero contigit dare maiorem. ¶ Pro duplorum proprietate constitua naturalis series numerorum ab vnitatem continue porrecta: deinde vnitati supposito binario/ ceteris supponantur numeri pares suo ordine consequentes vt vnum in medio dimittat: suppositi ad suppositos sunt dupli. Sic ad inueniendos triplos constituta naturali serie numerorum et vnitati ternario primo triplo supposito: duobus post precedentem triplicem dimissis numeris/ tertio loco pueniens supscribat cuique supposito: suppositi ad suppositos erunt tripli. Ad inueniendos quadruplos constituta naturali serie/ et post proxime minorem quadruplum tribus numeris in medio dimissis: quarto loco pueniens erit ad proximum seriei numerorum quadruplus. Sic post primum quicuplum quatuor in medio dimissis: loco quinto pueniens est quicuplus ad consequentem naturali numerorum serie sub quicuplum. Et post proximum sescuplum quinque in medio dimissis sextus est sescuplus. vt hec ostendit figura.

Tertia

prima specierum multiplicis proprietates.

# Introductio

Dupli ad suppositos.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tripli ad suppositos	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quadrupli ad suppositos	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quincupli ad suppositos	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sescupli ad suppositos	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

**Prima superparticularis proprietas.** ¶ Pro prima proprietate superparticularis id supponatur oportet maiorem esse superparticularem cuius pars a minore numero denominatur/minorem vero eam: cuius pars a numero minori. ut sesquidecimus minor est, sesquiquarto. Nam sesquidecimi pars utpote decima a maiore numero scilicet decem denominatur. Sesquiquarti vero pars utputa quarta a minore numero scilicet quatuor. Est sane maior alicuius rei pars quarta quam eiusdem decima. Et hinc cognoscitur superparticularis opposito modo se habere ad multiplicem: qui plane maior est cum a maiore denominatur numero / et minor: cum a minore. Quare ut datur minimus multiplex scilicet duplus: non autem maximus ut tertia eius ostendit proprietas: ita datur contra maximus superparticularis scilicet sesquialter / ut qui a minimo numero binario denominatur. non autem minimis: quandoquidem dato quocumque contingit dare minorem / denominatum scilicet a numero maiore. Supponimus enim ab omni numero: partem superparticularis denominari posse. Modo dato quocumque numero datur maior.

**Secunda.** ¶ Secunda proprietas patet descriptis a binario (nam ad unitatem nullus numerus sesquialter est: cum unitas partem non habeat) numeris naturali serie sic. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Ternarius ad binarium est sesquialter / 4 ad 3 sesquitercius / 5 ad 4 sesquiquartus / 6 ad 5 sesquiquintus. et ita consequenter proxime sequentem ad suum precedentem comparando: sumuntur omnes superparticularis inequalitatis species et modi.

**Specierum superparticularis proprietates.** ¶ Pro proprietatibus specierum superparticularis describantur naturali serie continue dupli ex proprietatibus specierum multiplicis sumpti: ex illis superponantur continue tripli ut primus triplus primo duplo / et secundus secundo: superpositi ad directe suppositos erunt sesquialteri. ¶ Deinde triplis superpositi quadrupli erunt sesquitercij. ¶ Quadruplis superpositi quincupli erunt sesquiquarti / et quincuplis sescupli: erunt sesquiquinti / sescuplis vero septupli: erunt sesquiseptimi. et ita consequenter. Ut hec ostendit figuralis descriptio.

Sesquiqr.	Quincu.	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	Octupli	sesquiseptimi.
Sesquiter.	Quadru.	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	Septupli	sesquiseptimi.
Sesqual.	Tripli.	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	Sescupli.	sesquiquinti.
	Dupli.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	Quincu.	

S u p e r p a r t i e n t i s p r o p r i e t a t e s

**Omnis superpartiens maiorem supra se superpartientem relinquit. Maior ea est: que a maiore numero suam denominationem sumit.**

**Omnes superpartientes ex continue a quinario imparibus ad numeros continua serie ternario succedentes comparatis surgunt.**

**Specierum superpartientis proprietates**  
**Continue superbipartientes nascentur: si in utrumque terminum primi superbipartientis binarius ducitur / et rursus in terminos producte superbipartientis / et ita quoties in productos terminos ducetur binarius.**

**Continue suptripartientes simili creatione surgent: si in terminos prime suptripartientis ternarius ducitur / et in productos terminos. et ita deinceps. Et superquadrupartientes: si in primos eiusdem inequalitatis terminos duxeris quaternarium. Et idem quoque valuerit: si alium quicumque duxeris numerum.**

et simili creatione reliquas superpartietis specierum formationes elicias.

Multiplicium superparticularium proprietates

- 1 Multiplices superparticulares continue nascuntur ex imparibus suo ordine a quinario collectis / continue numeris a binario succedentibus comparatis.
- 2 Duplisesqualiter continue creantur: si continuis a binario paribus / numeris a quinario sese continue quinario transilietes comparabuntur.
- 3 Duplisesquiterterij itidem orientur: si perpetua serie a ternario surgentibus triplicis / numeris a septenario sese continuo septenario excedentes comparabuntur
- 4 Duplisesquiquarti nascentur: si a quaternario continue quadruplicis / numeris a nouenario sese continue nouenario transilientes coaptabuntur / comparabunturque. et hoc pacto sesquiquinti ex quincuplis et vndenariis / et eque in reliquis perfacilis est inuentio.

Multiplicium superpartientium proprietates

- 1 Dupli superbipartientes nascentur: si octonarius ternario / et continue se octonario transgredientes: continue se ternario excedentibus comparabuntur.
- 2 Dupli supertripartientes certa lege nascuntur: si ab vndenario et se continue eodem numero excedentes / quaternario et se quoque indiscontinua serie iugiter quaternarij summa transilientibus: continue comparabuntur.
- 3 Et dupli superquadrupartientes / a decimoquarto et se eodem transgredientibus et quinario eodemque se excedentibus reperiuntur. Et ita omnium hac industria facilissima est inuentio. Et de triplicis superbipartientibus / supertripartientibus et quibuslibet aliis hac arte facile series colligitur.

- 1 ¶ Pro prima proprietate superpartietis id prænoscere oportet eam maiorem esse superpartientem que a maiore numero denotatur / minorem vero que a minore: id intelligendo de prima denotatione explicante quot partes minoris numeri continentur in maiore. Siquidem secunda denotatio exprimens quot sint ille partes numeri minoris: debet seruari eadem. vt maior est supooctuparties vndecimas que suptripartiens vndecimas: nam hic a minore numero ternario / ille vero a maiore scilicet octonario denotatur: seruata posteriore denotatione vtrimque eadem. Quod si illa euariet: non recte seruat proprietatem. vt supertripartiens vndecimas et superbipartiens ternas: quibus enim prior a maiore numero denotatur: nichilominus tamen non oportet eum maiorem esse superpartietem / quod non ad idem sit comparatio. Aut igitur secunda denominatio supprima aut expressa sit eadem: vt recte maior superparties sumatur. vt superdecuparties est maior quam supersextuparties. Prime itaque proprietatis manifesta est veritas / quia dato quocumque numero contingit dare maiorem: a quo quidem maiore potest denominari superpartiens. At a maiore numero denominatus: est maior / per definitionem. Dato igitur quocumque superpartiente contingit dare maiorem. In quo conuenit superparties cum multiplici. At per analogiam superparticularium superparties alteram habet proprietatem oppositam quod omnis superpartiens minorem habet superpartientem: prima quidem denominatione seruata eadem / et secunda secundum numeri crementum variata. Minor autem superpartiens est cuius partes quotae sunt a maiore numero denominantur. Maior vero cuius partes quotae sunt denominantur a numero minore. Vt maior est superbipartiens ternas quam superbipartiens nonas: quod huius partes quotae sunt a maiore denominantur numero vt potest nouenario / illius vero a minore scilicet ternario. Sane maiores sunt due partes tertie quam eiusdem due none. Et hec proprietas ex eo constat quod dato quocumque numero contingit dare maiorem: a quo supponimus denominari posse partes superpartietis quotae sunt / qui quidem superparties idcirco per definitionem erit minor. Dato igitur quocumque superpartiente dabilis est (seruata prima denominatione) minor. ¶ Secunda proprietas hoc manifestatur exemplo. Describantur naturalis serie numeris a ternario sumpti: quibus subscribantur impares sumpti a quinario. Deinde comparentur superpositi ad directe suppositos: hoc modo.

Prima superpartietis proprietas

Secunda

# Introductio

Supbip.	luptripar.	supquadru.	supquitu.	supfextu.	supleptu.	supoctup.	supernōcup.
5	7	9	11	13	15	17	19
3	4	5	6	7	8	9	10

Prima proprietatis specierum superpartientis.

Secunda

Ex huiusmodi comparatione liquet oēs sumi species et modos inequalitatis superpartientis / vt superbipartientes supertripartientes et ceteris. Siquidē in hac proprietate per oēs superpartientes intelligi debent oēs superpartientis species: sicut in proprietate superparticularis et multiplicis cōsimiliter dictū est. Neinpe 5 ad 3 est superbipartiens / 7 ad 4 supertripartiens / 7 ad 5 superquadrapartiens / 11 ad 6 superquintupartiens / et ita per ordinē p̄grediendo. ¶ Pro specierum superpartientis proprietatibus id cognitu dignū est / primū superbipartientē vocari eū: qui ex minimis huiusce proportionis terminis cōstat. Sic primū supertripartientē qui ex minimis cōstat illius proportionis terminis: hoc est ex minimis primisq; numeris inter quos talis inuenitur proportio. Termini eni hic dicuntur numeri aliquā proportionē cōstituētes. Ita primū superquadrapartientē et cōsequētes species diffiniās. Prime itaq; proprietatis constituaē exēplum. Sumat primus superbipartiens 5 et 3 / in cuius vtrūq; terminū ducat binarius: p̄ducetur 10 et 6. nā bis 5 sunt 10: et bis 3 sunt 6. producti etiā inter se sunt superbipartientes. Rursus multiplicentur 10 et 6 singuli per binariū: p̄ducti 20 et 12 etiā sunt superbipartientes. Deinceps isdem multiplicentur p̄ binariū: p̄ducti 40 et 24 sūt superbipartientes. ¶ Continue supertripartientium pro secunda proprietate exemplū. Ducatur ternarius in vtrūq; terminū prime supertripartientis 7 et 4: p̄uenientq; 21 et 12 qui vt sui p̄genitores sunt supertripartientes. Rursū i p̄ductos supertripartientes ducatur ternarius: p̄ducti 63 et 36 erunt supertripartientes. et ita quantū libet p̄cedatur. Continue superquadrapartientium exemplum. In vtrūq; primi superquadrapartientis terminū scilicet 9 et 5 ducatur quaternarius: p̄uenientq; 36 et 20 / qui et ipsi sunt superquadrapartientes. Rursū in p̄ductos ducat quaternarius / et p̄ueniēt 144 et 80 / qui itidē sunt superquadrapartientes. Et non modo creantur iste species si in vtrūq; primi superpartientis terminū ducatur numerus superius expressus: verū etiam si quilibet alius ducatur. vt si in vtrūq; terminum primi superbipartientis 5 et 3 / ducatur ternarius: p̄ducentur 15 et 9 superbipartientes. Si in eosdem primos ducatur quaternarius: p̄ducentur 20 et 12 superbipartientes. Ita si in vtrūq; primi supertripartientis 7 et 4 terminum ductus fuerit binarius: p̄ducentur 14 et 8 supertripartientes. Et si in ambos primi superquadrapartientis terminos scilicet 9 et 5 ducatur binarius: p̄ducentur 18 et 10 superquadrapartientes. vt hec ostēdit figura.

Supbipartientes		Supertripartientes		Superquadrapartientes	
20	12	63	36	144	80
10	6	21	12	36	20
5	3	7	4	9	5

Et non modo superpartientium species hac multiplicatione inuenias: verū etiā quarūlibet specierum cuiusuis inequalitatis / vt duplos / triplos / sesquialteros / sesquitercios: ducēdo quēuis numerū in terminos minimos illius speciei: adiuuante hac propositione. Si idē numerus duos multiplicet: multiplicatorum et productorum erit eadem proportio. quam Iordanus septimam secundae sue arithmetices demonstrat.

Prima multiplicium superparticularium proprietates.

¶ Pro prima proprietate multiplicium superparticularium / disponantur numeri a binario succedentes / et q; supponantur impares a quinario se consequentes: superpositi suppositis erunt multiplices superparticulares / non quidem qualescunq; sed dupli superparticulares. vt primi: dupli sesquialteri / sequentes: dupli sesquitercij / proximi: dupli sesquiquarti: et ita deinceps. At si quis triplos superparticulares velit p̄create: numeris continue a binario sequentibus superponat numeros a septenario se ternario excedentes. Ad p̄gignendos aut quadruplos continue superparticulares: numeris a binario succedentibus supponantur numeri a nouenario se quaternario excedētes. Sic ad formā dos quicuplos continue superparticulares: numeris a binario continue cōsequētibus supponantur numeri a vndenario se quinario trāsgrediētes: et ita deinceps in aliis. vt sequēs ostendit formula.

Dupli suppar.	5	7	9	11	13	15	11	16	21	26	31	36	Quicu. suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Tripli suppar.	7	10	13	16	19	22	13	19	25	31	37	43	Sescupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
Quadrupli sup.	9	13	17	21	25	29	15	22	29	36	43	50	Septupli suppar.
	2	3	4	5	6	7	2	3	4	5	6	7	
	alte.	ter.	q̄rti	qui.	sex	sep.	alte.	ter.	q̄rti	qui.	sex.	sep.	



2 ¶ Pro sequentibus proprietatibus ad habendos duplos sesquialteros disponantur continue a binario pares: quibus supponantur numeri a quinario se eo numero/quinario inquam excedentes. Pro duplis sesquiterciis; continue a ternario triplis superponantur numeri se septenario excedentes a septenario consequentes. Pro duplis sesquiquartis continue a quaternario quadruplis supponantur numeri a nouenario succedentes: qui se nouenario excedunt. et ita deinceps. Sic pro triplis sesquialteris: continue a binario paribus supponantur numeri a septenario/se eo excedentes. Pro triplis sesquiterciis: continue triplis supponantur a denario numeri se eo excedentes. Pro triplis sesquiquartis; continue quadruplis supponantur numeri se decimotertio excedentes: ab eo consequentes. vt hec figura monstrat

Secunda

Dupli sesqual.	5	10	15	20	25	30	7	14	21	28	35	42	Triplis sesqual.
	2	4	6	8	10	12	2	4	6	8	10	12	
Dupli sesqter.	7	14	21	28	35	42	10	20	30	40	50	60	Triplis sesquiter.
	3	6	9	12	15	18	3	6	9	12	15	18	
Dupli sesquiquar.	9	18	27	36	45	54	13	26	39	52	65	78	Triplis sesquiquar.
	4	8	12	16	20	24	4	8	12	16	20	24	

1 ¶ Pro multiplicium superpartientium proprietatibus: ad habendos duplos superbipartientes describatur a ternario numeri/se ternario excedentes: quibus superscribantur numeri ab octonario/se octo ternario transcidentes: superscripti subscriptis erunt dupli superbipartientes. ¶ Ad duplos supertripartientes sumantur a quaternario numeri se eo transilientes: quibus superponantur ab yndenario numeri se eodem transgredientes. ¶ Ad habendos duplos superquadrupartientes sumantur a quinario numeri se eo transgredientes: quibus superponantur a decimoquarto/se eo transcidentes. Sic ad inuentendos triplos superbipartientes sumantur numeri a ternario se eo excedentes: quibus superponantur sumpti ab yndenario se eodem excedentes. Ad triplos vero supertripartientes cooperiendos sumantur numeri a quaternario se eo transilientes: quibus supercollocentur numeri a decimoquarto se eodem excedentes. Demum ad triplos superquadrupartientes iuestigandos sumantur numeri a quinario/se eo excedentes: et eis supponantur numeri a decimono/se illo pretergredientes. vt hec figura ostendit.

Prima multiplicium superpartientium proprietates

Dupli superbipartientes	8	16	24	32	40	11	22	33	44	55	Triplis superbipartientes
	3	6	9	12	15	3	6	9	12	15	
Dupli supertripartientes	11	22	33	44	55	15	30	45	60	75	Triplis supertripartientes
	4	8	12	16	20	4	8	12	16	20	
Dupli superquadrupartientes	14	28	42	56	70	19	38	57	76	95	Triplis superquadrupartientes.
	5	10	15	20	25	5	10	15	20	25	

Et ita oim artium specierum inequalitatis iumentur continue quotquot libet exempla hac arte et industria: quod sumantur illarum specierum minimi termini/primique in quibus ea reperitur proportio numeri siue radices. Deinde sumantur quotlibet numeri illis terminis se excedentes: adiecto semper primo termino ad numerum vltimo sumptum/et ita disponantur due series numerorum: vna maiorum et se maiore termino excedentium/altera minorum et minore se excedentium termino. maiores numeri ad minores comparati eandem seruabunt proportionem quam primi termini: quod in precedentibus proprietatibus omnibus obseruatum conspicitur.

Numeri plani et solidi proprietates

- 1 Omnis numerus planus in triangulos est resolubilis.
- 2 Omnes figure plane sibi proxime adinuicem comparate / vt tetragonus trigono/ et pentagonus tetragono/ et hoc pacto consequentes: sese triangulo superant.
- 3 Omnis numerus solidus primordium sui tenet pyramidem.

Specierum numerum plani proprietates

- 1 Omnes trigoni surgunt: si disposita naturali numerorum quantitate/ prioribus semper proxime sequens adiciatur.
- 2 Tetragoni sunt omnes qui numeris naturaliter et in longum et in latum duplici serie dispositis / et in seinuicem quolibet in quolibet ductis: angulares reperiuntur. Angulares dicuntur qui sursum a monade diametrali serie ad angulum

- e regione oppositum complent.
- Omnes tetragoni ex naturali serie ordinatis imparibus in vnam summam coar- 3  
ceruatis/collectisq; nascuntur.
- Ois tetragonus ex duobus proximis quibusq; trigonis exurgit copositus. 4
- Tetragoni: sumptis quaruncq; ab vnitae continue similitudinum nume 5  
ris: locis imparibus vno semper in medio intermissio sumuntur.
- Omnes tetragoni vna medietate iunguntur. 6
- Si tetragonus tetragonum multiplicet: tetragonus prouenit. 7
- Si vero tetragonus altera parte longiore: nunq; proueniet tetragonus. 8
- Pentagoni surgunt ex numeris naturali serie ab vnitae sequentibus: duo- 9  
rum continuo post pentagonum facta intermissioe/vna cu; priore vel prio-  
ribus pentagonis collectis.
- Omnis pentagonus ex toto tetragono et proxime minori trigono coponit 10
- Hexagoni hoc pacto tribus in medio dimissis generantur. 11
- Omnis hexagonus ex pentagono et proxime pcedenti trigono constituitur. 12
- Heptagoni quatuor in medio hoc pacto dimissis numeris generantur. 13
- Omnis heptagonus ex hexagono et proxime inferiori trigono constituitur. In 14  
creatione huius figure duo trigoni pxime minores debet eminus constitui.
- Octogoni: quinque gignuntur intermissis. 15
- Omnis octogonus ex heptagono et proximo sub se trigono surgit compo- 16  
tus. Et hoc pacto de ennagonis/decagonis/endecagonis/ dodecagonis co-  
tinue vno plura intermittendo sentiendum est. et ex proximis minoribus fi-  
guris et trigonis proxime sub illis minoribus instar aliorum constituunt.  
Quo fit vt omnes figure ex trigonis consurgere et in eosde; resoluere facillime  
deprehendantur: quod cum ad pythagoricam tu ad nonnullorum pla-  
tonicorum intelligentiam nonnichil presidii affert et momenti.

Prima pro-  
prietatu nu-  
meri plani  
et solidi.

¶ Pro prima numeri plani/solidiq; proprietate: cu; copositio sit natura resolutione prior/prius ostendendum est qd ois numerus planus ex trigonis coponitur. Siquidem tetragonus ex duobus nascitur trigonis: scilicet toto et eiusdem ordinis maiore et proxime minore sui iunctis. vt 4 secundus tetragonus constituitur ex 3 secundo trigono et vnitae primo trigono. Et 9 tertius tetragonus ex 6 tertio trigono et 3 secundo trigono. Sic 16 quartus tetragonus ex 10 quarto trigono et 6 tertio trigono. Pentagonus autem nascitur ex toto et eiusdem ordinis tetragono et proxime inferiore trigono. vt 5 secundus pentagonus (nam vnitae oim numeri plani specierum est prima) nascitur ex 4 secundo tetragono et vnitae primo trigono. Et 12 tertius pentagonus nascitur ex 9 tertio tetragono et 3 secundo trigono. Hexagonus vero ois gignitur ex toto et eiusdem ordinis pentagono et proxime minore trigono. vt 6 secundus hexagonus nascitur ex 5 secundo pentagono et vnitae primo trigono. Et 15 tertius hexagonus nascitur ex 12 tertio pentagono et ternario secundo trigono. Et generati ois numerus plani gignitur ex toto plano proxime pcedente et inferiore trigono. Contra vero ois numerus planus resoluendus est in alios planos: ex quibus immediate coponitur. Deinde consequenter alii in planos minores ex quibus coponuntur: quousque resoluendo ad duos trigonos pueniatur vbi resolutionis est status. vt 15 tertius hexagonus resoluatur in pentagonum 12 et trigonum 3 ex quibus coponitur. Deinde 12 pentagonus vltimus resoluatur in tetragonum 9 et trigonum 3. Denique tetragonus 9 resoluatur in trigonos 6 et 3 ex quibus copositus fuerat. Sic 22 quartus pentagonus resoluatur in 16 tetragonum et trigonum 6. Vltimus tetragonus 16 resoluatur in trigonos 10 et 6 ex quibus coponitur: et ibi resolutionis status est. sicut cum ambe premissa assumpse principia sunt: ibi resolutionis conclusio in principia status est/ quod ad immediata tantum puenit fuerit/ et sicut in vnitae est diuisionis et resolutionis numerorum status: et in equalitate status resolutionis inequalitatis. Ita 25 quintus tetragonus resoluatur in duos trigonos 15 et 10

ex quibus componitur. Quare manifestū est trigonū omnium numerorū planorū esse principium et originem: vt vnitas numerorum secundum se/et equalitas in equalitatum est exordium. quod et in magnitudine pulchra respondentia compositionis et resolutionis inuenitur.

	Tri-	Tetra-	Penta-	Hexa-
2	goni	goni	goni	goni
6	21	36	51	66
5	15	25	35	45
4	10	16	22	28
3	6	9	12	15
2	3	4	5	6
1	1			

¶ Pro secunda proprietate id noscere oportet numeros planos sibi proximos esse: qui a proximis numeris denominantur. vt tetragonus et trigonus. hic enim a tribus/ ille vero a quatuor denominatur. At 3 et 4 numeri sunt immediati. Sic pentagonus et tetragonus sunt numeri plani proximi: ita hexagonus et pentagonus. De qualibus solum secunda proprietas intelligitur: non quidem omnibus sed iis solum qui eiusdem sunt ordinis vt secundū aut tertij aut quarti. Nempe secundus tetrago-

Secunda

nus 4: secundum trigonum 3: trigono scilicet vnitate superat. Et tertius tetragonus 9 / tertium trigonum 6 triangulo 3 superat. Ita quartus tetragonus 16: quartum trigonū 10 triangulo 6 excedit. Similiter pentagonus secundus 5: secundum tetragonum 4 superat triangulo vnitate. Et tertius pentagonus 12 tertium tetragonum 9 itidem triangulo 3 transcendit. Deniq; secundus hexagonus 6 / secundum pentagonum 5 / triangulo scilicet vnitate excedit. Et tertius hexagonus 15 / tertium pentagonum 12 superat trigono / scilicet ternario. vt superior ostendit formula.

¶ Tertia proprietas est qd omnis numerus solidus citra pyramidem: habet pyramidem sui principium. Nam solidorum numerorum pyramis est prima et principium: sicut trigonus planorum. Et quemadmodum ceteri plani ex trigonis componuntur et in eosdem resoluuntur: ita et ceteri solidi ex pyramidibus constituuntur et in eas rediguntur. Id tamen in solidis q̄ planis obscuri<sup>9</sup> est nec vsq; adeo clare elucet.

Tertia

¶ Prima proprietas specierum numeri plani patet. vt disposita naturali numerorū serie hoc modo 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Vnitas primus est et indiuiduus trigonus. Qua binario adiuncta: fit secundus trigonus vtpote ternarius. Deinde 1. 2. 3. simul collecti: tertium constituunt trigonum scilicet senarium. Rursum 1. 2. 3. 4. simul adiecti: quartum componunt trigonum videlicet denariū. Quibus si adiiciatur 5 proxime sequens numerus: nascitur 15 trigonus. nempe 1. 2. 3. 4. 5. componant 15. Deniq; illis prioribus numeris adiecto proxime sequente numero qui est 6: confurgit 21 etiam trigonus. Nam 1. 2. 3. 4. 5. 6. conflant 21. et ita deinceps. Et in huiusmodi trigonorū productione numerus aggregatorum maximus est ipsius trigoni latus: quotusq; est ille numerus ab vnitate: totus est talis trigonus in numerorum trigonalium serie. vt 3. trigonus nascitur ex vnitate et binario simul collectis: et binarius aggregatorum maior est dati trigoni latus. vtq; binarius est secundus ab vnitate: ita dictus trigonus est in trigonorum ordine secundus. Similiter 6 trigonus producitur ex 1. 2. 3. simul iunctis: et 3 aggregatorū maximus est ipsius trigoni latus. vtq; ternarius est ab vnitate tertius: ita senarius est tertius trigonus. Quare omnis trigonus suo ordine totus est: quot vnitates suum latus continet. Trigonorum autem / ex numerorum naturaliter dispositōrū semper ab vnitate incepta collectione productio: sequenti descriptione clarius dilucet.

prima proprietas specierū numeri plani

Numeri naturali serie dispositi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trigoni ex numerorū collectione continua producti.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55

¶ Pro secunda proprietate / figuranda est mensula pythagore: vt in prima multiplicis proprietate constituta est / hoc pacto.

Secunda

1.	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100.

Hic numeri sunt naturaliter duplici serie dispositi ab vnitate ad denariū vsq;: priore quidē serie a sinistro i dextrū porrecta / altera vero a sursum in deorsū: et quilibet vni<sup>9</sup> seriei in quēlibet alteri<sup>9</sup> sūt ducti. Inde pducti sūt nouē sequentes limites qsq; eo limite posit<sup>9</sup> quo su<sup>9</sup> pgeitor & illo se cōtinue excedēs vt q ex ductu binarij in quēuis nūerū

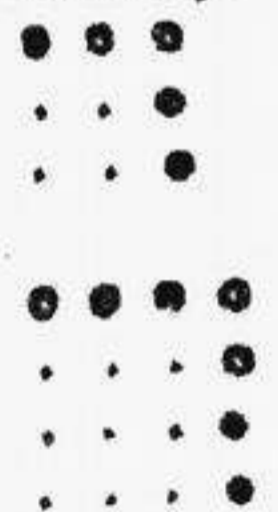
## Introductio

alterius seriei producantur: ponuntur in eodem limite quo binarius in fronte collocat / et omnes se binario superat. Et qui ex ductu ternarij in quolibet alterius prime seriei numeru infra denariu: eo de (quo ternarij primo loco ponit) i limite consequenter disponunt / seq; continue ternario superat. Et ita de alijs. Itaq; oes qui in hac numeroru dispositioe iueniunt angulares: hoc est qui ab vnitate posita in primo angulo ad angulu directe oppositu quo signat<sup>9</sup> est 100 / diametru numerali coplent: quiq; in ea iueniunt semita / qua ab vnitate ad 100 directa et nusq; se deflectes fieret pgressio: et p quos trāsiret linea que ab angulo vnitatis ad angulu centenarii cōtrapositu ptraheret: sūt tetragoni et soli illi. Et sūt. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. adiecto quidē ad latus pūcto notati: quo ab alijs facile secernant. Ex hac aut pprietate Pythagorici ostendūt quadratos virtutis ppemodū esse emulos: q; ab vnitate numeroru oim fōte sumetes exordiū neq; ad dextrū neq; ad sinistrū sese deflectūt vt circūpoliti altera parte lōgiores: sed mediā viā / rectitudinēq; diametralē tenentes in vnitate centenariā decūbūt. a qua rursū eadē viā ascēdēdo in primā / indiuiduāq; vnitatē reuocātur. Que sane series via vite nōnūq; appellari solet: q; per virtutes (cui quadrati etiā assimulant: q; equalibus sūt cōtenti lateribus / vt virtus ois in mediocritate / equalitateq; consistit. Altera autem parte longiores vnū habent latus abūdantiū / alterū vero cōtractiū haud aliter q; vicia in exuperatione / defectioneue consistūt) neq; vltra certos prudētie fines neq; citra pgrēdiēdo ad sūmā vnitatem rerū omniū parentē virtutūq; pulcherrimū exemplar tādem peruenitur. Hinc Aristoteles primo ethicorū felicē vocat quadratū sine vituperatione.

Tertia

¶ Tertia pprietatis exemplū. vt ordinatis numerali serie imparibus hoc modo 1. 3. 5. 7. 9. 11. cō 3 numerata quidem vnitate que primus est quadratus et cuiuslibet harū aggregationū principiū / colligantur simul 1. 3. nascitur secūdus tetragonus scilicet 4. Deinde aggregentur 1. 3. 5: fit tertius quadratus vtpote 9. Rursū coaceruent in vnū 1. 3. 5. 7: cōstituit iterū quadratus qui est 16. Collectis vero 1. 3. 5. 7. 9: cōponitur alius quadratus qui est 25. Deniq; accipiant simul 1. 3. 5. 7. 9. 11: cō surgit alius quadratus scilicet 36. Et ita quantūlibet pcedendo. Vnusquisq; aut quadratus in ordine quadratorū totus est: quotū est suū latus ab vnitate. vt quaternarius est secūdus quadratus: quia binarius eius lat<sup>9</sup> est secūdus ab vnitate. Et 9. tertius est quadratus: quia 3 eius latus est tertius ab vnitate. Et hec pprietas exemplari descriptione ita declaratur.

Quadrat<sup>9</sup> partialis 4  
Gnomos 5  
Totus quadratus: 9



Numeri impares coaceruati	1   3   5   7   9   11   13   15   17   19	Et ex hac proprietate manifestū est qd philosophus ex Pythagora adducit in tertio phyllicorum: q; quadratis adiuncti impares non mutant numeri specie / sed semper quadratos relinquunt. hinc Pythagoras numeros impares vocabat gnomonas quadratorū: q; instar geometrici gnomonis / numeri impares quadratis circūpositi maiores quadratos constituūt. vt si 4 quadrato circūponatur impar scilicet quinquarius per vnitates descriptus: fit proximus quadratus 9. Cui per suas vnitates explicato si circūponatur septenarius (qui est impar proxime sequens) per suas vnitates itidē explicatus: fit proxime sequens quadratus 16. Cui circūponendo sequentem numerū imparem scilicet 9 / et vtrūq; suis vnitatibus describendo: fit sequens quadratus 25. Et ita in alijs circūponēdo semper cuilibet quadrato numerū imparem proxime sequentem maximū impariū aggregatorū / ex quibus datus quadratus componitur.
Quadrati ex eis geniti	4   9   16   25   36   49   64   81   100	

¶ Quarta pprietas patet hac formule descriptione.

Quadrat<sup>9</sup> partialis: 9  
Gnomos: 7  
Quadrat<sup>9</sup> totalis: 16

Trigoni sua serie dispositi	1   3   6   10   15   21   28   36   45	Nam duo trigoni 1. 3. simul iuncti constituunt tetragonū 4. Et duo proximi 3. 6. simul iuncti cōponunt tetragonum 9. Deniq; duo sibi proximi 6. 10 simul sumpti efficiunt tetragonū 16. Et ita de ceteris sumendo posteriorem trigonorum prius sumptorū pro priore posterius sumēdorū: vt cum primo sumpti sūt trigoni 1. 3: secūdo sumēdi sūt 3. 6. vt trigonus 3 sit secūdus priorū et prior posteriorū. Alioquin nō oēs tetragoni consurgerent cōpositi: etsi duos quoscunq; proximos trigonos aggregādo fiat tetragonus. Exēpli causa si post trigonos 1. 3 primo sumptos: sumantur duo proximi trigoni qui sūt 6. 10 non communicantes altero termino cum prioribus trigonis / cōstituunt quidem tetragonum 16: sed non proximum tetragono 4 constituto ex trigonis primo sūptis: cum medius sit tetragonus 9. qui discontinue trigonos sumendo non perpēderetur hoc modo cōponi. Et nō est hec proprietate sicut nec precedens intelligenda de primo tetragono scilicet vnitate: nam is indiuiduus est et compositionem ex multitudine refugiens / sed de ceteris tetragonis post vnitatē sūptis. Eadē ratioe prima harū pprietatū que est de trigonorū pcreatioe: de trigonis diuiduis solū et post vnitatē sūptis accipiēda est. nā tales / multitudinis cōpositionē sortiunt.
Tetragoni ex duobus pximis trigonis compositi	4   9   16   25   36   49   64   81	

5 ¶ Pro quita proprietate id prenotādū est: q̄ numeri cōtinue similitū habitudinū sūt numeri cōsiliis/ Quinta.  
 eiusdēq̄ p̄portiōis cōtinue siue cōiūctē. vt numeri cōtinue dupli/ aut continue tripli/ aut continue  
 quadrupli. Et quarūcūq̄ sint habitudinū siue cuiuscūq̄ p̄portiōis in genere multipliciū: nichil  
 refert. Quod postremū eo adiectū est: nā in habitudine superparticulari aut suppartiente hec pro  
 prietas locū nō habet (quīs i ea inueniant cōtinue proportionales. vt 8/12/18/27/ cōtinue sesqual  
 teri) cū neutra earū ab vnitatē sumat. Nullus enī numerus ad vnitatē aut superparticularis est aut  
 superpartiens. Pro hac autē proprietate numeri similes habitudinis debent sumi ab vnitatē: vt ea  
 primo cōnumere/ cōstitua/ loco. Quod hac formula fiet manifestum.

Locī numerorū.	1	2	3	4	5	6	7
Numeri continue dupli.	1.	2	4	8	16.	32	64.
Numeri continue tripli.	1.	3	9.	27	81.	243	729.
Numeri cōtinue quadrupli.	1.	4	16.	64	256.	1024	4096.

¶ Numeri constituti in locis imparibus vtpote primo/ tertio/ quinto/ septimo/ vnoq̄ intermisso

ic3 eo qui est in loco pari: vt secundo/ quarto/ sexto/ octauo: sunt tetragoni. vt cōtinue duplorū pri  
 mus sc3 vnitas est tetragon⁹. Deinde intermisso secundo/ tertius sc3 4 itidē est tetragonus. Postea  
 intermisso quarto: quintus sc3 16 etiā tetragonus est. Demū intermisso sexto: septimus sc3 64 ite  
 rū est quadratus. Et ita in continue triplis et quadruplis: in quibus/ quadratis apponitur punctus  
 pro nota discriminis. Non est tñ intelligendū numeros in locis paribus positos qui intermittunt  
 idcirco non esse quadratos. nā hec regula cū exclusionē non intelligit: cū accidat interdū eos qui  
 paribus constituunt locis esse tetragonos: vt in serie quadruplorū secundus et quartus/ interdum  
 vero eos nō esse: vt in ceteris. ¶ Sexta proprietate est oēs tetragonos iungi vna medietate sc3 geo  
 metrica continua: hoc est inter duos quoslibet quadratos inueniri mediū numerū proportionalē/  
 qui eā habeat proportionē ad maiorē quadratū: sicut minor quadratus ad ipsū mediū Et is inue  
 niē ducēdo latus vnus sumptorū quadratorū in latus alterius. Nepe is numerus qui ex eo ductu  
 produci: est inter datos quadratos medius p̄portionalis. vt patet in hac descriptione.

Sexta

Proportiones.	Laterā minorū q̄d.	Minores quadrati.	Medij p̄portio.	Maiores quadrati.	Laterā maiorū q̄d.
Continue sesquialteri.	2	4	6	9	3
Continue dupli.	2	4	8	16	4
Continue dupli sesquialteri.	2	4	10	25	5
Continue sesquitercij	3	9	12	16	4
Cōtinue supbipartiētes tertias	3	9	15	25	5

¶ In primo enī limite inter 4 et 9 duos tetragonos est numerus 6 medius proportionalis produ  
 ctus ex ductu 2 in 3/ lateris vnus in latus alterius. Et in secundo inter 4 et 16 quadratos est 8 me  
 dius proportionalis in habitudine dupla: consurgens ex ductu 2 in 4 lateris vnus in latus alte  
 rius. Et in tertio limite inter 4 et 25 duos quadratos est 10 numerus medius proportionalis in ha  
 bitudine dupla sesquialtera: proueniens ex ductu 2 in 5 lateris minoris quadrati in latus maioris.

7 Et ita de alijs. ¶ Septima et octaua proprietate patent in huius formule subiecte figuratione

Septima

Multiplicās tetragonus.	Multiplicat⁹ tetragonus.	Productus tetragon⁹.	Multiplicās quadratus.	Multiplicat⁹ al. par. lon.	Productus nō q̄dratus
4	9	36	4	6	24
4	16	64	4	12	48
4	25	100	4	20	80

¶ Sane in primo limite ad sinistrā 4 multiplicans 9/ quadratus quadratū: producit quadratū 36.  
 In secundo 4 tetragonus multiplicans 16 tetragonū: producit 64 etiā tetragonū. Et ita i tertio.

8 ¶ At vero in primo limite ad dextram tetragonus 4 multiplicans altera parte longiorem 6: pro  
 ducit 24 numerū non quadratū. Et in secundo tetragonus idem/ multiplicans altera parte lōgio  
 rem 12: producit 48 qui non est tetragonus. Et ita de tertio limite sentiendum est.

Octaua

9 ¶ Nona proprietate declaratur supposita hac formula.

Nona

Numeri naturaliter dispositi.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nūeri duob⁹ intermissis pueniētes	1			4			7			10			13			16
Pentagoni ex his nati.				5			12			22			35			51

## Introductio

¶ In primo limite ponuntur numeri naturali serie ordinati. In secundo notantur numeri duobus intermissis se consequentes et se ternario exuperantes. In tertio vero signantur pentagoni ex numeris secundi limitis simul collectis consurgentes. Nam 1 et 4 iuncti: faciunt quinarium secundum pentagonum. Ita 1/4/7/vna sumpti, constituunt 12 tertium pentagonum. Similiter 1/4/7/10/pariter accepti: conficiunt 22 quartum pentagonum/et ita de ceteris: semper ab vnitae vt principio collectionem incipiendo.

Decima ¶ Decima proprietas patet. Nā 5 secundus pentagonus componitur ex 4 secundo tetragono et vnitae primo trigono. Qui sane proxime minor appellat: q̄ a numero proxime minore illi a qua pentagonus et tetragonus datus dicunt: denoiatur. Nam dictus pentagonus et tetragonus dicitur secundus a binario. Datus autem trigonus sc̄3 vnitae dicitur primus/ab vnitae q̄ denominatione sortitur. Vnitae autē est proxime minor binario: quod ex secunda proprietate numeri plani et solidi clarius constat: ex qua presens et consimiles que sequuntur proprietates manifestiores sunt. Ita 12 tertius pentagonus cōstituitur ex 9 tertio tetragono et 3 secundo trigono. Deniq̄ 22 quartus pentagonus cōsurgit ex 16 quarto tetragono et 6 tertio trigono. Et ita i quibuslibet alijs reperias. Et hec modū figurandi pentagoni aperit: q̄ recte describit si toti/eiusdēq̄ ordi tetragono proxime minor trigonus supponat. vt si quaternario supponatur vnitae/secundo tetragono prim⁹ trigon⁹: figurat quinarium secundus pentagonus. ¶ Undecima proprietas hac descriptione ostendit. 11

Numerorum series.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Trib⁹ intermissis sumpti nūeri.	1				5				9				13				17
Hexagoni.					6				15				28				45

¶ Primus quidem limes continet numeros naturali serie ordinatos. Secundus numeros ab vnitae tribus intermissis sumptos/et se quaternario transfiliētes. Tertius: hexagonos ex numerorū secūdi limitis collectione resultātes. Nam 1. et 5 simul vniti faciunt 6 secundū hexagonum. Ita 1. 5. 9/vna sumpti reddūt 15 tertium hexagonū. Sic 1/5/9/13/pariter accepti: efficiunt 28 quartū hexagonū.

Duodecima ¶ Duodecima proprietas patet. Nā 6 secundus hexagonus cōstituitur ex 5 secundo pentagono et vnitae primo trigono: qui p̄ diffinitionē est proxime minor. Et 15 tertius hexagonus cōstat ex 12 tertio pentagono et 3 secundo trigono pxime p̄cedente. Ita 28 quartus hexagonus fit ex 22 quarto pentagono et 6 tertio trigono. Et ex hac ppriete sumitur mod⁹ describēdi hexagonū: q̄ recte figurat si toto pentagono descripto pxime minor trigon⁹ adiciat p̄ suas vnitates explicat⁹. vt si 5 secundo pentagono suis vnitatib⁹ descripto addat vnitae primus trigon⁹: descript⁹ est 6 secūdu⁹ hexagonus. Et ita in alijs. ¶ Decimatertia proprietas hac formula oculis subiecta ostendit. 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
1					6					11					16					21
					7					18					34					55

¶ Horum trium limitum primus naturalem numerorum seriē continet. Secūdu⁹ numeros/ quatuor ab vnitae in medio dimissis/sumptos et abinuicem quinario distantes. Tertius vero heptagonos ex numerorum secūdi limitis aggregatione progenitos habet. Nam si 1 et 6 simul iungantur fit 7 secundus heptagonus. Si 1/6/11/coniungantur: constituitur 18 tertius heptagonus. Ita si 1/6/11. 16: in vnā summam coaceruentur: fit 34 quartus heptagonus.

Decimaquarta ¶ Decimaquarta proprietas facile manifestatur. Nam 7 secundus heptagonus componitur ex 6 secundo hexagono et vnitae primo trigono. Et 18 tertius heptagonus constat ex 15 tertio hexagono et 3 secundo trigono. Sic 34 quartus heptagonus conficitur ex 28 quarto hexagono et senario tertio trigono. Et docet hic modum describēdi heptagonū per suas vnitates: in cuius figuratione vt inquit littera duo trianguli proxime minores q̄ figurandus heptagonus/et adinuicem equales: debent eadē in parte aut inferiori aut superiori/eminus et paulum distanter constitui/sc̄3 vnus triangulus in hexagono vltra totū pentagonū cōtentus et eius pars: et alter ei equalis. Vt si quis velit figurare 7 secundum heptagonum: primo describat 6 secundum hexagonum: deinde eius triagulo sc̄3 vnitati adiciat modico interiecto spacio alterum triangulum sc̄3 vnitatē: descriptus erit heptagonus: in quo duo trigoni quorum vterq̄ est primus sc̄3 due vnitates eminus sūt constituti. Ita in figuratione tertij heptagoni sc̄3 18 duo trigoni (quorum vterq̄ est secundus et ergo proxime minor) sc̄3 duo ternarij: eminus constituuntur/vnus quidē contentus in 15 tertio hexagono: et alter ei adiectus. ¶ Decimaquinta proprietas hac figura patentior euadit. 15

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1						7						13						19
						8						21						40

Formatorū limitū primus (vt in ceteris) naturalē numerorū seriem habet. secundus vero numeros quinque in medio relictis ab vnitāte sumptos et senario se transgredientes continet. Ex quibus adiuicem subinde collectis prodeunt gignuntque octogoni tertio limite descripti. Nam ex 1 et 7 vnitatis fit 8 secundus octogonus. Ex 1/7/13 vna cōiunctis fit 21 tertius octogonus. Ita ex 1/7/13/19 pariter sumptis conflāt 40 quartus octogonus. Et ita de ceteris naturalē numerorum seriem longius protrahendo. ¶ Decimasexta proprietas patet. Nam 8 secundus octogonus constat ex 7 secundo heptagono et vnitāte primo trigono. Et 21 tertius octogonus constituitur ex 18 tertio heptagono et 3 secundo trigono. Ita 40 quartus octogonus ex 34 quarto heptagono et 6 tertio trigono consurgit. Et ex hac manifestum est quomodo debeat formari octogonus. Nam ad eius descriptionē toti et eiusdem ordinis heptagono suis vnitatibus expresso addendus est proxime minor trigonus. Vt ad describendū 8 secundū octogonū: debet 7 secundo heptagono explicato superaddi vnitātas primus trigonus. Et hoc modo de ceteris numeris planis assignari possēt due proprietates. Vna: quod gignunt ex numeris continue vno plura intermittēdo ex naturali numerorum serie collectis et in vnū cōpactis. Vt ennagoni: sex numeris in medio duorū proxime colligendorū dimissis. Decagoni: septē intermissis. Endecagoni: octo et Dodecagoni nouē. Nēpe trigoni planorū primi ex numeris serie naturali dispositis et pariter adiectis nullo intermisso gignunt. Tetragoni ex eisdem sed vno intermisso scilicet pari. Pentagoni fiūt eodem modo: duobus intermissis. Hexagoni tribus heptagoni: quatuor. Et ita continue procedēdo: vno plures numeri sunt in medio relinquēdi. Altera proprietas est quod ceteri plani fiunt ex proximis minoribus numeris planis eiusdem ordinis et trigonis proxime minoris ordinis. Vt ennagoni ex totis octogonis et proxime inferioribus trigonis. Decagoni ex totis ennagonis et cōtinue precedentibus ordine trigonis. Endecagoni ex totis decagonis et antecedentibus trigonis. Dodecagoni vero ex totis endecagonis et proximis sub se trigonis. Ex quibus quidem proprietatibus perspicuum est quod prima numeri plani et solidi proprietate predictum est: oēm scilicet numerū planū (qui per analogiam in littera/figura dicitur) vltra trigonū: ex trigonis cōponi et in trigonos resolui. Et trigonū (vt inquit diuus Senerinus Boetius) omniū formarū/numerorūque planorum principium ac elemētum esse: quod planorum primus ceterorū oīm summas efficiat: ipsorūque procreationibus misceatur.

Decimasexta

Boetius

Altera parte longioris proprietates.

- 1 Altera parte longiores ex dispositis naturaliter paribus adiuicem coaceruat: perinde ac quadrati ex imparibus procreant omnes.
- 2 Omnis altera parte longior procreabit: si naturaliter ordinati pares in naturaliter dispositis imparibus singulatim ducantur.
- 3 Omnes longilateri/alteraque parte longiores circūstant angulares quadratos: duabus naturaliter numerorū seriebus secundū longum latumque dispositis et in seiuicem ductis.
- 4 Singuli altera parte longiores naturaliter dispositi/singulis quadratis itidem dispositis cōparati: oēm numerorū partē gignūt et procreant.
- 5 Singuli altera parte longiores naturaliter siti/singulis tetragonis a secundo naturaliter ordinatis cōparati: similiter oēs restituent superparticulares.
- 6 Altera parte longiores differentiis paribus/perinde ac quadrati imparibus diiunguntur.
- 7 Altera parte longiores cōtinue in proximorū quadratorū medio collocati: eandem proportionis habitudinē seruant. iterūque a dupla proportione in oēm superparticulariū speciē se porrigunt atque diffundunt.
- 8 Omnis altera parte longior bis sumptus cum duobus altrinsecis quadratis

## Introductio

coaceruatus: quadratū efficit.

Proximi quicq; altera parte longiores cum duplo mediij quadrati / itidem tetra-  
gonum efficiunt.

Parte altera longiores duplati / suis duobus altrinsecis quadratis aggregati: 10  
quadratos reddunt sed quos aliquis impar numeret.

Proximi altera parte longiores cum duplo mediij quadrati / itidem quadratos 11  
sed quos numerus par numeret: efficiunt.

Altera parte longiores naturaliter ordinati: singuli singulis naturalē seriē seruā 12  
tibus quadratis copulati: cōtinua serie triangulares numeros cōstituunt.

Omnes altera parte longiores: continuo ex quadratis vno detracto latere na= 13  
scuntur.

Altera parte longiores cōtinue alternatim quadratis interiecti: ad quadratos 14  
habitudinū similitudinē: non autem differentiarum seruant. Contra vero  
intercepti quadrati ad altera parte longiores relati / continue differentiarum  
equalitatē: non autē proportionū retinent / obseruantq; similitudinē.

Alternati constitutis altera parte longioribus atq; quadratis: a binario differē 15  
tie duplant / et adinuicē eandē que et totorū est inter se: seruant habitudinē.

Py ra mi dis pro pri e ta tes.

Omnis pyramis ex aliqua numerorū multangula figura: cui omēs cōgenae / si  
milesq; figure superponant: confurgit.

Cuiuslibet pyramidis basis est multāgolorū numerorū in pyramidis structu-  
ram aptatorum maximus.

Pyramis trigona ex continue trigonis ad vnitatē vsq; supra seinuicem erectis 3  
gignitur.

Et tetragona ex tetragonis / et pentagona ex pentagonis / hexagona ex he- 4  
xagonis hoc pacto supra seinuicē erectis: et ita deinceps.

Cu bi pro pri e ta tes.

Cubi producentur omēs: si dispositis naturaliter post vnitatē imparibus duo  
primi cōiungantur. post quos alij tres. post quos quatuor. et hoc pacto cō-  
sequenter.

Numeri cubi duabus eiusdem proportionis medietatibus iunguntur. 2

Si cubus cubum multiplicet: cubi forma conficitur. 3

Si cubus altera parte longiorē numeret: nunq; nascetur cubus. 4

Prima altera parte longiorum proprietates hac descriptione manifestatur.

Numeri continue pares.	2	4	6	8	10	12	14	16
Altera parte longiores.		6	12	20	30	42	56	72

In superiore quidem limite ponuntur numeri pares naturaliter dispositi ex quibus adinuicem col-  
lectis (semper collectionem a binario altera parte longiorum principio / inchoando / sicut in qua-  
dratorum ex imparibus procreatione semp ab vnitare in cōtinue sequentes cepit collectio: vt pro-  
ximē precedentū proprietatum tertia ostendit) fiunt altera parte longiores. Nam 2 et 4 collecti  
reddunt 6 / altera parte longiorem. Ita 2. 4. 6. conficiunt 12. sic 2. 4. 6. 8. simul iumpti cōponunt  
20. Et ita de ceteris. Et intelligitur preiens proprietates de altera parte longioribus vltra binarium  
sumptis. Nā quis binarius sit altera parte longior (habet eni per suas vnitates descriptus longitu-  
dine latitudini sola vnitare discrepantē) tñ nō procreat ex paribus simul collectis: cum primus sit

a b  
● ●  
a ●  
b ○



numerosū/itidem et primus pariū. At quia numeri pares sunt numeri potētie et materiales ppter eorū diuisibilitatē:qua materie sunt affines se cū dīmissione semp diuisibilem prestanti. Et numeri altera parte lōgiores ex paribus adinuicē cōpactis gignant vt dicit hec proprietas:hinc per numeros altera parte longiores designant apud Pythagoricos res sensibiles atq; naturales que plus habent potētie et minus actus/suntq; diuisiōni prorsus obnoxie. Contra vero numeri impares sunt numeri formales et actuales:magisq; supramūdanorū naturā ob indiuisibilitatē in duo equalia referunt/q; ipsa supramūdana ad indiuiduā simplicitatē propius accedant. Et numeri quadrati ex imparibus ex vnitāte naturali serie collectis gignant vt specierū numeri plani tertia proprietas ostendit:hanc ob rem per quadratos designari solent res supramūdane/minus potētie et multum actus habentes. Et propter eam causā Pythagoras vnitatem/numerū imparem et quadratū in coordinatione serieq; positiuorum posuit:q; per ea de supramundanis philosophādū putarit. Multa autem/numerum parem et altera parte longiorem in coordinatione priuatiuorū:q; ea res

Secunda

2 **¶** Secunda proprietas hac descriptione fiet apertior.

Numeri pares naturaliter ordinati.	2	4	6	8	10	12					
Numeri impares naturaliter dispositi.	3	5	7	9	11	13					
Altera parte longiores.	6	12	20	30	42	56	72	90	110	132	156

**¶** Hic altera parte longiores tertio limite inferius signati fiunt ex ductu parium in proximos impares/itidem et impariū in proximos pares:Nā ex ductu 2 in 3 nascitur 6/altera parte longior. Et ex ductu 3 in 4 produciē 12. Ita ex ductu 4 in 5 prouenit 20/itidem altera parte lōgior. Et ita cōsequenter proxime minor in proxime maiorē numerū ducať:et proueniet semp altera parte longior, cū duo proximi numeri sola vnitāte distēt: quorum vnus longitudinē altera parte longioris signat/alter latitudinē. Et nō debet solū numerus par in hac formula superscriptus duci in numerū imparē sibi directe suppositū:nam sic nō oēs altera parte longiores nascerent. Si enī primū 2 in 3 ducať/proueniatq; sex:et protinus 4 in 5/proueniatq; 20:non procreat 12 altera parte longior intermedius ex huiusmodi ductu. Sed primo suprapositus par in suppositū imparem/deinde suppositus impar i proximū parem suprapositū. Tertio par suprapositus in imparē suppositū ducať/et ita consequenter. vt numerus qui in priore ductu fuit multiplicatus:in proxime sequēte sit multiplicans/participentq; prior et sequens multiplicatio eodē termino.

3 **¶** Tertia proprietas patet supposita mensula pythagore in secunda proprietate specierū numeri plani descripta:ex qua videre promptū est binariū duobus vnitatis lateribus circūponi/inferiori sc3 secundū longitudinē:et sinistro secundū latitudinē. secundū quadratū 4 circumstant altera parte longiores 2 et 6:2 quidē parte superiori/et 6 parte inferiori. Et hec circumpositio:secundū longitudinē que est de sursum in deorsum attendit. Idem altera parte longiores eundē quadratū circumstant secundū latitudinē:que de sinistro in dextrū porrigit. nam binarius parte ipsius sinistra ponitur et senarius latere dextero. Nempe idem numeri altera parte longiores circumstant quadratos secundū longitudinē et latitudinē. Quo fit vt quadratus omnis preter duos extremos in angulis oppositis sitos:quatuor altera parte longioribus(et si coincidentibus)intercipiantur/qui sunt ipsi quadrato laterales:et quatuor latera/superius/inferius/sinistrū/dextrū/ quibus inscribitur quadratus stipant. Ita 9 tertiu quadratū circumstant altera parte longiores 6 et 12. Quartum quadratū 16 circumstant 12 et 20/altera parte longiores:et ita de alijs. Decimus autē quadratus 100/solū vnū habet altera parte longiorē circūpositū sc3 90:cū alijs intermedijs oēs duos habuerint/quia extremus est et in angulo constitutus. Q; si numeri in longiorem seriem producerentur: eque vt ceteri duos habere videretur circūpositos altera parte longiores

Tertia.

4 **¶** Quarta proprietas patet ex descripta que subijcitur formula.

Altera parte longiores.	6	12	20	30	42	56	72	90
Quadrati.	4	9	16	25	36	49	64	81
Quelibet numeri pars.	2	3	4	5	6	7	8	9

Quarta.

**¶** In primo quidē limite naturaliter disponunt altera parte longiores:in secundo vero quadrati. Cōsulto tñ omittit binarius/altera parte longiorū primordiū/et vnitāte principiu quadratorum: quia binarius ad vnitāte cōparatus/nullā numeri ptē gignit sed duplā habet habitudinē. quare de sequentibus solū vnitāte et binariū altera parte longioribus et quadratis presens proprietas intelligitur. Itaq; altera parte lōgiores suprapositi ad quadratos directe suppositos cōparati: omnem numerosū partē gignant que in tertio limite notat. Vt 6 ad 4 cōparatus gignit secundā partem.

## Introductio

**Quinta** Nam 6 continet 4 et vnā eius secundā siue medietatē. Ita 12 ad 9 cōparatus gignit tertiam partē: nam 12 continet 9 et insuper tertiā eius partē. Sic 20 ad 16 procreat quartā partē: nam 20 continet 16 et quartā eius partē. ¶ Et ex hac proprietate et descriptione sequens proprietas statim est nota. 5 Nempe 6 ad 4 habet habitudinē sesquialterā/12 ad 9 sesquiterciā/20 ad 16 sesquiquartam: et ita continue procedendo omnis superparticularis/idest ois superparticulariū species procreabitur. Nec ab re quinta proprietas de tetragonis a secundo tetragono (qui est 4) naturaliter ordinatis intelligit: sicut et de altera parte longioribus a secundo altera parte longiore (qui est 6) naturaliter dispositis. Nam primus altera parte longior sc3 binarius cōparatus primo quadrato sc3 vnitati: nō cōstituit aliquam speciem habitudinis superparticularis; sed duplā ad ipsum seruat proportionē. Quare de primo altera parte longiore et quadrato hec proprietas sicut et precedens non est intelligenda. ¶ Sexta proprietas huius figure descriptione statim est nota. 6

Differentie quadratorum impares.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	
Quadrati naturaliter ordinati.	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Differentie altera parte longiorū pares.	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
Altera parte longiores.	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Ex hac figuratione liquet quadratorū naturaliter dispositōrū differentias esse numeros impares a ternario continue sumptos: vt ipsius 4 ad 1 differentia est 3. Ita tetragoni 9 ad 4 differentia est 5; sequens numerus impar. Et quadrati 16 ad 9 differentia est proxime cōsequens impar 7. et ita in ceteris. Ita altera parte longiorum naturali serie ordinatorū differentie sunt numeri pares continue a quaternario sumpti. Nam ipsius 6 ad 2 differentia est 4. Sic altera parte longioris 12 ad 6 differentia est 6 proximus par. Ita ipsius 20 ad 12 differentia est 8 proxime sequens numerus par. Et ita de ceteris. ¶ Septima proprietas supposita figuratione dilucidatur hoc modo. 7

Altera pte longiores qdratis intercepti.	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42	49
Nomina proportionum.	Dupla. Sesq̄l. Sesquiter. Sesquiqr. Sesquiqui. Sesquilex.												

¶ Hic altera parte longiores duobus proximis quadratis intercipiunt vt binarius altera parte longior: duobus quadratis vnitati minori et 4 maiori. Ita 6 altera parte longior duobus tetragonis interponit: sc3 4 minori tetragono et 9 maiori. Et ita dispositi altera parte longiores/eandē seruāt proportionis habitudinē: hoc est quā habet proportionē maior quadratus ad mediū altera parte longiorem/eandē habet mediū altera parte longior ad minōrē quadratū. Estq; inter duos quadratos extremos: et mediū altera parte longiorē medietas geometrica cōtinua. vt que proportio ipsius 4 ad 2/eādē est ipsius 2 ad 1/nam vtraq; dupla. Et que proportio ipsius 9 ad 6/eādē est ipsius 6 ad 4: nam vtraq; sesquialtera. Sicq; a dupla proportione que est inter terminos. 4. 2. 1. diffundunt se in oēm superparticularium speciem: sc3 in sesquialterā consistentem in terminis 9. 6. 2. sesquiterciā/ sesquiquartam et reliquas vt ostendit figura superius posita.

**Octaua** ¶ Octaue pprietatis exēplū. vt sumat bis altera parte longior vtpote binariū/efficietq; q̄ternariū qui addat duobus quadratis circūpositis quisūt 1 et 4/efficit quadratū 9. Ita bis sumptus altera parte longior. 6. qui reddet 12/et duobus circumstantibus quadratis 4 et 9 adiectus: cōponit quadratum 25. Sic 12 bis sumptus/et duobus altrinsecis quadratis 9 et 16 adiunctus: constituit quadratū 49. ¶ Nona proprietas hoc manifestatur exemplo. Sumant proximi altera parte longiores 2 et 6/qui simul iuncti reddūt 8: et capiant cū duplo interpositi quadrati sc3 cū 8 (qui duplus est ad interpositū quadratū 4) reddunt etiam quadratum qui est 16. Ita proximi altera parte longiores 6 et 12 sumpti cum intermedij quadrati (qui est 9) duplo sc3 18: cōponunt quadratū 36. Sic 12 et 20 proximi altera parte longiores sumpti cum interiecti quadrati 16/duplo 32: cōficiunt quadratum 64. ¶ Decima proprietas iisdem exemplis constat quibus octaua. In qua exēplū cau- 10

**Nona** sa cōpositi sūt secūdū illius et huius proprietatis exigentiā qdrati. 9. 25. 49. quos sane aliquis impar numerat (id eni hec proprietas vltra octauā dicit) nā 3 numerat 9: cū ter tria sunt 9. Quinariū numerat 25: cum quinquies 5 constituent 25. Et septenarius impar numerat 49: cum septies septem equent 49. Sunt eni istorū quadratorū latera numeri impares: Latus autem suum quadratū secū- 11

**Decima** dum seipsum numerat. ¶ Vndecima proprietas eadem requirit exempla que nona: in qua forma 11 ti sunt secūdū huius et illius proprietatis sententiā quadrati. 16. 36. 64. quos aliquis par numerat (nam id hec proprietas vltra nonā enūciat) Nempe 4 numerat 16 secūdum seipsum: cū sit latus eius. Et eadem ratione 6 numerat 36/et 8 numerat 64: cū quater 4 reddant 16/et sexies 6: 36/et octies 8: 64. Preterea suorū laterum partes pares/eisdem quadratos numerāt: vt 2 numerat 16.

Ita 2 numerat 36. Deniq; 2 et 4 numerant 64. nam quicquid numerat totū et eius pars. Et quicquid a toto: et ab eius parte numerat. ¶ Duodecima proprietas hac figuratione ostendit.

Duodecima

12 Altera parte longiores.	2	6	12	20	30	42						
Quadrati.	1	4	9	16	25	36	49					
Trigoni cōtinua serie sūpti.	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78	91

¶ In hac figura altera parte longiores naturali ordine dispositi sunt in primo limite: et quadrati in secundo. Si itaq; singuli altera parte longiores comparantur ad duos proximos (quibus secundum numerorum naturalē seriem interiacent) quadratos: efficiunt continua serie trigonos: vt 2 altera parte longior adiunctus vnitati minori quadrato: efficit 3 secundū trigonū. Idem numerus 2 adiunctus 4 maiori quadrato: cōponit 6 tertiū trigonū. Ita 6 altera parte longior adiuctus 4 minori quadrato: reddit 10 quartū trigonum. Et idem numerus additus 9 maiori quadrato: cōficit 15 quintū trigonū. Sic 12 adiectus 9 minori quadrato: constituit 21 sextū trigonū: additus autem 16 maiori quadrato: conflatur 28 septimū trigonū. ¶ Decimatertia proprietas patet his exemplis.

Decimatertia

13 Ipsi tetragono 4 subtracto suo latere sc; binario: relinquit minor altera parte longior 2. Q; si eidē tetragono adiciat idem latus: fiet maior altera parte longior 6. Sic ipsi tetragono 9 subtracto latere 3: relinquit minor altera parte longior 6. Addito vero latere eodē ad dictū tetragonum: fit 12 maior altera parte longior. Sic ediuerso altera parte longiori maiori/detracto latere: aut minori/adiuncto latere: relinquitur intermedius quadratus. Vt si ipsi 6 auferatur latus 2/aut ipsi binario idem latus addatur: relinquitur intermedius quadratus 4. Q; tale latus sit quadrati ad vtrūq; altera parte longiorū differentia. Modo si numerus numerū superat: differentia minori addita aut a maiore subtracta/numerū relinquantur equales.

14 ¶ Decimaquarta proprietas patet supposita hac figura.

Decimaquarta

Altera pte longiores/quadratis interpositi.	1	2	4	6	9	12	16	20	25
Quadrati/altera pte longioribus intermedij.	2	4	6	9	12	16	20	25	30

¶ In priore limite altera parte longiores sunt continue et alternati quadratis intercepti: ad quos seruant proportionū similitudinē et medietatē geometricam/vt in octaua harum proprietatum dictum est. Nam 4 ad 2 duplus est: sicut 2 ad 1. Sic 9 ad 6 est sesquialter: sicut 6 ad 4. Ita 16 ad 12 est sequitertius: sicut 12 ad 9. Et ita consequenter semper sumendo altera parte longiorem pro medio termino. Non autem seruāt similitudinē differentiarū neq; medietatem arithmetica. Nam 4 ad 2 differentia est 2. At duorū ad vnū differentia est vnitas. Ita 9 ad 6 differentia est 3. At 6 ad 4 differentia est 2. Sic 16 ad 12 differentia est 4. Atqui 12 ad 9 differentia est 3. In limite autem inferiori sunt quadrati continue et alternati altera parte longioribus interpositi: ad quos differentiarum equalitatē et medietatē arithmetica seruant. Nempe 6 ad 4 differentia est 2: sicut et 4 ad 2. Sic 12 ad 9 differentia est 3: sicut et 9 ad 6. Demum 20 ad 16 differentia est 4. que etiā est ipsius 16 ad 12: Sed non retinet similitudinē proportionum neq; medietatē geometricā. nā 6 ad 4 proportio est sesquialtera/4 autem ad 2 dupla. Ita 12 ad 9 proportio sesquitertia: sed 9 ad 6 sesquialtera. Deniq; 20 ad 16 proportio sesquiquarta. Atqui 16 ad 12 sesquitertia.

15 Ex hac autem proprietate planum est quadratos altera parte longioribus circūpositos seruare nexum arithmeticum/tanto quidem prestantiorem nexu geometrico quem seruant altera parte longiores quadratis circūpositi: quāto numeri magnitudinibus sūt perfectiores. Et cum nexus arithmeticus superiorū ad inferiora cōnexionē insinuet/geometricus vero inferiorum ad superiora: q; quadrati superioribus entibus/altera vero parte longiores inferioribus respondeant: haud obscure ex hoc dinoscitur longe prestabilior esse nexus et amor superiorū ad inferiora q; contra inferiorum ad superiora. Q; autem quadrati omnes vna medietate iūgantur: vt sexta specierum numerū plani proprietas proposuit/plane designat in mūdo intelligibili (quem quadrati referunt) summā esse amoris cōnexionē/mirabilemq; concordia. Hinc canit Empedocles in Sphero (sic enim deū vocat) omnia cōuenisse preter litem. Altera autē parte longiores hanc proportionalitatis regularitatem non vsq; quaq; seruare/indicat in hoc mundo sensibili (cuius altera parte longiores sunt numeri) nō eum esse animorū nexū neq; concordia qua superiora coalescunt.

Decimaquinta

¶ Decimaquinta proprietas ostenditur formata hac figuratione.

Quadrati altera pte longioribus intermedij.	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36	42
Geminate eorum differentie.	2	2	3	3	4	4	5	5	6	6	

In superiore limite alternati constituti sunt altera parte longiores et quadrati eis interiecti/ quorū differentie a binario consequenter sumpte duplant: hoc est bis inueniunt eedem. vt 4 ad 2 differ-

# Introductio

rentia est 2: et eadē est 6 ad 4. Sic 9 ad 6 differentia est 3: et eadem est ipsius 12 ad 9. Deniq; 16 ad 12 differentia est 4: que eadem est ipsius 20 ad 16. Preterea que proportio est totorū quadratorū ad altera parte lōgiores et illorū ad quadratos: eadem est proportio differentiarū ipsorū inter se. Vt que proportio 9 ad 6 et 6 ad 4: eadem est differentiarū 3 ad 2: cum vtracq; sit sesquialtera. Et que proportio 16 ad 12 et 12 ad 9: eadem est differentiarū 4 ad 3. Siquidē vtracq; est sesquitertia. Ita que proportio 25 ad 20 et 20 ad 16: ea est 5 ad 4 differentie ad differentiam. Vtrimq; enim est sesquiquarta. et ita in alijs. Et recte dictū est in littera differentias a binario duplari. nam differentia ante binariū vtpote vnitas (que quidem differentia est primi altera parte longioris qui binari⁹ est) ad primū quadratū que est vnitas) non duplatur: sed semel tantum inuenitur. Sed hec statim intellectui peruia sunt. ¶ Pro prima pyramidis proprietate id prenotādū est figuram numerorū multangulā esse numerū planū qui plures habet angulos: qualis est trigonus/tetragonus/pētagonus/hexagonus. Figure autē cōgenēe et consimiles dicunt: que eiusdem sunt denoiationis. vt trigone trigonis/tetragone tetragonis. Dicit ergo proprietates q̄ omis pyramis nascitur ex aliquo numero plano in imo pro basi posito: cui oēs plani consimilis denoiationis vnitati propinquiores seriatim superponunt. vt Pyramis trigona nascitur ex trigono pro basi posito: cui omnes trigoni inferiores recto ordine superponunt. Et pyramis tetragona ex tetragono pro basi omnibus subiecto: cui minores tetragoni ordinate superponunt. vt tertia et quarta proprietates exēplis declarabunt. ¶ Secunda proprietates his ostendit exemplis. Pyramidis/10/constitute ex trigonis/5/3/1: basis 6 est maximus trigonorum in illius pyramidis compositionem applicatorum. Et pyramidis/30 cōposite ex tetragonis/16/9/4/1: basis 16 est maximus tetragonorū in illius structurā aptatorum. Conus autē sc̄ vnitas/minima. Numeri autem intermedij sunt basi minores et cono maiores. Et quanto magis ad conū accedunt: tanto sunt minores inter se: quanto vero basi propinquiores: tāto maiores. vt in dato exemplo 9 tetragonus basi proximus est maior q̄ 4. proximus cono. Quo fit vt in pyramide ascendendo/a maximo per continue minores procedatur ad minimū. Nam intermedij sunt consimiles numeri plani continuo ordine sūpti. ¶ Tertia proprietates ostenditur per figurationē in margine positam. nam 4 Pyramis trigona nascitur ex trigono. 3. basi: et vnitate supposita qui con⁹ est. Sic et Pyramis trigona/10: ex trigonis 6/3/1/supra seinuicē erectis. Et 20 ex basi 10/et minoribus trigonis 6. 3. 1. sibi ordine superpositis. Et ita de 35. et 56. Vt semper Pyramidis basis sit trigonus sibi eodē limite respōdens: cui ceteri superius descripti eo quo describunt ordine superponant. ¶ Quarta proprietates declaratur his subiectis formulis.

Prima Pyramidis proprietates.

30	
1	10
4	1
9	3
16	6

1	
3	4
6	10
10	20
15	35
21	56

Quarta

1	
4	5
9	14
16	30
25	55

1	
5	61
12	18
22	40
35	75

1	
6	7
15	22
28	50
45	95

¶ In prima figura Pyramis tetragona 30 nascitur ex tetragono 16 pro basi supposito: et tetragonis 9/4/1: directe superpositis. Et ita de alijs in eadem formula descriptis. In secūda vero formula Pyramis pentagona. 40. nascitur ex pentagonis/22/12/5/1/supra seinuicem ad vnitatem vsq; dispositis. In tertia vero: Pyramis hexagona 50 nascitur ex numeris hexagonis/28/15/6/1/ad vnitatem vsq; sibi superpositis. Et ita de ceteris Pyramidibus intellige.

Prima cubi proprietates.

Numeri impares.	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Cubi ex eis producti.	8		27				64					125		

¶ In hac figura describuntur naturali serie numeri impares post vnitatem quorum duo primi/3 et 5 simul iuncti constituunt cubum 8. Deinde ceteri tres/7/9/11/vna collecti: sequentē componunt cubum 27. Postea sequētes quatuor impares/13/15/17/19/in vnum adacti: sequentē cubū 64 cōficiunt. Demū sequentes quinq; impares/21/23/25/27/29/pariter adiecti reddunt sequentē cubū 125. ¶ Secunda proprietates dicit q̄ inter quoslibet duos cubos siue proximos/siue distantes et mediatos inueniuntur duo numeri proportionales medij: et cū extremis cubis constituentes medietatem geometricā continuā/quatuor terminis cōprehensam: vt hec ostendit figura.

Secunda

Cuboru cum medijs habitudines	Prior cubus	Prim <sup>o</sup> medius	Secūd <sup>o</sup> medi <sup>o</sup>	posterior cubus
Continue dupli	1	2	4	8
Continue tripli	1	3	9	27
Continue quadrupli	1	4	16	64
Continue lesqualteri	8	12	18	27
Continue dupli	8	16	32	64
Continue lesquicertij	27	36	48	64

In primo eni limite que proportio 8 ad 4 maioris extremi cubi ad maiorem medium: eadem est ipsius 4 ad 2 maioris medij ad minorem medium/et ipsius 2 ad 1 minoris medij ad minorem cubum: cum vbiq; sit habitudo dupla. Et in secundo limite que proportio 27 ad 9: eadem est ipsius 9 ad tria/et triu ad vnum: nam semper tripla. Et inuenitur minor numerus medius proportionalis: si acceptorum vtriusq; extremi cubi laterum minus in maius ducatur: et deinde idem minus in productum ex priore ductu. Maior vero numerus medius proportionalis reperitur: si maius cubi latus in se ducatur/et deinde minus in productum ex precedete ductu. Vt sint dati extremi cubi 8. 27: quorum latera sunt 2. 3. duco 2 minus latus in 3 maius: et prouenit 6. deinde duco idem minus latus in productum scilicet 6: et prouenit 12 prior medius proportionalis. Rursum duco maius latus 3 in seipsum: et prouenit 9. Deinde duco minus latus 2 in productum scilicet 9: et prouenit 18 alter medius proportionalis. Similiter si sint dati extremi cubi 8 (cuius latus 2) et 64 cuius latus est 4. Et ducatur minus latus 2 in maius scilicet 4: proueniet 8: in quem ducatur minus latus 2: et producet 16 minor medius proportionalis. Deinceps ducatur maius latus quaternarius in seipsum et proueniet 16: in quem ducatur minus latus 2 et proueniet 32 maior medius proportionalis. ¶ Et quemadmodum quadrati sumuntur/constitutis ab vnitare continue similium in genere multiplicis habitudinum numeris/vno semper in medio intermissio: vt quinta specierum numeri plani proprietates declarauit: ita cubi sumuntur constitutis hoc modo cōsimilis habitudinis ab vnitare sumptis numeris/et duobus intermissis: vt hec ostendit figura.

Continue dupli.	1.	2	4	8.	16	32	64.
Continue tripli	1.	3	9	27.	81	243	729.
Continue quadrupli	1.	4	16	64.	256	1024	4096.

In primo limite (qui cōtinet numeros cōtinue duplos) post vnitare primū cubū duobus intermissis numeris sequit 8 etiā cub<sup>o</sup>. Iterū duob<sup>o</sup> intermissis sumit 64 itidē cubus. In limite vero secūdo (qui cōtinuetriplos numeros cōplectit) post vnitare primū cubū duob<sup>o</sup> intermissis numeris inuenitur 27 numerus cubicus. Post quē duob<sup>o</sup> iterū in medio dimissis sequit 729 etiā cubus. Demū in tertio limite (qui est continue quadruplorum) post vnitatem primū cubum duobus dimissis consequitur 64 numerus cubicus. Post quem rursus duobus in medio relictis/sequitur alius cubus 4096. Notantur autem in quouis horum limitū cubi per punctū ad latus adiectum: quo ab aliis facilius intenoscantur. Et idē deprehendit veritate seruare cōstitutis limitibus maiorū multipliciū: vt quincuplorū/lescuplorū/septuplorū/et cōsequentiū. Qui quidē multiplices cōtinue: ab vnitare sumuntur q̄facillime: si primum in vnitatem ducatur numerus denominans huiusmodi multiplicem/et deinde in pductū idē ducatur minimus denominans. Iterūq; postremo productū idē multiplicet denominās/et ita consequenter quotiens fiet huiusmodi ductus denoiantis in postremo pductum: tot sumuntur illius denominationis cōtinue multiplices. Exempli gratia. si quis velit sumere continue quicuplos ab vnitare: ducat primo quinariū (qui est denominās quincuplorū) in vnitare: et pueniet quinariū. Nā si numerus in vnitare ducatur: seipsū pducit. Deinde ducatur quinariū in 5 productū: et producit 25 quicuplus ad 5. Rursum ducatur 5 in 25: producet 125 quicuplus ad 25. Et ita procedendo sumuntur consequenter continue quincupli. Eodē modo de continue lescuplis et septuplis sumantur exempla.

¶ Tertia pprietas ostēdit. vt 8 ductus in 27/ pducit cubū 216: cuius 6 est latus. Nā sexies 8 conficiunt 36 quadratū/et sexies 36 pducit 216 cubū. Sifr 8 cubus ductus in 64 cubū/ pducit cubū 512: cuius latus est 8. Nā octies 8 reddūt 64 quadratū: et octies 64 pducit dictū cubū 512. Neq; incōueniēs est eundē numerū vt 8 esse cubum/et esse latus alterius quadrati et alterius cubi: quādo quidē hoc fiat respectu diuersorū. Neq; etiā incōueniēs est eundē numerū vt 64 esse quadratū et esse cubū: cū hoc sit respectu diuersorum laterum/ vt 8 et 4. Vt autem cuiusq; lateris cognoscat in promptu quadratus et cubus: hec notet figura.

latera	q̄dra.	Cubi.	latera	q̄dra.	Cubi
2	4	8	12	144	1728
3	9	27	13	169	2197
4	16	64	14	196	2744
5	25	125	15	225	3375
6	36	216	16	256	4096
7	49	343	17	289	4913
8	64	512	18	324	5814
9	81	729	19	361	6859
10	100	1000	20	400	8000
11	121	1331	21	441	9261

Si latera que primosignantur loco in seipsa ducantur: producant quadratos secundo limite positos / et ordine eodem a sinistro in dextrum procedendo collocatos. Si vero latera in suos ducantur quadratos: proueniunt eorum cubi tertio loco signati. Et eadem via cuiuscūq; numeri quadratū et cubum per multiplicationem facile reperies

Quarta.

Quarta pprietas his declaratur exemplis. Si cubus 8 in 2 altera parte longiorē ducat: pueniet 16 / qui nō est cubus. Et si idē cubus multiplicet 6 altera parte lōgiore: pducit 48 / qui etiā non est cubus. Q̄ si idē cubus multiplicet 12 altera parte lōgiore: puenit 96 qui nequaquē est cubus. Ex tribus autē vltimis pprietatibus et ea que p̄ter litterā adiecta est: cōstat cubū habere in solidis magnam conformitatem ad tetragonum in planis: cum conlimes sint ytriusq; proprietates. quem admodum pyramis in solidis ad trigonum in planis.

Due autem postreme cubi proprietates in littera posite hac descriptione innotescunt.

Cub <sup>o</sup> mul tiplicans	Cub <sup>o</sup> mul tiplicatus	Cub <sup>o</sup> pro ductus	Cub <sup>o</sup> mul tiplicans	Altera p̄telō, multiplicatus	Product <sup>o</sup> nō cubus
8	27	216	8	2	16
8	64	512	8	6	48

**M e d i e t a t i s A r i t h m e t i c e p r o p r i e t a t e s**  
Medietas Arithmetica suorum terminorum semper proportionum dissimilitudinem gerit.

Medietas Arithmetica continue nascetur: si naturalis numerorum series indistincta protrahatur. Similiter et numeris hoc modo digestis / si simili intercapedine abinuicem distantes: continue accipiantur. Quo fit vt pares: naturaliter sese consequentes / itidem et impares hanc medietatis normam inuiolabiliter seruent.

Arithmetice medietatis coniuncte medius terminus extremorum simul iunctorum est medietas.

Arithmetice medietatis disiuncte extremis simul iuncti collectis / coniunctisq; mediis aequantur.

Eiusdem medietatis vt termini ad seipsos: ita differentie ad differentias.

Medietas Arithmetica coniuncta: sub extremitatibus minus continet eo numero qui ex medietate conficitur / quantum possunt sub se due differentie que inter ipsos sunt terminos constitute.

Disiuncta vero tanto minus sub extremitatibus cōtinet eo qui cōtinet sub mediis: quantum est quod fit ex differentia maximā ad vnū mediorū / in differentiam mediū eiusdem ad minimum.

Huius medietatis quotcūq; continue dispositorum numerorū minores termini maiores proportionem / maiores vero: minores proportionum habitudines continue seruant.

Arithmetice medietatis determinatorū extremorū medius reperitur numero

rus: si extremorum coniuكتورum medietas accipitur.

Geometrice medietatis quorūcūq; terminorū cōtinue dispositōrū et maiorum et minorū terminorū, equales sunt proportiōnū habitudines.

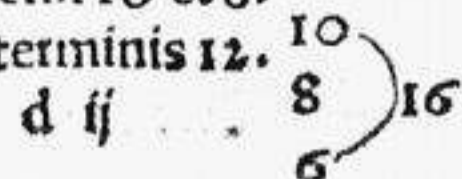
- 1 Geometrice medietatis quorūcūq; terminorū cōtinue dispositōrū et maiorum et minorū terminorū, equales sunt proportiōnū habitudines.
- 2 Geometrica medietas suorum terminorum conuersam seruat proportionalitatem / vt semper si primus ad secundum quemadmodū secundus ad tertium: ita econuerso tertius ad secundū vt secūsus ad primū. quod et in disiuncta medietate similiter euenire cognoscitur.
- 3 Eadem quoq; medietas quatuor terminis distributa semper permutatā proportionalitatē rerinet. vt si quemadmodū primus ad secundū: sic tertius ad quartū. ita vt primus ad tertium / et secundus ad quartum.
- 4 Medietatis geometricē terminorū et eorūde differētiarū similis est pportio.
- 5 Medietatis geometricē que in multiplicibus existit / maior numerus ad minorem comparatus: ipsum minorem suā habet differentiā / aut multiplicē minoris / vno minus q̄ maioris ad minorem sit habitudo.
- 6 In continua medietate geometrica: quod cōtinetur sub extremis / equum est ei qui ex medio in se ducto nascitur. Et in discontinua ei qui sit ex duabus in se ductis medietatibus.
- 7 Continue proportionalitātū species: quadratis ab vnitāte et altera parte longioribus alternatim vna serie dispositis: a prima multiplicium medietate in omnes superparticularium habitudines / proportionesq; discurrunt.
- 8 Geometricē medietatis determinatis extremis medius pportionalis reperit: si numeri sub extremitatibus contenti tetragonū latus accipiatur.

1 ¶ Prima p̄prietās medietatis arithmetice dicit q̄ termini in quib⁹ est dicta medietas sēper habēt dissimilitudinē pportionū. vt alia sit pportio maioris extremi ad mediū: q̄ mediū ad minus extremū. Exēpli causa: tres numeri 6. 4. 2. cōstituūt medietatē arithmeticā p̄ diffinitionē. Et 6 ad 4 pportionē habet sesquialterā: 4 autē ad 2 duplā. Ita 12. 10. 8. componūt arithmeticā medietatē. et 12 ad 10 habet sesquiquintā habitudinē / sed 10 ad 8 sesquiquartā. Quo fit vt inter eosdē terminos non possit esse medietas arithmetica et geometrica. Prima p̄prietatū arithmetice medietatis.

2 ¶ Secūda p̄prietās ostēdit describēdo naturali serie numeros hoc modo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Secunda.  
Oēs hī ad p̄ximos cōparati habēt medietatē arithmeticā: cū differētiās habeāt eq̄les et sola vnitāte abinuicē distēt. Si hī numeros hoc modo sc̄z naturali serie dispositi si equo interstitio abinuicē distātes sumāt: inter eos seruat eadem medietas vt 3. 6. 9. 12: qui ternario abinuicem distāt. Et 4. 8. 12. 16 / qui disīngūt q̄ternario ¶ Hinc cōstat numeros pares sua serie collectos hoc pacto: 2. 4. 6. 8. 10 / seruare dictā medietatē: quia abinuicē omnes binario discriminant. Itidē et ipares sua serie dispositos sic 3. 5. 7. 9. 11. 13. eandē habere medietatem: quia binario distant omnes. Huius autem p̄prietatis partes omnes subiecta descriptione reddentur conspicue.

Numeri naturali serie dispositi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Eorum differentie semper eedem	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Numeri pares naturaliter ordinati	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
Eorum differentie semper eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Numeri impares naturaliter dispositi	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25	27	29
Eorum differentie semper eedem	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

3 ¶ Tertia p̄prietās ostēditur datis tribus terminis (aut pluribus sed in numero impari: vt vn⁹ solum sit medius) seruantibus medietatem arithmeticam continuam: vt 10. 8. 6. extremi 10 et 6. simul iuncti constituunt 16: cuius 8 medius terminus est medietas. Ita datis quinq; terminis 12. 10. 8. 6. Tertia.



## Introductio.

10. 8. 6. 4. extremi 12 et 4 simul uniti conficiunt 16: cuius 8 medius terminus est medietas / quia eis est circumpositus et equidistans.

**Quarta.** ¶ Quarta proprietas manifestatur datis quatuor terminis seruatis medietate arithmetica 4 disiunctam. vt 12. 10. 6. 4. extremi termini 12 et 4 simul iuncti reddunt 16: quem itidem componunt 10 et 6 simul uniti. Ita datis 8. 7. 5. 4. extremi 8 et 4 vna compositi efficiunt 12: sicut medii 7 et 5 pariter accepti. Et hec etiam habet veritatem in terminis medietatis arithmetice continue secundum parem numerum sumptis: vt 10. 8. 6. 4. extremi 10 et 4 vna sumpti componunt 14: quem etiam medii 8 et 6 coniuncti efficiunt. Ita 10. 9. 8. 7. 6. 5. datis sex terminis: extremi 10 et 5 conficiunt 15: quem et medii 8 et 7 aggregati constituunt.

**Quinta** ¶ Quinta proprietas declaratur datis terminis medietatis coniuncte 10. 8. 6: qui ad seipsum comparati seruāt proportionem equalitatis. Nam 10 ad seipsum equalitas est: similiter 8 ad seipsum / itidem et 6: quandoquidem omnis numerus ad seipsum comparatus: equalitatis proportionem habet. Ita et differentie scilicet 2 ad 2 seruant equalitatem / per definitionem. Et in medietate disiuncta 12. 8. 6. 2. vt termini ad seipsum collati equalitatem retinet: ita et differentie eorum que sunt 2 ad 2 equales sunt adinuicem.

**Sexta.** ¶ Pro sexta proprietate prenoscere oportet / quod id continetur sub extremitatibus: quod fit ex ductu et multiplicatione extremi in extremum. Et id conficitur ex medietate: quod producitur ex medio termino in se ducto. Tantum autem possunt sub se differentie: quantum producitur ex ductu vnus differentie in alteram. Intelligentia ergo proprietatis est quod in arithmetica medietate coniuncta numerus qui fit ex ductu extremi in extremum / tanto est minor eo qui fit ex ductu medii in seipsum: quantum est numerus qui fit ex ductu vnus differentiarum datorum terminorum in alteram. vt datis terminis 6. 4. 2. extremi in se ducti producunt 12: qui tanto minor est numero producto ex ductu medii in seipsum qui est 16: quantum fit ex ductu differentie maioris extremi in medium / in differentiam medii ad minus extremum scilicet 4. nam si 2 in 2 ducatur differentia in differentiam: proueniet 4. Et sane 12 quaternario minor est quam 16. Similiter sint dati termini 8. 5. 2. quorum extremus in extremum ductus producit 16: medius vero in se ductus gignit 25 / et differentia in differentiam ducta scilicet 3 in 3 producit 9. Et 16 numerus extremorum est minor quam 25 numerus medii / nouenario: qui numerus est differentiarum.

**Septima** ¶ Septima proprietas intelligenda est hoc modo. In arithmetica medietate disiuncta numerus 7 qui fit ex ductu extremi in extremum / tanto est minor numero qui fit ex ductu vnus medii in alterum: quantum est numerus qui fit ex differentia maioris extremi in maiorem medium / ducta in differentiam eiusdem maioris medii ad minorem extremum: aut quantum est numerus qui fit ex differentia maioris extremi ad minorem medium / ducta in differentiam eiusdem minoris medii ad minorem extremum: quia hic priori est equalis. vt sint dati quatuor termini 10. 8. 4. 2. extremus in extremum ductus producit 20. Medius vero ductus in medium gignit 32. Differentia autem maximi ad maius medium scilicet 2 / ducta in differentiam eiusdem medii ad minimum scilicet 6 / producit 12: sicut et differentia maximi ad minus medium scilicet 6 / ducta in differentiam eiusdem medii in minimum scilicet 2. Modo 20 minor est quam 32 / duodenario. Ita dentur in disiuncta medietate arithmetica quatuor termini / 9. 7. 4. 2. Quorum extremus in extremum ductus producit 18. Medius vero ductus in medium producit 28. Et differentia maximi ad maius medium scilicet 2 / ducta in differentiam eiusdem medii ad minimum que est 5: producit 10. Sicut et differentia maximi ad minus medium que est 5 / ducta in differentiam eiusdem medii in minimum scilicet 2. Modo 18 est minor quam 28 / denario: qui est numerus differentiarum.

**Octava.** ¶ Octave proprietatis exemplum. vt 2. 4. 6. 8. 10. numeri sunt continue dispositi secundum medietate arithmetica coniuncta: quorum minores termini habent maiores proportionem. et maiores termini / minores habitudines: vt termini et proportionem opposito se habeant modo penes maius et minus. Vt 4. et 2 / minores sunt termini quam 6 et 4: et maiorem habent proportionem. Nam 4 ad 2 proportionem habet duplam: et 6 ad 4. sesquialteram / que est minor dupla. Similiter 8 ad 6 minores sunt termini quam 10 et 8: et maiorem habet proportionem. nam 8 ad 6: sesquiterciam / 10 vero ad 8 sesquiquartam seruat / que sesquitercia minor est. Et ita in quibuscunque aliis terminis.

**Nona.** ¶ None proprietatis sententia est quod si capiatur duo numeri similis habitudinis / id est velambo pares vel abo imparis: qui scilicet si iuncti totum constituent parem. Et ipsorum similium accipiat medietas: illa est medius numerus inter duos extremos determinatos in hac medietate arithmetica. Vt sint 6 et 12: quorum queritur medius. Iungo simul datos extremos et constituunt 18: cuius accipio medietatem 9 / que dico esse medium inter determinatos extremos: nam 12 ad 9 differentia est 3 / et eadem ipsius 9 ad 6.



Similiter assigno duos determinatos extremos 7 et 3: inter quos quero medium huius medietatis. Coniungo eos et constituunt 10: cuius accipio medietatem 5: quem dico esse medium iter datos extremos: et inter tres terminos 7. 5. 3. esse medietatem arithmetica. nam 7 ad 5 differentia est 2: que etiam est ipsius 5 ad 3. Si autem acciperetur numerus par cum impari pro determinatis extremis: non haberet proprietas vltima: quia illi simul iuncti constituerent impari: cui non posset sumi medietas

1 ¶ Prima proprietas geometricæ medietatis declaratur descriptis continue per ordinem duplis 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. Vbi tam in maioribus terminis 64 et 32 quam in minoribus 2. 1. seruetur proportionum equalitas. Nam vt 64 ad 32 duplex est: ita et 2 ad 1. Quod in arithmetica medietate fieri non posse dictum est octava paulo anteposita proprietate: cum in maioribus terminis minor et in minoribus maior seruari dicta fuerit proportio. Ita datis huius medietatis terminis 1. 3. 9. 27. 81. in maioribus terminis 81 et 27 est proportio tripla: sicut et in minoribus 3. et 1. aut duobus quibusque

Prima proprietas medietatis geometricæ.

2 ¶ Secunda proprietas docet in numeris conuersam proportionalitatem. siue in tribus terminis: quando sicut se habet primus ad secundum terminum: ita secundus ad tertium: ex quo subinferimus quod sicut tertius se habet ad secundum ita secundus ad primum. vt sint dati tres termini: 8 primus: 4 secundus: et 2 tertius: Sicut 8 ad 4: primus ad secundum: ita 4 ad 2: secundus ad tertium. Nam vtroque est dupla proportio. Sic ediuerso sicut 2 ad 4: tertius ad secundum: ita 4 ad 8 secundus ad primum: cum vtriusque sit subdupla. Habet et eadem proportionalitatis locum in quatuor terminis: quando sicut primus ad secundum se habet: ita tertius ad quartum: ita contra sicut quartus ad tertium se habet: ita secundus ad primum. Et id euenit primo in medietate geometrica continua. vt datorum quatuor terminorum eo quo ponuntur ordine sumptorum. 16. 8. 4. 2: sicut 16 ad 8: ita 8 ad 4: nam vtraque habitudo est dupla. sic conuerso ordine sicut 2 ad 4: ita 8 ad 16: cum vtraque proportio sit subdupla. Secundo in medietate geometrica disiuncta. vt sint dati hac serie quatuor termini 12. 8. 6. 4: sicut 12 ad 8 ita 6 ad 4: cum vtraque sit sesquialtera proportio: ita postero ordine vt 4 ad 6 ita 8 ad 12: nam vtraque est subsesquialtera. Et in hac proportionalitate semper posterior proportio est correlatiua ad priorem: vt si prior sit dupla: posterior est subdupla. Si prior sesquialtera: posterior subsesquialtera.

Secunda

8. 4. 2.

16 8  
4 2

12 8  
6 4

3 ¶ Tertia proprietas docet in numeris permutatam proportionalitatem que solum fit in quatuor terminis. Et est quando sicut se habet primus ad secundum: ita tertius ad quartum: ex quo concludimus quod sicut primus ad tertium se habet: ita secundus ad quartum. Et fit primo in medietate geometrica coniuncta. vt datorum quatuor terminorum 16. 8. 4. 2: sicut se habet 16 ad 8 primus ad secundum: ita 4 ad 2 tertius ad quartum: nam vtraque proportio est dupla. ita sicut se habet 16 ad 4 primus ad tertium: sic 8 ad 2 secundus ad quartum: cum vtraque sit habitudo quadrupla. Secundo seruetur eadem proportionalitas in medietate geometrica disiuncta. vt datorum quatuor terminorum 12. 8. 6. 4: sicut 12 ad 8 primus ad secundum: ita 6 ad 4. tertius ad quartum: nam vtraque ratio est sesquialtera. Ita sicut se habet 12 ad 6 primus ad tertium: sic 8 ad 4 secundus ad quartum: nam vtraque dupla. Quo fit vt prior proportio interdum mutetur in posteriorem eiusdem generis: interdum alterius: vt aliquando multiplex in multiplicem aliquando vero multiplex in superparticularem et superpartientem: et ediuerso: quod vel solis exemplis constat. Et non modo conuersa proportionalitas et permutata inueniuntur habere locum in terminis geometricæ medietatis: sed et relique proportionalitatum species quas Iordanus in secundo Arithmetices et Euclides in quinto Geometrie pertractant: scilicet coniuncta proportionalitas: disiuncta: euersa et equa. Coniuncta quidem: quando quatuor terminorum vt primus ad secundum ita tertius ad quartum. ex quo concludimus sicut coniunctum ex primo et secundo ad secundum: ita coniunctum ex tertio et quarto ad quartum se habere. vt sicut se habet 8 ad 4: ita 6 ad 3. quare sicut se habet coniunctum ex 8 et 4: scilicet 12 ad 4: ita coniunctum ex 6 et 3: scilicet 9 ad 3. Est enim hic vtroque proportio tripla: sicut illic dupla. Disiuncta vero est ediuerso quando datis quatuor terminis sicut coniunctum ex primo et secundo se habet ad secundum: ita coniunctum ex tertio et quarto se habet ad quartum: et hinc colligimus sicut primum ad secundum: ita tertium ad quartum se habere. vt datis quatuor terminis 8. 4. 6. 3. sicut coniunctum ex 8 et 4: scilicet 12 se habet ad 4: ita coniunctum ex 6 et 3: scilicet 9 se habet ad 3. Nam vtriusque est proportio tripla. quare vt 8 se habet ad 4: ita 6 ad 3: cum vtriusque habitudo sit dupla. Euersa proportionalitas contigit quoties vt primum et secundum se habet ad secundum: ita tertium et quartum ad quartum: et inde inferimus sicut primum et secundum se habet ad primum: ita tertium et quartum ad tertium. Vt datis quatuor predictis terminis sicut se habet 8 et 4: scilicet 12 ad 4: ita 6 et 3: scilicet 9 ad 3. Vtraque enim habitudo est tripla: quare sicut se habet 8 et 4: scilicet 12 ad 8: ita 6 et 3: (que nouenarium complement) ad 6. Nempe vtriusque est proportio ses-

Tertia

16 6  
4 2

12 8  
6 4

# Introductio

qualtera. Equa proportionalitas accidit quotiens sumptis quotlibet numeris ad alios totidē in continua proportionalitate se habentibus: inferimus vt priorum proportio extremi ad extremū; ita posteriorū extremi ad extremi proportionē esse. Et duobus modis fieri potest/ primo directe. quando vt priorum primus ad secundū: ita posteriorum primus ad secundum/ et sicut priorū secundus ad tertium: ita posteriorum secundus ad tertium. ex quo colligimus vt priorum primus ad tertium: ita posteriorum primus ad tertium se habere. vt datis tribus numeris proportionalibus 12. 6. 3. et aliis tribus 8. 4. 2. sicut se habet 12 ad 6/ ita 8 ad 4. et sicut 6 ad 3: ita 4 ad 2. quare sicut se habet 12 ad 3 extremus ad extremū: ita se habet 8 ad 2 extremus ad extremū. Secundo fit equa proportionalitas indirecte. quando vt priorum primus ad secundum: ita posteriorū secundus ad tertium/ et sicut priorum secundus ad tertium: ita posteriorū primus ad secundum. et inde cōcludimus sicut priorum primus ad tertium extremus scilicet ad extremum: ita posteriorum primus ad tertium extremus itidem ad extremum sese habet. Vt designatis predictis tribus numeris prius datis et reliquis tribus posterioribus: sicut se habet 12 ad 6 ita 4 ad 2. et sicut 6 ad 3: ita 8 ad 4. quare sicut 12 ad 3 extremus ad extremū priorum: ita 8 ad 2 extremus ad extremū posteriorum. Est enim vtrorumq; extremorum ad sua extrema habitudo quadrupla: quemadmodū in vtraq; serie extremorū ad medios et mediōrū ad suos extremos est habitudo dupla.

Quarta.

Quarta proprietas ostenditur descripta hec formula.

Continue dupli	1	2	4	8	16	32	64
Eorum differentie	1	2	4	8	16	32	
Continue tripli	1	3	9	27	81	243	
Eorū differentie continue triple	2	6	18	54	162		
Continue sesquialteri	8	12	18	27			
Eorū differē. cōtinue sesquiltere	4	6	9				

In primo exemplo/ numerorum continue duplorū differentie sunt continue duple. Vt enī 4 ad 2 et 2 ad 1 seruant duplam proportionem: ita eorum differentie 2 ad 1. In secūdo exēplo numerorū cōtinue triplorū differentie sūt cōtinue triple. Vt enī 9 ad 3 et 3 ad 1 habent triplā habitudinē: ita eorū differentie 6 et 2. In tertio exēplo continue sesquialterorū differentie sūt cōtinue sesquialtere. Vt enī 18 ad 12 et 12 ad 8 sesquialterā habēt rōnem: ita 6 ad 4 differentia ad differentiā. Et intelligit hec proprietas de terminis geometrice medietatis cōiuncte/ cōparando tres simul cōtinue pportiones: et deinde duas earū differentias adinuicē. Nā in eadē medietate disiuncta non habet veritatē. vt 32 ad 16 et 4 ad 2 habēt duplā pportionē: sed differentia ad differentiā scz 16 ad 2 nō duplā s; octuplā seruat pportionē. Neq; etiā locū haberet proprietas si quatuor termini cōtinue pportiones disiuncti sumerent: et prima pportio et scda nullo termino cōmunicarēt. vt datis quatuor terminis 16. 8. 4. 2/ primus terminus ad scdm habet duplā pportionē/ sicut tertius ad quartū: differentia tñ primi ad scdm cōparata ad differentiā tertii ad quartū scz 8 ad 2 nō duplā sed qdruplā habet pportionē. Quinta proprietas duas habet ptes. Quarū prior in sol' duplis habet veritatē/ i qb' maior nūer' ad minorē cōparat' habet nūerū minorē suā differentiā. Et nimirū: nā ipsū minorē bis cōtinet/ vt ex descriptiōe cōtinue duplorū mō posita cōstat. Nā 16 ad 8 habet 8 suā differentiā. Ita 8 ad 4 differentiā habet 4 miore nūerū. Et 4 ad 2 habet 2 miorem nūerū suā differentiā: et ita in aliis. Secūda ps i ceteris speciebus multiplicis habet locū: in qb' maior ad miore cōparat' habet p sua differentia multiplicē minoris/ vno min' denoiatā q' maioris nūeri dati ad minorē sit pportio. vt si maior ad minorē sit triplus: maior habet differentiā duplā miore. Et si qdrupl': habet differentiā triplā ad minorē. Et si quicupl': qdruplā. et ita cōsequēter. Dupla autē vno min' denoiat q' tripla: nā dupla a duob' / et tripla a trib' dicit'. Sic tripla vno min' est q' qdrupla: et qdrupla q' quicupla. Hui' exēplū i triplis des huiusmodi. vt 3 est tripl' ad vnitatē: differentia aut ei' q' est 2/ ad eā est dupla. Ita 9 nūer' maior est tripl' ad 3 minorē. Eius aut maioris ad dictum minorē differentia scz 6 est dupla ad minorē. Quidē nō modo in triplis: sed et i qdruplis et quicuplis sequēs formula ostēdit

Continue tripli	1	3	9	27	81	243
Differē. eorū ad miore dup.	2	6	18	54	162	
Continue quadrupli	1	4	16	64	256	1024
Differētie eorū ad mio. triple	3	12	48	192	768	
Continue quicupli	1	5	25	125	625	3125
Differē. eorū ad miore qdru.	4	20	100	500	2500	

In qdruplorū serie 4 ad vnitatē ē qdrupl': illi' aut ad hāc differentia que est 3/ ad eā est tripla. Sic 16 maior numerus ad 4 minorē ē quadrupl': sed 12 differentia maioris supra miore/ ad eūdē minorē est tripla. In quicuplorum vero serie 5 ad 1 est quicupl': sed 4 eius differentia ad vnitatē est quadrupla. Ita maior nūer' 25 ad miore 5 ē quicupl':

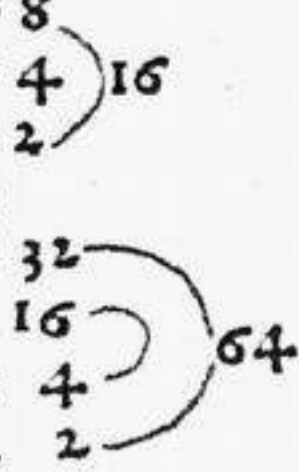
Quinta

4

5

sed 20 que est maioris ad minorem differentia / ad eundem minorem est quadrupla.

6 ¶ Sexte proprietatis prima pars (que intelligitur de continua medietate geometrica consistente in quotlibet terminis sed imparibus / vt vnus solum sit medi<sup>9</sup>) patet in tribus terminis 8. 4. 2. Quorum extremi in se ducti producant 16: quem etiam producit medius in se ductus. In quinque autem terminis vt 32. 16. 8. 4. 2. extremi in se ducti producant 64 cui itidem equalem procreat 8 medius in se ductus: cum octies octo constituant 64. ¶ Secunda pars (que intelligitur de discōtinua medietate geometrica consistente in quotlibet terminis sed paribus: vt duo sint medij) patet in quatuor terminis 32. 16. 8. 2. Quorum extremi 32 et 2 vnus in alterū ducti constituunt 64: que itidem producant medij 16 et 4 / alter per alterum multiplicati. Etiam habet hec secunda pars vsum in continua medietate geometrica consistente in terminis paribus. Vt sint dati quatuor termini 16. 8. 4. 2. Quorum duo extremi in se ducantur: et producant 32. Deinde duo medij 8 et 4 etiam ducantur vnus in alterum: et producant eundem numerum 32.



7 ¶ Septima proprietas declaratur supposita hac figura.

Septima

Alteraparte longiores qdratis interpositi	1	2	4	6	9	12	16	20	25	30	36
Continue proportionalitatu species		Dupla	Sesqual.	Sesquiter.	Sesquar.	Sesquinq.					

In hac quidem figura quadratis ab vnitare (ipsa quidem connumerata) continue sumptis: interpositi sunt continua serie altera parte longiores. Qui ad proximos duos (quibus interficiuntur) quadratos comparati / constituunt continue proportionalitatis species: vt i decima quarta pprietas altera parte longiorum dictum est. Et prima quidem hoc modo sumpta continue proportionalitatu species est in habitudine dupla (que prima est multipliciu medietas) scilicet in his terminis 4. 2. 1. Sequentes autem species fiunt in proportionibus superparticularibus recto ordine sumptis. Vt continua proportionalitas in proportione sesquialtera (que secundo obuenit loco) conuinit in his terminis 9. 6. 4. Et in sesquitercia (que tertio contingit loco) in istis: 16. 12. 9. et ita de ceteris. Quod septima quoque altera parte longiorum proprietate euasit manifestum.

8 ¶ Octaua proprietas hanc continet sententiam. Determinatis extremis geometrice medietatis inter quos volumus inuenire medium proportionalem numerum: ducatur vnus extremus in alterum / ex quo ductu producat tetragnus (Si enim ex ductu vnus extremi dati in alterum producat non quadratus: non sunt apti huiusce medietatis extremi) Deinde producti tetragni capiatur latus: illud est medium proportionale quod querebatur. Vt sint dati extremi 2 et 8: quoru qrit medius pportionalis. Duco 2 in 8 et puenit 16 qdrat<sup>9</sup>: cui<sup>9</sup> lat<sup>9</sup> 4 est medius pportionalis. Sunt enim hi tres numeri 8. 4. 2. continue proportionales in habitudine dupla. Ita sint dati extremi 4 et 9 quorum inuestigatur medius pportionalis. Duco 4 in 9 / et producit 36 quadratus: cuius latus 6. est medius pportionalis quesitus. Nam tres numeri 9. 6. 4. sunt continue proportionales in proportione sesquialtera. Si vero capiantur extremi 4 et 8 qui in se ducti producant 32 qui non est tetragnus: impossibile est inter illos inuenire medium pportionalē geometricum: quia ex vnus per alterum multiplicatione nō puenit quadratus: qd dictū est ad huiusmodi medium inueniendū requiri. Quare non inter quoscunq; extremos inuenitur talis medius.

Octaua

Me di e ta tis har mo ni ce pro pri e ta tes

- 1 Medietas harmonica in maioribus terminis maiorem seruat proportionem.
- 2 Musice medietatis medius terminus in collectas extremitates ductus: duplū numero qui fit ex extremo in extremum producit.
- 3 Musice medietatis determinatis extremis: medius reperitur terminus / si per extremorum coniuictorum numerum: numerus qui ex differentia extremorum in minimum confurgit diuiditur / isq; qui ex diuisione relinquitur accipiatur: atq; minimo extremo aggreget. diciturq; is numerus qui ex diuisione relinquitur: latitudo / latitudinisq; latus.

## Introductio

Contingit ex harmonica medietate: primordium consonantiarum/consonan-  
tialq; musicas omnes elicere.

Re li qua rum me di e ta tum pro pri e ta tes.

Si quartemedietatis extremi adinuicem sunt habitudinis duple: quod conti-  
netur sub maximo et medio/duplum est ei qui continetur sub medio et mi-  
nimo. Et omnino que habitudo maximí ad mínimū: ea erit eius quod sub  
maximo et medio cōtinetur ad id quod continetur sub medio et minimo.  
et id in omni medietate commune est.

Si quinte medietatis medius ad mínimum sit duplus: quod cōtineñ sub ma-  
ximo terminorū et medio: duplum erit ad id quod contineñ sub extremis.  
et omnino que habitudo medií ad mínimū: ea erit numeri que fit ex maxi-  
mo in mediū et mínimū. et id quoq; omnibus publicū atq; commune est.

Diuus Seuerinus medietatum denariam pythagore plenitudinē impleuit:  
Iordanus auem denario vnitatem adiecit:

### Denarius medietatū Boetij.

Prima		1.2.3.
Secunda		1.2.4.
Tertia	..	3.4.6.
Quarta		3.5.6.
Quinta		2.4.5.
Sexta		1.4.6.
Septima		6.8.9.
Octaua	..	6.7.9.
Nona		4.6.7.
Decima		3.5.8.

### Vndenarius medietatū Iordani.

Prima		1.2.3.
Secunda		1.2.4.
Tertia	..	3.4.6.
Quarta		1.4.6.
Quinta		6.9.11.
Sexta		3.4.6.
Septima		3.4.7.
Octaua	..	4.6.7.
Nona		3.5.6.
Decima		6.7.9.
Vndecima.		6.8.9.

Prima har-  
monice me-  
dietatis p-  
prietates

¶ Prima proprietas medietatis harmonice his constat exemplis. Horum trium terminorum di-  
cte medietatis 6/4/3. maiores 6 et 4 habent maiorem proportionem: et minores 4 et 3 minorē.  
Nam dati maiores sesquialteram: minores vero sesquiterciam retinent. Sesquialtera autē est maior  
sesquitercia: cum eius pars (quā vltra totum continet) a minore numero scilicet binario denomi-  
netur. Sesquitercie autem pars a maiore denominatur scilicet ternario: vt ex prima superparticu-  
larium proprietate liquet. Huius quoq; proprietatis exemplū in his tribus terminis. 6.3.2. liqui-  
do conspicitur. nā maiores termini 6 et 3 habent duplā proportionē/minores vero 3 et 2 sesquial-  
teram. modo dupla est maior sesquialtera: cū ois multiplex qualibet superparticulari sit maior.

Secunda

¶ Secunda proprietas ostenditur propositis tribus harmonice medietatis terminis: 6. 4. 3. Quo  
rum extremi simul iuncti constituunt 9. in quem ducatur medius terminus 4: et produceretur 36.  
Deinde ducatur extremus terminus 6 in alterū extremū 3: et fit 18. Modo 36 qui fit ex ductu me-  
dij in extremos simul iunctos / est duplus ad 18 qui fit ex ductu extremi in extremum. Sic datis  
eiusdem medietatis aliis terminis. 6. 3. 2. quorum quidem extremi 6 et 2 simul iuncti componūt  
8 in quem ducatur medius 3: et produceretur 24. Deinde ducatur extremus vnus in alterum et p-  
creatur 12. Clarum est 24 productum ex ductu medij in collectas extremitates: esse duplum ad  
12 productū ex ductu extremi in extremū. Quod in aliis quoq; cōsimiliter euenire conspicitur.

- 3 **T**ertia proprietas hanc requirit intelligentiā. Determinatis musice medietatis extremis si vo- Tertia  
 lumus mediū inuenire terminū: primo ducañ differētia extremorū in minorē extremorū. Deinde  
 numerus qui producitur ex huiusmodi ductu: diuidatur per numerū cōpositū ex extremis simul  
 iunctis. Postea sumatur numerus ex huiusmodi diuisione relictus/et denominans quotiens diui-  
 dēs est in diuiso (qui hic latitudo seu latitudinis latus nūcupatur) addaturq; minori extremo. Nu-  
 merus ex addito et minore extremo cōpositus: est medius inter datos extremos. Vt sint determi-  
 nati in hac medietate extremi 6 et 3 quorum inuestigandus est medius. Duco differētia datorū  
 extremorū que est 3 in minorē extremū 3: et prouenit 9. Quē diuido per numerū ex simul iūctis  
 extremis confurgentem qui etiā est 9/et relinquitur ex diuisione vnitas: nam 9 semel tm̄ inuenit̄  
 in 9. Itaq; vnitatem coniungo minori datorum extremorū sc; 3: et componitur 4/qui est medius  
 inter datos extremos. Estq; in his tribus terminis 6 4 3 medietas harmonica per diffinitionem.  
 Similiter sint dati eiusdem medietatis extremi 6 et 2 quorum perquiritur medius. Duco datorū  
 extremorū differētia que est 4/ in minorē extremū 2: et prouenit 8. Quem dissecō per numerum  
 ex simul vnitis extremis compositum: qui etiam est 8 (nam 6 et 2 simul iuncti reddunt 8) et relin-  
 quitur ex diuisione sola vnitas: cum 8 dumtaxat semel in 8 reperiatur. Deinde vnitatē (qui nume-  
 rus est facte diuisionis) adiungo minori propositorum extremorum sc; 2: et constituitur 3/qui est  
 medius inter datos extremos. Est enim in his tribus terminis 6 3 2. medietas harmonica: cum sic  
 cutse habet maximus ad minimum/ita differētia maiorum ad differētia minorum sc; 3 ad 1.
- 4 Nam vtraq; proportio est tripla. **P**ro quarta proprietate prenotate opere precium est primordium Quarta  
 consonantiarum appellari tonum: qui diffinitur esse consonantie principium/ex soni ad sonum ses-  
 quioctaua proportione proueniēs: qualis est 9 ad 8/que greco nomine Epogdoa dicitur. Cōsonā-  
 tie autē musice sunt quinque: Diatessaron/diapente/diapason/Diapason diapente/et bis diapason.  
 Diatessaron est consonantia que ex sesquitertia proportione nascitur: qualis est 4 ad 3 que et pro-  
 portio Epitrita dicitur. Diapente est consonantia que ex sesquialtera proportione vt trium ad duo  
 gignitur. Et hec quoq; greco nomine proportio Hemiolia dicitur. Diapason est qui ex dupla pro-  
 portione vt duorum ad vnum nascitur cōcentus. **D**iapason diapente est symphonia que ex tri-  
 pla proportione vt trium ad vnū procreatur. et id nominis sortitur: q; ex dupla proportione que  
 sonat diapason et ex sesquialtera que sonat diapente/sit cōposita. Nempe tripla proportio ex du-  
 pla et sesquialtera constituitur. Deniq; bis diapason est consonantia que ex quadrupla proportio-  
 ne vt quatuor ad vnum enascitur. haud ab re sic dicta: q; ex duobus diapason coalescat et compo-  
 natur. Nam quadrupla proportio ex duabus duplis aggregatur. Preterea prenosendum est q;  
 maxima harmonia dicitur: quando quatuor terminorum in geometrica medietate cōstitutorum:  
 inter maximum/vnum mediorum et minimū medietas arithmetica cōtinetur/et rursū inter ma-  
 ximum terminorum/alterum mediorum et minimum continetur medietas harmonica. Vt hi qua-  
 tuor termini 12/8/9/6/sunt ordinati in geometrica medietate: quia primi ad secundum et tertij  
 ad quartum est eadem habitudo sc; sesquialtera. Et inter extremos et vnum mediorum sc; 9 con-  
 tinetur arithmetica medietas: nam horum trium 12. 9. 6. differētie sunt equales/cū ternarius sit  
 primi ad secundū differētia et secundi ad tertium. Inter eosdem extremos et alterum mediorum  
 est medietas harmonica. Nam trium terminorum 12. 8. 6. que habitudo maximi ad minimum: ea  
 est differētie maiorum que est 4/ad differētia minorum. 2. Vtraq; enim dupla. Ex hac itaq; ma-  
 xima harmonia et differētijs terminorum harmonice medietatis: primordium cōsonantiarum  
 et musice cōsonantie omnes hoc modo sumuntur. Nam 9 ad 8 vnus medius ad alterum cum ses-  
 quioctauam habeat rationem: tonum constituit/per diffinitionem. Preterea 8 ad 6 minus mediū  
 ad minus extremum et 12 ad 9 maius extremum ad maius medium cum sesquiterciam seruet ha-  
 bitudinem: constituit consonantiam diatessaron per diffinitionem. Deinde 12 ad 8 maius extre-  
 mum ad minus medium/similiter 9 ad 6 maius extremum ad minus medium cū sit sesquialterū:  
 reddit consonantiam diapente. Postea 12 ad 6 maius extremum ad minus seruat duplicem habi-  
 tudinem: hinc per diffinitionem efficit cōsonantiam diapason. Deinde 12 ad 4 maius extremum  
 ad differētia maiorum terminorum harmonice medietatis rationem seruat triplam: quare per  
 diffinitionem reddit consonantiam diapason diapente. Demum 8 ad 2 minus medium ad diffe-  
 rentiam minorum terminorum harmonice medietatis quadruplam seruat habitudinem: igitur  
 per diffinitionem componit consonantium bis diapason. Manifestum est igitur ex harmonica me-  
 dietate primordium consonantiarum et harmonicas consonantias omnes esse sumptas: vt et hec  
 figura ostendit.

## Introductio

Termini maxime harmonie.	12	9	8	6
Differētie terminorū harmonice medietatis.	4		2	
Proportiones numerorū.	Exempla		Consonantie.	
Sesquioctava.	9	8	Ton <sup>o</sup> primordiū cōso.	
Sesquitercia.	8	6	Diatessaron.	
Sesquialtera.	12	8	Diapente.	
Dupla.	12	6	Diapason.	
Tripla.	12	4	Diapason diapente.	
Quadrupla.	8	2	Bis diapason.	

Boetius.

¶ Preter litteram diuus Seuerinus Boetius quinquagesimo capite secundi sue arithmetices vna ponit proprietatem tribus dictis medietatibus comunem et sane notatu dignam. q̄ datis duob<sup>o</sup> numeris extremis diuersi dantur medij: quorum vnus ad extremos eosdem geometricam/alius arithmetica/tertius vero harmonicam seruabit medietatem. Perinde (inquit) atq; in fistula extremis foraminibus manētib<sup>o</sup> medium foramen permutātes musici/atq; aliud aperientes aliud occludentes digitis: diuersos edunt sonos. Aut duabus extremis chordis altrinsecus in cythara extensis: medie chorde sonum musicus vel extendendo acutū reddit vel laxando et remittēdo grauem. Ita nūc vno extremis numeris inserto medio; nunc eo remoto et alio substituto: diuersē fiūt medietates. Cuius in extremis numeris paribus hoc sumatur exēplū. Sint dati extremi 10 et 40 quibus si comparatur medius 25: fit arithmetica medietas in his terminis 40/25/10. Nā que differentia primi ad secundum: eadem est secundi ad tertium sc̄z 15. Deinde eo sublato medio ipsis inseratur alter medius sc̄z 20. Hic cum extremis geometricam cōstituit medietatem. Nam que proportio 40 ad 20/primi ad secundum: eadem est 20 ad 10 secūdi ad tertium sc̄z dupla. Tertio. hoc quoq; medio remoto iisdem extremis interponatur alius sc̄z 16. Is cum extremis musicam componit medietatem. Nam que habitudo extremi 40 ad extremum 10: eadem est differentie maiorum 40 et 16 (que est 24) ad differentias minorum 16 et 10 que est 6. Nam vtraq; est quadrupla. Idem in numeris imparibus conspicitur. Sint constituti extremi 5 et 45 quibus interponatur medius 25: ad eos arithmetica seruatur proportionalitatem. nam primi ad secundum sc̄z 45 ad 25/et secūdi ad tertium sc̄z 25 ad 5 eadem est differentia: que est 20. Deinde dimoto priore medio cōstituat<sup>o</sup> alius medius 15: qui ad extremos collatus geometricā seruatur medietatē. Nempe que proportio primi ad secundum 45 ad 15: eadem est secūdi ad tertium 15 ad 5/cum vtraq; sit tripla. Deniq; et eo ablato medio iurrogetur alius sc̄z 9. Is quoq; ad eosdem comparatus extremos medietatem seruatur harmonicam. Nam que habitudo maximi ad minimum sc̄z 45 ad 5: ea est differentie maiorum 45 et 9 (que est 36) ad differentiam minorum 9. 5. vtpote 4. Nam vtraq; est noncupla. vt hec figura monstrat.

Medietates	Extrem <sup>o</sup> maior.	Medi <sup>o</sup>	Extrem <sup>o</sup> minor.	Differentie et habitudines.
Arithmetica	40	25	10	Differentia: 15.
Geometrica	40	20	10	Proportio dupla.
Harmonica	40	16	10	Proportio q̄drupla. Differē. 24. 6
Arithmetica	45	25	5	Differentia: 20
Geometrica	45	15	5	Habitudo tripla
Harmonica	45	9	5	Proportio nōcupla. Differē. 36. 4

Prima reli-  
quarum me-  
dietatū pro-  
prietas.

¶ Prime proprietatis reliquarum medietatum exemplum. vt istorum quarte medietatis terminorū 6/5/3/ extremi 6 et 3 sunt habitudinis duple. Et maximus in medium ductus sc̄z 6 in 5: producit. 30. Medius autem 5 ductus in minimum 3: producit 15. Clarum autem est 30 esse duplū ad 15. Idem constat datis quarte medietatis terminis in habitudine tripla 6/5/2. quorum extremi 6 et 2 habent proportionem triplam: et eandem/ differentia minorum ad differentiam maiorum sc̄z 3 ad vnitatem seruatur. Horum maximus in medium ductus sc̄z 6 in 5: producit 30. Medius vero in minimum ductus sc̄z 5 in 2/ gignit 10: ad quem 30 est triplus. Quinimo i omi medietate/ et (quod maius est) in tribus quibuscumq; numeris quis etiam nullam medietatum constituat/ id euenire cōspicitur vt que sit habitudo maximi ad minimum: ea est producti ex maximo in medium ad productū ex medio i minimum. qm̄ si idem numerus duos multiplicat: multiplicatorum et productorum eadem est proportio. Medius autem cuiuscumq; medietatum in tribus terminis assignatorum/

extremos maximum et minimum multiplicat: igitur maximi et minimi multiplicatorum/et productorum ex ductu eorum in medium eadem est proportio. vt sequens ostendit figura.

Medietates.	Earū exēpla	Producti ex max. i medi.	Ex medio i mi.	Productorū pportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	8	Tripla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	8	Quadrupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	12	Dupla.
Quarta.	6. 5. 3.	30.	15	Dupla.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	8.	Dupla sesquialtera.
Sexta.	12. 8. 2.	96.	16.	Sescupla.
Septima.	9. 8. 6.	72.	48.	Sesquialtera.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	42.	Sesquialtera.
Nona.	7. 6. 4.	42.	24	Suptripartiēs quartas.
Decima.	8. 5. 3.	40.	15	Dupla/supbipartiēs ternas.

Secunda.

2 ¶ Secunde proprietatis reliquarum medietatum exemplum. vt quīte medietatis terminī sunt 5/4/2/ quorum medius ad minimum scz 4 ad 2 est duplus. Ex ductu autem maximi in medium scz 5 in 4 fit 20. et ex ductu maximi in minimum scz 5 in 2 fit 10: ad quē 20 est duplus. Quod igit fit ex ductu maximi in medium est duplum ad id quod fit ex ductu maximi in minimum: q̄ medius ad minimum sit duplus. Et idem fiet quarumcūq̄ habitudinū sint quīte medietatis terminorū medius ad minimum Immo in qualibet decem medietatum et (quod amplius est) in tribus quiblibet numeris etiam nullam seruantibus medietatem: que habitudo medij ad minimum/eadē erit producti ex maximo in medium ad productum ex maximo in minimum: q̄ idem numerus scz maximus alios duos multiplicet.

Medietates.	Earū exēpla	Produc. ex max. i mediū.	Ex maxio. i mi.	Productorū pportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	24.	12.	Dupla.
Geometrica.	8. 4. 2.	32.	16.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	24.	18.	Sesquitertia
Quarta.	6. 5. 3.	30.	18.	Superbipartiēs ternas.
Quinta.	5. 4. 2.	20.	10.	Dupla.
Sexta.	12. 8. 2.	96.	24.	Quadrupla.
Septima.	9. 8. 6.	72.	54	Sesquitertia.
Octaua.	9. 7. 6.	63.	54.	Sescupla.
Nona.	7. 6. 4.	42.	28.	Sesquialtera.
Decima.	8. 5. 3.	40.	24.	Supbipartiēs ternas.

¶ Et sicut in harum proprietatum prima comparatus est maximus ad minimum: et vterq̄ multiplicatus per medium. Et in secūda medius ad minimum/et vterq̄ multiplicatus per maximum: ita potest poni proprietas in qua cōparetur maximus ad mediū/et vterq̄ multiplicetur per minimum: hoc modo. In qualibet medietate que habitudo maximi ad medium: eadem erit eius quod fit ex ductu maximi in minimum ad productū ex ductu medij in minimum. vt in arithmetica medietate horum trium terminorum 6. 4. 2. maximus ad medium est sesquialter. Et ex ductu maximi in minimum producitur 12. Ex medio vero in minimum ducto procreatur 8: ad quem 12 etiā est sesquialter. Quod et in alijs hac figura ostenditur.

Medietates.	Earū exēpla	Ex maximo in minimū.	Ex medio i mi.	Productorū pportiones
Arithmetica.	6. 4. 2.	12.	8.	Sesquialtera.
Geometrica.	8. 4. 2.	16.	8.	Dupla.
Harmonica.	6. 4. 3.	18.	12.	Sesquialtera.
Quarta.	6. 5. 3.	18.	15.	Sesquiquinta.
Quinta.	5. 4. 2.	10.	8.	Sesquiquarta.
Sexta.	12. 8. 2.	24.	16.	Sesquialtera.
Septima.	9. 8. 6.	54.	48.	Sesquioctaua.
Octaua.	9. 7. 6.	54.	42.	Supbipartiēs septimas.
Nona.	7. 6. 4.	28.	24.	Sesquifexta.
Decima.	8. 5. 3.	24.	15.	Suptripartiēs quintas.

## Introductio

Boetius.

¶ **D**iuus Seuerinus Boetius decem posuit medietates ante proprietatum assignationem diffinitas: ea potissimum ratione motus vt medietatum quantitatem equaret plenitudini numerorum a Pythagora designate: que denario consummatur. Posuit enim Pythagoras numeros simplices vsq; denarium porrigi: supra quem reliquos ex numerorum precedentium aggregatione progigni aiferuit. Iordanus autem in principio decimi sue arithmetices vndecim medietates assignat scz decem a diuo Seuerino Boetio positas licet alio ordine: et aliam insuper preter illas. quam describit esse medietatem in qua quemadmodum maximus ad medium se habet: ita differentia extremorum ad differentias maiorum vt 6/4/3. In quibus vt maximus ad medium sesquialter est: ita 3 differentia extremorum ad 2 differentiam maiorum etiam est sesquialtera. Neq; obstat in iisdem terminis alia ratione esse medietatem harmonicam. Et hanc Iordanus ordine sextam collocat. Sequens autem figura ostendit: quem apud diuum Seuerinum ordinem quelibet cōtinua serie dispositarū Iordani medietatum sortitur.

Vndeci Iordani medie.	Earum exempla.	Decē Boetij dictis respōdētes.	Earum exempla.
Prima.	6. 4. 2.	Prima.	6. 4. 2.
Secunda.	8. 4. 2.	Secunda.	8. 4. 2.
Tertia.	6. 4. 3.	Tertia.	6. 4. 3.
Quarta.	6. 4. 1.	Sexta.	6. 4. 1.
Quinta.	5. 4. 2.	Quinta.	5. 4. 2.
Sexta.	6. 4. 3.	nō ponit a boetio.	0 0 0
Septima.	8. 5. 3.	Decima.	8. 5. 3.
Octaua.	7. 6. 4.	Nona.	7. 6. 4.
Nona.	5. 5. 3.	Quarta.	5. 5. 3.
Decima.	9. 7. 6.	Octaua.	9. 7. 6.
Vndecima.	9. 8. 6.	Septima.	9. 8. 6.

Boetius.

Hec figura signat qd medietates Iordani et Boetij eiusdem limitis a sinistro in dextrum directi: habent eandem rationem et diffinitionem sicut et eadem exempla. Vt que est quarta apud Iordanū: est sexta apud boetium Et que a Iordano ponitur septima: ordinatur a Boetio decima: et ita de ceteris. Quod diffinitiones intuenti erit apprime notum.

¶ Sequens formula (que indicis vicē/locūq; obtinet) ostendit quo libro et capite vnaqueq; proprietatum prius positarum reperiatur apud diuū Seuerinum Boetiū in sua Arithmetica. prior enim numerus/caput indicat: secundus/librum. Ostendit preterea qua propositione et libro eedē propositiones demonstrantur apud Iordanum in suis elementis Arithmeticis. Nempe prior numerus propositionē signat: secundus librum. Vbi vero occurrit proprietas nullos habens in suo limite a sinistro in dextrum porrecto numeros respondentes Boetio aut Iordano: id indicium est huiusmodi proprietatem aut non reperi in apud Boetium si eius ca  
ruent numeris: aut non demonstrari apud Iordanū si in  
loco propositionum aut librorum eius nul  
lū habuerit notatū numerū;  
numeriue fi-  
gurā.



Formula proprietatū ex Boetio reperiendarū,  
atq; ex Iordano demonstrandarum.

Dī uus Se ue rī nus Bo e tī us Ior da nus.				
Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
<b>Numerus.</b>				
1	7	1	2	1
2	7	1	2	1
<b>Numerus par.</b>				
1	5	1	2	7
2	5	1	2	7
3	46	2	10	7
4	46	2	12	7
<b>Numerus impar.</b>				
1	5	1	3	7
2	46	2	11	7
3			10	7
<b>Numerus pariter par.</b>				
1	9	1	31	7
2	9	1	29	7
3	9	1	32	7
4	9	1	54	7
5	9	1	25	4
6	9	1	26.40	2.7
<b>Numerus pariter impar.</b>				
1	10	1	33	7
2	10	1	34	7
3	10	1	35	7
4	10	1	35	7
5	10	1	2	1
6	10	1	3	1
<b>Numerus impariter par.</b>				
1	11	1	37	7
2	11	1	38	7
3	11	1	40	7
<b>Numerus perfectus.</b>				
1	20	1	0	0
2	20	1	60	7
<b>Numerus diminutus et abūdās.</b>				
1	0	0	55	7
2	0	0	55	7
<b>Numerus primus et cōpositus.</b>				
1	0	0	1	3
2	0	0	2	3
3	17	1	25	7
+	17	1	25	7

# Introductio.

C Di uus Se ue ri nus Bo e ti us C Ior da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
<b>Numerus ad alterum primus.</b>				
1	17	1	12	3
2	18	1	15	3
<b>Equalitas/inequalitas.</b>				
1	32	1	70	9
2	32	1	70	9
3	1	2	75	9
<b>Multiplex.</b>				
1	26.27.	1	38.70	9
2	23	1	37	9
3	23	1	52	9
<b>Species multiplicis.</b>				
1	23	1	38	9
2	23	1	38	9
3	23	1	38	9
<b>Superparticularis.</b>				
1	24	1	52	9
2	24	1	37	9
<b>Species superparticularis.</b>				
1	24	1	38	9
2	24	1	38	9
3	24	1	38	9
<b>Superpartientis</b>				
1	28	1	52	9
2	28	1	42	9
<b>Species superpartientis.</b>				
1	28	1	7	2
2	28	1	7	2
<b>Multiplex superparticularis.</b>				
1	29	1	43	9
2	29	1	7	2
3	29	1	7	2
4	29	1	7	2
<b>Multiplices superpartientes.</b>				
1	31	1	7	2
2	31	1	7	2
3	31	1	7	2
<b>Numerus planus.</b>				
1	6	2	0	0
2	19	2	0	0
<b>Numerus solidus.</b>				
1	21	2	0	0
<b>Species numeri plani.</b>				
1	9	2	1	8

¶ Di uis Se ue ri nus Bo e ti us ¶ Ior da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
2	27	1	38	9
3	12	2	26	7
4	18	2	5	8
5	38	2	10	6
6	46	2	4	6
7	46	2	14	6
8	46	2	14.25	6
9	14	2	12	8
10	18	2	12	8
11	15	2	14	8
12	18	2	14	8
13	16	2	21	8
14	18	2	21	8
15	16	2	24	8
16	00	0	00	0
Parte altera longior.				
1	26	2	27	7
2	28	2	38	9
3	27	1	38	9
4	33	2	38	9
5	33	2	38	9
6	33	2	27	7
7	33	2	38	9
8	33	2	34	6
9	33	2	31	6
10	33	2	32	6
11	33	2	31	6
12	34	2	11	8
13	35	2	10.5	1.8
14	37	2	38.2.22	9.8.1.10
15	37	2	20	10
Pyramis.				
1	23	2	28	8
2	23	2	28	8
3	23	2	27	8
4	23	2	28	8
Cubus.				
1	39	2	28	7
2	46	2	4	6
3	46	2	16	6
4	46	2	17.26	6
Medietas arithmetica.				
1	43	2	1	10
2	43	2	0	0

Introductio Arithmetica.

Di uis Se ue ri nus Bo e ti us Clor da nus.

Numerorum proprietates.	Caput.	Liber.	Propositio.	Liber.
3	43	2	2	1
4	43	2	3	1
5	43	2	0	0
6	43	2	3	10
7	43	2	20	1
8	43	2	16	2
9	50	2	5	10
Medietas geometrica.				
1	43	2	0	0
2	44	2	1	2
3	44	2	3	2
4	44	2	20	10
5	44	2	5	2
6	44	2	25.26	2
7	44	2	0	0
8	50	2	38	9
Medietas musica.				
1	45	2	34	10
2	47	2	37	10
3	50	2	40	10
4 ex musica.	48	2	32	3
Quarta medietas.				
1	51	2	7	2
Quinta medietas.				
1	51	2	7	2

Epitomes/succincteque introductionis in libros arithmeticos diui Seuerini Boetij/necnon et commentarij familiaris illi adiecti (qui relicto demonstrationum pondere/litteram ipsam exemplari declaratione patefacit: et figuralium descriptionum subiunctione eam quoquo pacto reddit apertiore: pretermisso (vt aiunt) propter quid est, dum taxat quia est pro more introductionum ostendens) finis. Cuius ope (ni fallor) adiutus/si ad lectitandos diui Seuerini libros Arithmeticos se traduxerit: eos inueniet longe quam prius fuerat intellectu magis perspicuos

Iudocus Clíctoueus Neoportuensis Philíppo preposito  
in philosophíe studio commilitoni.

Ogítatí michí charíssíme philippe quidnā ad Aríthmetícen capes-  
c sendā teneríusculos adoleſcentū animos cōmodíus prouehere pos-  
set: in mentē venit huic rei nō parū (mea quidē sentētia) cōsultū íri: lí-  
praxís numerandí (quē Abacū dicūt) breuíusculís p̄ceptioníbus vtcunq; ape-  
rírétur / q̄ ea numerorū sp̄culationē aggredi volētíbus sit admodū accōmo-  
da. At vero nonuullís res ípsa nímiū humílís viderí fortasse poterít: mínusq;   
dígna q̄ vt regulís conſtríngatur more eorū que doctrínalía sūt. Nempe cō-  
tendēt Aríthmetícā numerū Theoricū considerare: neq; circa mercatoríam  
(vt recte monuit plato) supputatíonē versari. Id sane non ímus ínfícias / remq;   
ípsam plane tenuē fatemur et que s̄c̄ptorū opem non requírat. Verū quod   
rei non permittít exílitas: íd summopere expostulat ípsíus Abací cognoscen-  
dí necessítas / et quidē tātā: vt eius presídío destítutí í totíus Aríthmetíces le-  
ctíone cecutiāt necesse est. perínde atq; grāmatica sine elementorū lítterarío-  
rū (que rudes adoleſcentulí alphabeto díscunt) cognítíōe haberí neutíq; po-  
test. Est ení numerorū praxís vt Aríthmetíces Alphabetū. Quā ob causām   
quod dígnitatí detrahítur / íd necessítatí cōcedendū est: que tandē me eo per-  
pultí vt nō superuacuū arbítratus fuerím de arte numerandí quícq; succícte cō-  
texere. Quod emíssiōí paratū íd circo tíbí mí philippe nūcupandū statuí: q̄   
ad íd faciendū primus hortator accesserís / expetiuerísq; magnopere nonnul-  
la de vtrāq; supputadí ratíōe tum calculís numeralíbus tū notís Aríthmetí-  
cis exercēda a nobís collígí. Qua in re vt tíbí morē gereremus efflagítauít an-  
tíqua ílla anímí beniuolentía que nos ob cōmune philosophíe studíū íáprídē   
deuít. Subnectítur í calce libellus (quē vulgo Algorísmū dicūt) de numera-  
tíōís generíbus nō íncíte (nescío quo auctore) cōpositus / et ob subiecte mate-  
ríe affínitatē ceterís adiectus. Vtrūq; tamē lecturos opusculū premonítos ve-  
lím níhil eā lectíonē fructus allaturā / nísi assídúa exercítatíone íuuetur: ímo   
exercítatíonē ípsam p̄ceptís oíbus esse potíorē. Nā níhil eque obliuítíōe ín-  
tercídít vbi desít operís assídúitas. Memínéríntq; frequēter eius sentētíe quā   
preclare Iulíus Cesar vsurpare solítus est: oím rerū magístrū esse vsū. quí tan-  
dē effíciet vt vtríusq; ap̄dícís adminículo ad Aríthmetícen reddātur díspo-  
sítíores. Vale.

Iudoci Clíctouei Neoportuensis de praxi numerandi compendíū.

Supputatio	Figuralis
Calcularis	Numeratio
Figuralis	Additio
Calcularis	Substractio
Numeratio	Dimidiatio
Additio	Multiplicatio
Substractio	Duplatio
Multiplicatio	progressio
Diuisio.	Diuisio

Vpputatio est numeri et proprietatum eius ad opus accommodata / sensibilibusq; exercitatio.

Et fit calculis: cum dispositis quotlibet limitibus / numeri nummis (quos denarios supputatorios vocant) explicantur. Scripto vero: cum notis / figurisq; arithmetiis significantur.

Numeratio calcularis est cuiusq; numeri suo loco et limite apta per calculos dispositio. Numerationis regule.

Dispositis per ordinem et intercepto quodam interuallo calculis: primus ad 1 leuam / unitatem designat / secundus 10 / tertius 100 / et quartus 1000. Et ita consequenter sequens ad proxime precedentem decuplam seruat proportionem: quantumlibet progrediendo.

Calculus medio spacio positus / quincuplum designat numerum ad inferiorē 2 proximeq; precedentem: et dimidiū ad superiorē / proximeq; sequentē calculū.

Vt iter primū et secundū calculū collocat<sup>9</sup> / signat quaternarium: qui quicupl<sup>9</sup> est ad unitatē et dimidiū ad 10 / inter secundū et tertium collocat<sup>9</sup> significat 50. Inter tertium et quartū 500. Inter quartū et quintū 5000

Si numerus explanandus est infra quaternarium: primo loco tot calculis quot habet unitates explicet: vt singuli calculi / singulas notent unitates. Si quaternarius: vno calculo in medio primi et secundū limitis posito. Si vero supra quaternarium et infra denarium: quaternarius per calculū in medio / et relique unitates per calculos primo loco positos notentur.

Semel 10 vno denario secundo limite posito designandus est: semel 100 / tertio: semel 1000 / quarto. et ita consequenter. At cum pluries 10 designanda sunt: secundo loco tot ponantur calculi / quot sunt unitates in numero infra decem / numerum ponendum designante. Et si pluries 100: id fiat in tertio limite. Si 1000: in quarto / et ita deinceps

Vt 20 denotant a duobus / et explicantur duobus calculis in secundo limite positus: quia tot sunt unitates in binario. Sic 30 explicantur tribus / secundo dispositis limite calculis: quia denotant a ternario in quo sunt tres unitates. Et 300 tribus / tertio loco collocatis calculis: quia a ternario tres continent unitates dicuntur. Et 4000: quatuor in quarto limite sitis notantur calculis / quia a quaternario quatuor unitates habente denominatur.

Omnis numerus maior a minore denotatus: eodem modo / loco suo ponendus est quo denotans in suo. Quo fit vt qui ab unitate ad denarium interpositos numeros (qui maiorum omnium denominantes sunt) calculis significare cognouerit: omnem numerum quantumcūq; magnum sciet explicare.

A binario denotant: 20. 200. 2000 et cōsiles. A ternario: 30. 300. 3000. A quaternario: 40. 400. 4000. A quinario: 50. 500. 5000. A senario: 60. 600. 6000. A septenario: 70. Ab octonario: 80. et a nouenario 90: quod vel solo nomine constat. Ergo 50 in secundo loco eo modo ponendus est: quo 5 in primo. Et 60 in secundo: vt 6 in primo. Ita 700 in tertio loco: sicut 7 in primo. Et 8000 in quarto: sicut 8 in primo.

Cum datus fuerit numerus plurium limitum denotationē sortitus: primū maximus illorum et qui primo notatur / in suo ad dextrā limite explicetur: deinde proxime sequens in suo / et ita consequenter quousq; ad minimū postremūq; deuentum fuerit / suo itidem loco ad sinistram collocandum.

Operere precium est numero se explicari ordine quo nominantur: vt qui primo nominatur / primo ponatur: quis et conuerso possent ordine pro arbitrio collocari. At qui vbi plures simul notantur: notatio incipit a maximo et paulatim tendit ad minimū: quare eodem modo faciēda est eorum per calculos designatio. Vt si quis velit explicare 6356: primū quarto loco ponat 6000 / deinde tertio loco 300. Postea secundo loco: 50. Et deniq; primo ad sinistram loco: 6. Et 432 explicando primum tertio

loco 400 collocanda sunt: deinde secundo loco 30. Et demum primo loco binari<sup>9</sup>. Et qui 79 collocare voluerit: imprimis 70 secundo disponat loco / et deinde 9 in primo.

- 7 Officium huiusce speciei est quemcūq; numerum propositum / nominatūq; per calculos exprimere. Et positum quemlibet numerum: quātus sit / prō pte diffinire / interrogātūq; respondere.

Numerationis exercitationem habere volens / primo studeat quemlibet numerum voce prolatū et ab altero assignatum calculis explicare. Secundo designatum quemcūq; numerū et a perito numerandi calculis coram dispositum: quis sit determinare. Nam in utroq; frequens exercitatio: vsum facilem numeros ponendi et numerorum limites / significantiasq; eorū cognoscēdi p̄stabit.

### ¶ De additione.

Additio est multorum numerorum sigillatim sumptorum in vnam summam collectio

#### Additionis regule.

- 1 Pro additione faciunda requirunt primo multi particulares numeri sibi inuicem addendi: et certo ordine dandi. Secūdo numerus totalis ex additione resultans / et ex omnibus simul collectis compositus.

Particulares numeri ex hypothesi sunt dandi et supponendi. vt 14. 26. 8. 39. 67. Totalis aut numerus inuestigandus est et querendus per additionem. Vt ex predictis partialibus cōsurgens est: 154. Et is totus omnibus partialibus simul sūptis equatur. Nam partes simul equant suo toti.

- 2 Cum additio non sit nisi sepius repetita numeratio: datorum partialium numerorum vnusquisq; secundum dationis ordinem suo limite ponendus est / ac si per se poneretur: prioribus quidem suo loco dimissis cum ponunt posterioribus: quoad omnes explicati fuerint. Deinde prospiciendum quis ex omnibus totus numerus constat: et is summa additionis est / quam omnes simul sumpti componunt.

Vt sint dati numeri 12. 17. 25. 7. 39. 46. simul colligendi. Primo per numerationē exprimetur 12. Quo manente deinde ponent 17. Tertio 25. Quarto 7 prioribus adiciet. Quinto 39: et sexto 46 predictis omnibus addetur. Ex quibus percipietur consurgere totus numerus: 146.

- 3 Cum in vno limite quinque locantur calculi: illorum sublato loco / vnus in proxime superioris spacij medio collocandus est. quia ad inferiorem limitē (q̄ eius quinarium significet) spectare putetur. Qz si illo manente medio: in eodem inferiori limite adhuc quinque ponantur calculi: illis cum medio ablati / ipsorum loco vnus in proxime sequente limite ponendus est.

Sanesc factu opus est: quo confusio que ex multitudine pari solet vitetur / et sufficiens calculorū copia ad futuram supputationem habeatur.

- 4 Officium additionis est ostendere quis totus numerus ex multis propositis constituatur.

### ¶ De subtractione.

Subtractio est numeri minoris a maiori subductio. Et additioni ex opposito respondet.

#### Regule

- 1 In subtractione tres numeri requiruntur. primo / totalis a quo fit subtractio ex hypothesi dandus. Secundo numerus minor et partialis / subtrahendus a totali et etiā ex hypothesi dandus. Tertio numerus residuus / qui facta subtractione minoris a maiore superest: et hic querendus est.

Vt si a 67 subtrahi petatur 25 / et facta subtractione cognoscatur superesse 42: numerus 67 est to

## Subtractio.

talís a quo fit subtractio. Et 25 est numerus minor subtractus: quorū vtetq; per positum datus est. Sed 42 est numerus residuus/cōpleta subtractiōe superare cognitus et inuentus.

Proposito numero vno toto et altero partiali: auferatur datus partialis a toto 2  
cōsimili quo additus est modo/vtpote quicq; numerorum a suo limite. Et  
quod completa subtractione remanet: est numerus residuus quesitus.

Et ita de pluribus partibus sigillatim auferendis factitandū est.

Sit datus numerus 48/a quo petatur subtrahi 17. Auferendus est a secundo limite denarius et a primo septenarius. Et inuenietur residuus 31. Sic a numero proposito 89 petatur primo remoueri 15/deinde 23. Primum a secundo limite vnus remoueat denarius: et a primo quinaris. Rursum a secundo remoueat 20: et a primo 3: et superesse cōperiet 51. Ita de tribus quatuor aut quinq; partibus.

Cū a toto numero non cōmode potest subtrahi datus partialis in eo quo ex 3  
plicatus est calculorum situ: resoluendus est calculus in medio positus in  
quinq; vnitates inferiore limite explicatas/aut calculus in limite denariū cē  
tenarij aut millenarij positus: in decem vnitates / quarum quinq; per me-  
dio spacio locatum calculum: et reliqui per quinq; calculos inferiore limi-  
te positos denotentur.

Vt si a 100 remoueri debeat 37: debet primo calculus centenarium designans et tertio posit<sup>o</sup> loco  
resolui in calculum secūdo et tertio limiti interiectum et designantem 50: et in quinq; calculos se-  
cundo limite positos quorum quilibet notat 10. Rursum vnus calculorum secundo limite posito  
rū redigēdus est in vnū primo et secundo limiti interiectum et designantem / 5: et quinq; primo li-  
mite positos / totidem vnitates significantes. Et aptatis hoc modo calculis tum demum faciēda  
est subtractio et supererit 63. Faciēdaq; est hec resolutio anteq̄ inchoetur subtractio: et tamdiu  
quoad recte fuerint dispositi calculi ad subtrahendum propositum.

Ad cognoscendum vtrum subtractio sit rite facta: addatur numerus sub- 4  
tractus numero residuo. Et si totus ex illis constās equat̄ numero toti pri-  
mo dato: recte facta est subtractio. Sin minus: non recte.

Sit datus totus numerus 35/a quo subtracto 15 assignetur residuus 20: ad cognoscēdum vtrum  
apta fuerit subtractio/ addo numerū subtractum 15 ad numerum residuum 20/ et confurgit 35  
numerus primo datus. quare conueniens fuit subtractio. Q̄ si dicta subtractione completa: di-  
catur residuus esse 18: addo 15 subtractum ad 18 residuum/ et fit 33 qui nō est equalis numero to-  
ti 35 primo dato: non ergo conueniens fuit subtractio. Et regule ratio est/ nam numerus substra-  
ctus est differentia numeri totalis dati supra residuum: hoc est id quo numerus totalis superat re-  
siduum. Modo si numerus numerum superat: differentia maioris supra minorem / minori addita:  
duo numeri fiunt equales. Contra etiam numerus residuus est differentia totius supra subtractū  
Nam si datus numerus est differentia maioris supra minorem: ediuerso minor numerus est diffe-  
rentia maioris supra numerum datum. Et eiusdem numeri due partes sunt mutue differentie to-  
tius supra alteram partem. Vt sicut 20 est differentia ipsius 35 supra 15: ita 15 est differentia ipsius  
35 supra 20. Et in aliis quibuslibet numeris idem deprehendetur.

Additio itidem per subtractionem probatur: subtrahendo a totali summa 5  
sigillatim omnes numeros additos per ordinem. Et consummata hac de-  
tractione si nichil maneat residuū: recte fuerat additio facta. Si vero quicq;  
superfit: non fuit conueniens facta additio.

Vt addantur simul numeri 12. 13. 14. 15. ex quibus componitur 54. Ad cognoscendum vtiq; an  
recta fuerit additio/ et summam dictam conficiens: subtrahō a 54 primo 12/ deinde a residuo: 13  
postea 14/ et vltimo 15. Et quia eo facto nichil superest: conueniens fuerat additio. At si dicti nu-  
meri simul iuncti dicerentur componere 56/ et ipsis singulatim detractis inueniretur superesse bi-  
narius: non recta fuit additio. Et idem contingeret si non possent sigillatim omnes a toto nume-  
ro subtrahi.



6 **V**sus subtractionis est: ablata parte a toto/ residuam totius partem cognoscere.

Vt a toto numero 45 ablata parte 18 per subtractionem/ cognoscitur residua eius pars esse 27. Quod et superiora exempla ostendunt.

**¶** De multiplicacione.

Multiplicatio est ex vnus numeri in alterum ductu: totius numeri pductio.  
Regule.

1 **I**n multiplicacione tres numeri requiruntur. Primo numerus multiplicandus/ dandus ex hypothesi. Secundo multiplicans/ etiam ex hypothesi assignandus. Tertio numerus productus/ et hic per multiplicacionem est inuestigandus.

Numerus multiplicandus siue multiplicatus est qui multiplicatur: et nominaliter exprimitur. Numerus multiplicans est per quem alter multiplicatur: et per aduerbium explicatur. Numerus productus est totus qui procreatur ex ductu multiplicantis in multiplicatum. vt quater 16 producant 64: ibi 4 est numerus multiplicans/ 16 multiplicatus/ et 64 productus. Facilius autem est multiplicatio cum numerus minor sumitur pro multiplicante et maior pro multiplicato: q̄ vbi contra fit, vt leuius multiplicatur 48 per 4 q̄ contra quatuor per 48: q̄ quis in vtraq; multiplicacione idem numerus proueniat scilicet 192. Si enim alterna fuerit numerorum multiplicatio: idē numerus vtro biq; proueniet. vt sexies 8 et octies sex eundem producant numerum scilicet 48.

2 **E**xpresso/ dispositoq; per calculos numero multiplicando: ex vnoquoq; calculo eius in limite posito faciendus est numerus multiplicans (qui mente inexpressus tenetur) suo loco/ a dexteriori parte incipiendo. Quo completo prospiciendum est quis sit totus numerus cōpleta multiplicacione procreatus: et is dicitur numerus productus.

Vt si velim multiplicare 12 per 4: explicabo 12 per calculos et quaternarium animo continebo. Deinde ex vnico calculo secundo limite posito faciam quaternarium in eodem limite/ eum sustollendo et ipsius loco quaternarium ponendo. Postea ex vno duorum calculorum primo limite positorum faciam in eodem limite quaternarium/ et ex altero similiter: inuenieturq; productus 48.

3 **S**i numerus multiplicans est citra denarium: debet ex quolibet calculo numeri multiplicati formari multiplicans in eodem limite in quo est calculus qui multiplicatur. Si vero vltra denarium et citra centenarium: in proximo limite ad sublatum calculum ponatur multiplicans. Q̄ si vltra centenarium et citra millenarium: in tertio limite ab eo in quo numeri multiplicati calculus sustollitur.

Vt si multiplicetur 12 per 3: ex calculo in secundo limite posito formandus est in secundo limite ternarius. Et ex vtroq; calculorum primo limite positorum faciendus est in eodem primo limite ternarius. Et idem si multiplicetur per 6 vel per 8. Q̄ si 12 multiplicetur per 20: ex calculo in secundo limite constituto formandus esset in proxime sequenti scilicet tertio limite 20. Et ex vtroq; calculorum in primo limite positorum formandus esset in secundo qui proxime maior est/ 20. Q̄ si 12 multiplicetur per 400: calculus scdo limite positus transmuetandus est in quatuor quarto limite ponendos. Et vterq; primi limitis mutandus itidē est in quatuor tertij limitis. Quod melius exemplis et vsu q̄ regulis conspicitur.

4 **C**um plures eodem limite ponuntur calculi numeri multiplicandi: et multiplicans adeo est exiguus/ vt quem numerum pluries sumptus componat facile cognoscatur: prestat omēs eiusdem limitis calculos simul sumptos q̄ vnumquemq; per se multiplicare.

Sit datus numerus 4 multiplicandus per 3/ manifestum est omnibus quater tria conficere 12.

Hec mensu-  
la / figuraq;  
Pythagore  
supi<sup>9</sup> posita  
est folio xvii

Idcirco nō singuli quatuor calculorū transformādisunt in ternarium: sed ipsis quatuor simul sub-  
latis ponendus est 12. Et inter multiplicandum rationē afferre curet qui multiplicat: qm̄ q̄ter tria  
cōplent 12. Idcirco ad expedite multiplicādū nō parū cōducit prompte cognoscere quē numerū  
singuli infra denariū in quoslibet eorum ducti procreant. Quod ex Pythagorica more quadrati nu-  
merorū in longū et latum descriptione vsq; ad centenarium clare perspicitur: et iuuante vsu / exer-  
citationeq; protinus assignatur.

**Calculus in medio interstitio positus: multiplicandus est per medium mul-  
tiplicantis ponendum in loco recte ad illum respondente in quo totus po-  
neretur multiplicans si calculus in proxime maiore limite ponī intelligere  
tur. Q; si multiplicans sit impar: multiplicetur medius calculus per paris  
proxime minoris medietatem et dimidium vnus: proxime inferiori inter-  
uallo positum.**

Vt si quis velit multiplicare 8 per 6: loco medii calculi inter primū et secundū limitē ponat tres cal-  
culos in secundo: cū ternari<sup>9</sup> sit medietas senarii: et si medius calculus fuisset in secundo limite: de-  
buisset loco eius ponere 6. Deinde quia ter 6 conficiunt 18: tres calculos primo limite collocatos  
mutet in 18 / prouenietq; 48. Et ita semper medius multiplicās p̄portionabiliter in eo ponatur li-  
mite in quo fuisset positus integer multiplicans si calculus fuisset in pxime superiore loco. Q; si q;  
multiplicate contendat 8 per septem / loco calculi in primo spacio positi: collocet tres in secundo  
limite et vnum in eodem primo spacio. Et ita posuerit tria cū dimidio / que est septenarij medietas  
Deinde quia ter 7 cōficiūt 21: loco residuorum triū calculorum primi limitis ponat 21 / et inuenit  
et productum esse 56.

**In multiplicatione calculus quocunq; limite positus intelligi debet vt illius 6  
limitis vnitas: et sequens limes vt denarius ad illum / tertius vt centenari-  
us. et ita consequenter.**

Vt si dentur multiplicanda 400 per 12. Quatuor calculorum tertio limite positorum primus cō-  
mutandus est in 12 / ponendo in quarto limite tanq̄ limite denarij vnum calculum. Et in tertio vt  
limite vnitatis duos. Ita sigillatim secundus / ita tertius et quartus permutandus est / prouenientq;  
4800. Ita si 4000 per 12 sunt multiplicanda: quartus limes erit vt limes vnitatis / et quintus vt li-  
mes denarij. At si quis 40 velit per 12 multiplicare: secundus limes erit vt limes vnitatis / et tertius  
vt limes denarij / prouenientq; 448. Et hec regula ad multiplicationem est apprime necessaria.

**Quocunq; limite fit multiplicatio: per minimos numeros citra decem posi-  
tos et ipsum multiplicantem denominantes fieri curetur in suo limite. Hic  
eadem facilitate per maximum quemq; numerum / sumendo eius deno-  
minantem: quis multiplicauerit in proprio limite / sicut per numeros dena-  
rio inferiores in primo.**

Vt si 36 sint multiplicanda per 40 que denominantur a quatuor: ex vno quoq; calculorum trium  
in secundo limite positorum formandus est quaternarius in tertio limite. Deinde ex medio primi  
et secundi limitis calculo efficiendus est binarius in tertio limite. Deniq; ex vnico primi limitis cal-  
culo componendus est quaternarius in secundo limite: prouenietq; 1440. Et huius ratio est ga-  
minimi numeri denominantes q; ad tā profusam non euadunt multitudinem / faciliores sunt: cō-  
fusionisq; non pariūt errorem. Et iuuante hac regula quis numerū datum 36 eque multiplicaue-  
rit per 300 sicut per ternarium multiplicantis denominantem. Nam loco trium calculorum secū-  
di limitis ponendus est nouenarius in quarto limite / cum ter tria faciunt nouem: quod sane facili-  
us est cognitu q̄ q; tricies trecenta faciunt 9000. Deinde calculus primo et secundo limiti medius  
mutandus est in vnitatem quarti limitis et eius medietatem tertio et quarto interiectā: nam vnū  
cum medio est medietas ternarij. Postremum vnicus calculus primi limitis mutandus est in ternā-  
rium tertii. Et vbi plures in eodē maiore limite ponūt calculi: si p̄ expeditiori multiplicatiōe sumi  
possunt et illorū loco nūer<sup>9</sup> ponē<sup>9</sup> qui cōponit ex denoante multiplicātis toties sūpto quot sub-  
lati sunt calculi. vt in quarta regula dictum est. Vt multiplicetur 300 p 20 qui denoatur a binario

loco trium calculorum tertio limite sitorum / ponendus est senarius in quarto limite / nam ter duo sunt sex et nascentur 6000. Sed diligentissime curandum est vt calculi designantes partes numeri producti: in proprio / et apto ponantur limite. quod pro varietate numerorum multiplicantium melius exercitio q̄ regulis cognosci potest.

- 8 Cum numerus multiplicans habet diuersorum limitum partes: primum maxima pars ad dexteriores partes est explicanda in suo limite: deinde reliqua minor in suo / quoad ad minimam in proprio itidem loco collocanda peruentum fuerit.

Vt sint multiplicanda 30 per 365: manifestum est numerum denominantem habere vnam partem scilicet 300 tertii limitis / alteram scilicet 60 secundum / et tertiam scilicet 5 primi. Ideo ex vnoquoque trium calculorum secundo limite positorum formandus est in quarto limite ternarius qui est denominans 300 / in tertio limite 6 qui est denominans 60 / et in medio secundum et tertium limitis: 5 / proueniatq; 10950. Aut breuius per precedentem regulam sumptis simul tribus qui 30 explicauerant calculis: in quarto limite ponendus est 9 q̄ ter tria reddat 9. Deinde cum ter sex reddant 18: in quarto limite denarius et in tertio octonarius est collocandus. Postremum quia ter quinq; reddunt 15: in tertio limite vnus calculus qui 10 significet ponendus est / et in medio secundum et tertium limitis spacio vnus itidem: qui designet 5 / et idem proueniet Ex quibus constat q̄ cum plures sunt numeri multiplicantis partes: numerus plurium calculorum simul multiplicatorum debet super quamlibet illarum partium ferri. Et he due regule magna egent exercitatione: quia et magni sunt momenti et ad difficiles supputationes grauibus summe faciendas iuuant.

- 9 Officium multiplicandi est cognoscere quis numerus totus ex vnus numeri in alterum ductu confurgit.

Vt si 25 ducatur in 48 per multiplicationem cognoscitur prouenire 1200. Et ex ductu 36 in 16 cognoscitur prouenire 576. Et ita de aliis.

**De diuisione.**

Diuisio est numeri maioris per minorem distributio / qua quotiens minor in maiore contineatur: aperte cognoscitur.

**Diuisionis regule**

- 1 In diuisione tres requiruntur numeri. Primus est numerus diuidendus et maior / ex hypothese datus. Secundus / numerus diuisor siue diuidens: etiam assignandus ex hypothese. Tertius est numerus ex diuisione proueniens / et hic est querendus.

Numerus diuidendus / calculis est explicandus. Diuisor vero et per quem datus prior diuiditur animo tenendus. Tertius autem numerus scilicet denominans quotiens diuidens contineatur in diuiso explicandus est: sed ab altera et vltiore calculorum parte / quo numeri diuidendi calculis non permisceatur. Et in illo limitum latere calculi eandem prorsus habent significationem quam in ceteriore dicti sunt habere. Vt si diuidatur 48 per 4 et proueniat ex diuisione / 12. Ibi 48 est numerus diuidendus siue diuisus / et calculis designatur. Sed 4 numerus diuidens mente seruetur. Et 12 numerus ex diuisione proueniens / in altero latere etiam exprimitur.

- 2 Proposito numero diuidendo / auferatur primo a maiori limite et deinde per ordinem a minori / numerus diuidens. Et quotiens auferatur: totiens in altero latere ponatur calculus illi respondens limitum quo in ceteriore parte calculus vltimo auferatur / aut limitum inferiori. Et completa huiusmodi ablatione: numerus in altero limitum latere positus est numerus ex diuisione proueniens et queritus.

Vt sit datus numerus 96 diuidendus per quatuor: auferatur primo quaternarius a secundo limite: et in altera parte ad secundum limitem ponatur vnus calculus denotans diuidentem semel esse ablatum ab eo qui diuiditur. Secundo ab eodem limite auferatur quaternarius. Et in altero latere secundus ponatur ad eundem limitem calculus. Deinde quater a primo limite auferatur qua

ternarius: quia supersunt 16 continentia quater/ quaternariū. Et in primo limite ad vltiorē partē ponant̄ quatuor calculi/ quia ibi quater facta est ablatio. Et tūc cognoscē ex diuisione puenire 24. Siquid in maiore limite superest / a quo nec diuidens nec eius medietas auferri potest: illud transferatur ad limitem minorem/ resoluaturq; in minores partes. Et si completa diuisione quicq; residuum est in ceteriori parte: illud seruandum est et illic dimittendum.

Vt in superiore exēplo post ablatū a secundo limite bis quaternarium superest in eodem vnus calculus: qui resoluendus est in decemvinitates et deinde perficiēda diuisio. Si autē diuidi petatur 46 per quatuor: ablato semel quaternario a secūdo limite et ibidē i altero latere posito calculo/ et totiens a primo limite: positoq; in vltiori parte calculo prouenit 11/ supersuntq; in ceteriori parte duo primi limitis calculi qui signant duas quartas numeri diuidētis. Nam remanentes calculi facta diuisione: semper significant partes numeri diuidētis residuas.

Cum totus numerus diuidens apte sumi nō potest/ sumatur si commode liceat ipsius medietas: et i medio alterius lateris spacio proxime inferiori ad locū a quo vltimus calculus medietatis est sublatus/ ponatur calculus denotans ablatam medietatem.

Vt si 48 sit diuidēdus per tria/ primū a secūdo limite auferē tres calculi: et suppone i altero eiusdē limitis latere: calculus vnus. Deinde auferetur vnus calculus secundi limitis/ et alter primo et secundo limiti interiectus: scilicet vnū cum dimidio que est ternarij medietas: et in spacio vltiore primo et secundo locis intercepto ponetur calculus denotans diuidētis ablatam medietatem. Postremum auferentur tres calculi primi limitis: et in eodem limite superiori parte ponetur vnus/ et numerus ex diuisione proueniens (qui vulgo numerus quotiens dicitur) erit 16.

Cum in maiore calculo numeri diuidēdi/ non commode sumi potest diuisor: resoluendus est in minores partes proxime minore limite explicatas. Et iterum vna partium eius in decem minores. Idq; tam diu fiat quoad diuisor apte sumi potest: vt et in subtractione dictum est.

Vt si 100 debeat diuidi per 8/ resoluendus est primo 100 in 50/ medio inter secundum et tertium limites calculo signatum: et quinquies decem/ quinq; calculis secūdo limite positus notatus. quorum vnus vltius diuidatur in 10 vnitates primo limite explicatas. Et tunc remoueat̄ 8 semel a secundo limite et bis a primo/ eritq; ex diuisione proueniens: 12. Insuper et quatuor partes diuidentes scilicet quatuor octaue restabunt. Quod et in tertia subtractionis regula preceptū est. Nā diuisio est sepius repetita eiusdē subtractio. sicut multiplicatio: sepe eiusdem replicata additio.

Cum numerus diuisor adeo est numerosus vt propter suam multitudinem i gerat confusionem: accipiendus est eius denominans minimus infra decē et quoties potest a toto auferendus. Vnde qui per primos citra decem numeros promptus erit diuidere: per quātūcūq; quoq; nūerū facile diuidet.

Vt sit numerus 8400 diuidendus per 60. Accipio eius denominantem intra decem scilicet 6 et aufero 6 a quarto limite: ponoq; calculum in vltiore parte ad tertium limitem. Deinde aufero vnū calculum a quarto limite et duos a tertio que sunt 12 continentia bis sex/ et pono in secūdo limite ad partem superiorem duos calculos. Postremo aufero iterum vnū calculum a quarto limite et duos a tertio que rursus faciūt 12/ et pono denuo in secundo limite duos calculos: eritq; ex diuisione proueniens 140. Et que septima et octaua regulis de multiplicatione dicta sunt: hic ad diuisionem illi ex opposito respondentem applicentur: exercitatis solum futura peruia. Nā qui rudes et inexercitati sunt: circa minora et faciliora primum versentur.

Si numerus diuidens est infra denarium: in limite a quo vltimus aufertur calculus/ ex altera parte ponatur calculus denotans quotiens aufertur. Si vero denarius aut supra/ tamen infra centum: in proxime inferiori limite ponatur calculus numeri ex diuisione proueniētis. Si centenarius aut supra/

tamē infra mille: in tertio loco inferiore. Si vero millenarius aut supra/ tamē infra 10000: in quarto loco inferiore/ et ita deinceps. Medius autē calculus ponatur spacio proxime inferiore illi limiti in quo ponendus esset suus totus et integer.

Hec regula ex analogia multiplicationis statim cognoscitur/ et eo veritatem habet quod quilibet calculus numeri ex diuisione prouenientis censetur vt vnitas ad numerum diuidētem ablatum quā vnusquisq; significat semel in suo limite ipsum detractum: et ergo in limite vnitatis ad diuidētem poni debet. Prime partis exemplū. vt si 39 diuidatur per 3: primum in superiore parte secundi limitis ponetur vnus calculus/ quia ab eo inferius semel est sublatus ternarius. Deinde in superiore parte primi limitis tres ponentur calculi propter ternarium ter ab eodē subtractū. Exemplū secūde. vt diuidendo 900 per 20: remouebuntur quater 20 a tertio limite et ponentur quatuor calculi in secūdo/ ablationem illam notantes. Deinde vnus in tertio limite qui superest aufertur calculus vt medietas 20/ et medio primi et secundi limitis spacio ponitur in superiore parte calculus/ eritq; ex diuisione proueniens 45. Tertie partis exemplū. vt diuidendo 28000 per 200: remouebitur primo binarius a quinto limite/ et in superiori parte tertij ponetur vnus calculus. Deinde quater auferetur binarius denominans diuidētem a quarto limite/ et quatuor ponentur calculi in parte altiori secundi limitis: eritq; ex diuisione proueniens 140. Exemplum quarte vt si numerus 48000 diuidatur per 4000: primum auferetur quaternarius a quinto limite: et in secundo partis superioris limite ponetur vnus calculus. Deinde bis auferetur 4 denominans diuidētem a quarto limite et ponentur duo calculi in primo limite/ prouenientq; 12. Ita de medio per analogiam calculo est dicendum.

8 Officiū diuisionis est cognoscere quoties minor numerus in maiore reperiatur: et totius numeri quotācūq; partem inuenire/ diuidēdo datum numerū per denominantem illius partis.

Vt si queritur sexta pars: diuidatur numerus ppositus per 6. et si septima/ per 7. et si octaua/ per 8 et numerus ex diuisione proueniens est tota pars dati numeri quesita. Vt si queritur quinta pars ipsius centenarij: diuidatur 100 per 5 et ex diuisione proueniet 20. Et si quarta pars eiusdem: diuidatur per 4 et ex diuisione proueniet 25: nullo residuo. Et ea est quarta eius pars.

9 Facta diuisio per multiplicationem probatur si numerus ex diuisione proueniens multiplicetur per numerum diuisorem: addaturq; siquid erat residuū ad partem ceteriorem facta diuisione/ ipsi multiplicato/ et producatur numerus primo propositus diuidendus.

Vt diuidatur 64 per 16 et ex diuisione proueniat 4. Ad cognoscendum an recta fuerit diuisio/ multiplicetur 4 numerus ex diuisione proueniens per 16 numerum diuidētem: et producat 64 numerus primo datus. Nam si datum numerum numerus diuidat/ et quod prouenit rursus multiplicet: producat numerus primo datus/ vt petit arithmeticus. Et in hac probatione numerus diuidens est deinde multiplicans/ Numerus ex diuisione proueniens est multiplicatus/ et numerus diuisus est productus.

10 Sic facta multiplicatio per diuisionem probatur si numerus multiplicans diuidat numerum productum et proueniat ex diuisione numerus qui primo propositus est multiplicandus.

Sit 4 numerus multiplicans 16 et producat 64: ad sciendum an conueniens fuerit multiplicatio: diuidatur 64 numerus productus per 4 numerum multiplicatē/ ex diuisione proueniet 16 qui erat numerus primo multiplicatus. Nam si datum numerum numerus multiplicet et idē productum diuidat: redibit numerus primo datus multiplicandus. Et in hac probatione numerus multiplicans est deinde diuidens. Numerus multiplicatus est ex diuisione proueniens/ et productus est numerus diuisus.

Nunc de eisdem speciebus quo pacto scripto fiant dicēdum Quarum definitiones et officia fere eadē sunt: que prius assignata fuere.

## Numeratio.

### Et primo de numeratione.

Numeratio figuralis est cuiusuis numeri per notas et figuras numerales descriptio.

#### Regule.

Ad numeros scripto significandos institute noté per se posite et sigillatim ab<sup>1</sup> seinuicé seiuncte/numeros infra denarium designant. Nota auté circularis o per se nichil numeri significat: alijs tamen adiuncta/earum significantiã auget secundú loci quo ponuntur ordinem.

Note numerales sunt 1/2/3/4/5/6/7/8/9. Quarum prima per se sumpta vnitatem signat/secunda binarium/tertia:ternarium/quarta quaternariũ. et ita consequenter. Quam eorum significatiõnem ita opus est cognoscere pro supputatione arithmeticaq; cognitione:sicut litteras pro intellectu grammaticæ. Nota autem circularis o per se sumpta nichil designat/sed alijs adiuncta eas plus significare facit. vt adiuncta note binarij hoc modo 20:facit eam significare bis decem. Perinde atq; syncategorema nichil in oratione significans alijs adiungitur. Relique autem note sunt vt categoremata.

Si vero plures a sinistro in dextrum porrecte note coniungantur: primo ad si<sup>2</sup> nistrum loco sita/numernm infra denarium quem ex institutione notat/ designat. Et proxima: toties decem quot notat vnitates. tertio/loco toties centum. Quarto/ toties mille. quinto/ toties decem milia. Et sic quantumlibet procedédo sequens ad precedenté decuplã seruat proportionem.

Vt in hac figuratione 36 prima signat 6 et secunda 30: scz ter decem quia in ternario cuius illa est prima nota tres sunt vnitates. Et in hac. 423. prima ad sinistram nota/ternarium signat: secunda 20/et tertia 400. In ista vero 5852/ prima binarium secunda 50/tertia 800 et quarta 6000 signat. Deniq; in ista 24357 prima septenarium signat/secunda quinquaginta/tertia:trecenta/quarta: quatuor milia/et quinta: viginti milia. Et istius exercitationem petens comparet primo vnamquamq; notarium ad singulas: vt notam vnitatis secundo loco positam adiungat omnibus primo loco positis. Deinde notam binarij secundo positam adiciat cuiq; notarum Postea notam ternarij/et quid vnaqueq; duarum sic iunctarum signet attendat. Deinde tres adinuicem coniugat et duas easdẽ sumptas omnibus addat. vt 120/121/122/123/124/et ita consequenter. Postea 130/131/132/133/134. Deinceps quatuor adinuicé per ordinem sumat. vt 1231/1232/1233. Et ita quot modis quatuor variatim coniungi possint. Et ita in alijs.

Circularis nota primo ad sinistram loco sita facit proximam valere decem/ter<sup>3</sup> tiam:centum/et quartam mille. Et si secundo constitutatur loco: sequentem reddit eetenarij significantiam/ q; eam tertiam efficiat. Tertio vero posita loco: quarte millenarij significantiam prestat/ q; eã reddat quartam Et ita de alijs sinistrorsum vergentibus.

Vt in hac figuratione 6430/secundo loco posita nota designat triginta/tertio loco quadringenta et sexto sex milia. Et in ista 5403/ prima ternarium signat:secunda nichil/tertia quadringenta et quarta quinque milia. Et in hac 2068/ prima nota octonarium designat secunda lexaginta/tertia nichil/quarta duo milia. Et generatim huiusmodi figura eo quẽ occupat loco nichil notans/ordinis rationem seruat et nomen. vt q; prima/secunda/tertia/aut quarta dicatur. Et adiectarum notarum ordinem cum significantia permutat. Nam in hac figuratione 24 prima nota quaternariũ notat et secunda vigenarium. Sed apposita circulari figura sic 240/nota 4 signat quadraginta et nota 2 ducenta: q; illarum ordo permutatus est.

Eadem nota in sequentes et leuam versus vergentes suam habet vim: in pre<sup>4</sup> cedentes vero et ad dextram tendentes minime. Quo fit vt ipsa prima esse possit ad dextram et quolibet loco media: ad sinistra vero primo reponi loco minime possit.

10/11/12/13/  
20/21/22/23/  
30/31/32/33/

Sequentes note dicuntur que ad sinistrā partem deurgunt: q̄ contra scribendi ordinem in hac notarum computatione a dextro in sinistrum tendatur. Precedentes vero sunt que deflectunt ad dexteram. Vnde ordo supputationis notarum numeralium deprehenditur contrario modo se habere ad ordinem calculorum. In quo minimi numeri ad sinistram ponuntur: et maiores cum suis limitibus eo quo scribimus tractu accedunt ad dextram. Hic vero minimi numeri in parte dexta/ et maiores consequenter ad sinistrā tendunt. In his itaq̄ figurationib⁹ 4801408140321604571 nunc prima est/nunc secundo/nunc tertio/nunc quarto loca media. At in ista 048 est prima ad sinistrā: nichilq̄ ibi officii aut vsus habet neq̄ ad se neq̄ ad alias notas.

- 5 Eadem quoq̄ nota vni tantū figure apposita: vno dūtaxat modo poni potest: duabus vero adiuncta: ter variari/tribus adiecta: septies/et quatuor: decies et quinquies.

Cum vni note apponitur: solum primo loco poni potest. vt 20130140. Cum vero duabus adiungitur: ter potest variari secundum regulam binarii. Et cum adiungitur tribus notis numeralibus: septies diuersū potest habere situm per regulam ternarii. At vbi quatuor figuris significatiuis numerorum additur: decies et quinquies secundum quaternarii regulam potest diuersificari. vt hec figura ostendit.

Regula binarii.		Regula ternarii.					
1.	120	1.	2450	1.2	2400	1.2.3	2000
2.	102	2.	2405	1.3	2040		
1.2	100	3.	2045	2.3	2004		
Regula quaternarii.							
1.	12340	1.2.	12300	2.4	10203	1.3.4	10020
2.	12304	1.3	12030	3.4	10023	2.34.	10002.
3.	12034	1.4	10230	1.2.3	12000	1.2.3.4	10000
4.	10234	2.3.	12003	1.2.4	10200		

In quibus quidem regulis nota vnitatis significat circulem figuram primo ad sinistrā loco positam: nota binarii/ secundo loco a sinistra. nota ternarii: tertio. et nota quaternarii: quarto loco a sinistra. Q̄ si quinq̄ numeralibus figuris adiceretur: tricies et semel secundum quaternarii regulā variari posset: quod ex predictis facile est conicere.

- 6 Officium hac specie se exercitantis est quemlibet numerum propositum scripto notare. Et de quolibet itidem scripto quem numerū signet, in prōptu cognoscere.

Vt de numeratione que fit calculis in septima numerationis regula dictum est: sed hic idcirco repetitum q̄ alia sit in scripto/ alia in calculis exercitandi ratio: hec quidem facilior/ illa vero difficilior. Quare in calculis primum supputandi industria querenda est et deinde in scriptura. Et si quis scripto factam supputationem an recta fuerit experiri voluerit: eandem/ et consimilis speciei in calculis efficiat. Et numerationem figuralem per numerationem calcularem cōprobet/ et additionē per additionem: et ita de aliis. Sicq̄ ex facilioribus ad difficiliora progrediens: difficiliora per faciliora cognoscet. Vt si cuiq̄ offerantur quinquaginta quatuor exprimenda scripto: protinus sic explicet. 54. Et si petantur nonaginta quatuor: quo pacto exprimi debeant: statim respondeat hoc modo. 94. Q̄ si cōtra offerant alicui figure 68/ et interrogetur quē numerū signent/ illico respondeat: sexaginta octo. Et interrogatus quid he notent figure 79: statim subiūgat septuagintanouē.

#### Additionis regule.

- 1 In additione que scripto fit/ numeri simul addendi ordinata serie a sursum in deorsum porrecti disponantur: sed consimiles directe sub consimilibus.

Vt que numeros infra decem constitutos significant note: sub seinuicem ponantur in primo limite. Et que supra decem et infra centum numeros signant: sub seinuicem in secundo. Sic que supra cētum et infra mille: sub seinuicem in tertio. Que vero supra mille et infra decem milia: in quarto recta serie locentur.

## Numeratio.

Si numerorum addendorum note solum vnum constituent limitem et nulle <sup>2</sup>  
 in secundo limite collocentur: sigillatim superiores proxime inferioribus sunt  
 per continuam collectionem addende quoad tota summa ex omnibus collecta  
 fuerit, que interposita linea subscribenda est: et ea totus est numerus quem  
 partiales simul complent.

$$\begin{array}{r} 7 \\ 5 \\ 9 \\ 3 \\ 8 \\ \hline 6 \\ 38 \end{array}$$

Vt sint dati numeri: 7/5/9/3/8/6. sic addendi sunt: 7 et 5 sunt 12 et 9 faciunt 21. Illis adiectus 3 red-  
 dit 24. Deinde additus 8 efficit 32. Cui additus 6 reddit 38 totam et completam additorum sum-  
 mam. Et quot in additione calculari numeri requiri dicti sunt in prima regula: totidem et hic requiruntur.

Si vero addendi numeri duos compleuerint limites: colligenda est primum <sup>3</sup>  
 a superiori parte ad inferiorē procedendo, primi limitis summa, cuius (si plu-  
 ribus scribenda sit notis) solum prima nota subsignetur. Secunda vero ser-  
 uata in mente, numeris secundi limitis, eodem quo prius modo colligendis,  
 addatur, quorum tota summa adijciatur note primo limiti subscripte: et ea  
 est totalis datorum numerorum summa.

$$\begin{array}{r} 9 \ 2 \\ 8 \ 4 \\ 7 \ 6 \\ \hline 252 \end{array}$$

Vt sint dati numeri 92/84/76: eo quo in margine scribuntur ordine dispositi: ita adduntur 2 et  
 4 sunt 6 et 6 sunt 12: cuius primam notam 2 subscribo lineae subducte. Deinde secundam eius no-  
 tam scilicet unitatem addo ad numeros secundi limitis: quia ipsa sit denarii significatiua sicut et illi, vt ad  
 9 et fiunt 10: quibus adiectus 8 fit 18: et illis additus 7 reddit 25 qui apponendus est ad notam bi-  
 narii ex primo limite subscriptam. Estque tota summa datorum numerorum simul collectorum 252.  
 Et hic notarum minimas denominationes, quae faciliores sint, sumere debemus: sicut in calculis dictum  
 est fieri debere.

Quod si tres fuerint limites: summe secundi (si modo pluribus notis signanda sit) <sup>4</sup>  
 solum prima subsignetur nota ad subscriptam primo limiti figuram. Altera  
 vero, tertii limitis numeris adijciatur: quorum in vnum collectorum summa  
 tota, prius subscriptis adijcienda est. Et totus numerus subscriptus est da-  
 torum numerorum quesita summa.

$$\begin{array}{r} 4 \ 7 \ 2 \\ 1 \ 3 \ 5 \\ 9 \ 8 \ 6 \\ \hline 1593 \end{array}$$

Vt dentur numeri 472/135/986: in vnum adijciendi: et ordinentur recta serie. Primi limitis nu-  
 meri uniti constituunt 13: cuius prima nota 3 subscribenda est: et secunda, scilicet unitas secundo limi-  
 ti apponenda: cuius simul iuncti numeri constituunt 19. huius prima nota 9 suo limiti subscripta:  
 secunda (que unitas est) tertio limiti apponitur: illiusque numeri cum adiecta unitate simul aggrega-  
 ti faciunt 15: qui adijciendus est ad sinistram ceteris subscriptis: eritque tota summa 1593. Sic in quot  
 libet limitibus faciendum est vt secunda summe precedentis limitis figura ad sequentem limitem  
 transferatur: quod ad extremum deuentum fuerit, cuius tota summa expresse ad sinistram prius  
 subscriptis annotanda est.

$$\begin{array}{r} 3 \ 0 \\ 2 \ 5 \\ 4 \ 0 \\ 5 \ 6 \\ \hline 151 \end{array}$$

Si in limite numeros in vnum colligendos continente occurrat circularis figu- <sup>5</sup>  
 ra: ea pretermittenda est inter colligendum. Vbi vero ea nota in totalis sum-  
 me primo aut medio quouis obuenit loco: subscribenda et expresse anno-  
 tanda est atque numerus.

$$\begin{array}{r} 6 \ 3 \ 1 \\ 4 \ 1 \ 2 \\ 2 \ 2 \ 3 \\ 1 \ 3 \ 4 \\ \hline 1400 \end{array}$$

Prime partis ratio est: quia figura circularis nullius est significatiua in situ a sursum in deorsum sum-  
 pto, vt que auctiorem summam non reddat. huius tale sumatur exemplum. Sint addendi numeri 30/  
 25/40/56. Colligendo primi limitis numeros occurrunt due circulares figure dimittende. Secun-  
 de partis ratio est: quia figura predicta circularis in limite a dextro in sinistram protenso posita: se-  
 quentes figuras reddit maioris numeri annotatiuas. Vt sint in vnum colligendi numeri 631/412/  
 223/134. Prima numerorum limitis primis simul collectorum summe figura est nota circularis: itidem  
 et prima summe secundi limitis: quare subscribi primo loco et secundo debet. Summa autem ter-  
 tij limitis 14 illis adiuncta: reddit summam totalem 1400.

Non oportet in additione tot esse numeros a dextra in leuam vergentes in li <sup>6</sup>



mitibus suppositis quot sunt in suprapositis/neque ediuerso: sed plures supra scripti quam subscripti/aut contra. Ita plures medio quam extremis et ediuerso poni possunt: non in dextra/sed solum sinistra parte variando.

Exemplum ubi in dextra parte est inequalitas impediens additionem.

Plures superius quam inferius.	Plures inferius quam superius.	Plures extremis quam medio.
1 3 5 7	9	1 3 5 7
2 4 6	8 5	9
8 5	2 4 6	8 5
9	1 3 5 7	2 4 6

Quod si tertij exempli limites extremi ponantur medij: et medij/extremi: ediuerso contingit.

Sed hoc pacto in dextra parte variando non potest recta fieri additio a sursum in deorsum descendendo: cum consimilis nota sub consimili non ponatur. nam primus ad sinistram secundi ponitur sub secundo primi/et secundus sub tertio/et primus tertij sub secundo secundij/et tertio primi: quod in additione a sursum in deorsum facta maxime fugiendum est. Sinistra autem parte manente eadem et dextra variata recte fit hoc modo.

Plures superius quam inferius.	Plures inferius quam superius.	Plures extremis quam medio.	Plures medio quam extremis.
2 4 6 8	2	2 4 6 8	6 4
3 5 7	6 4	6 4	2 4 6 8
6 4	3 5 7	2	3 5 7
2	2 4 6 8	3 5 7	2

In horum quatuor exemplorum quolibet primus vnus limitis ad dextram sub primo alterius ponitur/et secundus sub secundo: quod in additione prima regula preceptum fuerat. Et horum omnium eadem est summa 2891 quia totidem limites in quolibet et ex eisdem numeris constituti/quis diuerso ordine fuerint. Quo fit vt nichil intersit in additione quis limes supra alterum ponatur aut infra. Nam transpositi limites secundum ordinem eandem reddunt summam: sicut in calculis nichil refert quo ordine nominentur addendi dummodo iidem maneant. Quare eque ab inferiori parte vt superiori posset sumi additionis principium: quod ab alterutra parte incipiendo/eadem semper proueniat summa.

**Subtractionis regule.**

1. Conscripto superius numero a quo est facienda subtractio: et inferius numero subtrahendo: sed directe/vt primum inferioris primo superioris respondeat/et secundum secundo/et tertium tertio: subtrahatur primum inferius a primo superiore: quod si maius fuerit/residuum subscribatur primo loco. Quod si nichil supersit vt cum idem ab equali subducitur: annotetur loco residui nota circularis. Deinde secundum inferius a secundo superiore et subscribat residuum aut nota circularis/et ita tertium a tertio et quartum a quarto. Quo quidem completo: numerus inferior est residuus et is qui querebat.

In subtractione figurali totidem requiruntur numeri quot in calculari dicti sunt requiri in prima regula. A minori quidem numero nunquam maior subtrahitur: sed contra maior a minori aut equalis ab equali. Primi exemplum. vt a 64 subtrahatur 23: scribaturque primus inferioris sub primo superioris/et secundus sub secundo. Numerus tamen subtrahendus ab eo a quo subtrahitur interiecta linea dirimatur/ita et residuus interposita linea a suprapositis secernatur: ne oriatur numerorum confusio. Quod et in omnibus supputationibus scripto factis seruandum est. Itaque subtraho 3 a 4/et superest vnitas subscribenda in primo ad dextram loco. deinde aufero 2 a 6: et remanet 4 etiam subscribendus secundo loco/et numerus totus residuus est 41. Exemplum secundi. vt a 68 subtrahatur 28/ subtraho 8 ab 8 et nichil remanet/ quare primo loco subscribenda est nota circularis. deinde remoueo 2 a 6: et superest 4 secundo loco subsignandus/ totusque residuus est 40. Et ita vbicumque equale ab equali tollitur: subscribenda est circularis figura.

64
23
41
68
28
40

2. Quod si prima numeri superioris nota est figura circularis/aut minor quam prima inferioris: a numero superiore/loco secundo posito/sumenda est per intellectum

## Subtractio.

vnitas que ad primum locum comparata valet 10: qui addendi sunt numero; primo loco superiori posito. Et a toto illo aggregato auferendus est numerus primo loco inferius positus: residuumq; subscribendum. Deinde secundus inferior a numero vnitate minore (nam ei detracta est vnitas) q̄ sit secundus superior auferendus est: et residuus subscribendus.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 240 \\ \underline{125} \\ 115 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 42 \\ \underline{18} \\ 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 624 \\ \underline{432} \\ 192 \end{array}$$

Vt a 240 subtrahendus sit 125. Quia in primo loco superiori non est numerus: capienda est vnitas a 4 secundo loco posito/que ad primum limitem cum circulari nota comparata valet 10. A quo subtrahendus est 5 primo loco inferiori positus: et residuus est 5 primo loco subscribendus. Deinde a 3 secundo loco superiori posito (nam ablata est a 4 vnitas/quare ibi solum restat 3) auferatur 2 numerus loco secundo signatus/et remanet vnitas secundo loco subsignanda. Deniq; a 2 in tertio loco superiori aufero vnitatem tertio loco inferiori positam: et superest vnitas subscribenda. Totus itaq; residuus numerus est. 115. Similiter a 42 remoueat 18. Quia a primo superiore minore sc; 2 non potest remoueri primus inferior maior qui est 8: a 4 secundo superiore capio vnitatem/que ad primum superiorem valet 10/quibus addo binarium primo superiore loco positum et fit 12: a quo subtraham primum inferiorem 8/et remanet 4: in primo loco ad dextram subscribendus. Deinde a 3 secundo loco superiori manente (nam sublata est prius vnitas) remoueo vnitatem secundo loco inferiorem: et remanet 2 loco secundo subnotandus/eritq; totus residuus 24. Et idem in ceteris locis vt secundo/tertio/aut quarto vbi superior numerus est minor inferiori/faciendum est. vt a 624 auferatur 432. Aufero 2 primo loco inferiori positum a 4 eodem loco superiori collocato: et residuus est 2 primo loco signandus. Deinde cum non possit 3 subtrahi a 2: sumo vnitatem a 6 tertio loco superiore posito/que ad secundum locum collata valet 10/quibus addito binario secundi loci fit 12: a quo subtrahendo 3 secundo loco inferiore positum remanet 9. Deinde a 5 tertij loci (nam ablata est vnitas) remoueo 4 in tertio loco inferiore positum et superest vnitas. Totus itaq; residuus numerus est 192. Quo fit vt primus ad dextram numerus superior et quiuis medius/possit esse minor suo inferiore respondentem. Vltimus vero minime: quia illum non sequitur alius numerus a quo posset hoc modo sumi vnitas.

Si in numero superiore plures se continue consequentes note circulares ponantur/et solum tertio aut vltimo loco ponatur figura numeri: ab illa depta vnitas in primo loco valet decem: in reliquis autem omnibus vbi huiusmodi sunt note/ valet solum nouem.

$$\begin{array}{r} 991 \\ 4000 \\ \underline{1234} \\ 2766 \end{array}$$

Vt a numero 4000 subtrahatur numerus 1234. A quaternario quarto loco posito sumo vnitatem: que in primo loco cum nota circulari illius loci valet decem/ in secundo autem et tertio cum illorum locorum notis circularibus/ 9. Itaq; a 10 posito in primo loco superiore remoueo 4 sibi inferius respondentem: et restat 6 primo loco subsignandus. Deinde a 9 secundo loco superiore sito remoueo 3 sibi suppositum: et restat 6 secundo loco supponendus. Rursum a 9 tertio loco superiore posito remoueo 2 sibi subditum: et restat 7. Deinde a 3 quarti loci superioris (nam in primo illius loci numero ablata est vnitas) aufero vnitatem subiectam: et restat binarius eodem loco subijciendus. Totusq; residuus est: 2766. Quod quidem in calculis est manifestissimum.

Si primo aut quolibet medio loco numeri inferioris ponatur circularis nota/ et in loco superiore correspondente numerus: cum ille a nichilo subtractus/ integer maneat: debet immutatus subscribi.

$$\begin{array}{r} 648 \\ 420 \\ \underline{228} \end{array}$$

Vt a numero 648 remoueat 420. Nichil a primo numero superiore auferendo qui est 8: manet 8 integer/et primo loco subsignandus est. Deinde binarium a 4 in secundo loco remouendo: remanet 2 eodem loco subijciendus. Vltimo 4 a 6 in tertio loco auferendo: restat 2 tertio loco subsignandus/ totusq; residuus est 228. Et ita si in medio numeri inferioris ea nota ponatur.

Si primo loco numeri superioris et inferioris ponatur circularis nota: debet et primo numeri residui loco/ eadem subscribi. Ita si secundo et quolibet medio loco vtrobiq; ponatur: et inferior superiori directe ad subtractionem respondeat.

Vt a numero 420 subtrahendus detur numerus 110. A nichilo/nichil subtrahendo: restat nichil hinc primo loco subscribatur nota circularis 0. Inde a 2 tollendo 1 in secundo loco: superest vnitas eodem loco supponenda. Demum a 4 remouendo 1 in tertio loco: restat 3 eodem loco subscribandus/totusq; residuus est: 310. Ita si in medio ponatur.

$$\begin{array}{r} 420 \\ 110 \\ \hline 310 \end{array}$$

6 Si in superiore parte plures fuerint note q̄ inferiore: tūc completa subtractio ne inferiorum a superioribus sibi respōdentibus: relique superiores quibus inferiorum nulla respondet/integre adijciantur ad sinistram numeri residui partem: et recte fuerit sublatio facta.

$$\begin{array}{r} 605 \\ 302 \\ \hline 303 \end{array}$$

Vt a 468 remoueat 25. Primum ab 8 aufero 5 in primo loco: et in eodem sub signo 3. Deinde a 6 aufero 2 in secundo loco: et in eodem subscribo residuum 4. Postremum 4 positum in tertio loco superiore (quia ei nulla respondet figura numeri subtracti) adijcio ad numerū residuū in tertio loco. Estq; totus residuus 443. Quemadmodū in additione si in extremo limite numerorū addendorū sola vna ponitur nota: illa adijcienda est ad summā numerorū collectorū a tergo et ad sinistrā. Vnde in subtractione vnus totalis numerus solum ab vno totali subtrahi debet: et vnus ad vnum et non ad plures (vt in additione fit) comparari. licet numeri totalis partes seorsum ad alterius partes respondentes comparande sint pro faciliore subductione: qm̄ facilius vnum ab vno q̄ plura a pluribus simul tollimus.

$$\begin{array}{r} 468 \\ 25 \\ \hline 443 \end{array}$$

7 Subtractio figuralis per additionem figuralem probanda est/et contraadditio per subtractionem: sicut calcularis probari dicta est/ quarta et quinta subtractionis regulis.

Nam ad probandum subtractionem per additionem: addendus est numerus residuus numero subtracto. Et si proueniat totus numerus a quo est facta subtractio: recta fuerat subductio Vt si a numero 46 ablati sit numerus 34/ et sit residuus. 12, addatur 12 ad 34 et proueniet 46: quare subtractio fuit conueniens. Ita si numeri 12/15/18/ simul addantur: cōstituunt summā 45. A qua primo auferatur 12: deinde a residuo remoueat 15 et vltimo 18/nichilq; manebit residuum: quare recta fuit additio.

$$\begin{array}{r} 46 \\ 34 \\ \hline 12 \end{array}$$

De dimidiatione que ad subtractionem reducitur.

1 Dimidiatio est medietatis numeri propositi acceptio. Et in numeris absolutis solum fit inter numeros pares: cum impares in duo media minime diuidi possint.

Vt si numerus propositus sit 468: et accipiatur eius medietas 234: eius facta est dimidiatio. Ad cognoscendum autem de vnoquoq; (quantuscunq; fuerit) numero an par/ sit an impar: sit hec regula. Si numeri propositi vltimus ad dexteram numerus sit par aut circularis nota: et totus numerus est par. Si vero vltimus ad dextrā sit vnitas aut impar: et totus numerus erit impar. Prime partis exemplum vt totus numerus 256 est par: quia vltima eius nota 6 est par. Ita et 730: q̄ vltima eius figura est circularis nota. secunde partis exemplum. vt 261 est impar: q̄ extremam habeat vnitatem/ similiter 647: q̄ vltimus numerus sit impar.

2 Proposito quocunq; numero dimidiando/ ei subducatur linea: vltimeq; figure ad sinistram posite sua subscribatur medietas/ et deinde sequentis vsq; in finem: si modo quelibet par fuerit. Et qui subscriptus inuenietur: erit numeri propositi medietas.

In dimidiatione a sinistre partis notis incipiendum est et continue in dextram tendendum. Vt sit dimidiandus numerus 842: ei supponatur linea. deinde sub 8 ponatur sua medietas 4. Et sub 4/ sua medietas 2. Et sub 2 vltima ad dextram numeri dimidiandi nota: sua medietas scz vnitas/ inuenieturq; subscriptus dimidius 421. Et ita in alijs.

$$\begin{array}{r} 842 \\ 421 \\ \hline \end{array}$$

3 Si vero vltima ad sinistrā figura aut quelibet media fuerit impar/ dematur ab ea per intellectū vnitas: et supererit numerus par proxime minor: cuius subscribatur medietas. Deinde transferatur illa vnitas subtracta ad sequentem

dexterioremq; figuram: in cuius loco valebit decem. Qui illi figure addat: et totius aggregati (si par fuerit) medietas subscribatur. Quod si fuerit aggregatum impar: rursus subducatur vnitas et ad sequentem locum transferatur: donec ad extremum dextre partis perueniatur.

$$\begin{array}{r} 972 \\ \hline 486 \end{array}$$

Vt sit dimidiandus numerus 972. Aufero a 9 vnitatem: et ipsius 8 paris proxime minoris subscribo medietatem 4. Ablatam vnitatem ad secundum locum transfero in quo valet 10: quibus addendo 7 secundo loco scriptum: fit 17. A quo (cum sit impar) iterum aufero vnitatem: et numeri paris proxime minoris qui est 16 sub signo medietatem 8. Vnitas autem ablata ad primum locum comparata valet numerum denarium: cui addo binarium primo loco ad dextram positum: et fit 12: cuius subscribo medietatem 6: estq; totus dimidius 486. Cum autem ad extremum numerum dextre partis peruentum fuerit: necesse est illic numerum parem vel notam circularē esse: que vnitati denarij adiuncta faciet 10. numerum parem. Et numerus par extremus ad dextram: denario adiunctus constituet numerum parem: quoniam par pari additus numerum parem constituit: et ergo huiusmodi extremi facile capiet medietas.

Calculis quoq; expressus numerus prompte in medietatem diducitur: a summis ad dextram positis auspicando: et a paribus quidem medietatem auferendo: ab imparibus vero medietatem numeri paris proxime minoris et medietatem vnus: que signatur per calculum proximo spacio inferiori positum: aut a limite in spacium translatum.

$$\begin{array}{r} 8462 \\ \hline 4231 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9754 \\ \hline 4877 \end{array}$$

Vt si sit dimidiandus 8462 calculis explicatus: primum a quarto limite auferetur quaternarius et tantumdem relinquatur. Deinde a tertio ablato 2/2 secundo 3/2 et a primo vnitate: medietatibus scilicet inuentorum illic numerorum: dimidius erit 4231. Et si sit dimidiandus 9754: a quarto limite remouebitur quaternarius cum medio calculo inter quartum et tertium limitem: a tertio ternarius cum medio calculo inter tertium et secundum: a secundo limite binarius cum calculo medio inter primum et secundum limites: qui medius calculus significat dimidium vnus calculi proxime superiore limite positi. A primo vero auferetur binarius: medietas numeri illic positi. Et totus residuus erit: 4877. Nam vltra primum limitem et locum et si note figureq; numerales: numerum imparem signare videantur: semper tamen parem signant.

Si rei cuius vnitas diuidua est: medietas sit accipienda: et in vltimo ad dexteram loco ponatur numerus impar: dempta vnitate subscribatur paris proxime minoris medietas. deinde extra signetur dempte vnitatis medietas. Si vero in extremo loco sola ponatur vnitas: loco eius subsignetur ei circularis nota: et vnitatis diuise medietas (vt prius) extra signetur per notam vnitatis superiorem et figuram binarij subiectam.

$$\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 573 \\ \hline 286 \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 541 \\ \hline 270 \frac{1}{2} \end{array}$$

Numeri absoluti vnitas indiuidua est. Rerum tamen quibus numerus applicatur vt ligni: vlne: pedalis: cubiti vnitas diuisionem recipit. Sint itaq; dimidianda 573 pedalia: per tertiam regulam in primo ad sinistram loco subscribendus est 2: in secundo 8: et in tertio (qui extremus est ad dextram) loco 6. Deinde extra signanda est vnitas supereminens: et subducta linea binarius suppositus: designans residuam vniam secundam siue vniam medietatem diuisi scilicet semipedale. Similiter sint dimidianda 541 pedalia: per eandem tertiam regulam dimidiationis primo ad sinistram loco subsignandus est 2: secundo vero 7: in tertio autem loco numeri dimidij ponenda est circularis nota: et extra signanda vnitatis dimidiate medietas.

### ¶ Multiplicationis regule.

Ad multiplicationem scripto faciendam numerus multiplicandus superiore loco scribendus est: et ducta linea numerus multiplicans subscribendus directe ad dexteram: vt prima vnus figura prime alterius supponatur: et secunda secunde. Demum ducta linea supponendus est numerus productus inuestigatus.

$$\begin{array}{r} 24 \\ \hline 12 \\ \hline 248 \end{array}$$

Vt si sit numerus 24 multiplicandus per 12: superiore loco scribend<sup>9</sup> est 24/et ei pxime subiiciendus 12: vt prima inferioris nota sit sub prima superioris/et secūda sub secūda. Postremo amobus subscribendus est productus scilicet 288. Verū numerus multiplicatus et multiplicans quadrifariam variari possunt. Primo q; vterq; sit simplex et vnica figura expressus, secundo multiplicans simplex et multiplicatus compositus/pluribusq; notis figuratus. Tertio multiplicans cōpositus et multiplicatus simplex. Quarto vterq; compositus. Et quo pacto quolibethorum modorū fiat multiplicatio: sequentes regule ostendent.

Pri.	Secūda
6	12
9	6
54	72
Ter.	Quar.
8	28
12	16
96	448

- 2 Cum tam numerus multiplicans q̄ multiplicatus est simplex/ducatur vnus i alterum: et quod inde prouenit/ subscribatur: quia numerus est ex vtroq; productus.

Sit 8 numerus multiplicandus per 6: duco 8 in 6/et prouenit 48 numerus productus: nam sexies 8 tantum dē reddunt. Ita 9 multiplicetur per 7 sic/septies nouem: et prouenit 63 productus. Ceterum ad cognoscendum quid conficit quilibet numerus simplex in simplicem ductus: inspiciatur descriptio numeralis Pythagore quadrato spacio in lōgum et latum eque porrecta / et numerus qui in vtriusq; et multiplicantis scilicet et multiplicati ponitur limite scilicet a sursum in deorsum et a sinistro in dextrum: is est quem vnus in alterum ductus producit. Vt si quis noscere velit quem numerum producat 8 in 7 ductus: a limite in cuius summitate ponitur 8 descēdat quousq; in eum coincidat limitem a sinistro in dextrum porrectum: in cuius principio ponitur 7: et respiciat quis numerus in vtriusq; illorum limitum coincidentia descriptus est/ inuenietq; 56: qui sane numerus est ex 8 in 7 productus. Et idem dictum est in quarta regula multiplicationis calculatorie. Pythagorica autem numerorum descriptio in prima proprietate multiplicis/ itemq; in secunda specierum numeri plani requirenda est: et predictis in locis folio quidem decimo septimo item et vicelimo figurata.

8
6
48
9
7
63
8
7
56

- 3 Cum multiplicans est simplex et multiplicatus compositus/ multiplicans primo ad dextram loco subscribendus est: et sigillatim ad singulas figuras numeri multiplicandi comparandus: a dextra sinistram versus procedendo. Et quod fit ex ductu multiplicantis in primam multiplicati figuram: directe primo loco subscribatur/ quod vero ex eiusdem in secunda ductu: secundo loco/ et quod in tertiam: tertio. et ita deinceps. si modo proueniens numerus vna scribi nota possit.

Vt sit numerus 234 multiplicandus p 2. Duco binariū subter ad dextrā descriptū primo in 4/ primam figuram numeri multiplicandi: et prouenit 8/ primo ad dextram loco subscribendus. Deinde eundem multiplicantē 2 duco in 3/ secundam figurā numeri multiplicandi: et prouenit 6/ secundo loco supponendus. Tertio duco 2 in 2 tertiam numeri multiplicandi notam: et prouenit 4/ tertio quidem loco subscribendus: estq; totus productus 468.

234
2
468

- 4 Si autem productus ex ductu multiplicantis in primam aut quamlibet mediam numeri multiplicandi notam/ non possit vna scribi figura sed solum pluribus: eius prima subscribatur suo loco: residua vero seruetur et addatur producto ex ductu multiplicantis in sequētē figuram. Et id quoties opus est fiat/ donec ad extremam in sinistra parte notā perueniatur: cuius productus (etsi pluribus annotandus sit figuris) totus est exprimendus.

Vt sit numerus 684 multiplicandus per 3. Duco 3 in 4 et prouenit 12: cuius prima nota 2 subscribatur/ et secūda que vnitas est mente seruetur. Deinde duco 3 in 8 et fit 24: cui addita vnitas q̄ ante fuit seruata efficit 25. Eius itaq; totius aggregati prima nota 5 subscribatur: et secūda scilicet 2 seruetur. Postremo duco 3 eundem multiplicantem in 6 et fit 18: cui addo binarium ante seruatum fitq; 20/ quē prius scriptis numeri pducēdi notis subnecto. Estq; totus productus: 2052.

684
3
2052

- 5 Cum multiplicans est compositus et multiplicatus simplex: quelibet figura multiplicantis sigillatim comparanda est ad multiplicatum. Et quod fit ex

## Multiplicatio

prima multiplicantis in multiplicatum: scribendum est totum directe sub prima. Quod vero ex secunda: inferiore gradu et directe sub secunda. Et quod ex tertia: adhuc inferiore loco et directe sub tertia multiplicantis. Et ita de ceteris quousque omnes figure multiplicantis ad multiplicatum fuerint comparate. Deinde per additionem omnes diuersis locis subscripte figure in vnam summam colligende sunt: que est numerus productus.

$$\begin{array}{r} 6 \\ \hline 543 \\ 18 \\ 24 \\ 30 \\ \hline 3258 \end{array}$$

Vt sit numerus 6 multiplicandus per 543. Duce 3 in 6 et prouenit 18: quem subscribo primo loco. Deinde duce 4 in 6 et prouenit 24: quem scribo sub secunda multiplicantis figura inferiore loco. Postremo duce 5 in 6 et prouenit 30: tertio loco et inferius scribendus. Omnes deinde producti sigillatim in vnam summam hoc modo colligantur. In primo ad dexteram loco solū 8 ponitur: et linee sub ducte subiiciendus est. In secundo 1 et 4 simul iuncti faciunt 5: secundo loco iupponendum. In tertio 2 et circularis figura supposita solum reddunt 2: tertio loco subdendum. In quarto vero loco ternarius solus collocatur: et linee ducte itidem subscribendus est. Totusque productus est 3258.

Cum vterque numerorum multiplicationis est compositus: quelibet figura multiplicantis ad omnes multiplicati sigillatim comparetur. Et quod ex prima multiplicantis in singulas multiplicati prouenerit: ponatur in vno limite sub prima multiplicantis incepte et ad sinistram porrecte. Et quod ex secunda: collocetur directe sub secunda: sed inferiore loco. Et quod ex tertia: sub tertia tamen inferiore situ: vt vltima docuit regula: simul obseruando quod precepit penultima. Expleta vero omnium comparatione colligantur omnes sparsim sub signati numeri in vnam summam: que est numerus productus.

$$\begin{array}{r} 36 \\ \hline 24 \\ 144 \\ 72 \\ \hline 864 \\ \hline 234 \\ 23 \\ \hline 702 \\ 468 \\ \hline 5382 \end{array}$$

Sit numerus 36 multiplicandus per 24 duce 4 (que prima est multiplicantis figura) in 6: et fit 24: cuius primam notam 4 sub signo et alteram mente recondo. Deinde duce 4 in 3 et fit 12: cui addo 2 ante seruatum et fit 14: quem totum subscribo per quartam regulam. Postea duce 2 (que secunda est multiplicantis nota) in 6 et prouenit 12: cuius primam notam 2 scribo inferiore loco sub secunda figura multiplicantis: et alteram seruo. Postremo duce 2 in 3 et prouenit 6: cui addit vnitas prius seruata efficit 7: quem adiungo alteri ad sinistram. Deinde in vnum colligo numerorum passim productorum summam: que est 864. Eodem ordine si 234 multiplicetur per 23: comparando primo 3 primam multiplicantis ad quamlibet trium multiplicati: et productos vno limite sub signando. Deinde 2 secundam multiplicantis ad quamlibet trium multiplicatorum: et productos inferiori limite describendo. Postea duorum limitum per additionem summam colligendo: proueniet numerus productus 5382.

Si in numero multiplicante aut multiplicato occurrit circularis nota: siue multiplicando ad eam comparetur alia consimilis nota siue figura numeralis: sub signanda est eius loco huiusmodi semper circularis figura.

Exemplum vbi ponitur in multiplicante et non multiplicato. vt numerus 246 multiplicetur per 20: prima multiplicantis nota in quolibet trium figurarum multiplicati ducta: non producit nisi oter sub signandum. Deinde secunda multiplicantis in quolibet trium notarum multiplicati ducta: et collectioe amborum limitum per additionem facta: proueniet productus 4920. Exemplum vbi contra ponitur in multiplicato et non multiplicante: vt numerus 220 multiplicetur per 14. Ex ductu prime note multiplicantis in notam circularē: solū proueniet nota circularis: in principio primi limitis sub signanda. Si r ex ductu secunde figure multiplicantis in eandem notam: eadem proueniet in principio secundū. Et amborum limitum completorum numeris in vnum collectis: proueniet summa 3080. Exemplum vbi ponitur in multiplicante et multiplicato: vt numerus 3040 multiplicetur per 200. Prima nota numeri multiplicantis in omnes multiplicati figuras siue circulares siue alias ducta: totum primum limitem constituet ex notis circularibus. Et secunda itidem ad oēs comparata totum secundum scdm. Tertia vero numeri multiplicantis nota que significatiua est in primo et

$$\begin{array}{r} 246 \\ \hline 20 \\ \hline 000 \\ 492 \\ \hline 4920 \\ \hline 220 \\ \hline 14 \\ \hline 880 \\ 220 \\ \hline 3080 \\ \hline 3040 \\ 200 \\ \hline 0000 \\ 0000 \\ 6080 \\ \hline 608000 \end{array}$$

tertio sui limitis loco producet 0: sicut eisdem locis sunt in multiplicato. Et tribus in vnum limitibus collectis (nam notarum circularium loca seruanda sunt: et in additione vbi nulla est figura significatiua/predictis notis signanda) proueniet tota summa 608000.

- 8 Si in multiplicante et multiplicato plures fuerint huiusmodi circulares note et solum vna numeri significatiua figura in fine vtriusq: sufficit figuram significatiuam vnus per figuram alterius multiplicare/ productumq: ad sinistram subscribere: et omnes circulares notas tam in multiplicante q: multiplicato repertas ad dextram ipsi producto adicere.

Vt numerus 500 multiplicetur per 20. Duco 2 notam numeralem multiplicantis in 5 postremam multiplicati: et prouenit 10/ cui deinde addo ad dextram tres notas circulares: q: due erant in multiplicato et vna in multiplicante/ et totus productus est 10000. Similiter si 6000 multiplicetur per 30: duco 3 in 6 et prouenit 18/ que scribo ad partem sinistram: et q: adicio quatuor notas circulares/ q: tres fuerint in multiplicato et vna in multiplicante: fietq: productus 180000.

$$\begin{array}{r} 500 \\ \underline{20} \\ 10000 \\ \underline{6000} \\ 30 \\ \underline{180000} \end{array}$$

¶ De duplatione.

- 1 Duplatio est numeri ad datum numerum dupli assignatio. Triplatio ad propositum tripli designatio. Quadruplatio: quadrupli. et ita deinceps per species multiplicis procedendo.

¶ Omnes iste et consimiles species sub multiplicatione continentur: eademq: lege (qua multiplicatio) fiunt. vt sequens regula cum exemplis ostendet.

- 2 Siquis propositum numerum duplare velit: eum per duo multiplicet/ et producetur duplus. Si triplare: multiplicet per tria/ si quadruplare: per quatuor. Et ita deinceps.

Vt sit numerus 27 duplandus: duco in ipsum binarium per tertiam et quartam regulam multiplicationis/ et prouenit 54 eius duplus. In eundem ducendo ternarium: producitur 81 eius triplus. Postremo si idem per 4 multiplicetur: producetur 108 eius quadruplus. Et ita de quincuplo et sescuplo dicendum est: ducendo numerum denominantem multiplicis in numerum propositum cuius queritur talis multiplex. Et tam in scriptura q: calculis fiunt he species a dextra parte incipiendo et in sinistram tendendo. Verum in calculis proceditur a maioribus numeris ad minores: in scriptura vero contra a minoribus ad maiores.

$$\begin{array}{r} 78 \\ \underline{156} \text{ Duplus.} \\ \underline{48} \text{ Triplus} \\ 144 \\ \underline{24} \text{ Quadrupl} \\ 96 \\ \underline{27} \\ 2 \\ \underline{54} \\ \underline{27} \\ 3 \\ \underline{81} \\ \underline{27} \\ 4 \\ \underline{108} \end{array}$$

¶ De progressionem.

- 1 progressio est numerorum equaliter a se distantium/ et equali dimisso interstitio sumptorum in vnam summam collectio. Et vt precedentes ad multiplicationem reducitur.

Equaliter a se distant numeri: cum eorum differentie sunt equales: vt 2. 3. 4. 5. 6. quorum quilibet a proximo sola distat vnitatem. Quo fit vt solum inter numeros constituentes continuam medietatem arithmetica fiat progressio: completurq: additione et multiplicatione/ vt sequentes regule ostendent.

- 2 Si numerorum equidistantium et continuo ordine dispositorum series est par: iungatur eorum primus cum vltimo/ et aggregatum ex eis multiplicetur per medietatem numeri ipsius seriei. et quod prouenit/ est illorum summa: quod per additionem quoq: facile constat.

He regule veritatem habent: siue dati numeri vnitatem/ siue binario/ aut alia quacuncq: differentia inter se distant. Preterea siue ab vnitatem / aut alio quouis numero eorum sumatur exordium. Vt sint dati numeri 1. 2. 3. 4. quorum series est par/ nam sunt quatuor. Iungo vnitatem cum 4 primu cum vltimo: et fit 5/ que multiplico per binarium qui est medietas numeri seriei: produciturq: 10/ omnium aggregatorum summa. Similiter sint dati quatuor alij: 2. 4. 6. 8. Iungo primu cum vltimo scz

2 cum 8/ et fit 10: quem multiplico per binarium/ qui medietas est numeri seriei: puenitq; 20/ datorum simul sumptorum (vt additio ostendit) summa.

Si numerorum equidistantiu et continuo ordine sumptoru series est impar: 3 multiplicetur numerus seriei per numeru datorum mediu/ et numerus qui producitur est tota illoru summa. Et id quoq; facile additio prodit.

Numeru seriei uoco numeru explicante quot in ea serie sunt numeri. Numeru uero medium: qui equidistat ab extremis. vt sint dati numeri: 1. 2. 3. 4. 5: illius seriei quinarus est numerus/ q; quinque dati sunt numeri: ternarius uero medius est. Itaq; multiplico 5 numeru seriei per 3 numeru mediu et pducitur 15 qui est tota eoru summa. Ita deniq; quinque alij: 2. 4. 6. 8. 10. multiplico 5 numeru seriei per 5 numeru mediu: et puenit 30/ oim coiunctoru summa. Et si dati fuerit 3. 5. 7. multiplico 3 numeru seriei per 5 numeru mediu: et pueniet 15/ qui est datoru numeroru simul sumptoru summa.

Diuisiois regule.

In diuisione figurali/ numerus diuidendus primo notandus est. Deinde ductis duabus lineis/ eo distantibus interuallo vt inter eos alius scribi possit numerus: ipse diuidens subscribatur/ ad sinistramq; locetur. In illaru autem linearum spacio scribendus est numerus denominans quotiens diuidens est in diuiso. Et is est qui queritur.

$$\begin{array}{r} 48 \\ \hline 16 \\ \hline 3 \end{array}$$

Vt si 48 debeat diuidi per ternarium: superiori parte 48 collocandus est/ deinde due linee ducende a seiuicem aliquantula intercapedine distantes: vt ipsis possit inscribi numerus/ et numerus diuidens 3 inferiori linearu subscribendus est ad sinistram: quonia ab ea parte diuidens sensim in dextram transferendus est/ quandoquidem in figurali sicut et calculari diuisione a maioribus numeris ad minores procedatur. Postremu lineis illis inscribendus est numerus ex diuisione proueniens: siue denominans quoties diuidens est in diuiso/ qui est 16. At cum in diuisione numerus diuidendus debeat esse compositus et diuidente maior: ea bifaria fit. primo cu diuidens est simplex et vna nota expressus. Secundo cu idem est compositus/ pluribusq; notis signatus.

Si diuidens est simplex: substrahatur quotiens potest ab vltima ad sinistram 2 figura numeri diuidendi/ si modo hec maior fuerit. Et quoties ablatu fuerit: signetur directe sub prima figura numeri diuidendi inter duas lineas. Et si quid ablatioe facta superest minus diuidente: scribat sup figuram a qua facta est ablatio. Deinde ab eo residuo cum sequente figura iterum quoties potest auferatur diuidens/ et quoties ablatu fuerit: lineis interscribatur: donec ad extremum dextre partis peruentum fuerit.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 36 \\ \hline 18 \\ \hline 2 \end{array}$$

Vt sit 36 numerus diuidendus per 2. Substraho 2 semel a 3 prima ad sinistram nota diuidendi: et lineis inscribo vnitatem. At vnitatem ex prima residuam ei supra scribo/ et comparo ad secundam numeri diuidendi notam: cum qua facit 18. A quo numerum diudentem octies substraho: et signo in medio 8. Itaq; numerus ex diuisione proueniens est 18: et totiens est numerus 2 diuidens in 36 numero diuidendo. Aliud exemplum. sit 48 numerus diuidendus per 3. Substraho semel 3 diudentem a 4 prima ad sinistram figura diuidendi et lineis inscribo vnitatem. Residuam uero vnitatem prime note supra scribo ei et comparo ad secundam cum qua facit 18/ a quo sexies 3 substrahi potest. Interlineas itaq; ad dextram noto 6 et totus numerus ex diuisione proueniens est 16.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 48 \\ \hline 16 \\ \hline 3 \end{array}$$

Completa diuidentis a qualibet diuidendi cum precedentis (si quod fuerit) 3 residuo/ subtractione: numerus duabus lineis interceptus est numerus ex diuisione proueniens. Et si quid consummata diuisione superauerit: extra ad dextrum latus signandum est/ cum annotatione quota pars aut quot et quote partes sunt/ numeri diuidentis.



Vt sit numerus 465 diuidendus per 4. Quia numerus diuidens semel a prima diuidendi nota subtrahitur nullo restate: et semel itidem a secunda sed restate binatio qui ei superscribendus est / et ad tertia comparat efficit 25: a quo diuidens sexies subtrahit remanere unitate. Ideo numerus ex diuisione pueniens est 116 et vna quarta diuidentis. Est enim superas unitas quarta pars quaternarij. Ita si numerus 786 diuidat per 4: ex regula precedente cognosces ex diuisione puenire 196 et vna secunda / scilicet binarius que est secunda pars siue medietas quaternarij. Et illa extra signat per duos numeros linea interiecta distinctos: quorum superior designat numerum an vna sit an plures / scilicet a vero denotatione an secunda sit vel tertia

$$\begin{array}{r} 2 \\ 465 \\ \hline 116 \\ 4 \quad \frac{1}{4} \end{array}$$

4 Cū vero prima ad sinistram aut quelibet media figura diuidendi minor est quam diuidens: auferat ab illa medietatem diuidentis. Et si medietate minor fuerit: ab illa et sequente diuidentis auferat medietatem sumendo a sequente numero quinque. Et mente teneat denotans illam ablationem scilicet 5 / addendus denominanti ex sequenti subtractione prouenienti: eique adiunctus subscribendus est dexteriori figura qua posterius facta est subductio.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ 786 \\ \hline 196 \\ 4 \quad \frac{2}{4} \end{array}$$

Vt sit 29 diuidendus per 4: aufero a prima nota numeri diuidendi medietatem diuidentis / et huiusce ablationis denotantem scilicet 5 (nam medietatem loci sinisterioris est 5 in proximo loco dexteriori) mente seruo. Deinde aufero 4 bis a secunda nota numeri diuidendi: et binarium illam ablationem denotantem adiungo quinario prius mente seruato / et fit 7 quem lineis interpono sub dexteriore figura scilicet 9: a qua ultimo facta est subtractio et superest vna quarta. Similiter sit 19 diuidendus per 3 / quia prima nota numeri diuidendi est minor medietate diuidentis: sumo ex secunda nota quinarium qui cum prima facit medietatem ternarij. Et huius ablationis denotantem scilicet 5 mente seruo. Deinde a residuo secunde note quod remanet sublato 5 / scilicet a quaternario remoueo semel diuidentem: et unitatem eam subtractionem denominantem addo ad 5 mente seruatum fitque totus ex diuisione pueniens 6 ad dextram scribendus cum vna tertia.

$$\begin{array}{r} 29 \\ 7 \\ \hline 4 \quad \frac{1}{4} \end{array}$$

5 Si ablata medietate diuidentis ab aliqua figura numeri diuidendi non maneat illo loco aliquod integrum sed solum medietas vnus: qui in loco dexteriore valet quinque: illa addenda est sequenti figure numeri diuidendi: et ex ambobus integer numerus constituendus est / et ab eo subtractio facienda.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 19 \\ \hline 6 \\ 3 \quad \frac{1}{3} \end{array}$$

Vt sit numerus 246 diuidendus per 3: a prima ad sinistram nota numeri diuidendi remoueo medietatem diuidentis scilicet vnus cum dimidio / illius remotiois denotantem scilicet 5 mente seruo et residuum illius prime note scilicet medietatem vnus transfero ad sequentem figuram scilicet 4 / et ei in suo loco scilicet secundo superscribo in quo valet quinque: cui adiuncta secunda nota scilicet 4 facit 9 / a quo ter subtraham diuidentem et ternarium denominantem quinario prioris subtractionis denominanti addo / fitque 8 sub secunda figura diuidendi inter lineas scribendus. Deinde subtraham eundem diuidentem ab vltima diuidendi figura scilicet 6 bis et binarium denominantem ei inter lineas suppono. Estque totus ex diuisione proueniens 82. Et hec cum precedente magnum requirit usum.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 246 \\ \hline 82 \\ 3 \end{array}$$

6 Quod si prima et secunda figura numeri diuidendi minor est quam vt ex eis sumatur medietas diuidentis: resoluenda est per intellectum prima ad sinistram in minores suas partes. quibus conspectis facile constat quoties in eis est diuidens: quemadmodum in calculis fieri quam apertissime liquet.

Vt si numerus 22 sit diuidendus per quinque: prima et secunda figura iuncte non faciunt medietatem diuidentis que est duo cum dimidio / nam prima quidem figura duo significat: secunda vero non dimidium vnus precedentis loci complectitur quod est quinque / sed solum binarium. Idcirco prima ad sinistram existimanda est vt 20 a quo quater subtrahitur quinque. Hinc 4 lineis interceptus et interponendus est / manentibus duabus quintis residuis. Ita si 34 diuidendus sit per 7 quia prima ad sinistram nota cum secunda: non continent medium diuidentis / hinc prima eius nota que valet 30. diducenda est et resoluenda in partes minores: inuenieturque in 30 quater 7 et due septime. quare in 34 reperitur 7 quater et superant sex septime. Quod longe facilius in calculis percipitur.

$$\begin{array}{r} 22 \\ 4 \\ \hline 5 \quad \frac{2}{5} \end{array}$$
  

$$\begin{array}{r} 34 \\ 4 \\ \hline 7 \quad \frac{6}{7} \end{array}$$

7 Si consummata subtractione superest in loco extremo ad dextram nota circularis in numero diuiso: illa addenda est numero denotanti in eadem parte. Si ve-

ro vltimo loco numeri diuidendi ad dextrum superest numerus minor diuiso: ille extra signandus est/ et eius loco in denominante circularis nota signanda.

$$\begin{array}{r} 2 \\ 600 \\ \hline 150 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 363 \\ \hline 90 \\ \hline 4 \quad 3 \\ \hline 4 \end{array}$$

Vt sit numerus 600 diuidendus per 4/ subtrahō semel 4 a 6: et lineis eodē loco inscribo 1 superatē vero binariū suprascribo in eodē primo loco: qui cōiunctus note circulari secūdo loco posite cōstituit 20. a quo quinquies aufero numerū diuidētē 4: et lineis quinarij notā iterpono. Et loco note circularis restāris in numero diuidēdo/ intersero lineis ad dexterā etiā notā circularē. Estq; totus ex diuisione pueniēs 150. Exemplū secūdi vt sit numerus 363 diuidendus p 4/ subtrahō a 3 medietatē 4: et restantē vnitatē eodē loco suppono. Factā aut ablationē denominantē quinariū mēte seruo. vnitatē vero primo loco residuā adiungo secūde note diuidendi scz 6 et reddit 16: a quo subtrahō numerū diuidētē quater/ et illū quaternarium adiungo quinario prius seruato facitq; 9: quē sub secūda nota diuidēdi lineis inscribo. Et loco numeri in diuidēdo superantis (q; diuidēte sit minor) signo in denominante ad sinistram notam circulatē/ minorem autem numerū extra signo: ei diuidētē supponendo.

Idemtidē cū medio loco occurrit in numero diuiso numerus a quo diuidens 8 subtrahinō potest/ a quo itidē et sequēte nō potest medietas diuidētis auferri: eo loco in numero denoante signāda est nota circularis. Et transferendus diuidēs ad vltiorē locum: auferendusq; a duobus cōiuncti sumptis. Quod sepius faciendū occurrit: vbi ab vna sola diuidēdi figura nō potest diuidens auferri. Eadē regula de circulari nota in medio posita itidem intelligatur

$$\begin{array}{r} 624 \\ \hline 106 \\ \hline 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 604 \\ \hline 201 \\ \hline 3 \quad 1 \\ \hline 3 \end{array}$$

Vt sit numerus 624 diuidēdus p 6. Subtrahō semel diuidētē a prima diuidēdi nota/ et iter lineas signo vnitatē. Et quia a sequēte nota nō potest subtrahi diuidēs neq; eius medietas / imo a scda et tertia nō potest subtrahi diuidētis medietas: idcirco in denoante ānotāda est prius scripte vnitati circularis nota ad dexterā. Deinde diuidēs a scda et tertia notis diuidēdi cōiunctis subtrahēdus est/ et ab eis sexies auferi: quare postremo ad dexterā loco in denoante notādus est 6. Erūtq; totus ex diuisione pueniēs lineis intermedius/ 106. Sit nūer⁹ 604 diuidēdus p 3. Aufero a 6 prima nūeri diuidēdi nota bis 3/ et signo denoiantē 2/ cui ad dexterā adiungo circularē figurā respondētē eidē note i diuidēdo. Deinde trās lato ad dexterā diuidēte/ aufero eū semel ab vltima ad sinistram diuidēdi numeri nota: et signo denominantē vnitatem superatq; vna tertia. Itaq; totus ex diuisione pueniēs est 201 et vna tertia.

Si vero ad diuidētē addatur vna aut plures note circulares: solū figura numeralis diuidētis auferēda est a figuris diuisi. Debetq; āte tot diuisi dexteriores figuras cessare diuisio: quot sunt in diuidente circulares note. Et residue diuisi figure signentur extra cū diuidēte/ tanq; residue. Ipsi autem denominanti non sunt apponende circulares note.

$$\begin{array}{r} 1111 \\ 40600 \\ \hline 1353 \\ \hline 3 \quad 10 \\ \hline 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4326 \\ \hline 43 \\ \hline 100 \\ \hline 26 \\ \hline 100 \end{array}$$

Vt sit nūer⁹ 40600 diuidēdus p 30. Remoueo semel 3 a 4 et signo denoiantē 1. Residuā aut vnitatē iungo cū sequēti nota circulari et reddit 10/ a quo ter subtrahō diuidētē 3: et denoiantē 3 iter lineas colloco. Rursū vnitatē residuā ad 6 tertiā diuidēdi notā cōparo/ cū qua facit 16: a quo quinq; aufero diuidētē 3/ et signo denoiantē 5. Iterū residuā vnitatē iungo ad sequētē in nūero diuidēdo notā circularē: cū qua reddit 10/ a quo ter subtrahō diuidētē 3: et signo denoiantē 3. Postremo residua vnitatis cū postrema nota circulari efficit 10: a quo nō potest āpli⁹ subtrahi diuidēs/ sed extra cū diuidēte signādus est. Sit nūer⁹ 4326 diuidēdus p 100. Subtrahō vnitatē diuidētē a 4 prima diuidēdi nota 4/ quater: et signo pro denoante 4. Eundē diuidētē detraho ipsi 3 secunde diuidēdi note ter/ et p denoante lineis iterpono 3. A residuis aut duab⁹ diuidēdi notis ampli⁹ nō potest subtrahi diuidēs: sed extra signāde sūt cū diuidēte. Et ex diuisione pueniet 43 et 26 centesime.

Cum diuisor ex multis cōponit figuris: vltima diuidētis sub vltima diuisi et penultima sub penultima ad sinistrū collocāda est. Subtrahendaq; extrema diuidētis ad leuā ab extrema diuisi sibi respōdētē: nō quidē seper quo-

ties potest / sed quoties sequentes figure diuidentis a figuris diuisi sibi re-  
spondentibus substrahi possunt. Et completa vna omnium subductioe: scri-  
bendus est numerus denominans sub vltima ad dextram / a qua facta est sub-  
tractio. Deinde in dexteriotem partem transferende sunt diuidentes figure: quousque  
consummata fuerit diuisio / tuncque conspicietur numerus denotans lineis interceptus.

$$\begin{array}{r} \hline 38 \\ \hline 19 \\ \hline 43 \\ \hline 16 \\ \hline 24 \\ \hline 6438 \\ \hline 268 \\ \hline 24 \\ \hline 6 \\ \hline 24 \end{array}$$

Sit numerus 6438 diuidendus per 24. Substraho 2 primam diuidentis bis a prima diuisi / et superat e il-  
lius prime note binarium ei superscribo / comparoque ad secundam diuidendi figuram cum qua facit 24: a  
quo etiam bis remoueo 4 / secundam diuidentis notam: et totius subtractionis denotantem binarium lineis in-  
terfero. Residuum vero 16 superscribo: a quo primam diuidentis notam scilicet 2 aufero sexies / et restat 4 su-  
perscribendus. qui comparatus ad tertiam diuidendi notam scilicet 3 facit 43: a quo sexies aufero secundam diui-  
dentis notam scilicet 4 / et remanet 19 superscribendus / totiusque iterum subtractionis notam scilicet 6 interfero li-  
neis. Rursum a residuo 19 substraho primam diuidentis notam scilicet 2 / octies: et restat 3. quem superscriptum  
comparo ad vltimam diuidendi notam in parte dextra / et semel efficit 38: a quo toties scilicet octies remo-  
ueo secundam diuidentis notam scilicet 4 / et denotantem totius subtractionis lineis inscribo. Residuum vero sena-  
rium extra signo cum diuidente. Totus itaque numerus ex diuisione proueniens est 268 et sex viciesimae quartae.

11 Si non toties potest secunda diuidentis figura a secunda diuisi substrahi aut que-  
libet sequens / quoties prima a prima: tente ante diuisionem si prima vno mi-  
nus quam omnino posset sublata / secunda toties posset a sua substrahi. Quod si non:  
videatur an duabus vicibus minus sublata / secunda toties sustolli possit. De-  
inde an tribus / postea an quatuor: quousque ad eum perueniatur numerum se-  
cundum quem omnes diuidentes figure a sibi respondentibus diuisi figuris  
equaliter auferantur.

Vt sit numerus 98 diuidendus per 16. Posset quidem prima diuidentis auferri nouies a prima diuisi: sed secunda di-  
uidentis a secunda diuisi toties auferri non posset / imo ne semel quidem. Posset et octies prima a prima aufer-  
ri / sed non toties secunda diuidentis a residuo scilicet 18 detrahi potest. Posset et septies prima a prima aufer-  
ri / sed secunda diuidentis non toties a remanente 28 detrahi valeret. At si sexies auferat prima diuidentis a  
prima diuidendi: secunda a residuo scilicet 38 toties poterit auferri. Idcirco auferat vnitatem primam diuidentis /  
sexies a prima diuidendi: et eodem loco ei superscribat 3 / qui cum 8 secunda figura diuidendi facit 38: a quo  
6 secunda figura diuidentis itidem sexies auferat / et lineis interponat denotans 6. Deinde residuum bina-  
rium extra signo cum diuidente. Et prouenit ex diuisione: 6 cum duabus decimis sextis.

$$\begin{array}{r} 3 \\ 98 \quad 2 \\ \hline 6 \quad 16 \\ \hline 16 \\ \hline 2 \\ \hline 84 \\ \hline 6 \\ \hline 14 \end{array}$$

12 Si prima diuidentis figura sublata a prima diuisi / manet aliquid residuum: illud  
superscribat prime diuisi / et intelligat in eodem quo diuisum est loco. Deinde se-  
cunda figura diuidentis substrahenda est ab eo residuo sumpto cum sequente figura  
diuisi. Cum vero integrum ab integro substrahi non potest: subducatur medium  
cuiuslibet diuidentium a sua superiore figura / vt prius dictum est. Et quod com-  
pleta diuisione superest: signetur extra / ductaque linea intermedia ei suppo-  
natur diuisor.

Vt sit 465 diuidendus per 19. Aufero bis 1 primam diuidentis notam a 4 prima diuisi: et superest 2 ipsi prime  
note superscribendum. Et hic binarium cum 6 secunda diuidendi nota facit 26: a quo itidem bis aufero 9 secundam di-  
uidentis notam / et signo denotantem 2 sub secunda nota diuidendi. Deinde ab 8 residuo substraho primam diui-  
dentis quater / et residuum quaternarium eodem loco superscribo: qui cum tertia diuidendi nota que est 5 facit 48: a quo  
etiam quater remoueo secundam diuidentis notam scilicet 9. signoque inter lineas denotantem 4 / et 9 residuum ex-  
tra signo cum diuidente. Itaque totus ex diuisione proueniens numerus est 24 et nouem decimenone.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2 \quad 8 \\ \hline 465 \\ \hline 24 \\ \hline 19 \quad 9 \\ \hline 19 \end{array}$$

12 Si prima ad sinistram figura numeri diuidentis a sua superiore substrahitur manente  
residuo: alie vero a suis substrahuntur quidem / sed nullo manente residuo: vbi  
vacuus est locus in numero diuidendo signanda est circularis nota. et adiu-  
cte sibi figure comparanda.

## Diuisio.

14

Sit numerus 465 diuidendus per 24. Substraho semel 2 a 4 primā a prima/et residuū binarium superscriptū ad sequētē cōparō notā: faciūtq; 26 A quo semel substraho 4 secūdā diuidētis notā: et superest 22/signoq; inter lineas denoiantē scilicet 1. Deinde a primo ad sinistrā binario superscripto remoueo prime diuidētis note medietatē: et residuam vnitatē superscribo. Sic a scdo binario supposito remoueo medietatē secūde diuidētis/et nichil est residui: ppter ea ei suppono notā circularē/et hui⁹ subtractiōis sc; 5 denoiantē mēte retineo. Postremū a 10 superscripto remoueo quater primā diuidētis notā/et residuū binariū note circulari superscribo: qui ad tertiā diuidēdi notā cōparatus efficit 25. A quo etiā quater aufero scdam diuidētis notā: et ipsū denoiantē sc; 4 cū quinario prius seruato cōiūgēdo/constituūt 9 lineis inscribendus: residuus vero numerus sc; 9 extra signāus est cū diuidēte. Estq; totus ex diuisiōe proueniēs 19 et nouem vicesimequarte.

**S**i prima ad sinistram figura diuidētis potest substrahi a sua figura tantū se-  
mel/et aliē similiter a suis substrahi totiēs nullo manēte residuo possunt: ap-  
ponēda est numero denominātī illo loco circularis nota/et figure diuiden-  
tis in aliū sunt locum transferende.

15

16

1212  
101  
12

Vt sit numerus 1212 diuidēdus per 12. Substraho primā diuidētis a prima diuisi et secūdā a secūda semel/signoq; denoiantē inter lineas vnitatē: cui (q; nichil est residuū) annecto notā circularē. Iterū aufero primā diuidētis a tertiā diuisi et secūdā a quarta/signoq; denoiantē vnitatē: erit vtiq; totus numerus ex diuisiōe proueniens 101/nullo proflus residuo. Et idem est si prima diuidētis substrahatur bis aut ter aut quotiens libet: dummodo sequentes totiēs auferantur et nullo vtro biq; residuo remanente.

**C**um fere ad finem vsq; peruentum fuerit et solū vna restat figura numeri di-  
uidēdi aut plures/ sed a quibus integer numerus diuidens substrahi non  
possit: ille extra litem signentur/ subducaturq; linea cui subscribatur di-  
uidens.

15

4811  
200  
+ 2  
11  
24

Vt si numerus 4811 diuidēdus per 24. Aufero 2 primā diuidētis a 4 prima diuidēdi bis/ et totiēs secūdā a secūda: signoq; inter lineas sub secūda diuidēdi 2. Deinde due restant note diuidēdi sc; 11/ sed a quibus nō potest totus diuidēs auferri neq; eius medietas. idcirco extra signāde sunt cū diuidēte/ sed tot ad denominantē addēde sunt circulares note: quot sunt loca occupata a notis residuis a quibus nō fit diuisio aut subtractio. Et quia in presenti exemplo sunt duo loca scilicet primus et secundus occupata a notis residuis: ideo due addende sunt circulares note. Et ex diuisiōe pueniunt 200 et vndecim vicesimequarte.

**D**iuisio figuralis per talē multiplicatiōē pbat et multiplicatio p diuisiōē/ sicut  
calcularis dicta est cōprobari: vnā per alterā disquirendo.

16

48  
12  
4  
12  
4  
+8

Vt diuidat 48 per 4: pueniet ex diuisiōe 12. Et an facta diuisio recta sit perquirens: multiplicet 12 numerū ex diuisiōe puenientē per 4 numerū diuidētē/ et producet 48. Si si 12 multiplicetur per 4: pueniet 48. Qui pductus rursū diuidat per multiplicantē 4/ et ex diuisiōe pueniet numerus multiplicatus 12. quare prior diuisio/ et multiplicatio fuit conueniens. ¶ Solēt autem qui praxim numerandi determināt annectere alterā supputatiōis speciē/ vtpote radicū extractionē: hoc est lateris tetragonici aut cubici inuentionem. Quam cōsulto omisimus: tum q; eius cognitio contemplationi potius numerorum q; praxi vsuiq; sit accommoda. Hic autem ea determinanda suscepimus que potissimum applicationem ad sensibiles supputationes/ adaptationemq; habent. Tū q; ea inuestigatio/ si complete fieri debeat diffusioem petit q; tetragonici aut cubici lateris inueniendi determinationem. Nempe non minus cognitu dignum est/ regulasq; requirit trigoni propositi aut pentagoni aut cuiusuis alterius specierum/ numeri plani latus designare q; tetragoni neq; potior videtur de hoc q; illis faciēda determinatio. Tum q; proxime sequens libellus hanc radicū subductionem cum in tetragonis tum in cubis aperte planeq; ostendit. Quare de ampliori faciēda eiusdem rei mentione impresentiarum supersedendum duximus.

¶ Compendij de praxi/ arteq; numerandi finis.

Opusculum de praxi numerorum quod Algorismus vocant.

Mnia que a primeua rerum origine processerunt: ratione numerorum formata sunt/et quemadmodum sunt/sic cognosci habent. Vnde in vniuersa rerum cognitione ars numerandi est operatiua. Hanc igitur scientiam numerandi compendiosam philosophus edidit nomine Algorismus: vnde et Algorismus nuncupatur/vel ars numerandi/vel ars introductoria in numerum.

**N**umerus quidem dupliciter notificatur. Materialiter: vt numerus est vnitates collecte. Formaliter vero: vt numerus est multitudo ex vnitatibus profusa. Vnitas vero est qua vnique res dicitur vna. **N**umerorum alius digitus/alius articulus/alius numerus compositus. Digitus quidem est ois numerus minor denario. Articulus vero est ois numerus diuisibilis in decem partes equales: ita quod nichil residuum sit. Compositus siue mixtus est qui constat ex digito et articulo. Et sciendum est quod ois numerus inter duos articulos proximos est compositus. **H**uius autem artis noue sunt species: scilicet numeratio/additio/subtractio/mediatio/duplatio/multiplicatio/diuisio/progressio/radicum extractio. Et hoc dupliciter: quoniam in numeris quadratis et cubicis. Inter quas primo de numeratione: et consequenter de alijs videamus. **D**e numeratione prima specie.

**S**t autem numeratio cuiuslibet numeri per figuras competentes artificialis representatio. Figura vero differentia/locus/et limes idem supponunt: sed a diuersis rationibus imponuntur. Figura enim dicitur quantum ad linee protractionem. Differentia vero: quia per illam ostenditur qualiter figura sequens differat a precedente. locus dicitur ratione spatij in quo scribitur. limes vero quia est via ordinata ad cuiuslibet numeri representationem. **S**ciendum igitur quod iuxta noue limites inueniuntur nouem figure significatiue: noue digitos representantes/que tales sunt. 0. 9. 8. 7. 6. 5. 4. 3. 2. 1. Decima vero figura dicitur theta/vel circulus/vel cifra/vel figura nichili: quia nichil significat. ipsa tamen locum tenens dat alijs significare: nam sine cifra vel cifris purus articulus scribi non potest. Cum igitur per has noue figuras significatiuas adiunctas quoniamque cifre quoniamque cifris: contingat quolibet numerum significare: non fuit necesse plures figuras inueniri significatiuas. **N**otandum igitur quod quilibet digitus vna sola figura sibi appropriata habet scribi. Omnis vero articulus per cifram et digitum a quo denotatur ille articulus/habet representari: quoniam quilibet articulus ab aliquo digito denotatur. vt denarius ab vnitate/vigenarius a dualitate/et ita de alijs. Omnis quidem numerus in eo quod digitus habet poni in prima: omnis articulus in secunda. Omnis autem numerus qui est a. 10. vsque ad. 100. vt centenarius excludatur: duabus figuris habet scribi. Si sit articulus: per cifram primo positam et figuram scriptam versus sinistram/que significat digitum a quo denotatur articulus. Si vero sit numerus compositus: primo scribatur digitus qui est pars illius numeri compositi/et sinistretur articulus vt prius. Omnis vero numerus qui est a. 100. vsque ad mille vt millenarius excludatur: per tres figuras habet scribi. **N**otandum est quod quolibet figura primo loco posita significat tantum suum digitum. secundo decies suum digitum. tertio centies suum digitum. quarto millesies suum digitum. quinto decies millesies suum digitum: et sic in infinitum multiplicando per hec tria. 10. 100. 1000. que tamen omnes in hac comprehenduntur maxima. Quolibet figura sequenti loco posita: decies tantum significat quantum in precedenti. **E**t sciendum quod supra quamlibet figuram loco millenarii positam competenter potest poni quidam punctus: ad denotandum quod tot millenarios debet vltima figura representare quot fuerint puncta pertransita. Sinistrorsum scribimus in hac arte more arabum huius scientie inuentorum. vel hac ratione et meliori: vt in legendo consuetum ordinem penitus obseruantes/maiorum numerum preponamus. **D**e additione secunda specie.

**A**dditio est numeri vel numerorum aggregatio: vt videatur summa excrecens. In additione duo sunt ordines figurarum/et duo numeri ad minimum necessarii: scilicet numerus addendus et numerus cui debet fieri additio. Numerus addendus est ille qui debet addi ad alium: et debet scribi inferiorius. Numerus cui debet fieri additio est ille qui recipit additionem alterius: et debet scribi superiorius. Competentius est tamen vt minor numerus subscribatur et maiori addatur: quod econuerso. et siue sic fiat siue sic: semper idem proueniet. Si velis igitur numerum numero addere: scribe numerum cui debet fieri additio in superiori ordine per suas differentias/numerum vero addendum in inferiori per suas differentias. Ita quod prima inferioris ordinis sit sub prima superioris/secunda sub secunda: et sic deinceps. Hoc facto addenda est prima inferioris ordinis prime figure superioris. Ex tali igitur additione aut excrecitur digitus/aut articulus/aut numerus compositus. Si digitus: loco superioris delete scribatur digitus excrecens. Si articulus: loco superioris delete scribatur cifra/et transferatur digitus a quo denominatur articulus ille versus sinistram. Vel addatur proxime figure sequenti si sit figura sequens. Si nulla: ponatur in loco vacuo. Si autem contingat quod figura sequens cui debet fieri additio articuli sit cifra: ea delete loco eius scribatur articulus. Si autem contingat quod sit figura nouenarii et debet ei

## Additio. Subtractio. Mediatio.

addi vnitas: loco nouenarii scribatur cifra/et sinistretur articulus vt prius. Si vero numerus cōpositus: loco superioris delet scribatur digitus qui est pars illius numeri cōpositi/et sinistretur articulus vt prius. Hoc facto addenda est secunda secūde: et negociandum est per omnia vt prius. Notandum est q̄ in additione et in omnibus sequētibz speciebus quando vna alteri directe supponitur: vtendū est qualibet ac si per se ponerentur. ¶ De subtractione tertia specie.

Subtractio est propositis duobus numeris maioris ad minorem excessus inuētio. Vel subtractio est numeri a numero ablatio: vt videatur summa relicta. Minor quidem de maiori vel par de pari substrahi potest: maior autē de minori nequaquā. Ille quidē numerus dicitur maior: qui plures habet figuras dūmodo vltima sit significatiua. Si autem tot sint vnitates in vno quot in reliquo: iudicādū est per vltimas vel per penultimas. ¶ In subtractione duo numeri sunt necessarii sc̄z numerus substrahendus et numerus a quo debet fieri subtractio. Numerus vero substrahendus in inferiori ordine scribendus est per suas differentias. Numerus autem a quo debet fieri subtractio/ in superiori/ ita q̄ prima sub prima/ secunda sub secunda/ et ita deinceps. Substrahatur igitur primam figuram inferioris ordinis a figura sibi supraposita: et illa inferior aut erit par sibi supraposite/ aut maior aut minor. Si par: loco eius scribatur cifra prope figuras sequentes ne minus significant. Si maior erit supraposita: deleantur ab ea tot vnitates quot continet inferior figura/ et residuum loco eius scribatur. Si minor: quia maior de minori substrahi nō potest/ mutuetur ergo vnitas a figura sequenti/ que valet. 10. respectu precedentis. Ab illo igitur denario et a figura a qua debuit fieri subtractio simul iunctis substrahatur: et residuū ponatur in loco figure delete. Si autem figura a qua mutuanda est vnitas sit vnitas: loco eius ea deleta scribatur cifra/ ne sequentes figure minus significant. deinde operate vt prius. Si autem figura a qua mutuanda est vnitas sit cifra: accede vltra ad figuram significatiuam et ibi mutua vnitate/ et in residuo loco cuiuslibet cifre pertransite ponatur figura nouenarii. Cū igitur peruentum fuerit ad illam figuram de qua intenditur: remanet tantū denarius. ab illo ergo denario substrahe vt prius. Ratio autem quare cuiuslibet cifre pertransite relinquatur figura nouenarii: hec est. Si a tertio loco mutuetur: illa respectu figure a qua debuit fieri subtractio valet 100. sed loco cifre pertransite relinquit. 9. que valet 90. vnde remanet tantū denarius. et eadem est ratio si a quarto vel quinto. et sic deinceps mutuetur vnitas. Hoc facto substrahe secundum inferioris ordinis a suo superiori et negociandum est vt prius.

¶ Sciendum est q̄ tam in additione q̄ in subtractione possumus bene a sinistris incipere operari redeūdo vlt̄q; ad dextram: sed vt docebatur fiet commodius. Si autem probare velis vtrum bene feceris necne: figuras quas prius substraxisti adde superioribus. et occurrunt figure quas prius habuisti/ si recte feceris. Similiter in additione q̄n omēs figuras addideris: substrahe easdē quas prius addidisti/ et redibunt eedem figure si recte feceris. Est enī subtractio additionis probatio et e cōuerso.

### ¶ De mediatione quarta specie.

Mediatio est alicuius numeri medietatis inuētio: vt videatur que et quanta est illa medietas. In mediatione tantum vnus ordo figurarum est necessarius: sc̄z numerus mediandus.

Si velis ergo aliquem numerum mediare: scribatur ille numerus per suas differentias/ et incipe a dextris sc̄z a prima figura versus dextrā: si illa fuerit significatiua. aut igitur representat vnitatem aut alium digitum. Si vnitatem/ loco eius delete ponatur cifra prope figuras sequentes: ne minus significant. Et scribatur illa vnitas exterius in tabula: vel resoluaturn vnitas illa in 60 minuta/ et medietas illorum 60 abiiciatur: et reliqua reseruetur exterius in tabula. sc̄z 30. Vel scribatur figura dimidij cum titella sic d̄. Sciendū tamen q̄ nullum locum ordinis obtinet: aliquid tamen significat. que medietas duplata in locum suum recipietur in duplatione. Si prima figura significet aliū digitū ab vnitate: ille numerus aut erit par aut impar. Si par: loco eius scribat̄ medietas illius paris. Si impar: sume proximum parem sub illo contentū et pone medietatem illius paris. De vnitate autem que remanet medianda: fac vt prius. hoc facto medianda est secunda. Si autem sit cifra: pretermittatur intacta. Si vero sit significatiua: aut erit par aut impar. Si par: loco eius delete scribatur medietas eius. Si impar: sume proximum parem sub illo contentum/ et in loco illius imparis delete ponatur eius medietas. Vnitas autem que remanet medianda: respectu precedentis valet. 10. Diuidatur ergo ille denarius in duos quinaros: et vnus abiiciatur/ et reliquus addatur figure precedenti. Si autem cifra fuerit cui debet fieri additio: deleatur et in loco eius scribatur. 5. et sic operandum est donec totalis numerus medietur.

### ¶ De duplatione quinta specie.

Duplatio est numeri propositi ad seipsum aggregatio: vt videatur summa excrescens. In duplatione vero tantum est vnus ordo figurarum necessarius: et inchoandū est a sinistra siue

ue a figura maiori/hoc est supra figuram/maio rem numerum representatē. In tribus quidē prece-  
 dentibus speciebus inchoauimus a dextra et a figura minori. In hac autē specie et in omnibus se-  
 quētibus inchoam⁹ a sinistra. De quo dat⁹ hic versus. Substrahis aut addis a dextris aut mediabis  
 A leua dupla/diuide/multiplica. Extrahe radicem duplam sub parte sinistra. Qm̄ si a prima figura  
 ra incipias duplare:continget quandoq; idem bis duplari. Et licet aliquo modo possemus opera-  
 ri incipiendo a dextris:difficilior tamen doctrina esset & operatio. Si velis igitur aliquem numerū  
 duplicare:scribatur ille numerus per suas differentias et dupletur vltima. et a duplatione aut ex-  
 crescit digitus/aut articulus/aut numerus compositus. Si digitus:loco illius delete scribatur digi-  
 tus excrescēs. Si articulus:loco illius delete scribatur cifra/et transferatur articulus versus sinistra.  
 Si vero cōpositus:loco illius scribatur digitus qui est pars illius numeri compositi/et sinistretur ar-  
 ticulus. Hoc facto duplanda est penultima:et quicquid excreuerit/negociandū est vt prius. Si ve-  
 ro occurrit cifra:relinquenda est intacta. Sed si aliquis numerus cifre debeat addi:loco illius dele-  
 te scribatur numerus addendus. eodē modo negociandum est de omnibus alijs. ¶ Probatio hu-  
 ius talis est. si recte duplaueris:media/et si recte mediaueris:dupla/et occurrunt eedē figure quas  
 prius habuisti. Est eni duplatio/mediationis probatio et ediuerso.

¶ De multiplicatione sexta specie.

Vltiplicatio numeri per se vel per alium:est propositis duobus numeris tertij inuentio qui  
 m totiens cōtineat alterum illorum quot sunt vnitates in reliquo. In multiplicatione duo nu-  
 meri sunt necessarii:scz numerus multiplicans et numerus multiplicandus. Numerus mul-  
 tiplicans aduerbialiter designatur. Numerus vero multiplicandus nominalem recipit denomina-  
 tionem. Potest etiam tertius numerus assignari qui productus dicitur:proueniens ex ductu vnus  
 in alterum. Notandum est qd de multiplicante potest fieri multiplicandus et econuerso:manente  
 semper eadem summa. et hoc est quod cōmuniter dicitur. Omnis numerus conuertitur in se mul-  
 tiplicando. ¶ Sunt autē sex regule multiplicationis. quarum prima est talis. Quando digitus mul-  
 tiplicat digitum:substrahatur minor digitus ab articulo sue denominationis per differentiam ma-  
 ioris digiti ad denarium/denario simul computato. Verbigratia. Si vis icire quot sunt quater 8/vi-  
 de vnitates inter 8 et 10. denario simul computato/et pater qd sūt due. Substrahatur ergo quater-  
 narius a 40 bis:et remanent. 32. sūma totius multiplicationis. Similiter agendū est si digitus mul-  
 tiplicat seipsum. ¶ Secunda. Quando digitus multiplicat articulum:ducendus est digitus in digi-  
 tum a quo denominatur ille articulus per primā regulam:et quelibet vnitas valebit 10 et quilibet  
 articulus valebit 100. ¶ Tertia. Quando digitus multiplicat numerum compositum:ducendus  
 est digitus in vtramq; partem numeri compositi/Ita qd digitus in digitum per primam regulā/in  
 articulum per secundam. Postea producta iungantur:et erit summa totius. ¶ Quarta. Quando  
 articulus multiplicat articulum:ducendus est digitus a quo denominatur vnus illorum in digitū  
 a quo denominat⁹ reliquus/et quelibet vnitas valebit 100 et quilibet denarius 1000. ¶ Quinta.  
 Quando articulus multiplicat numerum compositum:ducendus est digitus articuli in vtramq;  
 partem numeri compositi et cōiungantur producta/et patebit summa. ¶ Sexta. Quando nume-  
 rus compositus multiplicat numerum compositum:ducenda est vtraq; pars numeri multiplican-  
 tis in vtramq; partem numeri multiplicandi. et sic ducetur bis:quia semel in digitum/et semel in  
 articulum. articulus similiter bis:semel in articulum/et iterum in digitum. Hic tamen vbiq; articu-  
 lus non nisi ad principales extēdatur articulos. Si velis igitur aliquem numerum multiplicare per  
 se vel per alium:scribe numerum multiplicandum per suas differentias in superiori ordine/nume-  
 rum vero multiplicantem per suas in inferiori:ita tamen qd prima inferioris sit sub vltima superio-  
 ris. Quo facto:ducetur vltima multiplicantis in vltimam multiplicandi. Ex illo igitur ducta aut  
 excrescit digitus/aut articulus/aut numerus compositus. Si digitus:ex directo supraposito figure  
 multiplicantis scribatur digitus excrescens. Si articulus:ex directo figure multiplicantis scribatur  
 cifra/et transferatur articulus versus sinistram. Si numerus compositus:ex directo figure multipli-  
 cantis scribatur digitus qui est pars illius compositi/et sinistretur articulus vt prius. Hoc facto du-  
 cenda est penultima multiplicantis in vltimam multiplicandi:et quicquid excreuerit/negociandū  
 est vt prius. et sic fiat donec perueniatur ad primam multiplicantis:que ducenda est in vltimam  
 multiplicandi. et ex illo ducru aut excrescit digitus aut articulus aut numerus cōpositus. vt prius.  
 Si digitus:loco superioris delete scriba⁹ digitus excrescens. Si articulus:loco superioris delete scri-  
 batur cifra/et sinistretur articulus. Si numerus compositus:loco superioris delete scribatur digi-  
 t⁹ qui est pars illius compositi/et sinistretur articulus vt prius. Hoc facto anteriorā de sunt figure nu-

## Multiplicatio. Diuisio.

mer/multiplicantis per vnicam differentiam: ita scilicet q̄ prima multiplicantis sit sub penultima multiplicandi/et sic de reliquis per vnum locum anterioratis. Hoc facto ducenda est vltima multiplicantis in vltimam multiplicandi: sub qua est prima multiplicantis. Ex illo autem ductu aut excrefcit digitus aut articulus aut numerus compositus. Si digitus: ex directo figure suprapofite addatur. Si articulus: transferatur versus finiftram. Si numerus compositus: addatur figure suprapofite digitus/et finiftratur articulus. Similiter quelibet figura numeri multiplicantis ducenda est in penultimam multiplicandi: donec perueniatur ad primam multiplicantis/vbi operandū est quē admodum dicebatur de prima. Deinde vt prius anteriorande sunt figure multiplicantis per vnicam differentiam. Nec cellandum est a tali anterioratione nec a tali ductu: quouſq; quelibet figura numeri multiplicantis ducatur in quamlibet figuram numeri multiplicandi. Si autem cōtingat q̄ prima figura numeri multiplicantis fit cifra/et ei ſupponatur figura ſignificatiua: loco illius ſuperioris delete ſcribatur cifra. Si autem occurrat cifra inter primam et vltimam inferioris ordinis et directe ſupraponatur figura ſignificatiua: relinquenda eſt intacta. Si vero ſpaciū ei ſuprapoſitum ſit vacuum: in eodem ſpacio ſcribenda eſt cifra. Si cifra ſit inter primam et vltimā numeri multiplicandi: anteriorandus eſt ordo figurarum numeri multiplicantis per duas differentias. quoniā ex ductu alicuius numeri in cifram nichil reſultat. ¶ Ex predictis patet q̄ ſi prima figura numeri multiplicandi ſit cifra: ſub ea non debet fieri anterioratio. Sciendum eſt q̄ in multiplicatione/diuiſione/et radicū extractione competenter poteſt relinqui ſpaciū vacuum inter duos ordines figurarum: vt ibi ponatur quod prouenit addendum aut ſubſtrahendum ne aliquid memoria excidat.

### ¶ De diuiſione ſeptima ſpecie.

Diuiſio numeri per numerum/ eſt propoſitis duobus numeris/ maioris in tot partes diſtributio: quot ſunt vnitates in minori. Notādum q̄ in diuiſione ſunt tres numeri ſcilicet numerus diuidendus/et numerus diuidens ſiue diuiſor/et numerus denotans quotiens ſiue numerus exiens. Numerus autem diuidendus ſemper debet eſſe maior vel ſaltem par numero diuiſori: ſi debet fieri diuiſio per integra. Si velis igitur aliquem numerum per alium diuidere: ſcribe numerum diuidendum in ſuperiori ordine per ſuas differentias/ diuiſorem vero in inferiori per ſuas. Ita q̄ vltima ſit ſub vltima: et penultima ſub penultima/ et ita de aliis ſi competenter fieri poſſit. Sunt autem due regule quare vltima ſub vltima collocari non poteſt: aut quia vltima inferioris ordinis ſubſtrahi non poteſt ab vltima ſuperioris: eo q̄ eſt minor inferiori. aut quia licet vltima aliquotiens poſſit ſubſtrahi a ſua ſuperiori: relique non poſſunt totiens a ſuis ſuprapoſitis. vt ſi vltima inferioris ſit par figure ſuprapoſite: penultima ſiue antepenultima ſit maior. His itaq; ordinatis incipiendum eſt operari ab vltima figura numeri diuiſoris. et videndum eſt quotiens poſſit ſubſtrahi a figura ſibi ſuprapoſita: ita q̄ totiēs poſſint ſubſtrahi relique a ſuis ſuprapoſitis et reſiduo/ ſi aliquid fuerit reſiduum. Et notandum q̄ non contigit pluries ſubſtrahere q̄ nouies/ nec minus q̄ ſemel. Viſo ergo quotiens figure ordinis inferioris poſſint ſubſtrahi a ſuis ſuperioribus: ſcribendus eſt numerus denotans quotiens ex directo ſuprapoſito illius figure/ ſub qua eſt prima figura numeri diuiſoris. et per illam figuram ſubſtrahende ſunt omnes figure inferioris ordinis a ſuperioribus. Hoc facto anteriorande ſunt figure numeri diuiſoris per vnicam differentiam versus dextram: et negociandum eſt vt prius. Si autē aliquotiens contingit poſt anteriorationem q̄ non aliquotiens poſſit ſubſtrahi vltima inferioris a figura ſibi ſuprapoſita: ſupra figuram ſub qua eſt prima numeri diuiſoris directe ſcribenda eſt cifra in ordine numeri denotantis quotiens/ et anteriorande ſunt figure vt prius. Similiter vbi cunq; contingit in numero diuidendo q̄ diuiſor nō poſſit ſubſtrahi: ponenda eſt cifra in ordine numeri denotantis quotiens/ et anteriorāde ſunt figure vt prius. Nec cellandum eſt a tali anterioratione/ nec a numeri denotantis poſitione/ nec a ductu numeri denotantis quotiens in diuiſorem/ nec a diuiſoris ſubſtractione: donec prima diuiſoris ſit ſubſtracta a prima diuidendi. Quo facto aut erit aliquid reſiduum aut nichil. Si aliquid: reſeruetur exterius in tabula/ et erit ſemper minus diuiſore. Si igitur velis ſcire quot vnitates proueniant de numero denotante diuidentem cuiuſlibet numeri diuiſoris: numerus denotans quotiens hoc oſtendit. Cū itaq; talis diuiſio facta fuerit/ et probare velis vtrum bene feceris necne: multiplica numerum denotantem quotiens per diuiſorem/ et ſic redibunt eedē figure quas prius habuiſti ſi nichil fuerit reſiduum. Sed ſi aliquid fuerit reſiduum: tunc cum additione illius reſidui redibunt eedem figure/ et ita multiplicatio probat diuiſionem et econuerſo. vt ſi facta multiplicatione diuidatur productū per multiplicantem: et exhibunt in numero denotante quotiens: figure numeri multiplicandi.

### ¶ De progreſſione octaua ſpecie.



**R**ogressio est numerorum secundum equales excessus ab vnitae vel binario sumptorū ag-  
**p**gregatio: vt vniuersorum summa compendiose habeatur. ¶ Progressionum alia est natu-  
 ralis siue continua/alia intercisa siue discontinua. Naturalis est illa quando incipitur ab vni-  
 tate et non omittitur aliquis numerus: vt. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. et sic semper numerus sequens superat  
 precedentem vnitae solum. Intercisa est quando vniiformiter omittitur aliquis numerus: vt. 1. 3.  
 5. Similiter a binario potest incipere: vt. 2. 4. 6. et sic semper numerus sequens superat precedentē  
 duabus vnitatibus. ¶ Notandum est q̄ de progressionē naturali due dantur regule. ¶ Prima.  
 Quodcumq; progressio naturalis terminatur in numerum parē: per medietatem ipsius multi-  
 plica numerum proximum totali superiore Verbi gratia. 1. 2. 3. 4. multiplica. 5. per. 2. sic bis. 5. et  
 exibat. 10. summa totius progressionis. ¶ Secunda. Quando progressio naturalis terminat̄ in nu-  
 merum imparē: per maiorem portionem ipsius multiplica numerum totalem. Verbigratia. 1. 2.  
 3. 4. 5. multiplica. 5. per. 3. sic ter. 5. et resultāt. 15. numer⁹ totius progressionis. ¶ De progressionē  
 intercisa similiter dantur due regule. ¶ Prima. Quando progressio intercisa terminatur in nume-  
 rum parē: per medietatem eius multiplica numerum superiorē proximum medietati. vt 2. 4. 6.  
 multiplicetur 4 per 3: sic ter 4/ et resultabit duodenarius/summa totius progressionis. ¶ Secūda.  
 Quādo progressio intercisa terminatur in numerum imparē: multiplica maiorem portionē per  
 seipsam. Verbigratia. 1. 3. 5. multiplicetur. 3. per se: sic ter. 3. et erit. 9. summa totius progressionis.

¶ Capitulum preambulū de radicum extractione/huius artis nona specie.

**E**quitur de radicum extractione: et primo in numeris quadratis. Vnde videndum est quid  
**f** sit numerus quadratus/et que radix numeri quadrati/et quid sit radicem extrahere: preno-  
 tanda tamen hec est diuisio. Numerorū alius linearis/alius superficialis. Linearis est qui  
 consideratur penes processum non habito respectu ad ductionem numeri in numerum. vt. 5. siue  
 7. et hij consimiles solum vnum habent numerum: sicut linea tantum vnicam habet dimētionem  
 scilicet longitudinem. Numerus superficialis est qui prouenit ex ductu numeri in numerum. Et dī-  
 citur superficialis/quia habet duos numeros denotantes siue mensurantes ipsum: sicut superficies  
 duas habet dimētionē scilicet longitudinem et latitudinem. ¶ Sed numerus dupliciter potest  
 duci in numerum: aut semel/aut bis. Si semel: aut in se aut in alium. Sciendum est q̄ si ducatur in  
 seipsum semel: fit quadratus numerus. Si ducatur in alium: fit numerus superficialis et nō quadra-  
 tus. vt. 2. ducta in. 3. constituunt senarium: numerum superficialem et nō quadratum. Vnde patet  
 q̄ omnis numerus quadratus est superficialis/ sed non conuertitur. Radix autem numeri quadra-  
 ti est ille numerus qui ducitur in se vt bis 2 sunt 4. quaternarius igitur est primus numerus qua-  
 dratus: et binarius est radix eius. et dicitur quadratus quia diuisim scriptus per vnitates habebit  
 quatuor latera equalia ad modum quadrāguli. Si autem bis ducatur numerus in numerum: faciet  
 numerum solidum. Numerus solidus est qui prouenit ex duplici ductu numeri in numerum. et dī-  
 citur solidus quia sicut corpus solidum tres habet dimētionē: ita iste numerus tres habet nume-  
 ros producentes se. Sed numerus potest dupliciter duci in numerum bis: aut in se aut in alium. Si  
 igitur numerus bis ducatur in se vel semel in suum quadratum (quod idem est) fit numerus cubi-  
 cus: et dicitur cubicus ab hoc nomine cubus cubi quod est solidum. est autē cubus corpus sex ha-  
 bens superficies/octo angulos et duodecim latera. Si vero bis ducatur numerus in aliū: fit nume-  
 rus solidus et non cubicus. vt bis 3 bis constituunt 12. Vnde patet q̄ omnis numerus cubicus est  
 solidus: sed non conuertitur. Ex predictis patet q̄ idem numerus est radix numeri quadrati et cu-  
 bici: nō tamē radicis illius idem est quadratus et cubicus. Cuius ratio est quia omnis numerus po-  
 test esse radix quadrati et cubici: sed nō omnis numerus est quadratus vel cubicus. Cum igitur ex  
 ductu vnitatis in se ducte semel vel bis nichil proueniat nisi vnitae: dicit Boetius in Arithmetica  
 sua q̄ vnitae potentialiter est omnis numerus: nullus tamen actu. ¶ Notandū est q̄ inter quoslibet  
 proximos quadratos est vnicū medium proportionale: quod prouenit ex ductu vnius radicis  
 quadrati in radicem alterius. Inter duos cubicos est duplex mediū proportionale: scilicet minus  
 medium et maius. Minus medium prouenit ex ductu radicis maioris cubici in quadratum mino-  
 ris. Maius vero: si ducatur radix minoris cubici in quadratum maioris. Cum igitur de vltima sum-  
 ma solidorum siue minorum in arte presenti non fuit processus: tamen proprie nouem limites mi-  
 norum distinguuntur. Est enim limes minorum eiusdem nature extremis cōtentorum terminis cō-  
 tinua ordinatio. Vnde primus limes est nouem digitorum cōtinua progressio. Secundus limes est  
 nouem articulorum principalium. Tertius centenariorum. Quartus millenariorum. Tres ceteri re-  
 sultant in compositis per digitorum appositionem: supra quemcumq; articulorū trium predicto-  
 rum.

Boetius.

rum. et si alter alteri preponatur. Sed per finalis termini rationem ex millenarij receptione supra se quocunq; alio precedente semel per modum quadratorum aut bis per modum solidorum: resultat penultimus et vltimus limes. ¶ De radicum extractione in numeris quadratis.

Adicem numeri quadrati extrahere est proposito aliquo numero radicem eius quadratā inuenire: si numerus propositus fuerit quadratus. Si vero non sit quadratus: radicem maximi quadrati sub numero proposito est inuenire. Si velis igitur alicuius numeri radicem quadratam inuenire: scribe numerum illum per suas differentias/et computa numerum figurarū vtrum sit par vel impar. Si par: incipiendum est operari sub penultima. Si impar: sub vltima. et vt breuiter dicatur semper ab vltima impari incipiendum est. Sub vltima igitur figura in impari loco posita: inueniendus est quidam digitus qui ductus in se debeat totum sibi suprapositum respectu sui vel inq̄tum vicinius potest. Tali digito inuento et a superiori substracto: duplandus est ille digitus. et duplatum ponendum est sub proxima figura anteriori versus dextram/et eius subduplū sub illo. Quo facto: inueniendus est quidam digitus sub prima figura proxima ante duplatum: qui ductus in duplatum debeat totum sibi suprapositum respectu duplati. Deinde ductus in se debeat totum suprapositum respectu sui/vel inq̄tum vicinius potest. Vel potest ita subtrahi digitus inuentus: vt ducatur in duplatum vel duplata/et postea in se. Deinde illa duo producta simul addantur: ita q̄ prima figura vltimi producti addatur ante primum primi producti/secūda addatur prime/et ita deinceps. et simul subtrahatur a totali numero respectu digiti inuenti. Si autem cōtingat q̄ non possit aliquis digitus inueniri: tunc ponenda est cifra sub cifra sub tertia figura/et anteriorandum est primum duplatum cum suo duplo. Nec cessandum est a talis digiti inuentione/nec a digiti inuenti duplicatione/nec a duplatorū anterioratione/nec et a subdupli subduplo positione: donec sub prima figura inuentus fuerit quidam digitus qui ductus in omnes duplatos debeat totum suprapositū respectu sui vel inq̄tum vicinius potest. Quo facto: aut aliquid erit residuum vel nichil. Si nichil: constat q̄ numerus propositus fuerit quadratus/et eius radix est digitus vltimo inuentus cum subduplo vel subduplis ita q̄ preponatur. Si vero aliquid fuerit residuum: constat q̄ numerus propositus non fuit quadratus sed digitus/et sic primo datus numerus est radix maximi quadrati sub numero proposito contenti. Ceterū si velis probare vtrū bene feceris necne: multiplica digitum vltimo inuentum cum subduplo vel subduplis in seipsa: et redibunt eedem figure quas prius habuisti si nichil fuerit residuum. Sed si aliquid fuerit residuum: tunc cum additione illius residui redibunt eedem figure quas prius habuisti. ¶ De radicū extractione in numeris cubicis.

Equitur de radicum extractione in numeris cubicis. Vnde videndum est quid sit numerus cubicus/et que radix eius/et quid sit radicem cubici extrahere. Est enim numerus cubicus vt patet ex predictis: qui prouenit ex ductu alicuius numeri bis in se aut semel in suū quadratū. Radix numeri cubici est ille numerus qui ita bis ducitur in se vel semel. Vnde patet q̄ numerus cubicus et quadratus habent eandem radicem: sicut superius dictum est. Radicem autem cubici extrahere est numeri propositi radicem inuenire: si numerus cubicus sit propositus. Si vero non sit cubicus: tunc radicem cubici extrahere est maximi cubici sub numero proposito contenti radicem inuenire. Proposito igitur aliquo numero cuius radicem cubicam velis extrahere: primo computande sunt figure per quartas siue per loca millenariorum/et sub vltimo loco millenarij inueniendus est quidam digitus: qui ductus in se cubice debeat totum suprapositū respectu sui/vel quanto vicinius potest. Quo facto triplandus est ille digitus: et triplatum ponendum est sub proxima figura tertia versus dextram/et subtriplū sub triplo. Deinde inueniendus est quidam digitus sub prima figura ante triplatum: qui cum subtriplo ductus in triplatum et postea sine subtriplo ductus in productum/debeat totum suprapositum respectu triplati. Deinde ductus in se cubice debeat totū suprapositum respectu sui: vel quanto vicinius potest. Hoc facto triplandus est digitus ille iterum: et triplatum ponendum est sub prima figura veluti prius/et eius subtriplum sub eo. Postea anteriorandum est primū triplatum cum suo subtriplo per suas differentias. Deinde inueniendus est quidam digitus sub proxima figura ante triplatum/qui cum subtriplis ductus in triplata et postea sine subtriplis ductus in productum debeat totum suprapositum respectu triplati. vt prius. Nec cessandum est a tali digiti inuentione/nec a digiti inuenti triplatione/nec a triplati anterioratione per suas differentias/nec a tripli sub triplo positione/nec a tali multiplicatione/nec a tali subtractione/donec peruētum fuerit ad primam figuram: sub qua inueniendus est quidam digitus qui cum subtriplis vt supra. etc. Deinde ductus cubice vt supra. etc. ¶ Notandum est q̄ productum proueniens ex ductu digiti inuenti cum subtriplo vel subtriplis in triplata/et postea sine subtriplo vel subtri-

plis in productum/et iterum productum quod prouenit ex ductu digiti inuenti in se:possunt ad di et simul substrahi a totali numero supraposito respectu digiti inuenti. et idē est ac si fiat diuisim. Hocfacto:aut aliquid erit residuum vel nichil. Si nichil:constat q̄ numerus ille propositus fuit cubicus/et eius radix est digitus vltimo inuentus propositus sub triplo vel sub triplis. que radix si ducatur in se et postea in productū:erunt eedē figure que prius. Si vero aliquid sit residuū:constat q̄ numerus ille non fuit cubicus. sed digitus vltimo inuentus cum subtriplis est radix maximi cubici sub numero proposito contenti. que radix si ducatur in se et postea in productum:emerget maximus cubicus sub numero proposito cōtentus. et si illi cubico addatur residuum reseruatum in tabula:erunt eedem figure que prius. Si autem digitus post anteriorationem inueniti non poterit:ponenda est cifra sub cifra sub quarta figura versus dextram/et anteriorande sunt figure. ¶ Notā dū est q̄ si in numero proposito nō sit aliquis locus millenarij:incipiendum est operari sub prima figura. In hac autem radice extrahenda solebant quidam distinguere numerum propositum per ternarios:et semper incipere operati sub prima figura ternarij siue completi siue incōpleti/qui modus operandi idem est cum predicto.

¶ Opusculi de praxi numerorum quod Algorismum vocant/finis.

### Index eorum que in hoc opusculo annotatu digniora sunt.

	Folio.
Perfectam Pyramidem/ad diuinorum philosophiam aptam haberi.	viiij.
Vnitatem:et latus/et quadratum/et cubum ad seipsam esse.	eodem.
Vnitatem itidem:et circulum et spheram/immo et omnē numerū figurālē potestate dici.	ix.
Q̄ numerus perfectus/virtutis sit emulatoz/itidem et quadratus.	xv. xx.
Ex trina equalitate omnem nasci inequalitatem et in eandem reuocari.	xvi.
Que sit numerorum in mensula Pythagore descriptorum adinuicem habitudo.	xviij.
Q̄ numerus superpartiens cum multiplici et superparticulari quoquo pacto conspirat.	xviii.
Quo pacto cuiusuis speciei inequalitatis per multiplicationem sumendi sunt termini.	eodem.
Quo pacto itidem per additionem sumantur cuiuslibet habitudinīs numeri.	xix.
Quare Aristoteles felicem appellat quadratum sine vituperatione.	xx.
Quamobrem Pythagoras numeros impares vocat gnomas quadratorum.	eodem.
Quanta sit impariū super pares et quadratorū sup altera parte longiores prestabilitas	xxiii.
Nexum Arithmeticum diuinorum/geometricum vero humanorum esse.	xxiiii.
Quo pacto quilibet continue multiplices ab vnitare sumendi sunt.	xxv.
Qua itidem ratione cuiusq; numeri quadratus et cubus haberi possit.	eodem.
Sex proportionalitatum species in numeris apte seruari.	xxvii.
Ex maxima harmonia et differentiis termiorum harmonice medietatis/omnes consonantias musicas desumi.	xxii.
Duobus eisdem extremis diuersa interposita media tres primas medietates conficere.	eodem.
Cuiusq; medietatis terminos trifariam adinuicem comparari posse.	xxx.
Medietatum diui Seuerini Boetii et Jordani inter se comparatio.	eodem.

Absolutum in almo Parhisiarum studio/  
Anno dñi qui numero definiuit omnia  
1503.

