THEORIE
DE LA
CONSTRUCTION
DES VAISSEAUX,

QUI CONTIENT PLUSIEURS TRAITEZ
de Mathématique ſur des matiéres nouvelles
& curieuſes.

Par le P. PAUL HOSTE *de la Compagnie de* JESUS, *Profeſſeur des Mathématiques dans le Séminaire Royal de Toulon.*

A LYON,
Chez ANISSON, & POSUEL.

M. DC. XCVII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.

PREFACE.

ON ne peut pas nier, que l'art de construire les Vaisseaux, qui est si nécessaire à l'Estat, ne soit le moins parfait de tous les arts. Les meilleurs Constructeurs ne bâtissent quasi qu'à la vûë les deux principales parties du Vaisseau, sçavoir l'avant & l'arriere: d'où il arrive que le même Constructeur bâtissant en même temps deux Vaisseaux sur les mêmes modelles, les fait le plus souvent si inégaux, qu'ils ont des qualitez toutes opposées.

Le hazard a tant de part à la construction, que les Vaisseaux qu'on construit avec plus de soins, se trouvent d'ordinaire les plus mauvais; & ceux qu'on a négligez, se trouvent quelquefois les meilleurs. Ainsi les plus grands Vaisseaux sont souvent les plus défectueux, & on voit plus de bons Navires parmi les Vaisseaux Marchands, que parmi les Vaisseaux de Guerre.

Aussi les traitez de l'Architecture Navale, qui ont paru jusques ici, n'ont touché qu'à l'écorce de la construction des Vaisseaux. On s'est contenté de donner le nom, la figure, la liaison, & l'usage des diverses parties du Vaisseau, avec quelques proportions générales, que le hazard ou le caprice avoit introduit parmi les Constructeurs. Mais qui ne voit, que tout cela peut bien apprendre à bâtir des Vaisseaux bons ou mauvais; & non pas à en faire de bons le plus sûrement, le plus aisément, & avec le moins de fraiz qu'il se peut, comme la perfection de l'art l'exige?

Il est vrai que depuis quelques années les Constructeurs François ont travaillé à perfectionner leur art. Quelques-uns ont commencé de faire des plans, où ils ont déterminé tous les Gabaris ou modelles de l'avant à l'arriere; mais comme ils n'ont pas les principes nécessaires, ils travaillent avec peu de sûreté. Leurs Vaisseaux ne sont pas meilleurs, que ceux qu'on bâtissoit, sans sçavoir ni lire ni écrire: ils ne vont pas mieux, ils portent souvent moins la voile, ils tombent plûtôt, ils durent moins: en un mot les Constructeurs d'aujourd'hui conviennent comme les Anciens, qu'on ne sçait pas encore ce que veut la mer.

Je n'ignore pas que de tres-habiles gens se sont flatté de trouver *par la pratique dans des essais fréquens, ce qu'ils n'ont pas trouvé dans la théorie. Mais je pense qu'ils auront peine à réüssir: le Vaisseau est une machine trop composée, & il faut que trop de choses concourent à le rendre parfait, pour pouvoir rencontrer par hazard sa perfection: souvent en ces sortes de choses, quand on veut rendre son ouvrage meilleur, on le gâte en y corrigeant à l'aveugle ce qui en faisoit la bonté. D'ailleurs les essais sont d'une grande dépense, quand on les fait en grand; & si on les fait en petit, les defauts & les perfections y deviennent imperceptibles. Je conviens que les essais, & l'expérience commencent les arts, quand les ouvrages sont encore fort simples: mais dés qu'ils viennent à étre plus composez, il faut recourir à la théorie, pour débroüiller cette multitude confuse de circonstances, qui donnent le change aux Ouvriers, & les font méprendre.*

Voilà ce qui me fait suivre une route nouvelle, dans le dessein que je me suis proposé de donner des régles, pour la construction des Vaisseaux: j'ai résolu de commencer par la théorie, en apprenant aux Constructeurs, ce que veut la mer, *avant que de leur donner des régles sûres & aisées de leur art. J'ai senti toute la difficulté de mon entreprise: mais les grands avantages qu'on en peut tirer, & les ordres exprés de Monsieur le Maréchal de Tourville m'ont encouragé: je laisse à mon Lecteur le jugement du succez dont je me suis flatté. Voici comment je m'y suis pris.*

J'ai d'abord supposé, comme le but de mon dessein, que la perfection d'un Constructeur consiste à sçavoir faire des Vaisseaux, qui aient infailliblement les bonnes qualitez, qu'il y aura voulu mettre: de maniere qu'il ne puisse plus tomber dans les inconveniens des Constructeurs ordinaires, qui ne peuvent jamais répondre de leurs ouvrages; & qui réüssissent souvent plus mal, quand ils travaillent avec plus d'application.

J'ay donc commencé par examiner les bonnes qualitez d'un Vaisseau; j'ai tâché de découvrir les voyes qui y conduisent, en déterminant ce en quoi consistent ces bonnes qualitez, & ce qui peut les faire naître dans le Vaisseau. Par exemple, une des plus importantes qualitez du Vaisseau, c'est d'aller vîte, ou de fendre aisément l'eau par sa proüe; J'ai donc examiné, d'où vient la peine qu'ont les corps à fendre le milieu. J'ai déterminé comment les diverses figures des corps peuvent diminuer, ou augmenter cette peine; & qu'elle est la figure la plus propre à un corps pour fendre aisément le milieu. De même il est essentiel à un Vaisseau de porter sa voile, c'est-à-dire de ne point se coucher quand le *le vent pousse ses voiles de côté : j'ai donc aussi examiné d'où vient la force du Vaisseau pour porter sa voile, en quoi elle consiste, & qu'elle est la figure du Vaisseau qui peut augmenter ou diminuer cette force. J'ai fait la même chose pour toutes les autres qualitez des Vaisseaux ; aprés quoi il m'a été aisé de donner des régles sûres pour faire un habile Constructeur, qui agira sur des principes certains, sans qu'il détermine rien dans tout son Ouvrage qu'il n'en sçache l'effet, & qu'il n'en prévoie toutes les suites.*

J'ai reduit toutes les veritez générales que j'ai découvertes, à de certains chefs pour en faire ce que j'appelle la Théorie de l'Architecture Navale, *qui n'est rien autre chose qu'un traité des qualitez du Vaisseau en général : & qui renferme les théorémes & les problémes généraux, qui doivent servir de fondement aux régles de la Construction des Vaisseaux. C'est là ce qui doit faire la premiere Partie de mon Ouvrage. La seconde apprendra en particulier à déterminer la figure & les proportions des Vaisseaux, à faire leurs plans, à tracer les gabaris ou modéles de toutes leurs piéces, à unir & lier leurs diverses parties les unes avec les autres, en les plaçant sur le Chantier, à achever tout l'ouvrage. La troisiéme contiendra une maniere générale, aisée & exacte d'agréer les Vaisseaux. J'aurois pû donner au public ces trois Parties de la Construction en même temps : mais comme les choses que la premiere Partie contient sont nouvelles, & quelquefois contraires aux préjugez de plusieurs Sçavans : j'ai crû qu'il falloit l'exposer à l'examen de ceux qui voudront la lire, avant que de donner les deux autres qui n'en sont que les corollaires.*

J'avois seulement résolu d'indiquer en cette premiere Partie les applications plus générales qu'on peut faire de la théorie à la pratique : mais j'ai ensuite changé d'avis, me persuadant que les plus éclairez découvriront sans peine, & avec quelque plaisir ces applications, & que les autres seront bien aises de trouver quelque air de nouveauté dans les deux Parties suivantes. On m'avoit conseillé d'indiquer du moins dans mon Ouvrage les divers endroits, qui peuvent être d'une assez grande conséquence pour l'Architecture civile, & pour les autres parties de Mathématique ; & sur tout on insistoit que je fisse remarquer plusieurs erreurs, où on a donné parmi les Sçavans sur les matiéres que je traitte : mais je n'ai pas voulu distraire mon Lecteur, dont j'avois besoin de ménager l'attention : je me suis contenté de faire remarquer les paralogismes, qui sembloient prouver le contraire de mes propositions, remettant à un autre temps les réflexions que je pourrai faire sur mes nouvelles découvertes.

Mes amis m'ont encore remontré que je faisois tort à mon Ou-

 -vrage,

vrage, en lui donnant un titre qui le limite à la conſtruction des Vaiſſeaux, dont bien des gens ne s'embarraſſent gueres : quoiqu'il contienne tant de choſes qui peuvent intereſſer les moins curieux ; car enfin, me diſoient-ils, vôtre Théorie eſt dans le fond un recueil de pluſieurs traitez de Mathématique ſur des matiéres également utiles, curieuſes & nouvelles. Elle renferme 1. Un traité de la peine que trouvent les corps dans le milieu où ils ſe meuvent. 2. Un traité de l'équilibre des corps qui ſurnagent dans les liqueurs. 3. Un traité du mouvement que l'agitation des liqueurs communique aux corps qui y ſurnagent. 4. Un traité du mouvement que les corps peuvent avoir autour d'un de leurs points. 5. Un traité de la force des parties qui compoſent un bâtiment, & de la figure qu'elles doivent avoir pour rendre le bâtiment également fort par tout. 6. Une nouvelle maniere de trouver, & de décrire les courbes du ſecond genre, & quelques unes du troiſiéme, j'ai appellé courbes du ſecond genre celles qui montent au ſecond dégré. Ces remontrances m'ont obligé ſeulement d'avertir mon Lecteur dans le titre du Livre, qu'il y trouvera des choſes dignes de ſa curioſité.

J'ai tâché de reduire toutes mes démonſtrations aux premiers élémens de la géométrie, que j'ai cité le plus exactement que j'ai pû ; & ſi quelquefois les conſéquences que j'ai tirées, ſemblent trop éloignées de leurs premiſſes : j'ai été obligé d'en uſer ainſi pour éviter une trop grande longueur, qui n'auroit pas rendu mes démonſtrations moins obſcures. Je ne doute pas pourtant que mon Lecteur ne rencontre des propoſitions qui lui feront de la peine, parce qu'elles ſeront contraires à ſes préjugez : je le prie de ne ſe pas rebuter, & je me flatte, que s'il n'eſt pas d'abord pleinement ſatisfait, il le ſera dans la ſuite. Il eſt certaines propoſitions, dont on ne peut pas faire ſentir la vérité tout d'un coup ; les préventions contraires qu'on a, nous éblouïſſent ſi fort, qu'elles nous empêchent d'être ſenſibles aux lumieres les plus claires ; mais peu à peu nos préjugez ſe diſſipent, nous commençons de voir à la faveur d'une application conſtante, & bientôt nous nous étonnons nous mêmes d'avoir trouvé de l'obſcurité, où il n'y avoit en effet qu'une clarté tres-pure.

Pour les loix du mouvement que j'ai établies, je ne prétens pas les faire recevoir autrement, que comme un ſiſteme qui facilite l'explication des choſes dont tout le monde convient. Qui peut ſçavoir les loix que Dieu a établies, pour régler l'Univers ? Auſſi n'ai-je pas appuié mon Ouvrage ſur ces loix, & ſi je les cite dans quelques démonſtrations, c'eſt en les prenant pour des faits dont perſonne ne peut douter.

Je prie auſſi mon Lecteur de trouver bon, que je donne à de certains

termes

termes une ſignification plus étenduë, qu'on ne leur donne communément; j'ai été quelquefois obligé d'en uſer ainſi, pour me rendre plus intelligible dans des matiéres, qui ſont d'elles mêmes fort embroüillées, & j'ai crû qu'il ſuffiſoit de marquer la ſignification que je donne à un terme, pour avoir droit de m'en ſervir, ſans craindre de faire de la peine à mes Lecteurs. J'ai pris cette liberté en particulier dans les mots de vîteſſe, *& de* choc*: & je me flatte qu'on ne le trouvera pas mauvais, ſi on prend la peine de parcourir tout le premier chapitre de mon Ouvrage.*

Au reſte je ne crois pas devoir répondre à ce qu'on m'a reproché dans le Journal des ſçavans, où on prétend que les ouvrages de Mathématique que j'ai donné au public, ſemblent être éloignez de ma profeſſion. Les Papes, les Empereurs, les Roys, preſque tous les Princes, & toutes les Villes conſidérables de la Chrêtienté, qui ont donné leurs Colléges aux Jeſuites pour y enſeigner les Mathématiques, comme les autres Sciences humaines, ont ſans doute penſé tout autrement que l'Autheur du Journal, & il me permettra bien de penſer de même.

FAUTES A CORRIGER.

PAge 49. *ligne* 30. AE, *liſez* AB. *p.* 56. *l.* 10. CAB, *liſ.* CAL. *l.* 17. BF, *liſ.* AF. *p.* 59. *l.* 30. AFD, *liſ.* EFD. *p.* 64. *l.* 4. BF, *liſ.* CF. *l.* 28. BOE, *liſ.* DOE. *p.* 70. *l.* 18. voile, *liſ.* houle. *p.* 72. *lig.* 33. CF, *liſ.* CE. *p.* 73. *l.* 4. matiere, *liſ.* mâture. *pag.* 84. *lig.* 35. ſi, *liſ.* ſi on ne négligeoit pas le remoux, qui ſe fait comme ſi. *p.* 85. *l.* 13. direction B, *liſ.* BC. *p.* 107. *lig.* 4. BI à BC, *liſ.* BC à BI. *lig.* 5. BI à BD ou BI à AC, *liſ.* BD à BI, ou AC à BI. *p.* 124. *l.* 28. ILG, *liſ.* ILH. *p.* 127. *lig.* 16. BC, *liſ.* BD. *p.* 139. *lig.* 5. ABD, *liſ.* AED. *p.* 161. *lig.* 25. équation, *liſ.* progreſſion. *p.* 167. *l.* 36. *2bc.* liſ. *2bx.*

EXTRAIT DU PRIVILEGE DU ROY.

PAR Lettres Patentes du Roy données à Paris le 7. jour de Novembre 1696. Signées BOUCHER, & scellées du grand Sceau de cire jaune; Il est permis au Révérend Pére PAUL HOSTE Jesuite, de faire Imprimer deux Livres qu'il a composez, l'un intitulé, l'*Art des Armées Navales*, & l'autre *Théorie de l'Architecture Navale*, &c. & ce pendant le temps & espace de quinze années consecutives, à compter du jour que lesdits Livres auront été achevez d'Imprimer pour la premiere fois: avec defence, &c.

Registré sur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, suivant l'Arrêt du Parlement du 8. Avril 1653. & celui du Conseil privé du Roy du 27. Fevrier 1665.

Et ledit R. P. HOSTE *a cedé le Privilege cy-dessus à* ANISSON & POSUEL *de Lyon.*

Achevé d'Imprimer pour la premiere fois en vertu des presentes le 25. Octobre 1697.

Permission du Révérend Pére Provincial.

JE soussigné Provincial de la Compagnie de JESUS, en la Province de Lyon, suivant le pouvoir que j'ai reçû de nôtre R. P. Général, permets au Pére PAUL HOSTE de la même Compagnie, de faire Imprimer l'*Art des Armées Navales*, & la *Théorie de la Construction des Vaisseaux*, dans un Livre qui a été vû & approuvé par trois de nos Professeurs. En foi de quoi j'ai signé la présente. A Rome le 13. de Novembre 1696.

GABRIEL JACOB.

TABLE

TABLE POUR LA THEORIE DE LA CONSTRUCTION DES VAISSEAUX.

LIVRE PREMIER.

De la figure du Vaisseau en général.

CHAPITRE PREMIER.

De la figure du Vaisseau par rapport à l'eau qu'il doit fendre.

CHAPITRE SECOND.

De la figure du Vaisseau par rapport à la voile qu'il doit porter.

CHAPITRE TROISIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport au tangage.

CHAPITRE QUATRIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport à la dérive.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport au Gouvernail.

§. IV.

LIVRE SECOND.

De la solidité des Vaisseaux.

CHAPITRE PREMIER.

De la force des parties qui peuvent composer les Vaisseaux.

CHAPITRE SECOND.

De la force des liaisons des parties du Vaisseau.

CHAPITRE TROISIE'ME.

De l'effort que les parties du Vaisseau doivent soûtenir.

CHAPITRE QUATRIE'ME.

De la maniere dont les parties du Vaisseau s'entre-soûtiennent.

LIVRE TROISIE'ME.

Des plans du Vaisseau.

CHAPITRE PREMIER.

Des trois plans du Vaisseau.

CHAPITRE SECOND.

Des reductions dont on se sert dans les plans du Vaisseau.

CHAPITRE TROISIE'ME.

Machines pour décrire les lignes précédentes.

Fin de la Table.

THEORIE DE LA CONSTRUCTION DES VAISSEAUX.

LIVRE PREMIER.

De la figure du Vaisseau en Général.

IL me semble que la Théorie de la Construction des Vaisseaux se reduit à examiner trois sortes de choses. 1. Les choses qui peuvent déterminer la figure du Vaisseau. 2. Celles qui peuvent contribuer à sa solidité. 3. Celles qui en peuvent faciliter les plans. Nous examinerons dans ce premier Livre les choses qui peuvent déterminer la figure du Vaisseau : & nous le diviserons en six Chapitres ; parce que la figure du Vaisseau peut faire. 1. Qu'il fende l'eau avec moins de peine. 2. Qu'il porte mieux la voile. 3. Qu'il tourmente moins. 4. Qu'il gouverne mieux. 5. Qu'il dérive moins. 6. Qu'on y oriente plus aisément les voiles. *Division de l'ouvrage.*

CHAPITRE PREMIER.

De la figure du Vaisseau par rapport à l'eau qu'il doit fendre.

EXPLICATION DU SUJET.

ON s'est apperçû de tout temps, que les diverses figures des corps les rendent plus ou moins propres à fendre les liqueurs dans lesquelles ils se meuvent. Il n'a pas fallu recourir à la chûte *Ce que fait la figure du mobile dans les liquides.*

des corps pesants, pour en convaincre les plus opiniâtres ; puisque les corps qu'on fait mouvoir dans l'eau le démontrent à tous ceux qui ont des yeux. Personne n'en a doûté ; mais personne ne s'est encor avisé de traiter exactement d'une matiére si utile, & si curieuse. On n'a pas même examiné à fond ce en quoi consiste cette peine, que les corps trouvent à fendre le milieu où ils se meuvent. On s'est contenté d'en juger sur des préventions, & par des analogies, qui ont donné lieu à beaucoup d'erreurs.

Premiere opinion. Quelques-uns ont crû que la peine, que trouvent les corps durs à fendre les liquides, vient de la même cause, qui fait que les corps durs se divisent difficilement les uns les autres : & sur ce préjugé ils ont pensé que comme les corps durs, qui sont destinés à diviser les autres, doivent être aigus, & avoir un tranchant ; il faut de même que les corps durs, qui doivent fendre les corps liquides, soient aigus, & comme terminés en tranchant. C'est là sans doûte la pensée qui se presente d'abord à ceux qui examinent la question dont il s'agit : & on donne sans peine dans le sens du Poëte, qui prétend que le Vaisseau dans la mer fait à peu prés comme le soc de la charruë dans une terre qu'on laboure : qu'il y fait des sillons en s'y ouvrant un passage, & que ces sillons different seulement de ceux de nos campagnes, en ce que ceux-cy subsistent long-temps aprés que la charruë a passé ; au lieu que ceux-là se remplissent, & s'effacent d'eux-mêmes presque en un moment. C'est aussi pour cela que les Anciens terminoient la prouë de leurs Vaisseaux par des especes de becs d'airain, qu'ils prétendoient servir de soc, pour leur ouvrir un passage dans la mer ; & même aujourd'hui nous appellons Taille-mer une piece de bois assez aiguë qu'on met à l'avant du Vaisseau. Il faut neanmoins convenir, que ce n'est point le tranchant des corps qui leur fait fendre plus aisément les eaux : puisque l'experience nous apprend que les corps pénetrent, & traversent l'eau avec moins de peine, quand on les y fait mouvoir le gros bout premier. Par exemple, ayez une poutre de figure conique, qui surnage dans l'eau : si vous la poussés en donnant du plat de la main contre sa pointe ; elle ira plus loin considerablement, que si vous la poussiez avec la même force en frappant sa base. Aussi ne voit-on jamais que les Matelots remorquent ces sortes de bois par la pointe ; ils les font toûjours aller le gros bout premier. De même on donne à tous les Bâtimens de la mer un gros avant & un arriére délié, à l'exemple sans doute des poissons, dont les plus vîtes sont fort gros en avant, & fort minces en arriére.

Seconde opinion. Toutes ces choses ont fait dire à quelques-uns, que le gros bout d'un corps passant le premier ouvre une voye par où le reste passe sans

ſans peine. Ils confirment leur penſée par l'exemple des Bateliers, qui voulant faire remonter une riviére à pluſieurs bateaux, mettent les plus gros les premiers, afin qu'aiant ouvert un chemin aux plus petits, ceux-cy remontent ſans trouver nulle reſiſtance. Mais ſi ce raiſonnement eſt ſolide, il prouve beaucoup mieux que les corps durs ne doivent pas être aigus pour fendre les autres corps durs : car ſi le ſoc de la charruë faiſoit d'abord une groſſe ouverture dans la terre, le reſte y paſſeroit ſans peine ; d'autant plus que l'ouverture une fois faite, ſubſiſteroit dans la terre, au lieu qu'elle ſe referme d'abord dans l'eau. Pour ce qui eſt des bateaux qu'on fait remonter une riviére ; les gros ne fendent pas l'eau pour les petits, car nos yeux nous en convainquent : mais ils les mettent à l'abri du courant qu'ils détournent, comme font les rochers & les autres corps immobiles, qui ſe trouvent dans le courant d'une riviére rapide.

D'autres ont ſuppoſé que les corps qui fendent l'eau en reçoivent le même mouvement, qu'elle leur imprimeroit, s'ils étoient en repos, & qu'elle fut portée contr'eux avec une viteſſe égale : d'où ils concluent que la peine que les corps trouvent à fendre l'eau vient de ce que l'eau les repouſſe, en les frappant avec la même force que feroit un torrent qui fondroit ſur eux, & les entraîneroit. Mais tout cela ne fait pas comprendre comment un corps fent plus aiſément l'eau par ſon gros bout : puiſqu'il ſemble toûjours qu'en lui préſentant ſon gros bout, il en rencontre une plus grande quantité, ou qu'il en eſt frappé plus directement, & avec plus de force. C'eſt pour cela que les éperons qu'on fait pour défendre les ponts contre les riviéres rapides, préſentent un tranchant au courant : afin que les eaux ne les frappant que de biais, leur faſſent moins de violence. *Troiſieme opinion.*

On n'a donc pas encor examiné à fond d'où vient la peine que trouvent les corps à fendre les liqueurs où ils ſe meuvent ; il faut que nous décidions exactement, & d'une maniére géométrique, un point ſi eſſentiel à la conſtruction : nous allons enſuite donner une méthode aiſée pour ſupputer cette peine dans tous les corps, de quelque figure qu'ils puiſſent être : nous allons déterminer géométriquement les figures qui diminuent plus ou moins cette peine, & faire connoître la figure que doit avoir un corps pour fendre le milieu où il ſe meut, le plus aiſément qu'il ſe peut. Aprés cela il ne ſera pas difficile de déterminer la figure que doivent avoir les Vaiſſeaux pour être bons voiliers. Il faut ſeulement obſerver que nous ſuppoſerons d'abord le milieu parfaitement liquide : nous reſervant enſuite à faire dans la pratique les reſtrictions que les differentes liqueurs exigeront.

§. I.

Du Mouvement.

I.

LE mouvement eſt *ce qui approche, ou éloigne ſucceſſivement un corps d'un autre.* Il faut toûjours conſiderer le corps qui ſe meut comme un point ; & le corps dont il s'approche, ou dont il s'éloigne, comme un plan parallele à la face que le corps, qui eſt en repos, préſente à celui qui ſe meut.

II.

La direction du mouvement eſt la ligne perpendiculaire, qui tombe du corps qui ſe meut ſur celui dont il s'approche, ou dont il s'éloi-
Figure 1. gne. Ainſi quand le corps A parcourt la ligne AB, nous diſons qu'il ſe meut, parce qu'il s'approche des corps B. C. D. & s'éloigne des corps E. F. G. Nous diſons de même que la *direction* du mouvement qui porte le corps A vers le corps B, eſt la ligne AB. comme AC eſt la direction du mouvement qui le porte vers le corps C. &c.

III.

La direction du mouvement fait une partie de ſon eſſence : c'eſt à dire que le même mouvement ne peut pas avoir deux directions differentes ; & il faut reconnoître autant de differents mouvemens dans un corps, qu'il a de directions differentes.

IV.

La viteſſe du mouvement eſt l'eſpace que parcourt le Mobile en un temps déterminé.

V.

Figure 1. Le produit de la maſſe du Mobile, par ſa viteſſe peut toûjours exprimer la quantité du mouvement. Ainſi le corps A qui parcourt la ligne AB a autant de mouvement, qu'en auroit la moitié du corps A, ſi elle parcouroit deux fois la ligne AB.

VI.

Deux mouvemens ſont contraires lorſqu'ils ont des directions opposées. Ainſi le mouvement qui porte le corps A vers B, eſt contraire à celui qui porteroit le corps B vers A.

VII.

VII.

Le choc de deux corps, est *la rencontre de deux corps qui sont poussés l'un contre l'autre.* Le choc peut se faire en deux maniéres, 1. Si le corps A parcourant la ligne AB, rencontre le corps B, ils se choqueront. 2. Si le corps A étant en repos contre le corps B reçoit un mouvement par la direction AB, sans que le corps B en reçoive un semblable, qui lui soit proportionné; les deux corps se choqueront. Dans le premier cas, nous disons que le corps A *frappe* le corps B, & dans le second nous disons qu'il le pousse : mais dans l'un & l'autre cas, nous disons que le corps A *choque* le corps B, parce qu'il le rencontre, & qu'il est poussé contre lui. Figure 2.

Remarque.

Je sçai bien qu'on prent plus souvent, le choc *pour la* percussion: *mais je ne pense pas que cela doive m'empêcher de lui donner ici une signification plus ample.*

VIII.

Le choc de deux corps est parfaitement le même, quand le mouvement qui les pousse l'un contre l'autre est le même : soit qu'il se trouve dans l'un, ou dans l'autre corps; soit qu'il se trouve partie dans l'un, partie dans l'autre. Ainsi quand deux corps A. B. se choquent, pour juger de l'éffort du corps A sur le corps B, on pourra supposer que le mouvement qui les porte l'un contre l'autre est tout dans le corps A : on pourra ensuite faire le même pour le corps B. Figure 2.

IX.

La quantité du choc est égale au produit du moindre des deux corps, par la vitesse avec laquelle ils sont poussés l'un contre l'autre.

X.

La direction du choc, est la même que celle du mouvement qui pousse les corps l'un contre l'autre.

Loix du Mouvement.

Premiére Loi. *Quand un corps en choque un autre, il lui imprime un mouvement égal, & semblable à leur choc.* Soit le corps A qui parcourant la ligne AB, rencontre le corps B : ces deux corps se choqueront; & parconséquent le corps A imprimera, au corps B un mouvement égal à leur choc, par la direction AB : & le corps B imprimera au corps A un mouvement égal à leur choc par la direction. BA[a]. Figure 2

[a] Defin. 8.

Seconde Loi. *Le mouvement qu'on a imprimé à un corps perſevére juſques à ce que le mobile ne puiſſe plus ſe mouvoir par la même direction.* Nous diſons qu'un mobile ne peut plus ſe mouvoir par une direction, quand on lui imprime un mouvement égal par une direction contraire, ou quand il trouve un obſtacle inſurmontable. Il ſe peut faire que le mouvement contraire qu'on imprime au mobile, ne ſoit égal qu'à une partie de celui qu'il avoit déja, & alors il n'y a que cette partie qui ſoit détruite. De-même l'obſtacle peut être inſurmontable en deux maniéres. 1. Quand l'obſtacle ne peut nullement être ôté de ſa place, & alors le mobile pert tout ſon mouvement. 2. Quand l'obſtacle ne peut être ôté qu'avec une viteſſe moindre que celle du mobile, & alors le mobile pert une partie proportionnée de ſon mouvement.

Remarque.

Ces deux Loix tres-ſimples, l'une pour la production du mouvement, l'autre pour ſa deſtruction, ſuffiſent, pour expliquer géométriquement, tous les éffets qu'on remarque dans les corps qui ſe frappent, ou qui ſe pouſſent: en voici deux exemples.

Figure 3. 1. Soient les faces de deux corps BC, CD perpendiculaires l'une ſur l'autre : Si le corps A parcourt la ligne AB inclinée ſur la face BC : il aura deux mouvemens ; [a] l'un qui l'approchera du corps BC par la direction AC ; l'autre qui l'approchera du corps DC par la direction AD : & ces deux mouvemens ſeront entr'eux comme AC eſt à AE. Je dis donc que ſi le mobile A vient à rencontrer le corps B, qui eſt un obſtacle inſurmontable ; il ſera repouſſé aprés le choc par la ligne BD, de ſorte que les angles ABC, DBC ſeront égaux.

a Defin. 2.

Demonſtr. Puiſque le corps B eſt un obſtacle inſurmontable, le mouvement qui portoit le corps A contre le corps B ſera détruit ; [b] & à cauſe du choc le corps B imprimera au corps A un mouvement dont la direction ſera BE, & qui ſera égal au mouvement qui approcheoit le corps A du corps B [c]. Donc aprés le choc le corps A aura deux mouvemens, dont l'un ſera exprimé par la ligne BE ou CA, & l'autre par la ligne ED, ou AE : donc aprés le choc il parcourra la ligne BD, de ſorte que BE ſera à ED, comme CA eſt à AE, ou de ſorte que les angles ABC. DBC ſeront égaux. Ce qu'il &c.

b 2. L.

c 1. L.

Figure 4. 2. Soit A le centre de gravité d'un corps dont la baſe CD eſt ſur un plan incliné parfaitement uni, & s'étend au delà du point E, ou la verticale AE coupe le plan incliné. Je dis que le corps A gliſſera par une ligne AH parallele à CD. Tirons AB perpendiculaire ſur CD, BL perpendiculaire ſur AE, & AI perpendiculaire ſur GH, &

suppoſons que AE eſt le mouvement par lequel le corps A tend en bas durant un temps infiniment petit.

Démonſtr. Puiſque la ligne AE exprime le mouvement par lequel le corps A tend en bas durant un temps infiniment petit, la ligne AB exprimera celui par lequel il pouſſe le plan CD [a] : & parce que le plan CD eſt un obſtacle inſurmontable, il détruira tout le mouvement AB [b], où les mouvemens BL, AL, & en même temps il repouſſera le corps A par le mouvement AG, ou par les mouvemens GI, AI. Mais le poids du corps A eſt un obſtacle inſurmontable au mouvement GI : puiſque le mouvement du poids A en un temps infiniment petit eſt égal à AE ; donc le mouvement GI ſera détruit, & il ne reſtera dans le corps A que les mouvemens LE & AI, ou IH & AI, ou AH. [c] Ce qu'il &c.

[a] Défin. 2.
[b] 2. L.
[c] Défin. 2.

Remarque.

Si le mouvement AE étoit accéléré, ou plus grand que celui du poids A en un temps infiniment petit, alors le poids A ſuivroit quelque ligne plus élevée que AH durant quelque temps ; parce qu'alors le poids A ne ſeroit pas un obſtacle inſurmontable au mouvement GI. Ce qui ne peut rien changer à nôtre propoſition, parce que le mouvement AE ne s'accélére pas, mais ſeulement le mouvement AH.

§. II.

D'où vient la peine que les corps trouvent à fendre le milieu où ils ſe meuvent.

Propoſition 1.

SI le globe A pouſſe le globe B, il ne pourra pas ſe mouvoir auſſi vîte, que s'il ne le pouſſoit pas. Figure 5.

Démonſtr. Puiſque le globe A pouſſe le globe B ; le globe B lui imprime un mouvement contraire, [a] égal à leur choc : donc le globe A perd une partie de ſon mouvement égale au même choc ; [b] donc il ne peut pas ſe mouvoir auſſi vîte que s'il ne pouſſoit pas le globe B. Ce qu'il falloit démontrer.

[a] 1. L.
[b] 2. L.

Propoſition 2.

La peine que le globe A trouve à pouſſer le globe B, eſt égale au mouvement qu'il communique au corps B.

Démonſtr. La peine que le globe A trouve à pouſſer le globe B n'eſt rien autre choſe, que le mouvement qu'il perd en le pouſſant ; mais le mouvement qu'il perd en le pouſſant, & le mouvement qu'il lui communique ſont égaux chacun au choc [a], & par conſéquent entr'-

[a] Précéd.

eux ;

eux ; donc la peine que le globe A trouve à pousser le globe B est égale au mouvement qu'il lui communique : Ce qu'il &c.

Proposition 3.

Figure 6. Quand le corps AB se meut dans une liqueur, il faut qu'il communique aux parties de la liqueur, le mouvement qui leur est nécessaire pour quitter la place qu'elles occupent devant, & pour occuper la place qu'il quitte derriére. Supposons donc que le corps AB quitte la place AB en s'avançant sur la place BC.

Démonstr. Le corps AB ne peut pas quitter la place AB pour prendre la place BC : sans que les parties de la liqueur quittent la place BC qui est devant, & occupent la place AB derriére : donc il faut que le corps A communique aux parties de la liqueur le mouvement qui leur est nécessaire pour quitter la place qu'elles occupent devant, & pour occuper celle qu'il quitte derriére : Ce qu'il &c.

Proposition 4.

Figure 7. Quand le corps D qui se meut dans une liqueur, gagne en s'avançant la place du globe A, & quitte la place B, il communique autant de mouvement aux parties de la liqueur, que si le globe A passoit de la place A à la place B, en coulant le long des côtez du corps D.

Démonstr. Si le globe A passoit de la place A à la place B en parcourant l'espace ACB, son mouvement seroit le produit d'un globe par quatre diamétres CC : & si le globe A passe de la place A à la place C, & que les globes C passent successivement de l'un à l'autre jusques à B, leur mouvement sera le produit de quatre globes
b. par un diamétre CC. Mais ces deux produits seront égaux [b], donc
Défin. 6. le mouvement des parties de la liqueur sera le même que si le globe A passoit de la place A à la place B en coulant le long des côtez du corps D. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La peine que le mobile trouve à fendre le milieu, peut toûjours être exprimée par le mouvement qu'il faut à la masse de la liqueur déplacée pour passer le long des côtez du mobile, depuis la place qu'il occupe en s'avançant, jusques à celle qu'il quitte.

Proposition 5.

La peine que le mobile trouve à fendre le milieu, croît en même raison que sa vitesse.

Démonstr. La vitesse du mobile croître, n'est rien autre chose, que

que le mobile, faire le même chemin, ou donner le même mouvement aux parties du milieu, en moins de temps : donc la peine du mobile & la vîtesse du mobile croissent en même raison que le temps décroît, donc la peine du mobile & sa vîtesse croissent en même raison. Ce qu'il &c.

Remarque.

On fait ici un paralogisme ; quand pour montrer que la peine du mobile croît en raison doublée des vîtesses, on dit qu'une plus grande vîtesse fait que le mobile pousse un plus grand nombre de parties, en un temps égal ; & qu'il pousse chaque partie avec plus de force : ainsi, conclut-on, quand la vîtesse du mobile est double, il pousse deux fois autant de parties du milieu en un temps égal, & il pousse chaque partie avec deux fois autant de vîtesse, & parconséquent, sa peine est quadruple. Cela s'appelle faire croître la peine du mobile deux fois pour la même raison. Afin d'en être convaincu, il faut remarquer que si la peine du mobile devoit croître pour deux chefs, il faudroit 1. Qu'il poussât un plus grand nombre de parties en un temps égal : 2. Qu'il donnât à chaque partie un plus grand mouvement, en leur faisant parcourir un plus grand espace. Mais il n'est pas vrai qu'il donne à chaque partie un plus grand mouvement, puisqu'il leur fait parcourir à chacune le même espace, soit qu'il se meuve moins, ou plus vîte : & quand on dit que le mobile frappe plus vîte chaque partie, il faut concevoir qu'il employe moins de temps à leur faire parcourir l'espace que chacune doit parcourir ; ou qu'il pousse moins long-temps chaque partie, ou qu'il en pousse plus en un temps égal.

§. III.

De la peine que les surfaces Planes trouvent à fendre le milieu.

Proposition 6.

Soient les parallelogrammes AB, BC égaux ; si on fait passer la liqueur qui couvre AB, sur BC par des lignes paralleles à AC, son mouvement sera égal au produit de la liqueur par la hauteur AB du parallelogramme. Figure 8.

Démonstr. Le point A de la liqueur AB se rendra sur le point B du parallelogramme BC, donc sa vîtesse sera AB : tous les autres points de la liqueur AB, parcourront une ligne égale à AB, ou auront la même vîtesse pour se rendre sur les points qui leur répondent dans le parallelogramme BC : donc la vîtesse de toute la liqueur

queur A B ſera égale à la hauteur A B du parallelogramme ; donc
[a] Défin. 6. le produit de la liqueur par A B[a] exprimera ſon mouvement. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La liqueur qui couvre le parallelogramme A B pouvant être exprimée par le parallelogramme A B : on peut exprimer le mouvement qu'il lui faut, pour paſſer du parallelogramme A B au parallelogramme B C, par un parallelipipede dont le parallelogramme A B ſera la baſe & dont le côté A B ſera la hauteur.

Propoſition 7.

Figure 9. Soit quelque triangle A B C couvert d'une liqueur, qui étant également pouſſée de tous les côtez, excepté le côté, qui répond à la baſe A B, eſt en éffet portée vers la baſe A B. Je dis que tous les points de la liqueur ſe rendront ſur la baſe A B par la ligne la plus courte qui les y conduit. Tirez C E qui ſoit la plus courte de celles qu'on peut tirer du point C à la baſe A B. Tirez auſſi quelqu'autre ligne C H, & H F, parallele à C E.

Démonſtr. Puiſque le point C n'eſt pouſſé que vers la baſe A B, il ne ſera pas pouſſé vers le point H, ou vers la ligne H F, donc il ne ſe rendra pas ſur A B par la ligne C H, mais par la ligne C E. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si quelque puiſſance pouſſe la liqueur A B C vers la baſe AB, tous les points de la liqueur s'y rendront par des lignes paralleles à la plus courte de celles qu'on pourra tirer du point C ſur la baſe B A.

Propoſition 8.

Si la liqueur A C B, qui eſt chaſſée vers la baſe A B, doit paſſer de la baſe A B ſur le triangle B D A : elle y paſſera par des lignes paralleles à E D. Tirons les lignes M N paralleles à C E, & N O paralleles à E D.

Démonſtr. Puiſque la liqueur C E B doit occuper l'eſpace B D E, la liqueur B M N occupera l'eſpace B O N qui lui eſt proportionnel :
[a] 2. 6. Euc. [a] donc la liqueur C E N M occupera l'eſpace D E N O : mais les eſpaces C E N M, peuvent être pris pour des lignes paralleles à C E, & les eſpaces D E N O pour des lignes paralleles à D E, leur largeur pouvant être infiniment petite : donc la liqueur qui ſort du triangle A C B par des paralleles à la ligne C E, paſſera ſur le triangle A D B par des paralleles à la ligne D E. Ce qu'il &c.

Propoſition

Propoſition 9.

Si la liqueur A C B, paſſe du triangle A C B, ſur le triangle A D B égal en tout ſens, par des lignes paralleles à la ligne C A D : ſon mouvement pourra être exprimé par une piramide, dont la baſe ſera le quarré de la ligne A C, & dont la hauteur ſera la ligne A B. Tirons F G H parallele à C A D. Figure 10.

Démonſtr. Chaque partie F G de la liqueur aiant la ligne G H égale à F G pour ſa vîteſſe, ſon mouvement pourra être exprimé par le quarré de la ligne F G ; donc le mouvement de toute la liqueur pourra être exprimé par une infinité de quarrez dont les lignes C A, F G ſeront les côtez. Mais ces quarrez font une piramide qui a le quarré de C A pour baſe, & la ligne A B pour hauteur ; donc le mouvement de la liqueur C A B pourra être exprimé par une piramide, qui aura le quarré C A pour ſa baſe & la ligne A B pour ſa hauteur. Ce qu'il &c.

Propoſition 10.

Ayant achevé les parallelogrammes A B E C. A B L D, le mouvement de la liqueur A C B qui paſſe ſur A D B eſt au mouvement de la liqueur A B E C qui paſſe ſur A B L D comme 1. eſt à 3.

Démonſtr. Le mouvement de la liqueur A C B ſera exprimé par une piramide, qui aura le quarré A C pour baſe, & A D pour hauteur [a], & le mouvement de la liqueur A B E C ſera exprimé par un parallelipipéde qui aura la même baſe, & la même hauteur [b] ; mais la piramide eſt au parallelipipéde comme 1. eſt à 3 [c]. donc le mouvement de la liqueur A C B, ſera au mouvement de la liqueur A B E C comme 1. eſt à 3. Ce qu'il &c.

[a] Précéd. [b] Pr. 6. Cor. [c] 7. 12. Euc.

Propoſition 11.

Le produit de la liqueur A C B par les deux tiers de la ligne A C pourra exprimer le mouvement de la liqueur A C B qui paſſe ſur A B D par des lignes paralleles à A C.

Démonſtr. Le produit de la liqueur A B E C par le tiers de A C exprimera le mouvement de la liqueur A C B [d]. Mais le produit de la liqueur A C B par les deux tiers de la ligne A C, eſt égal au produit de la liqueur A B E C par le tiers de la ligne A C [a] ; donc le produit de la liqueur A B C par les deux tiers de la ligne A C exprimera le mouvement de la liqueur A C B. Ce qu'il &c.

[d] Précéd. [a] 15. 6. Euc.

Propoſition 12.

Le mouvement de la liqueur A C B qui paſſe ſur A B D eſt double

B ij du

du mouvement de la même liqueur qui ſort du triangle ABC par des lignes paralleles à A C.

Démonſtr. Le mouvement de chaque partie FG qui ſort du triangle ACB, eſt égal au mouvement de la même partie FG qui entre ſur GH du triangle ABD ; donc le mouvement de toute la liqueur qui ſort du triangle ACB, eſt égal au mouvement de toute la liqueur qui entre ſur le triangle ADB : donc le mouvement de la liqueur ACB qui ſort du triangle ACB, & qui entre ſur le triangle ADB, ou ce qui eſt le même, qui paſſe de l'un à l'autre, eſt double du mouvement de la liqueur ACB qui ſort du triangle ACB, Ce qu'il &c.

Propoſition 13.

Si la liqueur ACB ſort du triangle ACB par des lignes paralleles à AC, ſon mouvement pourra être exprimé par le produit de la même liqueur, & du tiers de la ligne AC.

Démonſtr. Le produit de la liqueur ACB par les deux tiers de AC exprime le mouvement de la même liqueur qui paſſe du triangle
b Prop. 11. ACB ſur le triangle ADB [b] : donc le produit de la liqueur ACB par le tiers de la ligne AC exprimera le mouvement de la même li-
c Préced. queur qui ſort du triangle ACB par des lignes paralleles à AC [c]. Ce qu'il &c.

Propoſition 14.

Figure 11. Soit quelque poligone A qui ſe meut dans une liqueur par une ligne AB qui eſt droite ſur ſon plan : la maſſe de la liqueur qu'il déplace, eſt le produit du même poligone, par la même ligne AB.

Démonſtr. La maſſe que le poligone A déplace en parcourant la ligne AB, n'eſt rien autre choſe que le priſme AB qui a le même po-
a 8.Géom. ligone A pour baſe, & la ligne AB pour hauteur : donc [a] elle eſt égale au produit du poligone A par la ligne AB, Ce qu'il &c.

Corollaire.

Deux Poligones égaux déplaceront une même maſſe de liqueur, s'ils ſe meuvent par une même ligne perpendiculaire ſur leur plan.

Propoſition 15.

La maſſe déplacée peut toûjours être exprimée par le poligone qui la déplace.

Démonſtr. Puiſque la ligne que le poligone parcourt dans la liqueur peut être priſe pour l'unité, le produit du poligone par la ligne qu'il parcourt, ſera le poligone lui-même : donc le poligone lui-même peut exprimer la maſſe de la liqueur qu'il déplace, Ce qu'il &c.

Propoſition

Proposition 16.

Les mêmes choses étant supposées, le mouvement de la liqueur déplacée par le poligone, est égal au produit de cette même liqueur, par les deux tiers du rayon inscrit dans le poligone. Tirons les rayons AC, & les sécantes AD. Figure 11.

Démonstr. Quand le poligone s'avance, il faut que la liqueur qui est devant passe derriére [b]; c'est-à-dire que la liqueur qui couvre chaque triangle ADD devant, doit passer par la ligne DD & venir sur le triangle ADD derriére : donc toute la liqueur déplacée passe d'un triangle à l'autre; donc [c] le mouvement de la liqueur déplacée est le produit de la même liqueur par les deux tiers de la ligne AC, ou du rayon d'un cercle inscrit dans le poligone, Ce qu'il &c. [b] Prop. 4. [c] Prop. 12.

Corollaire.

La peine que trouve un poligone à fendre le milieu, est égale au produit de la liqueur déplacée, par les deux tiers du rayon d'un cercle qui lui est inscrit.

Proposition 17.

Si deux poligones égaux & dissemblables se meuvent dans une liqueur par une même ligne perpendiculaire AB : les peines qu'ils trouvent à fendre le milieu, ou [a] les mouvemens qu'ils communiquent aux parties de la liqueur, sont entr'eux comme les rayons des cercles qui leur sont inscrits. Figure 11. [a] Pr.4.Cor.

Démonstr. Les deux poligones égaux parcourant la même ligne AB déplaceront une même quantité de liqueur [d], donc les produits des liqueurs déplacées, par les deux tiers des rayons, sont entr'eux comme les rayons; donc [a] les mouvemens que les poligones communiquent aux parties de la liqueur sont aussi entr'eux comme les mêmes rayons, Ce qu'il &c. [d] Pr.14.Cor. [a] Précéd.

Corollaire.

Le cercle trouve plus de peine à fendre le milieu par son plat, que tous les autres poligones égaux; & le triangle en trouve moins. Demême, de tous les triangles égaux, celui qui est équilateral trouve plus de peine à fendre le milieu par son plat, & celui qui est plus éloigné de l'équilateral en trouve moins.

Proposition 18.

Si le poligone A parcourt dans une liqueur la ligne AB inclinée sur son plan, la masse de la liqueur déplacée sera au produit du poligo- Figure 13.

ne par la ligne AB, comme le sinus de l'inclination au sinus total. Tirons BC perpendiculaire sur le plan du poligone.

Démonstr. La liqueur déplacée par le poligone, est le prisme oblique AB; mais le prisme oblique AB est au produit du poligone par AB, comme sa hauteur BC est à la ligne AB, ou comme le sinus de l'inclination BAC au sinus total : donc la masse de la liqueur déplacée par le poligone, est au produit du poligone par AB, comme le sinus de l'inclination BAC au sinus total, Ce qu'il &c.

Proposition 19.

Quand un Poligone se meut obliquement dans une liqueur, le mouvement qu'il communique aux parties de la liqueur, ou la peine qu'il trouve à fendre *le milieu*, est égal au produit de la liqueur déplacée, par les deux tiers du rayon d'un cercle qui lui est inscrit.

La Démonstration est la même que celle de la proposition 16.

Proposition 20.

La peine que trouve un poligone qui se meut dans une liqueur par une ligne perpendiculaire à son plan, est à celle qu'il trouve quand il se meut obliquement, comme le sinus total, est au sinus de l'obliquité.

Démonstr. Puisque dans l'un & dans l'autre cas, la peine du poligone est égale au produit de la masse déplacée, & des deux tiers du
[a] Précéd. rayon d'un cercle inscrit dans le poligone : [a] les peines seront comme
[b] Prop. 18. les masses déplacées; donc [b] elles seront comme le sinus total au sinus de l'obliquité, Ce qu'il &c.

Proposition 21.

Figur. 14. Soit le quarré-long A, la moitié d'un de ses côtez AB, & la moitié de l'autre AF. Prénons EB égale à AF, & tirons ED parallele à AF; tirons encore EC. Si le quarré-long fend quelque milieu par son plat, la liqueur qui couvre le triangle BCE devant, passera sur le triangle BCE qui lui répond derriére, par des lignes paralleles à EB.

Démonstr. Toute la liqueur BEC étant également poussée de tous les côtez, excepté le côté de la base BC, elle s'y rendra par des lignes paralleles à la plus courte de celles qu'on peut tirer du sommet
[b.] Prop. 7. E à la base BC, [b] sçavoir EB. La même liqueur entrera sur le trian-
[c] Prop. 8. gle BEC de derriére par des lignes paralleles à BE [c] : donc la liqueur BEC passera du devant à l'arriére par des lignes paralleles à BE. Ce qu'il &c.

Proposition 22.

On prouvera de-même que la liqueur qui couvre le trapeze EAFC passera du devant à l'arriére par des lignes paralleles à A F.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueur B E D C, sera égale aux deux tiers de la ligne E B[d], égale à E D, ou à A F, & la vîtesse de la liqueur AEDF sera égale à la ligne A F[a]. [d] Prop. 12. [a] Prop. 6.

Proposition 23.

Le mouvement de la liqueur A B C F, déplacée par le quarré-long, sera égal au produit de la même liqueur par les deux tiers de A F, & au produit de la liqueur A D F par les deux tiers de A F.

Démonstr. Le mouvement de la liqueur E B C D est égal au produit de la liqueur E B C D par les deux tiers de F A[b], & le mouvement de la liqueur A E D F est égal au produit de la même liqueur par la ligne A F; mais ce dernier produit, vaut le produit de la liqueur A E D F par les deux tiers de A F, & le produit de sa moitié A D F par les deux tiers de A F; donc le mouvement de toute la liqueur A B C F est égal au produit de la liqueur A B C F, & de la liqueur A D F par les deux tiers de A F. Ce qu'il &c. [b] Cor. Préc.

Corollaire.

La peine que trouve le quarré-long à fendre le milieu, peut être exprimée par le produit de la liqueur A B C F, & de la liqueur A D F, multipliées par les deux tiers de F A: ou la peine que trouve le quarré-long à fendre le milieu sera égale au produit de la liqueur déplacée, par les deux tiers de F A, avec un autre produit qui sera au premier, comme A D F à A B C F, ou comme F D à deux fois F C.

Proposition 24.

Si le quarré H est égal au quarré-long A, la peine qu'il trouve à fendre le milieu est égale à la liqueur déplacée par le quarré-long, multipliée par les deux tiers de la moitié de son côté L B.

Démonstr. Puisque le quarré H est égal au quarré-long, ils déplaceront une même masse de liqueur[a]: donc la liqueur déplacée par le quarré-long, étant multipliée par les deux tiers, de la moitié du côté L B du quarré H; ou ce qui est le même par les deux tiers du rayon du cercle inscrit dans le quarré H, donnera un produit égal à la peine[b] que le quarré trouve à fendre le milieu. Ce qu'il &c. [a] Pr. 14. Cor. [b] Prop. 16.

Proposition

Proposition 25.

Si B L est la moitié du côté du quarré H, elle sera moyenne entre
a 16.6. Euc. A B & B E [a]: & A L sera plus de la moitié de A E.

Démonstr. Puisque A B : B L :: B L : B E en divisant A B : A L :: B L : E L ; donc A L est plus grande que E L, comme A B est plus grande que B L ; donc A L est plus de la moitié de A E. Ce qu'il &c.

Proposition 26.

La même chose étant supposée A B plus A L aura une moindre raison à A B, que B L à B E.

Démonstr. Puisque A B : B L :: B L : B E en composant, A B plus A L : A B :: B L plus E L : B L, ou : B E plus E L : mais B L plus E L a une moindre raison à B E plus E L, que B L à B E, parce que B L est plus grande que B E : donc A B plus A L aura une moindre raison à A B, que B L à B E. Ce qu'il &c.

Proposition 27.

La même chose étant supposée, la liqueur A B C F plus A D F a une moindre raison à la liqueur ABCF, que BL à BE.

Démonstr. La liqueur ABCF plus ADF est à la liqueur ABCF,
b 1. 6. Euc. comme AB plus la moitié de DF, ou de AE à AB [b]; donc la liqueur
ABCF plus ADF a une moindre raison à ABCF, que A B plus A L à
c Prop. 25. AB : puisque A L est plus grande que la moitié de A E [c]: mais A B
c Précéd. plus AL est moins à AB, que BL à BE, [c] donc la liqueur ABCF plus
ADF est moins à la liqueur ABCF, que BL à BE. Ce qu'il &c.

Proposition 28.

La peine que le quarré-long A trouve à fendre le milieu, est moindre que celle du quarré H qui lui est égal.

Démonstr. Puisque la liqueur ABCF plus A D F est moins à la li-
d Précéd. queur ABCF, que B L à BE [d], ou que BL à AF : le produit de la li-
queur ABCF plus ADF par les deux tiers de AF, est moindre que le
a 15. 6. Euc. produit de la liqueut ABCF par les deux tiers de BL [a]: mais le premier
b Pr.23.Cor. produit est égal à la peine du quarré-long [b], & le second est égal à la
c Prop. 24. peine du quarré ; [c] donc la peine du quarré-long est moindre que la
peine du quarré. Ce qu'il &c.

§. IV.

§. IV.

Application des mêmes principes à la voile, & au gouvernail du Vaisseau.

Proposition 29.

SI le globe A qui est immediatement appliqué au globe B est poussé par la direction AB, la force qu'il a sur le globe B, ou *le mouvement qu'il lui peut communiquer*, est égal à celui qu'il a lui-même, en supposant que les deux globes sont parfaitement durs. Figure 15.

Démonstr. Puisque le globe A ne peut pas se mouvoir sans communiquer au globe B tout le mouvement nécessaire pour le mouvoir; si on fait croître la résistance du globe B, le globe A lui communiquera toûjours plus de mouvement, jusques à ce que le globe B devienne un obstacle insurmontable, ou jusques à ce que le globe A lui ait communiqué tout son mouvement. Ce qu'il &c.

Proposition 30.

Si le corps A qui pousse le globe B est liquide, & qu'il puisse passer à l'entour du globe B en se divisant; la force du corps A sur le globe B, ou le mouvement qu'il peut lui communiquer, est égal à celui qui est nécessaire au corps A, pour se diviser, & passer à l'entour du globe B. Figur. 15.

Démonstr. Le globe B reçoit autant de mouvement du corps A, qu'il en communiqueroit au corps A, s'il étoit poussé contre lui avec la même vîtesse que le corps A est poussé contre le globe B[a]: mais alors le globe B communiqueroit au corps A autant de mouvement, qu'il en faudroit pour le fendre, & le faire passer à l'entour du globe B[b], donc le corps A communiqueroit au globe B autant de mouvement qu'il lui en faudroit pour se fendre, & pour passer à l'entour du globe B. Ce qu'il &c.

[a] Def. 8.
[b] Prop. 3.

Proposition 31.

La force du vent sur la voile est égale à la peine que la voile trouveroit à passer au travers de l'air, avec une vîtesse égale à celle du vent.

Démonstr. La force du vent sur la voile est égale au mouvement qu'il faut à l'air pour passer d'un côté de la voile à l'autre[c]: mais la peine que trouve la voile à passer au travers de l'air avec la même vîtesse que le vent, est aussi égale au mouvement qu'il faut à l'air pour passer d'un côté de la voile à l'autre[d]: donc en supposant les vîtesses égales, la force du vent sur la voile est égale au mouvement qu'il faudroit à la voile pour traverser l'air avec une vîtesse égale à celle du vent. Ce qu'il &c.

[c] Précéd.
[d] Prop. 3.

C *Remarque*

Remarque.

Pour rendre la chose plus sensible ; il faut considerer que quand le vent pousse la voile ; il arrive la même chose, que si l'air demeurant en repos, l'eau portoit le Vaisseau contre le lit du vent avec une vîtesse égale à celle du vent. Mais alors si tout ce qui sert de voile dans le Vaisseau n'avoit nulle peine à fendre l'air, le Vaisseau seroit emporté avec l'eau, sans nullement aller contre l'eau ; si au contraire la voile trouvoit de la peine à fendre l'air, le Vaisseau n'iroit pas si vîte que l'eau, ou iroit contre l'eau ; donc toute la force du vent contre la voile pour pousser le Vaisseau, vient de la peine que la voile trouve à fendre l'air comme nous l'avons démontré.

Proposition 32.

Figur. 16. Si la voile A B est perpendiculaire au lit du vent E F, & que la voile C D égale, soit oblique : la force du vent sur la voile A B, est à la force du vent sur la voile C D, comme le sinus total, au sinus de l'obliquité de la voile CD. Faisons que les deux voiles se meuvent contre l'air avec les vîtesses F I, F L, égales à celle du vent qui les pousse.

Démonstr. Puisque les voiles sont égales, la peine qu'elles trouvent à fendre l'air, étant exprimée par les prismes A I B, C L D, multipliez par les deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans chacune [a] : leurs peines seront comme les prismes A I B, C L D ; ou comme les lignes F I, L F [b], ou comme le sinus total au sinus de l'obliquité L I F. Mais la peine qu'elles trouvent à fendre l'air est égale à la force du vent sur chacune [c] : donc la force du vent sur la voile A B sera à la force du vent sur la voile C D, comme le sinus total au sinus de l'obliquité L I F. Ce qu'il &c.

[a] Pr. 16. Cor. [b] 1. 6. Euc. [c] Précéd.

Remarque.

Figure 17. On fait ici un paralogisme, quand pour prouver que la force du vent sur la voile A B, est à la force du vent sur la voile C D, comme le quarré du sinus total C F, au quarré du sinus L F de l'obliquité de la voile C D : on dit, *que la voile* A B *est frappée par la quantité du vent* A E B, *qui est à la quantité du vent* C H D *qui frappe la voile* C D ; *comme* C F, *à* F L, *& que d'ailleurs la vîtesse avec laquelle le vent frappe la voile* A B, *est à la vîtesse avec laquelle il frappe la voile* C D, *comme* C F, *à* F L ; d'où on conclut *que la force du vent sur la voile* A B, *est à la force du vent sur la voile* C D *comme le quarré de* C F, *au quarré de* F L. Je répons que si la voile A B est poussée par la quantité du vent A E B, tandis que la voile C D n'est poussée que par la quantité C H D, il faut que le vent pousse l'une & l'autre voile par une direction parallele à F E ; &

parconséquent

parconséquent avec la même vîtesse : mais si on veut que le vent pousse la voile CD par la direction GC, alors la quantité GCDG du vent qui pousse la voile CD, sera égale à la quantité EBAE qui pousse la voile AB : & qu'on ne dise pas qu'une moindre quantité de vent frappe la voile CD en un temps égal, quoi qu'elle soit frappée en même temps par une égale quantité de vent, parce que les mêmes parties demeurent plus long-temps sur la voile CD : car je répondrai que la voile CD n'est pas plus poussée, si elle est poussée successivement par deux parties égales, durant un temps ; que si elle est poussée par la même partie durant tout ce même temps.

Corollaire.

Si on applique aux voiles, & au gouvernail ce que nous avons dit des surfaces qui fendent un milieu, on déterminera sans peine leur force, par rapport au vent & à l'eau qui les frappent, & on découvrira plusieurs erreurs, où ont donné ceux qui ont traité de ces matiéres.

§. V.

De la peine que trouvent les surfaces qui ne sont pas Planes à fendre le milieu.

Lemme.

Soient les grandeurs A, B, C, D, E dont chacune soit plus grande que celle qui la précéde. Si on en diminuë quelqu'une comme B, & qu'on en augmente quelqu'autre suivante D également, la somme des grandeurs sera la même : mais je dis que la somme de leurs quarrez sera plus grande. Supposons qu'on ôte à la grandeur B, quelque grandeur que nous appellerons d, & qu'on l'ajoûte à la grandeur D.

Démonstr. Puisqu'on ôte la grandeur d à la grandeur B, on ôte à son quarré, le quarré de la grandeur d, & deux rectangles qui ont d pour base, & B pour hauteur ; & en ajoûtant la grandeur d à la grandeur D, on ajoûte au quarré D, le quarré de la grandeur d & deux rectangles qui ont d pour base, & D pour hauteur ; mais la grandeur D est plus grande que la grandeur B, donc on ajoûte plus au quarré D, qu'on n'ôte au quarré B, donc la somme des quarrez devient plus grande. Ce qu'il &c.

Corollaire 1.

Si on suppose que le triangle rectiligne GHL, est égal au triangle mixte GIML, la somme des quarrez des lignes paralleles à GH Figure 18.

 qui

qui forment le triangle rectiligne, ſera plus grande, que la ſomme des quarrez des lignes paralleles à G H, qui forment le triangle mixte.

Corollaire 2.

La liqueur qui couvre le triangle rectiligne G H L, a plus de peine à paſſer ſur le triangle G H R qui lui eſt égal en tout ſens, que n'en a la liqueur du triangle mixte G I M L à paſſer ſur le triangle égal en tout ſens G I N R; parce que la ſomme des quarrez des lignes paralleles à G H qui compoſent le triangle rectiligne, peut exprimer la peine de ſa liqueur [d]; comme la ſomme des quarrez des lignes paralleles à G H qui compoſent le triangle mixte, exprime la peine de ſa liqueur [d].

[d] Prop. 9.

Propoſition 33.

Figur. 18.

Soit A B C la moitié de la ſurface d'un globe; les triangles ſphériques A B E qui la compoſent ſont égaux à une infinité de triangles rectilignes dont les baſes A E ſont les mêmes que celles des triangles ſphériques, & dont les hauteurs ſont égales au diamétre du globe [a]; & parconſéquent [b], la liqueur qui couvre les triangles ſphériques A B E, d'un côté de la ſurface, aura moins de peine à paſſer ſur les triangles ſphériques qui leur répondent de l'autre côté; que n'en auroit la même liqueur, ſi les triangles étoient rectilignes, & qu'ils euſſent le diamêtre du globe pour leur hauteur.

[a] 6. Géom. prat.
[b] Préc. Cor.

Corollaire.

La vîteſſe de la liqueur qui paſſe d'un côté de la ſurface à l'autre, eſt un peu moindre que les deux tiers du diamêtre du globe [d].

[d] Prop. 11.

Propoſition 34.

Figur. 19.

Si la ſurface ſphérique A B C ſe meut par une ligne B E D, la liqueur A B C D qu'elle déplace, eſt égale à la liqueur A E C F, que déplaceroit la baſe A E C, ſi elle parcouroit la ligne E F égale à B D.

Démonſtr. Puiſque les deux maſſes B E, & D F ſont égales, ſi on leur ajoûte la maſſe E D, elles feront les maſſes A B C D, A E C F égales. Ce qu'il &c.

Propoſition 35.

La même choſe étant ſuppoſée, la peine que la ſurface ſphérique trouve à fendre le milieu, eſt un peu moins à la peine que la baſe plane trouve à le fendre, que le diamêtre du globe à la ligne A E.

Démonſtr. Puiſque les deux ſurfaces déplacent une égale maſſe de liqueur [b]: leurs peines ſeront comme les lignes qui expriment leurs

[b] Précéd.

leurs vîtesses, ou [c] un peu moins que le diamêtre du globe à la ligne AE. Ce qu'il &c. [c] Pr.33.Cor.

Corollaire.

On pourra appliquer tout ceci aux voiles concaves pour les comparer aux planes, & en tirer des idées plus exactes que celles qu'on en a d'ordinaire.

§. VI.

De la peine que les prismes trouvent à fendre le milieu par une ligne parallele à leur axe.

Proposition 36.

Soit le prisme AB qui se meut dans une liqueur par une ligne parallele à son axe AB; la liqueur qu'il déplace est égale à un prisme qui a la base B pour base, & la ligne BF qu'il parcourt, pour axe. Figure 20.

Démonstr. La liqueur que le prisme déplace en parcourant la ligne BF, n'est rien autre chose que le prisme BF; donc elle est égale à un prisme qui a la base B pour sa base, & la ligne BF qu'il parcourt, pour son axe. Ce qu'il &c.

Proposition 37.

Les mêmes choses étant supposées, la vîtesse de la liqueur déplacée par le prisme, est égale à l'axe du prisme, & aux deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans sa base.

Démonstr. Afin que la liqueur qui couvre le triangle BDD, passe sur le triangle ACC qui lui répond derriére, il faut 1. Qu'elle passe d'un triangle à l'autre : 2. Qu'elle parcoure le parallelogramme DDCC par des lignes paralleles, & égales à l'axe AB; donc sa vîtesse sera 1. Les deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans la base B [a] : 2. L'axe AB [b]. Ce qu'il &c. [a] Prop. 15. [b] Pr.6. Cor.

Corollaire.

Si on multiplie la liqueur que le prisme déplace, par la longueur de son axe, & par les deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans sa base; on aura la peine que le prisme trouve à fendre le milieu. Ainsi quand plusieurs prismes dissemblables, mais égaux, & qui ont un même axe également incliné sur leur base, se meuvent dans une liqueur; celui qui a un cercle pour sa base a plus de peine à fendre le milieu que tous les autres [c], & le triangulaire en a moins. De même parmi les triangulaires l'équilateral, & ceux qui en approchent [c] Pr.17.Cor

 plus,

plus, ont plus de peine à fendre le milieu que tous les autres.

Proposition 38.

Figure 21. Soient les deux prismes égaux AB, CD, dont les bases sont semblables : si l'axe du prisme AB est plus long, que celui du prisme CD, & qu'ils soient l'un & l'autre également inclinez sur leur base : Je dis que le prisme AB trouvera moins de peine à fendre le milieu, que le prisme CD. Faisons parcourir la ligne BE au prisme AB, & au prisme CD la ligne DF égale à BE.

Démonstr. Puisque les prismes AB, CD sont égaux, leurs axes, & leurs bases sont en raison reciproque ; donc les liqueurs déplacées BE, DF, sont en raison reciproque des axes AB, CD [d]. Donc le produit de la liqueur DF par l'axe CD, sera égal au produit de la liqueur BE par l'axe AB ; mais le rayon du cercle inscrit dans la base A est moindre que le rayon du cercle inscrit dans la base C, puisque la base A est moindre & semblable : donc le produit de la liqueur BE par l'axe AB, & par les deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans la base A, sera moindre que le produit de la liqueur DF par l'axe CD, & par les deux tiers du rayon d'un cercle inscrit dans la base C : donc [a] la peine du prisme AB est moindre que la peine du prisme CD. Ce qu'il &c.

[d] Prop. 14.

[a] Cor. Préc.

Proposition 39.

Figure 22. Si deux prismes AB, CD sont semblables, les peines qu'ils trouvent à fendre le milieu, sont comme leurs masses. Supposons qu'ils parcourent les lignes BE, DF égales à AB ; & que le prisme CD n'est que la huitiéme partie du prisme AB : Je dis que la peine du prisme AB sera à celle du prisme CD, comme 8. à 1.

Démonstr. Puisque la base D n'est que le quart de la base B, la liqueur déplacée DF ne sera que le quart de la liqueur BE ; mais d'ailleurs [a] les côtez homologues du prisme AB, qui font la vîtesse de la liqueur qu'il déplace, sont doubles des côtez homologues du prisme CD, qui font la vîtesse de la liqueur DF. Donc le produit de la liqueur BE par sa vîtesse, ou la peine du prisme AB, sera au produit de la liqueur DF par sa vîtesse, ou à la peine du prisme CD, comme 8. à 1. Ce qu'il &c.

[a] 32.11. Euc.

Corollaire.

Si deux boulets de même matiére tombent de même hauteur, l'air ne retardera pas plus l'un que l'autre, quoi qu'ils soient inégaux.

§. VII.

§. VII.

De la peine que trouvent les priſmes à fendre le milieu par une ligne perpendiculaire à leur axe.

Propoſition 40.

Soit le priſme triangulaire A B, qui ſe meut dans une liqueur par la ligne C D perpendiculaire ſur la ligne A B qu'on ſuppoſe parallele à ſon axe. Je dis que la maſſe de la liqueur déplacée, eſt égale à un priſme qui a le parallelogramme H G H pour ſa baſe, & la ligne C D pour ſon axe, en ſuppoſant que le point C eſt le centre du parallelogramme H G H. Figure 23.

Démonſtr. Puiſque tous les points du parallelogramme H G H décrivent une ligne égale, & parallele à C D, & dans des plans differens; le parallelogramme décrit un priſme dont il eſt la baſe, & dont C D eſt l'axe; mais le priſme que le parallelogramme décrit, eſt égal à la liqueur qu'il déplace: donc la liqueur que le priſme déplace eſt ègale à un priſme qui a le parallelogramme H G H pour baſe, & C D pour axe. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Pour avoir la liqueur déplacée; il faut multiplier le parallelogramme H G H par la ligne C D, ſi elle lui eſt perpendiculaire; ou par une ligne qui ſoit à la ligne C D, comme le ſinus de l'inclination de la ligne C D ſur le parallelogramme, eſt au ſinus total.

Propoſition 41.

La vîteſſe de la liqueur déplacée par le priſme A B, vient de ce qu'elle doit paſſer de la face G H, aux faces G E.

Démonſtr. Quand le priſme s'avance vers D, il laiſſe le long des faces G E deux vuides égaux à l'eſpace qu'il gagne devant, le long de la face G H: donc il faut que la liqueur déplacée par la face G H, paſſe aux faces G E. Ce qu'il &c.

Propoſition 42.

Ayant ſuppoſé les mêmes choſes que dans les deux précédentes: tirons C N O paralleles aux lignes A H E. Je dis que ſi les lignes C A E O ſont égales aux lignes C N O; la liqueur C A H paſſera ſur le triangle H E O qui lui répond par des lignes paralleles aux lignes C A E O. Tirons C H, & de quelqu'un de ſes points I, tirons I K L M paralleles aux lignes C A E O: puis prenant C R, & O V infiniment petites, tirons R H, & V H qui couperont les

lignes

lignes IK, LM aux points P & S : enfin tirons RTV & ITM paralleles aux lignes CNO.

Démonstr. Puisque les lignes CAEO sont égales aux lignes CNO, ou RTV ; les lignes RAEO seront moindres que RTV, donc le point R se rendra sur le point V qui lui répond, plûtôt par RAEO que par RTV. Mais le point R ne peut se rendre sur le point V, que par l'une de ces deux voyes [a] ; donc le point R se rendra sur le point V par les lignes RAEO. On prouvera de-même, que le point P se rendra sur le point S par les paralleles PKLS ; donc toute la liqueur RAH, ou CAH, puisque CR est infiniment petite, se rendra sur le triangle HEO, par des lignes paralleles aux lignes CAEO. Ce qu'il &c.

[a] Pr.6. & 7. Cor.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueur déplacée sera moindre, que si elle passoit toute par des lignes paralleles aux lignes CNO.

Proposition 43.

On démontrera de même que la liqueur CHN passera sur le triangle NHO par des lignes paralleles à CNO.

Proposition 44.

La vîtesse de la liqueur CHA sera égale aux deux tiers des lignes CAE.

Démonstr. Puisque la liqueur CHA passe sur HOE par des paralleles aux lignes CAEO, sa vîtesse sera le tiers de CA, les deux tiers de AE, & le tiers de EO égale à CA [a] ; donc sa vîtesse sera égale aux deux tiers de CAE. Ce qu'l &c.

[a] Prop. 13.

Proposition 45.

La peine du prisme sera moindre, que si toute la liqueur passoit par des lignes paralleles à CNO ; & la difference sera le produit de la liqueur entiére par une sixiéme des lignes CNO, moins le produit de la liqueur CAH par le tiers de AE. Divisons également AE au point Z.

Démonstr. La peine de la liqueur CHN est égale à son produit par le tiers de CNO [a], & la peine de la liqueur CAH est égale à son produit par les deux tiers de CAE, ou par le tiers de CNO, & le tiers de AE ; Car les deux tiers de CAZ valent le tiers de CNO, & les deux tiers de ZE valent le tiers de AE ; donc la peine de la liqueur déplacée est, égale au produit de la liqueur entiére par le tiers de CNO, plus le produit de CAH par le tiers de AE : mais si la liqueur

liqueur paſſoit toute par des lignes paralleles à C N O, ſa peine ſeroit ſon produit par la moitié de C N O, ou par le tiers, & la ſixiéme de C N O ; donc la difference ſera le produit de toute la liqueur par la ſixiéme de CNO, moins le produit de la liqueur C A H par le tiers de A E. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si on augmente la liqueur C A H, & qu'on diminuë la liqueur CNH, on diminuë la vîteſſe de la liqueur déplacée : tout le reſte demeurant le même.

Propoſition 46.

Si les lignes C A E O ſont plus grandes, que C N O ; on pourra trouver quelques lignes R A E V, auſſi grandes que C N O.

Démonſtr. Puiſque A E eſt moindre que A H E, ou C N O ; ſi on lui ajoûte A R, & E V égales à ce qui lui manque pour valoir C N O ; les lignes R A E V ſeront égales à C N O. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La peine du priſme ne peut jamais être ſi grande, que ſi toute ſa liqueur paſſoit par des paralleles à C N O.

Propoſition 47.

Si les lignes C A E O ſont moindres que C N O, on pourra trouver les lignes R P V S paralleles aux lignes C A E O, & égales aux lignes R N S. Figur. 14.

Démonſtr. Puiſqu'en approchant les lignes P R, V S, de la ligne H N on diminuë à l'infini les lignes R N S, ſans diminuër les lignes P R, & V S : on pourra ſi fort les approcher que les lignes P R & V S avec P V ſeront égales aux lignes R N S. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Alors la liqueur R H N paſſera par des lignes paralleles à R N S, & le reſte par des lignes paralleles aux lignes C A E O.

Propoſition 48.

Aiant tiré V X parallele à H A ; la vîteſſe de la liqueur A C R P ſera plus grande que les lignes C A X.

Démonſtr. Puiſque le point A de la liqueur A C R P doit ſe rendre ſur le point O par la voye A E O, ſa vîteſſe ſera égale aux lignes A X, E O, ou C A X, ſans compter la vîteſſe qu'il a en traverſant le triangle X V E ; on peut dire le même de tous les autres points de la liqueur A C R P ; donc la vîteſſe de la liqueur A C R P eſt plus grande que les lignes C A X. Ce qu'il &c.

Proposition 49.

La vîtesse de la liqueur ACRP, en traversant le triangle XVE, est égale à la moitié de XE.

Démonstr. La vîtesse de la ligne CA, avec la vîtesse de la ligne PR, ne fait que la ligne XE; il en est de même de toutes les autres paralleles, qui composent la liqueur ACRP, si on les prend deux à deux : donc en multipliant la liqueur ACRP par la moitié de XE, on auroit la peine qu'elle trouve à traverser le triangle XVE : donc la vîtesse de la liqueur ACRP en traversant le triangle XVE est égale à la moitié de XE. Ce qu'il &c.

Proposition 50.

Si la liqueur déplacée par le prisme, passoit toute par des lignes paralleles à CAEO, sa vîtesse seroit égale à la moitié des lignes CAEO.

Démonstr. La vîtesse de la liqueur seroit égale à la ligne CA, ou à la moitié des lignes AC, EO, sans compter la vîtesse qu'elle auroit en traversant le triangle AHE, qui fait la moitié de AE [a] : donc la vîtesse de la liqueur déplacée seroit égale à la moitié des lignes CAEO. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Proposition 51.

La vîtesse de la liqueur PRNH sera moindre que si elle passoit toute par des lignes paralleles aux lignes RNS, & la difference sera son produit par la sixiéme partie des lignes RNS, moins le produit de la liqueur PRH par le tiers de PV.

La démonstration est la même que celle de la proposition 45.

Proposition 52.

Fig.25.26. Si le prisme AB n'est pas triangulaire ; mettons-le entre les plans HQ parallelles à l'axe du prisme, & à la direction CD ; & nous trouverons que la liqueur déplacée est égale à un prisme, qui a pour base le plan HGGH du prisme, & pour axe, une ligne égale à CD.

Démonstr. Le plan HGGH occupant l'espace qui est entre les plans QH, déplacera autant de liqueur que le prisme ; donc la liqueur déplacée sera égale au prisme que le plan HGGH produira par son mouvement ; donc elle sera égale à un prisme, qui aura le plan HGGH pour base, & une ligne égale & parallele à CD pour axe. Ce qu'il &c.

Remarque.

On trouvera la masse de la liqueur déplacée, & sa vîtesse comme pour le prisme triangulaire dans le corollaire de la proposition 40. & dans les propositions suivantes.

Proposition

Quand un prisme se meut par une ligne perpendiculaire à son axe ; la peine qu'il trouve à fendre le milieu n'est jamais si grande que la liqueur qu'il déplace, multipliée par le quart de son contour. Figur. 24. 25. 26.

Démonstr. La peine du prisme n'est jamais si grande que la liqueur qu'il déplace, multipliée par la moitié des lignes C N O [a]. Mais la moitié des lignes C N O, fait le quart de son contour, donc la peine du prisme n'est jamais si grande que la liqueur qu'il déplace, multipliée par le quart de son contour. Ce qu'il &c. [a] Pr.46.Cor

Proposition 54.

La vîtesse de la liqueur déplacée n'est jamais si petite que celle qu'elle auroit en traversant la base H E H du prisme par des lignes paralleles à A E.

Démonstr. Nul point C ne peut se rendre sur le point O qui lui répond, par une voye si courte que par la ligne droite C O égale à A E. De-même le point I ne peut pas se rendre sur le point M, par une voye si courte que la droite I M égale à K L ; donc toute la liqueur déplacée ne peut pas avoir une vîtesse aussi petite, que si elle traversoit la base du prisme par des lignes paralleles à A E. Ce qu'il &c.

Proposition 55.

Tout le reste demeurant égal, si on diminuë la hauteur d'un prisme, on diminuë la vîtesse de la liqueur qu'il déplace.

Démonstr. En diminuant la hauteur du prisme, on fait qu'une plus grande partie de la liqueur déplacée passe par des lignes paralleles aux lignes C A E O : donc [d] on diminuë la vîtesse de la liqueur déplacée. Ce qu'il &c. [d] Pr.45.Cor

Proposition 56.

Si on ôte à un cube toute sa hauteur, il aura autant de peine à fendre le milieu par une perpendiculaire à son plan diagonal A E, que par une perpendiculaire à son côté H A. Figur. 25.

Démonstr. Les masses déplacées seront comme AE à A H [c] & la vîtesse de la masse déplacée par A E sera la moitié de A E [a], & celle de la masse déplacée par A H sera égale à A H [b]. Mais A E : A H :: A H : la moitié de A E [d] ; donc le produit de la masse A E par sa vîtesse, sera égal au produit de la masse A H par sa vîtesse : donc la peine du cube sans hauteur sera la même, soit qu'il fende le milieu par une perpendiculaire à son plan diagonal A E, ou par une perpendiculaire à son côté A H. Ce qu'il &c. [c] 1. 6. Euc. [a] Prop. 50. [b] Prop. 17. [d] 8. 6. Euc.

Corollaire.

Le cube a plus de peine à fendre le milieu par une ligne perpendiculaire à ſon plan diagonal, que par une ligne perpendiculaire à ſa face.

Propoſition 57.

Si pluſieurs priſmes égaux, & droits ont la même hauteur : & que le triangulaire ait la moitié de ſon contour, égale à ſon axe, & à la diagonale de ſa baſe : les autres auront la moitié de leur contour, moindre que la diagonale de leur baſe, avec leur axe.

Démonſtr. Puiſque les baſes des priſmes, ſont égales ; il y aura plus de difference entre la diagonale de la triangulaire, & la moitié de ſon contour, qu'entre la diagonale des autres, & la moitié de leur contour : [a] donc ſi en ajoûtant à la diagonale du priſme triangulaire, ſon axe ; on fait la moitié de ſon contour ; en ajoûtant des axes égaux dans les autres priſmes, à la diagonale de leur baſe, on fera plus que la moitié de leur contour. Ce qu'il &c.

[a] Géom.

Propoſition 58.

Les mêmes choſes étant ſupposées ; ſi chaque priſme ſe meut par une ligne perpendiculaire au plus grand de ſes plans paralleles à ſon axe : le triangulaire aura plus de peine à fendre le milieu, que tous les autres, & le cylindre en aura moins.

Démonſtr. Puiſque le priſme triangulaire a un plus grand contour, & un plus grand plan, que tous les autres ; le produit de ſon plus grand plan par le quart de ſon contour, ou la peine qu'il trouve à fendre le milieu [b], ſera plus grande que celle des autres. De-même le contour du cylindre, & le plus grand de ſes plans paralleles à ſon axe, étant moindre que ceux des autres priſmes ; ſa peine ſera moindre que celle des autres priſmes. Ce qu'il &c.

[b] Prop. 53.

Propoſition 59.

Parmi les priſmes triangulaires, celui qui a pour ſa baſe un triangle équilateral, ou moins éloigné de l'équilateral, a moins de peine à fendre le milieu par une perpendiculaire aux plans paralleles à ſon axe.

La démonſtration eſt la même.

Remarque.

On pourra appliquer les mêmes démonſtrations aux priſmes obliques, & ſupputer exactement la peine qu'ils trouvent à fendre le milieu par leurs baſes, & par leurs côtez.

§. VIII.

§. VIII.

De la peine que les prismes trouvent à fendre le milieu par des lignes inclinées sur leurs axes.

Proposition 60.

Soit le prisme A qui se meut par la ligne BC, depuis le point C, jusques au point D. Prolongeons la ligne FC qui fait un des côtez de sa base, jusques à ce que l'angle DRC soit droit. Je dis que la masse de la liqueur déplacée par la face FG du prisme sera égale à celle qu'il déplaceroit, s'il parcouroit une ligne perpendiculaire à sa face FG, & égale à la ligne RD : en supposant que l'angle DCG est droit. Il faut dire le même de la face OG. Figure 27.

Démonstr. La masse déplacée n'est rien autre chose que le prisme FD, dont FG est la base, & dont la hauteur est à la ligne CD, comme le sinus de l'obliquité DCR au sinus total, ou comme DR est à DC ; donc la masse déplacée est le produit de la base FG par la ligne RD : mais ce même produit feroit aussi la masse déplacée, si le prisme fendoit le milieu, par une ligne perpendiculaire à sa face FG, & égale à DR [a] : donc la masse de la liqueur déplacée, est égale à celle que le prisme déplaceroit, s'il fendoit le milieu par une ligne perpendiculaire à sa face FG, & égale à DR. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 36.

Proposition 61.

Si l'angle DCG n'est pas droit, il faudra tirer DV perpendiculaire sur CG, & faire CD à DR, comme DV à une quatriéme ligne qu'il faudra prendre à la place de DR.

Démonstr. La liqueur déplacée quand l'angle DCG est droit, est à la liqueur déplacée quand il n'est pas droit, comme CD à DV, ou comme DR à la quatriéme proportionnelle que nous avons substituée. Ce qu'il &c.

Proposition 62.

La place que la face FG gagne en s'avançant, est toûjours égale à celle que la face FB laisse.

Démonstr. La place que la face FG gagne, n'est rien autre chose qu'un prisme dont la base est le parallelogramme FD, & dont l'axe est égal & parallele à CG ; mais la place que la face FB quitte est aussi un prisme dont la base BE est égale à la base FD, & dont l'axe est égal & parallele à CG ; donc les deux prismes étant égaux, les deux places le seront aussi. Ce qu'il &c.

 Corollaire.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueur déplacée par la face F G se déterminera comme dans les propositions 45. & 46.

Proposition 63.

Si on tire M L parallele à B C ; la liqueur déplacée par la face L X se rendra sur la face O P, & la liqueur déplacée par L G se rendra sur la face B M.

Démonstr. La place que la face L X gagne étant égale à celle que la face O P [b] laisse, il faudra que la liqueur qui est chassée par la face L X se rende sur O P, & parconséquent, que le reste de la liqueur déplacée se rende sur la face B M. Ce qu'il &c.

b Précéd.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueur déplacée par la face L X, se trouvera comme dans les propositions 45. & 46. & la vîtesse de la liqueur déplacée par la face L G, sera égale aux lignes K L M paralleles aux lignes G C B. Ainsi il sera aisé de déterminer la peine que les prismes trouveront dans toutes les circonstances requises : sans qu'il soit nécessaire que je m'arrête à un plus grand détail.

§. IX.

De la peine que trouvent les Piramides à fendre le milieu par des lignes paralleles à leur axe.

Proposition 64.

Figure 28. SOit la Piramide A B qui se meut dans une liqueur, par une ligne égale & parallele à son axe A B : la masse de la liqueur déplacée sera égale à un prisme qui aura la même base, & le même axe que la piramide. Faisons donc que le point A vienne au point B, & le point B au point E, & la base D D D, sur la base F F F.

Démonstr. La liqueur déplacée vaut ce qui manque à la piramide A B pour faire le prisme A B ; & de plus elle vaut la piramide B E égale en tout sens à A B ; donc la masse de la liqueur déplacée est égale au prisme A B, qui a même base, & même axe que la piramide. Ce qu'il &c.

Proposition 65.

Soit la même piramide A B droite, dont la base A peut circonscrire un cercle : la vîtesse de la liqueur qu'elle déplace est égale au tiers du rayon du cercle inscrit dans sa base, & au tiers de la hauteur des faces

faces triangulaires. Tirons les rayons A C, & les lignes B C, aux points C, ou le cercle touche les côtez du poligone A.

Démonstr. Quand la piramide s'avance ; la liqueur qui couvre les triangles B D D, passe sur les triangles qui leur répondent D A D, par des lignes paralleles aux lignes B C A [a] ; donc sa vîtesse est égale au tiers des lignes B C A [b]. Ce qu'il &c. [a] Prop. 8.9. [b] Prop. 13.

Proposition 66.

La peine que la piramide A B trouve à fendre le milieu, peut être exprimée par le produit de sa base, & du tiers des lignes B C A.

Démonstr. La ligne que parcourt la piramide pouvant toûjours être prise pour l'unité ; sa base pourra exprimer la liqueur qu'elle déplace [c] ; donc le produit de sa base par le tiers des lignes B A C, qui fait la vîtesse de la liqueur déplacée, peut exprimer la peine que la piramide A B trouve à fendre le milieu. Ce qu'il &c. [c] Prop. 64. [d] Pr. 16. Cor

Corollaire.

La piramide A B n'a pas plus de peine à fendre le milieu par sa base, que par sa pointe.

Proposition 67.

Soient les piramides droites, égales, & de même hauteur, A B, C D ; & que le rayon du cercle inscrit dans la base A soit moindre que le rayon du cercle inscrit dans la base C. Je dis que la peine de la piramide A B sera moindre que la peine de la piramide C D. Tirons les rayons A E, C F, & les lignes B E, D F. Figure 19.

Démonstr. Puisque les piramides égales ont des hauteurs égales, elles auront aussi des bases égales : donc elles déplaceront des masses égales [a]. D'ailleurs les triangles rectangles B A E, D C F, aiant les côtez B A, D C égaux, & le côté A E moindre que le côté C F, la ligne B E sera moindre que D F ; donc la vîtesse de la liqueur déplacée par la piramide A B, sera moindre que la vîtesse de la liqueur déplacée par la piramide C D [b] ; donc la peine de la piramide A B sera moindre que la peine de la piramide C D [c]. Ce qu'il &c. [a] Prop. 64. [b] Prop. 65. [c] Prop. 66.

Corollaire.

Les Cones trouvent plus de peine à fendre le milieu par une ligne parallele à leur axe, que toutes les piramides égales, & de même hauteur : Les piramides triangulaires en trouvent moins que toutes les autres. De-même parmi les piramides triangulaires, celle qui a pour sa base un triangle équilateral, trouve plus de peine à fendre le milieu que les autres : & celle qui a pour sa base un triangle plus éloigné de l'équilateral, en trouve moins.

Proposition 68.

Figure 30. Soit la piramide A B qui a un quarré-long D D pour sa base : quand elle fendra le milieu par une ligne perpendiculaire à sa base ; ses faces C B D, E B D, laisseront de l'arriére des prismes dont les faces C B D, D B E pourront être les bases, & des lignes égales à celle que la piramide parcourt, pourront être leurs axes.

Démonstr. Puisque les faces C B D, E B D s'avancent par des lignes perpendiculaires à la base D D ; chacun de leurs points décrira une ligne perpendiculaire au plan D D ; mais les faces C B D, E B D ne sont pas perpendiculaires au plan D D, donc leurs points décriront des lignes qui ne seront pas dans leur plan ; & d'ailleurs ces lignes seront égales & paralleles, puisque tous les points de la piramide se meuvent avec des vîtesses égales, par des lignes perpendiculaires au plan D D : donc toutes ces lignes feront des prismes dont les faces C B D, E B D pourront être les bases, & les lignes décrites par leurs centres pourront être les axes. Ce qu'il &c.

Proposition 69.

Figure 31. 30. Les mêmes choses étant supposées : les parallelogrammes C B B C, E B B C, décrits par les lignes C B, E B, étant pris pour les bases des prismes ; les lignes C D, E D seront les hauteurs, si la piramide est droite.

Démonstr. Les lignes C C, E E étant droites sur le plan D D, seront perpendiculaires sur C D, E D [a] ; mais d'ailleurs les lignes C D, E D sont perpendiculaires sur C B, E B, parce que la piramide étant droite, toutes ses faces triangulaires sont isosceles : donc les lignes C D, E D sont droites sur les plans C C B [b], E E B ; donc si on prend les parallelogrammes C B B C, E B B E, pour les bases des prismes, les lignes C D, E D seront les hauteurs. Ce qu'il &c.

[a] Défin. 11. l. Eucl.

[b] 12. 11. Euc.

Proposition 70.

Figur. 32. Les mêmes choses étant supposées ; les prismes C B D, E B D sont égaux. Prenons A B pour l'axe de la piramide, B B pour ce qu'elle avance ; & faisons A E égale à C D, & A C égale à E D : & aiant pris A A égale à B B achevons les parallelogrammes rectangles A C, A E. Alors la ligne E B de la figure 30. sera égale à la ligne E B de la figure 32. [c] & la ligne C B sera aussi la même dans l'une & l'autre figure : & les parallelogrammes C B B C, E B B E seront les mêmes que dans la figure 31.

[c] 47. 1. Euc.

Démonstr. Les parallelogrammes C B B C, E B B E aiant la même base B B seront entr'eux comme leurs hauteurs A C, A E, ou

comme

comme ED, CD : donc dans la figure 31, la base CBBC est à la base EBBE, comme réciproquement la hauteur ED est à la hauteur CD ; donc les deux prismes sont égaux. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La moitié de la liqueur déplacée passera du triangle ACD sur le triangle CBD, & l'autre moitié passera du triangle ADE sur le triangle EBD.

Proposition 71.

La moitié de la liqueur déplacée aura pour sa vîtesse le tiers des lignes ACB.

Démonstr. La moitié de la liqueur déplacée passera du triangle ACD, au triangle CBD par des paralleles aux lignes ACB ; donc sa vîtesse sera le tiers des lignes ACB [d]. Ce qu'il &c. [d] Prop. 13.

Proposition 72.

Les lignes ACB étant moindres que les lignes AEB : il y a quelque point H entre les points A & E, par où si on tire les lignes HILM paralleles aux lignes EDE ; les lignes HILM seront égales aux lignes HEM. Figure 33. Figure 30.

Démonstr. Puisqu'en élevant le point H, on diminuë les lignes HILM, & les lignes HEM de telle maniére que les diminutions peuvent être infiniment petites, & que les lignes HEM peuvent devenir moindres que les lignes HILM ; sçavoir quand le point H est au point E ; les lignes HILM pourront devenir égales aux lignes HEM. Ce qu'il &c.

Proposition 73.

La même chose étant supposée, la liqueur du triangle HDE pourra couvrir le triangle EDM, & la liqueur du triangle ADH pourra couvrir le triangle DBM.

Démonstr. Puisque la liqueur du triangle ADE doit passer sur le triangle EDB : [a] les parties proportionnelles de celui-là pourront passer sur les parties proportionnelles de celui-cy : mais le triangle HDE est proportionnel au triangle EDM ; car AH : AE :: BM : BE ; donc la liqueur HDE pourra passer sur le triangle DEM. Ce qu'il &c. [a] Pr. 70. Cor.

Proposition 74.

La même chose étant supposée, la liqueur HDE passera sur DEM par des lignes paralleles aux lignes HEM.

Démonstr. Puisque les lignes HE M sont égales aux lignes HILM, chaque point de la liqueur HDE trouvera une voye plus courte, pour se rendre sur le triangle DME par des paralleles aux lignes HEM, que par des paralleles aux lignes HILM : donc la liqueur HDE se rendra sur DEM par des parelleles aux lignes HEM. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueür HDE est le tiers des lignes HEM, ou HILM.

Proposition 75.

Figure 30. La liqueur AHD passera sur DBM par des lignes paralleles aux lignes HILM. Tirons les lignes XPQZ paralleles aux lignes HILM, & marquons le point O où HI coupe la ligne AD.

Démonstr. Chaque partie HDO, ou XDP se rendra sur chaque partie proportionnelle DML, ou QDZ : mais ces parties peuvent être prises pour des lignes paralleles aux lignes HILM : donc toute la liqueur ADH se rendra sur BDM par des paralleles aux lignes HILM. Ce qu'il &c.

Proposition 76.

La vîtesse de la liqueur AHIC est égale à la moitié des lignes HILM & un peu plus, ou à la moitié des lignes ACB & un peu moins.

Démonstr. Si les lignes HILM étoient aussi longues que les lignes ACB, la liqueur AHIC auroit plus de vîtesse qu'elle n'en a,
a & sa vîtesse seroit la moitié des lignes ACB [a]. Si au contraire les
Prop. 6. lignes ACB étoient aussi courtes que les lignes HILM, la liqueur AHIC auroit moins de vîtesse qu'elle n'en a, & sa vîtesse seroit la moitié des lignes HILM : donc sa vîtesse est un peu plus grande que la moitié des lignes HILM, & un peu moindre que la moitié des lignes ACB. Ce qu'il &c.

Proposition 77.

La vîtesse de la liqueur HDI est égale au tiers des lignes HILM.

Démonstr. Puisque la liqueur HDI passe sur DILM par des
a paralleles aux lignes HILM, sa vîtesse sera le tiers des lignes HILM [a].
Prop. 13. Ce qu'il &c.

Proposition 78.

Les mêmes choses étant supposées, si on multiplie le parallelogramme

gramme AEDC, plus le triangle AIC par le tiers des lignes HILM: le produit sera un peu moindre que le quart de la peine que trouve la piramide AB à fendre le milieu.

Démonstr. Puisque la vîtesse de la liqueur EHID est égale au tiers des lignes HILM [b], & que la vîtesse de la liqueur AHIC est un peu plus grande que la moitié des lignes HILM: si on multiplie la liqueur AHIC par la moitié de HILM, ou ce qui est le même, si on multiplie la liqueur AHIC, & sa moitié par le tiers des lignes HILM, & qu'on multiplie la liqueur EHID par le même tiers, on aura un peu moins que le quart de la peine que la piramide AB trouve à fendre le milieu. Ce qu'il &c.

[b] Pr. 74. 77.

Proposition 79.

Aiant continué la ligne ED vers P, de sorte que DP soit égale à DE, & aiant continué HIL jusques à ce qu'elle rencontre BP au point O, la ligne HO sera égale aux lignes HL, LM. Figure 33.

Démonstr. Puisque les lignes LM, LO sont paralleles l'une à DE, l'autre à DP: nous trouverons BL : BD :: LM : DE, & BL : BD :: LO : DE; donc LM : DE :: LO : DE; donc LM est égale à LO; donc la ligne HO est égale aux lignes HILM. Ce qu'il &c.

Proposition 80.

Si du point O on tire OR parallele à IC, le point R tombera entre B & C. Tirons LN parallele à IC.

Démonstr. Puisque les angles OBL & LBN qui font le quart d'un angle solide, ne peuvent pas faire un droit, l'angle OBL sera moindre que BLN; donc le sinus total LB aura une moindre raison à NB, qu'à LO; donc NB est plus grande que LO; donc NR est moindre que NB; donc le point R est entre B & N. Ce qu'il &c.

Proposition 81.

Aiant marqué le point Z, où la ligne AD coupe la ligne HI. Je dis que le quart de la peine de la piramide AB, est égal au produit de la liqueur AEDC par le tiers des lignes ACB, plus le produit de la liqueur ADH par le tiers de ZIL, moins le produit de la liqueur ADE par le tiers de BR.

Démonstr. La peine que la liqueur ADC trouve à passer sur BDC, est égale au produit de la liqueur ADC par le tiers des lignes ACB [a]: & la peine que trouve la liqueur HDE à passer sur DEM, est égale à son produit par le tiers de HEM, ou HLO, ou par le tiers de ACB, moins le tiers de BR: enfin la peine de la liqueur ADH est égale à son produit par le tiers de HZ & LO, & par les deux tiers de ZIL,

[a] Prop. 13.

 ou

ou ce qui est le même par le tiers de HLO, & par le tiers de ZIL, ou par le tiers de ACB, moins le tiers de RB, plus le tiers de ZIL: donc la peine de la liqueur AEDC, ou le quart de la peine que trouve la piramide AB, est égale au produit de la même liqueur par le tiers de ACB, plus le produit de la liqueur ADH par le tiers de ZIL, moins le produit de la liqueur ADE par le tiers de BR. Ce qu'il &c.

Proposition 82.

Le produit de la liqueur ADE par le tiers de BR, est égal au produit de la liqueur AHD par le tiers de BN, prenant PN parallele à DC.

Démonstr. BR : BN comme BO : BP, ou comme BL : BD, ou comme AH : AE, ou comme la liqueur AHD à la liqueur ADE; donc [a] le produit de la liqueur ADE, par le tiers de BR, est égal au produit de la liqueur ADH, par le tiers de BN. Ce qu'il &c.

a 15. 6. Euc.

Proposition 83.

Si la ligne BN est égale aux lignes ZIL, la peine que trouve la piramide AB à fendre le milieu, est égale au produit de la liqueur déplacée, par le tiers des lignes ACB.

Démonstr. Puisque le produit de la liqueur ADH par le tiers de ZIL, est égal au produit de la liqueur ADH par le tiers de BN, il sera égal au produit de la liqueur ADE par le tiers de BR [b]: donc [c] la peine de la piramide AB ne sera que le produit de la liqueur déplacée, par le tiers des lignes ACB. Ce qu'il &c.

b Précéd.
c Prop. 81.

Proposition 84.

Si la ligne BN est égale aux lignes ZIL, la piramide AB qui a un quarré-long pour sa base, trouvera moins de peine à fendre le milieu, qu'une piramide égale & de même hauteur, qui auroit un quarré pour sa base.

Démonstr. La peine de la piramide quarrée sera égale à la liqueur déplacée, multipliée par le tiers des lignes ACB [d], & la peine de la piramide qui n'est pas quarrée, est égale au même produit [a]. Mais la liqueur déplacée est la même pour l'une & pour l'autre piramide; puisqu'elles ont leurs bases égales [b]; & les lignes ACB sont plus grandes dans la quarrée que dans l'autre : donc la peine de la piramide quarrée est plus grande. Ce qu'il &c.

d Prop. 66.
a Précéd.
b Prop. 64.

Proposition 85.

Figur. 34. Supposons encore que le parallelogramme ACDE est le quart de la la base d'une piramide ; que CBD, EBD sont les moitiez de deux de ses faces triangulaires ; & que les lignes HILM sont égales aux lignes HEM. Si on diminuë la largeur du parallelogramme ACDE, en le reduisant au parallelogramme KCDF, les lignes GILO seront moindres que les lignes GFO.

Démonstr. Puisque DF est moindre que DE dans les triangles rectangles BDE, BDF ; BF sera plus grande que BE[c], & parconséquent OF sera plus grande que ME : donc les lignes HEM, ou HILM sont moindres que GFO : mais GILO sont aussi moindres que HILM : donc les lignes GILO sont moindres que les lignes GFO. Ce qu'il &c. [c] 47.1. Euc.

Corollaire.

Les lignes CB, CD demeurant les mêmes, si on diminuë la ligne AC, il faudra élever le point H, afin que les lignes HEM soient égales aux lignes HILM : & parconséquent on augmentera BN & on diminuera les lignes ZIL.

Proposition 86.

Les mêmes choses étant supposées : si on augmente CD, de la ligne DF ; & qu'aiant tiré FB on la divise au point S par la ligne NLS parallele à DC. Je dis que les lignes PRSO paralleles aux lignes GFG, seront moindres que les lignes PGO. Figur. 35.

Démonstr. Puisque[d] LM : DE :: SO : FG, & que FG est égale à DE ; SO sera égale à LM : & parconséquent PSO seront égales à HLM. Mais les lignes HLM sont égales à HEM : donc PSO sont égales à HEM ; mais HEM sont moindres que PGO[d] ; puisque les toutes AE, BE sont moindres que AG, BG : donc les lignes PSO sont moindres que PGO. Ce qu'il &c. [d] 4. 6. Euc.

Corollaire.

Il faudra élever le point P, afin que PRSO deviennent égales aux lignes PGO, & parconséquent il faudra aussi diminuër les lignes ZIL, ou XRS.

Proposition 87.

La ligne CB demeurant la même ; si on augmente la ligne CD, & qu'on diminuë la ligne AC de telle maniere que quelque ligne K soit toûjours moyenne entre les lignes AC, CD : je dis qu'on diminuë la peine de la piramide. Figure. 33.

Démonstr. Puisque la base de la Piramide demeure la même ; la liqueur déplacée sera la même ; mais les lignes ACB & ZIL[a] qui [a] Précéd.

 font

font la vîteſſe de la liqueur, deviendront moindres ; tandis que BN
Prop. 82.[a] qui diminuë la vîteſſe de la liqueur, deviendra plus grande[a] ; donc le produit de la liqueur par ſa vîteſſe, ou la peine de la piramide ſera moindre. Ce qu'il &c.

Propoſition 88.

Les mêmes choſes que dans la précédente étant ſupposées, la piramide AB ſera plus grande qu'elle n'étoit avant qu'on eut diminué AC & augmenté CD.

Démonſtr. Puiſque dans le triangle rectangle ABC, la ligne BC demeurant la même, on diminuë la ligne AC, on augmentera la hau-
47.1. Euc.[b] teur AB[b] de la piramide ; donc ſa baſe demeurant la même, la pi-
7.11. Euc.[c] ramide en ſera plus grande[c]. Ce qu'il &c.

Corollaire.

On peut diminuër la peine d'une piramide, ſans diminuër ſon étenduë, & en général, les piramides quadrilatéres qui ſont plus éloignées de la quarrée, trouvent moins de peine à fendre le milieu.

§. X.

De la peine que trouve une Piramide à fendre le milieu par une ligne perpendiculaire à ſon axe.

Propoſition 89.

Fig. 36. SOit la piramide droite AC qui ſe meut par la direction AB perpendiculaire à ſon axe AC : la liqueur déplacée ſera égale à un priſme, dont la hauteur égalera la ligne parcouruë AB, & dont la baſe ſera composée des deux plus grands triangles qu'on pourra faire tomber des extremitez de la piramide perpendiculairement ſur le plan ABDC que décrit l'axe AC, l'un d'un côté, l'autre de l'autre, ſçavoir ACF, ACG, en ſuppoſant FAG perpendiculaire ſur AC, & ſur AB. Tirons les lignes GH, FE, CD égales & paralleles à AB.

Démonſtr. La liqueur déplacée ſera égale au priſme FACDEB, & au priſme GACDBH : donc elle ſera égale à un priſme qui a AB pour ſa hauteur, & dont les baſes ſont égales aux triangles ACF, ACG. Ce qu'il &c.

Propoſition 90.

Fig. 37. Les mêmes choſes étant ſupposées ; faiſons que la piramide AC ſoit quarrée, & qu'elle ſe meuve par une direction parallele à EAE, & à un des côtez BB de la piramide : la liqueur qui couvre la face triangulaire

triangulaire BCB qui est devant, passera sur la face triangulaire BCB qui est derriere : ou la liqueur BCE qui est devant, passera sur BCE qui est derriere.

Démonstr. Puisque la face BCB qui est derriere, laisse des vuides égaux aux espaces que la face BCB gagne devant; la liqueur déplacée par la face BCB qui est devant, passera sur la face BCB qui est derriere; & la liqueur BCE qui est déplacée devant, passera sur la face BCE derriere. Ce qu'il &c.

Proposition 91.

Les mêmes choses étant supposées; prenons le point D sur la ligne EC, de sorte que les lignes DEED soient égales aux lignes DRRD paralleles aux lignes EBBE, & tirons la ligne BD. Si de quelque point I de la ligne BD nous tirons les lignes IEEI paralleles aux lignes DEED, elles seront égales aux lignes IRRI paralleles aux lignes DRRD. Tirons les lignes BL paralleles aux lignes EC, qui coupant les lignes RR prolongées aux points L, feront les lignes LL égales aux lignes BB. Prenons encore sur RD les lignes RM égales aux lignes RL, & tirons BM qui coupant la ligne IR au point N, fera NR égale à RL [a]. Alors les lignes [a] MRRM étant égales aux lignes LL, ou EE, les lignes DE, DM 4. 6. Euc. seront égales; je dis donc que les lignes NRRN étant aussi égales à LL, ou EE, les lignes EI, IN seront égales.

Démonstr. Puisque les lignes EIN, EDM sont paralleles, elles seront entr'elles comme BI à BD : donc EI : ED :: IN : DM, ou par échange EI : IN :: ED : DM; donc comme ED est égale à DM, EI est aussi égale à IN. Ce qu'il &c.

Proposition 92.

Les mêmes choses étant supposées; la liqueur DEB se rendra sur le triangle DEB qui lui répond derriere, par des lignes paralleles aux lignes DEED. Prenons quelque point O entre D & E, & tirons ORRO paralleles aux lignes DRRD.

Démonstr. Puisque les lignes OEEO sont moindres que DEED, elles seront moindres que DRRD; mais les lignes DRRD sont moindres que ORRO [a] : donc les lignes OEEO sont moindres [a] que ORRO; donc le point O se rendra plutôt sur le point O, 4. 6. Euc. par les lignes OEEO, que par les lignes ORRO. On montrera de-même que tous les points de la ligne IE se rendront plutôt sur les points qui leur répondent, par des lignes paralleles aux lignes DEED, que par des lignes paralleles aux lignes DRRD : donc toute la liqueur DBE se rendra sur le triangle DBE par des paralleles aux lignes DEED. Ce qu'il &c.

Proposition 93.

On démontrera de-même que la liqueur DCB passera sur le triangle DCB par des lignes paralleles aux lignes DRRD.

Corollaire.

La vîtesse de la liqueur sera moindre que si elle passoit toute par des lignes paralleles aux lignes DRRD.

Proposition 94.

La vîtesse de la liqueur BDE sera égale aux deux tiers de DE, & à la ligne EE.

Démonstr. Puisque la liqueur BDE sort du triangle BDE, traverse le parallelogramme BB, & rentre dans le triangle BDE par des lignes paralleles aux lignes DEED [a]; sa vîtesse sera égale à la ligne EE [b], & aux deux tiers de la ligne DE [c]. Ce qu'il &c.

[a] Précéd. [b] Prop. 6. [c] Prop. 13.

Proposition 95.

La vîtesse de la liqueur DCR sera les deux tiers de la ligne DR, & de la ligne RR.

Démonstr. Puisque la liqueur DRC sort du triangle DRC, traverse le triangle RCR, & rentre dans le triangle DRC par des lignes paralleles aux lignes DRRD; sa vîtesse sera les deux tiers de DR, & les deux tiers de RR [d]. Ce qu'il &c.

[d] Prop. 13.

Proposition 96.

La vîtesse de la liqueur DRB sera égale 1. aux deux tiers de la ligne DR [d]. 2. à une ligne un peu moindre que BB, & un peu plus grande que RR.

Démonstr. Si la liqueur DBR traversoit un parallelogramme qui eut la base BB, & la hauteur du trapéze RBBR, sa vîtesse seroit plus grande qu'elle n'est; & elle ne seroit égale qu'à la ligne BB; mais si le parallelogramme n'avoit que la base RR, la vîtesse de la liqueur seroit moindre qu'elle n'est, & elle seroit égale à la ligne RR: donc la vîtesse de la liqueur DBR qui traverse le trapéze RBBR par des paralleles à BB, sera égale à une ligne plus courte que BB, & plus longue que RR. Ce qu'il &c.

Proposition 97.

Figur. 38. 39. On appliquera les mêmes démonstrations pour trouver la vîtesse de la liqueur déplacée, si la piramide se meut par une direction perpendiculaire à son axe, & parallele à la diagonale, ou à quelqu'autre ligne

ligne de sa base : ou si la piramide est triangulaire, ou de quelqu'autre figure : ou enfin si elle se meut obliquement à son axe.

Corollaire.

Les cones ont moins de peine à fendre le milieu par leurs côtez, que toutes les autres piramides de même hauteur ; & les piramides triangulaires en ont plus, parce qu'elles ont des plans, & des contours plus grands. Cela s'entend quand on fait mouvoir les piramides par le sens où elles trouvent plus de peine à fendre le milieu.

Proposition 98.

Si deux piramides AC, AD accolées par leurs bases BBB, se meuvent par une direction perpendiculaire à leur axe ADC, elles auront plus de peine que si elles étoient séparées. Figur. 40.

Démonstr. Les piramides ainsi accolées déplaceront autant de liqueur, que si elles étoient séparées [a] ; & la vîtesse de la liqueur sera plus grande [b] ; donc la peine des piramides sera plus grande que si elles étoient séparées. Ce qu'il &c. [a] Prop. 89. [b] Pr. 93. Cor

§. XI.

De la peine que trouve le globe à fendre le milieu.

Proposition 99.

Si le globe A se meut dans une liqueur par la ligne AB, la masse de la liqueur déplacée sera égale au produit d'un de ses grands cercles, par la ligne AB. Figure 41

Démonstr. La liqueur que le globe déplace, est égale au cilindre AB ; donc elle est égale au produit du grand cercle A, par la hauteur AB. Ce qu'il &c.

Proposition 100.

La vîtesse de la liqueur déplacée par le globe est un peu moins des deux tiers du diamétre du globe. Fig. 41.

Démonstr. La vîtesse de la liqueur déplacée par le globe n'est rien autre chose, que la vîtesse de la liqueur qui passe des triangles sphériques DCD qui sont devant, aux triangles sphériques DCD qui sont derriere ; mais la vîtesse de la liqueur qui passe ainsi, est un peu moins des deux tiers du diamétre du globe [a] : donc la vîtesse de la liqueur déplacée par le globe est un peu moins des deux tiers du diamétre du globe. Ce qu'il &c. [a] Pr. 33. Cor

§. XII.

Comparer la peine que divers corps trouvent à fendre le milieu.

Propoſition 101.

Figur. 42. SI le priſme AB droit, & la piramide droite AC ont la même baſe, & ſont égaux : le priſme aura plus de peine à fendre le milieu par une ligne parallele à ſon axe, que la piramide : & parce
d qu'aiant la même baſe ils déplaceront une égale maſſe de liqueur [d], il
Pr.36. 64. ſuffit de démontrer que la vîteſſe de la liqueur déplacée par le priſme eſt plus grande, que la vîteſſe de la liqueur déplacée par la piramide. Aiant inſcrit un cercle dans la baſe commune, tirons un de ſes rayons AD au point D où le cercle touche un des côtez de la baſe, & tirons encore CD.

Démonſtr. Puiſque le priſme eſt égal à la piramide, l'axe AB
a ſera le tiers de l'axe AC [a] ; donc la vîteſſe de la liqueur déplacée
7.12. Euc. par le priſme ſera le tiers de la ligne AC, & les deux tiers de la
b ligne AD [b] ; mais puiſque les lignes AC, AD ſont plus grandes
Pr.37.Cor que DC ; le tiers de AC, & le tiers de AD valent plus que le tiers de DC : donc la vîteſſe de la liqueur déplacée par le priſme, ſera plus grande que le tiers de DC & le tiers de AD, qui font la vîteſſe
c de la liqueur déplacée par la piramide [c]. Ce qu'il &c.
Prop. 66.

Remarque.

La même démonſtration s'appliquera aux priſmes, & aux piramides également obliques.

Lemme.

Fig. 43. Si on tire la perpendiculaire EB ſur le bout de la ligne AB, égale à la perpendiculaire DF tirée de quelqu'autre point de la ligne AB entre A & B ; les lignes BFA ſeront moindres que BEA. Marquons le point I où la ligne AE coupe la ligne DF ; & tirons
a DE qui ſera égale à FB [a].
4. 1. Euc.

Démonſtr. La ligne AI avec la ligne IF, valent plus que AF; la ligne IE avec ID, valent plus que DE ou FB : donc la toute AE, avec la toute FD, ou les lignes AEB, valent plus que les lignes AF, FB. Ce qu'il &c.

Propoſition 102.

Figur. 40. Si deux piramides droites AC, AD ſont accolées ſur la même baſe BBB, & que la piramide droite EF qui a la même baſe, leur

leur soit égale : elle aura plus de peine à fendre le milieu, que les piramides accollées, en supposant qu'elles se meuvent toutes parallelement à leurs axes. Supposons que A H est le rayon du cercle inscrit qui touche BB au point H, & tirons C H D, tirons de même E G F.

Démonstr. Puisque les bases sont égales, & également inclinées à la ligne de direction ; les masses de la liqueur déplacée seront égales [b] : mais le tiers des lignes F G E qui fait la vîtesse de la liqueur déplacée par la piramide E F, est plus grand [c] que le tiers des lignes C H D, qui fait la vîtesse de la liqueur déplacée par les piramides accolées ; donc la peine de la piramide E F est plus grande, que la peine des piramides accolées. Ce qu'il &c.

[b] Pr. 36. 64.
[c] Lem. Préc.

Lemme.

Si la liqueur A B C D traverse le demi-cercle A E, & le rectangle A F G par des lignes paralleles à A F, la vîtesse qu'elle aura en traversant le demi-cercle sera à la vîtesse qu'elle aura en traversant le rectangle, comme le demi-cercle est au rectangle. Tirons les lignes H I L M paralleles à D A F. Figure 44

Démonstr. Puisque la vîtesse de chaque ligne HI de la liqueur est égale à la ligne I L en traversant le demi-cercle, & à la ligne I M en traversant le rectangle ; le mouvement qu'elle a en traversant le demi-cercle sera égal au rectangle H I L, & le mouvement qu'elle a en traversant le rectangle est égal au rectangle H I M ; donc tout le mouvement de la liqueur en traversant le demi-cercle, sera égal à un demi-cilindre qui aura le demi-cercle pour base, & A D pour hauteur, & le mouvement de la liqueur en traversant le rectangle sera égal à un prisme de même hauteur qui aura le rectangle pour base, & parconséquent qui sera au demi-cilindre comme le rectangle au demi-cercle. Mais la liqueur étant la même, les mouvemens seront comme les vîtesses : donc la vîtesse de la liqueur en traversant le demi-cercle, est à sa vîtesse en traversant le rectangle, comme le demi-cercle au rectangle. Ce qu'il &c.

Proposition 103.

Si le cilindre D A D dont la hauteur est infiniment petite, est égal aux piramides droites B D D, C D D accolées sur son plan diagonal D A D, il aura autant de peine à fendre le milieu par une ligne perpendiculaire à la ligne D D & à son axe, que les piramides en ont à fendre le milieu par une ligne parallele à leur axe. Nous trouverons d'abord que les masses de la liqueur déplacée seront les mêmes [a] : & il faudra seulement démontrer que les vîtesses sont éga- Figur. 45.

[a] Pr. 36. 64.

 les.

les. Inscrivons le cilindre dans un prisme dont la base soit le quarré de DD.

Démonstr. Les piramides étant égales au cilindre, seront au prisme, comme le cercle A au quarré A; mais elles sont aussi au prisme comme le tiers de leur axe à la hauteur DD du prisme sur sa base DD: donc le tiers de l'axe des piramides est à la ligne DD, com-
b Lem.préc. me le cercle A au quarré A, ou [b] comme la vîtesse d'une liqueur qui traverseroit le cercle A est à la vîtesse d'une liqueur qui traverseroit le quarré A, sçavoir DD. Mais la vîtesse de la liqueur déplacée par le cilindre est égale à celle qui lui convient pour traverser
c Prop. 50. le cercle [c]; & la vîtesse de la liqueur déplacée par les piramides, est égale au tiers de leur axe, parcequ'étant infiniment minces leur axe est égal à la hauteur de leurs faces triangulaires: donc la vîtesse de la liqueur déplacée par le cilindre est à la ligne DD, comme la vîtesse de la liqueur déplacée par les piramides est à la même ligne DD: donc la vîtesse de la liqueur déplacée par le cilindre, est égale à la vîtesse de la liqueur déplacée par les piramides. Ce qu'il &c.

Proposition 104.

Les mêmes choses étant supposées; si on donne quelque hauteur au cilindre, sa peine sera plus grande que celle des piramides.

Démonstr. La liqueur déplacée sera encore la même, & la vîtesse de la liqueur croîtra plus dans le cilindre que dans les piramides: car la vîtesse de la liqueur dans le cilindre croîtra de la moitié de sa
d Prop. 50. hauteur [d] pour le moins, & la vîtesse de la liqueur dans les piramides ne croîtra pas de la sixiéme partie de sa hauteur; puisque la hauteur de leurs faces triangulaires ne croîtra pas de la moitié de la même hauteur: donc la peine du cilindre sera plus grande que celle des piramides. Ce qu'il &c.

Proposition 105.

Fig. 46. Si les deux cones droits AC, AB sont accolez sur le grand cercle A d'un globe, qui leur sert de base, & qu'ils soient égaux au globe; ils auront plus de peine à fendre le milieu par une ligne parallele à leur axe, que le globe: & parceque la liqueur déplacée est
a Pr. 64.99. la même de part & d'autre [a], il faut montrer que la vîtesse de la liqueur déplacée par les cones est plus grande.

Démonstr. La hauteur BAC des cones étant double du diamé-
b Géom.7.8. tre du globe [b]: le tiers de la ligne BAC sera égal aux deux tiers du diamétre du globe; mais le tiers de BAC est moindre que la vî-
c Prop. 65. tesse de la liqueur déplacée par les cones [c]; donc la vîtesse de la liqueur déplacée par les cones, est plus grande que les deux tiers du

diamétre

diamétre du globe, ou que la vîteſſe de la liqueur déplacée par le globe [d]. Ce qu'il &c. [d] Prop. 100.

Propoſition 106.

Si à la place des cones on met des piramides accolées ſur une baſe égale au grand cercle A; la propoſition, & la démonſtration ſera la même.

Propoſition 107.

Si on diminuë la baſe des cones accolez, & qu'on augmente à proportion leur axe CAB : on diminuëra la peine qu'ils trouvent à fendre le milieu par une ligne parallele à leur axe.

Démonſtr. En diminuant leur baſe on diminuë en même raiſon la liqueur déplacée [a], & on n'augmente pas en même raiſon les lignes BDC [b], ou la vîteſſe de la liqueur [c], qu'on augmente les axes : donc on diminuë plus la liqueur qu'on n'augmente ſa vîteſſe; donc on diminuë ſon mouvement, ou la peine des cones. Ce qu'il &c. [a] Prop. 64. [b] 4. 6. Euc. [c] Prop. 65.

Propoſition 108.

Quelque longueur qu'on donne aux cones accolez, ils auront plus de peine à fendre le milieu, que le globe qui leur eſt égal. Suppoſons qu'on leur donne la hauteur IAH.

Démonſtr. Puiſque les cones IEH ſont égaux aux cones BDC; la hauteur IAH ſera à la hauteur BAC, comme réciproquement la baſe AD à la baſe AE. Mais la hauteur BAC eſt égale à deux diamétres du globe : donc la hauteur IAH eſt à deux diamétres du globe, comme la baſe AD à la baſe AE : donc le tiers de la hauteur IAH moindre que la vîteſſe de la liqueur déplacée par les cones, eſt aux deux tiers du diamétre du globe plus grands que la vîteſſe de la liqueur déplacée par le globe, comme la baſe AD, ou la liqueur déplacée par le globe eſt réciproquement à la baſe AE, ou à la liqueur déplacée par les cones: donc la peine des cones eſt plus grande que celle du globe. Ce qu'il &c.

Remarque.

On appliquera ſans peine les propoſitions précédentes aux corps obliques, & on trouvera qu'ils ont plus de peine à fendre le milieu que les droits.

CHAPITRE SECOND.

De la figure du Vaisseau par rapport à la voile qu'il doit porter.

EXPLICATION DU SUJET.

IL n'est point de defaut plus à craindre dans un Vaisseau, que celui de ne pas porter la voile : on peut couler bas, comme fit le Vaisseau nommé *la Lune*, dans la Rade des Isles d'Hiéres l'an 1678. car on dit qu'une risée de vent le mit si fort à la bande, qu'il se remplit par sa seconde Batterie, & coula à fond avec plus de mille hommes qui étoient dedans, & qui y périrent presque tous. D'ailleurs un Vaisseau démâte aisément : quand les mâts perdant leur aplomb, exercent sur leurs aubans une force de levier, qui croît comme le sinus de leur obliquité : & un Vaisseau démâté est en grand danger de se perdre. Combien de fois est-on affalé sur une côte, où il n'y a de ressource que dans les Huniers : si vôtre Vaisseau porte la voile, il vous tire d'intrigue, comme le Royal Loüis se tira du Golphe de *l'Espece*, en portant les Huniers tout haut avec un temps qui reduisoit les meilleurs Voiliers à la Cape. C'est pour cela que les Constructeurs n'oublient rien pour faire porter la voile à leurs Vaisseaux : mais les plus habiles n'y réüssissent que rarement ; presque tous les Vaisseaux ont besoin qu'on les souffle, parce qu'ils ne portent pas la voile ; cependant souffler un Vaisseau c'est le rendre plus pesant, & moins bon Voilier ; c'est le faire pourrir bien-tôt ; sans parler des grandes dépenses soit pour faire, soit pour renouveller les soufflages. Il semble qu'il seroit aisé aux Constructeurs de faire porter la voile à leurs Vaisseaux, en leur donnant sur le Chantier la figure qu'ils ont aprés avoir été soufflez : mais comme cette figure les rendroit moins bons Voiliers, & que d'autres Vaisseaux portent la voile sans cette figure, les Constructeurs n'ont pas encore pû se résoudre de prendre ce parti. On pourroit encore faire porter la voile à un Vaisseau en le lestant de fer, ou de plomb : mais on tomberoit dans un autre inconvenient également dangereux : car le Vaisseau ainsi lesté tourmenteroit furieusement ; & ce fut ce qui perdit il y a quelques années un Vaisseau du Roy. Le Commandant qui est un des plus habiles de la Marine, voiant que son Vaisseau plioit beaucoup sous les voiles, fit mettre dix-sept pieces de canon à fond de cale ; ce qui le fit si fort rouler, qu'il démâta, & se perdit. Tout cela méritoit bien qu'on cherchât avec quelque soin ce qui peut faire porter la voile à un Vaisseau : c'est ce que j'entreprens dans ce chapitre. J'y découvre Géométriquement ce en quoi consiste la force du Vaisseau pour

pour porter la voile, & ce que la figure du Vaisseau y contribuë. J'y apprens à faire que les Vaisseaux portent infailliblement la voile ; à trouver dans le Port combien un Vaisseau déja construit a de force pour la porter ; & à augmenter cette même force autant qu'on voudra, par des voyes plus simples, & plus aisées que celles dont on s'est servi jusques ici.

Suppositions.

Nous supposons les regles ordinaires de la mécanique, & en particulier les suivantes.

1. Le centre de gravité d'un corps agit, comme si tout le poids du corps y étoit réüni.

2. Si les Puissances A, B soûtiennent le poids C suspendu par le levier AB au point G ; le poids C fait sur elles le même effet, que s'il étoit au point G, ou en quelqu'autre point E de la verticale GCE. Figur. 47.

3. Si un Vaisseau occupe l'espace AEB dans l'eau, son poids est égal à celui d'une masse d'eau égale à l'espace AEB.

4. Si le Vaisseau est plongé dans l'eau jusques à la ligne AB, & que son centre de gravité soit le point C : on pourra prendre les deux prismes verticaux AECG, BECG pour deux Puissances qui soûtiennent le poids C suspendu au point G par le levier AB : d'où on conclurra qu'on ne peut pas approcher, ou éloigner la verticale GC du point A, sans rompre l'equilibre qui est entre les prismes AECG, BECG.

5. La force absoluë d'une Puissance peut s'exprimer par le poids qu'elle soûtient, quand elle a une vîtesse égale à celle du poids. Ainsi quand une Puissance pousse le point C vers F par la verticale CF, & soûtient le poids C qui pousse le même point C vers E par la verticale CE ; nous disons que la force absoluë de la Puissance est égale à celle du poids, & qu'on la peut exprimer par le poids.

6. La force respective d'une Puissance est le produit de sa force absoluë multipliée par sa vîtesse. Nous nous servirons du mot de *Puissance*, ou de *poids*, pour signifier la force absoluë ; & du mot de *force* pour signifier la force respective.

7. Les forces respectives de deux Puissances sont égales, quand leurs forces absoluës, & leurs vîtesses sont en raison réciproque.

§. I.

§. I.

Du centre de Gravité du Vaiſſeau.

Propoſition 109.

Figur. 47. SOit l'eſpace AEB, qu'un Vaiſſeau occupe dans l'eau ; ſi par le point C qui eſt le centre de gravité de l'eſpace AEB, on tire la verticale CG ; le centre de gravité du Vaiſſeau ſera dans la ligne verticale CG.

Démonſtr. Puiſque le point C eſt le centre de gravité du volume d'eau AEB, & que les priſmes AECG, BECG ſeroient en équilibre, ſi on mettoit l'eau AEB à la place du Vaiſſeau ; on ne pourra pas approcher, ou éloigner la verticale CG du point A, ſans rompre leur équilibre [a] ; donc le centre de gravité du Vaiſſeau ne pourra pas être dans une verticale plus ou moins éloignée du point A que la verticale CG. Ce qu'il &c.

[a] Supp. 4.

Propoſition 110.

Il n'eſt pas néceſſaire que le centre de gravité du Vaiſeau ſoit au point C. Suppoſons qu'on met les poids du Vaiſeau ſi bas, que ſon centre de gravité ſe trouve au point E de la ligne verticale GCE. Je dis que l'équilibre des priſmes AECG, BECG ſera le même.

Démonſtr. Puiſque le poids C fait le même effet ſur les priſmes AECG, BECG, ſoit qu'il ſoit au point C, ou au point E [b] ; s'il tient les priſmes AECG, BECG en équilibre, quand il eſt au point C, il les tiendra de même, quand il ſera au point E. Ce qu'il &c.

[b] Supp. 2.

Corollaire.

Pour avoir le centre de gravité d'un Vaiſeau, il faudra chercher le centre de gravité de l'eſpace qu'il occupe dans l'eau, & on aura la verticale où ſe doit trouver le centre de gravité du Vaiſeau, qu'on trouvera enſuite de la maniere que nous expliquerons dans la ſeconde partie de cet ouvrage.

§ II.

D'où vient la force du Vaiſſeau pour porter la voile.

Figure 48. SOit le Vaiſeau A d'une figure parfaitement ſphérique, le centre de ſa figure A, ſon centre de gravité B, ſa flotaiſon CD, qui n'eſt rien autre choſe que le plan qui diviſe la partie du Vaiſeau, qui eſt dans l'eau, de celle qui eſt hors de l'eau. Soit encor le mât

mât du Vaisseau B A F ; on pourra faire les réfléxions suivantes.

Proposition 111.

Si quelque Puissance F fait pancher le Vaisseau, en portant le point F au point G ; le point A sera le centre du mouvement par lequel le Vaisseau s'inclinera.

Démonstr. Puisque le Vaisseau aprés s'être incliné, n'occupe pas plus d'espace dans l'eau qu'auparavant ; la flotaison C E D restera également éloignée du point A ; donc la ligne A E restera la même ; donc le Vaisseau en s'inclinant tournera autour du point A. Ce qu'il &c.

Remarque.

Il est vrai que la Puissance qui fait pancher le Vaisseau, le fait quelquefois enfoncer davantage : mais cela ne change rien à la proposition, parceque le premier effort de la Puissance F est supposé avoir mis le Vaisseau à la flotaison C E D, en commençant de le faire pancher.

Proposition 112.

Tout le poids du Vaisseau résiste à la Puissance qui le fait pancher en portant son point F au point G.

Démonstr. Tout le poids du Vaisseau agit comme s'il étoit réüni au point B qui est son centre de gravité, pour empêcher que le même point B ne monte vers H ; mais la Puisance F portant le point F au point G, fait monter le point B vers H : donc tout le poids du Vaisseau agit contre la Puissance qui porte le point F au point G. Ce qu'il &c.

Proposition 113.

La force de la Puissance F à l'égard du poids B, croît en même raison que la ligne F A à l'égard de la ligne A B.

Démonstr. La force de la Puissance F à l'égard du poids B, croît en même raison que sa vîtesse à l'égard de la vîtesse du poids B [a] : donc elle croît en même raison que F A à l'égard de A E. Ce qu'il &c. [a] Supp. 6.

Corollaire.

Si on suppose que la Puissance F est une voile poussée par le vent, la force qu'aura le poids B pour empêcher que le Vaisseau ne panche du côté que le vent le pousse, est appellée *la force du Vaisseau pour porter la voile.* Ainsi on peut définir la force du Vaisseau pour porter la voile ; *la force qu'a le poids du Vaisseau pour résister à la voile qui tend à le faire pancher à bas-bord, ou à stribord.*

Corollaire 2.

Le produit du poids du Vaisseau par la ligne AB, peut toûjours exprimer la force du Vaisseau pour porter la voile.

Corollaire 3.

Si on met un poids nouveau au point I du Vaisseau sous le point B, on augmentera de deux chefs la force qu'il a pour porter la voile. 1. Parce qu'on augmentera le poids du Vaisseau. 2. Parce qu'on augmentera la ligne AB. Si on met le nouveau poids au point B, on augmentera la force du Vaisseau pour porter la voile, parce qu'on augmentera son poids sans diminuër la distance AB. Si on mét le nouveau poids au dessus du point B, on augmentera la force du Vaisseau pour porter la voile en augmentant son poids; mais aussi on la diminuëra, en diminuant la ligne AB; car on avancera le centre de gravité vers le point A.

Proposition 114.

Si on met quelque nouveau poids au point A, on n'augmente, ni diminuë la force du Vaisseau pour porter la voile.

Démonstr. Quand on met le nouveau poids au point A, on fait venir le centre de gravité, du point B au point L; de sorte que le poids du Vaisseau est au poids nouveau, comme AL à LB [a]: donc le poids du Vaisseau est à la somme du poids du Vaisseau & du nouveau poids, comme AL à AB, & parconséquent le produit du poids du Vaisseau par AB, ou la force qu'il avoit pour porter la voile, est égal au produit de la somme des poids par AL, ou à la force qu'a le Vaisseau pour porter la voile, aprés qu'on lui a ajoûté le nouveau poids. Ce qu'il &c.

a Méc.

§. III.

Trouver la force du Vaisseau pour porter la voile, en lui ajoûtant, ou en lui ôtant un poids.

Proposition 115.

Figur. 49. LEs mêmes choses étant supposées: tirons les lignes HLG perpendiculaires sur la verticale BAL. Si nous mettons deux nouveaux poids égaux G, H également éloignez du point L; ils agiront comme s'ils étoient au point L.

Démonstr. Puisque les poids G, H sont égaux, & également éloignez du point L, leur centre de gravité sera le même point L [b]; donc ils agiront comme s'ils étoient réünis au point L [c]. Ce qu'il &c.

b Méc.
c Supp. 1.

Proposition

Proposition 116.

Les mêmes choses étant supposées ; si le poids G est plus éloigné du point L, que le point H, le Vaisseau panchera du côté de G.

Démonstr. Puisque les poids G, H sont égaux, le milieu de la ligne GH sera leur centre de gravité ; mais puisque GL est plus grande que LH, le milieu est quelque point N entre G, & L ; donc le centre de gravité des poids G, H, sera le point N ; donc le centre de gravité du Vaisseau, & des nouveaux poids, sera dans la ligne BN comme O[d] ; donc la ligne AO deviendra verticale[a] ; donc le Vaisseau panchera du côté du point G. Ce qu'il &c. d Méc. a Méc.

Proposition 117.

Les mêmes choses étant supposées ; si on dispose toûjours les mêmes poids de telle maniere que leur centre de gravité soit le même point N : le Vaisseau panchera toûjours de la même maniere.

Démonstr. Puisque le même point N est le centre de gravité des deux mêmes poids, le même point O est le centre commun de gravité pour le poids du Vaisseau, & pour les deux autres ; donc la même ligne AO devient verticale ; donc le Vaisseau panche de la même maniere. Ce qu'il &c.

Proposition 118.

Si le centre de gravité des mêmes poids G, H, est dans le point P plus éloigné du point L, que le point N ; le Vaisseau panchera plus. Tirons PB, & ensuite OR parallele à LP. Figur. 50.

Démonstr. Puisque le point O est le centre de gravité du poids du Vaisseau, & des poids G, H, lorsque le centre de gravité de ceux-cy est le point N : le poids du Vaisseau est aux poids G, H, comme NO à OB[b], ou comme PR à RB ; donc si P est le centre de gravité des poids H, G, le point R sera le centre de gravité commun au poids du Vaisseau, & aux poids H, G : donc la ligne AR deviendra verticale ; donc le Vaisseau panchera plus. Ce qu'il &c. b Méc.

Proposition 119.

Supposons encore que le point N est le centre de gravité des poids G, H : la ligne NL est la moitié de la difference qui est entre HL, & GL. Faisons GP égale à HL : alors PL sera la difference des lignes HL, & GL.

Démonstr. Puisque GP est égale à LH, & que GN est égale à HN ; les lignes PN, & LN sont égales ; donc LN est la moitié de la ligne PL. Ce qu'il &c.

Proposition 120.

Si les poids G, & H sont égaux, & qu'on éloigne autant le poids G du point G, que le poids H du point H en des sens contraires, ils n'en feront pas plus pancher le vaisseau.

Démonstr. Puisque les poids G, H sont égaux, leur centre de gravité sera toûjours au milieu de leur distance; donc si on les éloigne également des points où ils sont, en des sens contraires, leur centre de gravité N demeurera le même, & la ligne AO verticale sera la même [c], & le Vaisseau panchera de même maniere. Ce qu'il &c.

c Prop. 117.

Proposition 121.

Figur. 51. Les mêmes choses étant supposées: tirons LM perpendiculaire sur BAL. Si on met le nouveau poids M au point M; le Vaisseau panchera du côté du point M, & si on connoit les lignes BA, BL, LM: on connoîtra le poids du Vaisseau. Faisons que le point N soit le centre de gravité du poids M & du poids du Vaisseau: alors la ligne AN deviendra verticale, & le Vaisseau panchera de l'angle BAN qu'on trouvera sans peine avec un Niveau.

Démonstr. Dans le triangle rectangle BLM dont on connoit BL, & LM, on connoîtra l'angle LBM, & la ligne BM; de-même dans le triangle ABN dont on connoit AB, & les angles ABN, BAN, on connoîtra BN: mais BN est à BM, comme le poids M à la somme du poids du Vaisseau & du poids M; donc on connoîtra le poids du Vaisseau. Ce qu'il &c.

Proposition 122.

Les mêmes choses étant connuës, on trouvera l'angle BAN pour tous les lieux où on voudra mettre le poids M, sur la ligne LM.

Démonstr. En quelque lieu qu'on mette le poids M, on connoîtra BM [a]; mais BN aura toûjours une même raison à BM; donc on connoîtra aussi BN, & on résoudra le triangle ABN, dont on connoîtra les lignes AB, BN, avec l'angle ABN; donc on aura l'angle BAN. Ce qu'il &c.

a Précéd.

Proposition 123.

Les mêmes choses étant supposées, on connoîtra l'angle BAN pour tous les poids qu'on voudra mettre aux points M.

Démonstr. Puisque par le premier angle BAN qu'on connoit avec un niveau, on trouve le poids du Vaisseau; on trouvera la raison du poids du Vaisseau au poids M; & parconséquent la raison de BM à BN; donc on connoîtra BN; donc [a] on connoîtra les

a Précéd.

les angles B A N, pour tous les poids, & pour tous les points M. Ce qu'il &c.

Proposition 124.

Si au lieu de connoître la ligne A B, on connoit le poids du Vaisseau ; on trouvera la ligne A B par le moien du poids M, & tous les angles B A N pour tous les poids, & pour tous les points M.

Démonstr. Par la résolution du triangle B L M, on trouve l'angle L B M, comme dans les précédentes, avec la ligne B M ; aprés quoi on fait B M à B N, comme la somme du poids du Vaisseau, & du poids M au poids M : ce qui donne B N. Ensuite aiant trouvé l'angle B A N avec un niveau, on résout le triangle B N A pour avoir B A, & tout le reste, comme dans les propositions précédentes. Ce qu'il &c.

Proposition 125.

Si au lieu de mettre le poids M au point M, on en ôte un poids Figur. 52. connu ; le Vaisseau panchera du côté opposé, & on fera les mêmes raisonnemens que dans les précédentes. Tirons M B.

Démonstr. Si on fait M B à B N, comme le poids du Vaisseau au poids M, on trouvera la ligne B N qu'il faut mettre au delà du point B ; donc on trouvera la verticale A N, & tout le reste comme dans les propositions précédentes. Ce qu'il &c.

Proposition 126.

Soit qu'on ajoûte, ou qu'on ôte le poids M, le Vaisseau pourra pancher de la même maniere, quoiqu'on change le poids du Vaisseau ; pourveu qu'on change la distance des centres A B. Tirons P O parallele à A N, ensorte que le poids M soit au poids du Vaisseau, comme B P à P M, si on ajoûte le poids, ou si on l'ôte, comme B P à B M.

Démonstr. Puisque B P est à P M, ou B P à B M, comme le poids M au poids du Vaisseau, la ligne O P sera verticale [a], & [a] Prop. 117. l'angle de l'inclination du Vaisseau sera le même ; pourveu que le centre de la figure A soit au point O, ou pourveu qu'on change la distance A B des centres. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le poids M qui fait pancher le Vaisseau, ne fera pas connoître la distance des centres A B, ni le poids du Vaisseau, si on ne connoit déja l'un ou l'autre.

Proposition 127.

Si on connoit les lignes BL, LM, & l'angle BAN dont le poids connu M qu'on a ôté, fait pancher le Vaisseau ; on connoîtra le produit du poids du Vaisseau, multiplié par la distance des centres AB. Prenons OB à discretion pour la distance des centres, & aiant tiré OP de sorte que l'angle BOP soit égal à l'angle donné BAN, faisons BP à BM, comme le poids M, au poids du Vaisseau, nous trouverons le poids que devroit avoir le Vaisseau, afin que le poids M le fît pancher à l'angle BOP, si le point O étoit le centre de sa figure [a]. Je dis que le produit de ce poids supposé du Vaisseau, multiplié par la ligne OB, est égal au produit du vrai poids du Vaisseau, multiplié par la vraie distance des centres AB.

[a] Précéd.

Démonstr. Puisque MB est à BN, comme le vrai poids du Vaisseau est au poids M qu'on ôte : & MB à BP, comme son poids supposé, au poids M : le produit du vrai poids par BN est égal au produit du poids supposé, par BP ; mais AB est à BO, comme BN est à BP ; donc le produit du vrai poids par AB, est égal au produit du poids supposé, par BO. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si on connoit le centre de gravité du Vaisseau, on connoit aisément la force qu'il a pour porter la voile, qui n'est rien autre chose que le produit du poids du Vaisseau par la distance des centres AB.

Proposition 128.

Fig. 53. Si on connoit le poids du Vaisseau, & le centre A de sa figure, on connoîtra son centre de gravité. Aiant tiré LM perpendiculaire sur AL, mettez un poids connu au point M, & voyez avec un niveau l'angle dont le Vaisseau panche, & vous aurez l'angle BAN. Tirons MP parallele à AN.

Démonstr. Puisque PA est à BA, comme MN à NB, ou comme le poids du Vaisseau, au poids M ; le produit du poids M par AP étant divisé par le poids du Vaisseau, donnera la ligne BA. Ce qu'il &c.

Proposition 129.

Figur. 54. Si le poids M est fixe au point M de la ligne DM, il fera moins pancher le Vaisseau, que s'il étoit suspendu par la chaine fléxible DM attachée au point fixe D du Vaisseau. Faisons BN à NM, comme le poids M au poids du Vaisseau, & tirons NE parallele à DM, elle coupera BD au point E ; tirons AN, AE.

Démonstr.

Démonstr. Puisque la chaîne DM est fléxible, le poids M qu'elle suspend, fait le même effet sur le point D, que s'il y étoit fixe : mais s'il y étoit fixe, la ligne AE deviendroit verticale, parceque le point E seroit le centre de gravité du poids du Vaisseau, & du poids M : donc si le poids M est suspendu par la chaîne fléxible DM, la ligne AE sera verticale : mais si le poids M est fixe au point M, la ligne AE ne sera pas verticale, mais seulement la ligne AN : donc le poids M fera plus pancher le Vaisseau, s'il est fixe au point M, que s'il est suspendu par la chaîne fléxible DM. Ce qu'il &c.

§. IV.

Trouver la force du Vaisseau pour porter la voile, par la maniere dont une Puissance extérieure le fait pancher.

Proposition 130.

Aiant supposé les mêmes choses que dans la proposition 111. Figure 55. Si le poids M est suspendu au bout de la corde MDF, qui aiant passé par la poulie fixe D, va saisir le point F du mât : si deplus le poids M ainsi suspendu tient le Vaisseau panché à l'angle CAL, & que la ligne DF soit perpendiculaire sur AF : je dis que la force du poids M par rapport au Vaisseau qu'il tient panché, est égale à la force d'un poids égal L suspendu par la verticale CL de telle maniere que AL perpendiculaire sur LC soit égale à AF. Faisons que le poids M tire le mât AC sur AH, & que l'angle CAH soit infiniment petit ; puis décrivons du point A l'arc CH, & tirons HE perpendiculaire sur CL. Nous trouverons que CE sera la vîtesse du poids L, & que FG est la vîtesse du poids M ; il faut donc prouver que FG est égale à CE, & parconséquent que les vîtesses des deux poids égaux étant égales, leurs forces le sont aussi.

Démonstr. Puisque l'angle CAH est infiniment petit, l'angle ACH est droit, & parconséquent FG est parallele à CH : donc FG est à CH, comme AF à AC, ou comme AL à AC, ou comme le sinus complement de l'angle CAL au sinus total : mais dans le triangle rectangle CEH, la ligne CE est aussi à la ligne CH, comme le sinus complement de l'angle HCE égal à l'angle CAL, au sinus total ; donc la ligne FG est à la ligne CH, comme la ligne CE à la ligne CH, donc les lignes FG, & CE sont égales. Ce qu'il &c.

Remarque.

Comme dans la suite de ce traité, je me servirai souvent des quantitez infiniment petites ; il faut que je reduise la maniere de raisonner par les

les grandeurs infiniment petites à ses premiers principes. Dans la proposition précédente je devois prouver que les lignes FG, CE sont égales, & je pouvois faire ce raisonnement ; ces deux lignes sont égales qui ont une même raison à une troisiéme CH ; mais les lignes FG, CE ont une même raison à CH. Pour prouver ensuite que CE est à CF, comme le sinus complement de CAL est au sinus total, j'aurois dit qu'il n'est point d'autre sinus assignable qui ne soit plus ou moins au sinus total, que CE à CH, & je l'aurois prouvé en faisant l'angle CAH autant petit, qu'il auroit été nécessaire afin que l'angle CHE approchât plus du complement de l'angle CAB, que l'angle du sinus assigné. De-même j'aurois prouvé que FG est à CH, comme AF à AC, parce qu'il n'y a nulle grandeur assignable dont il faille augmenter, ou diminuër FG, afin qu'elle soit à CH, comme AF à AC, & je l'aurois prouvé en faisant l'angle CAH si petit, qu'on n'auroit pas pû ajoûter ou ôter la quantité assignée, ou sa proportionnelle à la ligne FG, sans qu'elle eût plus ou moins de raison à FH, que BF à AC. J'aurois ainsi démontré ma proposition d'une maniere solide, & receuë de tous les Anciens, & qui se reduit à celle que j'ai employée, & que j'employerai dans la suite, parce qu'elle est plus courte, & plus claire.

Proposition 131.

Figur. 56. Si la ligne DF n'est pas perpendiculaire sur AF. Faisons AL à AN, comme le sinus total au sinus de l'angle DFC ; la force du poids M sera égale à la force d'un poids égal N suspendu au mât par la verticale NP. Du point A comme centre décrivons l'arc FG, & la ligne GH, de sorte que GD, DH soient égales ; alors FH sera la vîtesse du poids M, & elle sera perpendiculaire sur GH ; parceque l'angle GDH est infiniment petit : je dis donc que FH est égale à la vîtesse du poids N.

Démonstr. La vîtesse du poids L est à la vîtesse du poids N, comme AC à AP, ou comme AL à AN, ou comme le sinus total au sinus de l'angle DFC [a] : mais la vîtesse FG est égale à la vîtesse du poids L [b] ; donc FG est à la vîtesse du poids N, comme le sinus total au sinus de l'angle DFC. D'ailleurs dans le triangle rectangle FHG, l'angle HGF est le complement de l'angle HFG, & parconséquent, il est égal à l'angle DFC ; donc la ligne FG est à la vîtesse FH du poids M, comme le sinus total au sinus de l'angle DFC ; donc la ligne FG est à la vîtesse du poids N, comme à la vîtesse du poids M ; donc les vîtesses de ces deux poids égaux sont égales, & parconséquent, leurs forces sont aussi égales. Ce qu'il &c.

[a] Construc. de la Fig.
[b] Précéd.

Proposition

Propoſition 132.

Si on décrit un demi-cercle ſur AF, la ligne DF qui étant prolongée le coupera au point O, donnera AO égale à AN.

Démonſtr. Puiſque l'angle O eſt droit, & l'angle AFO égal à l'angle DFC, nous aurons AF à AO, comme le ſinus total au ſinus de l'angle DFC, ou comme AF à AN: donc AO eſt égale à AN. Ce qu'il &c.

Propoſition 133.

Si le poids N tient le Vaiſſeau panché à l'angle PAN, il a la même raiſon au poids du Vaiſſeau, que AB à AP, en ſuppoſant que les directions des graves ſont paralleles, ce qui ne change gueres la propoſition.

Démonſtr. Puiſque les poids B & N ſuſpendus aux bouts du levier BAC dont le joug eſt A, ſont en équilibre, ils ſont en raiſon réciproque des diſtances AB, AP. Ce qu'il &c.

Propoſition 134.

Si on connoit la ligne AC, on pourra avec le poids M, connoître la force du Vaiſſeau pour porter la voile. Figur. 55. 56.

Démonſtr. Puiſque le poids du Vaiſſeau eſt au poids M, comme la ligne AC à la ligne AB [a]; ſi on multiplie le poids M par la ligne AC, on aura le produit du poids du Vaiſſeau par la diſtance AB des centres, ou la force du Vaiſſeau pour porter la voile [b]. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.
[b] Pr. 113. Cor. 2.

Propoſition 135.

Si on connoit les lignes AB, AF, on connoîtra le poids du Vaiſſeau par le moyen du poids M.

Démonſtr. Puiſqu'on connoit la ligne AF, on connoîtra la ligne AC [c]: donc en multipliant le poids M par AC, & diviſant le produit par AB, on aura le poids du Vaiſſeau [d]. Ce qu'il &c.

[c] Prop. 130.
[d] Précéd.

Propoſition 136.

Si on connoit le poids du Vaiſſeau, & la ligne AC, on trouvera la diſtance AB des centres.

Démonſtr. Multiplions le poids M par la ligne AC, & diviſons le produit, par le poids du Vaiſſeau, & le quotient donnera la ligne AB [a]. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

H Propo

Proposition 137.

Figur. 55. La ligne B F demeurant la même, le même poids M pourra faire pancher également le Vaisseau, quoiqu'on diminuë la force qu'il a pour porter la voile. Supposons qu'on met le centre de sa figure au point R, & tirons l'horizontale RS égale à RF, & la verticale S T, & diminuons le poids du Vaisseau de sorte qu'il soit au poids M, comme TR à RB : alors [b] le poids M tiendra le Vaisseau panché comme avant les changemens que nous venons de faire ; il faut donc montrer que la force du Vaisseau pour porter la voile sera moindre qu'auparavant.

[b] Prop. 133.

Démonstr. Puisque le poids M est au poids du Vaisseau, comme BR à RT, le produit du poids M par R T, sera égal au produit du poids du Vaisseau par B R ; donc il exprimera la force du Vaisseau pour porter la voile : mais le produit du poids M par R T, est moindre que le produit du poids M par AC, qui exprimoit la force du Vaisseau pour porter la voile avant les changemens : donc la force du Vaisseau pour porter la voile est moindre qu'avant les changemens. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si on ne connoit que la ligne BF, on ne trouvera pas la force du Vaisseau pour porter la voile, en le faisant pancher avec le poids M.

Remarque.

Quand on connoit le centre de gravité du Vaisseau, on se sert du §. précédent pour trouver la force qu'il a de porter la voile ; mais quand on connoit le centre de sa figure on se sert du présent.

Proposition 138.

En joignant la maniere dont nous avons trouvé la force du Vaisseau pour porter la voile, dans le §. précédent, à celle dont nous nous servons ici, nous trouverons la force du Vaisseau pour porter la voile, sans connoître ni le point A, ni le point B, ni le poids du Vaisseau ; mais pour le faire d'une maniere plus courte, employons y le calcul. Faisons donc $AB = z$, $BF = x$, $FM = a$, le poids $M = b$, le sinus total $= c$, le sinus de l'angle $BAN = d$, le sinus complement de l'angle $CAL = f$, le sinus de l'angle $BNA = g$. Nous trouverons [a] $BM = \sqrt{xx + aa}$ $BN = \frac{dz}{g}$, & $AC = \frac{xc - cz}{f}$. Faisons encore $BM = y$.

Figur. 57.

[a] Construc. de la Fig.

Démonstr.

Démonstr. Puisque le point N est le centre du poids M, & du poids du Vaisseau, nous trouverons MN à BN, comme le poids du du Vaisseau, au poids M : donc le poids du Vaisseau sera $\frac{byg - bdz}{dz}$ donc [b] en le multipliant par AB, nous aurons la force du Vaisseau pour porter la voile $= \frac{byg - bdz}{d}$. D'ailleurs [c] si on multiplie le poids M par AC, on a la même force du Vaisseau pour porter la voile : donc elle est $= \frac{bxc - bcz}{f}$: donc $\frac{bgy - bdz}{d} = \frac{bcx - bcz}{f}$, ou $fgy = dcx + fdz - dcz$: donc en remettant la ligne BM, ou $\sqrt{xx + aa}$ à la place de y, & quarrant les deux termes de l'équation, & les transportant du même côté nous ferons $ddccxx - ffggxx - 2ddfczx - 2ddcczx + ddffzz - 2ddcfzz + ddcczz - ffggaa = 0$: donc si nous prenons la valeur de z à discretion, nous ferons $xx.\ px.\ q = 0$: donc nous trouverons la valeur d'x, ou la ligne BF, & par conséquent la force du Vaisseau pour porter la voile. Ce qu'il &c.

[b] Prop. 127.
[c] Prop. 134.

Proposition 139.

Si quelque Puissance H dont la direction est l'horizontale HF, poussant le point F du mât AF, tient le Vaisseau panché à l'angle FAL : la Puissance H sera au poids M qui étant suspendu par la corde FM tiendroit le Vaisseau panché au même angle, comme le sinus de l'angle AFL à son sinus complement. Faisons encore pancher le Vaisseau de l'angle infiniment petit FAD, & tirons DE, AL perpendiculaires sur FM. Alors FE sera la vîtesse du poids M, & ED celle de la Puissance H. Fig. 58.

Démonstr. Puisque la Puissance H, & le poids M font équilibre avec le même Vaisseau, ils ont une même force ; donc le produit de la Puissance H par sa vîtesse ED, est égal au produit du poids M par sa vîtesse FE ; donc la Puissance H est au poids M, comme réciproquement la vîtesse FE à la vîtesse ED, ou comme le sinus de l'angle EDF égal à l'angle AFL, au sinus AFD complement de l'un, & de l'autre. Ce qu'il &c.

§. V.

Comment le Vaisseau se plonge davantage quand on le fait pancher.

Proposition 140.

SI le Vaisseau panche parce qu'on met plus de son poids d'un côté que de l'autre, il ne se plonge pas plus.

Démonstr. Le Vaisseau se plonge également, quand il est également chargé : mais quand on met plus de son poids d'un côté que de l'autre, il reste également chargé ; donc il ne se plonge pas plus. Ce qu'il &c.

Proposition 141.

Si on fait pancher le Vaisseau en lui ajoûtant un poids, ou en lui en ôtant un ; on le fait plus, ou moins plonger.

Démonstr. L'espace qu'occupe le Vaisseau dans l'eau croît, ou décroît à mesure qu'on lui ajoûte, ou qu'on lui ôte de son poids : donc si on le fait pancher en lui ajoûtant un poids on le fait plus plonger, & si on le fait pancher en diminuant son poids, on le fait moins plonger. Ce qu'il &c.

Proposition 142.

Figur. 59. Si on fait pancher le Vaisseau par le poids extérieur M suspendu par la corde verticale F M : on fait enfoncer le Vaisseau comme si le poids M étoit au point A du Vaisseau. Faisons plonger le Vaisseau de la longueur A A, & tirons F G parallele à A A.

Démonstr. La vîtesse du poids M sera la ligne F G égale à la ligne A A ; donc il aura autant de vîtesse, & par conséquent autant de force pour faire plonger le Vaisseau, que s'il étoit au point A. Ce qu'il &c.

Proposition 143.

Si le poids M qui fait pancher le Vaisseau, est suspendu par la corde M D F qui passe par la poulie fixe D dessous l'horizontale F N, sa force pour faire plonger le Vaisseau, sera à celle qu'il avoit étant suspendu par la verticale F M, comme le sinus complement de l'angle D F M au sinus total. Du point D à la distance D G décrivons l'arc G H infiniment petit, afin que la ligne G H soit perpendiculaire sur H F.

Démonstr. Quand le Vaisseau se plongera de la ligne A A, le poids M descendra de la ligne F H : donc sa vîtesse sera à celle qu'il auroit, s'il étoit au point F, comme F H à F G, ou comme le sinus complement de l'angle G F H au sinus total. Ce qu'il &c.

Proposition 144.

Figur. 60. Si la corde F L fixe au point L tient le Vaisseau panché, elle le fera plonger, comme si on mettoit au point F un nouveau poids, qui seroit au poids du Vaisseau, comme B A est à A F ; pourveuque la la corde FL ſoit verticale. Faiſons plonger le Vaiſseau de la ligne AA infiniment petite ; ſon centre de gravité B deſcendra d'abord au point D, & parceque la corde LH ne ſera pas auſſi longue que LF, le Vaiſseau ſe redreſsera de ſorte que le point H viendra au point G, & le point D au point E. Tirons l'horizontale DC, & la verticale EC.

Démonſtr. Puiſque l'angle GLF eſt infiniment petit, la ligne GF eſt perpendiculaire ſur la verticale FL ; donc elle eſt parallele à DC, comme FH eſt parallele à CE : donc les triangles DCE, GFH ſont ſemblables ; donc CE eſt à FH, comme DE à GH, ou comme EA à AG [a], ou comme le poids F au poids du Vaiſ-ſeau [b] : donc le produit du poids du Vaiſseau par CE eſt égal au produit du poids F par FH : donc le produit du poids du Vaiſseau par AA, & par CE, eſt égal au produit du poids du Vaiſseau, & du poids F par AA ; donc la force du Vaiſseau pour ſe plonger eſt égale à celle qu'il auroit, ſi on lui ajoûtoit le poids F qui ſeroit au poids du Vaiſseau, comme BA à AF. Ce qu'il &c. [a] 4. 6. Euc. [b] Supp.

Propoſition 145.

On trouvera de même que ſi la corde FDM eſt fixe au point M, elle fera plonger le Vaiſseau, comme quand elle eſt tirée par le poids M. Figur. 59.

Propoſition 146.

Si la poulie fixe D eſt dans la ligne AF, le poids M ſoulevera le Vaiſseau, comme ſi on lui ôtoit un poids qui ſeroit au poids M, comme le ſinus de l'angle FAL au ſinus total. Faiſons plonger le Vaiſseau de la longueur FG infiniment petite, & aiant décrit l'arc FH du point D, la ligne GH ſera la vîteſse dont le poids M montera. Fig. 61.

Démonſtr. La force du poids M, pour empêcher que le Vaiſ-ſeau ne ſe plonge, eſt égale à ſon produit par ſa vîteſse GH, & la force qu'auroit un poids dans le Vaiſseau pour le faire plonger, ſeroit le produit de ce poids par la vîteſse FG ; donc afin que le poids M contre-balance ce poids, il faut que le poids M ſoit à ce poids, comme réciproquement FG à GH, ou comme le ſinus total au ſinus de l'angle GFH égal à l'angle FAL. Ce qu'il &c.

Propoſition 147.

On montrera de même que ſi la ligne DF fait avec FA l'angle obtus DFA, il faudra ajoûter ſon ſupplement à l'angle FAL, pour avoir l'angle GFH, & ne rien changer au reſte de la propoſition.

Corollaire.

Quand une Puissance H dont la direction est horizontale, fait pancher le Vaisseau, elle ne le fait pas plonger.

§. VI.

Application des mêmes régles au Vaisseau terminé de surfaces planes.

Proposition 148.

Figur. 62. Soit un Vaisseau de figure cubique dont la flotaison soit AB; si quelque Puissance le fait pancher; le centre du mouvement par lequel il panchera, sera le milieu C de sa flotaison. Faisons venir le Vaisseau à la flotaison DE qui coupe AB au point H; je dis que le point H est le même que le point C. On suppose toûjours que le Vaisseau en panchant ne se plonge pas plus.

Démonstr. Puisque l'espace que le Vaisseau occupe avec la flotaison AB, est égal à l'espace qu'il occupe avec la flotaison DE, les prismes HAD, HBE sont égaux; & parce qu'ils ont la même hauteur, leurs bases HAD, HBE sont égales; mais elles sont équiangles, donc elles sont égales en tout sens: donc la ligne AH est égale à la ligne HB; donc le point H est le même que le point C. Ce qu'il &c.

Proposition 149.

Figure 63. On prouvera la même chose de tous les parallelipipedes, ou prismes, ou cilindres, rectangles & obliques.

Proposition 150.

Figur. 64. Si la base inférieure du Vaisseau est plus étroite, que la supérieure: imaginons un globe qui touche les plans AD, BE aux points A, B: son centre F ne sera pas le centre du mouvement par où le Vaisseau panchera. Du point F décrivez l'arc CM, & tirons la ligne DE qui le touche au point M, & qui coupe AB au point H.

Démonstr. Puisque les lignes AB, LI sont également éloignées du centre F, les triangles HLA, HIB sont égaux en tout sens [a], & les angles IBE, LAD égaux: donc si on fait l'angle ALN égal à l'angle BIE qui est moindre que l'angle obtus ALD; le point N tombe entre A & D, & les triangles ALN, BIE sont égaux: donc le triangle ALD est plus grand que le triangle BHE: donc si le Vaisseau passoit de la flotaison ACB à la flotaison DME, il se plongeroit plus qu'il ne convient; donc quand le Vaisseau panchera le

[a] Eucl.

le centre de son mouvement ne sera pas le point F. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le Vaisseau en panchant tournera autour de quelque point plus haut que le point F ; afin que la flotaison DE soit un peu plus bas.

Proposition 151.

Si la base inférieure du Vaisseau est plus large que la base supérieure, on trouvera de même que le mouvement par lequel il tournera, sera plus bas que le centre F. Figur. 65.

Proposition 152.

Reprenons le Vaisseau dont la base inférieure est moins large que la supérieure : je dis que nul point G ne pourra être le centre fixe du mouvement par où le Vaisseau panche. Du point G à la distance GA, décrivez un cercle qui coupera les lignes AM, BO aux points A, B, M, O : & comme il se peut toûjours faisons que le point D soit entre A & M : je dis que la veritable flotaison DE sera moins éloignée du point G que la flotaison AB, & par conséquent que le point G n'est pas le centre du mouvement par lequel le Vaisseau passe de l'une à l'autre. Figur. 66.

Démonstr. Puisque l'espace qui est sous la flotaison AB, est égal à l'espace qui est sous la flotaison DE ; les triangles DHA, BHE sont égaux ; donc le triangle LHA est plus grand que le triangle BHI ; donc la partie LA du cercle est plus grande que la partie BI ; donc la ligne LDI est plus proche du centre G, que la ligne AB. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si les flotaisons AB, DE sont infiniment proches l'une de l'autre, le centre du mouvement du Vaisseau sera un point infiniment proche du point F ; mais à mesure que la flotaison sera plus oblique, le centre du mouvement s'élevera davantage.

Proposition 153.

Si la flotaison est AB, & qu'on veüille faire pancher le Vaisseau jusques à ce que la flotaison vienne au point D, on trouvera l'autre point E par où doit passer la flotaison, en faisant AE parallele à DB. Figur. 67.

Démonstr. Puisque DB est parallele à AE, nous aurons DO à AO, comme BO à OE ; donc les triangles DOE, AOB sont égaux[a] ; donc les triangles AHD, BHE sont aussi égaux ; donc la ligne DE donne la flotaison qui passe par le point D. Ce qu'il &c. [a] 15.6. Euc.

Corollaire.

Corollaire.

Fig. 68. Afin d'avoir le centre commun des flotaisons AB, DE, on fera HN égale à HC, & on tirera la perpendiculaire NO sur ND; NO coupant la perpendiculaire BF au point O, marquera le centre commun O des deux flotaisons : ce qui donne tout ce qu'on peut desirer en cette matiere.

Lemme.

Figur. 67. Soit DOL la section d'un cone coupé par son axe. Tirons AB perpendiculaire sur l'axe OC, & supposons que DE coupe AB au point H, de telle maniere que les triangles AHD, BHE soient égaux ; je dis qu'un des axes de la section DE est égal à l'axe CG de la section AB. Par le milieu I de la ligne DE tirons KIL parallele à AB, & décrivons le demi-cercle KNL, & du point I tirons la perpendiculaire IN, qui sera le petit axe de la section DE. Tirons encore la perpendiculaire HM sur AB, & elle sera la commune section des sections AB, DE, & une appliquée de l'une & de l'autre. Je dis donc que les axes CG, IN sont égaux.

Démonstr. Puisque les triangles AHD, BHE sont égaux, AH est à HB, comme réciproquement EH à HD[a] : donc en divisant, AH est à HC, comme EH à HI : donc le rectangle AHB est au quarré AC, comme le rectangle EHD au quarré EI ; donc[b] le quarré HM est au quarré GC, comme le quarré HM au quarré IN ; donc le quarré CG est égal au quarré IN. Ce qu'il &c.

a 15. 6. Euc.

b Sect. Con.

Corollaire.

La section AB est à la section DE, comme AB à DE ; car les ellipses sont entr'elles comme les rectangles de leurs axes[a].

a Sect. Con.

Proposition 154.

Figure 68. Si les triangles DOE, AOB sont égaux, les cones BOE, AOB seront égaux.

Démonstr. Puisque les triangles DOE, AOB sont égaux ; la base DE est à la base AB, comme réciproquement la hauteur CO à la hauteur OL ; mais l'ellipse DE qui sert de base au cone DOE, est aussi au cercle AB qui sert de base au cone AOB, comme DE à AB[b] ; donc les bases, & les hauteurs des cones DOE, AOB, sont en raison réciproque ; donc ils sont égaux. Ce qu'il &c.

b Cor. Préc.

Corollaire.

Il faudra appliquer aux cones ce que nous avons dit dans les propositions 152. & 153.

§. VII.

§. VII.

Comment en soufflant les Vaisseaux on augmente la force qu'ils ont pour porter la voile.

Proposition 155.

SI on souffle les côtez du Vaisseau avec un bois qui ne pese point, de telle maniere que le contour extérieur C D ait le même centre A ; le Vaisseau n'en portera pas mieux la voile. Fig. 69.

Démonstr. Puisqu'on n'augmente ni le poids du Vaisseau , ni la distance des centres A B ; on n'augmente pas le produit du poids du Vaisseau , par la distance des centres A B ; donc on n'augmentera pas sa force pour porter la voile. Ce qu'il &c.

Proposition 156.

Si en retranchant le bois C G D , on donne au Vaisseau le contour extérieur C G , dont le centre est le point H plus éloigné de B , que le point A ; le Vaisseau en portera mieux la voile.

Démonstr. Puisque le poids du Vaisseau demeurant le même , on augmente la distance des centres A B , on augmentera le produit du poids du Vaisseau par la distance des centres A B , ou sa force pour porter la voile. Ce qu'il &c.

Proposition 157.

On montrera de même que si on retranchoit le bois C D I , pour donner au Vaisseau le contour extérieur I D , dont le centre seroit plus proche du point B , que le point A , on diminueroit sa force pour porter la voile.

Remarque.

Nous supposons en tous ces cas , que la flotaison ne sort pas des arcs D I , C G , C D.

§. VIII.

Ce que la figure ordinaire des Vaisseaux change aux régles précédentes.

Proposition 158.

SI le Vaisseau est sphérique aux environs de la flotaison C D il ne faut rien changer aux régles précédentes. Figur. 70.

Démonstr. Puisque le point A est le centre du contour extérieur du Vaisseau où se trouve la flotaison , il tournera en panchant autour du point A, comme si tout le Vaisseau étoit sphérique : donc il ne faudra rien changer aux régles précédentes. Ce qu'il &c.

Proposition 159.

Figur. 71. Si un Vaisseau cylindrique aux environs de sa flotaison, a son axe MD parallele à sa flotaison CC, & que la Puissance F le fasse pancher à droite, ou à gauche de sa longueur, ou par des directions qui sont dans un plan perpendiculaire à son axe, il tournera en panchant autour de son axe.

Démonstr. Puisque les directions de la Puissance F sont dans un plan vertical, elle ne changera rien à l'équilibre des parties ABCM, ABCD du Vaisseau ; donc la flotaison restera parallele à l'axe ; mais d'ailleurs le Vaisseau restant également plongé, sa flotaison restera également éloignée de l'axe ; donc le Vaisseau tournera autour de son axe. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La Puissance F agira sur le Vaisseau en le faisant pancher à droite ou à gauche, comme s'il étoit reduit au cercle vertical BAF ; on
Figur. 72. dira la même chose du Vaisseau Conique.

Proposition 160.

Figur. 73. Si la flotaison CC n'est pas parallele à l'axe MD du Vaisseau cylindrique ; on pourra de même le reduire à l'ellipse qui est faite par la section du plan vertical BAF : mais le centre de son mouvement ne sera pas précisément le point A. Disons la même chose du Vais-
Figur. 74. seau Conique.

Proposition 161.

Figur. 75. Soit un Vaisseau AB dont la flotaison est AHB, & dont les Gabaris de l'avant & de l'arriere aient le centre D de leur figure plus élévé, que le centre C du Gabari du milieu ; quand on le fera pancher à droite, ou à gauche de sa longueur, il ne tournera pas au-
Figur. 76. tour de la ligne DD qui joint les centres D. Faisons la projection du Vaisseau sur un plan parallele aux Gabaris, & par des lignes paralleles à la ligne DD, que nous supposons perpendiculaire aux plans des Gabaris : & tirons la flotaison EF qui touche au point I un arc dont D est le centre, & DH le rayon.

Démonstr. Si quand le Vaisseau panche il tourne autour de la ligne DD, il pourra venir à la flotaison EF, & alors il sera
moins

moins plongé que par la flotaison A B : car les lignes D I, D H sont égales [a], & la ligne C I est plus grande que C H : & par conséquent les Gabaris de l'avant & de l'arriere ne sont pas plus plongez que par la flotaison A B, & le Gabari du milieu est moins plongé : donc le Vaisseau ne tournera pas autour de la ligne D D. Ce qu'il &c. [a] Construc. de la Fig.

Proposition 162.

Les mêmes choses étant supposées ; le Vaisseau ne tournera pas autour d'une ligne E C E parallele à D D. Tirons E E qui touche au point L un arc dont C est le centre, & dont C H est le rayon.

Démonstr. Puisque les lignes C H, C L sont égales, la ligne D L est moindre que D H ; donc si le Vaisseau tournoit autour de la ligne E C E, les Gabaris de l'avant & de l'arriere seroient plus plongez que par la flotaison A B, & le Gabari du milieu resteroit également plongé ; donc le Vaisseau seroit plus plongé qu'il ne convient ; donc le Vaisseau ne tournera pas autour de la ligne E C E. Ce qu'il &c. 20.1. Euc.

Corollaire.

Le Vaisseau tournera donc autour d'une ligne moyenne entre D D & E C E. C'est pourquoi le centre du mouvement du Vaisseau sera entre la ligne qui passe par le centre des Gabaris de l'avant, & celle qui passe par le centre des Gabaris du milieu : & parce que ceux-cy sont plus grands, le centre du mouvement sera plus proche de leur centre.

CHAPITRE TROISIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport au Tangage.

EXPLICATION DU SUJET.

IL n'est rien de plus commun que les gros temps à la mer : mais rien n'est plus rare que certains Vaisseaux qui se joüent des tempêtes, & qui semblables aux Alcions reposent doucement au milieu des vagues redoutables d'une mer courroucée. La plus-part des Vaisseaux sont extrémement sensibles à la moindre agitation de la mer. On voit leur proüe se précipiter avec fureur dans le sein des flots ; & on diroit à tout moment qu'ils vont se perdre dans les abîmes : ils se relévent ensuite avec la même violence, mais c'est pour retomber un moment aprés plus lourdement : ce qui donne des secousses insupportables aux Passagers, & tres-funestes aux mâtures les mieux conditionnées. La poupe est d'ordinaire un peu moins dans l'agitation que la proüe : elle ne laisse pas en plusieurs Vaisseaux de sentir un mouvement aussi dangereux. Elle s'éléve quelquefois au dessus des houles, & retombe ensuite avec un bruit qui ressemble à un coup de tonnerre, frappant les eaux avec tant de violence, que la voute en est souvent enfoncée, & le Vaisseau démâté par le contre-coup. Le Rouli n'est pas si violent, mais il n'est pas moins à craindre : le Vaisseau se couche si fort tantôt à droite, tantôt à gauche, que les mâts devenant des leviers d'une longueur énorme, ne peuvent plus soûtenir le poids éfroyable des vergues & des voiles ; & rompant leurs haubans, ou leurs chaînes tombent, & écrasent grand nombre de gens sous leurs débris, ouvrent quelquefois les Vaisseaux, & les laissent toûjours à la merci des flots. Il est donc bien important qu'un Constructeur soit instruit de tout ce qui peut rendre son Vaisseau doux à la mer : j'y travaillerai dans ce chapitre en y examinant tout ce qui peut augmenter, ou diminuër le tangage, & le rouli d'un Vaisseau. On y verra aussi comment un Vaisseau déja construit peut devenir plus, ou moins rude à la mer, & on découvrira la cause de plusieurs naufrages qu'on auroit évité sans peine, si on avoit connu combien une légere circonstance peut diminuër, ou augmenter l'agitation des Vaisseaux.

§. I.

Ce que c'est que le Tangage du Vaisseau.

Proposition 163.

Figur. 77. SOit AB la flotaison d'un Vaisseau qui est à l'ancre lorsque la mer est unie : quand la houle le prendra de l'avant, elle l'élévera.

Démonstr. Si le Vaisseau entroit dans la houle BC sans s'élever, il occuperoit un trop grand espace dans l'eau ; donc il s'élévera. Ce qu'il &c.

Proposition 164.

Les mêmes choses étant supposées ; le Vaisseau qui s'éléve sur la houle accélére son mouvement, jusques à ce qu'il soit au haut.

Démonstr. Puisque la houle éléve successivement le Vaisseau, elle lui communique tous les momens un nouveau mouvement plus grand que celui de sa pesanteur ; donc elle lui communique plus de mouvement que sa pesanteur n'en détruit ; donc elle accélére son mouvement. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Figur. 78. Quand la proüe du Vaisseau est au sommet A de la houle ; il continuë

tinuë de s'élever par ſon mouvement d'accélération, juſques à ce que ſa peſanteur l'ait détruit. Cependant la houle paſſant de l'arriere préſente enſuite un creux au Vaiſſeau quand il retombe; de ſorte que le Vaiſſeau accélére auſſi ſon mouvement en tombant, ce qui le fait enfoncer dans l'eau plus qu'il ne convient. C'eſt pourquoi quand ſon mouvement de chûte eſt détruit, l'eau le repouſſe avec d'autant plus de force, & d'accélération, qu'il s'eſt plus enfoncé en tombant. De là vient que la ſeconde houle éléve plus le Vaiſſeau que la premiere; & le fait par conſéquent tomber de plus haut. Ainſi les mouvemens par où la proüe du Vaiſſeau s'éléve, & retombe, vont croiſſant; juſques à ce que le Vaiſſeau en s'élevant au deſſus d'une houle, donne le temps à la ſuivante de ſe gliſſer ſous lui, & le ſoûtenir dans ſa chûte, ce qui interrompt le *Tangage*; car c'eſt ainſi qu'on appelle les mouvemens d'un Vaiſſeau dont les houles élévent l'avant, & le laiſſent enſuite tomber à diverſes repriſes.

Propoſition 165.

Quand le Vaiſſeau va contre la houle, l'eau pouſsée par le vent le frappe avec plus de force que quand il eſt à l'ancre.

Démonſtr. Puiſque la houle eſt pouſsée contre le Vaiſseau, en même temps que le Vaiſseau eſt pouſsé contre la houle: le Vaiſseau en eſt frappé comme ſi la houle avoit une vîteſse égale à celle du Vaiſseau, & à la ſienne contre un Vaiſseau à l'ancre: donç elle le frappe avec plus de force que s'il étoit lui-même à l'ancre. Ce qu'il &c.

Propoſition 166.

Quand le Vaiſseau va contre la houle elle l'éléve avec plus de vîteſse que s'il étoit à l'ancre.

Démonſtr. Puiſque la houle éléve le Vaiſseau à meſure qu'il la parcourt, elle l'éléve plus vîte quand il la parcourt plus vîte: mais quand il va contre la houle il la parcourt plus vîte que quand il eſt à l'ancre: donc la houle l'éléve plus vîte quand il va contre la houle, que quand il eſt à l'ancre. Ce qu'il &c.

Propoſition 167.

Quand le Vaiſseau va contre la houle, il retombe plus rudement que s'il étoit à l'ancre, à moins qu'une ſeconde houle ne ſe gliſse ſous lui pour le ſoûtenir.

Démonſtr. Puiſque le Vaiſseau s'éléve encore quelque temps au deſsus de la houle A; ſi en même temps qu'elle paſse de l'arriere, il va de l'avant, il retombera dans un lieu plus éloigné du ſommet A de la houle, que s'il étoit à l'ancre: car par exemple s'il étoit à l'an- Figur. 78.

 cre,

cre, & qu'il tombât sur le point B, en allant de l'avant il tomberoit sur le point C; donc il tombe plus rudement que s'il étoit à l'ancre. Ce qu'il &c.

Proposition 168.

Figur. 79. Quand le Vaisseau va contre la houle, il s'enfonce plus avant dans l'eau, que s'il étoit à l'ancre.

Démonstr. Puisque le Vaisseau en retombant se trouve porté par la ligne oblique AB : une partie de son mouvement tend à le plonger dans la houle : donc il s'y plongera plus avant que s'il étoit à l'ancre. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Les Vaisseaux tanguent plus, quand ils vont plus de l'avant tout le reste demeurant le même : ce qui n'empêche pas que les Vaisseaux ne tanguent quelquefois plus à l'ancre qu'à la voile, parce qu'étant à la voile ils prennent la houle de biais, & un peu moins directement que s'ils étoient à l'ancre.

Proposition 169.

Fig. 80. Si le Vaisseau A court de même côté que la voile BC, & aussi vîte : il ne tanguera pas.

Démonstr. Puisque le Vaisseau A va aussi vîte que la houle CB, & de même côté, il en restera toûjours également éloigné : donc elle ne le fera pas tanguer. Ce qu'il &c.

Proposition 170.

La même chose étant supposée ; si le Vaisseau va un peu plus vîte ; il tanguera fort doucement.

Démonstr. Puisque la houle n'est portée contre le Vaisseau qu'avec une vîtesse égale à la difference des vîtesses de la houle, & du Vaisseau, elle sera portée contre lui avec peu de vîtesse ; donc elle l'élévera, & le fera tomber avec peu de violence ; donc elle le fera tanguer fort doucement. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Les Vaisseaux qui vont vent arriére tanguent peu, & fort doucement pour l'ordinaire.

§. II.

§. II.

Ce que fait l'arrimage du Vaiſſeau à ſon Tangage.

Propoſition 171.

Soit le Vaiſſeau AB, qui court de l'avant ; je dis qu'il entrera plus avant dans la houle ſi la flotaiſon naturelle eſt la ligne CD, que ſi c'étoit la ligne AB qui l'enfonceroit moins de l'avant. Tirons EG parallele à AB, & faiſons l'angle FEG égal à celui que font les flotaiſons AB, CD. Fig. 81.

Démonſtr. Le Vaiſſeau étant à la flotaiſon AB courra par la direction EF, & étant à la flotaiſon DC il courra par la direction EG : mais la direction EG tend plus à le faire entrer dans la houle, que la direction EF ; donc il entrera plus dans la houle avec la flotaiſon CD, qu'avec la flotaiſon AB. Ce qu'il &c.

Propoſition 172.

La même choſe étant ſupposée ; la houle élévera le Vaiſſeau avec plus de force, ſi la ligne CD eſt ſa flotaiſon, que ſi c'étoit AB.

Démonſtr. Puiſque le Vaiſſeau aiant la flotaiſon CD entre plus avant dans la houle, elle l'élévera enſuite de plus bas ; donc elle l'élévera avec plus d'accélération, & plus de force. Ce qu'il &c.

Propoſition 173.

La même choſe étant ſupposée, le Vaiſſeau retombe plus rudement quand ſa flotaiſon eſt CD, que quand elle eſt AB. Figure 82.

Démonſtr. Puiſque le Vaiſſeau s'éléve avec plus d'accélération quand la flotaiſon eſt CD, le Vaiſſeau s'élévera plus haut ; mais d'ailleurs il faudra que le Vaiſſeau deſcende plus bas pour ſe remettre à ſa ſituation naturelle : donc le Vaiſſeau retombera avec plus d'accélération, ou plus rudement, quand la flotaiſon eſt CD. Ce qu'il &c.

Propoſition 174.

Si le centre de gravité C d'un Vaiſſeau eſt plus de l'avant, le Vaiſſeau en tanguera plus. Figur. 83.

Démonſtr. Puiſque le poids du Vaiſſeau eſt plus de l'avant, il faudra plus de force pour élever ſon avant ; & par conſéquent il ſera élévé avec plus d'accélération : de même ſon poids retombera avec plus de vîteſſe, & plus de force : donc il tanguera plus. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Corollaire.

Tout l'artifice de l'arrimage consiste à mettre le centre de gravité du Vaisseau le plus en arriere qu'il se peut.

§. III.

Ce que fait la grosseur du Vaisseau au Tangage.

Proposition 175.

Figur. 83. SI le Vaisseau AB gardant sa même figure, & son même mouvement, vient à être plus chargé, il ne s'élévera pas moins au dessus de la houle.

Démonstr. Puisque la houle éléve le Vaisseau nonobstant son poids, elle lui communique tous les momens un mouvement plus grand que celui de sa gravité : donc elle lui communique une accélération proportionnée à son poids ; donc tout le reste étant égal, le Vaisseau s'élévera également au dessus de la houle, soit qu'il soit plus ou moins chargé. Ce qu'il &c.

Proposition 176.

La même chose étant supposée ; le Vaisseau se plongera davantage en retombant.

Démonstr. Puisque le Vaisseau a plus de poids en un volume égal, il aura en retombant une plus grande accélération ; donc tout le reste étant égal, il se plongera davantage. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Un Vaisseau qui est plus chargé, doit d'ordinaire plus tanguer : je dis d'ordinaire parceque la figure du Vaisseau peut faire que quand il est plus chargé il tangue moins.

Proposition 177.

Figur. 84. Si les houles CDE, CHI sont parfaitement égales, le petit Vaisseau AB s'élévera plus que le gros FG ; en supposant qu'ils tiroient autant d'eau l'un que l'autre dans une mer unie.

Démonstr. Puisque le volume CDE que le petit Vaisseau occupe dans la houle, est égal au volume AMB qu'il occupoit, il sera moindre que le volume FLG, ou que son égal GHI ; donc le plan CF sera plus élevé, que le plan GI ; donc le petit Vaisseau s'élévera plus que le grand. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Corollaire.

Les gros Vaiſſeaux tanguent d'ordinaire moins que les petits ; ce qui n'empêche pas que les Vaiſſeaux médiocres ne ſoient plus ſeurs à la mer ; parceque la matiere des grands ſouffre plus dans les mauvais temps.

§. IV.

Ce que fait la figure du Vaiſſeau au Tangage.

Propoſition 178.

SOit un Vaiſſeau ſphérique dont A eſt le centre de gravité, & B le centre de ſa figure, CD ſa flotaiſon dans une mer unie, EF ſa flotaiſon dans la houle, H le centre de gravité de l'eſpace qu'il occupe dans l'eau : je dis que la flotaiſon CD, & la flotaiſon EF ſont également éloignées du point B. Figur. 85.

Démonſtr. Puiſque le poids du Vaiſſeau, & par conſéquent l'eſpace qu'il occupe dans l'eau eſt le même, l'eſpace CAD, & l'eſpace EAF ſont égaux ; donc la flotaiſon CD, & la flotaiſon EF ſont également éloignées du point B. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le centre du mouvement par lequel le Vaiſseau s'éléve ſur la houle eſt le point B ; ce qui ſe doit entendre en negligeant la convexité de la houle, & l'accélération du mouvement qui éléve l'avant du Vaiſſeau.

Propoſition 179.

Si les centres de gravité A & H ſont dans le même point quand la flotaiſon eſt CD ; ils ſeront auſſi dans le même point, quand la flotaiſon ſera EF, du point B à la diſtance BA, ou BH, décrivez l'arc HG, & tirez la verticale HG.

Démonſtr. Puiſque le centre de gravité du Vaiſſeau eſt dans l'arc HG, & dans la verticale HG [a], il ſera dans le point H, ou dans le point G ; donc il ſera dans le point H qui eſt le plus bas des deux. Ce qu'il &c. [a] Méc.

Corollaire.

La ligne BA dans l'un & dans l'autre cas, ſera perpendiculaire ſur la flotaiſon.

Propoſition 180.

Si les centres de gravité A, H ne ſont pas dans le même point, quand le Vaiſſeau eſt à la flotaiſon CD, la ligne AB ſera inclinée ſur la flotaiſon EF. Figur. 86.

La démonſtration eſt la même ; il faut ſeulement remarquer que ſi le centre H eſt entre le point B, & le point A, la ligne AB eſt inclinée du côté du haut de la houle ; & au contraire ſi le point A eſt entre les points H, & B.

Propoſition 181.

Si le centre de gravité A eſt plus prés du centre B que la verticale GH, le Vaiſſeau ne pourra pas être en équilibre avec la houle. Suppoſons que le centre de gravité du Vaiſſeau eſt dans quelque point M.

Démonſtr. Puiſque le centre de gravité de l'eſpace EHF eſt le point H, les priſmes GHE, GHF ſont en équilibre ; mais le centre de gravité M péſe plus ſur le priſme GHF, que ſur le priſme GHE ; donc il rompra leur équilibre. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Lorſque le Vaiſſeau eſt ſur le panchant de la houle, ſi ſon centre de gravité ſe trouve dans la verticale HG, toutes ſes parties tendent à deſcendre par des directions paralleles à la flotaiſon EF ; mais ſi le centre de gravité du Vaiſſeau ne peut pas ſe trouver dans la verticale HG, toutes ſes parties ſont portées en bas comme celles d'un globe qui ſe trouve ſur un plan incliné.

Propoſition 182.

Figure 87. Soit quelque Vaiſſeau AB dont le centre de gravité eſt le point A ; ſi on amaigrit ſon avant ſans toucher au reſte, il entrera plus avant dans la houle.

Démonſtr. Puiſque le centre de gravité, & le poids du Vaiſſeau demeure le même, avec le même mouvement , ſon avant aura la même force pour entrer dans la houle : mais aiant moins de volume, il aura moins de peine à la pénétrer ; donc il y entrera plus avant. Ce qu'il &c.

Propoſition 183.

La même choſe étant ſuppoſée ; la houle élévera l'avant du Vaiſſeau avec la même force.

Démonſtr. Puiſque l'avant du Vaiſſeau a le même poids, la houle en l'élevant lui communiquera un même mouvement ; donc elle l'élévera avec la même force. Ce qu'il &c.

Propoſition 184.

La même choſe étant ſuppoſée ; la houle élévera l'avant du Vaiſſeau avec plus d'accélération.

Démonſtr. Puiſque le Vaiſſeau entre plus avant dans la houle, elle l'élévera ensuite de plus bas ; donc elle l'élévera avec plus d'accélération. Ce qu'il &c.

Proposition 185.

La même chose étant supposée, l'avant du Vaisseau se plongera davantage en tombant.

Démonstr. Puisque l'avant du Vaisseau a le même poids, & qu'il tombe de plus haut, & qu'il a moins de volume, il aura plus de mouvement, & moins de peine à se plonger : donc il se plongera plus. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Les Vaisseaux qui sont beaucoup taillez de l'avant tanguent d'ordinaire beaucoup.

Proposition 186.

Soit le Vaisseau AB dont l'Etrave BE est un arc qui a D pour centre, & qui touche la quille horizontale au point E : si la houle frappe le point B plus bas que le centre D, elle lui imprimera un mouvement pour l'élever. Tirons le rayon DE, & l'horizontale BN qui coupera le rayon DE au point N plus bas que le centre D : tirons aussi DB. Figur. 88.

Démonstr. Puisque le point B de l'arc BE est frappé, la direction du mouvement qui lui est imprimé sera BD : mais la direction BD tend à élever le point B de toute la ligne ND ; donc le mouvement que la houle imprime au point B tend à l'élever. Ce qu'il &c.

Proposition 187.

Les mêmes choses étant supposées ; si de quelque point F on décrit l'arc LC, qui touche la même quille au point L, & qui coupe l'horizontale BN au point C : si de plus on tire CG parallele à BD, & qu'on suppose FC plus grande que BD, le point F ne pourra pas être dans la ligne CG. Tirons DH parallele à LA, qui coupe CG au point G ; & du point L sur LA tirons une perpendiculaire qui passera par le point F [a], & qui coupera CN au point M, & DH au point H à angles droits. La ligne LF coupera aussi la ligne CG au point I ; c'est pourquoi si le point F étoit sur la ligne CG il seroit au point I, ce qui ne se peut ; soit que le point I soit entre les points C, G, puisque alors IC seroit moindre que GC, & par conséquent moindre que DB qu'on suppose moindre que CF ; soit que le point I soit au dessus du point G, comme nous l'allons prouver.

[a] 18. 3. Euc.

Démonstr. Puisque CG est égale à DB, ou DE, ou HL : & que GI est plus grande que HI[b], la ligne IC sera plus grande que
b 47.1. Euc. IL, & par conséquent le point I ne sera pas le centre de l'arc LC; donc il n'est pas le point F. Ce qu'il &c.

Proposition 188.

Les mêmes choses étant supposées; le point F ne sera pas dans quelque point O plus bas que le point I.

Démonstr. Puisque IC est plus grande que IL, l'angle ILC sera plus grand que ICL; donc l'angle ILC sera plus grand que OCL; donc OC sera plus grande que OL; donc le point F centre de l'arc LC n'est pas au point O. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le point F est au dessus du point I, & l'angle FCM est plus grand que ICM, ou DBN.

Proposition 189.

Les mêmes choses étant supposées; la houle aura plus de force pour élever l'avant du Vaisseau, si le point F en est le centre, que si c'étoit le point D; c'est à dire que la houle aura plus de force pour élever le point C que le point B.

Démonstr. Le mouvement de la houle est à celui qu'elle imprime au point B pour l'élever, comme le sinus total est au sinus de l'angle DBN; & à celui qu'elle imprime au point C pour l'élever, comme le sinus total au sinus de l'angle FCM : mais la raison du sinus total au sinus de l'angle DBN est plus grande, que la raison du
b Cor. Préc. sinus total au sinus de l'angle FCM[b]; donc le mouvement de la houle a plus de raison au mouvement qu'elle imprime au point B, qu'à celui qu'elle imprime au point C; donc le mouvement que la houle imprime au point B pour l'élever, est moindre que celui qu'elle imprime au point C. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Plus le centre de la figure qui forme l'avant du Vaisseau, est élevé, plus la houle a de force pour l'élever, & par conséquent moins il entre dans la houle, moins il se plonge en retombant, moins il tangue.

Proposition 190.

Soit AB un Vaisseau dont le centre de gravité est le point A : si tout

tout le reste demeurant le même on allonge son avant jusques au point C, il entrera moins dans la houle.

Démonstr. Puisque le poids A demeure le même, & que le point C en est plus éloigné que le point B, la Puissance appliquée au point C l'élévera plus facilement, que la Puissance appliquée au point B; donc la houle élévera plus aisément l'avant C du Vaisseau que l'avant B; donc l'avant C entrera moins dans la houle que l'avant B, tout le reste demeurant le même. Ce qu'il &c.

Remarque.

On suppose dans la démonstration précédente, que quand la houle éléve le Vaisseau, elle éléve les parties qui sont de l'avant avec plus de vîtesse que celles qui sont de l'arriere, & par conséquent que le Vaisseau est comme un levier dont la Puissance est appliquée à l'avant, & dont le joug est quelque point de l'arriere, ce qui est évident.

Proposition 191.

On démontrera de même que l'avant C s'élévera avec moins d'accélération, qu'il se plongera moins, & qu'il tanguera moins, que l'avant B.

§. V.

Comment le Tangage diminuë la vîtesse du Vaisseau.

Proposition 192.

Soit la houle C qui frappe l'avant du Vaisseau AB, elle lui imprime un mouvement contraire à celui qui le porte contre la houle. Fig. 89.

Démonstr. Puisque l'avant du Vaisseau rencontre la houle, il la choque, & par conséquent il en reçoit un mouvement égal au choc [a], & contraire à celui qui le porte contre la houle. Ce qu'il &c.

[a] 1. L.

Proposition 193.

La même chose étant supposée; le mouvement que la houle imprime au Vaisseau, est contraire à celui qui le fait avancer horizontalement, en même raison que le sinus total au sinus de l'angle d'incidence de la houle contre le Vaisseau. Figur. 88.

Démonstr. Puisque la houle frappant le point B du Vaisseau, lui imprime un mouvement dont la direction est BD, ce mouvement est contraire à celui qui porte le Vaisseau par la direction horizontale NB, en même raison que BD à BN, ou que le sinus total au sinus de l'angle d'incidence BDN. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La houle qui frappe le Vaiſſeau le retarde moins, quand la figure de ſon avant a un centre plus élevé.

Propoſition 194.

Figur. 90. Soit le Vaiſſeau A qui parcourt le panchant BC de la houle, par un mouvement parallele à BC : ſi on n'a nul égard à ſon poids, ce qu'il avancera horizontalement, ſera à ce qu'il avance ſur la ligne BC, comme le ſinus complement de l'obliquité de la houle, au ſinus total. Tirons l'horizontale BE, & la verticale CE.

Démonſtr. Si on prend BC pour le chemin que fait le Vaiſſeau ſur le panchant de la houle : BE ſera ce qu'il avance horizontalement ; mais BE eſt à BC, comme le ſinus complement de l'obliquité CBE de la houle, au ſinus total : donc ce que le Vaiſſeau avance horizontalement eſt à ce qu'il avance ſur le panchant BC de la houle, comme le ſinus complement de l'obliquité de la houle, au ſinus total. Ce qu'il &c.

Propoſition 195.

Figur. 91. La même choſe étant ſupposée : ſi le Vaiſſeau qui devroit parcourir la ligne BC en une minute, n'aiant point de peſanteur, ne parcourt en effet que la ligne AC : il ne parcourra pas les lignes BE, EG en une minute, en ſuppoſant les lignes BE, EG égales aux lignes BC, BA, & également inclinées. Continuons BE juſques à ce que EH ſoit égale à BA.

Démonſtr. Puiſque la peſanteur du Vaiſſeau le retarde de la ligne BA quand il monte durant une minute, elle l'avancera de la ligne EH égale à BA, quand il deſcendra durant une minute : donc le Vaiſſeau en une minute deſcendra du point B au point H ; mais il parcourra en moins de temps la ligne BEH que les lignes BEG ; donc il ne parcourra pas les lignes BEG en une minute. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le poids du Vaiſseau retarde le mouvement du Vaiſseau quand il tangue.

Propoſition 196.

Figur. 92. Les mêmes choſes étant ſupposées : la direction du mouvement que les voiles impriment au Vaiſseau, n'eſt pas toûjours parallele à la flotaiſon. Suppoſons AD parallele au plan des voiles, & DE perpendiculaire ſur AD.

Démonſtr.

Démonstr. Puisque A D est parallele au plan des voiles, la direction du mouvement qu'elles impriment au Vaisseau sera parallele à D E ; mais la ligne D E n'est pas toûjours parallele à la flotaison ; donc la direction du mouvement que les voiles impriment au Vaisseau, n'est pas toûjours parallele à la flotaison. Ce qu'il &c.

Proposition 197.

Le Vaisseau se meut par une direction parallele à sa flotaison.

Démonstr. Puisque le Vaisseau en avançant ne change pas de flotaison, tous les points du Vaisseau sont toûjours également éloignez de la flotaison ; donc ils décrivent des lignes paralleles à la flotaison ; donc tout le Vaisseau se meut par une direction parallele à la flotaison. Ce qu'il &c.

Remarque.

Pour rendre la chose plus sensible, & plus propre à servir de principe à la situation des mâts. Considerons un Vaisseau dont A B est la flotaison, & dont le centre de gravité C est poussé par la direction C G perpendiculaire au plan C D de la voile. Si le Vaisseau n'avoit point de pesanteur, il seroit porté de C en G ; supposons que sa pesanteur le feroit tomber de G en E dans le temps qu'il parcourroit la ligne C G, au lieu de parcourir la ligne C G, il parcourra la ligne C E ; & parceque l'eau qui est dessous détruit tous les instans le mouvement qui porte le Vaisseau en bas, il n'aura point d'accélération, & par conséquent si on suppose les lignes C G, E F égales, les lignes G E, F H seront aussi égales, & par conséquent la ligne C E H sera parallele à l'horizontale A B. C'est pourquoi la direction du mouvement que les voiles impriment au Vaisseau, ne fait pas qu'il se meuve par une ligne oblique à sa flotaison ; mais elle fait seulement qu'il se plonge plus quand la direction de la voile fait un angle aigu avec la flotaison de l'arriere, ou qu'il se plonge moins quand elle fait un angle aigu de l'avant comme G C E. Figur. 93.

Proposition 198.

La même chose étant supposée ; si on n'a nul égard à la résistance du milieu, la vîtesse horizontale du Vaisseau sera à celle que lui imprime la voile par une direction oblique à la flotaison, comme le sinus complement de l'obliquité au sinus total.

Démonstr. Si on exprime la vîtesse que la voile communique au Vaisseau, par la ligne C G, il faudra exprimer la vîtesse horizontale du Vaisseau par la ligne C E ; mais C E est à C G, comme le sinus complement de l'obliquité G C E au sinus total ; donc la vîtesse horizontale

zontale du Vaisseau est à celle que la voile lui communique, comme le sinus complement de l'obliquité au sinus total. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le mouvement horizontal du Vaisseau est retardé, soit qu'il monte, soit qu'il descende le long du panchant de la houle; parceque la direction des voiles ne se trouve pas pour l'ordinaire parallele à la flotaison.

Proposition 199.

Le tangage retarde encore le Vaisseau, parce qu'il le plonge plus qu'il ne convient, soit quand il entre dans la houle, soit quand il retombe aprés l'avoir passée, ce qui est cause qu'il a plus d'eau à fendre.

La démonstration est claire d'elle-même.

Remarque.

On appliquera sans peine ce que nous avons dit de la houle qui prend le Vaisseau de l'avant, à celle qui le prend de l'arriere: par où on découvrira 1. Que la houle qui prend le Vaisseau de l'arriere le fait avancer. 2. Qu'elle le fait tanguer plus doucement. 3. Qu'elle le retarde d'un côté parce qu'elle le fait monter, & descendre; mais qu'elle l'avance beaucoup plus en le poussant.

§. VI.

Du Rouli.

LE Rouli est le mouvement que la houle donne au Vaisseau, quand en le prenant par le côté, elle le fait pancher tantôt à stribord, tantôt à bas-bord; on pourra lui appliquer ce que nous avons dit du tangage, & en particulier ce qui suit.

Proposition 200.

Figur. 94. Soit ABCD le profil d'un Vaisseau coupé par un plan perpendiculaire à sa quille, que le point A soit son centre de gravité, le point B le centre de sa figure, & CD sa flotaison dans une mer unie. Quand la houle venant sur le côté du Vaisseau, prendra le point D, elle l'élévera de maniere que le Vaisseau étant sur le panchant de la houle sa flotaison ne sera plus horizontale, mais le point C se trouvera plus bas que le point D: puis quand le Vaisseau aura pasé le sommet de la houle, le point D s'abbaissera à son tour, & le point C sera élevé: enfin quand la houle aura pasé, & que le Vaisseau se retrouvera dans une mer unie, le centre A de gravité rappellera sa flotaison

flotaiſon CD à la ligne horizontale, en tournant autour du centre B de ſa figure, ce qui ne ſe pouvant pas faire ſans quelque accélération, il dépaſſera un peu la verticale BF, puis il y reviendra, & fera ainſi pluſieurs vibrations qui font ce que nous appellons *Rouli*.

Tout ceci ſe démontre comme les propoſitions du tangage.

Propoſition 201.

Le Rouli doit pour l'ordinaire être plus lent que le tangage.

Démonſtr. Puiſque le Vaiſſeau ne va pas contre la houle qui le fait rouler, & qu'aucontraire il va d'ordinaire du même côté en tombant ſous le vent, la houle employe plus de temps à le traverſer: donc elle le fait rouler plus lentement. Ce qu'il &c.

Propoſition 202.

Le Vaiſſeau doit moins rouler quand il va au plus-prés, que quand il va vent arriere en ſuppoſant que la houle le prend également par le côté.

Démonſtr. Quand le Vaiſſeau va au plus-prés, il ne peut pas rouler ſans que ſes voiles fendent l'air par leur plat; & d'ailleurs le vent qui tient le Vaiſſeau panché ſous le vent, l'empêche de faire des vibrations; mais nulle de ces deux raiſons n'empêche le Vaiſſeau de rouler vent arriere; donc le Vaiſſeau doit moins rouler quand il va au plus-prés, que quand il va vent arriere. Ce qu'il &c.

Propoſition 203.

Le Vaiſſeau roule plus à l'ancre, que quand il va au plus-prés, ſi la houle le prend de côté.

La démonſtration eſt la même.

Propoſition 204.

Le Rouli eſt plus doux que le tangage. 1. Parceque le Vaiſſeau n'entre pas ſi avant dans la houle, & ne s'éléve pas tant au deſſus, à cauſe du grand volume qu'il lui préſente. 2. Parceque le Rouli eſt plus lent. 3. Parceque le Rouli eſt beaucoup ſoûtenu par la peine que le Vaiſſeau trouve à fendre l'eau, & par la peine que ſes mâtures, & ſes voiles trouvent à fendre l'air dans les vibrations qui le font tourner autour du point B.

Propoſition 205.

Si le Vaiſſeau étant à l'ancre, ou à la voile préſente le côté au courant il roulera.

Démonſtr. le courant imprimera un mouvement au fond du Vaiſſeau qui portera ſon centre de gravité A au delà de la verticale BF; & parceque le centre A ne pourra pas être ainſi porté ſans quelque accélération, il s'élévera plus haut que le courant ne pourra le ſoûtenir : c'eſt pourquoi quand ſon mouvement d'accélération ſera perdu, il reviendra contre le courant avec accélération, & ira plus loin qu'il ne convient ; c'eſt pourquoi le courant le repouſſera avec plus de force qu'auparavant, & lui fera ainſi faire des vibrations, ou le fera rouler. Ce qu'il &c

Propoſition 206.

Tout le reſte demeurant égal, le Rouli eſt plus rude quand le centre de gravité A eſt plus bas.

Démonſtr. Puiſque le centre de gravité A eſt plus bas, il eſt plus éloigné du centre B autour duquel ſe font les vibrations ; donc il rappelle le Vaiſſeau avec plus de force ; donc tout le reſte étant égal, le Rouli eſt plus rude. Ce qu'il &c.

Propoſition 207.

On démontrera de même, que ſi le Vaiſſeau eſt plus peſant, tout le reſte demeurant égal, le Rouli en eſt plus rude.

Propoſition 208.

Le Rouli eſt moins rude, lorſque le point B autour duquel le Vaiſſeau roule, eſt plus élevé, tout le reſte demeurant le même. Elevons le point B juſques au point G, en ſuppoſant que le centre de la figure du Vaiſſeau eſt au point G, & par conſéquent que le Vaiſſeau roule autour du point G.

Démonſtr. Puiſque le point G eſt plus éloigné des parties du Vaiſſeau, qui fendent l'eau dans le Rouli, que le point B, il leur fera décrire des arcs plus grands ; donc elles trouveront plus de réſiſtance dans l'eau ; donc le mouvement du Rouli en ſera plus retardé, & moins rude. Ce qu'il &c.

Propoſition 209.

On prouvera de même, que la hauteur, & la groſſeur de la mâture rendent le Rouli plus lent & moins rude.

CHAPITRE QUATRIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport à la dérive.

LA dérive est le chemin que le Vaisseau fait en fendant l'eau par son côté : & par conséquent ce quatriéme chapitre se reduit au premier.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

De la figure du Vaisseau par rapport au Gouvernail.

EXPLICATION DU SUJET.

CE n'est pas sans raison qu'on admire la force du gouvernail sur le Vaisseau. Une piece de bois large d'un pied & demi, fait tourner en tout sens un Vaisseau de cent pieces de canon : cette montagne flotante sent les moindres impressions que ce peu de bois lui communique : & son poids immense, ou la vaste masse d'eau qui l'environne, ne l'empêche pas de les suivre. Tout cela se doit entendre des bons Vaisseaux : car il en est grand nombre parmi les plus gros, qui sont insensibles à leur gouvernail, ce qui déroute toûjours les meilleurs Maneuvriers, & les met souvent en grand danger de se perdre. Si on s'aborde dans une armée, si on échoüe, si on ne tient pas son poste dans un Combat, si dans un gros temps aprés avoir démâté, on se voit manger par les flots pour ne pas pouvoir arriver, tous ces accidens font gemir les Commandans, sur ce que leurs Vaisseaux ne gouvernent pas. Je ne sçai si je puis comparer ces Vaisseaux à des chevaux indomtables, qui aiant pris le mords aux dents en une bataille, font fuïr leurs cavaliers malgré eux, ou les portent malgré eux au milieu des ennemis, leur faisant toûjours perdre l'honneur ou la liberté, & souvent la vie. Il est essentiel à un bon Vaisseau de bien gouverner : mais on ne sçait encore gueres ce qui fait qu'un Vaisseau gouverne. Pour moi je me suis persuadé que trois choses peuvent rendre un Vaisseau aisé à gouverner. 1. Si sa figure le rend propre à déplacer l'eau qui lui serre les côtez, ce qui se reduit au chapitre premier de cet Ouvrage. 2. Si sa figure fait que son gouvernail ait plus de force. 3. Si la figure du Vaisseau fait qu'il faille moins de mouvement pour le tourner. Nous allons examiner ces deux derniers points dans ce chapitre.

§. I.

Ce que fait la figure du Vaisseau, afin que le Gouvernail se présente bien à l'eau.

Proposition 210.

Figur. 96. SI quelque corps AB, qui se meut dans l'eau par la direction AB, entraîne avec soi le corps AC, l'eau imprimera au corps AC un mouvement dont la direction sera CE perpendiculaire sur AC.

Démonstr. Puisque le corps AC est entraîné contre l'eau, & qu'il la choque par un mouvement dont la direction est la perpendiculaire CF, il en recevra un mouvement contraire [a] dont la direction sera la perpendiculaire CE. Ce qu'il &c.

[a] 1. L.

Proposition 211.

La même chose étant supposée : le corps AC recevra autant de mouvement, qu'il en faut à l'eau pour passer de l'avant à l'arriere du corps AC.

Démonstr. Puisque le mouvement que le corps AC imprime à l'eau, & le mouvement que l'eau imprime au corps AC sont égaux à leur choc, ils seront égaux entr'eux : mais le mouvement que le corps AC imprime à l'eau est égal à celui qu'il faut à l'eau pour passer de l'avant à l'arriere du corps AC [b]; donc le mouvement que l'eau imprime au corps AC est égal à celui qu'il faut à l'eau pour passer de l'avant à l'arriere du corps AC. Ce qu'il &c.

[b] Prop. 31.

Proposition 212.

Figur. 97. Soit le profil AB d'un Vaisseau coupé par un plan horizontal qui passe par le centre de gravité du gouvernail AC. Je dis que le contour convexe ADB du Vaisseau ne diminuëra nullement l'effort de l'eau contre le gouvernail.

Démonstr. Puisque le contour convexe ADB ne diminuë pas la quantité de l'eau qui passe de l'avant à l'arriere du gouvernail, ni sa vîtesse, il ne diminuë pas le mouvement que le gouvernail imprime à l'eau ; donc [a] il ne diminuë pas le mouvement que l'eau imprime au gouvernail. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Remarque.

Ce ne seroit pas tout à fait la même chose, si le corps AB demeurant

meurant immobile l'eau couroit par la direction B A : car alors une partie de l'eau qui ſeroit entre la convexité du contour & le gouvernail, n'auroit quaſi point de mouvement.

Corollaire.

Il ſera aiſé de donner au Vaiſſeau une figure qui n'empêche pas le gouvernail de ſe bien préſenter à l'eau.

§. II.

Du mouvement qu'un corps peut avoir autour d'un de ſes points.

Propoſition 213.

SOit la régle AB attachée au point A de telle maniere qu'elle puiſſe tourner tout autour : ſi on pouſſe ſon point B par la direction B perpendiculaire à AB, & que le milieu ne faſſe nulle réſiſtance, le point B ſera porté autour du point A par une infinité de differens mouvemens égaux, & perpendiculaires aux rayons d'un cercle dont le point A eſt centre. Suppoſons que le mouvement imprimé au point B dût le porter du point B au point C en un temps infiniment petit s'il étoit libre. Aiant décrit du point A l'arc BD, tirons la ſécante ADC, & la ligne BDF, tirons encore CE perpendiculaire ſur BF, & aiant pris DF égale à BE tirons FG égale & parallele à CE ; alors DG ſera égale à BC, & perpendiculaire ſur DA. Je dis donc que ſi BC exprime le mouvement qu'on a imprimé au point B, DG exprimera le mouvement que le point B aura au point D. Figur. 98.

Démonſtr. Puiſque le point B eſt porté par le mouvement BC ; il aura deux mouvemens, dont l'un ſera exprimé par la ligne BE, & l'autre par la ligne EC ou DC qui approchera infiniment de EC, parceque l'arc BD eſt infiniment petit. D'ailleurs le mouvement DC exprimant le mouvement qui éloigne le point B du point A, exprimera le choc qui ſe fera contre l'obſtacle inſurmontable A ; donc [a] le point A imprimera dans le point B un mouvement égal à CD, ou CE, ou FG, & [b] y détruira un mouvement égal au mouvement EC : donc aprés le choc il ne reſtera plus dans le point B que le mouvement BE ou EF, & le mouvement FG, ou le mouvement DG. Ce qu'il &c.

[a] 1. L.
[b] 2. L.

Corollaire.

Si la réſiſtance du milieu ne détruiſoit pas inſenſiblement le mouvement de la régle AB, elle tourneroit éternellement autour du point A, avec la même vîteſse.

Propoſition 214.

Figur. 99. Si la régle AB eſt parfaitement libre, & que ſes points A & B ſoient pouſsez par des mouvemens égaux, contraires, & perpendiculaires ſur la ligne AB : le point B ſera porté autour du milieu I de la régle, comme ſi le point I étoit fixe. Suppoſons les mêmes lignes que dans la précédente, & tirons les lignes CDIMH, AML, & la ligne HL perpendiculaire ſur AL.

Démonſtr. Puiſque le point A eſt porté vers H, & B vers C, les lignes CD, MH marqueront l'effort que les points A & B font pour ſe ſéparer, ou la quantité de leur choc, & par conſéquent elles exprimeront le mouvement que ces deux points s'impriment mutüellement ; donc aprés le choc le point B aura quatre mouvemens, ſçavoir BE, & EC ou DC, CD & LH ; mais DC, & CD s'entre-détruiſent ; donc aprés le choc il ne reſtera dans le point B que les mouvemens BE & LH, ou DF & FG, ou le mouvement DG, qui [a] eſt le même que ſi la régle étoit fixe au point I. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Remarque.

On ſuppoſe dans les deux propoſitions précédentes que le point D eſt le même que le point E ; parceque l'arc BD étant infiniment petit, l'angle CDB approche infiniment de l'angle droit.

Propoſition 215.

On prouvera de même que ſi les mouvemens des points A & B, ne ſont pas égaux, ils le deviendront bientôt, parceque le point qui aura plus de mouvement, en produira plus dans l'autre. Ainſi quoique la régle ne tourne pas d'abord autour du milieu I, mais autour de divers points plus proches du point qui a moins de mouvement, elle tournera neanmoins enſuite autour du point I.

Proposition 216.

Si on frappe le point C centre de gravité de la régle AB, & que la régle soit parfaitement dure : le choc sera le même, que si toute la régle étoit réünie au point C. Fig. 100.

Démonstr. Puisque les parties CA, CB sont en équilibre ; elles suivront l'une & l'autre tous les mouvemens du point C ; donc toute la régle se meut comme le point C ; donc elle choque les autres corps comme si elle étoit réünie au point C. Ce qu'il &c.

Remarque.

Comme la partie CA fait que la partie CB choque les corps qui frappent le point C : on pourra déterminer la quantité du mouvement que chaque partie de la régle recevra quand on poussera un de ses points qui ne sera pas le centre de gravité : car il ne faudra que lui appliquer les loix de l'équilibre.

Proposition 217.

Si la régle AB est parfaitement dure & libre, son point A ne pourra pas être tellement à l'extremité, qu'en le poussant par la direction AE, on ne communique quelque mouvement au point B par la même direction. Figur. 101.

Démonstr. Puisque le point A est divisible, on pourra toûjours y trouver un centre de gravité, où l'on supposera la percussion réünie ; donc les parties du point A qui seront au delà de ce centre par rapport au point B, le contre-balanceront, & lui communiqueront une partie du mouvement que le point A reçoit. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Le mouvement que le point B reçoit en ce cas peut être diminué à l'infini.

Proposition 218.

Supposons que le mouvement imprimé au point B par la percus- Figur. 102.
sion

sion AE est infiniment petit : je dis que le centre de gravité C sera porté par une ligne parallele à la direction AE. Tirons la ligne BE, & CD parallele à AE, & DL parallele à CA : puis dés points B, D nous décrirons les arcs CI, LG; & les lignes EG, DI seront égales.

Démonstr. Puisque le mouvement imprimé au point A, se communique aux points de la ligne AB de telle maniere qu'il vient à rien au point B, il décroît comme la ligne AB; donc le mouvement du point C est au mouvement du point A, comme BC à BA, ou comme CD à AE; donc le point C devroit être porté au point D, dans le temps que le point A seroit porté au point E; donc la ligne EG exprimera l'effort qu'ils font pour s'éloigner, ou leur choc; de même la ligne DI exprimera le choc du point C avec le point B; donc le point C recevra des points A & B deux mouvemens contraires exprimez par les lignes égales DI, EG: donc ces deux mouvemens s'entre-détruisant, le point C n'aura plus que le mouvement CD parallele à AE. Ce qu'il &c.

Proposition 219.

On prouvera la même chose, quoique le point B ait un mouvement parallele à AE.

Corollaire.

La régle tournera autour du point C qui décrira la ligne CD.

Proposition 220.

Si tous les points de la régle trouvent un égal obstacle à leur mouvement, & que cet obstacle ne soit pas insurmontable, il ne faudra rien changer aux précédentes.

Démonstr. Les obstacles avec les points de la régle, feront comme une régle plus massive, dont le centre de gravité sera le même point C, & à laquelle on appliquera les mêmes démonstrations; donc il ne faudra rien changer aux précédentes.

Proposition 221.

Si les points de la ligne ACB qui sont entre C & B, ont un plus grand obstacle que les points qui sont entre C & A, le point C ne sera pas porté par une ligne parallele à la ligne AE.

Démonstr.

Démonstr. Puisque les points qui sont entre les points C, B, ont un plus grand obstacle que ceux qui sont entre les points C, A, ils choqueront plus fortement le point C, & lui imprimeront un plus grand mouvement : donc le mouvement du point C sera composé du mouvement CD, & d'une partie du mouvement DI. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La régle tournera autour de quelque point entre le centre C, & le point B, & si quelque point F trouve un obstacle beaucoup plus grand que les autres points, la régle tournera d'ordinaire autour du point F.

§. III.

Autour de quel point tourne plus aisément un corps poussé par un de ses bouts.

Proposition 222.

SI la Puissance A peut faire mouvoir le corps AB autour de son milieu G, elle pourra le faire mouvoir autour de son extrémité B. Supposons donc que le corps AB tournant autour du point G décrive les deux quarts de cercle AGF, BGE, & que tournant autour du point B, il décrive le quart du cercle ABD. Ce dernier quart exprimera le mouvement du corps AB quand il tourne autour de B, & les deux autres expriment le mouvement du corps AB quand il tourne autour de G. Fig. 103.

Démonstr. Puisque le point G est le milieu de la ligne AB, l'arc AF sera la moitié de l'arc AD, & les deux quarts du cercle AGF, BGE seront la moitié du quart AD; mais la force de la Puissance A en parcourant l'arc AD est à sa force quand elle parcourt l'arc AF, comme AD à AF; donc la force de la Puissance A quand elle parcourt l'arc AD est à sa force quand elle parcourt l'arc AF, comme le quart ABD aux deux quarts AGF, BGE, ou comme le mouvement du corps AB quand il tourne autour de B, est au mouvement du corps AB quand il tourne autour de G : donc si la force de la Puissance quand elle parcourt l'arc AF est égale au mouvement du corps AB qui tourne autour de G; sa force quand elle parcourt l'arc AD est égale au mouvement du corps AB qui tourne autour de B. Ce qu'il &c. [a] 12. Eucl.

Propoſition 223.

Figur.103. Si le point G eſt plus prés du point A que du point B, il faudra une plus grande Puiſſance au point A, pour tourner la régle AB autour de ſon point G, qu'autour de ſon point B.

Démonſtr. Puiſque le point G eſt plus proche du point A que du point B, l'arc AF n'eſt pas la moitié de l'arc AD, & les quarts AGF, BGF ſont plus de la moitié du quart AGB; donc en approchant le point G du point A, on diminuë la force de la Puiſſance, & on augmente le mouvement de la régle; donc il faudra augmenter la Puiſſance A. Ce qu'il &c.

Propoſition 224.

Figur.104. Si la ligne AD eſt moienne entre la ligne AC, & ſa moitié AH, la Puiſſance A qui fera mouvoir la régle autour du point D, ſera moindre que quelqu'autre Puiſſance A qui feroit mouvoir la régle autour de quelqu'autre point G. Remarquons d'abord que les lignes AD, AG peuvent exprimer les vîteſſes de ces deux Puiſſances, & que les quarrez AD, DC exprimant le mouvement de la régle qui tourne autour du point D, expriment auſſi la force de la Puiſſance qui la fait tourner, & que de même les quarrez AG, GC expriment la force de la Puiſſance qui fait tourner la régle autour du point G. Pour donc démontrer que la premiere Puiſſance eſt moindre que la ſeconde, il faut démontrer que ſa vîteſſe AD a plus grande raiſon à la vîteſſe AG, que les quarrez AD, DC n'en ont aux quarrez AG, GC, ou ce qui eſt le même, que le produit des quarrez AD, DC par la vîteſſe AG, eſt moindre que le produit des quarrez AG, GC par la vîteſſe AD. Suppoſons AG moindre que AD.

Démonſtr Les quarrez AD, DC ſurpaſſent les quarrez AG, GC des deux rectangles AGD, moins deux rectangles CDG; donc ſi on multiplie les quarrez AD, DC, & les quarrez AG, GC par la ligne AD, le produit des premiers ſurpaſſera le produit des ſeconds de deux parallelipipedes qui auront les dimenſions AD, AG, GD, moins deux parallelipipedes qui auront les dimenſions AD, GD, DC. Mais ſi on multiplie les quarrez AD, DC par AG ſeulement, il faudra retrancher de leur produit un parallelipipede qui aura les quarrez AD, DC pour baſe, & la ligne GD pour hauteur : donc le produit des quarrez AD, DC par AG avec deux parallelipipedes qui ont les dimenſions AD, GD, DC, & un parallelipipede qui a les quarrez AD, AD, DC pour base, & la ligne GD pour hauteur, vaut le produit des quarrez AG, GC par AD avec deux parallelipipedes qui ont les dimensions AD, AG, GD. Mais les trois parallelipipedes que nous avons joints au premier produit, valent le produit du quarré AC par GD, qui vaut plus que les deux parallelipipedes que nous avons joints au second produit ; car par la supposition deux quarrez AD valant un quarré AC, deux rectangles AD, AG valent moins que le quarré AC : donc le premier produit est moindre que le second. Ce qu'il &c.

Si on fait AG plus grande que AD ; le produit des quarrez AD, DC par AG avec deux parallelipipedes qui auront AD, AG, GD pour leurs dimensions, vaudra le produit des quarrez AG, GC par AD avec le produit du quarré AC par GD, qui alors sera moindre que les deux parallelipipedes précédens, ce qui prouvera de même la proposition.

§. IV.

Ce que les differentes figures des corps peuvent changer aux régles précédentes.

Proposition 225.

SI le centre de gravité de la ligne AB est plus proche du point B que du point A, la Puissance A fera plus aisément tourner la ligne AB sur quelque point entre D & B, que sur le point D, qu'on aura déterminé comme dans la précédente. Fig. 105.

Démonstr. Puisque les poids qui chargent la ligne AB, sont plus proches du point B, que du point A ; les mouvemens de la régle croîtront en moindre raison que les quarrez AD, DC : mais en avançant le point D du point B, d'un espace infiniment petit, on augmente autant la force de la Puissance, que le mouvement de la régle quand son centre de gravité est au milieu [a] ; donc dans la supposition présente on augmente plus la force de la Puissance que le mouvement de la régle : donc la Puissance tournera plus aisément la régle si on avance le point D du point B. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Corollaire.

On trouvera sans peine par la même voye le point où la régle tournera plus aisément, quand on aura déterminé son centre de gravité.

Propoſition 226.

La Puiſſance A ne peut pas mouvoir plus aiſément la régle A B autour d'un de ſes points, que quand elle la fera tourner autour du point B, aprés y avoir ramaſſé tout ſon poids, & tous ſes obſtacles.

Démonſtr. En ce cas le mouvement de la régle ſera le plus petit qu'il ſe pourra, & la force de la Puiſſance la plus grande qu'il ſe pourra : donc la Puiſſance ne pourra pas mouvoir la régle ſur nul autre de ſes points plus aiſément. Ce qu'il &c.

Fin du premier Livre.

THEORIE
DE LA CONSTRUCTION
DES
VAISSEAUX.

LIVRE SECOND.

De la solidité des Vaisseaux.

EXPLICATION DU SUJET.

LA solidité du Vaisseau semble la moins considerable de ses qualitez. On est persuadé que les Vaisseaux vont mieux, quand ils sont moins liez & moins solides : cela suffit pour faire que le Constructeur se mette peu en peine que son Vaisseau dure long-temps. Aussi voions-nous si fort négliger la solidité des Vaisseaux, qu'ils tombent un an aprés être sorti du Chantier ; & qu'en moins de dix ans ils sont hors de service, si on ne les radoube incessamment. Les Vaisseaux manquent toûjours par les mêmes endroits, sans qu'on pense à fortifier ce qu'ils ont de plus foible, pour les rendre également forts en toutes leurs parties, autant qu'il se peut. Je sçai que la chose n'est pas facile ; mais les dépenses énormes que les Etats sont obligez de faire pour entretenir leurs Vaisseaux, méritent bien qu'on examine un point si essentiel. C'est ce que je me suis proposé dans ce second Livre de mon Ouvrage. Pour cela il m'a fallu traiter à fond de la force des corps pour soûtenir l'effort des Puissances qui tendent à les diviser. Je sçai que Galilée à déja traité cette matiere, & je consens qu'on ne m'attribuë que ce que j'ay ajoûté aux découvertes de cet Autheur : quoique les voyes que j'ai tenuës soient tout à fait differentes. J'ai ensuite examiné les efforts particuliers que quelques parties du Vaisseau doivent soûtenir : & il me semble avoir mis les choses en un point, qu'il sera aisé de déterminer la figure de toutes les pieces du Vaisseau, afin qu'il soit également fort en toutes ses parties. Je me flatte aussi que mon Livre ne sera pas inutile à l'Architecture Civile, puisqu'il fournit une voye aisée de supputer non seulement la force de toutes les charpentes : mais encore celle des murs, des voutes, & de toutes les autres parties d'un Bâtiment.

Afin de tirer de ce second Livre toutes les régles nécessaires pour rendre les Vaisseaux solides : il faut que nous y considerions quatre choses en général : sçavoir. 1. La force des parties qui peuvent composer les Vaisseaux. 2. La force de leurs liaisons. 3. L'effort qu'elles doivent soûtenir. 4. La maniere dont elle peuvent se fortifier les unes les autres.

CHAPITRE PREMIER.

La force des parties qui peuvent composer les Vaisseaux.

§. I.

Quelques suppositions.

I.

POur diviser un corps, il faut un plus grand mouvement, que celui qui unit les parties qu'on en separe.

I I.

Figur. 1. Les parties CA, CB du corps AB peuvent être séparées par la section C en plusieurs manieres. 1. Si on tire les parties CA, CB par des mouvemens contraires. Cette maniere de diviser est tres-difficile, & elle demande un grand mouvement dans les parties CA, CB : parceque toutes les parties qui lient AC avec BC doivent être séparées en même temps, & qu'elles doivent être séparées avec une vîtesse égale à celle des Puissances appliquées aux parties CA, CB.
Figur. 2. 2. Si on met le corps AB sur le joug C, & qu'on charge les points A, & B ; on pourra rompre le corps AB au point C, & la maniere est plus aisée ; parceque les parties qui lient CA & CB, ne sont pas divisées toutes en même temps avec une vîtesse égale à celle des Puissances A, & B.
Figur. 3. 3. Si on pousse le corps C contre le corps AB qui est fixe, on pourra

pourra diviser le corps AB au point C ; mais afin de le faire aisément, il faut que le corps C chasse peu de parties en même temps, & avec peu de vîtesse : c'est-à-dire qu'il faut que le corps C soit bien aigu du côté qu'il présente au corps AB.

4. Si on presse les bouts A & B du corps AB l'un contre l'autre ; on pourra le rompre en quelque point C d'une maniere assez aisée : parceque les parties se séparent avec des vîtesses inégales, & toûjours moindres que la vîtesse des Puissances A, B. Figur. 4.

Proposition 1.

Quand on divise le corps AB au point C, de la premiere maniere, sa résistance, ou la force qu'il a pour résister aux Puissances qui le divisent, croît en même raison, que le plan de la division, ou en raison doublée du contour de sa division. Figur. 1.

Démonstr. La force du corps AB pour s'empêcher d'être divisé par la division C, croît en même raison que le nombre des parties qu'il faut séparer, pour diviser CA de CB : mais ce nombre croît en même raison que le plan de la section C qu'elles composent ; donc la force du corps AB pour s'empêcher d'être divisé au point C, ou sa résistance croît en même raison que le plan de sa division. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La force des cordes croît en raison doublée de leur contour, & en même raison que leur poids, quand les longueurs sont égales.

Proposition 2.

Si le cube A est composé d'une infinité de petits cubes rangez exactement les uns sur les autres, on ne pourra point mettre de poids dessus, qu'il ne puisse soûtenir. Figur. 5.

Démonstr. Puisque les cubes qui composent le cube A, sont exactement rangez les uns sur les autres, la direction du mouvement que le poids leur communique ne tend nullement à les séparer, mais seulement à les presser les uns contre les autres : donc le poids quelque grand qu'il soit ne les écartera pas ; donc le cube A pourra soûtenir le poids. Ce qu'il &c.

Remarque.

Si à la place des cubes, on mettoit les petits globes qui pourroient leur être inscrits ; ou si ces petits cubes, & ces petits globes formoient un prisme, ou un cylindre ; leur force n'en deviendroit pas moindre, pourveu qu'ils fussent rangez exactement les uns sur les autres.

Proposition

Propoſition 3.

Figur. 6. Si la colomne AB eſt composée de cubes, & de globes qui ne ſoient pas exactement rangez les uns ſur les autres ; on pourra mettre deſſus un ſi grand poids, qu'elle ſe rompra.

Démonſtr. Puiſque les cubes, & les globes qui compoſent la colomne AB, ne ſont pas exactement rangez les uns ſur les autres, la direction verticale du mouvement que le poids imprime aux plus élevez, deviendra oblique, & horizontale dans les autres : donc leur mouvement tendra à les écarter ; donc il pourra être ſi grand, qu'il les écartera en effet, & que la colomne ſe rompra. Ce qu'il &c.

Remarque.

La peine que le poids trouve à rompre la colomne de cette maniere, eſt tres-grande : parce qu'un grand nombre de parties doivent être ſéparées avec beaucoup de vîteſſe ; tandis que le poids n'a qu'un mouvement fort lent.

Propoſition 4.

Figur. 7. Soit la corde AB dont le point A eſt fixe, & dont le point B eſt attaché à un poids B. Je dis que ſi elle eſt également forte par tout, on ne pourra pas ſi fort augmenter le poids, qu'il la rompe. Suppoſons que la force de la corde, ou le mouvement qui unit ſes parties, ſoit moindre d'une quantité infiniment petite, que le mouvement que nous appellerons C.

Démonſtr. Afin que le poids B rompe la corde en quelque point D, il faut que les parties qui ſont de part & d'autre du point D, ſoient tirées avec un mouvement égal au mouvement C ; mais la partie EA par exemple ne ſera pas tirée avec un mouvement égal au mouvement C, puiſqu'on ſuppoſe que le mouvement qui l'unit au point fixe A, eſt moindre que le mouvement C : donc le poids B ne rompra pas la corde. Ce qu'il &c.

Corollaire.

C'eſt ſur cette démonſtration qu'eſt fondé l'axiome ſuivant ; *Un corps ne peut ſe rompre en nul de ſes points, quand il n'y a pas plus de raiſon qu'il ſe rompe en un point qu'en un autre* : ou ; *Un corps ſe rompra plûtôt dans l'endroit le plus foible que dans les autres.*

§. II.

§. II.

De la force des poutres rectilignes.

Proposition 5.

SOit la poutre ABC, dont la partie BC est enfoncée dans un mur qui la tient immobile, & dont la partie BA est libre. Si quelque poids A portant sa partie BA sur FG, la rompt par la division BEF, le mouvement qui fait la division BEF pourra être exprimé par la grandeur de l'ouverture, ou par le corps BEF compris dans l'ouverture. Figur. 8.

Démonstr. Le corps BEF exprime par sa face EF le nombre des parties qui sont divisées, & par les lignes qui joignent sa face EF à sa face EB, il exprime la vîtesse avec laquelle chacune de ces parties est divisée; donc il exprime tout le mouvement de la division. Ce qu'il &c.

Proposition 6.

La même chose étant supposée; le poids qu'il faudra au point A pour rompre la poutre par la division EB, sera à celui qu'il faudra pour la rompre par la division EH, en raison doublée de la ligne EB à la ligne EH. Du point E décrivez les arcs AG, HL, BF, & tirez EF, EL. Figur. 9.

Démonstr. Puisque le poids A dans l'une & dans l'autre division, a une même vîtesse AG: le poids qui fera la division FEB sera au poids qui fera la division LEH, comme le corps contenu dans l'ouverture BEF est au corps contenu dans l'ouverture HEL [a], ou comme la base BEF est à la base HEL qui lui est semblable, ou en raison doublée de la ligne BE à la ligne EH. Ce qu'il &c. [a] Précéd.

Proposition 7.

La même chose étant supposée; si on met au point H de la ligne BA un poids égal au poids A, sa force pour rompre la poutre par la division BE sera à celle du poids A, comme BH à BA, en supposant que les parties de la poutre ne plient point. Tirez AA, & HH paralleles à la verticale BE. Figur. 10.

Démonstr. Puisque les deux poids sont égaux, & qu'ils font la même ouverture à la poutre, leurs forces seront comme leurs vîtesses, ou comme les lignes EH, EA, ou comme leurs égales BH, BA. Ce qu'il &c.

Proposition 8.

La même chose étant supposée; le poids A rompra plûtôt la poutre Figur. 10.

par la division BE, que par une autre LH, s'il faut plus de mouvement pour la rompre par la division LH, que par la division BE.

Démonstr. Pour faire la division LH, il faut que la partie LHA soit tirée d'un côté par le poids A, & que la partie LHB soit retenuë de l'autre par le mur avec un mouvement plus grand que celui qui unit ces deux parties; mais la partie LHB n'est pas retenuë par le mur avec un mouvement plus grand, que celui qui unit la partie LHB à la partie LHA, puisque la division BE demande moins de mouvement, que la division LH: donc le poids A ne rompra pas la poutre par la division LH, mais plûtôt par la division BE. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Il suffira dans la suite de ce traité, de montrer qu'une Puissance a moins de peine à rompre un corps en un point qu'en un autre, pour conclurre qu'elle le rompra plûtôt en ce point qu'en cet autre.

Proposition 9.

Figur. 9. Si la poutre AB est également épaisse par tout, & que la ligne BE soit moins inclinée sur BA que EH, le poids A aura moins de peine à rompre la poutre BA par la division BE, que par la division EH.

Démonstr. Puisque BE est moins inclinée sur BA que EH, l'angle EBA sera plus grand que EHB: donc la ligne EH sera plus grande que EB: donc [a] le poids A aura moins de peine à rompre la poutre AB par la division BE, que par la division EH. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 6.

Proposition 10.

Les mêmes choses étant supposées; le poids A aura plus de peine à rompre la poutre par la division LH, que par la division BE qui lui est parallele.

Démonstr. Puisque les lignes BE, HL sont paralleles, elles seront égales; donc la force du poids A pour faire la division BE sera à la force qu'il a pour faire la division LH, comme BA à HA [d]: donc le poids A aura plus de force, ou moins de peine à rompre la poutre AB au point B qu'au point H. Ce qu'il &c.

[d] Prop. 7.

Proposition 11.

Le poids A rompra plûtôt la poutre par la division BE perpendiculaire à BA, que par nulle autre.

Démonstr. Puisque le poids A a moins de peine à rompre la poutre par la division BE, que par nulle autre égale, ou plus grande: & puisqu'il n'y en a point de moins grande que BE qui est perpendiculaire entre

entre les deux plans paralleles qui terminent l'épaisseur de la poutre, le poids A rompra la poutre plûtôt par la division BE que par nulle autre. Ce qu'il &c.

Proposition 12.

Les mêmes choses étant supposées, quelque poids A pourra rompre la poutre par la division BE.

Démonstr. Puisque le mouvement qui unit les parties de la poutre n'est pas infini, quelque poids A pourra leur communiquer un mouvement contraire plus grand ; donc il pourra rompre la poutre ; mais il la rompra plûtôt par la division BE que par toute autre [a] ; donc il la rompra par la division BE. Ce qu'il &c. [a] Précéd.

Proposition 13.

Si la même poutre est plantée de deux manieres dans un mur. 1. Ensorte que sa largeur BE soit verticale. 2. Ensorte que son épaisseur BH soit verticale ; Je dis que le poids A qui rompra la poutre dans le premier cas, est au poids A qui la rompra dans le second, comme la largeur BE de la poutre est à son épaisseur BH. Supposons donc que BE est double de BH. Figur. 11.

Démonstr. Puisque la vîtesse du poids est la même dans l'un & dans l'autre cas, l'angle BEF de l'ouverture sera le même que l'angle BHF, & le triangle BEF sera quadruple du triangle BHF [b] : mais la hauteur du prisme qui fait l'ouverture BHF, est double de la hauteur du prisme qui fait l'ouverture BEF : donc le prisme qui fait l'ouverture BHF est la moitié du prisme qui fait l'ouverture BEF : donc la peine du poids pour faire l'ouverture BHF est la moitié de la peine du poids qui fait l'ouverture BEF : donc le poids qui fera la premiere, sera au poids qui fera la seconde, comme l'épaisseur BH de la poutre à sa largeur BE. Ce qu'il &c. [b] 19.6. Euc.

Proposition 14.

Si deux poutres ont une même longueur hors du mur, & que leur largeur placée horizontalement soit aussi la même ; mais que la ligne BE qui est verticale, & qui fait l'épaisseur dans l'une des deux, soit double de la verticale BH qui fait l'épaisseur dans l'autre, la résistance de la premiere sera quadruple de la résistance de la seconde, ou la force du poids A qui rompra la premiere, sera quadruple de la force du poids A qui rompra la seconde.

Démonstr. Le triangle BEF qui fait l'ouverture de la premiere poutre, sera quadruple du triangle BHF qui fait l'ouverture de la seconde [b] : mais les hauteurs des ouvertures étant les mêmes elles sont [b] Précéd.

comme leurs bases ; donc la premiere sera quadruple de la seconde ; donc la force du poids A qui fera la premiere, sera quadruple de la force du poids A qui fera la seconde. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La résistance des poutres croît en raison doublée de leurs épaisseurs, pourveu que les largeurs soient les mêmes, & qu'on les place horizontalement. Si les largeurs & les épaisseurs des poutres croissent proportionnellement, leur résistance croîtra en raison triplée de leurs dimensions homologues, pourveu qu'elles soient placées semblablement. On suppose en tous ces cas, que les lignes B A sont horizontales, & égales.

Proposition 15.

Figur. 12. Les mêmes choses étant supposées ; si on diminuë l'épaisseur de la poutre de telle maniere que la courbe BHA soit une parabole dont AE est l'axe, & dont le côté droit est à BE, comme BE à BA : je dis que la poutre sera également forte par tout par rapport au poids A ; c'est-à-dire que le poids A aura autant de peine à rompre la poutre par quelque division LH, que par la division BE, l'une & l'autre étant perpendiculaire à EA. Faisons LH $= z$, BE $= a$, EA $= b$, LA $= x$, & supposons qu'en effet la résistance LH de la poutre est égale à la résistance BE ; c'est-à-dire que la force BE est à la force du poids A sur le point B, comme la force LH est à la force du même poids A sur le point H.

Démonstr. La force du poids A sur le point B, est à sa force sur le point H, comme AE à AL [a], ou comme b est à x : mais la résistance BE est à la résistance LH, comme le quarré de BE au quarré de LH [b], ou comme aa est à zz : donc $b : x :: aa : zz$; donc $bzz = aax$; donc $zz = \frac{aax}{b}$: donc la courbe BHA est une parabole dont AL, AE sont les fleches par rapport aux appliquées perpendiculaires BE, LH, & dont le côté droit est $\frac{aa}{b}$. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 7.
[b] Cor. Préc.

Remarque.

Nous déterminerons toutes les courbes qui doivent servir à nôtre dessein par le calcul Algébrique, plûtôt que par des démonstrations purement Géométriques, pour éviter une longueur excessive. D'ailleurs les courbes du troisiéme degré nous forceront de recourir à l'Algébre ; & il est peu de gens qui soient versez dans les courbes du second genre, sans sçavoir pour le moins autant d'Algébre, que nous en emploierons dans nos calculs.

Propo.

Proposition 16.

Si on veut que la poutre également forte par tout, soit un Conoïde produit par la circonvolution de la courbe BLAHE : alors b sera à x, comme $a3$ est à $z3$ [c], & par conséquent $bz3 = a3x$, ou $z3 = \frac{a3x}{b}$ ce qui donne une parabole cubique. Fig. 13. [c] Cor. Préc.

Proposition 17.

Soient les poutres ACII, IIMM parfaitement égales : appuions la poutre ACII sur le joug E, & chargeons ses bouts par les poids A, C, de telle maniere qu'elle se rompe au point B qui répond au joug E par la verticale BE, & que l'ouverture soit FEF. Faisons qu'en même temps la poutre IIMM appuiée sur les jougs I, I, & pressée par une Puissance N dont la direction est la verticale NE, se rompe aussi par l'ouverture FEF. Je dis que la vîtesse de la Puissance N est moins grande que la vîtesse des poids A, C. Supposons encore que les lignes BA, BC tombent sur FIG : alors les points A, C seront sur les points G plus éloignez du point E, que les points I, parceque EA ou EG est plus longue que EI : tirons donc la ligne EG, qui coupera AM, CM aux points L, & la verticale BN au point H sous le point E. Figur. 14.

Démonstr. Puisque les poids A, C tombent sur les points G, leurs vîtesses seront les lignes AL, CL égales à BH, ou plus grandes que BE ; mais la vîtesse de la Puissance N est égale à NE, ou à BE ; donc la vîtesse de la Puissance N est moindre que celle des poids A, C. Ce qu'il &c.

Proposition 18.

Les mêmes choses étant supposées ; la vîtesse de la Puissance N est du moins à la vîtesse des poids A, C, comme le sinus complement de l'angle BEF qui fait la moitié de l'ouverture, au sinus total. Tirons AF.

Démonstr. Si la ligne AF étoit parallele à GG, le point F étant infiniment prés du point B, on trouveroit AI à AL, comme FI à FG ; mais si l'angle IAF est aigu, comme il le sera toûjours si l'angle BEF n'est pas infiniment petit, la ligne AI sera plus à AL, que FI à FG : donc AI sera du moins à AL, comme FI à FG, ou comme FI à EI égale à FG, ou comme le sinus de l'angle FEI complement de FEB au sinus total. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si on fait l'angle FEF, ou l'ouverture de la poutre infiniment petite, la vîtesse de la Puissance N sera égale à la vîtesse des poids A, C; c'est pourquoi la Puissance N sera égale aux poids A, C.

Proposition 19.

Figur. 15. Si le joug E n'est pas au milieu, & que les poids A, C qui sont en équilibre rompent la poutre; il faudra distinguer deux ruptures, dont l'une est faite par le poids A, sçavoir BEF comme si la partie BC de la poutre étoit fixe dans un mur, l'autre est faite de même par le poids C.

Corollaire.

Pour déterminer la quantité des poids A, & C qui suffiront pour rompre la poutre, il faut trouver la quantité du poids A qui suffit pour la rompre lorsque sa partie BC est fixe dans un mur, & la quantité du poids C qui suffit pour la rompre lorsque sa partie BA est fixe dans un mur.

Proposition 20.

Figur. 16. Soit la poutre AB dont les points A & B sont fixes sur la ligne AB, si la Puissance I poussant le milieu I de la poutre vers C la rompt par la rupture LCM, & que la Puissance H poussant quelqu'autre point H fasse la rupture égale GDF, les points A, C, D, B sont dans la circonferance d'un cercle : en supposant IC, HD paralleles.

Démonstr. Puisque les angles LCM, GDF sont égaux, leurs complemens ACB, ADB seront aussi égaux; donc les points A, C, D, B sont dans la circonferance d'un cercle. Ce qu'il &c.

Proposition 21.

Si les ruptures ne sont pas infiniment petites, la ligne HD aura une plus grande raison à IC, que le rectangle AHB au rectangle AIB. Marquons les cordes CIN, & DHO.

Démonstr. Le rectangle DHO est au rectangle CIN, comme
b 35.3. Euc. le rectangle BHA au rectangle BIA [b]; mais IN étant plus gran-
a 1.6. Euc. de que HO, le rectangle DHO est moins au rectangle CIN, que DH à CI [a]; donc le rectangle BHA est moins au rectangle BIA, que DH à CI. Ce qu'il &c.

Proposition

Proposition 22.

Si les ruptures sont infiniment petites, le rectangle AHB sera au rectangle AIB, comme DH à CI.

Démonstr. Puisque les angles LCM, GDF sont infiniment petits, les lignes ADB, ACB approcheront infiniment de la ligne droite AB; donc les lignes IN, HO seront infiniment longues & égales; donc le rectangle DHO, sera au rectangle CIN, comme DH à CI; donc le rectangle AHB sera aussi au rectangle AIB, comme DH à CI. Ce qu'il &c.

Proposition 23.

Les mêmes choses étant supposées; la Puissance H sera à la Puissance I, comme réciproquement le rectangle AIB au rectangle AHB.

Démonstr. Puisque les ouvertures LCM, GDF sont égales, les mouvemens des Puissances sont égaux; donc les Puissances sont réciproquement comme leurs vîtesses; donc la Puissance H est à la Puissance I, comme réciproquement CI à DH, ou [b] comme le rectangle AIB au rectangle AHB. Ce qu'il &c. [b] Précéd.

Proposition 24.

Les mêmes choses étant supposées; la résistance de la poutre ou sa force au point I, est à sa résistance ou à sa force au point H, comme le rectangle AHB au rectangle AIB.

Démonstr. La résistance ou la force des points de la poutre, peut être exprimée par les poids qui peuvent la rompre dans ces points; donc la force de la poutre au point I peut être exprimée par le poids I, & la force de la poutre au point H par le poids H: mais le poids I est au poids H, comme le rectangle AHB au rectangle AIB [a]: donc la force de la poutre au point I est à sa force au point H, comme le rectangle AHB au rectangle AIB. Ce qu'il &c. [a] Précéd.

Proposition 25.

Soit la poutre AB soûtenuë sur deux points fixes A & B qui sont dans la même ligne que les points G, D. Je dis que la force du poids D sur le point G, est à celle d'un poids égal G sur le même point G, comme AD à AG. Faisons que la poutre se rompe au point G, & que la ligne AG tombe sur AE, le poids G tombera sur E & le poids D sur F, de maniere que GE sera à DF comme AG à AD [c]. Figur. 17. [c] 4. 6. Euc.

Démonstr. Puisque les poids D, G sont égaux, leurs forces sur le point G seront comme leurs vîtesses, ou comme DF à GE, ou comme AD à AG. Ce qu'il &c.

Proposition

Propoſition 26.

La force du poids D ſur le point G, eſt à la force du poids D ſur le point H qui eſt entre G & D, comme réciproquement A G à A H.

Démonſtr. La force du poids D ſur le point D eſt à ſa force ſur le point H, comme A H à A D [d], & à ſa force ſur le point G, comme A G à A D ; donc [a] le produit du poids D par la ligne A D, eſt égal au produit de ſa force ſur le point H par la ligne A H, comme il eſt égal au produit de ſa force ſur le point G par la ligne A G ; donc ces deux derniers produits ſont égaux ; donc les termes qui les compoſent ſont en raiſon réciproque : donc la force du poids D ſur le point H eſt à la force du poids D ſur le point G, comme A G à A H. Ce qu'il &c.

[d] Précéd.
[a] 16.6. Euc.

Propoſition 27.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées ; ſi le poids D eſt plus prés du point A que du point B, il rompra plûtôt la poutre au point D, qu'en nul autre H qui eſt entre B & D.

Démonſtr. La force que le poids D fait ſur le point D eſt à celle qu'il fait ſur le point H, comme A H à A D [d] : mais la réſiſtance du point D eſt moins à la réſiſtance du point H, que A H à A D [b] ; car le rectangle A H B eſt moins au rectangle A D B que A H à A D [c] : donc la force du poids D ſur le point D a une plus grande raiſon à la réſiſtance du point D, que la force du poids D ſur le point H n'en a à la réſiſtance du point H : donc la force du poids D ſurpaſſera plûtôt la réſiſtance de la poutre au point D, qu'en nul autre point H. Ce qu'il &c.

[d] Prop. 25.
[b] Prop. 24.
[c] 1. 6. Euc.

Propoſition 28.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées ; le poids D rompra plûtôt la poutre au point D, qu'en nul autre point L entre A & D.

Démonſtr. La force du poids D ſur le point D étant à la force du poids D ſur le point L, comme B L à B D [d], elle ſera plus grande : mais la réſiſtance du point D eſt moindre que la réſiſtance du point L [a] : donc la force du poids D ſur le point D aura une plus grande raiſon à la réſiſtance du point D, que la force du poids D ſur le point L n'en a à la réſiſtance du point L ; donc le poids rompra plûtôt la poutre au point D qu'au point L. Ce qu'il &c.

[d] Prop. 25.
[a] Prop. 24.

Propoſition 29.

Figur. 18. Soit encore la poutre A C appuiée ſur les points fixes A, C, & chargée du poids E. Si la courbe C H E qui termine ſon épaiſſeur eſt une

une parabole dont CH, CE ſoient les flêches de l'axe, & HH, EE les appliquées, & dont le côté droit ſoit à EE, comme EE à EC, la poutre ſera auſſi forte au point E par rapport au poids E, qu'en tous les autres points entre E & C. On dira le méme de la courbe EHA. Suppoſons qu'en effet la poutre eſt auſſi forte au point E qu'au point H, & faiſons le poids E, & la force de la poutre au point $E = a$, la ligne $EE = b$, la ligne $EA = c$, la ligne $EC = d$, la ligne $HH = z$, $HC = y$ & $HA = x$.

Démonſtr. Puiſque la force du poids E ſur le point E eſt à ſa force ſur le point H, comme AH à AE[b]; nous aurons $x : c :: a$: la force du poids E ſur le point H, qui ſera par conſéquent $\frac{ac}{x}$. [b] Prop. 25.
D'ailleurs ſi la ligne HH étoit égale à EE, la réſiſtance du point H ſeroit à la réſiſtance du point E, comme le rectangle CEA au rectangle CHA[a]; donc $xy : cd :: a$: réſiſtance du point H qui ſeroit $\frac{cda}{xy}$; mais comme le quarré EE eſt au quarré HH, ainſi la réſiſtance qu'auroit le point H eſt à la réſiſtance qu'il a en effet[b]; donc $bb : zz :: \frac{cda}{xy}$: réſiſtance véritable du point H qui eſt $\frac{cdazz}{bbxy}$; mais la réſiſtance du point H eſt égale à la force du poids E ſur le point H; donc $\frac{cdazz}{bbxy} = \frac{ac}{x}$ ou $zz = \frac{bby}{d}$; donc le quarré de l'appliquée HH eſt égal au rectangle ſur la flêche HC, & ſur le côté droit $\frac{bb}{d}$ qui eſt à EE, comme EE eſt à EC. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 24.
[b] Pr. 14. Cor.

Propoſition 30.

Si on vouloit que la poutre fut un conoïde décrit par la circonvolution de la courbe AHEHC autour de ſon axe AC, on[b] trouveroit $z^3 = \frac{b^3y}{d}$ qui donneroit une parabole cubique. [b] Pr. 14. Cor.

Propoſition 31.

Soit encore une poutre AB chargée de deux poids égaux C, D également éloignez des points A, B ſur quoi elle eſt appuiée; la force qu'ils font ſur le point C eſt à la force que le poids C fait ſur le méme point C, comme BA à DA. Figur. 19.

Démonſtr. La force que le poids D fait ſur le point C, eſt à la force que le poids C fait ſur le point C, comme BD à BC; ou comme BD à DA; donc en compoſant, la force du poids D & du poids C ſur le point C, eſt à la force du poids C ſur le point C, comme BA à DA. Ce qu'il &c.

Proposition 32.

La force que les poids C, D font sur le point H, est à la force que le poids C fait sur le point C, comme le rectangle C A B au rectangle A H B.

c Prop. 25. *Démonstr.* Puisque [c] A H : A C :: le poids C : la force que le poids C fait sur le point H, la force du poids C sur le point H sera égale au produit du poids C multiplié par A C, & divisé par A H : & par la même raison la force du poids D sur le point H sera égale au produit du poids C multiplié par B D, ou A C, & divisé par H B : d Arith. donc [d] si on multiplie le poids C par le rectangle C A B, & qu'on le divise par le rectangle A H B, on aura la force que les deux poids font a 16.6. Euc. sur le point H : donc [a] cette force est au poids C, ou à la force que le poids C fait sur le point C, comme le rectangle C A B au rectangle A H B. Ce qu'il &c.

Proposition 33.

La force que font les deux poids sur le point H est à celle qu'ils font sur le point G, comme le rectangle A G B au rectangle A H B.

Démonstr. La force des deux poids sur H est au poids C, comb Précéd. me le rectangle C A B au rectangle A H B [b]. De même la force des deux poids sur le point G sera au poids C, comme le rectangle C A B au rectangle G A B : donc la force des deux poids sur le point H est à la force des deux poids sur G, comme le rectangle A G B au rectangle A H B. Ce qu'il &c.

Proposition 34.

Les mêmes choses étant supposées ; les deux poids ne rompront pas plûtôt la poutre au point H, qu'en un autre point G entre les deux points C, D.

Démonstr. La résistance du point H est à la résistance du point G, c Prop. 24. comme le rectangle A G B au rectangle A H B [c] : & la force des poids sur le point H est à la force des poids sur le point G, comme le rectangle A G B est au rectangle A H B [d] : donc la résistance du point d Précéd. H est à la force que les poids y font, comme la résistance du point G est à la force que les poids y font : donc les poids ne rompront pas plûtôt la poutre au point H, qu'au point G. Ce qu'il &c.

Proposition 35.

Si on prend quelque point I entre les points A & C : la force des poids

poids C, D ſur le point I ſera au poids C, comme la ligne AB à la ligne BI.

Démonſtr. La force du poids C ſur le point I eſt au poids C, comme BI à BC, & la force du poids D ſur le point I eſt au poids D, ou C, comme BI à BD, ou BI à AC[a] : donc ſi on multiplie le poids C par AB, & qu'on diviſe le produit par BI, on aura [d] la ſomme des forces que les poids font ſur le point I : donc cette ſomme eſt au poids C, comme AB eſt à BI. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 25. [d] Arith.

Propoſition 36.

La force des deux poids ſur le point I, eſt à la force des deux poids ſur le point C, comme BC à BI.

Démonſtr. La force des deux poids ſur le point I eſt au poids C, comme AB à BI[b] : & la force des deux poids ſur C eſt au poids C, comme AB à BC[c] : donc le poids C multiplié par AB, & diviſé par BI donnera la force des poids ſur le point I; [d] & le poids C multiplié par AB, & diviſé par BC donnera la force des poids ſur le point C : donc la force des poids ſur le point I eſt à la force des poids ſur le point C, comme réciproquement le diviſeur BC eſt au diviſeur BI. Ce qu'il &c.

[b] Précéd. [c] Prop. 31. [d] 16.6. Euc.

Propoſition 37.

Les deux poids rompront plûtôt la poutre au point C, qu'au point I.

Démonſtr. La réſiſtance du point I étant plus grande, que celle du point C[a], & la force des poids ſur le point I étant moindre, que celle des poids ſur le point C, ils rompront plûtôt la poutre au point C. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 24.

Propoſition 38.

Si la courbe CIA qui termine l'épaiſſeur de la poutre, eſt une parabole dont AC, AI ſoient les fléches, CC, II les appliquées, & dont le côté droit ſoit à CC, comme CC eſt à CA; la poutre ſera auſſi forte contre les poids au point I, qu'au point C. Suppoſons qu'en effet elle eſt auſſi forte au point I, qu'au point C, & faiſons la force des poids ſur $C = a$, $AC = b$, $CC = c$, $AI = x$, $II = z$, $BC = d$. Figur. 10.

Démonſtr. Puiſque la force des poids ſur C eſt à la force des poids ſur I, comme BI à BC : nous aurons $b + d - x : d :: a$: force des poids ſur I, qui par conſéquent ſera $\frac{da}{b+d-x}$; d'ailleurs la réſiſtance du point C, ou la force des poids ſur le point C, ſeroit à la réſiſtance du point I, si II étoit égale à CC, comme le rectangle AIB au rectangle ACB[a]; donc $bx + dx - xx : bd :: a$: la résistance qu'auroit alors le point I, & qui par conséquent seroit $\frac{abd}{bx + dx - xx}$: mais la véritable résistance du poids I est à cette résistance supposée, comme le quarré de II au quarré de CC; donc $zz : cc :: \frac{da}{b + d - x} : \frac{abd}{bx + dx - xx}$; donc $\frac{abdzz}{bx + dx - xx} = \frac{adcc}{b + d - x}$ ou $zz = \frac{ccbx + ccdx - ccxx}{bb + bd - bx}$, donc en divisant les deux termes de la seconde quantité par $b + d - x$, on aura $zz = \frac{ccx}{b}$. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 24.

Proposition 39.

Si on veut que la poutre soit un conoïde fait par la circonvolution de la courbe BIDCA; on trouvera $z^3 = \frac{c^3x}{b}$ qui donnera une parabole cubique depuis A jusques au point C, & depuis B jusques au point D, & l'entre-deux sera un cylindre.

Proposition 40.

Les poids C, D rompront la poutre, quand la force qu'ils font sur un des deux points C, D sera plus grande que la résistance de ce même point.

Démonstr. Puisque les deux points ont une égale résistance, & un égal effort à soûtenir; ils ne pourront pas succomber l'un plûtôt que l'autre : donc ils ne succomberont que quand les poids pourront les surmonter tous deux ensemble; donc ils ne succomberont que quand la somme des forces sera plus grande, que la somme des résistances; ou quand chaque force sera plus grande que chaque résistance. Ce qu'il &c.

Proposition 41.

On ne pourra pas diminuër si peu l'épaisseur de la poutre entre les points C, D, qu'elle ne rompe plûtôt au point H, où on l'aura diminuée, qu'au point C. Prenons quelque point O entre D & C infiniment proche du point C.

Démonstr. Puisque l'épaisseur HH est moindre que l'épaisseur OO; la poutre rompra plûtôt au point H, qu'au point O[a] : mais le point O est le même que le point C dont il est infiniment proche; donc la poutre rompra plûtôt au point H, qu'au point C. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 34.

Proposition 42.

On prouvera de même qu'on ne peut pas ajoûter un poids si petit au au point H, que la poutre ne rompe plûtôt au point H qu'au point C. Ce qui marque que la résistance du point C, est moindre que la résistance des points H par rapport aux poids C, D, d'une quantité seulement, qui est infiniment petite.

Proposition 43.

On démontrera de même qu'on ne sçauroit augmenter un des poids; sans faire que la poutre rompe plûtôt dans le point où on l'augmente.

Proposition 44.

Si on approche le poids D du milieu H; la poutre se rompra plûtôt au point P où on l'aura mis, qu'en nul autre.

Démonstr. Puisque la force du poids D sur le point P s'est plus augmentée, que la force du même poids sur les autres points, sans que sa résistance ait crû par rapport à la résistance des autres points; la raison de la résistance du point P à la force qu'il doit soûtenir, sera moindre que la raison de la résistance des autres points à la force qu'ils doivent soûtenir: donc la poutre se rompra plutôt au point P qu'en nul autre. Ce qu'il &c.

Proposition 45.

On démontrera de même que si on éloigne le poids D du milieu H, en le mettant au point I, la poutre rompra plûtôt au point I, qu'en nul autre point.

Proposition 46.

Si le poids D est plus grand que le poids C, & que le quarré de la ligne DD soit au quarré de la ligne CC, comme la force des poids sur D est à la force des poids sur C, la poutre ne rompra pas plûtôt au point D qu'au point C.

Démonstr. Puisque les points C, D sont également éloignez des points d'appui A & B, leur résistance sera comme le quarré de leur épaisseur [a]; donc elle sera comme l'effort qu'ils doivent soûtenir; donc le point D résistera à l'effort qu'il soûtient, comme le point C à celui qu'il soûtient; donc la poutre ne rompra pas plûtôt au point D qu'au point C. Ce qu'il &c.

[a] Pr.14.Cor

Proposition 47.

Les mêmes choses étant supposées; la figure DIB, & la figure CIA ne changeront pas de nature.

Démonstr. Les deux poids C, D font le même effort sur les parties DIB, que si on mettoit au point D un poids égal à l'effort que les poids C, D font sur le point D[a] : donc la figure DIB, ou CIA devra être la même, soit qu'on augmente le poids D seul, soit qu'on les augmente tous deux également. Ce qu'il &c.

[a] Pro. 38.

Proposition 48.

On trouvera que la ligne DC sera une partie d'une parabole, si on veut suivre les voyes que nous avons tenuës dans les propositions précédentes.

Proposition 49.

Si on éloigne le poids D du milieu de la poutre, on trouvera de même l'épaisseur DD, & la figure parabolique CD.

Proposition 50.

Si on met un troisiéme poids au point H, on trouvera de même que les figures CIA, DIB ne devront pas changer de nature, & que les figures HC, HD seront paraboliques.

Remarque.

Pour diminuër la peine que pourroient trouver des gens moins accoûtumez au calcul, en voulant suivre les voyes que nous avons tenuës dans les propositions précédentes : j'en vais donner un exemple, qui servira de démonstration à la proposition 48. Faisons le poids C $= a$, le poids D $= b$, la ligne AC $= c$, la ligne AD $= d$, la ligne DD $= f$, la ligne BH $= z$, & la ligne HH $= y$. Nous trouverons que la force du poids C sera à la force qu'il fait au point D, comme AD à AC, & par conséquent $d : c :: a$: force du poids C sur le point D; donc cette force sera $\frac{ac}{d}$, & tout l'effort que doit soûtenir le point D sera $\frac{bd + ac}{d}$; donc la résistance du point D sera $\frac{bd + ac}{d}$. De même on trouvera que l'effort des deux poids sur le point H sera $\frac{acz + bcc + bdc - bcz}{cz + dz - zz}$. D'ailleurs si les épaisseurs DD, & HH étoient égales, la résistance du point D seroit à la résistance du point H, comme le rectangle BHA au rectangle BDA; donc $dz + cz - zz : dc :: \frac{bd + ac}{d}$: la résistance du point H, si HH étoit égale à DD, qui seroit par conséquent $\frac{bdc + acc}{dz + cz - zz}$: mais cette résistance est à la vraye résistance du point H, comme le quarré DD au quarré HH : donc $ff : yy :: \frac{bdc + acc}{dz + cz - zz}$: la vraye résistance du

poids

poids H, qui ſera $\frac{bdcyy + accyy}{ffaz + ffcz - ffzz}$; mais cette réſiſtance doit auſſi être égale à l'effort des poids C, D ſur le point H : donc $acz - bcz + bcc + bdc = \frac{bdcyy + accyy}{ff}$, ou $yy = \frac{ffacz - ffbcz + ffbcc + ffbdc}{bdc + acc}$. Ce qui montre que la courbe eſt parabolique lorſque D n'eſt pas égal au poids C ; car alors ff ou D D ſeroit égale à yy, ou HH. Mais ſi le poids C eſt plus grand que le poids D, reduiſez l'équation à celle-ci $yy = pz + q$, puis aiant fait $y = x + r$ nous aurons $xx = pz - 2rx - rr + q$, & faiſant $rr = q$ nous aurons $xx = pz - 2rx$, par où nous verrons que CHD eſt une parabole dont la quantité z eſt un diamétre, & dont l'appliquée à l'axe ſera plus grande que x d'une quantité exprimée par r, & dont l'axe ſera plus grand que z d'une quantité exprimée par $\frac{rr}{p}$.

Propoſition 51.

Si chaque point de la poutre AB ſoûtient un poids égal exprimé par la perpendiculaire CD ; le triangle ADB exprimera la force que font tous les poids ſur le point C. Tirons quelque ligne EF parallele à CD. Figur. 11.

Démonſtr. Puiſque le poids E eſt à la force qu'il fait ſur le point C, comme AC à AE, ou comme CD à EF, la ligne EF exprimera la force du poids E ſur le point C ; donc la ſomme de toutes les lignes EF, ou le triangle ADB exprimera la force de tous les poids ſur le point C. Ce qu'il &c.

Propoſition 52.

La force de tous les poids ſur le point C eſt égale à la force de tous les poids ſur tout autre point comme G.

Démonſtr. Puiſque la ligne GH égale à CD exprime le poids qui eſt ſur le point G ; le triangle AHB égal au triangle ADB exprimera la force de tous les poids ſur le point G, comme le triangle ADB exprime la force de tous les poids ſur le point C [a] ; donc ces deux forces ſeront égales. Ce qu'il &c. [a] Précéd.

Propoſition 53.

Si la poutre AB eſt également chargée en tous ſes points, & que la courbe AECB qui détermine ſon épaiſſeur ſoit une ellipſe dont AB eſt le grand axe, & CD la moitié du petit : je dis que la poutre ſera également forte par tout, pour ſoûtenir les poids étant appuiée ſur les points fixes A & B. Tirons FE parallele à DC, & faiſons FA $= z$, FE $= x$, AB $= a$, DC $= b$, la force du point D $= c$. Figur. 12.

Démonſtr.

Démonstr. Si les épaisseurs D C, E F étoient égales, la résistance du point D seroit à la résistance du point F, comme le rectangle AFB
b Prop. 24. au rectangle ADB [b], ou [c] comme le quarré D C au quarré FE;
c Nat.Ellip. donc $xx : bb :: c$: la résistance du point F, qui seroit par conséquent $\frac{bbc}{xx}$; mais la vraie résistance du point F est à cette résistance suppo-
d Pr.14.Cor sée, comme le quarré de E F au quarré de DC [d]; donc $bb : xx :: \frac{bbc}{xx}$: la vraie résistance du point F, qui sera par conséquent $= c$, c'est à dire égale à la résistance du point D; mais la force des poids est aussi égale sur le point D, & sur le point F.: donc le point F est aussi fort pour soûtenir les poids, que le point D. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si les lignes A D, D C sont égales, la courbe sera un cercle.

Proposition 54.

Si on veut que la poutre A B soit un sphéroïde formé par la circonvolution de la courbe A E C B autour de son axe, on trouvera que ce doit être une ellipse cubique. Reprenons les lettres précédentes pour exprimer les mêmes grandeurs.

Démonstr. Si les épaisseurs D C, E F étoient égales, la résistance du point D seroit à la résistance du point F, comme le rectangle
a Prop. 24. A F B au rectangle A D B [a]; donc $2az - zz : aa :: c$: la résistance qu'auroit pour lors le point F, qui seroit par conséquent $\frac{aac}{2az-zz}$: mais la vraie résistance du point F est à cette résistance supposée, comme le cube de F E au cube de D C : donc $b^3 : x^3 :: \frac{aac}{2az-zz}$: la vraie résistance du point F, qui sera par conséquent $\frac{x^3aac}{2b^3az-zzb^3}$; mais cette résistance doit être égale à la résistance D, puisque l'effort des poids est égal; donc $aacx^3 = 2b^3acz - czzb^3$ ou $x^3 = \frac{2b^3az - zzb^3}{aa}$; donc la courbe est une ellipse cubique. Ce qu'il &c.

Proposition 55.

Figur. 23. Soit encore la poutre A B G dont la partie B G est fixe dans un mur; si on charge également tous ses points, la force qu'ils feront sur le point B sera à celle qu'ils feront sur un autre point C, comme le quarré A B au quarré A C. Faisons les perpendiculaires A D, A E égales aux lignes A B, A C, & tirons B D, C E.

Démonstr. Si le triangle B A D exprime la force des poids sur le point B, le triangle C A E exprimera la force des poids sur le point
b Prop. 52. C [b]; car la force du poids A étant exprimée par A D pour le point B, ne

ne sera exprimée que par AE pour le point C [c] : mais le triangle BAD est au triangle CEA comme le quarré BA au quarré CA [d] : donc la force des poids sur le point B est à la force des poids sur le point C, comme le quarré AB au quarré CA. Ce qu'il &c.

c Prop. 7.
d 26. 6. Euc.

Proposition 56.

La ligne BG étant l'épaisseur de la poutre, si on tire la droite AG, elle déterminera l'épaisseur de la poutre, afin qu'elle soit également forte aux points B & C. Tirons CC parallele à BG qui rencontre GA au point C, & faisons $BG = a$, $BA = b$, $CA = z$, $CC = x$, & la résistance du point $B = c$, & la force de tous les poids sur $B = c$.

Démonstr. Si les épaisseurs étoient égales, les résistances seroient égales au point B & au point C; donc l'une & l'autre résistance seroit c. Mais la vraie résistance du point C est à sa résistance supposée, comme le quarré de CC au quarré de BG; donc $aa : xx :: c :$ à la vraie résistance du point C, qui par conséquent sera $\frac{cxx}{aa}$. D'ailleurs la force des poids sur B est à la force des poids sur C, comme le quarré AB au quarré AC, donc $bb : zz :: c :$ à la force des poids sur C, qui sera par conséquent $\frac{czz}{bb}$; donc $\frac{xxc}{aa} = \frac{czz}{bb}$ ou $xxbb = zzaa$; donc $xx : zz :: aa : bb$; donc $x : z :: a : b$; donc la ligne AG est droite [a]. Ce qu'il &c.

a 4. 6. Euc.

Proposition 57.

Si on veut que la poutre soit un conoïde décrit par la ligne GCA autour de BA, alors la ligne ACG ne sera plus une ligne droite, mais une parabole cubique. Reprenons les lettres précédentes.

Démonstr. On trouvera que la vraie résistance du point C est $\frac{cz^3}{b^3}$, & par conséquent $\frac{cz^3}{b^3} = \frac{xxc}{aa}$ ou $aaz^3 = xxb^3$ ou $z^3 = \frac{b^3xx}{aa}$. Ce qu'il &c.

Proposition 58.

Soit la poutre AB dont les deux bouts A & B sont fixes dans deux murs; le poids C ne pourra pas la rompre, par l'ouverture FNG, sans la rompre en même temps par deux autres ouvertures. Figur. 24.

Démonstr. Le poids C ne peut pas porter la ligne CA sur LN, & la ligne CB sur NI; sans que la poutre se rompe entre C & A, & entre C & B, en supposant que la poutre ne peut pas plier, & que les bouts A, B sont fixes dans le mur : donc le poids C ne peut pas rompre la poutre par l'ouverture FNG, sans faire deux autres ouvertures. Ce qu'il &c.

P

Proposition 59.

Si le poids C en faisant l'ouverture FNG, fait aussi les ouvertures AML, BHI, ces deux ouvertures prises ensemble vaudront autant que l'ouverture FNG. Continuons CN jusques au point E.

Démonstr. Puisque les lignes verticales AM, NE sont paralleles, les angles MNE, NMA seront égaux; mais les angles MNF, NML sont aussi égaux [d]; donc les angles AML, FNE sont égaux; donc l'ouverture FNG est égale aux deux ouvertures AML, BHI. Ce qu'il &c.

[d] 34.1.Euc.

Proposition 60.

Si le poids C rompt la poutre AB au point C, il aura moins de peine en faisant l'ouverture AML, avec l'ouverture FNE, que s'il faisoit quelqu'autre ouverture PRS. Supposons donc que la partie PRNC de la poutre tombe sur RTNS, & que PR est verticale.

Démonstr. Puisque le triangle rectangle NRS a son côté RS égal au côté ML du triangle rectangle NML, & que la base RN est moindre que la base NM, l'angle NRS sera moindre que l'angle LMN, & par conséquent l'ouverture PRS sera plus grande que l'ouverture AML; donc [a] l'ouverture ENT sera aussi plus grande que FNE; donc le poids C aura plus de peine à faire les ouvertures PRS, TNE, que les ouvertures AML, FNE. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Proposition 61.

La peine que le poids C trouve à faire l'ouverture AML, est à la peine qu'il trouve à faire l'ouverture PRS, comme NR à NM. Nous dirons le même des ouvertures FNE, TNE [c].

[c] Prop. 59.

Démonstr. Puisque les ouvertures AML, PRS sont entr'elles comme les sinus des angles LNM, SNR qui leur sont égaux, & que les lignes ML, RS étant égales, les sinus des angles LNM, SNR sont comme les rayons NM, NR [b], les ouvertures AML, PRS seront entr'elles, comme les lignes NR, NM. Ce qu'il &c.

[b] Trig.

Proposition 62.

Le poids C trouve deux fois autant de peine à rompre la poutre en quelque point C, que si la poutre étoit appuiée sur les points fixes M, H.

Démonstr. Puisque le poids C rompra la poutre par les ouvertures

tures A M L, F E G, B H I, [a] qui valent deux fois l'ouverture FEG [b], & que l'ouverture F E G est parfaitement la même soit que la poutre soit fixe dans les murs, ou qu'elle soit seulement appuiée sur M, H, le poids aura deux fois autant de peine, que si la poutre étoit seulement appuiée sur les points M, H. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 60.
[b] Prop. 59.

Proposition 63.

La résistance des points A, C, B est à la résistance des points A, P, B, comme le rectangle APB au rectangle ACB, si les épaisseurs sont par tout égales.

Démonstr. Puisque la peine du poids C à rompre la poutre au point C est double de celle qu'il trouveroit à la rompre au point C, si la poutre n'étoit qu'appuiée sur les points M, H, & qu'il en est de même du point P [b], la peine du poids C à rompre la poutre aux points A, C, B, sera à la peine du poids pour la rompre aux points A, P, B, comme sa peine pour la rompre au point C seulement est à sa peine pour la rompre au point P seulement, ou comme le rectangle APB au rectangle ACB [c]; donc la résistance des points A, C, B est à la résistance des points A, P, B, comme le rectangle APB au rectangle ACB. Ce qu'il &c.

[b] Précéd.
[c] Prop. 24.

Proposition 64.

La résistance des points P, C, B est à la résistance des points A, C, B, comme les lignes NM, NR sont à NR prise deux fois.

Démonstr. Puisque les ouvertures T N E, P R S sont aux ouvertures A M L, F N E, [a] comme N M à N R, la résistance des points P, C, B sera composée de la moitié de la résistance des points A, C, B, & du produit de cette moitié par la ligne N M, divisé par la ligne N R; donc si on multiplie la moitié de la résistance des points A, C, B par les lignes N M, N R, & qu'on divise le produit par N R, on aura la résistance des points P, C, B; donc [d] la résistance des points P, C, B est à la résistance des points A, C, B, comme les lignes N M, N R à la ligne N R prise deux fois. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 61.
[d] 16.6. Euc.

Proposition 65.

L'ouverture P R S est à la résistance des points P, C, B, comme la ligne N M aux lignes N M, N R prises deux fois.

Démonstr. Puisque le produit de la moitié de l'ouverture F N G par la ligne N M, divisé par la ligne N R, fait l'ouverture P R S [a], & que le produit de l'ouverture F N G par les lignes N M, N R, divisé par la ligne N R fait la résistance des points P, C, B [b], l'ou-

[a] Pro. 61.
[b] Précéd.

verture PRS sera à la résistance des points P, C, B, comme la ligne
c 16.6. Euc. NM aux lignes NM, NR prises deux fois[c]. Ce qu'il &c.

Proposition 66.

Figur. 25. Les mêmes choses étant supposées; si le milieu D de la ligne AC est le sommet de deux paraboles, dont les axes sont DA, DC & dont le côté droit est à la ligne CE, comme la ligne CE prise deux fois est à la ligne AC: la résistance des points A, C, B sera la même que la résistance des points H, C, B. Supposons qu'en effet le poids A trouve autant de peine à rompre la poutre aux trois points A, C, B, qu'aux trois points H, C, B, & faisons la résistance des trois points A, C, B $= 4a$, la ligne AC $= b$, la ligne CE $= c$, la ligne CH $= z$, & la ligne HH $= x$.

Démonstr. Puisque la résistance des points A, C, B vaut $4a$, la
d Prop. 65. résistance des points H, C, B vaudra $2a + \frac{2ab}{z}$ [d], & la résistance du
a Précéd. point H vaudra $\frac{ab}{z}$ [a] si HH est égale à CE; donc la vraie résistance du point H sera à $\frac{ab}{z}$, comme xx quarré de HH à cc quarré
b Prop. 14. de CE[b]: donc la vraie résistance du point H sera $\frac{abxx}{ccz}$; donc en la mettant à la place de $\frac{ab}{z}$ dans la somme des résistances H, C, B, nous aurons $2a + \frac{ab}{z} + \frac{abxx}{ccz}$ pour la résistance des points H,C,B; mais la résistance de ces points est égale à celle des points A, C, B; donc $2a + \frac{ab}{z} + \frac{abxx}{ccz} = 4a$; donc $xx = \frac{2ccz - bcc}{b}$, & faisant $z = y + \frac{bb}{2}$ nous aurons $xx = \frac{2ccy}{b}$ qui donne les paraboles précédentes. Ce qu'il &c.

Proposition 67.

Les mêmes choses étant supposées; la résistance des points A, C, B, sera plus grande que la résistance des points A, D, B.

Démonstr. La résistance des points A, C, B est à la résistance des points A, D, B, en supposant les épaisseurs égales, comme le
c Prop. 63. rectangle ADB, au rectangle ACB[c]; mais le rectangle ADB est plus de la moitié du rectangle ACB, puisque AD est la moitié de AC: donc la résistance des points A, C, B est plus de la moitié de la résistance des points A, D, B; mais la résistance des points A, D, B quand la ligne DD est reduite à un point, n'est que la moitié de la résistance des mêmes points quand les épaisseurs sont égales par tout, puisqu'alors l'ouverture du point D qui seroit égale aux deux autres est nulle: donc la résistance des points

points A, D, B, en supposant les paraboles de la proposition précédente, est moindre que la résistance des points A, C, B. Ce qu'il &c.

Proposition 68.

Reprenant les mêmes suppositions que dans les deux dernieres propositions : le poids C rompra plûtôt la poutre aux points A, C, B qu'aux points A, D, B. Figur. 25.

Démonstr. La force du poids C sur le point D est la moitié de la force du poids C sur le point C [a] ; mais la résistance des points A, D, B est plus de la moitié de la résistance des points A, C, B ; donc la force du poids C sur D, a une moindre raison à la force du poids C sur C, que la résistance des points A, D, B n'en a à la résistance des points A, C, B ; donc la poutre se rompra plûtôt aux points A, C, B, qu'aux points A, D, B. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 25.

Proposition 69.

Les mêmes choses étant supposées : le poids C ne rompra pas plûtôt la poutre dans les points A, C, B, que dans les points D, C, D.

Démonstr. Puisque l'ouverture qui se fera au point C quand la poutre se rompra aux points D, C, D, sera double de celle qui s'y fera quand la poutre se rompra aux points A, C, B, elle vaudra autant que les trois ruptures A, C, B ; donc le poids aura autant de peine à rompre la poutre aux points A, C, B, qu'aux points D, C, D. Ce qu'il &c.

Proposition 70.

Le poids C aura autant de peine à rompre la poutre aux points A, D, D qu'aux points A, C, B.

Démonstr. La force du poids C sur le point D n'est que la moitié de sa force sur le point C ; mais aussi les ouvertures A, D, D ne sont que la moitié des ouvertures A, C, B [a] ; donc la force du poids C sur le point D est à la force du poids C sur le point C, comme la résistance du point D à la résistance du point C : donc le poids C aura autant de peine à rompre la poutre aux points A, C, B, qu'aux points A, D, D. Ce qu'il &c.

[a] Préced.

Proposition 71.

On prouvera le même de tous les autres points ; desorte qu'on conclurra que la poutre sera également forte par tout par rapport au poids C : ce qui se reduit à dire que la poutre a autant de force que si elle étoit appuiée sur les points fixes D, D, comme il est encore évident par les propositions précédentes.

Proposition 72.

Figur. 26. Si la poutre AB plantée par ses bouts A & B dans deux murs, est chargée également en tous ses points, on trouvera la nature de la courbe MHDHC qui la rend aussi forte dans les points A, D, B, que dans les points A, C, D. Faisons la résistance des points A, C, D $= a$, les lignes égales AC, BC chacune $= b$, la ligne CC $= c$, la ligne AH $= z$, la ligne BH $= x$.

[a] Prop. 63. *Démonstr.* Puisque [a] la résistance des points A, C, B est à la résistance des points A, D, B, comme le rectangle ADB au rectangle ACB, en supposant les épaisseurs égales, nous aurons $2bz - zz : bb :: a :$ la résistance des points A, D, B, qui sera par conséquent $\frac{bba}{2bz-zz}$; donc la résistance des points A, B, quand la poutre se rompra aux points A, D, B, sera $\frac{bba}{4bz-2zz}$ [b], & la résistance du point D seroit pareillement $\frac{bba}{4bz-2zz}$ si les épaisseurs CC, DD étoient égales: mais la résistance supposée du point D est à sa vraie résistance, comme le quarré CC au quarré DD [c]: donc $cc : xx :: \frac{bba}{4bz-2zz} :$ la vraie résistance du point D, qui sera $\frac{bbaxx}{4bccz-2cczz}$; donc la résistance des points A, D, B, sera $\frac{bbacc+bbaxx}{4bccz-2cczz}$ qui est $= a$; donc $bbcc + bbxx = 4bccz - 2cczz$; ce qui montre que la nature de la courbe est elliptique. Ce qu'il &c.

[b] Prop. 59.

[c] Prop. 14.

Proposition 73.

Par le moien de l'équation précédente on trouvera que si on prend $CD = \sqrt{\frac{bb}{2}}$, & qu'on fasse les demi-ellipses DHC, DHM dont les demi-axes soient CD, CC, AD, AM, la résistance des points A, D, B sera égale à la résistance des points A, C, B, par rapport aux poids qui chargent également tous les points de la poutre; de sorte que la poutre se rompra aussi-tôt aux points A, H, B, qu'aux points A, C, B; ce qui ne rendra pas pourtant la poutre également forte par tout, & même il n'est pas possible de donner à la poutre une figure qui la rende également forte par tout, comme la même démonstration le fait voir.

Proposition

Proposition 74.

Soient les poutres A C, A D plantées dans un mur de telle sorte que la section A B soit la même dans l'une & dans l'autre, si on les charge des deux poids égaux C, D fixes, & que la ligne C D soit verticale, comme aussi la ligne A B, les deux poids auront une force égale pour rompre chacun sa poutre. Du point A décrivons les arcs infiniment petits C E, D F, & tirons les horizontales E G, F H, jusques à la verticale C D; afin que les lignes C G, D H soient les vîtesses des poids C, H. Figur. 27.

Démonstr. Puisque les arcs C E, D F sont infiniment petits, on peut les prendre pour leurs tangentes, & comme ils sont semblables, l'arc D F est à l'arc C E, ou C G, comme la ligne A D à la ligne A C, ou comme le sinus total au sinus de l'angle A D C, ou D F H. Mais l'arc D F est aussi à la vîtesse D H, comme le sinus total au sinus de l'angle D F H; donc la vîtesse C G est égale à la vîtesse D H; donc le poids C a autant de force que le poids D. Ce qu'il &c.

Proposition 75.

Si le poids D n'est pas tellement fixe, qu'il ne puisse glisser le long de sa poutre sans sortir de la verticale C D, sa force sera à celle qu'il avoit quand il étoit fixe, ou à celle qu'il auroit sur la poutre droite, en raison doublée du sinus total au sinus de l'angle D F H complement de l'inclination C A D, ou en raison doublée de la ligne A D à la ligne A C. Continuons A F jusques à ce qu'elle rencontre C D au point I.

Démonstr. La force du poids D dans la supposition présente, est à celle qu'il avoit dans la précédente, comme la vîtesse D I à la vîtesse D H, ou en raison doublée du sinus total D I au sinus F D de l'angle I égal à l'angle D F H. Ce qu'il &c.

Corollaire.

On trouvera le poids qu'il faut au point D pour rompre la poutre A D [a], & le poids qu'il faut au point A [b] pour rompre la poutre B A C appuiée sur les points fixes B, C. [a] Figur. 27. [b] Figur. 28.

Proposition 76.

Si en renversant la figure on suppose que le point C est dessous le point D, & le point I dessus l'un & l'autre: on trouvera la même force pour les poids qui seront aux points I & E, qu'on leur a trouvé quand ils étoient aux points D & C. Je dis donc que si la pou- Figur. 27. Figur. 28.

tre

tre BAC est appuiée sur les points fixes D, E, le poids F qui la rompt est égal au poids A qui la rompoit, quand elle étoit appuiée sur les points fixes B, C, pourveu que les lignes BD, FA, CE soient paralleles, comme aussi FB, AD, FC, AE.

Démonstr. Si la poutre BAC étoit enfoncée dans un mur jusques à la section FA, les poids B & D qui la rompoient seroient
[c] Précéd. égaux [c], comme aussi les poids E, C. Mais le poids A est égal aux
[d] Prop. 19. poids D, E, & le poids F aux poids C, B [d]; donc les poids A, F sont égaux. Ce qu'il &c.

Remarque I.

Il me semble qu'il ne reste rien à déterminer sur les poutres rectilignes, qui ne se présente d'abord à ceux qui voudront suivre les routes que nous avons données : il faut seulement remarquer que nous n'avons eu nul égard à la pesanteur des poutres, n'y à la diversité des parties qui les peuvent composer, ni à la Puissance qu'elles ont de s'étendre, ou de plier.

Remarque II.

Nous avons déterminé la force des poutres par rapport au poids qui les peut rompre quand elles sont fichées dans un mur : parce qu'on le peut aisément connoître : mais afin qu'on soit plainement satisfait, nous allons comparer ce poids à celui qui romproit la poutre en la tirant par une direction perpendiculaire au plan de la rupture.

Proposition 77.

Figur. 29. Soit la poutre AB fichée dans un mur, & que le poids B la rompe par l'ouverture infiniment petite ACE, & que la Puissance G en la tirant par une direction parallele à l'horizontale AB, la rompe aussi par une ouverture infiniment petite ACEE ; je dis que le poids B est à la Puissance G, comme la moitié de la verticale AC est à l'horizontale AB. Du point C décrivons les arcs AE, BB.

Démonstr. Puisque l'arc AE est infiniment petit, on peut le prendre pour sa tangente, & par conséquent pour la vîtesse de la Puissance G, comme l'arc BB pour la vîtesse du poids B : donc la vîtesse de la Puissance G est à la vîtesse du poids B, comme l'arc AE à l'arc BD, ou comme AC à AB ; donc si le mouvement du poids étoit égal à celui de la Puissance, le poids seroit à la Puissance comme réciproquement AC à AB. Mais le mouvement du poids B étant exprimé par le triangle ACE, & le mouvement de la Puissance G
[a] Prop. 5. par le rectangle ACEE [a], le mouvement du poids B ne sera que la moitié

moitié du mouvement de la Puiſſance G ; donc le poids B ſera à la Puiſſance G , comme la moitié de CA à la ligne AB. Ce qu'il &c.

Remarque.

On ſuppoſe en tout ce raiſonnement que les parties de la poutre ne s'étendent pas avant que de ſe rompre : ou qu'elles ont autant de peine à s'étendre, comme à ſe rompre ; ce qui n'étant pas tout-à-fait vrai , la propoſition ne ſera pas rigoureuſement vraie. On pourra neanmoins la rendre exacte par les mêmes voyes , ſi on détermine la proportion qu'il y a entre la peine que les parties trouvent à s'étendre, & celle qu'elles trouvent à ſe rompre : & ainſi on ne tombera pas dans un paralogiſme , en voulant corriger la propoſition.

§. III.

Des poutres Curvilignes.

Propoſition 78.

Soient deux poutres plantées dans un mur de ſorte que leur ſection AB ſoit la même, & que le poids C ſoit fixe dans le point C commun à l'une & à l'autre ; je dis que le poids C aura autant de peine à rompre la poutre AC curviligne, que la poutre AC rectiligne. Fig. 30.

Démonſtr. Puiſque la ſection AB eſt la même dans l'une & dans l'autre, & que la vîteſſe du poids ſera encore la même, la peine du poids ſera auſſi la même. Ce qu'il &c.

Propoſition 79.

Si le poids C n'eſt pas tellement fixe, qu'il ne puiſſe gliſſer le long de l'une & de l'autre poutre, ſans s'éloigner de la verticale CE : il aura moins de peine à rompre la poutre curviligne, que la poutre rectiligne. Du point A décrivons l'arc CD infiniment petit, & tirons la ligne ADE, & l'arc ADF dont le raion ſoit le même que celui de l'arc AC. Alors CE ſera moindre que CF. Figur. 31.

Démonſtr. Puiſque la ligne ADE marque la vîteſſe du poids C, quand il rompt la poutre rectiligne, ſçavoir CE ; & que l'arc ADF marque la vîteſſe du poids C, quand il rompt la poutre curviligne, ſçavoir CF, la peine du poids C pour rompre la poutre curviligne eſt à celle qu'il trouve à rompre la rectiligne, comme réciproquement CE à CF ; donc elle ſera moindre. Ce qu'il &c.

Proposition 80.

Les mêmes choses étant supposées ; la raison de CE à CF sera composée de la raison du sinus total au sinus complement de la moitié de l'arc AC, & de la raison du sinus complement de tout l'arc AC au sinus complement de la moitié de l'arc AC.

Démonstr. Puisque l'arc CD est infiniment petit, les triangles CDE, CDF peuvent être pris pour des triangles rectilignes. Puis dans le triangle rectangle CDE l'angle DCE étant mesuré par la moitié de l'arc AC [a], aussi bien que l'angle EDF dans le triangle EDF, l'angle DEC sera mesuré par le complement de la moitié de l'arc AC, & l'angle DFC par le complement de tout l'arc AC : c'est pourquoi EC sera à CD, comme le sinus total au sinus complement de la moitié de l'arc AC, & CD sera à CF, comme le sinus complement de l'arc AC au sinus complement de la moitié de l'arc AC, qui est le sinus de l'angle obtus CDF. Ce qu'il &c.

[a] 32.3. Euc.

Proposition 81.

Figur. 32. Si on renverse la figure en mettant les points E & F au dessus du point C, on trouvera la même chose : & par conséquent si la poutre arquée BBCC est appuiée sur les points fixes B, C, on trouvera le poids A qui pourra la rompre.

Démonstr. Le poids A sera égal à la somme des poids B, C qui romproient la poutre l'un d'un côté, l'autre de l'autre, si sa section verticale AE étoit fixe : mais on peut trouver les poids B, & C [a] : donc on peut trouver le poids A. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Lemme.

Figure 33. Soit A le centre de l'arc ECD, & B le centre de l'arc HGF ; si la ligne ABC est droite, & qu'on fasse sur BC l'angle BGC dont les jambes BG, CG soient égales au raion de l'arc HGF, il sera moindre que tout autre sur BE, ou BD, avec les mêmes conditions.

Démonstr. Puisque dans les triangles BGC, BFD, BHE les jambes sont égales, & que la base BC est moindre que les bases BD, BE [a], l'angle BGC sera moindre que les angles BFD, BHE, Ce qu'il &c.

[a] 7.3. Euc.

Corollaire I.

Plus les points D, E seront éloignez du point C, plus les angles BFD, BHE seront grands.

Corollaire.

Corollaire. II.

Plus la ligne BC est courte tout le reste demeurant égal, plus l'angle BGC est petit. Ainsi quand on supposera que la ligne BC est infiniment petite, l'angle BGC sera infiniment petit, & l'angle BCG sera droit.

Proposition 82.

Soit la poutre circulaire AB appuiée sur les points fixes A & B, & que le point C soit le centre des arcs qui la terminent. Si on fait l'angle ACD droit, tous les poids qui seront au dessus du point D, comme E, rompront plûtôt la poutre au point D, qu'en tout autre point H, ou E. Du point B à la distance BC décrivons l'arc CF infiniment petit, & du point A l'arc CG. Puis supposant que le poids E rompt la poutre au point H par l'ouverture infiniment petite xIy, l'arc EDH tombera sur MLI, & l'arc ZH sur ZI, de sorte que le centre de l'arc MLI sera le point F, & le centre de l'arc ZI sera le point G, & les lignes FIy, GIx seront droites. De même le point D étant tombé sur le point L, & le point E sur le point M, si on fait les lignes LN, MO égales à la ligne CD, en supposant les points N & O dans l'arc CG, & qu'on décrive du point O l'arc MZ, & du point N l'arc LZ ; enfin si on tire les lignes FMS, FLV, OMR, NLT qui traversent l'épaisseur de la poutre : nous aurons SMR pour l'ouverture que feroit le poids E s'il rompoit la poutre au point E, & VLT pour l'ouverture qu'il feroit en la rompant au point D ; & parceque la vîtesse du poids est la même, il faudra seulement démontrer que les ouvertures RMS, & xIy sont plus grandes que l'ouverture VLT. Tirons encore la ligne AF*a*, qui coupe l'arc CG au point *a*. Figur. 34.

Démonstr. Puisque la ligne F*a* est infiniment petite, si on fait le triangle isoscele F*ba* dont les jambes soient égales au raion FL de l'arc ILM, l'angle AF*b* sera droit[b] ; mais l'angle AFL approche infiniment d'un droit ; donc le point L approche infiniment du point *b* ; donc l'angle FLN est plus petit que les angles FMO, FIG[c] ; donc l'ouverture TLV est moindre que les ouvertures xIy, RMS : mais la vîtesse du poids est toûjours la même : donc le poids aura moins de peine à faire l'ouverture TLV que les deux autres ; donc il rompra plûtôt la poutre au point D qu'aux points E, H. Ce qu'il &c.

[b] Pr. Cor. 2.

[c] Précéd.

Propoſition 83.

Figur. 35. Les mêmes choſes étant ſupposées, & aiant encore fait l'angle B C 2 droit : le poids H qui eſt entre D & 2 rompra plûtôt la poutre au point H, qu'en nul autre 3. Continuons l'arc L I juſques à ce que l'arc L 4 ſoit égal à l'arc D 3 & prenant 47 égale à 4 F, du point 7 ſur l'arc C G décrivons les arcs 4 Z, 5 A, & tirons les lignes F 46, 745 pour exprimer l'ouverture 546 qui ſe feroit au point 3, ſi la poutre s'y rompoit.

Démonſtr. Puiſque le poids H deſcend également ſoit que la poutre ſe rompe au point H, ou au point 3, & que l'ouverture 546 eſt plus grande que l'ouverture x 1 y [a], le poids H rompra plûtôt la poutre au point H, qu'au point 3. Ce qu'il &c.

[a] Précéd.

Propoſition 84.

Figur. 36. Soit la poutre circulaire A B D C dont le centre eſt G, & qui eſt fichée dans un mur juſques à la ſection verticale A B. La peine que le poids C trouve à rompre la poutre par la ſection A B, eſt à celle qu'il trouve à la rompre par la ſection E F, comme le ſinus de l'angle C G E au ſinus de l'angle C G A. Faiſons que le poids deſcendant de C en L rompe la poutre par l'ouverture A B M infiniment petite, ou par l'ouverture F E N auſſi infiniment petite, & que le centre de l'arc M L ſoit H, & I le centre de l'arc N L. Puis tirons MBH, NFI, EFG, LI, LH, IH, I G, GH. Alors l'ouverture A B M ſera à l'ouverture E F N, comme l'arc A M à l'arc E N, ou comme l'arc H G à l'arc I G, parceque ces arcs ſont infiniment petits, ou comme le ſinus de l'angle G I H au ſinus de l'angle I H G ; il faut donc montrer que le ſinus de l'angle C G E eſt au ſinus de l'angle CGA, comme le ſinus de l'angle G I H au ſinus de l'angle I H G.

Démonſtr. Puiſque les angles H B G, I F G, I L G ſont infiniment petits, les angles N I L, G I H ſont les complemens de l'angle L I G, & par conſéquent ils ſont égaux. Mais l'angle L I N eſt égal à l'angle C G E [b]; donc l'angle G I H eſt égal à l'angle C G E. De même l'angle B H I eſt le complement de l'angle L H M, ou C G A : mais le ſinus de l'angle obtus I H G eſt égal au ſinus complement de l'angle B H I ; donc il ſera égal au ſinus de l'angle L H M, ou C G A : donc le ſinus de l'angle G I H eſt au ſinus de l'angle I H G, comme le ſinus de l'angle C G E au ſinus de l'angle C G A. Ce qu'il &c.

[b] Conſtruc. de la Fig.

Corollaire.

Figur. 37. Pour faire que la poutre arquée A C ſoit également forte au point A, &

& au point G, il faudra que le quarré de la ligne B A soit au quarré de la ligne G F, comme le sinus de l'arc C A est au sinus de l'arc C G. Il faudra dire le même de la poutre C A C soûtenuë sur Figur. 38. les points fixes C, C, & chargée du poids B, & on pourra même déterminer la nature de la courbe B F C ; mais comme elle sera fort composée, & également inutile à mon dessein, je ne m'y arrêterai pas, non plus qu'aux suivantes.

Proposition 85.

Soit la poutre arquée A B C D dont la section A B est fixe, & Figur. 39. un autre poutre B E F G dont la section E B égale à A B, est verticale & fixe. Supposons encore que la ligne D F est verticale. Je dis que le poids D qui rompra la poutre arquée par la division A B, sera égal au poids F qui rompra la poutre rectiligne par la division E B. Faisons les deux ouvertures infiniment petites.

Démonstr. Puisque les ouvertures sont infiniment petites, les vîtesses des deux poids seront égales, pouvant chacune être exprimée par la ligne E F : mais les ouvertures sont aussi égales ; donc les mouvemens sont égaux, & par conséquent les poids sont aussi égaux. Ce qu'il &c.

Corollaire.

La peine que le poids D trouve à rompre la poutre arquée par la division A B, est à celle qu'il trouve à la rompre par la division L I, comme I O à B G qui lui est parallele. C'est pourquoi en faisant le quarré de I H au quarré de A B, comme I O à B G, ou en faisant I H moienne entre I L & L M côté du triangle rectangle I L M, la courbe A H D déterminera l'épaisseur de la poutre pour la rendre également forte par rapport au poids D, & on en trouvera la nature par les voyes que nous avons suivi plus haut.

Proposition 86.

Soit la poutre arquée A B C D fichée dans un mur jusques à sa Figur. 40. verticale A B, la force du poids D pour la rompre au point A, est à la force de quelque poids égal E, comme le sinus de l'arc D A au sinus de l'arc E A. Supposons donc que la poutre se rompt par l'ouverture A B H infiniment petite, & que le point E tombe au point F, & le point D au point C : puis tirons les sinus des arcs A E, A D, H F, H C.

Démonstr. Puisque l'angle A B H est infiniment petit, les sinus des arcs égaux A E, H F concourront au point G, de même les sinus des arcs égaux A D, H C concourront au point I : donc les triangles isosceles E G F, D I C seront semblables ; donc la vîtesse E F est à la vîtesse D C, comme le sinus G E au sinus D I ; donc la force du poids E est à la force du poids D sur la même section A B, comme le sinus de l'arc A E au sinus de l'arc A D. Ce qu'il &c.

Proposition 87.

Figur. 41. Soit la poutre arquée A B C D chargée en tous ses points de poids égaux, dont chacun soit exprimé par la ligne C F. Le triangle rectangle C E F exprimera la force de tous les poids sur la section A B de la poutre. Tirons M O sinus de quelqu'arc M B, & la ligne M N parallele à F C, qui coupe les lignes F E, C E aux points P, N.

Démonstr. La force du poids M sur le point B est à la force du poids C sur le même point B, comme M O à E C, ou comme N P à C F [a]; donc comme la ligne F C exprime la force du poids C sur le point B, toutes les lignes N P exprimeront la force de tous les poids M sur le point B; donc le triangle E C F exprimera la force de tous les poids sur le point B. Ce qu'il &c.

[a] Pr. 86. Cor

Proposition 88.

Si la ligne H C est égale au sinus de l'arc G C, & qu'on tire H I parallele à E F : le triangle H C I exprimera la force des poids sur le point G.

Démonstr. La force du poids C sur le point B est à la force du poids C sur le point G, comme E C à H C [a] : donc la ligne C I exprimera la force du poids C sur le point G, & le triangle H C I exprimera la force de tous les poids sur le point G. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 84.

Corollaire.

La force des poids sur le point B est à la force des poids sur le point G comme le quarré de E C au quarré de H C : c'est pourquoi si on fait la ligne A B à la ligne G L, comme E C à H C, la courbe A L C rendra la poutre également forte par tout.

Proposition 89.

Figur. 42. Soit la poutre arquée A B soûtenuë par les deux points fixes A & B, & chargée du poids D & du poids C : l'effort du poids D sur le point D est à l'effort du poids égal C sur le point D, comme le sinus de l'arc A D au sinus de l'arc A C. Faisons rompre la poutre au point D de sorte que le point D tombe au point F infiniment proche du du point D, & le point C au point E. Tirons CI sinus de l'arc AC, & DH sinus de l'arc DA, supposant que AH est une partie du diamétre de l'arc ACDB.

Démonstr. Puisque l'espace DF est infiniment petit, les arcs AD, AF seront égaux, aussi bien que les arcs AC, AE, & les vîtesses DF, CE pourront être prises pour des arcs semblables de deux cercles dont le pole sera le point A, & dont les raions seront DH, CI; mais ces arcs seront entr'eux comme leurs raions; donc la vîtesse DF du poids D sera à la vîtesse CE du poids D, comme DH à CI; donc la force du poids D sur le point D est à la force du poids égal C sur le même point D, comme le sinus DH au sinus CI. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si on exprime le poids D par le sinus DE de l'arc DB, le segment DEB exprimera la force des poids égaux qui chargent chaque point de l'arc BC, sur le point D: ce qui fournit le moien de déterminer mécaniquement l'effort de tous les poids sur chaque point de la poutre. Figur. 43.

Proposition 90.

Si la poutre ACB est appuiée sur les points fixes A & B, & qu'elle soit également chargée en tous ses points; on trouvera mécaniquement la courbe AFC qui la rendra aussi forte au point F qu'au point C. Figur. 44.

Démonstr. On trouvera la force de tous les poids sur le point E, & sur le point C [a]; on trouvera la résistance de ces mêmes points E, C [b]. C'est pourquoi aiant multiplié la force des poids sur le point E par le quarré de la ligne CC, & aiant divisé le produit par la résistance du point E, on aura le quarré de la ligne EF. Ce qu'il &c.

[a] Précéd. [b] Prop. 81.

Proposition 91.

Soit la poutre arquée ABD dans un mur jusques à la section BA, & que la Puissance D dont la direction DH est parallele à la verticale AB, la rompe; je dis que la Puissance D est à une Puissance dont la direction seroit horizontale & qui romproit de même la poutre, comme le sinus complement de l'angle BAD au sinus de l'angle BAD. Du point A décrivons les arcs BC, DE infiniment petits, & tirons les lignes AC, DE, & l'horizontale DI, & la verticale EG qui coupe l'horizontale DI au point F. Alors le sinus de l'angle DAB sera le même que celui de son supplement Figur. 45.

DAI,

DAI, ou DGE, & parceque l'angle ADE approche infiniment d'un droit, l'angle FDE sera égal à l'angle DGE; & par conséquent le sinus de l'angle FDE sera égal au sinus de l'angle DAB.

Démonstr. La vîtesse de la Puissance D est à celle dont la direction est horizontale, comme FE à DF, ou comme le sinus de l'angle FDE au sinus complement de l'angle FDE, ou comme le sinus de l'angle DAB au sinus complement de l'angle DAB: mais le mouvement de ces deux Puissances étant le même, elles sont en raison réciproque de leurs vîtesses: donc la Puissance D est à la Puissance horizontale, comme le sinus complement de l'angle BAD, au sinus de l'angle BAD. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Figur. 46. On pourra déterminer le poids qu'il faudroit pour rompre la poutre arquée, si faisant la ligne AC verticale, & appuiant le bout C sur un point fixe, on mettoit le poids au point A: ce qui revient à la proposition 86. qui ne différe en rien de la précédente: c'est pourquoi on trouvera le moien de rendre la poutre ABC également forte par tout par rapport au poids A [a].

[a] Pr.85.Cor

§. IV.

Des poutres composées.

Figur.47. SI deux poutres AB, CD sont si parfaitement jointes ensemble, qu'il n'y ait du tout point d'espace entre deux, nous dirons qu'elles ne font qu'une même poutre.

Proposition 92.

Figur. 48. S'il y à quelque espace entre les poutres AB, CD de long en long, le poids B n'aura pas plus de peine à les rompre, que s'il n'y en avoit qu'une des deux, pourveu que la premiere ne plie point.

Démonstr. Puisque la poutre AB ne plie point, le poids B l'aura rompuë, avant qu'elle soit soûtenuë par la poutre CD; donc il la rompra aussi aisément que si elle étoit seule; ensuite il fera aussi effort sur la poutre CD, comme si elle étoit seule. Ce qu'il &c.

Proposition 93.

Les mêmes choses étant supposées; quoique la poutre AB plie

le

le poids B aura moins de peine à rompre les deux poutres que ſi elles étoient parfaitement jointes.

Démonſtr. Puiſque le point E ne touche pas le point C, on pourra faire l'ouverture des poutres ſi petite, que le point E ſera le centre de l'ouverture de la poutre AB, & non pas le point F, qui ſeroit le centre de l'ouverture des poutres ſi elles étoient parfaitement jointes : donc la peine du poids ſera moindre. Ce qu'il &c.

Propoſition 94.

La poutre armée ABCED n'eſt pas ſi forte que ſi elle étoit toute d'une piéce, de même groſſeur, & de même bois. Figur. 49.

Démonſtr. Les parties AB, BC auront moins de peine à ſe ſéparer que ſi elles étoient unies entr'elles, & avec la poutre inférieure ; car il faudra faire moins de diviſions. D'ailleurs la poutre inférieure n'en ſera pas plus forte : donc toute la poutre armée ſera moins forte. Ce qu'il &c.

Propoſition 95.

Si la poutre AB eſt appuiée ſur les points fixes C, D, les poids A & B la rompront plûtôt aux points C, D, qu'en quelqu'autre point N qui eſt entre C & D. Tirons NO & CI paralleles à AP, & ſuppoſons que le poids A en rompant la poutre au point N, ou au point C, deſcend au point M, & que la partie AONP de la poutre ſe trouve ſur MFER, ou que la partie AICP, ſe trouve ſur MLCR. Tirons encore EG parallele à AP, & EH, GK perpendiculaires ſur NO. Figur. 50.

Démonſtr. Quand le poids A deſcendant du point A au point M rompt la poutre au point N, l'ouverture eſt exprimée par la figure FEHKG, & quand il la rompt au point C, l'ouverture eſt exprimée par le ſecteur LCI : mais le ſecteur LCI eſt moindre que la figure FEHKG de tout le rectangle GKHE : donc l'ouverture que fait le poids A en rompant la poutre au point C, eſt moindre que celle qu'il y fait en la rompant au point N : donc le poids A trouve moins de peine à rompre la poutre au point C qu'au point N ; donc il la rompra plûtôt au point C ; & il faut dire le même du poids B à l'égard du point D. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si la poutre étoit appuiée ſur les points fixes A, B en renverſant la figure, les poids C, D auroient autant de peine à rompre la poutre que s'ils étoient réünis au point N, & que la poutre fût racourcie des longueurs ND, NC.

Propoſition 96.

Figur. 51. Soit la poutre AB appuiée ſur les points fixes A & B ; ſi on l'entaille de la moitié de ſon épaiſſeur CEFD, & qu'on rempliſſe l'entaille d'un bois également fort CEFD ; la peine que les poids C, D trouveront à la rompre aux points C & D ſera à celle qu'ils trouveroient à l'y rompre ſi elle n'étoit pas entaillée, comme 3 à 4. Supposons donc que le poids C a fait l'ouverture IEGH, & du point C décrivons les arcs GE, HI.

Démonſtr. Le ſecteur HCI repréſente la rupture que fait le point C quand la poutre n'eſt pas entaillée, & la figure HGEI repréſente la rupture quand la poutre eſt entaillée ; mais la figure HGEI eſt au ſecteur HCI, comme 3 à 4 ; donc la peine du poids C quand la poutre eſt entaillée, eſt à celle qu'il auroit ſi elle ne l'étoit pas, comme 3 à 4. Ce qu'il &c.

Propoſition 97.

Si on met les poids C, D au point N entre les points C, D, & que le bois qui ferme l'entaille ne puiſſe pas ſe rompre ; ils rompront de même la poutre plûtôt aux points I, qu'en nul autre entre les points I [a], & on déterminera la force de la poutre ainſi entaillée, par rapport au poids N.

Démonſtr. On détermine la force qu'auroit la poutre aux points C, D, par rapport au poids N, ſi elle n'étoit pas entaillée [b] ; mais ſa force au point C & au point D quand elle eſt entaillée, eſt moindre d'un quart [c] : donc on déterminera la force de la poutre ainſi entaillée. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 95.
[b] Prop. 24.
[c] Prop. 96.

Corollaire.

On déterminera la longueur de l'entaille qui ſera néceſſaire, afin que le bois qui la ferme ſe rompe, & qu'ainſi la poutre ſoit également forte, ou qu'elle ſoit même plus forte, ſi le bois qui ferme l'entaille eſt plus fort.

Concluſion du Chapitre premier.

Ce que nous avons dit dans ce chapitre, ſuffit pour démontrer les régles que nous donnerons pour la figure des piéces qui entrent dans la conſtruction du Vaiſſeau, afin de le rendre ſolide, de : & il me semble qu'on pourra sans peine trouver par les mêmes voyes, tout ce qui sera nécessaire pour déterminer la force de toute sorte de bâtiment, de quelque matiere qu'il soit construit.

CHAPITRE SECOND.

La force des liaisons des parties du Vaisseau.

IL ne faut pour ce chapitre qu'appliquer les régles générales du précédent à un grand détail, qui sera plus propre de la seconde Partie de cet ouvrage.

CHAPITRE TROISIE'ME.

L'effort que les parties du Vaisseau doivent soûtenir.

§. I.

L'effort de l'eau contre le Vaisseau.

Proposition 98.

SOit le Vaisseau ABC plongé dans l'eau jusques à la flotaison BC : l'effort de l'eau contre son fond EF pour le pousser en haut, est égal à celui que feroit le prisme d'eau EBCF, pour le pousser en bas. Supposons qu'en effet on met dans le Vaisseau le prisme d'eau EBCF, faisant tout le bois infiniment mince & sans pesanteur : alors le Vaisseau aura la même flotaison BC. Figur. 52.

Démonstr. Puisque le fond du Vaisseau qui n'a ni épaisseur, ni pesanteur, demeure en équilibre, il est poussé également vers le haut & vers le bas ; donc l'effort de l'eau sur le fond EF pour le pousser en haut est égal à l'effort du prisme d'eau EBCF pour le pousser en bas. Ce qu'il &c.

Proposition 99.

On démontrera de même que l'effort de l'eau contre la partie A, est égal à celui du prisme d'eau AD.

Proposition 100.

L'effort que fait le prisme d'eau EBCF sur le fond EF, est égal à celui que feroit sur le fond EF un poids égal à celui du prisme.

Démonstr. Puisqu'un poids égal à celui du prisme EBCF, tiendroit le fond EF en équilibre avec l'eau qui le pousse en haut, son effort sur le fond EF seroit égal à celui du prisme. Ce qu'il &c.

Proposition 101.

Figur. 53. Soit le Vaisseau HFDLMEGI rempli d'eau à la hauteur HI; continuons le prisme DLME vers B & C, jusques à ce que BHIC ne soit qu'une même ligne. Je dis que le prisme d'eau HFGI aura la même force pour pousser en bas le prisme DLME, qu'auroit le prisme BDEC. Supposons que le prisme BDEC est quadruple du prisme HFGI, & faisons descendre le prisme DLME de quelque espace LNOM; alors le prisme BDEC descendra avec la vîtesse BV égale à la vîtesse LN, & le prisme HFGI descendra avec la vîtesse HS quadruple de la vîtesse LN.

Démonstr. Puisque le poids du prisme BDEC est au poids du prisme HFGI, comme réciproquement la vîtesse HS du prisme HFGI est à la vîtesse BV du prisme BDEC, leurs mouvemens seront égaux; donc leurs forces sur le prisme DLME seront égales. Ce qu'il &c.

Proposition 102.

Si le même Vaisseau est plongé dans l'eau jusques à la flotaison HI, l'effort de l'eau contre son fond est égal à l'effort que feroit sur lui le prisme d'eau BLMC.

Démonstr. Puisque le prisme HFGI pousse le prisme DLME, comme le pousseroit le prisme BDEC, le fond LM est poussé en bas comme s'il étoit poussé par le prisme BLMC; donc l'effort de l'eau contre le fond LM est égal à celui que feroit sur lui le prisme d'eau BLMC. Ce qu'il &c.

Proposition 103.

Si en renversant la figure on fait HI le fond du Vaisseau plongé jusques à la flotaison LM, l'effort de l'eau contre le fond HI pour le pousser en haut sera égal, à celui que feroit sur lui le prisme HPRI pour le pousser en bas.

La démonstration est la même.

Proposition

Proposition 104.

De quelque figure que soit le Vaisseau ABCD plongé jusques à la flotaison AD, on aura l'effort que fait l'eau contre la partie E, égal à celui que feroit le prisme EF. Figur. 54.

La démonstration est la même.

§. II.

De l'effort que les vergues doivent soûtenir.

Proposition 105.

Soit la voile ABCD attachée par deux écoûtes en ses points A & B, & par la vergue CD tout le long de la relingue supérieure, & que la vergue soit fixe. Si on pousse quelque point I de la voile, & qu'on tire la ligne GI de sorte que IG soit plus courte que toute autre IL, le point G de la vergue soûtiendra l'effort du point I. Figur. 55.

Démonstr. Puisque la ligne IG est plus courte que la ligne IL, & en même temps plus parallele à la trame de la toile, elle s'étendra moins; donc elle sera plûtôt roide que la ligne IL; donc l'effort du point I se fera sur le point G de la vergue plûtôt que sur le point L. Ce qu'il &c.

Corollaire.

L'effort de la voile sur la vergue peut s'exprimer par une infinité de Puissances égales, dont chacune pousse chaque point de la vergue.

Proposition 106.

Soit la vergue AB fixée par l'amarre CD, & poussée également en tous ses points; chaque partie CDA, CDB pourra être considerée comme la partie d'une poutre fichée dans un mur jusques à la section CD, & on trouvera la figure qui la rendra également forte, par le chapitre précédent [a]. Figur. 56.

[a] Prop. 16

§. III.

De l'effort que doivent soûtenir les mâts.

Lemme.

Figur. 57. SI du point C hors la ligne AB, on décrit l'arc BM, & qu'aiant tiré AMG égale à AB, de quelqu'un de ses points D on tire DE égale à DG, qui rencontre l'arc BM au point E; enfin si on tire EG, on pourra faire les réfléxions suivantes.

I.

Si quelque ligne HF est parallele à DE, la somme des lignes DH, HF vaudra la ligne DE ou DG : c'est-à-dire que HF vaudra HG.

Démonstr. Puisque HF est parallele à DE, nous aurons GH : HF :: GD : DE; mais GD est égale à DE; donc GH est égale à HF. Ce qu'il &c.

II.

Si l'angle DEC n'est pas moindre que le complement de la moitié de l'angle ADE, la ligne EG sera toute hors de l'arc EM.

Démonstr. Puisque l'angle CED n'est pas moindre que le complement de la moitié de l'angle ADE, il ne sera pas moindre que le complement de l'angle DGE, ou GED; donc l'angle CEG ne sera pas moindre qu'un droit; donc la ligne EG sera toute hors de l'arc EM. Ce qu'il &c.

III.

La même chose étant supposée; si de quelque point N de l'arc EM, on tire la ligne NH parallele à DE, la somme de NH & HD sera moindre que DE. Continuons HN jusques à ce qu'elle rencontre EG au point F.

Démonstr. Puisque le point F est hors de l'arc EM, la ligne HN sera moindre que HF; mais la somme de HF & de HD est égale à DE [a]; donc la somme de HN & de HD est moindre que DE. Ce qu'il &c.

[a] Réf. 1.

IV.

Si du point H à la distance HF on décrit un arc, il passera par le point G, & par conséquent il ne pourra pas couper l'arc EM entre le point N & le point M; mais en quelqu'autre point O au dessus du point N.

Corollaire.

Si la somme des lignes OH, & HD, est égale à la ligne DE, l'angle OHG sera plus grand que l'angle NHG, ou EDG.

Proposition 107.

Soit le mât AB fixe par son pied A, & soûtenu par le hauban BC: si la vergue I le pousse par une direction perpendiculaire à AB, elle le rompra plûtôt au point I, qu'en tout autre point L au dessus du point I. Supposons que la vergue I s'avançant jusques au point D rompt le mât au point I, ou au point L, de maniere que faisant DE égale à BI, la moitié de l'angle ADE ne soit pas moindre que le complement de l'angle CED, ce qui se peut supposer puisqu'on peut faire l'angle ADE infiniment proche de 180. degrez. Faisons aussi HD égale à IL & HO égale à LB. Figur. 58.

Démonstr. Puisque la ligne DE est égale à IB, & DHO égales à ILB, l'angle EDG exprimera la rupture du mât, s'il se rompt au point I, & l'angle OHG exprimera sa rupture, s'il se rompt au point L; mais l'angle EDG est moindre que l'angle OHG[a]: donc le mouvement de la vergue étant le même, la rupture du point I sera moindre que la rupture du point L; donc la vergue rompra plûtôt le mât au point I, qu'au point L. Ce qu'il &c. [a] Cor. Préc.

Remarque.

Cette proposition & les suivantes sur les mâts, sont les mêmes que celles que nous avons démontré pour les poutres appuiées sur deux points fixes; mais parceque la mobilité du point B feroit peut-être de la peine à quelqu'un nous les démontrons de nouveau.

Proposition 108.

La même chose étant supposée; la peine que trouve la vergue à rompre le mât au point I, est à la peine qu'elle trouve à le rompre au point L, comme l'arc GF à l'arc GO. Figur. 59.

Démonstr. Puisque[a] la peine que la vergue trouve à rompre le mât au point I, est à la peine qu'elle trouve à le rompre au point L, comme l'angle EDG à l'angle OHG, ou comme le secteur GHF au secteur GHO: ces peines seront comme l'arc GF à l'arc GO. Ce qu'il &c. [a] Précéd.

Remarque.

Remarque.

Fig. 60. Si l'angle BAG est fort grand, l'arc GFO sera fort different de la ligne GFE : mais à mesure qu'on diminuera l'angle BAG, la ligne FG approchera de l'arc FO ; ainsi en supposant l'angle BAG infiniment petit, on pourra prendre l'arc FG pour la ligne FG, & l'arc FO pour la ligne FE.

Proposition 109.

La peine que la vergue trouve à rompre le mât au point I, est à la peine qu'elle trouve à le rompre au point L, comme LB à IB. Faisons l'angle BAG infiniment petit.

b Précéd. *Démonstr.* Puisque [b] ces deux peines sont entr'elles, comme les arcs GF, GO, ou comme les lignes GF, GE, elles seront comme les lignes paralleles FH, ED, ou comme LB, IB. Ce qu'il &c.

Corollaire.

On déterminera la figure du mât, afin qu'il ne soit pas plus fort au point L, qu'au point I par rapport à l'impression de la vergue.

Proposition 110.

Les mêmes choses étant supposées ; la vergue rompra plûtôt le mât au point I, qu'en un autre point G dessous le point I. Supposons que le mât se rompant au point I, porte le point I sur le point D, & que se rompant au point G, il porte le point I au point L, de telle maniere que DL soit verticale. Faisons LF égale à DE, & continuons l'une & l'autre, de sorte que EDN, & FLM soient égales à BA, & faisant l'angle MAH égal à l'angle AMH tirons AH, & AN.

Démonstr. Si on approche la ligne DL de la ligne AB, on diminuera l'angle NDL & les lignes DL, NM : donc en faisant la distance ID infiniment petite, on trouvera le point L infiniment proche du point D, & le point M infiniment proche du point N ; donc l'angle NDA sera égal à l'angle MDA, ou moindre que l'angle extérieur MHA ; mais l'angle NDA exprime la rupture du mât au point I, & l'angle MHA exprime sa rupture au point G ; donc la rupture du mât au point I, est moindre que la rupture du mât au point G ; donc la vergue rompra plûtôt le mât au point I, qu'au point G. Ce qu'il &c.

Remarque.

Remarque.

Si on tire LO parallele à HA, & qu'on continuë MA jusques à ce qu'elle la rencontre au point O, la rupture D sera à la rupture H, comme l'angle NDA à l'angle MLO, ou parceque les jambes de ces angles sont égales, comme l'arc AN à l'arc MO, ou comme la corde AN à la corde MO, les angles étant infiniment petits.

Proposition 111.

Si on suppose les ruptures infiniment petites, la rupture D sera à la rupture H, comme AG à AI, ou AN sera à MO comme AG à AI.

Démonstr. A mesure qu'on diminuera l'angle de la rupture, on approchera les points D, L, & les points N, M; donc si on diminuë infiniment l'angle de la rupture, on approchera infiniment les points N, M; donc on fera AM égale à AN; donc AN sera à MO, comme AM à MO, ou comme HA à LO, ou comme AG à AI. Ce qu'il &c.

Proposition 112.

Soit encore le mât AB. Je dis qu'il sera plus fort par rapport à la vergue I, s'il est tenu par le hauban BD, que s'il est tenu par le hauban BC. Faisons donc rompre le mât au point I, de maniere que la vergue porte le point I au point E. Puis des points D, C, aiant décrit les arcs BG, BF, du point E à la distance BI décrivons un arc qui les coupe aux points G, F, & tirons DF, CG, DE, CE. Figur. 62.

Démonstr. Dans les triangles DGE, DFE, les côtez DE, EF étant égaux aux côtez DE, EG, & la ligne DF étant plus grande que DG, l'angle DEF est plus grand que DEG; donc la rupture du mât attaché par le hauban BD, est plus grande que la rupture du mât attaché par le hauban BC; mais le mouvement de la vergue est le même; donc la vergue a plus de peine à rompre le mât attaché par le hauban DB, que le mât attaché par le hauban CB. Ce qu'il &c.

Proposition 113.

Si on exprime le mouvement que la vergue I donne au point B du mât, par une ligne BE infiniment petite, & qu'on tire DE, CE qui coupent AB aux points F, G; les triangles FBE, GBE Figur. 63.

S seront

seront semblables aux triangles FDA, GCA, & par conséquent
a Construc. de la Fig. aux triangles CAB, DAB qui en approchent infiniment [a]. De
même si on tire les perpendiculaires BI sur EC, & BL sur ED,
les triangles BIE, BLE seront semblables aux triangles BAC,
BAD. Enfin si on tire IM, LN perpendiculaires sur BE, les triangles MIE, NLE seront semblables aux triangles ABC, ABD.
Je dis donc que l'effort du hauban BC sur le mât par la direction
BA, est à l'effort de la vergue sur le point B, comme le quarré de la
ligne AC au quarré de la ligne BC: on dira la méme chose du hauban DB.

Démonstr. Puisque BE exprime le mouvement que la vergue
donne au point B, nous aurons EI pour le mouvement que le hauban
CB donne au point B, & IM pour le mouvement qu'il lui donne
par la direction BA; mais la ligne BE est à la ligne IM, comme le
quarré de la ligne BC au quarré de la ligne AC; car BC est à
AC, comme BE à EI, & BC est encore à AC, comme EI à
a 4. 6. Euc. IM [a]; donc l'effort de la vergue sur le point B, est à l'effort du hauban BC par la direction AB, comme le quarré BC au quarré AC.
Ce qu'il &c.

Lemme.

Figur. 64. Si dessus la ligne BC on fait plusieurs angles BDC, BEC,
BGC qui aient leur sommet à la circonferance d'un cercle, ou d'une ellipse dont les points B, C soient les foïers: l'angle D dont
les jambes BD, DC sont égales, est le plus grand. Inscrivons le
triangle BDC dans un cercle dont le centre sera dans la ligne BA,
& qui par conséquent touchera le cercle, ou l'ellipse GED,
& coupera les lignes CG, CE aux points H, F. Tirons BH, BF,
CH, CF.

Démonstr. Puisque les angles BHC, BFC sont égaux à l'angle BDC [a], & plus grands que les angles BGC, BEC [b]; l'angle
BDC est plus grand que les angles BGC, BEC. Ce qu'il &c.

a 21. 3. Euc. b 16. 1. Euc.

Proposition 114.

Figur. 65. Soit encore le mât AB chargé du poids B qui le rompt. Je dis
que le poids B le rompt plûtôt au milieu I, qu'en un autre point L.
Supposons que le poids rompant le mât descend du point B au
point D, & que les piéces du mât forment l'angle DEA quand le
mât se rompt au milieu I, & qu'elles forment l'angle DFA quand
il

il ſe rompt au point L. Continuons AF, AE juſques à ce que les lignes AFH, AEG ſoient égales à la ligne AB.

Démonſtr. Puiſque les lignes AED, AFD ſont égales à la ligne AB, les points D, F, E, A ſont dans la circonferance d'une ellipſe[c]; donc l'angle ABD eſt plus grand que l'angle AFD[d]; donc l'angle DFH qui exprime la rupture du point L, eſt plus grand que l'angle DEG qui exprime la rupture du point I: mais le mouvement du poids eſt toûjours le même; donc le poids rompt plûtôt le mât au point I qu'au point L. Ce qu'il &c.

c Sect. Con.
d Lem. Préc.

Remarque.

A meſure que l'angle DEA eſt plus obtus, la ligne AE approche plus de la ligne AF, & le point H du point G; c'eſt pourquoi ſi on fait l'angle DEA infiniment obtus, le point G ſera le même que le point H, & les angles DEG, DFH ſeront meſurez par un même arc, & par conſéquent ils ſeront entr'eux, comme réciproquement leurs raions EG, FH, ou IB, LB. Ce qui fournira la figure du mât afin qu'il ſoit auſſi fort au point I qu'au point L, par rapport au poids B.

Propoſition 115.

En quelque point que ſoit le poids B au deſſus du point I; il a la même force pour rompre le mât au point I. Mettons le poids au point L, & faiſant rompre le mât au point I par l'angle AED infiniment petit, tirons les lignes BD, IE qui approcheront infiniment d'être paralleles. Tirons auſſi LR prenant DR égale à BL; enfin tirons DN, RM perpendiculaires ſur AB: alors les lignes BN, LM exprimeront l'une le mouvement du poids au point B, & l'autre le mouvement du même poids au point L. Figur. 66.

Démonſtr. Puiſque les lignes DR, LB ſont égales & paralleles, les lignes BD, LR ſont auſſi égales & paralleles; donc les triangles ſemblables BDN, LRM ſeront égaux en tout ſens; donc BN eſt égale à LM; donc le mouvement du poids ſera le même, ſoit qu'il ſoit au point B, ou au point L; donc ſa force pour rompre le mât au point I ſera la même. Ce qu'il &c.

Propoſition 116.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées; la force du poids B qu'on met au point G sous le point I, est à la force qu'il auroit au point I, comme AG à AI. Du point A décrivons les arcs concentriques IE, GP, & tirons EH, PO perpendiculaires sur AB. Alors la ligne IH exprimera le mouvement du poids B quand il est au point I, & la ligne GO exprimera le mouvement du même poids quand il est au point G.

Démonstr. Puisque les lignes IH, OG sont les sinus verses des arcs semblables IE, GP, ils seront entr'eux, comme leurs raions AG, AI; donc la rupture étant la même, la vîtesse du poids au point I est à la vîtesse du poids au point G, comme AI à AG: donc la force du poids au point I est à la force du même poids au point G, comme AI à AG. Ce qu'il &c.

Proposition 117.

Figur. 67. Les mêmes choses étant supposées; si on exprime la force du poids égal qui est dans chaque point du mât, par la perpendiculaire BC, le rectangle IBCD avec le triangle IAD exprimeront la force de tous les poids sur le point I.

Démonstr. Puisque chaque poids L qui est au dessus du point I, a la même force que le poids B [a], le rectangle BIDC exprimera la force de tous les poids IB sur le point I; mais la force de chaque poids G au dessous du point I, est aussi exprimée par la ligne GM [b]; donc la force de tous les poids IA sur le point I sera exprimée par le triangle IAD: donc la force de tous les poids du mât sur le point I, sera exprimée par le rectangle IBCD, & par le triangle IAD. Ce qu'il &c.

a Prop. 115.

b Précéd.

Proposition 118.

On démontrera de même que la force de tous ces poids sur le point G, peut être exprimée par le rectangle BGEC, & le triangle GAE.

Proposition 119.

Parlant en général, la force de tous les poids sur le point G, peut être exprimée par la ligne AB moins la moitié de AG.

Démonstr. Si on prend BC pour l'unité, la ligne AB moins la moitié de la ligne AG, exprimera le rectangle BGEC & le triangle GAE; donc la ligne AB moins la moitié de AG exprimera la force de tous les poids sur le point G [a]. Ce qu'il &c.

a Précéd.

Proposition

Proposition 120.

Soit encore le mât AB soûtenu par le hauban BC, & fixe au point A. Si quelque Puissance D pousse le mât de hune BD par la direction DE, elle rompra plûtôt le mât au point B, qu'au point F entre A & B. Supposons que la Puissance portant le point D au point E rompt le mât au point B, & que la rupture est DBE, ou qu'il le rompt au point F, de sorte que continuant EBHM égale à DBA, & tirant AH égale à AF, on exprime la rupture du point F par l'angle AHM. Figur. 68.

Démonstr. Puisque l'angle AHM est extérieur de l'angle ABH, il est plus grand que son opposé DBE; donc le mouvement de la Puissance étant toûjours le même, la rupture du point B est moindre que la rupture du point F; donc la Puissance rompra plûtôt le mât au point B qu'au point F. Ce qu'il &c.

Proposition 121.

On montrera de même que la Puissance D rompra plûtôt le mât au point F, qu'au point I plus éloigné de B.

Proposition 122.

Si on fait l'angle MBA infiniment petit, la rupture du point F est à la rupture du point I sçavoir AGM, comme réciproquement AI à AF.

Démonstr. Si on fait l'angle ABM infiniment petit, les lignes AI, AG, & AF, AH seront égales; donc les lignes GA, GM, & HA, HM sont égales; donc le même arc MA mesure les angles AGM, AHM: donc ces deux angles sont comme réciproquement leurs raions, ou comme AI à AF. Ce qu'il &c.

Corollaire

Pour déterminer la figure que doit avoir le mât, il faudroit comparer la force de la vergue I par une direction perpendiculaire au mât, & la force de la Puissance D, avec le poids qui charge le mât: car par ce moien on trouveroit l'effort que chaque point du mât doit soûtenir, & la figure qui le doit rendre également fort dans tous ses points: mais parceque ces Puissances sont difficiles à comparer, & que le poids fait plus d'effort ſur le mât que les autres Puiſſances, on ſe contente de déterminer la figure du mât par rapport aux poids qu'il doit ſoûtenir, & on éléve enſuite tant ſoit peu ſon fort, comme nous expliquerons dans la troiſiéme partie de cet ouvrage.

Concluſion du Chapitre troiſiéme.

L'effort que doivent ſoûtenir les ancres, les cables, & les haubans, n'aiant rien de difficile : il me ſemble qu'il ne reſte rien à déterminer en général ſur l'effort que doivent ſoûtenir les parties du Vaiſſeau.

CHAPITRE QUATRIÉME.

De la maniere dont les parties du Vaiſſeau s'entre-ſoûtiennent.

§. I.

D'où vient que les Vaiſſeaux tombent.

Fig. 69. SOit le Vaiſſeau AB plongé juſques à la flotaiſon HF : il arrive d'ordinaire que le volume d'eau qu'il occupe par ſon milieu, eſt plus grand que le poids qu'il y a ; & que le volume d'eau qu'il occupe dans ſes bouts, eſt moindre que le poids qu'il y a : ſur quoi il faut faire les réfléxions ſuivantes.

Propoſition 123.

Si la partie CD du Vaiſſeau occupe plus de volume dans l'eau, qu'elle n'a de poids : elle ſera repouſsée contre les parties voiſines, avec une force égale au poids qui lui manque pour égaler le poids du volume d'eau dont elle occupe la place.

Démonſtr. Puiſque la force qui repouſſe la partie CD du Vaiſſeau, eſt égale à la force du volume d'eau dont elle occupe la place [a] ; ſi ſon poids eſt moindre que ce volume, il ne ſera pas équilibre avec lui : donc la partie CD ſera repouſsée contre les parties voiſines avec une force qui ne pourra être arrêtée, que par un poids égal à ce qui lui manque pour égaler le poids du volume d'eau dont elle occupe la place. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 99.

Corollaire.

Corollaire.

Il faudra considerer le Vaisseau comme une poutre AB dont les extrémitez A & B sont fixes, & dont le milieu est poussé en haut avec une force égale à celle qui manque au Vaisseau pour faire équilibre avec le volume d'eau dont il occupe la place ; ou si on aime mieux, nous considererons le Vaisseau comme une poutre qui étant également chargée en tous ses points n'est appuiée que sur sa partie CD, ce qui fournira une voye aisée de trouver l'effort que les parties AC, BD font pour tomber.

§. II.

Ce qui peut empêcher que les Vaisseaux ne tombent.

Proposition 124.

Soit le Vaisseau ABCD dont EF est la maîtresse varangue, & AD quelque membre de l'arriere, comme BM quelque membre de l'avant ; le Vaisseau ne pourra pas tomber de part & d'autre du point E, sans que les membres AC, & BM ne s'élargissent par le haut, pourveu qu'ils conservent leurs mêmes angles avec la quille EBM, EAD. Faisons tomber la ligne EA sur EG, & EB sur EI, & faisons les angles HGE, LIE égaux aux angles DAE, MBE, & les lignes HG, LI égales aux lignes DA, MB. Figur. 70.

Démonstr. Puisque l'angle DAE n'est pas plus grand que l'angle HGE ; & que l'angle FEG est plus grand que FEA, les lignes HG, FE seront plus ouvertes que les lignes DA, FE. Ce qu'il &c.

Proposition 125.

Les mêmes choses étant supposées ; le Vaisseau ne pourra pas tomber de la maniere précédente, sans que les lignes FM, FD ne s'alongent ; c'est à dire que la ligne FH sera plus grande que FD, & FL plus grande que FM. Tirons FG, FI.

Démonstr. Puisque les lignes AE, GE sont égales, & que l'angle FEA est moindre que FEG, la base FA est moindre que la base FG, & l'angle FGE moindre que l'angle FAE ; donc dans les triangles FGH, FAD, l'angle FAD est moindre que l'angle FGH, & le côté FA moindre que le côté FG ; donc les côtez HG, DA étant égaux, la base FH est plus grande que FD. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Corollaire.

Il ne ſera pas ſi difficile qu'on l'a crû juſques ici d'empêcher que les Vaiſſeaux ne tombent, comme nous le montrerons dans la ſeconde partie de ce traité.

Conclusion du ſecond Livre.

Il me ſemble que ce que nous avons déterminé dans ce ſecond Livre, ſuffit pour établir des régles certaines & aiſées, afin de rendre les Vaiſſeaux autant ſolides qu'il ſera néceſſaire.

Fin du ſecond Livre.

THEORIE DE LA CONSTRUCTION DES VAISSEAUX.

LIVRE TROISIE'ME.

Des plans des Vaiſſeaux.

EXPLICATION DU SUJET.

LA perfection d'un Art éxige qu'on n'y donne rien au hazard, & que tout s'y faſſe avec des régles qui déterminent l'ouvrage en toutes ſes parties, & en toutes ſes circonſtances. Les bons Architectes font des plans de leurs édifices, où ils tracent les modéles de toutes les piéces qui doivent y entrer. Il n'eſt pas moins important aux Conſtructeurs de faire les plans des Vaiſſeaux qu'ils ont à conſtruire ; ſi on s'en fie à l'œil pour y régler les moindres choſes, tout l'ouvrage devient défectueux. Voilà ce qui m'oblige de donner dans ce troiſiéme Livre une idée générale des plans du Vaiſſeau, & d'expliquer les lignes courbes qui peuvent y entrer. Il eſt vrai que la maniére dont je tracerai les principaux gabaris du Vaiſſeau, n'éxige pas toutes les lignes courbes dont les Conſtructeurs ſe ſervent ; je ne laiſſerai pas d'en donner un traité complet, pour ne pas trop dépaïſer les Conſtructeurs, & pour leur laiſſer autant que je pourrai leurs anciennes méthodes. D'ailleurs les lignes courbes qui ne ſerviront pas pour les principaux gabaris, pourront ſervir pour les autres piéces moins conſidérables. On trouvera des choſes dans ce traité qui me paroiſſent de quelque conſéquence

T dans

dans la Géométrie ; & en particulier ce que nous y donnons des progreſſions Arithmétiques, des ſections des triangles, & des courbes qui paſſent par plus de deux points, & qui touchent une ligne donnée.

Nous pouvons reduire tout ce que nous devons donner dans ce Livre ſur les plans du Vaiſſeau en général, à trois chapitres. Dans le premier nous expliquerons les divers plans qu'on peut faire d'un Vaiſſeau : dans le ſecond nous traitterons des reductions que les Conſtructeurs emploient pour faire les plans du Vaiſſeau : & dans le troiſiéme nous fournirons des machines, pour décrire les diverſes courbes qui entrent dans les plans du Vaiſſeau.

CHAPITRE PREMIER.

Des divers plans d'un Vaiſſeau.

LE plan d'un Vaiſſeau n'eſt rien autre choſe que la projection des diverſes parties du Vaiſſeau, faite ſur un de ſes plans par des lignes perpendiculaires ſur ce même plan.

Comme les plans du Vaiſſeau doivent fournir une figure exacte de toutes les parties du Vaiſſeau, on en fait trois projections differentes. La premiere ſe fait ſur le plan de la maîtreſſe varangue. La ſeconde ſe fait ſur un plan vertical perpendiculaire au plan de la maîtreſſe varangue, & qui coupe le Vaiſſeau en deux parties égales. La troiſiéme ſe fait ſur un plan horizontal, qui coupe le Vaiſſeau depuis la poupe juſques à la proüe.

Nous appellerons *Gabaris* les modéles dont on ſe ſert pour déterminer les faces des parties qui compoſent le Vaiſſeau ; & dans les projections nous prendrons les gabaris pour les faces.

§. I.

Du plan du Vaiſſeau qui ſe fait ſur la maîtreſſe varangue.

Propoſition 1.

TOutes les faces, ou les gabaris du Vaiſſeau, qui ſont paralleles à la maîtreſſe varangue, ſont exprimez dans le plan avec leur
Figur. 1. figure, & leurs dimenſions naturelles. Soit donc la face, ou le gabari ABCDE parallele à la maîtreſſe varangue. Tirons les perpendiculaires AF, BG, CH, DI, EL ſur le plan de la projection. Je dis que la figure FGHIL qui dans le plan ſera la projection du gabari ABCDE, lui eſt égale en tout ſens.

Démonſtr.

Démonſtr. Puiſque les plans ABCDE, FGHIL ſont paralleles, les perpendiculaires tirées de l'un à l'autre ſeront égales & paralleles ; donc les lignes qui les joindront, ſeront auſſi égales & paralleles : donc les lignes AB, BC, CD, DE ſeront égales & paralleles aux lignes FG, GH, HI, IL : donc la figure ABCDE eſt égale en tout ſens à la figure FGHIL. Ce qu'il &c.

Propoſition 2.

Toutes les faces ou tous les gabaris du Vaiſſeau, qui ſont perpendiculaires à la maîtreſſe varangue, s'exprimeront dans le plan par des lignes droites, qui ſeront les communes ſections de ces gabaris avec la maîtreſſe varangue.

Démonſtr. Puiſque les lignes qui font les projections, ſont auſſi perpendiculaires à la maîtreſſe varangue, elles ne ſortiront pas du plan des gabaris dont elles font la projection ; donc elles tomberont toutes dans la commune ſection des gabaris avec la maîtreſſe varangue. Ce qu'il &c.

Corollaire 1.

Si on coupe le Vaiſſeau par un plan qui ſoit perpendiculaire à la maîtreſſe varangue, la ligne courbe qui ſera la commune ſection de ce plan avec le contour extérieur du Vaiſſeau, s'exprimera par une ligne droite. C'eſt ainſi que les lignes AB ſeront les projections des liſſes du Vaiſſeau : car les liſſes ne ſont rien autre choſe, que les communes ſections du contour extérieur du Vaiſſeau avec les plans perpendiculaires à la maîtreſſe varangue, qui coupent le Vaiſſeau. Fig. 2.

Corollaire 2.

De même la ligne CEB eſt la projection du plan perpendiculaire qui diviſe l'étraue, l'étambord, & toute la quille en deux parties égales. C'eſt pourquoi ſi de quelque point D des lignes AB on tire une perpendiculaire DE ſur CB, elle exprimera la moitié de la largeur du Vaiſſeau à l'endroit du point D.

Propoſition 3.

Reprenons la partie ABC de la figure précédente, & ſuppoſons que la ligne AB eſt la projection de la figure AGFHB, qui eſt la commune ſection du contour du Vaiſſeau, & d'un plan perpendiculaire à la maîtreſſe varangue. Tirons de chaque point G de la courbe, les perpendiculaires GH ſur FB, de ſorte qu'elles diviſent FB en parties égales ; puis aiant tiré les lignes GD perpendiculaires ſur AB, nous trouverons que chaque point D ſera la projection Figure 3.

de chaque point G, & les lignes B D ſeront égales aux appliquées de la courbe.

Démonſtr. Puiſque chaque ligne B A eſt la projection de la courbe A G F [a], & que la projection de chaque point G de la courbe, ſe fait par des perpendiculaires au plan de la projection; chaque ligne G D ſera la projection du point G au point D; donc les points D ſeront les projections des points G, & les lignes B D ſeront égales aux appliquées G H de la courbe. Ce qu'il &c.

[a] Preced.

Corollaire 1.

Figur. 2. Si on diviſe les lignes B A aux points D, de maniere que les lignes B D ſoient les appliquées de quelques courbes, & qu'on faſſe les gabaris D D D; quand on les rangera ſur la quille à des diſtances proportionnées aux diſtances des appliquées des courbes, ils exprimeront le contour extérieur du Vaiſſeau, de telle maniere que les liſſes qu'on leur appliquera ne feront point de coude.

Corollaire 2.

Quand on aura déterminé le gabari de la maîtreſſe varangue AAA, & le gabari des eſtains B B B; ſi on tire pluſieurs lignes A B, & qu'on les diviſe aux points D, de telle maniére que les lignes B D ſoient les appliquées également, ou proportionnellement diſtantes de quelques courbes: les points D fourniront les gabaris de tous les membres du Vaiſſeau depuis la maîtreſſe varangue juſques aux eſtains.

Corollaire 3.

Il ſera aisé de donner au Vaiſſeau le contour extérieur qu'on aura déterminé, en ſe ſervant des appliquées des courbes qu'on aura demandé dans chaque coupe du Vaiſſeau, pour déterminer les lignes B D. Par exemple, ſi on veut qu'en coupant le contour extérieur du Vaiſſeau par un plan perpendiculaire à la maîtreſſe varangue, la ſection ſoit une parabole, il faudra que les lignes B D ſoient les appliquées d'une parabole.

§. II.

Des deux autres plans du Vaiſſeau.

Il ſera aisé d'appliquer à la projection du Vaiſſeau ſur les deux autres plans, tout ce que nous avons dit de celle qui ſe fait ſur le plan de la maîtreſſe varangue. Il faut ſeulement remarquer que la premiere projection donne la figure naturelle de tous les gabaris des faces paralleles à la maîtreſſe varangue. La ſeconde donne les gabaris des

des faces verticales perpendiculaires à la maîtresse varangue ; & la troisiéme donne les gabaris des faces horizontales perpendiculaires à la maîtresse varangue : ce qui suffit pour déterminer toutes les piéces du Vaisseau.

CHAPITRE SECOND.

Des Reductions.

Les Constructeurs appellent *reductions* les diverses manieres dont ils se servent pour reduire les appliquées d'une ligne aux appliquées d'une autre, en trouvant celles-cy par celles-là. Ainsi quand on trouve les appliquées d'une ellipse, par celles d'un cercle, ils disent qu'on fait une *reduction*. Nous nous attacherons particulierement à celles qui sont en usage parmi les Constructeurs ; afin de ne rien changer de tout ce qu'ils ont de bon dans la pratique.

§. I.

Trouver toutes les ellipses possibles par des reductions.

Proposition 4.

Soit DB le quart de la circonferance d'un cercle, dont AB, AD sont les raions, CE les appliquées, & CB les fléches ; si on prend FL plus grande que AB, & qu'on la divise par les points I, comme AB est divisée par les points C, & qu'on tire les perpendiculaires IH égales aux perpendiculaires CE : je dis que les points H seront dans la circonferance d'une ellipse dont AB sera la moitié du petit axe, & FL la moitié du grand. Supposons qu'en effet GHL est une ellipse dont FG égale à AB fait la moitié du petit axe, & FL la moitié du grand : il faut démontrer que les perpendiculaires IH sont égales aux perpendiculaires CE. Faisons AB $= \frac{a}{2}$ FL $= \frac{a+b}{2}$ CB $= y$, CE $= z$. Figur. 4.

Dém. Puisque le petit axe d'une ellipse est moien proportionnel entre son côté droit & son grand axe [a], le côté droit de l'ellipse FGL sera $\frac{aa}{a+b}$. D'ailleurs puisque AB : CB :: FL : IL, ou $\frac{a}{2} : y :: \frac{a+b}{2}$: IL, nous avons IL $= \frac{ay+by}{a}$: donc le rectangle sur le côté droit de l'ellipse & sur la fléche IL, sera $\frac{aay+aby}{a+b}$, & le quarré de la fléche IL sera $\frac{aayy+2abyy+bbyy}{aa}$: donc si on fait $a+b : \frac{aa}{a+b} :: \frac{aayy+2abyy+bbyy}{aa}$:

[a] Sect. Con.

 aayy

$\frac{aayy + 2abyy + bbyy}{aa + 2ab + bb}$, cette quatriéme grandeur ſera le rectangle qu'il faudra ajoûter au quarré de l'appliquée IH, pour faire le rectangle ſur la fléche IL, & ſur le côté droit de l'ellipſe : donc ce quarré de IH ſera $\frac{aay + aby}{a + b} + - \frac{aayy - 2abyy - bbyy}{aa + 2ab + bb}$, ou $ay - yy$. Mais par la nature du cercle le quarré de CE vaut auſſi $ay - yy$; donc le quarré de CE eſt égal au quarré de IH. Ce qu'il &c.

Remarque.

Nous ſuivons cette maniere de démontrer, afin de ne ſuppoſer que les premieres notions des courbes dont nous parlons.

Propoſition 5.

Si au lieu de ſe ſervir du quart de cercle ABD, on tiroit quelque ligne ME parallele à AB, & qu'aprés l'avoir diviſé par les perpendiculaires NE, on diviſe quelque ligne OH plus grande que ME, proportionnellement par les lignes PH : les points H ſeront encore dans la circonferance d'une ellipſe, dont AB ſera la moitié du petit axe, & dont la moitié du grand axe ſera à OH, comme AB à ME.

La démonſtration eſt la même.

Propoſition 6.

Si la ligne FL eſt moindre que AB, ou OH moindre que ME, la même choſe arrivera : mais alors la ligne AB donnera la moitié du grand axe, & FL la moitié du petit.

Corollaire.

Etant donnez les deux axes d'une ellipſe, ou l'équivalent, on trouvera toutes ſes appliquées par les appliquées du cercle.

§. II.

Trouver toutes les paraboles poſſibles par les reductions.

Remarque.

ON peut les trouver par les cordes d'un cercle : mais comme cette maniere n'eſt pas en uſage, nous ne nous y arrêtons pas.

Propoſition 7.

Figur. 5. Si deux progreſſions Arithmétiques diviſent la ligne AB, de telle maniere que les diviſions de celle qui a moins de termes, concourent avec les diviſions de celle qui en a plus ; la difference regnante de la progreſſion

progression qui a plus de termes, sera égale à la difference regnante de celle qui en a moins, divisée par le quarré du nombre des fois que les termes de la progression plus nombreuse, contiennent les termes de la progression moins nombreuse. Ainsi quand la progression plus nombreuse a deux fois autant de termes que la moins nombreuse, la difference regnante de la plus nombreuse est le quart de la difference qui regne dans la moins nombreuse. Faisons AC premiere partie de la progression moins nombreuse $= a$, sa difference regnante $= b$, & par conséquent la seconde partie CD $= a + b$; faisons aussi la premiere partie de la progression plus nombreuse $= z$, sa difference regnante $= y$, le nombre des termes de la seconde progression qui sont dans AC $= v$. Il faudra démontrer que $\frac{b}{vv} = y$.

Démonstr. Puisque z est la premiere partie de la seconde progression qui compose AC, & v le nombre des termes, & y la difference regnante, $z + vy - y$ sera la derniere partie de la progression [a] : & multipliant la somme de la premiere & derniere partie par la moitié du nombre des termes, nous ferons toute la progression AC; donc $\frac{2vz + vvy - vy}{2} = a$. De même dans la progression qui compose CD, la premiere partie sera $z + vy$, & la derniere sera $z + 2vy - y$; leur somme sera $2z + 3vy - y$, & son produit par la moitié du nombre des termes, sçavoir $\frac{2vz + 3vvy - vy}{2}$ sera égal à CD : donc $2vz + 3vvy - vy = 2a + 2b$, & retranchant de part & d'autre la valeur de $2a$, nous ferons $vvy = b$, ou $y = \frac{b}{vv}$. Ce qu'il &c.

[a] Nat. prog.

Proposition 8.

Si on divise la ligne AB en progression Arithmétique par les points E, & qu'on éléve les lignes EF paralleles à BD, & égales aux lignes GH qui divisent les côtez BC, CD du triangle BCD en un nombre de parties égales pareil au nombre des parties AE : je dis que les points F ne seront pas dans une ligne droite. Figur. 6.

Démonstr. Puisque EF est parallele à BD, si AFD étoit droite, EF seroit à BD, ou GH à BD, ou CG à CB, comme AE à AB contre la supposition; donc la ligne FD n'est pas droite. Ce qu'il &c.

Proposition 9.

Si on donne la fléche AI de la courbe, on trouvera la ligne CL qui lui répond dans le triangle, de telle maniere que la parallele LM du triangle soit égale à l'appliquée IN de la courbe. Pour cela il ne

faut

faut que chercher la raiſon qui eſt entre le nombre des termes qui ſont dans AB, & le nombre des termes qui ſont dans AI pour la progreſſion Arithmétique qui concourant avec la précédente donneroit le point I. Pour la trouver faiſons AE qui eſt le premier terme de la premiere progreſſion $= a$, la difference regnante $= b$, la ligne AI $= d$, le premier terme de la progreſſion qui donnera le point I $= z$, le nombre des termes que cette nouvelle progreſſion met dans la ligne AB $= x$, le nombre des termes qu'elle met dans AI $= y$, le nombre des termes que la premiere progreſſion met dans AB $= c$.

Démonſtr. Puiſque c donne le nombre des termes que la premiere progreſſion met dans AB, & x le nombre des termes que la ſeconde y met, $\frac{x}{c}$ ſera le nombre des fois que les termes de la ſeconde progreſſion contiennent ceux de la premiere, & par conſéquent[a] $\frac{bcc}{xx}$ ſera la difference regnante de la ſeconde progreſſion : donc $z + \frac{bcc}{x} - \frac{bcc}{xx}$ ſera le dernier terme de la ſeconde progreſſion, & $2z + \frac{bcc}{x} - \frac{bcc}{xx}$ ſera la ſomme du premier & dernier terme, qui étant multipliée par $\frac{x}{2}$ donnera toute la progreſſion AB : donc $\frac{2zxx + bccx - bcc}{2x} =$ AB. Mais on trouve par la même voye que la premiere progreſſion donne $\frac{2ac + ccb - cb}{2} =$ AB ; donc $\frac{2zxx + bccx - bcc}{2x} = \frac{2ac + ccb - cb}{2}$ ou $2zxx + bccx - bcc = 2acx + ccbx - cbx$; donc $z = \frac{2acx - cbx + bcc}{2xx}$. De même le nombre des termes qui ſont dans AI valant y, la ſomme du premier & du dernier ſera $\frac{2acx - bcx + bccy}{xx}$ qui étant multipliée par $\frac{y}{2}$, donnera la valeur de AI, ou de d: donc $2aczy - bcxy + bccyy = 2dxx$; donc $x = \sqrt{\frac{4aaccyy - 4baccyy + bbccyy + 8dbccyy}{16dd}} + \frac{2acy - bcy}{4d}$: donc faiſant valoir y ce qu'on voudra, on aura la valeur d'x, & par conſéquent on aura la raiſon qui eſt entre les termes que la ſeconde progreſſion met dans AB, & ceux qu'elle met dans AI ; donc on aura la raiſon de CB à CL. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 7.

Propoſition 10.

Les mêmes choſes étant ſupposées ; les points A, F, D ſont dans la circonference d'une parabole.

Faiſons AE $= z$ & EF $= y$, le nombre des termes qui ſont dans AE $= b$ & celui des termes qui ſont dans AB $= x$. Nous aurons d'abord d'abord par la précédente $x = \sqrt{\frac{4aacchh - 4bacchh + bbcchh + 8zbcchh}{16zz}} + \frac{2ach - bch}{4z}$: & afin d'abréger les operations faisons $4aacchh - 4bacchh + bbcchh = d$, & $8bcchh = f$, & $2ach - bch = g$; nous aurons $x = \sqrt{\frac{d + fz}{16zz}} + \frac{g}{4z}$. Faisons encore $BD = l$.

Démonstr. Puisque le nombre des termes qui sont dans AB, est au nombre des termes qui sont dans AE, comme BD à GH ou BD à EF, nous aurons $\sqrt{\frac{d+fz}{16zz}} + \frac{g}{4z} : h :: l : y$; donc $hl = \sqrt{\frac{dyy + fzyy}{16zz}} + \frac{gy}{4z}$; donc $hl - \frac{gy}{4z} = \sqrt{\frac{dyy + fzyy}{16zz}}$; donc $hhll - \frac{hlgy}{2z} + \frac{ggyy}{16zz} = \frac{dyy + fzyy}{16zz}$: donc $16hhllzz - 8hlgyz + ggyy = dyy + fzyy$. Puis remettant les lettres que nous avons changées, à la place de celles que nous leur avions substituées, & reduisant l'équation à ses moindres termes, nous aurons $2llz - 2acly + bcly = bccyy$, ou $yy = \frac{2llz - 2acly + bcly}{bcc}$; ce qui marque que les points A, F, D sont dans une parabole. Ce qu'il &c.

Proposition 11.

Si la difference regnante dans la progression qui a produit la ligne AFD, est double de la premiere partie AE ; la courbe AFD sera une parabole dont A est le sommet, AB l'axe, & EF les appliquées, & dont le côté droit vaudra $\frac{2ll}{bcc}$.

Démonstr. Puisque $2a = b$, l'équation précédente $yy = \frac{2llz - 2acly + bcly}{bcc}$ se reduit à celle-cy $yy = \frac{2llz}{bcc}$; donc le quarré de l'appliquée EF vaut le rectangle sur la fléche EA, & sur le côté droit $\frac{2ll}{bcc}$. Ce qu'il &c.

Proposition 12.

En changeant la ligne BD, on fera toutes les paraboles dont on aura déterminé le côté droit. Par exemple soit la ligne x donnée pour le côté droit d'une parabole qu'on doit faire sur AB. Divisons AB en seize parties, dont la premiere fera le premier terme de la progression, les trois secondes feront le second, les cinq suivantes le troisiéme, & les sept dernieres le quatriéme : faisons ensuite que la premiere partie de la progression soit à toute la progression, comme x à une quatriéme ligne ; si vous prenez une moienne proportionnelle entre la premiere partie de la progression, & cette quatriéme ligne, vous aurez la longueur de la ligne BD, afin que la parabole AFD soit telle qu'on la demande. Faisons encore $a =$ la premiere partie de la progression dont la difference est b, ou $2a$, & BD $= l$.

Démonstr. Puisque $a : 16a :: x :$ une quatriéme grandeur, elle sera $16x$, & puisque $16x : l :: l : a$, nous aurons $ll = 16xa$; & parceque le nombre des termes qui sont dans AB vaut 4, si on le nomme c nous aurons $cc = 16$; donc $xacc = ll$; donc $x = \frac{ll}{acc}$ ou $x = \frac{2ll}{bcc}$; donc la courbe AFD a pour son côté droit la ligne x. Ce qu'il &c.

Proposition 13.

Figur. 8. Si le premier terme de la progression est plus grand que la moitié de la difference regnante, la courbe AFD sera une parabole dont AB sera un diamétre, & dont quelque ligne RL parallele à AB sera l'axe, de telle maniere que les lignes FE augmentées d'une même quantité seront les appliquées, & les lignes EA seront moindres que les fléches d'une même quantité.

Démonstr. Puisque $2a$ valent plus que b, nous pouvons faire $2a - d = b$; donc on peut reduire l'équation précédente $yy = \frac{2llz - 2acly + bcly}{bcc}$, à celle-cy, $yy = \frac{2llz - dcly}{bcc}$: augmentons EF de la ligne EO égale à r, & AE de la ligne AP égale à p, & faisons $z + p = x$, & $y + r = v$, ou bien $z = x - p$, & $y = v - r$, & mettons les valeurs de z, & d'y à leur place dans l'équation précédente : nous aurons $vv - 2vr + rr = \frac{2llx - 2llp - dclv + dclr}{bcc}$; donc en supposant $2r = \frac{dl}{bc}$, & $p = \frac{bcerr}{2ll}$ nous ferons $\frac{2llx}{bcc} = vv$; ce qui fait voir que si on fait EO égale à $\frac{dl}{2bc}$, & AP égale à $\frac{dd}{8b}$, & qu'on fasse OR égale à EP, nous aurons la parabole RAFD dont R sera le sommet, RL parallele à AB l'axe, & FO les appliquées. Ce qu'il &c.

Proposition 14.

Figur. 9. Si au contraire $2a$ valent moins que b, on reduira l'équation à la suivante $yy = \frac{2llz + dcly}{bcc}$, & on trouvera de même que si on augmente les lignes AE de la grandeur AP, & qu'on diminuë les lignes FE de la grandeur EO, on aura encore la parabole ARFD, dont R sera le sommet, AB le diamétre, RL l'axe, & FO les appliquées.

Remarque.

Fig. 7. Pour rendre la chose plus sensible, il faut remarquer que toutes les progressions arithmétiques peuvent concourir avec une progression arithmétique, dont le premier terme n'est que la moitié de la difference regnante; pourveu qu'on ajoûte quelque ligne AP au commencement de

de la ligne AB : la chose mérite que nous la développions par les propositions suivantes.

Proposition 15.

Si la progression arithmétique qui divise la ligne AB, n'a pas une difference double de son premier terme, on en trouvera une qui concourra avec elle, & dont la difference sera double de son premier terme. 1. On en peut trouver le premier terme, & la difference regnante. Fig. 5.

Démonstr. Prenons AC qui fait les deux premiers termes de la progression AB, & qui vaut $2a+b$. Faisons $x=$ au nombre des termes que la progression cherchée mettra dans AC ; nous aurons $\frac{x}{2}$ pour le nombre des fois que les termes de cette nouvelle progression contiendront les termes de la premiere ; donc la difference regnante de la nouvelle progression sera $\frac{4b}{xx}$ [a] & son premier terme $\frac{2b}{xx}$; donc si on détermine la valeur d'x, on aura le premier terme, & la difference regnante de la progression cherchée. Ce qu'il &c. Figur. 7. [a] Prop. 7.

Proposition 16.

2. On trouvera que le premier des termes qui composent la ligne AC vaut $\frac{2ax-bx+2b}{xx}$. Faisons ce premier terme $=z$.

Démonstr. Puisque z est le premier terme de la progression AC, qui a pour sa difference regnante $\frac{4b}{xx}$, son dernier terme sera $z+\frac{4b}{x}-\frac{4b}{xx}$, & la somme de son premier & dernier terme multipliée par la moitié du nombre des termes ou par $\frac{x}{2}$, fera $zx+2b-\frac{2b}{x}$ égal à la ligne AC ; donc $zx+2b-\frac{2b}{x}=2a+b$ ou $zxx=2ax-bx+2b$ ou $z=\frac{2ax-bx+2b}{xx}$. Ce qu'il &c.

Proposition 17.

3. On trouvera le nombre des termes qui sont depuis le premier de ceux qui composent la nouvelle progression, jusques au premier de ceux qui composent la ligne AC, ou le nombre des termes qui sont dans AP.

Démonstr. Puisque $\frac{2b}{xx}$ [a] est le premier terme de la nouvelle progression, & $\frac{2ax-bx+2b}{xx}$ le premier de ceux qui composent la ligne AC, si on soustrait l'un de l'autre on aura leur difference $\frac{2ax-bx}{xx}$, [a] Prop. 15.

laquelle étant divisée par la difference regnante $\frac{4b}{xx}$, donnera $\frac{2ax - bx}{4b}$ pour le nombre des termes qui sont dans AP. Ce qu'il &c.

Proposition 18.

4. On trouvera la valeur de la ligne AP.

Démonstr. Puisque $\frac{2ax - bx + 2b}{xx}$ est le premier terme de ceux qui composent AC, si on en soustrait la difference regnante, on aura $\frac{2ax - bx - 2b}{xx}$ pour le dernier terme de la ligne AP : ajoûtez lui le premier $\frac{2b}{xx}$ & vous aurez $\frac{2a - b}{x}$ qui étant multiplié par la moitié du nombre des termes qui sont dans AP, sçavoir $\frac{2ax - bx}{8b}$, fera $\frac{4aa - 4ab + bb}{8b}$ valeur de la ligne AP. Ce qu'il &c.

Proposition 19.

Si le premier terme de la premiere progression n'étoit que la moitié de la difference regnante, la ligne AP seroit nulle.

Démonstr. Si $2a$ valoit b, la quantité $\frac{4aa - 4ab + bb}{8b}$ se reduiroit à celle-cy $\frac{8a - 8a}{16}$ ou $\frac{0}{16}$. Ce qu'il &c.

Proposition 20.

Si le premier terme de la premiere progression est égal à la difference regnante, la ligne AP sera la huitiéme partie de ce premier terme.

Démonstr. Puisque $a = b$, nous aurons $\frac{4aa - 4ab + bb}{8b} = \frac{a}{8}$. Ce qu'il &c.

Proposition 21.

Si le premier terme de la premiere progression est moindre que la moitié de la difference regnante, la ligne AP ne sera pas négative.

Démonstr. Faisons $2a + y = b$, nous aurons $\frac{4aa - 4ab + bb}{8b} = \frac{yy}{8b}$; donc si y est positif, la ligne AP sera aussi positive. Ce qu'il &c.

Proposition 22.

La même chose étant supposée ; le nombre des termes qui sont dans AP sera négatif.

Démonstr. Puisque $2a + y = b$, nous aurons $\frac{2xa - bx}{4b} = \frac{-yx}{4b}$;

[a] Prop. 17. donc [a] le nombre des termes qui sont dans AP est négatif. Ce qu'il &c.

Remarque.

Remarque.

Ceci nous fait connoître que le nombre des termes qui sont dans AP, doit être retranché de celui qui est dans AC, pour faire celui qui est dans PC, ou que les termes qui sont dans AP, doivent aller du point A vers le point P.

Proposition 23.

Reprenons la courbe AFD qui a été formée par le triangle BCD; Figur. 8. & supposons que le premier terme de la progression qui a servi à la former, soit plus grand que la moitié de la difference regnante. Je dis que la courbe est une parabole dont AB est le diamétre, & dont les lignes FE augmentées de quelque quantité sont les appliquées à l'axe.

Démonstr. Supposons une nouvelle progression dont le premier terme est égal à la moitié de la difference regnante, & qui commençant au point P concourt avec la précédente, & divise la ligne BP aux points A, E, S [d]. Prolongeons DC jusques au point I, de telle maniere que la ligne CI ait autant de parties égales aux parties HH, qu'il y a de termes dans la ligne AP, & aprés avoir tiré la ligne ILR parallele à AB, & prolongé DB jusques au point L, & les lignes HG jusques aux points M, & les lignes FE jusques aux points O, & avoir fait LR égale à BP, nous trouverons que la courbe RAFD est une parabole [a] dont RL est l'axe, & FO les appliquées. Ce qu'il &c.

[d] Pro. 15.

[a] Prop. 11.

Proposition 24.

Si le premier terme de la progression qui a formé la courbe AFD, Figure 9. est moindre que la moitié de la difference regnante : on trouvera que la courbe est aussi une parabole dont AB est le diamétre, & dont les lignes FE diminuées d'une certaine quantité font les appliquées à l'axe.

Démonstr. Aprés avoir trouvé une nouvelle progresion dont le premier terme soit la moitié de la difference regnante, & qui commençant au point P divise la ligne PB aux points A, E, S : il faudra diviser la ligne DC en autant de parties égales que la nouvelle progresion a de termes; puis prenant sur CI autant de ces parties qu'il y a de termes dans la ligne AP, on tirera la ligne ILR parallele à AB, de telle maniere que LR soit égale à AB, & alors [a] la courbe ARFD sera une parabole dont RL sera l'axe, & dont FO seront les appliquées. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 11.

Remarque.

On voit pourquoi les termes de la ligne AP commencent par A & vont vers P; sçavoir afin que les lignes HM étant mises par ordre ſur les diviſions de la ligne AP, en allant vers P, & en revenant vers A, forment la tête ARF de la parabole.

§. III.

Trouver toutes les hyperboles poſſibles par des reductions.

Propoſition 25.

Figur. 10. SOit AB le raion d'un cercle, & ADC diverſes ſécantes. Si on éléve les perpendiculaires CE ſur BC, & qu'elles ſoient égales aux lignes CD ; les points E ſeront dans une hyperbole dont B ſera le ſommet, BAG le diamétre & le côté droit, & dont l'axe ſera BF qui fait une même ligne avec AB. Faiſons $AB = a$, BF ou $DC = y$, & BC ou FE perpendiculaires ſur $BF = z$.

Démonſtr. Dans le triangle rectangle ABC, les quarrez AB, BC ſont égaux au quarré AC ; donc $aa + zz = aa + 2ay + yy$; donc $zz = 2ay + yy$; donc le quarré de l'appliquée FE eſt égal au rectangle ſur la fléche BF & ſur le côté droit $2a$, & de plus à un rectangle qui eſt égal au quarré de la fléche, comme le côté droit eſt égal au diamétre BG ; donc la courbe eſt une hyperbole. Ce qu'il &c.

Propoſition 26.

Si on tire quelque ligne HI parallele à BC, & qu'aux points I où HI coupe les ſécantes ADC on éléve les perpendiculaires IL égales par ordre aux lignes CD : les points L ſeront dans une hyperbole dont le ſommet ſera le point H, la ligne GAB le diamétre, & dont le côté droit ſera au diamétre, comme le quarré HA au quarré BA. Faiſons $HA = b$, & tirons les perpendiculaires LM ſur AB, & faiſons $LM = x$.

Démonſtr. Puiſque HA eſt à HI comme BA à BC, nous aurons
Précéd. $b : x :: a : z$; donc $x = \frac{bz}{a}$ & $xx = \frac{bbzz}{aa}$; mais[c] $zz = 2ay + yy$, & par conſéquent $\frac{bbzz}{aa} = \frac{2abby + bbyy}{aa}$; donc $xx = \frac{2abby + bbyy}{aa}$; donc le quarré de l'appliquée LM vaut le rectangle ſur la fléche IL ou HM, & ſur le côté droit $\frac{2bb}{a}$, & un rectangle $\frac{bbyy}{aa}$ qui eſt au quarré yy, comme le côté droit $\frac{2bb}{a}$ eſt à la ligne GAB, qui par conſéquent ſera le diamétre de l'hyperbole, & qui valant $2a$ ſera au côté droit $\frac{2bb}{a}$ comme aa eſt à bb. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Si la ligne HA eſt moindre que BA, le côté droit ſera moindre que

que le diamétre, & si la ligne HA est plus grande, le côté droit sera plus grand; ce qui fournit toutes les hyperboles possibles.

Proposition 27.

Soit le triangle ABD; aiant du point A tiré quelque ligne AC, & du point D quelque ligne DS qui coupe AC au point F, tirons FL perpendiculaire sur AC égale à SB, & AI parallele à FL égale à AB : je dis que les points I, L, C sont dans la circonference d'une hyperbole équilatére, dont nous déterminerons le côté droit & le côté traversant, avec les assimptotes. Figur. 11.

Aiant prolongé AC jusques à ce qu'elle rencontre la ligne DE parallele à la ligne AB, tirons EO parallele à FL & égale aux lignes AB, DE : puis aiant tiré OV parallele à AC, divisons l'angle EOV également par la ligne OR qui rencontre CA au point R, AI au point P, & FL au point T. Enfin aiant tiré les perpendiculaires CG, IH sur OR, faisons ON égale à la racine du produit des quarrez CG, OH, moins le produit des quarrez IH, OG, divisé par le quarré IH, moins le quarré GC : Alors les lignes OE, OV seront les assimptotes de l'hyperbole, ON sera son diamétre, & NR son axe.

Pour le démontrer faisons $AB = a$, $AE = b$, $CG = c$, $IH = d$, $OG = f$, $OH = g$, $ON = l$, $OR = h$, $DE = m$, AR ou $AP = n$, $OE = r$, $NM = y$, $LM = z$. On trouvera $ON = \sqrt{\frac{ccgg - ddff}{dd - cc}}$, $TL = \frac{hz}{r}$, $RN = h - l$, & $TR = h - l - y - z$.

Dém. Dans les triangles semblables REO, RFT, TR : est à TF, comme OR à OE; donc $h - l - y - z : TF :: h : a + m$; donc $TF = \frac{ha + hm - al - ml - ay - my - az - mz}{h}$ & faisant $\frac{ha + hm - al - ml}{h} = p$ & $\frac{a + m}{h} = q$, nous aurons $TF = p - qy - qz$, & $AF = p - n - qy - qz$ & $FE = b + n - p + qz + qy$: mais à cause des triangles semblables AFS, DFE, nous avons $FE : DE :: AF : AS$; donc $AS = \frac{mp - mn - mqy - mqz}{b - p + n + qy + qz}$. D'ailleurs AS est égale à AB moins SB, ou égale à AB moins FTL; donc $\frac{mp - mn - mqy - mqz}{b - p + n + qy + qz} = a - \frac{hz}{r} - p + qy + qz$; donc en ôtant les fractions, & passant tous les termes d'un même côté, nous ferons,

$$\left.\begin{array}{l} + hqzz - rqqzz - 2rmqy - 2arqy + 2rqpy - rqqyy \\ + hqyz - 2rqqyz \\ + hbz - hpz + hnz + 2rpqz - rqbz - rqnz - arqz - rqmz \\ + rmp - rmn - arb + arp - arn + rbp - rpp + rpn \end{array}\right\} = 0$$

Aprés quoi faisant réflexion que le quarré de OR vaut les quarrez de de EO & de ER, nous aurons $h = \sqrt{2aa + 4am + 2mm}$; donc $h = \frac{2aa + 4am + 2mm}{h}$, mais aiant $q = \frac{a+m}{h}$ & $r = a + m$ nous avons $2rq = \frac{2aa + 4am + 2mm}{h}$; donc $h = 2rq$, ce qui fait évanoüir les termes de l'équation précédente où yz se trouve ; de même les termes où z se trouve s'évanoüissent, parceque $h = 2rq$ & que $b + n = a + m$. Enfin en remettant la valeur de p à sa place, on fera évanoüir tous les termes où l'inconnuë ne se trouve pas, & il ne restera que $hqzz - rqqzz - 2rmqy - 2arqy + 2rqpy - rqqyy = 0$, & mettant la valeur de q à sa place, & la valeur de hh à sa place, on trouvera $azz + mzz = 2hmy + 2hay - 2hpy + hqyy$; & substituant la valeur de p à sa place nous ferons $azz + mzz = 2aly + 2mly + hqyy$, & mettant $\frac{a+m}{h}$ à la place de q nous ferons $zz = 2ly + yy$; ce qui montre que le quarré de l'appliquée LM est égal au rectangle sur la fléche NM, & sur le côté droit qui est égal à deux fois ON, & à un rectangle égal au quarré de la fléche NM. Ce qu'il &c.

Corollaire.

Figur. 12. Si du sommet D de quelque triangle ADB on tire les lignes AE qui divisent sa base en des parties égales, la ligne AC sera divisée aux points F, de maniere qu'en élevant aux points F des perpendiculaires égales par ordre aux lignes EB, elles fourniront une hyperbole équilatére [a] ; & en mettant sur les points F des lignes obliques égales aux lignes EB, on fera encore toutes les hyperboles possibles.

[a] Précéd.

Remarque.

Si au lieu d'élever les lignes EB aux points F, on élevoit les lignes CF aux points E, on feroit la même courbe.

§. IV.

Trouver des reductions pour décrire des lignes plus composées, qui sont en usage parmi les Constructeurs.

Proposition 28.

Figur. 13. Si on divise la base AB du triangle ABD en progression arithmétique aux points G, & en parties égales aux points L, & que la ligne ACH qui rencontre DH parallele à AB au point H, soit divisée aux points F par les lignes DG. Si deplus on éléve aux points F par ordre des perpendiculaires FE égales aux lignes LB, les points E formeront une concoïde dont HM perpendiculaire sur AH sera la régle.

Démonstr.

Démonſtr. Puiſque les lignes DG approchent à l'infini de la ligne DH, ſans jamais concourir avec elle, les points F approchent à l'infini du point H ſans l'atteindre; donc les lignes FE, & les points E approchent infiniment de la ligne HM ſans l'atteindre; donc la ligne HM eſt la régle de la concoïde ECEI. Ce qu'il &c.

Propoſition 29.

Les mêmes choſes étant ſuppoſées; on trouvera tous les points de la concoïde par rapport à la ligne IN parallele à AC, & à la ligne NH perpendiculaire ſur AC. Faiſons le premier terme de la progreſſion qui diviſe la ligne $AB = a$, la difference regnante $= b$, $AB = c$, $DH = d$, $AH = f$, $AI = l$, $EO = z$, $AF = x$.

Démonſtr. Par la nature de la progreſſion arithmétique [a] nous avons $2llz - 2acly + bcly - bccyy = o$: & à cauſe des triangles ſemblables AGF, DHF, nous trouvons $y = \frac{dx}{f-x}$: donc mettant cette valeur à la place d'y dans l'équation précédente, nous trouverons $2llz - \frac{2acldx + bcdlx}{f-x} - \frac{bccddxx}{ff-2fx+xx} = o$: ce qui exprimera la nature de la courbe, & tous les rapports de ſes points avec ſa régle. Ce qu'il &c. [a] Prop. 10.

Propoſition 30.

Si on diviſe la ligne AB en progreſſion arithmétique aux points H, & la ligne BC en autant de parties égales qu'il y a de termes dans AB, & qu'aiant décrit le quart de cercle CD ſur le raion BC, on tire les ſinus EG, & les perpendiculaires HI égales par ordre aux ſinus EG: les points I ſeront dans une courbe du troiſiéme genre, dont on déterminera tous les points par rapport aux diſtances AH, & HI. Faiſons le premier terme de l'équation $= a$, ſa difference $= b$, $AB = c$, $BD = l$, $EF = z$, $AH = y$, $HI = x$. Figur. 14.

Démonſtr. Nous avons [a] $\frac{2lly - 2aclz + bclz}{bcc} - zz = o$; & parceque EG eſt moienne entre EF & EB plus BD, $z = \sqrt{ll - xx} + l$; ainſi mettant cette valeur à la place de z dans l'équation précédente nous ferons $\frac{2lly - 2acll - 2acl\sqrt{ll - xx} + bcll + bcl\sqrt{ll - xx}}{bcc} - 2ll + xx - 2l\sqrt{ll - xx} = o$. Puis faiſant $\frac{2acl - bcl}{bcc} + 2l = q$, & $\frac{2ll}{bcc} = p$: nous aurons $py - \sqrt{qqll - qqxx} + xx - ql = o$, ou $py + xx - ql = \sqrt{qqll - qqxx}$, & quarrant tout nous ferons $ppyy + 2pyxx - 2qlpy - 2qlxx + x^4 + qqll = qqll - qqxx$, [a] Pro. 10.

ou $x^4 + \left.\begin{matrix} +2py \\ +qq \\ -2ql \end{matrix}\right\} xx + ppyy - 2qlpy = o$. Ce qu'il &c.

§. IV.

Trouver une courbe qui passe par plus de deux points donnez, & qui touche une ligne donnée.

Figur. 15. Soient trois points donnez C, D, B, & la ligne CF; & qu'il faille trouver la courbe CDB, qui touche la droite CF au point C. Aiant tiré CC perpendiculaire sur CF, & DD parallele à CC, tirons les perpendiculaires BA, HL qui coupent la ligne CC aux points L, A, & la ligne DD aux points E, M; & supposant que la courbe CDBH est une ellipse, ou un cercle, dont les demi-axes soient LC, LH; faisons AB $= a$, AC $= b$, AE $= c$, ED $= d$, & aiant tiré BI perpendiculaire sur LH, faisons BI $= x$, & HI $= z$.

Alors puisque la courbe CDBH est un cercle, ou une ellipse; les quarrez des appliquées, & les rectangles sur les fléches seront proportionnels: donc $xx : bb + 2bx + xx :: 2az + zz : aa + 2az + zz$; donc $2az + zz = \frac{aaxx}{bb + 2bx}$. De même le quarré BI sera au quarré MD, comme le rectangle HIH au rectangle HMH: donc $xx : dd + 2dx + xx :: 2az + zz : aa + 2az + zz - cc$; donc $zz + 2az = \frac{aaxx - ccxx}{dd + 2dx.}$; donc en comparant les deux équations on trouvera $\frac{aa}{bb + 2bx} = \frac{aa - cc}{dd + 2dx}$, ou $aadd + 2aadx = aabb - 2aabx - ccbb - 2bccx$, ou $2aadx - 2aabx + 2bccx = aabb - aadd - bbcc$; donc $x = \frac{aabb - aadd - bb.c}{2aad - 2aab + 2bcc}$; sur quoi il nous faut faire les propositions suivantes.

Proposition 31.

Si $aabb = aadd + bbcc$, les lignes BI, HI sont nulles, & la courbe BDC est un cercle ou une ellipse dont les demi-axes sont les lignes AB, AC.

Démonstr. Puisque $aabb = aadd + bbcc$, nous trouverons $x = \frac{o}{2aad - 2ab + 2bcc.}$. Ce qu'il &c.

Proposition 32.

Si $aabb$ est moindre que $aadd + bbcc$; la courbe sera un cercle, ou une ellipse dont les demi-axes seront LC, LH, mais LA ou BI sera négative, & LC sera moindre que CA.

Démonstr. Puisque $aabb$ est moindre que $aadd + bbcc$, $aabb - aadd - bbcc$ sera une grandeur négative, & puisque b vaut plus que d, $aad + bcc - aab$ sera positive; donc l'équation précédente se reduit à la suivante $x = \frac{-r}{p}$; donc x est une grandeur négative. Ce qu'il &c.

Proposition

Proposition 33.

Si $aabb$ est plus grande que $aadd + bbcc$, & que $aad + bcc - aab$ ne soit pas une grandeur nulle, ni une grandeur fausse, la courbe sera une ellipse, ou un cercle dont les demi-axes seront LH, & LC; mais LC sera plus grande que AC.

Démonstr. Puisque les deux termes de la grandeur comparée à la grandeur x, sont positifs, l'équation sera $x = \frac{r}{p}$. Ce qu'il &c.

Proposition 34.

Si $aabb$ étant plus grande que $aadd + bbcc$, la grandeur $aad + bcc - aab$ est nulle, la courbe ne pourra pas être un cercle, ni une ellipse.

Démonstr. Puisque la grandeur $aabb - bbcc - aadd$ est positive, & que la grandeur $aad + bcc - aab$ est nulle, l'équation sera $x = \frac{r}{o}$; donc x ou AL seroit infinie; donc la courbe n'est pas une ellipse ni un cercle. Ce qu'il &c.

Proposition 35.

Les mêmes choses étant supposées; la courbe BDC sera une parabole dont C sera le sommet, & CA l'axe, & elle touchera la ligne CF.

Démonstr. Puisque $aab = aad + bcc$, nous aurons $aab - aad = bcc$; donc $b - d : b :: cc : aa$; donc la fléche CG est à la fléche CA, comme le quarré de l'appliquée GD ou AE au quarré de l'appliquée AB; donc [a] la courbe CDB est une parabole. Ce qu'il &c. [a] Conic.

Proposition 36.

Si $aabb$ étant plus grande que $aadd + bbcc$, la grandeur $aad + bcc - aab$ est fausse, ou moindre que rien, la courbe ne sera pas un cercle ni une ellipse.

Démonstr. Puisque l'équation précédente doit se reduire à celle-ci $x = \frac{r}{-p}$, si la courbe étoit une ellipse, ou un cercle, la ligne AL seroit infinie; donc la courbe n'est pas un cercle, ni une ellipse. Ce qu'il &c.

Proposition 37.

Les mêmes choses étant supposées: la ligne CDB sera une ligne droite, ou une hyperbole qui touchera la ligne CF.

Démonstr. Puisque $aad + bcc$ est moindre que aab; nous trouverons bcc moindre que $aab - aad$; donc $b - d$ aura plus grande raiſon à b, que cc à aa ; donc $b-d$ pourra être à $b :: c : a$, & alors la ligne CDB ſera droite ; ou $b-d$ ſera moins à b que $c : a$, & plus que $cc : aa$, & alors la ligne CDB ſera une hyperbole. Ce qu'il &c.

Remarque.

Si la ligne CG avoit une plus grande raiſon à CA que AE à AB. Il ne faudroit que renverſer la courbe prenant CA pour la tangente, & CF pour l'axe.

Propoſition 38.

On trouveroit par la même voye une ligne qui paſſeroit par quatre points, & toucheroit une ligne donnée ; & qui ſeroit ou une ligne droite, ou une ligne du ſecond genre, ou une ligne du troiſiéme genre : & ainſi à l'infini. Mais comme le calcul en ſeroit fort long, nous nous contenterons d'une méthode méchanique pour décrire des courbes qui paſſent par tous les points donnez, & touchent la ligne donnée.

CHAPITRE TROISIE'ME.

Trouver des machines pour décrire les lignes précédentes.

§. I.

Décrire toutes les lignes du ſecond genre par une ſeule machine.

Figur. 16. LA machine conſiſte en une régle AB, au bout A de laquelle eſt fixé le bout A d'une chaîne AD, dont le bout D eſt armé d'une pointe, qui le peut fixer où il convient. La régle a de plus un pivot mobile C, qui ſe peut fixer ſur tous ſes points, de telle maniere qu'elle peut tourner deſſus. Enfin on a un porte-craion E autour duquel la chaîne AD peut aiſément couler.

Figur. 17. Pour ſe ſervir de la machine, on étend la chaîne le long de la régle depuis le point A juſques au point E où on la replie autour du porte-craion, & on fixe ſon bout D en quelque point D, de ſorte que les points A, E, C, D ſont ſur la même ligne.

Propoſition 39.

Si on fait tourner la régle autour du point E, le craion ne fera qu'un point. Suppoſons que la régle AED vient en tournant ſur FEI.

Démonſtr. Puiſque la ligne FE eſt égale à la ligne AE, la partie EF de la chaîne ſera la même que la partie EA ; donc le point E où la chaîne ſe replie autour du craion ſera le même, ſoit que la régle

gle soit sur AEB ou sur FEI ; donc le craion ne sort pas du point E. Ce qu'il &c.

Proposition 40.

Si on fait tourner la régle sur le point B autant éloigné du point E que le point D ; le craion décrira la ligne droite EH perpendiculaire sur AB. Supposons que la régle BA est portée sur BG ; je dis que le craion sera au point H de la perpendiculaire EH. Tirons DH, & des centres D, B décrivons les arcs EL, EK. Figur. 17.

Démonstr. Puisque les triangles EDH, EBH sont égaux, & les lignes DL, BK égales, les lignes LH, KH sont égales : mais les lignes GHK sont égales à la ligne AE ; donc les lignes GHL sont égales à la ligne AE ; donc les parties GH, HD de la chaîne sont égales à toute la chaîne ; donc le repli de la chaîne, & par conséquent le craion se trouve au point H. Ce qu'il &c.

Proposition 41.

Si on fait tourner la régle sur le point D ; le craion E décrira un cercle dont DE sera le raion. Supposons que la régle est portée sur GDHI, & que le point H est le lieu du craion. Figur. 18.

Démonstr. Puisque les parties AD, GD de la chaîne sont égales, les parties DED sont égales aux parties DHD ; donc la ligne DH est égale à la ligne DE ; donc le point H est dans un cercle dont DE est le raion. Ce qu'il &c.

Proposition 42.

On démontrera de même que si la régle tourne sur quelque point C entre D & E ; le craion décrira un cercle dont la raion sera CE. Figur. 19.

Proposition 43.

Si on fait tourner la régle AB autour du point A, le craion E décrira une ellipse dont les foïers seront A & D, & qui aura pour son grand axe la ligne AD, & deux fois la ligne DE. Supposons que la régle est portée sur AH, & que le craion est porté sur le point G. Tirons GC perpendiculaire sur AB, & faisons $DE = a$, $AD = b$, $CG = z$, $CE = x$, & la difference qui est entre AG & $AE = y$: nous aurons $DG = a - y$ & $AG = a + b - y$. Figur. 20.

Démonstr. Dans le triangle DGC nous trouverons [a] $aa + 2ay + yy = aa - 2ax + xx + zz$, ou $2ay + yy = zz + xx - 2ax$. D'ailleurs dans le triangle rectangle AGC nous avons $yy - 2ay - 2by = zz + xx - 2bx - 2ax$; donc si on ajoûte ces deux équations ensemble, en mettant le premier terme de la seconde sous le second [a] 47.1. Euc.

 de

de la premiere, nous ferons $4ay + 2by = 2bx$, ou $y = \frac{bx}{2a+b}$; donc ſi à la place d'y on met $\frac{bx}{2a+b}$ dans la premiere équation, on fera $\frac{2abx}{2a+b} + \frac{bbxx}{4aa+4ab+bb} = xx - 2ax + zz$, & multipliant tout par $4aa + 4ab + bb$, nous aurons $4aabx + 2abbx = 4aaxx + 4abxx - 8a^3x - 8aabx - 2abbx + 4aazz + 4abzz + bbzz$, ou, $zz = \frac{8a^3x - 12aabx + 4abbx - 4aaxx - 4abxx}{4aa+4ab+bb.}$: donc le point G eſt dans une ellipſe dont le côté droit eſt $\frac{8a^3 \pm 12aab + 4abb}{4aa+4ab+bb.}$, & dont le côté traverſant ſera $2a + b$. Ce qu'il &c.

Propoſition 44.

Figur. 21. On démontrera de même, que ſi on fait tourner la régle ſur quelque point L entre A & D, le craion E décrira une ellipſe dont les foïers ſeront L & D, & dont le grand axe ſera la ligne LD & la ligne DE priſe deux fois.

Propoſition 45.

Figur. 22. Si aiant ſuppoſé le point E également éloigné des points D, B, on fait tourner la régle ſur le point F au dela du point B, le craion décrira une hyperbole. Suppoſons que la régle AF eſt portée ſur FG, & le craion E ſur le point H. Tirons HL perpendiculaire ſur AF, & prenons DK ſur DH, égale à DE, & FI égale à FE: puis faiſons DE $= a$, BF $= b$, LE $= x$, LH $= z$, & HK ou HI $= y$.

Démonſtr. Dans le triangle rectangle HDL nous trouverons $2ay + yy = zz + xx - 2ax$; & dans le triangle rectangle HLF, $zz + xx + 2ax + 2bx = yy + 2by + 2ay$; & faiſant l'addition de ces deux équations comme dans la précédente: nous aurons $y = \frac{2ax + bx}{b}$, & mettant cette valeur à la place d'y dans la premiere équation, nous ferons $\frac{4a^2x + 2abx}{b} + \frac{4aaxx + 4abxx + bbxx}{bb} = zz + xx - 2ax$, ou $zz = \frac{4aabx + 4abbx + 4aaxx + 4abxx}{bb.}$: ce qui montre que le point H eſt dans une hyperbole dont le côté droit eſt $\frac{4aa + 4ab}{b}$, & le côté traverſant eſt b. Ce qu'il &c.

Propoſition 46.

Figur. 23. Si on fait tourner la régle ſur quelque point F entre B & E, le craion décrira encore une hyperbole. Suppoſons les mémes choſes que dans la précédente, & nous aurons FL $= a - b - x$, FH $= a - b + y$, HD $= a + x$.

Démonſtr.

Dém. Dans le triangle LDH nous trouverons $2ay + yy = zz + 2ax + xx$, & dans le triangle LHF nous aurons $2ay - 2by + yy = zz - 2ax + 2bx + xx$. Puis faisant l'addition de ces deux équations on a $y = \frac{2ax - bx}{b}$; donc mettant cette valeur à la place d'y dans la premiere équation, nous aurons $\frac{4aax - 2abx}{b} + \frac{4aaxx - 4abxx + bbxx}{bb} = zz + 2ax + xx$; ou $zz = \frac{4aabx - 4abbx + 4aaxx - 4abxx}{bb}$, ce qui montre que le point H est dans une hyperbole, dont le côté droit est $\frac{4aa - 4ab}{b}$, & le traversant est b, le sommet E, l'axe EB. Ce qu'il &c.

Proposition 47.

Enfin si on fait tourner la régle sur un point infiniment éloigné du point B d'un côté ou d'autre, en poussant son point E le long de la ligne EC perpendiculaire sur EA, de telle maniere qu'elle soit toûjours parallele à EA; le craion décrira une parabole. Supposons que la régle aiant été portée sur GCI, le craion se trouve sur quelque point H. Tirons HL perpendiculaire sur AB, & faisons DE $= a$, HC, ou LE $= x$, HL $= z$, DL sera $a - x$. Figur. 24.

Démonstr. Puisque les parties AE, ED de la chaîne sont égales aux parties DH, GH, nous trouverons que DH vaut DE & HC, ou $a + x$; donc dans le triangle rectangle HDL nous aurons $aa + 2ax + xx = zz + aa - 2ax + xx$, ou $zz = 4ax$; ce qui montre que le point H est dans une parabole dont $4a$ est le côté droit, AE l'axe, LH l'appliquée. Ce qu'il &c.

Proposition 48.

Les mêmes choses étant supposées; si la ligne EC n'est pas perpendiculaire sur AE, le craion décrira une hyperbole qui sera la même soit que l'angle AEC soit aigu ou obtus, pourveu que le point D soit dans la ligne ED perpendiculaire à EC. Supposons que la régle AE est transportée sur GC parallele à AE, & que le craion se trouve au point H: tirons HL perpendiculaire sur DE & HK perpendiculaire sur EC: & marquons le point F, où DF parallele à EC rencontre la régle AE. Ensuite faisons DE $= a$, EF $= b$, EL $= x$, HL $= z$. Fig. 25.

Dém. Puisque les triangles KHC, DEF sont semblables, nous aurons DE : EF :: HK : HC, & par conséquent HC $= \frac{bx}{a}$; mais GH avec DH valent autant que GC & DE; donc HD vaut DE & HC, ou $a + \frac{bx}{a}$: donc dans le triangle rectangle HDL, $aa + 2bc + \frac{bbxx}{aa} = zz + aa - 2ax + xx$; donc $zz = 2ax + 2bx +$

$bbxx$

$\frac{bbxx - aaxx}{aa}$, ce qui montre que le point H eſt dans une hyperbole dont E D eſt l'axe, & qui a $2a + 2b$ pour ſon côté droit, $\frac{2a^3 + 2aab}{bb - aa}$ pour ſon côté traverſant. Ce qu'il &c.

§. II.

Machines particulieres pour l'hyperbole.

Propoſition 49.

Figur. 26. SOit une chaîne A B A dont un bout A ſoit fixe au point A, & qui aiant paſſé par la poulie B, vient ſaiſir avec ſon autre bout un craion au point A. Je dis que ſi la poulie B eſt tranſportée par l'équerre C A B qu'on fait couler le long de la ligne A C, le craion décrira l'hyperbole qu'on a formé par les ſécantes d'un cercle [a]. Suppoſons que la jambe A B de l'équerre eſt portée ſur la perpendiculaire L G, & que le craion eſt ſur le point H; tirons L A, & H I perpendiculaire ſur A B; puis faiſons A B $= a$, A I ou G H $= x$, HI $= z$.

[a] Prop. 25.

Démonſtr. Puiſque les parties A B, B A de la chaîne valent autant que L H & A L, nous aurons A L égale à A B plus H G, ou $= a + x$; donc dans le triangle rectangle A L G, $aa + 2ax + xx = aa + zz$; donc $zz = 2ax + xx$; donc le point H eſt dans l'hyperbole demandée [a]. Ce qu'il &c.

[a] Prop. 25.

Propoſition 50.

Fig. 27. Soit le triangle A D B, dont on s'eſt ſervi pour décrire une hyperbole par le moien de la ligne A C [a]; placez au point C le ſommet de l'équerre E C F dont la jambe C F peut courir le long de la ligne C A, & qui a deux poulies fixes, une au point C, l'autre au point E. Attachez au point C, & au point B une régle C G B rompuë au point G avec une charniere, & une poulie. Mettez auſſi une poulie fixe au point B, & un bouton mobile qui puiſſe courir dans la couliſſe B A; & aprés avoir fixé le bout d'une chaîne au bouton B, faites la paſſer par les poulies B, G, C, E, & faites revenir ſon autre bout au point C où il ſaiſira un craion. Enfin attachez une régle mobile au point D, de ſorte qu'en courant ſur B A elle pouſſera l'équerre le long de C A, & le bouton mobile le long de B A, & fera décrire au craion la courbe C H, que je dis être l'hyperbole que nous avons donné dans la propoſition 27. Suppoſons donc que la régle mobile D B étant tranſportée ſur D L, a pouſſé la jambe C E de l'équerre ſur F I, & le bouton mobile ſur le point L; le craion ſera ſur quelque point H & il faut montrer que F H eſt égale à L B.

[a] Prop. 27.

Démonſtr. Puiſque les parties B C E C de la chaîne ſont égales aux

aux parties LBGFIH, & que les parties BCE sont égales aux parties BGFI; il faut que LB avec HI valent EC, ou IF; donc LB vaut HF. Ce qu'il &c.

Remarque.

La démonstration suppose que la ligne BC est plus grande que BA, c'est pourquoi la machine ne doit s'emploier que pour la courbe suivante.

§. III.

Machines pour les lignes plus composées.

Proposition 51.

Pour décrire la concoïde dont nous avons parlé dans les reductions[a]. Reprenons la machine précédente, & mettons le sommet de l'équerre LBM au point B, de telle maniere que la régle mobile DB fasse couler sa jambe BL le long de la ligne BA; mais il faut qu'en même temps la jambe BM ait une coulisse le long de laquelle puisse couler le bouton mobile B, & se trouver toûjours dans l'intersection de la coulisse BM, & de la coulisse BNR. La coulisse BNR doit être une parabole formée par la progression arithmétique qui a fait la concoïde. Cela étant supposé, si vous transportez la régle mobile DB sur DL, le craion se trouvera au point H, de telle maniere que la courbe CH sera la concoïde demandée. Aiant fait le premier terme de la progression qui a formé la parabole, $=a$, sa difference regnante $=b$, $AB=c$, DO parallele à AB & terminée par AC, $=d$, $ACO=f$, $AL=y$, $AF=x$, $AR=l$, HI ou $NP=z$, FH ou $NL=l-z$. Figur. 27. [a] Prop. 28.

Démonstr. Par la nature de la portion parabolique BNR[a], $2llz - 2acly - bcly - bccyy = o$; mais à cause des triangles semblables DFO, AFL, nous avons $y = \frac{dx}{f-x}$; donc mettant cette valeur à la place d'y dans l'équation précédente, nous aurons $2llz - \frac{2acdlx + bcdlx}{f-x} - \frac{bccddxx}{ff-2fx+xx} = o$, de même nature que l'équation de la concoïde demandée. Ce qu'il &c. [a] Prop. 10.

Proposition 52.

Pour décrire les courbes que nous avons donné dans la proposition 30. Nous avons le chassis 2, 3, 4, 5, dont les côtez 23, 45 sont percez en coulisse par où une régle de six lignes puisse Figur. 28.

 passer;

passer ; & dont les côtez 25, 34 ont une coulisse par où une régle de deux lignes peut passer : nous avons de plus deux régles, dont la premiere CF est épaisse de six lignes, & a une coulisse dans son épaisseur par où peut passer la seconde régle AB épaisse de deux lignes. La régle CF a dix lignes dans sa largeur où elle a deux autres coulisses de deux lignes, & elle est terminée de part & d'autre d'une équerre, qui la tient perpendiculaire sur les côtez 23, 54. La régle AB n'est large que de six lignes, & elle a une coulisse de deux lignes dans sa largeur, & elle est aussi terminée de deux équerres qui la tiennent perpendiculaire sur les côtez 25, 34. Au point P de la régle CF, est fixé le bout P de la régle PE qui peut tourner sur le point P, & qui a une poulie fixe au point E. Enfin nous avons deux chaînes rondes qui peuvent aisément couler autour des poulies, & deux boutons mobiles 6 & 7 qui peuvent aussi couler dans les coulisses. Pour monter la machine on insére la régle CF dans les coulisses des côtez 23, 54 du chassis, & on l'affermit par le moien des deux équerres ; ensuite on insére la régle AB dans les coulisses 25, CF, 34, & on l'affermit de même. De plus nous inserons le bouton 6 dans l'intersection E des coulisses CF, AB, de sorte qu'il occupe l'épaisseur de la régle CF, & qu'il ait sous la même épaisseur une poulie dont le roüet soit horizontal, & dessus un anneau fixe. Nous inserons le bouton 7 dans la seconde coulisse de la régle EF, de maniere qu'il est entre la régle AB & le point E ; & neanmoins aiant un coude, il porte un craion sous la poulie du bouton 6 : il a aussi un anneau au dessus. Enfin aiant attaché le bout d'une chaîne au point A de la régle AB, on la fait passer par la poulie du bouton 6, & on fixe son autre bout en quelque point D du plan sur quoi on veut décrire la courbe. De même aiant fixé le bout d'une autre chaîne à l'anneau du bouton 6, & l'aiant fait passer par les poulies E, P, on fixe son autre bout à l'anneau du bouton 7 ; ce qui achéve de monter la machine, afin qu'elle décrive les courbes demandées en poussant la régle AB vers le côté 54 du chassis.

Supposons donc qu'on porte la régle AB sur MN, le bouton 6 se trouvera sur quelque point R, & par conséquent la régle CF sera sur quelque ligne GRI, le point P sur L, & la régle PE aiant été poussée par la régle BA au bout E, sera sur LM égale à PE, & la corde EPE sera RMLH, & par conséquent le craion du bouton 7 sera au point H : & je dis que le point H est dans une des courbes que nous avons décrit dans la proposition 30. Marquons le point S où la ligne GI coupe BA, & faisons $DE = a$, $PE = b$, $ES = z$, $HS = y$, $SR = x$, & nous aurons $RL = b - x$, $DS = a - z$, $DR = a + z$.

Démonstr.

Démonstr. Dans le triangle DSR rectangle nous trouverons $4az = xx$, & dans le triangle rectangle LMR nous aurons $xx - 2bx + yy = o$, ou $x = \sqrt{bb-yy} + b$; mettons donc cette valeur à la place d'x dans la premiere équation, & nous ferons $4az + yy - 2bb = \sqrt{4b^4 - 4bbyy}$, & quarrant tout nous ferons $y^4 + 8azyy + 16aazz - 16abbz = o$ qui donne la courbe de même nature que celles de la proposition 30. Ce qu'il &c.

Remarque.

Il peut y avoir trois cas dans les courbes précédentes.

1. Si la difference regnante dans la progression arithmétique qui forme la courbe, est double du premier terme, alors l'équation de la courbe se trouve être $y^4 + 4llyyz + 4l^4zz - 8l^4z = o$, & par conséquent il faudra que le point D de la chaîne se trouve sur la ligne EA, & que la ligne DE soit $\frac{ll}{2}$ & PE soit l. Ce qui rendra l'équation entierement la même dans la courbe & dans la machine.

2. Si la difference regnante est moindre que le double du premier terme, de quelque quantité d, l'équation sera

$$y^4 \left.\begin{matrix} +4llz \\ +ddccll \\ +2dcll \end{matrix}\right\} yy + 4llzz \left.\begin{matrix} -4dcl^4 \\ -8l^4 \end{matrix}\right\} z = o.$$

3. Si au contraire la difference regnante est plus grande que le double du premier terme, de quelque grandeur d, nous aurons

$$y^4 \left.\begin{matrix} +4llz \\ +ddccll \\ -2dcll \end{matrix}\right\} yy + 4llzz \left.\begin{matrix} +4dcl^4 \\ -8l^4 \end{matrix}\right\} z = o.$$

Proposition 53.

Si la difference regnante est moindre que le double du premier terme, nous ferons $EC = \frac{dcl}{2}$, & tirant la perpendiculaire $CD = \frac{ll}{2} - \frac{ddcc}{4}$, nous fixerons le bout de la chaîne au point D, & nous décrirons ensuite la courbe, comme dans la précédente, afin quelle soit la courbe du second cas. Faisons DT égale à CE, $CE = r$, $CT = p$, & tout le reste comme dans la précédente. Figur. 29.

Démonstr. Nous avons dans le triangle rectangle DCE $rr = 2llp$, & dans le triangle ROD $2llz + 2llp = xx + 2rx + rr$, & mettant à la place d'x sa valeur $\sqrt{ll-yy} + l$, nous ferons $2llz + 2llp - 2ll + yy - 2rl - rr = {\substack{\underline{2l} \\ 2r}}\sqrt{ll-yy}$, & mettant $2llp$ à la place de rr, & dcl à la place de $2r$, nous ferons $2llz - 2ll - dcll + yy = \frac{2l}{dcl}\sqrt{ll - yy}$, & quarrant tout

$$y^4 \left.\begin{matrix} +4llz \\ +ddccll \\ +2dcl \end{matrix}\right\} yy + 4llzz \left.\begin{matrix} -4dcl^4 \\ -8l^4 \end{matrix}\right\} z = o.$$

Ce qu'il &c.

Propoſition 54.

Si la difference regnante eſt plus grande que deux fois le premier terme ; il faudra prendre E C de ſorte que le point C ſoit du côté du point P, & on trouvera de même la courbe du troiſiéme cas.

A la plus grande gloire de Dieu.

EXPLICATION

EXPLICATION
DES TERMES DE MARINE DONT on se sert dans cet Ouvrage.

A

ABATTRE, *le Vaisseau abat.* C'est quand les voiles de l'avant reçoivent le vent à contre-sens, & font tourner le Vaisseau de telle maniere, qu'il porte son arriere du côté du vent.

Aborder, c'est donner contre un Vaisseau, soit par accident, soit pour l'insulter : on dit *faire un abordage* dans le premier sens, & *aller à l'abordage* dans le second.

Affalé, se dit d'un Vaisseau que le vent pousse contre une côte, de maniere qu'il ne peut pas s'en éloigner.

Affourcher, c'est arrêter le Vaisseau avec deux ancres, ensorte que les deux cables font comme deux fourchons.

Agréer, c'est mettre au Vaisseau ses mâts, ses voiles, ses cordages ; on appelle *agréts* ces trois sortes de choses, & toutes celles qui leur appartiennent.

Amarrer, c'est attacher, *Amarre*, c'est la corde dont on se sert pour attacher.

Amener, c'est abaisser & faire descendre : *amener les voiles.*

Amiral, se dit proprement du premier Officier de la Marine : on appelle encore *Amiral*, le Vaisseau de celui qui commande une flotte. on dit *aller à l'Amiral.*

Amurer, c'est attacher un des bouts inférieurs de la voile contre le bois du Vaisseau, pour la tenir plus roide du côté du vent qui vient obliquement. *Amure*, se dit de l'état où est une voile quand elle est amurée : on dit *prendre l'amure*, *courir les amures bas-bord.* La corde qui tient la voile amurée se nomme *Ecoüet.*

Ancre, *s.f.* C'est un instrument de fer en forme de double-crochet, qu'on jette à la mer au bout d'une grosse corde, afin qu'en s'accrochant au fond contre la terre, il arrête le Vaisseau.

Appareiller, c'est lever l'ancre & mettre le Vaisseau à la voile.

Arborer un Pavillon, c'est mettre un Pavillon au haut d'un mât. *Il arbora le pavillon d'Amiral*, pour dire, il mit un Pavillon blanc au haut du grand mât.

Armement, se dit du travail & des fraiz qu'on fait pour équiper, & pour mettre en mer des Vaisseaux de guerre ; faire un *armement.* On dit aussi être de l'*Armement*, pour dire être destiné pour servir sur les *Vaisseaux* qu'on arme ; ou pour dire qu'on a part aux prises qu'ils feront.

Arrimage, *s. m.* se dit de la maniere dont on dispose les choses qu'on met au fond du Vaisseau. On dit aussi arrimer un Vaisseau.

Arriver, c'est quand on est à la voile, tourner l'arriere du Vaisseau du côté du vent. *Le Vaisseau arrive.*

Artimon, *s.m.* c'est la voile du mât qui est à l'arriere du Vaisseau : on nomme ce mât, *mât d'Artimon.*

Au-vent, *venir au-vent*, c'est quand on est à la voile, tourner l'avant du Vaisseau du côté du vent.

B

BAloire, *s.f.* se dit du contour extérieur du Vaisseau, représenté dans un de ses plans horizontaux.

Bande, *mettre à la bande*, c'est coucher le Vaisseau sur un de ses côtez.

Bas-bord, c'est-à-dire, à gauche : on dit encore *à bas-bord.*

Batterie, *s.f.* se dit des deux rangs de canons qui sont sur chaque plancher du Vaisseau; *Batterie basse.*

Baux, *s. m.* ce sont les poutres qui soûtiennent les planchers du Vaisseau ; *maître Bau* est la plus longue de ces poutres.

Beaupré, *s.m.* c'est le mât qui est couché sur l'avant du Vaisseau.

Bittes, *s.f.* ce sont de grosses poutres autour desquelles on entortille le cable, pour le tenir ferme quand le Vaisseau est à l'ancre.

Bord, se dit du Vaisseau ; *aller à bord* pour dire aller au Vaisseau.

Bord se prend encore pour le côté du Vaisseau, *tantôt d'un bord, tantôt de l'autre.*

Bordage, *s.m.* c'est une planche fort-épaisse, dont on couvre les membres du Vaisseau.

Bordée, *s.f.* se prend pour le chemin que fait le Vaisseau quand il court au plus-pres du même côté : *une longue bordée. Bordée* signifie encore la décharge de tous les canons qui sont d'un côté du Vaisseau. *Je lui donnai mes deux Bordées*, pour dire je fis sur lui une décharge de tous mes canons.

Border, c'est attacher les bouts inférieurs d'une voile, afin qu'elle reçoive le vent, & qu'elle pousse le Vaisseau.

Boüée, *s.f.* c'est un bois qu'on attache à l'ancre avec une longue corde, afin que quand l'ancre est au fond de la mer, ce bois surnage dessus, & marque l'endroit où elle est.

Bouline, *s.f.* c'est une corde qui saisit le milieu d'un des côtez de la voile, & la tient en raison, afin qu'elle reçoive le vent, quand il vient de biais.

Boussole, *s.f.* c'est une rose des vents qu'un fer aymanté fait tourner sur un pivot dans une boîte, afin qu'elle marque le côté du Septentrion,

Y iij

tentrion, du midi, & des autres points principaux du monde.

Bras, *f. m.* ce sont des cordes attachées aux bouts des vergues, & qui servent à orienter les voiles.

Brume, *f. f.* c'est un broüillard fort épais.

C

Cable, c'est une grosse corde qui par le moien de l'ancre à laquelle elle est attachée, arrête le Vaisseau.

Canot, ou *Esquif*, *f. m.* c'est un petit bateau qui sert aux Officiers de la Marine pour aller d'un Vaisseau à l'autre, ou de leur Vaisseau à terre.

Cap, se dit de la proüe du Vaisseau : mettre le cap sur une tour, c'est diriger la proüe du Vaisseau du côté de la tour, afin qu'il aille vers la tour.

Cape, *mettre à la cape*, c'est reduire le Vaisseau à ses basses voiles, & plier toutes les autres : on met quelque fois à la *cape* avec la grand' voile seule, ou avec l'artimon seul.

Cargues, *f. f.* ce sont des cordes dont on se sert pour retrousser les voiles, afin qu'elles ne prennent pas le vent : on dit tenir les voiles sur les *cargues*; on dit aussi *carguer* les voiles, quand on les retrousse avec leurs *cargues*.

Carguer, se dit encore du Vaisseau quand les voiles le font pancher sur un de ses côtez. Le Vaisseau *cargue* beaucoup.

Chaloupe, *f. f.* c'est un petit bateau dont les gens de mer se servent pour porter les provisions au Vaisseau.

Compas de variation, *f. m.* c'est une boussole qui a des pinnules par où on vise au Soleil, ou à quelqu'autre objet, pour voir à quel rumb de vent il répond. Il sert particulierement à trouver la variation, ou la déclinaison de l'ayman.

Contre-Amiral, *f. m.* c'est le troisiéme Officier général d'une Escadre.

Contre-marche, on dit qu'une Armée fait la *contre-marche*, quand tous ses Vaisseaux changent de route les uns aprés les autres dans le même point.

Convoi, *f. m.* se dit du Vaisseau de guerre qui escorte des Vaisseaux Marchands ; on appelle encore *convoi* une flotte de Vaisseaux Marchands.

Couler bas, se dit d'un Vaisseau qui s'étant rempli d'eau s'enfonce dans la mer. *Couler à fond*, se prend plus souvent dans la signification active, c'est faire de si grandes ouvertures dans le corps du Vaisseau, qu'il se remplit d'eau & s'enfonce.

Coup de vent, *f. m.* se dit de la tempête ; *un gros coup de vent*

Couper, c'est couper le cable quand on n'a pas le temps de lever l'ancre pour mettre à la voile.

Courbes, *f. f.* ce sont des piéces du Vaisseau courbées en forme d'équerre.

Courvette, *f. f.* c'est un petit bâtiment de mer fort léger, dont on se sert pour porter des nouvelles, & pour en aller chercher.

Croiser, c'est s'arrêter quelque temps dans un même endroit à la mer, en y faisant diverses bordées, pour attendre des bâtimens qui y doivent passer.

D

Dangers, *f. m.* ce sont des lieux où les Vaisseaux sont en danger, à cause des écueils, des bancs &c.

Démâter, se dit d'un Vaisseau qui perd quelque mât. Il se prend encore dans la signification active.

Département, *f. m.* c'est le port de mer, où les gens de Marine sont destinez pour servir. *Je suis du département de Toulon.*

Désarmer, c'est ôter les canons, & les agrêts à un Vaisseau de guerre ; on dit aussi dans la signification neutre, le Vaisseau *désarme* : & même un tel Officier *désarme*, pour dire qu'il ne retourne pas à la mer.

Désarmer un canon, c'est lui ôter son boulet.

Désemparer, c'est dans un combat mettre un Vaisseau ennemi hors d'état de combattre, & de maneuvrer.

Doubler, se dit d'un Vaisseau qui passe d'un côté à l'autre de quelque chose. On dit *doubler* un cap, *doubler* un Vaisseau. On dit aussi *doubler* le sillage pour dire faire plus de chemin.

E

Eaux, *se mettre dans les eaux d'un Vaisseau*, c'est se mettre derriere lui, pour faire la même route.

Ecoüet, Voyez *Amurer*.

Echoüer, se dit d'un Vaisseau qui venant à toucher le fond de la mer est arrêté, parce qu'il porte sur la terre, & parcequ'il n'y a pas assez d'eau pour le soûtenir : on prend aussi échoüer dans la signification active.

Ecoutes, *f. f.* ce sont les cordes qui tiennent les bouts inférieurs de la voile.

Elonger, c'est se mettre à côté de quelque chose de long en long.

Embarquer, c'est mettre dans un Vaisseau.

Enseigne de pouppe, *f. f.* c'est un drapeau qu'on met à l'arriere du Vaisseau pour marquer qu'il est d'une telle nation.

Equipage, *f. m.* ce mot signifie les gens du Vaisseau : car l'équipage d'un Vaisseau est composé de tous ceux qui y ont quelque emploi.

Escadre, *f. f.* se dit d'un petit nombre de Vaisseaux qui font un corps. On appelle encore Escadre une des trois parties qui composent l'Armée : on dit *Escadre blanche*, *Escadre bluë*.

Esquif, Voyez *Canot*.

Etaler les marées, c'est profiter du flux, ou du reflux de la mer pour faire route, moüillant quand on les a contraires, & levant l'ancre quand ils deviennent favorables.

Est, *f. m.* signifie Orient *vent d'Est*, vent d'Orient.

Etambord, *f. m.* c'est la piéce de bois qui est entée sur le bout de la quille, & qui soûtient l'arriere du Vaisseau.

Etrave, *f. m.* c'est une piéce de bois qui est entée sur le bout de la quille, & qui soûtient l'avant du Vaisseau.

F

Façons, *f. f.* se dit des endroits du Vaisseau où il commence à diminuër plus sensiblement vers l'avant ou vers l'arriere.

Fanal, *f. m.* se dit des lanternes dont on se sert à la mer.

Faire servir, se dit des Vaisseaux qui aprés s'être arrêter arrêté quelque temps en pane, se remettent en route.

Filer, c'est lâcher & laisser aller une corde, pour en donner autant qu'il est nécessaire.

Flotaison, *s.f.* c'est l'endroit du Vaisseau qui se trouve à la surface de l'eau.

Forcer de voiles, c'est faire courir le Vaisseau avec le plus de voiles qu'on peut.

Frais, se dit du vent quand il est fort sans tempête.

Frapper, c'est fixer une corde, ou une poulie en quelqu'endroit du Vaisseau, pour faire quelque maneuvre.

Frégate, *s.f* c'est un Vaisseau de guerre qui ne passe pas soixante piéces de canon.

Freler, c'est plier & serrer les voiles en les liant de long en long contre leurs vergues.

G

G*Abari*, *s.m.* c'est un modelle de bois sur lequel on trace les piéces du Vaisseau.

Gouvernail, *s.m.* c'est une piéce de bois qui tourne sur des gonds à l'arriere du Vaisseau, & qui s'opposant à l'eau tantôt d'un côté tantôt de l'autre, pousse la pouppe à droite ou à gauche, & gouverne le Vaisseau.

Grand mât, c'est le mât qui est au milieu du Vaisseau, il donne le nom de grand à tout ce qui lui appartient.

Gros-temps, se dit d'une tempête. *Grosse-mer*, c'est quand la mer est fort agitée.

H

H*Aler*, c'est tirer une corde pour faire venir ce qui y est attaché.

Haubans, *s.m.* ce sont les cordes qui tiennent les mâts à droite & à gauche, & un peu de l'arriere du Vaisseau.

Houle, *s.f.* c'est une vague qui est longue, & haute.

Hune, *s.f.* c'est un grand cercle de bois qu'on met presque au haut du mât; il sert à tenir les haubans du second mât, qui est comme enté sur le premier, & qui s'appelle mât de Hune.

Hunier, *s.m.* c'est la voile du mât de Hune.

L

L*Arge*, *s.m.* ce mot signifie la haute mer, ou l'endroit de la mer bien éloigné des côtes. On le prend aussi pour un lieu éloigné d'un autre à la mer: ainsi on dit prendre le *large* d'une tour, passer au *large* d'un Vaisseau.

Larguer, c'est lâcher; on le prend pour arriver, parceque quand on arrive, on lâche les boulines, les écoûtes, & les bras; on dit aussi courir largue dans le même sens.

Lisses, *s.f.* ce sont des piéces de bois en forme de longues régles, que les Constructeurs mettent de long en long sur les principaux membres du Vaisseau, afin de régler les membres qu'on doit mettre entre-deux.

Lit du vent *s.m.* se dit des lignes par lesquelles le vent souffle; on dit le *lit* du courant dans le même sens.

Lovoyer, ou *Lovier*, se dit d'un Vaisseau qui court au plus-prés tantôt à droite, tantôt à gauche pour avancer contre le vent.

M

M*Aneuvre*, *s.f.* se dit de l'action par laquelle on donne quelque mouvement au Vaisseau: il se dit encore des cordes qui servent à maneuvrer.

Marée, *s.f.* c'est le flux, & le reflux de la mer.

Mât, *s.m.* se dit des arbres qui dans le Vaisseau portent les bois traversiers où les voiles sont attachées, & qu'on appelle *vergues*.

Mâture, *s.f.* ce mot signifie tous les mâts du Vaisseau pris ensemble: *trop de mâture* pour dire des mâts trop longs: on appelle encore *mâture* le lieu où l'on mâte les Vaisseaux.

Matelot, *s.m.* se dit des gens destinez aux maneuvres du Vaisseau. On le prend encore pour le Vaisseau qui précéde, ou qui suit un Officier général.

Mizaine *s.f.* c'est la voile du mât qui est droit sur l'Avant du Vaisseau, & qu'on appelle *mât d'avant*, ou *mât de Mizaine*.

Moüiller, c'est jetter l'ancre à la mer pour arrêter le Vaisseau; on appelle *moüillage* le lieu où l'on moüille.

N

N*Avire*, *s.m.* c'est un Vaisseau de guerre, ou un Vaisseau Marchand.

Nord, *s.m.* c'est le Septentrion. *Nord-Est*, c'est le point de l'Horizon qui est entre le Septentrion, & l'Orient; *Nord-Nord-Est*, c'est le point de l'Horizon qui est entre le Septentrion & le Nord-Est. On prononce Nordai, Nornordai.

O

O*Rdre*, *s.m.* c'est l'arrangement des divers ses parties de l'Armée Navale.

Orienter, c'est donner à quelque chose la situation qui convient. On dit *Orienter* les voiles, le compas de variation &c.

Ouest, *s.m.* c'est l'Occident: *Nord-Ouest*, c'est le point de l'Horizon qui est entre le Septentrion & l'Occident; prononcez Noroi, Ouainoroi, Nornoroi &c.

P

P*Ane*, *mettre en pane*, c'est arrêter le Vaisseau, quand aprés avoir cargué ses basses voiles, on dispose ses Huniers de telle sorte, que le vent en enfle un pour faire avancer le Vaisseau, & pousse l'autre sur son mât pour le faire reculer.

Parage, *s.m.* c'est un endroit à la mer, qui donne lieu au Vaisseau de faire les routes, & les maneuvres qui conviennent dans les divers évenemens: *bon parage*.

Pavillon *s.m.* c'est un drapeau en forme de quarré-long, qui a les deux tiers de sa longueur pour sa largeur.

Perroquet, *s.m.* se dit de la plus haute voile de chaque mât.

Pilote, *s.m.* c'est l'Officier marinier qui a soin de la route du Vaisseau.

Pincer le vent, c'est aller à la voile le plus qu'on peut contre le vent.

Plus-prés, *s.m.* se dit d'une des deux lignes par où où le Vaisseau va à la voile le plus qu'il se peut contre le vent.

Point, *s. m.* se dit de la marque qu'on fait sur une Carte-Marine, pour signifier le lieu où l'on croit être à la mer.

Ponant, *s. m.* c'est l'Occident. On appelle Ponantois les gens de mer, qui sont sur les côtes Occidentales de la France.

Pont, *s. m.* se dit des planchers qui divisent le Vaisseau en plusieurs étages.

Porter la voile, se dit d'un Vaisseau qui résiste à l'effort que font les voiles pour le coucher sur son côté.

Pouppe, *s. f.* c'est l'arriere du Vaisseau.

Prouë, *s. f.* c'est l'avant du Vaisseau.

Q

Quart, *s. m.* c'est la garde qu'on fait sur le Vaisseau, pour veiller à sa conservation, *E'tre de quart*, c'est être de garde.

Queuë, *s. f.* se dit des derniers Vaisseaux d'une Escadre, ou d'une Armée.

Quille, *s. f.* c'est une poutre droite, surquoi on ente tous les membres du Vaisseau dont elle fait comme le fondement.

R

Rade, *s. f.* c'est un endroit à la mer, où les Vaisseaux peuvent moüiller à couvert des vents & de la tempête.

Radouber, c'est réparer les ouvertures qui se trouvent dans le corps du Vaisseau, en y mettant de nouveaux membres, ou de nouveaux bordages.

Refale, *s. m.* c'est le retour du vent qui est réfléchi par les terres.

Refouler la marée, c'est aller directement contre le courant de l'eau ; on dit le vent nous fait refouler la marée.

Relâcher se dit d'un Vaisseau qui à cause du mauvais temps quitte sa route, & retourne en arriere pour chercher un abri.

Relingue, *s. f.* c'est une corde qu'on coud le long des extrémitez de la voile, pour les fortifier.

Relever, se dit des Pilotes qui visent à quelque chose par les pinnules du compas de variation, pour voir à quel rumb de vent elle répond.

Remorquer, c'est tirer quelque chose aprés soi à la mer.

Remoux, *s. m.* se dit de l'eau que le Vaisseau entraîne aprés soi.

Revirer, se dit d'un Vaisseau, qui aprés avoir couru d'un côté au plus-prés, change de route pour courir au plus-prés de l'autre côté. Revirer vent-devant, c'est revirer en venant au vent. Revirer vent-arriere, c'est revirer en arrivant.

Risée de vent, *s. f.* c'est une bouffée de vent violente & passagere.

Rouler, se dit d'un Vaisseau qui se couche alternativement sur ses côtez, en faisant comme des vibrations. Ce mouvement du Vaisseau se nomme *rouli*.

Rumb de vent, *s. m.* c'est une des trente deux pointes de la rose des vents.

S

Sabords, *s. m.* ce sont les ouvertures du Vaisseau, par où on tire le canon.

Signaux, *s. m.* ce sont les marques, dont les Vaisseaux se servent, pour signifier les choses dont ils ont convenu.

Sillage, *s. m.* c'est le chemin que le Vaisseau fait à la mer.

Sivadiere, *s. f.* c'est la voile du Beaupré.

Sonde, *s. f.* c'est un plomb attaché au bout d'une longue corde ; on s'en sert pour connoître la profondeur de l'eau.

Soufflage, *s. m.* c'est le bois qu'on ajoûte au Vaisseau au dehors vers la flotaison, pour lui faire mieux porter la voile.

Stribord, signifie à droite ; on dit aussi à stribord.

Sud, *s. m.* c'est le Midi. *Sud-Est*, c'est le point de l'Horizon qui est entre le Midi & l'Orient. On prononce Suai, Aisuai, Susuai.

T

Tanguer, se dit d'un Vaisseau qui à diverses reprises éléve, & enfonce sa prouë dans la mer ; ce mouvement du Vaisseau se nomme Tangage.

Tenir le vent, c'est aller à la voile contre le vent.

Tenuë, *s. f.* se dit du fond de la mer quand les ancres s'y arrêtent aisément : *un fond de bonne tenuë.*

Tomber, se dit d'un Vaisseau dont les ponts, & la quille se courbent de telle maniere que le milieu est élevé. On dit aussi qu'un Vaisseau tombe sous-le vent, lorsqu'il perd l'avantage du vent.

Tonture, *s. f.* se dit d'une certaine rondeur qu'on remarque dans les diverses parties du Vaisseau.

Toüer, c'est faire avancer le Vaisseau en se tirant sur des cordes attachées à des ancres qu'on porte bien avant du côté où on veut aller.

V

Varangues, *s. f.* ce sont les côtes du Vaisseau qui sont rangées sur la quille, depuis le milieu jusques aux façons de part & d'autre.

Variation, *s. f.* c'est le defaut de la Boussole dont le Septentrion ne regarde pas précisément le Septentrion du monde, mais décline un peu à l'Orient ou à l'Occident.

Vergues, *s. f.* sont des bois traversiers qui portent les voiles.

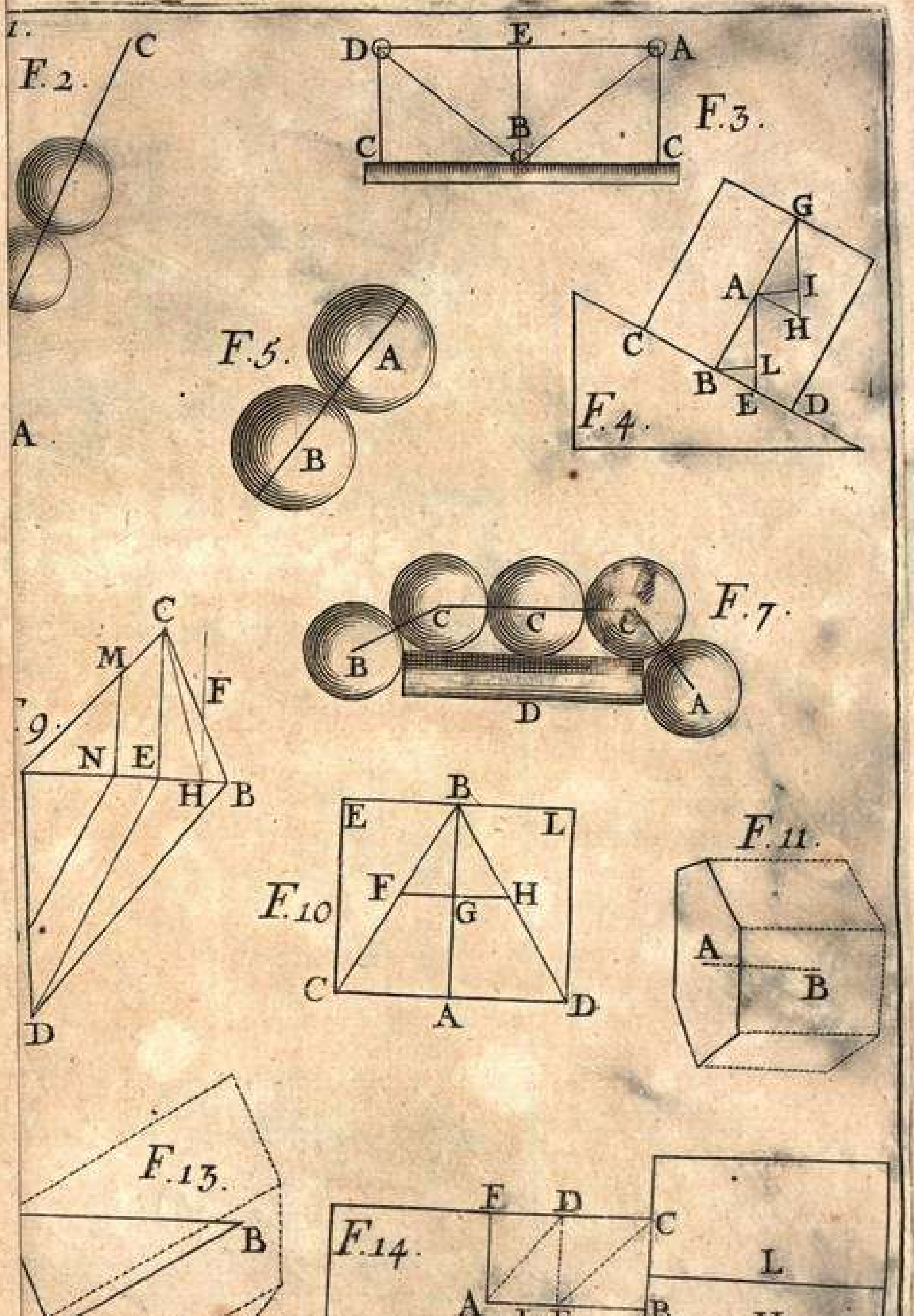
Vice-Amiral, *s. m.* c'est le second Officier général d'une Escadre.

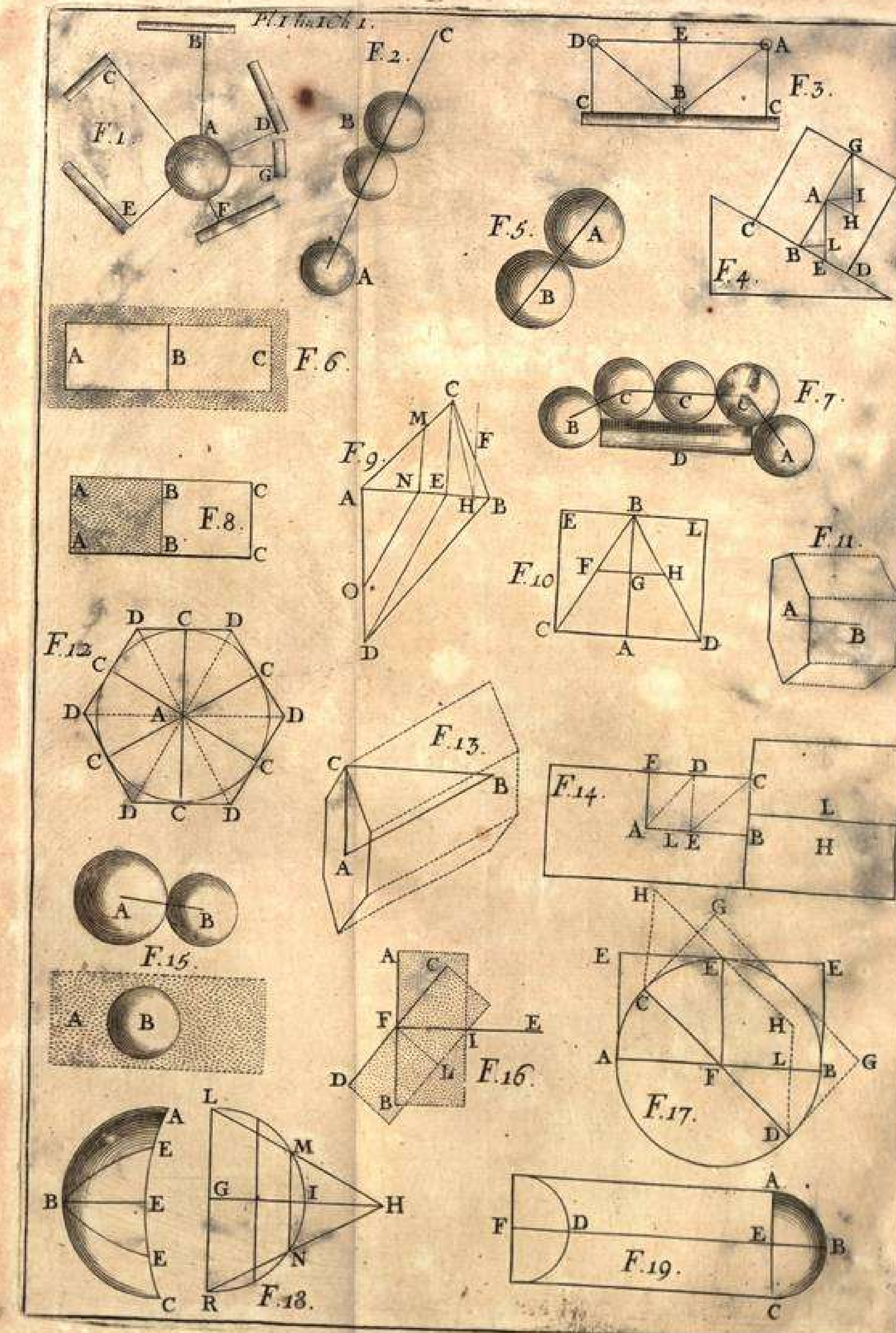
Voilier, *bon-voilier*, se dit d'un Vaisseau qui est vite à la voile.

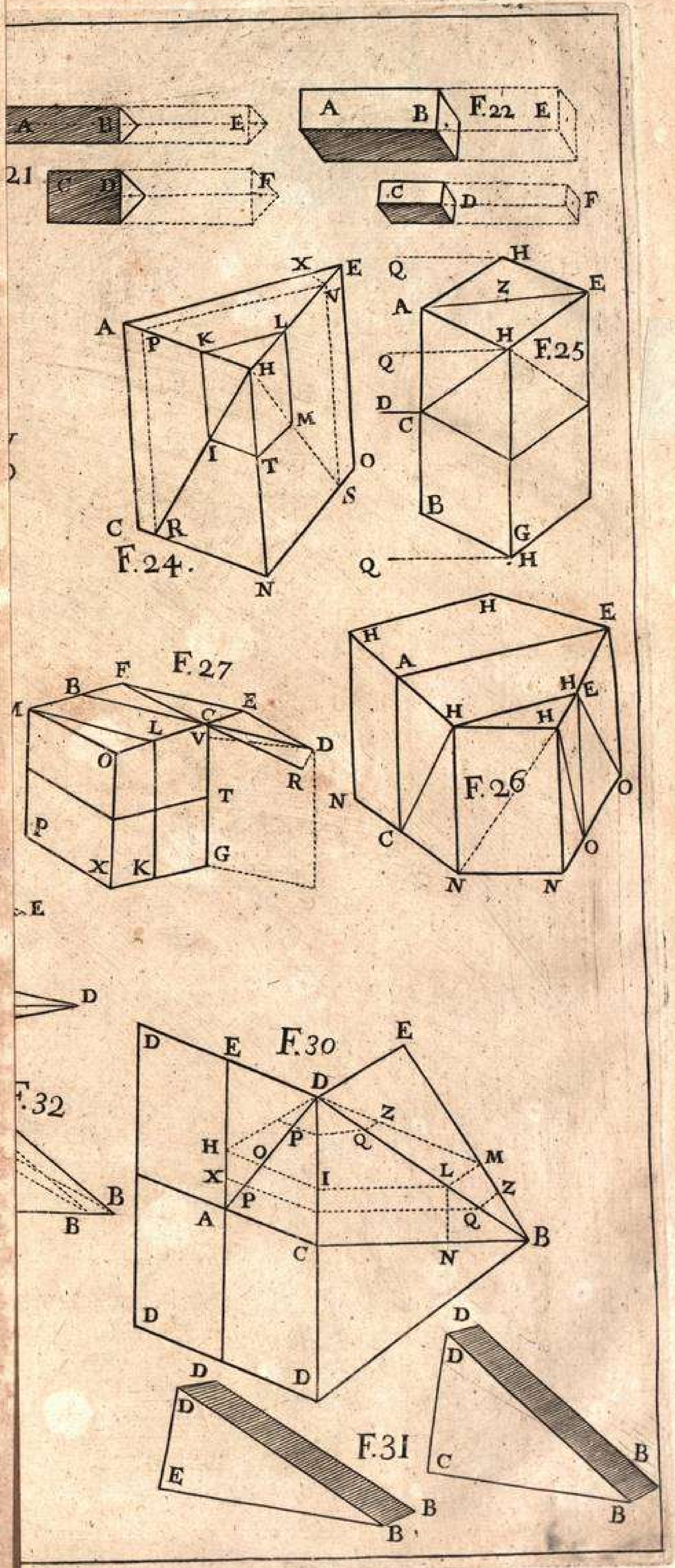
Voilure, *s. f.* se dit de la quantité de voiles qu'on fait servir pour pousser le Vaisseau.

Voute, *s. f.* la voute d'un Vaisseau est la partie de sa pouppe qui forme la salie de son second pont, & qui est arquée.

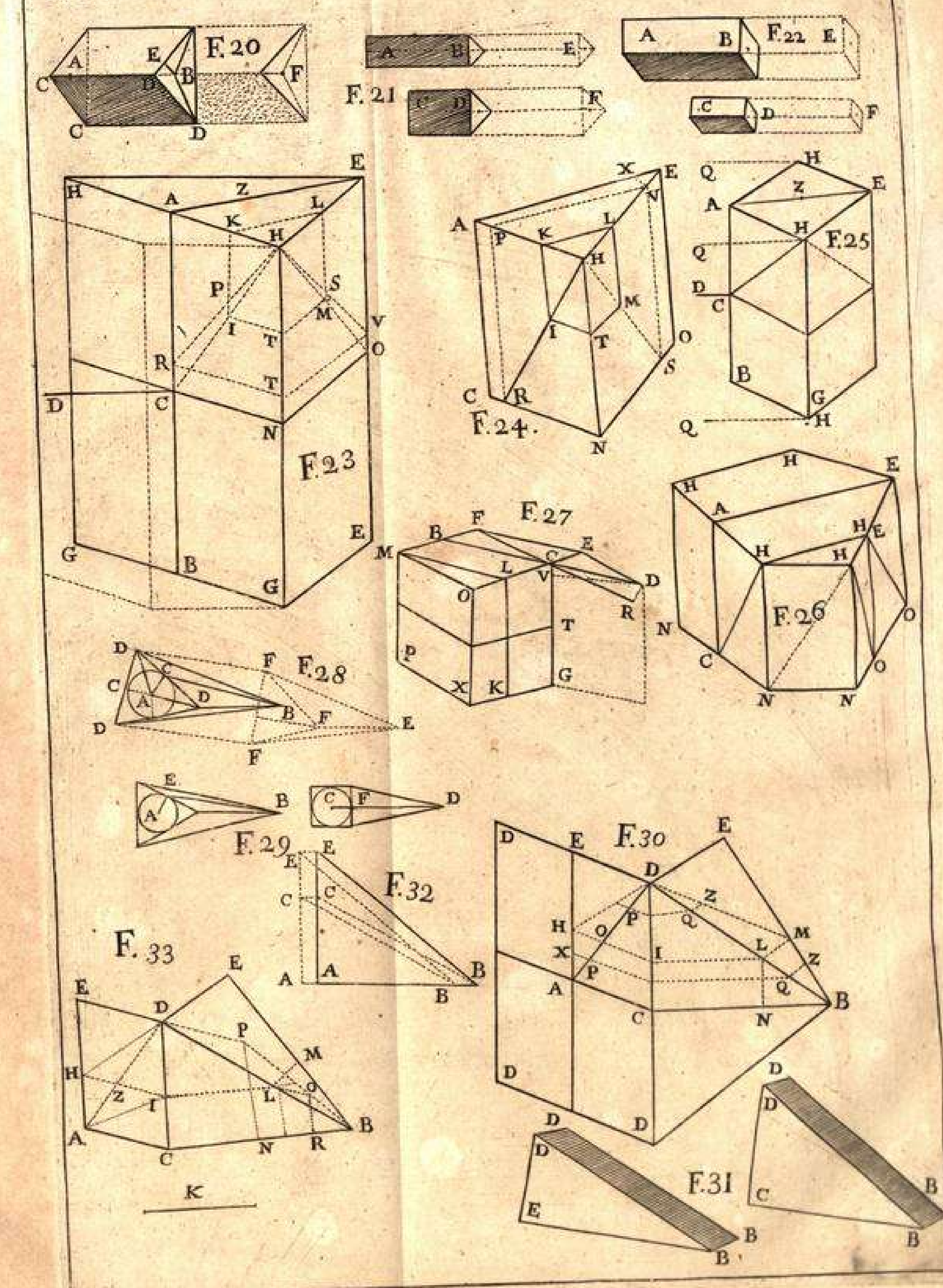
FIN.

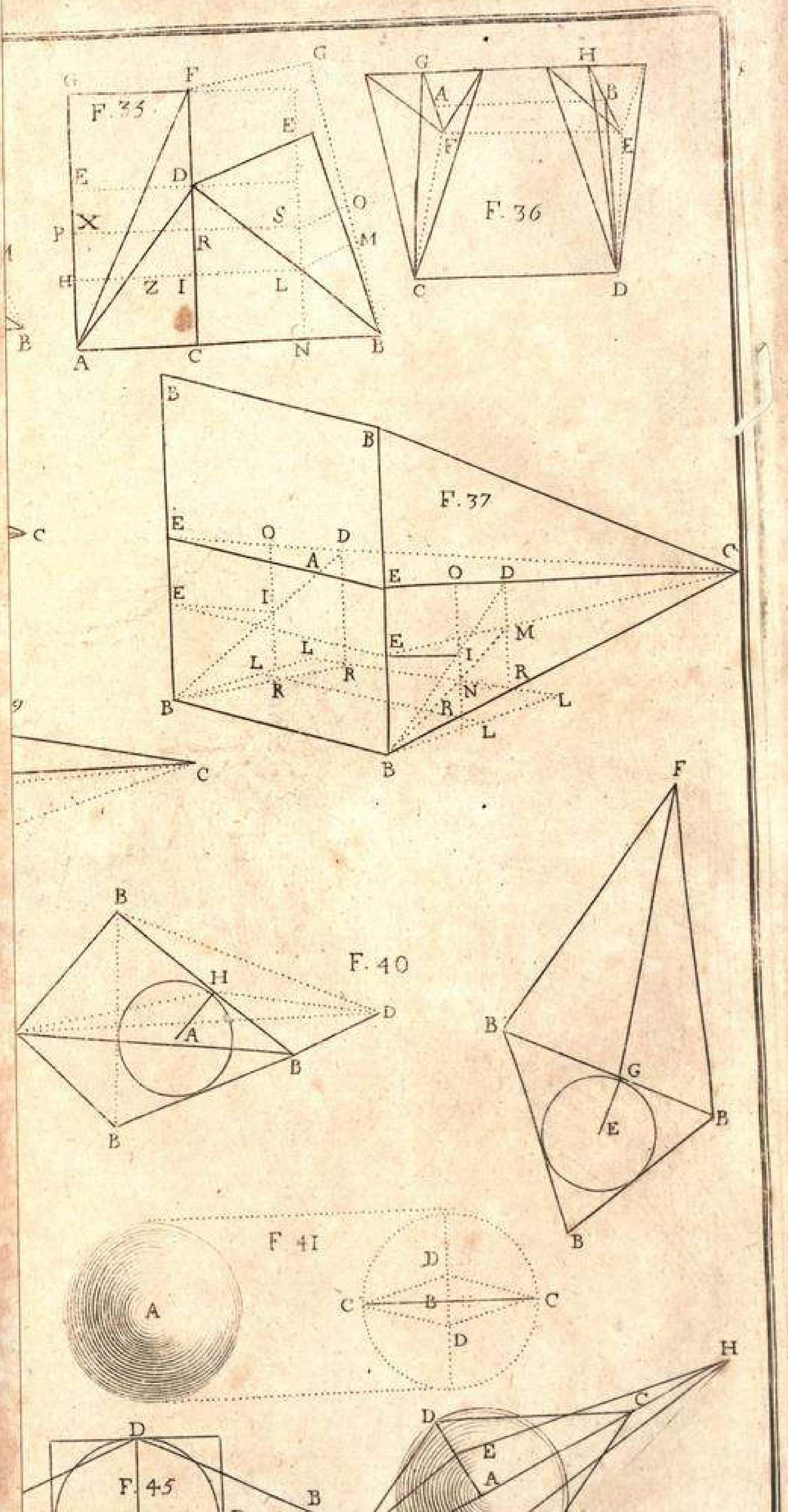

F.2.
F.3.
F.4.
F.5.
F.7.
9.
F.10
F.11.
F.13.
F.14.
F.16.
F.17.
F.19.

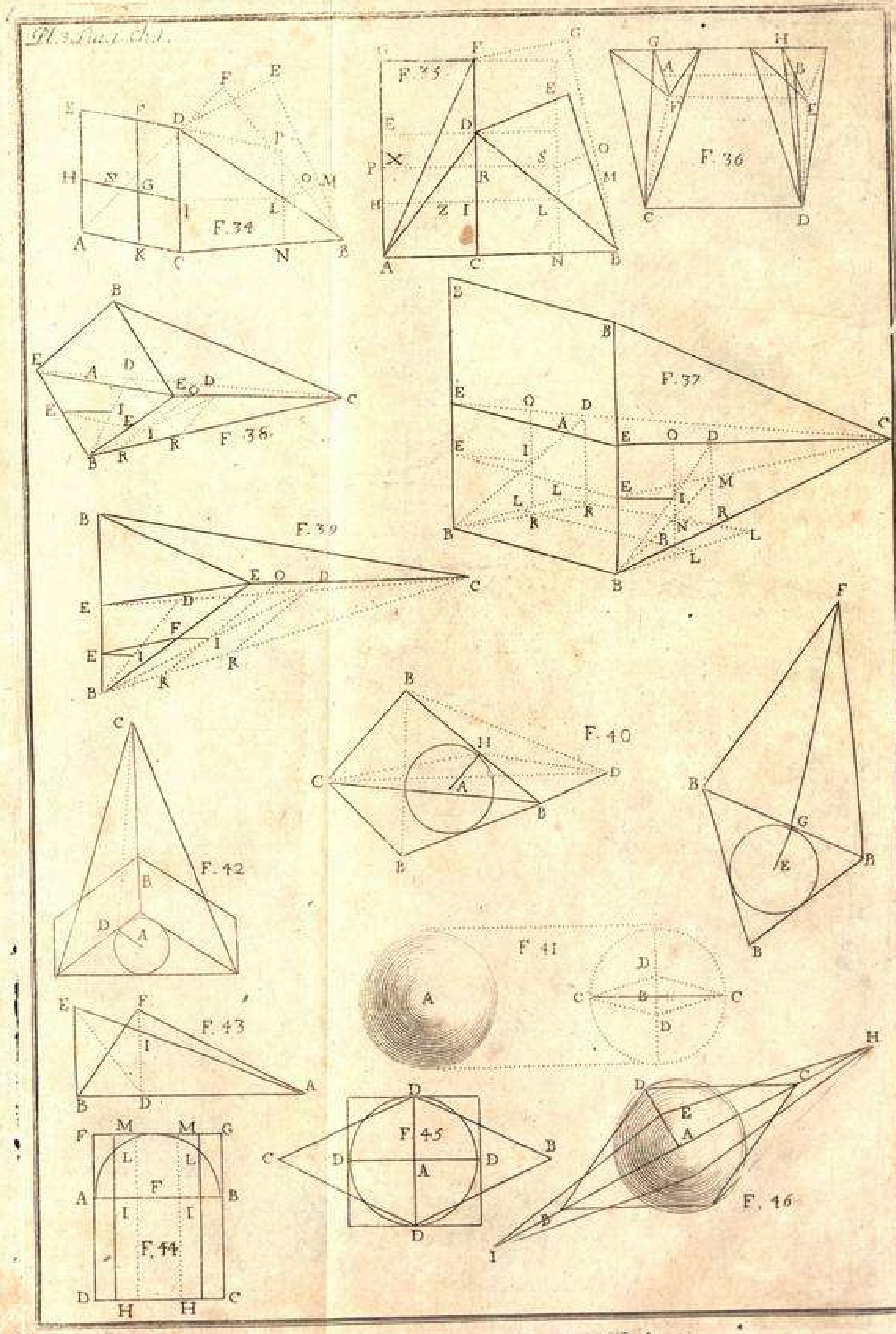

F.1.
F.2.
F.3.
F.4.
F.5.
F.6.
F.7.
F.8.
F.9.
F.10
F.11.
F.12.
F.13.
F.14.
F.15.
F.16.
F.17.
F.18.
F.19.

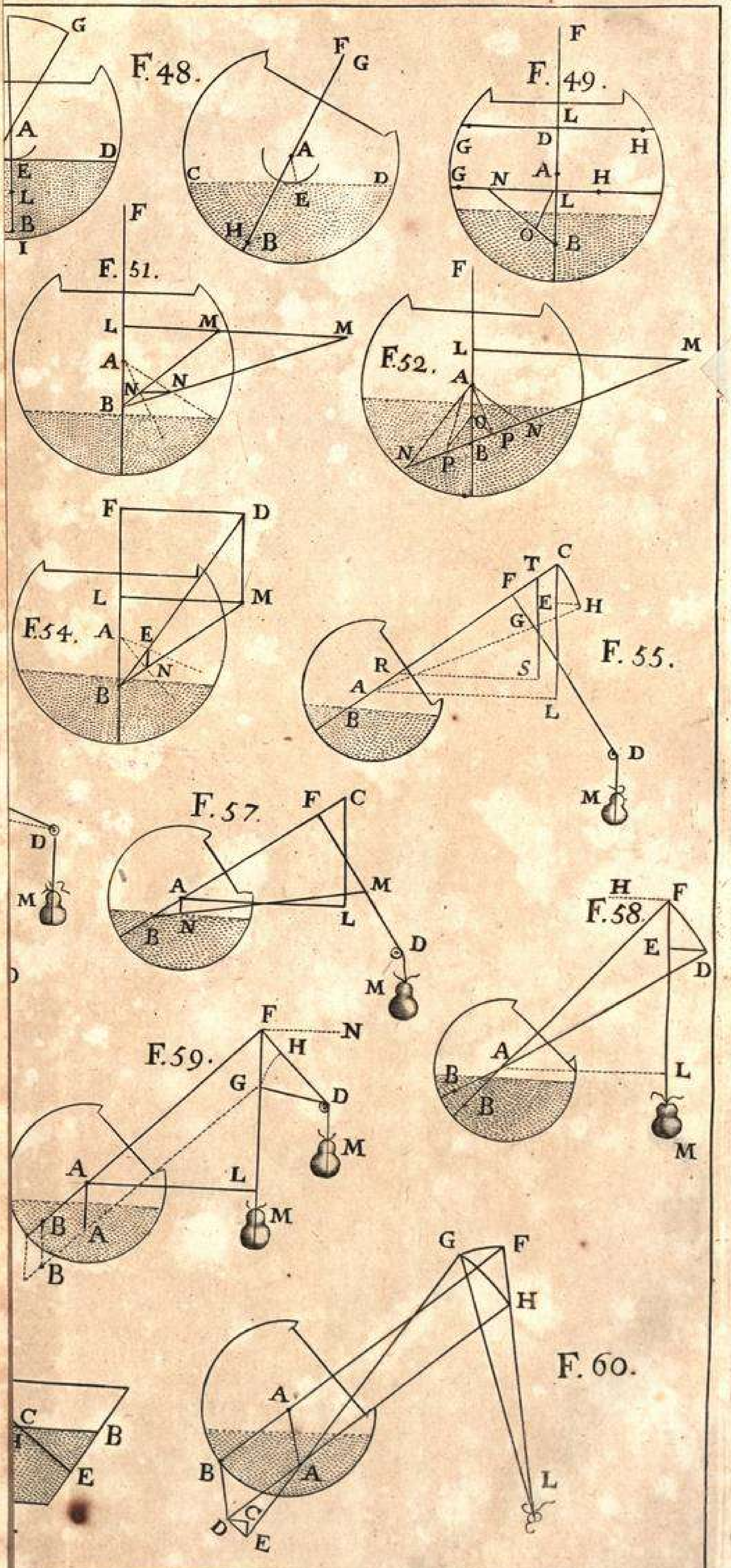

21
F.22
F.24.
F.25
F.27
F.26
F.30
F.32
F.31

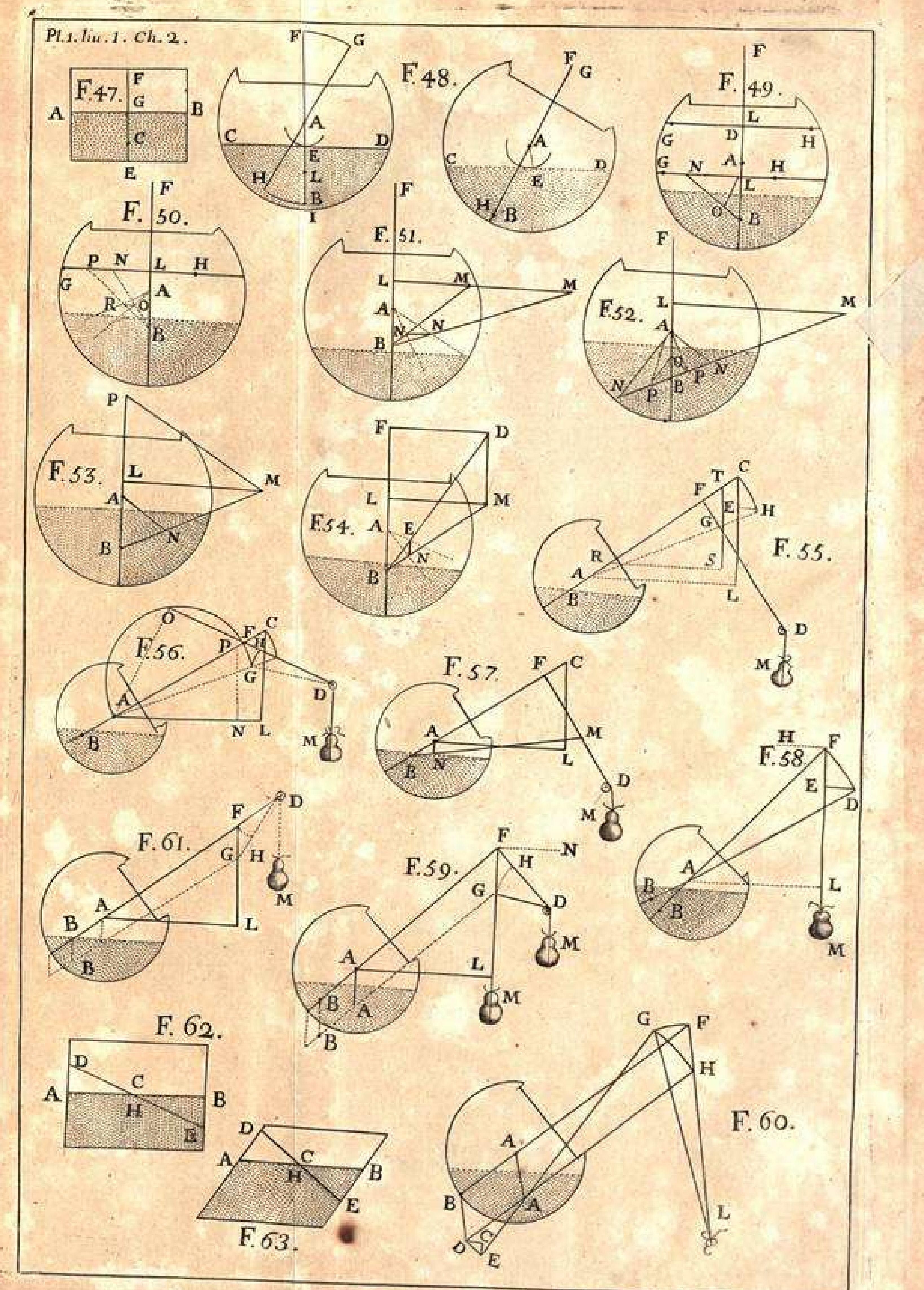
Pl. 2. tiu. 1. Ch. 1.



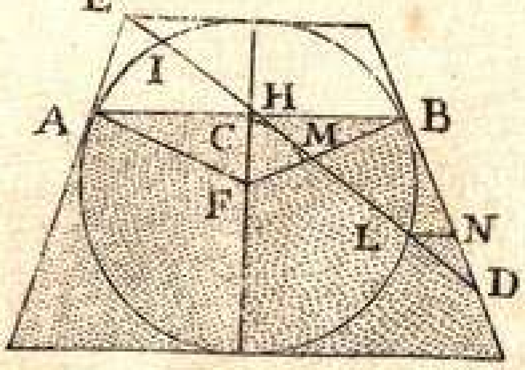

F. 35
F. 36
F. 37
F. 40
F. 41
F. 45
F. 46


Pl.3.Lib.1.Ch.1.
F. 34
F. 35
F. 36
F. 37
F. 38
F. 39
F. 40
F. 41
F. 42
F. 43
F. 44
F. 45
F. 46

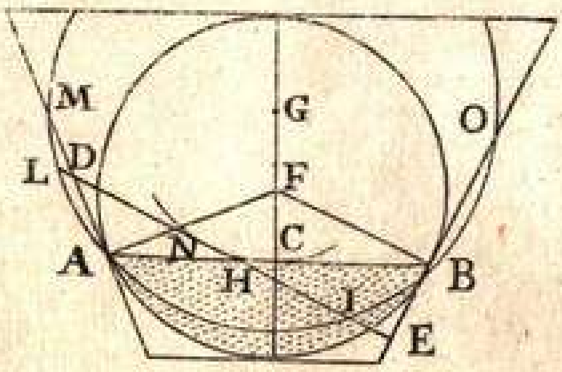

F. 48.
F. 49.
F. 51.
F. 52.
F. 54.
F. 55.
F. 57.
F. 58.
F. 59.
F. 60.


Pl. 1. liu. 1. Ch. 2.
F. 47.
F. 48.
F. 49.
F. 50.
F. 51.
F. 52.
F. 53.
F. 54.
F. 55.
F. 56.
F. 57.
F. 58.
F. 61.
F. 59.
F. 62.
F. 63.
F. 60.

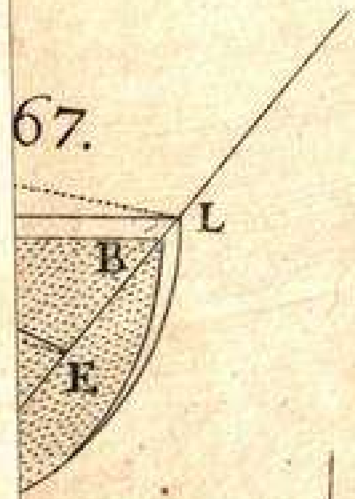
F. 65.

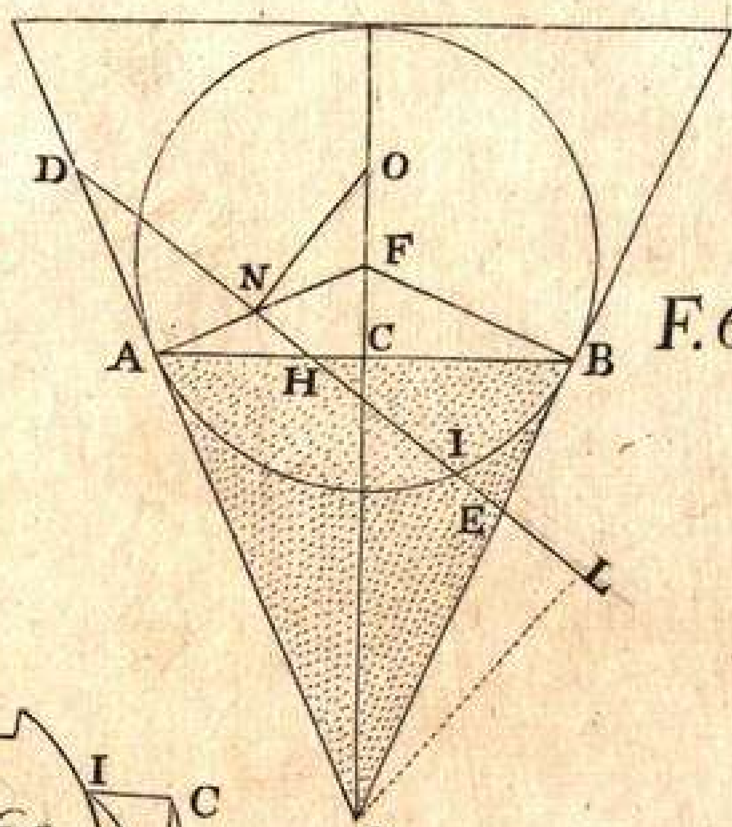


F. 66.

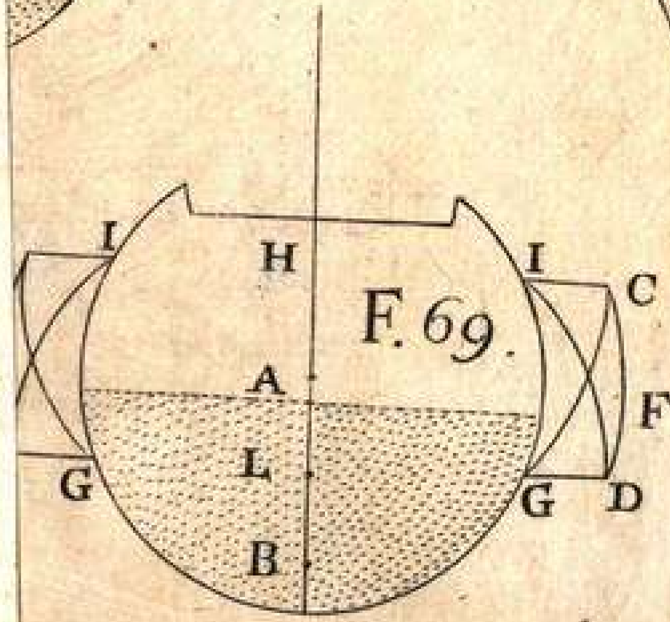


67.



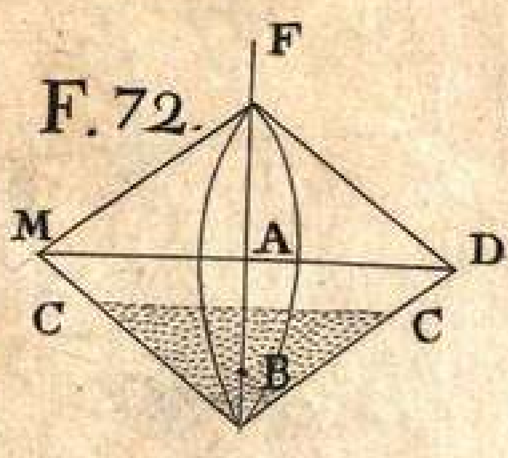


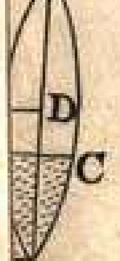
F. 68.

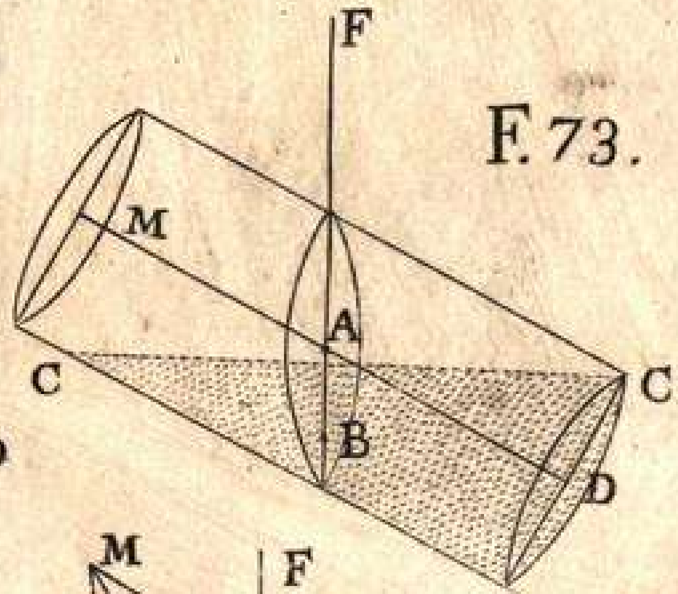


F. 69.

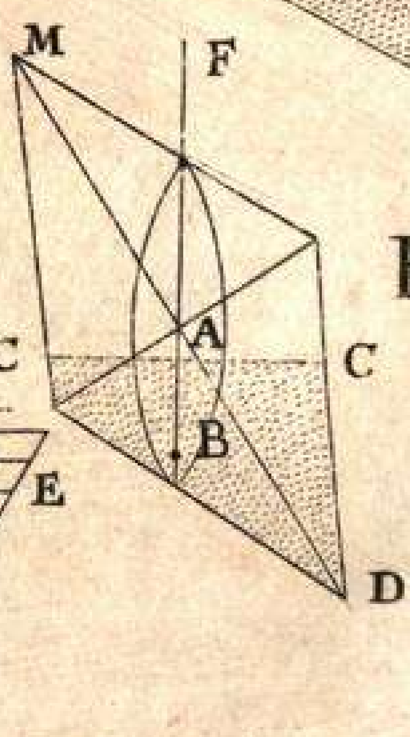
F. 72.







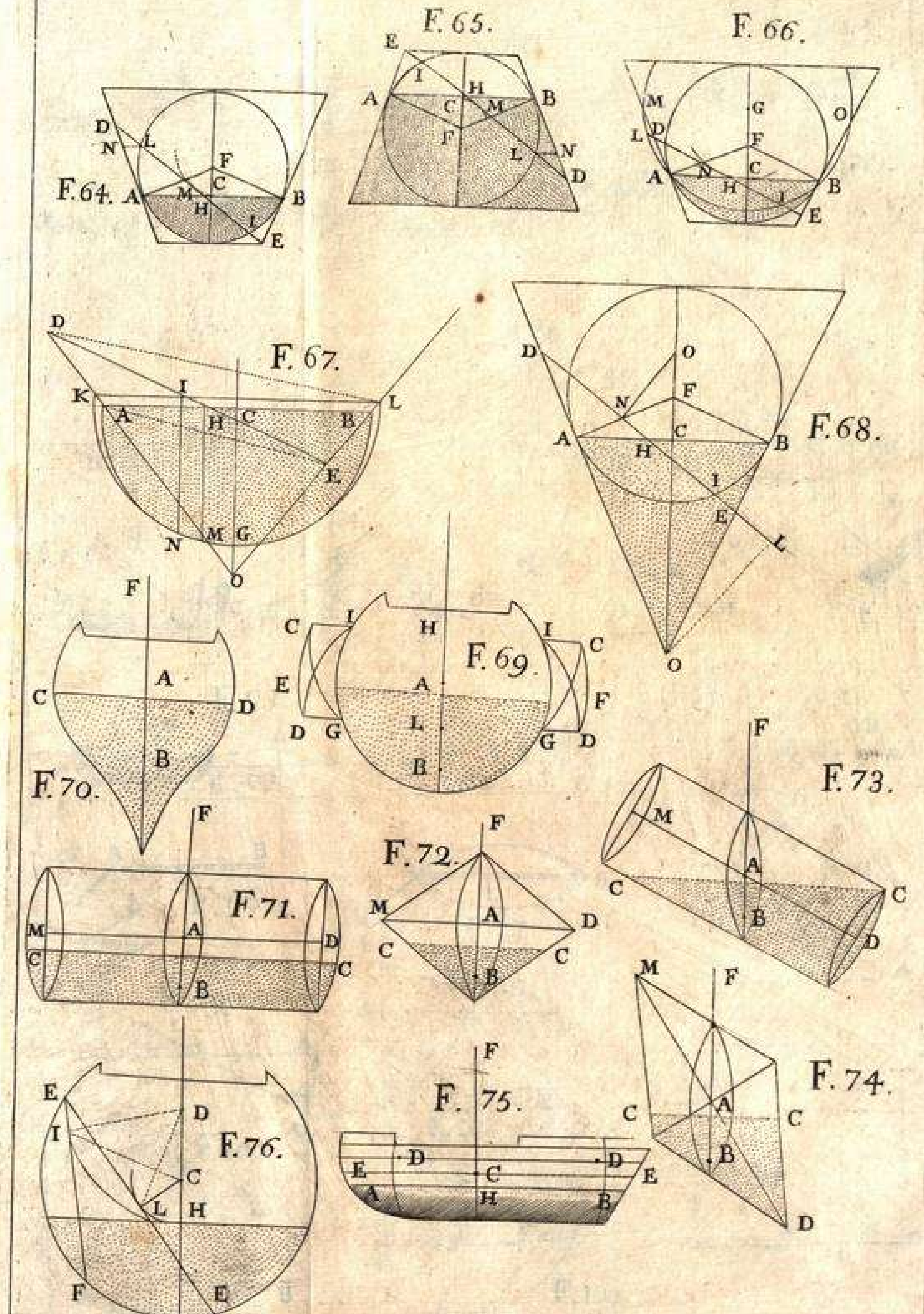
F. 73.

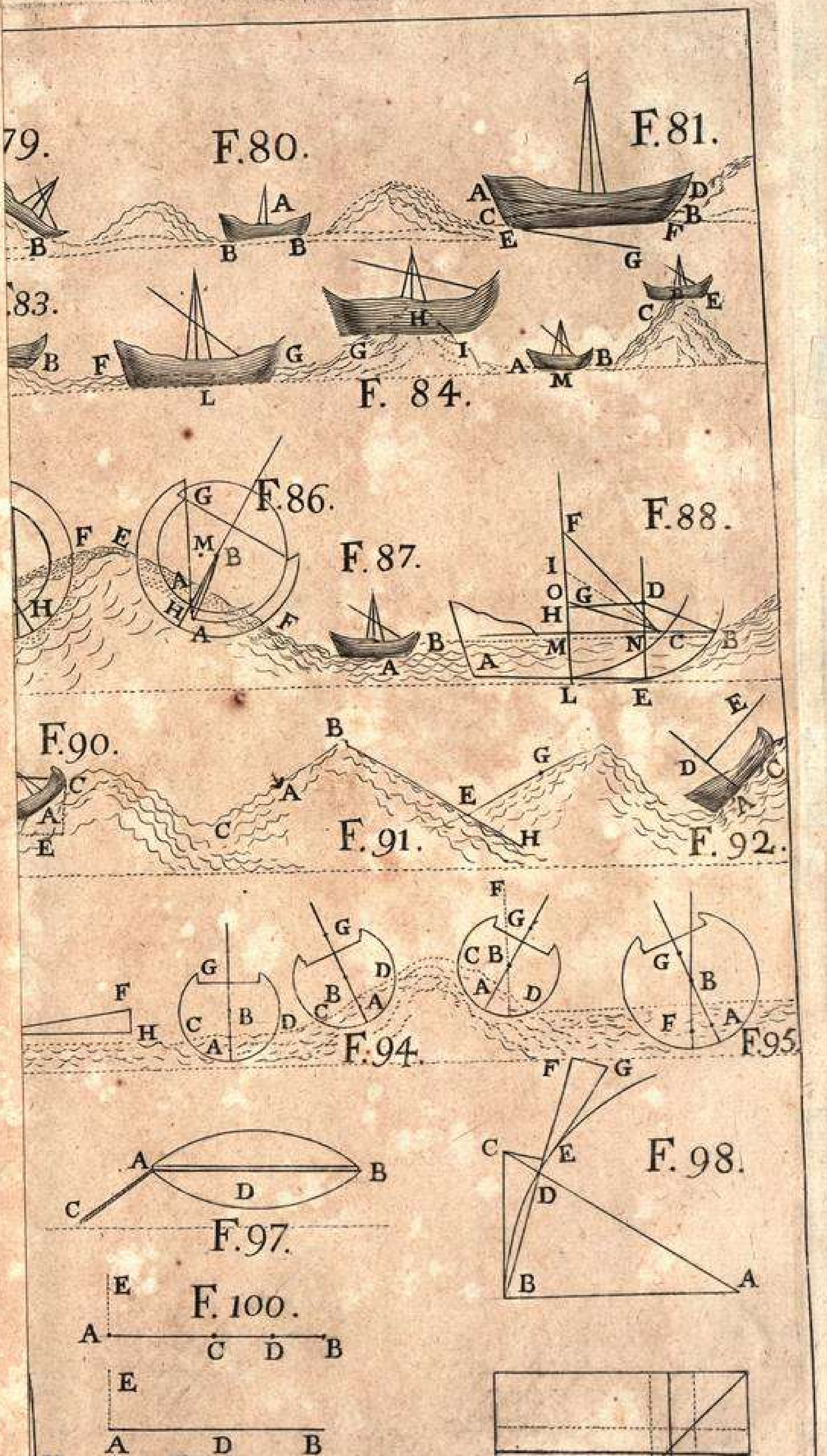


F. 74.

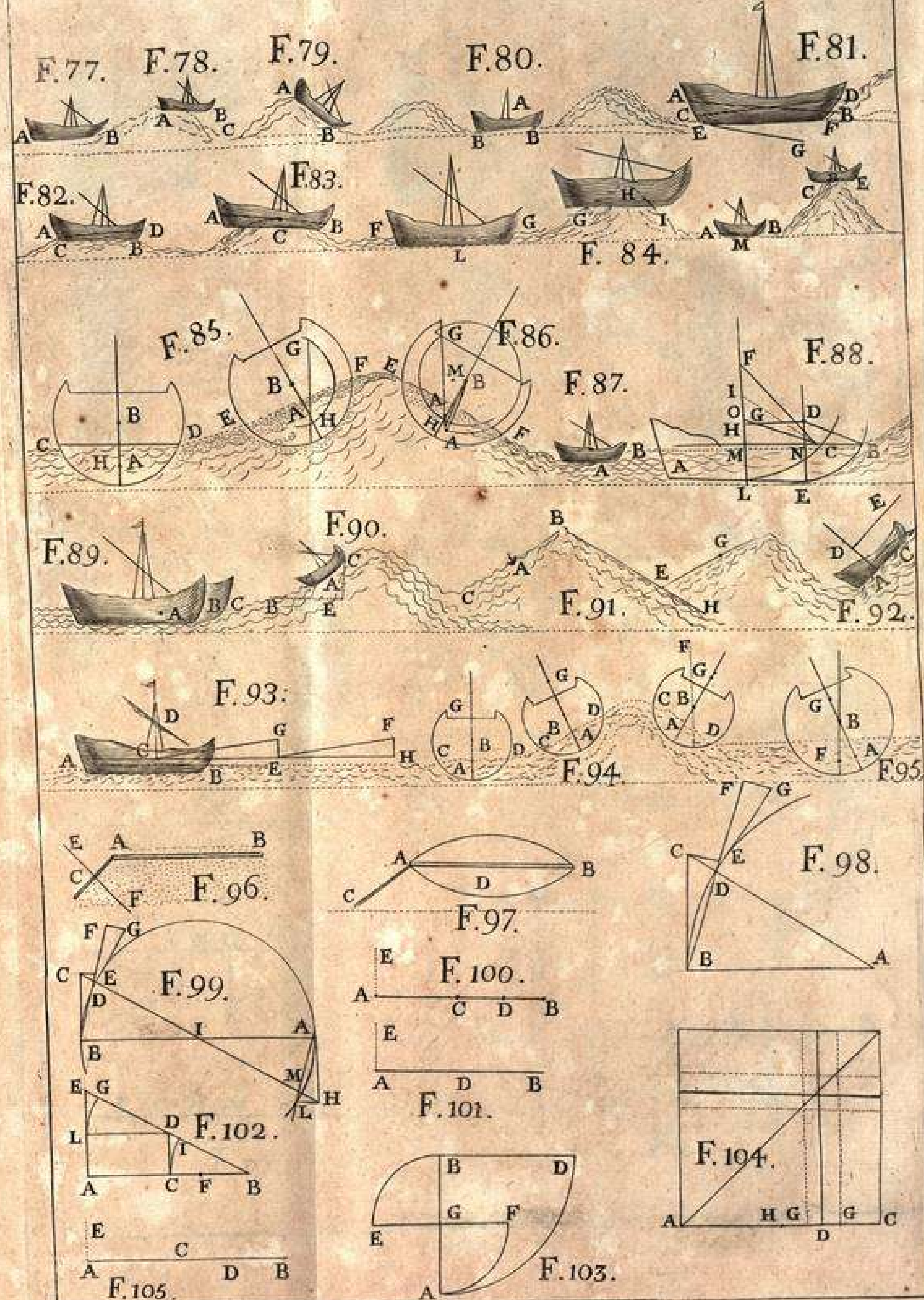
F. 75.

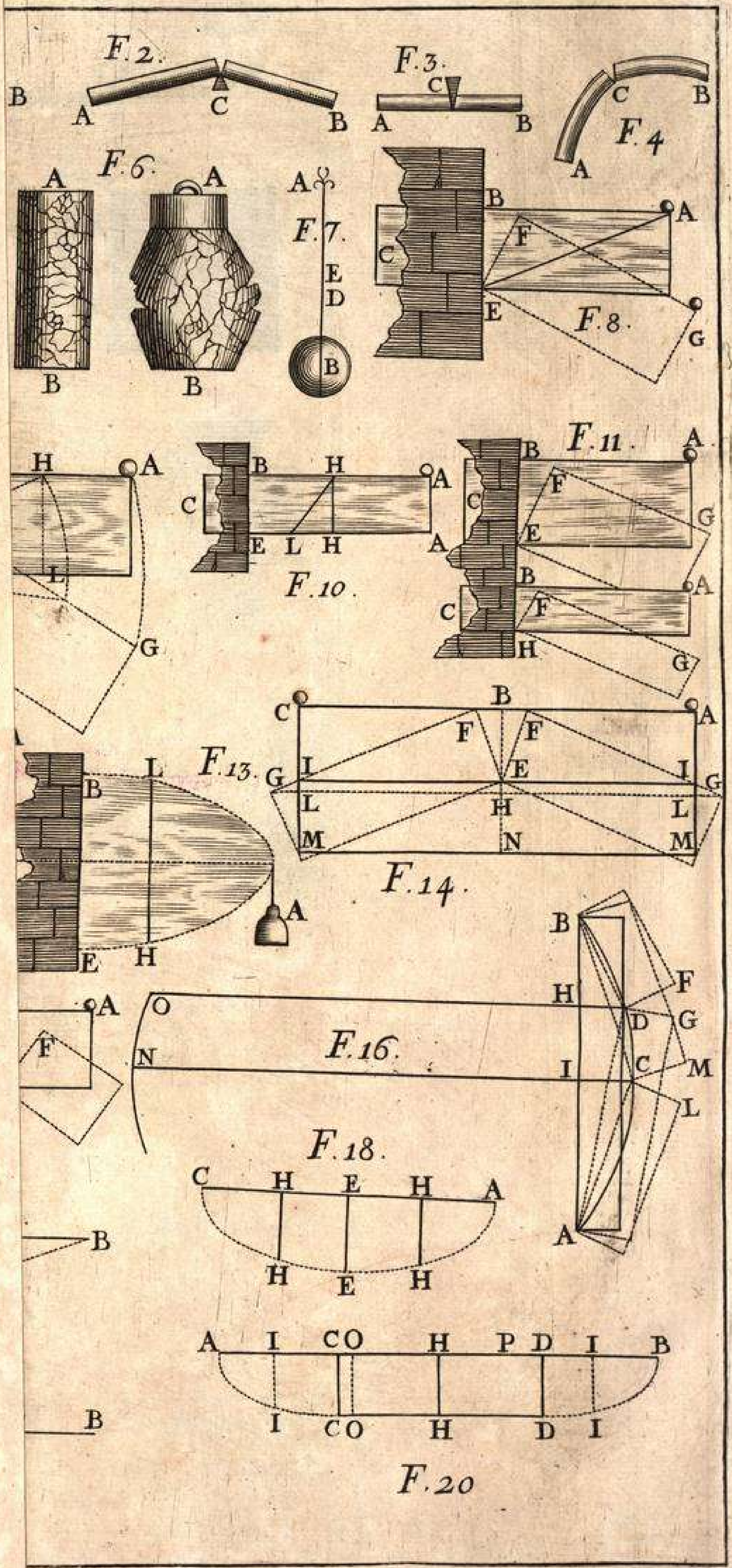
Pl. 2. liu. 1. ch. 2.

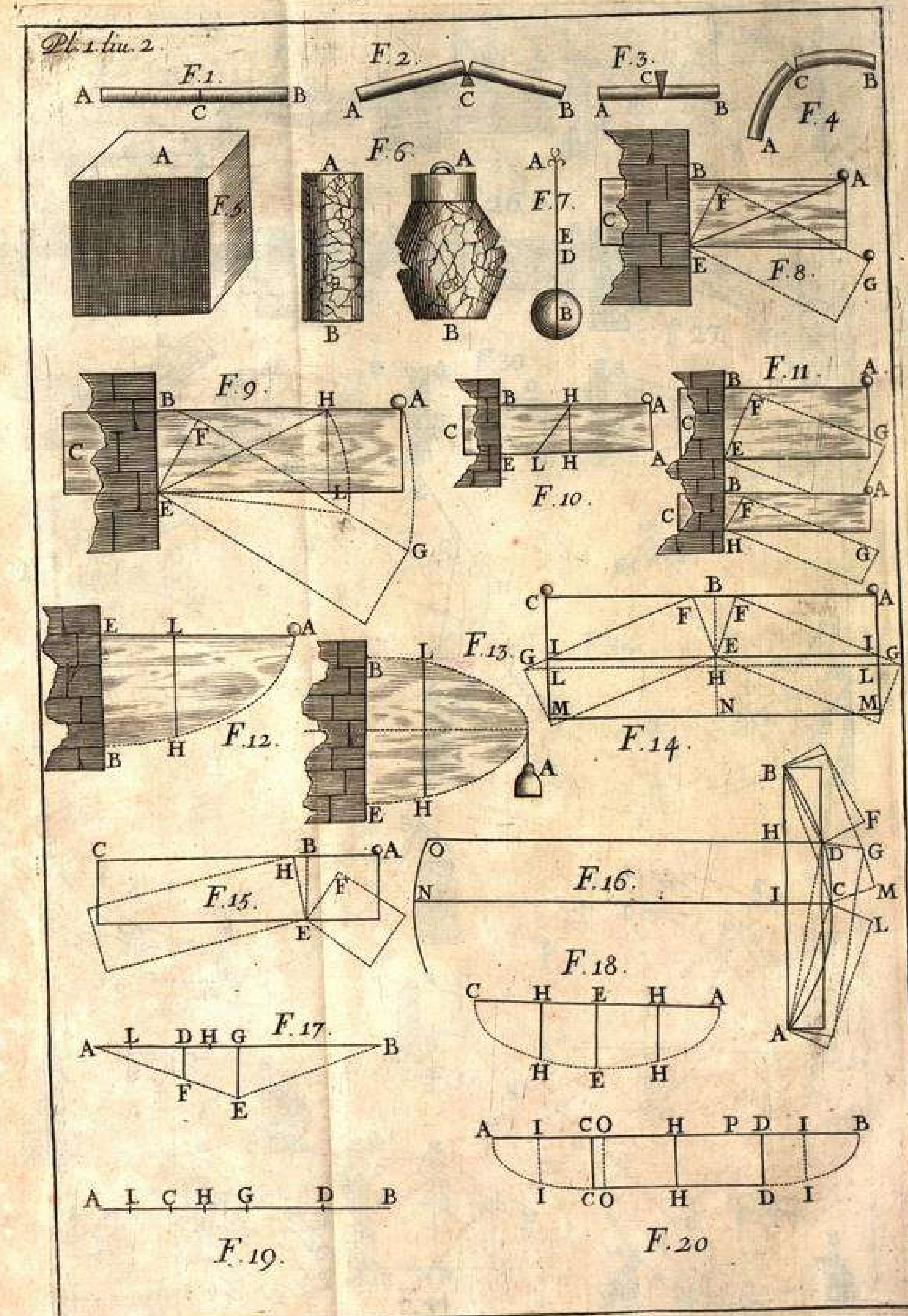


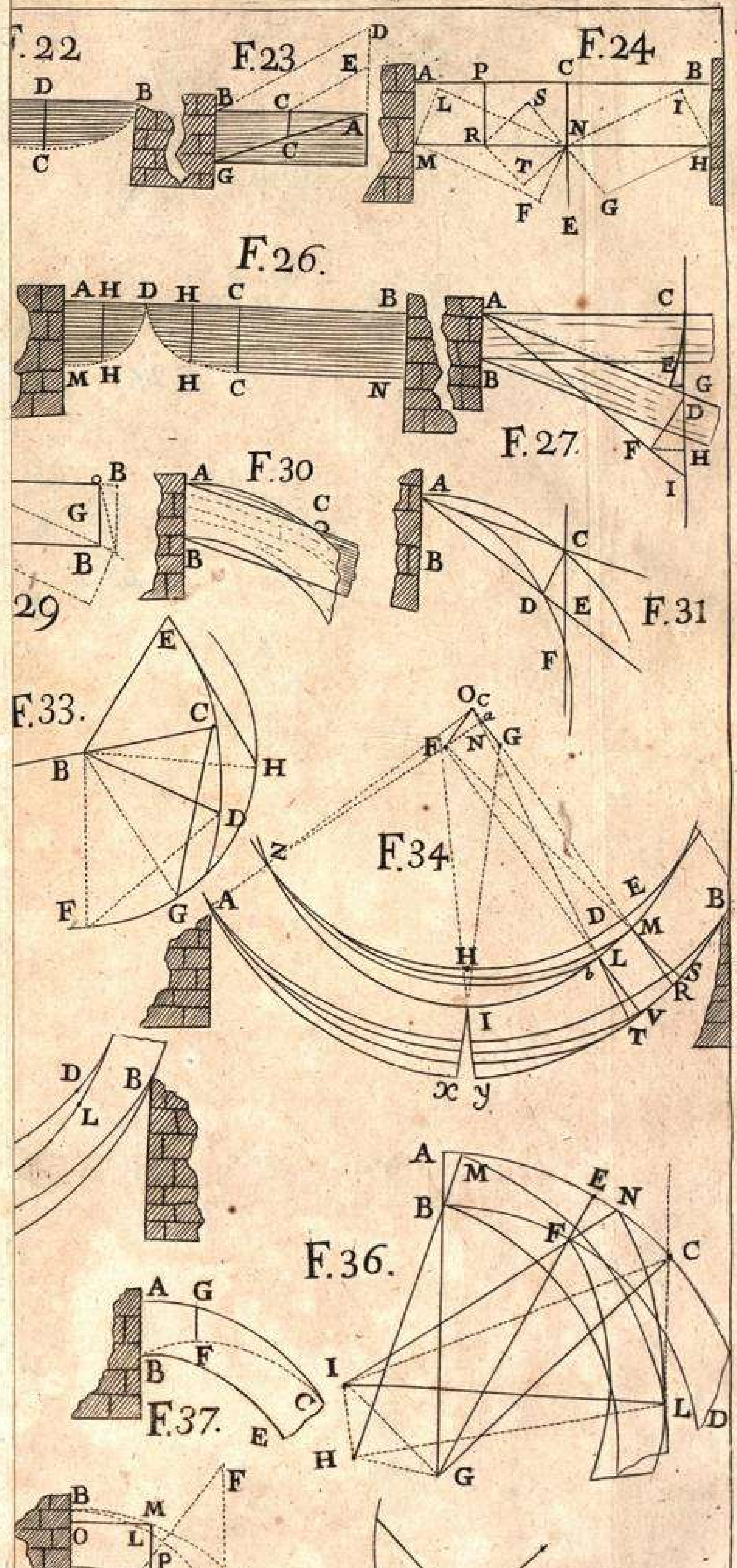

79.
F.80.
F.81.
83.
F. 84.
F.86.
F.87.
F.88.
F.90.
F.91.
F.92.
F.94.
F.95.
F.97.
F.98.
F.100.
F.101.
F.103.
F.104.

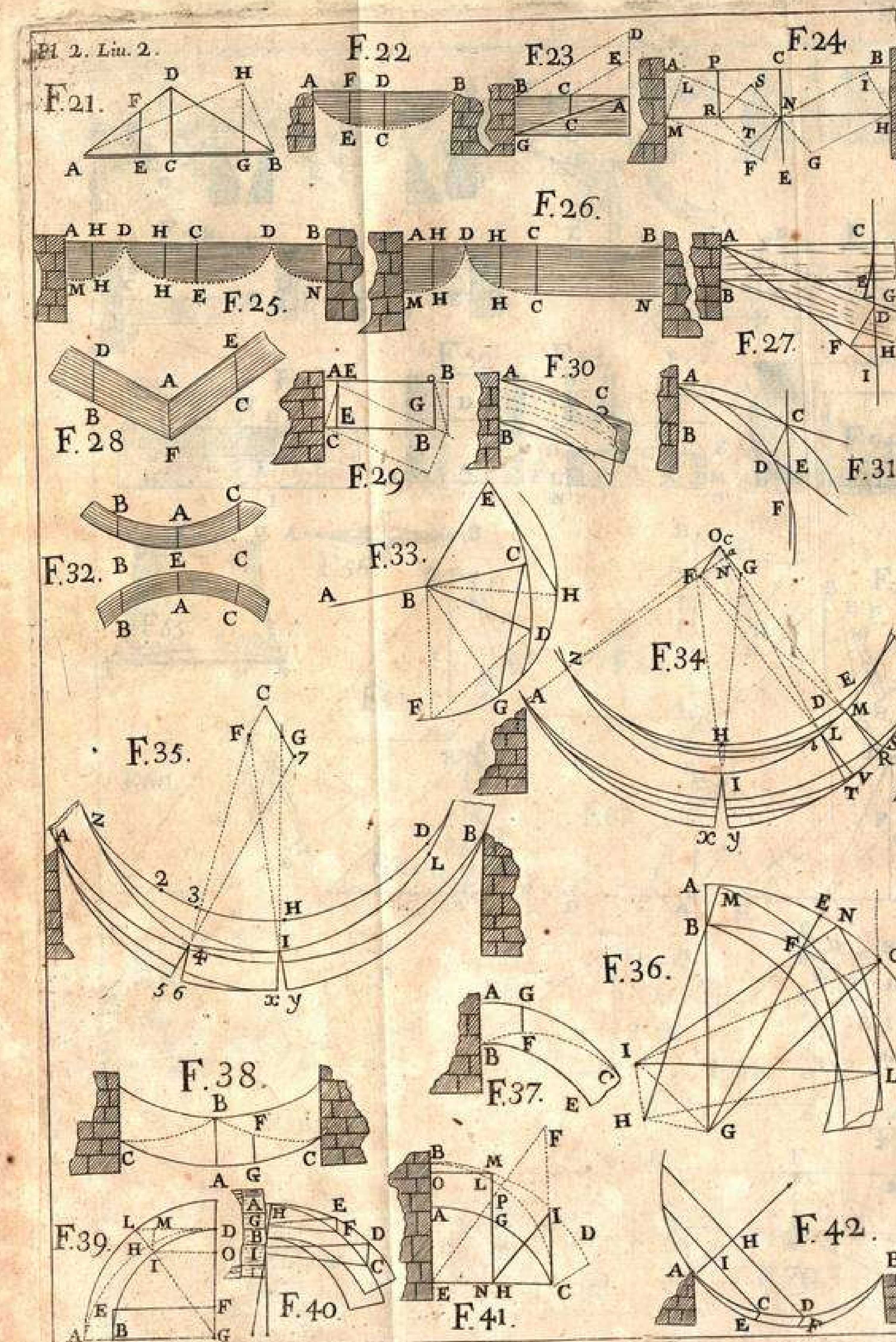
Fin. du I. Liv.

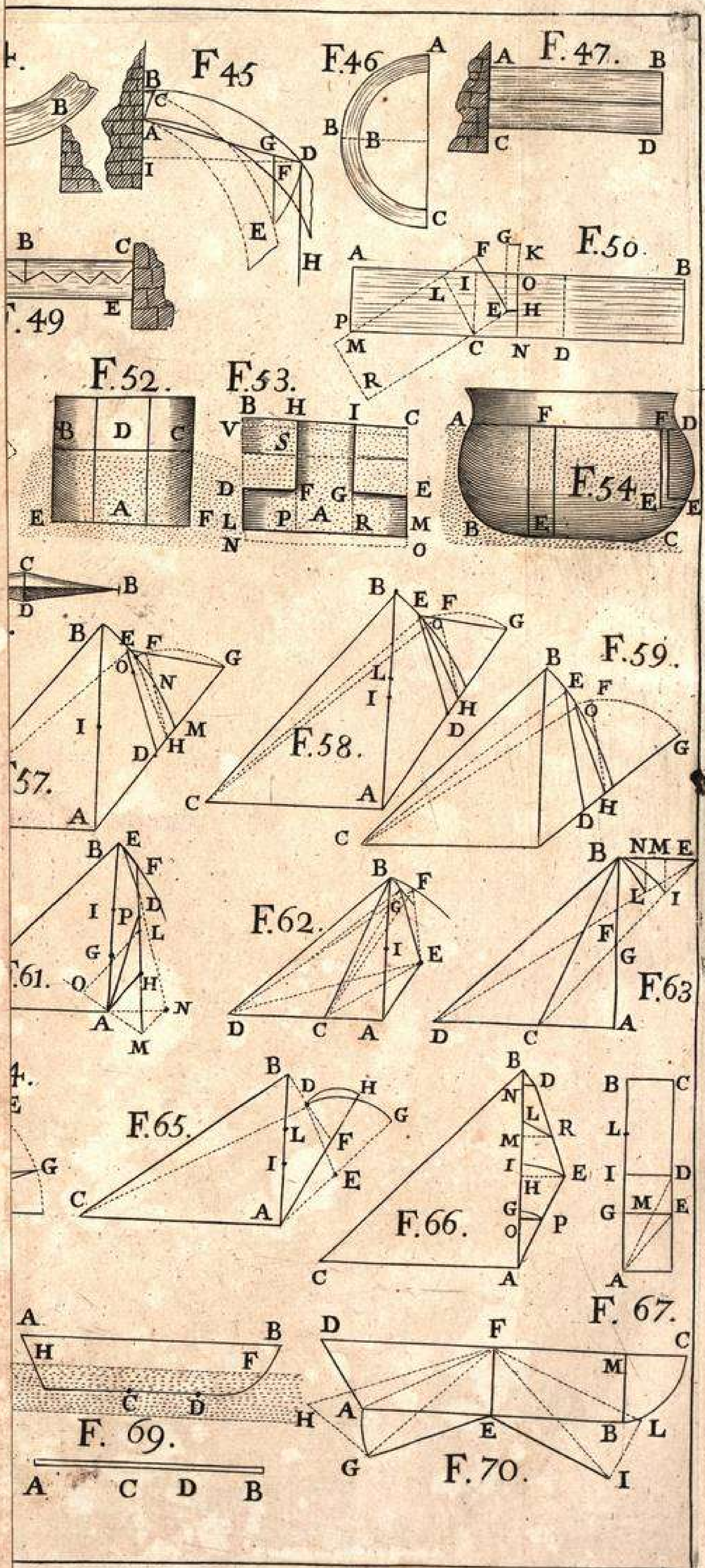

F. 77.
F. 78.
F. 79.
F. 80.
F. 81.
F. 82.
F. 83.
F. 84.
F. 85.
F. 86.
F. 87.
F. 88.
F. 89.
F. 90.
F. 91.
F. 92.
F. 93.
F. 94.
F. 95.
F. 96.
F. 97.
F. 98.
F. 99.
F. 100.
F. 101.
F. 102.
F. 103.
F. 104.
F. 105.

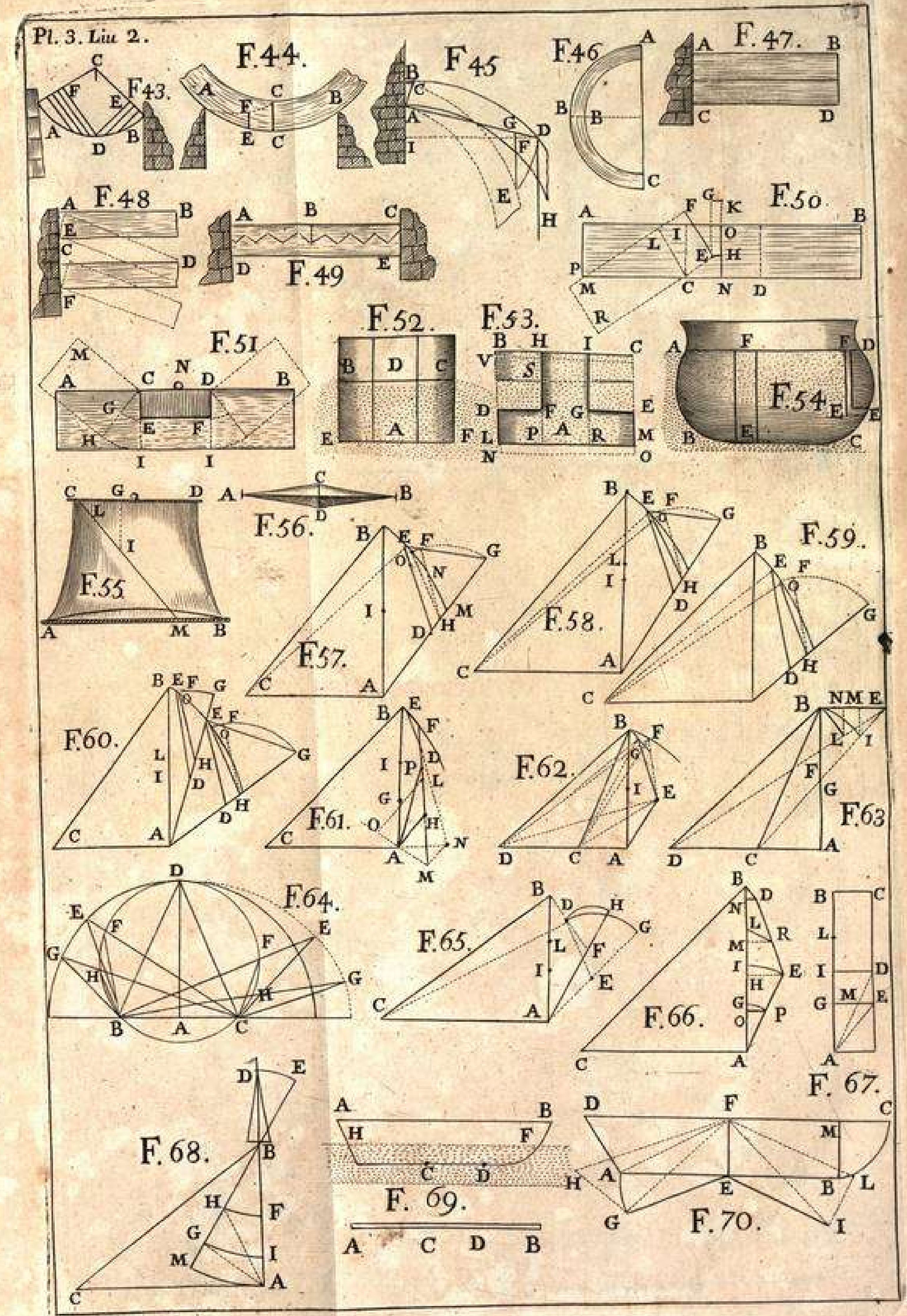

F.2.
F.3.
F.4
F.6.
F.7.
F.8.
F.10.
F.11.
F.13.
F.14.
F.16.
F.18.
F.20

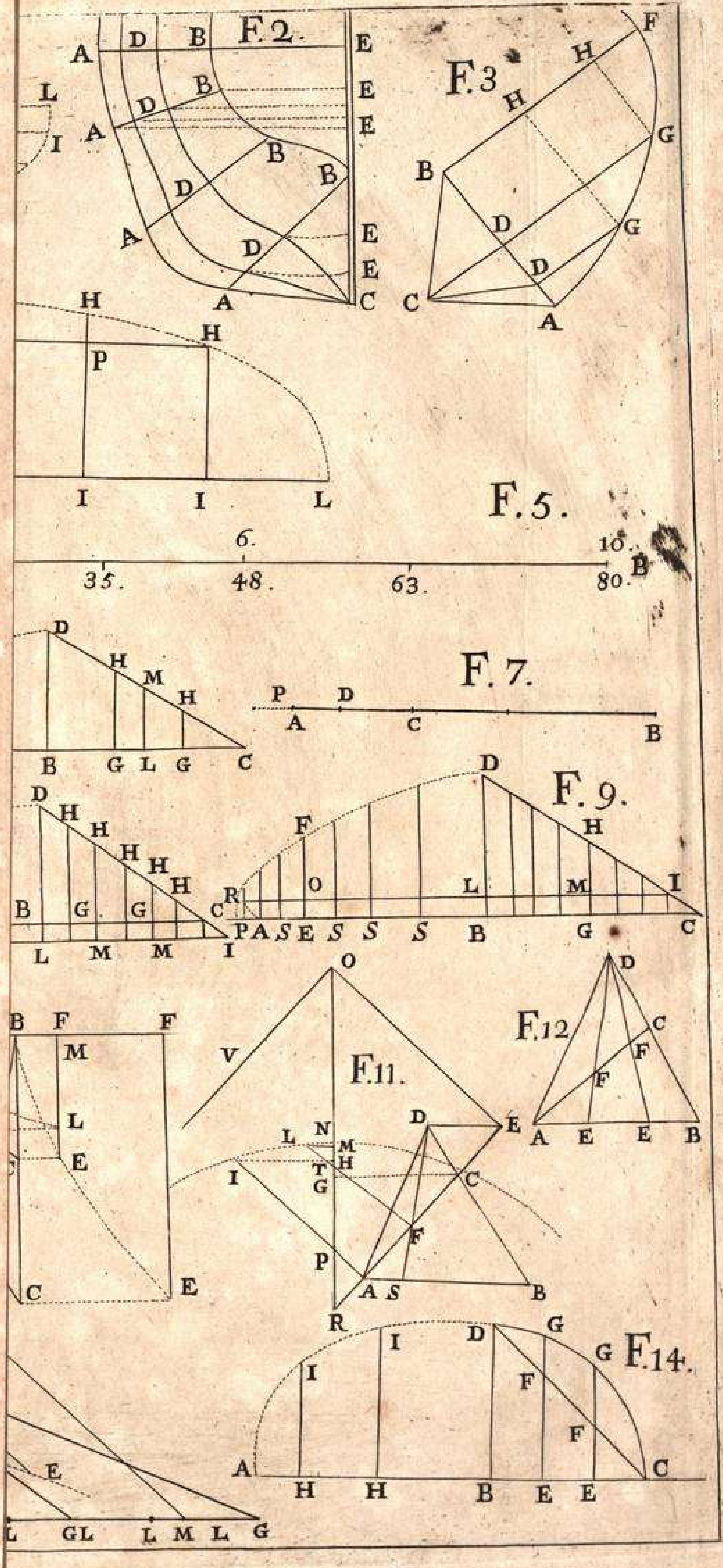

Pl. 1. liv. 2.
F. 1.
F. 2.
F. 3.
F. 4
F. 5.
F. 6.
F. 7.
F. 8.
F. 9.
F. 10.
F. 11.
F. 12.
F. 13.
F. 14.
F. 15.
F. 16.
F. 17.
F. 18.
F. 19.
F. 20


F.22
F.23
F.24
F.26.
F.27.
29
F.30
F.31
F.33.
F.34
F.36.
F.37.
F.41.
F.42.

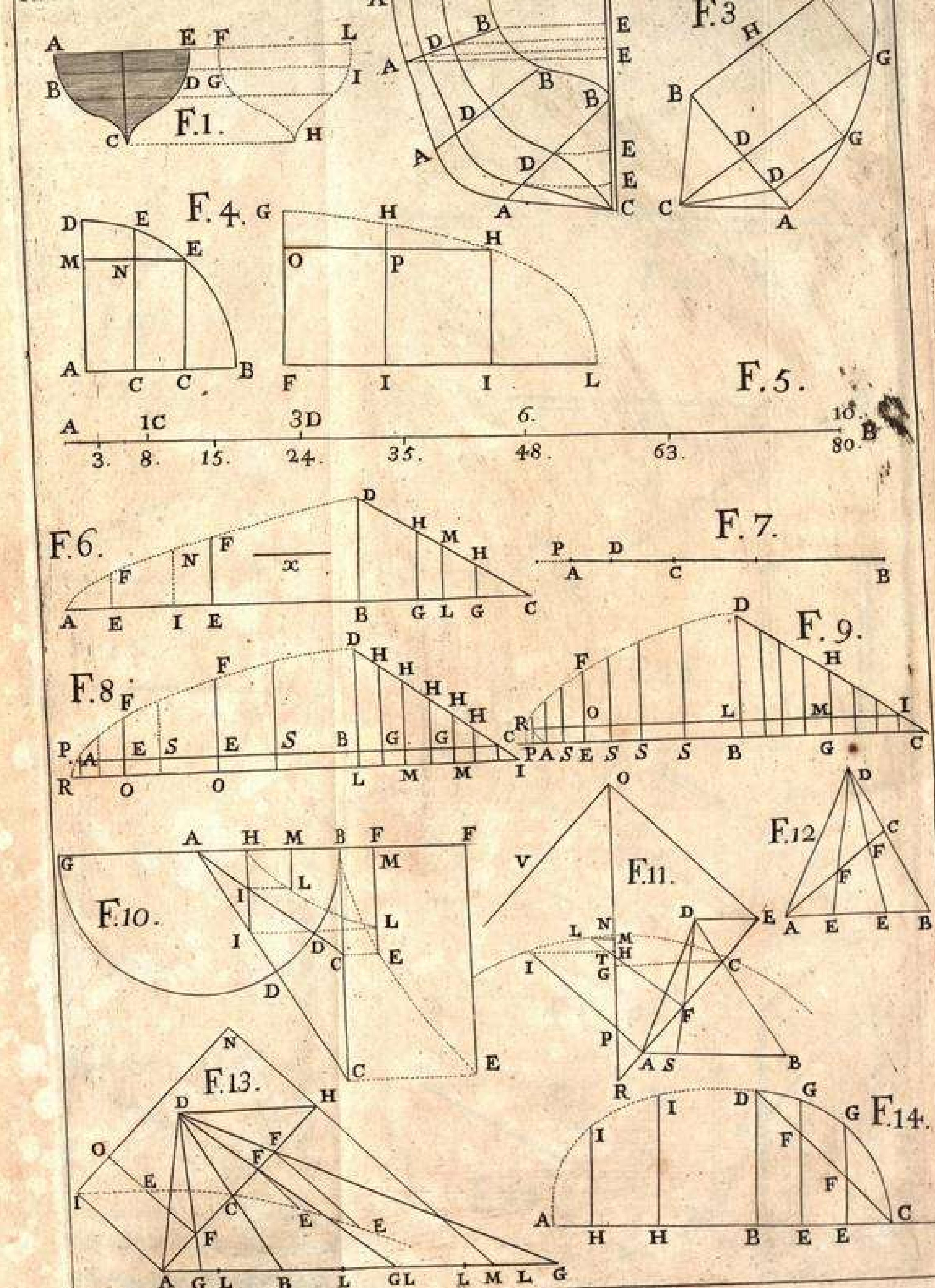

Pl. 2. Liv. 2.
F.21.
F.22
F.23
F.24
F.25.
F.26.
F.27.
F.28
F.29
F.30
F.31
F.32.
F.33.
F.34
F.35.
F.36.
F.37.
F.38.
F.39.
F.40.
F.41.
F.42.

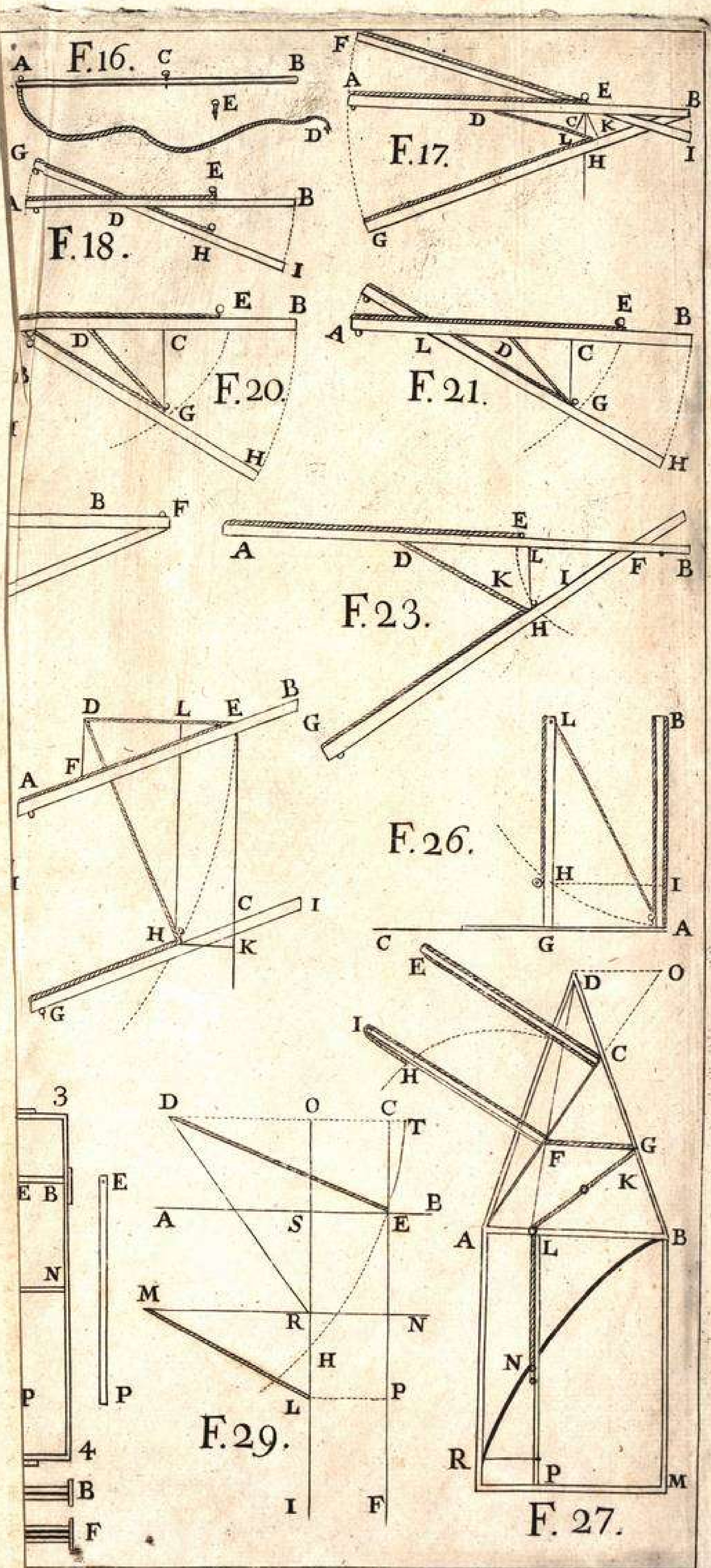

F45
F.46
F. 47.
F.49
F.50
F.52.
F.53.
F.54
F57.
F.58.
F.59.
F.61.
F.62.
F.63
F.65.
F.66.
F. 67.
F. 69.
F.70.

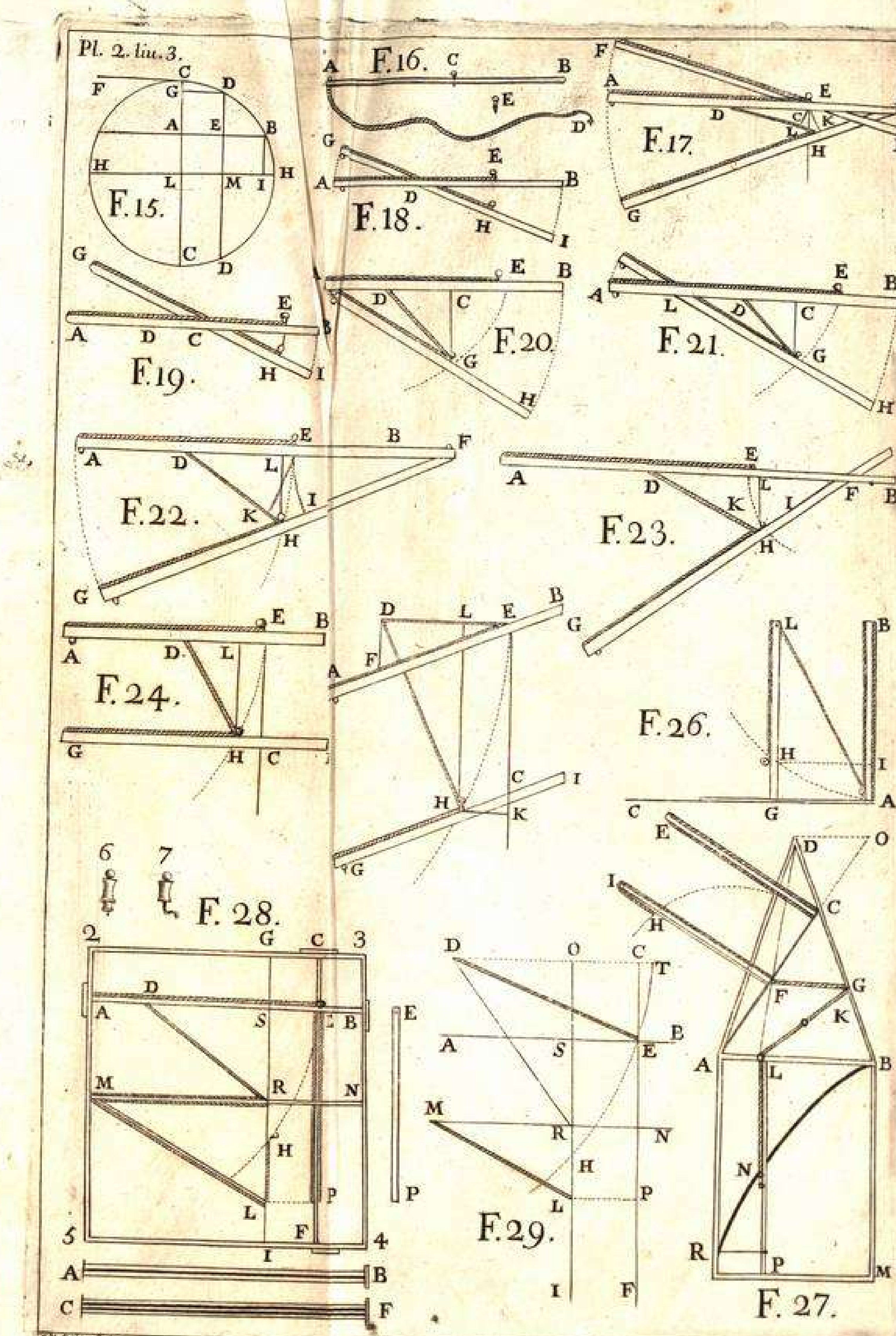

Pl. 3. Liu 2.
F.43.
F.44.
F.45
F.46
F.47.
F.48
F.49
F.50.
F.51
F.52.
F.53.
F.54
F.55
F.56.
F.57.
F.58.
F.59.
F.60.
F.61.
F.62.
F.63
F.64.
F.65.
F.66.
F. 67.
F. 68.
F. 69.
F.70.


F.2.
F.3
F.5.
F.7.
F.9.
F.11.
F.12
F.14.

Pl. I. Tu. 3.




F.16.
F.17.
F.18.
F.20.
F.21.
F.23.
F.26.
F.27.
F.29.


Pl. 2. liv. 3.
F.15.
F.16.
F.17.
F.18.
F.19.
F.20.
F.21.
F.22.
F.23.
F.24.
F.26.
F.27.
F.28.
F.29.

ARMÉES

NAVALES