חבור

המשיחה והתשבורת

והוא

ספר חכמת השיעור

לרבי אברהם בר חייא הנשיא

יוצא לאור בפעם הראשונה

עם חלופי נוסחאות והגהות והערות

על ידי

יחיאל מיכל הכהן גוטמן

מורה בבית מדרש הרבנים אשר בעיר בודאפעשט

חוברת ראשונה

חברת מקיצי נרדמים

ברלין

בדפוס צבי הירש איטצקאווסקי

תרע"ג

אל החוברת השניה יסופחו לוחות מכילים את הצורות אשר מרומז עליהן בהספר.

Schriften des Vereins Mekize Nirdamim
3. Folge, Nr. 14.

ספרים

היוצאים לאור

על ידי

חברת מקיצי נרדמים

(הוקמה מחדש בשנת תרמ״ה, חזרה ונתיסדה בשנת תרס״ט)

שנה רביעית. התרע״ג.

CHIBBUR HA-MESCHICHA WEHA-TISCHBORETH

BERLIN
1912

ראשי החברה:

אברהם ברלינר, ברלין, נשיא הכבוד.

דוד סימאנסען, קאפינהאגין
יושב ראש.

אהרן פריימאנן, פפד״מ
סגן היושב ראש.

שמואל אברהם פאזנאנסקי, ווארשא
המזכיר.

ישראל אברהמס, קמברידש.
אלחנן אדלר, לונדון.
בנימין זאב באכער, בודאפעשט.
חיים בראדי, פראג.
מרדכי בראנן, ברסלא.
אברהם אליהו הרכבי, פטרסבורג.
דוד ילין, ירושלם.
ישראל הלוי, פריש.
אלכסנדר מארכס, נויארק.
יצחק דובער מארקאן, פטרסבורג.
שמואל צבי מרגליות, פירינצי.
אברהם עפשטיין, ווינא.
יעקב פריימאנן, העלישויא.
שניאור זלמן שעכטר, נויארק.

הקדמת המחבר.

יתברך וישתבח שם הגדול הגבור והנורא, אשר הורה את עמו ישראל דרך ישרה, והנהיגם במעגלי נוגה ואורה, ונתן להם הוד ותפארה, בתורתו היקרה והטהורה, כדי להנהיגם באורח חיים ולהנחילם בזכותה כבוד העולם הזה והעולם הבא, אשר הוא חיים בלא מות, ככתוב להנחיל אוהבי יש ואוצרותיהם אמלא, ואין יש אלא העולם הבא, שהוא חיים בלא מות והוא יש בלא אפס, והכתוב הזה אומר שהקב״ה יתברך שמו לעד נתן תורה לעמו ישראל שהיא יש, להנחילם העולם הבא שהוא יש, ואוצרותיהם אמלא בעולם הזה, וכתיב אני ה׳ מלמדך להועיל מדריכך בדרך תלך, מלמדך כל דבר שהוא מועיל לך ומדריכך בדרך תלך והוא דרך התורה. ואתה דורש מן הפסוק הזה, כי כל עסק וכל חכמה שהיא מועילה לאדם בדרכי החיים ובדבר מצוה ראוי לו ללמדה ולהתעסק בה.

וראיתי חכמת המנין וחכמת השיעור נוהגות המנהג הזה ומועילות במלאכות רבות, שהן משמשות בחקות התורה ומצותיה, ומצאנו הכתוב במקומות הרבה מצריך אליהן, ככתוב במספר שנים אחר היובל תקנה מאת עמיתך, וכתיב לפי רוב השנים תרבה מקנתו ולפי מעוט השנים תמעיט מקנתו, ואחריו כתיב לא תונו איש את עמיתו ויראת מאלהיך. ואין אדם יכול לדקדק בחשבון עד שלא יבוא בו לידי הונאה, אם לא ילמד חכמת החשבון. וכן כתוב וחשב עם קונהו משנת המכרו לו עד שנת היובל והיה כסף ממכרו וגו׳ וכתיב וחשב את שני ממכרו והשיב את העודף לאיש אשר מכר לו, וכתיב וחשב עם קונהו, ידקדק עם קונהו שלא יגלום עליו. ולא תוכל לתקן החשבונות האלה ולהקיש מנין

1 ישתבח ויתברך מ* | השם ן בשם האל מ | הגבור ל׳ מ* | בדרך מ*ן |
2 ונורא פ | הטהורה והיקרה ממ*ן | 3 להנהיגם באורח חיים ל׳ ממ*פ | וכבוד העוה״ב מ |
4 אשר הוא חיים בלא מות ל׳ מ*פ | בלי ן | כדכתיב פ | 6 יתברך שמו לעד מ׳ מ*ר |
לעמו מ׳ מ | 8 ומדריכך מ׳ מ* | לדרך אשר פ | זו תורה מ*ר | 9 אשר הם מועילים פ |
בדרכי החיים ל׳ פ | 10 בדבר פ | בהם פ | 11 נוהגים פ | 12 בחקי פ | רבות ממ*ן |
13 במספר שני תבואות ימכר לך מ׳ ממ*ר | 15 ויראת מאלהיך מ׳ מ*ן | ולא מ |
16 יבא מ | לידו מ׳ מ*ר | דרך החשבון פ | 19 ידקדק עם קונהו שלא יגלום מ׳ רמ*,
עליו מ*. והשיב את העודף משנת המכרו לו עד שנת היובל מ׳ פ | יוכל אדם מ*ר |
מנין ל׳ פ

---

4 משלי ח, כא | 7 ישעי׳ מח, יז | 13 ויק׳ כה, טו | שם שם טז | 14 שם שם יז |
16 שם שם נ | 17 שם שם כז | 18 הוספת פ משובשת כי אין מקרא בצורה זאת והשנות
הכ׳ וחשב עם קונהו היא מפני דרשת התלמוד: ידקדק עם קונהו שלא יגלום עליו ב״ק קי״ג ב.

דמי השדה ותבואתה או דמי השכירות אל השנים הנותרות ולהוציא קצב מנין זה ממנין זה אם לא תהיה בקי בחכמת החשבון ורגיל בה. וכמו כן הצריכה התורה אל חכמת השיעור במדידת הארץ וחלוקתה ובתחומי שבת ובמצות אחרות ככתוב ומדותם מחוץ לעיר וכתיב ומדדו אל הערים אשר סביבות החלל, וכתיב לאלה תחלק הארץ בנחלה במספר שמות וכתיב לרב תרבה נחלתו ולמעט תמעיט נחלתו. ומי שאינו בקי ורגיל בחכמת השיעור אינו מודד את הארצות ולא חולק אותה באמת ובמשפט בלא הונאה עד שיהא נותן לכל אחד חלקו הראוי לו, ולרב ירבה ולמעט ימעיט כמצות התורה עד שילמד החכמה הזו וישען במעשיו עליה. ומכאן אתה למד שהחכמות האלה מצורך התורה הן וראויות ללמוד וללמד, ודי לחכמה הזאת שהקב"ה משתבח בה ככתוב עמד וימודד ארץ וכתיב מי מדד בשעלו מים ושמים בזרת תכן. ואתה רואה מהכתובים האלה שהקב"ה ברא את עולמו במדידה ושיעור מתוכן ושקול. וחייב אדם להמשל לקונו בכל כחו ובכל מאודו וזהו שבחו של אדם לדעת כל החכמים. ומכל הענינים האלה אתה רואה כבוד אלו החכמות והמתעסק בהן אינו מתעסק בדבר ריק אלא בדבר שהוא מצורך העולם והמצות.

ואני רואה חכמת המנין ואם שהיא מצורך העולם ומועילה בעסקיו ובעסק מצות רבות אינה קשה להבין ורב בני אדם מבינים ממנה מעט ורגילים להשתמש בה ומפני זה אין אדם נזקק לחבר בה חבור בלשון הקדש. וחכמת השיעור כמו כן, הענינים המצריכים אליה רבים כענינים המצריכים לחכמת המנין בעסקי העולם הזה ובמצות רבות מן התורה, והיא קשה להבין ועניניה נפלאים מרוב בני אדם ומפני זה צריך אדם ליתן דעתו עליה ולפרשה, כי הצורך אליה גדול הוא במדידת הארצות וחלוקתן בין היורשין והשותפים עד שאין אדם יכול למדוד אותן ולחלקן בדרך ישרה ומשפט אמת אם לא ישען על החכמה הזאת.

וראיתי רוב חכמי דורנו בארץ צרפת אינן בקיאן במדידת הארצות ולא זריזין בחלוקתן, אבל הם מזלזלין בדבר הזה זלזול גדול ומחלקין את הקרקעות בין היורשין

1 מכירות פ | 2 יהיה מ*ר | הצריכנו הכתוב פ | 4 ומדדו את ומר | במד׳ לה, ח ל׳ מ*. במד׳ כה, נג ל׳ פ | וכתיב ב׳ מ׳ ופ | 6 רגיל ובקי מ*ר | הארצות וחולקין בדין ובאמת מ* | 7 שיתן מ*ר | נותן לכל אחד חלקו הראוי לו ל׳ פ | מרבה לרב וממעט למעט פ | 8 הזו מ׳ מ*ר, חכמת השיעור ו | 9 אא״כ לומד החכמה הזאת ונשען פ | 10 ישתבח פ | 12 מתוקן פ להמשיל בקונו פ, להדבק בדרכי קונו . . ובתלמודו מ*ר, להדמות לקונו כאשר יוכל ו | ובכל מאודו מ׳ מ | 13 תושבחתו מ | 14 החכמות פ | 12—15 ל׳ ו | 16 היא ו | ובעסקי ו, ובעסקי המצות ואינה מ׳ מ*ר | 17 העולם מבינים מ | 18 כמו מן מ | 19 המוצרכין מ* | הזה מ׳ ומ | 20 וצורך המצות פ | וסודיה מ׳ מ*ר | 21 וצריך מ*ר | ליתן דעתו עליה מ׳ מר | הארץ וחלוקתה פ | 22 היורש פ | למודדן מ*ר | ביושר ואמת פ | 23 אינו נשען בחכמה פ | 24 וראינו מ*ר | שאין ר | שאינן בריאים מ* | הארץ פ | 25 בחלוקתה פ | הזה מ׳ ומ, בכך פ

ודרכו של ראב״ח הוא בדרך כלל להביא מקודם את הכתובים ואחרי כן את הלימודים המסתעפים מהם | 3—4 שלשה הכתובים שייכים לגוף הענין ואין מקום להשמטת אחד מהם, כי הוא מונה מקודם שלשה ענינים | במד׳ לה, ה. דבר׳ כא, ב | 4 במד׳ כו, נג־נד | 10 חבקוק ג, ו | ישעי׳ מ, יב.

והשותפין לפי אמידה וגוזמא ובאין במעשה הזה לידי עון ואשמה ורובם מזידים וחוטאים וכל אחד מהם חטאו בטעותן כפי שבוש אומדנותן. ואל יעלה בלבך שהם מודדים וחושבים, אבל הם מאמדים וכוזבים. ואני אומר, שאינם מונין מן המניין, אלא הם מונין מן ההונאה, שכתוב בה, והאכלתי את מוניך את בשרם, שאין בעולם הונאה גדולה מן ההונאה הבאה על ידם, עד שיכול שיקרה בחשבונם שבעל השליש נוטל רביע ובעל הרביע נוטל השליש, ואין לך גזילה ואונאה גדולה מזו.

ואם יאמר אדם שרבותינו היו מזלזלין בחשבון ולא היו מדקדקין בו, מפני שהם אומרים, כל אמתא ברבוע אמתא ותרי חומשי באלכסונה, ורבוע זה הוא המרובע שצלעותיו שוות וזויותיו נצבות ואלכסונו על דקדוק החשבון יהיה כל אמה בצלע המרובע היא אמה באלכסון ושני חמשיות אמה וחלק אחד משבעים באמה בקרוב מעט. וכן אמרו, כל שיש בהקיפו שלשה טפחים, יש בו רוחב טפח. והמדקדקים בחשבון מצאו, כל הרחב טפח יש בהקיפו ג׳ טפחים ושביעית טפח פחות משהו. וכן אמרו, כמה מרובע יתר על העגול, רביע. והמדקדק במדידת העגול אשר בתוך המרובע המושש לעגול בארבע צלעותיו, ימצא המרובע מוסיף על העגול

2 ורובם בא אל הטעות הזה בכונה מ | חוטא בטעותו פ | אומדתו֘ פ | ולא פ | 3 וחושבים שהם ן, מודדים וכוזבים ן, אומדים פ, מאמירים מ | 4 מענין אונאה ן | 5 שיהיה יכול ן | שיקרה מ׳ מ״ר | בעל השליש ן | 6 יטול מ*, לקחת ומ | גזילת ואונאה ל׳ פ, אונאה וגזילה מ״ר | גדול הימנו פ | 7 אדם ל׳ מ״ר | 8 שהיו פ | 9 וזרות מ* | 10 הדקדוק פ | 12 מע׳ מ*, מעשרה ר | במדה פ | 15 מצאו כי מ | 16 מה שהוא פ | 17 אמרם פ | 18 והמדקדקין בחשבון פ | 19 מתוך פ | בארבע ל׳ מ*

---

3 מאמרים וכוזבים לשון נופל על לשון „מודדים וחושבים" ושאר הגי׳ משובשות. האומד מורה על תפיסת הכמות לפי ראות עין בלי חשבון והוא א״כ הניגוד למדידת | 4 ישעיה מט, כו | 8 סוכה ח, א. ראב״ח מדקדק כאן בחשבון עד ארבע עשיריות ומעיר שהדקדוק לא בא עוד עד תכליתו והוא רק בקרוב מעט; כי אלכסון המרובע $\sqrt{2} = 1.4142 = 1.4 + 0.0142 = 1\frac{2}{5} + 0.0142$; $\frac{1}{70} = 1:70 = 0.0142$. הרי $\sqrt{2} = 1.4142 = \frac{1}{70} + \frac{2}{5} + 1$, או בלשונו של ראב״ח: כל אמה בצלע המרובע היא אמה באלכסון ושתי חמישיות אמה וחלק אחד משבעים באמה. על דיוק החשבון הזה נעיר עוד בגוף הספר, במקום אשר נפרש תוצאת שרש המרובע לראב״ח | 13 עירובין ע, ב. סוכה ז, ב בסוף, אהלות פי״ב מ״ו. יחס קוטר העגול אל הקיפו $= 3\frac{1}{7}$ כבר נמצא אצל ארכימידים ושהוא עוד „פחות משהו" ג״כ ידוע היה לקדמונים. המשהו הוא לפי חשבוננו עד חמש עשיריות $= 0.00127$. כי $3\frac{1}{7} = 3.14285$ ומזה צריך לגרוע 3.14159. הענין יתבאר ביותר בפנים הספר במקומו | 17 סוכה ואהלות שם. אם נציין קוטר העגול באות ד, הרי יהיה רבוע המרובע המושש את העיגול בצלעותיו = ד^2 ושטח העיגול שבו = $\frac{11}{14}$ד^2. אם נניח ד = 1 ונגרע העיגול מן המרובע החיצוני, ישאר $\frac{3}{14}$ והוא

שביעית המרובע ומחצית שביעיתו שהוא ג׳ חלקים מי״ד והן פחות מרביע. ואם יהיה המרובע בתוך העגול ויהיה מושש לעגול מבפנים בארבעת קרנותיו, יהיה המעוגל מוסיף על המרובע ד׳ חלקים מי״א שהן יותר משליש המרובע, כאשר בצורה הזאת. והם אמרו, עגולא מגו רבועא רבעא, רבועא מגו עגולא תלתא ולא דקדקו בחשבון כל הדקדוק הזה. ואם יטעה אחד מן המזלזלים בחלוקת הקרקעות ומדידתם בזמן הזה ויאמר, מדברי רבותינו ז״ל אנו למדין, שאין מדקדקין בחשבון כל כך וראויים אנו ללמוד מהם ולעשות כמעשיהם ולחשוב את כל חשבונותינו כפי אמידה ובקירוב בלא חקירה ודקדוק ואין אתה יכול למחות בידינו ולא לסתור את מעשינו. אני משיב אותו ואומר, חס ושלום, רבותינו ז״ל לא התירו לזלזל בחשבון ולא לגזול אחד מן היורשים ולא לתת לאחד מהם יותר ולא פחות מחלקו הראוי לו, כאשר אתם עושים היום הזה וחוטאים בנפשותיכם. ואע״פ שהם חשבו את אורך האלכסון ואת רוחב העיגול והקיפו ואת העודף אשר בינו ובין המרובע בלא דיוק כדבריך, אבל הם הזהירו אותנו והחמירו עלינו להשמר מכל גזל והונאה במשיחת הארץ כמו שאמרו: שינא לא תזלזל במשיחתא. וחייבה אותנו להוליך את הפרוטה הגזולה אל הנגזל אפי׳ למדי, ושנהיה זריזים ומפחדים שלא נזלזל במשיחת הארץ, כאשר אתה רואה בדבריהם במקומות הרבה. והמודד נקרא דיין והזהירה תורה לבלתי עשות עול, דכתיב לא תעשו עול במשפט במדה וגו׳ ופרשו רבותינו ז״ל, במדה זו מדת קרקע, שלא ימדוד לאחד בימות החמה ולאחד בימות הגשמים, מפני החבל המותירה בימות הגשמים ונוחה להמשיך יותר מימות החמה. ואם על דבר קל ומועט הקפידה תורה, קל וחומר

1 אשר הוא פ | מרביעיתו פ | 2 בארבע פ | 3 כאשר בצורת הזאת מ׳ מ*ר | מוסיף על העיגול ג׳ חלקים מי״ד במרובע מ* | 4 וכן מ | בחשבון מ׳ ומפ | 6 המולזלים בזמן הזה פ | בזמן הזה מ׳ ומ | 7 לנו לדקדק פ | כל כך פ | 8 בהם ו | שהרי הם לא דקדקו לפיכך יש לנו ללכת אחריהם מ׳ פ | חשבונות מ״ר, חשבונינו פ, אל כל חחשבונים ו | לפי מ | אומדנא מ, באמד ו | וקירוב מר | 9 ואני ופ | ולסתור מ*ר | אותו לי מ*ר | 10 חס ושלום מ׳ פ | התירו לנו מפ | ולא לגזול אחד מן היורשים ומפ | 11 ולתת פ | יותר מן הראוי ולחברו פ | הזה מ | 12 וחוטאים בנפשותיכם מ*ר | 13 והעודף מ*ר | שבינו מ*ר | כדבריך ממ*ר | החמירו עלינו והזהירה אותנו מ*, אותם ר, הזהירונו ו | וצוו אותנו מ׳ ומ | 14 במשיחת הארץ . . . במשיחתא פ | ואונאה ר, ורחבה מ* . . בעולם מ | 15 אותנו מ | להשיב מ | לנגזל אפי׳ למדי מפ | 16 ומפחדים מ | . . במדידת הארצות מ׳ מ*ר | לזלזל בהם מר | 17 התורה מ* | 19 המותירה (נ״א הנמתחת).

פחות מן $\frac{3}{12}$, כלומר פחות מן רביעית המרובע | 1 מתבאר ג״כ בענין זה. כי שטח העיגול הוא $\frac{11}{14}$ ד^2 ושטח המרובע הפנימי $\frac{ד^2}{2}$, או אם נניח ד $= 1$ ונגרע המרובע מן העיגול, ישאר $\frac{4}{14}$, ואם נעריך את השיור הזה אל שטח העגול, יעלה בידינו $\frac{4}{11}$ והוא יותר משליש המרובע. | 4 בנוסחאותינו „פלגא״ ועי׳ תוס׳ סוכה ח. ב ד״ה ריבועא, וסרה א״כ קושייתם שם. הערת רשא״פ. | 14 ב״מ קז, ב, א״ל רב יהודה לרב אדא משוחאה, שינא . . | 17 ויקרא יט טו | 18 ב״מ סא, ב.

לגזילות ואונאות הללו, שיש לו לדיין להזהר בהם. וכל החשבונות האלה אשר אתה אמרת, שלא דקדקו רבותינו בהם, אינן מזיקים לנו בשום דבר, כי הקירוב באלכסון המרובע אינו מזיק במדידת הארץ ולא בחלוקתה, כי אין אתה צריך אל האלכסון במדידת המרובע. וכן חשבון אשר חשבו בעודף המרובע על המעוגל והמעוגל על המרובע וכן ברוחב המעוגל והקיפו לא נצרכו אליו אלא בתחום שבת או בזריעת הכלאים ונטיעתן וכל דבר שהקירוב הזה אשר בחשבונו מביא לידי חומרא בכל המצות האלו, לא לידי קולא, ואינו מזיק לשום אדם בממונו, ועוד שהם מעידים ברוב המקומות שאינן מדקדקין ואומדין כמו שאמרו „היינו דלא דק ולחומרא לא דק", כל מקום כפי הראוי לו. ואין הענין הזה דומה לטעות בני דורינו, אבל טעותם מביאה לידי תקלה והפסד גדול על ממוני בני אדם.

ומפני שראיתי הנזק הגדול וההפסד הבא על ידם, הטרחתי את עצמי, ואע"פ שאיני כדאי וראוי לכך לחבר במדידת הארץ וחלוקתה חבור שיהיה מפרש את כל הענין הזה ומלמד דרך המדידה והחלוקה ומביא עליה אותות וראיות מחכמת השיעור וחכמת המנין, אשר אין בהם שום קירוב ולא ספיקא כפי יכלתי, אולי ילמד אדם אותם ויסיר מן הארצות האלה הטעות הזה הנוהג ביניהם.

ואל נאזר בגבורה, ועל כל סביביו נורא, יודע כל עמוקה ונסתרה, ושרא עמיה נהורא, יעזרני לפרש כדין וכתורה, הענין הזה כהוגן וכשירה, בדרך נכוחה וישרה, כי הוא המלמד לאדם דעת, ועליו נפשי הנכאה נשענת וברוב רחמיו נושעת, ככתוב והבוטח בה' חסד יסובבנהו.

1 האלת ממ"ר | אשר ומ, אתה מ | 2 שאינם מדקדקים ן | קירוב מ* | 3 ובחלוקתה מ"ר | אתה מ"ר | 4 שחשבו מ"ר | המעוגל על המרובע והמרובע על המעוגל מ"ר | 5 נצטרכו מ | ובזריעת הכלאים מ"ר | 6 וכל זה אינו מזיק לנו שהכל לידי חומרא הוא ן | מביא ממ"ר | לכל מ* | בכל המצות . . . קולא ל' ן | 7 לא לידי מ . . ולא ר | 8 שאין מ"ר | ואומ' היינו מ"ר, ואומרים ן | בממונו כמו שאמרו היינו פ | לא ן | לחומרא מ | או לקולא לא דק ומ | 9 הזה כן ומ | אנשי דורינו פ, לאנשי מ* | טועים מ* . . וטעותם מ"ר | 10 מביאם ר | 11 הנזק הרב מ*, הרבה ר | וההפסד פ | הבא על ידם ל' ן | 12 כדאי ו' מ"ר | שיהא פ | 13 עניניה ר, ענינה מ* | ומפרש דרך חחלוקה והמדידה פ | ואביא עליהם פ | 14 והמנין ר | וספיקא מ"ר | יכולתי פ | אותם מהם ן | אולי הקורא ילמוד אותם פ | 15 ארצות פ | 16—19 ל' ן | 16 ואל שדי היודע פ | וסתרת מ* | ושרא . . נהורא מ"ר | 17 כדין וכתורה מ"ר | וכהוגן מ"ר | בדרך . . וישרה מ"ר | 18 האל המלמד מ | וברוב חסדיו היא מ*

---

8 סוכה ח, א | 19 תהלים לב, י.

ספר חכמת השיעור בעזרת הבורא.

ואני מתחיל ואומר, כי כל הרוצה ללמוד דרכי מדידת הארץ וחלוקתה על הדרך הנכון, צריך הוא לדעת טעמים רבים מיסודי חכמת המנין וחכמת השיעור, אשר עליהם נבנית מלאכת המדידה והחלוקה, כדי שיהיה מבין הטעמים האלה ומסדירם בתוך לבו ונשען עליהם בכל חשבונו ויהיה זריז במלאכתו ובקי באומנתו ולא תבוא עליו במדידתו ובחשבונו שום ספיקא. ומפני זה חלקתי החבור הזה לד׳ שערים:

השער הראשון הקדמתי בו טעמים מחכמת השיעור וחכמת המנין, כדי שיהיו הטעמים האלה פותחין את לב הקורא ומנהיגין את הלומד בדרך ישרה, להבין בו את כל עניני החבור הזה.

השער השני במדידת הארץ הבתים והשדות על חלופי צורתן, בין מרובעות בין משולשות או מעוגלות, וכל שאר מיני הצורות.

השער השלישי בחלוקות כל הצורות שלמדת מדידתן בשער השני.

השער הרביעי במדידת הבורות השיחין והמערות והדומה להן והתלוי בהן, כגון התלוליות והמגדלות והמצבות והכדורים והכלים. וחברתי אותו בדרך מעשה התשבורת וענינים תלויים בחכמה זו, כדי להשלים הענין הזה מכל צדדיו בעזרת הצור, אשר אין אלוה בלעדו.

1 מ׳ מ״ר | 2 ומתחיל אני מ״ר | 3 המבין את ומ | 4 והמסדרם מ* | ונשען מ״ר | 5 ולא מביא לו מ״ר | במדידתו וחלוקתו ו | 8 הלב ו | 9 בת את מ | הספר מ | 10 הבתים ומ | 12 בין ומ | או ו בין מ | עגולות מר | 13 השוחות והבורות ומ | והדומה לזה ומ | 16 והתלוי בו ומ | 17 והכידורות ומ | 18 זאת ומ

השער הראשון.

§ 1. הוי יודע כי כל החכמות וכל האומניות והמלאכות אשר בעולם יש להן מילין ושמות שהן משתמשין בחכמה ההיא ואין שאר בני אדם רגילים להשתמש בהם. ויש מהם שבני העולם משתמשין בהם אלא שהם מבינים מן השמות האלה ענין אחד ובעלי החכמה והאומנות מבינים מהם ענין אחר ומשתמשין במלה ההיא בחכמה בענין שאין דרך בני אדם רגילים להשתמש בו ומפני זה יהיה כל מחבר בדברי חכמה צריך להקדים פירוש השמות והמלים אשר הם משתמשין בה לפי שאין הלומד רגיל לשמוע אותם ולא להבין מהם הענין אשר בעלי הענין מבינים אותו וכן אם יביא לידו שם אחר שהוא מתפרש על פנים רבים יהיה צריך להודיע על איזה ענין ועל איזה פנים הוא מביא את השם ההוא כדי שיהיה השומע ממנו והלומד את דבריו מבין את טעמם. ומפני זה אני מתחיל תחלה לפרש טעמי שמות שהם משתמשים בענין הזה ובחכמה הזו אשר אנו מדברין עליה ואין דרך העולם רגילים להשתמש בהם ולא להבין מהם הטעמים אשר אנו משימים לו בחכמה הזאת כדי להרחיק הספיקא מלב הקורא ויהיה ממהר להבין את הענין על יושרו ועל נכונו.

§ 2. ואני אומר אם אתה שומע ממני מלת ערך הוי יודע כי אני אומר אותה על המדה או על המספר או המשקל ועל כל ענין שהוא בא מן הדרך הזה.

§ 3. וכן מלת הנקודה אני אומר אותה על דבר שאין לו ערך כלל לא אורך לא רוחב ולא עומק ולא שום שיעור ונדבק הוא אל השיעור מפני שהוא סוף הקו והוא תכליתו והוא כמו כן ראשיתו והיא חוצצת בינו ובין קו אחר. ותהיה הנקודה בגדר הזה תכלית הקו או המחיצה אשר בין שני קוים נדבקים זה אל זה.

1 דע ן | וגם כל המלאכות והאומניות ן | בהם פ | שהעולם נוהג לחן מ* |
2 שהם משמשים מ | להשתמש ל׳ מ | 3 מהם מ* | שהם רגילים ומשתמשים מ* | אחר מ |
4 ובעלי . . אחד מ׳ מ* | 5 דרך חכמים מ | בו מ* | בו . . השמות ל׳ ן | חכמים מ |
6 אשר . . בה ומ | אשר אין מ* | 7 ענין ן | 8 הוא מ | יהיה ל׳ מ | 9 ממנו ל׳ מ |
דבריו ממנו מ | 10 ומבין מ* | תחילה ל׳ מ | ומפרש מ | מחל לפרש ן | שמות ומלין מ* |
11 ובחכמה הזו מ | אשר . . הזאת ל׳ מ*ן | אנו מדברים בהם | 13 ונכונו מ* |
14 ואומר מ* | אומרה מ*, כוונתי בה ן | דע כי כאשר אומר ן | 15 ומשקל על מ* |
אשר הוא פ | 16 וכל מ* | אותו ן | הנקודה אומרת מ* | 17 רוחב כלל מ* | נדבק מ |
שהוא מ | 18 וראשיתו ממ* | ואחר ן | 19 המחצה מ*

§ 8 מכאן מתחלת ההעתקה הלטינית, כי כאן הוא הלמוד ההנדסי הראשון. בהעתקה הלטינית נמצא גדר הנקודה בקצור punctum est cuius nulla pars ולפי השערת שטיינשניידר היא קצור מדברי ראב״ח, אמנם אפשר שפלאטו השתמש כאן בלשון אוקלידוס עצמו אשר כבר היה שגור אצל חכמי התנדסה. ע״ש ספר א׳ גדר א׳.

§ 4. והקו הוא ערך שיש לו שיעור באורך בלבד ואין לו רוחב ולא עומק, ותכליותיו על שני ראשיו הם נקודות.

§ 5. והשטח או הפרושׂ שהוא חצוב מן ופרשו השמלה הוא ערך שיש לו שיעור באורך וברוחב ואין לו עומק, ותכליותיו מכל רוחותיו הם קוים כלם.

§ 6. והגו או הגולם הוא ערך אשר יש לו אורך ורוחב ועומק או קומה, ותכליותיו מכל צדדיו ורוחותיו הם שטחים ופרושׂים.

§ 7. והקו הישר אשר אין בו עקמימות הוא הנמשך לנוכח הנקודות העומדות על תכליתו אחת אל אחת.

§ 8. וכן הפרושׂ הישר הוא הנמשך כנגד הקוים אשר על תכליותיו וזהו הנקרא שטח.

§ 9. והזוית השטוחה היא פרוד שני קוים שנפגשו על נקודה אחת ונפרדו מעליה לשני צדדין שאינן על נוכח אחד.

§ 10. והזוית שלש, מהם זוית נצבה והיא המדה הישרה אשר כל הזויות מוקשות אליה וכל אחת מהם שוה לאחותה כגון הצורה הזאת [צורה 1]. ומהם זוית נרוחת והיא העודפת על הזוית הנצבה כאשר בצורה הזאת [צורה 2]. ומהם זוית חדה החוסרת מן הזוית הנצבה כאשר בצורה הזאת [צורה 3].

§ 11. והקו הנקרא עמוד הוא העומד על קו אחד ועל שני צדיו שתי זויות שוות שכל אחת מהן זוית נצבה. והקו אשר העמוד הזה עומד עליו נקרא תושבת כגון הצורה הזאת אשר אני מצייר לך [צורה 4]. זה הקו אשר על תכליותיו **אב** נקרא תושבת העמוד והקו אשר באמצעיתו אשר עליו **גד** נקרא עמוד וכל אחת מזויות **אדג בדג** שוות אחת אל אחת וכל אחת מהם היא זוית נצבה.

1 ארך לבד מ* | ועומק מ | ותכליתו מ* | 3 הפירוש ן | אשר הוא פ | 4 כלם מ | 5 והגאו מפ | או הגשם ן | או קומה ומ | 6 ורוחותיו ומ | שטוחים מ, ופרושים ממ* | 7 שאין לו מ | עקמימות על תכליתו ן | 8 על קו ישר מ | 9 הפירוש פ, הפי' ן, הפירושים מ* | 10 והזווית השטוחים מ | 12 מהם ממ* | 13 נרויחת מ | העודפות ן | כאשר אתה רואה ן | 14 וזו צורתן מ | 15 הוא הקו העומד ומ | צדדיו מ* | 16 כל אחת מ | זה העמוד מ* | 17 אשר אני מ | כגון הצורה . . מ, אליך מ* | על שתי תכליותיו מ* | 18 תושבת העמוד ממ* | באמצע מ* | נקרא ן | 20 זוית נצבה כזאת הצורה ן

§ 4 יסודי אוקלידוס I, גדר ב. שם חסרה שלילות העומק | § 5 שם גדר ה־ו | ופרשו השמלה דבר' כב, יז | § 6 שם XI. גדר א־ב. הגדר הב' נוטה בעיקרו מגדרו של ראב״ח | § 7 שם I, גדר ד אינו מתאים בדיוק עם ראב״ח | § 8 שם I, גדר ז נוטה קצת | § 9 אוקלידוס I גדר ח] § 10 שם I, גדר י, יא ויב בקצת נטיות | § 11 שם I, גדר י. אוקל' כולל ביחד גדר הזוית והעמוד עם התושבת וראב״ח חולקם לשנים.

§ 12. והקוים הנכוחיים הם קוים שיהיה המרחק ביניהם שוה ושמור במשיכתן ואין אחד מהם פוגש את חבירו בהלוכו ואלו היית מוליך אותם לאין סוף, והקוים אשר אינם נכוחיים הם קוים שאין המרחק ביניהם שמור לעולם, אבל אותו המרחק מצד אחד נוסף לעולם בהליכתו ומצד שני היא נגרע עד שהם נדבקים, כגון שלשה קוים אלו [צורה 5] אשר על אחד מהם **אב** ועל השני **גד** ועל השלישי **זח** וקוי **אב גד** נכוחיים והמרחק ביניהם שמור ושוה, וקו **זח** אינו נכוחי לאחד מהם אבל הוא מראשו אשר עליו **ז** מתקרב אל נקודת **ג** מקו **גד** ומתרחק מנקודת **א** מקו **אב**, אם אתה מאריכו מן הצד הזה תמצאנו מתקרב אל קו **גד** עד שימושנו ויתרחק מקו **אב** ואם אתה מאריכו מנוכח נקודת **ח** יתרחק מקו **גד** ויתקרב לקו **אב**. והמרחק בין שני קוים הנכוחיים הוא קו יוצא ביניהם על זוית נצבה. והקו הזה אי אתה יכול להוציא ביניהם קו שיהיה קצר ממנו.

§ 13. והקו הנקרא אלכסון הוא הקו היוצא בשטח המרובע ובגופו מן זוית אחת אל הזוית אשר היא עומדת כנגדה בצד השני. ואלכסון העגול הוא קו החולק אותו לשנים ונקרא בלשון ערבי קוטר.

§ 14. ושטח העגול הוא המקיף אותו קו אחד ובאמצעיתו נקודה שכל הקוים הישרים היוצאים ממנה אל הקו המקיף הם שוים זה אל זה והנקודה הזאת נקראת ציר העגול ונקרא בלשון הערבי מרכז כאשר בצורה הזאת [צורה 6].

§ 15. והשטח אשר כל קויו ישרים נחלק למשולש ולמרובע ולמרבה הצלעות.

§ 16. והמשלש הוא שטח אשר יש לו שלשה צדדים ושלש זויות ויקיפו אותו שלשה קוים וכל קו וקו מהם נקרא צלע. והמשלש הוא ראשון לכל השטחים הישרים מפני שאין שני קוים ישרים יכולים להקיף את השטח אבל משלשה קוים ולהלן הם מקיפים את השטח.

1 שמור ן | 2 בהליכתו ן, בהליכתן מ* | אלו מ* | טוליכן מ*, מושך אותן פ | 3 הם קוים מ | אין ופ | אבל אתה מוצא המרחק ומפ | 4 מוסיף פ | מדובקים מ* | 5 כמו ומ* | 6 והמרחק ביניהם שמור ושות ופ | הוא ל׳ מ* | 7 מוקודת מ | 8 אם אתה . . . גד ל׳ מ | 9 אל נכח ופ | מקו אב ומ | והמרחק . . ביניהם ל׳ מ | 10 היא ל׳ מ | קו ל׳ ומ* | 14 ונקרא מ, ובערבי נקרית ן, ובלשון פ ערבי ל׳ פ | כאשר בצורה הזאת ל׳ ן, כצורה הזאת פ | 18 והשטח ל׳ פ | קוי הישרים פ | 20 אשר לו פ | השטח ומ | 21 בשטחים ומפ | אבל . . השטח ל׳ מ*

---

§ 12 שם I, גדר ל״ח בקצת נשיות | § 13 גדר האלכסון חסר באוקלי׳, אמנם הוא משתמש במושג זה בשם diameter בלמודיו. עי׳ למשל I, למוד לד | § 14 אוקלי׳ I, גדר טו | § 15 שם I, גדר כ—כג | § 16 שם I, גדר כא, ראב״ח מבאר הענין באריכות. עי׳ § 15.

§ 17. והמשלש נחלק לשלשה מינים, מהם משלש שכל צלעותיו שוות ונקרא משלש שוה הצלעות וזויותיו לעולם חדות ושוות כאשר בצורה הזאת [צורה 7]. ומהם משלש אשר שתים מצלעותיו בלבד שוות ונקרא משלש שוה השוקים כאשר בצורה הזאת [צורה 8]. ומהם משלש שאין צלע מצלעותיו שוה לשנית ונקרא משלש מתחלף הצלעות כאשר בצורה זאת [צורה 9]. וכל אחד ואחד מאלו המשלשות השנים נחלק למשלש שיש לו זוית אחת נצבה והוא הנקרא מוצב הזוית כאשר בצורה הזאת [צורה 10] ולמשלש שיש לו זוית נרוחת והוא הנקרא מרויח הזוית כאשר בצורה הזאת [צורה 11] ולמשלש שזויותיו כלם חדות ונקרא מחדד הזויות.

§ 18. וכל שתי צלעות מהמשלש עודפות לעולם על הצלע השלישית ושלש זויותיו שוות לשתי נצבות.

§ 19. והמרובע הוא אשר יש לו ארבע צלעות והוא נחלק במקום הזה לחמשה חלקים: הראשון מרובע רבוע והוא אשר כל צלעותיו הארבע שוות זו לזו וכל זויותיו הארבע נצבות כאשר הוא בצורה הזאת [צורה 12]. והשני מרובע ארוך והוא אשר ארכו עודף על רחבו ושתי צלעי ארכו ושתי צלעי רחבו נכוחיות ושוות זו לזו וכל זויותיו הארבעה נצבות כאשר בצורה הזאת [צורה 13]. והשלישי מרובע מעוין והוא אשר כל צלעותיו שוות ואין זויותיו נצבות כאשר בצורה הזאת [צורה 14]. והרביעי מרובע דומה למעוין והוא אשר צלעי ארכו נכוחיות ושוות וצלעי רחבו נכוחיות ושוות ואין זויותיו נצבות וארכו עודף על רחבו כאשר בצורה הזאת [צורה 15]. והחמישי מרובע נפתל והוא אשר אין כל צלעותיו נכוחיות ולא זויותיו שוות. והנפתלים נחלקים למינים רבים ואין אני צריך לפרש מספרם בכאן.

§ 20. והשטח המרבה צלעים נחלק למינים רבים מהם מחומש והוא אשר צלעותיו חמש, ומהם משושת או משושה אשר צלעותיו שש, וכן המשובע והמשומן, כל אחד מהם שמו חצוב מן מנין צלעותיו וכן עד המעושר ולמעלה ממנו.

2 כאשר בצורה הזאת ל׳ מ*, כצורה הזאת פ | 3 שוות בלבד ן, בלבד ל׳ פ | כאשר . . הזאת ומ, כצורה הזו פ | 5 מתחלק מ | הצלעות ל׳ ן | כאשר . . זאת ל׳ מ*, כאשר אתה רואה . . ן, כצורה הזאת פ | ואחד מ | 6 לשלש מ | נצבת ן | אחת ל׳ מ | 7 כאשר . . ל׳ מ*, כאשר אתה רואה . . ן | והמשלש מ* | והוא ה־ ל׳ מ* | 8 כאשר . . . ל׳ מ* | זויותיו מ*פ | כלם ל׳ ן | נקרא מ* | 10 חשנית מ | 12 הוא אשר ל׳ מ* | ארבע זויות מ* | 14 הארבעה שוות מ* | מרובע ל׳ מ* | 15 נכוחיות ושוות ל׳ ממ* | וצלעי ל׳ מ* | 21 ואין אתה וממ* | לדעת מספרם מ | 22 למינים רבים מהם ל׳ מ*פ | למחומש מ*פ | 23 . . חמש, ופעמים יהיה שוה הצלעות ופעמים לא יהיה, וזאת הצורה השוה בצלעות ובזויות מ׳ ומפ והצורה נמצאת רק בן | ומהם ומ | ולמשושת מ* | או משושה מ | 24 שמו מ* | עד ומ

§ 17 שם I, גדר כד—כט | § 18 שם I, כ, לב. אצל ראב״ח חסר המופת ואולי מפני שאין לו צורך בלמוד הזה בכל הספר | § 19 אוקל׳ I, גדר ל—לד. | § 20 שם I, גדר כג ראב״ח מפרש יותר. עי׳ § 15.

וכל הטעמים האלה אשר הקדמתי אליך הן מחכמת השיעור. והנה אני מסדיר לפניך מחכמת המנין טעמים:

§ 21. האחדות הוא הענין אשר בו קוראין לכל אחד מהנמצאים בעולם — אחד. והמספר הוא הרבוי הנקבץ מהאחדים.

§ 22. והמספר המנוי במספר אחר הוא המספר הנכפל פעמים אשר מנינם כמנין האחדים אשר במספר השני אשר הוא נמנה בו, כמו שתי פעמים שלש או שתי פעמים עשרה והוא הנקרא מספר שטוח וזו צורתו : : : והמספר הנקבץ מהכפל הזה יקרא מספר שטוח.

§ 23. והמספר המרובע הוא המספר הנקבץ מכפל מספר כמספר אחדות הנמצאים בו, והמספר הראשון נקרא גדר המרובע. כגון מספר תשעה נקרא מספר מרובע מפני שהוא נקבץ מכפל שלשה פעמים שלשה, והמספר שלשה נקרא גדר המרובע וזה צורתו ⁝ ⁝ ⁝

§ 24. והמספר המעוקב הדומה לעקב והוא הגוף השוה אשר ארכו ורחבו ועמקו או קומתו שוים. והמספר הזה הוא המספר הנקבץ מכפל מספר המרובע במנין גדרו כגון מספר ט׳ אשר הוא מרובע אם אתה כופל אותו במנין מספר גדרו אשר הוא ג׳ יהיה המספר הנקבץ מזה כ״ז והמספר הזה נקרא מספר מעוקב.

§ 25. וְהַהֶקֵּשׁ מנין אל מנין או תמונה אל תמונה הוא ערך האחד אל השני. ואלו טעמים שהלומד לענין הזה צריך לקבלם מן המלמד והם ענינים שהם מפורשים ומבוארים בחכמת השיעור בראיות ומופתים שאין בהם שום ספיקא והם מסודרים במקום הזה בלא ראיה.

§ 26. ואני מקדים לפניהם ענין אחר ואומר כי רבוע הקו בעצמו הוא שתעשה עליו מרובע נצב הזויות ויהיו כל צלעותיו הארבעה שוות לקו ההוא. ורבוע הקו בקו אחר הוא שתעשה מרובע ארוך נצב הזויות ויהיו שתי צלעותיו הנכוחיות שוות לקו האחד ושתי צלעותיו השניות הנכוחיות שוות לקו השני.

1 הקדמתי לך ו, קראתי לפניך מ, סדרתי לפניך פ | מזכיר מ | 3 קוראין קודם מ*פ | אחד לי מ* | והמספר . . מהאחדים לי מ* | 5 המספר הנקבץ מכפל המספר המנוי מ*פ | 13 והוא הסוף מ* | השוה מ | 14 או קומתו ומ | המספר מ | 15 כמו מ* | כגון . . . גדרו לי ו | 16 המספר לי מ* | מזה לי מ* | 18 ענינים שהם לי מ | 19 ספק ו | והם . . ראיה לי מ | 21 ואומר לי מ* | 22 מוצב מ | כל זויותיו מ* | 23 ארוך לי מ*פ | 24 הנכוחיות לי מ*

§ 21 שם VII, גדר א, ב | § 22 שם VII, גדר טו, טז | § 23 אוקלי VII, גדר יח. אצל ראב״ח ביתר ביאור | § 24 שם VII, גדר יט | § 25 שם V, גדר ג׳ הענין מוטל בספק אם הגדר הזה כאוקלידוס מוצאו. וקרוב לראיה שהוא ממנו, שכבר נמצא בספרו של ראב״ח בין הלמודים, שכולם מאוקלידוס נובעים | § 26 שם VII גדר טז, יח נכלל רק ולא נאמר בפירוש.

§ 27. ואחר שהקדמתי זה הענין אני אומר כי כל קו שאתה חולק אותו לשני חלקים תמצא רבוע הקו בעצמו שוה לרבוע כל אחד מחלקיו בעצמו ולכפל רבוע האחד מחלקיו בחלק השני. ואני נותן לך בזה דמיון מן המנין. שים הקו הזה קו שיהיה שיעורו י״ב אמות וחלק אותו לשני חלקים שהם ז׳ וה׳, ואתה מוצא רבוע הקו כלו בעצמו קמ״ד, והמספר הזה שוה לרבוע ז׳ בעצמו שהוא מ״ט ולרבוע מספר ה׳ בעצמו שהוא כ״ה ובין שני החשבונות יעלה ע״ד ולכפל רבוע ז׳ בה׳ פעמַים והוא ע׳.

ולהראות דמיון בצורה נשים קו **אב** שיעורו י״ב ונחלקנו על נקודת **ה** ויהיה החלק הגדול והוא **אה** ז׳ אמות והחלק הקטן והוא **הב** ה׳ אמות, ונרבע הקו בעצמו והוא מרובע **אבגד** מרובע רבוע שוה בצלעותיו וזויותיו נצבות כי כל אחד מהצלעות י״ב ושיעורו קמ״ד אמה על אמה. ונרבע החלק הגדול בעצמו והוא מרובע **אהזח** והקטן בעצמו והוא **הבטי** ונשאר להשלים במרובע הגדול מרובע **זחגכ** ומרובע **טידכ**. וידוע הוא כי כל אחד מאלו שני המרובעים הוא רבוע חלק האחד בשני שהוא ה׳ על ז׳: כי קו **אזג** שוה לקו **אהב** וקו **אז** שוה לקו **אה** שהוא חלק הגדול, נשאר קו **זג** שוה לקו **הב** וכן קו **גכד** שוה לקו **אהב** וקו **גכ** שוה לקו **אה** נמצא שמרובע **גזחכ** הוא רבוע חלק הגדול בקטן, וכן קו **כד** שוה לקו **הב** וקו **יד** שוה לקו **אה** והוא כמו כן חלק הגדול בקטן, נמצא כי במרובע חלק הגדול והוא **אהזח** ומרובע חלק הקטן והוא **הבטי** ובכפל רבוע חלק הגדול בקטן והם מרבעי **זחגכ** **וטיכד** נשלם המרובע הגדול והוא **אבגד** כאשר אתה רואה בצורה הזאת [צורה 16].

§ 28. וכל קו שאתה חולק אותם לשני חלקים שוים ולשני חלקים שאינם שוים יהיה רבוע החלקים שאינם שוים האחד בשני ורבוע מותר הקו הגדול על מחצית הקו הראשון בעצם המותר הזה שוה לרבוע מחצית הקו הראשון בעצם המחצית, כגון קו שיש בו י״ב אמה והוא נחלק על מחציתו ו׳ ו׳ ולשני חלקים שאינם שוים על ח׳ וד׳ יהיה רבוע ח׳ בד׳ אשר הם החלקים שאינם שוים ל״ב ורבוע ב׳ אשר הוא מותר החלק הגדול על המחצית אם אתה מרבע אותו בעצמו הוא ד׳ ושני המספרים האלה שוים למספר ל״ו אשר הוא רבוע מחצית הקו הראשון בעצם מחציתו.

1 הענין הזה ן | 2 כל ל׳ מ* | 5 שוה ל׳ מ | 6 פעמים ל׳ מ* | 7 ולהראות . . . עד בצורה הזאת ל׳ ומ | 19 ולשני חלקים . . עד האחד בשני ל׳ ן | 21 הראשון ל׳ מ* | בעצמה מ* | 25 מחצית ל׳ מ* | הראשון ל׳ מ*

---

§ 27 שם II, ד. מופתו של ראב״ח וציורו נוטה מאוקל׳ ואינו משתמש במושג גנומון של אוקלידוס. הלימוד הזה בתמונה אלגיברית היא המשויה:

$$(\text{א} + \text{ב})^2 = \text{א}^2 + 2\,\text{אב} + \text{ב}^2 \quad \text{או} \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

§ 28 אוקל׳ II, ה. הציור נוטה מציורו של אוקל׳ הלימוד הזה בתמונה אלגיברית: אם נשים את הקו כלו $= \text{א} + \text{ב}$ ונניח $\text{א} > \text{ב}$, יהיה מחצית הקו $\frac{\text{א} + \text{ב}}{2}$, ויהיה לפ״ז רבוע החלקים שאינם שוים האחד בשני $= \text{אב}$. ורבוע מותר הקו הגדול על מחצית הקו הראשון בעצם המותר הזה $= \left(\text{א} - \frac{\text{א} + \text{ב}}{2}\right)^2$ ושני הריבועים ביחד $\text{אב} + \left(\text{א} - \frac{\text{א} + \text{ב}}{2}\right)^2$ יהיו שוים אל רבוע מחצית הקו הראשון בעצם מחציתו $= \left(\frac{\text{א} + \text{ב}}{2}\right)^2$ או

ואות לזה נשים קו **אב** בצורה הזו השניה [צורה 17] שיעורה י"ב ונחלקנו לשני חלקים שוים על נקדת **ט** שכל אחד מהחלקים שיעורו ו', ואחר נחלקנו לשני חלקים שאינם שוים על נקודת **ה** וקו **אה** שהוא החלק הגדול שעורו ח' וקו הב' הוא מן נקודת **ה** שוה לקו **הב** שהוא הקטן שיעורו ד', ונוציא קו מנקודת **ה** שוה לקו **הב** שהוא הקטן והוא קו **הו** כצורה הזאת [17] ונרבע בתחלה החלק הגדול בקטן והוא קו **אה** בקו **הו** ויצא לנו מרבע **אהוז**, ונרבע עוד מותר חלק הגדול על הקטן והוא קו **טה** בצורה הזאת ורבועו ב' על ב' ונשימהו למטה והוא מרבע **חדיו** בצורה הזאת, ואלו שנים המרבעים שוים למרבע **אטדג** שהוא ו' על ו' מפני שנסיר מאלו המרבעים מרבע **אטזח** הנמנה עם מרבע **אטדג** ועם שני המרבעים האחרים וישאר מרבע **טהדי** שוה למרבע **גדזח**, כי ידוע הוא שקו **הוי** שוה לקו **גד** וקו **גז** שוה לקו **די**, נמצא כי מרבע **גדזח** שוה למרבע **טהדי**.

§ 29. וכל קו שאתה חולק אותו לשני חלקים שוים ותוסיף עליו קו אחר יהיה רבוע הקו ההוא עם הנוסף בנוסף ורבוע מחצית הקו בעצם המחצית כרבוע מחצית הקו עם הנוסף שניהם יחד בעצמם. כגון קו שיש בו י' אמות אתה חולק אותו לשנים על ה' ה' ותוסיף עליו ב' ויהיה הכל י"ב תמצא רבוע י"ב בב' שהוא כ"ד עם מרבע ה' שהוא כ"ה אשר הוא מחצית הקו הראשון שוה למרובע ז' שהוא מ"ט אשר היא המחצית עם הנוסף.

ואות לזה נשים קו **אב** בצורה הזאת השלישית [צורה 18] שיעורו י' ונחלקנו לב' חלקים שוים על נקדת **ג** ונוסיף על הקו קו אחר כגון קו **בה** בצורה הזו שיעורו ב' ונרבע כל הקו עם הנוסף שהוא י"ב בנוסף שהוא ב' והוא מרבע **אהטי** כי קו **הט** שוה לקו **בה** הנוסף. אחרי כן נרבע מחצית הקו בלא הנוסף ונשימהו תחת מרבע **אהטי** והוא מרבע **דחזי** והוא ה' על ה' כי ה' היא חצי הקו הראשון ואלו שני המרבעים שוים למרבע **גחוה** שהוא מרבע מחצית הקו עם הנוסף שניהם יחד בעצמם מפני שנסיר מעליהם מרבע **גהטד** הנמנה עם מרבע **גחוה** ועם שני המרבעים **אהטי וזחדי** נשאר מרבע **דחטו** שוה למרבע **אגחז**, כי מרבע **אגחז** הוא ה' על

13 הרבוע מ* | 14 אמות מ* | 15 בב' שהוא כ"ד מ | 16 שהוא כ"ה מ | שהוא מ"ט מ | 24 מאלה המרבעים פ

$$אב + \left(א - \frac{א+ב}{2}\right)^2 = \left(\frac{א+ב}{2}\right)^2$$ או $$אב + \left(\frac{א-ב}{2}\right)^2 = \left(\frac{א+ב}{2}\right)^2.$$ והמשויה הזאת נכונה היא, כי אם נתיר המרובע יהיה:

$$אב + \frac{א^2 - 2אב + ב^2}{4} = \frac{א^2 + 2אב + ב^2}{4}$$ או

$$4אב + א^2 - 2אב + ב^2 = א^2 + 2אב + ב^2$$

$$4אב - 2אב = 2אב.$$

§ 29 אוקלי' II, ו. מופתו של ראב"ח נוטה מאוקלי' | המשויה ההיא בתמונה אלגיברית $(א+ב)\,ב + \left(\frac{א}{2}\right)^2 = \left(\frac{א}{2} + ב\right)^2$; כי $(א+ב)\,ב + \left(\frac{א}{2}\right)^2$ $= אב + ב^2 + \left(\frac{א}{2}\right)^2$ והיא $= \left(\frac{א}{2} + ב\right)^2$.

ז׳, כי קו **אג** שהוא ה׳ שוה לקו **יז**, כי כבר עשינו אותו ה׳ על ה׳ וקו **אי** כמו כן לבה הנוסף והוא ב׳ נמצא כי מרבע **אגחז** ה׳ על ז׳ וכן מרבע **דחטו**, כי קו **דח** שוה לקו **יז** והוא ה׳ וקו **דט** שוה לקו **גח** והוא ז׳. והנה מה שרצינו לבחון.

§ 30. וכל קו שאתה חולק אותו לשני חלקים, יהיה מרובע הקו כלו ומרובע אחד מחלקיו כרבוע הקו בחלק הזה פעמַים עם מרובע החלק השני. כגון קו י״ב הנחלק על ז׳ וה׳ יהיה מרובע י״ב קמ״ד ומרובע ה׳ הוא כ״ה ושניהם יחד קס״ב וזה המספר שוה לרבוע י״ב במספר ה׳ פעמַים שהוא ק״כ ולמרובע ז׳ שהוא מ״ט.

ואות לזה נשים קו **אב** בצורה הזו הרביעית [צורה 19] שיעורו י״ב ונרבענו בעצמו והוא מרבע **אבגד** מרבע רבוע צלעותיו שוות וזויותיו נצבות ונחלקנו על נקודת **ה** ויהיה החלק הגדול ז׳ והקטן ה׳, אחר כן נרבע הקטן בעצמו והוא ה׳ על ה׳ ונשימהו למטה מהרביע כנגד החלק הקטן והוא מרבע **גחזו** בצורה הזו נמצא כי קו **בח** הוא י״ז. אחרי כן נחלק קו **בג** לשני חלקים שאינם שוים על נקדת **ט** בענין שיהיה קו **אה** שוה לקו **טג** וקו **הב** לבט הרי שקו **טגח** שוה לקו **בטג** ויוציא קו מנקודת **ט** שיגיע לקו **אד** והוא קו **טים** בצורה הזו, ונאריך קו **זו** למעלה עד נקודת **י** וידוע הוא כי קו **טי** שוה לקו **הב** וקו **טח** שוה לקו **אב** נמצא כי מרבע **אבטמ** שוה למרבע **טיזח** כל אחד ה׳ על י״ב, נשאר לנו מרבע **מידו** ז׳ על ז׳ הרי ששני המרבעים הראשונים והם מרבע **אבגד** ומרבע **זחוג** שוים שניהם לרבוע הקו שהוא י״ב, כלו בחלק שרבענו לבדו פעמַים כמו מרבע **אבטם** ומרבע **טיזח** שכל אחד מהן ה׳ על י״ב עם מרבע החלק השני שהוא ז׳ על ז׳ והוא מרבע **מידו** בצורה הזו, נמצא שני המרבעים אלו ממלאים שני המרבעים הראשונים. וכן אם נרצה לרבע החלק הגדול כגון **בה** כי מרבע **אבגד** שוא י״ב על י״ב ומרבע **דוזח** שהוא מרבע החלק הגדול והוא ז׳ על ז׳ אלה שניהם שוין למרבע **אבטמ** שהוא רבוע הקו בחלק אשר רבענו לבדו כגון חלק **בה** והוא ז׳ בי״ב ולמרבע **מיזח** שהוא שוה לו ולמרבע החלק השני שהוא קו **אה** והוא מרבע **טיגו** בצורה הזאת [צורה 20] שהוא ה׳ על ה׳.

§ 31. וכל קו שאתה חולק אותו לשני חלקים שוים ולשני חלקים שאינם שוים יהיה רבוע כל אחד מהחלקים שאינם שוים כל אחד מהם בעצמו שוים שניהם יחד

3 שרצינו לבאר פ | 4 וקו פ | 25 והקו פ

---

§ 30 אוקל׳ II, ז. גם כאן נוטה מופתו של ראב״ח. המשויה ההיא בתמונה אלגיברית: $(\text{א}+\text{ב})^2+\text{א}^2=2(\text{א}+\text{ב})\text{א}+\text{ב}^2$. כי $2(\text{א}+\text{ב})\text{א}+\text{ב}^2=2\text{א}^2+2\text{אב}+\text{ב}^2$ והיא $(\text{א}+\text{ב})^2+\text{א}^2$. המופת לזה נמצא רק בכ״י אחד מ. וכן המופתים הבאים בלמודים § 31–§ 33. | § 31 אוקל׳ II, ט. המופת גם כאן נוטה. המשויה ההיא בתמונה אלגיברית: $\text{א}^2+\text{ב}^2=2\left(\frac{\text{א}+\text{ב}}{2}\right)^2+2\left(\text{א}-\frac{\text{א}+\text{ב}}{2}\right)^2$; והיא $=2\left(\frac{\text{א}+\text{ב}}{2}\right)^2+2\left(\frac{\text{א}-\text{ב}}{2}\right)^2$ או $2\left(\frac{\text{א}^2+2\text{אב}+\text{ב}^2}{4}+\frac{\text{א}^2-2\text{אב}+\text{ב}^2}{4}\right)=\text{א}^2+\text{ב}^2$.

לכפל רבוע חצי הקו ולכפל מותר החלק הגדול על המחצית כל אחד מהם בעצמו, כגון קו שיש בו י״ב אמות הנחלק על ד׳ ועל ה׳ ונחלקהו ראשונה אל ו׳ ו׳ ומרובע ז׳ ומרבע ה׳ שניהם יחד הוא ע״ד. וכפל מרובע ו׳ אשר הוא המחצית ע״ב וכפל מרובע א׳ אשר הוא מותר החלק הגדול על המחצית הוא ב׳ ושניהם יחד ע״ד.

גם אות לזה שנשים קו **אב** בצורה הזו החמישית [צורה 21] שיעורו י״ב ונחלקנו ראשונה על שני חלקים שוים על נקודת **ה** אחרי כן נחלקנו לשני חלקים שאינם שוים על נקודת **ט** ויהיה החלק הגדול ז׳ אמות והקטן ה׳ ונרבע חלק הגדול בעצמו והוא מרובע **אטגד** בצורה הזו צלעותיו שוות זויותיו נצבות כל אחת ז׳ אמות. ונרבע חלק הקטן בעצמו והוא מרבע **טבזו** בזו הצורה ה׳ על ה׳. ואלה שני המרבעים שוים שניהם לשני מרובעי **אהצע והצמב** שהם כפל מרובע מחצית הקו כל אחד מהן ו׳ על ו׳ ולמרובע **חלגש** הקטן שהוא כפל מותר החלק הגדול על המחצית והוא א׳ על ב׳. מפני שמרובע **מחוז** העודף על מרובע חלק הקטן **טבזו** והוא נמצא עם מרובע מחצית הקו האחד **אהצע** והוא נמנה עם מרובע חלק הגדול והוא **אטדג** בצורה הזו כי כל אחד מאלו השנים **מחזו ועלדש** הוא אחד על ה׳ מפני שקו **אעד** שוה לקו **אהט** והוא ז׳ וקו **עא** שוה לקו **אה** והוא ו׳ נשאר קו **עד** כקו **הט** שהוא א׳. וקו **דשג** שוה לקו **אהט** אם תפחות ממנו קו **שג** שהוא ב׳ נשאר קו **דש** חמשה, הרי שמרובע **עלדש** א׳ על ה׳ וכן מרובע **מחזו**, מפני שקו **צמ** שוה לקו **הטב** והוא ו׳ וקו **בז** שוה לקו **בט** נשאר קו **זמ** כקו **הט** והוא א׳ ואורך קו **מח** הוא כקו **טב** והנה מה שרצינו לבחון.

§ 32. וכן כל קו שאתה חולק אותו לשני חלקים שוים ותוסיף עליו קו אחר, יהיה מרובע הקו והנוסף כלו יחד עם מרובע הנוסף לבדו, שני המרובעים האלה שוים לכפל מרבע המחצית ולכפל מרובע הקו המורכב מן המחצית ומן הנוסף. כגון קו שיש בו י׳ אמות נחלק לשנים על ה׳ ה׳ ונוסף עליו ב׳ יהיה כלו י״ב, תמצא מרובע י״ב אשר הוא אורך הקו והנוסף קמ״ד ומרובע **ב** אשר הוא הנוסף לבדו **ד** ושני המרבעים האלה הם קמ״ח והמנין הזה שוה לכפל מרובע ה׳ אשר הוא מחצית הקו הראשון ויעלה נ׳ ולכפל מרובע ז׳ אשר הוא מורכב מן המחצית ומן הנוסף ויעלה צ״ח.

ולהראות אות לזה נשים קו **אב** בצורה הזו הששית [צורה 22] שיעורו י׳ אמות ונוסיף עליו [קו] אחר והוא קו **בט** שיעורו ב׳ אמות ונרבע הקו כלו עם הנוסף שניהם יחד בעצמו והוא מרבע **אטזח** צלעותיו שוות זויותיו נצבות כל אחת מצלעותיו י״ב אמות. אחר כן נרבע הנוסף לבדו ונשימהו למטה מזה כנגד הנוסף והוא מרבע **חוגד** בצורה הזו שיעורו ב׳ על ב׳, ואלה שני המרבעים שוים שניהם לכפל מרבע

1 הגדול מפ | כל אחד מהם בעצמו מפ | 2 שיש בו ומ* | ו׳ אשר הוא המחצית מ | והקו פ | 3 לעצמו מ* | 4 המורכב המתאסף פ, המתאסף ומ | 5 י״ב מ

---

§ 32 אוקלי׳ II, י. המופת ג״כ נוטה. המשויה הזאת בתמונה אלגיברית: $(\text{א}+\text{ק})^2+\text{ק}^2 = 2\left(\frac{\text{א}}{2}\right)^2 + 2\left(\frac{\text{א}}{2}+\text{ק}\right)^2$. כי היא $= \frac{\text{א}^2}{2}+\frac{\text{א}^2}{2}+2\,\text{אק}+2\,\text{ק}^2 = (\text{א}+\text{ק})^2+\text{ק}^2$.

מחצית הקו הראשון בלא הנוסף והם מרבעי **אהכל הבלמ** כל אחד מהם ה׳ על ה׳ ולכפל מרבע הקו המורכב מהמחצית והנוסף והוא קו **הבט** והם מרבע **זנעכ עצנם** בצורה הזו כל אחת מהן ז׳ על ז׳. מפני שמרובע **בטמפ** הנמנה עם שני המרובעים הראשונים ולא עם האחרונים שוה הוא למרבע **פצקר** שהוא נמנה עם האחרונים ולא עם הראשונים וכל אחד מהם ב׳ על ה׳. כי ידוע הוא שקו **אהבט** שיעורו י״ב וקו **אהב** ממנו שיעורו י׳ כי עשינו ממנו כפל המרובע ה׳ על ה׳ נשאר קו **בט** שיעורו ב׳ אמות וקו **במ** שיעורו כקו **אה** שהוא ה׳ הרי שמרובע **בטמפ** הוא ב׳ על ה׳ וכן מרבע **פצקר**, כי קו **טפח** כקו **אהבט** שיעורו י״ב, הוספנו עליו מרבע ב׳ הרי שקו **טפחג** שיעורו י״ד וכן קו **כלע מפצ** כי כבר עשינו בין אלו שני הקוים שני מרובעי הקו המורכב מהמחצית והנוסף והוא **טבה**, וקו **כלעמפ** ממנו שיעורו י״ב נשאר קו **פץ** שיעורו ב׳ וקו **צק** שהוא אורך מרבע **פצרק** שיעורו ה׳ כמו קו **הב**. והנה מה שרצינו לבחון.

§ 33. וכל שני קוים אשר יהיו בעגול אחד וכל אחד מהם עובר על השני וחולק אותו יהיה רבועי שני חלקי הקו האחד מהם בחברו כרבוע חלקי הקו השני האחד מהם בחברו. כגון עגול אשר עליו **אבגד** ויש בו קו **אד** עובר על קו **גב** והם נחלקים על נקודת **ה** יהיה רבוע קו **אה** בקו **הד** כרבוע קו **בה** בקו **הג** כאשר בצורה הזאת [צורה 23].

ולהראות אות לזה נוציא עמוד על זוית נצבה מקו **אד** עד נקדת **ט** מרכז העגול והוא עמוד **טמ** בצורה הזאת [צורה 23] וכן נוציא קו אחר מנקודת **א** עד המרכז והוא קו **אט** וזה דבר ברור הוא, כי העמוד אשר הוצאנו והוא עמוד **טמ** הוא יושב על מחצית קו **אד** אחרי שהוא יוצא מקו **אד** על זוית נצבה. מפני שאם נוציא קו מן המרכז עד ראש קו **אד** מצד האחר והוא קו **טד** בצורה הזאת יהיה שוה לקו **אט** כי שניהם יוצאים מציר העגול ואחרי שעמוד **טמ** עומד על זוית נצבה על קו **אמד** נמצא כי משלש **מטד** שוה למשלש **אטמ**, ולא יהיה שוה לו אם לא היה יוצא בעמוד ממחצית קו **אמד**, ואחרי שבררנו כי עמוד **טמ** יושב על המחצית הרי שקו **אד** נחלק לשני חלקים שוים על נקודת **מ** ולשני חלקים שאינם שוים על נקדת **ה**. וכבר בררנו למעלה כי כל קו נחלק כן יהיו רבוע החלקים שאינם שוים האחד בשני ורבוע מותר החלק הגדול על המחצית בעצם המותר שוה לרבוע מחצית הקו הראשון בעצם המחצית ומפני זה יהיה קו רבוע **אה** בקו **הד** ורבוע קו **המ** בעצמו שוה לרבוע קו **אמ** בעצמו; וכן רבוע קו **אה** בקו **הד** ורבוע קו **המ** בעצמו ורבוע קו **טמ** בעצמו שוה לרבוע **אמ** בעצמו **ומט** בעצמו. וברור לנו כי כל משלש נצב הזויות רבוע הצלע הגדולה כרבוע שתי צלעות האחרות אחת אחת בעצמה מפני שדינו כדין אלכסון ובזה תוציא אות לפנינו. וידענו כי משלש **הטמ** הוא משלש נצב הזויות וצלעו הגדולה היא צלע **הט** ורבועה כרבוע **טמ** בעצמו **והמ** בעצמו, נמצא כי קו **אה** בקו **הד** ורבוע קו **הט** בעצמו שוה הוא לרבוע **אמ** בעצמו **וטמ**

14 אותו באמצע המרכז **מ** | 16 נחלקים ל׳ **מ**

§ 33 אוקל׳ III, לה. בנטית המופת.

בעצמו — גם ידענו כי מרבע אט בעצמו שוה לרבוע אמ בעצמו וטמ בעצמו, מפני שהיא הצלע הגדולה ממשלש אטמ נצב הזויות. וקו אט שוה לקו בט ששניהם יוצאים מציר העגול, נמצא כי קו אה בקו הד ורבוע קו הט בעצמו שוה לרבוע קו בט בעצמו בעבור כי שיעורו כקו אט וכן קו גה בקו הב ורבוע קו הט בעצמו שוה לרבוע קו בט בעצמו, מפני שקו בג נחלק כמו כן לשני חלקים שוים על נקודת ט ולחלקים שאינם שוים על נקודת ה ומפני זה יהיה רבוע קו בט בעצמו שוה לרבוע קו בה בקו הג ורבוע קו הט בעצמו, וכן בררנו כי רבוע קו בט בעצמו שוה לרבוע קו אה בקו הד ורבוע קו הט בעצמו, ישאר קו אה בקו הד שוה לקו בה בקו הג כאשר אמרנו.

וכן הדין אם יהיו שני קוים נפגשים בתוך העגול ולא יהיה אחד מהם עובר על ציר העגול ויהיה כמו כן. כגון זה קו אד וקו זג נפגשים על נקודת ח ואין אחד מהם עובר על ציר העגול, ויהיה כמו כן קו אח בקו הד שוה לקו זח בקו חג. ואות לזה קו בה העובר על ציר העגול וכל אחד משני קוים אחרים נפגשים עמו על נקדת ח וכבר בררנו כי קו בח בקו חה כקו גח בקו חז וכמו כן קו אח בקו חד. נמצא כי קו זח בקו חג כקו אח בקו חד.

וגם יקרה להם כן כאשר יהיו בזה הענין קו או בקו בו כקו דו בקו גו — ואות עליו. נוציא קו מנקודת ג עד המרכז נקדת ה וידענו כי רבוע קו גה שוה לשני מרבעי קו גו וקו הו כי הוא הצלע הגדולה ממשלש גוה נצב הזויות ורבוע קו גו הוא כמו קו גו בקו דו כי גו מחצית גוד. ואחר שאמרנו כי קו גו בקו וד ורבוע קו וה בעצמו שוה לרבוע קו גה בעצמו או קו אה בעצמו, כי שניהם שוים, וכן רבוע קו או בקו בו ורבוע קו הו בעצמו כמו מרבע קו אה בעצמו כי שניהם שוים, נמצא כי קו או בקו בו כקו דו בקו גו וזה הענין מופלא הוא ונאה מאד [צורה 26]. וגם לבררו מכל צד נעשה ממנו צורה אחרת נראית לעין [צורה 27] כגון עגולה ושני הקוים שלפנים הימנה הנפגשים הם קו אג וקו דב חולק זה את זה על נקדת ה, ואנו רוצים לברר כי קו אה בקו הג כקו בה בקו דה. ולהראות רבוע קו בה בקו דה למראית העין הנחנו ציר העגול הנקרא מרכז על נקדת ה, ובמרחק קו דה עשינו עגולה מנקודת ד עד שהגענו לקו אג בעגולת דז בצורה הזו ולא השלמתיה שלא להטעות וידוע הוא שקו הז שוה לקו הד כי שניהם יוצאים מציר העגול, ונרבע קו הד בקו הז והוא מרובע הדזו בצורה הזו מרבע נכוחי הצלעות וזהו רבוע קו בה בקו הד וכן נעשה מקו אג, ורבוע קו אה בקו הג הוא מרבע חטגה בצורה הזאת כי עגולת אח מונחת לנו; ועכשיו אנו רוצים לברר כי מרבע הדזו שוה למרבע חדגה. ולהראות זה נאריך קו טג עד שיהיה שוה לקו דה והוא גטכ. וכן מצד אחר נאריך קו דו למטה עד שיגיע לקו שבארנו ויצא לנו מרבע דכגה. אחרי כן נוציא קו מכ עד ה והוא קו כח ונקח מקו גטב התחתון כמדת קו טב מצד האחד הנוסף והוא קו גי ונוציא קו אחר מן י עד ה ויצא לנו מרבע חכיה והוא שוה למרבע חטגה כי הם על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים, וזה נבאר לפנינו. ונוציא עוד קו מן כ עד ה והוא כמה גם נוציא קו אחר מן ד עד מ וידענו כי משלש חמד חצי מרבע חדמו והוא שוה למשלש כמח כי הם על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים, וגם זה נבאר לפנינו. וכן משלש חמה מחצית מרבע חמזה

נמצא כי משלש **חמה** ומשלש **חמד** הם מחצית מרבע **דהזו** והם שוים אל משלש **כחה** שהוא מחצית מרבע **כחיה** כי אלכסון **כמה** חולקו לשנים והנה מה שרציתי לבחון. וגם אלו הטעמים המפורשים בראיות נסיות בחכמת השיעור ראויים עוד להיות בקבלה בידך.

§ 34. כל שני קוים נכוחיים אם יהיו שוים בשיעורם יהיו כמו כן שוים הקוים הנמשכים בין שתי קצותיהם נכוחיים ושוים כמו הצורה הזאת [צורה 28]. כגון קו **אב** וקו **גד** המושׁשים בעגולת **אבג** **דגא** אשר ידענו כי הם נכוחיים **בהג** **ואהד** כמותם נמנים בזה העגול, והדעת נותנת כי קו **אג** וקו **בד** הנמשכים בין קצותיהם יהיו כמו כן נכוחיים ושוים כי משלש **אהג** ומשלש **בהד** הם שוים זה לזה [צורה 29]. כי קו **הג** והוא **אה** שוים לקו **בה** וקו **הד** וזויותיהן שוות נמצא שיתר המשלש האחד שוה ליתר המשלש השני אחר ששתי הצלעות שוות וזויותיהן שוות.

§ 35. והמשלשות הדומות זו לזו הם אשר יהיו זויותיהם שוות והקשת שתי הצלעות המקיפות בזוית מהמשלש האחד כהקשת שתי הצלעות המקיפות בזוית השוה לה מן המשלש השני, כל אחד מן הצלעות אל הצלע הנדבקת בה במשלש שהיא ממנה או אל הצלע אשר כנגדה מן המשלש השני, כגון משלש **אבג** ומשלש **דהו** זויותיהן שוות, זוית **א** מן המשלש הזה אשר יקיפו אותה צלעי **אב** **ואג** היא שוה לזוית **ד** אשר יקיפו אותה צלעי **דה** **ודו** וכן זוית **ב** לזוית **ה** וזוית **ג** לזוית **ו** ואלו הן משלשות דומות זו לזו, והקשת קו **בא** במשלש האחד אל קו **אג** כהקשת קו **דה** אל קו **דו** במשלש השני, ועוד הקשת קו **בא** ממשלש האחד אל קו **הד** ממשלש השני כהקשת קו **אג** מהמשלש אל קו **דו** מן המשלש השני. ועל הענין הזה תהיה הקשת שאר הצלעות המקיפות את הזויות האחרות אשר הם שוות זו לזו [צורה 30].

ואלו המשלשים הדומים זו לזו אינם דומים שיהיו שוים בשיעורם אלא אעפ״י שהמשלש האחד גדול מהשני הם דומים זה לזה אם תהיינה זויותיהן שוות שלא תהיינה אחת מהם לא הדה ולא נרוחת יותר מחברתה המוקשת לה כגון זוית **א** על זוית **ד**, כגון אם נרכיב ב׳ המשלשים זה על גב זה כלומר כל קו על הנכוחי לו כגון שתשים משלש **אבג** על משלש **דהו** ותפול צלע **אג** על צלע **דו** שהם נכוחיים זה לזה וצלע **אב** על צלע **דו** ג״כ הם נכוחיים, וידוע הוא אחר שזויותיהן שוות כל אחת אל זוית המוקשת לה תהיה כמו כן הקשת הצלעות והתושבות כאשר פרשנו למעלה. וכן הקשת כל המשלש אל המשלש האחר כהקשת מרבע צלעו אל מרבע הצלע הדומה לו בתבניתו.

8, 4 וגם אלו הטעמים ראויים להיות בידך בקבלה מן המפורשים בראיות נכוחות בחכמת השיעור **ומפ** | 6 כמו הצורה הזאת **מ** | 18 מהמשלש... בזוית ל׳ **מ** | 15 במשלש.. השני ל׳ **מ*** | 16 אחר זוית ד׳: וכן כל הצלעות אל הצלע הנדבקת בה מ׳ **מ***

---

§ 34 אוקל׳ I, לג, בנטיית המופת | § 35 אוקל׳ VI, ד, ע״ע יח. המופת נוטה והחלק השני של הלימוד לא נאמר בפירוש בלימוד יח. | שורה 30 וכן הקשת כל המשלש ר״ל שטח המשלש.

והאות אשר נתנו לך במשלשות הדומות זו לזו כן אתה אומר על המרובעות הדומות זו לזו.

כגון אלו הם דומים זה לזה [צורה 31] כי ב׳ זויות הקטן נצבות כמו זוית **א** **ב** וכנגדן מהגדול נצבות זוית **ה** וזוית **ו**, וכן זוית **ד** מהקטן וכנגדה מהגדול זוית **ז** נרוחת, וזוית **ג** וזוית **ח** חדה; ואחר שזויותיהן שוות כל אחת אל זוית המוקשת לה כמו כן צלעותיהן מוקשות כל אחד אל צלעה נדבקת בה אם תרכיבנה עליה, כי הקשת קו **דא** ממרובע הקטן אל קו **בג** ממנו כהקשת קו **הז** מהגדול אל קו **וח**, כי גם קו **דא** מהקטן שליש מקו **בג** ממנו, כי קו **הז** מהגדול שליש מקו **וח** ממנו וכן שאר הצלעות אחת אל אחת כאשר אמרנו מהמשלשות.

וכן הדין במחומשות ושאר התמונות שצלעותיהן ישרות הן כאשר תהיינה צלעותיהן מוקשות זו לזו וזויותיהן שוות זו לזו.

§ 36. וכל שני משלשים שהם על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים הם שוים בשיעורם כגון זה [צורה 32] משלש **אבג** שוה אל משלש **דבג** כי שניהם יושבים על תושבת צלע **בג** והיא התושבת והם בין שני קוים נכוחיים קו **בג** וקו **אד**. ולהראות אות לזה נקח קו מקו **אד** הארוך כמדת קו **בג** הקצר והוא קו **אה** בצורה זאת השניה ונוציא קו מה אל ג ויצא לנו מרבע **אהבג**. אחרי כן נאריך קו **בג** עד שיהיה שוה לקו **אד** והוא קו **בגו** בצורה הזו, והוצא קו מן **ד** אל **ו** ויצא לנו מרבע **אבדו**, ואם נסיר ממנו מרבע **אהבג** ישאר מרבע **הגדו**. ונוציא קו מב אל ו והוא אלכסון מרבע **אבדו** וכן נוציא קו מד אל ג והוא אלכסון מרבע **הגדו**; וידוע הוא כי משלש **דגו** הוא חצי מרבע **הגדו** מפני שמרבע שאלכסונו **דג** חולקו לשנים, ואם נוסיף על מרבע **הדגו** מרבע **אהבג** יצטרך לנו להוסיף על המחצית משלש **דבג** כי ידענו כי משלש **בדו** מחצית מרבע **אבדו**; נמצא כי משלש **דבג** מחצית מרבע **אהבג** כי כאשר הוספנו זה המרבע **אהבג** על המרבע האחר נצטרך לנו להוסיף משלש **דבג** על משלש **גדו** כאשר רצינו לקחת מחצית מרבע **אבדג**. על כן אמרנו כי משלש **דבג** שוה למשלש **אבג** שהוא מחצית מרבע **אהבג**.

§ 37. וכן אם יהיו שני משלשים על שתי תושבות שוות ובין שני קוים נכוחיים הם שוים כמו כן. כגון משלש **אהד** בצורה הזאת [צורה 33] שוה למשלש **דבג** מפני שהם יושבים על שתי תושבות שוות והם **הד** ודג ובין שני קוים נכוחיים קו **אב** וקו **דג**. ואות לזה אם נקח מקו **אב** כמו ב׳ התושבות כגון **אובח** בצורה הזאת השנית ונוציא מן **ו** אל **ד** וכן מן **ח** אל **ג** ויצא לנו ב׳ מרבעים שוים **אהדו** **דגוח** ונוציא קו עוד מן **ו** אל **ג**. וידוע הוא כי משלש **גדו** שוה למשלש **אהד** מפני שהמרבעים **אהדו** **ודגוח** שוים, ומשלש **בדג** שוה למשלש **גדו** שהוא עמו על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים וכן שוה למשלש **אהד** השוה למשלש **גדו**.

1 הדומות זו לזו ל׳ מ* | 10 על המחומשות ועל שאר התמונות מ | אשר מ | 12 כל ומ | 27 שני משלשים ל׳ ומ*פ | חם עד § 39 נמצא רק במ

§ 36 אוקלי׳ I, לז. | § 37 אוקלי׳ I, לח.

§ 38. וכן כל משלש שיצא ממרבע נכוחי שוה עם משלש אחר שיצא מאותו המרבע אם יהיו על תושבת אחת ושוים בקומתן כגון אלו [צורה 34] משלש אהד שוה למשלש בהד ששניהם יושבים על תושבת אחת והוא קו הד בצורה הזאת ובין שני קוים נכוחיים קו אבג וקו הוד. ואות לזה נוציא קו מנקודת ב ונאריכהו למטה ביושר עם התושבת כגון בו בצורה הזאת השניה. והנה ידוע הוא כי משלש אהד הוא חצי מרבע אהגד כי אלכסון אד חולקו לשנים, וכן משלש בהד מפני שמשלש בדו חצי מרבע בגדו כי אלכסון בד חולקו לשנים, וכן משלש בהו חצי מרבע אבהו. נמצא כל משלש בהד מחצית מרבע אהגד שוה למשלש אהד. וזו הצורה דומה לצורה שפרשנו משני משלשים על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים כי אלה שני המשלשין יושבים על תושבת הד והם בין שני קוים נכוחיים אבג הוד. מכאן גזרו הפילוסופים ואמרו כל משלש שיצא ממרבע נכוחי ותהיה תושבת המשלש צלע האחת מהמרבע וראש המשלש מגיע אל הצלע הנכוחית לה הוא מחצית המרבע כאשר פרשנו.

§ 39. וכן כל תמונה שיש לה ארבעה צלעות נכוחיות והיא על תושבת אחת עם מרבע אחר נכוחי ובין שני קוים נכוחיים הם שוים בשיעורים, כגון זה מרבע אהבו שוה למרבע גדהו וכל אחד הוא נכוחי הצלעות [צורה 35]. כי קו גד נכוחי ושוה לקו הו וקו דו נכוחי ושוה לקו הג, וכן מרבע אהבו נכוחי ושוה ושניהם יושבים על תושבת אחת והוא קו הו ובין שני קוים נכוחיים והם קו אבגד שהוא נכוחי לקו הו. והפילוסיפים הביאו ראיה על זה, מה עשו האריכו קו הו עד שיהיה שוה לקו אבגד כגון קו הוזח בצורה הזו השנית והוציאו קו טד לח ויצא לנו מרבע אהדת, והוציאו קו אחד מן ג אל ז; וידוע הוא כי קו גד שוה לקו הו כי כבר עשינו מרבע גדזח שוה למרבע אהבו וכן קו זח שוה לקו הו. נמצא כי קו בו שהוא צלע אחד ממשלש בדו שוה לקו אה שהוא צלע ממשלש אהג מפני שמרבע גדזח שוה למרבע אהבו, וכן מרבע אגהז שוה למרבע בדחו, וזה אמתי ואין בו ספק. ומשלש אהג שהוא מחצית מרבע אגהז שוה למשלש בדו שהוא מחצית מרבע בדחו השוה לו, ואם נסיר מאלה שני המשלשים משלש בטג הנמנה עם זה ועם זה נשאר נפתל אבטה שוה לנפתל גדטו; נוסיף על שני הנפתלים האלה משלש הטו, יצא לנו מרבע אבהו שוה למרבע גדהו.

§ 40. וכן אם יהיו על שתי תושבות שוות ובין שני קוים נכוחיים יהיו שוים בשיעורים.

כגון זה [צורה 36] מרבע גדזו שוה למרבע אבהו שהם על שתי תושבות שוות. ואות על זה נוציא מנקודת ז למעלה [קו] שיגיע לקו אבגד אל נקודת ח כגון זו בצורה השנית. והנה ידענו כי מרבע אהבו שוה למרבע חבזו כי מדה אחת לשניהם;

15 נכוחיים מ׳ מ | כגון . . עד סוף השער חסר בנפ ועד § 40 חסר במ* |
29 שתי ל׳ מ* | יהיו שוים בשיעורים מ׳ מ*

---

§ 38 שם I, מא. סגנון הלמודים אינו שוה | § 39 אוקלי׳ I, לה. התמונות משונות.
§ 40 שם I, לו. התמונות משונות.

וכן מרבע **גדזו** שוה למרבע **בחזו** ששניהם על תושבת אחת, נמצא שמרבע **גדזו** שוה כמו כן למרבע **אהבו** השוה למרבע **בחזו**.

§ 41. והמשלשות והמרבעות הנכוחיות אשר הן בקומתן שוות, הקשת כל אחת מהן אל הדומה לה בתבניתה כהקשת תושבתן אחת אל אחת.

משלשים שוים בקומתם כגון אלו [צורה 37]. משלש **אבג** ומשלש **הדג** שוים בקומתם כי קו **אה** שהוא נכוחי לקו **בגד** שהוא תושבת המשלשין מושש על שני ראשי המשלשים מלמעלה. ואם נרצה לדעת כמה ערך משלש **אבג** ממשלש **הדג**, נעיין התושבת ונראה כמה [ערך] תושבת **בג** מהקטן לתושבת **גד** מהגדול, אם הוא שליש או רביע וכערכו ממנו כן ערך כל משלש **אבג** ממשלש **הדג** הגדול. ומרבעים שוים בקומתם כגון אלו [צורה 38]. ומהמרבעים האלה אין צריך אות אחר, כי ידענו אם קו **דה** שהוא תושבת הקטן יהיה שליש לקו **הו** תושבת הגדול, כן כל מרבע **אבדה** הבנוי על קו **דה** יהיה שליש מהמרבע **בגהו** הגדול. וגם לשני משלשים שציירנו למעלה [צורה 37] נוכל להוציא אות מתמונת המרובעים, כי אם נרבע שני המשלשים של מעלה כגון זה, יחזרו לתבנית המרבעים, וידוע הוא כי כל אחד מהמשלשים הוא מחצית המרבע שיצא ממנו כמו שפרשנו למעלה. נמצא כהקשת רבוע הקטן אל הגדול כמו כן הקשת משלש הקטן אל הגדול, ושניהם בין המרבעים ובין המשלשים הקשת האחד אל השני ודומה לו בתבניתו כהקשת תושבתם אחת אל אחת.

4 ואל אחת מ* | המופתים חסרים כאן בכל כ"י מלבד מ

§ 41 אוקלי' VI, א. התמונות משונות.

השער השני

במדידת הארץ.

§ 42. אם אתה שומע ממני במדידת הארץ ובכל הענין הזה אמה אחת בקו הוי יודע כי היא אמה באורך בלבד ואין לה רוחב כלל. ואם נאמר אמה אחת בשטח או אמה אחת שטוחה דע כי היא אמה אחת רבועה שיש לה ארבעה צדדים ברוחב ואורך וכל צד וצד מהם קו שארכו אמה וזוית המרבע הזה נצבות. ואל המרבע הזה תהיה מקיש כל חשבונך והוא האחד אשר אתה מונה בו השטחים, ואם נאמר המשלש הזה או המרבע יש בו חמש אמות או שש אמות הוי יודע כי זה מדת ארכו ושיעורו אילו היית עושה ממנו מרבעות שוות כל אחת מהם אמה על אמה ברבוע ובזוית נצבה, ונצטרכת לשום את הזוית נצבת מפני שהמרבע שזויתיו נצבות הוא גדול מכל המרבעות אשר על תבניתו ואין זויותיהן נצבות, ומפני זה היה המרבע נצב הזויות (שֹוַעל וזרת) במדידת הארץ ועליו אנו קוראין במדידת הארץ אשר אנו יודעין את שיעורה רבוע הארץ כאשר אמרנו, מרבעים את השדה בעת שהם מבקשים שיעורה ורוצים לדעת ארכה ורחבה, ואני מבאר לך דרך רבוע הארץ בשער הזה. ומפני שתמונת הארץ תמונות רבות מהם משלשות ומהם מרבעות ועל תמונות רבות, חלקתי השער הזה לחמשה חלקים:

החלק הראשון במדידת המרבעות אשר כל צלעותיו שוות והמרבע אשר כל זויותיו נצבות. והחלק השני במדידת המשלשות. והחלק השלישי במדידת המרובעים אשר אין כל צלעותיו שוות ולא כל זויותיו נצבות. והחלק הרביעי במדידת השדות אשר על צורת העגול ועל צורת חצי העגול ועל יותר מן החצי והמעט מן החצי. והחלק החמישי במדידת הקרקעות אשר יש להם יותר מארבעה צדדין.

4 ואם אומר ן, ואם תשמע פ | 6—7 ואל האמה הזאת תהיא מקיש פ | 8 דע כי כאשר תשמע ן | ממני ל׳ מ*פ | ובכל הענין הזה ל׳ מ | 10 ונצרכתי ופ | 17 השער הראשון מ*

---

§ 42 הגדר הזה חסר באוקל׳ כי הוא אינו מגביל בפרטות האחדות המורכבת רק האחדות הפשוטה ומן הפשוטה אפשר להקיש על האחדות אשר לה ב׳ או ג׳ מרחקים. עי׳ אוקל׳ גדר יח, יט | „מדת ארכו ושיעורו" שבשורה 6 מורה על השטח | שועל וזרת בשורה 12 מורים כאן על מדות האורך במדידת קרקעות ואי אפשר לצמצם עתה האחדות האלה בדיוק.

החלק הראשון.

במדידת המרובע אשר כל צלעותיו שוות והמרבע אשר כל זויותיו נצבות.

§ 43. הוי יודע כי החלק הזה מפרש עניני מדידת שלש תמונות מן המרובעות, והן המרובע רבוע אשר כל צלעותיו שוות וזויותיו נצבות, והמרבע המעויין אשר צלעותיו שוות ואין זויותיו נצבות, והמרובע הארוך אשר כל שתי צלעות ארכו גם כן נכוחיות ושוות וכן שתי צלעות רחבו וזויותיו כלם נצבות.

ואני מתחיל לדבר ממדידת המרבע שוה בצלעותיו וזויותיו אשר אמרתי עליו שהוא השוֹעַל והאיפה אשר אליו תחזור כל מדידה וכל שיעור ובו תשער ותחשוב כל השטחים על רוב תמונתם. ודרך מדידתו שתמדוד אחת אחת מצלעותיו ותכפול אותה במנינם, והמספר הנקבץ מהם הוא רבוע המרבע, ואם תרצה אמור תשבורת המרבע כאשר אומרים במדידת הארץ בלשון ערבי תכסיר. והמשל לענין הזה המרובע שיש בכל אחת מצלעותיו שתי אמות והוא מוצב הזויות הוי יודע כי תשברתו ארבע אמות מרובעות דומות למרובע הגדול כי שנים מנויים בשנים הם ארבעה. ולפי שיראה לעין אני משים המרובע הזה אשר ארבע קרנותיו **אבגד**, כל אות ואות מאלו ארבע אותיות על קרן וקרן מקרנותיו, ואחרי כן אני מחלק כל צלעיו על מחציתם ויחלק צלע **אב** על **ה** וצלע **בג** על **ז** וצלע **גד** על **ח** וצלע **דא** על **ט**, ואחר זאת אני מוציא קו מן **ה** עד **ח** וקו אחר מן **ז** עד **ט** [צורה 39] ואומר כי המרבע נחלק לארבעה חלקים שוים כל מרבע מהם אמה על אמה דומה למרובע הגדול שהוא מרובע **אבגד**, ואלו המרבעות הארבעה הן כלן שוות למרבע הגדול והם תשבורת המרבע, ואמרתי עליהם שהן דומות למרבע הראשון כל אחת מהן מחצית צלע מרבע **אבגד** אשר הוא הראשון וזויותיהם שוות עם זויותיו כי כלן נצבות הן והזויות הנצבות שוות זו לזו. ומפני שהמרובעות האלה מוקשות אל מרובע אחד הקשה אחת יִוָּדַע שכלם שוים זה עם זה והם כלם יחד ממלאים את המרובע הראשון וגומרים אותו וכל אחד מהם אמה על אמה. והרי זה לך מופת ואות שהוא מראה לך ענין הרבוע ומנינו, וידעת מזה כי כל מרובע אשר באורך כל צלע מצלעותיו שתי אמות והוא נצב הזויות שתשברתו ארבע אמות, ואם יהיה באורך כל צלע מצלעיו עשר אמות יהיה תשברתו מאה אמה.

4 דע ו׳, תוי יודע . . . נצבות ל׳ מ* | 16 יחלק מפ | 25 וגומרים לו ומ

---

§ 43 הענין הזה כמו שהוא לפנינו לא נמצא באוקל׳ ובנוגע לתוכנו יעוי׳ אוקל׳ VII, יח | האיפה שנזכרה בשורה 9 אין לה הבנה אצל מדידת קרקעות ואולי רוצה לרמוז פה על האחדות בעלת ג׳ מרחקים שנתחוה ג״כ מן האורך.

§ 44. ואם לא תהיינה צלעותיו זו לזו שוות אבל הנכוחיות בלבד הם שוות וכל זויותיו יהיו נצבות, אתה מונה ברבוע המרובע הזה צלעו האחת בצלעו השנית הנדבקת בה אשר היא יתרה או חסרה ממנה נמצא התשבורת. כגון מרובע ארוך אשר בצלעו האחת ט׳ אמות ובצלעו הנדבקת אל הצלע הזאת ה׳ אמות, וכן בשתי הצלעות האחרות האחת ט׳ והשניה ה׳ כל אחת מהם כמנין הצלע אשר היא נכוחית לה, ובמרובע הזה מנה ט׳ על ה׳ ותמצא התשבורת והוא מ״ה אמה. וזהו דרך חשבון המרובע אשר כל זויותיהם נצבות יהיו שוים בצלעותם או אינם שוים בצלעותם — אלא בזויות בלבד.

§ 45. אעפ״י שהחשבון הזה נכון וישר במרובעות הנצבות ראו המדקדקים בחשבון והמחמירים על נפשם שלא יבא טעות על ידם, מפני זה באו לחשוב את המרבעות על דרך אחרת ולתת טעם כללי שתהיה חושב בו כל מרבע שהוא שוה בצלעותיו, יכול הוא שיהיה שוה בזויותיו או לא, מפני שהזויות מספקות בראית העין ויכול הוא שלא יהיו נצבות ויראו לעין נצבות ויהיה בצלע הקרקע מעט שחות שאינו מתגלה לעין מהרה. והכלל אשר נתנו בענין הזה הוא, כל מרובע שהוא שוה בצלעותיו אלכסונותיו חולקים זה את זה על המחצית ועל זוית נצבה, ומפני זה אם אתה מונה מחצית האלכסון האחד בכל האלכסון השני תמצא התשבורת. ומן האות הזה היו המדקדקים במדידת הארץ אחר שיודעים שהקרקע שוה בצלעותיו מודדים את אלכסונותיו אם הם שוים היו מרבעין אותו מצלעותיו ואם אינן שוים באלכסון המעויין האחד עם מחצית האלכסון השני ומוצאין תשבורת המרובע. כגון מרובע שוה שיש בצלעותיו עשר אמות בכל אחת ואחת מהם ואינו נצב הזויות וזהו מרבע מעויין ואתה מוצא אלכסונותיו אינם שוים, כגון שיהיה אורך האלכסון האחד י״ב אמה ואורך אלכסונו השני י״ו אמה, ואם תמנה מחצית האלכסון האחד בכל השני יהיה המספר הנקבץ צ״ו כאשר הוא תשבורת המעויין בצורה הזאת כאלו היית חושב מספר ח׳ בי״ב או מספר ו׳ בי״ו [צורה 40]. ואם תרצה להבין האות המעידה על המרובע הזה שתשברתו צ״ו אמה החזר הצורה שהראיתיך עתה על נכונה [צורה 41] ותשים על ארבע קרנותיו **אבגד** ויהיה **אד** אלכסון האחד ו**בג** האלכסון השני ותוציא מנקודת **ב** אשר על אלכסון **בג** עמוד שיהיה עובר על שני צדיו ימין ושמאל ונשים על שתי תכליותיו **הז** וכן נוציא מנקודת **ג** עמוד אחר עובר על שני צדיו ועליהם **חט** ונשים כל אחד מקוי **הב** ו**בז** שוים זה לזה וכן קוי **חג גט** שוים זה לזה וכן יהיה קו **הז** כלו שוה לאלכסון **אד** ונוציא קו מן **ה** עד **ח** ומן **ז** עד **ט** ויהיה מרובע

7 בצלעותיהם ן | בצלעותיהם ן | 8 אלא בזויות בלבד ל׳ מ | אבל בזויות ופ |
10 שלא תבוא הטעות ן | 11 ונתנו בו מ* | 13 ויראו לעין נצבות ל׳ מ* | 14 הוא
ל׳ מ | 16 המחצית אלכסון מ* | 22 הנקבץ ל׳ מ* | 25 החזור ל׳ מ*, הצורת ל׳ מ |
27 על ל׳ מ* | 28 שני תכליותיו ן

---

§ 44 גם הענין הזה אינו נמצא באוקל׳ כי V II, טז הוא רק לפי התוכן קרוב לו |
§ 45 למוד שמושי בדרכי המדידה וחסר אצל אוקל׳.

הזחט מרובע ארוך צלעו האחת י״ו והשנית י״ב ותשברתו כאשר ראית למעלה קצ״ב כמנין י״ו במנין י״ב. וידוע שמרובע **אבגד** אשר היה בידך ראשונה הוא מחצית מרבע **הזטח** הגדול, כי המרובע הגדול נחלק לארבעה מרובעות שוות בצורה הזאת, וכל צלע וצלע ממרובע **אבגד** חולק כל אחד ואחד מהמרובעים הארבעה לשנים ותמצא מכאן מרובע **אבגד** חצי מרובע **הזחט** אשר תשברתו קצ״ב אמה, ומפני זה אמרתי על מרובע **אבגד** כי תשברתו צ״ו אמה, כגון רבוע **בה** או **בז** אשר הוא מחצית הצלע האחת בכל **הח** אשר הוא הצלע השנית. וכן אם אתה מרבע קו **הז** אשר הוא צלע המרובע הגדול בקו **אה** אשר הוא מחצית הצלע השנית היה הענין אחד כאשר אתה רואה בצורה הזאת. וכבר הראיתיך דרך רבוע המרובעות אשר הן שוות בצלעותן וגם המרובעות הארוכות אשר כל זויותיהן נצבות, ונשאר להודיע ולבאר דרך רבוע המרובעות הארוכות אשר אין זויותן נצבות והם הדומות למעויין וגם המרובעות הנפתלות. ואין אנו יכולים לבאר דרך רבועם עד שנבאר ראשונה דרך רבוע המשלשות, ומפני זה שמתי החלק הסמוך לזה במשלשות. ולפני שאתחיל בפירוש משיחת המשלשות אני נותן לך דמיונות בתשבורת המרובעות אשר הראיתיך למעלה כדי שתהיה זריז ובקי בחשבונם ומבין את דרך רבועם בעזרת המקום.

שאלות.

§ 46. **א.** מרובע שוה ונצב הזויות שארכו עשרה ורחבו עשרה כמה הוא אורך אלכסונו?

תשובה: אורך האלכסון הזה הוא גדר מאתים, כי המרבע את האלכסון הזה ימצא ברבועו מאתים, מפני שכל מרובע שוה שהוא נצב הזויות רבוע אלכסונו כפלים מהמרובע הזה, ומפני זה אמרנו על האלכסון הזה שהוא גדר מאתים שהוא כפלים מרבוע עשרה על עשרה.

ואות לענין הזה אם נרבע האלכסון שהוא תוך המרובע כגון מרובע **אבגד** הוא מרובע רבוע אלכסונו **בג** ורבוע האלכסון **בגהו** ונאריך קו **גד** עד נקודת **ו** וקו **בד** עד **ה** נמצא כי במרובע האלכסון יש ד׳ משלשים **בגד** ובדו והדג והדו וכל אחד מאלה שוה למשלש **אבג** מהמרובע, ובאותו המרובע **אבגד** אין שם כי אם שני משלשים, נמצא כי רבוע האלכסון כפלים מהמרובע שיצא ממנו האלכסון ורבוע **אבגד** ידענו כי היא אחת מהצלעות בעצמה, נמצא כי רבוע האלכסון הוא שני צלעי **אבגד** מרובעות אחת אחת בפני עצמה.

2 כמנין י״ו במנין י״ב ל׳ מ | אשר היה בידך ראשונה ל׳ מ | 3 הגדול כי המרובע . . . הזחט ל׳ מ | 6 כגון ל׳ מ | 7 מחצית . . היא ל׳ מ* | 10 ונשאר . . נצבות ל׳ מפ | 13 ומפני שאתחיל מ, ולפי . . מ*, וקודם . . פ | 14 ביאר משיחת מ* | משיחת ל׳ פ | המשלשות שוות מ | 15 בע״ה ן | 16 שאלה במרובע חשוה מ | 18 אורך ל׳ ומ*פ | 28 על האלכסון הזה ל׳ מ*פ

---

§ 46 אופן פרטי מן אוקל׳ I, מז. חשוה לזה עוד § 50.

ואות הזה מספיק לנו לכל מרובע רבוע, אבל המרובע הארוך שיהיה רבוע אלכסונו כרבוע שני צלעי המרובע אין מספיק זה, ועל כן לקחו הפילוסופים דרך אחרת ללמד כלל גדול להראות אות ברור על כל מרבע נכוחי שיהיה רבוע אלכסונו שוה לרבוע שני צלעי המרובע היוצא ממנו באלכסון, כגון עשו מרובע לאותו צלע שהוא מן **א** עד **ב** צלעותיו שוות וזויותיו שוות נצב הזויות ועשו המרובע על האלכסון מן **א** עד **ג** והיה מדת האלכסון גדולה כמדת שני המרבעים שנעשו על צלעי **אב בג**. ולהראות את חלקי המרבע שיצאו מן האלכסון [חלקו האלכסון] לשנים [צורה 43] והוציאו קו ביושר מן **ד** אל **ב** נכוחי לצלעי **גב ואה**, גם קו אחד מן **ה** אל **ב** ונעשה **באה** משלש אחד, גם הוציאו קו אחד מן **ו** אל **ג** ונעשה **ואג** משלש אחר; וכבר אמרנו למעלה כי כל משלש שיצא מן המרבע כגון משלש **ואג** שיצא מן מרובע **אבזו** וכמו משלש **באה** שיצא ממרבע **אחדה** שוים למחצית המרובע שיצאו ממנו; מפני שאם תוציא קו מן **א** עד **ז** במרובע **אבזו** יהיה משלש **אוז** ומשלש **ואג** ב' משלשים על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים, וכן אם תוציא קו במרובע **אחדה** מן **א** עד **ד** יהיה משלש **אהד** ומשלש **באה** כמו כן על תושבת אחת ובין שני קוים נכוחיים, וכל אחד מהם חצי המרבע שיצא ממנו. ואמרו עוד כי אותן שני משלשים **ואג** ו**באה** שוים הן מפני שכל אלו המרבעים צלעיהם ישרים ושוים וזויותיהן שוות, ואותו צלע שהוא **בא** שוה הוא לצלע **או** ממרובע הקטן וצלע **אג** שוה לצלע **אה** מהגדול, ואחר שמצינו שמשלש **ואג** היותו שתי צלעות, האחד **וא** מהקטן והשני **אג** מהגדול, ומשלש האחר **באה** שבו שתי צלעות כמו כן האחת **בא** מהקטן והשנית **אה** מהגדול לפיכך נמצא שניהם שוים ג"כ, ואותו צלע שלישי שהוא **וג** מהמשלש היוצא מהקטן שוה הוא לצלע שלישי מהמשלש היוצא מחצי מרובע הגדול שהוא **בה** מהטעם הזה. ואחר שמצינו משלש שיצא מן המרובע רבועו כפלים בו, נמצא שמרובע הקטן גדול כפלים ממשלש היוצא ממנו, גם חצי מרובע הגדול גדול כפלים כמשלש היוצא ממנו. ואחר שמצינו שהמשלשים שוים הם שניהם אם כן המרובע הקטן שהוא **אבזו** שוה לחצי המרובע הגדול שהוא **אחדה** ומרובע קטן השני **גטיב** שוה הוא לחצי האחר ממרובע הגדול שהוא **חגבד**. נמצא כי מרבע אלכסון הגדול שוה לשני מרבעים קטנים. וכענין הזה כמו כן אות למרובע הארוך וכאשר יבא לידינו נבארנו.

ב. ואם יאמר מרובע אשר אלכסונו גדר מאתים כמה צלעו, חלק מרובע האלכסון לשנים יהיו מאה ואמור גדר מאה הוא צלע המרובע והוא עשרה.

והאלכסון הזה הוא י"ד ושביעית פחות משהו.

§ 47. **ג.** שאלה אחרת. מרובע שוה אשר הוצאת ממנין תשברתו מנין

1 ואות . . עד סוף התוספת רק בכ"י **מ** | 33 חסרתי ממנין **מ**

---

§ 47 התרתה השמושית של השאלה הזאת נוסדה על § 29. ויש כאן בשאלות האלה לפנינו דרך הנדסי להתיר משוית מעורבת ממדרגת שנית. התמונה השייכה לאות זה היא

צלעותיו הארבעה ונשאר בידך מן התשבורת כ״א אמה, כמה הוא התשבורת וכמה הוא מנין כל צלע וצלע מהמרובע?

תשובה. חלק מנין הצלעות אשר הוא ארבעה לשנים ומנה השנים בעצמם ויהיו ד׳ והוסף המנין הזה על המנין המסור לך אשר נשאר מן המרובע ויהיה הכל כ״ה. ודע גדר כ״ה והוא ה׳ ונוסיף עליו מחצית הצלעות והוא ב׳ ויהיה הכל ז׳ והוא צלע המרובע, ותשברתו מ״ט. והשואל הזה פחת מן התשבורת אשר היא מ״ט מספר ארבע הצלעות אשר כל אחת מהן ז׳ וארבעתן כ״ח ונשאר מן המרובע כ״א כאשר אמר לך.

ואם תרצה לדעת האות המעידה על התשובה שהשיבות לו שהיא נכונה שים המרובע הזה **אבגד** אשר כל צלעותיו שוות, וידוע הוא כי כל אחת מהם יש בארכה יותר מן ארבע אמות, מפני שהשואל אמר פחתנו ממנו כל ארבע צלעותיו שרחבן ד׳ אמות וארכן כאורך המרובע ונשאר כך וכך, ואלו לא היה בצלע יותר מד׳ לא היה יכול לפחות ממנו ד׳ צלעות, ואם כן הוא אנו פוחתין מקו **אב** קו שיש בארכו ד׳ והוא קו **בה** וכן אנו פוחתין מקו **גד** אשר כנגדו קו שיש בארכו ד׳ והוא קו **גז** [צורה 44] ונוציא קו מנקודת **ה** אל נקודת **ז** ואחר כל זאת נחלק קו **בה** על שני חלקים שוים על נקודת **ח** ויהיה קו **בח** ו**חה** שוים וכל אחד מהם יש בארכו ב׳ אמות. ואתה רואה במרובע הזה כי המרבע אשר עליו **בהזג** הוא ארבע צלעות המרובע נקבצות, כי המרובע הזה הוא קו **בג** מנוי בקו **בה** אשר הוא ארבעה, וקו **בג** הוא צלע המרובע ומנינו ד׳ פעמים הוא מנין ארבעה הצלעות. ונראה לך שמרובע **בגהז** הוא ארבע צלעות המרובע וכשאתה מפחת אותו מן המרובע נשאר מרובע **אדהז**, וכידוע שהמרובע הזה הוא כ״א כאשר היה המנין הנשאר ביד השואל. ועתה בא וראה כי הקו אשר עליו **בה** נחלק לשני חלקים שוים שהם **בח** ו**חה** ונוסף

11 שרחבן . . המרובע ל׳ ומ*פ | 15 נמצא קו מנקודת מ

$\text{ק}^2 - \text{אק} - \text{ב} = 0$. ק היא הכמות הנעלמה אשר צריך לעמוד עליה מן המשויה הנתונה. והתנאי הוא: $\text{ק}^2 > \text{אק}$, כי בלעדי זאת אי אפשר להתיר המשויה בדרך הנדסי שלפנינו. תמונת ההתרה היא: $\text{ק} = \frac{\text{א}}{2} + \sqrt{\frac{\text{א}^2}{4} + \text{ב}}$. והנה מן אות זה עד § 50 יש קצת נטיה בהגבלת צלע המרובע, כי תחת אשר בכל מקום שנזכר בספר הזה צלע אין אנו רואים בו דבר אחר זולת קו הנדסי שאין לו שום רוחב ועומק זולת האורך בלבד, הנה כאן הוא יוצא מגדרו זה וחושב את הצלע לשיעור הנדסי בעל שני מרחקים, כלומר לשטח, אשר ארכו כאורך הצלע ורחבו אחד. הוא צריך פה להגבלה הזאת, כדי להשוות החשבון של משוית מעורבת ממדרגה שניה העשוי ע״פ מספרים בלתי מסומנים עם דרך התרתה באופן הנדסי. כי בהצעות שעורים הנדסיים יגלה לעין ענין אחד, שאין אנו רגילים לשום אליו לב בדרכי החשבון עם מספרים בלתי מסומנים, והוא שאין להביא בחשבון אחד רק שיעורים ממין אחד. אם נקח למשל את הקו ההנדסי ונכפילהו אפי׳ אלף פעמים, לא יתהוה ע״ז שטח, ולכן הוא בונה כאן את כל חשבונו על הצלע אשר לו אורך ורוחב, כלומר על השטח, ונקל לו לבוא עד תכונת ההתרה בלי הגבלה ממוצעת ע״ד כפל הקוים והתהוות המרחקים.

עליו קו אחר והוא הא, וזה כבר מסרנו לך כל קו שהוא נחלק לשני חלקים שוים ונוסף עליו תוספת קו אחר יהיה רבוע הקו כלו עם הנוסף בנוסף ורבוע מחצית הקו הראשון שניהם יחד שוים למרובע מחצית הקו עם הנוסף שניהם יחד בעצמם, ומפני זה יהיה רבוע קו בא בקו אה עם רבוע קו הח בעצמו שוים שניהם לרבוע קו חא. ורבוע קו אב בקו הא הוא מרובע אדהז מפני שצלעו האחת אד השוה לצלע המרובע וצלעו השנית הא אשר היא התוספת על קו הב והמרובע הזה הוא כ״א ואם תוסיף עליו רבוע קו הח אשר ידעתי שהוא ד׳ יהיה הכל כ״ה וגדרו ה׳ והוא כרבוע חא ונראה לך שקו חא כגדר מרובע כ״ה הוסף עליו בח אשר הוא ב׳ אמות יהיה הכל ז׳ והוא קו בא ויהיה המרובע אבגד מ״ט אמה כאשר הראיתיך בצורה הזאת.

§ 48. ד. ואם יאמר מרובע אשר הוספת מנין כל ארבע צלעותיו על מנין תשברתו ויהיה הכל ע״ז, כמה היה המרובע הזה?

ואתה בשאלה הזאת קח חצי מנין הצלעות והוא ב׳ ותמנה אותו בעצמו ויהיה הכל ד׳ והוסף אותו על המנין אשר מסר לך והוא ע״ז ויהיה פ״א, וקח גדר המספר הזה והוא ט׳, הוצא ממנו חצי מספר הצלעות אשר הוספת וישאר בידך ז׳ והוא צלע המרובע ותשברתה מ״ט.

והאות על התשובה כגון האות אשר מסרתי לך לאלתר. שים צלע המרובע קו אב והוסף עליו קו שיש בארכו ד׳ אמות והוא בג, וידוע הוא כי רבוע קו אב בקו בג הוא ד׳ צלעות של מרובע קו אב. ונשים המרובע הזה מרובע בגדה אשר קו בה וקו גד אשר בו שוים לקו אב וקו דה שוה לקו גב, ואם אתה מוציא קו הד ומאריכו עד שיהיה ארכו כאורך קו גא כגון קו דז בצורה הזו [צורה 45] ותוציא קו מן א עד ז יהיה מרובע אגדז, והוא מרובע אב עם ארבע צלעותיו; מפני שמרובע באזה הוא רבוע קו אב ומרובע בגדה הן ארבע צלעות המרובע ויהיה כל מרובע גאדז ע״ז אמה. ואם אנו חולקים קו בג לשנים על נקדת ח יהיה קו בח שנים ויהיה קו בג נחלק לשני חלקים שוים על נקודת ח והוספת קו בא עליו ויהיה רבוע כל

1 והוא הא ל׳ מ* | וזה כבר מסרנו לך ל׳ ומ*פ | וכל קו ופ | 2 ונוסף מ* | תוספת ל׳ ומ* | 7 הכל ל׳ מ | וגדרו ה׳ ל׳ ומפ | 8 ונראה לך . . כ״ה ל׳ מ* | 9 הראיתיך ל׳ ומפ | 11 ואם יאמר תוספת ד׳ בכל מנין צלעותיו ן, אשר ל׳ מ*פ | מצלעותיו מ* | 12 והוא מ | יחיה מ* | 13 תקח ופ | 14 הכל ל׳ מ* | 15 מנין חצי מ, מספר הצלעות פ, חצי מנין ן | 17 והאות על התשבורת פ | כאותו האות מ* | 19 של ל׳ מ*פ | 20 אשר בו ל׳ מ* | 21 כמו דז מ* | בצורה הזו ל׳ ומ* | 22 אב ואד מ*, קו אב ן | וארבע מ* | 24 כ״ז מ | 25 והוספת . . עליו ל׳ מ

§ 48 גם התרת השאלה הזאת נוסדה על § 29 והיא המשך התרת המשויה המעורבת ממדרגה שניה. התמונה השייכה לאות זה היא $ק^2 + אק - ב = 0$. תמונת התרה היא:

$$ק = -\frac{א}{2} + \sqrt{\frac{א^2}{4} + ב}.$$

קו גא אשר הוא הקו עם הנוסף בקו **אב** אשר הוא הנוסף עם רבוע **בח** אשר הוא מחצית הקו הראשון שוה למרובע **חא** אשר הוא מחצית הקו עם הנוסף; ורבוע קו **אג** בקו **אב** הוא מרובע **גאדז** אשר הוא ע״ז, הוסף עליו מרובע **בח** אשר הוא ד׳ תמצא רבוע קו **חא** והוא פ״א וגדרו ט׳ ומפני זה יהיה קו **חא** תשע אמות הוצא מהן קו **חב** שהוא ב׳ אמות ישאר קו **אב** שבע אמות ומרובע **אבהז** תשע וארבעים אמה כצורה זו.

§ 49. ה. **שאלה שלישית.** מרובע השלכת תשברתו מן מנין ארבע צלעותיו ונשאר בידך שלשה.

ובתשובת השאלה הזאת אתה מחלק מנין הצלעות לשנים וחציים הוא ב׳ ורבועם הוא ד׳ הוצא מהם שלשה אשר נשארו בידך ונשאר אחד אשר גדרו אחד, פחת אותו מן מחצית הצלעות וישאר בידך אחד והוא צלע המרובע או תוסיף גדר הא׳ אשר נשאר בידך על מחצית הצלעות ויהיה ג׳ ויהיו גם הם צלע המרובע כי יכול יהיה אחד בגדר ויכול יהיה ג׳ כי שני חשבונות לשאלה הזאת.

והאות על הענין הזה שים ארבע צלעות המרובע **אבגד** ושים ארכו קו **אב** ורחבו קו **אג**. וידוע שקו **אב** אשר הוא ארכו יש בו ארבע אמות כמנין הצלעות וקו **אג** אשר הוא רחבו הוא צלע המרובע ואם אתה פוחת מן המרובע הארוך הזה מרובע שוה אשר כל אחת מצלעותיו שוה לצלע **אג** כגון מרובע **אגהז**, ישאר מרובע **הזבד** שלש אמות, ושוב חלק קו **אב** לשני חלקים שוים על נקודת **ח** ולשני חלקים שאינם שוים על נקודת **ה**, ומפני זה יהיה רבוע קו **אה** בקו **הב** אשר הם החלקים שאינם שוים עם מרובע קו **הח** אשר הוא עודף החלק הגדול על המחצית כמרובע קו **חא** אשר הוא המחצית. ומרובע קו **חא** ידוע כי הוא ד׳ הוצא מהם ג׳ אשר הוא מרובע קו **בה** בקו **הא** והוא מרובע **הזבד** ישאר בידך א׳ עבור מרובע **הח**, ויהיה נודע כי קו **הח** הוא אחד וכל קו **חא** הוא שנים ישאר קו **הא** אחד והוא צלע המרובע כאשר בצורה הזאת [צורה 46]. וכן יהיה קו **הב** שלשה מפני שקו **חב** שנים וקו **הח** אחד ויהיה גם הקו הזה צלע מרובע אחד כאלו היה מנין ד׳ צלעות מרובע ארוך אשר עליו **אבגד** השני

1 הוא ל׳ מ | 4 וגדרו ט׳ ל׳ מ* | 10 ישאר מ | 13 כי יכול . . אמות הזאת ל׳ ומ*פ | 15 ובידוע ופ | שקו **אבג** מ | **אד** כי מ | 16 הארוך ל׳ מ*פ | 17 אחת מכל צלעותיו מ* | ג׳ מ׳, **אג** כלומר באורך צלע **אג** ורוחב אמה מ* | 21 המחצית, כי כן מסרנו בראש הספר, כל קו נחלק לשני חלקים שוים ולשני חלקים שאינם שוים. מ׳ מ* | 24 כאשר בצורה הזאת ל׳ מ* | 25 אחד ל׳ מ* | חית מרובע מ* | כאילו היה . . עד סוף המופת ל׳ מ

---

§ 49 התרת השאלה הזאת נוסדה על § 28 וגם היא המשך התרת המשוה המעורבה ממדרגת השנית לפי התמונה הזאת $\text{אך} - \text{ק}^2 = \text{ב}$ או $\text{ק}^2 - \text{אך} + \text{ב} = 0$.

תמונת ההתרה היא $\text{ק} = \frac{\text{א}}{2} \pm \sqrt{\frac{\text{א}^2}{4} - \text{ב}}$. על ההתרה הזאת צריך לשום עין ביותר, כי היא כוללת שני שרשי המשוה.

[צורה 47] אשר הוצאת ממנו מרובע הזבג השוה ונשאר מרובע שעליו אהדז והוא שלשה ותהיה נקודת ח המחלקת את קו אה לשנים נופלת בקו הב אשר הוא אחד מצלעות מרובע הזבג ויודע לך מתוך האות אשר הקדמתי כי הח הוא אחד ואם אתה מוסיף אותו על קו חב יהיה הב אשר הוא צלע המרובע. כי השאלה הזאת ואשר על דמותה היא יוצאת על שני דרכים, כאילו היה אומר לך השלכתי התשבורת מן מנין ד׳ הצלעות ונשאר בידי ארבעה פחות רבוע ותמצא המרובע הזה אמה וחצי על אמה וחצי או שתי אמות וחצי. וזאת היא הצורה השניה אשר דברתי עליה.

ואלו שאלות במרובע ארוך.

§ 50. א. מרובע ארוך אשר יש בצלעו האחת ח׳ אמות ובצלעו השנית שש אמות כמה הוא אלכסונו?

ובתשובת השאלה הזאת מנה את שתי צלעותיו כל אחת מהן בעצמה ותדע גדר שתי המרובעות והוא יהיה האלכסון. ובמרובע הזה מנה ח׳ על ח׳ ויהיה ס״ד ומנה עוד ששה על ששה ויהיו ל״ו ושני המרובעות האלה הם מאה וגדר מאה הוא עשרה והוא אורך אלכסון המרובע הזה.

ואות לזה תלוי באות אחרון מן אלכסון מרובע רבוע אשר עשינו, ולהראותו כמו כן בזה נעשה מרבע על אלכסון מרבע ארוך והוא מרובע אהזו בצורה זו [צורה 48] מפני שקו אה הוא אלכסון ולא עשיתי לו כי אם שתי צלעות אב ובה שלא ישתבש המתלמד, וכן נעשה מרובע רבוע על צלע אב והוא מרובע אחטב בצורה הזו, ומרובע אחר על צלע בה והוא מרובע בגדה. ואמרנו על מרבע אהזו כי הוא שוה לשני מרובע אחטב ובגדה, ולהראות זה נוציא קו מנקודת ב על קו זו ביושר בענין שיהיה נכוחי לקו אז וקו הו והוא בכי בצורה זו, ונוציא קו אחד מנקודת ב עד ז ויצא לנו משלש באז וקו אחד מנקודת ח עד ה ויצא לנו משלש אחה השוה לחצי מרובע אחטב, ומשלש אבז שוה למשלש אחה כי לכל אחד מהן יש שתי צלעות אחת ממרובע האלכסון ואחת

5 כאשר מ, אשר מ* | 6 ד׳ ל׳ מ | 8 דברתי עליה והצורה אשר אצייר לך לעדות ולראיה מ* | 11 ובתשובת השאלה הזאת ל׳ מ | תמנה מ | 12 ויהיה מ | 18 ושוב המרובעות מ | 15* ואות לזה . . עד סוף המופת רק במ, ובכ״י ן נמצא ת׳ המופת: ואם נאסוף שני הצלעות לאחת ונכפול רבוע המחצית ונחבר לזה כפל רבוע תוספת הצלע הגדולה על המחצית גדר המחובר הוא האלכסון וזה הדין בצורת מחלוק׳ הקוים ודעהו

§ 50 התרת השאלה ע״פ אוקל׳ I, מז. המופת נוטה רק מעט מזעיר ממופתו של אוקל׳. התוספה שבכ״י ן (שורה 12) יש לה ג״כ איזה שייכות להפרק הזה וצורתה האלגיברית היא $2\left(\frac{א+ב}{2}\right)^2 + 2\left(א-\frac{א+ב}{2}\right)^2 = א^2 + ב^2$. המשוה הזאת נכונה היא אף שאין לנו בה שום צורך לעניננו וכבר מבוארה ובא מופת עליה § 81, וכל המעתיקים מלבד ן השמיטוה, וגם אני לא הכנסתיה לפנים הספר לפי שהיא מבלבלת את סדר הענינים, ואי אפשר שהמחבר בעצמו הוסיפה. והנכון לדעתי שמעתיק מהנדס אחד אשר הוסיף דברים בסוף § 52 והזכיר את ראב״ח בשם „הנשיא ז״ל״ הוא הוסיף גם הדברים האלה.

ממרובע הצלע הגדולה, נמצא כי מרובע **אחטב** שוה למרובע **אכזי**. ונשאר להראות שמרובע **כהיו** שוה למרובע **בגדה**; ולדעת זה נוציא קו מנקודת **ב** עד **ו** ויצא לנו משלש **בהו** והוא חצי מן מרובע **כהיו** מפני שהוא יוצא ממנו, ונוציא קו אחר מנקודת **א** עד **ד** ויצא לנו משלש **אהד** והוא כמו כן חצי מרובע **בגדה** גם הוא שוה למשלש **בהו** מהטעמים שאמרנו, נמצא כי כל מרובע **כהיז** שוה למרובע **בגדה**. נמצא כי מרובע האלכסון שוה לשני מרובעי הצלעות.

§ 50a. ואתה יכול לדעת האלכסון על דרך אחרת. מנה ח׳ אשר הוא הצלע האחד בו׳ אשר הוא הצלע השנית ויהיה רבועם מ״ח וכפל המרובע הזה יהיה צ״ו, ואם תוסיף עליו מרובע ב׳ אשר הוא תוספת הצלע האחת על השנית והוא ד׳ יהיה הכל מאה, וגדר מאה הוא עשרה, והוא אלכסונו של מרובע הזה. וכללו של ענין שכל מרובע ארוך אם אתה מוסיף רבוע העודף אשר בין צלעיו השתים על כפל תשברתו יהיו אלה שניהם שוים למרובע אלכסונו.

ואם תבקש אות לענין הזה תמצאנה יוצאה מן הכלל אשר אמרתי לך: כל קו שנחלק לשני חלקים יהיה רבוע הקו כלו עם רבוע אחד מחלקיו שוים לכפל רבוע הקו כלו בחלק אשר רבעת ולמרובע החלק השני. כגון קו **אב** שיעורו ח׳ והוא אורך המרובע ונחלקנו על שני חלקים על נקודת **ג** ויהיה החלק הגדול כמדת רוחב המרובע והחלק הקטן ב׳ והוא החלק העודף אשר בין שתי רצועות, וכבר ברונו כי רבוע אלכסון מרבוע ח׳ על ו׳ שוה לרבוע ח׳ בפני עצמו ורבוע ו׳ בפני עצמו; ועכשיו זה הקו אשר ציירנו אם נרבעהו כלו בפני עצמו והוא קו **אב** שיעורו ח׳ ונרבע חלק האחר בעצמו והוא קו **בג** שיעורו ו׳, הרי שרבענו שתי צלעות מרובע ח׳ על ו׳ אחת אחת בפני עצמה וזה החשבון שוה לכפל רבוע הקו כלו בחלק אשר רבענו והוא כפל רבוע קו **אב** אשר שיעורו ח׳ בקו **בג** שיעורו ו׳ שרבענוהו בחשבון הראשון ולמרובע החלק השני והוא קו **אג** שיעורו ב׳. וכל זה כבר ברונו בתחלת הספר, וזה אות כי חשבון כלל האחרון שוה לחשבון כלל הראשון.

§ 51. **ב.** שאלה אחרת. מרובע ארוך אשר באלכסונו עשר אמות וארכו מוסיף על רחבו שתי אמות כמה הוא ארכו וכמה הוא רחבו וכמה תשברתו?

תשובתה: אתה יודע כי מרובע האלכסון הוא מאה הוצא מהם רבוע עודף האורך על הרוחב אשר הוא ב׳ ורבועו ד׳ ישאר בידך מהמאה צ״ו חלק אותו לשנים ויהיה מ״ח וזה יהיה תשבורת המרובע כי זה החשבון שוה לכלל האחרון

8 יהיה לי ן, והם מ* | 9 והוא ד׳ לי מ | 13 ואם תשאל מ* | 15 כגון . . עד סוף תמופת רק מ | 29 מהמאה מ | 30 ויהיה מ, והוא פ | כי זה . . מהאלכסון מ |

---

§ 50a ע״ם § 30 | § 51 בחתרת השאלה הזאת משתמש ראב״ח בלימוד § 29, § 30.

התמונה האלגיברית היא כאן: $ק^2 + (א + ק)^2 = ב^2$ ומזה $ק = -\frac{א}{2} + \sqrt{\frac{א^2}{4} + \frac{ב^2 - א^2}{2}}$.

מהאלכסון, ואם תרצה לדעת צלעותיו אשר האחת מוספת על השנית שנים, בא וחלק העודף הזה לשנים ויהיה אחד ורבועו אחד, הוסף אותו על התשבורת ויהיה מ״ט וגדר המנין הזה הוא ז׳, אם אתה מוסיף עליו אחד שהוא מחצית העודף יהיה ח׳ והוא קו האורך; ואם תפחות ממנו אחד ישאר ו׳ והוא קו הרוחב ומנין ח׳ בו׳ הוא מ״ח והוא התשבורת.

והאות על הענין הזה מרובע ארוך אשר על קרנותיו **אבגד** ואלכסונו **אד** ואנו שמנו אותו עשר אמות וגם ידענו שקו **אב** אשר הוא האורך מוסיף על קו **אג** אשר הוא הרוחב ב׳ אמות ואנו רוצים לדעת משני המנינים האלה תשבורת המרובע ושיעור כל אחת מן צלעותיו; וידוע הוא שרבוע קו **אב** בקו **אג** הוא התשבורת וכן ידוע כי רבוע האלכסון שוה לכפל התשבורת עם רבוע הקו העודף אשר האורך מעדיף על הרוחב כאשר הראיתיך בשאלה אשר למעלה. ומפני זה אם תפחת מרבוע האלכסון אשר הוא קו רבוע העודף אשר הוא ב׳ ורבועם ד׳ ישאר צ״ו והוא כפל התשבורת ומחציתה מ״ח והוא התשבורת. ואם תרצה לדעת מנין הצלעות כבר ידעת שהאורך מוסיף על הרוחב שנים, ובא עתה ופחות מקו **אב** אשר הוא האורך קו שהוא שוה לקו **אג** אשר הוא הרוחב ויהיה הקו הזה קו **בה** וישאר קו **הא**, ובידוע שהוא ב׳ כמספר העודף אשר בין האורך והרוחב. ואם תחלק קו **הא** לשנים על נקודת **ז** יהיה קו **הז** וקו **זא** כל אחד מהם אמה אחת ויהיה קו **הא** נחלק לשני חלקים שוים על נקודת **ז** והוספת עליו קו אחר והוא קו **בה**, ואתה יודע שרבוע כל קו **אב** אשר הוא הקו עם הנוסף בקו **בה** אשר הוא הנוסף עם מרובע **זה** אשר הוא המחצית שוה למרובע **זב** אשר הוא המחצית והנוסף. ורבוע קו **אב** בקו **בה** הוא מרובע **אבגד** אשר הוא מ״ח אמה מפני שקו **הב** שוה לקו **אג** אשר הוא הרוחב ומרובע **הז** הוא אחד, יהיו שניהם יחד מ״ט והם שוים למרובע **זב** ויהיה מפני זה קו **זב** שבעה כגדר מרובע מ״ט, ואם אתה מוסיף קו **אז** אשר הוא אחד יהיה כל קו **אב** שמונה והוא אורך המרובע, ואם תהיה פוחת ממנו קו זה אשר הוא כמו כן אחד ישאר קו **הב** ששה וזה הקו שוה לרוחב המרובע אשר הוא קו **אג** ורבוע האורך ברוחב הוא התשבורת כצורה הזו [צורה 50].

§ 52. **ג.** ואם יאמר מרובע בתשברתו מ״ח וקו ארכו עם קו רחבו שניהם יחד י״ד, כמה הוא ארכו וכמה הוא רחבו?

1 מוסיפה ן, תוספת מ | 10 ידוע ל׳ מ | 11 אשר . . הרוחב ל׳ מ | 14 ובוא ואם תפחות מ | 19 בקו . . הנוסף ל׳ מ | 20 שוה . . המחצית ל׳ מ | 21 תמחצית והעודף מ*פ | 25 וישאר מ | 27 וזו היא הצורה אשר דברנו עליה פ | 29 הוא ל׳ מ

---

§ 52 התרת השאלה הזאת נוסדה על § 28 (השוה לזה צורה 17) ותמונתה האלגיברית היא שיטה של שתי משויות עם שני נעלמים ממדרגה השניה $קר = א$; $ק + ר = ב$ והתרה היא $ק = \frac{ב}{2} \pm \sqrt{\frac{ב^2}{4} - א}$. בסוף השאלה הזאת מעיר ראב״ח, שאין לשאלה הזאת התרה בכל אופן, כי בגיאומיטריה הישנה לא היו עוד ידועים המספרים האימגריים. ולכן אם תשבורת צלעי המרובע עודף על רבוע חצי סכום הצלעות, הרי השאלה

ולתשובת השאלה הזאת תקח מחצית י״ד והוא ז׳ ותרבע אותו ותמצא רבוע מ״ט, הוצא מהם מ״ח אשר הוא התשבורת וישאר בידך אחד וגדרו אחד; ואם תוסיף אותו על ז׳ יהיה ח׳ והוא אורך המרובע, ואם תפחות האחד מן ז׳ ישאר ו׳ והוא רוחב המרובע.

והאות על התשובה יוצאה מן הצורה אשר הקדמתי, אם נחלק י״ד לשני חלקים שוים ולשני חלקים שאינם שוים כקו **אב** אשר בצורה הנקדמה יהיה רבוע החלקים שאינם שוים האחד בשני ורבוע מותר החלק הגדול על המחצית שוה לרבוע מחצית הקו בעצמו. ועל זה החשבון הנה ידענו רבוע מחצית שהוא מ״ט ורבוע החלקים האחד בשני השואל מסרם לך שאמר כי תשבורת המרובע מ״ח נמצא כי עם שרש מרבע א׳ והוא כמו כן א׳ יהיו שוים.

והוי יודע כי אם ישאל השואל בענין הזה שאלה אשר יהיה בה התשבורת עודף על רבוע מחצית הצלעות כי שאלה זו שקר וכזב. כגון האומר מרובע אשר תשברתו מ״ח וקו ארכו עם קו רחבו י״ג דע כי שאלתו כזב היא, טעות הוא בידו או מנסה הוא לך, ואינך צריך להזקק למען שמחצית הצלעות הוא ו׳ וחצי ורבועם אשר הוא מ״ב ורביע הוא פחות מהתשבורת אשר הוא מ״ח.

§ 53. **ד. שאלה שלישית.** מרובע ארוך אשר באלכסונו עם צלעו האחת י״ח וצלעו השנית ו׳, כמה רבועו ואלכסונו וכמה צלעו המניה עם האלכסון?

5 קדמתי ופ, הזו מ* | 6 הנקדמה ל׳ פ, הזו מ* | יהיה . . עד סוף המופת רק בנ | 11 אם ישאל ל׳ ופ | השואל לך ומפ | שאלה ל׳ מ | 13 דע . . עד סוף הענין ל׳ פ | דע . . היא ל׳ מ | טעות . . להזקק ל׳ מ* | 14 למען . . מ״ח ל׳ מ | 15 כ״י ן מוסיף: אפי׳ היה התשבורת שוה לרבוע מחצית הצלעות בשאלת מרובע ארוך, תהיה גם כן שקר, מפני שהתשבורת היא רבוע שני חלקי הקו שאינם שוים זה בזה והוא פחות לעולם לפי דעת חכמי השיעור מרבוע מחצית הקו אשר הוא מחצית הצלעות כערך רבוע מותר החלק הגדול על המחצית, אלא שהנשיא ז״ל תפס דרך כלל, ובשאלת מרובע שוה לא היה השואל משקר במה שאמרנו | 17 ואלכסונו ל׳ מ*, וכמה אלכסונו ן, וכמה הוא אלכסונו פ

היא לפי דעתו שקר וכזב. אמנם אופן אחד לא הזכיר כאן ראב״ח. והוא אם התשבורת שוה לרבוע חצי סכום הצלעות. האופן הזה לא יתכן במרובע ארוך, אבל יש לו מציאות במרובע שוה הצלעות. ומעתיק מהנדס אחד הוסיף גם את האופן הזה ומזכיר בו „הנשיא ז״ל״ שתשמיטו לפי „שתפס דרך כלל״, כלומר דבר שאין לו מציאות כלל, אבל האופן הזה יש לו לכה״פ מציאות אצל מרובע שוה הצלעות ולכן לא הזכירו הנשיא. מן המקום הזה יש ראיה ברורה שבכ״י ן יש הוספות מאוחרות, ואם נמצא בו דבר שחסר בשאר כ״י, הרי חזקה שהמהנדס המאוחר הוסיפו מדעתו. עי׳ לשון ההוספה צד 32 שורה 15. | § 53 התרת השאלה הזאת נוסדת על § 33 ותמונת האלגיברית היא שיטה של שתי משויות עם שני נעלמים: ק + ר = א; ק^2 — ר^2 = ב^2. המשויה השניה תוכל להכתב בתמונת זו (ק + ר) (ק — ר) = ב^2. אם נשים א תחת ק + ר כפי המשויה הראשונה, הרי תהיה המשויה השניה א (ק — ר) = ב^2. ותהיינה אם כן שתי המשויות ממדרגת הראשונה, ולפ״ז תהיה ממשויה ראשונה ר = א — ק. ונשים זאת תמורת ר במשויה שניה, תהיה א [ק — (א — ק)] = ב^2, או 2 אק — א^2 = ב^2, ק = (א^2 + ב^2) / 2א.

והמשיב על השאלה הזאת ירבע את הצלע הידועה והיא ו׳ ויהיה רבועה ל״ו ויחלק אותם על מנין האלכסון והצלע אשר הם י״ח ותהיה החלוקה שנים ויוסיף ב׳ על י״ח ויהיה כ׳ וידוע כי מחצית כ׳ הוא האלכסון והוא י׳ והנשאר מן י״ח הוא הצלע המנוי עם האלכסון והוא ח׳, ורבוע ח׳ בו׳ הוא התשבורת והוא מ״ח.

והאות על התשובה הזאת כך הוא. שים המרובע הזה מרובע **אבגד** ושים אלכסונו **אג** והצלע הסתור **אד** והידוע **דג** ושים נקודת **א** ציר וחוג במחוגה עגול במרחק **אג** והוא עגול אשר עליו **הגז** והוצא קו **אד** אל הקפת העגול לשני צדיו אל נקודת **ה** ואל נקודת **ז** ויהיה לך קו **אה** שוה עם קו **אג** אשר הוא האלכסון מפני ששניהם יוצאים מציר העגול הנקרא מרכז אל הקו המקיף אותו, והשואל שם קו **אג** עם קו **אד** בשאלתו י״ח ומפני זה יהיה כל קו **הד** כמו כן י״ח וכל קו **הז** הוא קוטר העגול. וידוע הוא כאשר נתתי לך בטעמים המקובלים כי רבוע קו **הד** בקו **דז** אשר הוא סוף הקוטר המשלים לו כרבוע קו **דג** בעצמו מפני שהם שני קוים בעגול אחד חולקים זה לזה ואחד מהם עובר על ציר העגול. ומפני זה אם אתה מרבע קו **דג** אשר הוא ששה בעצמו ונחלק אותו בקו **הד** יהיה היוצא מן החלוקה הזאת קו **דז** ויהיה הקו הזה ב׳ וכל קו **הז** יהיה כ׳ ומחצית קו **הז** הוא קו **אה** השוה לקו האלכסון וכידוע מזה שהוא עשרה וישאר קו **אד** אשר הוא סתור ח׳ כאשר השיבונו לך וכאשר נראה בצורה הזאת [צורה 51].

§ 54. **ה**. ואם יאמר מרובע שאלכסונו י״ג ורבוע ס׳ כמה אורך כל צלע וצלע מצלעותיו?

3 ויוסיף ב׳ על י״ח ל׳ **מ*** | 4 המנויה **ן** | עם השני **מ*****פ**, האלכסון ל׳ **פ** | והוא מ״ח ל׳ **מ** | 5 כך ל׳ **מ** | שים ל׳ **מ** | 10 והשואל שם קו יוצא מציר העגול הנקרא **ן** | 15 נקודת הז **מ** | 19 מכל צלעותיו **מ***

---

§ 53. 10 כאן נמצא בכ״י **ן** דברים נכפלים שכבר נאמרו בשורה הקודמת והמעתיק לא רצה להעביר עליהם הקולמוס לכן נתן עליהם נקודות לאות המחיקה. עי׳ בלוי מאסארעטישע אונטערזוכונגען 8 וכו׳ ושם בהערה | § 54 התרת השאלה הזאת בהשתמשות למוד § 29 נעשית בדרך חשבון ע״פ המשויות האלו $\text{קר} = \text{א}$; $\text{ש} = \text{ב}$. ק, ר הם שני צלעי המרובע, ש הוא האלכסון. כפי הידוע יהיה $\text{ק}^2 + \text{ר}^2 = \text{ש}^2 = \text{ב}^2$. אם נפחות משני צדי המשויה האחרונה $2\text{קר} = 2\text{א}$, יהיה $\text{ק}^2 - 2\text{קר} + \text{ר}^2 = \text{ב}^2 - 2\text{א}$; $(\text{ק} - \text{ר})^2 = \text{ב}^2 - 2\text{א}$; ומזה $\text{ק} - \text{ר} = \sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}$. התמונה הזאת מכוונת לדברי המחבר „כפול התשבורת (2קר או 2א) .. תוצא אותה ממרובע האלכסון (שהוא ב^2). קח גדר המנין ($\sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}$ .. והוא העודף בין צלעי המרובע ($\text{ק} - \text{ר}$)" ועתה צריך לשיטת המחבר לפתור המשויה באופן זה: לפי המשויה האחרונה יהיה $\text{ר} = \text{ק} - \sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}$. אם נציג את הכתף השמאלית של המשויה תחת ר שבמשויה הראשונה ($\text{קר} = \text{א}$), יהיה $\text{ק}(\text{ק} - \sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}) = \text{א}$ או $\text{ק}^2 - \text{ק}\sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}} = \text{א}$ ומזה יצא $\text{ק} = \frac{\sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}}{2}\right)^2 + \text{א}} = \frac{\sqrt{\text{ב}^2 - 2\text{א}}}{2} + \frac{\sqrt{\text{ב}^2 + 2\text{א}}}{2}$. ואפשר היה להתיר את המשויה גם באופן זה. כדרך שבאנו אל המשויה

ובתשובת השאלה הזאת כפול התשבורת והוא ק״כ, הוצא אותה ממרובע האלכסון והוא קס״ט וישאר בידך מ״ט, קח גדר המנין הזה והוא ז׳ והוא העודף בין צלעי המרובע כי ידענו כי כפל תשברתו ורבוע העודף הוא מרובע האלכסון, בא וחלק הגדר שבידך לשנים ורבע את חציו ויהיה רבועו י״ב ורביע, הוסף אותו על תשבורת המרובע ויהיה הכל ע״ב ורביע, וקח גדר המנין הזה והוא ח׳ וחצי, ואם אתה מוסיף עליו חצי העודף אשר הוא ג׳ וחצי יהיה י״ב והוא אורך המרובע, ואם תפחות ממנו חצי העודף ישאר ה׳ והוא רוחב המרובע.

גם זה יוצא מהכלל אשר אמרנו: כל קו נחלק לשני חלקים שוים והוא ז׳ במספר הזה ותוסיף עליו קו אחר וכו׳ כבר פרשנוהו בשאלה ראשונה ממרובע הארוך.

ואלו שאלות במעויין אשר רבועו הוא רבוע מחצית א׳ מאלכסונותיו בכל אלכסון השני כאשר הראיתיך למעלה.

§ 55. **א.** מעויין אשר אחד מאלכסונותיו י״ו והשני י״ב כמה הוא צלעו?

ולתשובת השאלה הזאת קח מחצית כל אחד מאלכסונותיו ורבע אותו וקבץ שני המרובעים וקח גדרם ותמצא הצלע. ובשאלה הזאת קח מחצית י״ו והוא ח׳ ורבועו ס״ד וקח מחצית י״ב והוא ו׳ ורבועו ל״ו ושני המרבעים האלה הם ק׳ וגדר ק׳ הוא י׳ והוא צלע המרובע.

כי ידענו מצורת מרובע המעויין אשר עשינו למעלה [צורה 41] כי כאשר תשוב צורת המעויין בצורה רבועה נצבת זוית כמרובע **בגטז** בצורה ההיא הצלעות יחזרו אלכסונין והאלכסונין צלעות כמו צלע **בד** שהוא אלכסון למרובע **בזדו** בצורה ההיא ודינו כדין אלכסון.

§ 56. **ב.** ואם יאמר מעויין אשר תשברתו צ״ו והאלכסון האחד י״ו כמה הוא האלכסון השני?

2 ויהיה ן, יהית מפ | 3 כי ידענו . . בא ל׳ ומ*פ | וחלקהו ופ | 4 הגדר שבידך ל׳ ומ*פ | 5 הכל ל׳ מ | 8, 9 ל׳ ומ*פ | 13 ולתשובת המעויין ן | 17 כי ידענו . . עד סוף הענין רק מ | 21—§ 57 ל׳ פ | 21 שתשברתו ן

$ק - ר = \sqrt{ב^2 - א^2}$, נבוא גם אל משויה זו $ק + ר = \sqrt{ב^2 + א^2}$. כי $ק^2 + 2קר + ר^2 = ב^2 + א^2$, ומזה $(ק + ר)^2 = ב^2 + א^2$ או $ק + ר = \sqrt{ב^2 + א^2}$, ואם נקבץ את שתי המשויות

$$ק + ר = \sqrt{ב^2 + א^2}$$
$$ק - ר = \sqrt{ב^2 - א^2}$$

$$2ק = \sqrt{ב^2 + א^2} + \sqrt{ב^2 - א^2}$$

או $ק = \frac{\sqrt{ב^2 + א^2}}{2} + \frac{\sqrt{ב^2 - א^2}}{2}$

§ 55 כאן משתמש המחבר בלמוד § 50 (למוד פיתגורס). | § 56 האלכסון הידוע יהיה **א** והאלכסון שאינו ידוע ק ותשבורת המעויין (מרובע נפתל) **ב**, מזה תצא המשויה $\frac{אק}{2} = ב$;

חלק צ"ו אשר הוא התשבורת על האלכסון אשר ידעת והוא י"ו ותמצא חצי האלכסון השני והוא ו' וכפלו י"ב והוא האלכסון השני.

גם זה ידענו כי תשבורת מעויין **אבגד** שעשינו למעלה [צורה 41] הוא תשבורת מרובע **בגטז**, ותשבורת מרבע **בגטז** הוא קו **בז** בקו **זט** ואם נחלק התשבורת על **זט** יצא לנו קו **בז** והוא שוה לקו **וד** שהוא מחצית אלכסון המעויין.

§ 57. **ג.** ואם יאמר מעויין צלעו י' ותשברתו צ"ו כמה הם אלכסונותיו?

קח מרובע הצלע והוא מאה והוסף עליו התשבורת ויהיה קצ"ו וגדר המספר הזה הוא י"ד והם שני חצאי האלכסונות, קח מחצית המספר והוא ז' ומרבעו מ"ט הוצא ממנו מחצית התשבורת אשר הוא מ"ח וישאר א' וגדרו הוא אחד; אם אתה מוסיף אותו על ז' יהיה ח' והוא מחצית האלכסון האחד, ואם אתה פוחת אותו מן ז' ישארו ו' והוא מחצית האלכסון השני.

ולתשובה הזו לקחנו מרובע צלע **בד** שהוא אלכסון **בזדו** [צורה 41] ועלה ק', הוספנו עליו כל התשבורת שהוא כפל תשבורת **בזדו** בצורת המעויין והוא תשבורת **בגסן** וגדר המספר הזה היה י"ד והם שני חצאי האלכסונות קו **זד** וקו **דו** מפני שתדע כי כל מרובע נכוחי אם תחבר שתי צלעותיו הארוכה והקצרה ביחד ותרבע הכל בעצמו יהיה שוה לכפל תשבורת הארוכה עם הקצרה ולמרובע הקצרה בעצמה והארוכה בעצמה; ומרבע הארוכה והקצרה אחת אחת בעצמה ידענו כי זה מרובע האלכסון. והאות הזה יוצא מכלל הראשון אשר מסרנו: כל קו נחלק לשני

6 אלכסוניו **וּפ** | 7 והוסף אותו **מ** | המספר . . מחצית ל' מ"**פ** | 12 ולתשובת . . עד סוף הענין רק **מ**

ויהיה $\text{ק} = \frac{\text{ב}^2}{\text{א}}$, כדרך שאמר המחבר. | § 57 בהתרת השאלה הזאת משתמש המחבר בלמוד § 27 ומעיר על § 52. אם נשים צלע המעוין **א** ושני אלכסוניו שאינם ידועים ק', ר', אז שתי משוות לפנינו עם שני נעלמים: $\left(\frac{\text{ק}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\text{ר}}{2}\right)^2 = \text{א}^2$; $2\left(\frac{\text{ק}}{2}\right)\left(\frac{\text{ר}}{2}\right) = \text{ב}$. מקבוץ שתיהן תצא המשוה $\left(\frac{\text{ק}}{2} + \frac{\text{ר}}{2}\right)^2 = \text{א}^2 + \text{ב}$; או $\frac{\text{ק}}{2} + \frac{\text{ר}}{2} = \sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}}$; ומזה $\text{ק} + \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}}$. ואם נפחות שתי המשוות הראשונות זו מזו, יצא לנו על הדרך הזה: $\text{ק} - \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}$

וסכום שתיהן

$$\text{ק} + \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}}$$
$$\text{ק} - \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}$$
$$2\text{ק} = 2\left(\sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}} + \sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}\right)$$

וכן החיסור

$$\text{ק} + \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}}$$
$$\text{ק} - \text{ר} = 2\sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}$$
$$- \quad + \quad -$$
$$2\text{ר} = 2\left(\sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}} - \sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}\right)$$

ולפ"ז $\text{ק} = \sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}} + \sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}$; $\text{ר} = \sqrt{\text{א}^2 + \text{ב}} - \sqrt{\text{א}^2 - \text{ב}}$.

חלקים, והוא בכאן קו המחובר מארוכה וקצרה, תמצא רבוע הקו בעצמו שוה לרבוע כל אחד מחלקיו בעצמו והוא בכאן רבוע הארוכה בעצמה והקצרה בעצמה והוא כמו כן רבוע האלכסון כי הדבר שוה, ולכפל רבוע החלק האחד בשני. וכאשר חבר בתשובה הזו מרבע צלע **בד** שהוא אלכסון מרובע **דזבו** עם תשבורת כל המעויין והוא כפל תשבורת **דזבו** נמצא שיצא לו מרובע שתי צלעי **דזבו** מחברות צלע **בו** וצלע **וד** שהם שני חצאי אלכסונותיו; ואחר שמצא זה היה כאלו שאל השואל מרבע בתשברתו מ״ח וקו ארכו עם קו רחבו י״ד כמה ארכו וכמה רחבו, וזה כבר שאל במרבע ארוך. והתשובה שעשה הנה היא שוה לתשובה שעשה שמה.

ונוכל להגיע לשאלה הראשונה מזה המעויין מדרך אחרת. הוא שואל מעויין צלעו י׳ ותשברתו צ״ו כמה אלכסונו. וזו השאלה שוה לשאלה שעשינו במרובע ארוך כגון מרובע שאלכסונו י״ג ורבועו ס׳ כמה אורך כל הצלעות. ובתשובה ההיא כפלנו התשבורת וכאן אינו צריך לכפול כי השואל כפלהו כאשר שאל ואמר מעויין צלעו י׳ והוא קו **בד** שהוא אלכסון **בזדו** ותשברתו צ״ו שהוא תשבורת כל המעויין והוא כפל התשבורת **בזדו**. נמצא כי זאת השאלה שוה לשאלת מרובע ארוך אלא שבכאן כפל התשבורת בשאלתו ושמה לא כפל. על כן נוכל להגיע לתשובה אם נחסר השברים שאמר ממרבע האלכסון והכל כאשר פרשנו במרובע הארוך.

וכל השאלות האלה באות על דרך השאלות הבאות במרובע הארוך והאותות עליהם יוצאות מהאותות אשר פרשנו בשאלות ההם, ובהשלמת הענין הזה היינו ראויים לפרש דרך מדידת המרובע הדומה למעויין ואלכסון המרובע הזה חולק אותו לשנים משלשים שוים, ורבוע ימצא מרבוע שני המשלשים אשר הוא נחלק עליהם, ולא יתכן פירושו אם לא יתפרש דרך רבוע המשלשות [* ומפני זה באתי לפרש דרך רבוע המשלשות] תחלה וכשאשלים פירושם אחזור ואפרש דרך מדידת המרובעות הדומות למעויין והמרבעות הנפתלות בעזרת המקום.

החלק השני

במדידת המשלשות.

והמשלשות כאשר סדרתי בראש הספר נחלקות לשלשה חלקים: לשוה הצלעות ולשוה השוקים ולמתחלף הצלעות.

א.

§ 58. ואני מתחיל לפרש מדידת המשלש השוה בצלעותיו. והמשלש הזה זויותיו לעולם הם חדות כלם והם שוים בשיעורים.

17 כי שאלות המעויין מ* | וכל השאלות האלה הם מענין ופ׳, הם מענין מ | 18 וכדי להודיעך הענין הזה מ* | ראויים לומר מ* | 21 ומפני . . המשלשות ל׳ מ* | 25 המשלש מ* | 26—27 ל׳ מ | כאשר סברתי מ* | 29 הם ל׳ ומפ

---

§ 58. חשבון השטח של משלש שוה הצלעות. בנוגע לאופן הוצאת העמוד ע׳

ותשבורת כל משלש הוא רבוע העמוד היוצא בו במחצית התושבת או רבוע התושבת במחצית העמוד, ומפני זה אתה צריך לדעת שיעור העמוד, ושיעורו יודע מנקודת ה מעמדו על תושבתו. ובמשלש הזה מפני שכל צלעותיו שוות יהיה העמוד בו לעולם נופל על מחצית התושבת. ומפני זה אתה מרבע את הצלע ותוציא ממרובע הצלע מרבע מחציתו והנשאר ממרובע הצלע תקח גדרו והוא אורך העמוד.

כגון משלש אבג [צורה 52] אשר כל צלע מצלעיו י׳ אמות, והרוצה לרבע המשלש הזה יהיה מרבע בראשונה צלעו אשר היא י׳ ורבועה מאה וידענו כי הוא אלכסון העמוד וחצי התושבת כאשר אתה רואה בצורה הזו, ורבועו כרבוע שתי הצלעות, ועל כן אם תוציא ממנו מרובע חצי התושבת ישאר לך מרובע העמוד ומפני זה הוצא מהם מרובע ה׳ אשר הוא חצי הצלע ומרובעה כ״ה ישאר בידך ע״ה, וגדר ע״ה הוא העמוד ורבוע גדר ע״ה בחמשה הוא תשבורת המשלש. וגדר ע״ה הוא שמנה ושני שלישים פחות משהו ורבועם הוא מ״ג ושליש פחות משהו והוא [תשבורת] המשלש. וזהו צורתו ועל הדרך הזה הוא רבוע המשלש.

§ 58a. והזריזים במדידה רצו להקל על המודדים ואמרו הוי פוחת לעולם מצלע המשלש השוה שני חלקים מט״ו והנשאר מן הצלע יהיה העמוד. כגון משלש אשר כל אחת מצלעותיו היא ט״ו הוי יודע כי עמודו הוא י״ג ותשברתו הוא מנין י״ג בחצי התושבת אשר היא ט״ו והיא ז׳ וחצי, או מנין ט״ו אשר הוא הצלע בחצי י״ג אשר הוא העמוד והוא ו׳ וחצי, ותשבורת המשלש הזה הוא צ״ז וחצי.

ואם תרצה להקל עוד על עצמך הוי יודע כי תשבורת המשלש השוה הוא שלישית מרבע צלעו ועשירית מרובע הצלע כאילו היית מרבע במשלש אשר צלעו ט״ו הצלע הזאת ותמצא מרובעו רכ״ה וקח שלישית המספר הזה והוא ע״ה והוסף עליו עשיריתו והוא כ״ב וחצי ויהיה הכל צ״ז וחצי כאשר מרובע העמוד בחצי התושבת.

והכללות האלה אשר מסרתי לך בהוצאת העמוד והתשבורת הן נכונות במשלש, אשר הוא שוה בצלעותיו ובמשלש הזה הוי סומך עליהם אבל במשלשות האחרות אינן מועילות לך. והכלל הגדול בכל משלשות הוא רבוע העמוד במחצית התושבת או מחצית העמוד בתושבת היא תשבורת המשלש כאשר זכרנו למעלה.

1 או . . במחצית ל׳ ומ*פ | 2 שיעורו ומ* | העמוד ל׳ ומ*, תושבת העמוד פ | 3 ה ל׳ ומפ | 4 ממרובעו מ | 6 אבג ל׳ פ | 7 היא ל׳ מ*פ | עשר אמות ורבוע מאה אמה פ | 8—9 וידענו . . ומפני זה ל׳ ומ*פ | 13 תשבורת ל׳ מ | 16—18 הוא מנין . . ותשבורת ל׳ מ | 24 האלה ו, הזה פ | הוא ופ | 25 שוה ל׳ מ* | הוי סומך ופ, הוה מ, אני מ*

אוקלי׳ VI. גדר ד. סדר חשבון השטח חסר אצל אוקלי׳. | § 58a הלמוד הזה הוא למוד שמושי לקצר מלאכת החשבון, אף שהחשבון אינו מדויק, בכל זאת מספיק הוא לצרכנו. כי אין החסרון מורגש במדידה השמושית. אם נכנה את העמוד באות ע הרי ע $= \sqrt{15^2 - 7{\cdot}5^2} = \sqrt{168{\cdot}75}$. וראב״ח לוקח בקרוב תחת זאת ע $= \sqrt{169} = 13$. החילוק שבין שני המספרים קטן ואינו מורגש בפועל. הדרך השני שמביא ראב״ח להקל עוד על החושב, נוסד על a. כי בהיות העמוד ע $= 13$, הרי התשבורת $6{\cdot}5 \times 15$. ואם נקח שלישית מרובע 15

§ 59. והאות המעידה על התשבורת שהיא יוצאה מרבוע העמוד בחצי התושבת הוא על הדרך הזה. במשלש השוה כגון המשלש הזה [צורה 53] אשר עליו **אבג** ועמודו **אד**. ובא והוצא עמוד אחר על נקדת **ג** לנוכח העמוד **אד** והוא עמוד **גה** ושים אותו שוה לעמוד **אד** והוצא קו מן **א** אל **ה** ויהיה מרובע **אדגה** מרובע ארוך שתי צלעו ארכו עמוד **אד** ו**גה** וצלעי רחבו חצי התושבת אשר הוא קו **גד** עם קו **אה** השוה לו, ואתה רואה כי המרובע הזה הוא רבוע העמוד בחצי התושבת והוא שוה למשלש **אבג** הגדול מפני שמשלש **אדג** הקטן הוא מחצית המרובע וגם המשלש הזה הוא מחצית משלש **אבג** ויהיה מפני זה משלש **אבג** שוה למרובע **אדגה** אשר נבנה מן רבוע העמוד בחצי התושבת כאשר בצורה הזאת. ואם תאמר איך נדע כי רבוע כל התושבת בחצי העמוד הוא כמו תשבורת המשלש, אם תרצה אמור מפני שרבוע קו [אחד] במחצית קו שני שוה הוא לרבוע כל הקו השני במחצית הקו האחד, וזה כלל גדול ברור וידוע לכל אדם.

§ 59a. ואם תרצה להביא אות מדרך השיעור והחשבון נחזיר צורת המשלש כאשר בצורה הראשונה ונחלק עמוד **אד** לשני חלקים שוים על נקודת **ה** ונוציא על הנקודה הזאת משני צדיה קו שיהיה נכוחי לתושבת **גב** ושוה לה והוא קו **חלהטז** ונוציא קו מן **ח** עד **ג** ומן **ז** עד **ב** ויהיה מרובע **בגחז** רבוע התושבת בחצי העמוד מפני שקוי **בז גח** אשר הם רחבו שוים לקו **הד** אשר הוא מחצית העמוד וארכו הוא התושבת. ואנו אומרים כי המרובע הזה שוה למשלש **אבג** מפני שמשלש אשר הוא חוצה למשלש הגדול שוה למשלש **אטה** הנדבק בו אשר הוא בתוך המשלש מפני שזויותיהן וצלעיהן שוות זו לזו וכן משלש **גחל** החצוני מן הצד האחר שוה למשלש **אהל** התיכוני הנדבק בו. ובהיות שני המשלשים החצונים שוים עם שני המשלשים התכונים [צורה 54] כאשר אתה מבין יהיה כל משלש **אבג** שוה עם מרובע **זחגב** כאשר בצורה הזאת.

והרי נמסר לך אות על רבוע המשלש השוה והוא הענין לרבוע שאר המשלשות.

§ 60. ואם תהיה יודע את העמוד במשלש השוה בצלעותיו ואין אתה יודע את הצלע רבע את העמוד והוסף על המרובע שלישית וקח גדר הכל ותמצא הצלע.

1 בחצי התושבת, או מחצית התושבת בעמוד . . . התושבת מ׳ מ* | 2 במשלש שציירתי לך עתה מ* | 6 כי במרובע מ | הוא מרובע ארוך מ | 7 חצי המרובע מ* | 8 מחצית מרובע מ | 9 כאשר בצורה הזאת ל׳ ומ*, כצורת הזאת פ | 11 קו קו ו, אחד ל׳ מ, מחצית קו פ | בכל קו שני מ*פ | 12 האחד במחצית מ*, האחד כלו פ | במחצית הקו השני מ*פ | 18 אות מחכמת השיעור ודרך המנין ומ, מדרך החשבון והשיעור פ | צורת ל׳ מ | 17 אשר הוא מ* | חצי העמוד מ* | 19 בתוך הצלע מ* | 21 החיצונים ל׳ מ*

הרי היא $15 \times 5 = \frac{15^2}{3}$, ואנחנו צריכים למנין $15 \times 6{\cdot}5$ עוד $15 \times 1{\cdot}5$, כי $15 \times 6{\cdot}5 = 15\,(1{\cdot}5 + 5) = 15 \times 1{\cdot}5 + 15 \times 5$, והיא שלישית המרובע בצרוף עשירית המרובע | § 59 דרך החשבון הזה יוצא מן § 36 | § 60 אופן חשבון צלע המשלש שוה הצלעות אם נדע גובהו | § 59a החשבון הזה ג״כ אינו מדויק עד תכליתו, אמנם הכלל אשר עליו נוסד החשבון, מדויק הוא. לפי כללו של ראב״ח יהיה הצלע גדר של שני מספרים. המספר האחד הוא מרבע העמוד והמספר השני שלישיתו של המרובע הזה. כי העמוד

והאות על הענין הזה ידוע מפני שהעמוד במשלש השוה הוא גדר שלש רבעיות מרובע הצלע, וכשאתה מוסיף לעולם השלישית על ג׳ רבעיות ימלא המספר הראשון והוא מרובע הצלע.

§ 60a. ואם תרצה לדעת תשבורת המשלש מן העמוד לבדו, הוי מרבע את העמוד וקח חמש תשעיות מן מרובע העמוד וחומש התשיעית ותמצא תשבורת המשלש. כגון משלש שוה הצלעות אשר עמודו גדר ע״ה וכשאתה מרבע אותו יהיה ע״ה וה׳ תשעיות ע״ה אשר הוא המרובע וחומש התשיעית היא מ״ג ושליש והוא תשבורת המשלש. ואתה מבין את הענין הזה מן הטעם אשר אמרתי לך על מרובע העמוד שהוא שלש רבעיות מרובע הצלע, וכבר ידעת כי תשבורת המשלש הוא שלישית מרובע הצלע ועשיריתו ואם אתה מוסיף על השלישית ועל העשירית שלישיתם כדי להקיש אותם אל מרובע העמוד יהיה הכל חמש תשעיות וחומש התשיעית, וזו היא הקשת התשבורת אל מרובע העמוד.

ואנו חותמין בכאן הדבור על משלש השוה בצלעותיו ומתחילין לדבר מן המשלש שוה השוקים.

ב.

משלש שוה השוקים.

והמשלש הזה יש בו צלע אחת מתחלפת משאר הצלעות ועל הצלע הזה נוציא את העמוד. ואף על פי שאנו יכולין להוציא את העמוד על שאר הצלעות אנו מבארים במקום הזה דרך הוצאת העמוד על הצלע הזאת אשר היא מתחלפת מהשוקיים וכשאבא לדבר על המשלש המתחלף אפרש דרך הוצאת העמוד על כל צלע וצלע.

§ 61. ומנהג הוצאת העמוד על הצלע המתחלפת בשוה השוקיים הוא שתהיה מרבע אחת מן השוקים ותוציא מן מרובעו מרובע חצי התושבת והנשאר בידך תדע את גדרו והוא אורך העמוד ורבוע העמוד בחצי התושבת הוא תשבורת המשלש. כגון משלש **אבג** אשר שוקיו שוים והם **אב אג** וכל אחת מהם ארכה ט״ו והצלע השלישית **בג** וארכה י״ח ומרובע ט״ו אשר הוא אורך אחד מן השוקיים רכ״ה ומרובע ט׳ אשר הוא חצי התושבת פ״א הוצא אותו ממרובע השוה וישאר קמ״ד וגדרו י״ב

1 שלש רק ן | 2 על ג׳ רביעיות השליש ומפ | 7 אשר הוא המרובע ל׳ מפ | וזהו התשבורת פ | 10 ועשירית מ | על השליש מפ | 14 השוה מ | 17 בו ל׳ מ | 15 לחוציא ל׳ ן, להוציאו פ

הוא שרש שלש רביעיות מרובע הצלע כלו במשלש שוה הצלעות. התמונה האלגיברית היא: אם נשים הצלע **א** והעמוד **ע**, יהיה $\text{ע}^2 = \text{א}^2 - \left(\frac{\text{א}}{2}\right)^2$ וא״כ יהיה $\text{ע}^2 = \frac{3\text{א}^2}{4}$, או $\text{ע} = \sqrt{\frac{3}{4}\text{א}^2}$ | § 61 סדר חשבון העמוד והשטח במשלש שוה השוקיים אם הצלעות ידועות. אם נסמן את העמוד באות **ע**, השוק **א** והתושבת **ב**, אז יהיה

$$\text{ע}^2 = \text{א}^2 - \frac{\text{ב}^2}{4}, \text{ או } \text{ע} = \sqrt{\text{א}^2 - \frac{\text{ב}^2}{4}}$$

והוא אורך קו **אד** אשר הוא העמוד ורבוע י״ב בט׳ אשר הוא חצי התושבת הוא ק״ח והוא תשבורת המשלש הזה.

§ 62. ואם תהיה יודע את העמוד ואת התושבת ותרצה לדעת את השוקיים, כגון האומר משלש שוה השוקיים עמודו י״ב ותושבתו י״ח כמה אורך כל אחת משוקיו? ואתה בא ורבע את העמוד ויהיה קמ״ד והוסף עליו מרובע חצי התושבת והוא פ״א ויהיה הכל רכ״ה וגדר המספר הזה ט״ו והוא אורך כל אחת מן השוקיים.

§ 63. ואם יאמר לך אדם משלש אורך כל אחת משוקיו ט״ו ותשברתו ק״ח כמה יהיה התושבת והעמוד כמה יהיה ארכו?

ולתשובת השאלה הזאת כפול התשבורת ויהיה רי״ו הוצא אותה מרבוע השוק האחד והוא רכ״ה ויהיה ט׳ קח את גדרו והוא ג׳ והוא העודף בין העמוד ובין חצי התושבת, קח את מחצית העודף הזה והוא אחד וחצי ורבע אותו ויהיה שנים ורביע, הוסף אותם על התשבורת ותהיה ק״י ורביע וגדר המספר הזה הוא עשרה וחצי, אם אתה מוסיף עליו את חצי העודף יהיה י״ב והוא העמוד ואם תפחות ממנו חצי העודף ישאר ט׳ והוא חצי התושבת.

והאות על הענינים האלה אתה יכול להוציא מן האותות אשר נתתי לך במרובע הארוך כי הדרך אחת היא במשלש השוה בשוקיים ובמרובע הארוך. ואנו באים לפרש דרך רבוע המשלש אשר כל צלעותיו מתחלפות [זו מזו].

1 ק״ה מ* | 4 ותשברתו י״ח מ | 16 הדרך האחת ומ | שוה השוקים פ | 17 זו מזו ל׳ מ, ואינן שוות מ׳ מ*פ

---

§ 62 שאלה בענין זה אם ידוע העמוד והתושבת. מן המשויה שבסי׳ הקודם יהיה $\text{א}^2 = \frac{\text{ב}^2}{4} + \text{ע}^2$, או $\text{א} = \sqrt{\frac{\text{ב}^2}{4} + \text{ע}^2}$ | § 63 שאלה באותו ענין אם ידוע השוק ושטח המשלש. נניח השוק $= \text{א}$, התושבת $= \text{ב}$ והשטח $= \text{ש}$. שתי משויות יש לנו בזה: 1) $\text{א}^2 = \text{ע}^2 + \frac{\text{ב}^2}{4}$; 2) $\text{ש} = \frac{\text{בע}}{2}$. אם נכפיל המשוית השניה ונגרענה מן הראשונה, יהיה $\text{א}^2 - 2\text{ש} = \text{ע}^2 - \text{בע} + \frac{\text{ב}^2}{4} = (\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2})^2$, או $\sqrt{\text{א}^2 - 2\text{ש}} = \text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}$. ואם נכפיל המשויה השניה ונוסיפנה על הראשונה יהיה על הדרך הזה: $\text{א}^2 + 2\text{ש} = \text{ע}^2 + \text{בע} + \frac{\text{ב}^2}{4} = (\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2})^2$. נגרע נא עתה מן הקבוץ הזה את החסור של מעלה

$$\text{א}^2 + 2\text{ש} = (\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2})^2$$

$$-[\text{א}^2 - 2\text{ש} = (\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2})^2]$$

$$4\text{ש} = (\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2})^2 - (\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2})^2$$

אם נחלק את המשויה ע״י 4 אז $\text{ש} = \left(\frac{\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2$ או

ג.

משלש מתחלף הצלעות.

§ 64. והמשלש הזה יכול יהיה נצב הזויות או מרויח הזויות או מחדד כל הזויות. ואני מבאר בראשונה דרך המחדד בכל הזויות. והדמיון למשלש הזה משלש **אבג** אשר צלע **אב** ממנו י״ג אמות וצלע **בג** יש בו י״ד אמות וצלע **אג** הוא ט״ו אמות ואנו רוצים לדעת שיעור תשבורת המשלש הזה ואין אנו יכולים לדעת תשברתו אלא מן עמודיו, אנו צריכים בהוצאת העמוד במשלש הזה לדעת גבול מעמד העמוד מן התושבת כי העמוד במשלש הזה אינו נופל על מחצית התושבת כאשר היה מנהגו במשלש השוה בצלעותיו וגם במשלש השוה בשוקיו בעת שהוצאנו את העמוד בין השוקיים אל הצלע המתחלפת, אבל במשלש הזה הוא נוטה בכל צלעיו ממחצית התושבת אל צד אחד. והצד הארוך מגבול מעמדו אנו קוראין לו מעמד הארוך. ומפני זה אנו צריכים תחלה להוציא נקודת גבול מעמד העמוד על התושבת ולדעת צד מעמד הארוך ומרחקו וצד המעמד הקצר ומרחקו ואחר כך נבא לדעת אורך העמוד. והדרך הזה הוא על הענין הזה:

§ 64a. אם נרצה במשלש **אבג** אשר מסרנו לך [צורה 56] להוציא עמוד בין צלעי **אב אג** על תושבת **בג** אשר ארכה י״ד אמה אנו צריכים תחלה להגביל את

1—2 והמשלש . . . בכל הזויות ל׳ **מפ** | 14 והדרך . . הזה ל׳ **ממ***

$$\text{ש} + \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2.$$
הכתף הימין של המשויה כבר ידוע, כי **ש** נתון היה, והתמונה $\left(\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}\right)^2$ כבר נודעת מן החסור של מעלה ואם כן נודעת גם מחציתה. אם נוסיף עתה עצם המחצית הזאת על המשויה אחרי הוצאת שרשה המרבע יהיה:

$$\sqrt{\text{ש} + \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2} + \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right) = \left(\frac{\text{ע} + \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right) + \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right) = \left(\frac{2\text{ע} + \text{ב}}{4} + \frac{2\text{ע} - \text{ב}}{4}\right) = \text{ע}$$
ואם תפחות את מחצית העורף יהיה:

$$\sqrt{\text{ש} + \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right)^2} - \left(\frac{\text{ע} - \frac{\text{ב}}{2}}{2}\right) = \left(\frac{2\text{ע} + \text{ב}}{4} - \frac{2\text{ע} - \text{ב}}{4}\right) = \frac{\text{ב}}{2}.$$
וזאת היא התרת השאלה לפי דרך המחבר | § 64 הגבלת תוכן השאלה של משלש מתחלף הצלעות | § 64a דרך חשבון המשלש מתחלף הצלעות כך הוא: צלעי המשלש **א**, **ב**, **ג**; גובה המשלש או העמוד הנמשך על צלע **ג** שהוא התושבת חולק את התושבת לשני חלקים, החלק האחד הנדבק אל צלע **א** הוא המעמד השייך לו וכן החלק השני הוא מעמד לצלע **ב**. ויש לנו בזה שתי משויות: 1) שני המעמדים ביחד שוים אל צלע **ג**, או $\text{ק} + \text{ר} = \text{ג}$ 2) מן העמוד **ע** נרע: $\text{ע}^2 = \text{א}^2 - \text{ק}^2 = \text{ב}^2 - \text{ר}^2$, ומזה תצא לנו המשויה $\text{א}^2 - \text{ק}^2 =$

מעמד העמוד, ואם נבא להוציא המעמד הארוך נקח מרובע הצלע הארוך משני הצלעות המקיפות את זוית ראש המשלש אשר נוציא ביניהם את העמוד והוא צלע **אג** אשר ארכו ט״ו אמה ונחבר אל המרובע הזה מרובע התושבת ויהיו שני המרבעים האלה תכ״א, נוציא מהם מרובע צלע **אב** הנשאר והוא הצלע הקצר ומרובעו קס״ט וישאר בידך רנ״ב; נחלק את הנותר לשנים ויהיה מחציתו קכ״ו, וחלק המחצית הזאת על התושבת אשר הוא י״ד ויהיה חלוקה ט׳ והוא מרחק גבול מעמד העמוד מן הצלע הארוך.

ואם נרצה לדעת המעמד הקצר נקח מרבע הצלע הקצר אשר בו י״ג עם מרובע התושבת אשר הוא י״ד ויהיו שני המרבעים שס״ה, נוציא מהם מרבע הצלע האחד יהיה רכ״ה וישאר ק״מ נחלק אותו לשנים ויהיה מחציתו ע׳ ויחלק המחצית הזאת על התושבת ויהיה חלוקה ה׳ והיא מרחק גבול העמוד מן הצלע הקצר.

ועל הדרך הזה היינו עושים על כל צלע וצלע אלו היינו באים להוציא עליו עמוד ואחר שנדע גבול מעמד העמוד נבא לדעת אורך העמוד, ודרך ידיעתו היא כך: נרבע הצלע ונוציא ממרובעו מרבע המעמד הנדבק בו ונקח גדר הנשאר והוא אורך העמוד. כאילו היינו מרבעים את הצלע הקצר במשלש הזה והוא צלע **אב** אשר הוא י״ג ומרובעו קס״ט ונוציא ממנו מרובע המעמד הנדבק בו והוא הקצר אשר הוא ה׳ ומרובעו כ״ה וישאר קמ״ד וגדר המספר הזה הוא אורך העמוד והוא י״ב. וכן אם היינו מרבעים את הצלע הארוך והוא ט״ו היה מרובעו רכ״ה; כיון שהיינו משליכים ממנו מרובע המעמד הארוך והוא ט׳ ומרובעו פ״א ונשאר קמ״ד כאשר נשאר מן הצלע הקצר; וגדר המספר הזה הוא י״ב והוא אורך העמוד. ורבוע העמוד הזה בחצי התושבת, אשר היא י״ד ומחציתה ז׳ הוא פ״ד והוא תשבורת המשלש הזה.

ואם תבוא לדעת האות על הוצאת העמוד הזה בא ועיין בצורת המשלש הזה אשר אצייר לך עתה [צורה 56]. ודע כי מרובע צלע **אב** אשר היא מיתר זוית חדה כאשר הוא במשלש הזה הוא פוחת ממרובע צלע **אג** וצלע **בג** אשר היא התושבת בכדי רביע **גד** אשר הוא המרחק האחד בכל **בג** אשר היא התושבת פעמַים כאשר הוא מפורש בחכמת השיעור. ואות לזה ידענו כי העמוד לעולם יפול על התושבת על זוית נצבה בכל משלש מחדד הזויות כגון עמוד **אד** בצורה אשר עשינו, וצלע **אג** הוא אלכסון וצלע **אד** הוא העמוד וצלע **גד** והוא מעמד הארוך מהתושבת. וידענו כי מרובע צלע **אג** שוה למרובע **אד** ומרובע **גד** כל אחת בפני עצמה, כענין

5 מחצית מ | 8 חקצר ל׳ פ, הקצור ו | 12 על הדרך ו | 18 נרבע . . במשלש חזה ל׳ ממ* | 14 ורבע הצלע **אב** מ, אשר הוא . . קס״ט ל׳ מ | 25 פעמים וכן מ* | 26 ואות לזה . . עד סוף המופת רק בכ״י מ

$ב^2 - ר^2$. אמנם ממשוית 1) $ר = ג - ק$. אם נשים את חשיעור הזה במשויה שלפנינו, תצא לנו: $א^2 - ק^2 = ב^2 - (ג - ק)^2 = ב^2 - ג^2 + 2גק - ק^2$. אם נסיר $ק^2$ משתי כתפות חמשויה ישאר לנו $2גק = א^2 + ג^2 - ב^2$, או $ק = \frac{א^2 + ג^2 - ב^2}{2ג}$. וכן $ר = \frac{ב^2 + ג^2 - א^2}{2ג}$. וחשבון העמוד בעצמו ככר ידוע מן 2).

כל אלכסון. והנה יש לנו לדעת כמה הוא פוחת מרובע **אד** ממרובע **אב**. הנה ידענו כי צלע **אב** כמו כן הוא אלכסון **אד** ו**דב** ומרבעו כשתיהן; נמצא שמרובע **אד** פוחת ממרובע צלע **אב** כדי מרבע **בד**, גם יש לנו לדעת הנמסר לנו: כל קו הנחלק לשני חלקים כגון קו **גב** בצורה הזו שהוא נחלק על נקודת **ד**, יהיה רבוע הקו כלו והוא קו **גב** שוה לרבוע כל אחד מהחלקים בעצמו ולכפל רבוע חלק האחד בשני, ובצורה הזו הם רבוע קו **גד** בפני עצמו וקו **דב** בפני עצמו וכפל רבוע **דב** ב**דג**. נמצא כי רבוע **דג** פוחת מרבוע קו **גב** רבוע **דב** בפני עצמו ורבוע **דב** בקו **דג** פעמַים. ורבוע עמוד **אד** היה פוחת מרבוע קו **אג** כאשר אמרנו למעלה רבוע **גד** לעצמו; הרי שרבוע **אג** שהוא ישוה לרבוע **אד** בעצמו ו**דג** בעצמו, הוא פוחת ממרובע **אב** ו**גב** כרבוע קו **דב** בעצמו שתי פעמים וכדי רבוע **דב** בקו **דג** כמו כן שתי פעמים וזהו כפל **דב** בכל תושבת **גב**. ומפני זה כאשר השלכת מן מרובע **אג** ומרובע **בג** מרובע **אב** נשאר בידך רבוע **גד** בכל **בג** פעמים; וכשחלקת המותר הזה לשנים וחלקת המחצית על **בג** מצאת **גד** אשר היא התוספת ואשר הוא מעמד העמוד. ומפני שהעמוד עומד על זוית נצבה יהיה משלש **אבד אגד** כל אחד מהם נצב הזוית, ויהיה מרובע **אב** אשר הוא מיתר הזוית הנצבה שוה למרובע **אד** ומרובע **בד** המקיפים לה כאשר פורש בחכמת השיעור; וכיון שהשלכת מן מרובע **אב** אשר הוא המיתר מרובע המרחק והוא **בד** נשאר מרובע **אד** אשר הוא העמוד וכמו כן תהיה האות במרובע צלע **אג** עם מרובע מרחק **גד** ומרובע עמוד **אד**.

ואתה יכול להוציא המעמדות על דרך אחרת והוא שתהיה מרבע את הצלעות המקיפות את ראש העמוד, ותגרע מרובע הצלע הקטן מהם מן מרובע הגדול והמותר בין שני המרבעים קח את מחציתו וחלק אותו על התושבת, ואשר יהיה בידך מן החלוקה הזאת אם אתה גורע אותו ממחצית התושבת תמצא המעמד הקצר, ואם תוסיפהו על מחצית התושבת תמצא המעמד הארוך. ובצורה הזאת מרובע **אב** אשר ארכו י״ג מהצלעות המקיפות את ראש העמוד הוא קס״ט. ומרובע צלע **אג** ארכו ט״ו והוא רכ״ה, פחת ממנו המרובע הקטן והוא מרובע צלע **אב** וישאר בידך נ״ו ומחציתה כ״ח; חלק אותם על תושבת **בג** אשר הוא י״ד תהיה החלוקה שנים. ואם אתה מוסיף אותה על ז׳ אשר היא מחצית התושבת יהיה ט׳ והוא המעמד הארוך ואם אתה גורע אותם מן ז׳ ישאר ה׳ והוא המעמד הקצר.

ואם תרצה חלק כל הנותר אשר הוא נ״ו על התושבת ותהיה החלוקה ד׳ והמספר הזה אם אתה מוסיף אותו על התושבת יהיה י״ח ומחציתה ט׳ והוא המעמד הארוך; ואם אתה גורע אותו מן התושבת יהיה י׳ ומחציתה ה׳ והוא המעמד הקצר.

§ 65. ואם יאמר לך אדם משלש שהוא מתחלף הצלעות עמודו י״ב והצלע האחד המקיף את ראשו י״ג והשני ט״ו כמה תהיה התושבת?

ובתשובת השאלה הזאת נרבע את הצלע הא׳ כגון י״ג אשר מרובעו קס״ט ותוציא ממנו מרובע העמוד והוא קמ״ד ישאר כ״ה אשר גדרו ה׳ והוא המעמד האחד

---

§ 65 דרך חשבון המשלש אם ידוע העמוד והצלעות המקיפות את ראשו. בראשונה צריך למצוא המעמדות ע״פ הלמוד הפיתגורי. ובזה יהיה הכל ידוע מה שנחוץ להתרת המשלש.

ושוב נרבע הצלע השנית ומרובעה רכ״ה ונוציא ממנו מרבע העמוד ישאר פ״א וגדרו ט׳ והוא המעמד השני. ושתי המעמדות האל הן י״ד והוא אורך התושבת.

§ 66. וגם יאמר לך: משלש מתחלף יש בתשברתו עם העמוד צ״ו ותושבת העמוד י״ד כמה הוא אורך העמוד?

ובתשובה קח מחצית התושבת והוסף עליה אחד, מפני שאמר לך התשבורת עם העמוד, והיה מונה העמוד עם התשבורת פעם אחת, ואלו היה אומר לך התשבורת עם מנין העמוד שתי פעמים, היית מוסיף על המחצה שנים, וכן תהיה מוסיף לעולם על חצי התושבת, וחלק את המספר אשר בידך ותמצא העמוד כאלו היית מחלק בשאלה הזאת התושבת לשנים ומחציתה ז׳, הוסף עליו אחד ויהיה ח׳ חלק עליהם צ״ו ויהיה י״ב והוא אורך העמוד.

ואין אתה יכול בשאלה הזאת לדעת את שאר הצלעות כי הצלעות האלה יכולין להיות על מנינים רבים כפי המנינים אשר אתה יכול לחלק עליהם את התושבת, אבל אם יוסיף על שאלתו מנין הצלע האחת, אתה יכול להוציא את הצלע השנית.

וכבר פרשנו לך דרך רבוע המשלשות בכל מיניהם וחלקיהם אשר הם מתחלקים מצד צלעותם; והם מתחלקים מצד הזויות לשלשה חלקים: למחדדי הזויות ולנצבי הזויות ולמרויחי הזויות, אלא שעניני המשלשות אשר זויותיהן חדות אין בהן תוספת על אשר פירשנו למעלה, אבל במשלשות אשר יש להן זוית נצבה או זוית גרוחת הם נפרשים בעניניהם אם אתה מוציא את העמוד על אחת משני הצלעות המקיפות את הזוית הנצבה או הגרוחת. וכדי שיהיה החבור הזה שלם בכל עניני המדידה אני מפרש עניני רבוע המשלשות אשר להם זוית נצבה וזוית גרוחת. ומתחיל אני לפרש עניני המשלש אשר לו זוית נצבה.

ד.

משלש נצב הזויות.

§ 67. והמשלש אשר לו זוית נצבה מתיחד במדה שאינה מצויה בשאר המשלשות מפני שאתה מוצא בו צלע אחת אשר מרובעה שוה לשני מרבעי שתי הצלעות הנשארות, והצלע הזאת היא מיתר זוית נצבה. ושתי הצלעות המקיפות בזוית

4 היה פ | 12 מנין מ | 15 וכבר ברנו מ* | , בארנו פ | 20 בחבור מ | 25 במדה ל׳ מ | מצואה מפ

---

§ 66 בשאלה הזאת ידוע תשבורת המשלש עם העמוד ביחד בסכום אחד ומלבד זה ידוע גם התושבת. אם נכנה התושבת באות ג, והעמוד ע אז יהיה $\frac{\text{גע}}{2} + \text{ע} = 96$; $\text{ע}\left(\frac{\text{ג}}{2} + 1\right) = 96$. מאחר שהתושבת ידועה, אם נחלקה לשתים ונוסיף עליה 1 ונחלוק את הסכום 96, יצא העמוד ע. | § 67 חשבון שטח משלש נצב הזויות משתי צלעותיו המקיפות את הזוית הנצבה.

הנצבה מספקות לך בידיעת תשבורת המשלש הזה ואין אתה צריך להוציא בו עמוד אם לא תרצה, כי רבוע אחד מן הצלעות המקיפות הזוית הנצבה בחצי הצלע האחרת היא תשבורת המשלש, מפני שכל אחד משתי הצלעות האלה עמוד הוא על האחרת, רק אם תושבתו מיתר הזוית הנצבה; ולא תוכל להוציא בו עמוד על צלע אחר כי שאר צלעיו הם עמודיו.

והדמיון אשר יהיה מפרש לך כל הענין הזה משלש אשר עליו **אבג**, והזוית אשר עם נקודת **א** היא זוית נצבה, וצלעי **אב** ו**אג** מקיפים אותה וצלע **בג** הוא מיתר לה ויהיה אורך צלע **אב** ח' אמות וצלע **אג** שש אמות וצלע **בג** עשר אמות [צורה 57]. ואתה מוצא במרובע הזה מרובע מיתר הזוית הנצבה אשר היא **בג** מאה אמה והוא שוה לשני מרובעי **אב אג** אשר מרובע האחד אשר הוא ששה ל״ו ומרובע האחר אשר הוא שמונה ס״ד ושניהם יחד מאה אמה. ואם אתה מונה במשלש הזה צלע **אב** בחצי **אג** או בחלוף יהיה מרובעם כ״ד אמה והוא תשבורת המשלש הזה.

ואם תבקש אות על התשבורת שהיא יוצאה מזה, הוצא קו שיהיה עמוד על צלע **אג** מנקודת **ג** ושימהו שוה לצלע **אב** והוא קו **גד** והוצא קו מן **ד** אל **ב** ויהיה מרובע **אבגד**, הוא רבוע צלע **אב** בצלע **אג**, והמרובע הזה הוא כפלים למשלש **אבג**, ומפני זה אם אתה מרבע חצי הצלע האחת בכל הצלע השנית תמצא חצי מרבע **אבגד**; והמשלש הזה אשר הוא משלש **אבג** שוה למחצית מרובע **אבגד**, ואין אתה יכול במשלש הזה להוציא עמוד אלא על צלע **בג** לבדה אשר הוא מיתר הזוית הנצבה, כי שאר צלעיו כל אחת מהן עמוד על חברתה.

§ 67a. ואם תבא להוציא עמוד על המשלש ותהיה תושבתו מיתר הזוית הנצבה, נגרע מרובע אחת מן הצלעות מן מרובע הצלע האחרת עם מרובע התושבת כאשר עשית במשלש המחדד המתחלף כאלו היית גורע ס״ד אשר הוא מרובע צלע **אב** במשלש הזה מן שני מרובעים צלעי **אג** ו**בג** אשר הם קל״ו, וישאר בידך ע״ב אשר מחציתו ל״ו, ואם תחלק אותו על עשרה אשר היא תושבת העמוד יהיה ג' ושלש חמשיות והוא מעמד העמוד הקצר. ואם תרבע המרחק הזה ותוציאנו מן מרובע הצלע הקצר ישאר בידך כ״ג וחומש החמישית וגדר המנין הזה הוא חמשה פחות חומש והוא העמוד; ואם תרבע אותו בחצי התושבת אשר הוא ה' תמצא התשבורת.

§ 68. ואתה מוצא המשלש הזה על שני ענינים בלבד: על משלש שוה השוקים ועל משלש מתחלף הצלעות. ולא יתכן היותו שוה בצלעותיו מפני שצורך הוא להיות מיתר הזוית הנצבה ארוך מכל אחת משתי צלעותיו האחרות המקיפות אותה עד שיהיה מרובעו שוה לשני מרובעיהן, ואם לא יהיה על הענין הזה לא תהיה זוית נצבה.

§ 68a. והדמיון במשלש השוה בשוקיו וזויתו נצבה הוא משלש **אבג** [צורה 58]; ושתי צלעות **אב** ו**אג** כל אחת מהן י' אמות והן מקיפות הזוית **א** הנצבת וצלע

9 זוית הנצבה ן | הזוית . . היא ל' מ | 12 בחלופה ופ | 16 למרובע **אבג** מ | 17 חצי ל' מ | 33 והמשלש השוה מ״פ | וזוותיו מ

§ 67a מתבאר ממשלש מתחלף הצלעות. | § 68 הגבלת מיני המשלש נצב הזוית. משלש נצב הזוית אי אפשר שיהיה שוה הצלעות רק שוה השוקים או מתחלף הצלעות. | § 68a חשבון שטח משלש שוה השוקים.

בג הוא גדר מאתים ותשבורת המשלש הזה היא חמשים כרבוע עשרה בחמשה והוא צלעו האחת בחצי השנית, ואם אתה מוציא במשלש הזה עמוד על מיתר הזוית הנצבה יהיה העמוד הזה גדר נ׳. ואם אתה מרבע גדר נ׳ אשר הוא העמוד בחצי גדר ר׳ אשר הוא המיתר והוא תושבת העמוד יהיה מרובעו נ׳ כמנין התשבורת.

ואתה יכול להוציא במשלש הזה תשברתו מצלעיו וצלעיו מתשברתו כאשר עשיתי במרובעת אשר זויותיו נצבות, ועל הדרך הזה תמצא אותן.

§ 68b. והמשלש השני משני המשלשים שאמרנו כי ימצאו המשלש הנצב והוא מתחלף, זכרנו אותו קודם המשלש השוה.

ה.

משלש מרויח הזויות.

§ 69. ולמשלש הזה מדה שהוא מתיחד בה משאר המשלשות מפני שמרובע מיתר זויתו הנרוחת הוא מוסיף על שני מרובעי שתי הצלעות אשר הן מקיפות בה בכדי רבוע כל אחד במעמד העמוד העומד עליה מחוצה פעמים. כגון משלש **אבג** אשר לו זוית נרוחת והיא זוית **א** וקו **אב** ו**אג** מקיפים אותה וקו **בג** מיתר לה ונפיל בו מחוצה עמוד **בד** על קו **אג**. ואנו אומרים כי מרובע מיתר **בג** מוסיף על מרובע **אב** ומרובע **אג** תוספת שהיא שוה כפלים לרבוע **אג** בקו **אד** אשר הוא המרחק בינו ובין עמוד **בד** כאשר בצורה הזאת [צורה 59].

§ 70. והעמודים במשלש הזה יוצאים על שני ענינים. מהם עמודים אשר מעמדם חוצה מן המשלש והם שני עמודים שהם נופלים על שתי הצלעות אשר הן מקיפות את הזוית הנרוחת, ומהם עמוד אחד שהוא נופל בתוך המשלש על הצלע אשר היא מיתר הזוית הנרוחת.

§ 70a. ודרך הוצאת העמודים האלה הוא על הדמיון הזה: נשים במשלש מרויח הזויות והוא משלש **אבג** וזוית הנרוחת זוית **א**, וצלע **אב** ארבע אמות

7—8 ל׳ פ | 7 השני ל׳ ומ

---

§ 68b חשבון שטח משלש מתחלף הצלעות. | § 69 בחשבון המשלש מרויח הזויות נכנה את הצלע שממול הזוית הנרוחת באות **א** הנקרא גם מיתר, ושתי הצלעות הנשארות תהיינה **ב**, **ג**. אם נקח לתושבת צלע **ג** ונאריך את הצלע עד הפגשה בעמוד **ע** אשר הוא פה מחוצה למשלש ונציין תוספת התושבת באות ק, יהיה $א^2 = (ג + ק)^2 + ע^2$. אמנם $ע^2 = ב^2 - ק^2$. לפ״ז $א^2 = (ג+ק)^2 + ב^2 - ק^2 = ב^2 + ג^2 + 2גק$, כמש״כ המחבר. אמנם הלשון הוא כאן קצת מגומגם והמלות „בכדי רבוע כל אחד במעמד העמוד העומד עליה מחוצה פעמים״ רומזות על שני אופני ההתרה שאפשר להגיע על ידם אל ערך **א**, כי אפשר להאריך גם צלע **ב** ולעשותה תושבת עד שהקו הנוסף יפגש בהעמוד היוצא מצלע **ג**. עי׳ אוקלי׳ II, יב. | § 70 חשבון עמוד המשלש מרויח הזויות יוצא מהתמונות הקודמות: $ע^2 = ב^2 - ק^2$. ומן המשויה $א^2 = ב^2 + ג^2 + 2גק$ יוצא $ק = \frac{א^2 - (ב^2 + ג^2)}{2ג}$. וכן נמצא העמוד השני, אם נשים בכתף השמאלית במכנה השבר 2**ב**.

וצלע **אג** הוא י״ג אמות וצלע **בג** אשר הוא מיתר הזוית הנרוחת ט״ו אמות ומרובע ט״ו מוסיף על מרובע י״ג ומרובע ד׳ אשר הם קפ״ה אמה, ומנין התוספת הזאת הוא מ׳ אמה. ואם תקח את מחצית התוספת הזאת ותחלוק אותה על אחת מהצלעות יצא חלק מרחק מעמד העמוד חוצה מן הצלע ההיא, כאלו היית מחלק מחציו מ׳ אשר הוא עשרים על קו **אב** אשר הוא ד׳ אמות תהיה החלוקה ה׳ והוא מרחק מעמד העמוד חוצה מן קו **אב** אשר הוא קו **אה** כצורה הזאת השנית [צורה 60] והעמוד עליה עמוד **גה**. ואם אתה מחלק אותו על קו **אג** אשר ארכו י״ג תהיה החלוקה אחד ושבעה חלקים מי״ג באחד והוא מרחק העמוד היוצא חוצה מן **אג** והעמוד עליו **בד**.

ואם תרצה לדעת עמוד **גה** הוי מרבע קו **אה** והוא המרחק הארוך ויהיה כ״ה וגרע אותו מן מרובע צלע הארוך והוא קס״ט ישאר קמ״ד וגדרו י״ב והוא **גה** ורבוע י״ב אשר הוא העמוד בחצי צלע **אב** אשר הוא נופל עליו חוצה הוא תשבורת המשלש והוא כ״ד אמה.

ואם תבא להוציא עמוד **בד** הוי יודע המרובע **אד** המרחק הקצר ומרובעו ב׳ אמות וס״ב חלקים מקס״ט חלק באמה. פחות אותם מי״ו אשר הוא מרובע הצלע הקצר ישאר י״ג אמה וק״ז חלקים מקס״ט באמה, וגדר המספר הזה שלש אמות וט׳ חלקים מי״ג חלק באמה והוא אורך עמוד **בד**; ואם אתה מונה את העמוד הזה בחצי צלע **אג** אשר הוא עומד עליו יהיה רבועו כ״ד כאשר מצאת תשבורת המשלש.

§ 70b. ואם תוציא במשלש הזה עמוד על מיתר הזוית הנרוחת, אתה מוצא אותה על הדרך אשר הוצאת את העמוד במשלש המחדד הזוית, ותמצא העמוד ההוא במשלש הזה שלש אמות וחומש, וגם אתה מונה אותו במחצית המיתר אשר הוא תושבת העמוד יהיה כ״ד כאשר מצאת המשלש הזה מכל אחד משני העמודים האחרים. וידוע הוא כי עמוד משלשת העמודים האלה מספיק לך אבל כדי ללמדך ולזרזך בחשבון ולהיותך בוטח בו בכל לבבך ושתהיה יודע באמת כי זה החשבון אשר הוא מרובע העמוד בחצי התושבת ברור, הוריתיך הוצאתו על כל צלע וצלע, והיית מוצא התשבורת לעולם אחד.

§ 71. והמשלש הזה יהיה שוה השוקים ויהיה מתחלף הצלעות. ולא יתכן שיהיה שוה הצלעות כאשר לא היה הענין הזה נכון במשלש נצב הזויות, מפני שמיתר הזוית בזה ובזה הוא ארוכה מכל אחת ואחת משתי הצלעות כאשר מרובעה גדול ממרובעיהם.

§ 72. והנה לך כלל והיה בידך אם אתה מוצא במשלש צלע אחת שהיא ארוכה מכל צלעותיו הוי מרבע אותה; אם תמצא מרובעה שוה לשני מרובעי שתי הצלעות הנשארות, דע כי המשלש הזה נצב הזויות, והוא הזוית אשר זאת הצלע

22—23 ולהיותך . . ברור ל׳ מפ | 24 דרך הוצאתו פ, הזהרתיך דרך הוצאתו מ* | והיית . . . אחד ל׳ מ*פ | 27 הנצב מ | 30 והנה לך . . עד § 78 ל׳ מ | והכלל שיהיה בידך פ, יהיה בידך ו

---

§ 70b כבר ידוע מן § 64 | § 71 הגבלת מיני המשלשים מרויחי הזויות | § 72 דרך שמושי לדעת מצלעי המשלש את המין בלי ידיעת הזויות.

הארוכה מיתר לה. ואם מרובעה ארוך משתי מרובעי הצלעות הנשארות תדע כי הוא מרויח הזויות, והוא אשר הצלע הארוכה מיתר לה. ואם תמצא מרובעה קצר משניהן תדע כי הוא מחדד הזויות אלא שלא תהיינה כלן שוות. ואם אין אתה מוצא במשלש צלע שהיא ארוכה מכל אחת מהשתים והוא השוה בצלעותיו, דע כי הוא כמו כן מחדד הזויות ותהיינה כלן שוות, ולא יתכן להיות לא נצב הזויות ולא מרויח הזויות.

§ 73. וכבר הודעתיך דרך מדות המשלשות בכל חלקיהם וכל מיניהם והודעתיך המדה אשר משלש נצב הזוית מתיחד בה וגם מדת מרויח הזויות, וכן הוי יודע כי למחדד הזויות מדה שהוא מתיחד בה, והוא, כי מיתר כל זוית חדה מרובעו הוא פוחת ממרובעי שתי הצלעות המקיפות לה בכדי רבוע הקו אשר הוא תושבת לעמוד בקו מרחקי גבול העמוד מנקודת הזוית החדה פעמַיִם.

ואני הוריתיך דרך הענין הזה בהוצאת העמוד במשלש מתחלף הצלעות המחדד ובחשבון הזה אתה יכול לחשוב כל משלש, כי אין לך משלש שאין לו זוית חדה. ואם אתה סומך על החשבון ההוא בעמודי המשלשות ותשברתם והיה מספיק לך ואין אתה צריך ענין אחר.

ואעפ״י שהדבר כן וכל הדרכים האלה אשר הוריתיך הם נכונים ונכוחים למבין ומוציאים אל חשבון אמתי, אתה מוצא דרך לחשבון המשלשות ומדידתן שאינו מצריך אל העמוד והוא החשבון אשר קראו לו חשבון המותרות.

והדרך הזה הוא שתהיה יודע מחצית כל אחת מצלעי המשלש ותקבוץ את המחציות האלה, ותדע מותר כללם על כל צלע וצלע ותשמור המותרות האלה ותמנה אחד מהם בשני והמספר הנקבץ מנה אותו במותר השלישי, ואשר יכנס בידך מן החשבון הזה מנה אותו בכל כלל המחצית אשר קבצת ויהיה המספר הזה מרובע תשבורת המשלש, ואם תוציא גדר המספר הזה תמצא התשבורת.

והדמיון לחשבון הזה משלש אשר צלעו האחת י׳ והשנית ח׳ והשלישית ו׳, אם אתה מקבץ לשלש חציי הצלעות האלה יהיו י״ב, ומותר י״ב על הצלע האחת ב׳ ועל השנית ד׳ ועל השלישית ו׳; ואתה בא ומנה ב׳ אשר הם מותר

4 מוצא ל׳ מ | 8 משלש ל׳ ומ*, הנצב מ | 10 לה ל׳ מ | 11 לעמוד ל׳ מ | . . פעמים. ואות לחשבון הזה אם תוציא עליו עמוד שיהיה נופל חוצה ואחר כן הוא תלוי זה האות באות אשר אמרתי לך במשלש מרויח הזויות, שמרבע מיתר זוית הנרוחת מוסיף על מרבע שתי הצלעות הנשארות מ | 24 אשר עליו מ | 25 מחצית שלש הצלעים פ, חציי מ*

---

§ 73 אחרי אשר חוזר בדרך כלל על דרכי חשבון המשלש, נותן עוד כלל אחד המספיק לכל מיני המשלשים ואין בחשבונו צורך לעמודי המשלש ולמעמדיהם רק לשלשת הצלעות בלבד. אם נכנה מחצית סכום כל הצלעות באות ס והצלעות עצמן א, ב, ג אז תהיה התמונה האלגיברית לפי הכלל הזה: $\sqrt{ס\,(ס-א)\,(ס-ב)\,(ס-ג)}$. התמונה הזאת כבר נמצאה אצל הירון (Heron) האלכסנדרוני וצורתה המקורית היא:

$$\sqrt{\left(\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}\right)\left(\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\right)\left(\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2}\right)\left(\frac{-\alpha+\beta+\gamma}{2}\right)}$$

והענין אחד הוא.

הצלע האחת בד׳ אשר הם מותר הצלע השנית והיה ח׳, ומנה ח׳ בו׳ אשר הם הצלע השלישית ויהיה מ״ח, ושוב ומנה מ״ח בי״ב אשר הוא כלל המחציות ויהיה הכל תקע״ו; ודע כי המספר הזה הוא מרובע התשבורת, ואם אתה מוציא את גדרו והוא כ״ד תמצא תשבורת המשלש. והחשבון הזה בנוי על יסודי חכמת השיעור והאות עליו מפורשת שם ואין אנו יכולין לאומרה בכאן ואין אנו צריכין אליה במקום הזה כ״כ מפני שראית שאמת הוא החשבון הזה מן המנין אשר אמרתי לך. ואני חותם את החלק הזה ואבא לפרש את החלק השלישי.

החלק השלישי

במדידת המרובעות אשר אין כל צלעותיהם שוות ולא זויותיהם הם כלם נצבות.

§ 74. והמרובעות האלה הם המרובע הדומה למעויין אשר צלעותיו נכוחיות ואין זויותיו נצבות ואחריו המרובעות הנפתלות.

והמשל לצורת המרובע הדומה למעויין, מרובע אשר עליו **אבגד** ושתי צלעי **אב גד** המקבילות זו לזו בארכן שוות וכל אחד מהם כ״ה ושתי צלעי רחבו והם **בג** ו**דא** שוות וכל אחת מהם ט״ו אמה, וכשבאנו לרבעו מדדנו בו אלכסון **בד** והיה כ׳, וידענו שאין זויותיו נצבות כי אילו היו נצבות היה אלכסונו גדר תת״נ לא פחות ולא יותר והגדר הזה כאשר ידעת כ״ט אמה ומשהו, אבל האלכסון אשר ידענו נחלק בו המרובע לשני משלשים ואין אנו יכולים לדעת את רבועו אלא מרבוע של שני המשלשים האלה. ומפני זה אם מוציאים את העמוד באחד מהם אנו יודעים ממנו תשבורת המשלש ההוא וכופלים אותו ומוצאים תשבורת המרובע.

ואם תוציא עמוד במשלש **אבד** מהן על צלע **אב** [צורה 61] יהיה העמוד הזה י״ב והתושבת כ״ה אמה ותשבורת המשלש ק״נ וכפל המספר הזה הוא ש׳ אמה והוא תשבורת המרובע. וכן אילו היית מוציא עמוד אחר היה הענין אחד. וכן אם היית מונה העמוד אשר הוא י״ב בכל התושבת אשר הוא עליה והוא כ״ה היינו מוצאים תשבורת המרובע ולא היה החשבון מתחלף בידך. ואתה יכול להוציא

5—6 והאות . . שם ל׳ מ*פ | 5 ואין . . בכאן ל׳ מ | 6 כ״כ . . לך ל׳ פ | 7 ואני חותם במקום בכאן החלק הזה פ | ואפרש פ | 9 אשר אין צלעותיו שוות פ | 10 ולא זויותן שוות נצבות פ | 12 מרובעות הדומות מ*מ | צלעותיהם מ*מ | 13 המרובעות הנקבלות מ*, הנכפלות פ

---

§ 74 חשבון מרובע נכוחי נפתל. במשך הלמוד הוא מזכיר את „העוסקים במדידת הקרקע במדינת צרפת", שאינם מדקדקים בחשבון שטחי קרקעות, כי בהיות תמונת הקרקעות ע״פ רוב מרובע ארוך, מודדים כל קרקע על דרך אחת ואינם משגיחים אם המרובע הארוך נצב הזויות הוא או לא.

במרבע הזה האלכסון האחד מן השני אם יהיה אורך הצלעות והתשבורת ידוע לך, והענין הזה תבין אותו מן האותות אשר קדמתי לך. והעוסקים במדידת הקרקע במדינת צרפת מודדים לעולם הצורות האלה על דרך אחת ואינן חוששין לזויותיהן. ואלו היו מודדין את הצורה הזאת אשר ציירנו לך היו חושבין תשברתו שע״ה אמות כמנין צלעה האחת באחרת. ואנו מוצאין בה בחשבון הנכון והישר ש׳ אמה כאשר ראית ובין שני המספרים ע״ה, ואין זה טעות והפסד קטן, אבל גזילה גלוייה ומפורסמת לכל, וטעותם בצורות האחרות הבאות אחרי הצורה הזאת גדול ורב מן הטעות הזה. ולא שניתי בדבר הזה אחרי שזכרתי אותם בראש הספר אלא לגלות שנוי מעשיהם.

§ 75. ואני שב אל הענין הזה אשר הייתי בו ואומר כי המרובעות הנפתלות אשר נשארנו לפרשם נחלקים בדרך הזה לשני מינים גדולים: המין האחד צורות אשר יש בהן שתי צלעות בלבד נכוחיות זו לזו, והם על ארבע תמונות, והמין הב׳ אין בו צלע שתהיה נכוחית לצלע אחרת כלל.

המין הראשון.

א.

§ 76. והצורה האחת מן המין הראשון היא צורה שיש לה ארבע צלעות ויש בה שתי צלעות נכוחיות ואינן שוות והשתים הנשארות הן שוות ואינן נכוחיות. כגון צורה שיש לה ארבע צלעות **אבגד** וצלעי **אב גד** הם שוים ואינם נכוחים וכל אחת מהם י״ג אמה וצלעי **אג בד** הן נכוחיות זו לזו ואינן שוות, וצלע **אג** מהן ח׳ אמות, וצלע **בד** י״ח אמות והצורה הזאת נקראת קטומת ראש שוה, וצלע **אג** אשר היא הקצרה משתי צלעותיה הנכוחיות נקראת ראש הקטומה, וצלע **בד** הארוכה נקראת תושבת הקטומה.

§ 77. והרוצה למדוד הצורה הזאת יוציא עמודה ראשונה, ודרך הוצאתו הוא שיפחות ראש הקטומה מתושבתה והעודף ביניהם יחלקנו לשנים וידע מרובע

3 בארץ צרפת **ופ** | 6 על זויותיהן **מ*****מ** | 7 צלעה האחת בצלעה השנית **ן** . . בצלע השני **פ** | 8 ואנו מצאנו **פ**, בה ל׳ **מ** | והישר ל׳ **מפ**, הישר והנכון **ן** | המספרים האלה **פ** | זה ל׳ **מ*** | והפסד ל׳ **ומ*****פ** | 9 אלא גלות שנוי במעשיהם **ן** | 10 הזה ל׳ **ופ** | אשר ל׳ **מ** | 11 לפרשיהם | 20 נקראת ל׳ **ן** | קטומת הראש **ומפ** | וצלע **אג** . . ראש הקטומה ל׳ **ן** | 21 וצלע **בד** . . הקטומה ל׳ **פ** | 28 ואם תרצה . . תוציא **פ**

---

§ 75 חלוקת המרובעות הנפתלות לשני מינים, למרובעות שיש בהן שתי צלעות מקבילות ולמרובעות אשר אף שתי צלעות אינן מקבילות | § 76 חשבון המרובעים שיש בהם שתי צלעות מקבילות | § 77 דרך הוצאת העמוד בקטומת ראש (Trapez) שוה עם ראש הקטומה, תושבתה ואחד משוקיה (כי השוקים שוים) ידועים. נניח היות השוקים **א**, **ב**, ראש הקטומה **ג** ותושבתה **ד**, אז יצא לנו ע״פ צורה 62 העמוד ע״פ הלמוד הפיתגורי $\text{ע}^2 = \text{א}^2 - \left(\frac{\text{ד} - \text{ג}}{2}\right)^2$, או $\text{ע} = \sqrt{\text{א}^2 - \left(\frac{\text{ד} - \text{ג}}{2}\right)^2}$. כלשון המחבר.

המחצית ויפחות המרובע הזה מן מרובע אחת מן הצלעות השוות והנשאר מן מרובע הצלע ידע את גדרו והוא יהיה העמוד.

והאות על המעשה הזה בצורה הזאת [צורה 62] הוא על הדרך הזה. אם נפחות מנין ח׳ אשר הוא ראש הקטומה הזאת מן י״ח אשר הוא תושבת הקטומה ישאר י׳ ומחציתה ה׳, והוא יהיה ודאי חלק העודף בצד האחד והוא מנקודת **ב** קו **בה** ומנקודת ד קו **דז**. ונוציא קו מן **א** אל **ה** ומן **ג** אל **ז**, ובידוע שכל קו מהם עמוד על תושבת **בד** ויהיה משלש **אהב** מוצב הזוית ומיתר הזוית הזאת הוא קו **אב**, ובידוע כי מרובע המיתר הזה אשר הוא י״ג שוה למרובע **בה** אשר ידענו שהוא ה׳ ולמרובע **אה** אשר אנו רוצים לדעת ארכו, ואם נפחות מרובע ה׳ מן מרובע י״ג ישאר קמ״ד ובידוע שגדר המספר הזה הוא העמוד והוא י״ב.

§ 78. ואם נרצה לדעת תשבורת הקטומה הזאת תְּכַנֵּס ראשה עם תושבתה ויהיו כ״ו, קח מחציתם והוא י״ג, מנה אותם בעמוד אשר הוא י״ב ויהיה קנ״ו והוא התשבורת.

והאות על החשבון הזה גלוי הוא לך, כי רבוע משלש **אבה** הוא מרובע **אה** אשר הוא העמוד בחצי **בה**; ורבוע משלש **גזד** הוא מרובע **גז** העמוד השוה ל**אה** בחצי **זד** השוה לחצי **בה**; ויהיה מפני זה רבוע שני המשלשים כרבוע **אה** העמוד בכל **בה** אשר הוא תושבת אחת מהמשלשים השוים, ורבוע המרובע הארוך אשר הוא **אהגז** הוא רבוע **אה** בכל **הז** ונראה לך תשבורת הקטומה הזאת הוא מרובע **אה** אחד מהעמודים בכל **בה** ו**הז** מן התושבת. וידוע הוא שקו **בה** הוא מחצית העודף וקו **הז** הוא מחצית **הז** עם **אג** אשר הוא הראש מפני שהם שוים. ונמצא מפני זה כל קו **בז** שוה למחצית המספר הנקבץ מן הראש ומן תושבת הקטומה.

§ 79. ואם תבא להוציא האלכסון בקטומה הזאת תהיה פוחת מהתושבת חצי העודף בינה ובין הראש והנשאר מן התושבת תרבענו ותוסיף עליו מרובע העמוד והוי מקבץ המספר הזה ותקח את גדרו והוא יהיה האלכסון. כאלו היינו מוציאין בצורה הזו [צורה 63] קו מן **א** אל **ד** והוא האלכסון ונרצה לדעת אורך האלכסון; ואתה רואה כי הקו הזה הוא מיתר לזוית **אהד** הנצבה אשר עמוד **אה**

3 והאות על הענין הזה ן . . על החשבון הזה פ | הזאת ל׳ מ | על הדרך הזה ל׳ מפ | אם ל׳ ומ | 4 הקטומה ל׳ מ | 5 בצד ל׳ מ | 6 ב ל׳ מ | 11 ואם תרצה פ | התשבורת קטומת הראש פ | 14 משלשי פ | 22 מהראש ן . . וממחצית מ׳ מ

---

§ 78 חשבון שטח קטומת הראש. נקח מקדם מספר החשבון הממוצע שבין ראש הקטומת ותושבתה (arithmetisches Mittel) $\frac{\text{ג}+\text{ד}}{2}$ ונכפילהו עם העמוד. $\text{ש} = \frac{\text{ג}+\text{ד}}{2}\sqrt{\text{א}^2-\left(\frac{\text{ד}-\text{ג}}{2}\right)^2}$. | § 79 חשבון אלכסונו של קטומת ראש שות. תמונתו האלגיברית לפי הכנויים שלמעלה אם נציין את האלכסון באות ל, $\text{ל}^2=\text{א}^2-\left(\frac{\text{ד}-\text{ג}}{2}\right)^2+\left(\frac{\text{ד}+\text{ג}}{2}\right)^2$, ומזה $\text{ל}=\sqrt{\text{א}^2-\left(\frac{\text{ד}-\text{ג}}{2}\right)^2+\left(\frac{\text{ד}+\text{ג}}{2}\right)^2}$.

עם קו **הד** מקיפים אותה, ומפני זה יהיה רבוע מיתר **אד** שוה למרובעי **אה** **ודה** בצורה הזאת. ואם תקבוץ מרובע **אה** העמוד והוא קמ״ד עם מרובע **הד** הנותר מן התושבת והוא קס״ט והוא מרובע האלכסון וגדר המספר הזה הוא אורך האלכסון.

§ 80. ונראית הצורה הזאת קטומת הראש מפני שדמו אותה למשלש שנקטם הראש, ואם מוציא אתה צלעי הקטומה מנוכח הראש חוצה תמצאם נפגשים על נקודה אחת ותחזור הקטומה למשלש, כאילו היית מוציא בצורה הזאת הקטומה אשר עליו **אבגד** שתי צלעי **בא** **וגד** מנגד קו **אג** אשר הם קצוי הראש ויהיו נפגשים על נקודת **ז** ותחזור הקטומה למשלש **זבד**. ואם נרצה לדעת אורך הקוים היוצאים חוצה ואתה יודע כל צלעי הקטומה תהיה יודע עודף התושבת על הראש והוא י׳ ושמור העודף הזה עמך ושוב ומנה הראש אשר הוא ח׳ בכל הצלע אשר הוא י״ג ויהיה הכל ק״ד ותחלק את המנין הזה על העודף שהוא י׳ ותהיה החלוקה י׳ ושני חומשין, והוא אורך קו **אז** היוצא חוצה וכמו כן הוא אורך קו **גז** היוצא חוצה כאשר בצורה הזאת [צורה 64].

ואתה יכול לחשוב את החשבון הזה על דרך אחרת, והוא שתהיה יודע ערך הראש אשר הוא ח׳ אמות מעודף תושבת על הראש אשר הוא י׳ וערכה ממנו ארבעה חומשים והוא אחד פחות חומש, וכן יהיה ערך הקו היוצא חוצה מן הקו אשר היה צלע הקטומה ארבע חמשיותיו והצלע הזה הוא י״ג יהיה הקו היוצא חוצה עשרה ושני חומשים אשר הם ארבעה חומשי צלע הקטומה.

§ 80a. ואם תבא להוציא עמוד במשלש הזה הוסף על העמוד אשר הוצאת בקטומה והוא עמוד **אה** ארבע חמשיותיו כאשר הוספת על הצלעות ותמצא אורך העמוד ויהיה העמוד במשלש **זבד** כ״א וג׳ חומשים מפני שהעמוד היה בקטומה י״ב, הוסף עליו ארבעה חמשיותיו והם תשעה ושלשה חומשים ושני המספרים האלה הם כ״א וג׳ חומשים והוא אורך עמוד **זח** אשר במשלש.

ב.

התמונה השנית.

§ 81. וזאת התמונה היא קטומה אשר יש בה שני קוים נכוחיים ואינן שוים והם הראש עם התושבת ושני קוים שאינם שוים ואין אחד מהם עמוד לא

6 נפגשים וכל מ | 7 כאילו היינו ופ | 8 אשר קצוי הראש פ, הם קצוי ל׳ ומ׳, הוא הראש ן | הראש מנקודת **אוג** מ | 13 היוצא מן מ

---

§ 80 החשבון הזה נוסד על משפט הערך ההנדסי שאינו מפורש פה והוא אם נכנת המשך צלע **בא** המגיע עד הראש **ז** באות **ק** יש לפנינו הערך הזה: ד — ג : ג = א : ק, ומזה ק = $\frac{\text{א ג}}{\text{ד — ג}}$ באופן השני נוגע המחבר בחשבון הערכים כפי צרכו לשאלה זו | § 80a הוצאת העמוד ע״פ האופן השני בחשבון הערכים | § 81 הגבלת קטומת ראש מתחלפת הצלעות.

על התושבת ולא על הראש, כגון קטומה אשר עליה **אבגד** וקו **אג** הוא הראש וארכו ח׳ אמות וקו **בד** הוא התושבת וארכו כ״ב וצלע **אב** הוא הארוך וארכו ט״ו וקו **גד** הוא הקצר וארכה י״ג אמה. והצורה הזאת נקראת קטומת הראש חלופה, מפני ששתי צלעותיה אשר אינן נכוחיות אינן שוות [צורה 65].

§ 82. ורבוע הצורה הזאת יהיה בהוצאת עמודיה כאשר עשית בראשונה. ואתה צריך בקטומה הזאת לגבל מעמד העמודים ולדעת המעמד הגדול והמעמד הקטן. ואתה נוהג בהם המנהג הזה: תרבע את הצלע הקצר ותגרע מרובעו מן מרובע הצלע הארוך, והעודף ביניהם תקח מחציתו ותחלק אותה על עודף התושבת על הראש; ואשר יצא מן החלוקה הזאת אם אתה מוסיף אותו על מחצית עודף התושבת על הראש אתה מוצא המעמד הגדול אשר לעמוד והוא מרחקו מן הצלע הארוך, ואם תגרע אותו מן מחצית העודף תמצא המעמד הקטן אשר לעמוד והוא מרחקו מן הצלע הקצר. כאלו היה מרבע הקטומה הזו י״ג אשר הוא אורך צלע **גד** הקצר, יהיה מרובעו קס״ט, פחת אותו מן רכ״ה אשר הוא מרובע צלע **אב** הארוך אשר בו ט״ו וישאר בידך נ״ו; קח מחצית המספר הזה והוא כ״ח, חלק אותו על י״ד אשר הוא עודף התושבת על הראש תהיה החלוקה ב׳, ואלו השנים אשר יצאו לך אם תוסיפם על ז׳ אשר היא חצי עודף התושבת יהיה הכל ט׳ והוא אורך קו **בה** אשר הוא מרחק העמוד מקו **אב** הארוך, ואם תפחות אותו מן ז׳ ישאר ה׳ והוא קו **דז** אשר הוא מרחק העמוד מן הצלע הקצר.

והאות על הענין הזה תתבונן לך מאשר פרשתי למעלה כאות בהוצאת העמודים במשלש המתחלף הצלעות. כי בהוציאך מן התושבת רוחב הראש נשאר בידך העודף כלו כאלו יהיה העודף קו אחד, ונתחברה נקודת **א** עם נקודת **ג** והעמדתם בלבך כמשלש והוצאת מעמדו העומד עליו כאשר הוצאת במשלש.

ואם תבא לדעת אורך העמוד בצורה הזו, הוצא מרובע אחד מהמרחקים מן מרובע הצלע הנדבקת, וקח גדר הנשאר ויהיה אורך העמוד כאלו היית מרבע ט׳ בצורה הזו [צורה 65] אשר הוא אורך קו **בה** אשר הוא המרחק הגדול ומרובעו פ״א. הוצא אותו מן רכ״ה אשר הוא מרובע **אב** הצלע הארוך ישאר לך קמ״ד והוא מרובע העמוד וגדרו י״ב והוא אורך עמוד **אה** כאשר בצורה הזאת.

וכן אם תהיה מרבע המעמד הקצר יהיה מרובעו כ״ה הוצא אותו מן קס״ט אשר הוא מרובע הצלע הקצר ישאר קמ״ד והוא מרובע עמוד **גז** וארכו י״ב כעמוד השני.

והאות על הענין הזה גלוי לך מן האות אשר ראית בקטומה הראשונה.

20 ענין זה **ן**, הזה ל׳ **מ** | תתבונן . . . למעלה ל׳ **ומ**, תתבונן לך מן האות אשר פרשתי לך בעמודי המשלש . . **פ** | 22 כלו ל׳ **ופ**, כאלו ל׳ **מ** | העודף ל׳ **מפ**

---

§ 82 חשבון הצורה הזאת הוא על הדרך שבארנו בסי׳ § 77—79 רק שיש פה גם חשבון העמדות כפי שבא בחשבון המשלשים מתחלפי הצלעות.

§ 83. ורבוע הקטומה הזאת הוא מרובע אחד מעמודיה במחצית הראש והתושבת שניהם יחד כאשר עשית בקטומה השוה והוא שתהיה מקבץ ח׳ אשר הוא אורך הראש אל כ״ב אשר הוא אורך התושבת ויהיה הכל ל׳; קח מחציתו והוא ט״ו ומנה אותו בי״ב אשר הוא אורך העמוד ויהיה הכל ק״פ והוא תשבורת הקטומה הזאת.

§ 84. ואם תרצה להוציא האלכסונות אשר לקטומה הזאת החלופה תחזיר הצורה אשר ציירתי לך עתה והיא קטומה שעליה **אבגד** והוצא בה מרחקי העמודים והעמודים ככל אשר עשית בראשונה והם מרחקי **בה** הארוך **וזד** הקצר ועמודי **אה** **וגז**; ושוב וחבר הראש. עם אחד מהמרחקים ורבע הכל והוסף עליו מרובע העמוד אשר לפני המרחק אשר לקחת ויהיה מרובע האלכסון אשר מנגד הצלע אשר חברת מרחקו אל הראש. כאלו היית רוצה לדעת אלכסון **אד** אשר הוא הקצר, והדרך אליו הוא שתהיה מחבר ח׳ אשר הוא הראש עם ה׳ אשר הוא המרחק הקצר ויהיה הכל י״ג ומרובעו קס״ט הוסף עליו מרובע העמוד והוא קמ״ד ויהיה הכל שי״ג והוא מרובע אלכסון **אד** הקצר.

ואם תהיה רוצה לדעת אלכסון **גב** אשר הוא הארוך חבר ט׳ אשר הוא המרחק הארוך עם ח׳ אשר הוא הראש ויהיה הכל י״ז ומרובעו רפ״ט הוסף עליו קמ״ד אשר הוא מרבע העמוד ויהיה הכל תל״ג והוא מרובע אלכסון **גב** הארוך כאשר הוא בצורה הזאת [צורה 66].

§ 85. ואם תבא להוציא ראש הקטומה הזאת ולהשלימה אל המשלש אשר נקטמה ממנו כאלו היית מוציא קוי **אב** **ודג** עד שיהיו נפגשים על נקודת **ז** ותרצה לדעת אורך קו **אז** וקו **גז** אשר הוצאת, אתה מתחיל כמעשה הזה להוציא גבול מעמד העמוד היוצא במשלש **בזד** אשר עשית על תושבת **בד** ולהגביל מעמד העמוד הזה. והדרך אליו תדע מפני שאתה יודע את העודף בין ראש הקטומה ובין תושבתה והוא י״ד ותדע ערך מעמד העמודים ממנה והמעמד הקטן בקטומה הוא ה׳ וערכו מן העודף אשר הוא י״ד שתי שביעיות וחצי השביעית, קח הערך הזה מכל התושבת אשר הוא כ״ב תמצאנו שמונה פחות שביעית וגזור מן התושבת הזאת הערך הזה אשר הוא ח׳ פחות שביעית מן קרן הצלע הקצר אשר

3 אשר הוא התושבת פ | 6 וחלופה מ | 6—13 ואם תרצה להוציא האלכסונות אשר לה הוי מחבר הראש עם מרחק העמוד ורבע אותו והיסף עליו מרובע העמוד ויהיה הכל מרובע האלכסון אשר מנגד הצלע אשר חברת מרחקו אל הראש, כאילו היית רוצה... פ | 15 ואם תרצה לדעת ן, ואם היית רוצה פ | 21 וקו **גז** ל׳ מ*, **גד** פ | 23 העמוד הזה העשוי על תושבת **בד** **ובה** גבול מעמד . . מ*, והדרך אליו תדע ל׳ מפ, תדענו ן | 26 השביעית ל׳ ן | מכלל התושבת ן | 27 תמצאנה ן, ותמצאהו פ | וגזור פ, וגדר מ* | 28 הזה ן | 27—30 וגזרת אותו מן הקרן הצלע הקצור מפני שלקחת ערך המעמד הקצור מן העודף. ואילו היית לוקח מעמד הארוך, היית גוזר אותו מן קוי הצלע הארוך ונשארת המעמד הקצור וגזרת הערך מן הקרן הצלע הקצור ויהיה ח׳ פחות שביעית והיה הגזר הזה על נקודת **ט** ונאמר כי קו **טד** ארכו ח׳ פחות שביעית והוא מרחק מעמד העמוד במשלש **זבד** מצד הצלע הקצור ן

מן § 81 עד § 85 כבר ידוע מן הלמודים הקודמים.

הוא נקודת **ד** והיה הגזר הזה על נקודת **ט** ונאמר כי קו **טד** ארכו ח׳ פחות שביעית והוא מרחק מעמד העמוד במשלש **זבד** מצד הצלע הקצר; ואם אתה פוחת מן קו **טד** אשר הוא ח׳ פחות שביעית קו **חד** עודף מעמד עמוד המשלש על מעמד עמוד הקטומה הקצר והוא ה׳ ישאר קו **טח**, והעודף הזה והוא ג׳ פחות שביעית רבע אותו בצלע הקטומה הקצר והוא י״ג יהיה ל״ז ושביעית; בא וחלק המספר הזה על מעמד העמוד הקצר בקטומה והוא ה׳ תהיה החלוקה הזאת ז׳ ושלש שביעיות והוא עודף צלע המשלש על צלע הקטומה הקצר והוא קו **גז** היוצא מן הצד הקצר.

ואם תרצה לדעת קו **אז** הארוך הוצא המעמד הארוך במשלש על הענין אשר הוצאת הקצר ונמצאנו י״ד ושביעית והוא מעדיף על מעמד הקטומה הארוך ה׳ ושביעית; מנה אותו בצלע הארוך אשר הוא ט״ו והיה הנקבץ ע״ו ושביעית, חלק המספר הזה על ט׳ אשר הוא המעמד הארוך בקטומה תהיה החלוקה ח׳ וד׳ שביעיות והוא עודף המשלש על צלע הקטומה הארוך והוא קו **אז**.

ואם תבא לדעת עמוד המשלש הזה הוה מונה עודף מעמד העמוד הקטן במשלש על מעמד עמוד הקטומה הקטן והוא ג׳ פחות שביעית בעמוד הקטומה אשר הוא י״ב וחלק אותו על המעמד הקטן והוא ה׳; או הוה מונה עודף המעמד הגדול והוא ה׳ ושביע בעמוד הקטומה שהוא י״ב וחלק אותו על המעמד הגדול והוא ט׳ תמצא שניהם מוציאים אל חשבון אחד והוא ז׳ פחות שביעית והוא עודף עמוד המשלש על עמוד הקטומה; הוסף אותו על י״ב אשר הוא עמוד הקטומה ויהיה הכל י״ט פחות שביע, והוא אורך קו **זט** אשר הוא עמוד המשלש בצורה הזאת.

וזה דבר ברור הוא כאשר אמרנו למעלה כי קו **הט** ב**אה** כקו **בה** בקו עודף המשלש על עמוד הקטומה שהוא **אה**, ע״כ אם נרבע קו **הט** בקו **אה** כקו עודף עמוד המשלש על עמוד הקטומה (שהוא **אה**) בקו **בה**; ואם נחלק על קו **בה** יצא לנו העודף.

ג.

התמונה השלישית.

קטומה אשר ראשה נכוחי לתושבתה ואחד מצלעיה עמוד עליה.

§ 86. והתמונה הזאת נקראת חצי קטומה, והדמיון לצורה הזאת היא קטומה אשר עליה **אבגד** וראשו **אג** והוא ח׳ ותושבתו **בד** והוא כ׳ וצלע **אב** הארוך ט״ו אמה וצלע **גד** הקצר והוא העמוד על תושבת **בד** תשע אמות.

1 נקודתה ד והית פחות שביעית מ | 3 וכשתפחות פ | ותוא עודף מ | 4 והוא ה׳ ישאר קו טח מ | והוא ג׳ פחות שביעית מ | 5—9 וכשאתה פוחת מן צד הצלע קו חד אשר הוא המעמד הקטן בקטומה והוא ה׳ ישאר קו טח שלש אמות פחות שביעית והוא עודף מעמד עמוד המשלש על מעמד עמוד הקטומה הקצור. מנה אותו בצלע הקצור והוא י״ג יהיה ל״ב ושביעית. בא וחלק המספר הזה על מעמד הקצור בקטומה והוא ה׳ . . . ן | 9 וברצותך לדעת פ | 10 ותמצאנו פ, וקח ן | 17 הגדול בקטומה מ | 21—24 ל׳ ומפ | 28 לזו הצורה פ

---

§ 86—§ 88 דרכי החשבון כבר מבוארים כל צרכן בסימנים הקודמים וכן מבוארים האופנים עד סוף החלק השלישי.

§ 87. ורבוע הקטומה הזאת הוא, באסיפת ראשה אל תושבתה וקחת מחציתם, וימנה בעמוד ויהיה תשבורת הקטומה. תאסוף בצורה הזאת ראשה אל תושבתה יהיה כללם כ״ח ומחציתם י״ד; ואם תרבע המספר הזה באורך העמוד והוא ט׳ יהיה קכ״ו והוא תשבורת הקטומה הזאת.

ואם תבא לדעת אלכסונה הקצר והוא אלכסון **אד** הוי מרבע את הראש והוא ח׳ ומרובעו ס״ד ואסוף אליו מרובע העמוד והוא הצלע הקצר ומרובעו פ״א יהיו שניהם קמ״ה והוא מרובע האלכסון הקצר; וגדר המספר הזה הוא אורך האלכסון.

§ 88. ואם תרצה לדעת האלכסון הארוך, אסוף מרובע התושבת אל מרובע העמוד ויהיו שניהם תפ״א והוא מרובע האלכסון הארוך.

ונתכון לך החשבון הזה מפני ששתי זויות אשר האחת על נקודת **ג** והשנית על נקודת **ד** מצלע **גד** הם נצבות, כי הצלע הזה הוא עמוד על התושבת ועל הראש אשר הם נכוחיים, ואלכסון **אד** הוא מיתר לזוית **ג** הנצבה ואלכסון **גב** הוא מיתר לזוית **ד** הנצבה ומרובע מיתר הזוית הנצבה הוא שוה לשני מרובעי שתי הצלעות המקיפות לה כאשר ידעת. וזה לך האות על חשבון האלכסונות בצורה הזאת [צורה 68].

§ 89. ואם תרצה להשלים את הקטומה הזאת ולהוציא ראש המשלש אשר נקטמת ממנו אתה עושה כמעשה אשר למדת מן הקטומה אשר לפניה, והוא שתהיה יודע עודף התושבת על הראש והוא בצורה הזאת י״ב, ואם תמנה את הראש בקו **אב** הארוך ותחלקנו על עודף התושבת יצא לך אורך הקו היוצא מן צלע **אב** אל ראש המשלש, ואם תמנה את הראש בעמוד **גד** ותחלקנו כמו כן על התושבת תמצא אורך הקו היוצא מן העמוד אל ראש המשלש, ואתה יכול להשלימו מן הדרך אשר למדת בצורות האחרות.

ד.

התמונה הרביעית.

§ 90. קטומה אשר ראשה נכוחי לתושבתה והצלע האחת נופלת על התושבת על זוית נרוחת, ולקטומה הזאת שני עמודים תיכונים ועמוד אחד חצוני והוא נקרא קטומה מתמוטטת. והדמיון לתמונה הזאת קטומה אשר עליה **אבגד** וקו **אג** ראשה והוא י״ה. וקו **בד** התושבת והוא כ״א; וקו **אב** הארוך כ׳ וצלע **גד** הקצר והוא הנופל על התושבת על זוית נרוחת ט״ו אמה.

§ 91. ואתה יודע תשבורת הקטומה הזאת בהוצאת עמודיה; ואתה צריך תחלה להגביל את מעמד העמוד והוא שתהיה פוחת הראש והוא י״ד מן התושבת והוא כ״א וישאר בידך ז׳ והוא עודף התושבת על הראש; ורבע את העודף הזה ואסוף מרובעו אל מרובע הצלע הקצר ותמצא שני המרבעים האלה רע״ד; הוצא המספר הזה ממרובע הצלע הארוך והוא ת׳ ישאר בידך קכ״ו וקח מחציתו והוא ס״ג וחלק אותו על עודף התושבת והוא ז׳ תהיה החלוקה ט׳; הוסף אותו על ז׳ אשר

16—17 ראש המשלש . . . מן הקטומה ל׳ פ | 26 אחר ל׳ פ

הוא עודף התושבת ויהיה הכל י״ו והוא גבול מעמד העמוד מנגד קו **אב** הארוך. ואלו התשעה אשר מצאת הם המרחק הקצר אשר עליו **חד** והוא מרחק עמוד **גד** היוצא חוצה מקו **בד** התישבת. וכן הוא מעמד העמוד התיכוני אשר עליו ט׳ והוא הנופל על נקודת **ד**.

ואם תבא לדעת אורך העמוד הוי מרבע את המעמד אשר תרצה והוצא אותה מן הצלע הנדבק בו והנשאר קח את גדרו והוא יהיה העמוד. אם אתה מרבע המעמד הארוך אשר הוא י״ו, הוצא אותו מרובע הצלע הארוך אשר הוא כ׳, ואם תרבע המעמד הקצר התיכוני או החצוני, וכל אחד מהם ט׳, הוצא אותה ממרובע הצלע הקצר והוא ט״ו, ויהיה הטותר מכל אחד מהחשבונים האלה קמ״ד וגדרו י״ב והוא אורך העמוד.

§ 92. ותשבורת הקטומה הזאת הוא כרבוע העמוד בחצי הראש וחצי התושבת כאשר עשית בשאר הקטומות אשר לפניה והוא ר״י.

והאות על החשבון הזה אשר הוצאת בו את העמוד הוא מענין האות אשר הוריתיך בקטומה אשר אין צלעותיה שוות, כי בהוציאך הראש מן התושבת ונשארו בידך ז׳ היה הקו ההוא צלע למשלש מ־ויח הזויות אשר צלעו האחת ז׳ והשנית ט״ו והם הצלעות המקיפות בזוית הנרוחת, ומיתר הזוית הזאת הוא כ׳ אשר הוא אורך קו **אב** מן הקטומה הזאת, מפני שכל שני קוים שהם נכוחים ושוים ידוע ששני קוים האחרים אשר תבא מן קצותיהם הם כמו כן שוים ונכוחים. ואם אתה מוציא במשלש הזה אשר הוא מרויח הזויות עמוד שיהיה נופל חוצה אתה מוצא מעמדו חוצה ט׳ כאשר מצאת בחשבונך. וכשתדע העמוד הזה אין אתה צריך לעמוד אחר.

§ 93. ואתה יכול להוציא אלכסון הקטומה הזאת הארוך אם אתה מאסף אל התושבת מעמד העמוד החצוני והוא קו **דח** וכולל הכל ומרבע אותו כאלו היית מאסף אל התושבת בצורה הזאת [צורה 69] כ״א אשר הוא אורך התושבת אל ט׳ אשר הוא אורך מעמד העמוד, ויהיה הכל ל׳; ואתה מרבע המנין הזה ותוסיף עליו מרובע העמוד ויהיה הכל תתרמ״ד; וגדר המספר הזה הוא אורך האלכסון מנקודת **ג** אל נקודת **ב** בקטומה הזאת ומרובעו הוא מרובע האלכסון. וזו היא הקטומה [צורה 69].

ואם תרצה להוציא האלכסון הקצר, היוצא **מא** עד **ד**, תהיה מאסף אל מרובע העמוד מרובע עודף התושבת על המעמד הארוך והוא בצורה הזו ה׳ ויהיו שני המרבעים קס״ט וגדר המספר הזה הוא אורך האלכסון.

והאות על הענין הזה אתה יכול להבין אותו מן האותות אשר זכרנו למעלה אם אתה מביא אל המשלשים מוצבי הזויות שהם מתילדים מן האלכסונות האלה עם צלעי הקטומה והעמודים כאשר הראיתיך למעלה.

§ 93a. ויכול הוא בצורת הזו שיהיה האלכסון הקצר עמוד הקטומה בעצמו [צורה 70]; כאלו היה אורך ראש הקטומה ט׳ ותושבתה י״ו ומנין שתי הצלעות

4 נקודת ד אשר עליו ר״מ פ | 5 תראה פ | 5—6 והוצא . . . העמוד ל׳ פ | 12 והוא ר״ז ן, מאתים ועשרה פ | 21—22 וכשתדע . . . אחר ל׳ פ | 26—27 בקטומה . . . הקטומה פ | 33 הוא עמוד ופ, העמוד מ

הנשארות המנין אשר היה להם בצורה הראשונה [צורה 69] והיית מוצא בצורה הזאת השנית העמוד נופל מנקודת **א** אל נקודת **ד** ויהיה העמוד ההוא האלכסון הקצר ויהיה אורך האלכסון הארוך אשר הוא יוצא מג עד **ב** הוא גדר תשס״ט אשר הוא מרובע **אד** בעצמו עם מרובע קו **אג** עם קו **בד** אלו היו שניהם קו אחד שהם הראש והתושבת שניהם יחדיו. ואתה מבין אותות כל חשבון זה אם אתה מעיין בו עיון יפה.

המין השני.

§ 94. הנשאר מן התמונות אשר יש להם ארבע צלעות הוא כל מרובע שאין אחת מצלעותיו נכוחית לצלע האחרת ובתמונות האלה אין אתה יכול למצוא רבועם אלא מרבוע המשלשים אשר הם נחלקים עליהם. וכל מרובע בעולם הוא נחלק לשני משלשים. וידוע הוא כי המשבר שני המשלשים ההם ומצרף תשברתם ימצא תשבורת המרובע אשר הם חלקיו. ועל הענין הזה אתה יכול לדעת תשבורת כל מרובע על חלופי מניניהם מן השוים בצלעותם והנכוחיים בצלעותם מתשבורת המשלשות שהם נחלקים עליהם, אלא שהמרובעים השוים בצלעותם והנכוחיים בהם אתה יכול להגיע אל תשברתם מדרך אחרת, ואינך צריך לרבע בהם המשלשים אשר יחלקו עליהם ושאר המרבעים הנפתלים ואין בהם צלע נכוחי לצלע אחר אי אתה יכול למצוא תשבורת אלא מתשבורת המשלשים אשר יחלקו אליהם. — ואני נותן לך מן הענין הזה דמיון אחד ויהיה מספיק לך בשאר הצורות. והדמיון הזה הוא מן הצורה אשר השלמתי פירושה והיא הקטומה הרביעית המתמוטטת אשר צלע **אג** היה בה י״ד אמה וצלע **בד** היה כ״א אמה וצלע **אב** היה כ׳ אמה וצלע **גד** היה ט״ו אמה. ומצאת האלכסון הקצר בקטומה זו כאשר חשבנו למעלה י״ג אמה, וכאשר מדדת אותו בקרקע אשר אתה מרבע לא מצאת בו זאת המדה אלא יותר ממנו או פחות ממנו; ואנו מוסרים כאלו מצאנו אותה יותר כגון י״ו אמה ונודע לך מזה כי אין הצורה הזאת קטומת ראש כי אין אחת מצלעה נכוחית עם צלע אחרת לפי שאם היו נכוחיות לא היה אלכסונה הקצר או הארוך מתחלף מחשבונו אשר היה בקטומה ומפני זה אתה צריך לרבע שני המשלשים אשר נחלק עליהם המרובע הזה באלכסון אשר הוצאת בו והם שני משלשי **אדב אגד** וכל אחד מהם צלעותיו ידועות. ואתה יכול להגיע אל רבועם בהוצאת העמודים כאשר למדת ברבוע המשלשות. ואם אתה נוהג בהם המנהג הזה תמצא תשבורת משלש **אבד** מהם צ״ו ושליש פחות משהו ומשלש **אדג** תשברתו ק״נ ושני שלישיים פחות משהו ויהיה תשבורת

3—5 אשר הוא מרובע עמוד **אד** עם מרובע **אג** עם קו **בד** אשר הם ראשי הקטומה ותושבתה שניהם יחד בקו אחד פ | 8 הנשאר לי ומפ | 9 אחרת ומפ | 11 המצורף מ* | 13 בצלעותם לי מ* | התשבורת ן | 15 שאין אתה מרבע בה ומ, בהם פ | 16 נחלקים פ | אשר הם נפתלים ופ | אין ופ | 18 דמיון . . . הצורות לי ן | 19 הרביעית לי ומ*, הרציעית מ | 20 וצלע לי מ | היה לי מ | 21 אמה לי ומ* | 22 וכשמדדת ן | בקרקע אשר לי מ | 23 ממנו ואנו לי ן | מצאת מ* | כגון לי מ* | אמה לי ומ* | 25 היתה נכוחית ן | 29 התשבורת מ | 30 תשברתו לי מ

---

§ 94 חתרת מרובע נפתל (Trapezoid) בעזר אלכסון המחלקו לשני משלשים.

כל המרובע בענין הזה רמ"ז פחות משהו. ואנו מצאנו רבועו בקטומה מתמוטטת ר"י ונמצא הרבוע עודף בתמונה הזאת מפני עדיפת האלכסון. ואילו היה האלכסון מתמעט היה הרבוע פחות.

§ 94a. ומן הענין הזה אתה יכול למסור כלל גדול במרובעות ואומר: כל מרבע אשר אתה מוציא את אלכסונו יהיה נחלק לשני משלשים; אם אתה מוציא עמוד על אלכסון שני המשלשים ותאסוף שני העמודים ותקח את מחציתם ותרבע המחצית הזאת במנין האלכסון כלו, או תאסוף שני העמודים ותרבע אותם במחצית האלכסון, איזה מהם עשית גם בזה אתה מוצא תשבורת המרבע. ואיני צריך להביא לך משל מן החשבון הזה, מפני שאתה מבין אותו מן הדמיונות אשר במשיחת המשלשות.

ואיני נזקק להאריך בפירוש המרובעות יותר מזה, ואני חותם בכאן החלק הזה ומתחיל בחלק הרביעי במדידת העגולות וכל שבריהם בעזרת האל ית' וית'.

החלק הרביעי.

בפירוש מדידת הקרקעות אשר על צורת העגול התמים או על צורת העגול הפגום אשר הוא מחצית העגול או מרבה על המחצית או פוחת מן המחצית.

א.

§ 95. ואתה יודע תשבורת העגול התמים אם אתה יודע את אלכסונו והוא הנקרא קוטר בלשון ערבי, ותכפול הקוטר שלשה פעמים ושביעית פעם ויהיה אורך הקו הסובב, ואחר כך הוי מרבע את מחצית הקוטר במחצית הקו הסובב ותמצא תשבורת העגול.

1 כל התושבת מ* | 6 ותצרף המחצית מ* | 7 האלכסון או תצרף שני העמודים במחצית מ* | 8 איזה מהם עשית לי מ | גם בזה לי מ*פ | 14 בפירוש לי ומ* | במדידת ומ | 15 מן המחצית ומ

---

§ 94a כלל כולל להתרת כל מרובע אם ידוע האלכסון המחלקו לשני משלשים. | § 95 חשבון שטח העגול בעזר האלכסון. מקודם הוא חושב אורך הקו הסובב את העגול והוא, אם נכנה את האלכסון באות ד, $3\frac{1}{7} \times \text{ד}$ ואחרי כן צריך לכפול מחצית הקו הסובב במחצית האלכסון או הקוטר, ויהיה לפ"ז $3\frac{1}{7} \times \frac{\text{ד}}{2} \times \frac{\text{ד}}{2}$, או אם נכנה את מחצית הקוטר באות ר, יהיה שטח העגול $\text{ש} = 3\frac{1}{7} \times \text{ר}^2$ או πr^2. האות יוצא מן התמונות 72, 73. ראב"ח אינו חודר פה אל פרטי המופת ומסתפק בהערה „ושערו המדקדקים וקבצו אלה המותרות מכל קשת וקשת מאלו הששה ועלו למדת שביעית הקוטר", כי הוא כתב ספרו למודדי הארץ, והם היו בזמנו המודדים היותר גסים, ולכן הביא רק הדברים הברורים והמופתים הפשוטים וקצר במקום שהיה צריך לחדור אל הבחנות דקות. בצורה 78 חדש

ואות לאורך הקו הסובב שהוא ג׳ פעמים ושביעית פעם במדת הקוטר כגון **אבגדהו**, והקוטר שלה קו **אזד** ומחציתו על נקודת **ז** והוא מרכז העגולה; וידענו כי קו **או** הישר שוה לקו **אז** ולקו **אב** כי שלשתם יצאו מציר עגולת **בזו** והוא **א**, וכן עגולת **בזד** מצד האחד מראה כי קו **גד** וקו **גב** שוים אליהם, וכן קו **דה** וקו **הו** הישרים כי כמדת זה כן מדת זה. נמצא כמדת **אז** חצי הקוטר נמנו ששה ישרים בתוך העגול מושׁשים קו המוקף בששה מקומות והם ג׳ במדת הקוטר כלו. וידענו כי עגולת **אב** שהיא קשת גדולה מקו הישר **אב** שהוא מיתר לקשת כי כל קשת מוסיף על מיתרו; ושערו המדקדקים וקבצו אלה המותרות מכל קשת וקשת מאלו הששה ועלו למדת שביעית הקוטר.

ואחר שידענו הקו הסובב והקוטר אנו יודעים תשבורת כל העגולה שהיא מחצית הקוטר במחצית הקו הסובב. והאות על התשבורת הזה ידענו אם תפתח שטח העגול מצד אחד ותישר כל הקוים הסובבים מקו החצוני עד המרכז יתפשטו המקיפים שטח העגול ויחזרו לקוים ישרים מתמעטים והולכים עד שחוזרים אל נקודה אחת והיא נקודת המרכז כגון קו **אבגד דהוז חטי** שציירתי וכן החיצון גדול מכלם, ואשר לפנים ממנו קטן ממנו וגדול מאשר לפנים ממנו וכן הולכים עד הנקודה, ובזה נולדה לנו צורת המשלש; ותשבורת המשלש כבר בארנו, הוא כדי העמוד בחצי התושבת וזהו מחצית הקוטר במחצית הקו המקיף והוא בצורה אשר עשינו עמוד **אב** במחצית קו **ג**.

והדמיון לענין הזה עגולה שיש בקוטר שלה י״ד ואתה תכפול אותה שלשה פעמים ושביעית ויהיה מ״ד, והיא מדת הקו הסובב. ואם אתה כופל חצי הקוטר והוא ז׳ במחצית הקו הסובב והוא כ״ב יהיה המנין הנקבץ קנ״ד והוא תשבורת העגול.

§ 96. ואתה מגיע לתשבורת העגול מדרך אחרת שלא תצטרך בה אל הקו הסובב, והוא שתהיה מרבע את הקוטר ותגרע ממרובעו שביעיתו ומחצית השביעית והנשאר בידך הוא תשבורת העגול.

ובדמיון הזה אשר מסרתי לך אתה מוצא מרובע הקוטר קצ״ו ואם אתה גורע מן המנין שביעיתו ומחצית השביעית והוא מ״ב ישאר בידך קנ״ד והוא תשבורת העגול אשר מצאת בחשבונך על הדרך הראשון.

והאות על זה החשבון נשים עגולת **אבגד** קטרה י״ד ונרבע על זה הקוטר מרובע רבוע שוה הצלעות וזויותיו נצבות והוא מרובע **אחזג** ותשברתו קצ״ו ועגולת

1 ואות לאורך . . . עד סוף המופת חסר בכל כ״י מלבד **מ** | 22—24 לי מ* |
28 והאות . . . עד סוף המופת רק בכ״י **מ**

ראב״ח מופת פשוט בחשבון שטח העגול, שאינו נמצא במקום אחר, מלבד בבעלי התוספות (פסחים קט, א. עירובין נו, ב. סוכה ח, א. ובמקומות המקבילים) ואין צריך פה להוכיח, כי בעלי התוספות לקחו המופת הזה מן ראב״ח או מן איזו העתקה שבאה לידם מספרו, כי במקומות שציינתי חסר עיקר המופת אשר ראב״ח נשען עליו. וכן לקח הצורה הזאת המבאר ס׳ צורת הארץ לראב״ח אפענבאך 1720 צד ג, א.

§ 96 חשבון שטח העגול על דרך אחרת והיא בתמונה אלגיברית, אם נציין מחצית הקוטר באות ר, $\text{ש} = 4\text{ר}^2 - \left(\frac{4\text{ר}^2}{7} + \frac{4\text{ר}^2}{14}\right) = \frac{44\text{ר}^2}{14} = 3\frac{1}{7}\text{ר}^2$.

חדז שוה לעגולת **אבג** נמצא שעגולת **אבגד** חוסרת מן המרובע **אחבג** כדי שני משלשים העקומים **אחד** ו**דגז** והם לחשבוני שביעית המרובע, מחצית שביעית והם מ"ב בין שניהם והאחד כ"א. ונוציא קו ביושר מן **ד** אל **ג** וקו אחר ביושר מ**ד** אל **ז**, ויצא לנו המשלש הישר **דגז** שוה השוקים; וידענו כי הוא רביעית המרובע והיא מ"ט בצורה הזו. ועיין כמה הוא התשבורת מקשת **דג** שהוא צורה המעוטה מחצי עגול, וזה נפרשנו לפנים, שאם נרבע מחצית הקוטר והוא קו **טג** במחצית עגולת **דג** שהוא י"א בצורה הזו ונוציא מהמרבע תשבורת המשלש הישר **דטג**, ומה שישאר הוא תשבורת הקשת **דיג**, ורבוע קו **טג** במחצית עגולת **דג** הוא ל"ח וחצי, נוציא ממנו תשבורת משלש הישר **טדג**; ואין אנו יכולים לדעתו כי אם מעמוד **טי** העומד על מחצית מיתר **דג**, וזה העמוד נודע אם נוציא מרובע קו **גי** מרבוע קו **טג** שהוא אלכסון למשלש נצב הזויות **טיג** ומה שישאר נקח גדרו והוא עמוד **טי** ותשבורת אותו המשלש קו **טי** בקו **גי**; וקו **דג** ידענו כי הוא גדר צ"ח מפני שהוא אלכסון מרובע ז' על ז'; וגדר צ"ח הוא ט' וט' עשיריות בקרוב, וחציו ד' וט' עשיריות וחצי עשירית, והיא מדת קו **גי**; נוציא מרבע זה ממרובע **טג** ונשארו כ"ה בקרוב וגדר כ"ה הוא חמשה והוא עמוד **טי**; ואם נרבעהו במחצית התושבת והוא קו **יג** יעלו כ"ד וחצי, ונשאר קשת **דג** תשברתו י"ד, וכן קשת **דח** מצד אחר, ובין שניהם כ"ח, נוציאם ממשלש **דגז** הישר שהוא מ"ט ונשאר למשלש **דגז** העקום כ"א אמה, וכן למשלש **אחד** העקום השוה לו ובין שניהם מ"ב והוא שביעית מרובע **אחזג** ומחצית שביעיתו.

§ 97. והחשבון הזה כלו הוא על דעת האומרים על קו הסובב שיש בו שלשה ושביע מן הקוטר, ומפני זה אתה פוחת ממרובע הקוטר שביעיתו ומחצית השביעית ותמצא התשבורת, אבל לדעת המדקדקים בחשבון העגול והם החושבים את מהלכות הכוכבים, האומרים על הקו הסובב שהוא שלשה מקוטר ועוד ח' חלקים וחצי מששים חלק בקוטר אין החשבון כך, אבל אתה פוחת לדעתם מן מרובע הקוטר רביעיתו פחות ח' חלקים וחצי מס' ברביע ויהיה הנשאר תשבורת העגול.

ובדמיון אשר מסרנו לך למעלה, אם אתה פוחת ממרובע הקוטר אשר הוא קצ"ו רביעית פחות ח' חלקים וחצי מס' ברביעית הוא מ"ב אמה ושלשה חלקים וחצי מן ס' באמה ישאר מן המרובע קנ"ד אמה פחות ג' חלקים וחצי מס' באמה והוא תשבורת העגול על החשבון המדוקדק.

ומפני שאין בין שני החשבונים האלו אלא דבר שאין בו חששא והוא פחות מחצי שמינית אמה בקנ"ד אמה והקרוב הזה אינו מזיק בחשבון הזה שאדם חושש לו סמכו אנשי המדידה על החשבון הראשון מפני שהוא קל ופחתו לעולם ממרובע

20 האומרים ל' ן | 22 והמדקדקים בחשבון פ | 24 ואין החשבון מ

---

§ 97 חשבון שטח העגול לפי דעת המדקדקים והוא $ש = 4ר^2 - \left(ר^2 - \frac{8\frac{1}{2}ר^2}{60}\right) = \frac{377ר^2}{120} = ר^2 \times 3{\cdot}1416$. החשבון הזה מדוקדק הוא עד ארבע עשיריות.

הקוטר שביעיתו ומחצית השביעית ושמו הנשאר תשבורת העגול. ועל הדרך [הזה] היו סומכין בחשבון העגולות ואינן חוששין לקרוב המעט אשר בו.

וכיון שאתה יודע את אורך הקוטר אתה יכול לדעת את תשבורת [העגול] ואי אתה חושב את הקו הסובב.

§ 98. ואם אתה יודע את תשבורת העגול ותהיה רוצה לדעת את אורך הקוטר אתה מוסיף על התשבורת שלשה חלקים מי״א ותמצא את מרובע הקוטר וגדר המרובע הזה הוא אורך הקוטר.

כגון האומר עגולה שיש בתשברתה קנ״ד כמה הוא אורך הקוטר שלה? ואתה קח ממנו ג׳ חלקים מי״א והם מ״ב, מפני שהחלק האחד הוא י״ד; ואם אתה מוסיף מ״ב על קנ״ד אשר הוא תשבורת העגול, יהיה הכל קצ״ו והוא מרובע הקוטר וגדרו הוא אורך הקוטר. והאות על החשבון הזה תדענו מן הדבר אשר למדת והוא שתהיה פוחת מן מרובע הקוטר ג׳ חלקים מי״ד ויהיה הנשאר חשבון העגול.

§ 99. ואם אתה יודע את הקו הסובב ותרצה לדעת את הקוטר קח מן מ״ד שהוא הקו הסובב ז׳ חלקים מכ״ב או חלק הקו הסובב על שלשה ושביע ותמצא הקוטר. ושני החשבונות האלו באין לענין אחד.

כגון האומר הקו הסובב יש בו מ״ד אמה כמה הוא אורך הקוטר? ואם אתה לוקח ממ״ד שבעה חלקים מכ״ב יהיה י״ד והוא אורך הקוטר.

והאות על הענין הזה הוא מפני שרבוע הקוטר בשלשה ושביע הוא הקו הסובב.

§ 100. ואם אתה יודע תשבורת העגול ותרצה לדעת את הקו הסובב אתה מוסיף על התשבורת ג׳ חלקים מי״א והנקבץ קח את גדרו ורבע אותו בשלשה ושביע ויהיה הקו הסובב.

8—12 ל׳ מ | 9 הוא ה׳ ן | ואתה מוצא חלק אחד מי״א במרובע הזה הוא י״ד ושלשה חלקים ממנו הם מ״ב | 11—12 והאות . . . העגול ל׳ פ | 13 הקו המקיף מ* | 19 ל׳ מפ | והאות על החשבון ן | 19—22 ל׳ פ

---

§ 98 חשבון הקוטר אם שטח העגול ידוע. הנה אם נציין הקוטר באות ד ושטח העגול באות ש, יהיה $\text{ש} = \frac{\text{ד}^2 \times 3^1/_7}{4}$, או $\text{ש} = \frac{22}{28}\,\text{ד}^2$ ומזה $\text{ד}^2 = \frac{28}{22}\,\text{ש} = \frac{14}{11}\,\text{ש}$, או $\text{ד}^2 = \text{ש} + \frac{3}{11}\,\text{ש}$, והוא כלשון המחבר שצריך להוסיף על התשבורת (ש) שלשה חלקים מי״א ותמצא את מרובע הקוטר, וגדר המרובע הוא אורך הקוטר, כלומר $\text{ד} = \sqrt{\text{ש} + \frac{8}{11}\,\text{ש}}$. | § 99 הקו הסובב הוא $3^1/_7\,\text{ד}^2$, ולכן אם נחלקו על $3^1/_7$ יצא ד. | § 100 הנה תשבורת העגול הוא $\frac{22}{28}\text{ד}^2$. אם נוסיף על זה ג׳ חלקים מי״א, יהיה $\frac{22}{28}\,\text{ד}^2 + \frac{6}{28}\,\text{ד}^2 = \frac{28}{28}\,\text{ד}^2 = \text{ד}^2$. אם נקח את גדרו, יהיה ד, ואז צריך לכפול את הקוטר בשלשה ושביע, ויהיה הקו הסובב, כאשר כבר בארנו בסי׳ § 95.

כנון האומר עגולה שיש בתשברתה קנ״ד כמה יהיה הקו הסובב? ואתה תמצא ג׳ חלקים מי״א מ״ב ושני המספרים האלה יהיה קצ״ו וגדר המספר הזה י״ד, רבע את הגדר הזה בג׳ ושביע יהיה הנקבץ מ״ד והוא יהיה הקו הסובב.

והאות על החשבון הזה כלו הוא מפני שהנקבץ מהתשבורות ומג׳ חלקים מי״א הוא מרובע הקוטר, וגדרו הוא אורך הקוטר, ובעת שרבעת הגדר והוא אורך הקוטר בשלשה ושביע הוא יהיה הקו הסובב כאשר למדת למעלה.

§ 101. ואם יאמר לך עגולה שאתה מרבע את כל הקוטר שלה בי״א יהיה תשברתה קנ״ד כמה הוא קוטרה?

ואתה יודע כי רבוע הקוטר כלו ברביעית הקו הסובב הוא התשבורת; וכיון שיאמר לך רבע את הקוטר בי״א נראה לך כי רביעית הקו הסובב הוא י״א ובא אתה ומנה י״א ד׳ פעמים ויהיה מ״ד והיא מדת הקו הסובב; חלק אותו על ג׳ ושביע ותמצא אורך הקוטר.

והאות על הענין הזה גלוי לך, מפני שאתה יודע שרבוע מחצית הקוטר במחצית הקו הסובב הוא תשבורת העגול כאשר נמסר למעלה, והחשבון הזה שוה הוא לרבוע כל הקוטר ברביעית הקו הסובב; והרי נתפרש דרך מדידת העגול התמים, ואנו באים לפרש מדידת העגול הפגום.

ב.

§ 102. העגול הפגום היא הצורה הדומה לצורת קשת. וידוע הוא כי שברי העגול הם שלשה שברים כשברי כל התמונות, וכל שבר ושבר משברי העגול יש לו מיתר וחץ מפני שהוא דומה לקשת. ומיתרו הוא הקו הישר נמשך מצד הקו העקום אשר לו אל צד שני, וחצו הוא קו ישר עומד על מחצית המיתר על זוית נצבה ומושך עד הקו העקום. ואם יהיה החץ שוה למחצית המיתר אנו קוראין לשבר הזה חצי עגולה; ואם יהיה החץ מחסר ממחצית המיתר אנו קוראין לו לשבר הזה פחות מחצי עגולה; ואם יהיה החץ עודף על מחצית המיתר יהיה השבר הזה עודף על מחצית עגולה.

§ 103. כגון שבר עגולה אשר על הקו העקום אשר לו **אבג** ומיתרו קו ישר אשר עליו **אדג** וארכו שמונה אמות וחצו קו **דב** וארכו ד׳ אמות והשבר הזה חצי עגולה.

18 העגול הפגום ל׳ ופ | והיא הצורה ופ | 19 בשברי מ | כל ל׳ מ | 22 החץ שוה ל׳ מ | ואנו מ* | 23 החץ ל׳ מ | 24 מוסיף על חצי העגולה מפ

---

§ 101 הלשון מגומגם קצת והשאלה היא, אם נתונה לנו עגולה שתשברתה קנ״ד והיא הכפלת הקוטר בי״א כמה הוא הקוטר? התשובה היותר פשוטה היא, כי צריך רק לחלק את מספר קנ״ד על י״א ויצא הקוטר והוא י״ד וכן היא גם לדעת המחבר רק שהוא מיגע את הקורא בחשבונות כדי להרגילו. | § 102 ענין העגול הפגום (Segmentum, Kreisabschnitt). | § 103 חשבון שטח העגול הפגום אשר מיתרו שוה לקוטר העגול, עגול פגום כזה הוא שוה לחצי העגול.

ואם אתה רוצה לדעת את תשבורת הצורה הזאת הוי מרבע את חצי המיתר הזה אשר הוא קוטר העגול בחצי הקו העקום הנקרא קשת ותמצא תשבורת חצי העגול הזה.

§ 104. ואתה יודע מדת הקשת אם אתה כופל חצי המיתר והוא ד׳ אמות ג׳ פעמים ושביע יהיה י״ב אמות וארבע שביעיות האמה והוא מדת הקשת אשר הוא חצי העגול. קח את מחציתם והוא ו׳ אמות ושני שביעיות אמה ומנה אותם בד׳ אשר הוא חצי המיתר ויהיה כ״ה אמה ושביעית האמה והוא תשבורת חצי העגול.

§ 104a. ואתה מגיע אל תשבורת הצורה הזאת על דרך אחרת, אם תהיה מרבע את המיתר ותוציא ממרובעו שביעיתו וחצי שביעיתו ותקח חצי הנשאר והוא יהיה תשבורת חצי העגול. ואם אתה מרבע בזה הדמיון ח׳ אמות אשר הן אורך המיתר יהיה ס״ד, הוצא ממנו שביעיתו וחצי השביעית, והוא י״ג אמה וה׳ שביעיות, ישאר בידך נ׳ אמה ושתי שביעיות אמה, ומחצית המנין הזה הוא תשבורת חצי העגול והוא כ״ה אמה ושביעית אמה וזהו דרך חשבון חצי העגול כאשר בצורה הזאת [צורה 75].

§ 105. ולדמיון לצורה אשר היא מעט מחצי העגול היא צורת קשת אשר עליה **אבג** ומיתרה **אג** וארכו ח׳, וחצה **דב** וארכו ב׳ אמות; והצורה הזאת אינה מגעת לחצי עגולה אבל פוחת מן החצי מפני שחצה פוחת ממחצית המיתר.

§ 106. ואין אתה יכול להגיע אל תשבורת הצורה הזאת אם אין אתה יודע קוטר העגול אשר נקטמת ממנו, ואתה מגיע אל קוטר העגול אשר נקטמת ממנו אם אתה מרבע את מחצית המיתר ותחלק מרובעו על החץ ותוסיף החלוקה עליו ותדע סך הכל והוא יהיה אורך הקוטר.

ואם אתה מרבע בצורה הזאת [צורה 76] מחצית המיתר והוא ד׳ יהיה מרבעו י״ו, חלק אותו על החץ והוא ב׳ תהיה החלוקה ח׳, הוסף אותם על ב׳ אשר הוא אורך החץ והיה הסך י׳ והוא אורך קוטר העגולה אשר נקטמה ממנה כצורה הזאת.

1 הצורה הזאת ל׳ מ | 2 העגול ל׳ מ | 3 הזה ל׳ מ | 6 אמה ל׳ מ | 8 ואתה מגיע תשבורת אל זאת הצורה פ | הזאת ל׳ מ | ואם מ | 9 ויהיה ומפ | 10 חצי הכדור מ | 11 ועלה הכל מ* | 11—12 וחצי... הכל ל׳ מ | וחצי השביעית והוא ט׳ אמות ושביעית אמה מ* | והוא י״ג אמות ן | 12 הזה ל׳ מ* | דרך ל׳ ומ* | 13 כאשר בצורה הזאת ל׳ מפ | 14 המעט ופ, המעוטה מ* | 16 וחץ שלה פ, וחציה מ* | 17 פוחת ממנה ומ, פוחתת מחצי פ | 18 ואתה יודע מ* | 20 אשר נקטמת ממנו ל׳ ומ*פ | את ל׳ מ | ותוסיף החלוקה עליו ל׳ מ*, על החץ ן | 28 והיה הכל מ*

---

§ 104 חשבון הקשת בשאלה זו הוא חשבון חצי הקו הסובב, ועניננו כבר מבואר בסי׳ § 95. | § 105 הגבלת העגול הפגום אשר הוא פחות מחצי עגולה. | § 106 חשבון הקוטר של העגול הפגום נוסד על הלמוד שכבר בא בשער הראשון § 88 שכל שני קוים העוברים זע״ז בעיגול וחולקים זא״ז, יהיה רבוע חלקי הקו האחד זב״ז שוה לרבוע חלקי הקו השני זב״ז והוא באוקלי׳ III לה.

ואם תהיה רוצה לדעת האות על החשבון הזה הוי משלים את העגולה הזו והוצא חץ **בד** עד שיגיע אל עקמימות העגולה מן הצד השני, כגון קו **בדז** בצורה הזו השנית [צורה 77], ויהיה בעגולה **אג בז** שני קוים חולקים זה את זה והם קו **אג** וקו **בז** אשר נחלקו על נקודת ד; ומפני זה יהיה רבוע קו **אד** בקו **דג** אשר הם שוים זה לזה כרבוע קו **בד** בקו **דז** מפני שהם מתחלקים בעגולה כאשר פירש אקלידס וקו **אג** נחלק בינתים ויצא מנקודת מחציתו קו **בז** עמוד עליו על זוית נצבה; ובידוע שהקו הזה עובר על ציר העגול והוא קוטר להעגול כאשר פירש אוקלידס בספרו ויהיה עמנו ד׳ קוים והם קו **אד** ודג ובד ודז, רבוע הראשון והוא **אד** ברבוע השני והוא **דג** כרבוע השלישי והוא **בד** ברביעי והוא דז, ויהיה מפני זה הקשת הראשון אל השני כהקשת השלישי אל הרביעי כאשר פירש אוקלידס. מפני זה אם אתה מרבע האחד ברביעי ותחלק הכל על השני תהיה החלוקה הקו השלישי כאשר פירש אוקלידס בספרו.

ויתברר מכל זה כי קו **דז** ח׳ וקו **בד** היה ב׳ יהיה מפני זה הקוטר כלו י׳ אמות.

§ 107. ואם תרצה לדעת תשבורת הצורה הזאת חלק קו **בז** לשני חלקים שוים על נקודת **ח** ותהיה הנקודה הזאת ציר העגול, והוצא ממנה שני קוים אל נקודת **א** ואל נקודת ג, והם קוי **חא** וחג. אם אתה מרבע קו **אח** אשר הוא חצי קוטר העגול בחצי הקשת אשר הוא עוקם **אב** יהיה המנין ההוא תשבורת המשלש אשר שתי צלעיו שני קוי **אח** וחג ותושבתו קשת **אבג**. הוצא מן המנין הזה תשבורת משלש **אחג** וישאר בידך תשבורת הצורה הזאת אשר עליה **אבגד**. ותשבורת המשלש הזה הוא רבוע קו **חד**, אשר הוא בצורה הזאת ג׳ אמות, בחצי קו **אג** והוא ד׳ אמות ורבועם י״ב והוא הסך אשר תוציא מרבוע קו **אח** הישר בקו **אב** העקום ויהיה הנשאר תשבורת צורת **אבגד**.

ואות לזה כבר בארנו כי מחצית הקוטר במחצית קו הסובב הוא תשבורת העגולה, על כן אמרנו הנה, כי מחצית קוטר במחצית **אב** הוא תשבורת צורת **אבגח**; כי אם תרבע כמו כן מחצית הקוטר במחצית עגולת **אז** יצא לך תשבורת **אזח**; וכן אם תרבע מחצית הקוטר במחצית עגולת **גח** יצא לך תשבורת **גחז** ובין אלו שלשה תשבורות נשלמת כל העגולה השלמה והיא שוה למחצית הקוטר במחצית כל הקו הסובב.

1 ואם תהיה רוצה לדעת ל׳ פ. לדעת ל׳ מ, והאות פ | הזו ל׳ מ*פ | 2 בצורה השנית הזאת פ, הזו ל׳ מ* | 4 רבוע ל׳ מ | 6 וקח אג מ | 7 כאשר ביאר מ* ¦ בספרו ל׳ ומ*פ | 7—10 ויהיה . . . בספרו ל׳ מפ | 13 ונתברר לך כי קוטר העגול הזה עשר אמות פ | מכל זה אם תשים אליו לבך ומ | 18 קשת ל׳ מ* | 23 ואות לזה . . . עד סוף המופת רק במ.

§ 107 דרך חשבון העגול הפגום הוא לחשוב מקודם את כל חלק העגול אשר גבוליו הקשת ושתי חצאי הקוטר (Sector, Kreisausschnitt) ע״ד המשלשים, כלומר לכפול חצי קוטר העגול בחצי הקשת ולגרוע מזה תשבורת המשלש אשר תושבתו המיתר וגבהו חצי הקוטר אחרי אשר נפחת ממנו החץ.

ומכאן אתה אומר כי רבוע השבר אשר הוא פוחת מחצי עגולה יהיה אם תרבע חצי הקוטר בחצי הקשת ותשמור את המספר ההוא; ואחר כך תוציא מחצי הקוטר החץ אשר לקשת, והנשאר מחצי הקוטר מנה אותו במחצית המיתר והוי פוחת המנין הזה מן המספר אשר שמרת אשר נקבץ מרבוע חצי הקוטר בחצי הקשת, וישאר בידך תשבורת העקמימות אשר היא חוסרת מחצי עגולה.

§ 108. והדמיון לשבר אשר הוא עודף על מחצית העגול הוא קשת אשר עליו **אבג** ומיתרו **אג** וארכו י״ב אמות וחצו קו **בד** וארכו י״ב אמה.

ואתה מגיע אל תשבורת העקמימות הזאת בהוציאך את קוטר העגולה אשר היא נקטמת ממנה ותהיה מרבע את חצי הקוטר בחצי הקשת ותוסיף עליו תשבורת המשלש אשר על המיתר, ויהיה סך הכל תשבורת העקמימות. — ואם אתה מרבע את חצי המיתר בדמיון הזה יהיה מרובעו ל״ו, חלק אותם על החץ אשר הוא י״ב תהיה החלוקה ג׳; הוסף אותם ויהיה סך הכל ט״ו והוא אורך קוטר העגולה אשר נקטמת ממנה הקשת הזאת, ומחציתה היא מחצית הקוטר והיא בצורה הזאת [צורה 78] קו **בז** והוא ז׳ וחצי; מנה אותו במחצית הקשת ויהיה המנין ההוא תשבורת הצורה העקמימית אשר יקיפו אותה שני קוי **גז** ו**אז** עם קשת **אבג**; הוסף עליה תשבורת משלש **אזג** והוא המספר הנקבץ ממרובע קו **דז** בחצי קו **אג** ויהיה סך הכל תשבורת העקמימות הזאת [כאשר בצורה הזאת].

ומכאן אתה למד הרוצה לדעת תשבורת העקום אשר הוא מעדיף על חצי עגולה, מרבע את חצי הקוטר בחצי הקשת וישמור זה המספר, ואחרי כן יפחות חצי הקוטר מן החץ אשר לעקמימות והנשאר מן החץ מרבע אותו בחצי המיתר, והמנין ההוא יאספנו אל המספר אשר שמר, ויהיה [סך] הכל תשבורת העקמימות העודפת על חצי העגול.

והאות על החשבונות האלה גלוייה למבין את האותות אשר מסרתי למעלה.

§ 109. ומן הדמיונות האלה אתה יכול למדוד כל התמונות אשר הם על צורת העגול או על צורת העקום, או על צורה מורכבת מעגול ומישר. כגון משלש אשר תהיה תושבתו עקמימות ושני צלעיו קוים ישרים והם בצורה אשר אני מצייר לך שני קוי **אב** ו**אג**, והתושבת קו עקום אשר עליו **בדג**. ואם אתה מוציא בצורה הזאת קו ישר כגון קו **בג** הישר יהיה לך משלש ישר אשר עליו **אבג** וצורה עקמימית אשר עליה **בדג** והוא שבר עגולה. ואתה מרבע כל אחת מהם לבד ותאסוף שני המרובעים ויהיו תשבורת הצורה הזאת [צורה 79].

1 אתה למד מ* | 8 מיתר הקשת ומ | 17 כאשר בצורה הזאת ל׳ מפ | 18 אתה אומר ומ*פ | מהעודף על מ* | 23 והאות על עלה מ | 25 העגול או על צורת ל׳ מ* | 30 תושבת הצורה הזאת מ*

---

§ 108 החשבון הזה דומה למ״ש בסי׳ הקודם רק שכאן צריך להוסיף על חלק העגול אשר גבוליו הקשת ושתי חצאי הקוטר את המשלש אשר תושבתו המיתר ושוקיו שתי חצאי הקוטר, לפי שהעגול הפגום הוא יותר על מחצית העגול. | § 109—§ 111 שאלות מורכבות מן הלמודים שבאו בהתרת העגול הפגום.

§ 110. וכן אילו היה מסור לך צורה אשר תושבתה ישרה וצלעיה עקומות כגון צורה אשר עליה **אהגבד** אשר שני צלעי **אדב** ו**אהג** בה עקומים ותושבת **בג** ישרה. אם אתה מוציא בה שני קוים ישרים כגון **אב** ו**אג** נחלקה הצורה הזאת לשלשה חלקים, והם: משלש ישר אשר עליו **אבג** ושני שברי עגולה אשר על האחד **אדב** ועל השני **אהג**, ואתה יודע תשבורת כל אחד מן החלקים האלה מן הענינים אשר למדת למעלה.

§ 111. וכן אלו היה הקרקע מעורב משני שברי עגולה והיא הצורה הדומה לצורת דגים כגון הצורה אשר עליה **אגבד** [צורה 81]. אם אתה מוציא בצורה הזאת קו ישר כגון **אב** יחלקו עליו שני חלקי העגול; ואתה מרבע כל אחד משני השברים האלו לבדו ויהיו שני המרבעים תשבורת הצורה הזאת הדומה לדגים.

§ 112. ואם לא תהיה השדה עגולה אבל עקומה כגון חתוכי המצבה אשר לא נחתכו לנוכח תושבתה, והעקומה הזאת יש לה שני קוטרים האחד ארוך מן השני וכדומה לזה, אתה לוקח מחצית הקוטרים ותחברם ותרבעם ותוציא ממרובעם שביעיתו ומחצית השביעית כאשר עשית בעגול, והנשאר מן המרובע יהיה תשבורת העקומה [צורה 82].

וכגון אלו אתה מוצא צורות רבות מתרכבות ואיני צריך לפרשם.

§ 113. ואם תהיה יודע קוטר עגול אחד וינתן לך בו מיתר אחד ותהיה רוצה לדעת אורך קשת העיגול המקפת את המיתר ההוא ותבקש כלל להיות בידך שתהיה יודע ממנו אורך הקשת מתוך דעת החץ או המיתר כאשר מצאת כלל לדעת אורך הקוטר מתוך הקו הסובב ואורך הקו הסובב מתוך הקוטר, הוי יודע כי אין הכלל הזה יכול להנתן לך מפני שאין הקשה בין המיתר ובין הקשת הולכת על סדר אחד אבל היא מתחלפת בחלוף הקשתות והמיתרים; כי אם יהיה לך שתי קשתות שאינן שוות מעגולה אחת יהיה ערך הקשת הקטנה מוסיף על ערך מיתר הקשת ההיא ומיתר הקשת האחרת ואין התוספת הזאת אשר ביניהם נוהג על סדר אחד, ולכן אינה נכנסת בכלל שיהיה אוצר אותה; וחשבון הקשתות והמיתרים מפני זה קשה על רוב בני אדם. והחושב אותו הוא צריך לעמוד על כללות רבות מחכמת השיעור.

2 **אהגב** ו | 6 ושני לי מ | 8 והבן אלו היה מ | 17 ואם תהית יודע . . . ער סוף הספר חסר בכ"י מ | ואם אתה יודע פ

---

§ 112 פה נוגע המחבר בחשבון האליפסא. המחבר אינו קורא את התמונה הזאת בשם, רק מעיר שהיא מחתוכי המצבה (Kegelschnitt) אשר לא נחתכו לנוכח תושבתה, והיא הגדרה נכונה וכן נכונה גם התמונה אשר על פיה יחשוב שטח האליפסא, כלומר לרבע הקוטרים זב"ז ולהוציא ממרובעו שביעיתו ומחצית השביעית כאשר בסי' § 96 והוא ממש כתמונת הידועה $F = a b \pi$. a, b הם שני חצי הקוטרים. | § 118 בסימן הזה מביא לנו ראב"ח לוח יקר המפיץ אור על דרכי החשבון שבימיו. הלוח הזה היה למהנדסים שבימי הבינים במקום לוח הבקעים (Sinus-Tafel) אשר לנו, ובו השתמשו במקום אשר אנו משתמשים בלוחות הטריגונומטריות. המיתר הוא כפל בקע (sinus) חצי הזוית השייכה לו כפי שנראה מן צורה 77. אם נכנה את המיתר באות מ ואת הזוית באות α, אז תצא לנו המשויה מ $= 2$ בקע $\frac{\alpha}{2}$. על הלוח הזה אומר ראב"ח, שבו השתמשו חכמי מלאכת הככבים

וחכמי מלאכת הככבים טרחו בענין הזה מפני מלאכתם ואני העתקתי מן החשבון ההוא מה שהיה בעיני מצורך החבור, וציירתי לך לוח שהוא מחלק האורך לכ״ח חלקים, כי כן חלקתי קוטר העגול לכ״ח חלקים ויהיה על הדעת הזאת קו העגול הסובב נחלק לפ״ח חלקים, וחלקתי הלוח הזה ברוחב לד׳ סטרין, וכתבתי בסטר הראשון מן הרוחב לפי ארכו כ״ח חלקים ובג׳ הסטרין מן הרוחב הנשארים לפי ארכן כתבתי הקשת הראויה לכל מיתר מן א׳ עד כ״ח, ויהיה לוח הקשת נחלק לג׳ סטרין מפני שחלקתי החלק האחד לס׳ חלקים שניים, וכל חלק מן החלקים השניים חלקתי לס׳ חלקים שלישיים כאשר אתה רואה בצורת הלוח הזה:

1 טרחו בענין לצורך מלאכתם ופ | 8 בלוח הצורה הזאת פ, בצורת הלוח המשורטט בכאן ו |

ובכן אפשר להקיש מן דיוק הלוח הזה על דיוק החשבונות שנעשו ע״י חכמי מלאכת הככבים עד שנת 1116. הלוח הראשון ממיתרות העגול מיוחס להיפרכוס. יעוי׳ בספרו *Τῶν 'Αράτου και Ευδόξου φαινομένων ἐξηγήσεις* והוא כעין ממציאה של הטריגונומטריא. אבל לוח שלו עדיין גס ובלתי מדויק הוא. חכמי ההנדסה שבימי הבינים טרחו ועמלו להשלים הלוחות האלה ולדייק בהם יותר ויותר עד שהגיעו לשלימותם ע״י לייבניץ בשנת 1670, 1691 וע״י Newton, Bernoulli, Gregory והחכם Euler ע״י שורותיהם הטריגונומטריות והציקלומטריות. ע״י Holzwarth, Grundlagen und Methoden des tabellarischen Rechnens . . . Frankfurt a. M. 1895. הלוח של ראב״ח נבדל במינו משאר לוחות בד׳ דברים: א) ראב״ח לא שם לקו חשבונותיו את חצי המיתר, כלומר הבקע השייך לאיזו זוית רק את המיתר כלו. אם נשקיף על ההבדל שמצאו חוקרי דברי ימי חכמת השיעור בין יסודי חכמת המשלשים של היונים ושל הערביים, נמצא שהערביים חשבו בלוחותיהם תיכף את חצי המיתר, כלומר הבקע או סינוס (sinus) כי גם השם הרומי sinus הוא רק העתקה ממלת הערבית جيب, אמנם היונים לקחו את כל המיתר. ובכן נראה פה שהמהנדסים היונים השפיעו יותר על ראב״ח מהערביים, אף כי אין להכחיש שראב״ח השתמש בספרים ערביים גם כן. — ב) ראב״ח לא שם לו ליסוד הלוח את אחדות הקשת רק את אחדות המיתר. נטייתו זאת אפשר לבאר משיטתו הכללית שבספרו, להתרחק מכל מדידת הזויות מלבד הזוית הנצבה, כי הוא כתב ספרו למודדי קרקעות, ולהם די במדידה גסה ואין להם דבר עם הזויות, כי לא היו להם כלי מדידת זויות אצל קרקעות ומדדו רק קוים. — ג) את קוטר העגול הוא חולק לכ״ח חלקים ואת הקו הסובב לפ״ח חלקים. כל חלק מחלקי הקשת הוא חוזר וחולק לס׳ דקים, וכל דק לס׳ שניים. חלוקה יותר דקה איננו מזכיר פה. — ד) הלוח מדויק אפי׳ מפאת חשבונותינו החדשים. הנטיות היותר גדולות אינן עוברות את גבול ″4 שלנו. וגם בשגיאות כאלה אי אפשר להאשים את ראב״ח, כי מונחת היא בטבע חלוקתו, כי לפי האמור יהיה כל חלק השניים שבלוח ראב״ח $= 72'''' \; 5''' \; 4''$ שלנו.

השתוות הלוח עם הלוחות החדשים תבוא בהקדמה וכן דרך החשבון, וכאן אעיר רק על הלוח בעצמו כפי שהוא לפנינו והוא שחלקי כל הקשת או הקו הסובב הם פ״ח וכל הקוטר נחלק לכ״ח חלקים. כל חלק מחלקי הקשת נחלק לס׳ שניים וכל חלק מן השניים נחלק לשלשיים — בהעתקות נפלו שגיאות הרבה ואני תקנתי השגיאות כפי דרכי החשבון, ובהקדמה אני נותן ההעתקות השונות כפי שהן לפנינו, ויש להעיר עליהם בדרך כלל שהן כלן שגיאות המעתיקים.

חלק המיתרים	חלקי הקשת		
	חלקים	שניים	שלשיים
א	א		ג
ב	ב		ח
ג	ג		כה
ד	ד		נה
ה	ה	א	מד
ו	ו	ב	נז
ז	ז	ד	מב
ח	ח	ז	א
ט	ט	ט	נט
י	י	יג	מב
יא	יא	יח	לג
יב	יב	כד	כג
יג	יג	לא	כט
יד	יד	מ	

חלק המיתרים	חלקי הקשת		
	חלקים	שניים	שלשיים
טו	טו	ג	י
טז	יז	ב	יו
יז	יח	יו	לו
יח	יט	לג	כט
יט	כ	נג	כט
כ	כב	יז	י
כא	כג	מה	יט
כב	כה	יט	ד
כג	כז		א
כד	כח	ג	לו
כה	ל	נד	נב
כו	לג	כ	נה
כז	לו	כט	כט
כח.	מד		

§ 114. ואני מזכיר לך כלל שאתה צריך אליו בחשבון הזה. כל ארבעה נערכים מוקשים על סדר אחד שיהיה ערך האחד מן השני כערך השלישי מן הרביעי, וידוע הוא כי רבוע המוקש מן שני הנערכים הראשונים אל הנוקש משני הנערכים האחרונים כרבוע המוקש מן האחרונים אל הנוקש מן הראשונים, והוא שיהיה רבוע הראשון מן הארבעה ברביעי כרבוע השני בשלישי כאשר נזכר לך למעלה; ואחר שיהיה הכלל הזה מסור לך בידך וזכור לך אני מפרש לך דרך חשבון הלוח הזה.

§ 115. אם ינתן לך מיתר קשת עגולה הוי יודע קוטרה מאורך המיתר ואורך החץ כאשר הראיתיך בשער הזה. ואם יהיה אורך קוטרה כ״ח כמספר חלקי קוטר העגול בחשבון הלוח, אין אתה צריך לטרוח בו, אבל [אתה] בא במיתר ההוא אל סטר המיתרים אשר בלוח וקח אשר תמצא כנגדו בשער הקשת מן החלקים וחלקי החלקים והוא יהיה אורך עגול קשת המיתר ההוא.

ואם יהיה קוטר העגול הנתון לך מוסיף או פוחת מכ״ח אתה צריך לשער המיתר מתוך הקשת הקוטר אל כ״ח חלקים אשר הם קוטר הלוח; וכערך הקוטר מכ״ח יהיה ערך המיתר ממיתר הלוח. כי אתה יודע כי הקש קוטר העגול אשר חשבת אל המיתר הנתון לך, הוא כהקשת קוטר הלוח אשר הוא כ״ח אל המיתר הנלקח ממנו הדומה אל המיתר הנתון לך. ואם אתה מרבע מן ההקשה הראשונה

10 כנגדו תמצא ומ | בחלק הקשת מ | 12 ארך קוטר פ | לשעור מ | לשערו פ |
13 המיתר ל׳ פ | קוטר החלקים פ | 13—14 ובערכו מהן יהיה המיתר ממיתר הלוח פ |
15 אל ל׳ פ | 16 ואם אתה כופל פ | מההקישה פ, מהתקשה ו

§ 114—115 דרך שמוש הלוח אשר לפנינו. מקודם מבאר ראב״ח (§ 114) למוד אחד מפרק הערכים, והוא בלשוננו, שבכל מערכה הנדסית (geometrische Proportion), אשר תמונתה א : ב = ג : ד, יהיה רבוע האבר הראשון באבר הרביעי שוה אל רבוע האבר השני בשלישי, או בלשונו של ראב״ח „רבוע הראשון מן הארבעה ברביעי כרבוע השני בשלישי" כמו במשל שלפנינו אד = בג. אחרי כן הוא מבאר דרך חשבון הקוטרים והקשתות אם ידוע המיתר ואורך החץ. אם הקוטר הוא כ״ח, אז נמצא מדת הקשת בלוח המיתרים והקשתות בלי חשבון אחר (§ 115). אמנם אם קוטר העגול הנתון אינו שוה אל כ״ח, אז צריך להשתמש בלימוד שהביא ממערכה ההנדסית. אם נכנה את הקוטר מן העגול אשר מיתרו וחצו ידוע באות א, ואת המיתר הנתון באות ב, ולעומת זה קוטר העגול אשר הלוח נוסד עליו באות ק והמיתר השייך לו באות מ, אז אפשר לסדר ארבעה שיעורים אלו במערכה הנדסית בתמונה זו א : ב = ק : מ. במערכה הזאת ידועים שלשה השיעורים הראשונה ורק מ נעלם, ולפי הלימוד שהזכרנו יהיה מ = בק / א. כמ״ש המחבר. ויען כי התמונה הזאת היא היסוד להתרת כל השאלות הבאות הנני מעתיקה פה ללשונו של המחבר:

הקשה ראשונה . הקשה שניה

א : ב = ק : מ

מוקש נוקש מוקש נוקש

ושמור את הכינויים האלה ותבין לשון המחבר. — ואחרי אשר נודע מיתר הלוח (מ) אשר הוא כערך המיתר הנתון לנו, נמצא הקשת השייכה לו בלוח, ואת הקשת הזאת נרבע עם המיתר הנתון (ב) ומה שיוצא לנו נחלק ע״י מיתר הלוח (מ) ותצא לנו הקשת השייכה למיתר הנתון.

אשר בידך המיתר אשר הוא נוקש בקוטר הלוח אשר מוקש בהקשה השנית והוא כ״ח, ותחלק המספר הנקבץ מן הרבוע הזה על קוטר העגול אשר בידך והוא המוקש מההקשה הראשונה, יעלה בידך המיתר הדומה למיתרך ואשר כערכו מקוטר הלוח; ותהיה יודע קשת המיתר ההוא מן לוח המיתרים והקשתות, ויהיה ערך המיתר אשר הוצאת מן הלוח מקשתו אשר שניהם ידועים כערך המיתר הנתון הידוע מן הקשת הראוייה לו מן עגולו אשר אנו דורשים עליה; ואם אתה מרבע קשת הלוח המוקשת במספר המיתר הנתון לך, ותחלק אותו על המיתר אשר הוצאת מן הלוח, תהיה החלוק הקשת הנדרשת.

והדמיון לחשבון הזה עגולה אשר בקוטרה י׳ וחצי; הוצאנו בו מיתר אשר ארכו ששה, ואנו דורשים על אורך הקשת הנעגלת על המיתר הזה ולדעת אותו. אנו מרבעים המיתר הנתון והוא ו׳ בכ״ח אשר הוא קוטר הלוח ויעלה בידנו קס״ח ואנו מחלקים המספר הזה על י׳ וחצי אשר הוא קוטר העגול הנתון ותהיה החלוקה י״ו והוא המיתר אשר כערך מיתרך הנתון מהקוטר הנתון, ואתה מוצא כנגדו בלוח י״ז חלקים גדולים וב׳ שניים י״ו שלישיים, והיא הקשת הראוייה למיתר הלוח; ושוב ומנה הקשת הזאת בו׳ אשר הוא מספר המיתר הנתון ויהיה הכל כ״ב חלקים גדולים וי״ג שניים ול״ו שלישיים; חלק המספר הזה על י״ו אשר הם מיתר הלוח, ויהיה ו׳ חלקים גדולים וכ״ג שניים וכ״א שלישיים והיא מדת הקשת הנדרשת.

ועל הדרך הזה אתה יכול לעשות בכל המיתרות הנתונות לך, אם אתה יודע קוטר העגולה אשר המיתר ההוא לקוח ממנה ותהיה נוהג בחשבונה על המנהג אשר הראיתיך ותהיה יודע הקשת הראוייה למיתר ההוא מהעגולה.

§ 116. ואם תנתן לך קשת מעגולה שאתה יודע את קוטרה ותהיה רוצה לדעת את מיתרה, אם יהיה קוטר העגולה אשר לקחת ממנה הקשת כ״ח אין אתה צריך לטרוח בה, אבל תבא במספר הקשת אל סטרי הקשת בלוח הקשתות והמיתרים, ואשר תמצא כנגדו בסטר המיתרות הוא אורך המיתר. ואם יהיה הקוטר פוחת או מוסיף על כ״ח אתה צריך לרבע את הקשת הנתונה בכ״ח אשר הוא קוטר הלוח, ותחלוק המספר הנקבץ בידך על קוטר העגולה אשר לקחת ממנה הקשת הדומה

10 אורך קשת העגולה מ, הקשת הנגעלת פ | 11 בידך מ | מתחלקים מ | 12 ט״ו
חלקים גדולים פ | 13 אשר ל׳ ן | המיתר הנתון מהקו הנתון ן, מיתרך מן קוטר הלוח פ |
15 ק״כ מפ | 16 חלקים גדולים . . . עד דף 73 שורה 22 כאשר הראיתיך ל׳ פ |
25 הקשת ל׳ ן | הלוחות ן | וחולק ן

---

§ 116 בסי׳ זה נתונה הקשת וצריך לחשוב את המיתר. על הציונים אשר כבר דברנו עליהם בסי׳ הקודם צריך להוסיף עוד שנים והם: ציון הקשת הנתון ג וציון הקשת שבלוח ש, ותהיה אם כן המערכה א : ג = ק : ש ומזה ש = $\frac{\text{גק}}{\text{א}}$. אחרי כן נבקש בלוח בחלק הקשתות את הקשת שיצאה לנו מן התמונה הזאת ונראה את המיתר השייך להקשת ההיא (מ), ונרבע את המיתר בקשת הנתונה (ג) והמספר המתהוה מהרבוע נחלק ע״י קשת הלוח (ש) המתחייב ג״כ מן התלמוד הנ״ל כלומר ב = $\frac{\text{מג}}{\text{ש}}$, כי ש : מ = ג : ב.

לקשת הנתונה. הוצא את מיתרה מן הלוח ומנה את המיתר הזה בקשת הנתונה, והמספר הנקבץ חלק אותו על הקשת הדומה לקשת הנתונה והיוצא מן החלוקה הוא המיתר הנדרש.

ואין אני צריך לתת לך משל מן החשבון הזה מפני שהוא חלוף החשבון אשר עבר, ומן החשבון ההוא אתה יכול להבין אותו.

§ 117. ואם ינתן לך מיתר מעגולה שאתה יודע את אורך הקו הסובב ותהיה נדרש להודיע את הקשת הראויה למיתר ההוא; אם אתה מוציא את קוטר העגולה מתוך הקו הסובב אותה כאשר הראיתיך בשער הזה בתשבורת העגול, תהיה יוצא אל ענין השאלה אשר למעלה מזו, מפני שיהיה בידך מיתר נתון מעגול שאתה יודע את קוטרה, וכבר ידעת דרך החשבון ההוא.

§ 117a. ואם תרצה לחשוב אותה על דרך אחרת תהיה מונה את המיתר הנתון באורך הקו הסובב את עגולת הלוח והוא פ״ח כאשר הודעתיך, וחלק המספר הנקבץ לך על אורך העגולה אשר המיתר נתון בה, והעולה בידך מן החלוקה יהיה המיתר מעגולת הלוח הדומה למיתר הנתון, והוי יודע את קשת המיתר הזה מן הלוח ומנה אותו במספר המיתר הנתון וחלק את הנקבץ ממנו על המיתר היוצא מן הלוח כאשר עשית בחשבון הראשון ותמצא הקשת הנדרשת.

והמשל לחשבון המיתר אשר בארכו ו׳ והוא מעגול אשר בהקפו ל״ג כמה אורך עקמימות הקשת אשר על המיתר הזה? ודרך חשבונה הוא שתמנה המיתר הנתון והוא ו׳ בקו הסובב לעגולת הלוח והוא פ״ח ויהיה המספר הנקבץ תקכ״ח; חלק המספר הזה על ל״ג אשר הוא הקו הסובב לעגול אשר המיתר נתון בו, תהיה החלוקה י״ו והוא המיתר מעגולת הלוח הדומה למיתר הנתון. הוי יודע את קשת המיתר הזה מן הלוח כאשר הראיתיך, ומנה את הקשת במספר המיתר הנתון לך, וחלק את הנקבץ על מיתר הלוח כאשר עשית בחשבון הראשון, תמצא הקשת הנדרשת כאשר עשית בחשבון ההוא.

§ 118. ואם תנתן לך קשת מעגולה שאתה יודע מדת הקו הסובב אותה ותהיה דורש לדעת מיתר הקשת ההוא מדרך חשבון הקשתות הוה מונה את הקשת

1—2 הוצא... והיוצא ל׳ ן | 4 אשר ל׳ ן | 5 ומן המשל ההוא ן | 6 אשר אתה ן | 17 מיתר מ | 23 ההוא ל׳ מ | 24 ותהיה רוצה ן, נדרש לחודיע פ | 25 הקשת הנתונה פ

---

§ 117 המיתר והקו הסובב ידוע וצריך להגביל מדת הקשת השייכה להמיתר. דרך התתרה הוא להגביל מקודם את הקוטר כפי שביארנו ואחרי כן אפשר לחשוב הקשת כמ״ש § 115 | § 117a אופן אחר להתרת השאלה הזאת. אם נכנה את הקו הסובב באות ס והקו הסובב של הלוח כבר ידוע שהוא פ״ח, אז אפשר להציג המערכה $\text{ס} : \text{פ״ח} = \text{ב} : \text{מ}$ ומזה $\text{מ} = \frac{\text{ב}\cdot\text{פ״ח}}{\text{ס}}$. ומאחר שהמיתר שבלוח ידוע נדע גם את הקשת השייך לו ומן הקשת הזאת אפשר להקיש על הקשת אשר אנו מבקשים ע״פ התמונה $\text{ג} = \frac{\text{בש}}{\text{מ}}$ כמ״ש § 115 | § 118 הקשת והקו הסובב השייך לה ידוע וצריך להגביל מדת המיתר השייך להקשת הנתון. גם פה צריך להגביל מקודם את הקוטר ואחרי כן אפשר לחשוב את המיתר כמ״ש § 116. השאלה הזאת דומה בעיקרה לשאלת § 117.

במספר פ״ח אשר הוא מדת הקו הסובב לעגולת הלוח, והעולה בידך מן החשבון הזה חלק אותו על הקו הסובב את עגולת הקשת הנתונה, והוצא מן החלוקה ההיא הקשת מעגול הלוח אשר כערך הקשת הנתונה; והוי יודע מיתר הקשת ההיא מעגולת הלוח על הדרך אשר הראיתיך, ומנה את המיתר ההוא במספר הקשת הנתונה, ותחלק המספר אשר נקבץ מהם על מספר קשת הלוח אשר בחשבונך, ויהיה המספר היוצא מהחלוקה ההיא הוא מספר המיתר הנדרש.

והמשל לזאת השאלה קשת אשר בעקומה חמש אמות וחצי מעגולה אשר הקו הסובב אותה ל״ג, כמה הוא אורך מיתר הקשת הזאת ?

ואתה בא ומנה את הקשת הנתונה והיא ה׳ וחצי במספר פ״ח אשר הוא אורך הקו הסובב את עגולת הלוח ויהיה המספר העולה בידך תפ״ד; חלק אותו על ל״ג אשר הוא הקו הסובב את עגולת הקשת הנתונה ותהיה החלוקה י״ד חלקים גדולים ומ׳ חלקים שניים והם שני שלישי חלק אחד, והוא הקשת מעגולת הלוח הדומה לקשת הנתונה, ומיתר הקשת הזו בלוח הוא י״ד חלקים גדולים; בוא ומנה המספר הזה בה׳ וחצי אשר הוא עיקום הקשת הנתונה ויכנס בידך ע״ז; חלק המספר הזה על י״ד ושני שלישים אשר הם קשת הלוח ותהיה החלוקה ה׳ ורביע והוא מיתר הקשת אשר אתה דורש.

§ 119. ואלו היה אומר לך בשאלה הזאת קשת אשר בעקומה כ״ז וחצי מעגולה אשר הקו הסובב אותה ל״ג כמה אורך מיתרה, היית מוצא אורך המיתר ה׳ ורביע כאשר מצאת בשאלה הראשונה לא פחות ולא יותר, והיה החשבון הזה שוה מפני שכל קשת שהיא מוספת על חצי עגולה אם אתה משליך אותה מן הקו הסובב ישאר בידך הקשת שהיא חוסרת מחצי עגולה; ומיתר הקשת הזאת הקטנה הוא בעצמו מיתר הקשת הגדולה אשר כנגדה, מפני שכל קו ישר שהוא יוצא בעגולה הוא חולק אותה לשני חלקים שאינם שוים חוץ מן הקו העובר על ציר העגול הנקרא קוטר אשר הוא חולק את העגול לשני חלקי שוים, והוא מתיחד בשם הקוטר, ושאר הקוים הנופלים בעגול חולקים אותו לשני חלקים שאינם שוים, האחד פוחת מחצי עגולה והשני עודף על חצי עגולה, והקו ההוא נקרא מיתר לשני הקשתות האלו הגדולה והקטנה. והקשת הכתובה בלוח המיתרים והקשתות היא הקשת הקטנה משתי הקשתות הנעגלות על המיתר, ולא הוצרכנו לכתוב הקשת הגדולה מפני שאתה יכול לדעת אותה מחברתה הכתובה בלוח, אם אתה גורע אותה מכל הקו הסובב המקיף את העגול ישאר בידך הקשת הגדולה אשר היא משתתפת עמה במיתר ההוא.

7 לא השאלה ן, לשאלה הזאת פ | 10 תפ״ח מ | 11 ומ׳ שניים ן | 16 אשר היית פ, דורש אותו ן | 17 אשר ל׳ ן | 18 חייתח מ | ה׳ ל׳ ן | 19 הזה שוה ל׳ פ | 20 מוסיפה ן, תוספת פ | 21 שהיא מוסרת חצי מחצי עגולה פ | הזאת ל׳ מ | 22 שכל קוטר פ | 23 על צד פ | 25 עודף מחצייה פ | 27 היא הקשתות מ | הקשתות העגולות פ | 28 הגדולה ל׳ פ | 30 המשתתפת פ

---

§ 119 השאלה הזאת היא אופן פרטי לחשאלה הקודמת וגם דרך החשבון אחד הוא, רק שכאן נתונה קשת אשר ארכה עודף על חצי העגול ואין לנו עסק בחשבוננו רק עם העודף, כפי שמבאר ראב״ח ברחבה, ומכיון שהעודף הוא חמש אמות וחצי, הרי התרת השאלה שוה בכל פרטיה אל השאלה הקודמת.

§ 120. ואם יהיה בידך קשת גדולה מחצי עגולה ותהיה רוצה לדעת את מיתרה, הוצא הקשת ההיא מכל הקו הסובב העגול וישאר בידך קשת שהיא חוסרת מחצי עגולה, והוי דורש על מיתר הקשת הזו הקטנה מחצי עגולה, ואשר אתה מוצא במיתר הוא בעצמו מיתר הקשת הגדולה מחצי עגולה אשר כנגדה אשר היית דורש את מיתרה.

§ 121. וכן הוי יודע, כי כל מיתר אשר יהיה בעגול תמצא על מחציתו שני חצים יוצאים מן מחציתו על זוית נצבה והם העוברים על ציר העגול, ואין החצים האלה שוים בכל קו שהוא נקרא מיתר אבל האחד גדול מן השני, והחץ הארוך יוצא לנגד הקשת הגדולה והקצר לנגד הקטנה. ואתה צריך לדעת החצים האלה בתשבורת שברי העגול כשאתה בא להוסיף על תשבורת השבר או לגרוע ממנו תשבורת המשלש הנדבק אל שבר העגול כאשר הראיתיך בתחלת השער בפירוש תשבורת השברים.

§ 122. ואם תהיה יודע את המיתר וקוטר העגול ותבקש לדעת את החץ, הוי מרבע את חצי הקוטר והוצא ממרובעו מרבע חצי המיתר ואשר ישאר בידך הוי יודע את גדרו, אם אתה מוסיף את הגדר הזה על חצי הקוטר תמצא החץ הארוך, ואם אתה גורע אותו מחצי הקוטר תמצא החץ הקצר.

והאות על זה הוא משני כללים וזכרתים בתחלת הספר הזה; והאחד הוא, כל שני קוים [אשר הם] בעגול אחד ויהיה כל אחד מהם עובר על חברו, רבוע החלק האחד מהקו הראשון בהחלק השני מהקו ההוא כרבוע החלק השלישי מהקו השני בחלק הרביעי מן הקו ההוא; והשני הוא כל קו שהוא נחלק לשני חלקים שוים ולשני חלקים שאינם שוים, רבוע האחד מן החלקים שאין שוים בשני ורבוע המותר בין חצי הקו ובין חלק הקטן בעצמו הוא כרבוע חצי הקו בעצמו. ומפני זה אם אתה יודע את שני החצים ותרצה לדעת את המיתר מנה אחד מן החצים בשני, וקח גדר המספר הנקבץ בידיך ויהיה שוה למחצית המיתר; כפול אותו ותמצא המיתר.

1 ותרצה ופ | 2—3 השלך הקשת ההיא פ | 2 וישאר לך קשת חוסרת פ | 3 על מיתרה מ, מיתרה הזו הקטנה ן | 8 אך האחד פ | מנגד מ | 12 את ל׳ פ | 13 והנשאר פ | 15 ואם . . . הקצר ל׳ פ | חצי הקוטר ן | 16 שנזכרו פ | 17 שני קוים נכוחיים וממ*פ | יהיה רבוע פ | 18 מן הראשון בשני פ | 18—19 כרבוע החלק האחד בחברו פ | 19 והכלל השני פ | שנחלק פ | 20 יהיה רבוע החלקים פ | האחד בשני פ | 20—21 מותר הקו הגדול בעצם מחציתו שוה לרבוע מחצית הקו הראשון בעצמת פ | 21 ומפני זה ל׳ ן | אם ל׳ פ | 21—23 אתה יודע אחד מן החצים ותגרענו מכל קו הקשור תמצא החץ השני פ

---

§ 120 הלימוד שבסי׳ הקודם בתמונה כוללת | § 121 הגבלה בדבר החצים היוצאים מן מחצית המיתר על זוית נצבה | § 122 חשבון החץ אם המיתר וקוטר העגול ידוע ע״פ למוד § 33. אם נכנה את החץ באות ח, המיתר והקוטר באותיות מ, ק, אז אפשר לדעת שיעור החץ ע״פ התמונה הזאת $\text{ח} = \frac{\text{ק}}{2} \pm \sqrt{\frac{\text{ק}^2 - \text{מ}^2}{4}}$. הציון החיובי שאחר $\frac{\text{ק}}{2}$ מוסב על החץ הארוך והציון השלילי על החץ הקצר.

§ 123. ואם אתה יודע את המיתר ואחד מן החצים ותרצה לדעת את הקוטר, הוי מרבע את חצי המיתר וחלק מרובעו על החץ אשר ידעת ותמצא החץ השני ושני החצים יחד הן אורך הקוטר.

ואני חותם לך את החלק הזה ואבא לפרש דרך מדידת התמונות אשר עודפות על ארבע צלעות בעזרת האל.

החלק החמישי.

במדידת הצורות אשר צלעותן עודפות על ארבע צלעות.

§ 124. והצורות האלה כאשר הודעתיך בראש החבור הזה הם על תמונות רבות, מהם מחמשות ומהם משותתות ומשובעות ולמעלה מהם, וכל אחת ואחת מן הצורות האלה יהיו צלעותן וזויותן שוות, ויש שלא יהיו שוות אבל מתחלפות.

§ 125. ואני נותן לך כלל ראשונה במדידת הצורות אשר צלעותן וזויותן שוות, והכלל הזה הוא: כל תבנית וכל צורה אשר לה קוים ישרים, אם אתה מעגל בתוכה עגול שיהיה מושש לצלעיה, ידוע הוא כי רבוע חצי קוטר העגול הזה במחצית כל צלעי הצורה ההיא היא תשברתה. וכל צורה מהמרובע ולמעלה אשר צלעיה וזויותיה שוות זו לזו אתה יכול לחוג בה עגול שיהיה מושש לכל צלעיה; ואם אין זויותיה וצלעיה שוות יש מהם שלא יתכן לחוג בה עגול שיהיה מושש לכל צלעיה. ואם תבא לידך צורה מכל התמונות מן משלש או מן מרובע או מחומש או למעלה מהם ואתה מחַוֵּג בתוכה עגולה מוששת לכל צלעיה הוי יודע כי רבוע חצי קוטר העגול במחצית כל צלעי התמונות הוא תשברתה.

1—2 הקוטר, רבע את חצי המיתר ופ | 4 לך לי ומ*פ | 4—5 ואביא לך מדידת התמונות העומדות על הצלעות פ | 5 בעזרת האל לי ומ*פ | 8 כבר הודעתיך מ* | שהם מ* | 9 משושתות מ* | 10 ויש שלא יהיו שוות ויהיו צלעותן וזויות לא שוות מ | אלא מתחלפות פ | 13 כל לי מ | 15 מהרבוע מ | 16 ויהיה מ | 16—17 ואם אין . . . לכל צלעיה לי ן | 17 צלעותיה וזויותיה פ | 19 לצלעיה ומפ

---

§ 123 חשבון הקוטר עם המיתר ואחד מן החצים ידוע ע״פ הלמוד הנ״ל. אם נכנה את החץ האחד באות ח_1 ואת החץ השני באות ח_2, אז $\frac{(\frac{\text{מ}}{2})^2}{\text{ח}_1} = \text{ח}_2$, או $\text{ח}_2 = \frac{\text{מ}^2}{4\,\text{ח}_1}$, כי $\text{ח}_1\text{ח}_2 = \frac{\text{מ}^2}{4}$ ע״פ למוד § 33. והקוטר $\text{ק} = \text{ח}_1 + \text{ח}_2$.

§ 124 הגבלת התמונות העודפות על ארבע צלעות. | § 125 למוד כולל בחשבון כל צורה אשר לה קוים ישרים וכל צלעותיה וזויותיה שוות. צורה כזאת אפשר לעגל בתוכה עגול המושש לכל צלעי הצורה. אם נדע הקוטר של העגול (ק) ושיעור צלע אחד (צ) ומספר הצלעות (פ) אז יהיה השטח $\text{ש} = \frac{\text{פצק}}{4}$.

§ 125a. ואני נותן לך דמיון מהמשלש מפני שאין צורה קטנה ממנה: נשים משלש שוה הצלעות ונעגל בתוכה עגולה שתהיה מוששת לכל הצלעות במשלש והיא עגולת **אבג** ומרכזה נקודת **ח** [צורה 83]; ונוציא קו על זוית נצבה מנקודת **ב** ל**ז** על נקודת **ח** במרכז וכן מנקודת **א** ומנקודת **ג**. וידענו כי קו **אח** עמוד יושב על קו **זאל** מוששת העגולה במקום הזה ולא במקום אחר אחרי שהצלעות שוות, וגם כי תאריך קו **אח** ביושר יבא לך על זוית **מ** כאשר הארכת קו **בח** על **ז**. וכבר אמרנו למעלה כי למשלש שוה הצלעות לעולם נופל העמוד על חצי הקו, וכן עמוד **בח** על מחצית **מבל** ועמוד **גח** על מחצית **מגז**; ואם נרבע קו **אח** שהוא מחצית הקוטר בקו **אז** שהוא חצי **זאל** יצא לנו תשבורת נפתל **אחגז**, מפני שבקו **חז** יצאו לנו שני משלשים נצבי הזוית **אחז** ו**גחז**; וכבר פרשנו כי תשבורת משלש נצב הזויות הוא רבוע אחד מהצלעות המקיפות הזוית הנצבה בחצי האחרת והוא בכאן קו **חא** במחצית **אז**; וכן מצד האחר קו **גח** במחצית קו **גז** השוה לקו **אז** הוא תשבורת משלש **זחג**; נמצא כי שני רבועי שני המשלשין הוא קו **אח** בכל קו **אז**; וכן תשבורת **גחבמ** הוא רבוע קו **גח** שהוא חצי הקוטר בקו **גמ** שהוא חצי קו **מז**; וכן אם נרבע קו **בח** חצי הקוטר בקו **בל** שהוא חצי קו **מבל** יצא לנו תשבורת **אחבל**, נמצא כי תשבורת כל המשלש הוא חצי קוטר כל העגולה המוששת לצלעיו במחצית כל צלע וצלע.

והוא הדין במרובע שוה כגון מרובע **אבגד**, ונעגל בתוכה עגולה שתהיה מוששת לכל צלעיו. ונוציא קו מן **ה** נקודת המרכז עד מקום המושש את הצלעות והם קוי **טהח** ו**זהו**; וידוע הוא כי רבוע **הו** שהוא חצי הקוטר במחצית צלע **אב** והוא קו **בו** הוא תשבורת מרובע **טהוב**, וכן קו **טה** חצי הקוטר בקד **טד** שהוא חצי **בד** הוא מרובע **טהזד**; וכן קו **הז** בקו **גז** הוא מרובע **גחהז** וכן קו **הח** בקו **חא** הוא מרובע **אחהו** ובזה נשלם כל המרובע [צורה 84].

§ 125b. ואין אנו צריכים לתת דמיון מן המשלש ולא מן המרובע כי כבר פרשנו למעלה בענין אחר. אבל כדי לזרוך בענין הזה מכל צד הראיתי לך הדמיונות האלה ואנו נותנים דמיון מן המחומש והוא מחומש אשר על זויותיו **אבגדה**, וכל צלע וצלע מצלעותיו שוות בארכן, וכן זויותיו כלם שוות זו לזו [צורה 85]; ואנו מעגילים בתוכו עגול מושש לחמש צלעותיו על חמש נקודות **זחטכל**, וציר העגול הזה הנקרא מרכז הוא נקדת **מ**. ואנו אומרים כי רבוע חצי קוטר העגול הזה במחצית כל צלעי המחומש הוא תשבורת המחומש הזה. וחצי הקוטר הוא קו יוצא מנקודת **מ** אל אחת מן הנקודות אשר העגול מושש אליהם את המחומש. ועתה אם

1 ואני נותן . . עד סוף הענין 78 שורה 7 רק בכ״י **מ** | 23 ולא הוצרכתי **מ*** | פירשנו דרך רבועם **ן**, פירש **פ** | 24—26 למעלה . . . האלה ל׳ **ומ*****פ** | 25 אבל אנו נותנים **פ**, אבל נותנים **ומ** | דמיון מן הממושש **מ*** | 28 הזה ל׳ **מ** | 30 אל אחת הנקודות **פ**, אל ח׳ נקודות **ן**

---

§ 125a שני משלים להחשבון הקודם מהמשלש והמרובע. המשלים האלה השמיטו המעתיקים ורק כ״י **מ** העתיקם. | § 125b החשבון הזה בעצמו בקצור על צורה בעלת חמש צלעות. מקצור אופן החשבון והשמטת המופת נראה, שהמחבר סמך על מה שכתב בסימן הקודם, רק שהמעתיקים השמיטו אותו, מפני שלא מצאו צורך שמושי בחשבון המשלש והמרובע. אף שדרך החשבון חדש הוא.

אנו מוציאין קו מן נקודת **מ** אשר היא המרכז אל שתי נקודות **אב** מזוית המחומש ינתן לך משלש אשר עליו **מאב** ותשבורת המשלש הזה הוא כרבוע העמוד היוצא על תושבתו בחצי התושבת. ואם אנו מוציאין קו מן נקודת **מ** אל נקודת **ל** אשר משש עליה העגול את צלע **אב** יהיה הקו הזה **מל** עמוד במשלש **מאב** והוא חצי קוטר העגול. ואם אתה מרבע את העמוד הזה בחצי צלע **אב** יהיה רבוע תשבורת משלש **אבמ**, הוא חצי קוטר העגול בחצי הצלע הזה הוא תשבורת המשלש כאשר בצורה הזאת [צורה 85].

ועל הדרך הזה אתה יכול לעשות חמשה משלשים על חמש צלעי המחומש, ויהיה תשבורת כל משלש מהם כרבוע חצי הקוטר בחצי הצלע כאשר היה במשלש הזה; ותשבורת חמשת המשלשים תשבורת המחומש והוא מרובע חצי הקוטר במחצית כל חמש הצלעות.

והוא יהיה הענין לכל צורה כמוה אשר צלעותיה רבות או מעטות; אם אתה מעגיל בתוכה עגול מושש לכל צלעיה יהיה תשבריתה כרבוע חצי קוטר העגול במחצית כל הצלעות.

§ 126. ומפני שאין אתה יכול להוציא בכל תמונה ותמונה עגול שיהיה מושש לכל צלע מצלעיה, אין הכלל הזה מספיק לך במדידת כל העודפות על ארבע צלעות, ומפני זה אני נותן כלל אחר שיהיה נוהג בכל צורה אשר צלעותיה ישרות. הוי יודע כי כל תמונה שטוחה אשר צלעותיה ישרות מתחלקת למשלשים ישרים שהם חוסרים מן מנין הצלעות שנים, כגון מרבע אשר לו ארבע צלעות היא מתחלקת לשני משלשים אשר מנינם פחות שנים מהצלעות, והמשושה יתחלק לארבעה משלשים וכן למעלה מזה.

ואתה בא מן הכלל הזה וחלק כל תמונה שתבא לידך על המשלשים אשר היא נחלקת עליהם, ורבע כל משלש מהם על הדרך אשר למדת, ויהיה מרובעם כלם תשבורת התמונה אשר נחלקו ממנה. כאלו היית מוצא מחומש אשר ציירתי לך למעלה וקו מנקודת **א** אל נקודת **ד** ואל נקודת **ג**, ויהיה המחומש נחלק לשלשה משלשים, ואין אתה יכול לחלקו לפחות מהמשלשים האלה [צורה 86]. ואם אתה מרבע יהיה רבוע שלשתם תשבורת המחומש כאשר בצורה הזאת [צורה 86].

---

§ 127. וכל הענינים אשר למדת עד עתה הם במדידת הארצות השטחיות אשר הקרקעות פשוטות וישרות לא עולות ולא יורדות. ופעמים יבואו לידך הקרקעות

4 משש ל׳ **פ** | **מל** ל׳ **פ** | 6 **מאב**, ונראה לך כי רבוע חצי הקוטר בחצי חצלע **פ** | כאשר בצורה הזאת ל׳ **פ** | 9 בצלע הזה **פ** | יתחבר המשלשים כלם הוא תשבורת המחמש **פ** | 12 רבים או מעטים **ופ** | מעגיל בתוכה עגול ל׳ **מ** | 15—16 אתה יכול . . . אין **מ** | 17 ומפני זה ל׳ **מ** | 20 שנים ממנין הצלעות **ן** ממספר . . **פ** | והמשושת **מ**, והמשותת **ומ** | 22 אל המשלשים **ופ** | 26 לחלקו ל׳ **פ** | 27 השטחיות ל׳ **ן**, חשטוחות **פ** | 29 ויש אשר יבוא לידך **פ**

---

§ 126 דרך חשבון תמונה בעלת הרבה צלעות שאינן שוות ואי אפשר לעגל בתוכן עגול. ראב״ח נותן רק למוד כולל ואומר שצריך לחלק התמונה על משלשים, והמשלשים כבר ידוע חשבונם. | § 127 חשבון הקרקעות התלויות בדרך שמושי ע״פ הלמוד הפיתגורי. הענין

התלויות בראש ההר ונגרות או שחויות ושפלות או עגולות ועקומות; והמודדים בארצות האלה טועים בענין הזה ומודדין כל הקרקעות יהיו שפלות או גבוהות על ענין אחד. ואתה הזהר מזה, ואם תבא לידך בקעה שהיא תלויה בראש ההר הוי יודע גובהה והוא המרחק אשר בין תחלתה לסופה הגבוה ופחות מרובע הגובה ממרובע אורך הבקעה, וגדר המספר הנשאר בידך מנה אותה ברוחב הבקעה ויהיה תשברתה. וכן אם תהיה הבקעה שפלה ונמוכה נהוג בשפלותה ונמיכתה המנהג הזה, וכמו כן העקומות אשר על ראש הגבעה תצדד ותתעשת להוציא תשברתה על דרך השטח הישר אשר היא יושבת עליו, כי אין הזרע ולא הבנין עולה אלא על זוית נצבה בארץ ישרה, ואין העודף במדידת הארץ הגבוהה והנמוכה מועיל לא בזרע ולא בבנין; ומפני זה אתה צריך לפחותו ולסמוך על המדה הישרה אשר לקרקע השטוח.

והזריזים במשיחת הארץ צדדו לדעת את גובה הקרקעות התלויות בהרים ובגבעות להגיע ממנה אל המדה הראויה לשטח הקרקע אשר הם באים לדעת תשברתו, וכן היו עושים: היו מעמידים קנה בצד הנמוך מן הקרקע על זוית נצבה על השטח הישר, ומעבירין על ראש הקנה הזה קנה אחר על זוית נצבה, ומושכין הקנה הזה אשר עבר על האחר, ומאריכין אותו עד שהיה מגיע אל שטח הקרקע התלוי בהר באיזה מקום יצא, והיו מודדין מן מקום מעמד הקנה בצד הנמוך מן הקרקע אל המקום אשר נגע בו המקום האחר במעליתו, והם מוצאים לעולם המספר הזה עודף על מדת הקנה הזה והוא היוצא מראש הקנה העומד עד מקום מגעו אל הקרקע, ובערך התוספת אשר ביניהם היו חושבין ערך התוספת בתשבורת הקרקע התלוי בהר על תשברתו אלו היה בארץ שטוחה.

ואני נותן לך משל מן הענין הזה: קרקע תלוי בהר מדדנו את הצד התלוי בהר מן המקום הנמוך ממנו ולמעלה ומצאנו בו עשרים אמה [צורה 87] והיה רוחב הקרקע בראש ההר ט״ו, ואנו רוצים לדעת מדת הארץ השטוחה אשר הקרקע תלוי עליה, ומפני זה נשים הקו אשר מדדנו התלוי בהר קו **אב** וגובה מעליתו מן הארץ קו **אה**, ורוחב הקרקע השטוח אשר הקרקע עומד עליו כגון קו **הב**, ותהיה הצורה הזאת כגון משלש **אהב**, ומצאנו אורך קו **אב** כ׳ אמות; ואנו יודעים כי הקרקע הראוי למדוד הוא כגון קו **הב** אשר הוא תשבורת הקרקע השטוח והישר, וכדומה לו תשער הנטיעה והזריעה והבנין; ואנו מצדדין לדעת קו **הב** הנסתר מתוך שיעור קו **אב** הידוע על הדרך הזה: אנו מעמידין קנה אחת בצד הנמוך מקו **אב**, והוא נקודת **ב**; כגון קו

1 ושפלות ל׳ מ | או עקומות ופ | 2 היו שפלות או גבוהות ן, היו גבוהות או שפלות פ | על צורה אחת פ | 6 או נמוכה פ | ונמיכתה ל׳ פ | 8 היא ל׳ מ | ולא המין עולה פ | 9 לא ל׳ פ | 10 צריך לסמוך פ | 12 אל ל׳ פ | לדעת ל׳ פ | 14—15 על זוית נצבה על השטח הישר . . . על זוית נצבה ל׳ פ, על זוית נצבה ל׳ ן | 18 במעילתו פ | 19 על מדת הקנה הנעוץ פ | והוא היוצא ל׳ פ | מגעו במעליתו פ | 20 ערך התושבת מ | 21 אלו היה בארץ ל׳ ן | 23 ממנו ל׳ פ | 26 **הב** אמה פ | 28 שטוח הוא וישר ופ

הזה נוסד על ההנחה ששעור הצמיחה תלוי במדת השטח השוכב במישור, השוה עם פני המים, ואם יזדמן לפנינו שטח עקום כמו הר וגבעה, אז אין לשער מדת כח הצמיחה בערך מדת פני שטחו הנשקף לפנינו, רק צריך לשער מקודם מדת תושבתו וע״פ החשבון הזה יוקצב כח הצמיחה של השטח העקום.

אשר עליו **בג** בצורה הזאת ומעבירין על ראשו קנה על זוית נצבה ומאריכין את הקנה עד שיהיה מגיע אל הקרקע התלוי בהר במעליתו, כגון קו **גד** בצורה הזאת והיה משלש **דגב** אשר העמדנו על הקרקע דומה למשלש **אהב** החרות לפי דעתנו בתוך ההר; ומצאנו במשלש הזה קו **דג** שתי אמות וחצי וקו **בד** ג׳ אמות. ומפני הדמיון אשר בין שני המשלשים תהיה הקשת **בג** מן המשלש העומד על הקרקע אל קו **הא** אשר כנגדו מן המשלש החרות בהר כהקשת קו **דב** מן משלש **דבג** אל כל קו **אב** מן משלש **אהב**; ואם אנו מונים קו **דג** המוקש מן משלש **דגב** העומד אשר אנו יודעים את ערכו בקו **אב** הנוקש מן משלש **אהב** החרות אשר אנו כמו כן יודעים את ערכו, ונחלק המספר הנקבץ מהם על קו **דב** הנוקש מן משלש **דגב** אשר ערכו ידוע, יצא לנו מן החלוקה קו **הב** המוקש מן משלש **אהב** אשר אנו דורשין עליו; ואם אנו מונין ב׳ וחצי אשר הם אורך קו **דג** בכ׳ אשר הם אורך **אב** יהיה מנינם נ׳, ואם אנו מחלקים המספר הזה על ג׳ אשר הם אורך קו **דב** תהיה י״ז פחות שליש והוא אורך קו **הב** הראוי לגדור עליו תשבורת הקרקע. ואנו מפני זה מרבעים ט״ו אשר הוא רוחב הקרקע באמצעות ההר בקו **הב** אשר הוא י״ז פחות שליש, ויעלה בידנו התשבורת הנכונה לקרקע הזה, כאשר בצורה הזאת.

ועל הדרך הזה היו מתעשתין למדוד הקרקעות אשר אינן שטוחות ואתה יכול להמשל בהם כמעשה הזה, בכגון הקרקעות האלו.

ואלו היינו מרבעים קו **גב** אשר הוא הקנה העומד וארכו אמה וב׳ שלישי אמה ומשהו והוא מוקש מן משלש **דגב** אשר אנו יודעין את ערכו בכל קו **אב** הנוקש מן משלש **אהב**, ונחלק המספר הנקבץ ממנו על קו **דב** הנוקש מן משלש **דגב** אשר ערכו ידוע, היתה החלוקה ההיא אורך קו **אה** המוקש מן משלש **אהב** והוא גובה מעלות הקרקע הזה מעל הארץ; ואתה מוצא אותו על היוצא בצורה הזאת י״א וחלק אחד מל״ג חלקים באחד.

וחשבון הגובה מספר ארכו מועיל במקומות רבות, ואתה צריך אליו פעמים רבות לדעת עמודי המצבות המוצקות והתמונות הקצוצות אשר הן מתמוטטות ואין צלעי מצוקתם שוות בכל צד כאשר יתפרש לך בשער הרביעי ומפני זה הוצרכתי לפרש לך בשער הזה.

§ 128. ואם יהיה הקרקע תלוי בגבעה שהיא עגולה ועקומה ותהיה דורש לדעת את תשברתה על הדרך הנכון, כראוי לבקעה השטוחה אשר הקרקע עומד עליה, הוה מעמיד את הקנה הראשון על זוית נצבה על הארץ הנכונה ומעביר עליה קנה אחד על זוית נצבה ומאריכו עד שיגיע אל עוקם הבקעה כאשר הראיתיך בקרקע התלוי בראש ההר השטוח, ותחזור לך הצורה הראשונה אלא שיהיה קו **דב** קשת עגולה וכן יהיה קו **אב** כלו והוא הקרקע קשת עגולה ושתי הקשתות

1 הזאת ל׳ פ | 3 והיה לנו ופ | אשר ל׳ פ | העמדתי מ | 5 וקו **גב** אחד ושני שלישים ומשהו פ | 17 למידוד פ | 18 לחמשל ל׳ פ | כגון פ | 19 קו **אב גב** פ | חקצה העומד פ—20 מן השלישי פ | אשר אנו יודעין את ערכו ל׳ ופ | 21 **אהב** אשר אנו יודעין את ערכו ופ | 26 רבים פ | 27 בכל צד ל׳ פ | 31—32 על הארץ הנכונה ומעביר עליה קנה אחד על זוית נצבה ל׳ ן | 33 אל שיחיה מ

האלה הן מעגולה אחת; וכל אחת מהן תהיה ידועה, כי קשת **אב** הוא אורך הקרקע אשר אתה מרבע או רחבו, וקשת **דב** הוא הקשת אשר שני הקוים מקיפים אותה; ואתה יכול לדעת מיתר קשת **דב** מן משלש **דגב**, העומד אם אתה מרבע את קו **דג** וקו **גב** המקיפים את זוית **ג** הנצבה מן משלש **דגב**, ותקבץ את שני המרבעים ותקח גדר המספר הנקבץ מהם והוא אורך מיתר **דב**; וכשנדע המיתר הזה נתעשת לדעת את חצו להתגלגל ממנו אל דעת הקוטר. ובידוע כי החץ חולק את המיתר ואת קשתו לשני חלקים שוים ואנו שמים אותו כגון **חטז** היוצא מנקודת **ח** ממחצית המיתר על זוית נצבה וחולק קשת **דב** בינתים על נקודת **ט** וימשך בארכו עד שיהיה מגיע אל קו **גב** אל נקודת **ז** ויהיה לנו משלש **זבח** דומה למשלש **בגד**, ויהיה ערך **דג** מן **גב** כערך **זח** מן **חב** וכל אחד מן **דג גב חב** ידוע וקו **זח** סתור; ואם אנו מונין קו **דג** המוקש בקו **בח** הנוקש אשר שניהם ידועים, ונחלק מנינם על **גב** הידוע תהיה החלוקה אורך קו **זח**; ונתגלגל משם לדעת אורך קו **חט** אשר הוא החץ מן ההקשה הזאת, כי ערך **דג** מן **דב** כערך **זח** מן **דב**; ואם אנו מונין **זח** בקו **דב** אשר שניהם ידועים ונחלק המספר הנקבץ על **גד** הידוע נמצא אורך קו **זב** ונמדוד מנקודת **ז** הידוע אורך **זט** ונפחות ארכו מכל קו **זטח** וישאר בידינו אורך **חט** אשר הוא החץ אשר דרשנו. ומן החץ הזה עם מיתר **דב** נדע קוטר העגול כאשר פרשנו בסוף החלק הרביעי. וכשידענו הקוטר נוכל לדעת מיתר כפל קשת **אד** הידוע לנו בדרך אשר פרשנו בלוח המיתרים והקשתות; ויהיה מחצית המיתר הזה כגון קו **דל**, ואם נוסיף עליו קו **דג** הידוע יהיה כל קו **גדל** ידוע והוא שוה לקו **במה** הראוי לשומו אורך הקו המעוקם כאשר בצורה הזאת השנית [צורה 88].

ואין אתה צריך לטרוח בחשבון בצד השני אם אינו עקום כמוהו; ואם יהיה העוקם בשני הצדדים כגון הכוורת והכידור, אתה צריך לחשוב אותו על החשבון הזה.

ויש לך לחזור על הענין ולהתבונן בו ולשמור אותו ומתוכו אתה יכול לגדור מנהג התשבורת בקרקעות השחויות והנמוכות, הישרות מהם והעקומות, ותבא בכל הענין הזה על החשבון האמתי הרחוק מכל ספקא ומכל אמידה.

ואני חותם בכאן את השער השני ומתחיל בפירוש השער השלישי בעזרת הבורא ית'.

5 וכשנרבע מ | 9 וימשוך מ | 13 ההקישה ו | 18 ולכשידענו ופ | נהיה יכולין לדעת ופ | 26 והנמלט מכל אמידה פ | 27—28 בעזרת האל הבורא פ

Notiz für den Buchbinder:

Dieses Blatt fällt beim Binden weg, da S. 81 in Heft II wiederholt wird.

7 7035

Chibbur ha-Meschicha weha-Tischboreth

Lehrbuch der Geometrie

des

Abraham bar Chija

herausgegeben und mit Anmerkungen versehen

von

Dr. Michael Guttmann

Professor an der Landesrabbinerschule zu Budapest

Erstes Heft.

Verein Mekize Nirdamim.

BERLIN

Druck von H. Itzkowski, Auguststr. 69

1912