

San Amada  
124

Observatorio de San Fernando  
BIBLIOTECA

Núm. del Invent. 892

Sección

Carpe

Estante

Observatorio de Marina  
BIBLIOTECA

Núm. 1882

*Se vend*

A N A N T E S ,  
Chez JOSEPH V A T A R , Libraire , au bas de la Grand - Ruë ,  
le Puits - Lory & les Changes.

*On trouve aussi chez le même Libraire toutes sortes de Livres anciens & nouveaux, sur différentes  
matieres, tant de Paris que des Pais étrangers.*



PAVLI GULDINI  
S A N C T O - G A L L E N S I S  
E S O C I E T A T E J E S U ,

D E

C E N T R O  
G R A V I T A T I S

Trium specierum Quantitatis continuæ.

L I B E R P R I M U S ,

D E

C E N T R I G R A V I T A T I S

Inventione.

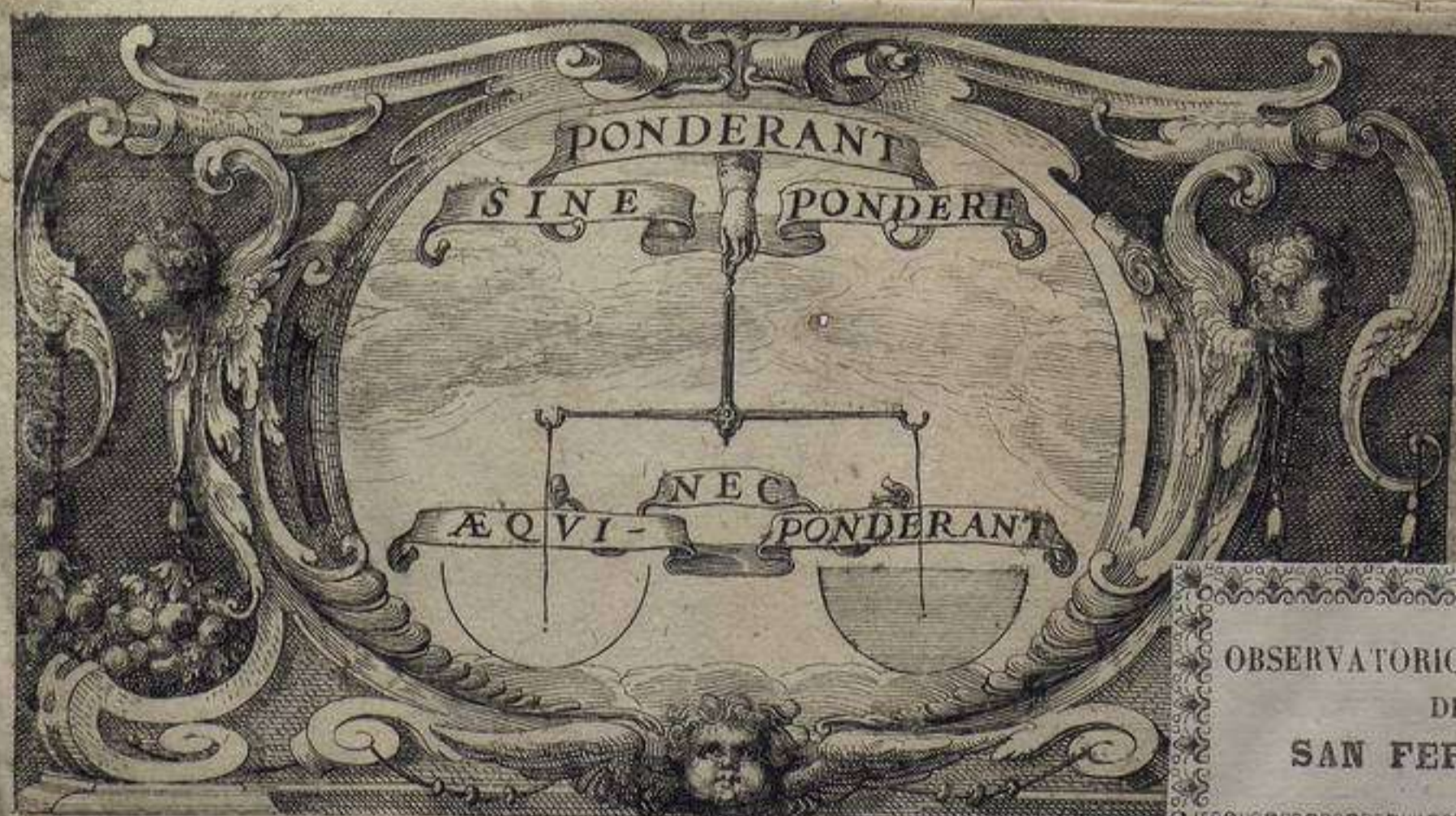
A P P E N D I C I S

*Loco, accesserunt Tabula Numerorum*

*QVADRATORUM & CUBICORUM.*

*Earundemq;*

F A B R I C A & U S U S .



BIBLIOTECA  
DEL  
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

OBSERVATORIO DE MARINA  
DE  
SAN FERNANDO.

VIENNÆ AVSTRIÆ,

Formis GREGORII GELBHAAR Typographi Cæsarei.

Anno M. DC. XXXV.

PAVLI GALDINI  
MAGISTRI  
E SOCIETATE IESU

D. 3

CENTRO

GRAVITATIS

Trin. speciem Quatuor. conuenit.

LIBER PRIMUS

D. 5

CENTRI GRAVITATIS

Invention.

APPENDICIS

Loco, accessum Tabulae. Quatuor.

QUADRATORUM & HERCORY

Exemplum

FABRICA & HUS



LIBER ANTIQ.

Tomus Gregorius. Geographia. Cap. 1.

Anno M. DC. LXX.

LIBRARY OF THE  
UNIVERSITY OF  
TORONTO

REVERENDISSIMO

ET

AMPLISSIMO

DOMINO, D.

REINERO

ABBATI MELI-

CENSI,

Ordinis S. BENEDICTI, SS. Theolo-  
giae Doctori, Sacrae Caesareae Majestatis Consiliario,  
Austriae Inferioris

PRIMATI



SUNT QUI IN LI-  
neas protendunt, sunt qui in  
Orbes circumducunt, erudi-  
tum calamum: Noster labor  
in medio consistit; saltem hoc habet boni,  
non exorbitat, CENTRO incumbit;  
nec leviter circumfertur, MOMENTUM  
servat GRAVITATIS. Non mira-  
beris REVERENDISIME &

3

AM-



AMPLISIME PRÆSUL, me, ve-  
lut in angustias redactum, REI EXIGUÆ  
adhærere: ars nunquam magis quam in  
minimo tota est. Incubent alij Archime-  
deis molibus, ego meos conatus P U N-  
C T O finio, MOMENTO absolvo. O-  
stendo quo inclinent omnia. Quid cu-  
riofius facere, (do P U N C T U M, qui teti-  
gerit omne feret) quid vtilius possim?  
Singularè in Terram imperium obtinet  
hæc Scientia; ad nutum & auget ponderis  
gravitatem, tacitis accessibus; & minuit ar-  
canis decrementis: vsque adeò interest sci-  
re leves has gravitatum minutias, vel mi-  
nutas hæc ignorare gravitates. Non ig-  
noravit Protagoras: adhuc puer ligna fe-  
rebat in fasciculum ingeniosè juncta. Vi-  
dit Democritus; miratusque scita librati o-  
neris intervalla; habes vnde proficias, in-  
quit, me sequere, meliora discas oportet,  
qui & ligna lance tam ingeniosa humeris  
appendis: simul Philosophiæ puerum ap-  
plicuit, & esse eum fecit, ait Gellius, quan-  
tus postea fuit: tantum illi ad immortalita-  
tem

tem nominis momentū addidit CENTRŪ  
GRAVITATIS. Non equidem ligna sunt  
quæ portas REVER.<sup>mc</sup> & AMPLISSIME  
PRÆSUL: PONDUS est quod Tuo Su-  
peri imminere jusserunt Capiti; sed SINE  
PONDERE: nam quemadmodum in  
naturali Elementa loco, ita Mytras ac In-  
fulas in Tuo non putamus Capite ponde-  
rare. Sic fit vt & Laudatissimæ Austrio-  
rum Provinciæ, maximi plenas momenti  
moles, & amplissimæ Tiaræ Domestica o-  
nera, dexterrimè sustineas. Speciem in-  
terim edis Te hujus, quam trado, Lucubra-  
tionis vsque adeò peritum, vt quæ Censu-  
ræ Tuæ dedicantur, GRAVITATIS MO-  
MENTA, in PONDERE sint oportet, NU-  
MERO, ac MENSURA. Memini cum bene-  
volâ & doctâ aviditate, mecū diū multū-  
que contulisti, qua ratione CUBUS gemi-  
nari, quo artificio BINÆ MEDIÆ inveni-  
ri, cæteraque id genus, suis absolvi nume-  
ris valeant. Recordor quam peritè de  
CONTACTUS ANGULO differueris, qui  
nullam ad RECTILINEUM proportionem

habeat. Reliqua Doctrina Tua, Laudatis  
inculpatae vitae moribus mixta, in oculis  
versatur & ore omnium. Hinc non in alijs  
facilius, quam in his Libri mei LINEIS de-  
prehendi quo vergant: obvium erat CEN-  
TRUM; ruere videbantur in Patrocinium  
Tuum; tanta illas violentia, & rara Tua e-  
ruditio, & in me, DOMUM NOSTRAM  
PROFESSAM, Univerfamque SOCIE-  
TATEM humanitas comovit. Incidant  
ergo feliciter in desideratum finum: Tu  
recipe, Tu timidum munus, Tu SINE  
omni ad merita AEQUIPONDIO;  
eo quo soles favore apprehende, quod-  
que ad TRUTINAM defuerit, ex Tuo ap-  
pende. Qui obiter attigerit leve esse di-  
cet; videbit tamen, nec mole illud sua, nec  
pondere carere. Vale. VIENNÆ  
AUSTRIÆ. Anno Domini, M.  
DC. XXXIV. Cal. Decemb.

*Rev.<sup>ma</sup> Ampl. T.*

Addictissimus

PAVLUS GULDIN  
Societa. Jesu Presbyter.

LECTO-



# LECTORI S.



*ULTI Te ad CENTRUM ducunt, Amice Lector, scio. Vix unus aut alter est, qui Tuis se pedibus metitur. Alij tardius incedunt, quam ut pervenire tempore possis, quo tendis: Alij festinant prope-ratis gressibus. Hos, quia præire contendunt, assequi non potes. Nimirum cum angustissimè contractum sit Centrum, ejus tamen est Amplitudinis, ut non immeritò Campus dici queat, in quem se ex Motu recipiat quiescens Natura, in quem, quoties conculitur, conjuratas partes convocat, ut contra noxias Elementorum tumultuantium incursiones, collectis viribus decertet. Ut ita de spatio conqueri non possint, quæcunque Mathematicorum ingenia, sive hic certare alijs currente calamo, sive obambulare fatigato concupiscant. Certè dum ego hoc Centrum cogitatione otheo, nihil latius patet: dum inventum propius accedo nihil arctius coit. Usque adeò Spatiosum est Punctum unicum, quod nisi acu tangere non potes. Nam cum hæc arena fervidis multorum Rotis eruditè trita sit, quam vastam nihilominus, Superi! quam diffusam planitiem aperit, ab omni vestigio intactam! Hactenus hoc mirari subijt, quod flexibus delectentur aliqui, & tortuosis Itinerarij Meandris. Si bene memini, Rectà itur ad verum: & citissima facilitate à Puncto ad Lineam, à Linea ad Superficiem acceditur; ab hac ad Corpus via est quidem, difficilior tamen, & molestis quibusdam salebris impedita, ijs maxime qui redire, unde venerunt, pede retrogrado volunt. Apud multos etiam frequens de Corpore & Superficie, de Solido nimirum, & Plano est sermo. De LINEA altum silentium, & nisi fallor, à nullo retrò seculo violatum.*

VIGINTI admodum anni sunt, ex quibus dubitare cepi, an huic me tramiti crederem: ignoto quidem, ideò periculoso; sed brevi, & aditum ad res reconditas facturo. Eram tum temporis R O M Æ pro Calendario Gregoriano pugnans, contra temerarias Sethi Caluissij incursiones. Excussi, quantum quidem potui, improbos dentes, quibus homo audax Manes CHRISTOPHORI CLAVII arroserat, Viri ævo suo eruditissimi, & de Mathematicis disciplinis optime meriti. Postquam receptui cecini, ad propositum reverti studiosæ quietis, & quæ de CENTRO GRAVITATIS PERIPHERIARVM CIRCULI, ejusdemque ac ELLIPSIS partium, tumultuarijs cogitationibus confuderam, ea in ordinem redigere cepi. Feruebat opus. Extinxit calorem imperata in Germaniam profectio. Ibi cum plurimæ cogitationes me studijs eriperent, in vinculis suis circumtuli depositum fetum. Perierat, nisi GREGORIVS DE S. VINCENTIO Pragâ, CHRISTOPHORVS SCHEINERVS Româ animasset, immo hic præsens Viennæ semimortuum excitasset; uterque Societatis nostræ Mathematicus celebris, ille Terrâ notus, hic etiam Astris. Horum verba tantum apud me pondus habuerunt, ut jam non educerent quod concepi, sed suavi quadam violentia protruderent in lucem. Accessit amicum consilium HENRICI PHILIPPI, viri quem Chronologicæ Elucubrations nullo anno mori sinent. Is ut ederem per partes, hortatus est verbis, præiuit exemplo.

Igitur ut ingenuè fatear, Amice Lector, non est aliud Principium Libri mei, quam utilitas Tua; Progressus est auctoritas gravissimorum Virorum; Finis est Praxis mixta Geometricæ Speculationi. Occupatur circa rem Summi momenti. CENTRVM GRAVITATIS. Hoc dudum cogitamus in quatuor Libros tribuere. Jam PRIMVM do,

cæterorum Prodrorum, & à Secundo vehementer desideratum: sua tamen ipsius doctrinâ, velut proprio succo sapidum, atque, etiamsi sine socio esset, utcumque absolutum. In hunc & nostra, & aliorum inuenta accurato delectu inseruimus; via sternendæ successuris laboribus. In id maxime incumbit, ut Centrum Linearum inuestiget, eaque quæ inde nascuntur suaviter deducat. Id quod nemo hæctenus prestitit. Ideò necesse erat forti Substructione stabilire, quæ & ætatem ferre, & assultus posset. In hanc rem Definitiones primò, deinde Principia Archimedeâ, unâ cum nostris NOTIS adsciscimus. Hæc fundamenta jacimus, non ut Molem faciamus aut Fucum, sed ut solide speculemur: more multorum doctissimorum Virorum, qui opiniones suas antiquorû demonstrationibus roborare, & vel ipsa Elementa accersere non erubescunt. Inter cætera ad Circuli Quadraturam digredimur, & usum LINEÆ QUADRATICIS, quam tam veteres quam novi Scriptores in angustias Quadrantis compingunt, ad omnes Circuli partes explicamus: substituentes illi QUADRATICES innumeras, etiam in infinitum excurrentes. Adidimus PUNCTUM VLTIMUM QUADRATICIS Antiquorum, Centrum esse gravitatis SEMIPERIPHERIÆ CIRCULI: quod quidem ante nos nec adinvenit aliquis, nec evulgavit. Supererat solennis ille Motus quo Terra trepidat, ex mutato centro gravitatis profluens. Hoc, claudimus Librum, in Fine, veluti artificiosæ turres solent, eruditè nutantem. Principio Libri preponimus Scientiarum Mathematicarum Descriptionem, Ordinem, & Subdivisionem totidem verbis, quot eam Vienna Austriæ Anno M. DC. XXII vulgavimus. Eo maxime consilio, ut appareat ex qua Scaturigine fluxerit, quod alius in suum alveum derivavit. His omnibus qualem APPENDICEM, & qua de causa adnectamus, in Præfatione, quam illi premittimus;

mus;

mus, dicemus. Faxit OPTIMVS DEVS ut, si hæc Lector benevole acceperit, ad usum, utilitatem ac commodum Proximi, inprimis verò ad OMNIPOTENTIS DEI GLORIAM, etiam reliqua, quæ meditamur, dare possimus. Vale AMICE LECTOR, & his tantisper fruerere. VIENNÆ AVSTRIÆ IV Cal. Aug. Anno Domini millesimo sexcentesimo trigesimo quarto.

FACULTAS R. P.  
PRÆPOSITI PROVINCIALIS,  
Provinciae Austriæ.

EGO MICHAEL SUMEREKER Societatis JESU, in Provincia Austriæ Præpositus Provincialis, potestate ad hoc mihi facta ab Admodum Reverendo P. N. MUTIO VITELLESO Generali Præposito, facultatem concedo, vt Liber Primus DE CENTRO GRAVITATIS, cum APPENDICE Tabularum Numerorum Quadratorum, & Cubicorum, earundemque Fabrica & Usu, à P. PAVLO GULDINO Societatis nostræ compositus, & gravium Virorum ejusdem Societatis iudicio approbatus, typis evulgetur. In cuius rei fidem, has litteras manu nostra subscriptas, & sigillo nostro munitas dedimus. VIENNÆ AVSTRIÆ, Anno Domini M. DC. XXXV, die XVII. Februarij.

Michael Sumereker.





I N D E X  
C A P I T V M  
L I B R I P R I M I,  
D E C E N T R O G R A -  
V I T A T I S.



*Prolegomena Mathematica, quibus disciplinarum Mathematicarum Descriptio, Ordo, & Divisio traditur.*  
pag. 1. & 20.

- Cap. I. De Centris Magnitudinum in communi. pag. 21.  
Cap. II. De Principijs Universalibus, ad Tractatum de Centro gravitatis spectantibus. pag. 25.  
III. De Centro gravitatis Punctorum, ac Linearum Rectarum. pag. 37.  
IV. De centro gravitatis Perimetri figurarum superficialium rectilinearum. pag. 48.  
V. De centro gravitatis Linearum curvarum. pag. 56.  
VI. Digressio, De Quadratura Circuli, Linea q̄ Quadratrice. pag. 66.  
VII. De centro gravitatis perimetri figurarum curvilinearum, mixtarumque. pag. 84.  
VIII. De centro gravitatis planorum Rectilineorum. pag. 89.  
IX. De centro gravitatis planorum Curvilinearum, mixtorumque. pag. 105.  
X. De Centro gravitatis Perimetrorum eorum, qui corpora circumdant. pag. 123.  
XI. De Centro gravitatis Corporum. pag. 127.  
XII. De Mechanica centrorum gravitatis inventionem, eorundemque positus inter se comparatione. pag. 132.

§


Dis-



# I N D E X

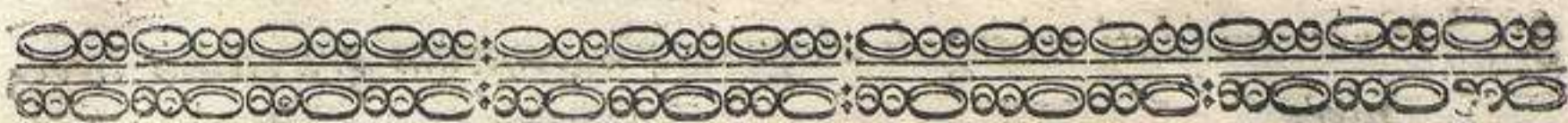
- Dissertatio Physico-Mathematica, de Motu Terra, ex mutatione centri  
gravitatis ipsius, proveniente.* pag. 137.  
*Annotatio ad Dissertationem.* pag. 144.

## I N D E X C A P I T V M A P P E N D I C I S.

-  **A**P. I. *De Potestatum Genesi & Analyfi, in genere.* pag. 153.  
II. *De Potestatum Genesi & Analyfi, in specie.* pag. 162.  
III. *De Constructione, Continuatione, & Usu Tabularum  
Numerorum Quadratorum, & Cubicorum.* pag. 181.  
IV. *De Usu Tabulae Quadratorum & Cuborum particulari, circa  
Numeros proportionales.* pag. 185.  
V. *De Usu Tabulae Numerorum Quadratorum & Cubicorum, pro  
Constructione Virgarum Stereometricarum; & primò de Virga  
Quadratica.* pag. 187.  
VI. *De Constructione Virgarum Stereometricarum illarum, quas Cu-  
bicas vocant.* pag. 192.  
VII. *Usus Logarithmorum in Virgarum Stereometricarum descriptio-  
ne, certarumq; Potestatum in suas Radices resolutione.* pag. 197.  
VIII. *De Instructione Aciei Militaris, prout ea ab Arithmetico dari,  
& peti potest, aliquot Regulae, inseruientes quibuscunq; alijs Re-  
bus ordinate collocandis.* pag. 203.  
IX. *De Numeris Polygonis.* pag. 212.  
X. *De Polygonis Secundis, sive Centralibus.* pag. 222.  
*Tabulae Numerum Quadratorum & Cubicorum.* post paginam 228.



PROPOSITIONVM.



I N D E X

PROPOSITIONVM,

LIBRI PRIMI,

DE CENTRO GRAVITATIS.



*Opuscula Archimedis ad Libros Aequiponderantium, cum  
Nostris Notis. pag. 25. & seqq.*

*Axiomata Guidi Ubaldi. pag. 30.*

*Propositiones aliquot Archimedis ex libro primo Aequipon-  
derantium. pag. 31. & seqq.*

1. *Plurium Punctorum Centrum gravitatis commune assignare. Pro-  
positio 1. capitis 3. pag. 37.*
2. *Data recta linea centrum gravitatis invenire. Prop. 2. cap. 3. pag. 39.*
3. *Binarum Rectarum commune centrum gravitatis reperire. Prop. 3.  
cap. 3. pag. 39.*
4. *Plurium rectarum linearum commune centrum gravitatis inve-  
nire. P. 4. c. 3. pag. 40.*
5. *Linearum rectarum equalium, & numero pariter parium, peri-  
pheria circularis segmenti ordine continuo inscriptarum, vel etiam  
circumscriptarum, commune centrum gravitatis invenire. Prop. 5.  
cap. 3. pag. 41.*
6. *Si peripheria circularis segmenti cuiusvis linea recta aequales, &  
numero pariter pares, inscriptae seu applicatae fuerint; erit ut me-  
dieta linearum inscriptarum simul sumptarum, ad semibasim, seu  
dimidiam toti segmento subtensam; ita perpendicularis e centro  
circuli eius, cuius segmentum propositum est, in unam inscripta-  
rum ducta, ad rectam inter idem centrum circuli, & centrum  
gravitatis omnium inscriptarum simul sumptarum, interiectam.  
P. 6. c. 3. pag. 45.*
7. *Centrum gravitatis Perimetri Triangulorum, via Universali sive  
communi indagare. P. 1. c. 4. pag. 48e*

# INDEX

8. Perimetri dati trianguli Aequilateris centrum gravitatis invenire. P.2.c.4.pag.50.
9. Perimetri dati trianguli Ifoſcelis centrum gravitatis exhibere. P.3.c.4.pag.50.
10. Perimetri trianguli Scalenis centrum gravitatis invenire. Prop.4. cap.4.pag.51.
11. Perimetri figurarum Quadrilaterarum centrum gravitatis invenire. P.5.c.4.pag.51.
12. Centrum gravitatis Perimetri Polygonorum regularium reperire. P.6.c.4.pag.52.
13. Centrum gravitatis Perimetri Cingulorum, & Gnomonum assignare. P.7.c.4.pag.54.
14. Plurium Perimetrorum figurarum Rectilinearum, centrum gravitatis commune assignare. P.8.c.4.pag.55.
15. Centrum gravitatis lineae curvae, ex parte consistit cava intra subtensam, atq; in recta linea, quae ad eam, quae curvam in bisectionis puncto tangit, perpendiculariter ducitur. P.1.c.5.pag.57.
16. Si sint quatuor magnitudines proportionales, & aliae ipsis pares numero, in quavis alia proportione proportionales quoque; sitq; secunda magnitudo ex illis, aequalis secundae magnitudini ex his. Si proportio primae illarum, ad primam harum, aequalis fuerit proportioni tertiae illarum, ad tertiam harum; etiam quarta magnitudo illarum, aequalis erit quartae magnitudini harum. Si vero proportio primae ad primam major fuerit, quam tertiae ad tertiam, erit contra quarta magnitudo illarum, minor quarta harum. Si denique proportio primae ad primam minor fuerit, quam tertiae ad tertiam; erit contra quarta illarum, major quarta harum. Lemma cap.5.pag.58.
17. Datae cujusvis circularis peripheriae, quae circulum totum non ambiat centrum gravitatis reperire. P.2.c.5.pag.59.
18. Idem aliter efficere. P.3.c.5.pag.63.
19. Dato centro gravitatis cujuslibet arcus circuli, invenire centrum gravitatis arcus dupli, quadrupli, &c. item subdupli, subquadrupli, & sic deinceps, & hoc in infinitum: in proportione dupla quidem, vsq; ad complendum & varie multiplicandum circulum; in subdupla vero per cōtinuas ac perpetuas bisectiones. P.4.c.5.p.64.



## PROPOSITIONVM.

20. Centrum gravitatis semiperipheriæ circuli, ultimum esse lineæ Quadratricis punctum. P.1.c.6. pag.67.
21. Qua ratione infinitæ dentur Quadratrices seu Quadratricis Aemula. P.2.c.6. pag.68.
22. Si minima illarum, quæ è centro ad lineam adscriptam educuntur, statuatur semidiameter, ad quam describatur peripheria aliqua, arcus huius, qui similis sit illi arcui, cui Linea adscripta est, erit semibasi equalis. P.3.c.6. pag.70.
23. Si ex centro circularis peripheriæ, cui adscripta sit Quadratrix vel eius Aemula, eijciantur radij lineam Adscriptam secantes in punctis, ex quibus ad basim ducantur & perpendiculares, & parallele; erunt arcus peripheriæ inter radios interjecti, parallelis, vel segmentis basis, inter perpendiculares positis proportionales. P.4.c.6. pag.71.
24. Si peripheria circuli secetur utcunque in duo segmenta, quibus adscripta intelligatur unicuique seorsim, Aemula, vel ultimum saltem eius punctum; erit rectangulum sub semiperipheria unius segmenti, & ea, quæ ex centro circuli ad ultimum punctum sibi Adscriptæ ducitur; æquale rectangulo sub semiperipheria alterius segmenti, & ea, quæ ex eodem centro ad ultimum punctum sibi Adscriptæ pertingit. P.5.c.6. pag.72.
25. Adscriptam quamcunque, cum sua ex centro minima datam, continuare, ac producere in infinitum. P.6.c.6. pag.73.
26. Data Adscripta quavis, unâ cum sua ex centro minima, verane ipsa antiquorum Quadratrix sit, an eius Aemula, & qualis, dignoscere; & insuper ipsius Radium atque arcum circuli, cui ea adscripta fuit, invenire. P.7.c.6. pag.76.
27. Data adscripta quavis, unâ cum sua ex centro minima, similem ei, sive maiorem, sive minorem, describere. SIMILES autem voco eas, quæ ad similes circulorum arcus spectant. P.8.c.6. pag.77.
28. Data quavis Adscripta, cum sua ex centro minima, ostendere, quo modo ipsa vel tota, vel ipsius pars, ipsiusque ultimum punctum, ad quemcunque propositum arcum circuli spectet; eumque arcum re ipsa describere; ipsi nimirum vel æqualem, vel similem; modo idem propositus arcus major non existat, quam ut similis sit ei arcui, cui Data adscripta intelligitur; aut certe, si major fuerit,

- Prop. 9.
- Adscripta data prius, quantum sufficit, prolongata sit.*
- c. 6. p. 81.
29. *Recta linea, Chordæ instar propositæ, adscribere arcum ita, ut hic ad illam datam habeat proportionem.* P. 10. c. 6. pag. 81.
  30. *Dari ex centro gravitatis alicuius arcus circuli, centrum gravitatis totius peripheriæ ejusdem circuli; sed non contra.* P. 11. c. 6. pag. 83.
  31. *Centrum gravitatis perimetri semicirculi, aliorumq; circuli segmentorum inquirere.* P. 1. c. 7. pag. 84.
  32. *Perimetri reliquarum Circuli partium centrum gravitatis invenire.* P. 2. c. 7. pag. 85.
  33. *Centrum gravitatis perimetri Lunularum invenire.* P. 3. c. 7. pag. 86.
  34. *Centrum gravitatis perimetri Arcuatarum figurarum, Securicularum, Coronarumq; reperire.* P. 4. c. 7. pag. 87.
  35. *Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in recta Linea, ab angulo ad dimidiam basim ducta.* P. 1. c. 8. pag. 89.
  36. *Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum, in quo recta Lineæ ex angulis trianguli ad dimidia latera ductæ, concurrunt.* P. 2. c. 8. pag. 89.
  37. *Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum in recta linea, ab angulo ad bisectionem basis ducta, existens, quod Lineam sic dividit, ut segmentum ad angulum, reliqui ad basim, sit duplum.* P. 3. c. 8. pag. 90.
  38. *Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in medio rectæ lineæ, basi equidistantis, quæ bina latera ita dividit, ut segmenta ad angulum, reliquis dupla sint.* P. 4. c. 8. pag. 90.
  39. *Binorum Triangulorum commune centrum gravitatis invenire.* P. 5. c. 8. pag. 90.
  40. *Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est in recta linea, quæ opposita latera bisecta coniungit.* P. 6. c. 8. pag. 91.
  41. *Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est punctum, in quo diametri coincidunt.* P. 7. c. 8. pag. 92.
  42. *Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis, & diametrum, & bisectricem oppositorum laterum bisecat.* P. 8. c. 8. pag. 92.
  43. *Omnis Trapezij duo latera invicem habentis equidistantia, centrum gravitatis est in recta linea, quæ latera equidistantia bisectionem bisecta coniungit; ita divisa, ut ipsius portio terminum habens*

PROPOSITIONVM.

bens minorem parallelam bifariam divisam, ad reliquam portionem eandem habeat proportionem, quam habet utraque simul, quæ sit æqualis duplæ majoris parallelarum cum minore, ad duplam minoris cum majore. P. 9. c. 8. pag. 92.

44. Omnis Polygoni regularis idem est centrum gravitatis, & figura, seu circuli circumscripti. P. 10. c. 8. pag. 93.

45. Multanguli cujus bina latera, circuli sint radij, reliqua vero inter se æqualia, numero pariter paria, & ejusdem circuli peripheriæ inscripta, centrum gravitatis invenire. P. 11. c. 8. pag. 94.

46. Si Multanguli, segmento circuli planè inscripti, anguli qui ex utraque parte axis, seu radij ad verticem segmenti spectantis, sibi mutuo correspondent, rectis jungantur lineis; eæque ex utraque parte axis secantur proportionaliter, in eadem nimirum proportionem, punctaque sectionum jungantur rectis usque ad verticem; erit Figura tam intermedia, circa axem nempe consistentis, quam binarum hinc inde ablatarum, intermediarumque circumsistentium, idem centrum gravitatis, quod ipsiusmet est totius Multanguli ab initio inscripti. P. 12. c. 8. pag. 97.

47. Cujusvis Figure rectilineæ centrum gravitatis invenire. Prop. 13. c. 8. pag. 101.

48. Centrum gravitatis semicirculi, sectorumque circuli invenire. P. 1. c. 9. pag. 105.

49. Centrum gravitatis segmentorum circuli investigare. Prop. 2. cap. 9. pag. 107.

50. Reliquarum circuli partium centrum gravitatis invenire. Prop. 3. cap. 9. pag. 107.

51. Lunularum centrum invenire gravitatis. Prop. 4. cap. 9. pag. 108.

52. Figurarum Arcuatarum, Securicularum, & Coronarum gravitatis centrum reperire. P. 1. c. 9. pag. 109.

53. Dato quovis segmento Elliptico, centrum totius figure invenire, ejusdemq; diametrum, ad quam medietates basis dati segmenti, sint ordinatim applicatæ. Lemma 1. c. 9. pag. 110.

54. Dato frusto Elliptico eadem, quæ ante, hoc est, totius Ellipsis diametrum, figuraque centrum reperire. Lemma 2. cap. 9. pag. 113.

I N D E X

55. Semiellipsi, reliquisque segmentis Ellipticis, illisq̄ correspondentibus sectoribus, centrum gravitatis assignare. P. 6. c. 9. pag. 115.
56. Dato Frusto Elliptico, in eo centrum gravitatis determinare. P. 7. c. 9. pag. 119.
57. Data Parabola centrum gravitatis attribuere. P. 8. c. 9. pag. 121.
58. Centrum gravitatis Frusti Parabolici investigare. P. 8. c. 9. pag. 121.
59. Perimetri Pyramidum centrum gravitatis indagare. P. 1. c. 10. pag. 123.
60. Dato Frusto Pyramidali, centrum gravitatis perimetri ipsius invenire. P. 2. c. 10. pag. 125.
61. Perimetri Coni, Conicique frusti, centrum gravitatis indagare. P. 3. c. 10. pag. 126.
62. Perimetri Parallelepipedorum, Prismatum, & Cylindrorum centrum gravitatis dare. P. 4. c. 10. pag. 126.
63. Centrum gravitatis Perimetri, cujusvis portionis, & frusti sphaerae, Spheroidis, & Conoidis parabolici, ostendere. P. 5. c. 10. pag. 126.
64. Cujusvis Corporis ordinati Centrum gravitatis explorare. P. 1. c. 11. pag. 127.
65. Cujuslibet Parallelepipedo, Prismatis, & Cylindri, centrum gravitatis monstrare. P. 2. c. 11. pag. 128.
66. Dati cujusvis Pyramidis, & Coni, centrum gravitatis palam facere. P. 3. c. 11. pag. 128.
67. Dati frusti Pyramidis, ut & Coni, centrum gravitatis eruere. P. 4. c. 11. pag. 128.
68. Centrum gravitatis cujuscunque corporis, planis superficiebus contenti explorare. P. 5. c. 11. pag. 129.
69. Conoidis parabolici centrum gravitatis determinare. P. 6. c. 11. p. 129.
70. Frusti Conoidis parabolici centrum gravitatis invenire. P. 7. c. 11. pag. 129.
71. Centrum gravitatis Hemisphaerij indicare. P. 8. c. 11. pag. 130.
72. Dato centro gravitatis Sectoris Sphaerici, invenire Centrum gravitatis Sectoris dupli, quadrupli, octupli, &c. Item subdupli, subquadrupli, & sic deinceps, in proportione subdupla; & hoc in infinitum: in proportione dupla quidem, usque ad complendam & varie multiplicandam Sphaeram; in subdupla vero per continuas bisectiones. P. 9. c. 11. pag. 131.
73. Cujus-

## PROPOSITIONVM.

73. Cujuscunque Corporis centrum gravitatis mechanicè indagare.  
P.1.c.12. pag.132.
74. Cujuscunque Superficieei plana centrum gravitatis mechanicè venari.  
P.2.c.12. pag.133.
75. Centrum gravitatis Linearum quarumcunque mechanicè conijcere.  
P.3.c.12. pag.134.
76. Situm Centrorum gravitatis Linearum, Superficierum, & Corporum, quæ triangularem ac pyramidalem figuram constituunt, inter se comparare.  
P.4.c.12. pag.135.
77. Positum centrorum gravitatis Lineæ, & Superficieei hemicyclicae, atq; Soliditatis hemispherij inter se conferre. P.5.c.12. pag.136.

## INDEX PROPOSITIONVM APPENDICIS.

78. De Numero Figurato. *Articulus 1. cap.1. pag.153.*
79. Potestas quid sit. *A.2.c.1. pag.153.*
80. Potestatum series & Ordo. *A.3.c.1. pag.154.*
81. De Potestatum Genesi. *A.4.c.1. pag.155.*
82. De Potestatum Analyfi. *A.5.c.1. pag.155.*
83. Geneseos atq; Analyseos Præcepta universalia. *A.6.c.1. pag.156.*
84. De Fractionum Genesi & Analyfi. *A.7.c.1. pag.158.*
85. Examen Genesise & Analyseos Potestatum. *A.8.c.1. pag.158.*
86. Appropinquatio pro Analyfi. *A.9.c.1. pag.158.*
87. Tabula Potestatum earum, quarum Radices digiti sunt. *A.10.c.1. pag.159.*
88. Constructio precedentis Tabule. *A.11.c.1. pag.159.*
89. Tabula Compositionis & Resolutionis Potestatum. *A.12.c.1. pag.160.*
90. Constructio precedentis Tabule. *A.13.c.1. pag.160.*
91. Continuatio ejusdem Tabule. *A.14.c.1. pag.161.*
92. Theoremata ex precedentibus Tabulis desumpta, pro Genesi & Analyfi particularium Graduum. *A.1.c.2. pag.163.*
93. Exemplum Genesise & Analyseos Potestatis secundi Gradus, qui est Quadrati. *A.2.c.2. pag.164.*
94. An-

# I N D E X

94. *Annotationes ad Genesin & Analysin Quadratorum spectantes.*  
*Art. 3. cap. 2. pag. 167.*
95. *Ratio Genesin & Analysis secundi Gradus.* A. 4. c. 2. pag. 168.
96. *Exemplū Genesin & Analysis Potestatis tertij Gradus.* A. 5. c. 2. p. 170.
97. *Annotationes ad Genesin & Analysin Cuborum.* A. 6. c. 2. pag. 174.
98. *Ratio Genesin & Analysis tertij Gradus.* A. 7. c. 2. pag. 178.
99. *Additio de servanda Lege Homogeneorum in Analysis Potestatum.* C. 2 pag. 179.
100. *Constructio Tabularum numerorum Quadratorum & Cubicorum.* A. 1. c. 3. pag. 181.
101. *Tabulae predictae Continuatio.* A. 2. c. 3. pag. 182.
102. *Regulae ex quibus certo cognoscitur, quinam ex numeris fortuito propositis, nec Quadratus, nec Cubicus esse possit.* A. 3. c. 3. pag. 183.
103. *Numeros omnes in Tabulis nostris, Radicum, Quadratorum, & Cuborum, facillime unam in summā colligere.* A. 4. c. 3. pag. 184.
104. *Usus ejusdem Tabulae.* A. 5. c. 3. pag. 184.
105. *Inventio numerorum Proportionalium.* A. 1. c. 4. pag. 185.
106. *Datis extremis invenire medios numeros proportionales.* A. 2. c. 4. p. 185.
107. *In data Virga mensoria centum Latera, seu Puncta Quadratica, ex Tabulis excerpta, accuratè designare.* A. 1. c. 5. pag. 187.
108. *In data Virga decies mille puncta designare.* A. 2. c. 5. pag. 188.
109. *Numerationis partium compendium.* A. 3. c. 5. pag. 188.
110. *Per punctorum seu Laterum inventorum replicationem seu repetitionem, nova alia, & plura puncta invenire.* A. 4. c. 5. pag. 189.
111. *Plurium punctorum accurata inscriptio.* A. 5. c. 5. pag. 190.
112. *Primae Diametri, aliorumve laterum, in alia puncta seu laterum partes, subdivisio.* A. 6. c. 5. pag. 191.
113. *In data Virga mille puncta, seu Latera Cubica ex Tabulis desumpta, accuratè annotare.* A. 1. c. 6. pag. 192.
114. *Data Virgae plura puncta inscribere.* A. 2. c. 6. pag. 193.
115. *Compendiosa Partium numeratio.* A. 3. c. 6. pag. 193.
116. *Inventorum punctorum seu Laterum replicatio.* A. 4. c. 6. pag. 194.
117. *Plurium punctorum accuratior descriptio.* A. 5. c. 6. pag. 194.
118. *Subdivisio Laterum, seu diametrorum.* A. 6. c. 6. pag. 196.
119. *Quae Latera sive puncta, per praeventorum replicationem haberi possint, à primo usque ad millesimum.* A. 7. c. 6. pag. 197.
120. *Fun-*

## PROPOSITIONVM.

120. *Fundamentum ex quo Compendium Logarithmicum eruitur.*  
Art. 1. cap. 7. pag. 198.
121. *Radice[m] quinq[ue] figurarum pro vtraq[ue] virga Stereometrica, sive cuiusvis Potestatis, ex Tabulis Logarithmorum elicere.* A. 2. c. 7. p. 198.
122. *Radice[m] plurium figurarum vsque ad decimam inclusive, reperire.* A. 3. c. 7. pag. 201.
123.  *Applicatio predictorū ad altiores Potestatu[m] Gradus.* A. 4. c. 7. p. 202.
124.  *Terminorum quorundam militarium explicatio.* Regula 2. c. 8. p. 203.
125.  *De spatio quod vni militum tribuendum.* R. 3. c. 8. pag. 204.
126.  *De Manipulis, seu Aciebus quadratis, altera parte longioribus, instruendis, dato numero militum, aut ordinum.* R. 4. c. 8. pag. 205.
127.  *De Manipulis, & Aciebus quadratis instruendis, pro dato solo, seu spatio.* R. 5. c. 8. pag. 205.
128.  *De Acie perfecte, & Arithmetice quadrata instruenda.* R. 6. c. 8. p. 206.
129.  *De Acie perfecte, & Geometricè quadrata instruenda.* R. 7. c. 8. p. 207.
130.  *De Acie quadrata instruenda ad datam proportionem laterum.*  
R. 8. c. 8. pag. 209.
131.  *De Acie quadrata instruenda ex Manipulis.* R. 9. c. 8. pag. 209.
132.  *De Acie Triangulari.* R. 10. c. 8. pag. 210.
133.  *Quid, & quotuplex sit Numerus Polygonus.* Art. 1. c. 9. pag. 212.
134.  *Primorum Polygonorum Ortus & Genesis.* A. 2. c. 9. pag. 212.
135.  *De Progressionibus Arithmeticis.* A. 3. c. 9. pag. 215.
136.  *De Radicibus numerorum Polygonorum.* A. 4. c. 9. pag. 216.
137.  *Ex data alterutra Radice numeri Polygoni inuenire alteram.*  
A. 4. c. 9. pag. 217.
138.  *Ex datis Radicibus, sive binis, sive alterutra tantum, numerum componere Polygonum.* A. 5. c. 9. pag. 218.
139.  *Ex dato Polygono vtramque Radicem elicere.* A. 6. c. 9. pag. 220.
140.  *De numero Altera parte longiore.* A. 7. c. 9. pag. 221.
141.  *De situ ac constitutione Vnitatum in Polygonis Centralibus.*  
A. 1. c. 10. pag. 223.
142.  *Secundorū Polygonorū ortus & genesis ex Arithmetica.* A. 2. c. 10. p. 225.
143.  *De Radicibus Polygonorum secundorum.* A. 3. c. 10. pag. 226.
144.  *Ex data alterutra Radice, numerum componere Polygonum secundum.* A. 4. c. 10. pag. 227.
145.  *Ex dato Polygono secundo vtramq[ue] elicere Radicem.* A. 5. c. 10. p. 227.

I N.



# INDEX AVCTORVM NOMINATORVM.



Drianus Romanus.	Pag. 10.
Adrianus Vlacq.	Pag. 197.
Apollonius, five Elementa Conica.	Passim.
Archimedes.	Passim.
Aristoteles.	Pag. 22, 66, 138.
C. Clavius.	Passim.
Christophorus Scheiner.	In Præf. ad Lect.
Claudius Gaspar Bachetus.	Pag. 184.
David Rivaltus.	Pag. 118.
Dinostratus.	Pag. 67.
Diophantus.	Pag. 184, 216, 219.
Euclides, five Elementa.	Passim.
Eutocius.	Pag. 66, 112.
Fed. Commandinus.	Passim.
Fran. Maurolycus.	Pag. 184, 216.
Fran. Vieta.	Pag. 3, 4, 154, 159, 180.
Gabriel Vasquez.	Pag. 143.
Greg. de S. Vincentio.	In Præf. ad Lect.
Guidus Vbaldus.	Passim.
Henricus Philippi.	In Præf. ad Lect.
Hieronymus Cardanus.	Pag. 3.
Jo. Ant. Maginus.	Pag. 12.
Jo. Bapt. Villalpandus.	Pag. 82, 143.
Jo. dela Faille.	Pag. 65, 119.
Lucas Valerius.	Passim.
Nicolaus Cabeus.	Pag. 144, &c.
Nicomedes.	Pag. 67.
Pappus.	Pag. 22, 67, 68, 81, 83.
Proclus.	Pag. 22, 87.
Sethus Calvisius.	In Præf. ad Lect.
Simon Stevinius.	Passim.

*Index Rerum, & Erratorum Typographicorum, habetur  
in fine Appendicis, & Tabularum.*



PAULI GULDINI  
SANCTO-GALLENENSIS  
E SOCIETATE JESU  
PROLEGOMENA  
MATHEMATICA

*Quibus*

DISCIPLINARVM

Mathematicarum Descriptio, Ordo,  
& Divisio traditur.

**M**ATHEMATICA pars Philosophiæ, & ratione abstractionis media inter Physicam & Metaphysicam ponenda, Scientia est Quantitatem considerans abstractam, ab omni materia sensibili. Dividitur communiter prima sui subdivisione in ARITHMETICAM, GEOMETRIAM, MUSICAM, & ASTRONOMIAM. Quibus si addideris Grammaticam, Rhetoricam, & Dialecticam, septem habebis Artes quas Liberales vocant. Has autem Matheseos partes sic colligunt. Cum enim Quantitas duplex sit, Discreta nimirum & Continua, sive Multitudo & Magnitudo, atq; Discreta considerari possit absolute, & per se, Scientiam, quæ circa hanc versatur considerationem, vocant Arithmeticam. Eadem vero discreta quantitas comparative considerata, & in ordine ad alia, Scientiam gignit Musicam: cum numeri applicentur atq; comparentur cum sono, indeq; nascatur Harmonia, atq; Conventus. Continuum autem Quantitatem dupliciter similiter contemplantur, immobilem videlicet, & mobilem; illam Geometriæ attribuunt, hanc vero Astronomiæ.

2. Verum alij pure considerantes Mathematicam, & secundum eam quam initio dedimus ejus Definitionem, rectius il-

A

lam

lam in solam Arithmetica[m] dividunt, & Geometria[m] : illa enim quantitatem abstrahit, non solum à materia sensibili, sed etiam à continuitate, quam hæc admittit. cum illa numerum; hæc vero lineas, superficies ac corpora tractet, eaq; variè figurata, ac mensurabilia. Musica autem & Astronomia tam puram non habent abstractionem; versatur enim illa circa materiam audibilem, hæc vero circa visibilem, ac mobilem.

Ab his duabus ergo Arithmetica scilicet & Geometria, reliquæ omnes, quæ communiter Scientiæ Mathematicæ vocari consueverunt, dependent, vel iisdem subalternantur. Dicuntur autem & Mediæ, inter Mathematicas nimirum & Physicas, cum tam de Mathematica abstracta quantitate participant, quam de materia Physica, sive sensibili. Ex his aliquæ sunt magis Mathematicæ, aliæ magis Physicæ; semper tamen vel Arithmeticæ, vel Geometriæ, vel utrique subalternatæ; idque aut ratione principiorum, ad quæ Conclusiones suas reducere non possunt, nisi mediante Scientia subalternante; aut ratione subjecti, quod à subalternante accipiunt.

3. Omnes tamen Scientiæ Mathematicæ, sive Summæ sint ac Primæ, sive Subalternatæ, dividuntur in Speculativas, Contemplatrices sive Theoricas, & in Practicas sive Operatrices; quarum aliquæ sæpe Mechanicæ etiam nominari solent. Sic habetur Arithmetica speculativa, & Arithmetica practica; Geometria speculativa, & Geometria practica, &c. Speculativæ sola contemplatione principiorum, partium, passionum, ac proprietatum, quas affectiones vocant, propriæ scientiæ, & objecti, contenta sunt. Practicæ vero has puras veritatis cognitiones & speculationes, accomodant & reducunt in actum practicum, operantur, modumque operandi præscribunt.

4. Ex his porro ipsis Primis, ac Puris Scientijs, Arithmetica videlicet & Geometria, Tertia alia componitur, utramque copiosè complectens, quæ Purarum disciplinarum Mathematicarum omnium nobilissima est, **D I V I N A** nimirum **A L G E B R A**, quæ numeris utitur ut lineis, superficiebus, & corporibus; & contra, his, ut numeris, & quodammodo hos in illa, & illa in hos, artis quodam miraculo transformat, eoque, utriusque Scientiæ, nexu plane mirabili, plurima ac

varia

varia & speculatur, & operatur verè admiranda. Sane quid Cardanus de ista Scientia, hoc nostro tempore à Franc. Vieta ejusque Sequacibus tam egregiè exulta, jam dicere posset, vix video; qui sua ætate unicam ejus particulam, initio libri decimi Arithmetices, tanta laude extulerit! *Cum omnem humanam subtilitatem, inquit, omnis ingenij mortalis claritatem ars hæc superet, donum profecto caeleste; experimentum autem virtutis animorum, atque adeo illustre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere se posse credat.* Hæc ille.

5. A R I T H M E T I C A practica (de speculativis enim scientijs semel, & in communi dixisse sit fatis) præter Algorithmos varios, varias continet Regulas; ex quibus varia etiam trahit nomina. Præcipit de Progressionibus, Proportionibus, & Combinationibus: Potestatum docet genesin & analysin, numerorum scilicet figuratorum compositiones & radicum extractiones, Quorum quadrangulares, quadrati, solidi, & cubici in Algebra summum habent usum. Logisticam continet popularem, quæ circa pondera & mensuras operatur: Apologisticam item Principum, & Mercatorum, &c. Prout vero ab alijs Mathematicis scientijs requiritur, alias etiam atque alias fortitur appellationes. Logisticam enim vocant Physicam; quando Astronomiæ in computandis gradibus, & minutis opem fert, quam Sexagenariam etiam vocant. Eidem & Geometriæ simul ac Geographiæ inservit, in Triangulorum calculo, tam planorum, quam sphaericorum. Geometriam ipsam induit quodammodo, non solum per numeros figuratos, sed & per eos, quos Irrationales, Surdos, & Asymetros vocant.

6. G E O M E T R I A in Magnitudinum consistit Descriptione & Ichnographia, Mensuratione, Auctione & Imminutione, Sectione sive Partitione, Transformatione & Proportionem. Harum partium, pro triplici magnitudinis specie, Linea scilicet, Superficie, & Corpore, quælibet triplex etiam est. Sic habetur Geometriæ pars, quam Mensurationem diximus, quæ lineas tantum metitur, longitudinem scilicet, vel latitudinem, vel altitudinem, sive profunditatem, & generali nomine Euthymetria, sive Longimetria dicitur. Embadometria sive Planimetria, quæ superficies tantum metitur, & Agrimensoria, à quibusdã etiã, quamvis minus rectè, Geodæsia appellatur, hæc enim

enim in agrorum ac superficierum divisione potius consistit, ipsamque prærequirit sæpissime Embadometriam. Datur denique Stereometria quæ Corpora tantum metitur, Solidorum mensuratio dicta. Et sic de reliquis Geometriæ partibus.

7. Divina denique A L G E B R A, quæ aliquibus Ars magna, ab alijs Ars Analytica, sive Mathematica Analysis, & communiter *Cossa* appellatur, à doctissimo Vieta *Doctrina bene inveniendi in Mathematicis* definitur. Est enim via quædam inquirendæ veritatis in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, à Theone Analysis dicta, & ab eodem definita, *Assumptio quesiti tanquam concessi, per consequentia ad verum concessum*. Dividitur à Vieta in tres partes, in Zeteticem, qua nimirum invenitur æqualitas, vel proportio magnitudinis de qua quæritur, cum ijs quæ data sunt: in Poristicem, qua de æqualitate, vel proportione ordinati Theorematis veritas examinatur, & demonstratur; & in Exegeticem, qua ex ordinata æqualitate, vel proportione, ipsa, de qua quæritur, exhibetur magnitudo, sive quantitas; eaq; in numeris & Arithmetice, si quærat numerus, in magnitudine vero & quantitate continua, si quæsitum de illa institutum sit. Sunt qui Algebram, quamvis minus recte, in Varias Regulas dividunt. Rectius alij secundum dimensiones, ac varios Potestatum gradus; ut dicatur illis A L G E B R A, sive *Cossa Radicum, Laterum, seu longitudinum, deinde Cossa Quadratorum & planorum, postmodum Cossa Cuborum Solidorumq;*, &c.

Quicquid ergo Problematum complectitur tam Arithmetica quam Geometria, hoc totum sibi assumit, & propria sua arte feliciter solvit, ac demonstrat Algebra. Immo si Geometriæ tanquam Postulatum concedatur (qui autem hoc Geometricè præstiterit, inventus est adhuc nemo) *A quovis puncto, ad duas quavis lineas, rectam ducere interceptam ab ijs, præfinito possibili quocunque intersegmento, ex Algebra deducuntur solutiones Problematum eorum, quæ multorum in hanc usque diem torserunt ingenia, Mesographicum nimirum, sectiones anguli in tres partes æquales, inventionem lateris Heptagoni, & similia. Denique fastuosum Problema Problematum, ut verbis utar Vietæis, ars Analytica jure sibi arrogat, Quod est, NULLVM NON PROBLEMA SOL-*

S O L-

S O L V E R E. Excipit autem Vieta ab Algebra Compa-  
rationem lineæ rectæ cum curva, ut eam, quam ipsemet con-  
struere non poterat, ab Algebra removeret, Circuli Quadra-  
turam.

8. Scientiarum autem, quas diximus Mixtas & Subalterna-  
tas, Quatuor præcipuæ sunt, Optica sive Perspectiva, Statica,  
Musica, & Astronomia, vel potius Cosmographia, quæ dein-  
de in alias subdividuntur, aliarumque rursus sunt subalter-  
nantes.

O P T I C A quidem quæ bene videndi, ac delineandi  
Scientia est, & Geometriæ subijcitur, triplex est, à triplici ra-  
dio, Directo, Reflexo sive Repercusso, & Refracto sive Infra-  
cto, circa quos versatur, ita divisa. Quæ radium directum  
considerat, Optica simpliciter sive Perspectiva dicitur, atq; de  
oculo ejusq; objecto, tam per se, quam per accidens specula-  
tur, tractat de ejusdem illusionibus, de Lumine & Umbra, &c.  
Hæc ergo quæ ista, tum alia Principia magis universalia, de  
visibili, visione, ac medio scrutatur, Perspectiva nominatur.  
Ea vero quæ corporum, linearumque in superficiebus descri-  
ptarum, in plano projectiones sive configurationes, describe-  
re docet, Prospectiva à Neotericis appellare consuevit, quæ  
& ipsa triplex est.

9. Sumitur hæc Prospectivæ subdivisio à varia oculi, quem  
radios emittere doctrinæ causa supponimus, ab objecto re-  
motione, quæ vel remotissima & quasi infinita, vel proxima  
& contingens, vel media quasi & justa esse potest. Illa er-  
go quæ oculum infinitè distantem ab objecto adumbrando,  
delineando, vel proijciendo supponit, ac proinde radios om-  
nes ex oculo provenientes, parallelos considerat, Ortogra-  
phia vocatur. Ea autem quæ oculum objecto per conta-  
ctum conjungit, Stereographiæ nomen sibi non ita pridem  
invenit. Justum denique requirens inter oculum & obje-  
ctum intervallum, Scenographia, alijs etiam Sciagraphia di-  
citur; & ea est, quæ à plerisque Prospectiva, à Pictoribus etiam  
Perspectiva nominatur. Prima & ultima superficies tantum  
corporum repræsentat, Stereographia vero, quam medio lo-  
co posuimus, interiorum etiam profunditatem rimatur, cum  
vel re ipsa transparens est corpus, quod conspiciendum pro-

ponitur, vel ejusmodi esse mente concipitur. Ex triplici hac Optica, & Astrolabia, Horolabia, & Analemniata omnia ortum suum ducunt, ita ut Gnomonica, quæ à plerisque Astronomiæ, tanquam subalternanti Scientiæ submittitur, si descriptionem horologiorum spectes, Opticæ propriè subijcienda sit.

10. Optica denique, quam modo Prospectivam nominavimus, tripliciter præterea, ne quid omittamus, consideratur. Vocatur enim Optica simpliciter ea videndi ratio, qua Objectum directè & horizontaliter aspiciamus, Catoptica qua despicimus, Anoptica vero qua suspicimus.

11. Sunt qui Opticam ratione Objectorum visionis, seu visibilium specificant, ac variè distinguunt. Id enim quod videtur est visibile, vel per se, vel per accidens. Per se namq; videtur id quod per se radiat, ut est primario Lux, secundario Color, qui lucis accessione etiam per se videtur. Vnde prima est Optica Lucis, secunda Optica Coloris. Per accidens deinde videtur, id quod per aliud radiat; & quia talium viginti sunt, idcirco ab his viginti aliæ species, sed minus principales, numerari possunt. Vt Optica Magnitudinis, Optica Loci, Figuræ, Remotionis sive Intervalli, Situs, Numeri, Pulchritudinis, Deformitatis, Lenitatis, Asperitatis, Similitudinis, Diversitatis, Continuitatis, Separationis seu Divisionis, Motus, Quietis, Diaphanitatis seu Transparentiæ, Opacitatis, Umbræ, & Optica denique Obscuritatis: Quarum pleræque sua etiam sortiuntur Theoremata.

12. Est alia tandem Opticæ hujus species, qua in cubiculo undique clauso per parvum foramen, species objectorum unà cum lucis radijs, immittuntur, corporaque ipsa cum suis coloribus, situ tamen everso, in parietibus vel quavis alia superficie, præsertim alba, repræsentantur; confusè tamen non nihil: exactè vero, & instar pulcherrimæ picturæ conspiciuntur, si vitro aliquantum conuexo foramen illud claudatur. Quia vero id fit per radios refractos, non ad Opticam, sed ad Dioptricam spectat hujus rei speculatio.

13. Opticæ porro subalternantur non solum, ut diximus, Gnomonica, verum aliæ etiam artes, præter Picturam enim cujus fundamentum vnicum ex Optica derivatur, Sculptura  
est

est & Statuaria, Scenarum representatio, unde & tertia Opticæ pars nomen accepit; & si quæ sunt aliæ.

14. Altera Opticæ pars, quæ radium habet repercussum, Catoptrica, sive Specularia dicitur. Variarum enim apparentiarum & imaginum, quæ ex corporibus speculis objectis oriuntur, rationes reddit. Et quia triplex potissimum Speculorum regularium genus est, planum scilicet, conuexum, & concavum; hinc triplex etiam nascitur Catoptrica. Plures ejus species lubens pretereo. Non omittenda tamen videtur ea, quamvis nomine proprio, quod sciam, careat, qua radij Solares repercussi, in unum quasi punctum ita colliguntur, ut apposita apta materia, ilico ignis producat; hæc specula Vistoria dici consueverunt. Potest autem idem effectus produci etiam per radios refractos, quare speciem tunc sequentis tertiæ partis constituet.

15. Tertia denique Opticæ pars Dioptrica, quæ alijs etiam Mesoptica dicitur, Visio est per radium, qui transiens per diversa media, infringitur. Vnde visa in diversis medijs, videntur fracta. Quare si à medio, à quo refractione oritur, hæc pars specificaretur, tot essent species quot media, quam acciperet aliam ab aëre, aliam ab aqua, aliam ab alio liquore diaphano, aliam à vitro & chrystallo, &c: Vel potius à duplici medio, cum infractio fiat in comuni utriusq; termino. Ad hanc nobillissima illa speculatio pertinet, qua duobus vitris, certo intervallo distincto, ac Tubo inclusis, eminus res videntur, quæ oculo libero minime apparent. Quod instrumentum Telescopium, Longispicium, Tubum Opticum, Specillum Belgicum, Germani etiam nomine non Germanico, Perspectivum vocant. Ex hac enim Scientia & hujus, & omnium Perspiciliorum, Horologiorum etiam Hydrographicorum ratio redditur, & qua arte certi effectus per specilla produci possunt, ipsa edocet.

16. Ex Catoptrica autem & Dioptrica alia exsurgit species, habens pro objecto radium & repercursum, & infractum, & Dio Catoptrica non inepte fortassis dicitur. Rationem reddit Iridis, & similium apparentiarum. Item quomodo species visibiles inversæ, de quibus supra diximus, per speculum vel aquam erigi possint, ex illa habetur.

17. Opticam subsequitur S T A T I C A, quæ est Scientia de ponderibus, Geometriæ subalternata: quamvis non desit qui eam ipsi Geometriæ parem faciar, ut cum D E U S omnia creaverit in Numero, Pondere, & Mensura, etiam Arithmetica, Statica, & Geometria, quæ circa illa versantur, Primariæ sint Mathematicæ scientiæ, à quibus reliquæ dependeant. Verum nos definitioni Matheseos insistentes, à puris Mathematicis eam removemus, cum præter quantitatem versetur etiam circa materiam sensibilem, quæ est gravitas, à qua tamen, si stricte loqui velimus ac speculative, mentem similiter abstrahere licet, ut sit in consideratione linearum, & superficiærum. Subdividi autem variè potest.

18. Primo omnium Statica est Elementaria, quæ communia ad universam Staticam pertinentia principia & elementa præscribit. Deinde si velimus ipsa pondera in se & absolute considerare, tunc proxime succedit Centrobarica, agens de centro gravitatis magnitudinum. Si vero pondera ratione gravitatis inter se comparentur, aut certe idem pondus, ratione suspensionis ab alio, quam à gravitatis centri puncto, consideretur, alia habebitur hujus Scientiæ pars, quæ Statica absolute, vel Isoropo Statica dici potest, considerans magnitudines æqueponderantes; quomodo videlicet plures, sive æquales sive inæquales, vel etiam eadem magnitudo, ratione suarum partium, inter se conferri ac suspendi possint, ut sequatur æquilibrium: quantum altera alteri præponderet, quando quiescere, vel necessario cadere debeant, &c.

19. Considerando porro pondera, sive gravia in ordine ad motum, notissima illa juxta ac utilissima inde exsurgit Ponderum motrix scientia, Mechanica communiter dicta, qua magnificentum illud Problema solvitur, *Data potentia datum pondus movere*, qua & fretus Archimedes exclamavit, *Da mihi ubi consistam Terramq; movebo*. Sunt qui hanc partem subdividi volunt ratione Machinarum, quibus fit motus, quæ cum omnes omnino ad quinque capita reduci queant, ad Libram scilicet, Vectem, Trochleam, Axem in Peritrochio sive Ergatam, & Cuneum, etiam quinque erunt diversæ Mechanicæ scientiæ, quibus sexta addenda, Composita dicta, ob varias harum machinarum inter se compositiones.

Omnes enim machinæ



chinæ quotquot sunt, vel simpliciter ex his fiunt, vel ex plurimum compositione: omnia ferme artificum Instrumenta ex his ortum ducunt, ut vel ex ipsis Aristotelis Quæstionibus Mechanicis colligere licet. Sic cochlea immediatè & simpliciter revocatur ad Cuneum, ad Cochleam rotulæ horologiorum automatum, &c. ad quam facultatem referuntur etiam ea, quæ vi percussionis, sive impulsu incidunt, dividunt, perforant, &c. Ut enses, gladij, mucrones, secures, & similia Instrumenta. Ad vectem revocantur & forcipes, & forficæ. Et sic de reliquis. Ita ut ratione instrumentorum saltem omnes artes ferè Mechanicæ, huic Scientiæ Mechano-Staticæ subalternentur, quæ secundum datam divisionem Sextuplex est, nimirum Zygostatica, Mochlostatica, Trochleostatica, Ergatostatica sive Onostatica, Sphenostatica, & tandem Polymechanostatica, sive multiplex & composita.

20. Pondera denique movenda vel mota consideranda veniunt, & secundum materiam ex qua constant, & in ordine ad medium, in quo fieri debet motus. Ponderus ergo vel est solidum, vel liquidum: medium vero vel aër, vel aqua, vel aliud liquidum, seu humidum & fluidum. Ars autem tam liquida movendi, quam solida in liquido ponderandi, sive movendi, communi nomine Hydrostatica appellatur, sua habens elementa ac principia quædam propria, de quibus ipse etiam tractat Archimedes eo in libro, qui de ijs quæ vehuntur in aquis, inscribitur. Unde præter Elementariam triplex reperitur Hydrostatica. Prima tractat de aquæ innatantibus, si enim pondus ipsa aqua levius est, partim mergitur, partim supereminet, quantum ergo mergatur, & quantum non, artis est definire. Immo cum sint quædam, quæ etsi aqua graviora sint, nihilominus tamen aquæ supernatant, cujus rei consideratio & tractatio huc pertinet. Hanc partem Bæreocolymbiam vocamus.

Secundam Bæreodyfiam ideo appellamus, quia de gravibus quæ merguntur agit. Considerat enim quantum in diversis medijs ponderent ac gravitent: idem quippe plumbum, quod in aère libram ponderat, in aqua minus ponderat quam libra, eo pondere aquæ, quod ipsi plumbo, secundum magnitudinem molis, æquale est. Tertia quam Hydatholciam

B

dici.



dicimus, de attollendis, attrahendis, deducendis aquis agit; de aquarum pressu sive gravitatione, in diversimodè enim figuratis vasis, diversimodè etiam premit; de plurimis ac varijs, ijsque artificiosissimis machinis hydraulicis, de aquæductibus, aquarumque librationibus, &c. tractat.

21. Neque de ijs tantum, quæ communiter gravia dicuntur, Statica præscribit, sed & de ipso aëre, quem plerique volunt esse gravitatis expertem. Machinæ enim & Organa Pneumatica non ad aliam, quam ad Aërostaticam scientiam referenda sunt; folles etiam & similia alia instrumenta. Quemadmodum autem de ijs quæ aquis supernatant Hydrostatica, ita de ijs quæ aëri incumbunt eumque transvolant, agit Aërostatica: hinc Dracrones volantes, hinc Machina qua quis alligatus, ex uno in alium collem semel atque iterum subiectum flumen volatu traiecit. Nec desunt qui ipsum aërem ponderari posse scribunt. Ignis ipse, an non ad Staticam pertineat, viderit ille qui Pyrotechniam edidit, insignis Mathematicus Adr. Romanus.

Ex Hydrostatica & Aërostatica mixta oritur alia, ex qua multæ procedunt Machinæ, quibus per aëris vel condensationem, vel expulsionem, aqua in altum eiaculari, & quasi in infinitum elevare licet, eam Mesostaticam Compositam non inepte dicere possumus.

22. De artibus Staticæ subalternatis supra quædam innuimus, quibus hic addendum, plerasque non uni tantum, sed pluribus scientijs Mathematicis subalternari: Sic licet Statuarij, Sculptores, Monetarij, Metallarij, & Aurifices ratione picturæ, seu imaginum ac figurarum delineatione, Opticæ subalternentur; quia tamen artis formam in materiam inducere non possunt, nisi mediantibus quibusdam Machinis & Instrumentis, quorum origo & usus ex Statica sumitur, idcirco subijciuntur Staticæ: Astronomiæ insuper imperio paret, ea Automatum Constructrix, quæ Syderum imitatur motus. Ex Statica tamen sola, Molendinorum procedere videtur artificium. Quod si ad has artes natura, quæ in magnete latitat, accesserit, si non planè supra naturam, saltem præter illam efficient, ad stuporem usque admiranda, statuentque humani ingenij, quibus denatura triumphet, splendidissima trophæa.

23. Tertia, & Arithmeticae immediatè subalternata, Media Scientia est M U S I C A, quam Scientiam de Sono numeroſo, vel numero Sonoro eſſe definiunt. Dividitur primo in Planam, quæ & Choralis ſive Gregoriana dicitur, & in eam quam Figuralem vocant. Vtraque autem ſubdividitur in Compoſitricem & Vſualem. Nam licet componere, ut vocant, cantiones, propriè ad ſpeculativam pertineat partem, tamen quia ars per ſua compendia eò devenit, ut modum etiam repererit practicum, per quem longè citius, & expeditius cantus componuntur, quam ex numeris, aut primis illis ac ſpeculativis principijs; quibus etſi compoſitio per omnia conſentiat, ad ea tamen ab huiusmodi Compoſitoribus reduci nequit.

Vſualem vocamus quo ipſo actu harmonia, ac concentus inſtituitur, Vocalem quidem quando per voces, Inſtrumentariam quando Organis.

Musicae ſubalternantur ea Artificia, quibus ex Mechanoſtatica fiunt, non ſolum Organa illa, quibus immediatè utuntur Muſici; ſed etiam illa, quibus per rotas & pondera fiunt ſe ipſa, ad numeros Muſicos, ſonantia tintinabula, Machinae item Pneumaticae & Hydraulicae, aliaque Muſicalia Automata Organa.

24. Quarta nunc eaq; præclariffima reſtat ſubdividenda, Geometriae potiffimum ſubalternata, & verè Cæleſtis Scientia A S T R O N O M I A, quam magis generali vocabulo Coſmographiam, ſive Scientiam quæ totam Mundi Machinam, ejuſque principia, partes, & affectiones variè conſiderat, appellari plerique recentioribus placuit. Eam primo ſubdividemus in Vranofcopiam, ſive Aſtronomiam, & in Judicariam, quam proprio vocabulo Aſtologiam nunc vocant.

25. Eſt autem Aſtologia quæ ex Syderum Natura, poſitu, motu, eorundemque varijs inter ſe configurationibus, & Aſpectibus, futuros eventus præcognoscere docet (verène an falſè, ad nos hoc loco non ſpectat determinare) unde & Prognosticatrix ſeu Divinatrix dicitur. Quia vero ſyderum naturæ, vires, ac qualitates conſiderantur vel abſolutè, & prout in ſe ſunt, vel in ordine ad aliud, idcirco in duas Partes primo tribuitur, quarum prior, Introductoria dicta, ſubdividitur in

Canonicam & Thematicam. Canonica est quæ circa principia solum ac naturas Planetarum, reliquorumque syderum ac cæli partium, eorundemq; inter se commixtiones & habitudines versatur, & inde quasi Canones influentiarum extruit. Thematica vero est, quæ ad datum tempus erigere figuram docet cælestem, quam Thema, vel etiam Schema cæli appellant, in qua præcipuè observanda veniunt, ordo 12 domiciliorum, tum syderum ac signorum in ea distributio ac inscriptio.

26. Altera pars quæ syderum affectiones in ordine ad aliud dirigit, quæ & propriè Iudiciaria est, & à nonnullis Exercitatoria seu Operatoria nominatur, in 4 partes subdividitur. Prima, quam Catholicam sive Generalem appellant, de universi Mundi statu est, de ortu nimirum, mutationibus, & interitu Urbium, Regnorum, Imperiorum, & Monarchiarum; ubi & quando pax, bellum, sectæ, pestilentia, terræ motus, & diluvia contingant. Secunda, quam Meteorologicam dicimus, de varijs agit aëris constitutionibus, & de ijs quæ inde consequuntur, vt sunt salubritas, lues, annonæ copia vel penuria, inundatio, &c. Tertia propriè Genethliaca dicitur, & de privata hominum vita, tam quo ad corporis statum, quam ad fortunam, conditionem, & varias animi inclinationes, ex naturalibus conjecturis iudicat. Quarta de initijs operum, actionum, rerum, & ægritudinum, atq; de electionibus, & revolutionibus, &c disponit. Atque hanc Nauticæ, Agriculturæ, ac Medicinæ magnopere inservire tradunt, quam Particularem, sive Specialem nominari posse iudico.

27. Irreperunt autem in hanc artem superstitiosa multa & varia, quæ discernere oportet à veris hujus facultatis principijs, alioquin non contemnendis. Sane quanta sit difficultas iudicandi in parte illa, quam Catholicam appellavimus ipsimet Astrologiæ periti fatentur, vnde Joan. Ant. Maginus, insignis Astrologiæ, quem in hac quadruplici divisione secuti sumus, sic scribit: (Isag. Astrologiæ Tract. I. cap. 1) *non mirum videri debet, si Albumassar cum tota vctustate, nec non Escuidus, cum plerisque alijs recentioribus scriptoribus, de hac scientia, quam sibi & intelligentijs reservavit Deus, tam stolidè & tenebrose pertractarunt. De universa verò Astrologia, quam licet commendet, hæc subijcit: Quamquam Chaldæi, Arabes, & Iudæi, talesq; inculti Authores,*

*qui*

qui equo divinandi cupidiores, eam amplificare volentes, multa inania deliramenta illi immiscuerunt, ut puta sortes seu rerum partes, decurias seu signorum facies, & simulacra quæ cum his cooriri dicunt, duodenarias, novenarias, fridarias, gradus lucidos, tenebrosos, fumosos, vacuos, masculinos, fæmininos, horas planetis assignatas, & alia. Quinimo non solum hæc ptincipia falso sunt commenti, verum integros etiam tractatus, ut de interrogationibus, de imaginibus, & majori ex parte de electionibus, absq̃ ullo naturali fundamento compilaverunt, quam quidem Arabum supersticiosam barbariem permulti, tum præteriti sæculi, tum ætatis nostræ viri (taceo hos qui veram scientiæ semitam sequuntur) ob quandam facilitatem ineptè sectando, in multos maximosq̃ errores incurrerunt, ita ut non solum à vulgo irrideantur, à prudentibus reprehendantur, sed non immerito etiam exosi, & suspecti ab Ecclesia Catholica habeantur. Hæc ille. Quibus addo fæcem hujusmodi hominum, nomen Mathematicorum infame reddidisse apud Imperatores, etiam gentiles, apud Sanctos Patres, apud Jurisperitos, & præsertim apud eos, qui hosce homines à veris Mathematicis (quarum disciplinarum imperitissimi erant, unde & nomine Mathematicorum indignissimi), discernere non didicerunt.

28. Cosmographiæ altera pars, quam Uranoscopiam sive Uranographiam, & communiori nomine Astronomiam dicimus, Scientiæ est de Motu & Mensura corporum cælestium. Versatur enim circa syderum motus, multitudinem, ordinem, magnitudines, positus, intervalla, configurationes, conjunctionesque tam inter se, quam cum Terra, &c. eorundemque leges perpetuas. Dividitur in Observatricem, Systematicam, Sphæricam, Theoriam Planetarum, Computatricem, Geographiam, Nauticam, & Gnomonicam.

Observatrix idcirco primo loco ponitur, quod ex illa maxima procedat scientiæ Astronomicæ pars: ex observationibus quippe cætera dependent. Hæc enim observando, loca, altitudines, & distantias syderum, ad certa temporum momenta, pluresque observationes inter se comparando, varietates motuum, multitudinem, ac ordinem orbium sive realium, sive imaginariorum, quantitates periodum, situm ac remotionem astrorum, & similia alia statuit. Subdividitur autem à plerisq; ratione Instrumentorum (quam aptè ipsi viderint) in Meteoro-

scopiam, quæ scilicet observationes instituit Instrumentis in sublimi pendentibus, & in Dioptricam quæ alijs utitur. Quando autem omnis observatio fit in aëre, & opus semper sit dioptris, non video quo ingenio hæc divisio instituta sit. Quid enim interest Instrumentum pendeatne, an stet, jaceatue? Rectius huic parti, tanquam subalternanti, saltem ratione finis, subijcitur Instrumentorum Astronomicorum legitima descriptio & compositio.

29. Habitis jam observationibus, & inde deductis consequentijs, adest Systematica atque de totius Univerſi Constitutione disponit. De Figura Mundi, præcipuisq; ejus partibus, de numero ac ordine cælorū, soliditate, ac fluiditate, situ, locoq; Terræ, motuque sive quiete eorundem, generalia concipit. Quamvis autem varij varia excogitarunt Mundi Systemata, quas & Hypotheses vocant, celebriora tamen sunt Ptolemaicum, Copernicanum, & Tychoenicum.

30. Quoniam verò per præcedentes duas partes, duo præcipui motus cælestium corporum in notitiam venerunt hominum (sequimur enim in his nequaquam Systema Copernicanum) Primus scilicet & Secundus dicti; hinc etiam duæ aliæ Astronomiæ partes natæ sunt. Illi igitur scientiæ quæ primum tractat motum, Doctrinæ Sphæricæ, sive Sphærae, nomen impositum est, & scientia de Primi motus Phænomenis definiri potest; est autem Primus motus, qui & diurnus dicitur, quo omnia astra ad motum primi Mobilis moventur, ab oriente in occidentem, cursum suum perficientia spatio 24 horarum. Tractat igitur hæc pars de decem Sphærae circulis, de longitudine latitudine & declinatione stellarum, ascensione recta & obliqua, ortu & occasu, &c. Ut vero Doctrina hæc & aptè proponatur, & facile capiatur, Instrumenta propria inventa sunt, Sphæra videlicet, Globus, & Astrolabiū. Sphæra Instrumentū est armillare ex præcipuis Primi mobilis circulis constructum. Globus verò solidum convexum, Sphærae sive pilæ instar, in cujus convexa superficie, præter dictos circulos, stellarum fixarum asterismi describuntur. Astrolabium denique utrumque complectitur; omnia in plano, ex ea Opticæ parte, quam Prospectivam diximus, artificiosissime projecta, unde & Planisphærium dicitur, repræsentat.

31. Secundus motus à primo mentem abstrahit, & est periodicus, ac proprius quarundam stellarum, quas Planetas seu sydera errantia dicunt, ab Occidente in Orientem; & quia plures tales ac diversi motus sunt, hinc distinctio illa inter Primum Mobile, & secunda Mobilia ortum suum ducit. Scientia autem de his agens, Doctrina secundorum mobilium, & Theoria Planetarum dicta est. Quamvis autem Motus stellarum fixarum proprius, Secundis mobilibus annumerari possit, ob ipsius tamen tarditatem, aliasque ob causas, partim in Systematica, partim in Sphærica parte de ipso agitur. Theoria ergo Planetarum tum communes cum stellis fixis affectiones, tum singulares de Planetis considerat, & in Communi ac Propriam subdividitur. Communis agit de Planetarum Orbibus orbiumque partibus, si qui sunt, in genere, de orbe videlicet Concentrico, Eccentrico, & Mixto, de Epicyclo, de Planetarum motibus medio & vero, ascensu & descensu aspectu, conjunctione, & Eclipsi, directione, retrogradatione & statione, tarditate & velocitate. Propria vero de quovis planeta singillatim & hæc, & alia tractat. Quæ omnia ut commodè & exactè doceri possint, proprijs Sphæris, Globis, & Planisphærijs, pro quovis Planeta, quemadmodum de Primo Mobili diximus, indigent.

32. Sequitur deinceps pars illa quam Computatricem appellavimus, motus syderum tractans respectu Temporis, quam duplicem facim⁹, Supputatricem scilicet, & Computū. Supputatrix est, quæ ad certum temp⁹ loca Planetarum seu syderum fixarū colligit, & ex qua tam Ephemerides quàm reliquæ Tabulæ Astronomicæ oriuntur. Eam in Supputatricē Geometricam, quæ scilicet utitur triangulorum calculo; & in Tabularem, quæ compendium præconstructivū tabularū adhibet, subdividim⁹.

33. Computus verò est qui de ipso tempore tractat, qui est vel Astronomic⁹, vel Politicus, vel Ecclesiasticus. Astronomicus agit de tempore naturali Astronomico sive cælesti, quod est numerus motus cælestis, ad spacia quæ Orbis, astrum, vel certum aliquod cæli punctum, aut circulus peragrat, aut ad vices quibus eadem repetit, numeratus. Quamvis autem hic motus naturalis sit, initium tamen suum ab institutione accipit hominum, & à diversis motibus, diversa nomina: qui  
motus

motus potissimum triplices sunt, Primus, Secundus, & Tertius. Primus est qui attribuitur Primo mobili: Secundus qui astris, vel eorundem orbibus, de quib<sup>9</sup> supra: Tertius est mixtus aut ex his duobus, aut ex pluribus secundis. Ex his tribus motibus oriuntur Anni, Astricus sive Sidereus, Planetarius, Solaris, Lunaris, &c: Anni ac Menses Periodici ac Synodici, dies & horæ, Horæ tamen ab hominum impositione libera ac voluntaria, sicut & earum in minuta subdivisio, principium ducunt.

34. Politicus Computus tempus tractat civile, quod norma quædam est ac mensura durationis rerum, qua una quæque gens suo quodam instituto, tam ad sacra quam ad profana ordinanda, ipsamq; durationem mensurandam, ac numerandam utitur, temporis cælestis imitatrix. Est simplex, id nimirum quod ad unicam circulationem seu periodum proxime instituitur, ut dies, mensis lunaris, annus solaris; & compositum ex aliquot simplicib<sup>9</sup>, ut hebdomada, Annus Lunaris, Lustrum, Olympias, Cyclus. Initium autem horum temporū, Aera sive Epochæ, sumitur à facto aliquo illustri: sic numeramus annos, ab Orbe & Vrbe condita, à diluvio, ab Imperatoribus, à Christo nato, &c. Atque hæc est Computi generalis descriptio; Specialis est, quo unaquæq; gens aut natio, juxta speciale suum institutum, utitur, ut Computus Hebræorum, &c.

35. Computus Ecclesiasticus est specialis Computus Christianorum, quo sua festa tam fixa quàm mobilia ordinant, & alio nomine etiam Calendarium dicitur. Dupliciter autem sumi potest, vel generaliter, prout est Methodus & doctrina, qua certis legibus ac regulis præscribitur, quomodo per Cyclos & periodos, tempora cæleste ac civile, ad æqualitatem reducenda sint; magnitudines annorum & mensium indicat, festis loca assignat, aureum numerum, epactas, litteras Dominicales, & similia investigat. Vel accipitur ut particularis est, & ut sigillatim pro uno certo anno, cum particulari festorum ac reliquorum constitutione, edi solet. Vtrumq; autem hoc Calendarium duplex est, Antiquum videlicet, quod à Julio Cæsare, & P. P. Concilij Nicœni ortum ducit; & Novum sive Reformatum quod Gregorianum, à Gregorio XIII. P. M. dicitur.



36. Computatrici Geographia succedit, quæ est Scientia de mensura Globi ex aqua & terra compositi, cum quadam ad Sphæram cælestem coordinationem. Dividitur primò generaliter in Absolutam, & Comparatam, deinde in Chorographiam, & Graphicam.

Absoluta de figura, ac magnitudine globi Terreni tractat, deq; trina ejus dimensione. Comparata verò respectum ad Cælum habet, & maxime ad varias globi seu Sphære positiones; partes etiam Terræ respectu umbrarum, circulorum, & incolarū inter se comparat. Vnde agit de distinctione hujus globi per Circulos, Zonas, & Climata; de magnitudine ac diversitate dierum & noctium; de poli elevationibus, de vaporum ac nubium altitudine, & crepusculis; de plagis & cardinibus, de Sphæra recta, obliqua, & parallela, de longitudine, latitudine, distantia locorum, &c.

37. Chorographia est quæ Globum terræ dividit, ac considerat secundum ejus partes minores, & majores, cum annexis circulorum portionibus. Minores sunt Continens, Insula, Peninsula, Isthmus, Promontorium, Mons, Vallis, Campus, Sylva, Portus: Item Mare, Fretum, Sinus, Lacus, Stagnum, Fluvius. Majores sunt Europa, Asia, Africa, America, Magellanica. In his etiam considerat, longitudinem, & latitudinem, confinia sive terminos, quibus altera ab altera distinguitur, aliaque varia accidentia.

38. Graphica est Terræ descriptio sive delineatio, eaque vel Univerfalis, vel Particularis. Univerfalis totum Terrarum Orbem cum suis circulis, &c. ob oculos ponit, idque vel in Globi superficie, vel in plano, ut supra de planisphærijs cælestibus diximus. Vnde & globi usum, ac fabricam continet. Particularis Mappas delineat particulares, partium Terræ majorum minorumve, Regnorum Regionumq;, quæ & Chartæ Chorographicæ, & Topographicæ vocantur. Graphicam autem ideo partem Geographiæ fecimus, quod particulares habeat suarum descriptionum modos, ab Optica sæpe diversos, quod ipsum Mappæ, seu Chartæ Geographicæ variorum Authorum, clarè indicant.

39. Septimam, Astronomiæ partem diximus esse Nauticam, quæ & Hydrographia dicitur. Nam etiamsi ex Staticæ

partib<sup>9</sup>, Mechanica videlicet & Hydrostatica, multum dependeat, Astronomiæ tamen tanquam nobiliori Scientiæ subijcitur, cum cursus navium ad syderum cursus moderetur, cujus mediocrem saltem aliquam cognitionem præterea prærequirit. Agit præterea de Ventis, eorumque natura, de Rhombis sive lineis Nauticis, ad quod requiritur cognitio etiam magnetis, de ejus declinatione, & inclinatione, vt, pro vario Sphæræ situ, polorumque mundi constitutione, cursum suum dirigat. Ad hanc pertinet etiam Portuum investigandi ratio; Tractatus item de accessu, & recessu maris. Neq; de est illi propria sua Graphica; Mappæ enim seu chartæ Nauticæ, littora tantum ac portus, quibus maxime indigent, cum ventorum seu Nauticis lineis, repræsentant.

40. Ultimo adiecimus Gnomonicam, quam etsi, ratione delineationis, Opticæ attribuerimus, propter ipsius tamen descriptionis subjectum, quod totum Astronomicum est, & varia deinde etiam instrumenta horaria, quarum fabrica aliunde quam ex Opticis regulis desumitur, cum alijs Auctoribus, eam ab Astronomia sejungere nolimus. Nam vt præter varia horarum genera varios etiam circulos, Meridianos videlicet, Verticales, ac Parallelos tam horizonti, quam æquatori, arcus longitudinum dierum, signa item ascendentiæ & descendentiæ, &c. in horologijs describat, illorum certè ex Astronomia cognitionem habere debet.

41. Atque hæc est brevis disciplinarum Mathematicarum descriptio ac divisio. Non sum nescius plures præterea esse artes, ac facultates quæ si Mathematicis non omnino subalternantur, illis certe summopere indigent. Sic ars Militaris indiget Arithmetica, non solum vt sumptus computet, ac numerum militum, sed eadem simul cum geometria opus habet, ad instruendas acies, ordinandos exercitus, ad castrametationes, Munimentorum delineationes, & ædificationes, ad emittenda tela, ad oneranda, dirigenda, & explodenda tormenta bellica, ad devehenda, & portanda onera, ad excogitandas, pro varijs effectibus, varias Machinas Poliorcheticas disciplinis Mathematicis opus habet; & quò perfectior quis in illis est, hoc rectius & felicius munus suum obibit. Sic Syracusas obsessas solus Archimedes, in-

ventis

ventis Mathematicis, diu ab hostibus defendit. Nec de est qui artem equitandi ratione pressus frenorum, quam partem Staticæ facit, ad Mathematicam reducit. Chronologiam opus habere Supputatrice, & Historiam Geographia, vel ipsi errores, ignoratione harum à multis commissi nos edocent.

42. Architectonica certe compositum quoddam esse videtur ex diversis scientijs Mathematicis; teste enim Vitruvio instructa esse debet Arithmetica, Geometria, Optica, Musica, Astronomia, id est, Mathematicis disciplinis omnibus. Nam Staticam sub Geometria comprehendit; quamvis opus non sit, vt hæc omnia in summo habeantur gradu. *Pervellem sanè inquit quidam ex Germanis Mathematicus, hanc nobilissimam disciplinam postliminio revocari in Scholas, & discipulis solidè explicari. Sanè non haberemus tot fumosas, tenebrosas, ruinosas ediculas, non tot sumptus profunderemus, si Architectos haberemus peritos. Ad Scholas profectò pertinere liberalem hanc disciplinam, nemo negaverit, qui Vitruvium legerit.*

43. Ex his ergò, me etiam tacente, quivis disciplinarum Mathematicarum colligit amplitudinem, præstantiam, utilitatem, ac jucunditatem, quæ quamvis egregiè excultæ sint & auctæ, in quavis tamen relictus adhuc est latissimus scrutandi, & nova indagandi campus, quod solum deberet hominem ingenio præditum, in amorem harum disciplinarum rapere. In sola Geometriæ particula, quam Magnitudinū Transformationem diximus, ingens adhuc defossus latet speculationis thesaurus; quod testabitur, vel ipsa Circuli Quadratura, à quodam impossibilis dicta. Rectius dixisset impossibilem, quem multi frustra adhuc quæsierunt Motum Perpetuum. Potentem scio Staticam, eamque machinas dedisse, quas Omnipotentes, ac Perpetuas nominarunt, ipsam tamen Omnipotentem nec dum dixero: Et ne ipsa nostra hæc disciplinarum Mathematicarum descriptio, sit in Motu Perpetuo, hic ei Quietem impono, Stylumque ad harum Scientiarum particulam illam, quam supra Centrobaricam nominavimus, ampliandam transfero.

# MATHEMATICARVM

Scientiarum, Ordo, & Subdiuisio.

MATHEMATICA scientia est, vel



SANCTO-GALLENENSIS  
E SOCIETATE JESU

DE

CENTRO  
GRAVITATIS

Trium specierum Quantitatis con-  
tinuæ.

LIBER PRIMVS

DE

## CENTRI GRAVITATIS

INVENTIONE.

LIBRI I.

CAPVT I.

DE CENTRIS MAGNI-  
tudinum in communi.



*ESI de solo Centro quod Gravitatis vocant, in sequentibus no-  
stris lucubrationibus futurus sit sermo, ejusq; solius definitio satis nobis fa-  
cere potuisset; quia tamen alia etiam centra à Geometris considerantur,  
ne Lector, cui omnia utcumq; sint nota, dubitare aut in decursu herere  
incipiat, ea omnia, prout magnitudinem seu quantitatem respiciunt, & supponunt fini-  
tam, imprimis sub unica definitione comprehendere, deinde eadem in suas species sub-  
dividere, atq; quambrevissime describere, caterisq; præmittere operæ precium esse  
duximus.*

I. CENTRUM ergo uniuersim sumptum, est punctum quantita-  
tis continuæ, & finitæ, signatum, sive actu, sive potentia, vel in illa ipsa quan-  
titate, ejusve termino, vel extra; cum certo, sive extensionis, sive intercapedi-  
nis, sive habitudinis partium, respectu, ad id cujus dicitur Centrum.

D

2. Cum

2. Cum igitur tria Quantitatis Continuae sint genera, totidem etiam erunt Centrorum; Corporum videlicet, Superficierum, & Linearum. Tria itidem alia, ratione respectus: quae communiter Centra Figuræ, Magnitudinis, ac Gravitationis dicuntur. Quibus omnibus præcedens congruit sive Definitio, sive Descriptio.

3. CENTRUM FIGURÆ Mathematici id punctum esse volunt, à quo Radij, sive Semidiametri figuræ exeunt: vel in quo omnes diametri sese interfecant. Hoc etsi non nisi corporibus, ac superficiebus proprie convenit, quibus nomèn figuræ etiam solum congruit; ad lineas tamen, quæ ex conicis sectionibus oriuntur, referri etiam potest, ut ex conicis patet Elementis. Ipsum autem Centrum tam intra, quam extra figuram, ejusve termino signatur: ut recte Proclus ad definitionem 19 primi Euclidis: intra quidem, ut in Sphæra & Circulo; extra, ut in conoide hyperbolico & hyperbole: in termino vero, ut in hemisphærio, semicirculo, & omnibus Sectoribus: de quibus non cogitasse videtur Proclus loco citato, ubi hanc proprietatem ex figuris planis, soli semicirculo attribuit. Parabola, cujus diametri omnes parallelæ sunt, hoc centro caret.

Latius autem acceptum, saltem pro figuris rectilineis ordinatis, Centrum Figuræ sic à Luca Valerio describitur: *Figuræ aliquæ planæ multilateræ, centrum habere dicuntur punctum illud, in quo omnes rectæ lineæ, vel angulos oppositos jungentes, bisariam secantur, vel ab angulis ductæ ad laterum oppositorum bipartitas sectiones, in easdem rationes.*

4. CENTRUM MAGNITUDINIS id punctum est, quod undique æqualiter, ratione magnitudinis, extensionisve, ab extremis abest. Convenit hoc quidem omni quantitati finitæ, lineis videlicet, superficiebus & corporibus, sed non singulis. Lineæ enim ordinatæ atq; utrinque terminatæ centrum est id punctum, quod eam bisecat: in superficiebus vero, solus circulus, inter corpora sphæra est, cui centrum magnitudinis proprie competit. Improperie tamen locum habet in polygonis & polyedris regularibus, in quibus ipsa latera & hedra, æque ab hoc centro absunt, prout tota considerantur, non autem secundum partes. Aque hac ratione Centrum magnitudinis etiam extra illam quantitatem, cujus centrum dicitur, reperiri potest; ut in lineis curvis in seipsas recurrentibus accidit, qualis est circularis & elliptica, in Zonis, coronisve superficiebus, ac corporibus annularibus. Rectius fortassis sumi ac proponi posset, hæc centri magnitudinis descriptio, si diceretur id esse punctum, quod in lineis quidem eas bisecat; in superficiebus vero, id per quod ducta recta linea quovis modo, superficiem in duas æquales partes dividit; in corporibus autem punctum id, per quod planum quomodocunq; transiens, eodem modo, ut de superficie dictum, corpus æqualiter bipertitur, ita ut partes illæ seorsim sumptæ, & æquales sint, & in homogeneis etiam æquæponderent.

5. CENTRUM deniq; GRAVITATIONIS, cujus gratia hæc præmissimus, atq; de quo solo tractare hoc Opusculo constituimus ab Aristotele imprimis hoc modo describitur. *Centrum gravitatis cujuscunq; gravis, est ejusdem gravis medium.* Vtiq; secundum gravitatem, & nulla alia ratione considerati. A Pappo Alexandrino autem lib. 8 collect. Mathematicarum sic definitur: *Dicimus autem centrum gravitatis unius cujuscq; Corporis esse punctum quodam intra positum; à quo si grave dependens mente concipiatur, dum fertur, quiescit, et servat eam, quam in principio habebat positionem, neq; in ipsa latione circumvertitur.* A Federico vero Comandino in libro de centro

gravitatis solidorum sic describitur. *Centrum gravitatis uniuscujusque solidæ figuræ, est punctum illud intra positum, circa quod undiq; partes equalium momentorum consistunt. Si enim per tale Centrum ducatur planum, figuram quomodocunq; secans, semper in partes aequponderantes ipsam dividet.*

6. Quamvis autem ternæ hæc definitiones solis corporibus appropriatæ sint; quippe quibus solis ac unicis, physicè loquendo, gravitas competit, illisq; re ipsa centrum gravitatis inest, aut extra positum ad illa refertur; eadem tamen libertate, ac privilegio, quo Mathematici superficies & lineas ab ipsis corporibus, à quibus divelli nequaquam possunt, segregant, trinaq; dimensione illas exuunt, atque secundum binas, & unicam tantum considerant, easdem gravitate induere nobis erit licitum; quodque de superficiebus ab alijs, magno rerum Mathematicarum commodo, atque disciplinæ perfectione, utilitate, excellentiaque factum legimus, etiam lineis accomodare, deq; earum gravitatis centro, ad artis scientiaque amplificationem, augmentum, supplementumq;, majorum vestigijs insistentibus, ratiocinari. Neque novis propterea aut definitionibus aut descriptionibus Centri opus habemus; præcedentes enim universales sunt, si voci *corporis* seu *figuræ solidæ* substituatur vox *quantitatis finitæ*, & quod dicitur de *plano secante*, lineæ etiam secanti, ac puncto dividenti accomoderetur; attamen quia illud *intra positum* aliquo modo violenter, vel aptari, vel explicari debet, in ijs quantitibus, in quibus Centrum extra positum reperitur; ut fit à Giudo Vbaldo in Præfatione ad libros Archimedis de æqueponderantibus, rectius omittuntur duo illa vocabula, & ad imitationem nostræ omnium Centrorum universalis definitionis initio positæ, definitio accomoderetur ita, ut Commandini descriptio sic habeat.

7. *Centrum gravitatis uniuscujusq; quantitatis finitæ, est punctum illud, vel in illa ipsa quantitate, ejusve termino, vel extra positum, circa quod undiq; partes equalium momentorum consistunt. Nam vel Centrum ipsum, vel linea recta, planumve per centrum quomodocunq; ductum, semper in partes aequponderantes propositam quantitatem secabit.*

Notandum vero partes illas binas quantitatis ab isto puncto, linea, aut plano secante factas, æqueponderantes esse respectu Centri gravitatis totius; hoc enim est esse equalium momentorum; non autem si separatim positæ, quasi in bilance, seorsim ambæ ponderarentur. Quamvis enim hoc in pluribus homogeneis verum sit, ut in linea recta, in pluribus figuris planis, in sphaera, &c. Universaliter tamen falsum est, & maxime in irregularibus, in quibus sæpe partes parvæ, & ponderositatis seu gravitatis exiguæ, seorsim consideratæ, quæ à Centro longius absunt, æqueponderant partibus multo gravioribus, prope Centrum sitis.

Lucas Valerius in suis de Centro gravitatis solidorum libris, Centrum gravitatis sic definit. *Cujuslibet figuræ gravis centrum gravitatis est punctum illud, à quo suspensum grave perse manet, partibus quomodocunq; circa constitutis.* Quæ definitio universalior erit, si vox *figuræ* omittatur: quemadmodum etiam sequens Stevinij definitio, si voci *corpus* substituatur *grave*. Sic enim habet:

*Gravitatis centrum est ex quo, vel sola cogitatione, suspensum corpus, quemcunque situm dederis, illum retinet.*

8. Quamvis autem sat esse possit, quod centrum gravitatis omnes tres quantitatis species sui juris fecerit; quia tamen qualibet Species suos diversos, quibus

clauditur habet terminos, qui, ut sunt termini, per se, cum diverso respectu, & ut graves, sumi queunt, ac proinde proprium etiam sibi gravitatis centrum vendicare. Triplex rursus nobis nascitur Centri gravitatis species, Terminorum videlicet & ipsarum linearum, & superficialium, & corporum: hoc est, Punctorum, Linearum, ac Superficialium, vel in se recurrentium, vel mutuo sibi undiq; nexarum. Enim vero centrum gravitatis figuræ planæ, exempli gratia, trianguli, aliquando idem est cum Centro sui perimetri seu ambitus, aliquando diversum: & sic de reliquis. Quare jure merito utriusq; & figuræ, & perimetri diversa habenda est ratio, Centrumque gravitatis in sex species transfundendum.

9. Cæterum cum Archimedes acutissime de Centro gravitatis, in aureis illis de Aequponderantibus libellis scripserit, in eosque Guid-Vbalvus ex Marchionibus Montis, pari felicitate ac doctrina commentatus sit, non est quod multa huc pertinentia inde describamus, cum lector ea inde petere possit. Nobis enim propositum hoc loco est, ea tantum fusiori prosequi Stylo, quæ ad gravitatem spectant linearum, de quibus hactenus nemo. Ne tamen nobis sive necessaria, sive utilia ad finem nostrum consequendum desint, aliqua, & in primis priores propositiones huc transferamus, ab ipsis incipientes Archimedis Principijs ac Postulatis.

Pro quibus Lectorem admonitum volo primo, ubi nominantur simpliciter gravia, plerumq; eorum nomine intelligere nos posse, omnem quæ gravitatem suscipit quantitatem, sive gravitas re ipsa ei insit, ut in corporibus, sive per intellectum tantum, ut superius de lineis, ac superficiebus diximus; ita tamen ut inter se comparari possint, proprie loquendo, gravia tantum ejusdem speciei, non autem etiam diversæ, lineæ videlicet cum superficiebus, & hæc cum solidis, qua de re fusius infra ad Postulata Archimedæa.

Secundo cum quantitas re ipsa, ut est materiata in corporibus, constet ex partibus vel homogenijs vel heterogenijs, vel ita constare intelligi possit, ut in superficiebus, & lineis; in quibusdam nobis liberum erit intelligere vel has vel illas, in alijs vero omnino ad homogeneas adstringemur. Libertas hæc dabitur fere semper, quando plura inter se comparantur gravia, figuræ ac extensionis plerumque indeterminatæ, in quibus gravitatis centrum notum ac inventum supponitur, atq; ex eo suspenduntur, ut fit in Postulatis primo, secundo, tertio, quarto & octavo. Adimitur autem, atq; ad partes tantum homogeneas compellit, quando de una tantum sermo est; vel de pluribus, ijsq; in specie, seu figura, ac magnitudine determinatis, cujus, vel quarum Centrum gravitatis inquiritur, aliave proprietas consideratur, ut patebit Postulatum quintum & sextum contemplanti. Quomodo enim certa & universalis daretur regula, quando figura, exempli gratia, superficialis quadrata, cui centrum gravitatis assignandum sit, non uniformiter supponeretur, quo ad gravitatem, extendi; sed partes quædam æquales, quoad extensionem, & magnitudinem, eaq; incertæ, aliæ alijs graviore essent? His ergo præmissis

rem ipsam aggredimur.



## CAPUT II.

## DE PRINCIPIIS VNIVER-

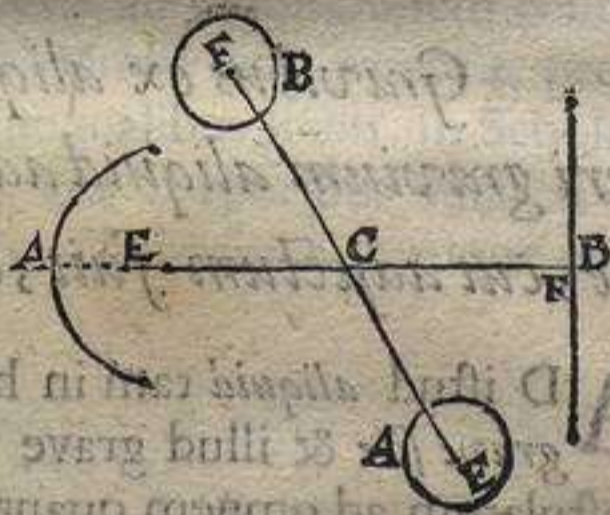
versalibus ad Tractatum de Centro Gra-  
vitatibus spectantibus.

**D**OSITIS eorum de quibus tractare constituerunt Geometra, certis definitionibus, mox subjungere illis solent, si opus fuerit, Principia alia, quae ipsis Postulata siue Petitiones vocantur, & tales quidem, quae ab omnibus, modo lumine utantur natura, concedi ultro consueverunt; deinde etiam Axiomata, seu Communes animi notiones, immo & Suppositiones: quibus Principijs cum nos vel ad propositum nostrum aliquo modo indigeamus, vel ipse, ut in medium proferantur, requirat doctrinae ordo: Sufficiant autem ea quae ab alijs tradita jam sunt, ne actum agere videamur, saltem quoad ipsa prout nude proponuntur, Principia, nova alia, aut alio modo, proponere nolimus. Placet ergo imprimis Postulata Archimedis ex libro primo equiponderantium, prout à Guid-Vbaldo recensentur, ceteris, ut conuenit, praemittere, deinde ipsiusmet Guid-Vbaldi tria Axiomata, cum vnica ejusdem Suppositione adijcere; deniq; ipsas Archimedeas Propositiones huc spectantes subjungere. Hisce autem, & maxime ijs quae proprie ad nostrum institutum faciunt, proprias adjungemus Notas.

## POSTULATVM I.

Gravia equalia ex equalibus distantijs equiponderare.

**S**INT gravia duo equalia  $A$  &  $B$ , ex eorum Centris gravitatis  $E$  &  $F$ , in linea recta  $EF$ , ita suspensa ut distantiae,  $EC$ ,  $CF$  sint inter se equalis. Postulatur ut intelligatur ea hoc modo, & quovis situ, aequi ponderare; id nimirum quod ex natura centri gravitatis, ut ex ejus constat definitionibus, cujus tanquam utriusque gravis communis, punctum  $G$  vicem gerit, necesse est evenire. Ut pluribus hoc loco ostendit Guid-Vbaldo.



2. Quando vero dicitur *Gravia equalia*, si aequalitas intelligitur de gravitate, prout ipsa absolute per se sola sumi posse videtur, sine ullo ordine ad extensionem; tunc sequeretur lineam aliquam posse esse aequae gravem alicui superficiei, & haec utraque, siue seorsim, siue simul sumptae, alicui corpori. Sequeretur etiam idem corpus se ipso & levius, & gravius esse posse, nulla accedente per qualitates quantitatis mutatione. Esto enim, cubus aliquis secundum eorum sententiam, qui indivisibilia actu existere (etiam in corpore) negant; sed corpus terminari negativè, nimirum per non ultra extensionem asserunt; talis cubus suo certe constabit pondere; accedent jam

sex quadratæ superficies, cum 24 lineis, à Physico alio, qui & lineas & superficies nobis ultro concesserit, acceptæ; quæ cum & ipsæ nobis ponderosæ sint, priorique addantur corpori: pondus ergo additum ponderi, plus gravitat. Quare cubus iste per hanc accessionem neque major neque minor effectus, plus ponderabit quam ante, idest, se ipso.

3. Quia tamen, ut post dicemus, hoc nullo modo fieri potest, ut nimirum gravitas in proposito nostro ab extenso, cui quomodocunque inesse dicatur, separetur; id circo etsi æqualitas hic sumatur penes gravitatem, id tamen fit in ordine ad quantitatem extensam, cui gravitas inesse dicitur; ac proinde quamvis Postulatum omni conveniat quantitatis speciei, ad eandem tamen eamque certam restringendum est; non autem ad ejusdem, sub ea quantitate, magnitudines, seu formas magnitudinum. Dico, si res agitur de gravitate linearum, restringitur Postulatum quidem ad gravitatem tantum, quam lineis inesse supponimus, non tamen ad eandem speciem linearum, ad rectas scilicet tantum, vel mixtas; sed duæ lineæ vocari poterunt æque graves, seu cum Archimede *æqualia gravia*, etiamsi altera sit curva, & altera recta.

## I I.

*Æqualia vero gravia ex inequalibus distantijs non æqueponderare, sed præponderare ad grave ex majori distantia.*

Hoc ex præcedenti adeo clarum est, ut verbis non indigeat. Omni etiam quemadmodum Postulatum præcedens, speciei quantitatis convenit, si magnitudines ejusdem speciei tantum, inter se conferantur.

## I I I.

*Gravibus ex aliquibus distantijs æqueponderantibus, si alteri gravium aliquid adjiciatur, non æqueponderare; sed ad grave, cui adjectum fuit, deorsum ferri.*

AD istud aliquid tam in hoc quam in sequenti Postulato subintellige: quod grave sit: & illud grave sit sub eadem quantitatis specie (nam etiam hoc postulatum ad omnem quantitatis speciem se extendit) aliter adjectio ista fieri non posset. Nam etiamsi milliones linearum alicui superficiem, aut corpori adjiciam, nulla tamen fit inde vera compositio vel augmentum, quantitatis illius cui adjicitur: neque corpus hoc, cui lineæ aut superficies adjiciuntur, inde fit majus aut magis extenditur, & consequenter neque gravius evadit. Linea tamen lineæ adjecta, majorem in longitudine facere potest extensionem, quomodocunque tandem extendatur sive in rectum, sive in transversum, sive in curvum, sive mixtum, &c. Et superficies addita superficiem, auget eam cui adjicitur, modo ita adjiciatur, ut & extensio augeatur, tunc enim augetur etiam ipsius gravitas. Ac proinde etiam in hisce illibata servanda est *lex homogeneorum*. Admittitur tamen aliqua saltem diversarum specierum compositio, ut infra dicemus, ad quartam hujus capituli Propositionem.

2. Admittitur aliqua etiam ejusdem speciei auctio gravitatis, sine augmento extensionis, quando nimirum aliqua, vel superficies, immo etiam aliqua corpora, simul, ut mox dicemus, posita, secundum multitudinem seu numerum accipiuntur: in hoc casu enim multiplicatur quidem gravitas, non autem extensio inde augetur. Vocari autem potest hæc quantitatis simul positio; Penetratio, Superimpositio, Coaptatio, Adaptatio, Congruentia, Convenientia, Simultanea multiplicatio &c. Atque de hac habemus Principium in Elementis, quod inter Axiomata initio Elementorum Euclidis octavo loco ponitur, quod sic habet: *Quæ sibi mutuo congruunt, ea inter se sunt equalia.* Apud nos quidem non necessario requiritur ista æqualitas eorum, quæ dicuntur se penetrare, sibi superimponi &c. Sed potest minor quantitas esse simul cum majore, manente excessu extensionis penes majorem. Requiritur autem necessario ut ista congruentia sit inter ea, quæ sunt ejusdem speciei, & quantitatis & magnitudinum, hoc est, linæ rectæ cum linæ recta, superficiæ planæ, cum plana alia; in corporibus tamen, ubi æqualitas non requiritur, non est habenda ratio speciei magnitudinis, sed cubus penetrare potest spheram, & contra.

3. Quamvis autem quando duæ aut plures rectæ linæ æquales, aut planæ superficies & æquales & similes, quoad figuram, altera alteri superponatur suo modo etiam fiat penetratio, ita ut utraq; vel plures coalescant quasi in unam, possunt tamen tales quantitates revera sumi ut plures, quæ sint immediate simul. De binis quidem res manifesta est: Nam si basis seu quadrata superficies unius cubi superimponatur basi alterius cubi æqualis, ita ut sibi mutuo congruant, clarum est nullam factam esse neque quoad lineas, neque quoad superficies ulteriorem extensionem, & tamen re ipsa sunt, dici, ac sumi possunt, ut duæ superficies, & octo linæ; ac proinde is qui gravitatem lineis ac superficiebus concedit, concedere etiam debet, ut gravitas unius basis, quæ quatuor lineis continetur, duplicetur. Exemplum hujus penetrationis & multiplicationis quo ad gravitatem, sine ulteriori extensione, in lineis, in ordine ad inquisitionem centri gravitatis earum, in rectis quidem & æqualibus, habemus infra capite 4. propositione 8. seu ultima; in circularibus autem & inequalibus lineis, in Scholio propositionis 4. capitis 5. Alia pro superficiebus aut corporibus idcirco omisimus, quod usum hujus nondum plene perspectum habeamus, eamque obiter hoc loco indicasse satis esse judicaverimus.

## I V.

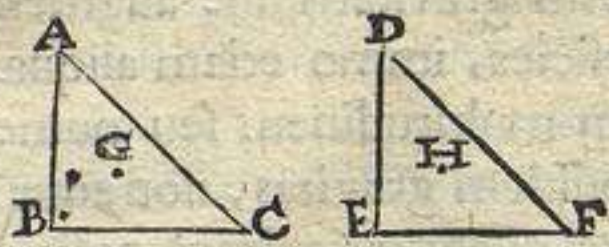
*Similiter autem, si ab altero gravium auferatur aliquid, non æqueponderare; verum ad grave, à quo nil ablatum est, deorsum tendere.*

HÆC ex præcedenti clara sunt.

## V.

*Æqualibus, similibusq; figuris planis inter se coaptatis, centra quoq; gravitatum inter se coaptari oportet.*

Sint



Sint duæ planæ superficies, exempli gratia, triangulæ  $ABC, DEF$ , quarum centra gravitatis sint puncta  $G$  &  $H$ , intelligantur [ *juxta axioma 8. libri 1. Euclidis* ] altera alteri superponi; sequitur eas in unam coalescere superficiem

planam, atque adeo idem punctum utriusque fore centrum gravitatis;  $G$  videlicet &  $H$  in unum etiam coalescere punctum. Idem etiam verum est, non solum in superficiebus planis, sed in quibusvis alijs æqualibus & similibus, puta curvis vel diversimode angulatis: Ita ut similitudo non tantum adstringatur ad superficiem terminos, sed etiam ad ejusdem extensionem, ita ut postulato addatur *similiter extensis*, ea enim eodem modo sibi coaptatæ in unum coalescunt, ut de duabus æqualibus superficiebus hemisphæricis quilibet sibi poterit imaginari.

Verum etiam est universaliter in quibusvis lineis æqualibus, & similiter in eodem plano sitis, illæ enim eodem modo juxta dictum axioma sibi mutuo superimponi possunt, atque in unum quasi coalescere, & quia hoc fieri in corporibus etiam potest, idcirco hoc Postulatum ad omnem etiam quantitatis speciem se extendit, modo omissis vocabulis *figuris planis*, substituatur *magnitudinibus*, & Postulatum sic proponatur.

Æqualibus, similibusque similiterq; extensis magnitudinibus inter se coaptatis, centra quoque gravitatis eorundem inter se coaptari oportet.

## V I.

*Inæqualium autem, sed similibus centra gravitatum esse similiter posita.*

Postulatum hoc trinæ convenit speciei quantitatis continuæ, lineis scilicet, superficiebus, & solidis. Positionis vero punctorum similitudinem Archimedes sic definit.

## V I I.

*Dicimus quidem puncta in similibus figuris esse similiter posita, à quibus ad æquales angulos ductæ rectæ lineæ, cum homologis lateribus angulos æquales efficiunt.*

Similitudinem rectilinearum figurarum Euclid. [ *lib. 6. def. 1.* ] sic determinat, *quæ & angulos singulos singulis æquales habeant, & latera quæ circum æquales angulos proportionalia.* De solidis vero [ *def. 9. lib. 11.* ] sic habet: *Similes solidæ figuræ sunt, quæ similibus planis continentur, multitudine æqualibus.* Constat autem etiam Archimedes de hisce tantum figuris loqui; de quibus Euclides, cum & ipse laterum atque angulorum mentionem faciat. Et licet Postulatum intelligi commodè possit tam de planis, quam de solidis, imo extendi etiam ad  
lineas

lineas; & quod plus est, similitudinis definitio ampliari, ita ut non angulatis tantum dicatur figuris convenire, sed quibusvis similiter extensis; non enim ovum, ut ajunt, ovo similis, quam circulus circulo, sphaeraque sphaera; verum quia parum ad nostrum videtur facere institutum, plura non addimus.

## VIII.

*Si magnitudines ex aliquibus distantijs aequponderant,  
& ipsis aequales ex iisdem distantijs aequponderabunt.*

**F**acilius ab incipiente hoc Postulatum admittetur, si de aequalibus tantum distantijs proponatur: Sublatis enim prioribus magnitudinibus, & alijs iisdem aequalibus substitutis, per conversum primum postulatum, quae est Archimedis prima propositio, & ipsae aequales erunt, & per ipsum Postulatum aequponderabunt. Sed Universaliter ab Archimede proponitur de quibusvis distantijs, sive aequalibus, sive inaequalibus. Vocabula autem *ipsis aequales* oportet referre non ad magnitudines, sed ad gravitates: nam Postulatum ad omnem etiam se extendit speciem quantitatis, & sub eadem, omnibus omnino convenit magnitudinibus, quomocunque inter se sumptis.

2. Quare nullo modo audiendi sunt illi, qui putant huic Postulato subesse *Tautologiam*, cum enim aequalitas aequponderantium sumatur, ut diximus, penes pondus seu gravitatem, magnitudines interim aequponderantes possunt esse diversae, & curva linea aequponderare rectae, triangulum quadrato, sphaera cubo, &c. et sic altera alteri substitui. Constat ergo non esse hic vitium identitatis: ut interim nihil dicam de diversâ materia, sphaera scilicet lignea, & cubo metallino, quae corpora aequponderare, & homogeneis ex alia materia substitui queunt. Vfus certe hujus Postulati, qui apparebit infra ad septimam hujus capituli propositionem, omnem tollet dubitationem ac difficultatem.

3. Erit autem vſus hujus postulati adhuc amplior, si id sic proponatur..

*Si magnitudines ex aliquibus distantijs aequponderant, & ipsis aequales in proportione, ex iisdem distantijs aequponderabunt.*

Et sic hoc principium universalissime propositum est, cui facile etiam assensum praebit is qui Archimedis Postulatum admittit, & quid sit proportio intelligit; aequalitatem enim quam Archimedes astringit ad gravia, nos extendimus ad proportionem gravium; ita ut si duo gravia, alterum, exempli causa, octo librarum, alterum vero quatuor, ex aliquibus distantijs aequponderant, ex vi hujus principij seu postulati, ex iisdem distantijs aequponderare dicantur alia duo gravia, etiamsi non sint prioribus aequalia in pondere seu gravitate, eandem tamen inter se, quam priora, ponderum habeant proportionem, qualia in nostro exemplo sunt duo gravia, quorum unius gravitas sit duarum librarum, alterum unius. Nam si gravi majori ex prioribus, quod est quatuor librarum, tantum addatur in gravitate, quantum ipsum est, id est, aliae quatuor librae, erit inter ipsa gravia aequalitas, utrobique scilicet, pondus octo librarum; & sic ex primo postulato ex aequalibus distantijs aequo-

E

ponde.



ponderabunt. Idem plane accidit posterioribus gravibus, si enim minori, quod est unius libræ, addatur tantum quantum ipsum est, efficiuntur etiam duæ libræ, &c.

## IX.

*Omnia figura, cujus perimenter sit ad eandem partem concava, Centrum gravitatis intra figuram esse oportet.*

Quomodo hoc Postulatum intelligendum, & quæ figuræ ad eandem partem dicantur concavæ, vide Guid-Vbaldum hoc loco; ex quo sequentia axiomata, seu ut ipse vocat, *Communes Notiones*, ex tractatu de libra, mutuata, hisce Archimedæis principiis adjungere placuit.

## X.

*Si ab æqueponderantibus æqueponderantia auferuntur, reliqua æqueponderabunt.*

## XI.

*Si æqueponderantibus æqueponderantia adijciantur, tota simul æqueponderabunt.*

## XII.

*Quæ eidem æqueponderant, inter se æque sunt gravia.*

Sed & hæc tria axiomata omni competunt speciei quantitatis continuæ, omnibusq; sub eadem specie magnitudinibus, quomodocunque inter se sumantur.

## XIII.

*Unius magnitudinis finite, unum tantum est centrum gravitatis.*

Quod ipsum à Guid-Vbaldo supponitur. His autem ita præmissis institutum prosequamur ordinem.

Sequantur ergo Propositiones, ex eodem libro primo Archimedæis de æqueponderantibus, ejusque Commentatore Guid-Vbaldo desumptæ.

## PROPOSITIO I.

*Gravia quæ ex æqualibus distantijs æqueponderant, æqualia sunt.*

Pro-



**P**ropositio hæc convertit vnam Postulati primi partem; ibi enim ex gravibus, & distantijs æqualibus deductum est æquilibrium, hic ex æquilibrio, & æqualibus distantijs arguitur æqualitas gravium.

Altera pars sic convertitur: *Gravia æqualia quæ æqueponderant, ex æqualibus etiam distantijs sunt appensa.* quod clarum est: si enim distantia essent inæquales, pugnaret id cum secundo Postulato.

Cæterum hæc propositio universalis est, & ad omnes quantitatis species sese extendit, juxta supra dicta. Æqualitas autem gravium consistit in gravitate, licet interdum etiam magnitudini conveniat. Quæ duo etiam de duabus proxime sequentibus propositionibus dicta volo.

## P R O P O S I T I O I I.

*Inæqualia gravia ex æqualibus distantijs, non æqueponderabunt, sed preponderabit ad majus.*

## P R O P O S I T I O I I I.

*Inæqualia gravia ex distantijs inæqualibus æqueponderabunt, majus quidem ex minori.*

**Q**uamvis hic in genere asseratur, gravia inæqualia non posse, nisi ex inæqualibus distantijs, æqueponderare, quod verissimum quidem est: non licet tamen hinc in specie argumentari, ad quasvis inæquales distantias, quæ infinitæ sunt; cum propositio de vnica tantum inæqualitatis proportione verificari possit; quæ autem illa sit, propositionibus sexta & septima demonstratur.

## P R O P O S I T I O I V.

*Si due magnitudines æquales non idem Centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utrisq; magnitudinibus compositæ, centrum gravitatis erit medium rectæ lineæ, gravitatis Centra magnitudinum conjungentis.*

**P**ropositionis hujus, cum vniversalis sit, omniq; conveniens quantitatis speciei, atque ad propositum nostrum propius accedat, demonstrationem Archimedis ex Guid-Vbaldo huc transferemus, quæ sic se habet:

Sit quidem punctum *A* Centrum gravitatis magnitudinis *A*; & punctum *B*, Centrum gravitatis magnitudinis *B*, puncta jungens *AB* bisariam dividatur in *C*. Dico magnitudinis ex utrisque magnitudinibus compositæ, Centrum gravitatis esse punctum *C*. Si enim non; sit vtrarumque magnitudinum *A* & *B*, Centrum gravitatis punctum *D*, si fieri potest. Quod autem sit in-





linea  $AB$  præostensum est. Quoniam igitur punctum  $D$  Centrum est gravitatis magnitudinis ex  $A$  &  $B$  compositæ, suspenso puncto  $D$ , æqueponderabunt. Magnitudines igitur  $A, B$  æquales, æqueponderant ex distantijs  $AD, DB$  inæqualibus existentibus, quod fieri non potest. Aequalia enim gravia ex distantijs inæqualibus non æqueponderant. Non est igitur  $D$  ipsarum magnitudinum Centrum gravitatis. Quod cum de quovis alio puncto, præter  $C$ , dici possit, manifestum est punctum  $C$  centrum esse gravitatis magnitudinis ex  $A, B$  compositæ. Quod erat demonstrandum.

## S C H O L I U M.

**N**on autem prætereundum est Archimedes hic quantitates diversæ speciei saltem aliquomodo componere. Enimvero cum magnitudines  $A$  &  $B$  tam solida, quam superficies esse possint, eas tamen per rectam  $AB$  conjunctas, ut unam sumit, atque adeo per lineam  $AB$  componit; Cujus compositæ magnitudinis pars est ipsa linea  $AB$ , atq; hujus Totius centrum gravitatis invenire ipse docet.

Et quia magnitudo sic composita, ab Archimede consideratur ut gravis est, (de illius enim disputat Centro gravitatis) manifestum est nos nihil contra Archimedes machinari, qui lineis gravitatem attribuimus.

Quod vero Archimedes dicit se præostendisse, Centrum gravitatis necessario in linea  $AB$ , Centra gravitatis utriusque magnitudinis conjungente, existere; qualiter verum sit, vide hoc loco in expositione Guidi-Vbaldi, quam ex præmissis ab Archimede id necessario deducit. Nos vero hoc ipsum ponimus hujus propositionis.

## C O R O L L A R I U M I.

**D**UARUM quarumvis magnitudinum ejusdem speciei quantitatis, Centrum gravitatis commune, existit in linea recta, centra gravitatis utriusque magnitudinis seorsim sumptæ connectente.

## C O R O L L A R I U M II.

Patet etiam solidis & superficiebus, solidis item & lineis, superficiebus etiam, & lineis simul, commune dari non posse Centrum gravitatis. Esto enim, magnitudines diversæ speciei quodammodo per lineam rectam componi possint, & ut una sumi magnitudo, ut paulo ante diximus, non possunt tamen ullo modo dici æquales, ac proinde compositæ magnitudinis cum Archimede assignare non poterimus Centrum commune gravitatis.

## C O R O L L A R I U M III.

Sequitur etiam non solum lineas sumi posse ut graves, suaque habere gravitatis Centra, sed etiam cujusvis lineæ rectæ finitæ Centrum gravitatis, in medio ipsius consistere. Ablatis enim à linea  $AB$ , gravibus  $A$  &  $B$  æqueponderantibus, quæ relinquentur æqueponderabunt. At relinquantur lineæ  $AC, CB$  æquales, hoc est, tota recta  $AB$ . Ergo ex puncto  $C$  suspensa æqueponderabit, atque in quovis situ manebit; quæ est definitio Centri gravitatis.

P R O.



## PROPOSITIO V.

*Si trium magnitudinum Centra gravitatis in recta linea fuerint posita, & magnitudines equalem habuerint gravitatem, ac rectae lineae inter Centra fuerint aequales, magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae Centrum gravitatis erit punctum, quod & ipsarum mediae Centrum gravitatis existit.*

**S**ed & haec propositio universalis est, & quia per se clara, demonstrationem ejus lubens omitto. Corollaria tamen ipsius, ab ipso Archimede, ut reor, posita, minime omittenda judico.

## COROLLARIUM I.

**E**X hoc autem manifestum est, si quotcumque magnitudinum & numero imparium, Centra gravitatis in recta linea constituta fuerint, & magnitudines equalem habuerint gravitatem, rectaeque lineae inter ipsarum Centra fuerint aequales; magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae, Centrum gravitatis esse Punctum, quod & ipsarum mediae Centrum gravitatis existit.

## COROLLARIUM II.

**S**I verò magnitudines fuerint numero pares, & ipsarum Centra gravitatis in recta linea extiterint, atque magnitudines equalem habuerint gravitatem, rectaeque lineae inter Centra fuerint aequales: magnitudinis ex omnibus magnitudinibus compositae, Centrum gravitatis erit medium rectae lineae, quae magnitudinum Centra gravitatis conjungit.

## PROPOSITIO VI.

*Magnitudines commensurabiles, ex distantijs eandem permutatim proportionem habentibus, ut gravitates, aequponderant.*

**P**roprietas haec quae in ista, ac sequenti propositione demonstratur, ut est universalis, ita & vere aurea, atque summae in rebus mechanicis tam utilitatis, quam momenti est, jureque merito à Guido Ubaldo praecipuum, ac praestantissimum vocatur Mechanicum fundamentum. Nam & ipse Archimedes propositionem hanc tanti fecit, ut hoc libro eam prius de magnitudinibus commensurabilibus, in sequenti verò de incommensurabilibus demonstraverit, ut jure cum Guido Ubaldo una eademque propositio duabus constans partibus, haec & sequens, dicenda sit. Deinde alio medio usus, libro secundo propositione prima, hanc eandem proprietatem singulariter in ijs sectionibus

conicis, quas parabolas vocant, demonstrat. Altera autem propositionis pars, vel ipsa septima in ordine, sic habet.

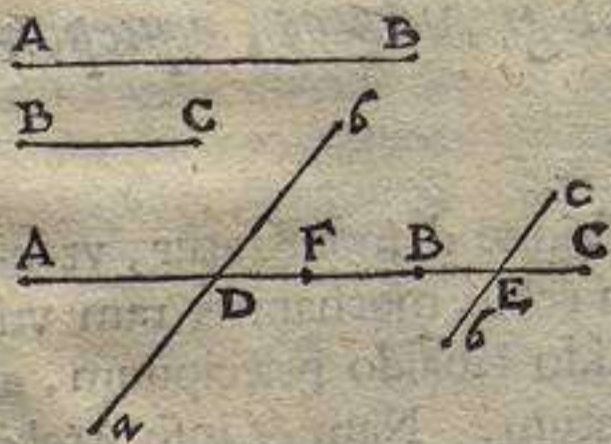
PROPOSITIO VII.

*Si autem magnitudines fuerint incommensurabiles, similiter æqueponderabunt ex distantijs permutatim eandem, atque magnitudines, proportionem habentibus.*

1. **V**alde ad propositum nostrum faciunt ea quæ hisce propositionibus subjungit Guido Vbaldus hisce verbis: *In hoc fundamento demonstrando minime diminutus extitit Archimedes. Nam si ad propositiones ab ipso allatas, præcipueq; ad vim demonstrationum respiciamus, sive magnitudines intelligantur ejusdem speciei, sive diversæ; sive homogeneæ, sive heterogeneæ; sive planæ, sive solidæ; & hæc quidem sive rectilineæ, sive quomodocunq; mixtæ; nihilominus demonstrationes idem prorsus concludent: ita ut Archimedes non de aliquibus magnitudinibus tantum demonstrationes attulerit; sed de omnibus prorsus demonstraverit. In his enim non ad magnitudines tantum, verum ad magnitudinum gravitates potissimum respexit. Hæc ille. solum non nominavit lineas, cætera omnia ex voto nostro.*

2. Quanquam autem res ita se habeant circa harum, quas hic retulimus, binarum propositionum demonstrationes, nos tamen ex sola illa nostra cogitatione, qua lineis gravitatem attribuimus, & ijs quæ præmissimus, utriusque propositionis demonstrationem univalem, pro quibusvis magnitudinibus, sive illæ commensurabiles sint, sive non, adinuenimus: facilem quidem eam, brevem, atque cujus quasi obviam, Archimedææ tamen longiori non abfimilem.

UTRIVSQUE PROXIME PRÆCEDENTIS PROPOSITIONIS, unica Demonstratio.



**S**int duæ rectæ lineæ inæquales sive commensurabiles, sive incommensurabiles  $AB$ ,  $BC$ , Dico primo, eas ex distantijs eandem, permutatim, atque ipsæ lineæ, proportionem habentibus, æqueponderare. Connectantur lineæ ita, ut sibi in directum jaceant, atq; unam quasi constituant rectam  $ABC$ . Erit autem majoris  $AB$  Centrum gravitatis in  $D$ , medio videlicet ipsius puncto, [ex Corollario 3 Propos. 4.] Eadem ratione punctum  $E$ , in medio rectæ  $BC$  consistens, ipsius erit Centrum gravitatis, nec non medium Punctum  $F$ , totius compositæ  $AC$ , ita ut ambæ lineæ  $AB$ ,  $BC$  ex hoc Puncto  $F$  suspensæ æqueponderent: hoc est enim esse commune utriusque Centrum gravitatis: Ostendendum ergo distantias  $FD$ ,  $FE$ , ex quibus lineæ ex Centris proprijs suspenduntur,

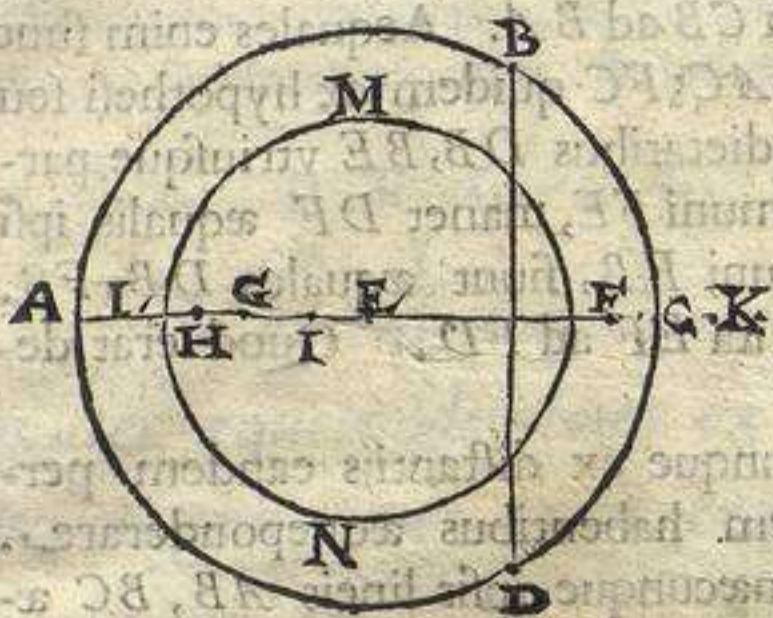
duntur, esse inter se in ea proportione, qua  $CB$  ad  $BA$ . Aequales enim sunt  $DE, FC$ , quia utraque est medietas totius  $AC$ ;  $FC$  quidem ex hypothesi seu structura,  $DE$  verò quia componitur ex medietatibus  $DB, BE$  utriusque partis  $AB, BC$ , totius  $AC$ . Quare ablata communi  $FE$ , manet  $DF$  æqualis ipsi  $EC$ , hoc est, ipsi  $BE$ ; & addita communi  $FB$ , fiunt æquales  $DB, FE$ . Ergo ut  $DB$  ad  $BE$ , hoc est, ut  $AB$  ad  $BC$ ; ita  $EF$  ad  $FD$ . Quod erat demonstrandum.

**D I C O** Secundo, gravia quæcunque ex distantijs eandem permutatim, atque ipsa gravia, proportionem habentibus æqueponderare. Ex Postulato namque octavo præmissò, quæcunque ipsis lineis  $AB, BC$  æquegravia, ex iisdem distantijs æqueponderant: Atqui quibuscunque gravibus, in quacunque proportione, quoad gravitatem datis, dari possunt lineæ eandem habentes proportionem, de quibus idem quod de lineis  $AB, BC$  ostensam est, demonstrari potest. Ergo dictis illis lineis amotis, & datis gravibus alijs substitutis, illa ex iisdem distantijs æqueponderabunt. Quod erat demonstrandum.

Quod ut rectius & clarius percipiatur, notandum est lineas  $AB, BC$  ex Punctis seu Centris  $D \& E$  suspensis, ex  $F$  æquiponderare, sive hunc situm habeant sive alium, ex definitione Centri gravitatis, quod dictæ lineæ commune habent, uti diximus in Puncto  $F$ . Fingatur quippe  $DE$  esse aliam rectam, &  $AB, BC$ , circa Centra sua  $D \& E$  esse circumductas, ut habeant situm eum, quem  $ab$  &  $bc$  habent, adhuc æqueponderabunt. Ergo sublatis omnino lineis  $ab, bc$ , & alijs gravibus, cujuscunq; speciei quantitatis, modo sint ejusdem, substitutis, in gravitate cum ipsis lineis amotis æqualem proportionem habentibus, quorumque Centra gravitatis sint eadem puncta  $D \& E$ , adhuc æqueponderabunt, [ ut patet ex eodem octavo Postulato, à nobis universaliter propositò. ] Constat ergo id quod proposuimus.

### PROPOSITIO VIII.

*Si ab aliqua magnitudine magnitudo auferatur, quæ non habeat idem Centrum cum tota, reliquæ magnitudinis Centrum gravitatis est in recta linea, quæ conjungit Centra gravitatum totius magnitudinis, & ablatæ, ad eam partem producta, ubi est Centrum totius magnitudinis, ita ut assumpta aliqua ex producta, quæ conjungit Centra prædicta, eandem habeat proportionem ad eam, quæ est inter Centra, quam habet gravitas magnitudinis ablatæ, ad gravitatem residuæ, Centrum erit terminus assumptæ.*



**S**it alicujus magnitudinis peripheriæ nimirum circuli  $ABCD$ , Centrum gravitatis  $E$ , ex qua auferatur segmentum circularis peripheriæ  $BCD$ , cujus Centrum gravitatis sit  $F$ ; in conjuncta ergo  $FE$ , ex parte  $E$  producta assumatur  $EG$ , quæ ad  $EF$ , eandem habeat proportionem, quam habet magnitudo  $BCD$ , ad  $BAD$ : ostendendum est peripheriæ reliquæ  $BAD$ , Centrum gravitatis esse Punctum  $G$ . Si enim non est, esto aliud quodpiam Punctum  $H$ . Quoniam igitur magnitudinis  $BCD$ , Centrum gravitatis est Punctum  $F$ , magnitudinis verò  $BAD$ , est Punctum  $H$ , magnitudinis ex utrisque magnitudinibus  $DAB$ ,  $BCD$ , compositæ, hoc est, totius peripheriæ  $ABCD$ , Centrum gravitatis erit [ex precedentibus,] in linea  $FH$ , ita divisa, ut partes ipsius permutatim eandem habeant proportionem, ut magnitudines. Quare Punctum  $E$  totam  $FH$ , non dividet in eam proportionem; ut  $HE$  ad  $EF$  sit, ut magnitudo  $BCD$  ad  $BAD$ . Nam ut  $BCD$  ad  $BAD$ , ita facta est  $GE$  ad  $EF$ ; si igitur secetur recta  $FH$ , secundum proportionem ipsius  $BCD$  ad  $BAD$ , sectionis punctum non erit  $E$ ; cum fieri non possit ut  $GE$  ad  $EF$ , eandem habeat proportionem, quam  $HE$  ad eandem  $EF$ . Sectionis igitur punctum erit diversum ab  $E$ , ut puta punctum  $I$ , ita ut  $HI$  ad  $IF$  sit, ut  $BCD$  ad  $BAD$ . unde [ex precedentibus] sequitur punctum  $I$  Centrum esse gravitatis, magnitudinis ex  $BAD$ ,  $DCB$  compositæ, hoc est, totius peripheriæ  $ABCD$ , quod est absurdum; cum punctum  $E$  sit ipsius Centrum. Non ergo aliud Punctum quam  $G$ , ipsius  $BAD$  centrum gravitatis esse potest. Quod erat ostendendum.

### COROLLARIUM.

**E**X hac propositione ejusque demonstratione aliquo modo, nec admodum obscure, deduci potest, Centrum gravitatis peripheriarum circuli, existere ex parte caua. De tota peripheria res per se constat & clara est. De segmentis verò peripheriæ inæqualibus sic colligitur: Nam si non est ex parte caua, erit vel in ipsa linea curva, vel extra ad partem conuexam. Sit primo in ipsa linea, & ponatur segmentum minus  $BCD$ , esse magnitudinem ablatam à tota peripheria  $ABCD$ , punctumque  $C$ , in ipsa linea situm, ipsius Centrum gravitatis. In producta deinde  $CE$ , assumatur aliqua recta  $EH$ , ita ut  $HE$  ad  $EC$  sit, ut peripheria  $BCD$  minor seu ablata, ad peripheriam  $BAD$  majorem sive residuam: erit [ex propositione hac] punctum  $H$  Centrum gravitatis majoris segmenti  $BAD$ , & consequenter recta  $EH$ , minor ipsa  $EC$  semidiametro, atque adeo Centrum gravitatis hujus majoris segmenti, erit interius ex parte caua. Idem & à fortiori sequitur, si Centrum gravitatis Peripheriæ minoris  $BCD$  ponatur extra, ut est punctum  $K$ , tunc enim punctum  $H$  adhuc propius accedet ad  $E$ . Sequitur ergo secundum Adversarium, ex hac propositione necessario, (qui ponit centrum minoris peripheriæ consistere, vel in ipsa linea curva, vel extra ad partem conuexam) alterius & majoris residuæ peripheriæ Centrum, consistere intra ex parte concaua: quod plane absurdum est. Ob uniformitatem enim curvatis linearum circularium, & consequenter situm, uniformem æqualium momentorum, si unius Centrum gravitatis ex parte caua est, erit etiam alterius; aut si hujus in ipsa linea, erit etiam alterius, &c. Sed hæc clarius & fusius, atque ex professo tractabimus, infra Capite quinto propositione prima.

## SCHOLIUM.

**R**ecte monet Guid-Vbaldus Punctum H posse intelligi sumptum etiam extra re-  
ctam GF, ad latera: sequitur enim idem absurdum. Recte etiam addit Archi-  
medes magnitudinem ablatam, non debere habere idem cum tota Centrum gravitatis:  
Nam si ex tota superficie circuli ABCD auferetur Corona ABDLMN, erit ta-  
men adhuc idem punctum E Centrum corona, & circuli ABCD majoris, & mi-  
noris LMN, hoc est, totius ablatæ, & reliquæ magnitudinis.

Atque hæc ex Archimede desumpta, brevibusque nostris Additionibus seu  
Notis illustrata, ut ad nostrum propositum abundè hoc loco sufficiunt; ita etiam or-  
dinem eorum interturbare nolimus, ob pauca quibus fortasse non indigebimus, quæ-  
que idcirco omittenda fuisse quispiam judicare potuisset. Reliquas verò propositiones  
hujus primi Archimedis Æqueponderantium libris, duabus tantum undecima scilicet  
& duodecima exceptis, invenies infra Capite octavo.

## CAPUT III.

DE CENTRO GRAVI-  
tatis Punctorum, ac Linearum rectarum.

**U**M punctum quantitas non sit, sed signum aliquod, terminus,  
ac principium illius, omnis magnitudinis sive extensionis omnino expers:  
si tamen, uti in cæteris fecimus, id quoquomodo ut grave considerare  
libet, erit ipsum sui ipsius Centrum, præter quod nihil supererit quod gra-  
vitatem indicat. Quare cum de magnitudine extensua nihil nobis remaneat, ad  
numerum ac multitudinem ipsorum punctorum, positionem, quædamque illorum inter-  
valla, quibus disjuncta sunt, conferre nos oportet. Suo fortassis non carebit specula-  
tio hæc usu atq; utilitate; ad plenitudinem certè ac perfectionem videtur spectare Do-  
ctrinæ, surque non destituta erit jucunditate. Hoc Capite ergo tractabimus de Cen-  
tro gravitatis punctorum prout termini sunt linearum; deinde de Centro gravitatis  
linearum rectarum, prout ipsæ per se, non autem ut termini superficierum sumuntur.

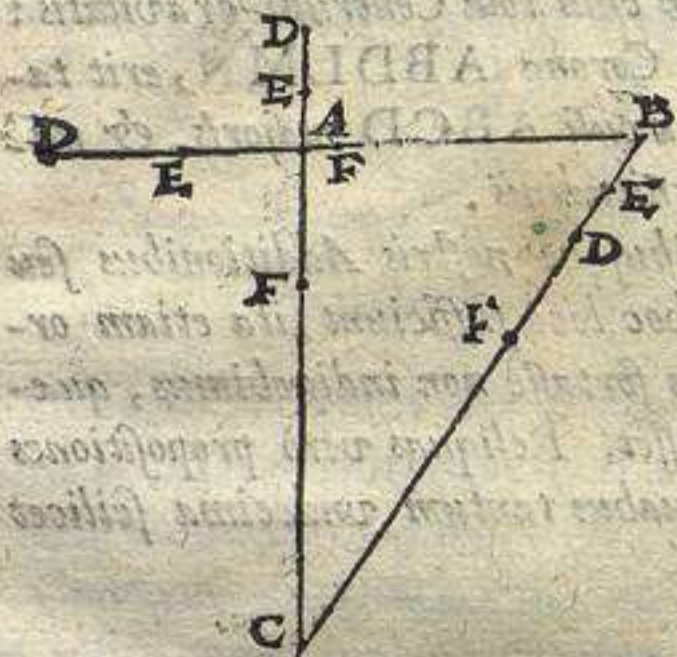
## PROPOSITIO. I.

Plurium Punctorum Centrum gravitatis commune assignare.

**D**E unico puncto jam diximus. Plura autem puncta ratione positionis,  
ac intervalli solum, quo à se certò modo disiunguntur, ac numeri  
multitudinis, uti præmissimus, in considerationem veniunt. Oportet ergo inter-  
valla illorum ad unam eandemque reducere rectam lineam, & ad illam quidem,  
quæ duo quævis puncta ex propositis conjungit, eamque si opus fuerit produ-  
ctam.

Cum igitur binorum punctorum centrum cupiamus commune, illud-  
que in ea recta consistat, quæ ipsa puncta jungit, illa enim sola est quæ inter-  
vallum

vallum metitur, Problemati satisficit per propositionem proxime sequentem. Junctis namque duobus datis punctis, unicam habemus lineam rectam, cujus centrum est etiam binorum punctorum centrum; neque aliud, servata Analogia, præter dictum assignari poterit. Quod erat faciendum.



2. Sic si trium punctorum commune centrum exhibere velimus, verbi gratia, punctorum  $A, B, C$  in triangulo constitutorum. Junctis primo  $C$  &  $B$  punctis, per rectam  $CB$ , in ea abscindatur recta  $CB$ , ipsi  $CA$  æqualis, ita ut punctum  $D$  sit loco puncti  $A$ . Erit ergo, per dicta, medium punctum  $E$ , inter  $D$  &  $B$  centrum commune binorum punctorum  $B$  &  $D$ . Intervallum porro sive recta  $EC$ , ita dividatur in  $F$ , ut sit  $CF$  ad  $FE$ , sicut multitudo punctorum, quorum Centrum est  $E$ , quæ sunt duo, ad punctum  $C$  reliquum, quod est unum. Dico  $F$  punctum Centrum esse gravitatis analogum, commune trium datorum punctorum.

Enimverò cum puncta ipsa pura putaque Centra sint, atque adeo neq; per ullam etiam imaginationem, gravitatem suscipere possint, nil inter est, quod hoc vel illud aliquo modo situm mutaverit, &  $A$  translatum sit in  $D$ ; modo justum suum servaverit intervallum, saltem ab assumpto puncto  $C$ . Deinde binorum punctorum  $D$  &  $B$ , aliud, præter  $E$  centrū esse non posse, supra ostensum est. Cum ergo [juxta Propos: 6 & 7. Capitis præcedentis,] si puncta proposita habere aliquam gravitatem possent, fieri deberet ut gravitas  $D$  &  $B$  simul, ad gravitatem  $C$ , ita  $CF$  ad  $FE$ , fieretque  $F$  commune gravitatis centrum: puncta vero proposita gravitate omni destituta, præter numerum nihil nobis relinquunt, per analogiam fecimus, sicut numerus punctorum  $D$  &  $B$ , qui est binarius, ad numerum seu unitatem  $C$ , ita  $CF$  ad  $FE$ . Quare  $F$  centrum erit gravitatis commune trium datorum punctorum, saltem analogum. Quod erat faciendum.

3. Jungantur secundo puncta duo  $C$  &  $A$ , junctaque producaturs ita, ut in ea sumpta  $CD$  æqualis esse possit ipsi  $CB$ , atque punctum  $D$  vicem ipsius  $B$  gerere. Invenietur punctum  $F$  in recta  $CA$ , ut ante in recta  $CB$ , in eadem à puncto  $C$  remotione, centrum gravitatis trium datorum punctorum.

4. Quod si tertio jungantur  $B$  &  $A$ , atque ex producta abscindatur  $BD$ , æqualis ipsi  $BC$ , vicemq; ipsius  $C$ , punctum  $D$  obtineat. accepto præterea puncto  $E$  medio inter  $A$  &  $D$ , & divisa, ut ante, recta  $BE$  in  $F$ , ita ut  $BF$  ad  $FE$  sit, ut 2 ad 1, erit  $F$  centrum gravitatis quæsitum. Quod quidem aliter à  $B$  distat quam ante à  $C$ ; eo quod hinc puncta  $D$  &  $F$ , aliter etiam distent ab eodem  $B$ , quam ante à  $C$ .

5. Sint jam [insequenti Figura] quatuor puncta utcumq; sita, distantia illorū reducta ad eandem rectam  $AD$ , ut sint  $A, B, C, D$ . Binorum utrinque extremorū punctorum  $A, B$  videlicet  $C$  &  $D$ , inveniatur primum ex dictis Centra gravitatis  $E$  &  $F$ , dabit bisecta  $EF$  in  $G$  punctum, quod erit centrum gravitatis quæsitum. Utrinque enim idem est numerus punctorum, bina scilicet & bina.

6. Sic si fuerint puncta quinque  $A, B, C, D, & H$ , reducta ad rectam  $HA$ . Inveniatur primo, ut jam diximus, quatuor punctorum centrum  $G$ . Deinde

de fiat vt 4 ad 1 (propter 4 puncta *A, B, C, D,* & unum *H*) ita *HI* ad *IG*. Erit *I* centrum quæsitum. Et sic de reliquis.

SCHOLIUM.

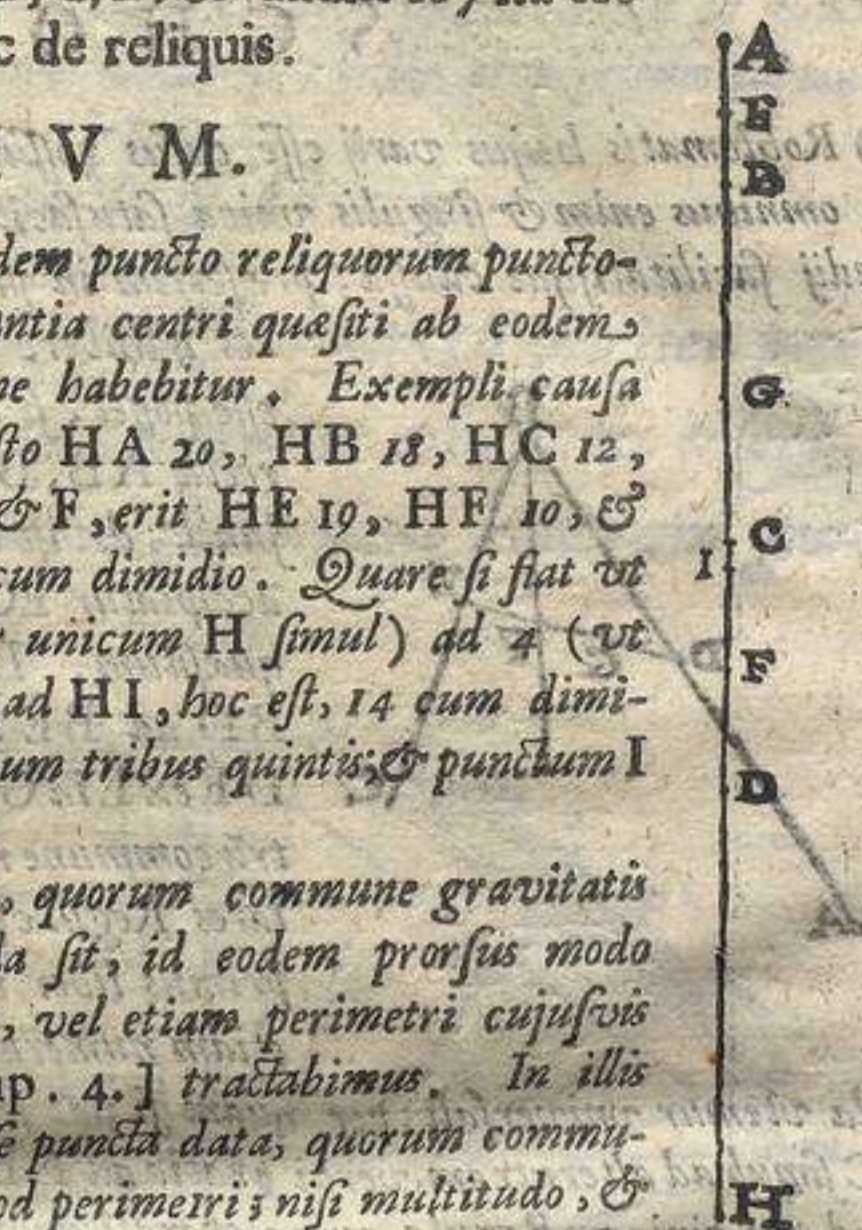
1. Cognitis in eadem recta, atq; ab eodem puncto reliquorum punctorum intervallis, in numeris, distantia centri quæsitum ab eodem puncto unde intervalla numerantur, facillime habebitur. Exempli causa in proximo de quinque punctis exemplo, esto *HA* 20, *HB* 18, *HC* 12, *HD* 8, divisisque *AB, CD* bifariam in *E, F*, erit *HE* 19, *HF* 10, & bisecta *EF*, quæ est 9, in *G*, erit *HG* 14 cum dimidio. Quare si fiat vt 5, (hoc est quatuor puncta *A, B, C, D,* & unicum *H* simul) ad 4 (vt habeamus majus segmentum) ita tota *HG*, ad *HI*, hoc est, 14 cum dimidio ad 11 cum tribus quintis. Erit *HI*, 11 cum tribus quintis; & punctum *I* centrum quod queritur.

2. Quod si plurium datorum punctorum, quorum commune gravitatis centrum inquiritur, positio stabilis servanda sit, id eodem prorsus modo invenitur quo centrum plurium rectarum, vel etiam perimetri cuiusvis figura rectilineæ, qua de re infra [cap. 4.] tractabimus. In illis enim figuris puncta angularia ponantur esse puncta data, quorum commune petitur centrum, eritque illud idem quod perimetri; nisi multitudo, & diversa positiones punctorum aliud suadeant. Sed de his commodius fortassis alio in loco verba faciemus.

PROPOSITIO II.

Data recta lineæ centrum gravitatis invenire.

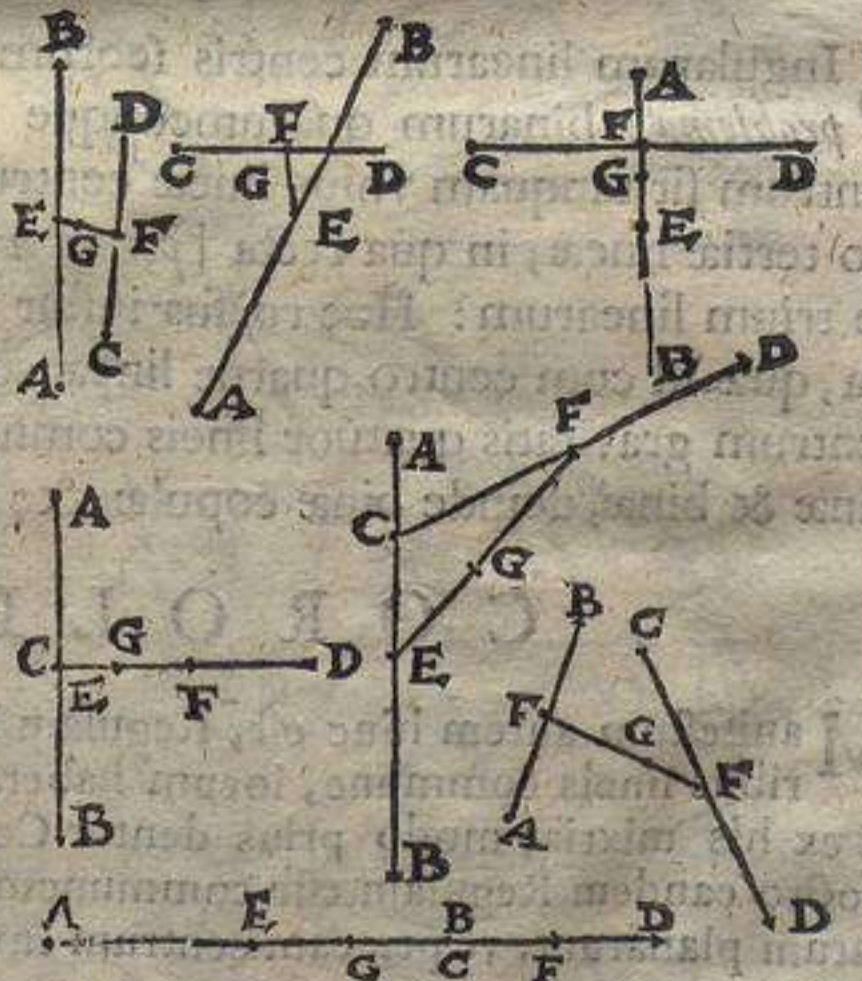
In hoc & sequentibus Problematibus, quando nobis sermo de lineis est, finitas semper intelligimus, quod semel monuisse sufficit. Data ergo recta [ex propof. 10. lib. 1. Elementorum] secetur bifariam, eritque punctum sectionis centrum quæsitum [ex corol. 3. propositionis 4. capitis præcedentis]. Quod erat faciendum.



PROPOSITIO III.

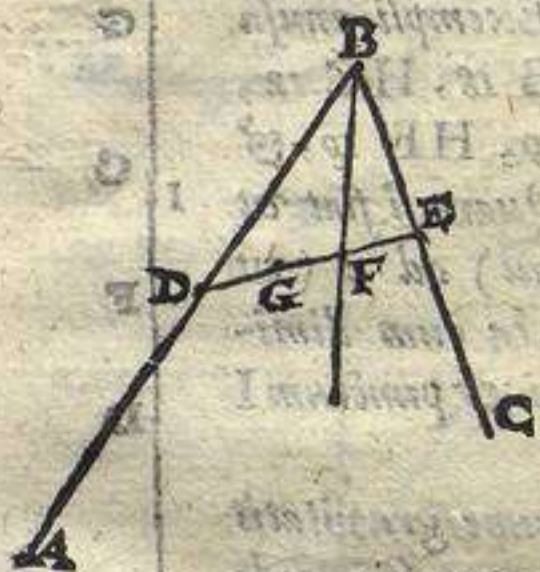
Binarum rectarum commune centrum gravitatis reperire.

Sint datae rectæ *AB, CD* quomodo-cumq; ad invicem sitæ, oportet commune illarum centrum gravitatis invenire. Inveniantur ex præcedenti illarum centra seorsim, quæ sint *E & F*, junganturque per rectam *EF*, quæ [ex problemate 1 scholij Claviani propositionis 10. lib. 6. Elementorum] secetur in *G*, ita vt *EG*, sit ad *GF*, vt contra *CD* ad *AB*, eritq; punctum *G* centrum quæsitum [ex propof. 6. vel 7. cap. præcedentis]. Quod erat faciendum.



## SCHOLIUM.

**P**roblematum hujus varij esse casus possunt, quos recensere operæ precium non est, omnibus enim & singulis unica satisfacit Regula. Expediit tamen aliquando compendij facilitatisque causa, præsertim in praxi, pro singularibus casibus, singulares adhibere regulas; qualis fortassis exempli gratia,



esse posset, si data recta angulum constituerent, ut hic rectæ AB, BC, quarum centra DE, per rectam DE junctæ; diviso enim angulo DBE bisariam per rectam BF, accipiatur EG æqualis ipsi DF, erit punctum G centrum quaesitum. Est enim [per 3. sexti] DF ad FE, ut BD ad BE, hoc est, ut BA ad BC. Ergo translata DF ex E in G, proportio est permutata, atque adeo G centrum commune rectarum AB, BC. Atq; tales alia particulares Regulae afferi possent. Verum quia totus hic primus liber in ordine ad aliud institutus est, ubi res etiam numeris applicari commodissime potest, rectius regula utemur universali; per quam si fiat in proximo exemplo, ut data rectæ AB, BC simul ad alterutram, verbi gratia ad AB, ita DE ad aliam, erit ea segmentum EG; quod per unicam Regulae aureæ operationem consequemur, ac proinde quaesitum centrum G facillime etiam dabimus. Faceffet vero aliquando negotium operanti in numeris, inventio quantitatis ejus quæ centra conjungit; qua de re hic non est dicendi locus.

## PROPOSITIO IV.

*Plurium rectarum linearum commune centrum gravitatis invenire.*

**S**ingularum linearum centris seorsim inventis, assignetur [per præcedens & problema] binarum quarumcunque centrum gravitatis commune: Hoc centrum sit tanquam unius lineæ centrum, & copuletur per rectam cum centro tertiæ lineæ; in qua recta [per idem Problema] habebitur centrum commune trium linearum: Hoc rursus instar unius lineæ centrum acceptum, in recta, quæ id cum centro quartæ lineæ conjungit, [per idem problema] habebitur centrum gravitatis quatuor lineis commune. & sic deinceps. Vel copulentur binæ & binæ, deinde binæ copulæ, &c.

## COROLLARIUM.

**M**anifestum autem hinc est, Regulam hanc inveniendi centrum gravitatis pluribus lineis commune, locum habere non solum in rectis, sed & in curvis, & ex his mixtis; modo prius dentur Centra particularia linearum. Immo hoc posito eandem Regulam esse communem omnibus perimetris, quarumlibet figurarum planarum, ut per eam centrum investigetur gravitatis, ut patet.

## SCHOLIUM.

**P**lares multo ac magis diversos, quam præcedens, hoc problema casus suscipit, quorum



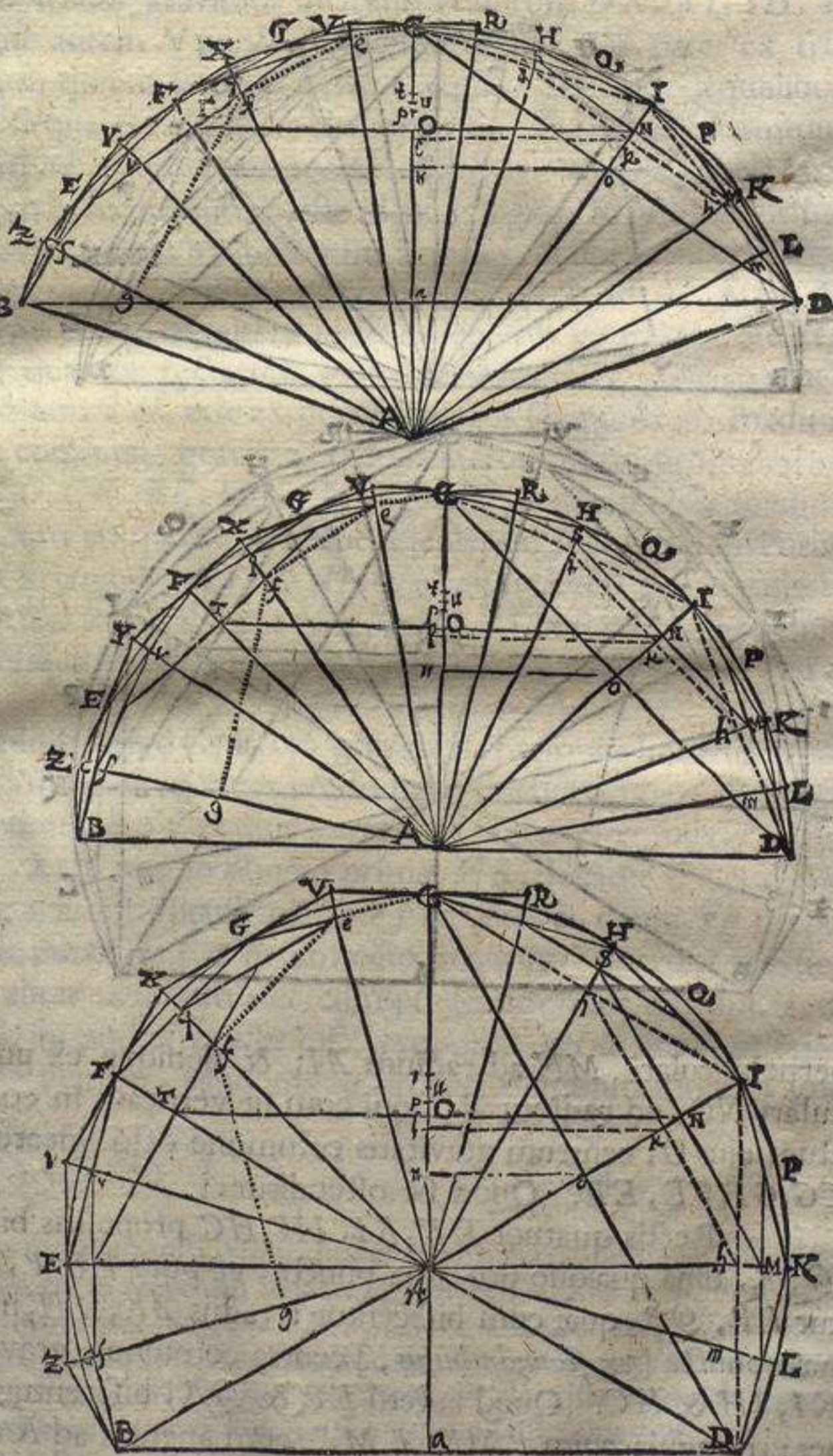
quorum multi sunt qui longe elegantiore[m] admittunt constructionem, quam sit tradita; nos unam duntaxat hic ponemus, dignam tamen quæ inter propositiones locum suum obtineat.

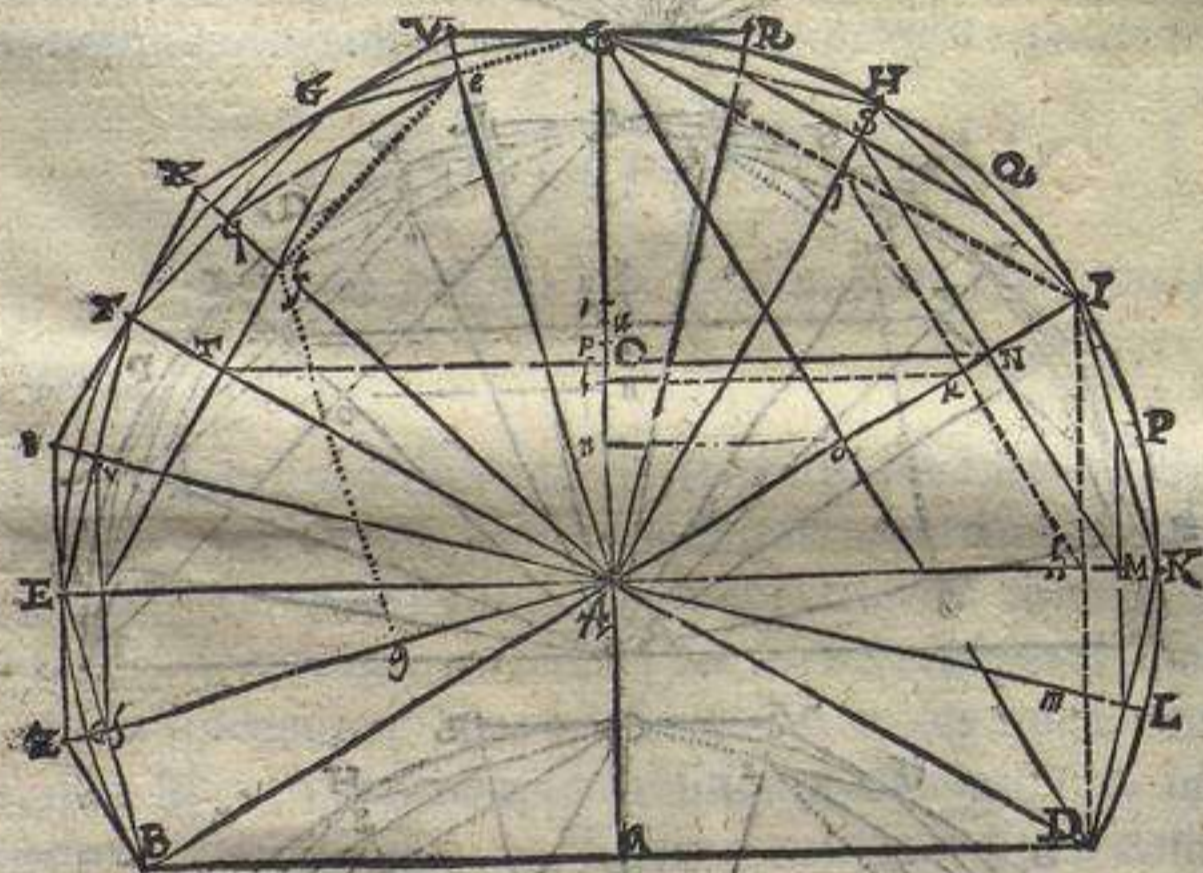
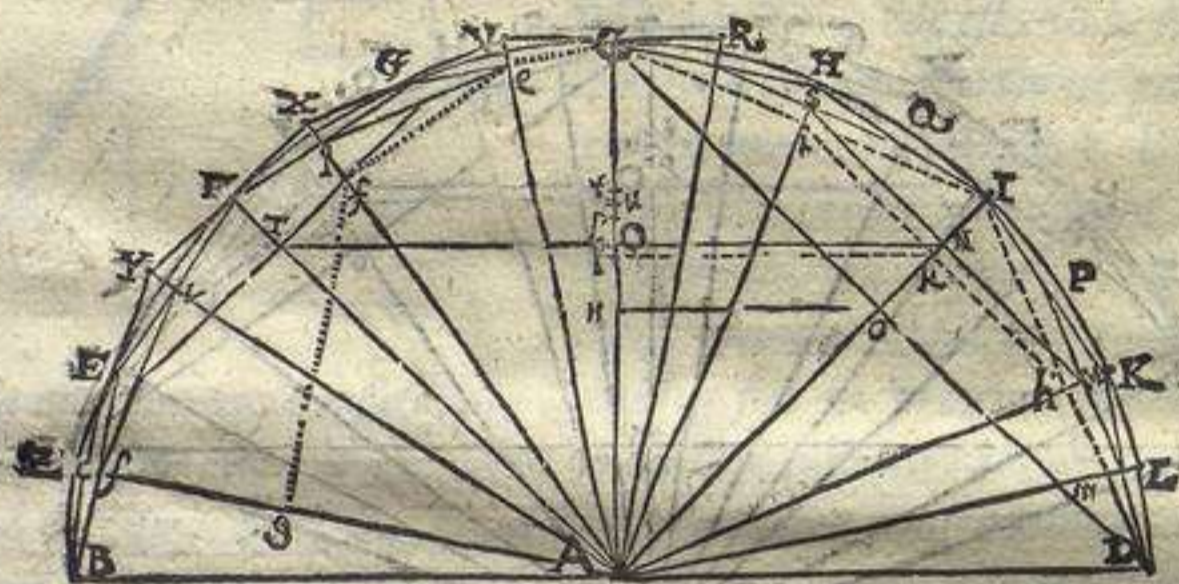
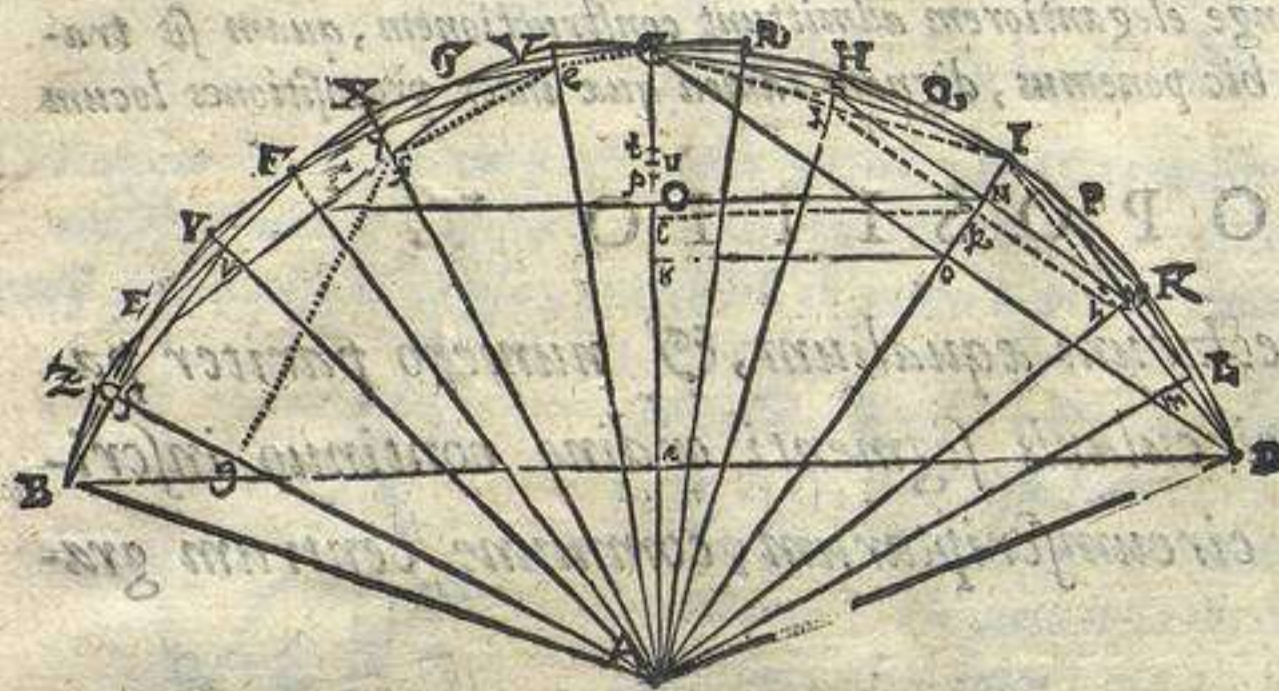
## PROPOSITIO V.

Linearum rectarum equalium, & numero pariter parium, peripheriæ circularis segmenti ordine continuo inscriptarum, vel etiam circumscriptarum, commune centrum gravitatis invenire.

Sit segmentum circularis, peripheriæ semicirculari vel maj<sup>9</sup>, vel minus, vel etiam æquale  $BCD$ , cujus vertex  $C$ , subtensa, sive basis extrema conjungens,  $BC$ ; Centrū ex quo peripheria descripta, punctum  $A$ . Huic segmento inscriptæ sint ordine rectæ æquales  $BE, EF, FG, GC, CH, HI, IK, KD$ , numero scilicet pariter pares; octo in exemplo nostro. Oportet commune centrum gravitatis illarum reperire.

Bisecta primo altera, quæ ad extremitatem peripheriæ, sive basim segmenti consistit, quam primam, vocabimus, educantur ex centro circuli radij ad terminos primæ, secundæ, quartæ, octavæ, & si plures essent, decimæ sextæ, trigessimæ secundæ, & sic deinceps in progressionem duplam, usq; ad segmenti verticem. Deinde à me-





perpendiculari  $MN$  ad radium  $AI$ ; & denique ex puncto  $N$  alia perpendiculari  $NO$ , ad radium  $AC$ ; qui cum sit verticalis in eo sistitur, eritque punctum eius  $O$ , centrum gravitatis commune octo linearum  $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$ . Quod sic ostenditur.

Rectis quatuor  $DK, KI, IH, HC$  propositis bisectis in punctis  $L, P, Q, R$ , bina quæque proxima puncta, ut puta  $L$  &  $P, Q$  &  $R$ , rectis neclantur  $LP, QR$ , quæ cum bisecentur à radijs  $AK, AH$ , in punctis  $M$  &  $S$ , erunt hæc puncta [ex secunda hujus,] centra communia gravitatis rectarum  $DK$ , &  $KI, IH$  &  $HC$ . Quod autem  $LP$  &  $QR$ , bisecentur à radijs  $AK, AH$  patet; triangula enim  $PMK, LMK$ , cum angulos ad  $K$  æquales habeant, (sunt enim ad bases æqualium triangulorum isoscelium  $ADK, AIK$ ) habeantque & latera

dio puncto primæ, ad primum radium ducatur perpendicularis, & ex puncto in quo hæc suum secatur radium, alia agatur perpendicularis, ad sequentem radium; & ubi hæc suum rursus secatur radium, ex eo puncto ad proxime sequentem radium rursus perpendicularis ducatur linea; & sic deinceps, donec ad eum perveniatur radium, qui ad segmenti spectat verticem: ubi enim is à sua secatur perpendiculari, ibi erit centrum quæsitum.

In exemplo nostro sint ex  $A$  educti radij  $AK$ , ad terminum primæ  $DK$ ;  $AI$  ad terminum secundæ  $KI$ ;  $AC$  ad terminum quartæ  $HC$ , qui radius verticalis est, in quo oportet sistere. Educta jam ex medio puncto  $L$ , recta  $DK$ , perpendiculari  $LM$ , ad radium  $AK$ ; & ex puncto ejus  $M$ , alia

& latera  $PK, KL$ , ex constructione æqualia, sitque  $KM$  commune, erunt [per 4 primi Elementorum] &  $PM, ML$  æqualia. Quod idem eodem modo ostendetur in triangulis  $RSH, QSH$ , de lateribus  $RS, SQ$ . Punctum denique  $M$  hic inventum, idem esse cum puncto  $M$  supra inventum; hoc est, perpendicularem  $LM$ , productam incidere in punctum  $P$ , ex iisdem colligitur triangulis  $PMK, LMK$ , in quibus rursus, ut ante, anguli ad  $K$  æquales sunt, sicuti & anguli ad  $M$ , quippe rectus uterque, & latus  $MK$  commune; erit [ex 26. primi] latus  $PK$  æquale lateri  $KL$ ; sed  $KL$  supra accepta, est medietas ipsius  $KD$ , ergo  $KP$ , etiam medietas est ipsius  $IK$ ; cum  $IK, KD$  æquales sint ex hypothesisi.

Jungantur jam puncta  $S$  &  $M$ , per rectam  $SM$ , erit  $N$  punctum ipsius medium, centrum commune gravitatis quatuor rectarum  $DK, KI, IH, HC$  [ex precedenti]. Esse autem  $N$  punctum medium ipsius  $SM$ , patet ex triangulis  $SAN, MAN$ , in quibus latera  $SA, MA$  æqualia sunt (ex æqualibus enim radijs  $AH, AK$ , æquales  $HS, KM$ , demptæ sunt) & latus  $AN$  commune, anguli etiam contenti ad  $A$  similiter æquales, erunt [ex 4 primi]  $SN, NM$  æquales, Punctum vero  $N$  hic inventum, esse idem cum puncto  $N$  superius habitato, constat ex angulis  $ANM, ANS$ ; sunt enim æquales, & sibi deinceps, atque adeo recti; sed & superius  $MN$  ducta est perpendicularis ad  $AI$ . Ergo, &c.

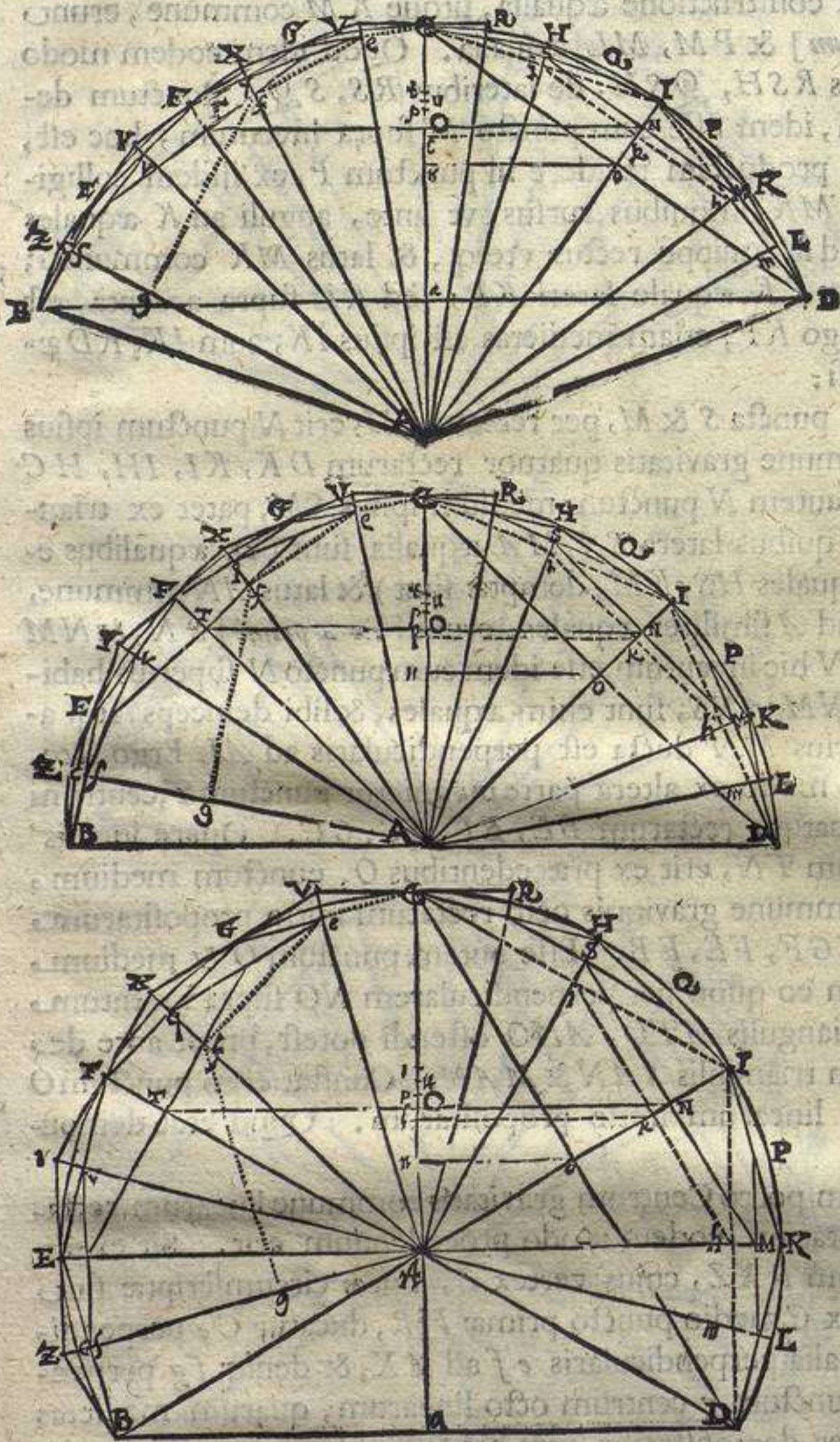
Eodem prorsus modo ex altera parte invenietur punctum  $T$ , centrum gravitatis commune quatuor rectarum  $BE, EF, FG, GC$ . Quare junctis centris  $T$  &  $N$  per rectam  $TN$ , erit ex precedentibus  $O$ , punctum medium ipsius  $TN$ , centrum commune gravitatis octo rectarum initio propositarum,  $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$ . Esse autem punctum  $O$  & medium ipsius  $TN$ , & idem cum eo quod per perpendicularem  $NO$  supra inventum, est, eodem modo ex triangulis  $ATO, ANO$  ostendi potest, prout ante de puncto  $N$  ostensum est, in triangulis  $SAN$  &  $MAN$ . Constat ergo punctum  $O$  centrum gravitatis esse linearum initio propositarum. Quod erat demonstrandum.

Ad inveniendum porro Centrum gravitatis commune linearum rectarum circulo circumscriptarum, eodem modo procedendum erit. Sit exempli gratia semisegmentum  $RXZ$ , cujus vertex  $Z$ , lineæ circumscriptæ sint  $RV, VX, XT, TZ$ . Ex  $C$  medio puncto primæ  $VR$ , ducatur  $Ce$  perpendicularis ad  $AV$ , & ex  $e$  alia perpendicularis  $ef$  ad  $AX$ , & denique  $fg$  perpendicularis ad  $AZ$ . erit punctum  $g$  centrum octo linearum, quarum medietas hic proposita. Nec aliter demonstratur, cum præsertim hisce ipsis lineis, circularis linea circumferibi possit, ut illæ ipsæ propositæ rectæ lineæ inscriptarum linearum nomine veniant, eandemque prorsus demonstrationem suscipiant.

## COROLLARIUM.

1. EX constructione ac demonstratione hujus Problematis sequitur, si plures multitudines linearum rectarum æqualium sint, eo modo ut vidimus, connexarum, quæ multitudines inæquales sint, ac proinde alia aliam necessario includat, multitudo videlicet major minorem; includentium centra gravitatis omnia, tam particularia quam communia, magis à centro circuli distare, quam centra gravitatis inclusarum, si centra prout sibi mutuo respondent sumantur.

Sit enim multitudo quatuor rectarum  $DI, IC$  [ad confusionem vitandam insi-  
gura



gura medietatem tantum descripsimus, &c.] quarum centra gravitatis singularia puncta  $h$  &c; communia binarum  $D$   $I$ ,  $I$ ,  $C$  &c; puncta  $k$  &c; commune centrum omnium, punctum  $l$ . Sit & altera multitudo, major priori & inæqualis, & eam includens, octo videlicet rectarum supra nominatarum  $D$   $K$ ,  $K$ ,  $I$ ,  $I$ ,  $H$ ,  $H$ ,  $C$ ,  $C$ ,  $G$ ,  $G$ ,  $F$ ,  $F$ ,  $E$ ,  $E$ ,  $B$ , quarum centra singularia sunt puncta  $L$ ,  $P$ ,  $Q$ ,  $R$ ,  $e$ , &c: centra vero communia binarum  $D$   $K$  &  $K$ ,  $I$ ,  $I$ ,  $H$  &  $H$ ,  $C$ ,  $C$ ,  $G$  &  $G$ ,  $F$ ,  $E$  &  $E$ ,  $B$ , sunt puncta  $M$ ,  $S$ , &c, communia quaternarum, puncta  $N$ ,  $T$ : commune centrum omnium punctum  $O$ .

D I C O primo punctum  $l$  magis distare à centro  $A$  quam punctum  $h$ , & sic de reliquis centris singularibus. Item centrum  $M$  magis, ab  $A$  abesse, quam  $k$ ; & sic  $N$  magis, quam  $l$ . In triangulo enim  $Ahm$ , ad  $h$  rectangulo, major est  $Am$  rectum subtendens, & pars ipsius  $AL$ , quam  $Ab$ ; ergo multo major est,  $AL$ : & sic de reliquis centris singularibus.

bus. Eodem modo in triangulos  $Akh$ , ad  $k$  rectangulo, major est  $Ab$ , & multo magis  $AM$ , quam  $Ak$ , & sic de reliquis.

2. D I C O secundo, centra gravitatis communia binarum rectarum multitudinis includentis, longius distare a centro circuli, quam centra singularum multitudinis inclusæ, id quod manifestum est in recta  $AM$ ; major enim est  $AM$  tota, parte  $Ab$ ; & sic de reliquis.

3. D I C O tertio, quarumvis linearum æqualium, sive rectarum, sive curvarum mixtarumve; sive includant alias, sive ab alijs includantur, modo ipsarum centra particularia, in iisdem, vel in æqualibus æqualiter inter se remotis, consistant radijs, in quibus aliæ; quæ prioribus in multitudine, inter se autem etiam in quantitate æquales sint, suaq; habeant centra particularia minus distantia à centro circuli, quam priorum centra; etiam centrum commune priorum omnium, longius abesse a centro circuli, quam aliarum itidem commune centrum. Sint enim priorum centra

centra  $M, S$  &c. posteriorum vero  $b, i$  &c. in iisdem radijs  $AK, AH$ , &c. patet non solum  $N$  longius abesse quam  $k$ . sed etiam  $O$  centrum commune priorum magis removeri à centro  $A$ , quam  $l$  centrum commune posteriorum. Eodem modo cum centra  $C, G, F, E$  circumscriptarum  $RV, VX, XY, YZ$ , existentia in ipsa segmenti peripheria, in radijs  $AC, AG, AF, AE$ , diversis quidem à radijs  $AV, AX, AY, AZ$  in quibus centra  $e, g, r, s$ , rectorum inscriptarum  $CG, GF, FE, EB$ , consistunt; remotiora sunt a centro  $A$ , quam hæc; etiam centrum commune illarum  $f$ , remotius est ab  $A$ , quam centrum commune harum  $T$ . sicut &  $g$ , remotius est quam  $O$ . Quod statim aparet ex triangulo  $ATf$ , rectangulo ad  $T$ , in quo hypotenusa  $Af$ , major est perpendicularo  $AT$ ; sicut & in triangulis æquiangulis  $Agf, AOT$  (propter rectos ad  $g$  &  $O$ , & æquales ad  $A$ , qui æqualibus insistent peripherijs) cum, ut jam dictum est,  $Af$  major sit quam  $AT$ , etiam  $Ag$  major erit quam  $AO$ . Quæ omnia erant ostendenda.

## S C H O L I V M.

**G** Geometrica præcedentis Problematis constructio etsi elegans satis, ac commodata sit, commodior tamen ad propositum nostrum ea est, quæ mox ad numeros revocari potest: talem cum adinvenerimus, merito eam amplecti, accurate demonstrare, atque in ipsum Propositionum numerum referre, atque per modum Theorematis proponere volumus.

## P R O P O S I T I O VI.

*Si peripheria circularis segmenti cujuscvis, lineæ rectæ æquales, & numero pariter pares inscriptæ seu applicatæ fuerint; erit ut medietas linearum inscriptarum simul sumptarum, ad semibasim, seu dimidiam toti segmento subtensam; ita perpendicularis è centro circuli ejus, cujus segmentum propositum est, in unam inscriptarum ducta, ad rectam, inter idem centrum circuli, & centrum gravitatis omnium inscriptarum simul sumptarum, interjectam.*

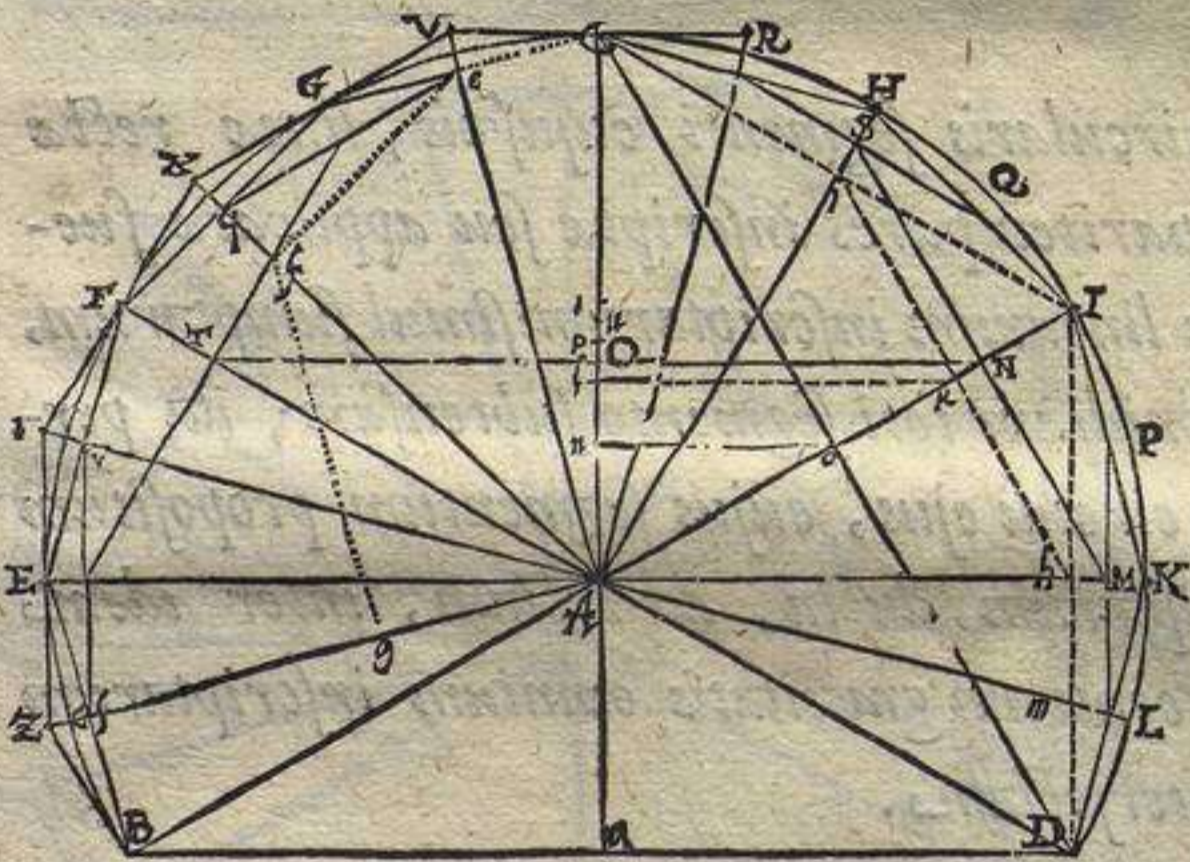
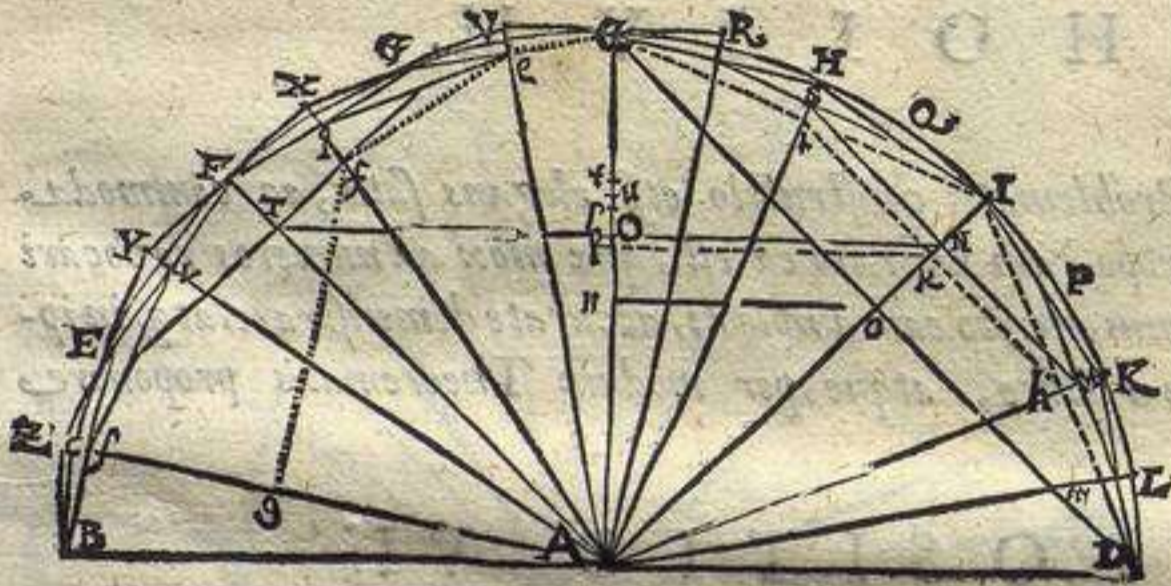
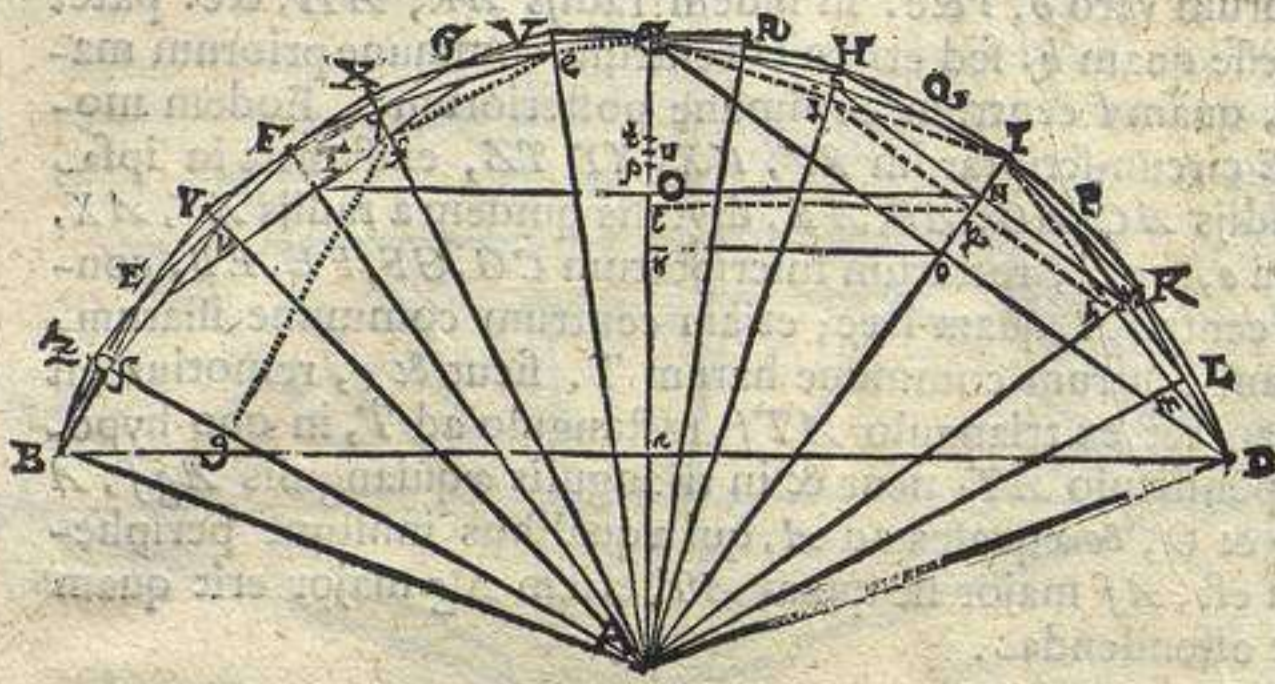
**E** Rgo si fiat, ut medietas summæ rectorum datarum, quarum centrum gravitatis commune quæritur, ad semissem ejus quæ segmento circularis peripheriæ subtenditur, extremaque ejus necit, quam basim vocamus; ita perpendicularis è centro, ex quo peripheria descripta est, in unam rectorum propositarum ducta, ad aliam; habebimus rectam quæ inter idem centrum, & centrum gravitatis quod quæritur, interijcitur; ac proinde ipsum omnium rectorum simul sumptarum gravitatis centrum.

i. Ut demonstratio clarior evadat, aliquot exempla sive casus placet præ-

G

duce-





quare [ *per ea quæ deducuntur ex 20. sexti* ] æquales sunt ) & rectos ad  $n$  &  $a$ . Quare [ *per 4. sexti* ] est, ut  $CD$  ad  $Da$ , ita  $Ao$  ad  $An$ . Quod erat demonstrandum.

2. Secundus casus esto de 4 rectis  $DI, IC, CF, FB$ , quarum centrum gravitatis commune, ex præcedentibus est punctum  $l$ ; Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam  $DI$  bis sumptam, ad  $Da$  esse, ut est  $Ab$  (perpendicularis ad  $DI$ ) ad  $Al$ : quod sic fiet. Ducta enim  $HK$  perpendiculari ad  $AI$ , junctaque  $kl$ , ex præcedentibus perpendiculari ad  $AC$ ; triangula  $DoI, Akl$  sunt similia; propter rectos ad  $o$  &  $k$ , & æquales ad  $D$  &  $A$  ( ille enim ad peripheriam insistit duplæ, & hic ad centrum simplæ ) Ergo ut  $DI$  ad  $Do$ , hoc est [ *per 15 quinti* ]  $DI$  bis ad  $Do$  bis, hoc est, ad  $DC$ , ita  $Ab$  ad  $Al$ . Rur-

sus

ducere. Sit ergo primus de binis tantum lineis  $DC, CB$  [ *in eadem figura præcedentis Problematis, in qua tamen, ad nimiam evitandam confusionem, re-ctam  $CB$ , non duximus* ] quarum centrū gravitatis commune, ex præcedentibus est punctum  $n$ . Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam  $CD$  ad semibasim  $Da$  esse, ut est perpendicularis  $Ao$ , ad  $An$  rectam inter centrum peripheriæ  $A$ , & centrum gravitatis  $n$  re-ctarum  $DC, CB$  positam; quod facile fiet. Ducta enim  $no$ , quæ ex præcedentibus perpendicularis est ad  $AC$ , triangula  $CaD, onA$ , sunt similia, ob æquales angulos ad  $D$  &  $A$  (angulus enim  $aDC$ , hoc est  $BDC$  ad peripheriam, duplæ insistit peripheriæ  $BC$ , &  $nAo$  angulus ad centrum, hoc est:  $CAI$ , insistit simplæ,

sus in triangulis similibus  $CaD$ ,  $klA$  (quæ ostenduntur esse similia quemadmodum in primo casu triangula  $CaD$ ,  $onA$ ) est ut eadem  $DC$ , ad  $Da$ , ita eadem  $Ak$ , ad  $Al$ . Cum igitur sit ut bis sumpta  $DI$  prima, ad  $DG$  secundam; ita in alijs  $Ab$  prima, ad  $Ak$  secundam: Et ut  $DC$  secunda, ad  $Da$  tertiam; ita in alijs  $Ak$  secunda, ad  $Al$  tertiam. Erit ex æqualitate rationis [per 22. quinti] ut  $DI$  bis prima, ad  $Da$  ultimam; ita  $Ab$  prima, ad  $Al$  ultimam. Quod erat demonstrandum.

3. Tertius casus esto de octo rectis  $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$ , quarum centrum gravitatis commune, ex præcedentibus, est punctum  $O$ : Ostendendum est medietatem datarum, hoc est, rectam  $DK$  quater sumptam, ad  $Da$  esse, ut  $AL$  (perpendicularem ad  $DK$ ) ad  $AO$ : quod sic fiet. Ductis enim perpendicularibus,  $LM$  quidem ad  $AK$ , &  $MN$  ad  $AI$ ; junctaque  $NO$ , ex præcedentibus perpendiculari ad  $AC$ ; Triangula  $Dhk$ ,  $AML$  sunt similia; propter rectos ad  $h$  &  $M$ , & æquales ad  $D$  &  $A$  (ille enim ad peripheriam insistit duplæ, & hic ad centrum simplæ.) Ergo ut  $DK$  ad  $Db$ , hoc est,  $DK$  quater ad  $Db$  quater, hoc est, ad  $DI$  bis, ita  $AL$  ad  $AM$ . Rursus in triangulis similibus  $DoI$ ,  $ANM$  (ostenduntur similia quemadmodum in secundo casu triangula  $DoI$ ,  $Akb$ ) est, ut eadem  $DI$  bis, ad  $Do$  bis, hoc est, ad  $DC$ , ita eadem  $AM$  ad  $AN$ . Rursus in triangulis similibus  $CaD$ ,  $NOA$  (ostenduntur similia quemadmodum in primo casu triangula  $CaD$ ,  $onA$ ) est, ut eadem  $DC$  ad  $Da$ , ita eadem  $AN$  ad  $AO$ . Cum igitur sit in his, ut quater sumpta  $DK$  prima, ad bis  $DI$  secundam; ita in illis,  $AL$  prima, ad  $AM$  secundam: Et ut in his,  $DI$  secunda bis, ad  $DC$  tertiam; ita in illis, secunda, ad  $AN$  tertiam. Et ut in his,  $DC$  tertia, ad  $Da$  ultimam; ita in illis,  $AM$  tertia, ad  $AO$  ultimam. Ergo ex æquo est, ut in his quater sumpta  $DK$  prima, ad ultimam  $Da$ , ita in illis  $AL$  prima, ad  $AO$  ultimam. Quod erat demonstrandum.

4. Et sic de reliquis. Nam semper duo accedunt triangula similia, & una proportio, & ultimo per subductionem mediarum, à primis ad ultimas fit argumentatio.

5. Eadem etiam omnino ratio demonstrandi est, quoad lineas circulari peripheriæ circumscriptas; in quibus ipsamet circuli diameter vicem subit perpendicularis, ad vnam propositarum ductæ, & basis est ea, quæ extremitates, non circularis peripheriæ, sed primæ ac ultimæ datarum rectarum connectit. Immo cum circumscribi queat hisce rectis lineis,  $ZT, TN, NV$  &c, peripheriæ  $BCD$  circumscriptis, alia peripheria prædictas omnes (in punctis  $Z, T, N, V$  &c.) tangens, ac proinde illæ rectæ, respectu hujus alterius lineæ circularis, eidem inscriptæ sint, ac vocari possint; ubi prorsus eadem omnino, quæ supra, demonstratio locum habet, non judicamus hoc loco quicquam addendum esse.

## COROLLARIUM

Patet ex superiori analogismo, eandem quartam proportionalem nos habere posse, si faciamus ut una datarum rectarum, ad talem partem basis, qualis est ipsa recta datarum omnium; ita perpendicularis suprædicta ad quartam quæsitam. Exempli gratia, in tertio casu, si fiat ut  $DK$  (quæ est octava pars omnium) ad octavam partem basis  $BD$ , ita perpendicularis  $AL$  ad aliam, habebitur eadem recta  $AO$  [per 15. quinti.] Quæ res compendium sæpe calculatori affere potest.

## D. E. C. E. N. T. R. O. G. R. A. V. I. T. A.

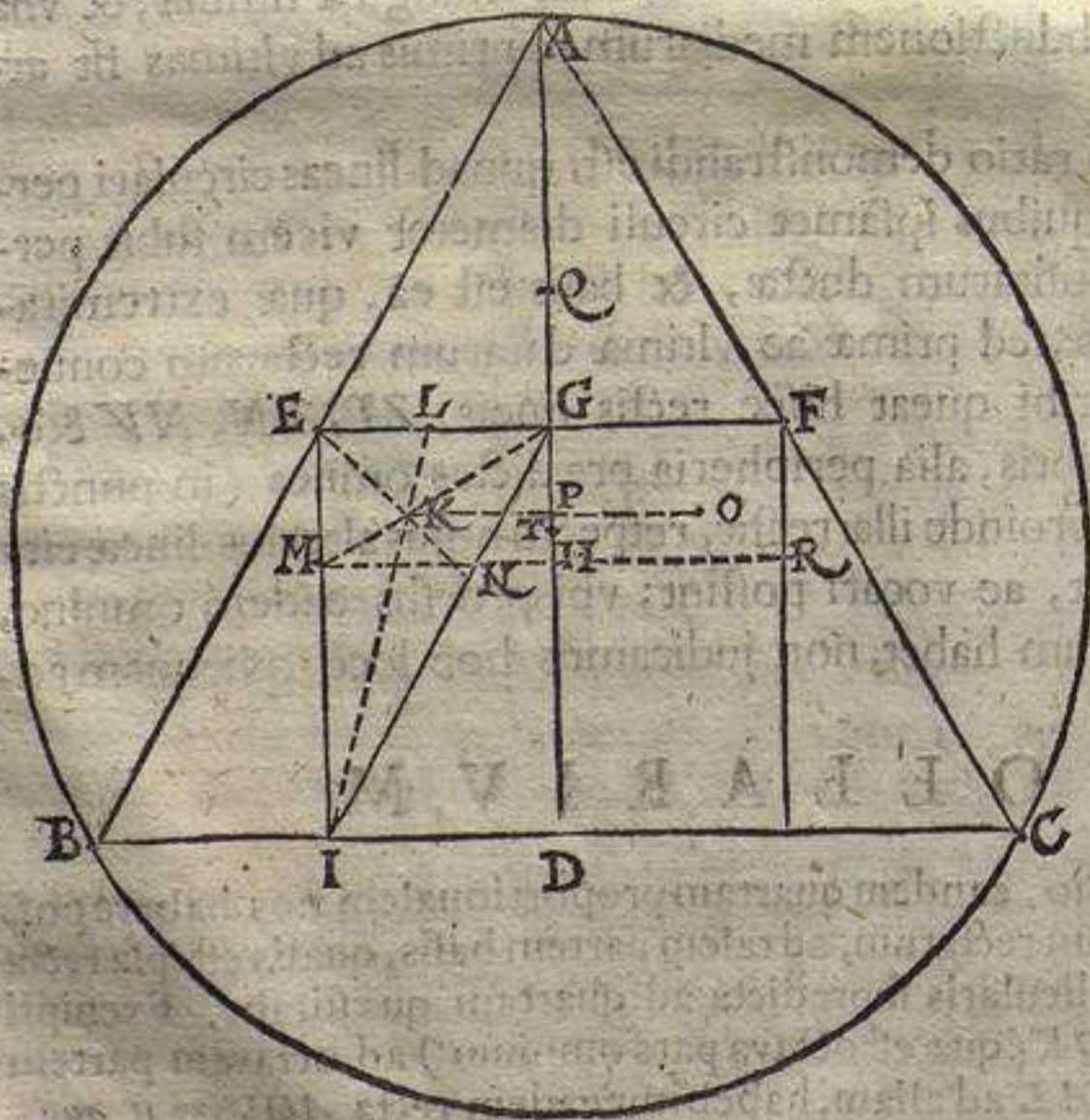
tis Perimetri figurarum superficialium re-  
ctilinearum.



UM terminus seu perimenter figurarum rectilinearum superficialium nihil aliud sit, quam plures rectae lineae, suis ubiq; connexae punctis; patet perimetro hujuscemodi figurae & centro gravitatis habere particulare, (quod quidem aliquando idem erit cum centro gravitatis figurae propositae, si aream seu superficiem ejus spectemus, aliquando diversum) & dari posse ex doctrina Propositionis 4. Capitis praecedentis, quemadmodum in Corollario ibidem annotavimus. Quia vero figurae quaedam particulares, particulares etiam sortiuntur proprietates, ex quibus nonnunquam compendiosiores, quam communis est, eliciuntur Regulae, ordoque doctrinae sic exposcit; opera precium duximus aliquas proferre in medium, ab ipsis incipiendo triangulis, praemittendoque, per exempla saltem, Regulam communem, ut ex comparatione illius, cum Regulis particularibus, manifesta fiant harum Compendia.

## P. R. O. P. O. S. I. T. I. O. I.

Centrum gravitatis Perimetri Triangulorum, via universali sive communi indagare.



I. **E**Xemplum Primum. Est propositum, Triangulum aequilaterum,  $ABC$ . Oportet perimetri ipsius centrum gravitatis invenire. Bisectis trianguli lateribus in punctis  $E, D, F$ , quae [per proposit. 1. Capitis praecedentis] ipsorum latera centra sunt; quare junctis binis, verbi grata,  $E, & F$ , & bisecta  $EF$  in  $G$ , erit  $G$  punctum, [per proposit. 3. cap. praecedentis,] commune duorum laterum  $AB, AC$ . Ergo si juncta  $GD$  ita secetur in  $H$ , ut  $GH$  sit ad  $HD$ , ut contra



tra  $BC$ , ad  $BA, AC$  simul sumptas, hoc est, ut 1 ad 2, erit [ex *propof. 3. Cap. præcedentis*] punctum  $H$  centrum gravitatis perimetri  $ABC$ . Quod faciendum erat.

2. Exemplum 2. Esto in eadem figura propositum triangulum Scalenum  $ABD$ . Oportet perimetri illius centrum gravitatis invenire: Inventis [ex *Capite præcedenti*] laterum centris  $E, I, G$ , binorumque quorumvis nexorum, verbi gratia  $E, G$ , centro communi  $L$ ; & tandem in recta  $LL$ , per supra dicta, centro communi trium laterum puncto  $K$ . Factum erit quod fuit propositum.

3. Placet hic alia ratione problema secundi hujus exempli construere, jungendo prius centra  $I$  &  $G$ , per rectam  $IG$ , eamque dividere in  $N$ , ut  $GN$  sit ad  $NI$ , ut contra  $BD$  ad  $DA$ , ita ut  $N$  punctum centrum sit commune ipsorum  $BD, DA$ ; atque demonstrare junctam  $NE$ , secari ab  $IL$  ante inventa, in eodem puncto  $K$ , centro Perimetri ante invento. Quod sic fiet: Juncta  $I, E$ , triangulum  $IEG$  simile est toti  $ADB$ , [per 5. sexti,] cum latera illius, sint medietates laterum hujus. Quare est ut  $AB$  ad  $DA$ , ita  $IG$  ad  $IE$ : sed ut  $AB$  ad  $AD$ , ita ex constructione est  $GL$  ad  $LE$ . Ergo etiam ut  $IG$  ad  $IE$ , ita  $GL$  ad  $LE$ . Quare [per secundam partem tertia sexti] angulus  $EIG$  per rectam  $IL$  bisectus est; ac propterea [per primam partem ejusdem 3. sexti] in triangulo  $EIN$  est, ut  $IE$  ad  $IN$ , ita  $EK$  ad  $KN$ . Rursus ex constructione est, ut  $BD$  ad  $DA$ , hoc est,  $GE$  ad  $EI$ , ita  $GN$  ad  $NI$ , & componendo  $GE$  plus  $EI$  ad  $EI$ , ita  $GN$  plus  $NI$  ad  $NI$ ; & permutando ut  $GE$  plus  $EI$ , ad  $GN$  plus  $NI$ , hoc est, ad  $GI$ , ita  $EI$  ad  $NI$ . Sed ut  $EI$  ad  $NI$ , ita erat ante  $EK$  ad  $KN$ . Ergo etiam ut  $GE$ , plus  $EI$  ad  $GI$ , hoc est,  $BD$  plus  $DA$  ad  $AB$ , ita  $EK$  ad  $KN$ . Ergo punctum  $K$  hac ratione inventum, centrum est gravitatis perimetri, & idem cum  $K$  ante invento. Quod erat demonstrandum.

4. Eadem prorsus ratione demonstrabitur ductam rectam  $GK$ , & productam in  $M$ , & secare ipsam rectam  $IE$  in  $M$ , in proportionem  $EG$  ad  $GI$ , hoc est,  $BD$  ad  $BA$ ; & secari à reliquis  $EN, IL$  in puncto  $K$ , in proportionem  $EG$  plus  $GI$  ad  $EI$ , hoc est,  $DB$  plus  $BA$  ad  $AD$ , atque adeo hac tertia ratione idem centrum  $K$  reperiri.

Ex his secundi exempli constructionibus, & demonstrationibus sequitur.

### COROLLARIUM I.

IN quovis triangulo si singuli anguli bisecentur, lineas secantes sese in vno eodemque puncto interfecare. Patet ex triangulo  $EIG$ .

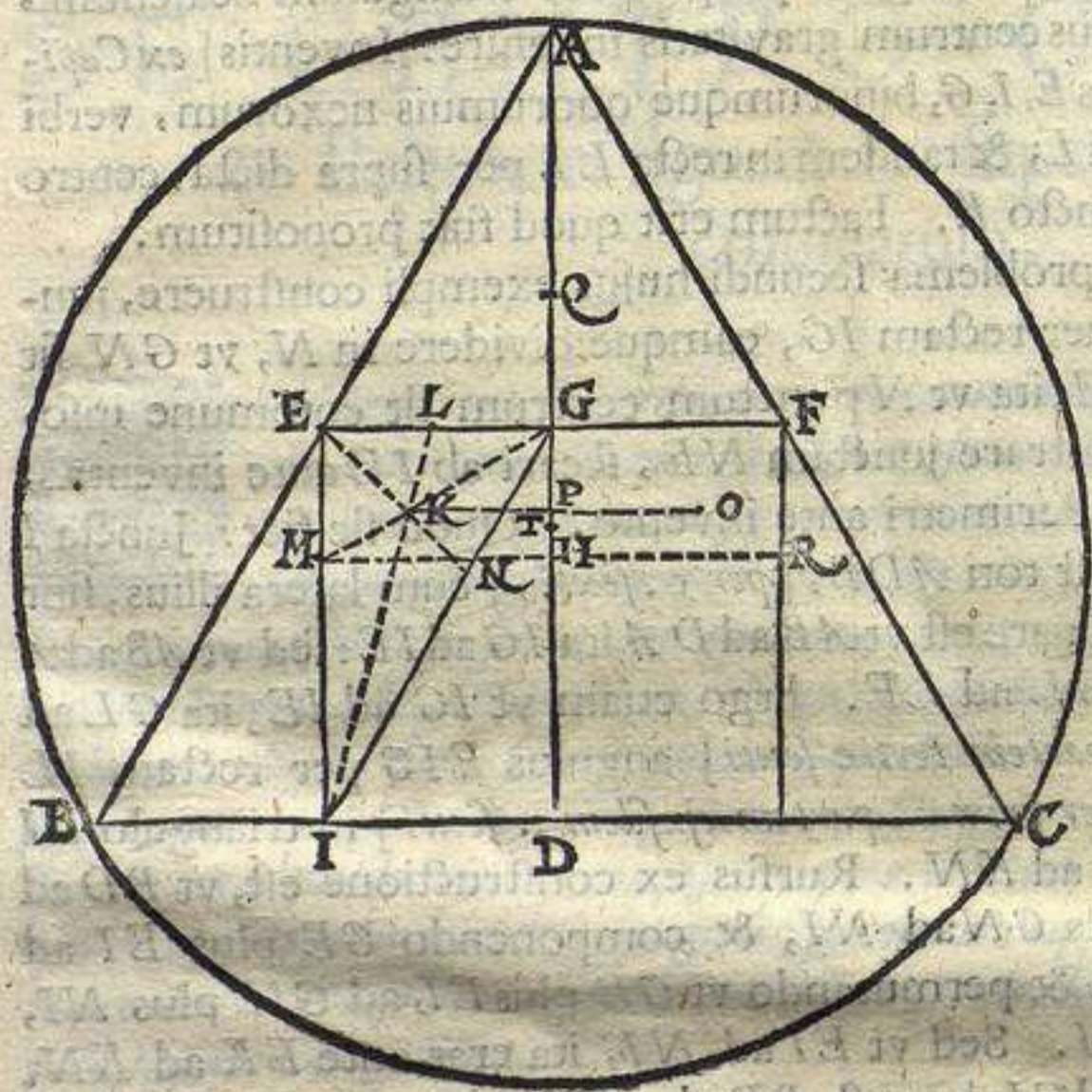
### COROLLARIUM II.

Segmenta lineæ angulum bisecantis, facta à dicto communi sectionis puncto, eam servare proportionem, majoris scilicet ad minus; quam duo latera simul sumpta angulum bisectum comprehendunt, ad basim, in quam ipsa secans cadit. Ostensum enim est esse ut  $GE$  plus  $EI$  ad  $GI$ , ita  $EK$  ad  $KN$ .

### COROLLARIUM III.

Quævis latera simul sumpta ad basim esse, ut alterutrum latus ad segmentam basis sibi adiacens. Ostensum enim est esse ut  $GE, EI$  simul sumptæ, ad  $GI$ , ita  $EI$ , ad  $IN$ .

## COROLLARIUM IV.



Si trianguli cujusvis latera bisecentur, & angulus, qui continetur à binis rectis puncta sectionem jungentibus, bisecentur, in secante esse centrum perimetri propositi trianguli. Recta verbi gratia  $GM$ , biseicans angulum, contentum sub  $EG, GI$ , in se continet punctum  $K$ , centrum perimetri trianguli  $ABD$ . Idem dicendum de rectis  $EN, & IL$ .

## PROPOS. II.

*Perimetri dati trianguli Aequilateris centrum gravitatis invenire.*

**S**ic datum triangulum æquilaterum  $ABC$  Oportet perimetri ipsius centrum gravitatis invenire. Ducta perpendicularis  $AD$  ex angulo quovis  $A$ , ad latus oppositum  $BC$ , dividatur per puncta  $Q$  &  $H$  in tres partes æquales; punctum divisionis  $H$ , lateri  $BC$  proximum, est centrum gravitatis quæsitum.

Ex constructione enim primi exempli præcedentis, qualium partium  $GD$ , (quæ est medietas ipsius  $AD$ ,) est trium, talium  $DH$  est duarum. Ergo accedente altera medietate  $GA$ , qualium tota  $AD$  est 6, talium  $DH$  est 2, quæ est ipsius  $AD$  tertia pars. Quod erat demonstrandum.

**2. ALITER.** Habeatur [vel ex 5. quarti, vel aliunde] centrum circuli, triangulo dato circumscriptibilis, erit id centrum gravitatis perimetri dati.

Est enim triangulum æquilaterum vna ex regularibus figuris circuli inscriptis, quarum centrum gravitatis spectans perimetrum, est idem cum circuli centro, [ut ostendemus infra, propof. 6.] Quod erat ostendendum.

**3. ALITER.** Ducantur ex binis angulis ad latera opposita binæ perpendiculares, hæc se se in centro quæsito interfecabunt.

Cum enim in utraq; perpendiculari centrum consistat, & præter unicum sectionis punctum nihil commune habeant, erit illud necessario centrum quæsitum. Quod faciendum erat.

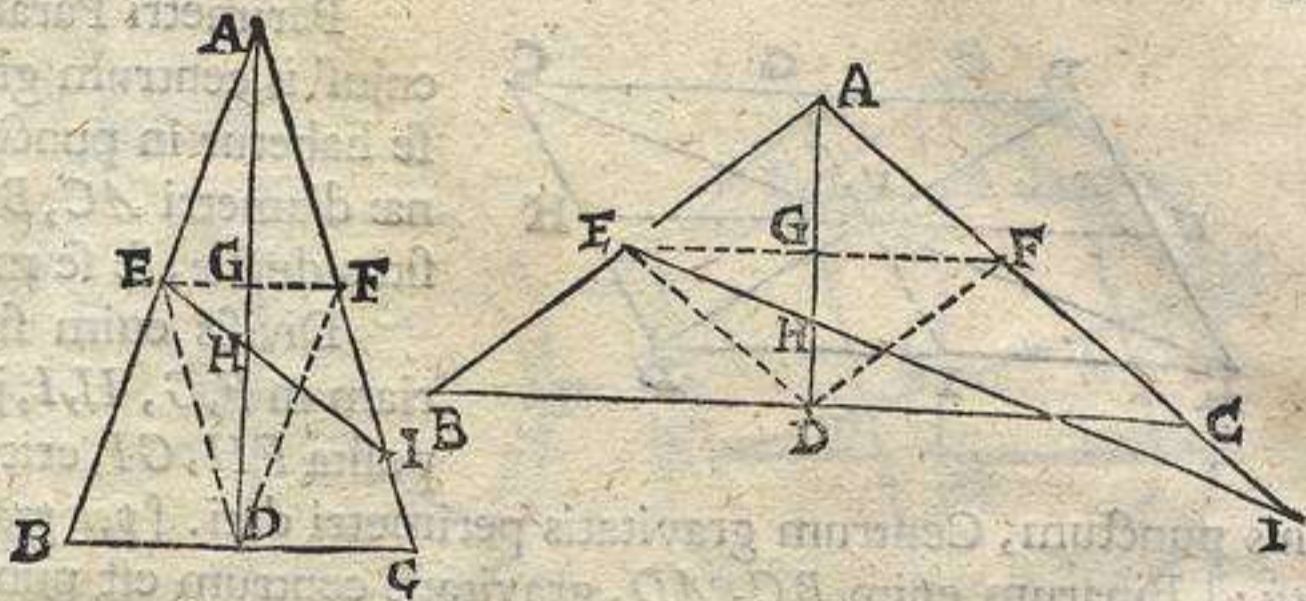
*Plures sunt modi, quos consultò omittimus.*

## PROPOSITIO III.

*Perimetri dati trianguli Isoscelis centrū gravitatis exhibere.*

1. Esto

1. **E** Sto triangulum isosceles  $ABC$ , cujus perimetri centrum queritur. Bisectis tribus lateribus in punctis  $E, F, D$ , ductaque perpendiculari  $AD$ , accipiatur  $FI$  (producto etiam latere  $AC$ , si



opus fuerit) æqualis ipsi  $DC$ , secabit juncta  $IE$ , perpendicularem  $AD$  in puncto  $H$ , quod dico centrum esse gravitatis queritum.

Junctis enim  $EF, ED, DF$  erit  $EFCD$  parallelogrammum [ex secunda sexti,] quare [ex 29. primi] anguli  $EIF, DEI$  æquales sunt, sed eidem angulo  $EIF$  æqualis est etiam angulus  $IEF$ , ad basim  $EI$ , trianguli isoscelis  $EFI$ , [per 5. primi] ergo etiam anguli  $DEI, IEF$  æquales sunt, atq; adeo totus  $DEF$  per rectam  $EI$  bisectus est; sed & angulus  $EDF$  per rectam  $DA$  bisectus est, ergo punctum sectionis commune  $H$ , est perimetri  $ABC$  centrum gravitatis [ex coroll. 4. propos. 1. hujus]. Quod erat demonstrandum.

2. **A L I T E R.** Ducta ad basim  $BC$  perpendiculari  $AD$ , fiat ut duo latera æqualia, unà cum basi, ad ipsa duo latera, ita semiperpendicularis ad aliud, habebitur in  $AD$  recta segmentum  $DH$ , determinans punctum  $H$ , centrum videlicet gravitatis, quod queritur.

In eadem enim figura est, ut  $BA, AC$  simul sumptæ ad  $BC$ , hoc est,  $ED$  plus  $DF$  ad  $EF$ , ita, [ex Coroll. 2. Propos. primæ hujus,]  $DH$  ad  $HG$ ; & convertendo ut  $BC$  ad  $BA$  plus  $AC$ , ita  $GH$  ad  $HD$ ; & componendo ut  $BC, BA, AC$  simul sumptæ, ad  $BA$  plus  $AC$ , ita  $GH$  plus  $HD$ , hoc est,  $DG$  semiperpendicularis ad  $HD$ . Quod erat demonstrandum.

### PROPOSITIO IV.

*Perimetri trianguli Scaleni centrum gravitatis invenire.*

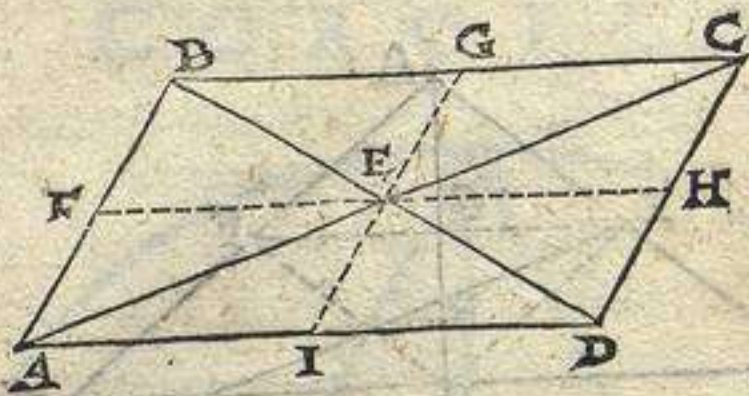
**E** Sto [in figura pag. 50] triangulum datum  $ABD$ , ductis ad bisectiones laterum rectis  $EG, GI, IE$ , bini quivis anguli, ex tribus hisce ductis orti, bisecentur; lineæ enim bisecantes, secabunt sese in centro querito, [ex coroll. 4. propos. 1. hujus.] Quod erat faciendum.

### PROPOSITIO V.

*Perimetri figurarum Quadrilaterarum centrum gravitatis invenire.*

**F**iguræ quadrilateræ, quantum ad rem præsentem facit, in Parallelogramma & Trapezia recte subdividuntur,

Peri-



Perimetri Parallelogrammi  $ABCD$  cujusvis, centrum gravitatis compendio- se habetur in puncto sectionis  $E$ , quobi- nã diametri  $AC, BD$  ad angulos oppo- sitos ductæ, se se mutuo interfecant.

Divisis enim singulis lateribus bifa- riam in  $F, G, H, I$ , jungantur puncta op- posita  $FH, GI$ , erit  $E$  commune sectio- nis punctum, Centrum gravitatis perimetri dati. [per propof. 3. cap. preceden- tis:]

Binarum enim  $BC, AD$ , gravitatis centrum est punctum medium  $E$ , si- militer medium punctum in  $FH$ , est Centrum binorum  $AB, DC$ ; quod cum vnum idemq; sit in  $E$ , erit id Centrũ ipsarum quatuor  $AB, BC, CD, DA$ ; Esse vero idem, hoc est, rectas  $GI, FH$ , se se bifecare mutuo in eodem puncto  $E$ , ostenditur ex quatuor parallelogrammis  $EB, EC, ED, EA$ , [per 34. primi,] Quadrilatera enim  $BH, HA, GA, GD$ , sunt parallelogramma; [ex 33. primi] ergo etiam illa.

Hoc vero centrum  $E$ , idem esse cum illo quod per diametros inven- tum est, hoc est, ductas  $EA, EC$ , item  $EB, ED$  esse sibi in directam positas, sic demonstratur: In triangulis  $FEB, HED$ , [per 4. primi] anguli ad  $E$  æ- quales sunt, propter æqualia latera  $FB, HD$  &  $FE, EH$ , & angulos alternos ad  $F$  &  $H$ ; addito igitur communi  $BEH$ , duo anguli  $FEB, BEH$ , æquales sunt duobus  $BEH, HED$ : sed illi [ex 13. primi] sunt æquales duobus rectis; ergo & hi. Ergo [per 14. primi]  $BE, ED$ , sunt sibi in directam positæ. Eodem modo demonstratur  $AE, EC$  esse sibi in directam positas. Ergo punctum  $E$  est idem, atq; adeo Centrum gravitatis quæsitum. Quod erat demonstrandum.

Plures modos inveniendi hoc centrum, vide infra capite octavo in Corolla- rio propositionis septimæ.

2. Pro Trapezijs sufficiat Regula communis, de qua propositione 4. cap. precedentis, & initio hujus diximus, sicuti & pro Multilateris figuris irregu- laribus. Quamvis enim aliquæ sint, in quibus singulari aliquo compendio centrum gravitatis pro perimetro assignari posset; non judico tamen operæ precium esse ea hoc loco prosequi. Quare ad ordinatas circulo inscriptas nos conferamus.

## COROLLARIUM.

Ex demonstratis colligitur in quovis parallelogrammo, & lineas quæ op- positorum laterum bisectiones jungunt, & diametros, se se mutuo bifariam secare; & insuper omnes in vno eodemque puncto.

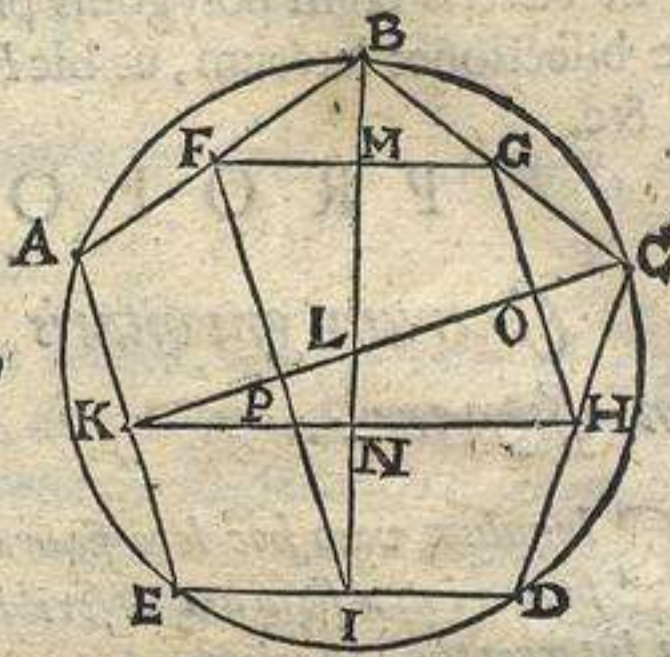
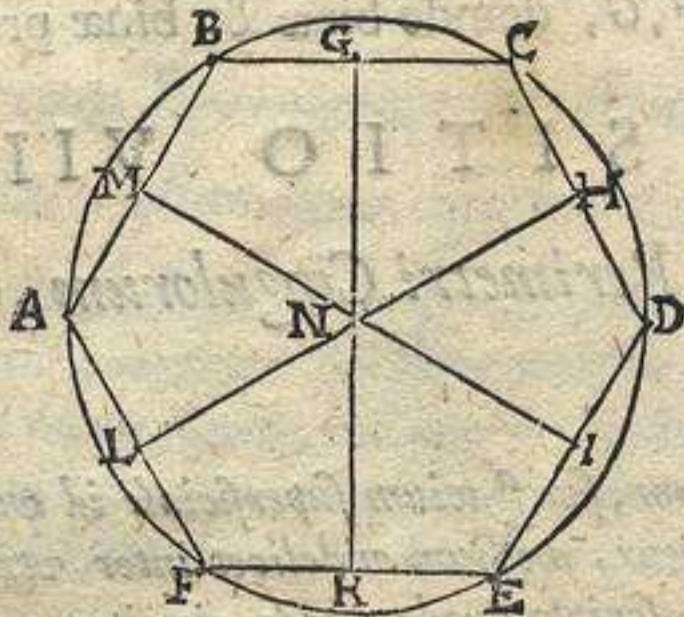
## PROPOSITIO VI.

Centrum gravitatis Perimetri Polygonorum regularium reperire.

In

## INVENTO

centro circuli Polygono circumscripti, ipsum, erit id quod quaeritur gravitatis centrum. Sit Polygonum regulare quodcumque  $ABCDE$ , bisecentur singula latera, ut



habeantur [ *ex 2. cap. preced.* ] illarum centra  $F, G, H, I, K$ , quæ cum & ipsa, & lineæ quibus insunt, æqualiter undique circumstent circuli centrum  $L$ , in æquali etiam inter se remotione ( quod facile ostenditur per lineas perpendiculares  $LF, LG, LH, LI, LK$  æquales, & ab invicem æqualiter remotas ) atq; adeo circa illud undique partes æqualium momentorum consistunt. Erit, ex ipsa centri gravitatis definitione, punctum  $L$  centrum gravitatis Perimetri propositi. Quod ostendendum erat.

2. Demonstratur tamen aliter quoq; . Primo quidem in figuris latera habentibus numero paria, exempli gratia in hexagono  $ABCDEF$ : Bisectis enim singulis lateribus, bina opposita sectionum puncta jungantur rectis  $GK, HL, IM$ , quæ omnes sese interfecant in puncto  $N$  circuli centro [ *ex corollario prima sexti* ] Est autem idem punctum [ *per propos 3. cap. precedentis* ] centrum commune binarum  $AB, DE$ , binarum etiam  $BC, EF$ , nec non binarum  $FA, CD$ ; ergo omnium; ergo totius perimetri. Binarum enim, verbi gratia,  $AB, DE$  commune centrum, copulatur cum centro communi aliarum binarum, in ipso centro circuli, nulla media quæ dividi possit intercedente. Quare illud ipsum punctum est gravitatis centrum, cum extra copulam nullo modo esse possit. Et sic de cæteris. Quod erat demonstrandum.

3. Demonstratur secundo in figuris latera habentibus numero imparia, exempli gratia, in pentagono  $ABCDE$ , in quo bisectis singulis lateribus in punctis  $F, G, H, I, K$ ; puncta duo, verbi gratia,  $I & K$  jungantur cum angulis oppositis  $B & C$ , per rectas  $IB, KC$ , quæ sese interfecant in eodem puncto  $L$ , quod centrum circuli est [ *ex paulo ante dicto Corollario prima sexti* ]: Jungantur etiam puncta  $F & G$ , nec non  $K & H$ , per rectas  $FG, KH$ , quas recta  $BI$ , bisecat in  $M & N$ , punctis (quod ne longior sim ostendere omitto) quæ [ *ex 3. cap. preced* ] sunt centra gravitatis communia,  $M$  quidem linearum  $AB, BC$ ,  $N$  vero ipsarum  $AE, CD$ ; Quare centrum commune ipsarum quatuor linearum  $AB, BC, AE, CD$ , consistit in recta  $MN$ , sive  $MI$  [ *per 6. vel 7. propos. cap. 2. hujus* ] in qua etiam existit centrum commune dictarum quatuor linearum, & rectæ  $ED$ : hoc est Centrum gravitatis totius perimetri, existit in recta  $BI$ . Eodem modo junctis  $GH, FI$ , ex eo quod centra,  $O$  quidem ipsarum  $BC, CD$ ;  $P$  vero ipsarum  $AB, ED$ , &  $K$  ipsius  $AB$ , in eadem recta  $KO$  consistunt; ostenditur centrum gravitatis totius Perimetri existere in recta  $CK$ . Ergo cum rectæ  $BI, CK$  præter unicum punctum, quod centrum circuli est, nihil commune habeant, erit illud ipsum

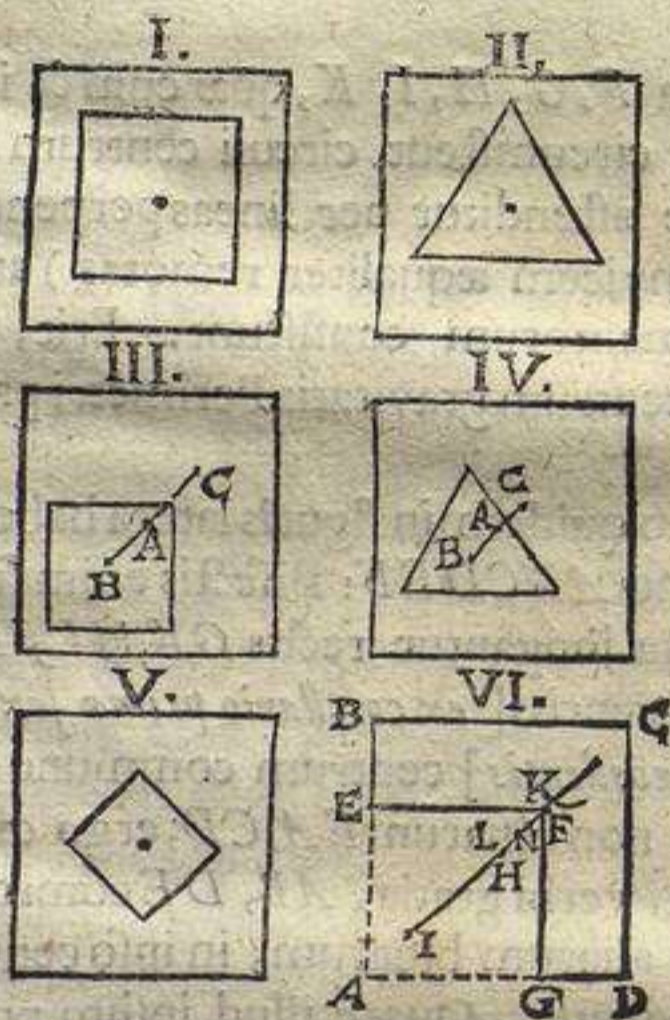
sum centrum gravitatis totius Perimetri. Quod erat demonstrandum.

In cæteris enim polygonis plurium laterum, junguntur semper binæ proximæ bisectiones laterum, ut hic  $P, G$ , deinde binæ & binæ proximè sequentes, &c.

## PROPOSITIO VII.

*Centrum gravitatis Perimetri Cingulorum, & Gnomonum assignare.*

1. **C**ingulum voco hoc loco figuram, seu spacium superficiale id quod oritur, cum figura intra figuram describitur, medium videlicet inter utriusque perimetrum interceptum spacium, à quo inscripta quodammodo cingitur.



2. Sunt autem duplicis generis: primum est quando figurae sunt similes, ut adjectarum figurarum Prima, Tertia & Quinta. Secundum quando sunt dissimiles quales, sunt Secunda & Quarta. Vtrumque porro genus in alias subdividitur species, quarum Prima constituitur ex figuris concentricis, ut figura Prima, Secunda & Quinta. Secunda ex non concentricis ut Tertia & Quarta. Quae species proprie ad rem nostram faciunt. Alias enim distinctiones consulto omittimus; qualis esset quae desumeretur ex positione juxta similitudinem, & dissimilitudinem &c.

3. Perimeter ergo Cinguli illius cujus figuræ (à quibus constituitur) sunt quoad perimetros concentricæ, illud idem punctum habet etiam pro centro suo gravitatis.

4. In illis vero quibus centra diversa sunt, recta centra connectens dividenda est, in proportionem perimetrorum utriusque figuræ, [secundum conditionem propositionis 6. vel 7. cap. 2.] Eritque punctum divisionis centrum gravitatis perimetri Cinguli propositi.

Demonstrationem autem dictorum à nobis nemo petet, qui præcedentia intellexit: nec frustra idem sæpius inculcandum, quod semel iterum neque dictum, fat esse potest.

5. Sit deinde Gnomon  $EBCDGF$ , ejusque perimetri sit investigandum centrum suæ gravitatis. Inventis prius centris perimetri,  $H$  quidem figuræ majoris  $AC$ ,  $I$  vero linearum  $EAG$ ; & fiat ut rectæ  $EB, BC, CD, DG$  simul, ad rectas  $EA, AG$ ; ita  $IH$  necens centra, ad quartam. Huic igitur quartæ in producta  $IH$  versus  $C$ , æqualis abscindatur  $HK$ ; erit punctum  $K$  centrum gravitatis linearum  $EBCDG$ . [per propof. 8. cap. 2.] Invento deinde centro  $L$ , linearum  $EFG$ , juncta  $LK$  ita dividatur in  $N$ , ut sit  $LN$  ad  $NK$ , sicut, quatuor lineæ  $EBCDG$ , ad duas  $EFG$ : erit punctum  $N$  centrum quæsitum, [per propof. 6. vel 7. cap. 2.]. Quod erat faciendum.

## PROPOSITIO VIII.

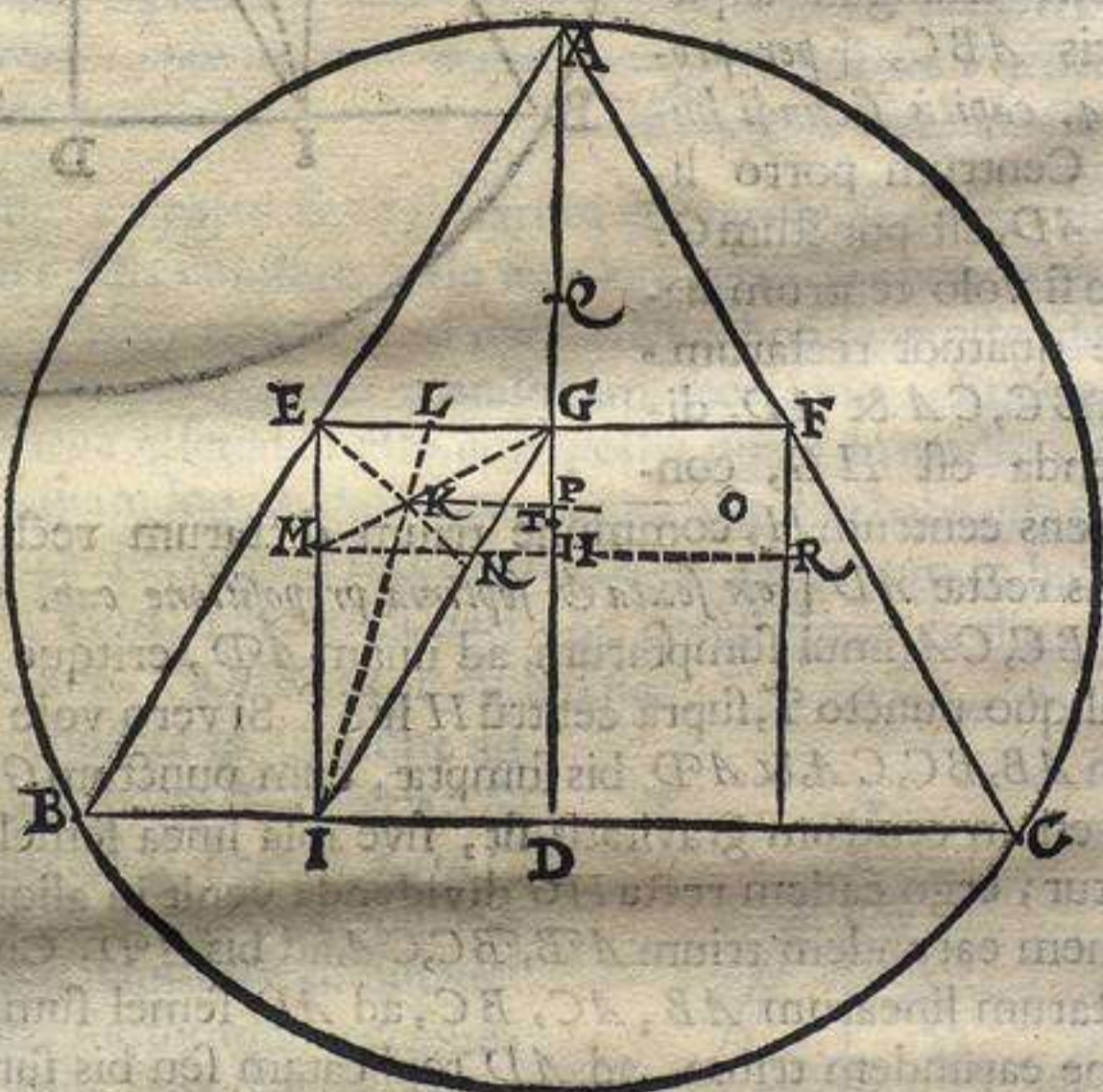
*Plurium Perimetorum figurarum rectilinearum, centrum gravitatis commune assignare.*

**E**tsi constructio Problematis ex precedentibus constet, unicum tamen ob casum, quo penetratio quantitatis seu superimpositio, de qua supra [capite secundo, ad Postulatum 3.] locuti sumus, hoc loco multiplicatio seu augmentatio quadam linearum, quoad gravitatem, sine ulteriore extensione ostenditur, unico exemplo, ex quo de ceteris iudicium fiat, Problema hoc & proponere, & breviter solveere volumus.

1. Resumatur triangulum scalenum  $ABD$ ; [de quo propos. 1 & 4 huius] cui æquale adiacet  $ACD$ , habens commune cum priore latus  $AD$ . Oportet commune perimetrorum utriusq; trianguli centrum gravitatis invenire. Inventis [vel ex propos. 1 vel ex 4] centris  $K$  &  $O$  spectantibus ad perimetros  $ABD$ ,  $ACD$ , jungantur ea per rectam  $KO$ , secantem  $AD$  in puncto  $P$ ; quod dico esse centrum gravitatis utriusque perimetri, &  $ABD$ , &  $ACD$ . Puncta enim  $K$  &  $O$  in triangulis similibus & æqualibus similiter sita, æqualiter distant à latere  $AD$ . Ergo  $KO$  in puncto  $P$  bifariam secta est, ac proinde, [ex propos. 4. cap. 2.] idem punctum centrum gravitatis est, perimetrorum propositorum.

2. Notandum ergo punctum  $P$ , necessario diversum esse à puncto  $H$ , quod centrum est perimetri trianguli  $ABC$ , ex duobus scalenis compositi. Illud enim est centrum sex, vel quinque linearum harum  $AB, BD, DC$  (quæ duæ  $BD, DC$ , faciunt unam  $BC$ )  $CA$ , &  $AD$  bis sumptæ; hoc vero trium tantum linearum  $AB, BC$  &  $CA$ , Quare ea diversa esse necesse est.

3. Quod si quis contendere vellet, cum linea  $AD$  una eademq; sit, etiamsi sæpius sumatur, centrum tamen commune, verbi gratia, quinque dictarum linearum, non fore diversum à centro communi ipsarum quatuor  $AB, BC, CA$  &  $AD$ , in quibus  $AD$  semel tantum sumitur. Huic mox satis fiet ex constructione, in qua etsi  $AD$  aliquo modo eadem sit, gravitas tamen ipsius, ubi bis adhibetur, aliud necessario commune requirit centrum, quam ubi semel tantum in censum venit, Quod sic fiet,



Inventis ex [*propof. tertia capituli precedentis*] gravitatis centris,  $M$  quidem centrum binarum  $AB, BD$ ;  $R$  vero binarum  $AC, CD$ ; ductaque  $MR$ , secabitur per eam recta  $AD$ ; & ipsa  $MR$  bisecabitur in  $H$  puncto, centro communi trium linearum  $AB, BC, CA$ , hoc est, perimetri trianguli æquilateris  $ABC$ , [*per propof. 4. capituli secundi huius*] Centrum porro lineæ  $AD$ , est punctum  $G$ : Ergo si volo centrum habere quatuor rectarum,  $AB, BC, CA$  &  $AD$ , dividenda est  $HG$ , connectens centrum  $H$ , commune trium dictarum rectarum, &  $G$  centrum unius rectæ  $AD$  [*ex sexta & septima propositione cap. 2.*] in proportione trium  $AB, BC, CA$  simul sumptarum, ad unam  $AD$ , eritque hoc centrum necessario in aliquo puncto  $T$ , supra centrū  $H$  sito. Si vero volo centrum quinque rectarum  $AB, BC, CA, \& AD$  bis sumptæ, cum punctum  $G$  medium lineæ  $AD$ , ipsius etiam centrum gravitatis sit, sive ipsa linea semel, sive bis, sive sæpius sumatur; ergo eadem recta  $HG$  dividenda venit in aliquo puncto  $P$ , in proportionem earundem trium  $AB, BC, CA$ , ad bis  $AD$ . Cum ergo proportio trium dictarum linearum  $AB, AC, BC$ , ad  $AD$  semel sumptam, major sit proportione earundem trium, ad  $AD$  replicatam seu bis sumptam; erit etiam recta  $GT$  major, quam sit  $GP$ : ergo punctum  $P$ , cadet supra  $T$ , ac proinde diversum erit centrum gravitatis quatuor rectarum, à centro quinque rectarum; & huius diversitatis nulla alia causa est, quam quod gravitas lineæ  $AD$  (quæ sive una dicatur, sive duæ non curamus) bis accepta sit. Quod erat ostendendum.

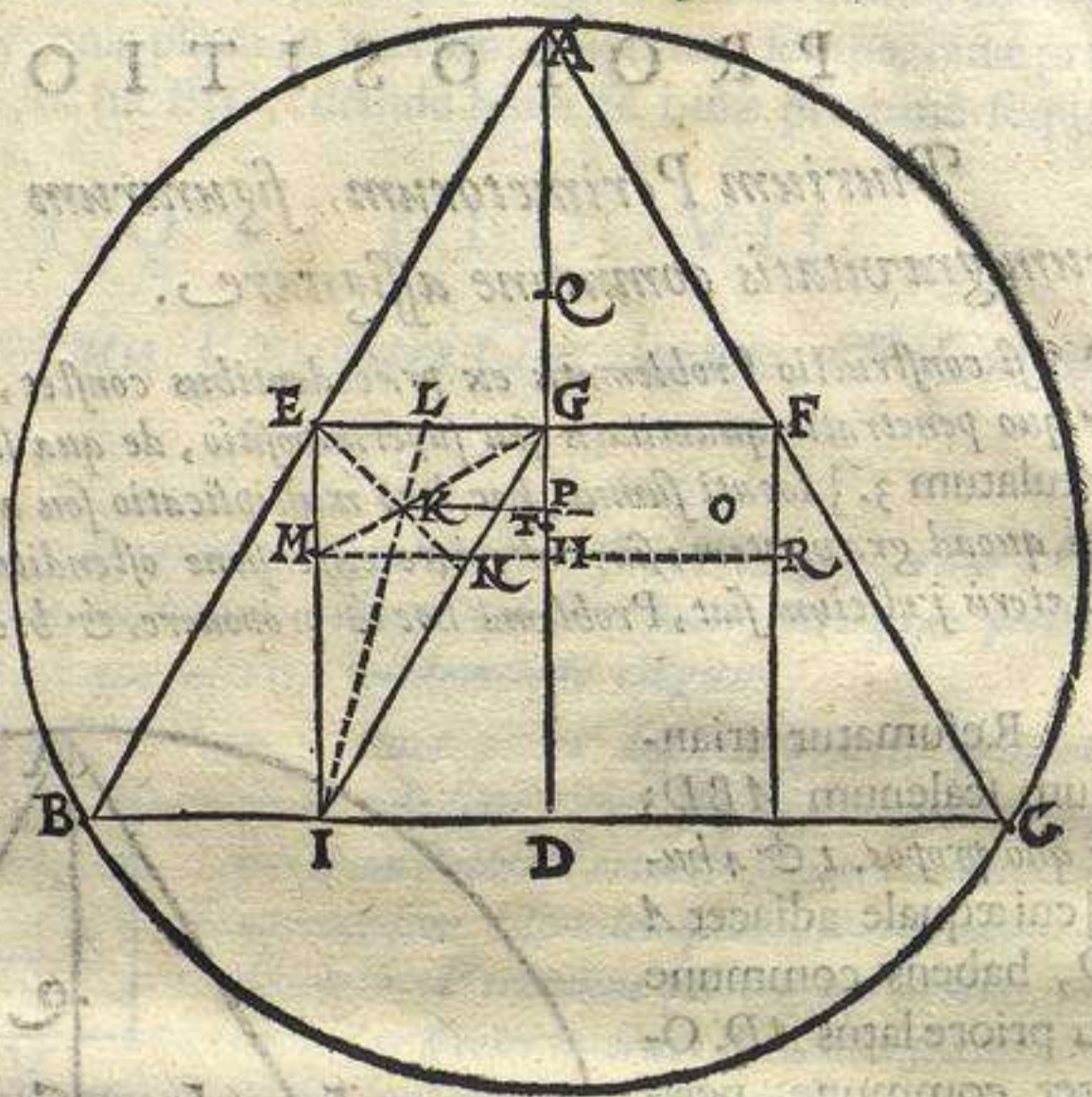
## CAPUT V.

## DE CENTRO GRAVITATIS Linearum curvarum.



Ost quam ea quæ ad centra punctorum ac linearum rectarum, tam prout ipsa per se, quam ut termini figurarum superficialium, in considerationem veniunt, commoda brevitate expedivimus: Ordo ille doctrinæ quem hætenus observavimus, à facilioribus ad difficiliora conducens, requirere videtur, ut de linearum curvarum mixtarumque Centris gravitatis aliqua

pro





proferamus in medium, Quamquam autem illæ variæ & penè infinitæ sint, de paucis tamen iisque magis ordinatis, magis obuijs, ac notioribus, tractare constituimus: & hoc quidem Capite, prout per se sumuntur; non autem in ordine ad figuras quas terminant, & ut perimetri illarum sumuntur.

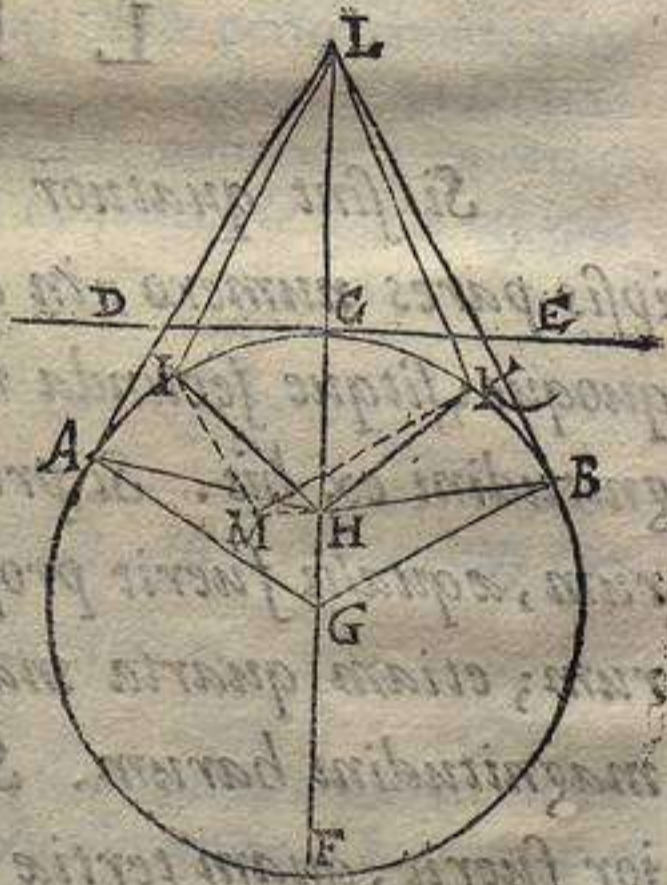
## PROPOSITIO. I.

Centrum gravitatis lineæ curvæ, ex parte consistit cava intra subtensam, atque in recta linea, quæ ad eam, quæ curvam in bisectionis puncto tangit, perpendiculariter ducitur.

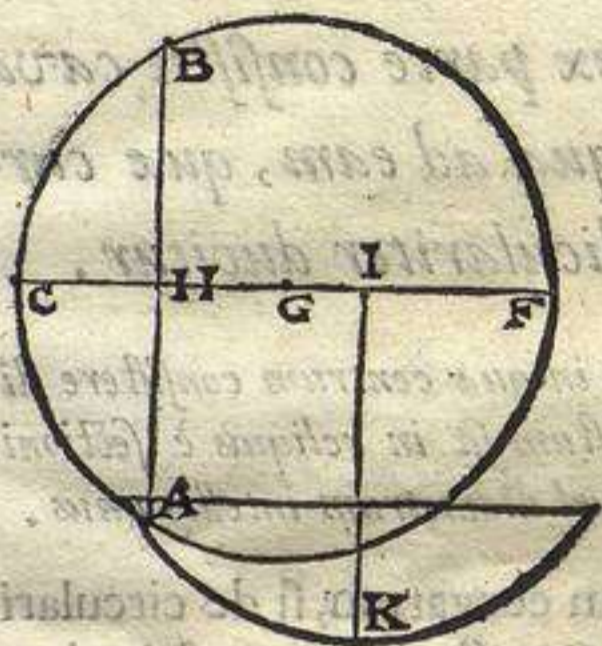
IN hac Propositione præcipuè loquimur, quoad rectam in qua centrum consistere diximus, de lineis circularibus, quamvis æquè manifestum sit in reliquis è sectionibus Coni ortis, si pro recta illa universaliter vel axem, vel diametrum intelligamus.

Existere ergo Centrum ex parte cava linearum curvarum, si de circularibus & ellipticis loquamur, satis constare posse ex Corollario propositionis octavæ cap. 2. judicamus. Placet tamen illud universaliter hoc loco ostendere, si prius postremam propositionis partem manifestam fecerimus. Enimvero si centrum in ipsa linea curva esset, alibi esse non posset quam in medio ipsius puncto; cum lineæ præter suam longitudinem momenta alia non habeant; ergo si in ipsa curva, si extra fuerit, ita situm esse debet, ut circum se habeat partes æqualium momentorum; quod alibi fieri non potest, quam in illa recta perpendiculari, quam diximus. Ostenditur autem sic.

2. Esto peripheria  $ACB$  bisecta in  $C$ , atque ad ductam tangentem  $DE$ , acta perpendicularis  $CF$ , transiens per centrum circuli  $G$  [ex 19. tertij]. Dico centrum gravitatis propositæ peripheriæ esse in recta  $FC$ : Assumpto enim in ea quovis puncto  $H$ , pro centro illo, sumptisque peripherijs æqualibus  $CI, CK$ : erunt tam illæ quam reliquæ æquales  $IA, KB$ , æqualiter à puncto  $H$  remotæ: hoc est, rectæ  $AH, HB$ , nec non  $HI, HK$  inter se æquales erunt. Nam ductis semidiamentris  $GA, GB$ , erunt triangula  $AGH, BGH$  æqualia, [per 4. primi,] propter æqualia latera  $AG, GB$ , & commune  $GH$ , angulosq; ab ipsis comprehensos  $AGC, BGC$  æquales. [per 27. tertij.] Ergo & rectæ  $AH, HB$  æquales sunt. Eodem modo æquales ostendentur  $IH, HK$ , si jungantur semidiamenti  $IG, GK$ . Quod si assumatur aliquod punctum  $L$ , extra circum in producta  $FC$ , pro centro gravitatis, nihilominus ductæ  $LA, LB$ , nec non  $LI, LK$  æquales ostendentur, verbi gratia  $LA, LB$ , propter triangula æqualia  $LGA, LGB$ , &c. Et sic si assumantur quævis alia bina puncta in peripheria  $AB$ , æqualiter hinc inde à puncto  $C$  remota, ostendentur æqualiter distare à puncto  $H$ , vel  $L$ . Quod erat demonstrandum.



3. Nec est quod quispiam obijciat extra rectam  $FC$ , punctum esse posse aliquod  $M$ , à quo ductæ, verbi gratia,  $MI, MK$  æquales sint; hoc enim fieri non posse, facillime ostenderetur ex triangulis (ducta prius  $MH$ )  $IMH, KMH$ ; latera videlicet  $MI, & MK$  inæqualia esse. Quod brevitatis causa omitto.



4. Centrum porro gravitatis curvæ existere ex parte cava, intra subtensam  $BA$ , sic habetur. Ponatur eadem peripheria  $ACB$  ita, ut prædicta recta  $FC$  horizonti sit parallela, ut hic in adjecta figura, junctaque  $AB$  ad ipsam  $FC$  sit perpendicularis. Dico centrum gravitatis non posse consistere extra cavitatem, neq; ad partes  $H$ , puncto sectionis  $CF$  cum  $BA$ , neque ad partes  $C$ . Esto enim, si fieri potest, quodvis punctum  $I$ , in recta  $HF$ , centrum gravitatis ipsius lineæ circularis seu curvæ  $ACB$ , quæ si cogitetur, hoc modo ut nunc est, ita ut  $BA$  sit perpendicularis ad  $CF$ , suspensa ex puncto  $I$ , ipsa nullo modo maneret, eo quod totum pondus esset ex parte  $H$ , & ex parte  $F$  nihil, quod contra ponderaret; ferretur ergo deorsum ita, ut  $IC$ , eum situm obtineret quem  $IK$ : contra definitionem centri gravitatis, quæ vult ut grave suspensum ex suo centro, in quovis situ maneat. Eadem de causa centrum non potest esse ad partes  $C$ , in producta  $FC$ . neq; in ipsa  $AB$ . Ergo erit intra ambitum  $ACBA$ . Quod erat ostendendum.

### LEMMA.

*Si sint quatuor magnitudines proportionales, & alie ipsis pares numero, in quavis alia proportione proportionales quoque; sitque secunda magnitudo ex illis, æqualis secunde magnitudini ex his. Si proportio primæ illarum, ad primam harum, æqualis fuerit proportioni tertiæ illarum, ad tertiam harum; etiam quarta magnitudo illarum, æqualis erit quartæ magnitudini harum. Si vero proportio primæ ad primam major fuerit, quam tertiæ ad tertiam, erit contra quarta magnitudo illarum, minor quarta harum. Si denique proportio primæ ad primam minor fuerit, quam tertiæ ad tertiam; erit contra quarta illarum, major quarta harum.*

Sint

Sint 4. magnitudines  $A, B, C, D$ , ut quidem prima  $A$  ad  $B$  secundam; ita  $C$  tertia, ad  $D$  quartam. Sint deinde aliae quatuor  $E, B, F, G$ , hoc modo proportionales, ut sit prima  $E$ , ad  $B$  secundam; ita  $F$  tertia, ad  $G$ , quartam, sive in eadem cum prioribus proportione, sive in diversa: & sint secundae  $B$  &  $B$  aequales. Sit autem primo proportio  $A$  ad  $E$ , aequalis proportioni  $C$  ad  $F$ ; dico  $D$  aequalem esse ipsi  $G$ . Enim vero cum sit, ut  $A$  ad  $E$ , ita  $C$  ad  $F$ ; & ut eadem  $E$  ad  $B$ , ita eadem  $F$  ad  $G$ : erit ex aequo, ut  $A$  ad  $B$ , ita  $C$  ad  $G$ ; & permutando, ut  $A$  ad  $C$ , ita  $B$  ad  $G$ . Est autem ut eadem  $C$  ad  $D$ , ita eadem  $A$  ad  $B$ , ex hypothesi; ergo ex aequalitate perturbata, ut  $A$  ad  $D$ , ita eadem  $A$  ad  $G$ . Ergo [per 9. quinti]  $D$  &  $G$  sunt aequales. Quod erat primò demonstrandum.

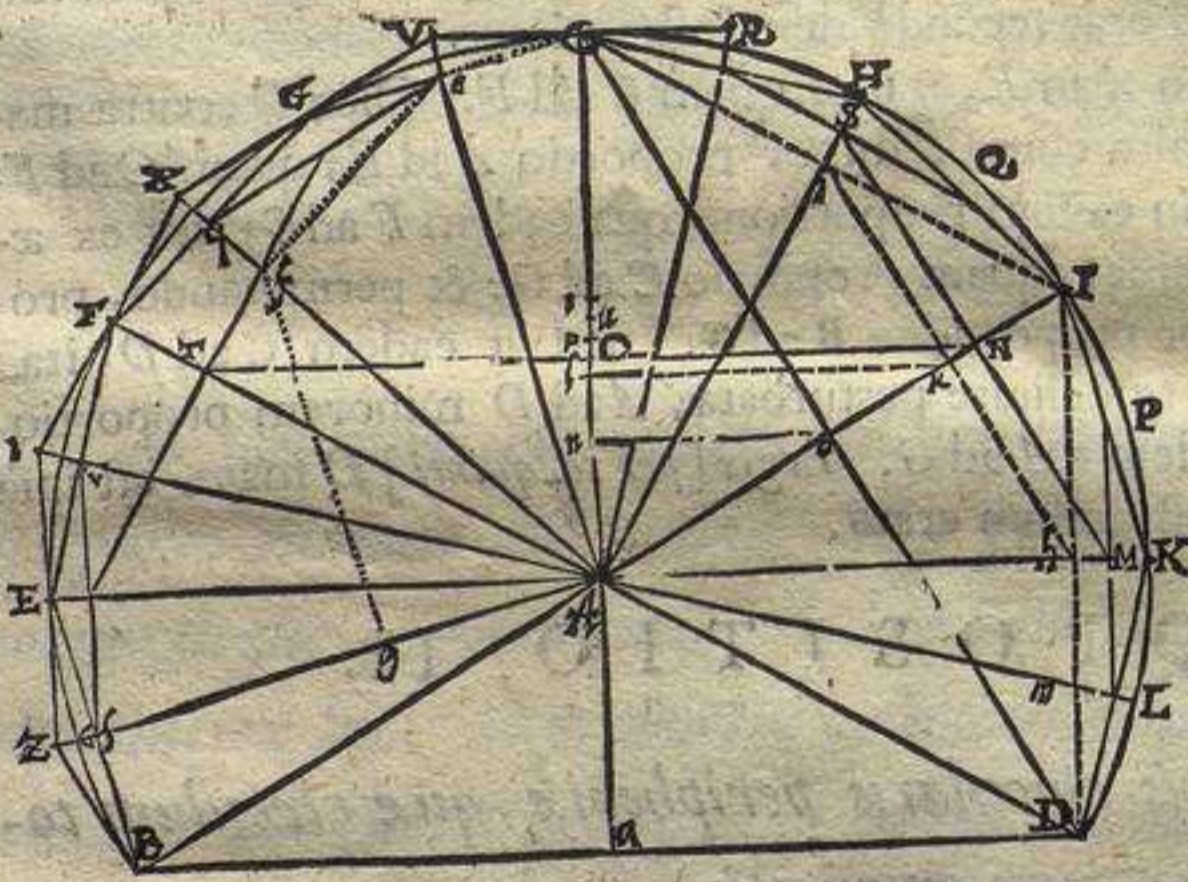
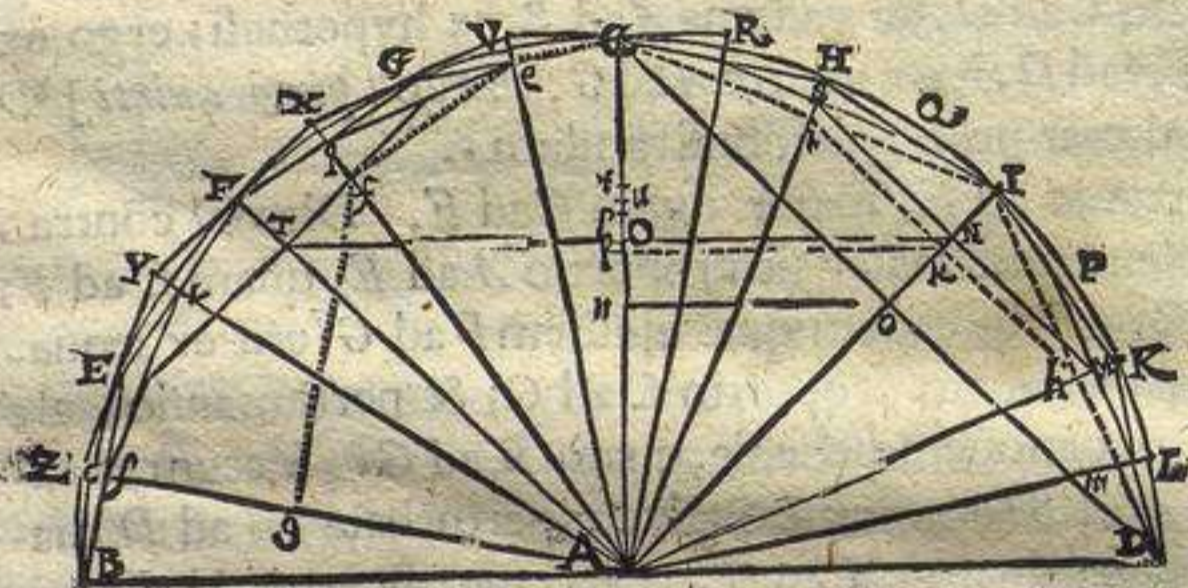
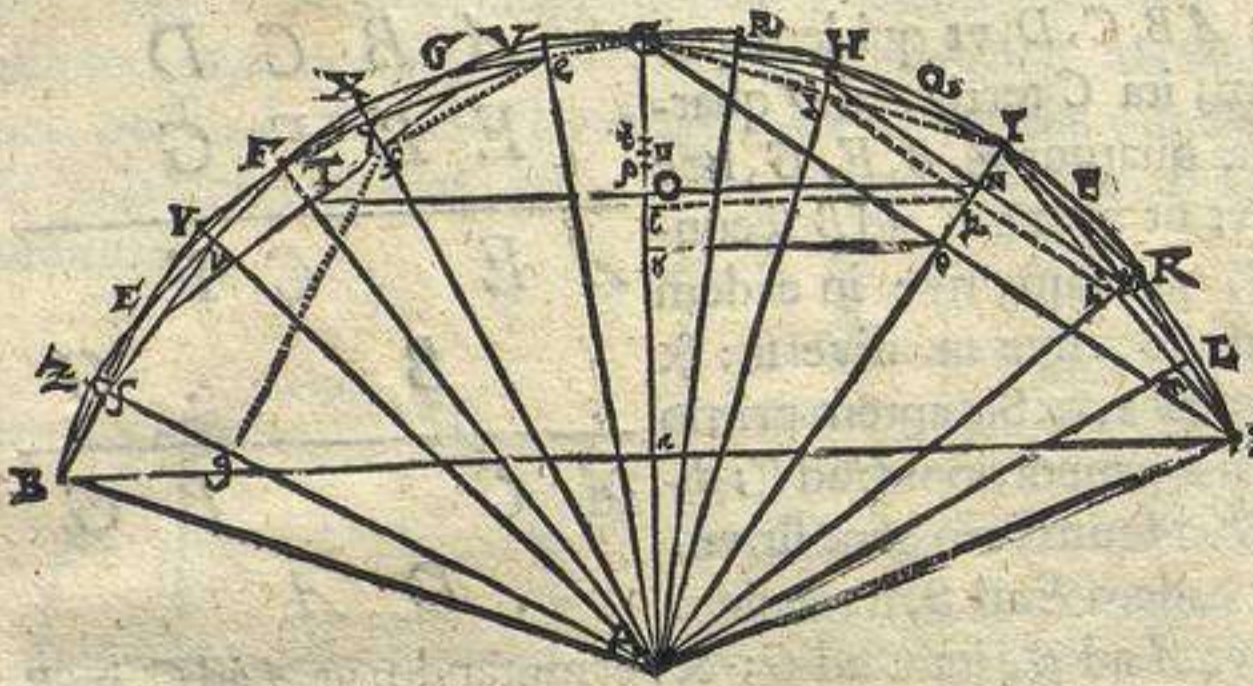
2. Sit secundo proportio  $A$  ad  $E$ , major quam  $C$  ad  $F$ . Dico  $D$  contra minorem esse ipsa  $G$ . Nam cum major sit proportio  $A$  ad  $E$ , quam  $C$  ad  $F$ ; proportio vero ejusdem  $E$  ad  $B$ , sit eadem quae ejusdem  $F$  ad  $G$ : erit ex aequalitate proportio  $A$  ad  $B$  major, quam proportio  $C$  ad  $G$ ; & permutando,  $A$  ad  $C$  majorem quoque proportionem habebit, quam  $B$  ad  $G$ . Verum ut eadem  $C$  ad  $D$ , ita eadem  $A$  ad  $B$ : ergo ex aequalitate perturbata,  $A$  ad  $D$  majorem proportionem habebit, quam  $A$  ad  $G$ . Ergo [per 10. quinti]  $D$  minor est quam  $G$ . Quod erat secundo demonstrandum.

3. Sit tertio proportio  $A$  ad  $E$ , minor quam  $C$  ad  $F$ . Dico  $D$  contra majorem esse ipsa  $G$ . Etenim cum sit minor proportio  $A$  ad  $E$ , quam  $C$  ad  $F$ ; eadem vero  $E$  ad  $B$ , sit in eadem proportione, qua eadem  $F$  ad  $G$ ; erit ex aequo proportio  $A$  ad  $B$  minor, quam proportio  $C$  ad  $G$ : & permutando, proportio  $A$  ad  $C$  erit minor proportione  $B$  ad  $G$ . Sed ut eadem  $C$  ad  $D$ , ita eadem  $A$  ad  $B$ : ergo ex aequalitate perturbata,  $A$  ad  $D$  minorem proportionem habebit, quam eadem  $A$  ad  $G$ . Ergo [per 10. quinti]  $D$  major est ipsa  $G$ . Quod tertio demonstrandum erat.

## PROPOSITIO II.

*Data cujuscvis circularis peripheria, quae circulum totum non ambiat, centrum gravitatis reperire.*

Sit peripheria quavis, semicirculari sive major, sive minor, vel etiam aequalis,  $BCD$ . Oportet centrum gravitatis ipsius invenire. Invenio imprimis [ex tertio elementorum] centro circuli  $A$ , junctisque peripheriae extremis punctis  $B$  &  $D$ , per rectam  $BD$ ; per medium ejus punctum  $a$ , ex centro  $A$  ducatur recta  $AC$ , secabit illa [ex scholio 27. tertij] peripheriam  $BCD$ , bifariam in  $C$  (in semicirculo ubi  $A$  &  $a$  in unum coalescunt, ex  $A$  educatur ad  $BD$  perpendiculariss  $AC$ ). Fiat igitur ut semiperipheria  $DIC$ , ad semisubtensam  $aD$ , ita semidiameter  $AC$ , ad aliam quampiam, cui aequalis accipiat  $Ap$ , in semidiametro  $AC$ . Dico punctum  $p$ , centrum esse quod quaeritur. Enim



Enim vero cum  
tota peripheria bise-  
cta sit in puncto C;  
erit [ex 18. tertij at-  
que ex prima hujus ca-  
pitij] AC sive a C, il-  
la recta linea in qua  
centrum quæsitum  
necessario existit. Ef-  
se vero ipsum pun-  
ctum p, sic habetur.  
Esto enim, si fieri po-  
test, aliud punctum l,  
infra p, ipsum quod  
quæritur centrum;  
hoc est, intra P & A,  
fiatque vt semisubten-  
sa Da, ad semiperi-  
pheriam datam, hoc  
est, ad DIC, ita Al,  
ad aliam quartam,  
quam vocabimus Bb.  
quæ necessario minor  
erit quam semidia-  
meter AC. Cum enim  
antea factum fuerit,  
vt DIC ad Da, ita  
AC ad Ap; erit e-  
tiam convertendo, vt  
Da ad DIC, ita Ap  
ad AC. Sed vt Da  
ad DIC, ita fecimus  
Al ad Bb: ergo e-  
tiam vt Ap ad AC,  
ita Al ad Bb: sed A  
p est major quam A

l, ex hypotesi; ergo [per 14. quinti] etiam AC major est ipsa Bb.

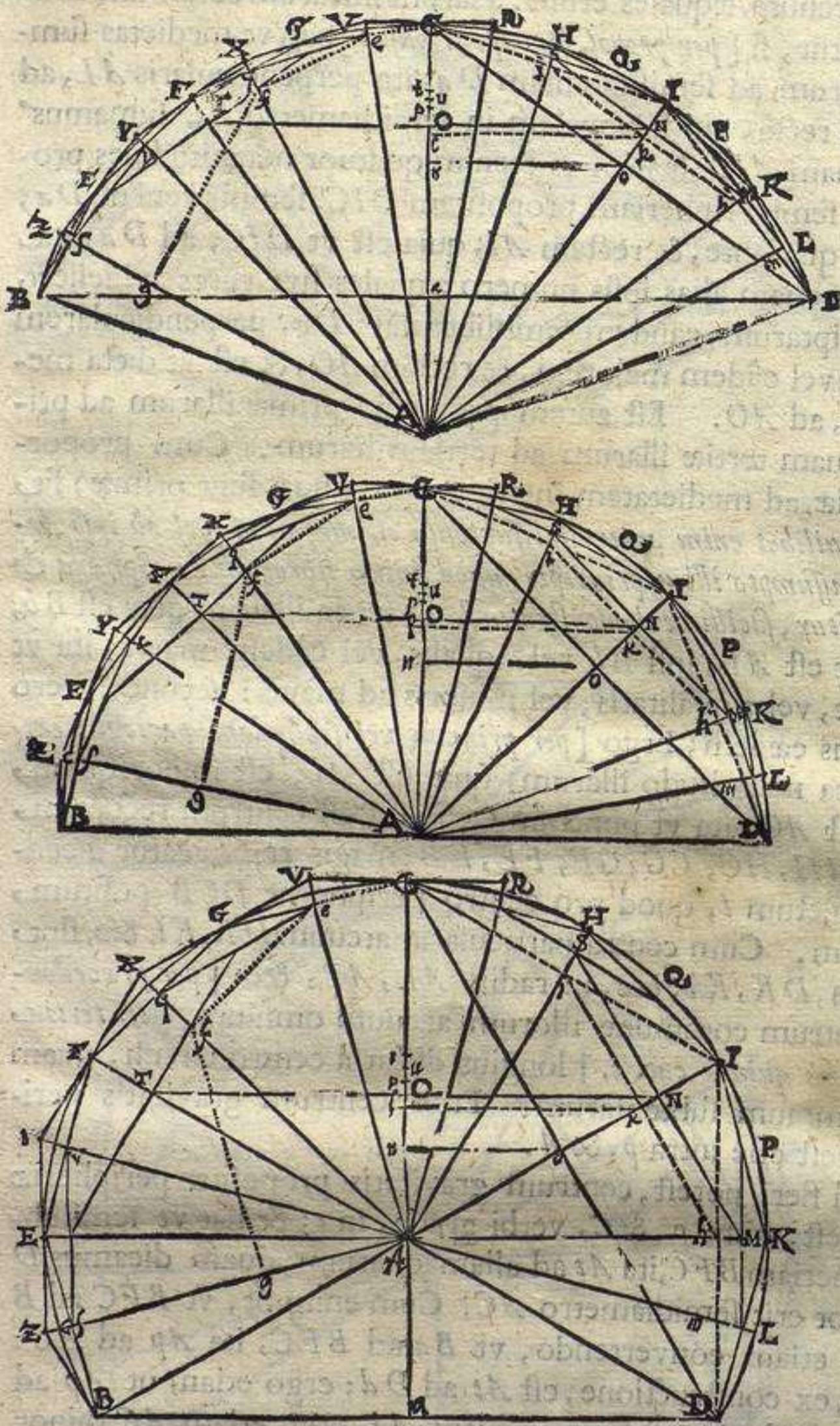
Bisecta deinde peripheria DIC in I, & arcu DI denuo in K, & hæc bisectio tam diu continuetur donec recta aliqua AL, ex centro in subtenfam nomi arcus perpendiculariter ducta, æqualis sit ipsi Bb, vel ipsa major; mi-  
ultir tamen quam semidiameter AC. Quod fieri potest, cum peripheria in-  
infinitum bisecari possit, & perpendicularis, quacunque data differentia, pro-  
pius ad semidiametrum (quâ, vt dictum, Bb minor est) accedere. Reperta  
igitur illa AL, æquali ipsi Bb, vel ipsa majori, tota peripheria BCD, divida-  
bitur in partes æquales ipsi DK, arcui videlicet ultimo (qui cum ex continua bi-  
sectione ortus sit, tota peripheria in partes secabitur numero pariter pares) D  
K, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB & ducantur totidem subtenfæ, quæ omnes ipsi  
DK, ob

$DK$ , ob æqualitatem arcuum, æquales erunt. Harum linearum commune centrum gravitatis habebitur, si [per propof. 6. cap. 3. hujus] fiat, ut medietas summæ linearum inscriptarum, ad semisubtensam  $Da$ ; ita perpendicularis  $AL$ , ad aliam: habebitur enim recta, cui si æqualem in semidiametro  $AC$  sumamus  $AO$ , erit ipsa major quam  $Al$ . Habemus etenim quatuor magnitudines proportionales, nimirum semiperipheriam propositam  $DIC$ , semisubtensam  $Da$ , quartam illam  $Bb$ ; de qua ante, & rectam  $Al$ ; quia est ut  $DIC$ , ad  $Da$ ; ita  $Bb$ , ad  $Al$ . Habemus etiam alias ipsis numero æquales sive pares, videlicet, semissem summæ inscriptarum, eandem semisubtensam  $Da$ , perpendicularem  $AL$ , ipsi  $Bb$ , æqualem, vel eadem majorem, & rectam  $AO$ ; & est ut dicta medietas, ad  $Da$ ; ita  $AL$ , ad  $AO$ . Est autem proportio primæ illarum ad priorem, ad  $Da$ ; ita  $AL$ , ad  $AO$ . Cum proportio primæ illarum ad priorem sit  $DIC$  semiperipheriæ, ad medietatem inscriptarum, (quæ sunt primæ) sit majoris ad minus; [quilibet enim arcus sua subtensa est major, ut vel ab ipso Archimede supponitur, & assumpto illius principio, quod initio librorum de Sphæra & Cylindro, tertio loco ponitur, facillime demonstratur] & tertia illarum quæ est  $Bb$ , ad tertiam harum quæ est  $Al$ , ipsi  $Bb$  vel æqualis, vel eadem major; ita ut proportio tertiarum sit, vel æqualitatis, vel minoris ad majus: secundæ vero sunt æquales, vel potius eadem; Ergo [per primam vel secundam partem Lemmatis præcedentis] quarta magnitudo illarum, quæ est  $Al$ , est minor quam quarta harum, quæ est  $AO$ ; ita ut punctum  $O$ , quod est centrum rectarum, subtensarum  $DK, KI, IH, HC, CG, GF, FE, EB$ , magis removeatur à centro circuli  $A$ , quam punctum  $I$ , quod pro centro peripheriæ  $DCB$  positum est. Quod est absurdum. Cum centra particularia arcuum  $DK, KI$ , &c, sint intra arcus & subtensas,  $DK, KI$ , &c, in radijs  $AL, AP$ , &c; [per præcedentem] ac proinde centrum commune illorum arcuum omnium; [ex tertia parte Corollarij propositionis quintæ cap. 3.] longius distat à centro circuli, quam centrum commune omnium subtensarum. Ergo centrum gravitatis peripheriæ  $BCD$ , non potest esse intra  $p$ , &  $A$ .

Sit secundo, si fieri potest, centrum gravitatis propositæ peripheriæ ultra punctum  $p$ ; hoc est, intra  $p$  &  $C$ , verbi gratia, in  $t$ ; & fiat ut semisubtensa  $Ba$ , ad semiperipheriam  $BFC$ , ita  $At$  ad aliam quartam, quam dicamus  $Dd$ ; quæ necessario major erit semidiametro  $AC$ . Cum enim sit, ut  $BFC$  ad  $Ba$ , ita  $AC$  ad  $Ap$ ; erit etiam convertendo, ut  $Ba$  ad  $BFC$ , ita  $Ap$  ad  $AC$ : sed ut  $Ba$  ad  $BFC$ , ita, ex constructione, est  $At$  ad  $Dd$ : ergo etiam ut  $Ap$  ad  $AC$ , ita  $At$  ad  $Dd$ . Sed  $Ap$  est minor quam  $At$ , ergo etiam  $AC$  minor est quam  $Dd$ .

Bisecta deinde rursus peripheria  $BFC$  in  $F$ , & arcu  $BF$  denuo in  $E$ , & hoc tam diu, donec ducta aliqua  $BZ$ , perpendicularis ad semidiametrum  $AB$ , productam semidiametrum  $Ac$  (ad ultimum bisectionis punctum  $c$  ducta) ita abscindat in  $Z$ , ut  $AZ$  æqualis sit, vel minor ipsa  $Dd$  ante inventa; major tamen ipsa semidiametro  $Ac$ . Quod fieri potest, cum  $AZ$  in infinitum ad  $AB$  accedere, per bisectiones arcuum, possit, ac proinde differentia  $cZ$ , quæcunque magnitudine data, minor exhiberi. Reperta igitur illa  $AZ$ , ipsi  $BZ$  æquales rectæ lineæ circumferantur peripheriæ  $BFCID$ , rectæ nimirum  $ZE, ET, TF, FX, XG, GV, VC$  &c. Harum circumscriptarum gravitatis centrum commune  $u$ , habebitur si [per propof. 6. capituli tertij] fiat ut medietas linearum

circum-



circumscriptam, ad semisubtensam  $Ba$ , ita perpendicularis seu semidiameter  $AB$  ad aliam: habebitur enim recta, cui si æqualem in semidiametro  $AC$  sumamus  $Au$ , erit ipsa minor quam  $At$ . Habemus enim rursus<sup>o</sup> bis quatuor proportionales; priores scilicet semiperipheriã propositam  $BFC$ , semisubtensam  $Ba$ , rectas  $Dd$ , &  $At$ ; in quibus est, vt  $BFC$  ad  $Ba$ , ita  $Dd$  ad  $At$ ; posteriores vero, medietatem circumscriptarum, eandem semisubtensam  $Ba$ , rectas  $Ac$  &  $Au$ ; videlicet vt dicta medietas ad  $Ba$ , ita  $Ac$  ad  $Au$ . Est autem proportio primæ priorũ, ad primam posteriorũ minor, quã tertiã; illarum ad tertiam, harum; cum proportio semiperipheriã ad lineas sibi circumscriptas, sit minoris ad majus [quilibet enim

arcus sua circumscripta est minor, vt demonstratur ab Archimede propof. 1. lib. 1. de Sphæra & Cylindro] & proportio tertiã priorũ, quæ est  $Dd$ , ad tertiam posteriorũ, scilicet ad  $Ac$ , est ex constructione vel æqualitatis, vel majoris ad minus: secundæ vero sunt eadem. Ergo [per tertiam partem Lemmatis precedentis,] quarta magnitudo priorum, quæ est  $At$ , major est quam  $Au$ , quarta posteriorum; ita vt punctum  $u$ , quod est centrum gravitatis circumscriptarum, propius accedat ad centrum circuli  $A$ , quam punctum  $t$ , quod pro centro gravitatis peripheriã  $BCD$  positum est. Quod est absurdum. Cum centra particularia circumscriptarum rectorum sint in ipsis arcibus: rectorum enim  $ZT$  centrum est  $E$ , punctum scilicet contactus; & sic de reliquis: arcuum vero centra, intra versus subtensas, [per precedentem]; ac proinde centrum commune

omni-

omnium arcuum, [ex tertia parte Corollarij propositionis 5. capitis 3.] minus distat à centro circuli  $A$ , quam centrum commune omnium circumscriptarum. Ergo centrum gravitatis peripheriæ  $BCD$  propositæ, non potest esse intra  $p$  &  $C$ . Ergo necessario in puncto  $p$ . QVOD ERAT DEMONSTRANDVM.

## COROLLARIUM.

HABITO peripheriæ alicujus aut arcus, centrum gravitatis, habebitur etiam alterius arcus, qui priori similis sit, centrum, si fiat ut semidiameter illius ad semidiameterum hujus; ita recta determinans centrum gravitatis illius ad aliam; erit enim ea determinans centrum hujus. Sunt namque arcus ex hypotesi similes, atque adeo & ipsi, & radij, & subtensæ proportionales [ut demonstratur à Clavio lib. 8. Geometria practica propof. 2. & 3.] & per consequens etiam rectæ centra determinantes, quæ per illas, ut vidimus, proportionales inveniuntur.

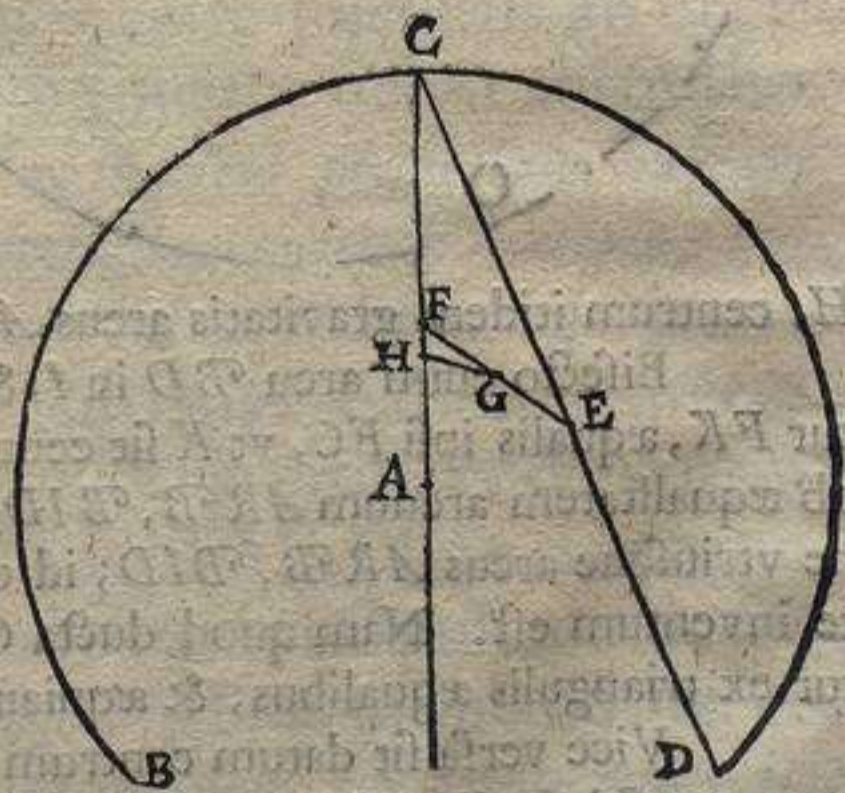
2. Quare Tabula condi posset instar sinuum, ex qua pro quovis arcu, quotuis graduum & minorum, exciperentur numeri respondentes rectis centra gravitatis determinantibus, ab uno scilicet minuto, usque ad semicirculum. Structura tabulæ multum acquireret facilitatis si peripheria Quadrantis in tot partes æquales intelligeretur divisa, quot semidiameter: tunc enim non solum pro uno Quadrante tantum opus esset centra inquirere, eo quod pro reliquo usque ad semicirculum, centra per additionem subtractionemue haberentur; sed & alia sese offerrent calculi compendia: esset enim ut peripheria minor Quadrante, ad peripheriam majorem semicirculum complementem, ita determinans centrum minoris, ad determinantem centrum majoris. &c.

## PROPOSITIO III.

## IDEM ALITER EFFICERE.

Supponit præcedens operatio cognitionem circularis lineæ, hoc est, proportionem ejus ad rectam; qua data, & operatio & demonstratio suam obtinent in Geometricis dignitatem. Subjungam nunc aliam constructionem eamque Geometricam quidem, atque à cognitione lineæ circularis independentem; quæ tamen ad eum, quem sibi præfixit, scopum pertinere Geometricè non possit; in praxi vero mechanica vix aberrare.

Sit peripheria eadem quæ supra  $BCD$ , cujus oporteat centrum invenire gravitatis. Invento, ut supra, circuli centro  $A$ , in diametro  $AC$ , datam peripheriam in  $C$  bisecante; jungatur recta  $CD$ , & in  $E$  puncto bisecetur: intervallo deinde  $AE$ , in recta  $AC$  æqualis accipiatur recta  $AF$ , & jungatur  $FE$ , quæ itidem bisecetur in  $G$ . Nam si intervallo  $AG$ , in eadem recta  $AC$ , linea æqualis abscindatur  $AH$ , jungatur  $HG$ , eaque etiam bisecetur, & reliqua fiant ut ante, invenietur aliud punctum inter  $A$  &  $H$ : quæ operatio si aliquoties repetatur habebitur tandem punctum,

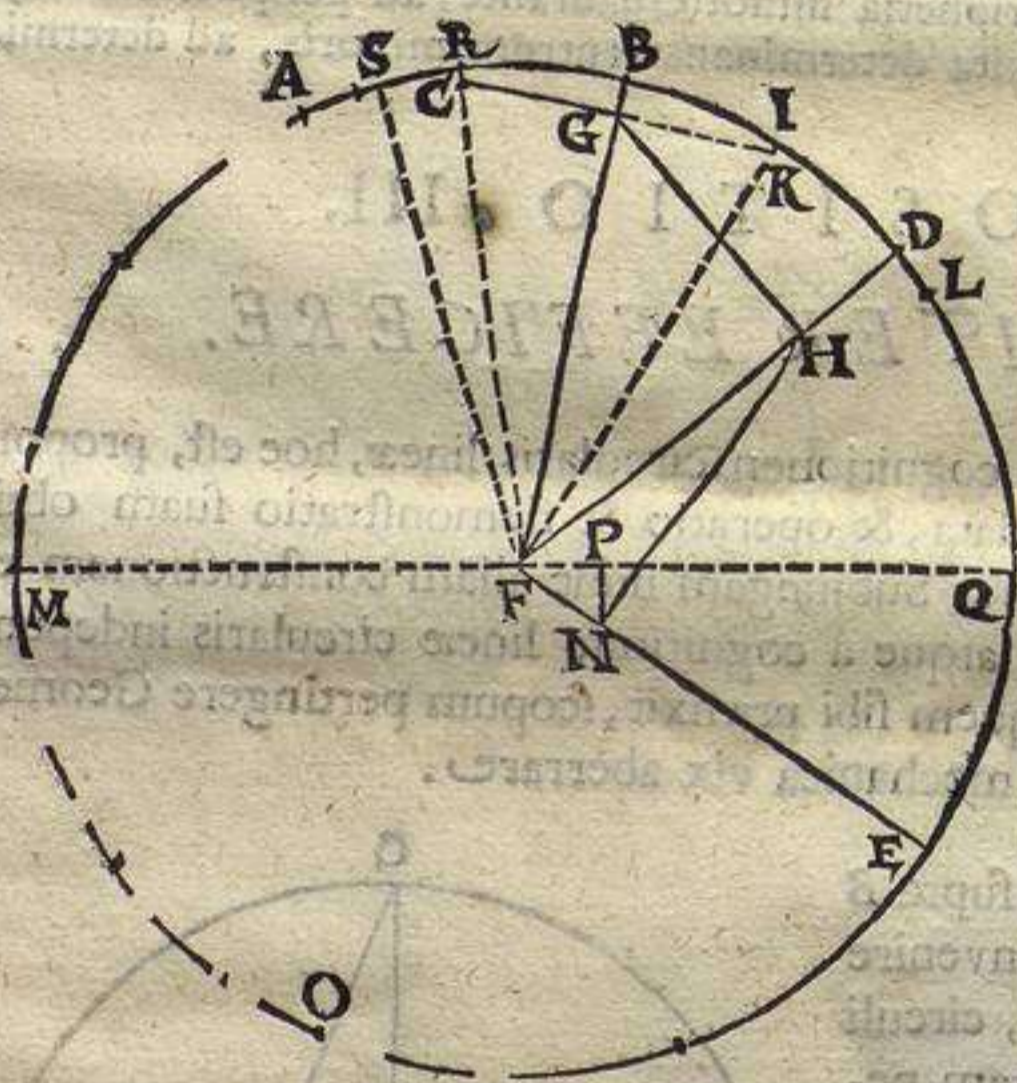


ctum, quod à proximè inveniendò sensibilibiter nequaquam differet, atq; adeo pro centro, quod quæritur practicè tutò assumi poterit. Quod erat faciendum.

Demonstratio ex sequenti constabit Capite. Quod vero hic de figura, in qua peripheria semicirculo major proposita est, dictum est; hoc idem intellige de semicirculari, eaque minore, eas enim, cum ubique eadem sit ratio, consulto omisimus.

### PROPOSITIO IV.

*Dato centro gravitatis cujuslibet arcus circuli, invenire centrum gravitatis arcus dupli, quadrupli &c. item subdupli, subquadrupli, & sic deinceps; & hoc in infinitum: in proportione dupla quidem, usque ad complendum & varie multiplicandum circulum; in subdupla vero per continuas ac perpetuas bisectiones.*



H, centrum itidem gravitatis arcus ADE.

Bisecto enim arcu BD in I, & ductis radijs FR, FI; in FI accipiatur FK, æqualis ipsi FC, ut K sit centrum arcus BID, & jungatur CK, erit ob æqualitatem arcuum ARB, BID, punctum G centrum gravitatis commune utriusque arcus ARB, BID; id est, totius arcus ABD, quod etiam ante inventum est. Nam quod ducta CK, sit perpendicularis ad FB, habetur ex triangulis æqualibus, & æquiangulis FCG, FKG. Et sic de reliquis.

Vice versa sit datum centrum H, arcus ADE, Oportet invenire centrum subdupli ABD, & subquadrupli AB. Ductis ut ante radijs FB, FR, ex H, erigatur perpendicularis ad FD, secans radium FB in G; & ex G

alia

ESTO arcus seu peripheria circuli AB, ejusque centrum gravitatis punctum C, arcus duplus ABD, quadruplus ADE, &c. oportet primo horum arcuum centrum gravitatis reperire. Invento centro circuli F, ductisque radijs FB, FD, ex centro gravitatis dato C, ducatur ad radium FB, perpendicularis CG; & ex puncto G demittatur alia recta GH, perpendicularis ad FD radium, ad terminum arcus ABD, ipsius AB duplum eductum. Dico punctum G, centrum esse gravitatis arcus ABD, & punctum



alia perpendicularis ad  $FB$ , secans  $FR$ , in  $C$ ; erunt puncta  $G$  &  $C$ , centra gravitatis quæsitæ. Quod si arcus  $AR$  biseccetur in  $S$ , & ad radium  $FS$  ex  $C$  ducatur perpendicularis, ostendet ea in  $FS$ , centrum gravitatis arcus  $AR$ , & sic in infinitum. Demonstrantur autem eodem modo omnia ut supra.

## S C H O L I U M.

**D**iximus in Propositione hac posse nos duplicando pervenire ad complendum, et varie multiplicandum circulum: patebit autem completio proxime [ sequenti capite propositione 6. ] ubi ex gravitatis centro dato, dati arcus, totius circularis peripheriæ centrum gravitatis invenitur. Quod ad multiplicationem spectat, si tota peripheria multiplicanda sit, bis, quater, octies, &c. Erit idem Centrum simplicis peripheriæ, centrum etiam ejusdem bis, quater, octies &c. sumptæ. Si vero loquamur de partibus quæ circulum precise non complent, & pergere velimus per continuam duplicationem, centrum poterit esse semper aliud atq; aliud, ut in superiori figura invento centro  $H$ , ipsius arcus  $ADE$ , ex dato centro  $C$ , si ulterius pergamus duplicando, erit arcus  $ADEM$  duplus ipsius arcus  $ADE$ : Quare si ad ductum Radium  $FE$ , ex  $H$  perpendicularis demittatur  $HN$ , erit punctum  $N$  centrum gravitatis arcus  $ADEM$ . Quod si hic arcus rursus duplicetur, pergendo scilicet ab  $M$  versus  $A$  per  $B, D, E$ , terminabitur duplus arcus in  $O$ ; ita ut arcus  $OMA$  sit simplex, arcus vero  $ABDEO$  duplicatus, sive bis sumptus. Quare ducto radio  $MF$ , & producto usque in  $Q$ , si ad ipsum ex  $N$  ducatur perpendicularis  $NP$ , erit punctum  $P$  centrum gravitatis arcus  $ADEOMADEO$ , quod necessario existit ultra centrum  $F$ , versus medium arcus duplicati tanquam gravioris. Et sic de reliquis: Quæ omnia, quoad multiplicationem arcuum, intelligenda sunt juxta ea quæ diximus, Capite secundo ad Postulatum tertium.

## A D D I T I O.


**L**Ocus hic Doctrinæque ordo omnino requirere videtur, ut aliarum etiam curvarum linearum Centra daremus gravitatis, maxime autem partium lineæ Ellipticæ, reliquarumq; sectionum Conicarum. Quæ res, cum sit hominis si non perspicacioris in Geometricis, certe quietioris ab occupationibus, quam ego nunc sum; neque defint alij qui hujus Geometricæ scientiæ naturam ac indolem perspectam habeant, in ejus se adyta penetrent, & ab universalibus instructi præceptis, quibus Theoremata ac Problemata innumera excogitandi eademque demonstrandi facilitas comparatur, hisce merito hæc & similia invenienda, ac demonstranda relinquimus. Talia profecto & hæc ipsa à viro Archimedeo JOANNE DELLA FAILLE Societatis nostræ Sacerdote jure merito expecto; qui in Opusculo de Centro gravitatis partium Circuli & Ellipsis, in Præfatione ad Lectorem sic scribit: Plurimum ad huc magnitudinum, de quibus nemo hætenus, centra gravitatis determinavi sensim edenda &c.

*Hac autem Centri gravitatis indagatio hisce Propositionibus tradita, sicut speculationem habuit non injucundam, praximque certam, ita Corollaria post se trahit & Scholia, digna profecto qua proprium sibi assumant Caput, Immo res ipsa, ut alius repetatur, per se meretur. Id quod jam facere incipimus.*

# DIGRESSIO

## DE QUADRATURA CIR- culi, Lineaque Quadratrice.

### CAPUT VI.

**I.**  *UOT* quantaque ingenia Quadratura circuli torse-  
rine potius, an voluptate affecerit, ut non facile dixerim, ita certo  
mihi persuasum habeo vix Geometram, qui aliquo saltem loco ha-  
bitus sit, unquam extitisse qui non plusculas horas, ne dicam dies  
mensive aut annos, contemplationi huic tribuerit. Immo, vix aliquem ex Tyronibus  
fuisse, qui, postquam saltem quid nominis rei que esset Quadratura circuli utcun-  
que cognovisset, sibi certo certius non promiserit, nobilissimi illius Inuenti se fore  
Auctorem. Quæ quidem, de Philomathematicis, incipientibus maxime, sibi que om-  
nia promittentibus, mira nemini videri debent, sciendi atque inveniendi præcox  
cupido. Hoc mirandum magis extitisse, qui non solum hoc Inventum sibi tribuerint,  
typis per totum mundum evulgaverint, minio cinnabariq; depinxerint; sed etiam se  
omnia purè putèq; Geometricè demonstrasse, contra quosvis, tanquam pro aris & fo-  
cis certaturi, mordicus contenderint; dum interim nil nisi proprios errores, immo ali-  
quando etiam alienos, jucundosque quosdam paralogismos, orbi universo vendiderint.  
Hinc nata varia variorum Cyclometrica, Cyclonomica, Circuli dimensiones, Tetra-  
gonismi, Circulique Quadratura. Non defuerunt certe inter illorum Auctores, qui  
ne errasse videri possint, vel ipsum Archimedem erroris arguere non sunt veriti, eum-  
que Tyrannidis accusare, Arithmeticam Geometriamque ipsam in jus vocare. Et  
ne quid Philautia non tribueretur inventi sunt, qui quod ipsi invenire se posse de-  
sperarant, nullam alium posse, atque adeo Tetragonismum absolute impossibilem, curvi-  
que ad rectum nullam proportionem esse proclamaverunt. Ita fallimur, & fallimus.

**2.** *Nos unà cum Philosophorum Principe, cæterisque non parvi nominis Geome-  
tris, constanter asserimus, Quadraturam circuli esse scibilem, etiamsi nondum da-  
ta sit illius scientia. Vnum audiamus Eutocium Ascalonitam, Archimedis De Circu-  
li dimensione Commentatorem, qui quinto Christi sæculo claruit. Circuli circum feren-  
tiam, inquit, magnitudinem esse omnibus perspicuum est; atque ut arbitror, ex  
earum numero quæ ad unum duntaxat divisibiles sunt, est autem & recta li-  
nea illius ejusdem speciei. Et quamquam nondum appareat fieri posse, ut  
circumferentiæ circuli æqualem rectam lineam inveniamus: esse tamen natu-  
ra rectam quandam ipsi æqualem, à nullo unquam est dubitatum. Missis  
ergo pluribus, quæ aliunde ad hanc stabiliendam sententiam liceret adducere, in rem  
presen-*

presentem veniamus. Quis enim, qui Geometriam saltem à limine salutaverit, non unà cum illius Principe superficiebus sua concesserit gravitatis centra: & eodem prorsus jure pro lineis talia centra quis non admittere debet, ut nos jam primò facimus?

Quæ profectò centra magnitudinibus illis re ipsa conveniunt, atque suo loco sine loco singulis quibusvis insunt, ut pote in indivisibili, nemine etiam cogitante. Dato igitur vel semiperipheriæ, vel ipsiusmet plani semicirculi gravitatis centro, Quadraturam etiam dari circuli necesse est; & alterutro supposito, alterum sua sponte sequi.

Quod ipsum sane non ultimum est nec minimum ex ijs, quæ plurima Geometricis insunt, mysterium. Quid enim Quadraturæ circuli cum centro gravitatis sive lineæ sive plani? Recondita hæc sunt quodammodo, & tamen manifesta: ac proinde jure merito Paradoxa dicenda.

3. Archimedes profectò, etsi is in Scriptis suis quæ extant, plurima dissimulet, plurimum tamen circa circulum quadrandum ipsum fuisse occupatum, multumque in eo laborasse nullus ambigo: neque omnino incassum; fructum enim laboris illius non exiguum fuisse estimandum est. Ab illo enim primo habemus propinquam & proximam, peripheriæ circularis ad diametrum rationem: Triangulum item rectangulum illud æquale esse circulo, cujus alterum circa rectum latus æquale sit ei rectæ, quæ peripheriam adæquet, alterum verò sit ipsa Circuli semidiameter. Et tandem in Spiralibus ipsam Circuli Quadraturam, licet eam nondum omnibus numeris absolutam, nobis reliquerit. Sudasse circa hoc negotium, ut supra diximus, plures ex antiquis alios, plura id comprobant & iudicia & testimonia. Quorum non postremum locum obtinet illa, quam teste Pappo Alexandrino [lib. 4. Collect. Mathematicarum] Nicomedes & Dinostratus assumpserunt, Linea  $\tau\epsilon\gamma\gamma\alpha\upsilon\iota\sigma\tau\alpha$ , Quadratrix, vel Quadrataria dicta, cujus genesin, proprietatesq; excellentes, quamvis non omnes, fuse explicat Clavius noster [in fine tam lib. 6, Elementorum, quam lib. 7. Geometriæ practicæ.] ut & ipsemet quem dixi Pappus.

4. Ultimum ergo Mirabilis illius lineæ punctum, in quo nimirum vis omnis, omneque momentum ac pondus circa Quadraturam Circuli consistit, quodque neque antiqui, neque moderni, (interque illos nec nos ipsi) omnino geometricè determinant, ipsum tamen Centrum esse Gravitatis semiperipheriæ circuli, nos primùm mundo manifestamus. Invento ergo hoc centro, quocumque tandem modo, inventam esse, tam diu desideratam Circuli Quadraturam, clarum est. Neque unam tantum, eamque Quadrantis circuli, prout hactenus creditum est; sed infinitas alias ejusmodi, infinitarum aliarum circuli partium, dari Lineas Quadratrices, iisdem donatas, quibus illa privilegijs, mox ostendere aggredimur.

## PROPOSITIO I.

Centrum gravitatis semiperipheriæ circuli,  
Ultimum esse lineæ Quadraticis punctum.

Est semicirculus  $ABCD$  bisectus à radio  $AC$ , atque in ejus Quadrante  $ABC$  inscripta Quadratrix  $BE$ , cujus ultimum punctum sit  $E$ . Dico hoc punctum  $E$ , esse idem cum centro gravitatis peripheriæ semicircularis  $BCD$ . Est enim [ex propos. 2. cap. precedentis] ut peripheria  $BC$ , ad semisubtensam  $AB$ ; ita radius  $AC$ , ad rectam  $A$



E, Cen-





$E$ , Centrum gravitatis quod diximus assignantem; ex qua proportione ostensum est, punctum  $E$ , esse centrum gravitatis peripheriæ  $BCD$ . Sed etiam præcipua proprietas Lineæ *Quadratricis* est eadem proportio [ex propos. 26. lib. 4. *Collect. Mathem. Pappi, & Clavio locis citatis ante*]. Nimirum ut eadem peripheria  $BC$ , ad eandem  $AB$ ; ita eadem  $AC$ , ad eandem  $AE$ , ultimū punctum *Quadratricis* determinantem, Minimamque illarum quæ ex centro ad lineam ducuntur. Ergo punctum  $E$ , quod est positum centrum gravitatis peripheriæ semicirculi, est etiam ultimū punctum *Quadratricis*. Quod erat demonstrandum.

## COROLLARIUM.

Ergo dato quocunque tandem modo (dummodo is geometricus sit) centro gravitatis peripheriæ semicirculi, dabitur *Circuli Quadratura*. Cum enim, ut habet illa, de qua diximus, præcipua proprietas,  $AE, AB, BC$  sint continue proportionales; si fiat ut  $AE$ , ad  $AB$ ; ita  $AB$ , ad aliam rectam, erit ea bis sumpta peripheriæ  $BCD$  æqualis, ac proinde ex inventis Archimedeis, Quadratum cuius latus media proportionalis existit, inter illam & radium  $AB$ , æquale erit circulo proposito.

Supposita autem *Quadratura circuli*, hoc est, proportione peripheriæ ad diametrum, seu partis illius ad partem hujus, verè & geometricè dabitur Centrum Gravitatis cujuscvis peripheriæ, seu arcus circuli: ut constat ex cap. præcedente.

## PROPOSITIO II.

*Qua ratione infinitæ dentur Quadratrices, seu Quadratricis Aemulæ.*

Circularis enim peripheria in infinitos secari potest arcus, quorum singulorum [ex capite præcedenti] centra dantur gravitatis, quod uniuscujusque Lineæ *Quadratricis Aemulæ* ultimū erit punctum. Vocamus enim, ad distinguendam *Quadratricem* antiquam, à novis nostris, eas *Quadratricis Aemulas*.

Eundem autem prorsus hæ Lineæ *Aemulæ* quam *Quadratrix* ortum habent & genesin. Esto enim proposita circularis peripheria, semicirculo sive major sive minor, quæ sit  $BCD$ : Medietas ergo ipsius per continuas bisectiones secetur in quotvis partes æquales; in exemplo nostro sint octo, & ex centro peripheriæ  $A$ , prius invento vel dato, ad puncta sectionum educantur radij, ut pote  $AD, AE, AF, AG, AH, AI, AK, AL, AC$ . Deinde semibasis  $AD$ , in totidem etiam tribuatur partes æquales in quot data, semiperipheria secta est; eductæ enim ex divisionum punctis rectæ, ad ipsam  $AD$  perpendiculares, secabunt correspondentes suos radios in punctis  $D, M, N, O, P, Q, R, S$ , quæ convenienter junctæ, Lineam dabunt (si peripheria proposita semicirculo æqualis fuerit) *Quadratricem*, aut *Quadratricis Aemulam*. Quod erat faciendum.

SCHO-



## SCHOLIUM.

1. Punctum ergo D linea Quadratricis vocatur Principium, T vero Finis seu Vltimum. Ipsa vero Quadratrix, seu Æmula DO T, dicitur adscripta peripherie circulari DGC. Ita ut communi nomine tam Quadratrix, quam ipsius æmula ADSCRIPTA dici commode possit. Rectarum autem è centro A ad lineam ductarum, minima est AT, in qua Finis Adscriptæ, AD vero, in qua principium maxima, que quidem semper est radius. Quæ autem radio propinquior, remotiori semper major existit; ut facile demonstrari posset. Rectam deinde AD, cum Clavio vocare poterimus etiam Quadratricis Latus, AT vero ejusdem Basim.

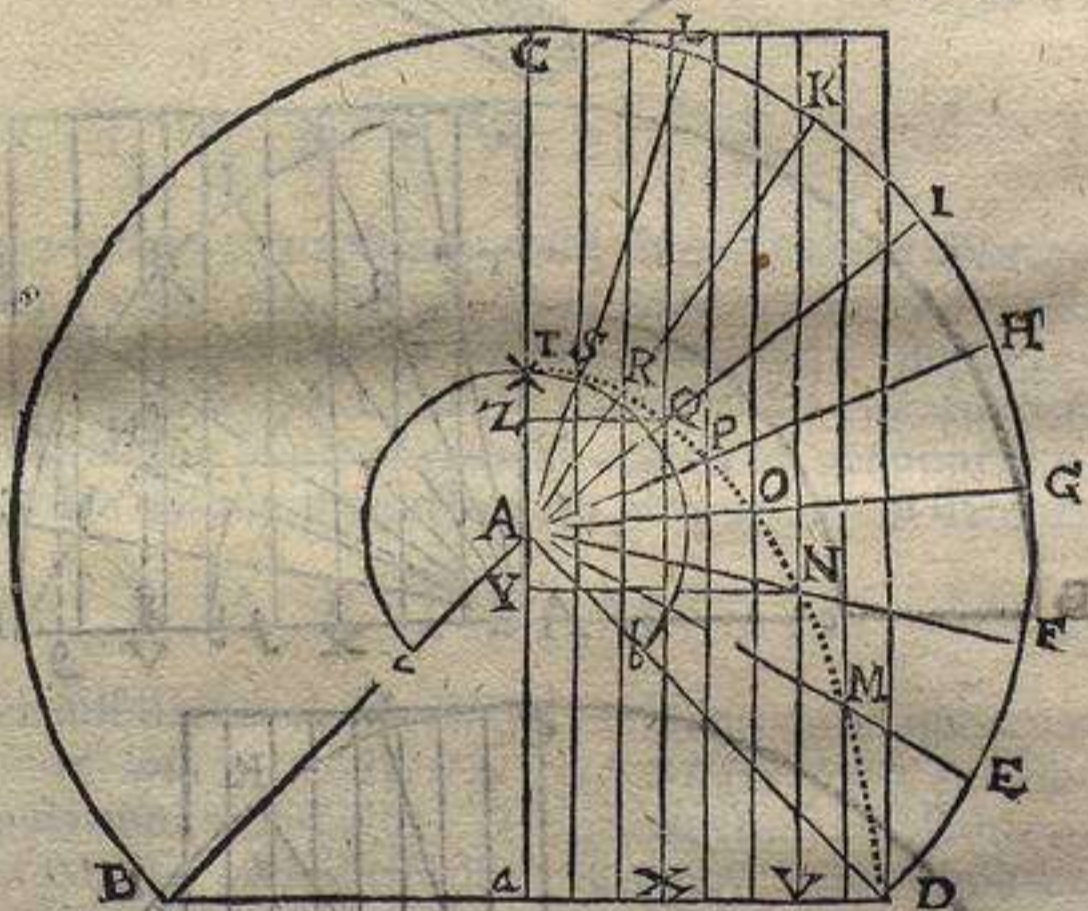
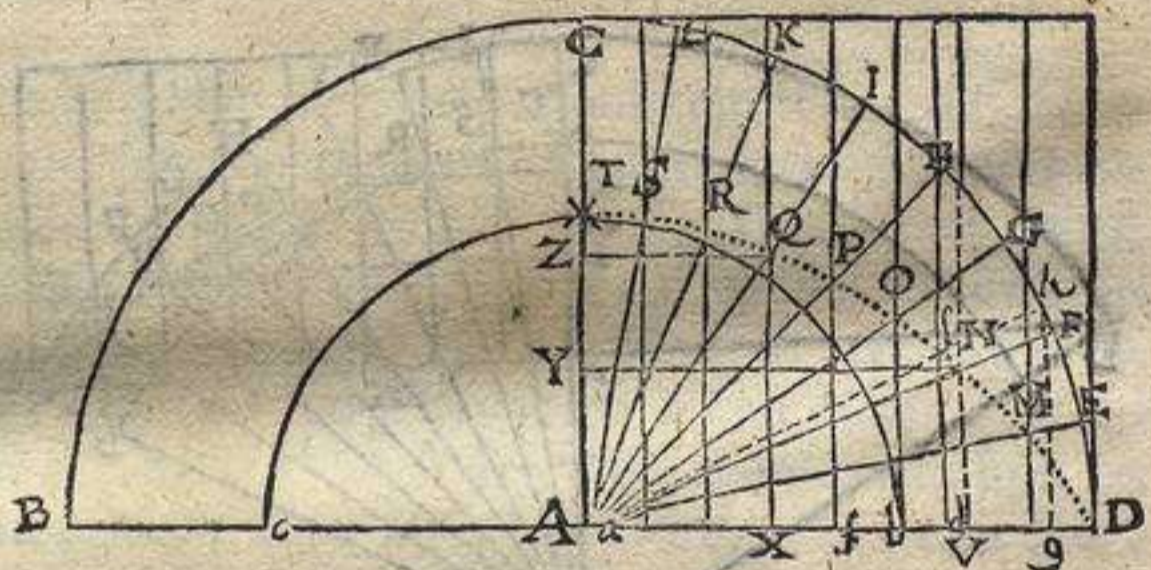
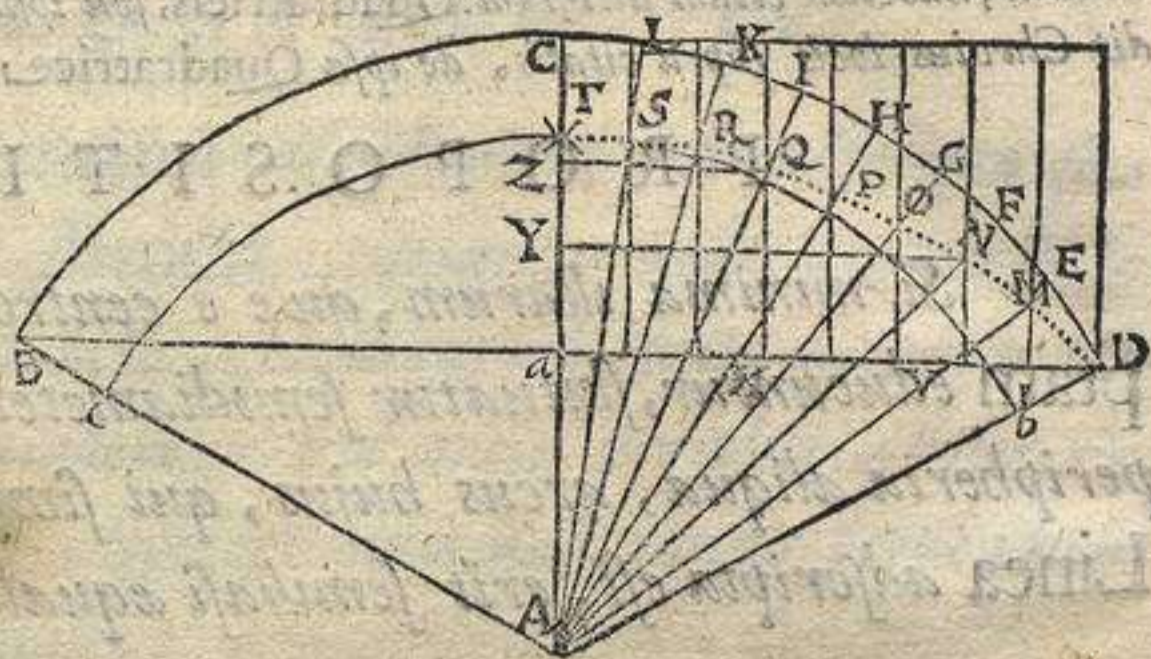
2. Possunt autem in descriptione lineæ, puncta illa per quæ ipsa describenda, & propter obliquas inter sectiones dignosci vix queunt, eadem arte inveniri, qua supra [propof. 3. cap. præcedentis] puncta E, G, &c. inventa sunt. vide Clavium locis supra citatis.

3. Has denique lineas Quadratricis æmulas, easdem prorsus habere cum Quadratrice proprietates, ex sequentibus manifestum erit. Ea sola excipitur proprietas, quæ ob inequalitatem basis & radij Æmulis inesse non potest, ut nimirum arcus, cui Æmula adscripta est, basis, & minima è centro ad lineam educta, continuè sint proportionales.

4. Quod vero in omnibus sit ut arcus DC, ad semibasim aD; ita DA radius, ad AT minimam eductam, constare potest ex suprædictis [propof. 2. cap. præcedentis] & demonstrari eadem ratione, ducendo ad impossibile, quæ Pappus & Clavius idem de Quadratrice demonstrant. Quod brevitatis causa facere omitto.

K

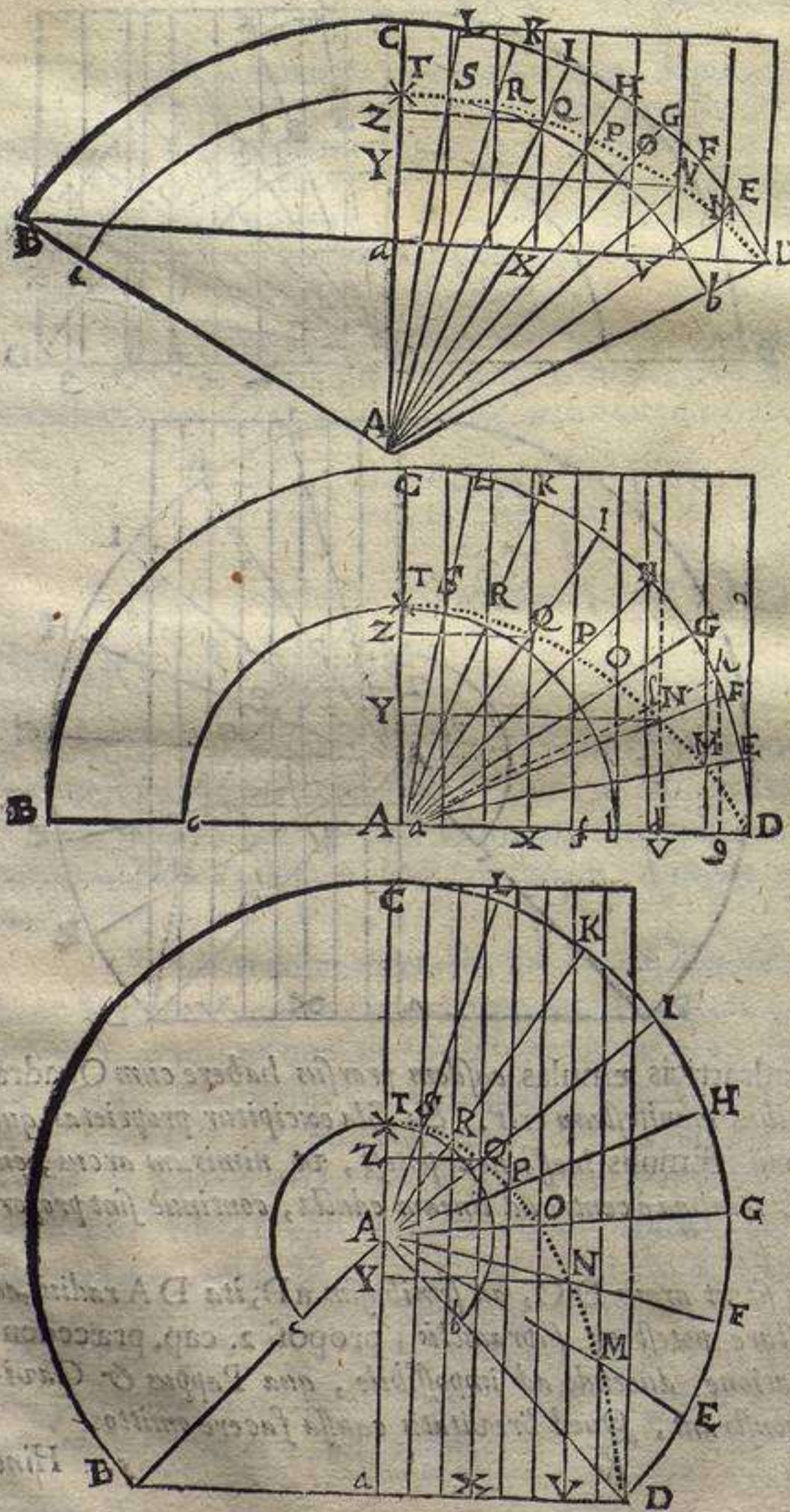
5. Hinc



5. Hinc etiam, atque ex propositione proxime praecedenti, constat demonstratio propositionis tertiae cap. praecedentis; ea enim ratione qua ibi centrum gravitatis invenitur, habetur etiam ultimum Quadratricis, seu ipsius Aemulae punctum, ut ostendit Clavius locis supra citatis, de ipsa Quadratrice.

## PROPOSITIO III.

Si minima illarum, quae e centro ad Lineam adscriptam educuntur, statuatur semidiameter ad quam describatur peripheria aliqua, arcus hujus, qui similis sit illi arcui, cui Linea adscripta est, erit semibasi aequalis.



IN iisdem figuris centro  $A$ , intervallo  $AT$  descriptus sit arcus  $Tb$ , qui quidem similis erit arcui  $CD$ , inter eosdem quippe interceptus  $AC$ ,  $AD$  radios. Dico ipsum arcum  $Tb$ , semibasi  $aD$  aequalem esse. Constat enim ex superioribus esse, ut arcus  $CD$  ad  $Da$ , ita  $DA$  vel  $CA$ , ad  $AT$ ; erit permutando, ut  $C$   $D$  ad  $CA$ , ita  $Da$  ad  $AT$ ; & convertendo ut  $CA$  ad arcum  $CD$ , ita  $AT$  ad  $Da$ : sed ut  $CA$  semidiameter ad suum arcum  $CD$ , ita eadem  $AT$  semidiameter ad suum arcum  $Tb$ , [sunt nimirum, ut demonstratur à Pappo & Clavio, peripheria & radij proportionales] ergo [per 9. quinti] recta  $Da$ , & arcus  $Tb$ , inter se sunt aequales. Quod erat demonstrandum.

## COROLLARIUM.

EX his sequitur cuicumque arcui dato, dari posse aequalem rectam, sit enim datus quivis arcus  $CD$ , cui intelligatur adscripta Aemula  $D$

$T$ , aut

$T$ , aut saltem in radio  $AC$ , ultimum illius punctum  $T$ . Fiat ergo ut  $AT$  ad  $Da$ , ita  $AC$  ad aliam, erit illa dato arcui æqualis. Constat ex demonstratis.

## PROPOSITIO IV.

*Si ex centro circularis peripheriæ, cui adscripta sit Quadratrix vel ejus Æmula, eijciantur radij lineam Adscriptam secantes in punctis, ex quibus ad basim ducantur & perpendiculares, & parallelæ; erunt arcus peripheriæ inter radios interjecti, parallelis, vel segmentis basis, inter perpendiculares positis, proportionales.*

**R**esumantur eadem figuræ, in quibus ex centro  $A$  radij ejecti sunt  $AF, AI$ , secantes Adscriptam in punctis  $N$  &  $Q$ , ex quibus ad basim ductæ sint perpendiculares  $NV, QX$ , & eidem basi parallelæ  $NY, QZ$ . Dico ut est totus arcus  $DIC$ , ad arcum  $FC$ ; ita esse basim  $Da$ , ad parallelam  $NY$ , vel ad segmentum  $Va$ . Item ut arcus  $DIC$  ad arcum  $IC$ , ita  $Da$  ad  $QZ$ , vel  $Xa$ . similiter ut arcus  $DF$  ad arcum  $FI$ , ita  $DV$  ad  $VX$ : et ut  $FI$  ad  $IC$ , ita  $VX$  ad  $Xa$ . Et denique ut  $DF$  ad  $IC$ , ita  $DV$  ad  $Xa$ . Quæ omnia clara sunt ex ortu Adscriptæ. qualis enim pars est arcus  $DF$ , ipsius arcus  $DC$ , talis  $DV$ , ipsius  $Da$ , &c.

## COROLLARIUM I.

**H**abetur primo ex his ratio, qua quivis arcus dividi possit in quamvis proportionem. Arcui enim  $CD$  dividendo, adscribatur vel Quadratrix vel ejus Æmula; & basis  $Da$  secetur, [per ea quæ docet Clavius ad propof. 6. lib. 6. Euclidis] in puncto aliquo  $V$  in proportionem datam. Nam si ex hoc puncto ad basim  $Da$  erigatur perpendicularis, secans adscriptam in aliquo puncto  $N$ , & ex centro  $A$ , per punctum  $N$  educatur radius, dividet is arcum datum in puncto  $F$ , in proportionem datam.

## COROLLARIUM II.

**H**abetur secundo modus dividendi datam totius circuli peripheriam in quocunque partes æquales, ac proinde ipsa POLYGNONOGRAPHIA seu Inscriptio omnium Multangulorum regularium in circulo. Dividenda enim est diameter dati circuli in proportionem datam, hoc est multitudinis laterum, unius nimirum ad reliqua [per eadem quæ docet Clavius loco proxime citato] ut pro triangulo, unius ad 2. pro pentagono, unius ad 4. &c. & ex puncto divisionis erigenda perpendicularis, quæ Quadratricem secet: Nam si per sectionis punctum eijciatur radius, secabit is peripheriam in puncto, ex quo si ad dictam diametrum ducatur perpendicularis, & producatur usque ad peripheriam circuli; habebitur latus polygoni propositi. Exempli gratia in iisdem figuris sit media, quæ semicirculum refert, medietas circuli propositi, cui inscribendum sit heptagonum; diameter  $BAD$  dividatur in 7. partes æquales & sit  $Dd$  una, ad  $dB$  reliquas, ut 1 ad 6, & ducta perpendicularis  $dI$  secet Quadratricem in puncto  $I$ , per quod radius  $Ab$  ductus signat in peripheria punctum  $b$ , ex quo deducta perpendicularis  $bg$  ad diametrum  $BXD$ , erit ea semilatus heptagoni dato circulo inscribendi: Sic quia punctum  $f$  diametrum  $DB$  ita dividit, ut sit  $Df$  ad  $fB$ , quem admodum 1. ad 3. radiusque  $AH$  transeat per  $P$ , ubi perpendicu-

dicularis  $fP$  Quadratricem secat, erit perpendicularis  $Hd$ , quæ ex  $H$  ad  $BfD$  ducitur, semilatus quadrati circulo proposito inscribendi; Et sic de reliquis.

## P R O P O S I T I O V.

*Si peripheria circuli secetur utcumque in duo segmenta, quibus adscripta intelligatur, unicuique seorsim, Æmula, vel ultimum saltem ejus punctum; erit rectangulum sub semiperipheria unius segmenti, & ea quæ ex centro circuli ad ultimum punctum sibi Adscriptæ ducitur; æquale rectangulo sub semiperipheria alterius segmenti, & ea quæ ex eodem centro ad ultimum punctum sibi Adscriptæ pertingit.*



**E** Sto peripheria circuli  $BCDe$ , cujus centrum  $A$ , secta per rectam  $BaD$ , utcumque in duo segmenta  $BCD$ ,  $BcD$ , quæ ipsa bisecta sint per rectam  $CAc$ , & sit  $T$  ultimum punctum Adscriptæ majori segmento,  $t$  vero ultimum punctum Adscriptæ minori. Dico rectangulum sub arcu  $CD$  & recta  $AT$ , æquale esse rectangulo sub arcu  $cD$  &  $At$  recta. Est enim [ex Num. 4. scholij propos. 2. hujus cap.] ut  $CD$  ad  $Da$ , ita  $AC$  ad  $AT$ , atque adeo, [per 16. sexti,] rectangulum sub  $CD$  &  $AT$ , æquale rectangulo sub  $Da$  &  $AC$ : sed [per eandem] eidem rectangulo sub  $Da$  &  $AC$  seu  $Ac$  (sunt enim  $AC$ , &  $Ac$  radij, ac proinde æquales) æquale est rectangulum sub  $cD$  &  $At$ ; cum sit ut  $cD$  ad  $Da$ , ita  $Ac$  ad  $At$ . Ergo rectangulum sub  $CD$  &  $AT$ , æquale est rectangulo sub  $cD$  &  $At$ . Quod erat demonstrandum.

## C O R O L L A R I U M I.

**E** Rgo dato ultimo puncto Adscriptæ alterutri segmento, seu recta, verbi gratia,  $AT$ , cum radio & semibasi, dabitur etiam ultimum punctum alterius segmenti, seu recta  $At$ . Nam si fiat ut  $AT$  ad  $AC$ , ita  $Da$  ad aliud, habebitur  $At$ . Sic etiam si fiat, ut  $At$  ad  $Ac$ , ita  $Da$  ad aliam, erit ea  $At$ . Idem habebitur si loco vel radij, vel semibasis, vel utriusque detur, vel hæc, vel illa semiperipheria, vel utraque. Exempli gratia; si fiat ut  $CD$  ad  $cD$ , ita  $At$ , ad aliam, erit illa  $AT$ . Et similiter ex alijs datis, alia haberi posse quæsitæ, ex supra positis proportionibus manifestum est.

## C O R O L L A R I U M II.

**P**unctum porro ultimum Adscriptarum  $T$  vel  $t$ , cum sit centrum gravitatis suæ peripheriæ, dato scilicet alterutro, hoc gravitatis centro, & circuli centro, alterum haberi etiam ex alio fundamento potest [ex propositione videlicet Octava capitis 2.] Ex illo namque habetur esse: ut  $CD$  ad  $cD$ , ita  $At$  ad  $AT$ .

## C O R O L L A R I U M III.

**Q**uod ipsum notandum, atque tanquam Corollarium utriusque, & hujus & illius Propo-



Propositionis habendum; nimirum in quavis Circuli totius peripheria, in duas partes utcunque secta esse, ut arcus major ad minorem; ita permutatim minima earum, quæ ex centro Circuli, & ad *Emulam* minori adscriptam, & ad ipsius centrum gravitatis ducitur; ad minimam quæ ex eodem circuli centro, & ad *Emulam* majori arcui adscriptam, & ad ejusdem arcus centrum gravitatis pertinet.

COROLLARIUM IV.

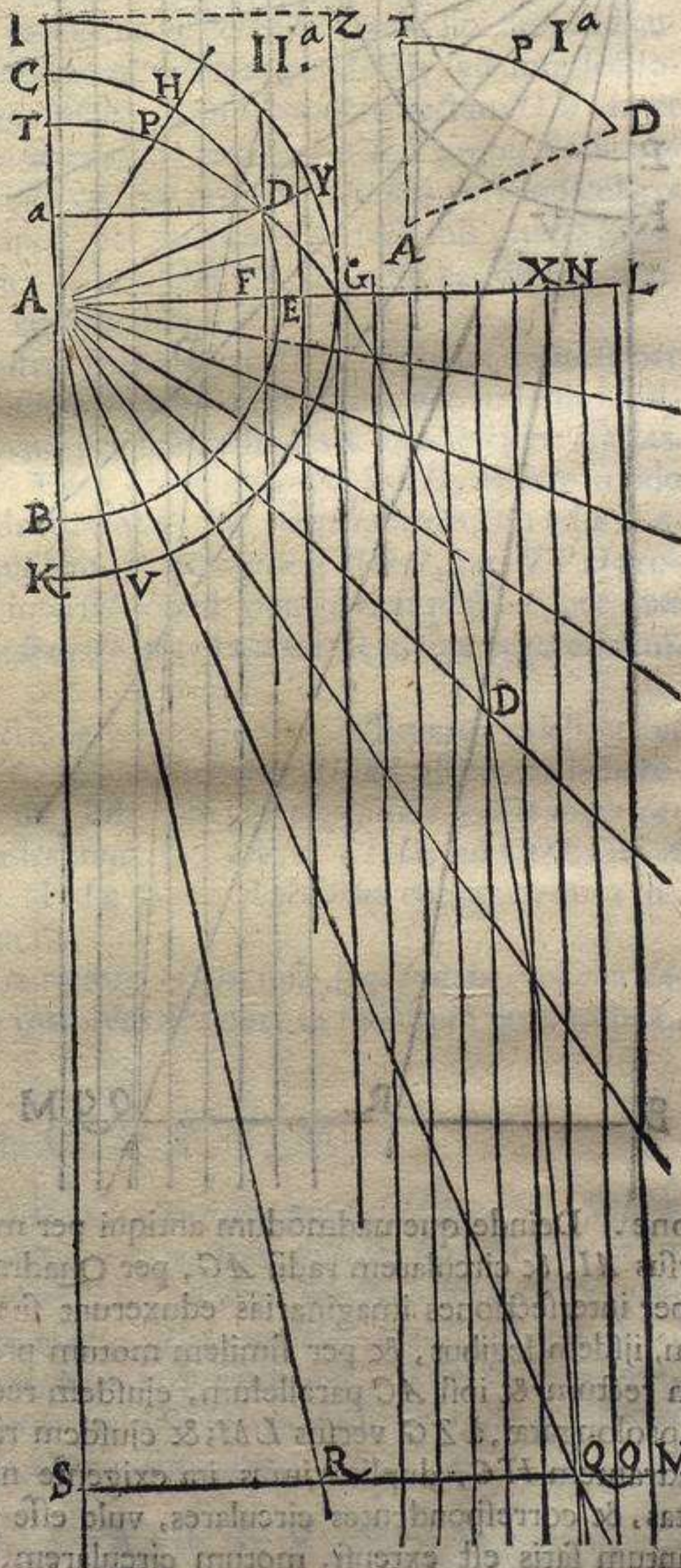
Patent ex prædictis compendia minime spernenda, pro structura Tabulæ, de qua supra, Capite præcedenti, post Corollarium Propositionis secundæ Lectorem monuimus.

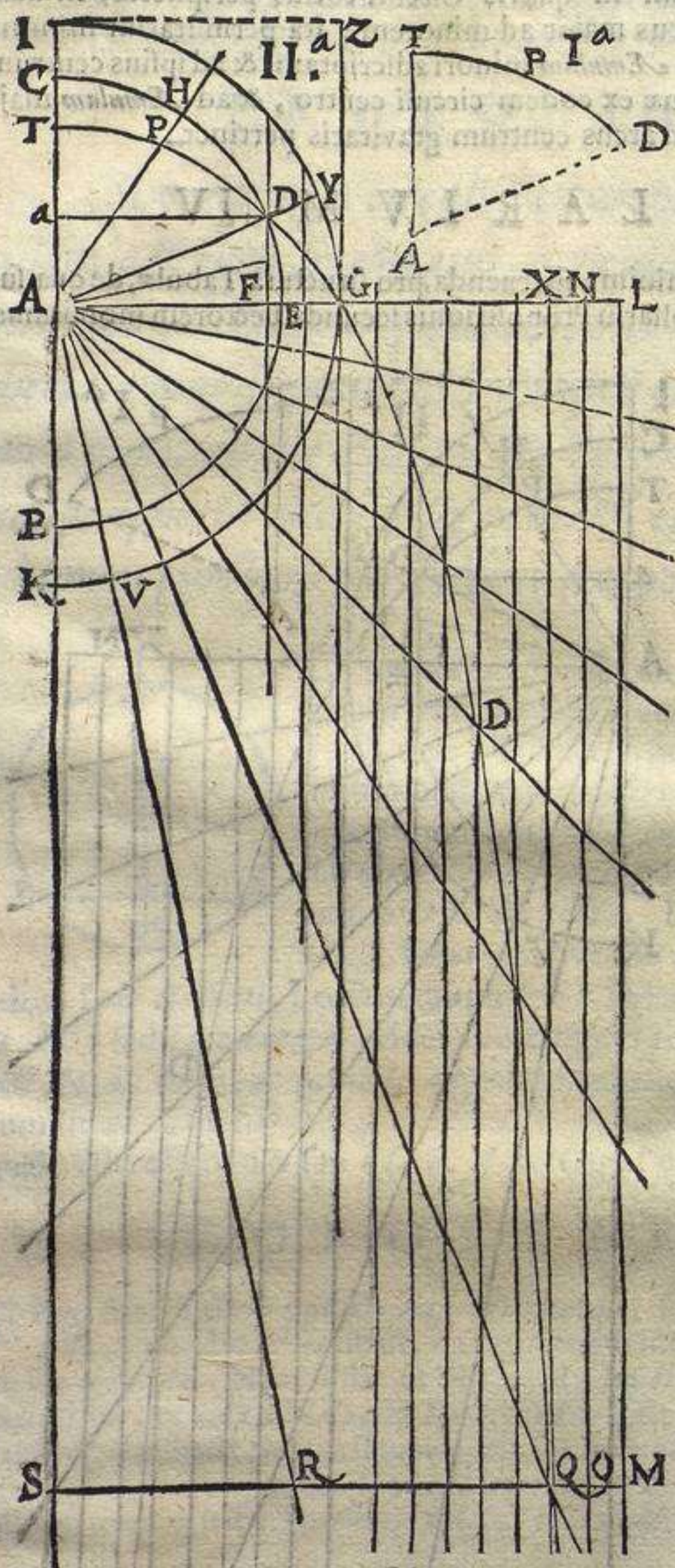
PROPOS. VI.

ADSCRIPTAM

quamcunque, cum sua ex centro minima datam, continuare, ac producere in infinitum.

I. Sit data, in prima hujus appositi Schematis figura, *Emula* seu *Adscripta*  $TPD$ , cum sua minima ex centro  $AT$ , eaque sit, exempli gratia, adscripta arcui Quadrante minori [quod constare posse ex ducta  $AD$ , faciente cum data  $AT$  angulum acutum, propositione proxime sequenti docebimus]. Oportet eam in infinitum secundum naturam suam producere. Ex centro  $A$ , secundæ figuræ (in quâ transtulimus *Adscriptam* datam  $TPD$ ) ad intervallum  $AD$ , describatur arcus  $CDE$ , secans productam  $AT$  in  $C$ , & rectam  $AE$ , perpendiculariter actam ad  $AC$ , in  $E$ ; fiat deinde ut arcus  $CHD$ , ad Quadrantem  $CDE$ , ita recta  $AF$  (quæ per  $F$ , ex  $D$  puncto, ipsi  $CA$  parallelam, ex eadem  $AE$  abscinditur) ad aliam, quæ sit  $AG$ . Centro igitur  $A$ , intervallo  $AG$ , describatur semicirculus  $IGK$ ; &





fit in producta  $AG$  recta  $GL$ , æqualis ipsi  $AG$ . Divisis ergo tam semiperipheria  $IGK$ , quam recta  $AL$ , in quotuisque partes æquales, singulis pares numero, & per divisionum puncta, peripheriæ quidem, ex  $A$  educantur radij; per puncta verò rectæ  $AL$ , lineæ perpendicularares agantur ad eandem  $AL$ ; & sint harum ternæ ultimæ, rectæ  $LM$ ,  $NO$ ,  $XQ$ ; illorum autem, Radiorum scilicet,  $AQ$ ,  $AR$ ,  $AS$ , [nos in exemplo facilitatis causa 16 partibus contenti fuimus, & ad evitandam confusio- nem non omnes lineas duximus] Quare si harum perpendiculararium, & Radiorum sibi mutuo correspondentium, intersectiones dextrè jungantur, ut in præcedentibus diximus, erit descripta *Æmula*  $TPDGQ$ : Quam dico primò secundum naturam suam continuatam esse usque in  $Q$ . Secundo, si spatium detur sufficiens ea ratione nos continuare, eandem posse in infinitum. Tertiò eandem transire per omnia puncta ab initio data *Adscriptæ*  $DPD$ .

*Adscriptam* enim  $TPD$  esse *Quadraticam* antiquorum, ad Quadrantem  $IG$  spectantem, constat ex constru-

ctione. Deinde quemadmodum antiqui per motum & rectæ  $GZ$ , parallelum versus  $AI$ , & circulem radij  $AG$ , per Quadrantem  $GTI$ , à puncto  $G$  versus  $I$ , per intersectiones imaginarias eduxerunt suam *Quadraticam*; ita nos eandem, iisdem legibus, & per similem motum produximus, per motum nimirum rectum & ipsi  $AC$  parallelum, ejusdem rectæ lineæ  $ZG$ , quantum satis est prolongatæ, à  $ZG$  versus  $LM$ ; & ejusdem radij  $AG$  duplicati (nam etiam quadrantem  $ITG$ , duplicavimus, ita exigente natura *Adscriptarum* quæ lineas rectas, & correspondentes circulares, vult esse perpetuo proportionales) & quantum satis est extensi, motum circulem, per quadrantem  $GVK$ , à  $G$  versus

versus  $K$ . Substituimus autem motui huic imaginario, quemadmodum etiam fecit Clavius, in *Quadratricis* descriptione, radiorum & perpendicularium, per partes æquales peripheriæ semicirculi  $IGK$ , & duplicati radij  $AGL$  eductarum, intersectiones reales, atque per illas datæ *Adscriptæ* produximus continuationem. Constat ergo *Continuatio*. Quod est Primum.

2. Infinita autem ejus continuatio ex eo habetur, quod cum omnes perpendiculares & Radij sibi correspondentes concurrere possint, ac se mutuo secare, in punctis per quæ *Quadratrix* transire debeat; exempli gratia, Radius  $AQ$  cum perpendiculari  $XQ$ , Radius  $AR$  cum perpendiculari  $NO$ , &c. Ultimus tamen Radius  $AS$ , cum parallelus sit correspondenti sibi perpendiculari  $LM$ , nunquam, etiam in infinitum utrisque productis, ad intersectionem convenient. Quia vero intervallum, tam secundum rectam  $OM$ , inter perpendiculares  $NO$ ,  $LM$ , quam secundum circulearem  $KV$ , inter Radios  $AR$ , &  $AKS$ , in infinitum divisibile est, ac proinde infinitas perpendiculares & Radios sese inter secantes suscipiat, per quarum intersectionis puncta *Quadratrix* ulterius, quantum libuerit, producibilis est: Constat ea, de qua diximus, *Infinita Continuatio*. Quod est Secundum.

3. Quod tandem descriptæ nostræ *Quadratricis*  $TPGD$  pars, transeat per omnia puncta datæ  $TPD$ , ex iisdem fundamentis patet, per motum nimirum aut supradictum imaginarium, aut per subdivisiones & intersectiones factas, & per propositiones præmissas. Data enim *Adscripta*  $TPD$ , eodem modo nata est, & per radiorum ex  $A$  eductorum, & per perpendicularium ad  $AD$  eductarum intersectiones, quo ejusdem *Quadratricis*  $TPDG$ , pars  $TPD$  producta est; neque vlla alia talium intersectionum puncta dari possunt, per quæ utraque tam *Adscriptæ* quam *Quadratricis* pars non transeat, sunt ergo eadem. Et sic constat Tertium.

4. Jussimus autem in constructione proportionem instituere, videlicet, ut est arcus  $CHD$  ad Quadrantem  $CDE$ , ita sit recta  $AF$  ad aliam, ut habereamus  $AG$ , latus *Quadratricis*  $TDG$ . Est enim [ex propositione quarta hujus capituli] ut arcus  $IT$ , ad  $ITG$  Quadrantem, hoc est, ut  $CHD$ , ad  $CDE$ ; ita  $AF$ , ad  $AG$ ; Constat ergo totum. Et sic datam *Adscriptam* continuavimus in infinitum: Quod faciendum erat.

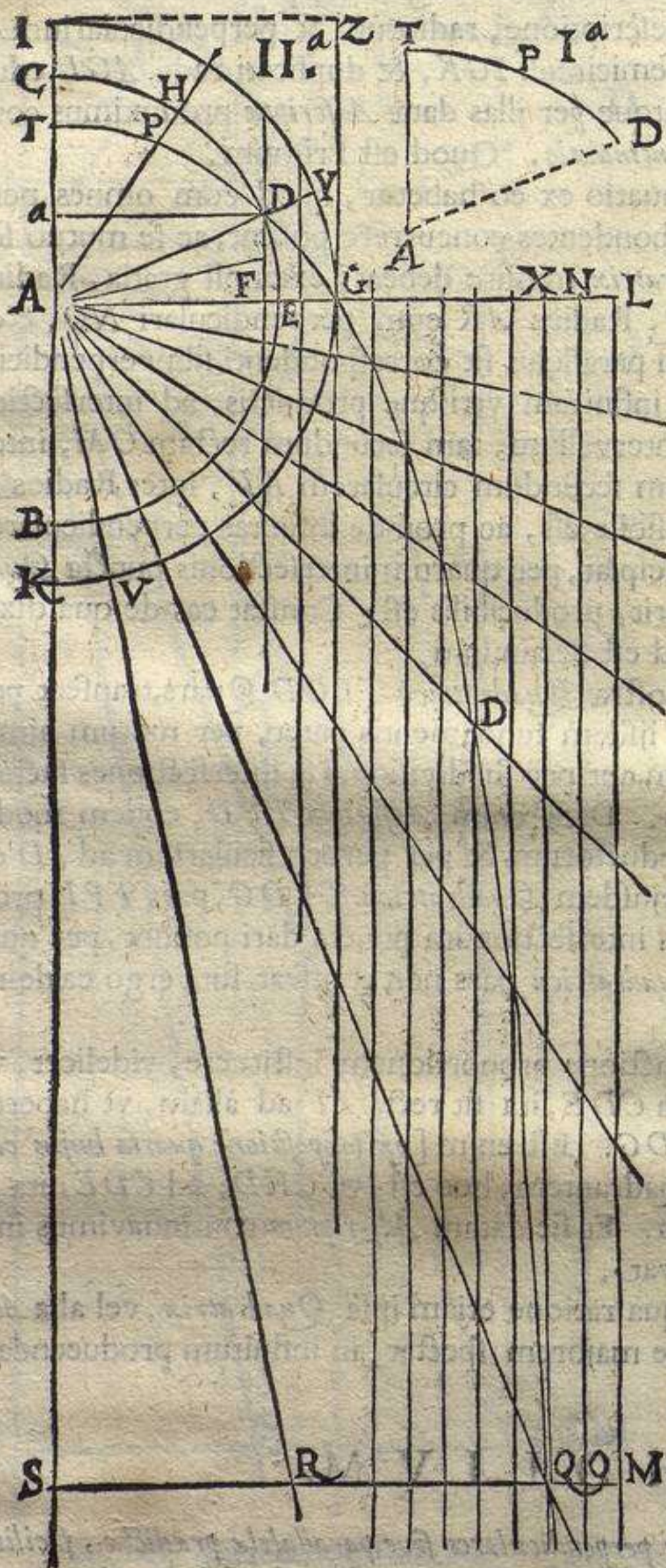
5. Ex his denique constat, qua ratione etiam ipsa *Quadratrix*, vel alia *Adscripta*, quæ ad arcum Quadrante majorem spectat, in infinitum producenda sit: quare plura non addimus.

## S C H O L I U M.

**V**T vero recta ex centro  $A$ , & perpendiculares sive parallele prædictæ, facilius & certius ducantur, pro illis ex  $A$  centro majorem describe semicirculum, in tot partes dividendum, in quot semicirculus  $IGK$  divisus est, sic enim habebuntur pro quolibet radio ex  $A$  educendo, alia duo puncta: Pro parallelis vero, si sub recta  $AL$ , ipsi alia remota parallela  $SM$  ducatur, inter perpendiculares  $AS$  &  $LM$  contenta, eaque in totidem partes æquales secetur, quot ipsa  $AL$  secta est, consurgent pro quavis perpendiculari agenda, bina puncta ad propositum apta.

## C O R O L L A R I U M I.

Ex



EX his manifestum est primo, Quadratricem continuatam unam ex illis lineis esse, quæ cum recta in eodem plano designata, nunquam invicem coincidunt, etiam si utraque in infinitum protrahantur, & quanto longius producantur, tanto sibi invicem propiores evadant. *Adscripta enim TD GQ*, perpetuo ad rectam LM accedit, cum eodem tamen convenire non potest; eo quod per intersectionem ejusdem cum Radio AS, quæ nulla est, cum AS & LM parallelæ sint, transire deberet.

### COROLLARIUM II.

PATet secundo, cum superius hujusmodi lineæ terminum seu Punctum T, unam cum Clavio *Vltimum* vocaverimus, & alterum terminum ejusdem *Principium*. Hic nos cogi ad mutandam sententiam, asserendumque nobis esse, lineæ huic nec principium nec finem dari posse; cum Radij AT, AS suas correspondentes perpendiculares secare nequeant. Patebit tamen, infra, nos extra punctum T in *Adscripta* quodvis assumere posse punctum, quod ipsius dicatur *Principium*.

### PROPOSITIO VII.

*Data Ad scripta quavis, unam cum sua ex centro, minima, Verane ipsa antiquorum Quadratrix sit, an ejus Æmula, & qualis, dignoscere; & insuper ipsius Radium, atque arcum circuli, cui ea adscripta fuit, invenire.*

Sic

Si data Adscripta  $TPD$ , cuius principium sit  $D$ , & Vltimum ipsius punctum  $T$ , vna cum recta  $TA$ , minima nimirum ad ipsam ex centro educta. Oportet invenire ea quae diximus. Ducta ex centro  $A$  ad punctum  $D$ , recta  $AD$ , ex  $A$  ut centro, ad intervallum  $AD$ , vsque ad productam  $AT$ , versus  $T$  vsque in  $C$ , describatur arcus circuli  $DHC$ , qui erit is ipse cui *Quadratrix* sive *Aemula* adscripta dicitur, & Recta  $AD$  ipsius Radius.

Qui si ad rectam  $TA$  perpendicularis sit, erit data curva linea antiquorum *Quadratrix*, & recta  $AD$  ipsius latus, arcusque ductus Quadrans circuli.

Quod si angulus  $TAD$  obliquus fuerit, erit *Adscripta* data *Quadratrix Aemula*, adscripta quidem arcui Quadrante minori, si angulus dictus acutus fuerit, majori vero si obtusus.

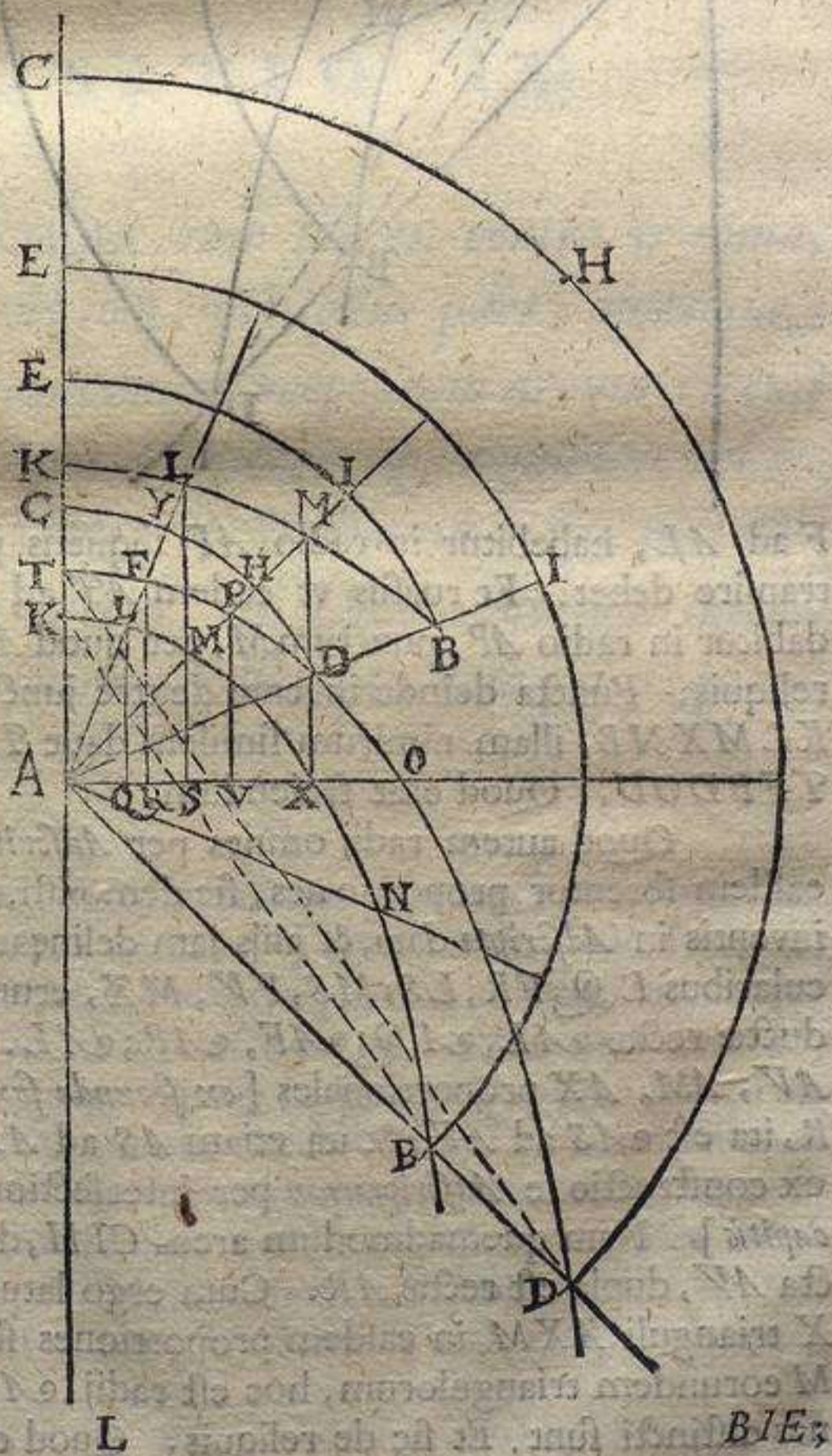
Ducta denique ex  $D$  ad  $TA$  perpendiculari  $Da$ , erit ea semichorda, arcus illius cuius medietas data est, quam alibi *Basim* etiam vocavimus. Ergo factum est quod propositum fuit.

Sunt haec omnia ex superioribus [*maxime ex propositione secunda huius*] tum etiam ex figura, atque ex ipso *Adscriptarum* ortu ita clara, ut vix hac manu ductione, ne dum demonstratione aliqua, opus fuerit.

## PROPOS. VIII.

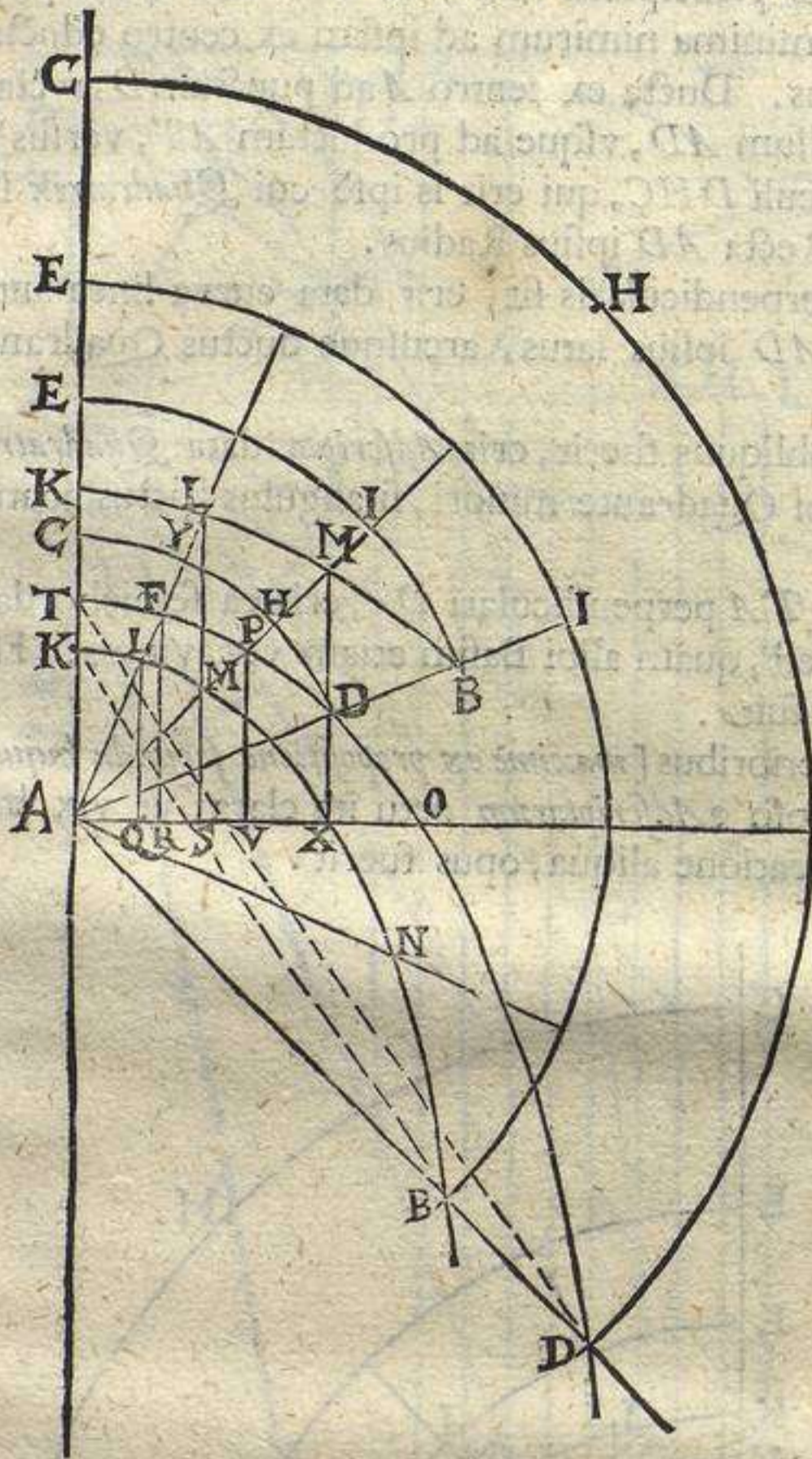
Data Adscripta quavis, vna cum sua ex centro minima, similem ei, sive majorem sive minorem, describere. Similes autem voco eas, quae ad similes circulo- rum arcus spectant.

Data sit *Adscripta*  $TFPD$ , cum minima ex centro  $T$   $A$ ; & arcu suo  $CTHD$ : [*per precedentem descripto*]. Oportet ei similem sive majorem, sive minorem exhibere. Ductis & productis  $AD$  &  $AT$ , describatur ex centro  $A$ , ad intervallum  $AB$ , (majus quidem quam sit  $AD$ , si *Adscripta* delineanda similis, major esse debet datae; minus vero si minor) arcus, ad quem delineanda *Adscripta* spectet, qui sit



L

BIEz



$BIE$ ; qui quidē erit similis ipsi  $CHD$ , cum sit inter eosdem. ex  $A$  eductos radios  $AC$ ,  $AD$ . Possumus ergo duobus modis *Adscriptam* delineare quæsitam, ordinario nimirum per intersectiones radiorum & perpendicularium, jam supra descripto; vel peculiari datis jam aliquibus radijs, per quos data *Adscripta* delineata fuit. De priori modo non est quod ultra verba faciamus.

Alter delineandi modus institui potest per proportionales radios, maxime si ipsi, ut diximus, ex descriptione datae *Adscripta* jam ducti habeantur. Sint enim radij dati ad *Adscriptam* educti & producti (æquales arcui  $IB$  interceptantes arcus)  $AE$ ,  $AL$ ,  $AI$ ,  $AO$ ,  $AN$ ,  $AB$ , &c. Ergo si fiat in primis ut  $AC$  ad  $AT$ , ita  $AE$  ad aliam, habebitur  $AK$ , determinans ultimum punctum *Adscriptæ* delineandæ. Deinde ut  $AT$  ad  $AK$ , ita  $A$

$F$  ad  $AL$ , habebitur in radio  $AF$  sequens punctum  $L$ , per quod *Adscripta* transire debet. Et rursus ut eadem  $AT$  ad eandem  $AK$ , ita  $AP$  ad  $AM$ , dabitur in radio  $AP$ , punctum  $M$ , per quod *Adscripta* ducenda est. Et sic de reliquis. Puncta deinde inventa dextrè juncta dabunt *Adscriptam*  $KLMNB$ , vel  $KLMXNB$ , illam nimirum similem datae  $TFPD$ , hanc vero similem datae  $TFPDOD$ . Quod erat faciendum.

Quod autem radij omnes per *Adscriptas*  $KMNB$ ,  $TOD$ ,  $KMB$  in easdem secentur proportiones, sic demonstratur. Ductis ad  $AO$  ex punctis inventis in *Adscripta* data, & alijs jam delineatis  $L$ ,  $F$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $P$ ,  $M$ , perpendicularibus  $LQ$ ,  $FR$ ,  $LS$ ;  $MS$ ,  $PV$ ,  $MX$ , erunt in triangulis  $ALS$ , &  $AMX$ , ductæ rectæ  $AL$ ,  $AQ$ ;  $AF$ ,  $AR$ ;  $AL$ ,  $AS$ . Item  $AM$ ,  $AS$ ;  $AP$ ,  $AV$ ;  $AM$ ,  $AX$  proportionales [ex secunda sexti Euclidis] Sed ut  $AQ$  ad  $AR$ , ita est  $AS$  ad  $AV$ ; & ita etiam  $AS$  ad  $AX$ ; sunt enim hæ duplæ illarum, ex constructione *Adscriptarum* per intersectiones, [et ex propositione 4. hujus capituli]. Nam quemadmodum arcus  $CTH$ , duplus est arcus  $CT$ , ita etiam recta  $AV$ , dupla est rectæ  $AR$ . Cum ergo latus  $AS$  trianguli  $ASL$ , & latus  $AX$  trianguli  $AXM$ , in easdem proportiones secta sint, etiam latera  $AL$  &  $AM$  eorundem triangulorum, hoc est radij,  $AL$ ,  $AM$ , in easdem proportiones distincti sunt. Et sic de reliquis. Quod erat ostendendum. CO-

## COROLLARIUM I.

EX demonstratis sequitur si plures sint similes *Adscripta*, ex eodem centro delineata, ut sunt tres illæ in figura hujus Problematis propositæ, subtensas *Adscriptarum* inter eosdem Radios omnes esse parallelas. Ut si ducerentur rectæ  $LM, FP, LM$ , eæ essent inter se parallelæ [ex secunda sexti] propter latera  $AL, AM$ , trianguli  $ALM$ , in eisdem, ut ostendimus, proportionibus facta: sic parallelæ sunt ductæ subtensæ  $TD, KB$ . Ex quo sequitur.

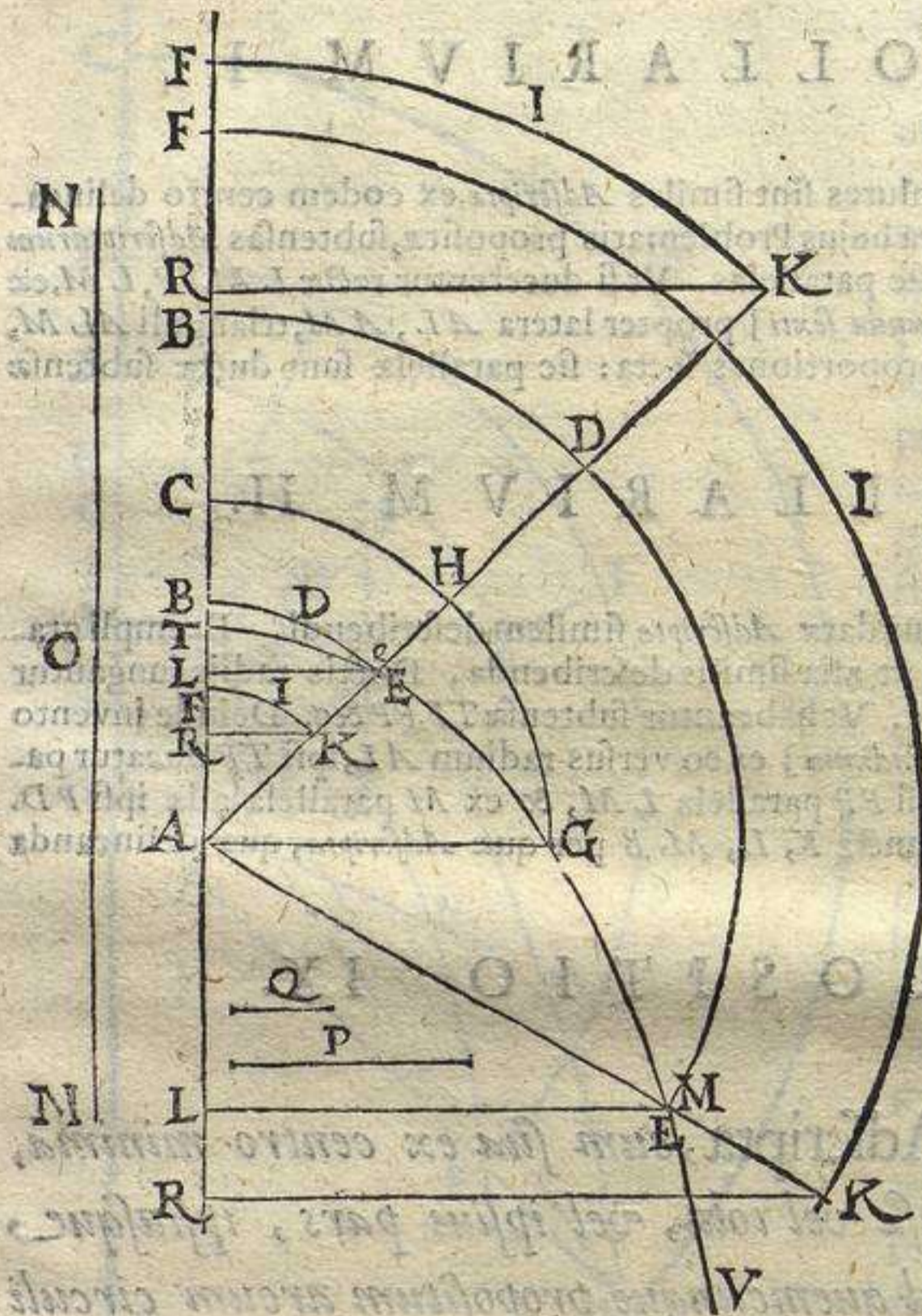
## COROLLARIUM II.

Alius ex his deducitur modus datæ *Adscripta* similem describendi. Exempli gratia: datæ *Adscripta*  $TFPD$ , sit alia similis describenda. Ductis radijs jungantur in primis puncta  $TF, PF, PD$  &c. Ut habeantur subtensæ  $TF, FP$  &c. Deinde invento puncto  $K$  [in supra in Propos. ostendimus] ex eo versus radium  $AL$ , ipsi  $TF$  ducatur parallela  $KL$ , & ex  $L$  ducatur ipsi  $FP$  parallela  $LM$ , & ex  $M$  parallela alia ipsi  $PD$ , nimirum  $MB$ , habebuntur puncta  $K, L, M, B$  per quæ *Adscripta*, quæ delineanda est, transire debet.

## PROPOSITIO IX.

*Data quavis Adscripta, cum sua ex centro minima, ostendere quo modo ipsa vel tota, vel ipsius pars, ipsiusque ultimum punctum, ad quemcunque propositum arcum circuli spectet; eumque arcum re ipsa describere; ipsi nimirum vel æqualem, vel similem: modo idem propositus arcus major non existat, quam ut similis sit ei arcui, cui Data adscripta intelligitur; aut certe, si major fuerit, Adscripta data prius, quantum sufficit, prolongata sit.*

EST in sequenti figura data *Adscripta* quavis, cujus ultimum punctum esto  $T$ , & minima ex centro  $A$ , & sit arcus datus ad quem ultimum punctum  $T$ , & consequenter, vel tota vel pars datæ curvæ lineæ, tanquam ei adscripta pertineat; qui sit primò Quadrans sui circuli. Ex puncto  $A$  ad rectam  $AT$  ducatur perpendicularis  $AG$ , secans *Adscriptam* datam in puncto  $G$ , atque centro  $A$ , intervallo autem  $AG$ , describatur Quadrans circuli  $GHC$ ; si ergo semidiameter arcus dati, æqualis fuerit rectæ  $AG$ ; habemus quod volumus, *Adscripta* enim  $TEG$ , est ea quæ pro Quadrante dato quaritur. Si autem data semidiameter ipsâ  $AG$ , major vel minor fuerit, habemus ei similem, eundem scilicet Quadrantem  $CHG$ , ad quem eadem *Quadratrix*  $TEG$ , ejusque ultimum punctum  $T$  spectat.



Sic secundo datus arcus  $BDE$ , major vel minor Quadrante, minor tamen semicirculo (si major esset, sumenda est ipsius medietas, cum de medietatibus hic solum sit sermo) incipiendo à linea  $AT$ , si opus fuerit producta, à puncto scilicet  $B$ , cuius si alter terminus  $E$  præcise attigerit *Adscriptam* datam, factum teneo, eritque *Adscripta*  $TE$ , vel  $TEE$ , ea quæ spectat ad arcum propositum  $BDE$ .

Quod si descriptus ille arcus, qui sit jam  $FIK$ , major esset vel minor quam ut ejus terminus seu finis  $K$ , *Adscriptam* datam, attingere posset, describendus est ei similis qui in *Adscripta* terminetur: quod fit si educatur ex  $A$  centro radius ad punctum

$K$ , terminum arcus descripti, qui secet *Adscriptam* in aliquo puncto  $E$ : nam, si ex  $A$  centro, ad intervallum  $AE$  describatur arcus  $BDE$ , erit ipse & priori similis, & talis ad quem data *Adscripta* pars, ejusque ultimum punctum  $T$  pertinet. Descripsimus ergo. &c. Quod faciendum erat.

De Quadrante circuli res constat. De minori vel majori similiter clarum est. Nam si arcus  $BDE$ , in quotuis partes æquales divideretur, atque in toidem etiam partes æquales secaretur recta illi arcui subtensa  $LE$ , & per divisionum puncta, ipsius arcus quidem eijcerentur Radij, per puncta verò subtensæ  $LE$ , ad ipsam perpendiculares educerentur, haberentur, per correspondentes eorundem radiorum & perpendicularium intersectiones, alia puncta, per quæ eadem data *Adscripta*  $TE$  transiret, [ut patet ex propositione secunda hujus capituli]. Constat ergo totum propositum.

### COROLLARIUM I.

Patet ex dictis per hoc Problema, cuicumque arcui dato exhiberi posse, per *Adscriptam* sufficienter continuatam, suum gravitatis Centrum; cum enim ultimum *Adscripta* punctum, sit centrum gravitatis illius arcus, cuius medietati eadem *Adscripta* dicitur, possit autem ex hac propositione cuicumque dato arcui *Adscripta* dici, modo explicato: patet ergo propositum.

Quod si ipse arcus datus *Adscripta* accommodari non possit, sed alius ipsi similis describendus sit; tunc si fiat ut radius illius similis arcus, ad suam ex centro



tro minimam, ita radius dati arcus ad aliud, habebitur ea quæ ex centro arcus, in linea ex eodem centro ad medium punctum totius arcus dati ducta, centrum gravitatis quæsitum determinat.

## COROLLARIUM II.

Colligitur etiam si *Adscripta* aliqua detur, in Gradus vel decades Graduum divisa, (quod fit si per Gradus vel eorum decades illius arcus, ex quo *Adscripta* ortum duxit, ex centro *A* radij eijciantur) nos posse per hoc Problema arcui cuius datorum graduum, centrum gravitatis assignare. Exempli gratia, sit arcus propositus 240 graduum, medietas est 120 graduum: Et sit radius *AM* eductus per terminum tot graduum, à *T* versus *M* numeratorum: oporteat arcui dato centrum gravitatis attribuere. Descripto ex *A*, ad intervallum *AM*, ubi radius *Adscriptam* secat, arcu *MDB*, erit *AT* determinans centrum gravitatis propositi arcus 240 graduum. Et sic de reliquis.

## COROLLARIUM III.

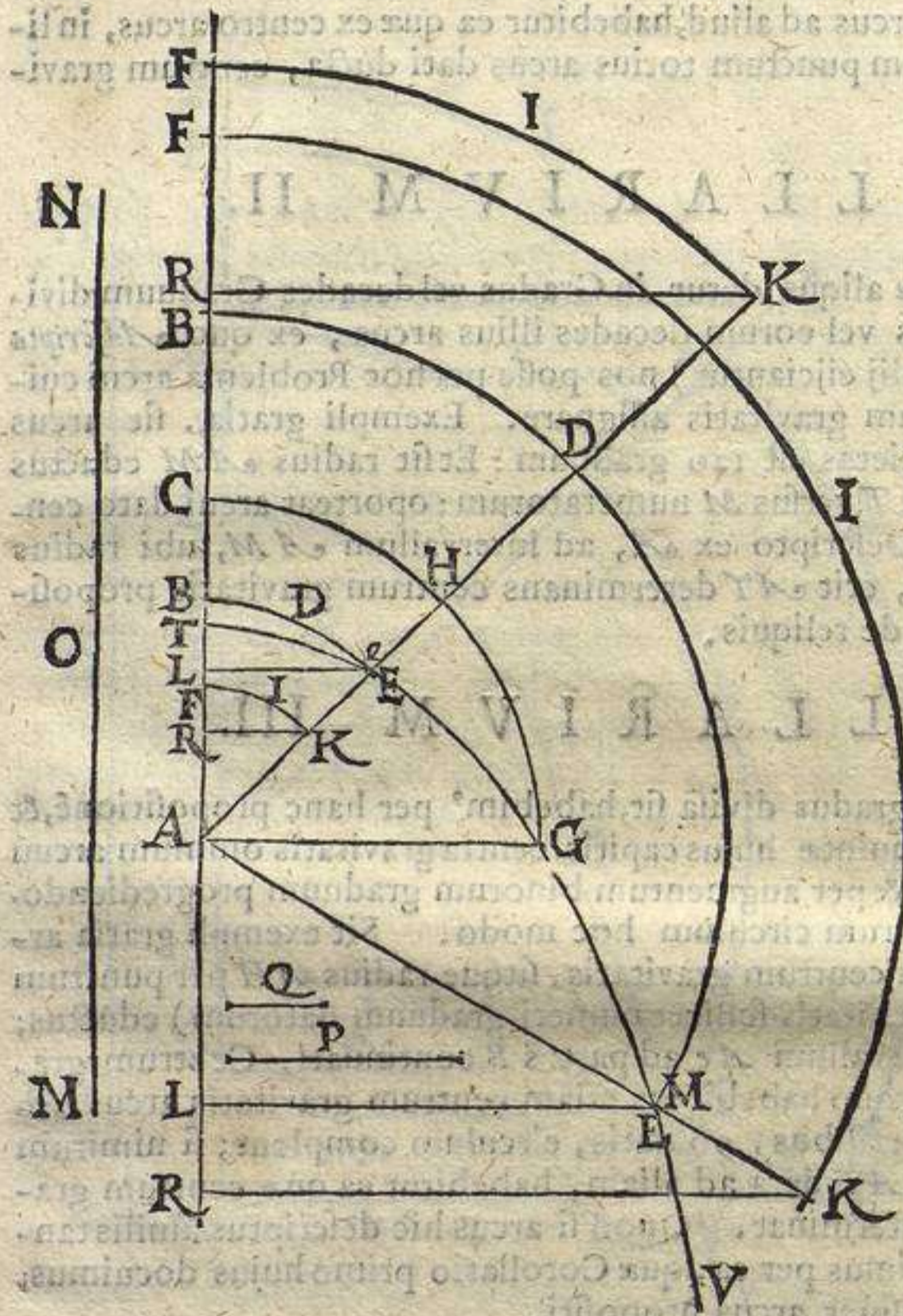
Immo si sola *Quadratrix* in 90 gradus divisa sit, habebim<sup>9</sup> per hanc propositionem, & per Corollaria propositionis quintæ hujus capituli, centra gravitatis omnium arcuum à duobus gradibus incipiendo, & per augmentum binorum graduum progrediendo, usque ad 360 gradus, seu integrum circulum hoc modo. Sit exempli gratia arcui 90 Graduum assignandum centrum gravitatis, sitque radius *AH* per punctum *e* 45 Gradus determinans (medietatis scilicet numeri graduum datorum) eductus: dupli ergo arcus *e DB*, ad intervallum *Ae* ad partes *B* continuati, Centrum gravitatis est idem *T* punctum: Ex quo habebimus etiam centrum gravitatis arcus 270 Graduum, qui nimirum cum Gradibus, 90 datis, circulum complent, si nimirum fiat ut 270 Gradus ad 90, ita *AT* data ad aliam, habebitur ea quæ centrum gravitatis arcus 270 Graduum determinat. Quod si arcus hic descriptus similis tantum sit arcui proposito, habebimus per ea, quæ Corollario primo hujus docuimus, centrum gravitatis etiam ipsiusmet arcus propositi.

## PROPOSITIO X.

*Rectæ lineæ, Chordæ instar propositæ, adscribere arcum ita, ut hic ad illam datam habeat proportionem.*

Hæc Propositio eadem est cum ea, quam Pappus Alexandrinus alijs verbis affert libro quarto Collectionum Mathematicarum Propositione 40, quam quidem absque determinatione ipse proponit, neque universaliter pro data quavis proportionem solvit; sed constructio ipsius consistere debet inter limites Quadratrici ab antiquis positos; qui sunt, ut arcus ad subtensam propositam majorem proportionem non habeat, quam Quadratricis latus habet ad suam Basim, seu Radius ad Minimam ex centro. Nos pro quacunque proportionem data Problema sic brevissime construimus.

Sit data recta *MN*, & proportio arcus ad subtensam ea, quæ est rectæ *P*, ad rectam *Q*, dataque sit *Adscripta* sufficienter continuata *TEGV*, cum minima ex centro *TA*. Oportet facere id quod jubet Propositio. Fiat ut *Q* minor terminus datæ proportionis, ad *P* majorem, ita *AT* minima ad quartam; huic quartæ æqualis accipiatur *AE*, *Adscriptam* attingens in puncto *E*: intervallo deinde *AE*, ex centro *A* describatur arcus *EDB*, & ex *E*, ad *TA* productam, perpendicularis *EL*. Quod si hæc *EL*, æqualis fuerit, ipsi



ON, vel OM, medietati  
propositæ MN, Problema-  
ti satisfactum est; arcus e-  
nim descriptus EDB, est  
medietas illius qui quæri-  
tur. Nam ex superiori-  
bus [*maxime ex Numero 4.*  
*Scholij Propositionis secunda*  
*hujus capituli*] est ut TA  
ad AE, ita LE ad arcum  
EDB: sed TA ad AE,  
est ex constructione ut Q  
ad P. Ergo &c. Quod e-  
rat faciendum.

Si autem LE major,  
vel minor fuerit, quam O  
N, medietas data rectæ,  
fiat ut semisubtensa EL  
ad AE radium, ita ON  
ad aliam, cui si in AE,  
producta si opus fuerit,  
æqualis accipiatur AK, at-  
que ad intervallum AK,  
ex A alius arcus KIF de-  
scriptus, & perpendicula-  
ris KR ad AT acta fue-  
rit, erit KR, ipsi ON, æ-

qualis, & arcus KIF medietas illius qui quæritur. Est enim ut Chorda ali-  
cujus arcus ad suum arcum, ita alia Chorda alterius arcus priori similis, ad  
suum arcum [*ut demonstratur à Clavio Propositione 3. Libro 8. Geometria Pra-*  
*ctica*]. Universaliter ergo Problema & construximus, & demonstruimus,  
Quod fuit propositum.

### COROLLARIUM

Præter autem ex hac, & præcedentibus propositionibus, *Quadraticis, Aemula* seu *Adscripta*  
continuata, in Tabella aliqua magna descripta, tam Constructio quæ usus, sive pro  
inventione centri gravitatis omnium Circuli arcuum, sive pro alijs. Fecerunt si-  
milis alij pro diversis suis intentionibus, ac usibus. Exempli gratia, *Villalpandus*  
noster pro binis medijs proportionalibus inter datas extremas determinandis, Li-  
neas quasdam Instrumentales delineavit &c.

### SCHOLIUM.

Quod si arcus datus haberet ita magnam ad datam rectam proportionem, ut ne-  
que *Adscripta* data, neque spatium in quo ipsa delineata est, pro ejus continua-  
tione sufficienti, admitteret constructionem Problematis satius erit non dati arcus ad  
suam subtensam assumere proportionem, sed ipsius complementi ad semicirculum, ad  
eandem

eandem subtensam; & secundum prædicta in constructione progredi. Habito enim arcu minore data subtensa adscripto, habetur etiam nullo negotio ipsius complementum, ac proinde arcus petitus, Quod ipsum si voluisset, Pappus monere debuisset.

## PROPOSITIO XI.

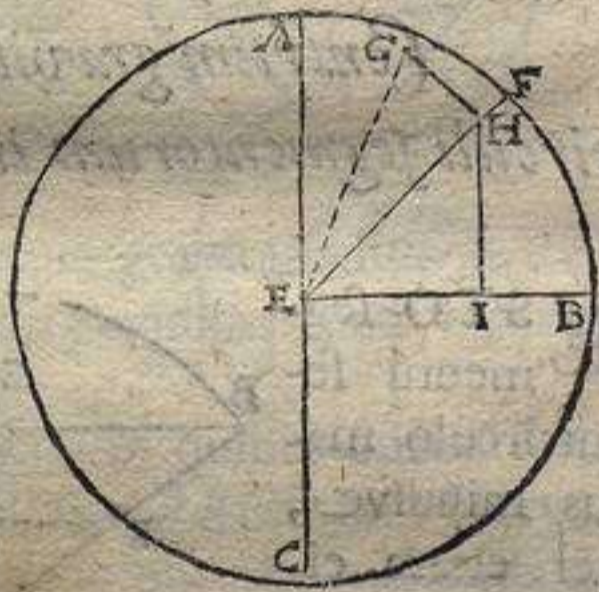
Dari ex centro gravitatis alicujus arcus circuli, centrum gravitatis totius peripheriæ ejusdem circuli; sed non contra.

Propositione ultima capitis præcedentis demonstravimus quidem, dato quovis arcu, ejusque gravitatis centro haberi posse geometricè centrum gravitatis arcus dupli, quadrupli, &c. Et contra, dato quovis arcu circulari, cum suo centro gravitatis, haberi posse centrū subdupli, subquadrupli, &c. Ex quo sequi videtur, data integra præcise circuli peripheria, ejusque gravitatis centro, geometricè dari centrum gravitatis semiperipheriæ, quadrantis, octantis &c. atque adeo dari geometricè ut supra ostendimus Circuli Quadraturam, verum circulus nimis rotundus, pulcherrime sane ac rotunde huic legi, tanquam ipsi minime subiectus, sine ullius offensione sese subducit. Possumus enim ex dato centro peripheriæ sive majoris sive minoris integræ circulari, invenire centrum sive duple sive subdupla: Sola præcise integra circuli peripheria (quasi nimis facile daretur ipsius, & gravitatis centrum, & Quadratura) demonstrationis vi coacta includi quidem sese permittit, at relinquens seras omnes intactas, nullis fractis repagulis, per portam quasi clausam, manente obducto pessulo evadit, de foris que expectantem ipsius Quadraturam Quadratorem egregie eludit.

Esto enim integra circuli peripheria  $ABC$ , assignatoque in ea ipsius octante  $AF$ , cum suo centro gravitatis  $G$ , [ex propositione ultima capitis 5.] per perpendicularem  $GH$ , ad  $EF$ , radium, habetur centrum gravitatis  $H$ , Quadrantis  $AFB$ ; & ducta perpendiculari  $HI$  ad radium  $EB$ , habetur centrum  $I$  semicircularis peripheriæ  $ABC$ , & tandem ex perpendiculari  $IE$  ad radium  $AE$ , vel  $EC$ , habetur centrum  $E$  totius peripheriæ  $ABCD A$ ; quod etsi ex suis radijs suppositum sit esse figuræ seu magnitudinis, hinc tamen arguitur esse & gravitatis.

Attamen viam qua ipsum inventum est, nobis negat ad regressum. Nam ut ex centro  $E$  totius peripheriæ  $ADC$  dato, inveniamus centrum semiperipheriæ  $ABC$ , ducendus est primo radius ad medium ipsius arcus  $ABC$ , radius scilicet  $EB$ : deinde, si velimus uti artificio retrogrado, ex  $E$  ad radium  $EB$ , ducenda esset perpendicularis, quæ nobis in ipso punctum pro centro determinaret; sed hoc fieri non potest; ea enim quæ ducitur ex  $E$  versus  $B$ , cum ipsa  $EB$  coincidit, & fit eadem linea, ostendens quidem in ipsa esse centrum, at certum punctum non signat. Si duxeris ex  $E$  versus  $A$ , ut sit ipsa  $EA$ , erit ea quidem perpendicularis ad  $EB$ , sed centrum nullum nobis in ea monstrat. Cum nihil cum ipsa commune habeat, quam ipsum punctum  $E$ . Constat ergo assertum,

Atque



**A**Tque hæc per modum Digressionis de Quadratrice circuli que Quadratura dicta sint satis. Qui plura de ipsa Quadratrice cupit, videat Clavium locis supra dictis: nos ad nostrum redimus propositum.

## CAPUT VII.

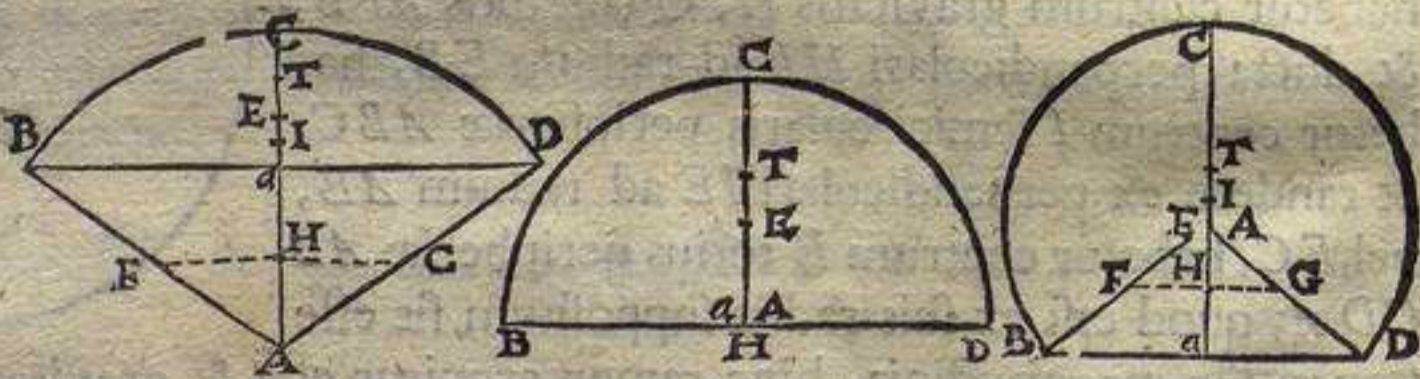
## DE CENTRO GRAVITATIS PERIMETRI FIGURARUM CURVILINEARUM MIXTARUMQUE.

**A**D plenam centrorum gravitatis, ad lineas tam curvas quam mixtas spectantium, tractationem, superest ut tradamus ea que lineas dictas concernunt; non ut per se ipsa considerantur, sed prout sunt termini seu perimetri earum, quas terminant, figurarum. Et primò quidem loco occurrit circulus, verum de eo propriam instituerè propositionem, non est operæ precium, cum manifestum per se sit, ipsummet magnitudinis seu figuræ centrum, ex quo nimirum ipse circulus descriptus est, centrum etiam esse gravitatis perimetri, à quo undique æqualiter abest, atque idcirco per omnia definitioni centri gravitatis satisfaciat. Idem suo modo de ellipsi dici potest, tractandum ergo primum erit de ipsius circuli partibus.

## PROPOSITIO I.

Centrum gravitatis perimetri semicirculi, aliorumque circuli segmentorum inquirere.

**E**STO segmentum semicirculo majus minusve, vel etiam eisdem æquale  $B$



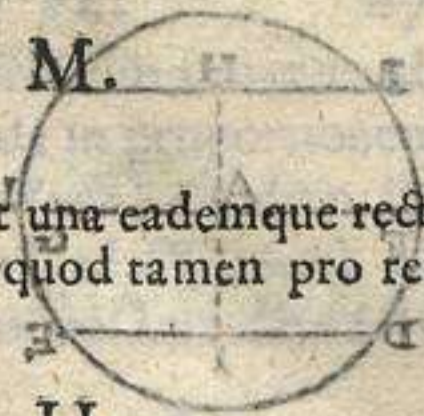
$CD$ . Oportet centrum ipsius perimetri  $BCD$  à  $B$  invenire. Habitis ex præcedentibus centris particularibus, peripheriæ nimirum  $BCD$ , puncto  $T$ , basis autem  $BD$  puncto  $a$ , centroque circuli  $A$ ; fiat ut duæ  $AC$  &  $AT$  simul sumptæ ad  $AT$ , ita  $aT$  ad aliam; habebitur recta  $TE$ , determinans punctum  $E$ , centri communis gravitatis perimetri  $BCD$  à  $B$  quaesiti.

Est enim ut arcus  $CD$  ad  $Da$ , ita  $AC$  ad  $AT$ , [ex propos. 2. cap. 2.] sed ut  $CD$  ad  $Da$ , (quæ sunt medietates ipsius arcus  $BCD$ , & basis  $BD$ , ac proinde inter se, ut ipse arcus & basis) ita, ad habendum centrum commune  $E$ , dividenda est  $aT$ , in  $E$ , [per propos. 6. vel 7. capit. 2.] ut eodem modo sit  $aE$  ad  $ET$ : Ergo erit etiam componendo, ut  $AC$  plus  $AT$  ad  $AT$ ; ita,  $aE$  plus  $ET$ , hoc est,  $aT$  ad  $TE$ . Quod erat demonstrandum.

COROL.

COROLLARIUM.

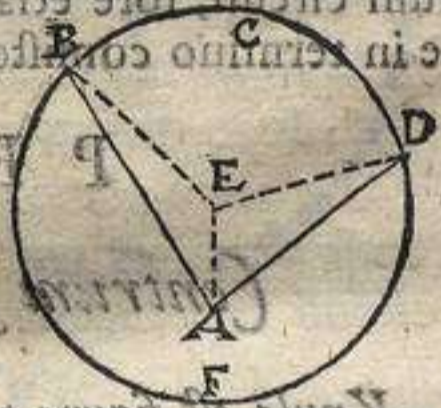
EX his constat, quod cum in semicirculo duae  $AT$  &  $aT$ , sit una eademque recta, opus non esse ad calculum, a  $T$  rectam seorsim inquirere; quod tamen pro reliquis segmentis necesse est.



PROPOSITIO II.

Perimetri reliquarum circuli partium centrum gravitatis invenire.

1. **R**eliquae circuli partes, quae per sectionem linearum re-  
ctarum oriuntur, magis obviae sunt vel sectores, vel se-  
ctorum amuli (quando nimirum rectae secantes non ex centro,  
sed ex alio intra vel extra peripheriam assumpto puncto egre-  
diuntur, qualis est figura ABCDA, vel ABFDA,) vel  
tales quae nascuntur cum Circulus binis truncatur segmen-  
tis, ita ut perimenter constet duabus rectis, & uno vel duo-  
bus arcibus; uno quidem quando segmentorum subtendentes ad unum punctum in peri-  
pheria conveniunt, ut in figura proxima ABCD; quae Sector  
ad peripheriam non incongrue dici posset; duobus vero quan-  
do non conveniunt, ut in Schemate proxime sequenti, [pag.  
86.] quae figuram ad imitationem Archimedis Frustū Circuli  
appellare poterimus. Aut certe quando à circulo auferuntur  
plura sine certo ordine segmenta, figurae ex pluribus rectis  
& arcibus constans, relicta.

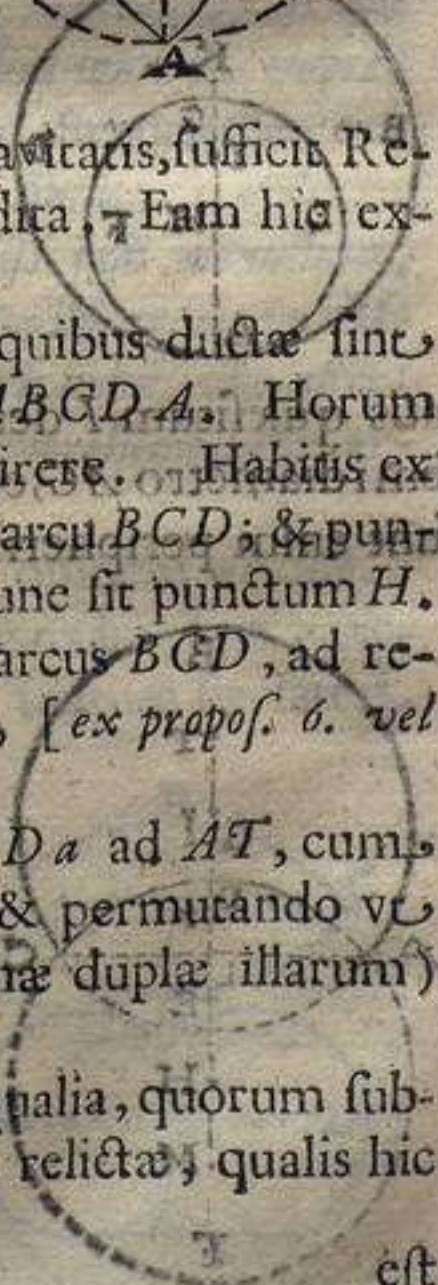


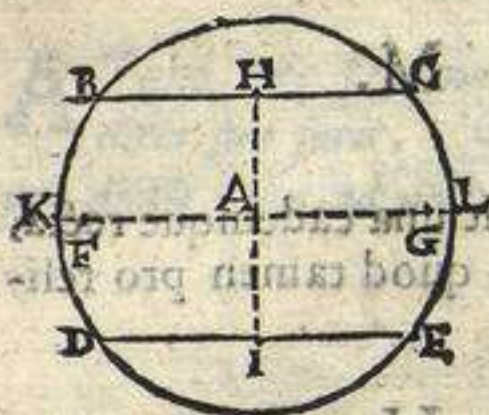
Quibus omnibus unica, ut centrum assignetur gravitatis, sufficit Re-  
gula generalis supra [cap. 3. propos. 4. pro lineis rectis] tradita. Eam hic ex-  
empli causa Sectoribus applicabimus.

2. Resumantur figurae propositionis praecedentis, in quibus ductae sint  
etiam semidiametri  $AB$ ,  $AD$ , ita ut Sectores circuli sint  $ABGD$ . Horum  
ergo ratione perimetri, oporteat centrum gravitatis inquirere. Habitis ex  
praecedentibus centris particularibus, puncto scilicet  $T$ , pro arcu  $BCD$ ; & pun-  
ctis  $F$  &  $G$ , pro radijs  $AB$ ,  $AD$ , quorum centrum commune sit punctum  $H$ .  
Est ergo  $HI$  recta ita dividenda in  $I$ , ut sit  $HI$  ad  $IT$ , ut arcus  $BCD$ , ad re-  
ctas  $BA$ ,  $AD$  simul sumptas, eritque  $I$  centrum quaesitum, [ex propos. 6. vel  
7. cap. 2.] Quod erat faciendum.

3. Idem habebitur si  $HT$  dividatur in proportionem  $Da$  ad  $AT$ , cum  
sit [ex propos. 2. cap. 5.] ut  $CD$  ad  $Da$ , ita  $AD$  ad  $AT$ ; & permutando ut  
 $CD$  ad  $AD$ , hoc est,  $BCD$  ad  $BA$  plus  $AD$ , (sunt enim haec duplae illarum)  
ita  $Da$  ad  $AT$ .

4. Quod si à circulo ablata fuerint duo segmenta aequalia, quorum sub-  
tendentes parallelae sint, perimetri Frustū illius seu [figurae relictae], qualis hic





est  $BCED$ , centrum gravitatis erit ipsum centrum circuli  $A$ . Centra enim particularia  $F$  &  $G$ , arcuum æqualium  $BKD, CLE$ , consistentia in diametro  $KL$ , centrum gravitatis commune habent dictum punctum  $A$ , quod ipsum etiam est centrum gravitatis commune rectorum æqualium  $BC, DE$ , quarum centra particularia sunt puncta  $H$  &  $I$ ; quare illud idem commune centrum gravitatis erit omnium, atque adeo totius perimetri  $BCED$ .

COROLLARIUM.

EX dictis Numero 3. colligitur, si fuerit in aliquo Sectore semicirculo majori, [in figura Numeri 2.] ut  $HA$ , ad  $AT$ , ita  $Da$  ad  $DC$ , punctum  $A$ , quod est centrum circuli, fore etiam centrum gravitatis perimetri sectoris  $BCDAB$ , ac proinde in termino consistere figuræ.

PROPOSITIO III.

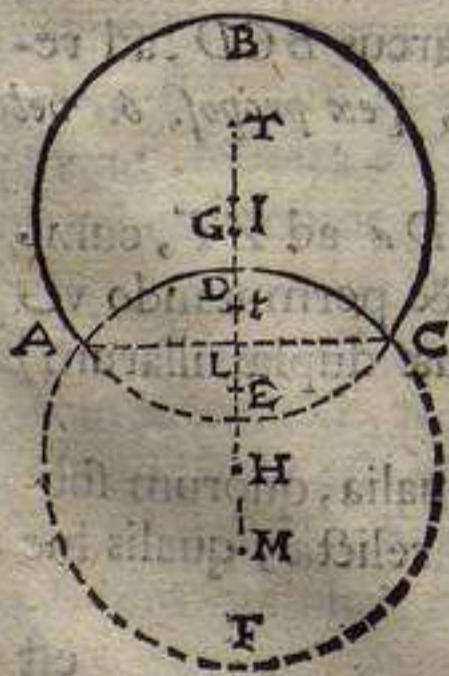
Centrum gravitatis perimetri Lunularum invenire.

Lunula est figura plana, binis circuli peripherijs seu arcibus, altera cava, altera convexa, comprehensa, sunt autem Lunule in triplici potissimum differentia. Prima est que integris comprehenditur peripherijs, cornibus ad unum punctum coëuntibus, in quo & peripherie se mutuo tangunt. Secunda & tertia differentia Lunula arcibus constant se mutuo secantibus (si producantur), & secunda quidem arcus, circularum sunt equalium; inæqualium vero tertia.



2. Lunula primæ differentie sui perimetri Centrum gravitatis nullo ferè negotio exhibet. Esto enim talis Lunula figura  $ABCDVAEGFA$ , in qua centra peripheriarum singularia, majoris quidem punctum  $G$ , minoris, vero  $H$ : Fiat ergo ut semidiametri  $AG, AH$  simul ad alterutram, verbi gratia,  $AH$ , ita recta  $GH$  centra connectens ad aliam. Habebitur recta  $GI$ , centrum gravitatis quaesitum  $I$  determinatis.

Adhibita ad operationem loco secundæ  $AH$ , semidiametro  $AG$ , erit quarta inventa  $HI$ . Demonstratio ex superioribus patet: sunt enim peripherie inter se ut earum diametri, atque adeo etiam ut semidiametri.

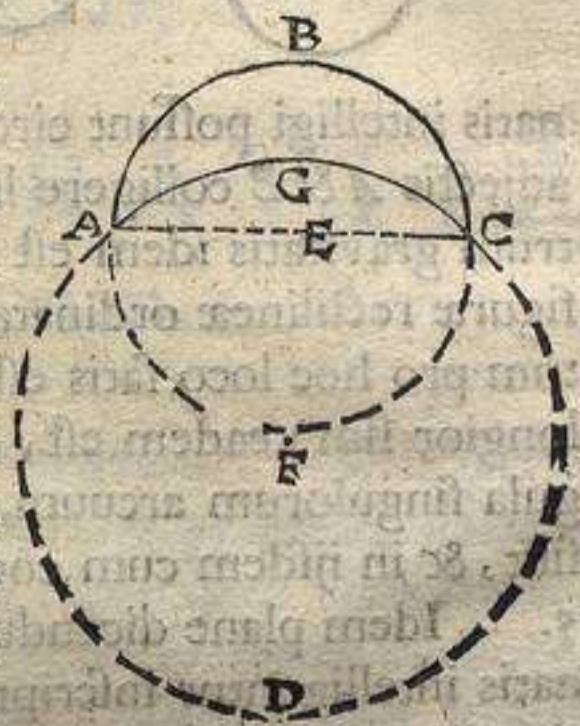


3. Secundi generis Lunula hanc habet imprimis notandam proprietatem, quod illius arcus integram præcisè componant circuli peripheriam; quantum enim integræ circulari peripheriæ convexæ demitur, tantum per cavam restituitur; ut patet in Lunula adscripta  $ABCD A$ . Duæ namque subtensa  $AC$ , aufert illa ex circulis æqualibus  $ABCE, AFCD$ , (quorum centra  $G$  &  $H$ ) peripherias æquales  $ADC, AEC$ , item  $ABC, AFC$  [per 28. tertij.] Quare ut perimetri datæ Lunulæ centrum investigetur, habito alterutrius arcus centro gravitatis  $T$ , vel  $t$ ,

[per

[per Coroll. propos. 5. capitis precedentis] inquirendum est primum centrum alterius arcus, deinde recta  $tT$  centra jungens dividenda in proportionem arcuum, seu etiam rectarum  $Ht, GT$ , (quæ [ex dicto Corollario] eandem inter se, quam ipsi arcus, habent proportionem) ita ut sit  $tI$  ad  $IT$ , sicut est  $Ht$  ad  $GT$ : eritque punctum  $I$  centrum commune perimetri Lunulæ  $ABCDA$ . perimetri vero utriusque Lunulæ, prout hic conjunctæ sunt, centrum gravitatis est punctum  $L$ , quod in medio rectæ  $AC$  consistit, ut patet.

4. Tertij denique generis Lunulæ, quæ nimirum arcibus comprehenduntur circularum inæqualium, quales sunt hæc  $ABCGA$  &  $ADCF A$ , sicuti nec proprietatem aliquam insignem nobis offerunt, ita neque compendio aliquo centrum gravitatis perimetri illarum investigabitur; & hæc de causa jure merito ad Regulam communem supra [cap. 3. propos. 4. pro lineis] traditam rejiciuntur. Nisi fortassis proportio aliqua, peripheriarum conuexæ ad cavam, aliud suadeat.

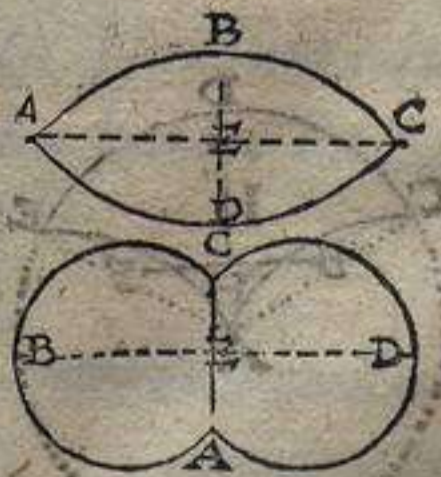


## PROPOSITIO IV.

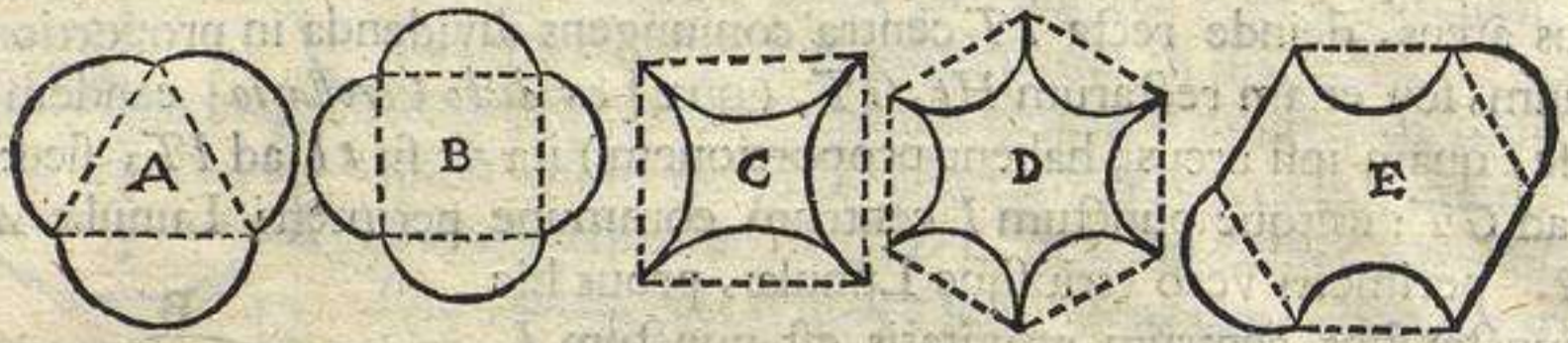
*Centrum gravitatis Perimetri Arcuatarum figurarum, Securicularum, Coronarumque reperire.*

Figurae de quibus hoc loco breviter tractare constituimus, triplicis sunt generis: arcibus nimirum constant, aut merè convexis, aut merè cavis, aut ex his mixtim. Diversa autem à diversis auctoribus sortiuntur nomina, maxime ab ijs qui sibi in diversis complacent vocabulis & eruditis, nos eas quæ tribus tantum comprehenduntur arcibus, antiquis in diversis linguis usitato vocabulo, Securiculas aut Securiclas; quæ pluribus arcibus constant, Figuras arcuatas dicimus. Potuissent sane omnes hujuscemodi figurae, sicuti & de alijs jam monuimus, pro suo ad perimetrum spectante centro gravitatis, ad communem alibi traditam Regulam, ablegari; nisi essent quæ eadem sua centra compendiosiori nobis via offerrent; quales sunt omnes quæ aequalibus aequalium circularum comprehenduntur arcibus, de quibus, & ijs solis quidem, jam dicemus.

3. Primo autem loco ex arcuatis prætereunda minime quidem est illa, quam Proclus in primum Elementorum vocat utrinque convexam, præ cæteris eo dotata privilegio, ut sola ipsa è multangulis, binis tantum sit lateribus contenta; arcibus nimirum duobus, & ex nostra nunc hypothesi æqualibus; qualis est figura adiacens  $ABCD$  Cujus perimetri centrum gravitatis dico esse  $E$ , punctum scilicet medium subtentæ  $AC$ . Ratio est, quod centra singularia arcuum  $ABC, ADC$  in eadem recta  $BD$ , in qua  $E$ , constituta, æqualiter omni modo ab eodem puncto  $E$  absint, & per consequens, [ex præmissis] punctum  $E$  centrum commune existit gravitatis.



4. Hisce jure suo succedunt illæ, quæ figuris rectilineis, planis, & ordi-

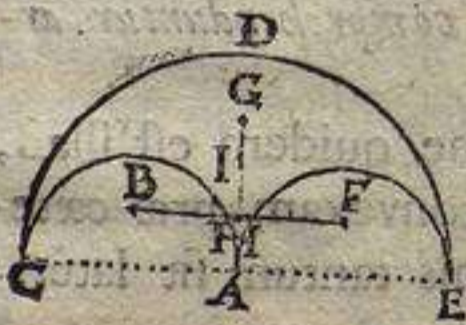


natis intelligi possunt circumscriptæ, arcubus constantes meré convexis, vt ex adjectis *A* & *B* colligere licet: quarum quidem, si perimetrum spectes, centrum gravitatis idem est cum eo, quod est centrum gravitatis perimetri eius figuræ rectilineæ ordinatæ, cui intelliguntur circumscriptæ; de quibus, quantum pro hoc loco satis est, diximus alibi. [*cap. 4. propos. 6.*] Ratio autem (ne longior sim) eadem est, quam supra adduximus, quod centra gravitatis singula singulorum arcuum, ab eo quod diximus figuræ centro, & æqualiter ab sint, & in iisdem cum eodem sint rectis sita.

5. Idem plane dicendum de ijs peripheriatis figuris, quæ rectilineis ordinatis intelliguntur inscriptæ, quod aliter non fit quam per peripherias cauas circuli, quales sunt in eadem figura *C* & *D*,

6. Ab his vero degenerant illæ, quæ licet & æqualibus constant arcubus, & ordinatis figuris adscriptæ intelligantur, illarum tamen arcus non sunt omnes convexi, aut omnes concavi; ideoque quia eodem cum perimetro figuræ ordinatæ centro gravitatis gaudere non possunt, ad communem regulam jure remittuntur. Excipiuntur illæ, quæ arcubus constant numero paribus & æqualibus, à quibus semper bini oppositi sunt, vel vtrique convexi, vel vtrique concavi, vel etiam lineæ rectæ, & æquales, vt est figura *E*. Harum etenim figurarum perimetri, eo, quod diximus, communi fruuntur gravitatis centro, cum opposita bina latera quælibet, idem habeant commune centrum, cum centro aliorum binorum oppositorum laterum.

7. Huc etiam spectant plana deangula, quorum perimeter quatuor constat arcubus convexis, quorum bini oppositi æquales, figuram constituunt quam *Ovalem* seu *Ellipsi* similem vocant, quamque *Clavius* describere docet [*propositione ultima lib. 8. Geometriæ Præctica*]. Centrum enim gravitatis perimetri illius, est idem cum centro perimetri rectanguli inscripti, vel punctum illud, in quo bini axes sese mutuo interfecant.



8. Pro *Securiculis*, quæ convexo vno, & binis cavis clauduntur arcubus, vix aliud se offert compendium, quam id quod proportio arcus convexi ad concavos secum affert. Vt cum in adjectis *CDEFABC* arcus convexus *CDE* æquatur cavis, *ABC*, *AFE*, recta *GH*, centra gravitatis, commune quidem horum *H*, *G* vero illius, connectens, recta videlicet *HG*, bisecta in *I*, centrum gravitatis perimetri securiculæ propositæ exhibet.

9. De *Coronis* seorsim nihil dicendum puto, cum omnia, quæ de *Cingulis* [*propos. 7. cap. 4.*] præmissimus, *Coronis*, & figuris *Coronam* imitantibus, applicare facillimum sit. Est autem *Corona*, cum circulus minor in-

tra



tra majorem ex eodem centro describitur, ab utraque peripheria, cava altera, altera convexa, comprehensum spatium.

Quæ omnia cum clara sint referre potius, quam demonstrare operæ precium fuit.

## CAPUT VIII.

DE CENTRO GRAVITATIS  
planorum Rectilinearum.

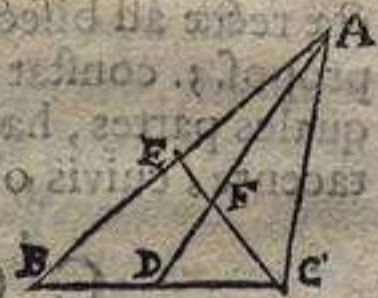
**E**XPEDITIS *ijs, quæ ad Linearum gravitatis centra spectare visa sunt, ad Superficies, secundam videlicet quantitatis speciem, Stylum convertimus; & primo quidem ad Planas lineis rectis terminatas: De quibus ipse imprimis Archimedes, de Triangulis nimirum & Quadrilateris, in Aqueponderantibus tractat, & de omni Rectilineo ipsius Archimedis Commentatores Federicus Commandinus, & Guid-Vbalvus, & post illos etiam, Lucas Valerius & Simon Stevinus, de centro gravitatis solidorum scribentes. Quare ne in hisce actum agamus, nudas tantum Propositiones ad rem nostram facientes, ex dictis Auctoribus desumptas, huc transferamus, Lectorem pro demonstrationibus ad illos remittentes. Interim tamen si quid occurrerit, quod demonstratione nostra indiguerit, id una cum nostris Propositionibus (quarum præcipue undecima & duodecima) ceteris supra addere non gravabimur.*

## PROPOSITIO I.

*Omnis Trianguli Centrum gravitatis est in recta Linea, ab angulo ad dimidiam basim ducta.*

**V**T in triangulo  $ABC$ , sit latus quoduis  $BC$ , bisectum in  $D$ , centrum gravitatis ipsius trianguli erit in ducta recta  $AD$ .

*Demonstratur ab Archimede lib. 1. Aquepond. propos. 13. A Stevinio libro de inveniendo centro gravitatis, propos. 2.*



## PROPOSITIO II.

*Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum, in quo rectæ lineæ ab angulis trianguli ad dimidia latera ductæ, concurrunt.*

**V**T in triangulo  $ABC$ , concurrunt ductæ  $AD$ ,  $CF$  in puncto  $F$ , quod centrum est gravitatis trianguli propositi.

*Demonstratur ab Archimede propos. 14. Stevinio propos. 3.*



## PROPOSITIO III.

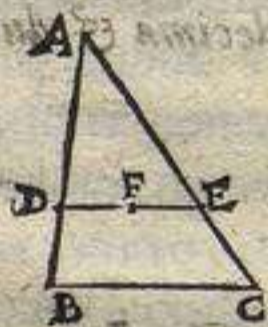
*Omnis Trianguli Centrum gravitatis est punctum in recta linea, ab angulo ad bisectionem basis ducta, existens, quod lineam sic dividit, ut segmentum ad angulum, reliqui ad basim, sit duplum.*

**V**T in eodem triangulo  $ABC$ , segmentum  $AF$  duplum est segmenti  $FD$ : &  $CF$ , duplum ipsius  $FE$ .

*Demonstrat Federicus Command. ad propos. 14. Æqueponderant. Archimedis. Stevinius propos. 4.*

## PROPOSITIO IV.

*Omnis Trianguli centrum gravitatis est in medio recte lineae, basi aequedistantis, quæ bina latera ita dividit, ut segmenta ad angulum, reliquis dupla sint.*



**V**T in triangulo  $ABC$ , sit  $AD$  duplum ipsius  $DB$ , &  $AE$  ipsius  $EC$ , erit  $DE$  parallela ipsi  $BC$  [per 2. sexti,] & punctum  $F$ , quod rectam  $DE$  biseocat, centrum gravitatis trianguli propositi.

*Vt demonstrat Federicus Command. loco proxime citato.*

## COROLLARIUM I.

**E**X supradictis tres habem' diversos modos inveniendi centrū gravitatis trianguli cujusvis. Primum quidem ex propos. 2. per quem bina latera bisequando, ductæ rectæ ad bisectionum puncta, in centro quæsito sese interfecant. Secundus ex propos. 3. constat, si enim ducta illa ab angulo ad medium basis in tres secetur æquales partes, habebitur propositum. Tertius ex propos. 4. eodem modo, vel me tacente, cuivis obujus est.

## COROLLARIUM II.

**P**Atet etiam in triangulo æquilatelo centrum gravitatis perimetri, esse etiam centrum gravitatis trianguli: reliqua vero Isoscelia videlicet, & Scalena centra habere diversa, perimetri & plani. Vt ex ijs constat, quæ capite quarto de triangulis proposuimus.

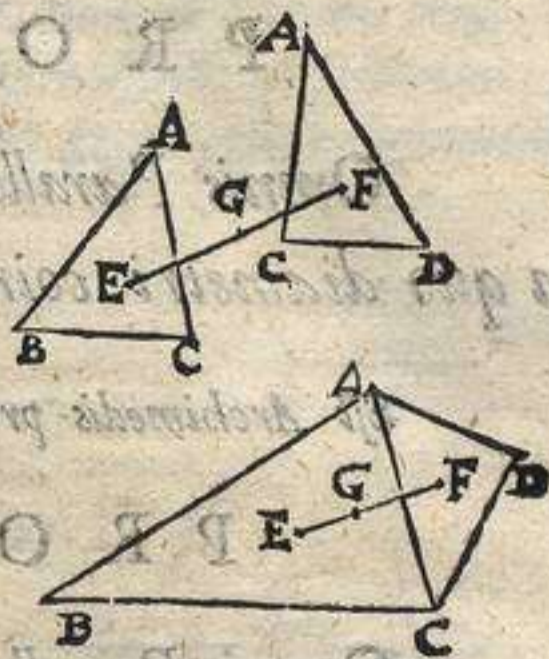
## PROPOSITIO V.

*Binorum Triangulorum commune centrum gravitatis invenire.*

Sint



Sint data duo triangula  $ABC$ ,  $ACD$ , quomodo-  
cunque ad invicem sita. Oportet commune ip-  
sis centrum gravitatis reperire. Inveniuntur [ ex  
primo proxime precedente Corollario ] triangulorum  
centra seorsim, quæ sint puncta  $E$  &  $F$ , junctaque  
 $EF$  secetur in  $G$  ita, ut  $EG$  sit ad  $GF$ , ut contra-  
triangulum  $ADC$ , ad triangulum  $ABC$ ; erit pun-  
ctum  $G$  centrum commune utriusque trianguli, [ per  
6. vel 7. propos. cap. 2. ] Quod erat faciendum.



SCHOLIUM.

1. *C*um ergo figura omnis rectilinea resolvi possit in triangula, patet hinc Regula  
universalis, ad inveniendum Centrum gravitatis, cujusvis figura plana et re-  
ctilinea. Singulorum enim triangulorum centris seorsim inventis, assignetur bino-  
rum quorumcunque triangulorum centrum commune: Hoc sit tanquam unius trian-  
guli centrum, & copuletur per rectam cum centro tertij trianguli; quæ recta divi-  
sa [ juxta propos. 6. vel 7. cap. 2. ] ut segmenta inter se sint permutatim, ut ter-  
tium illud triangulum ad priora duo, erit divisionis punctum centrum gravitatis com-  
mune tribus propositis triangulis. Hoc centrum rursus instar unius trianguli cen-  
trum acceptum in recta, quæ id cum centro quarti trianguli conjungit, eadem arte  
habebitur centrum gravitatis quatuor triangulis commune; & sic deinceps. Aut  
certe copulentur bina & bina triangula, bina deinde copula, &c. In quibusdam  
autem usu veniet propositio 8. cap. 2. quando nimirum loco additionis requiri-  
tur subtractio.

2. Locum etiam habet hæc Regula in alijs quibusvis figuris, quoad commune  
inveniendum centrum, si loco triangulorum accipiantur partes in quas figura resol-  
vitur.

3. Quomodo autem fiat ut triangulum ad triangulum, ita linea ad lineam, jure  
merito quis interrogabit, in eo enim labor omnis consistit & praxis. Stevinus in  
prioribus propositionibus jubet triangula transmutari in rectangula aequalta, [ per  
45 primi Elementorum; ] erit enim tunc ut horum rectangulorum basis ad basin,  
ita triangulum ad triangulum. Est autem hæc ipsa via regia & secura, sed longa;  
Breviores ergo aliquas & compendiosiores, tam ex ipsis, quos initio hujus capituli no-  
minavimus Auctoribus, quam ex nostra Inventione desumptas, afferemus. Primo  
quidem pro quibusdam figuris nostra accommodatis methodo: Universales deinde  
pro quibusvis rectilineis propositione ultima hujus capituli proponemus,

PROPOSITIO VI.

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est in recta  
linea, quæ opposita latera bisecta conjungit.

Demonstrat Archimedes propos. 9. primo Aqueponderantium.

PRO.

## PROPOSITIO VII.

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis est punctum, in quo diametri coincidunt.

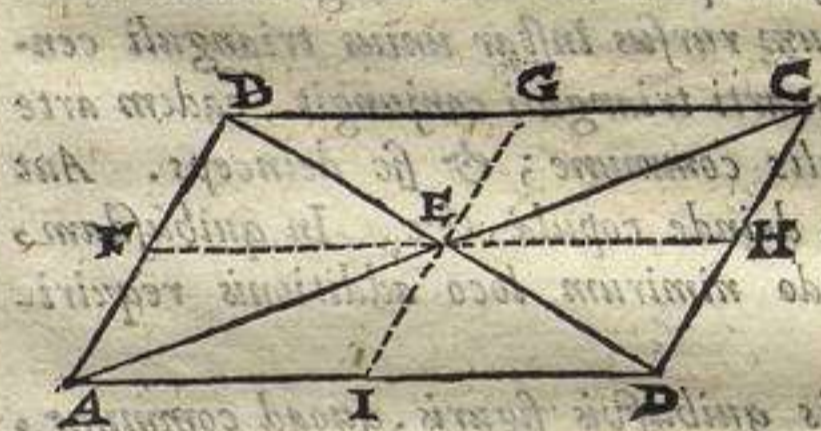
Est Archimedis propositio decima.

## PROPOSITIO VIII.

Omnis Parallelogrammi centrum gravitatis, & diametrum, & bisectricem oppositorum laterum bisecat.

Prior pars demonstratur à Luca Valerio lib. 1. de centro gravitatis solidorum, propos. 14. Utraque autem patet ex binis proxime precedentibus, atque Corollario propositionis quintæ capitis quarti.

## COROLLARIUM.



EX his præmissis quatuor habemus modos inveniendi centrum gravitatis cujvis Parallelogrammi. Esto enim Parallelogrammum  $ABCD$ , & bisecetur primo latera opposita  $AD$ ,  $BC$ , &  $AB$ ,  $DC$  in punctis  $I$ ,  $G$ , &  $F$ ,  $H$ , ductæ enim rectæ  $GI$ ,  $FH$ , secabunt sese in puncto  $E$ , centro quaesito. [ex propos. 6.]

Secundo si ducantur diametri  $AC$ ,  $BD$ , habebitur idem punctum  $E$ . [ex propos. septima]

Tertio si ducta alterutra bisectrix laterum  $GI$ , vel  $FH$ , bisecetur, habebitur idem centrum  $E$ . [ex propos. 8]

Quarto si alterutra diameter bisecetur. [ex eadem propos.]

Patet etiam ex his, quæ hic & propositione quinta capitis quarti de Parallelogrammis proposuimus, cujvis Parallelogrammi centrum gravitatis idem esse cum centro gravitatis perimetri ejusdem.

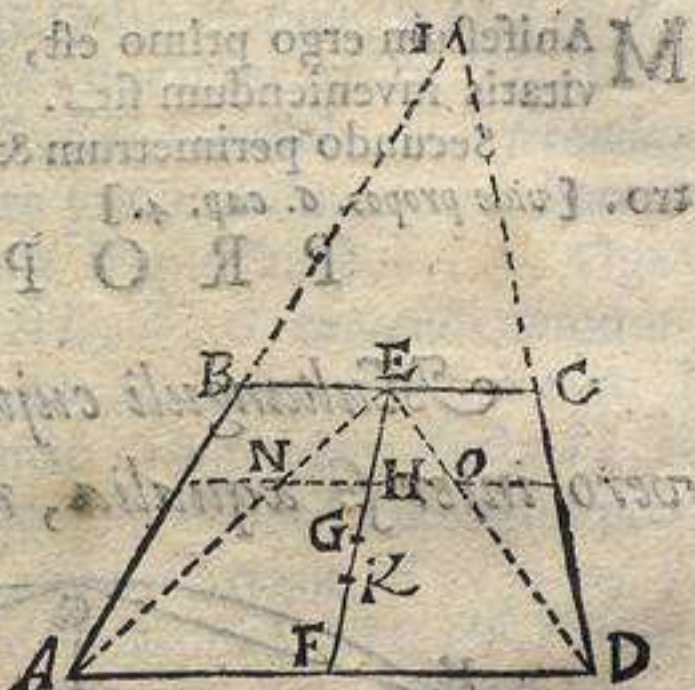
## PROPOSITIO IX.

Omnis Trapezij duo latera invicem habentis equidistantia, centrum gravitatis est in recta linea, quæ latera equidistantia bisariam secta conjungit; ita divisa, ut ipsius portio terminum habens minorem parallelam bisariam divisam, ad reliquam portionem eandem habeat proportionem, quam habet utraque simul, quæ sit equalis duple majoris parallelarum cum minore, ad duplam minoris cum majore.

Est decima quinta Archimedis, & demonstratur etiam à Stevinio propos. 1, atque à Luca Valerio lib. 1. propos. 20, qui insuper aliam affert proprietatem, hic non omittendam, ex ea enim quam facillime centrum gravitatis hujuscemodè Trapezij elicatur, hoc modo.

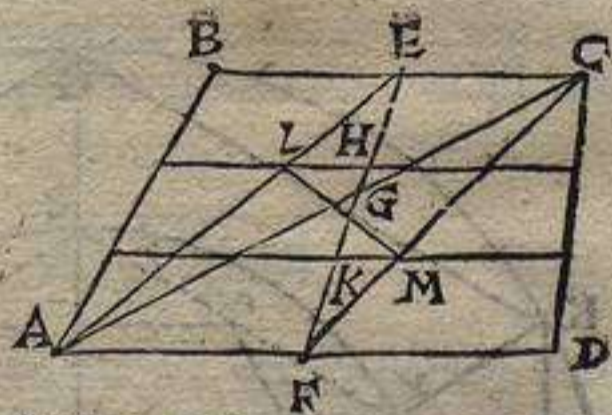
Esto Trapezium  $ABCD$ , cujus latera parallela  $AD, BC$  bisecta sint in  $E$  &  $F$ , ductaque recta  $EF$ , in tres partes æquales  $EH, HK, KF$  divisâ; si media illarum  $HK$ , ita dividatur in  $G$ , ut pars  $HG$  sit ad  $GK$ , ut  $AD$  ad  $BC$ , erit punctum  $G$  centrum Trapezij quæsitum.

Ducta enim per punctum  $H$ , ipsis  $AD, BC$  parallela  $NO$ , jungantur  $EA, ED$ . Quoniam igitur  $NO$  ipsi  $AD$  parallela, secat omnes ipsis  $AD, BC$  interceptas in eadem ratione,  $EH$  vero sit ipsius  $EF$  pars tertia; erit &  $EN$  ipsius  $EA$ , &  $EO$  ipsius  $ED$ , pars tertia; in ipsa igitur  $NO$  utrinque producta, erunt centra gravitatis duorum triangulorum  $ABE, DCE$  [ex 4. hujus:] ergo & compositi ex utroque in linea  $NO$ , erit centrum gravitatis [ex propos. 4. cap. 2.] Quoniam igitur  $K$  centrum gravitatis trianguli  $AED$  est in  $EF$ , [per 3. hujus], & totius Trapezij  $ABCD$  centrum gravitatis in eadem  $EF$  (perficiatur enim triangulum  $AID$ , erit ipsius centrum gravitatis in eadem recta  $EF$ , & in eadem etiam centrum trianguli  $BIC$ ;



ergo & partis ipsius  $ABCD$  in eadem  $EF$ , erit [per 8. cap. 2.] & reliquæ partis duorum scilicet triangulorum  $ABE, ECD$  simul centrum gravitatis in eadem  $EF$ , [per eandem 8. cap. 2.] sed & in linea  $NO$ ; in puncto igitur  $H$ . Rursus quoniam triangula  $AED, ABE, ECD$ , inter easdem sunt, parallelas, erit [per primam sexti] ut  $AD$  ad  $BC$ , ita triangulum  $AED$ , ad duo triangula  $ABE, ECD$  simul: sed ut  $AD$  ad  $BC$ , ita est  $HG$  ad  $GK$ , ex constructione; ut igitur triangulum  $AED$ , ad duo triangula  $ABE, ECD$  simul, ita erit  $HG$  ad  $GK$ : sed  $K$  est centrum gravitatis trianguli  $AED$ ; &  $H$  duorum triangulorum  $ABE, ECD$  simul; totius igitur Trapezij  $ABCD$  centrum gravitatis erit punctum  $G$ , [ex 6. vel 7. cap. 2.] Quod erat demonstrandum.

Facilius adhuc habebitur centrum  $G$ , si ductis binis alijs parallelis per  $H$  &  $K$ , jungantur  $AE, CF$  secantes dictas parallelas in punctis  $L$  &  $M$ , (quæ sunt centra triangulorum  $ABC, CAD$ ) hæc enim juncta per rectam  $LM$ , secat rectam  $EF$  in  $G$  centro quæsito. Est enim [ex propos. 5.] centrum trapezij in  $LM$ , sed [ex proxime dictis] est etiam in  $EF$ ; ergo in communi sectione  $G$ .



PROPOSITIO X.

Omnis Polygoni regularis idem est centrum gravitatis, & figuræ, seu circuli circumscripti.

N

Demon-

Demonstratur à Federico Command. lib. de centro gravitatis solidorum propo. 1. & à Luca Valerio libro primo, propo. 21.

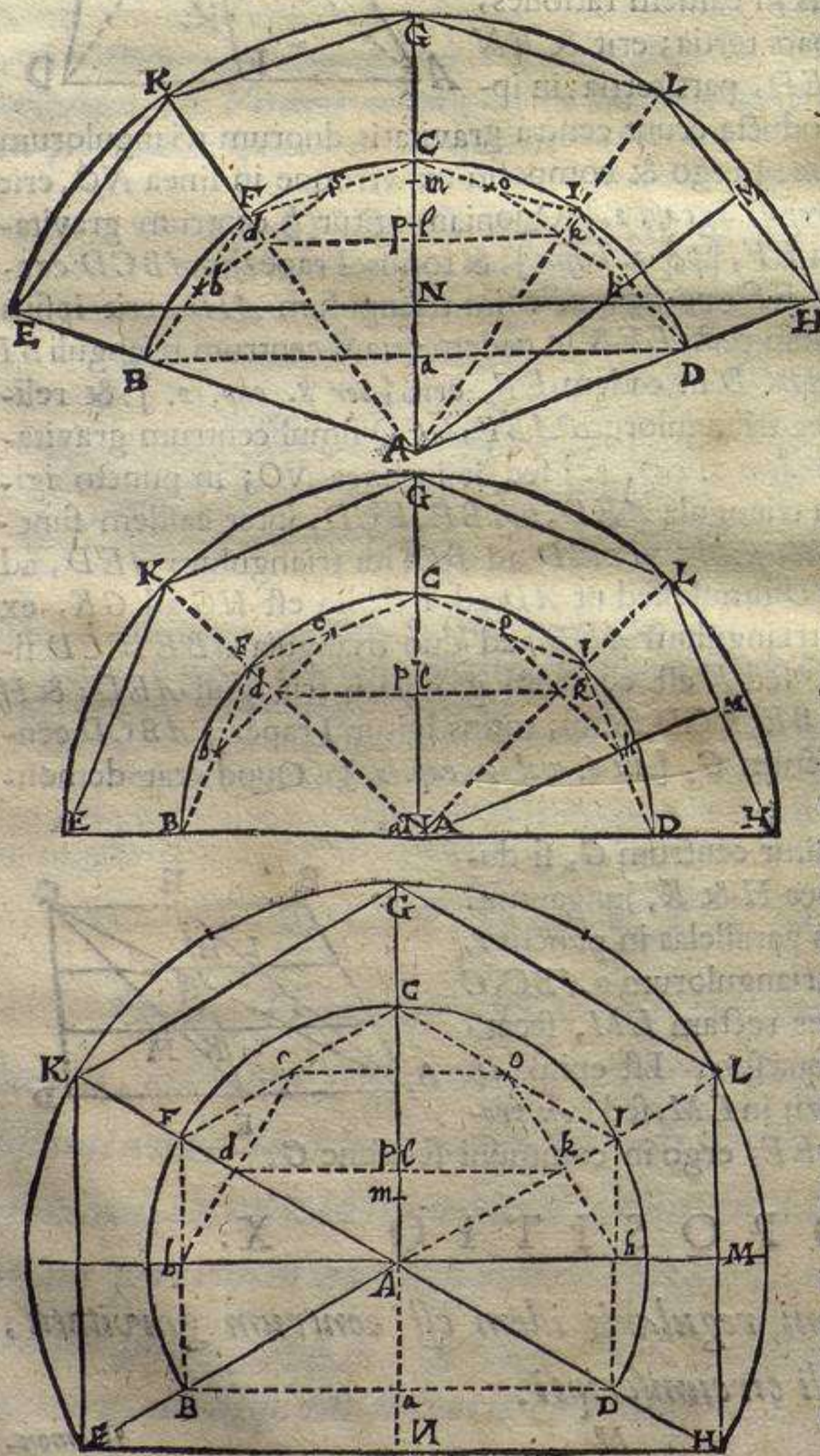
COROLLARIUM.

Manifestum ergo primo est, quomodo polygonorum regularium centrum gravitatis inveniendum sit.

Secundo perimetrum & planum ipsorum, eodem gaudere gravitatis centro. [vide propo. 6. cap. 4.]

PROPOSITIO XI.

Multanguli cujus bina latera, circuli sint radij, reliqua vero inter se equalia, numero pariter paria, & ejusdem circuli peripheriae inscripta, centrum gravitatis invenire.



Si Multangulum  $AE$   $GH$ , cujus duo latera  $AE$ ,  $AH$  sint circuli radij, in ejus centro  $A$  coeuntes, reliqua vero  $EK$ ,  $KG$ ,  $GL$ ,  $LH$  equalia, peripheria circuli continue inscripta, numero pariter paria, figuram constituentia quam Multangulum Sectori circuli plane inscriptum, cum Geometris vocare possumus. Oportet hujuscemodi figurae centrum gravitatis invenire. Ducantur imprimis subtensa  $EH$ , qua alibi basim vocavimus; radius  $AG$ , ad verticem  $G$  circularis peripheriae  $EGH$ ; &  $AM$  perpendicularis ad unum equalium laterum  $LH$ . Fiat deinde ut tertia pars laterum equalium circulo inscriptorum, ad tertiam partem basis  $EH$ ; ita duae tertiae perpendicularis

laris  $AM$ , ad aliam; cui si æqualis abscindatur  $Al$ , ex radio  $AG$ , erit punctum  $l$ , centrum gravitatis quæsitum.

Resolvatur enim datum multangulum per radios  $AK, AL$  in sua triangula, utpote in exemplo nostro in  $AEK, AKG, AGL, ALH$ , quæ propter latera æqualia, æqualia erunt: sectis deinde radijs in punctis  $D, I, C, F, B$  ita, ut pars versus centrum  $A$ , sit dupla reliquæ; ducantur rectæ  $DI, IC, CF, FB$ , quæ erunt ipsis lateribus  $HL, LG, GK, KE$  parallelæ, [ex secunda sexti;] ac proinde dictorum triangulorum centra gravitatis in medio istarum linearum consistent, [ex propos. 4. hujus,] utpote in punctis  $h, o, c, b$ . Quare junctis  $ho, bc$ , erit binorum triangulorum  $AHL, ALG$ , centrum commune in medio rectæ  $ho$ , punctum  $k$ , & reliquorum binorum triangulorum  $AEK, AKG$  centrum gravitatis commune in puncto  $d$ : & tandem ducta  $dk$ ; erit centrum commune quatuor triangulorum, hoc est, totius multanguli propositi in puncto medio  $l$ , lineæ  $dk$ , sed hoc nihil aliud est, quam si [ex propos. 5. cap. 3.] invenissemus centrum gravitatis commune linearum  $DI, IC, CF, FB$  circulari segmento  $DCB$  adscriptarum (cum enim  $AD, AI, AC, AF, AB$  inter se æquales sint, eo quod singulæ sint duæ tertiæ singularum æqualium  $AH, AL, AG, AK, AE$ , peripheria ex  $A$  ad intervallum unius, puta  $AD$  descripta, per reliqua puncta  $I, C, F, B$ , transibit); ita ut idem punctum  $l$ , sit centrum gravitatis & multanguli propositi, & linearum  $DI, IC, CF, FB$ . Quare si [per propos. 6. ejusdem capituli 3.] fiat ut  $DI, IC$  simul ad  $Da$  (ducta scilicet prius  $BaD$ ) ita  $Ab$  ad aliam: habebitur recta  $Al$  prædictum gravitatis centrum in puncto  $l$  determinans. At  $DI, IC$  simul, sunt duæ tertiæ laterum  $HL, LG$  (quæ est medietas omnium laterum æqualium) ac proinde vna tertia omnium, videlicet  $HL, LG, GK, KE$ . Eadem ratione  $Da$  est vna tertia ipsius  $HE$ ; &  $Ab$  duæ tertiæ totius perpendicularis  $AM$ . Ergo si fiat, ut tertia pars laterum æqualium circulo inscriptorum, ad tertiam partem basis  $EH$ , ita duæ tertiæ perpendicularis  $AM$ , ad aliam, habebitur recta  $Al$ , centrum gravitatis quæsitum, ut ante in puncto  $l$  determinans. Quod demonstrandum erat.

## COROLLARIUM I.

Manifestum ex his est, si hujuscemodi figuræ circulo inscriptæ, ut plana superficies est, centrum quærat gravitatis, satis esse si centrum inquiratur linearum, quæ eodem modo inscriptæ sunt ei peripheriæ, quæ & priori similis sit, & ad duas tertias radij ejusdem prioris descripta.

## COROLLARIUM II.

Ac proinde duplici via pervenire ad id centrum nos posse, vel [ex propos. 5. vel ex 6. ejusque Corollario capituli tertij,] quotcunque tandem laterum figura sit; modo sint, ut proponitur, numero pariter paria, &c.

## COROLLARIUM III.

Item habita recta ex centro circuli determinante centrum gravitatis linearum inscriptarum, si minuatur ea tertia sui parte, manere determinantem centrum gravitatis multanguli inscripti; & contra, si determinans centrum gravitatis multanguli, augeatur sua medietate, fieri determinantem centrum gravitatis linearum inscriptarum.

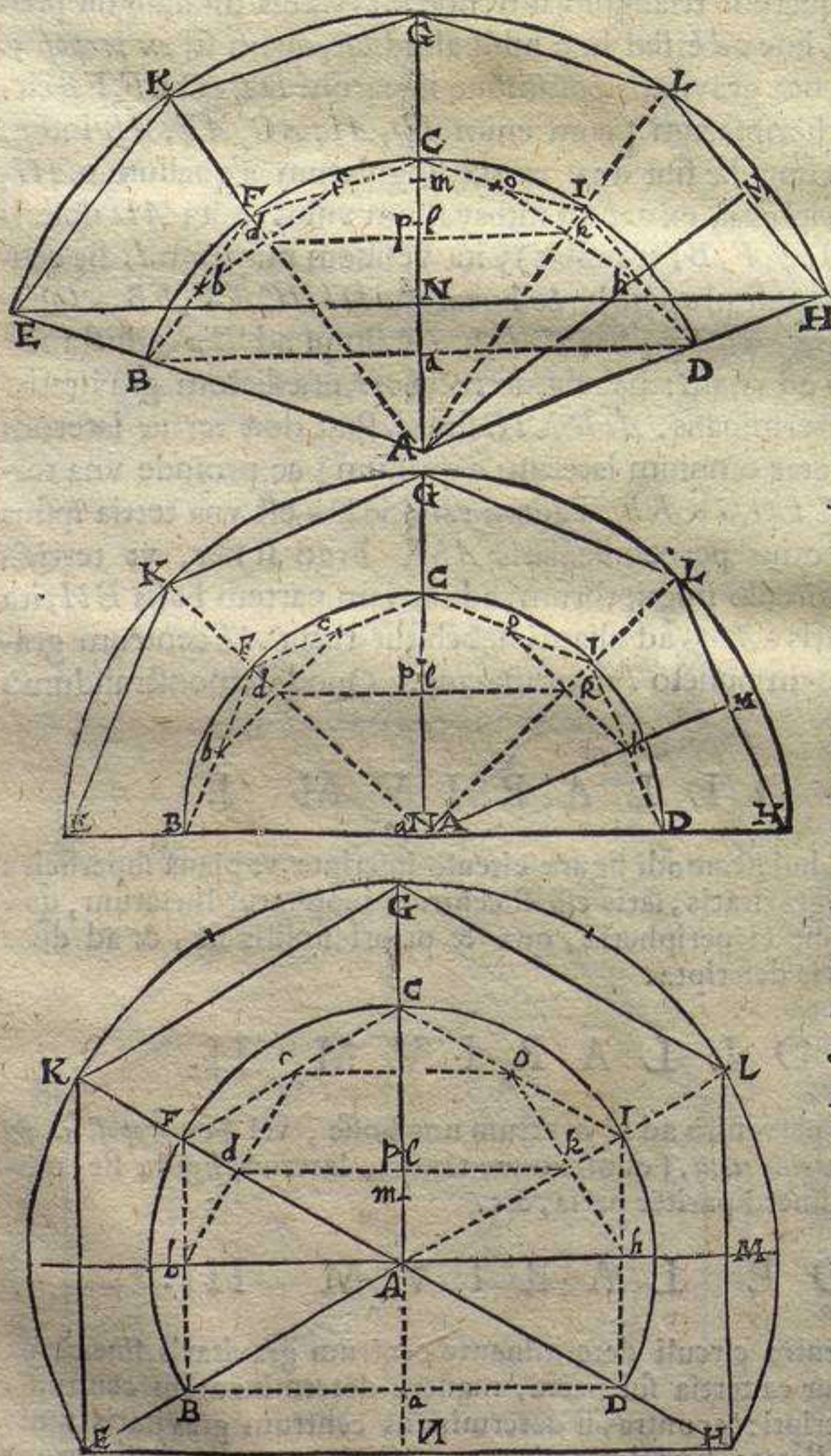
DE CENT. GRAVIT.  
COROLLARIUM IV.

EX his etiam, & iisdem tertij capitis propositionibus habetur, quomodo cujuscunque figuræ circulo, secundum datas in hac propositione condiciones, circumscribendæ, centrum reperiatur gravitatis.

COROLLARIUM V.

ET tandem quicquid in dictis quinta & sexta capitis tertij propositionibus, eandemque Corollarijs præscriptum est, applicare huic loco commodissime posse.

SCHOLIUM.

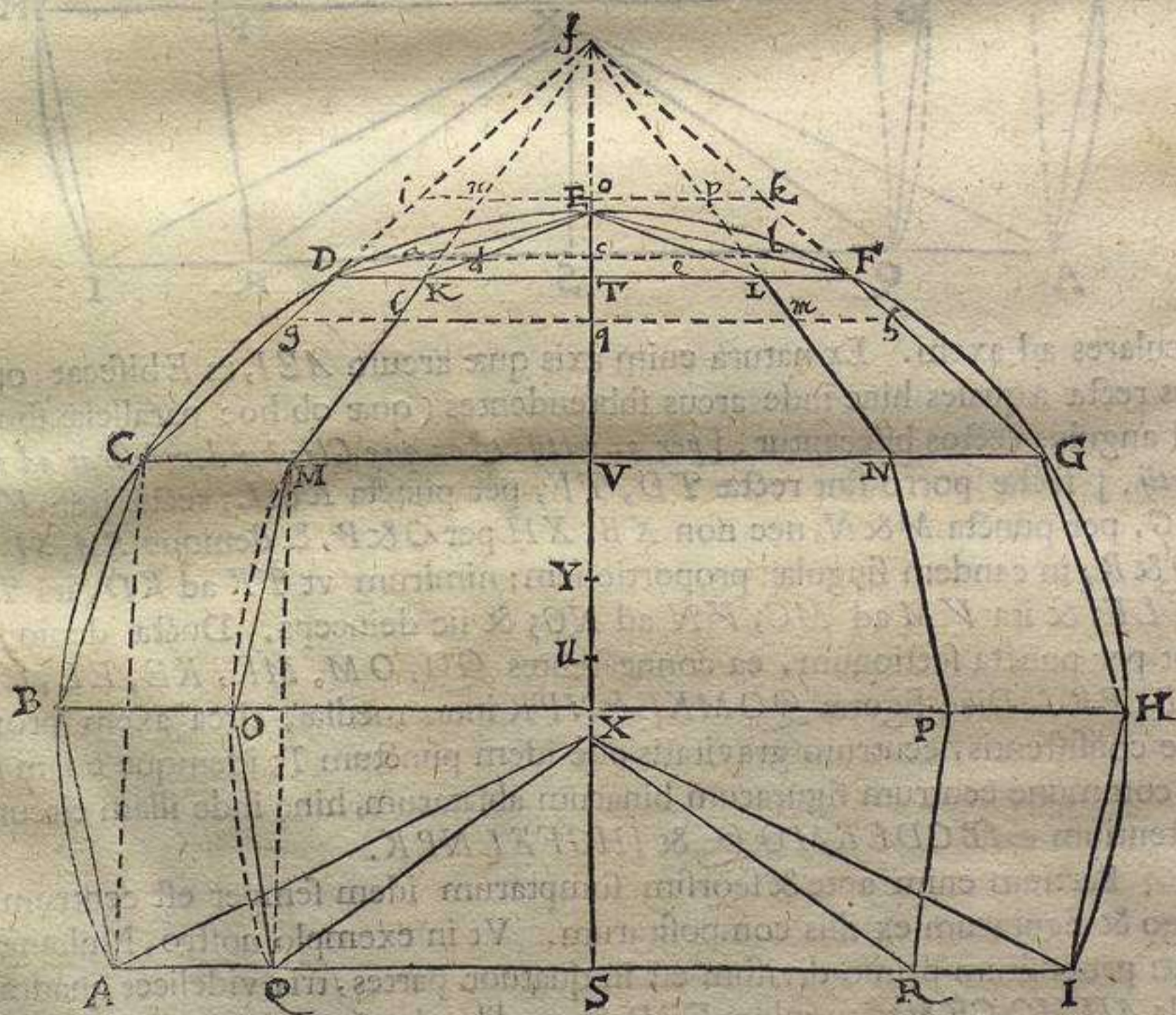


QUod si quis desiderat centrum gravitatis figuræ cujus latera, ut dictum, circulari peripheriæ inscripta, vel etiam circumscripta sint, & ex altera parte terminetur non duobus circuli radijs, sed unica illa linea, quæ peripheriæ subtenditur, quam supra basim vocavimus, qualis est figura EKGLHE, quam Multangulum segmento circuli plane inscriptum, non inepte vocare possumus; is imprimis inquiret centrum ejus figuræ, de qua supra in hac propositione, deinde centrum trianguli AEH, & in primo quidem casu, in quo peripheria minor est semicirculari, centrum figuræ propositæ habetur, ex propos. 8. cap. 2. In tertio vero per propos. 6. vel 7. ejusdem capitis. In secundo casu, in quo est semicirculus, disparetque triangulum, habetur id ex hac propositione.

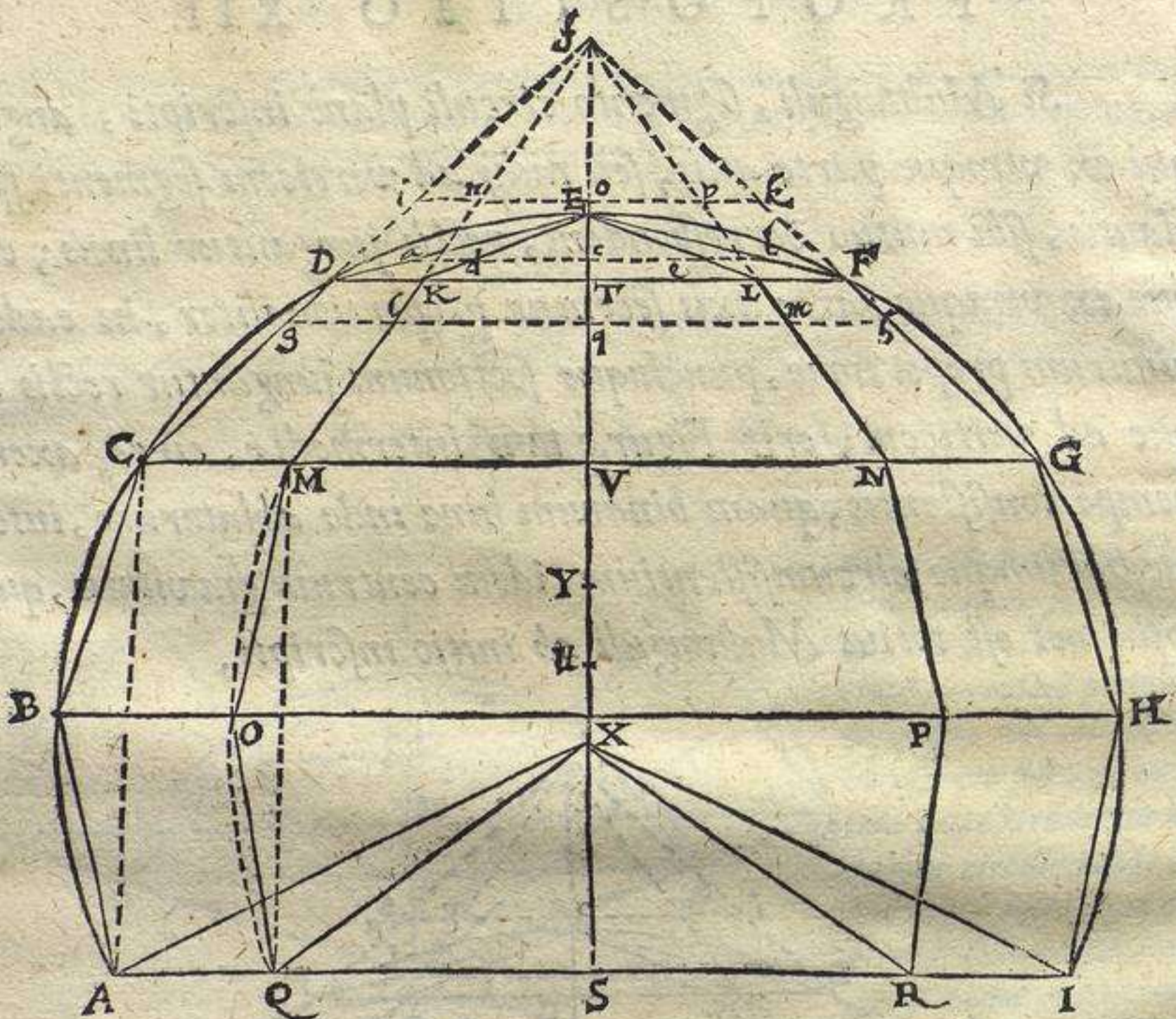


## PROPOSITIO XII.

*Si Multanguli, segmento circuli planè inscripti, anguli qui ex utraque parte axis, seu radij ad verticem segmenti spectantis, sibi mutuo correspondent, rectis jungantur lineis; eaque ex utraque parte axis secentur proportionaliter, in eadem nimirum proportione, punctaque sectionum jungantur rectis usque ad verticem; erit Figura tam intermedia, circa axem nempe consistentis, quam binarum hinc inde ablatarum, intermediarumque circumfistentium, idem centrum gravitatis, quod ipsiusmet est totius Multanguli ab initio inscripti.*



1. **E** Sto segmentum circuli quodvis  $AEI$ , ejusque axis, radius, seu pars diametri  $ES$ , ad verticem  $E$  spectans, basis vero seu subtendens  $ASI$ ; Segmento huic plane inscriptum sit multangulum  $ABCDEFGHI$ , habens centrum gravitatis punctum  $T$ ; [per precedentem inventum] sint autem anguli, sibi ex utraque parte axis oppositi, juncti rectis  $DF$ ,  $CG$ ,  $BH$ ,  $AI$ , ab axe  $ES$ , in punctis  $T$ ,  $V$ ,  $X$ ,  $S$  bisectis; quæ inter sese parallelæ sunt, & perpendicu-



diculares ad axem. Ex natura enim axis quæ arcum  $AEI$ , in  $E$  bifecat, omnes rectæ æquales hinc inde arcus subtendentes (quæ ob hoc parallelæ sunt) ad angulos rectos bifecantur, [per 2. tertij, & ea quæ Clavius demonstrat ad 27. tertij.] sectæ porro sint rectæ  $TD$ ,  $TF$ , per puncta  $K$  &  $L$ ; rectæ item  $VC$ ,  $VG$ , per puncta  $M$  &  $N$ ; nec non  $XB$ ,  $XH$  per  $O$  &  $P$ , & denique  $SA$ ,  $SI$ , in  $Q$  &  $R$ , in eandem singulæ proportionem: nimirum ut  $TK$  ad  $KD$ , ita  $TL$  ad  $LF$ ; & ita  $VM$  ad  $MC$ ;  $VN$  ad  $NG$ ; & sic deinceps. Ductæ denique sint per puncta sectionum, ea connectentes  $QO$ ,  $OM$ ,  $MK$ ,  $KE$ ,  $EL$ ,  $LN$ ,  $NP$ ,  $PR$ . Dico figuræ  $QOMKELNPR$  inter mediæ, circa axem proxime consistentis, centrum gravitatis esse idem punctum  $T$ ; idemque etiam esse commune centrum figurarum binarum ablatarum, hinc inde illam circumstantium  $ABCDEKMOQ$ , &  $IHGFE LNPR$ .

2. Partium enim apte & scorsim sumptarum idem semper est centrum: ergo & figurarum ex illis compositarum. Ut in exemplo nostro, Multangulum propositum primo divisum est in quatuor partes, tria videlicet quadrangula  $AH$ ,  $HC$ ,  $CF$  & triangulum  $FED$ , & quælibet harum partium proprio suo & unico gaudet centro; & simul sumptæ habent commune & unicū, quod ex præcedentibus inveniri potest, centrū gravitatis punctum  $T$ . Sunt autem hæ quatuor partes subdivisæ quælibet in alias, quadrangulū videlicet  $AH$ , in tria alia quadrangula, vno scilicet intermedio  $QP$ , & duo æqualia circumstantia  $AO$ ,  $IP$ : sic totū  $BG$  dividitur in unū intermediū  $ON$ , & duo circumstantia  $BM$ ,  $HN$ : eodem modo  $CF$ , in  $ML$ ,  $CK$ ,  $GL$ . Et triangulum denique similiter subdivisum est

est

est in intermedium  $KE L$ , & duo adiacentia  $DE K$  &  $FEL$ . Quodlibet autem intermedium quadrangulum, ut  $ML$ , idem habet centrum gravitatis cum toto quadrangulo  $CF$ ; & quælibet bina opposita medium circumstantia, ut  $CK$  &  $GL$ , idem prorsus habent commune centrum. Idem dico de triangulo intermedio  $KE L$ , & binis circumstantibus; quibus idem cum toto est centrum. Ergo omnes partes intermediae simul sumptæ, hoc est figura  $QOMKE LNPR$ ; & omnes partes circumstantes simul & debite acceptæ, hoc est figura  $ABCDEKMOQ$ , &  $IHGFE LNPR$ , eodem & unico contentæ sunt centro, puncto nimirum  $T$ . Quod erat demonstrandum.

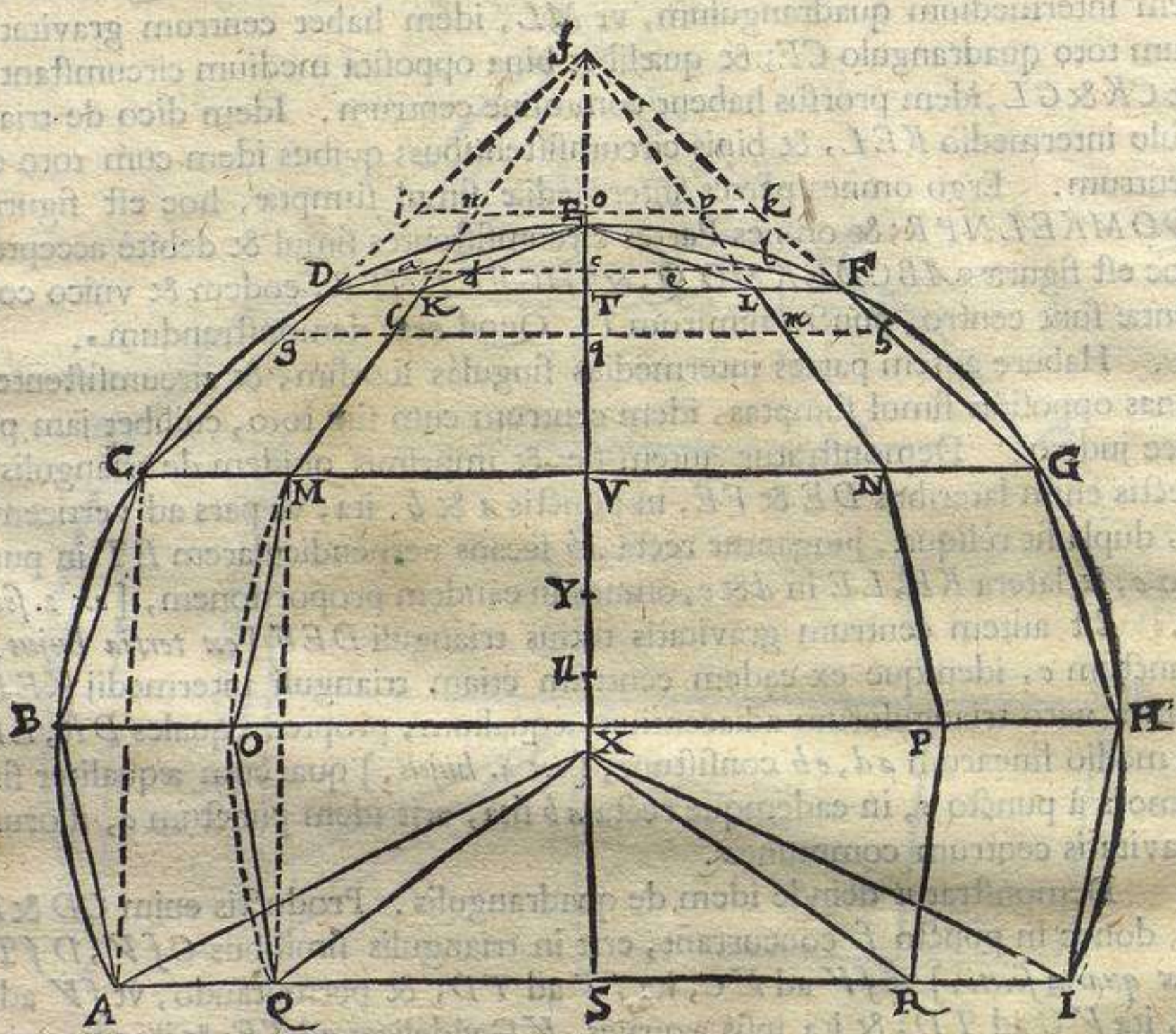
3. Habere autem partes intermedias singulas seorsim, & circumstantes binas oppositas simul sumptas, idem centrum cum suo toto, cuilibet jam patere judico. Demonstratur autem sic, & imprimis quidem de triangulis. Sectis enim lateribus  $DE$  &  $FE$ , in punctis  $a$  &  $b$ , ita, ut pars ad verticem  $E$ , dupla sit reliquæ, jungantur recta  $ab$  secans perpendicularem  $ET$  in puncto  $c$ , & latera  $KE$ ,  $LE$  in  $d$  &  $e$ , omnes in eandem proportionem, [ex 2. sexti.] Est autem centrum gravitatis totius trianguli  $DEF$  [ex tertia hujus,] punctum  $c$ , idemque ex eadem centrum etiam trianguli intermedij  $KE L$ : centra vero triangulorum adiacentium æqualium, propter æquales  $DK$ ,  $LF$ , in medio linearum  $ad$ ,  $eb$  consistunt, [ex 4. hujus,] quæ cum æqualiter sint remota à puncto  $c$ , in eademque recta  $ab$  sita, erit idem punctum  $c$ , illorum gravitatis centrum commune.

4. Demonstratur deinde idem de quadrangulis. Productis enim  $CD$  &  $V T$ , donec in puncto  $f$  concurrant, erit in triangulis similibus  $CfV$ ,  $DfT$ , [ex quarta sexti,] ut  $fV$  ad  $VC$ , ita  $fT$  ad  $TD$ ; & permutando, ut  $fV$  ad  $fT$ , ita  $VC$  ad  $TD$ ; & ita ipsis æquales,  $V G$  videlicet ad  $TF$ ; & ita etiam ipsis proportionales  $VM$  ad  $TK$ , nec non  $V N$  ad  $TL$ : Ergo [per ea quæ demonstrat Clavius in prima parte Scholij, ejusdem quartæ sexti,] productæ  $MK$ ,  $NL$ ,  $GF$  omnes in eodem puncto  $f$  concurrent. In triangulo deinde  $CfG$ , secantur latera  $Cf$ ,  $Gf$  in punctis  $g$  &  $h$  ita, ut pars ad verticem  $f$  sit dupla reliquæ: Idem fiat in triangulo  $DfF$  per puncta  $i$  &  $k$ , & jungantur  $gh$ ,  $ik$  quæ rectæ secabunt  $fM$ , in punctis  $l$  &  $n$ ,  $fV$  in  $q$  &  $o$ , &  $Nf$  in  $m$  &  $p$ . His peractis ostenditur, ut supra, punctum  $q$  esse centrum gravitatis trianguli, tam totius  $CfG$ , quam intermedij  $MfN$ , & commune utriusque circumstantium  $CfM$ , &  $GfN$ . Eodem modo habetur punctum  $o$  esse centrum totius trianguli  $DfF$ , & medij  $KfL$ , & commune utriusque adiacentium  $DfK$ , &  $FfL$ . Ergo cum tam totorum triangulorum  $CfG$ ,  $MfN$ ,  $CfM$ ,  $GfN$  idem punctum  $q$ , quam ablatorum  $DfF$ ,  $KfL$ ,  $DfK$ ,  $FfL$ , idem punctum  $o$ , sit centrum gravitatis, erit [ex vi propositionis 8. capituli secundi,] etiam reliquorum quadrangulorum, nimirum totius  $CF$ , intermedij  $ML$ , & circumstantium  $CK$ , &  $GL$ , idem punctum centrum gravitatis.

5. Idem eodem plane modo demonstrari potest, de reliquis quadrangulis, totis, medijs, & adiacentibus; productis nimirum lineis ad alteram etiam axis partem, si opus fuerit: aut certe, si quadrangula quidem essent parallelogramma, ac proinde latera producta non concurrerent, idem propositum demonstrabitur per octavam hujus.

6. ALITER & facilius demonstraretur idem de quadrangulis, [per propos. 9. hujus capituli,] sine productione laterum.

Cum



Cum ergo ex totis componatur Multangulum inscriptum ab initio propositum  $ABCDEFGHI$ ; & ex intermedijs, figura intermedia  $QOMKELNPR$ ; ex adiacentibus vero, adiacentes  $ABCDEKMO$  &  $IHGFE LNPR$ ; erit idem punctum quod est centrum gravitatis totius Multanguli, segmento circuli planè inscripti, centrum etiam figuræ totius intermedie, & commune etiam binis totis adiacentibus. Quod erat demonstrandum.

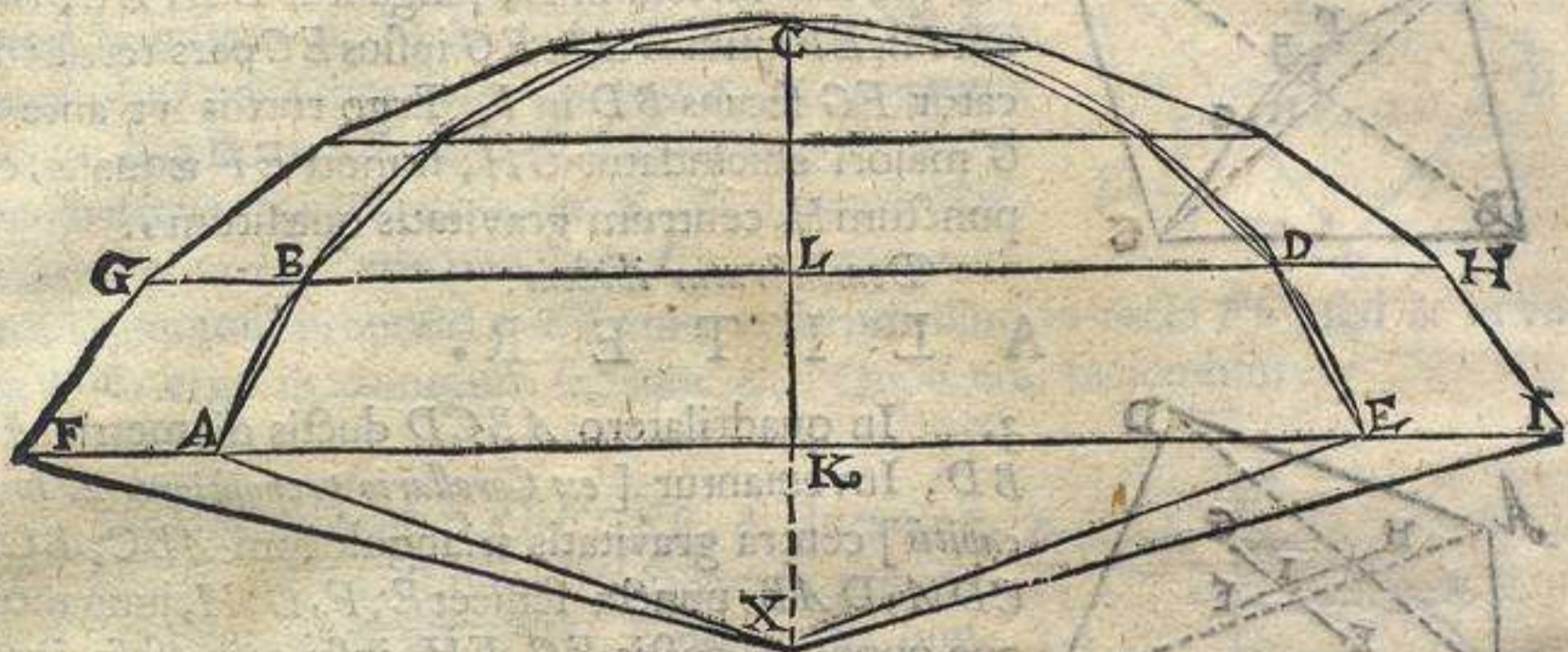
COROLLARIUM.

Constat ex his, quod dato unius ex propositis figuris centro gravitatis, multanguli videlicet inscripti, vel intermedie, vel circumfistentium, data esse etiam reliquorum centra, cum id unum idemque sit. Rectius autem inquiritur [ex Scholio propositionis precedentis] centrum multanguli totius: quamvis idem ex centris particularibus partium haberi etiam possit, in quem finem earum invicem requiritur cognitio habitudinum; quæ etiam sat manifestè ex dictis haberi possunt.

Enim vero tam totius ad partes, quam partium inter se, quam ex his compositorum proportio est, ut medietatis cujusvis rectæ angulos connectentis ut totius, ad sua segmenta, segmentorumque invicem. Est enim (verbi gratia) ut  $VC$  ad  $VM$ , ita quadrangulum  $VD$  ad quadrangulum  $VK$ , & ita  $SB$ , ad  $SO$ , &c; & ita  $CF$  ad  $ML$ , & ita  $ABCDEFGHI$  ad  $QOMKELNPR$ . Et ut eadem  $CV$  ad  $CM$ , ita est  $CT$  ad  $CK$ ; & ita  $AX$  ad  $AO$ , &c; & ita  $CF$  ad  $CK$ ,  $GL$  simul, & ita  $ACEGI$ , ad  $ACEMO$ , &  $IGENR$  simul. Et denique ut  $CM$  ad  $MV$ , ita  $CK$  ad  $VK$ , & ita  $AO$  ad  $SO$ , &c; & ita  $CK$ ,  $LG$  simul, ad  $ML$ , & ita  $ACEMO$ , &  $IGENR$  simul, ad  $QMENR$ :

SCHO.

## SCHOLIUM.



**P**redicta omnia vera etiam sunt, si lineæ angulos multanguli segmento circuli plane inscripti necentes, utrinque producta proportionaliter secentur, sectionesque jungantur. Ut in adjecta figura, in qua segmento circuli ACE multangulum ABCDE plane inscriptum est, BD & reliqua necentes utrinque producta, & proportionaliter secta ita, ut sit KA ad AF, sicut KE ad EI, & ita LB, ad BG, & LD ad DH &c, figuraque fiat segmento circuli circumscripta FGCHI. Nam, partes seu quadrangula seorsim sumpta, totum videlicet FH, intermedium AD, & adjacentes FB & ID simul, unum idemque habent centrum gravitatis: habent etiam unum idemque centrum composita ex partibus figura, ut totum multangulum circumscriptum FGCHI, inscriptum sive intermedium ABCDE, & adjacentes FGCBA, & IHCDE simul.

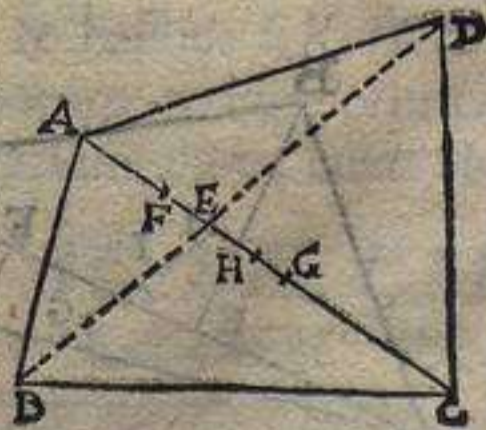
Possunt autem omnia eodem plane modo, quo superiora demonstrari, quaere actum non agimus.

## PROPOSITIO XIII.

*Cujusvis Figure rectilineæ centrum gravitatis invenire.*

*De triangulis & Parallelogrammis sat dictum seorsim, nunc de reliquis multangulis.*

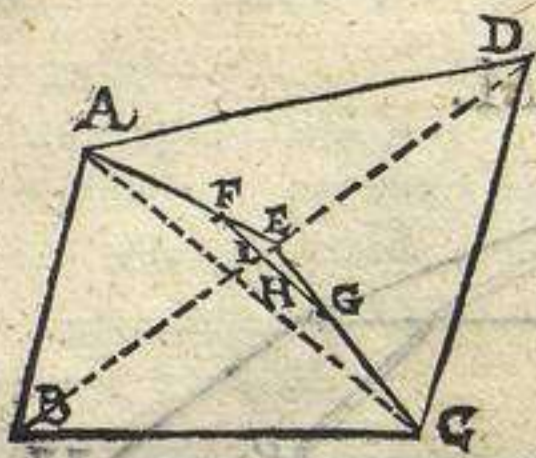
**I.** Esto igitur imprimis Quadrilaterum ABCD, cujus altera diameter verbi gratia AC, alteram tantum BD bisecet in E; centrum ergo gravitatis quadrilateri compendiose sic habebitur: Recte AE, EC secentur in tres partes æquales, ita ut EF sit ipsius EA, & EG ipsius EC pars tertia, & ex GE majori abscindatur GH, minori EF æqualis, erit punctum H centrum gravitatis quaesitum.



*Demonstrat Command. ad propos. 6. Archimedis de quadratura Parabolæ.*

O

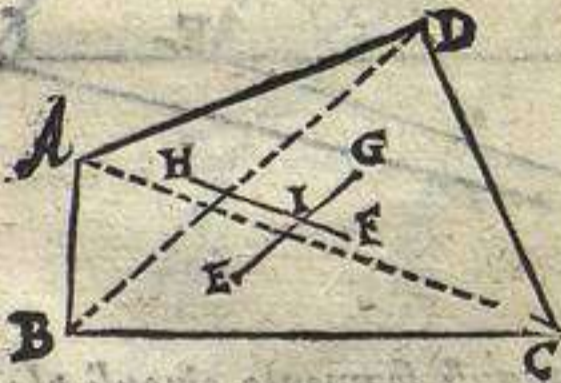
2. Sic



2. Sit jam quadrilaterum  $ABCD$ , de quo constat neutram diametrum alteram bisecare, & sit ducta vna  $BD$  bisecta in  $E$ , jungantur  $EA, EC$ , & ut ante sit  $EF$  ipsius  $EA$ , &  $EG$  ipsius  $EC$  pars tertia; ducatur  $FG$  secans  $BD$  in  $I$ . Ergo rursus ut ante ex  $G$  majori abscindatur  $GH$ , minori  $EF$  æqualis, erit punctum  $H$ , centrum gravitatis quæsitum.

*Demonstratur ibidem.*

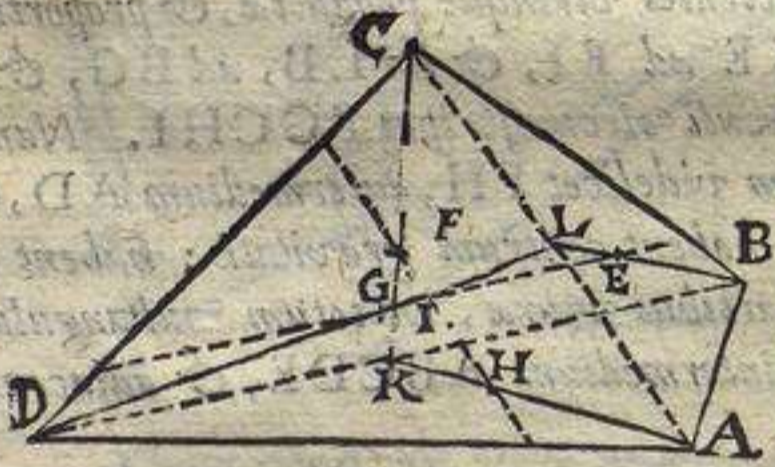
### ALITER.



3. In quadrilatero  $ABCD$  ductis diametris  $AC, BD$ , Inveniantur [ex Corollario propositionis 4. hujus capitis] centra gravitatis triangulorum  $ABC, BCD, CDA, DAB$ , puncta scilicet  $E, F, G, H$ , junganturque opposita, rectis  $EG, FH$ , ipsæ enim sese intersecabunt in puncto  $I$ , centro gravitatis quæsito.

*Federicus ibidem.*

### ALITER.

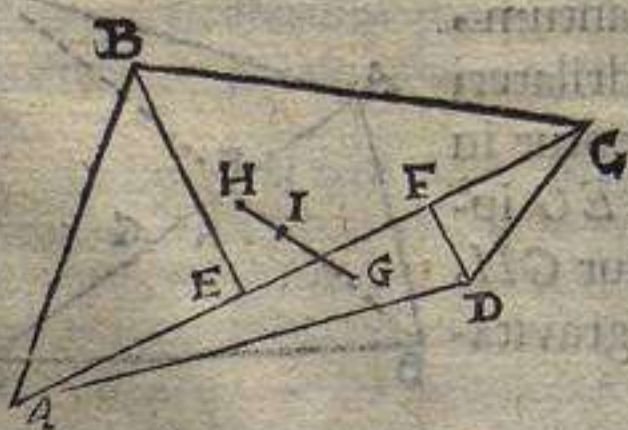


4. Ductis ut ante diametris  $AC, BD$ , inveniantur duorum tantum triangulorum proximorum centra, verbi gratia, puncta  $H$  &  $G$ , centra triangulorum  $ABD$  &  $ADC$ , & per  $H$  centrum trianguli  $BAD$ , ducatur parallela basi  $AC$  alterius trianguli, & per  $G$  centrum trianguli  $ADC$ , ducatur parallela basi  $BD$ , prioris

trianguli; ductæ enim sese secabunt in puncto  $I$  gravitatis centro quæsito.

Ductis enim ad bisectiones  $K$  &  $L$ , diametrorum  $BD$  &  $AC$ , rectis  $AK, CK, DL, BL$ , erit centrum  $H$  trianguli  $BAD$ , in recta  $AK$  ita situm, ut  $AH$  sit dupla ipsius  $HK$ , & centrum  $F$ , trianguli  $BCD$  rectam  $CK$  eodem modo dividit, ut  $CF$  dupla sit ipsius  $FK$ , [per propos. 3. hujus]. Ergo [per secundam sexti elementorum] in triangulo  $AKC$  ducta  $HF$  (in qua est centrum totius quadrilateri propositi) est parallela basi  $AC$ . Non aliter demonstratur jungentem centra  $G$  &  $E$ , triangulorum  $ADC, CBA$ , parallelam esse basi  $BD$  in triangulo  $BLD$ : sed & in  $EG$  est centrum gravitatis propositi Quadrilateri; ergo in puncto communi  $I$ .

### ALITER.

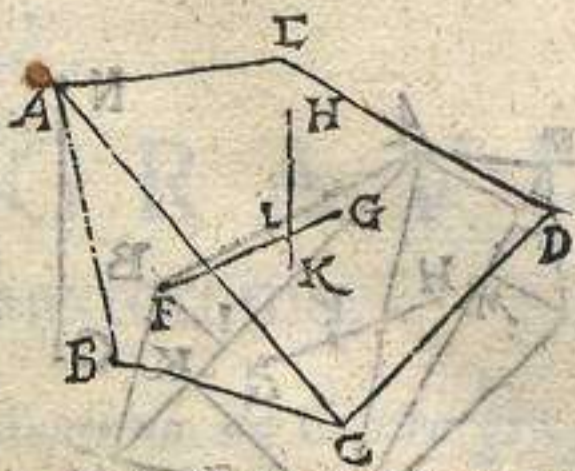


5. In Quadrilatero  $ABCD$  ducta alterutra diametro  $AC$ , atque in eam ex angulis oppositis perpendicularibus  $BE, DF$ , junctisque que centris  $G, H$  triangulorum  $ADC, ABC$  [per Coroll. propos. 4.] inventis, juncta  $GH$  ita dividatur in  $I$ , ut sit  $GI$  ad  $IH$ , sicuti est  $BE$  ad  $DF$ , erit  $I$  centrum quæsitum. Est enim ut triangulum  $ABC$  ad triangulum  $ADC$ , ita  $BE$  ad  $DF$ , cum hæ sint altitudines, & eadem basis  $AC$ .

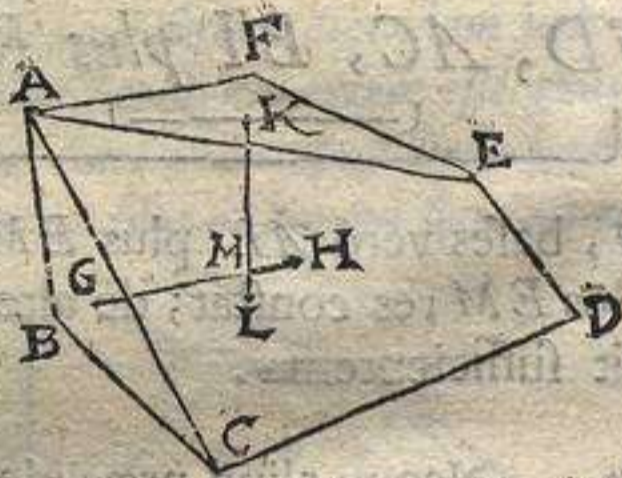
*Stevinus propos. 6. exemplo 4.*

6. Sit

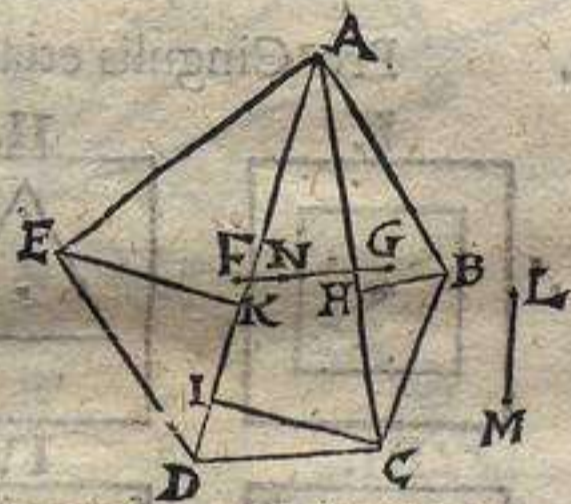
6. Sit deinde pentagonum  $ABCDE$ , & ducantur rectæ  $AC, AD$ , trianguli autem  $ABC$  centrum gravitatis sit  $F$ , & quadrilateri  $ACDE$  sit centrum  $G$  per supra dicta inventum, & jungantur  $FG$ . Rursus trianguli  $ADE$  centrum sit  $H$ , & Quadrilateri  $ABCD$  centrum  $K$ , & ducatur  $HK$ , secans  $FG$  in  $L$ . Erit punctum  $L$  centrum gravitatis pentagoni propositi. Est enim centrum illud in recta  $FG$ ; sed & in recta  $HK$ ; ergo in communi sectione  $L$ . Quod erat faciendum.



7. Sit Hexagonum  $ABCDEF$ , & ducantur  $AC, AE$ , sitque trianguli  $ABC$  centrum gravitatis  $G$ , & pentagoni  $ACDEF$ , centrum sit punctum  $H$ , ducaturque  $GH$ . Rursus centrum trianguli  $AEF$  sit  $K$ , & pentagoni  $ABCDE$  sit  $L$ ; & ducatur  $KL$ , quæ secet ipsam  $GH$  in  $M$ ; erit eadem ratione punctum  $M$  centrum gravitatis totius hexagoni propositi. Non aliter in heptagono, octogono; & in alijs deinceps, centrum invenietur gravitatis. [Command. ibidem]. Quod faciendum erat.

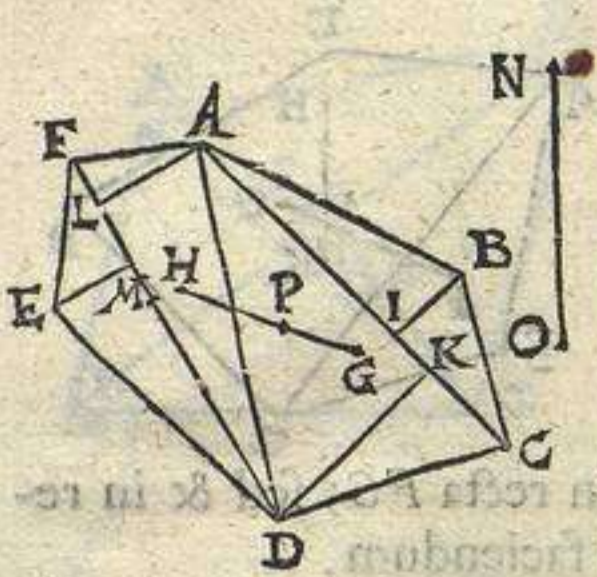


8. Atque hæc Commandini ratio praxi geometricæ sat bene convenit; quia vero methodus Stevinij facilius accomodatur calculo & numeris, eam hic subijcere placuit. Esto igitur pentagonum  $ABCDE$  (de quadrilatero enim Num. 5 diximus) in sua resolutum triangula, in quibus ad bases ex angulis oppositis ductæ sint perpendiculares  $EK$  &  $CI$ , in  $AD$ ; &  $BH$ , in  $AC$ ; & sit quadrilateri  $ACDE$  centrum  $F$ , trianguli vero  $ABC$  punctum  $G$ , jungaturque  $FG$ . Fiat deinde ut  $AD$  ad  $AC$ , ita  $BH$  ad aliam, quæ sit  $LM$ . Ergo si  $FG$  secetur in  $N$  ita, ut  $GN$  sit ad ad  $NF$ , sicut est  $CI$ ,  $KE$  simul ad  $LM$ , erit punctum  $N$ , centrum gravitatis propositi pentagoni.



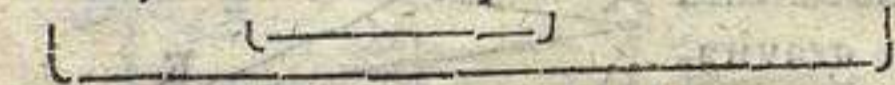
Loco enim triangulorum assumuntur ejusdem altitudinis, & eorundem basium parallelogramma rectangula, cum eadem sit illorum inter se, quæ horum proportio. Assumpta ergo altitudine  $AC$ , & basibus  $EK, IC$  simul, erit rectangulum sub  $AD$ , &  $EK$  plus  $IC$  loco duorum triangulorum,  $AED, ADC$ : quare si habebitur loco trianguli  $ABC$ , rectangulum, cujus altitudo sit eadem  $AD$ , erit ut basis hujus, ad basim illius, ita  $FN$  ad  $NG$ , [ex 6. & 7. cap. 2.] sed basis talis est inventa  $LM$ , ut constat ex analogismo hic appposito, Et 16. sexti Elementorum. Ergo, &c.

9. Sit denique Hexagonum tribus diagonijs in quatuor divisa triangula; & qua-



& quadrangulorum  $ADCB$ ,  $ADEF$  gravitatis centra  $G$ ,  $H$  juncta per rectam  $GH$ , ductaque perpendicularares  $BI$ ,  $DK$  in  $AC$ , &  $AL$ ,  $EM$  in  $FD$ . His peractis fiat ut  $FD$  ad  $AC$ , ita  $BI$  plus  $KD$  ad aliam, quæ sit  $NO$ ; deinde secetur  $GH$  in  $P$  ita, ut sit  $GP$  ad  $PH$ , sicuti  $AL$  plus  $EM$  ad  $NO$ , erit punctum  $P$  centrum Hexagoni propositi. Atque ita deinceps in reliquis figuris multangulis.

$FD$ ,  $AC$ ,  $BI$  plus  $KD$ ,  $NO$



$D$ , bases vero  $AL$  plus  $EM$ , &  $NO$ . De rectangulo enim sub  $FD$  &  $AL$  plus  $EM$  res constat; de altero vero appositus hic analogismus rationem reddit sufficientem.

Loco enim duorum quadrangulorum assumpta sunt duo rectangula, quorum communis altitudo  $F$

10. Neque aliud præcipiendum videtur pro figuris, quarum aliqui anguli extrorsum vergunt, cum in tot discescantur triangula, in quot illæ quorum anguli omnes introrsum vergunt (quales sunt præmissæ), & utraque æqualium numero sint laterum, angulorumve.

11. Pro Cingulis etiam praxis non est difficilior. Repetantur enim

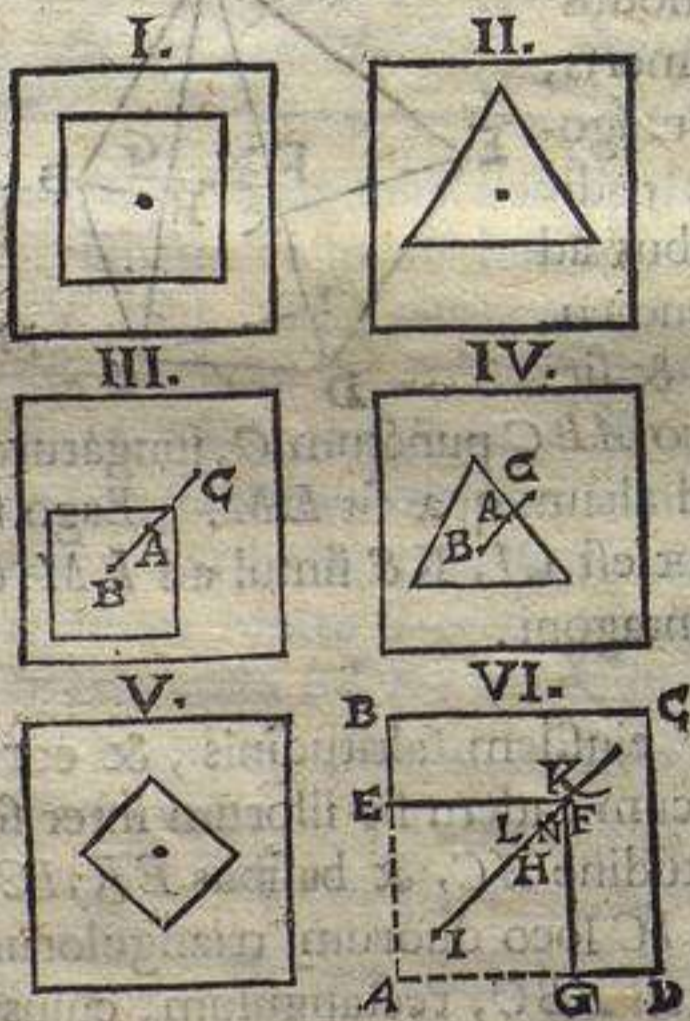


figura supra [cap. 4. propos. 7.] proposita. In prima ergo secunda, & quinta, ubi idem centrum est utriusque figurae, cingulum etiam eodem gaudet centro. Vbi vero centra diversa fuerint, ut in tertia & quarta, centrum cinguli invenitur ex præmissis. [propos. 8. cap. 2.] Producenta namque est recta, quæ centra  $A$  totius, &  $B$  figurae inscriptæ jungit ad partes  $A$  centri totius: deinde fiat ut area cinguli ad aream figurae inscriptæ, ita  $BA$  centra jungens ad  $AC$ , erit punctum  $C$ , centrum cinguli quæsitum,

Idem dicendum de Gnomone, Gnomon enim cingulum quodammodo est. Ceteras Figuras ad Regulam ablegamus communem, supra [in Scholio propos. 5. hujus,] traditam.

12. Mechanicam rationem inveniendi centrum gravitatis cujuscumque plani ostendemus infra Capite duodecimo.

CA



# CAPUT IX.

## DE CENTRO GRAVITATIS planorum Curvilinearorum, mixtorumq;

**U**EMADMODUM Capite Septimo de Centro gravitatis perimetri circuli, atque ellipsis proponere nihil voluimus, eo quod unicuique etiam sine demonstratione obvium, atque notum esse possit centrum figurae, centrum etiam esse gravitatis perimetri, modo quid nam sit centrum gravitatis, non ignoret: ita hoc loco idem de utraque figura dicendum iudico; Figura nimirum centrum, tam in circulo quam in ellipsi, centrum etiam esse gravitatis plani. Qui tamen demonstrationem requisierit, inveniet illam apud Federicum Commandinum lib. de centro gravitatis solidorum propos. 4. Nos ad harum figurarum partes, de quibus alij nihil, gradum facimus.

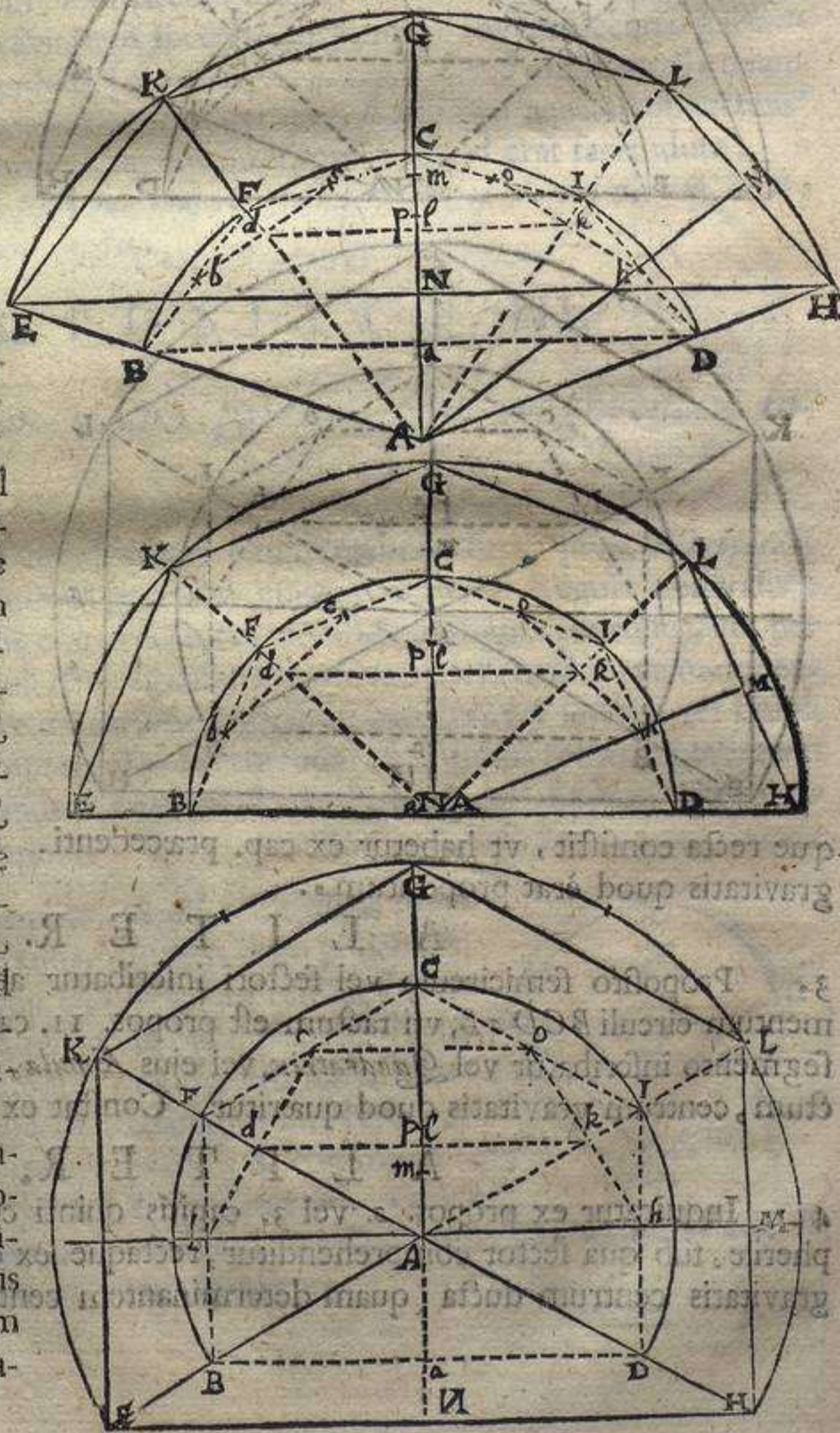
### PROPOS. I.

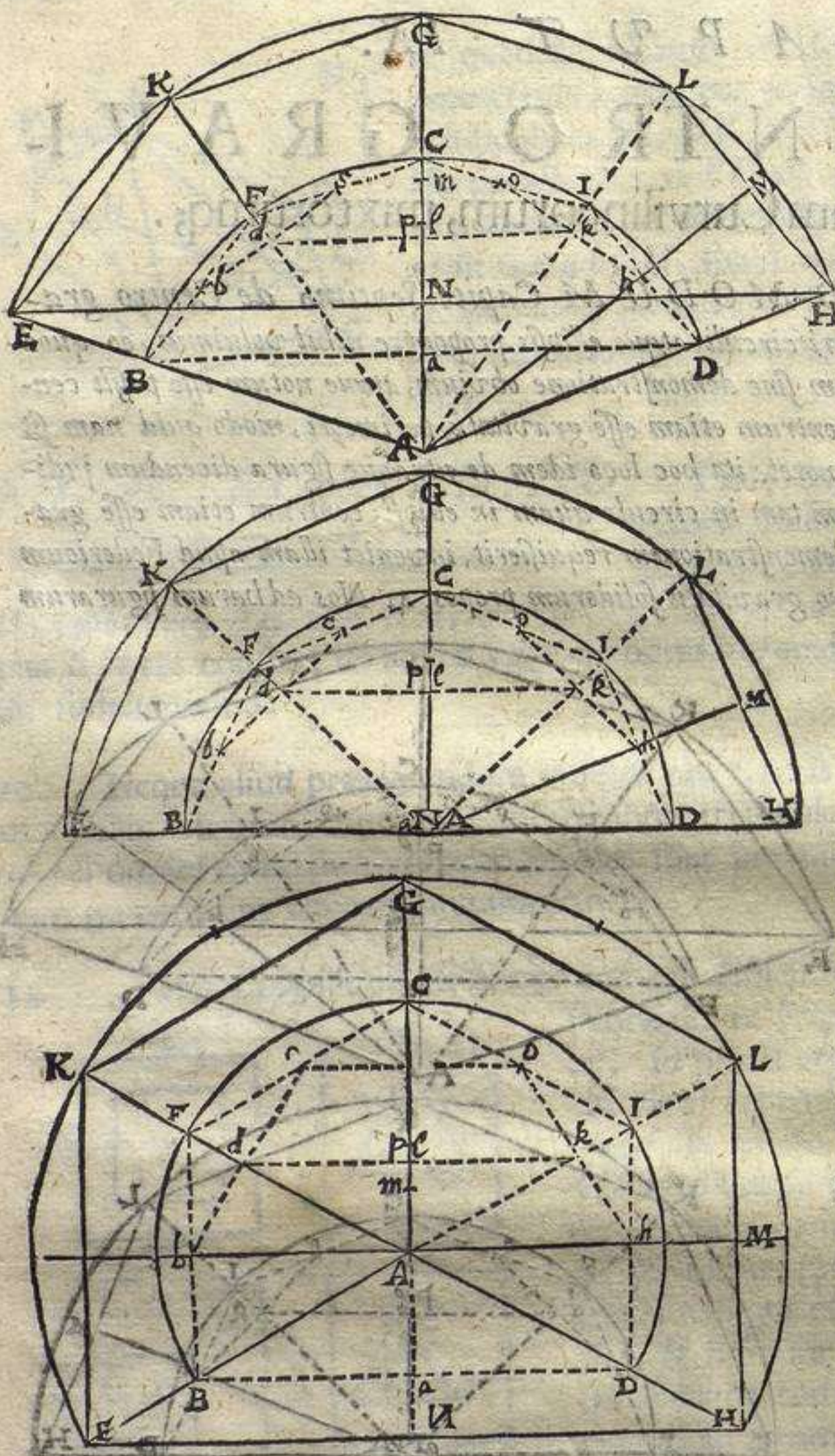
Centrum gravitatis semicirculi, sectorumque circuli invenire.

**E**sto semicirculus, vel sector quivis semicirculo minor, majorve  $AEGH$ , cuius centrum  $A$ . Oportet centrum gravitatis plani illius invenire. Ductis subtensa  $EH$ , & radio ad verticem  $AG$ ; Fiat ut tertia pars circularis peripheriae  $EGH$ , ad tertiam partem subtensae  $EH$ ; ita duae tertiae radij  $AG$ , ad rectam  $Ap$ . Dico punctum  $p$  esse centrum gravitatis quaesitum.

2. Demonstratur plane eodem modo ex propos. II. cap. praecedentis, quo demonstravimus propositionem secundam

O 3 ca-





que recta consistit, vt habetur ex cap. præcedenti. Dedimus ergo centrum gravitatis quod erat propositum.

### A L I T E R.

3. Proposito semicirculo vel sectori inscribatur ad duas tertias radij segmentum circuli  $BCD$  a  $B$ , vt factum est propos. 11. cap. præced. si enim huic segmento inscribatur vel *Quadratrix*, vel ejus *Æmula*, erit vltimum ejus punctum, centrum gravitatis quod quæritur. Constat ex dictis.

### A L I T E R.

4. Inquiratur ex propos. 2. vel 3. capitis quinti centrum gravitatis peripheriæ, sub qua sector comprehenditur, rectaque ex centro circuli, ad illud gravitatis centrum ducta (quam determinantem centrum gravitatis appellavimus)

capitis 5. ex propositione 6. capitis 3. Patet enim ex propos. 11. cap. præced. ejusque Corollarijs, quicquid de plane inscriptis figuris, quoad centrum gravitatis dicitur, hoc dici posse etiam de lineis inscriptis, ei peripheriæ, cujus radius sit duarum tertiarum prioris, eidemque similis. Et contra quicquid de his, posse dici de illis. Quare iisdem argumentis, per inscriptionem & circumscriptionem planorum multangulorum rectilineorum, evincetur centrum semicirculi vel sectoris, non esse posse supra punctum  $p$ , neque infra idem; ergo in  $p$ . Nam quod in radio  $AG$  esse debeat, demonstrat Commandinus [propos. 3. & coroll. propos. 4.]. Ostendit enim id de segmentis circuli, atque linea  $GN$ : quod idem ostendetur de linea  $GA$ , mediante triangulo  $EAH$ , cujus centrum in eadem quo-

vimus) minuatur tertia sui parte, & habebitur determinans centrum gravitatis sectoris propositi. Constat tum ex dictis, tum ex tertio Corollario propositionis II. cap. precedentis. Quod erat faciendum.

## COROLLARIUM.

PAtet ergo quicquid dictum est Capite 6. de centro gravitatis linearum circularium, id omne applicari posse partibus Circuli superficialibus, ratione centri gravitatis illarum. Quare plura non addimus.

## PROPOSITIO II.

*Centrum gravitatis segmentorum circuli investigare.*

ESTO segmentum circuli, semicirculo majus, minusve  $EGHNE$ . Oportet ipsius centrum ad gravitatem spectans invenire. Invento centro  $p$  sectoris  $EGHAE$  per precedentem, [ & ex propos. 4. cap. 8. Corollario, ] centro  $a$  trianguli  $EAH$ , fiat ut segmentum, ad triangulum  $EAH$ ; ita centra connectens  $ap$ , ad  $pm$ , erit punctum  $m$  centrum quæsitum. Quod erat faciendum.

*Demonstratio pro segmento majori, constat ex propos. 6. vel 7. cap. 2. pro minore ex propos. 8. eiusdem capituli.*

## PROPOSITIO III.

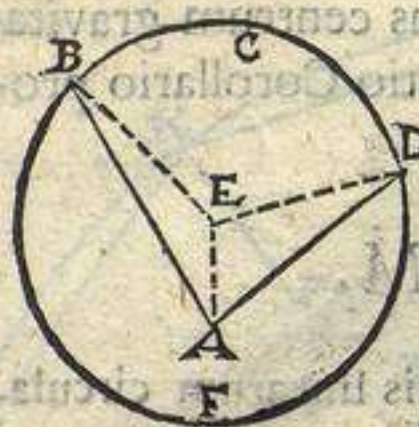
*Reliquarum circuli partium centrum gravitatis invenire.*

1. QUÆNAM sint hæ circuli partes enumeravimus supra [ cap. 7. propos. 2. Num. 1. ] pro quibus hoc loco vnica dari potest Regula generalis: Eas nimirum resolvendas esse in sectores circuli, & triangula rectilinea, vel per adjectionem sive trianguli, sive circularis segmenti, perficiendum ac complendum esse totum segmentum, earumque deinde partium, vel seorsim vel simul, prout res requirit, sumptarum, inveniendæ ex traditis centra gravitatis particularia, & ex his tandem vnicum id quod quæritur. Ex vno alterove exemplo patebit vis Regulæ.

2. ESTO sector ad peripheriam  $ABDC$ , cuius inveniendum gravitatis centrum. Junctis ergo punctis  $B$ ,  $C$  &  $A$  cum centro circuli  $E$ , erit figura resoluta in sectorem  $BECD$ , & bina triangula rectilinea  $BEA$ ,  $AE C$ ; horum centra inventa sint, ex superioribus, sectoris quidem  $F$ , [ ex prima hujus ] triangulorum vero particularia  $G$  &  $H$  [ ex Corollario quarta ] & commune  $I$ , [ ex quinta precedentis capituli, ] & jungatur  $IF$ . Quare si fiat ut figura mixta proposita  $ABDC$ , ad rectilineam  $EBAC$ ; ita  $IF$  ad  $FK$ , erit punctum  $K$  centrum gravitatis quæsitum.



3. Sit



3. Sit deinde figura  $ABCD$  sectoris æmula, & in ea jungantur vt ante tria puncta cum centro  $E$ , habebimus vt ante sectorem  $BEDC$ , & duo triangula  $BEA$ ,  $AED$ . Invenietur ergo centrum vt ante.

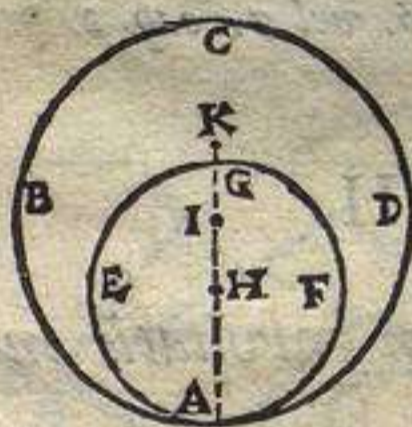
Quod si figuræ  $BADFB$  inveniendum esset centrum; ductis  $EB$ ,  $EA$ ,  $ED$ , Sectoris imprimis  $BEDFB$  inquirendum esset centrum, deinde commune binorum triangulorum  $BEA$ ,  $AED$ , & ex his binis [per 8. propos. 2. capit. ] id quod quæritur. Et sic de reliquis.



4. Si vero occurrat figura, [quam supra cap. 7. propos. 2. Numero 5. descripsimus, & hic repetimus, scilicet]  $BHCLDKB$ , opus non erit aliud centrum gravitatis inquirere, cum clarum sit ipsum circuli centrum  $A$ , esse etiam centrum gravitatis, & id quod quæritur.

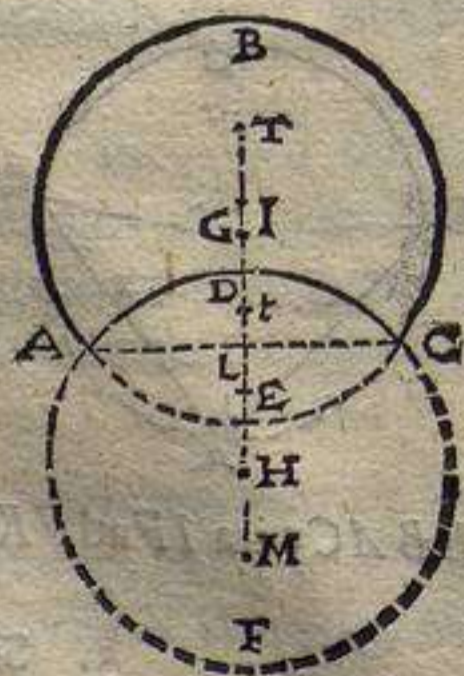
PROPOSITIO IV.

Lunularum centrum invenire gravitatis.



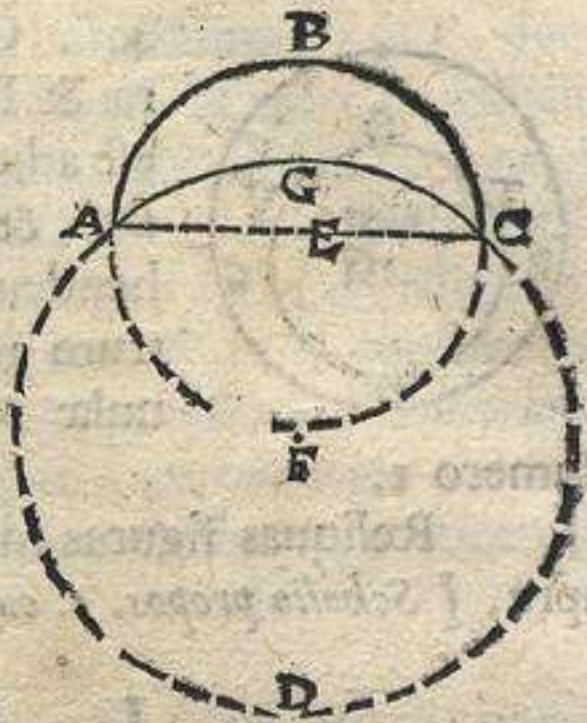
1. Lunulas supra [cap. 7. propos. 3. Num. 1.] descripsimus, in tres species subdivisimus, & suis figuris delineavimus. Quod igitur ad primam figuram ac speciem attinet, centrum gravitatis Lunulæ  $ABCD AEG FA$  habetur ex supra allatis. [propos. 8. cap. 2.] Producta enim  $HG$ , centra minoris ac majoris circuli conjungens, ex parte  $G$ , fiat vt excessus quo quadratum semidiametri  $AG$ , excedit quadratum semidiametri  $AH$ , ad quadratum ipsius  $AH$ ; ita  $HG$  recta, ad aliam; habebitur recta  $GK$ , Lunulæ propositæ gravitatis centrum  $K$  determinans. Nam in producta  $AG$ , propter partes similes, & æquales illam circumstantes, centrum consistere necesse est. Deinde [ex propos. citata, ] fieri debuit pro centro desiderato, vt Lunula ad minorem circulum, ita  $HG$  ad  $GK$ : Sed vt Lunula ad minorem circulum, ita est dictus excessus, ad quadratum  $AH$  semidiametri minoris circuli: cum sint circuli inter se vt à diametris [atque adeo etiam per 15. quinti, vt à semidiametris] quadrata, [ex 2. duodecimi.] Constat ergo propositum.

2. Sit deinde secundæ speciei lunula  $AFC EA$ , centrum vero circuli  $ADCF$  sit punctum  $H$ , figuræ autem vtrinqve convexæ  $ADCE A$  centrum est  $L$ , in medio rectæ  $AC$ , [vt propos. sequenti patebit] producta ergo  $LH$ , fiat vt figura vtrinqve convexa ad Lunulam, ita  $LH$  ad  $HM$ ; erit punctum  $M$  centrum quæsitum, [ex propos. 8. cap. 2.]



3. Lunu-

3. Lunulæ denique  $ABCGA$  tertiæ speciei centrum gravitatis sic invenitur, [per propos. 2. hujus] inquirantur centra segmentorum  $ABCA$  &  $AGCA$ , producaturque centra connectens versus  $B$ , & fiat vt Lunula  $ABCGA$  ad segmentum  $AGCA$ , ita centra connectens ad aliam, cui si æqualis abscindatur ex producta versus  $B$ , habebitur centrum quæsitum; ex eadem capituli secundi octava propositione.

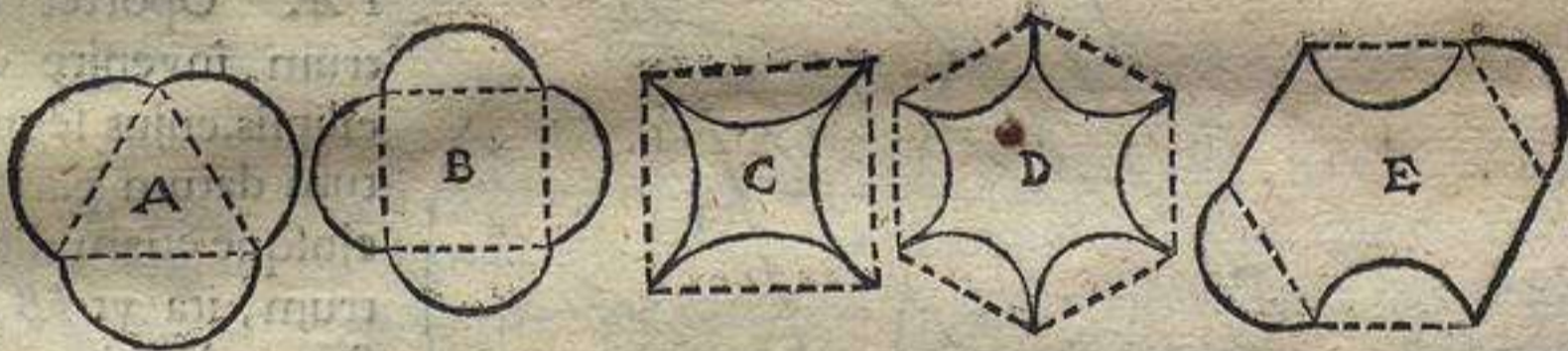
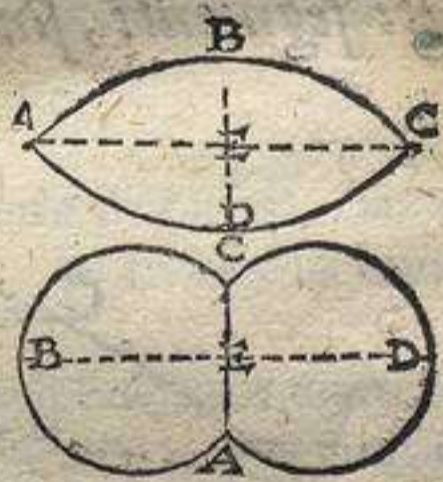


PROPOSITIO V.

*Figurarum Arcuatarum, Securicularum, & Coronarum gravitatis centrum reperire.*

De his figuris diximus cap. 7, propos. 4. Num. 1.

V Trinque autem convexam vocavimus illam, quæ in duo æqualia & similia segmenta circuli resolvi possunt, quales sunt Figuræ hic appositæ. Cum ergo segmentorum centra gravitatis particularia sint in recta  $BD$ , æqualiter ab  $AC$  remota, propter æqualitatem, & similitudinem segmentorum, [ex Postulato sive Principio. cap. 2.] erit commune gravitatis centrum illorum punctum medium,  $E$ .



2. Idem prorsus dicendum de reliquis figuris  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  &  $E$ , ob eandem enim rationem (quod nimirum partes oppositæ similes & æquales sint, intermedia vero ejusdem centri) centrum figuræ, perimetri & plani vnum idemque est. Eadem ratio est de figuris Ovatis.

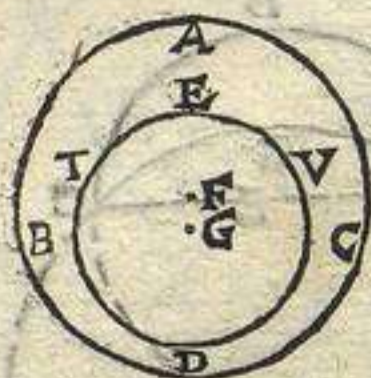


De quibus eodem cap. 7. propos. 4. Num. 7.

3. Ad Centrum vero gravitatis habendum Securicularum, vsui erit propos. 8. cap. 2. Sit enim in adjectis figuris centrum gravitatis Semicirculi seu Sectoris  $CD$   $E A$  punctum  $I$ , & puncta  $B$  &  $F$  partium ablatarum  $C B A$ ,  $A F E$ , reducta ad commune centrum  $H$ . Producta ergo  $HI$  ad partes  $I$ , fiat vt Securicula ad partes ablatas, ita  $HI$ , ad  $IG$ , erit punctum  $G$  centrum gravitatis quæsitum.



4. Coro-



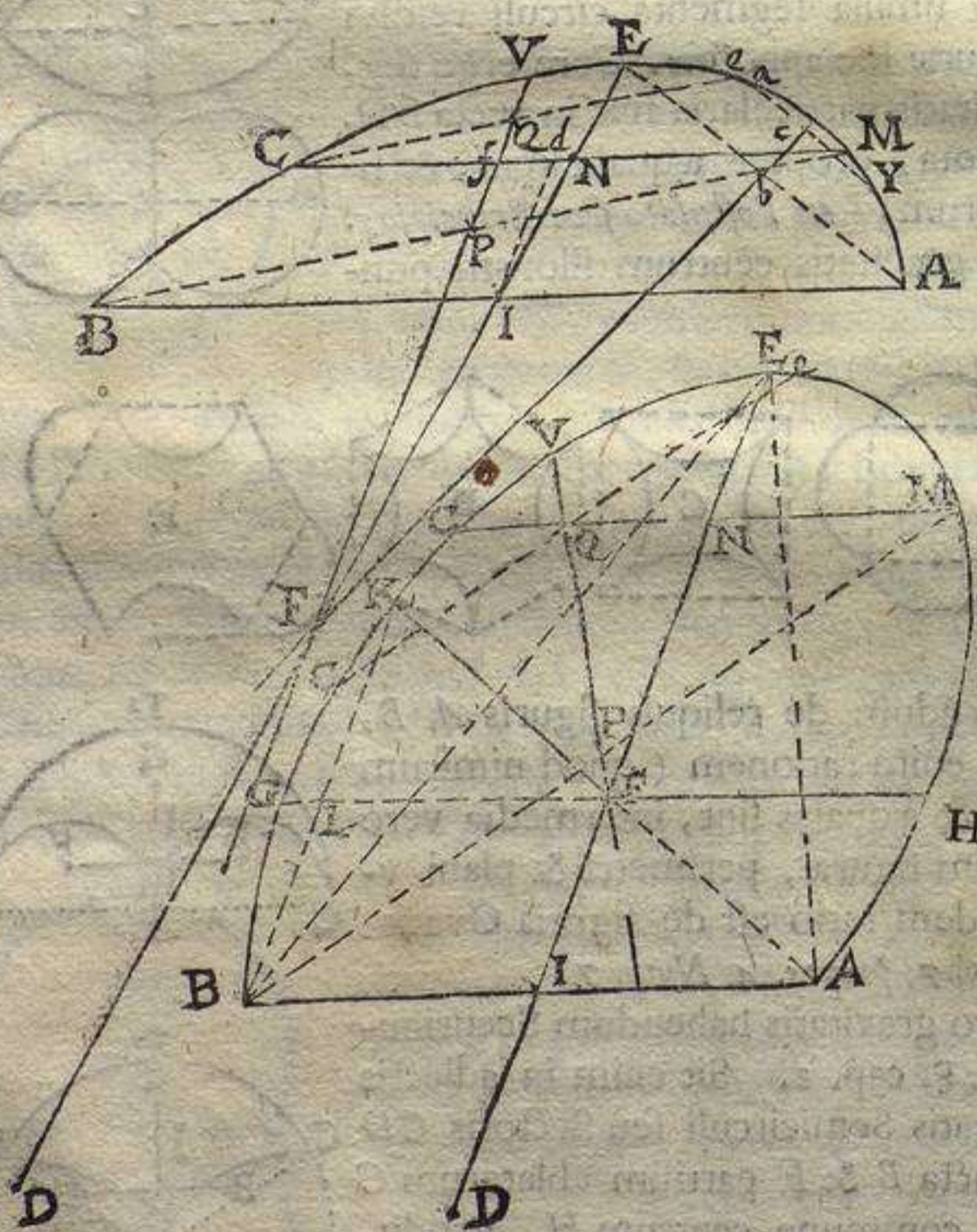
4. Coronarum idem est centrum gravitatis quod Figuræ & Perimetri, Figuræ vero Coronam imitantis, qualis est adjecta comprehensa à peripheria concava majori  $ABDC$ , & convexa minore  $ETDV$ , in qua circuli comprehendentes ex diversis centris  $F$  &  $G$  descripta sunt, centrum gravitatis habetur eodem modo; quo centrum Lunulæ primæ speciei: De qua præcedenti propositione

Numero 1.

Reliquas figuras mixtas remittimus omnes ad Regulam Communem supra. [ Scholio propos. 5. cap. præcedentis ] præscriptam.

LEMMA I.

Dato quovis segmento Elliptico centrum totius figuræ invenire, ejusdemque diametrum, ad quam medietates basis dati segmenti, sint ordinatim applicatæ.



1. **S** It datum segmentum Ellipticum, semiellipsi sive majus sive minus, vel etiam æquale  $BCEM$   $A$  cujus basis recta  $BIA$ . Oportet centrum invenire ejus<sup>2</sup> ellipsis, cujus segmentum datum pars est, ejusque etiam diametrum, ita vt  $IB, IA$  sint ordinatim ad ipsam applicatæ. Ducatur basi  $BIA$  parallela quævis, intra segmentum cadens  $CN$   $M$ , secans lineam Ellipticam in punctis  $C$  &  $M$ , & bisecentur tam basis  $BA$ , quam ducta  $CM$ , atque per puncta sectionum  $I$  &  $N$  ducatur, & pro-

ducatur utrinque (si opus fuerit) recta  $NI$ , secans lineam Ellipticam in puncto  $E$ ; quod erit segmenti dati vertex, vt postea constabit. Assumantur deinde in linea Elliptica quævis alia duo puncta, (aut vnum ex prioribus)  $B$  &  $M$ , ita tamen, vt ducta  $BM$ , non sit parallela prioribus  $BA, CM$ , & ipsi  $BM$  agatur

agatur quævis parallela  $Ce$ , atque per earundem bisectiones  $Q$  &  $P$ , ducatur & producat  $QP$ , secans priorem  $NI$  in puncto  $F$ , & ipsi  $FE$  æqualis accipiatur  $FD$ . Dico rectam  $ED$ , esse diametrum totius Ellipsis, [ex 28. *secundi conicorum*] ejusdemque centrum esse punctum  $F$ . [ex *prima secundarum definitionum libri primi Conicorum*]. Esse autem rectas  $BI$ ,  $IA$  ordinatim applicatas ad diametrum  $ED$ , quemadmodum etiam  $CN$ ,  $NM$ , constat [ex *duodecima & decima sexta primarum Definitionum libri primi eorundem Conicorum*,] & punctum  $E$  verticem esse segmenti propositi patet [ex *undeocima earundem definitionum*]. Invenimus ergo dati segmenti Elliptici centrum, verticem, & diametrum. Quod erat faciendum.

2. Quod si datum segmentum parvum fuerit, prout est in nostra figura, id, cujus centrum  $F$  extra cadit, in quo producta  $VP$ , prolongatam  $EI$  valde oblique interfecat, & consequenter punctum sectionis  $F$  præcisè, non nisi cum aliqua difficultate dignosci possit; duci poterunt ex altera diametralis lineæ parte, aliæ binæ rectæ parallelæ  $EA$  &  $aT$ ; ducta namque  $cb$  recta per puncta bisectionum  $c$  &  $b$ , laborem quidem augebit, sed punctum  $F$  pro centro accuratius reddet.

3. Aut certe ducta  $Id$  recta, ipsi  $VP$  parallela, secante  $CN$  in  $d$ ; Fiat ut  $dN$ , ad  $NI$ ; ita  $fN$  ad aliam; habebitur recta  $Nf$ , &c. In triangulis enim similibus  $IdN$ ,  $FfN$ , est ut  $dN$ , ad  $NI$ , ita  $fN$  ad  $NF$ .

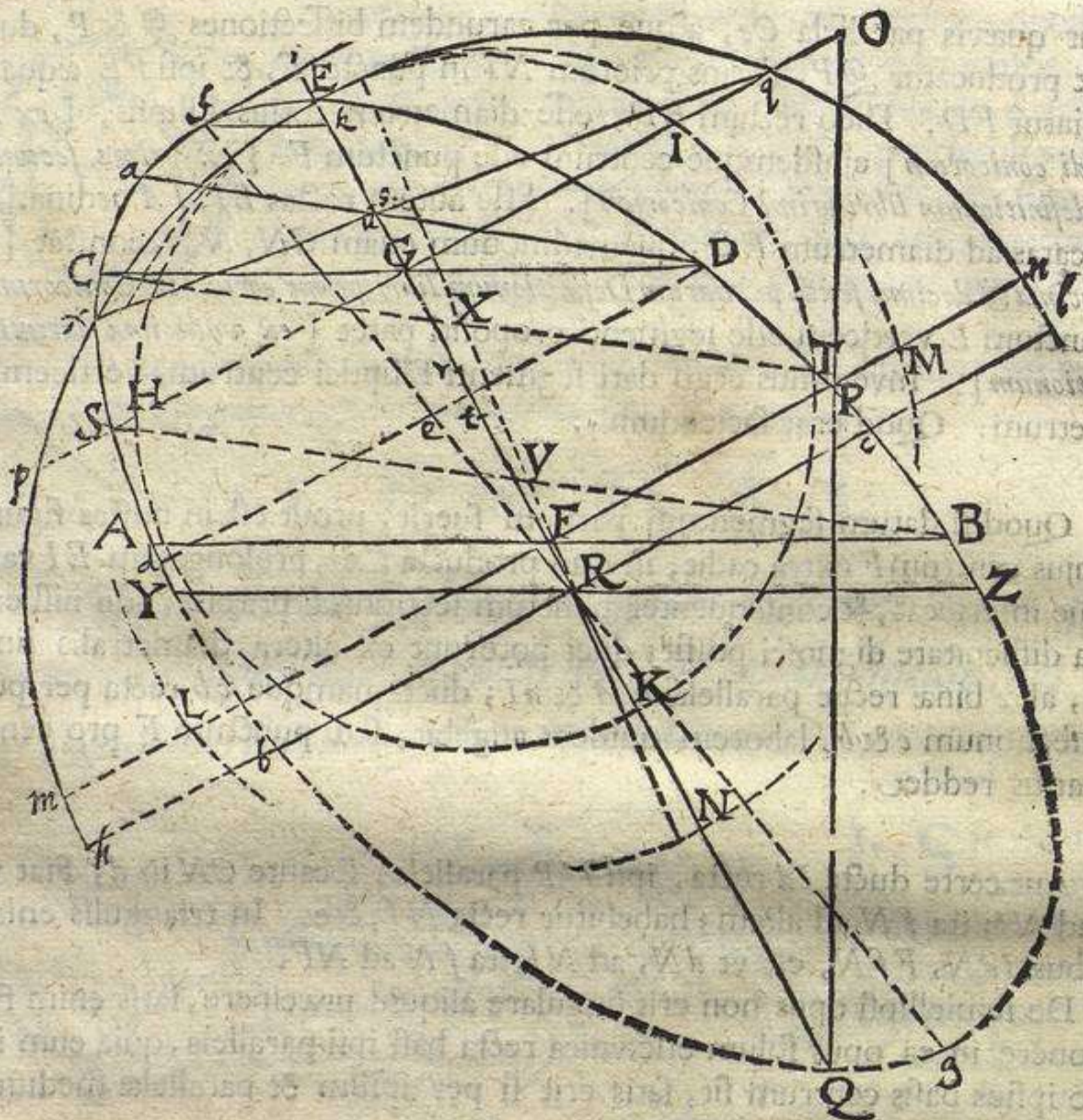
4. De semiellipsi opus non erit singulare aliquid præcipere, satis enim fuerit monere in ea opus solum esse, unica recta basi ipsi parallela, quia cum in medio ipsius basis centrum sit, satis erit si per ipsum & parallelæ medium, ducatur diameter, &c.

5. Pro tota Ellipsi, si fortassis centrum ejus non daretur, habebitur illud ex propos. 44. libri 2. Apollonij. Ducendæ namque sunt duæ quævis rectæ parallelæ, lineæ Ellipticæ vtrique occurrentes; quia ea recta quæ per media parallelarum puncta ducitur, est diameter; ac proinde medium ipsius punctum totius est Ellipsis centrum.

## I D E M A L I T E R

efficere.

1. **E** Sto jam segmentum Ellipticum datum  $ACEDB$ , cujus basis recta  $AB$ . Ductis in primis recta  $CD$ , ipsi  $AB$  parallela, & per media illarum puncta  $F$  &  $G$ , recta  $GF$  vtrique extensa, secabit ea ad partes  $G$ , lineam Ellipticam in vertice  $E$  segmenti propositi. Deinde ex iisdem punctis



$G$  &  $F$ , in rectis  $HO$  &  $LM$ , ad protractam  $GF$  perpendiculariter, per eadem  $G$  &  $F$  puncta erectis, abscindantur, ex  $G$  quidem  $GH$  &  $GI$ , ipsis  $GC$ ,  $GD$ ; ex  $F$  vero,  $FL$  &  $FM$ , ipsis  $FA$ ,  $FB$  æquales. Tum per tria puncta  $H, E, I$ , item per tria  $L, E, M$  [per 25. tertij vel 5. quarti elem.] circuli describantur peripheriæ, secantes protractam  $GF$  in punctis  $K$  &  $N$ . Ipsi porro  $GK$  æqualis sumatur  $GO$ , & ipsi  $FN$  æqualis  $FP$ ; ducta namque per  $O$  &  $P$  puncta recta  $OPQ$ , secabit ea eandem protractam  $GF$  in puncto  $Q$ . Dico  $E, Q$  diametrum esse totius eius Ellipsis, cuius  $AEB$  segmentum datum pars est, ejusque medium punctum  $R$ , centrum esse figuræ.

2. Ex constructione namque [ & per 13. sexti ] recta  $HG$ , cui æqualis est  $CG$ , est media proportionalis inter  $EG$ , &  $EK$ , hoc est  $GO$ ; sic  $LF$  cui æqualis est  $AF$ , est media inter  $EF$  &  $FN$ , hoc est  $FP$ ; quare [per 17. sexti] quadratum  $CG$  æquale est rectangulo  $EGO$ , & quadratum  $AF$ , ipsi  $EFP$  rectangulo. Ergo [per ea quæ Eutocius deducit ex 21. Conicorum, & nos ex ipso]  $E, Q$  est diameter ellipsis, punctumque  $R$  ipsius centrum. Quod faciendum erat.

3. Si  $CG$ ,  $AF$ ,  $EG$ ,  $EF$  dentur in numeris, circulorum descriptione opus non erit: quadrata enim  $CG$ ,  $AF$  applicentur rectis  $EG$ ,  $EF$ , exhibuntque latitudines  $GO$ , &  $FM$ , & ducitur, vt ante, per puncta  $O$ ,  $P$  recta  $O, Q$ , diametrum determinans.

LEM-



## L E M M A II.

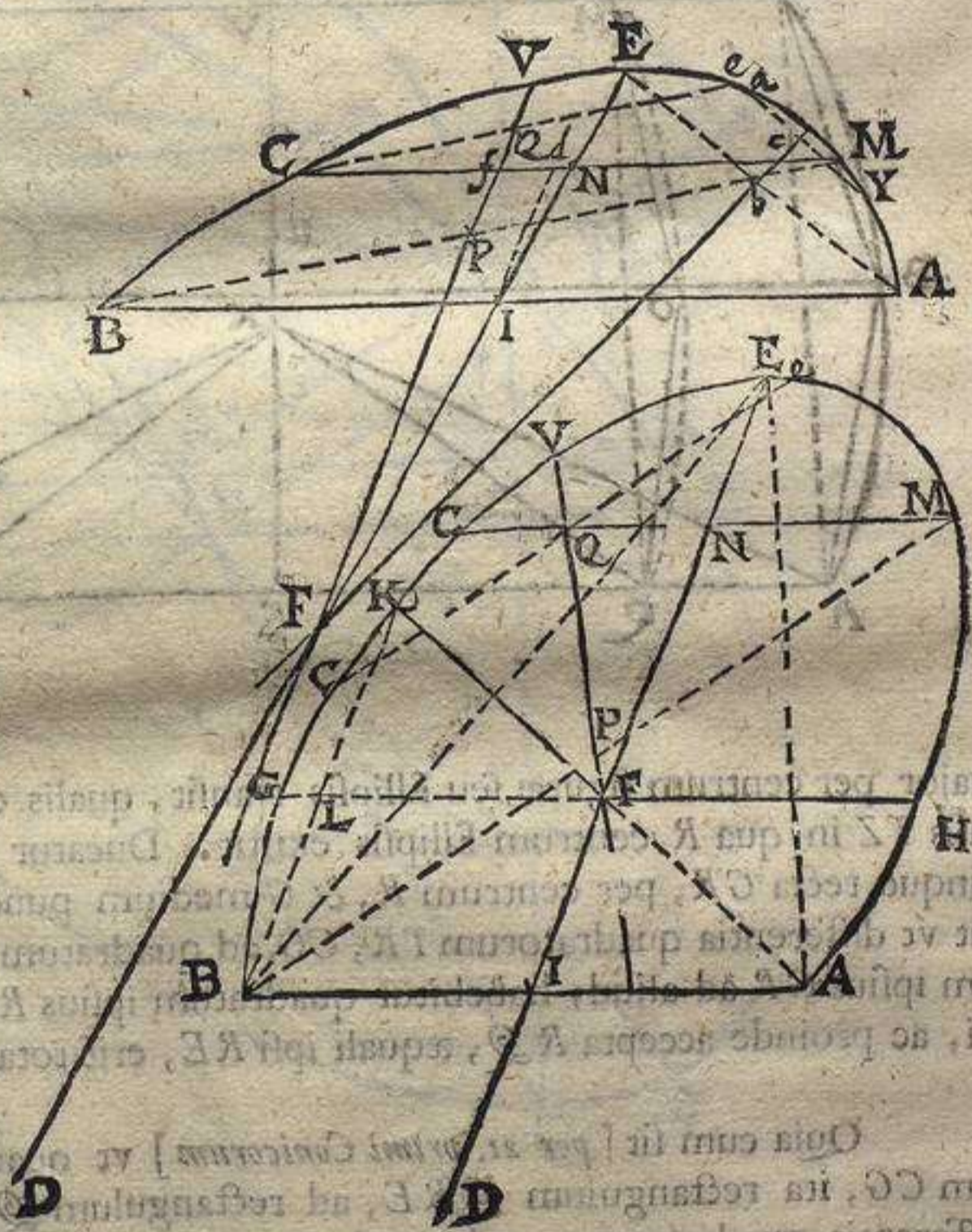
*Dato Frusto Elliptico eadem quæ ante, hoc est, totius Ellipsis diametrum, figureque centrum reperire.*

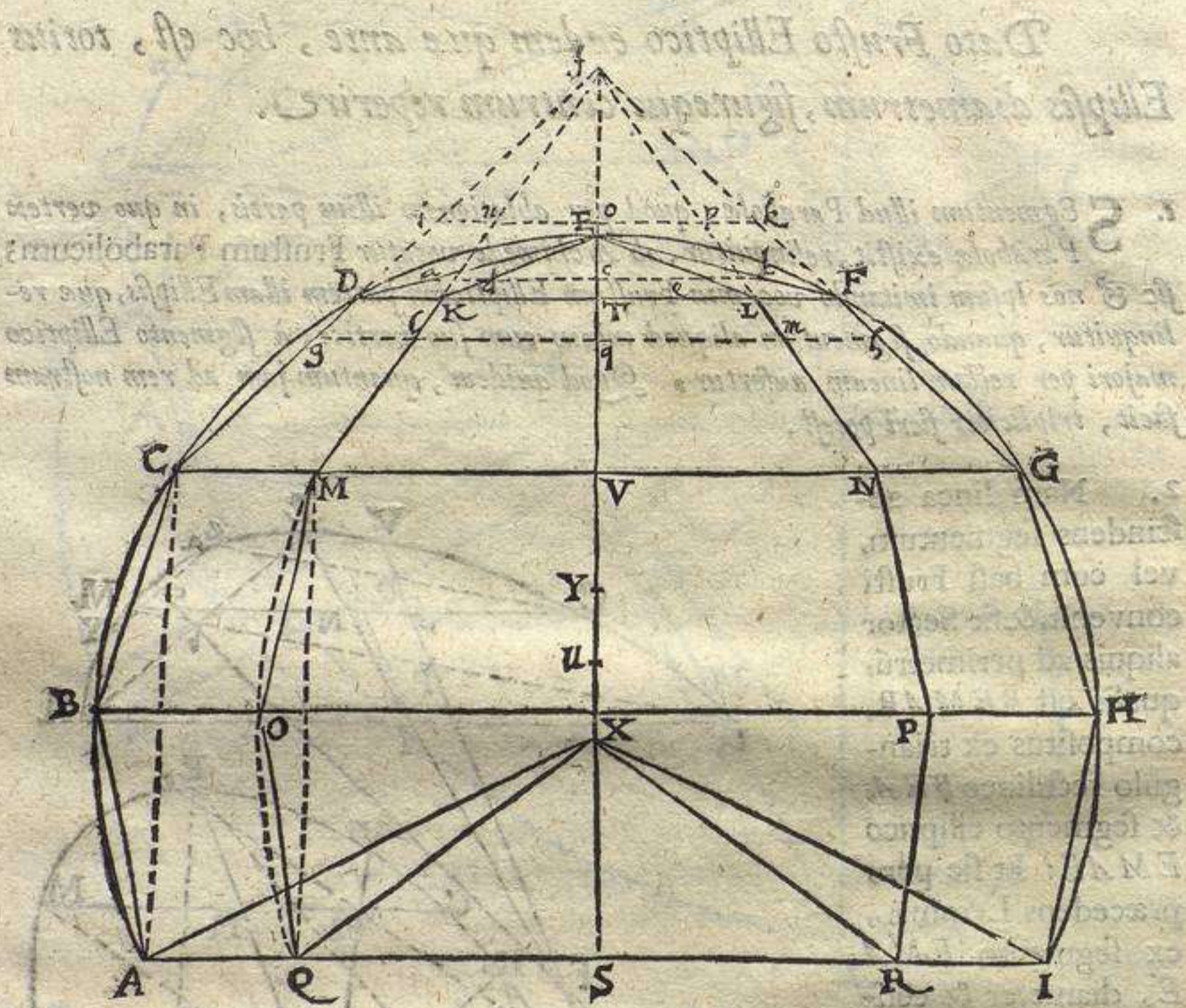
1. Segmentum illud Parabolæ, quod per ablationem illius partis, in quo vertex Parabolæ existit, relinquitur, ab Archimede vocatur Frustum Parabolicum; sic & nos Ipsum imitando vocamus Frustum Ellipticum partem illam Ellipsis, qua relinquitur, quando segmentum aliquod minus cum suo vertice, à segmento Elliptico majori per rectam lineam aufertur. Quod quidem, quantum jam ad rem nostram facit, tripliciter fieri potest.

2. Nam linea abscindens segmentum, vel cum basi Fruſti convenit, & fit Sector aliquis ad perimetrũ, qualis est  $BEMAB$ , compositus ex triangulo rectilineo  $BEA$ , & segmento elliptico  $EMAE$ : Et sic per præcedens Lemma, ex segmento  $EMAE$ , diameter & centrũ inveniendæ sunt.

3. Quod si constaret alterutrum latus hujus trianguli transire per centrum ellipsis, vt si Sector propositus, esset (in majori segmento ejusdem figuræ)  $AKCB$ , vbi  $AK$  per centrum  $F$  transit; tunc Problema alia constructione non egeret, esset enim  $KA$  diameter: nisi quis cuperet habere diametrum transeuntem per verticem segmenti Elliptici  $BGK$ : is intentum, assequeretur si ductâ rectâ  $BK$ , per medium ipsius punctum  $L$ , traheret rectam  $GFH$ , & ipsi  $GF$  æqualem acciperet  $FH$ , quia hac ratione haberet præter centrum  $F$ , & diametrum aliam  $GH$ , & verticem  $G$ .

4. Vel linea rescindens segmentum cum basi Fruſti non convenit, eritque eadem recta abscindens ad eandem basim vel parallela, vel obliqua. Sic primo parallela, & sic duo poterunt esse casus, prior nimirum cum basis fruſti



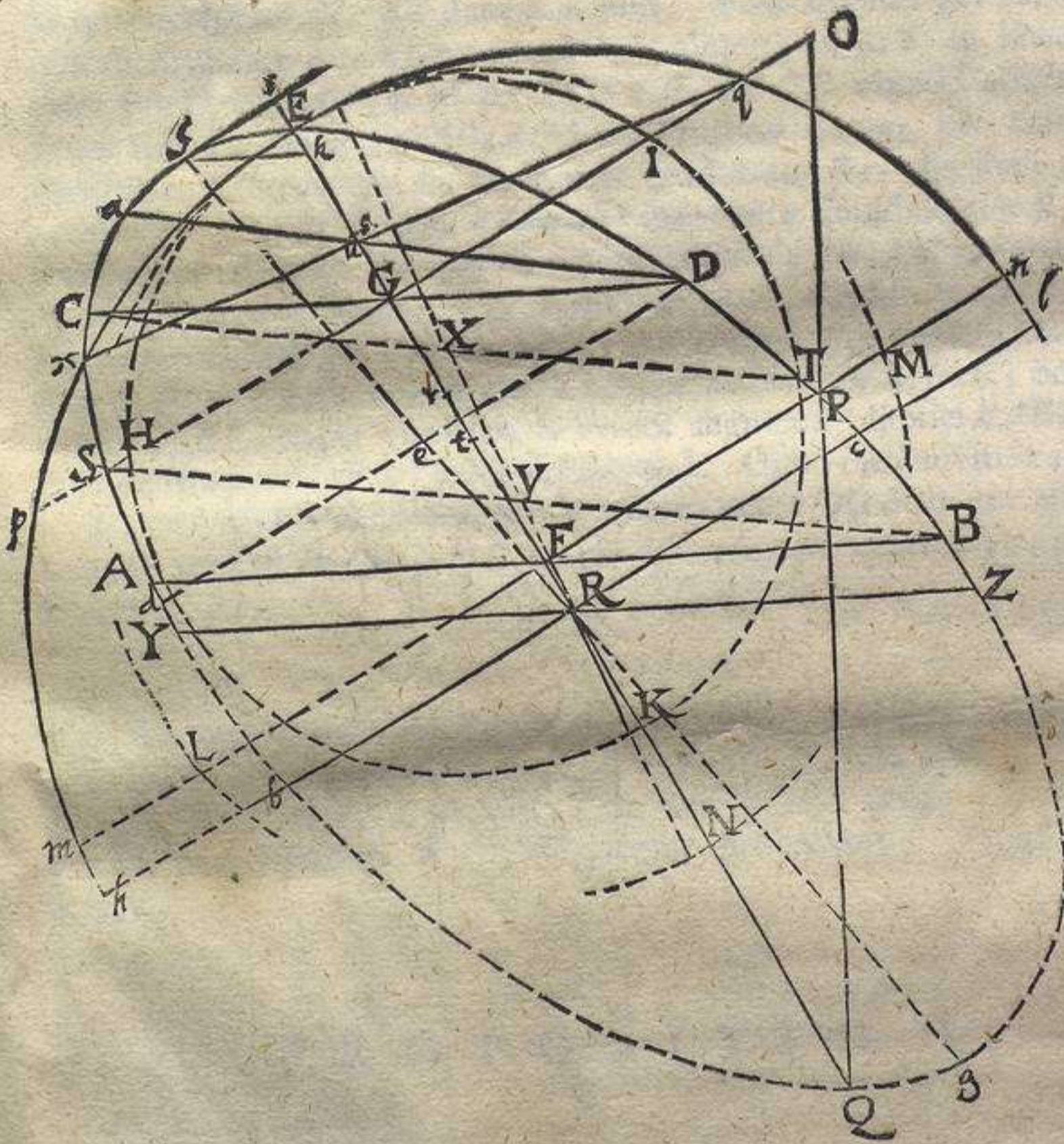


major per centrum figuræ seu Ellipsis transit, qualis est in frusto  $TCGDZ$ ,  
 basis  $TZ$  in qua  $R$  centrum Ellipsis existit. Ducatur ergo & producatu-  
 r utrinque recta  $GR$ , per centrum  $R$ , &  $G$  medium punctum parallelæ  $CD$ ; &  
 fiat ut differentia quadratorum  $TR$ ,  $CG$ , ad quadratum majus  $TR$ , ita quadra-  
 tum ipsius  $GR$  ad aliud; habebitur quadratum ipsius  $RE$ , semidiametri qua-  
 siti, ac proinde accepta  $RQ$ , æquali ipsi  $RE$ , erit tota diameter  $EQ$ .

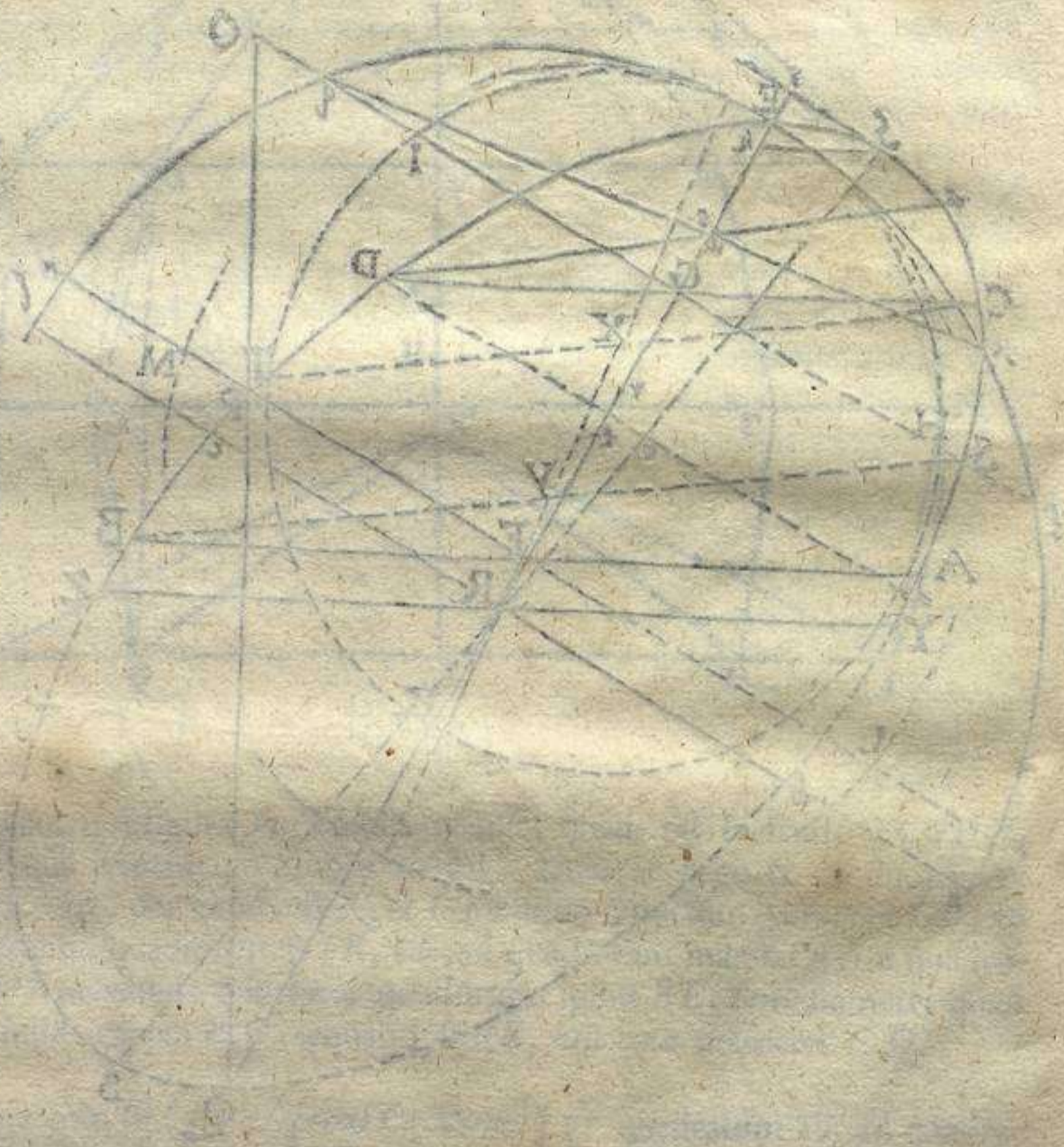
Quia cum sit [per 21. primi Conicorum] ut quadratum  $TR$  ad quadra-  
 tum  $CG$ , ita rectangulum  $QRE$ , ad rectangulum  $QGE$ ; & dividendo ut  
 differentia quadratorum, ad quadratum majus; ita differentia rectangu-  
 lorum, ad rectangulum majus, quod est  $QRE$ , hoc est, quadratum  $RE$ , dimi-  
 diæ scilicet ipsius  $QE$ . Quod vero  $RG$  quadratum sit dictorum rectangu-  
 lorum differentia, patet [ex 5. secundi Elementorum] est enim  $EQ$ , divisa bi-  
 fariam in  $R$ , & non bifariam in  $G$ , &c.

5. Po-

Hæc figura ponenda est loco ejus, quæ habetur pagina 114.



Hæc figura ponenda est loco eius, quæ habetur pagina 114



5. Posterior casus est, quando basis Fruſti per centrum non tranſit, ſed fit tale Fruſtum quale eſt id, quod continetur binis rectis parallelis  $AB, CD$ , & binis curvis  $CA, DB$ : tunc per alias binas parallelas  $SB, & CT$ , earumque media puncta  $X & V$ , invenitur centrum  $R$ , ut in priori parte præcedentis proximè Lemmatis docuimus. Habito hoc centro, & ducta per ipſum recta  $TZ$ , ipſi  $AB$  parallela, reperitur tota diameter [per ea quæ hic Numero 4. diximus].

6. Verùm quando non conſtat magnitudo ordinatim applicatæ  $TZ$ , quod fit quando curvæ  $AT, BZ$  datæ non ſunt. Tunc ducatur per centrum  $R$  alia quavis diameter  $bc$ ; aſſumpto videlicet aliquo puncto  $c$ , in linea elliptica, inter  $B & D$  exiſtente, & in producta  $cR$ , ipſi  $cR$  æqualis abſcindatur  $Rb$ ; ſitque huic  $bc$ , ducta parallela  $dD$  intra Fruſtum datum, per cuius medium punctum  $e$  centrumque  $R$ , ducatur & producat  $Re$ . Ex datis ergo  $bR, d$   $e, eR$  [per Numerũ 4. huius Lemmatis] inveniatur ſemidiameter  $Rf$ , & ex  $f$  educantur duæ rectæ, ſi quidem parallela ipſi  $de$  ſeu,  $eD$  ordinatim applicatæ ad  $fR$ , quæ proinde [ex 32. primi Conicorum] ellipſim tanget in puncto  $f$ ;  $fk$  vero parallela ipſi  $CD$ , ſecantes productam  $RG$  in punctis  $i & k$ . Quare ſi inter  $Ri & Rk$  inveniatur media proportionalis [ex 13. ſexti] erit ea ſemidiameter  $RE$ , atque punctum  $E$  vertex ſegmenti elliptici  $AEB$ , [per 17. ſexti Elementorum, & 37. primi Conicorum]. Quod faciendum erat.

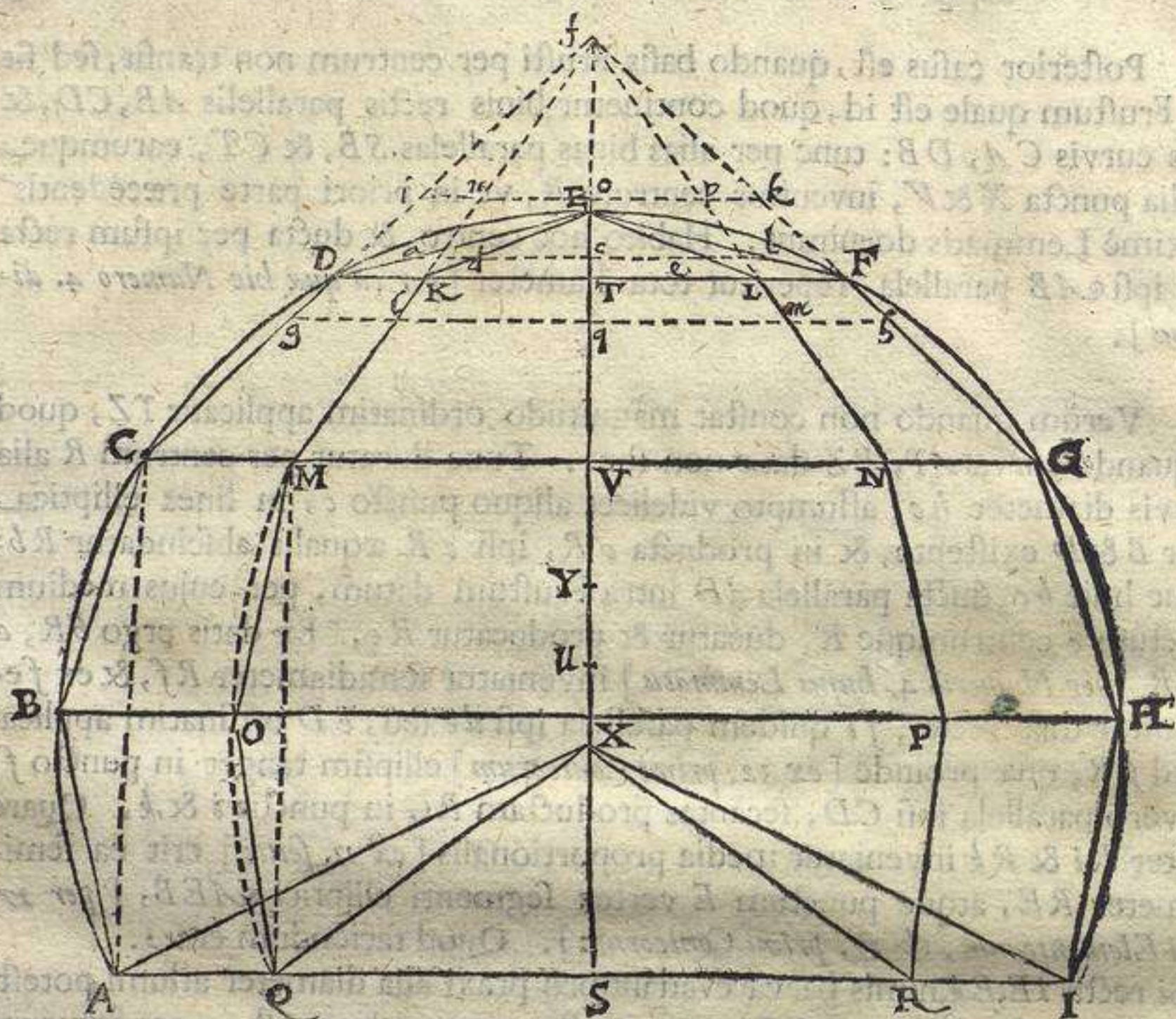
Si rectæ  $iE, Ek$ , nimis parvæ evadant, pro praxi alia diameter aſſumi poteſt, quæ ex puncto in curva  $DB$ , magis à  $B$  remoto, quam eſt  $c$ , per centrum educatur, &c.

7. Sic deinde recta abſcindens ad baſim Fruſti dati non parallela, ſed obliqua, qualis eſt in Fruſto  $AaDB$ , vel in  $TaDZ$ , recta  $aD$ . Ducatur recta  $DC$  ipſi  $AB$ , vel  $TZ$ , parallela, & fiant cætera prout [Numero 4. 5. & 6.] hic præſcripſimus, & ſic aſſequemur propoſitum. Quod faciendum erat.

## PROPOSITIO VI.

*Semiellipſi, reliquiſque ſegmentis Ellipticis, illiſque correſpondentibus ſectoribus, centrum gravitatis aſſignare.*

1. Eſto primo datum ſegmentum ellipticum abſciſſum linea recta ad alterum axem perpendicularem, quale eſſet in figura adjecta id quod per puncta



Et a  $QOMKELNPR$ , aut in figura pag. 101. per puncta  $FGCHI$  describere-  
tur. Illa enim puncta fore ad ellipsim demonstratur. [ à Clavio lib. 1. *Astro-*  
*labij in Scholio Lemmatis 51.* ] Invento ergo [ ex Lemmate primo precedenti ]  
diametro seu axe  $ES$ , ejusque centro  $X$ , ex eo ad intervallum  $XE$ , descri-  
batur arcus circuli  $ACEGI$ , quem utrinque producta recta  $QR$  secet in  $A$  &  
 $I$ . Quare si hujus circularis segmenti [ ex propos. 2. hujus capituli ] inveniatur  
pro centro gravitatis punctum  $u$ , erit illud ipsum etiam propositi segmenti  
Elliptici centrum gravitatis.

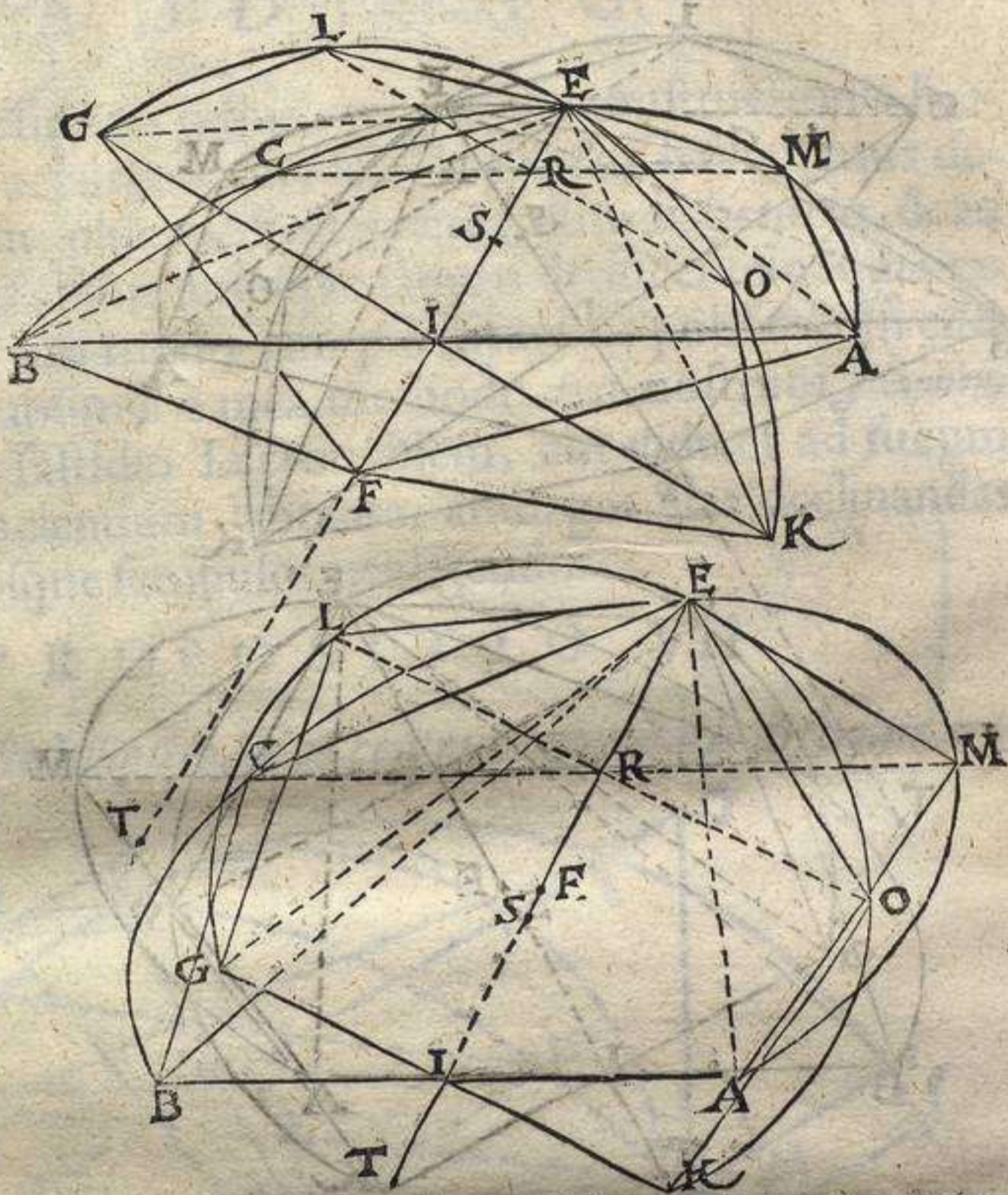
2. Sit deinde aliud quodcunque segmentum, semiellipsi vel æquale, ea-  
demque vel majus, vel minus, per rectam  $AIB$  utcumque abscissum, & ha-  
bito [ per Lemma 1. proxime precedens ] centro  $F$ , parteque diametri  $EI$ , ad  
eam per punctum  $I$  agatur perpendicularis  $GIK$ , & ad intervallum  $FE$  de-  
scribatur arcus circuli  $GLEOK$ ; hujus denique circularis segmenti  $GEK$ , in-  
veniatur [ per propos. 2. hujus ] gravitatis centrum. Dico illud idem esse etiam  
dati Elliptici segmenti centrum.

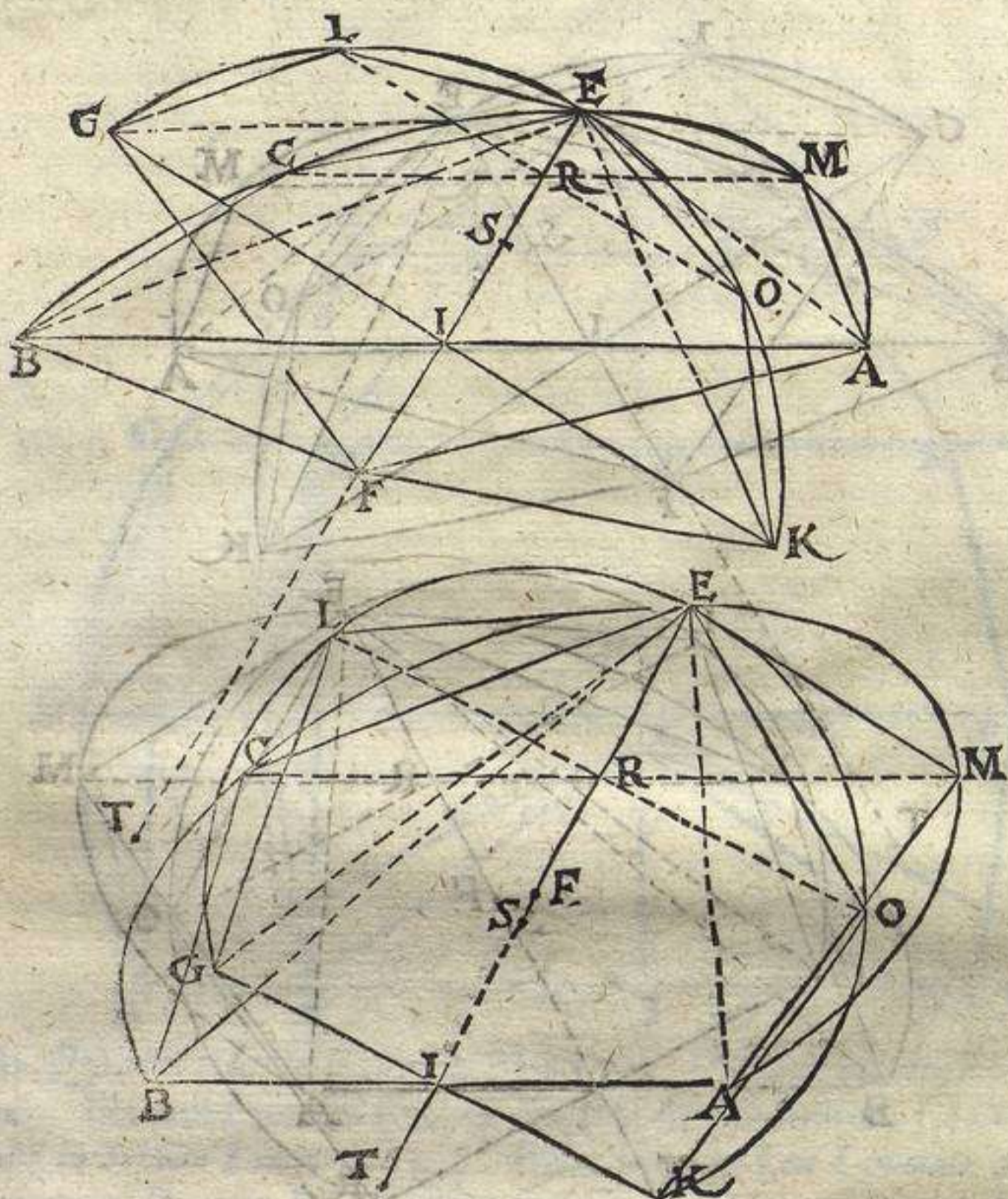
3. Figurarum enim polygonarum segmentis circulari & Elliptico planè in-  
scriptarum, idem esse gravitatis centrum, satis constat ex ijs ( præcipuè hunc  
in finem propositis & præmissis ) quæ fusè supra demonstravimus [ cap. 8. pro-  
pos. 12. ] in ijs videlicet segmentis, quæ per rectas ad axem perpendiculares  
abscinduntur. Sed idem est in quibusvis alijs segmentis ellipticis: ut si ( in  
appositis figuris segmento, circulari quidem  $GLEOK$ , inscribatur triangulum  
 $GEK$ , & elliptico  $BCEMA$ , triangulum  $BEA$ , centrum gravitatis utriusque  
trianguli, est plane idem punctum; id enim [ ex propos. 3. cap. 8. ] necessario  
existit in eodem puncto rectæ  $EI$ , bases  $GK$  &  $BA$  triangulorum in puncto  $E$   
bifecan-

bifecante: Idem dicendum de triangulis  $LEO$ , &  $CEM$ , segmentis, circulari nimirum  $LEO$ , & elliptico  $CEM$  inscriptis; centrum namque gravitatis trianguli vtriusque, [ *ex eadem propos. 3.* ] existit in recta  $ER$ , quæ bases  $LO$ ,  $CM$  in  $R$  bifecat. Idem omnino etiam, accidit quibusvis alijs figuris rectilineis, segmentis circulari & elliptico eo modo inscriptis. Ut exempli gratia in pentagonis  $GLEOK$  &  $BCEMA$ , quæ constant ex triangulis  $LEO$ ,  $CEM$ , de quibus jam diximus, & ex trapezijs  $GLOK$ ,  $BCMA$ , binâ latera  $LO$  &  $GK$ , item  $CM$ ,  $BA$  habentibus parallela, & bifecta ab  $EI$ , in  $R$  &  $I$ ; estque præterea  $BA$ , ad  $CM$ ; vt  $GK$ , ad  $LO$ . Quare cum  $RI$ , sit vtrique trapezium, atque in ea, in eodemque eiusdem lineæ puncto existat vtriusque trapezium gravitatis centrum, [ *vt facile ostenditur ex propos. 9. cap. 8. hujus.* ] ac proinde etiam in eadem linea inter dicta centra idem punctum, commune sit gravitatis centrum, trianguli scilicet & trapezium correspondentis, ex vtraque parte, hoc est, vtriusque pentagoni centrum idem. Nam sicut se habet triangulum vnum ad suum correspondens Trapezium, ita se habet trapezium alterum ad suum trapezium.

4. Quod vero  $BA$  ad  $CM$ , sit vt  $GK$  ad  $LO$ , [ *ex 21. primi Conicorum* ] facile ostenditur. Sumpta enim in producta  $EF$ , ipsi  $EF$  æquali  $FT$ , est vt quadratum  $BI$ , ad quadratum  $CR$ ; ita rectangulum  $TIE$ , ad rectangulum  $TRE$ ; & vt rectang.  $TIE$ , ad rectangulum  $TRE$ , ita est quadratum  $GI$  ad quad.  $LR$ . Ergo [ *per 11. quinti Elementorum* ] est vt quad.  $BI$ , ad quad.  $CR$ ; ita quad.  $GI$ , ad quad.  $LR$ ; ergo etiam ipsa latera seu rectæ, earundemque duplæ, proportionales sunt, hoc est,  $BA$  ad  $CM$ , sicut  $GK$  ad  $LO$ . Satis ergo constat polygonorum prædicto modo segmentis circulari & elliptico inscriptorum, idem esse gravitatis centrum.

5. Cum ergo vtriusque segmentis, circulari nimirum & Elliptico ea ratione





in scribi possint  
 polygona, quæ  
 ab ipsis segmētis  
 minus differant,  
 quacunque ma-  
 gnitudine data,  
 methodo Archi-  
 medea; & hoc  
 in infinitum, at-  
 que binis qui-  
 busvis, eandem  
 habentibus an-  
 gulorum multi-  
 tudinem, vnum  
 idemq; semper  
 sit gravitatis cē-  
 trum; satis cla-  
 rum est, ipsa tan-  
 dem segmenta,  
 vnum idemque  
 etiam habere  
 punctum, quod  
 ipsorum centrū  
 sit gravitatis.  
 Quid enim aliud  
 sunt circulus &

ellipsis quam figuræ, vt sic dicam, infinitorum angulorum, atque etiam suo modo eorum segmenta? Accedit quod circulus & ellipsis, inter se sunt sicuti polygona ipsis plane inscripta, [ vt habetur Lemmate primo quod à Riualto præmittitur 25. propos. Archimedis de Conoidibus & Spheroidibus. ] Concludere ergo possumus nos semiellipsi, reliquisque segmentis, suum assignasse gravitatis centrum. Quod erat faciendum.

6. Vt habeatur centrum gravitatis Sectorum Ellipticorum, nihil aliud hoc loco præscribendum esse iudico, præter ea quæ jam tradidimus. Sit enim datus Sector Ellipticus in eadem figura ad centrum,  $FBEAF$  (duximus autem lineas  $FB, FA$ , item  $FG, FK$ , ad confusionem vitandam, in segmento minori tantum) ducatur subtendens recta  $BA$ , & per supradiçta [ Numero 2. ] describatur segmentum circulare  $GEK$ , ita vt ductis  $FG, FK$  sector circularis  $FGEKF$  correspondeat sectori Elliptico, illius enim centrum [ per propos. 1. huius inventum ] est etiam centrum huius, vt constat ex supradiçtis: nam & triangulorum rectilineorum  $FGK$ , &  $FBA$ , propter adductas rationes idem est centrum gravitatis.

7. Idem omnino intelligatur, & accommodetur sectoribus ad peripheriam. Et sic constat totum propositum.

AD.

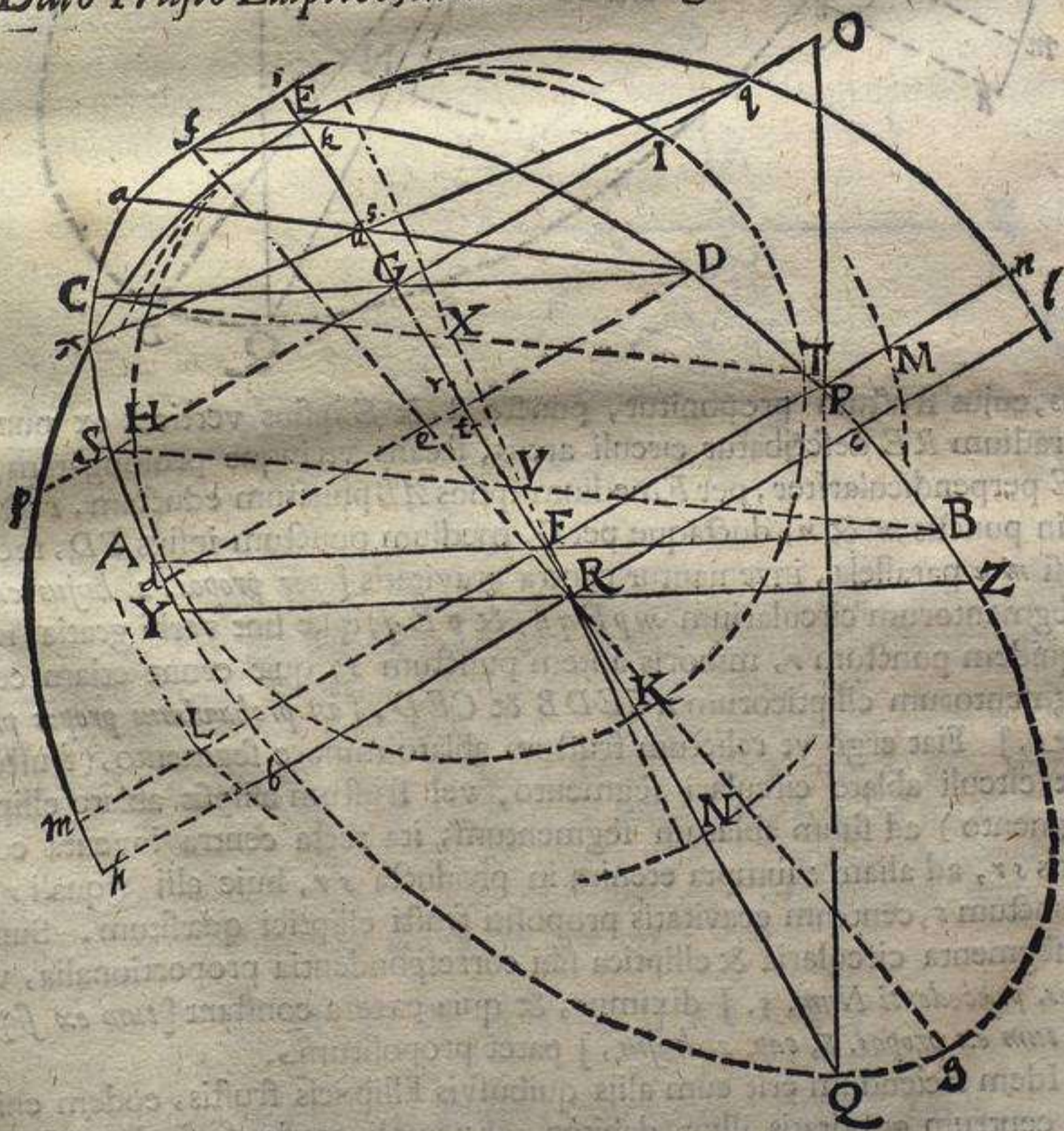


A D D I T I O.

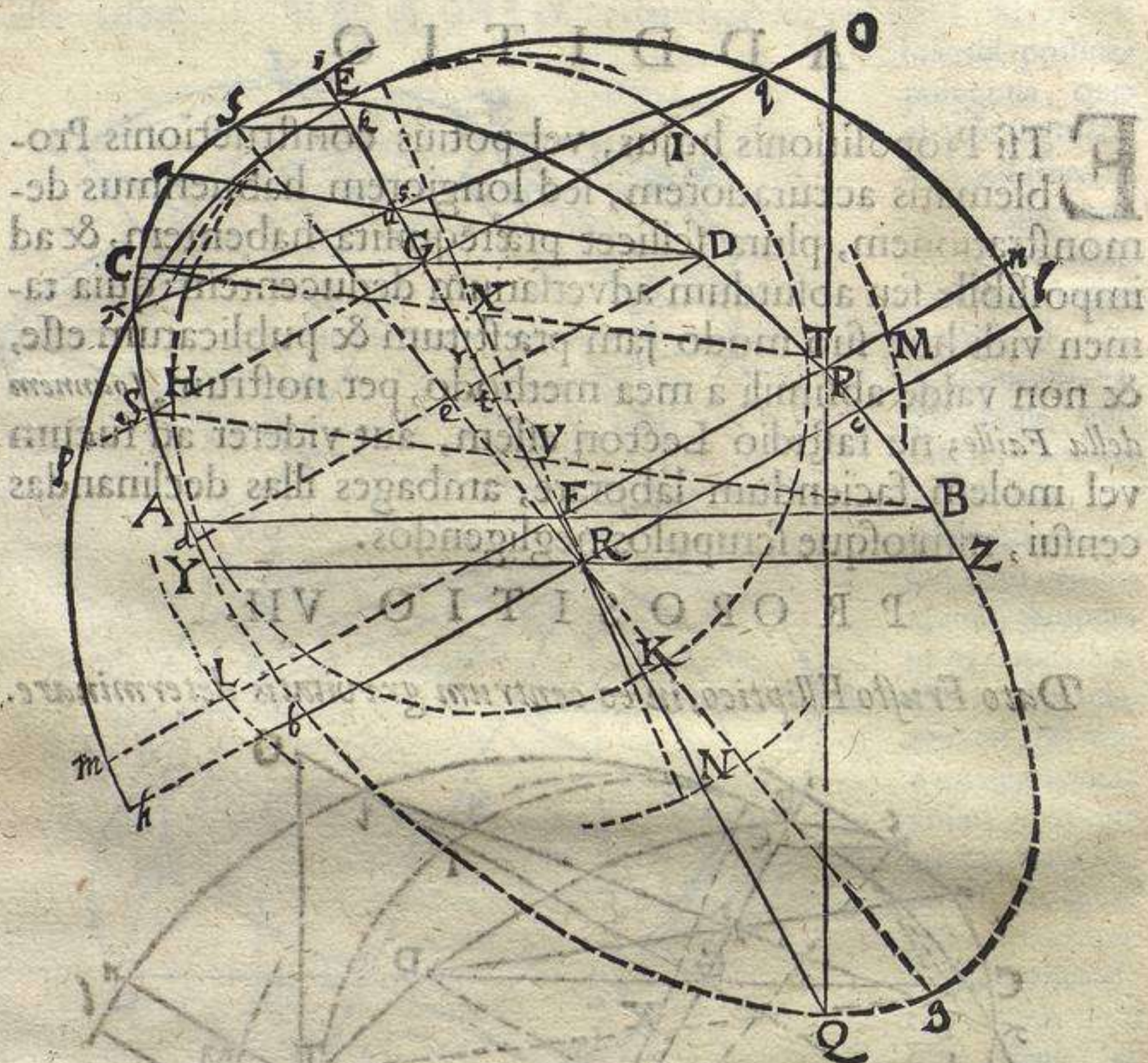
**E** T si Propositionis hujus, vel potius constructionis Problematis accuratiorem, sed longiorem habuerimus demonstrationem, plura scilicet prærequisita habentem, & ad impossibile seu absurdum adversarium deducentem: quia tamen vidi hoc suo modo jam præstitum & publicatum esse, & non valde ab simili à mea methodo, per nostrum *Joannem della Faille*; ne fastidio Lectori essem, aut viderer ad fucum vel molem faciendum laborare, ambages illas declinandas censui, nimiosque scrupulos negligendos.

P R O P O S I T I O VII.

*Dato Frusto Elliptico, in eo centrum gravitatis determinare.*



**E** Sto frustum propositum id quod continetur lineis duabus rectis & parallelis  $AB, CD$ , & binis ellipticis  $CA, DB$ . Oportet ejus centrum gravitatis definire. Invento prius [ *ex 2. Lemmate proxime præmisso* ] centro Ellip-  
sis



sis ejus, cujus frustum proponitur, puncto  $R$ , &  $E$  ipsius vertice; ex puncto  $R$  ad radium  $RE$  describatur circuli arcus, secans utrinque prolongatam, & ad  $RE$  perpendiculariter, per  $F$  medium ipsius  $AB$  punctum eductam, rectam  $LM$ , in punctis  $m$  &  $n$ ; ductaque per  $G$ , medium punctum ipsius  $CD$ , recta  $p q$  ipsi  $m n$  parallela, inveniuntur centra gravitatis [ per propos. 2. hujus capituli ] segmentorum circularium  $mpEqn$ , &  $pEq$ , quæ sint verbi gratia, majoris quidem punctum  $r$ , minoris autem punctum  $s$ ; quæ erunt etiam centra segmentorum ellipticorum  $ACEDB$  &  $CED$ . [ ut probavimus propos. precedente. ] Fiat ergo ut relictum frustum ablato minore segmento, ( frustum scilicet circuli ablato circulari segmento, vel frustum ellipsis ablato elliptico segmento ) ad suum ablatum segmentum; ita recta centra inventa conjungens  $sr$ , ad aliam: sumpta etenim in producta  $sr$ , huic alij æquali  $rt$ , erit punctum  $t$ , centrum gravitatis propositi frusti elliptici quæsitum. Sunt enim segmenta circularia & elliptica sibi correspondentia proportionalia, ut [ propos. precedenti Num. 5. ] diximus; & quia cætera constant [ tum ex supra dictis, tum ex propos. 8, cap. 2. hujus, ] patet propositum.

2. Idem faciendum erit cum alijs quibusvis Ellipticis frustis, eodem enim modo centrum gravitatis illius dabitur. Exempli gratia si frusti  $ACa u D BFA$  inveniendum sit centrum; ducta namque per  $u q$  recta  $xq$ , inquirentur primum segmentorum circularium  $xEqx$  &  $mpEqn$  centra, reliquaque

deinde

deinde fiant [ex doctrina propos. 8. capitis 2. hujus] ut dictum est, & assequemur propositum.

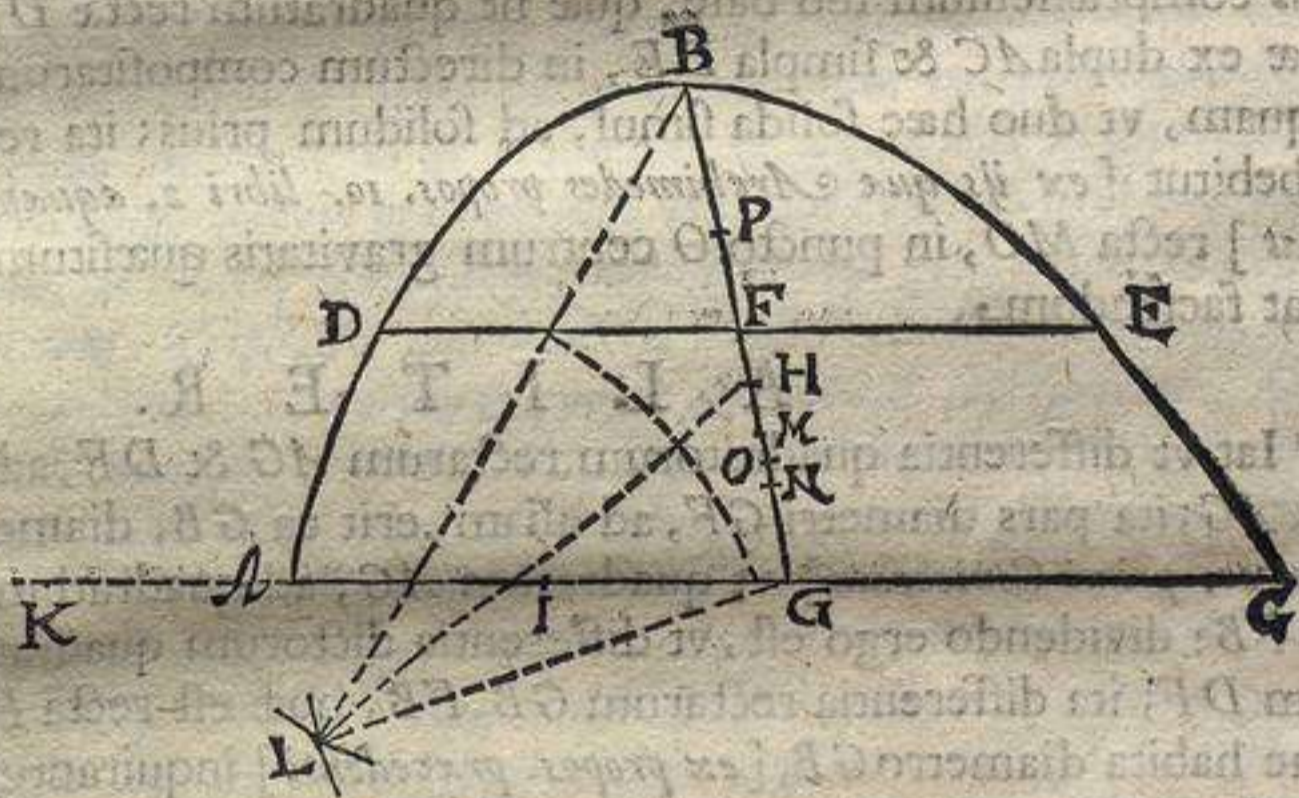
## S C H O L I V M.

**Q**ua de Lunulis, securiculis &c, ellipticis huc afferrè possent aut deberent, consultò omittimus. Figura enim illa claudentur vel meris lineis ellipticis, vel adhibebuntur etiam circulares, quodcundue autem horum fiat, cum tam de segmentis & frustis ellipticis, quam de circularibus dictum sit satis, ea, ad imitationem eorum, qua propositionibus 3. 4. & quinta Capitis hujus docuimus, unicuique talium figurarum accommodare poterimus, centraque illis assignare gravitatis. Quod faciendum erat.

## P R O P O S I T I O V I I I.

*Data Parabola centrum gravitatis attribuere.*

**P**arabola data sit  $ABC$ , linea curva  $ABC$ , & recta  $AC$  comprehensa. Oportet centrum gravitatis ipsius investigare. Ducta quævis recta  $DE$  intra figuram ipsi  $AC$  parallela bisecetur in  $F$ , &  $AC$  in  $G$ , ut habeatur



diameter  $BFG$ : Nam si hæc divisa fuerit in quinque partes æquales, sumaturque recta  $GH$  talium partium duarum, & consequenter  $HB$  remaneat trium, erit punctum  $H$ , centrum gravitatis Parabolæ propositæ.

*Demonstratur ab Archimede libro 2. Æqueponderantium propos. 8.*

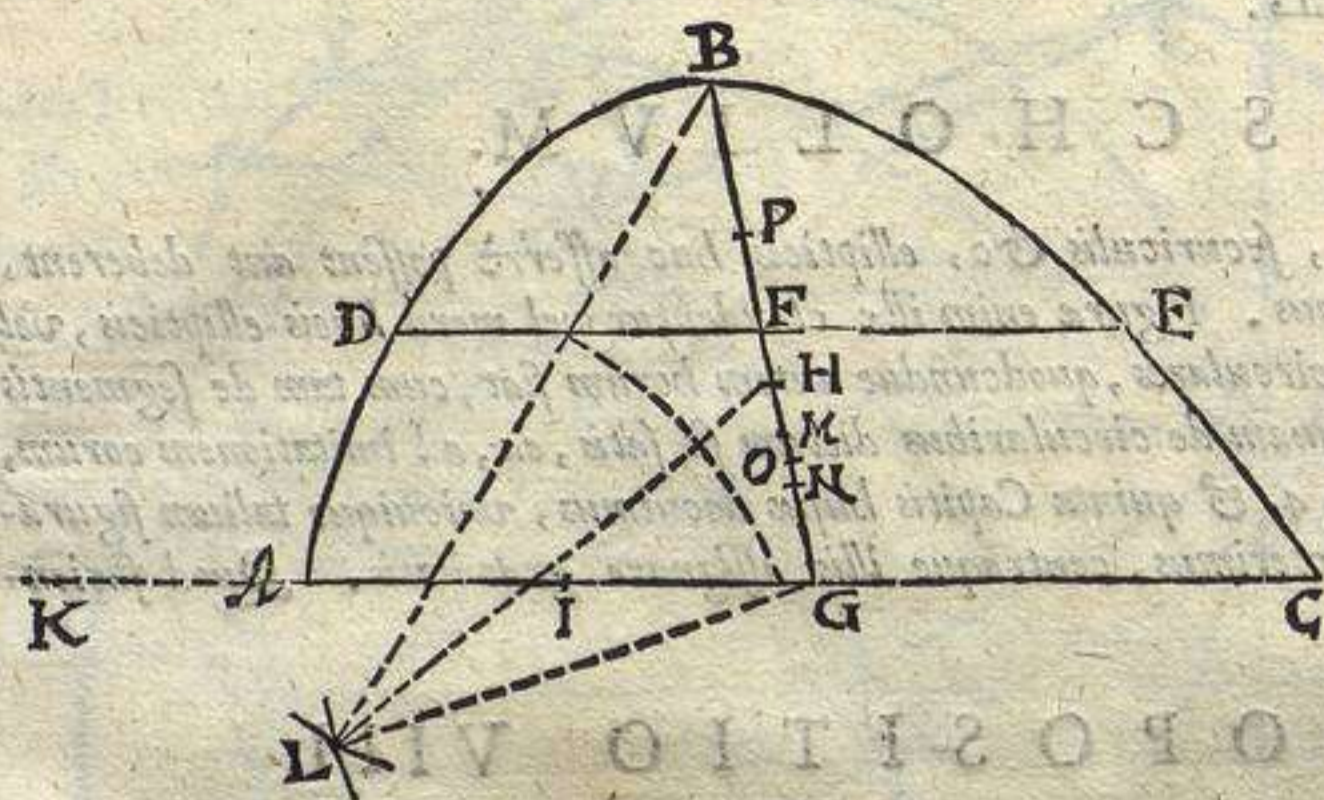
Ut vero  $BH$  fiat ad  $HG$ , ut 3. ad 2, si nolimus rectam  $BG$ , in partes quinque dividere, bisecetur  $AG$  in  $I$ , & ipsi  $GI$  vel  $IA$ , fiat æqualis  $AK$ , & ipsi  $GA$  æqualis  $GL$ , &  $BL$  ipsi  $GK$ : recta enim  $LH$ , secans angulum  $GLB$  bifariam, secabit etiam [ex 3. sexti Elementorum,]  $BG$  in  $H$ , in proportionem dictam, & consequenter in puncto quæsito.

## P R O P O S I T I O I X.

*Centrum gravitatis Frusti Parabolici investigare.*

**F**rustum Parabolicum cujus centrum inquiritur sit  $ADFECGA$ , binis parallelis rectis  $AC$  quidem majore,  $DE$  vero minore, & binis curvis lineis

*AD, EC clausum. Oportet ejus centrum notum facere.*



Ducta imprimis per puncta  $G$  &  $F$ , ipsarum parallelarum media diametro  $GF$ ; fiat in ea recta  $MN$ , pars ipsius quinta, in medio totius  $FG$  sita [per alterutrum propos. præcedenti dictorum modorum inventa]. Fiat deinde ut duo solida simul sum-

pta, prius videlicet contentum sub quadrato ipsius  $AG$ , tanquam base, & altitudine ea quæ ex dupla  $DE$ , & simpla  $AC$  in rectum componitur; & posterius compræhensum sub base, quæ sit quadratum rectæ  $DF$ , & altitudine ea, quæ ex dupla  $AC$  & simpla  $DE$ , in directum compositarum extenditur; Fiat inquam, ut duo hæc solida simul, ad solidum prius; ita recta  $MN$  ad aliam; habebitur [ex ijs quæ Archimedes propos. 10. libri 2. æqueponderantium demonstrat] recta  $MO$ , in puncto  $O$  centrum gravitatis quæsitum definiens. Quod erat faciendum.

A L I T E R.

Fiat ut differentia quadratorum rectarum  $AG$  &  $DF$ , ad quadratum rectæ  $AG$ ; ita pars diametri  $GF$ , ad aliam, erit ea  $GB$ , diameter tota. Est enim [ex 21. primi Conicorum] ut quadratum  $AG$ , ad quadratum  $DF$ ; ita recta  $GB$ , ad  $FB$ ; dividendo ergo est, ut differentia dictorum quadratorum, ad quadratum  $DF$ ; ita differentia rectarum  $GB, FB$ , quæ est recta  $FG$ , ad rectam  $FB$ . Hac habita diametro  $GB$ , [ex propos. præcedenti] inquirantur centra gravitatis, punctum  $H$  quidem parabolæ totius  $ABC$ , punctum vero  $P$ , Parabolæ partialis  $DBE$ : Et fiat ut differentia cuborum rectarum  $AG$ , &  $DF$  ad diametrum ordinatim applicatarum, ad cubum ipsius  $DF$ ; ita recta  $PH$ , centra inventa, jungens, ad aliam; invenietur [ex propos. 8. cap. 2. hujus] recta  $HO$ , in puncto  $O$  centrum gravitatis quæsitum determinans. Est enim ut cubus ordinatim applicatæ  $AG$ , ad cubum applicatæ  $DF$ ; ita parabola maior, ad parabolam minorem: [ut demonstratur à Fed. Commandino in ijs quæ præmittit supra adductæ decimæ propositioni Libri secundi Æquepond. Archimedis]. Constat ergo nos satis fecisse proposito, etiam hoc alio modo. Quod faciendum erat.

A D D I T I O.

Deest hoc loco hyperbolæ, ejusque partium centri gravitatis investigatio. Patet insuper tam pro lineis, ut alibi monuimus, quam pro superficiebus, gravitatis centri venandi amplissimus adhuc campus, quem jure merito ei percurrendum

rendum relinquimus, qui plurimum adhuc magnitudinum de quibus nemo haecenus centra gravitatis determinavit sensim edenda. Prosequar ergo ea sequenti capite quæ methodus requirit, & de quibus similiter nemo haecenus: & Lectorem interim ad modum mechanicum ablego, Capite duodecimo afferendum.

## CAPUT X.

## DE CENTRO GRAVITATIS PERIMETRORUM EORUM, QUI CORPORA CIRCUMDANT.

**S**I tractatio hæc parum ad rem nostram faciet, quippe quæ centra gravitatis offerat, quorum usus fortassis exiguus aut nullus omnino apud nos futurus sit: quia tamen & methodus hæcenus instituta, ordoque quem tenuimus, id & requirere, & ansam alijs ad suppellectilem geometricam inde multiplicandam præbare posse videatur; idcirco sicut eam omnino præterire nolimus, ita relictis quibusdam scrupulositatibus geometricis paucissimis ab ea nos expediemus. Tripliciter autem accipi potest Perimeter corporum, latè sumpto vocabulo. Circumdatur enim corpus & punctis, & lineis, & superficiebus. Aliqua corpora videlicet ab omnibus: ut Pyramis. Aliqua punctis tantum & unica superficie; quale est corpus quod describitur ex circumactu segmenti circularis, circa suam basim: qualia sunt corpora quæ Figura ultima pag. 87. exhibet, & duo puncta A & C denotant. Sunt etiam aliqua corpora quæ unico puncto, unica linea & duabus superficiebus constant, ut est Conus. Aliqua deinde quæ nullum admittunt punctum, sed linea tantum aut lineis, & superficiebus constant: ut est hemisphaerium & Cylindrus. Aliqua denique & puncta & lineas excludunt unica superficie comprehensa: ut Sphæra, & Spheroides, &c. Nos ergo missa nunc facimus ea quæ spectant ad puncta & lineas, & de ijs tantum perimetris qui superficiebus constant brevissimè, ut diximus, agemus.

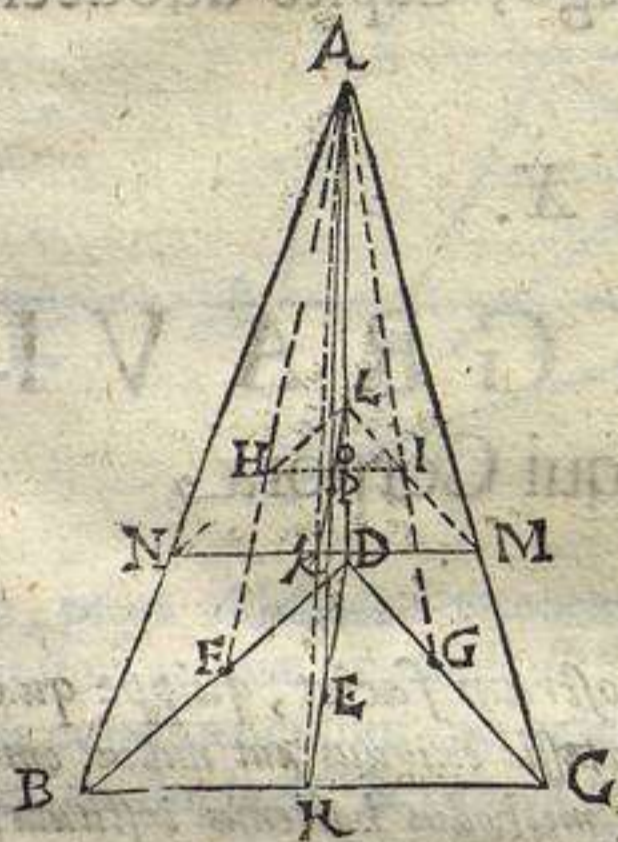
## PROPOSITIO I.

*Perimetri Pyramidum centrum gravitatis indagare.*

**P**ER centrum gravitatis unius triangularum, quæ & Pyramidem propositam continent, & in eodem verticis puncto conveniunt, ducatur planum basi Pyramidis parallelum; & Figuræ illius quæ ex communibus sectionibus dictorum triangularum cum hoc plano nascitur, quæ quidem prædictæ basi similis similiterque posita erit, inquiratur gravitatis centrum, prout supra capite quarto docuimus; ita tamen ut loco linearum seu laterum eorum quæ Figuram terminant, assumantur ea triangula in quibus ipsa latera sita sunt.

Hoc

Hoc enim centrum, est centrum gravitatis perimetri Pyramidis propositæ, basi excepta. Quod si recta quæ centrum hoc, cum centro basis, ex doctrina capituli octavi invento, conjungit, ita dividatur, ut pars quæ in centro basis terminatur, sit ad reliquam, ut superficies omnes simul sumptæ, quæ in vertice pyramidis coeunt, ad superficiem basis, erit divisionis punctum centrum gravitatis perimetri totius Pyramidis propositæ.



Est data Pyramis Triangularis, exempli gratia  $ABCD$ , tribus triangulis  $ABC$ ,  $ABD$ ,  $ADC$ ; supra basim  $BDC$  constitutis, comprehensa. Invento igitur [ex cap. 8. hujus] centro gravitatis  $H$ , trianguli alicujus ex prædictis, verbi gratia trianguli  $ABD$ , ducatur per ipsum ipsi  $BD$  parallela recta  $NL$ , & in triangulo  $ABC$  per punctum commune  $N$ , agatur ipsi  $AC$  parallela  $NM$ ; erit planum ductum per duas rectas  $LN$ ,  $NM$ , parallelum basi  $BDC$  [ex 15. undecimi Elementorum] ac proinde etiam ducta recta  $LM$ , ipsi  $DC$  parallela erit, & [ex 10. undecimi] totum triangulum  $NLM$ , toti triangulo seu basi  $BDC$  simile erit, similiterque positum. Hujus ergo trianguli  $NLM$ , si inveniatur [ex doctrina cap. 4.] centrum perimetri, (hoc est loco lateris  $NL$  assumendo triangulum  $ABD$ , & loco lateris  $LM$ , triangulum  $ADC$ , & denique loco lateris  $NM$ , accipiendo triangulum  $ABC$ ), nimirum puncto  $P$ ; erit id centrum gravitatis commune trium triangulorum eorum, quæ in vertice  $A$  conveniunt. Quare si recta  $PE$ , quæ centrum hoc cum puncto  $E$ , centro gravitatis ipsius basis conjungit, dividatur ut diximus, erit punctum divisionis centrum gravitatis totius perimetri Pyramidis datæ. Quod faciendum erat.

Nam hoc ultimum constat [ex 6. vel 7. propos. cap. 2. hujus,] & reliqua sic ostenduntur. Ductæ rectæ  $AF$ ,  $AG$ ,  $AK$  ad bisectiones basium  $BD$ ,  $DC$ ,  $CB$ , secantur à plano  $NLM$  in punctis  $H$ ,  $I$ ,  $k$  centrâ gravitatis triangulorum  $ADB$ ,  $ADC$ ,  $ABC$ ; in  $H$  quidem ex constructione, in reliquis verò ex consequenti: cum omnes lineæ ex vertice  $A$ , in bases  $BD$ ,  $DC$ ,  $CB$  demissæ proportionaliter secantur; quia contigua triangula semper unum latus habent commune; ut triangula  $ABD$ ,  $ADC$ , habent commune latus  $AD$ . Quare cum sit in triangulo  $ABD$ , ut  $AH$  ad  $HF$ , ita  $AL$  ad  $LD$ ; & ut  $AL$  ad  $LD$ , in triangulo  $ADC$ , ita  $AI$  ad  $IG$ ; ergo ex æquo est, ut  $AH$  ad  $HF$ , ita  $AI$  ad  $IG$ ; & sic de cæteris. Igitur si bina centra  $H$  &  $I$  jungantur, & fiat ut triangulum  $ABD$ , ad triangulum  $ADC$ ; ita recta  $IO$ , ad  $OH$ , erit punctum  $O$ , commune centrum gravitatis utrorumque dictorum triangulorum: Deinde ut hæc duo triangula simul ad tertium, ita  $kP$  ad  $PO$ ; erit  $P$  punctum commune centrum gravitatis trium triangulorum, &c. Quod erat ostendendum.

### C O R O L L A R I U M I.

EX his manifestum est eodem planè modo & haberi, & ostendi posse inventionem centri gravitatis, perimetri cujusvis Pyramidis, quorumcunque laterum seu

seu triangulorum, tam quoad multitudinem, quam quoad qualitatem: hoc est, ut sit basis quæcunque figura rectis lineis contenta, & axis pyramidis sit ad eam, vel rectus, vel obliquus.

## COROLLARIUM II.

**D**Educitur secundò compendium pro ijs pyramidibus, quarum bases sunt figuræ polygonæ, quas regulares vocant. Nam ut habeatur centrum gravitatis perimetri illarum, basi excepta, alia re opus non est, quam ut axis earundem ita dividatur, ut pars ad verticem sit ad reliquam dupla; punctum quippe divisionis exhibet centrum gravitatis quæsitum. Centrum enim figuræ per quod axis transit, tam basis, quam illius plani paralleli, de quo supra in demonstratione, est centrum etiam gravitatis, tam plani, quam perimetri, ut alibi ostendimus.

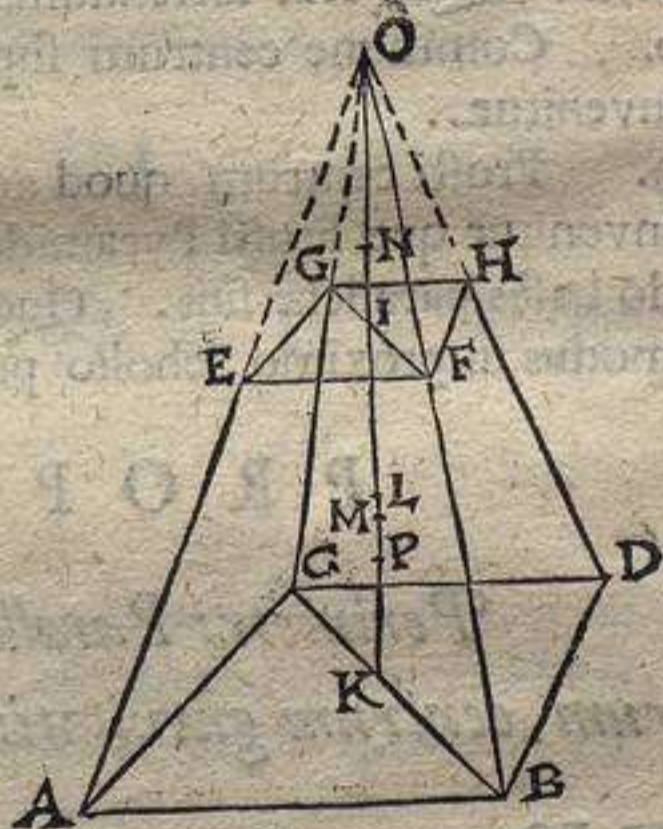
## COROLLARIUM III.

**E**X quo ulterius sequitur in ijs pyramidibus, quibus bases sunt figuræ regulares laterum numero parium, centrum gravitatis trianguli per axem, esse etiam centrum perimetri pyramidis, basi tamen excepta.

## PROPOSITIO II.

*Dato Frusto Pyramidali, centrum gravitatis perimetri ipsius invenire.*

**D**atum sit Frustum Pyramidis inter bases regulares & parallelas  $ABCD$ , &  $EFGH$ , & quatuor Trapezia  $AEFB$ ,  $BFHD$ ,  $DHC$ ,  $G, CGEA$  constitutum. Oportet harum superficierum commune centrum gravitatis invenire. Sit ductum planum quodvis perpendicularitè per puncta  $K$  &  $I$ , centra videlicet basium, ut habeatur ex communibus sectionibus Trapezium quoddam, binarum rectarum parallelarum, quale est exempli gratia trapezium  $CBFG$ . Hujus inquiretur [ex cap. 8. hujus] centrum gravitatis  $L$ , eritque id centrum illud, quod hic inquirendum proponitur; quatuor nimirum trapeziorum, non autem basium, Est enim trapezium illud  $CBFG$  pars trianguli  $OCB$ , per axem  $OK$ , si pyramis



perficiatur, in cuius trianguli unico puncto, [ex Coroll. 3. proxime precedentis propositionis,] & ipsius trianguli, & perimetri pyramidis, basibus exceptis, centrum gravitatis consistit. Quare cum sit ut triangulum  $OGF$ , ad trapezium  $GFBC$ , ita perimeter seu quatuor triangula  $OEF$ ,  $OFH$ ,  $OHG$ ,  $OGE$ , ad quatuor trapezia, frustum datum circumdantia; erit etiam eadem ratio de centrīs gravitatis illorum, &c. Quare punctum  $L$ , & Trapezij  $GB$ , & quatuor circumstantium trapeziorum, hoc est, perimetri dati frusti basibus exceptis, centrum gravitatis est. Quod erat faciendum.

Superfluum esset ostendere jam, qua ratione huic perimetro & utri-  
que basi commune centrum investigetur, cum hoc in similibus sæpius fa-  
ctum sit.

## S C H O L I U M.

**P**ro frustis quorum bases sunt irregulares, & non parallela, hoc loco nihil singula-  
re proponendum duxi. Perficienda enim est Pyramis, & utriusque tam majoris  
quam minoris, inveniendum centrum gravitatis, ut propositione præcedente docui-  
mus, & ex his per propositionem 8. capituli 2. centrum gravitatis perimetri, qui fru-  
stum circumdat; ut in similibus jam supra præscripsimus.

## P R O P O S I T I O III.

*Perimetri Coni, Conicique Frusti, centrum gravitatis in-  
dagare.*

1. **A**Xis Coni dividatur ita, ut pars verticem respiciens sit ad reliquam  
dupla. Dico punctum divisionis esse centrum gravitatis perimetri seu  
superficieci conicæ, basi videlicet excepta. Cono enim inscribi potest pyra-  
mis cujus basis sit figura regularis, quæ pyramis à Cono deficiat minori soli-  
do, quantacunque magnitudine proposita, cujus perimetri centrum axim  
eo modo quo diximus dividit, [ ex Corollario 2. propositionis proxime præce-  
dentis ]. Ergo illud centrum etiam est gravitatis perimetri, seu superficieci co-  
nicæ. Quod erat faciendum.
2. Commune centrum superficieci conicæ & basi, ex sæpe dictis facile  
invenitur.
3. Frusti centrum, quod ad perimetrum conicum spectet, eodem modo  
invenitur quo Frusti Pyramidalis, ut in proxima propositione docuimus: mo-  
do bases parallelae sint. Quod si bases parallelae non fuerint, servandus est  
modus in proximo Scholio præscriptus. Ratio constat ex supradictis.

## P R O P O S I T I O IV.

*Perimetri Parallelepipedorum, Prismatum, & Cylindro-  
rum, centrum gravitatis dare.*

**R**ecta quæ centra gravitatis basium conjungit dividatur bifariam. Dico  
punctum sectionis hujus, esse centrum gravitatis perimetri totius corporis  
propositi. Res cum tam ex se, quam ex ijs, quæ ex hæcenus dictis dedu-  
cuntur, clara sit, alia demonstratione opus non habet. Factum ergo quod  
propositum est.

## P R O P O S I T I O V.

*Centrum gravitatis perimetri cujusvis portionis, & fru-  
sti Sphære, Sphæroidis, & Conoidis Parabolici, ostendere.*



**C**entrum gravitatis totius Sphæræ, & Sphæroidis superficiei, cum sit ipsum Sphæræ, Sphæroidisq; centrum, de portionibus tantum ac frustis dicendum erit.

Per centrum basis & verticem portionis, hoc est, per axem ducatur quodvis planum, eritque figura ex communibus sectionibus nata, in Sphærica portione quidem, segmentum circuli; in Sphæroidica vero segmentum Ellipsis, & in Conoidis Parabolici, Parabola. Hujus ergo segmenti seu parabolæ, inquiratur ex capite præcedente centrum gravitatis. Dico illud idem esse etiam centrum gravitatis perimetri portionis propositæ, basi excepta.

2. Idem dico de perimetro frusti Sphærici seu Sphæroidici, vel Conoidici, planum enim ductum per centra basium parallelarum, seu per axem, generat frustum circulare vel ellipticum, vel conoidicum, cujus centrum gravitatis ex capite proxime præcedenti inventum, est etiam centrum gravitatis propositæ superficiei sphæricæ, seu sphæroidicæ, vel conoidicæ dati Frusti, exceptis basibus. Factum ergo quod propositum est.

3. Possent hæc ostendi per inscriptionem & circumscriptionem superficierum conicarum, &c. nos autem, ut initio hujus capituli monuimus, ab his consulto abstinemus, propter causas ibidem allatas. Interim tamen donec Libro secundo aliqua huc spectantia afferamus, dubitanti satis faciat similitudo quæ est cum hisce, & conicis superficieribus. Nam sicuti Conicæ superficiei centrum gravitatis est idem quod est trianguli, seu (in frusto) trapezij per axem ducti: ita hic eodem modo centrum gravitatis superficiei portionis Sphæricæ, Sphæroidicæ, & Conoidicæ, seu Frusti, etiam est centrum gravitatis segmenti seu trapezij per axem ducti, basibus tamen utrobique exceptis.

## CAPUT XI.

DE CENTRO GRAVITATIS  
Corporum.

**E**d & hæc, quæ hoc loco ex alijs adducemus (nam pauca nova hoc capite comparebunt) magis ad plenitudinem Tractatus, quam ad nostrum institutum, ut Libro sequenti patebit, spectant. Nimirum ut Lector omnia simul habeat, quæ ad tractationem de Inventionem centri gravitatis pertinent; quantum videlicet in hanc usque diem scire licuit, & res ipsa proponenda pluribus, ut brevitati consulatur, non indignit. Nam hæc de causa exhibebimus praxim tantum, & constructionem Problematum; Lectorem speculativum ad ipsos Auctores, quos fideliter citabimus; pro demonstratione ablegantes.

## PROPOSITIO I.

Cujusvis Corporis ordinati centrum gravitatis explorare.

R 2

Cor-



Corpora absolute regularia recensentur à Geomettis quinque tantum: nos ordinata & hæc, & alia vocamus, quæ utcumque Sphæræ inscribuntur, & cum ea idem centrum magnitudinis seu Figuræ obtinent, quorum etiam si non omnia, saltem aliqua, ea nimirum quæ ex prædictis quinque ortum ducunt, *aucta & imminuta* dicuntur. Horum autem omnium centrum Figuræ, seu Sphæræ, est etiam centrum gravitatis: ergo illo habito, habebitur & hoc. Quod erat faciendum.

*Stevinus propositione 14.*

## PROPOSITIO II.

*Cujuslibet Parallelepipedi, Prismatis, & Cylindri, centrum gravitatis monstrare.*

Inveniatur axis medium dati corporis; hoc enim est centrum gravitatis ipsius.

*Demonstratur à Stevinio de Prismate, & consequenter etiam de Parallelepipedo, propos. 15. A Luca Valerio libri 1. propos. 25, 33, 34, 41. A Federico Commandino propos. 8. de centro gravitatis solidorum.*

## PROPOSITIO III.

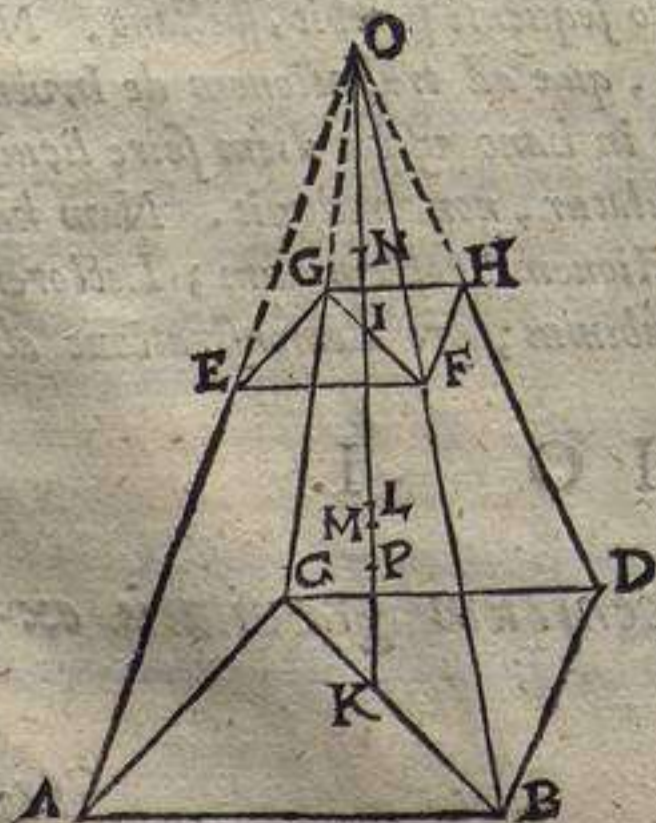
*Dati cujuscvis Pyramidis, & Coni, centrum gravitatis palam facere.*

Axis dati hujusmodi corporis dividatur in quatuor partes æquales, terminus primæ, à base incipiendo, est centrum quæsitum.

*Demonstratur à Commandino propositione 22. Luca Valerio lib. 1. propos. 31, 32, 39. Stevinio propos. 18.*

## PROPOSITIO IV.

*Dati Frusti Pyramidis, ut & Coni, centrum gravitatis eruere.*



Sit datum Frustum Pyramidis  $ADEH$ . Oportet ejus centrum gravitatis indicare. Absolvatur tota Pyramis, & sit ejus axis recta  $OK$ , & ex propositione proximè præcedente, inveniatur utriusque pyramidis, tam majoris  $ADO$ , quam minoris  $EHO$ , centrum gravitatis  $M$  &  $N$ , deinde recta  $NM$  producta dividatur, [juxta Propositionem 8 capitis secundi hujus] ita in puncto  $P$ : ut sit  $MP$  ad  $MN$ , si-

cuti

cuti est Pyramis minor ad Frustrum propositum. Dico punctum P, esse centrum gravitatis Frustrum propositi.

De Frustrum conii, nihil aliud præscribendum est: Perficiendus enim est conus, & reliqua facienda, sicuti de pyramide diximus.

*Alius modus haberi potest ex Fed. Commandino propos. 26. Et Luca Valerio Lib. 1. propos. 35, 36. & 40. & Lib. 3. propos. 25. quæ studio omittimus.*

PROPOSITIO V.

*Centrum gravitatis cujuscunque corporis, planis superficiebus contenti explorare.*

Omnia fiant ad imitationem, propositionis 13. capituli octavi hujus, Nam sicuti ibi figura plana rectilinea resolvitur in sua triangula: ita hinc solidum in suas pyramides distinguendum est, accepto commodo aliquo puncto pro communi vertice, aut pluribus etiam punctis; Deinde duarum, pluriumque inveniatur centrum gravitatis commune, donec corpus propositum exhauriatur totum, &c.

*Constat ex dictis tam hic & alibi, quam ex ijs quæ habet Stevinus propos. 27.*

PROPOSITIO VI.

*Conoidis Parabolici centrum gravitatis determinare.*

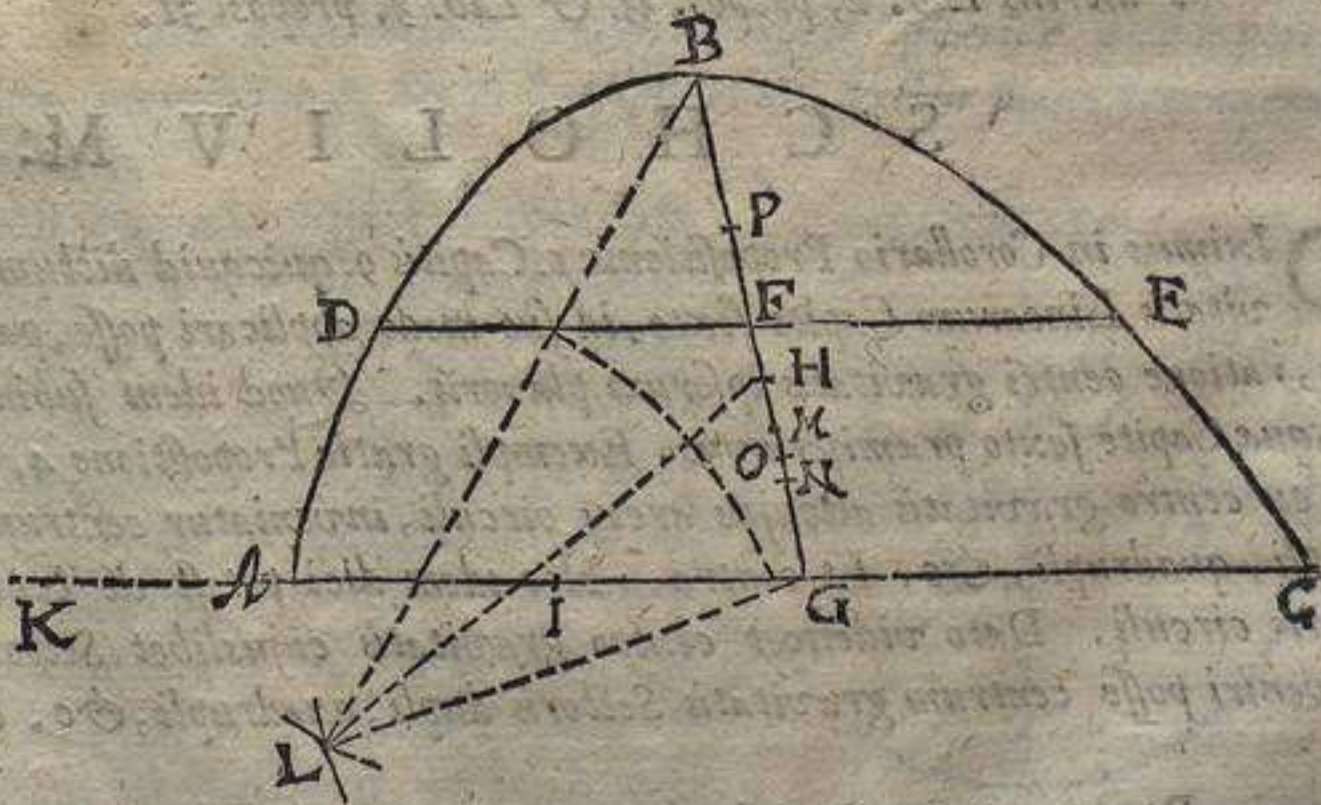
Dati Conoidis axis divisus in tres partes æquales, relinquat duas versus verticem, & vnam ad basim, punctum hujus divisionis quæsitum centrum gravitatis determinat. Quod erat faciendum.

*Demonstratur à Commandino propos. 29. Et à Valerio Libri 2. propos. 41.*

PROPOSITIO VII.

*Frustrum Conoidis Parabolici centrum gravitatis invenire.*

Esto Frustrum conoidis parabolici *ADEC*, cujus axis *FG*, diameter basis majoris *AC*, minoris *DE*. Oportet centrum gravitatis ipsius assignare. Fiat ut triplū circuli diametri *AC*, vnā cum triplo circuli diametri *DE*,



adduplum circuli  $DE$ , vnà cum circulo  $AC$ , ita recta  $FG$ , ad aliam, quæ sit  $GN$ . Dico punctum  $N$  esse centrum gravitatis Fruſti propoſiti. Quod erat faciendum.

*Conſtat ex propoſ. 42. Libri ſecundi de centro gravitatis ſolidorum Lucae Valerij.*

## S C H O L I V M.

**I**ngenioſè hæc Lucas Valerius: nam ex ijs quæ habet Fed. Commandinus propoſitione 31, quæ eſt vltima Tractatus ipſius de centro gravitatis ſolidorum, difficilius eruitur modus. Superaddit autem idem Valerius aliquot Theoremata, quæ ad inventionem centri gravitatis & Conoidis Hyperbolici, & ejus Fruſti ſpectant: ſed quia paucis ad praxin reduci non poſſunt, ſatis nobis erit indicaffe, unde & praxis & Theoria doctrina accipienda ſit. Sunt autem Libri ſecundi propoſitiones 43 & 45, Libri tertij propoſitio 39, & in Appendice propoſitio 7. Non poſſum autem non adijcere particulam ſaltem eorum, quæ primus adinvenit idem Valerius, de centro gravitatis portionum Sphæræ, ad perpetuam viri hujus, mihi de facie olim noti, memoriam, à tota poſteritate cum laude celebrandam: Et eſt determinatio centri gravitatis Hemisphærij. De reliquis portionibus tam majoribus & minoribus, quam fruſtis diverſis, videat Lector ipſos Valerij libros. videlicet Libri ſecundi propoſitiones 34, 35, 36, 38, 39, 40, & libri tertij propoſitiones 32, 33, 34, 35, 36.

## P R O P O S I T I O V I I I.

*Centrum gravitatis Hemisphærij indicare.*

**A**Xis dividatur in 8 partes æquales, punctum quod partes quinque deorſum à vertice, vel tres à baſe ſurſum determinat, eſt centrum gravitatis quaſitum.

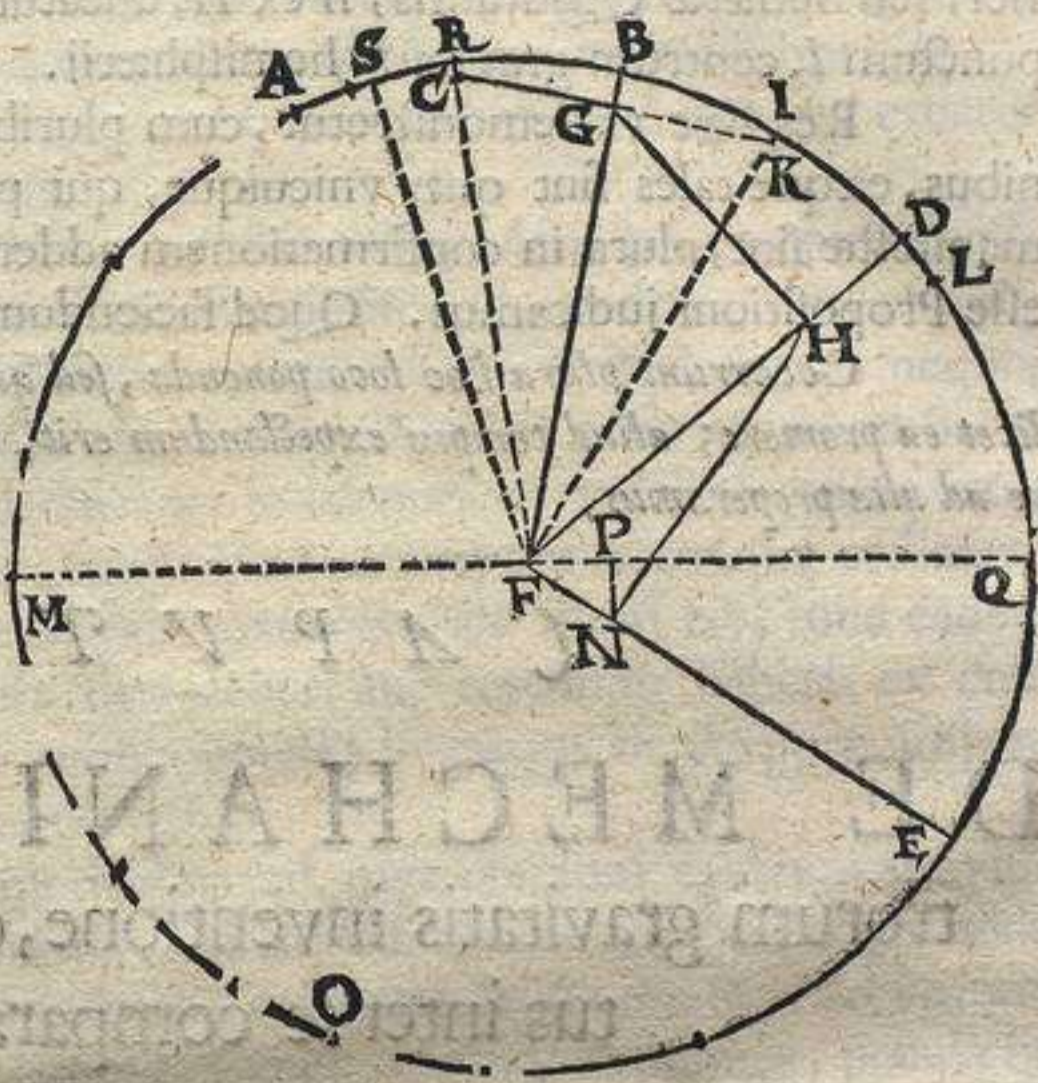
*Valerius Lib. 2, propoſ. 33. & Lib. 3, propoſ. 31.*

## S C H O L I V M.

**D**iximus in Corollario Propoſitionis 1. Capitis 9. quicquid dictum ſit de Centro gravitatis Linearum Capite ſexto, id ſuo modo applicari poſſe, partibus circuli planis, ratione centri gravitatis ipſorum planorū. Quod idem ſubintelligendū fuit de ijs, quæ Capite ſexto præmiſeramus. Exempli gratia Propoſitione 4. ponitur, qua ratione ex centro gravitatis alicujus arcus circuli, inveniatur centrum gravitatis arcus dupli, quadrupli, &c. Et contra. Hoc idem dici poſteſt de centro gravitatis Sectoris circuli. Dato videlicet centro gravitatis cujuſlibet Sectoris circuli, ex eo inveniri poſſe centrum gravitatis Sectoris dupli, quadrupli, &c. & contra.

Ponatur enim in Schemate illius Propoſitionis, quod hic repetimus,  
pun-

punctum  $G$  esse centrum gravitatis Sectoris  $FR I$ : erit punctum  $H$  centrum Sectoris dupli, &c. Quare quicquid ibi dictum est de penetratione, & multiplicatione arcuum tanquam linearum, dici potest etiam de multiplicatione Sectorum, tanquam superficierum seu planorum, quantum spectat ad gravitatem. Immo rem totam accommodare licet etiam Corporibus, atque Sectoribus Sphæricis. Habito nimirum ex hac Propositione centro gravitatis hemisphærij, qui est Primus qui fieri vnica sectione potest, Sector Sphæricus. Placet tamen vniversaliter rem ipsam proponere.

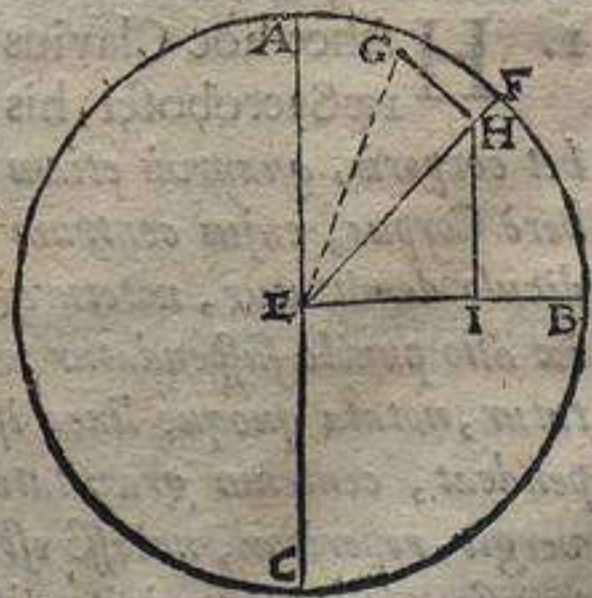


## PROPOSITIO IX.

*Dato Centro gravitatis Sectoris Sphærici, invenire Centrum gravitatis Sectoris dupli, quadrupli, octupli, &c. Item subdupli, subquadrupli, & sic deinceps in proportione subdupla; & hoc in infinitum: in proportione dupla quidem, usque ad complendam & variè multiplicandam Sphæram; in subdupla verò per continuas bisectiones.*

**S**ectorem Sphære vocamus Solidum, quod continetur binis semicircularibus planis diametris suis, in axe Sphære coëuntibus, eaque superficie Sphærica, quæ à peripherijs semicircularum intercipitur. Sic si hemisphærium secetur plano per axem, sunt duo Sectors Sphærici.

Esto exempli gratia in adjecta figura hemisphærium  $AFBCEA$ , hoc est, semicirculus  $ABC$ , sit sectio plani per axem  $EB$ , & communis huius plani, & basis hemisphærij sectio, sit recta  $AEC$ : & sit jam punctum  $I$ , centrum gravitatis hemisphærij. Dico perpendicularem ad  $EB$ , ex puncto  $I$  versus  $EF$  ductam, eandem  $E$   $F$ , ad medium punctum arcus  $AFB$ , ex centro  $E$  protractam, secare in puncto  $H$ , centro gravitatis Sectoris Sphærici, qui est medietas totius hemisphærij. Et contra, Dato centro gravitatis  $H$ , hujuscemodi Sectoris Sphæ-



rici,

rici, seu Sphaerae Quadrantis, si ex *H*, ducatur perpendicularis ad *EB*, erit punctum *I*. centrum gravitatis hemisphaerij.

Res haec ut demonstretur, cum pluribus indigeat verbis, quam rationibus, eaque tales sint quae unicuique, qui praecedentia intellexit, obviae ac manifestae sint; plura in confirmationem addere noluimus. Et sic satisfactum esse Propositioni iudicamus. Quod faciendum erat.

*Occurrunt plura hoc loco ponenda, sed quia per alias occupationes jam non licet ea promere; aliud tempus expectandum erit, aliaque occasio arripienda. Quare ad alia properamus,*

## C A P V T XII.

# DE MECHANICA CENTRORUM gravitatis inventionem, eorundemque positus inter se comparationem.



*U*t hoc Capite proposituri sumus, videntur hunc tanquam propriè sibi debitum & asservatum locum exposcere. Tam commode namque alibi tractari non poterant; certè cum alijs commisceri non debuerant. Comparatio autem centrorum gravitatis ultimam omnino se- dem sibi vindicat: inter se enim comparari non possunt, nisi prius existant. Eam verò indicamus potius quam tractamus: eo quod multa multarum magnitudinum gravitatis centra nobis adhuc desint; quae quando, ut bene speramus, ab ipsis qui ea promiserunt, nacti fuerimus, tunc demum dicta comparatio perfectionem suam assequi poterit. Subijcimus denique coronidis loco Dissertationem quandam, de mutatione centri gravitatis Globi Terreni, ejusdemque inde consequentis motu: rem videlicet à praemissa materia minimè abhorrentem.

## P R O P O S I T I O I.

*Cujuscunque Corporis centrum gravitatis mechanicè indagare.*

I. **H**abet hoc Clavius noster in Commentarijs, in primum Caput Sphaerae Sacrobosci, his verbis: Cognoscitur autem centrum gravitatis cujuslibet corporis, quamvis etiam irregularis & difformis, hac ratione. Suspendatur liberè Corpus, cujus centrum investigatur, & à suspensionis signo, filum cum perpendiculo demittatur, noteturque linea, quam filum in corpore designat: deinde rursus ex alio puncto suspendatur idem corpus, à quo rursus filum cum perpendiculo demittatur, notata quoque linea ipsius fili in corpore. Quoniam igitur utcunque corpus pendeat, centrum gravitatis in linea illa perpendiculari, quae ad centrum mundi vergit, reperitur, necesse est, utramque perpendicularem per gravitatis centrum transire. Punctum igitur illud corporis, in quo se intersecant duae illae lineae perpendiculares, centrum gravitatis indicabit. Haec ille. Ad quae rectè practicanda & intelligenda aliqua notanda sunt.

2. Et primò quidem vt punctum illud accuratius & certius indagetur, operatio sæpius repeti debet, & dictæ perpendicularium interfectiones, in diversis propositi solidi partibus notari, vt ex ijs omnibus tandem idem eruatur gravitatis centrum quòd quæritur.

Secundò. Aliquod ex his interfectionum punctis potest quidem esse quæsitum gravitatis centrum, sed non nisi rarissimè id accidet. Quando autem id intra ipsam corporis soliditatem existit, deforis certe designari nequit: possunt tamen interfectiones dictæ esse indicia, vbi nam centrum situm sit, vt id veniamur aliquando per conjecturam; in corporibus videlicet valde irregularibus; aliquando verò certò, cum nimirum corpora vtcunque ordinata sunt. Quando vero centrum gravitatis extra corpus situm est, tunc eadem quidem evenient; sed conjectura fieri debet, aut certitudo haberi, ex concursu, (si quidem is datur, aut conijci potest) linearum in corpore suspenso signatarum, & ultra id protractarum.

3. Est & alia ratio, & commodissima ad inveniendum centrum gravitatis eorum solidorum, quæ instar laminæ latitudinem ac longitudinem notabiliter plus extendunt, minori videlicet existente profunditate. Eo vtuntur argentarij quando ex crassiori lamina, figuræ vtcunque rotundæ, pocula fabricant: Nam vt æqualiter, & æqualis ponderis partes ex medio, per malleum vndique protrudant, centrum gravitatis, saltem in superficie, prius inquirunt, hoc modo. Cælum seu instrumentum ferreum *ABC*, quo supra caput seu partem superiorem *A*, mallei percussione altero extremo seu acutiore parte *C*, puncti signum, pro quavis re, imprimere solent, ita erigunt, vt punctum illud *C* recta sursum tendat, & caput *A* solido alicui corpori innitatur; huic puncto *C* superimponunt laminam illam *CE*, cuius centrum conantur investigare, & tentando tam diu hinc inde movent, donec ipsa ad nullam partem magis inclinaret, sed supra punctum illud *C* quasi quiescat, quam mox supra idem punctum malleo percutiunt, ita vt acuta illa pars cæli, laminæ sursum versus punctum imprimat, quo postea pro centro gravitatis in fabrica operis vtantur.



3. Quod si loco cæli adhibeatur culter, & lamina parti acutiore superimponatur, & hinc inde moveatur, donec supra illam vtcunque quiescat; habebitur linea in qua punctum quod quæritur necessario existere debet. Quare si alia talis linea, per eundem modum inventa, in lamina notetur, habebitur in communi sectione punctum ipsum quæsitum.

## PROPOSITIO II.

*Cujuscunque Superficie plane centrum gravitatis mechanicè venarij.*

Proponimus hoc loco investigare centrum gravitatis planorum quorūcunq; & cuiuscunq; tandem figuræ ea sint, claudanturq; lineis quibusvis, sive rectis  
sive,

sive mixtis. Sumatur ex metallo Lamina bene complanata, æqualis vbiq̃ue spissitudinis, quales sunt istæ, quæ non malleo, sed per certas & æquales rimas ducuntur, eaque induatur figura tali, qualem desideras, & cum illa iuxta præscriptum propositionis præcedentis mechanicum tuū artificium exerceas; punctum enim quod hisce modis sese offert, centrum gravitatis plani seu figuræ adhibitæ indicat. Talis namque Lamina est prisma aliquod, cujus bases sunt vtræque facies laminæ, & spissitudo illius, est prismatis altitudo. Quare si in vtraque facie centrum gravitatis aliquo ex præmissis modis inveniatur, erit linea recta per illa ducta, axis propositi prismatis, de quo a libi demonstratur quod per centra gravitatis basium transeat.

2. Sed quid si figura esset talis, quæ in se non contineret centrum, sed id extra figuram situm esset, ita vt modus Propositione prima Numero 3. præscriptus locum non habeat? Tunc adhibendus solus ille, quem in eadem Propositione proxima Numero 4. indicavimus, aut certè Clavianus initio eiusdem propositionis allatus, in auxilium vocandus; qui quidem accuratus etiam est, modo artificium corpus aut laminam suspendendi difficultatem alicui imperito non afferat. Inventis autem vno aut plurium dictorum modorum, duabus tribusve lineis in lamina notatis, ea chartæ aut tabellæ, cera vel alia re, affigatur seu agglutinetur, & lineæ dictæ supra illam chartam vel tabellam vltra laminam producantur, donec concurrant, punctum enim concursus erit id, quod tanquam centrum gravitatis dati plani, vel etiam corporis, suo modo intelligendum, inquirebatur.

3. De centro gravitatis mechanicè indagando pro superficiebus non planis, aut mixtis, aut planis pluribus variè dispositis, &c, hic nihil præscribo, ei qui vltèrius progredi cupit satisfacere poterunt ea, quæ hac & proximè præcedenti propositione attulimus.

### PROPOSITIO III.

*Centrum gravitatis Linearum quarumcunque mechanicè conijcere.*

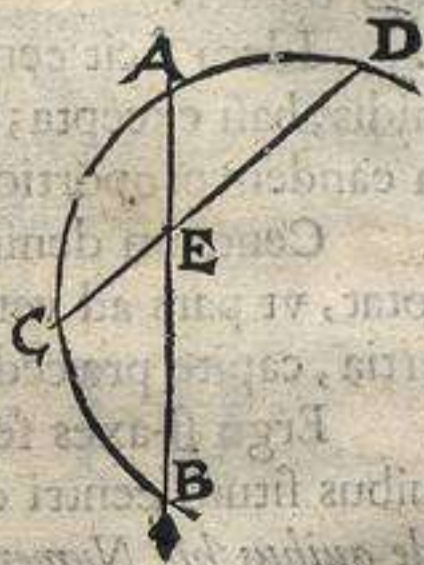
1. **D**E centro gravitatis linearum rectarum hoc loco opus non est quicquam dicere, cum medium illarum quod unicuique notum est, contineat prædictum centrum, vt in præcedentibus, suis locis ostendimus; nisi plures tales velimus conjungere, eorundemque situm diversimode variare; & tunc complexio illa rectarum est aliunde, ab hac tamen etiam propositione centrum sua gravitatis, & petere & accipere potest.

2. Assume ergo tibi filum ex metallo, ferro nimirum, cupro, &c, tenue, quod ad imitationem tuæ lineæ, cujus centrum gravitatis quæris, flecte, reflecte, inflecte, sive rectè, sive curvè, sive mixtim, prout ad propositum tuum tibi placitum fuerit; ita tamen vt omnis filii longitudo, quomodocunque inflexa aut retorta, in vno eodemque semper jaceat plano: de his enim solum loquor lineis, quippe quæ solæ pro secundo Libro nobis vsui esse poterunt. Formatum hoc ad libitum tuum metallinum filum suspende ita, vt supra [propositione prima ex Clavio] præscripsimus, & signa duo à filo perpendiculi signata,



gnata, tanquam sibi correspondentia primò nota. Idem facies, mutato loco suspensionis, secundo aut tertio, & tandem correspondentia puncta rectis lineis junge, eò modo quem supra etiam [ *propos. 2. hujus, Numero 2.* ] attulimus: harum enim linearum intersectio, quæsitum centrum gravitatis mechanicè & proximè exhibet.

3. Exempli gratia sit filum metallinum circulariter intortum  $DACB$ , quod sit primò ex puncto  $A$  suspensum, & ex eodem, per filum aliud pendens, duo puncta signata & notata  $A$  &  $B$ . Deinde suspendatur secundo ex alio puncto  $D$ , & signentur alia duo puncta, in quibus metallum à filo perpendiculi notam accepit, quæ sint  $D$  &  $C$ . Juncta tandem correspondentia sibi puncta, per rectas  $AB$  &  $DC$ , mutua sui intersectione in puncto  $E$ , centrum gravitatis lineæ seu fili propositi quam proximè indicat.



## S C H O L I U M.

1. **I**nventio hæc centri gravitatis linearum etsi tam accuratâ non sit, atque est eâ quæ ratione superficiærum *propos. 2.* attulimus: filum enim metallinum etsi tenue, ut, quemadmodum corpus aliquod requirit pondus ut suspendi & gravitare possit, ita ea ipsa ponderosa qualis qualis soliditas, latitudinem aliquam gignit, quæ naturæ linearum non convenit: ea ipsa tamen latitudo cum exilis & stricta valde sit, non multum nobis in hac re facesset negocium; perito enim artifici facile erit judicare de summa rei, eique satis accurate licebit centrum quod querit gravitatis, lineæ hac ratione non gravitantis, assignare.
2. Possent præterea, is qui præcedentes tres propositiones ad praxim aliquoties reduxisset, dubio procul plura quæ ad facilitatem praxis, ad præcisionem geometricam, ad præcavenda impedimenta, &c, facerent in medium asserre, & ijs quæ nos breviter innuimus multa adjungere. Verum nos qui in his ipsis practicis speculative quasi progressi sumus, ut non negamus esse posse alios, si praxim spectemus, & accuratiores fortassis centrum gravitatis indagandi modos; ita hisce, quos practicè sine praxi attulimus, officio nostro nos satisfacisse, eaque indicasse, quæ & practicis & speculativis possint sufficere, existimamus.

## P R O P O S I T I O I V.

*Situm Centrorum gravitatis Linearum, Superficiærum, & Corporum, quæ triangularem ac pyramidalem figuram constituent, inter se comparare.*

1. **C**entrum gravitatis commune duarum linearum, seu crurum cujusvis trianguli, rectam eam quæ ex vertice per ipsum, ac proinde ad medietatem basis ducitur, bifariam seu in duas partes æquales dividit; ut constat ex prima propositione capitis quarti.
2. Idem facit centrum gravitatis perimetri linearis, cujusvis pyramidis, ex-

cepsis basibus: secatur enim axem in duas partes æquales, quod facile ex eadem propositione deduci potest.

3. Trianguli deinde centrum gravitatis, nimirum prout triangulum est superficies, ductam ex vertice per centrum rectam lineam usque ad basim ita secatur, ut pars ad verticem sit dupla ad reliquam; quod constat ex propos. 3. cap. octavi.

4. Idem facit centrum gravitatis perimetri superficialis cujuscunque pyramidis, basi excepta; id enim lineam, ex vertice per ipsum demissam in basim, in eandem proportionem dirimit.

5. Centrum denique gravitatis cujuslibet Pyramidis, ut & Coni, axem sic notat, ut pars ad verticem, ad reliquam sit tripla; sic habetur propositione tertia, capite præcedenti.

6. Ergo si axes seu lineæ per centrum gravitatis ductæ, penes quas vel in quibus situm centri consideramus, ponantur partium æqualium 12. erit in lineis, [de quibus hic Numero 1. & 2.] pars ad basim talium partium 6. De superficiebus vero loquendo, [ut factum hic Numero 3. & 4.] erit eadem pars axis à base computando earundem partium 4. In corpore vero [ut Numero 5. diximus,] erit eadem pars axis, à base incipiendo atque in centro terminando, distans partium 3. Partes ergo illæ inter se comparatæ sunt 6. 4. 3. quæ est proportionalitas Harmonica: qualis etiam est inter puncta, lineas, & superficies cujusvis cubi, in qua re tamen mutatur ordo, & punctis præeunt lineæ. Cubus enim quilibet constat 12 lineis, 8 punctis, & 6 superficiebus, qui numeri similiter sunt proportionales in proportione Harmonica.

7. Quod si considerare velimus dictorum trium axium proportionem, partium scilicet unius axis seorsum sumpti, verticalis nimirum ad reliquam, easque conferre invicem, inveniemus in axe pro lineis, proportionem æqualitatis; in axe pro superficiebus, proportionem duplam; & in corpore triplam: ita ut denominatores proportionum constituent proportionalitatem Arithmeticam, hoc modo: 1. 2. 3.

## P R O P O S I T I O V.

*Positum centrorum gravitatis Lineæ, & Superficie hemicyclice, atque Soliditatis hemisphærij inter se conferre.*

Hanc si possemus exprimere præcisè numeris, ut proximè fecimus, exprimeremus etiam tam diu desideratam Quadraturam circuli. Sed hic etsi Archimedes velit plura movere, jubet tamen Plato quiescere. Inveniemus autem aliquid. Ponatur semidiameter, radius, seu semiaxis in quo nimirum centrum gravitatis prædictarum trium magnitudinum existit, partium æqualium 1000000, erit ex allatis à nobis capitibus præcedentibus, pars radij quæ à basi incipit, & in centro gravitatis semiperipheriæ circuli desinit, talium partium proximè 636618: ea vero quæ ab eadem basi exit, & in centro gravitatis areæ semicirculi finit, earundem partium 424412 proximè. Et denique similis recta in hemisphærio solido est partium 375000 præcisè. Sed quia priores duo numeri exactè non dantur, nihil de mutua inter se trium ho-

horum numerorum proportionalitate definire licet. Hoc tamen possumus certo asserere, ut, quemadmodum in proximè præcedenti propositione, recta quæ centrum gravitatis pro lineis rectis determinat, ad rectam quæ centrum gravitatis pro superficiebus definit, se habet ut 6 ad 4, sive ut 3 ad 2: ita etiam hæc, & quidem (quantum spectat ad fundamentum ex quo numeri habentur lineas videlicet seu quantitatem continuam) præcisè, recta centrum gravitatis definiens hemiperiphariæ, est ad rectam determinantem centrum gravitatis hemicycli, (prout tanquam superficies accipitur) ut 3 ad 2. Quod hæc obiter notasse superfluum fortassis non fuerit. Sed finitis hæc nostris Lucubrationibus ad Dissertationem, de qua diximus, accedamus.

# DISSERTATIO PHISICOMATHEMATICA

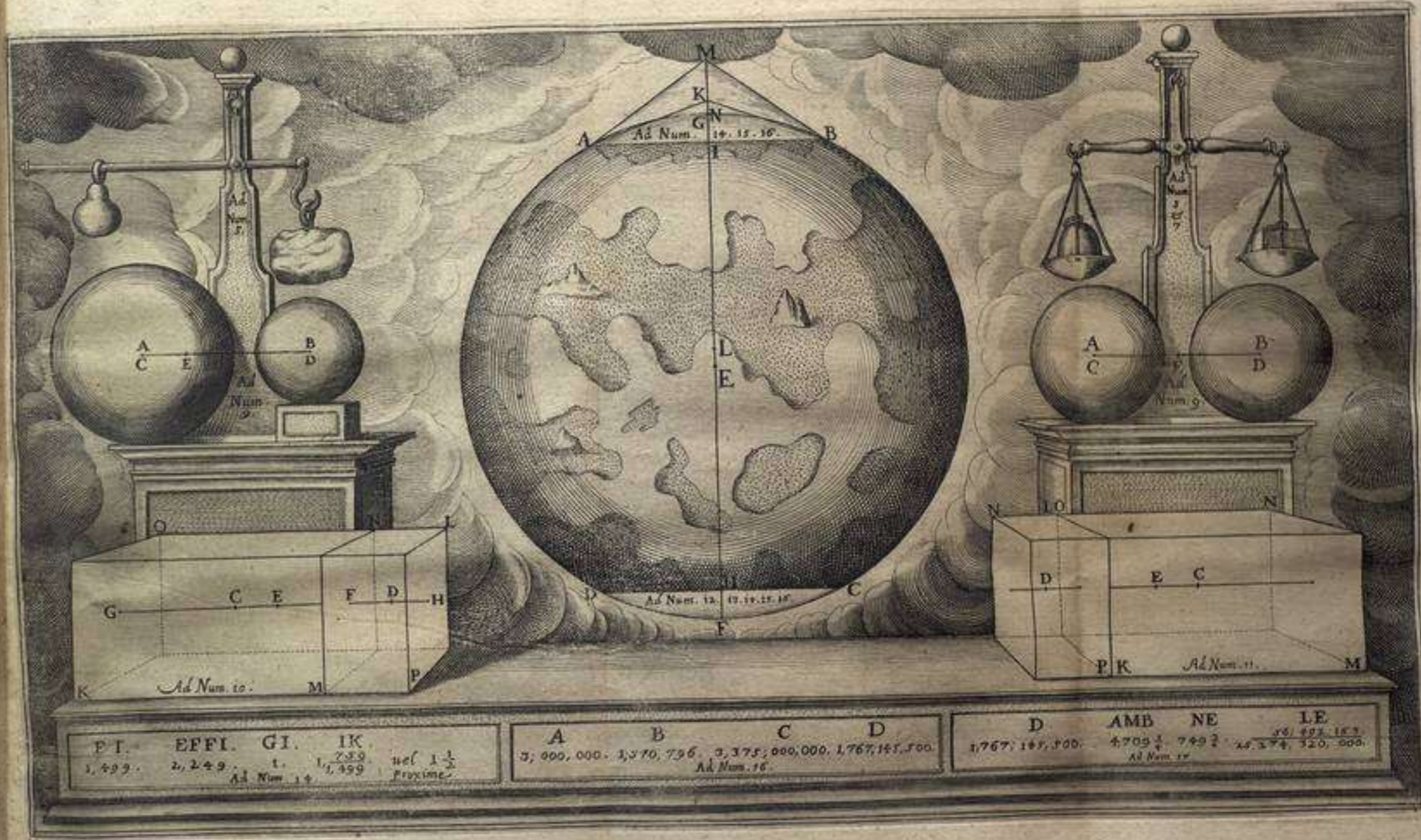
DE  
MOTU TERRÆ, EX MUTA-  
tione Centri gravitatis ipsius, proveniente.



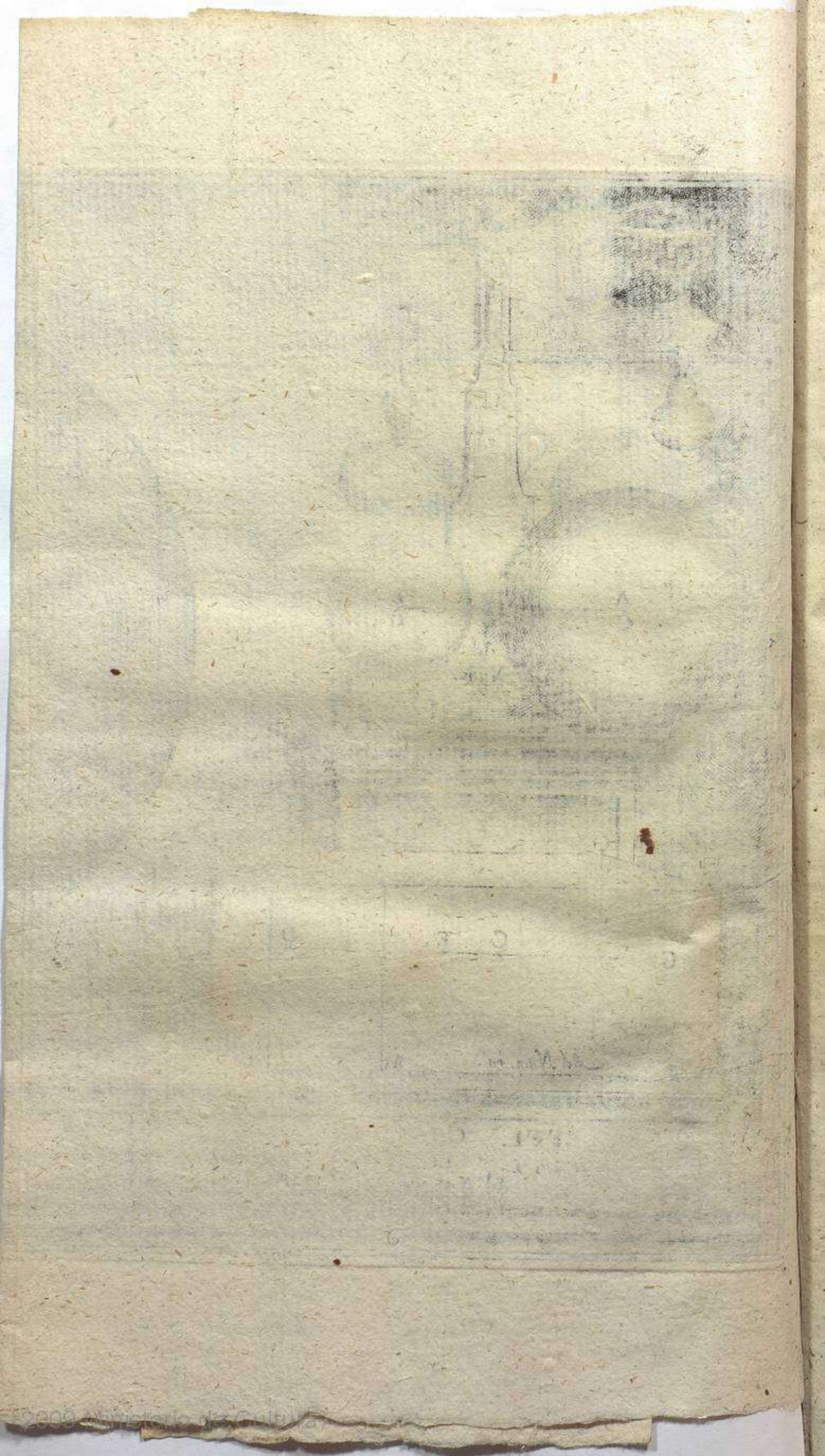
RIA sunt, Auditores, quæ ab antiquis impossibilia factu credebantur: Jovi fulmen, Herculi clavam, Homero carminis palmam eripere: quibus ego quartum addiderim, Terram nimirum, in sese nutibus suis conglobatam, à centro Univerſi dimovere: quod quidem licet quandoque difficilius habitum sit, quam Jovi fulmen, aut Herculi clavam adimere; id enim audax hominum industria, patrum nostrorum ævo, pernicioso tormentorum bellicorum invento, conata est: fuit tamen etiam Archimedes Syracusanus, qui tantum sibi, ac scientiæ Geometricæ tribueret, ut ingentem hanc Terræ molem, pondere suo vnde- quaque in sese connitentem, dimovere loco, sponderet, si modo alibi locus esset, in quo pedem figere, aut consistere posset. Arduum profecto negotium! Audax sponſio ingeniosissimi senis! Cujus vestigijs insistentes nonnulli ex posteris, Problema hoc posuerunt: *Quavis potentiâ, quodvis pondus movere.* hoc est, Datâ quavis, etiam minima virtute, datum quodvis pondus, etiam maximum agitare. Et quamvis adhuc lateat, quo id Archimedes instrumento fieri posse, demonstraret; sunt enim qui velint vecte, sunt qui trochlea, sunt etiam qui certa rotarum sese mordentium compositione, sunt denique qui alijs machinis: omnes sane in eo conveniunt, etiamsi daretur Archimedi citra Terram consistendi locus, fore ut nunquam id ad exitum perduceret; tantum materiæ, tantum operis, tantum temporis, ea machinarum extractio, vsusque, esset absumptura.

2. Ego igitur, cui hodierna luce aliquid è Mathematica dicere constitutum est, neque pedem aliorum efferam, neque illas & factu & usu difficiles machinas adhibebo: docebo nihilominus qua ratione immensa hac Terræ moles moveatur; sæpius motam esse commonstrabo; immo, si rebus gravibus Naturam suam, si suam Geometriæ accuratam libertatem integram intactamque relinquatis, ego ipse eam nullo quasi negotio movebo. Nollem tamen, cum demonstrationibus & rationibus recensendis intentus sum ego, vos interimangi, quasi vero cum ipso, de quo dixi, Terræ motu corrundum nobis esset. Nolo enim Terræ globum cieri motu illo velocissimo, quem nonnulli inducunt, quo circa centrum suum, secundum partes quotidie convertatur; neque illo annuo quo secundum totum, circa Solem; talem enim motum Terræ nullum inesse, jampridem didici: Ne timeatis, inquam, ut vertigo vos apprehendat: aut Terra pedibus vestris sese subducatur; habebitis me, si opus fuerit, monitorem.

3. Constat sensu simul & experientia, doctissimorumque virorum testimonio ac rationibus comprobatum, atque ab omnibus fere receptum est, gravia omnia non impedita, suapte natura deorsum vergere, ad centrum Universi; & tunc demum quiescere cum huic centro, contra suæ gravitatis conjunxerint. Sit nobis Aristoteles vnus instar omnium; is enim libro secundo de Cælo, cap. 7, tex: 107. sic habet: *Videre autem non est difficile, inquit, modicum insistentet, & dividentes, quomodo censemus quantamvis magnitudinem gravitatem habentem, ad medium ipsum ferri, manifestum enim est, quod non quousque tangat centri extremum, sed oportet prevalere quod est majus, donec utique suo ipsius medio, medium ipsum acceperit, hucusque enim propensionem habet.* Sic Aristoteles. Si igitur fingamus vastissimum hunc Terræ globum abire in nihilum, vel potius converti in aerem; mox corpus aliquod grave à concavo, ut ajunt, Lunæ, delabi ad centrum Universi, quod Aristoteles appellat *ipsam medium*; sane non quiesceret cum extrema sui parte, sicut superficie, centrum attigerit (nisi forte in ea parte, ob figuræ aut curvitatem aut cavitatem, centrum suæ gravitatis situm sit) verum eousque movebitur, quousque centrum centro, medium medio consentiat, & circumquaque quodam ponderis æquilibrio consistat. Non enim est in centro vis aliqua, quæ corpora, ne inde dimoveantur, contineat: sed in ipsis potius gravibus, singulisque eorum partibus est gravitas, quæ ducit ad centrum. Cum igitur pars illa extrema corporis, quæ centrum contingit, quæque si ab alijs esset sejuncta quiesceret, comprimatur à gravioribus, necesse est eam cedere, centrum relinquere, atque ulterius propelli, donec alteram ponderis partem ex opposito, ad æquilibrio constituerit. Hæc ex Aristotelis mente. Quibus si proximè sequentia addidero, nihil luculentius poterit, ad totius nostræ disputationis fundamentum accedere. *Nihil igitur refert, inquit Philosophus, hoc dicere in gleba, & parte quarvis, aut in tota Terra, non enim propter parvitatem aut magnitudinem dictum, est id, quod accidit, sed de omni propensione habente ad medium. Quare sive tota alicunde ferebatur, sive secundum partem, necessarium est eousque ferri, donec utique undecunque similiter sumat medium, coactis minoribus à majoribus, propensione propensionis.* Quid manifestius potuisset ab Aristotele pronunciaris clara est tota ejus dictio: aperta sententia: corpora gravia non impedita, nisi centrum suæ



P. I.	EFFI.	GI.	IK		A	B	C	D	D	AMB	NE	LE
1,499	2,249	1	239	vel 1 1/2	3,000,000	3,270,796	3,375,000,000	1,767,151,700	1,767,151,700	4,709 1/2	740 2	15,492,183
		Ad Num. 14	1,499	Proxime	Ad Num. 16				Ad Num. 17			



suæ gravitatis centro Vniversi conjunxerint, tamdiu moveri, donec idem sit centrum moti corporis, quod Vniversi.

4. Docet nos demum & ratio, & experientia, quod etiam Geometricè paulo post demonstrabo, cujuscunque corporis gravis centrum gravitatis loco suo in figura dimoveri posse, si grave aliquid ei vel addatur, vel subtrahatur, aut si partes alia ratione constituentur. Cum igitur ex antiquorum monumentis exploratum sit, non exiguas Terræ partes, quæ olim habitabantur, multo nunc mari obtegi: Urbium ruinas excrevisse in montes: latè patentes campos partium Terræ motu, ac concussione absorptos in valles: excavatos montes, divisos, translatos: exiguas gentium colonias coaluisse in immensas civitates: exædificatas vrbes maximarum ædium coacervatione: avaritiam hominum scrutatam esse ipsa Terræ viscera, ad eruendam humano convictui pretiosam calamitatem: constat sane etiam Terram, si vndequaque in æquilibrio debeat consistere, vt ipse nos docuit Aristoteles, nonnunquam commutasse centrum, & ad ponderis æqualitatem sapius motam esse.

5. Etsi negari vix possit res omnium oculis exposita; idem enim appendiculum in scapo stateræ hinc inde decurrens, prout magis aut minus à trutinâ sistitur, eo minori aut majori ponderi æquiponderare conspiciamus: sunt tamen quibus hoc ipsum dubium movet. Esto bilanx, inquiunt, vtrinque onerata corporibus maximis, gravibus, & æqualis ponderis; non continuo trutinam è linea directionis movebis, si alteri lancium sive ponderum minimi quippiam addideris: at æquum est idem de Terra sentire, quæ quamvis in æquilibrio ex centro pendeat, montis tamen onus, cum tanta mole comparatum, minimum est: Non igitur aut centum mutabit, aut Terram dimovebit loco.

6. Sed licet id liberaliter eis concedam, res esse quæ minimæ habendæ sint, quales sunt atomi, pulvisculi & similia, quæ cum levitatis sint aeræ, earum accessione nulla fit variatio, atque ponderibus, non ob propriam sui gravitatem, quæ nulla est, sed alijs de causis adhærent. Aliud tamen statuum est cum ijs, quibus revera pondus, gravitandique vis inest: nec enim quia libra vna jungitur centum libris, vel etiam toti Terrarum moli, ideo pondus suum amittit, aut minus gravis est, quam si sejungatur; cum inde solum conficiatur, non mutari sensibiliter centrum gravitatis, ob minimam sui ad Terram proportionem.

7. Quid si & hoc illis vltro concederem, libram vnam centum vel mille libris in altera bilanciū existentibus additam, non inclinare trutinam; an ideo causa cecidisset? Minime gentium. Dispar est ratio bilanci & Terræ. Nam bilanx nec suspensa est, nec suspendi potest; ex centro suæ gravitatis; indivisibile enim illud est: sed suspenditur ex alio corpore, clavo nimirum, qui brachium bilanci non tangit in puncto, sed insuperficie. Hinc fit quo majora sunt pondera appensa, hoc tenacius superficiem brachij, superficiem clavi adhærescere; ita vt non nisi majori vi ac pondere divelli inde possit. In globo autem Terræ nulla prorsus est ejusmodi resistentia; totum enim ejus pondus ex vnico, eoque indivisibili puncto, quod & medium totius mundi

est

est, pendet: ac propterea quicquid tandem est, quod illi aliqua ex parte vel adijcitur, vel aufertur, modo in sese onus aliquod habeat, centrum variat.

8. Sunt qui dicunt Terram non descensuram, ut centrum suæ gravitatis innovatum, centro Univerſi conjungat, eo quod ob amplissimam sui superficiem ab aëre, cui velut aquæ latum ferrum supernatat, præpediatur. Sed interrogandi sunt ij, num pilam aliquam terream, diametri pedalis vel etiam bipedalis, ex lacunari hujus aulae, loci nimirum in quo consistimus, demissam, descensuram ad pavementum; an vero aëri incluso supernataturam existiment. Terræ globus profecto ad totam sibi circumfusam sublunare spacium, proportionem adhuc minorem habet, (cum diameter spacij illius sphericè circumfusi, diametrum Terræ, secundum Tychonem summum Astronomum, quinquagies & saepius complectatur) quam pila illa ad aulae hujus spacium aëreum; ac propterea facilior Terræ quam pilæ descensus erit. Omitto quod ea in comparatione Terræ pondus, quæ virtus motiva est, crescat in triplicata; superficies vero aëris, quam impedimento motui esse volunt, solum duplicatam sequatur rationem diametrorum Terræ & pilæ. Præterea denique exiguissimam partem illius sublunaris intervalli, secundum plerosque Philosophos, immo & multos Mathematicos, constare ex aëre, totumque reliquam vel igneum vel æthereum, atque adeo ob innatam subtilem raritatem, vel raram subtilitatem, ad resistendum gravium motui ineptissimum esse.

Negabunt fortassis hanc pilæ cum Terra similitudinem, & pilam totam extra centrum Univerſi moveri, non item Terram, cujus solum quendam excessum ponderare dicent. Ingeniosè, fateor. Sed & nobis liberum erit negare rationis similitudinem. Liceat enim ipsis nunc per me asserere, latum ferrum aquis supernatare; grave nimirum super grave: an ideo grave supra leve? Terra aëri supernatabit? ibi figura plana; hic Sphærica? Præpediri posse velocitatem motus; an ideo ipsum motum? Terram prope abesse à suo loco; ergo in suo loco? Non sensibilem esse ipsius motum; ideo nullum omnino motum? Minime omnium. Sciens & lubens cæteras objectiones, quæ minus scilicet ponderis habent, omitto.

Sat ergo superque Physico-Mathematica ratiocinatione transacta res est; ad puram Geometricam accedamus; & supposita ipsa natura rerum gravium, adhuc explicata, quantum augmento vel decremento partium, aut transmutatione, centrum gravitatis mutari, Terraque moveri possit, ostendemus.

9. Dico igitur, Duo quæcunque corpora gravia applicata ad lineam rectam, centra gravitatis eorum conjungentem, æquiponderare; si suspendantur ex puncto, quod illam rectam sic dividit, ut partes mutuam servent proportionem corporum: hoc est, punctum illud centrum esse gravitatis utriusque corporis simul.

Sint duo corpora gravia  $A$ , &  $B$ , centra gravitatis eorum puncta  $A$ ,  $B$ , secundum quæ applicata intelligantur lineæ rectæ  $CD$ , ita ut centrum  $A$  puncto  $C$ , & centrum  $B$  puncto  $D$  congruat, sit autem recta  $CD$  divisa per punctum  $E$  ita, ut pars  $DE$  ad partem  $EC$  eam proportionem habeat, quam permutatim habet corpus sive solidum  $A$  ad solidum  $B$ . Dico solida  $A$ ,  $B$  ex puncto  $E$  suspensa æquiponderare: hoc est, utriusque simul, ceu unius corporis, hoc tamen situ, centrum gravitatis esse punctum  $E$ . Nam si corpora

$A$  &  $B$

$A$  &  $B$  sunt æqualia, manifestum est assertum. Si autem inæqualia, esto major  $A$ ; & consequenter recta  $DE$ , major ipsâ  $EC$ .

10. Accepta ergo hac alia  $CD$ , priori  $CD$  æquali, abscindatur  $DF$ , æqualis ipsi  $EC$ ; eruntque  $CF, DE$  æquales. Producta autem utrinque recta  $CD$ , ponatur  $DH$  æqualis ipsi  $DF$ ; &  $CG$ , ipsi  $CF$ : tum circa axem & altitudinem  $GH$ , esto parallelepipedum  $KL$ , æquale duobus corporibus  $A$  &  $B$ ; quod per punctum  $F$ , plano  $MN$ , planis  $KO, PL$  parallelo, secetur in duo parallelepipeda,  $KN, ML$ .

Quoniam igitur est ut  $GF$ , ad  $FH$ ; ita parallelepipedum  $KN$ , ad parallelepipedum  $ML$ , ex Scholio propositionis 14. libri 12. Elementorum: Sed ut eadem  $GF$ , ad eandem  $FH$ , ita  $CF$  ad  $FD$ ; hoc est, ita  $DE$  ad  $EC$ ; hoc est, solidum  $A$ , ad solidum  $B$ : erit etiam per 11. propositionem libri 5. Elementorum, ut parallelepipedum  $KN$ , ad parallelepipedum  $ML$ ; ita corpus  $A$ , ad corpus  $B$ : componendo igitur ut parallelepipeda  $KN, ML$  simul, ad parallelepipedum minus  $ML$ ; ita duo solida  $A$  &  $B$  simul, ad solidum minus  $B$ : & permutando, ut parallelepipeda  $KN, ML$  simul; hoc est, totum  $KL$ , ad solida  $A, B$  simul; ita parallelepipedum  $ML$ , ad solidum  $B$ ; & per 19. quinti Elementorum, ita reliquum  $KN$ , ad reliquum  $A$ . Sed parallelepipedum  $KL$  æquale est ex constructione duobus solidis  $A$  &  $B$  simul, ergo parallelepipedum  $KN$ , solido  $A$ ; &  $ML$ , ipsi  $B$ , æquale erit. Quod memoria tenendum est.

Rursus quoniam est ut recta  $GF$ , ad  $FH$ ; ita  $DE$ , ad  $EC$ ; & ita parallelepipedum  $KN$ , ad  $ML$ , ut demonstratum est: erit per eandem 11. quinti, ut  $DE$ , ad  $EC$ , ita permutatim parallelepipedum  $KN$ , ad  $ML$ . Sed punctum  $C$ , est parallelepipedi  $KN$ ; & punctum  $D$  parallelepipedi  $ML$ , centrum gravitatis, ex proposi: 8. Federici Commandini de centro gravitatis solidorum; cum sint in medio axium  $GF, FH$ : & per eandem propositionem, punctum  $E$ , in medio axis  $GH$ , positum, centrum gravitatis totius parallelepipedi  $KL$ .

Solidum igitur  $A$ , quod est æquale parallelepipedo  $KN$ , secundum centrum gravitatis  $A$ , applicatum ad punctum  $C$ ; & solidum  $B$ , quod est æquale parallelepipedo  $ML$ , secundum centrum gravitatis  $B$ , applicatum ad punctum  $D$ ; simul suspensa ex puncto  $E$ , æquiponderabunt; hoc est, compositi ex utroque solido  $A$  &  $B$ , centrum gravitatis est punctum  $E$ , quod rectam  $CD$ , centra conjungentem dividit in mutuam proportionem corporum applicatorum. Quod erat demonstrandum.

11. Ex hac autem demonstratione, in qua ad vnguem secutus sum Lucam Valerium de centro gravitatis solidorum, facile deducitur id, quod supra demonstrandum suscepimus: nimirum cujuscunque corporis gravis centrum, gravitatis loco suo in figura dimoveri, addito gravi aliquo, vel sublato, vel partibus alia ratione constitutis. Centrum enim gravitatis  $C$ , parallelepipedi  $KN$ , ex additione parallelepipedi  $ML$ , ex  $C$  transit in  $E$ : Et ipsum  $E$ , quod est centrum totius  $KL$ , ex ablatione partis  $ML$ , mutatur ex  $E$  in  $C$ : Transposita verò parte  $ML$ , à dextris ipsius  $KN$ , ad sinistras ejusdem, vel ei æqualis  $KN$ , in hac altera figura, etiam centrum  $E$ , quod in priori composito  $KL$ , dextras ipsius  $C$  tenebat, in composito posteriori  $MN$ , sinistras ipsius  $C$  obtinet.



12. His hunc in modum præmissis, ea quæ de centri gravitatis innovatione, mediantibus parallelepipedis, in omnibus corporibus generatim demonstravimus, ad ipsum Terræ globum, quod factu difficile non est, applicemus.

Esto globus terrestris  $ABCD$ , in æquilibrio ex centro suo  $E$ , in medio mundi pendens, cujus diameter  $GF$ , ex recentiorum accurata pervestigatione, extenditur ad mille quingenta milliaria Germanica, qui sunt sex miliones passuum Geometricorum. Supponatur autem partes hujus globi ejusdem esse rationis sive gravitatis; quæ etsi revera sint heterogeneæ, demonstrationem tamen nostram, & calculum; si eas ex aliqua suppositione adhiberemus, prolongarent, non infirmarent. Translata deinceps fingatur portio Sphærica  $DFCHD$  (cujus axis  $FH$ , sit unius tantum milliarij Germanici) à parte  $F$ , in sibi oppositam  $G$ ; quæ portio unà cum sibi æquali & respondente  $AGBIA$ , transformata intelligatur (quod quomodo fiat paulo post ostendam) in conum sive rotundam pyramidem  $AMB$ , basis diametrum habentem rectam  $AB$ ; ita ut totum compositum ex utraque portione, speciem magni alicujus montis præferat.

13. Dico centrum gravitatis Terræ, translati ponderis accessione, variari ex  $E$  in  $L$ ; eodemque onere propellente, totam moveri Terræ molem secundum rectam  $LE$ , pedibus Geometricis 40, qui à Viennensibus nostris parum differunt, ut centrum suum sive medium  $L$ , cum medio mundi  $E$ , in quod omnes circumquaque partes, ponderis quodam æquilibrio connittuntur, jungat. Quod sic demonstro.

14. Quoniam est ut axis  $FI$ , portionis Sphære majoris  $AIBCFDA$  ad compositam ex eadem  $FI$ , & semidiametro  $FE$ ; ita axis  $GI$ , portionis minoris  $AGBIA$ , ad  $IK$  altitudinem sive axem conij  $AKB$ , qui eidem portioni minori æqualis est, & eandem cum ipsa basem obtinet; per propositionem 2. lib. 2. Archimedis de Sphæra & Cylindro.

Si ergò fiat ut  $FI$ , milliarij 1499, ad  $EF$  &  $FI$  simul milliarij 2249; ita  $GI$  unius milliarij, ad aliud, habebitur  $IK$  sesquimilliarij proximè. Duplicata autem  $IK$ , usque in  $M$ , erit conus  $AMB$ , cujus altitudo  $IM$ , & basis eadem  $AB$ , duplus conij  $AKB$ , ex proposit. 14. libri 12. Elementorum; atque adeò duabus portionibus Sphære æqualibus  $DHCF$ , &  $AGBI$ , æqualis. Hujus conij centrum gravitatis est in puncto  $N$ , quod axem  $IM$  sic dividit, ut pars ejus  $MN$ , ad reliquam  $NI$  sit tripla; ut demonstratur à Commandino propof. 22. de centro gravitatis solidorum.

15. Perducta igitur res eo est, ut data sint nobis duo corpora, applicata ad lineam centra gravitatis eorum conjungentem; conus scilicet  $AMB$ , & id quod ablatis portionibus ex Sphæra relinquitur, corpus nempe  $AIBCHDA$ ; sint etiam data eorundem centra gravitatis, conij quidem punctum  $N$ ; Sphære autem utrinque æqualiter truncatæ punctum  $E$ , idem videlicet quod ante totius Sphære: quæratur autem centrum gravitatis compositi ex utroque. Ergo divisa recta  $NE$  centra conjungens, in mutuam proportionem corporum; punctum divisionis, ex demonstratis, erit id quod quæritur.

16. Sed ecce ex alia in aliam quæstionem delabor: corporum enim illorum proportio prius mihi inquirenda est: quam rectam  $NE$  dividam. Faciam id

id compendio. Quoniam est ut triplum diametri cujusvis circuli, ad semissem circumferentiæ; ita Cubus diametri Sphæræ, ad ipsam Sphæram; ut demonstratur à Villalpando in Opere de Templo Hierosolomitano lib. 1. demonstrationum Mathematicarum. cap. 5. Fiat ut numerus  $A$  tripla aliqua diameter, ad numerum  $B$ , mediam circumferentiam; ita cubus diametri  $GF$ , numerus scilicet  $C$ , ad aliud; reperietur numerus  $D$ , magnitudinis totius Terræ milliariū videlicet cubicorū 1,767; 145,500. Coni autem magnitudo est 4,709 & quadrantis milliariū cubicorū; quam magnitudinē Clavius lib. 5. cap. 2. Geometriæ practicæ, ex ductu areæ basis  $AB$ , in trientem altitudinis  $IM$ , invenire docet; quæ hic reperitur milliariū cubicorum 4,709 cum quarta parte.

17. Nihil ergo nos moratur quin ad nostrum propositum, hoc est, ad rectam  $NE$ , juxta inventarum magnitudinum proportionem dividendam, accedamus. Fiat ergo ut numerus  $D$ , magnitudinis totius Terræ, id est, Sphæræ truncatæ & coni  $AMB$  simul, ad numerum  $AMB$ , magnitudinis minoris, nimirum coni  $AMB$ ; ita tota recta  $NE$ , ad aliud, habebitur, ex ijs quæ supra in parallelepipedis demonstravimus, segmentum minus  $LE$ , tot, taliumque partium unius milliarij, quot, qualesque fractio ijsdem litteris  $LE$  notata, indicat: quæ reducta ad minorem, facit proxime unam partem quingentesimam unius milliarij Germanici, hoc est passus Geometricos octo, qui sunt pedes Geometrici quadraginta. Et tantundem centrum Terræ variabitur sursum, & ipse Terrarum Orbis movebitur deorsum. Quod demonstrandum erat.

18. Demonstravi, ut opinor, centrum mutari, & consequenter Terram moveri posse: id nimirum quod doctissimus Gabriel Vasquez noster, disputatione 81. cap. 3. in Primam Secundæ & affirmat, & demonstratione Mathematica evidenter ostendi posse, ultro fatetur: nec arbitror esse inter vos, qui solita animositate Globum hunc non nunquam motum esse, inficiatur. Mirarer equidem si tot tantisque aggestis in vno Terræ loco corporibus onerosis, suppositæ partes adhuc gemerent sub onere; nec nutibus suis ferrentur. ulterius, ad totius æquabilitatem; aut sane cur non à ventis, in montes ceterasque partes extuberantes, impingentibus, Terra circumageretur in gyrum: facilius enim, proportionaliter loquendo, à ventis impelleretur ipsa, unde quaque in æquilibrio ex puncto indivisibili pendens, quam molæ vento versatiles axi corporeo adhærentes circum volvuntur; nisi à perpetuo suo ad centrum Univerſi descensu impediretur; quod Peripateticæ Philosophiæ etiam magis consentaneum est, quam vi magnetica Terram immobilem contineri, gratis quasi asserere.

19. Bene est, dicit aliquis, at nemo adhuc inventus est, qui tantam terræ molem, quanta est portio illa  $DHCF$ , humeris exceptam, ab Antipodibus ad nos usque transferre potuerit! Egregiam profecto objectionem! Nonne Mathematicorum more, ut palpabilis evaderet demonstratio, exempli causa motus aliquis maxime sensibilis adducendus fuit? Æque facile enim mutationem unius digiti, semiuncia, drachmæ aut scrupuli, exemplo scilicet quotidiano demonstrassem. Quantum enim cum aqua ponderis, æstus ille maris, quem fluxum & refluxum appellant, secum auferat, deferratque neminem

T 2

latet;



latet; ut vel vnica hæc partium gravium transmutatio, ad variationem centri, indeque natum Terræ motum, demonstrandum, fuisset satis. Nisi forte aliquis fluxus illius & refluxus causam esse velit, perennem hunc Terræ ad centrum Vniuersi deflexum, siue à calore Solis partes Terræ certis horis exsiccante, & gravitatem auferente; siue aliunde proveniente: mihi verò de re altius discutienda, fusius disputare non vacat.

20. Vnum super est, quod & me vltro spondisse scio, & vos avidissime expectare autumo: Terræ nimirum molem ut ipse moveam. Faciam id sane auxilio vestro, sine machina, sine vecte, sine rotis, sine vestro incommodo. Demonstravimus supra totum aliquod, partium accessione aut diminutione, mutare centrum suæ gravitatis; atque adeò si totum illud sit Terræ globus, Terræ globum moveri. Vos igitur quos sola agnatæ benignitatis aura inconditè de Mathematicis differenti huc advexit, eadem abducatur sine fastidio. Si fui onerosus non pergo molestior esse. Quotquot hic sumus pondus confiamus non exiguum: pondo sumus non vnus, sed aliquot millium: habemus abunde quo hodie omnes Archimedes simus. Descendamus in imam hujus domus partem; præcedet nos libenter, & nobiscum descendet Terræ centrum: imò nolit velit gratissimum Geometriæ imperium sequatur necesse est: erit profecto aliud, & erit à centro mundi propius ad Antipodes; ubi gravissima hæc Terræ moles suspendi non potest; sed redeunte centro, ipsa Terra descendentes nobis, nec sentientibus, veniet obviam incessu gravi; & vel ipso hoc suo benignissimo occurso demonstrabit, demonstratione nostra nequaquam se offensam esse; sed beneficia sese accepisse, & pro beneficijs gratias agere voluisse.

## A N N O T A T I O A D

### Dissertationem.

**D**odecimus jam agitur annus, ex quo Vienna exercitijs Mathematici causa, ut fieri assolet, Dissertatio hæc publice habita est. Ea nimirum quam longe ante Romæ, quorundam cohortatione impulsus, totidem ferè, quibus, hic recensetur verbis, conscripseram; quæ etiam publicè ibidem eo tempore proposita fuit. Habuit omnino tunc res hæc siue Inventores, siue Sectatores homines non mediocris ingenij; nec inferiores cerebri etiam plures contradictores: prout videlicet quilibet suo tunc abundaverat sensu.

2. Ut ut sit, cum ea, quæ Numero 18, contra virtutem magneticam, qua Terram volunt imbutam esse, obiter & quasi per transennam dicuntur, mecum ipse aliquoties animo revolverem, post lectionem maxime Capitis 18, Libri primi Philosophiæ Magneticæ, à nostro Nicolao Cabeo doctissime & conscripta & edita, non potui non mutare aliquo modo



do propriam sententiam. Neque enim ex ijs sum, qui mordicus quod semel apprehenderunt, quicquid contradicatur, retinent, nullisque argumentis ab eo divelli queunt: Nam cum humanum sit sapere cum tempore, semper esse prudentis existimavi, nosse mutare sententiam; id vero erubescere arrogantis. Muto ergo inquam sententiam, sed non totam: quod utique facerem, si recte me facturum putarem.

Cum Cabeo igitur hac inprimis sentio, Terram nequaquam Physicè moveri, ad motum aviculæ, neque quod, quoties movetur vel minimum corpus in superficie Terræ, tota Terra moveatur & nutet. Sed neque hoc ipsum absolute Dissertatio asserit: quavis enim ex minima mutatione gravium corporum utcunque parvorum Terræ inhaerentibus, verè & geometricè inferatur, licet etiam minima, centri gravitatis Terræ variatio; & ex hac, si rigorem sequi velimus geometricum, aliquis motus: id tamen, siquid hac in re alicui, quod ad illationem motus attinet, plus æquo factū à nobis videri possit, magis exercitij causa, & dictum & factū esse, facile agnoscat quisvis; quam quod physica aliqua ratione, physicum motum inferre, aut tale assertum mordicus tueri voverimus. Hoc enim esset, ut cum Cabeo loquar, de Terræ fluctuatione monstrum, portentosumque demonstrare velle Terræ motum; quia quam plurima sunt, esseque possunt sensibilia, quæ hunc aliquo modo impediunt insensibilem motum.

3. Scio non deesse in Physicis, æque ac in Mathematicis viros benedictos, qui & muscam, modo gravitatem re ipsa habeat, Terram movere posse, & ultro asserant, & non spernendis argumentis propugnent, atque confirmant: nullumque dari hunc motum impediens impedimentum. Existimo autem eos mentem à pluribus, si non ab omnibus, abstrahere. Non enim video quomodo hunc motum non impediat, perpetuus ille, de quo ipsa Dissertatio, maris æstus, ipsiusque ad hunc necessario consequens perpetua & incessabilis Terræ fluctuatio. In his & supra dictis ergo sententiam propriam non muto, quin etiam eandem, & retentius & liberius declaro.

4. Dico ergo Terrarum orbem ex aliqua, (etiamsi ea in se non si adeo immanis & portentosa) partium gravium mutatione mutare etiam locum, non obstante quovis alio aliunde adducto impedimento naturali: & hoc solum ex solo gravitatis ipsius Terræ principio, infimum locum petentis; licet mutatio hæc, aut ad ipsam consequens motus totius Terræ,

in nullum cadat sensum. Terra enim tunc, cum circumdata sit à corpore leviori se, ac proinde propter illum quem ponimus gravitatis excessum, sub se habeat aliquid levius se, verè gravitat, etiam secundum Cabeum, qui putat gravia non gravitare, nisi sita sint supra corpus levius se in specie: sic enim habet capite 29 libri tertij: Neque enim puto, inquit, veram vniuersaliter, nec vt veram illam admitto propositionem, quod omnia gravia tendant ad centrum vniuersi, sed dico gravia solum tendere, & conari ad hoc, vt non habeant infra se corpus levius se, data paritate molis; quod vbi fuerint assecuta corpora, quantum spectat ad gravitatem, naturalissime conquiescunt ibi, nec vllam amplius habent gravitatem actu, seu gravitationem, per quam nitantur actu deorsum: Ad hoc quid dicturi sint Physici parum sollicitum me tenet. Ac proinde suam sibi hac in re sententiam, vt dixi, intactam relinquo.

5. In hoc autem ad Cabeum accedo, quod ne venti propellant, & circa proprium suum, quod & Vniuersi, centrum gravitatis, circumvoluant libratum Terra pondus, non solum id impedire gravitatis principium; Sed insuper esse vim magneticam, qua Terra imbuta se ipsam semper in eodem situ, respectu polorum mundi, sistat, & in perpetuum contineat. Sed ex hac ipsa ad Cabeum accessione, nascitur mihi non minima difficultas, ex qua satis me extricare nondum valeo; siquidem ex eo ipso, quo vnum dubium solvitur, oritur alterum. Nam si tollatur motus ille rectus Terra, qui ex mutatione caussatur centri gravitatis, fluctuatio videlicet seu trepidatio illa, quam vt portentosam Cabeus negat; nihil obsistit quin Terra, saltem circa axem suum proprium, quem perpetuo in polos mundi directum habet, vi ventorum circumgyretur: gyrationi etenim huic seu motui circulari vis magnetica nequaquam contraria aut impedimento esse posse videtur, cum Terra tota nihilominus eundem ad polos mundi servaret immutatum situm. Quare vt Terram tunc à circulari motu liberem, accersere debeo jam penè à me derelictum, Ipsius perpetuum ad centrum descensum: aut certè contra Cabeum etiam asserere, realem ac veram partium omnium totius Terra, versus centrum actualem gravitationem, perennemque eo in situ se conservandi & naturalem conatum.

6. Vis præterea magnetica non est contra eundem motum Terra rectum, seu descensum ad centrum, si is fieret per axem mundi, tanquam  
 motus

motus sui lineam directionis; ita ut Terra proprius ad alterutrum polorum mundi recta accederet. Quod enim tanquam à priori evincere vult Cabeus, Terram ideo debere esse in mundi cælique medio, ut ab ipsis cæli influentijs actionibusque equaliter afficiatur, cum actio illa sit physica, neque ullam requirat geometricam seu mathematicam præcisionem hujus medijs, hic prorsus locum non habet. Nam motus ille rectus seu Terræ trepidatio, eandem ex suo loco proprio ac physico, physicè nunquam eijcit. Eum denique qui contentus hisce esse nolit, ad contemplationem Eccentricitatum orbium cælestium ablego; ut nimirum benè consideret, an Terra, & in medio sit mundi orbiumque cælestium, & an equaliter ab illorum afficiatur actionibus, & influentijs; tunc demum ad refutanda ista minuta descendat, & de novis proponendis argumentis ac rationibus sollicitus sit.

7. Sed neque videtur esse multum, (physicè saltem loquendo) contra vim Terræ magneticam, motus ille seu descensus rectus, qui fieret, etiam extra axem mundi Terræve. Cum enim ille nobis omnino sensibilis non sit, nullum etiam ipse caussaret Terræ nobis sensibilem diversum, respectu polorum, positum. Quod ut sensibiliter experiamur, sensibile maxime supponamus exemplum, immo hoc ipsum quod affert Dissertatio, quod quidem nunquam factum, neque unquam futurum prætimendum fortassis est; nimirum ut tanta moles, qualis est mons altitudinis unius milliarij germanici, ab ipsis antipodibus ad nos vsque transferatur; aut certe similis talis partium Terræ fieri possit transmutatio. Supponamus etiam motum illum rectum fore directe & perpendiculariter contra axem mundi seu Terræ: quæ quidem maxima est, quæ induci aut afferri potest, respectu polorum Terræ mutatio. Motus enim alij, quorum linea directionis ad prædictum axem obliqua est, quo obliquior est, eo minus etiam axem Terrenum à suo situ expellunt. Est ergo quantitas motus illius in Dissertatione allatus octo passuum sive 40. pedum geometricorum; quare videamus quantam ipse inferret, respectu polorum mundi, axis Terræ diversitatem. Diametrum Terræ posuimus 6; 000, 000 passuum, hoc est, pedum geometricorum 30; 000, 000; quorum medietas est 15; 000, 000, semidiameter videlicet Terræ. Fiat igitur ut 15; 000, 000, ad sinum totum 10, 000; 000, 000; ita 20 pedes geometrici (quæ est medietas quantitatis motus directi Terræ) ad aliud; inveniatur sinus partium 13, 333, cujus arcus est 16 minutorum tertiorum, & paulo amplius; ita ut duplum ipsius, qui est arcus motus seu variationis axis Terræ, accedat

cedat ad 33 minuta tertia. Quare sequitur motum propositum variare axem Terra ab axe mundano, vix ultra medium minutum secundum: quæ quantitas difficulter per ullum Instrumentum Astronomicum percipi sensu potest.

Poterunt ergo illi, qui nimis de Terræ fluctuatione solliciti sunt, in sua sibi innata gravitate secure conquirere: & Mathematicos illos, qui quandoque à multis rebus physicis & mentem, & res ipsas abstrahunt, seseque ad calculos scrupulosissimos, minutiasque geometricas, ne à ventis nimirum propellantur, quasi alligant, imperturbatos in sua fluctuatione relinquere. Interim maneat antiquum istud, stetque inconcussum antiqui Poetæ dictum,

Terra pilæ similis, nullo fulcimine nixa,  
Aëre subjecto tam grave pendet onus.

FINIS LIBRI PRIMI.



APPEN-

## APPENDIX

TABVLAS CONTINENS NUMERORVM

QVADRATORVM  
ET CVBORVM  
DECIES MILLIVM,

VNÂ

Cum suis Radicibus ab unitate incipien-  
tibus, & ordine naturali usque ad 10,000 pro-  
gredientibus.

ACCESSET

PRÆTER CONSTRUCTIONEM  
& Continuationem, earundem Tabularum

VSVS;

Ad fabricandas Virgas Stereometricas,  
ET

Instruendas Militares Acies.

*His præmittitur*

POTESTATVM

GENESIS &amp; ANALYSIS,

*AD EVNDEM REVERENDISSIMVM*

ABBATEM MELLI-  
CENSEM,

EODEM PAVLO GVLDINO

Sancto-Gallense e Societate IESV

*AUCTORE.*

VIENNÆ AVSTRIÆ

Ex Officina Typographica Matthæi Formicæ.

ANNO M. DC. XXXV.



142

APPENDIX

TABULAS CONTINENS NUMERORVM

QVADRIATORVM  
EST QVORVM  
DECIES MILLIVM.

VNA

Cum suis Radicibus ab unitate incipien-

tibus & ordine naturali usque ad 10.000 pro-

gredientibus.

ACCESIT

PRÆTER CONNECTIONEM

& Continuationem, ex eodem Tabularum

VSVS.

Ad fabricandas Vitas Stereometricas,

ET

Instruendas Militares Artes.

PER

POTESTATVM

GENESIS & ANALYSIS.

NO ENNOEM REPERENDISSIMUM

AB BATEMELLE

CENSM.

EODEM PAVLO GALDINO

Saucto Gallensē Societate LESV

ACTORVM

VINNEAVSTRIA

Ex Officina Typographica Martini Formica.

ANNO MDCXXXV.

V



A M I C E  
L E C T O R.

**S**uperiori Libro Quantitatem Continuum, prout eam tres diffusa species, Centrum suscipit Gravitatis, consideravimus. Lineam duximus ad quam labores nostros exigemus. Nunc circa Discretam versabimur. Quod praecessit in Pondere erat; quod sequitur in Numero est absolutum: utrumque ad Mensuram dirigitur. Videbitur Tibi non esse confinis materia; est tamen ea à nobis frequenter expetita: Viginti & aliquot anni sunt, quando Tabulas Numerorum QUADRATORVM & CUBICORVM, à Radicibus omnibus, primam nimirum, quae unitatis est, usque ad decies millesimam inclusive ortum ducentium, privatis nostris usibus construximus. Eas, qui viderunt, solliciti rogarunt, ut publici juris, & pluribus communes faceremus. Obsequimur tandem, Commodi Tui, Amice Lector, quantum possumus studiosi. Praecipue cum moniti simus nullam hactenus Tabulam prodixisse, quae Numeris Cubicis pro decies millenis Radicibus esset inscripta. Ne autem nuda quodammodo Tabula, & informes comparerent in publico, assumpto ex nostra Arithmetica, à nobis olim conscripta & publice praelecta, aliquo cultu, eas utcumque vestivimus: Capite nimirum ejus, quam diximus, Arithmetica sexto, De Potestatum Genesi & Analyti. Porro ut non Domi solum, sed Militiae etiã prodessemus

*subjecimus Decem Regulas, de Instruendis Aciebus milita-  
 ribus, eidem Arithmetica, Appendicis loco adnexas: Quas qui  
 in Hortum suum deduxerit, nã ille Florum colores, Arborum  
 virorem, & ceteras oculorum delicias, singulari benè distri-  
 buti Ordinis elegantia accendet. Potes eodem adminiculo  
 Pavimenta artificiosè sternere, Laquearia cum decore distin-  
 guere, atq; adeo ipsam Architectorum artem venustare. His  
 Structuram interposuimus, & Continuationem earundem  
 Tabularum. Addidimus Usus quem habent, in Virgis Re-  
 gulisve Stereometricis sive Mensurijs, (quibus Doliorum  
 capacitatem exploramus) tam Quadraticis, quam Cubi-  
 cis ex arte conficiendis, & ita accuratè distinguendis, ut vix  
 puncto à Puncto aberres. Deinde quideam in re Logarith-  
 mi possint, & quam multum ad Operis compendium faciant,  
 ostendimus. Hæc tanquam Appendicem, magis Amicorum  
 Postulatio, vulgandique hæc Occasio, quam materia cogna-  
 tio, Libro Primo Operis nostri, De Centro gravitatis Ma-  
 gnitudinum adnexuit. Vale Amice Lector, & Laboribus  
 nostris frueri. Vienna Austria, Idibus Decemb.*

*Anni M. DC. XXXIV.*



APPEN-

## APPENDICIS

## CAPVT I.

## DE POTESTATVM

Generi, &amp; Analyfi in genere.

**H**OC primo Capite tractabimus de Genesi & Analyfi Potestatum purarum in genere, proponendo videlicet, Præcepta universalia pro omnibus Potestatum Gradibus, Tabulasque ad finem propositum vel necessarias vel utiles. Addeamus dein de doctrinam, qua ratione Tabulae illæ construenda, atque in infinitum continuanda sint. Et ut omnia clara sint, incipiemus ab ipsa Terminorum explanatione.

## ARTICVLVS I.

De Numero Figurato.

**E**X numeris Figuratis eas tantum tractabo, qui ad propositum nostrum, atque ad usum & utilitatem faciunt, quales sunt ij quas *Potestates* nomino. Est autem *Numerus Figuratus*, cujus unitates certo quodam modo dispositæ, Figuram constituunt Geometricam, sive Planam, sive Solidam; ut in Planis Triangularem, Quadrangularem, Pentagonam &c. In Solidis vero Pyramidem, Parallelepipedum, sive Columnam Quadrangularem, Cubum &c. Quamvis Quadrangularis Euclidi *Planus* absolute dicatur; numerus nimirum quicumque ex multiplicatione duorum numerorum productus; *Solidus*, verò is qui ex multiplicatione trium numerorum oritur: qui numeri multiplicantes Plani illius, vel Solidi, *Lateræ* ab eo vocantur. Quod si hæc *Lateræ* æqualia fuerint, *Planum* numerum Euclides appellat *Quadratum*; Solidum vero *Cubum* vocat.

## ARTICVLVS II.

Potestas quid sit.

**H**OS igitur numeros, qui ex multiplicatione duorum vel plurium æqualium numerorum nascuntur, *Potestates* voco; Euclidis quidem vestigijs insistens, qui in definitionibus ad librum decimum, duas lineas rectas potentiam commensurabiles dicit, cum Quadrata earum idem spacium metitur: Ubi *Quadratum*, & *Potentia* sive *Potestas*, idem est. Et absolute loquendo lineæ alicujus, vel numeri potentia vel potestas, quasi per excellentiam, ipsius Quadratum est. Ulterius tamen progrediendo eadem est ratio de cæteris potentijs: ita ut duæ lineæ, vel duo numeri potentia commensurabiles sint in tertio gradu, quorum Cubos eadem magnitudo homogenea metitur; & sic deinceps.

## ARTICVLVS III.

*Potestatum Series & Ordo.*

**P**otestates enim hæ per certos gradus tanquam per *Scalam*, vnde & *Scalares* acutè à Francisco Vieta nominantur, in infinitum ascendunt. Gradus vero primus est ipsum primum *Latus*, *Linea* seu *Radix*; Secundus *Quadratus*; tertius *Cubus*; quartus *Quadrati Quadratus* &c. vt in sequenti patet ordine.

## T A B V L A I.

<i>Indices Graduum</i>	0	1	2	3	4	5	6	7
<i>Potestatum Characteres</i>	0	L	Q	C	QQ	QC	CC	QQC
<i>Potestates</i>	1	3	9	27	81	243	729	2187

**L**oco *Radici* poni potest quivis numerus, à quo ceteri procreentur; ei verò solet præmitti vnitas, vt habeatur Geometrica progressio ab ipsa vnitate ducens originem. Qua constituta demonstrat Euclides lib. 9. propos 8. Tertium numerum ab vnitate inclusivè Quadratum esse, & vnum semper intermittentes, omnes reliqui, hoc est alterni: Quartum vero Cubum, & duos intermittentes omnes: Septimum autem Cubum simul & Quadratum, & quinque intermittentes omnes. Reliquæ vero Potestates, quæ ab hoc ordine ac numeratione excluduntur, tales sunt, quæ neque Radicem Quadratam, neq; Cubicam habent; sed ex sua propria Radice immediatè nascuntur. Solent autem hi numeri ab authoribus appellari *Surfolidi*, quasi surdè solidi sint, cum nec Quadratum nec Cubum exaudiant. Vocantur etiam *Supersolidi* quasi solidum superent, cum alias nullum sit solidum quod ultra tres admittat dimensiones. Dignoscuntur autem ex Indice, seu numero sui gradus, qui semper est numerus primus & incompositus; vt in Progressione supra posita Potestas quinti, & septimi gradus.

Quemadmodum autem ex fluxu puncti nascitur linea, & ex motu transuerso lineæ superficies, & ex huius elevatione producitur corpus; ita si ponatur Cubus loco puncti, ex eius fluxu produceretur Quarta Potestas, & ex huius motu transuerso Quinta, & ex Quintæ elevatione Sexta. Quæ Sexta rursus vicem puncti subit, & sic in infinitum aliæ atque aliæ generabuntur Potestates. Harum igitur Potestatum Compositionem ac Resolutionem in numeris puris vniversaliter tradam, vt data nimirum Radice, quævis Potestas; & contra data Potestate, ejus Radix, certis legibus exhiberi possit.

ARTICVLVS IV.

*De Potestatum Genesi.*

Compositio autem seu Genesis Potestatum, vt ex dictis constat, aliud non est, quam talium quos exposuimus numerorum, cuiusque à prima ac propria Radice procreatio, quæ ab Arithmeti-  
 cis Vulgaribus, *Multiplicatio in se* dicitur, & Vulgari Multiplica-  
 tione perficitur.

Enimvero quando numerus pro Radice assumptus ponitur, & sic fit multiplicatio, secundi gradus nascitur Potestas, numerus videlicet Quadratus. Quod si post hanc multiplicationem Radix adhuc semel ponatur, & in eum qui ante factus est ducatur, prodibit tertij gradus Potestas, Cubus appellata: qui Cubus si rursus in primam radicem ducatur, quarti gradus Potestatem generat. Et sic deinceps, vt videre est in apposita Formula.

ARTICVLVS V.

*De Potestatum Analysisi.*

Potestatum vero Analysis, quam Vulgo *Extractionem Radicum* vocant, aliud non est quam Resolutio illius quod Genesis componit. Illa enim huius premens Vestigia, retrogrado quasi ordine, à Potestatibus, per intermedios gradus, ad primam, vnde quælibet orta est Potestas, redit Radicem, eamque in numeris exhibet accuratam.

Quando vero numerus fortuito oblatus tanquam Potestas, cum re ipsa Potestas non sit, resolvendus sit, propinquam tantum, non autem veram, quæ nulla est, Radicem reperit. Ex quolibet enim numero instar Radicis accepto, Potestatem licet componere; at non ex quolibet numero instar Potestatis oblato, Radicem quamvis possumus elicere; cum sæpissime numerus talis omni omnino Radice careat.

*Verum quia dictæ Compositioni, commoda non datur correspondens Resolutio, aliam, eamque artificiosam Potestatum compositionem tradam, Resolutioni propriè reciprocam: quæ, præterquam quod concinnam & elegantem offerat Methodum, hanc præterea habet utilitatem, vt figurarum omnium datæ Radicis, à prima à sinistris incipiendo, gradatim sumptarum, singulares Potestates seorsim exhibeat. Quia igitur hæc Potestatum Genesis & Analysis mutuo sese, ac reciproco nexu complectuntur, vt elegantia manifestius appareat, utramque simul iisdem Præcepis universalibus, quæ esse possint etiam in ordine ad Algebram, describimus.*

## ARTICVLVS VI.

*Geneseos atque Analyseos Præcepta universalia.*

## PRIMUM PRÆCEPTVM.

*Totam expositam Radicem atque Potestatem, in singularia earundem loca sive Puncta, docet discernere.*

PRO Genesi igitur in eadem recta, eaque transversa linea expone, pro qualibet Radicis datæ figura, tot Cyphras, quot numerus illius gradus à qua Potestas denominatur indicat; hæc enim sunt loca, puncta, sive membra Potestatis totius, quæ quidem Potestas in Genesi quæritur, in Analyfi vero datur. Hanc igitur tam fictitiam pro Genesi, quam verè datam Potestatem in Analyfi, sic distingue, vt à dextris incipiendo primam Cyphram, figuramve puncto subscripto notes, & sinistrorsum deinde pergendo, tantas quasque, quantas idem, de quo dixi denominationis gradus jubet; tertiam scilicet quamque, si gradus sit tertius, quartam, si quartus. Nam quot puncta notasti, tot habebit Radix per Analyfin quærenda figuras, sub ipsis Punctis, vel loco Punctorum ponendas: quæ in Genesi quidem statim ab initio poni possunt, cum omnes dentur: in Analyfi verò non nisi successivè in operis progressu, eruuntur. Potestas verò per Genesim procreanda tot figuris constabit, quot Cyphras exposuisti, illis tantum demptis, quibus prima singularis Potestas quandoque à numero gradus deficit.

Notandum deinde figuras Potestatis, quæ subscriptis Punctis carent, ad id pertinere punctum, quod illi à dextris proximum est: Ordinem verò numerationis Punctorum, Potestatum, & Radicum singularium, à sinistris incipere.

## SECUNDVM PRÆCEPTVM.

*Primæ singularis Potestatis, ac Radicis inventionem exhibet,*

EA autem ex Tabula, pro hac re infra Articulo 10. proponenda elicitur: quemadmodum enim multiplicationi ac divisioni communi, Tabula infervit Pythagorica, ita hoc loco Tabula Potestatum ac Radicum earum, quæ ex digitis oriuntur, famulatur Genesi & Analyfi. Pro Genesi igitur Tabulam ingredi, cum prima datæ Radicis figura in fronte, atque sub lila, in proprii gradus linea, Potestatem ejus accipe: pro Analyfi verò in eadem gradus linea Potestatem quære, figuris primi puncti resolvendi, vel æqualem vel proximè minorem, & tam illam, quam ejus Radicem  
supra

supra scriptam, excerpe. Potestates excerptas sub primo puncto ita scribe, ut sub eodem incipias, & versus sinistram pergas, lineamque subducas; hac enim ratione secundo Præcepto in Genesi satisfactum est: in Analyfi vero Potestas subscripta, à sibi supra scripto subtrahenda est, & reliquum infra lineam ductam scribendum; hoc enim pertinet ad proxime sequens punctum, sive Potestatem singularem resolvendam. Radicem denique excerptam, ut primo Præcepto monui, vel loco primi puncti, vel immediate sub illo, aut certe seorsim scribito.

TERTIVM PRÆCEPTVM.

*Multiplicium Radicis singularis jam expeditæ, ejusque proxime sequentium graduum, usque ad Potestatem exclusive creationem, & subsequenti Potestati singulari seu Puncto collocationem, indicat.*

AD creationem igitur pro singulis gradibus, singula requiruntur Theoremata, quorum inventionem ex Tabula infra proponenda docebimus. Creatorum vero in gradu minimus, proximum puncto notatum sibi vendicet locum, & reliqui deinde in suo ordine sinistram versus, in sequentibus locis succedant; quo absoluto ducatur linea, nam pro Genesi ex hoc Præcepto satis est. Pro Analyfi vero numeri sic positi, eo quo reperiuntur ordine, in vnam summam collecti, divisorem, sub ducta linea scribendum, constituunt: atque per hunc, punctum secundum dividendum est, ut habeatur in Quotiente, secunda Radix singularis, suo loco, de quo primo & secundo Præcepto dixi, ponenda. Debet autem hæc divisio non esse accurata, sed minor potius quotus accipiendus, propter productos ac Potestates, per sequens Præceptum (per hoc enim nulla fit subtractio) subtrahendas: sub divisore denique alia ducatur linea.

QVARTVM PRÆCEPTVM.

*Præscribit quomodo Potestas secundæ singularis Radicis poni; ejusdem Radicis proxime subsequentium graduum Multiplices, in reciprocos gradus, per præcedens Præceptum positos, duci; & facti homogenei collocari, debeant.*

NAM primo ipsiusmet secundæ Radicis singularis Potestas, ponitur sub ipso secundo puncto; proxime deinde sinistram versus succedit homogeneum id, quod fit ex ductu Multiplicis gradus proxime minoris, in sibi supra scriptum reciprocum gradum; Et sic deinceps.



## QVINTVM PRÆCEPTVM.

*De factis homogeneis præcipit.*

**N**umeri quippe omnes, eo ordine, quo intra binas proxime ductas lineas inveniuntur, inter se adduntur, & summa hæc, in Genesi quidem, Potestati singulari superscriptæ adjungitur, in Analyfi vero ex eadem subtrahitur: ibi enim additio dat Potestatem singularem secundam, hic vero subtractio relinquit illius superfluum ad Potestatem, sive Punctum tertium proxime sequens spectans.

Atque hac ratione per doctrinam secundi, tertij, quarti, & quinti Præceptorum, in infinitum licebit progredi, accipiendo videlicet figuras Radicis jam inventas aut expeditas, pro prima singulari Radice, & quamlibet præsentem pro secunda.

Ne autem Multiplices & divisores additionem confundant, leviter ductis lineis deleri possunt, seu decussari.

## ARTICVLVS VII.

*De Fractionibus.*

**R**educta Fractione proposita ad minimos terminos, vtriusque & Numeratoris & Denominatoris fiat, tam Genesi, quam Analyfi juxta præmissa Præcepta. Potestates deinde vel radices inventæ per modum fractionis, altera alteri consequenter subscribantur.

## ARTICVLVS VIII.

*Examen Genesi, & Analyfi Potestatum.*

**H**oc quemadmodum in Algorithmis duplex est. Primum est vt *Proba*, vt vocant, ex Radice data in Genesi, vel inventa in Analyfi, per ternarium, septenarium, novenarium, &c. elicite singularis Potestas fiat, eique, si quod in Analyfi remansit, addatur *Proba* residui, hujus enim *Proba* æqualis esse debet *Proba*, Potestatis Generalis inventæ, vel datæ.

Secundum examen est, ut Analyfi probet Genesin; & hæc illam, quemadmodum communis Multiplicatio examinatur per Divisionem, & hæc per illam.

## ARTICVLVS IX.

*Appropinquatio pro Analyfi.*

**Q**uando peracta Analyfi ultimo aliquod manet Residuum (quod si quum est numerum propositum non habere radicem, quæ quæritur, ratio-

rationalem) ei juxta gradum Potestatis ad dextram præfige Cyphras, binas scilicet in infinitum Quadratis, ternas in infinitum Cubis, quaternas quadrato quadratis, & sic deinceps; & opus deinde Analysis, ut captum est, juxta data Præcepta prosequere: figuræ enim Radicis, quæ hac ratione ex Cyphris inveniuntur, constituunt numeratorem fractionis, cujus denominator est vnitas, cum sibi præfixis tot Cyphris singulis, quot antea binas, ternas, quaternas &c. Residuo Potestatis resolvendæ præfixisti.

Si placet sine hac appropinquatione mox fractionem constituere; numerator esto ipsum prædictum Residuum, denominator vero divisores iidem qui essent, si aliud adhuc punctum superesset resolvendum, in vnâ summam modo ordinario collecti. *In divisoribus enim inest, inquit Vieta, implicite latus (id est Radix) quod alioquin proximè esset eliciendum. Qua de re fusius alibi.*

*Antequam autem ad horum Præceptorum applicationem (quod sequenti Capite facere constituimus) descendamus, prius duæ Tabulæ, de quibus in secundo & tertio Præcepto mentionem fecimus, earumque constructio præmittende sunt.*

## ARTICVLVS X.

*Potestatum earum quarum Radices digitisunt,*

### TABVLA II.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	4	9	16	25	36	49	64	81
2	8	27	64	125	216	343	512	729
3	16	81	256	625	1296	2401	4096	6561
4	32	243	1024	3125	7776	16807	32768	59049
5	64	729	4096	15625	46656	117649	262144	531441
6	128	2187	16384	78125	279936	823543	2097152	4782969

## ARTICVLVS XI.

*Constructio Tabulæ Secundæ.*

**I**N prima serie transversa novem figuræ significativæ, quas *digitos* appellari, suo loco diximus, ordine scribantur: quælibet deinde figura in se ipsam

lam multiplicetur, & producti subscribantur; quæ erit secunda Potestatum secundi gradus, series; tunc hæc secunda series denuo multiplicetur in primam, quilibet scilicet numerus in sibi superscriptum, & habebitur tertia, pro Potestatibus tertij gradus series; quæ tertia rursus multiplicata in primam, generabit quartam; & sic de reliquis. Hujus multiplicationis Exemplum habes supra Articulo 4, de Radice 3. Ad sinistram denique cuique seriei transversæ, suum præfigatur propriij gradus ac Potestatis symbolum. Nos in exemplo proposito ad septimum tantum gradum usque progressi sumus.

## ARTICVLVS XII.

*Compositionis & Resolutionis Potestatum,*

### TABVLA TERTIA.

1	R	A	+	B										
2	Q	Aq	+	A 2 in B	+	B								
3	C	Ac	+	Aq 3 in B	+	A 3 in Bq	+	BC						
4	QQ	Aqq	+	Ac 4 in B	+	Aq 6 in Bq	+	A 4 in BC	+	Bqq				
5	QC	Aqc	+	Aqq 5 in B	+	AC 10 in Bq	+	Aq 10 in BC	+	A 5 in Bqq	+	BqC		
6	CC	ACC	+	Aqc 6 in B	+	Aqq 15 in Bq	+	AC 20 in BC	+	Aq 15 in Bqq	+	A 6 in BqC	+	BCC

## ARTICVLVS XIII.

*Constructio Tabule Tertie.*

EXponatur Radix aliqua divisa in duas partes, quarum prima esto *A*, altera *B*, quæ simul sunt,  $A + B$ , hoc est, *A plus B*, & fiat ejus in se multiplicatio, quemadmodum in Constructione præcedentis Tabulæ diximus, Hoc nimirum modo:



R	A + B A + B								
	Aq + A A	inB inB	+ Bq						
Q	Aq + A <sup>2</sup> A + B	inB	+ Bq						
	AC + Aq <sup>2</sup> Aq	inB inB	+ A + A <sup>2</sup>	in Bq in Bq	+ B <sup>2</sup> C				
C	AC + Aq <sup>3</sup> A + B	inB	+ A <sup>3</sup>	in Bq	+ B <sup>3</sup> C				
	Aqq + AC <sup>3</sup> AC	inB inB	+ Aq <sup>3</sup> + Aq <sup>3</sup>	in Bq in Bq	+ A <sup>3</sup> + A <sup>3</sup>	in B C in B C	+ Bqq + Bqq		
QQ	Aqq + AC <sup>4</sup> A +	inB	+ Aq <sup>6</sup>	in Bq	+ A <sup>4</sup>	in B C	+ Bqq		
	Aqc + Aqq + Aqq	inB inB	+ AC <sup>6</sup> + AC <sup>4</sup>	in Bq in Bq	+ Aq <sup>4</sup> + Aq <sup>6</sup>	in B C in B C	+ A + A <sup>4</sup>	in B qq in B qq	+ B qC + B qC
QC	Aqc + Aqq <sup>5</sup>	inB	+ AC <sup>10</sup>	in Bq	+ Aq <sup>10</sup>	in B C	+ A <sup>5</sup>	in B qq	+ B qC
	A + B &c,								

Et sic in infinitum.

## ARTICVLVS XIV.

### Continuatio Tabulae Tertiae.

Ubi sit facilius alia Continuatio, quam vel ipsa sit, quam praesentimus, Constructio Tabulae tertiae, placet eam hoc loco seorsim tradere: Inspiciatur Tabula ipsa supra Articulo duodecimo proposita, in qua,

*Prima* series seu ordo perpendicularis habet numeros, seu indices graduum eorum, quorum symbola sive signa adjuncta sunt, ab unitate incipientes, & per ordinem naturalem numerorum progredientes; quae series perpendicularis continuari in infinitum nullo negotio potest.

*Secunda* series perpendicularis signa, sive Characteres Potestatum sive graduum exhibet, à prima parte Radicis quae est A; continuanda similiter perfacile in infinitum.

*Tertius* ordo perpendicularis componitur ex primo & secundo, praepositum signum +, hoc est, plus, & addit insuper in B; orditur tamen seriem suam, quoad Characteres graduum, non statim è regione Characterum secundae seriei, sed immediate post.

*Quarta* series perpendicularis componitur ex tertia, & addit insuper, in B q. Habet enim Characteres graduum ex tertia, ea ratione qua ipsa tertia series, suos Characteres accepit ex secunda. Numeros vero adjunctos colligit per continuam additionem, numerorum seri-

ei proximè præcedentis; ita tamen vt semper subintelligatur vnitatem præcessisse reliquos. Numerus enim primus hujus Quarti Ordinis, qui est 3, est summa dictæ vnitatis, & numeri primi, qui est binarius præcedentis seriei. Secundus numerus est 6, factus ex additione ternarij paulo ante collecti, & ejus quem ad latus habet, in antecedente serie, qui etiam est ternarius. Tertius numerus hujus Quarti perpendicularis ordinis est 10, compositus ex additione istius 6, quem jam fecimus, & ejus quem ad latus habet in præcedenti qui est 4. Quartus numerus ejusdem seriei oritur ex additione hujus 10, quem fecimus, & ejus quem ad latus habet, qui est 5, vt faciat 15. Et sic de reliquis. Nam non aliter generatur Quintus ordo ex Quarto, quam ipse Quartus ex Tertio. Et sic in infinitum.

1	R	A	+	B										
2	Q	Aq	+	A 2 in B	+	B								
3	C	Ac	+	Aq 3 in B	+	A 3 in Bq	+	BC						
4	QQ	Aqq	+	Ac 4 in B	+	Aq 6 in Bq	+	A 4 in BC	+	Bqq				
5	QC	Aqc	+	Aqq 5 in B	+	AC 10 in Bq	+	Aq 10 in BC	+	A 5 in Bqq	+	BqC		
6	CC	ACC	+	Aqc 6 in B	+	Aqq 15 in Bq	+	AC 20 in BC	+	Aq 15 in Bqq	+	AC in BqC	+	BCC

Sunt autem numeri Tertij perpendicularis ordinis, seriei naturalis; illi vero qui sunt in Quarto ordine, sunt triangulares; & numeri in Quinto ordine positi, sunt Quadrangulares; Quinti Ordinis quinquangulares sunt. Et sic de reliquis.

C A P V T II.

DE POTESTATUM  
 Genesi, & Analyfi in Specie.

**V**T Præcepta Vniuersalia ad determinantum Graduum Genesin, & Analyfin Potestatum facilius, & sine errore aut dubitatione applicentur, Exemplis binis Lectori præire constituimus, in secundo ac tertio Potestatis Gradu, Quadratorum videlicet atque Cuborum, maxime quod reliquorum, altiorumque Graduum, extra Algebram vix usus aliquis sit. Quod vt rectius exequamur Præceptis particularibus, particularia Theoremata, ex Tabula tertia vel quarta, Capite præcedenti proposita, excerpta, Exemplis præmittere abs re non fore iudicavimus: per ea etenim iuvabitur tam praxis quam speculatio, redditurque ratio & Operationis, & Præceptorum.

## ARTICULVS I.

Theoremata, ex precedentibus Tabulis desumpta, pro Genesi & Analysisi particularium Graduum.

## THEOREMA I.

*Pro secundo Gradu, qui est Cuborum.*

SI Radix aliqua dividatur in duas partes, quarum altera sit  $A$ , altera  $B$ ; erit Quadratum totius Radicis, indivisa æquale, Quadrato ipsius  $A$ , plus  $A$  in  $B$  bis, plus  $B$  Quadrato.

Et hoc est quod secunda series transversa, Quadratica nimirum, in Tabula secunda capitis precedentis Articuli 12. ejusque constructio, supra capite primo, Articulo 13. posita, indicat.

## THEOREMA II.

*Pro Tertio Gradu, qui est Cuborum.*

SI Radix secetur in duas partes  $A$  &  $B$ , erit Cubus totius Radicis æqualis, Cubo ipsius  $A$ , plus  $A$  Quadrato ter in  $B$ , plus  $A$  ter in  $B$  quadratum, plus  $B$  Cubo.

Pater ex Tertia serie Tabulæ supradictæ, ejusque constructione.

## THEOREMA III.

*Pro Quarto Gradu, Quadrato-Quadratorum.*

RADICIS cujusvis in duas partes  $A$  &  $B$  sectæ, Quadrato quadratum æquale est, Quadrato-quadrato ipsius  $A$ , plus  $A$  Cubo quater in  $B$ , plus  $A$  Quadrato sexies in  $B$  Quadratum, plus  $A$  quater in  $B$  Cubum, plus  $B$  Quadrato-quadrato.

Constant hæc omnia ex serie Quarta transversa, prædictæ Tabulæ secundæ, & rationem Constructio ipsa supra posita ostendit.

Atque hac ratione infinita condere licet Theoremata, pro infinitis Potestatum Gradibus.

ARTICVLVS II.

EXEMPLVM

Genesis & Analysis Potestatis Secundi Gradus, qui est Quadrati.

Esto data ad Genesis Radix, seu Latus futuri Quadrati 46291037. Potestas vero per Analysis resolvenda 2142860106535369.

Primò igitur quia Radix data est octo figurarum, & Potestas facienda est secundi gradus, exponantur juxta primum Præceptum vniversale Articuli 6. Capitis præcedentis, 16 Cyphræ, pro qualibet scilicet figura binæ, & tam Cyphrarum, quam Potestatis datæ, alternæ figuræ, à dextris incipiendo, notentur punctis: quibus in Potestate fictitia, quæ scilicet ex Cyphris constat, datam Radicem subijce, vt appareat in hac prima formula.

FORMVLA PRIM A.

<i>Genesis</i>	<i>Analysis.</i>
o o o o o o o o o o o o o o o o	2 1 4 2 8 6 0 1 0 6 5 3 5 3 6 9
4 6 2 1 9 1 0 3 7	

Secundò, ex doctrina secundi Præcepti generalis, pro Genesis, in præcedenti Secunda Tabula pag. 159, quare in fronte primam Radicis figuram, quæ est 4, & sub illa, in linea transversa Potestatis Quadraticæ, excerpe Potestatem ejus 16. pro Analysis vero, cum primo puncto qui est 21, seriem eandem Quadraticam ingredi, ibiq; cum equalem non inuenias, proxime minorem, quæ est 16, accipe, cum suprascripta Radice 4. Potestatem igitur hanc primam singularem 16, sub primo puncto scribe, vt secunda formula indicat; eamque in Analysis à sibi suprascriptis 21, subtrahere, & quinarium reliquum subscribe. Hæc autem operatio denotatur in Tabula Tertia, pagina 160. in serie transversa Quadratica, per has litteras Aq, hoc est, A Quadratum.

FORMVLA SECVND A,

<i>Genesis</i>	<i>Analysis</i>
o o	2 1
4	4) 1 6
16 4	5
	Tertiò

Tertiò, ad sequens punctum progredere : & vt facilior sit operatio, in Genesi Potestati jam factæ, hoc est ipsis 16; in Analyfi vero relicto quinario, in eadem transversa recta linea, hujus puncti figuras versus dextram præpone. Quia vero inter punctum, & punctum, vnus tantum locus est vacuus, ex præscripto Tertij Generalis Præcepti, vnus tantum in eo scribendus erit, primæ singularis Radicis ( Quaternarij videlicet ) Multiplex, qui debet esse per binarium, vt constat ex Theoremate secundo, supra Articulo 2, proposito. Dices igitur bis 4 sunt 8, quæ 8, vt apparet in Tertia formula, puncto debent esse sinistram versus proxima. Et hoc est quod in dicto Theoremate, atque in serie Quadratica tertiæ Tabulæ, ponitur  $A^2$ , hoc est,  $A$  bis. Atque hac ratione ex hoc tertio Præcepto Genesim expedita est. In Analyfi vero restat adhuc secundæ Radicis singularis per divisionem inventio, in qua divisorem agit idem octonarius. Dic ergo 8 in 54 continentur sexies, senariumque tanquam Radicem suo loco ponito.

FORMVLA TERTIA.

Genesis

$$\begin{array}{r} 00 \\ 4 \\ \hline 1600 \end{array} \quad 46$$

Analysis.

$$\begin{array}{r} 21 \\ 4) 16 \\ \hline 542 \\ 6) 8 \end{array}$$

Quartò, cum in secundo gradu vnus tantum sit Multiplex, vt dictum est, ex quarto Præcepto secundæ Radicis ( senarij scilicet ) Potestatem, quæ est 36, sub ipso puncto ita pone, vt senarium scribas, ternarium mente retineas; ( facile enim hoc fit, cum talis Potestas duas figuras nunquam excedat ) huic Potestati proximus gradus est ipsamet Radix 6, eam igitur in supra scriptum multiplica, & productis 48 ternarium retentum adijce, & collecta 51 sub ductâ lineâ propè senarium jam scriptum, adscribito, tam in Genesi, quam in Analyfi, aliamque lineam subducito; vt habes in Quarta formula. Operationem hanc docet Tabula in linea Quadratica, & prædictum Theorema per,  $A^2$  in  $B$ , +  $Bq$ . Nam per  $A$  semper significatur prima Radix, & per  $B$  secunda.

FORMVLA QVARTA.

Genesis

$$\begin{array}{r} 00 \\ 4 \\ \hline 1600 \end{array} \quad 46$$

$$\begin{array}{r} 8 \\ \hline 516 \end{array}$$

Analysis

$$\begin{array}{r} 21 \\ + 4) 16 \\ \hline 542 \\ 6) 8 \\ \hline 516 \end{array}$$

Quin

X





Quintò quia inter proximas ductas 2 lineas, vnus tantum est numerus videlicet 516, cum, ex Præcepto quinto, in Genesi quidem Potestati suprascriptæ, quæ est 1600 adde, vt facias 2116. Potestatem nimirum siue Quadratum numeri 46, qui ex duabus primis figuris datæ Radicis constat. In Analyfi vero eundem numerum 516, à suprascripto secundo puncto, nempe ex 542 subtrahe, & reliqua 26, subscribe, vt vides factum esse in hac Quinta formula.

## FORMVLA QVINTA

*Genesis*

$$\begin{array}{r}
 00 \\
 \hline
 4 \\
 \hline
 1600 \\
 8 \\
 \hline
 516 \\
 \hline
 2116
 \end{array}
 \quad 46$$

*Analysis*

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 \hline
 4) 16 \\
 \hline
 542 \\
 6) 8 \\
 \hline
 516 \\
 \hline
 26
 \end{array}$$

Sextò, figuræ Radicis expeditæ, quæ sunt 4 & 6, sine tibi 46, hoc est vnus numerus, & instar vnice primæ Radicis, quæ, vt dixi, per *A* in Theoremate, ac Tabula prædicta designatur; cum qua, vt ante, per tertium Præceptum, quære aliam novam & Potestatem & Radicem, inueniesque in Genesi pro Potestate numerum 213444, à Radice singulari 462 progenitam: in Analyfi vero Radicem binarium, & residuum 842, vt videre licet in Sexta formula.

## FORMVLA SEXTA.

*Genesis*

$$\begin{array}{r}
 00 \\
 \hline
 4 \\
 \hline
 1600 \\
 8 \\
 \hline
 516 \\
 \hline
 211600 \\
 92 \\
 \hline
 1844 \\
 \hline
 213444
 \end{array}
 \quad 462$$

*Analysis*

$$\begin{array}{r}
 21 \\
 \hline
 4) 16 \\
 \hline
 542 \\
 6) 8 \\
 \hline
 516 \\
 \hline
 2686 \\
 2) 92 \\
 \hline
 1844 \\
 \hline
 842
 \end{array}$$

Atque hac ratione per tertium, quartum & quintum Præcepta, vsque ad finem opus proseguere, sicut hic factum vides in Septima formula. Vt autem numerorum sibi inuicem subscriptorum, absque errore

rore fiat additio & subtractio, recte feceris si binas quasque, quaternasve figuras lineis perpendicularibus incluseris, ut apparet in eadem septima Formula. In qua præter cætera videre licet, singularem Compositionis &

SEPTIMA FORMULA.

*Genesi.*

*Analysi.*

0000	0000	0000	0000	2142	8601	0653	5369
46	29	10	37	416			
1600				542			
8.		D		618.			
516		4629	1037	516			
2116	00	8248	2064	26	86		
9	2.	9258	207	219	2.		
18	44			18	44		
2134	4400			8	4201		
	924.			91	924.		
8	3241			8	3241		
2142	7641	00			960	06	
	925	8	E	E 01	11925	8.	
2142	8566	8100	00		34	2553	53 G
	9	2582	0.		319	2582	0.
	27	7746	09		27	7746	09
2142	8594	5846	0900		6	4807	4469
		0258	206.		71	9258	206.
	6	4807	4469		6	4807	4469
2142	8601	0653	5369	0000	0000	0000	0000

Resolutionis proprietatem, quæ est, ut initium Compositionis sit finis Resolutionis; & quod est ultimum in Compositione, sit primum in Resolutione.

ARTICVLVS III.

*Annotationes ad Genesin, & Analysin Quadratorum spectantes.*

PRIMA. Ne Duplum primarum, & aliarum præcedentium Radicum, toties scribendum sit, id successivè secundum operis progressum, seorsim sub ipsismet Radicibus scribatur; id quod, cum ex maioribus figuris varietur, variatum denuo supponatur, prout apparet in præcedenti septima formula ad litteram D, vbi Radices sunt in primo ordine

transverso, in secundo primum Duplum, in tertio Secundum seu variatum Duplum.

SECUNDA. Quando aliqua Radix singularis est vnitas, non fit ea, de qua Præcepto quarto, multiplicatio; sed loco producti, accipitur numerus ex tertio Præcepto natus, cum ipsa vnitate immediate sub puncto scripta, vt patet ex septima formula ad litteram E, vbi duplum Radicis, cum ipso Radicis quadrato, quod est 1, hoc est 92581, in Genesi additur, in Analyfi vero subtrahitur, suo superscripto.

TERTIA. Si vero Radix singularis Cyphra sive nulla fuerit, in Genesi Potestati præcedenti duæ Cyphræ adijciendæ sunt, in Analyfi autem ipsamet Cyphra Radicibus ordine suo adnumeranda, & mox ad proxime sequens punctum procedendum est; ut in eadem apparet formula ad litteram G.

QUARTA. Si in Analyfi remanserit aliquod Residuum, nec lubeat vti doctrina quam initio Articuli 9. c. 1. dedimus, Residuum istud sit tibi instar numeratoris, & totius Radicis inventæ duplum fiat denominator, & habebis fractionem Radici inventæ adijciendam, sed vera maiorem; si vnitatem numeratori subtraxeris, vel denominatori addideris, fractio erit minor quam vera: ex quibus duabus satis propinquam facies; si summæ numeratorum, tanquam novo numeratori, summam denominatoris, subscripseris.

Exempli gratia in quinta Formula, vbi quadratum resolvendum est 2142, Residuum est 26. cui si Radicis duplum, quod est 92, subscripseris, habebis fractionem  $\frac{26}{92}$  sive  $\frac{13}{46}$  maiorem verâ; minor verâ est  $\frac{13}{47}$ , vel  $\frac{12}{48}$  sive  $\frac{5}{23}$ . Additis numeratoribus & denominatoribus, fit fractio  $\frac{13}{29}$  vel  $\frac{26}{58}$  vtrunque propinqua; ita vt Radix quadrata ex 2142, dici possit 46  $\frac{13}{29}$  proximè, vel etiam 46  $\frac{26}{58}$ .

QUINTA. Ex hac porro Genesi videre licet, quod datæ Radicis singulares Potestates omnes seorsim exprimantur. Primæ enim figuræ quæ est 4, Potestas habetur ex secunda Tabula: duarum deinde figurarum, quæ sunt 46, Potestas datur per operationem nempe 2116. Trium, quæ sunt 462, datur Potestas 213444. Quatuor exinde figurarum, quæ sunt 4629, datur Potestas 21427641. Ex sic de reliquis.

Contra vero in Analyfi, primi puncti Potestatis datæ, qui est 21, proxima Radix habetur etiam ex secunda Tabula. Secundi deinde puncti, qui est 2142, Radix proxima in numeris integris habetur ex opere, videlicet 46. Tertij puncti, qui est 214286, proxima Radix est 462. Et sic de reliquis.

## ARTICVLVS IV.

### *Ratio Genesis & Analysis, Secundi Gradus.*

HÆC tota pendet & patet ex primo Theoremate supraposito, quæ est

est propositio quarta libri 2. Euclidis, si ea Numeris accomodetur; quod sic fit.

*Si numerus quivis secetur utcumque in duas partes, harum partium Quadrata, sive Potestates, una cum duplo producto, quod ex multiplicatione earundem partium nascitur, simul equalia sunt quadrato totius numeri propositi.*

Cum igitur in Genesi aliud non fiat, nisi ut numerus datus sive Radix successivè semper in duas partes dividatur, & harum partium Quadrata, una cum duplici factò ex ipsis partibus orto, vnam in summam colligantur, patet hinc oriri Quadratum totius numeri propositi. In Analyfi verò contra, Potestas proposita sive Quadratum totius numeri, in duo illa Quadrata partium, earundemque duplum productum resolvitur, & tandem partes lateraue ipsa eruuntur.

Exempli gratia. In Formula sexta vel septima, habito per Genesin quadrato 2, 116, à radice 46 progenito, volo illi addere tantum, ut fiat aliud & majus quadratum, cujus radix sit 462. Hæc ergo radix est numerus ille, de quo Theorema, in duas partes secandus, quas pono esse 460 & 2; majoris ergo partis numerus quadratus est 211, 600. (& sic apparet ratio, cur ipsis 2116. hoc est, quadrato prius invento præfixæ sint duæ cyphræ) minoris verò est 4. Earundem autem partium 460 & 2 multiplicatio mutua facit productum 920, qui duplicatus gignit 1, 840. Atque hi tres numeri, duæ scilicet potestates seu numeri quadrati 211, 600 & 4, duplumque productum 920, in vnam collecti summam, ut hic apparet, faciunt Quadratum propositum, radice 462. Hinc ergo patet ratio, cur in opere & Genesim & Analysis immediatè sub puncto scribatur quadratus minoris partis numeri secti, & duplum radice inventæ, ductum in eandem partem minorem, vna sede sinistrum versus promoveatur. Superponitur enim duplo illi præfixam esse vnam cyphram. Idem autem est sive productum ex partibus duplicetur, sive partes duplicatæ invicem multiplicentur, ut fit in Genesi.

$$\begin{array}{r}
 211600 \\
 1840 \\
 4 \\
 \hline
 213444
 \end{array}$$

In Analyfi verò, habita per præcedens opus radice 46, ex potestate 2, 142, quæ Residuum fecit 26, volo præfixis prius proxime sequentibus binis figuris 86, ex toto tanquam reliquo quadrati, seu Potestatis jam resolutæ, videlicet ex 2, 686, elicere novam radice inventæ 46 præfigendam figuram. Hanc ergo radicem tanquam integrè inventam, pono esse numerum illum, de quo Theorema, in duas partes secandum, quarum partium major sit 460, & minorem sic quero. Quoniam ex prædicto residuo Quadrato 2686, seu rectius, ex toto 214, 286 majoris hujus partis 460 quadratum, quod est 211, 600, per præcedentes operationes, tanquam per summam ex 160, 000 & 51, 600 subtractum jam est (quemadmodum statim ab initio quadratum ex 40, quod est 1, 600 ab 2, 142 sublatum est, factò residuo 542) & in reliquo, quod est 2, 686, solum remaneat gnomon, sive minoris par-

tis quadratum, vnà cum duplici rectangulo, sive producto ex 460, & nova quærenda figura. Quare si rectangulum vnum applicetur ad latus majus, orietur latus minus, sive nova figura quæsita; hoc est, si numeri dati 2,686 medietas, quæ est 1,343, in qua est summa illius vnus rectanguli, & semiquadrati ejusdem novæ figuræ quærendæ, dividatur per 460, habebitur dicta nova figura. Sed idem est si duplus numerus, hoc est, 2,686, dividatur per duplum divisorem, nempe per 920: hoc autem fit in opere Analyseos, vt patet, Cum ergo hoc loco per divisionem binarius inventus sit, vnum rectangulum sub ipso & 460, est 920, ipsiusque duplum 1,840, quadratum vero binarij est 4, & sic totus gnomon 1,844, qui subtractus ex 2,686, relinquit 842, constat ergo tota ratio. Ex hoc autem residuo 842 aucto binis figuris 01, vt sit 84,201, sequens figura radice, quæ est 9, elicitur eadem arte; id patet in septima Formula; Et sic de reliquis.

$$\begin{array}{r} 2\ 6\ 8\ 6 \\ \underline{\phantom{2}\phantom{6}\phantom{8}\phantom{6}} \\ 1\ 8\ 4\ 0 \\ \phantom{1}\phantom{8}\phantom{4}\phantom{0}\phantom{0} \\ \phantom{1}\phantom{8}\phantom{4}\phantom{0}\phantom{0}\phantom{0} \\ \underline{\phantom{1}\phantom{8}\phantom{4}\phantom{0}\phantom{0}\phantom{0}} \\ 1\ 8\ 4\ 4 \\ \underline{\phantom{1}\phantom{8}\phantom{4}\phantom{0}\phantom{0}\phantom{0}\phantom{0}} \\ 8\ 4\ 2 \end{array}$$

ARTICVLVS V.

E X E M P L V M

*Genesis & Analysis, Potestatis Tertij Gradus.*

SIT data ad Genesis Radix seu latus futuri Cubi, idem quod ante, videlicet, 46,291,037. Potestas vero seu Cubus per Analysisin in suum Latus resolvendus sit 99,195,216,477,452,708,187,653.

Primò igitur quia Radix data est 8 figurarum, & Potestas facienda Tertij sit gradus, exponantur juxta primum universale Præceptum 24 Cyphræ pro qualibet scilicet figura ternæ, & tam Cyphrarum quam potestatis datæ, ternæ alternæ figuræ, à dextris incipiendo, notentur punctis, quibus in Potestate fictitia, quæ scilicet ex punctis seu Cyphris constat, datam Radicem subijce, ut apparet in prima formula.

FORMULA PRIMA.

*Genesis*

0  
 . . . . .  
 4 6 2 9 1 0 3 7

*Analysis.*

9 9 1 9 5 2 1 6 4 7 7 4 5 2 7 0 8 1 8 7 6 5 3

Secundò. Ex doctrina Secundi Præcepti pro Genesi in Tabula prima, quære in fronte primam Radicis figuram, quæ est 4, & sub illa in serie Potestatis Cubicæ, excerpe Potestatem 64; pro Analyfi verò cum primo puncto, qui est 99, lineam eandem Cubicam ingredi; ibique, cum æqualem non invenias, proxime minorem, quæ est 64, accipe, cum sibi superscripta Radice 4. Potestatem igitur hanc primam singularem 64, sub primo puncto scribe, vt secunda formula indicat; eamque in Analyfi à sibi superscriptis 99 subtrahe, & reliqua 35 subscribe. Hæc autem operatio denotatur in tabula tertia in serie transversa Cubica, per *A Cub.*

FORMULA SECUNDA.

*Genesis*

$$\begin{array}{r} \circ \circ \circ \\ \cdot \\ 4 \\ \hline 64 \quad 4 \end{array}$$

*Analysis*

$$\begin{array}{r} 99 \\ 4 \overline{) 64} \\ \hline 53 \end{array}$$

Tertiò. Ad sequens punctum progredere, & vt facilius sit operatio, puncti huius tres figuras, in Genesi quidem, potestati jam posita, ipsis nimirum 64; In Analyfi vero relictis 35, in eadem recta linea adscribe. Quia vero inter punctum & punctum duo loca sunt vacua, ex præscripto Tertij generalis Præcepti, atque Theorematis secundi supra Articulo 1. positi, bini Multiplices primæ singularis Radicis, quaternarij scilicet scribendi erunt singuli, in singulis suis locis, primus quidem immediate ad sinistram puncti ponendus, ipsiusmet Radicis per ternarium Multiplex esse debet: Dicas ergo ter 4 sunt 12. Secundus vero Quadrati ipsius Radicis quod est 16, per eundem ternarium Multiplex esto; dicas ergo ter 16 sunt 48, eaque scribas in proxime sequenti loco, sinistram versus, ducasque lineam; vt videre est in tertia formula. Et sic ex hoc tertio Præcepto Genesi expedita est; in Analyfi vero hi duo numeri, eo quo reperiuntur ordine perpendiculari, in vnum collecti, divisorem constituunt 492, sub linea scribendum, qui supra se habet dividendum 35, 195, dic ergo 49 in 351 (vel quia 49 sunt quasi 50, dic 5 in 35) haberentur quidem septies; sed quia divisio debet potius esse minoris Quoti, quam accurati, ex tertio Præcepto; ideo tantum senarium pro Quoto accipias, suo loco scribendum; divisorem denique (juxta quem etiam Quotus scribi poterit) alia linea include, vt habetur in eadem tertia formula. Et hoc est quod in prædicto Theoremate, atque in serie Cubica Tabulæ prædictæ ponitur, *A3, A93.*

Non est autem opus tripla & radice, & ipsius quadrati ad constituendum Divisorem, vnam in summam colligere: Triplum enim quadrati sinistram versus tantum excurrere solet, vt per primas ipsius

figuras

ras (incipiendo à sinistris) bene possit iudicium fieri, quam ex Dividendo figura pro Quoto, sive Radice singulari elicienda sit. Et sic factum videbis infra in septima Formula, pro omnibus sequentibus Radicibus, scilicet pro 2, pro 9, &c.

FORMULA TERTIA.

<i>Genesis</i>		<i>Analysis</i>
0 0 0		9 9
4		4) 6 4
-----		-----
6 4 0 0 0	4	3 5 1 9 5
-----		-----
1 2 .		1 2 .
4 8		4 8
-----		-----
-----		6) 4 9 2
-----		-----

Quartò. Ex Præcepto quarto generali Secunda Radicis, quæ est senarius, Potestatem, quæ est 216, sub ipso secundo puncto pone; deinde ejusdem Radicis quadratum, tanquam proxime minorem gradum, duc in superscriptum proximum suum reciprocum, 36 scilicet in 12 & factum Potestati homogeneum, quod est 432, ad latus positæ Potestatis scribito: denique ipsamet secundam radicem singularem, duc in suum reciprocum, 6 scilicet in 48, & factum homogeneum 288, in sequenti loco versus sinistram ponito, & tandem lineam subducito, ut habes in quarta formula. Operationem vero hanc docet secunda Tabula, in serie transversa Cubica, & prædictum secundum Theorema, per  $Aq^3$  in  $B$ , +  $A^3$  in  $Bq$ , +  $B$  Cubo.

FORMULA QUARTA.

<i>Genesis</i>		<i>Analysis</i>
0 0 0		9 9
4		4) 6 4
-----		-----
6 4 0 0 0	46	3 5 1 9 5
-----		-----
1 2 .		1 2 .
4 8		4 8
-----		-----
-----		6) 4 9 2
-----		-----
2 1 6		2 1 6
4 3 2		4 3 2
2 8 8		2 8 8
-----		-----

Hoc loco notabis, quando secundæ radicis quadratum binis figuris constat, ac proinde multiplicatio illius in reciprocum gradum memoriter fieri vix potest, ne cogaris seorsim hanc multiplicationem facere, primo ipsam, quam dixi radicem, ducas in dictum reciprocum, hoc est, in exemplo nostro in 12, & productum ducas denuo in eandem radicem, videlicet 72 in 6, & hoc secundum productum eodem modo sub primo scribe, priori enim deleto, posterius omnino æquale erit illi, quod factum esset ex quadrato secundæ radicis, in eundem gradum reciprocum: operatio hæc apparet in hac quinta formula, & in septima ad litteras K & M.

FORMULA QUINTA.

*Genesis*

0 0 0	
.	
4	
6 4 0 0 0	4 6
1 2 .	
4 8	
2 1 6	
7 2	
4 3 2	
2 8 8	

*Analysis*

9 9	
.	
4) 6 4	
3 5 1 9 5	
1 2 .	
4 8	
6) 4 9 2	
2 1 6	
7 2	
4 3 2	
2 8 8	

Quintò. Homogenei facti, 288 scilicet & 432 vnà cum potestate 216, eo situ quo intra binas proxime ductas lines inveniuntur, inter se additi, summam faciunt 33, 336 quæ in Genesi, juxta Præceptum quintum, Potestati superscriptæ, quæ est 64, 000, adde (quod eadem opera qua homogenea adduntur fieri potest, ita ut numerus 33, 336 per se scribendus non sit) vt facias 97, 336, Potestatem sive Cubum numeri 46, qui ex duabus primis Figuris datæ radicis constat. In Analysisi vero eundem numerum 33, 336 à superscripto puncto secundo, scilicet à 35, 195, subtrahe, & reliqua 1, 859 subscribe, vt vides factum esse in sequenti sexta formula.





FORMULA SEXTA.

*Genesis*

*Analysis*

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \hline
 64000 \quad 46 \\
 \hline
 12^* \\
 \hline
 48 \\
 \hline
 216 \\
 72 \\
 432 \\
 288 \\
 \hline
 97336 \\
 \hline
 84
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 99 \\
 4)64 \\
 \hline
 35195 \\
 \hline
 12^* \\
 \hline
 48 \\
 \hline
 6)492 \\
 \hline
 216 \\
 7200 \\
 432 \\
 288 \\
 \hline
 33336 \\
 \hline
 1859 \\
 \hline
 84
 \end{array}$$

Acceptis denique 46 pro prima Radice, per Præcepta primum, secundum, tertium, quartum & quintum ad sequentes singulares Potestates componendas, & radices eliciendas progredere, ut in præcedenti exemplo docuimus, & sequens Formula septima exhibet: in qua figuras omnes ad litteras K & M positas, puta esse deletas, siue decussatas.

ARTICVLVS VI.

*Annotationes.*

**P**RIMA. Hic dari posset instructio de triplicatis Radicibus, & Radicum triplicatis quadratis, seorsim scribendis; imò de quadratis Radicum singularium seorsim componendis; sed hæc Ratio potius, quam Calamo opus habent. Satis tamen etiam erit Radices seorsim scribere, ut fecimus in Formula septima ad litteram D, hæ enim hac ratione ob oculos positæ, mox triplicari mente possunt, & productus numerus suis locis scribi. In hunc finem subiecimus etiam ad litteram H, quadrata radicum singularium, ut mente similiter triplicari, & statim in proprijs locis triplum poni queat.

000	000	000	000	000	000	000	000	99	195	216	477	452	708	187	653
4	6	2	9	1	0	3	7	4	6						

64	000	D						35	195
12		4	6	2	9	1	0	3	7
4	8	16							
		2116							
		2134	44						
		2142	7641						
		2142	8566	81					
		2142	8566	8100					
		2142	8594	5846	09				
		2142	8601	0653	536	9			

		1	38
		634	8
		5	52
		1	269
98	611	128	000
		13	86
		64	033
			729
		124	74
		1	122
		576	298
99	188	550	189

		138	87
		6	428

99	194	978	620	171	000	000	G
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	---

				13	887	30
		64	285	700	430	0

						27
				124	985	70
		192	857	101	290	0

99	195	171	477	397	275	727	000
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

				138	873	09
		6	428	578	375	382

						343
				972	111	63
				6	804	781
		45	000	048	627	678

99	195	216	477	452	708	187	653
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

		12
		4
6	4	92
		216
		4
		28
		33
		1

		1	38
		2	634
		5	52
		1	269
		1	275

		584	088	477
			13	86
		9	64	033

				729
				124
				74
				122
				66
				576
				298

		577	422	189
		6	666	288
				452

				138	87
		1	6	428	292
		6	428	431	171

		0	237	857	281	708	187
					13	887	30
		3	64	285	700	430	0

						27
						124
						985
						70
						192
						857
						101
						290
						0

				192	857	226	275	727
				45	000	055	432	460
								653

						138	873	09
				7	6	428	578	375
						375	382	7

								343
						M	972	111
							6	804
							781	41
				45	000	048	627	678
								9

						45	000	055	432	460	653
000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000	000

SECUNDA. Imitatur hæc secundam Annotationem supra Articulo 3 positam; afferens compendium quando radix singularis est vnitas. Summa enim quæ fit ex triplo radicis singularis, ejusque triplicato quadrato, vnà cum Cubo ipsius radicis, qui est 1 (debito modo scriptis & collectis) hoc est, 6, 428, 431, 171, (vt videre est ad litteram E, in Formula septima) in Genesi additur, in Analyfi vero subtrahitur, à suo superscripto.

TERTIA. Eadem hæc est cum tertia Annotatione Articuli 3, nisi quod hic ratione gradus non binæ, sed ternæ cyphræ adijciendæ sint, &c. apparet operatio in septima formula, ad litteram G, vbi in Analyfi nullum posuimus Divisorem; Dividendi enim primæ figuræ à sinistris incipiendo, sunt 23, 785 &c. quibus subscribendus immediate fuisset divisor 64, 284 &c (quod quilibet statim ex præcedentibus videre potest) ita vt sub 23, scribendi fuissent 64, vnde statim constare potuit Quotum esse 0. &c.

QUARTA. Notandum hic, vt supra Annot. 4. factum est, quomodo, quando Cubus resolutus aliquod relinquit residuum, fractio Radici inventæ adijcienda, constituenda sit. Fit autem hoc modo: Residuum ipsum statuitur Numerator; Denominator verò conficitur ex additione, tum tripli radicis inventæ, tum triplicati Quadrati ejusdem Radicis: & fit fractio minor verâ. Exempli gratia in sexta Formula ex Cubo 99, 166 inventa est Radix 46, & residuum mansit 1859, hoc ergo esto Numerator fractionis quæ quæritur. Radicis triplum est 138, & quadratum ipsius, quod est 2, 116 triplicatum facit 6, 348, quod additum ad 138 facit 6, 486: est ergo fractio ista  $\frac{1859}{6486}$  minor verâ. Ac proinde Radix Cubica propinqua ex 99, 195 est 46  $\frac{1859}{6486}$ . Propius accedes si residuo 1859 aliquot cyphrarum ternarios præfixeris, & opus Analyseos profecutus fueris; invenies enim Numeratorem, cujus Denominator erit vnitas cum tot singulis cyphris, quot ternarios præfixisti.

QUINTA. Quemadmodum supra Articulo 3. Num. 5. annotavimus, dari in Genesi singularium Radicum, singula Quadrata, ita hic dantur singularium Radicum singuli Cubi. Cubus exempli gratia Radicis 4, est 64. Radicis 46 Cubus est 97, 336. Radicis 462 Cubus est 98, 611, 128. Vt videre est in septima Formula. Et sic de reliquis.

Sic in Analyfi primi Cubi 99, Radix proxima in integris est 4. Secundi Cubi 99, 195, radix proxima est 46. Tertij Cubi 99, 195, 216, radix proxima in numeris integris est 462. Et sic de cæteris.



000	000	000	000	000	000	000	000	99	195	216	477	452	708	187	653
4	6	2	9	1	0	3	7	4	64						

64	000	D							
	12	4	6	2	9	1	0	3	7
4	8	16							
		2116							H
		2134	44						
	216	2142	7641						
4	32	2142	8566	81					
28	8	2142	8566	8100					
97	336	2142	8594	5846	09				
		2142	8601	0653	536	9			

35	195								
	12								
4	8								
6	4	92							
		216							
4	32								
28	8								
33	336								
1	859	216							

	1	38							
	634	8							
	5	52							
1	269	6	8						
98	611	128	000						
		13	86						
	64	033	2						
		729							
	124	74							K
	1	122	66						
	576	298	8						

	1	38							
2	634	8							
	5	52							
1	269	6	8						
1	275	128							
	584	088	477						
		13	86						
9	64	033	2						
		729							
	124	74							K
	1	122	66						
	576	298	8						

99	188	550	189	000					
		138	87						E
	6	428	292	3					I

577	422	189							
6	666	288	452						
		138	87						E
1	6	428	292	3					I

99	194	978	620	171	000	000			G
				13	887	30			
	64	285	700	430	0				
						27			
		124	985	70					
	192	857	101	290	0				

6	428	431	171						G
0	237	857	281	708	187				
				13	887	30			
3	64	285	700	430	0				
						27			
		124	985	70					
	192	857	101	290	0				
	192	857	226	275	727				

99	195	171	477	397	275	727	000		
				138	873	09			
	6	428	578	375	382	7			
						343			
		972	111	63					M
		6	804	781	41				
	45	000	048	627	678	9			

45	000	055	432	460	653				
				138	873	09			
7	6	428	578	375	382	7			
						343			
		972	111	63					M
		6	804	781	41				
	45	000	048	627	678	9			

99	195	216	477	452	708	187	653	1000	000	000	000	000	000	000	000
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

## ARTICULVS VII.

## R A T I O

*Genesis & Analysis, tertij Gradus.*

**H**ÆC ex vno tota pendet Theoremate, quod est secundum in ordine supra Articulo 1. proposito; quod ex Cubo solido eodem modo patet, atque quarta secundi Euclidis, ex quadrato plano: pro numeris autem sic concipi potest.

*Si numerus quivis secetur utcumque in duas partes, harum partium Cubi vnà cum duobus solidis, altero quidem sub triplo primæ partis, in quadratum secundæ; altero vero sub triplo quadrato primæ, in partem secundam; hi numeri, inquam, simul omnes, æquales sunt Cubo totius numeri propositi.*

Dixi autem vnà cum duobus solidis, nam etiamsi duo Cubi singulares diametraliter oppositi, ad explendum Cubum totalem, requirant sex solida, vt videre est in Cubo materiali; sunt tamen terna solida semper æqualia, ac proinde vnum illorum triplicatum, & tanquam vnum acceptum, tribus illis æquivalet. Cætera patent.

Exempli gratia. In Formula sexta & septima, habito per Genesis Cubo 97,336 à radice 46 progenito, volo illi addere tantum, ut fiat alius & major Cubus, cuius radix sit 462. Hæc ergo radix est numerus ille, de quo Theorema proximum, in duas partes secandus, quas pono esse 460 & 2. Majoris ergo partis numerus cubicus est 97,336,000, (& sic apparet ratio cur in opere geneleos ipsis 97,336, hoc est cubo prius invento, præfixæ sint ternæ cyphræ) minoris vero est 8. Duorum autem solidorum majus, est quod fit quando maioris partis numerus quadratus, qui est 211,600, ducitur in 6, triplum scilicet minoris partis, & producitur 1,269,600. Minus deinde solidum est quod fit, quando minoris partis numerus quadratus, qui est 4, ducitur in 1,380, triplum videlicet maioris partis, & producitur 5,520. Atque hi quatuor numeri, duæ scilicet potestates seu numeri Cubi 97,336,000 & 8, & prædicta duo solida, in vnam collecti summam, vt hic apparet, faciunt 98,611,128 Cubum desideratum, radice 462. Hinc ergo patet ratio, cur in operatione & Genesis & Analysis, immediatè sub puncto scribatur Cubus minoris partis numeri secti, & minus solidum vna, majus verò duabus sedibus sinistram versus promoveatur. Supponitur enim illi præfixam esse vnam, huic autem duas præpositas esse cyphras.

In Analysis deinde habita per præcedentes operationes radice 46, ex potestate sive solido 99,195, quod residuum fecit 1,859, volo, præfixis prius proximè sequentibus ternis figuris 216, ex toto tanquam

97336000	8	1269600	5520	98611128
97336000	8	1269600	5520	98611128
97336000	8	1269600	5520	98611128
97336000	8	1269600	5520	98611128

reliquo Cubi, videlicet ex  $1,859,216$ , elicere novam, radici inventæ  $46$  præfigendam, figuram. Hanc ergo totam radicem tanquam inventam, pono esse numerum illum, de quo Theorema, in duas partes secandum, quarum partium major sit  $460$ , & minorem quæro hoc modo. Quoniam ex dicto Cubo, five solido præcedenti  $1,859,216$ , seu rectius ex toto solido initio posito  $9,919,5216$ , majoris hujus partis  $460$  Cubus, qui est  $97336000$ , per præcedentes operationes, tanquam per summam ex  $64000000$ , &  $33336000$  subtractus jam est, (quemadmodum statim ab initio Cubus ex  $40$ , qui est  $64000$ , ab  $9,919,5$  subtractus est, facto residuo  $35195$ ) & in reliquo, quod est  $1,859,216$ , remaneat gnomon, ut sic dicam, solidus; five minoris partis Cubus, vna cum duobus solidis, de quibus supra; majori scilicet quod continetur sub base, quæ æqualis est triplo quadrato majoris partis numeri secti, & sub altitudine æquali triplo minoris partis: minus autem solidum est quod continetur sub basi, æquali triplo quadrato minoris partis numeri five lineæ sectæ, & sub altitudine æquali eidem supradictæ majori parti. Quare si applicetur majus quod diximus solidum, ad basim, quod est triplum quadratum majoris partis, orietur altitudo ipsius, quæ est minor pars numeri secti, & ipsa quæ quaritur nova radicis figura. Quia verò hoc solidum adhuc ignoratur, sit autem id maxima pars, quæ nota sit, supra dicti gnomonis solidi; ad prædictam basim five triplum quadrati majoris partis, applicatur ipsemet gnomon, non tamen ita præcisè, quin remaneat tantum, unde subtrahi possit, & alterum five minus solidum, & Cubus minoris partis. Hoc est, in exemplo nostro reliquum Cubi, five gnomon solidus, nimirum  $1,859,216$ , dividitur per  $634800$ , triplum videlicet quadrati, quod est  $211600$ , majoris partis numeri secti, & invento Quoto  $2$ , quæ est nova figura quæsitæ, statim ipsius, tanquam alterius partis numeri secti, fit Cubus, nimirum,  $8$ . Minus solidum habetur si quadratum novæ figuræ quod est  $4$ , ducatur in  $1380$  triplicatam majorem partem. Majus denique solidum producitur ex ductu novæ figuræ  $2$ , in  $634800$ , triplum scilicet quadratum, ejusdem majoris partis  $460$ . Quæ tria solida subtracta ex  $1,859,216$ , solido illo gnomone, reliquum fit solidum  $584088$ ; cui sequentes tres figuræ Potestatis resolvendæ, nimirum  $477$ , præfigendæ sunt, & eadem qua ante artis methodo alia nova figura inquirenda, prout exhibetur supra in septima Formula. Et sic de cæteris.

### A D D I T I O.

Quod si quis nobis objiciat, præcepisse nos & egisse in opere Analyseos, contra justissima Legis homogeneorum decreta; collegisse nimirum nos summam divisorum, ex partibus non convenientibus, ex triplo nempe lateris prius inventi, atque ex triplicato quadrato ejusdem, ex linea scilicet & superficie, ac proinde ex magnitudinibus heterogeneis. Exempli gratia, in Formula quinta pagina 173 addidisse nos  $12$ , quod est triplum radicis seu lateris  $4$ , ad  $48$ , triplum quadratum ejusdem lateris  $4$ , & sic nos effecisse summam heterogeneam  $492$ , quæ nec longitudo nec planum dici queat. Huic

Huic respondemus, quamvis nos unà cum Vieta, alijsq; vocaverimus, verbi gratia illa 12 tanquam divisorem, triplum radicis seu lateris, ac proinde longitudinem tantum, cum plano impossibilem; nihilominus tamen eandem nos sumere posse, ut superficiem planumve, rectangulum nimirum sub eodem triplo radicis, & alio novo latere, quod sit unitas; quae unitas cum tam in multiplicatione quam in divisione, in genesi & analysi nihil mutet, superfluum futurum fuisse, hujus rei aut mentionem facere, aut praxim operationum idcirco prolongare. Nam quemadmodum ex unitate, triplo radicis, triploque ejusdem radicis quadrato, & quovis numero Cubico, cujus radix assumpta est, componitur Cubicus numerus proxime major: Exempli gratia. Esto Cubus 125, ex radice 5, ejus triplum est 15, quadratum ejusdem 25, cujus triplum est 75, colligo ergo 1, 15 & 75 in unam summam faciōq; 91, qui numerus adjunctus Cubo proposito 125, componit 216 Cubum proximum cujus radix 6, una unitate major est radice proposta 5: ac proinde praedicta summa 91, differentia est inter proximos duos Cubos 125 & 216, à radicibus 5 & 6 progenitis: Quemadmodum, inquam, haec collectio numerorum phrasi geometrica non convenit, & tamen res ipsa verè & geometricè explicari potest: ita etiam suo modo de suprascriptorum Divisorum summa loqui possumus. Differentia namque Cuborum in numeris, est numerus; in Solidis geometricis, est solidum. Ut in exemplo adducto triplum radicis 5, quod est 15, est solidum, cujus basis est quadratum, à latere quod est 1, & altitudo ipsius est 15; & sicut quadratum unitatis facit 1, sic hoc ipsum quadratum 1, in altitudinem 15 ductum, non aliud producit solidum quam 15, sic etiam 75, triplum nempe quadratum ejusdem radicis 5, ductum in altitudinem 1 producit solidum 75. Unitas denique initio addita est Cubus, cujus latus est 1. Diximus autem initio hujus Articuli duo haec solida 15 & 75, equivalere sex solidis, minus enim, quod est 15, aequale est tribus solidis quorum quodlibet est 5; & majus solidum 75, aequale est tribus alijs solidis aequalibus, quorum quodvis est 25. Atque hac ratione, si opus esset, ratiocinari liceret de illis, de quibus diximus, Divisoribus. Sed hac loco hoc sufficere judicamus.

Quod si cui haec Responso nec dum satisfaceret, ab hoc facilius adhuc nos expediremus, dicendo, pro praxi opereque Analyseos nequaquam necesse esse, plures uno constituere Divisores: sed omnino satis esse, (maximè si opus Analyseos aliquandiu continuetur, & aliquot figurae radicis jam inventa sint) si adhibeatur Divisorum maximus, qui semper uno Gradu cedit Potestati, ac propterea si ipse ad Potestatem applicetur, prodituram Longitudinem, novamque, pro radice assumendam, figuram. Et solum attendendum esse, circa initium operis, ne Quotus divisionis accipiatur justo major, id quod rerum intelligens facile cavebit. Reliquos verò numeros, qui alioquin Divisorum nomine veniunt, ideò poni ut ad manus sint, in quas inventa nova figura, ejusque Potestates ducantur, ad constituendas magnitudines ablatitias. Exempli gratia, in Formula septima, ubi ex reliquo Cubi resolvendi supracitato, nimirum ex 584, 088, 477, nova queritur pro radice figura, Divisores sunt 13860, & 64033200, quorum minor ad negocium divisionis parum ad rem facit, ac proinde meritò omittitur, soloque majore, qui hic est maximus, adhibito, dico 6 in 58, vel 64 in 584 quoties? Et sic de altioribus Potestatibus etiam dicendum.

Hac

Hæc ergo sunt quæ Capite sexto nostræ Arithmeticæ, olim Auditoribus nostris tradidimus. Sequi jam deberet ratione ordinis Tabula, de qua initio diximus, Quadratorum & Cuborum; verum certas ob causas ad finem hujus Appendicis eam rejecimus.

### CAPVT III.

## DE CONSTRUCTIONE, Continuatione, & Vsu Tabularum Quadratorum & Cuborum.

**S**olent illi, qui numeris non multum assueti sunt, cum plures vident paginas integraque volumina, solis illis numerorum characteribus repleta, admiratione abrepti, mox in hæc verba prorumpere: Ad quid tot numeri? Quod si resciverint, ususque Tabularum illarum numerosarum ipsis arriserit, proximum est, ut Constructionem illarum ac fabricam desiderent. Quod cum nostris Tabulis Quadratorum & Cuborum accidere etiam posse judicaverimus, hoc & sequentibus Capitibus hujusmodi spectatoribus aliquomodo satisfacere volumus.

### A R T I C V L V S I.

#### Constructio Tabularum Quadratorum & Cuborum.

**C**onstruximus Tabulam illam, primò quod ad numeros Quadratos attinet, per continuam numerorum imparium omnium, ab unitate incipientium, ordineque naturali progredientium (sunt enim Quadratorum differentia) additionem, donec ad Quadratum 100,000,000, perveniremus, juxta modum quem docet Clavius noster, in fine libri octavi suæ Geometriæ Practicæ.

Cuborum vero ordinem confecimus similiter ex Cuborum, sibi immediatè succedentium differentijs; quas ex progressionem Arithmetica, ab unitate ortum ducente; & per senarium perpetuo excrecente, juxta ea quæ Clavius eodem loco docet, eliciimus.



## ARTICVLVS II.

*Tabulæ Continuatio.*

**S**I penultimum Quadratum numerum in Tabulis nostris positum, ab ultimo subtraxeris, hoc est 99,080,001 ex 100,000,000, inuenies differentiam hanc 19,999, vltimum nimirum imparem numerum, quare proxime sequens est 120,001; deinde 20,003; tum 20,005, &c. additis igitur 20,001 ad vltimum Tabulæ Quadratum, fiet numerus Quadratus 10,020,001, cuius Radix 10,001. Hic quadratus numerus auctus per 20,003, generat Quadratum proximum 100,040,004, cuius Radix 10,002. Et sic de reliquis.

Vel vltimo quadrato adde duplicatam ipsius radicem & vnitatem, & habebis proximum quadratum. Vt si quadrato 100,000,000 cuius radix est 10,000, & duplicata cum vnitatem facit 20,001, hoc ipsum addideris, efficies etiam 100,020,001 proximum scilicet quadratum, vt ante.

Sic si penultimum Cubum ab vltimo dempseris, videlicet 999,700,029,999 ab 1,000,000,000,000, manebit differentia Cuborum 299,970,001; deinde multiplica radicem maioris Cubi, quæ est 1000, per 6, habebis vltimum progressionis per 6 excrefcentis terminum, nimirum 60,000, quare proxime sequens erit 60,006, deinde 60,012, tum 60,018 &c. Additis igitur 60,000 ad prædictam differentiam Cuborum, & summa, quæ est 300,030,001, ad vltimum Tabulæ Cubum, fiet numerus Cubicus 1000,300,030,001, cuius radix 10,001. Hic Cubus auctus summa, quæ fit ex additione numerorum 60,006, & proxime collecti 300,030,001, generat Cubum proximum 1000,600,120,008, cuius Radix 10,002. Et sic de reliquis.

Aut certè quando Tabula Numerorum Quadratorum iam continuata habetur, colligantur vnã in summam triplicata radix, & triplicatum ipsius quadratum, summa enim aucta vnitatem, addita Cubo eiusdem radicis, proxime maiorem constituit Cubum. Exempli causa vltima radix est 10,000, ejus quadratum est 100,000,000, ac proinde numeri hi triplicati sunt 30,000 & 300,000,000, earumque summa aucta vnitatem facit 300,030,001, quæ addita ad vltimum cubum 1000,000,000,000 constituit proxime maiorem 1000,300,030,001.



## ARTICVLVS III.

*Regula ex quibus certò cognoscitur, quinam ex numeris fortuitò propositis, nec Quadratus, nec Cubicus esse possit.*

**R**egulis hisce solū indicamus, quis numerus ex fortuitò oblati, nec Quadratus nec Cubicus sit. Non autem ex hoc concludimus, aut affirmamus numerum qui proprietates omnes in Regulis recensitas habuerit, eum necessario Quadratum, aut Cubum esse: Sed negativè tantum asserimus eum, qui proprietatibus hisce caruerit, neque Quadratum, neque Cubum esse posse; rem tamen quæ sua nec careat utilitate, nec ulteriori speculatione. Incipimus autem à Quadratis.

REGULA I. Numerus cujus vltimus terminus, vel quod idem est, cujus vltima figura est 2, vel 3, vel 7, vel 8; non est numerus Quadratus.

2. Numerus cujus vltima figura est 0, & penultima alia quam 0; vel si est 0, proximè antecedentes, sint cyphræ numero impares; non est Quadratus.

3. Numerus cujus vltima figura est 1, vel 4, vel 9, & penultima alia quam 0, vel numeri paris, non est Quadratus.

4. Numerus cujus vltima figura est 5, & penultima alia quam 2; non est Quadratus.

5. Numerus cujus vltima figura est 6, & penultima alia quam numeri imparis; non est Quadratus.

6. Numerus cujus Proba per 9, alia est quam 0, vel 4, vel 7; non est Quadratus.

7. Numerus impar qui abjecta vnitatem, per 8 non est numerabilis; non est Quadratus.

*Quod verò propositus per accidens numerus, non sit Cubicus, sequentes docebunt Regula.*

1. Numerus cujus vltimæ figuræ sunt Cyphræ, & per ternarium non exactè mensurabiles; non est numerus Cubicus.

2. Numerus cujus vltima figura est 2, vel 6, & penultima alia, quam numeri imparis; non est Cubus.

3. Numerus cujus vltima figura est 4, vel 8, & penultima alia quam 0, vel numeri paris, non est Cubus.

4. Numerus cujus Proba per 9, alia est quam 0, vel 1, vel 8; non est Cubus.

*Plures afferrì possent Regula, earundemque rationes à priori, sed hæc nunc sufficiant; eis enim omnes numeri in nostris Tabulis propositi, testimonium veritatis dabunt, rationemque à posteriore.*

## ARTICVLVS IV.

*Numeros omnes in Tabulis nostris, Radicum, Quadratorum & Cuborum, facillimè unam in summam colligere.*

1. **R**adicum omnium summa sic habetur. Adde primam quæ est 1, ad ultimam 10,000, & summam 10,001 duc in medietatem numeri multitudinis Radicum, hoc est, in 5,000, & habebis 50;005,000 summam Radicum omnium.

2. Quadratorum autem summa colligitur, si summa Radicum addatur ad productum ex numero multitudinis Radicum vnitate aucto, in maximum sive vltimum Quadratum, & hujus summæ accipiatur pars tertia. Numerus Radicum vnitate auctus est 10,001, maximus Quadratus est 100;000,000, ac proinde productus est 1;000,100;000,000, qui additus ad Radicum summam, nimirum ad 50;005,000 facit 1;000,150;005,000, cujus tertia pars 333,383;335,000, est summa omnium numerorum Quadratorum.

3. Cubicorū deniq; numerorū summa invenitur, si eadem summa Radicum 50;005,000 in se ipsam ducatur, vt fiat: 2,500;500,025;000,000. Hæ ergo tres summæ simul, faciunt summam omnium numerorum in Tabulis nostris contentorum, videlicet:

$$\begin{array}{r} 333\ 383\ 335\ 000 \\ 50\ 005\ 000 \\ \hline 2,500;833;478;340,000 \end{array}$$

*Rationes harum Regularum habentur apud Fran. Maurolycum Lib. 2. Arithmeti corum, & post illum apud Claudium Gasparem Bachetem, in Appendice ad Librum de Numeris Polygonis Diophanti.*

## ARTICVLVS V.


*Vsus ejusdem Tabulæ.*

**G**eneralis ipsius vsus est, vt data quavis Radice, ab 1, usque 10000, exhibere ipsius liceat & Quadratum & Cubum: & contra, dato quouis Quadrato & Cubo, quorum ille octo, hic vero duodecim figuris major non sit, ejus Radicem invenire. Res quæ pluribus non indiget verbis: In quolibet enim ordine transverso, post Radicem sequitur ipsius Quadratus, deinde ejusdem Radicis Cubus.

Quod si data Radix major sit, aut numerus Quadratus, vel Cubicus prædictum figurarum numerum excedat, nihilominus Tabula magnum nobis afferet compendium, vt constare potest ex ijs, quæ de Genesi & Analyfi Potestatum præmisimus. Ope enim Tabulæ quatuor puncta simul, instar primi, momento quasi temporis licet expedire.

C A P V T IV.

*De usu Tabulae Quadratorum & Cuborum particulari,  
circa Numeros proportionales.*

 *Vemadmodum usus Tabulae generalis est unicus, sic particulares sunt infiniti; quidquid enim operationum per Radices, earumque numeros Quadratos & Cubos fieri potest, hoc totum ad usus spectat Tabulae particulares: nos & in hoc, & in sequentibus Capitibus, exempli quasi gratia aliquot usus proponemus, ortum ducendo à Numeris continuè proportionalibus.*

A R T I C V L V S I.

*Inventio numerorum Proportionalium.*

**Q**uomodo hi numeri creentur per seriem continuam, satis constat: Terminus enim datus quivis si ducatur in denominatorem proportionis, proximum producit Terminum: ut si 16 datur pro termino proportionis duplae, cujus denominator est  $\frac{2}{1}$ , sive 2, si 16 ducatur in 2, fit 32 proximus terminus; & hic rursus in 2 ductus, facit 64 tertium terminum. Sic in proportione subdupla, cujus denominator est  $\frac{1}{2}$ , si 16 ducatur in  $\frac{1}{2}$ , fit 8 secundus terminus; & hic denuo ductus in  $\frac{1}{2}$ , facit 4, tertium terminum. Et sic de reliquis. Denominator autem proportionis habetur in Quoto, quando terminus sequens dividitur per antecedentem.

A R T I C V L V S II.

*Datis Extremis, invenire Medios numeros proportionales.*

**T**abulae suum hoc loco produnt usum. Sint termini dati extremi 1024, & 16384, & quaeratur vnus medius. Productum datorum terminorum in se mutuo ductorum, quod est 16777216, quare in Tabula inter numeros quadratos, Radix enim ipsius, quae est 4096, est medius terminus quaesitus.

Vel divide majorem datum terminum per minorem, & Quoti qui est 16, radicem quadratam, quae est 4, duc in minorem, hoc est in 1024, & produces etiam 4096.

Sint jam inter 2048 & 16384 ponendi duo medij proportionales;

les : alterutrius terminidati quadratus (qui habetur ex Tabula) ducatur in alterum, radix Cubica producti est medius, & proximus seu continuus illi extremo, cujus quadratus assumptus est. — Assumatur numerus quadratus, verbi gratia, minoris, qui est 4194304 & ducatur in terminum majorem, & productus numerus 68719476736, quaratur in Tabula inter numeros cubicos, Radix enim ipsius 4096 est minor medius proportionalis. Hi duo, minor scilicet datus, & jam inventus continuati, per supra dicta Articulo 1. exhibent alterum medium, nimirum 8192, eruntque quatuor proportionales isti,

2 0 4 8 .      4 0 9 6 .      8 1 9 2 .      1 6 3 8 4 .

Quod si majorem extremum terminum divideris per minorem, & Quoti, qui in exemplo dato est 8, radicem cubicam, quæ est 2 (& est denominator proportionis) in minorem, hoc est in 2048, duxeris, habebis rursus, & alio modo minorem medium proportionalem numerum, scilicet 4096, qui iterum in 2 ductus, producit 8192, majorem medium proportionalem.

Quando numeri inter Quadratos aut Cubos in Tabula præcisè non invenirentur, accipiendi sunt proximi, & adhibenda appropinquatio, de qua supra Articulo 9. Captitis primi.

## A D D I T I O.

**D**issimulandum non est, ea quæ hoc Articulo præscripsimus, vt & plura alia, quæ per Numeros Quadratos, *Semiquadratos*, & Cubos &c. habentur, longè facilius per Logarithmos dari. Quare ne actum agere videamur, difficilioraque facilio- rum locò hominibus obtrudamus, plura non addimus. Hæc autem propter Cubi duplicationem, in gratiam Optimi cujusdam nostri Amici, ac Patroni Singularis posuimus.



C A P I T U L U M V.

D E V S V T A B V L Æ

Numerorum Quadratorum & Cubicorum, pro constructione Virgarum Stereometricarum; & primò de Virga Quadratica.

**H**abent hæc Tabula peculiarem etiam usum, pro fabrica Regularum seu Virgarum Stereometricarum sive Mensuriarum, quibus capacitatem doliorum vinariorum mensurare solemus. Quæ quidem duplicis sunt generis. Primum dicitur Quadraticum, cum per numeros quadratos, seu Latera variè multiplicatarum figurarum perfectè Quadratarum fiat. De quo solo hoc Capite tractare constituimus. Inservit autem eadem doctrina ad lineas Geometricas in sua puncta dividendas, pro Circinis proportionalibus. Ut verò Stereometria usui sit, punctorum in hisce virgis designatus numerus, multiplicandus est per alium adhuc linearem numerum. Quod fit per compendium practicum in mensuratione doliorum, eo quod in ipsis virgis hi numeri lineares, per partes æquales, descripti sint.

A R T I C V L U S I.

*In data virga Centum Latera seu Puncta, ex Tabulis excerpta accuratè designare.*

**H**abito primo latere, quod primam vocant diametrum, quæ quomodo invenienda sit legantur Auctores, hac de re scribentes. Pro Circino proportionali sumitur ea ad libitum, reliqua latera, quorum extrema nos puncta vocabimus, habentur ex nostra Tabula hoc modo.

Prima diameter dividenda est in partes æquales 1000, finis ipsarum est primum punctum; hujus numeri Quadratus est 1000,000, qui multiplicatus per numerum, punctum in Virga describendum denominantem, producit numerum, qui in sua radice quadrata exhibet partes millesimas, ab initio Virgæ usque ad terminum puncti propositi numerandas.

Exempli gratia volo habere secundum punctum; duplico ergo 1000,000, ut faciam 2,000,000, cujus radix quadrata ex Tabula est 1414+, hoc est, 1414 & aliquid plus, seu 1415-, hoc est, 1415 & aliquid minus; nam 2000,000 præcisè non habentur in Tabula inter numeros quadratos, pro eo ergo assumitur quadratus 1999,396, vel 2002,225, eorumque radices 1414, vel 1415. Acceptis igitur ultra primum punctum (quod diximus constare partibus æqualibus 1000)

partis



partibus 414, habebimus secundum punctum. Idem quadratus primi puncti 1,000,000 triplicatus, facit 3 000,000, cujus radix proxima est ex Tabula 1732+, vel 1733-; has partes si à termino virgæ; vel 732+, sive 733-, à primo puncto numeraveris, habebis tertium punctum, & sic de reliquis. Atq; hac ratione invenies pro septimo puncto (accipiendo radicem quadratam ex 7000000) partes 2645+, vel 2646-- numerandas à termino virgæ, vel à quarto puncto (quod præcisè invenitur partium 5000) partes plus quam 645, vel minus quam 646 numerandas. Pro 12 puncto invenies 3464+, vel 3465--. Et sic reliqua omnia, vsque ad 100 puncta inclusive, habebis ex hac Tabula.

## ARTICVLVS II.

*In data virga decies mille puncta designare.*

**S**I habere volueris plura puncta quam 100; Inventis per accuratam istam methodum dictis 100 punctis, cogita primam diametrum divisam esse, non vt ante in 1000 partes æquales, sed in 100 tantum (quod satis erit nisi diameter prima magna fuerit) quadratus ergo hujus centenarij, qui est 10,000, multiplicari potest per omnes numeros, à binario vsque ad 10,000, ita vt vltimus multiplicatus quadratus sit 100,000,000; sic & puncta poteris habere decem millia.

Exempli gratia, cupio habere punctum centesimum decimum tertium, multiplico 10,000 per 113 fiunt 1,130,000, ejus Radix quadrata ex Tabula proxime est 1063+, vel 1064-: Numero ergo à termino centesimi puncti, partes 63 vel 64, & habeo punctum propositum centesimum decimum tertium.

Peratur deinde punctum novies millesimum ducentessimum trigessimum septimum, multiplico 10,000 per 9237 fiunt 92,370,000; ejus radix quadrata ex Tabula est 9610+, vel 9611-. Quare si numeravero ab initio virgæ partes 9610+ vel 9611-, aut certe à puncto novies millesimo ducentesimo decimo sexto, partes 10+, vel 11-, habeo punctum propositum 9237. Plura hac de re vide infra Articulo 5.

## ARTICVLVS III.

*Numerationis partium Compendium.*

**V**T vero scias à quo proximo puncto, cujus numerus in Tabula præcisè habetur, numerare debeas, vt jam monui de puncto novies millesimo ducentesimo decimo sexto: à radice in Tabula inventa, sive à numero partium ab initio Virgæ numerando, abijce duas vltimas figuras, quando prima diameter in 1000 partes divisa fuit; si in 1000 partes



partes divisa fuit, abijce tres figuras, &c. relictæ figuræ, aut figurarum ex Tabula accipe quadratum, hic enim denominat punctum quæsitum, à quo figuræ abjectæ numerandæ sunt.

Exempli gratia, paulo ante inventa est radix 9610+ vel 9611-, abijcio duas vltimas figuras, hoc est 10, vel 11 (quia prima diameter divisa est tantum in 100 partes) reliquæ sunt 96, hujus numeri quadratus ex Tabula est 9216, à puncto ergo novies millesimo ducentesimo decimo sexto faciendæ est numeratio, partium nimirum 10+, vel 11-, illarum scilicet figurarum, quæ prius abiecisti.

Nam si numerus punctum denominans quadratus est, habetur ejus radix præcisè, ac proinde non expedit cum fastidio & labore numerationem ordiri ab initio virgæ, sed à proximo puncto præcisè invento.

## ARTICVLVS IV.

*Per punctorum seu laterum inventorum replicationem seu repetitionem, nova alia & plura puncta invenire.*

**L**atus primum sive prima diameter, repetenda est per longitudinem virgæ dividendæ, toties quoties potest, & puncta imprimenda. Prima etenim diameter seu latus, dat primum punctum vel divisionem latus; bis sumpta diameter, dat quartum punctum; ter posita, dat nonum punctum; quater sumpta, dat decimum sextum punctum; & sic per omnes numeros quadratos, ita vt radix in Tabula indicet numerum quoties diameter sumpta fuerit, & quadratus ipsius numerum puncti, seu lateris de novo inventi.

Imò invento puncto secundo, poteris longitudinem ipsius ab initio Virgæ, eodem modo per totam longitudinem ejusdem virgæ repetere; bis enim sumpta, ostendit punctum bis quartum, idest octavum; ter sumpta, ostendit punctum bis nonum, idest, decimum octavum; quater sumpta, dat punctum bis decimum sextum, idest trigessimum secundum, & sic per omnes duplicatos quadratos.

Idem dic de puncto tertio; ipsius enim longitudo bis sumpta, dat punctum ter quartum, idest duodecimum; ter sumpta offert punctum ter nonum, seu Vigessimum septimum; quater sumpta, producit punctum ter decimum sextum, sive quadragesimum octavum. Et sic per omnes triplicatos quadratos; atque adeo per omnia alia puncta, ac numeros quadratos per denominationem punctorum multiplicatos. Atque hæc valde vtilia sunt, ad virgas mensorias jam constructas examinandas, an rectè divisæ sint, &c.



## ARTICVLVS V.

*Plurium punctorum accurata inscriptio.*

**N**otandum autem est, si multa puncta habere voluerimus, vt in exemplo nostro decem millia, cum Tabulæ nostræ plures non contineant quam decem mille numeros, & priora puncta satis inter se distent, ex posterioribus necessario aliquot in eandem incidere debere radicem, ita vt inter duo puncta proxima, neque vnitatis, seu vnius centesimæ particulæ differentia invenienda sit. Quare & prima diameter minimum in 1000 partes distinguenda erit; quod si factum fuerit, vltra centum puncta Tabulæ nostræ non exhibent, vt ex Articulo 2. constat. Alia ergo puncta per Analysim invenienda sunt, ad quam vt suo loco monuimus, Tabulæ plurimum iuvant.

Sit enim exempli gratia, punctum inveniendum 9237, primæ ergo diametri in 1000 partes diuisæ Quadratus est 1, 000, 000, qui ductus in propositum punctum facit 9, 237, 000, 000; priorum ergo 8 figurarum, hoc est ipsorum 92370000 radix quadrata proxime minor ex Tabula est 9610, cuius quadratus 92352100, subtractus ex dictis 8 figuris residuum facit 7900; ex quo per duplam radicem inventam, hoc est, per 19220, tanquam diuisorem, ex ijs quæ de Analysi diximus, inueniemus pro nova radice figura novenarium, ita vt vltiori calculo opus non sit; prout operatio hic posita indicat:

$$\begin{array}{r}
 92370000 \\
 92352100 \\
 \hline
 9610 \\
 \hline
 17900 \\
 9) 19220
 \end{array}$$

Erit ergo radix hoc modo inventa 96, 109, sive 9610 $\frac{2}{8}$  partium, determinantium punctum nongentesimum ducentesimum trigessimum septimum.

Sat commodè autem 1000 puncta describere licet, si diametrum in 1000 partes diuiserimus, & per supradictam Analysim adhuc vnã figuram radici in Tabulã inventæ adiecerimus, punctum enim nongentesimum nonagesimum notum, requirit partes millesimas numerandas ab initio Virgæ 31607; punctum proximum & vna vnitatis minus, requirit partes 31591, ita vt differentia notabilis sit partium scilicet millesimarum, 16. Possumus quidem per eandem analysim & adjectionem vnius tantum figuræ, habere puncta decem millia, vltima tamen & proxima puncta differunt inter se tantum 4 vel 5 partibus millesimis primæ diametri, Sed erit fortasse quem non terrebit tam parua differentia.

## ARTICULVS VI.

*Prima diametri aliorumve laterum, in alia puncta seu laterum partes, subdivisio.*

**S**IT vice versa primum latus sive prima diameter non augenda atque multiplicanda, sicut haecenus factum, sed contra imminuenda subdividendaque; assignanda sit videlicet ipsius pars media, vel partes quartæ, octavæ &c. tertia, quinta, vel quævis alia, aut aliæ. Hæc efficiemus si numerus quadratus partium, in quas subdivisa intelligitur prima diameter, vel aliud latus propositum, per numeratorem fractionis propositæ multiplicetur, & productus per denominatorem dividatur; Quoti enim radix quadrata ostendit partes, ab initio Virgæ seu diametri numerandas.

Exempli gratia, volo habere medianam partem, & sit prima diameter divisa in 1000 partes, harum Quadratus est 1;000,000, ipsius medietas 500,000, cujus radix quadrata est 707+ vel 708-- numerus partium ab initio pro media diametro numerandarum. Sic pro quarta parte diametri invenies partes numerandas præcisè 500, cum sit radix quadrata ex 250,000, quartæ scilicet partis ex 1000,000. Si vis habere partes numerandas pro  $\frac{3}{4}$  diametri, eundem quadratum 1000,000 multiplica per 3, & divide productum per 4, & invenies 750,000 cujus radix quadrata ex Tabula est 866+, vel 867--, numerus partium quæsitarum. Et sic de reliquis.

Has partes laterum integrorum, vel ut sic dicam, punctorum, multiplicare, ac per totam Virgam ultra primam diametrum replicare, atque extendere poteris, juxta supra tradita Articulo 4, quantum placuerit, ut habeas per totam virgam, medietates, quartas partes &c. nihil enim novi venit præcipiendum. Immo si prima quarta pars verbi gratia, ponatur prima aliqua ac nova diameter, eaq; in 100 vel 1000 partes subdividatur, poteris per supradicta invenire secundam, tertiam, & reliquas quartas partes, usque ab plura millia.

## A D D I T I O.

**P**ossunt hæc omnia ostendi & describi per lineas, atque geometricè; sed nobis propositum est non nisi usum tantum aliquem practicum ostendere Tabularum; quare reliqua consulto omittimus.

## CAPVT VI.

## DE CONSTRUCTIONE

Virgarum Stereometricarum illarum, quas  
Cubicas vocant.



*Alterum genus virgarum Mensuriarum est propriè Stereometricum, & vocantur virgæ illæ Cubicæ, eo quod puncta in illis per numeros Cubicos, sive latera Cuborum variè auctorum designentur. Habetur divisio illa seu ordo punctorum in Circinis etiam Proportionalibus, sub titulo seu denominatione Linearum Stereometricarum: & sit ut sequitur.*

## ARTICVLVS I.

*In data virga mille latera sive puncta, ex Tabulis desumpta, accurate annotare.*

Virga mensoria Cubica distinguitur in sua puncta ex Tabula per numeros cubicos, quemadmodum Quadratica per numeros Quadratos. Itaque data prima diameter dividatur, vt supra, in partes æquales 1000, cuius numeri Cubus est 1,000,000,000, qui multiplicatus per numerum punctum signandum denominantem, facit productum, cuius radix Cubica dat numerum partium, ab initio virgæ vsque ad finem propositi puncti computandarum.

Exempli gratia, volo habere longitudinem in virga dividenda, ab initio ejus vsque ad secundum punctum mensurandam. Duplico ergo 1,000,000,000, vt faciam 2000,000,000, cuius radix cubica ex Tabula est 1259+, vel 1260--, accipio ergo vltra primum punctum (quod habet partes 1000) partes 259+ vel 260--, & sic definitio terminum secundi puncti. Idem deinde Cubus primi puncti triplicatus facit 3000000000, cuius radix Cubica ex Tabula proxima est 1442+, vel 1443--; has partes si ab initio Virgæ, vel 442 à descripto primo puncto numeraveris, habebis tertium punctum. Et sic de reliquis.

Atque hoc modo inuenies pro decimo tertio puncto (accipiendo ex Tabula radicem Cubicam ipsorum 13,000,000,000) partes 2351+ vel 2352-- ab initio Virgæ, vel ab octavo puncto (quod ex Cubo 8000,000,000, præcisè inuenitur partium 2000) partes 351+, vel 352-- numerandas. Pro trigesimo puncto inuenies partes 3107+, vel 3108--. Et sic ex hac nostra Tabula Cuborum, habebis puncta omnia, vsque ad millesimum inclusivè.

ARTI-

## ARTICVLVS II.

*Data Virga plura puncta inscribere.*

**Q**uod si ex eadem Tabula plura puncta pro tua Virga mensoria a-  
liove vsu cupis eruere, expediet primò per jam præscriptam accu-  
ratam rationem, puncta 100 in ea designare: deinde primam diame-  
trum quam divisam habebas in 1000 partes, assume jam 100 tantum  
partium; quæ divisio alicui fortassis satis adhuc accurata videbitur, pro  
communibus virgis mensurijs. Cum ergo Cubus hujus primæ dia-  
metri seu puncti 100 partium, qui est 1;000,000, multiplicari possit, à  
binario incipiendo, & per seriem naturalem progrediendo, vsque ad  
1,000,000, ita vt ultimus Cubus per 1,000,000,000, multiplicatus, sit  
1,000,000;000,000; constat nos ex nostra Tabula posse habere 1;000,  
000, sive vnum millionem punctorum.

Exempli gratia, cupio habere punctum bis millesimum tercente-  
simum quadragesimum quintum, multiplico Cubum primæ diametri,  
hoc est 1,000,000 per numerum puncti propositi, idest per 2345, pro-  
ducti 2,345;000,000 quæro in Tabula radicem Cubicam, & inuenio  
proximam esse 1328+, vel 1329-; atque tot partes centesimas nume-  
ro ab initio Virgæ; vel à puncto millesimo partes 328+, vel 329-, &  
habebo punctum propositum 2345.

Peratur deinde punctum centies vicies ter millesimum quadringen-  
tesimum quinquagesimum sextum; multiplico rursus primum Cubum,  
qui est 1;000,000 per numerum puncti propositi, idest per 123,456,  
& productum, qui est 123,456,000,000, quæro inter Cubos in Tabu-  
la, & inuenio proximam correspondentem radicem esse 4979+, vel  
4980-; quare si numeravero tot partes ab initio virgæ, aut à puncto  
centies decies septies millesimo sexcentesimo quadragesimo nono, par-  
tes 79+, vel 80-, habebo punctum propositum 123,456. tum.

## ARTICVLVS III.

*Compendiosa partium numeratio.*

**V**T autem constet, quando numeratio non ab initio Virgæ institu-  
enda est, à quo proximo puncto, præcisè invento, incipiendum,  
& quot partes numerandæ sint, doctrina supra Capite præcedenti Ar-  
ticulo 3 de Quadratis data, hic Cubis applicanda erit. À Partibus e-  
nim inventis ab initio Virgæ numerandis, abijciendæ sunt binæ figuræ  
(cum prima diameter sit in 100 tantum partes divisa; tres essent abij-  
ciendæ, si in 1000 &c) reliquarum Cubus est qui denominat punctum,  
& figuræ abjectæ indicant partes numerandas.

Vt in proximo exemplo diximus vt partes 79+, aut 80- numerentur à puncto 117,649. Nam partes inventæ & ab initio Virgæ numerandæ erant 4979+, vel 4980-, quare abjectis figuris binis 79 vel 80, reliquarum 49 Cubus, qui est 117649, indicat punctum, à quo partes ( quas abjectæ figuræ denotant ) 79 vel 80 numerandæ sint.

## ARTICVLVS IV.

### *Inventorum punctorum seu laterum replicatio.*

SED & ea quæ Capite præcedenti Articulo 4 præmisimus de Quadratis, in Cubis vera sunt. Prima enim diameter replicata ostendit in Virga puncta omnia, quæ à Numeris Cubicis denominantur, prima scilicet denominatur ab 1, primo videlicet Cubo; secunda ab 8, qui est secundus Cubus; tertia à 27 Cubo tertio; quarta à 64; quinta à 125. & sic de reliquis.

Eodem modo longitudo secundi puncti replicata, seu bis sumpta, ostendit punctum octavum bis sumptum, hoc est, decimum sextum; Ter posita dat punctum bis 27, seu 54 &c. Et sic de reliquis, hoc est de omnibus alijs punctis & replicatis, & in serie naturali per cubos multiplicatis. Quæ, vt supra monuimus de Quadratis, non solum compendium præbet constructioni Virgarum, sed etiam valde apta sunt, ad explorandum an Virgæ jam constructæ secundum artem in sua puncta præcisè distinctæ sint. In gratiam autem Austriacorum, qui virga Cubica ad sua vasa seu dolia vinaria metienda vtuntur, subijciemus in fine hujus capituli Tabulam indicantem, ex quibus punctis jam descriptis, per replicationem, alia, & qualia describenda haberi possint, vsque ad millesimum.

## ARTICVLVS V.

### *Plurium punctorum accurata descriptio.*

MONendus autem & hic lector est, plura ex illo milione punctorum (quas ex Tabulis haberi posse asseruimus) in idem incidere, ita vt inter illa nulla differentia sit, quando diameter prima, centum tantum assumitur partium; Immo notandum est, etiamsi prima diameter in 1000 partes secetur, nihilominus tamen ex vltimis punctis aliqua perpauca partibus millesimis, immo plura etiam omnino nihil inter se differre, sed in idem incidere. Quod clarum est ex ipsa multitudine punctorum, cum enim Tabulæ non plures radices contineant quam 10,000, nos autem ex ijs excerpere velimus radices pro punctis 1,000,000, necessario vna eademque radix, pluribus debet inservire punctis.

Quare



pro trecentesimo puncto est partium 66943+, millesimarum scilicet 6694, &  $\frac{3}{10}$  vnius millesimæ: & sic de reliquis.

ARTICVLVS VI.

Subdivisio Laterum seu diametrorum.

Quomodo siue prima diameter, siue aliæ, subdividenda in propositas partes sint; & qua ratione ipsæ partes inventa replicanda &c. habetur supra Cap. 5 Articulo 6, modo ea, quæ ibi dicuntur de numeris & radicibus Quadratis, intelligas dicta esse de Cubicis.

Supereft vt proponamus Tabulam supra promissam Articulo quarto, quæ sic habet.

A	B	B	B	B	B	B	B	B	B
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000
2	16	54	128	250	432	686			
3	24	81	192	375	648				
4	32	108	256	500	864				
5	40	135	320	625			A	B	
6	48	162	384	750			90	720	
7	56	189	448	875			91	728	
9	72	243	576				92	736	
10	80	270	640				93	744	
11	88	297	704			A	B		
12	96	324	768			60	480	95	760
13	104	351	832			61	488	97	776
14	112	378	896			62	496	98	784
15	120	405	960			63	504	99	792
17	136	459				65	520	101	808
18	144	486				66	528	102	816
19	152	513				67	536	103	824
20	160	540				68	544	105	840
21	168	567				69	552	106	848
22	176	594	A	B		70	560	107	856
23	184	621	42	336	71	568	109	872	
25	200	675	43	344	73	584	110	880	
26	208	702	44	352	74	592	111	888	
28	224	756	45	360	75	600	113	904	
29	232	783	46	368	76	608	114	912	
30	240	810	47	376	77	616	115	920	
31	248	837	49	392	78	624	116	928	
33	264	891	50	400	79	632	117	936	
34	272	918	51	408	82	656	118	944	
35	280	945	52	416	83	664	119	952	
36	288	972	53	424	84	672	121	968	
37	296	999	55	440	85	680	122	976	
38	304		57	456	86	688	123	984	
39	312		58	464	87	696	124	992	
41	328		59	472	89	712			

## ARTICVLVS VII.

*Quæ latera sive puncta, per præinventorum replicationem haberi possint, à primo usque ad millesimum.*

**I**N hac Tabula Numeri sub A sunt primitivi, sive præinventorum punctorum denominatores, ex quorum replicatione nascuntur illi, qui sub B notantur. Sic vides ex prima diametro, seu primo puncto ortum ducere numeros 8, 27, 64, & omnes illos qui sunt in eo ordine transverso. Ex secundo puncto semel replicato, oritur 16; bis replicato, habetur 54, sive quinquagesimum quartum punctum. Et sic de cæteris. Per istam autem replicationem primitivorum, vel præinventorum punctorum, sine alia nova ex Tabulis radicum inventionem, habentur puncta ex mille propositis, centum sexaginta, sex. Ut patebit illi qui numeros in Tabula sub B, numerare voluerit. Ipsa vero primitiva sunt 104. Super sunt ergo ex Tabulis inquirenda puncta 730, ut compleamus numerum millenarium.

## CAPVT VII.

## VSVS LOGARITHMORVM

in Virgarum Sterometricarum descriptione, certarumque Potestatum in suas Radices resolutione.

**D**E ijs Logarithmis loquimur hoc loco, quos in Arithmetica Logarithmica edidit Adrianus Vlacq, numerorum videlicet absolutorum ab unitate usque ad 100,000. Per eos etsi, universim loquendo, non liceat Radices elicere ex alijs Potestatibus, quam ex ijs quæ quinque figuras non excedunt; ac proinde Tabula nostra Quadratorum & Cuborum, ratione hujus usus nobiliores multo sint, & commodiores; quippe quæ non solum Potestates resolvendas admittant plurium figurarum, Cubicas nimirum duodecim, & Quadratas octo figurarum; sed etiam sine vlla alia operatione, mox è regione Potestatis radicem quesitam exhibeant: id quod Logarithmi etiam pro Potestate figurarum paucarum non præstant, cum primo inter numeros absolutos quaerenda sit Potestas, deinde Logarithmi correspondentis, pro ratione gradus, accipienda pars, media



scilicet pro Quadratis, tertia pro Cubis, &c. Et tum demum hac pars inter Logarithmos quarenda, eiq; correspondens absolutus numerus loco radicis quaesita accipiendus. Quia tamen in hoc negotio nostro divisionis Virgarum Stereometricarum, Logarithmi Compendium afferunt non contemnendum, à nobis in Tractatulo nostro de Usu Logarithmorum, ad privatum nostrum commodum conscripto, observatum, id hoc loco adducere operæ precium esse judicavimus.

## ARTICVLVS I.

*Fundamentum ex quo Compendium eruitur.*

**N**umeris absolutis in continua decupla proportione progredientibus, omnibus omnino idem respondet Logarithmus, dissimulata nimirum prima figura à sinistris posita, quam Auctor *Characteristicam* vocat. Exempli gratia numeri absoluti 7, Logarithmus est 0,84509,80400, idem ergo numerus est Logarithmus etiam numerorum 70,700,7000,70000 &c. ut patet in Tabulis Logarithmorum; abjecta, ut diximus, seu dissimulata *Characteristica*, quæ pro numero absoluto unius figuræ est 0, duarum figurarum 1, trium 2, numeri quatuor figurarum est 3. & sic deinceps. Cum ergo numeri nostri pro virgis mensurijs, ex quibus tanquam Potestate elicienda est radix, sint tales, qui ex multiplicatione numerorum 10, 100, 1000, & alios decuplæ proportionis ortum suum ducant, possumus quinque figuras radicis ex Tabulis habere per illos Logarithmos, qui *Characteristicam* producunt, usque ad 4 inclusive; & plures deinde per partem indagare proportionalem. Pro qua re binas proponemus Regulas exemplis illustratas, Regula Prima proximè sequens est.

## ARTICVLVS II.

*Radice[m] quinque figurarum, pro utraque virga Stereometrica, sive cuiusvis Potestatis, ex Tabulis Logarithmorum elicere.*

**A**D Potestatis propositæ attende priores figuras significativas, quæ quidem plures esse non debent, quam quinque, easque, prout in primo Præcepto univ[er]sali Cap. I. Articulo 6. docuimus in sua puncta discer-

discerne; si pauciores figuræ quam quinque fuerint, reliquas per appositionem Cyphrarum supple. Has quinque figuras quære in Tabula Logarithmorum inter numeros absolutos eos, qui respondent Logarithmis habentibus Characteristicam 4, & Logarithmi correspondentis (dissimulata tota Characteristica, si quidem Potestatis propositæ primum punctum est vnius figuræ, si duarum est figurarum, Characteristica maneat, si trium, Characteristica sit 2, si quatuor, Characteristica esto 3, &c.) pro ratione gradus ipsius propositæ Potestatis, accipe partem; mediam scilicet pro Quadratis, tertiam pro Cubis &c. huic parti inter Logarithmos Tabulæ (qui Characteristicam habent 4) quære proximum, numerus enim absolutus huic proximo debitus, exhibet radicem quæsitam. Rem totam declarabunt aliquot exempla.

*Exemplum Primum.* Cupio pro secundo puncto Virgæ Quadraticæ Radicem quinq; figurarum. Figura significativa Potestatis datæ, ejusdemq; tanquam Potestatis 2. gradus, primi puncti, est vnica nimirum 2; appono ergo quatuor Cyphras, vt habeam 20000. His in Tabula Logarithmorum respondet Logarithmus 4, 30102, 99957, cujus medietas, dissimulata Characteristica, 4, est 15051, 49978, hujus quære inter eosdem Logarithmos illos, qui characteristicam præferunt 4, & inuenio proximum esse 15051, 08329, vel 15054, 15414, ac proinde numerus absolutus correspondens est radix quæsitæ, videlicet 14142+ vel 14143-.

Quod si ejusdem Logarithmi; 30102, 99957, acceperis tertiam partem, nimirum 10034, 33319, inuenies per illam numerum absolutum 12599+ vel 12600-, quæ est radix pro secundo puncto in Virga Cubica.

Sic pro tertio puncto, ex Logarithmo respondententi numero absoluto 30000, qui est 4, 47712, 12547 per medietatem ipsius (dissimulata Characteristica 4) quæ est 23856, 06273 inuenies radicem 17320+ vel 17321-, pro tertio puncto Virgæ Quadraticæ. Pro Cubica verò, per partem tertiam ejusdem Logarithmi, quæ est 15904, 04182 reperies 14422+, vel 14423-, pro tertio puncto.

*Exemplum Secundum.* Quæratür jam punctum decimum tertium pro virga Quadratica. Priores quinque figuræ Potestatis propositæ sunt 13000, & primum punctum ipsius tanquam Potestatis, quod est 13, constat duabus figuris, Logarithmus vero respondens numero absoluto 13000 est 4, 11394, 33523, Characteristica ergo 4 non est tota dissimulanda, sed habenda vt 1, hoc modo: 1, 11394, 33523, ita vt medietas totius Logarithmi sit 55697, 16761, quæ cum inter Logarithmos exhibeat proxime numerum absolutum 36055+ vel 36056-, erit ea radix quæsitæ pro decimo tertio puncto, Virgæ Quadraticæ.

Deinde quia ejusdem Logarithmi 1, 11394, 33523, tertia pars est 3713144507, quæ inter Logarithmos dat numerum absolutum 23513+, vel 23514-, erit is qui inserviet ad inueniendum decimum tertium punctum, in Virga Cubica.

*Exemplum Tertium.* Sic deinde punctum inveniendum centesimum decimum tertium. Potestatis propositæ, figuræ significativæ sunt 113, & faciunt duo puncta in secundo gradu Potestatis, ita ut primum punctum habeat 1, secundum 13, quibus ad complendum numerum quinarium proponere duas Cyphas, ut facias 11300, qui in Tabula Logarithmorum dant Logarithmum (abjecta Characteristica 4) 05307, 84435; cujus media pars, hoc est 02653, 92217, tanquam Logarithmus, dat proxime numerum absolutum 10630, quæ est radix pro puncto centesimo decimo tertio, Virgæ Quadraticæ.

Quod si pro Virga Cubica habere velis punctum centesimum decimum tertium, cum figuræ significativæ 113 dent unum tantum ac primum punctum tertij gradus, quod tribus constat figuris, ergo juxta Regulam datam, characteristica tota non est dissimulanda, neque unitas tantum ponenda, sed binarius, ita ut Logarithmus primus sit iste 2, 05307, 84435, cujus tertia pars est 68435, 94811, qui numerus, ut Logarithmus, in Tabula offert numerum absolutum proximum 48346, pro radice puncti centesimi decimitertij, Virgæ Cubicæ.

*Exemplum Quartum.* Esto jam inquirendum punctum novies millesimum ducentessimum trigesimum septimum, assumptis figuris 92370, tanquam numero absoluto, respondet Logarithmus 4, 96553, 09436, quia vero primum Potestatis punctum in secundo gradu est 92, duarum scilicet figurarum, adhibenda est ut Characteristica unitas, ita ut medietas propositi Logarithmi sit 98276, 54718, quæ exhibeat inter Logarithmos proximum numerum absolutum 96109, pro radice puncti novies millesimi ducentessimum trigesimi septimi Virgæ Quadraticæ, prout eadem supra inventa est Capite 5. Articulo 5.

Pro Virga vero Cubica, cum figuræ significativæ Potestatis datæ, quæ sunt 9237, ratione tertij gradus offerant pro primo puncto unam tantum figuram videlicet 9, ideo tota dissimulata Characteristica primi inventi Logarithmi 96553, 09436 assumitur tertia pars, id est, 32184, 36478, offerens tanquam Logarithmus numerum absolutum proximum 20982, pro radice quæsita puncti novies millesimi ducentessimum trigesimi septimi, Virgæ Cubicæ.

*Exemplum Quintum.* Esto denique pro utraque Virga Stereometrica inquirendum punctum nonagies octies millesimum septingentesimum sexagesimum quintum. Hic numerus cum sit quinque figurarum, & omnes sint significativæ, nimirum 98765, illæ tanquam Potestas quadratica accepta, dant primum ejus punctum, unius scilicet figuræ tantum; quære ergo totius numeri Logarithmum, qui est sine Characteristica 99460, 30681, ipsius vero medietas facit 49730, 15340, exhibentem inter Logarithmos proximum absolutum 31427, pro radice puncti propositi.

Idem vero numerus 98765 acceptus ut Potestas Cubica, dat primum ejus punctum duarum figurarum, nimirum 98. Quare prior Logarithmus, cujus accipienda est tertia pars, assumere debet Characteri-

Characteristicam 1; ut sit 1, 99460,30681, & faciat tertiam partem hanc 664-86,76893, quæ tanquam Logarithmus offert proximum numerum ab-  
solutum 46224 radicem quæsitam, pro puncto propositæ Virgæ Cubicæ.

### ARTICVLVS III.

*Radice[m] plurium figurarum, vsque ad decimam inclusive  
reperire.*

**R**egula Secunda. Hæc docet qua ratione ad quinque figuras, per primam Regulam inventas, alias habere possimus, vnam videlicet, duas, tres, quatuor, vsque ad quinque inclusive, ita vt pro radice, quam quærimus habere possimus 9 figuras iustas, & decimam ita, vt vix vna aberret vnitare: Fit autem hoc modo: A Logarithmo, per quem radicem quinque figurarum iuxta Regulam primam ex Tabula eruisti, quem voco datum, subtrahe proxime minorem, qui quidem ex illis sit qui Characteristicam præferunt 4, & Residuum nota, vt & differentiam inter eundem minorem Logarithmum, ac proxime maiorem, quam differentiam ipsa Tabula exprimit. Fiat deinde vt dicta differentia, ad notatum Residuum; ita vnitas cum tot Cyphris quot figuræ desiderantur, ad aliud; & habebitur numerus datis quinq; figuris postponendus. Regulam explicabit vel vnicum Exemplum.

Supra in Exemplo primo, pro radice secundi puncti Virgæ Quadraticæ, per datum Logarithmum 15051,49978 invenimus has quinque figuras 14142, cupio habere alias quinque. Dato Logarithmo habetur in Tabula proxime minor iste, 15051,03329, qui à dato subtractus facit Residuum 41649. In Tabula vero inter eum Logarithmum, & proxime maiorem aposita est differentia hæc 307,06. Fiat ergo

vt 307106 ad 41649, ita 100000 ad aliud;

inueniemus per vnicam divisionem hunc numerum 13561, qui postpositus Radici inventæ 14142, componit totum numerum, pro Radice secundi puncti, 1414213561. Quod si ex ipsa Potestate, quæ est 2,00,00,00,00,00,00,00,00,00, extraxeris radicem quadratam, inuenies 1414213562, ita vt differentia non nisi in decima figura sit, eaque vnus unitatis tantum.

Pro eodem deinde secundo puncto Virgæ Cubicæ inventus est hic numerus 12599, ex dato Logarithmo 10034,33319, à quo subtractus proximè minor 10033,60759, facit Residuum 72560; differentia vero in Tabula est 344692. Quare si fiat,

vt 344692 ad 72560, ita 100000 ad aliud;  
 habebitur hic numerus 21050, ita vt totus numerus radicis, pro secundo puncto Cubico, sit 12599, 21050, cuius Potestas Cubica est 2,000,000,000,500,635,346,557,625,000; si radix esset vna vnitatem minor, etiam Potestas minor esset quam 2, cum 27 Cyphris, ac proinde integra vnitatem à vero non aberrat.

## ARTICVLVS IV.

### *Applicatio predictorum ad altiores Potestatum gradus.*

**C**orollarij loco addimus Logarithmos afferre maximum compendium pro Analyfi earum Potestatum, quæ paucas habent ab initio figuras significatiuas, & reliquas omnes Cyphras: patet hoc vel proximo exemplo, vbi ex Potestate hac

2,000,000,000,000,000,000,000,000,000,

quarebatur radix Cubica, inventa est paucis operationibus radix hæc 12599, 21050, quæ alioquin per longam radicis Cubicæ extractionem inquiri debuisset.

Sic si velim habere Radicem gradus quinti, Quadrato-Cubicam nimirum, sive surdesolidam, ex hoc sequenti numero.

2,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,00000,

Primum huius Potestatis punctum est 2, quare ex Logarithmo primarum quinque figurarum 20000, qui est, 30102, 99957, accipio quintam partem, nimirum 06020, 59991, inter Logarithmos Tabulæ proximè minor (inter eos qui characteristicam habent 4) est 06016, 88119 dans numerum absolutum 11486: Differentia vero inter hunc & datum Logarithmum, est 371872, & differentia Tabulæ 378092. Quare ex Regula Secunda facio,

ut 378092 ad 371872, ita 100000 ad aliud;

& habeo alias quinque figuras, videlicet 98354, prioribus apponendas, vt tota Radix sursolidam ex proposito numero, sit 1148698354, quæ per longam valde & difficillimam extractionem, fuisset inquirenda.

Petatur deniq; Radix Cubicubica ex 98765 cum 54 Cyphris, idest, ex 98765,000000,000000,000000,00000,000000,000000,000000,000000,000000.

Cum datae quinque figuræ omnes spectent ad primum punctum Potestatis, juxta doctrinam in Prima Regula datam, adhibenda est vna cum Logarithmo Characteristica (quæ pro vna figura primi puncti dissimulari

lari solet) 4, ita vt Logarithmus datis illis quinque figuris significatiuis respondens sit 4, 99460, 30681, cuius sexta pars (cum petatur sexci gradus radix) est proximè 83243, 38447, exhibens numerum absolutum 67988; per secundam vero Regulam inuenies 24719 ferè, erit ergo Radix Cubicubica ex supra posito numero, hoc est ex 98765 cum 54 Cyphris, hæc, 6798824719 proximè; quod quis sive per Analysim, sive per Genesim experiri poterit.

## CAPUT VIII.

# DE INSTRUCTIONE

Aciei Militaris, prout ea ab Arithmetico & dari, & peti potest, aliquot Regulæ, inservientes quibuscunque alijs Rebus ordinatè collocandis.

**E**tsi ea, que precedentibus Capitibus tractavimus, satis essent ad ostendendum ac comprobandum, tanquam per Exemplum, usum Tabularum nostrarum Quadratorum & Cuborum, ac proinde finis Appendici imponendus fuisset; permoti tamen eorum adhortatione, qui Decem Regulas olim Auditoribus nostris exercitij Arithmetici causa traditas, sæpius describi curarunt, easdem nunc, præsertim cum nonnullæ illarum Tabulis nostris Quadratorum numerorum opus habeant, in commodum ac usum plurium, coronidis loco supradiçtis adnectere voluimus.

## REGULA I.

**F**uit Extractionis Radicis Quadratæ: de qua satis supra Capite secundo in Analysi Potestatum.

## REGULA II.

*Terminorum explicatio.*

1. **T**ermini hoc loco cum suis speciebus, & differentijs explicandi sunt isti: *Ordo*, *Manipulus*, *Acies*, *Exercitus*; alij enim, siqui forte occurrere poterunt, suis locis tradentur.

2. *Ordo*, nobis idem est quod Italis & Gallis *Filum*, Germanis membrum, sive *Glidr*, & est numerus Militum in longitudinem tantum

tum, sibi instar porrectus, geometricè enim loquendo ordo ille naturam lineæ induit : & duplex est, *Frontalis* scilicet & *Lateralis*, vel secundum latitudinem & longitudinem. *Frontalis* est ordo hominum, ubi unus prope alterum collocatur, respondentibus sibi mutuo lateribus, *Lateralis* vero ordo est, in quo alius post alium ponitur, respondentibus sibi mutuo frontibus ac tergis. *Extremi* vero ordines sunt quatuor, frons, tergum, sinistrum, ac dextrum latus.

3. *Manipulus* est numerus ordinum, forma quadrata instructus, communiter longior quam latior, ad incessum ac profectiorem accommodatus.

4. *Acies* differt à Manipulo in magnitudine, figura, ac qualitate militum. In magnitudine sicut pars & totum; ex manipulis enim componitur acies: in figura, quod possit esse & ejusdem cum manipulo figuræ, & diversæ, triangularis scilicet, quadratæ perfectè, plurium angulorum, rotundæ, &c. in qualitate denique differt militum, constat enim acies ex hastatis, sclopetarijs &c, cum manipulus plerumq; unius armaturæ contineat militem. Figura aciei usitatoris duplex est, vel quadrata perfectè, vel altera parte longior.

5. *Quadratum perfectum* rursus duplex est, *Arithmeticum* & *Geometricum*. *Arithmeticum*, quod Itali vocant *quadro* seu *squadrone di numero di gente*, est quando tot sunt ordines quot milites sunt in vno ordine; quando nimirum extremi ordines quaque versum eundem numerum militum obtinent.

6. *Geometricum* vero, quod Itali vocant *squadro di Terreno*, quando *Acies* instructa præcisè occupat solum perfectè quadratum.

7. Altera parte longior acies etiam duplex est, vel enim est latior quam longior, vel contra longior quam latior; & vtrumque vel *Arithmeticè*, vel *Geometricè*.

8. *Exercitus* est totum compositum, ex omni eo quod ad prælium spectat, & quantum ad nostrum attinet propositum, ex *Aciebus*, *Præsidijs*, *Alis* & *Manicis*, seu *Cornibus*, quæ & ipsa quadratæ & oblongæ plerunque acies sunt, constat.

## R E G V L A III.

### *De spatio quod uni militum tribuendum.*

1. **I**N peditatu triplices potissimum sunt generis milites; *Hastati* videlicet, *Moschetarij* & *Sclopetarij*. *Hastato* tribuuntur tres pedes *Geometrici* in latum, sive in ordine frontali, & septem in longum, sive in ordine laterali. *Moschetario* 4 pedes in latum, & 5 in longum. *Sclopetario*  $3\frac{1}{2}$  in latum, & 4 in longum.

2. Ne autem opus sit in necessitate passibus vti *Geometricis*, & vnicuique diversæ armaturæ militi tribuere spatium particulare, aliqui ad ex-

ad explorandum, quam citissime solum sive spatium, in quo exercitum instruere cogitant, an sufficiat scilicet nec ne, gressibus communibus parvuis, quorum quilibet duos pedes minimè excedat, latitudinem & longitudinem soli mensurant; deinde vni militum in communi, cujuscunque sit armaturæ in latum tribuunt duos gressus, & in longum 4. Spatio vero sive viæ inter alas seu manicas diversas, talem assignant latitudinem, vt per eam quicumque ex alis sine impedimento transire possit. Atque ex his deinde secundum regulas infra scriptas de solo judicant.

## R E G V L A      I V.

*De Manipulis, seu Aciebus quadratis, altera parte longioribus, instruendis, dato numero militum, aut ordinum.*

1. **D**ato capitum sive militum numero pro Manipulis seu aciebus quadratis instruendis, ex prædictis duobus, nimirum ex numero capitum vnius ordinis, & ex numero ipsorummet ordinum, alterum per se determinatur, alterum vero per divisionem inquiritur. Exempli gratia detur numerus militum sive capitum sexaginta, determinentur autem pro singulis ordinibus capita quinque, & quæratür numerus ordinum, divisio sexaginta per quinque erit quotus duodecim, & tot erunt ordines. Quod si numerus ordinum fuisset determinatus duodecim, divisio sexaginta per duodecim, haberentur in quoto capita vnius ordinis, videlicet quinque.

2. Sit jam contra constitutum tam de numero ordinum, quam de numero capitum vnius ordinis, quæratür autem quot capita ad hoc necessaria sint; tunc numeri determinati inter se multiplicati, dant numerum quæsitum. Exempli gratia, velim habere ordines viginti, & septem capita in vno ordine, & quæram quot capitibus opus sit. Multiplico viginti in septem, & facio centum quadraginta, numerum capitum quæsitum.

## R E G V L A      V.

*De Manipulis & Aciebus quadratis instruendis, pro dato solo seu spatio.*

1. **M**ensuranda primum est soli tam latitudo quam longitudo in pedibus Geometricis: deinde latitudo dividenda per numerum pedum,



dum, quos miles vnus occupat in latum; & longitudo similiter dividenda per numerum pedum, quos idem miles occupat in longum, & habebitur ex priori divisione numerus capitum, pro ordine frontali, ex posteriori pro ordine laterali, sive numerus ordinum; qui duo numeri invicem multiplicati producant omnium militum numerum, qui ad mensuratum spatium occupandum necessarij sunt.

*Exemplum.* Invenim latitudinem soli 64 pedum, longitudinem vero 225. velim autem eo in solo collocare hastatos, quorum vnus in latitudine occupat, vt supra docui, tres pedes, & septem in longum: divido ergo 64 per 3, & reperio 21, atque tot hastati erunt in fronte, sive ordine frontali; divido etiam 225 per septem, & reperio 32, numerum videlicet ordinum. Multiplicatis vero 21 cum 32 producuntur 672, numerus hastatorum ad occupandum spatium datum necessarius.

2. Quod si pars illa 64 pedum non debeat esse latitudo, seu frons, sed longitudo; tunc contra 225 divide per 3, & sic invenies pro ordine frontali 75 hastatos, & 64 divide per 7, & invenies 9 talium ordinum, milites vero in vniversum 675, qui producuntur ex multiplicatione 75 in 9.

## R E G V L A VI.

### *De Acie perfectè & Arithmeticè quadrata instruenda.*

1. **E**X dato numero militum extrahe, vel ex Tabula excerpe, radicem quadratam, & habebis numerum tam capitum vnus ordinis, quam ipsorum ordinum. Exempli gratia. Sit militum numerus 625, ex quo si extraxeris radicem quadratam, invenies præcise 25; ordines ergo erunt 25, & in quolibet ordine etiam 25 milites.

2. Sint jam milites 600, extrahe radicem quadratam invenies 24, tot ergo erunt milites in quovis ordine, & numerus ordinum similiter 24. Quia vero 600, non est numerus perfectè Quadratus, idcirco aliquod in extractione remansisse residuum necesse est, quod cum hoc loco etiam sit 24, poteris ex illis adhuc ordinem vnum instruere, sive frontalem sive lateralem. Hac ratione tamen acies non esset perfectè & Arithmeticè quadrata.

3. Si plures remansissent quam 24, pauciores tamen quam 48, id est, quam duplum radicis, tunc illi qui sunt supra 24, in acie non haberent locum.

4. Si residuum præcise adæquaret duplum radicis, tunc ex illis vel duos efficere poteris ordines, vtrumque tamen sive lateralem sive frontalem.

frontalem; quod si ex illis constituere velles ordinem frontalem vnum, vnumque lateralem, tunc vnus solus deesset miles ad complendum quadratum, cuius radix esset 25.

5. In quavis enim Acie quadrata, si duos numeros, frontis scilicet & lateris, vnā in summam collegeris, eique vnitatem addideris habebis gnomonem, qui iunctus aciei, similem restituit figuram, vt patet ex figura adscripta, in qua ABC denotat aciem quadratam, DEF verò gnomonem. Ergo AB numerum 3, adde ad AC numerū, hoc est, ad 5, efficies, adiecta insuper vnitatem, 9, quæ est summa numerorum DE, & EF.

6. Vnde si non sciremus numerum militum, in acie perfecte & Arithmetice quadrata constituendorum, aciem possemus incipere à paruo aliquo quadrato, vt puta à 100, cuius radix 10 (vel eo etiam minore) illudque quadratum per continuam gnomonis circumpositionem tam diu augere, quam diu milites suppetent.

7. Si inciperemus à minimo quadrato, quod est 1, sive vnus miles, tum primus gnomon erit trium militum, secundus quinque militum, tertius septem militum, & sic ordine naturali per omnes numeros impares, in infinitum, vt supra Capite 3. Articulo primo docuimus.

## R E G V L A VII.

### *De Acie perfecte & Geometricè quadrata instruenda.*

1. **D**atum numerum militum multiplica per spatium quod vnus miles occupat in longitudine, & productum numerum divide per spatium quod idem miles occupat in latitudine, ex quo extrahere radicem quadratam, & habebis numerum militum pro ordine frontali; per quem si divideris totum militum numerum, ab initio datum, habebis numerum ordinum sive militum pro ordine frontali.

*Exemplum.* Sit datus militum hastatorum numerus 1000, quem multiplico per 7, & productum 7000 divido per 3, & habeo 2333, cuius radix quadrata est 48, tot ergo milites erunt in vno ordine frontali, eruntque ordines tales 20; quem numerum habebis, si 1000 per 48 divideris, in qua divisione cum supersint 40, erunt 40 milites ex 1000 propositis, qui in quadrato geometrico locum habere non possunt, nisi ex illis velimus facere adhuc 2 ordines laterales, ita vt frontalis vnus acquireret milites 50; vel si milites adhuc accederent 8, tunc ordinum priorum esse possent 21; quamvis neque hi, neque illi ordines perfecte ac geometricè quadratum constituunt, sed proxime tantum accedunt.

2. Enimvero ut perfectum constituatur quadratum Geometricum, necesse est ut numerus militum propositus, quando dividitur per numerum qui oritur ex multiplicatione pedum, quos vnus miles in latum ac longum occupat, in quotiente det numerum perfecte quadratum. Exempli gratia. Quoniam hastatus in latum occupat 3, & in longum 7 pedes, multiplico 3 cum 7, & habeo divisorem 21, fit deinde propositus militum numerus 1029, quem divido per 21, & inuenio in quotiente præcise 49, qui est numerus perfecte quadratus, eiusque radix 7.

3. In hoc ergo casu, loco Regulæ hic Numero 1. datæ vttere ista. Facta quam diximus divisione, & invento in quotiente numero quadrato, cum radice illius multiplica numerum pedum, quem miles occupat in longum & habebis numerum militum, in ordine frontali constituendorum, & cum eadem radice, multiplica etiam numerum pedum, quem miles occupat in latum, & habebis numerum ordinum. Vt in proximo exemplo, inventa radix est 7, cum qua multiplico 7 (quia tot pedes occupat hastatus in longum) facio 49 numerum militum vnus ordinis, & eadem 7 multiplico etiam in 3, & facio 21. numerum ordinum, pro militibus 1029. Ratio est quia toties debent 7 milites poni in fronte, quoties 3 in latere.

4. Atque hinc licebit nobis gnomonem constituere, circa tale geometricum quadratum iam perfectum, quot enim pedes miles requirit in longum, tot milites addendi sunt frontalibus ordinibus, lateralibus vero tot quot miles occupat in latum. In Exemplum sit id quod Numero 2 huius proposuimus, in quo ordines frontales sunt 21, vnicuique ergo adjungo 7 milites, fiunt adjuncti septies 21, id est 147; & quia antea vnus ordo habebat 49, additis 7, ordo vnus habebit 56, & tot sunt ordines laterales, quorum vnicuique addendi sunt 3, omnibus ergo ter 56, id est 168, qui cum prioribus 147 faciunt summam 315 militum totius gnomonis.

5. Quare si nesciremus numerum militum in Acie perfecte ac geometricè quadrata constituendorum, Aciem incipere possemus a parvo tali quadrato, vt in superiori exemplo, à quadrato militum 21, ponendo scilicet 7 in frontali ordine, & faciendo 3 tales ordines, deinde addatur gnomon, prout paulo ante Num. 4: diximus & hoc toties, quoties fieri poterit.

6. Quemadmodum autem in præcedenti Regula Numero 7, à minimo quadrato incipiendo, gnomones omnes in infinitum inuenire facile fuit; ita etiam hoc loco idem facere licet. Vt in proximo exemplo primum ac minimum quadratum fuit 21 militum, primus ergo gnomon requirit ter 21 milites, secundus gnomon quinquies 21, tertius septies 21, & sic ordine per omnes numeros impares in infinitum.

## R E G V L A VIII.

*De acie quadrata instruenda ad datam proportionem laterum.*

1. **S**i detur proportio Arithmetica, id est, quoad numerum militum rem expediemus per ea, quæ in præcedenti Regula Numero 1 & 3 præscripsimus. Exempli gratia, debeat se habere frons ad latus ut ut 7 ad 3, id est quoties 7 milites sunt in fronte, toties debeant esse 3 in latere, & sit propositus militum numerus 1029: secundum doctrinam Numeri 3, multiplico terminos datæ proportionis, id est 7 & 3 invicem, fiunt 21, cum quibus divido 1029, & invenio 49 quorum radix quadrata est 7, numerus scilicet per quem termini proportionis, qui sunt 7 & 3 multiplicandi sunt, ut fiant 49 milites in fronte, & 21 in latere.

2. Quando quotus divisionis non est præcise numerus quadratus, imitari possumus doctrinam Numero 1. præcedentis Regulæ traditam. Exempli gratia. Sit militum numerus 1000, quem multiplico per terminum frontis, id est per 7, & productos 7000 divido per terminum lateris, id est per 3, & ex quotu 2333 extraho radicem quadratam, facit 48 proxime, numerum militum in fronte collocandorum; per quem divido propositum numerum 1000, & invenio 20 milites pro latere. Vel vice versa multiplico propositum numerum, id est 1000 per terminum lateris, scilicet per 3, & productum divido per 7, terminum scilicet frontis, & invenio 428, ex quibus proxima radix quadrata facit 20; erunt ergo 10 milites in latere, & 50 in fronte; quos habeo quando 1000 propositos milites per 20 inventos divido. Verum, ut & loco citato monuimus propositum exacte assequi non poterimus, cum id solum fiat ex Numero præcedenti hujus Regulæ.

3. Esto jam data proportio Geometrica, id est, quoad spatium quod milites distribuendi occupare debent. Frons verbi gratia, quoad spatium, debeat esse duplo latior, quam latus; tunc per omnia servanda est Regula quinta, mensuranda enim secundum pedes est tam latitudo quam longitudo (quæ necessario habebunt proportionem præscriptam) & reliqua servanda, ut eo loco docuimus.

## R E G V L A IX.

*De Acie quadrata instruenda ex Manipulis.*

1. **S**i figura Aciei debeat esse similis figuræ Manipuli, tunc tot manipuli sunt conjungendi in longitudine, quot in latitudine, manebit

semper similis figura. aciei factæ addi posset,



Si superesset vnus & alter manipulus, tunc a-  
ex militibus superfluatorum illorum manipulo-  
rum, gnomon, vt in præcedentibus diximus, id-  
que toties quoties fieri potest.

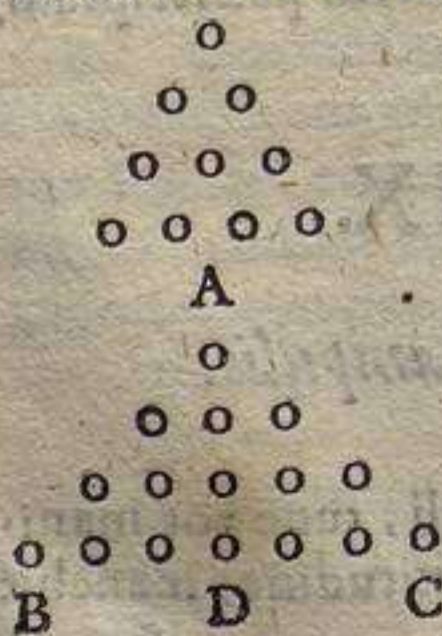
2. Quando manipuli sunt ejsdem longitu-  
dinis cum acie futura, id est, si manipulus ha-  
bet tot ordines frontales, quot debet habere ip-  
sa acies; tunc manipuli coniunguntur tantum  
secundum latitudinem.

3. Quod si nec latitudo nec longitudo ma-  
nipulorum similis sit, aut æqualis latitudini &  
longitudini futuræ aciei, coniungendi erunt ma-  
nipuli tam secundum latum, quam secundum  
longum, quam diu non exceditur determinata  
dimensio, & quod deinde deficit, explendum e-  
rit secundum Regulas traditas.

## REGVLA X.

### De Acie triangulari.

1. Acies triangularis dupliciter fieri potest; primò, vt in prima fron-  
te sit 1 miles, in secundo ordine frontali 2, in tertio 3, in quar-  
to 4, & sic per seriem naturalem in infinitum. Ad quam instruendam  
requiritur numerus militum, ex illis numeris qui proprie ab Arith-  
meticis vocantur trigoni, seu trigonales vel triangulares, & habent hanc  
proprietaem, quod extrema latera æqualem numerum contineant mi-  
litum, & triangulum semper constituunt æquilaterum. Minus tamen ap-  
plicata videtur ad pugnam talis dispositio, quod milites in illo secundum  
longum, in ordinibus, quos supra vocavimus laterales, non immedia-  
te sese subsequantur, (vt in hac priori formula conspiciere licet); nisi  
disponantur milites ita, vt triangulum fiat rectangulum, vt sunt in se-  
cunda formula triangula ADB, & ADC.



2. Tamen si quis velit habere Regulam pro talī  
dispositione per triangulum æquilaterum alijs, ni-  
mirum rebus distribuendis accommodandam, Nu-  
merum rerum distribuendarum multiplicet per 8,  
producto addat 1, ex summa extrahat radicem  
quadrata, à qua subtrahat 1, eritque medietas re-  
liqui numeri, latus trianguli futuri. Exempli  
gratia, detur numerus 55 rerum distribuendarum,  
is multiplicatus per 8 producit 440, addo 1, fa-  
cit 441, extraho radicem quadratam, facit 21,  
sub-

subtraho 1, manent 20, cujus medietas est 10: quodlibet ergo latus trianguli 10 præcise continebit res, absumentque triangulum 55 res præcise.

3. Quod si numerus propositus non esset præcise trigonalis, tunc omnia fiant juxta prædicta, sine tamen fractione, id est, proxime minor accipiatur tam radix quadrata, quam medietas. Exempli gratia propositus sit numerus 52, multiplico per 8, facit 416, addo 1, facit 417, proxime minor radix quadrata est 20, subtraho 1, manent 19, proxima medietas sine fractione est 9, tot ergo res continebit latus trianguli absumentque res tantum 45, ac proinde supererunt 7, ut ex ijs quæ jam dicemus colligere licet.

4. Sit jam datus numerus pro vno latere, & quæratnr numerus pro toto triangulo. Dato numero addatur 1, summæ (quando ea par est) medietas multiplicetur per ipsum datum numerum, vel (si summa impar est) eam cum medietate dati numeri multiplica, & habebis propositum; Exemplum volo ut latus trianguli contineat 9 res, addo 1 fiunt 10, ejus medietatem 5 multiplico per 9, facit 45, tot ergo res præcise absumentur ad complendum triangulum. Sic deinde datus pro latere numerus 10, addo 1 fiunt 11, quæ multiplico per 5 medietatem scilicet dati numeri, fiunt 55, numerus rerum pro triangulo futuro.

5. Secunda ratio Aciei triangularis est, ut in prima fronte ponatur 1 miles, in secunda 3, in tertia 5, in quarta 7, & sic per progressionem numerorum imparium in infinitum. Atque hac ratione ordines tam frontales quam laterales debito modo sibi mutuo respondent; ut apparet in secunda formula. Numeri autem qui hanc figuram constituunt sunt omnes Quadrati, cujus radix est, & medius ordo lateralis A D, & numerus militum duorum laterum æqualium A B, A C: constituit enim hæc forma triangulum Ifofcelem, seu æquicrum, cujus Basis, quoad numerum, si assumat vnitatem, dupla est lateris seu Radicis Quadratæ.

6. Ex his autem facile colligitur qua ratione dato latere habeatur basis, aut data base, quomodo latus, & numerus totus. Rerum disponendarum inveniendus sit; & contra ex numero disponendo, tam latus, quam basis. Dato enim latere, exempli gratia 10, à duplo ipsius hoc est à 20 subtrahere 1, & sic habebis 19 pro base; quadratum vero lateris, hoc est 100, est totus numerus distribuendus: sic si detur basis 19, adde 1 fiunt 20, cujus medietas est latus. Ex dato denique numero distribuendo 100, si extraxeris radicem quadratam, habebis 10 pro latere.



## CAPUT IX.

DE NUMERIS  
Polygonis.

**U**m in proximè precedenti Capite propositum nobis fuerit, Regulas illas non tam ad solos ordines, aciesque militares coërcere atque contrabere; quam ad rerum omnium concinnam & ordinatam distributionem extendere atque dilatare: proximum fuit ut ea, qua de numero Triangulari in Regula ultima diximus, omnibus Numeris Multangulis accommodarem. Quod opus eo libentius aggressi sumus, quo minus in eo laborandum nobis esse vidimus: nam solummodo ea, qua ante plures annos in chartam coniecimus, huc transtulimus, & ad methodum hæcenus servatam disposuimus.

## ARTICVLVS I.

*Quid, & quotuplex sit Numerus Polygonus.*

**C**apite primo Articulo 1. hujus Appendicis diximus, Numerum Figuratum in genere esse eum, cujus vnitates certo quodam modo dispositæ, Figuram constituunt Geometricam, &c. Quare numerus Polygonus ille, de quo nobis hic futurus est sermo, est species quædam numeri Figurati, & dici potest numerus Superficialis & Planus, cujus vnitates ordinatè dispositæ, figuram constituunt multangulam, & quoad numerum vnitatum æquilateram.

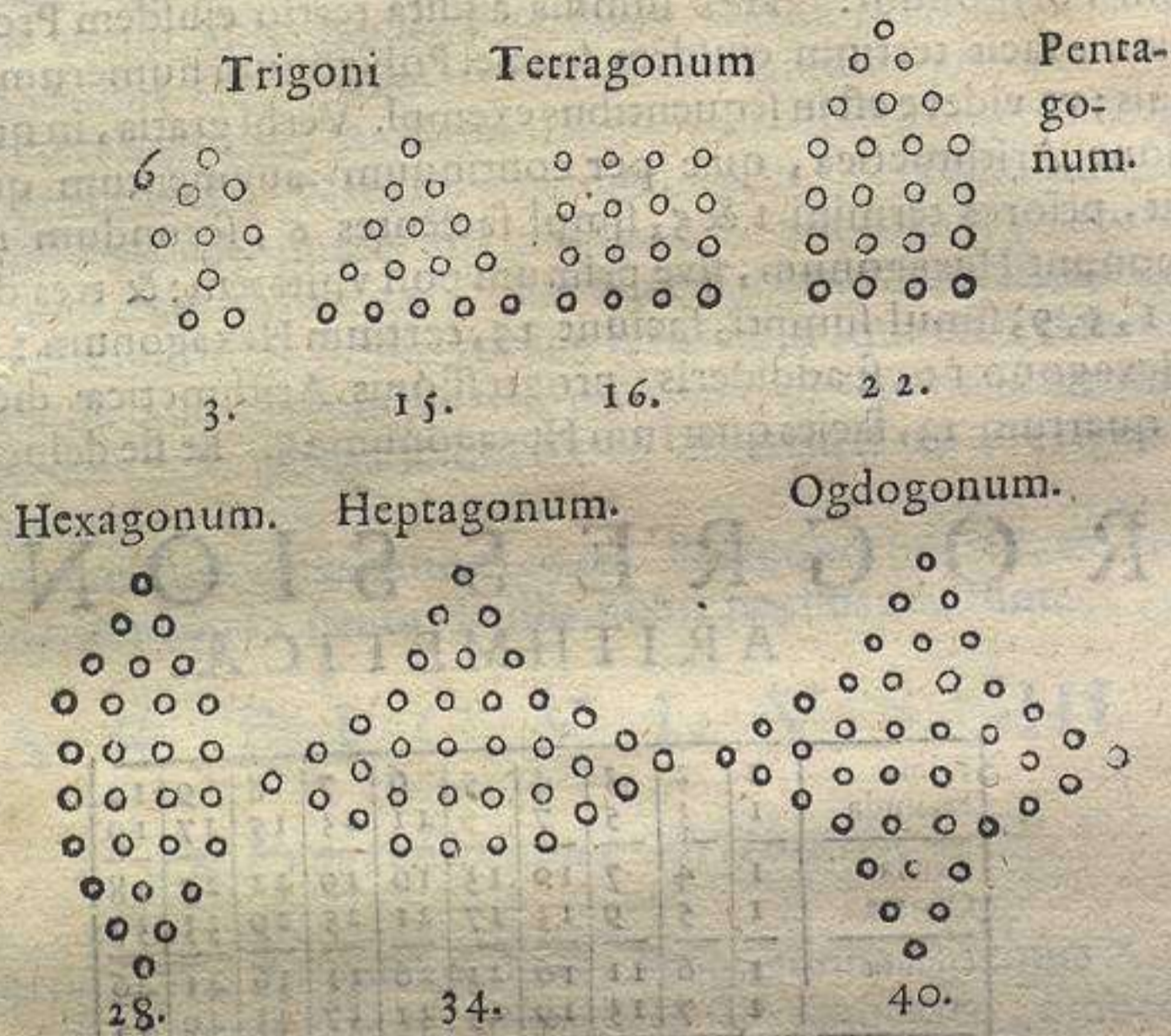
Quoniam autem Polygonarum figurarum Geometricarum, aliquo modo ordinarum, aliquæ sunt æquilateræ, & non æquiangulæ; aliæ verò & æquilateræ, & æquiangulæ. Ita hæc dispositio vnitatum, hoc duplici etiam modo præcipuè figurari potest: ut nimirum figuræ sint quarum latera contineant quidem vnitates numero æquales, angulos verò inæquales. Sint autem & aliæ quæ & omnia latera, & omnes angulos æquales habeant. Vnde concludimus Numeros Polygonos duplicis esse generis. Quorum priores absolutè & simpliciter vocantur ab auctoribus Numeri Polygoni. Posteriores autem cum addito, Polygoni dicuntur Æquianguli, sive Centrales: hi præterea dici solent Secundi, illi Primi, de quibus hoc Capite tractabimus.

## ARTICVLVS II.

*Primorum Polygonorum Ortus & Genesis.*

1. **S**i de reali dispositione vnitatum horum numerorum loqui velimus, non

non nisi vsque ad Octogonum inclusivè concinnam aliquam, & benè vtcunque ordinatam figuram formabimus, à Triangulo incipiendo. Ad Hexagonum quidem inclusivè, anguli omnes extrorsum vergunt: In Heptagono vero quinque tantum, reliqui enim duo introrsum tendunt: Octogonum denique habet quatuor angulos extrorsum, & totidem introrsum vergentes. Vt videre est ex sequentibus Figuris.



De certa autem dispositione rerum juxta figuras suas, hoc loco nihil dicimus, cum ea sit satis cognita, & omnes figura componantur ex primo & secundo polygono, triangulo scilicet aequilatero, & quadrato perfecto; de quibus satis diximus Capite præcedenti, & res ex figuris præmissis satis etiam constat.

2. Quia verò virtus horum numerorum Polygonorum ac potentia, magis consistit in Arithmetis, (insignibus enim dotati sunt proprietatibus) quam in Geometricis, ortum illorum rectius ostendemus ex illa etiam, quam ex hac Scientia. Est ergo Polygonus numerus nil aliud, quam summa aliquot terminorum, sive numerorum in Progressione Arithmetica, ab unitate ortum ducente, ordine continuo constitutorum.

3. Hac ratione ergo ex Progressione numerorum omnium, tam parium quam imparium, oriuntur Numeri Polygoni. Ex Prima enim, quæ est seriei naturalis, cujus videlicet terminorum differentia perpetuò est unitas, nascuntur numeri Trigoni. Ex Progressione numerorum omnium imparium, quorum differentia est binarius, ortum ducunt numeri Tetragoni. Ex Progressione, cujus terminorum dif-

ferentia

ferentia





ferentia est ternarius, componuntur Pentagoni. Ex Progressione eorum quorum differentia perpetua est quaternarius, gignuntur Hexagoni. Et sic per augmentum unitatis, tam in differentia, quam in multitudine angulorum ascendendo, ex reliquis Progressionibus Arithmeticis, oriuntur reliqui numeri Polygoni in infinitum. Unitas enim semper ponitur pro primo numero Polygono, eadem deinde addita proximè sequenti Progressionis termino, generat secundum numerum Polygonum. Hæc summa addita tertio ejusdem Progressionis termino, facit tertium ejusdem speciei Polygonum numerum. Et sic de reliquis; ut videre est in sequentibus exempl. Verbi gratia, in quarta Progressione Arithmetica, quæ per continuum augmentum quaternarij crescit, priores termini 1 & 5, simul facientes 6, secundum numerum componunt Hexagonum, sive primum post unitatem; & tres deinde termini 1, 5, 9, simul sumpti, faciunt 15, tertium Hexagonum; Huic tertio Hexagono 15, si addideris progressionis Arithmeticæ dictæ terminum quartum 13, facies quartum Hexagonum 28. Et sic deinceps.

## P R O G R E S S I O N E S A R I T H M E T I C Æ.

Prima	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Secunda	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19
Tertia	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
Quarta	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
Quinta	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
Sexta	1	7	13	19	25	31	37	43	49	55

## N U M E R I P O L Y G O N I I N D E *compositi.*

Trigoni	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Tetragoni	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Pentagoni	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Hexagoni	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Heptagoni	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235
Octogoni	1	8	21	40	65	96	133	176	225	280

4. Continuatio harum Tabularum facilis est. Nam quod attinet ad Progressiones Arithmeticas, quemadmodum numeri ordinum transversalium crescunt per eandem differentiam in quovis ordine; ut tertij ordinis per ternarium; quarti per quaternarium; & consequenter ipsæ differentiæ sese immediatè subsequentes, augentur semper unitate: ita etiam columnæ sive ordines perpendiculares eadem ratione progrediuntur.

grediuntur. Nam etiam si prima columna constet ex puris merisque singularibus unitatibus, secunda tamen numeros habet excedentes sese per unitatem, tertia numeros dat differentes binario, quartæ columnæ numeri augentur per ternarium. Et sic de reliquis. Quare numeri hi continuari nullo negotio poterunt, sive transversaliter, sive perpendiculariter in infinitum.

5. Numeri verò Polygoni qua ratione nascantur progredianturque, per suos ordines transversales, & hoc in infinitum, lat superque dictum est paulo ante Num. 3. Ordines tamen perpendicularares, sive columnæ facilius fiunt; numeri enim uniuscujusque per idem semper augentur incrementum; quod quidem perpetuo est numerus Trigonus proxime præcedens. Nam quemadmodum in Progressionibus Arithmeticis, differentia numerorum in columnis positorum, habentur in primo ordine transverso: ita in his eodem modo differentia columnarum, desumuntur ex primo ordine transverso, qui est Trigonorum. Sic differentia numerorum quartæ columnæ est senarius, tertius videlicet Trigonus. In quinta columna est differentia 10, Trigonus nimirum quartus. Et sic de cæteris.

Cæterum cum origo numerorum Polygonorum sit ex Progressionibus Arithmeticis, pauca de illis nobis prælibanda sunt.

## ARTICULVS. III.

### *De Progressionibus Arithmeticis.*

**P**roportio, sive Proportionalitas, Progressione continua Arithmetica, est ea cujus termini immediatè sese sequentes, omnes æqua intervalla; sive æquales servant differentias.

2. Termini sunt numeri Progressionem constituentes.
3. Quare si dato termino alicui addatur ea, quam diximus, differentia, fit terminus proxime major; si eadem ab eodem termino dato subtrahatur, fit terminus proxime minor.
4. Et si terminus minor subtrahatur à proximè majori, relinquatur differentia.

5. Ergo in tribus terminis, summa extremorum, dupla est medijs.

6. Et consequenter quando plurium terminorum numerus est impar, summa extremorum non solum dupla est medijs, sed & æqualis est summæ quorumlibet duorum mediorum, ab extremis æqualiter remotorum.

7. Quando autem plurium terminorum numerus est par, summa extremorum perpetuò æqualis est summæ, quæ colligitur ex duobus medijs, æqualiter ab extremis remotis.

8. Ergo summa omnium terminorum; quando numerus illorum est impar, ad medium terminum, hoc est, ad semissem summæ extremorum,

morum ; proportionem habet multiplicem, ab eodem numero terminorum denominatam. Quando vero numerus terminorum par est, eadem summa omnium terminorum, ad summam extremorum, proportionem habet multiplicem, à semissi ejusdem numeri terminorum denominatam.

9. Quare datis quibusvis terminis continuè Arithmeticè proportionalibus, si numerus terminorum multiplicetur, in medietatem summæ extremorum ; Vel, medietas numeri terminorum, in summam extremorum ; prodibit summa terminorum omnium.

10. Ex præcipuis deinde quæ observari solent in Progressionibus Arithmeticis, quatuor sunt ; Terminus Primus ; Terminus ultimus ; ( qui dicuntur termini extremi ) Numerus terminorum omnium ; & Differentia. Horum si dentur tria, quartum habetur ex supra dictis.

11. Dato enim alterutro extremo termino, terminorum numero, & differentia, alterum extremum sic invenies. Numerus terminorum multatus unitate, ducatur in differentiam, productusque addatur minori extremo ; vel subtrahatur à majori : summa dabit majorem, & residuum minorem terminum.

12. Differentiam habebis in Quoto, si ablato minore extremo à majore, reliquum divideris, per numerum terminorum unitate multatum.

13. Numerus denique terminorum innotescet, si dempto minore termino à majori, reliquum dividatur per differentiam ; Quotus enim auctus unitate offert ignotum numerum.

14. Eundem terminorum numerum habebis etiam, si summam omnium, per summam extremorum divideris ; Quotus enim est medietas numeri quæsitæ.

15. Summam autem omnium differentiarum dat residuum, subtracto minore extremo termino à majore.

16. Differentia tamen proximorum terminorum, earum Progressionum ex quibus numeri nascuntur Polygona, facilius habetur : eam enim indicat numerus multitudinis angulorum Polygona propositi, binario multatus.

## A R T I C V L V S IV.

### *De Radicibus numerorum Polygonorum.*

**Q**uamvis numeri Primæ Progressionis Arithmeticæ, supra Articulo 2 cum alijs propositæ, quæ nimirum est seriei naturalis, sint, atque dicantur propriè Radices, numerorum Polygonorum correspondentium, ut videre est apud Diophantum, & Franciscum Maurolycum ; Sic 7, quæ est Radix ex 28, septimo scilicet Triangulo ; eadem etiam est Radix ex 49, septimo Quadrato ; & Radix etiam ex 70, septimo

septimo videlicet Pentagono; &c. Vnde quot unitatum fuerit hæc Radix, tot unitatibus constat etiam latus figuræ Polygonæ, vt patet ex figuris Articulo 2 propositis.

Alij tamen Arithmetici præsertim recentiores vltimum terminum, non Primæ tantum, sed & aliarum Progressionum Arithmeticarum, vocant Radices Polygonorum, quemlibet sui correspondentis Polygoni: Vt 10, qui est quartus terminus Progressionis Tertix, (cujus differentia est 3) & vltimus ille, ex quo factus est 22 quartus Pentagonus, Radix dicitur ejusdem Pentagoni 22. Et sic de reliquis. Vocetur autem nobis Radix propriè dicta *Prima*, & hæc *Secunda*.

2. Data autem alterutra Radice, altera facile habetur ex sequentibus Regulis: per priorem quidem invenitur Radix Secunda, ex Prima; per posteriorem vero habetur Prima ex Secunda data.

### N O T A

**C**Um in sequentibus Regulis sæpius fiat mentio, numeri multitudinis angulorum Polygoni, qui in Heptagono verbi gratia, vt vocabulum ipsum indicat, est 7: nos brevitatis causa hunc numerum vocabimus *A*: ita vt  $A - 2$  significet numerum multitudinis angulorum, multatum binario;  $A + 2$ , eundem numerum, auctum binario. &c.

*REGULA I. Radix Prima nominati Polygoni minus unitate, multiplicetur per  $A - 2$ , Productus numerum plus unitate, est Radix Secunda quaesita.*

Exempli gratia, Esto datus senarius pro Prima Radice heptagoni, 6 minus 1, & 7 minus 2, sunt 5 & 5, quæ per mutuam multiplicationem producunt 25, & plus 1, fit 26 Radix Secunda petita. Multiplicans enim est differentia Progressionis Arithmeticæ illius, ex qua natus est Polygonus nominatus, per Num. 16 Articuli præcedentis; Prima Radix data est numerus terminorum; unitas vero est terminus extremus minor: Ergo per Num. 11 ejusdem Articuli, ex his datis habetur major terminus extremus, sive Radix Secunda; quod est id quod Regula præcipit.

*REGULA II. Datam Secundam Radicem denominati Polygoni, unitate multatam, diuide per  $A - 2$ , Quotus unitate auctus, offert Radicem Primam Polygoni propositi.*

Sic enim data Secunda Radix 26, alicujus Heptagoni, aufer 1, & reliqua 25, diuide per 5; Quotus qui etiam est 5 unitate donatus, facit 6 Radicem Primam quaesitam. Ratio constat ex paulo ante dictis, & ex Num. 13 & 16 Articuli præcedentis.

## ARTICVLVS V.

*Ex datis Radicibus, sive binis, sive alterutra tantum, numerum componere Polygonum.*

**Q**uando habetur vtraque Radix, ipsarum numerus Polygonus habetur per sequentem Regulam.

*REGVLA I. Medietas alterutrius Radicis (Secunda tamen aucta prius unitate) ducta in alteram, producit suum ad quem spectat, numerum Polygonum.*

Exempli causa data sint Heptagoni Radices, Prima 6, & Secunda 26, ducantur 3 in 27, fiunt 81, Heptagonus quaesitus. Ratio constat ex definitione Radicum, & ex Num. 9. Articuli 3.

2. Ex hac ergo Regula, & ex ijs quae praemisimus, facile fit vnica Regula per quam ex data sola, siue Prima, siue Secunda Radice, habeamus numerum Polygonum. Ea autem pro Prima Radice sola data sic habet:

*REGVLA II. Data Radix Prima Polygoni denominati, ducatur in  $A - 2$ , & à producto auferatur  $A - 3$ ; medietas hujus residui, unitate prius aucta, ducta in eandem Primam datam Radicem; vel, medietas Radicis in dictum residuum plus unitate, facit numerum Polygonum eum, cujus Radix data fuit.*

Exemplum. Data sit 6 Radix Prima Heptagoni, ducatur ea in 5, & à producto 30, auferantur 4, reliquum plus 1, quod est 27 (cum sit numerus impar) ductum in 3, medietatem Radicis datae, facit 81, Heptagonum quaesitum.

3. Hac Regula vt vniversalis est, ita simpliciter omnibus convenit Polygonis, etiam Trigonis: vt si data sit Radix Trigoni prima 4, cujus componendus sit numerus Trigonus; cum multitudo angulorum, dempto binario, sit 1, nulla per multiplicationem imperatam fit mutatio, sed Radix data 4, manet immutata: à qua auferenda esset multitudo angulorum minus ternario, hoc est, 0, adhuc Radix 4 manet immutata; quae assumpta prius unitate, si ducatur in 2, medietatem Radicis, producit 10 Trigonum petatum. Quare pro Trigonis sequens particularis valebit Regula.

*REGVLA III. Medietatem Radicis datae, duc in ipsam Radicem unitate auctam: Vel, medietatem Radicis auctae prius unitate, duc in ipsam Radicem, & efficies Trigonum Radicis datae.*

4. Verum quia in Regula vniversalis ponitur additio unitatis, operatio illa tollitur, si à priore multiplicationis producto, auferatur non  $A - 3$  sed  $A - 4$ . Quare eadem Regula generalis brevius sic proponitur.

*REGVLA IV. Radix Prima ducatur in  $A - 2$ , & à producto auferatur  $A - 4$  medietas hujus residui, ducta in eandem primam Radicem datam: Vel medietas Radicis, in dictum residuum, producit Polygonum desideratum.*

Exem-

Exemplum. Esto 6 Radix prima Heptagoni, quæ ducta in 5 facit 30, & ablatis 3 reliqua 27 ducta in 3, medietatem Radicis facit 81. Heptagonum quæsitum. Sit deinde 5 Radix prima Pentagoni, hæc ducta in 3 facit 15, & ablata vnitate, medietas reliqui quæ est 7 ducta, in 5, Radicem datam producit 35. numerum Pentagonum qui quærebatur.

Conuenit hæc Regula, cum generalis sit, etiam Trigonis, sed in vsu adhiberi debent numeri ficti, siue infra nihilum; vt patebit cuilibet periculum facturo.

5. Aliam vniversalem, sed pro vsu difficiliorem Regulam, præscribit Diophantus, Libro de numeris Polygonis, Propos. 9. quæ sic habet:

*REGVLA V. Duplum Radicis datæ multatum vnitate, duc in numerum multitudinis angulorum binario multatum, producto adde binarium; & à quadrato summa, aufer quadratum numeri multitudinis angulorum multatum quaternario, reliquum diuide per octuplum multitudinis angulorum binario multatum, & inuenies quæsitum numerum Polygonum.*

In exemplum sit eadem Radix 6, Heptagoni, cuius duplum minus vnitate, quod est 11, duco in 5, productus auctus binario facit 57, huius in Tabula inquirò quadratum, & inuenio 3249, à quo aufero quadratum ex 3, & reliqua 3240 diuido per 40, Quotus dat 81 Heptagonum quæsitum.

Brevissima autem Regula est ea, quæ desumitur ex Regula 1, Articuli 4, & ex Regula 1 huius, & est talis.

*REGVLA VI. Data Radix prima minus vnitate, ducatur in  $A-2$ , productus enim auctus binario, in medietatem ejusdem Radicis: vel, si Radix est numerus impar, ipsa in medietatem ejusdem producti binario aucti, ducta; producit Polygonum quæsitum.*

Vt sit data eadem Radix 6, alicujus quod petitur Heptagoni, ea minus vnitate, hoc est 5, ducta in 5 (quæ est multitudo angulorum, minus 2) facit 25, & additis 2, fiunt 27, qui ductus in 3 medietatem Radicis datæ, facit 81 Heptagonum optatum. Sit deinde 5 Radix cujusdam Pentagoni, ea minus 1, hoc est 4, ducta in 3, (multitudinem angulorum minus 2) & producti plus 2 qui est 14, (cum sit Radix numerus impar) medietas 7, ducta in 5 Radicem datam, producit 35. Pentagonum desideratum.

7. Quod si detur Secunda Radix tantum, inueniemus ipsius Polygonum per Regulam deductam ex Reg. 2. Articuli 4, & ex Reg. 1. Articuli huius, hoc modo.

*REGVLA VII. Data secunda Radix minus vnitate, dividatur per  $A-2$ , Quotus vnitate auctus, in medietatem datæ Radicis*

*uni-*

*Unitate aucta: Vel, si Radix est numerus par, ipsa plus Unitate in medietatem ejusdem Quoti aucti, ducta, producit Polygonum quaesitum.*

Exempli gratia esto 12 Radix secunda Pentagoni, illa minus 1, divisa per 3, dat quotum 4, qui plus 1, ductus in 7 medietatem Radicis plus 1, producit 35 Heptagonum quaesitum.

Sic deinde 26 Radix secunda Heptagoni, ea minus unitate divisa, per 5, reddit quotum 5, qui plus unitate facit sui medietatem 3, quae ducta in 27 Radicem datam plus unitate (cum Radix data sit numerus par) producit 81, numerum Heptagonum quaesitum.

## ARTICULVS VI.

*Ex dato Polygono utramque Radicem elicere.*

1. **R**adicem primam sive latus Polygoni per sequentem uniuersalem Regulam inuenies.

*REGVLA I. Divide tam duplum Polygoni dati, quam  $A - 4$ , per  $A - 2$ ; Quotum primum adde ad quadratum dimidij Quoti Secundi, Summae hujus Radix quadrata aucta eodem dimidio Quoto Secundo exhibet Latus quaesitum.*

Datus esto numerus Heptagonus 81, tam duplum quod est 162, quam 3, divide per 5, Quoti sunt  $\frac{162}{5}$  &  $\frac{3}{5}$ ; hujus medietas est  $\frac{3}{10}$  ejusque quadratus  $\frac{9}{100}$ , ad quem si addideris primum Quotum  $\frac{162}{5}$ , sive  $\frac{3240}{100}$ , efficies  $\frac{3249}{100}$ , cujus radix quadrata est  $\frac{57}{10}$ , quae aucta medietate Secundi Quoti, quae est  $\frac{3}{10}$ , fiunt  $\frac{60}{10}$ , sive 6, Radix prima Heptagoni propositi.

2. Etsi haec Regula uniuersalis sit, & per Analysim ex praecedentibus deducta; quia tamen multi fractionibus assueti non sunt, ad uitandas illas eandem sic proponimus.

*REGVLA II. Octuplum dati Polygoni, duc in  $A - 2$ , producto adde quadratum ex  $A - 4$ ; Radix quadrata hujus summae plus  $A - 4$ , diuisa per duplum ipsius  $A - 2$ , in Quoto exhibet Radicem quaesitam.*

Sic datus idem Heptagonus 81, octuplum ipsius, quod est 648, ductum in 5 producit 3240, adedito quadrato ex 3, quod est 9, & extracta radice 57 plus 3 facit 60, quae diuisa per 10, dat in Quoto 6 Radicem Heptagoni propositi.

Pro Trigonis faciliorem praescripsimus Regulam Capite 8, Regula 10, Num. 2.

Verum quando Polygoni propositi numerus angulorum est par, facilius etiam habetur Radix prima, per sequentem Regulam tertiam, quam per secundam praemissam.

REGV-

*REGVLA III. Duplum dati Polygoni duc in  $A - 2$ , producto adde quadratum medietatis ex  $A - 4$ ; Radix quadrata hujus summae plus medietate ex  $A - 4$ , divisa per  $A - 2$ , in Quoto exhibet Radicem quaesitam.*

Vt si offeratur Decagonus 27, duco 54 in 8, & producto 432 adde 9, quadratum scilicet ex 3, & summae 441 Radicem quadratam, quae est 21, & plus 3 facit 24, divido per 8, Quotus 3 exhibet Radicem primam Octogoni propositi.

3. Eadem ratione dari possunt Regulae, per quas ex dato Polygono habetur Radix secunda; omissa enim illa quae fractiones involvit, altera generalis sic habet.

*REGVLA IV. Octuplum dati Polygoni, duc in  $A - 2$ , producto adde quadratum ex  $A - 4$ , à radice quadrata hujus summae subtrahere  $A - 2$ , reliqui dimidium est Radix secunda quaesita.*

Datus sit Heptagonus aliquoties propositus 81, octuplum ipsius in 5 ductum facit 3240, & cum 9 quadrato addendo exurgunt 3249, quorum radix quadrata multata quinario est 52, cujus medietas 26, est ea quae quaeritur secunda Radix.

Sed vt ante, quando denominatio Polygoni sumitur à numero pari, Regula facilior dari potest, hoc modo.

*REGVLA V. Duplum dati Polygoni ducatur in  $A - 2$ , producto addatur quadratū medietatis ex  $A - 4$ , Radix quadrata summae, minus medietate ipsius  $A - 2$ , est Radix secunda petita.*

Vt si detur idem Decagonus 27, duplum ipsius ductum in 8, facit vt supra 432, & assumpto quadrato ex 3, radix quadrata summae 441, quae est 21, minus 4 facit 17 Radix secundam petitam.

## ARTICVLVS VII

### *De numero Altera parte longiore.*

1. **S**uperest vt Polygonis primis adnumeremus etiam eum, quem vocat Quadratum altera parte longiorem; qui licet in infinitum variari possit, vt vidimus Capite 8, Regula 4 & 8; contrahitur tamen ab Arithmetice ad vnā tantum speciem, ita vt Numerus quadratus altera parte longior dicatur ille, qui ortum suum ducit ex progressionē numerorum parium; quemadmodum Quadrati ex progressionē imparium: hoc modo:

Radices.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Progressio parium.	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Alterā parte longiores.	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110



2. Præter plures autem, quibus abundant hi numeri, insignes proprietates, habent etiam istam, ut quilibet talis numerus constet ex quadrato ejusque radice; ut 20 constat ex 16 & 4; 90 ex 81 & 9. Et sic de reliquis.

3. Proportio deinde laterum semper variatur, ita tamen ut majus latus superet minus perpetuo vna tantum vnitatem. Minus vero latus, qui est numerus terminorum progressionis illius, ex qua Numerus propositus desumptus est, dicitur ipsius Radix prima: secunda est, ut in reliquis Polygonis, maximus seu ultimus terminus ejusdem progressionis. Ut Propositi numeri 20 Radix prima sive latus minus est 4, majus 5, Radix secunda 8.

4. Dato ergo utrovis latere, aut sola Secunda Radice, reliqua latera aut Radices, & Numerus ipse altera parte longior facile habentur.

Lateri enim minori additur 1, vel majori subtrahitur 1, & fit alterum latus; Secunda Radix habetur si minus latus duplicetur. Quare data sola secunda Radice, medietas ipsius est minus Latus, seu Radix prima.

6. Sic si detur vna ex Radicibus tantum, vel solum majus latus, Numerus altera parte longior habetur, si minus latus ducatur in secundum, quod habetur ex dictis Num. 4. vel ducatur idem minus latus in se, & producto addatur idem latus, & fit Numerus quaesitus. Vel, si detur sola secunda Radix, cum medietas ipsius sit latus minus, habetur ex hoc rursus Numerus quaesitus, ut jam diximus.

7. Quod si contra ex Numero altera parte longiore, quaeratur alterutrum latus, Radixque secunda, sic facies: Quadruplo Numero dato adde 1, & à radice quadrata hujus summæ subtrahere 1; reliqui enim medietas est latus minus, ex quo habebis reliqua ex Num. 4 hujus. Exempli causa; sit datus numerus 20, ipsius quadruplo 80 addo 1, & à 9 radice quadrata summæ, subtraho 1, reliqui octonarij medietas est 4, latus minus; ergo majus est 5, & secunda Radix 8.

## C A P V T X

# DE POLYGONIS SECVNDIS, sive Centralibus.

**D**iximus supra Capite 9. Numeros Polygonos Secundi generis vocari Centrales, sive Polygonos Secundos, vnitatesq; eorum constituere Figuras æquilateras & æquiangulas. Ex quo sequitur eos magis aptos esse, ad concinnam rerum dispositionem faciendam, quam Polygonos primos. Quare non solum de eorum ex Arithmetica Genesi & Analysisi, quemadmodum supra fecimus; sed & de vnitatum illorum, secundum figurarum regularium naturam, ordinatâ distributione, ut proposito nostro satisfaciamus, hoc Capite seorsim tractabimus.

## ARTICVLVS I.

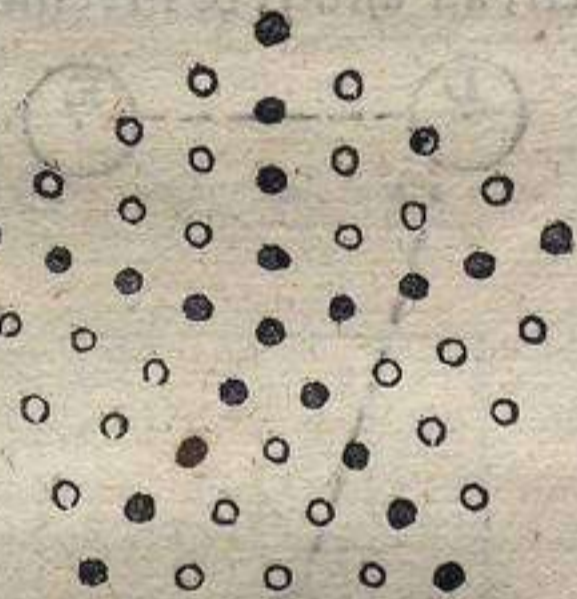
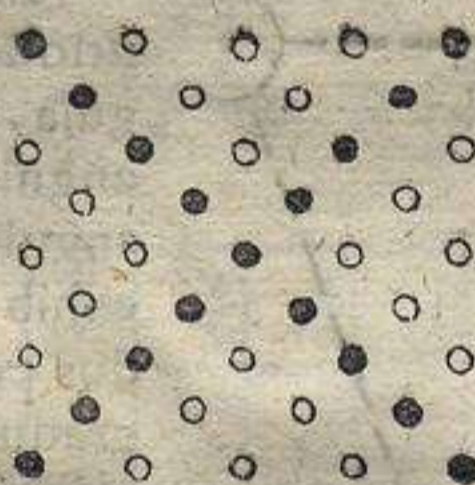
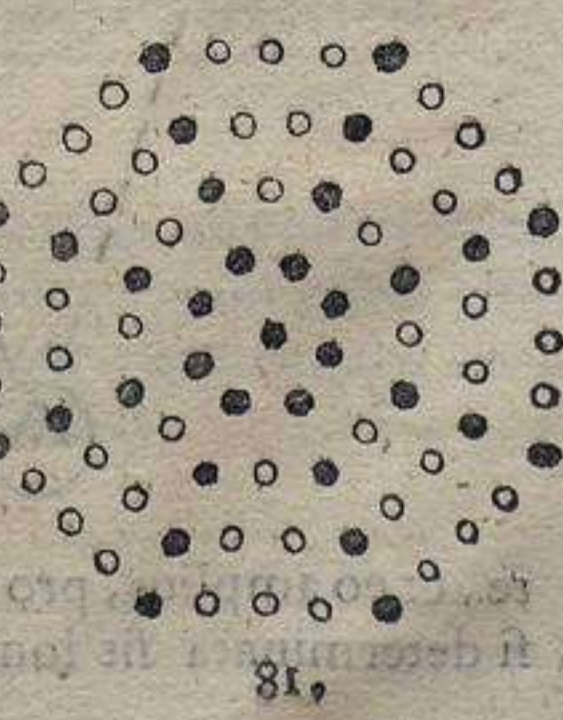
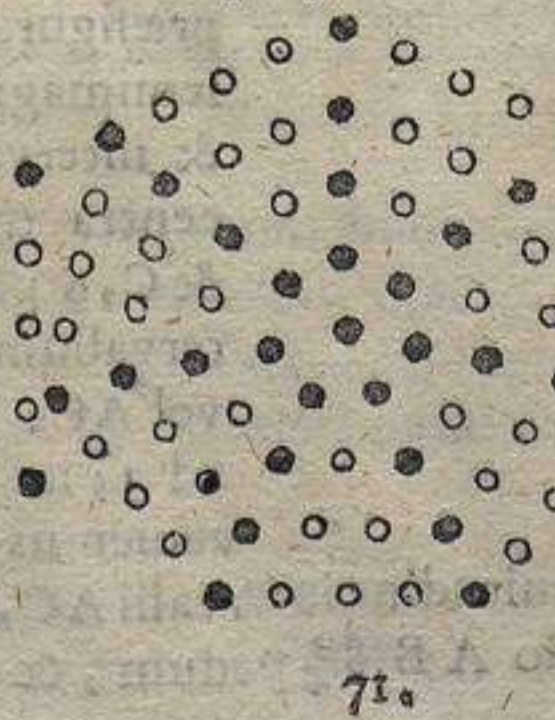
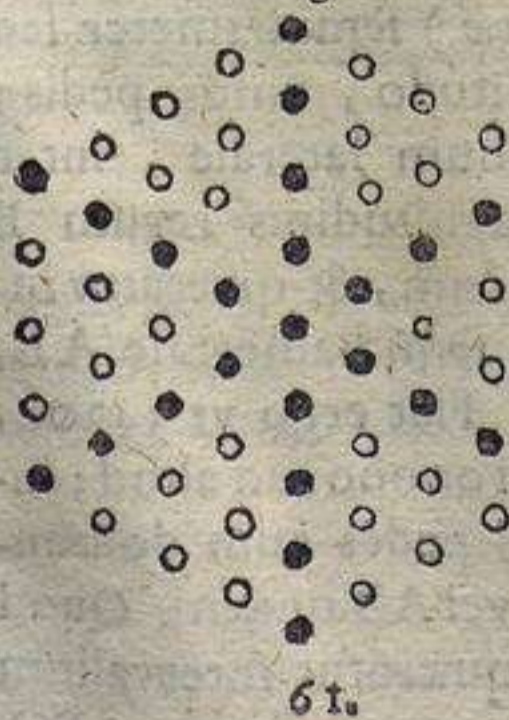
*De situ ac constitutione Vnitatum in Polygonis Centralibus.*

1. **S**itus ac dispositio vnitatum Polygonorum secundorum imitatur ad vnguem figuras Polygonas Geometricas, quas Regulares circuloque inscriptas vocamus. Quare quemadmodum in Hexagono Geometrico, latera æqualia sunt semidiametro seu radio circuli cui inscribitur, atque è senis constat æqualibus triangulis æquilateris; ita etiam in Hexagono numerofo latera sunt æqualia radijs, hoc est, in latere tot collocantur vnitates, quot in radio, & sex constituuntur triangula æqualia æquilatera; vnitates tamen radij vnus communes sunt binis triangulis proximis, sicuti etiam vnitates in angulis, binis lateribus; & tandem vnitas centralis, vt in circulo centrum, omnes terminat radios: vnitates denique omnes in Hexagono, æqua inter se servant intervalla. In alijs autem Polygonis secundis res aliter se habet: in Trigono quidem, Quadrato & Pentagono, figuris scilicet quæ pauciores quam sex habent angulos, vnitates constituentes latera plus inter se distant, quam illæ quæ in semidiametris disponuntur: in illis verò quorum angulorum numerus senarium superat, vnitates semidiametrales magis à se invicem removentur, quam laterales; constant enim hi Polygona ex Trigonis Isoscelibus, non autem æquilateris. Exemplum horum habes in sequentibus Figuris.

Trigonum.

Tetragonum.

Pentagonum.

31.  
Hexagonum.41.  
Heptagonum.51.  
Ogdogonum.

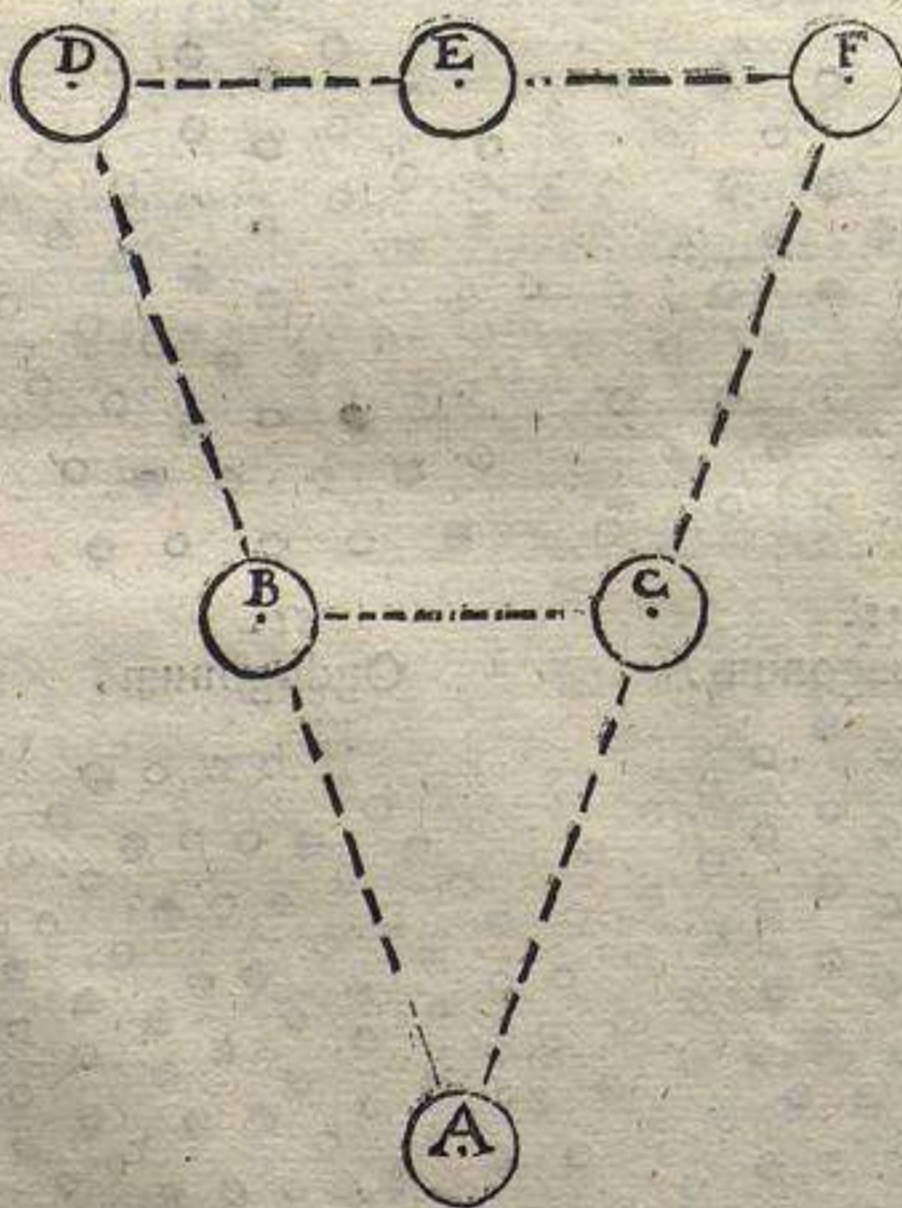
61.

71.

81.

2. Verum vt propius ad actualem rerum dispositionem accedamus, si res collocandæ notabilis magnitudinis fuerint, illius etiam habenda est ratio, & non solum intervallum vnus rei ab alia; sed & vel lateralium vnitatum tantum, vel semidiametralium ab invicem remotio, determinanda, & altera per calculum inquirenda. Quæ determinatio talis esse debet, vt primæ res immediatè post centrum in radijs collocandæ, tantum à centrali distent, vt ipsa inter se lateraliter præscriptum servare possint intervallum; & contra, si ratio habetur intervalli lateralis, id tale assumendum est, vt remotio à centro iusta emergat: possent enim res collocandæ esse tam magnæ, vt in figuris illis quarum angulorum numerus à senario deficit, laterale quidem rerum intervallum aliquod esse posset, & semidiametrale nullum; in figuris vero quarum anguli senarium superant, contra.

3. Facile autem ex determinato alterutro intervallo, habetur alterum, hoc nimirum modo: Primò cognita esse debet medietas anguli, quem in centro Polygoni constituunt duo radij sive semidiametri, ex centro figuræ ad duos proximos angulos educæ; quæ habetur in Quoto, quando integer circulus, hoc est 360 gradus, dividuntur per duplum numerum multitudinis angulorum. Deinde si datum fuerit intervallum laterale, fiat vt sinus medietatis anguli prædicti, ad medietatem intervalli dati; ita sinus totus, ad aliud; & habebitur intervallum semidiametrale. Quod si datum sit intervallum semidiametrale, fiat vt sinus totus, ad datum hoc intervallum; ita sinus semianguli prædicti, ad aliud; & invenietur medietas intervalli lateralis.



Exempli gratia, pro dispositione rerum in figura Nonangula, cuius vnum ex novem triangulis, ex quibus ipsum Nonangulum componitur adjecta, exhibet figura; divido 360 gradus per 18, & quoti, qui est 20 graduum, accipio sinum 34202. Deinde data sit vnus è rebus disponendis (quarum sint aliquæ per circellos A, B, C, D, E, F, præfiguratæ) semidiameter seu semimagnitudo, vnus pedis, & intervallum laterale, inter centra magnitudinis rerum B & C, 6 pedum, & quæratur intervallum semidiametrale AB, vel AC. Fiat ergo vt 34202, ad 3; ita 100000, ad aliud; inveniemus 8 pedes cum dodran-

te, & eo amplius, pro magnitudine intervalli AC, vel AB quæsitæ. Quod si determinata sit longitudo AB  $8\frac{3}{4}$  pedum, & quæratur intervallum BC.

BC. Fiat vt 100000, ad  $8\frac{3}{4}$ ; ita 34202, ad aliud; & habebimus 3 pedes ferè, quod duplicatum facit 6, intervallum laterale BC quæsitum.

Mechanicè, per circinum aut funiculum, rem fortassis brevius expedies.

A R T I C V L V S. II.

*Secundorum Polygonorum ortus & genesis, ex Arithmetica.*

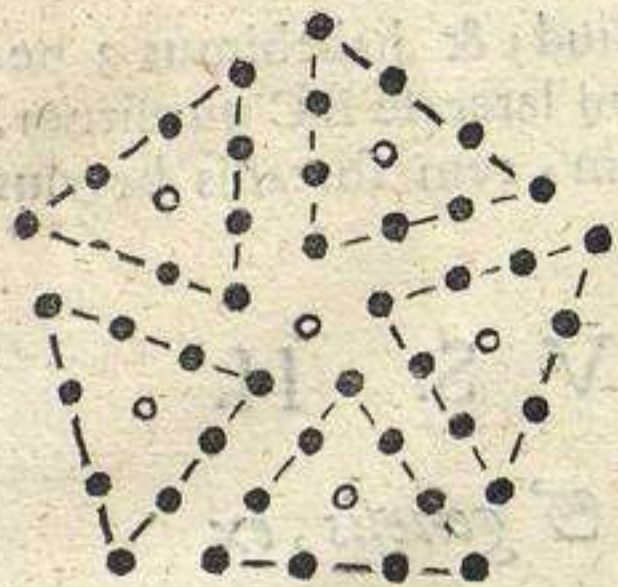
**N** Ascuntur hi Polygona immediate ex Progressione Trigonorum Primorum, & vnitatis. Vnitas autem quemadmodum in Primis, ponitur primus Polygonus centralis: Secundus fit ex multiplicatione primi Trigoni (qui est 1,) in A, hoc est, in numerum multitudinis angulorum Polygona faciendi, producto additur vnitas: tertius fit eodem modo ex ductu secundi Trigoni primi, in A, & summæ additur vnitas; & sic in infinitum.

Exemplum de Pentagonis. Primus est 1. Secundus qui est 6, fit ex ductu 1, primi scilicet Trigoni, in 5, & additione vnitatis. Tertius 16, oritur ex ductu 3, secundi Trigoni primi in 5, & summæ additur 1. Quartus Pentagonus centralis est 31, & habetur ex ductu 6, tertij Trigoni primi, in 5, & insuper vna vnitatis. Et sic de reliquis, vt quivis experiri potest, in sequentibus Progressionibus.

P R O G R E S S I O N E S.

Radices Primæ.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Trigoni Primi.	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Trigoni Secundi.	1	4	10	19	31	46	64	85	109	136
Tetragoni Secundi.	1	5	13	25	41	61	85	113	145	181
Pentagoni Secundi.	1	6	16	31	51	76	106	141	181	226
Hexagoni Secundi.	1	7	19	37	61	91	127	169	217	271
Heptagoni Secundi.	1	8	22	43	71	106	148	197	253	316
Octogoni Secundi.	1	9	25	49	81	121	169	225	289	331

2. Totum enim Polygonum numerosum constat ex vnitatis centrali, & ex tot triangulis numerosis contiguis, quot ipsum habet angulos, quorum triangulorum latera, nullam habent vnitatem seu terminum communem, vt ex sequenti patet Pentagono.



3. Quemadmodum autem in Polygonis Primis, prout Cap. 9. Art. 2. Num. 5. annotavimus, & ibidem in Tabula Num. 3. ob oculos posuimus, columnæ sive ordines perpendiculares, vnaquaque nimirum per eandem progreditur differentiam; ita etiam in his Polygonis Secundis idem accidit, ut patet ex præmissa Tabula. Hæc autem differentia habetur in Residuo, quando ejusdem columnæ Radix prima, à primo Trigono subtrahitur. Ut in columna quinta Radix prima est 5. Trigonus primus 15. quare Residuum est 10. & sic per hanc differentiam sive incrementum crescunt Polygoni secundi in columna quinta, qui sunt 31, 41, 51, 61, 71 & 81. Et sic de reliquis. Quare continuatio horum Numerorum, Tabulæ perfacilis est.

### ARTICVLVS III.

#### *De Radicibus Polygonorum secundorum.*

**R**adix prima & propriè dicta est ea, quemadmodum in Primis Polygonis, quæ numerat unitates vnius lateris: ut Radix ex Pentagono 16, est 3, Pentagoni 31 Radix prima est 4. Secunda deinde Radix dici potest, Trigonus ille, ex Radice proximè præcedenti ortus, ex cuius circa centrum repetita circumpositione Polygonus ipse compositus est: ut ejusdem Pentagoni 16, Radix secunda est etiam 3, Pentagoni 31, Radix secunda est 6.

2. Data autem alterutra Radice, altera facile habetur; & secunda quidem ex Prima hoc modo:

*REGVLA I. Data Prima Radix ducatur in numerum unitate minorem se, producti medietas est Radix Secunda.*

Ut sit data Radix 3, quæ ducta in 2 facit 6. cuius medietas 3, est etiam Radix secunda quæsita.

3. Data deinde secunda Radice, prima habetur ex Regula 10. Capite 8, Num. 2. tradita, quæ huic loco accommodata sic habet:

*REGVLA II. Octuplo date Radicis adde 1, ex Radice quadrata summa subtrahere 1; reliqui medietas unitate aucta, est Radix prima quæsita.*

Ut sit data 3 Radix secunda Pentagoni 16, octuplum ipsius & 1, est 25, à cuius radice quadrata 5 subtraho 1, Reliqui medietas est 2, quæ plus 1 facit 3, Radicem primam, quæ, ut supra diximus, in hoc particulari casu exemploye, eadem est cum Radice secunda data.

ARTICVLVS IV.

*Ex data alterutra Radice, numerum componere Polygonum.*

**D**ato latere, sive prima futuri Polygoni radice, ex ea, per Regulam 1. precedentis Articuli, quare secundam; hæc enim ducta in numerum multitudinis angulorum Polygoni, facit productum qui unitate auctus, est Polygonus quæsitus.

Vt sit data 5 Radix prima Pentagoni, ex Regula citata inuenies Radicem secundam 10, quæ ducta in 5, facit 50; ergo 51 est Pentagonus quæsitus.

ARTICVLVS V.

*Ex dato Polygono utramque elicere Radicem.*

**N**umerum Polygonum datum minus 1, divide per multitudinem angulorum Polygoni, habebisque in Quoto Radicem secundam; ex qua per Regulam 2 Articuli 3, quare Primam.

Res ita clara est ex supradictis, vt exemplo non indigeat. Quare & Regulæ, & Articulo, & Capiti, & Appendici FINEM simul imponimus, easque, quas præmissis inter ponere voluimus, Tabulas Numerorum Quadratorum, & Cubicorum, hisce immediatè postponimus.

*Ceterum etsi multa adhibita sit cura, vt Tabula hæc sine erroribus prodirent; quia tamen præter illam aliquot irrepsérunt, summa cum diligentia omnes notati sunt: quare Errata sic corrige.*

Errata				Correcta		
Pag.	Rad.	Quad.	Cubi.	Rad.	Quad.	Cubi.
2	258	-	-	248	-	-
3	331	106	-	-	109	-
3	342	11690	-	-	11696	-
3	353	-	43980	-	-	43986
3	375	-	5276	-	-	5273
8	892	-	7091	-	-	7097
10	1079	115	-	-	116	-
10	1082	118	-	-	117	-
12	1238	-	189714	-	-	189741
12	1239	-	1902041	-	-	1902014
14	1469	-	-	1569	-	-
15	1500	-	-	1600	-	-
16	1606	25729	-	-	25792	-
16	1688	-	48096925	-	-	48096926
16	1689	-	4818246	-	-	4818245
21	2145	-	9886919	-	-	9869198
22	2246	50544	-	-	50445	-
22	2278	-	128	-	-	118
23	2323	549	-	-	539	-
26	2612	-	17802	-	-	17820
26	2613	-	17804	-	-	17840
26	2664	-	19	-	-	18
26	2665	-	19	-	-	18
26	2666	-	19	-	-	18
26	2667	-	19	-	-	18



Errata.				Correcta.			
pag.	Rad.	Quad.	Cubi	Rad.	Quad.	Cubi.	
26	2668	-	19	-	-	18	
26	2678	81	-	-	71	-	
27	2778	-	22	-	-	21	
28	2828	899	-	-	890	-	
29	2007	-	-	2907	-	-	
31	2104	-	-	3104	-	-	
31	3107	-	2998	-	-	2999	
34	3416	116699	-	-	116690	-	
34	3473	1209	-	-	1206	-	
34	3481	121175	-	-	121173	-	
34	3482	121245	-	-	121243	-	
34	3483	121316	-	-	121312	-	
34	3484	121387	-	-	121382	-	
34	3485	121458	-	-	121452	-	
34	3493	-	426548777	-	-	426182641	
34	3494	-	426915123	-	-	426548777	
34	3495	-	427281679	-	-	426915123	
39	3912	12	-	-	15	-	
39	4000	15	-	-	16	-	
42	4200	-	-	4300	-	-	
42	4289	18399	-	-	18395	-	
44	4432	-	87055	-	-	87056	
44	4478	20053	-	-	20052	-	
47	4720	-	105154080	-	-	105154048	
48	4870	237716	-	-	237169	-	
49	4986	-	12395292	-	-	12395293	
49	5000	-	1245	-	-	1250	
51	5182	-	139152887	-	-	139152888	
55	5592	-	17480	-	-	17486	
57	5757	-	1908054	-	-	1908045	
58	5900	358	-	-	348	-	
59	5921	3504	-	-	3504	-	
60	6083	-	2240	-	-	2250	
60	6084	-	2241	-	-	2251	
61	9196	-	-	6196	-	-	
62	6336	-	-	6236	-	-	
66	6600	-	-	6700	-	-	
67	6703	-	3011617	-	-	3011671	
70	7019	46	-	-	49	-	
71	7113	-	36	-	-	35	
72	7336	-	-	7236	-	-	
72	7292	-	3883	-	-	3875	
73	7367	542720	-	-	542726	-	
74	7409	548923	-	-	548932	-	
75	7561	57167	-	-	57168	-	
76	4636	-	-	7636	-	-	
76	7694	5918	-	-	5919	-	
78	7845	61549	-	-	61544	-	
79	7905	-	493972	-	-	493975	
85	8579	73598	-	-	73599	-	
88	8800	-	-	8900	-	-	
89	8917	-	709016436	-	-	709016431	
89	8976	-	62	-	-	72	
89	8988	-	42	-	-	72	
89	8944	-	42	-	-	72	
94	9921	-	-	9421	-	-	
95	9570	915890	-	-	915849	-	

Erratorum totius Operis correctio, habetur infra post Tabulas, & INDICEM.

TABVLA NVMERORVM, QVADRATORVM, ET  
Cubicorum.

Radices.	Qua- drati	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1	1	1	51	2601	132651	101	10201	1030301
2	4	8	52	2704	140608	102	10404	1061208
3	9	27	53	2809	148877	103	10609	1092727
4	16	64	54	2916	157464	104	10816	1124864
5	25	125	55	3025	166375	105	11025	1157625
6	36	216	56	3136	175616	106	11236	1191016
7	49	343	57	3249	185193	107	11449	1225043
8	64	512	58	3364	195112	108	11664	1259712
9	81	729	59	3481	205379	109	11881	1295029
10	100	1000	60	3600	216000	110	12100	1331000
11	121	1331	61	3721	226981	111	12321	1367631
12	144	1728	62	3844	238328	112	12544	1404928
13	169	2197	63	3969	250047	113	12769	1442897
14	196	2744	64	4096	262144	114	12996	1481544
15	225	3375	65	4225	274625	115	13225	1520875
16	256	4096	66	4356	287496	116	13456	1560896
17	289	4913	67	4489	300763	117	13689	1601613
18	324	5832	68	4624	314432	118	13924	1643032
19	361	6859	69	4761	328509	119	14161	1685159
20	400	8000	70	4900	343000	120	14400	1728000
21	441	9261	71	5041	357911	121	14641	1771561
22	484	10648	72	5184	373248	122	14884	1815848
23	529	12167	73	5329	389017	123	15129	1860867
24	576	13824	74	5476	405224	124	15376	1906624
25	625	15625	75	5625	421875	125	15625	1953125
26	676	17576	76	5776	438976	126	15876	2000376
27	729	19683	77	5929	456533	127	16129	2048383
28	784	21952	78	6084	474552	128	16384	2097152
29	841	24389	79	6241	493039	129	16641	2146689
30	900	27000	80	6400	512000	130	16900	2197000
31	961	29791	81	6561	531441	131	17161	2248091
32	1024	32768	82	6724	551368	132	17424	2299968
33	1089	35937	83	6889	571787	133	17689	2352637
34	1156	39304	84	7056	592704	134	17956	2406104
35	1225	42875	85	7225	614125	135	18225	2460375
36	1296	46656	86	7396	636056	136	18496	2515456
37	1369	50653	87	7569	658503	137	18769	2571353
38	1444	54872	88	7744	681472	138	19044	2628072
39	1521	59319	89	7921	704969	139	19321	2685619
40	1600	64000	90	8100	729000	140	19600	2744000
41	1681	68921	91	8281	753571	141	19881	2803221
42	1764	74088	92	8464	778688	142	20164	2863288
43	1849	79507	93	8649	804357	143	20449	2924207
44	1936	85184	94	8836	830584	144	20736	2985984
45	2025	91125	95	9025	857375	145	21025	3048625
46	2116	97336	96	9216	884736	146	21316	3112136
47	2209	103823	97	9409	912673	147	21609	3176523
48	2304	110592	98	9604	941192	148	21904	3241792
49	2401	117649	99	9801	970299	149	22201	3307949
50	2500	125000	100	10000	1000000	150	22500	3375000



Tabula Numerorum,

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
151	22801	3442951	201	40401	8120601	251	63001	15813251
152	23104	3511808	202	40804	8242408	252	63504	16003008
153	23409	3581577	203	41209	8365427	253	64009	16194277
154	23716	3652264	204	41616	8489664	254	64516	16387064
155	24025	3723875	205	42025	8615125	255	65025	16581375
156	24336	3796416	206	42436	8741816	256	65536	16777216
157	24649	3869893	207	42849	8869743	257	66049	16974593
158	24964	3944312	208	43264	8998912	258	66564	17173512
159	25281	4019679	209	43681	9129329	259	67081	17373979
160	25600	4096000	210	44100	9261000	260	67600	17576000
161	25921	4173281	211	44521	9393931	261	68121	17779581
162	26244	4251528	212	44944	9528128	262	68644	17984728
163	26569	4330747	213	45369	9663597	263	69169	18191447
164	26896	4410944	214	45796	9800344	264	69696	18399744
165	27225	4492125	215	46225	9938375	265	70225	18609625
166	27556	4574296	216	46656	10077696	266	70756	18821096
167	27889	4657463	217	47089	10218313	267	71289	19034163
168	28224	4741632	218	47524	10360232	268	71824	19248832
169	28561	4826809	219	47961	10503459	269	72361	19465109
170	28900	4913000	220	48400	10648000	270	72900	19683000
171	29241	5000211	221	48841	10793861	271	73441	19902511
172	29584	5088448	222	49284	10941048	272	73984	20123648
173	29929	5177717	223	49729	11089567	273	74529	20346417
174	30276	5268024	224	50176	11239424	274	75076	20570824
175	30625	5359375	225	50625	11390625	275	75625	20796875
176	30976	5451776	226	51076	11543176	276	76176	21024576
177	31329	5545233	227	51529	11697083	277	76729	21253933
178	31684	5639752	228	51984	11852352	278	77284	21484952
179	32041	5735339	229	52441	12008989	279	77841	21717639
180	32400	5832000	230	52900	12167000	280	78400	21952000
181	32761	5929741	231	53361	12326391	281	78961	22188041
182	33124	6028568	232	53824	12487168	282	79524	22425768
183	33489	6128487	233	54289	12649337	283	80089	22665187
184	33856	6229504	234	54756	12812904	284	80656	22906304
185	34225	6331625	235	55225	12977875	285	81225	23149125
186	34596	6434856	236	55696	13144256	286	81796	23393656
187	34969	6539203	237	56169	13312053	287	82369	23639903
188	35344	6644672	238	56644	13481272	288	82944	23887872
189	35721	6751269	239	57121	13651919	289	83521	24137569
190	36100	6859000	240	57600	13824000	290	84100	24389000
191	36481	6967871	241	58081	13997521	291	84681	24642171
192	36864	7077888	242	58564	14172488	292	85264	24897088
193	37249	7189057	243	59049	14348907	293	85849	25153757
194	37636	7301384	244	59536	14526784	294	86436	25412184
195	38025	7414875	245	60025	14706125	295	87025	25672375
196	38416	7529536	246	60516	14886936	296	87616	25934336
197	38809	7645373	247	61009	15069223	297	88209	26198073
198	39204	7762392	248	61504	15252992	298	88804	26463592
199	39601	7880599	249	62001	15438249	299	89401	26730899
200	40000	8000000	250	62500	15625000	300	90000	27000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
301	90601	27270901	351	123201	43243551
302	91204	27543608	352	123904	43614208
303	91809	27818127	353	124609	43980977
304	92416	28094464	354	125316	44361864
305	93025	28372625	355	126025	44738875
306	93636	28652616	356	126736	451118016
307	94249	28934443	357	127449	45499293
308	94864	29218112	358	128164	45882712
309	95481	29503629	359	128881	46268279
310	96100	29791000	360	129600	46656000
311	96721	30080231	361	130321	47045881
312	97344	30371328	362	131044	47437928
313	97969	30664297	363	131769	47832147
314	98596	30959144	364	132496	48228544
315	99225	31255875	365	133225	48627125
316	99856	31554496	366	133956	49027896
317	100489	31855013	367	134689	49430863
318	101124	32157432	368	135424	49836032
319	101761	32461759	369	136161	50243409
320	102400	32768000	370	136900	50653000
321	103041	33076161	371	137641	51064811
322	103684	33386248	372	138384	51478848
323	104329	33698267	373	139129	51895117
324	104976	34012224	374	139876	52313624
325	105625	34328125	375	140625	52764375
326	106276	34645976	376	141376	53157376
327	106929	34965783	377	142129	53582633
328	107584	35287552	378	142884	54010152
329	108241	35611289	379	143641	54439939
330	108900	35937000	380	144400	54872000
331	109561	36264691	381	145161	55306341
332	110224	36594368	382	145924	55742968
333	110889	36926037	383	146689	56181887
334	111556	37259704	384	147456	56623104
335	112225	37595375	385	148225	57066625
336	112896	37933056	386	148996	57512456
337	113569	38272753	387	149769	57960603
338	114244	38614472	388	150544	58411072
339	114921	38958219	389	151321	58863869
340	115600	39304000	390	152100	59319000
341	116281	39651821	391	152881	59776471
342	116964	40001688	392	153664	60236288
343	117649	40353607	393	154449	60698457
344	118336	40707584	394	155236	61162984
345	119025	41063625	395	156025	61629875
346	119716	41421736	396	156816	62099136
347	120409	41781923	397	157609	62570773
348	121104	42144192	398	158404	63044792
349	121801	42508549	399	159201	63521199
350	122500	42875000	400	160000	64000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
401	160801	64481201	451	203401	91733851
402	161604	64964808	452	204304	92345408
403	162409	65450827	453	205209	92959677
404	163216	65939264	454	206116	93576664
405	164025	66430125	455	207025	94196375
406	164836	66923416	456	207936	94818816
407	165649	67419143	457	208849	95443993
408	166464	67917312	458	209764	96071912
409	167281	68417929	459	210681	96702579
410	168100	68921000	460	211600	97336000
411	168921	69426531	461	212521	97972181
412	169744	69934528	462	213444	98611128
413	170569	70444997	463	214369	99252847
414	171396	70957944	464	215296	99897344
415	172225	71473375	465	216225	100544625
416	173056	71991296	466	217156	101194696
417	173889	72511713	467	218089	101847563
418	174724	73034632	468	219024	102503232
419	175561	73560059	469	219961	103161709
420	176400	74088000	470	220900	103823000
421	177241	74618461	471	221841	104487111
422	178084	75151448	472	222784	105154048
423	178929	75686967	473	223729	105823817
424	179776	76225024	474	224676	106496424
425	180625	76765625	475	225625	107171875
426	181476	77308776	476	226576	107850176
427	182329	77854483	477	227529	108531333
428	183184	78402752	478	228484	109215352
429	184041	78953589	479	229441	109902239
430	184900	79507000	480	230400	110592000
431	185761	80062991	481	231361	111284641
432	186624	80621568	482	232324	111980168
433	187489	81182737	483	233289	112678587
434	188356	81746504	484	234256	113379904
435	189225	82312875	485	235225	114084125
436	190096	82881856	486	236196	114791256
437	190969	83453453	487	237169	115501303
438	191844	84027672	488	238144	116214272
439	192721	84604519	489	239121	116930169
440	193600	85184000	490	240100	117649000
441	194481	85766121	491	241081	118370771
442	195364	86350888	492	242064	119095488
443	196249	86938307	493	243049	119823157
444	197136	87528384	494	244036	120553784
445	198025	88121125	495	245025	121287375
446	198916	88716536	496	246016	122023936
447	199809	89314623	497	247009	122763473
448	200704	89915392	498	248004	123505992
449	201601	90518849	499	249001	124251499
450	202500	91125000	500	250000	125000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
501	251001	125751501	551	303601	167284151
502	252004	126506008	552	304704	168196608
503	253009	127263527	553	305809	169112377
504	254016	128024064	554	306916	170031464
505	255025	128787625	555	308025	170953875
506	256036	129554216	556	309136	171879616
507	257049	130323843	557	310249	172808693
508	258064	131096512	558	311364	173741112
509	259081	131872229	559	312481	174676879
510	260100	132651000	560	313600	175616000
511	261121	133432831	561	314721	176558481
512	262144	134217728	562	315844	177504328
513	263169	135005697	563	316969	178453547
514	264196	135796744	564	318096	179406144
515	265225	136590875	565	319225	180362125
516	266256	137388096	566	320356	181321496
517	267289	138188413	567	321489	182284263
518	268324	138991832	568	322624	183250432
519	269361	139798359	569	323761	184220009
520	270400	140608000	570	324900	185193000
521	271441	141420761	571	326041	186169411
522	272484	142236648	572	327184	187149248
523	273529	143055667	573	328329	188132517
524	274576	143877824	574	329476	189119224
525	275625	144703125	575	330625	190109375
526	276676	145531576	576	331776	191102976
527	277729	146363183	577	332929	192100033
528	278784	147197952	578	334084	193100552
529	279841	148035889	579	335241	194104539
530	280900	148877000	580	336400	195112000
531	281961	149721291	581	337561	196122941
532	283024	150568768	582	338724	197137368
533	284089	151419437	583	339889	198155287
534	285156	152273304	584	341056	199176704
535	286225	153130375	585	342225	200201625
536	287296	153990656	586	343396	201230056
537	288369	154854153	587	344569	202262003
538	289444	155720872	588	345744	203297472
539	290521	156590819	589	346921	204336469
540	291600	157464000	590	348100	205379000
541	292681	158340421	591	349281	206425071
542	293764	159220088	592	350464	207474688
543	294849	160103007	593	351649	208527857
544	295936	160989184	594	352836	209584584
545	297025	161878625	595	354025	210644875
546	298116	162771336	596	355216	211708736
547	299209	163667323	597	356409	212776173
548	300304	164566592	598	357604	213847192
549	301401	165469149	599	358801	214921799
550	302500	166375000	600	360000	216000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
601	361201	217081801	651	423801	275894451
602	362404	218167208	652	425104	277167808
603	363609	219256227	653	426409	278445077
604	364816	220348864	654	427716	279726264
605	366025	221445125	655	429025	281011375
606	367236	222545016	656	430336	282300416
607	368449	223648543	657	431649	283593393
608	369664	224755712	658	432964	284890312
609	370881	225866529	659	434281	286191179
610	372100	226981000	660	435600	287496000
611	373321	228099131	661	436921	288804781
612	374544	229220928	662	438244	290117528
613	375769	230346397	663	439569	291434247
614	376996	231475544	664	440896	292754944
615	378225	232608375	665	442225	294079625
616	379456	233744896	666	443556	295408296
617	380689	234885113	667	444889	296740963
618	381924	236029032	668	446224	298077632
619	383161	237176659	669	447561	299418309
620	384400	238328000	670	448900	300763000
621	385641	239483061	671	450241	302111711
622	386884	240641848	672	451584	303464448
623	388129	241804367	673	452929	304821217
624	389376	242970624	674	454276	306182024
625	390625	244140625	675	455625	307546875
626	391876	245314376	676	456976	308915776
627	393129	246491883	677	458329	310288733
628	394384	247673152	678	459684	311665752
629	395641	248858189	679	461041	313046839
630	396900	250047000	680	462400	314432000
631	398161	251239591	681	463761	315821241
632	399424	252435968	682	465124	317214568
633	400689	253636137	683	466489	318611987
634	401956	254840104	684	467856	320013504
635	403225	256047875	685	469225	321419125
636	404496	257259456	686	470596	322828856
637	405769	258474853	687	471969	324242703
638	407044	259694072	688	473344	325660672
639	408321	260917119	689	474721	327082769
640	409600	262144000	690	476100	328509000
641	410881	263374721	691	477481	329939371
642	412164	264609288	692	478864	331373888
643	413449	265847707	693	480249	332812557
644	414736	267089984	694	481636	334255384
645	416025	268336125	695	483025	335702375
646	417316	269586136	696	484416	337153536
647	418609	270840023	697	485809	338608873
648	419904	272097792	698	487204	340068392
649	421201	273359449	699	488601	341532099
650	422500	274625000	700	490000	343000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
701	491401	344472101	751	564001	423564751
702	492804	345948408	752	565504	425259008
703	494209	347428927	753	567009	426957777
704	495616	348913664	754	568516	428661064
705	497025	350402625	755	570025	430368875
706	498436	351895816	756	571536	432081216
707	499849	353393243	757	573049	433798093
708	501264	354894912	758	574564	435519512
709	502681	356400829	759	576081	437245479
710	504100	357911000	760	577600	438976000
711	505521	359425431	761	579121	440711081
712	506944	360944128	762	580644	442450728
713	508369	362467097	763	582169	444194947
714	509796	363994344	764	583696	445943744
715	511225	365525875	765	585225	447697125
716	512656	367061696	766	586756	449455096
717	514089	368601813	767	588289	451217663
718	515524	370146232	768	589824	452984832
719	516961	371694959	769	591361	454756609
720	518400	373248000	770	592900	456533000
721	519841	374805361	771	594441	458314011
722	521284	376367048	772	595984	460099648
723	522729	377933067	773	597529	461889917
724	524176	379503424	774	599076	463684824
725	525625	381078125	775	600625	465484375
726	527076	382657176	776	602176	467288576
727	528529	384240583	777	603729	469097433
728	529984	385828352	778	605284	470910952
729	531441	387420489	779	606841	472729139
730	532900	389017000	780	608400	474552000
731	534361	390617891	781	609961	476379541
732	535824	392223168	782	611524	478211768
733	537289	393832837	783	613089	480048687
734	538756	395446904	784	614656	481890304
735	540225	397065375	785	616225	483736625
736	541696	398688256	786	617796	485587656
737	543169	400315553	787	619369	487443403
738	544644	401947272	788	620944	489303872
739	546121	403583419	789	622521	491169069
740	547600	405224000	790	624100	493039000
741	549081	406869021	791	625681	494913671
742	550564	408518488	792	627264	496793088
743	552049	410172407	793	628849	498677257
744	553536	411830784	794	630436	500566184
745	555025	413493625	795	632025	502459875
746	556516	415160936	796	633616	504358336
747	558009	416832723	797	635209	506261573
748	559504	418508992	798	636804	508169592
749	561001	420189749	799	638401	510082399
750	562500	421875000	800	640000	512000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
801	641601	513922401	851	724201	616295051
802	643204	515849608	852	725904	618470208
803	644809	517781627	853	727609	620650477
804	646416	519718464	854	729316	622835864
805	648025	521660125	855	731025	625026375
806	649636	523606616	856	732736	627222016
807	651249	525557943	857	734449	629422793
808	652864	527514112	858	736164	631628712
809	654481	529475129	859	737881	633839779
810	656100	531441000	860	739600	636056000
811	657721	533411731	861	741321	638277381
812	659344	535387328	862	743044	640503928
813	660969	537367797	863	744769	642735647
814	662596	539353144	864	746496	644972544
815	664225	541343375	865	748225	647214625
816	665856	543338496	866	749956	649461896
817	667489	545338513	867	751689	651714363
818	669124	547343432	868	753424	653972032
819	670761	549353259	869	755161	656234909
820	672400	551368000	870	756900	658503000
821	674041	553387661	871	758641	660776311
822	675684	555412248	872	760384	663054848
823	677329	557441767	873	762129	665338617
824	678976	559476224	874	763876	667627624
825	680625	561515625	875	765625	669921875
826	682276	563559976	876	767376	672221376
827	683929	565609283	877	769129	674526133
828	685584	567663552	878	770884	676836152
829	687241	569722789	879	772641	679151439
830	688900	571787000	880	774400	681472000
831	690561	573856191	881	776161	683797841
832	692224	575930368	882	777924	686128968
833	693889	578009537	883	779689	688465387
834	695556	580093704	884	781456	690807104
835	697225	582182875	885	783225	693154125
836	698896	584277056	886	784996	695506456
837	700569	586376253	887	786769	697864103
838	702244	588480472	888	788544	700227072
839	703921	590589719	889	790321	702595369
840	705600	592704000	890	792100	704969000
841	707281	594823321	891	793881	707347971
842	708964	596947688	892	795664	709732288
843	710649	599077107	893	797449	712121957
844	712336	601211584	894	799236	714516984
845	714025	603351125	895	801025	716917375
846	715716	605495736	896	802816	719323136
847	717409	607645423	897	804609	721734273
848	719104	609800192	898	806404	724150792
849	720801	611960049	899	808201	726572699
850	722500	614125000	900	810000	729000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
901	811801	731432701	951	904401	860085351
902	813604	733870808	952	906304	862801408
903	815409	736314327	953	908209	865523177
904	817216	738763264	954	910116	868250664
905	819025	741217625	955	912025	870983875
906	820836	743677416	956	913936	873722816
907	822649	746142643	957	915849	876467493
908	824464	748613312	958	917764	879217912
909	826281	751089429	959	919681	881974079
910	828100	753571000	960	921600	884736000
911	829921	756058031	961	923521	887503681
912	831744	758550528	962	925444	890277128
913	833569	761048497	963	927369	893056347
914	835396	763551944	964	929296	895841344
915	837225	766060875	965	931225	898632125
916	839056	768575296	966	933156	901428696
917	840889	771095213	967	935089	904231063
918	842724	773620632	968	937024	907039232
919	844561	776151559	969	938961	909853209
920	846400	778688000	970	940900	912673000
921	848241	781229961	971	942841	915498611
922	850084	783777448	972	944784	918330048
923	851929	786330467	973	946729	921167317
924	853776	788889024	974	948676	924010424
925	855625	791453125	975	950625	926859375
926	857476	794022776	976	952576	929714176
927	859329	796597983	977	954529	932574833
928	861184	799178752	978	956484	935441352
929	863041	801765089	979	958441	938313739
930	864900	804357000	980	960400	941192000
931	866761	806954491	981	962361	944076141
932	868624	809557568	982	964324	946966168
933	870489	812166237	983	966289	949862087
934	872356	814780504	984	968256	952763904
935	874225	817400375	985	970225	955671625
936	876096	820025856	986	972196	958585256
937	877969	822656953	987	974169	961504803
938	879844	825293672	988	976144	964430272
939	881721	827936019	989	978121	967361669
940	883600	830584000	990	980100	970299000
941	885481	833237621	991	982081	973242271
942	887364	835896888	992	984064	976191488
943	889249	838561807	993	986049	979146657
944	891136	841232384	994	988036	982107784
945	893025	843908625	995	990025	985074875
946	894916	846590536	996	992016	988047936
947	896809	849278123	997	994009	991026973
948	898704	851971392	998	996004	994011992
949	900601	854670349	999	998001	997002999
950	902500	857375000	1000	1000000	1000000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
1001	1002001	1003003001	1051	1104601	1160935651
1002	1004004	1006012008	1052	1106704	1164252608
1003	1006009	1009027027	1053	1108809	1167575877
1004	1008016	1012048064	1054	1110916	1170905464
1005	1010025	1015075125	1055	1113025	1174241375
1006	1012036	1018108216	1056	1115136	1177583616
1007	1014049	1021147343	1057	1117249	1180932193
1008	1016064	1024192512	1058	1119364	1184287112
1009	1018081	1027243729	1059	1121481	1187648379
1010	1020100	1030301000	1060	1123600	1191016000
1011	1022121	1033364331	1061	1125721	1194389981
1012	1024144	1036433728	1062	1127844	1197770328
1013	1026169	1039509197	1063	1129969	1201157047
1014	1028196	1042590744	1064	1132096	1204550144
1015	1030225	1045678375	1065	1134225	1207949625
1016	1032256	1048772096	1066	1136356	1211355496
1017	1034289	1051871913	1067	1138489	1214767763
1018	1036324	1054977832	1068	1140624	1218186432
1019	1038361	1058089859	1069	1142761	1221611509
1020	1040400	1061208000	1070	1144900	1225043000
1021	1042441	1064332261	1071	1147041	1228480911
1022	1044484	1067462648	1072	1149184	1231925248
1023	1046529	1070599167	1073	1151329	1235376017
1024	1048576	1073741824	1074	1153476	1238833224
1025	1050625	1076890625	1075	1155625	1242296875
1026	1052676	1080045576	1076	1157776	1245766976
1027	1054729	1083206683	1077	1159929	1249243533
1028	1056784	1086373952	1078	1162084	1252726552
1029	1058841	1089547389	1079	1164241	1256216039
1030	1060900	1092727000	1080	1166400	1259712000
1031	1062961	1095912791	1081	1168561	1263214441
1032	1065024	1099104768	1082	1170724	1266723368
1033	1067089	1102302937	1083	1172889	1270238787
1034	1069156	1105507304	1084	1175056	1273760704
1035	1071225	1108717875	1085	1177225	1277289125
1036	1073296	1111934656	1086	1179396	1280824056
1037	1075369	1115157653	1087	1181569	1284365503
1038	1077444	1118386872	1088	1183744	1287913472
1039	1079521	1121622319	1089	1185921	1291467969
1040	1081600	1124864000	1090	1188100	1295029000
1041	1083681	1128111931	1091	1190281	1298596571
1042	1085764	1131366088	1092	1192464	1302170688
1043	1087849	1134626507	1093	1194649	1305751357
1044	1089936	1137893184	1094	1196836	1309338584
1045	1092025	1141166125	1095	1199025	1312932375
1046	1094116	11444445336	1096	1201216	1316532736
1047	1096209	1147730823	1097	1203409	1320139573
1048	1098304	1151022592	1098	1205604	1323753192
1049	1100401	1154320649	1099	1207801	1327373299
1050	1102500	1157625000	1100	1210000	1331000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1101	1212201	1334633301	1151	1324801	1524845951
1102	1214404	1338273208	1152	1327104	1528823808
1103	1216609	1341919727	1153	1329409	1532808577
1104	1218816	1345572864	1154	1331716	1536800264
1105	1221025	1349232625	1155	1334025	1540798875
1106	1223236	1352899016	1156	1336336	1544804416
1107	1225449	1356572043	1157	1338649	1548816893
1108	1227664	1360251712	1158	1340964	1552835312
1109	1229881	1363938029	1159	1343281	1556862679
1110	1232100	1367631000	1160	1345600	1560896000
1111	1234321	1371330631	1161	1347921	1564936281
1112	1236544	1375036928	1162	1350244	1568983528
1113	1238769	1378749897	1163	1352569	1573037747
1114	1240996	1382469544	1164	1354896	1577098944
1115	1243225	1386195875	1165	1357225	1581167125
1116	1245456	1389928896	1166	1359556	1585242296
1117	1247689	1393668613	1167	1361889	1589324463
1118	1249924	1397415032	1168	1364224	1593413632
1119	1252161	1401168159	1169	1366561	1597509809
1120	1254400	1404928000	1170	1368900	1601613000
1121	1256641	1408694561	1171	1371241	1605723211
1122	1258884	1412467848	1172	1373584	1609840448
1123	1261129	1416247867	1173	1375929	1613964717
1124	1263376	1420034624	1174	1378276	1618096024
1125	1265625	1423828125	1175	1380625	1622234375
1126	1267876	1427628376	1176	1382976	1626379776
1127	1270129	1431435383	1177	1385329	1630532233
1128	1272384	1435249152	1178	1387684	1634691752
1129	1275641	1439069689	1179	1390041	1638858339
1130	1276900	1442897000	1180	1392400	1643032000
1131	1279161	1446731091	1181	1394761	1647212741
1132	1281424	1450571968	1182	1397124	1651400568
1133	1283689	1454419637	1183	1399489	1655595487
1134	1285956	1458274104	1184	1401856	1659797504
1135	1288225	1462135375	1185	1404225	1664006625
1136	1290496	1466003456	1186	1406596	1668222856
1137	1292769	1469878353	1187	1408969	1672446203
1138	1295044	1473760072	1188	1411344	1676676672
1139	1297321	1477648619	1189	1413721	1680914269
1140	1299600	1481544000	1190	1416100	1685159000
1141	1301881	1485446221	1191	1418481	1689410871
1142	1304164	1489355288	1192	1420864	1693669888
1143	1306449	1493271207	1193	1423249	1697936057
1144	1308736	1497193984	1194	1425636	1702209384
1145	1311025	1501123625	1195	1428025	1706489875
1146	1313316	1505060136	1196	1430416	1710777536
1147	1315609	1509003523	1197	1432809	1715072373
1148	1317904	1512953792	1198	1435204	1719374392
1149	1320201	1516910949	1199	1437601	1723683599
1150	1322500	1520875000	1200	1440000	1728000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1201	1442401	1732323601	1251	1565001	1957816251
1202	1444804	1736654408	1252	1567504	1962515008
1203	1447209	1740992427	1253	1570009	1967221277
1204	1449616	1745337664	1254	1572516	1971935064
1205	1452025	1749590125	1255	1575025	1976656375
1206	1454436	1754049816	1256	1577536	1981385216
1207	1456849	1758416743	1257	1580049	1986121593
1208	1459264	1762790912	1258	1582564	1990865512
1209	1461681	1767172329	1259	1585081	1995616979
1210	1464100	1771561000	1260	1587600	2000376000
1211	1466521	1775956931	1261	1590121	2005142581
1212	1468944	1780360128	1262	1592644	2009916728
1213	1471369	1784770597	1263	1595169	2014698447
1214	1473796	1789188344	1264	1597696	2019487744
1215	1476225	1793613375	1265	1600225	2024284625
1216	1478656	1798045696	1266	1602756	2029089096
1217	1481089	1802485313	1267	1605289	2033901163
1218	1483524	1806932232	1268	1607824	2038720832
1219	1485961	1811386459	1269	1610361	2043548109
1220	1488400	1815848000	1270	1612900	2048383000
1221	1490841	1820316861	1271	1615441	2053225511
1222	1493284	1824793048	1272	1617984	2058075648
1223	1495729	1829276567	1273	1620529	2062933417
1224	1498176	1833767424	1274	1623076	2067798824
1225	1500625	1838265625	1275	1625625	2072671875
1226	1503076	1842771176	1276	1628176	2077552576
1227	1505529	1847284083	1277	1630729	2082440933
1228	1507984	1851804352	1278	1633284	2087336952
1229	1510441	1856331989	1279	1635841	2092240639
1230	1512900	1860867000	1280	1638400	2097152000
1231	1515361	1865409391	1281	1640961	2102071041
1232	1517824	1869959168	1282	1643524	2106997768
1233	1520289	1874516337	1283	1646089	2111932187
1234	1522756	1879080904	1284	1648656	2116874304
1235	1525225	1883652875	1285	1651225	2121824125
1236	1527696	1888232256	1286	1653796	2126781656
1237	1530169	1892819053	1287	1656369	2131746903
1238	1532644	1897413272	1288	1658944	2136719872
1239	1535121	1902014919	1289	1661521	2141700569
1240	1537600	1906624000	1290	1664100	2146689000
1241	1540081	1911240521	1291	1666681	2151685171
1242	1542564	1915864488	1292	1669264	2156689088
1243	1545049	1920495907	1293	1671849	2161700757
1244	1547536	1925134784	1294	1674436	2166720184
1245	1550025	1929781125	1295	1677025	2171747375
1246	1552516	1934434936	1296	1679616	2176782336
1247	1555009	1939096223	1297	1682209	2181825073
1248	1557504	1943764992	1298	1684804	2186875592
1249	1560001	1948441249	1299	1687401	2191933899
1250	1562500	1953125000	1300	1690000	2197000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices	Qua- drati.	Cubi.
1301	1692601	2202073901	1351	1825201	2465846551
1302	1695204	2207155608	1352	1827904	2471326208
1303	1697809	2212245127	1353	1830609	2476813977
1304	1700416	2217342464	1354	1833316	2482309864
1305	1703025	2222447625	1355	1836025	2487813875
1306	1705636	2227560616	1356	1838736	2493326016
1307	1708249	2232681443	1357	1841449	2498846293
1308	1710864	2237810112	1358	1844164	2504374712
1309	1713481	2242946629	1359	1846881	2509911279
1310	1716100	2248091000	1360	1849600	2515456000
1311	1718721	2253243231	1361	1852321	2521008881
1312	1721344	2258403328	1362	1855044	2526569928
1313	1723969	2263571297	1363	1857769	2532139147
1314	1726596	2268747144	1364	1860496	2537716544
1315	1729225	2273930875	1365	1863225	2543302125
1316	1731856	2279122496	1366	1865956	2548895896
1317	1734489	2284322013	1367	1868689	2554497863
1318	1737124	2289529432	1368	1871424	2560108032
1319	1739761	2294744759	1369	1874161	2565726409
1320	1742400	2299968000	1370	1876900	2571353000
1321	1745041	2305199161	1371	1879641	2576987811
1322	1747684	2310438248	1372	1882384	2582630848
1323	1750329	2315685267	1373	1885129	2588282117
1324	1752976	2320940224	1374	1887876	2593941624
1325	1755625	2326203125	1375	1890625	2599609375
1326	1758276	2331473976	1376	1893376	2605285376
1327	1760929	2336752783	1377	1896129	2610969633
1328	1763584	2342039552	1378	1898884	2616662152
1329	1766241	2347334289	1379	1901641	2622362939
1330	1768900	2352637000	1380	1904400	2628072000
1331	1771561	2357947691	1381	1907161	2633789341
1332	1774224	2363266368	1382	1909924	2639514968
1333	1776889	2368593037	1383	1912689	2645248887
1334	1779556	2373927704	1384	1915456	2650991104
1335	1782225	2379270375	1385	1918225	2656741625
1336	1784896	2384621056	1386	1920996	2662500456
1337	1787569	2389979753	1387	1923769	2668267603
1338	1790244	2395346472	1388	1926544	2674043072
1339	1792921	2400721219	1389	1929321	2679826869
1340	1795600	2406104000	1390	1932100	2685619000
1341	1798281	2411494821	1391	1934881	2691419471
1342	1800964	2416893688	1392	1937664	2697228288
1343	1803649	2422300607	1393	1940449	2703045457
1344	1806336	2427715584	1394	1943236	2708870984
1345	1809025	2433138625	1395	1946025	2714704875
1346	1811716	2438569736	1396	1948816	2720547136
1347	1814409	2444008923	1397	1951609	2726397873
1348	1817104	2449456192	1398	1954404	2732256792
1349	1819801	2454911549	1399	1957201	2738124199
1350	1822500	2460375000	1400	1960000	2744000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1401	1962801	2749884201	1451	2105401	3054936851
1402	1965604	2755776808	1452	2108304	3061257408
1403	1968409	2761677827	1453	2111209	3067586677
1404	1971216	2767587264	1454	2114116	3073924664
1405	1974025	2773505125	1455	2117025	3080271375
1406	1976836	2779431416	1456	2119936	3086626816
1407	1979649	2785366143	1457	2122849	3092990993
1408	1982464	2791309312	1458	2125764	3099363912
1409	1985281	2797260929	1459	2128681	3105745579
1410	1988100	2803221000	1460	2131600	3112136000
1411	1990921	2809189531	1461	2134521	3118535181
1412	1993744	2815166528	1462	2137444	3124943128
1413	1996569	2821151997	1463	2140369	3131359847
1414	1999396	2827145944	1464	2142996	3137785344
1415	2002225	2833148375	1465	2145925	3144219625
1416	2005056	2839159296	1466	2148856	3150662696
1417	2007889	2845178713	1467	2151789	3157114563
1418	2010724	2851206632	1468	2154724	3163575232
1419	2013561	2857243059	1469	2157661	3170044709
1420	2016400	2863288000	1470	2160900	3176523000
1421	2019241	2869341461	1471	2163841	3183010111
1422	2022084	2875403448	1472	2166784	3189506048
1423	2024929	2881473967	1473	2169729	3196010817
1424	2027776	2887553024	1474	2172676	3202524424
1425	2030625	2893640625	1475	2175625	3209046875
1426	2033476	2899736776	1476	2178576	3215578176
1427	2036329	2905841483	1477	2181529	3222118333
1428	2039184	2911954752	1478	2184484	3228667352
1429	2042041	2918076589	1479	2187441	3235225239
1430	2044900	2924207000	1480	2190400	3241792000
1431	2047761	2930345991	1481	2193361	3248367641
1432	2050624	2936493568	1482	2196324	3254952168
1433	2053489	2942649737	1483	2199289	3261545587
1434	2056356	2948814504	1484	2202256	3268147904
1435	2059225	2954987875	1485	2205225	3274759125
1436	2062096	2961169856	1486	2208196	3281379256
1437	2064969	2967360453	1487	2211169	3288008303
1438	2067844	2973559672	1488	2214144	3294646272
1439	2070721	2979767519	1489	2217121	3301293169
1440	2073600	2985984000	1490	2220100	3307949000
1441	2076481	2992209121	1491	2223081	3314613771
1442	2079364	2998442888	1492	2226064	3321287488
1443	2082249	3004685207	1493	2229049	3327970157
1444	2085136	3010936384	1494	2232036	3334661784
1445	2088025	3017196125	1495	2235025	3341362375
1446	2090916	3023464536	1496	2238016	3348071936
1447	2093809	3029741623	1497	2241009	3354790473
1448	2096704	3036027392	1498	2244004	3361517992
1449	2099601	3042321849	1499	2247001	3368254499
1450	2102500	3048625000	1500	2250000	3375000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1501	2253001	3381754501	1551	2405601	3731087151
1502	2256004	3388518008	1552	2408704	3738308608
1503	2259009	3395290527	1553	2411809	3745539377
1504	2262016	3402072064	1554	2414916	3752779464
1505	2265025	3408862625	1555	2418025	3760028875
1506	2268036	3415662216	1556	2421136	3767287616
1507	2271049	3422470843	1557	2424249	3774555693
1508	2274064	3429288512	1558	2427364	3781833112
1509	2277081	3436115229	1559	2430481	3789119879
1510	2280100	3442941000	1560	2433600	3796416000
1511	2283121	3449795831	1561	2436721	3803721481
1512	2286144	3456649728	1562	2439844	3811036328
1513	2289169	3463512697	1563	2442969	3818360547
1514	2292196	3470384744	1564	2446096	3825694144
1515	2295225	3477265875	1565	2449225	3833037125
1516	2298256	3484156096	1566	2452356	3840389496
1517	2301289	3491055413	1567	2455489	3847751263
1518	2304324	3497963832	1568	2458624	3855122432
1519	2307361	3504881359	1469	2461761	3862503009
1520	2310400	3511808000	1570	2464900	3869893000
1521	2313441	3518743761	1571	2468041	3877292411
1522	2316484	3525688648	1572	2471184	3884701248
1523	2319529	3532642667	1573	2474329	3892119517
1524	2322576	3539605824	1574	2477476	3899547224
1525	2325625	3546578125	1575	2480625	3906984375
1526	2328676	3553559576	1576	2483776	3914430976
1527	2331729	3560550183	1577	2486929	3921887033
1528	2334784	3567549952	1578	2490084	3929352552
1529	2337841	3574558889	1579	2493241	3936827539
1530	2340900	3581577000	1580	2496400	3944312000
1531	2343961	3588604291	1581	2499561	3951805941
1532	2347024	3595640768	1582	2502724	3959309368
1533	2350089	3602686437	1583	2505889	3966822287
1534	2353156	3609741304	1584	2509056	3974344704
1535	2356225	3616805375	1585	2512225	3981876625
1536	2359296	3623878656	1586	2515396	3989418056
1537	2362369	3630961153	1587	2518569	3996969003
1538	2365444	3638052872	1588	2521744	4004529472
1539	2368521	3645153819	1589	2524921	4012099469
1540	2371600	3652264000	1590	2528100	4019679000
1541	2374681	3659383421	1591	2531281	4027268071
1542	2377764	3666512088	1592	2534464	4034866688
1543	2380849	3673650007	1593	2537649	4042474857
1544	2383936	3680797184	1594	2540836	4050092584
1545	2387025	3687953625	1595	2544025	4057719875
1546	2390116	3695119336	1596	2547216	4065356736
1547	2393209	3702294323	1597	2550409	4073003173
1548	2396304	3709478592	1598	2553604	4080659192
1549	2399401	3716672149	1599	2556801	4088324799
1550	2402500	3723875000	1500	2560000	4096000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1601	2563201	4103684801	1651	2725801	4500297451
1602	2566404	4111379208	1652	2729104	4508479808
1603	2569609	4119083227	1653	2732409	4516672077
1604	2572816	4126796864	1654	2735716	4524874264
1605	2576025	4134520125	1655	2739025	4533086375
1606	2579236	4142253016	1656	2742336	4541308416
1607	2582449	4149995343	1657	2745649	4549540393
1608	2585664	4157747712	1658	2748964	4557782312
1609	2588881	4165509529	1659	2752281	4566034179
1610	2592100	4173281000	1660	2755600	4574296000
1611	2595321	4181062131	1661	2758921	4582567781
1612	2598544	4188852928	1662	2762244	4590849528
1613	2601769	4196653397	1663	2765569	4599141247
1614	2604996	4204463544	1664	2768896	4607442944
1615	2608225	4212283375	1665	2772225	4615754625
1616	2611456	4220112896	1666	2775556	4624076296
1617	2614689	4227952113	1667	2778889	4632407933
1618	2617924	4235801032	1668	2782224	4640749632
1619	2621161	4243659659	1669	2785561	4649101309
1620	2624400	4251528000	1670	2788900	4657463000
1621	2627641	4259406061	1671	2792241	4665834711
1622	2630884	4267293848	1672	2795584	4674216448
1623	2634129	4275191367	1673	2798929	4682608217
1624	2637376	4283098624	1674	2802276	4691010024
1625	2640625	4291015625	1675	2805625	4699421875
1626	2643876	4298942376	1676	2808976	4707843776
1627	2647129	4306878883	1677	2812329	4716275733
1628	2650384	4314825152	1678	2815684	4724717752
1629	2653641	4322781189	1679	2819041	4733169839
1630	2656900	4330747000	1680	2822400	4741632000
1631	2660161	4338722591	1681	2825761	4750104241
1632	2663424	4346707968	1682	2829124	4758586568
1633	2666689	4354703137	1683	2832489	4767078987
1634	2669956	4362708104	1684	2835856	4775581204
1635	2673225	4370722875	1685	2839225	4784094125
1636	2676496	4378747456	1686	2842596	4792616856
1637	2679769	4386781853	1687	2845969	4801149703
1638	2683044	4394826072	1688	2849344	4809692572
1639	2686321	4402880119	1689	2852721	4818246769
1640	2689600	4410944000	1690	2856100	4826809000
1641	2692881	4419017721	1691	2859481	4835382371
1642	2696164	4427101288	1692	2862864	4843965888
1643	2699449	4435194707	1693	2866249	4852559557
1644	2702736	4443297984	1694	2869636	4861163384
1645	2706025	4451411125	1695	2873025	4869777375
1646	2709316	4459534136	1696	2876416	4878401536
1647	2712609	4467667023	1697	2879809	4887035873
1648	2715904	4475809792	1698	2883204	4895680392
1649	2719201	4483962449	1699	2886601	4904335099
1650	2722500	4492125006	1700	2890000	4913000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
1701	2893401	4921675101	1751	3066001	5368567751
1702	2896804	4930360408	1752	3069504	5377771038
1703	2900209	4939055927	1753	3073009	5386984777
1704	2903616	4947761664	1754	3076516	5396209064
1705	2907025	4956477625	1755	3080025	5405443875
1706	2910436	4965203816	1756	3083536	5414689216
1707	2913849	4973940243	1757	3087049	5423945093
1708	2917264	4982686912	1758	3090564	5433211512
1709	2920681	4991443829	1759	3094081	5442488479
1710	2924100	5000211000	1760	3097600	5451776000
1711	2927521	5008988431	1761	3101121	5461074081
1712	2930944	5017776128	1762	3104644	5470382728
1713	2934369	5026574097	1763	3108169	5479701947
1714	2937796	5035382344	1764	3111696	5489031744
1715	2941225	5044200875	1765	3115225	5498372125
1716	2944656	5053029696	1766	3118756	5507723096
1717	2948089	5061868813	1767	3122289	5517084663
1718	2951524	5070718232	1768	3125824	5526456832
1719	2954961	5079577959	1769	3129361	5535839609
1720	2958400	5088448000	1770	3132900	5545233000
1721	2961841	5097328361	1771	3136441	5554637011
1722	2965284	5106219048	1772	3139984	5564051648
1723	2968729	5115120067	1773	3143529	5573476917
1724	2972176	5124031424	1774	3147076	5582912824
1725	2975625	5132953125	1775	3150625	5592359375
1726	2979076	5141885176	1776	3154176	5601816576
1727	2982529	5150827583	1777	3157729	5611284433
1728	2985984	5159780352	1778	3161284	5620762952
1729	2989441	5168743489	1779	3164841	5630252139
1730	2992900	5177717000	1780	3168400	5639752000
1731	2996361	5186700891	1781	3171961	5649262541
1732	2999824	5195695168	1782	3175524	5658783768
1733	3003289	5204699837	1783	3179089	5668315687
1734	3006756	5213714904	1784	3182656	5677858304
1735	3010225	5222740375	1785	3186225	5687411625
1736	3013696	5231776256	1786	3189796	5696975656
1737	3017169	5240822553	1787	3193369	5706550403
1738	3020644	5249879272	1788	3196944	5716135872
1739	3024121	5258946419	1789	3200521	5725732069
1740	3027600	5268024000	1790	3204100	5735339000
1741	3031081	5277112021	1791	3207681	5744956671
1742	3034564	5286210488	1792	3211264	5754585088
1743	3038049	5295319407	1793	3214849	5764224257
1744	3041536	5304438784	1794	3218436	5773874184
1745	3045025	5313568625	1795	3222025	5783534875
1746	3048516	5322708936	1796	3225616	5793206336
1747	3052009	5331859723	1797	3229209	5802888573
1748	3055504	5341020992	1798	3232804	5812581592
1749	3059001	5350192749	1799	3236401	5822285399
1750	3062500	5359375000	1800	3240000	5832000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
1801	3243601	5841725401	1851	3426201	6341898051
1802	3247204	5851461608	1852	3429904	6352182208
1803	3250809	5861208627	1853	3433609	6362477477
1804	3254416	5870966464	1854	3437316	6372783864
1805	3258025	5880735125	1855	3441025	6383101375
1806	3261636	5890514616	1856	3444736	6393430016
1807	3265249	5900304943	1857	3448449	6403769793
1808	3268864	5910106112	1858	3452164	6414120712
1809	3272481	5919918129	1859	3455881	6424482779
1810	3276100	5929741000	1860	3459600	6434856000
1811	3279721	5939574731	1861	3463321	6445240381
1812	3283344	5949419328	1862	3467044	6455635928
1813	3286969	5959274797	1863	3470769	6466042647
1814	3290596	5969141144	1864	3474496	6476460544
1815	3294225	5979018375	1865	3478225	6486889625
1816	3297856	5988906496	1866	3481956	6497329896
1817	3301489	5998805513	1867	3485689	6507781363
1818	3305124	6008715432	1868	3489424	6518244032
1819	3308761	6018636259	1869	3493161	6528717909
1820	3312400	6028568000	1870	3496900	6539203000
1821	3316041	6038510661	1871	3500641	6549699311
1822	3319684	6048464248	1872	3504384	6560206848
1823	3323329	6058428767	1873	3508129	6570725617
1824	3326976	6068404224	1874	3511876	6581255624
1825	3330625	6078390625	1875	3515625	6591796875
1826	3334276	6088387976	1876	3519376	6602349376
1827	3337929	6098396283	1877	3523129	6612913133
1828	3341584	6108415552	1878	3526884	6623488152
1829	3345241	6118445789	1879	3530641	6634074439
1830	3348900	6128487000	1880	3534400	6644672000
1831	3352561	6138539191	1881	3538161	6655280841
1832	3356224	6148602368	1882	3541924	6665900968
1833	3359889	6158676537	1883	3545689	6676532287
1834	3363556	6168761704	1884	3549456	6687175104
1835	3367225	6178857875	1885	3553225	6697829125
1836	3370896	6188965056	1886	3556996	6708494456
1837	3374569	6199083253	1887	3560769	6719171103
1838	3378244	6209212472	1888	3564544	6729859072
1839	3381921	6219352719	1889	3568321	6740558369
1840	3385600	6229504000	1890	3572100	6751269000
1841	3389281	6239666321	1891	3575881	6761990971
1842	3392964	6249839688	1892	3579664	6772724288
1843	3396649	6260024107	1893	3583449	6783468957
1844	3400336	6270219584	1894	3587236	6794224984
1845	3404025	6280426125	1895	3591025	6804992375
1846	3407716	6290643736	1896	3594816	6815771136
1847	3411409	6300872423	1897	3598609	6826561273
1848	3415104	6311112192	1898	3602404	6837362792
1849	3418801	6321363049	1899	3606201	6848175699
1850	3422500	6331625000	1900	3610000	6859000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
1901	3613801	6869835701	1951	3806401	7426288351
1902	3617604	6880682808	1952	3810304	7437713408
1903	3621409	6891541327	1953	3814209	7449150177
1904	3625216	6902411264	1954	3818116	7460598664
1905	3629025	6913292625	1955	3822025	7472058875
1906	3632836	6924185416	1956	3825936	7483530816
1907	3636649	6935089643	1957	3829849	7495014493
1908	3640464	6946005312	1958	3833764	7506509912
1909	3644281	6956932429	1959	3837681	7518017079
1910	3648100	6967871000	1960	3841600	7529536000
1911	3651921	6978821031	1961	3845521	7541066681
1912	3655744	6989782528	1962	3849444	7552609128
1913	3659569	7000755497	1963	3853369	7564163347
1914	3663396	7011739944	1964	3857296	7575729344
1915	3667225	7022735875	1965	3861225	7587307125
1916	3671056	7033743296	1966	3865156	7598896696
1917	3674889	7044762213	1967	3869089	7610498063
1918	3678724	7055792632	1968	3873024	76221111232
1919	3682561	7066834559	1969	3876961	7633736209
1920	3686400	7077888000	1970	3880900	7645373000
1921	3690241	7088952961	1971	3884841	7657021611
1922	3694084	7100029448	1972	3888784	7668682048
1923	3697929	71111117467	1973	3892729	7680354317
1924	3701776	7122217024	1974	3896676	7692038424
1925	3705625	7133328125	1975	3900625	7703734375
1926	3709476	71444450776	1976	3904576	7715442176
1927	3713329	7155584983	1977	3908529	7727161833
1928	3717184	7166730752	1978	3912484	7738893352
1929	3721041	7177888089	1979	3916441	7750636739
1930	3724900	7189057000	1980	3920400	7762392000
1931	3728761	7200237491	1981	3924361	7774159141
1932	3732624	7211429568	1982	3928324	7785938168
1933	3736489	7222633237	1983	3932289	7797729087
1934	3740356	7233848504	1984	3936256	7809531904
1935	3744225	7245075375	1985	3940225	7821346625
1936	3748096	7256313856	1986	3944196	7833173256
1937	3751969	7267563953	1987	3948169	7845011803
1938	3755844	7278825672	1988	3952144	7856862272
1939	3759721	7290099019	1989	3956121	7868724669
1940	3763600	7301384000	1990	3960100	7880599000
1941	3767481	7312680621	1991	3964081	7892485271
1942	3771364	7323988888	1992	3968064	7904383488
1943	3775249	7335308807	1993	3972049	7916293657
1944	3779136	7346640384	1994	3976036	7928215784
1945	3783025	7357983625	1995	3980025	7940149875
1946	3786916	7369338536	1996	3984016	7952095936
1947	3790809	7380705123	1997	3988009	7964053973
1948	3794704	7392083392	1998	3992004	7976023992
1949	3798601	7303473349	1999	3996001	7988005999
1950	3802500	7414875000	2000	4000000	8000000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2001	4004001	8012006001	2051	4206601	8627738651
2002	4008004	8024024008	2052	4210704	8640364608
2003	4012009	8026054027	2053	4214809	8653002877
2004	4016016	8038096064	2054	4218916	8665653464
2005	4020025	8040150125	2055	4223025	8678316375
2006	4024036	8052216216	2056	4227136	8690991616
2007	4028049	8064294343	2057	4231249	8703679193
2008	4032064	8076384512	2058	4235364	8716379112
2009	4036081	8088486729	2059	4239481	8729091379
2010	4040100	8120601000	2060	4243600	8741816000
2011	4044121	8132727331	2061	4247721	8754552981
2012	4048144	8144865728	2062	4251844	8767302328
2013	4052169	8157016197	2063	4255969	8780064047
2014	4056196	8169178744	2064	4260096	8792838144
2015	4060225	8181353375	2065	4264225	8805624625
2016	4064256	8193540096	2066	4268356	8818423496
2017	4068289	8205738913	2067	4272489	8831234763
2018	4072324	8217949832	2068	4276624	8844058432
2019	4076361	8230172859	2069	4280761	8856894509
2020	4080400	8242408000	2070	4284900	8869743000
2021	4084441	8254655261	2071	4289041	8882603911
2022	4088484	8266914648	2072	4293184	8895477248
2023	4092529	8279186167	2073	4297329	8908363017
2024	4096576	8291469824	2074	4301476	8921261224
2025	4100625	8303765625	2075	4305625	8934171875
2026	4104676	8316073576	2076	4309776	8947094976
2027	4108729	8328393683	2077	4313929	8960030533
2028	4112784	8340725952	2078	4318084	8972978552
2029	4116841	8353070389	2079	4322241	8985939039
2030	4120900	8365427000	2080	4326400	8998912000
2031	4124961	8377795791	2081	4330561	9011897441
2032	4129024	8390176768	2082	4334724	9024895368
2033	4133089	8402569937	2083	4338889	9037905787
2034	4137156	8414975304	2084	4343056	9050928704
2035	4141225	8427392875	2085	4347225	9063964125
2036	4145296	8439822656	2086	4351396	9077012056
2037	4149369	8452264653	2087	4355569	9090072503
2038	4153444	8464718872	2088	4359744	9103145472
2039	4157521	8477185319	2089	4363921	9116230969
2040	4161600	8489664000	2090	4368100	9129329000
2041	4165681	8502154921	2091	4372281	9142439571
2042	4169764	8514658088	2092	4376464	9155562688
2043	4173849	8527173507	2093	4380649	9168698357
2044	4177936	8539701184	2094	4384836	9181846584
2045	4182025	8552241125	2095	4389025	9195007375
2046	4186116	8564793336	2096	4393216	9208180736
2047	4190209	8577357823	2097	4397409	9221366673
2048	4194304	8589934592	2098	4401604	9234565192
2049	4198401	8602523649	2099	4405801	9247776299
2050	4202500	8615125000	2100	4410000	9261000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
2101	4414201	9274236301	2151	4626801	9952248951
2102	4418404	9287485208	2152	4631104	9966135808
2103	4422609	9300746727	2153	4635409	9980035577
2104	4426816	9314020864	2154	4639716	9993948264
2105	4431025	9327307625	2155	4644025	10007873875
2106	4435236	9340607016	2156	4648336	10021812416
2107	4439449	9353919043	2157	4652649	10035763893
2108	4443664	9367243712	2158	4656964	10049728312
2109	4447881	9380581029	2159	4661281	10063705679
2110	4452100	9393931000	2160	4665600	10077696000
2111	4456321	9407293631	2161	4669921	10091699281
2112	4460544	9420668928	2162	4674244	10105715528
2113	4464769	9434056897	2163	4678569	10119744747
2114	4468996	9447457544	2164	4682896	10133786944
2115	4473225	9460870875	2165	4687225	10147842125
2116	4477456	9474296896	2166	4691556	10161910296
2117	4481689	9487735613	2167	4695889	10175991463
2118	4485924	9501187032	2168	4700224	10190085632
2119	4490161	9514651159	2169	4704561	10204192809
2120	4494400	9528128000	2170	4708900	10218313000
2121	4498641	9541617561	2171	4713241	10232446211
2122	4502884	9555119848	2172	4717584	10246592448
2123	4507129	9568634867	2173	4721929	10260751717
2124	4511376	9582162624	2174	4726276	10274924024
2125	4515625	9595703125	2175	4730625	10289109375
2126	4519876	9609256376	2176	4734976	10303307776
2127	4524129	9622822383	2177	4739329	10317519233
2128	4528384	9636401152	2178	4743684	10331743752
2129	4532641	9649992689	2179	4748041	10345981339
2130	4536900	9663597000	2180	4752400	10360232000
2131	4541161	9677214091	2181	4756761	10374495741
2132	4545424	9690843968	2182	4761124	10388772568
2133	4549689	9704486637	2183	4765489	10403062487
2134	4553956	9718142104	2184	4769856	10417365504
2135	4558225	9731810375	2185	4774225	10431681625
2136	4562496	9745491456	2186	4778596	10446010856
2137	4566769	9759185353	2187	4782969	10460353203
2138	4571044	9772892072	2188	4787344	10474708672
2139	4575321	9786611619	2189	4791721	10489077269
2140	4579600	9800344000	2190	4796100	10503459000
2141	4583881	9814089221	2191	4800481	10517853871
2142	4588164	9827847288	2192	4804864	10532261888
2143	4592449	9841618207	2193	4809249	10546683057
2144	4596736	9855401984	2194	4813636	10561117384
2145	4601025	9869199625	2195	4818025	10575564875
2146	4605316	9883008136	2196	4822416	10590025536
2147	4609609	9896830523	2197	4826809	10604499373
2148	4613904	9910665792	2198	4831204	10618986392
2149	4618201	9924513949	2199	4835601	10633486599
2150	4622500	9938375000	2200	4840000	10648000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2201	4844401	10662526601	2251	5067001	11405819251
2202	4848804	10677066408	2252	5071504	11421027008
2203	4853209	10691619427	2253	5076009	11436248277
2204	4857616	10706185664	2254	5080516	11451483064
2205	4862025	10720765125	2255	5085025	11466731375
2206	4866436	10735357816	2256	5089536	11481993216
2207	4870849	10749963743	2257	5094049	11497268593
2208	4875264	10764582912	2258	5098564	11512557512
2209	4879681	10779215329	2259	5103081	11527859979
2210	4884100	10793861000	2260	5107600	11543176000
2211	4888521	10808519931	2261	5112121	11558505581
2212	4892944	10823192128	2262	5116644	11573848728
2213	4897369	10837877597	2263	5121169	11589205447
2214	4901796	10852576344	2264	5125696	11604575744
2215	4906225	10867288375	2265	5130225	11619959625
2216	4910656	10882013696	2266	5134756	11635357096
2217	4915089	10896752313	2267	5139289	11650768163
2218	4919524	10911504232	2268	5143824	11666192832
2219	4923961	10926269459	2269	5148361	11681631109
2220	4928400	10941048000	2270	5152900	11697083000
2221	4932841	10955839861	2271	5157441	11712548511
2222	4937284	10970645048	2272	5161984	11728027648
2223	4941729	10985463567	2273	5166529	11743520417
2224	4946176	11000295424	2274	5171076	11759026824
2225	4950625	11015140625	2275	5175625	11774546875
2226	4955076	11029999176	2276	5180176	11790080576
2227	4959529	11044871083	2277	5184729	11805627933
2228	4963984	11059756352	2278	5189284	11821188952
2229	4968441	11074654989	2279	5193841	11836763639
2230	4972900	11089567000	2280	5198400	11852352000
2231	4977361	11104492391	2281	5202961	11867954041
2232	4981824	11119431168	2282	5207524	11883569768
2233	4986289	11134383337	2283	5212089	11899199187
2234	4990756	11149348904	2284	5216656	11914842304
2235	4995225	11164327875	2285	5221225	11930499125
2236	4999696	11179320256	2286	5225796	11946169656
2237	5004169	11194326053	2287	5230369	11961853903
2238	5008644	11209345272	2288	5234944	11977551872
2239	5013121	11224377919	2289	5239521	11993263569
2240	5017600	11239424000	2290	5244100	12008989000
2241	5022081	11254483521	2291	5248681	12024728171
2242	5026564	11269556488	2292	5253264	12040481088
2243	5031049	11284642907	2293	5257849	12056247757
2244	5035536	11299742784	2294	5262436	12072028184
2245	5040025	11314856125	2295	5267025	12087822375
2246	5044416	11329982936	2296	5271616	12103630336
2247	5049009	11345123223	2297	5276209	12119452073
2248	5053504	11360276992	2298	5280804	12135287592
2249	5058001	11375444249	2299	5285401	12151136899
2250	5062500	11390625000	2300	5290000	12167000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
2301	5294601	12182876901	2351	5527201	12994449551
2302	5299204	12198767608	2352	5531904	13011038208
2303	5303809	12214672127	2353	5536609	13027640977
2304	5308416	12230590464	2354	5541316	13044257864
2305	5313025	12246522625	2355	5546025	13060888875
2306	5317636	12262468616	2356	5550736	13077534016
2307	5322249	12278428443	2357	5555449	13094193293
2308	5326864	12294402112	2358	5560164	13110866712
2309	5331481	12310389629	2359	5564881	13127554279
2310	5336100	12326391000	2360	5569600	13144256000
2311	5340721	12342406231	2361	5574321	13160971881
2312	5345344	12358435328	2362	5579044	13177701928
2313	5349969	12374478297	2363	5583769	13194446147
2314	5354596	12390535144	2364	5588496	13211204544
2315	5359225	12406605875	2365	5593225	13227977125
2316	5363856	12422690496	2366	5597956	13244763896
2317	5368489	12438789013	2367	5602689	13261564863
2318	5373124	12454901432	2368	5607424	13278380032
2319	5377761	12471027759	2369	5612161	13295209409
2320	5382400	12487168000	2370	5616900	13312053000
2321	5387041	12503322161	2371	5621641	13328910811
2322	5391684	12519490248	2372	5626384	13345782848
2323	5406329	12535672267	2373	5631129	13362669117
2324	5400976	12551868224	2374	5635876	13379569624
2325	5405625	12568078125	2375	5640625	13396484375
2326	5410276	12584301976	2376	5645376	13413413376
2327	5414929	12600539783	2377	5650129	13430356633
2328	5419584	12616791552	2378	5654884	13447314152
2329	5424241	12633057289	2379	5659641	13464285939
2330	5428900	12649337000	2380	5664400	13481272000
2331	5433561	12665630691	2381	5669161	13498272341
2332	5438224	12681938368	2382	5673924	13515286968
2333	5442889	12698260037	2383	5678689	13532315887
2334	5447556	12714595704	2384	5683456	13549359104
2335	5452225	12730945375	2385	5688225	13566416625
2336	5456896	12747309056	2386	5692996	13583488456
2337	5461569	12763686753	2387	5697769	13600574603
2338	5466244	12780078472	2388	5702544	13617675072
2339	5470921	12796484219	2389	5707321	13634789869
2340	5475600	12812904000	2390	5712100	13651919000
2341	5480281	12829337821	2391	5716881	13669062471
2342	5484964	12845785688	2392	5721664	13686220288
2343	5489649	12862247607	2393	5726449	13703392457
2344	5494336	12878723584	2394	5731236	13720578984
2345	5499025	12895213625	2395	5736025	13737779875
2346	5503716	12911717736	2396	5740816	13754995136
2347	5508409	12928235923	2397	5745609	13772224773
2348	5513104	12944768192	2398	5750404	13789468792
2349	5517801	12961314549	2399	5755201	13806727199
2350	5522500	12977875000	2400	5760000	13824000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2401	5764801	13841287201	2451	6007401	14724139851
2402	5769604	13858588808	2452	6012304	14742169408
2403	5774409	13875904827	2453	6017209	14760213677
2404	5779216	13893235264	2454	6022116	14778272664
2405	5784025	13910580125	2455	6027025	14796346375
2406	5788836	13927939416	2456	6031936	14814434816
2407	5793649	13945313143	2457	6036849	14832537993
2408	5798464	13962701312	2458	6041764	14850655912
2409	5803281	13980103929	2459	6046681	14868788579
2410	5808100	13997521000	2460	6051600	14886936000
2411	5812921	14014952531	2461	6056521	14905098181
2412	5817744	14032398528	2462	6061444	14923275128
2413	5822569	14049858997	2463	6066369	14941466847
2414	5827396	14067333944	2464	6071296	14959673344
2415	5832225	14084823375	2465	6076225	14977894625
2416	5837056	14102327296	2466	6081156	14996130696
2417	5841889	14119845713	2467	6086089	15014381563
2418	5846724	14137378632	2468	6091024	15032647232
2419	5851561	14154926059	2469	6095961	15050927709
2420	5856400	14172488000	2470	6100900	15069223000
2421	5861241	14190064461	2471	6105841	15087533111
2422	5866084	14207655448	2472	6110784	15105858048
2423	5870929	14225260967	2473	6115629	15124197817
2424	5875776	14242881024	2474	6120576	15142552424
2425	5880625	14260515625	2475	6125525	15160921875
2426	5885476	14278164776	2476	6130476	15179306176
2427	5890329	14295828483	2477	6135429	15197705333
2428	5895184	14313506752	2478	6140384	15216119352
2429	5900041	14331199589	2479	6145341	15234548239
2430	5904900	14348907000	2480	6150400	15252992000
2431	5909761	14366628991	2481	6155361	15271450641
2432	5914624	14384365568	2482	6160324	15289924168
2433	5919489	14402116737	2483	6165289	15308412587
2434	5924356	14419882504	2484	6170256	15326915904
2435	5929225	14437662875	2485	6175225	15345434125
2436	5934096	14455457856	2486	6180196	15363967256
2437	5938969	14473267453	2487	6185169	15382515303
2438	5943844	14491091672	2488	6190144	15401078272
2439	5948721	14508930519	2489	6195121	15419656169
2440	5953600	14526784000	2490	6200100	15438249000
2441	5958481	14544652121	2491	6205081	15456856771
2442	5963364	14562534888	2492	6210064	15475479488
2443	5968249	14580432307	2493	6215049	15494117157
2444	5973136	14598344384	2494	6220036	15512769784
2445	5978025	14616271125	2495	6225025	15531437375
2446	5982916	14634212536	2496	6230016	15550119936
2447	5987809	14652168623	2497	6235009	15568817473
2448	5992704	14670139392	2498	6240004	15587529992
2449	5997601	14688124849	2499	6245001	15606257499
2450	6002500	14706125000	2500	6250000	15625000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2501	6255001	15643757501	2551	6507601	16600890151
2502	6260004	15662530008	2552	6512704	16620420608
2503	6265009	15681317527	2553	6517809	16639966377
2504	6270016	15700120064	2554	6522916	16659527464
2505	6275025	15718937625	2555	6528025	16679103875
2506	6280036	15737770216	2556	6533136	16698695616
2507	6285049	15756617843	2557	6538249	16718302693
2508	6290064	15775480512	2558	6543364	16737925112
2509	6295081	15794358229	2559	6548481	16757562879
2510	6300100	15813251000	2560	6553600	16777216000
2511	6305121	15832158831	2561	6558721	16796884481
2512	6310144	15851081728	2562	6563844	16816568328
2513	6315169	15870019697	2563	6568969	16836267547
2514	6320196	15888972744	2564	6574096	16855982144
2515	6325225	15907940875	2565	6579225	16875712125
2516	6330256	15926924096	2566	6584356	16895457496
2517	6335289	15945922413	2567	6589489	16915218263
2518	6340324	15964935832	2568	6594624	16934994432
2519	6345361	15983964359	2569	6599761	16954786009
2520	6350400	16003008000	2570	6604900	16974593000
2521	6355441	16022066761	2571	6610041	16994415411
2522	6360484	16041140648	2572	6615184	17014253248
2523	6365529	16060229667	2573	6620329	17034106517
2524	6370576	16079333824	2574	6625476	17053975224
2525	6375625	16098453125	2575	6630625	17073859375
2526	6380676	16117587576	2576	6635776	17093758976
2527	6385729	16136737183	2577	6640929	17113674033
2528	6390784	16155901952	2578	6646084	17133604552
2529	6395841	16175081889	2579	6651241	17153550539
2530	6400900	16194277000	2580	6656400	17173512000
2531	6405961	16213487291	2581	6661561	17193488941
2532	6411024	16232712768	2582	6666724	17213481368
2533	6416089	16251953437	2583	6671889	17233489287
2534	6421156	16271209304	2584	6677056	17253512704
2535	6426225	16290480375	2585	6682225	17273551625
2536	6431296	16309766656	2586	6687396	17293606056
2537	6436369	16329068153	2587	6692569	17313676003
2538	6441444	16348384872	2588	6697744	17333761472
2539	6446521	16367716819	2589	6702921	17353862469
2540	6451600	16387064000	2590	6708100	17373979000
2541	6456681	16406426421	2591	6713281	17394111071
2542	6461764	16425804088	2592	6718464	17414258688
2543	6466849	16445197007	2593	6723649	17434421857
2544	6471936	16464605184	2594	6728836	17454600584
2545	6477025	16484028625	2595	6734025	17474794875
2546	6482116	16503467336	2596	6739216	17495004736
2547	6487209	16522921323	2597	6744409	17515230173
2548	6492304	16542390592	2598	6749604	17535471192
2549	6497401	16561875149	2599	6754801	17555727799
2550	6502500	16581375000	2600	6760000	17576000000

d





Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2601	6765201	17596287801	2651	7027801	18630700451
2602	6770404	17616591208	2652	7033104	18651791808
2603	6775609	17636910227	2653	7038409	18672899077
2604	6780816	17657244864	2654	7043716	18694022264
2605	6786025	17677595125	2655	7049025	18715161375
2606	6791236	17697961016	2656	7054336	18736316416
2607	6796449	17718342543	2657	7059649	18757487393
2608	6801664	17738739712	2658	7064964	18778674312
2609	6806881	17759152529	2659	7070281	18799877179
2610	6812100	17779581000	2660	7075600	18821096000
2611	6817321	17800025131	2661	7080921	18842330781
2612	6822544	17802484928	2662	7086244	18863581528
2613	6827769	17804960397	2663	7091569	18884848247
2614	6832996	17861451544	2664	7096896	19906130944
2615	6838225	17881958375	2665	7102225	19927429625
2616	6843456	17902480896	2666	7107556	19948744296
2617	6848689	17923019113	2667	7112889	19970074963
2618	6853924	17943573032	2668	7118224	19991421632
2619	6859161	17964142659	2669	7123561	19012784309
2620	6864400	17984728000	2670	7128900	19034163000
2621	6869641	18005329061	2671	7134241	19055557711
2622	6874884	18025945848	2672	7139584	19076968448
2623	6880129	18046578367	2673	7144929	19098395217
2624	6885376	18067226624	2674	7150276	19119838024
2625	6890625	18087890625	2675	7155625	19141296875
2626	6895876	18108570376	2676	7160976	19162771776
2627	6901129	18129265883	2677	7166329	19184262733
2628	6906384	18149977152	2678	8171684	19205769752
2629	6911641	18170704189	2679	7177041	19227292839
2630	6916900	18191447000	2680	7182400	19248832000
2631	6922161	18212205591	2681	7187761	19270387241
2632	6927424	18232979968	2682	7193124	19291958568
2633	6932689	18253770137	2683	7198489	19313545987
2634	6937956	18274576104	2684	7203856	19335149504
2635	6943225	18295397875	2685	7209225	19356769125
2636	6948496	18316235456	2686	7214596	19378404856
2637	6953769	18337088853	2687	7219969	19400056703
2638	6959044	18357958072	2688	7225344	19421724672
2639	6964321	18378843119	2689	7230721	19443408769
2640	6969600	18399744000	2690	7236100	19465109000
2641	6974881	18420660721	2691	7241481	19486825371
2642	6980164	18441593288	2692	7246864	19508557888
2643	6985449	18462541707	2693	7252249	19530306557
2644	6990736	18483505984	2694	7257636	19552071384
2645	6996025	18504486125	2695	7263025	19573852375
2646	7001316	18525482136	2696	7268416	19595649536
2647	7006609	18546494023	2697	7273809	19617462873
2648	7011904	18567521792	2698	7279204	19639292392
2649	7017201	18588565449	2699	7284601	19661138099
2650	7022500	18609625000	2700	7290000	19683000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
2701	7295401	19704878101	2751	7568001	20819570751
2702	7300804	19726772408	2752	7573504	20842283008
2703	7306209	19748682927	2753	7579009	20865011777
2704	7311616	19770609664	2754	7584516	20887757064
2705	7317025	19792552625	2755	7590025	20910518875
2706	7322436	19814511816	2756	7595536	20933297216
2707	7327849	19836487243	2757	7601049	20956092093
2708	7333264	19858478912	2758	7606564	20978903512
2709	7338681	19880486829	2759	7612081	21001731479
2710	7344100	19902511000	2760	7617600	21024576000
2711	7349521	19924551431	2761	7623121	21047437081
2712	7354944	19946608128	2762	7628644	21070314728
2713	7360369	19968681097	2763	7634169	21093208947
2714	7365796	19990770344	2764	7639696	21116019744
2715	7371225	20012875875	2765	7645225	21139047125
2716	7376656	20034997696	2766	7650756	21161991096
2717	7382089	20057135813	2767	7656289	21184951663
2718	7387524	20079290232	2768	7661824	21207928832
2719	7392961	20101460959	2769	7667361	21230922609
2720	7398400	20123648000	2770	7672900	21253933000
2721	7403841	20145851361	2771	7678441	21276960011
2722	7409284	20168071048	2772	7683984	21300003648
2723	7414729	20190307067	2773	7689529	21323063917
2724	7420176	20212559424	2774	7695076	21346140824
2725	7425625	20234828125	2775	7700625	21369234375
2726	7431076	20257113176	2776	7706176	21392344576
2727	7436529	20279414583	2777	7711729	21415471433
2728	7441984	20301732352	2778	7717284	22438614952
2729	7447441	20324066489	2779	7722841	21461775139
2730	7452900	20346417000	2780	7728400	21484952000
2731	7458361	20368783891	2781	7733961	21508145541
2732	7463824	20391167168	2782	7739524	21531355768
2733	7469289	20413566837	2783	7745089	21554582687
2734	7474756	20435982904	2784	7750656	21577826304
2735	7480225	20458415375	2785	7756225	21601086625
2736	7485696	20480864256	2786	7761796	21624363656
2737	7491169	20503329553	2787	7767369	21647657403
2738	7496644	20525811272	2788	7772944	21670967872
2739	7502121	20548309419	2789	7778521	21694295069
2740	7507600	20570824000	2790	7784100	21717639000
2741	7513081	20593355021	2791	7789681	21740999671
2742	7518564	20615902488	2792	7795264	21764377088
2743	7524049	20638466407	2793	7800849	21787771257
2744	7529536	20661046784	2794	7806436	21811182184
2745	7535025	20683643625	2795	7812025	21834609875
2746	7540516	20706256936	2796	7817616	21858054336
2747	7546009	20728886723	2797	7823209	21881515573
2748	7551504	20751532992	2798	7828804	21904993592
2749	7557001	20774195749	2799	7834401	21928488399
2750	7562500	20796875000	2800	7840000	21952000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2801	7845601	21975528401	2851	8128201	23173501051
2802	7851204	21999073608	2852	8133904	23197894208
2803	7856809	22022635627	2853	8139609	23222304477
2804	7862416	22046214464	2854	8145316	23246731864
2805	7868025	22069810125	2855	8151025	23271176375
2806	7873636	22093422616	2856	8156736	23295638016
2807	7879249	22117051943	2857	8162449	23320116793
2808	7884864	22140698112	2858	8168164	23344612712
2809	7890481	22164361129	2859	8173881	23369125779
2810	7896100	22188041000	2860	8179600	23393656000
2811	7901721	22211737731	2861	8185321	23418203381
2812	7907344	22235451328	2862	8191044	23442767928
2813	7912969	22259181797	2863	8196769	23467349647
2814	7918596	22282929144	2864	8202496	23491948544
2815	7924225	22306693375	2865	8208225	23516564625
2816	7929856	22330474496	2866	8213956	23541197896
2817	7935489	22354272513	2867	8219689	23565848363
2818	7941124	22378087432	2868	8225424	23590516032
2819	7946761	22401919259	2869	8231161	23615200909
2820	7952400	22425768000	2870	8236900	23639903000
2821	7958041	22449633661	2871	8242641	23664622311
2822	7963684	22473516248	2872	8248384	23689358848
2823	7969329	22497415767	2873	8254129	23714112617
2824	7974976	22521332224	2874	8259876	23738883624
2825	7980625	22545265625	2875	8265625	23763671875
2826	7986276	22569215976	2876	8271376	23788477376
2827	7991929	22593183283	2877	8277129	23813300133
2828	7997584	22617167552	2878	8282884	23838140152
2829	8003241	22641168789	2879	8288641	23862997439
2830	8008900	22665187000	2880	8294400	23887872000
2831	8014561	22689222191	2881	8300161	23912763841
2832	8020224	22713274368	2882	8305924	23937672968
2833	8025889	22737343537	2883	8311689	23962599387
2834	8031556	22761429704	2884	8317456	23987543104
2835	8037225	22785532875	2885	8323225	24012504125
2836	8042896	22809653056	2886	8328996	24037482456
2837	8048569	22833790253	2887	8334769	24062478103
2838	8054244	22857944472	2888	8340544	24087491072
2839	8059921	22882115719	2889	8346321	24112521369
2840	8065600	22906304000	2890	8352100	24137569000
2841	8071281	22930509321	2891	8357881	24162633971
2842	8076964	22954731688	2892	8363664	24187716288
2843	8082649	22978971107	2893	8369449	24212815957
2844	8088336	23003227584	2894	8375236	24237932984
2845	8094025	23027501125	2895	8381025	24263067375
2846	8099716	23051791736	2896	8386816	24288219136
2847	8105409	23076099423	2897	8392609	24313388273
2848	8111104	23100424192	2898	8398404	24338574792
2849	8116801	23124766049	2899	8404201	24363778699
2850	8122500	23149125000	2900	8410000	24389000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
2901	8415801	24414238701	2951	8708401	25698491351
2902	8421604	24439494808	2952	8714304	25724625408
2903	8427409	24464768327	2953	8720209	25750777177
2904	8433216	24490059264	2954	8726116	25776946664
2905	8439025	24515357625	2955	8732025	25803133875
2906	8444836	24540693416	2956	8737936	25829338816
2907	8450649	24566036643	2957	8743849	25855561493
2908	8456464	24591397312	2958	8749764	25881801912
2909	8462281	24616775429	2959	8755681	25908060079
2910	8468100	24642171000	2960	8761600	25934336000
2911	8473921	24667584031	2961	8767521	25960629681
2912	8479744	24693014528	2962	8773444	25986941128
2913	8485569	24718462497	2963	8779369	26013270347
2914	8491396	24743927944	2964	8785296	26039617344
2915	8497225	24769410875	2965	8791225	26065982125
2916	8503056	24794911296	2966	8797156	26092364696
2917	8508889	24820429213	2967	8803089	26118765063
2918	8514724	24845964532	2968	8809024	26145183232
2919	8520561	24871517559	2969	8814961	26171619209
2920	8526400	24897088000	2970	8820900	26198073000
2921	8532241	24922675961	2971	8826841	26224544611
2922	8538084	24948281448	2972	8832784	26251034048
2923	8543929	24973904467	2973	8838729	26277541317
2924	8549776	24999545024	2974	8844676	26304066424
2925	8555625	25025203125	2975	8850625	26330609375
2926	8561476	25050878776	2976	8856576	26357170176
2927	8567329	25076571983	2977	8862529	26383748833
2928	8573184	25102282752	2978	8868484	26410345352
2929	8579041	25128011089	2979	8874441	26436959739
2930	8584900	25153757000	2980	8880400	26463592000
2931	8590761	25179520491	2981	8886361	26490242141
2932	8596624	25205301568	2982	8892324	26516910168
2933	8602489	25231100237	2983	8898289	26543596087
2934	8608356	25256916504	2984	8904256	26570299964
2935	8614225	25282750375	2985	8910225	26597021625
2936	8620096	25308601856	2986	8916196	26623761256
2937	8625969	25334470953	2987	8922169	26650518803
2938	8631844	25360357672	2988	8928144	26677294272
2939	8637721	25386262019	2989	8934121	26704087669
2940	8643600	25412184000	2990	8940100	26730899060
2941	8649481	25438123621	2991	8946081	26757728271
2942	8655364	25464080888	2992	8952064	26784575488
2943	8661249	25490055807	2993	8958049	26811440657
2944	8667136	25516048384	2994	8964036	26838323784
2945	8673025	25542058625	2995	8970025	26865224875
2946	8678916	25568086536	2996	8976016	26892143936
2947	8684809	25594132123	2997	8982009	26919080973
2948	8690704	25620195392	2998	8988004	26946035992
2949	8696601	25646276349	2999	8994001	26973008999
2950	8702500	25672375000	3000	9000000	27000000000

Radices	Quadrati.	Cubi.	Radices	Quadrati.	Cubi.
3001	9006001	27027009001	3051	9308601	28400541651
3002	9012004	27054036008	3052	9314704	28428476608
3003	9018009	27081081027	3053	9320809	28456429877
3004	9024016	27108144064	3054	9326916	28484401464
3005	9030025	27135225125	3055	9333025	28512391375
3006	9036036	27162324216	3056	9339136	28540399616
3007	9042049	27189441343	3057	9345249	28568426193
3008	9048064	27216576512	3058	9351364	28596471112
3009	9054081	27243729729	3059	9357481	28624534379
3010	9060100	27270901000	3060	9363600	28652616000
3011	9066121	27298090331	3061	9369721	28680715981
3012	9072144	27325297728	3062	9375844	28708834328
3013	9078169	27352523197	3063	9381969	28736971047
3014	9084196	27379766744	3064	9388096	28765126144
3015	9090225	27407028375	3065	9394225	28793299625
3016	9096256	27434308096	3066	9400356	28821491496
3017	9102289	27461605913	3067	9406489	28849701763
3018	9108324	27488921832	3068	9412624	28877930432
3019	9114361	27516255859	3069	9418761	28906177509
3020	9120400	27543608000	3070	9424900	28934443000
3021	9126441	27570978261	3071	9431041	28962726911
3022	9132484	27598356648	3072	9437184	28991029248
3023	9138529	27625773167	3073	9443329	29019350017
3024	9144576	27653197824	3074	9449476	29047689224
3025	9150625	27680640625	3075	9455625	29076046875
3026	9156676	27708101576	3076	9461776	29104422976
3027	9162729	27735580683	3077	9467929	29132817533
3028	9168784	27763077952	3078	9474084	29161230552
3029	9174841	27790593389	3079	9480241	29189662039
3030	9180900	27818127000	3080	9486400	29218112000
3031	9186961	27845678791	3081	9492561	29246580441
3032	9193024	27873248768	3082	9498724	29275067368
3033	9199089	27900836937	3083	9504889	29303572787
3034	9205156	27928443304	3084	9511056	29332096704
3035	9211225	27956067875	3085	9517225	29360639125
3036	9217296	27983710656	3086	9523396	29389200056
3037	9223369	28011371653	3087	9529569	29417779503
3038	9229444	28039050872	3088	9535744	29446377472
3039	9235521	28066748319	3089	9541921	29474993969
3040	9241600	28094464000	3090	9548100	29503629000
3041	9247681	28122197921	3091	9554281	29532282571
3042	9253764	28149950088	3092	9560464	29560954688
3043	9259849	28177720507	3093	9566649	29589645357
3044	9265936	28205509184	3094	9572836	29618354584
3045	9272025	28233316125	3095	9579025	29647082375
3046	9278116	28261141336	3096	9585216	29675828736
3047	9284209	28288984823	3097	9591409	29704593673
3048	9290304	28316846592	3098	9597604	29733377192
3049	9296401	28344726649	3099	9603801	29762179299
3050	9302500	28372625000	3100	9610000	29791000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
3101	9616201	29819839301	3151	9928801	31285651951
3102	9622404	29848697208	3152	9935104	31315447808
3103	9628609	29877573727	3153	9941409	31345262577
3104	9634816	29906468864	3154	9947716	31375094264
3105	9641025	29935382625	3155	9954025	31404948875
3106	9647236	29964315016	3156	9960336	31434820416
3107	9653449	29993266043	3157	9966649	31464710893
3108	9659664	30022235712	3158	9972964	31494620312
3109	9665881	30051224029	3159	9979281	31524548679
3110	9672100	30080231000	3160	9985600	31554496000
3111	9678321	30109256631	3161	9991921	31584462281
3112	9684544	30138300928	3162	9998244	31614447528
3113	9690769	30167363897	3163	10004569	31644451747
3114	9696996	30196445544	3164	10010896	31674474944
3115	9703225	30225545875	3165	10017225	31704517125
3116	9709456	30254664896	3166	10023556	31734578296
3117	9715689	30283802613	3167	10029889	31764658463
3118	9721924	30312959032	3168	10036224	31794757632
3119	9728161	30342134159	3169	10042561	31824875809
3120	9734400	30371328000	3170	10048900	31855013000
3121	9740641	30400540561	3171	10055241	31885169211
3122	9746884	30429771848	3172	10061584	31915344448
3123	9753129	30459021867	3173	10067929	31945538717
3124	9759376	30488290624	3174	10074276	31975752024
3125	9765625	30517578125	3175	10080625	32005984375
3126	9771876	30546884376	3176	10086976	32036235776
3127	9778129	30576209383	3177	10093329	32066506233
3128	9784384	30605553152	3178	10099684	32096795752
3129	9790641	30634915689	3179	10106041	32127104339
3130	9796900	30664297000	3180	10112400	32157432000
3131	9803161	30693697091	3181	10118761	32187778741
3132	9809424	30723115968	3182	10125124	32218144568
3133	9815689	30752553637	3183	10131489	32248529487
3134	9821956	30782010104	3184	10137856	32278933504
3135	9828225	30811485375	3185	10144225	32309356625
3136	9834496	30840979456	3186	10150596	32339798856
3137	9840769	30870492353	3187	10156969	32370260203
3138	9847044	30900024072	3188	10163344	32400740672
3139	9853321	30929574619	3189	10169721	32431240269
3140	9859600	30959144000	3190	10176100	32461759000
3141	9865881	30988732221	3191	10182481	32492296871
3142	9872164	31018339288	3192	10188864	32522853888
3143	9878449	31047965207	3193	10195249	32553430057
3144	9884736	31077609984	3194	10201636	32584025384
3145	9891025	31107273625	3195	10208025	32614639875
3146	9897316	31136956136	3196	10214416	32645273536
3147	9903609	31166657523	3197	10220809	32675926373
3148	9909904	31196377792	3198	10227204	32706598392
3149	9916201	31226116949	3199	10233601	32737289599
3150	9922500	31255875000	3200	10240000	32768000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3201	10246401	32798729601	3251	10569001	34359822251
3202	10252804	32829478468	3252	10575504	34391539008
3203	10259209	32860246427	3253	10582009	34423275277
3204	10265616	32891033664	3254	10588516	34455031064
3205	10272025	32921840125	3255	10595025	34486806375
3206	10278436	32952665816	3256	10601536	34518601216
3207	10284849	32983510743	3257	10608049	34550415593
3208	10291264	33014374912	3258	10614564	34582249512
3209	10297681	33045258329	3259	10621081	34614102979
3210	10304100	33076161000	3260	10627600	34645976000
3211	10310521	33107082931	3261	10634121	34677868581
3212	10316944	33138024128	3262	10640644	34709780728
3213	10323369	33168984597	3263	10647169	34741712447
3214	10329796	33199996344	3264	10653696	34773663744
3215	10336225	33230963375	3265	10660225	34805634625
3216	10342656	33261981696	3266	10666756	34837625096
3217	10349089	33293019313	3267	10673289	34869635163
3218	10355524	33324076232	3268	10679824	34901664832
3219	10361961	33355152459	3269	10686361	34933714109
3220	10368400	33386248000	3270	10692900	34965783000
3221	10374841	33417362861	3271	10699441	34997871511
3222	10381284	33448497048	3272	10705984	35029979648
3223	10387729	33479650567	3273	10712529	35062107417
3224	10394176	33510823424	3274	10719076	35094254824
3225	10400625	33542015625	3275	10725625	35126421875
3226	10407076	33573227176	3276	10732176	35158608576
3227	10413529	33604458083	3277	10738729	35190814933
3228	10419984	33635708352	3278	10745284	35223040952
3229	10426441	33666977989	3279	10751841	35255286639
3230	10432900	33698267000	3280	10758400	35287552000
3231	10439361	33729575391	3281	10764961	35319837041
3232	10445824	33760903168	3282	10771524	35352141768
3233	10452289	33792250337	3283	10778089	35384466187
3234	10458756	33823616904	3284	10784656	35416810304
3235	10465225	33855002875	3285	10791225	35449174125
3236	10471696	33886408256	3286	10797796	35481557656
3237	10478169	33917833053	3287	10804369	35513960903
3238	10484644	33949277272	3288	10810944	35546383872
3239	10491121	33980740919	3289	10817521	35578826569
3240	10497600	34012224000	3290	10824100	35611289000
3241	10504081	34043726521	3291	10830681	35643771171
3242	10510564	34075248488	3292	10837264	35676273088
3243	10517049	34106789907	3293	10843849	35708794757
3244	10523536	34138350784	3294	10850436	35741336184
3245	10530025	34169931125	3295	10857025	35773897375
3246	10536516	34201530936	3296	10863616	35806478336
3247	10543009	34233150223	3297	10870209	35839079073
3248	10549504	34264788992	3298	10876804	35871699592
3249	10556001	34296447249	3299	10883401	35904339899
3250	10562500	34328125000	3300	10890000	35937000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
3301	10896601	35969679901	3351	11229201	37629052551
3302	10903204	36002379008	3352	11235904	37662750208
3303	10909809	36035099127	3353	11242609	37696467977
3304	10916416	36067838464	3354	11249316	37730205864
3305	10923025	36100597625	3355	11256025	37763963875
3306	10929636	361333376616	3356	11262736	37797742016
3307	10936249	36166175443	3357	11269449	37831540293
3308	10942864	36198994112	3358	11276164	37865358712
3309	10949481	36231832629	3359	11282881	37899197279
3310	10956100	36264691000	3360	11289600	37933056000
3311	10962721	36297569231	3361	11296321	37966934881
3312	10969344	36330467328	3362	11303044	38000833928
3313	10975969	36363385297	3363	11309769	38034753147
3314	10982596	36396323144	3364	11316496	38068692544
3315	10989225	36429280875	3365	11323225	38102652125
3316	10995856	36462258496	3366	11329956	38136631896
3317	11002489	36495256013	3367	11336689	38170631863
3318	11009124	36528273432	3368	11343424	38204652032
3319	11015761	36561310759	3369	11350161	38238692409
3320	11022400	36594368000	3370	11356900	38272753000
3321	11029041	36627445161	3371	11363641	38306833811
3322	11035684	36660542248	3372	11370384	38340934848
3323	11042329	36693659267	3373	11377129	38375056117
3324	11048976	36726796224	3374	11383876	38409197524
3325	11055625	36759953125	3375	11390625	38443359375
3326	11062276	36793129976	3376	11397376	38477541276
3327	11068929	36826326783	3377	11404129	38511743633
3328	11075584	36859543552	3378	11410884	38545966152
3329	11082241	36892780289	3379	11417641	38580208939
3330	11088900	36926037000	3380	11424400	38614472000
3331	11095561	36959313691	3381	11431161	38648755341
3332	11102224	36992610368	3382	11437924	38683058968
3333	11108889	37025927037	3383	11444689	38717382887
3334	11115556	37059263704	3384	11451456	38751727104
3335	11122225	37092620375	3385	11458225	38786091625
3336	11128896	37125997056	3386	11464996	38820476456
3337	11135569	37159393753	3387	11471769	38854881603
3338	11142244	37192810472	3388	11478544	38889307072
3339	11148921	37226247219	3389	11485321	38923752869
3340	11155600	37259704000	3390	11492100	38958219000
3341	11162281	37293180821	3391	11498881	38992705471
3342	11168964	37326677688	3392	11505664	39027212288
3343	11175649	37360194607	3393	11512449	39061739457
3344	11182336	37393731584	3394	11519236	39096286984
3345	11189025	37427288625	3395	11526025	39130854875
3346	11195716	37460865736	3396	11532816	39165443136
3347	11202409	37494462923	3397	11539609	39200051773
3348	11209104	37528080192	3398	11546404	39234680792
3349	11215801	37561717549	3399	11553201	39269330199
3350	11222500	37595375000	3400	11560000	39304000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3401	11566801	39338690201	3451	11909401	41099342851
3402	11573604	39373400808	3452	11916304	41135081408
3403	11580409	39408131827	3453	11923209	41170840677
3404	11587216	39442883264	3454	11930116	41206620664
3405	11594025	39477655125	3455	11937025	41242421375
3406	11600836	39512447416	3456	11943936	41278242816
3407	11607649	39547260143	3457	11950849	41314084993
3408	11614464	39582093312	3458	11957764	41349947912
3409	11621281	39616946929	3459	11964681	41385831579
3410	11628100	39651821000	3460	11971600	41421736000
3411	11634921	39686715531	3461	11978521	41457661181
3412	11641744	39721630528	3462	11985444	41493607128
3413	11648569	39756565997	3463	11992369	41529573847
3414	11655396	39791521944	3464	11999296	41565561344
3415	11662225	39826498375	3465	12006225	41601569625
3416	11669056	39861495296	3466	12013156	41637598696
3417	11675889	39896512713	3467	12020089	41673648563
3418	11682724	39931550632	3468	12027024	41709719232
3419	11689561	39966609059	3469	12033961	41745810709
3420	11696400	40001688000	3470	12040900	41781923000
3421	11703241	40036787461	3471	12047841	41818056111
3422	11710084	40071907448	3472	12054784	41854210048
3423	11716929	40107047967	3473	12061729	41890384817
3424	11723776	40142209024	3474	12068676	41926580424
3425	11730625	40177390625	3475	12075625	41962796875
3426	11737476	40212592776	3476	12082576	41999034176
3427	11744329	40247815483	3477	12089529	42035292333
3428	11751184	40283058752	3478	12096484	42071571352
3429	11758041	40318322589	3479	12103441	42107871239
3430	11764900	40353607000	3480	12110400	42144192000
3431	11771761	40388911991	3481	12117561	42180533641
3432	11778624	40424237568	3482	12124524	42216896168
3433	11785489	40459583737	3483	12131689	42253279587
3434	11792356	40494950504	3484	12138756	42289683904
3435	11799225	40530337875	3485	12145825	42326109125
3436	11806096	40565745856	3486	12152896	42362555256
3437	11812969	40601174453	3487	12159969	42399022303
3438	11819844	40636623672	3488	12166144	42435510272
3439	11826721	40672093519	3489	12173321	42472019169
3440	11833600	40707584000	3490	12180500	42508549000
3441	11840481	40743095121	3491	12187681	42545099771
3442	11847364	40778626888	3492	12194864	42581671488
3443	11854249	40814179307	3493	12202049	42618277757
3444	11861136	40849752384	3494	12209236	42654912384
3445	11868025	40885346125	3495	12216425	42691586795
3446	11874916	40920960536	3496	12223616	42728296736
3447	11881809	40956595623	3497	12230809	42765044473
3448	11888704	40992251392	3498	12238004	42801831992
3449	11895601	41027927849	3499	12245201	42838659499
3450	11902500	41063625000	3500	12252400	42875527000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3501	12257001	42911760501	3551	12609601	44776693151
3502	12264004	42948542008	3552	12616704	44814532608
3503	12271009	42985344527	3553	12623809	44852393377
3504	12278016	43022168064	3554	12630916	44890275464
3505	12285025	43059012625	3555	12638025	44928178875
3506	12292036	43095878216	3556	12645136	44966103616
3507	12299049	43132764843	3557	12652249	45004049693
3508	12306064	43169672512	3558	12659364	45042017112
3509	12313081	43206601229	3559	12666481	45080005879
3510	12320100	43243551000	3560	12673600	45118016000
3511	12327121	43280521831	3561	12680721	45156047481
3512	12334144	43317513728	3562	12687844	45194100328
3513	12341169	43354526697	3563	12694969	45232174547
3514	12348196	43391560744	3564	12702096	45270270144
3515	12355225	43428615875	3565	12709225	45308387125
3516	12362256	43465692096	3566	12716356	45346525496
3517	12369289	43502789413	3567	12723489	45384685263
3518	12376324	43539907832	3568	12730624	45422866432
3519	12383361	43577047359	3569	12737761	45461069009
3520	12390400	43614208000	3570	12744900	45499293000
3521	12397441	43651389761	3571	12752041	45537538411
3522	12404484	43688592648	3572	12759184	45575805248
3523	12411529	43725816667	3573	12766329	45614093517
3524	12418576	43763061824	3574	12773476	45652403224
3525	12425625	43800328125	3575	12780625	45690734375
3526	12432676	43837615576	3576	12787776	45729086976
3527	12439729	43874924183	3577	12794929	45767461033
3528	12446884	43912253952	3578	12802084	45805856552
3529	12453941	43949604889	3579	12809241	45844273539
3530	12460900	43986977000	3580	12816400	45882712000
3531	12467961	44024370291	3581	12823561	45921171941
3532	12475024	44061784768	3582	12830724	45959653368
3533	12482089	44099220437	3583	12837889	45998156287
3534	12489156	44136677304	3584	12845056	46036680704
3535	12496225	44174155375	3585	12852225	46075226625
3536	12503296	44211654656	3586	12859396	46113794056
3537	12510369	44249175153	3587	12866569	46152383003
3538	12517444	44286716872	3588	12873744	46190993472
3539	12524521	44324279819	3589	12880921	46229625469
3540	12531600	44361864000	3590	12888100	46268279000
3541	12538681	44399469421	3591	12895281	46306954071
3542	12545764	44437096088	3592	12902464	46345650688
3543	12552849	44474744007	3593	12909649	46384368857
3544	12559936	44512413184	3594	12916836	46423108584
3545	12567025	44550103625	3595	12924025	46461869875
3546	12574116	44587815336	3596	12931216	46500652736
3547	12581209	44625548323	3597	12938409	46539457173
3548	12588304	44663302592	3598	12945604	46578283192
3549	12595401	44701078149	3599	12952801	46617130799
3550	12602500	44738875000	3600	12960000	46656000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3601	12967201	46694890801	3651	13329801	48667103451
3602	12974404	46733803208	3652	13337104	48707103808
3603	12981609	46772737227	3653	13344409	48747126077
3604	12988816	46811692864	3654	13351716	48787170264
3605	12996025	46850670125	3655	13359025	48827236375
3606	13003236	46889669016	3656	13366336	48867324416
3607	13010449	46928689543	3657	13373649	48807434393
3608	13017664	46967731712	3658	13380964	48947566312
3609	13024881	47006795529	3659	13388281	48987720179
3610	13032100	47045881000	3660	13395600	49027896000
3611	13039321	47084988131	3661	13402921	49068093781
3612	13046544	47124116928	3662	13410244	49108313528
3613	13053769	47163267397	3663	13417569	49148555247
3614	13060996	47202439544	3664	13424896	49188818944
3615	13068225	47241633375	3665	13432225	49229104625
3616	13075456	47280848896	3666	13439556	49269412296
3617	13082689	47320086113	3667	13446889	49309741963
3618	13089924	47359345032	3668	13454224	49350093632
3619	13097161	47398625659	3669	13461561	49390467309
3620	13104400	47437928000	3670	13468900	49430863000
3621	13111641	47477252061	3671	13476241	49471280711
3622	13118884	47516597848	3672	13483584	49511720448
3623	13126129	47555965367	3673	13490929	49552182217
3624	13133376	47595354624	3674	13498276	49592666024
3625	13140625	47634765625	3675	13505625	49633171875
3626	13147876	47674198376	3676	13512976	49673699776
3627	13155129	47713652883	3677	13520329	49714249733
3628	13162384	47753129152	3678	13527684	49754821752
3629	13169641	47792627189	3679	13535041	49795415839
3630	13176900	47832147000	3680	13542400	49836032000
3631	13184161	47871688591	3681	13549761	49876670241
3632	13191424	47911251968	3682	13557124	49917330568
3633	13198689	47950837137	3683	13564489	49958012987
3634	13205956	47990444104	3684	13571856	49998717504
3635	13213225	48030072875	3685	13579225	50039444125
3636	13220496	48069723456	3686	13586596	50080192856
3637	13227769	48109395853	3687	13593969	50120963703
3638	13235044	48149090072	3688	13601344	50161756672
3639	13242321	48188806119	3689	13608721	50202571769
3640	13249600	48228544000	3690	13616100	50243409000
3641	13256881	48268303721	3691	13623481	50284268371
3642	13264164	48308085288	3692	13630864	50325149888
3643	13271449	48347888707	3693	13638249	50366053557
3644	13278736	48387713984	3694	13645636	50406979384
3645	13286025	48427561125	3695	13653025	50447927375
3646	13293316	48467430136	3696	13660416	50488897536
3647	13300609	48507321023	3697	13667809	50529889873
3648	13307904	48547233792	3698	13675204	50570904392
3649	13315201	48587168449	3699	13682601	50611941099
3650	13322500	48627125000	3700	13690000	50653000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
3701	13697401	50694081101	3751	14070001	52776573751
3702	13704804	50735184408	3752	14077504	52818795008
3703	13712209	50776309927	3753	14085009	52861038777
3704	13719616	50817457664	3754	14092516	52903305064
3705	13727025	50858627625	3755	14100025	52945593875
3706	13734436	50899819816	3756	14107536	52987905216
3707	13741849	50941034243	3757	14115049	53030232093
3708	13749264	50982270912	3758	14122564	53072595512
3709	13756681	51023529829	3759	14130081	53114974479
3710	13764100	51064811000	3760	14137600	53157376000
3711	13771521	511061114431	3761	14145121	53199800081
3712	13778944	51147440128	3762	14152644	53242246728
3713	13786369	51188788097	3763	14160169	53284715947
3714	13793796	51230158344	3764	14167696	53327207744
3715	13801225	51271550875	3765	14175225	53369722125
3716	13808656	51312965696	3766	14182756	53412259096
3717	13816089	51354402813	3767	14190289	53454818663
3718	13823524	51395862232	3768	14197824	53497400832
3719	13830961	51437343959	3769	14205361	53540005609
3720	13838400	51478848000	3770	14212900	53582633000
3721	13845841	51520374361	3771	14220441	53625283011
3722	13853284	51561923048	3772	14227984	53667955648
3723	13860729	51603494067	3773	14235529	53710650917
3724	13868176	51645087424	3774	14243076	53753368824
3725	13875625	51686703125	3775	14250625	53796109375
3726	13883076	51728341176	3776	14258176	53838872576
3727	13890529	51770001583	3777	14265729	53881658433
3728	13897984	51811684352	3778	14273284	53924466952
3729	13905441	51853389489	3779	14280841	53967298139
3730	13912900	51895117000	3780	14288400	54010152000
3731	13920361	51936866891	3781	14295961	54053028541
3732	13927824	51978639168	3782	14303524	54095927768
3733	13935289	52020433837	3783	14311089	54138849687
3734	13942756	52062250904	3784	14318656	54181794304
3735	13950225	52104090375	3785	14326225	54224761625
3736	13957696	52145952256	3786	14333796	54267751656
3737	13965169	52187836553	3787	14341369	54310764403
3738	13972644	52229743272	3788	14348944	54353792872
3739	13980121	52271672419	3789	14356521	54396858069
3740	13987600	52313624000	3790	14364100	54439939000
3741	13995081	52355598031	3791	14371681	54483042671
3742	14002564	52397594488	3792	14379264	54526169088
3743	14010049	52439613407	3793	14386849	54569318257
3744	14017536	52481654784	3794	14394436	54612490184
3745	14025025	52523718625	3795	14402025	54655684875
3746	14032516	52565804936	3796	14409616	54698902336
3747	14040009	52607913723	3797	14417209	54742142573
3748	14047504	52650044992	3798	14424804	54785405592
3749	14055001	52692198749	3799	14432401	54828691399
3750	14062500	52734375000	3800	14440000	54872000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
3801	14447601	54915331401	3851	14830201	57111104051
3802	14455204	54958685608	3852	14837904	57155606208
3803	14462809	55002062627	3853	14845609	57200131477
3804	14470416	55045462464	3854	14853316	57244679864
3805	14478025	55088885125	3855	14861025	57289251375
3806	14485636	55132330616	3856	14868736	57333846016
3807	14493249	55175798943	3857	14876449	57378463793
3808	14500864	55219290112	3858	14884164	57423104712
3809	14508481	55262804129	3859	14891881	57467768779
3810	14516100	55306341000	3860	14899600	57512456000
3811	14523721	55349900731	3861	14907321	57557166381
3812	14531344	55393483328	3862	14915044	57601899928
3813	14538969	55437088797	3863	14922769	57646656647
3814	14546596	55480717144	3864	14930496	57691436544
3815	14554225	55524368375	3865	14938225	57736239625
3816	14561856	55568042496	3866	14945956	57781065896
3817	14569489	55611739513	3867	14953689	57825915363
3818	14577124	55655459432	3868	14961424	57870788032
3819	14584761	55699202259	3869	14969161	57915683909
3820	14592400	55742968000	3870	14976900	57960603000
3821	14600041	55785756661	3871	14984641	58005545311
3822	14607684	55830568248	3872	14992384	58050510848
3823	14615329	55874402767	3873	15000129	58095499617
3824	14622976	55918260224	3874	15007876	58140511624
3825	14630625	55962140625	3875	15015625	58185546875
3826	14638276	56006043976	3876	15023376	58230605376
3827	14645929	56049970283	3877	15031129	58275687133
3828	14653584	56093919552	3878	15038884	58320792152
3829	14661241	56137891789	3879	15046641	58365920439
3830	14668900	56181887000	3880	15054400	58411072000
3831	14676561	56225905191	3881	15062161	58456246841
3832	14684224	56269946368	3882	15069924	58501444968
3833	14691889	56314010537	3883	15077689	58546666387
3834	14699556	56358097704	3884	15085456	58591911104
3835	14707225	56402207875	3885	15093225	58637179125
3836	14714896	56446341056	3886	15100996	58682470456
3837	14722569	56490497253	3887	15108769	58727785103
3838	14730244	56534676472	3888	15116544	58773123072
3839	14737921	56578878719	3889	15124321	58818484369
3840	14745600	56623104000	3890	15132100	58863869000
3841	14753281	56667352321	3891	15139881	58909276971
3842	14760964	56711623688	3892	15147664	58954708288
3843	14768649	56755918107	3893	15155449	59000162957
3844	14776336	56800235584	3894	15163236	59045640984
3845	14784025	56844576125	3895	15171025	59091142375
3846	14791716	56888939736	3896	15178816	59136667136
3847	14799409	56933326423	3897	15186609	59182215273
3848	14807104	56977736192	3898	15194404	59227786792
3849	14814801	57022169049	3899	15202201	59273381699
3850	14822500	57066625000	3900	15210000	59319000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
3901	15217801	59364641701	3951	15610401	61676694351
3902	15225604	59410306808	3952	15618304	61723537408
3903	15233409	59455995327	3953	15626209	61770404177
3904	15241216	59501707264	3954	15634116	61817294664
3905	15249025	59547442625	3955	15642025	61864208875
3906	15256836	59593201416	3956	15649936	61911146816
3907	15264649	59638983643	3957	15657849	61958108493
3908	15272464	59684789312	3958	15665764	62005093912
3909	15280281	59730618429	3959	15673681	62052103079
3910	15288100	59776471000	3960	15681600	62099136000
3911	15295921	59822347031	3961	15689521	62146192681
3912	12303744	59868246528	3962	15697444	62193273128
3913	15311569	59914169497	3963	15705369	62240377347
3914	15319396	59960115944	3964	15713296	62287505344
3915	15327225	60006085875	3965	15721225	62334657125
3916	15335056	60052079296	3966	15729156	62381832696
3917	15342889	60098096213	3967	15737089	62429032063
3918	15350724	60144136632	3968	15745024	62476255232
3919	15358561	60190200559	3969	15752961	62523502209
3920	15366400	60236288000	3970	15760900	62570773000
3921	15374241	60282398961	3971	15768841	62618067611
3922	15382084	60328533448	3972	15776784	62665386048
3923	15389929	60374691467	3973	15784729	62712728317
3924	15397776	60420873024	3974	15792676	62760094424
3925	15405625	60467078125	3975	15800625	62807484375
3926	15413476	60513306776	3976	15808576	62854898176
3927	15421329	60559558983	3977	15816529	62902335833
3928	15429184	60605834752	3978	15824484	62949797352
3929	15437041	60652134089	3979	15832441	62997282739
3930	15444900	60698457000	3980	15840400	63044792000
3931	15452761	60744803491	3981	15848361	63092325141
3932	15460624	60791173568	3982	15856324	63139882168
3933	15468489	60837567237	3983	15864289	63187463087
3934	15476356	60883984504	3984	15872256	63235067904
3935	15484225	60930425375	3985	15880225	63282696625
3936	15492096	60976889856	3986	15888196	63330349256
3937	15499969	61023377953	3987	15896169	63378025803
3938	15507844	61069889672	3988	15904144	63425726272
3939	15515721	61116425019	3989	15912121	63473450669
3940	15523600	61162984000	3990	15920100	63521199000
3941	15531481	61209566621	3991	15928081	63568971271
3942	15539364	61256172888	3992	15936064	63616767488
3943	15547249	61302802807	3993	15944049	63664587657
3944	15555136	61349456384	3994	15952036	63712431784
3945	15563025	61396133625	3995	15960025	63760299875
3946	15570916	61442834536	3996	15968016	63808191936
3947	15578809	61489559123	3997	15976009	63856107973
3948	15586704	61536307392	3998	15984004	63904047992
3949	15594601	61583079349	3999	15992001	63952011999
3950	15602500	61629875000	4000	15000000	64000000000

BIBLIOTECA  
DEL  
MUSEO HISTORICO DE S. FRANCISCO

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4001	16008001	64048012001	4051	16410601	66479344651
4002	16016004	64096048008	4052	16418704	66528588608
4003	16024009	64144108027	4053	16426809	66577856877
4004	16032016	64192192064	4054	16434916	66627149464
4005	16040025	64240300125	4055	16443025	66676466375
4006	16048036	64288432216	4056	16451136	66725807616
4007	16056049	64336588343	4057	16459249	66775173193
4008	16064064	64384768512	4058	16467364	66824563112
4009	16072081	64432972729	4059	16475481	66873977379
4010	16080100	64481201000	4060	16483600	66923416000
4011	16088121	64529453331	4061	16491721	66972878981
4012	16096144	64577729728	4062	16499844	67022366328
4013	16104169	64626030197	4063	16507969	67071878047
4014	16112196	64674354744	4064	16516096	67121414144
4015	16120225	64722703375	4065	16524225	67170974625
4016	16128256	64771076096	4066	16532356	67220559496
4017	16136289	64819472913	4067	16540489	67270168763
4018	16144324	64867893832	4068	16548624	67319802432
4019	16152361	64916338859	4069	16556761	67369460509
4020	16160400	64964808000	4070	16564900	67419143000
4021	16168441	65013301261	4071	16573041	67468849911
4022	16176484	65061818648	4072	16581184	67518581248
4023	16184529	65110360167	4073	16589329	67568337017
4024	16192576	65158925824	4074	16597476	67618117224
4025	16200625	65207515625	4075	16605625	67667921875
4026	16208676	65256129576	4076	16613776	67717750976
4027	16216729	65304767683	4077	16621929	67767604533
4028	16224784	65353429952	4078	16630084	67817482552
4029	16232841	65402116389	4079	16638241	67867385039
4030	16240900	65450827000	4080	16646400	67917312000
4031	16248961	65499561791	4081	16654561	67967263441
4032	16257024	65548320768	4082	16662724	68017239368
4033	16265089	65597103937	4083	16670889	68067239787
4034	16273156	65645911304	4084	16679056	68117264704
4035	16281225	65694742875	4085	16687225	68167314125
4036	16289296	65743598656	4086	16695396	68217388056
4037	16297369	65792478653	4087	16703569	68267486503
4038	16305444	65841382872	4088	16711744	68317609472
4039	16313521	65890311319	4089	16719921	68367756969
4040	16321600	65939264000	4090	16728100	68417929000
4041	16329681	65988240921	4091	16736281	68468125571
4042	16337764	66037242088	4092	16744464	68518346688
4043	16345849	66086267507	4093	16752649	68568592357
4044	16353936	66135317184	4094	16760836	68618862584
4045	16362025	66184391125	4095	16769025	68669157375
4046	16370116	66233489336	4096	16777216	68719476736
4047	16378209	66282611823	4097	16785409	68769820673
4048	16386304	66331758592	4098	16793604	68820189192
4049	16394401	66380929649	4099	16801801	68870582299
4050	16402500	66430125000	4100	16810000	68921000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
4101	16818201	68971442301	4151	17230801	71525054051
4102	16826404	69021909208	4152	17239104	71576759808
4103	16834609	69072400727	4153	17247409	71628489577
4104	16842816	69122916864	4154	17255716	71680244264
4105	16851025	69173457625	4155	17264025	71732023875
4106	16859236	69224023016	4156	17272336	71783828416
4107	16867449	69274613043	4157	17280649	71835657893
4108	16875664	69325227712	4158	17288964	71887512812
4109	16883881	69375867029	4159	17297281	71939391079
4110	16892100	69426531000	4160	17305600	71991296000
4111	16900321	69477219631	4161	17313921	72043223281
4112	16908544	69527932928	4162	17322244	72095179528
4113	16916769	69578670897	4163	17330569	72147158747
4114	16924996	69629433544	4164	17338896	72199162944
4115	16933225	69680220875	4165	17347225	72251192125
4116	16941456	69731032896	4166	17355556	72303246196
4117	16949689	69781869617	4167	17363889	72355325463
4118	16957924	69832731032	4168	17372224	72407429632
4119	16966161	69883617159	4169	17380561	72459558809
4120	16974400	69934528000	4170	17388800	72511713000
4121	16982641	69985463561	4171	17397241	72563892211
4122	16990884	70036423848	4172	17405584	72616096448
4123	16999129	70087408867	4173	17413929	72668325717
4124	17007376	70138418624	4174	17422276	72720580024
4125	17015625	70189453125	4175	17430625	72772859375
4126	17023876	70240512376	4176	17438976	72825163776
4127	17032129	70291596383	4177	17447329	72877493233
4128	17040384	70342705152	4178	17455684	72929847752
4129	17048641	70393838689	4179	17464041	72982227339
4130	17056900	70444997000	4180	17472400	73034632000
4131	17065161	70496180091	4181	17480761	73087061741
4132	17073424	70547387968	4182	17489124	73139516568
4133	17081689	70598620637	4183	17497489	73191996487
4134	17089956	70649878104	4184	17505856	73244501504
4135	17098225	70701160375	4185	17514225	73297031625
4136	17106496	70752467456	4186	17522596	73349586856
4137	17114769	70803799353	4187	17530969	73402167203
4138	17123044	70855156072	4188	17539344	73454772672
4139	17131321	70906537619	4189	17547721	73507403269
4140	17139600	70957944000	4190	17556100	73560059000
4141	17147881	71009375221	4191	17564481	73612739871
4142	17156164	71060831288	4192	17572864	73665445888
4143	17164449	71112312207	4193	17581249	73718177057
4144	17172736	71163817984	4194	17589636	73770933384
4145	17181025	71215348625	4195	17598025	73823714875
4146	17189316	71266904136	4196	17606416	73876521536
4147	17197609	71318484523	4197	17614809	73929353373
4148	17205904	71370089792	4198	17623204	73982210392
4149	17214201	71421719949	4199	17631601	74035092599
4150	17222500	71473375000	4200	17640000	74088000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4201	17648401	74140932601	4251	18071001	76819825251
4202	17656804	74193890408	4252	18079504	76874051008
4203	17665209	74246873427	4253	18088009	76928302277
4204	17673216	74299881664	4254	18096516	76982579064
4205	17682025	74352915125	4255	18105025	77036881375
4206	17690436	74405973816	4256	18113536	77091209216
4207	17698849	74459057743	4257	18122049	77145562593
4208	17707264	74512166912	4258	18130564	77199941512
4209	17715681	74565301329	4259	18139081	77254345979
4210	17724100	74618461000	4260	18147600	77308776000
4211	17732521	74671645931	4261	18156121	77363231581
4212	17740944	74724856128	4262	18164644	77417712728
4213	17749369	74778091597	4263	18173169	77472219447
4214	17757796	74831352344	4264	18181696	77526751744
4215	17766225	74884638375	4265	18190225	77581309625
4216	17774656	74937949696	4266	18198756	77635893096
4217	17783089	74991286313	4267	18207289	77690502163
4218	17791524	75044648232	4268	18215824	77745136832
4219	17799961	75098035459	4269	18224361	77799797109
4220	17808400	75151448000	4270	18232900	77854483000
4221	17816841	75204885861	4271	18241441	77909194511
4222	17825284	75258349048	4272	18249984	77963931648
4223	17833729	75311837567	4273	18258529	78018694417
4224	17842176	75365351424	4274	18267076	78073482824
4225	17850625	75418890625	4275	18275625	78128296875
4226	17859076	75472455176	4276	18284176	78183136576
4227	17867529	75526045083	4277	18292729	78238001933
4228	17875984	75579660352	4278	18301284	78292892952
4229	17884441	75633300989	4279	18309841	78347809639
4230	17892900	75686967000	4280	18318400	78402752000
4231	17901361	75740658391	4281	18326961	78457720041
4232	17909824	75794375168	4282	18335524	78512713768
4233	17918289	75848117337	4283	18344089	78567733187
4234	17926756	75901884904	4284	18352656	78622778304
4235	17935225	75955677875	4285	18361225	78677849125
4236	17943696	76009496256	4286	18369796	78732945656
4237	17952169	76063340053	4287	18378369	78788067903
4238	17960644	76117209272	4288	18386944	78843215872
4239	17969121	76171103919	4289	18395521	78898389569
4240	17977600	76225024000	4290	18404100	78953589000
4241	17986081	76278969521	4291	18412681	79008814171
4242	17994564	76332940488	4292	18421264	79064065088
4243	18003049	76386936907	4293	18429849	79119341757
4244	18011536	76440958784	4294	18438436	79174644184
4245	18020025	76495006125	4295	18447025	79229972375
4246	18028516	76549078936	4296	18455616	79285326336
4247	18037009	76603177223	4297	18464209	79340706073
4248	18045504	76657300992	4298	18472804	79396111592
4249	18054001	76711450249	4299	18481401	79451542899
4250	18062500	76765625000	4200	18490000	79507000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
4301	18498601	79562482901	4351	18931201	82369655551
4302	18507204	79617991608	4352	18939904	82426462208
4303	18515809	79673526127	4353	18948609	82483294977
4304	18524416	79729086464	4354	18957316	82540153864
4305	18533025	79784672625	4355	18966025	82597038875
4306	18541636	79840284616	4356	18974736	82653950016
4307	18550249	79895922449	4357	18983449	82710887293
4308	18558864	79951586112	4358	18992164	82767850712
4309	18567481	80007275629	4359	19000881	82824840279
4310	18576100	80062991000	4360	19009600	82881856000
4311	18584721	80118732231	4361	19018321	82938897881
4312	18593344	80174499328	4362	19027044	82995965928
4313	18601969	80230292297	4363	19035769	83053060147
4314	18610596	80286111144	4364	19044496	83110180544
4315	18619225	80341955875	4365	19053225	83167327125
4316	18627856	80397826496	4366	19061956	83224499896
4317	18636489	80453723013	4367	19070689	83281698863
4318	18645124	80509645432	4368	19079424	83338924032
4319	18653761	80565593759	4369	19088161	83396175409
4320	18662400	80621568000	4370	19096900	83453453000
4321	18671041	80677568161	4371	19105641	83510756811
4322	18679684	80733594248	4372	19114384	83568086848
4323	18688329	80789646267	4373	19123129	83625443117
4324	18696976	80845724224	4374	19131876	83682825624
4325	18705625	80901828125	4375	19140625	83740234375
4326	18714276	80957957976	4376	19149376	83797669376
4327	18722929	81014113783	4377	19158129	83855130633
4328	18731584	81070295552	4378	19166884	83912618152
4329	18740241	81126503289	4379	19175641	83970131939
4330	18748900	81182737000	4380	19184400	84027672000
4331	18757561	81238996691	4381	19193161	84085238341
4332	18766224	81295282368	4382	19201924	84142830968
4333	18774889	81351594037	4383	19210689	84200449887
4334	18783556	81407931704	4384	19219456	84258095104
4335	18792225	81464295375	4385	19228225	84315766625
4336	18800896	81520685056	4386	19236996	84373464456
4337	18809569	81577100753	4387	19245769	84431188603
4338	18818244	81633542472	4388	19254544	84488939072
4339	18826921	81690010219	4389	19263321	84546715869
4340	18835600	81746504000	4390	19272100	84604519000
4341	18844281	81803023821	4391	19280881	84662348471
4342	18852964	81859569688	4392	19289664	84720204288
4343	18861649	81916141607	4393	19298449	84778086457
4344	18870336	81972739584	4394	19307236	84835994984
4345	18879025	82029363625	4395	19316025	84893929875
4346	18887716	82086013736	4396	19324816	84951891136
4347	18896409	82142689923	4397	19333609	85009878773
4348	18905104	82199392192	4398	19342404	85067892792
4349	18913801	82256120549	4399	19351201	85125933199
4350	18922500	82312875000	4400	19360000	85184000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4401	19368801	85242093201	4451	19811401	88180545851
4402	19377604	85300212808	4452	19820304	88239993408
4403	19386409	85358358827	4453	19829209	88299467677
4404	19395216	85416531264	4454	19838116	88358968664
4405	19404025	85464730125	4455	19847025	88418496375
4406	19412836	85532955416	4456	19855936	88478050816
4407	19421649	85591207143	4457	19864849	88537631993
4408	19430464	85649485312	4458	19873764	88597239912
4409	19439281	85707789929	4459	19882681	88656874579
4410	19448100	85766121000	4460	19891600	88716536000
4411	19456921	85824478531	4461	19900521	88776224181
4412	19465744	85882862528	4462	19909444	88835939128
4413	19474569	85941272997	4463	19918369	88895680847
4414	19483396	85999709944	4464	19927296	88955449344
4415	19492225	86058173375	4465	19936225	89015244625
4416	19501056	86116663296	4466	19945156	89075066696
4417	19509889	86175179713	4467	19954089	89134915563
4418	19518724	86233722632	4468	19963024	89194791232
4419	19527561	86292292059	4469	19971961	89254693709
4420	19536400	86350888000	4470	19980900	89314623000
4421	19545241	86409510461	4471	19989841	89374579111
4422	19554084	86468159448	4472	19998784	89434562048
4423	19562929	86526834967	4473	20007729	89494571817
4424	19571776	86585537024	4474	20016676	89554608424
4425	19580625	86644265625	4475	20025625	89614671875
4426	19589476	86703020776	4476	20034576	89674762176
4427	19598329	86761802483	4477	20043529	89734879333
4428	19607184	86820610752	4478	20053484	89795023352
4429	19616041	86879445589	4479	20063441	89855194239
4430	19624900	86938307000	4480	20070400	89915392000
4431	19633761	86997194991	4481	20079361	89975616641
4432	19642624	87055109568	4482	20088324	90035868168
4433	19651489	87115050737	4483	20097289	90096146587
4434	19660356	87174018504	4484	20106256	90156451904
4435	19669225	87233012875	4485	20115225	90216784125
4436	19678096	87292033856	4486	20124196	90277143256
4437	19686969	87351081453	4487	20133169	90337529303
4438	19695844	87410155672	4488	20142144	90397942272
4439	19704721	87469256519	4489	20151121	90458382169
4440	19713600	87528384000	4490	20160100	90518849000
4441	19722481	87587538121	4491	20169081	90579342771
4442	19731364	87646718888	4492	20178064	90639863488
4443	19740249	87705926307	4493	20187049	90700411157
4444	19749136	87765160384	4494	20196036	90760985784
4445	19758025	87824421125	4495	20205025	90821587375
4446	19766916	87883708536	4496	20214016	90882215936
4447	19775809	87943022623	4497	20223009	90942871473
4448	19784704	88002363392	4498	20232004	91003553992
4449	19793601	88061730849	4499	20241001	91064263499
4450	19802500	88121125000	4500	20250000	91125000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
4501	20259001	91185763501	4551	20711601	94258496151
4502	20268004	91246554008	4552	20720704	94320644608
4503	20277009	91307371527	4553	20729809	94382820377
4504	20286016	91368216064	4554	20738916	94445023464
4505	20295025	91429087625	4555	20748025	94507253875
4506	20304036	91489986216	4556	20757136	94569511616
4507	20313049	91550911843	4557	20766249	94631796693
4508	20322064	91611864512	4558	20775364	94694109112
4509	20331081	91672844229	4559	20784481	94756448879
4510	20340100	91733851000	4560	20793600	94818816000
4511	20349121	91794884831	4561	20802721	94881210481
4512	20358144	91855945728	4562	20811844	94943632328
4513	20367169	91917033697	4563	20820969	95006081547
4514	20376196	91978148744	4564	20830096	95068558144
4515	20385225	92039290875	4565	20839225	95131062125
4516	20394256	92100460096	4566	20848356	95193593496
4517	20403289	92161656413	4567	20857489	95256152263
4518	20412324	92222879832	4568	20866624	95318738432
4519	20421361	92284130359	4569	20875761	95381352009
4520	20430400	92345408000	4570	20884900	95443993000
4521	20439441	92406712761	4571	20894041	95506661411
4522	20448484	92468044648	4572	20903184	95569357248
4523	20457529	92529403667	4573	20912329	95632080517
4524	20466576	92590789824	4574	20921476	95694831224
4525	20475625	92652203125	4575	20930625	95757609375
4526	20484676	92713643576	4576	20939776	95820414976
4527	20493729	92775111183	4577	20948929	95883248033
4528	20502784	92836605952	4578	20958084	95946108552
4529	20511841	92898127889	4579	20967241	96008996539
4530	20520900	92959677000	4580	20976400	96071912000
4531	20529961	93021253291	4581	20985561	96134854941
4532	20539024	93082856768	4582	20994724	96197825368
4533	20548089	93144487437	4583	21003889	96260823287
4534	20557156	93206145304	4584	21013056	96323848704
4535	20566225	93267830375	4585	21022225	96386901625
4536	20575296	93329542656	4586	21031396	96449982056
4537	20584369	93391282153	4587	21040569	96513090003
4538	20593444	93453048872	4588	21049744	96576225472
4539	20602521	93514842819	4589	21058921	96639388469
4540	20611600	93576664000	4590	21068100	96702579000
4541	20620681	93638512421	4591	21077281	96765797071
4542	20629764	93700388088	4592	21086464	96829042688
4543	20638849	93762291007	4593	21095649	96892315857
4544	20647936	93824221184	4594	21104836	96955616584
4545	20657025	93886178625	4595	21114025	97018944875
4546	20666116	93948163336	4596	21123216	97082300736
4547	20675209	94010175323	4597	21132409	97145684173
4548	20684304	94072214592	4598	21141604	97209095192
4549	20693401	94134281149	4599	21150801	97272533799
4550	20702500	94196375000	4600	21160000	97336000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4601	21169201	97399493801	4651	21631801	100609506451
4602	21178404	97463015208	4652	21641104	100674415808
4603	21187609	97526564227	4653	21650409	100739353077
4604	21196816	97590140864	4654	21659716	100804312864
4605	21206025	97653745125	4655	21669025	100869311375
4606	21215236	97717377016	4656	21678336	100934332416
4607	21224449	97781036543	4657	21687649	100999381393
4608	21233664	97844723712	4658	21696964	101064458312
4609	21242881	97908438529	4659	21706281	101129563179
4610	21252100	97972181000	4660	21715600	101194696000
4611	21261321	98035951131	4661	21724921	101259856781
4612	21270544	98099748928	4662	21734244	101325045528
4613	21279769	98163574397	4663	21743569	101390262247
4614	21288996	98227427544	4664	21752896	101455506944
4615	21298225	98291308375	4665	21762225	101520779625
4616	21307456	98355216896	4666	21771556	101586080296
4617	21316689	98419153113	4667	21780889	101651408963
4618	21325924	98483117032	4668	21790224	101716765632
4619	21335161	98547108659	4669	21799561	101782150309
4620	21344400	98611128000	4670	21808900	101847563000
4621	21353641	98675175061	4671	21818241	101913003711
4622	21362884	98739249848	4672	21827584	101978472448
4623	21372129	98803352367	4673	21836929	102043969217
4624	21381376	98867482624	4674	21846276	102109494024
4625	21390625	98931640625	4675	21855625	102175046875
4626	21399876	98995826376	4676	21864976	102240627776
4627	21409129	98060039883	4677	21874329	102306236733
4628	21418384	99124281152	4678	21883684	102371873752
4629	21427641	99188550189	4679	21893041	102437538839
4630	21436900	99252847000	4680	21902400	102503232000
4631	21446161	99317171591	4681	21911761	102568953241
4632	21455424	99381523968	4682	21921124	102634702568
4633	21464689	99445904137	4683	21930489	102700479987
4634	21473956	99510312104	4684	21939856	102766285504
4635	21483225	99574747875	4685	21949225	102832119125
4636	21492496	99639211456	4686	21958596	102897980856
4637	21501769	99703702853	4687	21967969	102963870703
4638	21511044	99768222072	4688	21977344	103029788672
4639	21520321	99832769119	4689	21986721	103095734769
4640	21529600	99897344000	4690	21996100	103161709000
4641	21538881	99961946721	4691	22005481	103227711371
4642	21548164	100026577288	4692	22014864	103293741888
4643	21557449	100091235707	4693	22024249	103359800557
4644	21566736	100155921984	4694	22033636	103425887384
4645	21576025	100220636125	4695	22043025	103492002375
4646	21585316	100285378136	4696	22052416	103558145536
4647	21594609	100350148023	4697	22061809	103624316873
4648	21603904	100414945792	4698	22071204	103690516392
4649	21613201	100479771449	4699	22080601	103756744099
4650	21622500	100544625000	4700	22090000	103823000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
4701	22099401	103889284101	4751	22572001	107239576751
4702	22108804	103955596408	4752	22581504	107307307008
4703	22118209	104021936927	4753	22591009	107375065777
4704	22127616	104088305664	4754	22600516	107442853064
4705	22137025	104154702625	4755	22610025	107510668875
4706	22146436	104221127816	4756	22619536	107578513216
4707	22155849	104287581243	4757	22629049	107646386093
4708	22165264	104354062912	4758	22638564	107714287512
4709	22174681	104420572829	4759	22648081	107782217479
4710	22184100	104487111000	4760	22657600	107850176000
4711	22193521	104553677431	4761	22667121	107918163081
4712	22202944	104620272128	4762	22676644	107986178728
4713	22212369	104686895097	4763	22686169	108054222947
4714	22221796	104753546344	4764	22695696	108122295744
4715	22231225	104820225875	4765	22705225	108190397125
4716	22240656	104886933696	4766	22714756	108258527096
4717	22250089	104953669813	4767	22724289	108326685663
4718	22259524	105020434232	4768	22733824	108394872832
4719	22268961	105087226959	4769	22743361	108463088609
4720	22278400	105154080000	4770	22752900	108531333000
4721	22287841	105220897361	4771	22762441	108599606011
4722	22297284	105287775048	4772	22771984	108667907648
4723	22306729	105354681067	4773	22781529	108736237917
4724	22316176	105421615424	4774	22791076	1088045996824
4725	22325625	105488578125	4775	22800625	108872984375
4726	22335076	105555569176	4776	22810176	108941400576
4727	22344529	105622588583	4777	22819729	109009845433
4728	22353984	105689636352	4778	22829284	109078318952
4729	22363441	105756712489	4779	22838841	109146821139
4730	22372900	105823817000	4780	22848400	109215352000
4731	22382361	105890949891	4781	22857961	109283911541
4732	22391824	105958111168	4782	22867524	109352499768
4733	22401289	106025300837	4783	22877089	109421116687
4734	22410756	106092518904	4784	22886656	109489762304
4735	22420225	106159765375	4785	22896225	109558436625
4736	22429696	106227040256	4786	22905796	109627139656
4737	22439169	106294343553	4787	22915369	109695874403
4738	22448644	106361675272	4788	22924944	109764631872
4739	22458121	106429035419	4789	22934521	109833421069
4740	22467600	106496424000	4790	22944100	109902239000
4741	22477081	106563841021	4791	22953681	109971085671
4742	22486564	106631286488	4792	22963264	110039961088
4743	22496049	106698760407	4793	22972849	110108865257
4744	22505536	106766262784	4794	22982436	110177798184
4745	22515025	106833793625	4795	22992025	110246759875
4746	22524516	106901352936	4796	23001616	110315750336
4747	22534009	106968940723	4797	23011209	110384769573
4748	22543504	107036556992	4798	23020804	110453817592
4749	22553001	107104201749	4799	23030401	110522894399
4750	22562500	107171875000	4800	23040000	110592000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4801	23049601	110661134401	4851	23532201	114154707051
4802	23059204	110730297608	4852	23541904	114225318208
4803	23068809	110799489627	4853	23551609	114295958477
4804	23078416	110868710464	4854	23561316	114366627864
4805	23088025	110937960125	4855	23571025	114437326375
4806	23097636	111007238616	4856	23580736	114508054016
4807	23107249	111076545943	4857	23590449	114578810793
4808	23116864	111145882112	4858	23600164	114649596712
4809	23126481	111215247129	4859	23609881	114720411779
4810	23136100	111284641000	4860	23619600	114791256000
4811	23145721	111354063731	4861	23629321	114862129381
4812	23155344	111423515328	4862	23639044	114933031928
4813	23164969	111492995797	4863	23648769	115003963647
4814	23174596	111562505144	4864	23658496	115074924544
4815	23184225	111632043375	4865	23668225	115145914625
4816	23193856	111701610496	4866	23677956	115216933896
4817	23203489	111771206513	4867	23687689	115287982363
4818	23213124	111840831432	4868	23697424	115359060032
4819	23222761	111910485259	4869	23707161	115430166909
4820	23232400	111980168000	4870	23716900	115501303000
4821	23242041	112049879661	4871	23726641	115572468311
4822	23251684	112119620248	4872	23736384	115643662848
4823	23261329	112189389767	4873	23746129	115714886617
4824	23270976	112259188224	4874	23755876	115786139624
4825	23280625	112329015625	4875	23765625	115857421875
4826	23290276	112398871976	4876	23775376	115928733376
4827	23299929	112468757283	4877	23785129	116000074133
4828	23309584	112538671552	4878	23794884	116071444152
4829	23319241	112608614789	4879	23804641	116142843439
4830	23328900	112678587000	4880	23814400	116214272000
4831	23338561	112748588191	4881	23824161	116285729841
4832	23348224	112818618368	4882	23833924	116357216968
4833	23357889	112888677537	4883	23843689	116428733387
4834	23367556	112958765704	4884	23853456	116500279104
4835	23377225	113028882875	4885	23863225	116571854125
4836	23386896	113099029056	4886	23872996	116643458456
4837	23396569	113169204253	4887	23882769	116715092103
4838	23406244	113239408472	4888	23892544	116786755072
4839	23415921	113309641719	4889	23902321	116858447369
4840	23425600	113379904000	4890	23912100	116930169000
4841	23435281	113450195321	4891	23921881	117001919971
4842	23444964	113520515688	4892	23931664	117073700288
4843	23454649	113590865107	4893	23941449	117145509957
4844	23464336	113661243584	4894	23951236	117217348984
4845	23474025	113731651125	4895	23961025	117289217375
4846	23483716	113802087736	4896	23970816	117361115136
4847	23493409	113872553423	4897	23980609	117433042273
4848	23503104	113943048192	4898	23990404	117504998792
4849	23512801	114013572049	4899	24000201	117576984699
4850	23522500	114084125000	4900	24010000	117649000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
4901	24019801	117721044701	4951	24512401	121360897351
4902	24029604	117793118808	4952	24522304	121434449408
4903	24039409	117865222327	4953	24532209	121508031177
4904	24049216	117937355264	4954	24542116	121581642664
4905	24059025	118009517625	4955	24552025	121655283875
4906	24068836	118081709416	4956	24561936	121728954816
4907	24078649	118153930643	4957	24571849	121802655493
4908	24088464	118226181312	4958	24581764	121876385912
4909	24098281	118298461429	4959	24591681	121950146679
4910	24108100	118370771000	4960	24601600	122023980000
4911	24117921	118443110031	4961	24611521	122097755681
4912	24127744	118515478528	4962	24621444	122171605128
4913	24137569	118587876497	4963	24631369	122245484347
4914	24147396	118660303944	4964	24641296	122319393344
4915	24157225	118732760875	4965	24651225	1223933332125
4916	24167056	118805247296	4966	24661156	122467300696
4917	24176889	118877763213	4967	24671089	122541299063
4918	24186724	118950308632	4968	24681024	122615327232
4919	24196561	119022883559	4969	24690961	122689385209
4920	24206400	119095488000	4970	24700900	122763473000
4921	24216241	119168121961	4971	24710841	122837590611
4922	24226084	119240785448	4972	24720784	122911738048
4923	24235929	119313478467	4973	24730729	122985915317
4924	24245776	119386201024	4974	24740676	123060122424
4925	24255625	119458953125	4975	24750625	123134359375
4926	24265476	119531734776	4976	24760576	123208626176
4927	24275329	119604545983	4977	24770529	123282922833
4928	24285184	119677386752	4978	24780484	123357249352
4929	24295041	119750257089	4979	24790441	123431605739
4930	24304900	119823157000	4980	24800400	123505992000
4931	24314761	119896086491	4981	24810361	123580408141
4932	24324624	119969045568	4982	24820324	123654854168
4933	24334489	120042034237	4983	24830289	123729330087
4934	24344356	120115052504	4984	24840256	123803835904
4935	24354225	120188100375	4985	24850225	123878371625
4936	24364096	120261177856	4986	24860196	123952927256
4937	24373969	120334284953	4987	24870169	124027532803
4938	24383844	120407421672	4988	24880144	124102158272
4939	24393721	120480588019	4989	24890121	124176813669
4940	24403600	120553784000	4990	24900100	124251499000
4941	24413481	120627009621	4991	24910081	124326214271
4942	24423364	120700264888	4992	24920064	124400959488
4943	24433249	120773549807	4993	24930049	124475734657
4944	24443136	120846866434	4994	24940036	124550539784
4945	24453025	120920208625	4995	24950025	124625374875
4946	24462916	120993582536	4996	24960016	124700239936
4947	24472809	121066986123	4997	24970009	124775134973
4948	24482704	121140419392	4998	24980004	124850059992
4949	24492601	121213882349	4999	24990001	124925014999
4950	24502500	121287375000	5000	25000000	124500000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5001	25010001	125075015001	5051	25512601	128864147651
5002	25020004	125150060008	5052	25522704	128940700608
5003	25030009	125225135027	5053	25532809	129017283877
5004	25040016	125300240064	5054	25542916	129093897464
5005	25050025	125375375125	5055	25553025	129170541375
5006	25060036	125450540216	5056	25563136	129247215616
5007	25070049	125525735343	5057	25573249	129323920193
5008	25080064	125600960512	5058	25583364	129400655112
5009	25090081	125676215729	5059	25593481	129477420379
5010	25100100	125751501000	5060	25603600	129554216000
5011	25110121	125826816331	5061	25613721	129631041981
5012	25120144	125902161728	5062	25623844	129707898328
5013	25130169	125977537197	5063	25633969	129784785047
5014	25140196	126052942744	5064	25644096	129861702144
5015	25150225	126128378375	5065	25654225	129938649625
5016	25160256	126203844096	5066	25664356	130015627496
5017	25170289	126279339913	5067	25674489	130092635763
5018	25180324	126354865832	5068	25684624	130169674432
5019	25190361	126430421859	5069	25694761	130246743509
5020	25200400	126506008000	5070	25704900	130323843000
5021	25210441	126581624261	5071	25715041	130400972911
5022	25220484	126657270648	5072	25725184	130478133248
5023	25230529	126732947167	5073	25735329	130555324017
5024	25240576	126808653824	5074	25745476	130632545224
5025	25250625	126884390625	5075	25755625	130709796875
5026	25260676	126960157576	5076	25765776	130787078976
5027	25270729	127035954683	5077	25775929	130864391533
5028	25280784	127111781952	5078	25786084	130941734552
5029	25290841	127187639389	5079	25796241	131019108039
5030	25300900	127263527000	5080	25806400	131096512000
5031	25310961	127339444791	5081	25816561	131173946441
5032	25321024	127415392768	5082	25826724	131251411368
5033	25331089	127491370937	5083	25836889	131328906787
5034	25341156	127567379304	5084	25847056	131406432704
5035	25351225	127643417875	5085	25857225	131483989125
5036	25361296	127719486656	5086	25867396	131561576056
5037	25371369	127795585653	5087	25877569	131639193503
5038	25381444	127871714872	5088	25887744	131716841472
5039	25391521	127947874319	5089	25897921	131794519969
5040	25401600	128024064000	5090	25908100	131872229000
5041	25411681	128100283921	5091	25918281	131949968571
5042	25421764	128176534088	5092	25928464	132027738688
5043	25431849	128252814507	5093	25938649	132105539357
5044	25441936	128329125184	5094	25948836	132183370584
5045	25452025	128405466125	5095	25959025	132261232375
5046	25462116	128481837336	5096	25969216	132339124736
5047	25472209	128558238823	5097	25979409	132417047673
5048	25482304	128634670592	5098	25989604	132495001192
5049	25492401	128711132649	5099	25999801	132572985299
5050	25502500	128787625000	5100	26010000	132651000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5101	26020201	132729045301	5151	26532801	136670457951
5102	26030404	132807121208	5152	26543104	136750071808
5103	26040609	132885227727	5153	26553409	136829716577
5104	26050816	132963364864	5154	26563716	136909392264
5105	26061025	133041532625	5155	26574025	136989098875
5106	26071236	133119731016	5156	26584336	137068836416
5107	26081449	133197960043	5157	26594649	137148604893
5108	26091664	133276219712	5158	26604964	137228404312
5109	26101881	133354510029	5159	26615281	137308234679
5110	26112100	133432831000	5160	26625600	137388096000
5111	26122321	133511182631	5161	26635921	137467988281
5112	26132544	133589564928	5162	26646244	137547911528
5113	26142769	133667977897	5163	26656569	137627865747
5114	26152996	133746421544	5164	26666896	137707850944
5115	26163225	133824895875	5165	26677225	137787867125
5116	26173456	133903400896	5166	26687556	137867914296
5117	26183689	133981936613	5167	26697889	137947992463
5118	26193924	134060503032	5168	26708224	138028101632
5119	26204161	134139100159	5169	26718561	138108241809
5120	26214400	134217728000	5170	26728900	138188413000
5121	26224641	134296386561	5171	26739241	138268615211
5122	26234884	134375075848	5172	26749584	138348848448
5123	26245129	134453795867	5173	26759929	138429112717
5124	26255376	134532546624	5174	26770276	138509408024
5125	26265625	134611328125	5175	26780625	138589734375
5126	26275876	134690140376	5176	26790976	138670081776
5127	26286129	134768983383	5177	26801329	138750470233
5128	26296384	134847857152	5178	26811684	138830899752
5129	26306641	134926761689	5179	26822041	138911350339
5130	26316900	135005697000	5180	26832400	138991832000
5131	26327161	135084663091	5181	26842761	139072344741
5132	26337424	135163659968	5182	26853124	139152887568
5133	26347689	135242687637	5183	26863489	139233463487
5134	26357956	135321746104	5184	26873856	139314069504
5135	26368225	135400835375	5185	26884225	139394706625
5136	26378496	135479955456	5186	26894596	139475374856
5137	26388769	135559106353	5187	26904969	139556074203
5138	26399044	135638288072	5188	26915344	139636804672
5139	26409321	135717500619	5189	26925721	139717566269
5140	26419600	135796744000	5190	26936100	139798359000
5141	26429881	135876018221	5191	26946481	139879182871
5142	26440164	135955323288	5192	26956864	139960037888
5143	26450449	136034659207	5193	26967249	140040924057
5144	26460736	136114025984	5194	26977636	140121841384
5145	26471025	336193423625	5195	26988025	140202789875
5146	26481316	136272852136	5196	26998416	140283769536
5147	26491609	136352311523	5197	27008809	140364780373
5148	26501904	136431801792	5198	27019204	140445822392
5149	26512201	136511322949	5199	27029601	140526895599
5150	26522500	136590875000	5200	27040000	140608000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5201	27050401	140689135601	5251	27573001	144785828251
5202	27060804	140770302408	5252	27583504	144868563008
5203	27071209	140851500427	5253	27594009	144951329277
5204	27081616	140932729664	5254	27604516	145034127064
5205	27092025	141013990125	5255	27615025	145116956375
5206	27102436	141095281816	5256	27625536	145199817216
5207	27112849	141176604743	5257	27636049	145282709593
5208	27123264	141257958912	5258	27646564	145365633512
5209	27133681	141339344329	5259	27657081	145448588979
5210	27144100	141420761000	5260	27667600	145531576000
5211	27154521	141502208931	5261	27678121	145614594581
5212	27164944	141583688128	5262	27688644	145697644728
5213	27175369	141665198597	5263	27699169	145780726447
5214	27185796	141746740344	5264	27709696	145863839744
5215	27196225	141828313375	5265	27720225	145946984625
5216	27206656	141909917696	5266	27730756	146030161096
5217	27217089	141991553313	5267	27741289	146113369163
5218	27227524	142073220232	5268	27751824	146196608832
5219	27237961	142154918459	5269	27762361	146279880109
5220	27248400	142236648000	5270	27772900	146363183000
5221	27258841	142318408861	5271	27783441	146446517511
5222	27269284	142400201048	5272	27793984	146529883648
5223	27279729	142482024567	5273	27804529	146613281417
5224	27290176	142563879424	5274	27815076	146696710824
5225	27300625	142645765625	5275	27825625	146780171875
5226	27311076	142727683176	5276	27836176	146863664576
5227	27321529	142809632083	5277	27846729	146947188933
5228	27331984	142891612352	5278	27857284	147030744952
5229	27342441	142973623989	5279	27867841	147114332639
5230	27352900	143055667000	5280	27878400	147197952000
5231	27363361	143137741391	5281	27888961	147281603041
5232	27373824	143219847168	5282	27899524	147365285768
5233	27384289	143301984337	5283	27910089	147449000187
5234	27394756	143384152904	5284	27920656	147532746304
5235	27405225	143466352875	5285	27931225	147616524125
5236	27415696	143548584256	5286	27941796	147700333656
5237	27426169	143630847053	5287	27952369	147784174903
5238	27436644	143713141272	5288	27962944	147868047872
5239	27447121	143795466919	5289	27973521	147951952569
5240	27457600	143877824000	5290	27984100	148035889000
5241	27468081	143960212521	5291	27994681	148119857171
5242	27478564	144042632488	5292	28005264	148203857088
5243	27489049	144125083907	5293	28015849	148287888757
5244	27499536	144207566784	5294	28026436	148371952184
5245	27510025	144290081125	5295	28037025	148456047375
5246	27520516	144372626936	5296	28047616	148540174336
5247	27531009	144455204223	5297	28058209	148624333073
5248	27541504	144537812992	5298	28068804	148708523592
5249	27552001	144620453249	5299	28079401	148792745899
5250	27562500	144703125000	5300	28090000	148877000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5301	28100601	148961285901	5351	28633201	153216258551
5302	28111204	149045603608	5352	28643904	153302174208
5303	28121809	149129953127	5353	28654609	153388121977
5304	28132416	149214334464	5354	28665316	153474101864
5305	28143025	149298747625	5355	28676025	153560113875
5306	28153636	149383192616	5356	28686736	153646158016
5307	28164249	149467669443	5357	28697449	153732234293
5308	28174864	149552178112	5358	28708164	153818342712
5309	28185481	149636718629	5359	28718881	153904483279
5310	28196100	149721291000	5360	28729600	153990566000
5311	28206721	149805895231	5361	28740321	154076860881
5312	28217344	149890531328	5362	28751044	154163097928
5313	28227969	149975199297	5363	28761769	154249367147
5314	28238596	150059899144	5364	28772496	154335668544
5315	28249225	150144630875	5365	28783225	154422002125
5316	28259856	150229394496	5366	28793956	154508367896
5317	28270489	150314190013	5367	28804689	154594765863
5318	28281124	150399017432	5368	28815424	154681196032
5319	28291761	150483876759	5369	28826161	154767658409
5320	28302400	150568768000	5370	28836900	154854153000
5321	28313041	150653691161	5371	28847641	154940679811
5322	28323684	150738646248	5372	28858384	155027238848
5323	28334329	150823633267	5373	28869129	155113830117
5324	28344976	150908652224	5374	28879876	155200453624
5325	28355625	150993703125	5375	28890625	155287109375
5326	28366276	151078785976	5376	28901376	155373797376
5327	28376929	151163900783	5377	28912129	155460517633
5328	28387584	151249047552	5378	28922884	155547270152
5329	28398241	151334226289	5379	28933641	155634054939
5330	28408900	151419437000	5380	28944400	155720872600
5331	28419561	151504679691	5381	28955161	155807721341
5332	28430224	151589954368	5382	28965924	155894602968
5333	28440889	151675261037	5383	28976689	155981516887
5334	28451556	151760599704	5384	28987456	156068463104
5335	28462225	151845970375	5385	28998225	156155441625
5336	28472896	151931373056	5386	29008996	156242452456
5337	28483569	152016807753	5387	29019769	156329495603
5338	28494244	152102274472	5388	29030544	156416571072
5339	28504921	152187773219	5389	29041321	156503678869
5340	28515600	152273304000	5390	29052100	156590819000
5341	28526281	152358866831	5391	29062881	156677991471
5342	28536964	152444461688	5392	29073664	156765196288
5343	28547649	152530088607	5393	29084449	156852433457
5344	28558336	152615747584	5394	29095236	156939702984
5345	28569025	152701438625	5395	29106025	157027004875
5346	28579716	152787161736	5396	29116816	157114339136
5347	28590409	152872916923	5397	29127609	157201705773
5348	28601104	152958704192	5398	29138404	157289104792
5349	28611801	153044523549	5399	29149201	157376536199
5350	28622500	153130375000	5400	29160000	157464000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5401	29170801	157551496201	5451	29713401	161967748851
5402	29181604	157639024808	5452	29724304	162056905408
5403	29192409	157726585827	5453	29735209	162146094677
5404	29203216	157814179264	5454	29746116	162235316664
5405	29214025	157901805125	5455	29757025	162324571375
5406	29224836	157989463416	5456	29767936	162413858816
5407	29235649	158077154143	5457	29778849	162503178993
5408	29246464	158164877312	5458	29789764	162592531912
5409	29257281	158252632929	5459	29800681	162681917579
5410	29268100	158340421000	5460	29811600	162771336000
5411	29278921	158428241531	5461	29822521	162860787181
5412	29289744	158516094528	5462	29833444	162950271128
5413	29300569	158603979997	5463	29844369	163039787847
5414	29311396	158691897944	5464	29855296	163129337344
5415	29322225	158779848375	5465	29866225	163218919625
5416	29333056	158867831296	5466	29877156	163308534696
5417	29343889	158955846713	5467	29888089	163398182563
5418	29354724	159043894632	5468	29899024	163487863232
5419	29365561	159131975059	5469	29909961	163577576709
5420	29376400	159220088000	5470	29920900	163667323000
5421	29387241	159308233461	5471	29931841	163757102111
5422	29398084	159396411448	5472	29942784	163846914048
5423	29408929	159484621967	5473	29953729	163936758817
5424	29419776	159572865024	5474	29964676	164026636424
5425	29430625	159661140625	5475	29975625	164116546875
5426	29441476	159749448776	5476	29986576	164206490176
5427	29452329	159837789483	5477	29997529	164296466333
5428	29463184	159926162752	5478	30008484	164386475352
5429	29474041	160014568589	5479	30019441	164476517239
5430	29484900	160103007000	5480	30030400	164566592000
5431	29495761	160191477991	5481	30041361	164656699641
5432	29506624	160279981568	5482	30052324	164746840168
5433	29517489	160368517737	5483	30063289	164837013587
5434	29528356	160457086504	5484	30074256	164927219904
5435	29539225	160545687875	5485	30085225	165017459125
5436	29550096	160634321856	5486	30096196	165107731256
5437	29560969	160722988453	5487	30107169	165198036303
5438	29571844	160811687672	5488	30118144	165288374272
5439	29582721	160900419519	5489	30129121	165378745169
5440	29593600	160989184000	5490	30140100	165469149000
5441	29604481	161077981121	5491	30151081	165559585771
5442	29615364	161166810888	5492	30162064	165650055488
5443	29626249	161255673307	5493	30173049	165740558157
5444	29637136	161344568384	5494	30184036	165831093784
5445	29648025	161433496125	5495	30195025	165921662375
5446	29658916	161522456536	5496	30206016	166012263936
5447	29669809	161611449623	5497	30217009	166102898473
5448	29680704	161700475392	5498	30228004	166193565992
5449	29691601	161789533849	5499	30239001	166284266499
5450	29702500	161878625000	5500	30250000	166375000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5501	30261001	166465766501	5551	30813601	171046299151
5502	30272004	166556566008	5552	30824704	171138756608
5503	30283009	166647398527	5553	30835809	171231247377
5504	30294016	166738264064	5554	30846916	171323771464
5505	30309025	166829162625	5555	30858025	171416328875
5506	30316036	166920094216	5556	30869136	171508919616
5507	30327049	167011058843	5557	30880249	171601543693
5508	30338064	167102056512	5558	30891364	171694201112
5509	30349081	167193087229	5559	30902481	171786891879
5510	30360100	167284151000	5560	30913600	171879616000
5511	30371121	167375247831	5561	30924721	171972373481
5512	30382144	167466377728	5562	30935844	172065164328
5513	30393169	167557540697	5563	30946969	172157988547
5514	30404196	167648736744	5564	30958096	172250846144
5515	30415225	167739965875	5565	30969225	172343737125
5516	30426256	167831228096	5566	30980356	172436661496
5517	30437289	167922523413	5567	30991489	172529619263
5518	30448324	168013851832	5568	31002624	172622610432
5519	30459361	168105213339	5569	31013761	172715635009
5520	30470400	168196608000	5570	31024900	172808693000
5521	30481441	168288035761	5571	31036041	172901784411
5522	30492484	168379496648	5572	31047184	172994909248
5523	30503529	168470990667	5573	31058329	173088067517
5524	30514576	168562517824	5574	31069476	173181259224
5525	30525625	168654078135	5575	31080625	173274484375
5526	30536676	168745671576	5576	31091776	173367742976
5527	30547729	168837298183	5577	31102929	173461035033
5528	30558784	168928957952	5578	31114084	173554360552
5529	30569841	169020650889	5579	31125241	173647719539
5530	30580900	169112377000	5580	31136400	173741112000
5531	30591961	169204136291	5581	31147561	173834537941
5532	30603024	169295928768	5582	31158724	173927997368
5533	30614089	169387754437	5583	31169889	174021490287
5534	30625156	169479613304	5584	31181056	174115016704
5535	30636225	169571505375	5585	31192225	174208576625
5536	30647296	169663430656	5586	31203396	174302170056
5537	30658369	169755389153	5587	31214569	174395797003
5538	30669444	169847380872	5588	31225744	174489457472
5539	30680521	169939405819	5589	31236921	174583151469
5540	30691600	170031464000	5590	31248100	174676879000
5541	30702681	170123555421	5591	31259281	174770640071
5542	30713764	170215680088	5592	31270464	174864434688
5543	30724849	170307838027	5593	31281649	174958262857
5544	30735936	170400029184	5594	31292836	175052124584
5545	30747025	170492253625	5595	31304025	175146019875
5546	30758116	170584511336	5596	31315216	175239948736
5547	30769209	170676802323	5597	31326409	175333911173
5548	30780304	170769126592	5598	31337604	175427907192
5549	30791401	170861484149	5599	31348801	175521936799
5550	30802500	170953875000	5600	31360000	175616000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5601	31371201	175710096801	5651	31933801	180457909451
5602	31382404	175804227208	5652	31945104	180553727808
5603	31393609	175898391227	5653	31956409	180649580077
5604	31404816	175992588864	5654	31967716	180745466264
5605	31416025	176086820125	5655	31979025	180841386375
5606	31427236	176181085016	5656	31990336	180937340416
5607	31438449	176275383543	5657	32001649	181033328393
5608	31449664	176369715712	5658	32012964	181129350312
5609	31460881	176464081529	5659	32024281	181225406179
5610	31472100	176558481000	5660	32035600	181321496000
5611	31483321	176652914131	5661	32046921	181417619781
5612	31494544	176747380928	5662	32058244	181513777528
5613	31505769	176841881397	5663	32069569	181609969247
5614	31516996	176936415544	5664	32080896	181706194944
5615	31528225	177030983375	5665	32092225	181802454625
5616	31539456	177125584896	5666	32103556	181898748296
5617	31550689	177220220113	5667	32114889	181995075963
5618	31561924	177314889032	5668	32126224	182091437632
5619	31573161	177409591659	5669	32137561	182187833309
5620	31584400	177504328000	5670	32148900	182284263000
5621	31595641	177599098061	5671	32160241	182380726711
5622	31606884	177693901848	5672	32171584	182477224448
5623	31618129	177788739367	5673	32182929	182573756217
5624	31629376	177883610624	5674	32194276	182670322024
5625	31640625	177978515625	5675	32205625	182766921875
5626	31651876	1780734454376	5676	32216976	182863555776
5627	31663129	178168426883	5677	32228329	182960223733
5628	31674384	178263433152	5678	32239684	183056925752
5629	31685641	178358473189	5679	32251041	183153661839
5630	31696900	178453547000	5680	32262400	183250432000
5631	31708161	178548654591	5681	32273761	183347236241
5632	31719424	178643795968	5682	32285124	183444074568
5633	31730689	178738971137	5683	32296489	183540946987
5634	31741956	178834180104	5684	32307856	183637853504
5635	31753225	178929422875	5685	32319225	183734794125
5636	31764496	179024699456	5686	32330596	183831768856
5637	31775769	179120009853	5687	32341969	183928777703
5638	31787044	179215354072	5688	32353344	184025820672
5639	31798321	179310732119	5689	32364721	184122897769
5640	31809600	179406144000	5690	32376100	184220009000
5641	31820881	179501589721	5691	32387481	184317154371
5642	31832164	179597069288	5692	32398864	184414333888
5643	31843449	179692582707	5693	32410249	184511547557
5644	31854736	179788129984	5694	32421636	184608795384
5645	31866025	179883711125	5695	32433025	184706077375
5646	31877316	179979326136	5696	32444416	184803393536
5647	31888609	180074975023	5697	32455809	184900743873
5648	31899904	180170657792	5698	32467204	184998128392
5649	31911201	180266374449	5699	32478601	185095547099
5650	31922500	180362125000	5700	32490000	185193000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5701	32501401	185290487101	5751	33074001	190208579751
5702	32512804	185388008408	5752	33085504	190307819008
5703	32524209	185485563927	5753	33097009	190407092777
5704	32535616	185583153664	5754	33108516	190506401064
5705	32547025	185680777625	5755	33120025	190605743875
5706	32558436	185778435816	5756	33131536	190705121216
5707	32569849	185876128243	5757	33143049	190805433093
5708	32581264	185973854912	5758	33154564	190903979512
5709	32592681	186071615829	5759	33166081	191003460479
5710	32604100	186169411000	5760	33177600	191102976000
5711	32615521	186267240431	5761	33189121	191202526081
5712	32626944	186365104128	5762	33200644	191302110728
5713	32638369	186463002097	5763	33212169	191401729947
5714	32649796	186560934344	5764	33223696	191501383744
5715	32661225	186658900875	5765	33235225	191601072125
5716	32672656	186756901696	5766	33246756	191700795096
5717	32684089	186854936813	5767	33258289	191800552663
5718	32695524	186953006232	5768	33269824	191900344832
5719	32706961	187051109959	5769	33281361	192000171609
5720	32718400	187149248000	5770	33292900	192100033000
5721	32729841	187247420361	5771	33304441	192199929011
5722	32741284	187345627048	5772	33315984	192299859648
5723	32752729	187443868067	5773	33327529	192399824917
5724	32764176	187542143424	5774	33339076	192499824824
5725	32775625	187640453125	5775	33350625	192599859375
5726	32787076	187738797176	5776	33362176	192699928576
5727	32798529	187837175583	5777	33373729	192800032433
5728	32809984	187935588352	5778	33385284	192900170952
5729	32821441	188034035489	5779	33396841	193000344139
5730	32832900	188132517000	5780	33408400	193100552000
5731	32844361	188231032891	5781	33419961	193200794541
5732	32855824	188329583168	5782	33431524	193301071768
5733	32867289	188428167837	5783	33443089	193401383687
5734	32878756	188526786904	5784	33454656	193501730304
5735	32890225	188625440375	5785	33466225	193602111625
5736	32901696	188724128256	5786	33477796	193702527656
5737	32913169	188822850553	5787	33489369	193802978403
5738	32924644	188921607272	5788	33500944	193903463872
5739	32936121	189020398419	5789	33512521	194003984069
5740	32947600	189119224000	5790	33524100	194104539000
5741	32959081	189218084021	5791	33535681	194205128671
5742	32970564	189316978488	5792	33547264	194305753088
5743	32982049	189415907407	5793	33558849	194406412257
5744	32993536	189514870784	5794	33570436	194507106184
5745	33005025	189613868625	5795	33582025	194607834875
5746	33016516	189712900936	5796	33593616	194708598336
5747	33028009	189811967723	5797	33605209	194809396573
5748	33039504	189911068992	5798	33616804	194910229592
5749	33051001	190010204749	5799	33628401	195011097399
5750	33062500	190109375000	5800	33640000	195112000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
5801	33651601	195212937401	5851	34234201	200304310051
5802	33663204	195313909608	5852	34245904	200407030208
5803	33674809	195414916627	5853	34257609	200509785477
5804	33686416	195515958464	5854	34269316	200612575864
5805	33698025	195617035125	5855	34281025	200715401375
5806	33709636	195718146616	5856	34292736	200818262016
5807	33721249	195819292943	5857	34304449	200921157793
5808	33732864	195920474112	5858	34316164	201024088712
5809	33744481	196021690129	5859	34327881	201127054779
5810	33756100	196122941000	5860	34339600	201230056000
5811	33767721	196224226731	5861	34351321	201333092381
5812	33779344	196325547328	5862	34363044	201436163928
5813	33790969	196426902797	5863	34374769	201539270647
5814	33802596	196528293144	5864	34386496	201642412544
5815	33814225	196629718375	5865	34398225	201745589625
5816	33825856	196731178496	5866	34409956	201848801896
5817	33837489	196832673513	5867	34421689	201952049363
5818	33849124	196934203432	5868	34433424	202055332032
5819	33860761	197035768259	5869	34445161	202158649909
5820	33872400	197137368000	5870	34456900	202262003000
5821	33884041	197239002661	5871	34468641	202365391311
5822	33895684	197340672248	5872	34480384	202468814848
5823	33907329	197442376767	5873	34492129	202572273617
5824	33918976	197544116224	5874	34503876	202675767624
5825	33930625	197645890625	5875	34515625	202779296875
5826	33942276	197747699976	5876	34527376	202882861376
5827	33953929	197849544283	5877	34539129	202986461133
5828	33965584	197951423552	5878	34550884	203090096152
5829	33977241	198053337789	5879	34562641	203193766439
5830	33988900	198155287000	5880	34574400	203297472000
5831	34000561	198257271191	5881	34586161	203401212841
5832	34012224	198359290368	5882	34597924	203504988968
5833	34023889	198461344537	5883	34609689	203608800387
5834	34035556	198563433704	5884	34621456	203712647104
5835	34047225	198665557875	5885	34633225	203816529125
5836	34058896	198767717056	5886	34644996	203920446456
5837	34070569	198869911253	5887	34656769	204024399103
5838	34082244	198972140472	5888	34668544	204128387072
5839	34093921	199074404719	5889	34680321	204232410369
5840	34105600	199176704000	5890	34692100	204336469000
5841	34117281	199279038321	5891	34703881	204440562971
5842	34128964	199381407688	5892	34715664	204544692288
5843	34140649	199483812107	5893	34727449	204648856957
5844	34152336	199586251584	5894	34739236	204753056984
5845	34164025	199688726125	5895	34751025	204857292375
5846	34175716	199791235736	5896	34762816	204961563136
5847	34187409	199893780423	5897	34774609	205065869273
5848	34199104	199996360192	5898	34786404	205170210792
5849	34210801	200098975049	5899	34798201	205274587699
5850	34222500	200201625000	5900	35810000	205379000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
5901	34821801	205483447701	5951	35414401	210751100351
5902	34833604	205587930808	5952	35426304	210857361408
5903	34845409	205692449327	5953	35438209	210963658177
5904	34857216	205797003264	5954	35450116	211069990664
5905	34869025	205901592625	5955	35462025	211176358875
5906	34880836	206006217416	5956	35473936	211282762816
5907	34892649	206110877643	5957	35485849	211389202493
5908	34904464	206215573312	5958	35497764	211495677912
5909	34916281	206320304429	5959	35509681	211602189079
5910	34928100	206425071000	5960	35521600	211708736000
5911	34939921	206529873031	5961	35533521	211815318681
5912	34951744	206634710528	5962	35545444	211921937128
5913	34963569	206739583497	5963	35557369	212028591347
5914	34975396	206844491944	5964	35569296	212135281344
5915	34987225	206949435875	5965	35581225	212242007125
5916	34999056	207054415296	5966	35593156	212348768696
5917	35010889	207159430213	5967	35605089	212455566063
5918	35022724	207264480632	5968	35617024	212562399232
5919	35034561	207369566559	5969	35628961	212669268209
5920	35046400	207474688000	5970	35640900	212776173000
5921	35048241	207579844961	5971	35652841	212883113611
5922	35070084	207685037448	5972	35664784	212990090048
5923	35081929	207790265467	5973	35676729	213097102317
5924	35093776	207895529024	5974	35688676	213204150424
5925	35105625	208000828125	5975	35700625	213311234375
5926	35117476	208106162776	5976	35712576	213418354176
5927	35129329	208211532983	5977	35724529	213525509833
5928	35141184	208316938752	5978	35736484	213632701352
5929	35153041	208422380089	5979	35748441	213739928739
5930	35164900	208527857000	5980	35760400	213847192000
5931	35176761	208633369491	5981	35772361	213954491141
5932	35188624	208738917568	5982	35784324	214061826168
5933	35200489	208844501237	5983	35796289	214169197087
5934	35212356	208950120504	5984	35808256	214276603904
5935	35224225	209055775375	5985	35820225	214384046625
5936	35236096	209161465856	5986	35832196	214491525256
5937	35247969	209267191953	5987	35844169	214599039803
5938	35259844	209372953672	5988	35856144	214706590272
5939	35271721	209478751019	5989	35868121	214814176669
5940	35283600	209584584000	5990	35880100	214921799000
5941	35295481	209690452631	5991	35892081	215029457271
5942	35307364	209796356888	5992	35904064	215137151488
5943	35319249	209902296807	5993	35916049	215244881657
5944	35331136	210008272384	5994	35928036	215352647784
5945	35343025	210114283625	5995	35940025	215460449875
5946	35354916	210220330536	5996	35952016	215568287936
5947	35366809	210326413123	5997	35964009	215676161973
5948	35378704	210432531392	5998	35975904	215784071992
5949	35390601	210538685349	5999	35987801	215892017999
5950	35402500	210644875000	6000	36000000	216000000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6001	36012001	216108018001	6051	36614601	221554950651
6002	36024004	216216072008	6052	36626704	221664812608
6003	36036009	216324162027	6053	36638809	221774710877
6004	36048016	216432288064	6054	36650916	221884645464
6005	36060025	216540450125	6055	36663025	221994616375
6006	36072036	216648648216	6056	36675136	222104623616
6007	36084049	216756882343	6057	36687249	222214667193
6008	36096064	216865152512	6058	36699364	222324747112
6009	36108081	216973458729	6059	36711481	222434863379
6010	36120100	217081801000	6060	36723600	222545016000
6011	36132121	217190179331	6061	36735721	222655204981
6012	36144144	217298593728	6062	36747844	222765430328
6013	36156169	217407044197	6063	36759969	222875692047
6014	36168196	217515530744	6064	36772096	222985990144
6015	36180225	217624053375	6065	36784225	223096324625
6016	36192256	217732612096	6066	36796356	223206695496
6017	36204289	217841206913	6067	36808489	223317102763
6018	36216324	217949837832	6068	36820624	223427546432
6019	36228361	218058504859	6069	36832761	223538026509
6020	36240400	218167208000	6070	36844900	223648543000
6021	36252441	218275947261	6071	36857041	223759095911
6022	36264484	218384722648	6072	36869184	223869685248
6023	36276529	218493534167	6073	36881329	223980311017
6024	36288576	218602381824	6074	36893476	224090973224
6025	36300625	218711265625	6075	36905625	224201671875
6026	36312676	218820185576	6076	36917776	224312406976
6027	36324729	218929141683	6077	36929929	224423178533
6028	36336784	219038133952	6078	36942084	224533986552
6029	36348841	219147162389	6079	36954241	224644831039
6030	36360900	219256227000	6080	36966400	224755712000
6031	36372961	219365327791	6081	36978561	224866629441
6032	36385024	219474464768	6082	36990724	224977583368
6033	36397089	219583637937	6083	37002889	224088573787
6034	36409156	219692847304	6084	37015056	224199600704
6035	36421225	219802092875	6085	37027225	225310664125
6036	36433296	219911374656	6086	37039396	225421764056
6037	36445369	220020692653	6087	37051569	225532900503
6038	36457444	220130046872	6088	37063744	225644073472
6039	36469521	220239437319	6089	37075921	225755282969
6040	36481600	220348864000	6090	37088100	225866529000
6041	36493681	220458326921	6091	37100281	225977811571
6042	36505764	220567826088	6092	37112464	226089130688
6043	36517849	220677361507	6093	37124649	226200486357
6044	36529936	220786933184	6094	37136836	226311878584
6045	36542025	220896541125	6095	37149025	226423307375
6046	36554116	221006185336	6096	37161216	226534772736
6047	36566209	221115865823	6097	37173409	226646274673
6048	36578304	221225582592	6098	37185604	226757813192
6049	36590401	2213353335649	6099	37197801	226869388299
6050	36602500	221445125000	6100	37210000	226981000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
6101	37222201	227092648301	6151	37834801	232721860951
6102	37234404	227204333208	6152	37847104	232835383808
6103	37246609	227316054727	6153	37859409	232948943577
6104	37258816	227427812864	6154	37871716	233062540264
6105	37271025	227539607625	6155	37884025	233176173875
6106	37283236	227651439016	6156	37896336	233289844416
6107	37295449	227763307043	6157	37908649	233403551893
6108	37307664	227875211712	6158	37920964	233517296312
6109	37319881	227987153029	6159	37933281	233631077679
6110	37332100	228099131000	6160	37945600	233744896000
6111	37344321	228211145631	6161	37957921	233858751281
6112	37356544	228323196928	6162	37970244	233972643528
6113	37368769	228435284897	6163	37982569	234086572747
6114	37380996	228547409544	6164	37994896	234200538944
6115	37393225	228659570875	6165	38007225	234314542125
6116	37405456	228771768896	6166	38019556	234428582296
6117	37417689	228884003613	6167	38031889	234542659463
6118	37429924	228996275032	6168	38044224	234656773632
6119	37442161	229108583159	6169	38056561	234770924809
6120	37454400	229220928000	6170	38068900	234885113000
6121	37466641	229333309561	6171	38081241	234999338211
6122	37478884	229445727848	6172	38093584	235113600448
6123	37491129	229558182867	6173	38105929	235227899717
6124	37503376	229670674624	6174	38118276	235342236024
6125	37515625	229783203125	6175	38130625	235456609375
6126	37527876	229895768376	6176	38142976	235571019776
6127	37540129	230008370383	6177	38155329	235685467233
6128	37552384	230121009152	6178	38167684	235799951752
6129	37564641	230233684689	6179	38180041	235914473339
6130	37576900	230346397000	6180	38192400	236029032000
6131	37589161	230459146091	6181	38204761	236143627741
6132	37601424	230571931968	6182	38217124	236258260568
6133	37613689	230684754637	6183	38229489	236372930487
6134	37625956	230797614104	6184	38241856	236487637504
6135	37638225	230910510375	6185	38254225	236602381625
6136	37650496	231023443456	6186	38266596	236717162856
6137	37662769	231136413353	6187	38278969	236831981203
6138	37675044	231249420072	6188	38291344	236946836672
6139	37687321	231362463619	6189	38303721	237061729269
6140	37699600	231475544000	6190	38316100	237176659000
6141	37711881	231588661221	6191	38328481	237291625871
6142	37724164	231701815288	6192	38340864	237406629888
6143	37736449	231815006207	6193	38353249	237521671057
6144	37748736	231928233984	6194	38365636	237636749384
6145	37761025	232041498625	6195	38378025	237751864875
6146	37773316	232154800136	6196	38390416	237867017536
6147	37785609	232268138523	6197	38402809	237982207373
6148	37797904	232381513792	6198	38415204	238097434392
6149	37810201	232494925949	6199	38427601	238212698599
6150	37822500	232608375000	6200	38440000	238328000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6201	38452401	238443338601	6251	39075001	244257831251
6202	38464804	238558714408	6252	39087504	244375075008
6203	38477209	238674127427	6253	39100009	244492356277
6204	38489616	238789577664	6254	39112516	244609675064
6205	38502025	238905065125	6255	39125025	244727031375
6206	38514436	239020589816	6256	39137536	244844425216
6207	38526849	239136151743	6257	39150049	244961856593
6208	38539264	239251750912	6258	39162564	245079325512
6209	38551681	239367387329	6259	39175081	245196831979
6210	38564100	239483061000	6260	39187600	245314376000
6211	38576521	239598771931	6261	39200121	245431957581
6212	38588944	239714520128	6262	39212644	245549576728
6213	38601369	239830305597	6263	39225169	245667233447
6214	38613796	239946128344	6264	39237696	245784927744
6215	38626225	240061988375	6265	39250225	245902659625
6216	38638656	240177885696	6266	39262756	246020429096
6217	38651089	240293820313	6267	39275289	246138236163
6218	38663524	240409792232	6268	39287824	246256080832
6219	38675961	240525801459	6269	39300361	246373963109
6220	38688400	240641848000	6270	39312900	246491883000
6221	38700841	240757931861	6271	39325441	246609840511
6222	38713284	240874053048	6272	39337984	246727835648
6223	38725729	240990211567	6273	39350529	246845868417
6224	38738176	241106407424	6274	39363076	246963938824
6225	38750625	241222640625	6275	39375625	247082046875
6226	38763076	241338911176	6276	39388176	247200192576
6227	38775529	241455219083	6277	39400729	247318375933
6228	38787984	241571564352	6278	39413284	247436596952
6229	38800441	241687946989	6279	39425841	247554855639
6230	38812900	241804367000	6280	39438400	247673152000
6231	38825361	241920824391	6281	39450961	247791486041
6232	38837824	242037319168	6282	39463524	247909857768
6233	38850289	242153851337	6283	39476089	248028267187
6234	38862756	242270420904	6284	39488656	248146714304
6235	38875225	242387027875	6285	39501225	248265199125
6236	38887696	242503672256	6286	39513796	248383721656
6237	38900169	242620354053	6287	39526369	248502281903
6238	38912644	242737073272	6288	39538944	248620879872
6239	38925121	242853829919	6289	39551521	248739515569
6240	38937600	242970624000	6290	39564100	248858189000
6241	38950081	243087455521	6291	39576681	248976900171
6242	38962564	243204324488	6292	39589264	249095649088
6243	38975049	243321230907	6293	39601849	249214435757
6244	38987536	243438174784	6294	39614436	249333260184
6245	39000025	243555156125	6295	39627025	249452122375
6246	39012516	243672174936	6296	39639616	249571022336
6247	39025009	243789231223	6297	39652209	249689960073
6248	39037504	243906324992	6298	39664804	249808935592
6249	39050001	244023456249	6299	39677401	249927948899
6250	39062500	244140625000	6300	39690000	250047000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
6301	39702601	250166088901	6351	40335201	256168861551
6302	39715204	250285215608	6352	40347904	256289886208
6303	39727809	250404380127	6353	40360609	256410948977
6304	39740416	250523582464	6354	40373316	256532049864
6305	39753025	250642822625	6355	40386025	256653188875
6306	39765636	250762100616	6356	40398736	256774366016
6307	39778249	250881416449	6357	40411449	256895581293
6308	39790864	251000770112	6358	40424164	257016834712
6309	39803481	251120161629	6359	40436881	257138126279
6310	39816100	251239592000	6360	40449600	257259456000
6311	39828721	251359058231	6361	40462321	257380823881
6312	39841344	251478563328	6362	40475044	257502229928
6313	39853969	251598106297	6363	40487769	257623674147
6314	39866596	251717687144	6364	40500496	257745155544
6315	39879225	251837305875	6365	40513225	257866677125
6316	39891856	251956962496	6366	40525956	257988235896
6317	39904489	252076657013	6367	40538689	258109832863
6318	39917124	252196389432	6368	40551424	258231468032
6319	39929761	252316159759	6369	40564161	258353141409
6320	39942400	252435968000	6370	40576900	258474853000
6321	39955041	252555814161	6371	40589641	258596602811
6322	39967684	252675698248	6372	40602384	258718390848
6323	39980329	252795620267	6373	40615129	258840217117
6324	39992976	252915580224	6374	40627876	258962081624
6325	40005625	253035578125	6375	40640625	259083984375
6326	40018276	253155613976	6376	40653376	259205925376
6327	40030929	253275687783	6377	40666129	259327904633
6328	40043584	253395799552	6378	40678884	259449922152
6329	40056241	253515949289	6379	40691641	259571977939
6330	40068900	253636137000	6380	40704400	259694072000
6331	40081561	253756362691	6381	40717161	259816204341
6332	40094224	253876626368	6382	40729924	259938374968
6333	40106889	253996928037	6383	40742689	260060583887
6334	40119556	254117267704	6384	40755456	260182831104
6335	40132225	254237645375	6385	40768225	260305116625
6336	40144896	254358061056	6386	40780996	260427440456
6337	40157569	254478514753	6387	40793769	260549802603
6338	40170244	254599006472	6388	40806544	260672203072
6339	40182921	254719536219	6389	40819321	260794641869
6340	40195600	254840104000	6390	40832100	260917119000
6341	40208281	254960709821	6391	40844881	261039634471
6342	40220964	255081353688	6392	40857664	261162188288
6343	40233649	255202035607	6393	40870449	261284780457
6344	40246336	255322755584	6394	40883236	261407410984
6345	40259025	255443513625	6395	40896025	261530079875
6346	40271716	255564309736	6396	40908816	261652787136
6347	40284409	255685143923	6397	40921609	261775532773
6348	40297104	255806016192	6398	40934404	261898316792
6349	40309801	255926926549	6399	40947201	262021139199
6350	40322500	256047875000	6400	40960000	262144000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6401	40972801	262266899201	6451	41615401	268460951851
6402	40985604	262389836808	6452	41628304	268585817408
6403	40998409	262512812827	6453	41641209	268710721677
6404	41011216	262635827264	6454	41654116	268835664664
6405	41024025	262758880125	6455	41667025	268960646375
6406	41036836	262881971416	6456	41679936	269085666816
6407	41049649	263005101143	6457	41692849	269210725993
6408	41062464	263128269312	6458	41705764	269335823912
6409	41075281	263251475929	6459	41718681	269460960579
6410	41088100	263374721000	6460	41731600	269586136600
6411	41100921	263498004531	6461	41744521	269711350181
6412	41113744	263621326528	6462	41757444	269836603128
6413	41126569	263744686997	6463	41770369	269961894847
6414	41139396	263868085944	6464	41783296	270087225344
6415	41152225	263991523375	6465	41796225	270212594625
6416	41165056	264114999296	6466	41809156	270338002696
6417	41177889	264238513713	6467	41822089	270463449563
6418	41190724	264362066632	6468	41835024	270588935232
6419	41203561	264485658059	6469	41847961	270714459709
6420	41216400	264609288000	6470	41860900	270840023000
6421	41229241	264732956461	6471	41873841	270965625111
6422	41242084	264856663448	6472	41886784	271091266048
6423	41254929	264980408967	6473	41899729	271216945817
6424	41267776	265104193024	6474	41912676	271342664424
6425	41280625	265228015625	6475	41925625	271468421875
6426	41293476	265351876776	6476	41938576	271594218176
6427	41306329	265475776483	6477	41951529	271720053333
6428	41319184	265599714752	6478	41964484	271845927352
6429	41332041	265723691589	6479	41977441	271971840239
6430	41344900	265847707000	6480	41990400	272097792000
6431	41357761	265971760991	6481	42003361	272223782641
6432	41370624	266095853568	6482	42016324	272349812168
6433	41383489	266219984737	6483	42029289	272475880587
6434	41396356	266344154504	6484	42042256	272601987904
6435	41409225	266468362875	6485	42055225	272728134125
6436	41422096	266592609856	6486	42068196	272854319256
6437	41434969	266716895453	6487	42081169	272980543303
6438	41447844	266841219672	6488	42094144	273106806272
6439	41460721	266965582519	6489	42107121	273233108169
6440	41473600	267089984000	6490	42120100	273359449000
6441	41486481	267214424121	6491	42133081	273485828771
6442	41499364	267338902888	6492	42146064	273612247488
6443	41512249	267463420307	6493	42159049	273738705157
6444	41525136	267587976384	6494	42172036	273865201784
6445	41538025	267712571125	6495	42185025	273991737375
6446	41550916	267837204536	6496	42198016	274118311936
6447	41563809	267961876623	6497	42211009	274244925473
6448	41576704	268086587392	6498	42224004	274371577992
6449	41589601	268211336849	6499	42237001	274498269499
6450	41602500	268336125000	6500	42250000	274625000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6501	42263001	274751769501	6551	42915601	281140102151
6502	42276004	274878578008	6552	42928704	281268868608
6503	42289009	275005425527	6553	42941809	281397674377
6504	42302016	275132312064	6554	42954916	281526519464
6505	42315025	275259237625	6555	42968025	281655403875
6506	42328036	275386202216	6556	42981136	281784327616
6507	42341049	275513205843	6557	42994249	281913290693
6508	42354064	275640248512	6558	43007364	282042293112
6509	42367081	275767330229	6559	43020481	282171334879
6510	42380100	275894451000	6560	43033600	282300416000
6511	42393121	276021610831	6561	43046721	282429536481
6512	42406144	276148809728	6562	43059844	282558696328
6513	42419169	276276047697	6563	43072969	282687895547
6514	42432196	276403324744	6564	43086096	282817134144
6515	42445225	276530640875	6565	43099225	282946412125
6516	42458256	276657996096	6566	43112356	283075729496
6517	42471289	276785390413	6567	43125489	283205086263
6518	42484324	276912823832	6568	43138624	283334482432
6519	42497361	277040296359	6569	43151761	283463918009
6520	42510400	277167808000	6570	43164900	283593393000
6521	42523441	277295358761	6571	43178041	283722907411
6522	42536484	277422948648	6572	43191184	283852461248
6523	42549529	277550577667	6573	43204329	283982054517
6524	42562576	277678245824	6574	43217476	284111687224
6525	42575625	277805953125	6575	43230625	284241359375
6526	42588676	277933699576	6576	43243776	284371070976
6527	42601729	278061485183	6577	43256929	284500822033
6528	42614784	278189309952	6578	43270084	284630612552
6529	42627841	278317173889	6579	43283241	284760442539
6530	42640900	278445077000	6580	43296400	284890312000
6531	42653961	278573019291	6581	43309561	285020220941
6532	42667024	278701000768	6582	43322724	285150169368
6533	42680089	278829021437	6583	43335889	285280157287
6534	42693156	278957081304	6584	43349056	285410184704
6535	42706225	279085180375	6585	43362225	285540251625
6536	42719296	279213318656	6586	43375396	285670358056
6537	42732369	279341496153	6587	43388569	285800504003
6538	42745444	279469712872	6588	43401744	285930689472
6539	42758521	279597968819	6589	43414921	286060914469
6540	42771600	279726264000	6590	43428100	286191179000
6541	42784681	279854598421	6591	43441281	286321483071
6542	42797764	279982972088	6592	43454464	286451826688
6543	42810849	280111385007	6593	43467649	286582209857
6544	42823936	280239837184	6594	43480836	286712632584
6545	42837025	280368328625	6595	43494025	286843094875
6546	42850116	280496859336	6596	43507216	286973596736
6547	42863209	280625429323	6597	43520409	287104138173
6548	42876304	280754038592	6598	43533604	287234719192
6549	42889401	280882687149	6599	43546801	287365339799
6550	42902500	281011375000	6600	43560000	287496000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6601	43573201	287626699801	6651	44235801	294212312451
6602	43586404	287757439208	6652	44249104	294345039808
6603	43599609	287888218227	6653	44262409	294477807077
6604	43612816	288019036864	6654	44275716	294610614264
6605	43626025	288149895125	6655	44289025	294743461375
6606	43639236	288280793016	6656	44302336	294876348416
6607	43652449	288411730543	6657	44315649	295009275393
6608	43665664	288542707712	6658	44328964	295142242312
6609	43678881	288673724529	6659	44342281	295275249179
6610	43692100	288804781000	6660	44355600	295408296000
6611	43705321	288935877131	6661	44368921	295541382781
6612	43718544	289067012928	6662	44382244	295674509528
6613	43731769	289198188397	6663	44395569	295807676247
6614	43744996	289329403544	6664	44408896	295940882944
6615	43758225	289460658375	6665	44422225	296074129625
6616	43771456	289591952896	6666	44435556	296207416296
6617	43784689	289723287113	6667	44448889	296340742963
6618	43797924	289854661032	6668	44462224	296474109632
6619	43811161	289986074659	6669	44475561	296607516309
6620	43824400	290117528000	6670	44488900	296740963000
6621	43837641	290249021061	6671	44502241	296874449711
6622	43850884	290380553848	6672	44515584	297007976448
6623	43864129	290512126367	6673	44528929	297141543217
6624	43877376	290643738624	6674	44542276	297275150024
6625	43890625	290775390625	6675	44555625	297408796875
6626	43903876	290907082376	6676	44568976	297542483776
6627	43917129	291038813883	6677	44582329	297676210733
6628	43930384	291170585152	6678	44595684	297809977752
6629	43943641	291302396189	6679	44609041	297943784839
6630	43956900	291434247000	6680	44622400	298077632000
6631	43970161	291566137591	6681	44635761	298211519241
6632	43983424	291698067968	6682	44649124	298345446568
6633	43996689	291830038137	6683	44662489	298479413987
6634	44009956	291962048104	6684	44675856	298613421504
6635	44023225	292094097875	6685	44689225	298747469125
6636	44036496	292226187456	6686	44702596	298881556856
6637	44049769	292358316853	6687	44715969	299015684703
6638	44063044	292490486072	6688	44729344	299149852672
6639	44076321	292622695119	6689	44742721	299284060769
6640	44089600	292754944000	6690	44756100	299418309000
6641	44102881	292887232721	6691	44769481	299552597371
6642	44116164	293019561288	6692	44782864	299686925888
6643	44129449	293151929707	6693	44796249	299821294557
6644	44142736	293284337984	6694	44809636	299955703384
6645	44156025	293416786125	6695	44823025	300090152375
6646	44169316	293549274136	6696	44836416	300224641536
6647	44182609	293681802023	6697	44849809	300359170873
6648	44195904	293814369792	6698	44863204	300493740392
6649	44209201	293946977449	6699	44876601	300628350099
6650	44222500	294079625000	6700	44890000	300763000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6701	44903401	300897690101	6751	45576001	307683582751
6702	44916804	301032420408	6752	45589504	307820331008
6703	44930209	301161790927	6753	45603009	307957119777
6704	44943616	301302001664	6754	45616516	308093949064
6705	44957025	301436852625	6755	45630025	308230818875
6706	44970436	301571743816	6756	45643536	308367729216
6707	44983849	301706675243	6757	45657049	308504680093
6708	44997264	301841646912	6758	45670564	308641671512
6709	45010681	301976658829	6759	45684081	308778703479
6710	45024100	302111711000	6760	45697600	308915776000
6711	45037521	302246803431	6761	45711121	309052889081
6712	45050944	302381936128	6762	45724644	309190042728
6713	45064369	302517109097	6763	45738169	309327236947
6714	45077796	302652322344	6764	45751696	309464471744
6715	45091225	302787575875	6765	45765225	309601747125
6716	45104656	302922869696	6766	45778756	309739063096
6717	45118089	303058203813	6767	45792289	309876419663
6718	45131524	303193578232	6768	45805824	310013816832
6719	45144961	303328992959	6769	45819361	310151254609
6720	45158400	303464448000	6770	45832900	310288733000
6721	45171841	303599943361	6771	45846441	310426252011
6722	45185284	303735479048	6772	45859984	310563811648
6723	45198729	303871055067	6773	45873529	310701411917
6724	45212176	304006671424	6774	45887076	310839052824
6725	45225625	304142328125	6775	45900625	310976734375
6726	45239076	304278025176	6776	45914176	311114456576
6727	45252529	304413762583	6777	45927729	311252219433
6728	45265984	304549540352	6778	45941284	311390022952
6729	45279441	304685358489	6779	45954841	311527867139
6730	45292900	304821217000	6780	45968400	311665752000
6731	45306361	304957115891	6781	45981961	311803677541
6732	45319824	305093055168	6782	45995524	311941643768
6733	45333289	305229034837	6783	46009089	312079650687
6734	45346756	305365054904	6784	46022656	312217698304
6735	45360225	305501115375	6785	46036225	312355786625
6736	45373696	305637216256	6786	46049796	312493915656
6737	45387169	305773357553	6787	46063369	3126322085403
6738	45400644	305909539272	6788	46076944	312770295872
6739	45414121	306045761419	6789	46090521	312908547069
6740	45427600	306182024000	6790	46104100	313046839000
6741	45441081	306318327021	6791	46117681	313185171671
6742	45454564	306454670488	6792	46131264	313323545088
6743	45468049	306591054407	6793	46144849	313461959257
6744	45481536	306727478784	6794	46158436	313600414184
6745	45495025	306863943625	6795	46172025	313738909875
6746	45508516	307000448936	6796	46185616	313877446336
6747	45522009	307136994723	6797	46199209	314016023573
6748	45535504	307273580992	6798	46212804	314154641592
6749	45549001	307410207749	6799	46226401	314293300399
6750	45562500	307546875000	6800	46240000	314432000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6801	46253601	314570740401	6851	46936201	321559913051
6802	46267204	314709521608	6852	46949904	321700742208
6803	46280809	314848343627	6853	46963609	321841612477
6804	46294416	314987206464	6854	46977316	321982523864
6805	46308025	315126110125	6855	46991025	322123476375
6806	46321636	315265054616	6856	47004736	322264470016
6807	46335249	315404039943	6857	47018449	322405504793
6808	46348864	315543066112	6858	47032164	322546580712
6809	46362481	315682133129	6859	47045881	322687697779
6810	46376100	315821241000	6860	47059600	322828856000
6811	46389721	315960389731	6861	47073321	322970055381
6812	46403344	316099579328	6862	47087044	323111295928
6813	46416969	316238809797	6863	47100769	323252577647
6814	46430596	316378081144	6864	47114496	323393900544
6815	46444225	316517393375	6865	47128225	323535264625
6816	46457856	316656746496	6866	47141956	323676669896
6817	46471489	316796140513	6867	47155689	323818116363
6818	46485124	316935575432	6868	47169424	323959604032
6819	46498761	317075051259	6869	47183161	324101132909
6820	46512400	317214568000	6870	47196900	324242703000
6821	46526041	317354125661	6871	47210641	324384314311
6822	46539684	317493724248	6872	47224384	324525966848
6823	46553329	317633363767	6873	47238129	324667660617
6824	46566976	317773044224	6874	47251876	324809395624
6825	46580625	317912765625	6875	47265625	324951171875
6826	46594276	318052527976	6876	47279376	325092989376
6827	46607929	318192331283	6877	47293129	325234848133
6828	46621584	318332175552	6878	47306884	325376748152
6829	46635241	318472060789	6879	47320641	325518689439
6830	46648900	318611987000	6880	47334400	325660672000
6831	46662561	318751954191	6881	47348161	325802695841
6832	46676224	318891962368	6882	47361924	325944760968
6833	46689889	319032011537	6883	47375689	326086867387
6834	46703556	319172101704	6884	47389456	326229015104
6835	46717225	319312232875	6885	47403225	326371204125
6836	46730896	319452405056	6886	47416996	326513434456
6837	46744569	319592618253	6887	47430769	326655706103
6838	46758244	319732872472	6888	47444544	326798019072
6839	46771921	319873167719	6889	47458321	326940373369
6840	46785600	320013504000	6890	47472100	327082769000
6841	46799281	320153881321	6891	47485881	327225205971
6842	46812964	320294299688	6892	47499664	327367684288
6843	46826649	320434759107	6893	47513449	327510203957
6844	46840336	320575259584	6894	47527236	327652764984
6845	46854025	320715801125	6895	47541025	327795367375
6846	46867716	320856383736	6896	47554816	327938011136
6847	46881409	320997007423	6897	47568609	328080696273
6848	46895104	321137672192	6898	47582404	328223422792
6849	46908801	321278378049	6899	47596201	328366190699
6850	46922500	321419125000	6900	47610000	328509000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
6901	47623801	328651850701	6951	48316401	335847303351
6902	47637604	328794742808	6952	48330304	335992273408
6903	47651409	328937676327	6953	48344209	336137285177
6904	47665216	329080651264	6954	48358116	336282338664
6905	47679025	329223667625	6955	48372025	336427433875
6906	47692836	329366725416	6956	48385936	336572570816
6907	47706649	329509824643	6957	48399849	336717749493
6908	47720464	329652965312	6958	48413764	336862969912
6909	47734281	329796147429	6959	48427681	337008232079
6910	47748100	329939371000	6960	48441600	337153536000
6911	47761921	330082636031	6961	48455521	337298881681
6912	47775744	330225942528	6962	48469444	337444269128
6913	47789569	330369290497	6963	48483369	337589698347
6914	47803396	330512679944	6964	48497296	337735169344
6915	47817225	330656110875	6965	48511225	337880682125
6916	47831056	330799583296	6966	48525156	338026236696
6917	47844889	330943097213	6967	48539089	338171833003
6918	47858724	3310866652632	6968	48553024	338317471232
6919	47872561	331230249559	6969	48566961	338463151209
6920	47886400	331373888000	6970	48580900	338608873000
6921	47900241	331517567961	6971	48594841	338754636611
6922	47914084	331661289448	6972	48608784	338900442048
6923	47927929	331805052467	6973	48622729	339046289317
6924	47941776	331948857024	6974	48636676	339192178424
6925	47955625	332092703125	6975	48650625	339338109375
6926	47969476	332236590776	6976	48664576	339484082176
6927	47983329	332380519983	6977	48678529	339630096833
6928	47997184	332524490752	6978	48692484	339776153352
6929	48011041	332668503089	6979	48706441	339922251739
6930	48024900	332812557000	6980	48720400	340068392000
6931	48038761	332956652491	6981	48734361	340214574141
6932	48052624	333100789568	6982	48748324	340360798168
6933	48066489	333244968237	6983	48762289	340507064087
6934	48080356	333389188504	6984	48776256	340653371904
6935	48094225	333533450375	6985	48790225	340799721625
6936	48108096	333677753856	6986	48804196	340946113256
6937	48121969	333822098953	6987	48818169	341092546803
6938	48135844	333966485672	6988	48832144	341239022272
6939	48149721	334110914019	6989	48846121	341385539669
6940	48163600	334255384000	6990	48860100	341532099000
6941	48177481	334399895621	6991	48874081	341678700271
6942	48191364	334544448888	6992	48888064	341825343488
6943	48205249	334689043807	6993	48902049	341972028657
6944	48219136	334833680384	6994	48916036	342118755784
6945	48233025	334978358625	6995	48930025	342265524875
6946	48246916	335123078536	6996	48944016	342412335936
6947	48260809	335267840123	6997	48958009	342559188973
6948	48274704	335412643392	6998	48972004	342706083992
6949	48288601	335557488349	6999	48986001	342853020999
6950	48302500	335702375000	7000	49000000	343000000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7001	49014001	343147021001	7051	49716601	350551753651
7002	49028004	343294084008	7052	49730704	350700924608
7003	49042009	343441189027	7053	49744809	350850137877
7004	49056016	343588336064	7054	49758916	350999393464
7005	49070025	343735525125	7055	49773025	351148691375
7006	49084036	343882756216	7056	49787136	351298031616
7007	49098049	344030029343	7057	49801249	351447414193
7008	49112064	344177344512	7058	49815364	351596839112
7009	49126081	344324701729	7059	49829481	351746306379
7010	49140100	344472101000	7060	49843600	351895816000
7011	49154121	344619542331	7061	49857721	352045367981
7012	49168144	344767025728	7062	49871844	352194962328
7013	49182169	344914551197	7063	49885969	352344599047
7014	49196196	345062118744	7064	49900096	352494278144
7015	49210225	345209728375	7065	49914225	352643999625
7016	49224256	345357380096	7066	49928356	352793763496
7017	49238289	345505073913	7067	49942489	352943569763
7018	49252324	345652809832	7068	49956624	353093418432
7019	49266361	345800587859	7069	49970761	353243309509
7020	49280400	345948408000	7070	49984900	353393243000
7021	49294441	346096270261	7071	49999041	353543218911
7022	49308484	346244174648	7072	50013184	353693237248
7023	49322529	346392121167	7073	50027329	353843298017
7024	49336576	346540109824	7074	50041476	353993401224
7025	49350625	346688140625	7075	50055625	354143546875
7026	49364676	346836213576	7076	50069776	354293734976
7027	49378729	346984328683	7077	50083929	354443965533
7028	49392784	347132485952	7078	50098084	354594238552
7029	49406841	347280685389	7079	50112241	354744554039
7030	49420900	347428927000	7080	50126400	354894912000
7031	49434961	347577210791	7081	50140561	355045312441
7032	49449024	347725536768	7082	50154724	355195755368
7033	49463089	347873904937	7083	50168889	355346240787
7034	49477156	348022315304	7084	50183056	355496768704
7035	49491225	348170767875	7085	50197225	355647339125
7036	49505296	348319262656	7086	50211396	355797952056
7037	49519369	348467799653	7087	50225569	355948607503
7038	49533444	348616378872	7088	50239744	356099305472
7039	49547521	348765000319	7089	50253921	356250045969
7040	49561600	348913664000	7090	50268100	356400829000
7041	49575681	349062369921	7091	50282281	356551654571
7042	49589764	349211118088	7092	50296464	356702522688
7043	49603849	349359908507	7093	50310649	356853433357
7044	49617936	349508741184	7094	50324836	357004386584
7045	49632025	349657616125	7095	50339025	357155382375
7046	49646116	349806533336	7096	50353216	357306420736
7047	49660209	349955492823	7097	50367409	357457501673
7048	49674304	350104494592	7098	50381604	357608625192
7049	49688401	350253538649	7099	50395801	357759791299
7050	49702500	350402625000	7100	50410000	357911000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
7101	50424201	358062251301	7151	51136801	365679263951
7102	50438404	358213545208	7152	51151104	365832695808
7103	50452609	358364881727	7153	51165409	365986170577
7104	50466816	358516260864	7154	51179716	366139688264
7105	50481025	358667682625	7155	51194025	366293248875
7106	50495236	358819147016	7156	51208336	366446852416
7107	50509449	358970654043	7157	51222649	366600498893
7108	50523664	359122203712	7158	51236964	366754188312
7109	50537881	359273796029	7159	51251281	366907920679
7110	50552100	359425431000	7160	51265600	367061696000
7111	50566321	359577108631	7161	51279921	367215514281
7112	50580544	359728828928	7162	51294244	367369375528
7113	50594769	369880591897	7163	51308569	367523279747
7114	50608996	360032397544	7164	51322896	367677226944
7115	50623225	360184245875	7165	51337225	367831217125
7116	50637456	360336136896	7166	51351556	367985250296
7117	50651689	360488070613	7167	51365889	368139326463
7118	50665924	360640047032	7168	51380224	368293445632
7119	50680161	360792066159	7169	51394561	368447607809
7120	50694400	360944128000	7170	51408900	368601813000
7121	50708641	361096232561	7171	51423241	368756061211
7122	50722884	361248379848	7172	51437584	368910352448
7123	50737129	361400569867	7173	51451929	369064686717
7124	50751376	361552802624	7174	51466276	369219064024
7125	50765625	361705078125	7175	51480625	369373484375
7126	50779876	361857396376	7176	51494976	369527947776
7127	50794129	362009757383	7177	51509329	369682454233
7128	50808384	362162161152	7178	51523684	369837003752
7129	50822641	362314607689	7179	51538041	369991596339
7130	50836900	362467097000	7180	51552400	370146232000
7131	50851161	362619629091	7181	51566761	370300910741
7132	50865424	362772203968	7182	51581124	370455632568
7133	50879689	362924821637	7183	51595489	370610397487
7134	50893956	363077482104	7184	51609836	370765205504
7135	50908225	363230185375	7185	51624225	370920056625
7136	50922496	363382931456	7186	51638596	371074950856
7137	50936769	363535720353	7187	51652969	371229888203
7138	50951044	363688552072	7188	51667344	371384868672
7139	50965321	363841426619	7189	51681721	371539892269
7140	50979600	363994344000	7190	51696100	371694959000
7141	50993881	364147304221	7191	51710481	371850068871
7142	51008164	364300307288	7192	51724864	372005221888
7143	51022449	364453353207	7193	51739249	372160418057
7144	51036736	364606441984	7194	51753636	372315657384
7145	51051025	364759573625	7195	51768025	372470939875
7146	51065316	364912748136	7196	51782416	372626265536
7147	51079609	365065965523	7197	51796809	372781634373
7148	51093904	365219225792	7198	51811204	372937046392
7149	51108201	365372528949	7199	51825601	373092501599
7150	51122500	365525875000	7200	51840000	373248000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7201	51854401	373403541601	7251	52577001	381235834251
7202	51868804	373559126408	7252	52591504	381393587008
7203	51883209	373714754427	7253	52606009	381551383277
7204	51897616	373870425664	7254	52620516	381709223964
7205	51912025	374026140125	7255	52635025	381867106375
7206	51926436	374181897816	7256	52649536	382025033216
7207	51940849	374337698743	7257	52664049	382183003593
7208	51955264	374493542912	7258	52678564	382341017512
7209	51969681	374649430329	7259	52693081	382499074979
7210	51984100	374805361000	7260	52707600	382657176000
7211	51998521	374961334931	7261	52722121	382815320581
7212	52012944	375117352128	7262	52736644	382973508728
7213	52027369	375273412597	7263	52751169	383131740447
7214	52041796	375429516344	7264	52765696	383290015744
7215	52056225	375585663375	7265	52780225	383448334625
7216	52070656	375741853696	7266	52794756	383606697096
7217	52085089	375898087313	7267	52809289	383765103163
7218	52099524	376054364232	7268	52823824	383923552832
7219	52113961	376210684459	7269	52838361	384082046109
7220	52128400	376367048000	7270	52852900	384240583000
7221	52142841	376523454861	7271	52867441	384399163511
7222	52157284	376679905048	7272	52881984	384557787648
7223	52171729	376836398567	7273	52896529	384716455417
7224	52186176	376992935424	7274	52911076	384875166824
7225	52200625	377149515625	7275	52925625	385033921875
7226	52215076	377306139176	7276	52940176	385192720576
7227	52229529	377462806083	7277	52954729	385351562933
7228	52243984	377619516352	7278	52969284	385510448952
7229	52258441	377776269989	7279	52983841	385669378639
7230	52272900	377933067000	7280	52998400	385828352000
7231	52287361	378089907391	7281	53012961	385987369041
7232	52301824	378246791168	7282	53027524	386146429768
7233	52316289	378403718337	7283	53042089	386305534187
7234	52330756	378560688904	7284	53056656	386464682304
7235	52345225	378717702875	7285	53071225	386623874125
7236	52359696	378874760256	7286	53085796	386783109656
7237	52374169	379031861053	7287	53100369	386942388903
7238	52388644	379189005272	7288	53114944	387101711872
7239	52403121	379346192919	7289	53129521	387261078569
7240	52417600	379503424000	7290	53144100	387420489000
7241	52432081	379660698521	7291	53158681	388379943171
7242	52446564	379818016488	7292	53173264	388739441088
7243	52461049	379975377907	7293	53187849	388898982757
7244	52475536	380132782784	7294	53202436	3888058568184
7245	52490025	380290231125	7295	53217025	388218197375
7246	52504516	380447722936	7296	53231616	388377870336
7247	52519009	380605258223	7297	53246209	388537587073
7248	52533504	380762836992	7298	53260804	388697347592
7249	52548001	380920459249	7299	53275401	388857151899
7250	52562500	381078125000	7300	53290000	389017000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
7301	53304601	389176891901	7351	54037201	397227464551
7302	53319204	389336827608	7352	54051904	397389598208
7303	53333809	389496807127	7353	54066609	397551775977
7304	53348416	389656830464	7354	54081316	397713997864
7305	53363025	389816897625	7355	54096025	397876263875
7306	53377636	389977008616	7356	54110736	398038574016
7307	53392249	390137163443	7357	54125449	398200928293
7308	53406864	390297362112	7358	54140164	398363326712
7309	53421481	390457604629	7359	54154881	398525769279
7310	53436100	390617891000	7360	54169600	398688256000
7311	53450721	390778221231	7361	54184321	398850786881
7312	53465344	390938595328	7362	54199044	399013361928
7313	53479969	391099013297	7363	54213769	399175981147
7314	53494596	391259475144	7364	54228496	399338644544
7315	53509225	391419980875	7365	54243225	399501352125
7316	53523856	391580530496	7366	54257956	399664103896
7317	53538489	391741124013	7367	54272089	399826899863
7318	53553124	391901761432	7368	54287424	399989740032
7319	53567761	392062442759	7369	54302161	400152624409
7320	53582400	392223168000	7370	54316900	400315553000
7321	53597041	392383937161	7371	54331641	400478525811
7322	53611684	392544750248	7372	54346384	400641542848
7323	53626329	392705609267	7373	54361129	400804604117
7324	53640976	392866508224	7374	54375876	400967709624
7325	53655625	393027453125	7375	54390625	401130859375
7326	53670276	393188441976	7376	54405376	401294053376
7327	53684929	393349474783	7377	54420129	401457291633
7328	53699584	393510551552	7378	54434884	401620574152
7329	53714241	393671672289	7379	54449641	401783900939
7330	53728900	393832837000	7380	54464400	401947272000
7331	53743561	393994045691	7381	54479161	402110687341
7332	53758224	394155298368	7382	54493924	402274146968
7333	53772889	394316595037	7383	54508689	402437650887
7334	53787556	394477935704	7384	54523456	402601199104
7335	53802225	394639320375	7385	54538225	402764791625
7336	53816896	394800749056	7386	54552996	402928428456
7337	53831569	394962221753	7387	54567769	403092109603
7338	53846244	395123738472	7388	54582544	403255835672
7339	53860921	395285299219	7389	54597321	403419604869
7340	53875600	395446904000	7390	54612100	403583419000
7341	53890281	395608552821	7391	54626881	403747277471
7342	53904964	395770245688	7392	54641664	403911180288
7343	53919649	395931982607	7393	54656449	404075127457
7344	53934336	396093763584	7394	54671236	404239118984
7345	53949025	396255588625	7395	54686025	404403154875
7346	53963716	396417457736	7396	54700816	404567235136
7347	53978409	396579370923	7397	54715609	404731359773
7348	53993104	396741328192	7398	54730404	404895528792
7349	54007801	396903329549	7399	54745201	405059742199
7350	54022500	397065375000	7400	54760000	405224000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7401	54774801	405388302201	7451	55517401	413660154851
7402	54789604	405552648808	7452	55532304	413826729408
7403	54804409	405717039827	7453	55547209	413993348677
7404	54819216	405881475264	7454	55562116	414160012664
7405	54834025	406045955125	7455	55577025	414326721375
7406	54848836	406210479416	7456	55591936	414493474816
7407	54863649	406375048143	7457	55606849	414660272993
7408	54878464	406539661312	7458	55621764	414827115912
7409	54892381	406704318929	7459	55636681	414994003579
7410	54908100	406869021000	7460	55651600	415160936000
7411	54922921	407033767531	7461	55666521	415327913181
7412	54937744	407198558528	7462	55681444	415494935128
7413	54952569	407363393997	7463	55696369	415662001847
7414	54967396	407528273944	7464	55711296	415829113344
7415	54982225	407693198375	7465	55726225	415996269625
7416	54997056	407858167296	7466	55741156	416163470696
7417	55011889	408023180713	7467	55756089	416330716563
7418	55026724	408188238632	7468	55771024	416498007232
7419	55041561	408353341059	7469	55785961	416665342709
7420	55056400	408518488000	7470	55800900	416832723000
7421	55071241	408683679461	7471	55815841	417000148111
7422	55086084	408848915448	7472	55830784	417167618048
7423	55100929	409014195967	7473	55845729	417335132817
7424	55115776	409179521024	7474	55860676	417502692424
7425	55130625	409344890625	7475	55875625	417670296875
7426	55145476	409510304776	7476	55890576	417837946176
7427	55160329	409675763483	7477	55905529	418005640333
7428	55175184	409841266752	7478	55920484	418173379352
7429	55190041	410006814589	7479	55935441	418341163239
7430	55204900	410172407000	7480	55950400	418508992000
7431	55219761	410338043991	7481	55965361	418676865641
7432	55234624	410503725568	7482	55980324	418844784168
7433	55249489	410669451737	7483	55995289	419012747587
7434	55264356	410835222504	7484	56010256	419180755904
7435	55279225	411001037875	7485	56025225	419348809125
7436	55294096	411166897856	7486	56040196	419516907256
7437	55308969	411332802453	7487	56055169	419685050303
7438	55323844	411498751672	7488	56070144	4198532338272
7439	55338721	411664745519	7489	56085121	420021471169
7440	55353600	411830784000	7490	56100100	420189749000
7441	55368481	411996867121	7491	56115081	420358071771
7442	55383364	412162994888	7492	56130064	420526439488
7443	55398249	412329167307	7493	56145049	420694852157
7444	55413136	412495384384	7494	56160036	420863309784
7445	55428025	412661646125	7495	56175025	421031812375
7446	55442916	412827952536	7496	56190016	421200359936
7447	55457809	412994303623	7497	56205009	421368952473
7448	55472704	413160699392	7498	56220004	421537589992
7449	55487601	413327139849	7499	56235001	421706272499
7450	55502500	413493625000	7500	56250000	421875006000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7501	56265001	422043772501	7551	57017601	430539905151
7502	56280004	422212590008	7552	57032704	430710980608
7503	56295009	422381452527	7553	57047809	430882101377
7504	56310016	422550360064	7554	57062916	431053267464
7505	56325025	422719312625	7555	57078025	431224478875
7506	56340036	422888310216	7556	57093136	431395735616
7507	56355049	423057352843	7557	57108249	431567037693
7508	56370064	423226440512	7558	57123364	431738385112
7509	56385081	423395573229	7559	57138481	431909777879
7510	56400100	423564751000	7560	57153600	432081216000
7511	56415121	423733973831	7561	57167721	432252699481
7512	56430144	423903241728	7562	57183844	432424228328
7513	56445169	424072554697	7563	57198969	432595802547
7514	56460196	424241912744	7564	57214096	432767422144
7515	56475225	424411315875	7565	57229225	432939087125
7516	56490256	424580764096	7566	57244356	433110797496
7517	56505289	424750257413	7567	57259489	433282553263
7518	56520324	424919795832	7568	57274624	433454354432
7519	56535361	425089379359	7569	57289761	433626201009
7520	56550400	425259008000	7570	57304900	433798093000
7521	56565441	425428681761	7571	57320041	433970030411
7522	56580484	425598400648	7572	57335184	434142013248
7523	56595529	425768164667	7573	57350329	434314041517
7524	56610576	425937973824	7574	57365476	434486115224
7525	56625625	426107828125	7575	57380625	434658234375
7526	56640676	426277717576	7576	57395776	434830398976
7527	56655729	426447672183	7577	57410929	435002609033
7528	56670784	426617661952	7578	57426084	435174864552
7529	56685841	426787696889	7579	57441241	435347165539
7530	56700900	426957777000	7580	57456400	435519512000
7531	56715961	427127902291	7581	57471561	435691903941
7532	56731024	427298072768	7582	57486724	435864341368
7533	56746089	427468288437	7583	57501889	436036824287
7534	56761156	427638549304	7584	57517056	436209352704
7535	56776225	427808855375	7585	57532225	436381926625
7536	56791296	427979206656	7586	57547396	436554546056
7537	56806369	428149603153	7587	57562569	436727211003
7538	56821444	428320044872	7588	57577744	436899921472
7539	56836521	428490531819	7589	57592921	437072677469
7540	56851600	428661064000	7590	57608100	437245479000
7541	56866681	428831641421	7591	57623281	437418326071
7542	56881764	429002264088	7592	57638464	437591218688
7543	56896849	429172932007	7593	57653649	437764156857
7544	56911936	429343645184	7594	57668836	437937140584
7545	56927025	429514403625	7595	57684025	438110169875
7546	56942116	429685207336	7596	57699216	438283244736
7547	56957209	429856056323	7597	57714409	438456365173
7548	56972304	430026950592	7598	57729604	438629531192
7549	56987401	430197890149	7599	57744801	438802742799
7550	57002500	430368875000	7600	57760000	438976000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7601	57775201	439149302801	7651	58537801	447872715451
7602	57790404	439322651208	7652	58553104	448048351808
7603	57805609	439496045227	7653	58568409	448224034077
7604	57820816	439669484864	7654	58583716	448399762264
7605	57836025	439842970125	7655	58599025	448575536375
7606	57851236	440016501016	7656	58614336	448751356416
7607	57866649	440190077543	7657	58629649	448927222393
7608	57881164	440363699712	7658	58644964	449103134312
7609	57896881	440537367529	7659	58660281	449279092179
7610	57912100	440711081000	7660	58675600	449455096000
7611	57927321	440884840131	7661	58690921	449631145781
7612	57942544	441058644928	7662	58706244	449807241528
7613	57957769	441232495397	7663	58721569	449983383247
7614	57972996	441406391544	7664	58736896	450159570944
7615	57988225	441580333375	7665	58752225	450335804625
7616	58003456	441754320896	7666	58767556	450512084296
7617	58018689	441928354113	7667	58782889	450688409963
7618	58033924	442102433032	7668	58798224	450864781632
7619	58049161	442276557659	7669	58813561	451041199309
7620	58064400	442450728000	7670	58828900	451217663000
7621	58079641	442624944061	7671	58844241	451394172711
7622	58094884	442799205848	7672	58859584	451570728448
7623	58110129	442973513367	7673	58874929	451747330217
7624	58125376	443147866624	7674	58890276	451923978024
7625	58140625	443322265625	7675	58905625	452100671875
7626	58155876	443496710376	7676	58920976	452277411776
7627	58171129	443671200883	7677	58936329	452454197733
7628	58186384	443845737152	7678	58951684	452631029752
7629	58201641	444020319189	7679	58967041	452807907839
7630	58216900	444194947000	7680	58982400	452984832000
7631	58232161	444369620591	7681	58997761	453161802241
7632	58247424	444544339968	7682	59013124	453338818568
7633	58262689	444719105137	7683	59028489	453515880987
7634	58277956	444893916104	7684	59043856	453692989504
7635	58293225	445068772875	7685	59059225	453870144125
4636	58308496	445243675456	7686	59074596	454047344856
7637	58323769	445418623853	7687	59089969	454224591703
7638	58339044	445593618072	7688	59105344	454401884672
7639	58354321	445768658119	7689	59120721	454579223769
7640	58369600	445943744000	7690	59136100	454756609000
7641	58384881	446118875721	7691	59151481	454934040371
7642	58400164	446294053288	7692	59166864	455111517888
7643	58415449	446469276707	7693	59182249	455289041557
7644	58430736	446644545984	7694	59187636	455466611384
7645	58446025	446819861125	7695	59213025	455644227375
7646	58461316	446995222136	7696	59228416	455821889536
7647	58476609	447170629023	7697	59243809	455999597873
7648	58491904	447346081792	7698	59259204	456177352392
7649	58507201	447521580449	7699	59274601	456355153099
7650	58522500	447697125000	7700	59290000	456533000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7701	59305401	456710893101	7751	60078001	465664585751
7702	59320804	456888832408	7752	60093504	465844843008
7703	59336209	457066817927	7753	60109009	466025146777
7704	59351616	457244849664	7754	60124516	466205497064
7705	59367025	457422927625	7755	60140025	466385893875
7706	59382436	457601051816	7756	60155536	466566337216
7707	59397849	457779222243	7757	60171049	466746827093
7708	59413264	457957438912	7758	60186564	466927363512
7709	59428681	458135701829	7759	60202081	467107946479
7710	59444100	458314011000	7760	60217600	467288576000
7711	59459521	458492366431	7761	60233121	467469252081
7712	59474944	458670768128	7762	60248644	467649974728
7713	59490369	458849216097	7763	60264169	467830743947
7714	59505796	459027710344	7764	60279696	468011559744
7715	59521225	459206250875	7765	60295225	468192422125
7716	59536656	459384837696	7766	60310756	468373331096
7717	59552089	459563470813	7767	60326289	468554286663
7718	59567524	459742150232	7768	60341824	468735288832
7719	59582961	459920875959	7769	60357361	468916337609
7720	59598400	460099648000	7770	60372900	469097433000
7721	59613841	460278466361	7771	60388441	469278575011
7722	59629284	460457331048	7772	60403984	469459763648
7723	59644729	460636242067	7773	60419529	469640998917
7724	59660176	460815199424	7774	60435076	469822280824
7725	59675625	460994203125	7775	60450625	470003609375
7726	59691076	461173253176	7776	60466176	470184984576
7727	59706529	461352349583	7777	60481729	470366406433
7728	59721984	461531492352	7778	60497284	470547874952
7729	59737441	461710681489	7779	60512841	470729390139
7730	59752900	461889917000	7780	60528400	470910952000
7731	59768361	462069198891	7781	60543961	471092560541
7732	59783824	462248527168	7782	60559524	471274215768
7733	59799289	462427901837	7783	60575089	471455917687
7734	59814756	462607322904	7784	60590656	471637666304
7735	59830225	462786790375	7785	60606225	471819461625
7736	59845696	462966304256	7786	60621796	472001303656
7737	59861169	463145864553	7787	60637369	472183192403
7738	59876644	463325471272	7788	60652944	472365127872
7739	59892121	463505124419	7789	60668521	472547110069
7740	59907600	463684824000	7790	60684100	472729139000
7741	59923081	463864570021	7791	60699681	472911214671
7742	59938564	464044362488	7792	60715264	473093337088
7743	59954049	464224201407	7793	60730849	473275506257
7744	59969536	464404086784	7794	60746436	473457722184
7745	59985025	464584018625	7795	60762025	473639984875
7746	60000516	464763996936	7796	60777616	473822294336
7747	60016009	464944021723	7797	60793209	474004650573
7748	60031504	465124092992	7798	60808804	474187053592
7749	60047001	465304210749	7799	60824401	474369503399
7750	60062500	465484375000	7800	60840000	474552000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
7801	60855601	474734543401	7851	61638201	483921516051
7802	60871204	474917133608	7852	61653904	484106454208
7803	60886809	475099770627	7853	61669609	484291439477
7804	60902416	475282454464	7854	61685316	484476471864
7805	60918025	475465185125	7855	61701025	484661551375
7806	60933636	475647962616	7856	61716736	484846678016
7807	60949249	475830786943	7857	61732449	485031851793
7808	60964864	476013658112	7858	61748164	485217072712
7809	60980481	476196576129	7859	61763881	485402340779
7810	60996100	476379541000	7860	61779600	485587656000
7811	61011721	476562552731	7861	61795321	485773018381
7812	61027344	476745611328	7862	61811044	485958427928
7813	61042969	476928716797	7863	61826769	486143884647
7814	61058596	477111869144	7864	61842496	486329388544
7815	61074225	477295068375	7865	61858225	486514939625
7816	61089856	477478314496	7866	61873956	486700537896
7817	61105489	477661607513	7867	61889689	486886183363
7818	61121124	477844947432	7868	61905424	487071876032
7819	61136761	478028334259	7869	61921161	487257615909
7820	61152400	478211768000	7870	61936900	487443403000
7821	61168041	478395248661	7871	61952641	487629237311
7822	61183684	478578776248	7872	61968384	487815118848
7823	61199329	478762350767	7873	61984129	488001047617
7824	61214976	478945972224	7874	61999876	488187023624
7825	61230625	479129640625	7875	62015625	488373046875
7826	61246276	479313355976	7876	62031376	488559117376
7827	61261929	479497118283	7877	62047129	488745235133
7828	61277584	479680927552	7878	62062884	488931400152
7829	61293241	479864783789	7879	62078641	489117612439
7830	61308900	480048687000	7880	62094400	489303872000
7831	61324561	480232637191	7881	62110161	489490178841
7832	61340224	480416634368	7882	62125924	489676532968
7833	61355889	480600678537	7883	62141689	489862934387
7834	61371556	480784769704	7884	62157456	490049383104
7835	61387225	480968907875	7885	62173225	490235879125
7836	61402896	481153093056	7886	62188996	490422422456
7837	61418569	481337325253	7887	62204769	490609013103
7838	61434244	481521604472	7888	62220544	490795651072
7839	61449921	481705930719	7889	62236321	490982336369
7840	61465600	481890304000	7890	62252100	491169069000
7841	61481281	482074724321	7891	62267881	491355848971
7842	61496964	482259191688	7892	62283664	491542676288
7843	61512649	482443706107	7893	62299449	491729550957
7844	61528336	482628267584	7894	62315236	491916472984
7845	61544025	482812876125	7895	62331025	492103442375
7846	61559716	482997531736	7896	62346816	492290459136
7847	61575409	483182234423	7897	62362609	492477523273
7848	61591104	483366984192	7898	62378404	492664634792
7849	61606801	483551781049	7899	62394201	492851793699
7850	61622500	483736625000	7900	62410000	493039000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
7901	62425801	493226253701	7951	63218401	502649506351
7902	62441604	493413554808	7952	63234304	502839185408
7903	62457409	493600903327	7953	63250209	503028912177
7904	62473216	493788299264	7954	63266116	503218686664
7905	62489025	493972742625	7955	63282025	503408508875
7906	62504836	494163233416	7956	63297936	503598378816
7907	62520649	494350771643	7957	63313849	503788296493
7908	62536464	494538357312	7958	63329764	503978261912
7909	62552281	494725990429	7959	63345681	504168275079
7910	62568100	494913671000	7960	63361600	504358336000
7911	62583921	495101399031	7961	63377521	504548444681
7912	62599744	495189174528	7962	63393444	504738601128
7913	62615569	495376997497	7963	63409369	504928805347
7914	62631396	495564867944	7964	63425296	505119057344
7915	62647225	495752785875	7965	63441225	505309357125
7916	62663056	495940751296	7966	63457156	505499704696
7917	62678889	496128764213	7967	63473089	505690100003
7918	62694724	496316824632	7968	63489024	505880543232
7919	62710561	496504932559	7969	63504961	506071034209
7920	62726400	496693088000	7970	63520900	506261573000
7921	62742241	496881290961	7971	63536841	506452159611
7922	62758084	497169541448	7972	63552784	506642794048
7923	62773929	497357839467	7973	63568729	506833476317
7924	62789776	497546185024	7974	63584676	507024206424
7925	62805625	497734578125	7975	63600625	507214984375
7926	62821476	497923018776	7976	63616576	507405810176
7927	62837329	498111506983	7977	63632529	507596683833
7928	62853184	4983000042752	7978	63648484	507787605352
7929	62869041	498488626089	7979	63664441	507978574739
7930	62884900	498677257000	7980	63680400	508169592000
7931	62900761	498865935491	7981	63696361	508360657141
7932	62916624	499054661568	7982	63712324	508551770168
7933	62932489	499243435237	7983	63728289	508742931087
7934	62948356	499432256504	7984	63744256	508934139904
7935	62964225	499621125375	7985	63760225	509125396625
7936	62980096	499810041856	7986	63776196	509316701256
7937	62995969	499999005953	7987	63792169	509508053803
7938	63011844	500188017672	7988	63808144	509699454272
7939	63027721	500377077019	7989	63824121	509890902669
7940	63043600	500566184000	7990	63840100	500082399000
7941	63059481	500755338631	7991	63856081	500273943271
7942	63075364	500944540888	7992	63872064	500465535488
7943	63091249	5011337990807	7993	63888049	500657175657
7944	63107136	501323088384	7994	63904036	500848863784
7945	63123025	501512433625	7995	63920025	501040599875
7946	63138916	501701826536	7996	63936016	501232383936
7947	63154809	501891267123	7997	63952009	501424215973
7948	63170704	502080755392	7998	63968004	501616095992
7949	63186601	502270291349	7999	63984001	501808023999
7950	63202500	502459875000	8000	64000000	512000000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
8001	64016001	512192024001	8051	64818601	521854556651
8002	64032004	512384096008	8052	64834704	522049036608
8003	64048009	512576216027	8053	64850809	522243564877
8004	64064016	512768384064	8054	64866916	522438141464
8005	64080025	512960600125	8055	64883025	522632766375
8006	64096036	513152864216	8056	64899136	522827439616
8007	64112049	513345176343	8057	64915249	523022161193
8008	64128064	513537536512	8058	64931364	523216931112
8009	64144081	513729944729	8059	64947481	523411749379
8010	64160100	513922401000	8060	64963600	523606616000
8011	64176121	514114905331	8061	64979721	523801530981
8012	64192144	514307457728	8062	64995844	523996494328
8013	64208169	514500058197	8063	65011969	524191506047
8014	64224196	514692706744	8064	65028096	524386566144
8015	64240225	514885403375	8065	65044225	524581674625
8016	64256256	515078148096	8066	65060356	524776831496
8017	64272289	515270940913	8067	65076489	524972036703
8018	64288324	515463781832	8068	65092624	525167290432
8019	64304361	515656670859	8069	65108761	525362592509
8020	64320400	515849608000	8070	65124900	525557943000
8021	64336441	516042593261	8071	65141041	525753341911
8022	64352484	516235626648	8072	65157184	525948789248
8023	64368529	516428708167	8073	65173329	526144285017
8024	64384576	516621837824	8074	65189476	526339829224
8025	64400625	516815013625	8075	65205625	526535421875
8026	64416676	517008241576	8076	65221776	526731062976
8027	64432729	517201515683	8077	65237929	526926752533
8028	64448784	517394837952	8078	65254084	527122490552
8029	64464841	517588208389	8079	65270241	527318277039
8030	64480900	517781627000	8080	65286400	527514112000
8031	64496961	517975093791	8081	65302561	527709995441
8032	64513024	518168608768	8082	65318724	527905927368
8033	64529089	518362171937	8083	65334889	528101907787
8034	64545156	518555783304	8084	65351056	528297936704
8035	64561225	518749442875	8085	65367225	528494014125
8036	64577296	518943150656	8086	65383396	528690140056
8037	64593369	519136906653	8087	65399569	528886314503
8038	64609444	519330710872	8088	65415744	529082537472
8039	64625521	519524563319	8089	65431921	529278808969
8040	64641600	519718464000	8090	65448100	529475129000
8041	64657681	519912412921	8091	65464281	529671497571
8042	64673764	520106410088	8092	65480464	529867914688
8043	64689849	520300455507	8093	65496649	530064380357
8044	64705936	520494549184	8094	65512836	530260894584
8045	64722025	520688691125	8095	65529025	530457457375
8046	64738116	520882881336	8096	65545216	530654068736
8047	64754209	521077120823	8097	65561409	530850728673
8048	64770304	521271407592	8098	65577604	531047437192
8049	64786401	521465742649	8099	65593801	531244194299
8050	64802500	521660125000	8100	65610000	531441000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
8101	65626201	531637854301	8151	66438801	541542666951
8102	65642404	531834757208	8152	66455104	541742007808
8103	65658609	532031708727	8153	66471409	541941397577
8104	65674816	532228708864	8154	66487716	542140836264
8105	65691025	532425757625	8155	66504025	542340323875
8106	65707236	532622855016	8156	66520336	542539860416
8107	65723449	532820001043	8157	66536649	542739445893
8108	65739664	533017195712	8158	66552964	542939080312
8109	65755881	533214439029	8159	66569281	543138763679
8110	65772100	533411731000	8160	66585600	543338496000
8111	65788321	533609071631	8161	66601921	543538277281
8112	65804544	533806460928	8162	66618244	543738107528
8113	65820769	534003898897	8163	66634569	543937986747
8114	65836996	534201385544	8164	66650896	544137914944
8115	65853225	534398920875	8165	66667225	544337892125
8116	65869456	534596504896	8166	66683556	544537918296
8117	65885689	534794137613	8167	66699889	544737993463
8118	65901924	534991819032	8168	66716224	544938117632
8119	65918161	535189549159	8169	66732561	545138290809
8120	65934400	535387328000	8170	66748900	545338513000
8121	65950641	535585155561	8171	66765241	545538784211
8122	65966884	535783031848	8172	66781584	545739104448
8123	65983129	535980956867	8173	66797929	545939473717
8124	65999376	536178930624	8174	66814276	546139892024
8125	66015625	536376953125	8175	66830625	546340359375
8126	66031876	536575024376	8176	66846976	546540875776
8127	66048129	536773144383	8177	66863329	546741441233
8128	66064384	536971313152	8178	66879684	546942055752
8129	66080641	537169530689	8179	66896041	547142719339
8130	66096900	537367797000	8180	66912400	547343432000
8131	66113161	537566112091	8181	66928761	547544193741
8132	66129424	537764475968	8182	66945124	547745004568
8133	66145689	537962888637	8183	66961489	547945864487
8134	66161956	538161350104	8184	66977856	548146773504
8135	66178225	538359860375	8185	66994225	548347731525
8136	66194496	538558419456	8186	67010596	548548738856
8137	66210769	538757027353	8187	67026969	548749795203
8138	66227044	538955684072	8188	67043344	548950900672
8139	66243321	539154389619	8189	67059721	549152055269
8140	66259600	539353144000	8190	67076100	549353259000
8141	66275881	539551947221	8191	67092481	549554511871
8142	66292164	539750799288	8192	67108864	549755813888
8143	66308449	539949700207	8193	67125249	549957165057
8144	66324736	540148649984	8194	67141636	550158565384
8145	66341025	540347648625	8195	67158025	550360014875
8146	66357316	540546696136	8196	67174416	550561513536
8147	66373609	540745792523	8197	67190809	550763061373
8148	66389904	540944937792	8198	67207204	550964658392
8149	66406201	541144131949	8199	67223601	551166304599
8150	66422500	541343375000	8200	67240000	551368000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
8201	67256401	551569744601	8251	68079001	561719837251
8202	67272804	551771538408	8252	68095504	561924099008
8203	67289209	551973381427	8253	68112009	562128410277
8204	67305616	552175273664	8254	68128516	562332771064
8205	67322025	552377215125	8255	68145025	562537181375
8206	67338436	552579205816	8256	68161536	562741641216
8207	67354849	552781245743	8257	68178049	562946150593
8208	67371264	552983334912	8258	68194564	563150709512
8209	67387681	553185473329	8259	68211081	563355317979
8210	67404100	553387661000	8260	68227600	563559976000
8211	67420521	553589897931	8261	68244121	563764683581
8212	67436944	553792184128	8262	68260644	563969440728
8213	67453369	553994519597	8263	68277169	564174247447
8214	67469796	554196904344	8264	68293696	564379103744
8215	67486225	554399338375	8265	68310225	564584009625
8216	67502656	554601821696	8266	68326756	564788965096
8217	67519089	554804354313	8267	68343289	564993970163
8218	67535524	555006936232	8268	68359824	565199024832
8219	67551961	555209567459	8269	68376361	565404129109
8220	67568400	555412248000	8270	68392900	565609283000
8221	67584841	555614977861	8271	68409441	565814486511
8222	67601284	555817757048	8272	68425984	566019739648
8223	67617729	556020585567	8273	68442529	566225042417
8224	67634176	556223463424	8274	68459076	566430394824
8225	67650625	556426390625	8275	68475625	566635796875
8226	67667076	556629367176	8276	68492176	566841248576
8227	67683529	556832393083	8277	68508729	567046749933
8228	67699984	557035468352	8278	68525284	567252300952
8229	67716441	557238592989	8279	68541841	567457901639
8230	67732900	557441767000	8280	68558400	567663352000
8231	67749361	557644990391	8281	68574961	567869252041
8232	67765824	557848263168	8282	68591524	568075001768
8233	67782289	558051585337	8283	68608089	568280801187
8234	67798756	558254956904	8284	68624656	568486650304
8235	67815225	558458377875	8285	68641225	568692549125
8236	67831696	558661848256	8286	68657796	568898497656
8237	67848169	558865368053	8287	68674369	569104495903
8238	67864644	559068937272	8288	68690944	569310543872
8239	67881121	559272555919	8289	68707521	569516641569
8240	67897600	559476224000	8290	68724100	569722789000
8241	67914081	559679941521	8291	68740681	569928986171
8242	67930564	559883708488	8292	68757264	570135233088
8243	67947049	560087524907	8293	68773849	570341529757
8244	67963536	560291390784	8294	68790436	570547876184
8245	67980025	560495306125	8295	68807025	570754272375
8246	67996516	560699270936	8296	68823616	570960718336
8247	68013009	560903285223	8297	68840209	571167214073
8248	68029504	561107348992	8298	68856804	571373759592
8249	68046001	561311462249	8299	68873401	571580354899
8250	68062500	561515625000	8300	68890000	571787000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
8301	68906601	571993694901	8351	69739201	582392067551
8302	68923204	572200439608	8352	69755904	582601310208
8303	68939809	572407234127	8353	69772609	582810602977
8304	68956416	572614078464	8354	69789316	583019945864
8305	68973025	572820972625	8355	69806025	583229338875
8306	68989636	573027916616	8356	69822736	583438782016
8307	69006249	573234910443	8357	69839449	583648275293
8308	69022864	573441954112	8358	69856164	583857818712
8309	69039481	573649047629	8359	69872881	584067412279
8310	69056100	573856191000	8360	69889600	584277056000
8311	69072721	574063384231	8361	69906321	584486749881
8312	69089344	574270627328	8362	69923044	584696493928
8313	69105969	574477920297	8363	69939769	584906288147
8314	69122596	574685263144	8364	69956496	585116132544
8315	69139225	574892655875	8365	69973225	585326027125
8316	69155856	575100098496	8366	69989956	585535971896
8317	69172489	575307591013	8367	70006689	585745966863
8318	69189124	575515133432	8368	70023424	585956012032
8319	69205761	575722725759	8369	70040161	586166107409
8320	69222400	575930368000	8370	70056900	586376253000
8321	69239041	576138060161	8371	70073641	586586448811
8322	69255684	576345802248	8372	70090384	586796694848
8323	69272329	576553594267	8373	70107129	587006991117
8324	69288976	576761436224	8374	70123876	587217337624
8325	69305625	576969328125	8375	70140625	587427734375
8326	69322276	577177269976	8376	70157376	587638181376
8327	69338929	577385261783	8377	70174129	587848678633
8328	69355584	577593303552	8378	70190884	588059226152
8329	69372241	577801395289	8379	70207641	588269823939
8330	69388900	578009537000	8380	70224400	588480472000
8331	69405561	578217728691	8381	70241161	588691170341
8332	69422224	578425970368	8382	70257924	588901918968
8333	69438889	578634262037	8383	70274689	589112717887
8334	69455556	578842603704	8384	70291456	589323567104
8335	69472225	579050995375	8385	70308225	589534466625
8336	69488896	579259437056	8386	70324996	589745416456
8337	69505569	579467928753	8387	70341769	589956416603
8338	69522244	579676470472	8388	70358544	590167467072
8339	69538921	579885062219	8389	70375321	590378567869
8340	69555600	580093704000	8390	70392100	590589719000
8341	69572281	580302395821	8391	70408881	590800920471
8342	69588964	580511137688	8392	70425664	591012172288
8343	69605649	580719929607	8393	70442449	591223474457
8344	69622336	580928771584	8394	70459236	591434826984
8345	69639025	581137663625	8395	70476025	591646229875
8346	69655716	581346605736	8396	70492816	591857683136
8347	69672409	581555597923	8397	70509609	592069186773
8348	69689104	581764640192	8398	70526404	592280740792
8349	69705801	581973732549	8399	70543201	592492345199
8350	69722500	582182875000	8400	70560000	592704000000



Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
8401	70576801	592915705201	8451	71419401	603565357851
8402	70593604	593127460808	8452	71436304	603779641408
8403	70610409	593339266827	8453	71453209	603993975677
8404	70627216	593551123264	8454	71470116	604208360664
8405	70644025	593763030125	8455	71487025	604422796375
8406	70660836	593974987416	8456	71503936	604637282816
8407	70677649	594186995143	8457	71520849	604851819993
8408	70694464	594399053312	8458	71537764	605066407912
8409	70711281	594611161929	8459	71554681	605281046579
8410	70728100	594823321000	8460	71571600	605495736000
8411	70744921	595035530531	8461	71588521	605710476181
8412	70761744	595247790528	8462	71605444	605925267128
8413	70778569	595460100997	8463	71622369	606140108847
8414	70795396	595672461944	8464	71639296	606355001344
8415	70812225	595884873375	8465	71656225	606569944625
8416	70829056	596097335296	8466	71673156	606784938696
8417	70845889	596309847713	8467	71690089	606999983563
8418	70862724	596522410632	8468	71707024	607215079232
8419	70879561	596735024059	8469	71723961	607430225709
8420	70896400	596947688000	8470	71740900	607645423000
8421	70913241	597160402461	8471	71757841	607860671111
8422	70930084	597373167448	8472	71774784	608075970048
8423	70946929	597585982967	8473	71791729	608291319817
8424	70963776	597798849024	8474	71808676	608506720424
8425	70980625	598011765625	8475	71825625	608722171875
8426	70997476	598224732776	8476	71842576	608937674176
8427	71014329	598437750483	8477	71859529	609153227333
8428	71031184	598650818752	8478	71876484	609368831352
8429	71048041	598863937589	8479	71893441	609584486239
8430	71064900	599077107000	8480	71910400	609800192000
8431	71081761	599290326991	8481	71927361	610015948641
8432	71098624	599503597568	8482	71944324	610231756168
8433	71115489	599716918737	8483	71961289	610447614587
8434	71132356	599930290504	8484	71978256	610663523904
8435	71149225	600143712875	8485	71995225	610879484125
8436	71166096	600357185856	8486	72012196	611095495256
8437	71182969	600570709453	8487	72029169	611311557303
8438	71199844	600784283672	8488	72046144	611527670272
8439	71216721	600997908519	8489	72063121	611743834169
8440	71233600	601211584000	8490	72080100	611960049000
8441	71250481	601425310121	8491	72097081	612176314771
8442	71267364	601639086888	8492	72114064	612392631488
8443	71284249	601852914307	8493	72131049	612608999157
8444	71301136	602066792384	8494	72148036	612825417784
8445	71318025	602280721125	8495	72165025	613041887375
8446	71334916	602494700536	8496	72182016	613258407936
8447	71351809	602708730623	8497	72199009	613474979473
8448	71368704	602922811392	8498	72216004	613691601992
8449	71385601	603136942849	8499	72233001	613908275499
8450	71402500	603351125000	8500	72250000	614125000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
8501	72267001	614341775501	8551	73119601	625245708151
8502	72284004	614558602008	8552	73136704	625465092608
8503	72301009	614775479527	8553	73153809	625684528377
8504	72318016	614992408064	8554	73170916	625904015464
8505	72335025	615209387625	8555	73188025	626123553875
8506	72352036	615426418216	8556	73205136	626343143616
8507	72369049	615643499843	8557	73222249	626562784693
8508	72386064	615860632512	8558	73239364	626782477112
8509	72403081	616077816229	8559	73256481	627002220879
8510	72420100	616295051000	8560	73273600	627222016000
8511	72437121	616512336831	8561	73290721	627441862481
8512	72454144	616729673728	8562	73307844	627661760328
8513	72471169	616947061697	8563	73324969	627881709547
8514	72488196	617164500744	8564	73342096	628101710144
8515	72505225	617381990875	8565	73359225	628321762125
8516	72522256	617599532096	8566	73376356	628541865496
8517	72539289	617817124413	8567	73393489	628762020263
8518	72556324	618034767832	8568	73410624	628982226432
8519	72573361	618252462359	8569	73427761	629202484009
8520	72590400	618470208000	8570	73444900	629422793000
8521	72607441	618688004761	8571	73462041	629643153411
8522	72624484	618905852648	8572	73479184	629863565248
8523	72641529	619123751667	8573	73496329	630084028517
8524	72658576	619341701824	8574	73513476	630304543224
8525	72675625	619559703125	8575	73530625	630525109375
8526	72692676	619777755576	8576	73547776	630745726976
8527	72709729	619995859183	8577	73564929	630966396033
8528	72726784	620214013952	8578	73582084	631187116552
8529	72743841	620432219889	8579	73599241	631407888539
8530	72760900	620650477000	8580	73616400	631628712000
8531	72777961	620868785291	8581	73633561	631849586941
8532	72795024	621087144768	8582	73650724	632070513368
8533	72812089	621305555437	8583	73667889	632291491287
8534	72829156	621524017304	8584	73685056	632512520704
8535	72846225	621742530375	8585	73702225	632733601625
8536	72863296	621961094656	8586	73719396	632954734056
8537	72880369	622179710153	8587	73736569	633175918003
8538	72897444	622398376872	8588	73753744	633397153472
8539	72914521	622617094819	8589	73770921	633618440469
8540	72931600	622835864000	8590	73788100	633839779000
8541	72948681	623054684421	8591	73805281	634061169071
8542	72965764	623273556088	8592	73822464	634282610688
8543	72982849	623492479007	8593	73839649	634504103857
8544	72999936	623711453184	8594	73856836	634725648584
8545	73017025	623930478625	8595	73874025	634947244875
8546	73034116	624149555336	8596	73891216	635168892736
8547	73051209	624368683323	8597	73908409	635390592173
8548	73068304	624587862592	8598	73925604	635612343192
8549	73085401	624807093149	8599	73942801	635834145799
8550	73102500	625026375000	8600	73960000	636056000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
8601	73977201	636277905801	8651	74839801	647439118451
8602	73994404	636499863208	8652	74857104	647663663808
8603	74011609	636721872227	8653	74874409	647888261077
8604	74028816	636943932864	8654	74891716	648112910264
8605	74046025	637166045125	8655	74909025	648337611375
8606	74063236	637388209016	8656	74926336	648562364416
8607	74080449	637610424543	8657	74943649	648787169393
8608	74097664	637832691712	8658	74960964	649012026312
8609	74114881	638055010529	8659	74978281	649236935179
8610	74132100	638277381000	8660	74995600	649461896000
8611	74149321	638499803131	8661	75012921	649686908781
8612	74166544	638722276928	8662	75030244	649911973528
8613	74183769	638944802397	8663	75047569	650137090247
8614	74200996	639167379544	8664	75064896	650362258944
8615	74218225	639390008375	8665	75082225	650587479625
8616	74235456	639612688896	8666	75099556	650812752296
8617	74252689	639835421113	8667	75116889	651038076963
8618	74269924	640058205032	8668	75134224	651263453632
8619	74287161	640281040659	8669	75151561	651488882309
8620	74304400	640503928000	8670	75168900	651714363000
8621	74321641	640726867061	8671	75186241	651939895711
8622	74338884	640949857848	8672	75203584	652165480448
8623	74356129	641172900367	8673	75220929	652391117217
8624	74373376	641395994624	8674	75238276	652616806024
8625	74390625	641619140625	8675	75255625	652842546875
8626	74407876	641842338376	8676	75272976	653068339776
8627	74425129	642065587883	8677	75290329	653294184733
8628	74442384	642288889152	8678	75307684	653520081752
8629	74459641	642512242189	8679	75325041	653746030839
8630	74476900	642735647000	8680	75342400	653972032000
8631	74494161	642959103591	8681	75359761	654198085241
8632	74511424	643182611968	8682	75377124	654424190568
8633	74528689	643406172137	8683	75394489	654650347987
8634	74545956	643629784104	8684	75411856	654876557504
8635	74563225	643853447875	8685	75429225	655102819125
8636	74580496	644077163456	8686	75446596	655329132856
8637	74597769	644300930853	8687	75463969	655555498703
8638	74615044	644524750072	8688	75481344	655781916672
8639	74632321	644748621119	8689	75498721	656008386769
8640	74649600	644972544000	8690	75516100	656234909000
8641	74666881	645196518721	8691	75533481	656461483371
8642	74684164	645420545288	8692	75550864	656688109888
8643	74701449	645644623707	8693	75568249	656914788557
8644	74718736	645868753984	8694	75585636	657141519384
8645	74736025	646092936125	8695	75603025	657368302375
8646	74753316	646317170136	8696	75620416	657595137536
8647	74770609	646541456023	8697	75637809	657822024873
8648	74787904	646765793792	8698	75655204	658048964392
8649	74805201	646990183449	8699	75672601	658275956099
8650	74822500	647214625000	8700	75690000	658503000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
8701	75707401	658730096101	8751	76580001	670151588751
8702	75724804	658957244408	8752	76597504	670381355008
8703	75742209	659184444927	8753	76615009	670611173777
8704	75759616	659411697664	8754	76632516	670841045064
8705	75777025	659639002625	8755	76650025	671070968875
8706	75794436	659866359816	8756	76667536	671300945216
8707	75811849	660093769243	8757	76685049	671530974093
8708	75829264	660321230912	8758	76702564	671761055512
8709	75846681	660548744829	8759	76720081	671991189479
8710	75864100	660776311000	8760	76737600	672221376000
8711	75881521	661003929431	8761	76755121	672451615081
8712	75898944	661231600128	8762	76772644	672681906728
8713	75916369	661459323097	8763	76790169	672912250947
8714	75933796	661687098344	8764	76807696	673142647744
8715	75951225	661914925875	8765	76825225	673373097125
8716	75968656	662142805696	8766	76842756	673603599096
8717	75986089	662370737813	8767	76860289	673834153663
8718	76003524	662598722232	8768	76877824	674064760832
8719	76020961	662826758959	8769	76895361	674295420609
8720	76038400	663054848000	8770	76912900	674526133000
8721	76055841	663282989361	8771	76930441	674756898011
8722	76073284	663511183048	8772	76947984	674987715648
8723	76090729	663739429067	8773	76965529	675218585917
8724	76108176	663967727424	8774	76983076	675449508824
8725	76125625	664196078125	8775	77000625	675680484375
8726	76143076	664424481176	8776	77018176	675911512576
8727	76160529	664652936583	8777	77035729	676142593433
8728	76177984	664881444352	8778	77053284	676373726952
8729	76195441	665110004489	8779	77070841	676604913139
8730	76212900	665338617000	8780	77088400	676836152000
8731	76230361	665567281891	8781	77105961	677067443541
8732	76247824	665795999168	8782	77123524	677298787768
8733	76265289	666024768837	8783	77141089	677530184687
8734	76282756	666253590904	8784	77158656	677761634304
8735	76300225	666482465375	8785	77176225	677993136625
8736	76317696	666711392256	8786	77193796	678224691656
8737	76335169	666940371553	8787	77211369	678456299403
8738	76352644	667169403272	8788	77228944	678687959872
8739	76370121	667398487419	8789	77246521	678919673069
8740	76387600	667627624000	8790	77264100	679151439000
8741	76405081	667856813021	8791	77281681	679383257671
8742	76422564	668086054488	8792	77299264	679615129088
8743	76440049	668315348407	8793	77316849	679847053257
8744	76457536	668544694784	8794	77334436	680079030184
8745	76475025	668774093625	8795	77352025	680311059875
8746	76492516	669003544936	8796	77369616	680543142336
8747	76510009	669233048723	8797	77387209	680775277573
8748	76527504	669462604992	8798	77404804	681007465592
8749	76545001	669692213749	8799	77422401	681239706399
8750	76562500	669921875000	8800	77440000	681472000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
8801	77457601	681704346401	8851	78340201	693389119051
8802	77475204	681936745608	8852	78357904	693624166208
8803	77492809	682169197627	8853	78375609	693859266477
8804	77510416	682401702464	8854	78393316	694094419864
8805	77528025	682634260125	8855	78411025	694329626375
8806	77545636	682866870616	8856	78428736	694564886016
8807	77563249	683099533943	8857	78446449	694800198793
8808	77580864	683332250112	8858	78464164	695035564712
8809	77598481	683565019129	8859	78481881	695270983779
8810	77616100	683797841000	8860	78499600	695506456000
8811	77633721	684030715731	8861	78517321	695741981381
8812	77651344	684263643328	8862	78535044	695977559928
8813	77668969	684496623797	8863	78552769	696213191647
8814	77686596	684729657144	8864	78570496	696448876544
8815	77704225	684962743375	8865	78588225	696684614625
8816	77721856	685195882496	8866	78605956	696920405896
8817	77739489	685429074513	8867	78623689	697156250363
8818	77757124	685662319432	8868	78641424	697392148032
8819	77774761	685895617259	8869	78659161	697628098909
8820	77792400	686128968000	8870	78676900	697864103000
8821	77810041	686362371661	8871	78694641	698100160311
8822	77827684	686595828248	8872	78712384	698336270848
8823	77845329	686829337767	8873	78730129	698572434617
8824	77862976	687062900224	8874	78747876	698808651624
8825	77880625	687296515625	8875	78765625	699044921875
8826	77898276	687530183976	8876	78783376	699281245376
8827	77915929	687763905283	8877	78801129	699517622133
8828	77933584	687997679552	8878	78818884	699754052152
8829	77951241	688231506789	8879	78836641	699990535439
8830	77968900	688465387000	8880	78854400	700227072000
8831	77986561	688699320191	8881	78872161	700463661841
8832	78004224	688933306368	8882	78889924	700700304968
8833	78021889	689167345537	8883	78907689	700937001387
8834	78039556	689401437704	8884	79925456	701173751104
8835	78057225	689635582875	8885	79943225	701410554125
8836	78074896	689869781056	8886	79960996	701647410456
8837	78092569	690104032253	8887	79978769	701884320103
8838	78110244	690338336472	8888	79996544	702121283072
8839	78127921	690572693719	8889	79014321	702358299369
8840	78145600	690807104000	8890	79032100	702595369000
8841	78163281	691041567321	8891	79049881	702832491971
8842	78180964	691276083688	8892	79067664	703069668288
8843	78198649	691510653107	8893	79085449	703306897957
8844	78216336	691745275584	8894	79103236	703544180984
8845	78234025	691979951125	8895	79121025	703781517375
8846	78251716	692214679736	8896	79138816	704018907136
8847	78269409	692449461423	8897	79156609	704256350273
8848	78287104	692684296192	8898	79174404	704493846792
8849	78304801	692919184049	8899	79192201	704731396699
8850	78322500	693154125000	8800	79210000	704969000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
8901	79227801	705206656701	8951	80120401	717157709351
8902	79245604	705444366808	8952	80138304	717398097408
8903	79263409	705682130327	8953	80156209	717638539177
8904	79281216	705919947264	8954	80174116	717879034664
8905	79299025	706157817625	8955	80192025	718119583875
8906	79316836	706395741416	8956	80209936	718360186816
8907	79334649	706633718643	8957	80227849	718600843493
8908	79352464	706871749312	8958	80245764	718841553912
8909	79370281	707109833429	8959	80263681	719082318079
8910	79388100	707347971000	8960	80281600	719323136000
8911	79405921	707586162031	8961	80299521	719564007681
8912	79423744	707824406528	8962	80317444	719804933128
8913	79441569	708062704497	8963	80335369	720045912347
8914	79459396	708301055944	8964	80353296	720286945344
8915	79477225	708539460875	8965	80371225	720528032125
8916	79495056	708777919296	8966	80389156	720769172696
8917	79512889	709016436213	8967	80407089	721010367063
8918	79530724	709254996632	8968	80425024	721251615232
8919	79548561	709493615559	8969	80442961	721492917209
8920	79566400	709732288000	8970	80460900	721734273000
8921	79584241	709971013961	8971	80478841	721975682611
8922	79602084	710209793448	8972	80496784	722217146048
8923	79619929	710448526467	8973	80514729	722458663317
8924	79637776	710687513024	8974	80532676	722700234424
8925	79655625	710926453125	8975	80550625	722941859375
8926	79673476	711165446776	8976	80568576	623183538176
8927	79691329	711404493983	8977	80586529	723425270833
8928	79709184	711643594752	8978	80604484	723667057352
8929	79727041	711882749089	8979	80622441	723908897739
8930	79744900	712121957000	8980	80640400	724150792000
8931	79762761	712361218491	8981	80658361	724392740141
8932	79780624	712600533568	8982	80676324	724634742168
8933	79798489	712839902237	8983	80694289	724876798087
8934	79816356	713079324504	8984	80712256	725118907904
8935	79834225	713318800375	8985	80730225	725361071625
8936	79852096	713558329856	8986	80748196	725603289256
8937	79869969	713797912953	8987	80766169	725845560803
8938	79887844	714037549672	8988	80784144	426087886272
8939	79905721	714277240019	8989	80802121	726330265669
8940	79923600	714516984000	8990	80820100	726572699000
8941	79941481	714756781621	8991	80838081	726815186271
8942	79959364	714996632888	8992	80856064	727057727488
8943	79977249	715236537807	8993	80874049	727300322657
8944	79995136	715476496384	8994	80892036	427542971784
8945	80013025	715716508625	8995	80910025	727785674875
8946	80030916	715956574536	8996	80928016	728028431936
8947	80048809	716196694123	8997	80946009	728271242973
8948	80066704	716436867392	8998	80964004	728514107992
8949	80084601	716677094349	8999	80982001	728757026999
8950	80102500	716917375000	9000	81000000	729000000000





Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9001	81018001	729243027001	9051	81920601	741463359651
9002	81036004	729486108008	9052	81938704	741709148608
9003	81054009	729729243027	9053	81956809	741954991877
9004	81072016	729972432064	9054	81974916	742200889464
9005	81090025	730215675125	9055	81993025	742446841375
9006	81108036	730458972216	9056	82011136	742692847616
9007	81126049	730702323343	9057	82029249	742938908193
9008	81144064	730945728512	9058	82047364	743185023112
9009	81162081	731189187729	9059	82065481	743431192379
9010	81180100	731432701000	9060	82083600	743677416000
9011	81198121	731676268331	9061	82101721	743923693981
9012	81216144	731919889728	9062	82119844	744170026328
9013	81234169	732163565197	9063	82137969	744416413047
9014	81252196	732407294744	9064	82156096	744662854144
9015	81270225	732651078375	9065	82174225	744909349625
9016	81288256	732894916096	9066	82192356	745155899496
9017	81306289	733138807913	9067	82210489	745402503763
9018	81324324	733382753832	9068	82228624	745649162432
9019	81342361	733626753859	9069	82246761	745895875509
9020	81360400	733870808000	9070	82264900	746142643000
9021	81378441	734114916261	9071	82283041	746389464911
9022	81396484	734359078648	9072	82301184	746636341248
9023	81414529	734603295167	9073	82319329	746883272017
9024	81432576	734847565824	9074	82337476	747130257224
9025	81450625	735091890625	9075	82355625	747377296875
9026	81468676	735336269576	9076	82373776	747624390976
9027	81486729	735580702683	9077	82391929	747871539533
9028	81504784	735825189952	9078	82410084	748118742552
9029	81522841	736069731389	9079	82428241	748366000639
9030	81540900	736314327000	9080	82446400	748613312000
9031	81558961	736558976791	9081	82464561	748860678441
9032	81577024	736803680768	9082	82482724	749108099368
9033	81595089	737048438937	9083	82500889	749355574787
9034	81613156	737293251304	9084	82519056	749603104704
9035	81631225	737538117875	9085	82537225	749850689125
9036	81649296	737783038656	9086	82555396	750098328056
9037	81667369	738028013653	9087	82573569	750346021503
9038	81685444	738273042872	9088	82591744	750593769472
9039	81703521	738518126319	9089	82609921	750841571969
9040	81721600	738763264000	9090	82628100	751089429000
9041	81739681	739008455921	9091	82646281	751337340571
9042	81757764	739253702088	9092	82664464	751585306688
9043	81775849	739499002507	9093	82682649	751833327357
9044	81793936	739744357184	9094	82700836	752081402584
9045	81812025	739989766125	9095	82719025	752329532375
9046	81830116	740235229336	9096	82737216	752577716736
9047	81848209	740480746823	9097	82755409	752825955673
9048	81866304	740726318592	9098	82773604	753074249192
9049	81884401	740971944649	9099	82791801	753322597299
9050	81902500	741217625000	9100	82810000	753571000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9101	82828201	753819457301	9151	83740801	766312069951
9102	82846404	754067969208	9152	83759104	766563319808
9103	82864609	754316535727	9153	83777409	766814624577
9104	82882816	754565156864	9154	83795716	767065984264
9105	82901025	754813832625	9155	83814025	767317398875
9106	82919236	755062563016	9156	83832336	767568868416
9107	82937449	755311348043	9157	83850649	767820392893
9108	82955664	755560187712	9158	83868964	768071972312
9109	82973881	755809082029	9159	83887281	768323606679
9110	82992100	756058031000	9160	83905600	768575296000
9111	83010321	756307034631	9161	83923921	768827040281
9112	83028544	756556092928	9162	83942244	769078839528
9113	83046769	756805205897	9163	83960569	769330693747
9114	83064996	757054373544	9164	83978896	769582602944
9115	83083225	757303595875	9165	83997225	769834567125
9116	83101456	757552872896	9166	84015556	770086586296
9117	83119689	757802204613	9167	84033889	770338660463
9118	83137924	758051591032	9168	84052224	770590789632
9119	83156161	758301032159	9169	84070561	770842973809
9120	83174400	758550528000	9170	84088900	771095213000
9121	83192641	758800078561	9171	84107241	771347507211
9122	83210884	759049683848	9172	84125584	771599856448
9123	83229129	759299343867	9173	84143929	771852260717
9124	83247376	759549058624	9174	84162276	772104720024
9125	83265625	759798828125	9175	84180625	772357234375
9126	83283876	760048652376	9176	84198976	772609803776
9127	83302129	760298531383	9177	84217329	772862428233
9128	83320384	760548465152	9178	84235684	773115107752
9129	83338641	760798453689	9179	84254041	773367842339
9130	83356900	761048497000	9180	84272400	773620632000
9131	83375161	761298595091	9181	84290761	773873476741
9132	83393424	761548747968	9182	84309124	774126376568
9133	83411689	761798955637	9183	84327489	774379331487
9134	83429956	762049218104	9184	84345856	774632341504
9135	83448225	762299535375	9185	84364225	774885406625
9136	83466496	762549907456	9186	84382596	775138526856
9137	83484769	762800334353	9187	84400969	775391702203
9138	83503044	763050816072	9188	84419344	775644932672
9139	83521321	763301352619	9189	84437721	775898218269
9140	83539600	763551944000	9190	84456100	776151559000
9141	83557881	763802590221	9191	84474481	776404954871
9142	83576164	764053291288	9192	84492864	776658405888
9143	83594449	764304047207	9193	84511249	776911912057
9144	83612736	764554857984	9194	84529636	777165473384
9145	83631025	764805723625	9195	84548025	777419089875
9146	83649316	765056644136	9196	84566416	777672761536
9147	83667609	765307619523	9197	84584809	777926488373
9148	83685904	765558649792	9198	84603204	778180270392
9149	83704201	765809734949	9199	84621601	778434107599
9150	83722500	766060875000	9200	84640000	778688000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9201	84658401	778941947601	9251	85581001	791709840251
9202	84676804	779195950408	9252	85599504	791966611008
9203	84695209	779450008427	9253	85618009	792223437277
9204	84713616	779704121664	9254	85636516	792480319064
9205	84732025	779958290125	9255	85655025	792737256375
9206	84750436	780212513816	9256	85673536	792994249216
9207	84768849	780466792743	9257	85692049	793251297593
9208	84787264	780721126912	9258	85710564	793508401512
9209	84805681	780975516329	9259	85729081	793765560979
9210	84824100	781229961000	9260	85747600	794022776000
9211	84842521	781484460931	9261	85766121	794280046581
9212	84860944	781739016128	9262	85784644	794537372728
9213	84879369	781993626597	9263	85803169	794794754447
9214	84897796	782248292344	9264	85821696	795052191744
9215	84916225	782503013375	9265	85840225	795309684625
9216	84934656	782757789696	9266	85858756	795567233096
9217	84953089	783012621313	9267	85877289	795824837163
9218	84971524	783267508232	9268	85895824	796082496832
9219	84989961	783522450459	9269	85914361	796340212109
9220	85008400	783777448000	9270	85932900	796597983000
9221	85026841	784032500861	9271	85951441	796855809511
9222	85045284	784287609048	9272	85969984	797113691648
9223	85063729	784542772567	9273	85988529	797371629417
9224	85082176	784797991424	9274	86007076	797629622824
9225	85100625	785053265625	9275	86025625	797887671875
9226	85119076	785308595176	9276	86044176	798145776576
9227	85137529	785563980083	9277	86062729	798403936933
9228	85155984	785819420352	9278	86081284	798662152952
9229	85174441	786074915989	9279	86099841	798920424639
9230	85192900	786330467000	9280	86118400	799178752000
9231	85211361	786586073391	9281	86136961	799437135041
9232	85229824	786841735168	9282	86155524	799695573768
9233	85248289	787097452337	9283	86174089	799954068187
9234	85266756	787353224904	9284	86192656	800212618304
9235	85285225	787609052875	9285	86211225	800471224125
9236	85303696	787864936256	9286	86229796	800729885656
9237	85322169	788120875053	9287	86248369	800988602903
9238	85340644	788376869272	9288	86266944	801247375872
9239	85359121	788632918919	9289	86285521	801506204569
9240	85377600	788889024000	9290	86304100	801765089000
9241	85396081	789145184521	9291	86322681	802024029171
9242	85414564	789401400488	9292	86341264	802283025088
9243	85433049	789657671907	9293	86359849	802542076757
9244	85451536	789913998784	9294	86378436	802801184184
9245	85470025	790170381125	9295	86397025	803060347375
9246	85488516	790426818936	9296	86415616	803319566336
9247	85507009	790683312223	9297	86434209	803578841073
9248	85525504	790939860992	9298	86452804	803838171592
9249	85544001	791196465249	9299	86471401	804097557899
9250	85562500	791453125000	9300	86490000	804357000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9301	86508601	804616497901	9351	87441201	817662670551
9302	86527204	804876051608	9352	87459904	817925022208
9303	86545809	805135661127	9353	87478609	818187429977
9304	86564416	805395326464	9354	87497316	818449893864
9305	86583025	805655047625	9355	87516025	818712413875
9306	86601636	805914824616	9356	87534736	818974990016
9307	86620249	806174657443	9357	87553449	819237622293
9308	86638864	806434546112	9358	87572164	819500310712
9309	86657481	806694490629	9359	87590881	819763055279
9310	86676100	806954491000	9360	87609600	820025856000
9311	86694721	807214547231	9361	87628321	820288712881
9312	86713344	807474659328	9362	87647044	820551625928
9313	86731969	807734827297	9363	87665769	820814595147
9314	86750596	807995051144	9364	87684496	821077620544
9315	86769225	808255330875	9365	87703225	821340702125
9316	86787856	808515666496	9366	87721956	821603839896
9317	86806489	808776058013	9367	87740689	821867033863
9318	86825124	809036505432	9368	87759424	822130284032
9319	86843761	809297008759	9369	87778161	822393590409
9320	86862400	809557568000	9370	87796900	822656953000
9321	86881041	809818183161	9371	87815641	822920371811
9322	86899684	810078854248	9372	87834384	823183846848
9323	86918329	810339581267	9373	87853129	823447378117
9324	86936976	810600364224	9374	87871876	823710965624
9325	86955625	810861203125	9375	87890625	823974609375
9326	86974276	811122097976	9376	87909376	824238309376
9327	86992929	811383048783	9377	87928129	824502065633
9328	87011584	811644055552	9378	87946884	824765878152
9329	87030241	811905118289	9379	87965641	825029746939
9330	87048900	812166237000	9380	87984400	825293672000
9331	87067561	812427411691	9381	88003161	825557653341
9332	87086224	812688642368	9382	88021924	825821690968
9333	87104889	812949929037	9383	88040689	826085784887
9334	87123556	813211271704	9384	88059456	826349935104
9335	87142225	813472670375	9385	88078225	826614141625
9336	87160896	813734125056	9386	88096996	826878404456
9337	87179569	813995635753	9387	88115769	827142723603
9338	87198244	814257202472	9388	88134544	827407099072
9339	87216921	814518823219	9389	88153321	827671530869
9340	87235600	814780504000	9390	88172100	827936019000
9341	87254281	815042238821	9391	88190881	828200563471
9342	87272964	815304029688	9392	88209664	828465164288
9343	87291649	815565876607	9393	88228449	828729821457
9344	87310336	815827779584	9394	88247236	828994534984
9345	87329025	816089738625	9395	88266025	829259304875
9346	87347716	816351753736	9396	88284816	829524131136
9347	87366409	816613824923	9397	88303609	829789013773
9348	87385104	816875952192	9398	88322404	830053952792
9349	87403801	817138135549	9399	88341201	830318948199
9350	87422500	817400375000	9400	88360000	830584000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
9401	88378801	830849108201	9451	89321401	844176560851
9402	88397604	831114272808	9452	89340304	844444553408
9403	88416409	831379493827	9453	89359209	844712602677
9404	88435216	831644771264	9454	89378116	844980708664
9405	88454025	831910105125	9455	89397025	845248871375
9406	88472836	832175495416	9456	89415936	845517090816
9407	88491649	832440942143	9457	89434849	845785366993
9408	88510464	832706445312	9458	89453764	846053699912
9409	88529281	832972004929	9459	89472681	846322089579
9410	88548100	833237621000	9460	89491600	846590536000
9411	88566921	833503293531	9461	89510521	846859039181
9412	88585744	833769022528	9462	89529444	847127599128
9413	88604569	834034807997	9463	89548369	847396215847
9414	88623396	834300649944	9464	89567296	847664889344
9415	88642225	834566548375	9465	89586225	847933619625
9416	88661056	834832503296	9466	89605156	848202406696
9417	88679889	835098514713	9467	89624089	848471250563
9418	88698724	835364582632	9468	89643024	848740151232
9419	88717561	835630707059	9469	89661961	849009108709
9420	88736400	835896888000	9470	89680900	849278123000
9421	88755241	836163125461	9471	89699841	849547194111
9422	88774084	836429419448	9472	89718784	849816322048
9423	88792929	836695769967	9473	89737729	850085506817
9424	88811776	836962177024	9474	89756676	850354748424
9425	88830625	837228640625	9475	89775625	850624046875
9426	88849476	837495160776	9476	89794576	850893402176
9427	88868329	837761737483	9477	89813529	851162814333
9428	88887184	838028370752	9478	89832484	851432283352
9429	88906041	838295060589	9479	89851441	851701809239
9430	88924900	838561807000	9480	89870400	851971392000
9431	88943761	838828609991	9481	89889361	852241031641
9432	88962624	839095469568	9482	89908324	852510728168
9433	88981489	839362385737	9483	89927289	852780481587
9434	89000356	839629358504	9484	89946256	853050291904
9435	89019225	839896387875	9485	89965225	853320159125
9436	89038096	840163473856	9486	89984196	853590083256
9437	89056969	840430616453	9487	90003169	853860064303
9438	89075844	840697815672	9488	90022144	854130102272
9439	89094721	840965071519	9489	90041121	854400197169
9440	89113600	841232384000	9490	90060100	854670349000
9441	89132481	841499753121	9491	90079081	854940557771
9442	89151364	841767178888	9492	90098064	855210823488
9443	89170249	842034661307	9493	90117049	855481146157
9444	89189136	842302200384	9494	90136036	855751525784
9445	89208025	842569796125	9495	90155025	856021962375
9446	89226916	842837448536	9496	90174016	856292455936
9447	89245809	843105157623	9497	90193009	856563006473
9448	89264704	843372923392	9498	90212004	856833613992
9449	89283601	843640745849	9499	90231001	857104278499
9450	89302500	843908625000	9500	90250000	857375000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
9501	90269001	857645778501	9551	91221601	871257511151
9502	90288004	857916614008	9552	91240704	871531204608
9503	90307009	858187506527	9553	91259809	871804955377
9504	90326016	858458456064	9554	91278916	872078763464
9505	90345025	858729462625	9555	91298025	872352628875
9506	90364036	859000526216	9556	91317136	872626551616
9507	90383049	859271646843	9557	91336249	872900531693
9508	90402064	859542824512	9558	91355364	873174569112
9509	90421081	859814059229	9559	91374481	873448663879
9510	90440100	860085351000	9560	91393600	873722816000
9511	90459121	860356699831	9561	91412721	873997025481
9512	90478144	860628105728	9562	91431844	874271292328
9513	90497169	860899568697	9563	91450969	874545616547
9514	90516196	861171088744	9564	91470096	874819998144
9515	90535225	861442665875	9565	91489225	875094437125
9516	90554256	861714300096	9566	91508356	875368933496
9517	90573289	861985991413	9567	91527489	875643487263
9518	90592324	862257739832	9568	91546624	875918098432
9519	90611361	862529545359	9569	91565761	876192767009
9520	90630400	862801408000	9570	91584900	876467493000
9521	90649441	863073327761	9571	91604041	876742276411
9522	90668484	863345304648	9572	91623184	877017117248
9523	90687529	863617338667	9573	91642329	877292015517
9524	90706576	863889429824	9574	91661476	877566971224
9525	90725625	864161578125	9575	91680625	877841984375
9526	90744676	864433783576	9576	91699776	878117054976
9527	90763729	864706046183	9577	91718929	878392183033
9528	90782784	864978365952	9578	91738084	878667368552
9529	90801841	865250742889	9579	91757241	878942611539
9530	90820900	865523177000	9580	91776400	879217912000
9531	90839961	865795668291	9581	91795561	879493269941
9532	90859024	866068216768	9582	91814724	879768685368
9533	90878089	866340822437	9583	91833889	880044158287
9534	90897156	866613485304	9584	91853056	880319688704
9535	90916225	866886205375	9585	91872225	880595276625
9536	90935296	867158982656	9586	91891396	880870922056
9537	90954369	867431817153	9587	91910569	881146625003
9538	90973444	867704708872	9588	91929744	881422385472
9539	90992521	867977657819	9589	91948921	881698203469
9540	91011600	868250664000	9590	91968100	881974079000
9541	91030681	868523727421	9591	91987281	882250012071
9542	91049764	868796848088	9592	92006464	882526002688
9543	91068849	869070026007	9593	92025649	882802050857
9544	91087936	869343261184	9594	92044836	883078156584
9545	91107025	869616553625	9595	92064025	883354319875
9546	91126116	869889903336	9596	92083216	883630540736
9547	91145209	870163310323	9597	92102409	883906819173
9548	91164304	870436774592	9598	92121604	884183155192
9549	91183401	870710296149	9599	92140801	884459548799
9550	91202500	870983875000	9600	92160000	884736000000

Radices.	Qua- drati.	Cubi.	Radices.	Qua- drati.	Cubi.
9601	92179201	885012508801	9651	93141801	898911521451
9602	92198404	885289075208	9652	93161104	899190975808
9603	92217609	885565699227	9653	93180409	899470488077
9604	92236816	885842380864	9654	93199716	899750058264
9605	92256025	886119120125	9655	93219025	900029686375
9606	92275236	886395917016	9656	93238336	900309372416
9607	92294449	886672771543	9657	93257649	900589116393
9608	92313664	886949683712	9658	93276964	900868918312
9609	92332881	887226653529	9659	93296281	901148778179
9610	92352100	887503681000	9660	93315600	901428696000
9611	92371321	887780766131	9661	93334921	901708671781
9612	92390544	888057908928	9662	93354244	901988705528
9613	92409769	888335109397	9663	93373569	902268797247
9614	92428996	888612367544	9664	93392896	902548946944
9615	92448225	888889683375	9665	93412225	902829154625
9616	92467456	889167056896	9666	93431556	903109420296
9617	92486689	889444488113	9667	93450889	903389743963
9618	92505924	889721977032	9668	93470224	903670125632
9619	92525161	889999523659	9669	93489561	903950565309
9620	92544400	890277128100	9670	93508900	904231063000
9621	92563641	890554790061	9671	93528241	904511618711
9622	92582884	890832509848	9672	93547584	904792232448
9623	92602129	891110287367	9673	93566929	905072904217
9624	92621376	891388122624	9674	93586276	905353634024
9625	92640625	891666015625	9675	93605625	905634421875
9626	92659876	891943966376	9676	93624976	905915267776
9627	92679129	892221974883	9677	93644329	906196171733
9628	92698384	892500041152	9678	93663684	906477133752
9629	92717641	892778165189	9679	93683041	906758153839
9630	92736900	893056347000	9680	93702400	907039232000
9631	92756161	893334586591	9681	93721761	907320368241
9632	92775424	893612883968	9682	93741124	907601562568
9633	92794689	893891239137	9683	93760489	907882814987
9634	92813956	894169652104	9684	93779856	908164125504
9635	92833225	894448122875	9685	93799225	908445494125
9636	92852496	894726651456	9686	93818596	908726920856
9637	92871769	895005237853	9687	93837969	909008405703
9638	92891044	895283882072	9688	93857344	909289948672
9639	92910321	895562584119	9689	93876721	909571549769
9640	92929600	895841344000	9690	93896100	909853209000
9641	92948881	896120161721	9691	93915481	910134926371
9642	92968164	896399037288	9692	93934864	910416701888
9643	92987449	896677970707	9693	93954249	910698535557
9644	93006736	896956961984	9694	93973636	910980427384
9645	93026025	897236011125	9695	93993025	911262377375
9646	93045316	897515118136	9696	94012416	911544385536
9647	93064609	897794283023	9697	94031809	911826451873
9648	93083904	898073505792	9698	94051204	912108576392
9649	93103201	898352786449	9699	94070601	912390759099
9650	93122500	898632125000	9700	94090000	912673000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
9701	94109401	912955299101	9751	95082001	927144591751
9702	94128804	913237656408	9752	95101504	927429867008
9703	94148209	913520071927	9753	95121009	927715200777
9704	94167616	913802545664	9754	95140516	928000593064
9705	94187025	914085077625	9755	95160025	928286043875
9706	94206436	914367667816	9756	95179536	928571553216
9707	94225849	914650316243	9757	95199049	928857121093
9708	94245264	914933022912	9758	95218564	929142747512
9709	94264681	915215787829	9759	95238081	929428432479
9710	94284100	915498611000	9760	95257600	929714176000
9711	94303521	915781492431	9761	95277121	929999978081
9712	94322944	916064432128	9762	95296644	930285838728
9713	94342369	916347430097	9763	95316169	930571757947
9714	94361796	916630486344	9764	95335696	930857735744
9715	94381225	916913600875	9765	95355225	931143772125
9716	94400656	917196773696	9766	95374756	931429867096
9717	94420089	917480004813	9767	95394289	931716020663
9718	94439524	917763294232	9768	95413824	932002232832
9719	94458961	918046641959	9769	95433361	932288503609
9720	94478400	918330048000	9770	95452900	932574833000
9721	94497841	918613512361	9771	95472441	932861221011
9722	94517284	918897035048	9772	95491984	933147667648
9723	94536729	919180616067	9773	95511529	933434172917
9724	94556176	919464255424	9774	95531076	933720736824
9725	94575625	919747953125	9775	95550625	934007359375
9726	94595076	920031709176	9776	95570176	934294040576
9727	94614529	920315523583	9777	95589729	934580780433
9728	94633984	920599396352	9778	95609284	934867578952
9729	94653441	920883327489	9779	95628841	935154436139
9730	94672900	921167317000	9780	95648400	935441352000
9731	94692361	921451364891	9781	95667961	935728326541
9732	94711824	921735471168	9782	95687524	936015359768
9733	94731289	922019635837	9783	95707089	936302451687
9734	94750756	922303858904	9784	95726656	936589602304
9735	94770225	922588140375	9785	95746225	936876811625
9736	94789696	922872480256	9786	95765796	937164079656
9737	94809169	923156878553	9787	95785369	937451406403
9738	94828644	923441335272	9788	95804944	937738791872
9739	94848121	923725850419	9789	95824521	938026236069
9740	94867600	924010424000	9790	95844100	938313739000
9741	94887081	924295056021	9791	95863681	938601300671
9742	94906564	924579746488	9792	95883264	938888921088
9743	94926049	924864495407	9793	95902849	939176600257
9744	94945536	925149302784	9794	95922436	939464338184
9745	94965025	925434168625	9795	95942025	939752134875
9746	94984516	925719092936	9796	95961616	940039990336
9747	95004009	926004075723	9797	95981209	940327904573
9748	95023504	926289116992	9798	96000804	940615877592
9749	95043001	926574216749	9799	96020401	940903909399
9750	95062500	926859375000	9800	96040000	941192000000



Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
9801	96059601	941480149401	9851	97042201	955962722051
9802	96079204	941768357608	9852	97061904	956253878208
9803	96098809	942056624627	9853	97081609	956545093477
9804	96118416	942344950464	9854	97101316	956836367864
9805	96138025	942633335125	9855	97121025	957127701375
9806	96157636	942921778616	9856	97140736	957419094016
9807	96177249	943210280943	9857	97160449	957710545793
9808	96196864	943498842112	9858	97180164	958002056712
9809	96216481	943787462129	9859	97199881	958293626779
9810	96236100	944076141000	9860	97219600	958585256000
9811	96255721	944364878731	9861	97239321	958876944381
9812	96275344	944653675328	9862	97259044	959168691928
9813	96294969	944942530797	9863	97278769	959460498647
9814	96314596	945231445144	9864	97298496	959752364544
9815	96334225	945520418375	9865	97318225	960044289625
9816	96353856	945809450496	9866	97337956	960336273896
9817	96373489	946098541513	9867	97357689	960628317363
9818	96393124	946387691432	9868	97377424	960920420032
9819	96412761	946676900259	9869	97397161	961212581909
9820	96432400	946966168000	9870	97416900	961504803000
9821	96452041	947255494661	9871	97436641	961797083311
9822	96471684	947544880248	9872	97456384	962089422848
9823	96491329	947834324767	9873	97476129	962381821617
9824	96510976	948123828224	9874	97495876	962674279624
9825	96530625	948413390625	9875	97515625	962966796875
9826	96550276	948703011976	9876	97535376	963259373376
9827	96569929	948992692283	9877	97555129	963552009133
9828	96589584	949282431552	9878	97574884	963844704152
9829	96609241	949572229789	9879	97594641	964137458439
9830	96628900	949862087900	9880	97614400	964430272000
9831	96648561	950152003191	9881	97634161	964723144841
9832	96668224	950441978368	9882	97653924	965016076968
9833	96687889	950732012537	9883	97673689	965309068387
9834	96707556	951022105704	9884	97693456	965602119104
9835	96727225	951312257875	9885	97713225	965895229125
9836	96746896	951602469056	9886	97732996	966188398456
9837	96766569	951892739253	9887	97752769	966481627103
9838	96786244	952183068472	9888	97772544	966774915072
9839	96805921	952473456719	9889	97792321	967068262369
9840	96825600	952763904000	9890	97812100	967361669000
9841	96845281	953054410321	9891	97831881	967655134971
9842	96864964	953344975688	9892	97851664	967948660288
9843	96884649	953635600107	9893	97871449	968242244957
9844	96904336	953926283584	9894	97891236	968535888984
9845	96924025	954217026125	9895	97911025	968829592375
9846	96943716	954507827736	9896	97930816	969123355136
9847	96963409	954798688423	9897	97950609	969417177273
9848	96983104	955089608192	9898	97970404	969711058792
9849	97002801	955380587049	9899	97990201	970004999699
9850	97022500	955671625000	9900	98010000	970299000000

Radices.	Quadrati.	Cubi.	Radices.	Quadrati.	Cubi.
9901	98029801	970593059701	9951	99022401	985371912351
9902	98049604	970887178808	9952	99042304	985669009408
9903	98069409	971181357327	9953	99062209	985966166177
9904	98089216	971475595264	9954	99082116	986263382664
9905	98109025	971769892625	9955	99102025	986560658875
9906	98128836	972064249416	9956	99121936	986857994816
9907	98148649	972358665643	9957	99141849	987155390493
9908	98168464	972653141312	9958	99161764	987452845912
9909	98188281	972947676429	9959	99181681	987750361079
9910	98208100	973242271000	9960	99201600	988047936000
9911	98227921	973536925031	9961	99221521	988345570681
9912	98247744	973831638528	9962	99241444	988643265128
9913	98267569	974126411497	9963	99261369	988941019347
9914	98287396	974421243944	9964	99281296	989238833344
9915	98307225	974716135875	9965	99301225	989536707125
9916	98327056	975011087296	9966	99321156	989834640696
9917	98346889	975306098213	9967	99341089	990132634063
9918	98366724	975601168632	9968	99361024	990430687232
9919	98386561	975896298559	9969	99380961	990728800209
9920	98406400	976191488000	9970	99400900	991026973000
9921	98426241	976486736961	9971	99420841	991325205611
9922	98446084	976782045448	9972	99440784	991623498048
9923	98465929	977077413467	9973	99460729	991921850317
9924	98485776	977372841024	9974	99480676	992220262424
9925	98505625	977668328125	9975	99500625	992518734375
9926	98525476	977963874776	9976	99520576	992817266176
9927	98545329	978259480983	9977	99540529	993115857833
9928	98565184	978555146752	9978	99560484	993414509352
9929	98585041	978850872089	9979	99580441	993713220739
9930	98604900	979146657000	9980	99600400	994011992000
9931	98624761	979442501491	9981	99620361	994310823141
9932	98644624	979738405568	9982	99640324	994609714168
9933	98664489	980034369237	9983	99660289	994908665087
9934	98684356	980330392504	9984	99680256	995207675904
9935	98704225	980626475375	9985	99700225	995506746625
9936	98724096	980922617856	9986	99720196	995805877256
9937	98743969	981218819953	9987	99740169	996105067803
9938	98763844	981515081672	9988	99760144	996404318272
9939	98783721	981811403019	9989	99780121	996703628669
9940	98803600	982107784000	9990	99800100	997002999000
9941	98823481	982404224621	9991	99820081	997302429271
9942	98843364	982700724888	9992	99840064	997601919488
9943	98863249	982997284807	9993	99860049	997901469657
9944	98883136	983293904384	9994	99880036	998201079784
9945	98903025	983590583625	9995	99900025	998500749875
9946	98922916	983887322536	9996	99920016	998800479936
9947	98942809	984184121123	9997	99940009	999100269973
9948	98962704	984480979392	9998	99960004	999400119992
9949	98982601	984777897349	9999	99980001	999700029999
9950	99002500	985074875000	10000	1000000000	10000000000000

# INDEX RERUM PRÆCIPVARVM,

earum præsertim quæ in Indice Capitum, & Propositionum non comprehenduntur.

## A

- A**dscripta linea Pag. 69, Num. 1.  
**Æ**mula Quadratricis. Pag. 68. Prop. 2. Pag. 69, Num. 1.  
**Æ**queponderantium inæqualium permutata proportio distantiarum. Pag. 140. N. 9. Pag. 141.  
**Æ**ro-statica. Pag. 10. N. 20.  
**A**lgebra. Pag. 2, N. 4. Pag. 4. N. 7. Pag. 115, Ar. 5.  
**A**rchitectonica scientia. Pag. 19, Num. 42.  
**A**rcuata figura. Pag. 87.  
**A**rithmetica subdivisio. Pag. 3. N. 5.  
**A**strologia. Pag. 11, Num. 25. Pag. 12, 13.  
**A**stronomia Subdivisio. Pag. 11, Num. 24.  
**A**stronomia Observatrix. Pag. 13. N. 28.  
**S**ystematica. Pag. 14. N. 29.  
**C**omputatrix. Pag. 15, N. 32.

## B

- B**areocolymbia. Pag. 9, N. 20.  
**B**areodyfia. Ibidem.

## C

- C**atoptrica. Pag. 7. N. 14.  
**C**entrobaryca. Pag. 8, N. 18.  
**C**entri definitio generalis. Pag. 21, N. 1.  
**C**entrum Figuræ. Pag. 22, N. 3.  
**C**entrum Magnitudinis. Pag. 22. N. 4.  
**C**entri Gravitatis variæ definitiones. Pag. 22, 23, Tres illius species. Pag. 22. N. 8.  
**C**entrum gravitatis Linearum ducit in cognitionem centri gravitatis planorum. Pag. 95 & 96, in Corollarijs, & alibi passim.  
**C**ent. gravitatis perimetri Sectoris circuli, quando sit in termino figuræ. Pag. 86 in Coroll.  
**C**ent. gravitatis corporum mutatur, mutatis partibus. Pag. 139, Num. 4. Pag. 141, N. 11.  
**C**entrum gravitatis plurium magnitudinum esse adhuc incognitum. Pag. 122, in Addit.  
**C**entrorum gravit. quorundam comparatio. Pag. 136.  
**C**horographia. Pag. 17. N. 37.  
**C**ingulum qualis figura. Pag. 54. N. 1.

- C**irculi centrum esse etiam centrum gravitatis, & perimetri & plani, nova demonstratio. Pag. 83. prop. 11.  
**C**irculi arcus centro gravit. dato, qua ratione habeatur centrum gravitatis complementi ad semicirculum. Pag. 72. in Corollarijs. Pag. 81, Coroll. 3. Qua ratione habeatur centrum gravit. ad similem arcum spectans. pa. 63.  
**C**irculi arcu in gradibus dato, qua ratione ejus inveniatur centrum gravitatis. Pag. 81, Corol. 2. & 3.  
**C**irculo proportionaliter in : & circumscriptarum figurarum, earundemque partium cent. gravit. invenire. Pag. 100. in Coroll. Pag. 101. in Scholio.  
**C**ircularium linearum centrum gravit. respondet centro gravit. planorum circularium. Pag. 107. Corol.  
**C**irculi Sector ad peripheriam. pag 85. N. 1.  
**C**irculi arcum in quamvis proportionem secare. Pag. 71, Coroll. 1.  
**C**irculo inscribere quodcunque Polygonum regulare. Pag. 71. Coroll. 2.  
**C**orona qualis figura plana. Pag. 88. in fine.  
**C**orpora regularia aucta, & imminuta. Pag. 128. initio.  
**C**ossa, vide Algebra.  
**C**osmographia, vide Astronomia.  
**C**ubi ad Sphæram proportio. Pag. 143, N. 16.

## D

- D**eangula figura. 88. N. 7.  
**D**emonstratio nova Propos. 6 & 7. Libri 1. Æquiponderantium Archimedis. Pag. 34.  
**D**ioatoptrica. Pag. 7. N. 16.  
**D**ioptrica. Pag. 7. N. 15.

## F

- F**ili metallini auxilio invenire centrum gravitatis linearum. Pag. 134, 135.  
**F**luxus & refluxus Maris. Pag. 143, N. 19.  
**F**rustum Circuli. Pag. 85, N. 1.  
**E**llipticum. Pag. 113.  
**P**arabolicum. Pag. 113.

## G

## G.

- Geographiæ Subdivisio. Pag. 17. N. 36.  
 Geographia Graphica. Pag. 17, N. 38.  
 Geometriæ Subdivisio. Pag. 3, N. 4.  
 Gnomonica. Pag. 18, N. 40.  
 Gravitatis centrum, vide Centrum.  
 Gravia tendere ad Centrum Vniversi.  
 Pag. 138.  
 Gravia non gravitare nisi sub se habeant  
 corpus levius se. Pag. 146, N. 4.  
 Gravitatis sumi debet in ordine ad exten-  
 sionem. Ad Postulat. 1. Pag. 25. N. 2.  
 & 3.  
 Gravitatis auctio, sine augmento ex-  
 tensionis. Ad Postul. 3. Pag. 27. N. 2  
 & 3.

## H.

- Harmonica proportio in numeris, pun-  
 ctorum, linearum, & superficialium  
 Cubi. Pag. 136.  
 Harmonicam proportionem servant  
 centra gravitatis linearum, superfi-  
 cialium, & corporum, in Pyramidi-  
 bus. Pag. 136.  
 Homogeneorum lex servanda in Analyfi  
 Potestatum. Pag. 179.  
 Hydatholcia. Pag. 9, N. 20.  
 Hydrographia, vide Nautica.  
 Hydrostatica. Pag. 9. N. 20.

## I.

- Isohypostatica. Pag. 8, N. 18.

## L.

- Laminæ metallinæ centrum gravitatis  
 invenire. Pag. 133, 134.  
 Linea non potest æquiponderare super-  
 ficiei, neque hæc corpori. Ad Postul.  
 3. Pag. 26. N. 1.  
 Neque commune habere possunt  
 centrum gravitatis. Pag. 32, Co-  
 roll. 2.  
 Linea curva æquiponderare potest re-  
 ctæ. Ad Postul. 1. pag. 26. N. 3.  
 Lineis æque convenit gravitas, atq; su-  
 perficiebus Ad Propos. 7. Archimedis,  
 Pag. 34, & alibi.  
 Linearum curvarum centrum gravitatis  
 existere ex parte cava. Pag. 36. in Co-  
 roll. Pag. 57.  
 Linearum rectarum æqualium, arcubus  
 circuli inscriptarum, diversarumque  
 multitudinum, habitudo communi-  
 um centrorum gravitatis inter se.  
 pag. 43. 44. in Coroll.

Linearum centra gravitatis quomodo  
 ad Superficies, & Corpora transfe-  
 rantur. Pag. 107, Coroll. Pag. 130. in  
 Scholio.

Logarithmis præfertur Tabula Quadra-  
 torum & Cuborum, in extractione  
 Radicum. Pag. 197.

Logarithmi pro numeris absolutis 5 fi-  
 gurarum constructi, quomodo exhibe-  
 ant numeros 10 figurarum. Pag. 201.

Lunula quæ, & quotuplex. Pag. 86.

Lunulæ Ellipticæ. pag. 121, in Scholio.

## M.

Magneticæ Philosoph: Auctor. Pag. 144.

Magnetica vis in Terra Pag. 146. N. 5. & c.

Mathematicæ Subdivisio. Pag. 1. N. 1. 2.

Mathematicæ Scientiæ Speculativæ, &  
 Practicæ. pag. 2. N. 3.

Mathematicæ Scientiæ mixtæ, & subal-  
 ternatæ. Pag. 5. N. 8.

Mathematicarum Scientiarum Ordo &  
 Subdivisio. Pag. 20.

Maxima & minima recta, in Quadratrice,  
 & Adscriptis. Pag. 69. N. 1.

Mechanica Scientia practica. Pag. 8. N.  
 19.

Motus Perpetuus. Pag. 19. N. 43.

Multangulum Sectori, & Segmento pla-  
 nè inscriptum. Pag. 94. 96.

Multangulorum circuli partibus in: vel  
 circumscriptarum centrum gravita-  
 varijs modis invenire. Pag. 95. in Co-  
 rollarijs.

Multiplicatio in se. Pag. 155.

## N.

Nautica. Pag. 17. N. 39.

Numerus Altera parte longior. Pag. 221.

Cubicus. Pag. 153, 154.

Figuratus. Pag. 153, 212.

Planus. Pag. 153, 212.

Polygonus. Pag. 212.

Quadratus. Pag. 153, 154.

Semiquadratus. 186.

Solidus. Pag. 153.

Surfolidus. Pag. 154.

Numerorum Quadratorum, & Cubico-  
 rum proprietates. Pag. 183.

## O.

Optica, ejusque partes. Pag. 5, 6, 7.

Ovalis figura. Pag. 88, N. 7. Pag. 109.  
 Num. 2.

## P.



- P.*
- Paradoxa de Quadratura Circuli. Pag. 67, N. 2.
- Parallelogrammi Centrum gravitatis 4 modis invenire. Pag. 92. in Coroll.
- Penetratio quantitatis. Pag. 27. N. 2. 3.
- Perimeter Corporum quis, & quotuplex. Pag. 123.
- Perspectiva, vide Optica.
- Planorum rectilineorum centra gravit. invenire, per Regulam universalem. Pag. 91. in Scholio.
- Polygonographia, sive inscriptio omnium Multangulorum regularium in circulo. Pag. 71. Coroll. 2.
- Polygona regularia idem habent centrum gravit. & Perimetri, & Plani, quod idem centrum est etiam figuræ. Pag. 49 in Coroll.
- Polygonorum numerorum genera & nomina. Pag. 212.
- Eos oriri ex Progressionibus Arithmeticis. Pag. 214.
- Polygonorum Primorum figuræ quales sint, & quomodo fiant. Pag. 213.
- Polygoni Secundi componuntur ex Primis. Pag. 225.
- Eorundem figuræ, & constructio. pag. 223, 224.
- Postulata Archimedis quintum & 8, universaliter proponuntur. 28, 29.
- Octavum nullam committit Tautologiam. pag. 29.
- Potestas & Potentia quid. Pag. 153.
- Potestatum generatio. pag. 154, 155.
- Illarum Gradus & Radices. Pag. 154.
- Quomodo se habeant in Progressionibus Geometricis. pag. 154.
- Progressionum Arithmeticarum aliquot Proprietates. Pag. 215.
- Illarum præcipua quatuor, & quomodo ex tribus datis, habeatur quartum. Pag. 216.
- Proportionalibus Instrumentis inscribere lineas Geometricas, & Stereometricas. Pag. 187, 192.
- Prospectivæ Subdivisio. pag. 5. N. 9.
- Puncta quomodo admittant centrum gravitatis. Pag. 37. &c.
- Q*
- Quadraticis Lineæ Principium & Finis. pag. 69, N. 1.
- Ipsius Æmula, & Adscripta quæ. Pag. 68. 69.
- Quæ dicantur esse similes. Pag. 77. Prop. 8.
- Ejus ultimum punctum esse centrum gravit. semiperipheriæ circuli; ut & pluralitas Quadraticum, novum est inventum. Pag. 67. N. 4.
- Continuatam, esse vnam ex Asymptotis. Pag. 76. Coroll.
- Quomodo careat Principio & Fine. Pag. 76, Coroll. 2.
- Ejus auxilio datur cujusvis arcus centrum gravitatis. Pag. 80. in Coroll.
- Ejusdem in magna Tabella descriptæ usus. pag. 82 in Coroll.
- Quadratum militare Arithmeticum, & Geometricum. pag. 204. N. 5.
- Quadrati & quadranguli auctio, per continuam circumpositionem gnomonis. pag. 207, 208.
- Quadratura Circuli multos frustra occupavit. pag. 66. N. 1. 3.
- Eam esse scibilem. pag. 66. N. 2.
- Eandem dari, si detur cent. gravit. segmenti lineæ circularis. pag. 68. in Coroll. pag. 83.
- Eadem qualiter decipiat Quadratorem. pag. 83.
- R.*
- Radices Potestatum. pag. 154.
- Earum extractio. Pag. 155.
- Compendium per Logarithmos pag. 198, &c.
- Radici Quadratæ & Cubicæ vnam figuram facile adijcere. Pag. 190, 195.
- Radices numerorum Polygonorum quæ, & quomodo inveniantur. pag. 217. 220. 226, 227.
- Radibus datis, ex ipsis componere Polygonos. pag. 218. 227
- Radices ex numeris Altera parte longioribus, & contra ex Radibus, hujusmodi numeros invenire. pag. 22.
- S.*
- Sectorum circuli in proportione dupla, & subdupla centra gravit. compendiosè invenire. Pag. 130. 131.
- Sectoribus Sphæræ idem accommodatur. pag. 131.
- uricula, seu Securicla qualis figura. Secu-
- Secpag. 87.

Securicula Elliptica. pag. 121 in Schol.	Tabula Radicū & Numerorum Poligonorum Primorum Pag. 214.
Sphæræ portionum centri gravit. inventio. pag. 130. in Scholio.	Secundorum. Pag. 226.
Statica ejusque Subdivisio. Pag. 8.	Tabula Radicum & Numerorum Altera parte Longiorum. Pag. 221.
T.	V.
Tabulæ structura, ex qua desumantur centra gravit. arcuum circuli. Pag. 63, Coroll. N. 2.	Virgæ mensoriæ seu Stereometricæ quot puncta, seu divisiones ex Tabulis Quad. & Cuborum commodè suscipiant, Pag. 190, 195.
Tabula Radicum, Potestatum, & earundem Characterum. Pag. 154.	Virgarum Cubicarum in Austria usus. Pag. 194.
Tabula Potestatum earum, quarum Radices digiti sunt. Pag. 159.	Vranoscopia, sive Vranographia, vide Astronomia.
Tabula Compositionis & Resolutionis Potestatum. Pag. 160.	
Tabula constructioni Virgarum Cubicarum serviens. Pag. 196.	

PARS VLTIMÆ PROPOSITIONIS LIBRI, DE  
CENTRO GRAVITATIS SOLIDORVM, FED. COM-  
mandini, per transpositionem verborum correctâ, à Ioanne  
Francisco Iustiniano.

## E R R O N E A

In fine Propositionis. —, *quam dempto quadrato minoris basis à duabus tertijs quadrati majoris, habet id, quod reliquum est unâ cum portione à tertia quadrati majoris parte dempta, ad reliquam ejusdem tertia portionem.*

In fine Demonstrationis. —. *quare dempta ad quadrato à duabus tertijs quadrati bc, erit id, quod relinquitur una cum dicta portione tertia partis ad reliquam ejusdem portionem, ut el ad lf. Cum igitur. &c.*

## C O R R E C T A.

*quam dempto quadrato minoris basis à duabus tertijs quadrati majoris, unâ cum portione à tertia quadrati majoris parte dempta, habet id, quod reliquum est, ad reliquam ejusdem tertia portionem.*

*Quare dempto ad quadrato à duabus tertijs quadrati bc unâ cum dicta portione tertia partis, erit id, quod relinquitur, ad reliquam ejusdem portionem, ut el ad lf.*



*Erratorum precipuorum Correctio.*  
 Reliqua enim, quæ Lectorem prudentem minus morantur, studio  
 omissa sunt.

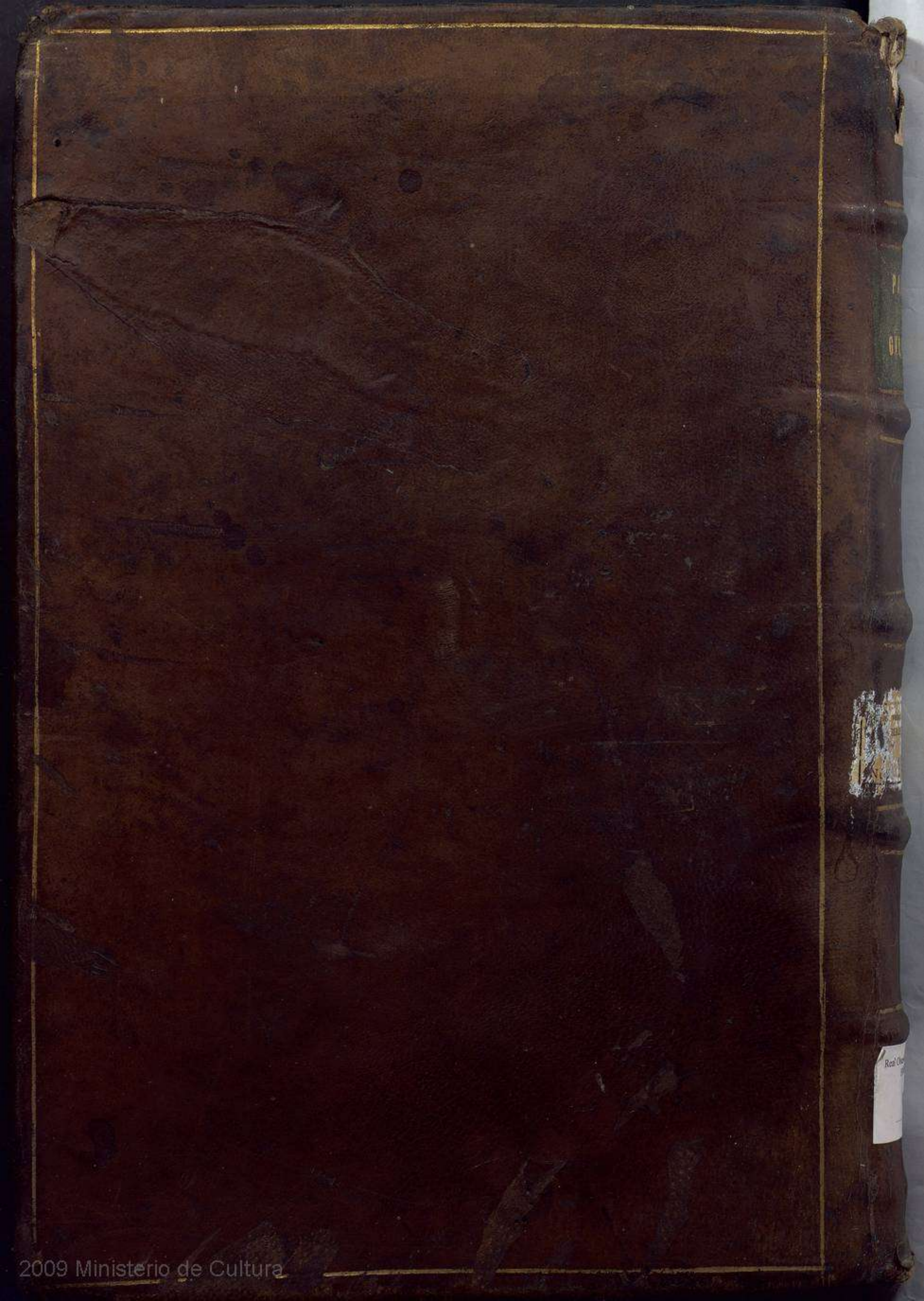
Pag.	vers.	Errata.	Correcta.	Pag.	vers.	Errata	Correcta.
2	12 à fine.	contenta	contentæ	183	sub finē,	adde.	5. Numerus cuius ultima figura est 5, & penul- tima alia quam 2, vel 7; nō est Cubus.
25	11 à fine.	G vicem	C vicem				
27	1	CAPUT I.	CAPUT. II.				
27	3	aliquæ,	aliquæ lineæ,				
27	18	linea	lineæ				
29	4 à fine.	majori	minori				
33	5 à fine.	hoc libro	hac propositone	184	23	2,500 ; 833 ; 478, &c.	2,500 ; 833 ; 458 &c.
41	17	BC	BD				
44	29	punctum I	punctum L	184	25	Bacherem	Bacherum
44	13 à fine.	triangulos	triangulo	188	9	partiū 5000 )	partiū 2000 )
46	8 à fine.	FB, quarum CF, FB, ob confusionem omissa sunt )	FB, (in figuris recte vitandam	188	ultima	diameter in 1000	diameter in 100
46	5 à fine.	HK	hk	189	10	quæ	quas
47	14	Dhk	DhK	191	6 à fine.	ab plura	ad plura
47	4	ita in illis,	ita in illis, AM	218	4	(Secundæ ta- men auctæ	(Altera tamē aucta
47	25	ita in illis, AM	ita in illis,			adedito	addito.
52	14 à fine.	septima	octava	220	8 à fine.		
60	17	intra P	intra p				
60	8 à fine.	nomi	ultimi				
60	7 à fine.	ultir	nor (midiametri				
60	5 à fine.	ad semidiametrum	ad longitudinē se- semidiametro				
63	11 à fine:	diametro	semidiametro				
72	2	Hd,	HV,				
72	12 à fine.	habebitur AT	habebitur At				
72	11 à fine	ea At	ea AT				
74	25	TPDGQ	TPDGDQ				
76	14	eodem	eadem				
77	2	Sit data	Sit, in eadem Supe- riori figura data				
84	6 à fine.	cap. 2.	cap. 5.				
85	9 à fine.	HI recta	HT recta				
86	18 à fine.	ABCDV AEGFA	Littera V delenda ab ipsis				
93	15	applicare (ti. EF applicari (nori FI	GI majori &c. mi- recta NF				
96	8	G majori &c. mino-	recta NF				
102	7	recta Nf	& GK (ti figura				
111	20	& EK	Sit deinde in sequē-				
112	10 à fine.	Sit deinde	Capite quinto				
116	10	Capite sexto	4. Quod				
130	6 à fine	3. Quod	quam ratione				
135	10 à fine.	quæ ratione	propius ad				
147	2	propius ad	illa				
156	3 à fine.	lila	præfixisti. Quando				
159	8	præfixisti.	Residuum paucarum est figurarum, hoc est, quinq; tantum, vel pauciorū, Radici inventæ per Logarithmos par- vo labore adijcere poteris, numerato- rem fractionis decem figurarum, per ea quæ infra docturi sumus, Capite 7. gulares sunt.ulares sunt ( qui numeri quomodo generentur, vide infra Cap. 9. )				
162	17	Cuborum.	Quadratorum.				
163	6	025 &c.	925 &c.				
167	in Tabu.	53	35				
171	16	99, 08 &c.	99, 98 &c.				
182	5	120, &c.	20, &c.				
182	7	lis; non est Quadratus.	lis; non est				
183	N. 7.	Quadratus. Par autem numerus quivis, qui per 4 non est numerabilis; nec ipse Quadratus est.					

*In Figuris*

Pag. 36, deest recta FK.  
 Pag. 41. quæ figuræ sæpius  
 repetuntur, in media,  
 prope A deest. In tertia  
 inter E & F, deest T. Et  
 supra p & u deest t.  
 Pag. 52 littera F fracta est.  
 Pag. 55, 56 deest pars lineæ  
 KO.  
 Pag. 103 in prima figura de-  
 est linea AD.  
 Pag. 114 loco hujus figuræ,  
 ea quæ habetur pagina  
 112 repetenda est.

BIBLIOTECA  
DEL  
CONVENTO DE S. FERNANDO





Fragment of a label on the spine, possibly containing a library or collection number.

Real Ob...

892

PAVLI  
GULDINI

Real Observatorio de la Armada  
BIBLIOTECA  
01882

Real Observatorio de la Armada  
BIBLIOTECA  
01882