

quod dicitur paupertatis preteritum  
et huiusmodi palliare. nam illa in  
non significat.

1845

1845

Q. 25  
C. 1

~~1845~~ 25

1845

25

---

145

2.12/6/12







1500000

111

it p  
el dpa  
noblis .i. e. nobis . qz nō possunt  
scribua



IOAN.

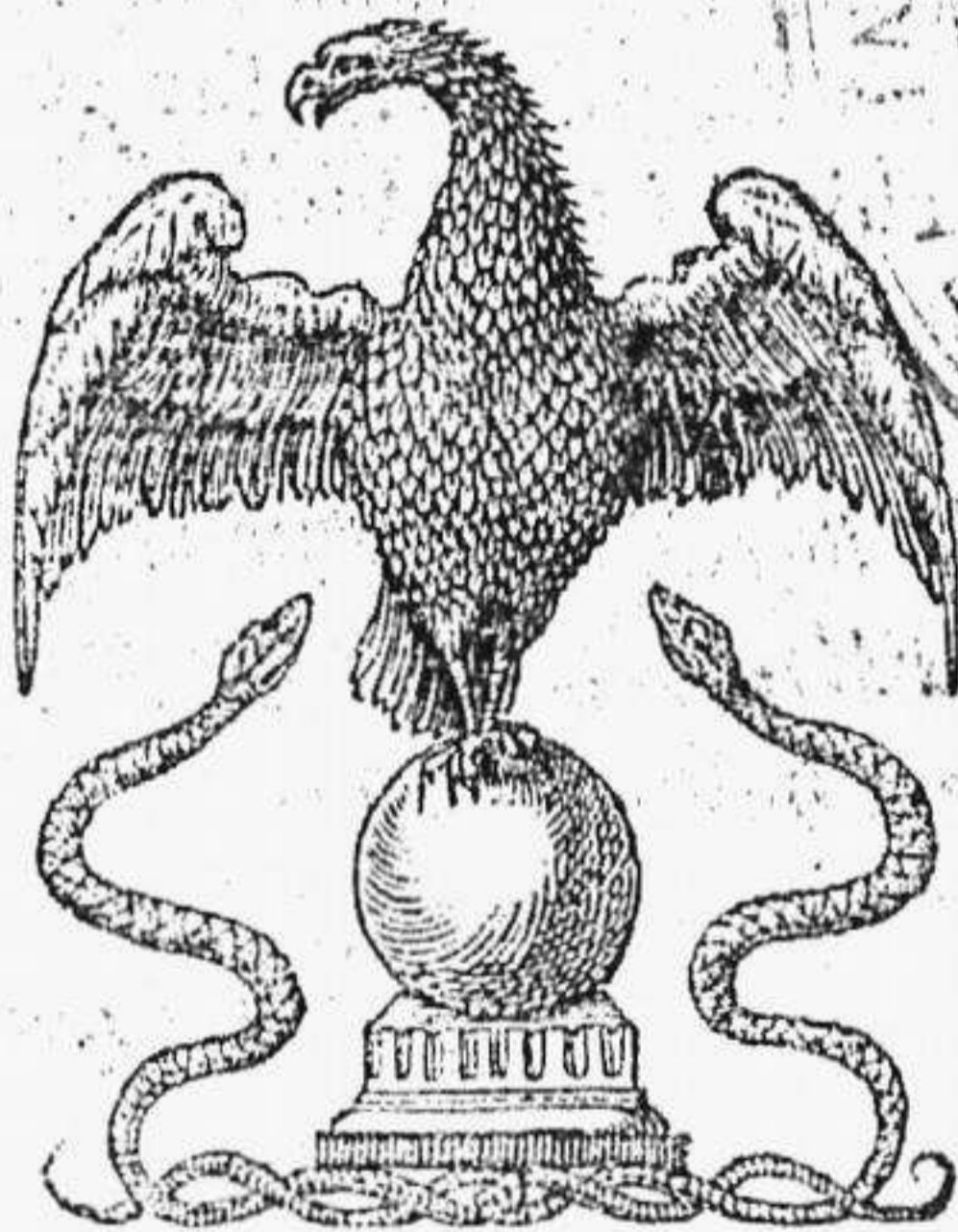
# BVTEONIS LOGISTICA, QVÆ

& Arithmetica vulgò dicitur in li-  
bros quinque digesta: quo-  
rum index summam  
habetur in tergo.

EIVSDEM,

*Ad locum Vitruuij corruptum restitutio, qui est  
de proportione lapidum mittendorum ad balistæ  
foramen, Libro Decimo,*

I  
N  
V  
I  
R  
T  
V  
T  
E,



E  
T  
F  
O  
R  
T  
V  
N  
A.



LUGDVNI,

APVD GVLLIELMV M ROVILLIVM,

SVB SCVTO VENETO.

M. D. LIX.

Cum privilegio Regis.



*Extrait du privilege du Roy.*



L est permis à maistre Jehan Buteo Commandeur de l'ordre Sainct Antoine, d'imprimer ou faire imprimer vn liure par luy composé en Latin, intitulé, Logistica, quæ & Arithmetica vulgò dicitur, in libros quinque digesta. Faisant inhibition & defence à tous autres Imprimeurs & Libraires de non imprimer, ou faire imprimer, ne mettre en vente ledit Liure sans le cõgè & permission d'iceluy Buteo, iusques à dix ans commençans apres ceste presente edition, sur peine de confiscation desdicts liures & d'amende arbitraire. Comme plus à plain appert par les lettres de privilege sur ce donnees le xxii. de Ianuier 1553. & scellees du grand Seau en cire iaulne à simple queue: aussi signees

*Par le Roy, Le Seigneur D'Avanson  
maistre des Requestes ordinaires  
de L'hostel present.*

*De Lomenic.*

# QVINQVE LIBRORVM LOG.

G I S T I C A E C A P I T A .

## *Liber I.*

Proœmium. De figuris, & notatione numerorum. De Additione, De subtractione. De multiplicatione. De probatione multiplicationis. De partitione. De probatione partitionis. De progressionum regulis.

## *Liber II.*

De notatione nominibúsq; particularum. De reductione particularum. De particularum additione, De subtractione particularum. De multiplicatione particularum. De particularum diuisione. De particularum segmentis. De partibus numerorum capiendis. De mutandis particulis in aliquod datũ nomen. De tetragonis lateribus numerorum. De propinquitate laterũ in non quadratis numeris, atque particulis habenda. De cubicis numerorũ particularũque lateribus. De propinquitate laterũ in nõ cubicis numeris habenda. De numerorũ inter se ratione, rationũque nominibus. Quomodo rationum species, & appellationes dignoscãtur. De particularum fragmentorũque rationibus quomodo dignoscãtur. Quomodo dignoscatur vna ratio esse maior altera. De componendis rationibus numerorum. De subtractione rationum. Quomodo rationes multiplicentur. De rationum diuisione. Datis tribus numeris quartum (proportionalem) inuenire. De regula positionis. De regula positionis duplæ.

*Libro III. tractatur Algebra.*


Prooemium. De quadraturæ principiis atque figuris. De numeratione, additione, & subtractione quantitatum. De multiplicatione quantitatum inter se, & in numeros. De multiplicatione additamentorum Plus, & Minus.

De multiplicatione quantitatum cum additamentis Plus, & minus. De partitione quãtitatum inter se, & in numeros. De partitionibus additamentorum Plus, & Minus. De partitione quantitatum cum additamentis Plus, & Minus. De Canone simplici, super quo fiunt problemata 38.

De tribus compositis Canonibus. Primi Canonis exemplum. Secundi Canonis exemplum. Tertij Canonis exemplum. Trium Canonum versus. An in quadratura Canones compositi plures tribus esse possint. De regula quantitatis.

Liber quartus Logisticis quæstionibus 92 concluditur.

Quintus autem liber quæstiones ad quadraturam pertinentes continet numero 65, quarum novem posteriores Logistica fines excedunt.



IO. BVTEONIS LOG-  
GISTICÆ LIBRI PRIMĪ.

PROOEMIUM.



*ARTEM* computandi vsibus humanis non solum cōmodā, sed necessariā prorsus neminē puto sanē mētis velle negare. Huius autē meditatio primū apud Latinos fieri cœpit per lapillos, qui calculi dicuntur. Vnde calculū ponere, pro cōputare, ab antiquo perduravit, & pro rationibus calculi, nomēnq; calculator. Olim etiā quò magis esset in prōptu cōputatio, ac veluti semper ad manū, artificii quodā gestu digitorū vulgò signari, & intelligi solebat. A deo quidē vt si quis vel aliās consummatus orator, in colligendis summis ab hac chironomia paululū aberrasset, eò statim indicio censeretur indoctus, sed à multis iam seculis modus iste manualis penitus obsoleuit, et eam, quæ fit per notas, numerationē ab initis rudibus Græci, sicut et cæteras artes, literis excoluerunt, cōsummatāq; vocarunt Logisticē. Quod nomē ratiocinatio latinè valet. Inter huius authores Archimedē inuenio. Is enim in Psammitide prodigioso cōputationis arene numero coactus necessariā sibi Logisticæ partē repetit ex eo libro, quē scripserat ad Zeuxippū. Fuit etiā alter nomine Magnus in hoc genere scriptor, de quo meminit

*Eutocius Ascatonita in cōmentario super Archimedis dimēſione circuli. De alijs autē nō est facta, quā viderim, mentio ſpeciatiim. Nā inter multa veteris ſapiētię monimēta, quibus poſteros lōginqui tēporis iniuria fraudavit, huiusmodi quoque ſcripta omnia, nō mediocri dāno noſtro perierūt. Et perūſſet ars ipſa fortasſe, niſi nobis adhuc Arabicę gentis induſtria perſtaret. Etenim ſicut aliquādo fuit, in verſandis atq; vertēdis in ſuā linguā Gręcis ea natio diligēs. ita poſtea ſeculū quoddā miſerū ſucceſſit, quo Latini Gręcorū fonte relicto, & Arabicos ſectati riuulos diſciplinę hauriebāt. Adhuc enim, et in Philoſophia, et in Mathematicis opera Gręcorū ex Arabica lingua in latinum verſa paſſim legimus, quod et character ipſe ſermonis, et vocabula quędā relicta manifeſtāt. Imprimis que nomē ipſum artis quā profitemur, qui vulgō dicitur Algorithmus, & hunc titulū multi ſuis operibus indiderūt. Nonnulli tamē recentiorū ſcripta ſua Logiſtica, Arithmeticas inſcribere malunt. Nō jere leuius improprieta te, quā alię barbarie peccātes. Tractat enim Logiſtica numeros ab Arithmetica more diuerſo, ſicut videre eſt in Arithmetiſ libris Euclidis, Nicomachi, Boetij, Iordani. Et ita differt ab Arithmetico Logiſticus, ſicut Mēſor à Geometra, et Cātor à Muſico. Nullus tamē adhuc iſtorū (quantū viderim) arti, quā profitetur, antiquū, propriūmq; nomē adhibuit. Nec ipſe quidē Lucas Italus, qui longē omniū optimē ſimul & copioſiſſimē ſcripſit idiomate ſuo. Quę proximē doctrina ſequi-*

tur Stephanus à Rupe Lugdunēsis, in opere suo lingua nostra Gallica cōposito. Præter hos autē multi satis in hāc materiam, diuersis linguis, libellos ædiderunt, quæ sunt in arte facilia prosequuti verbosius, subtilius autē recōdita, ad inscitie velamē dissimulātes. Nec desunt etiā qui prauo nouādi ad ostentationē studio multa superuacue nulliūsque momēti obscuritatis affectatæ miscuerunt, quorū nōnulla suis locis ostendā. Ac utroque vitio laborāt potissimūm qui Latinē scripserunt. Sic ut huius laus gloriæque magisterij (quod fateri certè piget) in aliorū adhuc possessiōe cōsistat. Ego igitur ipse disciplinarū ab adolescētia sectator pudoris stimulo cōcitus, ut in hoc publico studiorū dedecore aliquo venire subsidio nostris, regulas logisticæ, traditionēsque necessarias, nec nō & exēpla quæstionū, exercitio requisita, quāta potui facilitate diligēter explicui, destinatis voluminibus, ordine suo cuncta disponēs reiectis ubique superfluis. Data est insuper à nobis opera, ut antiquas, et Græcas (ubi Latine defunt) arti voces redderemus, in quarū locū peregrinæ successerāt, et in ea maximè parte, cui nōdū est aliud quā Arabicè nomē Algebra. Vnde sunt qui putēt ab Arabibus inuentā. Ego autē conseruatā, magis quā inuentā existimo, vel ea solū cōiectura, quod Euclides in Elemētis libro secūdo ad hāc fundamēta disponat, vnde structurā totam consurgere, quisquis sedulò scrutabitur, inueniet. Et calculi genus est planè Geometricū, ad eas quātitates potissimè spectās, quæ dicuntur irrationales, ita tamē ut

supputationibus etiã numerorum artificiosis accommo-  
detur, prout in sequentibus vno & altero libro parti-  
culatim ostendam.

De figuris & notatione numerorum.

**M**onas est, secundum quã vnũquodque eorũ quæ  
sunt vnũ dicitur. Numerus aut, ex monadibus  
cõposita multitudo. Ita definit Euclides in elemētis. Mo-  
nadē Boetius, et eũ sequuti malè verterunt vnitatē, cū  
sit vnitas similitudo, vel cõcordia, siue coadunatio, vel  
id quod Græcè dicitur ἑνωσις potius quã numeri prin-  
cipiũ. Vitruuius autē μόνάδες interpretatur, res singu-  
lares. Sed vtendũ cēseo voce græca potius quã para-  
phrasi nõ admodũ propriè. Et quãuis monas nõ sit nume-  
rus, in omni tamē Logistica ratione vim, & effectum  
parē numeris obtinet. Quorũ notatio secundum Græcos,  
Latinos, et Arabes, nõ solum figuris, verum etiã aliàs  
diuersè procedit, ita vt Latina modos artis nõ recipiat,  
Græca verò, si facilitatē spectes, multũ cedit Arabi-  
cæ. Quare iã diu receptũ est, vsu λόγο γέτιum, vt Arabi-  
cis decē figuris numeri signētur. Et sunt huiusmodi 1. 2.  
3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0. Quæ cū interpositis piētis, singulæ  
distinguantur, sicut in hoc loco ita significant. Vnum,  
duo, tria, quatuor, quinq; sex, septē, octo, nouē. Vltima  
autē, cui nomē est Arabicè zero (à similitudine tamē  
rectè dici possit omicrō) nullũ per se valet numerũ, sed  
ordinē locorũ tenēs valorē auget in alijs. Cū verò sola  
ponitur, significat nil. Omnē porrò numerũ infrà decē,  
barbari vocāt digitũ. Ego autē dicã monadicum, eo re-  
spectu



spectu, quòd vna solū figura notetur. Omnes præterea  
 numeros, qui monadicū decuplāt, isti vocāt articulos.  
 Sed magis significāter, et propriè nomino decades, ve-  
 luti sunt decē, viginti, triginta, quadraginta, quinquā-  
 ginta, sexaginta, septuaginta, octoginta, nonaginta.  
 Quas notabis ordine iā posito figurarū addēs ad singu-  
 las omicrō puncto sequēte, sic 10, 20, 30, 40, 50, 60,  
 70, 80, 90. Et ita semper distinctionē per puncta fa-  
 cies, cū plures vno cōtextu summæ scribūtur. Omnes  
 autē alij intra cētum numeri decade cōstant, et mona-  
 dico, velut vndecim, duodecim, tredecim, quatuorde-  
 cim, quindecim, sexdecim, et reliqui deinceps, duabúsq;  
 figuris notātur in hūc modū, 11, 12, 13, 14, 15, 16. Et nu-  
 meri tales dicūtur misti. Cū autē pertigeris ad centū,  
 quod est decies decē, opus erit ad notationem monade,  
 appositis duobus omicron, sic 100. Et omnes numeri in-  
 tra centū et mille, tribus notis figurātur. Vt pote si fue-  
 rit opus significare centū triginta, et ter centū quadra-  
 ginta duo, figurationē ita facies, 130, 342. Ipsum autē  
 mille (quod est decies cētū, et maximus numerorū quē  
 vno verbo Latinè possis exprimere) notis quatuor desi-  
 gnatur, monade scilicet, et tribus omicrō ordine positis  
 in hanc formā, 1000. Et ita deinceps figuris quatuor  
 signatur omnis multitudo, donec sit peruentū ad millia  
 decē. Quē numerū Græci dicunt vno verbo myriada,  
 nec maius aliud habēt in numeris vocabulū. Notabitur  
 autē ipsa myrias quinq; figuris, hoc modo, 10000. Pa-  
 tet itaque quēadmodū figuræ numerorū simul positæ,

tenore cōtinuo, semper decuplādo sese procedāt. Quarū tamē ordinatio, secundū artē, alio ce setur more, quā scribatur, aut proferatur, hoc est retrogrado. Verbi gratia, numerus mille tercentū quinquaginta quatuor, eo quo profertur ordine scribitur, scilicet figuris quatuor, quarū prima est monas, altera tria, sequēs quinq; , vltima quatuor, sic 1354. Ipsum tamē quatuor primū locū tenet in ordine, quinq; secundū, tria tertiū, et monas quartū. Et ita perpetuò in serie figurarū, hoc est nō distincta punctis, à dextera sinistra versus progreditur ordo, & quæ dexterior est sinisteriorem precedit, fitq; semper accessus decupli cōtinuè loci sequentis ad precedētē. Prima quoq; dicitur, quæ primū locū tenet, secūda, quæ secundū, et ita deinceps. Igitur figura cōstēs in primo loco valet seipsā, in secūdo valet seipsā decies, in tertio centies, in quarto millies, in quinto decies millies, in sexto centies millies, in septimo decies cēties millies, quod est millies mille, ac vulgo recepta voce, dicitur millio. Et ita semper necētēdo seriē ad infinitū decuplatio crescit. Dat quoq; multiplicatio talis cōueniētia figuris nomina, nā prima dicitur monadica, secūda decas, tertia cētenaria, quarta milliaria, quinta decas milliariæ, sexta cētenaria milliariæ, septima millio, octava decas millionis, nona cētenaria millionis, decima millio milliōis. Et in hūc modū ad quotlibet sequētia loca per decades, et cētenarias millionū repetitorū aptari poterūt nomina figuris. Quæ quidē nomēclatura statim indicabit, quid vnaquæque figura loco suo valeat.

Verb

Verbi causa, disponatur ordinatim ipse decem figure numerorum, ita ut locum primum teneat omicron, & ultimum monas, sic 1234567890. Quoniam igitur prima figura per se est nihil, valet seipsam, quod est nihil. Secunda autem, quia per se est novem, & positione decas, valet ipsa novem decades, id est, nonaginta. Tertia autem, quia per se est octo, & positione centenaria, valet octiescentum, hoc est, octingenta. Quarta verò, quia milliaria, valet septem millia. Item quinta, quia decas milliaria, valet sexaginta millia, vel more Græco, sex myriadas. Sexta verò, quia centenaria milliaria, valet quingenta millia. Septima autem, quia millio, valet quatuor milliones, quod est quater millies mille, vel sicut prisci loquebantur, quadragies centena millia. Octava autem, quia decas millionis valet triginta milliones. Nona ducetos milliones. Decima, & ultima valet mille milliones. Dicemus igitur in hac summa contineri, mille ducetos triginta quatuor milliones, quingenta sexaginta septem millia, octiescentum nonaginta. Hunc etiam numerum per myriadas, si libeat, ita loquemur. Duodecim myriades myriadum, ter mille quatercentum quinquaginta sex myriades, septem millia, octiescentum nonaginta. Huiusmodi autem summas gradiores, si quis per millia tantum conetur exprimere, nimia repetitione millium, & auribus molestiam, & intelligentie caliginem offundet. Quare vocabulum millio, quamvis non sit

ita

ita latinum, nequaquã tamen reijciendum prorsus ab arte. Ex istis itaque satis (vt opinor) apparet, quemadmodum per Ambicas decem figuras omnis numeratio facile notetur.

### De additione.

**I**N opere Logistico numeri tractantur modis quatuor potissimum, de quibus ordine dicam, prout alius alium natura, facilitatẽque præcedit. Primum igitur locũ tenebit additio, quæ est duorũ, pluriũve numerorum in vnam summã collectio. Ea fit prout exemplo sequitur. Sint dati tres numeri 5473, 4214, 102, quos oporteat addere simul. Primò disponantur ipsi tres numeri, ita vt in vnam lineam rectam, veluti perpẽdicularem, omnes eiusdem nominis figuræ sibi respondeant, hoc est, monadicæ monadicis, decades decadibus, centenariæ cetenarijs, milliariæ milliariis, & sic deinceps. Facta autem dispositione sicut dixi, & exemplar hîc in margine pono, agatur sub infimo versu numerorũ linea, veluti parallelus versibus figurariũ, & à primis incipiendo, ipsarum additionem memoriter ita facies, 2 & 4, fit 6, & 3, fit 9. Pone 9 infrã lineã directè sub monadicis figuris. Deinde procedens ad secundas, quæ sunt decades, ipsas adde simul, perinde ac si essent monadicæ, dicendo 1 & 7 fit 8. Pone 8 secundo loco rectè sub decadibus infrã lineam. Addens postea

$$\begin{array}{r} 5473 \\ 4214 \\ 102 \\ \hline 9789 \end{array}$$

centenarias more præcedentium, habebis 7, quod loco tertio poni debet post 8 sub centenarijs. Ad-  
dens postremò milliarias habebis 9, disponendum  
quarto loco post 7 directè sub milliarijs. Et sic per-  
fecta est additio de tribus numeris datis, quorum  
summa est quæ sub linea iacet, & est 9789. Cum  
autem ex additione figurarum proveniunt decades,  
vel mixtus numerus, tunc erit operatio paululum à  
superiore diversa, cuius exemplum sit huiusmodi.  
Dentur tres numeri, quos oporteat addere simul,  
scilicet 3963, 2651, 9786. Dispositis numeris si-  
cut antea docui, incipiens à primis figuris dicito, 3,  
1 & 6, fit 10. Pone 0 primo loco infra li-  
neam directè sub 6, ita dicens, pono 0, et 3963  
teneo 1, deinde veniens ad secundas figu- 2651  
ras dic 1, quod teneo, & 8, fit 9, & 5 fit 9786  
14, & 6 fit 20. Pone 0 secundo loco re- 16400  
ctè sub 8, dicendo, pono 0, & teneo 2.  
Post hæc veniens ad centenarias dicito, 2 quod te-  
neo, & 7 fit 9, & 6 fit 15, & 9 fit 24. Pone 4  
tertio loco sub 7, dicendo, pono 4, & teneo 2.  
Postremò veniens ad milliarias, dic, 2 quod te-  
neo, & 9, fit 11, & 2, & 3, fit 16. Pone 6 quar-  
to loco rectè sub 9, & 1 quinto loco post 6. Ha-  
bes igitur 16400, pro summa additionis proposi-  
tæ. Et ita semper cum ex additione figurarum eius-  
dem nominis proveniunt decades, vel numerus mi-  
x-  
tus

stus, poni debet vna figura suo loco, & altera mente retenta additur sequentibus. Alium addendi modum ordine priori contrarium indicabo, quem Logistarum adhuc tradidit nemo. Resumatur additionis figura proximè superior tota præter summam. Et initium faciens

ab vltimis figuris, quæ sunt 9. 2. 3,	3963
inueniens addendo fieri 14, quem numerum infra lineam scribito, sic vt	2651
ipsum quatuor rectè subiaceat ipsi	9786
9, et scribatur 1 quinto loco post 4.	14290
Colligens deinde loci sequentis figuras habebis 22. Pone 2 sub 4, &	211
	16400

2 sub 7. Additis postea decadibus proueniunt 19, scribe 1 sub 2 loco tertio, & 9 sub 8. Postremo collectis Monadicis, fit 10. Pone 1 sub 9, & 0 sub 6. Ducatur linea priori veluti parallelus, includens huius collectionis octo figuras, quibus additis, sicut primùm docui, dispositisque sub inferiori linea, fit summa 16400, sicut antea. Hic autem posterior modus addendi quanuis egeat altero, & sit prolixior, minus tamen obnoxius errori, in quem facile cadunt, qui numeros tractant, præsertim grandiores. Propterea semper oportet, vt additione peracta, reiteratio fiat intra mentem, disquirendo sollicitè per  
singula

singulas summæ figuras, num sit erratum in aliquo, nec est alia commodior in additionis opere probatio. Ceterum si fuerit in numeris addendis series longior, ne memoriæ fiat confusio, poterit ipsa disiungi in quotlibet partes, quibus additis singulatim ipsarum summæ postea colligantur in vnum, sicut hic exemplum apposui de numeris quorum series ad monadicas figuras quatuordecim extenditur, quas cum suis decadibus, & centenarijs in duas partes segregavi, quarum primæ summa facit 5979, alterius 1991, & ambæ simul conficiunt 7970, quæ summa est totius ordinis numerorum propositi. Sed quo melius dictorum intelligentia constet, aliquot additionum formulas, utroque modo disposui.

Ista enim commodissimè discuntur  
 exemplis, et exercitatione habentur in promptu.



785	57034	66123	80214
897	2179	5781	52301
974	802	7902	4232
659	320	<u>7906</u>	<u>4232</u>
978	<u>60335</u>	79806	136757
789			
897	45607	523024	
<u>648</u>	89081	810243	
565	24623	956325	
644	57904	678102	
83	83800	795431	
38	64120	789904	
9	<u>78004</u>	57875	
4	400029	<u>4278784</u>	
<u>1991</u>	<u>4311</u>	33212	
5979	443139	<u>4610904</u>	
<u>7970</u>			

## De subtractione.

**S**ubtractio numeri à numero est unius secundum alterum diminutio, qua peracta tertius numerus procedit, quod residuum vocatur, et est differentia duorum inter se numerorum. Hæc operatio nihil est aliud quam residui secundum artem representatio. Oportet igitur alterum ex numeris esse maiorem, à quo subtrahitur minor. fit tamen improprie subtractio in numeris equalibus, et tunc fit residuum 0. In hac operatione formulam talem sequeris. Estò propositum



situm ex numero 964, subtrahere numerum  
 763. Disponatur maior 964, & sub eo minor  
 763, ita ut eiusdem nominis figuræ directò sibi re-  
 spondeant, & sub ipsis duobus numeris à  
 sinistra dexteram versus, linea ducatur,

964
763
<hr style="width: 100px; margin: 0;"/>
201

sicut hîc habes. Et à monadicis figuris ex-  
 ordiens, in hæc verba loquere, vel tacitus  
 cogita. Auferendo 3 de 4, restat 1, pone 1 infrà  
 lineam directò sub 3. Deinde progrediens ordine  
 sinistram versus, dicito, 6 de 6, restat 0. Pone 0  
 rectè sub 6. Postremò dic, 7 de 9, restat 2. Po-  
 ne 2 rectè sub 7. Sic igitur habet residuum 201.  
 Cùm autem in omni subtractione residuum sit ex-  
 cessus, quo maior numerus superat minorem, ma-  
 nifestum est, si residuum ipsum addatur minori nu-  
 mero, maiorem numerum redire. Per hanc igitur  
 additionem, subtractionis opus optimè probabis.  
 Velut in exemplo nostro, adde simul 3 et 1, fit 4,  
 item 6 & 0, fit 6, postremò 7 & 2, fit 9, &  
 summa est 964, qui maior est numerus subtra-  
 ctionis propositæ. Nullus igitur error accidit ope-  
 ri. Et ita facilè probatio semper fieri possit. Cete-  
 rùm in subtractione qua numerus maior plures ha-  
 bet figuras, quàm minor, nihil habet operatio diver-  
 sum à superiore præscripto, nisi quòd ipsæ figuræ,  
 unde nihil subtrahitur, locis suis reponuntur in re-  
 siduo, velut exemplis sequentibus vno, & altero

b

satis inspectione sola cognoscitur, quibus est etiam probatio subscripta.

$$\begin{array}{r} 437528 \\ 416 \\ \hline 437112 \end{array}$$

Probatio. 437528

$$\begin{array}{r} 6782146 \\ 1034 \\ \hline 6781112 \end{array}$$

Probatio. 6782146

Sed accidit in subtractione frequenter, figuras aliquot minoris numeri directè sibi suprapositis figuris esse maiores, prout habet formula sequens, in qua maior numerus est 364, & minor 79. In hac igitur, & similibus fit veluti mutuatio, & cōpensatio quædam à consequētibus figuris cum precedentibus, in hunc modum. Quoniã enim 9 de 4, non possit auferri, sume decem mutuo à figura sequenti, dicens, auferendo 9 de 14, restat 5. Pone 5 infra lineam directò sub 9. Et quoniam à secunda figura 6 sumpta est mutuo decas, ipsum 364 6 decrevit monade, & valet tantummodo 79  
do 5, unde cum 7 non possit auferri, sumas 285  
iterũ mutuo decem ab vltima figura, dicēs  
7 de 15, restat 8. Pone 8 infra lineam rectè sub 7.  
Et quoniam propter mutuum, vltima figura 3 decrevit monade, ipsa valet tantummodo 2, pone 2 post 8, eritque residuum 285. Et ita semper unde capitur mutuum, inde monas detrahi debet. Quod etiam

etiam locum habet in figura 0, ex qua cum fit mutuum aestimatur esse decem, & facto mutuo novem. Esto propositum verbi causa, ex numero 4000 subtrahere 542. Facta dispositione dicitur, ex decem auferendo 2, restat 8, & ex novem sublatis 4, restat 5, item ex novem detractis 5, remanent 4. Ultimum autem 4, propter mutuationem decrescit in 3. Habes igitur ex hac subtractione residuum 3458.

Poterit etiam aliter, paucis mutatis, idem fieri. Disponatur rursus formula superior, & incipiens à primis figuris, quæ sunt 9 & 4, ita dicitur, inter 9 & 10 est 1, adde 4, fit 5, Pone 5 infra lineam sub 9. Et cum ita feceris in una figurarum, sequens inferior augeri debet monade, quare ipsum 7 aestimabis 8, dicens inter 8 & 10 est 2, adde 6, fit 8, pone 8 sub 7 infra lineam. Et quavis tertius locus inferior hic non habeat figuram, ipsi tamen debet donari monas, quam auferens ex 3, restat 2. Pone 2 post 8 infra lineam, eritque residuum 285, sicut ex operatione priori.

$$\begin{array}{r} 4000 \\ 542 \\ \hline 3458 \end{array}$$

In hoc autem modo, sicut in precedenti sumitur mutuum, sed aliis verbis, quo facto semper augeri debet monade figura, vel locus sequens numeri minoris. Et hæc operatio licet prima specie, videatur obscura

$$\begin{array}{r} 364 \\ 79 \\ \hline 285 \end{array}$$

rior altera, semel tamen percepta facilitate superabit. Cuius adhuc aliquot, quò melius intelligatur, exempla subiungam. Sit ergo propositum ex numero 71200 subtrahere 43054. Facta dispositione, sicut iam docui, sic operare dicendo. Inter 4 & 10 est 6, pone 6 sub 4. Et quia sumpsisti mutuum, figura secunda, quæ est 5, erit æstimanda 6, propterea dicendum, inter 6 & 10 est 4, pone 4, sub 5. Rursus propter mutuum, 0 sequens æstimabis 1, dicendo, 1 de 2, restat 1, pono 1 sub 0. Dic rursus, inter 3 & 10 est 7, adde 1, fit 8, pone 8 sub 3. Postremo ipsum 4 æstimabis 5, dicendo, 5 de 7, restat 2, pone 2 sub 4, habebisque residuum 28146. Et hæc de subtractione numerorum dicta sufficiant.

$$\begin{array}{r} 71200 \\ 43054 \\ \hline 28146 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 623071 \\ 84278 \\ \hline \end{array}$$

De multiplicatione.  $\frac{538793}{}$

**N**umerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso monades, toties componitur multiplicatus, & fit aliquis, quod productum appellamus. Velut si numerus 5 toties componatur, hoc est, sibi coaceruetur, quot sunt monades in numero 4, vel e contrario numerus 4, quot sunt in numero 5. Nihil enim refert vter duorum sit multiplicans, an multiplicatus, quoniam utroquo modo fit

do fit idem scilicet productum 20. Et perinde va-  
 let dicere, quater quinque, ac quinquies quatuor.  
 Multiplicatur etiam numerus in seipsum, ut 2 in  
 2, fit 4, & 6 in 6, fit 36. In ipso autem opere mul-  
 tiplicandi talis forma servatur. Esto propositum  
 multiplicare numerum 23 in numerum 12. Di-  
 spone 12 sub 23, ita ut eiusdem nominis figuræ di-  
 rectò sibi respondeant. Et sub inferiori numero, à  
 sinistra dexteram versus, linea ducatur.

23
12
—
46
23
—
276

Dispositione autem facta, à monadicis  
 figuris initio sumpto, progrediens ad sini-  
 stram, ita loquere, ut numerum inferiore  
 nomines per adverbium dicendo, bis 3 fit  
 6, pone 6 infra lineam, directò sub 2. Dic iterum,  
 bis 2 fit 4, pone 4 rectè sub 1. Post hæc iterum mul-  
 tiplica superiorem numerum 3 in secundam figu-  
 ram inferioris dicendo, semel 3 fit 3, pone 3 rectè  
 sub 4. Dic postremò, semel 2 fit 2, pone 2 loco se-  
 quenti post 3. Ducta deinde linea sub in-  
 fimis figuris, à sinistra in dexteram adde  
 numeros inter duas lineas constitutos, et  
 habebis 276, quod est productum ex  
 multiplicatione numeri 23 in numerum  
 12. Et ita semper in hoc opere multipli-  
 candæ sunt omnes figuræ superiores, in singulas in-  
 feriorum, & quot erunt figuræ multiplicantes, tot  
 erunt ordines numerorum inter duas lineas. Nisi cū

inter ipsas multiplicantes fuerit 0. Tunc enim cum ex ea multiplicatione proueniat 0, superfluum esset talem ordinem scribere, prout exemplo bis posito sequitur, ex multiplicatione 321 in 203, ad cuius dispositionem primam ipsum ordinem trium 0 posui, ut aperte videatur esse superfluum.

3 2 1	3 2 1	4 3 1 2
2 0 3	2 0 3	2 0 0
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
9 6 3	9 6 3	8 6 2 4
0 0 0	6 4 2	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
6 4 2	<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	8 6 2 4 0 0
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>	6 5 1 6 3	
6 5 1 6 3		

Observandum præterea in hoc actu multiplicandi, ut numerus paucioribus figuris contentus inferiore loco disponatur, sub altero maiore. ut pote si fuerit propositum multiplicare numerum 121 in numerum 1342, tunc scribatur minor numerus sub maiori, & reliqua fiant, sicut in præcedentibus dixi, & sequens formula demonstrat.

Cum autem ex multiplicatione figurarum producantur decades, vel numerus mistus, prima figura talis numeri scribitur suo loco, secunda verò mente retenta, additur sequenti.

1 3 4 2
1 2 1
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
1 3 4 2
2 6 8 4
1 3 4 2
<hr style="width: 50px; margin: 0;"/>
1 6 2 3 8 2

ti. Exempli gratia, si velis multiplicare 78 in 54, facta dispositione, sic loquere. Quater 8 fit 32, pone 2 sub 4, dicēdo, pono 2, & teneo 3. Dic postea, quater 7 fit 28, & 3 quod teneo fit 31, scribe 1, sub 5, & 3 post 1. Multiplicans deinde in secundam figuram dicit, quinquies 8 fit 40, pone 0 sub 1, dicens, pono 0, & teneo 4. Postremò dic, quinquies 7 fit 35, et 4, quod teneo, fit 39, pone 9 sub 3, & 3 post 9.

$$\begin{array}{r}
 78 \\
 54 \\
 \hline
 312 \\
 390 \\
 \hline
 4212
 \end{array}$$

Additione autem facta habes productum 4212. Sed in opere multiplicandi, ut procedatur expedite, omnino necesse est scire memoriter, quid ex multiplicatione cuiusque figuræ in seipsam, vel in aliã producat. Ad quod perdiscendum tabulam subscripsi, cuius omnium versuum extremi numeri à dextera parte dispositi, tanquam per quadrati diametrum, indicant productum multiplicatæ in seipsam figuræ à qua versus incipit. Ut pote 3 in 3 fit 9, & 4 in 4 fit 16, & sic de reliquis. Alij autem per tabulam numeri duabus monadicis figuris circa tabulam constitutis, angulum communem facientes, notant productum multiplicationis ipsarum inter se, prout ex 4 in 6, fit in angulo communi 24, ex 4 in 8 fit 32, ex 6 in 9, fit 54, & sic in reliquis. Hanc igitur tabulam si quis non habet in promptu, hærebit turpiter, non in multiplicatione

solum, sed etiam in partitione, de qua mox dicetur.

1								
2	4							
3	6	9						
4	8	12	16					
5	10	15	20	25				
6	12	18	24	30	36			
7	14	21	28	35	42	49		
8	16	24	32	40	48	56	64	
9	18	27	36	45	54	63	72	81
1	2	3	4	5	6	7	8	9

## De probatione multiplicationis.

**Q**uoniam in multiplicationis opere sæpenu-  
mero contingit errare, præsertim novitios,  
fieri solet examen operis, per nu-  
merũ 9, in hunc qui sequitur mo-  
dum. Disponatur multiplicatio-  
nis exemplũ quodlibet, vt pote  
numeri 785 in numerum 654,  
cuius productum erit 513390.  
Considera primũ in multipli-  
cato

$$\begin{array}{r}
 785 \quad 2 \\
 654 \quad 6 \\
 \hline
 3140 \quad 12 \\
 3925 \\
 4710 \\
 \hline
 513390 \quad | \quad 3
 \end{array}$$



cato numero 785 figuras, perinde ac si essent omnes monadicae, & vide quot monades in se contineant, reiectis inde 9, quoties fieri poterit, dicendo 7 & 8 fit 15, aufer 9, restat 6, adde 5 fit 11, aufer 9, restat 2. Scribe 2 seorsum è regione numeri 785. Et similiter in numero multiplicante facies dicendo, 6 & 5 fit 11 & 4 fit 15, aufer 9, restat 6. Vel sic, quoniam 5 & 4 faciunt 9, ipsis omissis superest 6. Scribe 6 sub 2, & multiplica 2 in 6, fit 12, aufer 9, restat 3. Huiusmodi residuum vocatur probatio, quam scribe seorsum è regione producti 513390, in cuius figuris necesse est tot contineri monades, reiectis inde 9, quoties fieri possit, quot sunt in probatione, quae est 3. Id autem statim perspicitur in hoc producto 513390. Nam 5.1.3 fit 9, quod reiici debet, & etiam alterum 9, quae est secunda figura producti, quare solum restat tertia figura 3 aequalis probationi 3. Nullus est igitur error in opere. Si verò tali disquisitione facta, non reperitur in producto numerus idem, qui fuit probatio, signum est erroris, & opus repetendum. Cum autem in alterutro numerorum multiplicante, vel multiplicato detractis 9, quoties fieri possit, residuum fuerit 0, tunc & in producto, simili detractioe facta oportet esse residuum 0, quemadmodum sequentibus exemplis vno & altero facile perspicitur.

**P**robari etiã poterit multipli-  
 catio per numerũ 7, sed non  
 tã expeditè quàm per 9. Quare  
 probationẽ huiusmodi, cùm parũ  
 sit in usu, præmittẽdã putavi.  
 Scire autem oportet probationes  
 istas errorem admittere, & ope-  
 rantem fallere posse. Si enim ad  
 productum quodlibet factum le-  
 gitimè, addideris, siue detraxe-  
 ris 0, vel 9, siue figurarum quot-  
 libet alias, quarum monades me-  
 tiantur per 9, nihil propter addi-  
 tamentum, vel detractiõnem huiusmodi probatio  
 mutabitur in producto, sicut promptum est cuilibet  
 experiri. Sed quia nemo ferè sic errat multiplican-  
 do, ut vnã vel plures figuras, præter verum, ad-  
 dat vel minuat, usus, propter facilitatem, & com-  
 pendium obtinuit, ut per numerum 9, sicut docui,  
 probatio fiat. Est tamẽ aliud multiplicationis exa-  
 men certissimum, sed ipso quod examinatur opere  
 prolixius, id autẽ sit partitione, de qua iam dispu-  
 tare institutionis ordo requirit.

$$\begin{array}{r}
 450 \\
 235 \\
 \hline
 1350 \\
 90 \\
 \hline
 1035 \quad | 0 \\
 \\
 325 \\
 630 \\
 \hline
 960 \\
 192 \\
 \hline
 2016 \quad | 0
 \end{array}$$

### De partitione.

**N**umerus maior in minorem partiri dicitur,  
 cùm minor toties deducitur à maiore, quo-  
 ties

ties fieri potest. Et numerum illum notantem quoties deductio facta est, barbari vocant quotiens, nomen ex aduerbio facientes. Ego autem talem numerum dicam proueniens, quandoquidem ex partitione prouenit. Minor autem numerus vocatur partitor. Vt si partiaris numerum 12 in numerum 4, ipsum 4 erit partitor, & 12 partiendus, siue partitionis numerus. Et opere facto proueniens erit 3, quoniam ex 12 ipse partitor 4 ter deduci potest. Dicimus tamen improprie numerum in equalem sibi numerum partiri, ut puta 8 in 8, aut 7 in 7, et tunc proueniens semper est monas. Ipsum autem partitionis opus plus aliquanto discētibus facefcit negotij, quam actus ceteri numerorum, propterea quod sine multiplicatione, & subtractione sepius intra memoriam repetita fieri non potest. Existit etiam operis difficultas potissimum culpa docentium, qui statim ab ipso primordio difficilioribus exemplis partitionem instituunt. Ego autem à leuioribus initians, consensu molli sensim tyronē, velut ad iuga summa deducam. Cū sit autem expeditissimum in monadicis partiri figuras, ab his primum auspicabor exempla. Sit ergo propositū partiri numerum 68 in 2. Disposito maiori numero 68, duc statim post ipsum 8 lineam deorsum tendentem, cui nomen est virgula. Deinde

68	3
136	0

collocabis partitionē 2 rectē sub vlti-

ma numeri partiendi figura, quæ est 6. Et interro-  
 ga te ipse dicendo, 6 quoties habet in se 2? respon-  
 debis, ter. Scribe igitur 3 modico post virgulã spa-  
 tio. Post hæc multiplica partitorem 2. in 3 dicens,  
 ter 2 fit 6, qui de 6 aufert 6, restat nihil. His di-  
 ctis dele partitorem 2, & ipsum 6, actis obliquè  
 per medium vtriusque lineis. Scribe rursus partito-  
 rem 2 rectè sub figura 8, ac dicit, 8 quoties habet  
 in se 2? inuenies quater, pone 4 rectè  
 iuxta 3, dicendo bis 4 fit 8, qui de 8  $\overline{8}$  | 3 4  
 aufert 8 restat 0. His dictis, dele 2,  $\neq$   
 & 8, ductis sicut prius in trãuersum  
 lineis. Facta est itaque partitio numeri 68 in nu-  
 merum 2, ex qua proueniens habetur esse 34.  
 Quandoquidem minor numerus 2 ab ipso maiori  
 68, quater & trigesies deduci potuit. Quod erat  
 partitionis opus propositum, cuius formulam secun-  
 dum præscriptum in margine posui. Vnde notabis  
 virgulam semper, sicut factum est interponi debe-  
 re, vt numerum maiorẽ ab ipso proueniente distin-  
 guas. Omnes etiam in maiori numero figuræ, qui-  
 bus partitor subscribitur, habentur inter operandũ  
 pro monadicis, & vnà cum partitore delentur sin-  
 gulatim, dum ab ipsis fit subtractio. Quod est indi-  
 cium partitionis explete, quantum ad ipsas quæ  
 delentur figuras attinet, quarũ non est ultra locus  
 in opere. Ex his igitur apparet, quemadmodum per  
 multi

multiplicationem, & subtractionem repetitas ab-  
 soluitur partitio, in hoc differens præcipuè ab acti-  
 bus cæteris numerorum, quòd à sinistra parte in  
 dexteram progreditur opus. Neque tamen semper  
 ab ultima figura numeri maioris habet initiū par-  
 titio, sicut in exēplo præcedenti. Quoties enim par-  
 titoris figura ultimam numeri maioris figurā exce-  
 dit, tunc ab ipsius penultima, partiendi fit exor-  
 dium. Estò, verbi causa, propositum partiri nume-  
 rum 126 in 3. Quoniam igitur in hoc loco parti-  
 tor 3 excedit ultimam numeri partiendi figuram,  
 quæ est monas, collocetur primū ipse partitor re-  
 ctè sub penultima figura 2, de qua considerans,  
 perindè ac si esset monadica, et ultima decas, vide  
 quoties 12 habet in se 3, & inue-  
 nies quater, scribe igitur 4 post  $xz6$  | 4.2  
 virgulam, deinde multiplica 4 in  $z3$   
 3, fit 12, qui de 12 aufert 12 re-  
 stat 0, his dictis dele 12, & sub 6 rescribe parti-  
 torem 3. quem inuenies in 6 contineri bis, scribe er-  
 go 2 iuxta 4, dicens bis 3 fit 6, qui de 6 aufert 6  
 restat 0, dele 6. Facta est igitur partitio propo-  
 sita, cuius est proueniens 42. Ex istis igitur mani-  
 festum est, partitionis initium fieri semper ab vl-  
 tima, vel penultima figura numeri maioris. Et quæ-  
 admodum non scribitur partitor sub ultima figu-  
 ra, quæ sit minor ipso, ita cum aliarum quælibet in  
 ordin

ordine sola deficit ab eodem, tunc ea prætermiffa, subscribitur partitor proximè sequenti dexteram versus. Cuius rei sit exemplum partitio numeri 609 in 3 supponatur primùm partitor 3 figuræ 6, facta deinde multiplicatione, & subtractione, sicut prius docui, habes in proueniente 2. Et quia partitor 3 excedit figuram 0, ea prætermiffa, ponatur ipse sub 9, sed prius in proueniente signetur 0 dextrorsum iuxta 2. Reliquis deinde peractis erit in hoc exēplo totis proueniēs 203. Et ita semper tot in proueniente figuram 0 scribere debes, quot fuerint prætermiffæ nō subscripto partitore. Et sicut exēplum iā posui vnus præteritæ figuræ, nō subscripto partitore, ita de pluribus, & continuè, et separatim omiffis, aliquot exempla subiungam. Quæ cum non sint operosa, & iam perceptis quæ dicta sunt, satis figuratione sola patebunt.

$$\begin{array}{r} * 600 \mid 2300 \\ \neq \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 666 \mid 2003 \\ \neq \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3080* \mid 4030 \\ \neq \neq \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} * 0000 \mid 10000 \\ * \end{array}$$

Ex præcedentibus exemplis sic instituitur partitio, ut in subtractione nullum sit residuum, in sequent

sequentibus verò monstrabitur super residuo tali, quid sit agendum. Proponamus itaque partiri numerum 980 in 4. Pone primum partitorem 4 sub 9, cogitans quoties 9 habet in se 4, & inuenies bis. Scribe 2 post virgulam dicendo, bis 4 fit 8, qui de 9 aufert 8, restat 1, scribe 1 rectè supra 9, ipso 9 prius deleto. Rursum scribe partitorem sub 8, considerans monadè quæ est supra 9, loco decadis, et eã adiungens ipsi 8 dicit, 18 quoties habet in se 4: responde quater, scribendo 4 iuxta 2, multiplica 4 in 4 fit 16, qui de 18 aufert 16 restat 2, scribe 2 rectè supra 8, delendo 8 & 1. Posito demum partitore sub 0, habebis ipsum 2 pro decade, & cogitans quoties 20 habet in se 4, inuenietur quinques, quare scribito 5 iuxta 4, dicendo quinques 4 fit 20, qui de 20 aufert 20 restat 0, dele 2, & 0, eritque facta partitio proposita, cuius proueniens est 245.

x	z				
9	8	8		2	45
<del>x</del>	<del>x</del>	<del>x</del>			

In hoc exemplo partitor ideo subscribitur figuræ 0, quoniam non est in residuo sola, sed habet comitem ipsum 2 superpositum 8, quod quidem 2 locum tenet decadis. Et omnes generaliter residuorũ figuræ aliis suprapositæ inferiorum sibi loca retinent, & præcedenti proximè iunctæ vnâ consyderantur, quoties habent in se figuram partitoris.

Sed

Sed iam de residuo quod in fine partitionis relinquitur videamus, cuius exemplum præbeat numerus 95 partiendus in 7. Disposito partitore 7 sub 9, quoniã 7 semel continetur in 9, scribe 1 post virgulam. Et multiplica 1 in 7, fit 7. qui de 9 auferit 7 restat 2, scribe 2 supra 9. Rursum posito partitore sub 5, Et considerans quoties 25 habet in se 7, inuenies ter, scribe 3 iuxta 1 dicendo, ter 7 fit 21, qui de 25 auferit 21 restat 4, scribe 4 supra 5, Et incipiens modico post 3 spatio lineam ducere, à sinistra dextram versus, pone 4 super lineam, Et sub eadem partitorẽ 7 hoc modo  $\frac{4}{7}$ . Quæquidem notatio valet quatuor septimas. Facta est itaque partitionis proposita, cuius proueniens est  $13\frac{4}{7}$ , hoc est tredecim, cum quatuor septimis. Ipse namque numerus 95 continet in se partitorem 7 terdecies, Et quatuor insuper, quæ sunt quatuor septimæ ipsius 7.

Et ita semper id quod in fine partitionis residuum facit, superpositum partitori interiecta linea, scribendum erit iuxta proueniens, estque particula nomen capiens ab ipso partitore, numerationẽ verò ab eo qui lineæ superstat numero. Si autem numerus 96 partiatur in 7, idem quod ante  
 prouen



proueniens erit, dempta particula  $\neq 5$   
 quæ est quinque septimarũ, sic  $\frac{5}{7}$   $\text{98} \mid 13 \frac{5}{7}$   
 Et in eundem partitorem 7 par-  $\neq 7$   
 tiẽdus numerus 97 habet in pro-  
 ueniente 13 particulam  $\frac{6}{7}$ .  $\neq 6$

Necesse est autem in his resi-  $\text{97} \mid 13 \frac{6}{7}$   
 duorum particulis numerũ lineæ  $\neq 7$   
 superpositum esse minorem ipso  
 partitore, aliter enim habebit vitium partitio. No-  
 tabis etiam figuras residuorũ in operis fine non esse  
 delendas, quia nulla fit inde subtractio, sed in par-  
 ticulas notantur iuxta proueniens, sicut ex tribus  
 proximè formulis apparet, in tribus residuorum fi-  
 guris 4.5.6. Non solũm autem de residuo quod in  
 fine partitionis relinquitur in primo loco supra figu-  
 ram fit particula, sed etiam ex ipsa prima figura  
 ad quam non peruenit partitor.

Veluti si numerus 725 partia-  $\neq 5 \mid 90 \frac{5}{8}$   
 tur in 8, erit proueniens 90 cum  $\text{8}$   
 quinq; octauis, hoc modo. Scien-

dum est præter ista nunc in partitionis proposito di-  
 cta de particulis, alias esse tractationes ipsarum  
 multiplices, de quibus ad plenum disseremus suo lo-  
 co. Nunc autem sequitur, vt de partitore, duabus,  
 vel tribus constante figuris, formulas exequamur,  
 quarum intelligentiam statim assequetur, qui regu-  
 las iam datas perceperit, ex quibus nihil quicquã

mutatur in istis, sed adduntur pauca quedam. Sit ergo propositum partiri numerum 897 in 32. Collocetur ipse partitor, ita ut sit 3 rectè sub 8, & 2 sub 9. Et quoniam 8 continet in se 3 bis, scribe 2 post virgulam dicendo, bis 3 fit 6, qui de 8 aufert 6, restat 2, pone 2 supra 8. Dic rursus bis 2 fit 4, qui de 9 aufert 4 restat 5, scribe 5 supra 9. Iterum dispone partitorem, ita ut 3 sit sub 2, quod est sub 9, & 2 sit sub 7. Et quoniam in 25 continetur 3 octies, scribe post virgulam 8 dextrorsum iuxta 2, dicendo ter 8 fit 24, qui de 25 aufert 24 restat 1, pone 1 rectè supra 5. Dic post hæc, bis 8 fit 16, qui ex 17 aufert 16, restat 1, pone 1 supra 7, & in proueniente figura particulam, sic ut residuum 1 stet super lineam, & sub eadem partitor 32, factaque est partitio proposita, cuius proueniens est 28, cum una trigesima secunda, sic  $28 \frac{1}{32}$ . Ex hac formula videre est singulas partitionis figuras multiplicari in eas que sunt in proueniēte singulatim, ordine suo. Quoties autem ultima partioris figura ultimam partitionis excedit, tunc ab ipsius penultima partiendi fit initium. Tanquam si numerus 389 partiatur in 42, collocabis 4 sub 8, & 2 sub 9, omnibusque peractis, sicut ostendi, proueniens erit 9 cum undecim

x  
 7 4 1  
 8 9 7 | 2 8  $\frac{1}{32}$   
 3 7 7  
 3

decim quadragesimis secundis, I  
 hoc modo  $9 \frac{11}{42}$ . Ipsum enim re- ≠ I  
 siduum finis, siue sit vnus figu- 3 8 8 | 9  $\frac{11}{42}$   
 ra, siue plurium, semper scribi- ≠ ≠  
 tur super linea vnde particula  
 numeratur. Neque solum sub penultima numeri  
 partiēdi primū collocatur partitōr, qualis dictus  
 est, sed etiā cū ipsius prima figura fuerit maior, pe-  
 nultima numeri maioris equalibus vltimis in vtro-  
 que numero, sicut habet formula sequēs, in qua ma-  
 ior numerus 57 I ita dispositum 4  
 habet partitorē 5 9 vt sit 5 sub ≠ ≠  
 7, & 9 sub I. Ex qua quidem ≠ 7 ≠ | 9  $\frac{40}{59}$   
 partitione proueniens erit 9, cū ≠ 8  
 quadraginta quinquagesimis nonis, hoc modo  $\frac{40}{59}$ .  
 Ipsum enim residuum 4, quia locum tenet deca-  
 dis, ad numerationem particule valet 40. Obser-  
 uabis etiam id quod in partitore monadico, iam su-  
 præ monstrauī, vt quoties vltima partitoris figura  
 non subscribitur aliquibus ex figuris numeri par-  
 tiēdi, prima & vltima demptis, tot in prouenien-  
 te ponantur figuræ 0, quot sine tali subscriptione  
 fuerint prætermisæ. Cuius rei formula sit nume-  
 rus 46 8 0 partiendus in 45, vnde proueniens est  
 104, in quo locum tenet mediū 0, propterea quod  
 vltima partitoris figura, quæ est 4, non fuit posita  
 sub 6. Et ita de pluribus figuris coniunctim, vel se-

paratim, taliter omiffis regula procedit. Quemadmodum satis per se loquentibus quatuor exemplis sequentibus apparet.

$$\begin{array}{r} x \neq \\ * \delta \delta \delta \delta \quad | \quad 104 \quad \neq \neq * \delta * \quad | \quad 1008 \quad \frac{45}{12} \\ * \neq \neq \neq \quad \quad \quad \neq \neq \quad \neq \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \delta \delta 26 \quad | \quad 300 \quad \frac{26}{11} \\ \neq \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ \delta \neq 00 \neq \neq \quad | \quad 10001 \quad \frac{13}{61} \\ \delta \neq \quad \delta \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x \\ \delta \neq \delta \neq 1 \quad | \quad 1020 \quad \frac{1}{81} \\ \delta \neq \delta \neq \end{array}$$

Erit etiam in partitione tenendum perpetuò, ut  
 quanuis vltima partitoris figura decies, vel pluries  
 contineatur in duabus figuris numeri maioris, ni-  
 hil tamen plus quam 9 in proueniēte scribendum.  
 Exempli gratia, partiatur numerus 129 in 14. In  
 hoc loco (sicut iã sepe docui) vlti-  
 ma partitoris figura sub penulti-  
 ma numeri maioris disponi debet.

Quã

$$\begin{array}{r} \neq \neq \\ x \neq \delta \quad | \quad 9 \quad \frac{3}{14} \\ x \neq \end{array}$$

Quāuis igitur in 12 cōtineatur monas duodecies; so-  
 lit tamen 9 scribitur post virgulā, eritq; totum ex  
 hac partitione proueniens  $9 \frac{3}{14}$ . Item si numerus  
 984 partiatur in 99, habebis proueniens  $9 \frac{23}{99}$ .  
 Et ita regula seruatur in similibus.

$$\begin{array}{r}
 9 \\
 \times 73 \\
 \hline
 984 \mid 9 \frac{23}{99} \\
 99
 \end{array}$$

Incidit præterea nonnunquam, vt non tantūm  
 in proueniente notari debeat, quantum per vltimā  
 figuram partitoris fieri possit. Veluti cūm numerus  
 87 partiatur in 29 Licet enim ipsum 2 quater cō-  
 tineatur in 8, nequaquam tamen quater 9, hoc est,  
 36 continetur in 7. Et propter hoc  
 scribendum est 3 post virgulam, et  $\neq$   
 non 4. Fit autem talis in proueniēte  $\neq 7 \mid 3$   
 te diminutio, quoties multiplicatio  $\neq 8$   
 nis faciendæ productum excedit  
 ex numero maiori figuras, vnde subtractio fieri so-  
 let. Quod quidem prouideri debet intra mentem,  
 priusquam notetur aliquid in proueniente. Exem-  
 pli gratia, partiendo numerum 64 in 13, finge pri-  
 mūm cogitatione scriptum esse post virgulam 6, et  
 multiplicando 6 in 1, factāque subtractione, nihil  
 restat supra 6. Deinde multiplicatio 6 in 3, habet

productum 18, quod quidem excedit residuum ex numero maiori, quod est 4. Talis itaq; prouisio facit, vt intelligas in proueniente figuram 6 stare nō posse, sed nec etiam 5. Inuenies autem iustum esse 4, quare scribendum in proueniente 4. eritque totum  $4 \frac{12}{11}$ . Hæc autem regula seruabitur non solum in prima dispositione partitoris, sed etiam in secunda, & tertia, & quotquot fuerint, cum erit opus. Semper enim cauendum est, ne plus in proueniēte scribatur, quā multiplicatione facta detrahi possit ex figuris superstantibus partitori, sicut experimento videre est sequentibus exemplis.

1	x 2
≠ 9	≠ x
x 8 6 7   2 0 2 $\frac{19}{24}$	x x 6 7
≠ x ≠ x	7 8 6 3   2 3 4 $\frac{12}{11}$
	3 x x x
	3 3

Reliquum est post ista iam progredi, ad alios plurium figurarum partitores. Super quibus sciendum est habere locū vniuersaliter regulas in aliis iam explicatas. Et istorum omnes figure singulatim multiplicantur in singulas in proueniente positas

sitas. Exempli causa, si numerus 4567 partiri debeat in 321. Prima dispositio partitoris fit hoc modo, ut sit 3 sub 4, et 2 sub 5, et 1 sub 6. Post hæc in proueniēte ponitur monas, in quam multiplicatis ex partitore singulatim tribus figuris, factaque subtractione, restat 135 supra

456. Rursumque disposito partitore sub tribus figuris 217, aliisque peractis, sicut dictum est sepius, proueniēs erit  $14\frac{73}{321}$

$$\begin{array}{r} x 7 \\ x 3 4 3 \\ x 4 5 7 \mid 14 \frac{73}{321} \\ 3 7 x x \\ 3 7 \end{array}$$

Si autem propositus numerus 4567 auctus una figura, ut

puta 8 ante 7, hoc modo, 45678 partiatur adhuc in 321, peractis aliis, sicut prius, fiet tertia dispositio partitoris, sic ut

tres ipsius figure recte subiaceant tribus figuris

678, prout ostendit formula sequens, eritque proueniens  $142\frac{96}{321}$ . Ceterum

de partitoribus aliis, qui figuris quatuor, aut quinque pluribusve constant,

$$\begin{array}{r} x \\ x 7 9 \\ x 3 4 3 6 \\ x 4 5 7 8 \mid 14 2 \frac{96}{321} \\ 3 7 x x x \\ 3 7 7 \\ 3 \end{array}$$

nulla particulatim traditio restat. Quare aliquos talium exempla oculis subiicere satis esse putavi.

3  
 ✱  
 x i g i  
 3 7 x 7 3  
 ✱ 4 6 7 4 8 | 2 1 5  $\frac{113}{2123}$   
 7 x 7 3 3 3  
 7 x 7 7  
 7 x

x 4  
 7 8 7 4 7  
 6 8 0 ✱ 7 0 | 2 2 3  $\frac{47}{3051}$   
 3 0 4 x x x  
 3 0 4 4  
 3 0

x  
 4  
 6  
 7 7 7 5  
 ✱ ✱ 7 6  
 3 6 4 3 x 8  
 ✱ 7 8 8 8 8 8  
 x 7 3 ✱ x 7 ✱ 8 2  
 8 8 7 6 4 ✱ 0 4 ✱ | 2 2 8 5 6  $\frac{582}{43112}$   
 ✱ 3 7 x 7 7 7 7 7  
 ✱ 3 7 x x x x  
 ✱ 3 7 7 7  
 ✱ 3 3  
 ✱

Ita se habet quandoque logistica ratio, ut numerus minor in maiorem partiri debeat, & tunc nihil aliud fit quam particula. Ut si tria partiaris in



in quatuor superscribitur minor maiori interiecta  
linea, sic  $\frac{3}{4}$ . Quod est indicium tres tantum quar-  
tas ipsius partitoris ex superiori numero posse de-  
duci.

## De probatione partitionis.

**P**artitionis opus numero nouenario probari  
solet, in hunc modum, vt primum accipiatur  
ex residuo monades, reiectis inde 9 quoties fieri  
possit, item ex proueniente, & partitore similiter,  
multiplicatis deinde prouenientis, & partitoris  
monadibus inter se, & ad productum iunctis mo-  
nadibus residui, & ex ea summa reiectis nouena-  
riis, quot ibi fuerint residua monades, totidem &  
in eo qui partitus est numero, reiectione facta si-  
militer, oportet inueniri. Sit in exemplum ex proxi-  
mis partitionibus ea cuius proueniens fuit 22856,  
& residuum 582. Accipe primum ex residuo mo-  
nades, reiectis inde (quod semper intelligitur) no-  
uenariis, quoties fieri possit, & inuenies 6, quod  
scribe seorsum iuxta partitorem. Et item ex proue-  
niente habebis 5, scribendum rectè sub 6. Et inuē-  
tis similiter ex partitore 3, pone 3 sub 5, multipli-  
cando 3 in 5, fit 15, adde 6, fit 21, aufer bis 9, re-  
stat 3, quæ probationis nota dicitur. Quam scribe  
à dextera, vel sinistra iuxta 5. Post hæc disquire

numerum qui partitus est, & videbis, reiectione facta, superesse 3, quod est collocandum iuxta 5, ab altera parte. Quoniam igitur reiectione, multiplicatione, & additione factis, quot in producto sunt monades, totidem & in partito numero reperiuntur, non habet errorem partitio. Si autem nullum fuerit in partitione residuum, vel post reiectionem nihil relinquatur, scribendum est 0, & reliqua sicut prius. Etiam si fuerit probationis nota 0, idem & in partito numero necesse est inueniri. Sicut ex partitionum probationibus, quas apposui, facile perspicitur.

x					
3					
7 8	0	3 1 3		7	
1 3 6 8 8   252   0 0 0		4 4 6 7 4 8   215   8 8 8			
4 4 4 4	0	7 4 7 3		8	
4 4					

1 7	0	3 6 4		4
8 6 4   7 2   0 0 0		4 4 6 7   8 1   4 0 4		
1 7 7	3	6 3 3		0
x		6		

**N**on est tamen quòd ignores, probationem huiusmodi errorem admittere posse, eo modo quem

quem in multiplicationis opere supra demonstraui. Legitima verò, & que nunquam fallit, probatio fiet multiplicando proueniens in partitorem. Semper enim tale productum, cum additamento residui, si fuerit, numerum partitum restituet. Verbi causa, diuiso numero 14 in 3, prouenit 4, cum residuo 2. Multiplica partitorem 3 in proueniens 4, fit 12, adde residuum 2, redit 14. Et vicissim multiplicatio diuisione probatur certissimè. Nam si partiaris productum in alterutrum ex duobus numeris multiplicandis, proueniet alter. Vt pote multiplicando 3 in 4, fit 12. Partire 12 in 4, prouenit 3, & si partiaris in 3, proueniet 4. Patet igitur multiplicationem, & partitionem mutuò sese probare. Sed quoniam talis probatio ipso penè fit opere prolixior, compendiarium aliud ex nouenario numero probandi genus frequentior vsus obtinuit.

Ex hac etiam multiplicationis, partitionisque vicissitudine ad inuentiones quasdam numerorum regula procedit, hoc modo. Sit propositum inuenire numerum qui multiplicatus in 7 faciat 56. Partire 56 in 7, proueniet 8, numerus qualis proponitur. Nam multiplicando 8 in 7, fit 56. Rursum proponatur inueniri numerus, quem si partiaris in 12 proueniat 15. Multiplica 12 in 15, fit 180, is qui queritur numerus. Nam 180 partitus in 12, facit

in

in proueniente 15. Alias insuper regulas, super additione progressionum tradere, præmissorum exigit ordo hucusque dilatas, propterea quòd sine multiplicatione, partitione q; tractari non possunt.

## De progressionum regulis.

**F**it in numeris progressio pluribus modis. Primum enim cum aliquot numeri incipientes à monade, ordine naturali progrediuntur, talis series dicitur progressio. Ut pote 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10, & ita deinceps quantumlibet continuando. Huiusmodi autem numerorum seriem, si quis velit addere simul, alio magis expedito more quam fiat per additionem iam supra monstratam, talem regulam seruat. Ipse numerus ultimus in progressu, aut est par, vel impar. Par autem numerus (ut definit Euclides) is est, qui bipartiri possit equaliter. Impar autem, qui monade differt à pari. Si terminus igitur progressionis ultimus numerum parem contineat, ipsius dimidium multiplicabis in imparem proxime numerum sequentem. Velut in progressionem posita, quoniam ultimus terminus 10 numerus par est, ipsius dimidium, quod est 5 multiplicabis in 11, fit 55, quæ est summa totius decadis. Si autem progressio terminetur impari numero, is partitur in 2, & proueniens una cum residuo, quæ semper est

est monas, in eum qui partitus est numerum multiplicatur, fitq; summa progressus. Sicut in exemplo nostro, si fuerit vltimus terminus 11, partire in 2, prouenit 5, quod cum monade residui fit 6, multiplica in 11, fit 66, in summam progressus, ab vno ad vndecim.

Aliter etiam, & vnico modo constabit additio. Partire per equalia vltimum progressionis numerum, quem auctum monade, suo ipsius dimidio multiplicabis. Velut in progressu decadis, partire 10 per equalia fit 5, auge 10 monade fit 11, multiplica in 5, fit eadem quæ prius summa 55. In altero autem cuius finis est 11, partire 11 in 2 fit  $5\frac{1}{2}$ , adde 1 ad 11, fit 12, multiplica in  $5\frac{1}{2}$  fit 66. Sed quia multiplicatio numerorum cum particulis nondum est posita, hoc interim documentum habebis, vt quoties fuerit particula semissis in dimidio, ipsa relicta, multiplicationem sicut antea facies, & ad productum iunges dimidium ad aucti monade numeri. Velut hîc, ducito 5 in 12, fit 60, adde 6, fit 66.

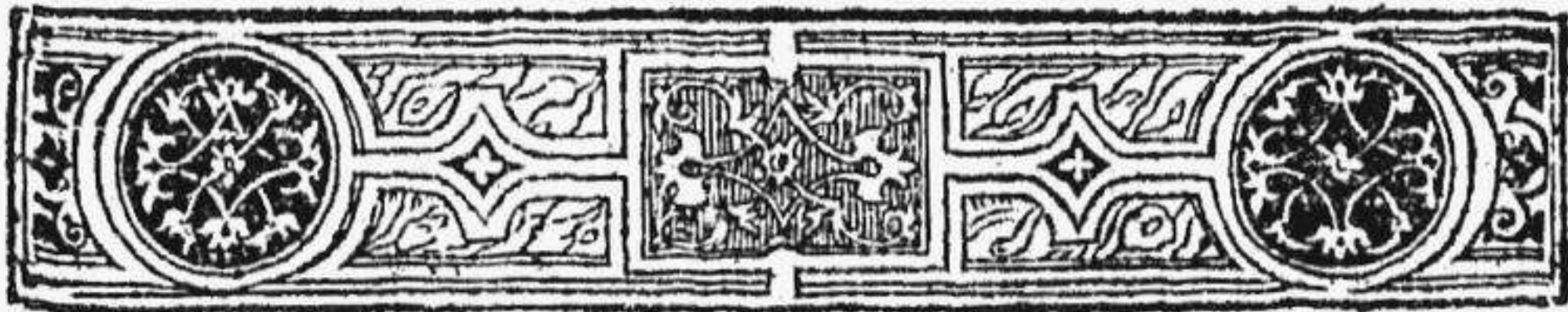
Alio præterea modo progressionem dicuntur, cum scilicet pares numeri incipientes à dyade, vel impares à monade procedunt ordinatim continuo dyadis excessu. Ad colligendum autem parium summam, sic operaberis. Vltimum progressionis numerum, quem nunc ponamus esse 10, in duas equaliter

liter

liter partes distribue, quæ sunt 5 & 5, ad alteram adde 1, fit 6, multiplica in 5, fit 30, quæ est summa omnium parium numerorum intra decem. Si autem fuerit imparium colligenda progressio, ultimus impar, ut pote 13, diuidatur in 2, & proueniente 6 una cum residuo 1, quod est 7, in se ducto, producetur omnium imparium, ab uno ad tredecim, summa 49.

Fiunt et alij progressus, qui Geometrici dicuntur, siue proportionales, quando scilicet numerorum excessus inter se sub eadem ratione continua progreditur. Veluti sunt 2, 4, 8, 16, 32, 64, vel 3, 6, 12, 24, 48. Hic enim numerus numerum proximè præcedentem duplo semper excedit. Ad has igitur dupli progressionis breuiter colligendas, talis est regula. Aufer primum numerum ab ultimo, hoc est 2 ex 64, & 3 ex 48, restat 62, & 45. Adde terminos ultimos suo cuiusque residuo, hoc est, 64 ad 62, & 48 ad 45, habebis duas progressionum summas 126 & 93. Ad alias autem huiusmodi rationum progressionis formulas extendere, veluti sunt tripli, quadrupli, sesquialteri, non erit operæpretium. Cum & numero sint infinitæ, & si quando veniant in usus (quod est rarissimum) per additionis modum vniuersalem colligi possunt.

Liber



LIBER SE-  
CVNDVS.



De notatione, nominibúsque  
particularum.



**M**ONAS quemadmodum congrega-  
tione sui quantumlibet crescit in  
numeros, ita & sectione quantum-  
uis decrescit in suas ipsius particu-  
las. Quarum nomenclatura vocabu-  
lis numerorum procedit, his quæ declinationem re-  
cipiunt, prout est dimidium, siue pars dimidia, vna  
tertia, siue triens, vna quarta, siue quadrans, vna  
quinta, vna sexta, vna decimaquinta, & ita de in-  
ceps in reliquis, sine fine. Notantur etiam particu-  
le eisdem quibus & numeri notis, sed interiecta  
linea, quemadmodum supra tetigi, cum de parti-  
tione scriberem. Vt pote, si quo iam ordine nomi-  
nari particulas notare velis, ita facies  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{x}{4}$   
 $\frac{x}{5}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{15}$ . Et particulas huiusmodi voco monadi-  
cas.

cas. Quod si plures eodē nomine simul fuerint particulae, quae similes etiam dicuntur, veluti duae tertiae, tres quartae, quatuor septimae, tredecim decimae sextae, quindecim vndeicesimae, talis multitudo numerabilibus notis, lineae superstatibus indicatur hoc modo,  $\frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{7} \frac{13}{16} \frac{15}{19}$ . Et haec dici possunt numerales. Et quamvis plures eodem nomine particulae notentur circa lineam unam, notationes tamen singulae, singulari voce dicuntur particula. Quas sicut interposita linea seiungit, ita & artis nomina distinguunt. Superior namque figura dicitur numerator, inferior verò nominator, siue nomē. Quod quò maius fuerit, eò minor euadit particula. Quippe dimidiū maius est triente, & triens quadrante, & vna quarta sextam excedit, & nona decimam, atque duodecimam. Omnisque praecedens, se subsequentes, eodem numeratore, singulas habet minores. Et ita particulae dum augentur nominibus, quantitate decrescunt. Vnde cum incrementa numeri progrediantur infinitè, decrementa verò dyadis sine terminentur, patet minimam particularum dari nō posse, maximam autem esse dimidium. Quandoquidem nominator ipsius, scilicet 2, numerorum est minimus. Cum sit igitur  $\frac{1}{2}$  maxima particularum, nullum à suo numeratore (qui solus est monas) instar omnium aliarum, recipit incrementum. Non enim dicis duo dimidia, sicut duas tertias



tertias, nisi loquaris ineptè, & quod etiam vulgus  
 rideat, vel tria aut quatuor dimidia rectè, sicut  
 tres quartas, aut quatuor quintas. Cùm duo dimi-  
 dia nihil sint aliud, quàm vnum, & tria dimidia,  
 vnum cum dimidio, & debet notari sic,  $1\frac{1}{2}$ . Qua-  
 tuor autem dimidia, iam duo faciunt. Non minus  
 etiam imperitè facies, dicèdo tres tertias, sex quar-  
 tas, decem quintas, vel scribendo, sic  $\frac{3}{3}$   $\frac{6}{4}$   $\frac{10}{5}$ . Nul-  
 lus est puto sensu tam obtusus, cui non sit in prom-  
 ptu, tres tertias nihil aliud esse, quàm vnum, et  $\frac{6}{4}$ .  
 vnum cum dimidio, & decem quintas, duo conti-  
 nere. Quæ cùm ita sint, seruandum perpetuò, in di-  
 cendis, ac notandis particulis, ne vnquam numera-  
 tor sit æqualis nominatori, aut maior ipso. Nam si  
 fuerit æqualis, ibi semper continebitur monas, si ve-  
 rò maior, erit ibidem numerus, vel solus, vel cum  
 particula, sicut exẽplis modo positis constat aper-  
 tè. Vsus tamen artis habet interdum, vt numerus,  
 instar particule, sit notandus inter operandum,  
 prout suis locis infrà videbitur. Cùm igitur omnis  
 particula sit minor monade, non paruus est error  
 omnium fermè Logisticorum, qui particulas istas  
 diminutæ monadis fractos vocant numeros, siue  
 partes numerorum. Ad quarum distinctionem nu-  
 meros, nõ minus barbarè quàm absurdè, dicunt sa-  
 nos, & integros, quasi mentis et corporis habitum  
 numeri recipiant. Neque tamen negauerim simili-

tudines illas particularum, quas vel abusus facit, vel artis vsus exigit aliquādo, quin rectè dici possunt, numeri fracti, vt sunt  $\frac{4}{2} \frac{9}{3} \frac{15}{10} \frac{30}{5}$ . Et omnes denique in quibus numerator nomen excedit, non impropriè fragmenta dixeris. Quæ quidem in suam veluti naturam resoluntur, si numeratorem suo nomine partiatis, velut in  $\frac{9}{3}$  &  $\frac{14}{5}$ . Partire 9 in 3 & 24 in 5, proueniet 3 &  $4\frac{4}{5}$ . Qui sunt numeri, in quos fragmenta resoluntur. Et sic in aliis resolutio procedet. Sed contendant isti fortasse, particulas huiusmodi numeros etiā continere, eo respectu quo vncia, sextans, quadrans, triens, quincunx, semis, septunx, bes, dodrans, dextans, deunx, & as denique vnciarum multitudine censentur, vt pote vnus, duarum, trium, quatuor, quinque, & ita deinceps ordinatim, ad duodecim vsque, qui numerus comprehenditur asse. Ad hoc respondeo, numeros istos vnciarum, antiquorū instituto, particulis accommodari, expeditioris intelligentiæ gratia, & ipsum as nihil aliud esse quàm monadem, in particulas vndecim nominibus distinctam. Quæ sicut dicta sunt logistico more notabuntur, sic  $\frac{1}{12} \frac{1}{6} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$   $\frac{5}{12} \frac{1}{2} \frac{7}{12} \frac{1}{3} \frac{3}{4} \frac{5}{6} \frac{11}{12}$ . Licet enim monadis sectiones numero dicantur, non tamen re ipsa numeros efficiunt. Alio præterea more constituuntur in astrorum disciplina particula, vbi peripheria circuli primū secatur in signa duodecim, signum in grad



gradus triginta, gradus in minuta 60, minutum in 60 secūda, secundū in totidē tertia. Et sic deinceps sexagenaria diminutio ordinatē procedit, quousq; sit opus, quò facilior calculus euadat. Et ne per eas quantitates, quæ dicuntur irrationales inuestigatio fiat, quas licet intelligat Astronomus, studiosè tamen vbiq; declinat. Sed logisticus particulariū modus magis est vniuersalis, et qui tractationes numerorum suprapositas omnes, & alias insuper recipiat. De quibus singulis ordine disputabo.

## De reductione particularum.

**P**articularum notatio non satis peritè relicta censetur, nisi in eos numeros fuerit redacta, quibus, sine particule diminutione, vel augmento, minores inueniri non possint. Et hic modus reductionis vocatur. cuius effectus partitione constabit. Velut si quis dixerit, quatuor octauas, vel notauerit, sic  $\frac{4}{8}$ , cū sit hoc nihil aliud quàm dimidium, reductio fiet partiendo nomen 8 in numeratorem 4, provenietque 2, cui debet superscribi monas, interiecta linea, fietque dimidium, sic  $\frac{1}{2}$ . Et similiter reducemus  $\frac{2}{6}$  &  $\frac{3}{12}$ , hoc est, duas sextas, & tres duodecimas, partiendo 6 in 2, & 12 in 3. fientque vna tertia, & vna quarta, sic  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$ , quæ perinde valent ac  $\frac{2}{6}$  &  $\frac{3}{12}$ . Nam duo sextantes,

quatuor valent uncias, quæ trientem in asse faciunt. Et  $\frac{3}{12}$ , hoc est, tres unciae, quadrantem. Et ita semper reducendo, cum ex partitione nullum habetur residuum, ipsi prouenienti subscribitur monas. Si verò residuum erit, ipsum fiet partitor alterius partitoris, & secundum residuum, iterum partitor secundi partitoris, & ita semper donec partitio fiat sine residuo, tunc partitor ultimus erit mensura communis in reductione proposita. Sit in exemplum reducere  $\frac{15}{55}$ , id est quindecim quinquagesimas quintas. Partire 55 in 15, prouenit 3, cum residuo 10. Iterum partire 15 in 10, prouenit 1, cum residuo 5. Rursum partire 10 in 5, prouenit 2 absq; residuo. Ultimus igitur partitor 5, est mensura communis, quam quærimus, id est, qua debet partiri numerator 15, & proueniet reductionis numerator 3. Et item nominator 55 partiendus est in 5, prouenietque nominator 11, cui superscribe 3, interposita linea, sic  $\frac{3}{11}$ , eritque particula  $\frac{15}{55}$  reducta ad tres undecimas, quæ quidem duæ particule inter se sunt æquales. Ceterum æqualitatem, vel excessum in particulis quomodo deprehendas, in subditis formula dabitur. Et ita semper, continuata partitione, inuestigari debet mensura, siue partitor communis. Quod si peruestigatio talis, in monadis residuum euaserit, indicium est, eiusmodi particulam ad minores numeros, quam quibus

quibus notatur non posse reduci. Exempli causa, querens aliquis reducere particulam  $\frac{17}{45}$ . Primò partitur 45 in 17, & habet 11 pro residuo. Iterù diuidit 17 in 11, fit residuum 6. Rursum partitis 11 in 6, inuenit residuum 5, in quod partiens 6, videt monadem superesse. Quare iudicandum particule propositæ numeros 17 & 45, nulla præter monadem cõmuni mensura posse metiri. Et eos esse, quos Arithmetici dicunt contra se primos, & in sua ratione minimos. Et propterea particulam  $\frac{17}{45}$  in sua notatione relinquendã. Erítq; de similibus idem iudicium semper. Quauis autem datus iam modus ad reductionem sit vniuersalis, quædam tamen cõpendia possunt adhiberi. Nam si primæ figuræ numeratoris, & nominatoris sint pares numeri, communis partitor semper erit 2. Velut in particula  $\frac{12}{14}$ , partire 12, & item 14 in 2, habebis pro reductione quæsita  $\frac{6}{7}$ . Sed hoc non semper vna partitione, nec etiam perfectè procedit. Sicut in  $\frac{16}{24}$ . Primùm enim partiendo 16, & 24 in 2, habebis  $\frac{8}{12}$ . Iterum partiendo 8 & 12 in 2, fit  $\frac{4}{6}$ . Postremò partitis 4 & 6 in 2, perficitur reductio, quæ est  $\frac{2}{3}$ . Item in particula  $\frac{18}{24}$ , partiendo 18 & 24 in 2, prouenit  $\frac{9}{12}$ , quæ nondum est reductio plena, nisi partiaris iterum 9 & 12 in 3, erítque perfecta reductio  $\frac{3}{4}$ . Scire etiam debes, cum primæ figuræ particularum fuerint, vel ambo 0, vel 5, vel

altera 0, & altera 5, tunc mensuram eorum communem esse 5. Sed ex huiusmodi compendiis raro contingit vnica partitione propositum. Quod erit facillimum experiri. Et ita se habet particularum reductio.

## De particularum additione.

**F**iet additio particularum modo sequenti. Sint due particule  $\frac{1}{2}$   $\frac{2}{3}$ , quas oporteat addere simul. disponantur ipsae particule suis notis sibi directè spatio modico disparat.e. Et ab vtriusq; nominatore in numeratorem alterius lineae ducantur, ad interstitij medium sese decussientes, hoc modo  $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3}$ . Et nominatoribus lineae subscribatur, veluti basis. Haec autem indecussim lineamenta ipso ductu linearum faciendas multiplicationes ostendunt. Duc igitur 2 in 2, & 3 in 1, fient 4 & 3. Quae quidem producta superscribi debent rectè suis numerationibus, vnde venerunt, hoc est 4 super 2, & 3 super 1. Post haec addantur simul ipsa producta 3 et 4, fit summa 7, infim.e lineae subscribenda. Duc postremò 2 in 3, fit 6 ponendū sub 7, interiecta lineae. Erit igitur additionis propositae summa fragmentum  $\frac{7}{6}$ . Quod resoluens partiendo 6 in 7 videbis esse  $1 \frac{1}{6}$ . Nam dum iungis se-

$$\begin{array}{r} 3 \quad 4 \\ \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \\ \hline \frac{7}{6} \end{array}$$

missi

missi bessem, hoc est, sex uncias, unciis octo, facis quatuordecim, ubi colliguntur septem sextantes sic  $\frac{7}{6}$ , vel quod idē est, assis cum sextante, sic  $1 \frac{1}{6}$ . Et hoc est probationis genus evidentissimum.

Quòd si particulas plures quàm duas simul addere velis, summe duarum addetur tertia, & triū quarta, sicq; deinceps. Sed quò fiat expeditius, ex summis quæ fuerint fragmenta, numeros segregabis, et ex his quæ supererūt particulis additio fiet, & ultime summarum sepositi iungentur numeri. Sit in exemplum additio iussa trium particularū & fragmenti, scilicet  $\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{6}{7} \frac{3}{4}$ . Additis  $\frac{1}{2} \frac{2}{3}$ , iam inuenisti summam fieri  $\frac{7}{6}$ , quæ quoniam est fragmentum, seposita monade, residuum, quod est  $\frac{1}{6}$  adde cum  $\frac{6}{7}$ , fit summa  $\frac{43}{42}$ . Resolue, fit  $1 \frac{1}{42}$ , & sublatā monade, restat particula  $\frac{1}{42}$ , quam adde ad  $\frac{3}{4}$ , fit summa  $\frac{31}{168}$  & reducendo  $\frac{65}{84}$ . Adde sepositas monades, fit particularum cum fragmento quæsitā summa  $2 \frac{65}{84}$ . Huius exempli formulæ sequuntur.

$\begin{array}{r} 7 \quad 36 \\ \frac{1}{6} \times \frac{6}{7} \\ \hline \frac{43}{42} \end{array}$	$\begin{array}{r} I \\ \times 3 \\ \times 7 \\ \hline I \frac{1}{42} \end{array}$	$\begin{array}{r} 4 \quad 126 \\ \frac{1}{42} \times \frac{3}{4} \\ \hline \frac{130}{168} \end{array}$	$\begin{array}{r} \text{Suma } 2 \frac{65}{84} \\ \frac{65}{84} \end{array}$
---	---	---	--

In additione particularum similium, ut sunt  $\frac{4}{7}$   $\frac{5}{7}$   $\frac{6}{7}$ , satis erit numeratoribus omnium collectis

d 4

in unum qui erit 15, ipsi commune subscribere nomen 7. Et erit in summa fragmentum  $\frac{15}{7}$ . Quod est, resolutione facta,  $2\frac{1}{7}$ . Sed de particularum additione iam satis.

## De subtractione particularum.

**P**articula minor subtrahitur à maiore, & quod superest de maiori fit residuum. Qui etiã est excessus maioris in minorem. Sit ergo propositum subtrahere septem nonas, à quinque sextis. Disponantur ipse particule  $\frac{7}{9}$   $\frac{5}{6}$  in decussim, sicut in earum additione supra docui, 42 45  
fiãntque multiplicationes similiter 6 in  $\frac{7}{9} \times \frac{5}{6}$   
7, & 5 in 9, eorumque producta 42  
& 45 suis numeratoribus superponantur. Post hæc subtrahere minus productum 42 ex maiori 45, fit residuum 3, in fine lineæ subscribendum. Duc postremò 6 in 9, fit 54 ponendum sub 3 interiecta lineæ, ut fiat particula  $\frac{3}{54}$ , quam reducendo facies  $\frac{1}{18}$ , quod est residuum ex subtractione  $\frac{7}{9}$  ex  $\frac{5}{6}$ . Et ita multiplicatione triplici, particularum subtractio, sicut & additio constat. Nisi cum ipse particule fuerint similes, veluti si duas septimas à quinque septimis deducere velis, sufficiet ex numeratore maiori subtrahere minorem, hoc est 2 ex 5, & residuo, quod est 3 subscribere



commune nomen 7, interiecta linea, sic  $\frac{3}{7}$ , & ita restabunt tres septimæ. Quanquam fiet hoc etiam modo priori. Dispositis nãque particulis & multiplicatione facta decussatim, reliquisque peractis, restabunt  $\frac{21}{49}$ . Quæquidem rediguntur ad  $\frac{3}{7}$ , sicut prius. Sed melius erit compendium sequi.

$$\begin{array}{r} 35 \quad 14 \\ \frac{5}{7} \times \frac{2}{7} \\ \hline \frac{21}{49} \quad \frac{1}{7} \end{array}$$

Particularum autem semper ea maior est, super qua, multiplicatione indecussim facta, maius productum consistit. Unde discernis ex formula particulam  $\frac{5}{2}$  maiorem esse, quam  $\frac{7}{9}$ , & excedere in  $\frac{1}{18}$ . Ex productorum etiam æqualitate iudicabis æquales inuicem esse particulas. Velut in exemplo nostro  $\frac{3}{54}$  reducta facit  $\frac{1}{18}$ . Hac si multiplicaueris decussatim, hoc est, 18 in 3, & 54 in 1, idem productum utriusque particularum superstare videbis.

$$\begin{array}{r} 54 \quad 54 \\ \frac{3}{54} \times \frac{1}{18} \end{array}$$

Exigit aliquando necessitas, ut numerus cum particula ab alio numero solo, vel cum particula sit auferendus. Sit in exemplum subtrahere  $2 \frac{1}{2}$  ex  $3 \frac{1}{4}$ . In hac mistura numerorum cum particulis, primum omnium ipsi numeri frangendi sunt in eas quibus adherent particulas. Quod fiet multiplicando numerum in adherentis sibi particule nomen, et ad productum addendo numeratorem. Velut in hoc loco, ut frangas  $2 \frac{1}{2}$ , multiplica 2 in 2, fit 4, adde 1,

d 5

fit 5, cui subscribe nominatorem 2, sic  $\frac{5}{2}$ . Rursum multiplica 3 in 4, fit 12, adde 1, fit 13, subscribe 4, sic  $\frac{13}{4}$ . Habes igitur fractos numeros in eas quibus adherent particulas, scilicet quinque dimidia, & tredecim quartas. Quae quidem fragmenta habenda sunt in opere pro particulis. Ad hanc igitur subtractionem more iam dato procedens, inuenies  $\frac{6}{8}$ , hoc est  $\frac{3}{4}$  esse residuum factum de subtractione  $2 \frac{1}{2}$  ex  $3 \frac{1}{4}$ . Quod satis ex apposita formula patet.

Sed iam proponat aliquis auferre  $2 \frac{3}{4}$  ex numero 5. Frange primum 2 in quadrantes, & habebis  $\frac{11}{4}$ . Ut autem frangas numerum 5, aut alium quēlibet, cum solus erit, subscribatur ipsi numero monas interiecta linea, sic  $\frac{5}{1}$ . Dispositis, igitur fragmentis, & opere facto, inuenitur pro residuo fragmentum  $\frac{2}{4}$ , quod valet  $2 \frac{1}{4}$ . Operationis figura sequitur. Aliter etiam si velis, huiusmodi subtractionem expedies. Ex numero 5 frange solum monadem, alteram illi subscribendo, sic  $\frac{1}{1}$  & ab hoc fragmento aufer particulam  $\frac{3}{4}$ , restat  $\frac{1}{4}$ , adde quod superest ex 5, sublati 2 & monade, id est 3, fit  $2 \frac{1}{4}$ . Quod est residuum idem quod prius.

$$\begin{array}{r} 2 \frac{1}{2} \quad 3 \frac{1}{4} \\ \hline 20 \quad 26 \\ \cdot \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} \\ \hline \frac{6}{8} \quad \frac{3}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11 \quad 20 \\ \frac{11}{4} \times \frac{5}{1} \\ \hline \frac{2}{4} \quad | \quad 2 \frac{1}{4} \end{array}$$

Subscr

Subtractio probatur additione, et vicissim probat additionem subtractio. Cum enim subtrahis à dodrante quadrantem, relinquitur semis. Quod probabis addendo semissi quadrantem, & restituetur dodrans. Ex quo vicissim semisse deducto, quadrans remanebit.

$$\begin{array}{r} 4 \quad 3 \\ \frac{1}{4} \times \frac{3}{4} \quad 2 \frac{1}{4} \\ \hline \frac{1}{4} \end{array}$$

### De multiplicatione particularum.

**M**ultiplicatio particulas numero quidē auget, quantitate autem minuit. Ea fit bipartitò, videlicet numeratorum inter se, et nominatorum inter se. Vt si proponas multiplicare duas tertias in quatuor quintas. Dispositis è regione sibi modico spatio particulis hoc modo, ducuntur duæ lineæ æquè sibi distantes, una supra numeratores, altera sub ipsis nominatoribus. Quæ quidem multiplicationum, quas dixi, formas ostendunt. Duc igitur 2 in 4, fit 8, ponendum à dextera rectè contra 4. Duc iterum 3 in 5, fit 15, subscribendum ipsi 8, interiecta lineâ, habebisque ex proposita multiplicatione productum octo decimas quintas. Cum incidere usus, ut sepe fit, multiplicandi numeros cum particulis, vel in particu-

2	4	8
3	5	15

las

las solas, sine numeris adiunctas, vel solum numeros in particulas. Primò frangendi sunt numeri, siue soli sint, siue particulis adhereant, more iã supra monstrato. Et perinde ac si essent particule, reliquum multiplicationis opus est peragendum. Cuius aliquot exempla subscribam. Primum erit multiplicatio  $2 \frac{1}{3}$  in  $3 \frac{2}{5}$ . Secundum  $5 \frac{1}{6}$  in  $\frac{3}{4}$ . Tertium  $\frac{2}{3}$  in 10.

$$\begin{array}{r} \hline 7 \quad 17 \\ 3 \quad 5 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 119 \\ 15 \end{array} 7 \frac{14}{15} \quad \begin{array}{r} \hline 31 \quad 3 \\ 6 \quad 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 93 \\ 24 \end{array} 3 \frac{21}{24}$$

$$\begin{array}{r} \hline 2 \quad 10 \\ 3 \quad 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ 3 \end{array} 6 \frac{2}{3}$$

## De particularum diuisione.

**P**articula maior in minorem partiri dicitur, cum minor toties deducitur à maiore, quoties fieri possit. Quare proueniens semper erit maius monade. Sint exempli gratia, tres septime quas uelis partiri in duas quintas.

Disponantur ipse particule, sicut in additione monstrauimus, sub nominatoribus tamen li-

$$15 \quad 14$$

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{5}$$

$$\begin{array}{r} \text{I} \\ \times \text{II} \quad | \quad \text{I} \frac{2}{14} \\ \hline \times \text{II} \\ \hline \end{array}$$

nea non scribitur, propterea quod non est eorum inter se multiplicatio facienda. Ducatur 3 in 5, fit 15, item 2 in 7, fit 14, & disponantur producta suis locis. Id autem quod superstat particulae, in quam fit partitio, erit partitor alterius producti. Igitur partire 15 in 14, prouenit  $1 \frac{1}{14}$ . Quod significat particulam minorem totam, & ipsius partem decimamquartam in maiore contineri. Vel, quod idem est, minorem particulam, ex maiore posse deduci semel totam, & insuper  $\frac{1}{14}$  ipsius.

Sciendum est autem calculi rationem aliquando sic exigere, vt abusione quadam fiat partitio, scilicet particulae minoris in maiorem, & tunc prouenientis loco fit particula. Vt si fuerit opus sextam in trientem partiri, eadem quae prius dispositio fiet. Et multiplicatione bis facta, subscribe productum 6, quoniam est partitor, producto 3 interiecta linea, fietque prouenientis loco particula  $\frac{3}{6}$ , hoc est,  $\frac{1}{2}$ . Hoc autem ex assis diuisione probatur facile. Nam duae solum unciae, quod est dimidium trientis in sextante continentur.

$$\begin{array}{r} 6 \quad 3 \\ \frac{1}{3} \times \frac{3}{6} = \frac{3}{6} \end{array}$$

Si numeri partitio in particulam fiat, frangendus erit primum ipse numerus, sicut in praecedentibus iam saepe docui, & subscriptae formulae satis indicabunt. Vbi primum notatur partitio numeri 4 in particulam  $\frac{2}{3}$ , & prouenit 6. Deinde numeri

meri 4 in particulam  $\frac{2}{3}$ , & prouenit 6. Deinde numeri 5  $\frac{1}{2}$  in  $\frac{2}{7}$ , & prouenit  $19\frac{1}{4}$ . Postremò numeri 12  $\frac{1}{3}$  in numerum  $4\frac{1}{2}$ , & proueniet 3.

$$\begin{array}{r} 12 \quad 2 \\ \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \quad \cancel{\times} \neq | 6 \\ 4 \text{ in } \frac{2}{3} \quad \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 77 \quad 4 \quad 31 \\ \frac{11}{2} \times \frac{2}{7} \quad \cancel{\times} \neq | 19 \frac{1}{4} \\ 5 \frac{1}{2} \text{ in } \frac{2}{7} \quad \cancel{\times} \neq \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 333 \quad III \\ \frac{37}{3} \times \frac{37}{9} \quad \cancel{\times} \neq \neq \neq | 3 \\ 12 \frac{1}{3} \text{ in } 4 \frac{1}{9} \quad \cancel{\times} \neq \neq \end{array}$$

Particularum multiplicatio, atque partitio, sicut in numeris, sese mutuò probant. Nam multiplicando proueniens in partitorem, id quod est partitum producetur. Velut in diuisione supra facta, cuius proueniens est 6, multiplica in partitorem  $\frac{2}{3}$ , prouenit fragmentum  $\frac{12}{3}$ , quod est 4. Et econtrariò multiplicationem hanc 6 in  $\frac{2}{3}$ , probabis partitione producti  $\frac{12}{3}$ , vel in 6, vel in  $\frac{2}{3}$ . Prouenient enim quãtitates inter se multiplicatæ  $\frac{2}{3}$  et 6.

## De particularum segmentis.

**Q**uemadmodum monas secatur in particularas quantũ libeat, ita & ipse particule in  
*alia*

alia, atque alia rursus segmenta diuiduntur. Quibus tamen duo pluráue nomina non dantur in arte, vulgato more loquendi. Sed eorum quantitate seruata, in particulas simplices rediguntur. Hoc autē sic habet. Cūm dicis dimidium dimidiū, facis ex dimidio segmentum duplicati nominis, nec aliter notatur, quā́m posito bis dimidio, & adiecto puncto ad lineam superstantem nomini, quod casu secūdo profertur, sic  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$ . Quod sanḗ nihil est aliud, quā́m vna quarta. Et similiter in aliis duorum plurimūve nominum segmentis notatio fiet. Vt triens semissis notabitur perinde ac si essent duę particule, triens scilicet, & dimidium hoc modo  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{2}$ . Quod certḗ nihil aliud esse potest, quā́m vna sexta. Sed huiusmodi nṓ erit in omnibus segmentis reductio manifesta. Velut in duabus quintis trium septimarum. Quę notatio sic est,  $\frac{2}{5}$   $\frac{1}{7}$ . Et in his potissimum, quę plusquā́m duo continent nomina. Quale fuerit hoc  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{2}{7}$ , quod ita nominabis, dimidium quartę partis vnius quintę duarum septimarum. Ad hanc igitur inuestigationem opus est arte, quam sola multiplicatio præstabit in omni segmentorum genere. Sit ergo propositum ea, quę iam dixi segmenta in particulas redigere. Disponantur ipsa tria segmenta duorum nominum secundū́ multiplicationis formam, hoc modo,

fiánt

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4}$$

fiântque multiplicationes numerato-  
rum, atque nominatorum inter se se-  
paratim, & habebis tria producta

$$\begin{array}{r} \hline 1 \quad .1 \\ \hline 3 \quad 2 \quad \frac{1}{6} \\ \hline \end{array}$$

$\frac{1}{4} \frac{1}{6} \frac{6}{35}$ . Quæ est trium segmen-  
torum reductio proposita. In segmen-  
ti autem reductio, quod est dimi-  
diũ quartæ partis vnius quintæ dua-  
rum septimarum, trina dispositione

$$\begin{array}{r} \hline 2 \quad .3 \quad \frac{6}{35} \\ \hline 5 \quad 7 \quad \frac{1}{35} \\ \hline \end{array}$$

procedes, hoc ordine. Vide primũ quæ enã sit vna  
quinta duarum septimarum, ipsa duo posteriora,  
quæ dixi, nomina disponendo, sic  $\frac{1}{5} \frac{2}{7}$ , & mul-  
tiplicatione facta, habebis pro quinta parte duarũ  
septimarum, duas trigesimas quintas. Quas iterum

disponens, atque multiplicans in quadrantem, sic  
 $\frac{2}{35} \frac{1}{4} \frac{2}{140}$  habebis duas centum quadragesi-  
mas, quæ reductæ valent  $\frac{1}{70}$ , & est  
quarta pars vnius quintæ duarũ se-  
ptimarum.

Ad postremũ disponens hoc vltimũ  
productũ scilicet  $\frac{1}{70}$  cum primo nomine, quod est  
dimidium, sic  $\frac{1}{70} \frac{1}{2} \frac{1}{140}$ , multiplicatione facta  
produces vnã centesimã quadragesimã: quæ  
est reductiois particula ex segmento nominum  
quatuor, quam facere oportuit. Et ita semper in da-  
tis segmentis trium, pluriũve nominũ, à postero-  
ribus reductioem institues. Quam nisi nobis ars  
tradidisset, huiusmodi segmentorum intelligentia  
confusior erat. His etiam segmẽtis, siue dicas par-

tium



tium partibus, quedam antiqui nomina dedere. Quorum est semuncia, quod dimidium est vncie, duella tertia pars, sicilicum quarta, sextula sexta, drachma octava, scrupulus vicesima quarta. Harum reductio ad partes assis, hoc est, monadis, more iam tradito fiet ita. Multiplicabis vncie particulam, quæ est  $\frac{1}{12}$  cum singulis segmentorum notis, quæ sunt  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$   $\frac{1}{6}$   $\frac{1}{8}$   $\frac{1}{24}$ , & inuenies pro semuncia  $\frac{1}{24}$ , pro duella  $\frac{1}{36}$ , pro sicilico  $\frac{1}{48}$ , pro sextula  $\frac{1}{72}$ , pro drachma  $\frac{1}{96}$ , pro scrupulo  $\frac{1}{288}$ .

## De partibus numerorum capiendis.

**P**Artes etiam numerorum, sicut & particularum multiplicatione capiuntur, adhibita tamen partitione. Vt si iubearis dare quatuor quintas de numero 20. Frange primùm 20 subscripta monade, sic  $\frac{20}{1}$ , quod est disponendum cum  $\frac{4}{5}$  multiplicandi formula, sic

20	4	80
—	—	—
1	5	5

factâq; multiplicatione, producet fragmentum  $\frac{80}{5}$ , quod reducendo, id est, partiendo 80 in 5, prouenit 16. Quæ sunt quatuor quintæ ex numero 20, quas oportuit inuenire. Hoc autem probatur, si feceris nominatorem 20 sub numeratore 16, sic  $\frac{16}{20}$ . Cuius

particulæ reductio fit  $\frac{4}{5}$ . Nihil erit etiã diuersum capere partem ex numero iuncta particula, sicut  $\frac{1}{11}$  ex  $24 \frac{1}{5}$ . Primum frangitur ipse numerus, in adherentis sibi particulæ nomen, reliquisque peractis, fit  $2 \frac{11}{55}$ . Quæ pars est  $\frac{1}{11}$  ex  $24 \frac{1}{5}$ . Huius operis formula sequitur.

$$\begin{array}{r} \hline 121 \quad 1 \\ \hline 5 \quad 11 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 121 \\ \hline 55 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1 \\ \times 21 \quad | \quad 2 \frac{11}{55} \\ \hline 22 \end{array}$$

## De mutandis particulis in aliquod datum nomen.

**S**I datas particulas, ut pote  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$  mutare velis in aliquod aliud nomē, quod nunc pono esse  $\frac{1}{7}$ . Compone primum datas particulas  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$ , fit summa  $\frac{7}{12}$ . Partire in datū nomen  $\frac{1}{7}$ , prouenit  $4 \frac{1}{12}$ . Quod significat quatuor septimas cū duodecima parte vnius septimæ. Et ideo notādū sic  $\frac{4}{7}$   $\frac{1}{12}$   $\frac{1}{7}$ . Si segmenti reductio fiat, erit particula  $\frac{1}{84}$ . Trāslatæ sunt igitur datæ particule  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$  in dati nominis particulam  $\frac{4}{7}$ , cum superfluo  $\frac{1}{84}$ . Quod erat propositum. Huius operis probatio fiet, ostendendo  $\frac{4}{7}$   $\frac{1}{84}$  esse æquales datis particulis  $\frac{1}{3}$   $\frac{1}{4}$ , quod

quod ita facies. Adde simul  $\frac{4}{7} \frac{1}{84}$ , fit summa  $\frac{343}{588}$ . Hanc particulam disponito cum summa  $\frac{1}{7} \frac{1}{4}$ , quæ est  $\frac{7}{12}$ , fiânt que multiplicationes indecussim, et videbis vtrique particularũ idem superstare productum, quæ nota est æqualitatis. Sicut in præcedẽtibus iam docui. Verè igitur processit opus. Quod erat probandum.

$$\begin{array}{r} 336 \quad 7 \\ \frac{4}{7} \times \frac{1}{84} \\ \hline \frac{343}{588} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4116 \quad 4116 \\ \frac{343}{588} \times \frac{7}{12} \end{array}$$

Sed si fuerint mutandæ particule dato nomine minores, tunc fiet segmentum. Vt si destinaueris mutare  $\frac{1}{5} \frac{1}{7}$  in  $\frac{1}{2}$ , prouenient vigintiquatuor trigesimæ quintæ vnius dimidiij, sicut indicat formula subiecta.

$$\begin{array}{r} 7 \quad 5 \\ \frac{1}{5} \times \frac{1}{7} \\ \hline \frac{11}{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \quad 35 \\ \frac{11}{35} \times \frac{1}{2} \\ \hline 24 \quad \frac{1}{2} \\ 35 \end{array}$$

## De tetragonis lateribus numerorum.

○ *Omnis numerus seipse multiplicans quadratũ  
producit numerum. Et qui multiplicatur in*

se, latus quadrati, seu tetragonum vocatur. Veluti si numerus 6 in se multiplicetur, producit quadratum 36, & ipsum 6 est tetragonum latus numeri 36. Constat enim in figuris quadratum lateribus quatuor inuicem equalibus. Quorum vnus in alterum ductu, vel, quod idem est, vnus in se area figuræ colligitur. Sed in hoc barbaries, sicut et in multis alijs, inualuit, vt huiusmodi latera vulgò radices appellentur, similitudine quadã à plantis, vt isti volunt, deriuata. Qua ratione, si recipimus, ipsa etiam quadrata herbe, vel arbores dicerentur. Cùm autem exigat aliquando Logisticus vsus in propositis numeris vel tetragonum latus, vel tetragono propinquum inquirere, huius investigationis artem, cùm sit operosior, non totam simul exemplo grandiori, aliorum more confundam, sed particulatim à facilioribus exorsus, tanquàm molli cliuo, paulatim ascendens institutam. Impri-  
 mis igitur super his numeris inquisitio facienda, quorum latus notis solum duabus continetur, velut in numero 7056. Cuius sit tetragonum latus inuestigandũ. Ante omnia subnotentur punctis dati numeri figuræ, ita vt primũ subiacet primæ, quæ est 6, secundus tertiæ  
 0. Et sic semper alternatim numeris vno prætermisso, signa poni debent. Pertingetque punctum vltimum ad

7056  
 ———  
 ———

extre

extremam figuram, quando fuerit impar earum multitudo: sub quibus postea scribantur duae lineae equaliter inuicem modico spatio distantes. His ita dispositis considerans ultimam figuram 7, perinde ac si esset decas, vide numerum aliquem ex monadicis, cuius in se multiplicatione productum fiat, aut aequale numero 70, aut certe minus, quam proximè fieri possit. Is erit

8, ponendus inter lineas rectè sub 0.

Multiplica 8 in se, fit 64, aufer ex 70, restat 6, ponendum rectè super 0, delendo virgulis figuras 7 & 0, sicut in partitionis actu fieri solet.

Qui multa cum isto participat. Hoc expleto, duplica iam inuentam lateris figuram 8, & ipsius duplum 16 pone sub inferiori linearum, ita ut 6 rectè sit sub 5, & 1 sub 8.

Queratur aliquis numerus ex monadicis, qui ductus in 16, postea & in se producta superiori summae 656 faciat equalia. Is erit 4 statuendus inter lineas sub puncto cui superstat 6.

Ducito primum 4 in 1, fit 4, aufer ex 6, restat 2 collocandum super 6, cui subiaces 0, deletis 6 & 1. Deinde ex ductu 4 in 6, fit 24, aufer ex 25, restat 1 super 5, delendo 2 & 5,

e 3

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7056 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 7056 \\ \hline 8 \\ \hline 16 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \neq \\ 8x \\ 7048 \\ \hline 84 \\ \hline 18 \end{array}$$

¶ 6 quod est sub lineis. Ad postremum multipli-  
cans 4 in se, & productum 16 ex superiori 16 de-  
ducens, eo deleto nihil habes residui. Inuentum est  
igitur inter lineas tetragonum latus 84 in dato  
numero 7056. Quod erat quæsitum. Operis proba-  
tionem statim habebis, inuentum latus 84 in se mul-  
tiplicando, cuius producti summa datum numerum  
restituit, vt ex multiplicatione subiecta videtur.

Ex hac descriptione notandum fi-  
guras omnes quæsitæ lateris inter li-  
neas punctis rectè subiiciendas. Quæ  
tot erunt multitudine, quot & ipsa  
signa. Hoc insuper documentum ha-  
bebis, cognitu quidem necessarium,  
sed quod nullus huc vsque, quem vi-  
derim, explicuit. Vt in omni positura

duplicationis numeri inter lineas cõstituti ipsa pri-  
ma dupli figura, siue sola fuerit, siue cum aliis, sem-  
per collocetur infra lineas, vno loco ante priorem  
sub dupli directò, sub alia ex superis, quæ non est  
puncto subscripta, & aliæ priorem subsequuntur  
ordine sub linea sinistram versus eundo. Huius re-  
gulæ dabit exemplum duplicatio 16 facta ex nu-  
mero 8. Videmus enim primam dupli sub linea figu-  
ram 6 collocatam vno loco ante 8 rectè sub 5, cui  
non subest punctum, & sinistriorem aliam, quæ  
est 1 sub 8 ordine subsequi priorem. Quod expli-

$$\begin{array}{r}
 84 \\
 84 \\
 \hline
 336 \\
 672 \\
 \hline
 7056
 \end{array}$$

cand

candum sedulo putavi. Cum fiat hoc ignoratum erroris causa facit, si quid aliud. Opere completo, si nullum superest residuum, ut hic, certum erit numerum cuius latus queritur esse quadratum. Si vero supersit aliquid, tunc non erit datus numerus ex quadratis. Ut pote, si proponatur numerus 7097, cuius tetragonici latus inquirens operabitur more iam dicto, & inter lineas habebit 84, sicut prius, sed supra dati numeri figuras 9 & 7, fit ex ultima subtractione residuum 41. Propterea dicas ad

datum numerum 7097 tetragonicum latus, nulla unquam numeratione dari posse. Ipsa autem inter lineas posita notatio 84, latus est maximi quadrati intra numerum datum contenti, quod est 7056. Ipsum vero residuum, quale est hic 41, voco defe-

$$\begin{array}{r}
 \neq 4 \\
 841 \\
 7097 \\
 \hline
 84 \\
 \hline
 41
 \end{array}$$

ctum, propterea quod quadratum inveni lateris 84, a dato numero 7097 deficit in 41. Poterit etiam hoc dici superfluum. Sed talis defectus duplum lateris inter lineas positi nunquam excedit. Quod si fiat, signum erit erroris, opusque corrigendum. In istiusmodi numeris non quadratis quomodo latera tetragonica quam proximè similia propinquitate fieri possint, paulo post indicabitur. Proponatur rursus inveniri latus in numero 52900. Vbi cum sit impar figurarum multitudo, si puncta signentur, ut

$$\begin{array}{r}
 e \\
 4
 \end{array}$$

supra docui, veniet ultimum sub extremam 5. Quod est indicio principium operandi sub ea faciendum.

Pone igitur 2 inter lineas rectè sub 5, multiplicās 2 in se fit 4, aufer ex 5, restat 1 super 5. Duplica 2, fit 4 disponendū infra lineas directò sub 2, quod est superius inter duo pūcta. Scribo 3 intra lineas sub 9, multiplicās 3 in 4, fit 12, & 3 in se, fit 9. Aufer

$$\begin{array}{r} \times \\ 47900 \\ \hline 230 \\ \hline 446 \end{array}$$

ordinatim ex 12, et 9, restat nihil. Duplica 23, et ipsius duplo 46 infra lineas disposito, videbis ex superioribus nil superesse, unde post multiplicationem solitam, subtractio fiat. Scimus autem per regulam datam ad tria puncta totidem etiam figuras lateris adhibendas. Nil aliud ergo fieri potest, quàm ut prima quesiti lateris figura ponatur 0 rectè sub alio, cui subest punctum. Erūtque 230 tetragonum latus dati numeri 52900. Et ita semper quum duplicatio disposita non habet in superioribus unde possit auferri, scribendum est 0 inter lineas. Et hoc non solum in prima lateris figura, sicut hīc, sed in omnibus intermediis observandum. Vellut in hoc numero 164836, cuius latus ex formula inuenitur esse 406. Et ipsum 0 medium ponitur, quoniam duplicatio figure 4, que est 8, ex superstante sibi 4 non potuit auferri. Nec semel tantum in lateribus scribitur 0, sed etiam bis, ter, &

quoties



quoties opus erit, deficiente summa, unde requisita subtractio fiat. Prout in numero 490000. Cuius latus 700 duas habet in principio notas 00, quia post primam multiplicationem 7 in se, & subtractionem ex 49 nihil in superioribus relinquitur.

Ceterum in quadratis quorum latera plus quam tribus constant figuris, nihil habet operatio diuersum ab aliis. Quare iam satis explicata repetere nil præter molestiam legentibus esse putavi. Ne tamen omnino relinquuntur intacta, nudis aliquot exemplis cum figurationibus attingam. Quorum primum esto numerus 9030025, cuius latus est 3005. Sequens verò sit 404130609, cuius latus est 20103.

Sciendum est autem numerum omnem cuius prima nota sit 2, aut 3, aut 7, aut 8 non esse quadratum. Neque etiam si prima fuerit 5, & secunda non sit 2. In particulis aliquando, & in fragmentis etiam tetragonica latera queruntur.

$$\begin{array}{r}
 \text{9} \text{0} \text{3} \text{0} \text{0} \text{2} \text{5} \\
 \hline
 \text{3} \text{0} \text{0} \text{5} \\
 \hline
 \text{8} \text{8} \text{8} \text{8} \text{8} \\
 \text{8}
 \end{array}$$

Omnis enim particula in se multiplicata quadrata producit particulam. Item & ex fragmenti in se ductu quadratum prouenit fragmentum. In hac autem inuesti-

$$\begin{array}{r}
 \text{4} \text{0} \text{4} \text{1} \text{3} \text{0} \text{6} \text{0} \text{9} \\
 \hline
 \text{2} \text{0} \text{1} \text{0} \text{3} \\
 \hline
 \text{4} \text{4} \text{8} \text{8} \text{7} \text{7} \text{8} \\
 \text{4} \text{4} \text{8}
 \end{array}$$

e 5

gatione nihil habent particule, vel fragmenta diuersum ab his quæ super numeris modo sunt tradita, præter duplicationem operis. Velut in particula  $\frac{100}{11}$ . Primum inuenies in numeratore 100 latus esse 10. Deinde & denominatorem latus habere 11. Quæ duo simul in particulam disposita faciunt  $\frac{10}{11}$ . Quod est tetragonicum latus quæsitum in particula  $\frac{100}{11}$ . Itẽ & in particula  $\frac{1764}{45}$ , inuenies actu geminato latus esse  $\frac{42}{45}$ . Similiter & in fragmentis, quale est  $\frac{484}{9}$ . Cuius latus inuenitur esse fragmentum  $\frac{22}{9}$ . Quod est  $7\frac{2}{9}$ . Est autem quòd aduertas ex hoc actu non semper intelligi particulas an sint quadratæ, nisi ad minimos numeros redigantur. Qualis est  $\frac{12}{27}$ , quæ reducta fit  $\frac{4}{9}$ , et latus habet  $\frac{2}{3}$ . Quod ex notatione priori nõ cognoscitur. Et sunt hæc de tetragonis dicta lateribus.

## De propinquitate laterum in nõ quadratis numeris, atque particulis habenda.

**P**ost laterũ tetragonicoꝝ inuentionẽ, reliquum est etiã videre quẽadmodũ in numeris nõ quadratis latera fieri possint tetragonis quàm propinquissimè similia. Id enim ad multa non est inutile. Esto propositũ in numero 66 latus tetragonico propinquum

pinquum inuestigare. Queratur imprimis 2  
 latus more iam tradito, & habebis 8, cū 8 8  
 defectu 2. Est enim 8 tetragonum latus  $\frac{8}{8}$   
 maximi quadrati, scilicet 64, in dato nu-  
 mero 66 contenti. Quare latus quæsitum  
 non potest iam inuentum, latus 8 excedere mona-  
 de. Excedit igitur in aliqua particula. Quam in-  
 quires hoc modo. Duplica iam inuentum latus 8,  
 fit 16. Cui superscribe numerum defectus 2, inter-  
 iecta linea sic  $\frac{2}{16}$ . Quæ quidem particula redu-  
 cta facit  $\frac{1}{8}$ . Hanc iunge ad inuentum latus 8, fit  
 $8 \frac{1}{8}$ , pro secundo latere numeri 66, magis pro-  
 pinquo priore 8. Huius enim secundi lateris qua-  
 dratum dato numero superfluit nihil amplius sem-  
 per quam excessu quadrati adiunctæ particule:  
 quod in hoc loco est  $\frac{1}{64}$ . Nam multiplicando  $8 \frac{1}{8}$   
 in se producitur  $66 \frac{1}{64}$ . Talis tamen excessus ad  
 monadem vsque tunc perueniet, quando datus nu-  
 merus à proximo sibi quadrato monade sola defi-  
 cit. Velut in numero 15, qui proximum sibi quadra-  
 tum in numeris habet 16, si latus inquiras, habebis  
 primum 3 deficiens in 6. Duplica 3, fit 6, cui sus-  
 per adde defectum 6, fit fragmentum  $\frac{6}{6}$ , quod est  
 monas. Quæ adiecta lateri 3 componit 4, cuius  
 quadratum est 16. Et hoc statim videbis primum  
 latus inquirendo. Tunc enim defectus, qualis est 6,  
 latus inter lineas positum, sicut est 3, duplo semper  
exced

excedit. Et ita perpetuò ad secundi lateris propinquitatem regula procedit. Ad tertij deinde lateris, quarti, quinti, & aliorum quot libuerit, inuentionem magis, ac magis propinquam progressus erit in hunc modum. Resume ex dato numero 66 latus inuentũ secundo loco, quod fuit  $8 \frac{1}{8}$ , cuius quadratum excedit 66 in particula  $\frac{1}{64}$ . Talem excessum diuide semper in duplum lateris unde factus est. Quod quidem duplum facit  $16 \frac{1}{4}$ . Frange, fit  $\frac{65}{4}$ . Partire igitur excessum  $\frac{1}{64}$  in  $\frac{65}{4}$ , prouenit  $\frac{1}{1040}$ . Aufer ex latere  $8 \frac{1}{8}$ , restat  $8 \frac{119}{1040}$ . Quod est latus tertium propinquius latere secundo  $8 \frac{1}{8}$ . Nam si multiplicaueris  $8 \frac{119}{1040}$  in se producit  $66 \frac{1}{1081600}$ . Et hic excessus particule multò minor est quàm  $\frac{1}{64}$ . Sic quoque fiet operando quartum, & quintum latus, & si uelis ultra, propinquitate similis tetragonico. Nulla tamen vnquam numeratione iustum latus in istis assequi datur. Quod est aliàs Geometricis methodis per lineamenta facile.

Aliter etiam laterum propinquitas experimento tentari solet. Ad quod sciendum est modum progressionis particularum ad diminutionem fieri sic  $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \frac{1}{5} \frac{1}{6}$ , & ita deinceps ordine nominatorum naturali procedente. Ad adiectionem verò sic  $\frac{1}{2} \frac{2}{3} \frac{3}{4} \frac{4}{5} \frac{5}{6}$ . Et hoc modo semper augmentum à numeratore progreditur. Si quis

quis igitur tentabundus propinquum latus exquirat, ut pote in numero 13. Primò ad inuentum latus 3, cuius quadratum 9 à dato numero 13 deficit in 4, addet  $\frac{1}{2}$ , fietque secundum latus  $3\frac{1}{2}$ , cuius quadratum est  $12\frac{1}{4}$ . Cùm igitur videat non esse satis ad 3 addere  $\frac{1}{2}$ , addendo  $\frac{2}{3}$ , faciet tertium latus  $3\frac{2}{3}$ , cuius quadratum cum sit  $13\frac{4}{9}$ , ipsum maius est quàm sit opus. Cùm itaq; secundum latus  $3\frac{1}{2}$  à proposito deficiat, & tertium  $3\frac{2}{3}$  excedat, componi debent numeratores particularum, & nomina simul. Fietque ex duabus  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{2}{3}$  vna particula  $\frac{5}{6}$ . Quam iungendo ad 3, fiet quartum latus  $3\frac{5}{6}$ , cuius quadratum est  $12\frac{25}{4}$ , cui ad 13 deest  $\frac{1}{25}$ . Si videbitur adhuc propius accedendum, componendæ sunt tertij lateris excedentis, & huius deficientis particule  $\frac{2}{3} - \frac{3}{5}$ , eo quo dixi modo, fietque particula  $\frac{5}{8}$ . Quæ iuncta cum 3 efficiet quintum latus  $3\frac{5}{8}$ , ex cuius in se ductu ad 13 supersunt  $\frac{2}{64}$ . Et hunc morem continuando vicinior semper ad quesitum ratio constat. Sed huiusmodi tentatio sicut parum habet artis ad opus, ita & facilitatis ad intelligentiam multum. Ceterum si proponatur in numero, cui adheret particula, utpote  $13\frac{1}{2}$ , propinquum latus inquirere. Alterutro ex modis iam datis inuenies secundum latus in 13 esse  $3\frac{2}{3}$ . Cuius in se ductu fit productum  $13\frac{4}{9}$ , deficiens à  $13\frac{1}{2}$

in

in  $\frac{1}{8}$ . Et sic propter adiunctas numeris particulas regula superior non variatur, sicut in aliis, que sole ponuntur, qualis est  $\frac{5}{9}$ . Vbi ad latus habendum processus est aliter, idque duobus modis. Quorum primus est, ut accipias in numeratore propinquum latus, utpote  $2 \frac{1}{4}$ . Deinde  $\&$  in nominatore 9 latus 3. Partire  $2 \frac{1}{4}$  in 3, prouenit  $\frac{3}{4}$ . Quod est latus propinquum datæ particule  $\frac{5}{9}$ . Nã ex ductu  $\frac{3}{4}$  in se, fit productũ  $\frac{9}{16}$ , quod excedit  $\frac{5}{9}$  in  $\frac{1}{44}$ . Excessus ratio est, quoniã in numeratore 5 sumptũ fuit latus  $2 \frac{1}{4}$  excedens 5 in  $\frac{1}{16}$ . Propterea ad perquirendũ latus in particulis quarum neutra pars quadrato numero cõstat, propius erit si duo latera sumantur, vnum excedens,  $\&$  alterum deficiens, quàm si ambo, vel excessu, vel defectu peccarent. Sicut in  $\frac{5}{8}$  deficiens latus ad 5 est  $2 \frac{1}{4}$ , ad 8 autẽ excedens est 3. Partire  $2 \frac{1}{4}$  in 3, prouenit latus  $\frac{17}{24}$ . Cuius quadratum  $\frac{289}{576}$  deficit à  $\frac{5}{8}$  in  $\frac{71}{576}$ .

Sciendum est autem in omni particula non quadrata ex numeris alterutrum velis fieri posse quadratum, quantitate seruata. Verbi causa, si libeat in particula  $\frac{5}{8}$  numeratorem esse quadratũ, multiplicando 5 in se,  $\&$  item 8 in 5, efficies  $\frac{25}{40}$ . Si verò nominatorem, multiplicabis 8 in se,  $\&$  item 5 in 8, fietque  $\frac{40}{64}$ . Sed iam perquiratur aliter latus in data particula  $\frac{5}{8}$ . Ducito 5 in 8, fit 40. Sume  
ad

ad 40 propinquum latus  $6\frac{1}{3}$ . Partire in nominatorem 8, prouenit  $\frac{12}{24}$ , latus satis propinquum ad  $\frac{5}{8}$ . Quod exuperat solum in  $\frac{1}{576}$ . Quare posterior iste modus in hoc loco ad propinquitatem magis accedit. Si cui tamen ultra tendere placet, artem de lateribus datam in numeris ad particulas etiam applicabit. Velut in hac particula  $\frac{5}{8}$ , cuius primum latus  $\frac{12}{24}$  excedit in  $\frac{1}{576}$ . Hunc excessum partire in duplum lateris  $\frac{2}{24}$ , quod est  $\frac{12}{12}$ , prouenit  $\frac{1}{912}$ . Aufer ex latere  $\frac{12}{24}$ , restat  $\frac{721}{912}$  pro latere secundo. Cuius quadratum  $\frac{519841}{831744}$  excedit  $\frac{5}{8}$  in  $\frac{1}{831744}$ . Que quidem particula longè minor est excessu priore  $\frac{1}{576}$ . Sic igitur se laterum propinquitas habet in nō quadratis numeris, atque particulis.

## De cubicis numerorum particularumque lateribus.

**O**mnis numerus suum quadratum multiplicans producit numerum qui dicitur cubus. Et multiplicans numerus talis producti cubicum latus vocatur. Velut si 3 multiplicet suum quadratum, quod est 9, producit 27, qui numerus est cubus, & ipsius cubicum latus fit 3. Et similiter 2 est cubicum latus numeri cubi 8. Ad huiusmodi laterum investigationem modum Logistici tradunt  
tantis

tantis multiplicationum ambagibus implicitum, ut inde non ferè quisquam sese valeat extricare, in numeris præsertim grandioribus. Nec ullum fit in arte molestius opus. Quod equidem soleo mirari, cum non sit adeo res in obscuro, ut sit opus via sese tam salebroso fatigare. Rationem igitur aliter institutam, posito tamen secundum alios principio, quod est tale. Sit propositum in numero 12167000 cubicum latus investigare.

Ante omnia subnotentur punctis dati numeri figure, ita ut primum subiaceat prima, quæ est 0, secundum quarta, quæ est 7, tertium septima 2. Et ita semper duabus intermissis signa poni debent, à dextra sinistram versus eundo. Quorum multitudo totidem figuris quesitum latus constare monstrabit. Deinde sub punctis lineæ ducantur, sicut prius in quadratis. Post hæc considerans superstantem figuram ultimo puncto, quæ est 2, perinde ac si esset monadica, sequensque sinisterior decas, cogita tecum aliquem ex monadicis numerum, cuius cubus, quam proximè fieri possit accedat ad 12. Is erit 2. Nam ex 2 in se fit 4, & ex 2 in 4 fit 8. Pone 2 inter lineas sub ultimo signo. Hinc igitur scire potes in latere quesito tres esse figuras, quarum est ultima 2. Hucusque traditionem aliorum cognitu dignam esse

$$\begin{array}{r} 12167000 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array}$$



esse putavi. Reliqua fastidiosi laboris, & intricati plena sunt. Vt sit satius rē vel experimento querere. Per quod inuenies latus quæsitum esse 230. Cū ergo sit operosum nimis in dato numero cubi cū latus inquirere, et è contrario sit expeditum ex latere cubū inuenire. Si disponantur numeri quotlibet sequentia naturali, et ex singulorū in sua quadrata multiplicatione cubi è regione suorum scribantur, paratam habebis tabulā, in qua statim numerum quemlibet, non maiorem extremo tabulæ, perspicias, aut esse cubum, si suo lateri sit adpositum, aut non esse cubum, si non habeatur in tabula. Cuius exemplar à monade ad decades quatuor hīc infrā descripsi. In qua progressus erit in expedito, quantum quisque voluerit.

I. 1	11. 1331
2. 8	12. 1728
3. 27	13. 2197
4. 64	14. 2744
5. 125	15. 3375
6. 216	16. 4096
7. 343	17. 4913
8. 512	18. 5832
9. 729	19. 6859
10. 1000	20. 8000

f

21. 9261	31. 29791
22. 10648	32. 32768
23. 12167	33. 35937
24. 13824	34. 39304
25. 15625	35. 42875
26. 17576	36. 46008
27. 19683	37. 50653
28. 21952	38. 54872
29. 24380	39. 59319
30. 27000	40. 64000

*Vsus tabulae sic habet. Sint dati duo numeri 5832, & 54891, quorum iubeor cubica latera reperire. Respiciens ad tabulam statim video datum primò numerum 5832 habere iuxta se directò 18, quod est cubicum ipsius latus quæsitum. De secundo autem numero 54891, quoniam non est in tabula, & minor ipsius extremo 64000, respondeo non esse cubum, & ideo non habere cubicum latus. Quis igitur nõ malit labore sibi modico tabulã semel parare, quã in re molestã sæpius fatigari?*

**De propinquitate laterum  
in non cubis numeris  
habenda.**

**H***Viusmodi autem cuborum descriptio non solum in ipsis latera statim ostendit, sed etiam*

etiam ad propinquitatem aliorum in non cubis habendam subseruiet. Velut in numero 1730 latus cubico propinquum inquirens, coniectis in tabulam oculis, video inter duos cubos 1728 & 2197 datum numerum haberi, propius tamen accedere minori, quem dyade tantum superat. Iam igitur fido certior latus quesitum paulo minus esse quam 12, & minus quam 13. Talis ergo particula debet institui, cuius additamento ad latus 12 defectus dyadis expleatur, quam proximè fieri possit. Ad hoc autem falsas quidam regulas commenti sunt. Vera autem sic habet. Triplica primò latus inuētum 12, fit 36. Ducito in 12, fit 432. Adde 36, fit 468. Huic producto superscribe numerum defectus, qui est 2, interiecta linea, fietque particula  $\frac{2}{468}$ , hoc est  $\frac{1}{234}$ . Adde primo lateri 12, fit  $12\frac{1}{234}$ . Quod est latus cubico propinquum dati numeri 1730. Nā ex  $12\frac{1}{234}$  fit cubus  $1729\frac{10850113}{12812904}$ . Proponatur rursus inueniri cubicū latus proximè ad numerum 732. Ex tabula primū videbis esse 9 deficiens triade. Vt autem habeas secundum ex regula dicta, sic operare, Triplica 9, & erit 27. Ducito in 9, fit 243. Adde 27, erit summa 270. Cui superscribe defectus numerum, quæ est trias, fietque particula  $\frac{3}{270}$ , hoc est  $\frac{1}{90}$ . Adde ad 9, fit secundum latus quesitum  $9\frac{1}{90}$ . Vnde fit cubus  $731\frac{512731}{719000}$ , à dato numero 732 deficiens in  $\frac{216269}{719000}$ .

Et quoniam latus istud  $9 \frac{1}{90}$  non aliquo numero, sed particula solùm deficit, ad tertij lateris indagatorem paululum aliquid à precedente mutandum, hoc modo. Triplica latus  $9 \frac{1}{90}$ , fit  $27 \frac{1}{30}$ . Multiplica in  $9 \frac{1}{90}$ , producitur  $243 \frac{1611}{2700}$ . Adde  $27 \frac{1}{30}$ , fit  $270 \frac{1711}{2700}$ . Partire defectum  $\frac{216269}{729000}$  in  $270 \frac{1711}{2700}$ , prouenit  $\frac{157660101}{531688319}$ . Adde ad latus  $9 \frac{1}{90}$ , fit  $9 \frac{14712097409}{47041948710}$ . Quod est tertium latus quæsitum propinquius secundo  $9 \frac{1}{90}$ . Et hoc modo semper propior erit accessus. Nunquam tamen iustum assequi datur in numeris. Quod aliàs tamen in magnitudine continua descriptionibus gramicis, sed non admodum facile consequimur.

Cæterum in particulis ab vtraque parte cubis hæc inuentio etiam tabula constabit. Velut in istis  $\frac{1}{8} \text{ et } \frac{8}{27}$  latera cubita colligendo statim videbimus esse  $\frac{1}{2} \text{ et } \frac{2}{3}$ . Ad alias autem non cubis numeris, vel vna tantum, vel vtraque parte notatas latera proxima queruntur hoc modo. Sit in exemplum particula  $\frac{27}{100}$ , ad quam latus cubico vicinũ sit opus habere. Primum ducendus est in se nominator 200, fientq; 40000, multiplicanda in 27. Vnde fit productum 1080000. Huius primum latus cubico simile inuenitur esse 102, ex quo fit cubus 1061208 à numero 1080000 deficiens in 18792. Triplica latus 102, fit 306. Ducito in 102, fit 31212. Adde 306, fit 31518. Super-  
scribe

scribe defectum 18792, fit particula  $\frac{18792}{31518}$ . Partire in nominatorem 200, prouenit particula  $\frac{808407}{1575900}$ . Quod est latus satis cubico vicinum in data particula  $\frac{27}{100}$ . Quod quidem pauxillo maius est quam  $\frac{1}{2}$ . Sed iam multa satis super hac propinquitate disputatio.

## De numerorum inter se ratione rationumque nominibus.

**N**umerus minor maiorem metiri, siue numerare dicitur, qui aliquoties sibi coaceruatus maiorem efficit absque superfluo. Et tunc maior dicitur multiplex minoris, minor verò pars maioris. Quando autem minor non metitur maiorem, non pars vocatur, sed partes. Exempli gratia, quoniam numerus 3 quater sibi coaceruatus efficit 12, pars quarta dicitur esse ipsius 12, & 12 multiplex ipsius 3, quod dicitur quadruplum. Sed 5 quoniam non metitur 12, nō iam est pars, sed partes quas nominamus quinque duodecimas. In numeris ratio, quæ græcè dicitur λόγος est duorum inter se numerorum secundum quantitatem habitudo quedam. Quæ quidem relatione, siue comparatione perficitur, cuius est prima diuisio duplex. Omnis namque numerus alteri comparatus, aut æqualis est, aut

*inequalis. Et æqualis quidem est numerus numero, qui neque minori multitudine defit, neque maiore supergreditur. Hæc autem pars rationis, id est æqualitas, diuisionem suapte natura non recipit. Nullus si quidem rectè dixerit, hoc magis, vel minus illi est æquale. Sed inæqualitatis ratio sectionem admittit, in maius scilicet, atque minus. Alio etiam respectu dicitur inæqualitas maior, cum scilicet maior numerus minori comparatur, contra verò dicitur inæqualitas minor, quando fit minoris ad maiorem relatio. Maioris autem inæqualitatis ratio partes habet quinque. Quarum prima dicitur multiplex, secunda superparticularis, tertia superpartiens, quarta multiplex superparticularis, quinta multiplex superpartiens. Ratio multiplex dicitur, quando maior numerus minori comparatus, eum in se continet plusquam semel, ut puta, bis, ter, quater, & deinceps. Quæ primùm in naturali dispositione numeri perspicitur. Nanque ad vnum cuncti qui sequuntur omnium ordine multiplicium varietates custodiunt. Ad primum enim, quæ est monas, sequens numerus 2 duplus est, 3 triplus, 4 quadruplus, 5 quincuplus. Atque sic in ordinem progrediendo omnes texuntur multiplicium voces. Velut si 30 comparetur ad 5, dicemus eos numeros se habere in ratione sexcupla, & 20 ad 2 rationem habere decuplam, & sic in aliis. Talis etiam collationis*

*tionis*

tionis numeri rationum termini dicuntur, & item quantitates. Superparticularis ratio dicitur, cum relatus maior numerus ad minorem, totum intra se continet, & insuper partem ipsius minoris aliquam. Quæ si fuerit dimidium, talis habitudo dicitur sesquialtera. Cuius principium dabit 3 ad 2. Si verò pars fuerit tertia, ut est 4 ad 3, & 12 ad 9, dicetur sesquitertia. Et ut semel dicam, huiusmodi ratio semper exprimitur voce composita à sesqui, & nomine partis, quàm maior supra minorem obtinet. Ut est sexquioctava, quàm habet 9 ad 8, & 27 ad 24, & in reliquis eodem modo. Tertia species, quam superpartientem diximus, tunc est, cum maior numerus totum in se completitur minorem, & partes insuper aliquas. Veluti duas tertias, tres quartas, quinque septimas, et quot attulerit comparatio. Cui donat originem numerus 5 ad 3, vocaturque superbipartiens tertias, & 7 ad 4 supertripartiens quartas, 9 ad 5, vel 18 ad 10 superquadrupartiens quintas, 16 ad 9 superseptupartiens nonas. Et ad formam hanc in cæteris huius habitudinis nomina finguntur. Porro quarta species multiplex superparticularis dicta, nihil est aliud quàm prima iuncta secundæ. sicut ipsa nominis compositio monstrat, & utriusque diffinitio cõcurrit in istam. Cum enim retuleris 5 ad 2, quòd maior occupat minorem plusquàm semel, hoc mul-

tiplicis est, hoc verò quòd adhuc minoris parte su-  
 perabūdar, superparticularis. Et propterea vtrius-  
 que nomine dicta ratio 5 ad 2 vocatur dupla ses-  
 quialtera, seruatúrque semper in hac specie gemi-  
 natio talis, vt est 10 ad 3 tripla sesquitertia, 36  
 ad 5 septupla sesquiquinta, 49 ad 4 duodecupla  
 sesquiquarta. In quinta demum specie, quæ est mul-  
 tiplex superpartiens, compositionis proprietas, no-  
 minaque seruantur, qualia sunt in simplicibus pri-  
 ma & tertia. Velut conferendo 11 ad 3 existit ha-  
 bitudo tripla superbipartiens tertias. Et in collatio-  
 ne 22 ad 5 oritur quadrupla superbipartiens quin-  
 tas. Et eadem est ratio 54 ad 7, quæ est 108 ad  
 14, vtrobique enim septupla superquintupartiens  
 septimas. Ad hūc modū se habent maioris inæqua-  
 litatis quinque species, quibus alia totidem minoris  
 inæqualitatis respondent qualitatibus eisdem, nisi  
 quòd fit inuersio comparandi, numeri scilicet mi-  
 noris ad maiorem. Eisdem quoque nominibus ex-  
 primuntur, sed cum additamēto præpositionis sub,  
 hoc modo, submultiplex, subsuperparticularis, sub-  
 superpartiens, submultiplex superparticularis, sub-  
 multiplex superpartiens. Istis etiam congruent exē-  
 pla prioris collationis, ordine mutato. Velut cūm su-  
 præ diximus 30 ad 5 rationē habere sexcuplam,  
 ita dicendum 5 ad 30 rationem obtinere subsexcu-  
 plam, & 2 ad 20 subdecuplam. Item 2 ad 3 sub-  
 sesq



sexquialteram, & 3 ad 4 subsexquiterciam. Præ-  
 terea 3 ad 5 subsuperbipartiētem tertias, & 4 ad  
 7 subsupertripartientem quartas. Et similiter in  
 alijs hæc forma procedit. Ea autem quæ Græcè di-  
 citur ἀνάλογία, Latinè autem Cicero, & Quinti-  
 lianus vertunt, proportio, est rationum similitudo.  
 Unde numeri quorum eadem est ratio, proportio-  
 nales vocantur. Veluti sunt 4 ad 2, et 6 ad 3, utro-  
 bique enim ratio dupla. Boetius autem, & post eū  
 omnes, rationem inter duos numeros dicunt propor-  
 tionē, ipsamque rationum similitudinem, nullo lati-  
 nitatis exemplo, proportionalitatis nomine vocant.

## Quomodo rationum species & appellationes dignoscantur.

**P**ropositis duobus numeris, ut puta 12400, et  
 124, quæ enā sit inter eos ratio, partitione ma-  
 ioris in minorem, ipsum proveniēs statim ostendet,  
 quod cum sit in hoc loco 100, dicemus inter datos  
 huiusmodi numeros rationem esse centuplam. Et si  
 minor in collatione præcedat subcentuplam. Et ita  
 perpetuò cum solum provenit numerus absque par-  
 ticula, tunc quæ sita ratio fit ex multiplicibus ali-  
 qua, utpote dupla, tripla, quadrupla, & deinceps,  
 prout multiplicaverit ex partitione numerus, &

idem de submultiplicibus intelligendum. Habitu-  
do superparticularis, & ipsius opposita in proue-  
niente solam exhibet monadem, cum particula mo-  
nadica, postquam erit facta reductio. Velut par-  
tiendo 9 in 8, prouenit  $1 \frac{1}{8}$ , quare dicendum ra-  
tionem 9 ad 8 esse sexquiuoctauam. Item partien-  
do 18 in 12, prouenit 1 cum particula  $\frac{6}{12}$ , quæ qui-  
dem reducta facit  $\frac{1}{2}$ . Dices igitur 18 ad 12 se  
habere in ratione sesquialtera, & vicissim 12 ad  
18 rationem habere subsestquialteram. In superpar-  
tiente autem prouenit etiam monas cum particula  
numerali, quæ quidem est reducenda, si fieri possit,  
antequam de ratione pronunties. Exempli gratia,  
si partiaris 10 in 6, prouenit  $1 \frac{4}{6}$ , non tamen re-  
ctè dixeris rationem 10 ad 6 esse superquadru-  
partientem sextas. Sed reducendo  $\frac{4}{6}$  in  $\frac{2}{3}$ , di-  
ctam rationem videbis esse superbipartientem ter-  
tias. Et in opposita specie similiter, huic nomini iun-  
gendo sub. In reliquis autem nominibus compositis,  
proueniens semper dabit numerum cum particula  
quidem monadica, si fuerit ratio multiplex super-  
particularis, cum numerali verò, si fuerit multi-  
plex superpartiens. Exemplum erit partitionis 66  
in 9, ubi prouenit  $7 \frac{1}{3}$ . Hæc igitur ratio di-  
cetur septupla sesquitertia. Et 32 ad 5 erit ratio  
sexcupla superbipartiens quintas. Quandoquidem  
ex partitione 32 in 5, prouenit  $6 \frac{2}{5}$ . In collatio-  
nibus

nibus autem oppositis, prior quidem erit subseptu-  
pla sexquiertia, altera verò subsexcupla superbi-  
partiens quintas.

## De particularum fragmento- rumque rationibus, quo- modo dignoscantur.

**N**on solum numeri conferuntur numeris, sed  
etiam particulis, atque fragmentis, & ipse  
etiam inter se particule. Quarum rationem inue-  
stigabis hoc modo. Sit propositum dare rationem  
quam habet  $\frac{3}{5}$  ad  $\frac{4}{7}$ . Disponantur  
datæ particule atque multiplicentur 21 20  
in decussim, fientque producta 21 &  $\frac{1}{5} \times \frac{4}{7}$   
20. Quæ est igitur ratio 21 ad 20,  
eadem est  $\frac{3}{5}$  ad  $\frac{4}{7}$ , hoc est, sesquiagesima. Et  
hæc investigatio locum habet vniuersè, non solum  
in particulis, sed etiam in fragmentis. Vt si quæris  
rationem quæ est  $7 \frac{2}{3}$  ad  $3 \frac{1}{2}$ , primò frangen-  
di sunt numeri in adherentes sibi particulas, fient-  
que fragmenta  $\frac{22}{3}$  &  $\frac{7}{2}$ , quibus in decussim mul-  
tiplicatis habebis producta 46 et 21. Partire 46  
in 21, prouenit  $2 \frac{4}{21}$ , quod indicat rationē  $7 \frac{2}{3}$   
ad  $3 \frac{1}{2}$  esse duplam super quadrupartientem vi-  
gesimas primas. Et contra  $3 \frac{1}{2}$  ad  $7 \frac{2}{3}$  rationem  
haber

habere subduplam superquadrupartientem vigesimas primas. Si autem numerus conferatur particule, veluti quatuor duabus tertiis. Frange 4 subscripta monade, sic  $\frac{4}{1}$ , cuius multiplicatione in  $\frac{2}{3}$  facta indecussim, videbis rationem 4 ad  $\frac{2}{3}$  fieri sicut 12 ad 2, hoc est sexcuplam.

$$\begin{array}{r} 12 \quad 2 \\ \frac{4}{1} \times \frac{2}{3} \end{array}$$

## Quomodo dignoscatur vna ratio esse maior altera.

**D**Entur duae rationes, utpote dupla, et tripla, de quibus scire volo vtra sit earum maior. Primum oportet datas rationes in suis qualescunq; fuerint, numeris collocare, qui etiam termini dicuntur. Vt in dupla termini sunt 2 & 1, vel 4 & 2. In tripla verò 3 & 1, vel 9 & 3, & quot libuerit duplos, & triplos inter se colligere. In omni autem rationum comparatione terminus prior dicitur antecedens, alter verò consequens. Disponantur itaque in suis terminis datae rationes, sic vt antecedens vtrunque suo consequenti superstet. Factaque multiplicatione secundum decussim, erunt producta, 12

$$\begin{array}{r} 12 \quad 18 \\ \frac{4}{2} \times \frac{9}{3} \end{array}$$

quid

quidem super 4, & 18 super 9. Quoniam igitur maior est numerus super 9 quàm super 4, maior est ratio 9 ad 3, quàm 4 ad 2, hoc est tripla ratio maior est ratione dupla. Quod erat sciendum. Contra verò subdupla ratio maior est ratione subtripla, quod etiam huius formulæ regula monstrat, dispositis rationum terminis inuerso modo. Et hoc oppositum in opposita rationum specie semper eueniet.

$$\begin{array}{r} 18 \quad 12 \\ \frac{1}{4} \times \frac{3}{2} \end{array}$$

Datis etiam rationum terminis, non perquisito nomine, cognoscitur quæenam sit maior, prout ex subiectis figurationibus satis apparet. Nusquàm enim regula fallit, vt cuius terminis productum maius superstat, ea ratio sit maior altera, etiam si vna ex datis rationibus sit maioris inæqualitatis, & altera minoris. Cùm tamen sit ea comparatio vix legitima. Si autem fuerint producta multiplicationum inuicem equalia, signũ erit æqualitatis ipsarum inter se rationum. Quauis nõ admodum propriè dicatur in rationibus æqualitas, sed similes, vel eadem inter se dicuntur.

$$\begin{array}{r} 84420 \quad 68766 \quad 10500 \quad 10104 \\ 420 \quad 219 \quad 350 \quad 24 \\ 314 \quad 201 \quad 421 \quad 30 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 312 \quad 56 \\ 24 \quad 8 \\ \times \quad \times \\ 7 \quad 13 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \quad 6 \\ 2 \quad 1 \\ \times \quad \times \\ 6 \quad 3 \end{array}$$

Et non solum in rationibus numerorum, sed in particulis quoque locum habet regula, sicut in earum subtractione supra notavi. Cuius etiam demonstrationem alias in opere de quadratura circuli, ad confutationem tetragonismorum adhibui, ne calumnie locus esset. Huiusmodi cognitionem aliter Boetius libro secundo Musices, circuitione longa, magis implicat quam explicet. Aliorum autem nemo, quem viderim, praeter Vitellionem, quem sequitur Lucas, super hoc doctrinam posuit, cum tamen ad multa requiratur. Ea (inquit) ratio maior altera dignoscitur esse, quae maiorem habet denominationem. Vt pote tripla maior est quam dupla, quoniam trias maior est dyade. Et e contrario subdupla maior est subtripla, quonia dimidium maius est triente. Istud autem verum est, et in multiplicibus apertum, cum fuerit denominatio nota. In aliis vero praesertim quae grandioribus terminis continentur, opertum prorsus, et implicitum. Velut si quaeratur in duabus istis rationibus 407890 ad 398457, et 4103 ad 3415, vtra sit earum maior. Neque enim leuioris est negotij ipsorum nominum quam rationum excessus investigare. Hoc fuit

*fuit igitur obscurum docere per obscurius.*

## De componendis rationibus numerorum.

**H**abent rationes numerorum tractationes inter se, quarum praxis theoriæ sic adheret, ut separatim vix intelligatur. Super istis ea differam, quæ & ad logisticum usum satis erunt, & intellectus vel mediocris facultatem non excedant. Componuntur, multiplicantur, diuiduntur, atque subtrahuntur rationes, sed eiusdem speciei, hoc est, vel maioris inæqualitatis inter se, vel minoris inter se. Neque enim misturam legitime recipiunt. Compositionis modum præscribit Euclides ad principia libri sexti. Ratio (inquit) ex rationibus componi dicitur, quando rationum quantitates in se ipsas multiplicatæ fecerint aliquas. Intelligit autem per rationum quantitates numeros, qui et termini dicuntur, unde nomina concipiuntur. Vtpote rationis duplæ quantitates sunt, duo ad vnum, iidemque subduplæ, sed inuerso modo, vnum ad duo, sesquitertiæ tria ad duo, subsesquitertiæ duo ad tria, & sic in aliis, prout in superioribus explicui. Volens itaque sesquialteram cum sesquitertia componere, dispono ipsarum terminos 3 ad 2, & 4 ad 3 more partitico

ticularum, multiplicans 3 in 4 & 2  
 in 3, fiunt duo numeri 12 & 6, inter  
 quos habetur ratio dupla. Et ita sem-  
 per productorum habitudo rationū  
 compositionem ostendit. Dicendū igitur ex sesqui-  
 altera, & sesquitercia simul compositis duplam  
 fieri. Si quis rationes prædictas, sed in minori inæ-  
 qualitate componat, subsesquialteram scilicet cum  
 subsesquitercia, dispositis earum terminis more con-  
 uerso, ac sicut prius multiplicando productum ha-  
 bebit subduplæ rationis terminos 6  
 ad 12. Duplam insuper ad sesquial-  
 teram si iungas triplæ compositionē  
 habebis 6 ad 2. Et ad sesquiterciā  
 accedens sesquioctaua eam compo-  
 nit habitudinem, quæ est 36 ad 24,  
 hoc est, sesquialteram.

$$\begin{array}{r} \hline 3 \quad 4 \cdot 12 \\ 2 \quad 3 \cdot 6 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 2 \quad 3 \cdot 6 \\ 3 \quad 4 \cdot 12 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \hline 2 \quad 3 \cdot 6 \\ 1 \quad 2 \cdot 2 \\ \hline \end{array}$$

Ista autem & ad medicami-  
 num misturam, & ad speculationē  
 musicam præcipuè faciunt, ubi con-  
 sonatiæ interuallorum rationibus cō-  
 stant. Diapente quidem sesquialtera, diateffaron  
 sesquitercia, diapason dupla, diapason cum diapē-  
 te tripla, tonus etiam sesquioctaua. Ex suprædictis  
 igitur inueniunt musici ex diateffaron simul &  
 diapente componi diapason. Et ex diateffaron &  
 tono simul iunctis fieri diapente. Quòd si plures  
 quàm

$$\begin{array}{r} \hline 4 \quad 9 \cdot 36 \\ 3 \quad 8 \cdot 24 \\ \hline \end{array}$$



quàm duæ rationes componi debeant, vtpote tres, siue quatuor. Ex duabus primùm fiat vna, cui tertia, deinde & producto quarta iungatur more prædicto. Exempli causa, sit propositum quatuor simul addere rationes, videlicet sesquiquintam, sesquiquartam, sesquitertiam, triplam. Disponentur duæ in suis terminis more fragmentorum, qui sunt 6 ad 5. & 5 ad 4, factâque multiplicatione, proueniunt sesquialteræ termini  $\frac{30}{20}$  quibus diuis in sesquitertiæ quãtitates  $\frac{4}{3}$  fit duplæ productũ  $\frac{120}{60}$ , quod rursus multiplicans in triplæ numeros  $\frac{3}{1}$ , producetur sexcupla in terminis  $\frac{360}{60}$ . Ex quatuor igitur rationibus datis sexcupla componitur. Harum multiplicationes ordine subieci.

6	.	5	.	30	.	4	.	120	.	3	.	360
5	.	4	.	20	.	3	.	60	.	1	.	60

Habetur & alter componendi modus priori quidem similis effectu, sed potior arte, quem facilitatis causa exemplo præcedenti monstrabo. Vbi propositum erat de componendis quatuor rationibus sesquiquinta, sesquiquarta, sesquitertia, tripla. Continuentur ipsæ rationes in suis terminis, scilicet vt singularum consequentes, vltimo dempto, sint etiam antecedentes, in hunc modum 6.5.4.3.1. In

hac igitur continuitate ratio primi numeri ad vltimum sine multiplicatione monstrabit quæ nam sit omnium inter se ratio cõposita. Quam, sicut prius inuenta est, sexcuplam esse videmus. Vnde manifestum est eandem rationem ex pluribus, et paucioribus interpositis in eadẽ inæqualitatis specie terminis aliarum posse componi. Velut in sexcupla, si terminis 6 & 1 interponantur 3 & 2 sic 6.3.2. 1, eadem quæ prius compositio fiet. Cuius formulã apposui. In qua duo producta 36 & 6 rationem sexquiplam retinent. Et idem similiter fiet in aliis quibuslibet. Et hæc ad rationum compositionem satis.

6	3.	18	2.	36
3	2.	6	1.	6

## De subtractione rationum.

**S**ubtractio fit in eiusdem specie rationibus, minoris ex maiore terminos ipsarum decussatim multiplicando, in hunc modum. Disponantur quarumlibet rationum numeri, velut sesquialteræ, & sesquitertiæ, perinde ac si esset particularum subtractio facienda. Et multiplicatione facta decussatim, videlicet 3 in 3, et 4 in 2, erunt producta 9 & 8, quorum est habitudo sesquioctava. Sub-

9	8
3	4
2	3

lata

lata igitur sesquitercia ex sesquialtera relinqui-  
tur sesquioctava. Quod & proponit Euclides in  
Harmonicis. Si ex spatio (inquit) sesquialtero ses-  
quitercium auferatur spatium, relinquitur sesqui-  
octavum. Vnde patet in consonantiis, diapente à  
diatesaron tono distare. Huiusmodi subtractio in  
minoris inæqualitatis specie nihil habet in opere di-  
uersum, præter inuersionem terminorum. Et inter  
producta 8 & 9 subsesquioctava fit habitudo:

Nec quicquã refert vter ex duo-  
bus terminis prius, an posterius scri-  
batur, sed si in maiori inæqualitate  
fiat subtractio intelligi debet, secun-  
dum rei naturam, maior terminus  
præcedere, et in opposita specie mi-  
nor. Porro autem in istis, sicut &  
in numeris probat additionem sub-  
tractio, quæ et vicissim subtractio-

$$\begin{array}{r} \hline 4 \quad 9 \cdot 36 \\ 3 \quad 8 \cdot 24 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8 \quad 9 \\ 2 \quad 3 \\ \times \\ 3 \quad 4 \end{array}$$

ne probatur. Si enim sesquioctavam adieceris ses-  
quitercie, redibit sesquialtera. Vt patet exemplo.  
Lucas in hac operatione dixit, rationem maiorem  
à minori subtrahi non posse, non magis quàm in nu-  
meris eum qui sit maior ex minore. Quod cum sit  
verissimum, nihilominus tamen scriptor quidam tẽ-  
pore nostro verbosiore calumnia, sicut est natura  
loquacior, hoc asserit esse falsum omnino. Cuius di-  
sputationẽ super re non solum vera, sed etiam ma-

nifesta ne confutatione quidem aut relatu dignam existimaui.

## Quomodo rationes multiplicentur.

**R**ationum multiplicatio analogia procedit. Quæ est rationum similitudo. Et in tribus terminis minimum est. Quando autem tres numeri proportionales fuerint, primum ad tertium habere rationem dicitur duplam illius quam habet ad secundum. Quando verò fuerint quatuor, primum ad quartum habere rationem dicitur triplam illius quam habet ad secundum. Sicque deinceps ordinatim. Et ita ferè finiuntur hæc ad principia quinti Elementorū. Erit itaque rationis subduplæ analogia in tribus terminis, hoc modo, 1. 2. 4. In quatuor 1. 2. 4. 8. In quinque 1. 2. 4. 8. 16. Si quis igitur rationem hanc in duo multiplicare proponat, quod est duplicare, ipsam continuabit in tribus terminis, qui sunt 1. 2. 4. Eruntque ratio 1 ad 4 ea quæ est 1 ad 2 duplicata, hoc est, subquadrupla. Rursum eiusdem in tria multiplicatio fiet in quatuor ipsius terminis continuis 1. 2. 4. 8. Eruntque ratio 1 ad 8, ea quæ est 1 ad 2 triplicata, hoc est, suboctupla. Continuatio autem quinque terminorum 1. 2. 4. 8.

4.8.16 multiplicationē facit eiusdem in quatuor, quæ est subsedecupla. Et ita deinceps terminorum incremento, analogia seruata, multiplicatio progreditur. Vtpote si ad duplā rationem decuplum producere velis, eius ipsius terminos vndecim continuando sic, 1024.512.256.128.64.32.16.8.4.2.1. Videbis primi ad vltimum rationem esse millesimam vigesimam quartam. Quæ est decupla duple. Cæterum in rationibus aliis quæ non sunt de genere multiplici, paulò est scientius analogiæ progressus extendere. Velut in sesquialtera, quæ est in minimis numeris 3 ad 2. Hanc si fuerit opus duplicare tres ipsius terminos duorum adminiculo continuabis, hoc modo. Multiplica 3 in se, fit 9, deinde 3 in 2, fit 6, postremò 2 in se fit 4. Est igitur analogia sesquialteræ in tribus terminis 9.6.4. Quare ipsa duplicata est eadem, quæ 9 ad 4, hoc est, dupla sesquiquarta. Item si fuerit hæc eadem ratio in tria multiplicanda, ex tribus terminis 9.6.4 singulatim multiplicatis in 3, & ipso 3 in se, quatuor fient producta 27.18.12.9. Eritque sesquialtera triplicata sicut 27 ad 9, id est, tripla. Rursum vt eadem sesquialtera quadrupletur, ex quatuor numeris 27.18.12.9, alios quinque faciemus, singulos in 3 multiplicando, & vltimum 9 iterum in 2, continuabiturque ratio data in istis quinque terminis 81.54.36.27.18. Eritque ratio

81 ad 18 sesquialtera quadruplata. Talis itaque multiplicandi rationes modus habetur.

## De rationum diuisione.

**R**ationum diuisio vnus, siue plurium terminorum interpositione continuata procedit. Vnius quidem in duas rationes, duorum in tres, trium in quatuor. Et ita deinceps ordinatim vnus additamento diuisionum terminos excedens. Sed diuisionem quamlibet omnis ratio data non recipit, quemadmodum exemplis sequentibus ostendam. Sit ergo propositum sedecuplam rationem, quæ est 16 ad 1 in duas æqualiter diuidere. Inter 16 & 1 ponatur 4, sic 16. 4. 1. Dico rationem datam 16 ad 1 esse diuisam æqualiter in duas quadruplas, scilicet 16 ad 4, & 4 ad 1. Et ordine conuerso, dispositis numeris 1. 4. 16, sub sedecupla diuiditur æqualiter in duas subquadruplas. Ac generaliter omnis ratio inter cuius extrema vnus cadit medius proportionalis numerus in duas æqualiter rationes diuidi potest. Prout est ratio quadrupla 4 ad 1, inter cuius extrema vnus cadit medius proportionalis numerus 2. Sicut etiam dupla sesquiquarta inter cuius terminos 9 ad 4 medius proportionalis inuenitur 6. Quæ quidem inuentio constabit hoc modo. Ducantur inter se duo dati numeri 9

Q

4, fit 36 quadratus numerus cuius latus est 6. Quoties igitur ex duorum inter se numerorum multiplicatione non producitur quadratus numerus, certum est nullum proportionalem medium inter ipsos haberi posse. Velut inter 8 & 6, quoniam ex eorum ductu producitur 48, qui non est quadratus, & propterea tetragonum latus non habet quod sit proportionale inter 8 & 6. Et si inter aliquius rationis extrema duo reperiantur continuè proportionales numeri, qualis est quadrupla superdecies septies partiens vigesimas septimas, scilicet 125 ad 27, quorum intermedij sunt 75 & 45 analogiam facientes superbipartientem tertias, hoc ordine 125.75.45.27. Talis (inquam) ratio ternariam diuisionem equali modo recipit. Quòd si rationum extrema analogiam numerorum intra se non capiant, nec etiam partitionem equaliter admittunt. Qualis est sesquioctava, inter cuius extrema 9 & 8 nullus inuenitur proportionalis numerus propter hoc habetur in musica, tonū per equalia diuidi non posse. Quod Euclides in institutionibus harmonicis de superparticulari ratione generaliter ita proponit. In superparticulari (inquit) spatio, medij, neque vnus proportionaliter neque plures incidunt numeri. Quomodo autem propositis duobus numeris dignoscatur an inter ipsos plures incidant proportionales continuè numeri, hoc, sicut

Et alia subtilioris operæ multa ex Elementis pe-  
 tendum. Omnis tamen ratio unius, vel plurium in-  
 terpositione continuata terminorum non continuè  
 proportionalium, totidem quot et in analogia di-  
 uisiones, sed non per equalia capit. Exemplum fa-  
 ciant 12 et 2 inter quos ponatur 5, hoc modo 12.  
 5.2. Dico rationem istam sexcuplam in duas, quæ  
 sunt dupla superbipartiens quintas, et dupla ses-  
 qui altera rationes, sed inæqualiter esse diuisam.  
 Quandoquidem minor est ratio 12 ad 5, quàm 5  
 ad 2. Sicut ex formula videtur apertè.

$$\begin{array}{cc}
 24 & 25 \\
 12 & \times 5 \\
 5 & 2
 \end{array}$$

Recentiores quidam super istis inculcant inani-  
 ter, et superfluè multa. Vt mihi rem ipsam magis  
 implicare quàm intelligere videantur.

Datis tribus numeris, quartum  
 proportionalem inuenire.

**I**nventionis, subtilitatisque logisticæ pars ma-  
 xima constat, ex ea regula, quæ variè nomina-  
 ri solet. A multis siquidem dicitur regula trium,  
 vel



vel sicut quidam Barbarus scripsit tempore nostro, regula de tri. Ab aliis regula quatuor proportionalium. Porro & à nonnullis regula vocatur aurea. Ego autem Regulam dico simpliciter, ea figura, per quam apud Græcos, poeta propter excellentiam intelligitur Homerus, apud nos autem Vergilius. Nam inter regulas omnes principem locum facile tenet, nec est alia cuius utilitas tam latè pateat, aut sit vsus in arte frequentior. Cuius etiam oportunitas omnibus propemodum aliis subsidio venit. Propterea necesse est qualis sit diligenter inspicere. Regule scopus nihil aliud habet, quam datis tribus numeris, quartum proportionalem inuenire. Sint igitur tres dati numeri 8. 4. 6. & quartum proportionalem sit opus inuenire. Multiplica secundum in tertium, hoc est 4 in 6, fit 24. Quod quidem productum partiri debet in primum, qui est 8, & prouenit 3. Qui quartus est numerus, què oportuit inuenire. Nam sicut se habet antecedens 8, ad consequens 4, ita & antecedens 6, ad consequens 3, id est, sicut primus ad secundum, ita tertius ad quartum. Vtrobique enim ratio dupla. Item permutatim, sicut antecedens 8 ad antecedens 6, ita & consequens 4 ad consequens 3, quorum est ratio sesquitertia. Et ita semper multiplicatione mediij in extremum, & producti diuisione in primum quarti numeri proportionalis inuentio constat.

Quamquã et aliis modis, sed hic est omnium expeditiſſimus. Oportet autem in propoſito, vt particulas etiam, vel ſolas vel numeris adiunctas, & item monadem appellatione numeri capias. Nec aliàs locum habet vniuerſè problema. Datis enim tribus numeris 5. 4. 7, nullus inuenitur quartus proportionalis, niſi cum adherente ſibi particula, qui eſt  $5 \frac{3}{5}$ . Datis etiam particulis  $\frac{2}{3}$   $\frac{2}{5}$   $\frac{1}{4}$ , proportionalis quarto loco inuenitur eſſe monas. Item datis  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{5}$   $\frac{2}{7}$ , quarto loco proportionalem inuenies particulam  $\frac{3}{35}$ . Et ſic generaliter regula procedit. Cuius adhuc reſtant accidentia quedam circa diſpoſitionem numerorum. Quæ non aliter melius quàm exemplis explicari, aut intelligi poſſunt. Eſto propoſitum inuenire, quot Solidis valeant Aurei quindecim more noſtro. Scimus ex conſuetudine, prout nunc eſt, aureum valere Solidis quadraginta ſex. Iam itaque tres habeo numeros, ſcilicet Aureum 1, Solidos 46, & Aureos 15. Vt autem quartum proportionalem habeas, ratiocinandum erit hoc modo. Si Aureus 1, valet Solidis 46, quid aurei 15? Operare prout iam ſupra docui, multiplicans 46 in 15, fit 690. Partire in 1, proueniet idem. Dicendum eſt igitur Aureos quindecim valere Solidis ſexcentum nonaginta. Qui numerus eſt quarto loco proportionalis, quem oportuit inuenire. Sciendum eſt autẽ in huiusmodi qua-

tuor numeris, duo semper esse antecedentia, eiusdē  
 qualitatis, veluti, sunt hīc duo aureorū numeri pri-  
 mus, & tertius, scilicet 1 & 15. Item duo conse-  
 quentia, eiusdem inter se qualitatis, prout sunt nu-  
 meri Solidorum secūdus, & quartus, scilicet 46,  
 & 690. Et hęc ratiocinatio supraposita dicitur  
 fieri ab antecedente ad consequens. Qui modus est  
 vsitatissimus in Regula. Poterit tamē permutatim  
 fieri, hoc est, ab antecedente ad antecedens, & à  
 consequente ad consequēs, ita ratiocinādo. Si Aur.  
 1 esset 15, quid solidi 46? Operare multiplicans 15  
 in 46, et idem quod prius inuenies, hoc est Solidos  
 690. Hoc autem ratiocinium permutatim fieri  
 aliquando necesse est, prout in sequentibus videbi-  
 tur. Ipsa autem dispositio de tribus numeris datis,  
 argumentationis ordinem subsequi debet, præpo-  
 sita coniunctione Si, vt cognoscatur esse formula  
 Regule, hoc modo. Si, 1. 46. 15? Numerus autē in-  
 uentus, opere factō, quartam post alios sedem tene-  
 bit, in hanc formam. Si, 1. 46. 15? 690.

Habet autem regula post calculum, suam pro-  
 bationem. Quę fiet hoc modo. Dispositis quatuor  
 numeris ordine suo, & sub secundum, & tertium  
 linea ducta, subscribatur id quod ex ipsorum mul-  
 tiplicatione iam habetur productū, sicut est 690.  
 Item super primo in extremum linea protensa, in-  
 scribatur id quod fiet ex ipsorum inuicem multi-  
 plicat

plicatione productum, quod hîc etiam erit 690. Quoniã igitur istiusmodi multiplicationũ producta sibi sunt æqualia, ipsi quatuor numeri sunt proportionales. Sicut proponit decimanona septimi Elementorum. Si verò non fuerit productorum æqualitas, errorem operis indicabit. Hanc probationis formulam hîc apposui.

$$\begin{array}{r} 690 \\ \hline \text{Si, I. } 46 \cdot 15? \cdot 690. \\ \hline 690 \end{array}$$

Ceterum commoditas regule, cum in usus varios latissimè pateat, hanc recentiores quidam ut nouum aliquid videantur asserere, modo duplicem, modo conuersam, modo compositam instituunt, & in minutula, veluti frustra secantes, multitudinem inde regularum, detorquendo conficiunt, ad numerum vsque ducentarum quadraginta, quas vocant regulas breues. Quasi non sit breuius, atque scientius vna via rectè quò tendas, quàm diuerticulis obliquè pertingere. Porro autem necessarium erit, ad usum Regule plenius habendum exemplorum diuersitate procedere. Quorum suppellectilem variam, questionum formula, sequentibus libris digessimus. Vbi quibusdam aliis etiam regulis erit opus.

opus. Quæ iam nunc vt tradantur institutionis or-  
do requirit.

## De regula positionis.

**C**omputatio sic exigit interdum, vt antequã  
vti regula possis, vnius numeri positio vtcun-  
que sit facienda. Ex qua semper, nisi casu, & for-  
tuito contingat, prouenit falsum, ita tamen, vt ope-  
ra Regule, verum deinde sequatur. Vnde et à mul-  
tis falsa positio dicta. Rem autem aliquot proble-  
mata sequentia manifestabunt. Quorum primum sit  
huiusmodi Numerum inuenire, cuius dimidij, trien-  
tis, & quadrantis summa faciat 65. Pone nume-  
rum quemlibet eum esse quem quærimus. Sed quò  
facilius fiat experimentum, talis poni debet, qui  
datas habeat partes, hoc est, semissem, trientem, et  
quadrantem. Cuius inuentio sic erit. Dispone tres  
numeros homonymos partibus datis, qui sunt 2. 3.  
4. Multiplica 3 in 4, fit 12, qui si non haberet di-  
midium, esset iterum multiplicandus in 2, Pone igitur  
numerum qui quæritur esse 12. Huius  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$   
 $\frac{1}{4}$  sunt 6. 4. 3, adde simul, fit summa 13. Sed ea  
proponitur esse 65. Non est igitur 12 is qui quæri-  
tur numerus. Quare super hoc inuento falso ratio-  
cinandum erit per Regulam hoc modo. Si summa 13  
venit ex 12, vnde veniet summa 65? Operare si-  
cut

cut antea docui, multiplicando 12 in 65, fit 780, partire in 13, prouenit 60, qui numerus est qualis queritur. Nam huius dimidium, triens, & quadrans sunt 30.20.15, quæ partes additæ simul faciunt 65. Quod erat propositum. Vides igitur positionem fuisse necessariam, vt inueniretur Regule locus. Cuius formulam cum probatione subscripsi.

$$\begin{array}{r} 780 \\ \hline \text{Si, } 13, 12. 65? 60. \\ \hline 780 \end{array}$$

Numerum inuenire, qui cum suo dodrante compositus, & in 3 multiplicatus producat 84. Pone talem numerum esse 4, huius dodrans, id est  $\frac{3}{4}$ , est 3, adde ad 4, fit 7, multiplica in 3, producitur 21. Sed querimus habere 84. Sic igitur ad Regulam ratiocinaberis. Si 21 esset 84, quid esset 4? Operare multiplicando 84 in 4, & productum 336 partiendo in 21, proueniētque 16. Qui numerus est qualem oportuit inuenire. Nam addito 16 suo dodranti 12, fit 28, ter autē 28 crescit in 84. Quod erat probandum.

$$\begin{array}{r} 336 \\ \hline \text{Si, } 21. 84. 4? 16 \\ \hline 336 \end{array}$$

Duos

Duos numeros in ratione tripla reperire, qui simul iuncti, & ex summa besse detracto, fiat residuum 12. Pone minorem ex quæsitis numeris esse 6, erit igitur maior 18. Adde simul, fit summa 24, detrahe bessem, id est  $\frac{2}{3}$ , qui est 16, restat 8. Sed quærimus 12. Dic igitur. Si 8 superfuit ex 6, unde 12? Operare, & inuenies 9, qui minor est numerus ex quæsitis, quare & maior erit 27, inter quos est ratio tripla, & ambo simul componit 36. Unde si bessem auferas, qui est 24, fit residuum 12, sicut habet propositum.

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline \text{Si } 8. \quad 6. \quad 12? \quad 9. \\ \hline 72 \end{array}$$

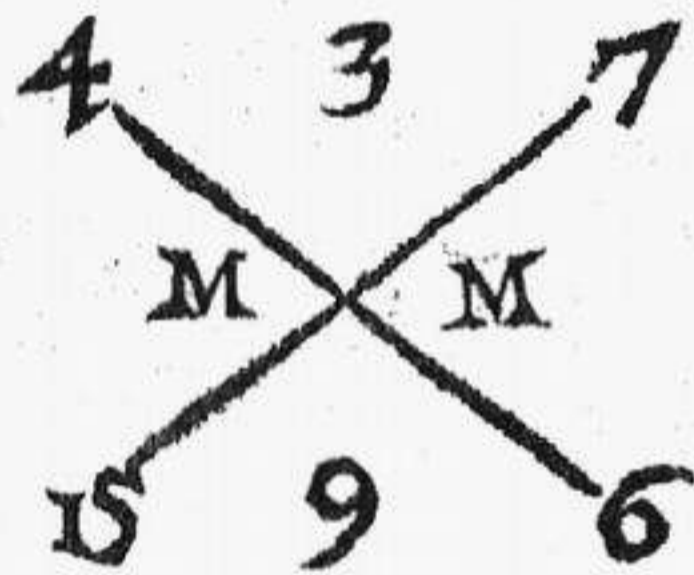
## De regula positionis duplæ.

**P**lerunque venit in quæstionem numerorum inuestigatio talis, quam vna positione consequi non possis, sed duabus est inquirendum. Quarum vsus & artē instituam problemate sequenti.

Numerum 47 in tres partes ita diuidere, vt secunda primam excedat in 5, & tertia secundā in 10. Pone primam partium dati numeri 47 esse

4. secunda igitur erit 9, & tertia 19. Adde simul ipsas 4. 9. 19, fit summa 32, aufer ex 47, restat 15. Cum igitur summa 32 à dato numero 47 deficiat in 15, signum est, ipsam positionem 4 fuisse minorem quam oportuit, & ad eam aliquid adiciendum. Ad 4 igitur adde quemlibet numerum, utpote 3. Ponens iterum primam quæsitaram partium esse 7, secunda igitur erit 12, & tertia 22, & tres in summa 41. Quæ cum sit veritati propior altera, quæ fuit ex positione priori, tamen à dato numero 47 adhuc deficit in 6. Unde cognoscimus secundam positionem augmentum insuper desiderare. Quod per Regulam inuestigabis, hac via. Per quam ut certo, constitutoque more procedas, nec sit errationi locus.

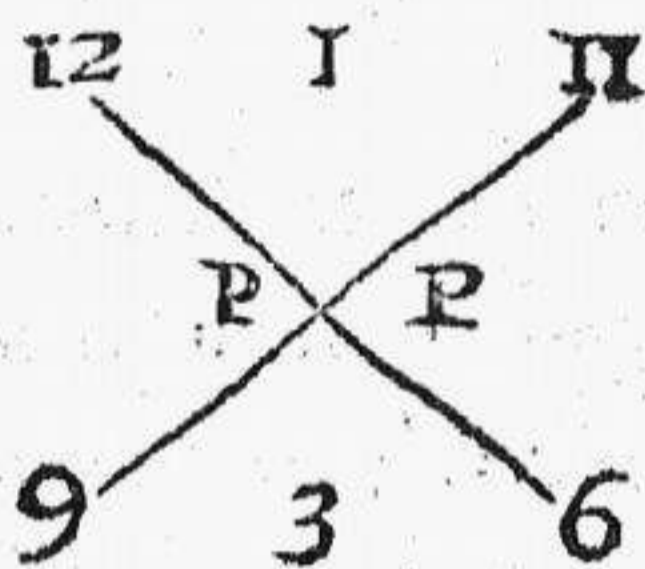
Primum collocabis in decussim duas lineas, ad quarum terminos superiores notabis duarum positionum numeros 4 et 7, & ipsarum in medio differentiam, quæ est 3. Ad terminos autem inferiores, subscribes suis positionibus, defectus 15 & 6, & eorum inter ipsos differentiam, quæ est 9. Item positionibus, suisque defectibus interpones duo M. Quorum erit significatio, minus scilicet ex utraque positione provenisse, quam quærebatur. Et propterea subscripti positionibus numeri 15 & 6 dicuntur



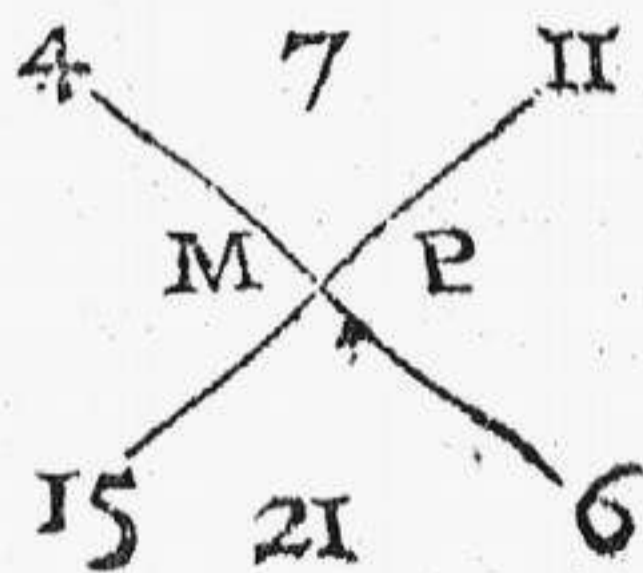


tur errores, & eorum differentia dicitur, errorum emendatio. His ita deformatis iam ad usum Regule tres numeros habemus, in quorum dispositione meminisse semper oportet, eum facere primum, qui est errorum emendatio, velut hic est 9. Secundum autem eum numerum collocabis, qui inter duas positiones ipsarum differentiam notat, qualis est hic 3. Tertium verò poteris ordinare alterutrum errorum, prout est 15, vel 6. Sic igitur super errore primo ratiocinandum erit. Si facta est emendatio 9, propter adiectionem 3, propter quam adiectionem emendabitur error 15? Operare, & inuenies adiectionem 5 faciendam positioni primæ 4. Et sic erit 9 prima partium quam quærimus, Super errore secundo dispones argumentum hoc modo. Si emendatio 9 prodiit ex adiectione 3, unde veniet emendatio 6? Operare, & inuenies numerum 2, addendum positioni secundæ 7, & sicut prius, habebis 9 partem primam ex quæsitis. Secunda igitur erit 14, & tertia 24. Quarum compositio facit 47. Qui datus fuit numerus  
 in proposito. Quod iterum resumentes, po  
 namus in quæsitis partibus primam esse  
 12. Secunda igitur erit 17, & tertia 27  
 Et earum summa 56 datum numerum  
 47 excedens in 9, indicat positionem esse supra  
 verum. Iterum ergo pone primam partium esse 15.

Secunda igitur erit 16, tertia 26, & trium summa 53. Quae adhuc excedit 47 in 6. Huius autem operationis formulam similem priori facies, excepto quod ubi ponebantur duo M, hinc apponi debent duo P. Quorum sensus erit, plusquam sit opus ex utraq; positionum provenire. Sic erit ergo figura, ubi monas, quae est positionum differētia, nō adiectionē sicut prius, sed detractio-nem significat. Dic igitur. Si emendatio 3 venit ex detractio-ne 1. unde veniet emendatio erroris 9, vel erroris 6? Operare, & primo modo habebis 3, detrahendum ex prima positione 12, & relinque-tur 9. Item secundo modo habebis 2, detrahendum ex altera positione II. Et ita semper invenitur 9 id esse quod querebatur.



Perspectis iam duabus huius regule differen-tiis, quarum prior dedit infra verum errores, po-sterior autem supra. Nunc restat tertiam videre, ex utraque permixtam, cum scilicet alter errorū abundat, et deficit alter. Ad hoc autem dabit exemplum alterutra positionum, quae ci-tra verum constitit, alteri cō-parata, cuius error exuberavit, prout hinc apposui, scilicet



4, quæ dat M, 15, & 11 quæ dat P. 6, & est positionum differentia 7. Observabis autem perpetuò, ut quotiescunque fuerint errorum signa diversa, hoc est, P & M, vel M & P, tunc non subtrahitur alter ab altero, sicut in præcedentibus, sed ipsi duo errores componuntur in unum. Velut hic 15 & 6 summa fit 21 inter duos errores collocanda. Cuius additionis rationem in sequentibus explicabo, Hic igitur summa 21, non emendationis, sicut in præcedentibus, sed erroris obtinet rationem. Dicendum itaque. Si error 21 suboritur adiectione 7, unde error 6? Operare, & inuenies 2, auferendum ex positione 11, quæ peccauit excessu, fietque residuum 9. Si verò in alterum errorem vertatur argumentum, dicito. Si error 21 venit ex detractone 7, unde 15? Operare, & inuenies 5, addendum positioni 4. Et ita semper in omni dispositione, prima quæsitarum partium inuenitur esse 9.

Lucas super huius institutione regule demonstrationes quatuor (ut ait) Geometricas, lōgo sanè, molestoque circuitu verborum prosequitur. Cum re vera sit vna tantum, mutatis verbis sæpius inculcata. Si tamen est demonstratio dicenda, quæ nullis suis partibus, nullisque constet elementis. Has item alij in peius etiam vsurpant. Conatur demonstrare Lucas cur (ut ipsius verbis utar) minus, & minus, itē plus & plus subtrahantur. Et cur plus & mi-

nus atque minus & plus addantur inter se. Quod autem ad subtractionem errorum similium attinet, satis se res ipsa per se, cum sit manifesta, demonstrat. Dissimilium autem quare fiat additio, non tam in promptu ratio constat, est tamen huiusmodi. Cum in proposito videat calculator, ex positione 4 sibi deesse 15, tunc defectum volens corrigere, adiectione 7 ad 4, secundam facit positionem 11. Quæ quidem adiectione, non solum primum errorem nihil emendat, sicut in precedentibus, sed & alium insuper addit. Cum igitur duo sint errores, et nihil auferat alter ab altero, unde fiat emendatio, ideo iunguntur in unum, ut ex toto argumentetur ad partes. Sed in positionibus, quorum, errores, aut simul abundant, aut simul deficiunt, argumentationis antecedens ab emendatione sumitur.

Hæc sunt quæ de positionum accidentibus cognitu necessaria fore putavi. Quarum adminiculo Logisticus quavis multa solerter operetur in arte, excedunt tamen harum facultatem eximie subtilitatis adhuc non pauca. Quibus alia, de qua mox sum dicturus, regula subsidio venit. Unde scriptorum aliqui recentiores, præpostera nouandi cupiditate, in positionum formulas traducere multa conantur. Hoc autem non est inuenire noua, sed communi nunc corruptela nimum, contaminare vetera.



LIBER TER-  
TIVS.



*IS* expeditis quæ sunt ex usu numerationum communi, restat ut eum ratiocinandi modum operi summo veluti coronidẽ adiciam, qui vulgò, & Arabica voce dicitur Algebra. Ego autem, prout reuera est, quadraturam dicere malo. Opus sanè rarum, et exquisitum, quod à Geometra Logistes, subsidio quodam mutuatur. Habet enim ratio numerandi recõditæ multa subtilitatis, quæ citra opem hanc absolui, aut nullo modo, aut non satis commodè possunt. Neque cum illis sentio, qui volunt omnia quæ sunt in rationum artificio hac via posse constitui. Quod minimè verum est, suis enim finibus coercetur, sicut res ipsa planè monstrabit. Sed utilitatem, et intelligentiam quadraturæ difficultas præcipua comitatur, magis quidem tradentium vitio, quàm rei natura proueniens. Hi nanque disciplinarum methodon prorsus igno-

rantes, verborum, atque rerum latè vaganti barba-  
 rie, sic implicant, atque perturbant omnia, vt nihil  
 possit esse confusius, vnde legentium sensus, conglo-  
 batis veluti nebulis, obumbrant. Nihilque prius stu-  
 diosis quàm desperationem inducunt, & à quàm  
 paucissimis, longo sanè, molestoque labore, tandem  
 intelliguntur. Etenim cum natura linearum, quæ  
 dicuntur irrationales, & asymmetræ, omnibus  
 Geometricis innata sit, atque permistæ: videre ta-  
 men est Euclidem ipsum Geometriæ principem, to-  
 tam hanc, tractatu discreto, in librum decimū pru-  
 denter, & ex arte distulisse. Ne scilicet rem om-  
 nium difficillimam, ab initio statim, veluti caligi-  
 nem, noctemque perpetuam Elementis induceret.  
 Ex quo fit, vt qui precedentium librorum doctri-  
 nam sit adeptus, ipsius Decimi tenebras, non solum  
 non reformidet, aut fugiat, sed appetat vltro, fa-  
 cileque discutiat. At Logistici nostri Lucas, &  
 Stephanus, in quadraturam suam vterque, ab ipsis  
 illico principiis, irrationalium farraginem totam  
 inculcant. Simile quiddam indigesta congerie fa-  
 cientes, quod est à poeta dictum de Polyphemo,  
 Monstrum deforme, ingens cui lumen ademptum.  
 Quamvis enim numeris Geometrica misceantur, si-  
 ne quibus etiam stare non possunt, nequaquam ta-  
 men rectè, nec utiliter, amborum permistè simul  
 traditio procedit, nec vllò veterum exemplo, qui  
 purè

*purè nobis disciplinas tradiderunt, facta probatur. Videmus enim in Elementis utraque distincta seorsum. Ipsæ etenim difficultates, quibus infamantur discipline vulgò, non ad ostentationem amplificandæ, sed quod est ingeniosius, discretione sedula levandæ. Nam quò quisquis magis est temerarius, corruptoque iudicio, & artem minus intelligens, hoc illi proclivius fiet, omnia miscendo passim contaminare. Cuiusmodi vitio scribentes quidam tempore nostro Lucam & alios plurimum longè superarunt. Nam præter inscitiam explicandi, novis etiam vanisque traditionibus, confusionem adhuc veterem perturbant. Adeo sibi vanitate placentes, ut librum suum unus inscribat, Opus perfectum, alter verò, Arithmeticam integram. Sed erat confusions titulus longè magis congruens utrique. Cum igitur hæc ita sint, ut quadraturæ ratio, quatenus ad numeros spectat, purè, ac etiã perspicuè tradi possit, materiam totam irrationalium ab hoc opere seiungam. Vel hoc quoque respectu, quod ad Logisthen nihil omnino pertineat, cuius est facultatis numeratio solum, non dimensio, & ea præsertim quæ numerorum fines excedit. Omnes itaq; regulas quadraturæ, quas utiles putavi, exemplis numerorum perspicuis ostendam. Quarum cognitio prævia, ipso rerum ductu naturaliter eunte, Geometriæ studiosis linearum etiam, & figurarum irrationalium cal-*

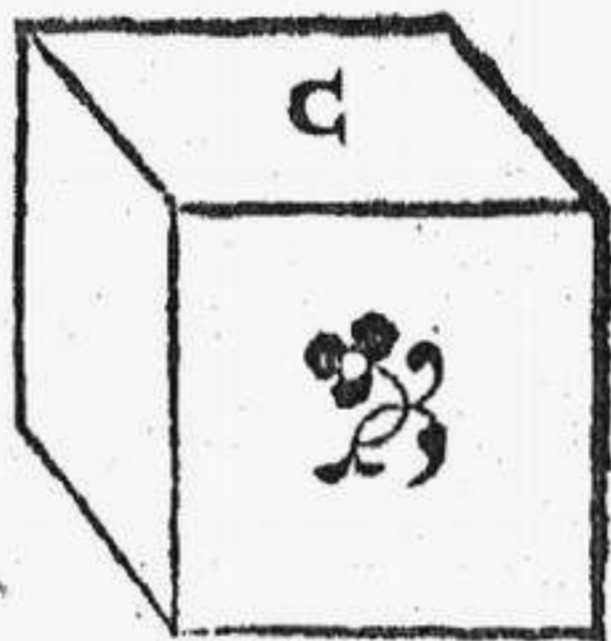
culum paruulo negotio suppeditabit. Neceſſe ta-  
men erit figurationibus paucis ad commodiorem  
intelligentiam vti. Vnde ſi quid obſcurum in hac  
parte reſidebit, conſideret lector, me non hibisco  
gracili, vel ſcyrpo fiſcellam (vt ait poeta) contexe-  
re, ſed numeris & figuris quæ non protulit natura  
ſine nodo.

## De quadraturæ principiis atque figuris.

**O**pus quadraturæ numeros ſemper inquirit ſe-  
cundū quantitates Geometricas, quæ ſunt li-  
nea, ſuperficies, ſolidum. Et definiuntur hoc modo.  
Linea eſt longitudo ſine latitudine, ſuperficies eſt  
quod longitudinem & latitudinem ſolum habet.  
Solidum, ſiue corpus eſt, quod longitudinem, & la-  
titudinem, & profundum habet. Omnis autem in  
propoſito linea intelligitur eſſe reſta, & ſuperfi-  
cies plana, de quibus nullam conſyderamus, præ-  
ter quadrilateras, ſcilicet quadratum, atque re-  
ctangulum, & de ſolidis tantummodo cubum. Eſt  
autem quadratum, figura æquilatera, & rectan-  
gula. Rectangulum verò reſtos habet angulos, ſed  
eſt longius quàm latius. Cubus eſt corpus ſex qua-  
dratis æqualibus concluſum. Hæ ſunt tres figuræ  
inst



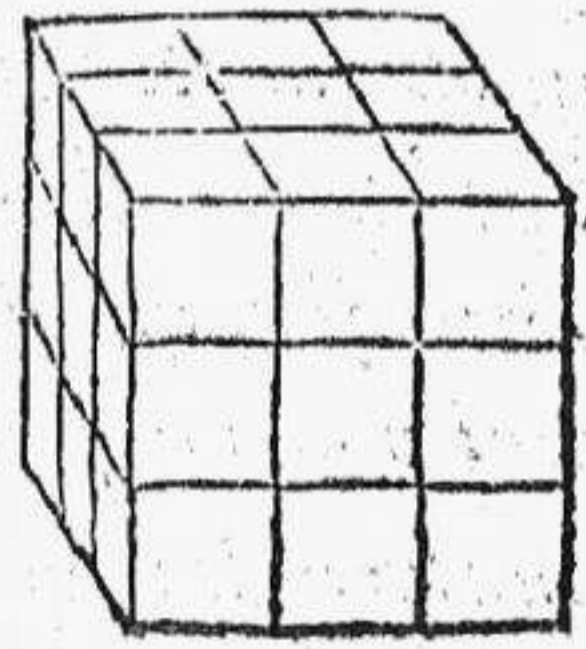
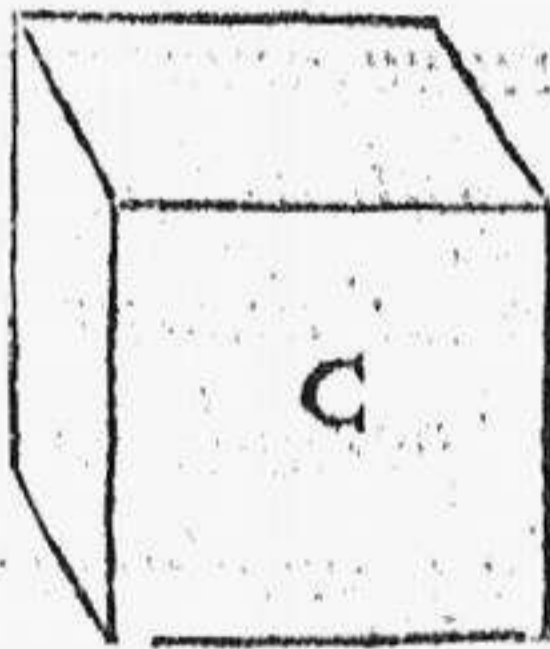
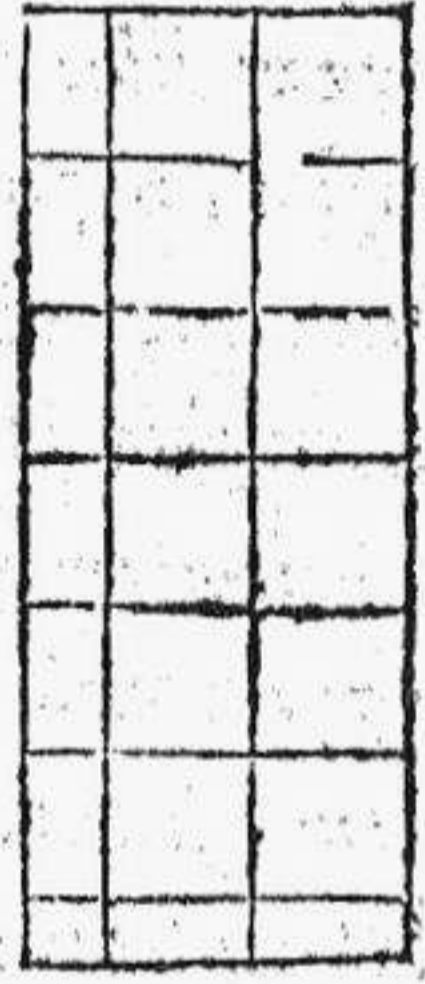
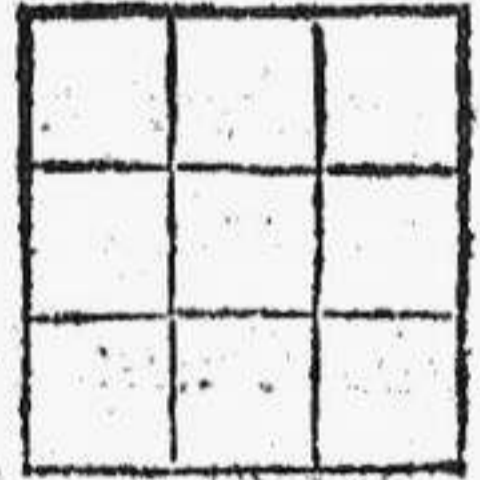
instituto nostro frequētes, quas hīc infrā deformaui. Quadratū scilicet A. rectangulum B. cubum verò C.



Numerus in linea capitur secundū diuisiones ipsius lineæ equaliter factas. Velut si vnum ex lateribus quadrati A, siue cubi C diuidatur in tres partes æquales, aut intelligatur diuidi, apposita nota 3, tunc dicimus lineam illam esse 3. Et si vna diuisionum fuerit inæqualis, particule vicē obtinebit. Sicut in rectangulo B, si ad vnā latitudinis linearum signetur  $2 \frac{1}{2}$ , & ad vnā longitudinis  $6 \frac{1}{4}$ , tunc est intelligendum, vtrūque latitudinis latus esse diuisum in duas partes cum semisse, vnius partium, & vtrūque longitudinis latus in sex, cum quadrante. Et quoniam ex definitione, omne rectangulū sub duabus lineis rectum angulum facientibus contineri dicitur, si in quadrato A duorum laterum numeri, vel vnius in se, quod perinde valet, multiplicentur inuicem, hoc est 3 in 3, producetur 9, & tale pro-

ductum est id quod dicitur area, siue quadratura. Quoniam ipsum quadratum *A* partitur in nouem quadrata minora, quæ simul sunt æqualia toto. Similiter in rectangulo *B*, multiplicando  $2\frac{1}{2}$  in  $6\frac{1}{4}$ , producitur ipsius rectanguli quadratura  $15\frac{1}{8}$ . Ex cubo autem *C* numerus habetur multiplicando latus in

se, id est 3 in 3, fit 9, et iterum 3 in 9, fit 27, et tale productum proprie cubicatio vocatur. Sic ergo capiuntur numeri ex quantitatibus, linea, superficie, et solido. Qui quò magis intelligatur, duas quadraturas, et cubicationem sub sua cuiusque figura deformauit.



Cum autem lineæ, et quadrati incidat mentio  
freq

*frequētissimè, ab usum aliorum ipse non sequar, qui  
 lineam quidem vocant rem, & quadratum dicunt  
 sensum, nihil aliud inde præstantes quàm arti tene  
 bras, fuscantes intelligentiæ lucem. Quare lineam,  
 & quadratum suis nominibus appellabo. Et in his  
 propter repetitionem crebram characteribus utar  
 significantibus, & propriis. Sic enim per compen  
 dium scripturæ traditio faciliior, & magis expedi  
 ta sequetur. Lineam itaque signabit deorsum ten  
 dens linea, caput habens in se reflexum curuamine  
 tenui, hoc modo  $\rho$ . Nota autem quadrati erit ipsius  
 figura, sic  $\diamond$ . Cubum etiam notabo sua forma, tali  
 modo  $\boxplus$ . Habent autem huiusmodi quantitates, ad  
 usum quadraturæ, suas actiones instar numerorū,  
 de quibus deinceps ordine tractabo.*

## De numeratione, additione, & subtractione quantitatū.

**N**umerantur iam dictæ quantitates notis nu  
 merorum, ut si dicas unam lineam, duo qua  
 drata, quatuor cubos, sic per numeros, & caracte  
 res notabis, 1  $\rho$ , 2  $\diamond$ , 4  $\boxplus$ . Fit etiam in istis addi  
 tio, & subtractio more numerorū, si tamē fuerint  
 ipsæ quātitates eiusdē inter se speciei. Ut puta ad  
 dendo simul 3  $\rho$  & 4  $\rho$ , fit summa 7  $\rho$ . Et si 5  $\diamond$  illi  
 gantur

gantur 7  $\diamond$ , fiunt 12  $\diamond$ . Item 3  $\square$  & 6  $\square$  compo-  
 siti faciunt 9  $\square$ . Præterea subtrahendo 5  $\rho$  ex 7  $\rho$ ,  
 restant 2  $\rho$ . Et 3  $\diamond$  ex 9  $\diamond$ , relinquuntur 6  $\diamond$ . Et  
 in cubis similiter auferendo 3  $\square$  ex 8  $\square$ , fit resi-  
 duum 5  $\square$ . Si verò diuersæ species addendæ sint  
 inter se, vel subtrahendæ, quod accidit in hoc ma-  
 gisterio frequenter, tunc vtimur duabus istis di-  
 ctionibus, plus, & minus, quæ primoribus suis lite-  
 ris notantur, sic P, & M. Quarum prior in addi-  
 tione est quedam veluti copula connectens species  
 inter se diuersas, quarum misturam natura non re-  
 cipit. Altera verò separationis nota est, in his quæ  
 per copulam connectebantur. Exempli causa, si quis  
 addat tres lineas numero 7, nihil aliud habebit,  
 quàm tres lineas, & numerum 7, quæ per copu-  
 lam plus ita connectit. 3  $\rho$ , P 7. Et si sex lineæ ad-  
 dantur quinque quadratis, & duobus cubis, erunt  
 ista simul in notis suis 6  $\rho$  P 5  $\diamond$ , P 2  $\square$ . Et auferen-  
 do 7  $\rho$  ex numero 5, residuum dicetur esse 5 minus  
 7 lineis, quod notabitur sic, 5 M. 7  $\rho$ . Item ex 3  $\square$   
 auferendo numerum 4, & 3  $\rho$  & 2  $\diamond$ , residuum  
 ita notabis, 3  $\square$  M 4, M 3  $\rho$ , M 2  $\diamond$ . Quantitates  
 autem similes cum similibus additamentis, scilicet  
 P & P, M & M, suas habent additiones, & sub-  
 tractiones inter se modo numerorum. Exempli gra-  
 tia, si 3  $\rho$  P 5, & 4  $\rho$  P 7 simul addantur, fit sum-  
 ma 7  $\rho$  P 12. Et componendo 2  $\diamond$  P 3  $\rho$  P 5, cum

6  $\diamond$  P 5  $\&$  P 4, fiunt in summam, 8  $\diamond$  P 8  $\&$  P 9.  
 Item addēdo 2  $\&$  M 4, ad 3  $\&$  M 6, fiunt 5  $\&$  M 10.  
 Et idem obseruabis subtrahendo, vt si 4  $\&$  P 5, au-  
 feras ex 6  $\&$  P 8, residuum erit 2  $\&$  P 3. Et auferen-  
 do 3  $\&$  M 4, ex 7  $\&$  M 9, relinquitur 4  $\&$  M 5. Si  
 verò fuerint componenda simul additamenta dissi-  
 milia P  $\&$  M, tunc subtrahitur alterum ab altero,  
 $\&$  ipsum P vel M relinquitur in suo residuo, vtpu-  
 ta, si P 7  $\&$  M 3 simul addas, habebis P 4 et addē-  
 do P 4 M 9, habebis M 5. Idē etiā facies subtrahē-  
 do, vt si ex P 7 auferas M 3, residuum fiet P 4. Et  
 auferēs M 9 ex P 4, habebis pro residuo M 5. Et  
 ista nūc super additione et subtractione quātitatū,  
 eiusdē, et diuersæ speciei, cum suis additamentis P  
 et M, ad introductionē sequētium dicta sufficiant.

## De multiplicatione quantitatū inter se, & in numeros.

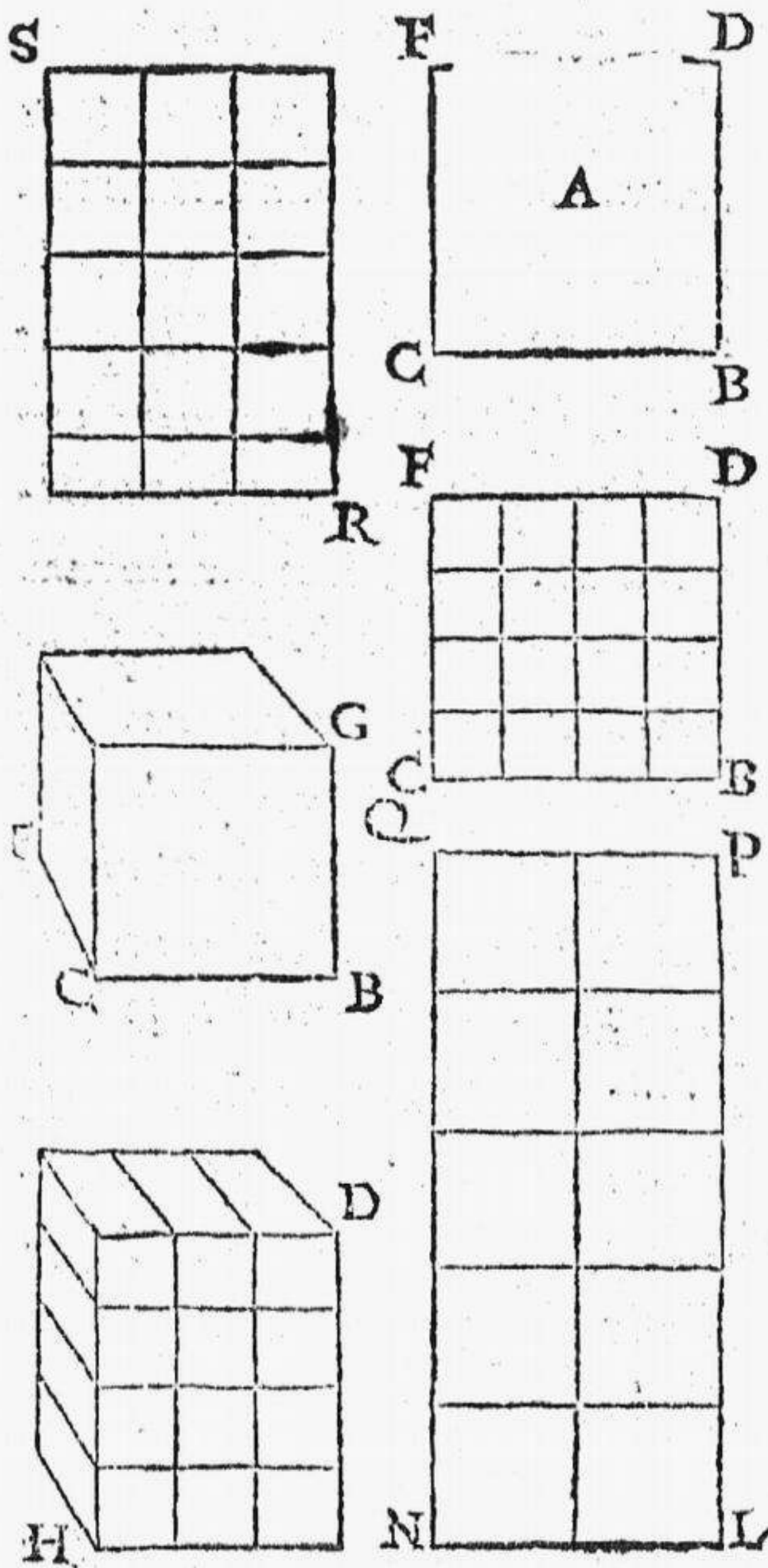
**A**D intelligendam multiplicationem quanti-  
 tatum, scire oportet, lineā vna tantūm di-  
 mensione constare, quæ est longitudo, superficiem  
 duabus, hoc est longitudine,  $\&$  latitudine. Solidū  
 tribus, quæ sunt longitudo, latitudo, simul  $\&$  pro-  
 fundum. Numerus autem in proposito nostro di-  
 mensionem per se nullam habet. Cū igitur quan-  
 titas

titas aliqua in aliam multiplicatur, tunc ipsarum  
 dimensiones additæ simul remanent in producto.  
 Vt cum linea in lineam multiplicatur, additur di-  
 mensio vna dimensionem alteram, & sunt dimensio-  
 nes duæ, quæ quidem remanent in producto, quare  
 productum ipsum duas habens dimensiones erit su-  
 perficies. Semper igitur ex multiplicatione linearum  
 inter se producitur superficies, quæ quidem erit qua-  
 dratum, si linea in se ipsam, vel in aliam sibi æqua-  
 lem (quod idem est) multiplicetur. Vnde lineam in  
 se multiplicare nihil aliud est, quam ex ipsa linea  
 facere quadratum. Et duas lineas inæquales inter  
 se multiplicare, nihil aliud est, quam ex ipsis dua-  
 bus lineis rectangulum altera parte longius descri-  
 ptum intelligere. Exempli gratia, si data linea BC  
 multiplicetur in se ipsam, intelligitur fieri quadra-  
 tum BCDF. Si verò linea BC diuisa in quatuor  
 partes multiplicetur in se ipsam, hoc est 4 q in 4  
 q, fiunt 16 o, hoc est quadratum BCDF, decus-  
 satum in quadrata 16. Item si linea minor PQ,  
 quæ ponatur esse 2 q multiplicetur in maiorem li-  
 nearum, quæ ponatur esse 5 q, fiunt 10 o, prout in re-  
 ctangulo PQLN. Similiter multiplicando 3 q in  
 $4 \frac{1}{2} q$ , fiunt 12 o, & tria semiquadrata, quæ iun-  
 cta simul componunt  $13 \frac{1}{2} o$ , prout in rectangu-  
 lo RS. Ex multiplicatione autem lineæ in superfi-  
 ciem, ut scias producti speciem, adde dimensionem  
 lineæ

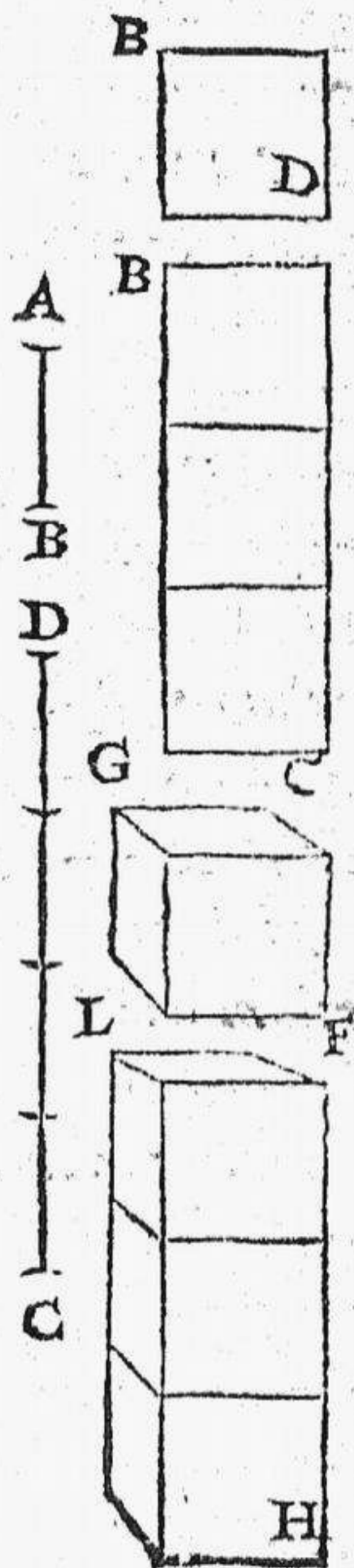
lineæ, quæ vna est, dimensionibus superficiei, quæ sunt duæ, fiunt tres, quæ cùm remaneant in producto, ipsum erit solidum. Semper igitur ex ductu lineæ in superficiem producitur solidum. Vtputa, si

data linea BC ducatur in suum quadratum BF, producitur cubus BC FG. Et si 3 q in 4 o multiplicaueris, fiunt 12 o, prout est solidum DH, compositum ex cubis 12. Itẽ multiplicando 2  $\frac{1}{4}$  q in 4  $\frac{2}{2}$  o, producitur 10  $\frac{1}{8}$  o.

Multiplicantur etiam quãtitates in numeros, vnde semper produci- tur ipsa quantita- tis species, quæ multiplicatur. Vt si multiplicaueris 4 q in numerũ 3, produet



productum erit 12  $\rho$ . Et multiplicando 5  $\diamond$  in 4, et 4  $\square$  in 7, producuntur 20  $\diamond$ , & 28  $\square$ . Cuiusmodi producta inuenies etiam secundum regulam supra datam. Nam si dimensiones lineæ, quadrati, et cubi, quæ sunt 1. 2. 3 addideris separatim ad dimensionem numeri, quæ est 0, dimensiones solæ quantitatum remanebunt in productis. Et reuera numerus quantitatem multiplicare dicitur, quando quot sunt in ipso monades, toties componitur quantitas, quæ multiplicatur. Vt si datam lineam B A multiplicaueris in 4, sunt quatuor lineæ in rectum sibi coniunctæ, quarum singulæ ipsi B A sunt æquales, sicut est linea C D ipsius B A quadrupla. Et si quadratum B D, & cubus F G multiplicentur in 3, sunt tria quadrata, qualia continentur in rectangulo B C, & tres cubi, quales sunt in solido H L.



De



## De multiplicationibus addita- mentorum Plus, & Minus,

**C**Aeterum super additamentis P & M, quemadmodum multiplicentur inter se, propositum nunc faciamus, in quo primum regulam notabis huiusmodi. Si plus in plus multiplicetur, & minus in minus semper producitur plus. Et multiplicando plus in minus, vel minus in plus, semper producitur minus. Exempli causa, multiplicentur P 3, in P 4, producitur P 12. Et multiplicando M 5 in M 6, productum erit P 30. Item si multiplicaueris P 3 in M 5, vel M 5 in P 3, utroque modo producetur M 15. Et quae dicta sunt de multiplicatione quantitatum propter additamenta P et M nihil variantur. Vt si multiplicaueris P 2 9 in P 7 9, productum fiet P 14 0. Et multiplicando M 5 9 in M 6 0, fit P 30 0. Et multiplicatis M 3 0 in P 5, vel è diuerso, habebis M 15 0.

## De multiplicatione quantita- tum cum additamentis Plus, & Minus

**S**uperest ut multiplicationem quantitatum cum additamentis ostendam. Cuius sit exemplum

multiplicatio 5 9 P 4 in 6 9 P 3. Dispone 6 9 sub 5 9, & P 3 sub P 4, & ex puncto posito supra 6 ducantur due lineae, una in 5, altera in 4. Et similiter ex puncto supra 3, una in 4, & altera in 5, & secundum linearum ductum numeri ducantur, hoc est 3 in 4, & 3 in 5, fit P 12 & P 15 9. Item ducatur 6 in 5, & 6 in 4, fit 30 0 P 24 9. Adde producta similia similibus, id est 15 9 ad 24 9, fit summa 39 9. Habes igitur totum ex hac multiplicatione productum 30 0 P 39 9 P 12. Cuius formula sic est.

Est autem notandum, ipsum Plus, etiam si non signetur subintelligi positum ad 5 9 et 6 5. Propterea cum multiplicantur 5 9 et 6 9 in 3 et in 4 producitur P 15 9 & P 24 9. Sit igitur tibi regula semper, ut ubicunque non apponitur Minus, ibi subintelligendum Plus.

Esto rursus ut habeas multiplicare 3 9 M 5 0 in 2 9 P 4. Facta dispositione, & multiplicatione sicut prius, inuenies 6 0 M 10 0 P 12 9 N 20 0. Et addendo 6 0 cum M 20 0 fit M 14 0. Erit igitur totum productum, M 14 0 M 10 0 P 12 9, sicut ex subiecta formula patet.

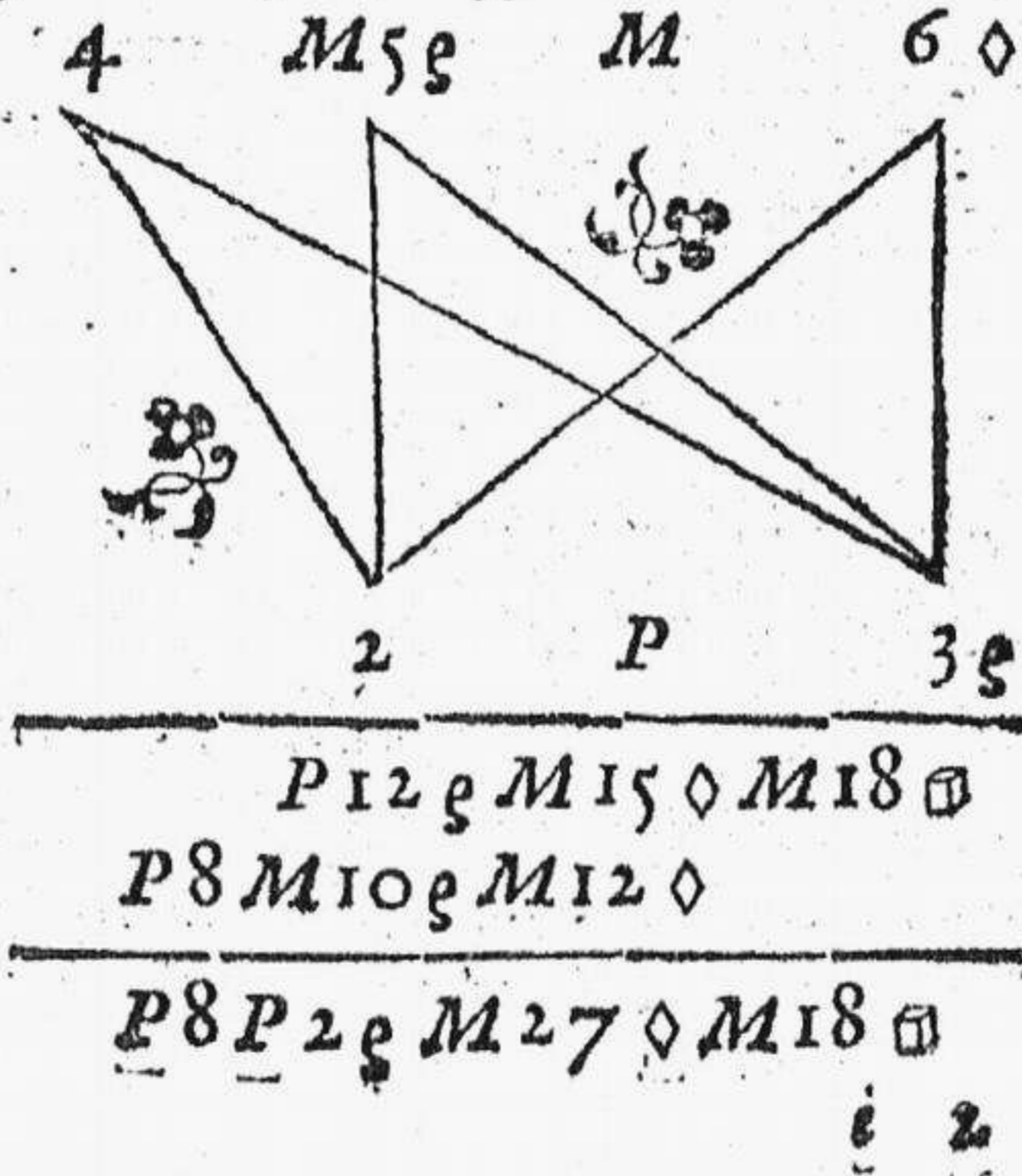
$$\begin{array}{r}
 59 \quad P4 \\
 \times \\
 69 \quad P3 \\
 \hline
 P159 \quad P12 \\
 300 \quad P249 \\
 \hline
 300 \quad P399 \quad P12
 \end{array}$$

Et

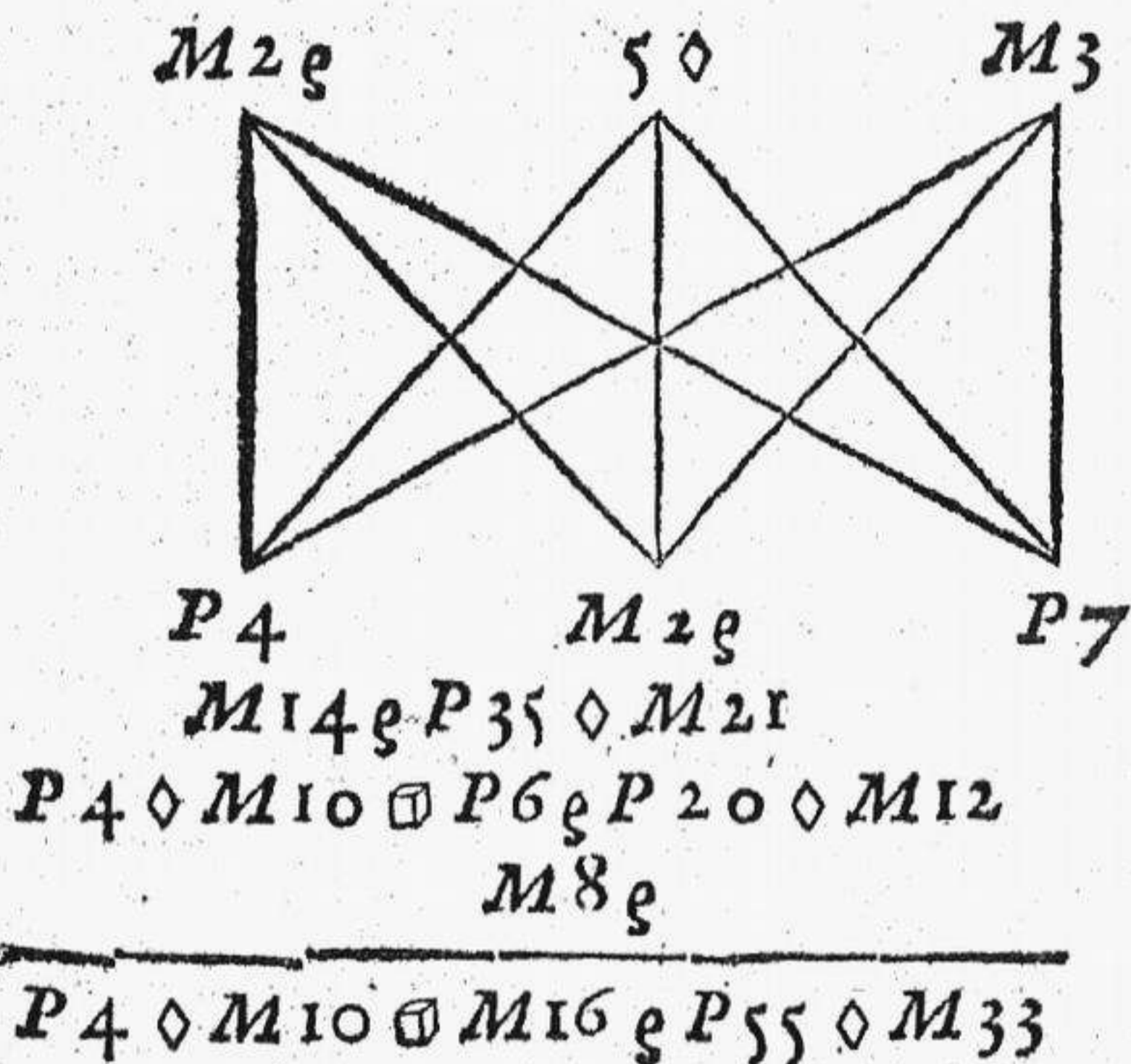
Et ita in dissimilium quantitarum multiplicatione semper observabis, vt inferiores singule, superiores omnes separatim multiplicet, producta dividendo characteribus suis. Et si contingat quantitates multiplicandas suis multiplicantibus esse pauciores, inferiore loco ponantur, sicut in numeris minores maioribus subscribuntur. Vt si fuerit multiplicandum 2 P 3 g in 4 M 5 g M 6 o. Subscribantur ipsis 4 M 5 g M 6 o numerus 2 P 3 g, ductisq; tribus lineis ex singulis inferioribus numeris ad omnes superiores, factaque multiplicatione sicut linearum ductus ostendunt, inuenies productum quod ipsi formulæ subscripsi.

$$\begin{array}{r} 39 \text{ M } 50 \\ | \times | \\ \hline 29 \text{ P } 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \text{ o } M 10 \text{ o } P 12 \text{ g } M 20 \text{ o} \\ 12 \text{ g } M 10 \text{ o } M 14 \text{ o} \end{array}$$



*Aliam insuper multiplicationem disposui trium quantitatum in totidem alias, quæ sua se formula satis indicabit.*



## De partitione quantitatum inter se & in numeros.

**Q**uemadmodum in quantitativibus multiplicandis ipsarum dimensiones additæ simul remanent in producto, secundum quas denominationem accipit. Ita & in divisione quætitatum dimensio diuisoris subtrahitur à dimensione quantitatis quæ diuiditur, & quod est residuum remanet

net in proueniente, vnde sibi denominationem capit. Vt si fuerit propositum diuidere  $20\text{ g}$  in  $4\text{ g}$ , vel  $20\text{ } \diamond$  in  $4\text{ } \diamond$ , proueniens erit  $5$ , cuius denominationem vt habeas, aufer dimensionem lineæ, quæ est  $1$ , ex dimensione lineæ, quæ est  $1$ , restat  $0$ . Aufer dimensiones quadrati  $2$  ex dimensionibus  $\diamond 2$ , restat  $0$ . Cùm igitur in proueniente  $5$  remaneat dimensio nulla, ipsum erit numerus. Et in diuisione cubi in cubum similiter fiet. Manet ergo regula semper, vt ex partitione quantitatum similium inter se, proueniat numerus. Si verò in diuisione quantitatum similium contingat, vt maior sit numerus in partitore quàm in ea quæ partitur, tunc proueniēt particule, sicut in numeris dictum est. Vt si diuideris  $2\text{ g}$  in  $4\text{ g}$ , prouenit  $\frac{2}{4}$  hoc est  $\frac{1}{2}$ . Et diuidendo  $7\text{ } \diamond$  in  $21\text{ } \diamond$ , prouenit  $\frac{1}{3}$ . Et similiter diuisis  $6\text{ } \square$  in  $7\text{ } \square$ , fit  $\frac{6}{7}$ . Scire autem debes quòd in diuisione quantitatum verum habet probationis regula, quam antea dedi, super diuisione numerorum. Quæ quidem talis est. Si proueniens multiplicetur in diuisorem, redibit quantitas diuisa. Exempli gratia, diuidendo  $12\text{ } \diamond$  in  $3\text{ } \diamond$ , proueniens erit  $4$ . Multiplicetur partitor  $3\text{ } \diamond$  in  $4$  produci- tur  $12\text{ } \diamond$ . Et sic de aliis. Ex diuisione autem quadrati in lineam, vt scias proueniens, aufer dimensionem diuisoris, scilicet lineæ, quæ est  $1$  ex dimensionibus quadrati, quæ sunt  $2$ , relinquitur dimen-

sio 1, quæ cùm remaneat in proueniente, ipsum erit  
 linea. Et eadem ratione diuidendo cubum in qua-  
 dratum prouenit linea. Ex diuisione autem cubi in  
 lineã prouenit quadratũ. Tunc enim auferri debet  
 dimensio 1 ex dimensionibus 3, et sic restãt 2, quæ fa-  
 ciũt ipsum proueniens esse  $\diamond$ . Diuiduntur etiã ipse  
 quantitates in numeros, vnde prouenit semper de-  
 nominatio quãtitatis diuise. Vtpote si partiaris 12  
 g in 4, prouenit 3 g. Item diuidendo 24  $\diamond$  in 4, et  
 30  $\square$ , prouenit 6  $\diamond$ , & 5  $\square$ . In istis enim cùm di-  
 uisor sit numerus, cuius est dimensio nulla, nihil au-  
 fertur à quantitatibus diuisis. Quare diuisiones ip-  
 sarum in proueniente relinquuntur. Quod etiam  
 ostendit probationis regula quam dixi de proue-  
 niente multiplicato in diuisorem, vnde semper  
 quantitas diuisa producitur.

Accidit etiam ex diuersò, vt numeri partian-  
 tur in quantitates, vnde cùm numerus dimensione  
 carens non habeat vnde subtrahi possit dimensio  
 partitoris, prouenit quedam similitudo particule,  
 vel potius fragmenti denominationem ab ipso par-  
 titore retinens. Verbi causa, si partiatur numerus  
 12 in 5 g, prouenit fragmentum, quod posita linea  
 inter numerum partitorẽmque subscriptum alio-  
 rum more notatur, sic  $\frac{12}{5}$ . Et si diuiseris 4 in 3  $\diamond$ ,  
 vel in 3  $\square$ , prodibunt fragmenta, sic  $\frac{4}{3\diamond}$ ,  $\frac{4}{3\square}$ . Sed  
 neque solum istud erit, quum numerus partitur in  
 quas

quantitatem, sed vniuersè quoties diuiditur quan-  
 titas, cuius dimensio deficit à dimensione partito-  
 ris. Vtpote si diuidas 5 g in 4 0, prouenit fragmen-  
 tum retinens quantitatis vtriusque nomen, scilicet  $\frac{5}{4} 0$ .  
 Item diuidendo 6 0, vel 6 g in 5 0, fit  $\frac{6}{5} 0$ , &  $\frac{6g}{5}$ .

## De partitionibus additamen- torum P, & M.

**S**ed iam diuisionem additamentorum P & M  
 inter se quomodo fiat inspiciamus, ad quam  
 primum datur regula talis. Si plus in plus diuise-  
 ris, vel minus in minus, semper prouenit plus. Et  
 diuidendo plus in minus, vel è contrario, semper  
 prouenit minus. Verbi gratia, diuidatur P 15 in  
 P 5, prouenit P 3. Et ex diuisione M 14 in M 2,  
 prouenit P 7. Item si partiatis P 30 in M 10, vel  
 M 30 in P 10, vtroque modo prouenit M 3. Et di-  
 uidens P 6 in M 8, habebis  $M \frac{3}{4}$ . Quæ autem  
 dicta sunt de partitione quantitatum, nihil pro-  
 pter additamenta mutantur. Vt si diuideris P 12  
 0 in P 3 g, vel M 12 0 in M 3 0, vtroque modo  
 prouenit P 4 g. Necnon diuidendo P 24 0 in  
 M 4 g, vel M 24 0 in P 4 g, semper prouenit  
 M 6 0.

De partitione quantitatum  
cum additamentis Plus,  
& Minus.

**R**eliquum est ad partitionem quantitatum simul cum additamentis operandi tradere modum, in quo primum ostendam de partitore qui non habet additamentum. Sit itaque propositum parti-ri 15  $\text{g}$  P 18 in numerum 3. Diuide primum 15  $\text{g}$  in 3, prouenit 5  $\text{g}$ . Rursum diuide P 18 in 3, prouenit P 6. Habes igitur ex hac partitione proueniens 5  $\text{g}$  P 6. Et in aliis quantitibus simili modo procedes. Velut si partiaris 8  $\text{o}$  M 6 in 2  $\text{g}$ , prouenit 4  $\text{g}$  M 3. Item partiendo 12  $\text{o}$  P 8  $\text{o}$  in 4  $\text{g}$ , prouenit 3  $\text{o}$  P 2  $\text{g}$ . Et si partiaris 6  $\text{g}$  M 4  $\text{o}$  P 8  $\text{o}$  in 2  $\text{g}$ , proueniet 3 M 2  $\text{g}$  P 4  $\text{o}$ . In his autem probatio fiet, sicut iam sepe dixi, multiplicando diuisorem in proueniens. Aliter etiam modus erit in partitionibus istis, sed non tam explicitè. Veluti partiendo 15  $\text{g}$  P 18 in 3. Adde simul 15  $\text{g}$  & 18, perinde ac si essent numeri simpliciter, fit 33, partire in 3, prouenit 11, hoc est 5  $\text{g}$  P 6. Et in diuisione 6  $\text{g}$  M 4  $\text{o}$ . P 8  $\text{o}$  in 2  $\text{g}$ . Adde simul quantitatum numeros, fiunt 18, partire in 2, prouenit 9, hoc est, 3 M 2  $\text{g}$  P 4  $\text{o}$ . Ceterum de partitore cum additamento iam proferamus exempla. Sit itaque



itaque vt habeas partiri 8  $\circ$  P 12  $\circ$  in 2  $\circ$  P 3.

Adde simul ex quantitatibus diuidendis numeros 8  $\circ$  12, fit 20. Iunge etiam in partitore numeros 2  $\circ$  3, fit 5, partire 20 in 5, erit proueniens 4, cuius nomen necesse est vt sit 9. Quoniam multiplicando 2  $\circ$  P 3 in 4  $\circ$  producitur 8  $\circ$  P 12  $\circ$ .

Esto rursus vt habeas partiri 12  $\circ$  P 8  $\circ$  M 15  $\circ$  M 10  $\circ$  in 3  $\circ$  P 2  $\circ$ . Adde simul ex quantitatibus diuidendis numeros, fit summa 45. Compone etiam in diuifore numeros, fiunt 5. Partire 45 in 5, prouenit 9. Oportet igitur ex 9 facere duas partes, ex quarum multiplicatione in diuiforem 3  $\circ$  P 2  $\circ$  producatur 12  $\circ$  P 8  $\circ$  M 15  $\circ$  M 10  $\circ$ . Huiusmodi autem partes necesse est vt sint 4  $\circ$  M 5. Dic igitur ex diuisione proposita prouenire 4  $\circ$  M 5. Est tamen quod intelligas modum duobus exemplis proximè datum nõ generaliter habere locũ in omni partitore cõposito. Multa etiam super partitionibus huiusmodi dicenda relinquimus. Propter eã quod citra lineas irrationales cõmodè tradi non possunt. Quarũ materiem, sicut ab initio testatus sum, ab hoc opere seiunxi. Et ad sequentium isagogen ista sufficiunt.

## De Canone simplici.

**P**ost hæc autem, quæ necesse fuit ad operationem quantitatum præmittere, prosecutionis

reliquum quæstionibus numerorum faciemus, quæ problemata dicuntur, in quibus facilitatem se-  
ctabor imprimis, ea proponens quæ sunt inuentu fa-  
cilia. Hoc enim difficultatem rei non ex modica  
parte leuabit. Sed est sciendum calculum omnem  
quadraturæ quatuor canonibus veluti concludi.  
Quorum vnus simplex, reliqui tres compositi vo-  
cantur. Horum accidentia non aliter melius, quàm  
problematum exemplis doceri possunt. Quæ pri-  
mum super canone simplici, cuius est frequentior  
vsus, ac natura facilitatè que præcedit, ordinabo.

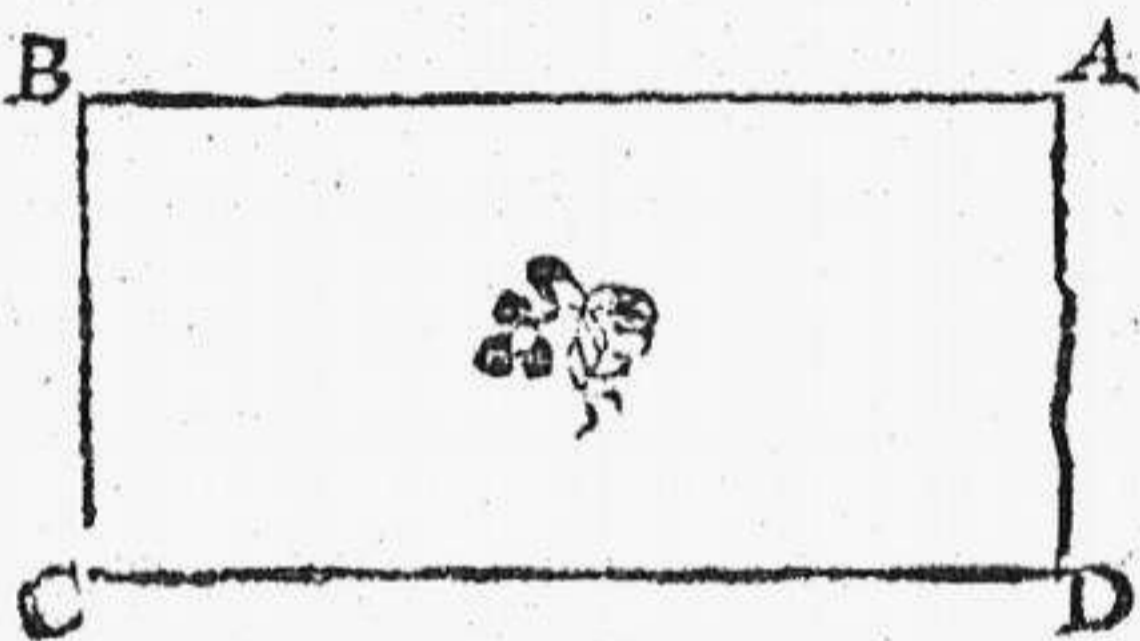
### Problema i.

Numerum inuenire qui ductus in 4,  
rursusque productum in 2, faciat 24.

**A**duertendum est imprimis ratiocinium qua-  
draturæ magnam omnino similitudinem cū  
regula positionis habere. Quod quò magis intelli-  
gatur, ad inuestigationem numeri quæsiti ratioci-  
nabor vtroque modo. Ponamus igitur eum qui quæ-  
ritur numerum esse 1, duc in 4, fit 4, duc iterum  
4 in 2, fit 8. Habes igitur ex hac positione nume-  
rum 8. Sed quærimus habere 24. Dic igitur, Si 8  
esset 24: quid 1? Operare partiendo 24 in 8, pro-  
uenit 3. Quod est quæsitum. Nam multiplicando 3  
in 4,

in 4, fit 12, rursúmque 12 in 2, fit 24. Nunc autem secundum regulam quadraturæ sic operaberemur. Pone quæsitum numerum esse 19, duc 19 in 4, fit 49, duc iterum 49 in 2, fit 89. Hoc autem ultimum ex ratiocinio, quale est hîc 89, vocabo continens, quod indicabit nota subsequens, veluti principium rectanguli, sic [ ], postquam apponi debet, qui datus erit in fine propositi numerus, prout hîc est 24. Quem appellabo contentum. Et ideo nota simili priori, sed inuersa concludetur, hoc modo [ 24 ]. Ex hoc nanque ratiocinio intelligitur factum esse re-

ctangulum, quale est  $BACD$ , cuius quadraturam ex proposito scimus esse 24, & lineam  $BA$ , quæ simul cû



linea  $BC$  ipsam quadraturam continet, ex ratiocinio inuenimus esse 8. Linea autem  $BC$  est ea quam à principio posuimus, pro numero qui quæritur, esse 19. Talis verò numerus statim inuenietur ex regula, quam supra posui libro primo, hîc ubi de probatione partitionis agitur. Partire igitur contentum 24 in continens 8, proveniet 3, qui numerus est lineæ  $BC$ . Quem oportuit inuenire. Ex his itaque videre est, quam sit affinis quadratura pose-

tionis

tionis regule. Longè tamen est vniuersalior, & in hoc differt, quòd positionem suam variè non recipit. Nam si fuerit maior quàm 1 q, non habebitur ex vltima partitione quæsitum, nisi prius numero positionis multiplicetur contentum. Exempli gratia. Ponamus in proposito numerum quæsitum esse 2 q, duc in 4, fit 8 q, duc in 2, fit 16 q. Habes igitur ex hac positione continens 16 q. Vt autem habeatur quæsitum, multiplica contentum 24 in 2, fit 48, partire in 16, prouenit 3. Sit ergo tibi regula constans in quadratura, vt positio semper fiat 1 q. Atque vt contentum semper diuidatur in numerum continentis, & proueniens erit quæsitum. Notabis insuper ipsum continens semper esse lineã, quæ est latus reſt anguli. Et contētum semper esse reſt anguli quadraturam, sicut ex descripta figura constat apertè. Hæc autem cognitio sanè quàm plurimum ad intelligentiam rerum habet momenti. Quod tamen scriptorum nullus, quem adhuc viderim, declarauit. Sed quod ego secundum rei veritatem dixi, continens 8, et contentum 24, omnes vno ore dicerent 8 res esse æquales numero 24. Quo nihil vnquam falsum magis, aut absurdum dici possit, nec quod legentium mentem à vero sensu magis auertat. Hoc expertus testor verissimè. Nam cum omni præceptorum copia destitutus, et in Geometricis, & in Logisticis me semper ipse

docue

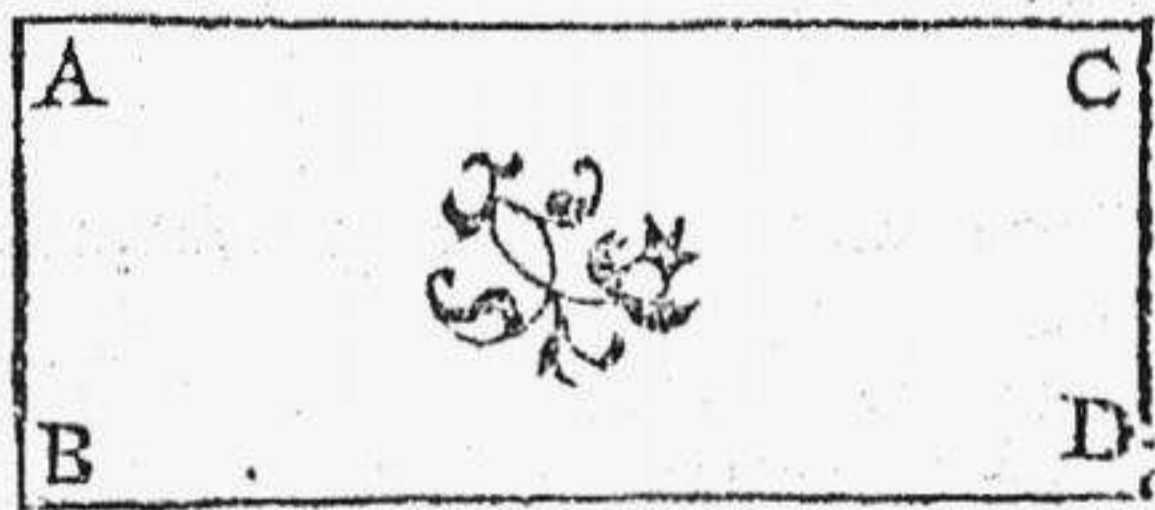
docuerim, nihil vnquam in hisce literis scrutatus inueni, quod intelligentiam meam, neque tam miserè, neque tam diu torqueret, quàm iste fecit abusus loquendi. Non igitur ignarus mali (vt cum poeta dicam) miseris succurrere disco. Sed iam ad aliud problema transeamus.

## Problema 2.

● Numerum inuenire qui partitus in 5 eius quod prouenit decuplum, componat 15.

**P**one talem numerum esse 19, partire in 5, fit  $\frac{1}{5}$  9. Huius decuplum est 29. Habes itaque 29 latus vnum rectanguli cuius est quadratura [ 15 ]. Partire contentum 15 in continentis numerum 2, prouenit  $7\frac{1}{2}$ . Qui numerus est quem oportuit inuenire. Nam si diuiseris  $7\frac{1}{2}$  in 5, prouenit  $1\frac{1}{2}$ , cuius decuplum est 15. Hic igitur sicut in præcedenti,

intellige factū esse rectangulū B A C D, cuius latus B A ratiocinio re-



peritur esse .2, latus verò B C partitio demonstrat esse  $7\frac{1}{2}$ , sub quibus rectangulum continetur, hoc

hoc est, ex eorum laterum inter se multiplicatione, ipsius rectanguli producitur quadratura 15.

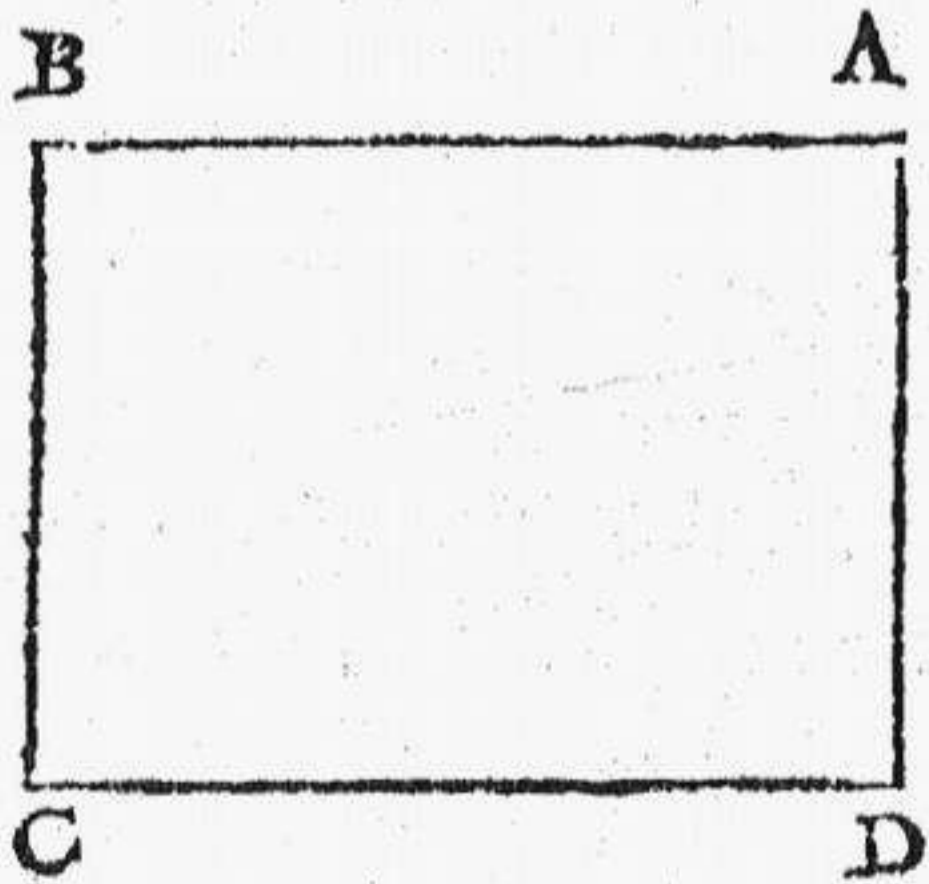
Sciendum est autem propositiones aliquando vitiosè fieri, quod ipso calculo statim intelligitur. Velut si quis ita proponat. Numerum inuenire, qui multiplicatus in 2, & productum in 3, tantundem faciat, quantum si idem numerus multiplicetur in 6. Pone talem numerum esse 19, multiplica in 2, fit productum 29, multiplica in 3, fit 69. Item multiplica 19 in 6, fit 69. Habes itaq; 69 [69]. Quoties igitur continens simile est, & æquale contento, signum est propositionem ineptè fieri, & in omni numero verum habere. Quod experiri promptum est. Si verò contingat ipsum continens simile, & in æquale fieri contento indicium erit impossibile fieri quæsitum. Vt pote, si ex exemplo proximo vltima multiplicatio, quæ fuit in 6 mutetur in 7, tunc habebis 69 [79]. Quare dicendum, impossibile fieri propositum. Fiunt & aliis modis proponendo vitia, de quibus admonebo suis locis.

### Problema 3.

Numerum inuenire, qui ductus in 4,  
& producto additis 5, totum faciat 17.

Pone

**P**one numerum quæsitum esse 17, duc in 4, fit  
 48, adde 5, fit totum 48 P 5 [ 17. Hic au-  
 tem contentum 17 altero suo caractere non con-  
 cluditur, quia nondum est purum, sed parte sui su-  
 perfluum. Et ipsum etiam continens 48 P 5 habet  
 superfluum illud P 5, quæ quidem pars est quadra-  
 turæ. Vnde cognoscimus factum esse rectangulum,  
 cuius unum ex lateribus est 4, & pars quadratu-  
 ræ 5, & ipsa tota 17. Quæ quidem cognitio non  
 plana est, sed implicita. Explicabitur autem sic.  
 Aufer ex continente superfluum 5. Aufer etiam  
 ex contento 17 tantundem, hoc est 5, restabit con-  
 tinens 48 & contentum 12, quæ suis notis erunt  
 signanda, sic 48 [ 12 ]. Huiusmodi autem de-  
 tractio superflui vocatur æquatio. Propterea quod  
 semper faciendæ venit æqualiter ab utraque par-  
 te, continentis scilicet, atque contenti. Alio etiam  
 sensu dicitur æquatio, quasi complanatio quædam  
 asperitatis, qua cognitio plana rectanguli præpe-  
 ditur, antequam æqua-  
 tio fiat. Hic igitur, si-  
 cut in præcedentibus,  
 intellige factum esse  
 rectangulū B A C D,  
 cuius latus B A inue-  
 nitur esse 4, & ipsius  
 quadratura 12. Vt au-  
 tem



tem

tem alterum latus habeas partire 12 in 4, prouenit 3. Qui numerus est quem primò posuisti esse 19, & quem oportuit inuenire. Nam si 3 ducatur in 4, & producto 12 addideris 5, totum fit 17. Ad inuestigationem huius problematis, citra quadraturã, opus erit duarum positionum regula, qui modus est impeditior, & operationis molestia uitandus.

### Problema 4.

Numerum inuenire qui ductus in 2, & à producto sublatis 6, residuum fiat 10.

**P**one talem numerum esse 19, duc in 2, fit 29, aufer 6, restat 29 M6 [10]. Hic autem nõdum habes continens absolutum, quia illud M6 defectum quadraturæ notat in rectangulo, cuius vnũ ex lateribus iam scimus esse 2, et ipsius quadraturam esse 10, abscisa parte, quæ est 6. Facienda igitur erit æquatio, non detractiõne, sicut prius, sed adiectiõne, hoc modo. Quoniam habet continens defectum M6, finge te illi donare defectum huiusmodi, ipsum igitur erit purè 29, dona tantũdem, hoc est 6, ipsi contento 10; fit 16. Habes igitur æquatione facta 29 latus vnum rectanguli cuius est quadratura [16]. Partire 16 in 2, prouenit 8, qui



Qui numerus est quem oportuit inuenire. Hic autem, & in omni ratione sequenti, donec aliter dicatur, intellige semper rectangulum fieri, sicut in præcedētibus iam demonstravi. Sciendum est etiā omnem numerum, cui non adheret nota quantitatis esse quadraturā rectanguli, vel totā vel ex parte. Itē omne cōtinens, atq; contentū, adiectione, vel detrāctione æqualiter vtrinq; facta, ita disponi debent, vt in continente solus remaneat lineæ numerus, & in contento numerus absolutè. Et propter hoc pars ista prima quadraturæ ad rectangulum perducens simpliciter, canon simplex dicitur esse, ad differentiā aliorum, qui cōpositi vocantur.

### Problema 5.

Numerum inuenire, qui duplicatus, & additis 2, tantundem faciat, quàm si eidem adiciantur 11.

**P**one talem numerum esse 1  $g$ , duplicata, fit 2  $g$ , adice 2, fit 2  $g$  P 2. Quod est continens adhuc confusum. Item ad positionem 1  $g$  adde 11, fit 1  $g$  P 11. Quod est contentum etiam in cōfuso. Habes itaque 2  $g$  P 2 [ 1  $g$  P 11. Quæ sunt duo rectangula inter se commixta. Quibus est opus equatione, vt in unum coalescant, hoc modo. Aufer à

k

contento 19, & item à continente 19, relinquitur  
 19 P 2 [ 11, nondum tamen est æquatio perfecta,  
 nisi ab vtraque parte conferatur 2, & sic habebis  
 19 [ 9 ] partire in 1, prouenit 9. Qui numerus est  
 quem oportuit inuenire.

### Problema 6.

Numerum inuenire, qui triplicatus, &  
 inde sublatis 7 eandem summam componat,  
 quam si duplicatus fuerit, & auferatur  
 inde monas.

**P**one talem numerum esse 19, triplicatus, fit 39,  
 aufer 7, restat 32 M 7. Quod est continens  
 adhuc implicitum. Duplicatus 19, fit 29, auferatur  
 monas, restat 29 M 1, quod est contentum. Habes  
 itaque 39 M 7 [ 29 M 1. Aequationem ita facies.  
 Ex contento, & ex continente aufer 29, restat  
 19 M 7 [ M 1. Deinde finges te donare, siue  
 supplere defectum M 1 in vtraque partium, quod  
 nihil aliud est quam ipsum auferre, restat igitur  
 vtroque 19 M 6 [ 0. Postremo defectum M 6  
 condonabis vtrique parti. Et sic habebis 19 [ 6 ].  
 Partire 6 in 1, prouenit 6. Qui numerus est quem  
 oportuit inuenire.

## Problema 7.

Numerum inuenire, qui cum sui dimidio faciat minus 10, quàm si ducatur in 2, et producto addatur 4.

**P**one talem numerum esse  $x$ , adde dimidium ipsius, fit  $x + \frac{1}{2}x$ , adde etiam  $M 10$ , fit  $x + \frac{1}{2}x + M 10$ . Quod est continens adhuc perturbatum. Duc  $x$  in 2, fit productum  $2x$ , adde 4, fit  $2x + 4$ . Habes itaque  $x + \frac{1}{2}x + M 10 [ 2x + 4$ . Fac equationem, auferens ab utraque partium  $x + \frac{1}{2}x$ , restat  $M 10 [ \frac{1}{2}x + 4$ . Et quoniam in contento, præter sui naturam, remanet character lineæ, & in continente nullus est, sicut semper esse debet. Propter hoc igitur vicissitudine facta, contentum erit continens, & ex contrario, sic,  $\frac{1}{2}x + 4 [ M 10$ . Aufer superfluum  $P 4$  ab utraque partium, & ab altera notam  $M$  restat  $\frac{1}{2}x [ 6 ]$ . Partire 6 in  $\frac{1}{2}$ , prouenit 12. Qui numerus est quem oportuit inuenire. Poteris autem, ut ex particula continentis fiat numerus, ipsam augere dimidio, & tunc etiam contentum augeri debet equaliter, id est, sui dimidio. Et sic habebis  $x [ 12 ]$ . Semper igitur quocunque numero augeantur ambæ partes, idem proueniens ex partitione se-

quetur. Et hæc conuersio particularum in numeros, ad faciliorem calculum adhibita, æquatio secunda vocatur. Hic etiam operatio fiet conuerso modo, perinde ac si conuerteretur propositum, sic. Numerum inuenire, qui ductus in 2, & producto additis 4, faciat plus 10, quàm ad ipsum iuncto sui dimidio. Pone 1  $\varphi$ , duc in 2, fit 2  $\varphi$ , adde 4, fit 2  $\varphi$  P 4. Item ad 1  $\varphi$  addo  $\frac{1}{2}$   $\varphi$ , fiet 1  $\frac{1}{2}$   $\varphi$ , adde 10, fit 1  $\frac{1}{2}$   $\varphi$  P 10. Habes igitur 2  $\varphi$  P 4 [ 1  $\frac{1}{2}$   $\varphi$  P 10. aufer ab vtraque parte 1  $\frac{1}{2}$   $\varphi$ , & etiam 4 restat  $\frac{1}{2}$   $\varphi$  [ 6 ] sicut antea.

### Problema 8.

Numerum inuenire, ex quo sublati dimidio, & triente & postremò 2, residuum fiat 8.

**P**one talem numerum esse 1  $\varphi$ , aufer  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{3}$ , hoc est  $\frac{5}{6}$ , restat  $\frac{1}{6}$   $\varphi$ , aufer 2, fit residuum  $\frac{1}{6}$   $\varphi$  M 2 [ 8. Fac æquationẽ dando vtrique partium 2, et habebis  $\frac{1}{6}$   $\varphi$  [ 10 ] & per æquationẽ secundam fiet 1  $\varphi$  [ 60 ]. Partire 60 in 1, prouenit 60. Qui numerus est quem oportuit inuenire.

Vt autem intelligas, æquatio secunda nihil aliud est quàm augmentum ex Regula factum, hoc modo. Si  $\frac{1}{6}$  fit 1, quid 10? Operare, & habebis 60.

Sed

*Sed per compendium ita fieri solet, vt in particula relinquatur solus numerator, & in denominatorem multiplicetur numerus in contento, sicut hic, sublato nomine particule  $\frac{1}{6}$  relinquitur 1, & ducto 10 in 6, fit 60.*

### Problema 9.

*Numerum 12 in duas partes ita diuidere, vt addendo 4 minori, & maiori 2, vna sit æqualis alteri.*

**P**one minorem partium esse 1  $\varphi$ , erit igitur maior 12 M 1  $\varphi$ . Adde minori 4, fit 1  $\varphi$  P 4. Quod est continens adhuc confusum. Item maiori, quæ est 12 M 1  $\varphi$ , adde 2 fit 12 M 1  $\varphi$  P 2, hoc est, 14 M 1  $\varphi$ . Habes igitur 1  $\varphi$  P 4 [ 14 M 1  $\varphi$ . Aequatione ita facies. Primò condonabis vtrique partium 1  $\varphi$ , fietque 2  $\varphi$  P 4 [ 14. Aufer superfluum 4 ab vtraque parte, & sic restabit 2  $\varphi$  [ 10 ]. Partire 10 in 2, prouenit 5, quæ est minor pars. Maior igitur erit 7. Quoniam ambas simul oportet esse 12. Numerum itaque 12 in duas partes 5 & 7, ita diuisimus, vt addendo minori 4, & maiori 2, vna sit æqualis alteri. Quod oportuit facere. Nam vtraque separatim faciet 9.

## Problema 10.

Numerum 18 in duas partes ita diuide-  
re, vt addendo alteri quidem 2, & alteri 7,  
ipsa composita se habeant in ratione dupla.

**I**ta proponit Stephanus, non aduertens ad hoc  
responderi posse dupliciter. Quod est vitium in  
proposito, cuius investigationem ostendam vtro-  
que modo. Pone primam partem esse 19, erit igitur  
altera 18 M 19. Adde priori 2, fit 19 P 2.  
Item alteri adde 7, fit 18 M 19 P 7, hoc est, 25  
M 19. Iam igitur habes primam partem compositam  
esse 19 P 2, & secundam 25 M 19. Et quia  
proponitur, vt ipsa composita sint in dupla ratio-  
ne, duplica 19 P 2, fit 29 P 4. Habemus igitur  
29 P 4 [ 25 M 19. Fac equationem, vtrique  
partium condonans 19, fit 39 P 4 [ 25. Aufer  
vtrunque P 4, restat 39 [ 21 ]. Partire 21 in  
3, prouenit 7, que est vna quesitarum partium.  
Vt autem habeas alteram, aufer 7 ex 18, restat  
11, que est altera pars. Nam 7 & 11 simul fit  
18. Et primae parti 7 addendo 2 fit 9. Et secun-  
dae parti 11, addendo 7, fit 18, cuius ratio ad 9  
dupla est. Habes igitur hoc modo partes quesitas  
7 & 11. Resume id quod supra fuit inuentum,  
scilicet



scilicet primam partem compositam esse 19 P 2,  
 & secundam 25 M 19, duplicata 25 M 19, fit 50  
 M 29. Habes itaq; 19 P 2 [ 50 M 29. fac equa-  
 tionem utrobique donas 29, fit 39 P 2 [ 50. Au-  
 fer utrinque P 2, restat 39 [ 48 ]. Partire 48  
 in 3, prouenit 16, quæ est vna pars ex quæsitis.  
 Altera igitur erit 2, quæ simul faciunt 18, & ad  
 16 additis 2, fit 18. Ad 2 autem additis 7, fit 9,  
 cuius ad 18 subdupla est ratio. Vides itaque dupli-  
 ci modo verum fieri partes quæsitæ esse 7 & 11.  
 Item 16 & 2. Vt autem, sicut necesse est, solutio  
 coarctetur, in vnum, mutandum erit in propositio-  
 ne sic, vt addendo minori quidem 2, & maiori 7  
 ipsa composita se habeant in ratione dupla. Et tunc  
 quæsitæ partes nihil aliud esse possunt, quàm 7  
 & 11.

## Problema II.

Numerum 70 in tres partes ita diuide-  
 re, vt prima quidem secundam excedat in  
 7, secunda verò tertiam in 18.

**P**one primam partium esse 19. Secunda igitur  
 erit 19 M 7. Tertia verò 19 M 25. Adde si-  
 mul dictas partes, fit summa 39 M 32, quod est cō-  
 tinens. Ipsum autem contentum est 70. Habes itaq;

que 39 M 32 [70. fac equationem donans utri-  
que M 32, restat 39 [102]. Partire 102 in 3,  
prouenit 34. Quæ est prima pars. Ut autem ha-  
beas secundam, ex 34 detrahe 7, restat 27. Item  
ex 34 auferendo 25, restabit pars tertia 9. Dice-  
mus igitur tres partes quæ sitas esse 34. 27. 9. quæ  
simul iunctæ faciunt 70.

### Problema 12.

Numerum 40 in tres partes ita diuide-  
re, vt prima quidem secundæ sit duplum,  
& adhuc excedat in 4. Secunda verò ter-  
tiæ duplum deficiens in 2.

**P**one tertiam partem esse 19. Secunda igitur  
erit 29 M 2. Et prima 49 M 4 P 4. Ad-  
de simul huiusmodi partes, fit summa 79 M 6 P  
4 [40. Fac equationem, primò subtrahens P 4  
ex M 6, restat 79 M 2 [40. Dona utrobique  
M 2, restat 79 [42]. Partire 42 in 7, proue-  
nit 6. Quæ est tertia pars quæ sita. Secunda autem  
cùm proponatur esse duplum tertiæ deficiens in 2,  
ipsa erit 10, quare & prima 24. Numerus igitur  
40 diuisus est in tres partes 24. 10. 6, quales pro-  
ponuntur. Quod erat faciendum.

Prob



## Problema 13.

Numerum 9 in tres partes ita diuidere, vt minima quidem si ducatur in 6, producat plus 4 quàm maxima, si ducatur in 2. Media verò ducta in 3, producat minus 3, quàm fecit minima ducta in 6.

**P**one minimam partem esse 1  $\rho$ , duc in 6, fit productum 6  $\rho$ . Igitur secundum ea que proponuntur, medie, & maxime partium producta erunt 6  $\rho$  M 3, & 6  $\rho$  M 4. Multiplicantes autem numeri dantur esse 3 et 2. Vt igitur inuenias quid fuerit multiplicatum, vnde fiant huiusmodi producta, partire 6  $\rho$  M 3 in 3, & 6  $\rho$  M 4 in 2, proueniet 2  $\rho$  M 1, & 3  $\rho$  M 2. Adde 1  $\rho$ , fit trium partium summa 6  $\rho$  M 3 [ 9. Fac equationem, donans vtroque M 3, restat 6  $\rho$  [ 12 ]. Partire 12 in 6, prouenit 2, minima partium, que ducta in 6 producit 12. Media igitur, & maxima, cum ex proposito, ducte in 3, & 2, producant 9 & 8, partiendo 9 in 3, & 8 in 2, prouenit 3, pars media, & 4. pars maxima. Numerus igitur 9 diuiditur in tres partes 2. 3. 4. Quales oportuit facere.

## Problema 14.

Numerum 38 in tres partes ita diuidere, vt dimidium primæ, triplum secundæ, quadrans tertiæ inuicem sint æqualia.

**P**one primam partem esse 19, huius dimidium est  $\frac{1}{2} \cdot 19$ , partire in 3, prouenit  $\frac{1}{6} \cdot 19$ , quæ est pars secunda. Rursum  $\frac{1}{2} \cdot 19$  multiplica in 4, fit 29, quæ est pars tertia. Collige tres huiusmodi partes, fit summa  $3 \frac{1}{6} \cdot 19$  [38]. Partire 38 in  $3 \frac{1}{6}$ , hoc est, per æquationem secundam 228 in 19, prouenit 12. Quæ est prima pars. Huius dimidium, quod est 6, partire in 3, prouenit 2, pars secunda. Rursum 6 multiplica in 4, fit 24, pars tertia. Numerus igitur 38 diuisus est in tres partes 12. 2. 24, quales oportuit inuenire.

## Problema 15.

Numerum 55 in quinque partes diuidere, quæ sese triade semper excedant.

**P**one primam esse 19. Secunda igitur erit 19  
 P 3, tertia 19 P 6, quarta 19 P 9, quinta 19  
 P 12.

P 12. Compone dictas partes, fit summa 59 P 30  
 [ 55. Fac equationem auferens utrobique P 30,  
 restat 59 [ 25 ]. Partire in 5, provenit 5. Que  
 est prima partium. Secunda igitur erit 8. tertia 11,  
 quarta 14. quinta 17. Numerum igitur 55 divisi-  
 mus in quinque partes 5. 8. 11. 14. 17, que sese triade  
 semper excedunt. Quod erat propositum.

### Problema 16.

Duos numeros inuenire, quorum sit diffe-  
 rentia 3, & ambo simul faciant 19.

**P**one minorem esse 19. Maior igitur erit 19  
 P 3, & ambo simul 29 P 3 [ 19. Fac equa-  
 tionem, auferens utrobique P 3, restat 29 [ 16 ].  
 Partire in 2, provenit 8. Qui minor est numerus  
 ex quæsitis. Maior igitur erit 11. Hic & in simi-  
 libus positio etiam fieri poterit de maiori numero,  
 in hunc modum. Pone maiorem numerum esse 19.  
 Minor igitur erit 19 M 3, & ambo simul 29 M 3  
 [ 19. Fac equationem donans utrobique M 3, re-  
 stat 29 [ 22 ]. partire in 2, provenit 11. Qui ma-  
 ior est numerus ex quæsitis. Minor igitur erit 8.  
 Notandum itaque, illum semper numerum ex vlti-  
 ma partitione provenire, quem prima lineæ posi-  
 tio signat.

## Problema 17

Numerum 24 in duas partes ita diuidere, vt maior si partiatur in 2, fiat proueniens quadruplum alterius partitæ in 4.

**P**one maiorem partem esse 1 q, partire in 2, fit  $\frac{1}{2}$  q. Huius quarta pars est  $\frac{1}{8}$  q. Multiplica in 4, producitur 2 q, adde 1 q, fit 3 q [24]. Partire in 3, prouenit 8. Quæ est pars minor. Erit igitur 16, pars maior.

Est animaduertendum hîc, ex vltima partitione non prouenisse numerum quem prima positio signat. Cuius rei causam duplicem possumus afferre. Primum quòd ipse calculi modus implicitè procedit. Deinde quòd ipsa etiam propositio intricacionem habet. Rectum enim & simplex erat ita proponere. Numerum 24 in duas partes, quæ sint in ratione dupla, diuidere. Et sic erat calculus expeditior, finisque legitimus. Pone maiorem partium esse 1 q, erit igitur minor  $\frac{1}{2}$  q. Habes itaque 1  $\frac{1}{2}$  q [24]. Partire 24 in 1  $\frac{1}{2}$ , hoc est, 48 in 3, prouenit 16, pars maior. Pone rursus minorem partem esse 1 q, erit igitur maior 2 q. Quare fit 3 q [24] & ex partitione prouenit 8, pars minor.

minor. Et sic utroque modo, positionem suam partitio tenet. Primus etiam calculus, ex forma problematis, emendatius fiet in hunc modum. Pone maiorem partem esse 19. Erit igitur minor 24 M 19. Partire 19 in 2, fit  $\frac{1}{2}$  9. Partire etiam 24 M 19 in 4, fit 6 M  $\frac{1}{4}$  9. Huius autem quadruplum proponitur esse  $\frac{1}{2}$  9. Habes ergo 6 M  $\frac{1}{4}$  9 [  $\frac{1}{8}$  9. Et equatione facta  $\frac{3}{8}$  9 [ 6 ]. Partire 6 in  $\frac{3}{8}$ , hoc est, 48 in 3, provenit 16, pars scilicet maior, que posita est 19. Ex hoc itaque, & superioribus apparet. Si quid falsum, vel ineptum, aut preposterum in quadratura fiat, operationis indicio signari. Quod non est re ipsa monstrasse, superfluum.

### Problema 18.

Numerum 40 in tres partes ita dividere, ut ex prima quidem, si partiaris in 2, proveniat plus 5, quam ex secunda, si dividatur in 3. Ex tertia autem divisa in 5, proveniat minus 1, quam ex secunda divisa in 4.

**P**one primam partium esse 19, partire in 2, provenit  $\frac{1}{2}$  9, aufer 5, restat  $\frac{1}{2}$  9 M 5. Multiplica in 3, fit 1  $\frac{1}{2}$  9 M 15. Et hoc erit pars secunda. Quam partiendo in 4, provenit  $\frac{3}{8}$  9 M

$3 \frac{3}{4}$ . Adde  $M 1$ , fit  $\frac{3}{8}$   $\rho$   $M 4 \frac{3}{4}$ . Multipli-  
 ca in  $\zeta$ , fit  $1 \frac{7}{8}$   $\rho$   $M 23 \frac{3}{4}$ . Quae est pars tertia.  
 Componere simul huiusmodi tres partes, fit summa  
 $4 \frac{3}{8} M 38 \frac{3}{4} [40]$ . Fac equationem, donans  
 utrobique  $38 \frac{3}{4}$ , relinquitur  $4 \frac{3}{8} [78 \frac{3}{4}]$ .  
 Partire  $78 \frac{3}{4}$  in  $4 \frac{3}{8}$ , hoc est,  $2520$  in  $140$ ,  
 prouenit  $18$ . Quae est prima partium ex quaesitis.  
 Huius dimidium est  $9$ , aufer  $5$ , restat  $4$ . Duc  
 in  $3$ , fit pars secunda  $12$ . Huius quadrans est  $3$ , au-  
 fer  $1$ , restat  $2$ . Duc in  $\zeta$ , fit pars tertia  $10$ . Dice-  
 mus itaque tres quaesitas partes esse  $18. 12. 10$ .  
 Quas oportuit inuenire.

### Problema 19.

Numerum  $22$  in duas partes ita diuide-  
 re, ut dimidium minoris, dempta monade,  
 sit quadrans maioris.

**P**one minorem partem esse  $1 \rho$ . Huius dimidium  
 est  $\frac{1}{2} \rho$ . Aufer  $1$  restat  $\frac{1}{2} \rho M 1$ . Duc in  
 $4$ , fit  $2 \rho M 4$ . Adde  $1 \rho$ , fit  $3 \rho M 4 [22]$ . Fac  
 equationem donans utrobique  $M 4$ , restat  $3 \rho [26]$ .  
 Partire in  $3$ , prouenit pars minor  $8 \frac{2}{3}$ . Aufer ex  
 $22$ , restat pars maior  $13 \frac{1}{3}$ . Sunt igitur ex nu-  
 mero  $22$  duae partes  $8 \frac{2}{3}$   $\rho$   $13 \frac{1}{3}$ , quales oportet  
 inuenire.

Prob

## Problema 20.

Quinque inmeros inuenire, quorum primus sit 8, progredientes æqualiter, qui simul iuncti faciant 70.

**P**one excessum progressionis esse 19. Cum igitur primus proponatur esse 8, secundus erit 8 P 19, tertius 8 P 29, quartus 8 P 39, quintus 8 P 49, & omnes simul 40 P 109 [70]. Fac equationem subtrahendo 40 ex 70, restat 109 [30]. Partire in 10, prouenit 3. Qui est excessus progressionis. Cum igitur primus ponatur esse 8, secundus erit 11. Erunt ergo progredientes æqualiter quinque numeri, scilicet 8. 11. 14. 17. 20, qui simul iuncti faciunt 70. Quos oportuit inuenire.

## Problema 21.

Numerum inuenire quo duplicato, & sublatis 8 deinde residuo triplicato, deductisque 20, nihil remaneat.

**P**one talem numerum esse 19. Duplica, fit 29. Aufer 8, restat 29 M 8. Triplica, fit 69 M 24. Aufer 20, hoc est, adde M 20, & habebis

69

69 [44]. Partire in 6, prouenit  $7\frac{1}{3}$ . Qui numerus est quem oportuit inuenire.

Ex hoc videre est ipsum contentum à principio fuisse nihil. Quoniam tota quadratura rectanguli continebatur in defectu M 44, quem æquatio in suum locum restituit.

## Problema 22.

Quatuor numeros continuè proportionales inuenire, quorum tertius ad primum sit in ratione dupla sesquiquarta, & sit omnium summa 65.

Pone primum esse 19, erit igitur tertius  $2\frac{1}{4}$ 9. Multiplica in 19, fit  $2\frac{1}{4}$ 0. Huius tetragonici latus est  $1\frac{1}{2}$ 9. Quod vicem tenet numeri secundi. Vt autem inuenias quartum, dispone Regulam. Si 19 fit  $1\frac{1}{2}$ 9, quid  $2\frac{1}{4}$ 9? Multiplica in  $1\frac{1}{2}$ 9, fit  $\frac{27}{8}$ 0. Partire in 19, prouenit  $\frac{27}{8}$ 9. Adde simul 19,  $2\frac{1}{4}$ 9,  $1\frac{1}{2}$ 9,  $\frac{27}{8}$ 9, habebis  $8\frac{1}{8}$ 9 [65]. Partire 65 in  $8\frac{1}{8}$ , hoc est, 520 in 65, prouenit 8, qui primus est numerus. Erit ergo tertius 18, & secundus tetragonici latus 144, hoc est, 12. Quare & quartus 27. sunt igitur 8. 12. 18. 27, quatuor numeri continuè proportionales quos oportuit inuenire. Ex hoc itaque videmus



*demus Regulam habere locum etiã in quadratura.*

### Problema 23.

Duos numeros inuenire, quorum sit dif-  
ferentia 3, ita vt minor ductus in maiorem,  
& producto additis 24, summa fiat æqua-  
lis quadrato maioris.

**P**one minorem esse 19. Maior igitur erit 19 P 3.  
Duc in 19, fit 10 P 39. Adde 24, fit summa  
10 P 39 P 24. Item duc in se 19 P 3, fit 10 P 69  
P 9 [10 P 39 P 24. Fac æquationem, auferens  
vtrobique 10, restat 69 P 9 [39 P 24. Item ex  
69 aufer 39, & 9 ex 24, habebis 39 [15]. Par-  
tire in 3, prouenit 5, qui minor est numerus ex  
quæsitis. Quare maior erit 8. Quos oportuit  
inuenire.

### Problema 24.

Duos numeros inuenire, qui simul iun-  
cti faciant 12, & ipsorum quadrata diffe-  
rant in 24.

**P**one minorem esse 19. Maior igitur erit 12 M  
19, & ipsius quadratum est 10 M 249 P  
1

144. Aufer quadratum minoris, scilicet 10, restat  $M 24 \text{ } \text{ } P 144 [ 24$ . Fac equationem, donans utrobique  $M 24 \text{ } \text{ } P$ , & subtrahens 24 ex 144, restat  $24 \text{ } \text{ } P [ 120 ]$ . Partire in 24, prouenit 5, minor scilicet numerus, alter igitur erit 7. Quos oportuit inuenire.

### Problema 25.

Numerum quadratum inuenire, quo diuiso in suum latus  $M 4$ , proueniat 6 plus, quam ipsum latus.

**P**one talem numerum esse 10. Huius latus est 19. Partire 10 in 19  $M 4$ , prouenit  $\frac{10}{19 M 4} [ 19 P 6$ . Fac equationem multiplicando contentum  $19 P 6$  in denominatorem fragmenti  $19 M 4$ , fietque  $10 P 2 \text{ } \text{ } P 24 [ 10$ . Et tandem  $2 \text{ } \text{ } P [ 24 ]$ . Partire in 2, prouenit 12, quod est tetragonum latus quesiti numeri 144. Quem oportuit inuenire. Aequationis istius formulam hic apposui.

$$10 P 6 \text{ } \text{ } M 4 \text{ } \text{ } M 24. \quad 10$$

$$\frac{19 P 6}{1} \times \frac{10}{19 M 4}$$

Hic autem est quod aduertas, id quod ex ultima partitione prouenit 12, quod est latus quadrati 144, ideo non respondere positioni, quae fuit 10, quoniam ipsa, sicut alias semper fieri debuit 19, in hunc

modū. Pone eius quod queritur quadrati latus esse 19, aufer 4, restat 19M4. Partire 10 in 19M4, & reliqua sicut prius. Quædã tamẽ ex regulis aliquando cõpendij, vel alia causa mutãtur. Quod ipsum semper opus, aliqua sui parte turbata, monstrabit.

### Problema 26.

Numerum inuenire, cuius quadratum sit æquale quattuor suis lateribus.

**P**one talem numerum esse 19, ipsius quadratum est 10, & quattuor ipsius latera sunt 49. Habes igitur 10 [ 49. In his autem sic erit æquatio facienda, vt ab vtraque quantitatũ auferatur vna dimensio. Restat igitur 19 [ 4 ]. Partire in 1, prouenit 4, numerus quem oportuit inuenire.

### Problema 27.

Numerum inuenire, cuius quadratum sit æquale duplo sui lateris.

**E**x ipsa propositione satis intelligitur hĩc haberi 10 [ 29. Aufer vtrobique dimensionem vnã, restat 19 [ 2 ]. Partire in 1, prouenit 2, numerus quem oportuit inuenire.

### Problema 28.

Numerum inuenire, qui duplicatus & in se ductus producat duplum sui cubi.

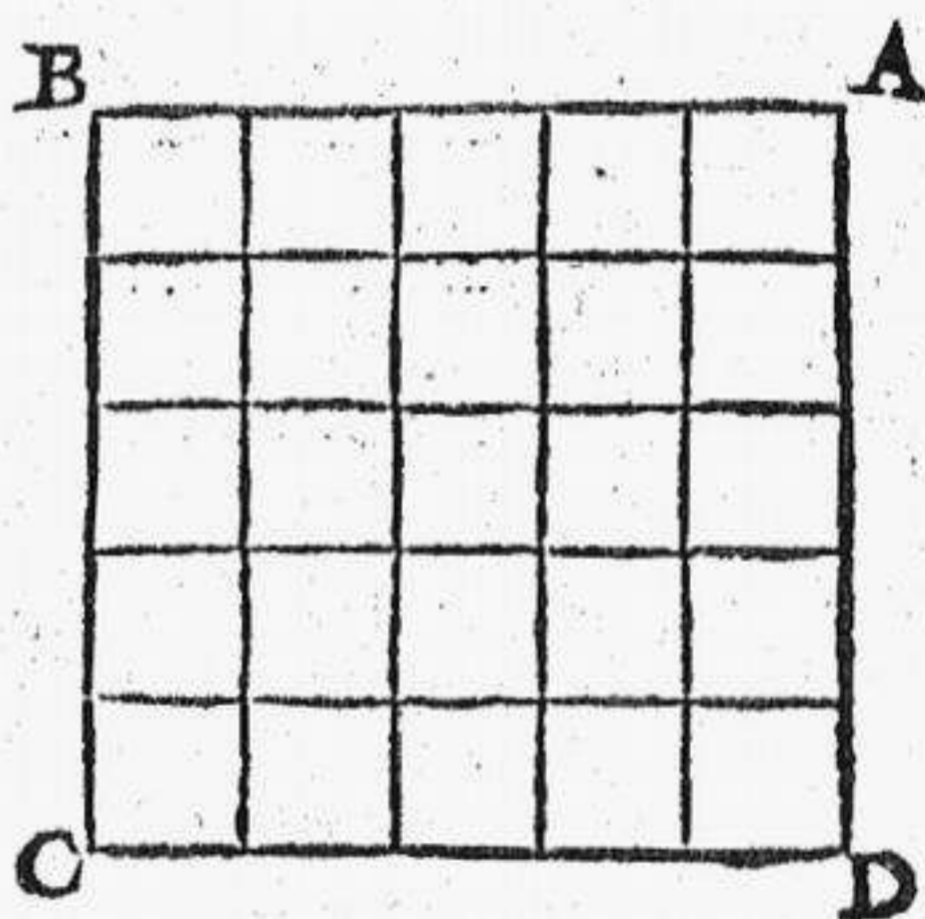
**P**one talem numerum esse 19. Duplica fit 29. Duc in se, fit 40. [20]. Aufer utrinque dimensiones duas, & ex continente facito contentum. Restat 29 [4]. Partire in 2, provenit 2 numerus, quem oportuit inuenire.

### Problema 29.

Numerum inuenire, qui ductus in se, & producto iunctis 4, faciat 29.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in se, fit 10. adde 4, fit 14 [29]. Fac equationem auferens utrinque P 4, restat 10 [25]. Quere tetragonum latus in contento 25, quod est 5. Est itaque 5 numerus quem oportuit inuenire.

Hic enim intelligitur describi, non rectangulum altera parte longius, sicut in omni problemate precedenti, sed quadratum B A C D, cuius est quadratura 25, prout ex decussatione videtur. Que



semper ex ductu vnus lateris in se producitur.

Quo

Quoties igitur post equationem factam habetur in continente quadratum, et in contento numerus, latus ipsius tetragonicum est quæsitus numerus, quem prima positio signat.

### Problema 30.

Numerum inuenire, qui ductus in se faciat 30.

**P**ONE talem numerum esse 19. Duc in se, fit 10 [30]. Cùm autem numerus 30, non sit quadratus, & propterea tetragonicum latus non habeat, dicendum huiusmodi quæsitum, & similia in numeris nunquam fieri posse, nisi secundum veri propinquitatē. Velut in hoc loco dicere possis propinquum latus 30 esse  $5\frac{1}{2}$ , & adhuc propinquius  $5\frac{11}{24}$ . In Geometricis autem latera tetragonica omnium numerorum in lineis assignare præptissimum est.

### Problema 31.

Numerum inuenire, qui ductus in se, & productum in 6, iunctisque 4, totum faciat 58.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in se, fit productum 10. Duc in 6, fit 60. Iunge 4, fit 64. P 4 [58. Fac equationem, auferens utrobique P 4, restat 60 [54. Partire 6 in 6. Item 54 in 6, prouenit 19. Hic igitur habebis 10 [9]. Huius tetragonici latus 3, est numerus quem oportuit inuenire.

### Problema 32.

Numerum inuenire, qui ductus in sui quadrantem, & à producto monade sublata relinquat 99.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in  $\frac{1}{4}$  9, fit productum  $\frac{1}{4}$ , 0, aufer 1, restat  $\frac{1}{4}$  0 M 1 [99. Fac equationem donans utrobique M 1, restat  $\frac{1}{4}$  0 [100. Multiplica  $\frac{1}{4}$  0 in 4. Item 100 in 4, & habebis 10 [400]. Huius tetragonici latus 20, est numerus quem oportuit inuenire.

Ex hoc itaque & precedenti notabis exemplo, ipsum continens, partitione, vel multiplicatione equaliter utrobique facta, ad unicum semper quadratum debere redigi.

Prob

## Problema 33.

Duos numeros in ratione dupla sesqui altera reperire, ex quorum inter se ductu, et quinta parte maioris, in quartam minoris, & summæ productorum additis 8, totum faciat 50.

**P**one numerum minorem esse  $1 \rho$ , maior igitur erit  $2 \frac{1}{2} \rho$ . Duc in  $1 \rho$ , fit  $2 \frac{1}{2} \diamond$ . Item quintam partem  $2 \frac{1}{2} \rho$ , quæ est  $\frac{1}{2} \rho$ , ducito in  $\frac{1}{4} \rho$ , fit  $\frac{1}{8} \diamond$ , adde ad  $2 \frac{1}{2} \diamond$ , fit summa  $2 \frac{5}{8} \diamond$ , adde 8, fit totum  $2 \frac{5}{8} \diamond P 8 [ 50$ . Fac equationem auferens utrobique  $P 8$ , restat  $2 \frac{5}{8} \diamond [ 42$ . Partire  $2 \frac{5}{8}$  in se, prouenit 1. Rursum 42 partire in  $2 \frac{5}{8}$ , hoc est, 336 in 21, prouenit 16. Habes igitur  $1 \diamond [ 16 ]$ . Huius tetragonici latus 4 est minor ex quæsitis numerus, maior igitur, cum sit duplus sesquialter ad 4, erit 10. Sunt itaque 4 et 10 duo numeri quos oportuit reperire.

## Problema 34.

Duos numeros in ratione tripla reperire, quorum quadrata simul sint æqualia ei quod fit ex ductu vnus in alterum quater, sublati 8.

**P**one minorem esse 19, maior igitur erit 39, & eorum quadrata simul iuncta fiunt 100. Duc 19 in 39, fit 741, duc in 4, fit 156, aufer 8, restat 120 M8 [100. Fac equationem, ex 120, auferens 100 donans utrobique M8, restat 20 [8. Et equali partitione facta relinquitur 10 [4]. Huius tragonicum latus 2 est minor numerus, maior igitur erit 6. Sunt itaque 2 & 6 duo numeri, quos oportuit inuenire.

### Problema 35.

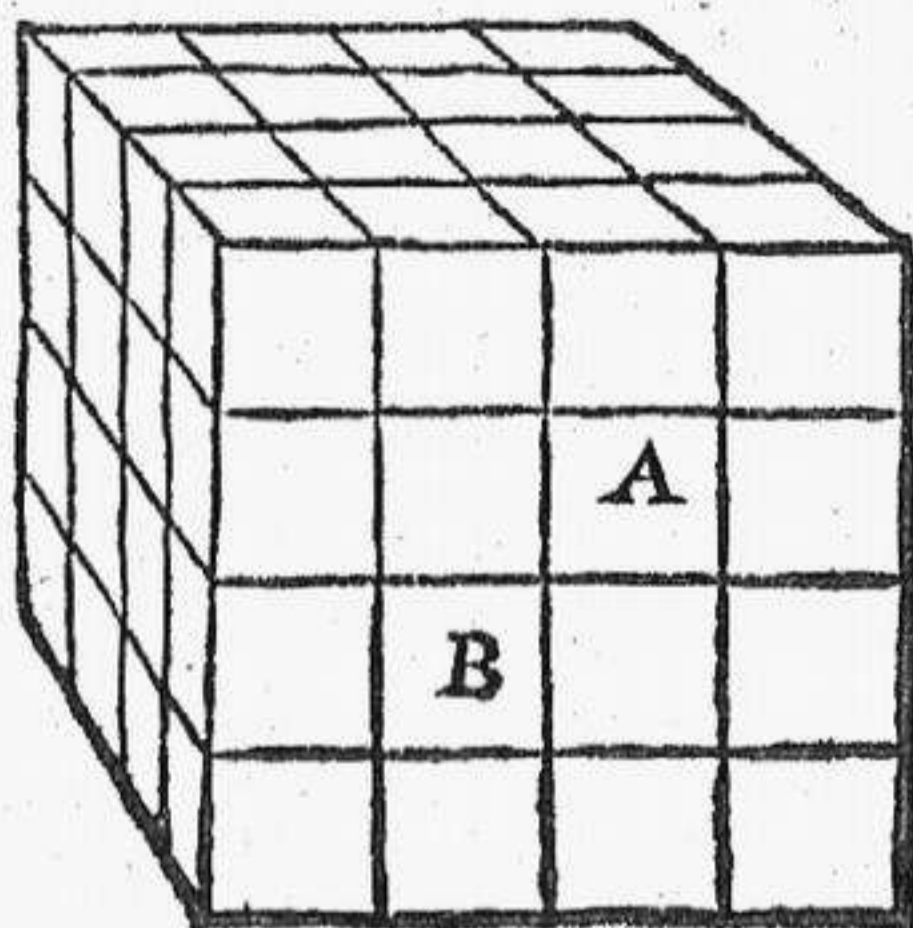
Numerum inuenire, qui ductus in se, postea in productum, & detractis inde 7, residuum fiat 57.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in se, fit 361. Duc in 19, fit 361, aufer 7, restat 354 M7 [57. Fac equationem donans utrobique M7, & habes 10 [64]. Huius cubicum latus 4, est numerus quem oportuit inuenire.

Hic & in similibus intellige describi cubum, qualis est B A. Cuius cubicationem decussatio monstrat. Et latus ipsius est in continente, quod prima positio signat. Quare si non fuerit in contento numerus cubus, non est in numeris explicabile quæsitum.

Probl





### Problema 36.

Numerum inuenire, qui ductus in sui dimidium, & productum in quadrantem, iunctisque 2, totum faciat 218.

**P**one talem numerum esse  $x$ . Duc in  $\frac{1}{2}x$ , fit  $\frac{1}{2}x$ , duc in  $\frac{1}{4}x$ , fit  $\frac{1}{8}x$ , iunge 2, fit  $\frac{1}{8}x + 2$ .  
 $P 2 [ 218. Et equatiōe facta restat  $\frac{1}{8}x [ 216.$$   
 Redige ad vnum cubum, omnia multiplicans in 8,  
 & habebis  $x + 16 [ 1728 ]$ . Huius cubicum latus  
 12 est numerus quem oportuit inuenire.

### Problema 37.

Duos numeros in ratione dupla reperire, quorum alter ductus in alterum, &

maior in productum summam faciant 108.

**P**one minorem esse 19, maior igitur erit 29.  
 Duc in 19, fit 20, duc in 29, fit 4 [108]. Re-  
 dige ad unum cubum, utrobique facta partitione  
 in 4, & habebis 1 [27]. Huius cubicum la-  
 tus 3 est minor numerus, maior igitur erit 6. Sunt  
 itaque duo numeri 3 & 6, quos oportuit inuenire.

### Problema 38.

Numerum inuenire, qui ductus in se,  
 postea in productum, adiuncto q̄ sui qua-  
 druplo componat summam 117.

**P**one talem numerum esse 19, duc in se, fit 10.  
 Rursum ducito 10 in 19, fit 1 [10], adde 49. Ha-  
 bes 1 [10] P 49 [117]. Huiusmodi terminatio  
 æquationem nullam recipit. Quare vix est vt in ca-  
 nonem veniat simplicem, qui duabus solùm quan-  
 titatibus diuersis concluditur. Cùm tamen sensus  
 problematis nil aliud velit quàm inueniri cubum,  
 qui cum quadruplo sui lateris componat 117, non  
 erit inuestigatio difficilis, hoc modo. Inquire la-  
 tus maximum cubi in dato numero 117, & inuenies  
 9, cum defectu 36, quæ sunt quatuor latera que-  
 siti cubi, quod est 81, adde 36, fit 117. Erit igitur 9

nume

numerus quem oportuit inuenire.

## De tribus compositis canonibus.

**V**isō canone simplici, vt institutionem ordo sequatur tres alios cōpositos iam locus erit inspicere. Qui propterea compositi dicuntur, quòd in omnium continente post æquationem factã, semper remanent duæ quantitates diuersæ, & vna solum in contento. Ex qua dignoscuntur ipsi canones inter se, nec plures tribus ab antiquis habentur. Quoniam in ipsis de tribus solummodo quantitatibus agitur, quæ sunt numerus, quadratum, linea. Nam cubum prorsus nõ recipiunt. Et in primo quidem semper est contentum numerus, in secundo quadratum, in tertio linea. Quos fines ordo canonum perpetuò seruat, in memoria diligenter habendos, vt intelligatur quænam operationis forma sequatur. Et quòd facilius habeantur in promptu, disticho sequente disposui.

Primus habet numerum, quadrato fine secundus clauditur, extremum concludit linea nobis.

Scire autem debes omnia propemodum iam in canone simplici tradita prius, in sequentibus etiam habere locum, in quibus verò differant, singulo-

rum

*rum exemplis figurationibúsq̄ suis ostendam.*

## Primi canonis exemplum.

Numerum inuenire, cuius quadratum cum suis quatuor lateribus, & additione 7 faciat 52.

**P**one talem numerum esse 19, ipsius quadratum est 10, adde quatuor ipsius latera, quæ sunt 49, fit 10 P 49, adde 7, fit 10 P 49 P 7, quæ omnia proponuntur facere 52, quod est contenti. Habes igitur 10 P 49 P 7 [52]. Fac æquationem, auferens utrinq; P 7, restat 10 P 49 [45]. Et talis terminatio fit semper in canone primo, scilicet in continente quadratum, cum numero lineæ, & in contēto solùm numerus. Cuiusmodi quantitates ad inuentionem quæsitæ tractantur hoc modo. Primum ex dimidio numeri linearum factum quadratum additur contenti numero, cuius summæ tetragonum latus sumitur, & ex eo latere sublato linearum dimidio restabit quæsitum. Vt in proposito, quadra dimidium numeri linearũ, scilicet 2, fit 4, adde numero 45, fit 49. Huius tetragonum latus est 7, aufer dimidium numeri linearum, quod est 2, restat 5, numerus quem oport

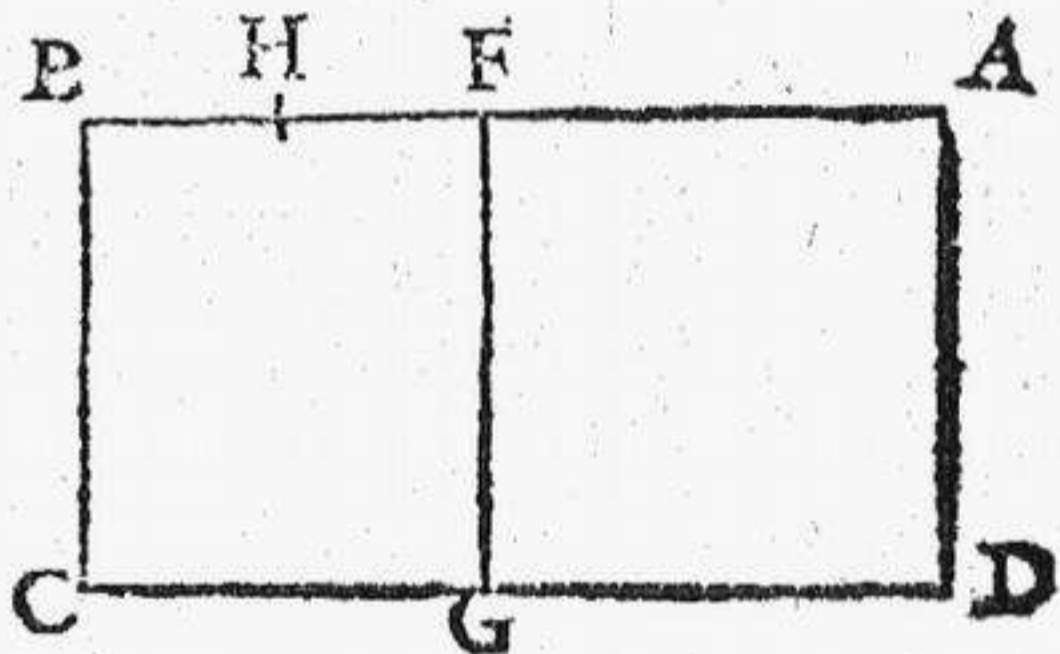
oportuit inuenire. Et similis operandi forma perpetuò seruetur in canone primo. Si autem iuncto quadrato dimidiij linearum ad contenti numerum, sumi non possit ex ea summa tetragonum latus, vt quæ non sit quadratus numerus, tunc certò scias impossibile fieri per numeros quod proponebatur. Exempli gratia, mutetur ex proposito nostro, vt datus in fine numerus 52, fiat 53. Tunc æquatione facta, habebis  $10P49 [46]$ . Et addendo dimidiij linearum quadratum 4 ad 46, fit summa 50, quæ quoniam non habet tetragonum latus, dico nullum esse in rerum natura numerum qualis proponitur. In similibus autem Logistici nostri lineas irrationales respondere solent. Velut in hoc secundo proposito diceret, quæ situm numerum esse tetragonum latus 50 minus 2. Quo nihil absurdius fieri potest, vt ad propositum de numeris lineam respondeas, quæ nullo vnquam numero ad verum possit explicari. Et quod est omnino ridiculũ, hi etiam partim imperitia proponendi, partim ostentatione vana subtilitatis, prauoque studio rem obscurandi, quæstiones de mercaturis, numeratæque pecunia sic ferè semper instituunt, vt earum solutio cadat in radices, vt ipsi vocant surdas, atque ligatas, pronicas, allellas, atque relatas, radicũmque radices, & quæ radicantur ab illis, aliæque id genus quæ plurima. Quæ verè (vt cum Nasone dicã).

Nom

Nomina sunt ipso penè timenda sono. Sed iam ad figurationem, demonstrationemque p̄positi veniamus.

In primo canone post equationem factam semper intelligitur deformari rectangulum, quale est  $BACD$ , diuisum

in duas partes per lineam  $FG$ , quarum altera sit quadratum  $FD$ , altera verò rectangulum  $BG$ . Et totius



rectanguli  $BD$  quadratura semper est numerus in contento positus, qualis est h̄c 49. Item particularis rectanguli latus  $BF$  semper habet eum qui est in continente numerum linearum, sicut est in hoc loco 4. Quadrati autem latus  $FA$  numerum quæsitum semper habebit, quem inuestigabis diuidendo per æqualia lineam  $BF$  in signo  $H$ . Erit igitur  $HF$  2, & ipsius quadratum 4. Scimus autē ex propositione sexta Secundi Elementorum, rectangulum  $BD$  vnà cum quadrato lineæ  $HF$ , esse æquale quadrato lineæ  $HA$ . Sed rectangulum  $BD$ , vnà cum quadrato lineæ  $HF$  est 49, ipsa igitur  $HA$  est tetragonicum latus numeri 49, quod est 7, vnde si auferas numerum lineæ

$HF$

*H F*, qui est 2, restat 5 in linea *F A*. Qui numerus est quem oportuit inuenire. Quod erat demonstrandum. Est tamen quod aduertas in hoc canone primò, ipsum continens non esse purum, sicut in simplici visum est. Quoniam id quod semper habet cum linea quadratum, pars est ipsius contenti, hoc est quadraturæ reſt anguli, quam propriè nil aliud quam lineæ continent.

Satis igitur ex his, operis, & inuenti ratio constat in hac regula, cuius adhuc aliquot exempla subiungam.

Duos numeros in ratione tripla reperire, vt ex ductu alterius in alterum, & ad productum iuncto maiori, indeque sublati 4, residuum fiat 32.

**P**one minorem esse 19, maior igitur erit 39. Duc in 19, fit 30, iunge 39, fit 30 P 39, aufer 4, restat 30 P 39 M 4 [ 32. Fac equationem, donans vtrobique M 4, restat 30 P 39 [ 36. Fac equationem secundam, singula partiens in quadrati numerum 3, & habebis 10 P 19 [ 12 ]. Operare modo priori, hoc est quadra  $\frac{1}{2}$ , fit  $\frac{1}{4}$ , adde ad 12, fit summa 12  $\frac{1}{4}$ , huius tetragonici latus est 3  $\frac{1}{2}$ , aufer  $\frac{1}{2}$ , restat 3, numerus minor, quare maior est 9. Quos oportuit inuenire.

Numerus

Numerum inuenire, cuius quadrati dodrans, iuncto besse sui lateris, faciat 31.

**P**one talem numerum esse 19. Huius quadrati dodrans fit  $\frac{3}{4} \diamond$ , adde bessem lateris, fit  $\frac{3}{4} \diamond P \frac{2}{3} \rho [31]$ . Fac equationem secundam, singula partiendo in quadrati particulam  $\frac{3}{4}$ , prouenit  $1 \diamond P \frac{8}{9} \rho [41 \frac{1}{3}]$ . Sequere canonis institutum quadrans  $\frac{4}{9}$ , fit  $\frac{16}{81}$ , adde ad  $41 \frac{1}{3}$ , fit  $41 \frac{43}{81}$ . Huius tetragonum latus est  $\frac{58}{9}$ , hoc est,  $6 \frac{4}{9}$ , aufer  $\frac{4}{9}$ , restat 6, numerus quem oportuit inuenire. Nam quadratum 6 est 36, & huius dodrans est 27. Ipsius autem 6 bes fit 4, adde ad 27, fit summa data 31. Quod erat probandum.

Ex istis itaque notabis, ea quae super equationibus prima, & secunda, in canone simplici dicta sunt antea, in hoc etiam, & sequentibus obseruari. Sed iam ad canonem secundum transeamus.

## Secundi canonis exemplum.

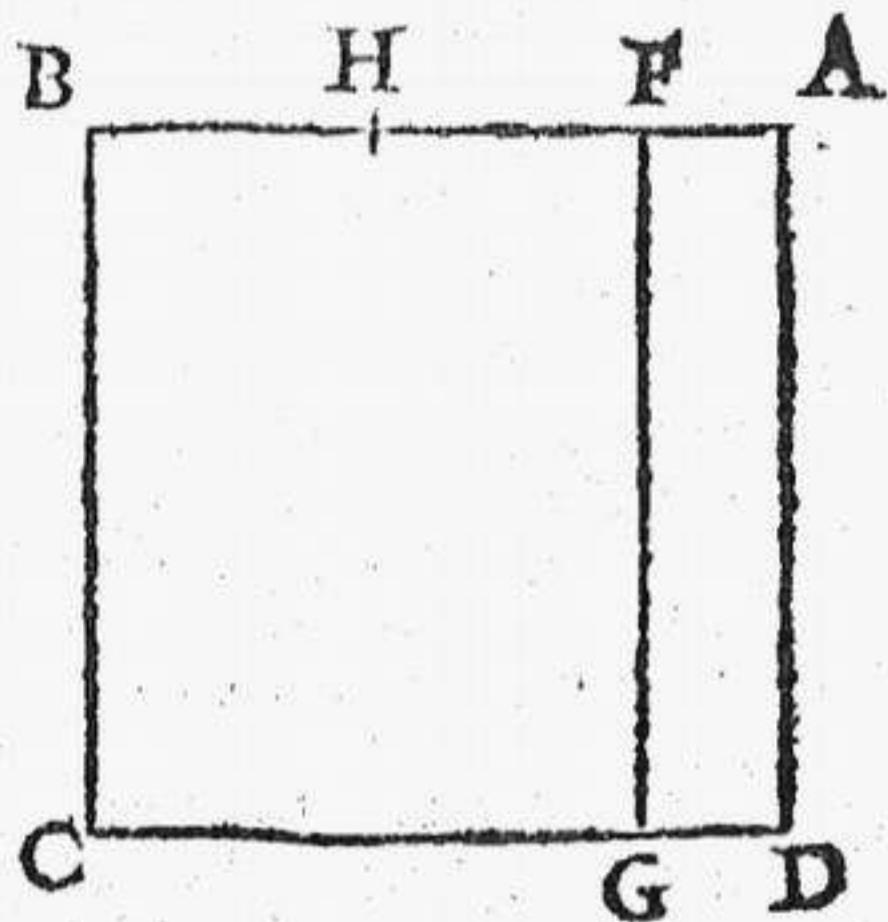
Numerum inuenire, cuius quadratum octuplo sui lateris deducto, relinquat 20.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in se fit 10, aufer octuplum sui lateris, quod est 89, restat



$10 M 8 p$ . Habes igitur  $20 [10 M 8 p]$ . Fac æqua-  
 tionem, donans utrobique  $M 8 p$ , fit  $20 P 8 p [10]$ .  
 Et huiusmodi quantitates, æquatione facta, canon  
 secundus semper habebit, hoc est quadratum in cõ-  
 tento, & duas in continente reliquas. Quarum al-  
 tera quæ numeri titulo censetur pars est ipsius con-  
 tenti, sicut erat in priore quadratum. Super quibus  
 ad inuentionem quæsiti, ita procedit opus. Primum  
 ex dimidiato linearum numero factum quadratũ,  
 additur continentis numero, cuius summæ tetrago-  
 nicum latus dimidiato linearum numero coniun-  
 ctum, summam facit, eum quem quæris numerum.  
 Sicut in proposito, quadra semissem numeri linea-  
 rum, qui est 4, fit 16, adde numero 20, fit 36, hu-  
 ius tetragonum latus est 6, adde dimidium nu-  
 meri linearum, scilicet 4, fit summa 10, numerus  
 quem oportuit inuenire. Patet igitur inuestigatio-  
 nis huius differentiam, à præcedenti, in hoc solum  
 esse, quòd hic linearum dimidium tetragonico la-  
 teri iungitur, unde prius iubebatur auferri. Fit  
 etiam in hoc canone demonstratio, sicut in primo,  
 paucis mutatis. Post æquationem factam, semper  
 est intelligendum deformari quadratum, veluti est  
 $B A C D$ , diuisum per lineam  $F G$  in duo rectan-  
 gula  $B G$ , &  $F D$ , quorum alterum semper ha-  
 bet quadraturam numeri in continẽte relictæ, qua-  
 lis est hic 20 in rectangulo  $F D$ , in parte autem

lateris quadrati, sicut est  $B F$ , numerus linearum semper habetur, et totum quadrati lateris  $B A$  numerum quæsitum in se continet. Quem inuestigabis diuidendo lineam  $B F$  per equalia in si-



gno  $H$ . Erit igitur  $H F A$ , & ipsius quadratum  $16$ . Scimus autem ex propositione sexta secundi, rectangulum  $F D$ , unâ cum quadrato lineæ  $H F$ , esse æquale quadrato lineæ  $H A$ . Sed rectangulum  $F D$ , unâ cum quadrato lineæ  $H F$ , est  $36$ , ipsa igitur lineæ  $H A$ , est tetragonicum latus numeri  $36$ , quod est  $6$ , cui si iungas numerum lineæ  $H B$ , qui est  $4$ , fit totius lateris  $B A$  numerus  $10$ , quem oportuit inuenire. Quod erat demonstrandum. Si autem quadratum dimidiij linearum iunctum continentis numero, summam constituat, unde non possit haberi tetragonicum latus, indicium erit, impossibile quæstionem in numeris absolui. Est autem primi, & secundi canonum inter se magna vicinitas, quod exemplo sequenti patebit.

Duos numeros inuenire, quorū sit dif-  
feren

ferentia 3, & ex ductu alterius in alterum fiat 28.

**P**one maiorem esse 19, minor igitur erit 19 M 3. Duc in 19, fit 10 M 39 [ 28. Fac æquationem donans utrobique M 39, fit 10 [ 28 P 39. Quoties autem una solum quantitas relinquatur in continente, ex ipso fieri debet contentum, ut constituto sine canon terminetur. Hic igitur habebis 28 P 39 [ 10 ]. Qui terminus est canonis secundi. Sumpto igitur dimidio 3, quod est  $1\frac{1}{2}$ , multiplica in se, fit  $2\frac{1}{4}$ , adde numero 28, fit  $30\frac{1}{4}$ . Huius tetragonum latus est  $5\frac{1}{2}$ , adde  $1\frac{1}{2}$ , fit 7 numerus maior. Igitur minor ex data differentia 3, noscitur esse 4. Sunt itaque duo numeri 7 & 4, quos oportuit inuenire.

Si autem positio fiat hic super numero minori, terminabit sese calculus aliter, utpote ponendo minorem esse 19, maior erit 19 P 3. Duc in 19, fit 10 P 39 [ 28 ]. Et ita ratio cadit in canonem primum. Cuius est operandi modus similis priori, nisi quod ex tetragonico latere  $5\frac{1}{2}$ , auferri debet  $1\frac{1}{2}$ , & restabit 4 numerus minor, cui iuncta differentia 3, fiet numerus alter 7. Quos oportuit inuenire. Dispositio etiam Regule in canonibus habet locum, velut si proponatur hoc modo.

Numerum inuenire, cui addendo 8, & ex ea summa detractioe facta, quæ sit proportionalis additamēto, residuū fiat 63.

**P**one talem numerum esse 19, adde 8, fit summa 19 P 8. Et quoniã fieri proponitur detractio ad rationē additamēti, vt eã inuenias. Dispone Regulã dicēdo. Si 19 fit 19 M 8, quod 19 P 8: Operare multiplicãdo 19 M 8 in 19 P 8, fit 10 M 64. Partire in 19, prouenit fragmentū  $\frac{10 M 64}{19}$  [63. Frãge 63 subscripta monade, sic  $\frac{63}{1}$ . Et more fragmentorum multiplicando  $\frac{63}{1}$  in  $\frac{10 M 64}{19}$ , fit 10 M 64 [639. Fac æquationem, donans utrobique M 64, faciẽsque ex continente contentum, habebis 639 P 64 [10] qui terminus est canonis secundi. Quadrabis igitur dimidium 63, quod est  $31 \frac{1}{2}$ , fit  $992 \frac{1}{4}$ . Adde 64, fit  $1056 \frac{1}{4}$ . Huius tetragonum latus est  $32 \frac{1}{2}$ , adde  $31 \frac{1}{2}$ , fit 64 numerus quem oportuit inuenire. Nam si ad 64 addideris 8, quæ est pars octaua 74, fit summa 72, cuius pars octaua est 9, qua sublata restat 63, numerus datus in proposito. Quod erat probandum. Superest vt canonem tertium persequamur.

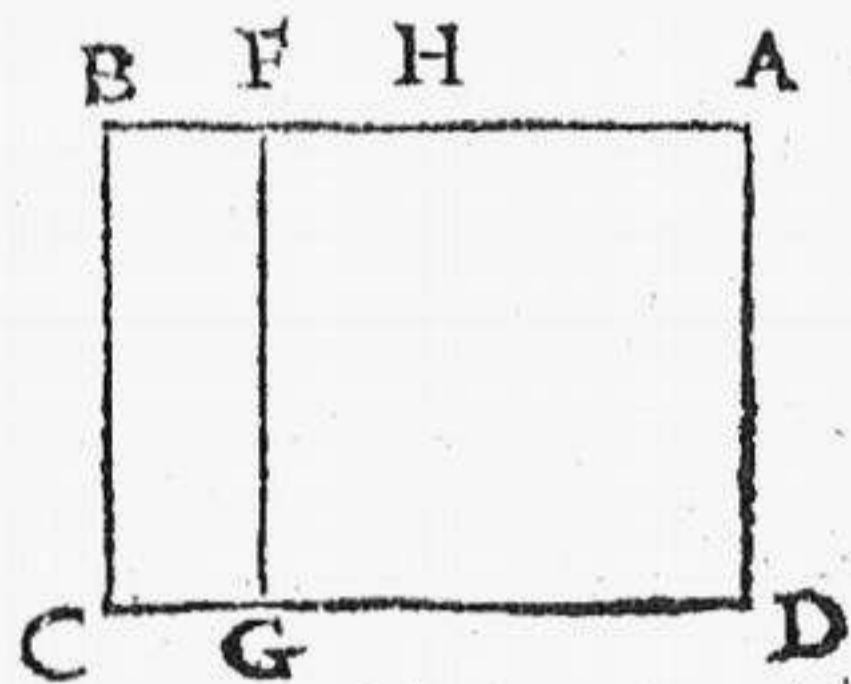
### Tertii canonis exemplum.

Numerum inuenire, qui ductus in 8, &  
ex

ex producto sublati 12, residuum quadrato suo faciat æquale.

**P**one talem numerum esse 19. Duc in se, fit 10. Rursum ducito 19 in 8, fit 89, aufer 12, restat 89 M 12. Habes igitur 10 [ 89 M 12. Fac equationem, donãs utrobique M 12, fit 10 P 12 [ 89 ]. Et huiusmodi contentum numeri linearum canon tertius semper habebit, & duas in continente reliquas. Hic autem quamvis aliquantulum improprie, dicitur linea contentum, quia finis est canonis, quo dignoscitur ab aliis. Ex istis operatio disponitur in hunc modum. Imprimis ex dimidiato linearum numero fit quadratum, unde continentis numerus subtrahi debet, eiusque residui tetragonici latus iunctum dimidiato linearum numero, summam constituit, eum qui queritur numerum. Sicut in proposito, quadrata linearum dimidium 4, fit 16, aufer numerum 12, restat 4, cuius tetragonici latus est 2. Adde linearum dimidio 4, fit 6, numerus quem oportuit inuenire. Huius tertij canonis figuratio similis est ei, quæ facta est in canone primo, non tamen est eadem in utroque demonstratio. Hic autem post equationem factam, intellige describi rectangulum, quale est B A C D, divisum in duas partes, secundum lineam F G, quarum altera sit quadratum F D, altera verò rectan-

gulum  $B G$ , cuius quadratura numerum continentis semper obtinet, qualis est hic 12. Latus autem  $B A$  numerum habet linearium, sicut est in hoc loco 8.



His ergo cognitis quantitas lateris  $F A$ , quae numerum quaesitum semper habebit, investigatur hoc modo. Diuidatur linea  $B A$  per aequalia in puncto  $H$ . Est igitur linea  $H A$  4, & ipsius quadratum 16. Et quoniam linea  $B A$  diuiditur per aequalia in puncto  $H$ , & per inaequalia in puncto  $F$ . Scimus ex quinta secundi Elementorum, rectangulum  $B G$ , una cum quadrato lineae  $F H$  esse aequale quadrato lineae  $H A$ , quod est 16, unde sublatis 12, restat 4 pro quadrato lineae  $F H$ . Ipsa igitur  $F H$  est 2, quod iunctum ad 4 facit 6 numerum lineae  $F A$ , quem quaerimus inuenire. Quod erat demonstrandum. Unde etiam operationis ratio constat. Si autem ipsum 2 auferatur ex 4, restat 2, qui numerus est lateris  $B F$  in rectangulo  $B G$ , cuius quadratura cum sit 12, si partiatur in 2, prouenit sicut priori modo 6, numerus quaesitus. Et ita tetragonicum latus residui, vel additione, vel subtractione quaesitum nobis numerum ostendit, expeditius tamen addendo.

Hoc

Hoc autem vltimum de subtractione, cum Lucas in canonibus antiquis. quos citat, inuenisset, non intelligens, suam demonstrationem multis prosequutus, legitime concludere nunquam potuit. Vult enim, & sepius inculcat, ad inuentionem quæsitæ, opus esse aliquando adiectione dimidiij linearum, & aliquando detractio. Et propterea (inquit) nõ potuit, nec vnquam poterit super hac re dari regula certa, sicut in aliis. Hunc errorem, ex demonstratione quam feci, tam apertum, omnes quos viderim sequuntur, sed præcipuè Stephanus, etiam in deterius. Afferit enim quæstiones, quarum calculus in hunc canonem incidit, quem quartum ipse facit, maxima ex parte duplici constare responso, idque probare conatur exemplo. Quod iam quale sit, inspiciamus. Estõ propositum (inquit) inuenire numerum, qui ductus in 5, sit æqualis suo quadrato, iunctis 4. Pone talem numerum esse 19. Duc in 5, fit 59. Rursum ducito 19 in se, fit 10, iunge 4, fit 10 P 4 [ 59 ]. Accipe dimidium 5, quod est  $2\frac{1}{2}$ , duc in se, fit  $6\frac{1}{4}$ , aufer 4, restat  $2\frac{1}{4}$ . Huius tetragonici latus est  $1\frac{1}{2}$ , adde  $2\frac{1}{2}$ , fit 4, numerus quem oportuit inuenire. Si autem ipsum tetragonici latus  $1\frac{1}{2}$  auferatur ex  $2\frac{1}{4}$  restat monas, quam etiam vult Stephanus esse numerum qualis proponitur. Nam quadratum monadis est ipsa monas, quod iunctum ad 4 facit 5. Et

ita videtur Stephanus dicti sui causam satis probasse. Quod minimè verum est. Licet enim in actu logistico monas numeri rationem obtineat, nequaquam tamen est numerus, sicut ex definitione sua constat apertè. Dicendum itaque nullum esse numerum, qualis modò proponitur, præter 4, cuius inuentio constat adiectione dimidiati linearum numeri  $2 \frac{1}{2}$  ad  $1 \frac{1}{2}$ . Quòd autem detractio reperiatur monas, indicio est, eam esse latus rectanguli, cuius quadratura numerum continentis (sicut dixi) semper obtinet, qui est in hoc loco 4. Quare partiendo 4 in 1, prouenit sicut priori modo 4, numerus quesitus. Talis etiam opinio Stephani nunquam habet locum, præterquam in monade. Cardanus insuper in opere quod inscripsit perfectum, super huiusmodi adiectione, vel detractioe, ex aliorum ferè sententia loquitur, ita tamen ineptè, & implicitè, vt difficulter intelligas quid sibi velit. Est enim in verbis, & sensibus barbaries homini peculiaris. Ex his igitur patet quemadmodum Lucas, Stephanus, & alij, fines canonis huius diuersè, malèque perceperunt. Quod vt plenius intelligatur, aliquot adhuc exempla subiiciam.

Numerum 17 ita bipartiri, vt portio maior in semissem ducta minoris producat 36.

Pone



**P**one unam portionem esse 1 ρ, altera igitur erit 17 M 1 ρ, quæ ducenda est in  $\frac{1}{2}$  ρ. Sed quò magis expeditè ratio procedat, ducito 17 M 1 ρ in 1 ρ, fit 17 ρ M 1 ◊. Et quia duplicasti contentum 36, & habebis 17 ρ M 1 ◊ [ 72. Fac æquationem, donans utrobique M 1 ◊, fit 72 P 1 ◊ [ 17 ρ ]. Sequere præscriptũ canonis, multiplicando in se  $8 \frac{1}{2}$ , fit  $72 \frac{1}{4}$ , aufer 72, restat  $\frac{1}{4}$ , cuius tetragonicum latus est  $\frac{1}{2}$ , quod si addatur ad  $8 \frac{1}{2}$ , fit 9, portio maior. Si autem  $\frac{1}{2}$  auferatur ex  $8 \frac{1}{2}$ , relinquetur 8, portio minor. Sunt igitur ex 17 due partes 9 & 8, quas oportuit inuenire.

Numerum inuenire, cuius quadrati decuplum, iunctis 50, decuplo sui geminato, fiat æquale.

**P**one talem numerum esse 1 ρ. Huius quadrati duplum, iunctis 50, fit 2 ◊ P 50, & decuplum 1 ρ geminatum, fit 20 ρ. Habes igitur 2 ◊ P 50 [ 20 ρ. Fac æquationem secundam, minuens singula dimidio, restat 1 ◊ P 25 [ 10 ρ ]. Procede via canonis, quadrans dimidium 10, fit 25, aufer numerum 25, restat 0, cuius tetragonicum latus est 0, quod si vel addas ad 5, siue subtraxeris inde, tantũdem efficies, quia semper relinquitur 5,

numerus quem oportuit inuenire. Si autem quadratum dimidiati numeri linearum non fuerit maius, aut æquale continentis numero, signum est, impossibile fieri quod quæritur.

Ita se habet trium canonum compositorum ab antiquis institutio tradita nobis, cuius tamen authorem, qui Luca sit antiquior, nullum adhuc vidi nec extare puto. Operationes autem singulorum proprias, quò facilius memoria teneantur, subiectis versibus explicui.

### Trium canonum versus.

Lex erit in primo, numerum quem linea fecit  
 Dimidio quadrata sui, numero cõiungere: post hæc  
 Summa latus præbet numerum qui quæritur: inde  
 Dimidio dempto numeri, quem linea signat.

Ex hac lege canon voluit mutare secundus,  
 Vt lateri iungas numerum quem primus ademit.

Tertius ex numero quem dimidiata reliquit  
 Linea multiplicans, numerum deducere quærit.  
 Post hoc  $\&$  à reliquo lateris quod sumitur infert  
 Linea dimidio, si tollas feceris idem.  
 Quod quamuis summus Lucas non vidit in arte.

An

An in quadratura canones  
compositi plures tribus  
commodè fieri  
possint.

**D**isputans Lucas de compositis canonibus  
asserit, non plures tribus fieri posse. Cui sen-  
tentie Cardanus in opere, quod paulò suprà memo-  
raui, non verbis solum, sed re ipsa valde repugnat.  
Totum enim librum prodigiosa canonũ multitudi-  
ne constipauit, capitulorum nomine vocans, atque  
distinguens, in primitiua, deriuatiua, imperfecta,  
particularia, maiora, singularia, & multis modis  
aliter, atque nominibus, velut in frustula secans  
congerit in aceruos. Hoc autem quale sit, nec præ-  
ter rem, nec erit inspicere vanum. Opinionem suam  
Lucas ea ratione fundabat, quòd videret composi-  
tionem canonum circa tres solum quantitates ver-  
sari, quæ sunt numerus, linea, superficies, & in vna  
trium singulos finiiri, vnde differunt inter se et ope-  
ris formam diuersè capiunt. Propterea non posse  
fieri, vt quantitatum suarum triadem excedant.  
Intelligebat etiam regulas huiusmodi, non tam ad  
communis vsus necessitatem, quàm ad meditatio-  
nem subtilitatis inuentas. Quæ cum circa discipli-

nas pateat in immensum, nisi certis legibus intra modum exerceatur, magis est onerosa quàm utilis, ne tam excitat, quàm obruit ingenium. Propter hoc igitur Euclides Geometriæ parens, linearum quæ dicuntur irrationales videns infinitatem, quam vltima decimi propositione monstravit, materiem totam intra species linearum tredecim conclusit, quas ad usum Geometricum sufficere, nemo unquam sanæ mentis (vt puto) dubitavit. Cardanus autem in suis sese capitulis ultra terminos Euclidis efferens, per quantitates trium, & quatuor, pluriumve nominum, multis etiam adiectionibus, & detractionibus intricatas, quæ situm magis implicat quàm soluit. An verò semper intra verum consistat, nihil impresentiarum attingo. Huc accedit quòd particularia plurimum sectatur, quorum est infinita multitudo, et exaggeratio ridicula, nulliusque momenti. Cum autem demonstrationes ad multa satis afferre laboreet, nullam tamen adhuc legitimè procedere, vel concludere vidi. Dicamus itaque tres istos canones super quantitatibus totidem compositos, vnà cum simplici, ad usum logisticum, & exercitationem solertiæ, satis abundeque sufficere. Novos autem, quales fecit Cardanus, & alij, quos citat, hoc est vanos, imperfectos, implicitos, particulares, nō dico multos, sed infinitos posse constitui. Et quò quisquis magis erit corrupto iudicio,

cio,

cio, & artis methodon minus intelligens, hoc illi procliuius fiet, ad istum modum abuti literis, atq; barbariem inferre disciplinis.

Quomodo autem canones ad irrationaliū quadraturam accommodentur, cū non sit huius instituti, in alio quod adhuc cuditur opere, si Deus vitam, & ocium dederit, ostendam.

## De regula quantitatis.

**S**uperest aliud ratiocinandi genus, vulgò dictum Regula quantitatis, quadantenus simile quadraturæ, vna tamen positione non absoluitur, sed duabus, aut tribus, pluribúsve, minimum autem duabus. In huius prosecutione formam à Luca, & Stephano, aliisque cōmuniter positam ipse non sequar, cū sit omnium molestissima, captūq; difficilis. Sit ergo propositum.

Duos numeros inuenire, quorum primus cum semisse secundi faciat triginta: Secundus cum primi triente viginti.

**P**one primum esse 1 A, & secundum 1 B. Habes igitur 1 A,  $\frac{1}{2}$  B [ 30. Item 1 B,  $\frac{1}{3}$  A [ 20. Et æquationem secundam faciendo habebis 2 A, 1 B [ 60. Item 3 B, 1 A [ 60. Multiplica

2 A

2  $\mathcal{A}$ , 1  $\mathcal{B}$  [ 60 singulatim in 3, fit 6  $\mathcal{A}$ , 3  $\mathcal{B}$ ,  
 [ 180. Ex his detrahe 1  $\mathcal{A}$ , 3  $\mathcal{B}$  [ 60, restat 5  $\mathcal{A}$   
 [ 120 ]. Partire in 5, prouenit 24, qui primus  
 est numerus ex quæsitis. Ex numero 30 aufer 24,  
 residuum fit 6, quod est dimidium secundi, quare  
 ipse est 12. Sunt igitur duo numeri 24, & 12,  
 quos oportuit inuenire.

Tres numeros inuenire, quorum pri-  
 mus cum triente reliquorum faciat 14. Se-  
 cundus cum aliorum quadrante 8. Tertius  
 item cum parte quinta reliquorum 8.

**P**one primum esse 1  $\mathcal{A}$ , secundum 1  $\mathcal{B}$ , tertium  
 1  $\mathcal{C}$ . Erit igitur 1  $\mathcal{A}$ ,  $\frac{1}{3}$   $\mathcal{B}$ ,  $\frac{1}{3}$   $\mathcal{C}$  [ 14. Item  
 1  $\mathcal{B}$ ,  $\frac{1}{4}$   $\mathcal{A}$ ,  $\frac{1}{4}$   $\mathcal{C}$  [ 8. Et etiam 1  $\mathcal{C}$ ,  $\frac{1}{3}$   $\mathcal{A}$ ,  $\frac{1}{5}$   
 $\mathcal{B}$  [ 8. Ex his autem æquationem secundam fa-  
 ciendo, habebis pri-  
 mam, secundã, et ter-  
 tiam, quales hîc ap-  
 posui. Ex tribus istis  
 æquatiõibus aliæ, vel  
 multiplicando, vel inuicem addendo sunt facien-  
 dæ, quousque per detractionem minorum ex maio-  
 ribus relinquatur sola quantitas vnius notæ, quod  
 fiet hoc modo. Multiplica æquationem secundam  
 in 3, fit 3  $\mathcal{A}$ , 12  $\mathcal{B}$ , 3  $\mathcal{C}$  [ 96. Aufer primam, re-  
 stat

$$3 \mathcal{A}. \quad 1 \mathcal{B}. \quad 1 \mathcal{C} \quad [42] \quad | \quad 1^a$$

$$1 \mathcal{A}. \quad 4 \mathcal{B}. \quad 1 \mathcal{C} \quad [32] \quad | \quad 2^a$$

$$1 \mathcal{A}. \quad 1 \mathcal{B}. \quad 5 \mathcal{C} \quad [40] \quad | \quad 3^a$$

stat 11 B, 2 C [54.

Rursum multiplica  
æquationem tertiam

in 3, fit 3 A, 3 B, 15  
C [120. Detrahe

primam, restat 2 B,  
14 C [78. Multi-

plica in 11, fit 22 B,  
154 C [858. Item

multiplica 11 B, 2 C  
[54, in 2, fit 22 B,

4 C [108. Aufer ex  
22 B, 154 C [858,

restat 150 C [750].

Partire in 150, prouenit 5, qui est tertius numerus  
C. Cum iam inueneris 1 C ualere 5, ex æquatione,  
quæ est 2 B, 14 C [78, aufer 14 C, hoc est 70, fit  
residuum 8, quod ualet 2 B, est igitur 4 secundus  
numerus B. Vt autem habeas primum ab æquatio-  
nis tertiæ numero 40, detrahe 5 C, & 1 B, hoc est,  
29 fit residuum 11, qui primus est numerus A.  
sunt itaque tres numeri 11. 4. 5, quos oportuit in-  
uenire.

Aliter etiam, pauca mutando, & expeditius  
propositum habebis. Diuide 2 B, 14 C [78, per  
equalia, fiet 1 B, 7 C [39]. Partire 39 in 7, proue-  
nit 5, cum residuo 4, qui sunt duo numeri, tertius

C, &

$$\begin{array}{r} 3 A, 12 B, 3 C [96 \\ 3 A, 1 B, 1 C [42 \\ \hline 11 B, 2 C [54 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 A, 3 B, 15 C [120 \\ 3 A, 1 B, 1 C [42 \\ \hline 2 B, 14 C [78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 22 B, 154 C [858 \\ 22 B, 4 C [108 \\ \hline 150 C [750] \end{array}$$

C, & secundus B. Et ita cum in æquatione postrema, ex duobus numeris antecedentibus, alter fuerit monas, residuum, & proueniens erunt duo ex quæsitis numeris. Quod tamen aliquando fallit, sed rarissimè. Multis præterea modis super factis æquationibus ratio procedet, quorum erit utilior studiosis inuestigatio propria, quàm aliena traditio.

Data summa qualibet, tres numeros inuenire, quorum primus cum semisse, secundus cum triente, tertius cum quadrante reliquorum eam summam singuli constituent.

**E**sto data summa 17. Pone primum ex numeris quæsitis esse 1 A, secundum 1 B, tertium 1 C. Erit igitur 1 A,  $\frac{1}{2}$  B,  $\frac{1}{2}$  C [17. Item 1 B,  $\frac{1}{3}$  A,  $\frac{1}{3}$  C [17. Et etiam 1 C  $\frac{1}{4}$  A,  $\frac{1}{4}$  B [17. Et per æquationem secundam, habebis, sicut hic ordine collocaui, tres æquationes, quas ita tractabis. Multiplica tertiam in 2, fit 2 A, 2 B, 8 C [136. Subducito primam, remanet 1 B, 7 C [102] partire in 7, prouenit 3 cum residuo 11, qui sunt duo numeri, tertius C, & secundus B. Ut habeas primum, ab æquationis tertiæ numero 68, detrahe 4 C, 1 B, id est, 63,



63, relinquitur 5, qui primus est numerus A. Habes itaque tres numeros 5. 11. 13, quales oportuit inuenire.

Si autem volueris ad postremam equationem calculum perducere, in qua sit vnus solum notæ numerus. Multiplica equationem secundam in 2, fit 2 A, 6 B, 2 C [ 102. Detrahe primam, restat 5 B, 1 C [ 68. Multiplica 1 B, 7 C [ 102, in 5, fit 5 B, 35 C [ 510, aufer 5 B, 1 C [ 68, fit residuum 34 C [ 442 ]. Partire in 34, prouenit 13, qui tertius est numerus C. Reliquos inuenies more iam dicto. His compertis, si summam mutare libeat, utpote in 85, per Regulam ita facies. Si 17 fit 85, quid 5? quid 11? & quid 13? Operare, & inuenies tres numeros, scilicet 25. 55. 65, propositi qualitate prioribus similes.

Quatuor numeros inuenire, quorum primus cum semisse reliquorum faciat 17. Secundus cum aliorum triente 12. Tertius cum aliorum quadrante 13. Quartus item cum aliorum sextante faciat 13.

**P**one primum esse 1 A, secundum 1 B, tertium 1 C, quartum 1 D. Erit igitur 1 A,  $\frac{1}{2}$  B,  $\frac{1}{2}$  C,  $\frac{1}{2}$  D [ 17. Item 1 B,  $\frac{1}{3}$  A,  $\frac{1}{3}$  C,  $\frac{1}{3}$  D [ 12. Item 1 C,  $\frac{1}{4}$  A,  $\frac{1}{4}$  B,  $\frac{1}{4}$  D [ 13. Et etiam

$1D, \frac{1}{6}A, \frac{1}{6}B, \frac{1}{6}C$  [13. Et equationem secundam faciendo, erunt

quatuor, quas hic ordinatim posui. Multiplicata equationem secundam in 2, fit  $2A, 6B, 2C, 2D$  [72, aufer primam, restat  $5B, 1C, 1D$  [38. Rursum multiplicata equationem quartam in 2, fit  $2A, 2B, 2C, 12D$  [156. Aufer primam, restat  $1B, 1C, 11D$  [122. Multiplicata in 5, fit  $5B, 5C, 55D$ , [610. Aufer  $5B, 1C, 1D$  [38, remanet  $4C, 54D$  [572].

Partire in 54, ita tamen ut partitor sub numero partitionis semel tantum disponatur, prouenit 10, qui quartus est numerus D. Item residuum partitionis, quod est 32, partire in numerum C, qui est 4, prouenit 8, qui tertius est numerus C. Ut autem habeas secundum, ex equationis, que est  $5B, 1C, 1D$ , numero 38, aufer  $1C, 1D$ , hoc est 18, fit residuum 20, quod ualet  $5B$ ,

quare

$$\begin{array}{r} 2A. 1B. 1C. 1D [34 \\ 1A. 3B. 1C. 1D [36 \\ 1A. 1B. 4C. 1D [52 \\ 1A. 1B. 1C. 6D [78 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2A, 6B, 2C, 2D [72 \\ 2A. 1B. 1C. 1D [34 \\ \hline 5B. 1C. 1D [38 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2A. 2B. 2C. 12D [156 \\ 2A. 1B. 1C. 1D [34 \\ \hline 1B. 1C. 11D [122 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5B. 5C. 55D [610 \\ 5B. 1C. 1D [38 \end{array}$$

$$\hline 4C. 54D [572]$$

quare 1 B valet 4, qui secundus est numerus B. Primus habebitur, si ex æquationis secundæ numero 36 abstuleris id quod iam inuenisti valere 3 B, 1 C, 1 D, hoc est 30, fit residuum 6, qui primus est numerus A. Sunt igitur quatuor numeri 6. 4. 8. 10. quales oportuit inuenire.

Aliter etiam, & breuius operatio fiet. Quere differentiam æquationis primæ ad quartam, et inuenies 1 A, 5 D, 44. Ergo 5 D valent 1 A, P 44. In æquatione secunda aufer 1 A, & adde 5 D, et 44, fit 3 B, 1 C, 6 D [ 80. Partire 80 in 6, ita tamen, vt partitor 6 semel tantum collocetur sub 80, prouenit 10, qui quartus est numerus D, et ex partitione residuum 20, valet 3 B, 1 C. Item ab æquationis secundæ numero 36, aufer 3 B, 1 C, 1 D, hoc est 30, restat 6, qui primus est numerus A. Rursum ab æquationis primæ numero 34, aufer 2 A, 1 D, hoc est 22, fit residuum 12, quod valet 1 B, 1 C. Sed iam inuenisti 3 B, 1 C valere 20, aufer 1 B, 1 C, id est 12, residuum 8 valet 2 B, quare 1 B valet 4, qui secundus est numerus. Iterum ex numero 12, qui est 1 B, 1 C, aufer 1 B, quod est 4, restat 1 C, qui est tertius numerus 8. Ex his itaque, sicut ex precedentibus, habes quatuor numeros quæsiuos 6. 4. 8. 10.

Alia etiam via ratio procedet, in hunc modum. In æquatione tertia pone 5 D, P 44, et deme 1 A,

fit 1 B, 4 C, 6 D [ 96. Partire in 6, more iam dicto, prouenit 10, quartus numerus D, cum residuo 36, quod est 1 B, 4 C. Ab æquationis tertiæ numero 52, aufer 1 B, 4 C, 1 D, quæ iam inuenisti ualere 46, restat 6, qui primus est numerus A. Rursum ab æquationis primæ numero 34, detrahe 2 A, 1 D, hoc est 22, fit residuum 12, quod ualet 1 B, 1 C. Inuentum est autem 1 B, 4 C ualere 36, sublatis igitur 1 B, 1 C, quæ sunt 12, ex 36, remanet 24, quæ sunt 3 C. Ergo 1 C ualet 8, qui tertius est numerus C. Demito 8 ex 12, restat 4, qui secundus est numerus B. Habes igitur hoc modo, sicut antea, quatuor qui queruntur numeros, 6 .4. 8. 10.

Si cui modus iste calculi uideatur obscurior in hac regula, cuius est etiam rarior usus, certò sciat alium cõmuniter usurpatum longè plus afferre molestiæ, multòq; difficilius capi. Innata enim rebus ipsis obscuritas arte quidem leuari potest, tolli autem nullo modo.



LIBER QVARTVS.



*L*IBRIS superioribus iactis veluti fundamentis, pars operis nunc superest sanè pulcherrima, ipsaque subtilitatis exercitatione fructuosa. Vbi logisticæ quæstiones, non solum numeris proponuntur, Arithmeticoꝝ instar problematum, sed rebus variis applicantur, quæ vel ad usum vitæ, vel ad meditationem ingenij, aut ad vtraque simul pertineant. Nam et regularium usus, cum earum sedes, vel rei natura, vel arte propositi sunt in occulto, non aliter melius, aut utilius doceri potest, quam ipsa vestigationis varietate multiplici. Magna etiam traditionum particularium copia, vnâ cum ipsis sese quæsitis aperit. Ad hæc autem non via Logisticorum trita communiter incedam, qui multitudine quæstionum libros exagerrant, eandem sæpius speciem, aliis, atque aliis, mercaturis tanquam diuersum applicantes. Vt etiam

fraudes mercimoniorum, & imposturas, usurarumque modos diligenter instituāt. Quem ab usum ipse non sequar, sed inuentionum species necessarias, & in quibus aliquid industrie subtilioris, artificiique consistit quæstionibus diuersis, magis quàm multis ostendam. Neque enim mercatores, sed Logisten instituo. Qui posteaquàm in his fuerit exercitatus, quoquo se vertat, artem explicabit facillimè. Quantumlibet igitur quisquis studio naturæque valebit, materiam hinc inueniet, in qua, & neruos ingenij dignè contendat, & industriam solerter oblectet.

### Quæstio I.

Quingenti milites stipendio semestri Aureos nouem millia capiunt. Quæro secundùm eam rationem, milites ducenti, quadrimestri spatio, quot Aureis stipendiari debeant?

**Q** Vere primùm stipendium quingentorum militum in vno mense, disponendo Regulã. Si menses 6, dant aureos 9000, quid mensis 1? Operare, & habebis Aureos 1500. Dic iterum, Si milites 500 vno mense capiunt Aureos 1500, quid milites 200? Inuenies operando, Aureos 600.

Quos

Quos multiplicans in menses 4, facies Aur. duo millia quadringentos, stipendium quadrimestre militum 200. Quod erat quæsitum.

*Aliter.* Multiplica militum numeros separatim, in suos cuiusque menses, hoc est 500, in 6. Et 200 in 4, habebisque 3000, & 800. Fingens itaque numeros istos esse milites, dispone Regulam. Si milites 3000 capiunt Aureos 9000, quid milites 800? Operare, & inuenies 2400, sicut in numeratione priori.

## Quæstio 2.

Dum frumenti modius emitur Nummis quatuor et viginti, pistor eos panes, qui venduntur Assē singuli, facit vnciarum pondere quindecim. Aduenit autem annonæ caritas, sic vt staret modius Nummis duobus et triginta. Quæro, ad quot vncias minui debet panis qui venditur Assē?

**E**X institutione ac lege pistorica quantum crescit annona pretio, tantum decrescunt ad incrementi rationem pondere panes, quorum idem manet pretium. Ad hoc itaque disponi Regula solet, vt fiat sicut antecedens ad antecedens, ita & consequens ad consequens. Hoc est, sicut pretium

maius ad pretium minus, ita & unciae plures ad  
 uncias pauciores. Dicunt igitur: Si pretium 32 fit  
 24, quid unciae 15? Inveniuntur operando unciae  
 undecim cum quadrante. Ad quos minuitur panis  
 qui venditur Assē. Et sic formulam istam calculi  
 scriptorum vulgus prosequitur. Sed parum quidem  
 legitime. In hoc enim decipiuntur, quod operas &  
 impensas panificij ad exactam rationem non intel-  
 ligunt esse necessarias. Quae tamen si varie secun-  
 dum loca taxentur, semel tamen constitutae vicif-  
 citudinem annonae quamlibet eodem valore subse-  
 qui debent. Velut in proposito, ut solvatur recte  
 quaesitum, ponamus operas cum impensa panificis  
 in frumenti modium municipali lege taxari ad  
 Nummos octo. Igitur ad utrunque preciorum 32  
 et 24 adiici debet numerus 8, fientque pretia 40  
 & 32. Quare dispositio Regulae vera sic erit. Si  
 pretium 40 fit 32, quid unciae 15? Operare & ha-  
 bebis uncias duodecim, ad quas minui debet panis  
 qui venditur Assē. Videmus itaque computatio-  
 nem istam in singulis panibus unciae dodrante su-  
 perare priorem. Et talis excessus in maiori diffe-  
 rentia pretiorum annonae incrementō semper maio-  
 re pistorum commodo, procedit. Cauendus igitur  
 est error, non solum quia turpis, sed & quia repu-  
 blicae damnosus. Si verò conuersim quaestio fiat, po-  
 nendo modium ex Nummis 32 decreuisse ad 24;

&



Et scire velis unciæ duodecim ad quem numerum crescant. Additione facta sicut prius Nummorum. 8 ad pretia frumenti, ita ratiocinandum. Si 32 decreuit ex 40, unde 12. Operare et inuenies unciæ quindecim. Quod erat ex conuersione quæsitum. Hac etiam via datis ponderibus, dabuntur et pretia legitimè.

### Quæstio 3.

Tres simul adolescentes viam progressi, de viatico suo conferunt in prandium communiter. Primus quidem panes quatuor, et cariotas viginti. Secundus panem vnum, cū vino, quod emerat Denariis duobus et triginta. Tertius cariotas octo, et panes septē. Cū iam discubitum esset cœptusque apponi cibus, superueniens Quartus, collationē suam caseum Lunensem adiecit. Exacto prādio, subductaque ratione, compertum est, æqualiter omnes symbola dedisse. Quæro, quanti fuit panis, caseus, et cariota separatim,

**R**atiocinium ita facies. Quoniam proponitur à singulis esse collatum æqualiter, sublatis panibus quatuor, ex septem, et cariotis octo, ex

viginti, manifestum est tres panes, æquari pretio cariotis duodecim. Nam si ab æqualibus auferantur æqualia, quæ relinquuntur erunt æqualia. Valet igitur Primi collatio panes nouem. A quibus vno sublato, quem contulit Secundus, restant panes octo, æquales vini pretio, quod est Denariorum 32. Valet igitur panis vnus Denariis quatuor. Adde ad vini pretium, fit Denar. 36, qui valor est symboli vniuscuiusque. Aufer panes quatuor, hoc est, Denarios sexdecim, à symbolo Primi, restant Den. viginti pro cariotis totidem. Valet igitur panis Den. quatuor, cariota Denario. Caseus Den. triginta sex. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 4.

Tres in cœnam conuictores symbola cõferunt huiusmodi. Primus quidem duos panes, & pisces ad Nummos septem. Secundus autem quatuor panes, & quinque Nummos ad condimenta. Tertius verò panem vnum, & præterea vinum ad Nummos octo. Ineunte cœna superuenit Quartus, qua peracta, comperitur ex supputatione symbolum debere Nummorum duodecim. Quæro, quid ex hac collatione Quarti debeatur singulatim, Primo, Secundo, & Tertio?

*Inuen*

**I** Neunda est autem hoc modo ratio. Quoniam symbolum Quarti supputatur ad Nummos duodecim, valent symbola quatuor Nummis quadraginta octo. Aufer ab hac summa Nummos vini, condimentorum, & piscium. Videlicet, octo, quinque, & septem, restant Nummi vigintiocto. Tanti ergo fuerunt panes septem, quos tres contulerunt. Quare panes duo, cum piscibus Nummorū septem (quod fuit symbolum Primi) valent Nummos quindecim. Igitur & symbolum secundi (scilicet quatuor panes, & nummi quinque pro condimentis) erit Nummorum 21. Et tertij Nummorum duodecim. Quarti autem symbolum Nummorum est etiam duodecim. Vt ergo fiant equalia inuicem symbola trium, Primo debentur ex collatione Quarti, Nummi tres, Secundo nouem, Tertio nihil. Quod erat quæsitum,

### Quæstio 5.

Fabri quatuor sibi succedentes inuicem, domum septem et septuaginta diebus absoluerunt, mercede diuersa fabricantes. Primus enim diurnas operas locauit singulas, duobus Sestertiis, Secundus tribus, Tertius quatuor, Quartus quinque. Euenit tandem opere facto, vt eandem quisque summam pecuniæ reportarit ex mercede. Quæro, quot quisque dies seorsum in ea domo fabricauit?

**N**ihil aliud propositum habet quàm numerũ septuaginta septem, in quatuor partes ita diuidere, vt prima, si ducatur in 2, tantundem producat, quantum secunda, si ducatur in 3. Et tertia in 4. Et quarta in 5. Ad hoc autem adhiberi potest numerus quilibet. Sed vt particularum molestia vitetur in opere, perquiratur talis numerus, quem 2. 3. 4. 5 metiantur. Duc itaque 2 in 3, fit 6, & iterum 6, in 4, fit 24. Postremo 24, in 5, fit 120. Qui numerus est qualis queritur. Partire 120, in numeros Sextertiorum ordinatim, hoc est, in 2. 3. 4. 5, proueniẽtque quatuor numeri, 60. 40. 30. 24. Quos adde simul, fit 154. Dispone Regulam, si 154 essent 77, quid 60? quid 40? quid 30? quid 24? Operare, & habebis quatuor numeros 30. 20. 15. 12, qui simul iuncti faciunt 77. Dicemus igitur operas diurnas Primi esse triginta. Secundi, viginti. Tertij, quindecim. Quarti, duodecim. Quod erat quesitum. Fuit autem singulorum merces Sextertiorum sexaginta. Probationem experimento facere promptum est.

Si, 145, 77, 60? 30.

40? 20.

30? 15.    30    20    15    12

24? 12.     $\frac{2}{60}$      $\frac{3}{60}$      $\frac{4}{60}$      $\frac{5}{60}$

Quest

## Quaestio 6.

Amphora vini posita magni tres potatores, dispari tamen bibacitate conuenerunt. Primus enim, amphoram solus haufisset, horis quatuor et viginti. Secundus, duodecim. Tertius, octo. Quæritur, quot horis ipsi tres simul potitando potores amphoram exhauriant.

**H**uiusmodi vestigationem Lucas, per unam propositionem fieri dixit, nec tamen explicat, operis exemplo. Et etiam alibi, quaestionem similem repetens, modo diuerso, circuituque longo procedit. Quem alij ferè sequuntur. Ego autem sic. Collige primùm, ex temporis ratione, bibacitatis differentiam inter potores. Cùm enim Secundus horis duodecim, & Tertius horis octo, tantum vini consumant, quantum Primus horis quatuor & viginti, manifestum est, Secundum bibendo valere duos, eodem tempore, qualis est Primus. Et Tertium similiter valere tres. Quæ quidem ratio perinde facit, ac si vnus, duo, & tres, hoc est sex compotores equè vinosi, ad amphoram simul conueniant, quam vnus ipsorum quilibet solus exhauriat horis 24. Quare patet, tempus vnus, in sex partes equaliter distribuendum. Vt autem inuenias rationis iam dictæ

dictæ numeros, partire semper maximum tempus, in alia minora separatim, eruntque prouenientia, numeri in ratione quesita. Ad quos semper additur monas. Exempli gratia, Partire horas 24, in 12, & in 8. prouenit 2, & 3, adde 1, fit 6. Diuidens igitur 24 in 6, habebis horas quatuor, quibus tres simul potores amphoram ebibant. Quod erat quesitum.

Aliter. Finge tres horarum numeros, 24. 12, 8, esse tres particulas, singulis monade superposita, interfecante virgula, sic  $\frac{1}{24}$ ,  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{8}$ . Quas adde simul, fit  $\frac{1}{4}$ . Et talis particule denominator, in suum numeratorem partiri debet. Velut in hoc loco, 4 in 1, prouenit 4, sicut ex operatione priori. Hæc autem, ut est fortasse compendiosior, ita & intelligentiam magis habet in occulto.

### Quæstio 7.

Tres architecti, vnusquisque cū suo grege fabrorum, conuenientes, absolutionē ædificii pacti sunt. Primus quidem, ad aliquot menses, Secundus, paucioribus dimidio, Tertius paucioribus adhuc tertia parte, quàm Secundus. Tandem verò, vnà simul omnes opus aggressi, domum absoluerunt, intra duos menses. Queritur, quoto quisque mēse singulatim, ædificationē istā peregisset?

Con

**C**onuerſionem à præcedenti facit hæc quæſtio, in qua cum dicatur Secundus architectus paucioribus dimidio menſibus, opus abſolue-  
re quàm primus. Pone pro tempore Primi, quod eſt maximum, quemlibet menſium numerum, utpote  
6. Erunt igitur pro Secundo, menſes 3, & pro ter-  
tio 2. Partire 6 in 3, & in 2, erunt prouenientia,  
2, & 3. Quæ ſimul iuncta faciunt 5. Adde 1, fit  
6. Habes itaque ſecundùm formulam datam in præ-  
cedenti, ſex architectos inuicem æquales. Quorum  
opus in propoſito datur abſolui, intra duos menſes.  
Numerus ergo menſium Primi, talis eſt, quo diuiſo  
in 6, proueniat 2. Quem ut inuenias, multiplica 6  
in 2, fit 12. Dicemus igitur Primum ex archite-  
ctis, per ſe ſolum ædificationem abſoluerè potuiſ-  
ſe, duodecimo menſe. Quare & Secundum, menſe  
ſexto, & Tertium, quarto. Quod erat quæſitum.

Lucas ſimile quiddam, ſed vitioſè proponit, hoc  
modo. Tres ſocij domum ædificant. Primus quidem,  
per ſe ſolus opus abſolueret, intra dies aliquot, Se-  
cundus verò, diebus ſex tardius, Tertius autem bi-  
duo tardius à ſecundo. Et tres ſimul ædificãtes, do-  
mum biduo perficiunt. Queritur, quoto die, iſtorũ  
vniſquiſque ſeparatim, domum perficeret? Multa  
concurrunt hìc in vnum vitia. In primis enim tur-  
pis eſt error in propoſitione, propter dierum conſti-  
tutiones incertas. Vnde, non vno modo ſtabili, inter  
oper

operarios differentia colligi potest. Etenim si posueris, à Primo domum perfici octo diebus, Secundus perficiet diebus quatuordecim, & Tertius sexdecim. Primus igitur valet diligentia duos, qualis est Tertius, & vnum cum dodrante, qualis est Secundus. Rursum positione mutata, si Primus ad perficiendum dies habuerit 6. Secundus habebit 12, & Tertius 14. & sic Primus, non minus quàm duos (sicut antea) qualis est Secundus, & plus quàm duos, qualis est Tertius operando valebit. Videmus itaque propter modum positionis incertum, nihil ad responsum certi posse constitui. Et ex hoc semper sequitur solutio falsa, vel incerta, prout est quam posuit Lucas. Quamquam & alio quoque morbo laborat, quod in binomia cadit. Quoniam facta est inuestigatio per quadraturam, qui modus non est in hac quæstione legitimus, sicut nec in alijs etiam multis: sed quem affectatione quadam præpostera subtilitatis, nimium multi sectantur. Unde frequenter tam se ipsi quàm alios fallunt.

### Quæstio 8.

Navis instructa maiori velo, ab Hostiensi portu Massiliam nauigat, octo diebus. Addito autem minori velo, idem facit quinque diebus. Quæritur, si maiori velo sit exarma-

ta



ta, relicto minore, quoto die cursum eūdem perficiat? eodem flatu perseverante.

**H**ic attende, quòd dum velo maiori, nauigatio cōpletur per octo dies, pars cursus octaua quotidie perficitur. Quare per id tempus quinque dierum, quibus expletur tota nauigatio, duobus velis, maius per se velum, de via tota conficit quinque octauas. Minus ergo velum perficit residuum, quæ sunt tres octauæ. Dispone Regulã. Si  $\frac{3}{8}$  itineris, 5 dies absument, quid totum iter, hoc est 1? Partire 5 in  $\frac{3}{8}$ , & habebis 13  $\frac{1}{3}$ . Respondebis itaque nauigationem expleri, minori velo, diebus tredecim cum triente. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 9.

Tribuni tres, habito delectu, legionem ita conficiunt, vt duo seorsum à Primo, milites habeant, quatuor millia nongentos. Duo autem, præter Secundum, tria millia septingentos sexaginta. Duo præterea sine tertio, quatuor millia sexcētos sexaginta. Quæro quot separatim milites, quisq; tribunorū legerit?

**I**n hac vestigatione, documentum hoc habebis, vt primū ipsi, prout iacent numeri, colligantur in vnum, hoc est 4900, 3760, 4660 fit summa

13320. Quæ quidē duplo maior est, quàm sit militum numerus. Propterea partiatur in 2. Prouenit 6660. Vnde subtrahi debent singulatim summæ iam positæ. Quarum prima fuit 4900. Restat 1760, pro multitudine militum Primi tribuni. Et sic de aliis. Respõdebis igitur. Primum tribunorum legisse milites, mille septingentos sexaginta, Secundum duo millia noningentos, Tertium duo millia. Quod erat quæsitum.

Si autem fieret quæstio de quatuor tribunis, summa primùm collecta partiri debet in 3. Quoniam ipsa triplicatur supra verum, & si de quinque quadruplicatur. Et ita deinceps.

### Quæstio 10.

Si oua quinque valent pomis triginta, et poma nouem, pyris duodecim, et centum pyra, Denariis viginti quinque. Quæro, quanti sit ouum?

**I**N hac specie, regulam disponere ter oportet. Primum sic, Si poma nouem, valent pyris 12, quid poma 30? Operare & inuenies pyra 40. Et tanti sunt oua quinque. Dic iterum, Si pyra 40, valent ouis 5, quid pyra 100? Operare & inuenies oua  $12 \frac{1}{2}$ . Ad postremum dicitur. Si oua  $12 \frac{1}{2}$ , valent denarios 25, quid valet ouum? Inuenies operando

vando, Denar. 2. Et tanti fit ouum in proposito.  
Quod erat quaesitum.

Quaestio 11.

Quidam ouorum sportam mercatus est, datis in hexades singulas Denariis septem. Vendēs autem postmodum heptades singulas Denar. decem lucrum fecit Denariorum octoginta octo. Quaero, et ouorum numerum in sporta, et Denariorū quibus emptā fit?

**H**ic etiam opus est Regulam tertio dispone-  
re. Imprimis hoc modo. Si oua 6, valent De-  
narios 7, quid oua 7? Operare & inuenies  $8\frac{1}{6}$ .  
Vendens autem ouorum heptades singulas Denar.  
10, super ouis 7, lucratur Den.  $1\frac{1}{6}$ . Dic igitur.  
Si lucrum Den.  $1\frac{1}{6}$ , fit super ouis 7, vnde lucrū  
Den. 88? Operare & inuenies tercentum triginta  
sex, qui fuit ouorum numerus in sporta. Vt autem  
scias, quot denariis emptā sit. Dispo. Reg. Si oua 6,  
constant Den. 7, quanti oua 336? Inuenies operan-  
do 392. Dicendū igitur ouorum numerum in spor-  
ta. fuisse ter centum triginta sex. Preciū verò De-  
narios tercētū nonaginta duos. Quod erat quaesitū.

Quaestio 12.

Quidam emptis aliquot pomis, paria

singula permutauit, nucibus decem, quarum centurias singulas postea vendens, Nummis duodecim, inuenit se lucrificasse quintam partem suae sortis. Quaero, quanti fuit pomum?

**A**d inuestigationem hanc, necesse est primum quaerere sortem Nummorum 12. Quae quidem, sicut proponitur, ad lucrum est quincupla. Aufer igitur ex 12 sextam partem, quae est 2, restat 10, quae sors erit unius centuriae nucum. Dic ergo, Si nuges 100, valent Nummos 10, quid nuges 10? Operare & inuenies Nummum. Sed decem nuges sunt permutatae pomis duobus. Valent igitur duo poma Nummo. Dic iterum: Si poma 2, valent Numm. 1, quid pom. 1? Inuenies nummi semissem. Et pomum fuit tanti. Quod erat quaesitum,

### Quaestio 13.

Quidam nucibus emptis, eas amigdalalis totidem permutauit, restituens ad centurias singulas Denarios decem. Vendens autem amigdalorum pentades singulas Denario, inuenit se lucratum partem undecimam suae sortis, hoc est Denarios viginti. Quaero, quot nuges emptae sint, et quanti?

**I**nquire primo loco, quanti veniuntur amigdala 100, disponendo Regulam. Si amigdala 5,   
vene

veneunt Den. 1, quanti amigd. 100? Inuenies Den. 20, pro sorte simul, & lucro amigdalorum 100. Quorum lucrum secundum ea quæ proponuntur, est pars undecima sortis. Igitur partire 20 in 12, prouenit  $1 \frac{2}{3}$ , quod est lucrum, aufer ex 20, restat  $18 \frac{1}{3}$ , pro sorte amigd. 100. Sed totius venditionis lucrum est Den. 20. dic igitur. Si lucrum  $1 \frac{2}{3}$ , venit ex amigd. 100, unde 20? Operare & inuenies amigd. 1200. Quare et nuces totidem emptæ sunt. Quarum pretium sic inuestigabis. Iam inuenisti, super amigd. 100, precium, hoc est sortem, esse  $18 \frac{1}{3}$ , unde pro restitutione facta, debet auferri 10, restat  $8 \frac{1}{3}$ , quæ est sors pro nucibus 100, Dic ergo. Si nuces 100. precium habent  $8 \frac{1}{3}$ , quid nuces 1200? Operare & inuenies Den. 100. Dices igitur emptas esse centum viginti nuces Denarius centum. Quod erat quæstio.

### Quæstio 14.

Titius aliquot mala citrea comparauit, sic ut starent pentades singulæ Denariis septem. Fuit autem totius emptionis multitudo, citreorū, dico, cum Denariis simul, quadringenta viginti. Quæro, Denarios separatim a citreis?

**H**ic nihil habes expeditius quàm ex multitudine 420, facere duas partes, quarum

fit iter se ratio, sicut 7 ad 5. Dic igitur, Si 7 & 5, hoc est 12, fiant 420, quid 7? & quid 5? Operare & inuenies 245, & 175. Qui numeri simul faciunt 420. Respondebis itaque emptionis Denarios fuisse ducentos quadragintaquinque: citrea vero centum septuagintaquinque. Quod erat quesitum.

$$\begin{array}{r} \text{Si, } 12, 120, 7? 245. \\ \quad \quad \quad 5? \underline{175.} \\ \quad \quad \quad 420 \end{array}$$

### Quaestio 15.

Tres pecuarii communiter pascuum locauerunt, Aureorum mercede sexaginta. In quo Primus suum gregem ouium centum viginti, in pastione tenuit, diebus quinquaginta: Secundus centum triginta oues, diebus viginti quinque: Tertius oues ducentas, diebus viginti. Quaero, quotam mercedis partem singuli debeant?

**M**ultiplica singulorum oues in suum tempus hoc est, 120 in 50, & 130 in 25, & 200 in 20. Fient tria producta 6000, & 3250, & 4000. Adde simul, fit 13250. Dispo. Regu. Si, 13250 debet aureos 60, quid 6000? quid 3250? quid 4000? Operare & inuenies à primo deberi  
Aur

*Aureos 27  $\frac{2}{53}$ , à Secundo Aur. 14  $\frac{38}{53}$ , à Tertio reliquum, id est, Aureos 18  $\frac{6}{53}$ . Quod erat quaesitum.*

### Quaestio 16.

Quingenti milites in praesidio dispositi, annonam suam recensentes, inuenerunt dierum adhuc quadraginta obsidionē se posse perferre, si panes singulos unciarum decem & octo, ad victum sibi diurnum viritim constituant. Peractis autem in hac dieta viginti diebus, acceperunt ab Imperatore suo nuncium de commeatu, si dies adhuc triginta tollerarent. Quæro ad quem modum panes unciarum decem & octo minui debēt, ut ad praestitutum tempus alimoniae sufficient?

**C***um dies 20 crescant ad 30, tempus ipsum augetur tertia parte. Quare & panes oportet minui tertia parte. Ut ex diminutione suppleatur augmentum. Dic igitur. Si dies 30, fiant 20, quid unciæ 18? Operare & inuenies uncias duodecim, qui modus est ad quem panes redigantur, Quod erat quaesitum.*

### Quaestio 17.

Quidam emptis pomis sexaginta, pretio

Denariorum quatuor & viginti. Et ea ipsa vendens eodem quo emit pretio, lucrum fecit unius Denarij. Quæritur, quoniam modo ipsa poma vendiderit emptor?

**Q**uestionem hanc ita proponit Stephanus. Cui primum respondeo, fieri posse nullo modo, ut sit hoc verum. Posito enim emptionis pretio quolibet, si fiat vendendo quantumcunque lucrū, excedit emptionem venditio. Et sic non erit idem utrinque pretiū. Sed qualis sit iste παραλογισμός, non erit inspicere vanum. Si poma (inquit Stephanus) 60 emuntur Denariis 24, stabunt singula quinque poma duobus denariis. Et sic empta sunt tria poma Denario, et duo poma Denario. Emptor igitur vendens triades pomorum Denario, ad numerum triginta, & eodem numero paria singula Denario, habet denarios decem, et quindecim, hoc est, viginti quinque. Et ita unius Denarij lucrum fecit vendens eodem, quo emit pretio, id est, tria poma Denario, & duo poma denario. Ita tradit Stephanus. Ego autem huiusmodi venditionem, ab emptione diuersam sic ostendo. Cum emuntur 60 poma Denariis 24, nequaquam stabunt tria poma Denario, & duo poma Denario separatim quomodo libet. Sed ita demum, si triades singule, dyadibus singulis comitentur. Quod in exemplo nostro

stro



*stro v̄ditionis non est factum, in qua fuerunt addi-  
cta Denario terna poma decies, & bina poma  
Denario quindecies. Vnde non fuit similis emptio-  
ni venditio, quod erat demonstrandum. In hoc igi-  
tur se ipse Stephanus sophismate cōiecit in errorē.*

### Quaestio 18.

Famulus annua mercede conductus Au-  
reorum decem, & vestis vnius, pretio nobis  
incognito, post menses quatuor dimissus à  
domino, vestē tulit pro rata mercedis. Que-  
ro, quanti fuit vestis?

**Q**uoniam in quatuor mēsis tulit famulus  
vestem, pro salario, in reliquis octo mensi-  
bus Aureos decem tulisset. Dic igitur. Si menses 8  
dant Aureos 10, quid menses 4? Operare & ha-  
bebis Aureos quinque. Et tanti fuit vestis. Quod  
erat quaesitum.

### Quaestio 19.

Armiger æquiti ministraturus in annum,  
stipendio vnius equi, cuius pretium igno-  
ras, & Aureorum viginti, exacto bimensi  
tempore discessit, datis Aureis decem domi-  
no, vt equū haberet, pro rata seruitij. Qua-  
ro, quanti fuit equus?

**S**I coeptum ministerium cōtinuasset adhuc ar-  
 miger, decem mensibus, Aureos habuisset vi-  
 ginti, & decem, quos dedit in equum. Dic igitur si  
 menses 10, dant Aureos 30, quid menses 2? Ope-  
 rare & inuenies Aureos 6, pro stipendio bime-  
 stri. In cuius solutionem dedit equum miles, acce-  
 ptis Aureis 10. Quare valuit equus Aureos sex-  
 decim. Quod erat quæsitum. Probationem ita  
 facies. Cum per Regulam inueneris equum valere  
 Aureos 16, adde stipendij Aureos 20, fit 36.  
 Diss. Regu. Si menses 12, dant Aureos 36, quid  
 menses 2. Operare & inuenies Aureos 6, sicut in  
 dispositione priori. Quod erat probandum.

### Quæstio 20.

Architectus officinatori suo mercedes  
 annuas in quinquennium eo progressu con-  
 stituit, ut ab Aureis quadraginta octo, conti-  
 nua proportione crescerent, ad Aureos, in  
 annum quintum, ducētos quadraginta tres.  
 Quæro, quænam fuerit merces, annis inter-  
 mediis singulatim?

**E**X ductu primæ mercedis 48. In quintam  
 243, producitur 11664. Huius tetragoni-  
 tum latus, quod est 108, fit tertia merces. Et simi-  
 liter ex producti primæ in tertiam tetragonico la-  
 tere

tere 72, secundam mercedem inuenies. Et item quartam, ex producti tertiæ in quintam tetragonico latere 162. Habes itaque in ratione sesquialtera, cōtinuè proportionales quinque numeros, 48. 72. 108. 162. 243. Vnde respondebis, anni secundi mercedem fuisse, Aureos septuaginta duos, Tertij, centum & octo. Quarti cētum sexaginta duos, Quod erat quæsitum.

### Quæstio 21.

Canis stadio scmotus à lepore, quinta parte velocior ipso, fugientem cursu persequitur. Quæro, intra quot stadia pertinget ad leporem?

**D**ata velocitatis ratio facit, vt à lepore decursu stadio, sit item à cane stadium decursum, & quinta pars stadij. Quare spatium illud, quo distabat primùm canis à lepore, in vno stadio cursus, quinta sui parte fit breuius. Dic ergo. Si stadij  $\frac{1}{5}$  minuitur in 1, intra quot minuetur 1? Operare partiendo 1 in  $\frac{1}{5}$ , & habebis stadia quinque, quibus decursis à lepore, canis ad ipsum pertinget. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 22.

Conuictores duodecim ad mensam sedentes in scamno, quæritur, quot modis inter

ter se variis sessionis ordinē mutare possint?

**H** *Vius mutationis indaginem sic institues. Unus, vno modo tantum sedere potest, Duo autem, duobus, quisquis scilicet sedendo semel in primo loco, Tres verò, sexies concessum variabunt. Primo enim in suo loco manente duo reliqui sedem bis mutabunt, & reliquorum quisquis similiter, locum primum capiens, ordinem diuersum bis faciet. Et sic erit in tribus, sexies ordo mutabilis. Quare & in quatuor dispositio, quater & vigesies diuersa continget. Primo siquidem in prima sede locato, tres reliqui sese loco sexies diuersi mutabunt. Et ita deinceps, tribus reliquis per vices occupantibus primum locum, ter sexies mutabilitas erit. Ex istis igitur, in multitudinem quamlibet, regula procedet, si ducatur sessionum numerus, in eum qui proximè sequitur maior, sedentium numerum, proueniētque multitudo sessionum talis numeri. Velut in proposito: Ducatur vna sessio, in duos sedentes, proueniēt sessiones duæ. Ducantur iterum sessiones duæ, in tres qui sedent, fientque sex modi sessionum, quos tres faciunt. Item ducantur 6 in 4, fient sessiones 24. Ductis præterea 24 in 5, fient 120. Et insuper ductis 120 in 6, fiet 720. Rursum ductis 720 in 7, fient 5040. Et deinde semper, ad hanc formam, multiplicatio perducatur ad 12, proueniētque*

que sessiones 479001600, quas modis inter se variis, conuictores duodecim sedentes in scanno facere possunt. Quod erat quaesitum.

2	720	3628800
<u>1</u>	<u>7</u>	<u>11</u>
2	5040	3628800
<u>3</u>	<u>8</u>	<u>3628800</u>
6	40320	39916800
<u>4</u>	<u>9</u>	<u>12</u>
24	362880	79833600
<u>5</u>	<u>10</u>	<u>39916800</u>
120	3628800	479001600
<u>6</u>		
720		

### Quaestio 23.

Aleator ex ludo primùm retulit Aureos duodecim. Quibus repositis lucrum fecit secundum, proportione prioris. Et ad postremùm, simili super tota summa lucro, reportauit Aureos vigintiseptem. Quæro cū quot Aureis à principio, lusor ad aleam venit?

**H**ic nihil aliud habes quàm quatuor numeros  
 In eadem ratione continua reperire, quorum  
secund

secundus sit 12, & quartus 27. Ad hoc igitur multiplicata 12 in 27, fit 324. Huius tetragonici latus est 18, quod erit medium proportionale inter 12 & 27. Dispositis ergo tribus numeris 12. 18. 27, ut quartum proportionalem inuenias, per Regulam poteris operari ordine conuerso, hoc est, ut primus sit 27, & inuenies 8. Vel quod erit expeditius, cum sit hæc ratio sesquialtera, ex numero 12 sublatis 4, restant 8. Inuentis itaque quatuor numeris continuè proportionalibus, qui sunt 8. 12. 18. 27, dicendum erit, aleatorem ludo primum intulisse Aureos octo. Quod erat quæsitum.

Est autem quod aduertas. Nisi numeri secundus, & quartus ita dentur, ut inter ipsos cadat medius proportionalis, quantitas Aureorum posita primum non erit numerus, nec etiam lucrum secundum, sed numeri non quadrati latus. Quod secundum propositum stare non potest, quoniam omnis pecunie quantitas, quam re ipsa quis habet, talis est ut per numerum exprimi, hoc est numerari possit. Dicemus igitur, si fiat ita, quæstionem malè, & ineptè proponi. Sicut in simili Lucas non solum vitiosè proponit, sed etiam malè soluit, & procul à vero. Dicit enim lusorem primo die lucratum sex Aureos, secundo, ad rationem primi, Tertio autem ad eandem rationem, Aureos tredecim, quærens cum quot Aureis ludum incepit? Duc (inquit) 6 in

13, fit 78, & 78 erunt Aurei pro lucro secundo. Post hæc autem ratiocinatione longa, molestaque procedens, inuenit positionem primam lusoris fuisse, Aur.  $5 \frac{1}{7}$  plus 78  $57 \frac{15}{49}$ . Quod omnino falsum esse, sic ostendo. Datis enim tribus quantitatibus, scilicet 13, 78, & 6, quò facilius quartam proportionalem inuenias, duc in se 13, fit 169, item 6 in se, fit 36. Dispositis ergo tribus numeris quadratis, 169. 78. 36, inuenietur per Regulam, quartus proportionalis esse  $16 \frac{104}{169}$ . Cuius latus, quod quidem minus est quam 5, erit quantitas Aureorum lusoris quæsitæ. Non autem  $5 \frac{1}{7}$  plus 78  $57 \frac{15}{49}$ . Quod quidem binomium maius est quam 12. Si autem intelligas lucra sine positionibus separatim, prout velle videtur ipse Lucas, error fiet peior priore. Ponamus exempli facillioris causa, lucrum primum, à sua positione, seu sorte discretum fuisse 12, Secundum 24, Tertium 48, quorum est subdupla ratio continuè. Verum igitur erit dicere, ipsorum positiones ordinatim fuisse, 6. 12. 24, vel 3. 6. 12, vel etiam 2. 4. 8, item 1. 2. 4. Quas siue disiunctim, siue coniunctim cum suis lucris accipias, eadem semper manebit subdupla ratio continuè. Ex his itaque manifestum est, regulam qua procedit Lucas non esse veram. Cum inde semper vel falsum sequatur, vel incertum. Et hunc errorem Cardanus sequitur, etiam in deterius, viâque

dup

duplici. Dat enim in quæstione simili tres numeros continuè proportionales 16. 12. 9, quærens quartū proportionalem. Deinde progressus secundum Lucam, & etiam aliter, inuenit vtroque modo, eum qui quæritur numerum, esse 27. Quod euidenter est falsum. Inuenitur autem per Regulam talis numerus esse  $6\frac{3}{4}$ . Visum est autem non inutile nobis, eos qui sunt apud Lucam errores indicare, quæ Logistici vulgò tanquam ducem, quocunque præcedat, facile sequuntur.

### Quæstio 24.

Gaius oues triginta pecuario tradit, pacto conuento, vt post quatuor annos pecus ipsum cum incremento in partes æqualiter cedat vtrique. Et anno peracto Gaius iterū alias oues triginta simili conditione tradit eidem. Quæro, quātum temporis debeatur, ad custodiam totius gregis simul, vt ex conuentione pastor habeat dimidium?

**S**I post quadriennium pastor pecudes 30, primū acceptas, domino restituat, dimidium habebit ex pacto. Aliarum autem 30, quas habuit traditione secunda, ita demū accipiet dimidium, si ad quadriennium iam expletum, adiciat annum illū, à cuius principio non habuit vltimas oues 30.

Sed



Sed quoniam habet quæstio, vt sit custodia totius gregis simul necesse habet pecuarius, totum simul custodire pecus, capitum 60 ultra quadriennium. Si autem essent oues solæ 30, ipsum custodiæ tempus supra quadriennium esset annus. Quoniam igitur ultra debitum pastoris, numerus gregis ex 30 creuit ad 60, ratio deponit, dictum anni tempus (ne pastoris sit onerosum) ad eum modum decrescere, quo creuit & pecus. Creuit autem pecus altero tanto, quare & altero tanto tempus annuū minui debet. Quod per Regulam ita facies. Si 60 creuit ex 30, vnde creuit annus 1? Operare & inuenies  $\frac{1}{2}$ . Adde ad 4, fit  $4\frac{1}{2}$ . Erit itaque tempus, quo debet pastor totius gregis custodiam annorū quatuor cum dimidio. Quod erat quæsitū.

Ad inuestigationem hanc Lucas, Stephanus, Fortunatus, & alij, via (vt ipsi dicunt) fusionis metallorum procedunt. Quod est obscurum tradere per obscurius, & ipsius Regule confusio. Qua cū vti possis, nihil est industrius, nec quod intelligentiam rei magis aperiat.

### Quæstio 25.

Sed in proposito mutetur hoc solū, vt ad custodiam totius gregis simul, pastor nō teneatur, sed ex additamento pecoris, pro rata minuatur & tempus. Quæro tunc, de

quadriennio, qua ratione decrescat?

**N**ulla via calculus iste facilius erit, quam  
 oues 30 primùm datas, in suum custodiæ  
 tempus annorum 4 multiplicare, fientque 120. Et  
 alias item 30, post annum datas, in reliquum tem-  
 pus annorum 3, fientque 90. Adde ad 120, fit  
 summa 210. Dic igitur, Si, 210 creuit ex 120,  
 unde anni 4? Inuenies operando  $An. 2 \frac{2}{7}$ . De-  
 bet itaque tempus ipsum quadrimæ custodiæ mi-  
 ni, ad annos duos cū duabus septimis vnus. Quod  
 erat quaesitum.

### Quæstio 26.

Lucius pastori pecudum viginti custo-  
 diam tradit ad quatuor annos, pretio con-  
 uento dimidij gregis in fine temporis. Et  
 iterum Lucius post annum, alias quadragin-  
 ta, & post biennium sexaginta pacto simili  
 tradit eidem. Quaero, quâto tempore pastor  
 custodiam debeat, vniuersi simul gregis, vt  
 dimidium ex conuentione lucretur?

**C**alculum istum sic institue. Post annū quar-  
 tum officij pastoralis expleti, tollitur obliga-  
 tio custodiæ pecudum viginti. Et supersunt adhuc  
 in annum quintum, ex traditione secunda, quadra-  
 gene

genæ, & ex vltima sexagenæ. Vt autem sit grex totus simul, adde viginti priores, fit summa centum viginti. Crescit ergo numerus pecoris, supra debitum anni quinti, quod est centū. Quare & ad eam rationē dictus annus decrefcere debet. Dic igitur. Si, 120 creuit ex 100, vnde menses 12? Inuenies operando menses 10, quos solum debet ad custodiam pastor, anno quinto post quadriennium. Restat adhuc annus sextus, pro debito custodiæ capitum sexaginta, quibus adde reliquum gregis, quod est sexaginta. fit 120, incrementum scilicet ex debito 60. Dic ergo. Si, 120, creuit ex 60, vnde anni sexti menses 12? Operare & habebis tempus mensium 6, quibus adde menses 10, iam inuentos ex dispositione prima Regule, erunt menses 16, quibus iunctis ad quatuor annos, habebis quinquennium, & quatuor menses, tempus scilicet, quo debet pastor curam totius pecoris simul, vt dimidium lucretur. Quod erat quæsitum.

Aliter, & erit probatio. Statue mercedem annuam custodi quamlibet, vtpote Nummum, in singulas ouium. Quæ cum sint multitudine centum viginti, si totum pecus eodem tempore capiat, lucrabitur pastor quadriennio, Nummos 480. Quoquo modo autem acceperit, debet tale tempus custodiæ præfiniri, vt summa mercedis 480, eadem semper inueniatur. Quoniam igitur anni primi nu-

merus fuit capitum 20, idem erit & mercedis. Anni verò sequentis additamentum 40, ad priores 20, dat Nummos 60. Posterius autem bienium, multitudinem totam pecoris centum viginti duplicabit, ad Nummos ducentos quadraginta. Adde simul tres summas, 20.60.240, fiunt Nummi 320, quibus subductis ex tota mercede 480, residuum erit 160. Oportet itaq; numerum temporis tale inuenire, qui ductus in oues 120, producat 160. Partire igitur 160 in 120, proueniet  $1\frac{1}{3}$ , pro tempore quo debet custodiam pastor, additis quatuor annis. Et sic fiunt anni quinque cum triente, sicut ex operatione priori. Quod erat probandum.

### Quaestio 27.

Pone nunc pastorem & Lucium caulam ad triennium instituisse communiter, ea lege, ut Lucius oues ducentas, pastor centum traderet, et in fine grex totus bipartitò diuideretur aequaliter: Pastor autem sexaginta solum contulit, creuitque triennio pecus ad oues septingentas octoginta. Quaeritur quomodo sit grex inter socios diuidendus.

**S**Cire primum oportet, quid ex supplemento diminutæ collationis, quod est 40, prouenisset incrementi, disponendo Regulam: Si oues 260 creuerunt

uerunt ad 780, quid oues 40? Habebis opere facto, oues 120, quarum dimidium, hoc est 60, Lucio iure proueniunt, qui culpam socij præstare non debet. Bipartire gregem 780, fit utrique sua portio 360. Deme pastori 60, & adice Lucio: restant oues trecentæ pastori. Quare et quadringentæ viginti Lucio proueniunt. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 28.

Viatores duo ex eodem loco digressi, eodem itinere pergunt, ita ut primus milliaria duodeviginti quotidie faciat, alter verò, die primo, milliare tantum progreditur, altero duo, sequenti, tria, et ita deinceps vno plus semper milliari quotidie viam procedit. Quæritur, quoto die posterior priorẽ assequetur?

**Q**uæstionum similium talis est tractatio, ut illius qui tenore vno procedit, milliaria 18 duplicentur, vno dempto, & habebis 35, pro numero dierum, quibus se iunget posterior, ad præcedentem. Respondebis igitur, talem coniunctionem futuram, trigesimo quinto die, iam peracto. Quod erat quæsitum.

Probatio fiet, si milliaria quæ facit vterque separatim, in 35 diebus, duas summas inuicem æquales constituent. Colligentur autem milliaria pro-

gredientis inæqualiter, secundum regulas progressionum, ducendo 35 in 18, eritque summa 630. Alterius verò diurna milliaria 18, multiplicata in dies 35, produciunt etiã 630. Quod erat probandũ.

### Quæstio 29.

Dicamus ex suprapositis viatoribus alterum iter diei semper inire, milliarium viginti: alterum autem, primo die conficere milliare, secundo, tria, tertio, quinque, et sic ordinatim, spatiorum disparitate subsequi, donec assequatur alterum. Quæritur, quo tempore tantundem viæ peragravit vterque?

**S**I milliaria viginti data Primo viatori, dixisset esse dies viginti, quibus vterque tantundem viæ perrexerit, verè respondisti. Quod erat quæsitum.

Probatur sic. Disposita progressionem numerorum imparium à monade, vicesimus erit 39, cuius dimidium addito semisse, facit 20. Et sicut in regulis habuisti, quod fit ex ductu 20 in se, hoc est, 400, colligit in summa progressionem disparium viginti. Manifestum est insuper, summam itinerum primi viatoris, eam esse quæ provenit ex multiplicatione milliariorũ 20 in diestotidem. Quod erat probandum.

## Quaestio 30.

Muta rursus itinerum modos, dans Primo milliaria quindecim quotidie, Alteri verò progressum diurnū, per numeros ordine pares, ita vt prius sit duorum millium, secundus, quatuor, tertius sex: et eo semper incremento prosequatur priorem, donec assequatur. Quaero, quoto die fiat hoc?

**A** *Bitinere milliariorum 15, aufer 1, restat quatuordecim, pro numero dierum, quibus progressum fecerit eundem vterque viator. Quod erat quaesitum.*

*Et ad probationem inuenies vtriusque milliaria separatim 210, productum scilicet ex ductu 15 in 14. Quod erat probandum.*

## Quaestio 31.

Seruus, expilato domino, fugit, primo die milliaria quatuor & viginti, altero 23, tertio 22: et sic in dies factus securior, de fuga remittebat milliare. Dominus autem, indicio facto, eodem die furem rectā prosequitur, ad milliaria decē, postridie verò duodecim milliaria pergīt. Et ita semper curam intendens, iter diei praecedentis vno, atque

altero milliari superabat. Quæro, & ad quē diem, & ad quot milliaria, fugitium dominus apprehendit?

**A**D primam partem quæsitæ non est arti locus, sed experimēto, per quod deduces prosequentem ad interstitium tale, quod vno ipse die superās, ad furem pertingat. Dispositis itaque progressionum numeris dierū de-

cem, ab vtraque parte, & in	10	24
suam cuiusque summam colle-	12	23
ctis, quæ sunt 190, & 195, sta-	14	22
tim perspicias, quæsitum inter-	16	21
uallum esse milliaria quinque.	18	20
Cum igitur progressus domini	20	19
sit futurus, vndecimo die, mil-	22	18
liariorum triginta, serui autē	24	17
quatuordecim, manifestè pa-	26	16
tet furis apprehensionē in ali-	28	15
quam eius diei partem incide-	190	195
re. Et cum sit itinerū eius diei		

ratio, sicut 30 ad 14, & ipsius 30 super 14 excessus sit 16, ita se habet excessus viarum illo die, sicut 16 ad 14. Dic ergo, Si, 16 sit 14, quid milliaria 5? Inuenies operando fuisse  $4\frac{3}{8}$ . Quibus expletis post iter dierum decem tenebitur à domino seruus. Quod quidē iter dierum decem, ex ad-

ditio



ditione progressionis, inventum est esse miliariorum 195. Adde  $4\frac{3}{8}$ , fiunt mill.  $199\frac{3}{8}$ . Respondebis igitur, expilatorem apprehensum undecimo die, expletis à domino, tota via, miliaribus centum nonaginta novem, cū tribus octavis unius. Quod erat quaesitum.

Probatio sic erit. Cū itinerum ultimi diei ratio, sicut visum est, sit dupla sesquiseptima. Et iter undecimum fugientis compertū sit, esse mill.  $4\frac{3}{8}$ , ipsis multiplicatis in  $2\frac{1}{7}$ , producetur iter ultimum sequentis, hoc est mill.  $9\frac{3}{8}$ . Adde dierum decem progressionis dispositam summam 190, fit totum iter sequentis, mill.  $199\frac{3}{8}$ . Inventum est autem iter fugientis esse miliarium totidem, scilicet  $199\frac{3}{8}$ . Rectè igitur processit operatio. Quod erat probandum.

### Quaestio 32.

Cursor miliaria ducenta, quibus Lutecia distat à Lugduno, percurrebat die tertio. Alter autem, à Lugduno Luteciam peruolabat altero die. His eodem momento digressis, rectaque tendentibus contra se. Quaeritur, quānam itineris parte, & quoto die, concurrant inter se?

**S**I datum spatium mill. 200 bipartitò distribuas, ita ut sit unius partis ad alteram ratio,

sicut 3 ad 2, habebis propositum. Quod ut facias, pone currentem à Lugduno Luteciam esse 3. Erit igitur alter 2. Adde 3 & 2, fit 5. Disp. Reg. Si, 5 currunt millia 200, quid 2? & quid 3? Operare & inuenies mill. 80, à Lutecia, ubi fiet concursus, et mill. 120 à Lugduno decursa, quæ iuncta simul reficiunt mill. 200. Ut autem habeas diem, dispo. Reg. Si mill. 200 cursorem tenent dies 2, quid mill. 120? Inuenies operando diem  $1\frac{1}{5}$ . Dices itaque currentes occurfare sibi milliari à Lutecia octogesimo, ad quintam partem diei secundi, ex quo digressi sunt. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 33.

Duæ naues millibus stadiorum viginti disparatæ, iactis anchoris, idoneam tempestatem captabant, directò contra se nauigaturæ. Accidit autem ut Aquilone flante, diluculò prima solueret. Expletisque stadiis mille ducentis, sub vesperam cecidit Aquilo, & surrexit Africus, ad cuius impulsum altera naus vela faciens, mille quadringenta stadia, cursu nocturno peruolauit. Prima autem, reflante vento, reiecta stadiis septingentis, rursus Aquilone matutino, ad nauigationis externæ modum prouehitur. Et altera sexcentis stadiis retrocedit. Et sic alternatim,  
nocte

nocte diēque perseuerantibus ventis, flatu secundo, cōtrariōque vicissim, nauis vtrāque ferebatur. Quæro, ad quot nauigationis Itadia, & quo tempore naues conuenerunt?

**A** Cursu diurno primæ nauis, qui est stadiorū 1200, aufer recursum stadiorum 700, remanent stadia 500, qui verus est nauis progressus, in vno die horarum 24. Et similiter in nauī secundæ, subductis stad. 600, ex stadiis 1400, progressus erit stadiorum 800, in horis 24. Compone simul 500, & 800, sunt stad. 1300. Dic ergo, Si stad. 1300 tenent diem 1, quid stad. 20000? Inuenies operando dies  $15 \frac{5}{11}$ , quibus secundum Regulam fieret nauium concursus. Fit autem citius, quasi duabus horis, propterea quòd non eodem temporis momēto, nauis vtrāque cursum instituit: vnde etiam procedit nauigationum inæqualitas. Nam prima die, ab ortu lucis in alium ortum, prima nauis procedit stad. 500, secunda verò stad. 1400. Quare fit, vt eo ipso die, sit progressus stadiorum 1900, die autem sequenti, & omnibus aliis, vltimo dempto, ambæ simul naues contra se procedunt stad. 1300. Quibus multiplicatis in dies 13, & ad productum addendo nauigationem primam stadiorum 1900, fient stadia 18800, quæ est nauigatio dierum 14. Propterea nauis in ipso diluculo decimæ quintæ diei inter se distant stadiis 1200, &

in noctis principio, stad. 600. Et quoniã secũda na-  
uis nocte currit stadiis 1400, & eodem tempore  
prima recurrit altera parte minus, hoc est, stad.  
700, sequitur, vt cum prima retrocesserit stad.  
600, secunda processerit stad. 1200, & tunc fiet  
congressus nauium. Cuius horam vt habeas, fac no-  
ctem horarum 12, ita disponens Regulam, Si nauis  
secundæ stad. 1400, occupant horas 12, quid stad.  
1200? Operare & inuenies horas  $10\frac{2}{7}$ . Quo  
tempore noctis diei decime quintæ, facta est nauium  
congressio. Post hæc autem, vt detur iter nauium  
separatim multiplica primæ nauis cursum diurnũ,  
hoc est, stad. 500 in dies 15, producentur stad.  
7500. Et quoniam ab ipso noctis vltimæ recursu  
dempta sunt stad. 100, adde ad 7500, fit summa  
stadiorum 7600.

Quod est iter primæ  
nauis. Pro secũda du-  
cito stad. 800 in dies  
14, producuntur stad.  
11200. Adde noctis  
vltimæ stad. 1200,  
fit totum iter secun-  
dæ nauis stadiorum  
12400. Constat igi-  
tur naues ipsas in v-  
num conuenisse, de-  
cimo

500	800
15	14
<hr/>	<hr/>
2500	3200
500	800
<hr/>	<hr/>
7500	11200
100	1200
<hr/>	<hr/>
7600	12400
	7600
	<hr/>
	20000

*cimoquinto die, hora noctis decima, cum duabus septimis unius, decursis à prima stad. septem millibus sexcentis, à secunda verò stad. duodecim millibus quadringentis. Quod erat quaesitum.*

### Quaestio 34.

Eques Geómetra militiam pertesus, equū suum bellatorem proscripit, pretio constituto, super quatuor & viginti clavis solearum. Ad primum quidem unius Quadrantis, ad secundum, duorum, ad tertium, quatuor, ad quartū, octo. Et sic deinceps ad singulos clavorum, ratione continua, duplicando Quadrantes. Ex commilitonibus autem unus, tribuēs arti vanitatē, nulla cūctatione, equū sibi, quanti fuerat indicatus, data etiam cautione, postulat addici. Numerans deinde pecuniā, magnitudine stupefactus, ac gemens, artem sentire tandem, & mirari coepit. Geómetra verò multū de summa benignè remittens, ad sua se lætus studia recepit. Quæro, quanti fuit equus?

**V**T computationum istam planius in eas, estimata Quadrantem, aliqua pecunia nota, utpote, denarij nostri Turonensis quadrante. Valebit igitur Aureus noster solatus (ut nunc est) duo milia,

lia, ducentos & octo Qua-  
 drantes. Disponantur à mo-  
 nade numeri progressu Geo-  
 metrico duplæ rationis, or-  
 dinum quatuor & viginti,  
 quorum summa, secundum  
 regulas progressionum col-  
 ligitur, ordinem nouissimū  
 duplicando, dempta mona-  
 de. Duc igitur 8388608 in  
 2, & à producto aufer 1.  
 Surgunt totius progressio-  
 nis in summa Quadrantes  
 16777215. Partire in  
 2208, proueniunt Aurei  
 solati septem millia quin-  
 genti nonaginta octo, cum  
 particula  $\frac{81}{2208}$ . Et tanti fuit  
 equus. Quod erat quæsitū.

### Quæstio 35.

Operarius puteum  
 inundantis aqua flumi-  
 nis oppletum, ad cubi-  
 tos viginti exhaurien-  
 dum cōduxit Nummis  
 quinquaginta. Depletis  
 autem

1
2
4
8
16
32
64
128
256
512
1024
2048
4096
8192
16384
32768
65536
131072
262144
524288
1048576
2097152
4194304
8388608
2
<hr/>
16777215.

autem cubitis decem, necessitate quadam intercipitur opus. Quæro, quota pars mercedis redemptorem sequatur?

**Q**uestionis propositæ nodum expedire nemo poterit, nisi modus operis detur, quo egeritur aqua. Sit ergo ut unius haustus opera, vacuetur quinta sui parte cubitus, hoc est semipede, quæ pars est totius altitudinis aquæ centesima. Cum igitur semipes primus, unius sit operæ, secundus erit trium, tertius sex, quartus decem. Et ita deinceps continuabit progressus ad semipedem usque in fundo centesimum. Quare, prout se habent progressionum regulæ, multiplicando 101 in 50, producit in egestionem tota, operarum summa 5050. Et similiter in cubitis decem, ubi sunt semipedes 50, multiplicando 51 in 25, producentur operæ 1275. Dic igitur, Si operarum 5050 merces est 50, quænam erit operarum 1275? Inuenies operando Nummos  $12 \frac{63}{101}$ . Dicemus itaque iustam mercedem egestionis cubitorum decem esse Nummos duodecim, cum sexaginta tribus centesimis primis unius Nummi. Quod erat quæsitum.

Quòd autem egestionis modus (sicut dictum est) dari debeat, mercede diuersa patebit. Sit in proposito, ut haustu vno aqua depleatur altitudine palmi, qui quadrans est in pede, & in cubito  
dextans

dextans, & in aquæ profundo pars fiet ducentesima. Hoc igitur posito erunt in opere toto, haustus 20100, & in decem cubitis 5050, fietque regulæ dispositio talis. Si haustus 20100 lucrantur Nummos 50, quid haustus 5050? Inuenies operando Nummos  $12 \frac{113}{101}$ . Sed plus inuenitur ex dispositione priori, hoc est  $12 \frac{63}{101}$ . Patet igitur secundum haustum modos, mercedem aliam, atque aliam inueniri. Quod erat probandum.

Lucas in quæstione simili super egestionis modo nihil aduertit. Et aliàs etiam in errore est, dū proponit conductorem puteum effodere. Neque enim sicut egerendi, ita et fodiendi labor crescit ex profundo. Debuerant igitur operationis vtriusque dari pretia separatim, vt stabilis inde solutio, verâq; sequeretur.

### Quæstio 36.

Sed conuertamus propositum, dicendo putearium ad id altitudinis aquam depleuisse, vt ex pacta mercede reportarit Nummos viginti octo, cum viginti duabus centesimis primis. Quæritur, ad quem modum putealis aqua fiderit?

**D**ispone Regulam: Si Nummi 50 præstant operas 5050, quid Nummi  $28 \frac{21}{101}$ ? Operare  
rare



rare & inuenies totius egestionis operas fuisse  
 2850. Ex quibus altitudinis aquæ residuum, arti-  
 ificio nullo (quod sciam) melius quàm per quadra-  
 turam inuestigabis. Pones igitur haustus ultimo  
 facti semipedem, hoc est vltimum progressionis nu-  
 merum fuisse 19, adde 1, fit 19 P 1, multiplica in  
 $\frac{1}{2}$  9, fit  $\frac{1}{2}$  9 P  $\frac{1}{2}$  9, quod est continens; con-  
 tentum autem erit 2850. Aequatione verò facta,  
 habebis 1 9 P 19 [ 5700 ]. Operare per cano-  
 nem primum, addendo quadratum semissis, quod  
 est  $\frac{1}{4}$ , numero 5700, fit 5700  $\frac{1}{4}$ . Huius te-  
 tragonicum latus est 75  $\frac{1}{2}$ , aufer  $\frac{1}{2}$ , restat  
 75, qui numerus est semipedis vltimi, ad quem  
 peruenit egestio. Partire 75 in 5, proueniunt deple-  
 tionis cubiti 15, restant igitur repletionis cubiti 5:  
 Quare dicendum aquam sidisse ad cubitos quinque,  
 Quod erat ex conuersione quesitum.

Quæstio 37.

Si massa bilibris ceræ nouæ, emptæ Sester-  
 tiis decem, & cera vetus pondo quatuor, em-  
 ptra Sester. duodecim conflentur in vnum:  
 Quæro, quanti stet libra conflaturæ?

Q Vemadmodum conflatura ceras confundit  
 in vnum, ita & ipsarum pondera colligit  
 in summam, atque pretia similiter. Quare manife-

stum est, totum illud mixturæ pretiū in libras ipsas ponderis distribuendum equaliter. Partire igitur Sestertios 22 in libras 6. proueniēt Sester.  $3\frac{2}{3}$ , precium in libram conflaturæ. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 38.

Si quis autem dictam mixturam ita velit temperare, ut pretium fiat in libram Sester. quatuor: Quæro, quantum ceræ nouæ sit addendum?

**H**ic habes massæ commistæ pondus 6, et tria in libram pretia: Primum Sester. 5 ceræ nouæ, qua fieri debet additamentum, Secundum Sester. 4 mixturæ faciendæ, Tertium Sester.  $3\frac{2}{3}$ , ceræ iam commistæ. Et sicut se habet differentia 5 ad 4, quæ est 1, ad differentiam 4, ad  $3\frac{2}{3}$ , quæ est  $\frac{1}{3}$ , ita & massæ pondus 6, ad quæsitum pondus additamenti. Sic igitur Regulam dispones, Si, 1 fit  $\frac{1}{3}$ , quid libræ 6? Inuenies operando libras 2 ceræ nouæ, quæ quidem conflare debent cum libris sex, ut fiat in libram pretiū Sester. quatuor. Quod erat quæsitum.

Probationem ita facies. Adde precium librarum 6, quod est Sester. 22, ad pretium additamenti librarum 2, quod est Sester. 10, fit 32. Partire in totum conflaturæ pondus librarum 8, proue-

nunt

niunt Sester. quatuor, iam inuentum pretium in libram. Quod erat probandum.

### Quaestio 39.

Frumentarius tres aceruos habuit tritici, quorum primi modius vēdebatur Nummis decem, secundi octo, tertij sex. Vult autem ex aceruis primo, & secundo, portionibus æquis, cum additamento tertii miscellaneum triticum modiorum centum ita facere, vt valeat modius Nummis octo, cum semisse: Quæritur, quomodo fiat hoc?

**C** Ommisce quotlibet modios, vtpote 5, ex aceruo primo, cum aliis totidem ex secundo. Et inuenies modo supra dato, huius misturæ modium, stare Nummis 9. Iam habes tria in modium pretia. Primum additamenti, quod est 6, Secundum misturæ faciendæ  $8\frac{1}{2}$ , Tertium iam factæ 9. Differentia autem 6 ad  $8\frac{1}{2}$ , est  $2\frac{1}{2}$ , & ea quam  $8\frac{1}{2}$  habet ad 9, est  $\frac{1}{2}$ . Sunt autem misturæ iam factæ modij 10. Diss. Regu. Si,  $2\frac{1}{2}$  fit  $\frac{1}{2}$ , quid modij 10? Operare & inuenies modios 2, ex aceruo tertio, quibus confusis cum aliis 10, fiet pretium in singulos duodecim modios Nummorum octo cum semisse, præteritum quidem quod quæritur. Sed modios centum, ex duodecim iam

inuentis, facies ita per Regulam. Si modij 12 fiant 100, quid modij 2? & quid mod. 10? Inuenies operando modios  $16\frac{2}{3}$  acerui tertij, & ex reliquis, modios  $83\frac{1}{3}$ , quos bipartito capiens ex aceruis, primo, & secundo, confundensque cum aliis  $16\frac{2}{3}$ , frumentarius miscellanei tritici centum modios habebit, pretio in modium Nummorum octo cum semisse. Quod erat quesitum.

Probatio fiet, sicut in precedenti.

### Quaestio 40.

Ponamus ad dictam summam tritici, adhuc misceri modios hordei quinquaginta, & hac compositura pretium modii sesquiummo decreuisse. Queritur, quanti fuit hordeum mixturae?

**C**um tota compositio tritici, & hordei modios capiat 150, in quorum singulis pretium datur esse Nummorum 7. multiplica 150 in 7, sunt Nummi 1050. Qui valor est modiorum 150. Aufer inde totum miscellanei tritici pretium 850, restant Nummi ducenti, quos valet hordeum mixturae. Quod erat quesitum.

### Quaestio 41.

Mercator vendita gemma, Aureis sexaginta, inuenit se lucratum quintam partem fortis

fortis. Quæritur, quænam fuerit ista fors?

**I**n istis sic argumentare. Qui partem quintam sortis lucratur, ex quinque facit sex. Est itaque 6, lucrum vnà cum sorte, sicut est 60 gemmæ lucrum addita sorte. His cognitis. Disp. Regu. Si 6, prouenit ex 5, vnde 60? Inuenies operando Aureos quinquaginta, pro sorte gemmæ. Quod erat quæsitum.

Vulgus mercatorum, quod sortem latinè dicimus, vocat capitale, & lucrum exprimit duobus numeris, quorum secundus semper est centum. Velut in proposito nostro, dicerent factum esse lucrū viginti ad centum. Et ratiocinium ita facerēt Qui lucratur 20 ad 100, ex 100 facit 120, ac Regulam ita disponunt. Si, 120 prodiit ex 100, vnde 60? Inuenies operando 50, sicut prius, sed non tam expeditè.

### Quæstio 42.

Fac nunc mercatorem istum gemmā vendendo Aureis sexaginta, damnum tulisse fortis duas quintas: Quæritur, quo pretio gemmam comparauerit?

**A**rgumentum sic institue. Qui duas quintas perdit in sortem, ex quinque facit tria. Dic igitur. Si ante damnum 3 fuit 5, quid 60? Ope-

rare & inuenies Aureoscentum, pro sorte gemme. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 43.

Pone rursus pretium gemmæ fuisse quinquaginta, & mercatorem ita destinasse vendere, ut lucrum faciat, ad eam rationem, quæ est trium ad viginti quinque. Quæro, quanti debeat vendi?

**D**ispone Regulam. Si ex 25 fiat 28, quid ex 50? Operare & inuenies 56. Et tanti debet vendi gemma. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 44.

Vendendo rem quinque semis, fit lucrum ea ratione quam habet monas ad viginti. Si autem vendatur quinque tantum: Quæro, quid fiet, damnum, an lucrum?

**I**n istis primum fors inuestigari debet, dicendo. Si, 21 sortem habet 20, quam habet  $5 \frac{1}{2}$ ? Inuenies operando  $5 \frac{5}{11}$ . Dic iterum. Si ex  $5 \frac{5}{11}$  fit 5, quid fiet ex 20? Operare & inuenies  $19 \frac{1}{11}$ , aufer à 20, restat  $\frac{10}{11}$ , quod est damnum. Respondebis igitur damnum fieri, ea ratione, quæ est  $\frac{10}{11}$  ad 20, hoc est in minimis numeris, quæ est 1 ad 22. Quod erat quæsitum.

Quæst

## Quaestio 45.

Vendendo rem octo Nummis, fit lucrum id, quod dicitur quatuor ad centum. Si autem vendatur nouem: Quaero, lucrum quo modo fiat?

**C**um exploratum tibi fuerit aliàs de lucro, vel damno, & solum agatur de differentia alterutrius ipsorum nihil opus est, sicut antea, quaerere sortem. Sed ita dispone Regulam. Si ex 8 fit 104, quid ex 9? Inuenies operando 117. Erit igitur lucrum ad sortem, sicut est 17 ad 100. Quod erat quaesitum.

## Quaestio 46.

Tres socii mercatores pecuniam in commune contulerunt, Primus quidem Talenta quadragena, Secundus vicena, Tertius verò quina. Ex qua quidem summa, factum est lucrum Talentorum sex & viginti. Quaeritur, quotam quisque sociorum lucri partem habere debeat?

**I**n huiusmodi socialibus lucris, manifestum est, ut qui plus contulit, plus habere debeat, pro rata scilicet collationis cuiusque. Velut in proposito. Quoniam Primus duplo plus contulit quam Secundus, et plus octuplo quam Tertius, ratio deposcit,

9 4

vt duplum habeat ipse Primus supra secundum, et octuplum supra Tertium. Et vt semel dicam, ipse lucri communis partes, semper fieri debent suis collationibus proportionales. Modus autem operis sic erit. Dispone collationes omnium, scilicet talenta 40. 20. 5. Adde simul, sunt Talen. 65. Dic igitur: Si Talen. 65 lucrantur 26, quid 40? quid 20? quid 5? Operare & inuenies 16. 8. 2. Quae quidem portiones sunt, sicut esse debent, ipsis tribus collationibus proportionales. Dicemus itaque, portionem Primi, esse Talentorum sexdecim, Secundi octo, Tertij, duorum. Quod erat quaesitum.

Probatio. Quia lucrū ponitur esse Talen. 26, necesse est, vt omnium portiones in summam collectae restituant 26. Velut in hoc loco. Collige trium partitiones, scilicet 16. 8. 2, fit in summā 26. quod erat probandum. Ceterum talis error in opere continget, quem non indicabit huiusmodi probatio. Vt puta, si quod in vna portionū deficit, suppleatur in aliis. Nunquam tamen fieri potest, vt opere vero, non sit probatio vera.

$$\begin{array}{r}
 \text{Si, } 65. \quad 26. \quad 40? \quad 16. \\
 \phantom{\text{Si, } 65. \quad 26. \quad } 20? \quad 8. \\
 \phantom{\text{Si, } 65. \quad 26. \quad } \quad 5? \quad 2. \\
 \hline
 \phantom{\text{Si, } 65. \quad 26. \quad } \phantom{20? \quad } \phantom{5? \quad } 26
 \end{array}$$

Quest



## Quaestio 47.

Tres in negociatione communi lucri factos Aureos mille octingentos, sic inter se partituri sunt, pacto conuento, vt Primus quidem lucrum participet, ea ratione quam habet 12 ad 100, Secundus alia, quæ est 18 ad 100, Tertius ad rationem 30 ad 100. Quæro secundum ea quæ proponuntur, quibus portionibus dictum aurum inter se communicabunt?

**R**atiocinandi viam, in hoc proposito, longam satis atque superfluam Lucas instituit, quæ rem prorsus obscurat. Inquirit enim, Regulam disponendo pluries, sortem singulorum, quod minimè necessarium est. Quicquid enim collatum fuerit, modus partium tenendus est, qui datur ex pacto, cuius sensus nihil habet aliud quàm vt ex lucro Aureorū 1800, fiât tres partes, ipsis tribus numeris 12. 18. 30 proportionales. Quos, perinde ac si essent collationes, adde simul fiût 60. Disp. Reg. Si, 60 lucrantur 1800, quid 12? quid 18? quid 30? Ope. et habebis portiones quæsitæ esse, Primi quidem, Aureos tercentum sexaginta, Secundi, quingentos quadraginta, Tertij, noningentos. Quod erat quæsitum.

Idem erit, sed scientius, operari per minimos nu

meros proportionales ipsis 12.18.30, qui sunt 2.3.5<sup>7</sup>  
 quorum est summa 10. Dic igitur. Si,  
 10 lucrantur 1800, quid 2? quid 3? 360  
 quid 5? Operare & idem quod prius 540  
 inuenies. Probatio fiet velut in præ- 900  
 cedenti. 1800

## Quæstio 48.

Socialis mercaturæ pactio fuit inter duos, ut primus qui fuit industrius, altero tanto amplius haberet ex communi lucro quam Secundus. Contulit autem Primus Aureos centum viginti, Secundus verò, centum sexaginta, quorum commercio, peruenit lucrum ad Aureos centum quinquaginta. Quæro, quænam sit iusta partitio lucri sociorum inter se?

**I**n hac specie diuisio secundum formulam datam procedit, si conuentionem factam de participatione lucri in primo socio, supra debitum duplicata, compensaueris ipsius collationem duplicando, que fuit Aureorum 120. Duplica, fit 240. Adde Secundi collationem 160, fiunt Aur. 400. Disp. Regul. Si Aurei 400 lucrantur 150, quid 240? Inuenies operando Aur. 90, quibus sublatis ex lucro 150, restat Aurei 60 in partem secundi. Respond

spondebis itaque, portionem Primi esse Aur. nonaginta. Alterius autem, sexaginta. Quod erat quaesitum.

### Quaestio 49.

Contracta fuit trium societas in annuum tempus, inter quos, summis pecuniae collatis aequaliter, non aequali tempore relictæ sunt in communione societatis. Sed Primi quidem, sex mensibus tantum, Secundi, novem, Tertij duodecim. Lucrum autem in fine temporis repertum, quomodo partiri debeat, quaeritur?

**I**N huiusmodi temporis inaequalitate, diuisionis modus nihil habet diuersum ab eo, qui datus est in collationibus factis inaequaliter, si menses collationum vice disponas. Eadem enim utrobique ratio. Nam quemadmodum collatio maior, & minor, eodem tempore lucrum parit maius, & minus, ita longius tempus, & breuius, in eadem summa, fructum auget, & minuit. Sic igitur est operandum in casu nostro. Compose simul numeros mensium, qui sunt 6. 9. 12, fit summa 27. Et quoniam lucrum non exprimitur numero, fac diuisionem ipsius in quorlibet partes, utpote novem. Et ita disponito Regulam. Si menses 27 lucratur 9, quid 6? quid 9? quid 12? Operare & inuenies ex dictis  
lucris

lucris partibus deberi, Primo quidem duas. Secundo, tres, Tertio, quatuor. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 50.

Pone nunc in alia societate, collationem Primi fuisse Talentorum argenti quatuor & viginti, & in communicatione commercij, sex mensibus tantum fuisse: Secundi autem Talen. decem & octo, & esse relicta mensibus decem: Tertij verò Talen. duodecim, & ad finem anni perdurasse. Quo spatio facta est argenti lucratiui summa Talentorum sex & viginti. Quæro, portiones istorum?

**C**um datur temporis, et collationum simul inæqualitas, priusquam uti Regula possis, pensandus erit, detractio collationis, temporum defectus. Quoniam enim in Primi tempore, ad anni complementum, desunt sex menses, quod est anni dimidium, ab ipsius collatione Talentorum 24, sublato dimidio, relinquuntur 12. Item ex collatione Secundi Talen. 18. dematur sexta pars, scilicet 3, erit residuum 15. quandoquidem in mensibus decem ad anni complementum deest pars sexta, quæ est bimensis. Ex collatione autem Tertij, quia complevit annum, nihil auferri debet. Adde nunc sic diminutas collationes 12, 15, 12, fit summa 39. Disp. Regu. Si,

39 lucrantur 26, quid 12? quid 15? Operare & inuenies Primi quidem portionem esse Talen. octo, Secundi, decem, Tertij octo. Quod erat quaesitum.

Erit etiam ad hoc genus formula talis. Multiplica singulorum collationes in suos cuiusque menses, hoc est 24 in 6 & 8 in 10, & 12 in se, producantur 144. 180. 144. Adde simul tria producta, fit summa 468. Dissp. Regu. Si 468 lucrantur 26, quid 144? quid 180? Inuenies operando, sicut antea, 8. 10. 8.

### Quaestio 51.

Tres socij mercatores in annum ita conferunt. Primus quidem, Aureos centum, quos in societate reliquit menses duodecim, Secundus Aureos centum viginti, Tertius Aureum torquem, cuius pretium repetit, exacto mense decimo. Ex quibus summis partum est lucrum Aureorum sexaginta nouem. Vnde Primus habuit in partem suam, Aureos triginta, Secundus, quatuor & viginti, Tertius quindecim. Quaero primum, quot menses Secundus pecuniam collatam in comunione reliquit? Deinde quanti fuit Aureus torques?

**A**d inueniendum menses secundi, procedendum est ita. ut collatione in Primi in suos menses

menses, hoc est, 100 in 12, fit 1200. Scimus autem Primi lucrum esse 30. *Disp. Regul.* Si ex lucro 30 producatur 1200, quid ex lucro 24? Operare & inuenies 960, quod est productum ex Secundi collatione 120 in suos menses multiplicata. Partire igitur 960 in 120, proueniet 8 pro mensibus quæsitis. Vt autem scias torquis valorem, ineunda est ratio super his quæ iam nota sunt in alterutro duorum præcedentiũ. Sed nunc accipe menses Secundi, qui sunt 8, & *disp. Reg.* Si menses 8 lucrantur 24, quid menses 10? inuenies operando 30. Rursum *disp. Reg.* Si lucrum 30 prouenit ex Secundi collatione 120, unde prouenit Tertij lucrum 15? Operare & inuenies 60, quæ est collatio, & pretium torquis. Respondebis itaque, Secũdum ex sociis, collatam pecuniam communicasse mensibus octo. Et torquis æstimationem fuisse Aureorum sexaginta. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 52.

Tres inita sodalitate, per annum duratura contribuunt: Primus quidem in principio Aureos mille, Secũdus autem post duos menses Aureos nescio quot, Tertius verò post menses quatuor à Secundo Aureos etiã contulit, ignota multitudine nobis. Lucrum autem, in sodalitij termino repertum, singu  
li

li participarunt æqualiter. Quæro, quid Secundus, quid Tertius singulatim contulerunt?

**S**ic est operandum. Multiplica collationem Primi in suos menses, id est 1000 in 12, fit 12000. Et quoniam lucri participatio proponitur æqualis, necesse est Secundum, cuius pecunia fuit in communi mensibus 10, & Tertium qui tenuit mensibus 6, talibus numeris contulisse, quorum vterque multiplicatus in suos menses producat 12000. Partire igitur 12000 in 10, & habes 1200. pro collatione Secundi. Diuide rursus 12000 in 6, & proueniet 2000, pro collatione Tertij. Dicemus igitur Secundum contulisse, Aureos mille ducentos, Tertium autem, duo millia. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 53.

Summa lucratiua Aureorum centum nonaginta, post anni terminum societatis expletæ, ita tribus obtigit in partes, vt prima quidem fuerit triplum secundæ, & quadruplum tertiæ. Primi autem collatio fuit ad caput anni Aureorum octoginta: Secundi verò facta est post quatuor menses à Primo: Postremi autem, post alios totidem menses à Secundo. Quid autem contulerit vnusquisque duorum quæstio est?

Duci

**D**Vcito primi collationem 80 in suos menses 12, fit 960. Huius summe cape trientem, qui est 320, deinde quadrantem, qui est 240. Et quoniam sicut proponitur, partitio prima fuit triplum secundæ & quadruplum tertiæ, oportet pro collatione Secundi, numerum inueniri, qui ductus in suos octo menses, faciat 320. Item pro collatione Tertij, numerũ, qui ductus in menses 4, faciat 240. Ad hanc igitur inuentionem, partire 320 in 8, & habes quadraginta, pro collatione Secundi. Diuiso deinde 240 in 4, habes sexaginta, pro collatione Tertij. Quod erat quæstio.

Opus tuum ita probabis. Multiplica trium collationes 80, 40, 60 in suos cuiusq; menses 12, 8, 4, habebis 960, 320, 240. Adde simul, fit summa 1520. Disp. Regu. Si, 1520 lucrantur 190, quid 960? quid 320? quid 240? Inuenies operando trium portiones fuisse 120, 40, 30. Quarum prima triplum est secundæ, & quadruplum tertiæ. Quod erat probandum.

### Quæstio 54.

Tres mercaturam sociantes in annum ita fecerunt. Primus quidem à principio contulit Talenta sex, & post quatuor menses repetit duo. Secundus, in fine tertij mensis, contulit Talen. duodecim, & post mensem abstulit

lit



lit quinq; Tertius ab initio contribuit quinque, & exacto mense septimo, rursus contribuit octo. Commune lucrum reperitur, anno peracto, ad Talenta duodecim, Quæro partes singulorum?

**I**N huiusmodi rationibus, antequam regulæ dispositionem assequi possis, taliter est præparandum. In primo sociorum multiplica Talenta sex in menses quatuor, fit 24. Et quoniam post menses 4 repetuntur Talen. 2, igitur Talen. 4 permanserunt menses 8, quos multiplicabis in Talen. 4, & fiet 32. Adde ad 24, fit 56. Quòd ad Secundum atinet: multiplicatis 12 in 1, & 7 in 8, iunctisque productis, fit 68. Item pro Tertio: Duc primò 5 in 12, fit 60. Rursum ducito 8 in 5, fit 40. Adde ad 60, fit in summa 100. Compone simul tria multiplicationum producta, scilicet 56, 68, 100, fit summa 224. Disp. Regu. Si, 224 lucrantur 12, quid 56? quid 68? quid 100? Operare & inuenies Primi lucrum esse Talenta tria, Secundi, Talen. tria, cum nouem dicimus quartis, Tertij, Talen. quinque cum quinque decimis quartis. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 55.

Quatuor focij in arca communi reperiuntur lucrum tercetum quadraginta, ita par-

titi sunt inter se, vt quoties Secundus habuit quinque, toties Tertius habuit nouem: & quoties Tertius septem, toties Quartus vndecim, & quoties Quartus nouē, toties Primus tredecim, cuius collatio fuerat ducenta octoginta sex. De tribus aliis quæritur, quantum viritum contulerunt? et quantum singuli ex lucro sodalitiij reportarunt?

**C**um ita proponis, quoties primus habuit 13, toties Quartus habuit 9, nihil aliud dicis quã portionem Primi, ad portionem quarti rationem habere, sicut 13 ad 9. Sunt autem portiones collationibus suis proportionales. Cum sit igitur Primi collatio 286, vt inuenias collationem Quarti, dispone Regulam. Si 13 esset 286, quid 9? Operare & inuenies 198, pro collatione Quarti, cuius portio (sicut proponitur) ad portionem Tertij, est tanquam 11 ad 7. Dic igitur. Si 11 sit 198, quid 7? Inuenies operando 126, pro collatione Tertij. Ad habendum collationem Secundi, dicito. Si, 9 sit 126, quid 5? inuenies 70. Habitis autem collationibus, habebuntur & portiones, modo iam dicto sæpius. Respondebis itaque Secundum contulisse, septuaginta, Tertium, centum vigintis sex, Quartum, centum nonaginta octo. Item lucri portiones fuisse, Primi quidem, centum quadragintatria, Secundi

cundi, triginta quinque, Tertij sexaginta tria. Quarti nonaginta nouem. Quod erat quæsitum.

13. 286. 9. 198	Si, 680. 340.	286. 143
Si, 11. 198. 7. 126		70. 35
9. 126. 5. 70		126. 63
		198. 99
		340

### Quæstio 56.

Duo iuncta societate in annum tempus ita conferunt. Primus quidem Talenta duodecim, Secundus sex, pacto conuento, vt in fine temporis sortem, simul atque lucrum partiantur æqualiter. Accidit autem, vt distracta fuerit octauo mense peracto societas facto lucro Talentorum quindecim. Quæro, quænam sit vtriusque participatio lucri, simul atque sortis?

**S**I societas ista termino suo perstitisset, ambæ simul sortes Talentorum 18, vtrique prouenissent in partem 9. Et ita Secundus qui sex tantum contulit, tria Talenta consequeretur de sorte Primi. Aequalis deinde partitio lucri Talentorum quindecim vtriusque portionẽ 9, auget in 16  $\frac{1}{2}$ . Quæ summa diuisionis esset per æqualia factæ.

Sed quia consortium mensibus tantum octo duravit, ex decremento mensium quatuor, decrescit & Secundi lucrum de sorte Primi duobus Talentis. Quod per Regulam inuenitur dicendo: Si menses 12 lucrantur Talen. 3, quid menses 4? Operare & habebis Talentum 1. Aufer ex integra portione  $16 \frac{1}{2}$ , restat in partem Secundi Talenta quindecim cum dimidio. Quare & in partem Primi, Talenta septemdecim cum semisse. Et talis erit utriusque participatio lucri, simul & sortis, quod erat quaesitum.

Supradicta ratio, ad huiusmodi speciem, probabilis aliquandiu mihi fuit. Sed re postea diligentius attentata visum est aliter. Hoc habet, in socialibus commerciis mercatorum consuetudo, quorum fit per equalia partio, ut is qui minus pecuniae confert, aliquid aliud, aut suas operas praebet in supplementum. Quod ipsi dicunt ponere personam. Quis enim aliis unquam plus alio contribuat? Sicut in proposito, Secundus conferens tantum sex, altero conferente duodecim, intelligendus est suas 12 mensium operas, sex Talentis aestimatas exhibere, ut in portionum conditione equalitatis ratio constet. Si autem societas termino suo perstitisset, Secundi pecunia Talentorum sex, cum aliis totidem operarum Talentis, socij contributionem aequabat. Sed quia anni tantum bese consortio tenuit, ex detrimento

trien

trientis, detentur & Secundi collatio duobus Talentis. Quare fuit ipsa Talentorum decem. Aequum est itaque, ut ipse secundus lucrum, atq; sortem eam tenus participet, quatenus & consortij legem implevit. Id autem non erit aliter, nisi partes ipsae totius pecuniae, quae est Talentorum 33, fiant suis collationibus proportionales. Sunt autem tam pecuniae, quam operarum ambae simul Talen. 22. Disponens itaque de more societatum Regulam, dicit: Si Talen. 22 lucrantur 33, quid 12? & quid 10? Inuenies operando, Primi portionem esse, Talentorum decem & octo, Secundi autem, Talentorum quindecim. Et haec potissimum mihi censetur diuisio legitima, quamvis & praecedens non praeter rationem omnino videatur.

Lucas autem in simili ratiocinatus est aliter, cuius exemplum, quò facilius diuersitas intelligatur, in eisdem, quos ante proposui, numeris explicabo. Si tempus (inquit) societatis annum impleretur, sortibus amborum simul, quae sunt Talen. 18, distributis aequaliter, Secundus lucraretur de sorte Primi Talen. 3. Sed quia tertia pars anni defuit, deducta etiam de tali lucro parte tertia, remanent Talen. 2. Quod quidem inuenitur, sicuti per Regulam ante monstravi. Haec igitur (inquit) Talen. 2 dempta de sorte Primi, et ad Secundi sortem adiecta, perinde faciunt ac si collatio Primi fuisset 10,

¶ Secundi 8. Vult deinde rationem institui de so-  
 cietatum forma communi, videlicet componendo  
 10 & 8, fit summa 18, & Regulam ita disponit.  
 Si Talen. 18 lucrantur 15, quid 10? & quid 8? inue-  
 niuntur Talen.  $8\frac{1}{3}$ , que primus habebit ex lu-  
 cro Talen. 15, & residuum, hoc est, Talen.  $6\frac{2}{3}$ ,  
 erit pro parte Secundi. Et post hæc addendo sor-  
 tes 10, & 8, suo cuiusque lucro, id est  $8\frac{1}{3}$   
 ad 10, &  $6\frac{2}{3}$  ad 8, erit secundum Lucam por-  
 tio Primi Talentorum  $18\frac{1}{3}$ , secundi verò Ta-  
 len.  $14\frac{2}{3}$ . In hoc autem calculo, quem Stepha-  
 nus etiam, et alij sequuntur, detractio de sorte Pri-  
 mi, que toto sodalitatibus tempore mansit, nulla mihi  
 ratione facta videtur.

### Quæstio 57.

Lucius agricola oves habens quadragin-  
 ta, & Tityrus pastor decem societatem inie-  
 runt, ad annos quinque, pactione conuenta,  
 vt Tityrus gregem curaret, habiturus dimi-  
 dium in fine temporis. Sed accidit distahi so-  
 cietatem trieteride peracta, qua crevit pecus  
 ad capita centum: Quæro, quænam sit iusta  
 partitio gregis, inter Lucium & pastorem?

**D**ifferentia collationum, que est ouium 30,  
 indicat quinquennialem pastoris custodiam,  
 totid

totidem ouibus aestimari. Quare & triennis, per Regulam inuenietur esse ouium 18. Ade 10, quas habuit Tityrus, crescit ipsius collatio ad oues 28. Compone cum Lucij traditione 40, sunt 68. Dic igitur: Si oues 68 fiant 100, quid 40? inuenies operando  $58 \frac{14}{17}$ . Detrahe ex 100, restat  $41 \frac{3}{17}$ . Erit itaque iusta partitio gregis, pro Lucio quidem, oues quinquaginta octo, cum particula  $\frac{14}{17}$ . Et pro Tityro pastore residuum, quæ sunt  $41 \frac{3}{17}$ . Quod erat quesitum.

In quaestionis huius disquisitione, quæ est precedenti similis, modum differentem ab eo quem ante recitavi, sequitur Lucas, longoque processu concludit, Lucij partem esse oues 62, & pastoris 38. Cui & Stephanus assentitur.

### Quaestio 58.

Fac nunc societatem istam anno supra constitutum tenuisse. Quaero partes amborum?

**Q**uoniam cura pastoris annis quinque taxatur ouibus 30, per Regulam inuenies, annum taxari ouibus 6, iunctis igitur decem quas habuit, aestimabitur ipsa custodia Sexennij, ouibus 46, quæ cum 40 Lucij faciunt 86. Dic igitur. Si oues 86 habent 100, quid 46? inuenies operando in partes prouenire, pastori quidem  $53 \frac{21}{43}$ . Lucio autem

46  $\frac{22}{43}$  . Quod erat quæsitum.

### Quæstio 59.

Summa 48, tribus partiri debet, ita vt Primus quidem tantum habeat, quantum alij duo simul, Secundus autem dimidium Primi, & Tertij, Tertius verò, quintam partem Primi, & Secundi. Quæritur, quomodo se habeant huiusmodi partes?

**I** N istis sic argumentare. Quoniam dicitur Primum habere quantum duo reliqui simul: ipse igitur habet dimidium totius, quod est 24. Et quia Secundus habet dimidium Primi, & Tertij, habet ergo tertiam partem totius, quæ est 16. Item quoniam Tertio datur quinta pars aliorum, datur ergo sexta totius, quæ est 8. Habitis etiam partibus Primi, et Tertij, ipsisque à toto sublatis, residuum 16 inuenitur pro parte Secundi. Dicemus itaque partes propositas esse, Primi quidem 24. Secundi 16. Tertij 8. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 60.

Apud Iulianum Iureconsultum, libro vicesimo octauo Digestorum, hæreditaria quædam partitio proponitur, in hæc verba. Si ita ( inquit ) scriptum sit: Si mihi filius natus fuerit, ex beffe hæres esto: Ex reliqua parte

vxor



vxor hæres esto. Si verò mihi filia nata fuerit, ex triente hæres esto. Ex reliqua parte vxor hæres esto. Si filius: & filia nati essent, dicendum est assẽm distribuendum esse in septem partes, vt ex his filius quatuor, vxor duas, filia vnã partem habeat. Ita enim secundum voluntatem testantis, filius altero tanto amplius habebit quàm vxor. Itẽ vxor altero tanto amplius habebit quàm filia.

**S**ic itaque Iulianus artificiosè simul atque prudenter diuisionem propositam instituit, acutissime ratiocinatus testantem voluisse, vt filius altero tanto amplius haberet quàm vxor, hoc est, bis tantum, siue duplo magis. Item vt vxor duplo plus haberet, quàm filia. Nã si filius solum nasceretur, bessẽm, id est vncias octo, haberet, vxor autem reliquas quatuor vncias, qui est triens, quo sublato, pro filia nata sine filio, bessẽm residuum mater haberet. Et sic vtrobique separatim portionum ratio dupla, quam etiam coniunctim in proposita specie seruari Iureconsultus voluit. Propterea dicitur, assẽm, hoc est totam hereditatem, in septem partes distribuendum. Veluti si fuerit vniuersalis bonorum estimatio facta, ad Aureos mille quadringentos. Partire septies, veniunt in partem Aurei ducenti, & tanti fiet portio filie. Matris autẽ

duplo maior, hoc est Aurei quadringenti: quare  
 & portio filij, cum etiam duplo crescat in matrem,  
 Aureos habebit octingētos. Compone simul omniū  
 partes, scilicet 200. 400. 800, redit summa Au-  
 reorum 1400. Ceterum in hac traditione Iuliani  
 Logisticè magis generalitèrque procedes per Regulā  
 ita disponens. Si, 7 habet Aureos 1400, quid 1?  
 quid 2? quid 4? Operare, & idem quod prius in-  
 uenies. Hanc Iureconsulti sententiam latius expli-  
 cui in eo quem nuper edidi libro, de fluuiaticis in-  
 sulis secundum ius ciuile diuidendis.

### Quæstio 61.

In dolio vini pleno tribus locis epistomia  
 disponuntur tali temperamento, vt fusio su-  
 premi terminetur sesquihora, depleto qua-  
 drante dolij. Ex medij autem profluuiio, in-  
 tra duas horas, sedit vinum exhaustum ad  
 tertias. Infimi verò fluxus dolium vacuat  
 tribus horis. Quæritur, quanto tempore vi-  
 num, laxatis simul epistomiis tribus, totum  
 effluxerit?

**I**n huiusmodi vestigatione, quo sit expeditior,  
 finge quemlibet alicuius mensuræ numerum in  
 dolio cōtineri, qui tamē per 4, 3, & 2 numeretur,  
 utpote amphoras 12. Epistomium igitur, quod est  
 infimo

infimo loco, duodecim amphoras emittit tribus ho-  
 ris. Et id quod intermedium est amphoras octo, dua-  
 bus horis. Quare et tribus horis effunderet amphi-  
 ras duodecim, si permitteret ipsius positura. Ex his  
 igitur duobus epistomiis, eodem tempore, vinum  
 fluit equaliter. Supremus autem, cum tres amphi-  
 ras, qui est vini quadrans, effundat sesquihora, du-  
 plicato tempore, hoc est tribus horis, partem dolij  
 supremam vsque ad locum suum, bis effunderet, id  
 est amphoras sex. Sed infimum amphoras duode-  
 cim, tribus horis effundit, & medium totidem, si-  
 cut ante monstravi. Ratio igitur fusionis in supre-  
 mo, & ad intermedium, & ad infimum subdupla  
 est, & ad utrunque simul subquadrupla. Ponentes  
 igitur epistomium supremum esse 1, duo reliqua  
 erunt 4, & tria simul epistomia efficient 5. Par-  
 tire igitur fusionis supremæ horarium tempus  $1\frac{1}{2}$   
 in 5, prouenit horæ particula  $\frac{3}{10}$ , qua defluet pars  
 dolij suprema, amphorarum 3. Residunt adhuc 5  
 amphoræ superiores epistomio, quod medium est,  
 vnde manant octo amphoræ, duabus horis. Dic er-  
 go. Si amphoræ 8 fluunt horis 2, quid amphoræ 5?  
 Inuenies operando hor.  $1\frac{1}{4}$ . Et quoniam proce-  
 dit fusio duobus locis, diuide  $1\frac{1}{4}$  in 2, prouenit  
 $\frac{5}{8}$  vnius horæ, adde ad  $\frac{3}{10}$ , fiunt  $\frac{37}{40}$  vnius ho-  
 ræ, quibus fundatur octo amphoræ. Et adhuc sunt  
 quatuor residue, quas epistomium, quod in fundo  
 est

est, cum totum dolium vacuet tribus horis, eiiciet una hora, ad quam adde iam inuentum particule tempus  $\frac{37}{40}$ , habebis horam cum particula  $\frac{37}{40}$ . Quo spatio vinum, ex trium simul foraminum apertura, totum defluerit. Quod erat quæsitum.

Est autem in hoc propositi genere quod aduertat. Quamuis supputatio ex hypothesi, ratione, & arte procedat, nequaquam tamen verum omnino consequi potest. Propterea quod ipsa fusio, non ex sola foraminum ratione modum suum recipit, sed in eam pressura multum habet momenti. Nam laxatis simul tribus epistomis, ipsa pressura, & gravitate, & duratione fit minor, quam ex infimi solum apertura. Propter hoc igitur in effusione, neque tempus, neque modus, à disiunctis ad coniuncta rectè colligitur. Cuiusmodi fallaciam, nullus, quem hucusque legerim, aduertit. Sed quomodo sit occurrendum, nec huius est loci, nec instituti. Et hanc disputationem aliàs peculiari tractatu, de fluentis aque mensura, sum prosequutus in Geometricis operibus.

## Quæstio 62.

In saliente, si p hunculus labrum subiectum replet horis duabus, in cuius fundo sic temperatur epistomium, ut eo laxato, plenum labrum, si nihil influat, depleatur horis tribus.

Labro

Labro autem vacuo, si simul incipiēs fluat, & effluat aqua, quæritur, quo temporis spatio, labrum replebitur?

**F**inge cratera subiectum capere mensuras aliquot, utpote culeos, eo numero qui per 4 et 3 metiatur. Is erit 12. Nunc dispice, quot emittit culeos epistomium apertum, tempore quo crater repletur, hoc est, horis duabus, disponendo Regulam. Si horæ 3 emittunt culeos 12, quid horæ 2? Inuenies operando culeos 8. Cum igitur horis 2 influant culei 12, & effluant 8, remanent in labro, singulis duabus horis, culei 4. Rursum dispone Regulam. Si culei 4 occupant horas 2, quid culei 12? Operare & habebis horas sex, quibus aqua saliens, epistomio defluente, labrum implebit. Quod erat quæsitum.

*Hic etiam sicut antea fusionis ratio, sed minori discrimine fallit.*

### Quæstio 63.

Quidam lusor quot Nummos habuit à principio, toties ad aleam venit, toties quoque Nummos suos lucro duplicauit, excepto lusu postremo, ubi vicissitudine facta, Nummos perdidit quadringentos, adhuc habens residuos quadraginta octo. Quæritur, quot

quot Nummos ab initio lusor habuit?

**A**D quæsitum facile peruenies ordine retro-  
grado procedens, in hunc modum. Quoniam  
ultimus aleæ casus damnum lusori dedit Nummo-  
rum 400, adde residuum 48, sunt 448, quos ha-  
buit aleator penultimo lusu, quæ nunc dicamus esse  
secundum. Habuit igitur in tertio Nummos 224.  
In quarto 112. In quinto 56. In sexto 28. In septi-  
mo 14, quorum dimidium est septem. Dicemus ita-  
que lusorem ab initio septem Nummos habuisse.  
Quod erat quæsitum.

Probationem ordine recto facies, ponens lusorẽ  
habuisse Nummos 7, quos primo lusu duplicans  
peruenit ad 14. Et item secundo duplicans perue-  
nit ad 28. Et ita deinceps duplicando quater, &  
auferendo 400, residuum lusori facies 48. Quod  
erat probandum.

### Quæstio 64.

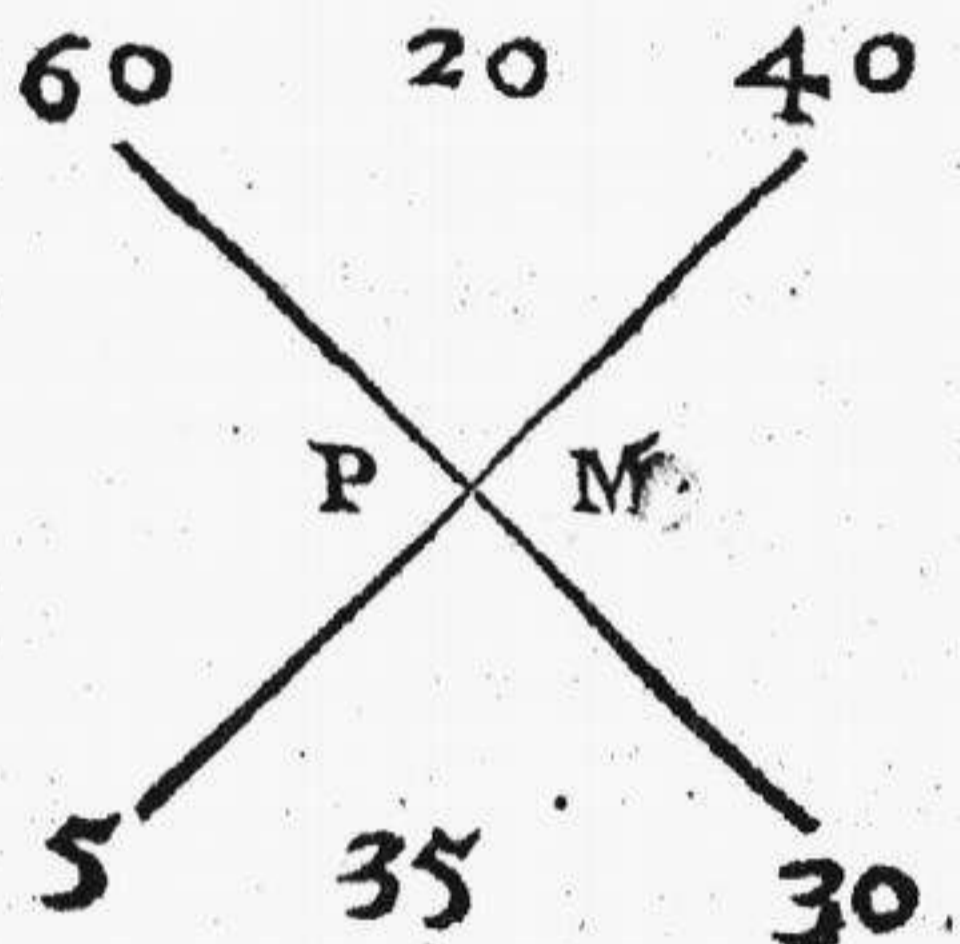
Talarium ludum tres ita luserunt, vt sta-  
tim Primus ab initio lucratus sit semissem  
pecuniæ Secundi: postea verò Secūdus triẽ-  
tem pecuniæ Tertij: et tandem ipse Tertius  
quadrantem eius quam attulit Primus in lu-  
dum, quo finito quisquis ipsorum centum  
Aureos reportauit. Quæro, quibus summis  
ad

ad talos singuli venerunt?

**Q**uestio soluitur per duas positiones, in hunc modum. Pone vt Primus venerit ad ludum cum Aureis quotlibet, vtpote 60. Aufer 15, quæ est quarta pars quam perdidit, restant 45. vt autem compleas 100, quos ex ludo reportauit, oportet ad 45 addere 55, quod est lucrum ipsius, & dimidiũ pecunie Secundi. Habuit igitur ab initio Secundus Aureos 110, & damno facto, 55. vt autem habeat centũ in fine, adiiciendi sunt 45, qui est triens pecunie Tertij. Multiplicans igitur 45 in 3, fient Aurei 135, cũ quibus ludum Tertius incepit. Aufer inde 45, quos perdidit, restant 90. Adde lucrum de Primi quadrante, quod fuit 15, fiunt Aurei 105, quos reportabit Tertius in fine. Habes igitur ex positione 60 errorem, Plus 5. Fac secundã, ponendo Primum habere Aureos 40, omnibũsque dispositis, sicut in priore factum est, inuenies ad finem pro Tertio, Aureos tantũ 70. Dat itaque positio secunda errorem, Minus 30. Adde primũ errorem 5, fit errorum differentia 35. Quæ quidẽ se habet ad differentiam positionum, quæ est 20, sicut primus error 5, ad secundum 30. Dic ergo. Si, 35, venit ex 20, vnde 30? Operare, & habebis  $17\frac{1}{7}$ . Itaque si ad positionem secundã, quæ fuit 40, addideris  $17\frac{1}{7}$  fient Aurei quinquaginta sept

septem, & septimæ partis vnius, quos habuit lusor Primus ab initio. Quare & secundum inuenies habuisse, centum quatuordecim cum duabus septimis, Tertium verò, centum viginti octo cum quatuor septimis. Quod erat quæsitum.

$$\begin{array}{r}
 57 \frac{2}{7} \\
 114 \frac{2}{7} \\
 128 \frac{4}{7} \\
 \hline
 300
 \end{array}$$



Ad quæstionis huius inuestigationem exemplum operis Lucas non posuit, quod vel imprimis necessarium erat, ne tam se, quàm alios in errorem coniceret. Sed vsus compendio, operare (inquit) et inuenies Primum habuisse  $44 \frac{4}{9}$ . Secundum  $111 \frac{1}{9}$ . Tertium  $133 \frac{1}{9}$ . Quod omnino falsum esse probatio per additonem facta statim ostēdit. Adde simul dictos ab eo triū numeros, fit summa  $288 \frac{24}{27}$ . Oportet autem hanc summam esse 300. Nihil enim plus, aut minus habere potuerūt ipsi tres simul lusores in principio, quàm in fine. Hoc etiam erratum, paucis quibusdam mutatis, apud alios inueni. Facile siquidem Logistici nostri



*stri errores inter se mutuò sumunt.*

**Q**uæstio 65.

Speculatoria turris in portu ab aqua surgit in altum ad cubitos centum viginti, pars decima fluctibus alluitur, fundamentorum substructio parte vicesima constat. Quæro, quàm alta sit à vertice summo ad basim tota specula?

**C**um pars turris ab aquæ superficie, ad terram usque ponatur esse decima, & fundamentorum substructio vicesima, adde simul dictas partes  $\frac{1}{10}$  &  $\frac{1}{20}$ , fit  $\frac{3}{20}$ . Quoniam igitur pars turris inferior ab aqua deorsum, reperitur esse  $\frac{3}{20}$ , superior pars ab aqua sursum, erit  $\frac{17}{20}$ . Quæ quidè pars superior ponitur esse cubitorum 120. Dic ergo: Si  $\frac{17}{20}$  dant cub. 120, quid  $\frac{3}{20}$ ? Inuenies operando cubitos  $21\frac{3}{17}$ , adde ad 120, sunt cubiti  $141\frac{3}{17}$ , quæ est altitudo turris à summitate ad basim. Vt autem habeas separatim quod aquis tenetur, partire  $141\frac{3}{17}$  in 10, proueniunt cub.  $14\frac{2}{17}$ , quæ pars est turris ab aquæ superficie ad terram. Ad substructionem inueniendam partire rursus  $141\frac{3}{17}$  in 20, proueniunt cub.  $7\frac{1}{17}$ . Respondebis itaque, totius turris altitudinem esse cubitorum  $141\frac{3}{17}$ . Substructionem cubitorum  $7\frac{1}{17}$ . Quod aquis alluitur, cubitorum  $14\frac{2}{17}$ . Quod erit quæsitum.

## Quaestio 66.

Adhibuit structor coenae conuiuiali perdices, merulas, coturnices, ficedulas, numero quinquaginta, emptas omnes simul Nummis centum sexaginta. Particulatim verò stetit perdix septem Nummis, merula duobus, coturnix quatuor, ficedula Nummo. Quæritur auium numerus in suo cuiusque genere separatim?

**Q**uestiones similes duabus positionibus solui posse Lucas asserit. Quod est mirandum, velex eo maxime, quod operationis quam posuit exemplo constet aperte non esse verum. Quidam tamen peculiarem in his regulam magnis ambagibus tradere conati sunt, non aduertentes ista variè solui. Fiet igitur inuestigatio modis quibuslibet fortuitis multò facilius, quam aliàs vllò modo. Neque enim potest res incerta, ratione certa constitui. Inuenies igitur experiundo, appositas conuiuio, perdices octo, merulas quatuordecim, coturnices sexdecim, ficedulas duodecim. Verum etiam erit dicere, Perdices 9, merulas 8, coturnices 16, ficedulas 17. Item etiam perdices 10, merulas 8, coturnices 14, ficedulas 18. Quod erat quaesitum.

## Quaestio 67.

Tres cuniculi, nouem gallinae, duo capi,  
Num

Nummis quingenta veneunt. Et eodem pretio gallinæ tres, cuniculi septem, capi sex venduntur Nummis septuaginta. Quæro quanti stabunt per se, capus, gallina, cuniculus?

**H**ic etiam Lucas rationem iniri iubet ad modum præcedentis, nullum tamen operis posuit exemplum. Quod unum restabat, ut re ipsa teneretur manifestè. Variabit enim se multipliciter in hac Quæstione responsum, ad unum quodlibet avium genus aliud, atque aliud pretium statuendo. In duorum tamen generum pretiis, propositio constabit optimè, & positionum regulam tenebit. Sed expeditior erit calculus per quadraturam, sicut ostendam suo loco. Nunc autem concludens in proposito dicam, cuniculi pretium fuisse, Nummos 4, gallinæ 3, capi  $5 \frac{1}{2}$ . Verum insuper erit, pretium esse cuniculi quidè, Nummos  $4 \frac{4}{7}$ , gallinæ,  $2 \frac{26}{27}$ , capi 5. Rursum præter hæc rectè constitues valorem, in cuniculo Nummos 3, in gallina  $3 \frac{1}{12}$ , in capo  $6 \frac{5}{8}$ . Quod erat quæsitum.

Et in omnibus istis probatio fiet experimento.

$$\begin{array}{r}
 4. \text{ Cuni. } 3. 12. 7. 28 \\
 3. \text{ Galli. } 9. 27. 3. 9 \\
 5 \frac{1}{2} \text{ Capi. } 2. \frac{11.6.33}{50. 70}
 \end{array}$$



## Quæstio 68.

Institor cùm aliquot Smaragdos compa-  
rasset, centū Philippeis, atq; singulos postea  
vendidisset, Philippeis vndecim, lucrum ha-  
buit Philippeos lapillis quos emerat æqua-  
les. Quæro numerum gemmarum?

**P**retium datum emptionis partire venditionis  
numero, dempta monade, hoc est  $10 \text{ € in } 10$ ,  
prouenit decem, qui gēmarum est numerus. Quod  
erat quæsitum.

In hoc genere quæsi Stephanus per quadratu-  
ram via longa, perplexaque procedit, sic vt perue-  
niat in canonem tertium.

## Quæstio 69.

Si quis Drachmas decem, quas habet in  
loculis decimauerit impensa quotidie: Quæ-  
ritur, quo tempore Drachmarum septem cū  
femisse fecerit impendium?

**I**n hoc proposito longa nimis & implicita dis-  
quisitio fiet, si via plana patentique procedas,  
expensum diurnum colligendo, hoc est, prima die  
Drachmam, secunda partem decimam Drachma-  
rum nouem, tertia rursus decimam, residui, & ita  
deinc



deinceps. Tali enim progressu, tanta sese fragmen-  
 torum multiplicatio cōglomerabit, vt exitus inde,  
 non magis quàm ex Dedaleo labyrintho, possit inue-  
 niri. Augēdus erit ergo datus numerus Drachma-  
 rum decem, in tot decades, vt sine fragmentis de-  
 cimatio fiat quoties opus erit. Ponamus itaque nu-  
 merum 10, eum esse qui figuris quindecim conti-  
 neatur, sic 10000000000000000. Dispone Re-  
 gulam. Si numerus Drachmarum 10 fiat 100000-  
 000000000000. quid Drach.  $7 \frac{1}{2}$ ? Inuenies  
 operando Drach. 75000000000000000. Opor-  
 tet igitur Drach. 100000000000000000 toties  
 decimare, quousque omnes illæ decimæ iunctæ si-  
 mul componant 75000000000000000. Hic au-  
 tem infra disposui decimas ordinatim dierum 14,  
 quarum summa 77123207545039, maior est,  
 quàm oporteat. Summa autem decimarum trede-  
 cim est 74581341716710. Aufer ex 7500-  
 000000000000, restat 418658283290. Hoc  
 autem residuum impenditur decimoquarto die. Vt  
 verò scias quota parte diei. Dispo. Regulam. Si,  
 2541865828329 impenduntur die 1, quid 418-  
 658283290? Operare, & habebis  $\frac{418658283290}{2541865828329}$ .  
 Hæc autem particula paulo maior est vnus horæ  
 sextante. Dicemus itaque drachmarū septem cum  
 semisse impedium fieri, diebus tredecim, & pau-  
 lo magis vnus horæ sextante. Quod erat quæsitum

$$\begin{array}{r}
 100000000000000000 \\
 900000000000000000 \\
 810000000000000000 \\
 729000000000000000 \\
 656100000000000000 \\
 590490000000000000 \\
 531441000000000000 \\
 478296900000000000 \\
 430467210000000000 \\
 387420489000000000 \\
 348678440100000000 \\
 313810596090000000 \\
 282429536481000000 \\
 254186582832900000 \\
 \hline
 11688874333039 \\
 65434333212 \\
 \hline
 77123207545039
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 750000000000000000 \\
 74581341716710 \\
 \hline
 418658253290
 \end{array}$$

### Quaestio 70.

Villatica puella canistrum ouorum ad mercatum capite ferens, ab equite praetereunte, in angiportu concussa, perfregit onus, quidamnum rependere volens, quot oua portabat interrogauit. At illa puellariter numerum

rum ignorans respondit. Cùm oua mea do-  
mi bina numerarè, vnum mihi superfuit in  
fine. Et numerando terna superfuerunt duo,  
quaterna verò, tria, quina deinde, quatuor,  
sena quinque, septena tandem computans,  
nihil residuum habui. Quæritur, quot oua  
fuerunt in canistro?

**V**ix erit in istis regulam posse constitui, in-  
uestigatio tamen recipit artem. Cùm enim  
proponatur, oua numerando bina, terna, quaterna,  
quina, sena aliquid semper fuisse superfluum, septe-  
na verò nihil superfuisse. Ex hoc colligit Arithme-  
ticus numerum ouorum, qui quæritur, esse imparè  
atque produci ex multiplicatione 7 in numerum  
aliquem imparium, qui per 3, & 5 non metiatur.  
Taliū autem numerorum primus est 7, secundus  
11, tertius 13, quartus 17. Multiplicans igitur in 7  
primum, secundum, & tertium, tentando videbit  
non respondere proposito, quartus verò 17 ductus  
in 7, producit 119, qui numerus est impar, eoque  
diuiso separatim in 2. 3. 4. 5. 6, supererunt ordinè  
1. 2. 3. 4. 5, sed diuisione facta in 7, nihil supera-  
bit. Dicemus itaque ouorum numerum in canistro  
fuisse centum decem nouem. Quod erat quæsitum.

Inter authores Logisticæ Cardanus Mediola-  
nensis tempore nostro, opus suum minimè Latinum

(vt ait) nedum elegans effecit. Et verum quidem de se ipse testimonium perhibet. Nihil enim non modo verbis, sed neque rebus, & sententiis potest esse barbarius. Vnde sibi tamen tantum arrogat, vt dicere non dubitet, opus suum à nemine reprehendi iure posse. Illos autem multum arguit erroris qui dicunt quæstionem supradictam carere regula, quam se ipse putat inuenisse, sic inquiring. Quære minimum numeratum à 2.3.4.5.6. Et est 60. Diuide per 7, exit 8, & supersunt 4. Quære igitur numerum qui numeratus à 7 alium numeratum à 4 excedat monade, & hic erit 21. Diuide igitur 20 per 4, exit 5. Multiplica 60 per 5, fit 300, adde 1, fit 301. Et hic est numerus quæsitus, & regula est generalis. Ita tradit Cardanus, sicut alia non pauca, falsè quidem, & procul à vero. Quod experimēto facili statim patebit. Quærit insuper, cur in principio creauit Deus cælum, & terram. De procreatione Adam, & Noe. Quomodo Nem brot turrim Babel ad cælum perducatur. Quæ sit duratio mundi. De tribus zelotypis, quomodo noctu traiiciant vxores. De infinito infinities infinito. Et alia multa quæstionibus suis ridiculè tractat. Vt opinionem quandam dubiæ de se ipse sanitatis legentibus iniiciat.

Quæstio 71.

Empt



Empturus opsonator coronam turdorum, subducta secum ratione pecuniæ quam habuit in loculis, comperiebat defuturos sibi Denarios sexdecim, emendo capita singula Denariis octo, superfuturos autem vndecim, emendo Denariis septem, Quæritur, & quot in corona turdi, & quot in loculis Denarii fuerunt?

**A** *Per hoc erit regula. Adde excessum 11 defectui 16, fit summa 27, partire in differentiam pretiorum, quæ est 1, prouenit 27, qui numerus est turdorum. Ut autem habeas Denarios, multiplica 27 in 8, fit 216, aufer 16, restat 200, quæ summa est Denariorum. Quam etiam habebis multiplicando 27 in 7, & ad productum addendo 11. Dices igitur turdos in corona fuisse viginti septem, & Denarios in loculis, ducentos. Quod erat quesitum.*

### Quæstio 72.

Parasytus symbolis acceptis Drachmarum quinquaginta, ad opsonandum conuiuium comparauit ostreas quadraginta, quarum tres singulæ grandiores, quinque singulas ex minoribus adæquabāt pretio. Quæritur, quot ex ostrearum numero grandiores, & quanti Parasytus emerit?

**A**dde simul 3 & 5, fit 8. Dispo. Regul. Si 8, esset 40, quid 3? Inuenies operando 15 ostreas grandiores. Fuerunt igitur ex minoribus 25, emptæ Drachmis totidem. Vt autem habeas pretium singulatim ad maiores, partire 25 in 15, prouenit  $1 \frac{2}{3}$ . Respondebis itaque, ex ostrearum numero grandiores fuisse quindecim emptas Drachmis viginti quinque. Quod erat quæsum.

### Quæstio 73.

Duo aliptæ iter faciendo simul cum iam essent digressuri, emptam cõmuniter à myropola phialam vnguëti cyatorum octo, per æqualia sibi partiti sunt, nihil aliud ad hoc habentes, præter phialas tres, Primam scilicet, quæ plena fuit, Secundã cyatorum quinque capacem, Tertiam cyatos tres capientem: Quaritur, quomodo fiat huiusmodi partitio?

**P**rimum itaque ex phiala plena vnguentum transfunditur in Secundam, & sic habet ipsa prima residuum, tres cyatos, Secunda deinde in Tertiam fusa, duos in se retinet, Tertia postmodum in primam tota refusa, sex cyatos ibidem facit. Secunda rursus duos quos habet cyatos reponens in tertiam vacua remanet. Quam iterum replens phiala Prima, adhuc habet cyatum. Secunda postre

postremò illum qui deerat in Tertiam fundens cyatum, quatuor habet in se residuos. Et ita demum repositis tribus cyatis in Primam de Tertia, eandẽ vnguenti mensuram, scilicet quatuor cyatos habes separatim in phialis Prima, & Secunda. Qui modus est in hac partitione quæsitus.

Huiusmodi quæstio, si quibusdam fortasse parum videatur esse Logistica, nunquam tamen non ingeniosa censi possit. Sed pone nunc ex cyatorum quindecim myrothecio pleno portiones obuisse tribus æqualiter, mentione facta thecis aliis tribus, Secunda quidem cyatorum nouem, Tertia quatuor, Quarta septẽ. Diuisionis modus quæritur?

Prima theca cyathorum 15 replens Secundam, & Secunda Tertiam, sex in se cyathos, & in Secunda quinque relinquit. Quibus refusis in Quartam, & ex Tertia quatuor in Primam, componuntur ibi decem. Vnde per Secundam auferendo nouem, & ex ea quatuor in Tertiam, deinde & in Primam, ibidem fit vna partium, sicut in Quarta prius, & in Secunda reliquæ. Facta est igitur æqualis vnguenti diuisio tribus. Quam quærebat.

### Quæstio 74.

Aurei triginta partiri debent inter duos, ita vt alter habeat dimidium, & alter trientem: Quæro, quanam erunt illæ portiones?

Part

**P**artitionibus istis formula talis inerat. Adde  $\frac{1}{2}$  &  $\frac{1}{3}$ , fit  $\frac{5}{6}$ . Diss. Regul. Si  $\frac{5}{6}$  habent 30, quid  $\frac{1}{2}$ , & quid  $\frac{1}{3}$ ? Operare, & inuenies 18, & 12. Vel sic: Vide quænam sit ratio semissis ad trientem, & inuenies sesquialteram, qualis est 3 ad 2. Adde 3 ad 2, fit 5. Dic igitur. Si 5 habet 30, quid 3, & quid 2? Inuenies sicut prius 18, & 12, quorum est ratio sesquialtera. Dicendū itaque portionem vnius esse Aureos decem & octo, & alterius, duodecim. Quod erat quæsitum.

Sed contendat aliquis forsitan, in hoc proposito sensum ita velle, sicut ipsa verba sonare videntur: scilicet vt vna pars sit dimidium 30, quod est 15, & altera triens, qui est 10. Quæ quidem partes rationem habent inter se sesquialteram. Sed hoc esse falsum statim patet. Quoniam 15 & 10 simul faciunt 25, et non 30, quæ summa partiri debuit. Itaque perinde est in proposito, ac si dicas, ex 30 fieri debere portiones duas, in ratione sesquialtera. Sed fortasse melius esset in istis simpliciter, & apertè loqui.

## Quæstio 75.

Aurei quindecim ita partiri debent, vt vnus habeat semissem, & duos insuper Aureos, alter verò quadrantem, & amplius tres Aureos: Quæro, quænam erit ista partitio?

Quæstio

**Q**uestionis sensus habet, vt ex 15 fiant duæ partes quarum maior ad minorem ita se habeat, sicut semis ad quadrantem, quorum est ratio dupla, & deinde ad partem maiorem addatur 2, & ad minorem 3. Imprimis igitur ex numero 15 aufer 2, & 3, eritque residuum 10. Sume, & adde duos quoslibet numeros in ratione dupla, vt puta 2, & 1, fient 3. *Disp. Reg. Si, 3 habent 10, quid 2? et quid 1?* Inuenies partes  $6\frac{2}{3}$ , &  $3\frac{1}{3}$ , quarum est ratio dupla. Adde ad maiorem 2, et ad minorem 3, fiet  $8\frac{2}{3}$ , et  $6\frac{1}{3}$ , quæ simul iunctæ restituent 15. Non est tamen istarum partium ratio dupla, propterea quod additamenta 2, & 3, non sunt in eâ ratione. Dicemus itaque maiorem partium esse octo & besis, minorem verò sex et trientis. Quod erat quesitum.

## Quæstio 76.

Asses quatuor & viginti ita debent parti-ri duobus: vt vnus habeat trientem, minus septem, alter quadrantem minus quatuor: Quæritur, quænam sint partes?

**M**ultiplica decussatim  $\frac{1}{3}$ , &  $\frac{1}{4}$ , & ipsa producta, quæ sunt 4 & 3 iunge simul, fit 7. Adde rursus 7 & 4 ad 24, fit 35. *Disp. Reg. Si 7 habent 35, quid 4? & quid 3?* Ope-  
rare

rare & inuenies 20, & 15, vnde sublatis 7, & 4, fient residua tredecim, & vndecim, quæ sunt partes propositæ, sicut erat quæsitum.

### Quæstio 77.

Aureorum duodecim partitio fiat bifariam, sic vt vnus habeat beiffem, tribus demptis, alter sextantem, & quatuor amplius: Quæro, quasnam partes habebunt?

**C**um sit beiffis ad sextantem ratio quadrupla, iunge rationis huius duos numeros 4, et 1, fit 5, et ad 12, adde 3, fit 15. Deme 4, restat 11, Disp. Regu. Si, 5 habet 11, quid 4? & quid 1? inuenies  $8 \frac{4}{5}$ , &  $6 \frac{1}{5}$ . Aufer à maiori 3, & ad minorem adde 4. Habebis portiones Aureorum quinque cum quatuor quintis, & sex cū vna quinta. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 78.

Vir Logisticus instante iam termino vitæ, cum importunè filiorum precibus vrgeretur, & quò quisquis fratrem præiret ætate, eo sibi plus relinqui flagitaret, conuocatis omnibus, Sic (inquit) iubeo, vt natu minimus mihi sit hæres ex sextante, & centum insuper Aureos habeat. Et hunc proximè qui præcedit ætate hæres etiam esto ex sextante

resid

residui, cū ducentū Aureorum additamento. Et ita deinceps natalium ordine seruato, sextantem residui capiat aliorū vnusquisque, & amplius centū Aureos supra fratris additamentum. Defuncto testatore, & asse diuiso secundū præscriptum, succedunt singuli portionibus æquis: Quæritur, & assis æstimatio, & numerus filiorum?

**S**I ex Sextante solum facta esset institutio, as diuisum in sex partes, totidem fratrum multitudinem designaret. Sed facit additamentorum progressus, vt sint vno pauciores. Erit igitur hęc regula semper, vt ex particule nomine, quod est 6, auferatur monas, restat 5 pro numero filiorū. Et Aurei centum in additamento, nihil aliud esse possunt, quàm sextans portionis. Erit igitur ipsa Aureorum 600. Multiplica 600 filiorum numero 5, producantur in assem Aurei 3000. Dicam igitur æstimationem assis fuisse Aureorum tria millia, & filios cohæredes numero quinque. Quod erat quæsitum.

Est autem quod aduertas, in specie simili opus esse partem assis talem constitui, quæ sit monadica, nec maior triente, quoniam pauciores quàm duo hæredes esse non possunt. Atque etiam vt particule nomen, qua fit institutio, filiorum numerum, quem

quem scit testator, monade semper excedat. Vt pote si fuerint filij nouem, instituuntur ex decima, si septem ex octaua, si quatuor ex quinta. Et sic non minus artis habet propositum quam solutio. Quod erat notandum.

### Quaestio 79.

Si quis modios octo frumenti Aureis triginta, & viginti Nummis emerit: et eiusdem rationis pretio, decem modij Aurei triginta octo, cum duobus Nummis veneunt: Quæro, quot Nummis valeat Aureus?

**H**ic erit utendum Regula disiunctim, secundum Nummos, & Aureos, hoc modo. Si octo modij valent Aureos 30, quid modij 10? Operare & inuenies Aur.  $37 \frac{1}{2}$ . Dic iterum. Si modij 8 valent Nummos 20, quid modij 10? inuenies Nummos 25. Adde Aureis  $37 \frac{1}{2}$ , fit in modios 10 pretium Aureorum  $37 \frac{1}{2}$ , cum Nummis 25. Sed ponitur ipsos decem modios Aureis 38, cum duobus Nummis venisse. Sunt igitur Nummi 25 æquales Aurei dimidio, & duobus Nummis. Aufer utrinque Num. 2. Restat Nummos 23 Aurei semisse valere: ergo valet Aureus Nummis quadraginta sex. Quod erat quaesitum.

### Quaestio 80.

Est



Est quidam liber Ciceronis gr̄adioribus literis exaratus, ita vt sint in centum paginis, versus quadraginta singulatim, in versu autem literæ quadragintaquinque. Sed volumen huiusmodi librarius transcripsit minutiore scriptura, chartas implens singulas magnitudine prioribus æquales, centum versibus, literarum quatuor & sexaginta numero singulos: Quæritur, quot paginis sit compactus liber iste posterior?

**D** *V*cito versus 40 in suas literas 45, produ-  
cuntur in paginam literæ grandiores 1800.  
Rursum multiplica minutiores versus 100 in suas  
notas 64, fit in paginam notarū multitudo 6400.  
Est igitur chartæ posterioris ad priorem ratio, si-  
cut 6400, ad 1800, hoc est in minimis numeris,  
sicut 32 ad 9. Quæ quidem est tripla superquintu-  
partiens nonas. Hoc habito, *Disp. Regu.* Si pagine  
32 rediguntur in 9, quid pagine 100? inuenies  
 $28 \frac{1}{8}$ . Dicemus igitur posterius volumen con-  
tineri paginis vigintiocto cum octaua parte vnius.  
Quod erat quæsitum.

### Quæstio 81.

Hannibal ex suis militibus quatuorde-  
cim millia ducentos octoginta populatum

quotidie mittebat, sic instructos, ut equites cataphractos dimidium exercitus reliqui sequeretur. Numidas verò pars copiarum tertia comitabatur. Cum pedite autē educebantur portione quarta cæteri: Quæro cataphractos, Numidas, pedites qua fuerunt in castris multitudine separatim?

**Q**uestum explicabis inuestigando tres numeros, ex quorum primo semissem ipsius auferens fiat residuum cuiuslibet numeri, quem nunc ponamus esse 12. Item à secundo trientē cum subtraxeris relinquatur 12. & à tertio quadrante sublato remaneat etiam 12. Erit igitur 12 primi quem querimus numeri dimidium, secundi duæ tertie, tertij tres quartæ. Itaque partiendo 12 in singulas dictarū partiū notas, quæ sunt  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{3}{4}$ , proueniēt tres numeri 24. 18. 16, quos adde simul, fit summa 58. Quæ quidem partienda est in 2. Sed si propositum esset de quatuor numeris, talis summa partiretur in 3, & si de quinq; in 4. Et ita semper vno minus quàm sit multitudo numerorum additionis. Partire igitur 58 in 2, fit 29. Ab hoc numero primū subtrahere positionem 12, restat 17. Deinde & tres inuentos numeros 24. 18. 16, aufer etiam separatim ex 29, fient tria residua 5. 11. 13. Quæ sunt huiusmodi, ut primus numerus 5

cum

cum secundi & tertij 11 & 13 dimidio, quod est 12, faciat 17. Secundus 11 cum triente 5 & 13, etiam 17, & similiter tertius 13, addito quadrante 5 & 11, dabit 17. Sunt autem hi quatuor numeri 17. 5. 11. 13 proportionales quatuor numeris, quos in proposito quaerimus. Ex quibus iam vnus datus est, scilicet 14280, qui numerus est militum, qui quotidie mittebatur in praedam. Ex hoc igitur ita ratiocinandum. Si milites 17 essent 14280, quid 5? quid 11? & quid 13? Operare & inuenies 4200. 9240. 10920. Respondebis igitur cataphractos equites in castris fuisse quatuor millia ducentos. Numidas nouem millia ducentos quadraginta. Pedites decem millia noningentos viginti. Quod erat quaesitum.

Ad probationem modus erit, cataphractorum numerum 4200, iungere cum Numidarum, & peditem dimidio, quod est 10080, fit summa 14280, Item Numidas 9240, cum peditem, & cataphractorum triente 5040, fit etiam 14280. Item pedites 10920, cum equitum quadrante 3360 compositi, faciunt 14280. Quod erat probandum.

## Quaestio 82.

Duo imperatores dum inter se confligerent, nox praelium diremit, aequaliter vtrinq; facta caede, militum decem millium du-

centorum sexaginta. Suos autem vterque postea recensens, Primus quidem tertia & septima parte trucidatos inuenit, Secundus verò ex centuriis singulis quadraginta desiderauit: Quæro, quibus vterque pugnam copiis separatim inierit?

**I**n hoc quæstio tota consistit, duos numeros inuenire, quorū  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{7}$ , hoc est  $\frac{10}{21}$  vnius sint æquales  $\frac{2}{5}$  alterius. Nam 40 de 100 partes sunt duæ quintæ. Ad hanc igitur inuentionem dispone dictarum partium notas, et multiplicatione decussatim facta, prouenient 50 et 42, qui sunt numeri quæsi. Nam ex 50, partes duæ quintæ faciunt 20. Et similiter ex 42, partes decem vigesimæ primæ componunt 20. Sed factæ stragis numerus ponitur esse 10260. Dic igitur. Si 20 essent 10260, quid 42? & quid 50? Operare, & inuenies 21546, & 25650. Dicemus itaque copias Primi fuisse vnum & viginti millia quingentos quadraginta sex, Secundi verò viginti quinque millia sexcentos quinquaginta. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 83.

In libello quem edidi super arca Noe computationis genus incidit, quod apud neminem

nem adhuc relatum inueni. Nam ad cibum eorum animalium, quę carnibus vescuntur, oues in arca posui ter mille sexcentas quinquaginta, ex quibus absumebantur in victū à carniuoris quotidie decem: Quæritur, ad quem numerum ouibus istis pabulum recōdi debuit, vt in annum, nec vltra, sufficeret?

**H**oc autem sic expeditur: Finge singulas pecudum decades absumere quotidie mensuram pabuli quamlibet, vtpote corbem. Oues igitur 3650, in diebus 365, qui est annus, insumunt corbes 133225. Sed quia pro cibatu carnario, pecus in dies decade subducta decrescit, sic & pabuli corbes ab annua summa decrescere debent. Cū itaq; prima decas à principio data carniuoris corbes deducat æquales numero dierum 365. Secūda autem corbes 364. Tertia verò 363. Et ita deinceps continuè deducta monade, ad finem anni diminutio procedit. Cuius summam vt secundum regulas progressionum habeas expeditè, sumito dimidium 365, adiecta monade, quod est 183. Multiplica in 365, fit diminutio tota corbium numero 66795. Aufer à corbibus 133225, restant corbes 66430, quibus cibariis istis ouibus opus est in annum alimentum. Vt autem numerum quæsitum habeas ouium, quibus sufficiant corbes 66430, dispo-

*Regul.* Si corbes 133225 minuuntur ad 66430, quid oues 3650? Operare & habebis oues 1820. Dicendum itaque ad gregem istum trium millium sexcentum quinquaginta, non plus pabuli parandum, quam si ab anni principio ad finem usque fuissent numero semper eodem, capita mille octingenta viginti. Quod erat quaesitum.

Probationem facies dicendo. Si oues 10 anno toto impendunt corbes 365, quid oues 1820? Inuenies operando quae superfuerunt ex diminutione corbes 66430. Quod erat probandum.

### Quaestio 84.

Margarita primae bonitatis pendens ceratia duo, Aureis quinque mercatur. Alia vero eiusdem notae, ceratiorum quatuor, quincuplo pluris, hoc est Aureis viginti quinque: Quaero, secundum hanc incrementi formulam, quanti debeat vendi margarita pendens octo ceratia? pari bonitate cum caeteris, quod semper intelligo.

**Q**uoniam pondus 8 duplum est ad 4, ita & pretium ipsius ad pretium ponderis 4, quod est 25, quincuplex esse oportet, ex formula data. Ipsum igitur octonariae margaritae pretium erit Aureorum centum viginti quinque. Quod erat quaesitum.

Ad

Ad hoc itaque si quis disponat proportionem duplam continuè à duobus ceratiis incipientem, ad quot libuerit terminos, sed satis erunt septem, & è regione directò proportionem quincuplam, ab Aureorum quinq; principio, totidem terminorum collocauerit, sicut hîc tabellam disposui, statim erit in pròptu vniònum valores cognoscere, quorum pondera cadunt in numeros dupla ratione digestos. Vtpote ceratia sexdecim pretium habere videbis

2	5
4	25
8	125
16	625
32	3125
64	15625
128	78125

Aureos sexcentos viginti quinq;, ceratia verò 32 Aur. 3125, & ita deinceps. In aliis autem ponderibus, quæ sunt intermedia tabule terminis, veluti sunt 3. 5. 6. 7. 9. 12. 20. 24  $\frac{1}{4}$ , & similia non sine difficultate, molestiaque procedit opus. Propterea quod istorum pretia ferè non cadunt in numeros, sed in latera numerorum, & quantitates alias, quæ dicuntur irrationales. Verùm res ipsa melius patebit exemplo. Esto datum pondus vniònis ceratorum vndecim cum triente, cuius pretiũ oporteat inuenire. Cùm igitur pondus  $11\frac{1}{3}$  cadat inter duos rationis duplæ terminos 8 & 16, ita & ipsius ponderis pretium inter duos quincuple rationis terminos 125, & 625 cadere necesse est. Sic

igitur in proposito facies. Multiplica 8 in 16, fit 128. Huius numeri latus propinquum est  $11\frac{1}{2}$ . Rursum multiplica 125 in 625, fit 78125. Huius latus prope verum est 279. Itaque cum inter duo pondera 8, & 16, & inter ipsorum pretia 125, et 625 inueniantur secundum propinquitatem duo media proportionalia  $11\frac{1}{2}$  & 279, nihil est quod dubites in margarita pendente ceratia vndecim cum triente ponere pretium Aureos ducentos septuaginta nouem. Quod erat quaesitum.

Ratiocinium istud multiplex, atque reconditum, vna quaestione solum, nec satis legitime tetigit Lucas, quem & Stephanus, & alij sequuntur ad verbum. Ego autem in operibus Geometricis argumentum de pretio margaritarum, speciatim edito libro, latius explicui.

### Quaestio 85.

Seruulus bibax ex amphora vini congiorum octo quotidie furtim congium potitabat, refundens aquae tantundem in supplementum. Facto autem post diem quintum iudicio: quaerebatur quantum vini restaret in amphora?

**N**ullum adhuc ad inuestigationem hanc compendium inueni. Quare procedentes ordinatim



natim ratiocinabimur hoc modo. Die prima vini  
 congium seruulus hauriens, & tantundem aquæ  
 reponens, ad eam ibi rationem misturam tempera-  
 uit, quæ est septem ad vnum. Die secunda congius  
 haustus ad misturæ iam factæ rationem octava  
 sui parte diluitur, & alio rursus infuso, residet in  
 amphora aquæ cong.  $1 \frac{7}{8}$ . Et vini reliquum, scili-  
 cet cong.  $6 \frac{1}{8}$ . Huius temperaturæ ratio eadem  
 est, quam habet 49 ad 15. Die tertia congius hau-  
 stus, scias quantum aquæ retineat, compositis  
 49 & 15, & summæ 64 superscripto numerato-  
 re 15, particulam congialem aquæ facies  $\frac{15}{64}$ . Iterum  
 igitur amphora repleta habebit aquæ cõgios  $2 \frac{7}{8}$ ,  
 demptis  $\frac{15}{64}$ , hoc est,  $2 \frac{41}{64}$ , & vini residuum, sci-  
 licet cong.  $5 \frac{23}{64}$ . Vnde fit vini ad aquam tempe-  
 rationis ratio sicut 343 ad 169. Die quarta con-  
 gius haustus ea participat aquam particula, quæ  
 (sicut ante docui) inuenitur esse  $\frac{169}{512}$ . Post refusio-  
 nem itaque diluitur amphora cõgiis aquæ  $3 \frac{41}{64}$  mi-  
 nus  $\frac{169}{512}$ , id est,  $3 \frac{152}{512}$ , residuntque vini congij  
 $4 \frac{353}{512}$ , quo temperamento, vini ad aquam ratio  
 constat, prout 2401 ad 1695. Die quinta cõgia-  
 lis haustus miscellam recipit aquæ portionem  $\frac{1695}{4096}$   
 factoque supplemento, vinum totum diluitur aquæ  
 congis  $4 \frac{152}{512}$ , subducta portione  $\frac{1695}{4096}$ , fitq; resi-  
 duum  $3 \frac{3573}{4096}$ . Dicendum itaque post diem quintum  
 furtiue potationis, in amphora residisse quatuor

vini congios cum particula  $\frac{4^{13}}{4096}$ , quæ quidem paulò maior est dextante congij. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 86.

Rusticus caudices ligni nouem, eadem crassitudine rotundos, funiculo pedū quinque semis conclusos portabat in urbem. Accidit autem ruptum ligamē, facto nodo decurtari, ita vt extra fasciculū caudices quinque superessent: Quæro ad quam mensuram decreuerit funis?

**I**N hac specie, cum sit Geometrica, promptum est decipi Logisten. Vidi enim qui ratiocinandum ita contenderent. Si caudices 9 decreuerunt ad 4, quid pedes  $5 \frac{1}{2}$ ? Et sic disponendo inueniebatur decreuisse funis ad pedes  $2 \frac{4}{9}$ . Sed multò est aliter. Nam funiculus peripheriæ circularis rationem tenet. Circuli autem se inuicem habēt, sicut quæ ex ipsorum diametris quadrata. Accipe igitur diametri vice peripheriam  $5 \frac{1}{2}$ , cuius quadratum est  $\frac{121}{4}$ , & ita regulam disponito. Si 9 habet quadratum  $\frac{121}{4}$ , quid 4? Operare, & inuenies quadratum  $13 \frac{4}{9}$ , cuius latus est  $3 \frac{2}{3}$ . Dicendum igitur funiculum, facto nodo decreuisse ad pedes tres cum duabus tertijs vnus. Quod erat quæsitum.

Est

Est autē quod aduertat, si ex regula inuētus numerus non fuerit quadratus, tunc peripheriā quaesitam numero, nisi secundūm propinquitatem, dari non posse. Velut in proposito, si diceretur caudices quatuor extra fasciculum superesse, tunc inueniretur longitudinē nodati funis esse latus  $16 \frac{29}{36}$ , quod est paulo minus quā  $4 \frac{1}{10}$ , & plus quā  $4 \frac{1}{11}$ .



Quaestio 87.

Formica ad commeatus hyberni condituram sedulo discurrens centum grana frumenti recte inuicem cubitali spatia disparta reperit. Quae omnia singulatim, & ordine legens morfu gestando, in cauum suum condidit a primi grani positura cubito distantem: Queritur quantum iter in hoc suo labore collectitio formica reptauerit?

**V**T sit indagatio istius ratio manifesta, notentur post C numeri quotlibet a monade progressu naturali, utpote quinque, & sub istis directo singulatim alij totidem a dyade parium progressu, sicut hic apposui. Finge nunc C cauum esse formicae, & numeros sequentes grana frumenti, scilicet

C.	1.	2.	3.	4.	5
	2.	4.	6.	8.	10

prim

primum, secundum, tertium, quartum, & quintum,  
 et horum spatia quinque singula protendi cubito.  
 Hinc patet igitur, formicam si ex C ad primum  
 granum accedens reuertatur in C, duorum cubito-  
 rum iter emensam. Quod dyade monadi subscripta  
 notatur. Item si ad tertium granum veniens bestio-  
 la redeat in foramen C, sex cubitos repsisse, spatia  
 numerando videbis, prout ex eade triadi subiecta  
 scribitur. Et inde similiter ad quintum accessu &  
 recessu, spatia decem peracta experimen- &  
 decade pentadi subscripta videtur apertè. Ex hac  
 igitur formula certo cognoscimus ad singula grana  
 ordinis numerum itineris mensura duplicari, ac  
 etiam in totius progressionis parium summa omnes  
 simul cubitos haberi. Cum itaque granum centesi-  
 mum ducentesimo cubitali modulo recondatur, vt  
 totam ambulationem expedite conficias, regulis  
 progressionum erit opus, hoc modo. Accipe ex vl-  
 timo processus numero 200 dimidiū id est 100,  
 quod iuncta monade, fit 101. Multiplica in 100,  
 producitur 10100. Dicendum itaque operas si-  
 mul omnes ambulatorias formicæ pro centum gra-  
 norum conditura, sicut proponitur, fuisse cubito-  
 rum centum supra decem millia. Quod erat quæsitū.

### Quæstio 88.

Pastor oues singulas vendebat Drachmis  
 octo,

oſto, præſenti pecunia: Porculator item ſues  
in capita Drachmis ſedecim. Sed permuta-  
tionẽ pecoris inter ſe tractando, paſtor Dra-  
chmarum oſto pretium ad duodecim auge-  
bat: Queritur quanti ſubulcus porcum adie-  
ctione faciat? ne ſit in damno iuſti valoris  
permutatio.

**H**oc habet negociatorum conſuetudo, vt ſuas  
merces permutando viciffim pluris faciant,  
quã pecunia numerata vendentes. Quod mihi ge-  
nus quoddam fraudis eſſe videtur. Vbi damnum  
facile cadit in alterutrum, niſi prouidenter, & ex  
arte cautio fiat. Ad quam neceſſe eſt primũ legi-  
timam rei valituram intelligi, quanuis diſſimule-  
tur. Vt qua parte pretiũ ſuæ mercis augeat vnus,  
tali & alter ſuæ. Sicque manebit eadem poſt incre-  
menta ratio, quæ fuit prius in ære præſenti. Velut  
in propoſito videmus ouem Drachmarũ oſto adie-  
cto ſemiſſe quatuor ad duodecim peruenire. Subul-  
cus igitur vt par pari referat, porcũ ex Drachmis  
ſedecim, additis oſto, quod eſt dimidium ad ſum-  
mam quatuor & viginti debet addicere, mane-  
bitque ſicut 8 ad 16, ita 12 ad 24 ratio ſubdupla.  
Quod per regulam inuenitur dicendo. Si ex 8 fit  
12, quid fiet ex 16? Operare, et habebis Drachmas  
quatuor & viginti, ad permutationem ſuis in duas

oues

oues Drachmarum totidem. Sicut ex venditione porcus duas oues æquabat pretio, hoc est bis octo numerum sedecim. Quod erat quæsitum.

Ad examen operis faciendum ponamus ambos res permutatas numerato vendere iustis pretiis, scilicet pastorem viginti sues Drachmis in capita sedecim, et porcarium oues quadraginta singulatim Drachmis octo. Tantundem igitur argenti reportabit vterque, hoc est Drachmas tercentum viginti. Unde colligimus certissimè modum conuentionis æqualem, ac neutri damnosum. Et sic ars, siue fraus deluditur arte. Quæ tamen magis est in occulto, ubi pars aliqua pecunie præstāda mercibus adiicitur. Velut in conuentione modo relata, si dixerit pastor ex Drachmis in ouem duodecim trientem sibi velle numerari. Ad hoc quæro quanti debeat suarius facere porcum?

Hic est venditio cum permutatione confusa. Quam sic extricabis. Dispone Regulam perinde ac si de præsentī pecunia nihil actum esset. Si ex Drachmis 8., fiant 12., quid ex 16? Inuenies operando Drachmas in porcum, sicut antea 24. Quod quidē inuentum minus est quàm debeat. Formulam Regule sicut nunc est dicta reponito. Et ex duodecim sublato triente, quod quatuor, residuum 8 subscribe

Si. 8.	12.	16.	24.
Si. 4.	8.	16.	32.

vume

numero 12. Similiter ex octo deductis quatuor, id quod restat 4 pone sub eo qui præcedit numero 8, & tertio numero 16, subscribe etiã 16. Habes igitur Regulã dicendo. Si ex 4 fit 8, quid ex 16? Ope. & inuenies 32. Dicendũ itaque porcum à subulco, ne fraudem patiatur, taxãdum Drachmis duabus & triginta. Quod erat quæsitum.

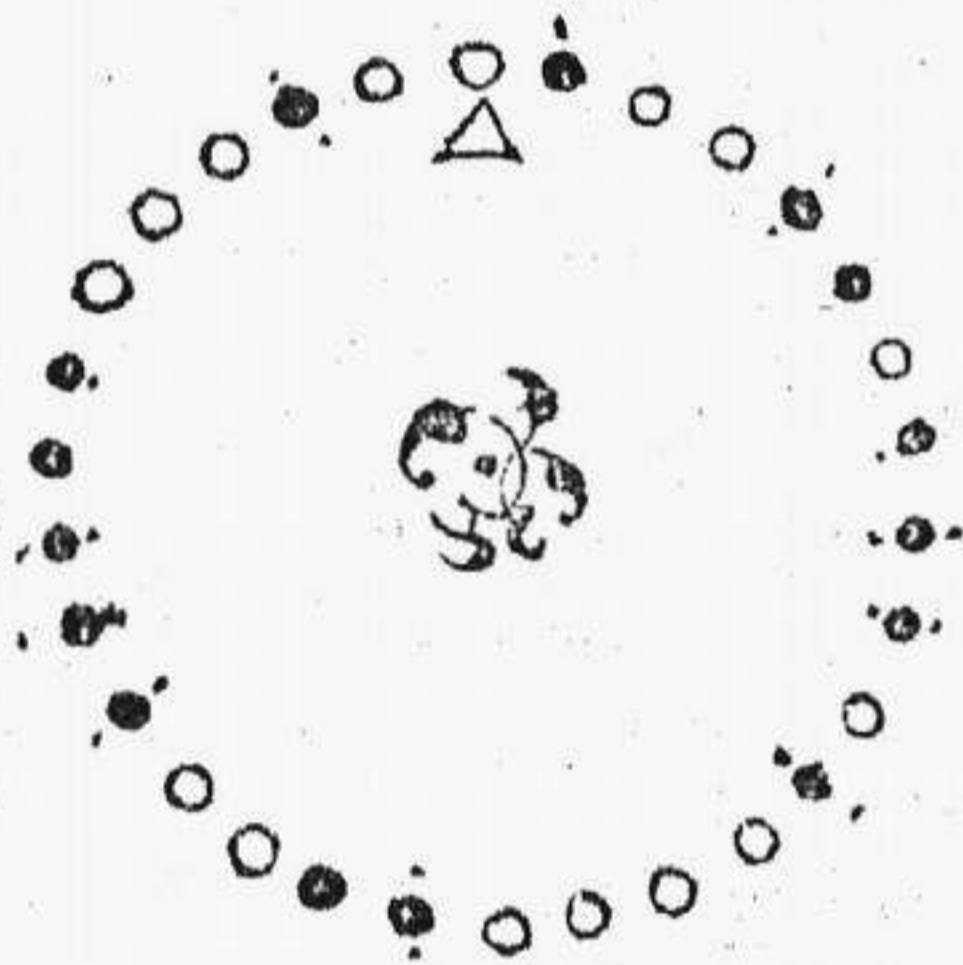
Ad intelligentiam operis ita ratiocinare. Quoties à pastore traduntur oues quatuor, æstimatione drachmarum octo & quadraginta, toties subulcus ~~parum~~ trientem, qui est sedecim, conuentionis lege, numerabit, & quod est reliquum pretij, Drachmas duas & triginta dato porco ad id summe taxato compensat. Vnde fit vt pastor pro quatuor ouibus iustum pretium assequatur, videlicet Drachmas in numerato sexdecim, & ex porco totidẽ. Que est æqualitas vtrique sine fraude.

### Quæstio 89.

In nauì vectores quindecim Christiani, totidẽq; Iudei, suborta tẽpestate magna, omni iã desperata salute, de facienda iactura cõueniũt, non solùm merciũ penitus, sed etiã vectorum dimidiæ partis, in hunc modum. Vt fortuitò dispositis omnibus in circulũ, decimus quisquis à Nauarcho numeratus ordine continuo proiiceretur in mare. Sors autẽ  
ita

ita tulit, vt in Iudaicam nationem cōplere-  
tur decimatio tota: Quæritur dispositionis  
ordinatio?

**A**d inuestigationem istam ars longè minus  
valet experimento. Quod fiet in hunc mo-  
dum. Describatur circulus triginta notis omicron,  
in peripheria tota dispositis, & vnde libuerit ini-  
tium faciendo progrediens ordinatim decadum fi-  
nem atramento replebis, ad quindecim vsque. Et  
ita signa dispositionis ordinem diuerso colere nota-  
bunt. Quod erat quæsitum. Neque solum per deca-  
des, sed aliis etiam, quibus videbitur numeris vtẽ-  
dum, vtputa exadibus, eptadibus, enneadibus, en-  
decadibus, ac reliquis dispositio poterit institui.  
Inuentionem hanc Logistici non habentes Iudeo-  
rum sedes multa loquacitate versibus inculcant.



Quæstio 90.

Lud





Ludens aleator tessera quatuor, quæro quibus & quot modis inter se diuersis iacere possit?

**A**D hoc erit traditio melior ab ipsis repetita principiis. hoc est ab vna tessera. Ex qua palam est tales & tot iactus inter se diuersos posse fieri, quales & quot sunt numeri quibus sex ipsius quadrata notantur, scilicet 1. 2. 3. 4. 5. 6, progressu sese naturali sequentes. Quos voco tabulam primam sex punctis distinctam in totidem partes, cuius ordinationem alie sequentur. Et primum tabula secunda duorum ordinum pro duabus tessera qualem infra subieci, distinctam transuersis lineis in sex partes secundum progredientes numeros in ordine primo, vbi monas sexies ordinatur, dyas quinques, trias quater, tetras ter, pentas bis, exas semel. Cum igitur ordinationes istæ naturaliter progrediantur, promptum erit per regulam ad has peculiarẽ versus omnes de tabula colligere. Quod erit multiplicando 3 in 7, fit summa 21. Id etiam numeratione repetita cognoscitur ex tabula precedenti. Quæ tota sex notis extenditur, & à parte secunda in finem quinque, item à tertia quatuor, à quarta tribus, à quinta duabus, in sexta vnicam habet. Quæ simul omnes versiculorum summam 21, sicut prius ostendunt. Hinc igitur certò ma-

nifestoque colligimus ex duabus tesseriis iactus va-  
 rios, quorum nullus sit alteri similis, vno & viginti,  
 nec amplius, modis quales notantur, fieri posse.  
 Ad tabulam tertiam trium ordinum pro tribus  
 tesseriis primam partem faciet secunda, ad similes  
 & totidem quot habet ipsa versiculos monadem  
 præponendo. Hunc ordinem primum in descensu  
 continuabit dyas in parte secunda, ad versiculos  
 quindecim. Deinde & in parte tertia trias ad de-  
 cem, in quarta tetras ad sex, in quinta pentas ad  
 tres, in vltima exas ad vnum. Et ita sex partibus,  
 sicut & alie, tabula constabit. Versiculorum mul-  
 titudinem indicabunt collecti partium dicti nume-  
 ri 21. 15. 10. 6. 3. 1 ad summam quin-  
 quaginta sex, quorum ratio particula-  
 tim habetur ex tabula secunda. Quæ to-  
 ta constat versibus 21, à parte autem se-  
 cunda in finem versibus 15, à tertia decem,  
 à quarta sex, à quinta tribus. Vltima ve-  
 rò pars vnicum habet. Sic igitur semper  
 ex tabula præcedenti ad subsequenter  
 versuum multitudo præfinitur. In quibus  
 etiam perpetuò seruandum, vt æqualis nota nume-  
 ri, vel maior præcedentem se ipsa sequatur, &  
 nusquam minor. Hæc autem cognita, simul cum pro-  
 gressionis ordine faciunt, vt in constructione tabu-  
 larum adiectione, vel detractione non fiat error.

Manifest

Manifestum est igitur ex tribus tesseriis iactus va-  
 rios, quales notantur in tabula tertia, quinquage-  
 sies sexies, nec ultra, fieri posse. Quartam postre-  
 mō tabulam quatuor ordinum pro totidem tesseriis  
 in proposito faciemus ad singulos versus quinquag-  
 inta sex, quales sunt in tertia, monadem præpo-  
 nendo. Quæ pars erit prima tabulæ, & primus ex  
 quatuor ordo. Hunc continuabit dyas ad versicu-  
 los 35 principium faciens. Deinde trias ad vigin-  
 ti, tetras ad decem, pentas ad quatuor,  
 exas ad unum. Hos igitur sex componen-  
 do numeros versusū tabulæ summa fit cē-  
 tum viginti sex. Quorum ratio singula-  
 tim ex tabula tertia finitur, eo modo quē  
 in eam ipsam ex secunda monstravi. Di-  
 cendum itaque aleatorem quatuor tesse-  
 ras dissimilibus inuicem modis cētum sex  
 & viginti, quales ostendit tabula quar-  
 ta, iacere posse. Quod erat quæsitum.

56
35
20
10
4
1
26

Si quis autem ad tesseras plures, utpote quinque,  
 & quotquot velit deinceps, iactus inquirat, viam  
 habet præ oculis. Super qua tamen, ut pernoscat,ur,  
 quædam adhuc pauca subnectam. Partem primam  
 tabulæ quintæ quarta iam descripta faciet, si ad  
 singulos versusum 126 prænotetur monas, ordinem  
 quintum describens. Quem prolongabit dyas tot  
 versiculis quod habet ipsa quarta ex secunda par-

te in finem, qui sunt septuaginta. Similiter & trias versiculis triginta quinque, tetras quindecim, pentas quinque, exas vnico. Et sic erit in tabula quinta versuum multitudo ducentum quinquaginta duorum. Quam componunt sex dicti partium numeri 126. 70. 35. 15. 5. 1. Aliam tabulam pro sex tesseris querendo precedentium more inuenies contineri versibus quadringentis duobus & sexaginta.

### Tabulæ sequuntur.

Pri-	22	Ter-	136	244	444	III3
ma.	23	tia.	144	245	445	III4
I	24		145	246	446	III5
		III	146	255	455	III6
2	25	II2	155	256	456	II22
3	26	II3	156	266	466	II23
4	33	II4	166	<u>        </u>	<u>        </u>	II24
5	34	II5	<u>        </u>	333	555	II25
6	35	II6	222	334	556	II26
<u>        </u>	<u>        </u>	I22	223	335	566	II33
Secu	36	I23	224	336	<u>        </u>	II34
da.	44	I24	225	344	666	II35
II	45	I25	226	345	56	II36
12	46	I26	233	346	Quar-	II44
13	55	I33	234	355	ta.	II45
14	56	I34	235	356	IIII	II46
15	66	I35	236	366	II12	
<u>        </u>	<u>        </u>			<u>        </u>		

1155	1344	2234	2455	3466
1156	1345	2235	2456	3555
1166	1346	2236	2466	3556
1222	1355	2244	2555	3566
1223	1356	2245	2556	3666
1224	1366	2246	2566	<u>4444</u>
1225	1444	2255	<u>2666</u>	4445
1226	1445	2256	3333	4446
1233	1446	2266	3334	4455
1234	1455	2333	3335	4456
1235	1456	2334	3336	4466
1236	1466	2335	3344	4555
1244	1555	2336	3345	4556
1245	1556	2344	3346	4566
1246	1566	2345	3355	<u>4666</u>
1255	<u>1666</u>	2346	3356	5555
1256	2222	2355	3366	5556
1266	2223	2356	3444	5566
1333	2224	2366	3445	5666
1334	2225	2444	3446	<u>6666</u>
1335	2226	2445	3455	<u>        </u>
1336	2233	2446	3456	126

Quaestio 91.

De ponderibus ad librã multitudine mi-  
nima parandis, summa qualibet examinis

data, quæri solet, qua ratione temperentur?

**E** Sto summa data utpote quadraginta pondo. Quam per omnes suos numeros singillatim examinare proponas, ponderibus quàm paucissimis fieri possit. Præparentur ex ferro, siue plumbo, aliâve materia, pile quatuor ratione tripla gravitatis excedentes sese continuè. Prima quidem unius libræ, secunda trium, tertia novem, quarta septem & viginti, quarum sit gravitas si. ~~in~~ m. do quadraginta. His ita constitutis, sic erit usus. Primum enim ad appensionem dua pondo statuitur in vna lance pondus examinandum cum unius libræ massula, & in altera ponitur ex aduerso pila secunda pondo trium. Ad quatuor pondo primam pilam simul cum secunda locabis. Ad quinque tertiam, contrapositis cum appensione duabus, prima scilicet atque secunda. Ad sex pondo, usus erit secunde contra tertiam. Ad septem, secunde contra primam, & tertiam. Octo dabit contra primam tertia, & eadem simul cum prima decem, cum secunda duodecim, & undecim, contrapendente prima. Quam duabus adiungens ad tredecim libramentum perueniet. Ad quatuordecim pilam quartam adhibebis, contralibrantibus, unâ cum pondere, tribus. Vnde primam separando ad quindecim procedit examen. Et eandem adiiciendo quartæ,  
libr

librale pondus accedit, & item aliud, si primam ex aduerso cum tertia, loco secundæ, reponas. Sola verò tertia, cum pondere decem & octo æquilibrium ad vltimam faciet. Cui rursus primam applicabis, tertiam cum appensione relinquēs, si priorem monade superabit. Ad viginti deinde quarta perueniet, comitante secunda, si fuerit pondus temperatum reliquis duabus. Et ita deinceps ( ne fiam reliqua sectando prolixior ) ingenio tali pondera pilarum detractione, vel adiectione temperando, pensitationum numeri complebuntur omnes intra summam datam pondo quadraginta. Quod erat in proposito monstrandum.

Si libeat vltra pergere, pilam quintam fabricabis, seruata proportione tripla grauitatis continuè cum cæteris, scilicet vnus & octoginta librarum. Vnde procedet examen, numerando singillatim progressu naturali, ad pondo centum viginti vntē. Sed si fortè videbitur pondera pilarum infrà summam progressionis rescindere, vtputa ad centum, satis erit excessum librarum vnus & viginti ab vltima decurtare, vt sit ipsa librarum sexaginta. Sic igitur cum aliis quatuor examen pondo centū, nec vltra, complebitur. Ad hæc insuper globulis adiectis, vno quadrantis, & altero selibræ, quadrantalia fragmenta librarum habebis examine toto. Poterunt & in ratione dupla grauitatis

*pilæ temperari, vt sit prima pondere libræ, secunda duarum, tertia quatuor, quarta octo, quinta sexdecim, & ita deinceps, eritque modus ad examen facilior, vt cui contrapositione nulla sit opus, sed additione sola pilarum, plurimum tamen quàm in ratione priori.*

*Solent etiã huiusmodi pondera, ingenioso quodã inuento, talibus ex orichalco conoidibus formis abscisis institui, vt maior semper intra se duplo minorem aptè recipiens, & omnes simul congruentes in maximam, vnum sit omnium veluti corpus in pixide concretum. Vnde separatim, siue coniunctim, prout exigat vsus, in libræ lācem ad examina producuntur. Quenam sit autem deformationis istius ratio explicatur à nobis in eo quem de libra et statera aliàs ædidi libello.*

### Quæstio 92.

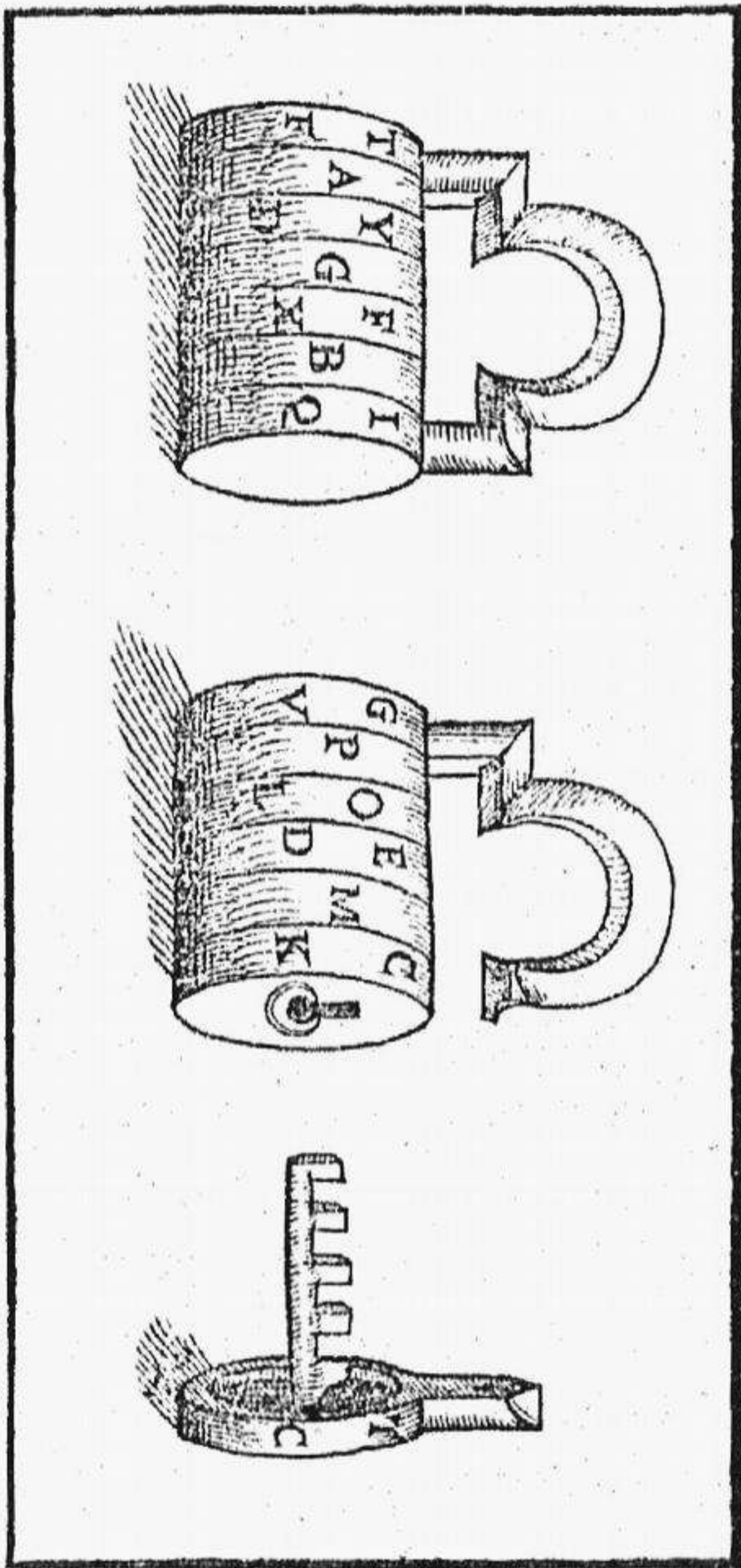
*Seras quasdam opifices, ære vel ferro, ea subtilitate concinnant, vt & tuto claudant, & claue nulla sit opus ad referandum, sed artificij solùm notitia parua. Fiunt autem plurimum forma cylindri in medio ad basim vsque perforati. Quem æquales annuli quatuor versatiles inuectiunt, incisuram tenuem interius habentes singuli. Inter quas ordine recto dispositas clauus inditur forami*

mini



mini congruēs, lato capite, cui prominet ro-  
strum, geritque veluti dorso denticulos qua-  
tuor, ita crassos & extantes, vt incisurarum

ordinem rectū  
facile pertrans-  
eant: qui cū sit  
in occulto lite-  
ris in superficie  
connexa circu-  
lorum, incisus,  
& in nomen ali-  
quod ordina-  
tis agnoscitur.  
Quibus quan-  
tūlibet modica  
versatione tur-  
batis, clauus dē-  
ticularū morſu  
conclusus intra  
cylindrū cohi-  
betur, ne possit  
extrahi. Nec pa-  
tet vnquā egres-  
sus ad apertu-  
ram, nisi ad id



quod prius in ingressu nomen literæ resti-  
tuantur. Quas fere senas omnis annulus ha-

bere solet. Pluribus tamen aliquando quàm quatuor circulis connectuntur huiusmodi claustra, nec ad vnam solummodo vocem artificis arbitrio constitutam recluduntur, sed ad quancunque libeat claudenti dispo- nere. Finge nunc super organo alterutra ex dictis ratione cōstructo, aperire volēti clau- sulæ tesseram excidisse: Quæro quānam ar- te possit inuestigari, ne cogamur infringere feram?

**A**D inueniendum huiusmodi locum *apertu- ræ*, necessarium est omnino tabulam ordi- nare, in qua reuolutionum omnes modi quicunque per quatuor circulos inter se diuersi possunt eue- nire contineantur, nullo prætermisso. Nam cū ad vnum aliquem ex omnibus facta sit conclusio, eo- dem reperto sit reclusio. Sed est hoc adeo longum, & implicitum, vt ad constructionem tabulæ ar- tificio non vulgari sit opus. Quod hucusque tetigit nemo. Procedit enim variatio ad modos vsque mil- le ducentos nonaginta sex, sicut ex subiectis appa- rebit. Quare non est etiam vt inuentionem fortui- tam quis expectet. Nam ( vt ait Cicero de Diui- natione ) Quatuor tali iacti casu venerium effi- ciunt. Num etiam centum venerios, si quadringen- tos talos ieceris casu futuros putes? Erit igitur in- quisitionis ista ratio, quò magis intelligatur à suis  
inch

inchoanda principiis, hoc est ab unico circulo. Post unum ad duos veniendum, deinde ad tres. Postremo ad quatuor. Et quamvis literarum figuræ annulis incidantur, attamen, ut sit traditio commodior, nunc intelligere volo unumquęque, ex annulis istis loco sex literarum, totidē numeros à monade progrediētes habere, scilicet 1. 2. 3. 4. 5. 6. Nec est necesse ut progressionis ordo seruetur. Quomodo autem ad literas respondeant postea docebitur. Sed tabulam rationem iam ineamus. Quę tamen si simile quiddā cum superioribus de tesseriis habeant, multum tamen differūt, multipliciūque procedūt. Erit itaque ad unicum circulum tabula prima sex notis numerorum progressu naturali, totidēmq; partibus constans, in hunc modum 1. 2. 3. 4. 5. 6. Manifestum est siquidē in vno circulo nullā reuolutionis varietatem ultra sex suas literas progredi posse. Ad duos autem annulos tabulā duorum ordinum prima faciet repetita sexies, qui secundus erit ordo, sex suis partibus secundū repetitiones distinctus. Ordinem primum facient monades in prima parte, dyades in secūda, triades in tertia, tetra- des in quarta, pētades in quinta, exades in vltima. Et sic erunt versiculi triginta sex. Tertia tabula pro tribus circulis ordinum totidē ex secunda procedet reposita sexies, ad singulos versuū in prima parte monadem præponendo, qui primus erit ordo.

Quem

Quem continuabunt in parte secunda, triades in tertia, & item alie tres figuræ 4.5.6. eadem multitudine versuum singulæ. Qui fient in summa ducenti sexdecim. Ad postremum tabula quarta ordinum quatuor pro totidem annulis, quam querimus, ex tertia formabitur, aliarum more, repetita sexies. singulis versuum ducentis sexdecim monade præposita. Qui primus ex quatuor erit ordo, continuè procedens per dyades in parte secunda, atque per triades in tertia, & per alias item figuræ 4.5.6 ad finem vsque. Quare tabulam quartam implebunt versiculi mille ducenti nonaginta sex. Tabulas igitur ordine præscripto subieci. Ex quibus vltima revolutiones circulorum quatuor in proposito quotquot inuicem diuersæ fieri possunt, nulla prætermissa monstrabit. Versiculorum autem multitudo à prima tabula ad quot libuerit alias senaria multiplicatione colligitur in hunc modum. Ducito sex primæ notas in se, hoc est 6 in 6, fuit versiculi 36, pro tabula secunda. Quos iterum in 6 multiplicans facies 216 pro tertia. Rursum multiplicando 216 in 6, producantur versus mille ducenti nonaginta sex, pro nostra quam querimus tabula quarta. Ad quintam autem si videbitur, pro quinque circulis ordinem primum ex quinque superiorum traditione constitues ad versiculos septem milia septingentos septuaginta sex. Quod est produ-

Etum

Etum ex multiplicatione 1296 in 6. Item quoque deinceps multiplicando 7776 in 6, procedet ad tabulam sextam versuum numerus 46656. Quorum omnium notæ pro monadicis habentur. Constat igitur huiusmodi ratio tabularum ex præmissis apertissimè.

Tabulæ sequuntur.

Tab. Tab.

Tabula 3.

I. 2.

I	II	III	2II	3II	4II	5II	6II
2	I2	II2	2I2	3I2	4I2	5I2	6I2
3	I3	II3	2I3	3I3	4I3	5I3	6I3
4	I4	II4	2I4	3I4	4I4	5I4	6I4
5	I5	II5	2I5	3I5	4I5	5I5	6I5
6	I6	II6	2I6	3I6	4I6	5I6	6I6
	2I	I2I	22I	32I	42I	52I	62I
	22	I22	222	322	422	522	622
	23	I23	223	323	423	523	623
	24	I24	224	324	424	524	624
	25	I25	225	325	425	525	625
	26	I26	226	326	426	526	626

31	131	231	331	431	531	631
32	132	232	332	432	532	632
33	133	233	333	433	533	633
34	134	234	334	434	534	634
35	135	235	335	435	535	635
36	136	236	336	436	536	636
41	141	241	341	441	541	641
42	142	242	342	442	542	642
43	143	243	343	443	543	<del>643</del>
44	144	244	344	444	544	644
45	145	245	345	445	545	645
46	146	246	346	446	546	646
51	151	251	351	451	551	651
52	152	252	352	452	552	652
53	153	253	353	453	553	653
54	154	254	354	454	554	654
55	155	255	355	455	555	655
56	156	256	356	456	556	656
61	161	261	361	461	561	661
62	162	262	362	462	562	662
63	163	263	363	463	563	663
64	164	264	364	464	564	664
65	165	265	365	465	565	665
66	166	266	366	466	566	666

Tabula 4.

IIII	I2II	I3II	I4II	I5II	I6II
IIII2	I2I2	I3I2	I4I2	I5I2	I6I2
IIII3	I2I3	I3I3	I4I3	I5I3	I6I3
IIII4	I2I4	I3I4	I4I4	I5I4	I6I4
IIII5	I2I5	I3I5	I4I5	I5I5	I6I5
IIII6	I2I6	I3I6	I4I6	I5I6	I6I6

II2I	I22I	I32I	I42I	I52I	I62I
II22	I222	I322	I422	I522	I622
II23	I223	I323	I423	I523	I623
II24	I224	I324	I424	I524	I624
II25	I225	I325	I425	I525	I625
II26	I226	I326	I426	I526	I626

II3I	I23I	I33I	I43I	I53I	I63I
II32	I232	I332	I432	I532	I632
II33	I233	I333	I433	I533	I633
II34	I234	I334	I434	I534	I634
II35	I235	I335	I435	I535	I635
II36	I236	I336	I436	I536	I636

II4I	I24I	I34I	I44I	I54I	I64I
II42	I242	I342	I442	I542	I642
II43	I243	I343	I443	I543	I643
II44	I244	I344	I444	I544	I644
II45	I245	I345	I445	I545	I645
II46	I246	I346	I446	I546	I646

1151	1251	1351	1451	1551	1651
1152	1252	1352	1452	1552	1652
1153	1253	1353	1453	1553	1653
1154	1254	1354	1454	1554	1654
1155	1255	1355	1455	1555	1655
1156	1256	1356	1456	1556	1656

1161	1261	1361	1461	1561	1661
1162	1262	1362	1462	1562	1662
1163	1263	1363	1463	1563	<del>1663</del>
1164	1264	1364	1464	1564	1664
1165	1265	1365	1465	1565	1665
1166	1266	1366	1466	1566	1666

2111	2211	2311	2411	2511	2611
2112	2212	2312	2412	2512	2612
2113	2213	2313	2413	2513	2613
2114	2214	2314	2414	2514	2614
2115	2215	2315	2415	2515	2615
2116	2216	2316	2416	2516	2616

2121	2221	2321	2421	2521	2621
2122	2222	2322	2422	2522	2622
2123	2223	2323	2423	2523	2623
2124	2224	2324	2424	2524	2624
2125	2225	2325	2425	2525	2625
2126	2226	2326	2426	2526	2626



---

2131	2231	2331	2431	2531	2631
2132	2232	2332	2432	2532	2632
2133	2233	2333	2433	2533	2633
2134	2234	2334	2434	2534	2634
2135	2235	2335	2435	2535	2635
2136	2236	2336	2436	2536	2636

---

2141	2241	2341	2441	2541	2641
2142	2242	2342	2442	2542	2642
<del>2143</del>	2243	2343	2443	2543	2643
2144	2244	2344	2444	2544	2644
2145	2245	2345	2445	2545	2645
2146	2246	2346	2446	2546	2646

---

2151	2251	2351	2451	2551	2651
2152	2252	2352	2452	2552	2652
2153	2253	2353	2453	2553	2653
2154	2254	2354	2454	2554	2654
2155	2255	2355	2455	2555	2655
2156	2256	2356	2456	2556	2656

---

2161	2261	2361	2461	2561	2661
2162	2262	2362	2462	2562	2662
2163	2263	2363	2463	2563	2663
2164	2264	2364	2464	2564	2664
2165	2265	2365	2465	2565	2665
2166	2266	2366	2466	2566	2666

---

3111	3211	3311	3411	3511	3611
3112	3212	3312	3412	3512	3612
3113	3213	3313	3413	3513	3613
3114	3214	3314	3414	3514	3614
3115	3215	3315	3415	3515	3615
3116	3216	3316	3416	3516	3616

3121	3221	3321	3421	3521	3621
3122	3222	3322	3422	3522	3622
3123	3223	3323	3423	3523	<del>3623</del>
3124	3224	3324	3424	3524	3624
3125	3225	3325	3425	3525	3625
3126	3226	3326	3426	3526	3626

3131	3231	3331	3431	3531	3631
3132	3232	3332	3432	3532	3632
3133	3233	3333	3433	3533	3633
3134	3234	3334	3434	3534	3634
3135	3235	3335	3435	3535	3635
3136	3236	3336	3436	3536	3636

3141	3241	3341	3441	3541	3641
3142	3242	3342	3442	3542	3642
3143	3243	3343	3443	3543	3643
3144	3244	3344	3444	3544	3644
3145	3245	3345	3445	3545	3645
3146	3246	3346	3446	3546	3646

3151

---

3151	3251	3351	3451	3551	3651
3152	3252	3352	3452	3552	3652
3153	3253	3353	3453	3553	3653
3154	3254	3354	3454	3554	3654
3155	3255	3355	3455	3555	3655
3156	3256	3356	3456	3556	3656

---

3161	3261	3361	3461	3561	3661
3162	3262	3362	3462	3562	3662
<del>3163</del>	3263	3363	3463	3563	3663
3164	3264	3364	3464	3564	3664
3165	3265	3365	3465	3565	3665
3166	3266	3366	3466	3566	3665

---

4111	4211	4311	4411	4511	4611
4112	4212	4312	4412	4512	4612
4113	4213	4313	4413	4513	4613
4114	4214	4314	4414	4514	4614
4115	4215	4315	4415	4515	4615
4116	4216	4316	4416	4516	4616

---

4121	4221	4321	4421	4521	4621
4122	4222	4322	4422	4522	4622
4123	4223	4323	4423	4523	4623
4124	4224	4324	4424	4524	4624
4125	4225	4325	4425	4525	4625
4126	4226	4326	4426	4526	4626

---

---

4131	4231	4331	4431	4531	4631
4132	4232	4332	4432	4532	4632
4133	4233	4333	4433	4533	4633
4134	4234	4334	4434	4534	4634
4135	4235	4335	4435	4535	4635
4136	4236	4336	4436	4536	4636

---

4141	4241	4341	4441	4541	4641
4142	4242	4342	4442	4542	4642
4143	4243	4343	4443	4543	4643
4144	4244	4344	4444	4544	4644
4145	4245	4345	4445	4545	4645
4146	4246	4346	4446	4546	4646

---

4151	4251	4351	4451	4551	4651
4152	4252	4352	4452	4552	4652
4153	4253	4353	4453	4553	4653
4154	4254	4354	4454	4554	4654
4155	4255	4355	4455	4555	4655
4156	4256	4356	4456	4556	4656

---

4161	4261	4361	4461	4561	4661
4162	4262	4362	4462	4562	4662
4163	4263	4363	4463	4563	4663
4164	4264	4364	4464	4564	4664
4165	4265	4365	4465	4565	4665
4166	4266	4366	4466	4566	4666

---

---

5111	5211	5311	5411	5511	5611
5112	5212	5312	5412	5512	5612
5113	5213	5313	5413	5513	5613
5114	5214	5314	5414	5514	5614
5115	5215	5315	5415	5515	5615
5116	5216	5316	5416	5516	5616

---

5121	5221	5321	5421	5521	5621
5122	5222	5322	5422	5522	5622
5123	5223	5323	5423	5523	5623
5124	5224	5324	5424	5524	5624
5125	5225	5325	5425	5525	5625
5126	5226	5326	5426	5526	5626

---

5131	5231	5331	5431	5531	5631
5132	5232	5332	5432	5532	5632
5133	5233	5333	5433	5533	5633
5134	5234	5334	5434	5534	5634
5135	5235	5335	5435	5535	5635
5136	5236	5336	5436	5536	5636

---

5141	5241	5341	5441	5541	5641
5142	5242	5342	5442	5542	5642
5143	5243	5343	5443	5543	5643
5144	5244	5344	5444	5544	5644
5145	5245	5345	5445	5545	5645
5146	5246	5346	5446	5546	5646

---

5151	5251	5351	5451	5551	5651
5152	5252	5352	5452	5552	5652
5153	5253	5353	5453	5553	5653
5154	5254	5354	5454	5554	5654
5155	5255	5355	5455	5555	5655
5156	5256	5356	5456	5556	5656

5161	5261	5361	5461	5561	5661
5162	5262	5362	5462	5562	5662
5163	5263	5363	5463	5563	<del>5663</del>
5164	5264	5364	5464	5564	5664
5165	5265	5365	5465	5565	5665
5166	5266	5366	5466	5566	5666

6111	6211	6311	6411	6511	6611
6112	6212	6312	6412	6512	6612
6113	6213	6313	6413	6513	6613
6114	6214	6314	6414	6514	6614
6115	6215	6315	6415	6515	6615
6116	6216	6316	6416	6516	6616

6121	6221	6321	6421	6521	6621
6122	6222	6322	6422	6522	6622
6123	6223	6323	6423	6523	6623
6124	6224	6324	6424	6524	6624
6125	6225	6325	6425	6525	6625
6126	6226	6326	6426	6526	6626

6131

---

6131	6231	6331	6431	6531	6631
6132	6232	6332	6432	6532	6632
6133	6233	6333	6433	6533	6633
6134	6234	6334	6434	6534	6634
6135	6235	6335	6435	6535	6635
6136	6236	6336	6436	6536	6636

---

6141	6241	6341	6441	6541	6641
6142	6242	6342	6442	6542	6642
6143	6243	6343	6443	6543	6643
6144	6244	6344	6444	6544	6644
6145	6245	6345	6445	6545	6645
6146	6246	6346	6446	6546	6646

---

6151	6251	6351	6451	6551	6651
6152	6252	6352	6452	6552	6652
6153	6253	6353	6453	6553	6653
6154	6254	6354	6454	6554	6654
6155	6255	6355	6455	6555	6655
6156	6256	6356	6456	6556	6656

---

6161	6261	6361	6461	6561	6661
6162	6262	6362	6462	6562	6662
6163	6263	6363	6463	6563	6663
6164	6264	6364	6464	6564	6664
6165	6265	6365	6465	6565	6665
6166	6266	6366	6466	6566	6666

---

Cæterum quoniam, vt dictum est, in annulis scal  
puntur literæ, videamus quemadmodum numeris  
aptentur in tabula quarta. Pone annulum primum  
signari, sex literis O F C S D A, Secundum aliis  
totidem V I O A E M. Tertium I D L N V A.  
Quartum R E I A S T. Et in quatuor exadibus  
istis singulatim finge vnâquâque literarum esse  
numerum aliquem exadis 1.2.3.4.5.6, eo quo tibi  
videbitur ordine, prout in hoc loco tabulam dispo-  
sui. In qua sex versuum literas à summis ad infi-  
mas ordine legendo, dictiones videbis huiusmodi,  
O vir, Fide, Coli, Sana, Deus, Amat. Quibus re-  
spondent superpositi literis numeri hoc ordine,  
1364, 3411, 2525, 6243, 5156, 4632. Qui  
sunt versiculi sex in tabula di-  
spersi. Alia etiam verba fa-  
cies ex singulis annulorum li-  
terâ capiēs aliter quàm prius,  
vtpote, Fiat, Sile, Diui, Aula.  
Quas referunt numeri 3432,  
6421, 5455, 4323. Volens  
igitur seram aperire is cui sit  
clausule nomen ignotum, à pri-  
mo versu tabule quartæ faciēs  
initium singulos ordinatim annulorum reuolutione  
tentabit, clauum semper trahendo donec extrahi  
possit ad a<sup>u</sup>rturam. De qua nihil est dubitandum,  
cūm

1	3	2	6	5	4
O	F	C	S	D	A
3	4	5	2	1	6
V	I	O	A	E	M
6	1	2	4	5	3
I	D	L	N	V	A
4	1	5	3	6	2
R	E	I	A	S	T



cùm sit impossibile vt extra tabulam cadat. Et ita seram referando Logistes artificis arcànum ingenio superabit. Quod erat propositum.



## LIBER QVIN- T V S,

De quæstionibus Logisticis, quarum fit solutio per quadraturam.

### Quæstio I.

Scholasticus Archias interrogatus, quot Nummos haberet in oculis, ita logisticè respondit. Si mihi tantùm adhuc essent, quantum habeo, præterea dimidium, & ipsum insuper dimidiatum dimidium, vnusque de tuis accederet, centum possiderem. Quæritur quot Nummos Archias habuit?

**P**ONE Archiam habuisse Nūmos 1  $\varrho$ . Adde tantundem, fit 2  $\varrho$ , adde rursus dimidium, fit 2  $\frac{1}{2}$   $\varrho$ , & iterum dimidiatum dimidium, hoc est,  $\frac{1}{4}$   $\varrho$ , fit 2  $\frac{3}{4}$   $\varrho$ , adde 1, fit summa 2  $\frac{3}{4}$   $\varrho$  P I [ 100. Et

equatione facta habes  $\frac{11}{4} \text{ s } [99]$ . Partire 99 in  $\frac{11}{4}$ , hoc est 396 in 11, provenit 36. Respondebis igitur in oculis Archie Nummos fuisse triginta sex. Quod erat quaesitum.

Probationem dabit experimentum, hoc modo. Ad Nummos 36 adde tantundem, fit 72. Iterum adde dimidium 36, quod est 18, fit 90. Rursum adde quadrantem 36, hoc est 9, fit 99, quibus addita monade centum efficies. Quod erat probandū.

## Quaestio 2.

Quidam Nummis quatuor & sexaginta mercatus est perdices quinque, gallinas octo, phasianas quatuor, ita ut staret gallina minoris dimidio quam perdix: phasiana autē triplo maioris, & Nummo praeterea plus quam gallina. Quaeritur quanti constet separatim, perdix, gallina, phasiana?

**P**one perdicem valere 1 s, valebit igitur gallina  $\frac{1}{2} \text{ s}$ , & phasiana 1  $\frac{1}{2} \text{ s}$  P 1. Quare & quinque perdices precium habebunt, 5 s, octo gallinae 4 s, phasiane quatuor 6 s P 4. Adde simul omnium pretia, fit summa 15 s P 4 [64]. Et equatione facta remanent 15 s [60]. Partire in 15, provenit 4, pretium perdicis, quo dato sequuntur alia. Dicemus itaque, perdicem emptam

Num

Nummis quatuor, gallinam duobus, phasianam septem. Quod erat quaesitum.

### Quaestio 3.

Turdi septem, coturnices duodecim veniunt Sestertiis triginta: et eadem ratione pretij, novem coturnices, quatuor turdi viginti Sestertiis emuntur: Quaero, quanti per se stabit utrunque genus avium?

**P**one turdum valere 1  $\text{q}$ , igitur turdi 7 valent 7  $\text{q}$ , quare  $\text{q}$  coturnices 12 valebunt 30  $M$  7  $\text{q}$ . Ut autem habeas valorem coturnicum 9, dispone regulam. Si coturnices 12 valent 30  $M$  7  $\text{q}$ , quid coturnices 9? Operare et habebis  $22 \frac{1}{2}$   $M$  5  $\frac{1}{4}$   $\text{q}$  [ 20  $M$  4  $\text{q}$ . Et aequatione facta restat  $2 \frac{1}{2}$  [ 1  $\frac{1}{4}$   $\text{q}$  ]. Partire  $2 \frac{1}{2}$  in  $1 \frac{1}{4}$ , hoc est 20 in 10, provenit 2, quod est pretium turdi. Respondebis igitur turdos undecim valere Sestertios 22,  $\text{q}$  coturnices 21 Sester. viginti octo. Quod erat quaesitum.

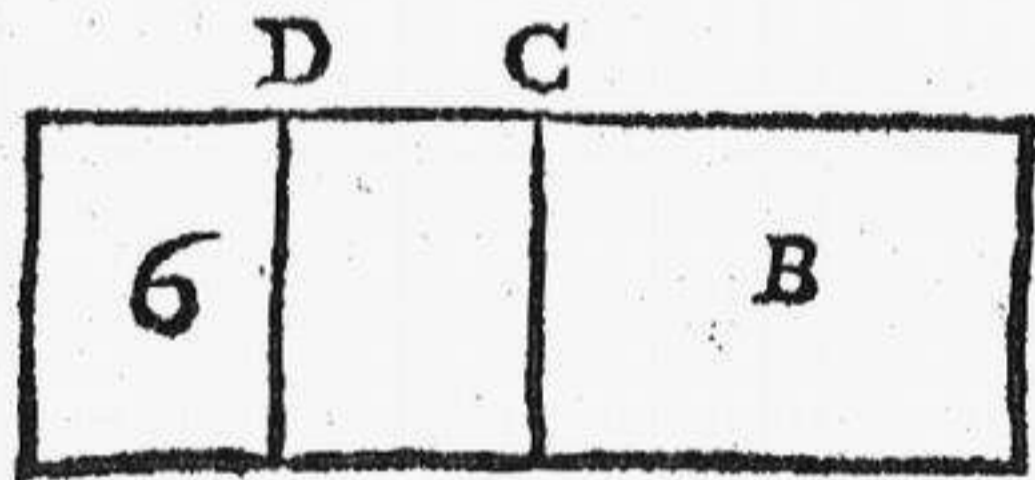
### Quaestio 4.

Quidam emptis aliquot pomis, secum ratiocinatus inuenit, lucraturum se Denarios quatuor, si paria singula venderet Denario. Vendendo autem femisse Denarij perditurum

rum Denarios duos: Quæro, quot poma, & quot Denariis empta sint?

**P**one empta fuisse poma 1  $\varrho$ . Vende singula duo poma Denario, hoc est, partire 1  $\varrho$  in 2, prouenit  $\frac{1}{2}$   $\varrho$ . Aufer lucrum 4, restat fors  $\frac{1}{2}$   $\varrho$  M 4. Rursum partire 1  $\varrho$  in 4, prouenit  $\frac{1}{4}$   $\varrho$ , adde damnum 2, fit fors  $\frac{1}{4}$   $\varrho$  P 2 [  $\frac{1}{2}$   $\varrho$  M 4. Et equatione facta habebis 1  $\varrho$  [ 24 ]. Dic igitur empta fuisse poma quatuor & viginti, Denariis octo. Quod erat quæsitum.

Aliter. Ex ipsa venditione pomorum satis intelligimus numerum bipartitò, & quadripartitò equaliter diuidi. Lucri autè & damni summa 6, est partiũ



differentia: quibus cognitis, pone numerum pomorum esse in orthogonio B, quem diuide per equalia in signo C, & ipsius dimidium rursus per equalia in D. Et quoniam partium differentia 6 orthogonij quadrante conficitur, ipsum totum est 24, qui fuit pomorum numerus. Quem oportuit inuenire. Ceterum tale ratiocinandi genus, magis est Geometræ quàm Logistici.

Quæst

Quæstio 5.

Idem iterum nucibus emptis supputavit, vendendo nucum tessere decades singulas Denario, se perditurum Denarium minus quatuor nucibus. Sed vendendo duodecim Denario, se lucraturum nuces duas: Quæritur, quo numero precioque nuces emerit?

**I**n hoc primùm inspicere debet, nuces istæ quæ  
 iterum ex damno Denarij quid auferant, consy-  
 derando quòd cum ex nucibus tessera decades sin-  
 gule venduntur Denario, ipse totus numerus par-  
 titur in 14, et huius partitionis superfluum, quod po-  
 nitur esse 4, particule nomẽ accipiet ex partitore  
 14. Erunt igitur quatuor istæ nuces  $\frac{4}{14}$  hoc est  $\frac{2}{7}$   
 vnius Denarij. Aufer ex Denario  $\frac{2}{7}$ , restat  $\frac{5}{7}$   
 Denarij, quod erit damnũ ex venditione priori. Et  
 eadem ratione lucrum, duas nuces videbis esse sex-  
 tantem Denarij. Vult itaque propositum ex priori  
 venditione damnũ fieri  $\frac{5}{7}$  Denarij: ex secun-  
 da verò lucrum  $\frac{1}{6}$  Denarij. His cognitis, proce-  
 des vt in precedenti. Ponendo nuces emptas fuisse  
 19, partire in 14, fit  $\frac{1}{14}$  9, adde damnũ  $\frac{5}{7}$ , fit  
 fors  $\frac{1}{14}$  9 P  $\frac{5}{7}$ . Rursum partire 19 in 12, fit  $\frac{1}{12}$   
 9, aufer lucrũ  $\frac{1}{6}$ , restat fors  $\frac{1}{12}$  9, M  $\frac{1}{6}$  [  $\frac{1}{14}$   
 9 P  $\frac{5}{7}$ . Et æquatione facta  $\frac{1}{84}$  9 [  $\frac{17}{42}$ . Fac æqua-  
 tionem

tionē secundā multiplicando primā decussatim, et habebis  $42 \varrho [3108]$ . Partire in  $42$ , provenit  $74$ , pro nucibus emptis. Vt autem habeas pretium, partire  $74$  in  $14$ ; provenit  $5$ , adde damnū, hoc est  $1$ , fiunt Denarij  $6$ . Dicas igitur nuces emptas numero septuaginta quatuor, pretio Denariorum sex. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 6.

Fur in regia surreptis aliquot Aureis tagens de fuga, ipso vultu suspectus ianitori remoranti, furtivæ pecuniæ semissem, & tres insuper Aureos, velut offam cani latranti, callidus obiecit. Secundo præterea ianitori eius quod supererat pecuniæ trientē, & quatuor amplius Aureos obtulit. Tertio demū ianitori porrecto quadrante residui, minus Aureo, securus abiit, reliquos adhuc habens Aureos centum: Quæritur, quot primū fur inuolavit Aureos?

**P**one furem inuolasse Aureos  $1 \varrho$ . Aufer semissem  $P 3$ , restat  $\frac{1}{2} \varrho M 3$ . Aufer trientem  $P 4$ , remanet  $\frac{1}{3} \varrho M 6$ , detrahe quadrantem  $M 1$ , relinquitur  $\frac{1}{4} \varrho M 3 \frac{1}{2} [100$ . Et per æquationem  $\frac{1}{4} \varrho [103 \frac{1}{2}$ . Ad postremū ex æquatione secunda multiplicando decussatim

*fatim, habebis 2 ϑ [828.] Partire in 2, prouenit 414. Fur igitur à principio surripuit Aureos quadringentos quatuordecim. Quod erat quæsitum.*

### Quæstio 7.

Cùm ex prædatitia pecunia inter piratas Aureorum summa quingentorum in duas partes æqualiter diuidenda foret, suborta rixa, rapuit vterque quod potuit. Sedato postea ab Archipirata tumultu, deposuit alter en ripto semissem, & alter quadrantem, quibus inter se diuisis æqualiter, tulit vterque, sicut primùm debuit, summæ totius dimidium: Quæro, quot Aureos ipsorū vterq; rapuit in tumultu?

**N**Ecesse est in proposito, equalia fuisse duo residua, factò rapturæ deposito, quod diuisum per equalia, duas facit ex toto partes equalles. Nam si equalibus addantur equalia, tota quoque sunt equalia. Vnde procedit formula talis. Duos numeros in ratione sesquialtera reperire qui iuncti simul faciant 500. Pone minorem esse 1 ϑ, erit ergo maior 1  $\frac{1}{2}$  ϑ. Adde 1 ϑ, fit summa 2  $\frac{1}{2}$  ϑ [500. Et equationem secundam faciendo, habes 5 ϑ [1000]. Partire in 5, prouenit 200, quæ est vnius rapina, quare ϑ alterius erit 300. Di-

ces

ces igitur alterum rapuisse Aureos ducentos, & alterum trecentos. Quod erat quesitum.

### Quæstio 8.

Aureorum summa tercentum quadraginta octo, tribus æqualiter latronibus partiri debuit. Sed inter ipsos, facta controuersia, totum confusè diripitur. Composita tandè lite, placuit vt ex rapto singuli reponerent, Primus quidem semissem, Secundus trientem, Tertius quadrantem. Quibus inter se distributis æqualiter, Aureos quisquis (sicut debuit) centum sexdecim reportauit: Quæro, quanta fuerit singulorum rapina?

**I**N hac ratione, sicut in præcedenti, equalia sunt inter se post restitutionem residua. Vnde fit, vt ex raptura Tertij tres quartæ sint æquales duabus tertijs rapturæ Secūdi, & huius duæ tertiæ æquales dimidio rapinæ Primi. Vt autem inuenias in qua ratione sint rapinæ tertia ad secundam: dispositis  $\frac{3}{4}$   $\frac{2}{3}$  decussatimque multiplicatis, fient 8 & 9. Quare secunda ad tertiam rationem habet sesquioctauam. Et eadem via reperitur prima ad tertiam in ratione sesquialtera, hoc est, multiplicando decussatim  $\frac{2}{3}$   $\frac{1}{2}$ . His cõgnitis, pone tertiam esse 1 9, erit igitur secunda 1  $\frac{1}{3}$  8, & pri-  
ma



ma I  $\frac{1}{2}$ . Adde simul trium rapinas; fit summa  $3 \frac{1}{8} \rho$  [348]. Et æquationem secundam faciens habebis  $29 \rho$  [2784]. Partire in 29, prouenit 96, pro raptura Tertij, qua data sequuntur alie. Dices itaque rapinam Primi fuisse Aureos centum quadraginta quatuor, Secundi centum octo, Tertij nonaginta sex. Quod erat quesitum.

### Quæstio 9.

Tria in nauis dolia vino plena, salo iactantur funduntur: quorum primum amphoras capiebat quatuordecim vini Græci, Secundum viginti octo vini Falerni, Tertium quinquaginta sex vini Trebulani: & ex ea mistura replentur dolia rursus. Quæro, quid ex vnoquoque vini genere sit in dolia singula refusum?

**Q**uemadmodum in tribus doliis antequam fundantur vini Græci ratio subdupla est ad Falernum, & ad Trebulanum subquadrupla, ita & post confusionem, in vnoquoque doliolum separatim talis ratio perseuerat. Pone igitur in dolio primo amphorarum 14, post confusionem esse vini Græci 19, erit ergo in eodem Falerni 29, & Trebulani 49. Compose tria vina simul, fit summa  $7 \rho$  [14]. Partire in 7, prouenit 2, qui nu-

merus est amphorarum vini Græci in dolio primo. Quare & ex rationibus datus, erunt in eodem Falerni 4, & Trebulani 8. Quæ iunctæ simul faciunt amphoras 14. Rursum in dolio secundo amphorarum 28. Pone ut sit vini Græci 19, erit igitur in eodem Falerni 29, & Trebulani 49. Adde simul, fit 79 [ 28 ]. Partire in 7, provenit 4, pro numero amphorarum vini Græci in dolio secundo. Quare & in eo ipso erunt ex Falerno amphoræ 8, ex Trebulano 16, quæ iunctæ simul complent amphoras 28. Et eadem via, seu etiam ~~per~~ colligendo, trium generum misturam in ultimo dolio reperies. Dicemus itaque in doliis Primum refusum vini Græci amphoras duas, Falerni quatuor, Trebulani octo. In Secundum vini Græci quatuor Falerni octo, Trebulani sexdecim. In tertium Græci octo, Falerni sexdecim, Trebulani triginta duas. Quod erat quæsitum.

Habita etiam mistura cuiuslibet ex doliis, habebitur & reliquorum, quoniam ratio mixturæ non tantum servatur in confuso, sed etiam inter dolia generibus separatis, sicut ex solutione facta videmus.

Dabis præterea quæsitum ex Regula, more societatis, hoc modo. Cum tria simul dolia capiant amphoras 98. Dispone Regulam. Si inter amphoras 98 sunt vini Græci amphoræ 14, quid inter 14? quod

quod est dolium Primum. Operare, & inuenies vini Graeci amphoras duas sicut antea. Et sic in aliis.

### Quaestio 10.

Duo nauigantes nauulum cum nauarcho pepigerunt Aurcos octoginta quatuor, hoc adiecto, vt quotquot vellet alios ipse vectores reciperet, dummodo ex superuenientium vectura dimidium ipsi duo participarent. Accidit autem tres alios superuenisse, pacto pacto, vt ipsi tres cum prioribus fortem eandem nauuli subirent. Expleta nauigatione, quaero, quid pro vectura singuli nauiculario debeant?

**A**D quaesitum pertinges positionum regula, sed longo circumductu, quaerendo quinque numeros inuicem aequales, quorum duo ex ipsis cum reliquorum trium dimidio faciant 84, quos per quadraturam statim habebis. Pone vnum ex talibus numeris esse 19, erunt igitur omnes simul 59, quorum duo sunt 29, adde dimidium reliquorum trium ad 29, hoc est  $1\frac{1}{2}$  9, fit summa  $3\frac{1}{2}$  9 [84. hoc est, 7 [168]. Partire in 7, proueniunt Aurei 24, pro nauulo singulorum. Quod erat quaesitum.

Probatio. Sic enim duo priores dabunt 48, et

2 2

tres posteriores 72, aufer dimidium pro lucro nauarchi, restant 36, iunge ad 48, fit summa 84, pro nauulo duorum conuento. Quod erat probandū.

### Quæstio I I.

Duo mercatores pro lana sua vecturam nauiculario persoluerunt. Primus quidem in saccos triginta positos in nauis, duos saccos, & insuper Aureos sex: Secundus pro saccis quinquaginta, saccos quinque, restituitis à nauarcho decem Aureis: Quæro, quæ fuit faccus, & ipsius nauulum?

**P**one saccum valere 1  $\rho$ . Fuit ergo pro saccis 30, nauulum 2  $\rho$  P 6. Partire in 30, prouenit  $\frac{2}{30}$  P  $\frac{6}{30}$ , quod est nauulum vnus sacci. Secundus quia pro nauulo dedit saccos 5, receptis Aureis 10, fit in saccos 50 nauulum 5  $\rho$  M 10, partire in 50, prouenit  $\frac{5}{50}$  M  $\frac{10}{50}$ , quod est etiam nauulum vnus sacci. Habes itaque  $\frac{2}{30}$   $\rho$  P  $\frac{6}{30}$  [  $\frac{5}{50}$   $\rho$  M  $\frac{10}{50}$  ]. Ex equatione facta, restat 5  $\rho$  [ 60 ]. Partire in 5, proueniunt Aurei 12, quos valet faccus. Cum igitur duo sacci valeant Aureos 24, iunctis 6, sunt Aurei 30 pro nauulo saccorum totidem. Quare cadit in saccos singulos Aureus. Dic ergo pretium lane in saccum Aureos fuisse duodecim. Et Aureum pro nauulo in singulos. Quod erat quæsitū.

Aequa-

Aequationis huius formula sic habet. Multiplica decussatim  $\frac{2}{3}$   $\frac{5}{5}$ . Aufer 100 ex 150, restat 50. Rursum multiplica decussatim P  $\frac{6}{30}$  M  $\frac{10}{50}$ , & duo producta, quae sunt 300 & 300, adde simul, fit summa 600. Habes igitur 50 p [600]. Vel quod idem valet 5 p [60].

$$\begin{array}{r} 100 \quad 150 \\ \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} \quad 150 \\ \hline 3118 \quad 50 \\ \hline 100 \\ \hline 50 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 300 \quad 300 \\ P \frac{6}{30} \times \frac{10}{50} M \quad 300 \\ \hline 300 \\ \hline 600 \end{array}$$

Hæc etiam inuestigatio expeditior erit in hæc formam Numerum inuenire, qui ductus in 5 duplo plus efficiat, quam si idem ducatur in 2, & ad productum iungatur 6. Pone talem numerum esse 1 p, duc in 5, fit 5 p, duc iterum 1 p in 2, & producto iunge 6, fit 2 p P 6, duplica fit 4 p P 12 [5 p. Et æquatione facta, restat 1 p [12]]. Qui numerus est Aureorum, sicut antea, in sacci pretium. Ex huiusmodi formulis, compendia calculi sequuntur, sed ratio fit obscurior.

### Quæstio 12.

Mæuius vaccam prænantem vendit Titio ea lege, vt si vitulam pariat, quadraginta soluat Titius, si verò vitulum, quadraginta-

quinque. Et de pretio quidem vaccae conuenit inter eos, vt esset triplum ad vitulam, ad vitulum verò duplum. Exaeto tempore, vacca peperit gemellos, masculum, & foeminã: Quæritur, quantum debeat Titius Mæuius.

**P**one vt vacca sit 1  $\text{q}$ , erit igitur vitula  $\frac{1}{3}$   $\text{q}$ . Habes itaque 1  $\frac{1}{3}$   $\text{q}$  [ 40. Hoc est 4  $\text{q}$  [ 120 ]. Partire in 4, prouenit 30, pro vaccae pretio, quod cum sit triplum ad vitulam, ad vitulum verò duplum, sunt ipsorum pretia gemelli 10 & 15, quibus iunctis ad 30, fit in summã quinquaginta quinque, quantum debet Titius Mæuius. Quod erat quæsitum. Hoc etiam ex positionis regula poterit absolui, quod aliàs fecimus in operibus geometricis titulo ad legem Iuliani Iureconsulti, Si ita scriptum.

### Quæstio 13.

Negociator Lugdunum profectus ad nūdinas lucrum fecit Aureorum quadraginta: Lutetiam deinde petens lucrū fecit iterum ad rationem prioris. Postremò reuersus Lugdunum, ibi lucratur ad rationem qua prius Aureos Nonaginta: Quæro, quot Aureis à principio negociator mercaturã instituit, & quot habuit in fine?

Quon

**Q**uoniam hinc fiunt tria lucra proportiona-  
 lia, quod fit ex ductu primi in tertium, æqua-  
 le est ei, quod fit ex ductu secundi in se. Duc igitur  
 40 in 90, fit 3600. Huius ergo numeri tetrago-  
 nicum latus, scilicet 60, est lucrum secundum. Opor-  
 tet autem & ipsi tribus lucris sortes suas esse pro-  
 portionales. Quod fit igitur ex ductu primi lucri  
 in sortem secundam, æquale est ei, quod fit ex du-  
 ctu primæ sortis in lucrum secundum. Pone ut pri-  
 ma sors sit 1 p, erit ergo secunda 1 p P 40, quam  
 multiplicata in primum lucrum 40, fit 40 p P 1600.  
 Rursum ducito primam sortem 1 p in lucrum secun-  
 dum 60, fit 60 p [ 40 p P 1600. Et equatione  
 completa, habes 2 p [ 160 ]. Partire in 2, proue-  
 nit 80, pro prima sorte. Quare secunda erit 120,  
 tertia 180, quarum inter se ratio est sesquialtera,  
 sicut & lucrorum inter se. Cum autem sors tertia  
 sit 180, adde lucrum tertium 90, fit summa 270.  
 Dicemus itaque negociatorẽ à principio cum Au-  
 reis octoginta mercaturam instituisse, & ad fi-  
 nem Aureos habuisse, ducẽtos septuaginta. Quod  
 erat quæsitum.

### Quæstio 14.

Si septem oua, minus Denario, valent  
 Denarios octo, & amplius ouum: Quæro,  
 quanti sit ouum?

**P**one ut ouum valeat 1 s, igitur oua 7 valent 7 s M Dena. 1. Habes itaque 7 s M 1 [ 8 P 1 s. Et equatione facta remanet 6 s [ 9 ]. Partire in 6, prouenit  $1 \frac{1}{6}$ . Dic igitur ouum valere sesquidenario. Quod erat quesitum.

### Quaestio 15.

Si poma nouem, minus pyro, valēt Denariis tredecim, & pyra quindecim, minus pommo, Denariis sex: Quæro, quāti sit pomum & pyrum?

**P**one ut pomum valeat 1 s. Igitur poma 9 valent 9 s, à quibus aufer 13, restant 9 s M 13 pro valore pyri. Multiplica 9 s M 13 in pyra 15, fit 135 s M 195, aufer 1 s, restant 134 s M 195 [ 6. Et equatione facta 134 s [ 201 ]. Partire in 134, prouenit  $1 \frac{1}{2}$ , qui valor est pomi. Quare poma 9 valent Den. 13  $\frac{1}{2}$ , valet ergo pyrum Denar.  $\frac{1}{2}$ . Respondebis itaque, pomū valere sesquidenario, & pyrum semisse Denarij. Quod erat quesitum.

### Quaestio 16.

Tres rustici de tribus aceruis frumenti æqualibus inuicem, debitum creditori soluerunt portionibus æquis, in hunc modū. Primus quidem de suo tradidit aceruo decimā partem



partem, & Nummos præterea quinquagintaquinque, Secundus item de suo septimam partem, acceptis à creditore Nummis quinquaginta, Tertius dedit modios frumenti sexaginta: Quæro, quanti fuit viritim debitum, & quanti modius, & quot in aceruo cuiusque fuerunt?

**P**one aceruum valere 19. Primus igitur soluit  $\frac{1}{10}$  9 P 55, et Secundus  $\frac{1}{17}$  9 M 50. Huiusmodi æquationes proponuntur æquales. Habes igitur æquatione facta 3 9 [7350]. Partire in 3, prouenit 2450, qui valor est acerui. Istius ergo summæ decima pars, quæ est 245, cum additamento Nummorum 55, facit Nummos 300, quæti fuit debitum singulorum. Quare modij 60, quos dedit Tertius, valent Nummos 300. Vt autem scias modiorum numerum in aceruo. Dic. Si Nummi 300 valent modios 60, quid Nummi 2450? Operare, & inuenies 490. Ad habendum quanti sit modius, partire Nummos 300, in modios 60, prouenit 5. Dicendum itaque debitum singulorum fuisse, Nummos tercentum, & precium modij Nummos 5, & in aceruo singulorum modios fuisse quadringentos nonaginta. Quod erat quæsitum.

Quæstio 17.

Si decem pipiones valore Denarios qua-

draginta tantum excedunt, quantum pipiones duodecim pretio Denariorum septuaginta superantur: Quæro, quanti constet pipio?

**P**one pretium pipionis esse 1  $\rho$ , erit igitur pipionum 10 pretium 10  $\rho$ . Quod quidem sicut proponitur, excedit 40, ut autem habeatur excessus, aufer 40 ex 10  $\rho$ , restat 10  $\rho$  M 40. Deinde pipiones 12 valent 12  $\rho$ , quod est minus quam 70. ut habeatur defectus, ex 70 aufer 12, restat 70 M 12  $\rho$ . Est autem excessus æqualis defectui. Habes igitur 70 M 12  $\rho$  [ 10  $\rho$  M 40, & equatione facta, restat 11  $\rho$  [ 55 ]]. Partire in 11, proueniunt Denarij quinque, precium pipionis. Quod erat quesitum.

### Quæstio 18.

Iustinus puer nuces habens septingentas, pomis aliquot cum Lucio permutauit, numeratis in singula nucibus totidem, quot ipsa numero poma fuerunt, & datis insuper nucibus quatuor & viginti. Quæro, quot Lucius poma dederit pro nucibus?

**P**one Lucium habuisse poma 1  $\rho$ , duc in se, fit 10, adde 24, fit 10 P 24 [ 700, & equatione facta, restat 10 [ 676 ]]. Huius tetragonium

*nicum latus est 26. Dicemus igitur Lucij poma  
fuisse vigintisex. Quod erat quæsitum.*

Quæstio 19.

Negociator in mercationibus suos primùm Nummos lucro duplicauit, & impendit duodecim; reliquum deinde triplicauit, & impendit quindecim. Ad postremùm quadruplicauit, impensis quatuordecim, atque eundem inuenit lucrum Nummos duodecim: Quæritur, quot à principio Nummos habuit mercator?

**P**one Nummos habuisse 19, duplica, fit 29, aufer expensum 12, restat 29 M 12, triplicata, fit 69 M 36, aufer expensum 15, hoc est, adde 15 ad M 36, remanet 69 M 51. Hoc autem quadruplicas, et auferes 14, residuum facies 249 M 218. Aufer inde sortem 19, relinquitur 239 M 218 [12. Et equatione facta, habes 239 [230]. Partire in 23, proueniunt Nummi decem, quos à principio mercator habuit. Quod erat quæsitum.

Quæstio 20.

Negociando mercator Nummos suos ita tractauit, vt primùm ex quatuor faceret quinque, & impensam Nummorum septem:  
Dein

Deinde facit quatuor ex tribus, & impensam ad Nūmos decem. Postremò factis quatuor ex septem, & impensis octo reliquum nihil habuit: Quæritur quot Nūmis à principio negociator mercaturam instituit?

**E**X quatuor facere quinque nihil aliud est, quàm sortem augere quadrante, & quatuor ex tribus, sortem augere triente. Sed ex septem fieri quatuor, est, in sortem perdere tres septimos. Et si sortem fuisse 19, adde quadrantem, fit  $19\frac{1}{4}$ , aufer impensum 7, restat  $12\frac{1}{4}$ , multiplica in 4, et productū partire in 3, fit  $16\frac{1}{3}$ , adde impensam 10, fit  $26\frac{1}{3}$ . Rursum multiplica in 4, et productum partire in 7, provenit  $14\frac{2}{7}$ , aufer expensum 8, relinquitur  $6\frac{2}{7}$ . Et æquationem faciendo habes  $19\frac{1}{11}$  [ 19  $\frac{1}{11}$  ]. hoc est 20 [ 40 ]. Partire in 2, proveniunt Nummi viginti, quibus à principio negociator mercaturam instituit. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 21.

Institor ad gemmas Indicas aliquoties navigans, toties Talenta sua lucro duplicavit, sumptum faciens in navigationes singulas Talentorum viginti, expletóque negotio re  
fidu

fiduum nihil habuit: Quæro, & nauigationum numerum, & sortem à principio?

**P**one mercatorem habuisse Talenta 19, duplica, fit 29, aufer 20, restat 29 M 20. Rursum duplica 29 M 20, fit 49 M 40, adde M 20 fit 49 M 60. Et hoc modo ad octauam vsq; duplicationem procedes, singulis addendo M 20, sicut hic ordine notauit. Talis

autem multiplicationum pro-  
sus nauigationibus totidem, sed ordine conuerso respon-  
det, scilicet ultime prima, & penultime se-  
cunda, sicque deinceps. Ut autem intelligas quanam ex duplicationibus istis nauigationis primæ sortem exhibeat, sic erit tentan-  
dum. Accipe sextam, quæ est 649 M 1260 [0]. & equatione facta 649 [1260]. Partire in 64, prouenit  $19 \frac{11}{16}$ , quæ fors est nauigationis istius. Sumito nunc septimam 1289 [2540]. Habebis igitur partitione facta in nauigationis istius sortem  $19 \frac{27}{32}$ , qua duplicata, & inde sublatis 20, restat prius inuenta fors  $19 \frac{11}{16}$ . Si verò in equatione octaua 2569 [5100] id quod ex partitione prouenit  $18 \frac{7}{8}$  duplicaueris, detractis

19	29	M 20	1 <sup>a</sup>
49		M 60	2 <sup>a</sup>
89		M 140	3 <sup>a</sup>
169		M 300	4 <sup>a</sup>
329		M 620	5 <sup>a</sup>
649		M 1260	6 <sup>a</sup>
1289		M 2540	7 <sup>a</sup>
2569		M 5100	8 <sup>a</sup>

inde

inde 20, relinquetur  $19\frac{3}{4}$ , quæ non est æquationis septimæ iam inuenta fors  $19\frac{27}{32}$ . Quod indicium est, octo nauigationes in proposito fieri non posse, sed solummodo septem. Quarum primæ fors erit Talentorum vnde viginti, cum viginti septem trigessimis secundis vnus. Quod erat quæsitum.

Poterit etiam citra quadraturam, absolui quæstio, rationis ordine retrogrado in huc modum. Quoniam in extrema nauigatione residuum nihil fuit, impensis viginti talentis, ipsorum fors erat Talen. decem, quibus iunctis viginti, ad impensum nauigationis penultimæ, sunt triginta. Horum igitur fors fuit quindecim. Quæ quidem lucro duplicata, fecit 30, vnde sublatis 20, redit fors vltima, decem. Et ita procedens, probando semper, ad sortem primam ratio deueniet.

## Quæstio 22.

Testator in bonis suis Talentorum Auri sexaginta tres hæredes instituit. Primum quidem ex quadrante, Secundum ex triente, plus Talentis quatuor: Tertium ex dodrante, demptis octo Talentis: Quæro, quas portiones habeant, assè diuiso particulones?

**C**um sit ratio quadrantis ad trientem, & ad dodrantem sicut 3 ad 4, et ad 9. Pone portionem  
Primi

Primi esse 19. Erit igitur Secundi  $1 \frac{1}{3}$  9 P 4.  
 Tertij 39 M 8. Compone simul trium portiones,  
 fit summa  $5 \frac{1}{3}$  M 4 [ 60. Et equatione facta  
 $5 \frac{1}{3}$  [ 64, hoc est 16 9 [ 192 ]. Partire in 16,  
 prouenit 12, portio Primi. Vt habeas secundi, di-  
 spone Regulam. Si 3 esset 12, quid 4? Operare, et  
 inuenies 16, adde 4, fit 20, portio Secūdi. Tertius  
 igitur habet residuum ex 60 sublati 32, quod est  
 28. Dicemus igitur particulonum portiones esse,  
 Primi quidem Talentorum duodecim, Secundi vi-  
 ginti, Tertij viginti octo. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 23.

Puella calatho prunorum vendito, tot ex  
 ea venditione Denarios ad matrem repor-  
 tauit, quot addixit pruna Denario. Et sex  
 Denarios amplius habuisset, si pruna minus  
 quatuor quàm fecit Denario vendidisset:  
 Quæritur, & quot fuerint in calatho pruna,  
 et quot addicta sunt Denario?

**P**one addicta fuisse Denario pruna 19, repor-  
 tauit igitur puella Denarios 19. Multiplica 19  
 in se, fit 10. Et tot fuerūt in calatho pruna. Dispone  
 Regulam. Si pruna 19 M 4 venduntur Denar. 1,  
 quid pruna 10? Operare & habebis  $\frac{10}{19M4}$  [ 19 P 6.  
 Et equationem faciendo 10 [ 10 2 9 M 4, & tan-  
 dem

dem 2 ϑ [ 24 ]. Partire in 2, prouenit 12, & tot addixit pruna Denario, totidemque Denarios reportauit. Vt autem habeas numerū prunorum, multiplica 12 in 12, fit 144. Respondebis itaque in calathio fuisse pruna centum quadraginta quatuor, & addicta Denario, duodecim. Quod erat quæsitum.

$$\begin{array}{r} 10 \quad 10 P 6 \quad \rho M 4 \quad \xi P 24 \\ 10 \quad 1 \rho P 6 \\ \hline 1 \rho M 4 \quad 1 \end{array}$$

### Quæstio 24.

Mercator totidem cariotas Assse vendendo, quot centuriam Assibus emerat, sortem suam quadruplauit: Quæro, quot Asses in sorte fuerunt?

**A**D hoc erit formula talis. Duos numeros in ratione quadrupla reperire, ex quorum inter se ductu producat 100. Pone minorem esse 1 ϑ, erit igitur maior 4 ϑ. Multiplica in 1 ϑ, fit 4 ◊ [ 100, hoc est 10 [ 25 ] cuius tetragonum latus 5, est minor numerus, quare maior erit 20. Nam emendo 100 cariotas Assibus 5, & vendendo 5 cariotas Assse, fiunt in centuriam Asses 20, quod est quadruplum sortis. Dic igitur in centuriam cariotarum sortem fuisse Asses quinque. Quod erat quæsitum.

Quæst



## Quæstio 25.

Auceps turturū capturam distraxit Drachmis duabus & triginta. Et si duos turtures minus quàm fecit Drachma vendidisset, totidem Drachmarum additamentum habuisset, quot turtures addicti Drachma fuissent: Quæro, & summam capturæ, & auium numerum, quas addixit Drachma?

**A**d expeditiorem calculum formula sic erit. Duos numeros inuestigare, quorum sit differentia 2, & maior ductus in 32 tantundem faciat, quantum minor in se, & in 32. Pone minorem numerum esse 1  $\rho$ , erit ergo maior 1  $\rho$  P 2. Duc in 32, fit 32  $\rho$  P 64. rursus multiplica 1  $\rho$  in se, et in 32, fit 10 P 32  $\rho$  [32  $\rho$  P 64, hoc est 10 [64]. Huius tetragonici latus 8, minor est numerus, quare maior erit 10. Vt autem habeas summam aucupij, ducito 32 in 10, fit 320. Dices itaque summam capturæ fuisse turtures tercentum viginti, & turturum decades singulas Drachma venisse. Quod erat quæsitum.

## Quæstio 26.

Ex Aureorū summa, cuius dimidium, & duos insuper Aureos sociorum Primus contulit. Secundus verò trientem, et adhuc tres

Aurcos, peruenit lucrum ad Aureos centum: Quæritur, quænam pars lucri contingat vtrunque?

**P**one simul ambos contulisse 1  $\rho$ , Primus igitur contulit  $\frac{1}{2}$   $\rho$  P 2, Secundus autem  $\frac{1}{3}$   $\rho$  P 3. Adde simul collationes, fit summa  $\frac{5}{6}$   $\rho$  P 5 [ 1  $\rho$ . hoc est 1  $\rho$  [ 30 ]. Fuit igitur amborum collatio Aurei 30, cuius dimidium additis 2, fit 17, pro collatione Primi, & reliquum, quod est 13, fit collatio Secundi. Dispone Regulam. Si 30 lucrantur 100, quid 17? Inuenies operando Aureos, quinquaginta sex, cum duabus tertiis vnius, quæ pars erit Primi. Quare residuum, hoc est, quadraginta tres, cum triente, pars erit Secundi. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 27.

In societate trium, collatione facta, scimus Primum Aureos posuisse viginti minus quam intulerit Secundus, Tertium verò quadraginta supra Secundum, et creuisse lucrum ad Aurcos centum viginti, quorum pars quinta in portionem obtigit Primo: Quæritur, quænam sint partes reliquorum, et omnium collatio singillatim?

**P**one Primum contulisse 1  $\rho$ , Secundus igitur contulit 1  $\rho$  P 20, & Tertius 1  $\rho$  P 60. Com-  
pone

pone simul trium collationes, fit summa 3  $\rho$  P 80.  
 Dispone Regulam. Si 3  $\rho$  P 80, lucrantur 120.  
 quid 1  $\rho$ ? Inuenies  $\frac{120}{3\rho P 10}$  [ 24, quæ est quinta pars  
 120. Fac æquationem & habebis 120  $\rho$  [ 72  $\rho$   
 P 1920, & tandem 48  $\rho$  [ 1920 ]. Partire in  
 48, prouenit quadraginta, quæ est collatio Primi.  
 Erit ergo secundi sexaginta, & Tertij centum.  
 Participatio autem lucri, cum ratione collationum  
 sequatur, & in Primo data sit esse 24, erit igitur  
 in secundo 36, & in Tertio 60. Quod erat  
 quaesitum.

### Quæstio 28.

Aurei ducenti quatuor et viginti, ex cõ-  
 pacto, duobus ita partiri debent, vt altera  
 portio alterã excederet quinta sui parte, et  
 adhuc quatuor Aureis: Quæritur, quæ por-  
 tio debeatur vtrique?

**P**one minorem esse 1  $\rho$ , erit igitur altera 1  $\frac{1}{5}$   
 $\rho$  P 4. Adde simul ambas partes, fit 2  $\frac{1}{5}$   $\rho$   
 P 4 [ 224, & æquatione facta 11  $\rho$  [ 1100 ].  
 Partire in 11, prouenit 100 in partem vnã. Qua-  
 re & residuum, quod est 124 cedit in alteram.  
 Dices itaque vni deberi Aureos centum, alteri ve-  
 rò centum quatuor & viginti. Quod erat quaesitum.

### Quæstio 29.

Aduectæ fuerunt in Galliam è Syria caricæ, simul et cariotæ, myriadibus Assium binis, ita vt milliare sportarum ex caricis staret centussibus octo. Ex cariotis autem sportarum centuria Decussibus decem. Venduntur post hæc ipsæ sportæ, ex caricis quidem decas centusse, ex cariotis verò hebdomas Decusse. Et ratione posita compertum est, venisse lucrum ad Asses centum octogintaquinque millia septingentos quatuordecim, cum duabus septimis vnius: Quæritur, quo pretio, et quo numero sportæ generis vtriusque separatim emptæ sint?

**S** Cive primùm oportet Centussem valere centum Assibus, & decussem Assibus decem. Pone sortem caricarum fuisse 1  $\rho$ , fuit igitur fors cariotarum 20000 M 1  $\rho$ . Partire 1  $\rho$  in 800, prouenit  $\frac{1\rho}{800}$ , multiplica in 1000, fit  $\frac{1000\rho}{800}$ , partire in 10, prouenit  $\frac{1000\rho}{8000}$ , multiplica in 100, fit  $\frac{100000\rho}{8000}$ . Hoc autem est fors caricarum vnà cum lucro. Rursum 20000 M 1  $\rho$ , partire in 7, prouenit  $\frac{20000M1\rho}{7}$ , multiplica in 10, fit  $\frac{200000M10\rho}{7}$ , adde  $\frac{100000\rho}{8000}$ , fit  $\frac{160000000M80000\rho P700000\rho}{56000}$  [ 205714  $\frac{2}{7}$ . Et equationē faciēdo habebis 1600000000 M 80000  $\rho$  P 700000  $\rho$  [  $\frac{1440000}{7}$ . Et tandem 4340000  $\rho$  [ 69440000000]. Partire in 4340000, prouenit

uenit 16000, quæ fors est caricarum. Vt autem habeas numerum sportarum ex caricis, partire 16000 in 800, prouenit 20. Multiplica in 1000 fit 20000, qui sportarum est numerus. Ad inueniendū sortē in cariotis, aufer 16000 ex 20000, restat 4000, quæ fors est, & etiam sportarum numerus in cariotis. Respondebis igitur, cariotarum sportas fuisse viginti millia, emptas Assium millibus sexdecim. Et caricarum sportas quatuor millia, emptas Assibus totidem. Quod erat quæsum.

### Quæstio 30.

Quædam classis trium generum nauibus instructa ad pugnam tali numero processit, vt Biremes cum semisse Triremium, & triente Liburnicarum essent quatuordecim, Triremes cum triente Biremium, & quadrante Liburnicarum, tredecim, Liburnicæ cum sextante Biremium, & octante Triremium, essent etiam quatuordecim: Quæro numerum classis, et nauium genera singulatim?

**H**ius solutio secundum quantitatis regulam inuestigabitur, hoc modo. Pone Biremes esse I A, Triremes I B,

Liburnicas I C. Erit  $6 A, 3 B, 2 C [ 84$

igitur I A,  $\frac{1}{2} B, \frac{1}{3} C [ 156$

$C [ 14. Item I B, \frac{1}{3} C [ 336$

2 3

$A, \frac{1}{4} C [ 13. Et 1 C, \frac{1}{6} A, \frac{1}{8} B [ 14. Et æqua$   
*tiones secundas faciendo habebis. Multiplica æqua*  
*tionem primam in 4, fit 24 A, 12 B, 8 C [ 336.*  
*Aufer secundam, restat 20 A, 5 C [ 180. Adde*  
*primam secundæ, fit 10 A, 15 B, 5 C [ 240. In-*  
*ter duas æquationes postremas, quæ sunt 20 A, 5*  
*C [ 180, & 10 A, 15 B, 5 C [ 180, differentia est*  
*10 A, 60 [ 15 B, qua sublata ex 10 A, 15 B, 5*  
*C, restat 5 C [ 60 ]. Partire in 5, prouenit 12 C, qui*  
*numerus est Liburnicarum. Vt autem habeas Bi-*  
*remes, ex æquatione ubi est 180, aufer 60, restat*  
*120, partire in 20 A, prouenit 6 A pro numero*  
*Biremium, quare & Triremes erunt 8. Dic igitur*  
*classis numerum fuisse nauium sex & viginti, ex*  
*quibus Biremes erant sex, Triremes octo, Liburni-*  
*cæ duodecim. Quod erat quæsitum.*

### Quæstio 31.

Mercator negotiatione prima super vno-  
 quoque emptionis Aureo, Argenteos lucra-  
 tus est totidum quot Auei numero fuerunt.  
 Sequenti verò fecit Asses in lucrū Argenteo-  
 rū singulatin æquali multitudine Aureorū  
 forti, et amplius triginta. Vnde retulit Argē-  
 teos cū Assibus septingentos quinquaginta  
 nouem: Quæro, et Aurum à principio, et Ar-  
 gentum separatim cum Assibus in fine

Pone

**P**one sortem fuisse 1  $\rho$ , duc in se, fit 1  $\diamond$ . Rursum ducito 1  $\diamond$  in 1  $\rho$ , fit 1  $\square$ , adde 30, habes 1  $\square$  P 30 [ 759. Et equatione facta, restat 1  $\square$  [ 729 ]. Huius numeri cubicum latus 9 sunt Aurei, & ipsius 9 quadratum 81, Argentei: quibus deductis ex summa lucratiua 759, restant Asses 678. Dicendum itaque sortem mercatoris ab initio fuisse Aureos nouem, lucrū deinde, Argenteos vnū & octoginta, Asses sexcentos septuaginta octo. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 32.

Villatica mulier aues habens chortales gallinas, anseres, pauos, anates, quatuor generum gregibus æquatis inter se, ad incubandum gallinis oua subiecit, quæ tot vnaquæque quot erant incubantes exclusit. Vnde fuit pullicies totis quatuor auium generibus multitudine dupla: Quæro pullos, et aues suo cuiusque numero separatim?

**P**one gallinas fuisse 1  $\rho$ , fuerunt ergo pulli 1  $\diamond$ , et quatuor simul auium genera 4  $\rho$ . Habes itaque 1  $\diamond$  [ 8  $\rho$ , hoc est 1  $\rho$  [ 8 ]. Partire in 1, proueniunt octo Gallinæ. Quarum quadruplum aues simul generatim colligit triginta duas, & ipse duplicat & pullos ostendunt quatuor & sexaginta. Quod erat quæsitum.

## Quaestio 33.

Mensularij quatuor eadem quisquis Aureorum summa argentariam faciendo, Primus quidem sortis suae duplum foenore quæsiuit, Secundus triplum, Tertius quadruplū, Quartus verò decuplum, minus Aureis quadraginta. Cuius foeneratio tres simul reliquorum excessit Aureis sexaginta: Quæro, sortem omnium separatim?

**P**one singulorum sortem fuisse 1  $\rho$ . Erit igitur Primi foenus 2  $\rho$ , Secundi 3  $\rho$ , Tertij 4  $\rho$ . Quæ tria simul componunt 9  $\rho$ , Quarti autem erit 10  $\rho$  M 40. Quod proponitur excedere tria reliquorū Aureis sexaginta. Habemus itaque 10  $\rho$  M 40 [ 9  $\rho$  P 60. Et æquatione facta restat 1  $\rho$  [ 100]. Quare sunt in sortem cuiusque Aurei centum. Super quibus erat quaestio.

## Quaestio 34.

Pauos simul cū anseribus numero viginti conuiuator emit, et vtrunque genus separatim, eadem summa, Nummis scilicet cētum viginti, plus tamen quinque Nummis pauonum singulos, quàm anserum: Quæro pauos scorsum ab anseribus, et ipsorum pretia?

Pone



**P**one anseres fuisse 19, fuerunt igitur pavi 20  
 M 19. Partire 120 in 19, fit  $\frac{120}{19}$ . Adde 59,  
 fit  $\frac{110P5}{19}$ . Rursum partire 120 in 20 M 19, fit  $\frac{110}{20M19}$   
 $[\frac{120P59}{19}]$ . Et æquationem faciendo per multiplica-  
 tionem decussatim habes primùm 1209 [2400  
 M 209 M 50, deinde 1409 P 50 [2400. Et  
 per æquationem secundã, omnia partiendo in 5, re-  
 stat 289 P 10 [480]. Aduertendum est autẽ  
 æquationem istam, & omnes quæ deinde sequen-  
 tur, non amplius esse canonis simplicis, sed alicuius  
 trius ex compositis, sicut hîc locum habet primus,  
 cuius finis est numerus, et operatio sic habet. Qua-  
 dra dimidium numeri linearum, quod est 14, fit  
 196. Adde ad numerum 480, fit 676, cuius te-  
 tragonicum latus est 26, vnde subtrahi debet nu-  
 meri linearum dimidium 14, restat igitur 12, qui  
 numerus est anserum. Vt autem habeas pretiũ anse-  
 ris, partire 120 in 12, prouenit 10, & addendo 5,  
 fit 15, pretium pavonis. Dices itaque emptos anse-  
 res duodecim, Nummis decem singulos, & pauo-  
 nes octo, Nummis quindecim in capita. Quod erat  
 quæsitum.

### Quæstio 35.

Duxerunt ad mercatum rustici porcos,  
 plus se ipsis ductoribus decem, & accepto  
 quisquis in capita gregis singula Nummo,

redierunt, simul cum Nummis pretiorum,  
numero centum octoginta: Quæro rusticos,  
Nummos, atque porcos separatim?

**P**one rusticos fuisse 19, fuerunt igitur porci 19  
P 10. Multiplica in 19, fit 1 ◊ P 109, adde 19,  
fit summa 1 ◊ P 119 [180]. Operare per canonem  
primum, accipiendo dimidium numeri linearum,  
quod est  $5\frac{1}{2}$ , huius quadratum  $30\frac{1}{4}$  adde ad  
180, fit  $210\frac{1}{4}$ , cuius tetragonici latus  $14\frac{1}{2}$   
inde sublatis  $5\frac{1}{2}$  relinquit 9 pro numero rusticorum.  
Quare et porci fuerunt 19. Multiplica in  
9, sunt Nummi 171. Dicam igitur rusticos fuisse  
nouem, porcos vnde viginti, Nummos centum septuaginta  
unum. Quod erat quaestio.

### Quaestio 36.

Danista in Aureos quos habebat usuram  
multiplicauit Argenteorum totidem in sin-  
gulos, quot Aurci numero fuerunt. Acceden-  
te etiam corollario Argenteorum quadra-  
ginta, excreuitque foenus, addita sorte, hoc  
est Argentei simul cum Aureis ad summam  
septingentorum nonaginta sex: Quæro sor-  
tem ab usura separatim?

**P**one sortem esse 19, erit igitur foenus 10. Ad-  
de sortem 19, et corollariū 40, fit 1 ◊ P 19P

40 [ 796. hoc est 10 P 19 [ 756 ]. Ope. per Can. Pri. addendo  $\frac{1}{4}$  ad 756, fit 756  $\frac{1}{4}$ , huius tragonicum latus est 27  $\frac{1}{2}$ . Aufer  $\frac{1}{2}$ , restat 27 pro sorte Aureorum, qua sublata ex 796, relinquuntur Argentei 769. Dices igitur sortem fuisse Aureos viginti septem, & usuram, Argenteos septingentos sexaginta nouem. Quod erat quæsitum.

Aliter. Aufer corollariū 40 de summa 796, restat 756. In hoc disquire tetra. lat. & inuenies 27, cum superfluo 27, quæ sors est Aureorum, qua sublata de numero 796, habebis usurā, Argenteos 769, sicut ab investigatione priori.

## Quæstio 37.

Publius Argenteos habens plus quadruplo, quàm Aureos, numeratis à collybista in Aureos singulos, Argenteis totidem quot Aurei numero fuerunt, Argenteos à numulario tulit, vnà cum suis, mille viginti: Quæritur Aureorum summa quam habuit Publius?

Pone Publium habere Aureos 19, habet igitur Argenteos 49. Duc in se 19, fit 10. Adde 49, habes 10 P 49 [ 1020 ]. Ope. per Can. Pri. Et inuenies Publium Aureos habuisse triginta. Quod erat quæsitum.

Quæst

## Quaestio 38.

Centuriones aliquot imperatoris iussione, facto delectu, cum quisquis numerum militum adduxit in castra: qui fuit centurionum, ipsique centuriis adnumerati, multitudinem faciebant viginti duorum millium sexcentorum quinquaginta: Quæro centurionum multitudinem?

**P**one centuriones esse 19, fuerunt igitur milites 10, adde centuriones 19, & habebis 22650. Operare per Can. Pri. & inuenientur centuriones numero centum quinquaginta. Quod erat quaesitum.

## Quaestio 39.

Staius & Titus pueri habentes vnus quidem nuces, & alter poma, ambo simul numero ducenta quinquaginta quinque, permutatione ita fecerunt, vt in singula Staius poma Tito nuces dederit totidem, quot erant multitudine poma, residuasque nuces Staius habuit æquales pomis numero, datis à Tito pro nucibus: Quæro nuces, & poma separatim, in dato numero ducentorum quinquaginta quinque?

Pone

**P**one Titum habuisse poma 1  $\rho$ , Staius ergo nuce-  
 ces habuit 255 M 1  $\rho$  [ 1  $\diamond$  P 1  $\rho$ . hoc est 1  $\diamond$  P 2  
 $\rho$  [ 255 ]. Oper. per Cano. Pri.  $\&$  inuenies poma  
 fuisse quindecim, quare et nuces ducentas quadra-  
 ginta. Quod erat quæsitum.

Quæstio 40.

Debitor Nummorum ducentum viginti  
 quinque, primum soluit creditori Nummum,  
 deinde tres, postea quinque, & ita deinceps  
 per numeros impares, plus semper Nummis  
 duobus ad solutionem processit: Quæro,  
 quot fuit Nummorum vltima solutio?

**P**one solutionem vltimam fuisse 1  $\rho$ . Adde 1, fit  
 1  $\rho$  P 1, huius dimidium scilicet  $\frac{1}{2}$   $\rho$  P  $\frac{1}{2}$ , duc  
 in se, fit  $\frac{1}{4}$   $\diamond$  P  $\frac{1}{4}$  P  $\frac{1}{2}$   $\rho$  [ 225. Et æquatione  
 facta habes 1  $\diamond$  P 2  $\rho$  [ 899 ]. Operare per Can.  
 Pri.  $\&$  habebis 29, pro Nummis vltimæ solutio-  
 nis. Vt autem habeas solutionum numerum, iunge  
 primam vltimæ, fit 30, cuius dimidium est 15,  $\&$   
 tot solutiones factæ sunt. Dicemus igitur vltimam  
 solutionem fuisse Nummos viginti nouem. Quod  
 erat quæsitum.

Quæstio 41.

Aliquot gallinæ oua posuerunt bis toti-  
 dem

dem singulæ, quot erant omnes numero, fuitque ouorum simul cum gallinis summa quadringentorum sex: Quæritur gallinarum multitudo?

**P** One gallinas fuisse  $1 \rho$ , fuerunt igitur oua  $2 \diamond$ . Adde  $1 \rho$ , fit  $2 \diamond P 1 \rho [406]$ . Et per æquationem secundam habes  $1 \diamond P \frac{1}{2} \rho [203]$ . Operare per Can. Pri. & inuenies gallinas fuisse quatuordecim. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 42.

Piscarius cum panifice pisces aliquotibus totidem panibus (demptis quatuor) permu-  
tauit, acceptis insuper à pistore tot Assibus in singulos pisces, quot panes numero fuerunt. Reportauitque ex ea permutatione piscator Asses cum panibus in summa ducentos sexdecim: Quæro pecuniæ numerum à panibus seorsum, & pisces panifici relictos?

**P** One pisces fuisse  $1 \rho$ , fuerunt ergo panes  $2 \rho M 4$ . Multiplica in  $1 \rho$ , fit  $2 \diamond M 4 \rho$ . Adde  $2 \rho M 4$ , fit  $2 \diamond M 2 \rho M 4 [216]$ . Et æquationibus factis relinquitur  $11 \diamond P 1 \rho [1 \diamond]$ . Operare per Canonem secundum, hoc est, quadra  $\frac{1}{2}$  fit  $\frac{1}{4}$ , adde ad  $11 \diamond$ , fit  $11 \diamond \frac{1}{4}$  huius tetragonum latus est  $1 \diamond \frac{1}{2}$ , adde  $\frac{1}{2}$ , fit  $11$ , qui numerus est piscium, fuerunt ergo panes  $18$ . Vt autem hab

habeas pecuniam, multiplica 11 in 18, fiunt Asses 198. Dicemus itaque Asses fuisse centum nonaginta octo, Panes duodeviginti, Pisces undecim. Quod erat quæsitum.

Quæstio 43.

Lucillus puer septem Denariis aliquot poma comparavit, duobusque comestis, residuum vendidit Denariis totidem in singula, quot ab initio poma fuerunt, & lucrum habuit Denarios octo: Quæro quot poma Lucillus emerit?

**P**one <sup>ru</sup>empta fuisse poma 19, aufer 2, quæ comesta sunt, restat 17 M 2, multiplica in 19, fit 10 M 2 9, aufer Denarios 7, restat 10 M 2 9 M 7. [8. Et æquatione facta habebis 15 P 2 9 [10]. Operare per Can. Secund. hoc est, adde 1 ad 15, fit 16, huius tetrag. lat. est 4, adde 1, fit 5. Dic igitur Lucillum emisse poma quinque. Quod erat quæsitum.

Quæstio 44.

Institor in Aureorum singulos suæ fortis Drachmas totidem lucri fecit, quot Aurei numero fuerunt. Alter insuper Drachmas suas lucro duplicavit, adiecto corollario Drachmarum quindecim, & ambo lucrum fecerunt æqualiter: Quæro sortem utriusque?

Pone

**P**one sortem Primi fuisse Aureos 1  $\rho$ , duc in se, fit 1  $\diamond$ . Rursum pone sortē alterius fuisse Drachmas 1  $\rho$ , duplica, fit 2  $\rho$ , adde 15, fit 2  $\rho$  P 15 [1  $\diamond$ ]. Operare per Cano. Secun. & inuenies sortem Primi fuisse Aureos quinque, & alterius eodem numero Drachmas. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 45.

Lucius comparauit mala punica singula Denariis octo. Et ea ipsa cum addixisset singulatim Denariis totidem, quot numerus poma fuerunt, inuenit lucrum Denarios triginta tres: Quæro, quot mala comparauit Lucius?

**P**one ut sint emptā mala 1  $\rho$ , multiplica in 8, fit 8  $\rho$ , adde lucrum 33, fit 8  $\rho$  P 33. Ducito 1  $\rho$  in se, fit 1  $\diamond$ . Habes itaq; 8  $\rho$  P 33 [1  $\diamond$ ]. Operare per Cano. Secund. & inuenies undecim mala punica comparasse Lucium. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 46.

Mercator lucrum faciens, illius quem habuit Argenti numerum in se multiplicauit, decuplūmque suæ sortis impēdit, residuum habens Nummos tredecim millia ducentos: Quæritur fors exposita lucro?

Pone



**P**one sortem fuisse 1  $\rho$ , duc in se, fit 1  $\diamond$ , aufer decuplum, restat 1  $\diamond$  M 10  $\rho$  [ 13200 ]. Operare per Can. Secun. & inuenies sortem fuisse Nūmos centum viginti. Quod erat quesitum.

### Quæstio 47.

Gemmarius, venditione margaritæ, impensōs in gemmam Aureos omnes, duobus exceptis, ipsius impendij numero multiplicauit, eaque summa comparatis aliis gemmis, atque distractis, ipsarum pretium altero ante cumulauit, expensisque subductis Aureorum octoginta, residuum habuit Aureos octingentos: Quæro pretium, quo margaritam gemmarius emit?

**S**i quis ex quadrato positionis auferat 2, prout habere videntur propositi verba, longè fallitur. Hoc enim nihil aliud est, quàm vt numerum quæras à cuius quadrato sublatis duobus suis lateribus, duplicatōq; residuo, detractisque 80, remaneat 800. Pone talem numerum esse 1  $\rho$ , duc in se, fit 1  $\diamond$ , aufer 2  $\rho$ , restat 1  $\diamond$  M 2  $\rho$ , multiplica in 2, fit 2  $\diamond$  M 4  $\rho$ , aufer 80, remanet 2  $\diamond$  M 4  $\rho$  M 80 [ 800. hoc est 880 P 4  $\rho$  [ 2  $\diamond$ . et per æquationem secundam habes 440 P 2  $\rho$  [ 1  $\diamond$  ]. Operare per Canonem Secundum, & inuenies Aureos

A

viginti duos, pretium margaritæ. Quod erat quesitum.

### Quæstio 48.

Subulcus aliquot sues emit in capita quidē sesquiauxureo, quos postea glande saginatos vendens, singulos Aureis æqualibus numero gregis, lucrum inuenit Aureos decem: Quæritur porcorum numerus?

**P**one sues emptos 1  $\mathcal{P}$ . Multiplica in 1  $\frac{1}{2}$ , fit 1  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ . Ducito 1  $\mathcal{P}$  in se, fit 1  $\diamond$ , aufer sortem 1  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$ , restat lucrum 1  $\diamond$  M 1  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$  [ 10. ] hoc est, 1  $\frac{1}{2}$   $\mathcal{P}$  P 10 [ 10 ]. Operare per Canon. Secund. & habebis quatuor, pro numero porcorum. Quod erat quesitum.

### Quæstio 49.

Institor vna mercatura suam auget pecuniam Aureis decem, altera verò damnum facit proportionale lucro præcedēti, reliquos habens in fine Aureos nonaginta nouem: Quæritur fors institoris à principio?

**P**one sortem fuisse 1  $\mathcal{P}$ , fuit igitur fors simul cum lucro 1  $\mathcal{P}$  P 10. Et quoniam fit damnum ad lucri rationem, Dispone Regulam. Si 1  $\mathcal{P}$  fit 1  $\mathcal{P}$  M 10, quid 1  $\mathcal{P}$  P 10? Operare & inuenies  $\frac{0 \text{ M } 100}{89}$  [ 99. ]

[ 99. Et æquatione facta habes 99 ꝑ P 100  
[ 10 ]. Operare per Canon. Secund. & habebis for-  
tem institoris à principio fuisse Aureos centum.  
Quod erat quæstio.

Quæstio 50.

Ludens aleator tribus tessellis, vno missu  
fritilli in singula puncta Teruncios summe  
punctorum vicit æquales. Et altero iactu pū-  
cta duplicans, perdidit in singula quaternos,  
& insuper octo, fuitque residuum ex lucro  
Teruncius: Quæro quot puncta iecit alea-  
tor primo, & altero missu?

**P**one in primo missu puncta fuisse 1 ꝑ, fuit ergo  
lucrum 10. Et quia puncta duplicavit altero  
missu, ipsa fuerunt 2 ꝑ, multiplica in 4, fit 8 ꝑ P 8,  
adde residuum lucri, hoc est 1, fit 8 ꝑ P 9 [ 10 ].  
Operare per Canonem Secundum, & inuenies pun-  
cta primi missus fuisse nouem, quare & alterius  
decem & octo. Quod erat quæsitum.

Quæstio 51.

Auceps cum aliquot in retia turdos con-  
clusisset, merulasque totidem, dum ipsas se-  
ligit aues, turdi quatuor euolarunt. Vendēs  
autem reliquos singulatim Nummorū sum-

ma merulis æquali, merulâsque vicissim Nummorum numero turdis eodem, precium ex aucupio toto collegit, ad Nummos mille quinquaginta: Quæro prædam volucrum separatim?

**P**one merulas fuisse 1  $\rho$ , fuerunt igitur turdi 1  $\rho$ ,  $M 4$ , multiplica in 1  $\rho$ , fit 1  $\diamond M 4 \rho$ , duplica, fit 2  $\diamond M 8 \rho$  [1050. Et æquationibus factis, habes 4  $\rho P 5 25$  [10]. Operare per Canonem Secundum, & inuenies merulas fuisse vigintiquinque turdósque vigintiunum. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 52.

Mercator negotiatione prima lucrum fecit Talentorum quatuor, quibus iunctis ad sortem lucrum fecit iterum proportionale priori, & summam habuit in fine Talentorû decem & octo: Quæro sortem à principio?

**P**one sortem à principio fuisse 1  $\rho$ , fuit ergo secunda fors 1  $\rho P 4$ . Dissp. Reg. Si 1  $\rho$  lucratur 4, quid 1  $\rho P 4$ ? Inuenies operando  $\frac{48^{16}}{19}$ , quod est lucrum secundum. Adde ad sortem secundam 1  $\rho P 4$ , fit  $\frac{10^{18} 8 \rho^{16}}{19}$  [18. Fac æquationem multiplicando decussatim, & habebis primum 1  $\diamond P 8 \rho P 16$  [18  $\rho$ . Deinde 1  $\diamond P 16$  [10  $\rho$ ]. Operare per Canonem Tertium, hoc est. Quadra dimidium 10, quod

quod est 5, fit 25, aufer 16, restat 9, cuius tetragonum latus est 3, adde 5, fit 8 pro numero sortis. Si autem ex 5 abstuleris 3, restat 2. Partiendo igitur numerum 16 in 2, prouenit ea quæ prius sors 8. Et sic adiectione, vel detractiōe tetragonici lateris habetur quæsitum, sicut ad Canonem Tertium antea monstrauimus. Dicemus itaque sortem mercatoris à principio fuisse Talenta octo. Quod erat quæsitum.

Quæstio 53.

Strophanta ficus aliquot emit Denariis triginta, ex quibus centum dimidio pluris quam emerat addixit, habuitque ficus simul & Denarios venditarum, ducentum viginti: Quæro quot ficus emptæ sint?

**P**one emptas ficus 19, aufer venditas 100, restat 19 M 100. Dissp. Reg. Si ficus 19 valent Denar. 30, quid 100? Operare  $\frac{3000}{19}$  inuenies  $\frac{6000}{19}$ . Duplica, fit  $\frac{6000}{19}$ . Adde ad reliquas ficus, quæ sunt 19 M 100, fit  $\frac{6000}{19}$  P 19 M 100 [ 220. Et æquationibus factis, habes 6000 P 10 [ 3209 ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies emptas ficus fuisse tercentum. Quod erat quæstio.

Quæstio 54.

A 3

In piscaria coquus emit in cœnam domi-  
tio pisces, pari summa Nummorum singu-  
los, quæ fuit capitum, venditisque duobus,  
decem & octo Nummis, supputavit ex reli-  
quis vnumquenque stare sibi Nummis se-  
premedecim: Quæro, quot pisces coquus  
emerit?

**P**one emptos pisces  $1 \text{ } \rho$ , fuerunt ergo Nummi  
 $1 \text{ } \diamond M_{18}$ . Et quia venditi sunt duo pisces, re-  
liqui fuerunt  $1 \text{ } \rho M_2$ , multiplica in  $17$ , fit  $17 \text{ } \rho M_2$   
 $34$  [ $1 \text{ } \diamond M_{18}$ . hoc est,  $1 \text{ } \diamond P_{16}$  [ $17 \text{ } \rho$ ]]. Operare  
per Canonem Tertium, & inuenies coquum em-  
se pisces sexdecim. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 55.

Villica quot ouorum decades attulit in  
forum, Denariis totidem singulas addixit.  
Et si Denariis sedecim amplius totam sum-  
mam vendidisset; pari Denariorum nume-  
ro, quo tulerat oua, redibat: Quæro summã  
ouorum?

**P**one oua fuisse  $1 \text{ } \rho$ , duc in  $10$ , fit  $10 \text{ } \rho$ . Rur-  
sum ducito  $1 \text{ } \rho$  in se, fit  $1 \text{ } \diamond$ , adde  $16$ , fit  $1 \text{ } \diamond P$   
 $16$  [ $10 \text{ } \rho$ ]]. Operare per Canonem Tertium, &  
habebis  $8$  pro numero decadum. Dicemus igitur  
summam ouorũ fuisse decades octo, hoc est, octo-  
ginta.

ginta. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 56.

Duo trapesitæ collata sorte communi, sed inæqualiter, Aureorum quingentorum quadraginta, post aliquot annos vsuram recensentes, inuenerunt Aureorum septuaginta duo millia, multiplicatione collationis alterius in alteram accreuisse: Quæritur quæ nã fors fuerit vtriusque separatim?

**R**esponde collationem vnus fuisse 1  $\rho$ , fuit igitur alterius collatio 540 M 1  $\rho$ . Multiplica in 1  $\rho$ , fit 540  $\rho$  M 1  $\diamond$  [72000. hoc est, 72000 P 1  $\diamond$  [540  $\rho$ ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies collationem vnus fuisse Aureos trecentos, quare & alterius ducentos quadraginta. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 57.

Piscator iactu verriculi capturam fecit piscium quadraginta, quibus selectis in duas partes, tot Denariis singulos addixit, quot numero pisces in sua cuiusque parte fuerunt, vnde summam reportauit Denarios noningentos viginti octo: Quæro quot pisces habuerit vtraque pars separatim?

A 4

**H**uius propositi scopus nihil aliud est, quam ex numero 40 duas facere partes, quarum simul quadrata faciant 928. Pone unam partium esse 19, erit igitur altera 40 M 19. Quadra 19, fit 10. Quadra etiam 19 M 40, fit 10 M 809 P 1600. Adde simul duo quadrata, fit summa 20 M 809 P 1600 [ 928. Et æquationem faciendo, habes 20 P 672 [ 809. Et tandem restat 10 P 336 [ 409 ]. Operare per Canonem Tertium, & inuenies in una partium fuisse pisces viginti octo, & in altera duodecim. Quod erat queritum.

Nouerint autem Logisticæ studiosi, quod huiusmodi ratiocinium Quadraturæ ad quàm plurimam valeat, quæ subtiliter, & ingeniosè quærentur in numeris, nequaquam tamen omnia posse. In multis enim antequàm regularum usum ingredi possis, aliquid ex Elementis necessarium cognitum præcedit. Nec etiam pauca ex ipsis theoriis erunt, quæ Logisticæ fines excedunt, prout subiectis aliquot exemplis, ex facilioribus ostendam.

### Quæstio 58.

Nummularius duobus numismatū aceruis argentariā faciēs, anno vertēte singulos Nummos in numerum acerui minoris multiplicauit. Sequenti vero tempore, super eadem singulatim qua prius forte, fecit increment



mentum Argenti secundum multitudinem acerui minoris. Peruenit autem vsura prior ad Nummorum sex myriadas, posterior vero ad triginta millia Nummum: Quæro sortis numeros acervatim?

**Q**uoniam enim productorum 60000, & 30000 ratio dupla est, ita & duos multiplicantes numeros in ratione dupla esse oportet, sicut ostendit propositio 17 libri septimi Elementorum. Hoc itaque cognito patet ingressus ad calculum. Pone sortis numerum minorem esse 1  $\rho$ , erit igitur maior 2  $\rho$ , & ambo simul 3  $\rho$ , duc in 1  $\rho$ , fit 3  $\diamond$  [30000]. Fac equationem secundam, singula partiens in 3, prouenit 1  $\diamond$  [10000]. Huius tetragonum latus 100 minor est numerus ex quaeritis, quare & maior erit 200. Quod erat in quaestione propositum.

### Quæstio 59.

Institor tria lucra fecit, hoc modo. Sortem enim primam, atque secundam, quas habebat in Aureis, sua cuiusque summa multiplicans, numerum compleuit Aureorum ducentum sexaginta quinque. Postea vero ductu lucratiuo primæ sortis in secundam Aureos fecit centum triginta duos: Quæro sortem primam, atque secundam separatim?

A 5

**E**X propositis videt Geometres duo quadrata circa eandem diametron describi, quorum simul area datur esse 265, & alterius ex supplementis 132, quae quoniam intelligit inuicem equalia, ex quadragesima tertia primi, duplum 132, quod est 264 ad quadrata 265 componendo totum constituit quadratum 529, cuius latus 23 sortem simul habet primam, atque secundam. Hoc itaque perspecto, primam sortem ponit esse 19, altera igitur erit 23. Multiplica in 19, fit 239. Multiplica in 132, fit 239. Et equatione facta, habes 132. Operare per Canonem Tertium, & inuenies 12 pro sorte prima, erit igitur altera 21. Dicendum itaque in sorte priori Aureos fuisse duodecim, & in sequenti pauciores uno. Quas oportuit inuenire.

### Quaestio 60.

Duo pecuarij oues, & capras vendiderunt quadrantibus in capita totidem, quot fuerunt pecora totius gregis. Habueruntque quadrantes in partem opilio mille quingentos, caprarius autem mille: Quaeo numeros ouium, atque caprarum?

**D**Ocet nos propositio secunda libri secundi hic fieri duo reſt angula, quorum quadratura scilicet 1500, & 1000 sunt equalis quadra-

to

to 2500, cuius latus est 50, quæ summa est in grege toto. Vt autem habeas separatim, partire 1000 in 50, proueniet viginti, qui caprarum est numerus, quare & ouium erit triginta. Quod erat in quæsito.

### Quæstio 61.

Testator Mathematicus, vt exercitium disciplinæ simul cum pecunia, post mortem etiam, filiis traderet, argenti diuisionem hac arte nuncupauit. Volo vt ex Aureorum sacculi quem obsignatum in arca reposui, fiât duæ partes, maior quidem Caio, & Lucio minor, ita vt ex vtriusque simul in se ducto numero, & item in se minoris. Rursúmque ex duplicatione totius Auri in partem ducta Lucij, & altera in se portione, ipsa simul quatuor producta constituent viginti tria milia ducenta: Quæro & sacculi numerum, & fratris vtriusque legata separatim?

**N**on erit hîc ad calculum accessus, nisi secundum ea quæ proponuntur in septima secundi præparetur hoc modo. Ex summa 23200 sumito dimidium, quod est 11600, vbi sunt duo quadrati numeri, maior, atque minor, quorum latera quæsitum habent. Inuenientur autem sic. Quære maximi quadrati latus in numero 11600, id erit

107, cum residuo 151, quod quia non est quadratus numerus, indicat inuentum latus 107 maius esse quam oportet, & eo vsque minuendum donec habeatur aliud, cuius quadrati subtractio ex 11600 relinquat numerum quadratum. Id autem erit 100, cuius  $\square$  10000 deductum ex 11600 relinquit  $\square$  1600: huius latus est 40, detrahe ex 100, fit residuum 60. Dicendum itaque, sacculi numerum fuisse Aureos centum, portionem Caij sexaginta, & Lucij quadraginta. Quod erat quaesitum.

### Quaestio 62.

Tribunus totidem habens peditum cohortem quot & vnà cum sagittariis, equitum turmam, Aureos ex preda Nummos, simul & argenteos quindecies centena sexaginta millia, ita distribuit, vt eques cum pedite tot acceperit Aureos viritim, quot ipsi numero fuerunt, & sagittariorum vnusquisque similiter Aureos suę ipsorum multitudini pares. Altera autem diuisione quę fuit Argenti, tulerunt pedites Nummos cohortis numero singuli, & item eques in capita, turmae multitudini, demptis sagittariis, æquales: Quaero summas Auri & Argenti, cohortis, equitum, & sagittariorum separatim?

Rat

**R**atiocinium perficiet in similibus nona secundi, ex qua primùm colligimus Auri rationem ad Argentum esse duplam. Faciendæ sunt igitur ex Nummorum communi summa 1560000, duæ in dupla ratione portiones, Aureorum scilicet 1040000, Argenteorum autem 520000. Et harum utranque partium separatim ex proposito cognoscimus duobus quadratis constare numeris, quorum latera militum numeros in se continent. Sume igitur alterutrã, utpote 1040000, in qua maximi quadrati latus inuenies esse 1000, cum residuo 40000. Erit itaque 1000 numerus cohortis, mil et equitum turmæ. Ut autem habeas equites, & sagittarios separatim, disquire ex residuo 40000 tetragonum latus, & inuenies 200 pro sagittariis. Compone milites 200 ad alios 1000, fit omnium summa 1200, cuius dimidium proponitur esse peditum cohors, fuit igitur ipsa 600. Aufer iam inuentos sagittarios 200, residua fit equitum turma 400. Est autem quod aduertas, si ex alterutro numero, cuius maximi quadrati latus inquiretur, fiat residuum, qui non sit quadratus numerus, indicium erit (sicut ante dixi) inuentum latus esse maius quæsito, & propter hoc aliud, atque aliud esse tentandum, donec residuum, qui sit numerus quadratus, inuenias. Concludendum igitur in proposito, Nummos Aureos ex preda fuisse decies

centena quadraginta millia, Argenteos quingenta viginti millia, Pedites cohortis sexcentos, Equites quadringentos, Sagittarios ducentos. Quod erat quaesitum.

### Quaestio 63.

Imperator Romanus in Aquiliferam cohortem donatium ad vndecim Drachmarum myriadas erogauit, hoc modo. Vt omnis primum multitudo Drachmas acceperit in capita, totidem quot praefecti numero fuerunt. Rursum autem praefecti Drachmas acceptis singuli numero militum aequales, decem myriadas insuper habuerunt: Quaero numerum cohortis, & praefectos separatim?

**S**I quis tertiam secundi nouerit, statim perspiciet, ex hoc proposito deformari rectangulum bipartitum quadrato, particularique rectangulo, cuius est quadratura 100000, qua sublata ex toto rectangulo, quod est 110000, restat 10000 pro quadrato, cuius latus 100 numerus est praefectorum. Vt autem habeas milites partire 100000 in 100, prouenit 1000 Dic igitur numerum cohortis fuisse mille, Praefectos autem centum. Quod erat quaestio.

### Quaestio 64.

Cup

Cupedinarius eadem habens multitudi-  
ne turdos, qua perdices simul atque ficedu-  
las: perdices quidem singulatim addicens  
Nummis totidem quot aves reliquæ fuerūt,  
pretium habuit Nummos centum quadra-  
ginta quatuor. Ex ficedulis autem venditis  
in capita Nummis æqualibus ipsarum nu-  
mero, totius venditionis summam collegit  
ad Nummos ducentos viginti quinque: Quæ-  
ro numeros avium in sua cuiusque specie  
seorsum?

*S*it lineam in numerum conuertas, videbis hypo-  
thesim quintæ libri secundi in hac quæstione  
procedere. Dato igitur pretio 144, quod cum aliis  
iunctum facit 225, sublatis inde 144, relinqui-  
tur quadratus numerus 81, cuius latus 9 ficedulas  
numerat. Est autem 225  $\frac{1}{2}$  dimidiij totius numeri,  
quare ipsius latus 15 turdorū est multitudo æqua-  
lis auibus reliquis. Si igitur ex 15 detraxeris 9, fiet  
residuum 6, perdicum numerus. Dicemus itaque  
cupedinarium turdos habuisse quindecim, sex per-  
dices, ficedulas nouem. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 65.

Tres comædi cum suo quisq; grege, quo-  
rum primus fuit æqualis secundo Nummis  
acceptis actione prima singuli, numero ter-

tij

tij gregis æqualibus, lucrū fecerunt ad Nummos sexcentos octogintanovem. Et iterum agentes secundi, simul cum tertiis, vnusquisque Nummis, suæ ipsorū multitudini æqualibus acceptis, lucrum prius quadringentis superarunt: Quæro gregatim multitudinem actorum?

**Q** Vi sextum secundi theorema sedulò scrutabitur, ilico perspiciet excessum istum 400 esse quadratum, cuius latus 20 numerus est primi gregis separatim, atque secundi. Adde 400 ad 689, fit 1089, cuius tetragonici latus 33 multitudinem in se complectitur secundi gregis atque tertij. Quare si ex 33 deduxeris secundum gregem 20, residuum erit 13 pro numero tertij. Hac igitur disquisitione comprehenditur primi comedij gregem actorum fuisse viginti, Secundi totidem, Tertij tredecim. Quod erat quæsitum.

### Quæstio 66.

Lucrum sociale duorum, multiplicatione Minarum totius sortis in eam quæ fuit minor altera, ad Minas processit duo millia quadringentas. Anno sequenti, super eadem qua prius collatione duorum recipitur, tertius, æquali contributione facta minori, peruenitque lucrum Minarum omnium in se duct



ductu lucratiuo ad duodecim millia cētum:  
Quæro trium sortem partibus diuisis?

**C**Vi nota fuerit octaua secundi, videbit ex  
quadruplato lucro 2400 productum fieri  
9600, quo deducto ex summa lucri 12100, re-  
stat 2500, cuius tetragonum latus 50 fors erit  
ex prioribus maior. Ex lucro autem 12100 facile  
colligitur tetragonum ipsius lucri latus 110 triū  
simul collationes fuisse. Ex quo detracta sorte 50,  
relinquitur 60, pro sorte duorum, quæ cum propo-  
nantur æquales, vtraque seorsum fuit 30. Respon-  
ditur Primi sortem minarum fuisse quinquæ-  
ginta, Secundi triginta, Tertij tantundem. Quod  
erat quæsitum.

### Quæstio 67.

Tres ad negociandum sociati, collatis ali-  
quot Aureis, æquali quidem portione Pri-  
mus, atque Secundus, sed Tertius inæquali,  
quatuor lucra fecerunt in hoc similia, quòd  
semper Drachmas totidem in singulos Au-  
reorum sortis expositæ multiplicarunt, quot  
ipsa fors Aureos habebat. Habuit autē mer-  
catio prima trium simul collationes, secun-  
da Tertij tantum, tertia duorum seorsum à  
Primo, quarta verò Primi solùm. Peruenit

autem summa lucri totius ad Drachmas decem millia ducentas: Quæritur quo numero singuli contribuerunt?

**Q**uantum nobis ex propositione decima secundi cernere datur totius lucri summa 10200 in duas rationis duplæ partes est segreganda. Quæ quidem erunt 6800, & 3400. Vtraque autem duobus quadratis constat numeris, quorum latera quæstionem explicabunt. In maiori, quæ est 6800, quære maximi quadrati latus, & inuenies 82, cum residuo 76, quod quia non est quadratus numerus, ipsum latus 82 minui debet ad eundem modum, eritque 80 aliud latus, cum residuo 400, cuius tetragonum latus est 20, pro sorte Tertij, & pro trium simul 80. Aufer 20, restat 60 coniunctim pro sorte duorum. Primus itaque contribuit Aureos triginta. Secundus tantundem. Tertius viginti. Quod erat quæsitum.

Hæc ego præter cæteros paucis attingenda putavi, vt intelligat Logistes, si Geometricis destituatur, eximiæ multa subtilitatis, circa numerationes artificiosas, in se desyderari. Cæterum quæ sunt à nobis explicata quinque libris ad institutionem logisticam satis esse visa sunt. Cuius consummatio & ingenium à natura, & exercitium à proposito maximè requirit.

FINIS.



I O. B V T E O N I S

A D L O C V M V I T R V .

uij corruptum restitutio, qui  
est de proportione lapidū  
mittendorum ad ba-  
listæ foramen,



*INTER* machinas olim bellicas,  
quæ & tormenta dicuntur, fuit ba-  
listarum frequentior vsus, quibus  
lapides impetu magno torqueban-  
tur in hostes. Fiebant autem ad pro-  
positam magnitudinem ponderis saxi, quod eo or-  
gano mittendum erat. Igitur (Vitruuius inquit) de  
ratione earum non est omnibus expeditum, nisi qui  
Arithmeticis rationibus numeros, & multiplica-  
tiones habent notas. Nanque fiunt in capitibus fo-  
ramina per quorum spatia contenduntur, capillo  
maximè muliebri, vel neruo funes, qui magnitudi-  
ne ponderis lapidis, quem debet ea balista mitte-  
re, ex ratione grauitatis proportione sumuntur,  
quemadmodum catapultis de longitudine sagitta-

rum. Itaque vt etiam qui Geometriae, Arithmeticaeque rationes non nouerint, habeant expeditum, ne in periculo bellico cogitationibus detineantur, quae ipse faciendo certa cognoui, quaeque ex parte accepi à praceptoribus finita exponam, & quibus rebus Graecorum pensiones ad modulos habeant rationem ad eam vt etiam nostris ponderibus respondeant, tradam explicata. Post haec deinde Vitruuius ad explicationem propositi nullam formam, aut regulam instituens nudis aliquot solum exemplis procedit. Ea (sicut opinor) considerantia ductus, quod Geometricam methodon ab imperitis excipi non posse videbat, scientibus autem iudicium leue rei coniectura, sufficere. Sed accidit contrarium prorsus. Etenim ipsae notae quibus ad indicaturam particularum in digitis est usus, propter desuetudinem longinquam, in totum exoleuerunt, vt sint omnibus, quantum viderim, penitus ignotae. Contingit insuper, sicut in difficultatibus solet, vt significatio tota numerorum deprauatissime legatur. Unde locus est, interpretum etiam testificatione, deploratus. Fatentur enim Iocundus, & Philander, ex his quae apud Ctesibium, Apollodorum, Athenaeum, & Philonem libris de machinis multa leguntur, se nullam emendationem huic corruptissime parti conferre potuisse. Mihi verò ex authoribus istis machinarum nullum in hanc diem videre

contigit, cū non habeantur in manibus vulgò. Sed Geometrica disquisitione sedulò progressus explanationem rei me puto traditurum. Sciēdum est imprimis huiusmodi foramina capitulorum, vnde moduli sumuntur, fuisse rotunda, ea capacitate, quā torti funes totam explerent, quorum magnitudo, vnde vis præcipua machine constat, per diametros foraminum in digitis exprimitur. Ait enim: Que balista duapondo saxum mittere debet, foramen erit in eius capitulo digitorum quinque. Hoc est, funis, vt saxo viginti quatuor vnciarum mittendo sufficiat, per transversum habebit digitos quinque. Quare & in circuitu digitos habebit quindecim cum quinque septimis vnius. Huiusmodi autē in fune magnitudo experimentis primū est cognita ad id pōderis validè torquendū sufficere. Quod est principium, ac veluti fundamentum in omni ratiocinatione sequenti. Ad incrementa deinde procedendo, si quæras ad quatuor pondo lapidem quisnam funis, secundum rationem iam positam, aptari debeat? nullus erit proculdubio, citra mensurarū scientiam, qui non statim pronunciet consequenti ratione fieri, vt sicut pondus in telo duplicatur, ita & in fune crassitudinem duplicandam, vt quæ fuit digitorum quinque, fiat in proposito digitorum decem. Et ita deinceps ad ponderis duplum, siue triplum, funium etiam crassitudinem duplicatō, vel

triplicato semper agēdam. Sed hæc est penitus opinio falsa, & procul à vero. Ex hac enim sequeretur, vt ad eum quem ponit Vitruuius ducentūm quinquaginta pondo lapidem, adhibendus esset funis crassitudine digitorum sexcentūm viginti quinque, quæ facit in orbem pedes plusquam centum duos & viginti. Quam quidem in funibus vastitatem enormiter absurdam, quis est qui non videat? Aliter igitur, & ex vero rationem Geómetres inibit, considerans funes veluti corpora, qui cylindri vocantur, quos didicit, ex elementis, in tripla ratione consistere diametrorum suæ basis. Funis igitur quinque digitorum in diametro ad funem alium, constructione, materiâque similem, cuius sit diametros digitorū decem, rationē certè duplā habebit, sed triplicatam, quæ quidem fit octupla. Hoc autem si quis, Euclide monstrante, non capiat, numeratione sic inueniet. Ponamus exempli causa in vtroque ex funibus positis longitudinem esse ad suam cuiusque diametron triplam, siue quadruplā, vel potius æqualem, & ad faciliorem calculum, bases ipsorum fingamus esse quadratas. Crassitudinem minoris quæ est digitorum 5 in se ducito, fiunt 25, multiplica in suam longitudinem digitorum 5, fiunt in corpus digiti cubi 125. Eadem autem forma procedens inuenies in fune maiori digitos cubos 1000. Quorum est octupla ratio ad solidum

mino

minoris, quod est digitorum 125. Sed erunt fortasse  
 qui calculum etiam huiusmodi, aut non admittant,  
 aut non intelligant, quorum alterum ab altero pen-  
 det. Quibus ut etiã quoquo modo satisfaciã, expe-  
 rimentum facile docebo. Duos funes, materia, for-  
 máque similes, prout iam descripti sunt, ad libram  
 constitue, & re ipsa comperies pensionem maio-  
 ris octuplò superare minorem. Robur autem funiũ  
 ponderis rationem sequitur. Datis igitur lapidum  
 missilium ponderibus ad inuestigationem forami-  
 num cubicatione procedes, hoc modo. Cũ lapis  
 duapondo foramẽ habeat digitorum quinque, quæ-  
 ritur ad lapidem quatuor pondo quot digitorum  
 debeat esse foramen? Cubica 5, hoc est, duc in se,  
 postea in productum, fit cubus 125. Cũ itaque vi-  
 deas ad pōdo 2 diametrum foraminis dari quæ sua  
 cubicatione producat 125, ratione sequitur, ut ad  
 pondo 4, quod est duplum 2, talis diametros adhi-  
 beatur, quæ sua etiam cubicatione compleat nume-  
 rum 250 qui duplus est cubi 125. Sed quia 250  
 non est cubus ipsius quod queritur ad diametron  
 latus perfectè dari non potest in numeris, cũ non  
 sit in rerum natura. Superest igitur, ut huic propin-  
 quum numerum logistico more disquiras. Quem in-  
 uenies esse maiorem, quàm 6, quod est latus cubi  
 216, maiorem etiam quàm  $6\frac{1}{4}$ , minorem autẽ  
 quàm  $6\frac{2}{3}$ . Ex his particulis  $\frac{1}{3}$  &  $\frac{1}{4}$ , sum-

pto dimidio, quod est  $\frac{7}{14}$ , iunctoque ad 6, numerum habebis  $6 \frac{7}{14}$ , adeo veritati propinquum, ut inde nullus, de quo sit curandum, error fieri possit. Nam cubus lateris  $6 \frac{7}{14}$  est  $249 \frac{775}{13814}$ . Dicemus itaq; in balista, quæ quatuor pondo saxum mittere debet, foramen in eius capitulo fieri debere digitorum sex, & digiti septem vigesimis quartis. Hoc autem Vitruuius notis numeralibus exprimit in hunc modum. Si quatuor pondo digitorum sex, & digitorum septem, quod esse corruptum euidenter apparet, ita tamen ut calculi nostri vestigia supersint. Sed pergamus reliqua, inquirentes lapidis decem pondo foramen. Cum igitur hoc pondus ad duapondo sit quincuplum, ita & cubum foraminis ipsius ad cubum foraminis alterius quincuplum esse oportet. Neq; enim aliter instituta proportio constat. Propterea iam positum cubum 125 multiplico in 5, fit 625. Poteris etiam ad hæc logarithicæ Regulam adhibere dicendo. Si pondo 2 fit 10, quid 125? Operare multiplicando 125 in 10 et productum 1250 partiens in 2, idemque quod prius inuenies, scilicet 625. Huius cubicum latus ad verum accedens proximè est  $8 \frac{11}{20}$ , unde prouenit cubus  $625 \frac{1331}{8000}$ . Inuentum est igitur ad lapidem pondo decem aptandum esse foramen digitorum octo, cum undecim vigesimis. Quæ quidem particula digiti semissem excedit vna vigesima. Et sic  
ad



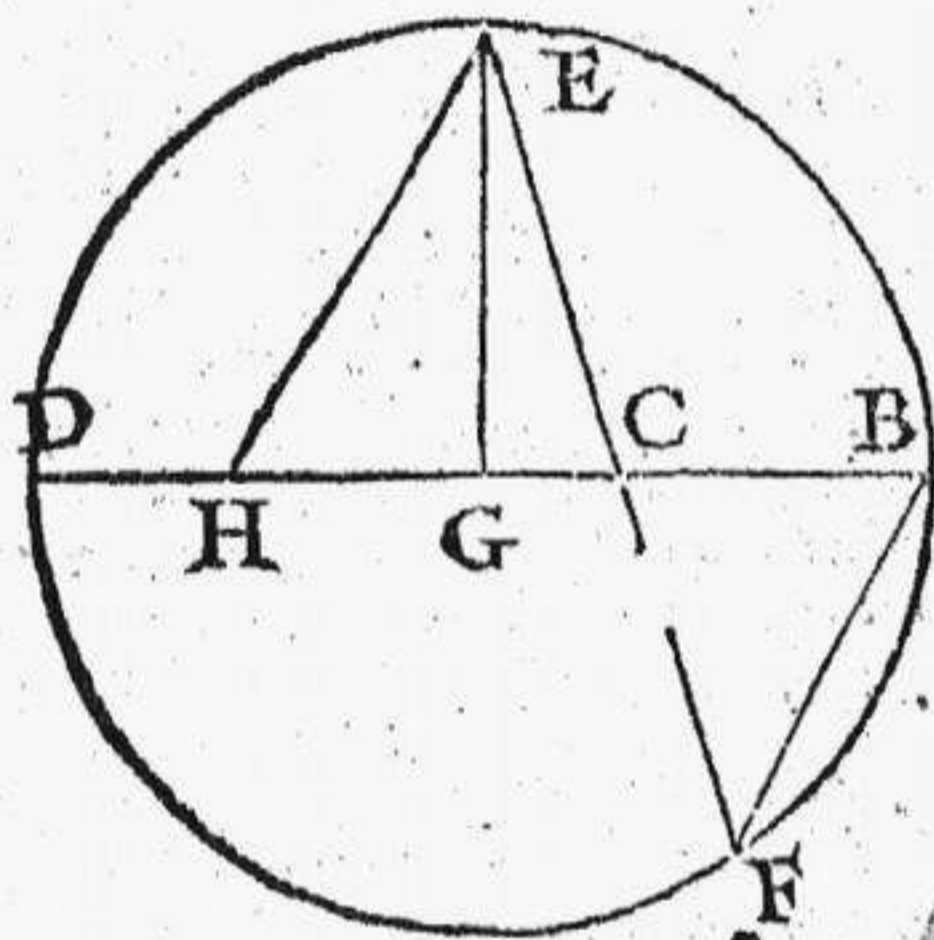
ad omne datum pondus inuestigari rationibus cubicis foramina possunt. Sed in positis ab authore, demptis primo, & ultimo, non nisi secundum propinquitatem inuentio procedit. Quod & intelligentiæ difficultatem, & operationi molestiam affert. In multis tamen numeri foraminum perfectè cõueniunt. Vt pote, si detur lapis pondo sexdecim, foramen erit digitorum decem. Quoniam cubus lateris 10, qui est 1000, ad cubum lateris 5, qui est 125, rationem habet, quam pondo sexdecim ad duapondo, id est octuplam. Item ad pondo 54, foramen erit digitorum quindecim. Ad pondo 128 digitorum viginti, hoc est pedis vnus, cum quadrante. Ad pondo 250, quod est maximum Vitruuij, pedis vnus cum nouem digitis. Datis autem quibuslibet foraminum numeris, omne etiam pondus ipsorum in numeris dabitur absolutè, quorum aliquot exempla subiiciam. Estò foramen in balista digitorum sex, cuius lapidem oporteat inuenire. Accipe duos cubos laterum 5, & 6, qui sunt 125, & 216, & ita ratiocinare. Si 125 fit 216, quid pondo 2? Operare secundum Regulam, multiplicans 216 in 2, & productum partiens in 125, proueniétque  $3 \frac{57}{125}$ . Dicemus igitur foramini digitorum sex, deberi lapidem tria pondo, cum particula  $\frac{57}{125}$ , que quidem paulò maior est quincunce. Et hoc modo datis foraminibus, lapidum grauitatem semper

habebis. Vt in semipedali foramine, lapis erit pondo  $8 \frac{24}{115}$ . In semipedali  $\&$  vnus digiti pondo  $11 \frac{87}{115}$ . In pedali, pondo  $65 \frac{67}{115}$ . In palmo pedali, pondo 128. In sesquipedali, pondo  $221 \frac{23}{115}$ . In bipedali pondo  $524 \frac{36}{115}$ . Ceterum vt corrupti numeri ponderum Vitruuij restituantur, diligenti calculo repetitos, in hunc qui sequitur modum recensui. Quae balista duapondo saxum mittere debet, foramen erit in eius capitulo digitorum quinque. Si pondo quatuor, digitorum sex, cum digiti septem vigesimis quartis. Decem pondo, digitorum octo, cum vndecim vigesimis. Viginti pondo, digitorum decem, cum quadraginta noue sexagesimis quartis. Quadraginta pondo digitorum tredecim, cum nouem decimis sextis. Sexaginta pondo, digitorum quindecim, cum sexdecim tricesimis. Octoginta pondo, digitorum septemdecim, cum vna decima. Centum viginti pondo, digitorum vndeviginti, cum tribus quintis. Centum sexaginta pondo digitorum  $21 \frac{11}{20}$ . Centum octoginta pondo, pedis vnus,  $\&$  digitorum sex, cum tribus octauis. Duceta pondo, pedis vnus,  $\&$  digitorum septem, cum quadrante. Ducenta decem pondo, pedis vnus,  $\&$  digitorum septem, cum quinque octauis. Ducentum quinquaginta pondo sesquipedis,  $\&$  digiti. Hos itaque deprauatos Vitruuij numeros veritati geometricae restituumus, digitorum particulas minutius fortasse, quam

res exigat, profequuti. Ceterum res tota scienter magis, & expedite lineis agetur. Quod etiam inuuit Eratosthenes, in epistola ad Ptolomæum regem, inuentum suum organicos ad problema cubi duplicandi inter cætera commendans, quod ad incrementa sit utile balistis, & catapultis. Δεῖ γὰρ (inquit) ἀνάλογον ἅπαντα αὐξηθῆναι, καὶ τὰ πᾶσι καὶ τὰ μεγέθη, καὶ τὰς κατατρήσεις, καὶ τὰς χοινικίδας, καὶ τὰ ἐμβαλλόμενα νεύρα ταῦτα δὲ ὁ δυνατὰ γενέσθαι ἄνευ τῶν μεσῶν ἐυρέσεως. Hoc est. Oportet enim omnia proportionaliter au-  
 geri, & crassitudines, & magnitudines, & foramina, & schoinicias, & neruos immissos. Quæ sine mediarum inuentione fieri non possunt. Nec aliud quicquam Eratosthenes in hac re profequitur. Quomodo autem talis inuentio linearum habeatur, non ex ipsius institutione docebo, cum non nisi per organon fiat, sed ea forma, quam libello nuper edito monstrauit. Esto in balista quæ duapondo saxum mittere debet, diametros foraminis linea  $BC$ . Oportet iam inuenire diametron foraminis in balista quæ quatuor pondo saxum mittere debet. Extendatur linea  $BC$  in  $D$ , ita ut sit  $CD$  dupla ipsius  $BC$ , & linea  $BD$  secta per æqualia in signo  $G$ , centro quidem  $G$ , spatio verò  $GB$  describatur circulus  $BEDE$ , & ex centro  $G$  ipsi  $BD$  pros orthas erigatur linea  $GE$ , & in peripheria

ED

ED, paucillum extra E, sumpto signo agatur intra circulum linea recta ECF, & ex linea CD abscindatur ipsi CF, equalis CH, & connectantur HE, & FB. His ita descriptis, si fuerit linea BF ipsi EH parallelas, dico quod duae lineae FC, & CE inter duas lineas BC, & CD sunt continuè proportionales, hoc est, sicut se habet BC ad



C: F, ita CF ad CE, & CE ad CD. Demonstrationem problematis hîc ego non repeto. Erit itaque linea CF diametros foraminis in balista, quae quatuor pondo saxum mittere debet: quam oportuit inuenire. Ad calculum autem si fiat examen fueritque linea BC digitorum quinque, erit linea CF paucillo maior ea mensura quam supra posui, scilicet digitorum sex, cum digiti septem vigesimis quartis, sed discrimine tantillo, ut nec etiam circino scrupulosè quærenti deprehendi possit. Et hæc de ratione foraminis per lineas indicasse sufficiat. De reliqua autem balistæ structura nihil adhuc exploratum satis habemus. Interea tamen locus hîc proportionum restitutus, quod est rei fundamentum, grandem fenestram ad intelligentiæ lucem  $\mu\eta\chi\alpha\upsilon\iota\kappa\omega\upsilon$  studiosis aperiet. FINIS.

# EX QVINQVE LIBRIS

LOGISTICAE SENTENTIARVM, AT-

*que locorum notabilium compendarius  
index paginarum numero digestus.*

**A**Rs computandi vsibus humanis non solum commoda, sed etiã  
necessaria prorsus. Pagina 6

Computandi meditatio primùm apud Latinos fieri cœpit per lapil-  
los, qui calculi dicuntur. 6

Computatio olim quò magis esset in promptu artificii quodam ge-  
stu digitorum vulgò signari & intelligi solebat. 6

Computationem ab initiis rudibus Græci literis excoluerunt, con-  
summatamque vocarunt Logisticen. 6

Logisticae scriptores Græci fuisse leguntur Archimedes, & item al-  
ter nomine Magnus. 6

Logistica scripta ab antiquis omnia perierunt. 7

Logistica scripta Algorithmos inscribere barbarum est, Arithme-  
ticas autem improprium. 7

Logistica tractat numeros ab Arithmetica more diuerso. 7

Logisticus ab Arithmetico differt, sicut mensor à geometra, & Can-  
tor Musico. 7

Logisticorum nullus adhuc arti quam profitetur antiquum pro-  
priumque nomen adhibuit. 8

Lucas Italus longè omnium optimè, simul & copiosissimè scripsit.

Què proximè doctrina sequitur Stephanus à Rupe Lugdunensis. 8

Logisticae scriptores multi satis diuersis linguis libellos adiderunt.  
Latini autem omnium pessimè. 8

Logisticae voces antiquas, & Græcas, ubi Latinae desunt reddere stu-  
duit author, in quarum locum peregrinae successerant. 8

Algebram sunt qui putent ab Arabibus inuentam. 9

Algebrae fundamenta Euclides Elementorũ libro secundo disposuit. 9

Monadem Boetius, & eum sequuti malè verterunt vnitatem. 10

Numerorũ notatio secundum Græcos, Latinos, & Arabes, non so-  
lum figuris, verum aliàs diuersè procedit. 10

Numerorum notatio latina, modos artis non recipit. Græca verò,  
si facilitatem respicias, multum cedit Arabicæ. 10

Numeros Arabicis decem figuris signare iam diu receptum est vsu  
longo gentium. 10

Numerum omnem infra decem barbari vocant digitum, author ve-  
rò monadicum. 11

Numeri omnes intra centum decade constant & monadico. 11

Numerorum maximus est mille quem vno verbo Latine possis ex-  
primere. 11

Numerũ millia decem Græci dicunt vno verbo myriada, nec maius  
aliud habent in numeris vocabulum. 12

Numeri vocabulum millio quanuis non sit ita Latinũ, nequaquam  
tamen reiiciendum prorsus ab arte. 13

Nume

- Numeri tractantur in opere Logistico modis quatuor. 13  
 In errorē facilē cadūt, qui numeros tractāt præsertim grādiōtes. 15  
 Numerorum operationes optimē discuntur exemplis, & exercitatione habentur in promptu. 17  
 Probatio nouenarij & septenarij numeri errorem admittit, & operantem fallere potest. 17  
 Partitionis opus plus aliquanto discentibus facescit negotij, quàm actus cæteri numerorum. 27  
 Partitio & multiplicatio sese mutuò probant. 43  
 Monas sui sectione quantūvis decrescit in suas ipsius particulas. 47  
 Particulæ dum augentur nominibus quantitate decrescunt. 48  
 Numerorum incrementa progrediuntur infinitè, decrementsa verò dyadis sine terminantur. 48  
 Particularū minima dari non potest, maxima autē est dimidiū. 48  
 Omnis particula minor est monade. 49  
 Particulas fractos vocare numeros, siue partes numerorum magnus est error. 49  
 Numeros sanos & integros dicere barbarum est & absurdum. 49  
 particulis accommodantur vnciarum numeri antiquorum instituto expeditioris intelligentiæ gratia. 50  
 As nihil aliud est quàm monas in particulas vndecim distincta nominibus. 50  
 Monadis sectiones licet numero dicantur, non tamen re ipsa numeros efficiunt. 50  
 Particulas scriptores in astrorū disciplina suo more constituunt. 50  
 In particulis genus probationis euidentissimum ex partibus assis colligitur. 55  
 Particulas multiplicatio numero quidem auget, quantitate autem minuit. 59  
 Particularū multiplicatio atque partitio, sicut in numeris, sese mutuo probant. 62  
 Particularum partibus antiqui nomina dederunt. 65  
 Latera tetragonica numerorum vt radices appellentur barbaries inualuit. 68  
 Laterū cubicorū inuestigatione nullū fit in arte molestius opus. 80  
 Latera cubica per tabulam habentur facilē. 82  
 Ratio æqualitatis diuisionem suapte natura non recipit. 86  
 Rationum similitudinem Boetius, & post eum omnes nullo latinitalis exemplo, proportionalitatis nomine vocant. 89  
 Rationum excessus & similitudo inter se quomodo cognoscatur. 92  
 Rationum similitudinem Boetius in Musicis magis implicat, quàm explicet. 94  
 Rationum compositio ad medicaminum misturam, & ad speculationem musicam præcipuè facit. 96  
 Rationum multiplicatio analogia procedit. 100  
 Omnis ratio data diuisionem quālibet non recipit. 102  
 In logisticis multa non aliter melius quàm exemplis explicari, aut intelligi possunt. 106  
 Lucas super demonstrationibus regulæ positionum notatur. 115  
 Algebra vox est Arabica, quam vocat autor, prout reuera est, quæ

- draturam. 117  
 Utilitatē & intelligētiā quadraturæ difficultas ꝑcipua comitat. 117  
 Disciplinæ difficultatibus infamantur vulgò. 119  
 Numeros & figuras non protulit natura sine nodo. 120  
 Irrationalium materies ab hoc opere seiungitur. 137  
 Exemplorū facilitas rei difficultatem magna ex parte subleuat. 138  
 Quadraturæ principia scriptorū nullus adhuc declaravit. 140  
 Fiunt multis modis proponendo vitia. 143  
 Stephanus erravit proponendo. 150  
 In quadratura quædā ex regulis aliquādo cōpendij vel alia cā mutā  
 tur, quod ipsum semp̄ opus aliqua sui parte turbata mōstrabit. 163  
 Canones compositi in quadratura quare dicantur, quorum fines di-  
 sticho notantur. 171  
 Ad propositum de numeris lineam respondere absurdum est. 173  
 Lucas tertij Canonis fines non intelligens erravit, quem sequitur  
 Stephanus. 183  
 Cardano in verbis & sensibus barbaries peculiaris. 184  
 Canonum operationes versibus explicantur. 186  
 Canones compositi an plures tribus esse possint. 187  
 Cardanus notatur abuti literis, & barbariem inferre disciplinis. 189  
 Regulæ quantitatis rarior est vsus. 196  
 Obscuritas rebꝝ innata arte quidē leuari pōt, tolli aut̄ nullo mō. 198  
 Logistam, non mercatorem author instituit. 198  
 In lege pistolica logistorum error indicatur. 199  
 Lucas vitiosē proponit, & malē soluit. 207. 208  
 Stephanus sophismate seipsum coniecit in errorem. 216  
 Cardanus Lucam in errore sequitur etiā in deterius. 223  
 Lucam logistici tanquam ducem facilē sequuntur. 224  
 In quibusdam non est arti locus, sed experimento. 232  
 Lucas modum ratiocinandi superfluum instituit. 249  
 Logistorum communis error. 268. 269  
 Lucas tam se quā alios coniecit in errorem. 272  
 Logistici errores inter se mutuō sumunt. 272  
 Non potest res incerta ratione certa constitui. 274  
 Cardanus in his que ridiculē tractavit notatur. 200  
 Melius est in aliquibus simpliciter, & apertē loqui. 284  
 Non minus artis habet aliquando propositū quā solutio. 288  
 In geometrica specie promptum est decipi Logistem. 298  
 Mercatores in suis permutationibus genere quodā fraudis vtunt. 302  
 Traditio melior est ab ipsis repetita principiis. 305  
 De ponderibus ad libram multitudine minima parandis. 309  
 In seris quas circuli versatiles claudunt quomodo per numeros in-  
 ueniatur aperturæ nomen. 312  
 Logistes artificis arcanum ingenio superat. 329  
 Diuisio pecuniæ inter piratas, & latrones. 335. & 336  
 Formulæ quibusdā cōpēdia calculi sequuntur, sed rō fit obscurior. 148  
 Diuisio lucri in socialibus mercaturis aliquot quæstionibus conti-  
 nuis tractatur. 247. vsque ad 264. Item 354. & 355  
 Diuisio hæreditaria ex Iuliano Iureconsulto. 264

*Errata sic corrigito.*

Pagina 26. linea 9, vbi est quolidet, lege quodlibet. pag. 43.  
lin. 26. loco proueniet legendum proueniat. pag. 57. lin. 15.  
pro Hac repone Has pag. 59. lin. 20. vbi est o repone s. Et  
in principio sequentis pro sine, legendū siue, pag. 146. lin. 3.  
vbi est conferantur repone auferantur. pag. 235. lin. penul-  
tima pro nauis corrige naues. pagi. 275. in principio malè  
est quingenta pro quinquaginta. pag. 283. lin. 9. posset mu-  
tabis in possit. pag. 289. lin. 18. loco nonas legendum nonas  
pag. 302. lin. penulti. post quod addè est. pag. 313. lin. 9. pro  
connexa mutandum conuèxa.