

ROVIRA

GNOMONICA

TEXTO

~~1203~~

R

736

736



45



~~900~~

=736=

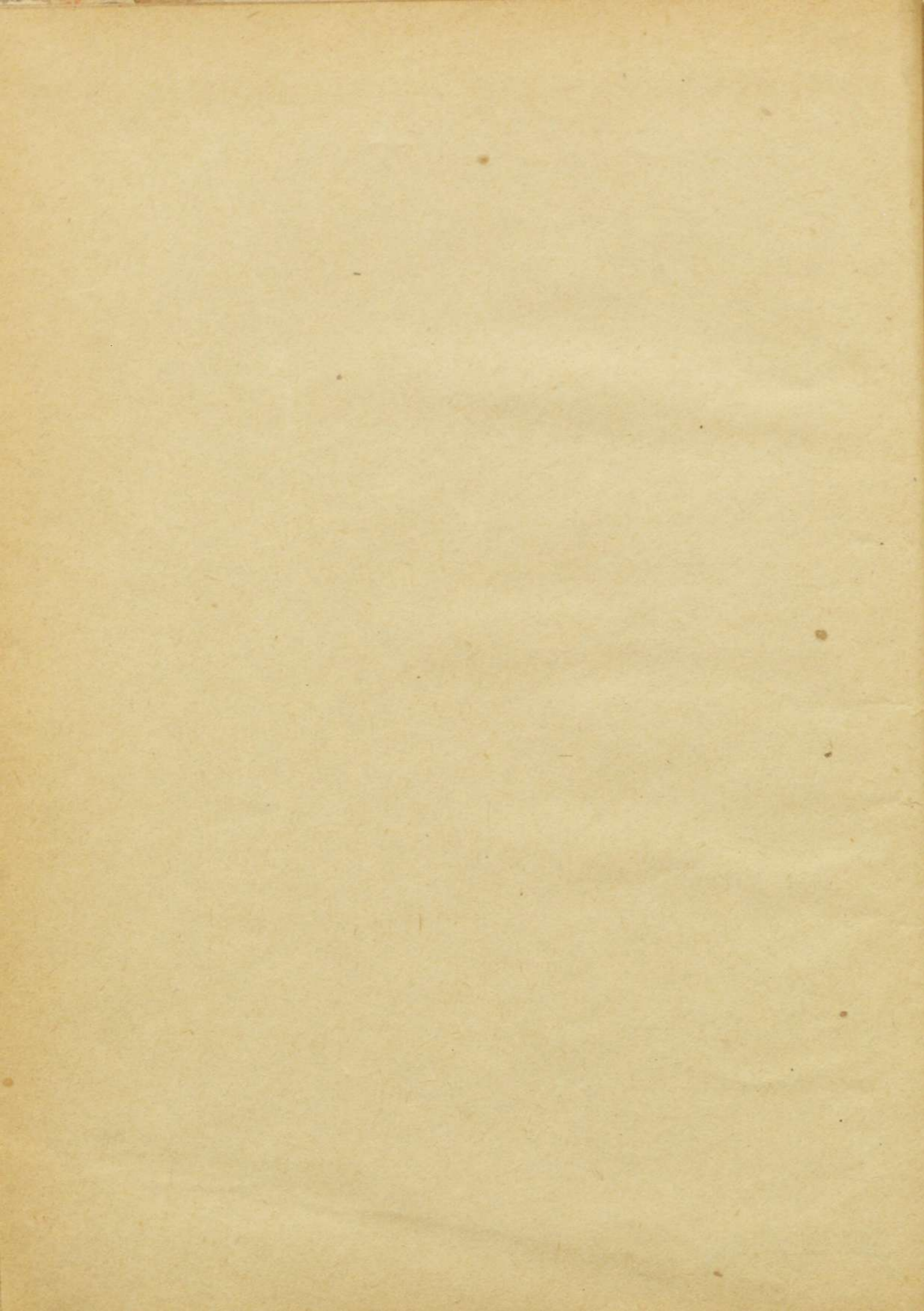
~~=12662=~~

x

+



~~A. 736~~

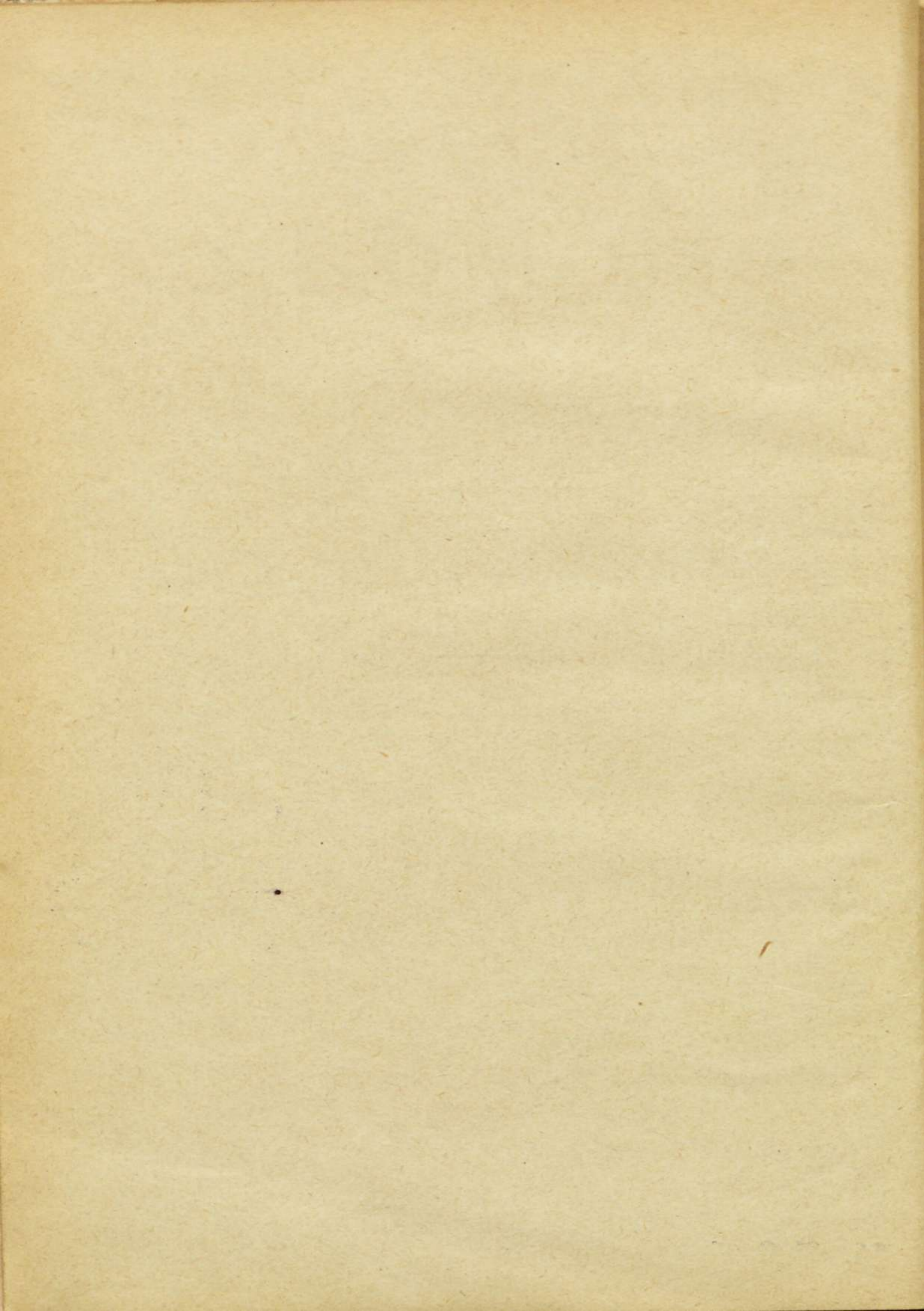


TRATADO  
DE  
GNOMÓNICA

---







CDU: 529.78+515

TRATADO  
DE  
**GNOMÓNICA**

CONSIDERADA

BAJO EL PUNTO DE VISTA DE APLICACIÓN DIRECTA

DE LA

**GEOMETRÍA DESCRIPTIVA**

POR

**D. ANTONIO ROVIRA Y RABASSA**

Arquitecto,

Académico de la de Bellas Artes de Barcelona  
y Catedrático de las Asignaturas

de

Sombras, Perspectiva, Gnomónica y Estereotomía  
en la Escuela Superior de Arquitectura  
de la misma ciudad.



BARCELONA

LIBRERÍA Y ESTAMPERÍA ARTÍSTICA

calle de Fernando VII, 33.

1896

R. 736

---

**BARCELONA**

**Imprenta Ibérica de Francisco Fossas, Rambla de Cataluña, 423**

## Á LA MEMORIA

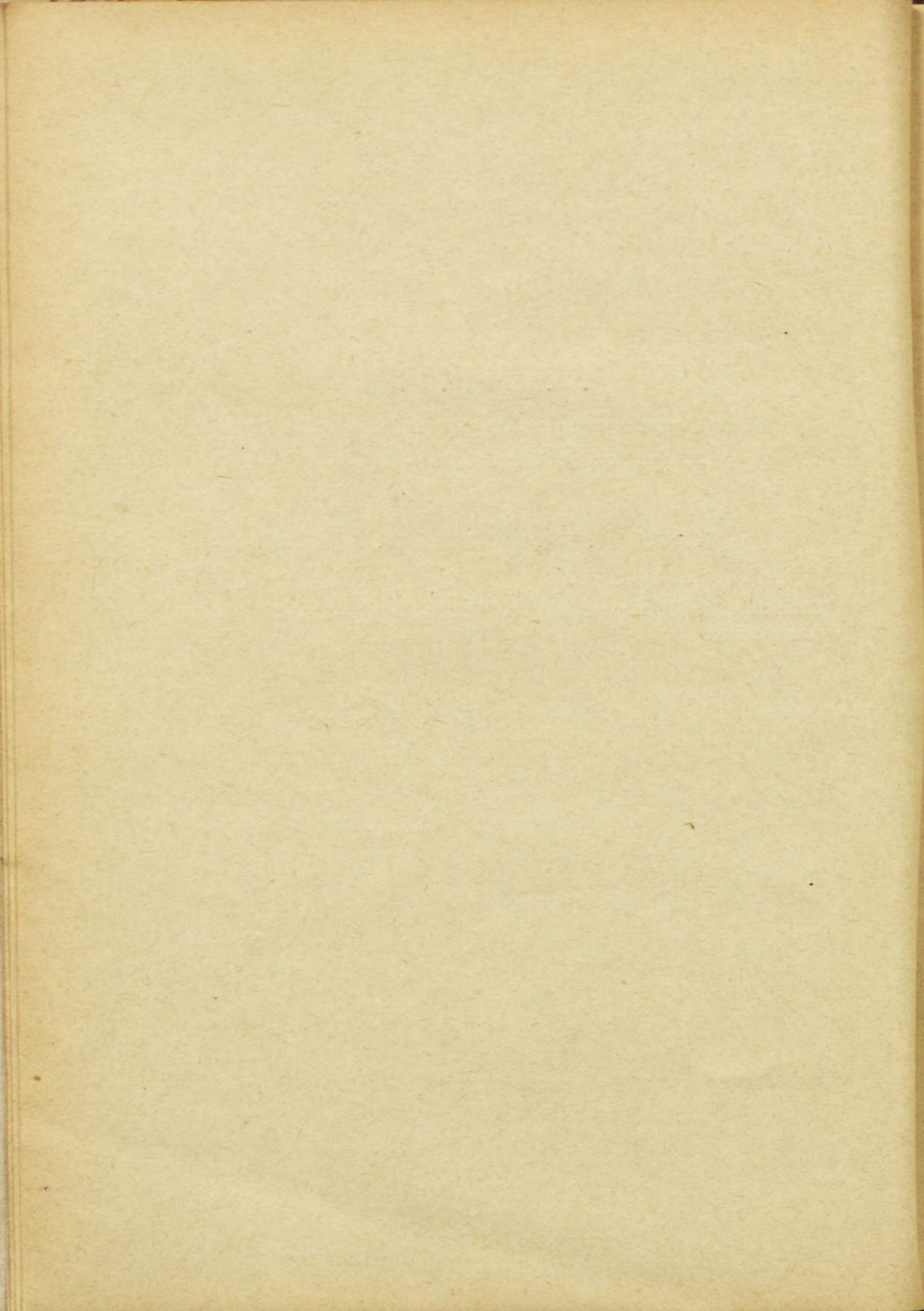
del malogrado y eminente catedrático de la Escuela  
Superior de Arquitectura de Madrid

Excmo. Sr. D. Juan Bta. Peyronnet

dedica esta obra su antiguo discípulo y constante amigo y  
compañero

*El Autor.*





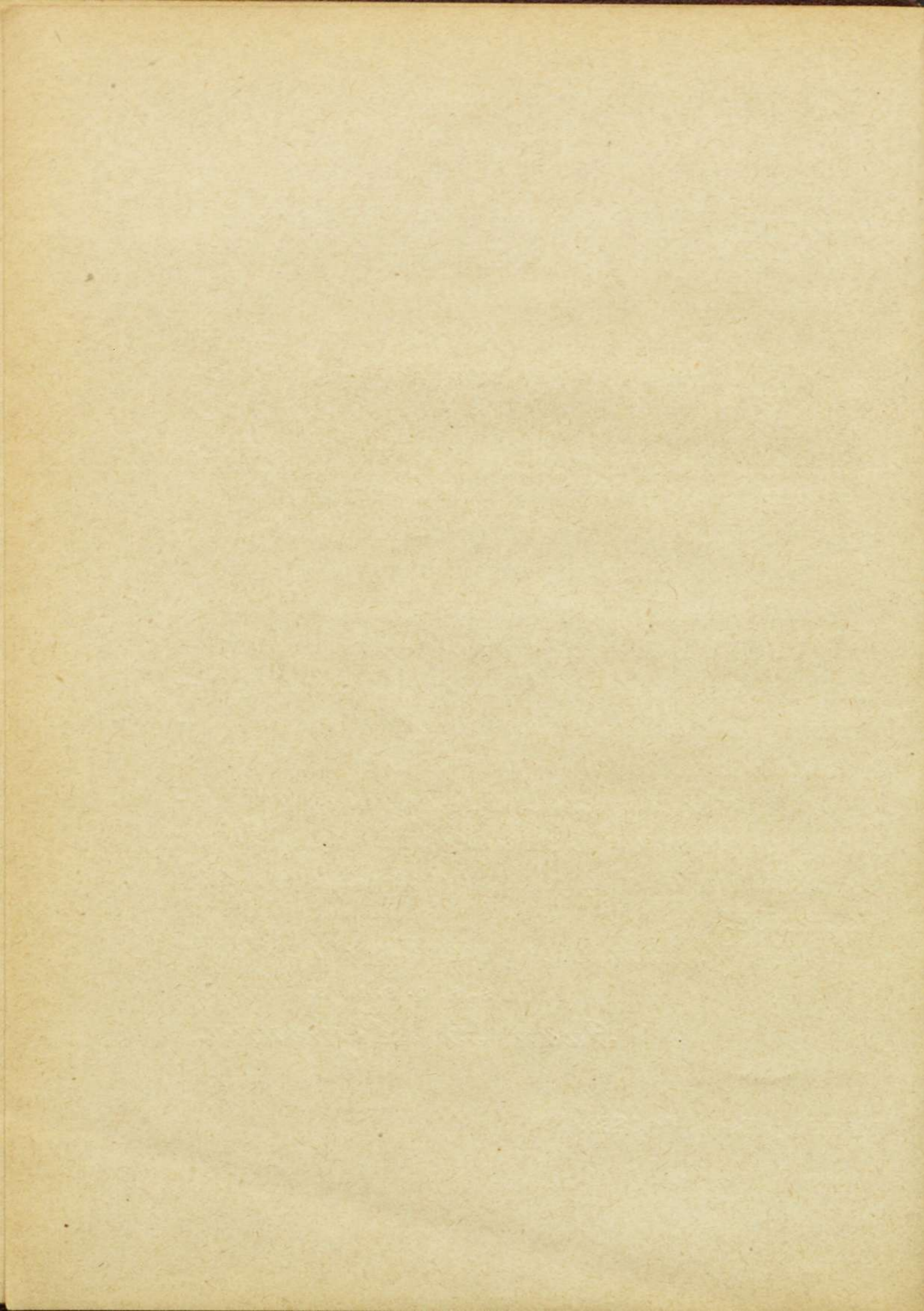
*Apreciado amigo mío: Me pide V. en su última mi parecer sobre la conveniencia y oportunidad de publicar unas nociones de Perspectiva, considerando esta ciencia bajo el punto de vista de aplicación de la Geometría Descriptiva á la vez que llevada de un modo que pueda tener aplicación directa y fácil á los dibujos arquitectónicos, y yo por mi parte me complazco en contestarle que encuentro muy á propósito tan laudable idea ofreciéndome en todo lo que crea V. útil á este anciano que ha encanecido en las aulas de la Escuela de Arquitectura. Al mismo tiempo acepto con orgullo la dedicatoria que me ofrece V. si llega á publicar la obra, siéndome gratísimo el presenciar actos de esta índole que honran tanto al que los hace como al que los recibe.*

*Sabe V. cuanto le quiere y le recuerda*

S. S. Q. S. M. B.

*Juan B. Peyronnet.*

Madrid y Enero de 1869.





# GNOMÓNICA

---

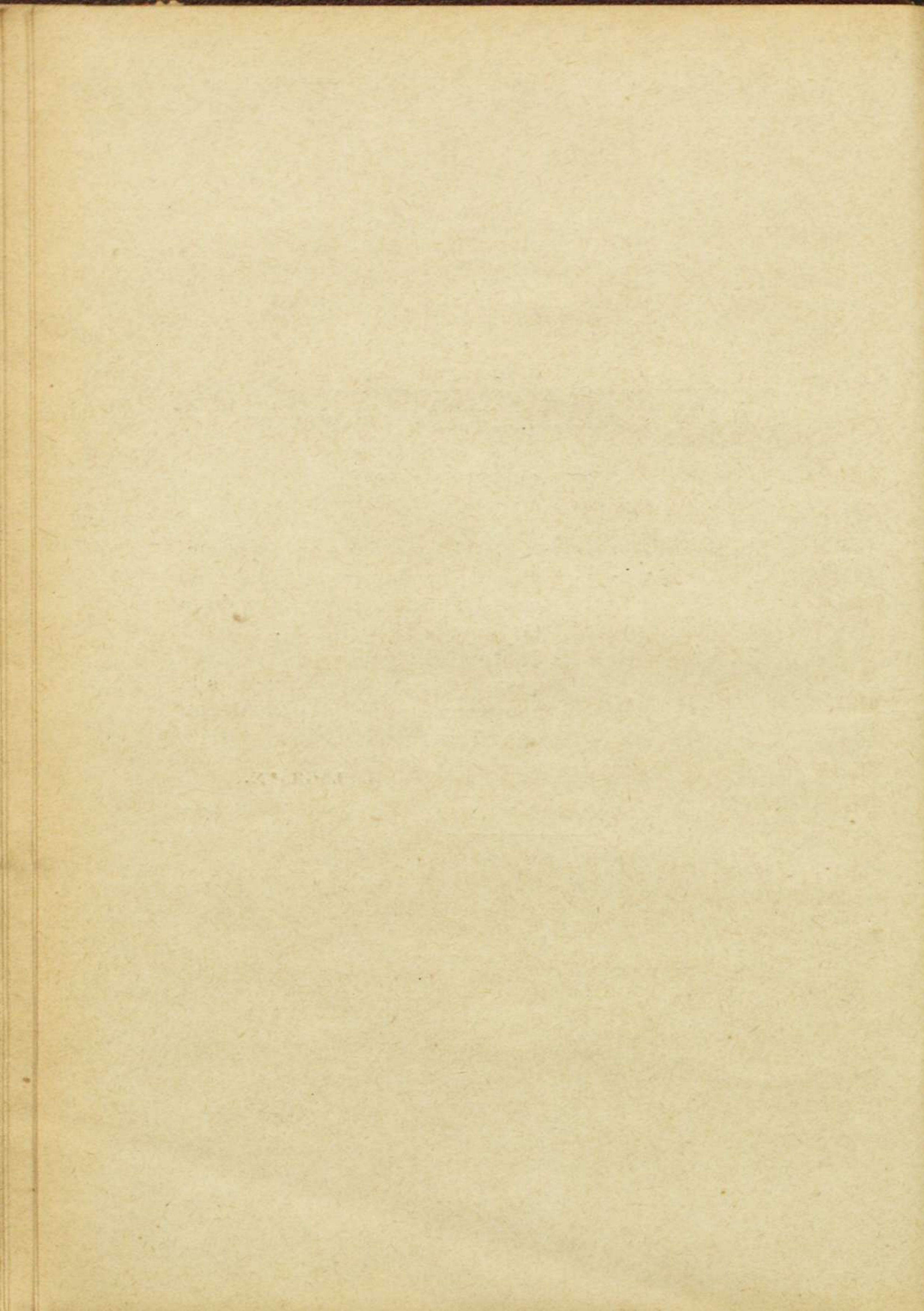
La Gnomonique ou construction des cadrans solaires est une application immediate de la Geometrie Descriptive. Elle est particulièrement interessante pour les architectes auxquels la construction de ces cadrans pent être demandée.

DELAGRAVE.

---







## PRÓLOGO

---

**C**IRCUNSTANCIAS especiales motivaron no llegara á la publicación el trabajo á que se refiere la epístola precedente del Ilustre Arquitecto y Catedrático, del constante y buen amigo D. Juan B. Peyronnet, mas como quiera que reza el refrán que palabra empeñada, deuda pagada, trátase hoy aun que sea después de luengos años dar cumplimiento á la oferta prometida y sellar el pacto debido como recuerdo á la amistad.

No son hoy las nociones de Perspectiva lo que se publica, pero el título y la índole de la obra no hace al caso cuando preside y se patentiza del mismo modo la significación del hecho que se trata de realizar.

Movidos á la vez por los deseos de varios queridos alumnos ávidos de conocer ampliadas las lecciones de Gnomónica que se cursan en la Escuela Superior de Arquitectura de Barcelona, nos hemos decidido á tratar esta importante rama de las aplicaciones de la Geometría Descriptiva, no tan conocida como ser debiera atención hecha á su reconocida importancia bajo el punto de vista del fruto que su ejercicio en la práctica puede reportar ya sea en utilidad ya tambien considerada como de aplicación constante de las verdades y problemas derivados de la Geometría tanto analítica como descriptiva, demostrando así que éstas no quedan encerradas dentro los estrechos límites de la cátedra ni en los de teorías puramente especulativas, difíciles ó enojosas de llevarlas al terreno de simple aplicación práctica sino que trascienden á notoria utilidad material.

Háenos también impulsado en la publicación de esta obra la particularidad de no existir ninguna en nuestro país que de esta clase fuese tratada como aplicación de la Geometría Descriptiva, pues si bien es verdad se han dado á luz en distintas épocas obras que de Gnomónica tratan, éstas quedan concretadas á opúsculos ó

cuadernos de reducido tamaño en donde se exponen someramente una serie de reglas prácticas exentas de toda clase de demostración y extrañas á los procedimientos descriptivos.

Por otra parte, en las obras que nos vienen del extranjero que se ocupan de las ciencias de aplicación directa de la Geometría Descriptiva; si bien tratan extensamente y con bastante profundidad de la sección que corresponde á la Estereotomía de la piedra y la madera, que se ocupan también con afluencia de datos de la parte destinada á la Perspectiva y hasta de la teoría de las Sombras, dan en cambio poca importancia relativa á la Gnomónica al estudiar en ella dos ó tres problemas concretos, tales son por regla general cuando de la explicación se trata de los relojes Ecuatorial, Horizontal y Vertical, sin duda quizá porque en sus preclaros autores cabrá en su conciencia y principios que los que estudien en sus libros han de estar á su altura en los conocimientos preparatorios y que por lo tanto huelgan más aplicaciones, pudiendo deducir todo otro caso por las consecuencias de los primeros; y al decir esto no hacemos referencia á las obras que sobre este asunto nacieron en el siglo anterior,

pues si bien ellas, á lo menos en su mayor parte, son completas en el número de casos que abarcan, sin embargo están tratadas casi empíricamente, pues no había aun llegado el tiempo para aprovecharse del fruto y beneficios que más adelante había de reportar el trabajo de investigación de Gaspar Monge.

Ni por asomo tenemos la pretensión de suponer que el presente libro, á pesar de lo dicho, venga á llenar en un todo el vacío derivado de las exigencias que se desprenden al querer una obra completa; lo que hacemos es aportar sumandos con el mayor desarrollo de ciertas teorías hasta ahora quizá demasiado restringidas y con todos ellos y los nuevos que puedan acumularse formar una nueva suma por entidades de más valer y competencia que nosotros, que con este modesto trabajo nuestro único ideal se ha cifrado en el afán de trabajar y ser de alguna utilidad en los resultados obtenidos para que de ellos pudieran aportar ventajas consiguientes á favor de la enseñanza.

Divídese esta obra en 19 capítulos; constando el primero de un breve resumen histórico y ligero esbozo de los progresos con que ha pasado la Gnomónica hasta llegar á nuestros días, desprendiéndose

de los datos la importancia que en todo tiempo ha tenido y la que mayormente adquirió al recibir las primicias de la Geometría Descriptiva, la cual dió nueva faz y método fácil y explicación de todas las operaciones.

Las definiciones é ideas generales, parte digámoslo así, preparatoria, y que hasta cierto punto constituye el tecnicismo y nomenclatura de los términos y elementos que se emplean por ser estrictamente necesarios en las debidas explicaciones; constituye el 2.º Capítulo que viene á formar una serie de nociones puramente elementales de Cosmografía y de los que la mayor parte de los lectores estarán ya impuestos, pero que hemos creído prudente introducir para favorecer y no truncar la hilación del método. Esta parte no hay que confundirla con la que llamamos *principios fundamentales* objeto de un capítulo especial; el 3.º, cual se ocupa solamente de las operaciones hacederas en la construcción de toda clase de cuadrantes, buscando las relaciones con que recíprocamente están enlazados los distintos elementos que entran á formar parte del fundamento general ya se consideren como auxiliares, ya como de directo é inmedia-

to uso consecuencia de los datos del problema.

Despréndese de este capítulo las construcciones que tomamos de la Geometría Descriptiva, son en general intersección de rectas con planos y de planos entre sí, así como la determinación de ángulos de rectas y de éstas con planos y resolución de ángulos diedros.

Que las intersecciones de planos con superficies y en especial las cónicas gozan de un gran papel en dichas construcciones, evidenciándonos el enlace y la parte activa que toman en nuestro caso los principios de Geometría Analítica.

El reloj Ecuatorial base de los otros y el más sencillo forma el 4.º Capítulo, mientras que el 5.º y el 6.º se ocupan exclusivamente del reloj Horizontal al cual damos una importancia notoria, pues también pueden depender de él todos los restantes.

A este objeto se examinan dos casos completamente distintos, dando pie con esto, á la introducción de toda clase de formas de las líneas zodiacales y poder desarrollar holgadamente la teoría de las salidas y puestas del astro solar en cualquier día que se escoja.

Esta teoría apuntada solamente en los

autores, la práctica en la enseñanza nos ha convencido que era insuficiente tal como venía indicada, desarrollándola cual merece para que el alumno pudiera formarse exacto juicio de las cosas tal como pasan en el espacio y por lo tanto de las construcciones que dependiendo de los elementos se desprendían de ellas y era forzoso desarrollar.

Al efecto hemos introducido todas las soluciones referentes á las citadas líneas de salida y puesta que nos ha sugerido el resultado de nuestros estudios, creyendo que con ellos se habrán zanjado una serie de dificultades hasta ahora suscitadas entre los concurrentes á dicha clase, habiéndonos esforzado en emplear métodos breves, claros y concisos por los cuales quedan las operaciones reducidas al *sumum* de facilidad y sencillez.

En el segundo caso del reloj horizontal nos hemos valido de resoluciones distintas, haciendo ver como empleando el simple cálculo se podría venir en conocimiento de las líneas horarias, así como también de las zodiacales, buscando la serie de propiedades y relaciones que ligaran las líneas horarias con la meridiana, á la vez que con el estilete, lo cual, además de proporcionarnos medios de com-



probación de cómo las dos resoluciones se corresponden en sus resultados, nos puede por otra sugerir un tercer medio de resolución, combinándolos ambos entre sí y poder alcanzar una mayor exactitud.

Los capítulos 7.º y 8.º contienen los relojes verticales sin declinación, los cuales para que su teoría quede bien comprendida, sin ningún género de duda, se examina cada uno de ellos alternativamente en sus dos caras, permitiendo esto seguir y que tenga fácil explicación el modo como se suceden los fenómenos y las construcciones que de ellos dependen al pasar el astro solar de una á otra cara, dando pie con esto á que pueda tener debida generalización el problema del capítulo anterior referente á las salidas y puestas, máxime cuando aquí podemos emplear en nuestro auxilio uno de los coluros.

La declinación de los planos verticales y el estudio de los cuadrantes en planos verticales, cualesquiera son las materias que entran á formar parte los capítulos 9 y 10, habiendo escogido este último que contuviera todo el desarrollo á que se prestan las consideraciones que se desprenden de las salidas y puestas cuando

los cuadrantes no son horizontales, cuestiones algo complejas al principio para los alumnos, según hemos tenido ocasión de observar y que por este motivo nos hemos extendido algún tanto, no sólo en las explicaciones de la figura geométrica sino que también en la demostrativa y convencional; llamando la atención, discutiendo los fenómenos que se suceden al considerar el momento de la salida detrás ó delante del plano del cuadrante, el momento de las puestas en iguales condiciones de situación y finalmente el momento de la salida y puesta en el mismo cuadrante.

Los relojes situados en planos inclinados han sido también objeto de un estudio especial tratados separadamente y en particular en cada solución que se prestara á introducir alguna variante que los distinguiera entre sí y á este objeto el Capítulo 11 está destinado enteramente á detallar las operaciones preparatorias que son ineludibles para poseer con antelación los mencionados elementos, pues así el orden y método salen garantidos y no se desvirtua la explicación de cada uno de los relojes, forzándonos con paréntesis y detalles que á la fin y á la postre distraen al-

gún tanto la marcha general del curso de las operaciones.

Los capítulos 12, 13, 14 y 15 están destinados á estudiar cada uno de ellos uno de los relojes inclinados de que se hace referencia, siendo éstos en número bastante para poder deducir los otros.

Para la determinación de las líneas zodiacales se hace uso de un procedimiento si cabe más rápido que los que se habían visto hasta ahora, haciendo conocer la aplicación del *Analema*, el cual tiene la ventaja de unificar las operaciones, siendo más conveniente su uso tratándose de cuadrantes inclinados y en ellos degeneran en enojosas y se prestan á confusión las construcciones sueltas que sobre el particular se llevaban á cabo en los relojes anteriores.

Trátase en esta sección el método definitivamente general para las salidas y puestas en el plano de un reloj cualquiera, corroborando en sus detalles y resultado los procedimientos particulares vistos en cada reloj especial, así también como de este caso amplio por ser los datos, cualesquiera puede pasarse á los que fijan la cuestión en cada caso concreto.

En cuanto á los relojes establecidos en superficies curvas, si bien son en gran

número los que pueden originarse, sin embargo, hemos creído suficiente los referidos en los capítulos 16, 17 y 18 que se ocupan cuando las superficies son el cilindro, cono ó esfera por ser las más sencillas que se encuentran más fácilmente á mano y que por lo tanto pueden presentarse con más frecuencia. El problema, por otra parte, se lleva del mismo modo en todas las demás superficies, salvo los casos particulares empleados en la esfera que son derivados de la misma naturaleza ingénita de la superficie y que por esta razón no permite extenderlo á otras.

Finalmente, en el Capitulo 19 se estudia en todas sus partes la curva del tiempo medio por la cual podemos venir en conocimiento de como es posible el arreglo de nuestros relojes de uso común.

Como apéndice se incluyen las tablas de declinación del astro solar, las de la ecuación del tiempo, las latitudes de varios lugares, un estado de los días más largos según las latitudes y finalmente una breve teoría del Crepúsculo.

---



# INTRODUCCION

---

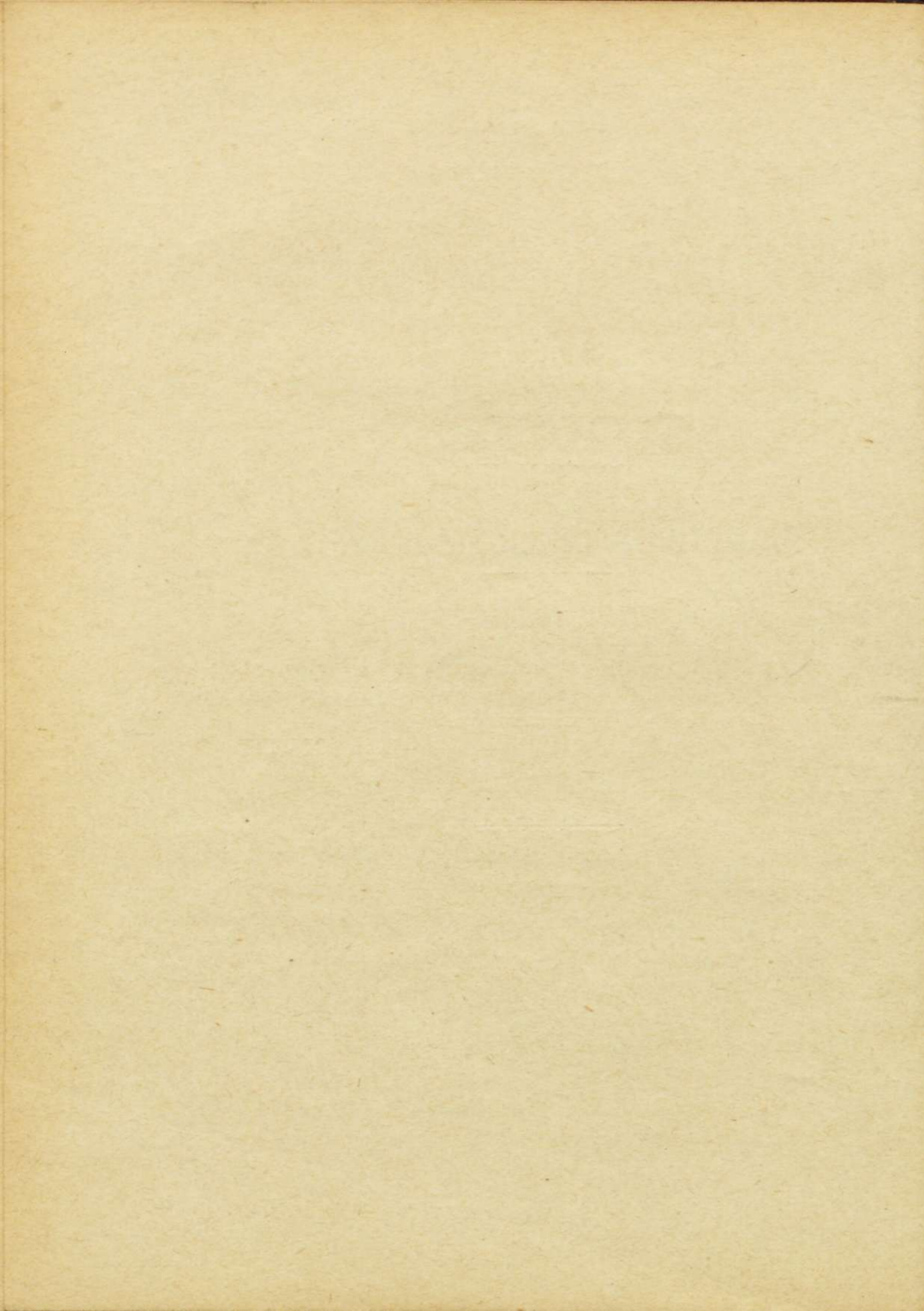
## PRINCIPIOS DE COSMOGRAFÍA

---

Cœli enarrant gloriam Dei et  
opera manum ejus anuntiat fir-  
mamentum.

SALMO XVIII.

---



## CAPÍTULO PRIMERO

---

### EPITOME HISTÓRICO

---

1. Los antiguos que no tenían á mano, como nosotros, tan diversos medios para medir el tiempo, preciso era que se ingeniaran con otros análogos proporcionados á los adelantos de su época, para obtener el mismo resultado; aunque no de mucho tan exactos como la aproximación que nos ofrecen nuestros excelentes cronómetros. Al efecto, dieron á luz y se pusieron en feliz práctica la Clepsidra, el reloj de arena, los Gnomones y los cuadrantes solares ó relojes de sol.

Uno de los primeros relojes que la Historia hace mención es la *Clepsidra* simple, que consiste en un vaso ó recipiente lleno de agua con un orificio en su parte inferior.

Este aparato, según se cree, fué inventado por los Egipcios para medir el tiempo por medio de la caída de cierta cantidad de agua en un vaso de forma determinada.

La Clepsidra se funda en el principio de que, cuando en un vaso ó recipiente se mantiene constante la



altura del agua, salen de él iguales cantidades de ésta en tiempos iguales.

Con arreglo á este principio se puede medir el tiempo, recogiendo y midiendo el volumen de agua que sale de un vaso en un intervalo determinado, fue de gran aplicación entre los Griegos y Romanos.

**Clepsidra de Ctesipo:** Clepsidra notable por la feliz idea que presidió á su construcción. Se vé á una matrona de cuyos ojos caen gotas de agua simulando lágrimas y que expresan el disgusto por los instantes que se pierden. Esta agua va á parar á un depósito vertical, en cuya superficie hay una figura que va elevándose y marca con una varilla el tiempo que transcurre.

Los Egipcios empleaban este aparato para medir el movimiento aparente del astro solar. En época mucho más próxima á nuestros días fué empleado por Ticho-Brae para estudiar el movimiento de las estrellas y luego más recientemente Dudley lo aprovechó para sus observaciones marinas.

Platón lo hizo conocer á los Griegos y Scipión Nájica á los Romanos.

La Clepsidra era empleada en Roma para medir el tiempo durante el cual debía hablar un orador. De aquí aquella alusión de Cicerón: *aqua mihi hæret; aquam perdere; latrare ad clepsydrum.*

El nombre de Clepsidra deriva del griego κλέπτω oculto y ὕδωρ agua esto es: oculto agua.

**2. El reloj de arena** muy conocido se compone de dos botellitas cuyos cuellos muy estrechos, están unidos y una de las cuales contiene arena fina.

El intervalo que ésta emplea en pasar de una botella á otra sirve para medir el tiempo.

El reloj de arena se usó en Egipto desde la antigüedad más remota, y los Romanos lo empleaban á la par que la Clepsidra.

**3. Los Gnomones** son unos obeliscos ó columnas de piedra que indican las horas por la longitud de las sombras que proyectan sobre la superficie del terreno, en general estos servían para determinar cada día el momento en que el Sol se encontraba en el punto más alto del horizonte, se les conocía también con el nombre de Sciáteras y entonces eran agujas ó varillas que marcaban ó señalaban el Meridiano por medio de su sombra; sin embargo, se daba muy frecuentemente el nombre de columna sciatérica á los obeliscos de los antiguos destinados, como se ha dicho más arriba, para medir la altura del astro solar. Se determina también con ellos la oblicuidad de la eclíptica, la duración del año y la posición de los equinoccios con cuales datos se vino en conocimiento de la teoría del astro solar, la que quizá no hubiera llegado al grado de perfección á que se encuentra á no haber sido con el auxilio del Gnomon.

**4.** Sea para la mejor comprensión de lo que se acaba de indicar. A B. (F.<sup>a</sup> 1.<sup>a</sup>) la meridiana horizontal, A C el Gnomon vertical, S y S' el astro solar en las posiciones que corresponden á los puntos solsticiales; los rayos luminosos que parten de S y S' y rasgan por el extremo C van á encontrar al plano horizontal P., en D y B dándonos por resultado las som-

bras del Gnomon ó varilla, arrojadas en A D y A B la primera, la más corta corresponde al solsticio de verano y la otra al de invierno. Trazando la bisectriz C E del ángulo B C D esta representará el rayo luminoso cuando el Sol esté en los Equinoccios en cuyo caso la sombra de la varilla será la indicada por A E y el ángulo D C E representará la oblicuidad de la Eclíptica sobre el plano del Ecuador. Esta oblicuidad está sujeta á pequeñas variaciones debidas á la acción de los planetas sobre la tierra y en especial á la atracción de Venus y Júpiter.

En la actualidad esta inclinación es de  $23^{\circ} 27' 50''$ . según Boccardo.

5. El estudio de observación de la altura del sol al pasar por el Meridiano y la longitud de la sombra del Gnomon ha dado precisamente origen á los primeros sistemas empleados para medir la duración del año, así como la llegada de las estaciones. Fué puesto en uso por los Egipcios y los Chinos. (Goguet. Historia de la Astronomía de los Chinos).

Los Gnomones se supone fueron los primeros instrumentos astronómicos que se emplearon, indicándolo asimismo la naturaleza de las cosas. Las montañas, los árboles, los edificios son otros tantos Gnomones naturales, cuales hicieron sin duda alguna nacer la idea de los Gnomones artificiales.

Tal fue probablemente el reloj *d' Achatz*, los Gnomones de los caldeos, de Pitea en Marsella y de Eratóstenes. Montucla, apoyándolo en el testimonio de Diógenes atribuye la invención del Gnomon á Anaximandro por haber hecho éste construir uno en Es-

parta. Los más célebres Gnomones de los tiempos modernos son los de Cassini en Bolonia (1566), *Bianchini*, en las Termas de Diocleciano en Roma (1703), Le Monnier en París (1742).

6. Finalmente, los relojes solares que son los que nos van á llamar la atención, están dispuestos en superficies ordinariamente planas, las cuales recibiendo la sombra de una varilla ó estilete (se le llama también Gnomon) en las distintas posiciones del Sol, dicha sombra nos marca según su dirección y cubriéndolas alguna de las líneas en que de antemano se han establecido en dicha superficie mediante ciertas y determinadas operaciones.

La ciencia, pues, que nos enseña á combinar todos estos elementos en los distintos casos que pueden ocurrir es la ciencia y arte que conocemos con el nombre de Gnomónica, que se ocupa de la construcción de cuadrantes solares.

**Gnomónica y Sciatérica** eran los nombres por los que se conocía entre los Griegos y los Romanos: el primer nombre por causa del Gnomon que vale tanto como estilete; y el segundo, en virtud de Scia, que significa sombra, porque efectivamente es á causa de la sombra del estilete que se marcan las horas sobre los cuadrantes. Algunos autores la llaman también *photosciatérica*, de *phos* (luz), y de *scia* (sombra) y otros también la conocen por *orographia*, pues que precisamente tiene por objeto trazar ó *graphiar* las horas sobre una superficie dada.

7. Algunos autores hacen partir su origen desde

Anaximandro de Mileto (579 años antes de J. C.), otros atribuyen su invención al sabio Thalés. Sin embargo, antes de esta época parece que los Judíos conocían ya el uso de los cuadrantes solares. Así se desprende de la Sagrada Escritura, libro IV de los Reyes, cuando Isaías, para probar la autoridad de su palabra á Ezequías, rey de Judá, mandó retroceder diez líneas de sombra en el reloj de sol mandado construir por su padre Acház: *Invocavit itaque Isaias propheta dominum et reduxit umbram per lineas quibus jam discederat in horologio Acház retrorsum decem gradibus* (cap. XX, v. 11). Sobre el año 751 anterior á nuestra era.

Si bien es verdad que en Grecia eran muy conocidos en tiempo del astrónomo Eudoxio de Gnido (370 años antes de J. C.), en cambio se ignora la época en que fueron allí introducidos. Algo más tarde los conocieron los Romanos. Según Plinio, el primer cuadrante solar que apareció en Roma fué construído por Papirius Cursor (307 años antes de J. C.), fue, según unos, instalado en el templo de Quirinus, según otros, en el Capitolio y según otros en el monte Aventino.

A partir de esta época quedaría estacionado el estudio de los relojes solares, en cuanto no encontramos noticias y datos que ilustren este asunto (como no sea en la edad media obras por el estilo de la de Aboul-Hhasan), pues solo vuelve á aparecer con singular adelanto en el siglo pasado, gracias al notable empuje que experimentaron las ciencias matemáticas en esa época.

Un gran número de obras danse á luz y casi todas nutridas con un buen cuerpo de doctrina formando

una ciencia y arte propio, exento de construcciones empíricas llenas de elementos preparatorios, verdades matemáticas y construcciones geométricas, presidiendo en todas ellas teoremas y demostraciones.

**M. de la Hire** que se ocupa en razonar las construcciones geométricas de los cuadrantes horizontal y verticales, terminando con un pequeño apéndice relacionado con el conocimiento del cálculo aplicado á esta clase de cuadrantes. Geometría y Trigonometría son las bases de que parte para llegar á sus resultados.

**Ozanam.** Después de proporcionar algunos datos interesantes de esta ciencia, presenta como introducción un gran número de lemas para mejor inteligencia de las operaciones que luego van á seguir, á cuyo fin es necesario estar impuesto con la Geometría y Astronomía.

Obra llena de erudición y que demuestra los vastos conocimientos de tan conspicuo autor. En ese estudio se encuentran ya toda clase de cuadrantes, extendiéndose aún en aquellos que, no teniendo gran utilidad, quedan no mas relegados como á simple objeto de curiosidad. En el fondo tiende más al conocimiento teórico que al práctico.

**Deparcieux.** Este autor toma fama en su época de ser el padre ó cuando menos el restaurador de la gnomónica. A él se debieron los métodos especiales que llevaban la gran exactitud á la construcción de los cuadrantes, siendo autor de gran número de aparatos que facilitaban el estudio en alto grado. Concrétase solamente en su libro á desarrollar lo más útil y usual. El cuadrante horizontal y el vertical se anali-

zan con más elegancia, si cabe, que en los dos autores anteriores, haciendo entrever en sus construcciones una intuición de lo que más adelante había de crear el genio de Monge.

A estos autores siguieron otros como Rivard, el Benedictino Bedos, el padre Tosca y otros siguiendo la huella de sus antecesores, hasta que apareció en la escena científica Gaspar Monge, el eminente matemático, y causando una gran revolución en los procedimientos hasta en aquel entonces empleados, los unificó enlazándolos sabiamente, desarrollando sus primeros ensayos matemáticos, levantando finalmente sobre sólidos cimientos un nuevo y singular método que perfeccionado debía bautizarse más tarde con el nombre de Geometría Descriptiva. (\*)

8. Sin embargo, mucho aún tardó su descubrimiento en propagarse por el mundo científico, quedando solamente conocido dentro los estrechos límites del cuerpo de Ingenieros francés, cuales se reservaban su exclusiva propiedad.

El gobierno de la nación comprendió finalmente la

---

(\*) Gaspar Monge, nació en 1746 y murió en 1818. Era hijo de un buhonero y estudió con los religiosos del Oratorio de Beaune y de Lion. Habiendo enseñado Física y Matemáticas en la Escuela de Ingenieros de Méziers, creó la Geometría Descriptiva. Fué ministro de Marina en la época más agitada de la revolución francesa; y aunque hizo dimisión al poco tiempo no dejó por eso de acudir al llamamiento que la Convención hizo á los sabios, cuando el territorio de Francia se vió amenazado de una invasión europea. Fué uno de los principales fundadores de las escuelas Normal y Politécnica de París y acompañó á Bonaparte á Egipto. Dió á luz: un «Tratado elemental de Estética;» una «Descripción del arte de fabricar cañones;» «Lecciones de Geometría Descriptiva;» «Aplicación del análisis á la Geometría de las superficies de 1.º y 2.º grado,» y finalmente un sin fin de memorias concernientes á asuntos varios relacionados á sus aficiones científicas.

necesidad imperiosa de difundir tan útil ciencia, por todos los ámbitos del Estado, y se establecieron nuevas cátedras de Geometría Descriptiva, circulando dentro de poco el primer tratado por todos los establecimientos docentes de Europa.

Monge, como la mayor parte de los genios superiores, si bien conocía las obras que producían sus colegas, no permitía su firmeza de espíritu fijarse mucho en ellas y de ellas partir sus observaciones ó ensayos. Experimentaba cierta dificultad en seguir paso á paso los progresos de la ciencia, basándose en el fruto que se desprende de los libros, antes bien se complacía por sus únicos esfuerzos en encontrar el camino que conduce á la verdad, lo que sin duda alguna sirve este método á maravilla para elevar al hombre de singular genio á nuevos y luminosos horizontes que descubran numerosos puntos de vista y encontrar nuevos procedimientos.

La síntesis era constantemente su norte y su espíritu superior tendía siempre á abarcar toda cuestión desde el primer punto de vista.

A partir de esta época (1803 en que apareció su primer tratado), la ciencia geométrica tomó nuevos y dilatados rumbos, resolviéndose sus problemas en toda su extensión, desapareciendo las dificultades que antes sin cesar aparecían al querer llevar á cabo operaciones en el espacio con la condición de que fuesen referidas á un solo plano para así poder trabajar holgadamente. Estas operaciones si bien en definitiva se hacían anteriormente eran en extremo deficientes, teniendo que vencer dificultades echando mano de grandes rodeos al valerse de operaciones sueltas, sin



determinado enlace y logrando hacerse enojosas por lo empíricas.

No tardaron en beneficiar sus resultados todas las ramas del saber, de cuya aplicación dependían, siendo una de tantas la *Gnomónica*, remontándose á la altura que hoy se encuentra y secundando el progreso de la misma los actuales textos de los ilustres Leroi, Olivier, Adhemar y tantos otros cuyos desvelos por la ciencia de aplicación son tan notorios.

---

## CAPÍTULO II

---

### Definiciones é ideas generales

---

9. Antes de entrar de lleno en el estudio de la construcción de los relojes precisa imponernos en las nociones generales y definiciones indispensables con que se apoya su estudio; y si bien es verdad que alguna de ellas, ó su mayor parte, supónense ya conocidas para los que hojeen este tratado, sin embargo la regularización del método y los puntos de partida que son su genuina base hacen nos permitamos consignarlas á continuación, y evitar en lo sucesivo apartes ó explicaciones sueltas que en definitiva siempre tienden á distraer algún tanto el estudio del asunto ó problema de que se trata.

Ante todo, comparando las dimensiones de nuestro Globo terrestre con la distancia que le separa de la mayor parte de los astros, veremos que las primeras son tan insignificantes que podremos suponer sin error sensible á la tierra como un punto.

El radio medio del Globo terrestre se calcula ser de 6366200 metros, y la distancia del mismo globo á las estrellas, aunque no sabida, sólo si se calcula que ha

de exceder de siete millones de millones de leguas. Así es que con distancias tan considerables nos faltan puntos ú objetos intermedios con que poder diferenciar los unos de los otros, resultando de aquí una ilusión óptica por medio de la cual nos parece que todas las estrellas están á igual distancia de nosotros, formando así en conjunto una superficie ideal que conoceremos con el nombre de *bóveda celeste*, cuyo centro será el ojo del observador ó centro de la tierra. De modo que además de considerar la tierra como un punto, se supondrá estar situada en el centro de la bóveda celeste.

10. En virtud de lo dicho, si desde dos puntos cualesquiera del Globo terrestre se dirigiesen visuales á una estrella, éstas formarían un ángulo tan inapreciable que se podrían considerar como paralelas ó confundidas en una sola que se dirigiera al centro de la tierra.

La tierra gira alrededor de su eje en el intervalo de 24 horas; de modo que en virtud de este movimiento un observador colocado en un punto de ella y en una hora cualquiera de la noche, podrá observar cómo las estrellas giran describiendo círculos enteros, existiendo unas siempre visibles y otras que, saliendo al anochecer de un punto determinado, van describiendo durante la noche parte de un arco de circunferencia, ocultándose por la parte opuesta y volviendo á salir al día siguiente en el mismo sitio que el anterior. De modo que esta rotación se efectúa con un movimiento uniforme y concluye en un tiempo igual para todas las estrellas é invariablemente fijo en todas las épo-

cas, dicha duración es la que se conoce entre los astrónomos por *día sideral*. Así, pues, día sideral diremos que es el tiempo que media entre dos pasos sucesivos de una misma estrella por el meridiano de un lugar. El eje de la esfera es la línea que pasa por su centro y alrededor de la cual se concibe que gira dicha esfera. En esta recta es en donde están colocados los centros de todos los círculos descritos por los astros.

11. Los puntos en que esta recta encuentra idealmente á la bóveda celeste son los que conoceremos con el nombre de *polos* del mundo, y los producidos por la intersección de la misma recta con la esfera terrestre serán los *polos de la tierra*.

El punto del cielo en que se encuentra uno de estos polos es constantemente visible para nosotros, así como todas las estrellas más inmediatas que le rodean, que por esta razón se llaman circumpolares. La parte de la bóveda celeste en la que se distingue todas estas estrellas se encuentra más elevada que el círculo de perpetua aparición. Dicho polo es el que se conoce por *polo norte, boreal ó septentrional*. (Para conocerlo se ha observado una de las dos constelaciones llamadas Osa mayor y Osa menor. La primera que tiene por nombre *Hélice* y se compone de siete estrellas más notables que las demás llamadas *triones* de donde viene la palabra *septentrion*, sirvió en la antigüedad para hallar el Norte, pero en el día la que se observa es la Osa menor llamada *cynosura* y vulgarmente *el carro*, compuesto entre otras de siete estrellas principales de las que la última que dista grado

y medio del mismo polo es la que se llama *polar*).

Al contrario sucede con el polo opuesto que es el *Sud ó austral*, así como las estrellas vecinas que le rodean que son siempre invisibles en nuestras regiones, encontrándose toda esta parte más bajo que el círculo de perpetua ocultación. Entre estos dos círculos perpendiculares al eje del mundo y que dividen el cielo en tres partes distintas, se encuentran los astros que son visibles durante una parte más ó menos grande de su curso.

12. Se llaman *meridianos* todos los círculos que pasan por el eje de rotación.

El círculo máximo A C B (fig. 2.<sup>a</sup>) que pasando por el centro, su plano es perpendicular al mismo eje, se conoce por *ecuador* y divide á la esfera en dos hemisferios: uno septentrional ó boreal y otro meridional ó austral. Llámase ecuador porque cuando el sol parece hallarse sobre este círculo, suceden los equinoccios en toda la tierra, esto es, cuando los días son iguales á las noches. También se designa el ecuador terrestre con el nombre de *línea equinoccial*.

Todos los demás círculos cuyos planos son perpendiculares al eje y paralelos por lo mismo al ecuador, serán los que conoceremos con el nombre de *paralelos* de las esferas celeste y terrestre, según que corte á cada una de ellas.

13. *Horizonte* es un círculo máximo variable que divide al globo en hemisferio superior, que es el que nosotros vemos é inferior que es el que no podemos ver. El horizonte puede ser de dos clases, uno *ra-*



*cional ó matemático* que es el que acabamos de definir, y otro *sensible ó visual*.

El horizonte sensible paralelo al matemático es el círculo que termina alrededor de nosotros lo que alcanzamos ver de la superficie del globo en donde nos parece que el cielo se junta con la tierra.

El eje del horizonte racional, que lo es también del sensible, se llama línea vertical, y sus extremos son los polos del horizonte, de los cuales el que corresponde directamente al cielo en la parte superior se llama *Zenit* y el opuesto *Nadir*.

De lo expuesto se sigue que siempre que mudamos de lugar, variamos igualmente de horizonte sensible y racional, así como de Zenit y Nadir.

**14.** El globo lo podemos considerar en tres posiciones ó posturas, que son: la recta, oblicua y paralela.

Es *recta* cuando el ecuador hace con el horizonte ángulo recto. Los lugares del ecuador son los que tienen la esfera recta, resultando de esta posición la igualdad de días y noches.

Es *oblicua* cuando el ecuador corta oblicuamente al horizonte. La tienen así todos los lugares de la tierra á excepción del ecuador y los polos, resultando de esta oblicuidad la desigualdad de días y noches.

Será *paralela* cuando el ecuador está en paralelismo con el horizonte, condición que no más se efectúa en los puntos polares, porque el horizonte, que es el mismo ecuador, no corta los paralelos que describen los rayos solares sobre el horizonte por espacio de medio año, infiriéndose de aquí que durante seis me-

ses ven sus habitantes constantemente el sol, pero el tiempo restante están privados de su vista, disfrutando no más durante este tiempo de la luz crepuscular.

15. El horizonte se divide por dos líneas que señalan los cuatro puntos cardinales del *Norte, Sud, Este y Oeste*, para determinarlos nos colocaremos de modo que tengamos á nuestro lado derecho la parte por donde nace el sol, que será el Este, Levante ú Oriente, el opuesto que estará á nuestra izquierda será el Oeste, Poniente ú Occidente, el que se hallare enfrente será el Norte ó Septentrión, y finalmente el que corresponda á nuestra espalda será el Sud ó Mediodía.

16. Los trópicos son dos círculos E D F y H I J. (fig. 2.<sup>a</sup>) mínimos, fijos y paralelos al ecuador del cual distan 23° 30'.

El que se halla en el hemisferio septentrional se llama *trópico de Cáncer*, y el que en el meridional *trópico de Capricornio*. Se llaman trópicos, sinónimo de vuelta, porque al parecer llegando el Sol perpendicularmente sobre ellos retrocede.

Los *círculos polares* son dos mínimos M N K, G R T, fijos, situados á 23° 30' de los polos y 43° de los trópicos. El que corresponde al hemisferio septentrional se llama *ártico*, y el que al meridional *antártico*, esto es, opuesto al ártico.

Los trópicos y los polares dividen el globo terráqueo en cinco fajas llamadas *zonas*.

17. Toma el nombre de *Zodiaco* ■ una faja circu-

lar fija *a, b, c, d*, de  $16^\circ$  de ancho que corta oblicuamente al ecuador y comprende la eclíptica con doce signos ó constelaciones.

Y por *eclíptica* se comprende una línea H, C, F, D, H dividida en  $360^\circ$  que hay en medio del Zodiaco y forma con la equinoccial un ángulo de cerca  $23^\circ$  y medio.

Llámanse solsticios de *Solis Statio* (Sol parado, Sol estacionado) los puntos de contacto H. F, de la eclíptica con los trópicos y por equinoccios los puntos C, L de intersección de la eclíptica con el ecuador, dichos tales por señalar la igualdad del día y noche.

**18.** Se conocen por *coluros* dos grandes círculos fijos que, cortándose en ángulos rectos en los polos del mundo, pasan el uno por los solsticios y el otro por los equinoccios.



## SISTEMA DE COORDENADAS

para la fijación de un punto en las esferas  
celeste y terrestre

---

Celeste	Declinación	} Cuando se refieren al plano del Ecuador
	Ascensión recta	
Celeste	Altura	} Cuando se refieren á un plano horizontal
	Azimut	
Celeste	Longitud	} Cuando se refieren al plano de la Eclíptica
	Latitud	
Geográficas ó Terrestres	Longitud	} Cuando se refieren al plano del Ecuador
	Latitud	

## Coordenadas de un punto en las esferas celeste y terrestre

---

19. *Declinación y ascensión recta* son las coordenadas que determinan la posición de los astros. Es declinación de un punto ó astro la distancia á que se encuentra del ecuador, medida sobre la curva meridiana que pasa por el mismo. Si consideramos uno de los polos, su declinación sería de  $90^{\circ}$ , de donde deducimos que la declinación de un astro y su distancia al polo más próximo son complementarios, por lo que teniendo uno de estos datos se puede con facilidad encontrar el otro.

La declinación será positiva ó negativa, septentrional ó meridional, según se cuente en nuestro hemisferio superior ó en el inferior. Así si se nos dice que la declinación de un astro es de  $-2^{\circ}$  entenderemos que está situado en un paralelo distante  $2^{\circ}$  del ecuador, pero en el hemisferio celeste opuesto al nuestro, siendo su distancia de  $92^{\circ}$  para nuestro polo, y de  $88^{\circ}$  para el opuesto.

Si concebimos el ecuador celeste, dividido en 24 partes iguales y luego hacemos pasar planos por cada uno de estos puntos y eje de la tierra, obtendremos así veinticuatro planos horarios porque son los que se encuentra el sol en su curso en las 24 horas del día correspondiendo uno para cada hora.

Entre todos estos círculos horarios existe uno más notable que los otros, porque sirve de punto de partida para determinar la posición de los astros. Pasa por

un punto del cielo que los astrónomos conocen por equinoccio de primavera. Todo otro punto del ecuador se encuentra á una determinada distancia del primero y esta es la que se conoce por ascensión recta contándose de  $0^{\circ}$  á  $360^{\circ}$  y de Occidente á Oriente.

Si se nos dice, pues, que la ascensión recta de un astro es de  $20^{\circ}$  y la declinación de  $2^{\circ}$ ; para designar la posición de este astro, se contará sobre el ecuador y á partir del punto equinoccial un arco de  $20^{\circ}$  y desde su extremidad subiremos hacia el polo norte sobre el meridiano correspondiente hasta haber recorrido  $2^{\circ}$  y el extremo de este último arco será en definitiva el punto fijado.

20. Así como la posición de un punto se ha referido al ecuador, también se puede referir á un plano horizontal cualquiera, entonces las coordenadas toman el nombre de *altura* y *áзимut*.

Se conoce con el nombre de altura de un astro con respecto á un plano horizontal, el ángulo que forma una visual dirigida á dicho astro con el propio plano. Este ángulo de altura se aprecia por medio de un plano vertical ó círculo perpendicular al horizonte.

Todos los planos verticales análogos se cortan según la recta que une el Zénit y Nadir, así como los círculos horarios se cortan según la recta que une los polos del mundo.

Algunas veces se reemplaza esta altura por la distancia zenital contada sobre un círculo vertical. Así es que se cuenta desde el horizonte al Zénit  $90^{\circ}$  que forman la altura del astro más su distancia zenital, de modo que estos datos son complementarios y repre-

sentan la misma significación que la declinación y la distancia polar.

En virtud de lo dicho se desprende que un astro en el instante de su aparición, tiene por altura  $0^{\circ}$  y por distancia zenital  $90^{\circ}$ . La altura va creciendo más y más á medida que este astro en su marcha se va acercando hasta el punto culminante, á partir del cual va disminuyendo otra vez progresivamente.

El punto culminante puede encontrarse más ó menos elevado para los distintos astros.

La serie de todos los puntos culminantes, dibuja en el cielo un círculo vertical al cual llamamos *meridiano* del lugar de la observación y su intersección con el plano horizontal es la *línea meridiana* del propio lugar.

Puesto que el meridiano es un plano vertical, necesariamente pasará por el Zénit y Nadir y por los polos del mundo. El meridiano tiene pues la doble propiedad de ser un plano vertical y un círculo horario, y en su consecuencia, contiene la vertical del lugar de la observación, así como el eje del mundo por lo que también podemos asegurar que el meridiano es á la vez perpendicular al plano horizontal del ecuador.

**21.** Por analogía diremos que la altura del polo en un lugar cualquiera, es el ángulo que forma el eje del mundo con el plano horizontal en cuestión, de modo, que si en la (figura 3.<sup>a</sup>) suponemos que  $h z z'$  sea el meridiano,  $h h'$  el horizonte,  $e e'$  el ecuador, podremos observar que la altura del polo es el complemento de  $z o p'$  distancia del polo al Zénit, pero  $e o z$  es la distancia de el Zénit al ecuador; también

es el complemento del ángulo  $z$  o  $p'$  luego  $p'$  o  $h'$  =  $e$  o  $z$  y por lo tanto. *La altura del polo sobre el horizonte es igual á la altura del zénit sobre el ecuador.*

Si se conociese la altura de un astro, su posición no estaría determinada, puesto que en la bóveda celeste hay una infinidad de puntos que tienen una misma altura y que se encuentran en un círculo paralelo al horizonte y al que los árabes conocían con el nombre de *Almicantarát*, tiene como el horizonte el Zénit y Nadir por polos y su radio es más ó menos considerable, según que el astro esté más ó menos distante de la recta que une el Zénit y Nadir. Un almicantarát es con relación al horizonte lo que un paralelo con respecto al ecuador.

Para encontrar la posición fija de un astro, es necesario conocer otro dato cual es el ácimut. Se llama así el ángulo formado por el plano vertical en que se encuentra el astro con el plano meridiano. El ácimut se puede contar arbitrariamente desde el punto Norte de la meridiana ó desde el punto Sud y de Occidente á Oriente ó viceversa. Así para encontrar la posición de un astro con respecto á un plano horizontal, supondremos conocida la altura del mismo con respecto á dicho plano, y supongamos que sea esta de  $20^\circ$  siendo su ácimut de  $40^\circ$ , al efecto nos colocaremos en el plano meridiano y luego nos alejaremos del punto de partida  $40^\circ$  y el punto final del movimiento estará contenido en el círculo vertical del astro sobre el cual contaremos  $20^\circ$  desde el horizonte al Zénit y tendremos encontrada la posición del mismo.

**22. Amplitud** de un astro es el complemento

del ácimut y se llama Ortiva ú Ocaso, según que se encuentre hacia el Oriente ú Occidente.

De todo lo dicho se infiere que podemos determinar indistintamente la posición de una estrella con relación al ecuador, valiéndonos de su declinación y ascensión recta y con relación al horizonte echando mano de su altura y de su ácimut. Pero tanto en uno como en otro caso son indispensables dos elementos, diferenciándose no más cuando se refiere al horizonte en que los planos coordenados varían á cada instante según sea el punto que se escoja, mientras que permanecen fijos cuando la referencia es al ecuador.

**23.** También los astrónomos refieren la posición de los astros al plano de la eclíptica, siendo entonces los elementos de posición la longitud y latitud las que no hay que confundir con las mismas palabras que se emplean en la Geografía para determinar la posición de un punto en el Globo terrestre con relación al ecuador.

La latitud de un astro es la distancia del astro á la eclíptica contada sobre el círculo máximo que pasa por los polos de la eclíptica y el astro. La latitud es boreal ó austral.

La longitud de un astro es el arco de la eclíptica, comprendido entre el punto del equinoccio de primavera y el punto en que el círculo máximo precedente corta á la eclíptica. La longitud se cuenta como la ascensión recta, de Oeste al Este y de  $0^{\circ}$  á  $360^{\circ}$ .

(Se llama eje de la eclíptica el diámetro de la esfera celeste perpendicular al plano de la eclíptica.)

## Coordenadas terrestres ó geográficas

---

24. Entiéndese por latitud geográfica la distancia á que se halla del ecuador, un punto cualquiera del globo terrestre contada en grados del meridiano. La latitud puede contarse desde el ecuador al polo ártico en cuyo caso se llama septentrional ó boreal; ó desde el ecuador al polo antártico y entonces se dice que es meridional ó austral. De aquí se deduce que la mayor latitud es de  $90^\circ$ .

La longitud geográfica es la distancia que se mide desde un meridiano elegido especialmente entre todos los demás que sirve de punto de partida hasta el meridiano de un lugar contado en grados del ecuador ó de los paralelos.

Son muchos los meridianos que desde bastante tiempo se han adoptado como primeros siendo los principales el que pasa por el pico de Tenerife y el de la de Hierro, dos de las islas Canarias; pero en la actualidad cada nación ha adoptado el suyo particular, de modo que los españoles usan el de Madrid, los franceses el de París, etc.

Longitud oriental es la que se cuenta á la derecha del primer meridiano hasta los  $180^\circ$  y longitud occidental es la que se cuenta á la izquierda.

25. *La latitud de un lugar es igual á la altura del polo sobre el horizonte del propio lugar.*

(F.<sup>a</sup> 4.<sup>a</sup>) Sea  $PP'$  el eje de la tierra,  $EE'$  el ecuador,  $A$  el punto ó lugar de la observación,  $PAP'$  el

meridiano del lugar; la latitud es el arco  $A E'$  del meridiano ó el ángulo  $A O E'$  que hace la vertical con el ecuador. Sea  $A H$  la traza del plano horizontal sobre el plano meridiano, esto es, la meridiana. El polo celeste encontrándose á una distancia infinita sobre la prolongación del eje  $P P'$ , la visual  $A D$ , trazada desde el punto  $A$  al polo celeste puede considerarse paralela al eje; la altura del polo sobre el horizonte es el ángulo  $D A H$ .

Ahora bien; si por el punto  $A$ , se traza en el plano meridiano una recta  $A F$  paralela al ecuador  $E E'$ ; la latitud  $A O E'$  será igual al ángulo  $Z A F$ , resultando que los ángulos  $Z A F$  y  $D A H$  serán iguales como complementarios del mismo ángulo  $Z A D$  por lo que queda probado el teorema.

De lo dicho se infiere que para todos los puntos del ecuador que tienen el polo en el plano del horizonte, la latitud es nula y que se ve elevarse el polo á medida que la latitud aumenta.

**26.** De todas las reuniones de astros, la que más llama la atención de los astrónomos, es el sistema solar. Llámase así un conjunto indeterminado de cuerpos opacos, siendo uno de ellos nuestra tierra girando cada uno de ellos sobre su eje respectivo, se mueven al mismo tiempo girando al rededor del astro luminoso llamado sol.

Dichos cuerpos opacos se dividen en planetas propiamente dichos; en satélites ó planetas secundarios que giran en torno de los planetas primarios, y en cometas ó planetas irregulares.

Las líneas que describen los planetas alrededor



del sol, se conocen por *órbitas* planetarias y tienen próximamente la figura de elipses, encontrándose el sol en uno de sus focos.

Se dice que los planetas están en su *perielio* cuando se hallan más inmediatos al sol, y en su *afelio* cuando en el punto más distante.

Cuando están más cercanos á la tierra, se dice que están en su *perigeo*, y cuando más apartados de la misma en su *apogeo*.

Finalmente se dice que dos astros se hallan en *oposición*, cuando comparándolos con un tercero, este se encuentra en medio de los dos y todos tres en línea recta, y se hallan en *conjunción* cuando comparando dos astros con un tercero, este los tiene á un mismo lado estando los tres en línea recta.

**27.** Concretándonos al sol y á la tierra que son los únicos cuerpos que nos interesan al objeto que nos proponemos, la Astronomía nos enseña que la tierra goza de dos movimientos, uno de rotación uniforme alrededor de su eje que se verifica en el espacio de 24 horas y otro de traslación algo desigual alrededor del sol que se verifica en el período de un año, más como aparentemente á nosotros nos parece que el que se mueve es el sol permaneciendo la tierra fija, de aquí el que en la Gnomónica hagamos esta suposición, sin que por esto sean menos verdaderos los resultados que se desprenden, y para esto sentaremos las dos siguientes proposiciones.

**28.** 1.<sup>a</sup> **Movimiento de rotación.** *Aunque la tierra gira alrededor de su eje en el espacio de 24*

*horas se puede suponer en la Gnomónica que la tierra es fija y que el astro solar gira alrededor del eje de la tierra de una revolución completa en el mismo intervalo de 24 horas.*

En efecto, sea O el Globo terrestre (fig. 5.<sup>a</sup>) *m* la posición del observador sobre este Globo; supondremos aquí el Sol fijo, y la tierra girando sobre su eje del Oeste al Este en el sentido indicado por la flecha. El astro solar S, encontrándose en la parte inferior del plano horizontal G H, será naturalmente invisible. Girando la tierra, el punto *m* irá á parar en *m'*, mientras que el plano de horizonte tomará al mismo tiempo la posición G' H'; entonces será cuando el Sol encontrándose sobre el plano horizontal aparecerá hacia el Este. La tierra prosigue su movimiento de giro, y el punto *m* viene en *m''* y el plano horizontal en G'' H''; la altura del Sol encima del horizonte va aumentando elevándose sucesivamente sobre el horizonte. Así continuaría el punto *m* tomando distintas posiciones correspondiendo á cada una de ellas su plano horizontal propio hasta que después de haber alcanzado una distancia máxima el astro solar con relación á su respectivo plano horizontal irá disminuyendo dicha distancia en los movimientos sucesivos hasta el punto de obtener un cierto plano de horizonte que volverá á ocultar el astro solar hacia la parte opuesta de donde había hecho la aparición.

De modo que para el observador colocado en *m*, verá precisamente como el astro solar va recorriendo todo el camino indicado por la flecha creyendo que este movimiento aparente es real. Así la ilusión es

exactamente igual considérese el sol fijo y la tierra en movimiento ó viceversa.

En una palabra, si la tierra gira de Oeste á Este, alrededor de un diámetro fijo que, prolongado, será el eje del mundo, el meridiano de un lugar cualquiera irá coincidiendo sucesivamente con cada uno de los círculos horarios trazados sobre la esfera celeste, insiguiendo el orden de las ascensiones rectas; dando el mismo resultado que si la tierra siendo fija, el astro solar y la esfera celeste girasen alrededor del mismo eje, en sentido contrario, esto es, de Este á Oeste.

**29 2.<sup>a</sup> Movimiento de traslación.** *Si bien en la realidad de los hechos la tierra gira alrededor del Sol recorriendo en su revolución la eclíptica, no será menos cierto para los resultados de la Gnomónica el suponer la tierra fija y el movimiento de revolución del astro solar alrededor de la tierra recorriendo la eclíptica durante un año.*

Supongamos el Sol S (fig. 6.<sup>a</sup>) inmóvil al centro de la esfera celeste y la tierra describiendo alrededor de él un círculo de Occidente á Oriente durante el intervalo de un año. Cuando la tierra está en T el observador colocado sobre la tierra percibirá el astro solar en la dirección T S; creyéndolo colocado en S' sobre la esfera celeste. Al día siguiente, la Tierra ocupa la posición T', el observador vé el Sol en la dirección T' S, proyectándola en S'' sobre la esfera celeste. Al otro día siguiente, la tierra ocupa la posición T'', el observador distingue al Sol en la dirección T'' S y naturalmente lo vá á proyectar en el punto S''' sobre la esfera celeste de Occidente á Oriente describiendo

un círculo máximo durante el intervalo de un año.

30. En el rigor de la verdad la órbita que forma la eclíptica no es exactamente un círculo máximo, sino que constituye una forma ligeramente elíptica en la cual el Sol ocupa uno de sus focos. Pero no por eso dejan de ser menos ciertas las apreciaciones deducidas del movimiento aparente del astro solar. Sea  $AA'$  el eje mayor de esta elipse, en la cual el Sol ocupa el foco  $S$  (fig. 7.<sup>a</sup>); el punto  $A$  está en el perielio; y el punto  $A'$  en el afelio. Imaginemos ahora una segunda elipse igual á la precedente y teniendo uno de sus focos en  $A$ ; los fenómenos serán los mismos, sea que, el Sol esté inmóvil en  $S$ , y la Tierra se mueva sobre la primera elipse, en el sentido indicado por la flecha, ó sea que por la inversa, la Tierra permaneciendo inmóvil en  $A$ , el Sol se mueva sobre la segunda elipse, en el mismo sentido pasando al perigeo  $S$  cuando la tierra esté en el perielio  $A$ . En efecto, sea  $T'$  la posición de la Tierra en un instante cualquiera en la primera hipótesis,  $S'$  la posición del Sol al mismo instante en la segunda hipótesis; á causa de la igualdad de las áreas descritas  $TST'$ ,  $STS'$ , las dos rectas  $ST'$ ,  $TS'$  son iguales y paralelas. Cuando la Tierra está en  $T'$ , un observador colocado sobre su superficie vé el Sol en la dirección de  $T'S$ ; en la segunda hipótesis el observador inmóvil en  $T$  observa el Sol en la misma época en la dirección paralela  $TS'$  y á la misma distancia. Ahora bien, á causa de la inmensa distancia del astro solar, las dos rectas paralelas  $TS'$ ,  $T'S$  se confunden sensiblemente yendo á terminar en un mismo punto de la bóveda celes-

te: luego los fenómenos son los mismos sea que se considere el movimiento de la Tierra y la inmovilidad del Sol ó éste en movimiento y la Tierra fija.

**31.** Así, pues, reasumiendo supondremos la inmovilidad de la Tierra y el movimiento del Sol dividido en dos simultáneos distintos: 1.<sup>o</sup> Un movimiento de revolución diurno y uniforme que se efectúa junto con toda la bóveda celeste alrededor de su eje, teniendo lugar de Oriente á Occidente.

2.<sup>o</sup> Un movimiento de traslación anual por medio del cual describe la órbita expresada por la eclíptica inclinada de  $23^{\circ} 27$  minutos con respecto al ecuador. Este movimiento está sujeto á algunas irregularidades, y se efectúa de Occidente á Oriente.

En virtud de estos dos movimientos simultáneos, el Sol describe sobre la esfera celeste una línea espiral en la que cada paso de la misma se aparta poco de uno de los paralelos.

El movimiento resultante de estos dos combinados tiene lugar en la parte de la esfera comprendida (F.<sup>a</sup> 2.<sup>a</sup>) entre los círculos E D F, H I J y que conocemos por trópicos y se efectúa de la siguiente manera: Supongamos que el Sol se encuentra en el momento de partida en el punto C situado sobre el ecuador y que hemos llamado punto equinoccial que próximamente se encuentra en el 21 de marzo en que los días son iguales á las noches por recorrer el Sol el círculo del ecuador, verificándose así el equinoccio de primavera. En virtud del movimiento propio del Sol este tiende á recorrer el arco C F de la eclíptica, más como no por eso ha dejado de disfrutar de su movi-

miento de revolución al rededor del eje del mundo de aquí es que para pasar del círculo A B al E F ha sido necesario que recorriera todos los demás paralelos intermedios, no pasando bruscamente de uno á otro punto, pues su movimiento es continuo, resultando de estas consideraciones que lo habrá tenido precisamente de efectuar recorriendo una hélice de paso muy pequeño y aumentando dicho astro más y más su declinación hasta llegar á su maximum de  $23^{\circ} 27'$  que es cuando llega en el punto F en que la eclíptica es tangente en el mismo punto al trópico de Cáncer, círculo que el Sol recorre dos días antes y después del 21 de junio en que verificándose el solsticio de verano sucede que los días son mayores que las noches, á partir de esta época el Sol vuelve á deshacer lo andado en la hélice, recorriendo en su movimiento propio el arco eclíptico F L en que la eclíptica encuentra otra vez el ecuador en el punto L en donde tiene lugar el equinoccio de otoño y es en 22 de septiembre y volviendo el Sol á recorrer el ecuador siendo otra vez iguales los días á las noches.

Continuando el Sol con su movimiento en recorrer la eclíptica, va caminando en la línea L H convirtiéndose su declinación en austral, llegando en H punto de tangencia de la eclíptica con el trópico de Capricornio, teniendo lugar en este punto el solsticio de invierno en que las noches son mayores que los días y es en 21 de diciembre recorriendo dos días antes y después de esta época todo el trópico de Capricornio. A partir de esta situación vuelve á recorrer los paralelos ya descritos pasando en su movimiento propio por el arco H C encontrando de nuevo el pun-

to de partida C en que vuelve á verificarse en 21 de marzo el equinoccio de primavera; habiendo transcurrido un año en el movimiento eclíptico total á partir del cual vuelve á repetir dicho movimiento periódico é indefinido.

32. Este período anual se ha subdividido en doce partes correspondientes á los doce meses, teniendo cada mes su signo especial que señala donde está necesariamente el astro solar para un día particular de cada mes. El nombre de dichos signos es derivado de la forma ó figuras de las constelaciones que cada uno representa y todos ellos se conocen por signos del Zodiaco por estar situados en la eclíptica.

Estos signos, sus nombres, significación, días en que el Sol entra en ellos y declinación de este último en cada uno de los mismos se demuestra por la siguiente tabla:

DIVISIÓN	SIGNOS	NOMBRES	Estacion del año	DÍAS DE ENTRADA DEL CENTRO SOLAR EN EL SIGNO	DECLINACIÓN DEL SOL Á MEDIODÍA VERDADERO
Septentrional	♈	Aries	Primavera	20 Marzo	0°
	♉	Tauro		20 Abril	11° 30'
	♊	Géminis		21 Mayo	20° 11'
	♋	Cáncer	Estío	21 Junio	23° 28'
	♌	Leo		23 Julio	20° 8'
	♍	Virgo		23 Agosto	11° 30'
Meridional	♎	Libra	Otoño	23 Septiembre	0°
	♏	Scorpión		22 Octubre	11° 24'
	♐	Sagitario		22 Noviembre	20° 9'
	♑	Capricornio	Invierno	22 Diciembre	23° 18'
	♒	Acuario		20 Enero	20° 8'
	♓	Piscis		18 Febrero	11° 38'



33. De modo que volviendo á considerar el movimiento aparente del Sol, teniendo en cuenta la posición de estos doce signos en la eclíptica se podrá observar lo siguiente.

Cuando la Tierra pasa delante del signo de las Balanzas, es en este momento que vemos al Sol en la prolongación de la línea  $S \Upsilon$  produciéndonos el mismo efecto que el astro solar esté situado en el signo de Aries (20 marzo). Pasa luego la Tierra por la parte inferior del ecuador y del signo anterior de las Balanzas se traslada al signo de Escorpión, á consecuencia de este movimiento el Sol se eleva sobre el ecuador y del signo de Aries va á parar al signo de Tauro diametralmente opuesto al de Escorpión formando los rayos solares con el ecuador el ángulo  $\angle S x = 11^{\circ} 30'$  (20 abril).

Prosiguiendo su camino la Tierra, de Escorpión pasa al signo de Sagitario y de éste al de Capricornio, el Sol parece que marche en sentido contrario y del signo de Tauro pasa al de Géminis (21 de mayo) y de éste al de Cáncer (21 de junio), los rayos solares que en éstas épocas llegan sobre la Tierra forman con el plano del ecuador los ángulos respectivamente iguales á  $\angle S v = 20^{\circ} 11'$ ,  $\angle S B = 23^{\circ} 27'$ .

Llegado el Globo terrestre en Capricornio se encuentra en esta posición á su mayor distancia austral del ecuador celeste mientras que el Sol parece encontrarse en la parte boreal y á la máxima distancia del propio plano, puesto que coincide con el signo de Cáncer situado diametralmente opuesto al de Capricornio.

A partir de esta época del año, la Tierra se aproxi-

ma otra vez al ecuador pasando sucesivamente por los signos de Acuario y Piscis. El Sol por su parte parece descender aproximándose también por la parte opuesta hacia el ecuador coincidiendo sucesivamente con los signos de Leo (23 julio) y de Virgo (23 agosto). Los ángulos  $\Omega S s$ ,  $\text{III} S r$  que forman con el plano del ecuador los rayos solares de los dos signos Leo y Virgo son precisamente iguales á los que forman con el mismo plano los rayos solares de los signos Tauro y Géminis; esto es, ángulo  $\gamma S x =$  al ángulo  $\text{III} S r$  y el ángulo  $\text{II} S v =$  al ángulo  $\Omega S s$ . Proviene semejante igualdad de que los signos Géminis y Tauro por una parte y Leo y Virgo por otra se encuentran dos á dos á igual distancia del signo de Cáncer cual se halla ser el más elevado de todos ellos con respecto al plano del ecuador.

Las consideraciones que se han expuesto con respecto á las posiciones boreales del astro solar pueden igualmente hacerse cuando ocupe los signos correspondientes del Zodíaco que se encuentra en la parte austral. Y aun hay más, los ángulos formados con el ecuador por los rayos solares que provengan de los signos septentrionales son precisamente iguales á los que forma con el mismo plano los rayos solares que parten de los puntos meridionales.

Así el ángulo  $\odot S B = \gamma S A$ ;  $\Omega S s = \text{II} S v = \text{III} S n = \text{IV} S p$ ;  $\text{III} S r = \gamma S x = \text{II} S q = \text{I} S m$ .

**34.** Como á consecuencia de los movimientos referidos y por lo tanto de las relativas posiciones del Sol y de la tierra, es que ésta tiene períodos en que uno cualquiera de sus dos hemisferios están alterna-

tivamente iluminados ó privados de luz dando origen al día y á la noche.

Llámase *día* el tiempo durante el cual permanece el Sol sobre el horizonte del lugar donde se trata y *noche* el tiempo durante el cual está situado el referido astro en la parte inferior del citado horizonte.

La duración del día y de la noche se halla sujeta á desigualdades que varían con las estaciones y lugares de su referencia. Estas desigualdades provienen de la inclinación de la eclíptica sobre el plano del ecuador.

En efecto, examinemos someramente los casos siguientes:

- 1.º El lugar de que se trata está en el ecuador.
- 2.º El lugar está situado á una latitud menor que  $66^{\circ} 33'$
- 3.º El lugar está situado á una latitud de  $66^{\circ} 33'$
- 4.º El lugar está situado á una latitud mayor que  $66^{\circ} 33'$
- 5.º El lugar está situado en el mismo polo.

Primer caso. (Fig.<sup>a</sup> 8.<sup>a</sup>) Sea  $P E' P'$  el meridiano del lugar  $E'$  situado en el ecuador  $E E'$ . Sean  $a b$ ,  $c d$  las trazas de los trópicos sobre el plano meridiano,  $b c$  la traza de la eclíptica sobre el propio plano.

Encontrándose el lugar en  $E'$ , su plano horizontal tendrá la dirección del tangente  $H H'$  ó lo que es lo mismo su paralelo  $P P'$  en donde puede considerarse trasladado. Pero éste divide en dos partes iguales á todos los paralelos  $a b$ ,  $E E'$ ,  $c d$  y sus intermedios descritos durante el año por el astro solar, quedando en la parte superior del plano horizontal las semicircunferencias proyectadas en  $o' b$ ,  $o E'$ ,  $o'' d$  y en la parte

inferior del propio plano las otras mitades  $o' a$ ,  $o E$ ,  $o'' c$ . Las primeras son los arcos diurnos y las segundas los nocturnos y siendo iguales, iguales serán también los días y las noches en todo lugar del ecuador y durante todo el año. Por esto se dice que el Sol se encuentra en este caso en los equinoccios.

Segundo caso. El lugar de que se trata está situado en un punto cualquiera entre el ecuador y el círculo polar ártico como por ejemplo en  $m$  (fig.<sup>a</sup> 9.<sup>a</sup>). El plano horizontal será  $H H'$  ó lo que es lo mismo  $h h'$  el cual viene á ser cortado por los paralelos que describe el Sol en rectas perpendiculares á nuestro plano de la figura y que se proyectan respectivamente en los puntos  $T, o, q$ . Los arcos diurnos son respectivamente  $T b, o E', q d$ , y los nocturnos son  $a T, E o, c q$ . De su inspección resulta que los primeros van aumentando desde el Ecuador al trópico de Cáncer y excediendo más y más de los nocturnos, disminuyendo desde el ecuador al trópico de Capricornio  $c d$  siendo cada vez menores que sus respectivos arcos nocturnos. Infiérese de lo dicho que para un lugar de una latitud menor de  $66^{\circ} 33'$ , los días son mayores que las noches desde el equinoccio de primavera al equinoccio de otoño y menores que las noches desde el equinoccio de otoño al de primavera.

En los dos días de los equinoccios los días son iguales á las noches.

En la misma figura suponemos proyectado horizontalmente el paralelo correspondiente al trópico de Cáncer  $a b, n t' s t$  en donde  $t t'$  representa la traza sobre este plano del horizontal y entonces el arco  $t' s t$

representa el arco superior ó diurno y el  $t n t'$  el inferior ó nocturno.

Tercer caso. El punto está ahora en el mismo círculo polar (fig.<sup>a</sup> 10) en  $m$ . Entonces el plano horizontal  $h h'$  está inclinado con el plano del Ecuador de la misma cantidad angular que la eclíptica.

En el día del solsticio de verano el Sol describe el paralelo  $a b$  todo él encima del horizonte, originando así un día de veinticuatro horas, puesto que el astro solar permaneciendo durante todo este tiempo encima del horizonte no habrá puesto en este día. Mas luego decreciendo la declinación, el astro solar pasará por los paralelos intermedios entre  $a b$  y  $E E'$  disminuyendo el día y aumentando la noche, igualándose cuando el Sol recorra el Ecuador  $E E'$  á partir del cual prosigue el aumento de la noche y la disminución del día haciéndose éste menor que aquella que llega á alcanzar la duración de veinticuatro horas cuando el Sol recorre el trópico  $c d$  de Capricornio.

Durante la otra mitad del año, la duración del día y de la noche va sucediéndose pasando por las mismas circunstancias ultimamente descritas.

Cuarto caso (fig.<sup>a</sup> 11). Sea  $m$  un punto dentro del círculo polar su horizonte  $H H'$  ó lo que es lo mismo  $h h'$  no corta á todos los paralelos descritos por el Sol. En el equinoccio de primavera el día es igual á la noche, más luego el día va aumentando hasta llegar al paralelo  $n n'$  en cuyo caso permanece constantemente sobre el horizonte, empezando un día que no concluirá hasta tanto que el astro solar haya llegado á su mayor altura en el trópico  $a b$  y luego vuelto á

bajar recorriendo los mismos paralelos hasta pasar otra vez por  $n n'$ .

A partir de este momento vuelven á aparecer las noches que aunque muy cortas al principio van luego en aumento rápidamente.

Cuando el Sol ha descrito el paralelo  $f f'$  la noche empieza en este día para el lugar  $m$  de tal modo que su duración es tanta como lo fué el día máximo antes referido.

Quinto caso. Estando situado el punto en el mismo polo, el horizonte se confunde con el Ecuador. El Sol describe cada día un círculo paralelo al horizonte. (Fig.<sup>a</sup> 12).

El Sol se encuentra medio año sobre el horizonte y el otro medio en su parte inferior.

Entonces pues para este lugar existe únicamente un solo día y una sola noche durante todo el año, iguales ambos.

**35. Precesión de los equinoccios.** Los puntos equinocciales no están fijos sobre la esfera celeste y disfrutan de un movimiento progresivo y lento, que sin influir en la inclinación del ecuador sobre la eclíptica, hace que cambien de lugar, recorriendo un camino de  $50'' 2$  por año.

Para determinar esta variación, basta conocer la longitud de una misma estrella en dos épocas bastante distantes. Dividiendo la diferencia de estas dos longitudes por el número de años que separan las dos observaciones, es que se encuentra el resultado de  $50'' 2$ .

Hiparco (siglo 2.<sup>o</sup> antes de J. C.) fué el que hizo

conocer este fenómeno y Ptolomeo lo corroboró dos siglos después.

36. Llámase día solar verdadero, el intervalo de tiempo comprendido entre dos pasadas del Sol por el meridiano del lugar que se considera.

El día solar aunque variable es siempre un poco mayor que el sideral.

La desigualdad de los días solares verdaderos, proviene de dos causas: 1.º El de no ser uniforme el movimiento del Sol sobre la eclíptica, enseñando á calcular sus desigualdades la Astronomía. 2.º En que la oblicuidad de la eclíptica hace tambien variable el movimiento del Sol, aunque consideremos la velocidad constante.

Esto es fácil de observar, si trazamos planos por el eje del mundo y por los puntos que dividen en arcos iguales al Ecuador toda vez que éstos cortarían á la eclíptica según puntos que comprenderían arcos desiguales de la propia curva.

Así es que para obtener un período de tiempo constante, los Astrónomos se han imaginado un Sol ideal que recorra uniformemente el Ecuador al mismo tiempo que el verdadero recorra la eclíptica, siendo precisamente las pasadas sucesivas de este Sol ficticio por nuestro meridiano, las que nos determinan el medio día, promedio así como los días medios que se cuentan 365 en un año.

Los días medios esceden del día sideral de unos 3' 56" mientras que el verdadero es un poco mayor ó menor en algunos <sup>segundos</sup> que el día medio.

Sin embargo, la índole de las operaciones que emplea la Gnomónica son tales que no exigiendo una precisión como la Astronomía; permite el sentar en su teoría los siguientes principios 1.<sup>o</sup> el movimiento del sol es uniforme sobre un mismo paralelo recorriendo arcos iguales en tiempos también iguales. 2.<sup>o</sup> El Sol describe cada día un círculo perpendicular al eje de los polos cuyo centro varía de un día á otro permaneciendo constantemente sobre el propio eje.

**37. Ecuación del tiempo.** Para obtener el medio día medio es que se recurre á la ecuación del tiempo.

Llámase pues así el tiempo que es necesario añadir al medio día verdadero para obtener el medio.

La ecuación del tiempo es positiva si el Sol verdadero pasa por el meridiano antes que el Sol medio; y es negativa en el caso contrario.

**38.** Llámase *paralaje* de un astro el ángulo bajo el cual se vería el radio de la tierra desde el centro del citado astro, esto es, la mitad del diámetro aparente de la tierra vista desde el citado centro. Así por ejemplo (fig. 13). Sea S el centro del Sol; tracemos desde este punto dos tangentes al globo terrestre; la paralaje del Sol es el ángulo O S A, ó la mitad del ángulo A S B, bajo el cual, desde el centro del Sol, se vé la tierra. Sea  $r$  el radio de la tierra, D la distancia del centro de la tierra al centro del astro,  $p$  la paralaje. Del punto S como centro, con un radio igual á la unidad, describáse un arco de circunferencia, el ángulo A S O estará medido por el arco  $a b$ .



comprendido entre sus lados; este último arco por su excesiva pequeñez lo podemos sustituir sin error sensible con la pequeña recta perpendicular sobre  $S A$ ; y así los dos triángulos semejantes  $S A O$ ,  $S a b$  da-

$$\text{rán } \frac{a b}{S b} = \frac{O A}{O S} \text{ de donde } p = \frac{r}{D}$$

Así, pues, el arco que mide el paralaje es igual al radio de la tierra dividido por la distancia del centro de la tierra al centro del astro solar.

El paralaje es horizontal cuando la recta que une el astro con la estremidad del radio de la Tierra es tangente á nuestro globo. En la fig. 13,  $A S O$  es el paralaje horizontal. El valor generalmente admitido para el paralaje horizontal del Sol es de  $8''$ , 86.

El paralaje se llama de altura tal como  $A S' O$  cuando la recta que une la estremidad del radio con el astro no es tangente á la superficie de la Tierra.

**39.** Con el auxilio del paralaje horizontal puede calcularse la distancia del Sol á la Tierra.

En efecto el ángulo  $A S O$  siendo muy pequeño, puede suponerse sin error sensible al triángulo  $A S O$  como á isosceles y así dar por sentado que  $S A = S O$ . Por otra parte  $A O$  que llamaremos  $r$ , podemos también considerarlo como confundido con el arco de  $8''$ , 86 cuyo radio es  $O S = d$ , y cuyo centro es  $S$ .

Sentados estos precedentes y recordando que la longitud de un arco de círculo es igual á la longitud de la circunferencia del mismo radio, multiplicada por la relación del número de grados, minutos ó segundos contenidos en el arco, al número de grados, minutos

ó segundos contenidos en la circunferencia; tendremos:

$$r = \frac{\pi d \times 8'', 86}{180} \quad \text{despejando } d, \text{ será}$$

$$d = \frac{180 \times r}{\pi \times 8'' 86} = 23280 r$$

Tomando ahora el número 6378253 metros por el valor de  $r$  ó sea el radio terrestre al ecuador se deducirá que la distancia media del Sol á la Tierra es un poco mayor de 148.000,000 de kilometros ó lo que es lo mismo de 37 millones de leguas de 4 kilometros cada una.

**40. Magnitud del astro solar.** El diametro aparente del Sol, visto desde la Tierra, es de 32'; el diametro aparente de la Tierra, visto desde el Sol, ó sea el doble del paralaje solar es de 17'', 7. Ahora bien cuando dos astros son vistos desde una misma distancia muy grande, los diametros verdaderos de estos dos astros son entre sí como sus diametros aparentes; así pues diremos: El diametro del Sol es al diametro de la Tierra como 32' ó 1920'' es á 17'', 7.

De aquí inferiremos que el diametro del Sol es 109 veces mayor que el de la Tierra.

El volumen de dos esferas son entre sí como los cubos de sus diametros, luego el volúmen del Sol es 1.280,000 veces mayor que el de la Tierra.

## CAPÍTULO III

---

### Principios fundamentales

---

41. La dirección de la sombra de una varilla dependiendo de la posición que ocupa el Sol en el espacio en una época determinada de día y hora; claro está que por la inversa, esto es, según sea la sombra de la varilla podremos venir en conocimiento de la posición del Sol y por lo mismo de la hora que corresponde á dicha posición en un día cualquiera.

Sabiendo que el plano circular del movimiento diurno del Sol es perpendicular al eje del mundo y su revolución efectuándose en 24 horas si imaginamos un círculo (fig.<sup>a</sup> 14.<sup>a</sup>) en que la circunferencia esté dividida en veinticuatro partes iguales que cada una valga  $15^{\circ}$ , y se coloca dicho círculo de modo que su plano coincida con el Ecuador A, B y C confundándose los respectivos centros en O, claro está que todos los puntos de división corresponderán á otros tantos establecidos en el paralelo E, F y G, por ejemplo que describa el Sol en el espacio, puesto que en cada una de estas divisiones dicho astro se encon-

trará en un plano meridiano que pasa por cada uno de los mismos y el eje del mundo.

De modo que dicho eje representará idealmente la intersección de doce planos horarios, llamándose así por emplear el Sol una hora en pasar de uno á otro.

Si además suponemos que el eje del mundo está sustituido por una varilla de hierro limitada, se verá sin dificultad que el Sol, encontrándose en los puntos 12, 11, 10, etc. de la circunferencia que recorre, el eje proyectado en O arrojará sombra, que pasará por los puntos diametralmente opuestos XII, XI, X, etc., de suerte que el plano ó circunferencia del Ecuador dividido así no será otra cosa que un cuadrante solar. Pero aun hay más; si en lugar del plano del Ecuador concebimos otro plano en una dirección cualquiera M N Q R y encontramos sucesivamente las intersecciones del mismo con cada uno de los doce planos horarios antes mentados tendremos las líneas O' XI', O' X', etc. que en su conjunto constituirá también un cuadrante solar en una disposición cualquiera y general.

En estas consideraciones se fundan las operaciones gráficas que emplea la Gnomónica y la gran distancia de la Tierra al Sol permite considerar la tierra como un punto, prescindiendo de su radio, suponiendo que el punto O es accesible para el observador colocado en un punto cualquiera T sobre la superficie terrestre, operando en el plano tangente H H' del propio punto. Así es que bajo este punto de vista el eje del mundo vendría á situarse en T P'', el Ecuador en A' B' C' y todo otro plano que hubiéramos imaginado pasando por el centro del mundo y en una posición

cualquiera también vendría representado en el punto escogido sobre la superficie terrestre por otro análogo y paralelo, ya que la gran distancia del Sol á la tierra permite suponer, sin error sensible, que todos los elementos que hagamos pasar por un punto cualquiera de la superficie son los mismos ó se confunden con sus análogos paralelos que pasen por el centro de la Tierra.

42. En efecto (fig.<sup>a</sup> 15), sean  $C S$  y  $C' S'$  dos planos horarios paralelos trazados uno por el centro  $C$  de la tierra y el otro por un punto cualquiera  $C'$  de su superficie. El movimiento diurno de la tierra, suponiendo tiene la dirección  $A B$ , sucederá que cuando el plano  $C S$  encuentre al Sol fijo al punto  $S$ , el plano correspondiente  $C' S'$  habrá ya pasado por el astro y estará de él á la distancia angular  $S' C S = C' S' C$ . Todo, pues, se reduce á probar que sin error sensible puede tomarse un plano por otro, ó lo que es lo mismo, decir que el tiempo  $t$  empleado por el plano  $C S$  para pasar de su posición á la del plano  $C S'$  es siempre muy pequeño para que pueda dejarse de tomar en cuenta.

Para esto, si observamos la (fig.<sup>a</sup> 15) veremos que la distancia  $C C'$  todo lo más puede ser igual al radio terrestre  $r = 6.378,253$  metros; la distancia  $C S$  es de 148 millones de kilómetros (n.<sup>o</sup> 39), ó lo que es lo mismo aproximadamente y en número redondo á  $23,000 r$ . Así pues, en  $24^h = 86,400''$ ,  $S$  describe una circunferencia cuya longitud es de  $2 \pi C S = 2 \pi 23,000 r = 144,480 r$ .

Si ahora sustituimos á  $S S'$  por su tangente, lo que se hace posible por la excesiva pequeñez de la curva-

tura del arco, se tendrá,  $SS' = CC' = r$ . El tiempo  $t$  entonces vendrá determinado por la siguiente proporción.

$$86,400'' : 144,480 r :: t : r$$

de donde  $t = \frac{86,400}{144,480} = 0'', 59.$

Se deduce, pues, que el error que se comete de efectuar las operaciones al centro de la tierra ó en su superficie, conservando el paralelismo de planos horarios y eje del mundo no llega á alcanzar á un segundo.

**43.** La condición que la varilla sea paralela al eje del mundo es no solamente suficiente sino que indispensable para que suceda que cada línea de sombra indique la misma hora en todos los días del año, puesto que si el estilete no tuviera esta dirección los planos dirigidos por esta recta y por dos distintas posiciones del Sol en un mismo plano horario, serían necesariamente diversos uno de otro y por lo tanto las intersecciones de estos mismos planos con el plano del reloj serían diferentes exceptuando no más el caso del plano horario que contuviera la varilla. Estas consideraciones se podrán hacer tangibles en la (fig.<sup>a</sup> 16) en que se supone  $OP$  el eje del mundo y  $OL$  una recta con una inclinación cualquiera que se hace servir de varilla. En este último caso cuando el Sol se encuentre en el punto  $a$  la línea horaria sería la intersección del plano del reloj con el que pasa por  $OL$  y  $a$  y cuando otro día el Sol se encuentre en el

mismo plano horario pero en el punto *b*, la línea horaria será distinta de la precedente toda vez que el plano que pasase por la recta *OL* y el punto *b* sería distinto del precedente, siendo del mismo modo distintas las demás líneas horarias que se obtendrían de otros distintos planos en las varias posiciones que el Sol puede ocupar en el mismo meridiano. Mientras que si la varilla coincide ó es paralela al eje del mundo todas las veces que el Sol esté en un mismo meridiano los planos trazados por sus posiciones y por el eje se confundirán en uno sólo, confundiéndose por lo tanto todas sus intersecciones en una sola, la que no es más que la sombra arrojada por el eje á la misma hora de cada día, cualquiera que sea la época del año que se considere.

Así, pues, en la Gnomónica todo queda reducido á fijar la posición de una recta paralela al eje del mundo y en determinar su sombra en las diferentes horas del día sobre planos ó superficies situadas de una manera cualquiera con respecto á esta línea. Mas la varilla por ser paralela al eje del Mundo se encontrará en el plano meridiano del lugar de la observación, y este es perpendicular al plano horizontal del mismo lugar, de aquí es que la recta que buscamos se proyectará en la traza horizontal del plano meridiano y por lo tanto lo primero que hay que efectuar son las operaciones conducentes á la averiguación de esta traza horizontal, ó lo que es lo mismo, la *Meridiana* del Lugar.

Son varios los procedimientos propios para este caso y los más principales pueden concretarse á los siguientes:

## Medios para encontrar una meridiana horizontal

---

**44. 1.º Por la sombra mínima de una varilla vertical.**—La Astronomía nos enseña que el Sol se encuentra en el meridiano de un lugar en el momento que está á su mayor altura del plano horizontal del propio lugar lo que se verifica á las 12 horas del medio día sea cual fuese el día de la observación, de modo que si á las 12 en punto colocásemos una varilla vertical sobre el plano horizontal la sombra que arrojaría en el mismo plano sería la mínima de las demás correspondientes á las otras horas del día y además sería la línea meridiana que buscamos. En efecto, la varilla por ser vertical pasa por el centro de la Tierra, por donde también pasa el eje del mundo, luego las dos están en un plano, el cual queda determinado desde el momento que sabemos que el Sol se encuentra en él á las 12, toda vez que el rayo solar á esta hora junto con la varilla está en el mismo plano, siendo su intersección con el horizontal la sombra arrojada de la varilla y por lo tanto la meridiana.

**2.º Por la salida y puesta del Sol.**—(Fig.<sup>a</sup> 17). Sea O el punto donde está colocado un observador y que el Sol sale por S', si medimos en este instante el ángulo M O S' siendo M un objeto fijo que se toma por punto de comparación y luego hacemos lo mismo con el S'' O M siendo S'' el astro solar en el momento en que se pone, claro está entonces que conoceremos



el ángulo  $S' O S''$  que forman los rayos solares á su respectiva salida y puesta y por consiguiente la bisectriz que encontraremos en  $O S$  nos indicará la meridiana en cuyo plano vertical que en ella se levante pasará el Sol al medio día.

**3.º Por la sombra arrojada de un estilete en horas simétricas de las doce** (fig.<sup>a</sup> 18) sobre un plano  $M P$  preparado, perfectamente horizontal y en un punto del mismo tal como  $a$  y haciendo centro en este último, trácense varias circunferencias concéntricas  $b b', c c', d d'$ . Fíjese luego en  $a$  un estilete vertical  $a g$  cuidando de examinar la sombra que arroja sobre dicho plano en las distintas horas del día de la observación, cuidando de señalar con toda la pulcritud posible los puntos extremos de las sombras cuando caigan precisamente en cada una de las circunferencias concéntricas antes trazadas, y así obtendremos los puntos pareados  $1-1', 2-2', 3-3'$ ; cada dos situados sobre una misma circunferencia.

Conviene hacer notar que la precedente operación sería de un resultado exacto si el Sol caminase paralelamente al Ecuador; pero como esto sólo sucede en los solsticios, variando en los demás días la declinación de hora en hora, resulta que, cuando la sombra de la varilla es igual por mañana y tarde, tiene el Sol igual altura sobre el horizonte, pero no la misma distancia al meridiano, siendo mayor al recorrer signos ascendentes y menor al recorrer los descendentes. Mas nosotros podemos aprovechar dicha operación, pues los pocos segundos de error que se cometen no

influyen en el rigorismo de las construcciones que llevamos á cabo.

Si ahora pues dividimos en dos partes iguales estos arcos concéntricos y unimos los puntos medios de división obtendremos definitivamente la meridiana horizontal *a N*.

La curva que pasa por los puntos 1, 2, 3, *x*, 3' 2' 1' que es la arrojada por el extremo y de la varilla vertical en un día determinado, es precisamente una sección cónica que en nuestras regiones es una hipérbola, toda vez que el Sol recorriendo en este día un paralelo y partiendo de éste todos los rayos solares que van á concurrir en el citado punto *g*, se forma en su conjunto una superficie cónica que está cortada por el plano horizontal de operaciones. En nuestro caso es una rama de hipérbola según hemos dicho, que podría corresponder en uno de los días de otoño ó invierno, mientras que si operásemos en primavera ó verano nos daría la segunda rama de hipérbola opuesta á la primera.

Dicha sombra podría darse el caso de ser una línea recta y esto acontecería si operásemos en la época de los equinoccios, pues que entonces el Sol, recorriendo todos los puntos del Ecuador y éste pudiendo considerar su centro en *g*, el cono antes indicado se convertiría en un plano, y claro está entonces que la línea en cuestión vendría producida por la intersección de dos planos.

Para un observador que habitase sobre la circunferencia del círculo polar, habría un día en que la curva de sección del cono con el plano horizontal tangente á la superficie del globo sería una parábola.

Podrá ser una parábola hipérbola ó elipse para un observador colocado en el interior del círculo polar y sería una circunferencia para un observador que pudiera encontrarse en el mismo polo.

En la parte comprendida entre los círculos polares los habitantes no pueden ver todo el trayecto del paralelo por donde el Sol camina, razón por la cual la superficie cónica queda interrumpida y cortada en sus dos hojas por el plano horizontal del lugar de la observación, por lo que indica que el plano secante ha de ser paralelo á dos generatrices de dicho cono y por lo tanto nos ha de dar una hipérbola.

Si nos colocamos en el interior del círculo polar, tendremos que de todos los paralelos que describe el Sol en su marcha, hay unos completamente visibles, mientras que hay otros parte visibles y parte ocultos; los primeros sirven de base á una superficie cónica que es cortada oblicuamente por el plano tangente al globo en todas las generatrices de una misma hoja por lo que nos dará la elipse, los segundos sirven también de base á un cono que es cortado oblicuamente en sus dos hojas, así es que nos dará una hipérbola y aun algunas veces una parábola, si escogemos el paralelo del cual parta un rayo luminoso que sea paralelo al plano tangente á la esfera terrestre y secante al cono, pero siendo paralelo á una generatriz.

Finalmente si el observador pudiese estar situado en el polo, entonces el plano horizontal ó tangente á la esfera sería siempre paralelo á la base del cono y forzosamente entonces nos daría una sección semejante á la base, esto es, una circunferencia.

**4.º Por la observación de la estrella polar.—**

Las dos constelaciones (fig.<sup>a</sup> 19) conocidas con el nombre de Osa mayor y Osa menor están de tal manera situadas en la bóveda celeste que si imaginamos una recta que pase por las estrellas *a*, *b*, de la primera, esta recta prolongada irá á encontrar la estrella *P* situada en el extremo de la lanza del carro que constituye la Osa menor. Esta estrella *P*. es la que se conoce con el nombre de estrella polar y es la más brillante de la constelación de que forma parte, la cual parece inmóvil, describiendo las demás, circunferencias alrededor de ella.

Sin embargo, esta notable estrella no se halla exactamente en la prolongación del eje del mundo y sí se halla á una pequeña distancia del polo, describiendo por lo tanto alrededor de éste su circunferencia. La operación pues que hay que practicar precisa hacerla en el mismo momento que dicha estrella pase por el meridiano del lugar de la observación. Dicho paso se verifica 13' después del momento en que la estrella polar y la *e* de la Osa máyor queden cubiertas por una plomada.

En su vista, la meridiana horizontal quedará definida, observando la hora exacta en que una plomada cubra á las dos estrellas, dejando luego transcurrir 13', y alineando entonces dos plomadas con la estrella polar.

5.º Valiéndose del Teodolito puede encontrarse la meridiana. Sea (fig.<sup>a</sup> 20) *H H'* el horizonte, *T* el punto de observación, *Z* el zénit. Dirijase la visual hacia un astro cualquiera *A* que se encuentra á una cierta altura del horizonte, En este estado véase la graduación *a*

sobre el círculo horizontal al mismo tiempo que se fija el movimiento del anteojo sobre el vertical.

Ahora bien, como el astro  $A$  describirá un paralelo  $A M A'$ , elevándose hasta una cierta altura  $M$  para luego descender, de aquí se infiere que si hacemos girar el círculo vertical y aguardamos una nueva posición de  $A$  tal como  $A'$  que el eje del anteojo pase por él de manera que la intersección de las cerdas cubra el centro de dicha posición  $A'$ ; habremos obtenido así dos posiciones simétricas de un astro para con relación al plano meridiano  $Z M m$  y por lo tanto éste quedará conocido teniendo en cuenta aquéllas.

Léase al efecto en esta última posición del anteojo la graduación  $a'$  del círculo horizontal y entonces el ángulo  $A T A'$  se proyectará horizontalmente según  $a T a'$ , siendo su bisectriz  $T m$  la dirección de la meridiana pedida.

6.º Con el auxilio de la Brújula (fig.<sup>a</sup> 21), pues aprovechándonos de la propiedad de la aguja imantada á dirigirse constantemente al Norte uno de sus puntos, su dirección nos indicará la de la meridiana, aunque será necesario tener en cuenta la declinación.

Se llama meridiano magnético el plano vertical que pasa por la dirección de la aguja imantada y su intersección con el plano horizontal es la meridiana magnética. El ángulo que forma la meridiana magnética con la meridiana astronómica es lo que se llama declinación para el lugar de la observación.

La declinación  $A C N$  siendo conocida, se deduce fácilmente la dirección de la meridiana.

Encontrada la meridiana, esto es, la traza hori-

zontal del plano vertical meridiano que contiene la recta paralela al eje del mundo nada más fácil que el fijar ésta, en virtud del teorema enunciado en el número 25, pues según él quedará reducido á trazar en dicho plano una recta que forme con la meridiana horizontal un ángulo igual á la latitud del lugar donde se opera, dirigiendo la abertura del ángulo agudo hacia el polo del observador.

---

## CAPÍTULO IV

---

### Reloj Ecuatorial

---

45. Tiene esta denominación, cuando el plano donde se establece el reloj es paralelo al Ecuador. Aunque su estudio cabe y está indicado en el estudio de los Relojes inclinados, sin embargo, atención hecha á su construcción fácil y elemental y depender del mismo todos los demás, empezaremos con él la construcción de los relojes solares y así nos será más fácil el camino para llegar al conocimiento de los demás.

Siendo su plano paralelo al Ecuador se deduce que la varilla ó estilete que ha de representar el eje del mundo, ha de estar dispuesta de modo que sea perpendicular á dicho plano.

46. De dos partes consta su construcción: la primera que consiste en el dibujo y trazado de todas las líneas que lo constituyen y la segunda en la colocación del mismo con las debidas condiciones de orientación.

Supongamos en la (fig.<sup>a</sup> 22) que se escoge un plano

vertical de proyección paralelo al estilete  $NS$ , entonces éste vendrá proyectado en verdadera magnitud sobre este plano y su proyección horizontal  $N'S'$  paralela á la línea de tierra. Dispuesto así este dato, el plano del Ecuador será perpendicular al plano vertical y tendrá su representación en  $E^v E^h$ ; de modo que si hacemos girar el plano  $E$  alrededor de su traza horizontal, el centro  $O$  del ecuador vendrá á rebatirse en  $O'$  desde el cual con un radio cualquiera trazaremos una circunferencia que vendrá á ser la representación del mismo ecuador, cuyo dividiremos en 24 partes iguales á partir de la línea  $N'S'$  que representa la meridiana ó sea la de las 12 y su perpendicular  $CD$  la de las 6. Mas al objeto de hacer más claras las operaciones, convengamos que este plano rebatido sea en la (fig.<sup>a</sup> 23) limitado por el cuadrado  $a, f, g, e$ , y que después de unir los puntos de división de la circunferencia con el centro, hemos obtenido 24 radios que cada uno de ellos representará sobre el plano del Ecuador la traza de uno de los 24 planos horarios respectivos, y por lo tanto estas líneas representarán las líneas horarias del reloj, que señalaremos con las cifras romanas acostumbradas para la lectura del mismo. Para la debida colocación y escritura del horario precisa fijarse que esta clase de relojes tiene dos paramentos ó caras: la una  $m$  superior (fig. 22) ó septentrional y la otra  $n$  inferior ó meridional; por lo que suponiendo que la (fig. 23) sea la cara septentrional; con sólo hacer girar la tablilla  $g, f, a, e$  alrededor del eje  $g e$  de manera que describa una semirevolución, tendremos la tablilla invertida, siendo por ejemplo la (fig. 24)  $g', f', a', e'$  el dorso de la misma



en donde con iguales datos y construcciones se procederá á la formación del reloj ecuatorial expuesto hacia el medio día, coincidiendo por lo tanto los centros de figura O, O'.

En el reloj septentrional las horas matinales se escribirán por su orden y á partir de la línea meridiana O, XII á la izquierda del reloj ó sea á la derecha del observador y en el correspondiente al del Sud se escribirán al contrario, esto es, á la derecha del reloj ó izquierda del observador.

En esta disposición la lectura horaria de las dos caras será tal que las líneas horarias afectadas de los mismos números, en cada una de ellas se superpondrán y coincidirían perfectamente si los dos relojes estuvieran dibujados en las dos caras de un papel transparente.

**47.** Cuando el cuadrante que se construya está destinado para un lugar determinado, el número estrictamente útil de las líneas horarias sobre su cara superior, depende de la duración del día más largo del año, con relación á la latitud de la localidad en donde se opere.

De esto se infiere que si se pudiera construir en el mismo polo, dispondríamos en el reloj todas las 24 líneas horarias. Si lo construyéramos en el círculo polar también serían necesarias en él las mismas 24 líneas horarias.

Catorce líneas en los trópicos y doce líneas no más en el Ecuador.

Proviene este número de líneas indicado para cada una de estas localidades, de que el astro solar perma-

nece sobre el horizonte de cada polo durante seis meses consecutivos, constando el año en dicho sitio de un día, de seis meses y una noche de igual tiempo, no cesando con esto, durante el primero de iluminar el Sol el cuadrante superior.

Sobre un círculo polar, el Sol no verifica la puesta durante el día más largo del año, considerado en el hemisferio correspondiente, resultando que la iluminación solar tiene de duración todas las 24 horas.

En los trópicos el día más largo del año tiene de duración 13 horas, 26' 50'', mientras que en el Ecuador sólo es de 12 horas.

En nuestra latitud, la iluminación solar tiene de duración algo más de 15 horas, durante el día más largo del año; resultando con esto que es necesario el trazo de 17 líneas horarias, pues que la sombra del estilete se coloca á la salida del Sol entre la cuarta y quinta línea, mientras que en la puesta dicha sombra cae entre la séptima y octava línea.

**48.** En cuanto á la parte austral ó inferior del Reloj construído sobre un plano paralelo al Ecuador no se han de señalar menos de 12 líneas horarias, puesto que la más larga duración de la iluminación del cuadrante en esta parte llega á alcanzar 12 horas dos veces al año por una latitud cualquiera del Globo terrestre.

**49.** De todos modos este reloj tiene la particularidad de indicar las horas seis meses en una cara y otros seis en la opuesta, iluminando por lo tanto la parte boreal ó superior desde el equinoccio de Prima-

vera al de Otoño y á la austral ó inferior desde el equinoccio de Otoño al de Primavera.

50. Ultimadas así las líneas horarias, sirve de complemento para los elementos de sombra que produce la iluminación, el determinar las líneas zodiacales, cuales son las que produce la sombra del punto extremo del estilete para un día determinado. En general se determina la curva ó línea de declinación que corresponde á cada uno de los meses, y para el día que entra en el signo del Zodiaco, y que por esta razón se denominan estas líneas zodiacales, y son de la clase de las de segundo grado por venir producidas por la sección del plano del reloj con el cono de los rayos luminosos y cuyo eje es el estilete. En nuestro reloj ecuatorial estas líneas son circunferencias concéntricas y por radio respectivo de cada una de ellas la cotangente de la declinación que le corresponda.

51. Sea (en la fig. 23 del reloj ecuatorial superior) rebatida la varilla O en O  $v$ ; si suponemos que se considera el 21 de Junio, en este día los rayos solares que rasan por el punto extremo de la varilla forman un cono recto cuyas generatrices están todas inclinadas sobre el plano de la base ó sea el ecuador del ángulo  $23^{\circ} 27'$ , y como al rebatir la varilla suponemos á la vez rebatido el plano que pasa por ella y la línea V1-VI perpendicular á la meridiana, de aquí resulta que dicho plano, siendo secante al cono y pasando por el vértice cortará al cono según dos generatrices, que una de ellas en el rebatimiento vendrá expresada por

$v p$  por lo que inferimos que trazando con el radio  $O p$  una circunferencia esta línea será la sección del plano del reloj con el cono de los rayos solares que rasan por el punto  $v$ , pues aquí el plano secante es paralelo al de la base de dicho cono. Esta circunferencia será pues la línea zodiacal correspondiente al signo  $\text{♋}$  y en el día 21 de Junio.

Al cabo de un mes, en el día 23 de Julio, el Sol ha disminuido su declinación formando los rayos solares el ángulo de  $20^{\circ} 10'$  con el plano del Ecuador, entonces una de las generatrices rebatidas del cono es la  $v n$  que forma dicho ángulo de  $20^{\circ} 10'$  con la línea VI-VI, y la sombra del punto extremo del estilete nos describirá en este día la circunferencia señalada con el signo de  $\text{♌}$ .

Continúa disminuyendo la declinación del astro solar, y al llegar en el día 23 de Agosto las generatrices del cono forman con su base el ángulo de  $11^{\circ} 28'$ , expresado por  $v m O$ , por esta razón la línea zodiacal va siendo de mayor radio como el  $m O$  y la circunferencia obtenida es la que corresponde al signo de  $\text{♍}$ .

En el 23 de Septiembre la declinación es nula, ha llegado la época de los equinoccios, el Sol recorre el ecuador y para nuestro cuadrante, recorre el canto ó borde del mismo la sombra que produce en la varilla es infinita y no hay línea zodiacal en este día que correspondería al signo de  $\text{♎}$  y es que los conos de los casos anteriores se han convertido en este día en un plano paralelo al cuadrante, distante de él de la longitud del estilete.

A partir de esta época la declinación vuelve á aumentar sucesivamente, pero hacia el hemisferio aus-



tral, pasando otra vez por la declinación de  $11^{\circ} 28'$ , describiendo la sombra del extremo de la varilla la circunferencia que está indicada con el signo de  $\eta$  en el Reloj ecuatorial del Sud en la (fig. 24).

Llega el astro solar en el signo de  $\rightarrow$  en el día 22 de Noviembre, la declinación está evaluada por el ángulo de  $20^{\circ} 10'$ , siendo la línea zodiacal la circunferencia expresada por dicho indicado signo.

Transcurrido un mes llega el Sol á su máxima declinación austral,  $23^{\circ} 27'$ , recorre el trópico de Capricornio y su línea zodiacal viene representada en el Reloj por la circunferencia acompañada por el signo de  $\zeta$ , sombra del punto extremo de la varilla en el 21 de Diciembre.

A partir de esta época vuelve sobre su camino recorrido anteriormente el astro solar, pasando en el día 20 de Enero por el signo  $\approx$ , volviendo á reproducir la circunferencia debida á la declinación austral de  $20^{\circ} 10'$ . En 20 de Febrero entra el astro solar en el signo de  $\asymp$  la declinación austral  $11^{\circ} 28'$  se reproduce, así como la circunferencia que habremos ya considerado en el mes de Octubre, como línea mensual.

Llegado el equinoccio de Primavera el Sol recorre su camino por el canto del cuadrante, lamiendo sus rayos solares su superficie; la sombra del estilete es infinita, la circunferencia de los demás casos desaparece y el signo de  $\gamma$  no tiene línea mensual que lo exprese.

Mas al poco tiempo el Sol abandona el Ecuador, haciendo su paso del hemisferio austral al boreal y aumentando sin cesar en su declinación que vuelve á alcanzar la de  $11^{\circ} 28'$  en el día 20 de Abril que acom-

pañá al signo  $\gamma$  expresado en la circunferencia ó línea zodiacal (fig.<sup>a</sup> 23) la misma precisamente que la ya referida cuando la consignábamos en el signo  $\mu\psi$

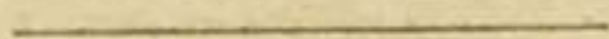
Continuando el aumento progresivo de la declinación, llega el 21 de Mayo, la declinación en este día es de  $20^{\circ} 10'$  la misma que la vista en el mes de Julio, de modo que el signo de  $\mu$  va adjunto á la misma línea zodiacal del signo de  $\Omega$ .

Finalmente, pasado un mes el astro solar ha alcanzado su máxima declinación  $23^{\circ} 27'$ , vuelve á recorrer el paralelo del solsticio de verano, describiendo otra vez la sombra del punto extremo del estilete la curva declinatoria del 21 de Junio señalada con el signo de  $\sigma$  en el cual se estaciona unos pocos días y luego retrograda para volver á recorrer indefinidamente el mismo camino ya expresado.

52. Resta tan sólo colocar el Reloj en su verdadera situación para poder señalar las horas (fig.<sup>a</sup> 25). Para esto dispondremos sobre un plano perfectamente horizontal una meridiana (Capítulo 3.<sup>o</sup>)  $N'S'$ . La tablilla del reloj irá sustentada sobre una base  $A B C$  de modo á introducirse en ella por una caja  $a b b'$  de la longitud del ancho del reloj. Esta caja será oblicua y de modo que el ángulo  $a b b'$  igual al  $a d D$ , sea el complemento de la latitud. Así dispuestas estas operaciones se colocará el sistema de modo que el estilete  $N S$  esté situado en el plano vertical levantado sobre la meridiana horizontal  $N'S'$ ; para lo cual bastará disponer varias plomadas  $N r$ ,  $S t$  y otras análogas que partan de puntos de la misma meridiana  $N'S'$  y cuando todas estas verticales se cubran con-

fundiéndose en un mismo plano de colimación, entonces el estilete estará situado en el plano meridiano y quedará paralelo á la dirección del eje del mundo, resultando el reloj en su verdadera orientación.

**53.** Para facilitar la operación del ensamble del reloj en su caja y no oculte, una vez fijado ninguna línea útil se le da en su altura un apéndice *a b c e* que es lo único que se interna (fig.<sup>a</sup> 23).



## CAPITULO V

### Reloj Horizontal

Comes luminis umbra.  
FORSTER.

54. Este reloj, como el mismo nombre lo indica, está dispuesto sobre un plano horizontal. Sea, pues, (fig.<sup>a</sup> 26) este plano horizontal, el designado por las letras R S Q P y en él tracemos por cualquiera de los métodos anteriormente expuestos (n.<sup>o</sup> 44) la meridiana horizontal O N sobre la cual imaginaremos un plano vertical que no será otro que el plano meridiano del lugar en que operemos. En este plano vertical es en donde según se ha dicho hemos de situar la varilla ó estilete en la dirección paralela al eje del mundo. Suponiendo que esta varilla se rebata con su plano alrededor de la meridiana O N que se toma como charnela, el eje del mundo vendrá á colocarse después del rebatimiento y á tomar la disposición O O' la cual formará con la meridiana el ángulo igual á la altura del polo ó sea la latitud del lugar que en nuestro caso suponemos ser de 45°, de modo que si ahora proyectamos el punto O' en *b* la línea *b* O será la proyección horizontal del estilete, puesto que hemos su-



puesto que la traza de éste sobre el plano del reloj era el punto  $O$  al cual conoceremos desde ahora por polo del reloj. Claro está que teniendo rebatido el eje del mundo en  $O O'$  si trazamos por el punto  $O'$  una recta  $O' A$  en ángulo recto con aquélla podrá representar en el rebatimiento la traza sobre el plano del Ecuador del plano meridiano. Pero el Ecuador siendo perpendicular al eje del mundo la traza del primero sobre el plano del cuadrante vendrá forzosamente á ser perpendicular á la proyección de la varilla sobre el mismo plano del reloj; y como que el punto  $A$  pertenece á esta traza referida, haciendo pasar por él la recta  $E E'$  ésta será en definitiva la línea llamada equinoccial del cuadrante, esto es, la intersección del plano del Ecuador con el correspondiente al reloj.

**55.** Dispuestas así estas operaciones cabe en seguida hacer pasar los doce planos horarios por la varilla ó eje del mundo, para luego encontrar las intersecciones de todos estos planos con el horizontal del reloj.

A este efecto tomemos como auxiliar de operaciones el plano del Ecuador puesto que en él se proyecta en un punto el eje del mundo y nos será fácil disponer dichos planos horarios en el referido Ecuador, ya que ellos cortan á aquél según radios que dividen la circunferencia del mismo en número de 24 partes iguales. Rebatamos sobre el plano horizontal el plano del Ecuador tomando por charnela su traza  $E E'$ , entonces el punto extremo  $O'$  del estilete ó sea el centro del mundo vendrá á colocarse en el punto  $O''$  á una distancia  $A O''$  igual á  $A O'$ , trazando luego una cir-

cunferencia cuyo centro sea  $O''$ , ésta representará el Ecuador, el cual dividido en 24 partes iguales, partiendo del punto 12 en donde la circunferencia corta la meridiana y uniendo los puntos que resulten de esta división 1, 2, 3, 4, 5, 6, etc. con el centro  $O''$ , los rayos que así obtendremos representarán ya las trazas de los planos horarios sobre el Ecuador pasando todos por el eje del mundo. Falta ahora solamente pasar á determinar las intersecciones de estos planos con el horizontal del reloj y así obtener en definitiva las líneas horarias; operación muy fácil si se observa primero que todos los planos pasando por el eje del mundo sus trazas sobre el plano del reloj pasarán por la traza sobre este mismo plano del eje del mundo, esto es, lo que hemos llamado polo del reloj que es el punto  $O$ , y en segundo lugar podemos fijarnos que cuando se levante el plano del Ecuador rebatido para colocarse en su verdadera posición y el centro  $O''$  tome en el espacio la posición  $b$ , los puntos  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ ,  $4'$ ,  $5'$ , etc., que pertenecen también á la intersección de los planos horarios con el del reloj, permanecen fijos por estar situados en la charnela, así es que uniendo cada uno de estos puntos con el polo  $O$  tendremos las líneas horarias  $O$  XII,  $O$  I,  $O$  II,  $O$  III, etc., llevando cuidado para la lectura de las horas la dirección que lleva la línea Norte Sud ó lo que es análogo la que corresponde á la de Este Oeste. Saliendo el Sol por la parte del Este la sombra de la varilla será opuesta á aquel punto cardinal y por lo tanto se dirigirá hacia el Oeste; lo contrario sucederá en las horas de la puesta desde el momento en que el astro solar inicie su descenso después de pasar por el meridiano. De lo

dicho se infiere que para la escritura horaria se dibujará la cifra XII sobre la línea meridiana, pues esta línea, la varilla y el astro solar se encuentran en un mismo plano cuando el Sol se encuentra en el punto más alto del horizonte, á la izquierda se escribirán por su orden las cifras XI, X, IX, VIII, etc. que corresponden á las horas matinales, mientras que las horas tardiales se escribirán á la derecha con las cifras I, II, III, IV, etc.

56. Puede suceder que al trazar estas líneas horarias nos encontremos con la dificultad de que alguno de los puntos 1', 2', 3', etc. situados sobre la equinoccial caigan fuera de los límites del dibujo, como por ejemplo, sucede al trazar el radio  $O''5$  del Ecuador, el cual corta á la equinoccial en un punto inaccesible. En este caso podemos por una consideración muy sencilla encontrar la línea horaria, á este objeto podremos observar que el plano horario  $O V h a$  de cortar visiblemente al plano vertical levantado por el borde  $Q S$  del reloj según una recta paralela al estilete cuya traza sobre el plano horizontal del reloj será precisamente el punto  $b'$  en donde la línea horaria corta á dicho borde. Si tenemos pues este punto  $b'$  la línea horaria quedará determinada. En este concepto si nos referimos otra vez al plano horario del Ecuador rebatido, el plano horario de que se trata está referido en él por su traza  $5-O''$  cuyo radio prolongado corta al borde  $Q S$  en el punto  $B$ , y el plano horario correspondiente que pasa por dicho radio corta al plano vertical levantado por el borde  $Q S$ , según la vertical proyectada en  $B$  que á su vez

es respectivamente paralela al eje del mundo proyectado en  $O''$ . Si proyectamos pues esta vertical  $B$  en  $B'$  sobre el plano meridiano y luego imaginamos el giro del Ecuador para colocarse á su primitiva posición  $O' A$ , entonces  $B'$  se trasladará en  $B''$  y continuando siendo paralela el eje del mundo la recta ultimamente considerada, ésta vendrá á tomar la posición  $B'' b$  paralela á  $O' O$ , de donde se infiere que  $b$  ~~es~~<sup>será</sup> la proyección sobre el plano meridiano de la traza que buscábamos y por lo tanto trasladándola en su verdadera posición  $b'$  éste será el punto que unido con  $O$  nos facilitará la línea horaria  $O-V$  que buscábamos.

57. Propongámonos ahora encontrar las líneas zodiacales ó sean las producidas por la sombra del punto extremo del estilete en cada uno de los días en que el astro solar recorra los paralelos correspondientes á los doce signos del zodiaco que se refieren á cada uno de los meses del año, razón por la cual se conocen también estas líneas con la denominación de mensuales. Así, pues, todo reloj solar nos podrá indicar, además de la hora correspondiente el mes y día del año que nos encontremos.

Suponiendo el astro solar en el signo de Cancer, esto es, en 21 de Junio, la declinación en este día es de  $23^{\circ} 27'$ . Haciendo la observación á las doce horas del día, el rayo luminoso estará contenido en el plano meridiano, y considerando éste rebatido en  $O' O A$  el rayo luminoso estará expresado en este rebatimiento por  $O' f$  formando con el Ecuador  $O' A$  el ángulo  $\alpha$  igual á  $23^{\circ} 27'$  declinación boreal, de modo que cortando en  $f$  á la meridiana  $A O$  éste será el punto de som-

bra arrojada del punto extremo del estilete sobre el plano del reloj á las doce horas del día.

Cuando el Sol se encuentre en otro plano horario tal como el de la I, el rayo solar estará contenido y será una transversal del triángulo rectángulo formado por el estilete  $O b$ , la línea horaria  $O 1'$  y la  $O'' 1'$  que es la intersección del plano horario de que se trata con el del Ecuador. Rebatiendo este triángulo con la transversal, allí podremos encontrar el punto de sombra. Este triángulo lo podemos rebatir en  $O O' a$  con solo tomar la distancia  $O a$  igual á  $O 1'$  y entonces el rayo luminoso siendo  $O' a'$  en que corta á la hipotenusa en el punto  $a'$ , el punto  $a'$  nos indicará la distancia  $O a'$  que es necesario trasladar en  $O a''$  para obtener así el punto definitivo de sombra arrojada. Repitiendo la operación para el plano horario de las II, no habrá más que referir la distancia  $O 2'$  en  $O c$  y así tendremos el triángulo que se forma en este plano horario rebatido en  $O O' c$  el cual cortado en su hipotenusa por el rayo solar  $O' c'$  en  $c'$ , trasladando la distancia  $O c'$  en  $O c''$  tendremos el punto de sombra arrojada  $c''$  á las II de la tarde. Lo mismo haremos para los puntos  $d'' e''$ , etc. los cuales todos trasladados simétricamente en  $a'''$ ,  $c'''$ ,  $d'''$ ,  $e'''$  que corresponden á las horas matinales y unidos por medio de un trazo continuo nos darán la curva zodiacal correspondiente al día fijado.

58. Podría suceder muy bien que al efectuar las operaciones precedentes algunas de las líneas horarias fuesen á cortar á la equinoccial en puntos inaccesibles, lo cual nos imposibilitaría el deducir la hipo-

tenusa de alguno de los triángulos que antes hemos rebatido, en cuyo caso no podríamos encontrar su intersección con la transversal, ó sea el rayo luminoso. En este caso convendrá efectuar el rebatimiento del plano horario, tomando como á charnela la misma línea horaria. Sea por ejemplo el plano de las *V*, rebatamos este plano sobre el plano del reloj, siendo el eje de giro la línea *O V*, la traza *O* del estilete será fija el punto *b* extremo del mismo girará en un plano perpendicular á la charnela é irá á colocarse en el punto *g* á una distancia *O g* igual á *O O'*, entonces en este rebatimiento el rayo solar que formará siempre con el plano del Ecuador el ángulo de  $23^{\circ} 27'$  ó la medida de su complemento considerándolo inclinado con respecto á la varilla rebatida en *O g* vendrá á representarse en *g h*, cortando por lo tanto á la charnela en el punto *h* que es el que buscábamos.

59. La curva así obtenida es una rama de hipérbola, pues está producida por la sección de un plano con el cono de rayos solares cuyo eje es el estilete; en las condiciones de que el ángulo  $45^{\circ}$  que forman el plano secante y el de la base del cono es mayor que el de  $23^{\circ} 27'$  de las generatrices con la misma base.

Para el mes siguiente, en Julio, habiendo disminuído la declinación el rayo solar formará con el ecuador el ángulo  $\delta$ , de  $20^{\circ} 10'$ , siendo este ahora la transversal de todos los triángulos referidos anteriormente, encontrando pues análogamente las intersecciones de dicha transversal con las hipotenusas de estos triángulos y refiriendo estos puntos á sus debidas líneas horarias se vendrá en conocimiento de la

línea zodiacal, cuyo vértice está en  $f'$  y referente al signo de  $\Omega$ .

Para otro día del año se formará análogamente el ángulo de la declinación de los rayos solares con el ecuador, siguiendo luego las mismas construcciones anteriores. Procediendo así obtendríamos las distintas hipérbolas, las cuales van abriéndose más y más, á medida que la declinación disminuye, hasta que el día del Equinoccio, el Sol recorriendo el plano del Ecuador, la sombra del punto extremo del estilete recorre la línea  $E A E'$  que por este motivo se conoce por equinoccial del cuadrante.

Pasada esta época la declinación de Boreal se cambia en Austral, vuelve á aumentar, haciendo sucesivamente con el plano del ecuador los ángulos  $\gamma'$ ,  $\beta'$ ,  $\alpha'$ , respectivamente iguales á los anteriores y simétricos  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ . Por medio de los triángulos anteriores y las transversales se viene en conocimiento de las nuevas líneas zodiacales, las cuales continúan siendo hipérbolas pero cambiando su concavidad en sentido contrario y cuando en fin llegado el solsticio de invierno como el ángulo  $\alpha'$  es igual á  $\alpha$  la sombra del punto extremo del estilete nos describirá la línea zodiacal  $m'' K m'$  relativa al mes de Diciembre en el día 21 y por lo tanto al signo de  $\Upsilon$ . Esta curva es la segunda rama de la hipérbola que antes habíamos encontrado en el signo de Cáncer, por la razón de que en estas épocas (21 Junio, 21 Diciembre) los rayos solares  $O'f$ ,  $O'K$  forman ángulos  $\alpha$ ,  $\alpha'$  iguales con el estilete  $O'O$ , y al girar alrededor de esta recta en el intervalo de 24 horas engendrarán las dos hojas de un mismo cono,

el cual vendrá cortado por el plano del cuadrante en sus dos hojas.

Esta propiedad se reproducirá para las otras ramas de las curvas zodiacales que respondan á declinaciones iguales y contrarias, ó lo que es lo mismo, simétricas del plano del ecuador, antes y después de éste; y los vértices se encontrarán siempre sobre la línea meridiana ON.

60. De modo que, trazando del modo indicado las curvas que se refieren á cada uno de los meses del año, obtendremos siete líneas; la de Junio con el signo  $\text{♋}$ , la de Julio y Mayo una sola curva para los dos meses, pues responden á igual declinación en los signos respectivos de  $\text{♌}$  y  $\text{♍}$ ; la de Agosto y Abril que responde á los signos  $\text{♎}$  y  $\text{♏}$  de igual declinación; la recta equinoccial de declinación nula para los meses Septiembre y Marzo. Para los meses de Octubre y Febrero otra curva correspondiente á los signos de  $\text{♐}$  y  $\text{♑}$  que tienen igual declinación.

Para los meses de Noviembre y Enero la curva con los signos  $\text{♒}$  y  $\text{♓}$  de igual declinación, y finalmente la curva de  $\text{♈}$  que se refiere al mes de Diciembre.

61. La línea horaria de salida y puesta de un reloj horizontal, se comprende fácilmente que ha de ser la sombra indefinida de la varilla para cuando el centro del Sol esté situado en el borde ó canto del cuadrante, esto es, este reloj empezará y concluirá su iluminación á la salida y puesta del astro en el horizonte de la localidad, propiedad por la que se distingue de la mayor parte de los relojes, pues según sea su posición



bién pueden continuar privados de luz en el momento de la aparición del astro sobre el horizonte.

Si pues en el reloj horizontal consideramos la sombra de la varilla en el momento de aparecer en el horizonte el astro solar, luminoso que el rayo rasa por el extremo de la varilla será horizontal y el plano horario determinado por él, y la varilla no podrá menos de cortar al plano del reloj según una recta paralela á dicho rayo solar. La cuestión, pues, queda completamente concretada á un simple problema de Geometría Descriptiva, cual es: *Dada una recta cualquiera OC (el estilete), trazar por su extremo O una recta que sea horizontal y que forme con ella un ángulo dado como por ejemplo  $23^{\circ} 27'$ .*

62. Sea (fig. 27) OC, el estilete; C, el centro del cuadrante; O, el punto extremo del estilete; MN, el trópico de cáncer, y RS, el de capricornio, EE' el ecuador. Las dos hojas del cono de los rayos luminosos serán respectivamente MON, ROS la primera, declinación boreal descrita en 21 de Junio, y la segunda, declinación austral descrita en 21 Diciembre.

El plano horizontal está expresado en P-P. En este estado todo quedará reducido á trazar por el vértice común de las dos hojas un plano P'-P' paralelo al del reloj P-P, y la sección del mismo con las dos hojas del cono serán dos generatrices que cumplirán con la exigencia del problema. Por lo tanto, las paralelas á estas rectas que se tracen en el plano P-P por el punto c satisfarán á las líneas horarias de salida y puesta para los dos días indicados.

63. Comprendida la figura convencional núm. 27, no nos será difícil resolver el problema en el espacio pasando inmediatamente á la figura 28, en la cual  $N'O$  es la meridiana,  $OO'$  el rebatimiento del estilete,  $Ob$ , su proyección sobre el plano del cuadrante,  $O'A$  el plano del ecuador,  $O'K$ ,  $O'f$ , las inclinaciones respectivas; austral la primera, boreal la segunda; del astro solar en el momento de pasar por el meridiano en los días 21 de Diciembre y 21 de Junio; en este concepto cada uno de estos rayos solares describirá el uno la hoja superior y el otro la inferior de un mismo cono, cuyas generatrices estarán inclinadas de  $23^{\circ}-27'$  con respecto al plano de su base ó lo que es lo mismo con respecto al plano del Ecuador. Estos dos conos invertidos y formando una sola superficie vendrán cortados por el plano meridiano por dos triángulos isósceles que rebatidos sobre el plano del cuadrante el uno quedará representado por  $KK'O'$  y el otro por  $fO'f'$ . En esta disposición se comprende fácilmente que si echamos mano de un plano secante horizontal que pase por el vértice  $O'$  nos cortará á las dos hojas según dos generatrices paralelas al plano del reloj y que á la vez formarán en el espacio con el estilete el ángulo pedido de  $23^{\circ} 27'$ .

64. Solo faltará ahora colocar estas generatrices á su debida posición pasando por el punto extremo  $b$  del estilete. Para esto rebatamos el plano de la base  $KK'$  sobre nuestro plano de operaciones y teniendo en cuenta que la base del cono es perpendicular al plano meridiano, se concebirá perfectamente cómo la intersección del plano de la base del cono sobre el plano

del cuadrante será la línea expresada ZU perpendicular á la línea meridiana. Esta línea ZU podrá servir con ventaja para charnela del rebatimiento. Rebatiendo, pues, esta base, el centro de la misma se moverá en un plano que no será otro que el meridiano y se irá á colocar en el punto  $\omega'$  á una distancia de K igual á  $K\omega$  y describiendo desde este centro y con esta distancia una circunferencia  $mKn$ , esta será la base del cono cuya línea corresponde al trópico de Cáncer. Si ahora concéntrica con esta circunferencia se traza otra de radio igual á la distancia  $qf$ , esta segunda curva  $n''m'n''m''$  será la proyección en este plano del trópico de Capricornio. Tratemos de proyectar en este mismo plano las generatrices  $g g'$  que se han obtenido anteriormente cortando el cono por un plano horizontal; y para esto observemos que si nos fijamos en el punto  $g'$  éste representa la proyección de dos puntos situados en la base del cono, unidos por una cuerda de la circunferencia de la base, cuya cuerda está proyectada horizontalmente en X, X<sup>o</sup> porque cuando el triángulo rebatido en A O' O lo levantamos para que se coloque á su respectiva posición en el plano meridiano, el punto  $g$  situado también en el plano del triángulo, irá en definitiva á colocarse en M<sup>h</sup> por el cual pasará la proyección horizontal de la cuerda referida; luego al efectuar el rebatimiento de la base del cono el punto M<sup>h</sup> vendrá á colocarse en la perpendicular  $K\omega'$  y á una distancia  $KM$  igual á  $Kg'$  por lo que se infiere que trazando por M una paralela á la charnela, esta cortará á la base del cono en los puntos  $m$  y  $n$  deduciéndose de aquí que las generatrices proyectadas en este plano de la base serán las rectas  $m\omega' n\omega'$  cuales

son las que satisfacen á las condiciones del problema restando sólo colocarlas á su debida posición. Si levantamos al efecto la circunferencia  $m K n$  girándola otra vez alrededor de la charnela  $Z U$  para colocarla en su sitio la cuerda que pasa por el punto  $M$  sabemos que vendrá en el espacio á tomar la posición de la horizontal que pasa por el punto  $M^h$  y como en esta cuerda vendrán á colocarse después del giro los puntos  $m$  y  $n$  respectivamente en  $X'$ ,  $X$ , claro está que uniendo estos puntos con  $b$ , tendremos las líneas  $b X'$   $b X$  que resuelven por completo el problema y por las cuales deduciremos las líneas horarias de salida y puesta para la declinación austral, trazando por el centro  $O$  las rectas  $O x'$   $O x$  paralelas respectivamente á las últimas encontradas.

65. Conocidas las líneas  $O x$ ,  $O x'$ , si las prolongamos en sentido opuesto  $O z$   $O z'$ , estas últimas corresponderán á las líneas de salida y puesta para el día de declinación máxima boreal, esto es, el 21 de Junio, de modo que la operación efectuada servirá para dos días del año: 21 de Diciembre y 21 de Junio, lo cual tiene fácil explicación. En estas dos épocas el Sol describe los dos trópicos, los cuales pueden considerarse como dos bases iguales de las dos hojas de un cono recto, las cuales equidistan del vértice, luego se infiere que el astro solar ya se considere recorra el uno ó el otro, siempre describirá el mismo cono. Notaremos solamente que como se trata de dos hojas iguales invertidas por el vértice común todo ha de resultar simétrico é invertido.

Cuando buscamos, por ejemplo, la línea de salida

O  $x'$  para el 21 de Diciembre es que tenemos en cuenta la prolongación O'  $g$  de la generatriz del cono superior (fig.<sup>a</sup> 28) K O' K', mientras que si buscamos la línea de puesta para el día 21 de Junio, tomaremos en consideración la prolongación O'  $g'$  de la generatriz O'  $g$  relativa á la hoja inferior O'  $f f'$ , es pues evidente que para la salida y puesta en las épocas de igual declinación y correspondientemente opuestas á meses equidistantes de los Equinoccios los rayos solares que rasan por el extremo del estilete se confundirán unos con otros en las dos hojas, considerándolos prolongados desde el extremo del estilete hacia una parte ó hacia la opuesta, según que se tenga en cuenta una ú otra de las dos épocas.

Lo mismo, pues, sucederá á las líneas de salida y puesta que son respectivamente paralelas á sus correspondientes generatrices.

66. También puede inferirse de aquí que la lectura horaria ha de ser igual para la línea de salida de un día determinado y para la línea de puesta de otro día que tenga igual y contraria declinación; así es que si para el día 21 de Diciembre corresponde á la línea de salida 7 horas 45 minutos de la mañana á igual hora de la tarde corresponderá la línea de puesta para el día 21 de Junio.

67. Segundo método para encontrar las líneas horarias de salida y puesta. Este método se funda en la siguiente proposición:

*Las líneas extremas de salida y puesta para un día determinado en un reloj horizontal son respec-*

*tivamente paralelas á las asíntotas de la hipérbola de declinación que corresponde á dicho día.*

Esto es evidente desde el momento que recordamos la propiedad de dichas asíntotas con respecto á la curva. Son sencillamente tangentes á dicha curva al infinito. Se determinarán pues, por la combinación del plano secante  $P P$  (fig.<sup>a</sup> 27) con los planos tangentes respectivos á lo largo de las generatrices de contacto  $O G$ ,  $O G'$  respectivamente paralelas al plano  $P P$ , luego por ser estas paralelas al plano  $P P$ , todo otro plano que pase por ellas habrá de cortar al dicho  $P P$  según rectas paralelas á dichas generatrices y por lo tanto las asíntotas cumplirán con esta misma condición por ser el resultado de la intersección de aquellos dos planos, mas como las líneas de salida y puesta hemos dejado sentado eran paralelas á las indicadas generatrices, resulta finalmente que también han de serlo á las respectivas asíntotas, pues dos rectas paralelas á una tercera lo son también entre sí.

68. De esta importante propiedad se desprende un medio por el cual conocidas las asíntotas de la hipérbola podemos deducir las líneas horarias de la puesta y salida con solo trazar paralelas á aquéllas desde el polo  $O$  centro del reloj.

69. De dos soluciones podemos echar mano para deducir las asíntotas de la hipérbola de declinación. La una gráfica y directamente y la otra analíticamente y valiéndonos de los ejes.

70. Para la primera solución recordaremos que

las asíntotas de una hipérbola producida por la intersección de un plano con un cono, se encuentra buscando la intersección de este plano secante con los planos tangentes á la superficie cónica á lo largo de las líneas de contacto cuyas son generatrices paralelas á dicho plano secante.

En nuestro caso el plano secante es el del reloj, de modo que sólo nos faltará determinar los planos tangentes referidos que lo son á lo largo de la generatriz de contacto  $O' g'$  (fig. 28). Para esto si nos referimos á la base del cono rebatida en la circunferencia cuyo radio es  $K \omega'$ , en este plano auxiliar veremos que el eje del cono está proyectado en el punto  $\omega'$ , las dos generatrices de contacto en  $\omega' n$  y  $\omega' m$ , que tomando en consideración una de ellas sóloamente por ejemplo la primera, veremos que la traza sobre el plano de la base del plano tangente á lo largo de la generatriz de contacto  $\omega' n$  es la recta  $n D$ ; de modo que el punto  $D$  de intersección de esta tangente con la charnela  $Z U$  es evidentemente un punto de la intersección que se busca, puesto que quedará fijo é inamovible al girar la base del cono para colocarse en su verdadera posición. Falta no más que encontremos otro punto de intersección del plano del reloj con el plano tangente referido. Lo obtendremos si trazamos por un punto cualquiera el vértice por ejemplo, de la generatriz de contacto una recta paralela á la  $n D$  encontrando luego su intersección con el mismo plano del reloj. Esta paralela proyectada en el plano de la base del cono está expresada en el rebatimiento en  $\omega' Q$  y en proyección en  $Q R$ , puesto que  $Q$  es un punto fijo en la charnela y el punto  $\omega'$  va á situarse en  $R$  después del

giro, Trazando, pues, por el punto  $b$  extremo del estilete, verdadero vértice del cono, una recta  $b S$  paralela á la  $Q R$ , bastará encontrar su traza sobre el plano del reloj y el punto  $S$  que encontremos unido con  $D$  nos dará la asíntota en cuestión. En efecto,  $S$  es la traza que buscamos, por que la recta  $b S$  siendo paralela á la  $Q R$ , estará contenida en un plano paralelo al de la base  $\omega K$ , que contiene la  $Q R$ . Este plano es evidentemente el Ecuador proyectado en  $O' A$  cuya traza sobre el plano del reloj es la equinoccial  $E E'$  paralela á la  $Z U$ ; por lo tanto, la recta  $b S$  estando contenida en este último plano, su traza estará en la traza del plano y será por lo tanto el punto  $S$ , siendo  $S D$  la asíntota pedida. Trazando finalmente por el punto  $O$  la recta  $O x$  paralela á dicha asíntota, tendremos la línea de puesta y su simétrica  $O x'$  la línea de salida.

71 Las asíntotas de la curva son también fáciles de encontrar desde el momento que conocemos el eje real y las coordenadas de un punto cualquiera de la curva, con cuales datos podemos construir el eje imaginario  $b$ . En efecto, valiéndonos de la ecuación de la hipérbola tendremos:

$$a^2 y^2 - b^2 x^2 = -a^2 b^2$$

$$a^2 y^2 = b^2 (x^2 - a^2)$$

$$b^2 = \frac{a^2 y^2}{(x+a)(x-a)}$$

$$b = \frac{a y}{\sqrt{(x+a)(x-a)}}$$

$$\sqrt{(x+a)(x-a)}$$

Construyendo, pues, el valor de  $b$  por una cuarta



proporcional entre las cantidades que se manifiestan es esta última ecuación, lo colocaremos en  $J \omega J$  (figura 26) y este será el eje imaginario y ahora con el auxilio de estos y el eje real  $K f$  vendremos en conocimiento de las asíntotas  $Z \omega Z, Z' \omega Z'$  y trazando finalmente las paralelas á ellas por el centro  $O$  del reloj, éstas serán definitivamente las líneas de salida y puesta para el día de declinación escogida.

72. Tercer método ó sea el de inducción para encontrar las líneas de salida y puesta. Consiste en tratar á estas líneas del mismo modo como se ha hecho en las demás líneas horarias al ir encontrando sobre ellas los distintos puntos de la sombra arrojada del extremo del estilete para formar las curvas de declinación.

Recordemos ligeramente esta operación tomando por ejemplo el plano horario de las 2. Este plano cortaba al meridiano, al del Reloj y al del Ecuador, según tres rectas que nos formaban un triángulo rectángulo que rebatíamos en  $O' c O$ . En el plano de este triángulo había la transversal  $O' m$  que representaba el rayo solar correspondiente á dicha declinación y á dicha hora, el cual encontrando á la hipotenusa de dicho triángulo en el punto  $m$  nos representaba la intersección del rayo luminoso con el plano del reloj, pero interinamente colocado en este rebatimiento trasladándolo enseguida á su debida línea horaria, tomando al efecto  $O m'$  igual á  $O m$  y  $m'$  era el punto de sombra del punto extremo del estilete para el día fijado. Si pues nos propusiéramos el mismo objeto para la línea horaria de la puesta, ésta conforme hemos indi-

cado ha de ser paralela al rayo luminoso en el momento que se considera, y por lo tanto esta línea, siguiendo la misma ley que las demás, se rebatirá en el triángulo rectángulo  $O O' x$  según la hipotenusa  $O x$  determinada por una paralela al rayo solar  $O K$  de que se trata. Ahora bien; el punto  $x$  tiene la misma representación en esta línea horaria que el punto  $c$  de que antes hemos hablado cuando hacíamos referencia á la línea de las dos, y como  $c$  se obtuvo por el traslado en él del punto  $2'$  donde la línea horaria cortaba la equinoccial, de aquí se infiere que por la recíproca, esto es, trasladando por medio de un arco de circunferencia el punto  $x$  en  $x'$ , obtendremos la  $O x'$  para la línea pedida y luego su simétrica  $O x''$  para la línea de salida.

---

## CAPÍTULO VI

---

### Reloj horizontal en una latitud de $69^{\circ} 49' 54''$

---

Dividit umbra diem,  
VAILLANT.

73. Esta latitud especial permitirá estendernos con más detalle al proceder á determinar las líneas mensuales, pues aquí tendremos el caso de no aparecer todas en el plano del reloj y además las que aparezcan serán (aunque todas de segundo grado) de distinta índole una de otra, esto es, al contrario del caso anterior en donde todas aparecían siendo hipérbolas, excepción hecha á la relacionada con los Equinoccios.

74. Fuera de esta consideración y existiendo por otra parte ciertas propiedades por las cuales están ligadas entre sí las líneas de construcción y de dato, dando con ello origen á sentar ciertos principios esencialmente útiles en el trazado de esta clase de relojes, convenía el presente caso para completar y generalizar la teoría.

Sea (fig.<sup>a</sup> 29) O XII la meridiana horizontal, O O' el rebatimiento del estilete, formando con dicha meri-

diana el ángulo de  $69^{\circ} 49' 54''$ ,  $O' e$  el Ecuador,  $e h$  la intersección de éste con el plano del cuadrante,  $O''$  el centro del mundo ó punto extremo rebatido del estilete.

Si trazamos como en el caso anterior la circunferencia cuyo radio es  $O'' e$  la dividimos en 24 partes iguales, trazamos los radios prolongados hasta cortar la equinoccial y finalmente unimos estos puntos con el polo  $O$  del reloj hemos visto que así obteníamos las líneas horarias del mismo.

75. Pues bien, sin construcción geométrica y valiéndonos sólo del simple cálculo, podemos por su medio determinar dichas líneas, conociendo el ángulo que cada una de ellas forma con la meridiana horizontal. Fijémonos en una cualquiera de ellas, por ejemplo, la línea  $O c$  que corresponde á la hora de las III.

En el triángulo rectángulo  $e O c$  se verifica que  $e c \times R = O e \times \text{tang. } e O c$  de donde  $\text{tang. } e O c = \frac{e c \times R}{O e}$ , hallando los valores de  $e c$  y  $O e$  en función de cantidades conocidas se obtendrá recurriendo á los triángulos  $e c O''$ ,  $e O' O$ , y observando  $O' e = O'' e$ .

$$e c = \frac{e O'' \times \text{tang. } e O'' c}{R}, \quad e O = \frac{O' e \times R}{\text{sen } O' O e} \quad \text{y final-}$$

mente sustituyendo estos valores en la fórmula correspondiente se tendrá simplificando

$$\text{tan. } e O c = \frac{\text{tang. } e O'' c \times \text{sen } O' O e}{R} \quad \text{de donde in-}$$

ferimos que *la tangente del ángulo que una línea ho-*

*varia forma con la línea meridiana, es igual á la tangente del arco del Ecuador correspondiente á la hora de que se trata multiplicada por el seno de la latitud, dividido todo por el radio.*

Si valiéndonos de este principio nos propusiéramos encontrar la línea horaria que corresponde á las VIII, dispondríamos empleando los logaritmos, las operaciones del siguiente modo:

$$\frac{\text{Log. tang. } 60^\circ \times \text{Log. sen } 69^\circ 49' 54''}{\text{Log. R}}$$

$$\begin{array}{r} \text{Log. tan. } 60^\circ + \text{Log. sen } 69^\circ 49' 54'' - \text{Log. R.} \\ \text{Log. tan. } 60^\circ \quad . \quad . \quad 0.2385606 \\ \text{Log. sen } 69^\circ 49' 54'' \quad . \quad . \quad 9.9725192 \\ \hline \text{Log. R} \quad \quad \quad 10.2110798 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 10 \\ \hline \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0.2110798 \end{array}$$

y como el ángulo cuya tangente corresponda al logaritmo 0. 2110798 es con aproximación  $58^\circ 24' 20''$  se infiere que trazando por medio de un semicírculo la línea  $Oh$  de modo que forme con la meridiana el ángulo de  $58^\circ 24' 20''$  esta será la línea horaria que corresponda á las 8 horas; trasladando simétricamente en  $O$ . IV, tendremos la hora de las 4. Del mismo modo calcularíamos los demás ángulos encontrando para las XI y I el ángulo de  $14^\circ 7' 5''$  para las X y II el ángulo de  $28^\circ 27' 19''$  para las IX y III, el ángulo  $43^\circ 11' 18''$  y para las VII y V el ángulo  $74^\circ 4' 6''$ ,

76. Si en lugar de los ángulos antedichos quisiéramos las distancias  $e a$ ,  $e b$ ,  $e c$ , etc., entonces quedarían también determinadas las líneas horarias, uniendo simplemente los puntos  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , etc., con el polo  $O$ . Para esto observemos que  $e O$  se puede considerar

como seno total ó sea el Radio de las Tablas, y entonces las distancias  $e a$ ,  $e b$ ,  $e c$ , etc., serán las tangentes de los ángulos  $e O'' a$ ,  $e O'' b$ ,  $e O'' c$ , etc., y como estos ángulos son conocidos, pues según sabemos son de  $15^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ , etc., de aquí resulta que con suma facilidad podemos encontrar dichas distancias por medio de las analogías de cada uno de los triángulos rectángulos.

Partiendo de la base que el radio  $e O''$  está dividido en 2.000 partes, tendremos en el triángulo  $e O'' b$ .  
 $e b. \sphericalangle R = e O'' \times \text{tang. } e O'' b$  de donde

$$e b = \frac{e O'' \times \text{tang. } e O'' b}{R}, \text{ siendo R radio de las Ta-}$$

blas, aplicando los logaritmos

Log. 2000	=	3.30103
Log. tang. $30^\circ$	=	9.76143
Suma		<u>13.06246</u>
Log. R	=	10.00000
Resta		<u>3.06246</u>

Ahora como el número que corresponde á este logaritmo es el 1155, se concluye que la distancia  $e b$  es igual á 1155 partes de las 2000 en que se halla dividido el radio  $e O''$ .

Si pues calculamos del propio modo las demás distancias  $e a$ ,  $e c$ , etc. obtendremos así otro medio para deducir las líneas horarias.

También analíticamente podemos encontrar el ángulo que el estilete forma con cada una de las líneas horarias, lo cual puede utilizarse para encontrar puntos de las líneas mensuales.

77. Fijémonos, por ejemplo, en la línea horaria

O c. Sea  $v O$  la proyección del estilete sobre el plano del cuadrante, en el espacio se forma el triángulo  $v O c$  rectángulo en  $v$  y en el cual se verifica que  $\text{tang. } v O c = \frac{v c \times R}{v O}$  ó teniendo en cuenta que el estilete está rebatido en  $O O'$  será  $\text{tang. } v O c = \frac{v c \times R}{O O'} \text{ (a)}$ .

Pero  $v c$  está rebatida en  $O'' c$  y el triángulo  $e O'' c$  nos dá  $v c = O'' c = \frac{O'' e \times R}{\cos. e O'' c}$  en cuya cantidad  $O'' e = O' e = \frac{e O. \text{sen. } O' O e}{R}$ .

Substituyendo pues en lugar de  $O'' e$  su valor  $O' e$  será así el valor de  $v c = \frac{e O \times \text{sen. } O' O e}{\cos. e O'' c}$ .

Por otra parte en el triángulo  $O O' e$  nos dará  $O O' = \frac{O e \times \cos. O' O e}{R}$  de modo que substituyendo los valores encontrados de  $v c$  y  $O O'$  en la fórmula (a), tendremos definitivamente  $\text{tang. } v O c = \frac{\text{tang. } O' O e \times R}{\cos. e O'' c}$

lo cual nos indica que *la tangente del ángulo que el estilete forma con una línea horaria, es igual al producto de la tangente de la altura del polo sobre el plano, por el radio, dividido todo por el coseno del arco del Ecuador que corresponde á la línea horaria de que se trata.*

78. Según esto, si deseamos encontrar el ángulo del estilete con la línea horaria de las V, valiéndonos de la propiedad deducida últimamente, será

$\frac{\text{tang. } 69^{\circ} 49' 54'' \times R}{\cos 75^{\circ}}$  aplicando los logaritmos

log. tang. $69^{\circ} 49' 54''$	+	log. R	—	log. cos $75^{\circ}$
log. tang. $69^{\circ} 49' 54''$				= 0.4349510
log. R				10.0000000
				10.4349510
log. cos $75^{\circ}$				— 9.4129962
				1.0219548

Examinando las tablas se encuentra que el número 1.0219548 es el logaritmo de la tangente cuyo arco vale  $84^{\circ} 34' 10''$  por lo que deducimos que este es el valor del ángulo que buscamos. Con el auxilio de esta clase de ángulos es que podemos inferir los puntos de las líneas mensuales.

79. Sea, por ejemplo, los puntos de dichas líneas en la hora de las V de la tarde para los signos  $\text{♋}$ ,  $\text{♌}$ ,  $\text{♍}$ . Para esto construyamos en la (fig. 30) el ángulo  $O' O V$  igual á  $84^{\circ} 34' 10''$  que forma á esta hora el estilete con su línea horaria correspondiente, en dicha hora los rayos solares de estos distintos signos estarán contenidos en el plano de estas dos rectas, formando respectivamente con el plano del Ecuador  $E E'$  los ángulos de declinación  $23^{\circ} 27'$ ,  $20^{\circ} 10'$  y  $11^{\circ} 28'$  cuyos rayos vienen expresados en la figura por las letras  $O' \alpha$ ,  $O' \beta$ ,  $O' \gamma$ , los cuales cortando á la línea  $O V$  en los puntos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  nos indican los puntos en que los rayos luminosos cortan al cuadrante y que sus distancias al polo del reloj son respectivamente  $O \alpha$ ,  $O \beta$ ,  $O \gamma$  las cuales trasladadas en la (fig. 29) en  $O \alpha$ ,  $O \beta$ ,  $O \gamma$  nos darán los puntos de las líneas mensuales que corresponden á la línea de las V de la tarde en los sig-



nos del Zodiaco de los meses de Junio, Julio y Agosto. De igual modo procederíamos para los demás puntos y así obtendríamos la Elipse para el signo de Cáncer, la Parábola para Leo y Géminis, la Hipérbola para los signos de Virgo y Tauro, correspondiendo su otra rama á los signos australes Escorpión y Piscis y finalmente la línea equinoccial para los signos de declinación nula Las Balanzas y Aries. En cuanto á los signos de Capricornio, Acuario, Sagitario, las líneas que los representan no pueden figurar en este cuadrante, en razón á que cuando el Sol los recorre lo hace debajo el plano horizontal del Reloj, siendo por lo tanto noche durante estos meses en el lugar cuya latitud se ha escogido.

80. Al objeto de abreviar operaciones al querer trazar las curvas zodiacales por puntos, pueden trazarse éstas una vez conocida su clase por medio de propiedades conocidas, y para desarrollar convenientemente esta solución escojamos en la (fig. 31) dos planos de proyección, siendo  $L T$  la línea de tierra, el plano vertical levantado por  $O' X$  el plano meridiano; la recta  $P-P'$  la traza vertical del plano de nuestro reloj horizontal, cuyo plano es perpendicular al Meridiano antedicho, y finalmente la recta  $v O$  la varilla ó estílete, formando con la meridiana proyectada en  $P P'$ ,  $X O'$ , el ángulo de la altura del polo, esto es,  $69^{\circ}, 49', 54''$ .

De manera que si bién nos fijamos en dicha figura, podremos decir que hemos escojido nuestro plano horizontal de proyección perpendicular al eje del mundo

y el plano vertical de proyección perpendicular al plano P-P' de nuestro reloj horizontal.

81. Cuando el Sol se considere situado recorriendo el paralelo de Cáncer, su declinación será de  $23^{\circ} 27'$  y será el ángulo que el rayo luminoso forme con el Ecuador, que aquí su plano está representado por nuestro plano de proyección horizontal; de manera que trazando por el punto  $v$  extremo de la varilla la recta  $vU$  conforme dicho ángulo con la línea de tierra, y haciéndola girar de una revolución completa alrededor del eje  $vO$  enjendraremos un cono cuya base circular será  $U'U''U'''$ , este cono cortado por el plano P P' del reloj, nos dará la línea zodiacal del mes de Junio; y como quiera que el ángulo de este plano P P' con la base del cono es de  $20^{\circ} 10'$  esto es; menor que el de  $23^{\circ} 27'$  que forman las generatrices del cono con la propia base, resulta que dicho plano P P' cortará á todas las generatrices del cono, dándonos una curva cerrada que será por lo tanto una Elipse para la curva zodiacal. Si logramos encontrar los ejes de esta Elipse su construcción será fácil y rápida. Para esto, haciéndonos cargo de la disposición del cono en la (fig. 31) así como del plano secante P P' perpendicular al vertical de proyección, resultará que el eje mayor estará proyectado en verdadera magnitud en  $p p'$  y el eje menor proyectado en el punto medio C de  $p p'$ . Para encontrar la verdadera magnitud de este segundo eje, bastará trazar un plano por dicho punto C que sea paralelo á la base del cono cuyo plano nos cortará á esta superficie según un paralelo de radio  $DE^v$  con el cual será fácil trazar en proyección horizontal la circunfe-

rencia  $E^h C'' E'^h$  y como el mismo plano corta al secante  $P P'$  según la recta  $C' C''$  resultará que la semicuerda  $C' C''$  representará el semi eje menor de la Elipse. Con estos datos tomemos pues las distancias  $O p$   $O p'$  y coloquemoslas en la (fig. 29) en  $O p$ ,  $O p'$  y la línea  $p p'$  representará el eje mayor de la Elipse. Si ahora en su punto medio  $C$  trazamos una perpendicular y tomamos sobre ella á derecha é izquierda las distancias  $C A$ ,  $C B$  iguales cada una de ellas á la  $C' C''$  encontrada en la (fig. 31), la recta  $A B$  que resulte será el eje menor y con estos ejes construiremos directamente la Elipse  $A p B p'$  correspondiente al signo ☉ ó sea el mes de Junio.

**82.** En el mes siguiente, en Julio, la declinación ha disminuído hasta alcanzar  $20^\circ 10'$ , entonces el cono de los rayos visuales en la (fig. 31) estará representado  $v H H$  el cual sus generatrices forman con el plano de la base el mismo ángulo que el que forma con esta misma base el plano del Reloj  $P P'$  resultará con esto que el plano  $P P'$  será paralelo á una generatriz del cono tal como la  $v H$  y entonces la sección del plano con el cono será una Parábola, cuyo vértice estará en el punto  $n$  y el eje indefinido proyectado en la dirección de  $n P'$ .

Sabemos que, conocido el vértice, el eje y un punto de esta curva, ésta se podrá trazar desde luego.

**83.** El punto se podrá encontrar facilmente echando mano de un plano secante paralelo al plano de la base del cono, el cual nos cortará á éste, según un paralelo y al plano  $P P'$  según una recta perpendicu-

lar al plano vertical; paralelo y recta se cortarán y los puntos de intersección pertenecerán á la Parábola. El plano auxiliar de que echamos mano es el mismo de la base del cono que nos produce la sección circular  $H' G'' H''$ , la cual viene cortada por la recta  $G' G''$  intersección de  $P P'$  con  $H H$  en el punto  $G''$ , siendo este el punto que buscábamos. Resta ahora hacer la traslación de este punto  $G''$ , del vértice  $n$  y del eje en el plano de la (fig. 29).

84. Tómese al efecto  $O n$  en el plano de construcciones (fig. 31) y colóquese en  $O n$  en la (fig. 29), el eje en esta misma figura será la recta indefinida  $n, XII$ , en cuanto al punto lo encontraremos tomando en la (fig. 31) las  $n G, G' G''$  y colocándolas respectivamente en  $n G', G' s'''$  en la (fig. 29) y el punto  $s'''$  será el punto en su debida posición, resta el trazado de la Parábola con estos datos. Recordemos este someramente. Proyectemos el punto  $s'''$  sobre la tangente del vértice y dividamos  $l''' n$  en partes iguales, por ejemplo, cuatro; del propio modo dividamos en igual número de partes la  $l''' s'''$ .

Por los puntos de división de  $n l'''$  conduzcamos rectas paralelas al eje y unamos el vértice  $n$  con los puntos de división de  $l''' s'''$ . El cruce de las primeras con las segundas tal como expresa la figura nos darán los puntos  $x, x' x'', s'''$  de la Parábola, cuales podrán trasladarse simétricamente con respecto al eje  $n XII$ . Esta curva corresponderá á los signos de  $\Omega$  y  $H$  relativos á los meses de Julio y Mayo.

85. Continuando el Sol decreciendo en su decli-

nación al pasar por el signo de  $\text{m}\text{x}$  del mes de Agosto, el cono luminoso de la (fig. 31) se convierte en  $K v K$ , formando sus generatrices con el plano de su base el ángulo  $11^{\circ} 28'$ , esto es, menor que  $20^{\circ} 10'$  que forma el plano  $P P'$  con dicha base y es por este motivo que al llegar á estos signos; la sección del plano  $P P'$  con el cono será una Hipérbola cuyos dos vértices serán  $m, m'$  y la recta  $m m'$  que los une el eje real. Conoci- das las asíntotas de esta Hipérbola podremos cons- truir las directamente. Al efecto, recordemos que las asíntotas, siendo las tangentes á la curva en los pun- tos situados á una distancia infinita y que las tangen- tes á una curva de sección de un plano con una su- perficie se obtienen combinando el plano secante y el tangente á la superficie en el punto considerado.

Resultará que si trazamos por el vértice  $v$  del cono un plano  $v H$  paralelo al secante  $P P'$ , nos cortará al cono según dos generatrices  $O' N$  y su simétrica por la parte inferior que serán las dos generatrices para- lelas al plano  $P P'$  cuales contienen en el infinito el punto de contacto, luego el plano tangente viene re- presentado por su traza horizontal  $N N'$  tangente en el punto  $N$  á la base del cono cuya es la circunferen- cia  $K' K K''$ , la intersección de esta traza con la otra traza  $G G'$  del plano secante nos dará el punto  $Q$  por el cual pasará la  $Q I$  paralela á la  $O N$  y será la asín- tota pedida. El punto  $I$  corresponderá á la proyección horizontal del centro de la curva cuya proyección vertical está en  $\omega$ . Como hemos hecho en las anteriores curvas, traslademos ésta sobre el plano del reloj. To- memos al efecto las distancias  $O m', O \omega, O m$  y colo- quémoslas sobre las líneas que tienen la misma deno-

minación en el plano de la (fig. 29), así tendremos colocados los dos vértices  $m$ .  $m'$  el centro  $\omega$  y el eje real  $m m'$ . Traslademos ahora la asíntota y observemos en la (fig. 31) que esta asíntota en el trecho  $I M$  puede considerarse como la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son en el espacio  $\omega O$  y  $O' M$ , tomando, pues,  $\omega O$  y  $M O'$  y colocándolas cortándose en ángulo recto en las líneas rectas  $\omega O$  y  $O M$  de la (figura 29) tendremos con esto la asíntota  $\omega M$  y con ella su compañera  $\omega M'$ . Con el auxilio de ellas podemos efectuar el trazado de la hipérbola, ya buscando los focos ó ya invocando la propiedad de que la Hipérbola y sus asíntotas interceptan sobre una secante cualquiera segmentos iguales. Al efecto, conduzcamos varias secantes  $m y$ ,  $m y'$ ,  $m K'$  y á partir de los puntos  $s''$ ,  $s'$ ,  $s$  en donde cortan á la asíntota tomemos las distancias  $s'' y'$ ,  $s' y$ ,  $s K'$  iguales respectivamente á las que median entre  $m$  y los puntos de intersección de estas secantes con la otra asíntota  $M' M''$ .

86. Construida la rama  $K' y y' m'$ , podemos construir su otra mitad  $m K''$  y luego trasladarla toda simétricamente alrededor del eje imaginario que pasa por  $\omega$  en  $K m K''$ . Esta última será la línea zodiacal correspondiente á los signos de  $\text{m}\text{x}$   $\text{y}$  y la otra rama  $K' m' K''$  á la de los meses de Octubre y Febrero representados por los signos de  $\text{m}$   $\text{x}$ .

87. Finalmente, si el Sol estuviera en los equinoccios la declinación sería nula, el cono de rayos luminosos se convertiría en un plano representado en  $v q$  en la (fig. 31) y entonces la intersección de este plano

con el del cuadrante sería visiblemente la recta proyectada en el punto  $q$  en la (fig. 31) y trasladada en  $\Upsilon \simeq$  en la (fig. 29) en donde representará los meses de Marzo y Septiembre.

88. Resumiendo tendremos en este reloj especial que en 21 de Junio la línea zodiacal será una Elipse, signo  $\text{♋}$  indicando que en este día el Sol no tendrá puesta permaneciendo sobre el horizonte las 24 horas en razón de que el plano del reloj corta á todas las generatrices del cono.

89. En Julio y Mayo correspondiente al signo  $\text{♌}$  y  $\text{♍}$  la declinación del astro solar es igual precisamente á la inclinación del plano de horizonte sobre el plano del ecuador; el plano del reloj es entonces paralelo á una generatriz del cono y este viene cortado según una Parábola, resultando que el astro solar si bien permanece en este día sobre el horizonte todas las 24 horas, sin embargo llega un momento (caso en el cual se distingue del anterior) en que cuando se encuentra en el punto más bajo del paralelo que recorre en este día; el centro del astro solar se encuentra precisamente sobre el plano de nuestro reloj, posición en la cual es cuando se verifica que el rayo luminoso es paralelo al plano del reloj, yéndolo así á cortar en el infinito, he aquí por lo tanto en este caso como el otro vértice de la Elipse que encontrábamos en nuestro caso anterior, trasladándose al infinito forzosamente, la curva ha tenido que abrirse y convertirse en una Parábola. Que en estos dos días no habrá puesta absoluta es evidente desde el momento

que la línea de puesta ha de ser paralela á la intersección del plano del reloj con el plano tangente al cono de los rayos visuales, á lo largo de la generatriz de contacto que sea paralela al plano del reloj, lo cual nos produce así la asíntota de la curva. Mas como quiera que estos dos planos en este caso particular son paralelos, su intersección ó sea la asíntota y su paralela la línea horaria de la puesta se traslada por completo al infinito.

90. Según esto, en la latitud en donde corresponda este reloj el Sol permanecerá sobre el horizonte durante todas las 24 horas, y cuando se encuentre en el punto más bajo, estando su centro en el plano del Reloj, la luz que de él emanará será por breves momentos muy debilitada, pues no ha de tardar mucho en remontarse de nuevo para empezar un nuevo día.

91. Al cabo de un mes, en el día 23 de Agosto, el astro solar recorriendo el signo de  $\text{m}\text{x}$  su declinación ha disminuido, pero de tal manera, que siendo el ángulo de las generatrices con la base del cono menor que el que forma con la misma el plano horizontal del reloj, éste cortará al cono en sus dos hojas dándonos una hipérbola para la curva zodiacal de este día, existiendo en dicho cono dos generatrices paralelas al plano secante; únicamente que de las dos ramas de la hipérbola una corresponderá al referido mes de Agosto y la otra en el día 22 de Octubre, toda vez que el astro solar recorre en estos días dos paralelos simétricos con respecto al vértice del cono, uno corresponde á la parte ú hoja superior y el otro á la hoja



opuesta, declinaciones iguales pero opuestas, la una boreal, la otra austral.

92. Iguales curvas de declinación sirven para los signos de  $\sphericalangle$  y  $\text{♋}$  referentes á los meses Febrero y Abril, porque siendo la declinación del Sol la misma que en los signos citados de  $\text{♌}$   $\text{♍}$  se infiere que las dos hojas de la superficie cónica descrita por los rayos solares, serán las mismas.

93. Que la línea zodiacal de los Equinoccios, signos  $\text{♌}$   $\text{♍}$  de los meses de Marzo y Septiembre, será como en todos los relojes planos, una línea recta.

94. Y finalmente, que para los meses de Noviembre, Diciembre y Enero no habrá líneas zodiacales en este reloj, en razón de que en estos meses la declinación austral del Sol y la posición del Reloj son tales, que los paralelos descritos por el Sol están colocados debajo el horizonte del lugar.

---

**CUADRO** que demuestra la clase de líneas de declinación que corresponden á cada uno de los signos del Zodiaco, según el ángulo que el plano horizontal situado en el hemisferio Boreal forma con el plano del Ecuador.

Angulo que forma el plano del Reloj con el Ecuador	Línea de declinación para $\gamma$	Línea de declinación para $\delta$ y $\epsilon$	Línea de declinación para $\zeta$ y $\eta$	Línea de declinación para $\theta$ y $\iota$	Línea de declinación para $\kappa$ y $\lambda$	Línea de declinación para $\mu$ y $\nu$	Línea de declinación para $\xi$ y $\pi$	Línea de declinación para $\rho$ y $\sigma$	Línea de declinación para $\tau$ y $\omega$	Línea de declinación para $\phi$
90°	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola
De 90° á 23° 27' 36"	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola
23° 27' 36"	—	—	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Parábola
De 23° 27' 36" á 20° 10' 6"	—	—	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Elipse
20° 10' 6"	—	—	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Parábola	Elipse
De 20° 10' 6" á 11° 28' 54"	—	—	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Hipérbola	Elipse	Elipse
11° 28' 54"	—	—	—	—	—	—	—	—	Parábola	Elipse
De 11° 28' 54" á 0°	—	—	—	—	—	—	—	—	Elipse	Elipse
0°	—	—	—	—	—	—	—	—	Elipse	Elipse
	—	—	—	—	—	—	—	—	Circunferencia	Circunferencia

## CAPÍTULO VII

---

### Relojes verticales

---

95. Esta clase de cuadrantes establecidos en planos verticales pueden dividirse al objeto de facilitar su estudio, en dos grupos, colocando en el primero los conocidos con el nombre de *indeclinantes* y en el segundo los *declinantes*.

96. Un reloj se llama indeclinante, esto es, que no tiene declinación cuando mira directamente á uno de los cuatro puntos cardinales, y con esto se desprende que no más existirán cuatro relojes sin declinación, que serán:

1.º **Reloj Septentrional** cuya cara está expuesta directamente al Norte. 2.º **Reloj Meridional** cuya cara está expuesta directamente al Sud. 3.º **Reloj Oriental** cuya cara está expuesta directamente al Este. 4.º **Reloj Occidental** cuya cara está expuesta directamente al Oeste.

**97.** En el Septentrional y Meridional el plano del reloj es perpendicular al plano meridiano. En el Oriental y Occidental el plano del reloj es el mismo plano meridiano y en los relojes declinantes el plano del reloj es el vertical situado de una manera cualquiera, en cuyo caso su cara está expuesta á dos puntos cardinales, existiendo también cuatro relojes verticales declinantes y son:

**1.º Septentrional Oriental**, el cual está expuesto hacia el Norte y el Este. **2.º Septentrional Occidental** cuya cara está expuesta hacia el Norte y al Oeste. **3.º Meridional Oriental** cuya cara está expuesta al Sud y al Este. **4.º Meridional Occidental** cuya cara está expuesta al Sud y al Oeste.

---

## Relojes sin declinación.



Sine Sole Sileo.  
GIARDINI.

98. Estudiaremos á la vez el reloj Meridional y el Septentrional situados en una misma tablilla, en la que una de las caras estará expuesta al Norte (fig. 33) y la opuesta estará expuesta al Mediodía (fig. 32). Sea en esta última el plano A B D C el tablero que constituye el cuadrante en la cara que mira al Mediodía. Sea también la vertical N-XII la meridiana del reloj, esto es, la intersección del plano de éste con el plano meridiano, O el polo del reloj. Situemos en el plano meridiano la varilla ó estilete, para lo cual la concebiremos rebatida sobre el plano del cuadrante en O O' de manera que forme con la meridiana antes indicada el ángulo  $b$  O O' igual al complemento de la latitud cuya abertura será de  $41^{\circ} 30'$  en atención que se supone que la latitud del lugar es de  $48^{\circ} 30'$ . La razón de que la varilla forme este complemento con la meridiana, es de fácil esplicación, desde el momento que se traslade la varilla á su verdadera posición en el plano meridiano, el triángulo O O'  $b$  se proyectará todo él

en el plano de perfil  $O b$ , siendo esta misma  $O b$  la proyección de la varilla sobre el plano del reloj; en esta disposición el cateto horizontal  $b O'$  representará una meridiana horizontal sobre la cual está inclinada la hipotenusa (que es el estilete) de un ángulo igual á la latitud (como sucedía en los relojes horizontales), luego el otro ángulo  $O' O b$  que forma la varilla con la meridiana vertical ha de ser igual al complemento de la latitud para que se satisfaga á la condición *sin-equanon* de que la varilla sea paralela al eje del mundo.

99. Hecha esta previa operación construiremos el plano del ecuador de modo que pase por el punto  $O'$  rebatimiento del punto  $b$  extremo del estilete. Así el Ecuador vendrá expresado por  $O' O''$  en dirección perpendicular á  $O' O$  y al colocar el triángulo  $O O' O''$  á su respectiva posición en el plano meridiano tendremos que el plano del Ecuador nos cortará al plano del cuadrante según la recta  $E E'$  que cortará en ángulo recto á la meridiana por ser el plano del Ecuador perpendicular al estilete. Esta línea  $E E'$  será la equinoccial del cuadrante. Haciendo girar el Ecuador alrededor de la línea equinoccial como eje de giro el centro del mundo vendrá á colocarse en el punto  $\omega$  á una distancia  $O'' \omega$  igual á  $O'' O'$ , desde cuyo punto  $\omega$  como á centro describiremos una circunferencia con un radio arbitrario, dividiéndola en seguida en 24 partes iguales, á partir de los puntos en que la meridiana vertical corta dicha circunferencia y uniendo el expresado centro con cada uno de los puntos de división y prolongando los radios hasta

que corten á la equinoccial tendremos así los puntos 1, 2, 3, 4 y sus simétricos 11, 10, 9, etc., cuales unidos con el punto O polo del reloj nos darán en definitiva las líneas horarias O XII, O I, O II, etc. y sus simétricas y todas estas construcciones por la misma razón expuesta al tratar del reloj horizontal.

**100.** Del mismo modo que allí cuando una línea horaria del Ecuador, como por ejemplo, la  $\omega e$  vaya á cortar á la línea equinoccial en un punto inaccesible nos valdremos del plano vertical auxiliar que pasa por el borde B D del cuadrante, así es que este plano de perfil vendrá cortado por el plano  $\omega e$  mediante una vertical proyectada en  $e$ , la cual proyectándola á su vez en  $g$  en el plano meridiano representará una paralela al eje del mundo, que colocada á su respectiva posición, el punto  $g$  irá á colocarse en  $m$  y trazando por éste la  $m c$  paralela al estilete rebatido O O' obtendremos el punto  $c$  que trasladado en  $d$  en el borde ó canto del tablero, este punto  $d$  nos representará la traza sobre el plano del reloj de la recta intersección del plano horario de las V con el plano vertical que pasa por el canto del reloj; uniendo pues el punto  $d$  con el centro O, la línea así obtenida será la línea horaria que buscábamos.

**101.** Las construcciones referentes á las líneas zodiacales son también idénticas á las que se razonaron en el reloj horizontal. Aquí como allí los vértices de las curvas estarán situados sobre la meridiana del reloj, encontrándose por las intersecciones sucesivas  $f, f', f'', K, K', K''$  de la línea meridiana con los rayos,

solares  $O' f$ ,  $O' f'$ ,  $O' f''$ ,  $O' K$ ,  $O' K'$ ,  $O' K''$  cuales forman con el Ecuador los ángulos respectivos de declinación boreal los tres primeros y austral para los tres últimos. Iguales operaciones también se seguirán para encontrar puntos cualesquiera de estas curvas; así por ejemplo, si se trata de encontrar un punto de la línea mensual que corresponde al trópico de Cáncer y á la hora de las X construiremos el triángulo rectángulo  $O O' n$  y tal que la hipotenusa  $O n$  sea igual á la línea  $O-10$ , considerando en este triángulo la transversal  $O' f$  que representa el rayo solar inclinado de  $23^{\circ} 27'$  con respecto al plano del Ecuador  $O' O''$ ; la intersección que obtendremos en el punto  $q$  del encuentro de la hipotenusa con este rayo solar nos indicará la distancia  $O q$  que es necesario trasladar en  $q''$  sobre la línea horaria de las X para obtener así el punto que se deseaba. Con la obtención de este punto podremos colocar su simétrico en  $q'$  sobre la línea horaria de las II. Repitiendo, pues, esta misma operación siguiendo exactamente los mismos principios que se expusieron al tratar del reloj horizontal, vendremos en conocimiento de las restantes líneas zodiacales que en la latitud que hemos escogido son todas hipérbolas.

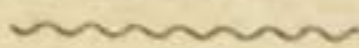
**102.** De las construcciones precedentes se infiere que la construcción de los cuadrantes verticales del Mediodía es exactamente igual que la relativa á un reloj horizontal, mediando únicamente la sola excepción de que el ángulo que la varilla formaba con la meridiana horizontal era igual á la latitud del lugar, mientras que aquí el ángulo de la varilla con la meridiana vertical, es igual al complemento de la misma



latitud. La razón de esta identidad tiene por causa de que los cuadrantes verticales meridionales son precisamente los cuadrantes horizontales relativos al hemisferio opuesto, contruidos para una latitud geográfica precisamente igual al complemento de la latitud del lugar donde se dibuje el cuadrante vertical.

**103.** Aquí en el cuadrante meridional la posición de su eje ó varilla es tal, que la sombra más extensa que produce es en el momento en que el astro solar llega á la posición más elevada con respecto al horizonte del lugar, esto es, cuando entra en el signo de Cáncer, precisamente lo contrario que sucede en los relojes horizontales, pues en esta misma época y posición del Sol, la extensión de la sombra de la varilla es la más corta.

## Reloj Septentrional



**104.** Si tomamos en cuenta la cara reversa ó dorso de la tablilla A B D C (fig. 33) colocada en B' D' C' A' la cual se ha colocado en esta disposición después de haber supuesto que el cuadrante de la (fig. 32) ha girado de una semirevolución alrededor de la charnela B D colocada antes en B' D' representará el reloj Septentrional correspondiente á la misma latitud de 48' 30' que su reloj opuesto, y para esto no hay más que concebir que la varilla primitiva se prolonga por la parte opuesta, que vendrá en proyección sobre O e, y admitir que los planos horarios del primer reloj atraviesan el grueso de la tablilla apareciendo sus trazas sobre esta cara opuesta y entonces estas trazas serán las líneas horarias del reloj Septentrional.

**105.** Todo está en oposición en este reloj comparándolo con el Meridional; lo que es derecha en uno es izquierda en otro, las líneas y construcciones que en el primero alcanzan la parte inferior, en el segundo vienen sus congéneres á colocarse en la superior y viceversa. En el reloj Meridional la abertura del ángulo que forma el estilete con la meridiana vertical, está dirigida hacia abajo en dirección al polo Sud y en el reloj Septentrional dicha abertura está dispuesta hacia arriba, dirigiéndose la varilla al polo Boreal. De este antagonismo resulta que si hacemos en este reloj las mismas construcciones que en los anteriores para

deducir las líneas horarias (fig. 33) que después de haber rebatido la varilla en  $O O'$ , trazar el Ecuador en  $O' O''$  y la equinoccial en  $E E'$  esta se encontrará en la parte superior del centro  $O$  así como también vendrá en esta misma disposición el Ecuador rebatido del centro  $\omega$ . Dividiendo á este en 24 partes iguales y trazando por los puntos de división radios suficientemente prolongados, éstos vendrán á cortar la equinoccial en los puntos 8, 9, 10, 11, etc., cuales unidos con el centro  $O$  nos darán las líneas horarias como siempre, con sólo la particularidad de ir á dibujarse la mayor parte de estas líneas en la parte superior del centro del reloj. Para las curvas de declinación, iguales procedimientos también se emplearán que los usados en el reloj Meridional; así, por ejemplo, si queremos conocer la sombra del punto extremo del estilete que correspondería á las 4 de la mañana del día 21 de Junio, construiríamos el triángulo  $O O' a$  formado por la intersección del plano horario con el plano del reloj y el del Ecuador, tomando al efecto la hipotenusa  $O a$  igual á  $O 4$  y combinando este triángulo con la transversal  $O' f$  que representa el rayo solar conforme á la declinación del día fijado la intersección de  $O' a$ , con  $O a$  nos dará el punto  $a$ , que trasladado por medio de un arco de circunferencia de centro  $O$  al punto  $4''$  éste sería el punto buscado. Así obtenidos los demás puntos y repetidas las operaciones para las demás curvas zodiacales, obtendríamos una serie de partes de hipérbolas cuyos vértices caerían en la parte superior del centro  $O$  en oposición de los que obteníamos en el reloj Meridional que venían dispuestos en la parte inferior del mismo punto.

106. Si nos proponemos resolver el problema de encontrar las líneas horarias de la salida y puesta para estos relojes combinados y que este día sea precisamente el 21 de Junio, que es el más largo en nuestras latitudes, tendremos así expresadas en nuestros relojes el mayor número de líneas horarias que pueden aquellos indicar en su conjunto. Al efecto, tomemos en la (fig. 34) un plano de operaciones que se confunda con el plano meridiano del lugar de la observación siendo  $N S$  el eje del mundo,  $E E'$  el Ecuador,  $H H'$  el horizonte racional,  $P P'$  el plano del reloj,  $A B$  el trópico de Cáncer; todos estos planos citados perpendiculares á nuestro plano de proyección, si nos fijamos bien ahora en la línea  $A B$  que hemos dicho que representaba el trópico de Cáncer, veremos que la parte de éste aprovechable para nuestro objeto, será la que esté situada sobre el plano de horizonte cuya se proyecta en  $e B$  la cual puede dividirse en dos partes, que son  $e D$  la una,  $D B$  la otra. La primera nos indica la proyección del arco diurno que ilumina la parte septentrional del cuadrante  $P P'$  y la segunda la proyección del arco diurno que ilumina la parte meridional; así es que si queremos conocer la verdadera longitud lineal de estos arcos, bastará suponer que el plano del trópico gira alrededor de la línea diametral  $A B$  como charnela, y tendremos así el trópico en verdadera magnitud en la (fig. 35) cuya circunferencia que lo representa, la dividiremos en 24 partes, á partir del punto 12 por donde pasa la línea  $A' B'$  intersección del trópico con el plano meridiano del lugar de la observación. En este rebatimiento, las intersecciones sucesivas del trópico con el plano de horizonte y el plano

del reloj, vienen representadas por las trazas  $e' e''$  y  $D' D''$ ; la primera nos divide el trópico en la parte de arco nocturno  $e' A' e''$  y en la parte de arco diurno  $e, B' e''$ , y la segunda  $D' D''$  nos divide en tres partes el arco diurno indicándonos que la primera de estas que va de  $e''$  á  $D''$  sirve para iluminar en las primeras horas de la mañana la parte septentrional del reloj, que la segunda porción  $D'' B' D'$  es el camino recorrido por el astro solar cuando ilumina la parte meridional y finalmente, la tercera parte  $e' D'$  corresponde á la parte recorrida por el sol cuando ilumina la parte septentrional del cuadrante en las postreras horas tardiales.

**107.** Se infiere de esto que en  $e''$  se verifica la salida del astro solar en el horizonte á las 4 horas 15', es cuando empieza á iluminar la parte septentrional del cuadrante, lo ilumina hasta alcanzar el punto  $D''$  á las 7 horas 30', desde cuyo punto deja de iluminarle y empieza la iluminación de la cara meridional, recorre el arco  $D'' D'$  y al llegar á este último á las 4 y media de la tarde hace el pasaje por el borde del cuadrante, deja de iluminar la parte Sur y empieza otra vez la iluminación de la parte septentrional hasta llegar finalmente al punto  $e'$  á las 7 horas 45', que es cuando se verifica la puesta definitiva. Mediante, pues, esta figura demostrativa, resta no más que dibujar en las dos caras del reloj estas seis líneas de salidas y puestas combinadas y aprovechar las únicas líneas horarias y zodiacales que están comprendidas entre aquellos límites. De esta manera siguiendo el curso del movimiento del astro solar desde que aparece has-

ta que se oculta en el lugar cuya latitud sea la del reloj, vemos (fig. 33) que la primera línea de sombra del estilete aparece en el reloj septentrional para el día 21 de Junio en O M (primera salida 4 horas 15') señala la hora de las cinco, seis, siete, hasta llegar á la línea O N (primera puesta 7 horas 30') pasa por el canto del reloj empezando á señalar sombra en el reloj meridional (fig. 32) siendo la línea O Q la de salida en este reloj (7 horas 30') señala en el mismo las horas ocho, nueve, diez, etc., hasta las 4 y 30' que es la O T que corresponde á la puesta del reloj meridional y segunda de salida (fig. 33) en el septentrional marcada en O S, señala en éste las horas cinco, seis, siete y 45' en O R que es la segunda y última puesta

En el reloj septentrional se verifica que el reloj no señala ninguna hora desde el equinoccio de Otoño al de primavera, esto es, durante todo el tiempo que el sol se encuentra en el hemisferio austral.

En efecto, durante todo este tiempo el sol se encuentra precisamente en la parte meridional del reloj y como los paralelos que describe el sol durante este intermedio son útiles no más la parte de ellos, *a*, *b* (fig. 34) que está sobre el plano horizontal H H'; de aquí es que la parte limitada *a*, *b* nunca cortando al plano del reloj P P' en la parte superior, no pueden pasar al lado opuesto, ó sea la boreal. Esta es la razón por qué en este reloj septentrional (fig. 33) no figuren las líneas zodiacales correspondientes á los signos de ♋, ♌, ♍, ♎, ♏. En cuanto á las líneas zodiacales correspondientes á los meses de Junio, Julio, Agosto, Abril y Mayo, sólo aparecerán parte de ellas en los

trechos útiles de las horas que puede marcar, tal cual aparecen dibujadas en nuestro reloj.

**108.** Por lo que se refiere al reloj meridional, se verifica que las horas más lejanas que puede indicar son las seis de la mañana y de la tarde, de modo que en total podrán dibujarse como á útiles doce líneas horarias y esto se verificará precisamente en los equinoccios; y así debe ser, pues en esta época el sol describe el Ecuador, el cual de todos los paralelos que describe el Sol es el único que su semicircunferencia O E' (fig. 34) se encuentra por entero en la parte meridional y sobre el plano del horizonte, y como en esta época son iguales los días y las noches, resulta que en los días 21 de Septiembre y Marzo serán aquellos que el Sol iluminará más tiempo el reloj meridional, esto es, 12 horas.

## CAPÍTULO VIII

---

### Reloj Oriental.—Reloj Occidental.

---

Tempori Servio  
RONSTAIM

**109.** Estos dos relojes están situados uno en una cara y otro en la opuesta de un plano vertical que se levanta sobre la meridiana N. S. lo cual equivale á decir que el plano del cuadrante es el mismo plano meridiano del lugar de la observación. Se distinguen de los demás relojes en que la varilla ó estilete es paralelo al plano del cuadrante y por lo tanto no tienen centro, necesitando un falso estilete para apoyo del verdadero.

**110.** Sea (fig. 36) A. B. C. D. el plano del cuadrante cuya cara mira directamente á Levante y es perpendicular á la línea E. O. Fijación del estilete: Si por un punto cualquiera *c.* del plano trazamos en él una recta *c. o.* inclinada de modo que forme con una horizontal *c. d.* del plano un ángulo *a. b.* igual á la latitud del lugar de la observación, claro es que esta línea *c. o.* nos podrá representar la proyección de la varilla sobre la cara del cuadrante, pues cumple las



condiciones debidas (44). Si ahora pues, suponemos una varilla paralela al cuadrante que tenga la dirección *c. o.* y separada del cuadrante de una cierta cantidad, habremos obtenido el estilete en la situación que le corresponde en el espacio. Esta varilla podrá hacerse fija por medio de otra falsa varilla de hierro enlazada en ángulo recto con la primera y en dirección perpendicular al plano del cuadrante en donde quedará fija y embebida en el grueso del mismo.

111. Situado el eje del mundo trácese la recta *E E'* en dirección perpendicular á la proyección *o c* de la varilla y entonces esta línea *E E'* será la traza sobre el plano del cuadrante del plano del Ecuador, siendo por lo tanto la *E E'* la equinoccial del cuadrante. Como en los casos anteriores y tomando por charnela la equinoccial, hagamos girar este plano del ecuador hasta que se rebata en el plano del cuadrante en cuya operación el punto de intersección de la varilla con el Ecuador se rebatirá perpendicularmente á la línea equinoccial á una distancia *6—O* igual á la que exista desde la varilla del espacio al cuadrante. El punto obtenido *O* representará el centro del mundo y trazando desde este centro con un radio cualquiera una circunferencia, dividida ésta en 24 partes iguales, trazando enseguida los radios de manera que vayan á cortar la equinoccial, obtendremos así la serie de puntos 5. 6. 7. 8....—por los cuales trazando rectas paralelas á la proyección del estilete que nos darán en definitiva las diversas líneas horarias *VI—VI*, *V—V*, *IV—IV*..... Efectivamente lo serán, porque los planos horarios pasan todos por el eje del

mundo y por los distintos radios del ecuador 0—4, 0—5, 0—6..., y como quiera que los puntos de intersección con la equinoccial 4, 5, 6, son fijos cuando se coloque el Ecuador en su verdadera posición, de aquí resulta que estos puntos formando parte de la intersección de cada uno de los planos horarios con el cuadrante, son ellos suficientes para trazar las líneas indicadas ya que siendo las intersecciones de varios planos que pasan por un eje común, paralelo al del cuadrante, no pueden menos dichos horarios de cortar al plano del reloj según rectas paralelas á la varilla.

**112.** Para la lectura horaria tendremos en cuenta la disposición de la línea Norte-Sud, la que según ella nos indica que la aparición del astro solar en el horizonte tiene lugar delante de la cara del cuadrante, recibiendo con esto las primeras líneas de sombra hacia la parte superior y las últimas hacia la inferior, haciendo notar sólomente que en este reloj especial á medida que el astro solar se eleva sobre el horizonte, la sombra del estilete va alejándose más y más, ocurriendo la particularidad de que al llegar á la hora de las 6 de la mañana, la sombra arrojada del estilete cubre exactamente coincidiendo con ella á la proyección de dicho estilete sobre el plano del reloj y cuando en su máxima elevación pasa por el meridiano, esto es, por el canto superior de nuestro cuadrante, entonces la sombra de la varilla á las 12 horas del mediodía se traslada al infinito, dejando el Sol de iluminar la cara oriental y empezando á bañar sus rayos sobre la occidental.

**113.** Si al trazar las líneas horarias nos encontramos con un radio del Ecuador tal como  $O-11$  que va á cortar á la equinoccial en un punto inaccesible, podremos salvar esta dificultad suponiendo que el triángulo  $6-O-11$  se coloca por medio de un movimiento de traslación en una situación inferior  $O-m-n$  y entonces claro está que el punto inaccesible  $11$  se habrá trasladado en el punto  $n$  dentro los límites del reloj, por lo que fácilmente podremos trazar la recta  $s-t$  que representará la correspondiente línea horaria. Según esto, la construcción gráfica queda reducida á trasladar la distancia  $6-O$  hacia la parte inferior y en la situación que se crea más conveniente tal como  $O-m$  y trazando por el punto  $O$  y por el punto  $m$  dos rectas respectivamente paralelas á la equinoccial y al radio del punto inaccesible la intersección de estas dos líneas que así resulten, nos darán en definitiva el punto  $n$  que sustituirá al  $11$ .

**114.** Línea zodiacales: Sea encontrar las curvas de declinación que produce la sombra arrojada de un punto fijo en el estilete, para un día y época determinada. Escojeremos como á punto especial el que se encuentra en la intersección del estilete con el falso estilete, punto que para que sea más notable se puede indicar con una pequeña proeminencia ó botoncito que vendría proyectado precisamente en el punto  $6$ . Así las cosas propongámonos encontrar la línea zodiacal que corresponde al solsticio de invierno. Para una hora determinada, para las ocho de la mañana por ejemplo, el rayo solar está inclinado de  $23^{\circ} 27'$  con respecto al plano del Ecuador, declinación austral

y contenido en dicho plano horario forma hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyo catetos son la parte de radio del Ecuador  $O-8$  y cuyo otro cateto está en la dirección de la línea horaria  $8-VIII$  cuyo cateto queda determinado al ser cortado por la referida hipotenusa, este punto será pues el que corresponderá á la sombra arrojada sobre el plano del reloj, del punto escogido y á la hora de las ocho de la mañana.

**115.** Esta operación la tenemos efectuada en la (fig. 38) en la cual tenemos el plano horario rebatido junto con el rayo luminoso; en ella la recta  $O'8$  representa el Ecuador, la perpendicular á ella  $8-m$  la línea horaria que se considera,  $O' \propto$ , el rayo solar de la declinación correspondiente y finalmente  $O'$  el punto escogido en el estilete  $p q$ . La intersección que resulta del rayo solar con la línea horaria  $8-m$ , nos dará el punto  $8''$  el cual será la intersección del rayo solar con el plano del reloj. Tomando enseguida la distancia vertical y colocándola en  $8-8''$  en la (fig. 36) tendremos finalmente el punto definitivo.

**116.** Por poco que nos fijemos en el método últimamente expuesto para encontrar un punto de la línea zodiacal, se ve que queda reducido á su más simple expresión desde el momento que los planos horarios están todos determinados por dos rectas paralelas, la una el estilete, la otra la línea horaria, siendo la separación de cada dos de este sistema de paralelas las distancias radiales  $O-4$ ,  $O-5$ ,  $O-6$ , etc., según sea el horario que se considere; mediante esto claro está, que si en la (fig. 38) suponemos que á partir de un

punto  $O'$  se traza una línea  $O E$  y se van trasladando sobre ella á partir siempre del punto  $O$ , las distancias de la (fig. 36)  $O-6$ ,  $O-7$ ,  $O-8$ ,  $O-9$ , por los puntos que así resulten en la (fig. 38) trazamos paralelas al estilete representado en  $p q$ , concebirémos fácilmente cómo se han obtenido rebatidos en una misma figura todos los planos horarios, lo cual facilita la operación ulterior, toda vez que el rayo solar encontrándose aquí rebatido en todos ellos, irá cortando á las líneas horarias en los puntos  $6''$ ,  $7''$ ,  $8''$ ,  $9''$ ,  $10''$ , etc., pudiéndose colocar rápidamente y enseguida las distancias  $6-6''$ ,  $7-7''$ ,  $8-8''$  etc., sobre las distancias que tienen igual denominación en la (fig. 36) y así con brevedad se obtendrá la línea de declinación  $4''$ ,  $5''$ ,  $6''$ ,  $7''$ , etc., relativa al signo de Capricornio ó sea 21 de Diciembre.

117. Si quisiéramos la curva correspondiente á declinación opuesta, esto es, para el 21 de Junio relativa al Solsticio de verano, los planos horarios los tendríamos igualmente rebatidos tal como hemos indicado en la (fig. 38), pero aquí el rayo solar aunque con la misma inclinación de  $23^{\circ} 27'$  habrá que tenerse en cuenta que es declinación boreal, viniendo demarcado por la línea  $O' \text{ ☉}$  precisamente simétrica á la  $O' \text{ ☿}$ .

Esto da lugar á que las intersecciones sucesivas de este rayo luminoso con todas las líneas horarias sean puntos tales simétricos por completo con los ya encontrados cuando la declinación era austral siendo el eje de simetría la línea  $O E$  de la (fig. 38); de esto se infiere que pudiendo aprovecharnos de estas propiedades resultará mayor brevedad en las operaciones; en efecto, trazada que sea la hipérbola  $6'' 7'' 8'' 9''$

etc., se puede trazar inmediatamente su simétrica 6", 7", 8", 9", etc., correspondiente al signo de Cáncer, y de estas dos mitades de curva deducir las otras mitades valiéndonos del otro eje de simetría VI—VI.

**118.** Para otros días tales como los que corresponden á los signos de Acuario y Sagitario que tienen igual declinación, repetiríamos las mismas construcciones en la (fig. 38), únicamente que aquí el rayo solar vendría expresado por  $O' \rightarrow$  inclinado de  $20^{\circ} 10' 6''$  sobre el plano del Ecuador, sus intersecciones con las líneas horarias serían del mismo modo 8', 9', 10', etcétera, cuyos puntos trasladados en la (fig. 36) á las distancias respectivas de la línea equinoccial y trasladadas simétricamente en la parte inferior de esta, nos darán á la vez las líneas de declinación correspondiente á los signos de  $\mathbb{H}$ ,  $\delta$ , para los meses de Mayo y Julio, lo mismo haríamos para las demás líneas, repitiendo aquí como en los demás relojes que la línea zodiacal de los equinoccios signada por  $\Upsilon$ .  $\simeq$  es una línea recta la equinoccial del cuadrante, pues en esta época el sol recorriendo el Ecuador, los conos anteriores se han convertido en un plano y es sencillamente la intersección de dos planos la línea de declinación que se busca en este caso.

**119.** Estudiada como hemos hecho en sus detalles la cara oriental del reloj fácil nos será el conocimiento de su parte occidental. Para esto no hay más que concebir que el cuadrante de la (fig. 36) A B C D gira alrededor del lado A B como charnela describiendo

una semirrevolución para colocarse en la disposición A' B' C' D' de la fig. 37 en la cual tenemos á la vista el dorso de la tablilla. Todas las líneas tanto horarias como zodiacales así como las construcciones efectuadas en la cara anterior sirven y son exactamente las mismas para esta cara occidental ó posterior, hecha únicamente la salvedad de que la inclinación de todo este sistema de líneas es enteramente inverso y opuesto, por darse el caso de que el punto de vista del observador es diametralmente opuesto en estos dos relojes. Más para que así suceda y sean aprovechables las mentadas construcciones, preciso será que el estilete de la cara occidental esté distante del plano del cuadrante de la misma cantidad 6—0 que lo estaba en el reloj oriental. Al mismo tiempo que se tome el mismo punto 6 para la implantación del falso estilete perpendicular á las caras del cuadrante atravesándolo de una á otra parte, quedando así dividido en dos partes iguales por el grueso del tablero el citado falso estilete, cual sirve de sustentáculo y apoyo á las dos varillas paralelas á las caras del cuadrante, la una en la región oriental y la otra en la occidental. Mediante estas observaciones se comprenderá fácilmente que cuando el astro solar esté en el canto del tablero para hacer el paso de la parte Oriental á la Occidental y vaya prosiguiendo su movimiento de avance del arco diurno, iniciará su descenso una vez pasado dicho borde, empezando á iluminar la parte occidental para ir sucesivamente señalando las horas tardiales, las que siendo simétricas con relación al plano meridiano de las horas matinales, se desprende con evidencia que cada una de estas últimas coincidirá en posición con

su gemela de la cara anterior ú opuesta. Así es que al ir señalando la I, II, III, IV, etc., y dado el supuesto de que fuera posible la transparencia en el plano del cuadrante, veríamos estas últimas coincidir exactamente con sus correspondientes compañeras XI, X, IX, etc., coincidiendo de igual manera las líneas zodiacales. Escusado es decir, pues, que la construcción de todas estas líneas del reloj occidental es exactamente igual á las referidas en el reloj oriental y que atención hecha á las propiedades que se han hecho resaltar con respecto á su simetría y posición de uno á otro reloj, podemos sin dificultad abreviar las operaciones deduciendo las líneas de este último cuadrante de las del primero.

**119.** Falta sólomente deducir la línea de puesta y salida para un día determinado cualquiera, que escogeremos el 21 de Junio, pues así se obtendrán el mayor número de líneas horarias que este reloj pueda señalar, aprovechando las útiles y prescindiendo de las excesivas.

Al efecto, consideraremos en la (fig. 39) un corte en la esfera celeste producido por el plano del reloj, el cual siendo el mismo meridiano del lugar de la observación y pasando por el centro de la esfera nos la cortará según un círculo máximo en el cual viene proyectado en A B el eje del mundo, E E el Ecuador, M N el trópico de Cáncer que es el paralelo que recorre el Sol en la época en que nos hemos fijado, H H el horizonte racional. Si en este estado nos fijamos que el trópico de Cáncer viene cortado por el plano del horizonte racional por una recta que está proyectada en



el punto  $q$  y que el plano de la figura es el mismo plano del reloj; comprendemos fácilmente que rebatiendo el plano del trópico sobre el plano de figura alrededor de la charnela  $M N$  la circunferencia rebatida vendrá expresada por  $M, q', N, q''$  y que la recta de intersección que se proyectaba en  $q$  viene ahora á rebatirse en  $q' q''$ , deduciendo de aquí que representando  $q' q''$  el plano horizontal todo el arco del trópico rebatido que se encuentra hácia la parte superior, corresponderá al arco diurno, mientras que el que cae hácia la inferior corresponderá al arco nocturno. En este mismo rebatimiento la recta  $N q$  será la intersección del trópico de cáncer con el plano del reloj y por lo tanto nos dividirá el arco diurno en dos partes iguales correspondiendo el punto 12 al más separado del horizonte lo que nos indica que diviendo la circunferencia del trópico en 24 partes iguales á partir del punto 12 y tomando en cuenta la mitad del arco diurno que media desde  $N$  á  $q'$  y luego la otra mitad que media desde  $N$  á  $q''$ ; la primera corresponderá al arco de la mañana y la segunda al de la tarde y observando los puntos  $q' q''$  en la división horaria en que cada uno de ellos está colocado, inferiremos en el primero la hora de salida y en el segundo la hora de puesta. Estas, trasladadas cada una de ellas en la línea horaria que les corresponde en cada uno de los relojes Oriental y Occidental, satisfarán lo que nos proponíamos encontrar correspondiendo la salida á las cuatro y media y la puesta á las siete y media.

**120.** Conocidas estas líneas podemos ya prescindir ó dejar indicadas de puntos los excedentes dejan-

do no más las extríctamente útiles tanto horarias como zodiacales.

Finalmente de todo lo dicho se desprende que este reloj estará iluminado en sus dos caras durante todos los días del año, señalando las horas de la primera mitad del día en la cara oriental, la segunda mitad en el occidental haciendo el paso de una parte á otra por el canto del tablero á las doce horas del día en cuyo momento la sombra del estilete en las dos caras se trasladará al infinito.

---

## CAPÍTULO XI

---

### Relojes verticales declinantes.

---

**121.** Esta clase de cuadrante son los que más comúnmente se practican, pues son rarísimos los paramentos de los muros que se hallen expuestos directamente y frente de cada uno de los puntos cardinales, á menos que no se dispongan desde el principio de su construcción con este premeditado fin.

**122.** Pero antes de empezar el estudio de tales relojes, precisa entremos en algunas consideraciones sobre la declinación de los planos y modo de obtenerla.

Llámase en Gnomónica *declinación* de un plano, el ángulo que su traza horizontal forma con la línea Este—Oeste.

**123.** Si en la (fig. 40.) A B representa un muro, N—S la meridiana horizontal y la E—O perpendicular á ella la línea Este—Oeste,  $O \omega A=B \omega E$  será el ángulo de declinación; suele sustituirse algunas veces por el ángulo  $S \omega D$  que forma la meridiana horizon-

tal con la recta  $C D$  conducida perpendicularmente á la traza horizontal del muro cuyo ángulo que se conoce también con el nombre de Acimut, es evidentemente igual á los otros dos por tener sus lados respectivamente perpendiculares.

**124.** Según esto la denominación del cuadrante se impone desde el momento que tengamos en cuenta una de sus caras, la anterior por ejemplo, que llamamos  $\alpha$  la cual teniendo delante de sí el Sud y el Este quedará con el nombre de Sud—Este, mientras que la posterior  $\beta$  le corresponderá el nombre de Nor—Oeste. Así también y por analogía comprenderemos los cuadrantes del Nor—Este y del Sud—Oeste.

**125.** Varios son los medios que podemos emplear para venir en conocimiento de la declinación de los planos y entre los cuales escojeremos los siguientes:

1.º Método práctico: (Fig. 41) Sea  $E - F - G - H$  el paramento vertical del muro donde va á establecerse el cuadrante.

Fíjese en el punto  $O$  una varilla  $O P$  que sea perpendicular á la cara de este paramento. Además trácese por el mismo punto  $O$  una horizontal del plano y considérese el plano horizontal  $H G M L$  del lugar donde se opera. Si á las doce horas del día fijamos en el extremo  $P$  una plomada  $P C$  tendremos que la sombra arrojada de la misma caerá combinada en el plano horizontal y vertical del muro, dibujándose en  $C B A$ . La  $O A$  representa la sombra arrojada de la varilla  $O P$ , de esta observación podemos inferir que el plano que pasa por  $A B C$  no es otro que el meri-

diano del lugar de la observación siendo  $BC$  la traza horizontal y  $AB$  la vertical. Prolonguemos hácia arriba la  $AB$  hasta que corte en  $D$  á la horizontal del plano que pasa por el punto  $O$  y entonces no hay más que concebir la recta que pasa por los puntos  $P$  y  $D$  y el ángulo  $PDO$  que forma esta línea con la horizontal del plano  $OK$  será el ángulo de declinación, acímut ó desvío del plano del cuadrante con respecto al meridiano. Este ángulo muchas veces se refiere al plano horizontal  $HM$  proyectándolo en él en  $O^hBC$  y allí se toma su medida ya valiéndose sobre el mismo terreno del semicírculo graduado, ó ya tomando las acotaciones del triángulo  $POD$  igual á  $CO^hB$ , y construyéndolo aparte para medir el ángulo en cuestión.

**126.** Segundo método.—(Fig. 42). Trácese en la cara del reloj la línea horizontal  $AZ$ , así como una vertical  $MQ$  que cortará á la primera en el punto  $S$ . Fíjese en un punto tal como  $M$  un clavo que sirva para sujetar una plomada que cubra la línea  $MQ$ .

Auxiliados por un buen reloj, atiéndase á la llegada de las 12 del día y á esta hora precisa, colóquese un cuadrante de círculo graduado  $SB C$  en disposición perfectamente horizontal, de modo que el lado  $SB$  cubra la  $AZ$  á partir del punto  $S$ .

En esta disposición cójase la plomada y hágase que resbale por el borde de la graduación del cuadrante, llevándola hacia un lado ó á otro, hasta que la sombra arrojada del cordel coincida perfectamente con la línea  $MQ$ .

Supongamos que al efectuar esta operación, la plo-

mada queda fijada en  $M a Q'$  tocando al borde del cuadrante en el punto  $a$  que corresponde á la graduación de  $27^\circ$ , pudiendo inferir entonces que la pared declina  $27^\circ$  hacia Poniente, puesto que la plomada cae á la derecha; mas si estuviera á la izquierda, sería indicio de que la declinación de  $27^\circ$  estaba dirigida de Mediodía á Levante.

La explicación de estas operaciones es bien fácil. En efecto, á las 12 del día la sombra arrojada de  $M a$  cae en  $M Q$ ; las rectas  $M a$ ,  $M Q$  determinan un plano vertical que no es otro que el meridiano. Si ahora por el punto  $S$  concebimos en el plano del semicírculo graduado la recta  $R S R'$  perpendicular á dicho plano meridiano, esta recta representará la línea Este-Oeste; luego la desviación del plano vertical que pasa por la línea Este-Oeste para con respecto al plano del paramento del muro, vendrá expresado por el ángulo  $R S A$  el cual es igual al  $C S a$  (122) por tener los lados respectivamente perpendiculares, luego el ángulo  $C S a$  nos indicará la declinación del muro.

127. 3.º Por medio del cálculo podremos también obtener la declinación. En efecto, (fig. 43) sea  $D F$  la traza horizontal del plano del reloj;  $N-S$  la línea meridiana del lugar;  $E-O$  la línea Este-Oeste. La meridiana forma con la traza horizontal del plano el ángulo  $B A F$  igual al complemento de la declinación  $E A F$ .

Podemos, pues, formar el triángulo  $C A B$  cuyos tres lados pueden medirse con la mayor exactitud, y una vez efectuada esta operación, calcular el ángulo  $A$  valiéndonos de la fórmula que nos da su valor en función de los lados.

Supongamos, pues, que se han encontrado los siguientes valores lineales:

$$\begin{aligned} B C = a &= 0^m, 403 \\ A C = b &= 0^m, 32 \\ A B = c &= 0^m, 4173 \end{aligned}$$

La fórmula de que nos valemos es:

$$\cos \frac{1}{2} A = \frac{r \sqrt{p(p-a)}}{\sqrt{bc}}$$

en la cual  $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$  y  $r = 10^{10}$  y con esto podemos disponer el cálculo de la declinación del modo siguiente:

Cálculo de la declinación.

$$\begin{aligned} 2 p &= 1^m, 1403 & c &= 0, 4173 \\ p &= 0^m, 57015 & b &= 0, 32 \\ a &= 0^m, 403 & b c &= 0, 133536. \\ p - a &= 0^m, 16715 \end{aligned}$$

$$\cos \left(\frac{1}{2} A\right) = \frac{10^{10} \sqrt{0' 57015 \times 0,16715}}{\sqrt{0' 133536}}$$

$$\cos^2 \left(\frac{1}{2} A\right) = \frac{10^{10} \times 57015 \times 16715 \times 1000000}{133536}$$

$$\begin{aligned} \log. 57015 &= 4,7559891 \\ \log. 16715 &= 4,2231064 \\ 10 + \log. 1000000 &= 16,0000000 \\ & \underline{\hspace{10em}} \\ & 24,9790955 \\ \log. 133536 &= 5,1255984 \\ & \underline{\hspace{10em}} \\ 2 \log. \cos \frac{1}{2} A &= 19,8534971 \\ \text{Log. } \cos \frac{1}{2} A &= 9,9267485 \\ \frac{1}{2} A &= 32^\circ 21' 2'', 2 \\ A &= 64^\circ 42' 4'', 4 \\ 90^\circ - A &= 25^\circ 17' 55'', 6 \end{aligned}$$

La declinación, pues, contada del Este al Sud, es de  $25^\circ 17' 55'', 6$ .

## CAPITULO X

---

### Reloj vertical declinante del sud-oeste.

---

Solis et artis opus.  
FABBRI

128. Sea (Fig. 55) F G J H el plano vertical del reloj, en el cual para facilitar las operaciones lo combinamos con un plano horizontal, cuya línea de tierra es L T. Por cualquiera de los medios conocidos encontraremos la meridiana horizontal A S y de ésta deduciremos la meridiana vertical S' P de nuestro reloj, resultando según esto que el plano meridiano referido á estos dos planos de proyección tiene por trazas las rectas P A la vertical, A S la horizontal. De la meridiana horizontal A S deduciremos la línea Este-Oeste que le es perpendicular, pasa por el punto A y está designada por las iniciales E O. El ángulo O A t que forma la línea Este Oeste con la traza horizontal del reloj, nos indicará la declinación que podríamos encontrar por cualquiera de los medios conocidos. Aquí la cara del reloj tiene delante de sí los puntos cardinales del Sud y del Oeste y por esta razón vendrá designado con el nombre de Sud-Oeste.

129. Principiemos colocando el estilete en situa-



ción paralela al eje del mundo y como ya sabemos que cumplirá con esta condición si lo colocamos en el plano meridiano, mediante forme el ángulo de la latitud con la meridiana horizontal, no habrá más que imaginar este meridiano rebatido en el plano del reloj y en este rebatimiento que se ha efectuado tomando por charnela la traza vertical  $AP$ , el estilete vendrá representado por la recta  $PO'$  que parte del punto  $P$  que escojemos como á polo del reloj é inclinada con respecto á la vertical  $PA$  de un ángulo igual al complemento de la latitud  $PtA$ . Procede colocar ahora la varilla á su primitiva posición, en cuyo concepto su traza  $t$  vendrá á colocarse en  $t'$  sobre la meridiana horizontal cuya proyección vertical siendo  $t''$ , nos dará la línea  $Pt''$  como proyección vertical del estilete que realmente está limitado en el punto  $a$  rebatido anteriormente en  $O'$ .

Dispongamos como siempre el plano del Ecuador pasando por el punto extremo  $a$  perpendicular al estilete, y para esto nos facilitará esta operación aprovechando el rebatimiento  $PO'$  de la varilla, pues en esta proyección el plano del Ecuador vendrá representado de perfil en la recta  $O'A$  en dirección perpendicular á  $OP$ . Como la traza  $O'A$  corta en  $A$  á la charnela  $PA$ , se infiere que este punto intersección del plano del Ecuador con el cuadrante, será inmóvil cuando concibamos que el Ecuador  $AO'$  se mueva para colocarse á su primitiva posición; luego la línea  $nAM$  que pasa por el punto  $A$  y perpendicular á la proyección vertical del estilete, será la intersección del plano del Ecuador con el cuadrante; esto es, la equinoccial del reloj.

130. Pasemos ahora á la construcción de los planos horarios por el eje del mundo, rebatiendo para esto el Ecuador en el plano del cuadrante, tomando como á charnela la línea equinoccial; en esta operación el extremo  $a$  del estilete recorrerá un camino perpendicular á la charnela situándose en la prolongación de  $P a$  en el punto  $O''$  á una distancia de  $A$  igual á  $A O'$ . Trazando ahora por el punto  $O''$  una circunferencia cualquiera, el radio de la misma  $A O''$  representará en este rebatimiento la intersección del plano del Ecuador con el meridiano; partiendo, pues, de este radio, dividiremos la circunferencia en 24 partes iguales uniendo luego las distintas divisiones con el centro  $O''$ ; los radios que así obtendremos, prolongados convenientemente, nos cortarán á la línea equinoccial en los puntos 1, 2, 3, 4..., etc., que unidos á su vez con el polo  $P$ , nos darán en definitiva las líneas horarias del reloj.

131. En el caso en que uno de estos radios  $O'' m$  por ejemplo, vaya á cortar á la equinoccial hacia un punto inaccesible, entonces podemos valernos de un plano secante auxiliar paralelo al plano meridiano; este plano secante que pasa por el punto  $m$  nos cortará según la  $m n$  al plano del Ecuador, siendo  $m n$  paralela á  $A O''$ , nos cortará al plano horario según la línea  $m q$  paralela á la proyección del estilete y al plano del cuadrante según la  $n q$  paralela á la meridiana vertical, de donde se infiere que el punto  $q$  de la intersección de  $n q$  con  $m q$ , habiendo de estar situado en el cuadrante y en el horario correspondiente

formará parte de su intersección  $Pq$  que es la línea horaria que buscamos.

**132. Líneas de declinación.** Sea encontrar la línea de esta clase que corresponde al día 21 de Junio. Insiguiendo la operación que hemos hecho en los anteriores casos, trazaremos en el plano meridiano rebatido una recta  $O'r$  que forme con el Ecuador  $O'A$  un ángulo de  $23^{\circ} 27'$ , y el punto  $\epsilon$  donde encuentra la meridiana vertical corresponderá á la sombra del punto extremo del estilete á la hora de las 12. Para otro instante del mismo día, para la hora de las 11, por ejemplo, el rayo solar pasando por  $O'$  continuará haciendo con el estilete el ángulo  $\epsilon O'P$ , pero ahora estará situado en el plano horario que corta el Ecuador según el radio  $O'-11$ . Pero en este plano hay formado un triángulo rectángulo en  $O'$  que tiene por hipotenusa la recta  $P-11$ , y que podemos rebatir fácilmente sobre el plano meridiano (rebatido á su vez sobre el plano del reloj) alrededor del estilete en  $P O' g$  con sólo tomar  $Pg = P-11$ . Ahora bien, como la hipotenusa representa la traza del plano horario con el plano del reloj, y conteniendo dicho plano horario el rayo solar  $O' \epsilon$ , claro es que la hipotenusa  $Pg$  convenientemente prolongada encontrará al rayo solar  $O'r$  y el punto de encuentro  $c$  que resulte llevado á su verdadera posición se trasladará en el punto  $d$ , tomando  $Pd = Pc$  por medio del arco auxiliar  $cd$ . Procediendo de esta suerte con los demás instantes del día, llegaremos á señalar la hipérbola del signo de  $\odot$  para el solsticio de verano y relativa al día escogido de 21 de Junio. En cuanto á lo que concierne á la segunda ra-

ma de esta hipérbola que se refiere al solsticio de invierno, se concibe que se encontraría análogamente, tomando como á rayo luminoso el  $O' \varphi$  que forma con el ecuador el ángulo  $\varphi O' A = A O' \delta$  pero que ahora se toma simétricamente hacia la otra parte del Ecuador, porque la cantidad de declinación de  $23^{\circ} 27'$  es austral. Para otro día cualquiera se formará el ángulo  $A O' \varphi$  igual á la declinación del Sol en esta época, y empleando la recta  $O' \varphi$  del mismo modo como se ha hecho con la  $O' \delta$ , se construirá cada punto correspondiente á la hipérbola.

**133.** Como en los demás casos sucederá en este relativamente á la época de los equinoccios, que el astro solar recorriendo el Ecuador, la línea zodiacal para la primavera y otoño, esto es en Marzo y Septiembre correspondiente á los signos de  $\Upsilon$  y  $\text{♎}$  será una línea recta. Pero aquí se diferenciará de algunos casos anteriores en que los puntos  $\varphi, \alpha, \gamma, A, \delta, \varphi, \delta$ , correspondiente á cada una de las líneas de declinación y para el momento de las 12 del día, no constituyen los vértices de las respectivas hipérbolas. Aquí estos vértices van á colocarse en la recta  $O t$  que es la proyección del estilete sobre el plano del reloj. (Esta proyección es la que se conoce en los relojes solares con el nombre de *Substilar*.)

Esta propiedad es evidente si recordamos que, en la sección de un plano con un cono de revolución, el plano conducido por el eje del cono y perpendicular al plano secante es un plano principal de la superficie al cual son perpendiculares, quedando en él divididas en dos mitades una serie de cuerdas paralelas á la

traza del plano secante sobre el plano de la base del cono. En nuestro caso el plano secante es el plano del reloj, el plano que pasa por el estilete (eje del cono) y que es perpendicular al secante, resulta ser el que tiene por traza vertical la proyección vertical del estilete ó sea el Substilar y la línea de traza sobre el plano del reloj con cualquiera de los planos de los conos de declinación serían rectas paralelas á la equinoccial; luego las cuerdas á que se refiere la proposición recordada han de ser paralelas á la equinoccial y todas divididas en dos partes iguales y perpendiculares á la línea Substilar que se confunde con la traza vertical del plano que la contiene, pues aquí este plano es perpendicular según se ha dicho al plano del reloj; luego la Substilar será un eje de las curvas de declinación y por lo tanto la intersección de dichas líneas curvas diurnas con el eje serán los vértices de las mismas.

Se infiere. pues, que para determinarlos bastará tratar á la Substilar cual si fuera una línea horaria como las demás y venir á buscar el punto de la sombra del extremo del estilete á la hora que corresponde la Substilar y en el día que escojamos, todo por igual procedimiento é idénticas construcciones empleadas para los demás puntos de estas líneas zodiacales.

**134.** También podíamos deducir dicha propiedad invocando lo demostrado en Geometría analítica para las secciones cónicas. «*Las curvas de intersección de un cono con un plano tienen siempre por eje de simetría la proyección del eje del cono sobre el plano se-*

*cante.*» En nuestro caso esta proyección y por lo tanto el eje de todas las trayectorias es la Substilar.

**135.** Cuando un cuadrante vertical ó inclinado se le considera solamente en una sola cara del plano, no es posible en absoluto averiguar la hora de la salida y puesta del Sol en un día determinado, pues se comprende fácilmente que tal día pueda escogerse que la salida y puesta se verifique hacia la parte ó cara opuesta de aquella en la que se le considere establecido.

De querer, pues, persistir en la averiguación de este problema, forzoso sería ó aprovechar la cara opuesta del cuadrante (si esto fuera posible por estar construído sobre una tablilla aislada) estableciendo otro reloj complementario del primero ó recurrir á un reloj horizontal construído próximo al de que se trata.

¿Cuáles serán, pues, las horas más matinales y tardías que un reloj pueda marcar? ¿Y en qué días del año se verificarán tales requisitos?

Si satisfacemos á estas dos preguntas, claro está que sabremos: 1.º, cuáles son las estaciones en que sale ó se pone el Sol delante ó detras del cuadrante, y 2.º el número de días en que el cuadrante estará iluminado durante todo el tiempo en que el astro solar esté sobre el horizonte del lugar de que se trata.

**136.** Sea por ejemplo, la (fig. 56) en que K B F y M H K, sea el horizonte del lugar, P C el estilete, el cual forma con la meridiana C N un ángulo igual á la latitud de este lugar. El plano del cuadrante corta al

horizonte según la traza  $A B$ , dejando tras de sí el polo  $P$ .

El Sol sale ó se pone cuando los diferentes puntos  $K, B, F, G, A, H$  situados en los límites del horizonte pasan por él.

Los círculos horarios  $C P M, C P F, C P B, C P K$ , en su movimiento van aproximándose hacia el astro, girando en el sentido  $K M G$  alrededor del eje del mundo  $C P$ , describiendo una serie de círculos cuyos planos le son perpendiculares, llegando las 12 del día en el momento en que el meridiano  $C P M$  alcance el centro del Sol.

Cuando el Sol está en  $K$  detrás de  $A B$ , no ilumina la cara anterior del cuadrante y no lo hará hasta tanto que el círculo  $P B$ , más próximo del meridiano  $P M$  que el círculo  $P K$  mediando el tiempo correspondiente haya llegado en su movimiento á encontrar el centro del Sol.

Según esto, la primera hora indicada por el cuadrante en el día que el Sol salga en  $B$ , está ménos lejana del mediodía que la que corresponde al día de la salida en  $K$ .

Si ahora hacemos la hipótesis que la salida del Sol tenga lugar en el punto  $F$  del horizonte, esto es, delante del cuadrante, entonces habremos de inferir que ya antes de aparecer por el horizonte habrá tenido que pasar por el plano del cuadrante  $P B$  puesto que éste precede al  $P F$ . Ahora bien: el mismo plano  $P F$  precediendo al meridiano  $P M$ , esto exige que la hora de la salida del Sol en  $F$  esté más próxima del meridiano que la que corresponde en el instante de su paso

por el plano P B. Y claro está que lo que se dice para la salida en B es aplicable para la puesta en A.

De todo lo cual se deduce que el reloj marcará las horas más lejanas de las 12, en su salida y puesta el día en que aparezca y se oculte precisamente en los puntos B y A de la intersección del plano horizontal con el plano del reloj; por lo que podemos dejar sentado el siguiente principio: *Los límites de las líneas horarias corresponderán siempre á las del día en que el astro solar haga la aparición y ocultación á la vez en los planos horizontal y del cuadrante, lo cual exige que el centro del astro solar esté situado en el momento referido en los dos planos.*

**137.** Según esto nos será muy fácil en cada reloj encontrar en seguida estas líneas límites en atención á que en el instante á que nos referimos los rayos solares han de cumplir con la doble condición de ser horizontales y paralelos al plano del cuadrante, por lo que el rayo solar que pasa en este momento por el extremo *a* del estilete (fig.<sup>a</sup> 55) irá á cortar al plano del cuadrante al infinito, deduciéndose de aquí que la línea horaria será la horizontal que pasa por el centro del cuadrante, siendo de salida la P B de la izquierda y de puesta la P C de la derecha.

Las dos líneas P C, P B están separadas en su lectura por un intervalo de 12 horas, cubriendo á cada una de ellas la sombra del estilete en estaciones diferentes.

**138.** Para saber á la hora que corresponden, bastará referirlas al plano del Ecuador conforme se ha



hecho por la inversa con las demás líneas horarias. Prolongando pues la  $PC$  hasta que corte á la línea equinoccial  $\gamma A \simeq$ , no habrá más que unir este punto con el centro  $O''$  del Ecuador rebatido y la recta  $O''Q$  que así obtendremos será la traza del plano horario sobre el plano del Ecuador y cortando á éste en el punto  $x$ , nos indica su separación del meridiano mediante el arco  $x \varepsilon$  y que evaluado en grados y estos en tiempo á razón de  $15^\circ$  para cada hora, resultará las 6 y 53' para la hora límite de la salida y puesta.

**139.** Si como en nuestra figura el punto de intersección de las líneas  $PC$  y  $A \simeq$  cae fuera de los límites del dibujo, entonces se podrá trazar la línea  $O''Q$ , valiéndonos de una cuarta proporcional. Al efecto, trazaremos una línea tal como  $fk$  paralela á la  $PO''$  encontrando la distancia  $6-k$  por la siguiente proporción:  $P-2 : 2-O'' :: f-6 : x$ .

**140.** Si consultamos ahora el anuario astronómico de la localidad, podremos venir en conocimiento de cuáles son los días en que el Sol sale y se pone á la hora de las 6 y 53', y dando por supuesto que así se haya hecho, y se haya encontrado que el 13 de Noviembre y el 22 de Febrero son días de la salida y el 24 de Agosto y el 21 de Abril los días de la puesta, entonces será cuando podremos sacar deducciones para con respecto á la iluminación del cuadrante sentando los siguientes extremos:

1.º Del 13 de Noviembre al 22 de Febrero el Sol sale y se pone delante del cuadrante. Luego el cuadrante está iluminado todo el día,

2.º Del 22 de Febrero al 21 de Abril, sale detrás del cuadrante y se pone delante del mismo. No queda pues iluminado en la salida, durando su iluminación todo el tiempo transcurrido desde que el astro alcance el borde del cuadrante hasta que llegue el momento de su ocaso.

3.º Desde el 21 Abril al 24 de Agosto el Sol sale y se pone detrás del plano del cuadrante. El cuadrante está, pues, iluminado en su cara anterior todo el tiempo transcurrido en pasar por los dos bordes ó cantos del cuadrante.

4.º Del 24 de Agosto al 13 de Noviembre el Sol se pone delante el plano del cuadrante, pero hace su salida por la parte posterior. Este caso pues es análogo al 2.º De todo lo cual resulta que desde el 13 de Noviembre al 22 de Febrero el cuadrante indicará la hora de la salida y de la puesta sobre el horizonte del lugar, dentro de cuyos límites podremos resolver el problema en cuestión.

Que desde el 21 de Abril al 24 de Agosto, no puede servir para indicarnos ni salida ni puesta.

Y finalmente, que desde el 24 de Agosto al 21 de Abril, el cuadrante está iluminado en la puesta, y que por lo tanto, podemos resolver durante este lapso la segunda parte del problema.

**141.** Escojamos, pues, un día que esté comprendido entre el 13 de Noviembre al 22 de Febrero, siendo por ejemplo, el 21 de Diciembre, y propongámonos encontrar en este día las líneas de salida y puesta. En dicho día las generatrices del cono de los rayos solares que rasan por el extremo  $a$  del estilete, están in-

clinadas de  $23^{\circ} 27'$  con respecto al plano del Ecuador. Si cortamos, pues, á dicho cono por un plano horizontal que pase por el vértice del mismo que es el punto  $a$ , es evidente que las líneas de sección serán dos generatrices horizontales formando siempre el ángulo expresado con el plano del Ecuador, ó lo que es lo mismo, su complemento con el eje ó varilla  $a P$ , siendo precisamente estas generatrices los rayos luminosos en el momento de la salida y la puesta; y por lo tanto, encontrando sus intersecciones con el plano del cuadrante, los puntos así obtenidos, uniéndolos con el centro  $P$ , nos darán en definitiva las líneas horarias que buscamos. Ahora bien, como la hipérbola del signo  $\propto$  es el lugar geométrico de todos los puntos de sombra arrojada del punto extremo del estilete en el día 21 de Diciembre, si trazamos por el extremo  $a$  una línea horizontal, ésta podrá representar el rayo luminoso en el momento de la puesta y salida y los puntos de intersección de esta horizontal con la línea zodiacal mentada nos dará por una parte el punto  $Z$ , que unido con  $P$  será la línea de puesta, mientras que la intersección de esta misma horizontal con esta misma hipérbola, pero hacia la parte opuesta, nos dará otro punto que unido también con  $P$  corresponderá á la línea de salida.

Como quiera que este segundo punto que nos da la línea de salida, es inaccesible, podemos recurrir á la propiedad de las cuerdas paralelas á la dirección  $a o'$  y conjugadas á su correspondiente diámetro.

## CAPÍTULO XI

---

### Relojes inclinados.

---

142. Antes de entrar á la aplicación de los cuadrantes establecidos sobre planos inclinados, se hace forzoso conocer varios datos y detalles de los cuales dependen el conocimiento y construcción de esta clase de relojes. Estos elementos son los siguientes:

1.º El ángulo de inclinación del plano con el horizonte.

2.º El trazado de la meridiana inclinada sobre el plano del reloj.

3.º El ángulo de esta última meridiana con la horizontal, ó sea el ángulo de las dos meridianas.

4.º La declinación del plano, ó sea el ángulo que una generatriz horizontal del mismo forma con la línea meridiana horizontal.

143. No insistiremos sobre este último dato, toda vez que el procedimiento para encontrar dicha declinación es exactamente igual que el empleado en los relojes verticales declinantes. Nos ocuparemos, pues, de los tres primeros extremos, exponiendo algunos de

los procedimientos que pueden emplearse para deducir tan importantes elementos.

**144. 1.º Angulo del plano ó su inclinación con respecto al horizonte.**

(a) Sea (fig. 45) el plano P; en uno de sus puntos tal como O levántesele una perpendicular O A, valiéndose al efecto de una varilla de hierro. Bajando por su extremo A una plomada A C hasta que vaya á cortar en C á dicho plano, obtendremos el punto que se llama en estos casos el zénit del plano. Imagínese á la vez en la figura la horizontal A E, así habremos formado un triángulo A E C en que el ángulo en E es precisamente igual al ángulo que buscamos, cuyo es E C D y lo son por ser alternos, internos entre las dos paralelas A E, C D cortadas por la secante E C. Por lo tanto, si aparte construimos el triángulo rectángulo E A C, cuya altura es C A después de haber medido con toda la exactitud posible los lados del mismo, una vez formada esta figura podremos tomar la medida del ángulo en E valiéndonos de un semicírculo graduado.

**145.** Para facilitar la colocación de la varilla O A puede construirse aparte un pie de base cuadrada en el cual se fija la varilla en cuestión, de modo que le sea bien perpendicular, fijando en el extremo de esta varilla la plomada que antes hemos indicado, de modo que pueda el cordel alargarse ó acortarse según se haga necesario. Con el auxilio de este pequeño aparato que será sencillamente de quita y pon no habrá el pie forzado de fijar la varilla en el plano P, toda vez

que, siendo su colocación meramente transitoria, bastará quitar el aparato de la disposición que tiene en la figura una vez se hayan tomado los datos á que nos hemos referido más arriba.

146. (b). Si creyéramos pertinente alcanzar un grado de precisión mayor que el que obtendríamos midiendo simplemente el ángulo A E C con el semicírculo graduado, entonces podríamos recurrir a cálculo, procediendo siempre el tomar exactamente las medidas de los lados A E; A C catetos del triángulo rectángulo A E C. Consideremos para esto el ángulo A C E complemento del que se busca y que después de medidos dichos lados se ha encontrado

$$\begin{array}{l} A E = 1_m' 322 \\ A C = 6_m' 525 \end{array} \text{ El triángulo } \left. \begin{array}{l} A E \times R = A C \text{ tang. } A C E \\ A E C \text{ nos dá} \end{array} \right\} \text{ tang. } A C E = \frac{A E \times R}{A C}$$

Sustituyendo los valores correspondientes, tendremos

$$\text{tang. } A C E = \frac{1_m' 322 \times 10^{10}}{6_m' 525} = \frac{1322 \text{ milímetros} \times 10^{10}}{6525 \text{ milímetros}}$$

$$\log. 1322 = 3' 1212 315$$

$$\log. 10^{10} = 10$$

---


$$13' 1212 315$$

$$\log. 6525 = 3' 8145 805$$

$\log. \text{ tang. } A C E = 9. 3066 510$ , el cual corresponde al arco de  $11^\circ 27' 12''$ , 22 y por lo tanto su complemento será  $78^\circ 32' 47''$ , 78 para el valor del ángulo de inclinación A E C = E C D del plano del Reloj con el de horizonte.

147. (c) Con el auxilio del *Inclinatorio* de M. Bouterreau.

Está compuesto este instrumento (fig.<sup>a</sup> 44) de un cuadrante de latón, dividido en grados y fracciones de grado A B C. Va acompañado de una regla del mismo metal apoyada en el punto G centro del cuarto de círculo y alrededor del cual puede girar libremente en el sentido de A á C; termina en su parte extrema *a* por un nonius que permite apreciar las fracciones de grado.

En E hay una brújula unida con dicha regla, descansando perpendicularmente sobre su borde. Un nivel D, de aire, de forma cilíndrica está sustentado por la parte lateral y exterior de la citada regla, pero de modo á tener libres dos movimientos uno alrededor del eje del cilindro y otro alrededor del punto *h*, de modo que cualquier posición que tome en virtud de este último giro, su eje siempre se encuentra en un plano paralelo al de la regla. Brújula y nivel acompañan constantemente á la regla cuando ésta gira alrededor de su charnela G. Finalmente, en el punto H del cuadrante existe una plomada para asegurar la verticalidad del instrumento cuando convenga colocarlo en esta disposición. Esta plomada puede ser de quita y pon.

Para emplearlo, pues, para medir el ángulo de inclinación del plano del cuadrante en la (fig.<sup>a</sup> 46). Trácese en dicho plano una horizontal *p·q* y una perpendicular á ella por el punto V, tal como *m m'* y colocando luego el *inclinatorio* de modo que A B coincida con *m m'* y acuse la plomada perfecta verticalidad, hágase girar la regla A B alrededor de su charnela G hasta tanto que la burbuja del nivel nos acuse la horizontalidad de la misma, como por ejemplo, cuando

llega á la disposición  $d$ , entonces el ángulo  $c B A$  que en la lectura de la graduación resulte será la inclinación del plano con el horizonte. En efecto, la línea  $m m'$  es una línea de máxima pendiente del plano del cuadrante, su proyección horizontal está en el mismo plano vertical que la  $d$  y además le es paralela, por lo tanto los ángulos  $c B A$  y  $B m' D$  son iguales por alternos internos entre las horizontales  $d$  y  $D m'$  paralelas y la secante  $m m'$ .

**148. 2.º Trazado de la meridiana inclinada sobre el plano del reloj.**

(a) Si á las 12 horas del día (fig.<sup>a</sup> 47) colocamos una plomada  $A$  delante el plano del reloj la sombra arrojada de la misma va á proyectarse sobre el plano en  $n' s'$  y esta será la meridiana que buscamos. En efecto, á esta hora el astro luminoso sabemos que pasa por el plano meridiano del lugar, determinando así su posición y la plomada el plano meridiano, cuya intersección con el plano del reloj es con toda evidencia la línea encontrada  $n' s'$ , en atención á que la meridiana de un plano cualquiera es la intersección del mismo con el del meridiano.

**149. (b).** Sin auxilio del astro solar se puede venir en conocimiento de la meridiana inclinada en el caso que se conozca la meridiana horizontal  $N S$ . En efecto, si se colocan dos plomadas  $A$  y  $B$  levantadas sobre dos puntos de la meridiana, el plano visual que pase por ellas cortará al plano del reloj, según la meridiana inclinada  $n' s'$ .



**150.** (c). Con el declinatorio Sternheim: Colóquese el instrumento de modo que su línea A B descansa sobre el plano P. (fig.<sup>a</sup> 50) ensayando distintos tanteos hasta que la aguja imantada de la brújula cubra la línea N S de la caja, y cuidando que en esta posición el inclinadorio esté situado sobre un plano vertical, en cuyo estado la línea de lapiz que se trace en el plano P á lo largo del canto A B será la meridiana que se busca, y lo será porque siendo un plano vertical el que se levante sobre ella, éste, teniendo la dirección de la aguja de la Brújula, la cual no es otra, según se sabe, que la N S, de aquí que tienda en el mismo sentido la intersección  $n' s'$  de los dos planos.

**151.** 3.º Angulo de las meridianas.

(a) Colocando los datos (fig. 48) en dos planos de proyección siendo L T la línea de tierra,  $V^p H^p$  las trazas del plano del reloj,  $N^v N^h$  la meridiana inclinada, la meridiana horizontal, viene confundida con  $H^h N^h$  pues que es proyección horizontal de la meridiana inclinada. En este estado si rebatimos el plano vertical  $H^v V^v$  que las contiene y lo hacemos alrededor de la traza horizontal  $H^h$ , el punto  $c$  al girar vendrá en  $c'$  y el ángulo rebatido en  $c' d f$  será el pedido el cual veremos su medida con el semicírculo graduado.

**152.** (b) Calculando dicho ángulo A B D el cual será el complemento (fig. 49) del A B C. A este fin por medio de una plomada C B se forma el triángulo A B C en que A C es horizontal y paralela á la D B y uniendo con pulcritud los lados A C, B C se deduce el

ángulo A B C en función de los catetos, por medio de la siguiente igualdad:

$AC \times r = BC \times \text{tang. ABC}$ . Siendo  $AC = 0^m 752$  y  $BC = 3' m, 300$

$$\text{tang. A B C} = \frac{AC \times r}{BC} = \frac{752 \times 10^{10}}{3300}$$

$$\log. 752 = 2' 8762178$$

$$\log. 10^{10} = 10$$

---


$$12' 8762178$$

$$\log. 3300 = 3' 5185139$$

---


$$\log. \text{tang. A B C} = 9' 3577039$$

Y como el ángulo que corresponde á este logaritmo encontrado en las tablas resulte ser  $12^\circ 50' 14''$ , 2 su complemento de  $77^\circ 9' 45''$  8 será el valor del ángulo de las meridianas.

**153.** (c) Con el inclinadorio (fig. 50), colóquese el aparato de modo que su base A B caiga sobre la meridiana inclinada  $n$  S y de modo que todo él esté situado sobre el vertical meridiano con el auxilio de la plomada prendida por el extremo C.

Satisfecha esta condición, hágase girar la regla movable  $a b$  hasta obtenerla horizontal en  $a' b'$ , lo que se conocerá comprobando la burbuja del nivel; entonces el número de grados y sus fracciones de grado que nos indique el arco A  $b'$  nos dirá la medida del ángulo de las dos meridianas.

Lo cual tiene fácil explicación por ser paralelas, y horizontales las rectas N S y  $a' b'$ , estar contenidas en un mismo plano vertical y cortadas por la secante  $n$  S por lo que los ángulos B S N y  $a' B A$  son iguales por alternos internos.

154. (d) Valor del ángulo de las dos meridianas conocidas que sean la inclinación y declinación del plano.

Sea en la (fig. 51) P el plano del Reloj o C la meridiana inclinada o B la horizontal, E-O la línea Este-Oeste.

Conduzcamos por C la línea de máxima pendiente del plano P, esta línea será la C D cuya proyección horizontal la obtendremos en D D. El ángulo C D B será el ángulo de inclinación y el o B D el de declinación por ser igual al O o L, ambos complementarios del B o D, pues el triángulo B D o es rectángulo en D; así, pues, tendremos:

$$\text{tang. } C o B = \frac{B C \times R}{o B} \quad (2)$$

$$B C \times R = B D \times \text{tang. } C D B \quad (1)$$

$$B D \times R = B o \times \cos. D B o$$

$$B D = \frac{B o \times \cos. D B o}{R} \text{ sustituyendo en la ecua-}$$

ción (1) será

$$B C \times R = \frac{B o \times \cos. D B o \times \text{tang. } C D B}{R} \text{ sus-}$$

tituyendo en la ecuación (2) será

$$\text{tang. } C o B = \frac{\frac{B o \times \cos. D B o \times \text{tang. } C D B}{R}}{B o} =$$

$$\frac{\cos \text{ declinación} \times \text{tang. inclinación}}{R}$$

De donde se infiere que la tangente del ángulo que la meridiana del lugar hace con la meridiana inclina-

da del reloj, es igual al *producto del coseno de la declinación por la tangente de la inclinación, dividido todo por el radio.*

**155.** Cuando este ángulo sea mayor que la latitud del lugar, el polo del reloj irá á situarse hacia la parte superior del plano; si por el contrario, dicho ángulo es menor que la latitud, dicho polo caerá en la parte inferior del plano.

**156.** Finalmente, si dicho ángulo fuese mayor que un recto, la inclinación del plano se dirigirá en sentido opuesto que el estilete del reloj.

## Clasificación de los relojes situados en planos inclinados

~~~~~

|                                                                  |   |                    |
|------------------------------------------------------------------|---|--------------------|
| { Septentrional superior<br>Meridional inferior                  | } | Indeclinantes      |
| { Septentrional inferior<br>Meridional superior                  |   |                    |
| { Oriental superior<br>Occidental inferior                       |   |                    |
| { Oriental inferior<br>Occidental superior                       |   |                    |
| { Noroeste superior septentrional<br>Sudeste inferior meridional | } | Declinantes        |
| { Noroeste inferior septentrional<br>Sudeste superior meridional |   |                    |
| { Noreste superior septentrional<br>Sudeste inferior meridional  |   |                    |
| { Noreste inferior septentrional<br>Sudeste superior meridional  |   |                    |
| { Ecuatorial<br>Polar                                            | } | Relojes especiales |

**157.** Con arreglo á esta clasificación vemos que los Relojes establecidos en planos inclinados pueden ser también como los verticales; indeclinantes ó declinantes. Los primeros son aquellos que su traza horizontal coincide exactamente con las líneas Norte-Sud ó Este-Oeste, y los segundos cuando sus trazas horizontales están en una dirección cualquiera con relación á aquellas líneas de orientación.

**158.** Admiten también la denominación de superiores é inferiores; siendo superiores cuando la cara donde está dibujado el cuadrante mira al zénit, é inferiores cuando al punto opuesto; esto es: al Nadir. De modo, que una misma tablilla inclinada podría contener dos relojes á la vez, utilizando las dos caras una para la superior y otra para la inferior. La superior corresponderá siempre al ángulo obtuso con el plano horizontal y la inferior caerá hacia la parte del ángulo agudo.

## CAPITULO XII

---

### **Relojes inclinados, indeclinantes, Meridionales ó Septentrionales, superiores ó inferiores.**

---

159. Una de las primeras operaciones que hay que practicar es la implantación de la varilla paralela al eje del mundo, lo propio que se ha hecho en los relojes anteriores; y aquí como allí, ésta se puede fijar conociendo de antemano el ángulo que forma con la meridiana situada sobre el plano del reloj.

Este ángulo cuando se trata de los relojes inclinados, obedece á ciertas relaciones entre la latitud del lugar y la inclinación del plano. Relaciones que á su vez se originan de la denominación dada según la posición que tenga el cuadrante.

160. Examinaremos someramente todos los cuatro casos.

**Reloj septentrional superior.** El ángulo del estilete con la meridiana del reloj será igual á la latitud mas la inclinación del plano. El estilete partirá del centro hacia arriba, esto es, que la abertura del ángulo se dirigirá hacia el Norte. Lo cual puede observarse en la (fig. 52), en la cual se toma como á Línea de

Tierra la dirección de la línea Norte-Sud. El plano del reloj cuya traza horizontal se confunde con la línea Este-Oeste, está inclinado del ángulo  $i$ , con el plano horizontal. La varilla representada en  $n' S'$  forma el ángulo  $l$  con la meridiana horizontal N-S, representando por lo tanto  $l$ , la latitud del lugar.

La meridiana inclinada del reloj es la  $o C$ , luego el ángulo de la varilla con dicha meridiana es el  $n' o C$ . Trazando por el punto  $o$  una recta  $o b$  paralela á N-S, resultará que el ángulo  $n' o b = n' S' C =$  latitud y el ángulo  $b o C = o C S' =$  inclinación; luego el ángulo que buscamos es igual á la *inclinación más la latitud* y la dirección del estilete tiende hacia arriba, esto es, que la abertura del ángulo está hacia el Norte.

**161. Reloj meridional inferior.** Colocado en la parte opuesta de la tablilla en donde se había establecido el anterior, se concibe facilmente que el ángulo (fig.<sup>a</sup> 52)  $n' o C$ , siendo igual al  $P o S'$ , aquí en este caso sucederá lo mismo que en el anterior, que el ángulo que forme la varilla  $o S'$  con la meridiana inclinada  $o P$  será igual a la latitud más la inclinación; distinguiéndose no mas en que la dirección de la varilla irá hacia abajo, ó lo que es lo mismo la abertura del ángulo estará hacia el Sud.

**162. Reloj meridional superior.** En este reloj hay que considerar dos soluciones: la primera cuando la inclinación sea mayor que la latitud, y la segunda cuando la latitud sea mayor que la inclinación. En el primer caso (fig.<sup>a</sup> 54), trazando por el punto  $o$  la  $b o$  paralela á N-S, resulta que el ángulo



$P o n' = P o b - n' o b$ , ó lo que es lo mismo á la inclinación menos la latitud, y la varilla inclinada hacia abajo de modo que la abertura del ángulo está hacia el Sud.

En el segundo caso (fig.<sup>a</sup> 53) tendremos  $P o n' = n' o b - P o b$ , esto es, que el ángulo en cuestión es igual á la latitud menos la inclinación y la abertura del ángulo estará dirigida al Norte.

**163. Reloj septentrional inferior.** Existen también dos soluciones como en el caso anterior, esto es, según que la inclinación mayor que la latitud ó el caso contrario. En el primer caso veremos en la figura 54 que el ángulo  $\alpha$  será igual á la inclinación menos la latitud y la abertura del ángulo está dirigida hacia el Norte, y en el segundo en la figura 53 el ángulo  $\alpha$  será igual á la latitud menos la inclinación y la abertura del ángulo dirigida hacia el Sud.

**164.** De modo, que llamando  $i$  la inclinación y  $l$  la latitud, podemos condensar las antecedentes consideraciones en el siguiente cuadro:

| Valor del ángulo del estilete con la meridiana inclinada | Dirección del estilete                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1.º Septentrional superior .....                         | $=l+i$ hacia arriba ó al N.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |
| 2.º Meridional inferior .....                            | $=l+i$ " abajo ó al S.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| 3.º Septentrional inferior .....                         | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;">                     { si <math>i &gt; l</math>, <math>\alpha = i - l</math><br/>                     si <math>l &gt; i</math>, <math>\alpha = l - i</math> </div>                     " arriba ó al N.<br/>                     " abajo ó al S.                 </div> |
| 4.º Meridional superior .....                            | <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;">                     { si <math>i &gt; l</math>, <math>\alpha = i - l</math><br/>                     si <math>l &gt; i</math>, <math>\alpha = l - i</math> </div>                     " abajo ó al S.<br/>                     " arriba ó al N.                 </div> |

Si en los dos primeros casos el valor de la inclinación  $i$  es igual al complemento de la latitud, se origina el Reloj Ecuatorial.

Y si en los dos segundos la inclinación  $i$  es igual á la latitud, obtendremos entonces el Reloj polar.



Relojes inclinado indeclinante, Meridional superior. Inclinación  $30^\circ$  Latitud  $51^\circ$

---

Cœlestium index  
STERNEIM

165. Sea A B C D el plano del cuadrante (fig. 37) y su meridiana inclinada de  $30^\circ$  con el plano horizontal la supondremos encontrada en la línea N-O. En todas las operaciones que van á seguir se concibe el plano del cuadrante rebatido en el papel del dibujo, después de haber girado convenientemente alrededor de su traza horizontal como charnela.

166. El polo del reloj está en O y en él hemos de fijar la varilla paralela al eje del mundo, y para esto recordando que en el caso que nos hallamos el ángulo que ha de formar con la meridiana inclinada N-O ha de ser igual á la latitud, ó sean  $51^\circ$  ménos la inclinación que es de  $30^\circ$ ; resultan  $21^\circ$  para el ángulo en cuestión, en cuyo concepto formaremos el ángulo  $a$  O O' de esta medida y la recta O O' será el rebatimiento de la varilla, la  $a$  O su proyección y la O' O" perpendicular á la varilla, nos indicará el plano del Ecuador en situación auxiliar perpendicular al plano del cuadrante. Colocando todo este sistema á su debida posición, resultará que el Ecuador vendrá á cortar al plano del reloj según la equinoccial E E'. Finalmente, rebatamos el Ecuador en el plano del cuadrante; el

centro  $O'$  irá á situarse en  $\omega$  por lo que, trazando una circunferencia cualquiera, haciendo centro en este último punto y dividiéndola en 24 partes iguales, los radios que partieren de dichos puntos de división nos darán las trazas de los planos horarios sobre el Ecuador, cuales cortando á la equinoccial 1, 2, 3, 4, N, unidos estos con el centro  $O$  nos determinarán por último las líneas horarias de nuestro reloj.

**167.** *Analema* ( $\alpha \nu \alpha \lambda \acute{\epsilon} \mu \mu \alpha$ , altura). Es una proyección ortográfica de la esfera, suponiendo el punto de vista á una distancia infinita y en la dirección oriental ú occidental del horizonte. En esta proyección en donde el horizonte y el Ecuador están representados por líneas rectas, es en donde se puede averiguar la altura del Sol que corresponde á una hora determinada. Se emplea también para determinar la hora de la salida y puesta de Sol en una latitud cualquiera con indicación del día que se escoja, como ya hemos visto al tratar de los relojes verticales indeclinantes.

**168.** Supongamos que en la (fig. 59) el globo celeste esté representado por  $N A S A' N$  cuyo círculo es la sección hecha á la misma esfera por el coluro de los Solsticios. En él,  $N S$  es el eje del mundo,  $D D'$  el Ecuador,  $A G$  el plano que contiene la eclíptica inclinada con el Ecuador del ángulo  $23^{\circ} 27'$ .

Si imaginamos el rebatimiento del plano de la eclíptica sobre el plano de dicho coluro, una vez rebatido se confundirá con este último, y dividiendo el círculo que así resulta, en doce partes, á partir del

punto A que corresponde al trópico de Cáncer, obtendremos los puntos ó sitios en donde se encuentra el astro solar en un día determinado de cada mes. esto es, cuando entra en cada uno de los doce signos del Zodiaco, pues cada mes tiene su signo propio según ya sabemos. De aquí que cada uno de estos puntos encontrados se les acompañe con el signo que le corresponde de  $\text{♋}$ ,  $\text{♌}$ ,  $\text{♍}$ ,  $\text{♎}$ ,  $\text{♏}$ ,  $\text{♐}$ ,  $\text{♑}$ ,  $\text{♒}$ ,  $\text{♓}$ ,  $\text{♈}$ ,  $\text{♉}$ ,  $\text{♊}$ . Colocando luego esta eclíptica que tenemos rebatida en su verdadero lugar, esta deshaciendo el giro se colocará otra vez proyectada en A G', de modo que los puntos zodiacales girando dos á dos unidos por cuerdas perpendiculares á la charnela, tales como  $\text{♌}$ ,  $\text{♍}$ ,  $\text{♎}$ ,  $\text{♏}$ ,  $\text{♐}$ ,  $\text{♑}$ ,  $\text{♒}$ ,  $\text{♓}$ , irán á proyectarse también dos á dos en puntos tales como *b*, *c*, *o*, *d*, *f* y en los puntos extremos  $\text{♋}$ ,  $\text{♌}$ . Las alturas de estos puntos sobre el Ecuador serán las que tenga el astro Solar en cada uno de los días que entre en su signo correspondiente y si en virtud de esto trazamos por los puntos *b*, *c*, *o*, *d*, *f* las rectas paralelas al Ecuador, estas nos representarán en la proyección los distintos paralelos que recorre el Sol en los días indicados.

**169.** Nos podremos ahora hacer perfectamente cargo de las inclinaciones de los rayos solares con respecto al Ecuador, según sea su altura. Así, por ejemplo, cuando recorre el paralelo A' A (Solsticio de verano), el cono de los rayos luminosos es A O A' y sus generatrices están inclinadas del ángulo A O D cuando recorre el paralelo B B' que contiene los signos  $\text{♌}$ ,  $\text{♍}$  proyectados en *b* el cono es B O B' y sus generatrices tienen una inclinación con respecto al Ecua-

dor del ángulo  $B O D$ . Cuando sea  $C C'$  el paralelo que recorra el Sol y será cuando le corresponda los signos de  $\eta \vartheta$ , ambos proyectados en el punto  $c$  y relativos á los meses de Agosto y Abril, el cono de los rayos solares está expresado por  $C O C'$  y el ángulo de las generatrices del cono con el Ecuador el  $C O D$ . Al llegar á los meses de Marzo y Septiembre y en los días correspondientes á la época de los equinoccios, los signos zodiacales de las Balanzas y Aries se confunden en el plano de la eclíptica proyectados en el punto  $O$ , resultando que el Sol recorre en esta época su paralelo, que en este caso es el Ecuador, resultando que los conos anteriores el ángulo al vértice se ha ido abriendo sucesivamente, así como disminuyendo el ángulo de sus generatrices con el plano del Ecuador hasta reducirse á cero en el caso que consideramos, por cuyo motivo los conos anteriores se han convertido en un plano.

Pero á partir de esta época y en los meses de Octubre y Febrero el Sol entra en los signos de Escorpión y Piscis, ambos á dos proyectados en el punto  $d$  en el hemisferio meridional, la base del cono de los rayos luminosos será el paralelo  $K K$ . y la inclinación de las generatrices del cono con el Ecuador será el ángulo  $D O K$  igual precisamente al ángulo  $C O D$  que hemos visto en la parte septentrional. Del mismo modo para los signos Sagitario y Acuario, esto es, en Noviembre y Enero encontraremos que los rayos solares tienen una inclinación con respecto al Ecuador igual al ángulo  $F O D$  precisamente igual á su simétrico de la parte superior  $B O D$ . Así como también el ángulo  $D O G$  inclinación de los rayos solares con

respecto al mismo Ecuador cuando el Sol recorra el trópico de Capricornio en el mes de Diciembre será igual al ángulo superior  $A O D$  relativo á la inclinación á los rayos solares cuando se ha supuesto en el mes de Junio que el Sol recorrería el trópico de Cáncer. Toda esta igualdad de ángulos superiores é inferiores, septentrionales ó meridionales tiene por causa de que cada cono descrito por los rayos solares en el hemisferio septentrional, puede considerarse como una hoja de una superficie cónica en que la otra hoja invertida con ella por el vértice corresponde á otro de los conos engendrados en la parte meridional.

**170.** Una vez obtenido el sector  $A O G$  con todos los radios intermedios  $O A, O B, O C, O D, O K, O F, O G$  es cuando puede emplearse con ventaja para facilitar las operaciones al ir á encontrar puntos correspondientes á las líneas zodiacales.

**171.** En efecto, no hay más que recordar someramente estas operaciones. Para cada punto concebíamos su plano horario correspondiente, el cual pasando por el estilete cortaba al Ecuador según un radio Ecuatorial que se extendía hasta la equinoccial y al plano del cuadrante le cortaba según una línea horaria que también se extendía hasta la propia equinoccial; así formábamos un triángulo rectángulo con el auxilio de estas dos líneas de intersección y el estilete, en donde el ángulo recto estaba formado por el encuentro del estilete con el radio ecuatorial que representaba el Ecuador. En el plano de este triángulo considerábamos luego una transversal que no era otra que el

rayo solar que rasaba por el punto extremo del estilete y con la debida inclinación con respecto al Ecuador, la cual dependía de la declinación del Sol en el día que escogíamos para el trazo de la línea zodiacal, y el punto de intersección que encontrábamos de esta transversal con la línea horaria era el punto que buscábamos de la línea mensual para la hora escogida.

Si aprovechamos ahora la propiedad que los distintos triángulos tienen un lado igual cual es la longitud del estilete y un ángulo igual cual es el recto, resultará que en lugar de construir dichos triángulos con sus transversales en la misma figura del cuadrante, podremos llevar fuera las operaciones y unificarlas con mejor método, superponiendo en la figura 58 todos los triángulos de modo que coincidan en uno de sus catetos (el que representa el estilete  $O O'$ ) y en el ángulo recto.

Estos triángulos serán el  $OO'x$  para la hora de las 12.

$O O's$  para las horas de la 1 y las 11.

$O O'y$  para las horas de las 2 y las 10.

$O O'u$  para las horas de las 3 y las 9.

$O O't$  para las horas de las 4 y las 8.

$O O'k$  para las horas de las 5 y las 7.

Etcétera, etc., etc.

Las distancias de la (fig.<sup>a</sup> 58)  $O' x$ ,  $O' s$ ,  $O' y$ ,  $O u$ , etcétera son respectivamente iguales á las  $\omega O''$ ,  $\omega 1$ ,  $\omega 2$ ,  $\omega 3$ ,  $\omega 4$ , etc. de la (fig.<sup>a</sup> 57).

**172.** Dispuestos así esta serie de triángulos coloquemos el sector triangular mixtilíneo de la (fig. 59), de modo que la línea del Ecuador  $\Upsilon$ ,  $\underline{\quad}$  coincida en la (fig. 58) con la línea que parta del punto  $O'$  y señalada



también con los mismos signos, entonces los rayos luminosos que no serán otra cosa más que las transversales antes referidas vendrán á colocarse en las rectas que partan del punto O' y señaladas con los signos de ☉, ☌, ☍, ☎, ☏ en la parte septentrional, mientras que en la parte inferior ó meridional serán las líneas designadas por los restantes signos de ♄, ♁, ♀, ♁, ♃. Así colocados los triángulos con los rayos luminosos como á transversales de los mismos, fácil nos será deducir las líneas zodiacales encontrando las intersecciones de cada uno de estos rayos luminosos con las líneas horarias cuyas no son más que las hipotenusas de los referidos triángulos. Así, por ejemplo, si nos proponemos encontrar la línea zodiacal correspondiente al trópico de Capricornio, esto es, en el día 21 de Diciembre. Para este día el rayo luminoso está expresado en la (fig. 58) por la línea O' ♄, la cual corta á las líneas horarias O-12, O-1, O-2, O-3, O-4, etc., en los puntos *m*, *n*, *p*, *q*, *r*, etc., de modo que obtenidos éstos se logran las distancias O *m*, O *n*, O *p*, O *q*, O *r*, etcétera, sobre las líneas horarias desde los puntos referidos al centro del reloj, cuales distancias colocadas en la (figura 57), en que está dibujado el cuadrante, á partir siempre del centro O y colocada cada una de ellas simétricamente á derecha é izquierda de la meridiana, se obtendrán así los puntos *m*, *n*, *p*, *q*, *r*, que unidos nos darán la línea zodiacal que pedíamos.

Lo mismo haremos para obtener otra cualquiera, como la que corresponde á la curva siguiente de los signos ♃ y ♁ correspondiente á los meses de Noviembre y Enero, siendo ahora el rayo solar que aprovecharemos en la (fig. 58) el designado por los referidos

signos cortando á las líneas horarias en los puntos  $m'$ ,  $n'$ ,  $p'$ ,  $q'$ ,  $r'$ , etc. cuyas distancias de estos puntos al centro  $O$  colocadas en el plano del cuadrante del mismo modo como hemos hecho con la anterior, nos dará la segunda curva zodiacal  $m'$ ,  $n'$ ,  $p'$ ,  $q'$ , etc. Por igual procedimiento vendríamos á la determinación de las restantes, conforme muestran las figuras de su referencia. La que corresponde á los meses de Septiembre y Marzo vendrá como en los demás cuadrantes representada por una línea recta  $\gamma \simeq$  en cuanto á la índole de las demás curvas y atención hecha á la latitud escogida, así como á la inclinación del plano del cuadrante, serán todas hipérbolas en virtud de que dicho plano estará inclinado con respecto al plano de la base del cono de un ángulo de  $69^\circ$ , mayor que la inclinación de sus generatrices con respecto á la base del propio cono, ya que la máxima cantidad angular que los conos de declinación pueden alcanzar, es de  $23^\circ. 27'$ .

**173.** Líneas de salida y puesta para el día 21 de Junio (fig. 60). Concibamos un corte efectuado en la esfera celeste por el coluro de los Solsticios, en donde  $NS$  es el eje del mundo,  $EE'$  el Ecuador,  $AB$  el plano horizontal del punto cuya latitud es de  $51^\circ$ ,  $PC$  la traza del plano inclinado del cuadrante, cuya inclinación es de  $30^\circ$ ,  $GG'$  el trópico de Cáncer. Si trazamos por el centro  $O$  un plano  $p-p$  paralelo al plano  $P$  del cuadrante, es evidente que toda la parte del paralelo del trópico que media, proyectado desde  $F$  á  $G'$ , representará la parte de arco diurno que se encuentra precisamente delante de nuestro cuadrante, siendo el

punto F el sitio en que el centro del astro solar estará en los bordes del plano del cuadrante y por lo tanto allí nos indicará la salida y puesta. Al efecto, si rebatimos el trópico alrededor de la línea G G' como charnela; éste vendrá representado en proyección horizontal en la circunferencia de centro O', la cual dividida en 24 partes iguales á partir del punto 12', y siguiendo la numeración expresada en la (fig. 60), nos indicará la traza F' F" del reloj sobre el trópico, la parte de arco diurno en su verdadera magnitud F' 12 F" que se encuentra delante del plano del cuadrante, demostrando que á las cinco y media será la hora de salida y á las seis y media la hora de puesta. Téngase bien en cuenta que esta salida y puesta se refiere exclusivamente al mismo plano del reloj, pero no á las que se relacionan en el plano horizontal de la localidad, puesto que el astro solar continua iluminando la localidad hacia la parte posterior del reloj, hasta tanto permanezca sobre el horizonte en los límites que dibuja la figura en el plano horizontal D' D". Estas líneas de salida y puesta se dibujarán sobre el reloj, valiéndonos de los radios ecuatoriales que responden á las horas señaladas.

**174.** Si nos fijamos bien en las operaciones que han presidido para la construcción de este reloj y las comparamos con las que llevamos á cabo con un reloj horizontal no nos será difícil ver que ambas son iguales no diferenciándose más que en el valor del ángulo que forma el estilete con la meridiana. De aquí resulta que el cuadrante inclinado meridional superior puede considerarse como un reloj horizontal

construído para una latitud igual al ángulo que forma el estilete con la meridiana inclinada del reloj, y en este concepto pueden ocurrir dos casos y son: que dicha latitud sea boreal ó austral; si la primera será la misma cara y varilla del reloj, las que se emplearán, y en el segundo caso como demuestra la fig.<sup>a</sup> 61 para el punto  $a$ , será la cara opuesta de la tablilla colocada en  $p$ , así como la prolongación de la varilla al pasar á la parte opuesta, las que tendrán directo uso, pues la varilla al prolongarse hacia al dorso del primitivo reloj, estará dirigida hacia el polo Sud, correspondiendo en este caso el reloj horizontal al hemisferio austral.

---



## CAPÍTULO XIII

---

### Reloj Inclinado, Indeclinante Oriental Superior

---

Pulchrior ab umbris.  
BOUTEREAU.

175. Para facilitar el estudio de la construcción de este reloj se ha creído conveniente en lo que concierne á la mejor comprensión de las operaciones que han de llevarse á cabo en el espacio, hacerle preceder la figura convencional (fig.<sup>a</sup> 62) en la que se exponen las construcciones necesarias para la fijación del estilete y proyección de éste sobre el plano del cuadrante, ó sea la substilar.

El plano inclinado del cuadrante está expresado por P; Q es un plano horizontal para auxilio de operaciones, A U' una línea de máxima pendiente del plano dado. La traza horizontal del plano P se confunde con la dirección de la línea N-S, ó sea la meridiana y por lo tanto resulta que el ángulo A U O que forma la citada línea de máxima pendiente con la línea. E-O (Este-Oeste) ha de ser igual al ángulo de inclinación del plano del cuadrante.

Sea ahora o el punto por donde se quiere que pase el estilete, éste ha de estar contenido en el vertical

meridiano que pase por dicho punto, esto es, el vertical  $M T L C$ , cuya traza horizontal es la misma línea  $N-S$ , que á la vez es una horizontal del cuadrante. Si trazamos pues en este plano vertical una recta  $O C$  por el punto  $O$  que haga con la línea  $N-S$  un ángulo igual á la latitud del lugar, es evidente que  $C$  será el polo del reloj y la recta así obtenida, su varilla, pues reunirá las condiciones para ser paralela al eje del mundo.

**176.** No olvidemos ahora que esta sencillísima operación la hemos de efectuar en el espacio, pero referida en el plano  $P$  inclinado del reloj, en el cual es en donde dibujamos y que por lo tanto á él debemos relacionar todas las construcciones. Al efecto, supongamos, siquiera sea momentáneamente, que por el extremo  $O$  trazamos una falsa varilla  $O O'$  perpendicular al plano  $P$ . Tracemos al mismo tiempo por el punto  $O$  una vertical hasta que corte en el punto  $U$  al propio plano; este punto  $U$  es el que se conoce con el nombre de punto vertical del plano del cuadrante y determinará con  $O'$  la línea de máxima pendiente  $A U$  antes referida. En el espacio hemos formado el triángulo rectángulo  $O O' U$  en el cual el ángulo  $O' O U$  es precisamente igual al de la inclinación  $O' U O$  del plano del cuadrante; de lo cual se infiere que suponiendo rebatido dicho triángulo en el plano  $P$ , tomando como á charnela  $O' U$ , en este rebatimiento lo tendremos expresado en  $O' O'' U$ , y como el punto  $U$  ha quedado inmóvil en dicho movimiento, de aquí resulta que dicho punto se puede encontrar inmediatamente una vez fijado el punto  $O'$  y la magnitud del falso

estilete y refiriendo las operaciones únicamente en el plano P, pues bastará trazar por O' la O' O'' perpendicular á la línea de máxima pendiente A U y conducir por dicho punto O'' una recta O'' U que forme con la O O'' un ángulo igual á la inclinación conocida y el punto de intersección de esta recta con la línea de máxima pendiente A U será el que buscábamos.

177. La segunda operación consiste en encontrar el centro C ó polo del reloj, y para esto tendremos en cuenta que estando situada la varilla O C en el plano vertical M T L C levantado por la horizontal C L que pasa por el punto U, nada más fácil que rebatir este plano auxiliar alrededor de C L como charnela, ó sea la línea N-S, hasta que quede coincidiendo con el plano horizontal Q en cuyo caso la línea vertical O U vendrá á rebatirse en O' U, y como el punto C habrá quedado inmóvil en el movimiento, tendremos como á consecuencia que el estilete vendrá á colocarse en O' C. Esto nos indicará, pues, el medio de referir esta segunda operación en el plano del cuadrante.

Para esto por el punto U trazaremos la S N perpendicular á la O' U considerar dicha S N como línea de tierra. trazando desde U la U O' perpendicular á la línea de tierra é igual á la magnitud de la vertical O'' U = O U y conduciendo finalmente en este plano horizontal la recta O' C de manera que forme con la U O' un ángulo igual al complemento de la latitud, el punto de intersección que nos dé con la línea de tierra S N, será el punto C el polo ó centro del reloj.

Con estos datos cuales son el polo C, el punto O' proyección del extremo O del estilete sobre el plano

del cuadrante, y la magnitud del falso estilete  $O O'$  ó sea la proyectante del punto  $O$  sobre el plano  $P$ , el estilete quedará completamente determinado, puesto que la línea  $C O'$  será su proyección sobre el plano del cuadrante y de ésta poder deducir inmediatamente su rebatimiento  $C O'''$  sobre el propio plano con solo levantar la perpendicular  $O' O''$  igual á  $O' O'''$ .

178. Comprendidas estas operaciones nos será muy fácil pasar inmediatamente á la (fig. 63) en donde se resuelve directamente el reloj inclinado oriental superior que suponemos colocado en la tablilla, muro ó lienzo de pared encuadrado en  $X Y Z K$ . Tracemos ante todo la línea de máxima pendiente  $O'' A$  y suponiendo que  $O'$  sea el pie del falso estilete, éste lo podremos rebatir inmediatamente en  $O' O$  en ángulo recto á la charnela  $A O''$ , trazando ahora por el punto  $O$  que representa en el rebatimiento el punto extremo del estilete, una recta que forme con  $O O'$  el ángulo de  $46^\circ$  de la inclinación del plano, el punto  $U$  de la intersección que obtendremos de la línea que así resulte con la charnela ó línea de máxima pendiente, será el que hemos llamado punto vertical del cuadrante, de modo que trazando por él la horizontal  $N-S$  obtendremos la meridiana de nuestro reloj y por lo tanto el plano meridiano no será otro que el vertical que se levante sobre esta última línea y en el cual ha de estar colocado el estilete. A este efecto rebatamos dicho plano meridiano sobre el plano del reloj, tomando como á charnela la línea  $N-S$ ; en el movimiento el punto  $O$  se trasladará en  $O''$  sobre la perpendicular  $U O''$  igual á  $U O$ . Trazando ahora por el punto  $O''$  la recta  $O'' C$



que forme el ángulo de  $48^\circ$  igual al complemento de la latitud, con la  $O''U$ , su intersección  $C$  con la  $N-S$  será finalmente el polo del reloj y la unión de  $C$  con  $O'$  será la proyección del estilete sobre el plano del cuadrante.

**179.** Obtenida esta proyección ya todas las construcciones ulteriores son análogas á los demás relojes. En efecto, si rebatimos en el plano del cuadrante el estilete escogiendo como á charnela su proyección  $CO'$ , después de rebatido tomará la posición de  $CO^{IV}$  puesto que el punto  $C$  es fijo y el punto  $O'$  gira perpendicularmente á la charnela hasta venir á colocarse á la distancia  $O'O^{IV}$  igual á  $O'O$ ; en esta situación el Ecuador vendrá representado en  $O^{IV}o$ , esto es, perpendicularmente al rebatimiento de dicho estilete; y como corta en  $o$  á la substilar, resulta que trazándole una perpendicular  $\Upsilon \simeq$  ésta será la línea equinoccial alrededor de la cual se hará girar al Ecuador hasta rebatirlo en el plano del cuadrante. En este movimiento el centro del mundo  $O'$  se moverá perpendicularmente á la charnela, colocándose en definitiva en el punto  $\omega$  á una distancia  $o\omega$  igual á la  $oO^{IV}$ . Describiendo ahora una circunferencia cualquiera de centro  $\omega$  y teniendo en cuenta que el punto 12 intersección de la equinoccial con la meridiana  $N-S$  pertenece á la intersección del plano meridiano con el del Ecuador y que por lo tanto esta intersección rebatida está en  $\omega 12$ ; sólo bastará dividir la circunferencia expresada en 24 partes iguales á partir del radio  $\omega 12$  y las líneas radiales que así obtendremos representarán como siempre los planos horarios referidos al Ecuador y luego buscando sus intersecciones con la línea

equinoccial en los puntos 4,-5,-6,-7,-8, etc., estos últimos unidos con el centro C del reloj nos darán las líneas horarias del mismo, siendo la N-S la que corresponde á la línea del medio día ó de las 12.

**180. Líneas zodiacales:** estas se encontrarán análogamente como en los demás relojes, adoptando el sistema especial de reunir aparte todos los triángulos auxiliares, empleando á la vez el sistema de rayos solares deducidos del analema. Insiguiendo, pues, lo hecho en el reloj anterior, construiremos (fig.<sup>a</sup> 64) los triángulos rectángulos C' O 12, C' O 11, C' O 10, C' O 9 etcétera, etc. y tales que C' O es igual á la magnitud de la varilla y los catetos O 12, O 11, O 10, O 9, etc., son respectivamente iguales á las distancias ecuatoriales que median en la figura 63 desde el punto  $\omega$  á los puntos 12, 11, 10, 9, 8 de la línea equinoccial. De esto resulta que las hipotenusas C' 12, C' 11, C' 10, C' 9, C' 8 consideradas indefinidas representarán las líneas horarias rebatidas en el plano auxiliar de la figura 64; es evidente, pues, que si por el punto O que representa el extremo de la varilla, imaginamos los rayos solares del analema de modo que formen las inclinaciones que ya sabemos con el plano del Ecuador que está representado por la línea O  $\Upsilon$ , entonces cada uno de estos rayos solares nos irá cortando sucesivamente á cada una de las líneas horarias en puntos tales que nos indicarán las distancias respectivas á que se encuentran del polo C' del reloj las sombras arrojadas del punto extremo de la varilla para cada línea horaria que se refiera al día preciso que corresponda á la declinación del Sol para el rayo luminoso

escogido. Así, por ejemplo, queriendo obtener la curva de declinación del día 21 de Junio, tendremos de echar mano del rayo solar  $O \odot$  de mayor declinación boreal, el cual cortando á las líneas horarias en los puntos  $a, b, c, d, e, f, g$ , etc., nos indicarán las distancias  $C' a, C' b, C' c, C' d, C' e$ , etc., etc., cuales trasladadas en la fig.<sup>a</sup> 63 desde el centro  $C$  sobre cada una de las líneas horarias correspondientes á la misma designación de la fig.<sup>a</sup> 64, nos darán por último los puntos  $a, b, c, d, e, f, g$ , etc. que constituirán en nuestro caso una hipérbola que obedecerá á la línea zodiacal de Cáncer que se refiere al 21 de Junio. Procediendo del mismo modo para los signos de Mayo y Julio que son  $\text{H}$  y  $\Omega$ , los puntos de intersección encontrados serán los  $a', b', c', d', e'$ , etc. que se trasladarán del mismo modo que los anteriores en la figura 63 en los puntos de igual denominación que unidos darán la hipérbola de la línea zodiacal siguiente. Para los meses de Abril y Agosto en los días de los signos  $\text{Y}$  y  $\text{m}$  obtendremos los puntos  $a'', b'', c'', d''$  y en ellos deduciremos los de igual denominación que constituyen la tercera hipérbola. Para Marzo y Septiembre, esto es, en los signos  $\text{V}$   $\simeq$  los puntos de intersección 12, 11, 10, 9, 8, etc. trasladados de igual manera en el plano del cuadrante nos darán la cuarta línea zodiacal, que será una línea recta, cuya es la equinoccial, y siguiendo por el mismo orden, así obtendríamos las demás líneas restantes.

**181. Líneas de salida y puesta para el día 21 de Junio.**  
 —(Fig. 65).—La línea  $E E$  representa el plano del Ecuador,  $N S$ , el eje del mundo, el punto  $A$  el lugar de

la observación á  $42^{\circ}$  de latitud, H H el plano horizontal del lugar, C D el trópico de Cáncer. Como aquí hemos de considerar el plano del reloj inclinado de  $46^{\circ}$  con el plano horizontal y cuya traza horizontal se confunde con la meridiana del lugar proyectada con H H, de aquí resulta que para conocer este plano será necesario emplear un plano de proyección vertical cuya línea de tierra sea perpendicular á la traza H H. Trazando en este plano vertical por el punto *m* una línea que forme con la L T el ángulo de inclinación de  $46^{\circ}$ , de modo que la abertura de este ángulo esté dirigida hacia la izquierda, habremos obtenido así el plano P en las condiciones de nuestro reloj Oriental Superior. Es evidente ahora, que si por el centro del mundo se traza un plano paralelo á P, éste cortará al trópico de Cáncer según una recta cuyos puntos extremos estarán situados en el arco diurno que corresponde al paralelo del trópico á la vez que en los bordes del cuadrante, y por lo tanto, en estos puntos es en donde se efectuará la salida y puesta consiguiente. Para encontrar, pues, esta recta de intersección, observaremos que el plano P corta á la esfera celeste según un círculo máximo  $\alpha \beta$  y horizontalmente según la elipse H'  $\alpha'$  H'  $\beta'$  y como dicha elipse corta al trópico en los puntos *a* y *b*, resulta que la recta que los unirá será la que pedíamos. Para hacer un uso conveniente de la misma, rebatiremos el trópico en la figura inferior en donde la recta de que se trata vendrá expresada por la *a' b'* traza de nuestro cuadrante sobre el trópico por lo cual nos indica que en los puntos *a'* y *b'* será cuando el astro solar pase por el borde del cuadrante, empezando la iluminación en el primero y concluyendo

en el segundo. Mas como quiera que el plano horizontal  $H' H'$  (esto es el horizonte racional del lugar) nos corta al trópico según la recta proyectada en  $h$ , expresada en  $h' h'$  en el rebatimiento, vemos aquí cómo el punto  $a'$  de salida para el cuadrante se encuentra debajo del horizonte del lugar, por lo que podemos inferir, que si bien el astro solar, su centro estará situado en el canto del cuadrante suponiéndolo éste imaginariamente prolongado hacia la parte inferior del horizonte; sin embargo, no habrá llegado el momento bajo el punto de vista práctico de empezar la iluminación del cuadrante, lo cual sucederá en el instante que el astro solar aparezca en el horizonte en el punto  $h$ , que corresponde á las cuatro y media. En cuanto á la línea de puesta corresponderá en el instante en que el astro solar esté en  $b'$  en el borde del cuadrante, pasado cuyo momento deja de iluminarlo para herir con sus rayos la cara opuesta ó inferior del mismo. Esta hora de puesta según la división en 24 partes del trópico, correspondería á las 3 y 25 minutos, cuales horas trasladadas en el cuadrante, nos indicarán las líneas horarias que allí señalamos con este objeto.

**182.** La línea de puesta que se origina en la puesta del Sol en el mismo cuadrante, esto es, cuando su centro está colocado en la superficie del reloj, podríamos encontrar esta línea valiéndonos en la figura 64 del analema allí establecido cuando se han encontrado las líneas zodiacales. Para eso no hay más que recordar que la línea de puesta que se desea es el resultado de la intersección del plano del reloj con un cierto plano horario determinado por la varilla y por

una recta que inclinada con respecto á dicha varilla de un ángulo igual al complemento de la declinación del astro solar en el día que se considere, es á la vez paralela al plano del cuadrante y por lo tanto irá á cortar á éste al infinito; luego en la (fig. 64) la línea horaria que buscamos pasará como todas por el punto  $C'$  y habiendo de ser cortada al infinito por el rayo solar  $O \odot$ , (puesto que nos fijamos en el día 21 de Junio) claro está que la tendremos determinada trazando por dicho punto  $C'$  una recta  $C' x$  paralela al rayo solar  $O \odot$ , el punto de intersección  $x$  de esta línea últimamente trazada con la  $O x$  que representa el Ecuador será tal, que la distancia  $O x$  representará análogamente como representaba en las demás líneas horarias el plano horario referido al plano del Ecuador, bastando, pues, haciendo centro en  $\omega$  (fig. 63) y con el radio  $O x$  trazar un arco que cruce á la línea equinoccial en el punto  $x'$ , el cual unido con el centro  $C$  del reloj y prolongándola hacia la parte opuesta del punto  $C$  (porque opuesta era la distancia  $O x$  de las  $O 12$ ,  $o 11$ ,  $o 10$  de la fig. 64), obtendremos finalmente la línea de puesta que nos proponíamos, coincidiendo con la que ya habíamos encontrado por el sistema anterior.

**183.** Recordemos que esta línea de puesta también la hubiéramos podido encontrar valiéndonos de una de las asíntotas de la hipérbola de declinación correspondiente, y decimos de una de las asíntotas por que la otra correspondería á la línea de salida del Sol en el mismo cuadrante, acto que tiene lugar según ya hemos dicho, debajo el plano de horizonte en la prolongación imaginaria del cuadrante en cuestión

y que por lo tanto no hay lugar á que dicha línea figure en el reloj y que no hay que confundir con la señalada en el cuadrante cuya misión es señalar la línea horaria que indica el momento de la aparición del astro sobre el horizonte del lugar de que se trata.

Dicho se está, pues, que esta línea está exenta de ser paralela á ninguna asíntota.

---

## CAPITULO XIV

---

### Reloj Inclinado, Declinante, Meridional, Oriental, Superior.

---

Signat et monet.  
DEPARCIEUX

184. La latitud del lugar es de  $34^{\circ}$ , la inclinación del reloj con respecto al plano horizontal es de  $52^{\circ} 30'$ , y el ángulo de declinación es de  $38^{\circ}$ . De todos los cuadrantes establecidos en superficies planas, éste es el más general que puede ocurrir y salvo el dato de la declinación, las construcciones para resolverlo son análogas á las referidas en el reloj anterior.

Sin embargo, haremos de él una sucinta reseña, y al objeto de que esta pueda tener más fácil comprensión nos fijaremos alternativamente en las dos (figuras 66 y 67) en las cuales la primera convencional y en perspectiva ayudará al conocimiento de las construcciones descriptivas de la figura segunda, y á este objeto en las dos, las líneas análogas irán designadas con las mismas letras y se auxiliarán mutuamente hasta que obtengamos el estilete en la verdadera situación en el espacio con relación al plano del cuadrante.

185. Ante todo es necesario proceder á buscar los



ángulos de inclinación y de declinación, para lo cual hecharemos mano de los procedimientos ya referidos en su lugar y párrafos, cuales ángulos encontrados suponemos son los que se indican al principio de este capítulo. Procede luego á determinar la meridiana inclinada del reloj, esto es, la intersección de este con el plano meridiano del lugar. Al efecto, imaginemos en el plano del cuadrante  $M P Q R$  una línea de máxima pendiente  $Z Y$  y esta línea sabemos que formará con su proyección horizontal el ángulo de inclinación; escogiendo ahora en esta recta un punto tal como  $O'$  y levantando por él una recta perpendicular al plano y de magnitud determinada, el punto extremo de ésta podremos convenir en que pase por él el estilete cuya posición busquemos. Rebatiendo ahora esta recta  $O' O$  que llamamos falso estilete en  $O' O$  sobre el plano del cuadrante, ya sabemos por el párrafo 144 que si por el punto  $O$  trazamos una recta  $O V$  inclinada con respecto  $O O'$  del ángulo de inclinación  $52^{\circ} 30'$ , la línea que así resulte  $O V$  será una línea vertical en el espacio mientras que su punto  $V$  de intersección con el cuadrante caerá sobre la línea de máxima pendiente, siendo el punto llamado vertical del plano del reloj, de lo cual se infiere que si trazamos en el rebatimiento la línea  $O A$  en ángulo recto con  $O V$ , esta línea  $A O$  en el espacio será horizontal y nos determinará con la otra horizontal  $H H$  trazada por el punto  $A$  un plano horizontal. Este plano es de mucha importancia en el reloj de que se trata, porque en él se efectúan las operaciones indispensables para el trazado de la meridiana horizontal, por la que luego venimos en conocimiento de la meridiana inclinada; para hacer uso,

pues, de este plano, rebatámoslo en el plano del cuadrante tomando como á charnela la  $HH$ ; en este movimiento el punto extremo del estilete vendrá á situarse en  $O''$  perpendicularmente á la charnela y á una distancia  $A O''$  igual á  $A O$ . Sabiendo ahora que la declinación ó sea el ángulo que forma la traza del reloj con la línea  $EO$ , es de  $38^\circ$  bastará trazar por el punto  $O''$  una recta  $O''D$  inclinada del referido ángulo con la  $A O''$  cuya abertura de este ángulo se dirigirá hacia la derecha por declinar hacia el Oriente y con evidencia siendo los dos ángulos iguales, el trazado últimamente y el de declinación del reloj, resultará que siendo de hecho  $A O''$  perpendicular á la dirección de la traza horizontal del reloj, la  $O''D$  será á su vez perpendicular á la línea  $EO$ , y por lo tanto representará la meridiana horizontal.

De todo lo cual resulta que el punto de intersección  $D$  de esta meridiana horizontal que pasa por el punto extremo del estilete con la línea  $HH$  pertenece ya á un punto de la intersección del plano del cuadrante con el meridiano y como este es vertical claro está que si por el punto extremo del estilete que lo tenemos rebatido en  $O$  volvemos á reproducir la vertical  $OV$ , ésta forzosamente estará contenida en dicho plano, y el punto  $V$  que hemos llamado vertical será otro punto de la intersección de los dos planos de que se trata, por lo que inferimos que la unión de los dos puntos  $VD$  será la representación de la meridiana inclinada.

**186.** Obtenida ésta es fácil el fijar la verdadera situación del estilete, pues este está contenido en el

plano meridiano y éste á su vez está dado por la meridiana inclinada y el punto extremo del estilete. Si rebatimos este plano meridiano en el plano del reloj, tomando como á charnela la intersección  $V D$  de los dos, tendremos que el punto extremo del estilete proyectado en  $O'$  describirá una circunferencia en el movimiento cuyo plano será perpendicular á la charnela, situándose en definitiva en la dirección  $O' O^{IV}$  y á una distancia del punto  $D$  tal como  $D O^{IV}$  que será igual á  $D O''$ , lo cual se comprende perfectamente en atención á que el punto  $D$  está en la charnela y la mínima distancia de estos dos puntos la tenemos en su verdadera magnitud rebatida en  $D O''$ . Si pues en el rebatimiento últimamente efectuado  $D O^{IV}$  representa la meridiana horizontal, trazando por dicho punto la recta  $O^{IV} C$  que forme con la  $D O^{IV}$  el ángulo igual á la latitud que es de  $34^\circ$  representará visiblemente rebatido el estilete, siendo su intersección  $C$  con la meridiana inclinada el centro ó polo de nuestro reloj. Resta solamente colocar la varilla en el espacio en la verdadera situación que haya de tener, lo cual se consigue fácilmente teniendo en cuenta que el centro  $C$  ó polo es inmóvil en el movimiento que hagamos mientras que el punto extremo del estilete  $O^{IV}$  pasa á tomar la posición  $O'$ ; luego la recta que una  $O'$  con  $C$  será el estilete fijado y proyectado sobre el plano del reloj y á la vez la línea Substilar del cuadrante.

**187.** Procede desde luego á determinar las líneas horarias, para lo cual rebatiremos el plano proyectante del estilete sobre el cuadrante; en este movi-

miento el punto  $O'$  extremo del estilete se moverá perpendicularmente á la charnela y se situará sobre la perpendicular  $O' O''$  á la  $O' C$  y á una distancia de  $C$  igual á  $C O^{IV}$  colocándose definitivamente en  $O''$ , siendo así el estilete rebatido la recta  $O'' C$ . En esta disposición el Ecuador vendrá proyectado según  $O'' B$  perpendicular al estilete  $O'' C$ . de modo que tomando en cuenta el punto de intersección  $B$  de la traza del Ecuador  $O'' B$  con la proyección del estilete y trazando por dicho punto la línea  $\Upsilon \cong$  perpendicular á la Substilar, habremos así obtenido la intersección del plano del Ecuador con el cuadrante ó sea la línea equinoccial. Esta servirá de charnela para el rebatimiento del Ecuador sobre el cuadrante, y al hacer este giro, el punto  $O''$  se colocará en  $\omega$  en una dirección perpendicular á la charnela á una distancia  $B \omega$  del punto  $B$  igual á  $B O''$ . Representando, pues,  $\omega$  el centro del mundo, bastará trazar desde dicho punto una circunferencia cualquiera y partiendo del radio  $\omega 12$  (que es la línea de intersección del meridiano con el Ecuador), dividiremos dicha circunferencia en 24 partes iguales; los radios así obtenidos serán los planos horarios sobre el Ecuador y los puntos de intersección de estos radios con la línea equinoccial pertenecerán como en los demás relojes á puntos de las líneas horarias del cuadrante, los cuales permanecen inmóviles cuando el Ecuador rebatido gira para colocarse á su primitiva posición. Uniendo, pues, ahora los puntos así obtenidos 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, etc., con el polo  $C$  del reloj, nos darán finalmente las líneas horarias del mismo. Si alguno de los radios del Ecuador va á encontrar á la equinoccial fuera de los límites

del cuadrante, podremos acudir en auxilio de alguno de los procedimientos empleados en los demás relojes y á más como general se puede echar mano también del siguiente concretado en la (fig. 71) y en el caso de tener ya determinadas seis líneas horarias consecutivas.

**188.** Según esto, sean las líneas horarias  $O 10$ ,  $O 11$ ,  $O 12$ ,  $O 1$ ,  $O 2$ ,  $O 3$ ,  $O 4$  . . . . .; tomemos un punto cualquiera  $a$  de la línea  $O 10$ , haciendo pasar por él una paralela  $M a N$  á la línea  $O 4$ , que está separada de seis horas de la línea  $O 10$ . Si tomamos ahora  $a b' = a b$ ,  $a c' = a c$ , . . . . . entonces concluiremos diciendo que las rectas  $O b'$ ,  $O c'$ , . . . . . serán las líneas horarias de las 9, 8, 7, etc. . . . . En efecto,  $M a N$  puede representar sobre el cuadrante la traza de un plano paralelo al que correspondería al horario de las 4, y por consiguiente, perpendicular al plano de las 10, cuya inclinación sobre el referido de las 4 es de  $6^h \times 15^\circ = 90^\circ$ . Concibiendo ahora por el punto  $a$  una perpendicular al plano de las 10, es evidente que estará contenida en el plano cuya traza sobre el cuadrante es  $M a N$ . Este plano cortará á los planos horarios  $O 10$ ,  $O 11$ ,  $O 12$ , . . . . .  $O 9$ ,  $O 8$ , . . . , según paralelas al estilete, ya que todos estos planos horarios pasan por una recta que es el estilete que tiene por traza sobre el reloj el punto  $O$ , y todos ellos pueden considerarse como secantes á los dos planos paralelos,  $O 4$ , y  $M a N$ , de los cuales el primero pasa también por el estilete, luego las intersecciones del plano  $M a N$  con los horarios  $O 12$ ,  $O 1$ ,  $O 2$ ,  $O 3$ , etc. serán las rectas  $d p$ ,  $c n$ ,  $b m$ ,  $b' m'$ ,  $c' n'$ ,  $d' p'$  que par-

tiendo de los puntos  $d, c, b, b', c', d'$ , intersecciones de las trazas horizontales de dichos planos, sean paralelas á la proyección del estilete sobre el plano del reloj.

Todas estas intersecciones paralelas encontrándose situadas en un mismo plano  $M a N$  que contiene también á la  $p' p$  que antes hemos trazado por  $a$ , perpendicular al plano de las 10, resultará que todas ellas irán á cortar á la  $p' p$ , formándose con esto una serie de triángulos semejantes todos é iguales entre sí uno á uno. En efecto,  $a b m = a b' m'$ ,  $a n c = a n' c'$ ,  $a d p = a d' p'$ , etc. Los dos primeros lo son, por tener el ángulo en  $a$  igual por opuestos por el vértice, los ángulos  $m$  y  $m'$  iguales por alternos internos y los lados  $a b$  igual  $a b'$  por construcción, del mismo modo el triángulo  $c a n$ , es igual á  $c' a n'$  por tener también dos ángulos y un lado iguales y así los demás, deduciendo de aquí lo siguiente: para los dos primeros triángulos tendremos  $a m = a m'$  y además que los planos  $m' b' O$ ,  $m b O$  están igualmente inclinados para con respecto al horario de las 10, infiriéndose de aquí que la recta  $O b'$  pertenecerá al plano de las 9 en el caso en que  $O b$  fuese la línea horaria relativa al plano de las 11. De la misma manera argüiremos diciendo que  $O c'$ ,  $O d'$  serán las líneas de las 8 y de las 7 en el caso en que las  $O c$ ,  $O d$  sean las correspondientes á las horas de las 12 y de la 1.

**189.** La construcción de líneas zodiacales se efectuará exactamente como en los demás casos, así podremos disponer en la fig.<sup>a</sup> 68 los triángulos formados por el estilete, radio del Ecuador correspondiente con

su respectiva línea horaria esta última, siendo siempre la hipotenusa de estos triángulos que se forman, estas líneas horarias vendrán expresadas en C 12, C 10, etc. y todas serán cortadas sucesivamente por las transversales que parten del punto O" en las direcciones de declinación que tienen los rayos solares en los días que el astro solar se encuentra en cada uno de los doce signos del zodiaco. Así obtenemos los puntos *e, d, g, c, h, b, k, a, l*, etc. para la intersección del rayo de ☉ con todas las líneas horarias, los puntos *e', d', g', c', h', b', k' a' l'*, etc., para la intersección de estas mismas líneas horarias con el rayo solar de los signos ♌ y ♍, los puntos *e", d", g", c", h", l" k"*, etc. de intersección de las mismas líneas horarias con el rayo solar de los signos ♎ y ♏, etc. y así sucesivamente con todas las demás. Tomando ahora como en los demás ejemplos las distancias respectivas de todos estos puntos al centro C y trasladándolos en la figura 67 de nuestro cuadrante desde el punto C sobre su respectiva línea horaria, obtendremos así definitivamente con la unión por su orden de cada uno de estos puntos las hipérbolas que responden á la declinación del astro solar para cada uno de los días de los signos del zodiaco.

190. Falta sólomente deducir las líneas de salida y puesta para un día determinado que como se trata de un reloj cualquiera, pues tiene inclinación y declinación, podremos resolver este problema de una manera general; pero para hacer más claras las construcciones trasladaremos la varilla y su Substilar en la (fig. 69). Sea, pues, la varilla rebatida C O", la Subs-

tilar  $C O'$  y para que las construcciones quepan dentro los límites del dibujo, reduciremos la varilla rebatida á la distancia  $C O$ , en este rebatimiento  $O A$  será la traza del Ecuador y la  $e e'$  la equinoccial sobre el plano del cuadrante. Teniendo en cuenta ahora que el Sol sale ó se pone en un plano cuando el centro del astro coincide con el borde ó canto de dicho plano, es evidente que la superficie cónica que forman los rayos luminosos pasando por el extremo de la varilla, tendrá dos generatrices que serán respectivamente paralelas al plano del cuadrante y serán tales, que cada una de ellas tendrá su respectiva paralela pasando por el centro  $C$  y contenidas en el plano del cuadrante. Si logramos determinar estas últimas ellas serán las líneas horarias que buscamos. Pues esto lo conseguiremos fácilmente si tenemos en cuenta la gran distancia que nos separa del astro solar, la cual nos permite sin ningún error suponer nula la distancia  $O C$ , concebir que el punto  $O$  está en el mismo polo  $C$  y que en este último punto imaginamos el cono anterior con la declinación debida; es evidente entonces que este cono vendrá á ser cortado en dos generatrices por el plano del cuadrante ya que éste pasa por su vértice. Imaginémonos, pues, el corte de dicho cono con el plano del cuadrante, y para esto fijémonos que si en  $O C$  viene rebatido el eje del mundo, si tomamos en este rebatimiento á la derecha é izquierda de este eje dos rectas tales como  $G$  y  $G'$  que formen con el estilete dos ángulos  $\alpha$ ,  $\alpha'$  iguales al complemento de la declinación que tenga el astro solar en el día escogido (que aquí es el 21 de Junio, siendo el complemento de la declinación en este día de  $66^{\circ} 33'$ ), entonces en este



rebatimiento el cono vendrá expresado por  $C a a'$  el cual tendrá por base la circunferencia proyectada según la recta  $a, a'$  cuyo plano es perpendicular al eje  $C O$ . Pues bien: si rebatimos ahora el plano de esta circunferencia sobre el plano del cuadrante, este centro vendrá á situarse en  $\omega$  en dirección perpendicular á la Substilar  $C A$  á una distancia  $A \omega$  igual de  $A O$ ; si haciendo, pues, centro en el punto  $\omega$  con un radio igual á  $a O$  trazamos una circunferencia, esta será la base del cono rebatida en el plano del cuadrante, la cual cortará á la equinoccial en los puntos  $b, b'$ , los cuales como persistirán inmóviles al volver las cosas á su primitiva posición resultará que uniendo estos puntos  $b b'$  con el polo  $C$ , éstas representarán las intersecciones que se pedían del cono en cuestión con el plano del cuadrante y por lo tanto sus prolongaciones por la parte opuesta serán las  $C D, C D'$  que son las líneas de puesta y salida respectivas; mas colocadas estas líneas en la (fig. 67) del plano del cuadrante la línea de puesta viene á colocarse en  $C D'$  entre las  $IV$  y las  $V$ , pero en cuanto á la línea de salida  $C D$ , como viene á colocarse por la parte superior del plano horizontal que pasa por el centro  $C$ , inferimos que esta línea correspondería á una posición del astro solar cuando pasa por el borde del cuadrante situado dicho astro debajo el plano de horizonte del lugar concibiendo para esto prolongado imaginariamente el plano del reloj hacia la parte inferior de dicho plano horizontal; luego se deduce que para con respecto al observador esta línea de salida  $C D$  es imaginaria, concluyendo de aquí que la línea real de salida en este reloj quedará acusada en el momento de aparecer el astro so-

lar en el horizonte del lugar de la observación, la que podremos encontrar con el auxilio de la (fig. 70). En ella representando  $h h$  el horizonte racional y  $m n$  el trópico de Cáncer, éste proyectado horizontalmente nos indicará como en otras figuras análogas que la línea  $k' k'$  representa la intersección de los dos planos, expresando el arco  $k' S k'$  el arco diurno y el  $k' N k'$  el nocturno, verificándose según esto, la salida en el punto que corresponde á las 4 y 45 minutos, cuya línea horaria colocaremos en el lugar correspondiente en nuestro plano del cuadrante. Por la misma (figura 70) comparándola con la 67, deduciremos que cuando el Sol se oculte definitivamente debajo el plano de horizonte, lo hará en la parte posterior de dicho cuadrante.

---

## CAPITULO XV

---

### Reloj Polar

---

Elapsas nuntiat horas.  
BOUTERAU.

**191.** Es el que tiene establecido su cuadrante en un plano paralelo á cualquier plano horario y especialmente al de la hora sexta. De la definición se infiere que el plano del reloj será paralelo al eje del mundo. El reloj polar puede ser indeclinante ó declinante; en el primer caso su cara estará expuesta directamente á cada uno de los 4 puntos cardinales, y en el segundo su cara expuesta á dos de los puntos cardinales, por lo que tendremos ocho grupos de relojes polares, cuales son:

|                      |   |               |                    |   |                          |
|----------------------|---|---------------|--------------------|---|--------------------------|
| <b>Indeclinantes</b> | { | Septentrional | <b>Declinantes</b> | { | Septentrional Oriental   |
|                      |   | Meridional    |                    |   | Septentrional Occidental |
|                      |   | Oriental      |                    |   | Meridional Oriental      |
|                      |   | Occidental    |                    |   | Meridional Occidental    |

**192.** Como á ejemplo escogeremos como á más general de reloj polar el declinante inclinado meridional, oriental superior (fig.<sup>a</sup> 72). Sea P Q R T el plano del reloj y en él la línea X Y de máxima pendiente,

en la cual escogeremos un punto  $O'$  como á pie de un falso estilete perpendicular á dicho plano cuya varilla rebatimos en  $O O'$ . Si ahora por el punto  $O$  imaginamos una línea  $O U$  que haga el ángulo de la inclinación  $34^{\circ} 30'$  con la  $O O'$ , sabemos como en virtud del caso anterior el punto  $U$  irá á encontrar á la línea de máxima pendiente en el punto vertical del plano, siendo  $O U$  una vertical en el espacio y por lo tanto la perpendicular á ella  $O B$  será una horizontal. Si trazamos ahora pues por el punto  $B$  la horizontal  $H H$  ésta representará la intersección del plano del cuadrante con el plano horizontal que pasa por el punto extremo del falso estilete. Dicho plano horizontal servirá como auxiliar para el trazado de la declinación y luego de la meridiana. Al efecto, rebatamos este plano horizontal sobre el cuadrante, tomando como a charnela la línea  $H H$  en este movimiento el punto extremo del estilete vendrá á situarse en  $O''$  á la distancia de  $B$  igual á  $B O$ . Declinando ahora el reloj hacia el  $E$ , no habrá mas como en el caso anterior de trazar por el punto  $O''$  la recta  $O'' A$  inclinada con respecto á la  $B O''$  del ángulo  $65^{\circ}$  igual á la declinación, dirigiendo la abertura del ángulo hacia la derecha; con esta operación  $O'' A$  representará la meridiana horizontal y su punto de intersección  $A$  con la línea  $H H$  formará parte de la intersección del plano del reloj con el plano vertical meridiano, y como  $U$  forma también parte de esta intersección, resulta que la línea  $A U$  será la meridiana inclinada del reloj. Rebatiendo ahora el plano meridiano alrededor de su traza  $A U$  como charnela el punto extremo del estilete vendrá á situarse en el punto  $K$  perpendicu-

larmente al eje de giro y á una distancia del punto A igual á  $A O''$ , por lo que deduciendo la meridiana rebatida en A K junto con su plano meridiano podremos concluir diciendo que K L será el estilete rebatido, mediante que forme con la A K el ángulo de  $15^{\circ} 30'$  igual á la latitud. Definido así el estilete no habrá mas que colocar las cosas á su debido estado y éste vendrá á tomar la posición que señala la línea C D que visiblemente es paralelo al plano del cuadrante.

**193.** Si escogemos ahora el punto O' del extremo del falso estilete haciendo pasar por él el plano del Ecuador, éste cortará al cuadrante teniendo por traza la línea equinoccial E E' en una dirección perpendicular al estilete proyectado en C D, y como quiera que éste es paralelo al cuadrante, resulta que el plano del Ecuador será perpendicular al plano del reloj, proyectándose todo él según la referida traza E E'. En esta disposición nos será fácil efectuar el rebatimiento del plano del Ecuador sobre el cuadrante, tomando como á eje de giro la línea equinoccial, y al efecto, el centro del mundo irá á situarse en dirección perpendicular á la charnela á una distancia  $O' \omega$ , igual á  $O' O$ , magnitud del falso estilete; trazando, pues, del centro  $\omega$  los distintos radios de esta circunferencia que la dividen en 24 partes iguales á partir del radio  $\omega 12$ , que es la intersección del plano meridiano con el Ecuador; dichos radios prolongados nos cortarán como siempre á la equinoccial en los puntos 4, 5, 6, 7, 8, etc., desde los cuales se trazarán las líneas horarias perpendicularmente á la equinoccial, por lo que resultarán todas paralelas entre sí y á la dirección del estilete, pues

éste siendo paralelo al plano del reloj, todos los planos horarios pasando por dicho eje han de cortar forzosamente al referido plano según rectas paralelas á la varilla. Para la lectura del horario seguiremos las mismas instrucciones que en los relojes anteriores.

194. Igualmente serán análogas las operaciones para la demarcación de las líneas zodiacales, por lo que someramente haremos una simple indicación para una cualquiera de ellas, como por ejemplo, la que corresponde al trópico de Cáncer. Así para el punto de la sombra extremo del estilete, á las tres de la tarde del 21 de Junio el rayo solar que forma con el Ecuador el ángulo de  $23^{\circ} 27'$  es la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos son el radio del Ecuador  $\omega 3$  y  $3 f$  siendo, esta última la distancia incógnita que hemos de encontrar para obtener el punto  $f$ , y al efecto, en la (fig. 73) colocaremos la distancia  $O 3$  igual al cateto  $\omega 3$  del cuadrante y formando en  $O$  por la parte inferior el ángulo  $3 O \odot$  que forma el referido ángulo de la inclinación, el punto donde esta línea corte á la perpendicular trazada desde el punto  $3$  nos dará el  $f$  cuyo cateto  $f 3$  de la (fig. 73) colocado en la (figura 72) á partir del punto  $3$  hacia abajo nos dará en su virtud el punto  $f$  que buscamos. Para las demás horas, continuando del mismo modo las operaciones, tomaremos las distancias  $\omega 1$ ,  $\omega 12$ ,  $\omega 11$ ,  $\omega 10$ , etc., colocándolos en la (fig. 72) en  $O 1$ ,  $O 12$ ,  $O 11$ ,  $O 10$ , etcétera, y las perpendiculares trazadas en los puntos extremos de estas referidas distancias, irán á cortar al rayo solar  $O \odot$  en los puntos  $e$ ,  $d$ ,  $c$ ,  $b$ , cuales trasladadas en la (fig. 72) en  $2 e$ ,  $1 d$ ,  $12 c$ ,  $11 b$ , etc., nos da-

rán los puntos *e*, *d*, *c*, *b*, que unidos constituirán la línea zodiacal, de la cual podemos deducir la del 21 de Diciembre correspondiente al Solsticio de invierno ya que las dos son en este reloj completamente simétricas alrededor de la línea equinoccial. La salida y puesta del Sol se razonará como en los anteriores, pues se omite en este reloj para evitar enojosas repeticiones.

**195.** Si nos fijamos la atención en la manera como están dispuestos los cuadrantes polares, habremos de reconocer en ellos verdaderos relojes horizontales apropiado para establecerse en localidades cuya latitud sea cero, la cual, como es consiguiente, responde á cualquiera de las puntos situados sobre el Ecuador.

Y en efecto, en el Ecuador el estilete formará siempre con la meridiana horizontal un ángulo igual á cero, pues que debe ser la varilla paralela al plano horizontal. El horizonte de todos los lugares situados en el Ecuador terrestre es siempre un plano polar, puesto que pasa por los polos del mundo; luego podemos pues dejar por sentado que los cuadrantes horizontales construídos en el Ecuador son siempre cuadrantes polares.

**196.** La (fig. 74) representa en perspectiva la disposición de este reloj, apoyado en una plataforma *A B C*, en la cual hay abierta una entalladura *m q r* formando un ángulo igual al de la inclinación del reloj en cuya entalladura queda fijo el mismo. La meridiana horizontal sobre la mencionada base la representa *n t*

## CAPÍTULO XVI

---

### Relojes en superficies curvas

---

**197.** El principio de construcción de esta clase de relojes es exactamente igual al que se ha estudiado y practicado en los establecidos sobre las superficies planas, esto es: 1.º fijación del estilete, 2.º determinación de 24 planos horarios que pasen por él y 3.º intersección de estos planos horarios con la superficie de que se trata.

**198.** Como son muchas las superficies de que podemos echar mano, claro está que las intersecciones á que se refiere la tercera operación de las mentadas, serán más ó menos dificultosas según sea la índole de las propiedades geométricas de la superficie, pues en esta caben perfectamente cualquiera de las estudiadas en sus distintas generaciones en la Geometría Descriptiva.

**199.** Sin embargo, descartaremos en general todo el grupo de superficies cóncavas en razón á que en su



forma de curvatura especial son susceptibles de arrojar sombra sobre sí mismas, y sería contraproducente venir á buscar la sombra del estilete en horas tales que quizá la misma caería sumergida en la masa general de la arrojada. Nos concretaremos pues á echar mano de las superficies convexas, escogiendo los casos más factibles y de más directa aplicación, dándonos ellos la norma del sistema que podemos emplear en los demás.

El cilindro, cono y esfera serán los que trataremos, empezando por el primero.

## Reloj cilíndrico Occidental

Qui tutto l' arte in suo trionfo adduce  
Il tempo, il moto, il sol l' ombra é la luce.

SACHERI.

200. (Figura 75). Emplearemos aquí los dos planos de proyección, pues con su auxilio facilitará la determinación de las líneas horarias que en estos relojes en general son curvilíneas, y al efecto sea  $LT$  la línea de tierra  $A'$ ,  $A'' A''' A^{IV}$  la proyección vertical del cilindro y la semicircunferencia  $A^{IV} O'' A'$  la proyección horizontal.  $NS$  la meridiana horizontal del lugar, á la vez que la proyección horizontal del estilete, siendo su proyección vertical la recta  $N' S'$ , la cual forma con el plano horizontal el ángulo de  $45^\circ$  igual á la latitud del lugar.

201. Aquí en este caso la varilla es paralela al plano vertical, no cortando al reloj, por lo cual este no tiene centro ó polo, necesitando un falso estilete  $O' O''$  en dirección perpendicular al plano vertical para que sirva de apoyo al verdadero estilete, de lo cual se infiere que dicho falso estilete se proyectará verticalmente en  $O$ , punto en el cual quedará empujado ó fijo en la superficie cilíndrica. Si observamos aquí también que la dirección de la línea  $E, O$ , se confunde precisamente con el eje de simetría  $M O''$  de la base del cilindro de que se trata, propiedad por la cual hace que el cilindro esté expuesto directamente al  $O$ , nos haremos cargo de la denominación de este

reloj que cabrá dentro el grupo de los indeclinantes, siendo para él apropiado el nombre de cilíndrico occidental.

**202.** Hagamos pasar ahora por la varilla los planos horarios. Para esto tendremos en cuenta que estando el estilete en disposición paralela al plano vertical, si escojemos un punto cualquiera de la varilla tal como  $O'$  y hacemos pasar por él el plano del Ecuador, éste vendrá proyectado en  $E E'$  perpendicular al indicado plano de proyección; en tal estado será fácil hacer girar el plano del Ecuador hasta que sea paralelo al plano horizontal, coincidiendo después del giro en  $P Q$  con el auxilio de la charnela  $M O'$  proyectada verticalmente en el punto  $O$ . El punto  $O$  está inmóvil proyectándose horizontalmente en  $O'$ ; luego si hacemos centro en este último punto, trazamos una circunferencia cualquiera, ésta será representación genuina del Ecuador y dividiéndola enseguida en 24 partes iguales á partir de la línea  $N, S$  y uniendo los puntos que resulten con el centro  $O'$  tendremos así dispuestos una serie de rayos prolongados que nos indicarán los planos horarios sobre el plano del Ecuador.

**203.** Resta ahora colocar este último plano con los radios indicados en la disposición que haya de tener en el espacio, viniendo á encontrar enseguida las intersecciones de los planos horarios con la superficie cilíndrica del reloj. En este nuestro caso las líneas horarias van á ser elipses y una de ellas que determinemos, bastará para comprender la marcha que hay que seguir en las restantes. Fijémonos para ello en la sec-

ción producida por el plano horario  $O' a$ . El punto  $a$  proyectado verticalmente en  $a'$ , colocado en su posición verdadera vendrá después de describir el arco  $a' a''$  á colocarse en  $a''$ ; luego  $a''$  es la traza sobre el plano vertical del radio del Ecuador que hemos escogido, es, pues, un punto de la intersección del plano horario con el plano de proyección vertical. Pero como el plano horario pasa por la varilla y ésta es paralela al plano vertical, de aquí es que aquél ha de cortar forzosamente á éste según una recta paralela á la varilla, por lo que se infiere que la intersección de los dos planos será la recta que pasando por  $a''$  se conduzca perpendicular á la traza vertical del Ecuador; mas como esta línea corta en  $A A''$  á las generatrices verticales del contorno aparente del cilindro, se infiere finalmente que dichos puntos  $A A''$  lo serán de la intersección curvilínea que buscamos.

**204.** Cortemos luego al cilindro por un plano vertical cuya traza horizontal es  $B^{IV} B'$  el cual nos produce verticalmente las generatrices  $B'' B'$ ,  $B''' B^{IV}$ ; este plano lo podemos escojer momentáneamente que haga las veces del vertical de proyección y repetiremos con él lo hecho con el primitivo  $L. T$ . Al efecto, el  $b$  se proyectará en  $b'$  y se colocará en su verdadera posición en  $b''$ ; éste será representación de la traza vertical sobre el plano  $B^{IV}, B'$  del radio ecuatorial  $O' b$ , será, pues un punto de la intersección del plano horario escojido con el plano vertical  $B^{IV}, B'$  y como sabemos que no puede cortar el plano horario á este plano vertical sino según una recta paralela á la varilla, esta intersección la obtendremos trazando por el

punto  $b''$  la línea  $B''B$  paralela á la varilla y cortando á las generatrices verticales en los puntos  $B''B$ , éstos serán otros dos puntos de la curva. Siguiendo, pues, con este mismo procedimiento, nos iremos valiendo como auxiliares de los planos verticales  $C^{IV}C'$ ,  $D^{IV}D'$ , y con el mismo raciocinio iremos encontrando los puntos de la misma curva  $C' C''$ ,  $D''$ ,  $D$ , etc., etc., que unidos nos darán la línea horaria que corresponde á la hora de las VII.

Estas operaciones se repetirán ahora por los planos horarios  $O' 3$ ,  $O' 4$ ,  $O' 5$ ,  $O' 6$ ,  $O' 8$  y con su auxilio se representarán las restantes líneas que expresa nuestra figura.

**205.** Estas líneas horarias son todas elipses en el espacio y en proyección vertical (excepción en esta última de la línea de las 6 que es recta), confundéndose todas ellas en la proyección horizontal con la circunferencia, base ó sección recta del cilindro.

Así, pues, en el plano vertical podríamos construir estas elipses directamente valiéndonos de sus diámetros conjugados ó de sus ejes. Supongamos que se trata de la construcción de la curva correspondiente al plano horario de las ocho. Definamos ante todo este plano por sus trazas. En virtud de lo indicado anteriormente, el punto  $m$  está proyectado en  $m'$  y colocado en su debida posición  $m''$ ; de modo que trazando la  $m''n$  perpendicular á la equinoccial, dicha  $m''n$  será la traza vertical del plano, y como este pasa por el estilete, su traza pasará por la del estilete cuya es  $t'$ , luego  $n t'$  es la traza horizontal. Si cambiamos ahora de plano vertical escojiendo el nuevo perpendicular al plano

horario, todo lo contenido en este plano se nos proyectará en su traza vertical y de ella podremos deducir ejes y diámetros conjugados.

206. Escojamos una línea de tierra  $L' T'$  perpendicular á la traza horizontal  $t' n$ , y al propio tiempo valiéndonos de la horizontal del plano que pasa por el punto  $q$ , la traza vertical de esta última pasará en el cambio de  $r$  á  $s$ , siendo por lo tanto la nueva traza vertical del plano la  $U s$ . El plano es pues  $s U t'$ , y el cilindro se proyectará en dicho nuevo plano en el rectángulo  $G G'' G''' G'$  (suponiendo el cilindro completado en una circunferencia); de lo construído se infiere que toda la curva de intersección se proyectará según la línea recta  $g g'$ , siendo  $g$  el punto más bajo,  $g'$  el más alto y el  $\omega$  el centro.

La elipse en el espacio quedará con esto definida por sus ejes que serán  $g g'$  y la perpendicular á dicha  $g g'$  que pasa y se proyecta en el punto  $\omega$ . Estos ejes pasarán á ser diámetros conjugados en la primitiva proyección vertical, de modo que deshaciendo el cambio tendremos que en el plano vertical cuya línea de tierra es  $L T$ , dichas dos rectas en sus mitades ó semidiámetros serán  $k x$  y la  $k y$ . Con estos diámetros conjugados podremos ya trazar directamente la elipse por el procedimiento conocido ó ya también con el auxilio de ellos encontrando los ejes.

207. A M. Julienne se debe un procedimiento muy ingeniosa para poder encontrar los ejes de una elipse, valiéndonos solamente de dos diámetros conjugados que se nos den de la propia curva. La resolución de

este problema tiene por fundamento considerar la elipse cuyos diámetros conjugados se nos dan, como una proyección ó vista oblicua de una circunferencia en el espacio establecida según ciertas y determinadas condiciones. Mediante esta hipótesis claro está (figura 76) que si  $A B$  y  $C D$  son los diámetros conjugados del dato y admitimos que la magnitud  $A B$  además de representar el diámetro conjugado es á la vez la magnitud verdadera del diámetro de la circunferencia proyectada en la elipse, y valiéndonos de la charnela  $A B$  venirla á rebatir en su verdadero tamaño en  $A C' B D'$  en la cual el diámetro  $C D$  va á colocarse en  $C' D'$  en ángulo recto con  $A B$ .

De modo que uniendo  $C$  con  $C'$  diremos que  $C$  es la proyección oblicua de  $C'$  y que  $C' C$  es la dirección que lleva la línea proyectante. Ahora bien: fijándonos en el resultado de esta operación, no será difícil comprender cómo para cada dos diámetros que se corten en ángulo recto en la circunferencia original, corresponderán otros dos diámetros en la proyección oblicua, de modo que el artificio sólo estribará en escojer dos diámetros tales en la circunferencia primitiva que reúnan la condición al proyectarse oblicuamente en el plano de la elipse de cortarse en ángulo recto, pues entónces estos serán los ejes de la curva proyectada.

A este efecto, tracemos una nueva circunferencia que pase por  $C$  y  $C'$  y cuyo centro esté en la línea  $A B$  ó su prolongación. Esta circunferencia es la  $E C' C F$  en la cual el ángulo inscrito  $E C' F$  es recto, como recto lo es también el  $E C F$ , pues ambos están inscritos en una semicircunferencia; y como hemos dicho más arriba que  $C$  era la proyección oblicua de  $C'$ , resulta-

rá por consecuencia, que el ángulo  $E C F$  sobre el plano de la elipse será la proyección oblicua del ángulo  $E C' F$  del círculo original.

De esto se infiere que si por el centro  $O$  trazamos en el círculo los diámetros  $G H, I J$  respectivamente paralelos á las rectas  $C' F$  y  $E C'$ , dichos diámetros serán los que reúnan la propiedad de proyectarse oblicuamente en  $G' H', I' J'$ , estas dos últimas respectivamente paralelas á las  $C F$  y  $E C$ . Falta únicamente conocer los vértices de dicha elipse, y para esto recordaremos que la dirección general de las líneas proyectantes es la  $C' C$ , por lo que al querer proyectar oblicuamente los puntos  $G, H$  no tendremos mas que trazar las  $G G', H H'$  paralelas á la dirección general  $C C'$  y los puntos donde estas corten al eje indefinido serán los  $G', H'$  correspondientes al eje menor y empleando la misma operación para los puntos  $I' J'$  éstos limitarán el eje mayor dándonos los vértices correspondientes.

**208.** La disposición de este reloj no permite señalar la hora de las XII, pues á esta hora encontrándose el Sol en el plano meridiano, cuyo plano vertical es el levantado por la línea  $N S$ , claro está que la sombra de la varilla coincidirá con la meridiana horizontal, la cual no corta á la traza horizontal del cilindro,

**209.** Para el debido trazado de las líneas horarias al natural, se suele desarrollar el cilindro Lámina 22, (figura 80) una vez obtenidas las operaciones descriptivas que han precedido, colocando en este desarrollo las transformadas de las curvas del horario.



Así, pues, bastará dividir en elementos la base circular y colocándolos por el mismo orden y unos en pos de otros sobre la recta  $A^{IV} A'$  ésta será la sección recta en la cual y por los mismos indicados levantaremos ordenadas iguales á las alturas de los puntos que escojamos, tomando como á plano de comparación el horizontal de la sección recta. (Se han indicado las operaciones para los tres puntos  $\epsilon$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  de la línea horaria de las 3.

Hecho con la exactitud posible dicho desarrollo, resta no más arrollarlo sobre la superficie cilíndrica del natural, pero de modo que guarde la posición respectiva con el estilete.

---

## CAPÍTULO XVII

### Reloj cónico Meridional

Al comparar del Sol prendo respiro  
al tranontar del Sol finisco é spiro.

SACHERI.

210. (Figura 77). Se supone aquí el reloj establecido en una superficie que la constituye un semicono de revolución truncado, proyectado horizontalmente según el anulo  $H''$ ,  $K''$ ,  $K$ ,  $K'$ ,  $H''$ ,  $L$ ,  $H''$  y verticalmente según el trapecio  $K'$ ,  $K''$ ,  $H$ ,  $H'$ . Los lados laterales del trapecio convenientemente prolongados nos indicarán la proyección vertical del vértice.

211. La meridiana del plano horizontal del lugar está expresada por la línea N-S, la cual, pasando por el centro de la base de la superficie cónica, el plano vertical meridiano que pasa por ella nos cortará á dicho cono según una generatriz, cual será la meridiana correspondiente de nuestro reloj; esta disposición excepcional nos permite clasificar este reloj conforme se ha indicado en el epígrafe, toda vez que la traza horizontal  $K-5$  del plano tangente á la superficie á lo largo de su generatriz meridiana es precisamente perpendicular á la meridiana horizontal, lo cual hace que

dicha superficie esté expuesta directamente al medio día y por lo tanto esté también comprendida entre la agrupación de las indeclinantes.

**212.** Establezcamos la varilla en el plano meridiano, para lo cual hagamos girar éste alrededor del eje del cono hasta rebatirse en el plano vertical; en este rebatimiento supondremos que el centro del reloj ha venido á colocarse á la altura del punto  $C'$ , y como quiera que se fija la latitud del lugar á  $45^\circ$ , bastará trazar por el punto  $C'$  una recta  $C't$  que forme con la línea de tierra el ángulo indicado, puesto que en dicha línea de tierra se confunde la meridiana horizontal rebatida. Si suponemos ahora ser  $O'$  el extremo del estilete, la línea  $O'K'$  perpendicular á ella será el Ecuador, pudiendo colocar luego todo el sistema á su debida posición, en cuyo caso la proyección horizontal  $C'O'$  vendrá á colocarse en  $C^h O^h$ , mientras que  $C'$  vendrá á colocarse en la proyección vertical  $C^v$ , la traza  $t$  del estilete se colocará en  $t'$  y finalmente, el punto  $K'$  viniendo en  $K$  eso nos indicará que, trazando la  $K5$  perpendicular á la N-S, obtendremos la intersección del plano del Ecuador con el horizontal. Haciendo servir de charnela á esta última traza obtenida, rebatiremos el Ecuador sobre el plano horizontal, viniendo á rebatirse en  $\omega$  el centro del mundo á una distancia de  $K$  igual á  $K'O'$ . Dividiendo ahora el Ecuador en 24 partes iguales á partir del punto  $K$ , trazaremos inmediatamente los radios que pasan por dichos puntos, cuyos serán las trazas de los planos horarios sobre el Ecuador; sólo faltará referir estos planos horarios á los dos de proyección, y al efecto,

volvamos á colocar el Ecuador á su lugar correspondiente. Al efectuar este movimiento los puntos 1, 2, 3, 4, etc. estarán fijos en el plano horizontal y por lo tanto pertenecerán á las trazas horizontales de los planos horarios, y como aquellas han de pasar también por la traza horizontal  $t'$ , claro está que quedarán así definidas por la unión del punto  $t'$  con cada uno de los puntos expresados 1, 2, 3, 4, etc. Prolongando luego estas trazas encontradas hasta que corten á la línea de tierra en los puntos  $1' 2'$ ,  $3' 4'$ , etc. no tendremos mas que unir estos últimos puntos con la traza vertical  $T$  del estilete y las rectas que así resulten serán las trazas verticales de los planos horarios. Resta finalmente á proceder á la intersección de los referidos planos con la superficie cónica del reloj, para lo que nos concretaremos solamente á uno de ellos tal como el  $H_p V_p$  que es precisamente el horario de la una, y las construcciones que aquí hagamos servirán de norma para los demás. A este objeto echemos mano de una serie de planos secantes horizontales, el  $A A'$ , por ejemplo, nos cortará á la superficie cónicas, según el paralelo  $A'' A'''$ , mientras que el plano  $P$  será cortado por la horizontal que parte del punto  $a_h$ , viniéndose á cortar estas dos secciones, circular la una y rectilínea la otra en el punto  $\alpha$ , siendo éste un punto de la curva horaria. Si luego nos valemos del plano secante  $B B'$ , éste nos dará con idénticas construcciones el punto  $\beta$ , de modo que si nos fijamos que el punto  $l$  proviene de la intersección de las trazas del plano horario y de la superficie cónica, que por lo tanto ya es un punto también de la curva y que del mismo modo lo es el  $C^v C^h$ , intersec-

ción del estilete con la superficie cónica, tendremos que la unión de todos estos puntos nos darán la línea horaria que buscamos, y ésta estará dibujada en  $C^v, \alpha, \beta, I$ . Las que siguen á ésta tales como  $C^v, \lambda, \delta, II$ ,  $C^v, \mu, III$ , etc., etc., se determinarán del mismo modo.

**213.** Como podría suceder muy bien que alguna de las trazas horizontales de los planos horarios, como acontece con el  $Z$  fuera á cortar á la línea de tierra en un punto inaccesible, entonces para obviar este inconveniente nos proponemos trazar por el punto  $T$  una recta que fuera á concurrir prolongada, en el punto de encuentro de la línea de tierra con  $H^z$ , y para esto tracemos una vertical cualquiera que pase por un punto tal como  $m$ , todo quedará reducido á buscar una cuarta proporcional entre las medidas lineales  $T XII$ ,  $XII t'$ , y  $m p$  cuya cuarta proporcional la encontraremos en  $m n$  con el auxilio del triángulo  $T m t$ , al cual cortaremos por la  $q r$  paralela á la base  $T$ , cuyo punto  $q$  está producido por la paralela  $p q$  á la línea de tierra, y entonces trasladando  $r$  en  $n$  la distancia  $m n$  satisfará á la condición.

**214.** Las líneas horarias así encontradas podrán ser cualquiera de las conocidas de segundo grado, según sea la disposición del plano horario con respecto á la superficie cónica, por lo que conocida que sea la índole de cada una de estas curvas podríamos proponernos encontrarlas por los procedimientos especiales que á cada una de ellas concierna, ya empleando ejes, diámetros conjugados, etc., etc., tal como hemos indicado en el reloj anterior. La única línea horaria que

se diferencia de las demás por ser rectilínea, ya hemos dicho que era la línea de las 12 por ser el único plano horario que contiene el eje de la superficie cónica.

**215.** Finalmente, en este reloj lo mismo que en el cilíndrico, será conveniente una vez hechas las operaciones descriptivas buscar el desarrollo de la superficie cónica, como indica la (fig. 81), en cuyo desarrollo costarán las transformadas de las líneas horarias. Este desarrollo lo obtendremos trazando un sector de círculo con los radios  $U K'$ ,  $U H'$ , tomando sobre las circunferencias trazadas los elementos que constituyen las bases  $K' K$ ,  $K''$ ,  $H'' L H''$  del tronco del cono de la superficie del reloj, trazando por los puntos obtenidos las generatrices correspondientes, colocando por último sobre ellas los puntos que constituyen las transformadas, de modo que guarden las mismas distancias al vértice del cono que aquellas que tengan en el espacio. Concluido este desarrollo, sólo restará arrollarlo de modo que quede superpuesto sobre la superficie del muro cónico en donde se trate de establecer el reloj, pero teniendo siempre gran cuidado en que la disposición de estas líneas corresponda á las relaciones que han de guardar con la situación y fijeza del estilete.

**216.** Hay datos para creer que en la antigüedad y en especial los griegos conocían esta clase de relojes. Dígalo si nó un cuadrante solar cónico construido en mármol existente en el Museo del Louvre, el cual fué restituído por el coronel Lausedet, con el auxilio de un fragmento antiguo descubierto en Heráclea de Latmos cerca de Mileto, por M. Rayet.

## CAPÍTULO XVIII

---

### Relojes esféricos.

---

Le ciel est ma règle.  
BOUTEREAU.

217. Esta clase de cuadrantes pueden ir ó no acompañados de estilete; lo más general es que se prescindan de él, como veremos muy pronto. Sea como se quiera, la primera operación que hay que llevar á cabo ha de ser el trazado de la meridiana esférica, ó sea la intersección del plano meridiano con la esfera, la cual será un círculo máximo de la misma superficie; y para esto colóquese en la parte culminante del globo que ha de servir de superficie para el reloj una varilla ó falso estilete que se mantenga con toda la exactitud posible vertical y aguardando que el astro solar se encuentre en el plano meridiano, esto es, á las 12 del medio día la sombra que producirá dicha varilla sobre la esfera será evidentemente la traza del plano meridiano sobre la esfera. Hubiérase también podido encontrar echando mano de una plomada colocada delante de la esfera, de modo que la sombra que arrojase sobre ésta á las 12 pasase por el punto

culminante de la superficie, lo cual se consigue muy pronto después de un breve tanteo.

**218.** Dibujada por un trazo continuo esta meridiana circular, tómese sobre ella y á partir del punto más alto y hacia la parte Norte un arco que sea igual al complemento de la latitud, y el punto extremo encontrado representará el polo del globo cuyo corresponderá también al polo del mundo. Este punto imaginándolo unido con su opuesto de la superficie esférica, nos indicará la recta así producida el eje del mundo, el cual puede estar representado por una varilla prolongada por una y otra parte.

En seguida y á partir del mismo punto de partida que es el culminante de la superficie, tomaremos sobre la misma meridiana y hacia el Sud un arco igual á la latitud del lugar y el nuevo punto extremo así encontrado pertenecerá á la circunferencia del Ecuador. Imaginando, pues, por este punto y trazando sobre nuestra esfera una circunferencia cuyo plano sea perpendicular al meridiano, esta línea representará la intersección de la superficie con el plano del Ecuador celeste, ó sea la línea equinoccial del reloj.

**219.** Si en este estado dividimos esta última línea á partir de la meridiana en arcos de  $15^{\circ}$  y hacemos pasar círculos máximos que vayan á concurrir á los dos polos de la esfera, obtendremos así las intersecciones de los planos horarios con la superficie del reloj y serán por lo tanto las líneas horarias.

**220.** Efectuadas ya estas operaciones prepara-



torías, son varias las disposiciones que podemos adoptar para la indicación de la hora.

**1.º Por el semicírculo adicional:** (Fig.<sup>a</sup> 78) Dispóngase una hoja de metal en forma de semicírculo, sustentado en los dos polos, pero de modo que pueda girar libremente alrededor del eje P P' hasta que se coloque en la situación que se quiera ó convenga.

Este semicírculo tendrá en su hoja unos 23 milímetros de ancho y un grueso de 2 milímetros á fin de que pueda precisarse mejor la situación necesaria.

Así, pues, cuando se desee venir en conocimiento de la hora, todo quedará reducido á hacer girar el semicírculo hasta tanto que su sombra sobre la esfera haya alcanzado un grueso mínimo, en cuyo caso esto nos indicará que el centro del astro solar está situado en el plano de dicho semicírculo y que por lo tanto este último coincide con el plano del círculo horario en donde precisamente en este momento se halla el centro del astro solar. Su sombra nos indicará pues la hora que sea, por el punto de intersección de la misma con el Ecuador de la esfera.

Al efecto, para la lectura del horario escribiremos sobre el Ecuador la cifra XII en el punto de intersección con la meridiana y las cifras XI, X, IX, etc. hacia la parte de Oriente en los puntos de intersección de la misma línea equinoccial con los círculos horarios correspondientes á la mañana, así como escribiremos las cifras I, II, III, etc. hacia el lado de Poniente en los puntos que dicha equinoccial viene cortada por los círculos horarios de la tarde. Podremos también escribir las medias horas y los cuartos, dividiendo

do en cuatro partes iguales los intervalos comprendidos entre dos círculos horarios consecutivos.

Téngase en cuenta para los efectos de la verdadera orientación de este reloj y responda exactamente con las líneas horarias en él trazadas que es forzoso que la varilla N S esté situada en el plano vertical meridiano, lo cual se conseguirá estableciendo una meridiana horizontal N' S (fig. 79) y prendiendo de dos puntos del estilete dos plomadas tales como X, X' se procederá luego de modo, después de algún tanteo que dichas dos plomadas caigan exactamente verticales en dos puntos  $x x'$  de la meridiana horizontal; en esta disposición dichas dos verticales cubriéndose estarán situadas en el plano meridiano del lugar, determinándolo así y conteniendo el mismo el estilete.

Todas las operaciones preparatorias que hemos indicado al principio, pueden hacerse colocando los datos en proyecciones, resolviendo las operaciones descriptivamente y trasladando los resultados al natural; ó bien pueden ejecutarse directamente sin necesidad de pasar por las referencias de la proyección.

**221. 2.º Sirviéndonos de la varilla ó estilete** N S implantada y orientada (fig. 79) tal como se ha indicado últimamente, entónces la sombra de la varilla cubriendo alguno de los círculos horarios, la intersección de estos con la línea equinoccial nos indicará la cifra de la hora, cuya lectura es la misma que la expresada en la solución anterior.

Esta segunda solución se concibe á simple vista ser mas cómoda y parece más natural que la primera, en razón á que en ésta precisa que el observador coloque

el semicírculo adicional en el lugar que le corresponde en el instante cuya hora desee conocer, lo que no deja de ser una incomodidad, mientras que en la segunda el reloj marca por sí mismo las horas conforme se verifica en los demás relojes que hemos visto.

Sin embargo, examinando este caso con atención, se desprende no ofrecer todas las ventajas que presidir deben al indicar la sombra del estilete la correspondiente línea horaria, toda vez que parte de esta referida sombra queda inmersa en la propia de la esfera, impidiendo con esto de que pueda verse prolongada la sombra de la varilla hasta llegar al Ecuador, en donde está precisamente la lectura del horario.

Este reloj en la disposición presentada, ofrece la particularidad de indicar las horas en la parte superior ó inferior de la esfera, según que el astro solar se encuentre en los signos septentrionales ó meridionales.

**222. 3.º Varilla independiente de la superficie esférica.**—Si para obviar el inconveniente que hemos dejado sentado anteriormente se colocara la varilla en disposición exterior de la superficie esférica, esto es, no cortándola, entónces se incurriría en lo defectuoso de las operaciones, pues al combinarse las líneas horarias (todas circunferencias) se cortarían de una manera muy irregular y confusa originándose dificultades para distinguir clara y francamente la línea horaria que señale la sombra arrojada del estilete, pues tal puede presentarse la aglomeración de líneas y puntos de cruce, que haga evidenciar lo engo-

rroso y difícil para la distinción y examen de la referida línea horaria.

**223. 4.º Esfera hueca.** Para solventar toda esta clase de dificultades, y en el caso que se desee como á pie forzado la existencia de la varilla, se ha procedido á la construcción de relojes esféricos huecos, aprovechando una semiesfera en la cual se toma como superficie del reloj la parte interior ó cóncava; y aunque más anteriormente hemos indicado que prescindiríamos de esta clase de superficies tomamos aquí en cuenta como caso puramente especial la superficie interna de esta esfera en gracia de ser un ejemplo practicado con bastante profusión y estar exento en virtud de su curvatura especial y uniforme de los inconvenientes que son susceptibles de presentarse en la mayor parte de las demás superficies cóncavas.

Este reloj (fig. 81) lo constituye como lo hemos dicho una semiesfera hueca en la cual la circunferencia A C B representa el semiecuador dividido en 12 partes iguales, por cuyos puntos de división y los polos N S pasan una serie de círculos máximos cuyos no son más que los horarios. Las curvas *m n*, *p q*, paralelos de la superficie son las líneas producidas por el punto de sombra que arroje el centro C del estilete N S en los días de máxima declinación boreal ó austral; dicho se está, pues, que dichas referidas líneas *m n*, *p q*, estarán distantes del Ecuador de la cantidad de 23º 27' y serán las líneas zodiacales correspondientes al 21 de Junio y al 21 de Diciembre. Aquí como en todos los demás relojes la varilla N S será paralela al eje del mundo, por lo tanto su colocación tendrá lu-

gar insiguiendo las reglas que tantas veces hemos establecido.

Finalmente, con motivo de precisar la lectura del horario se acostumbra á colocar en el centro de la esfera una pequeña plancha invariablemente unida al estilete, en la cual se practica un orificio C' el cual permite el paso al hacecillo de los rayos luminosos que hieren la esfera.

**224. 5.º Empleando únicamente la esfera sin estilete ni apéndice alguno.** Esta solución se funda en la propiedad ó teorema de la Geometría Descriptiva que dice: *«La curva de contacto de un cilindro circunscrito á una esfera es un círculo máximo de la misma, cuyo plano es perpendicular á la dirección del cilindro.»*

Según esto (fig. 82 ), si suponemos R la dirección del rayo luminoso que depende de la declinación del astro solar, y hacemos pasar por él y el eje de la esfera un plano, éste nos cortará á dicha esfera, según un círculo máximo A B C, que podremos tomar como un plano horario cualquiera, como por ejemplo, el meridiano del lugar; el de las XII.

Pudiendo enseguida con estos precedentes dejar sentados los siguientes hechos: 1.º El plano horario de las 12 es perpendicular al plano de la curva de contacto ó sea la divisoria de la línea de iluminación. (En virtud del teorema recordado).

2.º El plano meridiano ú horario de que se trata es perpendicular al plano del Ecuador (como lo son todos los planos horarios por pasar por el eje del mundo).

3.º Luego el plano meridiano es perpendicular á la recta de intersección D F de los planos de la curva de contacto y del Ecuador.

Para otro día cualquiera en que la declinación del Sol sea distinta y obedezca al rayo luminoso cuya dirección sea R', pero situado en el mismo plano horario de las 12, obtendremos la misma propiedad, esto es, continuará siendo el plano meridiano perpendicular á la intersección de los planos del Ecuador y de la nueva curva de contacto, siendo esta intersección la misma que antes habíamos encontrado, pues que siendo una recta perpendicular á un plano la proyección de la primera es perpendicular á la traza del segundo. Cuando la declinación sea nula y el rayo venga á tener la dirección R", esto es, que se encuentre en el Ecuador, pero siempre considerando en el mismo plano de las 12 la curva de contacto se confundirá con uno de los meridianos de la esfera, cual cortará como todas las demás curvas de iluminación al Ecuador, según la misma recta, dándonos por lo tanto los mismos puntos D F al cruzar la línea de contacto con la equinoccial.

Si iguales consideraciones repitiéramos para cuando la declinación del Sol fuera austral correspondiente á las inclinaciones R<sup>III</sup> R<sup>IV</sup>, siempre vendríamos á concluir que cuando el astro estuviese su centro en el plano de las 12 siempre el cruce de las líneas de contacto con la línea equineccial serían los puntos D F correspondiente á otro círculo horario que corte perpendicularmente á dicho plano de las 12; luego inferimos de aquí que si en los puntos correspondientes al plano horario de las 6 escribimos la cifra XII, esta-

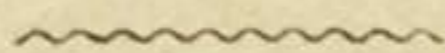
remos seguros que cuando el astro solar esté en el meridiano del lugar, sea el día que fuese, siempre á dicha hora, las líneas de iluminación pasarán por los puntos D y F y por lo tanto ellos nos indicarán haber llegado á las 12 horas.

Idéntico razonamiento podemos hacer cuando el Sol se encuentre en el plano horario de la 1, sea cual fuere el día de la observación siempre las líneas de contacto se cortarán todas en los mismos puntos de la línea equinoccial, puntos que estarán situados en el plano horario de las 7, por cortar este plano perpendicularmente al horario de la 1. En estos puntos, pues, es que habremos de escribir la cifra I.

Repitiendo, pues, dichas consideraciones para cuando el centro del Sol se encuentre en los planos de las 2, 3, 4, etc. escribiremos las cifras II, III, IV, etc. en los puntos de la equinoccial que pasan los planos horarios de las 8, 9, 10, etc., etc. Vemos, pues, en este reloj que las horas vienen continuamente indicadas por las intersecciones del Ecuador y del círculo horario que se encuentra perpendicular á aquel en que se encuentre el Sol, por cuyos puntos pasa también la línea que corresponde al contacto de los rayos luminosos.

De todos modos cada círculo de iluminación ó línea de contacto divide á la esfera en dos partes perfectamente iguales, y su eje pasa constantemente por el centro del Sol y corta también á todos los círculos máximos en dos partes iguales; infiriéndose así que existe siempre una mitad del Ecuador que está iluminado sea cual fuere la posición del astro solar. Además este círculo de iluminación no coincide con los

círculos horarios hasta tanto que el astro luminoso no esté situado en el Ecuador, pues en este último caso, que es llegada la época de los equinoccios, el eje de la curva de contacto estando contenido en el plano del Ecuador, su circunferencia que la constituye pasará por los polos, confundiéndose por lo tanto con uno de tantos círculos horarios. Toda otra época del año, fuera de los equinoccios, acontecerá pues que uno de los polos estará completamente expuesto á los rayos solares, mientras que el opuesto quedará privado de ellos, no pudiendo por lo tanto coincidir el círculo de iluminación con ningún plano horario, discrepando de ellos tanto más cuanto mayor sea la declinación del astro solar.





## CAPITULO XIX

---

### Meridiana del tiempo medio

---

Dum verum tenui mediumque do-  
luminetempus. Umbra cadens jacu-  
lo quæ fulgent hora docebit.

BOUTEREAU.

**225.** La duración del día solar, ó del tiempo transcurrido entre dos pasadas del Sol por un mismo meridiano, no es constante durante las diferentes estaciones del año. Dos causas principales (37) tienden á que esta duración sea desigual; la primera es la oblicuidad del plano de la eclíptica sobre el Ecuador; la segunda es el movimiento irregular por el cual el centro de la tierra va pasando sucesivamente por todos los puntos de su órbita.

**226.** De estas desigualdades resulta que las horas señaladas por un cuadrante no pueden ir conformes con las que indica un reloj ordinario, cuyo movimiento es uniforme. Si este último reloj fuese susceptible de empezar y concluir su movimiento al mismo tiempo que la tierra empieza y concluye el suyo alrededor de su eje móvil é inclinado sobre la eclíptica, entonces el reloj indicaría las divisiones del día medio. Este

día, cuya duración es constante, se encuentra ora mayor, ora menor que el día solar.

**227.** Es, pues, de mucha utilidad venir en conocimiento de esta diferencia; ya que la medida más natural del tiempo está deducido del movimiento del astro solar, parece lógico que todo buen reloj nos señalase por su movimiento el mismo resultado. Sin embargo, como tales movimientos no son posibles que los realicen nuestros relojes ordinarios, de aquí es que se haga preciso de forzarlos adelantándolos ó retrasándolos de tiempo en tiempo al objeto de que vayan conformes con la hora precisa indicada por el astro solar. La corrección de que se trata no es á pesar de todo de mucha entidad, porque las diferencias del tiempo verdadero al tiempo medio no crecen con exagerada rapidez; bastando á este efecto encontrar el valor total de las diferencias que se producen en 24 horas solares; estos valores son las que hemos llamado ( 38 ) ecuación del tiempo.

**228.** El anuario del Observatorio nacional de San Fernando publica extensamente y en detalle dichas ecuaciones. En el apéndice se adjunta la tabla que contiene no más los valores medios, ya que aquéllos sufren alguna variación de uno á otro año, bastándonos lo suficiente para la exactitud de nuestras operaciones los valores á que nos referimos.

**229.** De estos valores haremos la aplicación en la figura 89, la cual es análoga á la que obtuvimos en el cuadrante vertical declinante. Tomando como á punto



de partida de las diferencias del tiempo medio al tiempo verdadero, el día 3 de Noviembre, en este día se encuentra en la tabla adjunta que el mediodía medio llega  $16' 19''$  más tarde que el verdadero, y á este efecto tomaremos sobre el Ecuador y á la derecha del punto  $x$  un arco  $x \approx$  igual á  $4^\circ 4'$ , representando este ángulo con aproximación el tiempo del retardo referido  $16' 19''$  y con el auxilio del radio  $\omega r$  construiremos sobre el plano del cuadrante la línea horaria  $C r$ , la cual recibirá la sombra al medio día medio. Para encontrar, pues, la sombra de este punto no hay más que repetir las operaciones hechas con motivo de los puntos de las líneas zodiacales. Así, pues, trazaremos el rayo solar  $O' l$  que forme el ángulo  $A O' l$  igual á  $15^\circ$ , que es la declinación del Sol en el día 3 de Noviembre, y siendo este rayo solar la transversal del triángulo situado en el plano horario de que se trata, esta transversal cortará á la hipotenusa rebatida; en el punto  $s$  (este triángulo rebatido es  $C O' r$  obtenido, trasladando  $C r$  en  $C r'$  hasta que corte en  $r'$  al Ecuador  $O' A$ ) el punto de intersección  $s$  trasladado en su posición verdadera en  $a$ , será la sombra del punto extremo del estilete en el medio día medio en el 3 de Noviembre, perteneciendo á uno de los límites laterales de la meridiana del tiempo medio, por haber elegido la época del año en que está en su máximo el adelanto del astro solar.

**230.** En el Solsticio de invierno el Sol adelanta según las tablas, al medio día medio, de una cantidad de  $1' 24''$ , circunstancia que demuestra el punto  $b$  situa-

do sobre la hipérbola de  $\gamma$  muy próximo á la vertical C A.

**231.** Pero llega el 25 de Diciembre, en la cual la diferencia entre el mediodía medio y el verdadero es insignificante, casi nula  $4''$ , lo cual da lugar á que el punto  $c$  que responde á la sombra, esté situado en la intersección de las meridianas curvilínea con la rectilínea, pero colocado más abajo y muy próximo de la línea zodiacal de  $\gamma$ , en razón de que la declinación del Sol ha disminuido desde el lapso que media desde el 21 al 25 de Diciembre.

**232.** Ya desde este momento el Sol inicia su retardo con respecto al tiempo medio, llegando á su grado máximo en el día 11 de Febrero, que alcanza un retraso de  $14' 29''$ , expresándolo así el punto  $d$  que se construirá conforme se ha dicho, con el primer punto, teniendo empero en cuenta la declinación del Sol en este día.

**233.** A partir de esta época, la diferencia de los tiempos medio y verdadero, relativa á sus respectivas meridianas va haciéndose sin cesar menor, hasta que llegado el 21 de Marzo el retardo del Sol es de  $7' 8''$ , de mostrando el punto K en donde la meridiana curvilínea corte á la equinoccial, á la derecha de la vertical C A. En el día del 15 de Abril la diferencia de los tiempos meridianos podemos considerarla como nula, circunstancia que viene señalada por el punto  $e$  en que la meridiana curvilínea corta á la vertical C A. Este punto puede construirse directamente trazando del

punto extremo  $O'$  un rayo solar que forme con  $O' A$  un ángulo igual á la declinación del Sol en el día 15 de Abril.

**234.** Ya á partir de este día el movimiento del Sol se declara adelantándose otra vez al tiempo medio, llegando su avance máximo en el día 14 de Mayo que alcanza  $3' 52''$ , lo que está expresado por el punto  $f$ , é inmediatamente el tiempo verdadero vuelve á aproximarse al tiempo medio hasta tanto que llega el día 14 de Junio, cuya diferencia es inapreciable, que es cuando la meridiana curvilínea corta á la vertical  $C A$  en el punto  $g$  en la parte superior y muy próximo, casi tocando á la línea zodiacal de  $\text{♋}$ , pues en esta situación el Sol no ha llegado aún al Solsticio de verano, alcanzándolo hasta llegar el día 22 de Junio, en cuyo caso la sombra del extremo del estilete cae sobre la misma línea zodiacal en el punto  $p$ , pero un poco hacia la izquierda de la vertical  $C A$ , por retardar el tiempo verdadero  $1' 49''$  con respecto al tiempo medio, porque el Sol ha iniciado ya otra vez un nuevo retardo cuyo atraso va aumentando más y más hasta alcanzar su máximo de  $6' 15''$  en el día 25 de Julio, cuyo fenómeno se efectúa en el punto  $h$  de la meridiana curvilínea; vuelve enseguida á disminuir las diferencias de los dos tiempos hasta llegar á nula en el día 31 de Julio, demostrándolo así el punto  $i$  en que las dos meridianas se cortan. Vuelve enseguida el Sol á empezar un nuevo avance al tiempo medio, y llegado que es el equinoceo de Otoño hacia el 23 de Septiembre, este avance es de  $7' 51''$ , circunstancia que señala el punto  $q$  en que la meridiana curvilínea corta á la

equinoccial un poco á la derecha del punto A; finalmente, el avance va aumentando hasta que llega á su *máximum* 16' en el 3 de Noviembre y nos volvemos á encontrar con el punto *a* de donde habíamos partido.

**235.** El conjunto de todos estos puntos constituye pues, la meridiana del tiempo medio ó sea el lugar geométrico de las sombras del punto extremo de la varilla en las horas solares que un reloj perfectamente exacto y comprobado con el astro solar, indique el mediodía medio.

**236.** Vemos que todos sus puntos han de estar situados en determinadas líneas horarias cuya posición se conoce, toda vez que el intervalo entre la hora de la línea y el mediodía verdadero, es igual á la ecuación del tiempo. Dichos puntos han de encontrarse también sobre alguna de las líneas de declinación correspondiente al día cuya ecuación se ha tomado. Resulta, pues, que los puntos de la meridiana del tiempo medio han de resultar cada uno de ellos de la intersección de una línea horaria con una línea de declinación.

**237.** En su virtud resulta, que si en la (fig. 84) tenemos ya establecidas todas las líneas zodiacales y luego trazamos las horarias deducidas de las distintas ecuaciones del tiempo medio, y que estén comprendidas estas últimas entre las ecuaciones máximas del avance y retardo (que hemos visto que acaecían en 3 de Noviembre y 11 de Febrero), claro está entónces que para cada línea zodiacal corresponderá su línea

horaria, y las intersecciones de las curvas de declinación con las rectas horarias, nos facilitarán los puntos de la meridiana curvilínea.

**238.** El avance ó retraso reducido á grados ó fracciones de grado, se tomarán como siempre en el Ecuador y á partir del punto  $x$  por donde pasa el meridiano, siendo en nuestro caso los puntos  $y$  y  $z$  que nos indicarán las distancias máximas que responden á las líneas horarias, límites de la meridiana curvilínea.

Se sobrentiende que al emplear este método, habremos de escoger para las ecuaciones del tiempo medio aquellas que correspondan á los días en que el astro solar entra en cada uno de los signos zodiacales.

**239.** Algunos autores en lugar de determinar rigurosamente las líneas horarias emplean un medio mucho más breve, aunque no preside en él la exactitud del que se acaba de indicar. Consiste en trazar (figura 90) (1) del centro  $C$  del cuadrante y con un radio cualquiera un arco tal como  $JK$ , el cual se divide, á partir de la meridiana  $CS$ , en una serie de partes iguales que cada una de ellas equivalga en minutos circulares á 2 minutos de tiempo (2 minutos de tiempo = 30 minutos circulares).

Estas divisiones se usan inmediatamente para medir sobre ellas y de una manera directa la ecuación del tiempo.

---

(1) Esta figura 90 es convencional al objeto de hacer más claras las consideraciones, pues no es posible á la escala de este dibujo deslindar el gran número de líneas horarias que se acumularían en el pequeño espacio angular  $n C m$ .

Así, por ejemplo, para una ecuación igual á  $3' 36'' = 3' 60''$  (21 Mayo) se tomará el arco  $ab$  igual á 1 parte más  $\frac{3}{4}$  con aproximación y se considerará como á línea horaria la  $bc$  correspondiente al tiempo medio para el día 21 de Mayo que responde á la ecuación antedicha. La intersección de esta línea horaria con la zodiacal  $\mathbb{H}$  del propio mes de Mayo, nos dará  $x$  la meridiana curvilínea.

Del propio modo podríamos ir encontrando análogamente los demás puntos, excepción hecha de los puntos  $u, v, y, z$  en que las meridianas se cortan, en cuyo caso siendo nula la ecuación, nos podemos valer directamente como en la solución anterior de los rayos solares que parten del punto  $O'$ , rebatimiento del punto extremo del estilete cuyos rayos inclinados con respecto al Ecuador de la declinación del astro solar en los días 29 Diciembre, 15 Junio, 15 Abril, 31 Agosto, sus intersecciones con la meridiana vertical nos precisarán los puntos notables que servirán de guía para completar la curva con los demás encontrados.

**240.** Ahora es evidente que así siguiéndolo; es lo mismo que considerar los arcos de dos minutos descritos por la sombra del estilete y en los instantes muy próximos al meridiano como respondiendo á ángulos horarios, ó lo que es lo mismo, á tiempos iguales entre sí; lo cual no es exacto.

Pero el error es insensible para los puntos de la meridiana del tiempo medio, porque ellos están muy próximos de la meridiana verdadera, y como los límites de la ecuación es de  $16'$  aproximadamente, la



distancia  $m n$  no puede ser nunca considerable para producir error notorio.

He aquí por qué encontrándose los límites máximos del avance y retraso muy próximos uno á otro permite esta circunstancia, pueden ser evaluadas ecuaciones tan reducidas como las que están comprendidas en dichos límites.

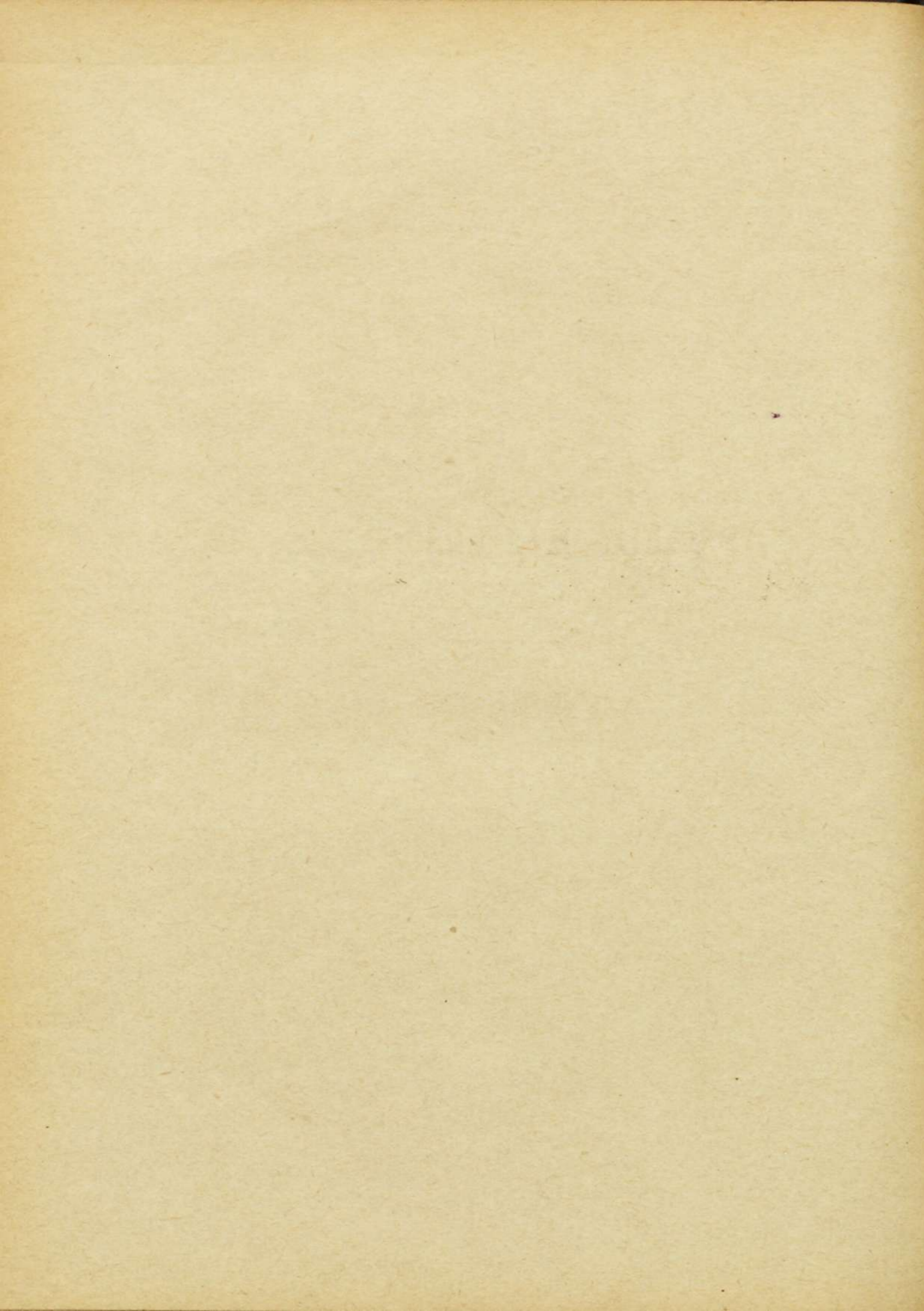
241. Se comprende, pues, que una curva del tiempo medio descrita alrededor de una línea horaria, que no fuese la meridiana, no podría tener la misma exactitud, pues que lejos del medio día la dirección de las líneas horarias en su mayor convergencia irán aumentando el error.

242. De todos modos, sea cual fuere el procedimiento empleado para la curva del tiempo medio, ésta nos cortará á la meridiana verdadera en 4 puntos correspondientes á los 4 días del año en que la ecuación es nula. La curva será cerrada reentrante en sí misma, puesto que la ecuación reproduce los mismos valores despues de cada revolución de la tierra sobre la Eclíptica. Estos valores son positivos ó negativos, según que el mediodía medio adelante ó atrase el mediodía verdadero, lo cual hace que la curva se revuelva serpenteando alrededor de la meridiana  $C S$ , afectando la forma de la cifra 8 ó de la curva Lemniscata, sin poder ser simétrica con respecto á la meridiana  $C S$ , atención hecha a que las épocas en las que la ecuación se anula, se encuentran desigualmente separadas las unas de las otras.

---

# Apéndice





**DIAS MAS LARGOS**  
**EN DIVERSAS LATITUDES**



**TABLAS**



**S**IENDO el día de 12 horas (Fig. 85) en el Ecuador A B. (35), si tomamos un punto C en que el día mayor sea de 12 horas y media y trazamos por él una recta C D paralela á la A B, el espacio ó zona esférica A B C D es lo que denominaremos por clima de media hora (a). Si tomamos otro punto F en que ya el día mayor sea de 13 horas y trazamos la F E, la zona esférica C D E F será otro clima de media hora etc.; luego habrá desde el Ecuador al círculo polar artico en que el día es de 24 horas, 24 climas de media hora, y análogamente otros 24 desde el Ecuador hasta el círculo polar antartico.

Desde los círculos polares hasta los polos, hay otros 12 climas en que ya no se cuentan por medias horas los aumentos ó disminuciones consiguientes, sino por meses, 6 hacia el Norte y otros 6 hacia la parte Austral.

---

(a) Nos referimos á los climas astronómicos, nó á los físicos.

**TABLA** de los días más largos en diversas latitudes y anchura de las fajas esféricas correspondientes á los climas astronómicos que á ellos se refieren.

| CLIMAS               | DIA MAYOR | LATITUD | ANCHURA DE LA ZONA |
|----------------------|-----------|---------|--------------------|
| Ecuador              | 12 horas  | 0° 0'   |                    |
| 1. <sup>a</sup> zona | 12 1/2 »  | 8° 34'  | 8° 34'             |
| 2. <sup>a</sup> »    | 13 »      | 16° 43' | 8° 9'              |
| 3. <sup>a</sup> »    | 13 1/2 »  | 24° 10' | 7° 27'             |
| 4. <sup>a</sup> »    | 14 »      | 30° 46' | 6° 46'             |
| 5. <sup>a</sup> »    | 14 1/2 »  | 36° 28' | 5° 42'             |
| 6. <sup>a</sup> »    | 15 »      | 41° 21' | 4° 53'             |
| 7. <sup>a</sup> »    | 15 1/2 »  | 45° 29' | 4° 8'              |
| 8. <sup>a</sup> »    | 16 »      | 48° 59' | 3° 30'             |
| 9. <sup>a</sup> »    | 16 1/2 »  | 51° 57' | 2° 58'             |
| 10. <sup>a</sup> »   | 17 »      | 54° 28' | 2° 31'             |
| 11. <sup>a</sup> »   | 17 1/2 »  | 56° 36' | 2° 8'              |
| 12. <sup>a</sup> »   | 18 »      | 58° 25' | 1° 49'             |
| 13. <sup>a</sup> »   | 18 1/2 »  | 59° 57' | 1° 32'             |
| 14. <sup>a</sup> »   | 19 »      | 61° 16' | 1° 19'             |
| 15. <sup>a</sup> »   | 19 1/2 »  | 62° 24' | 1° 8'              |
| 16. <sup>a</sup> »   | 20 »      | 63° 20' | 0° 56'             |

| CLIMAS                | DIA MAYOR    | LATITUD | ANCHURA DE LA ZONA |
|-----------------------|--------------|---------|--------------------|
| 17. <sup>a</sup> zona | 20 1/2 horas | 64° 8'  | 0° 48'             |
| 18. <sup>a</sup> »    | 21 »         | 64° 48' | 0° 40'             |
| 19. <sup>a</sup> »    | 21 1/2 »     | 65° 20' | 0° 32'             |
| 20. <sup>a</sup> »    | 22 »         | 65° 46' | 0° 26'             |
| 21. <sup>a</sup> »    | 22 1/2 »     | 66° 6'  | 0° 20'             |
| 22. <sup>a</sup> »    | 23 »         | 66° 20' | 0° 14'             |
| 23. <sup>a</sup> »    | 23 1/2 »     | 66° 28' | 0° 18'             |
| 24. <sup>a</sup> »    | 24 »         | 66° 32' | 0° 4'              |

**DEL CIRCULO POLAR AL POLO**  
**las seis zonas se diferencian por meses**

| CLIMAS          | DIA MAYOR | LATITUD | ANCHURA DE LA ZONA |
|-----------------|-----------|---------|--------------------|
| 1. <sup>o</sup> | 1 mes     | 67° 23' | 0' 51'             |
| 2. <sup>o</sup> | 2 meses   | 69° 10' | 2° 27'             |
| 3. <sup>o</sup> | 3 »       | 73° 39' | 3° 49'             |
| 4. <sup>o</sup> | 4 »       | 78° 31' | 4° 52'             |
| 5. <sup>o</sup> | 5 »       | 84° 5'  | 5° 34'             |
| 6. <sup>o</sup> | 6 »       | 90° 0'  | 5 55'              |



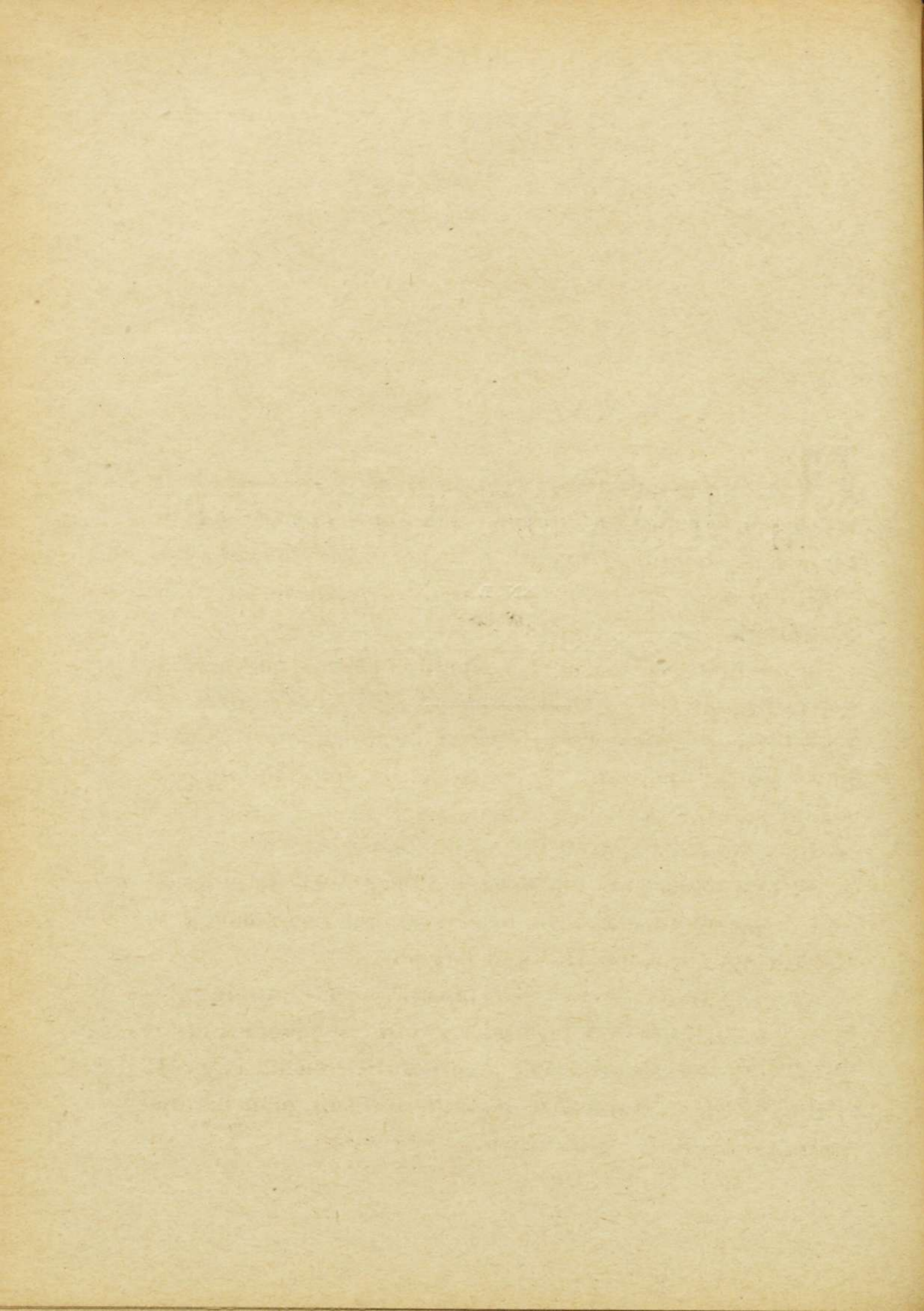


# INFLUENCIA DEL CREPÚSCULO

EN LA

DURACIÓN DEL DÍA

---



**N**o se hace cuenta en esta tabla de los efectos de la refracción y reflexión que aumentan la duración del día tanto más cuanto los lugares se encuentran más próximos á los polos cuyo resultado se conoce con el nombre de crepúsculo.

*Crepúsculo* es la claridad que hay desde que raya el día hasta que sale el Sol, y desde que el Sol se pone hasta que anochece. Es debido á la refracción y reflexión de los rayos luminosos. Se conoce también este fenómeno con el nombre de Aurora matutina y Aurora vespertina, según se le considere al amanecer ó al anochecer.

Sin la atmósfera á la cual debemos semejante fenómeno pasaríamos de momento y sin graduaciones de la luz del día á la obscuridad de la noche.

Semejante resultado se comprenderá facilmente fijándonos en la figura 86 en donde  $D B D'$  representa el límite de la atmósfera,  $H H'$  el horizonte de un lugar  $A$ , y  $S G$  la dirección de los rayos luminosos poco tiempo antes de hacer la salida sobre el horizonte.

Estos rayos luminosos iluminan la porción D E G de la atmósfera, siendo en parte reflejados hacia A, cuyo punto ó lugar quedará por este motivo debilmente iluminado, aumentando sin cesar esta iluminación á medida que el astro solar se aproxima al horizonte.

El fenómeno se produce inversamente por la tarde en el momento de pasar el Sol de la parte superior á la inferior del horizonte.

Se admite que la aurora matinal empieza y la vespertina concluye cuando el astro solar se encuentra á  $18^\circ$  debajo del horizonte del lugar que se considera.

Sea (Fig. 87). P E P' E' el meridiano del lugar L, H H' la intersección de este meridiano con el horizonte y *h h'* el plano de un círculo colocado á  $18^\circ$  debajo el horizonte. En los equinoccios, la aurora empieza en el momento que el Sol llega en el punto cuya proyección es A y concluye en el instante de la salida del astro sobre el horizonte, esto es, en el punto cuya proyección es T.

De la misma manera por la tarde, la aurora empieza cuando el Sol se oculta debajo del horizonte en el punto T y concluye cuando el astro alcanza el punto A.

Cuando el Sol describe el paralelo *h h'*, no hay noche absoluta en el lugar cuyo horizonte es H H' y esta circunstancia se prolonga hasta que el Sol vuelva á recorrer el mismo paralelo *h h'*, después de haber recorrido el solsticio de verano. Lo espuesto se verifica para

todos los lugares que tienen una latitud superior  
 á  $66^{\circ} 33' - 18^{\circ} = 48^{\circ} 33'$ .

Y aquí haremos observar que en el Solsticio de verano, un lugar no tiene noche absoluta ó completa, cuando añadiendo á la latitud la declinación del Sol se obtenga un total mayor ó cuando menos igual á  $72^{\circ}$ .

En efecto, en la (fig. 87) tenemos

$H h = P E' - (P H + h E')$  que designando por  $e$  la latitud y por  $D$  la declinación del Sol se tendrá

$$18^{\circ} = 90^{\circ} - (e + D) \text{ de donde}$$

$$e + D = 90^{\circ} - 18^{\circ} = 72^{\circ}$$

Siendo  $48^{\circ} 50' 11''$  la latitud de París resultará en esta localidad que no habrá noche absoluta desde el 12 al 30 de Junio época en que la declinación boreal del Sol es mayor que  $72^{\circ} - 48^{\circ} 50' 11'' = 23^{\circ} 9' 49''$

Siendo de  $41^{\circ} 22'$  la latitud de Barcelona si le añadimos  $23^{\circ} 27'$  declinación del Sol en el solsticio de verano se obtiene  $64^{\circ} 49' < 72^{\circ}$ , resulta segun esto que en esa población habrá noche absoluta.

Para un mismo día el crepúsculo aumenta con la latitud siendo su duración mínima en el Ecuador.

#### **Efectos de la refracción atmosférica:**

Sabemos que cuando un rayo luminoso pasa de un medio menos denso á otro que lo es más, sufre una desviación cambiando bruscamente de dirección que tiende á aproximarse á la normal de la superficie de separación de los dos medios. La atmósfera puede considerarse co-

mo formada de capas superpuestas que van disminuyendo de su densidad.

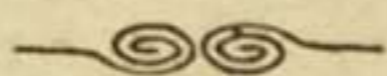
Un rayo luminoso  $E a$  (fig. 88) penetra en la atmósfera en  $a$ ; experimenta la primera refracción y toma la dirección  $a b$ ; en  $b$  encuentra una segunda capa de aire mas densa, se refracta de nuevo y toma la dirección  $b c$ ; en  $c$  el rayo luminoso continúa refractándose, y llega al observador colocado en  $A$  en la dirección  $c A$ . La sensación producida no depende pues, mas que de la dirección del rayo luminoso en el momento en que hiere el ojo del observador, quien verá el astro en  $E'$  en la prolongación del último elemento  $A c$ . De no existir la atmósfera el observador vería el astro en la dirección  $A E$ .

La desviación  $E A E'$  es lo que se conoce por refracción atmosférica.

La refracción atmosférica hace que veamos el astro solar un poco más elevado de la posición que realmente ocupa en el espacio. Así se explica el que lo veamos un poco antes de su salida por el horizonte y un poco después de haber efectuado su puesta y haber pasado debajo el horizonte. La refracción atmosférica aumenta la duración del día de unos cinco minutos en lugares próximos al Ecuador y de  $11'$  á  $23'$  en los círculos polares.

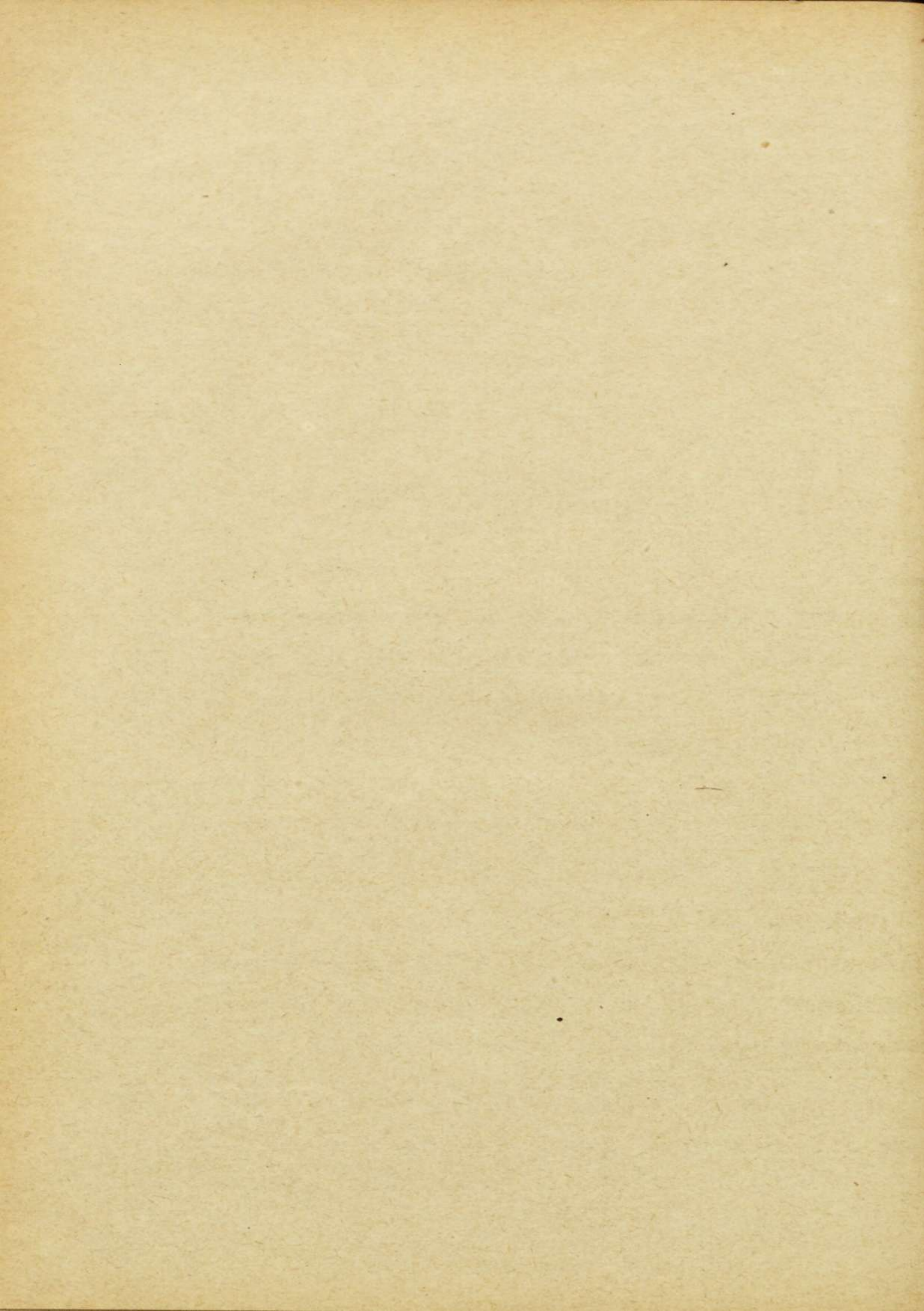
---

CALENDARIO



AÑO BISIESTO





**E**L *año trópico* es de 365, 24.224 días solares medios, esto es un poco menor de 365 días mas  $\frac{1}{4}$  de día.

El *año civil* está compuesto de un número exacto de días teniéndose en cuenta luego la fracción intercalando un día á intervalos determinados. Así es que dicho año civil ya es de 365 días ó ya de 366 días á fin de armonizar concordando con la marcha del Sol.

**Calendario.** Es un sistema ó conjunto de convenciones adoptadas para hacer coincidir el año civil con el año trópico, estableciendo á la vez las subdivisiones más convenientes.

**Reforma Juliana.** El año 45 antes de Jesucristo, Julio César llevó á cabo una reforma en el calen-

ario, adoptando para la duración del año 365 días y un cuarto intercalando un día cada cuatro años. Dispuso que los años ordinarios fuesen de 365 días, y que cada cuatro años uno de ellos fuese de 366 días. Los años de 366 días que así se suceden por cada cuatro años; son los que se llaman bisextiles.

En nuestro Calendario los años bisextiles vienen conocidos por ser múltiples de cuatro.

El día suplementario fué añadido al mes de Febrero, así pues en el año bisextil este mes tiene 29 días.

**Reforma Gregoriana.** La duración del año adoptado por Julio César no es del todo exacta. Comparando el año juliano 365 días y  $\frac{1}{4}$  ó sea 365<sup>d</sup>, 25 con el año trópico que es de 365 días, 24.224 se infiere que aquel excede á este último de 0 días, 00776; resultando un error de 0,776 por cada cien años o sean 3 días, 104 por cada cuatrocientos años.

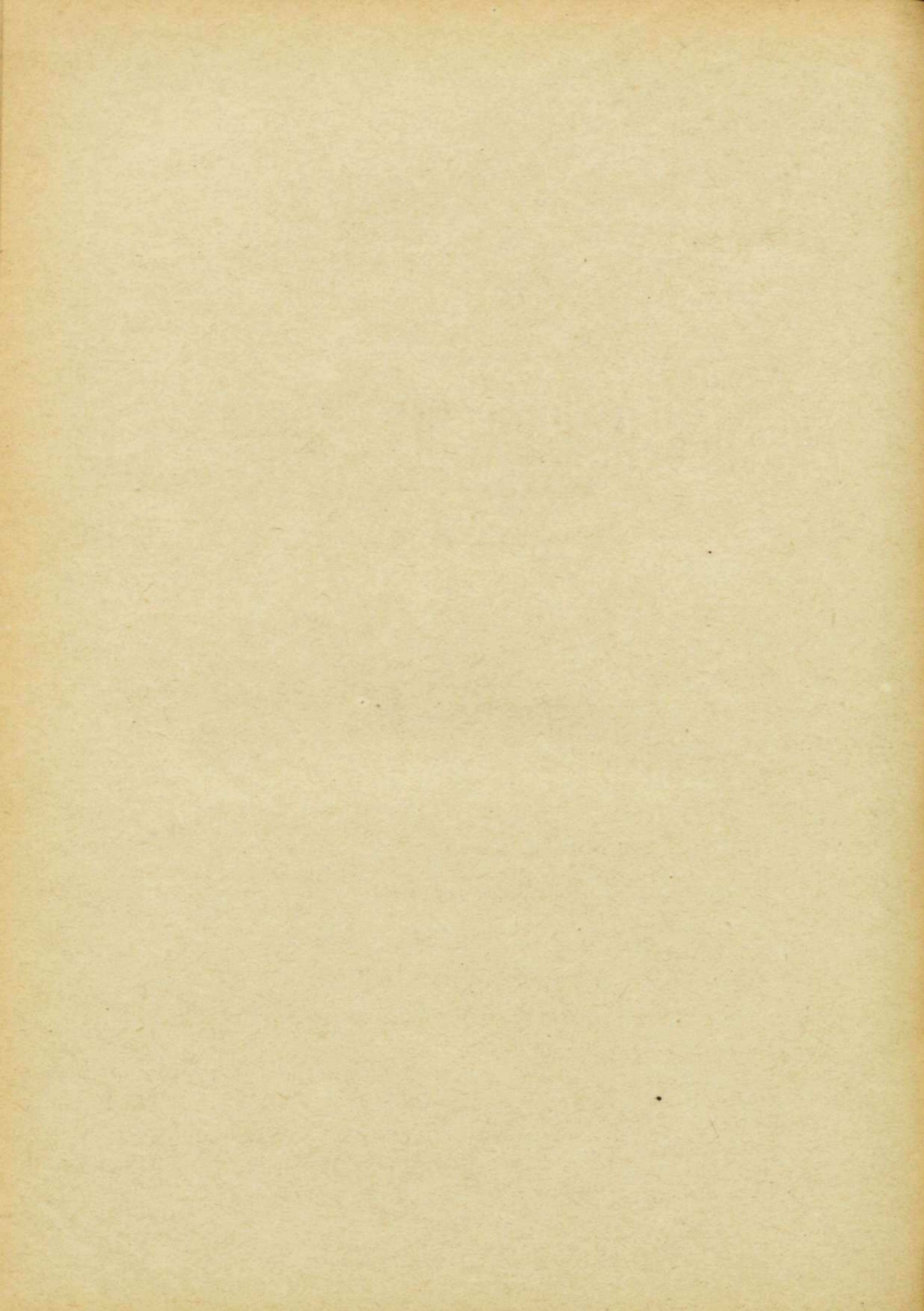
Según esto en el Calendario Juliano se encuentran 3 días de más cada intervalo de cuatro siglos.

Al objeto de suprimir estos 3 días para cada cuatro siglos, se combino que los años seculares no fuesen bisextiles excepción hecha no más de aquellos en que el número ordinal del siglo fuese divisible por 4; así pues

a los años 1600, 2000, 2400, etc., son bisextiles mientras que los 1700, 1800, 1900, etc., etc.; dejan de serlo.

Esta corrección se hizo en el año de 1582, bajo el pontificado del Papa Gregorio XIII.





# DECLINACIÓN DEL SOL

---

## TABLAS

---

*La declinación siendo efecto de las nutaciones es variable cada año; así, pues, teniendo en cuenta esta particularidad adjuntamos á continuación cuatro tablas correspondientes á otros tantos años de un periodo bisextil.*

---

$$N = 4C + r, r = 0$$

| Días. | ENERO         | FEBRERO        | MARZO         | ABRIL         | MAYO           | JUNIO        | Días. |
|-------|---------------|----------------|---------------|---------------|----------------|--------------|-------|
| 1     | 23° 2' 17" S. | 17° 10' 54" S. | 7° 18' 55" S. | 4° 48' 21" N. | 15° 16' 44" N. | 22° 9' 1' N. | 1     |
| 2     | 22 57 13      | 16 53 45       | 6 56 0        | 5 11 23       | 15 34 36       | 22 16 45     | 2     |
| 3     | 22 51 42      | 16 36 19       | 6 33 0        | 5 34 19       | 15 52 12       | 22 24 5      | 3     |
| 4     | 22 45 44      | 16 18 35       | 6 9 54        | 5 57 10       | 16 9 32        | 22 31 2      | 4     |
| 5     | 22 39 18      | 16 0 34        | 5 46 42       | 6 19 55       | 16 26 37       | 22 37 35     | 5     |
| 6     | 22 32 25      | 15 42 16       | 5 23 26       | 6 42 34       | 16 43 25       | 22 43 45     | 6     |
| 7     | 22 25 6       | 15 23 43       | 5 0 6         | 7 5 6         | 16 59 57       | 22 49 30     | 7     |
| 8     | 22 17 20      | 15 4 53        | 4 36 41       | 7 27 30       | 17 16 12       | 22 54 51     | 8     |
| 9     | 22 9 8        | 14 45 48       | 4 13 13       | 7 49 47       | 17 32 9        | 22 59 49     | 9     |
| 10    | 22 0 29       | 14 26 29       | 3 49 41       | 8 11 57       | 17 47 49       | 23 4 22      | 10    |
| 11    | 21 51 25      | 14 6 55        | 3 26 7        | 8 33 58       | 18 3 11        | 23 8 30      | 11    |
| 12    | 21 41 55      | 13 47 7        | 3 2 31        | 8 55 50       | 18 18 15       | 23 12 14     | 12    |
| 13    | 21 32 0       | 13 27 5        | 2 38 52       | 9 17 33       | 18 33 1        | 23 15 34     | 13    |
| 14    | 21 21 40      | 13 6 50        | 2 15 12       | 9 39 7        | 18 47 27       | 23 18 20     | 14    |
| 15    | 21 10 55      | 12 46 23       | 1 51 31       | 10 0 32       | 19 1 35        | 23 20 59     | 15    |
| 16    | 20 59 47      | 12 25 44       | 1 27 49       | 10 21 46      | 19 15 23       | 23 23 5      | 16    |
| 17    | 20 48 14      | 12 4 53        | 1 4 7         | 10 42 50      | 19 28 51       | 23 24 45     | 17    |
| 18    | 20 36 17      | 11 43 50       | 0 40 25       | 11 3 44       | 19 41 59       | 23 26 1      | 18    |
| 19    | 20 23 57      | 11 22 36       | 0 16 42       | 11 24 26      | 19 54 48       | 23 26 52     | 19    |
| 20    | 20 11 14      | 11 1 12        | 0 6 59        | 11 44 57      | 20 7 16        | 23 27 19     | 20    |
| 21    | 19 58 9       | 10 39 38       | 0 30 39       | 12 5 16       | 20 19 23       | 23 27 20     | 21    |
| 22    | 19 44 41      | 10 17 54       | 0 54 18       | 12 25 23      | 20 31 9        | 23 26 57     | 22    |
| 23    | 19 30 51      | 9 56 0         | 1 17 55       | 12 45 19      | 20 42 35       | 23 26 9      | 23    |
| 24    | 19 16 39      | 9 33 57        | 1 41 31       | 13 5 2        | 20 53 39       | 23 24 56     | 24    |
| 25    | 19 2 7        | 9 9 46         | 1 5 4         | 13 24 31      | 21 4 22        | 23 24 19     | 25    |
| 26    | 18 47 13      | 8 49 27        | 2 28 34       | 13 43 48      | 21 14 42       | 23 23 17     | 26    |
| 27    | 18 31 59      | 8 27 0         | 2 52 1        | 14 2 51       | 21 24 41       | 23 21 17     | 27    |
| 28    | 18 16 25      | 8 4 25         | 3 15 25       | 14 21 41      | 21 34 18       | 23 18 50     | 28    |
| 29    | 18 0 31       | 8 41 43        | 3 38 46       | 14 40 16      | 21 43 33       | 23 15 59     | 29    |
| 30    | 17 44 17      | 17 27 45       | 4 2 2         | 14 58 38      | 21 52 25       | 23 12 43     | 30    |
| 31    | 17 27 45      | 17 45          | 4 25 14       | 14 58 38      | 22 0 55        | 23 9 3       | 31    |

| Días. | JULIO         | AGOSTO        | SEPTIEMBRE   | OCTUBRE       | NOVIEMBRE      | DICIEMBRE      | Días. |
|-------|---------------|---------------|--------------|---------------|----------------|----------------|-------|
| 1     | 23° 4' 59" N. | 17° 52' 34" N | 8° 3' 32" N. | 3° 26' 27" S. | 14° 39' 26" S. | 21° 55' 37" S. | 1     |
| 2     | 23 0 30       | 17 37 8       | 7 41 35      | 3 49 44       | 14 58 25       | 22 4 28        | 2     |
| 3     | 22 55 38      | 17 21 24      | 7 19 31      | 4 12 58       | 15 17 9        | 22 12 53       | 3     |
| 4     | 22 50 21      | 17 5 23       | 6 57 20      | 4 36 9        | 15 35 38       | 22 20 52       | 4     |
| 5     | 22 44 41      | 16 49 5       | 6 35 2       | 4 59 17       | 15 53 52       | 22 28 24       | 5     |
| 6     | 22 38 36      | 16 32 32      | 6 12 38      | 5 22 21       | 16 11 50       | 22 35 31       | 6     |
| 7     | 22 32 8       | 16 15 42      | 5 50 7       | 5 45 20       | 16 29 31       | 22 42 11       | 7     |
| 8     | 22 25 17      | 15 58 37      | 5 27 31      | 6 8 16        | 16 46 55       | 22 48 24       | 8     |
| 9     | 22 18 2       | 15 41 16      | 5 4 49       | 6 31 6        | 17 4 3         | 22 54 9        | 9     |
| 10    | 22 10 25      | 15 23 40      | 4 42 2       | 6 53 51       | 17 20 52       | 22 59 28       | 10    |
| 11    | 22 2 24       | 15 5 49       | 4 19 10      | 7 16 30       | 17 37 24       | 23 4 20        | 11    |
| 12    | 21 54 1       | 14 47 44      | 3 56 14      | 7 39 3        | 17 53 38       | 23 8 44        | 12    |
| 13    | 21 45 15      | 14 29 25      | 3 33 14      | 8 1 30        | 18 9 32        | 23 12 40       | 13    |
| 14    | 21 36 7       | 14 10 52      | 3 10 10      | 8 23 50       | 18 25 8        | 23 16 8        | 14    |
| 15    | 21 26 37      | 13 52 5       | 2 47 2       | 8 46 3        | 18 40 24       | 23 19 9        | 15    |
| 16    | 21 16 45      | 13 33 6       | 2 23 52      | 9 8 8         | 18 55 20       | 23 21 42       | 16    |
| 17    | 21 6 31       | 13 13 54      | 2 0 39       | 9 30 5        | 19 9 56        | 23 23 46       | 17    |
| 18    | 20 55 56      | 12 54 29      | 1 37 23      | 9 51 54       | 19 24 11       | 23 25 23       | 18    |
| 19    | 20 45 0       | 12 34 52      | 1 14 5       | 10 13 35      | 19 38 6        | 23 26 31       | 19    |
| 20    | 20 33 43      | 12 15 3       | 0 50 45      | 10 35 6       | 19 51 39       | 23 27 11       | 20    |
| 21    | 20 22 5       | 11 55 2       | 0 27 24      | 10 56 29      | 20 4 50        | 23 27 23       | 21    |
| 22    | 20 10 7       | 11 34 50      | 0 4 1        | 11 17 41      | 20 17 40       | 23 27 27       | 22    |
| 23    | 19 57 49      | 11 14 27      | 0 19 23      | 11 38 44      | 20 30 7        | 23 26 2        | 23    |
| 24    | 19 45 10      | 10 53 53      | 0 42 47      | 11 59 36      | 20 42 11       | 23 25 9        | 24    |
| 25    | 19 32 12      | 10 33 9       | 0 6 12       | 12 20 17      | 20 53 53       | 23 23 28       | 25    |
| 26    | 19 18 55      | 10 12 14      | 1 29 37      | 12 40 47      | 21 5 10        | 23 21 18       | 26    |
| 27    | 19 5 18       | 9 51 10       | 1 53 1       | 13 1 5        | 21 16 5        | 23 18 41       | 27    |
| 28    | 18 51 22      | 9 29 56       | 2 16 25      | 13 21 11      | 21 26 35       | 23 15 35       | 28    |
| 29    | 18 37 7       | 9 8 33        | 2 39 47      | 13 41 5       | 21 36 41       | 23 12 1        | 29    |
| 30    | 18 22 34      | 8 47 1        | 3 3 8        | 14 0 46       | 21 46 22       | 23 7 59        | 30    |
| 31    | 18 7 43       | 8 25 20       |              | 14 20 13      |                | 23 3 29        | 31    |

N. S.



$N = 4C + r, r = 1$

| Dias. | ENERO          | FEBRERO        | MARZO         | ABRIL        | MAYO           | JUNIO       | Dias. |
|-------|----------------|----------------|---------------|--------------|----------------|-------------|-------|
| 1     | 22° 58' 31" S. | 16° 57' 47" S. | 7° 24' 20" S. | 4° 42' 49" N | 15° 12' 28" N. | 22° 7' 2" N | 1     |
| 2     | 22 53 5        | 16 40 26       | 1 27          | 5 52         | 15 30 22       | 22 14 50    | 2     |
| 3     | 22 47 12       | 16 22 47       | 38 29         | 5 28 49      | 15 48 2        | 22 22 15    | 3     |
| 4     | 22 40 52       | 16 4 51        | 15 25         | 5 51 41      | 16 5 26        | 22 29 17    | 4     |
| 5     | 22 34 5        | 15 46 38       | 52 15         | 6 14 27      | 16 22 34       | 22 35 56    | 5     |
| 6     | 22 26 51       | 15 28 9        | 29 1          | 6 37 7       | 16 39 25       | 22 42 10    | 6     |
| 7     | 22 19 10       | 15 9 24        | 42 18         | 6 39 41      | 15 56 »        | 22 48 1     | 7     |
| 8     | 22 11 3        | 14 50 23       | 42 51         | 7 22 7       | 17 12 19       | 22 53 29    | 8     |
| 9     | 22 2 30        | 14 31 6        | 18 51         | 7 44 27      | 17 28 20       | 22 58 32    | 9     |
| 10    | 21 53 31       | 14 14 35       | 42 18         | 8 6 39       | 17 44 4        | 23 58 32    | 10    |
| 11    | 21 44 7        | 13 11 35       | 55 20         | 8 28 43      | 17 59 31       | 23 7 11     | 11    |
| 12    | 21 34 17       | 13 31 50       | 31 47         | 8 50 38      | 18 14 39       | 23 11 15    | 12    |
| 13    | 21 24 3        | 13 11 39       | 8 11          | 9 12 24      | 18 29 28       | 23 14 40    | 13    |
| 14    | 21 13 24       | 12 51 14       | 44 33         | 9 34 1       | 18 43 59       | 23 17 41    | 14    |
| 15    | 21 2 21        | 12 30 37       | 20 53         | 9 55 27      | 18 58 11       | 23 20 17    | 15    |
| 16    | 20 50 54       | 12 9 48        | 57 12         | 10 16 44     | 19 12 4        | 23 22 28    | 16    |
| 17    | 20 39 3        | 11 48 48       | 33 29         | 10 37 51     | 19 25 37       | 23 24 14    | 17    |
| 18    | 20 26 48       | 11 27 36       | 9 47          | 10 58 47     | 19 38 51       | 23 25 36    | 18    |
| 19    | 20 14 10       | 11 6 14        | 46 3          | 11 19 31     | 19 51 44       | 23 26 32    | 19    |
| 20    | 20 1 9         | 10 44 42       | 22 20         | 11 40 5      | 20 4 18        | 23 27 11    | 20    |
| 21    | 19 47 44       | 10 23 0        | 1 22          | 12 40 27     | 20 16 30       | 23 27 4     | 21    |
| 22    | 19 33 57       | 9 39 8         | 48 44         | 12 20 37     | 20 28 22       | 23 26 53    | 22    |
| 23    | 19 19 49       | 9 16 59        | 12 22         | 13 40 36     | 20 39 52       | 23 26 11    | 23    |
| 24    | 18 5 21        | 8 16 59        | 35 58         | 13 0 21      | 20 51 2        | 23 25 4     | 24    |
| 25    | 18 50 32       | 8 54 42        | 59 31         | 13 19 54     | 21 1 49        | 23 23 32    | 25    |
| 26    | 18 35 24       | 8 32 17        | 23 2          | 13 39 14     | 21 12 15       | 23 23 36    | 26    |
| 27    | 18 19 55       | 8 9 45         | 46 30         | 13 58 21     | 21 22 19       | 23 21 36    | 27    |
| 28    | 18 4 9         | 8 8 7          | 9 54          | 14 17 14     | 21 32 1        | 23 19 15    | 28    |
| 29    | 17 48          | 7 47           | 33 14         | 14 35 53     | 21 41 20       | 23 16 29    | 29    |
| 30    | 17 31 34       |                | 59 30         | 14 53 18     | 21 50 17       | 23 13 19    | 30    |
| 31    | 17 14 50       |                | 42            | 14 54 18     | 21 58 51       | 23 9 45     | 31    |

S. N.

| Dias. | JULIO         | AGOSTO         | SEPTIEMBRE   | OCTUBRE       | NOVIEMBRE      | DICIEMBRE      | Dias. |
|-------|---------------|----------------|--------------|---------------|----------------|----------------|-------|
| 1     | 23° 5' 47" N. | 17° 55' 56" N. | 8° 8' 30" N. | 3° 20' 59" S. | 14° 34' 48" S. | 21° 53' 16" S. | 1     |
| 2     | 23 1 24       | 17 40 34       | 7 46 36      | 3 44 15       | 14 53 51       | 22 2 12        | 2     |
| 3     | 22 56 37      | 17 24 54       | 7 24 34      | 4 7 30        | 15 12 38       | 22 10 43       | 3     |
| 4     | 22 51 26      | 17 8 57        | 7 2 25       | 4 4 30 41     | 15 31 11       | 22 18 48       | 4     |
| 5     | 22 45 51      | 16 52 44       | 6 40 9       | 4 53 49       | 15 49 28       | 22 26 27       | 5     |
| 6     | 22 39 52      | 16 36 14       | 6 17 46      | 5 16 54       | 16 7 29        | 22 33 39       | 6     |
| 7     | 22 33 29      | 16 19 28       | 5 55 17      | 5 39 55       | 16 25 14       | 22 40 25       | 7     |
| 8     | 22 26 43      | 16 2 25        | 5 32 42      | 6 2 52        | 16 42 43       | 22 46 45       | 8     |
| 9     | 22 19 33      | 15 45 7        | 5 10 1       | 6 25 44       | 16 59 54       | 22 52 37       | 9     |
| 10    | 22 12 0       | 15 27 34       | 4 47 14      | 6 48 31       | 17 16 48       | 22 58 37       | 10    |
| 11    | 22 4 4        | 15 9 46        | 4 24 23      | 7 11 12       | 17 33 24       | 23 3 00        | 11    |
| 12    | 21 55 46      | 14 51 44       | 4 1 28       | 7 33 47       | 17 49 41       | 23 7 31        | 12    |
| 13    | 21 47 5       | 14 33 27       | 3 38 28      | 7 56 16       | 18 5 40        | 23 11 34       | 13    |
| 14    | 21 38 2       | 14 14 57       | 3 15 25      | 8 18 37       | 18 21 21       | 23 15 9        | 14    |
| 15    | 21 28 37      | 13 56 14       | 2 52 18      | 8 40 52       | 18 36 41       | 23 18 17       | 15    |
| 16    | 21 18 50      | 13 37 18       | 2 29 8       | 9 2 59        | 18 51 42       | 23 20 56       | 16    |
| 17    | 21 8 41       | 12 58 47       | 2 5 56       | 9 24 57       | 19 6 23        | 23 23 8        | 17    |
| 18    | 20 58 11      | 12 39 13       | 1 42 41      | 9 46 48       | 19 20 43       | 23 24 52       | 18    |
| 19    | 20 47 19      | 12 19 27       | 1 19 24      | 10 8 30       | 19 34 42       | 23 26 7        | 19    |
| 20    | 20 36 7       | 12 19 27       | 0 56 5       | 10 30 3       | 19 48 20       | 23 26 54       | 20    |
| 21    | 20 24 34      | 11 59 30       | 0 32 44      | 10 51 26      | 20 1 37        | 23 27 13       | 21    |
| 22    | 20 12 41      | 11 39 21       | 0 9 23       | 11 12 40      | 20 14 31       | 23 27 4        | 22    |
| 23    | 20 00 27      | 11 19 1        | 0 14 00      | 11 33 44      | 20 27 3        | 23 27 26       | 23    |
| 24    | 19 47 54      | 10 58 30       | 0 37 23      | 11 54 38      | 20 39 12       | 23 26 19       | 24    |
| 25    | 19 35 00      | 10 37 49       | 1 00 47      | 12 15 21      | 20 59 59       | 23 23 44       | 25    |
| 26    | 19 21 48      | 10 16 57       | 1 24 11      | 12 35 52      | 21 2 22        | 23 21 41       | 26    |
| 27    | 19 8 15       | 9 55 56        | 1 47 34      | 12 56 13      | 21 13 21       | 23 19 10       | 27    |
| 28    | 18 54 25      | 9 34 45        | 2 10 57      | 13 16 21      | 21 23 56       | 23 16 10       | 28    |
| 29    | 18 40 15      | 9 13 24        | 2 34 19      | 13 36 18      | 21 34 7        | 23 12 42       | 29    |
| 30    | 18 25 46      | 8 51 55        | 2 57 40      | 13 56 1       | 21 43 54       | 23 8 46        | 30    |
| 31    | 18 11 00      | 8 30 17        |              | 14 15 32      |                | 23 4 22        | 31    |

N. S.

$N = 4C + 2$

| Dias. | ENERO                      | FEBRERO                   | MARZO                     | ABRIL                     | MAYO                      | JUNIO                    | Dias. |
|-------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|--------------------------|-------|
| 1     | 22 <sup>o</sup> 59' 32" S. | 17 <sup>o</sup> 1' 54" S. | 7 <sup>o</sup> 29' 45" S. | 4 <sup>o</sup> 37' 20" N. | 15 <sup>o</sup> 8' 11" N. | 22 <sup>o</sup> 5' 2" N. | 1     |
| 2     | 22 54 14                   | 16 44 36                  | 7 6 53                    | 5 00 24                   | 15 26 10                  | 22 12 56                 | 2     |
| 3     | 22 48 28                   | 16 27 0                   | 6 3 55                    | 5 23 23                   | 15 43 54                  | 22 20 26                 | 3     |
| 4     | 22 42 15                   | 16 9 7                    | 6 20 51                   | 5 46 17                   | 16 1 22                   | 22 27 34                 | 4     |
| 5     | 22 35 35                   | 15 50 56                  | 5 57 42                   | 6 9 6                     | 16 18 34                  | 22 34 18                 | 5     |
| 6     | 22 28 28                   | 15 32 30                  | 5 34 28                   | 6 31 48                   | 16 35 29                  | 22 40 38                 | 6     |
| 7     | 22 20 54                   | 15 13 47                  | 5 11 9                    | 6 54 24                   | 16 52 9                   | 22 46 35                 | 7     |
| 8     | 22 12 54                   | 14 54 48                  | 4 47 45                   | 7 16 53                   | 17 8 31                   | 22 52 8                  | 8     |
| 9     | 22 4 28                    | 14 35 35                  | 4 24 19                   | 7 39 14                   | 17 24 34                  | 22 57 18                 | 9     |
| 10    | 21 55 36                   | 14 16 7                   | 4 00 48                   | 8 1 29                    | 17 40 21                  | 23 2 3                   | 10    |
| 11    | 21 46 18                   | 13 56 25                  | 3 37 15                   | 8 23 34                   | 17 55 51                  | 23 6 23                  | 11    |
| 12    | 21 36 35                   | 13 36 29                  | 3 13 40                   | 8 45 31                   | 18 11 2                   | 23 10 19                 | 12    |
| 13    | 21 26 27                   | 13 16 20                  | 2 50 2                    | 9 7 19                    | 18 25 55                  | 23 13 51                 | 13    |
| 14    | 21 15 54                   | 12 55 59                  | 2 26 23                   | 9 28 57                   | 18 40 30                  | 23 16 58                 | 14    |
| 15    | 21 4 57                    | 12 35 26                  | 2 2 42                    | 9 50 26                   | 18 54 47                  | 23 19 40                 | 15    |
| 16    | 20 53 35                   | 12 14 40                  | 1 39 1                    | 10 11 44                  | 19 8 44                   | 23 21 57                 | 16    |
| 17    | 20 41 50                   | 11 53 44                  | 1 15 19                   | 10 32 53                  | 19 22 22                  | 23 23 49                 | 17    |
| 18    | 20 29 42                   | 11 32 36                  | 0 51 37                   | 10 53 50                  | 19 35 40                  | 23 25 16                 | 18    |
| 19    | 20 17 10                   | 11 11 17                  | 0 27 55                   | 11 14 37                  | 19 48 38                  | 23 26 19                 | 19    |
| 20    | 20 4 15                    | 10 49 48                  | 0 4 13 S.                 | 11 35 12                  | 20 1 17                   | 23 26 56                 | 20    |
| 21    | 19 50 58                   | 10 28 10                  | 0 19 28 N.                | 11 55 36                  | 20 13 35                  | 23 27 9                  | 21    |
| 22    | 19 37 19                   | 10 6 21                   | 0 43 7                    | 12 15 48                  | 20 25 31                  | 23 26 57                 | 22    |
| 23    | 19 23 18                   | 9 44 24                   | 1 6 45                    | 12 35 49                  | 20 37 7                   | 23 26 21                 | 23    |
| 24    | 19 8 56                    | 9 22 17                   | 1 30 21                   | 12 55 38                  | 20 48 21                  | 23 25 19                 | 24    |
| 25    | 18 54 13                   | 9 00 2                    | 1 53 54                   | 13 15 14                  | 20 59 15                  | 23 23 54                 | 25    |
| 26    | 18 39 9                    | 8 37 39                   | 2 17 26                   | 13 34 38                  | 21 9 46                   | 23 22 3                  | 26    |
| 27    | 18 23 45                   | 8 15 8                    | 2 40 54                   | 13 53 48                  | 21 19 55                  | 23 19 48                 | 27    |
| 28    | 18 8 1                     | 7 52 30                   | 3 4 19                    | 14 12 45                  | 21 29 42                  | 23 17 8                  | 28    |
| 29    | 17 51 58                   |                           | 3 27 40                   | 14 31 28                  | 21 39 6                   | 23 14 4                  | 29    |
| 30    | 17 35 35                   |                           | 3 50 57                   | 14 49 57                  | 21 48 7                   | 23 10 36                 | 30    |
| 31    | 17 18 54                   |                           | 4 14 11                   |                           | 21 56 46                  |                          | 31    |

| Dias. | JULIO         | AGOSTO        | SEPTIEMBRE    | OCTUBRE       | NOVIEMBRE     | DICIEMBRE      | Dias. |
|-------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|-------|
| 1     | 23° 6' 43" N. | 17° 59' 34" N | 8° 13' 48" N. | 3° 15' 17" S. | 14° 30' 5" S. | 21° 50' 57" S. | 1     |
| 2     | 23 2 26       | 17 44 15      | 7 51 55       | 3 38 35       | 14 49 11      | 22 0 00        | 2     |
| 3     | 22 57 44      | 17 28 40      | 7 29 55       | 4 1 50        | 15 8 2        | 22 8 37        | 3     |
| 4     | 22 52 38      | 17 12 46      | 7 7 47        | 4 25 3        | 15 26 39      | 22 16 48       | 4     |
| 5     | 22 47 9       | 16 56 36      | 6 45 32       | 4 48 12       | 15 45 00      | 22 24 34       | 5     |
| 6     | 22 41 15      | 16 40 10      | 6 23 11       | 5 11 17       | 16 3 5        | 22 31 53       | 6     |
| 7     | 22 34 58      | 16 23 28      | 6 0 43        | 5 34 19       | 16 20 54      | 22 38 46       | 7     |
| 8     | 22 28 17      | 16 6 29       | 5 38 10       | 5 57 16       | 16 38 26      | 22 45 12       | 8     |
| 9     | 22 21 13      | 15 49 16      | 5 15 31       | 6 20 9        | 16 55 41      | 22 51 11       | 9     |
| 10    | 22 13 46      | 15 31 46      | 4 52 47       | 6 42 56       | 17 12 38      | 22 56 43       | 10    |
| 11    | 22 5 56       | 15 14 3       | 4 29 58       | 7 5 38        | 17 29 18      | 23 1 48        | 11    |
| 12    | 21 57 43      | 14 56 5       | 4 7 4         | 7 28 13       | 17 45 40      | 23 6 25        | 12    |
| 13    | 21 49 8       | 14 37 53      | 3 44 7        | 7 50 43       | 18 1 44       | 23 10 35       | 13    |
| 14    | 21 40 11      | 14 19 26      | 3 21 5        | 8 13 5        | 18 17 28      | 23 14 17       | 14    |
| 15    | 21 30 52      | 14 0 47       | 2 58 0        | 8 35 21       | 18 32 53      | 23 17 32       | 15    |
| 16    | 21 21 11      | 13 41 55      | 2 34 52       | 8 57 29       | 18 47 59      | 23 20 18       | 16    |
| 17    | 21 11 8       | 13 22 49      | 2 11 41       | 9 19 29       | 19 2 44       | 23 22 37       | 17    |
| 18    | 21 00 44      | 13 3 32       | 1 48 27       | 9 41 21       | 19 17 10      | 23 24 27       | 18    |
| 19    | 20 49 58      | 12 44 1       | 1 25 11       | 10 3 5        | 19 31 14      | 23 25 50       | 19    |
| 20    | 20 38 52      | 12 24 20      | 1 1 53        | 10 24 40      | 19 44 57      | 23 26 44       | 20    |
| 21    | 20 27 24      | 12 4 26       | 0 38 33       | 10 46 6       | 19 58 19      | 23 27 9        | 21    |
| 22    | 20 15 36      | 11 44 20      | 0 15 12       | 11 7 12       | 20 11 19      | 23 27 6        | 22    |
| 23    | 20 3 28       | 11 24 3       | 0 8 11        | 11 28 29      | 20 23 56      | 23 26 35       | 23    |
| 24    | 19 50 59      | 11 3 35       | 0 31 35       | 11 49 26      | 20 36 12      | 23 25 35       | 24    |
| 25    | 19 38 10      | 10 42 55      | 0 55 0        | 12 10 12      | 20 48 4       | 23 24 7        | 25    |
| 26    | 19 25 2       | 10 22 6       | 1 18 24       | 12 30 48      | 20 59 33      | 23 22 10       | 26    |
| 27    | 19 11 34      | 10 1 6        | 1 41 49       | 12 51 12      | 21 10 38      | 23 19 45       | 27    |
| 28    | 18 57 47      | 9 39 56       | 2 5 13        | 13 11 24      | 21 21 20      | 23 16 52       | 28    |
| 29    | 18 43 41      | 9 18 37       | 2 28 36       | 13 31 24      | 21 31 37      | 23 13 31       | 29    |
| 30    | 18 29 17      | 8 57 10       | 2 51 57       | 13 51 11      | 21 41 30      | 23 9 42        | 30    |
| 31    | 18 14 35      | 8 35 33       | 2 10 45       | 14 10 45      | 21 10 45      | 23 5 25        | 31    |

N. S.

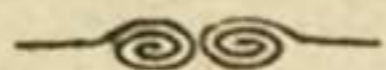
| Días. | ENERO          | FEBRERO       | MARZO         | ABRIL         | MAYO          | JUNIO        | Días. |
|-------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|-------|
| 1     | 23° 00' 41" S. | 17° 6' 00" S. | 7° 35' 14" S. | 4° 31' 43" N. | 15° 3' 41" N. | 22° 3' 1' N. | 1     |
| 2     | 22 55 30       | 16 48 46      | 7 12 24       | 4 54 48       | 15 21 43      | 22 41 0      | 2     |
| 3     | 22 49 51       | 16 31 15      | 6 49 27       | 5 17 48       | 15 89 30      | 22 18 37     | 3     |
| 4     | 22 43 44       | 16 13 26      | 6 26 25       | 5 5 40 43     | 15 57 2       | 22 25 50     | 4     |
| 5     | 22 37 11       | 15 55 21      | 6 3 17        | 6 3 32        | 16 14 18      | 22 32 40     | 5     |
| 6     | 22 30 11       | 15 36 59      | 5 40 5        | 6 26 15       | 16 31 17      | 22 39 6      | 6     |
| 7     | 22 22 44       | 15 18 20      | 5 16 48       | 6 48 52       | 16 48 00      | 22 45 9      | 7     |
| 8     | 22 14 50       | 14 59 26      | 4 53 26       | 7 11 22       | 17 4 26       | 22 50 48     | 8     |
| 9     | 22 6 32        | 14 40 17      | 4 30 1        | 7 33 45       | 17 20 35      | 22 56 2      | 9     |
| 10    | 21 57 47       | 14 20 53      | 4 6 33        | 7 56 00       | 17 36 27      | 23 00 53     | 10    |
| 11    | 21 48 36       | 14 1 15       | 3 43 1        | 8 18 8        | 17 52 1       | 23 5 20      | 11    |
| 12    | 21 39 0        | 13 41 23      | 3 19 27       | 8 40 6        | 18 7 18       | 23 9 21      | 12    |
| 13    | 21 28 58       | 13 21 18      | 2 55 50       | 9 1 56        | 18 22 15      | 23 12 59     | 13    |
| 14    | 21 18 32       | 13 1 00       | 2 32 12       | 9 23 36       | 18 36 55      | 23 16 11     | 14    |
| 15    | 21 7 41        | 12 40 30      | 2 8 32        | 9 45 7        | 18 51 16      | 23 18 59     | 15    |
| 16    | 20 56 25       | 12 19 47      | 1 44 51       | 10 6 27       | 19 5 18       | 23 21 22     | 16    |
| 17    | 20 44 46       | 11 58 53      | 1 21 9        | 10 27 38      | 19 19 00      | 23 23 21     | 17    |
| 18    | 20 32 42       | 11 37 47      | 0 57 27       | 10 48 38      | 19 32 23      | 23 24 54     | 18    |
| 19    | 20 20 16       | 11 16 31      | 0 33 45       | 11 9 28       | 19 45 26      | 23 26 3      | 19    |
| 20    | 20 7 26        | 10 55 4       | 0 10 3        | 11 30 6       | 19 58 9       | 23 26 46     | 20    |
| 21    | 19 54 14       | 10 23 27      | 0 13 38       | 11 50 33      | 20 10 32      | 23 27 5      | 21    |
| 22    | 19 40 39       | 10 11 40      | 0 37 19       | 12 10 49      | 20 22 33      | 23 26 59     | 22    |
| 23    | 19 26 43       | 9 49 44       | 1 00 58       | 12 30 53      | 20 34 14      | 23 26 29     | 23    |
| 24    | 19 12 25       | 9 27 39       | 1 24 35       | 12 50 45      | 20 45 34      | 23 25 34     | 24    |
| 25    | 18 57 47       | 9 5 25        | 1 48 10       | 13 10 24      | 20 56 33      | 23 24 14     | 25    |
| 26    | 18 42 47       | 8 43 3        | 2 11 43       | 13 29 51      | 21 7 9        | 23 22 29     | 26    |
| 27    | 18 27 28       | 8 20 34       | 2 35 12       | 13 49 5       | 21 17 24      | 23 20 20     | 27    |
| 28    | 18 11 48       | 7 57 57       | 2 58 38       | 14 8 5        | 21 27 16      | 23 17 47     | 28    |
| 29    | 17 55 49       |               | 3 22 1        | 14 26 51      | 21 36 46      | 23 14 49     | 29    |
| 30    | 17 39 32       |               | 3 45 17       | 14 45 23      | 21 45 54      | 23 11 26     | 30    |
| 31    | 17 22 55       |               | 4 8 33        |               | 21 54 39      |              | 31    |

S. N.

| Días. | JULIO         | AGOSTO        | SEPTIEMBRE   | OCTUBRE      | NOVIEMBRE      | DICIEMBRE      | Días. |
|-------|---------------|---------------|--------------|--------------|----------------|----------------|-------|
| 1     | 23° 7' 39" N. | 18° 3' 11" N. | 8° 19' 2" N. | 3° 9' 39" S. | 14° 25' 25" S. | 21° 48' 41" S. | 1     |
| 2     | 23 3 28       | 17 47 58      | 7 57 11      | 3 32 57      | 14 44 34       | 21 57 49       | 2     |
| 3     | 22 58 53      | 17 32 27      | 7 35 13      | 3 56 12      | 15 3 28        | 22 6 32        | 3     |
| 4     | 22 53 53      | 17 16 38      | 7 13 8       | 4 19 25      | 15 22 8        | 22 14 50       | 4     |
| 5     | 22 48 30      | 17 00 33      | 6 50 56      | 4 42 34      | 15 40 32       | 22 22 42       | 5     |
| 6     | 22 42 42      | 16 44 11      | 6 28 37      | 5 5 40       | 15 58 41       | 22 30 7        | 6     |
| 7     | 22 36 31      | 16 27 33      | 6 6 11       | 5 28 42      | 16 16 33       | 22 37 6        | 7     |
| 8     | 22 29 57      | 16 10 38      | 5 43 40      | 5 51 40      | 16 34 9        | 22 43 38       | 8     |
| 9     | 22 22 59      | 15 53 28      | 5 21 3       | 6 14 33      | 16 51 28       | 22 49 44       | 9     |
| 10    | 22 15 38      | 15 36 3       | 4 58 21      | 6 37 22      | 17 8 30        | 22 55 22       | 10    |
| 11    | 22 7 53       | 15 18 23      | 4 35 33      | 7 0 5        | 17 25 14       | 23 0 34        | 11    |
| 12    | 21 59 46      | 15 0 28       | 4 12 41      | 7 22 43      | 17 41 41       | 23 5 18        | 12    |
| 13    | 21 51 17      | 14 42 19      | 3 49 44      | 7 45 14      | 17 57 49       | 23 9 34        | 13    |
| 14    | 21 42 25      | 14 23 56      | 3 26 43      | 8 7 39       | 18 13 38       | 23 13 23       | 14    |
| 15    | 21 33 11      | 14 5 20       | 3 3 38       | 8 29 56      | 18 29 9        | 23 16 45       | 15    |
| 16    | 21 23 34      | 13 46 30      | 2 40 30      | 8 52 7       | 18 44 19       | 23 19 38       | 16    |
| 17    | 21 13 37      | 13 27 28      | 2 17 19      | 9 14 10      | 18 59 10       | 23 22 3        | 17    |
| 18    | 21 3 18       | 13 8 13       | 1 54 5       | 9 36 5       | 19 13 40       | 23 24 0        | 18    |
| 19    | 20 52 36      | 12 48 45      | 1 30 48      | 9 57 51      | 19 27 50       | 23 25 29       | 19    |
| 20    | 20 41 34      | 12 29 6       | 1 7 30       | 10 19 28     | 19 41 39       | 23 26 30       | 20    |
| 21    | 20 30 11      | 12 9 14       | 0 44 9       | 10 40 57     | 19 55 6        | 23 27 3        | 21    |
| 22    | 20 18 27      | 11 49 11      | 0 20 47 N.   | 11 02 16     | 20 8 11        | 23 27 7        | 22    |
| 23    | 20 6 23       | 11 28 56      | 0 2 36 S.    | 11 23 25     | 20 20 54       | 23 26 42       | 23    |
| 24    | 19 53 59      | 11 8 30       | 0 26 0       | 11 44 25     | 20 33 15       | 23 25 50       | 24    |
| 25    | 19 41 15      | 10 47 53      | 0 49 24      | 12 5 14      | 20 45 13       | 23 24 29       | 25    |
| 26    | 19 28 11      | 10 27 5       | 1 12 49      | 12 25 52     | 20 56 48       | 23 22 39       | 26    |
| 27    | 19 14 48      | 10 6 8        | 1 36 13      | 12 46 18     | 21 7 59        | 23 20 21       | 27    |
| 28    | 19 1 5        | 9 45 1        | 1 59 36      | 13 6 33      | 21 18 46       | 23 17 35       | 28    |
| 29    | 18 47 4       | 9 23 44       | 2 22 59      | 13 26 35     | 21 29 9        | 23 14 21       | 29    |
| 30    | 18 32 45      | 9 2 19        | 2 46 20      | 13 46 25     | 21 39 7        | 23 10 39       | 30    |
| 31    | 18 18 7       | 8 40 44       |              | 14 6 2       |                | 23 6 28        | 31    |



ECUACIÓN  
**DEL TIEMPO**



**TABLAS**



## ECUACION DEL TIEMPO

| Días. | Enero. | Febrero. | Marzo.  | Abril. | Mayo. | Junio. |
|-------|--------|----------|---------|--------|-------|--------|
|       | “      | “        | “       | “      | “     | “      |
| 1     | + 3.33 | + 13.48  | + 12.25 | + 3.45 | - 3.6 | - 2.23 |
| 2     | 4.32   | 13.56    | 12.12   | 3.27   | 3.13  | 2.14   |
| 3     | 4.35   | 14. 2    | 11.60   | 3. 9   | 3.19  | 2. 4   |
| 4     | 5. 2   | 14. 8    | 11.46   | 2.51   | 3.25  | 1.54   |
| 5     | 5.29   | 14.14    | 11.32   | 2.34   | 3.31  | 1.43   |
| 6     | 5.56   | 14.18    | 11.18   | 2.17   | 3.35  | 1.32   |
| 7     | 6.23   | 14.22    | 11. 3   | 1.60   | 3.40  | 1.21   |
| 8     | 6.49   | 14.25    | 10.48   | 1.43   | 3.43  | 1. 9   |
| 9     | 7.14   | 14.27    | 10.33   | 1.26   | 3.46  | 0.58   |
| 10    | 7.39   | 14.28    | 10.17   | 1.10   | 3.48  | 0.45   |
| 11    | 8. 3   | 14.29    | 10. 1   | 0.54   | 3.50  | 0.33   |
| 12    | 8.27   | 14.29    | 9.45    | 0.38   | 3.51  | 0.21   |
| 13    | 8.50   | 14.28    | 9.28    | 0.23   | 3.52  | 0. 9   |
| 14    | 9.12   | 14.26    | 9.12    | 0. 8   | 3.52  | + 0. 4 |
| 15    | 9.34   | 14.23    | 8.55    | - 0. 7 | 3.51  | 0.16   |
| 16    | 9.55   | 14.20    | 8.37    | 0.21   | 3.50  | 0.29   |
| 17    | 10.15  | 14.16    | 8.20    | 0.35   | 3.48  | 0.42   |
| 18    | 10.35  | 14.12    | 8. 2    | 0.48   | 3.45  | 0.55   |
| 19    | 10.54  | 14. 6    | 7.44    | 1. 2   | 3.43  | 1. 8   |
| 20    | 11.13  | 14. 0    | 7.26    | 1.15   | 3.39  | 1.22   |
| 21    | 11.30  | 13.54    | 7. 8    | 1.27   | 3.36  | 1.34   |
| 22    | 11.46  | 13.46    | 6.50    | 1.39   | 3.31  | 1.47   |
| 23    | 12. 2  | 13.38    | 6.31    | 1.51   | 3.27  | 2. 0   |
| 24    | 12.17  | 13.29    | 6.13    | 2. 2   | 3.22  | 2.13   |
| 25    | 12.31  | 13.20    | 5.54    | 2.12   | 3.16  | 2.25   |
| 26    | 12.45  | 13.10    | 5.36    | 2.23   | 3.10  | 2.38   |
| 27    | 12.57  | 13. 0    | 5.17    | 2.32   | 3. 3  | 2.50   |
| 28    | 13. 9  | 12.48    | 4.58    | 2.42   | 2.56  | 3. 2   |
| 29    | 13.20  | 12.37    | 4.40    | 2.50   | 2.48  | 3.14   |
| 30    | 13.30  |          | 4.21    | 2.58   | 2.40  | 3.25   |
| 31    | 13.39  |          | 4. 3    |        | 2.32  |        |

| Días. | Julio. | Agosto. | Septiembre. | Octubre. | Noviembre. | Diciembre. |
|-------|--------|---------|-------------|----------|------------|------------|
|       | “      | “       | “           | “        | “          | “          |
| 1     | + 3.37 | + 6. 2  | - 0.18      | - 10.31  | - 16.19    | - 10.34    |
| 2     | 3.48   | 5.57    | 0.37        | 10.50    | 16.20      | 10.11      |
| 3     | 3.59   | 5.53    | 0.57        | 11. 8    | 16.19      | 9.47       |
| 4     | 4.10   | 5.47    | 1.16        | 11.26    | 16.18      | 9.22       |
| 5     | 4.21   | 5.42    | 1.36        | 11.44    | 16.16      | 8.57       |
| 6     | 4.31   | 5.35    | 1.56        | 12. 1    | 16.13      | 8.31       |
| 7     | 4.41   | 5.28    | 2.16        | 12.18    | 16. 9      | 8. 5       |
| 8     | 4.50   | 5.20    | 2,36        | 12.35    | 16. 4      | 7-38       |
| 9     | 4.59   | 5.12    | 2.57        | 12.51    | 15.59      | 7.11       |
| 10    | 5. 8   | 5. 4    | 3.17        | 13. 6    | 15.53      | 6.13       |
| 11    | 5.16   | 4.54    | 3.38        | 13.21    | 15.46      | 6.16       |
| 12    | 5.24   | 4.44    | 3.59        | 13.36    | 15.38      | 5.48       |
| 13    | 5.31   | 4.34    | 4.20        | 13.50    | 15.29      | 5.19       |
| 14    | 5.37   | 4.23    | 4.41        | 14. 4    | 15.20      | 4.50       |
| 15    | 5.44   | 4.11    | 5. 2        | 14.17    | 15. 9      | 4.22       |
| 16    | 5.49   | 3.59    | 5.24        | 14.30    | 14.58      | 3.52       |
| 17    | 5.54   | 3.46    | 5.45        | 14.41    | 14.46      | 3.23       |
| 18    | 5.59   | 3.33    | 6. 6        | 14.53    | 14.33      | 2.53       |
| 19    | 6. 3   | 3.19    | 6.28        | 15. 4    | 14.20      | 2.24       |
| 20    | 6. 6   | 3. 5    | 6.49        | 15.14    | 14. 5      | 1.54       |
| 21    | 6. 9   | 2.50    | 7.10        | 15.23    | 13.50      | 1.24       |
| 22    | 6.11   | 2.35    | 7.31        | 15.32    | 13,34      | 0.54       |
| 23    | 6.13   | 2.19    | 7.51        | 15.40    | 13.17      | 0.25       |
| 24    | 6.14   | 2. 3    | 8.12        | 15.48    | 12.59      | + 0. 5     |
| 25    | 6.15   | 1.47    | 8.33        | 15.54    | 12.41      | 0. 4       |
| 26    | 6.14   | 1.30    | 8.53        | 16.      | 12.22      | 1. 4       |
| 27    | 6.14   | 1.12    | 9.13        | 16. 5    | 12. 2      | 1.34       |
| 28    | 6.12   | 0.55    | 9.33        | 16.10    | 11.41      | 2. 4       |
| 29    | 6.11   | 0.37    | 9.53        | 16.14    | 11.19      | 2.33       |
| 30    | 6. 8   | 0.18    | 10.12       | 16.16    | 10.57      | 3. 2       |
| 31    | 6. 5   |         |             | 16.18    |            | 3.31       |



# LATITUDES

---

## LATITUDES de las principales poblaciones de España.

| LUGARES             | LATITUD | LUGARES                | LATITUD |
|---------------------|---------|------------------------|---------|
| Albacete.. . . .    | 39°     | Cáceres. . . . .       | 39° 32' |
| Alicante.. . . .    | 38° 21' | Cabrera (isla de). . . | 39° 7'  |
| Almansa. . . . .    | 39° 53' | Calahorra. . . . .     | 42° 18' |
| Almería. . . . .    | 36° 54' | Calatayud. . . . .     | 41° 8'  |
| Alcalá de Henares   | 40° 30' | Cardeñosa. . . . .     | 40° 47' |
| Aranjuez. . . . .   | 40°     | Carmona. . . . .       | 37° 28' |
| Antequera. . . . .  | 37° 7'  | Carolina. . . . .      | 38° 17' |
| Avila.. . . . .     | 40° 40' | Carpio. . . . .        | 37° 56' |
| Albarracín. . . . . | 40° 52' | Cavada. . . . .        | 43° 20' |
| Alcántara. . . . .  | 39° 44' | Elche. . . . .         | 38° 29' |
| Algeciras. . . . .  | 36° 8'  | Escorial. . . . .      | 40° 33' |
| Alhama de Murcia    | 37° 51' | Elizondo. . . . .      | 43° 8'  |
| Andujar. . . . .    | 38° 1'  | Espinosa los Mon-      |         |
| Aranda de Duero .   | 41° 40' | teros. . . . .         | 43° 3'  |
| Arfa. . . . .       | 42° 24' | Ecija. . . . .         | 37° 31' |
| Astorga. . . . .    | 42° 27' | Estella. . . . .       | 42° 37' |
| Aveiro. . . . .     | 40° 38' | Figueras. . . . .      | 43° 16' |
| Barcelona. . . . .  | 41° 22' | Ferrol. . . . .        | 43° 32' |
| Bailén. . . . .     | 38° 6'  | Fresno de Avila. . .   | 40° 35' |
| Barbastro. . . . .  | 41° 56' | Fuenterrabía. . . .    | 43° 21' |
| Benavente. . . . .  | 41° 59' | Gerona. . . . .        | 42° 3'  |
| Betanzos. . . . .   | 43° 17' | Granada.. . . .        | 37° 46' |
| Buitrago. . . . .   | 40° 59' | Gijón. . . . .         | 43° 31' |
| Bilbao. . . . .     | 43° 13' | Gibraltar. . . . .     | 36° 6'  |
| Burgos. . . . .     | 42° 21' | Huesca. . . . .        | 42° 2'  |
| Badajoz. . . . .    | 38° 52' | Huelva. . . . .        | 37° 10' |
| Balaguer. . . . .   | 41° 45' | Hellín.. . . . .       | 38° 30' |
| Berga. . . . .      | 42°     | Hernani.. . . .        | 43° 15' |
| Badalona. . . . .   | 41° 27' | Habana. . . . .        | 23°     |
| Cadiz . . . . .     | 36° 34' | Irún. . . . .          | 43° 21' |
| Castellón. . . . .  | 40°     | Ibiza. . . . .         | 38° 53' |
| Córdoba. . . . .    | 37° 54' | Igualada. . . . .      | 41° 26' |
| Coruña. . . . .     | 43° 25' | Jaen. . . . .          | 37° 51' |
| Cervera. . . . .    | 41° 32' | León. . . . .          | 42° 35' |
| Cartagena. . . . .  | 37° 37' | Lugo.. . . . .         | 43°     |
| Cardona. . . . .    | 41° 52' | Logroño.. . . .        | 42° 26' |
| Cuenca. . . . .     | 40° 2'  | Lérida.. . . .         | 41° 22' |
| Ciudad Real. . . .  | 39°     | Lagos. . . . .         | 37° 6'  |

| LUGARES               | LATITUD | LUGARES                | LATITUD |
|-----------------------|---------|------------------------|---------|
| Lerma. . . . .        | 41° 1'  | Salamanca. . . . .     | 41°     |
| Lorca. . . . .        | 37° 48' | Santander. . . . .     | 43° 30' |
| Madrid. . . . .       | 40° 25' | Soria. . . . .         | 41° 45' |
| Málaga. . . . .       | 36° 45' | Segovia. . . . .       | 41°     |
| Manresa. . . . .      | 41° 50' | Seo de Urgel. . . . .  | 42° 20' |
| Mataró. . . . .       | 41° 33' | Sevilla. . . . .       | 37° 24' |
| Mahón. . . . .        | 39° 51' | Santiago de Galicia    | 42° 50' |
| Manila. . . . .       | 14° 30' | Solsona. . . . .       | 42°     |
| Murcia. . . . .       | 38°     | Sabadell. . . . .      | 41° 30' |
| Madridejos. . . . .   | 39° 27' | San Sebastián. . . . . | 43° 20' |
| Manzanares. . . . .   | 38° 59' | San Fernando. . . . .  | 36° 30' |
| Medina del Campo      | 41° 17' | Santoña. . . . .       | 43° 26' |
| Medina de Pomar       | 42° 55' | Somosierra. . . . .    | 41° 6'  |
| Mérida. . . . .       | 38° 54' | Toledo. . . . .        | 39° 50' |
| Montserrat. . . . .   | 41° 36' | Tarragona. . . . .     | 41° 7'  |
| Murviedro. . . . .    | 39° 40' | Teruel. . . . .        | 40° 22' |
| Nestosa. . . . .      | 43° 12' | Tortosa. . . . .       | 40° 50' |
| Orense. . . . .       | 42° 23' | Tarifa. . . . .        | 36°     |
| Oviedo. . . . .       | 43° 24' | Tembleque. . . . .     | 39° 40' |
| Olot. . . . .         | 42° 10' | Tordesillas. . . . .   | 41° 30' |
| Ocaña. . . . .        | 39° 56' | Trillo. . . . .        | 40° 41' |
| Orihuela. . . . .     | 37° 10' | Trubia. . . . .        | 43° 11' |
| Osuna. . . . .        | 41° 38' | Utrera. . . . .        | 37° 1'  |
| Pontev dra. . . . .   | 42° 27' | Vigo. . . . .          | 42° 30' |
| Palencia. . . . .     | 42°     | Valladolid. . . . .    | 41° 40' |
| Pamplona . . . . .    | 42° 50' | Vitoria. . . . .       | 42° 50' |
| Puigcerdá. . . . .    | 42° 25' | Valencia. . . . .      | 39° 40' |
| Palma. . . . .        | 39° 34' | Valdepeñas . . . . .   | 38° 45' |
| Plasencia. . . . .    | 39° 54' | Vergara. . . . .       | 43° 5'  |
| Portugalete. . . . .  | 43° 19' | Villafranca del        |         |
| Puerto Sta. María     | 36° 35' | Vierzo. . . . .        | 42° 36' |
| Reus. . . . .         | 41° 9'  | Villalpardo. . . . .   | 41° 51' |
| Rosas. . . . .        | 42° 16' | Zaragoza. . . . .      | 41° 37' |
| Roncesvalles. . . . . | 43°     | Zamora. . . . .        | 41° 30' |



# INDICE

---

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <u>Págs.</u> |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| <b>PRÓLOGO.</b> . . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | XI           |
| <b>CAPITULO I.—Epítome histórico.—</b> Antigüedad. Clepsidra. Reloj de arena. Gnomones. Relojes solares. Egipto. Grecia. Roma. Edad Media. Epoca moderna. M. de la Hire. Ozanam. Deparcieux. Monge. Leroy. Olivier. Adhemar. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 1            |
| <b>CAPITULO II.—Definiciones é ideas generales.—</b> Bóveda celeste. Día sideral. Polos del mundo. Meridianos. Ecuador, paralelos. Línea Equinoccial. Horizontes, zénit, nadir. Posiciones del Globo. Puntos cardinales. Trópicos. Círculos polares. Zonas. Zodiaco. Eclíptica. Coluros. Declinación y ascensión recta. Altura y azimut. Longitud y latitud, amplitud. Sistema Solar. Orbitas. Perielio y afelio. Perigeo y apogeo. Oposición y conjunción. Movimientos de rotación y traslación. Signos del Zodiaco. Precesión de los equinoccios. Día solar verdadero. Ecuación del tiempo. Paralaje. Distancia del Sol á la tierra. Magnitud del astro solar. . . . . | 11           |
| <b>CAPITULO III.—Principios fundamentales.—</b> Disposición de los veinticuatro planos horarios. La varilla ó estilete paralela al eje del mundo. Las operaciones hechas sobre un punto de la superficie del globo, dan el mismo resultado que si se hicieran en su centro. Medios para encontrar una me-                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |              |



ridiana horizontal echando mano de distintas soluciones. 1.<sup>o</sup> Por la sombra mínima de una varilla vertical. 2.<sup>o</sup> Por la salida y puesta del Sol. 3.<sup>o</sup> Por la sombra arrojada de un estilete en horas simétricas de las doce. 4.<sup>o</sup> Por la observación de la estrella polar. 5.<sup>o</sup> Con el auxilio del teodolito. 6.<sup>o</sup> valiéndonos de la brújula. . . . .

44

**CAPITULO IV.—Reloj Ecuatorial.**—Definición. Partes de que consta. Trazado de las líneas horarias y número extrictamente útil de las mismas, según sea el lugar donde se construyan. Lectura de las líneas horarias. Trazado de las líneas zodiacales. Discusión referente á la iluminación de las dos caras del reloj. Colocación del mismo con las debidas condiciones de orientación. . . . .

56

**CAPITULO V.—Reloj Horizontal.**—Fijación del estilete. Líneas horarias. Medios para subsanar la dificultad producida por los puntos inaccesibles del encuentro de los radios ecuatoriales con la tinea equinoccial. Líneas zodiacales. Medios para evitar los puntos inaccesibles formados por el encuentro de los rayos solares con las líneas horarias. Líneas de salida y puesta, distintas soluciones. 1.<sup>o</sup> Por el teorema fundamental de la geometría descriptiva. 2.<sup>o</sup> Por las asíntotas de la hipérbola de declinación (gráfica y directamente *a*). Valiéndose de los ejes (*b*). Relación entre las líneas de salida y puesta para dos días correspondientes á igual y contraria declinación. . . . .

65

**CAPITULO VI.—Reloj horizontal en una latitud de 69° 49' 54".**—Paralelo de este reloj y el anterior. Trazado de las líneas horarias por medio de analogías trigonométricas. Trazado de las líneas zodiacales valiéndonos también de relaciones trigonométricas. Discusión de todas las líneas zodiacales que entran á formar parte de este reloj especial. Construcción de las mismas líneas acudiendo á medios rápidos, fundados en las propiedades de cada una de ellas. Carencia de líneas zodiacales en ciertos meses. Cuadro que demuestra la clase de

líneas de declinación que corresponden á cada uno de los signos del zodiaco, según el ángulo que el plano horizontal situado en el hemisferio boreal forma con el plano del Ecuador. . . . . 84

**CAPITULO VII.—Relojes verticales. Su división en indeclinantes y declinantes. Relojes meridionales y septentrionales.**—Líneas horarias, líneas zodiacales. Estudio comparativo entre los dos relojes, tomando en consideración y alternativamente las líneas de salida y puesta ya referentes á las dos caras del reloj y ya también con respecto al horizonte del lugar. Analogía entre un reloj meridional y otro horizontal. . . . . 100

**CAPITULO VIII.—Relojes Oriental y Occidental.**—Distinción de esta clase de relojes con los anteriores. Disposición de la varilla. Líneas horarias y zodiacales. Líneas de salida y puesta empleando un plano de operaciones que se confunda con uno de los coluros. Especialidad en este reloj de la igual iluminación en las dos caras, pasando el Sol por su canto á las 12 horas de cada día. . . . . 113

**CAPITULO IX.—Relojes verticales declinantes.**—Declinación de los planos Distintos procedimientos para encontrarla. . . . . 124

**CAPITULO X. — Reloj vertical declinante del Sud-Oeste.**—Meridiana del reloj y colocación del estilete. Líneas horarias y zodiacales. Radios del Ecuador cortando á la equinoccial fuera de los límites del dibujo. Propiedad peculiar de los vértices de las curvas de declinación. Discusión sobre las líneas de salida y puesta en este reloj. Consideraciones sobre las horas más matinales y tardías que puede señalar y días del año en que esto ocurra. Grado de iluminación según las distintas épocas del año. . . . . 129

**CAPITULO XI.—Relojes inclinados. Elementos indispensables para esta clase de relojes.**—Ángulo de inclinación. Meridiana inclinada. Ángulo de ésta con la meridiana horizontal. Declinación del plano. Clasificación de los relojes inclinados. Relación



|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| que existe entre el valor del ángulo que forma el estilete y la meridiana inclinada con respecto á la dirección del mismo estilete y de ello inferir la denominación de los relojes inclinados indeclinantes.                                                                                                                                                                                                                                      | 141 |
| <b>CAPITULO XII.—Reloj inclinado indeclinante meridional superior.</b> —Convenio sobre la disposición del plano para la colocación del estilete. Construcción de líneas horarias y zodiacales. <i>Analema</i> . Uso del mismo en las aplicaciones. Estudio de las líneas de salida y puesta para un día determinado. Comparación de este reloj con otro horizontal.                                                                                | 152 |
| <b>CAPITULO XIII.—Reloj inclinado Oriental. Superior.</b> —Operaciones preliminares para el trazado de la meridiana é implantación de la varilla, Líneas horarias, líneas zodiacales y líneas de salida y puesta para un día determinado. Discusión sobre estas últimas líneas según sea la posición del reloj con respecto al plano horizontal y modo de llevar las operaciones para expresar los arcos diurno y nocturno.                        | 166 |
| <b>CAPITULO XIV.—Reloj inclinado declinante Meridional, Oriental, Superior.</b> —Método especial para el trazado de la meridiana inclinada y fijación de la varilla. Líneas horarias y zodiacales. Método breve para encontrar las líneas horarias cuando encuentren á la equinoccial fuera de los límites del dibujo. Resumen de la teoría de las líneas de salida y puesta en un reloj cualquiera aplicándolo en este reloj como el más general. | 177 |
| <b>CAPITULO XV.—Reloj polar.</b> —Definición. Propiedades que ha de reunir para que lo sea. Datos existentes en la localidad que nos indiquen que sea polar. Meridiana é implantación del estilete. Líneas horarias y zodiacales.                                                                                                                                                                                                                  | 188 |
| <b>CAPITULO XVI.—Relojes en superficies curvas. Reloj cilíndrico.</b> —Especialidad de estos relojes comparados con los vistos anteriormente. Declinantes, indeclinantes. Reloj cilíndrico vertical indeclinante Occidental. Meridiana, Plano meridiano y fijación del estilete. Disposición de los planos hora-                                                                                                                                   |     |

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |     |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| rios é intersección de los mismos con la superficie del cuadrante para que así resulten las líneas horarias. Naturaleza de estas curvas. Medios para trazarlas. Método de Mr. Julienne. . . . .                                                                                                                                                                                                                                                     | 193 |
| <b>CAPITULO XVII.—Reloj cónico recto Meridional.—</b> Condición que ha de satisfacer el plano meridiano para facilitar la construcción de este reloj. Implantación del estilete. Construcción de las líneas horarias é índole distinta de cada una de ellas. Operaciones de desarrollo que faciliten el trazado práctico. . . . .                                                                                                                   | 203 |
| <b>CAPITULO XVIII.—Reloj esférico.—</b> Principio fundamental para la construcción de estos relojes. Fijación de polos, Ecuador y círculos máximos. Representación de las líneas horarias. Método del semicírculo movable para la demarcación de las horas. Sistema ordinario del estilete ó varilla cortando ó no al reloj esférico. Semiesfera hueca. Sistema de simple esfera sin necesidad de ningún apéndice para demarcar el horario. . . . . | 208 |
| <b>CAPITULO XIX.—Meridiana del tiempo medio.—</b> Duración varia del día Solar. Comparación de un cuadrante solar con un reloj ordinario. Discusión de los distintos puntos que constituyen la meridiana del tiempo medio y forma de la misma. Método de construcción aproximado para obtener con brevedad dicha meridiana. . . . .                                                                                                                 | 218 |

## APENDICE

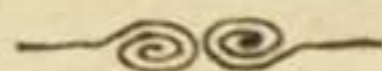
~~~~~

<b>T A B L A</b> que demuestra los <i>días más largos</i> en distintas latitudes. División en zonas de la superficie esférica con relación al grado de iluminación que alcanzan. . . . .	229
<b>Efectos del CREPÚSCULO.</b> . . . . .	235
<b>Efectos de la REFRACCIÓN atmosférica.</b> . . . . .	240
<b>Año trópico y civil. Año bisextil.</b> . . . . .	241
<b>CALENDARIO. Reformas Juliana y Gregoriana.</b> . . . .	241

	<u>Págs.</u>
<b>TABLAS</b> de la declinación del astro solar para cada uno de los años que comprende un periodo bisextil. . . . .	245
<b>Ecuación del tiempo. TABLAS.</b> . . . . .	257
<b>TABLAS</b> de la latitud de las principales poblaciones de España. . . . .	261

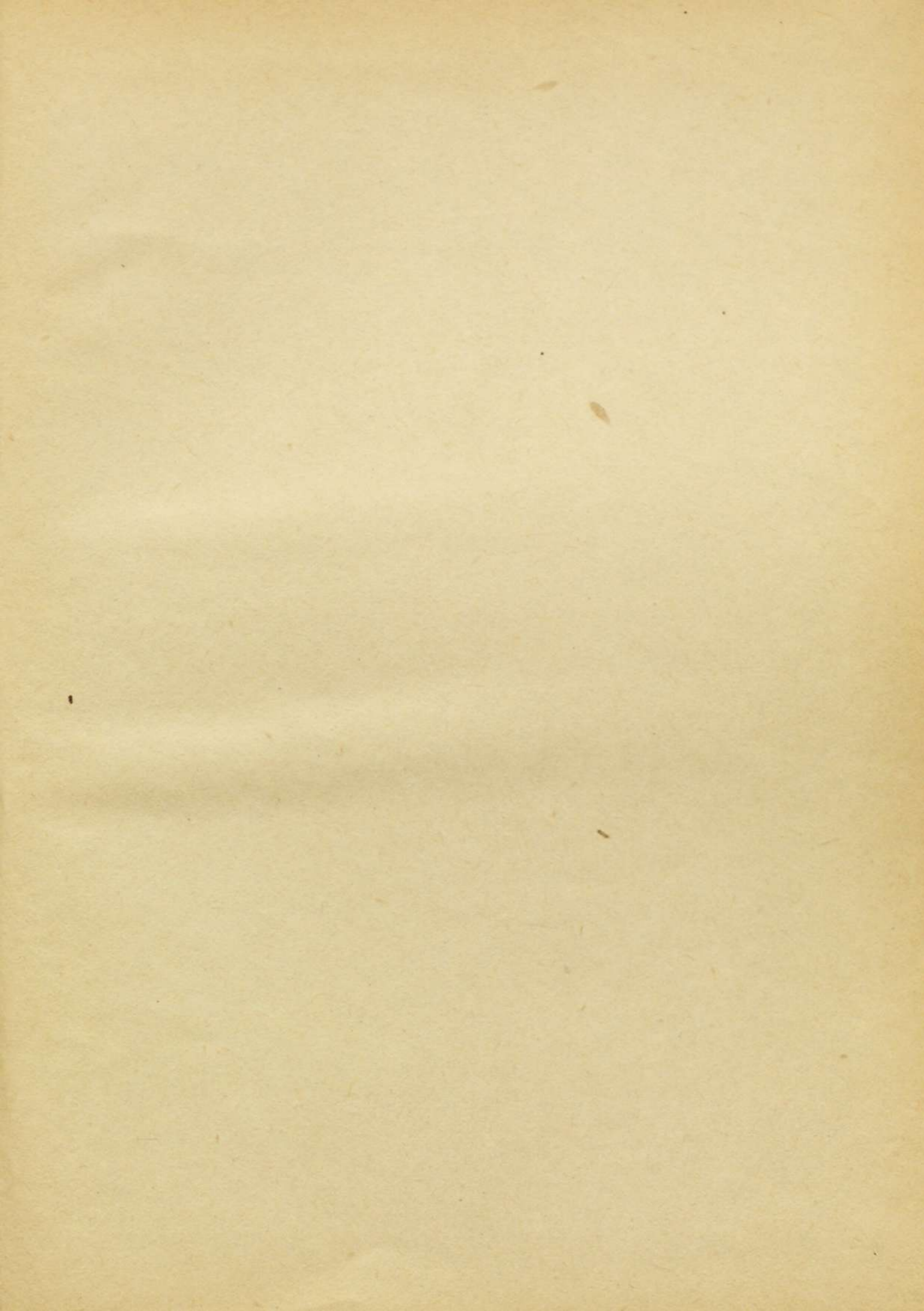


# FE DE ERRATAS



Pág. <sup>a</sup>	Linea.	Dice.	Ha de decir.
-16	última	Toma el nombre de Zodiaco à una faja	Toma el nombre de Zodiaco una faja
-24	1. <sup>a</sup>	Entiéndase	Entiéndese
-37	22	lugar	lugar
-40	última	algunos que	algunos segundos que
-41	29	eircunferencia	circunferencia
-54	24	meridiano magnética	meridiano magnético
-69	8	b erá	b será
-76	11	á ia distancia	á la distancia
- »	12	la curva $n', m' n' m''$	la curva $n'' m' n' m''$
-82	5	$Z' \omega Z''$	$Z' \omega Z'$
-87	2	$c c$	$e c$
-93	19	$t''' n$	$l''' n$
94	24	$K' K K''$	$K' N K''$
96	11	al signo $\text{m}\text{x}$ y $\text{H}$	al signo $\delta$ y $\text{H}$
108	26	4''	4
116	19	Línea zodiacales	líneas zodiacales
118	1. <sup>a</sup>	Se traza una línea O E.	O' E.
»	2. <sup>a</sup>	Siempre del punto O	Siempre del punto O'
122	31	los excedentes	las excedentes
124		CAPITULO XI	CAPITULO IX
127	6	declinación de 25°	declinación de 27°
157	6	1, 2, 3, 4, N	1, 2, 3, 4, etc.
173	5	con H H	en H H
196	21	rayos prolongados	radios prolongados
198	7	$C' C'''$	$C C'''$
200	10	de la circunferencia proyectada en la elipse	De la circunferencia original, siempre podremos concebir el giro de la circunferencia proyectada en la elipse
204	17	horizontal $C' O'$	horizontal de $C' O'$
206	19	$T m t$	$T m t'$
»	20	base T	base $T t'$
250—251	{	Subsánese la colocación de esta tabla según la disposición que se lea.	
250		En el 7 de Mayo dice 15° 56', y debe decir 16° 56'	
254		En el 3 de Mayo dice 15° 89' 30'', y debe decir 15° 39' 30''.	













UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID



0500096400



