NOCIONES DE ARITMÉTICA

CON EL

SISTEMA MÉTRICO-DECIMAL

PARA NIÑOS

POR

Don Rafael García Andres

DIRECTOR

que fué de la Escuela Normal de Lugo,
Vocal de la Comisión Superior de Instrucción Primaria
de la misma provincia,

INSPECTOR

de la de Alicante, clasificado en la primera categoría de los mismos
actualmente, y por segunda vez, de la de Oviedo, con Real Título
especial de revisor de firmas y de documentos sospechosos.

32.ª EDICIÓN

PUBLICADA POR

L. Guillaume-OVIEDO-Cimadevilla, 1.

PAPELERÍA.-OBJETOS DE ESCRITORIO.-MENAJE PARA ESCUELAS.
IMPRENTA-LITOGRAFÍA.

GIJÓN

FOTOTIP. Y TIP. DE O. BELLMUNT

Carretera de Villaviciosa, 25

1894

NOCIONES DE ARITMÉTICA

CON EL

SISTEMA MÉTRICO-DECIMAL

PARA NIÑOS

POR

Don Rafael García Andres

DIRECTOR

que fué de la Escuela Normal de Lugo,
Vocal de la Comisión Superior de Instrucción Primaria
de la misma provincia,

INSPECTOR

de la de Alicante, clasificado con la primera categoría de los mismos actualmente, y por segunda vez, de la de Oviedo, con Real Título especial de revisor de firmas y de documentos sospechosos.

32.ª EDICION

PUBLICADA POR

L. Guillaume.-OVIEDO.-Cimadevilla, 1.

PAPELERÍA.-OBJETOS DE ESCRITORIO.-MENAJE PARA ESCUELAS.
IMPRENTA.-LITOGRAFÍA.

GIJÓN

FOTOTIP. Y TIP. DE O. BELLMUNT

Carretera de Villaviciosa, 25

1894

Obra declarada de texto para las escuelas de primera enseñanza, por Reales órdenes de 1852 y 1856, que se reproducen en el Catálogo general de 1.º de Enero de 1885.

Se halla de venta en todas las librerías del Reino.

AL EXCELENTÍSIMO

Sr. Marqués de Camposagrado y de la Isabela

En prueba de inequívoca gratitud y respetuosa amistad, su seguro servidor

Q. B. S. M.

PRÓLOGO.

La especial acogida que mereció este Tratadito en la prensa de Madrid y en la de provincias de tirar la primera edición de 4.000 ejemplares en 1852, que como las sucesivas, tan brevemente se despachó, hacen su mejor elogio y evitan toda otra recomendación. Debemos manifestar, sin embargo, que si la obrita no fuera destinada á correr en manos de la niñez, y los maestros de esta no estuviesen adornados de los conocimientos del particular para trasmitirlos en las escuelas cual corresponde, las *Nociones de Aritmética con el sistema métrico decimal*, serían demasiado reducidas tal como se presentan y habría necesidad de ampliarlas algún tanto más; pero los maestros que comprenden las delicadas obligaciones del importante cargo que desempeñan, alcanzarán también por qué el Autor encierra su trabajo en los estrechos límites que abraza, dejando espacio bastante al profesor para moverse y exigir del discípulo cuanto aconsejen su deber y su conciencia.

NOCIONES DE ARITMÉTICA

Aritmética es la ciencia que trata de la cantidad expresada por números.

Cantidad es todo lo susceptible de aumento ó disminución.

Unidad es una cosa qualquiera que se elije, generalmente á arbitrio, para que sirva de término de comparación respecto de otras de su misma especie.

Número es el signo representativo de la cantidad.

Los números se expresan, se valúan y se comparan: se hace lo 1.°, en cuanto se hablan como se escriben, ó se escriben como se habla: lo 2.°. en cuanto se calculan, ó se componen y descomponen; y lo 3.° en cuanto se estudia su magnitud respectiva.

El número, con relación á la unidad, se divide en entero, quebrado, misto, fraccionario y quebrado de quebrado.

Número entero, es el que expresa unidades enteras, como 2 arrobas, 3 plumas, 5 reales.

Quebrado es el que expresa partes de la unidad, como $^1/_2$, $^3/_5$, $^4/_7$ de quintal.

Número misto, es el que consta de entero y quebrado, como 4 $^2/_5$ libras, 3 $^5/_7$ reales.

Número fraccionario, es el que, constando de partes de la unidad, llega á componerla entera ó algo más, como $^4/_4$, $^7/_3$ días.

Quebrado de quebrado, es el que expresa parte de partes de la unidad como $^1/_2$ de $^2/_3$ onza.

El número, con relación á su figura se divide en simple ó dígito y compuesto; con relación á su calidad en abstracto y concreto: pudiendo ser estos homogéneos y heterogéneos.

Número simple ó dígito, es el que consta de una sola cifra, como 7, y compuesto, el que consta de dos ó más como 12.

Número abstracto, es el que no nombra especie, como 2, 4, 7, 10.

Concreto, el que sirve para nombrar la especie, como 2 días, 4 hombres, 7 litros.

Números homogéneos, son los de una misma especie, como 3 tinteros, 5 tinteros. También lo serían en abstracto.

Heterogéneos, los que son de diferentes especies, como 4 plumas, 8 meses.

Diez son las cifras ó guarismos con que se representan cuantas cantidades pueden ocurrirnos á saber: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 0.

Las nueve primeras se llaman significativas y la última insignificativa.

Los valores del número son dos, uno absoluto y otro relativo. Absoluto es el que tiene por su propia figura, y relativo, el que le corresponde por el lugar que ocupa en la escritura; v. gr. el 6 vale ó representa seis unidades; pero puesto á la izquierda de otro, tal como el 4, vale diez veces más, sin mudar por eso de figura, y se lee (64) sesenta y cuatro.

El número tiene tres grados ú órdenes que son: unidad, decena, y centena. Cada una de éstas tiene un lugar señalado en la escritura: las unidades sencillas ocupan el 1.º, las decenas el 2.º, y las centenas el 3.º Diez unidades forman una decena, diez decenas una centena, y diez centenas otra unidad de 2.º orden llamada millar, etc.

Numeración es la formación y expresión de los números. Puede ser verbal y escrita; la 1.ª tiene por objeto expresar cuantas cantidades ocurran por medio del lenguaje oral; la 2.ª por medio de los signos ó guarismos inventados para este fin.

Para escribir un número cualquiera se hace de izquierda á derecha por las unidades superiores, y se pone cada guarismo en el lugar que le corresponde. Para leerle, se divide principiando por la derecha, en periodos de seis en seis guarismos; al concluir el 1.º se pone un uno, al 2.º un dos al 3.º un tres, al

4.°, un cuatro etc; y luego éstos de tres en tres con una coma, y principiando por la izquierda se leerán por órden de unidades, decenas, y centenas; donde haya coma, se dirá mil, donde un 1, millón, donde un 2 billón, donde un 3 trillón, donde un 4 cuatrillón, etc.

EJEMPLOS

$$9\overset{4}{.}246,310\overset{3}{.}830,642\overset{2}{.}416,500\overset{1}{.}804,084$$

Verificado lo dicho, se leerá: nueve cuatrillones, doscientos cuarenta y seis mil trescientos diez trillones, ochocientos treinta mil, seiscientos cuarenta y dos billones, ochocientos cuatro mil, ochenta y cuatro unidades.

A pesar de las muchas cifras con que se encuentra representada adviértase que todo su mecanismo está reducido á saber leer tres cifras, pues tres son los grados del número.

Todo cuanto se puede hacer con los números es aumentarlos ó disminuirlos; por lo mismo, son dos las operaciones de la aritmética: de composición como la suma, multiplicación y elevación á potencias; y de descomposición, como restar, dividir y extraer raices.

Los signos con que se indican dichas operaciones, son:

$+$una cruz derecha, que significa *más* para la suma.

—una linea horizontal, que denota *menos*, para la resta.
×una cruz de aspa ó un punto, que significa *multiplicado*.
: dos puntillos que denota *partido*.
=dos líneas horizontales que expresan *igual* para el resultado, y el radical que hablaremos luego.

Suma ó adición.

Sumar es reunir dos ó más cantidades homogéneas en una sola. Los datos se llaman sumandos y el resultado suma. Tienen que ser de una misma especie, porque de otro modo no formarían un todo.

La operación de sumar se practica poniendo los sumandos unos debajo de otros, de manera que sus diferentes unidades se correspondan. Se principia por la derecha, y si de las sumas de las unidades resulta alguna decena se agrega á las decenas y el sobrante se escribe debajo de su especie respectiva; al sumar éstas se hace lo mismo y se continúa hasta concluir la operación.

EJEMPLOS.

1.° Se desea saber el total de leguas que recorren los seis rios principales de España.

	Leguas	
El Duero.	154	*Sumandos*
El Tajo	120	
El Ebro.	114	
El Guadiana.	100	
El Guadalquivir	80	
El Miño.	50	
Suma total.	618	
Prueba.	618 (1)	
	000	

2.° Se desea saber el contorno general de nuestra Península.

Sumandos.	92 leguas de frontera en los Pirineos.
	187 id. id. en el Reino de Portugal.
	252 id. de costa en el Mediterráneo.
	234 id. id. en el Atlántico.
Suma total.	765

(1 Véase la página que trata de las pruebas.

Segunda suma.	673+
La resta.	92
Prueba	765

Resta.

Restar es hallar la diferencia entre dos cantidades homogéneas. Los datos se llaman minuendo y sustraendo. El 1.º es de quien se resta y el 2.º el que se resta, llamando el resultado resta, diferencia ó exceso.

La operación de restar se practica poniendo el sustraendo debajo del minuendo con correspondencia de unidades, decenas y centenas; se tira una línea horizontal y se va restando cada guarismo del sustraendo del de su correspondiente minuendo, escribiendo los resíduos que resulten por órden de unidad, decena y centena, hasta concluir la operación. Si alguno de los guarismos del sustraendo fuese mayor que el del minuendo que le corresponde, se toma una unidad del inmediato superior, se agrega á éste, con lo cual ya se puede restar, teniendo cuidado de descontarla luego al que se sacó.

EJEMPLOS

1.º En las paneras de dos sujetos se encuentran 21.876 fanegas de trigo en la del uno, y 10.426 en la del otro. ¿Cuántas hay en la del primero más que en la del segundo.

2.° Dos sujetos recibieron de herencia, que les dejaron sus padres: 538.812 reales el uno y 176.428 el otro. ¿Cuanto se llevó el primero más que el segundo.

1.°		2.°	
Minuendo. . . .	21.876	*Minuendo.* . . .	538.812
Sustraendo. . .	10.423	*Sustraendo.* . .	176.428
Resta.	11.453	*Resta.*	362.384
Prueba.	21.876	*Prueba.*	538.812

Las alteraciones de la *resta* son las mismas que las del minuendo, y las contrarias del sustraendo; si se aumenta el minuendo resulta la resta aumentada, en la misma cantidad, y si se disminuye el minuendo la resta queda disminuida.

Los usos de la operación de restar son los de averiguar siempre la diferencia que hay entre dos números homogéneos.

Multiplicación

Multiplicar es hallar un tercer número que tenga con el primero la misma relación que el segundo tiene con la unidad; ó lo que es igual, encontrar un 3.º que con el segundo tenga la misma relación que el 1.º con la unidad.

Los datos de la multiplicación se llaman multiplicando y multiplicador; juntos, factores; y el resultado, producto total: distínguense estos datos en que el multiplicando es siempre de la especie que buscamos en el producto, que tiene las mismas alteraciones que los factores; pues cuando cualquiera de ellos crece ó disminuye, lo hace también el producto. De aquí se infiere que cuando uno de los factores es la unidad, el producto será el otro factor.

En la operación de multiplicar pueden ocurrir tres casos: multiplicar un dígito por un dígito, un compuesto por un dígito, y un compuesto por otro compuesto. Para el primer caso basta saber la tabla pitagórica ó de multiplicar siguiente:

TABLA

1 por 0 es 0	3 por 0 es 0	5 por 0 es 0	7 por 0 es 0	9 por 0 es 0
1 ..... 1 1	3 ..... 1 3	5 ..... 1 5	7 ..... 1 7	9 ..... 1 9
1 ..... 2 2	3 ..... 2 6	5 ..... 2 10	7 ..... 2 14	9 ..... 2 18
1 ..... 3 3	3 ..... 3 9	5 ..... 3 15	7 ..... 3 21	9 ..... 3 27
1 ..... 4 4	3 ..... 4 12	5 ..... 4 20	7 ..... 4 28	9 ..... 4 36
1 ..... 5 5	3 ..... 5 15	5 ..... 5 25	7 ..... 5 35	9 ..... 5 45
1 ..... 6 6	3 ..... 6 18	5 ..... 6 30	7 ..... 6 42	9 ..... 6 54
1 ..... 7 7	3 ..... 7 21	5 ..... 7 35	7 ..... 7 49	9 ..... 7 63
1 ..... 8 8	3 ..... 8 24	5 ..... 8 40	7 ..... 8 56	9 ..... 8 72
1 ..... 9 9	3 ..... 9 27	5 ..... 9 45	7 ..... 9 63	9 ..... 9 81
1 ..... 10 10	3 ..... 10 30	5 ..... 10 50	7 ..... 10 70	9 ..... 10 90
2 por 0 es 0	4 por 0 es 0	6 por 0 es 0	8 por 0 es 0	10 por 0 es 0
2 ..... 1 2	4 ..... 1 4	6 ..... 1 6	8 ..... 1 8	10 ..... 1 10
2 ..... 2 4	4 ..... 2 8	6 ..... 2 12	8 ..... 2 16	10 ..... 2 20
2 ..... 3 6	4 ..... 3 12	6 ..... 3 18	8 ..... 3 24	10 ..... 3 30
2 ..... 4 8	4 ..... 4 16	6 ..... 4 24	8 ..... 4 32	10 ..... 4 40
2 ..... 5 10	4 ..... 5 20	6 ..... 5 30	8 ..... 5 40	10 ..... 5 50
2 ..... 6 12	4 ..... 6 24	6 ..... 6 36	8 ..... 6 48	10 ..... 6 60
2 ..... 7 14	4 ..... 7 28	6 ..... 7 42	8 ..... 7 56	10 ..... 7 70
2 ..... 8 16	4 ..... 8 32	6 ..... 8 48	8 ..... 8 64	10 ..... 8 80
2 ..... 9 18	4 ..... 9 36	6 ..... 9 54	8 ..... 9 72	10 ..... 9 90
2 ..... 10 20	4 ..... 10 40	6 ..... 10 60	8 ..... 10 80	10 ..... 10 100

Para el 2.º caso se escribe el compuesto y debajo de sus unidades el dígito, que se tomará por multiplicador; se multiplica por su 1.ª cifra, y si resulta alguna decena, se agrega á la columna de las mismas escribiendo las unidades, si las hay, debajo de éstas y si no cero, se multiplica enseguida por las decenas, el producto se escribe debajo, y si resulta alguna centena, se añade á la columna de su clase, y así se continúa hasta concluir el multiplicando.

EJEMPLOS

1.º 21.742 libras de manzanas á 8 cuartos una, ¿cuánto importarán?

(1) *Multiplicando*. . . .	21.742 ×	
Multiplicador. . . .	8	
Producto. . . .	173.936	21.742
	Prueba. . . 8	

2.º Si una arroba de carbón cuesta 6 reales ¿428 arrobas cuanto costarán?

Multiplicando. . . .	428 ×	
Multiplicador. . . .	6	
Producto. . . .	2.568	6
	Prueba. . . 428	

(1) La inversión de los factores no altera el producto; ya hemos dicho que el multiplicando es siempre de la especie que se busca.

Para el 3.º se toma por multiplicador el que tenga menos guarismos y se escribe debajo del multiplicando, y se multiplican las unidades del multiplicador, como queda dicho, por cada cifra del multiplicando; se pasa á hacer lo mismo con las decenas del multiplicador y se continúa de este modo hasta concluir la operación, escribiendo los productos unos debajo de otros; corridos un lugar hácia la izquierda, se suman los productos parciales y darán el total.

EJEMPLOS

1.º ¿Cuánto importan 22.426 varas de tela de seda á 24 reales una?

Multiplicando.	22,426 ×
Multiplicador.	24
Productos parciales. . . .	89704
	44852
Producto total.	.538224 rs.

2.º ¿Cuánto importan 428 libras de manteca salada á 238 mrs. una?

Multiplicando.	428 ×
Multiplicador	238
Productos parciales	3424
	1284
	856
Producto total	101864 mrs.

Las abreviaciones más generales de la multiplicación son las siguientes: cuando uno de los factores es la unidad seguida de ceros, el producto será el otro factor, con tantos ceros como tenga dicha unidad; v. gr. $75 \times 100 = 7500$: cuando multiplicando y multiplicador rematan en ceros se multiplican sólo las cifras significativas, escribiendo á la derecha del producto total tantos ceros como haya en los factores, y cuando los ceros se encuentran entre las del multiplicador, se desprecian éstos y se corre el primer producto que les siga tantos lugares hacia la izquierda como ceros haya, más uno; cuando uno de los factores es el 11, se escribe el otro factor debajo de sí mismo, corrido un lugar hácia la izquierda, y se suma; pero cuando tiene dos ó tres cifras, se suman éstas, y su suma se coloca en medio, y si pasa de dichas cifras, se hace lo mismo considerándolas de dos en dos.

EJEMPLOS.

1.º

$$\begin{array}{r} 21400 \times \\ 72 \\ \hline 428 \\ 1498 \\ \hline 1540800 \end{array}$$

2.º

$$\begin{array}{r} 34000 \times \\ 4000 \times \\ \hline 136.000.000 \end{array}$$

3.º

$$\begin{array}{r} 45736 \times \\ 405 \times \\ \hline 228680 \\ 182944 \\ \hline 18523080 \end{array}$$

4.º $34 \times 11 = 374$

5.º $76 \times 11 = 836$

Cuando el multiplicando tiene á su izquierda ó derecha la unidad, se multiplican sólo por los otros guarismos, se corre el producto un lugar hácia la izquierda, si la unidad está á la derecha, ó á la derecha si está á la izquierda, y se suma con el multiplicando. También cuando es 11 ó 12 puede considerarse como un dígito y multiplicarse así; si es el 15 no hay más que poner un cero al multiplicando, sacar su mitad y sumarla con él.

1.º	2.º	3.º
47×16	538×41	$346 \times$
282	2152	11
752	22058	3806

4.º $472 \times 15 = 4720$

$$\begin{array}{r} 4720 \\ 2360 \\ \hline 7080 \end{array}$$

Los usos de la multiplicación son:

1.º Hacer á una cantidad cierto número de veces mayor.

2.º Hallar el valor de dos ó más unidades conocido el de una.

3.º Reducir unidades de especie superior á unidades de especie inferior.

División

Dividir es hallar un tercer número que

multiplicado por el 2.° produzca el 1.° Los datos de esta operación se llaman dividendo y divisor; ambos juntos términos de la división, y el resultado, que siempre es de la especie del dividendo, cociente. Las alteraciones de éste, son las mismas del dividendo y las contrarias del divisor; así, si se aumenta ó disminuye el dividendo, igual alteración sufre el cociente: de donde se infiere que disminuyendo el divisor, hasta llegar á la unidad, el cociente será el dividendo; si éste fuera cero el cociente será cero también.

En la operación de dividir pueden ocurrir tres casos; dividir un dígito por un dígito un compuesto por un dígito y un compuesto por otro compuesto. Para el primer caso basta saber la tabla pitagórica ó de multiplicar, y aun para el segundo siempre que el compuesto no pase de dos cifras. Y cuando pasa de éstas, se escribe á su derecha el divisor con su correspondiente signo; se ve cuántas veces dicho divisor se contiene en la primera cifra del dividendo, y las que sean se ponen debajo del divisor: se multiplica por él, su producto se coloca debajo del dividendo parcial que se tomó, y se resta del mismo; á su derecha se baja el guarismo siguiente, se ve cuántas veces el nuevo dividendo contiene al divisor, y si no le contuviese ninguna, se pone cero al cociente y se baja otro guarismo si le hay: se vuelve á multiplicar por el divisor, su producto se escribe debajo del dividendo y se resta: á su derecha se baja otro guarismo, y así se continúa hasta concluir la operación.

EJEMPLOS

1.º Se quieren repartir 436 reales entre 4 niños: ¿cuánto tocará á cada uno?

Dividendo	436 :	4 *Divisor.*
	4×	109 *Cociente.*
	036	436 *Prueba.*
	000	436
		000

2.º Divididos 726 reales entre 3 sujetos, ¿cuánto llevará cada uno?

Dividendo	726 :	3 *Divisor.*
	6	242 *Cociente.*
	12	726 *Prueba.*
	006	
	6	
	0	

Para dividir un compuesto por otro compuesto se escribe como en los ejemplos anteriores; se separan á la izquierda del dividendo tantas cifras como haya en el divisor, ó una más si no fuese bastante: se mira cuántas veces la primera ó dos primeras del dividendo contiene á la primera del divisor y se pone debajo de éste: se multiplica por el divisor y se tira una línea y se resta. Á la derecha del resíduo que resulte, se baja el siguiente guarismo del dividendo, se hace lo que en el caso anterior, se baja otro guarismo si lo hay y se continúa hasta concluir con el último de los del dividendo.

Para conocer con alguna exactitud qué número se ha de poner al cociente, conviene tener en cuenta que cuando la segunda cifra del dividendo no pasa de 5 se pone una de menos; pero si llega á 8 ó 9, se considera la primera aumentada en una unidad al tiempo de hacer el tanteo, todo lo cual se vé en los siguientes

EJEMPLOS

1.° Dos jornaleros ganaron 17.438 reales trabajando 46 meses cada uno. ¿Cuánto corresponde al mes?

17438	46
138	379 $^{4}/_{46}$ *rs. al mes.*
363	2274
322	15164
418	17438
414	
004	

2.° Cuatro confiteros conservaron 246.876 libras de frutas en 39 años. ¿Cuánto necesitaron cada uno?

246876 :	| 39
234	6330 $^{6}/_{39}$
128	56976
117	18990
117	246876
117	
000(6	

Las abreviaciones de la división consisten: en hacer de memoria las multiplicaciones y restas sin bajar los guarismos del dividendo (1); cuando dividendo y divisor rematan en ceros, se tachan tantos del uno como hay en el otro y se hace la operación con los que quedan; cuando solo el divisor remata en ceros, se separan éstos y otras tantas cifras á la derecha del dividendo y se ejecuta la división con las restantes, teniendo luego cuidado de contar con lo separado en el sobrante.

---

(1) En este ejercicio conviene mucho acostumbrar á los niños desde que principian á dividir.

EJEMPLOS

1.° 7464 : 2
1000 3732
0 7464

2.° 73,6.14 | 4
31 0 0)2 $18403\,{}^{2}/_{4}$
00 73614

3.° 2257)74 | 9)00
040 $250\,{}^{774}_{000}$
0 225744

Los usos de la operación de dividir son:

1.° Cuando se trata de averiguar las veces que un número está contenido en otro.

2.° Cuando entre ciertos sujetos se quieren distribuir varias cosas.

3.° Cuando se quiere dividir un número en partes iguales ó sólo tomar una parte de él.

4.° Cuando conocido el valor de dos ó más unidades se desea averiguar el de una.

5.° Cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á superior.

6.° Cuando se quiere hallar los factores simples y compuestos de un número y el máximum común divisor entre dos ó más.

De las pruebas (1).

Se dice que se prueba una operación cuando por medio de otra, generalmente contraria, se advierte que la primera está bien ejecutada.

La de sumar se hace principiando á sumar por la izquierda, y si restada esta suma de la total resultasen ceros, la operación estará bien. También se puede separar un sumando, sumar los demás, y esta segunda suma restada de la total, dará el separado; ó dicha segunda suma junta con el sumando separado dará la total.

La de restar, sumando el sustraendo con la resta y dará el minuendo, ó restando aquélla de éste saldrá el sustraendo.

La de multiplicar, partiendo el producto por uno de los factores y resultará el otro factor.

La de dividir, multiplicando el cociente por el divisor y agregando el resíduo, si lo hubiese, saldrá el dividendo. Todo lo cual queda hecho en sus respectivos ejemplos.

---

(1) Las pruebas están expuestas á equivocaciones como las mismas operaciones, y no pocas veces los errores de las unas coinciden con los de las otras; la mejor prueba es el cuidado sumo, estar seguro de lo que se hace; el resultado que sin comunicarse podrían encontrar dos ó más sujetos en una misma operación.

Indicios que á primera vista dan á conocer cuando un número es divisible por 2, 3, 4, 5, 8, 10 y 11.

Por 2, siempre que un número cualquiera concluya en cero ó guarismo par.

Por 3, cuando las sumas de sus cifras, como si no estuviesen en combinación, dé 3, ó múltiplo de 3.

Por 4, cuando las dos últimas cifras de la derecha, consideradas en combinación, tengan cuarta parte cabal.

Por 5, cuando remata en 5 ó cero.

Por 8, cuando las tres últimas cifras de la derecha, consideradas en combinación, tengan octava parte cabal.

Por 10, cuando el número remata en 0.

Por 11, cuando la suma de las cifras 1.ª, 3.ª, 5.ª, 7.ª, etc., sea igual á la suma de la 2.ª y 4.ª, etcétera, ó su diferencia sea cero ú 11 ó un múltiplo de 11; y finalmente, siempre que un número sea divisible por otros varios, tales, que ninguno de estos sea múltiplo de los demás, ni tenga factores comunes, lo será por el producto de los divisores.

EJEMPLOS

8 : 2= 4	680 : 10= 68
342 : 3= 114	2,904 : 11= 264
316 : 4= 79	42,636 : 12= 3,553
10 : 5= 2	52,725 : 15= 3,515
73,344 : 8= 9168	

De los factores simples y compuestos y del máximum común divisor.

Un número puede tener dos clases de factores, simples y compuestos. Factor simple es el que sólo proviene de la unidad, como 1, 2, 3, 5, etcétera, y compuesto el que proviene de alguna multiplicación, como el 4, el 6, el 8, etc.

Para hallar los factores simples de un número, se escribe éste y á su derecha se tira una línea vertical, se mira si concluye en guarismo par, y entonces se divide por 2, poniendo el divisor á su derecha, y á su izquierda el cociente debajo del dividendo; del mismo modo se continúa dividiendo, si se puede, por 2, 3, 5, 7, etc., hasta obtener un número que sólo pueda dividirse por sí.

Para hallar los factores compuestos de dos ó más números, se tira otra línea vertical á la derecha de los simples, multiplicando cada uno de éstos por los que tienen debajo, y poniendo el producto á la derecha de otra línea ó líneas y enfrente de aquéllos por que se multiplican; y de esta manera se continúa hasta llegar al último, que será igual al número propuesto.

EJEMPLOS

1.º

Factores compuestos.

210:2				
105:3	6...			
35:5	10...	15	30	
7:7	14...	21.. 35	42,70 105	210
1				

Factores simples. $2 \times 3 \times 5 \times 7 = 210$

2.º

Factores compuestos.

360	2.					
180	2.	4. . .				
90	2.	. . . .	8			
45	3.	6. . .	12.........	24		
15	3.	9. . .	18....	63......	72	
5	5.	10.15	20.30.45	40.60.90	120.180	360
1						

Factores simples: $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 360$

El uso principal de los factores es hallar el máximum común divisor entre dos ó más números; esto es, el mayor que pueda medirlos exactamente. Cuando son dos los números dados, se divide el mayor por el menor, y el resíduo que quede hará de nuevo divisor, y éste pasará á ser dividendo: así se continúa hasta encontrar un cociente exacto, en cuyo caso el último divisor será el máximum común divisor, y se reconocerá que no lo tiene, cuando hechas las divisiones, salga por último la unidad: v. gr. Se desea hallar el máximum común divisor en los números 180 y 96: 360 y 48.

1.º	180:96:84: 12	*Resulta que el máximum común divisor en el primer ejemplo es 12 y en el segundo 24.*
Resíduos	084..12..00	
Cocientes.....	1... 1... 7	
2.º	360:48:24	
Resíduos	24.... 00	
Cocientes.......	7... 2	

Conocimientos de quebrados comunes.

Número quebrado es el que no llega á componer la unidad entera, como $^1/_2$ $^1/_3$ $^1/_5$ y el origen de éstos son las divisiones inexactas: verbigracia, 9: 2=4 $^1/_2$ 11: 4=2 $^3/_4$

Los datos del quebrado se llaman, numerador el que está sobre la línea, denominador el que está debajo, y ambos juntos, términos del quebrado.

Los quebrados se leen nombrando el numerador, después el denominador, y si éste pasa de 10, se le añade la palabra *avos*, que significa partes iguales.

Un quebrado representa: que la unidad se considera dividida en tantas partes iguales como manifiesta el denominador, y se toman las que indica el numerador; también representa el resíduo de una división, en cuyo caso el numerador será el dividendo, el denominador el divisor y el cociente los términos del quebrado.

El quebrado se divide en propio é impropio: propio es aquel cuyo numerador es menor que su denominador, como $^2/_3$; é impropio aquel cuyo numerador es igual ó mayor que su denominador, como $^3/_2$ $^4/_4$

Cuando los quebrados tienen un mismo numerador es mayor el que tiene menor denominador; en $^5/_7$, $^5/_3$, $^5/_6$, lo es $^5/_3$; cuando tienen un mismo denominador lo es el que tiene mayor numerador; en $^5/_7$, $^3/_7$, $^9/_7$, lo es $^9/_7$; y si sus términos son distintos, lo será aquel cuyo numerador se aproxime más á su denominador; y entre éstos el que tenga mayores sus términos; en caso de duda, se reducirán á un común denominador: en $^3/_4$ y $^7/_{15}$ lo es $^3/_4$.

Las principales propiedades de los quebrados son las de que no alteran de valor aun cuando sus dos términos se multipliquen ó partan por un mismo número, verbigracia: $^4/_8{:}2={}^2/_4{:}2={}^1/_2{:}2={}^1/_4$

El uso que de estos se hace, es simplificarlos y reducirlos á un común denominador.

Los quebrados se simplifican dividiendo ambos términos por 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, hasta no poder más, ó sacando sus mitades, terceras, quintas ó décimas partes, etc.

Un quebrado se puede simplificar por 2, 3, 4, 5, 8, 10, 11, siempre que en sus términos concurran las circunstancias enunciadas al tratar de los indicios que dan á conocer cuando son divisibles por dichos números.

EJEMPLOS

$$\frac{48}{144}=\frac{24}{72}=\frac{12}{36}=\frac{6}{18}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{56}{280}=\frac{28}{140}=\frac{14}{70}=\frac{7}{35}=\frac{1}{5}$$

$$\frac{15}{180}=\frac{5}{60}=\frac{1}{12}$$

$$\frac{480}{960}=\frac{48}{96}=\frac{16}{32}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

Los quebrados se reducen á un común denominador:

1.° Multiplicando los términos de cada quebrado por los denominadores de los otros quebrados, v. gr.:

$$\frac{4}{5} \text{ y } \frac{7}{3} = \frac{4 \times 3}{5 \times 3} \text{ y } \frac{7 \times 5}{5 \times 3}$$

2.° Si en los denominadores hay factores comunes, se busca el menor dividendo, se parte por el denominador de cada quebrado, y el cociente que resulte se multiplica por su numerador, v. gr.:

$^1/_2\ ^2/_3\ ^4/_5\ ^3/_{10}\ ^7/_{15}\ ^5/_8 = {}^{60}/_{120}\ ^{80}/_{120}\ ^{96}/_{120}\ ^{36}/_{120}\ ^{56}/_{120}$ y $^{75}/_{120}$

3.° Cuando el mayor de éstos los mide á todos exactamente, se multiplica éste por los demás como en el caso anterior, v. gr.:

$^1/_2\ ^2/_3\ ^7/_9\ ^5/_6\ ^{41}/_{18} = {}^9/_{18}\ ^{12}/_{18}\ ^{14}/_{18}\ ^{15}/_{18}$ y $^{41}/_{18}$

Para reducir un número mixto á quebrado, se multiplica el entero por el denominador, se añade el numerador y se deja el mismo denominador; v. gr.: $3\ ^4/_5 = {}^{19}/_5$; y para sacar los enteros de un quebrado impropio se divide el numerador por su denominador, resultarán al cociente los enteros que contenga el quebrado, v. gr.; $^{19}/_5 = 3\ ^4/_5$.

SUMAR QUEBRADOS Y MIXTOS

Los quebrados se suman reduciéndolos á un común denominador, si no le tienen, sumando los nuevos numeradores y poniendo á la suma el denominador común.

Los números mixtos ó bien se reducen á quebrados, ó bien se suman éstos por separado y esta suma se agrega á los enteros.

EJEMPLOS.

1.º $$\frac{7}{9}+\frac{2}{9}+\frac{1}{9}+\frac{5}{9}=\frac{15}{9}=1\,{}^{6}/_{9}=1\,{}^{2}/_{3}$$

2.º $$\frac{7}{9}+\frac{4}{5}=\frac{35}{45}+\frac{36}{45}=\frac{71}{45}=1\frac{26}{45}$$

3.º $$7\,{}^{3}/_{5}+5\,{}^{2}/_{3}+16\,{}^{5}/_{8}=28+{}^{3}/_{5}+{}^{2}/_{3}+{}^{5}/_{8}$$

$$28+\frac{72+80+75}{120}=28+\frac{227}{120}=29+\frac{107}{120}$$

RESTAR QUEBRADOS Y MIXTOS.

La resta de quebrados se efectúa reduciéndolos á un común denominador, si no le tienen, restando los numeradores y poniendo á la resta el denominador común. Si son números mixtos, se resta el quebrado del quebrado y los enteros de los enteros, á no ser que se reduzcan éstos á quebrados.

Cuando el quebrado del sustraendo es mayor que el del minuendo, se toma una unidad de éste, la que se descontará al restar los enteros, y se reduce á quebrado de la especie que lo acompaña. Cuando hay quebrado en el sustraendo y en el minuendo no, se toma de éste una unidad y se reduce á quebrado de la clase del sustraendo. Y si hay quebrado en el minuendo y en el sustraendo no, se restan sólo los enteros y se coloca á la derecha de la resta el que hubiere en el minuendo.

EJEMPLOS.

1.° $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}=\frac{7-5}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$

2.° $\frac{4}{5}-\frac{1}{3}=\frac{12-5}{15}=\frac{7}{15}$

3.° $7.521+{}^{5}/_{6}$

$3.082+{}^{2}/_{3}$

$4.439+\frac{1}{6}$

$\frac{5}{6}-\frac{2}{3}=\frac{15-12}{18}=\frac{3}{18}=\frac{1}{6}$

4.º $528 + \frac{1}{2}$

$362 + \frac{4}{5}$

$\frac{1}{2} + \frac{2}{2} - \frac{4}{5} = \frac{3}{2} - \frac{4}{5} = \frac{15}{10} - \frac{8}{10} = \frac{7}{10}$

$165 + \frac{7}{10}$

5.º $6,038 -$

$1,202 + \frac{3}{5}$

$\frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

$4,835 + \frac{2}{5}$

6.º $7,413 + \frac{1}{2}$

376

$7,037 + \frac{1}{2}$

MULTIPLICAR QUEBRADOS Y MIXTOS

La multiplicación de quebrados se hace multiplicando numeradores y denominadores entre sí; es decir, numerador por numerador y denominador por denominador, v. gr.:

$$\frac{3}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{3 \times 2}{8 \times 5} = \frac{6}{40} = \frac{3}{20}$$

Además del caso resuelto, se pueden presentar los siguientes: multiplicar un entero por un quebrado, un mixto por un entero, un mixto por un quebrado; los inversos de estos tres, y un mixto por otro mixto. Pero estos se resuelven poniendo á los enteros la unidad por denominador, y reduciendo los mixtos á quebrados impropios por el método sabido.

EJEMPLOS

1.º $8\times\frac{2}{3}=\frac{8}{1}\times\frac{2}{3}=\frac{16}{3}=5\frac{1}{3}$

2.º $8^2/_3\times4=\frac{26}{3}\times\frac{4}{1}=\frac{104}{3}=34^2/_3$

$5\frac{3}{5}\times6\frac{2}{3}=\frac{28}{5}\times\frac{20}{3}=\frac{560}{15}=37\frac{5}{15}=37^1/_3$

DIVIDIR QUEBRADOS Y MIXTOS

Los quebrados se dividen multiplicando sus términos en cruz, ó lo que es igual, el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor; ó también cambiando los términos del quebrado divisor, v. gr.:

$$\frac{8}{9}:\frac{3}{5}=\frac{40}{27}=1\frac{13}{27}$$

Además de este caso pueden ocurrir los siguientes: dividir un entero por un quebrado, un quebrado por un entero, un quebrado por un mixto, un mixto por un entero, un mixto por un quebrado y un mixto por otro mixto. Todos los sujetamos á la regla general, practicando lo dicho en las operaciones anteriores.

Los casos de dividir un entero por un quebrado y un quebrado por un entero, se resuelven abreviadamente por las siguientes reglas prácticas: para dividir un entero por un quebrado se multiplica el entero por el denominador del quebrado y se divide por su numerador. Para dividir un quebrado por un entero se multiplica el denominador del quebrado por el entero, dejando el mismo numerador.

VALUACION DE QUEBRADOS

Valuar un quebrado es expresar su valor en unidades de especie inferior á aquella á que se refiere. Pueden ocurrir tres casos:

1.º Que el quebrado se refiera á una unidad de cualquier especie, que se refiera á un conjunto de unidades, y que se refiera á otro quebrado.

Si se refiere el quebrado á una unidad, se multiplica su numerador por las veces que la de especie inmediata inferior está contenida en aquella á que se refiere, y se divide por el denominador; los enteros que salgan serán unidades de dicha especie inferior; y si aún queda quebrado, se valuará del mismo modo, continuando así hasta que no haya más unidades; y si todavía quedase, se desprecia mientras su numerador no llegue á la mitad del denominador; y si pasa, se añade una á las de última especie; v. gr.: ¿Cuánto valen $^5/_7$ de un doblon?

$$\frac{5}{7} \times \frac{4}{1} = \frac{5.4}{7.1} = \frac{20}{7} = 2\frac{6}{7}$$

$$\frac{6}{7} \times \frac{15}{1} = \frac{6.15}{7.1} = \frac{90}{7} = 12\frac{6}{7}$$

$$\frac{6}{7} \times \frac{34}{1} = \frac{204}{7} = 29\frac{1}{7}$$

Vemos, pues, que $^5/_7$ de un doblón, valen 2 pesos 12 rs. 29 $^1/_7$ mrs.

Si el quebrado se refiere á un conjunto de unidades, se multiplican su numerador por dicho conjunto, y el primer cociente que se halle será de la especie á que se refiere; lo demás de la operación es lo mismo que el primer caso, v. gr.:

¿Cuanto valen $\frac{5}{9}$ de 3 arrobas? $=\frac{5}{9}\times\frac{3}{1}=$

$$\frac{5.3}{9.1}=\frac{15}{9}=1\frac{6}{9}=1\frac{2}{3}\times\frac{25}{1}=\frac{2.25}{3.1}=$$

$$\frac{50}{3}=16\frac{2}{3}\times\frac{16}{1}=\frac{2.16}{3.1}=\frac{32}{3}=10\frac{2}{3}\times\frac{16}{1}$$

$$=\frac{2.16}{3.1}=\frac{32}{3}=10\frac{2}{3}\times\frac{3}{1}=\frac{2.3}{3}=\frac{6}{3}=2$$

Resulta que los $^5/_9$ de 3 arrobas valen una arroba, 16 libras, 10 onzas, 10 adarmes, y 2 tomines.

Si el quebrado se refiere á otro quebrado se multiplican los dos entre sí, y el producto que resulte se valúa como en los casos anteriores; v. gr.: $^3/_4$ de $^2/_5$ de quintal$=^6/_{20}=^3/_{10}$ que son por último, ejecutando las operaciones, 1 arroba y 5 libras.

Lo mismo se ejecuta cuando el 2.º quebrado se refiere á un entero, éste á otro y así sucesivamente; que son verdaderos quebrados de quebrados; v. gr.: $^2/_2$ de $^4/_5$ de $^2/_3$ de $^5/_7$ de $^3/_4$ de 4 fanegas, que es lo mismo que $^2/_7$ de 4 fanegas que, valuando por las reglas dadas, resulta, 1 fanega, 1 celemín, 2 cuartos y 3 $^3/_7$ ochavas.

DE LAS FRACCIONES DECIMALES

El sistema decimal considera la unidad dividida en 10 partes iguales llamadas *décimas*; cada décima en otras diez, que se llaman *centésimas*; cada centésima en otras diez, que se llaman *milésimas*, cada milésima en otras diez, que se llaman *diez milésimas*, etc.; de modo que van de diez en diez en órden descendente, por lo que se llama sistema *subdécuplo*, al contrario del de enteros que se denomina *décuplo.*

Los decimales se escriben del mismo modo que los números enteros: á la derecha de las *unidades* se ponen las *décimas*, luego las *centésimas*, enseguida las *milésimas*, luego las *diez milésimas*, en seguida las *cienmilésimas*; y así sucesivamente.

Los decimales se leen como si fuesen números enteros, añadiendo al fin el nombre de la especie de la última cifra, diciendo *décima*, *centésima*, *milésima*, etc.; y teniendo en cuenta que todo quebrado decimal tiene por denominador la unidad con tantos ceros como cifras decimales haya en la fracción.

Como la coma separa los decimales de los enteros, segun se corre ésta hácia la derecha uno, dos ó tres lugares, la cantidad se hace 10, 100, 1000 veces mayor; y por el contrario, menor si se corre hácia la izquierda.

Los decimales no varían de valor aunque se añadan ó quiten ceros á su derecha; así lo mismo es $^{5}/_{10}$ que $^{500}/_{1000}$ é igual si se escribe sin denominador.

Para reducir un quebrado común á decimal, se multiplica el numerador y cada una de las restas que resulten por 10, y se parten por su denominador. Cuando esta división no sale exacta y el quebrado no es de importancia, basta tomar las tres ó cuatro primeras cifras, despreciando las demás: y si la cuarta pasa de cinco, se añade una unidad á la última de las que quedan.

Al trasformar los quebrados comunes en decimales, se pueden presentar tres casos: que la fracción sea exacta, que sea periódica y que sea mixta. Fracción exacta, es la que después de cierto número de divisiones, da un cociente sin resta alguna. Periódica aquella en que después de cierto número de divisiones, se vuelve á repetir el primer dividendo y por consecuencia los mismos guarismos en el cociente. Y mixta la en que después de haber salido uno ó más guarismos, se presenta un período que se repite sin fin.

EJEMPLOS

1.º $\begin{cases} {}^1/_2 = 0,10 \ | \ 2 \\ \quad\ 00 \quad 0,5 \\ {}^3/_4 = 0,30 \ | \ 4 \\ \quad\ 020 \quad 0,75 \\ \quad\ 00 \end{cases}$

2.º $\begin{cases} {}^2/_9 = 0,222...... \\ {}^2/_3 = 0,666 \end{cases}$ 3.º $\begin{cases} {}^5/_6 = 0,83333...... \\ {}^5/_{12} = 0,416666..... \end{cases}$

En cuanto se da el quebrado se conoce si producirá fracción exacta, periódica ó mixta, del modo siguiente: si después de simplificados los factores simples de su denominador, éstos son doses ó cincos ó unos y otros, será exacta; si no tiene ningún dos ni cinco, será periódica, y si además de doses ó cincos tiene otros, será mixta.

Para convertir una fracción exacta en el quebrado que la produjo, se pone por numerador dicha fracción y por denominador la unidad, seguida de tantos ceros como cifras tiene la fracción, simplificándola después; v. gr.: $0,75 = {}^{75}/_{100} = {}^{15}/_{20} = {}^3/_4$ Si la fracción es periódica, se pone por numerador el período y por denominador tantos nueves como cifras tenga el período; v. gr.: $0,6363 = {}^{63}/_{99} = {}^{21}/_{33} = {}^{7}/_{11}$

Cuando la fracción es mixta, se multiplica la parte no periódica por tantos nueves como cifras tenga el período; este producto se suma con él y se ponen por denominador tantos nueves como cifras tenga el período; seguidos de tantos ceros como cifras hay en la parte periódica; v. gr.:

$$0,833 = \frac{8 \times 9 + 3}{90} = \frac{75}{90} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$$

SUMAR DECIMALES

Los decimales se suman del mismo modo que los números enteros, colocándolos unos debajo de otros, de manera que las comas formen columna también con las comas.

EJEMPLOS

24,94	4,74152
7,0085	16,971..
16,00376	5,32...
8,106947	9,905..
5,472866	6,673284
61,532073	43,610804

RESTAR DECIMALES

Los decimales se restan del mismo modo que los enteros, si bien conviene hacer igual el número de cifras decimales en minuendo y sustraendo, añadiendo ceros al que tenga menos.

EJEMPLOS

74,638	92,300
16,720	7,638
57,918	84,662

En el primer ejemplo se ha añadido un cero y en el segundo dos.

MULTIPLICAR DECIMALES

Los decimales se multiplican del mismo modo que los enteros, separando con una coma á la derecha del producto total tantos guarismos como decimales hay en los factores, y si en el producto no hubiese tantos, se añaden á su izquierda los ceros que falten, v. gr.:

3,004 ×	5,03 ×	72,5 ×
2,702	0,04	5,73
6008	0,2012	2175
21028		5075
6008		3625
8,116808		415,425

DIVIDIR DECIMALES

Los decimales se dividen del mismo modo que los números enteros, sin otra cosa que hacer al dividendo y divisor de una misma especie, poniendo ceros al que tenga menos notas decimales; y si la operación no sale exacta, se reducirá á decimales el resíduo que resulte.

EJEMPLOS

4187,40	4,12
00674	1016,3
2620	
01480	
244	

864,70	3,57
1507	242,212
790	
760	
460	
1030	
316	

DE LOS COMPLEJOS Ó NÚMEROS DENOMINADOS

Números denominados son los que constan de diferentes unidades relativas á una misma especie; v. gr.: 2 quintales, 3 arrobas, 4 libras, 6 onzas; y 4 fanegas, 3 celemines, 4 cuartillos.

Tres son las reduciones que pueden hacerse con los números denominados: de especie superior á inferior, de inferior á superior y de complejo á fraccionario.

En el primer caso se multiplica el número de la especie superior por el número de unidades que aquélla contiene á la especie inmediata inferior, añadiendo las que haya de la misma especie, hasta concluir con las últimas, v. gr.: 2 quintales, 3 arrobas, 7 libras= á $2\times4+3\times25+7=282$ libras.

En el segundo, se divide el número de la especie inferior por el número de unidades inferiores que tenía la inmediata superior hasta expresar el denominador en sus unidades superiores, v. gr.: 2468 mrs: 34=72 rs. 20 mrs: 20=3 duros, 12 rs. 20 mrs.

En el tercero se reduce el complejo á su especie inferior, poniendo por denominador el número de unidades inferiores que tengan una superior del mismo, v. gr.: 6 duros, 2 pesetas $=6\times5+2=32$ pesetas$\times4=128$ reales$=^{128}/_{20}$ duros.

Con los números denominados se hacen las mismas operaciones que con los enteros: se suman, se restan, se multiplican y se parten con el auxilio de las tablas siguientes:

MEDIDAS DE LONGITUD.

UNIDADES LINEALES	Piés.	Pulgadas.	Líneas.	Puntos.
La vara tiene.....	3	36	432	5184
El pié..........	1	12	144	1728
La pulgada.....		1	12	144
La línea.......			1	12

MEDIDAS AGRARIAS

UNIDADES DE SUPERFICIE	Almudes.	Cuartillas.	Celemines.	Cuartillos.	Estadales.	Varas.	Piés.
La fanega......	2	4	12	48	576	9216	82944
El almud......	1	2	6	24	288	4608	41472
La cuartilla....		1	3	12	144	2304	20736
El celemín.....			1	4	48	768	6912
El estadal.....					1	16	144
La vara cuad^{a}..						1	9

MEDIDAS DE LÍQUIDOS.

UNIDADES DE CAPACIDAD	Cuartillas.	Azumbres.	Cuartillos.	Copas.
La arroba ó cántara, tiene. . .	4	8	32	128
La cuartilla . . .	1	2	8	32
La azumbre . . .		1	4	16
El cuartillo . . .			1	4

MEDIDAS DE ÁRIDOS.

UNIDADES DE CAPACIDAD	Fanegas.	Almudes.	Cuartillas.	Celemines.	Cuartillos.
El cahiz tiene.	12	24	48	144	576
La fanega	1	2	4	12	48
El almud.		1	2	6	24
La cuartilla.			1	3	12
El celemín.				1	4

PESOS COMUNES.

UNIDADES DE PESO.	Arrobas.	Libras.	Onzas.	Adarmes.
El quintal tiene.	4	100	1600	25600
La arroba.....	1	25	400	6400
La libra......		1	16	256
La onza.......			1	16

PESOS DE JOYERIA.

UNIDADES DE PESO.	Onzas.	Ochavas.	Tomines.	Gramos.
El marco.....	8	64	384	4608
La onza.......	1	8	48	576
La ochava.....		1	6	72
El tomín......			1	12

PESOS MEDICINALES.

UNIDADES DE PESO.	Onzas.	Dracmas.	Escrúpulos.	Óbolos.	Caractéres.	Gramos.
La libra tiene.....	10	96	288	576	1728	6912
La onza.........	2	8	24	48	144	576
La dracma.......		1	3	6	18	72
El escrúpulo.....			1	2	6	24
El óbolo				1	3	12
El carácter					1	4

MONEDAS CORRIENTES DE ORO.

UNIDADES DE MONEDA.	Medio doblón.	Doblón de oro.	Escudos.	Escuditos.	Reales.	Maravedises.
Doblón de á 8 ú onza	2	4	8	16	320	10880
El medio doblón ..	1	2	4	8	160	5440
El doblón de oro ..		1	2	4	80	2720
El escudo			1	2	40	1360
El escudito......				1	20	680
Si es escudito viejo				1	$21^1/_4$	$722/_{12}$

MONEDAS CORRIENTES DE PLATA.

UNIDADES DE MONEDA.	MEDIO duro.	Pesetas.	Reales de plata.	Reales.	Maravedises.
Un duro	2	5	10	20	680
Medio duro . . .	1	$2^1/_2$	5	10	340
La peseta		1	2	4	136
El real de plata			1	2	68
El real				1	34

MONEDAS IMAGINARIAS DE PLATA.

UNIDADES DE MONEDA.	PESOS.	REALES.	Maravedises.
El doblón	4	60	2040
El peso.	1	15	510
El ducado.		11	374

EL TIEMPO.

ÉPOCAS.	Años.	Meses.	Dias.	Horas.	Minutos.
El siglo....	100	1200	36500	876000	52560000
El año......	1	12	365	8760	525600
El mes......		1	30	720	43200
El dia.......			1	24	1440
La hora....				1	60

SUMA DE COMPLEJOS.

Los números complejos se suman del mismo modo que los enteros. Se colocan unos debajo de otros, y comenzando por su especie inferior, se vé si resulta alguna unidad de la inmediata superior, se agrega á ella, y el sobrante se escribe debajo de su especie respectiva continuando así hasta acabar la operación.

EJEMPLOS

	(1	(2	(2	
1.º	12 siglos.	40 años.	9 meses.	24 dias
	19	32 . . .	5	10 . . .
	6	8 : . .	10	38 . . .
	342	94 . . .	6	4 . . .
	380 siglos.	76 años.	8 meses.	16 dias

	(2	(1	
2.º	24 duros.	9 reales.	32 mrs.
	18	16	2 . . .
	56	7	4 . . .
	8	12	19 . . .
	108 duros.	5 reales.	23 mrs.

RESTA DE COMPLEJOS.

Los complejos se restan del mismo modo que los números enteros, colocando el sustraendo debajo del minuendo, de manera que se correspondan sus diferentes unidades: se principia la resta por la especie inferior y se continúa así hasta concluir la operación; mas si algún sustraendo parcial es mayor que su minuendo, se toma una unidad del inmediato superior, se descompone en las que vale del inferior, se agrega á éste, y ya se podrá restar, descontándola luego en el guarismo de donde se tomó.

EJEMPLOS

1.º	6 quintales	3 arrobas	4 libras	7 onzas
	3	2.	3. . . .	3 . . .
	3 quintales	1 arroba	1 libra	4 onzas

	(1	(4	(1	(34
2.º	16 doblones	2 pesos	4 reales	8 mrs.
	10	3	2	10 . . .
	5 doblones	3 pesos	1 real	32 mrs.

3.º De 12 varas rebajar 9 varas, 2 piés, 6 pulgadas, 8 líneas.

11 varas	2 piés	11 pulgadas	12 líneas.
9	2	6	8 ....
2 varas	0 pié.	5 pulgadas	4 líneas.

MULTIPLICACION DE COMPLEJOS.

La multiplicación de complejos puede efectuarse de varios modos: reduciendo ambos factores á la menor de sus unidades, multiplicar entre sí los dos números reducidos, y su producto dividido por el número de unidades inferiores que tengan una superior del multiplicador, y el cociente quedará expresado en la especie inferior.

Reducidos los factores como queda dicho, puede formarse con ellos dos quebrados comunes, dando á cada uno por denominador el número de unidades inferiores que contenga la superior de los mismos, y sacarse conforme á la regla de multiplicar quebrados ó decimales, valuando el que resulte.

También escribiendo el multiplicando y debajo el multiplicador; se multiplican las unidades superiores de éste por el multiplicando, y después se va tomando cada parte alícuota respectiva de las inmediatas inferiores, y si algún número no lo fuese, se descompone en dos ó más hasta conseguirlo.

EJEMPLOS

2 arrobas, 6 libras y 9 onzas á 5 pesos, 10 rs. y 12 mrs. arroba, ¿cuánto importan?

```
                                      5
                                     15
                                    ----
                                     75
                                     10
   2                                ----
  25                                 85
 ----                                34
  56       2902                     ----
  16 ×      905 ×                   340
 ----     ------                   255
 336      14510                      12
 569                                ----
 ----                               2902
 905  |  26118
         -------
         2626310 |  400
         0226     --------
          0263    6565  |  34
           0231   316    ------
             31   0105   193 |  15
                  003    043  ------
                          13    12
```

Importan 12 pesos, 13 reales y 3 mrs.

QUEBRADOS COMUNES

$$\frac{905}{400}\times\frac{2902}{510}=\frac{2626310}{204000}=$$

$$12\text{ pesos y}\frac{17831}{20400}\times\frac{15}{1}=$$

$$\frac{267465}{20400}=13\text{ rs. y}\frac{2265}{20400}\times\frac{34}{1}=$$

$$3\text{ mrs. y}\frac{15810}{20400}$$

Resultado: 12 pesos, 13 reales, $3\frac{15810}{20400}$mrs.

DECIMALES.

$$\frac{905}{400}=2{,}262\text{ arrobas.}$$

$$\frac{2902}{510}=5{,}69\text{ pesos}$$

```
        5,69 pesos
       2,262 arrobas
       -------------
         1138
        3414
 -------------------
 pesos 12,870(78×
           15
 -------------------
         4350
        870
 -------------------
       13,061
           34
 -------------------
          200
         150
 -------------------
       2,0978 mrs.
```

PARTES ALÍCUOTAS			
Valor de a.	5 ps.	10 reales.	12 mrs.×
	(1	(2	
De 2 arrs.	10 pesos	20 rs........	24 mrs.
De 5 libras.	1..........	2............	$2^2/_5$=0,40
De 1 libra.	0..........	3............	14
De 8 onzas.	0..........	1............	24
De 1 onza.	0..........	0............	7 $^6/_8$=0,75
	12 pesos.	13 rs.	3,15 mrs.

DIVISION DE COMPLEJOS.

Los números complejos se dividen reduciendo el divisor á la menor de sus especies; se coloca éste á la derecha del dividendo con las líneas divisorias, se principia la división por las unidades superiores del dividendo, y si no se puede dividir, ó queda alguna resta, se reduce á la inmediata inferior, agregando las que haya de la misma especie, y así se continúa hasta acabar todo el dividendo; este cociente se multiplica por el número de las unidades inferiores que contenga la superior del divisor, y el resultado se reduce á las superiores.

También podrían formarse dos quebrados comunes y sacarse conforme á la regla de dividirlos, ó á la de decimales.

EJEMPLOS

Se han empleado 54 duros y 7 reales en 7 varas y 2 piés; ¿á cómo sale la vara?

Reduciendo el divisor á incomplejo de vara

1.º Se tendrá: $\frac{23}{3}$, ó sea $54 : \frac{23}{3} =$

162— | 23
001× 7 ds.
20 rs.
20
7×
27 | 23
4 1 rs.
34×
136 | 23
21 5 $\frac{21}{23}$ mrs.

Resulta que el precio de la vara es 7 duros, 1 real y 20 $^{21}/_{23}$ mrs.

2.º

$$\frac{1087}{20} : \frac{23}{3} \quad \frac{1087 \cdot 3}{20 \cdot 23} \quad \frac{3261}{460} \quad 7 \text{ ds.}$$

$$\frac{41}{460} \times \frac{20}{1} = \frac{41 \times 20}{460 \times 1} = \frac{41}{23} = 1 \text{ rs.}$$

$$\frac{18}{23} \times \frac{34}{1} = \frac{18 \times 34}{23 \times 1} = \frac{612}{23} = 26\frac{14}{23} \text{ mrs.}$$

3.º

$$\frac{1087}{20} = 54{,}35 \text{ ds}; \quad \frac{23}{3} = 7{,}666 \text{ varas}$$

```
54,350      | 7,666...
            ----------------------
   68800       7,08974 ds.×20rs.
    74720      |     20
                ------------------
     57260     1,79480 rs.
      35980
       5316    0,79480rs×34mrs
                      34
               -------------------
               317920
               238440
               -------------------
               27,02320 mrs.
```

SISTEMA MÉTRICO DECIMAL.

El nuevo sistema de pesas y medidas se llama *métrico*, y su base es el *Metro*, medida de longitud, que es la diezmillonésima parte de la distancia del polo Norte al Ecuador. También se denomina decimal porque las unidades tipos crecen y decrecen de diez en diez.

Las unidades principales ó tipos de este sistema, son:

El metro, unidad de longitud.

Area, unidad de superficie, cuadrado de diez metros de largo, ó sean cien metros cuadrados.

Litro, unidad de capacidad; equivale á un decímetro cúbico.

Gramo, unidad de peso, cuyo peso es de un centímetro de agua pura, es decir, la centésima parte de un metro.

Metro cúbico, unidad de solidez, que tiene un metro de largo, otro de ancho y otro de alto.

Los nombres de los múltiplos ó especies superiores se forman por medio de las palabras griegas antepuestas á la unidad tipo, y son:

deca, hecto, kilo, miria;

que significan diez, ciento, mil, diez mil; y los de los submúltiplos ó especies inferiores, por medio de las de origen latino:

deci, centi, mili;

que equivalen á décima, centésima, milésima.

El sistema métrico, considerado de un modo general, supone una cantidad cualquiera, teniendo para los múltiplos un *deca* que contiene diez de dichas unidades, un *hecto* diez decas, y por consiguiente cien unidades; un *kilo* diez hectos, ó cien decas, ó sean mil unidades; un *miria*, diez kilos, ó cien hectos, ó mil decas, ó diez mil unidades; y pasando á los submúltiplos: un *deci* es la décima parte de la unidad, un *centi* la centésima parte, y un *mili* la milésima parte: todo lo cual se ve en la siguiente

TABLA GENERAL DEL SISTEMA.

	Kilos.	Hectos	Decas.	Unidades	Decis.	Centis.	Milis.
1 miria...	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
1 kilo.....	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
1 hecto...	„	1	10	100	1.000	10.000	100.000
1 deca....	„	„	1	10	100	1.000	10.000
1 unidad.	„	„	„	1	10	100	1.000
1 deci.....	„	„	„	0,1	1	10	100
1 centi...	„	„	„	0,01	0,1	1	10
1 mili.....	„	„	„	0,001	0,01	0,1	1

Los nombres, valores y significaciones de las diferentes unidades del sistema se obtienen anteponiendo á las palabras *metro*, *litro*, *gramo*, las griegas, *deca*, *hecto*, *kilo*, *miria*, en los múltiplos, y las latinas *deci*, *centi*, *mili*, en los submúltiplos, del modo siguiente:

MEDIDAS LINEALES.

NOMBRES.		SIGNIFICACIÒN Y VALOR.
Múltiplos.......	Miriámetro...	10.000 metros ó 10 kilómetros.
	Kilómetro.....	1.000 idem ó 10 hectómetros.
	Hectómetro..	100 idem ó 10 decámetros.
	Decámetro....	10 idem ó 10 metros.
Unidad.........	Metro...........	1 metro ó 10 decímetros.
Submúltiplos.	Decímetro....	1.0 idem ó 10 centímetros
	Centímetro..	1.00 idem ó 10 milímetros.
	Milímetro.....	1.000 idem ó 1 idem.

MEDIDAS DE CAPACIDAD.

	NOMBRES.	SIGNIFICACIÓN Y VALOR.				
Múltiplos.......	Miriálitro...	10.000	litros	ó	10	kilólitros.
	Kilólitro.....	1.000	idem	ó	10	hectólitros.
	Hectólitro..	100	idem	ó	10	decálitros.
	Decálitro....	10	idem	ó	10	litros.
Unidad.........	Litro...........	1	litro	ó	10	decílitros.
Submúltiplos.	Decílitro....	0,1	idem	ó	10	centílitros
	Centílitro..	0,01	idem	ó	10	milílitros.
	Milílitros.....	0,001	idem	ó	1	idem.

MEDIDAS DE PESO.

	NOMBRES.	SIGNIFICACIÓN Y VALOR.				
Múltiplos.......	Miriágramo	10.000	gramos	ó	10	kilógramos.
	Kilógramo..	1.000	idem	ó	10	hectógramos.
	Hectógramo	100	idem	ó	10	decágramos.
	Decágramo..	10	idem	ó	10	gramos.
Unidad.........	Gramo.........	1	gramo	ó	10	decígramos.
Submúltiplos.	Decígramo..	0,1	idem	ó	10	centígramos.
	Centígramo	0,01	idem	ó	10	milígramos.
	Milígramo...	0,001	idem	ó	1	idem.

TABLA DE LAS MEDIDAS LONGITUDINALES.

	Kilómetros.	Hectómetros.	Decámetros.	Metros.	Decímetros.	Centímetros.	Milímetros.
1 miriámetro.	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	10.000.000
1 kilómetro...	1	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000
1 hectómetro.	,,	1	10	100	1.000	10.000	100.000
1 decámetro..	,,	,,	1	10	100	1.000	10.000
1 metro..........	,,	,,	,,	1	10	100	1.000
1 decímetro...	,,	,,	,,	,,	1	10	100
1 centímetro.	,,	,,	,,	,,	,,	1	10
1 milímetro...	,,	,,	,,	“	,,	,,	1

TABLA DE MEDIDAS DE CAPACIDAD PARA ÁRIDOS Y LÍQUIDOS.

	Hectólitros.	Decálitros.	Litros.	Decílitros.	Centílitros.
1 kilólitro..........	10	100	1.000	10.000	100.000
1 hectólitro........	1	10	100	1.000	10.000
1 decálitro.........	”	1	10	100	1.000
1 litro.................	”	”	1	10	100
1 decílitro..........	”	”	”	1	10
1 centílitro.........	”	”	”	”	1

TABLA DE PESAS.

	Quintales.	Miriágramos.	Kilógramos.	Hectógramos.	Decágramos.	Gramos.	Decígramos.	Centígramos.	Milígramos.
1 tonelada............	10	100	1.000	10.000	100.000	1.000.000	”	”	”
1 quintal métrico	1	10	100	1.000	10.000	100.000	”	”	”
1 miriágramo.......	”	1	10	100	1.000	10.000	”	”	”
1 kilógramo	”	”	1	10	100	1.000	”	”	”
1 hectógramo.......	”	”	”	1	10	100	”	”	”
1 decágramo.........	”	”	”	”	1	10	”	”	”
1 gramo	”	”	”	”	”	1	10	100	1000
1 decígramo	”	”	”	”	”	”	1	10	100
1 centígramo.......	”	”	”	”	”	”	”	1	10
1 milígramo	”	”	”	”	”	”	”	”	1

TABLA DE LAS MONEDAS.

	Escudos.	Reales.	Décimos.
1 doblón.......	10	100	1.000
1 escudo	1	10	100
1 real.........	„	1	10
1 décimo......	„	„	1

TABLA DE LAS UNIDADES AGRARIAS.

	Areas.	Centiáreas.
1 hectárea...........	100	10.000
1 área	1	100
1 centiárea	„	1

MEDIDAS CUADRADAS.

	Decímetros.	Centímetros.	Milímetros.
1 metro cuadrado.	100	10.000	1.000.000
1 decímetro idem.	1	100	10.000
1 centímetroidem	„	1	100
1 milímetro idem.	„	„	1

MEDIDAS CÚBICAS.

	Decímetros.	Centímetros.	Milímetros.
1 metro cúbico...	1.000	1.000.000	100.000.000
1 decímetro id....	1	1.000	1.000.000
1 centímetro id ..	„	1	1.000
1 milímetro id....	„	„	1

En las precedentes tablas se advierte, como se ha dicho, que todas las unidades del sistema crecen y decrecen de diez en diez, con lo cual las cantidades fraccionarias se llevan al grado de aproximación que se desea y hacemos las reducciones que se quieran.

En las medidas longitudinales admite la ley todas las especies referidas; pero en las de capacidad no autoriza el milímetro ni el miriálitro como usuales, y en las de peso designa por unidad usual el kilógramo; adoptando además dos especies superiores, á saber: el quintal métrico, que tiene cien kilógramos, y la tonelada de peso, de mil kilógramos, ó sea un millón de gramos, y es igual al peso del metro cúbico de agua destilada.

Las monedas, pesas y medidas en sus diferentes especies, se escriben teniendo en cuenta que los doblones son como los *hectos* en las expresiones decimales; y colocando las *mirias* en las decenas de millar; los *kilos* en los miles; los *hectos* en las centenas; las *decas* en las decenas, y los reales en las unidades enseguida de la coma los *deci*, *centi*, *mili*, cada uno en su lugar correspondiente; que son *décimas*, *centésimas*, *milésimas*; y si falta alguna especie se pone cero en su lugar.

NUMERACIÓN MÉTRICA DECIMAL

Supóngase que queremos escribir 4 kilómetros, 6 decámetros, 8 metros y 13 centímetros.

Para ello escribo primero un 4 que representa los *kilos* en el lugar de los miles, luego un 0 porque faltan *hectómetros*, después un 6 en lugar de los *decámetros*, ó sea en el de las decenas, luego un 8 que son los *metros*, ó unidades, y enseguida la coma, después de esta un 1 y un 3, porque 13 centímetros son lo mismo que 1 decímetro y 3 centímetros, donde se advierte el número 4068,13. Si queremos escribir 9 hectólitros, 42 litros, 18 centílitros, teniendo en cuenta lo dicho, resultarían 942,18.

Queremos escribir 42 doblones, 2 escudos, 8 reales y 5 décimas, y como los doblones son los *hectos* y los escudos los *decas* pondremos rs. 4228,5.

Para leerlos no hay más que traducir *miria*, por decenas de millar; *kilo*, por miles; *hecto* por cientos; *deca*, por decenas; *metros*, *litros*, *gramos*, ó *reales* por unidades; *deci*, por décimas; *centi*, por centésimas, y *mili*, por milésimas. Así este número, 38642,107 se leerá diciendo: 3 miriámetros, 8 kilómetros, 6 hectómetros, 4 decámetros, 2 metros, 1 decímetro, 0 centímetros y 7 milímetros; también podrá decirse 38 kilómetros, 642 metros, 1 decímetro y 7 milímetros; ó sino 38,642 metros 107 milímetros.

Si quisieramos leer gramos 9042,085 diríamos nombrando todas las cifras: 9 kilógramos, 4 decágramos, 2 gramos, 8 centígramos y 5 milígramos; ó de otro modo, 90 hectógramos, 42 gramos y 85 milígramos, ó también 9042 gramos y 85 milígramos, donde se advierte la facilidad de trasformar unas especies en otras, pudiendo familiarizarse en escribirlas y leerlas de diversos modos ó maneras.

Para las medidas agrarias, cuadradas y cúbicas debe tenerse presente que se precisan dos cifras para cada una cuadrada, y tres para las cúbicas; pudiendo añadir ceros, cuando se necesitan.

Si quisiera escribir 9 hectáreas, 5 áreas y 84 centiáreas lo haría así: 905,84.

Para 84 metros cuadrados, 26 decímetros y 9 milímetros, pondré metros cuadrados 84,260009.

Para 84 metros cúbicos, 9 decímetros, 62 centímetros y 20 milímetros, pondré metros cúbicos 84.009062020.

Para la expresión áreas 68572,406, se leerá 685 hectáreas, 72 áreas, 40 centiáreas y 6 décimas de centiárea.

DE LA SUMA.

Estos complejos, como decimales que son, se suman del mismo modo que los decimales, colocando los sumandos unos debajo de otros, de manera que las comas formen también columna y las unidades de un mismo nombre.

EJEMPLOS

Quiero sumar 62 doblones, 9 escudos, 6 reales, 4 décimas, 8 centésimas+46 escudos 6 centésimas,+8 escudos, 5 reales+10 doblones, 4 reales+4 doblones, 2 reales y 5 décimas.

6296,48
460,06
85,
1004,
402,5
8248,04

Resultan, pues, 82 doblones, 4 escudos, 8 reales y 4 centésimas.

¿Cuánto importan tres partidas de aceite, suponiendo que la primera pesó 14 kilógramos, 2 decágramos, 4 gramos, 5 decígramos, 8 centígramos y 6 milígramos; la segunda 4 kilógramos, 6 hectógramos, 8 gramos, 4 centígramos y 9 milígramos, y la tercera 4 hectógramos, 7 decágramos, 5 milígramos?

14024,586
4608,049
470,005
19102,640

Pasando la coma á los kilógramos resultan, pues, 19 kilógramos, 102 gramos y 640 milígramos.

DE LA RESTA.

La operación de restar se efectúa lo mismo que la de decimales, sin más que poner la coma á la derecha de la unidad tipo en los datos, y la resta ó diferencia en frente de los mismos, guardando correspondencia de especies; v. gr:

Un cosechero compró 34 kilólitros, 8 hectólitros y 4 litros de vino, de los que ha vendido 6 kilólitros, 8 hectólitros, 4 decálitros y 2 centílitros, ¿cuántos le quedarán?

34804,00	Resulta, pues, 27 kilólitros, 963
6840,02	litros y 98 centílitros.
27963,98	

De 48 hectáreas, 6 áreas y 12 centiáreas, rebajar 32 hectáreas, 48 áreas y 6 centiáreas; y resultan 15 hectáreas, 58 áreas y 6 centiáreas, ó lo que es igual, áreas 1558,06.

$$\begin{array}{r} 4806,12 \\ 3248,06 \\ \hline 1558,06 \end{array}$$

DE LA MULTIPLICACIÓN

Esta operación se efectúa también, como la de expresiones decimales poniendo coma, si los factores son de género diferente, en la especie de unidades á que en la cuestión se señale el precio y en el otro en la que se pida el producto; y si son de un mismo género, en las unidades tipos.

EJEMPLOS

26 kilólitros, 8 decálitros, 9 litros y 5 decílitros de aguardiente, á razón de 8 escudos, 6 rs. y 8 décimas el decálitro, ¿cuánto importarán?

```
   2608,95
      86,8
----------
   2087160
  1565370
 2087160
----------
226456,860
```

Marcado al precio del decálitro pongo la coma en los mismos que aquí son el 8; pidiendo el producto reales, la pongo al 6.

Resultan, pues, 226456 reales y 9 décimas; despreciando el 6 y el 0.

DE LA DIVISION

Esta operación se practica como si fuese de decimales, teniendo cuidado de poner la coma al divisor, en la especie de que sea la unidad, cuyo valor se exige en la pregunta, si los dos términos son de género distinto, y si no, se ponen en las unidades tipos.

EJEMPLOS

Si 76 metros, 9 centímetros y 8 milímetros de tela han costado 18 doblones, 6 reales y 2 décimas, y quiero saber á cómo sale el metro, poniendo la coma en estos en el divisor, y añadiendo los ceros al dividendo para igualar los términos con cifras decimales, haré la operación así:

```
1806,200 | 76,098
          ----------
 284240   23,735
  559460
   267740
    394460
     13970
```

Resultando 23 rs., 73 cénts., valor de un metro.

¿Si 1 hectólitro de un género cualquiera cuesta 8 escudos, 7 reales y 2 décimas, con 964 doblones, 48 reales y 5 décimas, cuántos litros se podrán comprar?

```
96448,5 | 87,2
         -----------
0924      1106,0607
 5285
  005300
   006800
     0696
```

Puesta la coma en los reales, resultan 1106 hectólitros y 607 centílitros; que reducido á litros, que es lo que se pide, son 110606 litros y 7 centílitros. Si queremos valuarle, no hay más que multiplicar el complejo por su fracción, separando en el producto tantos guarismos decimales como hay en los factores, según se ha hecho en la operación anterior(1).

DE LAS RAZONES Y PROPORCIONES.

Razón es el resultado de la comparación hecha entre dos números. Como esta puede hacerse de dos modos, dos son las razones: aritmética y geométrica; en ambas, el primer término se llama antecedente, y el segundo consiguiente ó consecuente,

Razón aritmética es la que expresa la diferencia entre antecedente y consecuente; geométrica la que denota las veces que el uno se contiene en el otro; de donde se deduce, que la primera puede considerarse como resta ó resultado de una sustracción, y la segunda como cociente ó resultado de la división. Toda

---

(1) Practicadas las cuatro operaciones fundamentales de la aritmética por el «nuevo sistema métrico-decimal,» pueden resolverse cuantos casos se presenten, debiendo el maestro hacèr que los discípulos se familiaricen con él, por medio de aplicaciones convenientes, y lograr que de este modo cobren afición á un «sistema» que tantas ventajas ofrece sobre los conocidos hasta hoy.

razón geométrica puede considerarse como una división indicada, porque, la misma razón que hay entre dos números, hay entre sus múltiplos y submúltiplos; v. gr.:

$$4 : 8 = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \text{y } 2\times 8 : 4\times 8 \text{ esto es}$$

$$16 : 32 = \frac{16}{32} = \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

El poco uso de la razón aritmética hace que apenas se considere. La geométrica puede ser simple ó sencilla, compuesta, directa ó inversa. Simple es la que no proviene de ninguna multiplicación. Compuesta la que proviene de multiplicar antecedente por antecedente y consecuente por consecuente; directa la que proviene de comparar dos razones cuyo exponente es el mismo; inversa la que proviene de comparar dos razones, en la que una tiene por antecedente lo que la otra tiene por consecuente.

EJEMPLOS.

$$\left.\begin{array}{r} 3 : 1 \\ 6 : 2 \end{array}\right\} \text{Simples.}$$

$$18 : 2 \quad \text{Compuestos.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 3 : 4 \\ 11 : 6 \end{array}\right\} \text{Directa.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 4 : 2 \\ 2 : 4 \end{array}\right\} \text{Inversa.}$$

Proporción es la igualdad de dos razones. Se indica intercalando cuatro puntos de este modo: 20:5::32:8; y se lee 20 es á 5 como 32 es á 8. Los términos de esta operación se llaman: el 1.º y 4.º extremos, y el 2.º y 3.º medios. En ella el producto de los extremos es igual al de los medios.

De esta propiedad fundamental se deduce que dividiendo el producto de los medios por un extremo, el cociente será el otro extremo; y al contrario, si el producto de los extremos se divide por un medio, el cociente será otro medio.

Una misma proporción puede invertirse de ocho maneras; verificándose en todas que el producto de los extremos es igual al de los medios, segun expresa la siguiente.

20	:	5	::	32	:	8
20	:	32	::	5	:	8
8	:	5	::	32	:	20
8	:	32	::	5	:	20
32	:	8	::	20	:	5
32	:	20	::	8	:	5
5	:	8	::	20	:	32
5	:	20	::	8	:	32

Las proporciones se dividen en discretas y contínuas. La discreta tiene los medios diferentes; v. gr.: 8:4::6: 3, y la contínua iguales; v. gr.: 8:4::4: 3, esta puede abreviarse, diciendo

∴ 8 : 4 : 3, y se leerá 8 es á 4 como 4 es á 3, evitando el término medio.

En la proporción discreta se halla cualquiera de los medios, partiendo el producto de los extremos por el otro medio; y en la contínua partiendo el cuadrado del término medio por el extremo conocido.

Cuando cuatro números están en proporción, también lo están las potencias de un mismo grado é igualmente sus raíces.

Las aplicaciones de las proporciones son, entre otras muchas, la regla de tres, la de compañía, la de interés, la de aligación, la de descuento, la conjunta, la de cambio y la de falsa posición.

REGLA DE TRES.

Regla de tres simple es la que se aplica á todas las cuestiones en que dos cantidades están en proporción con otras dos, siendo la cuarta la incógnita. Se llaman datos los dos números de una misma especie, y resultados los otros dos.

La regla es directa, cuando aumentando ó disminuyendo los datos, aumentan ó disminuyen los resultados; inversa cuando aumentando los datos disminuyen los resultados, ó disminuyendo los datos aumentan los resultados.

La regla puede ser simple y compuesta; lo primero, cuando depende de una sola condición, y lo segundo, cuando depende de dos ó más.

La directa se resuelve diciendo: dato del resultado conocido es al del incógnito como el resultado conocido es al incógnito.

EJEMPLOS

40 obreros hacen 24 varas de pared: 10 obreros, ¿cuántas harán? A menos obreros menos varas. Directa.

$$40 : 10 :: 24 : x = 6 \text{ varas.}$$

36 hombres hacen una obra en 9 dias; 27 hombres ¿cuántos dias necesitarán? A menos hombres más dias. Inversa.

$$27 : 36 :: 9 : x = 12 \text{ dias.}$$

Una plaza tiene víveres para subsistir 12 dias, pero no recibe auxilio hasta los 18; ¿á cuánto reducirá la ración? A más dias menos ración. Inversa.

$$18 \text{ dias} : 12 :: 1 : x = \frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ de ración.}$$

La regla de tres compuesta se resuelve formando de cada dos datos de igual especie una razón (que se invertirá, si los dos son inversos, con los resultados): se multiplican dichas razones, y su producto se compara con los resultados; v. gr.: si 20 obreros hacen 170 varas en 15 dias, 30 obreros para hacer 200 varas, ¿cuántos dias necesitarán? se dirá: 1.º Si 20 hombres para 170 varas necesitan 15 dias; 30 obreros para hacer otras tantas ¿cuántos necesitarán?

Y como las varas son las mismas, se comparan los obreros con los dias y la regla resulta inversa.

30 : 20 :: 15 : x=10 dias que necesitan los 30 obreros para hacer 170 varas. Ahora si 30 obreros para hacer 170 varas necesitan 10 dias, los mismos para hacer 200, ¿cuántos necesitarán? y será directa.

$$170 : 200 :: 10 : x = 11\frac{13}{17}\text{ dias}$$

Si 40 hombres, trabajando 7 horas al dia, necesitan 8 para hacer 300 varas; 51 hombres, trabajando 6 horas al dia, ¿cuántos necesitarán para hacer 459?

40 hombres	7 horas	300 varas	8 dias
51	6	459	x ......

Se comparan los hombres con los dias y aparecen en razón inversa =51 : 40; las horas lo están con los dias... 6 : 7, las varas lo están en razón directa con dias... 300 : 459.

$$\left.\begin{array}{r} 51 : 40 :: 8 : x = y \\ 6 : \ 7 :: y : x = z \\ 300 : 459 :: z : x = y \end{array}\right\} \left\{\begin{array}{l} 51\times6\times300 : 40\times7\times459 :: 8 : x = \\ x = \dfrac{40\times7\times459\times8}{51\times6\times300\times x} \end{array}\right.$$

$$= \frac{4\times7\times153\times8}{17\times6\times30} = \frac{2\times7\times51\times8}{17\times3\times10} = \frac{1\times7\times17\times8}{17\times5} = \frac{1\times7\times8}{5} = 11\frac{1}{5}\text{ dias.}$$

REGLA DE INTERÉS

Regla de interés es la que enseña á hallar los réditos que corresponden á una cantidad puesta aquí ó allí, con varias condiciones. Puede ser simple ó compuesta. En lo primero, cuando sólo averigua los correspondientes al capital; y lo segundo, cuando además indica los que corresponden á los réditos devengados.

La simple se resuelve formando una proporción cuyo primer término es el 100, el segundo tanto por 100, y el tercero el capital.

La compuesta se resuelve multiplicando el capital por la unidad, más la que produce ésta al año elevada á la potència que exprese el número de años que estuvo impuesto, y su producto indicará los réditos correspondientes juntos con el capital.

EJEMPLOS

1.º 7000 rs. al 5 por 100 ¿cuánto producirán?

$$100 : 5 :: 7000 : y = 350$$

2.º 6000 rs. al 6 por 100, en 4 años, ¿cuánto darán á interés compuesto?

$$100 : 6 :: 1 : 0{,}06$$

En el primer ejemplo corresponde al año 350 reales; y en los 4 años del segundo 1574 reales, que con el capital hacen 7574, 86176 reales.

$$
\begin{array}{r}
1,06 \\
1,06 \\
\hline
636 \\
106 \\
\hline
1,1236 \\
1,06 \\
\hline
67416 \\
11236 \\
\hline
1,191016 \\
1,06 \\
\hline
7146096 \\
1191016 \\
\hline
\end{array}
$$

Produce la unidad 1,26247696 en 4 años.

Resultan de réditos 7574,86176 reales, unidos, como se ve, al capital 6000.

REGLA DE COMPAÑÍA.

Regla de compañía es la que averigua la ganancia ó pérdida que corresponde á un capital impuesto en fondo de varios asociados. Para resolverla, se forma la proporción siguiente: suma de los impuestos es á la ganancia ó pérdida, como lo que puso cada uno es á la suya correspondiente: Si los capitales se impusieron por diferentes tiempos en fondo, se reducen á unos mismos multiplicando cada uno por el tiempo que se impuso, y queda reducida á la primera.

EJEMPLOS

1.º Tres asociados ganaron 6000 rs., poniendo el primero 100 rs., el segundo 120 y el tercero 240; ¿cuánto corresponde á cada uno?

$$
1.^{\circ}\left\{
\begin{array}{lrl}
1.^{\circ}\ldots\ldots & 100\ldots\ldots 460 : 6000 :: 100 : & 1304\frac{8}{23} \\[1em]
2.^{\circ}\ldots\ldots & 120\ldots\ldots 460 : 6000 :: 120 : & 1565\frac{5}{23} \\[1em]
3.^{\circ}\ldots\ldots & 240\ldots\ldots 460 : 6000 :: 240 : & 3130\frac{10}{23} \\[1em]
 & \overline{460}\qquad\qquad\qquad\qquad & \overline{6000}
\end{array}
\right.
$$

2.º Cuatro sugetos perdieron 4000 reales, poniendo el primero 30 por 2 meses, el segundo 50 por 4 meses, el tercero,'70 por 7 meses, y el cuarto 80 por 8 meses, ¿cuánto corresponde á cada uno?

2.°

1.° ...30×2= 60...1390 : 4000 :: 60 : $172\frac{92}{139}$

2.° ...50×4=200...1390 : 4000 :: 200 : $575\frac{75}{139}$

3.° ...70×7=490...1390 : 4000 :: 490 : $1410\frac{10}{139}$

4.° ...80×8=640...1390 : 4000 :: 640 : $1841\frac{101}{139}$

1390 4000

REGLA DE ALIGACION.

La regla de aligación enseña á buscar el precio á que debe venderse la mezcla de varias especies de precio distinto, para no perder ni ganar, ó hallar las proporciones en que se han de mezclar cuando se conoce su precio medio.

Pueden ocurrir dos casos:

1.º Cuando mezcladas las especies de diferentes precios se desea saber á cómo se ha de vender la mezcla.

2.º Cuando se pide la cantidad que de cada uno se ha de mezclar para darlas á un precio determinado.

En el primer caso se multiplican las especies por la suma respectiva: se suman estos productos, y la suma se divide por el total de la mezcla.

En el segundo, ó cuando se da el precio medio y se busca la proporción en que se han de mezclar las especies, se resta el precio de cada una del medio y se ponen encontradas sus diferencias.

EJEMPLOS

1.º Se tienen 8 fanegas de trigo de 50 reales; 12 id. de 46; 9 de 34 rs.; ¿á cómo se venderá mezclado para no perder ni ganar?

Precios.... $50+46+34\times$
Fanegas.. $8+12+\ 9-$ 29 mezcla.

$400+552+306=1258$ rs. : 29 fanegas.

43 rs. y 37 cénts.

2.º Tenemos vinos de 20, de 12 y de 9 rs.

cántara: ¿en qué proporción se mezclan para darlo á 13 reales?

$$13\left\{\begin{array}{l} 20\ldots\ 4 \\ 12\ldots\ 4 \\ \ \ 9\ldots\ 7+1=8 \end{array}\right.$$

Resulta en el primero que la fanega debe venderse á 43 rs. y 37 cénts., y en el segundo, que se han de mezclar 4 cántaras del precio de 20 rs. la cántara con otras 4 del precio de 12 rs., 8 cántaras del de 9 rs., para no perder ni ganar.

REGLA DE DESCUENTO.

Regla de descuento es la que enseña á hallar la disminución que debe hacerse á una letra cuando se paga antes del término en que cumple. El modo más usual para resolverla, es descontar de la letra su tanto por 100; pero no es así, y debe formarse la proporción siguiente: Si 100, más el tanto de descuento se han de quedar en 100, la letra en cuánto se quedará? v. gr.: 6000 rs. descontados al 4 por 100, quedan 5769,23 según se ve.

$$104 : 100 :: 6000 : x = 5769{,}23$$

Cuando la anticipación es sólo de algunos meses, se calcula el tanto que le corresponde por una sencilla regla de tres; v. gr.: se quiere descontar una letra que se paga con $4\,{}^1/_2$ meses de anticipación, siendo el tanto de descuento anual $5\,{}^1/_2$ reales por $100 = 12$ meses : $4\,{}^1/_2$ meses :: $5\,{}^1/_2$ reales : $x = \frac{99}{48} = \frac{33}{16} = 2\frac{1}{16}$ reales, á este tanto se descontará la letra.

REGLA CONJUNTA.

Regla conjunta es la que enseña á reducir cantidades de una especie á otra, con el auxilio de varias especies intermedias. Para resolverla, se forma una razón compuesta de modo que cada antecedente sea de la especie de la anterior consecuente.

EJEMPLOS.

1	quintal tiene.	4	arrobas.
1	arroba.	25	libras.
1	libra.	16	onzas.
1	onza.	16	adarmes.
1	quintal	25,600	adarmes.

1	duro tiene. . .	20	reales.
1	real..	34	mrs.
1	duro.	680	mrs.

El cambio es una verdadera regla conjunta, pues únicamente consiste en la reducción de una suma expresada en moneda de un país á moneda de otro país; v. gr.: Un comerciante de Barcelona toma sobre Londres letra de 1336 reales 24 mrs. ¿Cuánto se debe pagar por ella en Londres, estando el cambio á 36 $^1/_2$ rs?

Reducida la letra á mrs. será 45448 y sabemos que la libra vale á 240 dineros esterlines.

El peso....	510 mrs.	36 $^1/_2$ rs.
La libra...	240 dineros	1 libra.

$510 \times 240 : 36\,^1/_2 :: 45448$ rs.$=16$ libras $^{8173}/_{5190}$ que valuado resultan 12 sueldos y ocho dineros.

REGLA DE FALSA POSICION.

Regla de falsa posición es la que enseña á determinar un número verdadero por medio de otro supuesto. Se resuelve formando esta proporción: resultado producido por un número supuesto es al resultado verdadero, como el número supuesto es al verdadero; v. gr.: se pide un número cuya mitad, cuarta y quinta suman 480. Búsquese un número que tenga las condiciones pedidas, y se hallará multiplicando los simples entre sí; v. gr.:

$$2 \times 4 \times 5 = 40$$

Supuesto. .	40
Mitad. . . .	20
4.ª parte. .	10
5.ª parte. .	8
Resultado .	38

$$38 : 480 :: 40 : x = 505\frac{5}{19}$$

Comprobación.

$$\text{Mitad de } 505\frac{5}{19} = 252\frac{2}{19}$$

$$4.^{a}\text{ parte} = 126\frac{6}{19}$$

$$5.^{a}\text{ parte} = 101\frac{1}{19}$$

$$480$$

La llamada doble, se resuelve multiplicando cada número supuesto por el error del otro, y si estos tienen el mismo signo, divídese la diferencia de los productos por la diferencia de los errores; y si lo tienen diferente, se suman los productos y se parte el resultado por la suma de los errores.

EJEMPLOS.

Un padre tiene 70 años y su hijo 16: ¿cuándo ó en qué época la edad del padre será triple de la de su hijo?

Figuremos, como primer supuesto, 9 años, al cabo de los cuales el padre tendrá 79 años y el hijo 25; y como triple de 25 es 75, resultan, á 79 del padre, 4 de error.

Supongamos ahora 2 años como segundo supuesto, y el padre tendrá 72 y el hijo 18; pero 72 ascienden á 54, triple de la edad del hijo, en 18, luego este es el error con signo igual.

Primer supuesto.... 9... 4 primer error.
Segundo idem....... 2... 18 segundo idem.

$$\text{número verdadero} = \frac{9 \times 18 - 4 \times 2}{18 - 4} =$$

$$\frac{162 - 8}{14} = \frac{154}{14} = 11$$ años al cabo de los cuales el padre tendrá 81, edad tríple de 27 que ten- el hijo.

FORMACION DE POTENCIAS

Y EXTRACCIÓN DE RAÍCES.

Cuadrado de un número es el producto que resulta de multiplicarle por sí mismo; se llama también 2.ª potencia, y si se multiplica dos veces, cubo ó 3.ª potencia; si tres, 4.ª potencia y así sucesivamente; v. gr.:

$4 \times 4 = 16$. Cuadrado.
$4 \times 4 \times 4 = 64$. Cubo.
$4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$. Cuarta potencia.

Las potencias se indican escribiendo el número y á su derecha, en la parte superior, un número pequeñito que se llama exponente, verbigracia:

1^2. 2^2. 3^2. 4^2. 5^2. 6^2. 7^2. 8^2. 9^2.
1^3. 2^3. 3^3. 4^3. 5^3. 6^3. 7^3. 8^3. 9^3.

El exponente indica la potencia á que ha de elevarse el número, que es la que señala con sus unidades las veces que entra por factor, que serán tantas como unidades tengan; las multiplicaciones que hay que hacer, son tantas como unidades tiene, menos una.

El cuadrado, ó 2.ª potencia, consta de tres partes: cuadrado de decenas; duplo de decenas por unidades y cuadrado de unidades.

El cuadrado de un quebrado se forma multiplicando numerador por numerador y denominador por denominador v. gr.: $(^2/_8)^2 = {}^2/_3 \times {}^2/_8 = {}^4/_{64}$; $(^2/_3)^3 = {}^2/_3 \times {}^2/_3 \times {}^2/_3 = {}^8/_{27}$.

La tercera potencia, ó cubo consta de cuatro partes: cubo de 1.ª; triplo de cuadrado de

1.ª multiplicado por 2.ª; triplo de cuadrado de 2.ª multiplicado por 1.ª y cubo de 2.ª.

El cubo de un quebrado se forma multiplicando dos veces numerador por numerador y denominador por denominador. En uno y otro caso se descomponen los números en dos partes, denominadas primera y segunda.

EJEMPLOS.

1.ª Sea el número 26, y le descompongo en 20+6 y tendremos:

Cuadrado de decenas.	$20 \times 20 = 400$		$26 \times$
Duplo de decenas por unidades.	$2 \times 20 \times 6 = 240$		26
Cuadrado de unidades..	$6 \times 6 = 36$		156
	676	Cuad°	52
		Cuad°	$676 \times$
Cubo de 1.ª parte.	$20 \times 20 \times 20 = 8000$		26
Triplo del cuadrado de 1.ª × por 2.ª	$20 \times 20 \times 3 \times 6 = 7200$		4056
Triplo del cuadrado de 2.ª × por 1.ª	$6 \times 6 \times 3 \times 20 = 2160$		1352
Cubo de 2.ª	$6 \times 6 \times 6 = 216$	Cubo	$17,576$
	$17,576$		

RAICES DE LOS NÚMEROS

Raíz de un número es aquel que multiplicado por si la produce; v. gr.: 2 es la raíz cuadrada de 4; pues 2×2=4: llevan el mismo nombre que la potencia de donde proviene, y se llaman 1.ª, 2.ª, etc., ó cuadrada y cúbica. Las raíces se indican del modo siguiente: la potencia ó número de donde se ha de extraer la raíz se escribe debajo de este signo $\sqrt[3]{64}$ que se llama radical, poniendo el exponente entre sus brazos como se ve, leyendo: raíz cúbica de 64. En la cuadrada puede omitirse el exponente sobreentendiéndose cuando no lo tenga. La raíz cuadrada se extrae escribiendo el número dividido en períodos de dos cifras, de derecha á izquierda, aunque el último no tenga más que una; tirándose las líneas divisorias y se saca la raíz cuadrada del primer período de la izquierda; escríbese en el lugar conveniente, y cuadrada, réstase del período; sepárase la última cifra de la derecha con una coma, y lo que quede á la izquierda divídese por el duplo de la raíz hallada; este cociente, segunda parte de la raíz, se escribe á la derecha y se cuadra toda la raíz para restar su producto de los períodos tomados, continuando así hasta concluir con el último. Si no fuese exacta, el resíduo se pondrá en forma de quebrado al lado de la raíz hallada, cuyo numerador será dicho resíduo y el denominador el duplo de la raíz hallada más la unidad.

EJEMPLOS

```
√6,96,96=264
 4
 29,6 | 46×6
 276    6
 0209,6 | 524×4
 02096      4
 00000
```

```
√5,63,58,76= 2374
 4
 16,3 | 43×3
 129    3
 0345,8 | 467×7
  3269      7
   01897,6 |  4744
     18976       4
     00000
```

RAÍZ CÚBICA.

La raíz cúbica se extrae dividiendo el número de derecha á izquierda en períodos de tres guarismos, aunque el último sólo tenga uno ó dos: se saca la raíz cúbica del primero de la izquierda, se escribe en el lugar correspondiente; se cubica y se resta del período tomado; se se baja el guarismo siguiente, se separan las dos últimas cifras de la derecha con una coma, y lo que quede, se divide por el triplo del cuadrado de la raíz hallada; se cubica toda la raíz y se resta de los períodos tomados; se baja otro y así se continúa hasta concluir con el último; y si no queda resíduo, la raíz será exacta; pero si resulta, se escribirá al lado de la raíz hallada en forma de quebrado cuyo numerador será el resíduo, y el denominador el triplo del cuadrado de la raíz hallada, más el triplo de la misma raíz, más la unidad.

EJEMPLOS

$\sqrt[3]{32,768}=32$

```
 27
 ————————
 0,57,68 | 27
          ————
   5768    2
 ————————
  00000
```

$32\times32\times32=32768$

$\sqrt[3]{486,594}=78\ {}^{12042}/_{18487}$

```
 343
 ————————
 1435,94 | 147
          —————
 131552
 ————————
 012,042
```

$78\times78\times78=474552$; y

$474552+12042=486595$

FIN

Esta obrita se halla de venta en las librerías de Madrid, Lugo, Alicante y Oviedo, y en la Administración de *El Naranco*, Catedral, 9. El crecido número de ediciones, que de la misma se va agotando, es su elogio más cumplido.

El precioso Cuaderno de Amena lectura, por *D. Tomás de la Vallina*, aprobado de texto por el Real Consejo de Instrucción pública, y del que en pocos años se han agotado 23 ediciones, 24 reales docena.

El Jardin de la Niñez, por el mismo, 3.ª edición á 36 reales idem, y del que se ocupó la prensa ventajosamente.

Epitome de Gramática castellana, por id., 4.ª edición, que contiene las cuatro partes en que se divide, con un sencillo método para enseñarla, análisis lógico y gramatical, con ejercicios prácticos para los niños; también la prensa se ocupó de él, recomendándole, 38 reales docena.

Cartilla de Agricultura y breves nociones de Industria y Comercio, 4.ª edición, aumentada por *D. J. de la Vallina*, á 3 reales ejemplar.

Manual de Arboricultura y Horticultura, por idem.

Colecciones de Carteles de lectura, en pliego doble y combinados con sencilléz, á 8 reales en papel.

Fábulas de Samaniego y Catecismo Histórico de Fleury, en cartón á 18 reales docena, y otros útiles para las Escuelas.