

OBRAS

COMPLETAS

DE BUFFON.

U-III.7(5)

OBRAS

COMPLETAS

DE BUFFON,

AUMENTADAS

CON ARTICULOS SUPLEMENTARIOS SOBRE DIVERSOS ANIMALES
NO CONOCIDOS DE BUFFON,

POR CUVIER.

Traducidas al castellano por P. A. B. C. L.

Y DEDICADAS

A S. M. la Reina Utra. Sra. (Q. D. G.).

HISTORIA DEL HOMBRE.

TOMO V.

BARCELONA.

IMP. DE A. BERGNES Y C^o., CALLE DE ESCUDELLERS, N^o 13.

CON LICENCIA.

1834.

HISTORIA DEL HOMBRE.

Para una persona de escuela y tres años.

HISTORIA DEL HOMBRE.

HISTORIA DEL HOMBRE.

Para una persona de sesenta y tres años.

Pueden apostarse 3568 contra 190, ó casi $18 \frac{15}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y tres años vivirá un año mas.

3568 contra $\frac{190}{2}$, ó casi $37 \frac{14}{19}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

3568 contra $\frac{190}{4}$, ó casi $75 \frac{3}{19}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

3568 contra $\frac{190}{365}$, ó 6854 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

3371 contra 387, ó $8 \frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 2 años.

3175 contra 583, ó $5 \frac{13}{29}$ contra uno, que vivirá 3.

2980 contra 778, ó $3 \frac{6}{7}$ contra uno, que vivirá 4.

2786 contra 972, ó $2 \frac{8}{9}$ contra uno, que vivirá 5.

- 2595 contra 1163, ó $2 \frac{2}{11}$ contra uno, que vivirá 6.
- 2405 contra 1353, ó $1 \frac{10}{13}$ contra uno, que vivirá 7.
- 2216 contra 1542, ó $1 \frac{2}{5}$ contra uno, que vivirá 8.
- 2028 contra 1730, ó $1 \frac{2}{17}$ contra uno, que vivirá 9.
- 1917 contra 1841, ó algo mas de uno contra uno, que no vivirá 10 mas.
- 2098 contra 1660, ó $1 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2275 contra 1483, ó $1 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 2450 contra 1308, ó $1 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2624 contra 1134, ó $2 \frac{3}{11}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2794 contra 964, ó $2 \frac{8}{9}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2951 contra 807, ó $3 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 3095 contra 663, ó $4 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 3218 contra 540, ó $5 \frac{17}{18}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 3404 contra 354, ó $9 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 19.

3521 contra 237, ó $14 \frac{29}{23}$ contra uno, que no vivirá 22.

3673 contra 85, ó $43 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 27.

3734 contra 24, ó $154 \frac{7}{12}$ contra uno, que no vivirá 32.

3756 contra 2, ó 1878 contra uno, que no vivirá 37, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y cuatro años.

Pueden apostarse 3371 contra 197, ó $17 \frac{2}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y cuatro años vivirá un año mas.

3371 contra $\frac{197}{2}$, ó $34 \frac{4}{19}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

3371 contra $\frac{197}{4}$, ó $68 \frac{8}{19}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

3371 contra $\frac{197}{365}$, ó 6246 contra uno, que no morirá dentro de 24 horas.

3175 contra 393, ó $8 \frac{1}{13}$ contra uno, que vivirá 2 años.

2980 contra 582, ó $5 \frac{7}{58}$ contra uno, que vivirá 3.

2786 contra 782, ó $3 \frac{22}{39}$ contra uno, que vivirá 4.

- 2595 contra 973, ó $2 \frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 5.
- 2405 contra 1163, ó $2 \frac{7}{116}$ contra uno, que vivirá 6.
- 2216 contra 1352, ó $1 \frac{8}{13}$ contra uno, que vivirá 7.
- 2028 contra 1540, ó $1 \frac{24}{77}$ contra uno, que vivirá 8.
- 1841 contra 1727, ó $1 \frac{1}{17}$ contra uno, que vivirá 9.
- 1908 contra 1660, ó $1 \frac{12}{83}$ contra uno, que no vivirá 10 mas.
- 2085 contra 1483, ó $1 \frac{15}{27}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2260 contra 1308, ó $1 \frac{9}{43}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 2434 contra 1134, ó $2 \frac{4}{11}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2604 contra 964, ó $2 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2761 contra 807, ó $3 \frac{17}{40}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2905 contra 663, ó $4 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 3131 contra 437, ó $7 \frac{7}{43}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 3331 contra 237, ó $14 \frac{1}{23}$ contra uno, que no vivirá 21.

3483 contra 85 , ó cerca de 41 contra uno que no vivirá 26.

3544 contra 24 , ó $147 \frac{2}{3}$ contra uno , que no vivirá 31.

3566 contra 2 , ó 1783 contra uno , que no vivirá 36 , esto es , en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y cinco años.

Pueden apostarse 3175 contra 196 , ó $16 \frac{3}{19}$ contra uno , á que una persona de sesenta y cinco años vivirá un año mas.

3175 contra $\frac{496}{2}$, ó $32 \frac{6}{19}$ contra uno , que vivirá 6 meses :

3175 contra $\frac{496}{4}$, ó $64 \frac{12}{19}$ contra uno , que vivirá 3 meses ; y

3175 contra $\frac{496}{365}$, ó 5913 contra uno , que no morirá en las veinte y cuatro horas.

2980 contra 391 , ó $7 \frac{2}{3}$ contra uno , que vivirá 2 años.

2786 contra 585 , ó $4 \frac{22}{29}$ contra uno , que vivirá 3.

2595 contra 776 , ó $3 \frac{2}{7}$ contra uno , que vivirá 4.

2405 contra 966 , ó $2 \frac{4}{9}$ contra uno , que vivirá 5.

- 2216 contra 1155, ó $1 \frac{40}{41}$ contra uno, que vivirá 6.
- 2028 contra 1343, ó $1 \frac{34}{67}$ contra uno, que vivirá 7.
- 1841 contra 1530, ó $1 \frac{1}{5}$ contra uno, que vivirá 8.
- 1711 contra 1660, ó poco mas de uno contra uno, que no vivirá 9 mas.
- 1888 contra 1483, ó $1 \frac{2}{7}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 2063 contra 1308, ó $1 \frac{7}{13}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2237 contra 1134, ó cerca de 2 contra uno, que no vivirá 12.
- 2407 contra 964, ó $2 \frac{4}{9}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2564 contra 807, ó $3 \frac{7}{40}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2708 contra 663, ó $4 \frac{5}{66}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2934 contra 437, ó $6 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 3017 contra 354, ó $8 \frac{18}{35}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 3134 contra 237, ó $13 \frac{5}{23}$ contra uno, que no vivirá 20.
- 3286 contra 86, ó $38 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 25.

3347 contra 24, ó 139 $\frac{11}{12}$ contra uno, que no vivirá 30.

3369 contra 2, ó 1684 contra uno, que no vivirá 35, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y seis años.

Pueden apostarse 2980 contra 195, ó 15 $\frac{5}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y seis años vivirá un año mas.

2980 contra $\frac{195}{2}$, ó 30 $\frac{40}{19}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

2980 contra $\frac{195}{4}$, ó 61 $\frac{4}{19}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

2980 contra $\frac{195}{365}$, ó 5578 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

2786 contra 389, ó 7 $\frac{6}{38}$ contra uno, que vivirá 2 años.

2595 contra 580, ó 4 $\frac{2}{5}$ contra uno, que vivirá 3.

2405 contra 770, ó 3 $\frac{9}{77}$ contra uno, que vivirá 4.

2216 contra 959, ó 2 $\frac{6}{19}$ contra uno, que vivirá 5.

2028 contra 1147, ó 1 $\frac{44}{57}$ contra uno, que vivirá 6.

- 1841 contra 1334, ó $1 \frac{5}{13}$ contra uno, que vivirá 7.
- 1660 contra 1515, ó $1 \frac{1}{45}$ contra uno, que vivirá 8.
- 1692 contra 1483, ó $1 \frac{5}{87}$ contra uno, que no vivirá 9 mas.
- 1887 contra 1308, ó $1 \frac{44}{26}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 2041 contra 1134, ó $1 \frac{9}{14}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2211 contra 964, ó $2 \frac{7}{24}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 2368 contra 807, ó $2 \frac{45}{16}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2512 contra 663, ó $3 \frac{26}{33}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2635 contra 540, ó $4 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2738 contra 437, ó $6 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 2884 contra 291, ó $9 \frac{26}{29}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 2938 contra 237, ó $12 \frac{9}{23}$ contra uno, que no vivirá 19.
- 3090 contra 85, ó $36 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 24.
- 3151 contra 24, ó $131 \frac{7}{24}$ contra uno, que no vivirá 29.

3173 contra 2, ó 1586 $\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 34, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y siete años.

Pueden apostarse 2786 contra 194, ó 14 $\frac{7}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y siete años vivirá un año mas.

2786 contra $\frac{194}{2}$, ó 28 $\frac{14}{19}$ contra uno, que vivirá seis meses:

2786 contra $\frac{194}{4}$, ó 57 $\frac{9}{19}$ contra uno, que vivirá tres meses; y

2786 contra $\frac{194}{365}$, ó 5242 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

2595 contra 385, ó 6 $\frac{18}{19}$ contra uno, que vivirá 2 años.

2405 contra 575, ó 4 $\frac{10}{57}$ contra uno, que vivirá 3.

2216 contra 764, ó 2 $\frac{17}{19}$ contra uno, que vivirá 4.

2028 contra 952, ó 2 $\frac{1}{9}$ contra uno, que vivirá 5.

1841 contra 1139, ó 1 $\frac{7}{11}$ contra uno, que vivirá 6.

1669 contra 1320, ó 1 $\frac{3}{13}$ contra uno, que vivirá 7.

- 1497 contra 1483, ó poco mas de uno contra uno, que no vivirá 8 mas.
- 1672 contra 1308, ó $1 \frac{48}{65}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 1846 contra 1134, ó $1 \frac{7}{11}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 2016 contra 964, ó $2 \frac{1}{12}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2173 contra 807, ó $2 \frac{41}{16}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 2317 contra 663, ó $3 \frac{46}{33}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2440 contra 540, ó $4 \frac{44}{27}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2543 contra 437, ó $5 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2626 contra 354, ó $7 \frac{14}{35}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 2743 contra 237, ó $11 \frac{43}{23}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 2895 contra 85, ó poco mas de 34 contra uno, que no vivirá 23.
- 2956 contra 24, ó $123 \frac{1}{6}$ contra uno, que no vivirá 28.
- 2978 contra 2, ó 1489 contra uno, que no vivirá 33, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y ocho años.

Pueden apostarse 2595 contra 191, ó $13 \frac{12}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y ocho años vivirá un año mas.

2595 contra $\frac{191}{2}$, ó $27 \frac{3}{19}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

2595 contra $\frac{191}{4}$, ó $54 \frac{6}{19}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

2595 contra $\frac{191}{365}$, ó 4959 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

2405 contra 481, ó $6 \frac{11}{38}$ contra uno, que vivirá 2 años.

2216 contra 570, ó $3 \frac{50}{57}$ contra uno, que vivirá 3.

2028 contra 758, ó $2 \frac{5}{7}$ contra uno, que vivirá 4.

1841 contra 945, ó cerca de 2 contra uno, que vivirá 5.

1660 contra 1126, ó $1 \frac{5}{11}$ contra uno, que vivirá 6.

1483 contra 1303, ó $1 \frac{9}{65}$ contra uno, que vivirá 7.

1478 contra 1308, ó $1 \frac{3}{22}$ contra uno, que no vivirá 8 mas.

1652 contra 1134, ó $1 \frac{5}{11}$ contra uno, que no vivirá 9.

- 1822 contra 964, ó $1 \frac{8}{9}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 1979 contra 807, ó $2 \frac{9}{20}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 2123 contra 663, ó $3 \frac{1}{6}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 2246 contra 540, ó $4 \frac{4}{27}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2349 contra 437, ó $5 \frac{16}{43}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2432 contra 354, ó $6 \frac{6}{7}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2495 contra 291, ó $8 \frac{16}{29}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 2549 contra 237, ó $10 \frac{17}{23}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 2663 contra 123, ó $21 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 20.
- 2701 contra 85, ó $31 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 22.
- 2762 contra 24, ó $115 \frac{1}{12}$ contra uno, que no vivirá 27.
- 2784 contra 2, ó 1392 contra uno, que no vivirá 32, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de sesenta y nueve años.

Pueden apostarse 2405 contra 190, ó $12 \frac{12}{19}$ contra uno, á que una persona de sesenta y nueve años vivirá un año mas.

2405 contra $\frac{190}{2}$, ó $25 \frac{5}{19}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

2405 contra $\frac{190}{4}$, ó $50 \frac{10}{19}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

2405 contra $\frac{190}{365}$, ó 4620 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

2216 contra 379, ó $5 \frac{32}{37}$ contra uno, que vivirá 2 años.

2028 contra 567, ó $3 \frac{32}{56}$ contra uno, que vivirá 3.

1841 contra 754, ó $2 \frac{14}{25}$ contra uno, que vivirá 4.

1660 contra 935, ó $1 \frac{7}{9}$ contra uno, que vivirá 5.

1483 contra 1112, ó $1 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 6.

1308 contra 1287, ó $1 \frac{1}{64}$ contra uno, que vivirá 7.

1461 contra 1134, ó $1 \frac{3}{41}$ contra uno, que no vivirá 8 mas.

1631 contra 964, ó $1 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 9.

1788 contra 807, ó $2 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 10.

1932 contra 663, ó $2 \frac{10}{11}$ contra uno, que no vivirá 11.

2055 contra 540, ó $3 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 12.

2158 contra 437, ó $4 \frac{41}{43}$ contra uno, que no vivirá 13.

2241 contra 354, ó $6 \frac{41}{35}$ contra uno, que no vivirá 14.

2304 contra 291, ó $7 \frac{26}{29}$ contra uno, que no vivirá 15.

2358 contra 237, ó cerca de 10 contra uno, que no vivirá 16.

2440 contra 155, ó $15 \frac{41}{15}$ contra uno, que no vivirá 18.

2510 contra 85, ó $29 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 21.

2571 contra 24, ó $107 \frac{4}{8}$ contra uno, que no vivirá 26.

2593 contra 2, ó $1296 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 31, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta años.

Pueden apostarse 2216 contra 189, ó $11 \frac{13}{18}$

contra uno, á que una persona de setenta años vivirá un año mas.

2216 contra $\frac{189}{2}$, ó $23 \frac{4}{9}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

2216 contra $\frac{489}{4}$, ó $46 \frac{8}{9}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

2216 contra $\frac{189}{365}$, ó $4332 \frac{1}{2}$ contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

2028 contra 377, ó $5 \frac{44}{37}$ contra uno, que vivirá 2 años.

1841 contra 564, ó $3 \frac{1}{4}$ contra uno, que vivirá 3.

1660 contra 745, ó $2 \frac{9}{37}$ contra uno, que vivirá 4.

1483 contra 922, ó $1 \frac{44}{23}$ contra uno, que vivirá 5.

1308 contra 1097, ó $1 \frac{1}{5}$ contra uno, que vivirá 6.

1271 contra 1134, ó $1 \frac{1}{41}$ contra uno, que no vivirá 7 mas.

1441 contra 964, ó $1 \frac{4}{9}$ contra uno, que no vivirá 8.

1598 contra 807, ó cerca de 2 contra uno, que no vivirá 9.

1742 contra 663, ó $2 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 10.

1865 contra 540, ó $3 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 11.

- 19 8 contra 437, ó poco mas de $4 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 20 51 contra 354, ó $5 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 2114 contra 291, ó $7 \frac{7}{9}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2168 contra 237, ó $9 \frac{3}{23}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2212 contra 193, ó $11 \frac{8}{19}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 2282 contra 123, ó $17 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 2320 contra 85, ó $27 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 20.
- 2381 contra 24, ó $99 \frac{5}{24}$ contra uno, que no vivirá 25.
- 2403 contra 2, ó 1201 $\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 30, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y un años.

Pueden apostarse 2028 contra 188, ó $10 \frac{7}{9}$ contra uno, á que una persona de setenta y un años vivirá un año mas.

2028 contra $1 \frac{88}{2}$, ó $21 \frac{5}{9}$ contra uno, que vivirá 6 meses :

- 2028 contra $\frac{138}{4}$, ó $43 \frac{1}{9}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y
- 2028 contra $\frac{138}{365}$, ó 3937 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.
- 1841 contra 375, ó $4 \frac{3}{7}$ contra uno, que vivirá 2 años.
- 1660 contra 556, ó cerca de 3 contra uno, que vivirá 3.
- 1483 contra 733, ó poco mas de 2 contra uno, que vivirá 4.
- 1308 contra 908, ó $1 \frac{1}{9}$ contra uno, que vivirá 5.
- 1134 contra 1082, ó $1 \frac{2}{43}$ contra uno, que vivirá 6.
- 1252 contra 964, ó $1 \frac{7}{24}$ contra uno, que no vivirá 7 mas.
- 1409 contra 807, ó $1 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 1553 contra 663, ó $2 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 1676 contra 540, ó $3 \frac{1}{11}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 1779 contra 437, ó $4 \frac{3}{43}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 1862 contra 354, ó $5 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 1925 contra 291, ó $6 \frac{17}{29}$ contra uno, que no vivirá 13.

- 1979 contra 237, ó poco mas de $8 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 2023 contra 193, ó $10 \frac{9}{19}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 2061 contra 155, ó $13 \frac{4}{15}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 2131 contra 85, ó $25 \frac{1}{14}$ contra uno, que no vivirá 19.
- 2192 contra 24, ó $91 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 24.
- 2214 contra 2, ó 1107 contra uno, que no vivirá 29, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y dos años.

Pueden apostarse 1841 contra 187, ó $9 \frac{5}{6}$ contra uno, á que una persona de setenta y dos años vivirá un año mas.

1841 contra $\frac{187}{2}$, ó $19 \frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

1841 contra $\frac{187}{4}$, ó $39 \frac{1}{8}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

1841 contra $\frac{187}{365}$, ó 3593 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

1660 contra 368, ó $4 \frac{1}{2}$ contra uno, que vivirá 2 años.

- 1483 contra 545, ó $2 \frac{13}{18}$ contra uno, que vivirá 3.
- 1338 contra 720, ó $1 \frac{6}{7}$ contra uno, que vivirá 4.
- 1134 contra 894, ó $1 \frac{4}{15}$ contra uno, que vivirá 5.
- 1064 contra 964, ó $1 \frac{5}{48}$ contra uno, que no vivirá 6 mas.
- 1221 contra 807, ó poco mas de $1 \frac{1}{2}$ contra uno que no vivirá 7.
- 1365 contra 663, ó $2 \frac{1}{22}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 1488 contra 540, ó $2 \frac{20}{27}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 1591 contra 437, ó poco mas de $3 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 1674 contra 354, ó $4 \frac{5}{7}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 1737 contra 291, ó cerca de 6 contra uno, que no vivirá 12.
- 1791 contra 237, ó $7 \frac{43}{23}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 1835 contra 193, ó $9 \frac{9}{19}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 1873 contra 155, ó $12 \frac{1}{15}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 1905 contra 123, ó $15 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 16.

- 1925 contra 103, ó $18 \frac{7}{10}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 1943 contra 85, ó $22 \frac{7}{8}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 1973 contra 55, ó $35 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 20.
- 2004 contra 24, ó $83 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 23.
- 2026 contra 2, ó 1013 contra uno, que no vivirá 28, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y tres años.

Pueden apostarse 1660 contra 181, ó $9 \frac{1}{6}$ contra uno, á que una persona de setenta y tres años vivirá un año mas.

1660 contra $\frac{181}{2}$, ó $18 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

1660 contra $\frac{181}{4}$, ó $36 \frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

1660 contra $\frac{181}{365}$, ó 3347 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

1483 contra 358, ó $4 \frac{1}{7}$ contra uno, que vivirá 2 años.

1338 contra 533, ó $2 \frac{4}{9}$ contra uno, que vivirá 3.

1134 contra 707, ó $1 \frac{4}{9}$ contra uno, que vivirá 4.

964 contra 877, ó $1 \frac{8}{87}$ contra uno, que vivirá 5.

1034 contra 807, ó $1 \frac{44}{40}$ contra uno, que no vivirá 6 mas.

1178 contra 663, ó $1 \frac{47}{22}$ contra uno, que no vivirá 7.

1301 contra 540, ó $2 \frac{44}{27}$ contra uno, que no vivirá 8.

1404 contra 437, ó $3 \frac{9}{43}$ contra uno, que no vivirá 9.

1487 contra 354, ó $4 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 10.

1550 contra 291, ó $5 \frac{9}{29}$ contra uno, que no vivirá 11.

1604 contra 237, ó $6 \frac{48}{23}$ contra uno, que no vivirá 12.

1648 contra 193, ó $8 \frac{40}{49}$ contra uno, que no vivirá 13.

1686 contra 155, ó $10 \frac{43}{45}$ contra uno, que no vivirá 14.

1718 contra 123, ó cerca de 14 contra uno, que no vivirá 15.

1756 contra 85, ó $20 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 17.

1798 contra 43, ó $41 \frac{35}{43}$ contra uno, que no vivirá 20.

1817 contra 24, ó $75 \frac{17}{24}$ contra uno, que no vivirá 22.

1839 contra 2, ó 919 contra uno, que no vivirá 27, esto es, que no cumplirá 100 años.

Para una persona de setenta y cuatro años.

Pueden apostarse 1483 contra 177, ó $8 \frac{6}{17}$ contra uno, á que una persona de setenta y cuatro años vivirá un año mas.

1483 contra $\frac{177}{2}$, ó $16 \frac{12}{17}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

1483 contra $\frac{177}{4}$, ó $33 \frac{7}{12}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

1483 contra $\frac{177}{365}$, ó 3058 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

1308 contra 352, ó $3 \frac{5}{7}$ contra uno, que vivirá 2 años.

1134 contra 526, ó $2 \frac{2}{13}$ contra uno, que vivirá 3.

964 contra 696, ó $1 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 4.

853 contra 807, ó poco mas de 1 contra uno, que no vivirá 5 mas.

997 contra 663 ó $1 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 6.

1120 contra 540, ó $2 \frac{2}{27}$ contra uno, que no vivirá 7.

1223 contra 437, ó $2 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 8.

1306 contra 354, ó $3 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 9.

1369 contra 291, ó $4 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 10.

1423 contra 237, ó 6 contra uno, que no vivirá 11.

1467 contra 193, ó $7 \frac{14}{19}$ contra uno, que no vivirá 12.

1505 contra 155, ó $9 \frac{14}{15}$ contra uno, que no vivirá 13.

1557 contra 103, ó $15 \frac{4}{10}$ contra uno, que no vivirá 15.

1575 contra 85, ó $18 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 16.

1605 contra 55, ó $27 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 18.

1636 contra 24, ó $68 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 21.

1658 contra 2, ó $829 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 26, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y cinco años.

Pueden apostarse 1308 contra 175, ó $7 \frac{8}{17}$
3.

contra uno, á que una persona de setenta y cinco años vivirá un año mas.

1308 contra $\frac{175}{2}$, ó $14 \frac{16}{17}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

1308 contra $\frac{175}{4}$ ó $29 \frac{15}{17}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

1308 contra $\frac{175}{365}$, ó 2728 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

1134 contra 349, ó $3 \frac{4}{17}$ contra uno, que vivirá 2 años.

964 contra 519, ó $1 \frac{44}{51}$ contra uno, que vivirá 3.

807 contra 676, ó $1 \frac{13}{67}$ contra uno, que vivirá 4.

820 contra 663, ó $1 \frac{5}{22}$ contra uno, que no vivirá 5 mas.

943 contra 540, ó $1 \frac{20}{27}$ contra uno, que no vivirá 6.

1046 contra 437, ó $2 \frac{17}{43}$ contra uno, que no vivirá 7.

1129 contra 354, ó $3 \frac{6}{55}$ contra uno, que no vivirá 8.

1192 contra 291, ó $4 \frac{2}{29}$ contra uno, que no vivirá 9.

1246 contra 237, ó $5 \frac{6}{23}$ contra uno, que no vivirá 10.

1290 contra 193, ó $6 \frac{13}{19}$ contra uno, que no vivirá 11.

1328 contra 155, ó $8 \frac{8}{15}$ contra uno, que no vivirá 12.

1360 contra 123, ó poco mas de 11 contra uno, que no vivirá 13.

1398 contra 85, ó $16 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 15.

1440 contra 43, ó $33 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 18.

1459 contra 24, ó $60 \frac{49}{24}$ contra uno, que no vivirá 20.

1481 contra 2, ó $740 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 25, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y seis años.

Pueden apostarse 1134 contra 174, ó $6 \frac{9}{17}$ contra uno, á que una persona de setenta y seis años vivirá un año mas.

1134 contra $\frac{174}{2}$, ó $13 \frac{4}{17}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

1134 contra $\frac{174}{4}$, ó $26 \frac{2}{17}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

1134 contra $\frac{174}{365}$, ó 2379 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

964 contra 344, ó $2 \frac{27}{34}$ contra uno, que vivirá 2 años.

- 807 contra 501, ó $1 \frac{3}{5}$ contra uno, que vivirá 3.
- 663 contra 645, ó poco mas de 1 contra uno, que vivirá 4.
- 768 contra 540, ó $1 \frac{41}{27}$ contra uno, que no vivirá 5 mas.
- 871 contra 437, ó cerca de 2 contra uno, que no vivirá 6.
- 954 contra 354, ó poco mas de $2 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 1017 contra 291, ó $3 \frac{44}{29}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 1071 contra 237, ó poco mas de $4 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 1115 contra 193, ó $5 \frac{45}{19}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 1153 contra 155, ó $7 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 1185 contra 123, ó $9 \frac{7}{12}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 1205 contra 103, ó $11 \frac{7}{10}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 1223 contra 85, ó $14 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 1239 contra 69, ó cerca de 18 contra uno, que no vivirá 15.
- 1253 contra 55, ó $22 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 16.

1265 contra 43, ó 29 $\frac{18}{43}$ contra uno, que no vivirá 17.

1284 contra 24, ó 53 $\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 19.

1291 contra 17, ó cerca de 76 contra uno, que no vivirá 20.

1306 contra 2, ó 653 contra uno, que no vivirá 24, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y siete años.

Pueden apostarse 964 contra 170, ó 5 $\frac{41}{17}$ contra uno, á que una persona de setenta y siete años vivirá un año mas.

964 contra $\frac{170}{2}$, ó 11 $\frac{15}{17}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

964 contra $\frac{170}{4}$, ó 22 $\frac{10}{17}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

964 contra $\frac{170}{365}$, ó 2070 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

807 contra 327, ó 2 $\frac{5}{32}$ contra uno, que vivirá 2 años.

663 contra 471, ó 1 $\frac{9}{47}$ contra uno, que vivirá 3.

594 contra 540, ó 1 $\frac{1}{44}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

- 697 contra 437, ó $1 \frac{26}{43}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 780 contra 354, ó $2 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 843 contra 291, ó $2 \frac{26}{29}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 897 contra 237, ó $3 \frac{48}{23}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 941 contra 193, ó cerca de 5 contra uno, que no vivirá 9.
- 979 contra 155, ó $6 \frac{4}{15}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 1011 contra 123, ó $8 \frac{1}{6}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 1031 contra 103, ó poco mas de 10 contra uno, que no vivirá 12.
- 1049 contra 85, ó $12 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 1079 contra 55, ó $19 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 1110 contra 24, ó $46 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 1122 contra 12, ó $93 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 20.
- 1132 contra 2, ó 566 contra uno, que no vivirá 23, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y ocho años.

Pueden apostarse 807 contra 157, ó $5 \frac{2}{45}$ contra uno, á que una persona de setenta y ocho años vivirá un año mas.

807 contra $\frac{157}{2}$, ó 10 $\frac{4}{15}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

807 contra $\frac{157}{4}$, ó 20 $\frac{8}{15}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

807 contra $\frac{157}{365}$, ó 1876 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

663 contra 301, ó 2 $\frac{1}{5}$ contra uno, que vivirá 2 años.

540 contra 424, ó 1 $\frac{11}{42}$ contra uno, que vivirá 3.

527 contra 437, ó 1 $\frac{9}{43}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

610 contra 354, ó 1 $\frac{5}{7}$ contra uno, que no vivirá 5.

673 contra 291, ó 2 $\frac{2}{29}$ contra uno, que no vivirá 6.

727 contra 237, ó 3 $\frac{1}{23}$ contra uno, que no vivirá 7.

771 contra 193, ó cerca de 4 contra uno, que no vivirá 8.

809 contra 155, ó $5 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 9.

- 841 contra 123, ó $6 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 861 contra 103, ó 8 contra uno, que no vivirá 11.
- 879 contra 85, ó $10 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 895 contra 69, ó cerca de 13 contra uno, que no vivirá 13.
- 909 contra 55, ó $16 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 921 contra 43, ó $21 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 940 contra 24, ó $39 \frac{1}{6}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 947 contra 17, ó $55 \frac{12}{17}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 962 contra 2, ó 481 contra uno, que no vivirá 22, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de setenta y nueve años.

Pueden apostarse 663 contra 144, ó $4 \frac{4}{7}$ contra uno, á que una persona de setenta y nueve años vivirá un año mas.

663 contra $\frac{144}{2}$, ó $9 \frac{1}{7}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

663 contra $\frac{144}{4}$, ó $18 \frac{2}{7}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

- 663 contra $\frac{144}{365}$, ó 1680 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.
- 540 contra 267, ó poco mas de 2 contra uno, que vivirá 2 años.
- 437 contra 370, ó $1\frac{6}{37}$ contra uno, que vivirá 3.
- 453 contra 354, ó poco mas de $1\frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.
- 516 contra 291, ó $1\frac{22}{29}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 570 contra 237, ó $2\frac{9}{23}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 614 contra 193, ó $3\frac{3}{19}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 652 contra 155, ó $4\frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 684 contra 123, ó $5\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 704 contra 103, ó $6\frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 722 contra 85, ó $8\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 738 contra 69, ó $10\frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 752 contra 55, ó $13\frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 764 contra 43, ó $17\frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 14.

- 774 contra 33, ó $23 \frac{5}{11}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 783 contra 24, ó $32 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 795 contra 12, ó $66 \frac{5}{12}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 805 contra 2, ó $402 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 21, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta años.

Pueden apostarse 540 contra 123, ó $4 \frac{2}{21}$ contra uno, á que una persona de ochenta años vivirá un año mas.

540 contra $\frac{123}{2}$, ó $8 \frac{4}{21}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

540 contra $\frac{123}{4}$, ó $16 \frac{8}{21}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

540 contra $\frac{123}{365}$, ó 1586 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

437 contra 226, ó $1 \frac{21}{22}$ contra uno, que vivirá 2 años.

354 contra 309, ó $1 \frac{2}{15}$ contra uno, que vivirá 3.

372 contra 291, ó $1 \frac{8}{29}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

426 contra 237, ó $1 \frac{48}{23}$ contra uno, que no vivirá 5.

- 470 contra 193, ó $2 \frac{8}{19}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 508 contra 155, ó $3 \frac{4}{15}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 540 contra 123, ó $4 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 560 contra 103, ó $5 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 578 contra 85, ó $6 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 594 contra 69, ó $8 \frac{2}{3}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 608 contra 55, ó poco mas de 10 contra uno, que no vivirá 12.
- 620 contra 43, ó $14 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 630 contra 33, ó $19 \frac{1}{11}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 639 contra 24, ó $26 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 646 contra 17, ó 38 contra uno, que no vivirá 16.
- 651 contra 12, ó $54 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 655 contra 8, ó $81 \frac{7}{8}$ contra uno, que no vivirá 18.
- 658 contra 5, ó $131 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 19.

661 contra 2, ó $330 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 20, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y un años.

Pueden apostarse 437 contra 103, ó $4 \frac{4}{5}$ contra uno, á que una persona de ochenta y un años vivirá un año mas.

437 contra $\frac{103}{2}$, ó $8 \frac{2}{5}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

437 contra $\frac{103}{4}$, ó $16 \frac{4}{5}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

437 contra $\frac{103}{8}$, ó 1549 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

354 contra 186, ó $1 \frac{8}{9}$ contra uno, que vivirá 2 años.

291 contra 249, ó $1 \frac{4}{6}$ contra uno, que vivirá 3.

303 contra 237, ó 1 contra uno, que no vivirá 4 mas.

347 contra 193, ó $1 \frac{45}{19}$ contra uno, que no vivirá 5.

385 contra 155, ó $2 \frac{7}{15}$ contra uno, que no vivirá 6.

417 contra 123, ó $3 \frac{4}{3}$ contra uno, que no vivirá 7.

437 contra 103, ó $4 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 8.

- 455 contra 85, ó $5 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 471 contra 69, ó $6 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 485 contra 55, ó $8 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 497 contra 43, ó $11 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 507 contra 33, ó $15 \frac{4}{11}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 516 contra 24, ó $21 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 523 contra 17, ó $30 \frac{13}{17}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 528 contra 12, ó 44 contra uno, que no vivirá 16.
- 532 contra 8, ó $66 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 535 contra 5, ó 107 contra uno, que no vivirá 18.
- 538 contra 2, ó 219 contra uno, que no vivirá 19, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y dos años.

Pueden apostarse 354 contra 83, ó $4 \frac{1}{8}$ contra uno, á que una persona de ochenta y dos años vivirá un año mas.

- 354 contra $\frac{83}{2}$, ó $8 \frac{1}{2}$ contra uno, que vivirá 6 meses:
- 354 contra $\frac{83}{4}$, ó 17 contra uno, que vivirá 3 meses; y
- 354 contra $\frac{83}{365}$, ó 1557 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.
- 201 contra 146, ó muy cerca de 2 contra uno, que vivirá 2 años.
- 237 contra 200, ó $1 \frac{9}{54}$ contra uno, que vivirá 3.
- 244 contra 193, ó $1 \frac{5}{19}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.
- 282 contra 155, ó $1 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 314 contra 123, ó $2 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 334 contra 103, ó $3 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 352 contra 85, ó $4 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 368 contra 69, ó $5 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 382 contra 55, ó cerca de 7 contra uno, que no vivirá 10.
- 394 contra 43, ó $9 \frac{7}{43}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 404 contra 33, ó $12 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 12.

- 413 contra 24, ó $17 \frac{5}{24}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 420 contra 17, ó $24 \frac{42}{17}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 425 contra 12, ó $35 \frac{5}{12}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 429 contra 8, ó $53 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 432 contra 5, ó $86 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 17.
- 435 contra 2, ó $217 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 18, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y tres años.

Pueden apostarse 291 contra 63, ó $4 \frac{13}{21}$ contra uno, á que una persona de ochenta y tres años vivirá un año mas.

291 contra $\frac{63}{2}$, ó $9 \frac{5}{21}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

291 contra $\frac{63}{4}$, ó $18 \frac{10}{21}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

291 contra $\frac{63}{365}$, ó 1686 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

237 contra 117, ó poco mas de 2 contra uno, que vivirá 2 años.

193 contra 161, ó $1 \frac{3}{16}$ contra uno, que vivirá 3.

- 199 contra 155, ó $1 \frac{4}{15}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.
- 231 contra 123, ó $1 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 251 contra 103, ó $2 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 269 contra 85, ó $3 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 285 contra 69, ó $4 \frac{9}{69}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 299 contra 55, ó $5 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 311 contra 43, ó $7 \frac{40}{43}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 321 contra 33, ó $9 \frac{8}{11}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 330 contra 24, ó $13 \frac{6}{8}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 337 contra 17, ó $19 \frac{14}{17}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 342 contra 12, ó $28 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 346 contra 8, ó $43 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 349 contra 5, ó $69 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 16.
- 352 contra 2, ó 176 contra uno, que no vivirá 17, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y cuatro años.

Pueden apostarse 237 contra 54, ó $4 \frac{7}{8}$ contra uno, que una persona de ochenta y cuatro años vivirá un año mas.

237 contra $\frac{54}{2}$, ó $8 \frac{7}{9}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

237 contra $\frac{54}{4}$, ó $17 \frac{5}{9}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

237 contra $\frac{54}{365}$, ó 1602 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

193 contra 98, ó cerca de 2 contra uno, que vivirá 2 años.

155 contra 136, ó $1 \frac{1}{13}$ contra uno, que vivirá 3.

168 contra 123, ó $1 \frac{1}{3}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

188 contra 103, ó $1 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 5.

206 contra 85, ó $2 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 6.

222 contra 69, ó $3 \frac{5}{23}$ contra uno, que no vivirá 7.

236 contra 55, ó $4 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 8.

248 contra 43, ó $5 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 9.

- 258 contra 33, ó $7 \frac{9}{11}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 267 contra 24, ó $11 \frac{4}{8}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 274 contra 17, ó $16 \frac{2}{17}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 279 contra 12, ó $23 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 283 contra 8, ó $35 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 286 contra 5, ó $57 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 15.
- 289 contra 2, ó $144 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 16, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y cinco años.

Pueden apostarse 193 contra 44, ó poco mas de $4 \frac{4}{11}$ contra uno, á que una persona de ochenta y cinco años vivirá un año mas.

193 contra $\frac{44}{2}$, ó poco mas de $8 \frac{8}{11}$ contra uno, que vivirá 6 meses :

193 contra $\frac{44}{4}$, ó poco mas de $17 \frac{5}{11}$ contra uno, que vivirá 3 meses ; y

193 contra $\frac{44}{365}$, ó 1601 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

155 contra 82, ó $1 \frac{7}{8}$ contra uno, que vivirá 2 años.

- 123 contra 114, ó $1 \frac{1}{12}$ contra uno, que vivirá 3.
- 134 contra 103, ó $1 \frac{3}{10}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.
- 152 contra 85, ó $1 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 168 contra 69, ó $2 \frac{10}{23}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 182 contra 55, ó $3 \frac{1}{5}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 194 contra 43, ó $4 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 204 contra 33, ó $6 \frac{2}{11}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 213 contra 24, ó $8 \frac{7}{8}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 220 contra 17, ó cerca de 13 contra uno, que no vivirá 11.
- 225 contra 12, ó $18 \frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 12.
- 229 contra 8, ó $28 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 13.
- 232 contra 5, ó $46 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 14.
- 235 contra 2, ó $117 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 15, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y seis años.

Pueden apostarse 155 contra 38, ó cerca de $4 \frac{1}{3}$ contra uno, á que una persona de ochenta y seis años vivirá un año mas.

155 contra $\frac{38}{2}$, ó $8 \frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

155 contra $\frac{38}{4}$, ó $16 \frac{4}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

155 contra $\frac{38}{365}$, ó 1489 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

123 contra 70, ó $1 \frac{5}{7}$ contra uno, que vivirá 2 años.

103 contra 90, ó $1 \frac{1}{9}$ contra uno, que vivirá 3.

108 contra 85, ó $1 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

124 contra 69, ó $1 \frac{5}{6}$ contra uno, que no vivirá 5.

138 contra 55, ó cerca de $2 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 6.

150 contra 43, ó $3 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 7.

160 contra 33, ó poco mas de $4 \frac{9}{11}$ contra uno, que no vivirá 8.

169 contra 24, ó $7 \frac{1}{24}$ contra uno, que no vivirá 9.

176 contra 17, ó $10 \frac{6}{17}$ contra uno, que no vivirá 10.

181 contra 12, ó $15 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 11.

185 contra 8, ó $23 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 12.

188 contra 5, ó $37 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 13.

191 contra 2, ó $95 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 14, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Nota. La probabilidad de vivir 3 años es aquí evidentemente escesiva, por ser mayor que la de la tabla precedente; lo cual proviene de haberme descuidado de hacer correr con uniformidad los números 32, 20 y 18, que en la tabla general corresponden á los 88, 89 y 90 años de la vida: pero este ligero defecto nunca puede producir grande error.

Para una persona de ochenta y siete años.

Pueden apostarse 123 contra 32, ó cerca de $3 \frac{9}{11}$ contra uno, á que una persona de ochenta y siete años vivirá un año mas.

123 contra $\frac{32}{2}$, ó cerca de $7 \frac{7}{11}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

123 contra $\frac{32}{4}$, ó cerca de $15 \frac{3}{11}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

- 123 contra $\frac{32}{365}$, ó 1403 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.
- 103 contra 52, ó cerca de 2 contra uno, que vivirá 2 años.
- 85 contra 70, ó $1\frac{3}{14}$ contra uno, que vivirá 3.
- 86 contra 69, ó $1\frac{1}{6}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.
- 100 contra 55, ó $1\frac{9}{11}$ contra uno, que no vivirá 5.
- 112 contra 43, ó $2\frac{26}{43}$ contra uno, que no vivirá 6.
- 122 contra 33, ó $3\frac{8}{11}$ contra uno, que no vivirá 7.
- 131 contra 24, ó $5\frac{11}{24}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 138 contra 17, ó $8\frac{2}{17}$ contra uno, que no vivirá 9.
- 143 contra 12, ó cerca de 12 contra uno, que no vivirá 10.
- 147 contra 8, ó $18\frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 11.
- 150 contra 5, ó 30 contra uno, que no vivirá 12.
- 153 contra 2, ó $76\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 13, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y ocho años.

Pueden apostarse 103 contra 20, ó cerca de $5 \frac{1}{7}$ contra uno, á que una persona de ochenta y ocho años vivirá un año mas.

103 contra $\frac{20}{2}$, ó cerca de $10 \frac{2}{7}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

103 contra $\frac{20}{4}$, ó cerca de $20 \frac{4}{7}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

103 contra $\frac{20}{365}$, ó cerca de 1880 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

85 contra 38, ó $2 \frac{9}{8}$ contra uno, que vivirá 2 años.

69 contra 54, ó $1 \frac{5}{18}$ contra uno, que vivirá 3.

68 contra 55, ó $1 \frac{13}{55}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

80 contra 43, ó $1 \frac{37}{43}$ contra uno, que no vivirá 5.

90 contra 33, ó $2 \frac{8}{11}$ contra uno, que no vivirá 6.

99 contra 24, ó $4 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 7.

106 contra 17, ó $6 \frac{4}{17}$ contra uno, que no vivirá 8.

111 contra 12, ó $9 \frac{1}{4}$ contra uno, que no vivirá 9.

115 contra 8, ó $14 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 10.

118 contra 5, ó $23 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 11.

121 contra 2, ó $60 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 12, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de ochenta y nueve años.

Pueden apostarse 85 contra 18, ó $4 \frac{13}{18}$ contra uno, á que una persona de ochenta y nueve años vivirá un año mas.

85 contra $\frac{18}{2}$, ó $9 \frac{4}{9}$ contra uno, que vivirá 6 meses :

85 contra $\frac{18}{4}$, ó $18 \frac{8}{9}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

85 contra $\frac{18}{365}$, ó 1724 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

69 contra 34, ó $2 \frac{1}{34}$ contra uno, que vivirá 2 años.

55 contra 48, ó $1 \frac{7}{48}$ contra uno, que vivirá 3.

60 contra 43, ó $1 \frac{17}{43}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

70 contra 33, ó $2 \frac{4}{33}$ contra uno, que no vivirá 5.

79 contra 24, ó $3 \frac{7}{24}$ contra uno, que no vivirá 6.

86 contra 17, ó $5 \frac{1}{17}$ contra uno, que no vivirá 7.

- 91 contra 12, ó $7 \frac{7}{12}$ contra uno, que no vivirá 8.
- 95 contra 8, ó cerca de 12 contra uno, que no vivirá 9.
- 98 contra 5, ó $19 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 10.
- 101 contra 2, ó $50 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 11, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa años.

Pueden apostarse 69 contra 16, ó cerca de $4 \frac{1}{3}$ contra uno, á que una persona de noventa años vivirá un año mas.

69 contra $\frac{16}{2}$, ó cerca de $8 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses :

69 contra $\frac{16}{4}$, ó cerca de $17 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

69 contra $\frac{16}{365}$, ó 1574 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

55 contra 30, ó $1 \frac{5}{6}$ contra uno, que vivirá 2 años.

43 contra 37, ó poco mas de 1 contra uno, que vivirá 3.

52 contra 33, ó $1 \frac{19}{33}$ contra uno, que no vivirá 4 mas.

61 contra 24, ó $2 \frac{3}{24}$ contra uno, que no vivirá 5.

68 contra 17, ó 4 contra uno, que no vivirá 6.

73 contra 12, ó $6\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 7.

77 contra 8, ó $9\frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 8.

80 contra 5, ó 16 contra uno, que no vivirá 9.

83 contra 2, ó $41\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 10, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y un años.

Se pueden apostar 55 contra 14, ó $3\frac{13}{14}$ contra uno, á que una persona de noventa y un años vivirá un año mas.

55 contra $\frac{14}{2}$, ó $7\frac{6}{7}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

55 contra $\frac{14}{4}$, ó $15\frac{5}{7}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

55 contra $\frac{14}{365}$, ó 1434 contra uno, que no morirá dentro de veinte y cuatro horas.

43 contra 26, ó $1\frac{17}{26}$ contra uno, que vivirá 2 años.

36 contra 33, ó $1\frac{1}{11}$ contra uno, que no vivirá 3 mas.

45 contra 24, ó $1\frac{7}{8}$ contra uno, que no vivirá 4.

52 contra 17, ó $3\frac{1}{17}$ contra uno, que no vivirá 5.

57 contra 12, ó $4\frac{5}{4}$ contra uno, que no vivirá 6.

- 61 contra 8, ó $7 \frac{5}{8}$ contra uno, que no vivirá 7.
 64 contra 5, ó $12 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 8.
 67 contra 2, ó $33 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 9,
 esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y dos años.

Pueden apostarse 43 contra 12, ó $3 \frac{7}{12}$ contra uno, á que una persona de noventa y dos años vivirá un año mas.

43 contra $\frac{12}{2}$, ó $7 \frac{1}{6}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

43 contra $\frac{12}{4}$, ó $14 \frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

43 contra $\frac{12}{365}$, ó 1308 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

33 contra 22, ó $1 \frac{1}{2}$ contra uno, que vivirá 2 años.

31 contra 24, ó $1 \frac{7}{24}$ contra uno, que no vivirá 3 mas.

38 contra 17, ó $2 \frac{4}{17}$ contra uno, que no vivirá 4.

43 contra 12, ó $3 \frac{7}{12}$ contra uno, que no vivirá 5.

47 contra 8, ó $5 \frac{7}{8}$ contra uno, que no vivirá 6.
 53 contra 2, ó $26 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 8, esto es, que no cumplirá 100 años.

Para una persona de noventa y tres años.

Pueden apostarse 33 contra 10, ó $3 \frac{3}{10}$ contra uno, á que una persona de noventa y tres años vivirá un año más.

33 contra $\frac{10}{2}$, ó $6 \frac{3}{5}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

33 contra $\frac{40}{4}$, ó $13 \frac{1}{5}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

33 contra $\frac{40}{365}$, ó $120\frac{1}{4}$ contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

24 contra 19, ó $1 \frac{5}{19}$ contra uno, que vivirá 2 años.

26 contra 17, ó $1 \frac{9}{17}$ contra uno, que no vivirá 3 mas.

31 contra 12, ó $2 \frac{7}{12}$ contra uno, que no vivirá 4.

35 contra 8, ó $4 \frac{3}{8}$ contra uno, que no vivirá 5.

38 contra 5, ó $7 \frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 6.

41 contra 2, ó $20 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 7, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y cuatro años.

Pueden apostarse 24 contra 9, ó $2\frac{2}{3}$ contra uno, á que una persona de noventa y cuatro años vivirá un año mas.

24 contra $\frac{9}{2}$ ó $5\frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

24 contra $\frac{9}{4}$, ó $10\frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

24 contra $\frac{9}{365}$, ó $973\frac{1}{3}$ contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

17 contra 16 ó $1\frac{1}{16}$ contra uno, que vivirá 2 años.

21 contra 12, ó $1\frac{3}{4}$ contra uno, que no vivirá 3 mas.

25 contra 8, ó $3\frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 4.

28 contra 5, ó $5\frac{3}{5}$ contra uno, que no vivirá 5.

31 contra 2, ó $15\frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 6, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y cinco años.

Pueden apostarse 17 contra 7, ó $2\frac{3}{7}$ contra uno, á que una persona de noventa y cinco años vivirá un año mas.

17 contra $\frac{7}{2}$, ó $4 \frac{6}{7}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

17 contra $\frac{7}{4}$, ó $9 \frac{5}{7}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

17 contra $\frac{7}{365}$, ó 886 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

12 contra 12, ó 1 contra uno, que vivirá 2 años.

16 contra 8, ó 2 contra uno, que no vivirá 3 mas.

19 contra 5, ó $3 \frac{4}{5}$ contra uno, que no vivirá 4.

22 contra 2, ó 11 contra uno, que no vivirá 5, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y seis años.

Pueden apostarse 12 contra 5, ó $2 \frac{2}{5}$ contra uno, á que una persona de noventa y seis años vivirá un año mas.

12 contra $\frac{5}{2}$, ó $4 \frac{4}{5}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

12 contra $\frac{5}{4}$, ó $9 \frac{3}{5}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

12 contra $\frac{5}{365}$, ó 876 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

9 contra 8, ó $1 \frac{1}{8}$ contra uno, que no vivirá 2 años mas.

12 contra 5, ó $2 \frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 3.

15 contra 2, ó $7 \frac{1}{2}$ contra uno, que no vivirá 4, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y siete años.

Pueden apostarse 8 contra 4, ó 2 contra uno, á que una persona de noventa y siete años vivirá un año mas.

8 contra $\frac{4}{2}$, ó 4 contra uno, que vivirá 6 meses:

8 contra $\frac{4}{4}$, ó 8 contra uno, que vivirá 3 meses; y

8 contra $\frac{4}{365}$, ó 730 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

7 contra 5, ó $1\frac{2}{5}$ contra uno, que no vivirá 2 años mas.

10 contra 2, ó 5 contra uno, que no vivirá 3, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y ocho años.

Pueden apostarse 5 contra 3, ó $1\frac{2}{3}$ contra uno, á que una persona de noventa y ocho años vivirá un año mas.

5 contra $\frac{3}{2}$, ó $3\frac{1}{3}$ contra uno, que vivirá 6 meses:

5 contra $\frac{3}{4}$, ó $6\frac{2}{3}$ contra uno, que vivirá 3 meses; y

5 contra $\frac{3}{365}$, ó 608 contra uno, que no morirá en las veinte y cuatro horas.

6 contra 2, ó 3 contra uno, que no vivirá 2 años mas, esto es, en todo 100 años cumplidos.

Para una persona de noventa y nueve años.

Pueden apostarse 2 contra 3 á que una persona de noventa y nueve años no vivirá un año mas, esto es, en todo 100 años cumplidos.

TABLA GENERAL

de los bautismos, matrimonios y entierros que hubo en la ciudad de Paris desde el año de 1709 hasta el de 1766, ambos inclusive.

AÑOS.	BAUTISMOS.	MATRIMONIOS.	MUERTES.
1709	16910	3047	29288
1710	13634	3382	23389
1711	16593	4484	15920
1712	16589	4264	15721
1713	16763	4289	14860
1714	16866	4553	16380
1715	17631	4555	15478
1716	17719	3795	17410
1717	18660	4527	13533
1718	18517	4290	12954
1719	18620	4378	24151
1720	17679	6105	20371
1721	19917	4467	15978
1722	19673	4464	15517
1723	19622	4255	20024
1724	19828	4278	19719
1725	18564	3311	18039
1726	18209	3295	19022
1727	18715	3813	19100
1728	18189	4198	16887
	358898	83750	363741

AÑOS.	BAUTISMOS.	MATRIMONIOS.	MUERTES.
	358898	83750	363741
1729	48163	4231	49852
1730	48966	4403	47452
1731	48877	4169	20832
1732	48605	3983	47532
1733	47825	4132	47466
1734	49835	4133	45122
1735	48862	3876	46196
1736	48877	3990	48900
1737	49767	4158	48678
1738	48617	4247	49581
1739	49781	4108	21986
1740	48632	4017	25284
1741	48578	3928	23574
1742	47722	4178	22784
1743	47873	5143	49033
1744	48318	4210	46205
1745	48840	4185	47322
1746	48347	4146	48051
1747	48446	4169	47930
1748	47907	4003	49529
1749	49158	4263	48607
1750	49035	4619	48084
1751	49321	5013	46673
1752	20227	4359	47762
1753	49729	4146	21716
1754	48909	4143	21724
	848115	203602	871416

AÑOS.	BAUTISMOS.	MATRIMONIOS.	MUERTES.
	848115	203602	871416
1755	19412	4501	20095
1756	20006	4710	17236
1757	19369	4089	20120
1758	19148	4342	19202
1759	19058	4039	18446
1760	17991	3787	18531
1761	18374	3947	17684
1762	17809	4113	19967
1763	17469	4479	20171
1764	19404	4838	17199
1765	19439	4782	18034
1766	18773	4693	19694
TOTAL...	1.074367	246022	1.087995

Sigue un estado mas individual de los bautismos, matrimonios y entierros de la ciudad y arrabales de Paris, desde el año de 1745 hasta el de 1766.

Año de 1745.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	806	849	368	711	633
Febrero.	729	794	590	725	611
Marzo.	791	829	356	997	841
Abril.	836	835	176	888	709
Mayo.	779	822	334	915	773
Junio.	736	692	340	724	571
Julio.	734	684	340	616	587
Agosto.	847	755	351	630	556
Setiembre.	791	773	331	691	630
Octubre.	829	845	333	743	651
Noviembre.	784	777	582	698	594
Diciembre.	792	731	84	804	749
	9454	9386	4185	9142	7905
Religiosos.				96	
Religiosas.					153
Estranjeros.				23	3
				9261	8061
Total.	18840.		4185	17322	

Año de 1746.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.. . . .	833	765	445	777	733
Febrero. . . .	895	853	718	781	753
Marzo.	874	819	104	1029	888
Abril.	778	816	240	942	816
Mayo.. . . .	807	807	342	917	864
Junio.	704	655	348	723	713
Julio.	750	703	309	696	603
Agosto.	787	797	341	635	630
Setiembre. . .	751	760	396	679	605
Octubre. . . .	869	786	359	708	641
Noviembre. . .	765	613	478	732	647
Diciembre. . .	640	610	66	701	612
	9363	8984	4146	9320	8505
Religiosos.				75	
Religiosas.					108
Estranjeros.				23	20
				9418	8633
Total.	18347.		4146	18051	

Año de 1747.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero	796	812	527	783	757
Febrero	755	744	581	705	617
Marzo	840	790	90	929	853
Abril	782	764	377	1061	828
Mayo	780	749	435	838	713
Junio	703	680	286	569	611
Julio	758	691	349	592	579
Agosto	845	804	297	706	580
Setiembre	818	757	309	867	769
Octubre	819	823	371	796	730
Noviembre	802	705	452	717	677
Diciembre	696	733	95	783	657
	9394	9052	4169	9346	8371
Religiosos.				75	
Religiosas.					84
Estranjeros.				37	17
				9458	8472
Total.	18446	4169		17930	

Año de 1748.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	844	873	388	1045	959
Febrero.. . . .	811	806	785	1047	999
Marzo.. . . .	894	840	37	1332	1283
Abril.	786	744	208	1214	1054
Mayo.	687	651	369	1036	831
Jnnio.	681	631	278	786	664
Julio.	718	718	342	565	521
Agosto.	785	743	285	599	612
Setiembre.. . . .	806	715	340	595	520
Octubre.. . . .	825	726	391	649	541
Noviembre. . . .	665	665	553	630	567
Diciembre.. . . .	695	598	27	658	590
	<u>9197</u>	<u>8710</u>	<u>4003</u>	<u>10156</u>	<u>9141</u>
Religiosos. 81
Religiosas. 106
Estranjeros 28	.. 17
				<u>10265</u>	<u>9264</u>
Total.	17907.	17907.	4003	19529	19529

Año de 1749.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes	Hem- bras.
Enero	865	759	442	696	674
Febrero	823	789	605	688	604
Marzo	896	904	36	828	720
Abril	794	749	329	912	813
Mayo	836	847	396	883	762
Junio	810	751	335	745	676
Julio	836	706	449	860	708
Agosto	809	783	306	803	668
Setiembre	823	769	419	820	743
Octubre	782	788	370	821	682
Noviembre	804	763	549	787	746
Diciembre	741	731	27	929	847
	9819	9339	4263	9772	8643
Religiosos				63	
Religiosas					87
Estranjeros				29	13
				9864	8743
Total	19158.	4263		18607	

Año de 1750.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Váro- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	895	843	534	1001	897
Febrero.	765	769	554	890	690
Marzo.	846	831	34	958	669
Abril.	790	755	522	1044	804
Mayo.	835	762	420	937	649
Junio.	743	697	406	790	566
Julio.	813	737	410	680	556
Agosto	803	812	323	643	560
Setiembre.	803	792	416	681	606
Octubre.	827	756	404	742	634
Noviembre.	817	749	557	802	684
Diciembre.	774	821	39	682	688
	9711	9324	4619	9850	8003
Religiosos.				70	
Religiosas.					101
Estranjeros.				41	19
				9961	8123
Total.	19035.	4619		18084	

Año de 1751.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	951	907	412	737	655
Febrero.	858	839	808	764	729
Marzo.	947	799	29	911	772
Abril.	825	781	239	867	779
Mayo.	770	746	443	909	804
Junio.	750	710	418	706	625
Julio..	725	699	390	636	523
Agosto..	840	830	393	538	501
Setiembre..	868	804	348	661	532
Octubre.	870	825	368	598	534
Noviembre.	779	778	1129	671	624
Diciembre..	722	698	36	704	662
	9905	9416	5013	8702	7742
Religiosos..				68	
Religiosas..					117
Estranjeros.				30	14
				8800	7873
Total.	19321.		5013	16673	

Año de 1752.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Va- rones.	Hem- bras.		Va- rones.	Hem- bras.
Enero.	930	831	507	773	676
Febrero.. . . .	865	871	671	761	720
Marzo.. . . .	920	898	26	918	765
Abril.	893	857	422	1059	827
Mayo.	913	857	448	996	749
Junio.	798	778	289	796	624
Julio.	763	755	409	609	585
Agosto.	899	776	328	601	536
Setiembre. . .	853	822	319	636	545
Octubre. . . .	880	846	368	688	643
Noviembre.. .	784	810	478	731	663
Diciembre. . .	810	818	94	912	724
	10318	9919	4359	9480	8057
Religiosos.				69	...
Religiosas.	108
Estranjeros.				34	14
				9583	8179
Total.	20237.	4359		17762	

Año de 1753.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	1011	940	348	1204	989
Febrero.	897	808	539	1119	888
Marzo.	888	928	340	1110	884
Abril..	894	813	78	969	923
Mayo.	919	837	454	1021	883
Junio.	777	692	395	783	744
Julio..	795	763	406	767	744
Agosto..	865	782	310	843	678
Setiembre.	809	736	306	882	779
Octubre.	780	763	438	1057	810
Noviembre.	796	798	458	844	768
Diciembre.	798	640	54	963	812
	10229	9500	4146	11562	9902
Religiosos.. 69
Religiosas.. 107
Estranjeros. 45	.. 31
				11676	10040
Total.	19729.	4146		21716	

Año de 1754.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	918	881	406	991	856
Febrero.	849	892	736	1183	946
Marzo.	884	814	30	1495	1077
Abril.	754	801	220	1715	1259
Mayo.	769	804	388	1312	915
Junio.	776	737	305	806	681
Julio.	767	717	426	747	572
Agosto.	770	787	277	552	589
Setiembre.	817	769	365	625	574
Octubre.	750	799	424	740	676
Noviembre.	724	711	548	789	601
Diciembre.	729	690	18	896	740
	9507	9402	4143	11978	9486
Religiosos.				76	
Religiosas.					113
Estranjeros.				51	21
				11851	9620
Total.	18909.		4143	21598	(*)

(*) Murieron en el hospital 126 niños, cuyos sexos no se han podido averiguar; y por consiguiente,

Año de 1755.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	882	887	500	1083	887
Febrero.	838	874	552	997	939
Marzo.	955	930	20	1259	1063
Abril.	906	868	513	1063	901
Mayo.	836	840	390	1093	827
Junio.	743	720	343	935	748
Julio.	816	774	387	785	644
Agosto.	756	809	331	716	596
Setiembre.	839	781	394	740	615
Octubre.	743	768	426	724	583
Noviembre.	657	705	618	719	605
Diciembre.	754	731	27	680	629
	9725	9687	4501	10794	9037
Religiosos.				89	
Religiosas.					109
Estranjeros.				47	19
				10930	9165
Total.	19412.		4501	20095	

el número de los muertos en este año fue de 21724.

Año de 1756.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	893	893	437	793	621
Febrero.	868	837	693	902	690
Marzo.	899	867	288	920	802
Abril.	839	783	213	967	808
Mayo.	863	895	460	1028	878
Junio.	837	818	390	739	646
Julio.	850	829	422	633	556
Agosto.	870	854	376	563	529
Setiembre.	772	841	388	566	515
Octubre.	831	781	405	588	555
Noviembre.	886	722	595	647	610
Diciembre.	761	717	43	737	744
	10169	9837	4710	9083	7954
Religiosos.				63	
Religiosas.					83
Estranjeros.				33	20
				9179	8057
Total.	20006.		4710	17236	

Año de 1757.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	866	873	411	1006	950
Febrero.	933	811	721	1051	852
Marzo.	897	904	35	1210	1000
Abril.	832	783	242	2159	969
Mayo.	864	803	427	1059	840
Junio.	748	712	330	825	716
Julio.	826	804	309	741	682
Agosto.	767	776	389	732	667
Setiembre.	840	749	334	688	625
Octubre.	817	820	379	680	666
Noviembre.	817	692	481	649	694
Diciembre.	724	711	31	649	672
	9931	9438	4089	10549	9333
Religiosos.				83	
Religiosas.					83
Estranjeros.				50	22
				10682	9438
Total.	19369.	4089		20120	

Año de 1758.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Va- rones.	Hem- bras.		Va- rones.	Hem- bras.
Enero.	867	843	731	831	749
Febrero.. . . .	800	782	423	754	697
Marzo.. . . .	885	932	26	865	827
Abril.	810	747	454	979	863
Mayo.	769	757	485	1094	952
Junio.	778	747	312	1047	954
Julio.	749	783	366	825	713
Agosto.	867	828	308	785	758
Setiembre.	777	812	317	704	640
Octubre.	825	811	364	746	642
Noviembre.	739	690	457	599	563
Diciembre.	811	739	99	715	700
	9677	9471	4342	9944	9058
Religiosos.				56	
Religiosas.					97
Estranjeros.				27	20
				10027	9175
Total.	19148.		4342	19202	

Año de 1759.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	861	843	331	700	724
Febrero.	850	769	806	830	729
Marzo.	788	708	41	978	875
Abril.	775	727	203	961	922
Mayo.	823	797	445	885	756
Junio.	737	680	298	794	744
Julio.	858	810	378	640	667
Agosto.	796	768	301	686	611
Setiembre.	860	837	346	650	589
Octubre.	843	818	397	709	591
Noviembre.	830	779	414	750	718
Diciembre.	777	724	79	873	844
	<u>9798</u>	<u>9260</u>	<u>4039</u>	<u>9456</u>	<u>8770</u>
Religiosos..				67	
Religiosas..					95
Estranjeros.				37	21
				<u>9560</u>	<u>8886</u>
Total.	19058.		4039	18446	

Año de 1760.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.. . . .	878	793	348	977	869
Febrero. . . .	857	835	587	931	809
Marzo.	881	778	57	1033	941
Abril.	802	749	291	1106	894
Mayo.. . . .	701	712	369	863	745
Junio.	756	635	354	722	742
Julio.	709	744	368	676	641
Agosto.	720	658	247	639	616
Setiembre. . .	734	748	318	681	573
Octubre. . . .	759	791	316	681	625
Noviembre. . .	704	663	501	660	575
Diciembre. . .	713	671	31	710	623
	<u>9214</u>	<u>8777</u>	<u>3787</u>	<u>9679</u>	<u>8653</u>
Religiosos.				61	
Religiosas.					97
Estranjeros.				24	17
				<u>9764</u>	<u>8767</u>
Total.	17991.		3787	18531	

Año de 1761.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	886	864	695	866	700
Febrero.	767	740	201	829	757
Marzo.	848	842	103	889	828
Abril.	784	752	393	949	886
Mayo.	782	741	348	897	690
Junio.	675	624	342	748	632
Julio.	753	708	322	650	516
Agosto.	839	781	302	674	560
Setiembre.	797	747	339	633	574
Octubre.	814	745	346	703	636
Noviembre.	688	710	515	678	615
Diciembre.	781	706	41	842	741
	<u>9414</u>	<u>8960</u>	<u>3947</u>	<u>9358</u>	<u>8135</u>
Religiosos. 59
Religiosas. 87
Estranjeros. 29	.. 16
				<u>9446</u>	<u>8238</u>
Total.	18374.		3947	17684	

Año de 1762.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Váro- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	854	760	371	822	719
Febrero.	767	731	771	880	721
Marzo.	805	818	55	1101	991
Abril.	726	721	257	1014	844
Mayo.	757	701	392	823	709
Junio.	650	648	306	781	633
Julio.	726	743	360	903	790
Agosto	795	754	371	834	756
Setiembre.	819	715	340	871	697
Octubre.	768	765	345	838	755
Noviembre.	697	745	520	904	740
Diciembre.	683	661	25	835	790
	9047	8762	4113	10606	9145
Religiosos.				58	
Religiosas.					114
Estranjeros.				27	17
				10691	9276
Total.	17809.		4113	19967	

Año de 1763.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero	861	753	421	1162	1083
Febrero	750	691	653	861	814
Marzo	811	767	29	1048	875
Abril	687	683	385	1215	927
Mayo	787	680	455	1034	734
Junio	684	716	351	941	692
Julio	728	698	335	905	619
Agosto	765	729	424	751	652
Setiembre	724	703	376	771	590
Octubre	730	741	473	779	669
Noviembre	751	699	541	654	597
Diciembre	667	664	36	901	663
	8945	8524	4479	11022	8515
Religiosos.				67	
Religiosas.					111
Estranjeros.				37	19
				11126	9045
Total.	17469		4479	20171	

Año de 1764.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero	813	839	496	889	663
Febrero	839	858	636	766	648
Marzo	870	901	387	1005	881
Abril	792	809	90	969	717
Mayo	836	832	464	892	682
Junio	747	776	435	745	594
Julio	819	798	484	631	566
Agosto	821	786	340	592	554
Setiembre	793	756	368	674	574
Octubre	874	740	495	730	597
Noviembre	764	783	545	744	560
Diciembre	777	781	98	724	625
	9745	9659	4838	9361	7661
Religiosos				47	
Religiosas					81
Estranjeros				30	19
				9438	7761
Total	19404	4838		17199	

Año de 1765.

MESES.	BAUTISMOS.		MATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	789	806	504	748	619
Febrero.	825	801	793	748	696
Marzo.	916	840	46	841	745
Abril.	771	771	419	891	710
Mayo.	850	805	415	821	646
Junio.	796	743	378	738	597
Julio.	792	773	471	694	669
Agosto.	819	860	350	810	743
Setiembre.	833	790	374	826	749
Octubre.	850	849	426	902	736
Noviembre.	833	768	579	734	637
Diciembre.	798	761	27	806	723
	9872	9567	4782	9559	8270
Religiosos.				50	
Religiosas.					96
Estranjeros.				42	17
				9651	8383
Total.	19439.	4782		18034	

Año de 1766.

MESES.	BAUTISMOS.		WATRI- MONIOS.	MUERTES.	
	Varo- nes.	Hem- bras.		Varo- nes.	Hem- bras.
Enero.	948	880	504	1130	952
Febrero.	893	778	588	1055	819
Marzo.	869	835	26	1199	991
Abril..	810	768	536	1164	840
Mayo.	768	757	420	1052	741
Junio.	678	694	396	891	657
Julio..	787	774	448	757	548
Agosto..	830	771	316	663	573
Setiembre.	779	766	399	660	602
Octubre.	744	734	426	753	599
Noviembre.	708	717	613	740	626
Diciembre.	728	757	20	743	708
	9542	9231	4693	10807	8656
Religiosos.. 76
Religiosas.. 81
Estranjeros. 57	.. 17
				10940	8754
Total.	18773.	4693		19694	

De la primera tabla de los bautismos, matrimonios y entierros de Paris, desde el año de 1709 hasta el de 1766, se puede inferir:

1º. Que la fecundidad en la especie humana depende de la abundancia de alimentos, y que la escasez produce esterilidad, pues se ve que en el año de 1710 solo nacieron 13634 niños, siendo así que en el precedente de 1709, y subsecuente de 1711, nacieron en aquel 16910, y en este 16593. Esta diferencia, que por lo menos es de un quinto, no pudo provenir sino del hambre de 1709. Para procrear abundantemente es preciso alimentarse tambien con abundancia; y por consiguiente, la especie humana, afligida en aquel año cruel, no solo perdió la quinta parte de su reproduccion, sino que tambien perdió casi el doble de lo que debia haber perdido por las muertes, pues el número de los que fallecieron fue de 29288 en 1709, siendo así que en el de 1711 y siguientes solo llegó á 15 ó 16.000; pues, si en el año de 1710 subió á 23389, debió atribuirse á resultas del de 1709, cuya calamidad se estendió á parte del año siguiente y hasta el tiempo de la cosecha. Por la misma razon hubo en los años de 1709 y 1710 la cuarta parte menos de casamientos que en los años ordinarios.

2º. Los inviernos muy rígidos y dilatados au-

mentan la mortandad. Si la suponemos, conforme á la misma tabla, de 18 á 19000 personas, en Paris y en un año comun, en el de 1709 fue de 29288 personas, de 23389 en 1710, de 25284 en 1740, de 23574 en 1741, y de 22784 en 1742, porque el invierno de 1740 á 1741, y el de 1742 á 1743 fueron los mas rigurosos que hubo desde 1709 hasta 1743. Tambien el invierno de 1754 fue notable por la mayor mortandad, pues en lugar de 18 á 19000, que es la mortandad media, fallecieron 21716 personas en 1753, y 21724 en el de 1754.

3°. En los años de 1719 y 1720, sin embargo de no haber sido rígrado el invierno, ni haberse experimentado escasez de comestibles, hubo mucha mayor mortandad, originada de muy diferente motivo, pues el sistema de la hacienda atrajo á Paris tan gran concurso de gentes de las provincias, que en lugar de 18 á 19000 personas, murieron en el año de 1719, 24151, y en el de 1720, 20371.

4°. Si se toma el total de los muertos en el espacio de los cincuenta y ocho años, y se divide el 1.087.995 entre cincuenta y ocho, para hallar la mortandad media, se encontrarán 18758, y por esta razon he dicho que la mortandad media era de 18 á 19000 personas en cada año. Sin embargo, pudiendo presumirse

que la indagacion de los nacidos y muertos no se hizo en los primeros años con la exactitud y puntualidad que en los sucesivos, me parece que se pudieran suprimir los doce años primeros, y regular la mortandad media por los cuarenta y seis años, desde el de 1721 hasta el de 1766, tanto mas que el hambre de 1709, y el aflujo de gentes que acudieron á Paris en el de 1719, aumentaron considerablemente la mortandad en aquellos años, y que hasta el de 1721 no se empezó á incluir á los religiosos y religiosas en la lista de los muertos. Tomando, pues, el total de estos desde 1721 hasta 1766, se halla que ascienden á 868.540, que divididos por cuarenta y seis, número de los años desde 1721 hasta 1766, resulta ser 18881 el número que representa la mortandad media en Paris, durante los cuarenta y seis años referidos. Pero siendo esta regulacion de la mortandad media la base en que se debe fundar el cómputo del número de los vivos, opinamos que nos acercáremos todavía mas al verdadero número de esta mortandad media, no valiéndonos sino de las noticias tomadas desde el año de 1745, á causa de que solo desde aquel año se ponen con separacion en el extracto de los libros de bautismo los varones y las hembras, y en el de los libros de entierro los hombres y las mugeres, lo cual

prueba que estos extractos se hicieron con mas exactitud que los de los años anteriores. Tomando, pues, el total de los muertos desde el año de 1745 hasta el de 1766, resultan 414.777 muertos, los cuales partidos por veinte y dos, que es el número de años desde 1745 hasta 1766 dan 18853, cuyo número no dista mucho del de 18881: de suerte que, en mi dictámen, se puede sin riesgo de engañarse, fijar la mortandad media de Paris en cada año, de 18800 personas, con tanto más fundamento, cuanto los diez últimos años desde 1757 hasta 1766, solo dan 18681 por esta mortandad media.

5º. Ahora, pues, si se quiere formar juicio del número de los vivos por el de los muertos, no creo que se deba seguir á los que han escrito que esta proporcion era de treinta y dos ó treinta y tres á uno, y tengo algunas razones que esplicaré mas adelante, por las cuales regulo esta proporcion de treinta y cinco á uno; esto es, que en mi concepto, Paris contiene treinta y cinco veces 18800, ó lo que es igual, 658.000 personas, en vez de que, segun los autores que no cuentan mas de treinta y dos vivos por un muerto solo contendria 601.600 personas (1).

(1) Esto se escribió en 1767, y es factible que desde aquel tiempo se haya aumentado el número
8.

6°. Esta primera tabla parece demostrar que la poblacion de esta gran ciudad no se aumenta tan considerablemente como pudiera creerse á vista del aumento de su **estension**, y del gran número de edificios con que se prolongan sus arrabales. Si en los cuarenta y seis años desde 1721 hasta 1766, tomamos los diez años primeros y los diez últimos, se hallan 181.590 nacidos en los diez primeros, y 186.813 en los diez últimos, cuya diferencia, que es de 5223, no compone sino cerca de una trigésima sexta parte. Creo que se puede suponer, sin peligro de engañarse, que desde el año de 1721, se ha aumentado la entension de Paris mas de una 18^a. parte; pero segun lo dicho, deberá darse la mitad de este aumento á la comodidad, pues la necesidad, esto es, el aumento de la poblacion, solo exigia una 36^a. parte mas de estension.

De la segunda tabla de los bautismos, matrimonios y entierros, que contiene veinte y dos años desde 1745 hasta 1766, ambos inclusive, de los habitantes de Paris, pues veo en la gaceta de 22 de enero de 1773, que en 1772 hubo 20374 muertos. Si ha sucedido lo mismo en los años anteriores, y la mortandad media es actualmente de 20.000 en cada año, habrá 700.000 personas vivas en Paris, contando treinta y cinco vivos por cada muerto.

se puede inferir: 1.º que los meses en que nacen mas niños, son los de marzo, enero y febrero, y los meses en que nacen menos, los de junio, diciembre y noviembre, porque tomando el total de los nacimientos en cada uno de estos meses, durante los veinte y dos años, se halla que en marzo nacieron 37778, en enero 37691, y en febrero 35816 niños; al paso que en junio solo nacieron 31857, en diciembre 32064, y en noviembre 32836. De aquí se infiere que los meses mas felices para la fecundacion de las mugeres son junio, agosto y julio, y los menos favorables setiembre, marzo y febrero: deduciéndose tambien de lo mismo que, en nuestro clima, el calor del estío contribuye para el buen éxito de la generacion.

2.º Que los meses en que muere mas gente son marzo, abril y mayo, y los de menos mortandad agosto, julio y setiembre; porque tomando el total de los muertos en cada uno de estos meses, durante los referidos veinte y dos años, se encuentra haber muerto en marzo 42438 personas, en abril 42299, y en mayo 38444, siendo así que en agosto solo murieron 28520, en julio 29197, y en setiembre 29251: de suerte, que pasado el invierno, y á principios de la primavera, es la mavor mortandad de los hombres, verificándose tambien en ellos lo que sucede en las plantas.

3°. Que en Paris nacen mas varones que hembras, bien que solamente en la proporción de cerca de veinte y siete á veinte y seis, siendo así que en otros parages esta proporción del número de varones y hembras es de diez y siete á diez y seis, como queda dicho anteriormente; porque durante los mencionados veinte y dos años, la suma total de los nacimientos de varones es de 211.976, y la suma de los nacimientos de las hembras es de 204.205, que equivale con cortísima diferencia á una 27^a. parte menos.

4°. Que mueren en Paris mas hombres que mugeres, no solamente en la proporción de los nacimientos de los varones que esceden en una 27^a. parte á los nacimientos de las hembras, sino tambien mucho mas allá de esta proporción, pues el total de los hombres muertos, en los dichos veinte y dos años, es de 221.698, y el de las mugeres que fallecieron en ellos de 191.753; y naciendo en Paris veinte y siete varones por cada veinte y seis hembras, siendo el número de los hombres muertos 221.698, debería ser el de las mugeres 213.487, si en los nacimientos y las muertes de unos y otros hubiese igual proporción; pero no siendo el número de las mugeres muertas sino 191.753, en lugar de 213.487, se sigue (suponiendo to-

das las demas circunstancias iguales) que en esta ciudad viven las mugeres mas que los hombres , en razon de 213.487 á 191.753 ; esto es , muy cerca de una 9^a. parte mas. De este modo , en diez años de vida corriente , tienen las mugeres en Paris un año mas que los hombres , y no pudiendo creerse que deban solo á la Naturaleza este don , puede con fundamento atribuirse en parte la brevedad de la vida de los hombres , á sus fatigas , labores y riesgos á que hayan estado espuestos. Digo *en parte* , porque teniendo las mugeres los huesos mas ductiles que los hombres , llegan por lo general , á una edad mas avanzada (1). Pero esta sola causa no seria suficiente , ni con mucho , para producir la diferencia de un noveno entre la suerte final de los hombres y de las mugeres.

Tambien debe considerarse que en Paris son mas las mugeres que nacen que las que mueren ; al contrario de los hombres , de los cuales muere mayor número del que nace , pues el total de nacimiento de mugeres en los veinte y dos años es de 204.205 , y el total de las fallecidas solo es de 191.753 , siendo así que el total de los hombres muertos en el mismo tiempo es de 221.698 , y el de los nacidos solo de 211.976 ; lo cual pa-

(1) Véase el artículo de la vejez.

rece probar que entran en Paris mas hombres y menos mugeres de las que salen.

5°. Siendo el número de los nacimientos, tanto de varones como de hembras, durante los veinte y dos años 416.181, y el de los matrimonios 95366, resultaria que cada matrimonio producía mas de cuatro hijos; pero debe rebajarse del total de los nacimientos el número de los niños espósitos, que no deja de ser muy considerable, como se ve por el siguiente estado, formado por el extracto de las mismas tablas, en los veinte y dos años desde el de 1735 hasta el de 1766.

Número de niños espósitos en cada año.

Años.	Niños.	Años.	Niños.	Años.	Niños.
			28690		61560
1745	3233				
1746	3283	1753	4329	1760	5031
1747	3369	1754	4231	1761	5418
1748	3429	1755	4273	1762	5289
1749	3775	1756	4722	1763	5253
1750	3785	1757	4969	1764	5560
1751	3783	1758	5082	1765	5495
1752	4033	1759	5264	1766	5604
	28690		61560	Total.	99210

Este número de los niños espósitos ascendió

en los mismos veinte y dos años referidos, á 99210, que rebajados de 416.181, quedan 316.971, lo cual solo compondria tres hijos y cerca de un tercio por cada matrimonio, ó bien diez hijos por cada tres matrimonios; pero debe considerarse que en este gran número de niños espósitos acaso habrá mas de la mitad legítimos y que sus padres hayan puesto en la inclusa; y por consiguiente, puede regularse que cada matrimonio produce cerca de cuatro hijos.

El número de los niños espósitos, desde el año de 1745 hasta el de 1766, fue en aumento, como se ve en el estado precedente, desde 3233 hasta 5604; y este número se va todavía aumentando anualmente, pues en el año de 1772 nacieron en Paris 18713 niños, de los cuales 9557 eran varones, y los 9150 hembras, estando comprendidos en el total de los 18713, 7676 niños espósitos; con lo cual parece demostrarse que en este número hay mas de la mitad que son hijos legítimos. (*)

(*) De los estados que tenemos á la vista (los mismos de que hablamos en la nota de la página 78 del tomo 1.º de esta historia del hombre), y de cuya insercion prescindimos á causa de su estremada estension, resulta que en el hospital de Santa Cruz de Barcelona entran, término medio, 600 espósitos cada año, muriendo la mitad de los mismos ántes

Estado de los bautismos, matrimonios y entierros de la villa de Montbard en Borgoña, desde el año de 1765 hasta el de 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1765	45	49	14	31	32
1766	38	53	14	29	31
1767	45	46	13	34	33
1768	37	42	12	38	39
1769	57	35	14	27	24
1770	33	40	13	33	36
1771	38	34	4	22	33
1772	36	34	13	51	50
1773	44	44	20	39	30
1774	40	36	20	17	22
	413	413	137	321	330
Total	826			651	

De esta tabla se puede inferir: 1^o. Que los matrimonios son mas prolíficos en las provincias que en Paris, pues allí tres matrimonios producen diez y ocho hijos; y en Paris, de igual número de matrimonios solo nacen doce.

de los tres meses, en razon de varias causas cuyo exámen no es de este lugar.

2°. Tambien se ve que en Montbard nace exactamente igual número de varones que de hembras.

3°. Que el número de los niños que nacen en la misma villa, es cerca de una cuarta parte mayor que el de las personas que fallecen.

4°. Que el número de las mugeres que mueren escede algo al de los hombres, siendo así que en París mueren muchos mas hombres que mugeres; lo cual procede de que en el campo las mugeres trabajan tanto como los hombres, y á veces mas que ellos á proporcion de sus fuerzas; y que además de esto, dando á luz muchos mas hijos, están mas estenuadas, y se esponen con mas frecuencia á los peligros del parto.

5°. Puede notarse en esta tabla que en el año de 1771 solo hubo cuatro matrimonios, habiendo llegado el número de estos en los demas años á doce, trece, catorce y aun á veinte, cuya gran diferencia procedió de la miseria á que el pueblo se vió reducido en el año de 1771, pues el trigo que estaba á 20 rs. subió hasta 50, y los pobres, en vez de pensar en casarse, solo pensaban en los medios de buscar su subsistencia. Este solo ejemplo basta para demostrar cuanto perjuicio causa á la poblacion la carestía de los granos. Así tambien se ve que el año siguiente de 1772 fue el mas escaso de todos por

lo respectivo á la produccion, no habiendo nacido en él mas de setenta niños, cuando en los otros nueve años el número medio de los nacimientos es de ochenta y cuatro.

6°. Se ve que el número de muertos fue mucho mas crecido en 1772 que en los demas años, pues hubo en él ciento y uno entierros, siendo así que proratedos los nueve años restantes, solo resultan cerca de sesenta y una personas muertas en cada año. La causa de esta mayor mortandad se debe atribuir á las enfermedades originadas de la miseria, y á las viruelas que se declararon desde principios del año de 1772, y causaron bastantes estragos en los muchachos.

7°. Igualmente se advierte en este estado, hecho con exactitud, que en nada hay mas variedad que en las proporciones que se han querido establecer entre el número de los nacimientos de varones y hembras; y ya se ha visto que esta proporcion era de diez y siete á diez y seis: despues se observó que en Paris no es esta proporcion sino de veinte y siete á veinte y seis; y ahora vemos que aquí el número de los varones y el de las hembras es exactamente igual. Por consiguiente, es probable que, segun los diferentes paises, y acaso tambien segun los diferentes tiempos, varia considerablemente la proporcion del número de nacimientos de varones y hembras.

8º. Por una matrícula exacta de la población de esta reducida villa de Montbard se ha encontrado que solo tiene 2337 habitantes; y siendo el número medio de los muertos en cada año sesenta y cinco, los cuales multiplicados por treinta y seis, dan 2340, es evidente que en esta villa de cada treinta y seis personas solo muere una.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Semur en Auxois, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	92	73	37	77	75
1771	69	88	25	54	64
1772	79	69	22	52	56
1773	81	76	37	59	60
1774	83	66	20	52	73
	404	372	141	294	328
Total	776			622	

De esta tabla resulta : 1º. que tres casamientos dan cerca de diez y seis hijos y medio, siendo así que en Montbard, que solo dista tres leguas,

el mismo número de casamientos produce mas de diez y ocho hijos.

2°. Que nacen mas varones que hembras casi en la proporcion de veinte y cinco á veinte y tres, ó de doce y medio á once y medio, cuando en Montbard es igual el número de hembras y varones.

3°. Que el número de los niños que nacen aquí, es casi una quinta parte mas crecido que el de las personas que fallecen.

4°. Que mueren mas mugeres que hombres, en la proporcion de 164 á 147, que con poca diferencia es lo mismo que sucede en Montbard.

5°. Por una lista puntual de los habitantes que tiene esta villa de Semur, consta haberse hallado en ella 4345 personas; y como el número medio de los muertos es de 622, que dividido por 5, da $124 \frac{2}{5}$, los cuales multiplicados por 35, producen 4354; resulta que en esta villa, de cada treinta y cinco personas muere una.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Flavigny, desde 1770 hasta 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	24	19	6	11	14
1771	21	19	5	22	22
1772	15	13	4	23	24
1773	23	20	12	9	8
1774	19	10	13	17	12
	102	81	40	82	80
Total	183			162	

1º. Conforme á esta tabla, cada tres matrimonios solo producen trece hijos y tres cuartos: por la de Semur, tres matrimonios producen diez y seis y medio; y por la de Montbard, mas de diez y ocho hijos. Esta diferencia proviene de que Flavigny es una villa pequeña, casi toda compuesta de ciudadanos, y en la cual el número de la plebe es corto, en vez de que en Montbard la plebe es muy numerosa en comparación de los ciudadanos, y en Semur la proporción entre estos y la plebe es mayor que en Montbard: habiéndose observado por punto ge-

9.

neral, que las familias son mas numerosas entre la plebe que en las demas clases.

2°. Nacen mas varones que hembras, en proporcion tan considerable, que casi escede en un quinto; de suerte que al parecer los lugares en que los matrimonios producen mas hijos, son aquellos en que hay mas plebe, y en que es mayor el número de las hijas que nacen.

3°. En esta villa el número de los niños que nacen es cerca de una novena parte mayor que el de las personas que fallecen.

4°. Mueren algunos mas hombres que mugeres, al contrario de Semur y de Montbard: y esto proviene de nacer en Flavigny muchos mas varones que hembras.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la pequeña villa de Vitteaux, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	37	50	21	17	31
1771	34	54	6	35	33
1772	44	32	14	32	32
1773	42	44	17	29	37
1774	46	32	10	29	33
	203	212	68	142	166
Total.	415			308	

1º. Según esta tabla, tres matrimonios producen mas de diez y ocho hijos como en Montbard. En efecto Vitteaux es un lugar en que, á imitación de Montbard, es mas crecido el número de la plebe que el de los ciudadanos.

2º. Nacen mas hembras que varones, y es el primer ejemplo que tenemos de esto, pues en Montbard solo es igual el número de los nacimientos de varones y hembras; y esto da motivo de presumir que en Vitteaux es proporcionalmente mayor el número de los plebeyos que el de los ciudadanos.

3°. El número de los niños que nacen aquí escede cerca de una cuarta parte al de las personas que fallecen, casi como sucede en Montbard.

4°. Mueren mas mugeres que hombres, en la proporcion de 83 á 71, que viene á ser cerca de un octavo, porque las mugeres del pueblo trabajan casi tanto como los hombres; y porque á mas de esto nacen en esta villa mas hembras que varones.

5°. Componiéndose casi toda ella de plebe, la carestía de los granos, en 1771, disminuyó el número de matrimonios, como sucedió en Montbard, donde solo hubo cuatro, y en Vitteaux seis, en lugar de 13 ó 14 que debe haber, en años regulares, en esta última poblacion.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Epoisses y en las aldeas de Genay, Marigny-le-Cahouet y Toutry, bayliazgo de Semur en Auxois, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	59	57	20	37	41
1771	38	48	13	36	37
1772	44	46	13	45	44
1773	57	37	18	26	27
1774	60	45	18	43	42
	258	233	82	187	191
Total	491			378	

1º. Conforme á esta tabla tres matrimonios producen cerca de diez y ocho hijos; y se ve que las aldeas, villas y ciudades pequeñas en que hay mucha plebe y pocas personas acomodadas, producen mucho mas que las ciudades en que hay muchas personas ricas.

2º. Nacen mas varones que hembras en la proporcion de 25 á 23, con corta diferencia.

3º. El número de los niños que nacen escede en mas de una cuarta parte al de las personas que fallecen.

4°. Mueren algunas mas mugeres que hombres.

5°. El número de matrimonios se disminuyó considerablemente por la carestía de los granos en 1771 y 1772.

6°. Finalmente, por una matrícula exacta se sabe que la poblacion de Epoisses consta de 1001 personas: la de Genay de 599: la de Margny-le-Cahouet de 671, y la de Toutry de 390, que en todo componen 2661 personas, y siendo el número medio de los muertos, en estos cinco años, setenta y cinco y tres quintos, los cuales multiplicados por treinta y cinco y un quinto producen el mismo número de 2661; se evidencia que en estas villas y aldeas solo muere, á lo mas, una persona de cada treinta y cinco.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en todo el bayliazgo de Semur en Auxois que contiene 99 poblaciones entre ciudades, villas y aldeas, en los años desde 1770 hasta 1774, ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	915	802	323	596	594
1771	776	788	245	633	611
1772	853	770	297	797	674
1773	850	788	377	639	620
1774	891	732	309	635	609
	4285	3880	1551	3300	3108
Total	8165			6408	

Por esta tabla se ve : 1.^o. Que en general el número de los nacimientos de varones escede al de hembras en mas de un décimo, lo cual es muy considerable, y tanto mas estraño, cuanto en las noventa y nueve parroquias contenidas en este bayliazgo, hay cuarenta y dos en que nacen mas hembras que varones, ó por lo menos igual número de ambos sexos; y en estos cuarenta y dos lugares están comprendidas las villas de Montbard y Vitteaux, y crecido número

de aldeas grandes, como son Braux, Millery Savoisy, Thorrey, Touillou, Villaine les Prévotés, Villeberny, Grignon, Etivey, etc. Tomando la suma de los varones y hembras que nacieron en estas cuarenta y dos parroquias en los diez años, por lo respectivo á Montbard, y los cinco años por los demas parajes desde 1770 hasta 1774, resultan mil ochocientas cuarenta niñas y mil seiscientos noventa niños, que equivalen á muy cerca de un décimo mas de hembras que de varones. Por aquí inferirémos tambien que en las otras cincuenta y siete parroquias, en que se hallan las ciudades de Semur y de Flavigny, y las villas de Epoisses, Moutier-Saint-Jean, etc., nacieron dos mil seiscientos noventa y cinco varones y dos mil cuarenta hembras; esto es casi una cuarta parte mas de varones que de hembras; de suerte que parece que en los parajes donde todas las circunstancias concurren para que sea mas numerosa la produccion de las hembras, obra la naturaleza mucho mas débilmente que en aquellos en que concurren las circunstancias para la produccion de los varones; y de aquí nace que en general el número de estos en nuestro clima, es mayor que el de las hembras: bien que casi no seria posible determinar con exactitud esta proporcion á menos de tener el extracto de todos los libros

de bautismos del reino. Si en esta parte estamos á lo que ha escrito el abate de Expilly, resulta un 13^o. mas de varones que de hembras, y no estoy lejos de creer que este cálculo es bastante exacto.

2^o. Que siendo el número medio de los matrimonios, en los años de 1770, 1772, 1773 y 1774, de trescientos veinte y seis y medio, la miseria del año de 1771 disminuyó una cuarta parte del número de matrimonios, pues solo hubo doscientos cuarenta y cinco en aquel año.

3^o. Que tres matrimonios producen cerca de diez y seis hijos.

4^o. Que mueren mas hombres que mugeres, en proporcion de 33 á 31, y que nacen tambien mas varones que hembras; pero en mucha mayor proporcion, pues es de cerca de 43 á 39.

5^o. Que en general el número de los que nacen en este bayliazgo, escede en mas de una cuarta parte al de los que mueren en él.

6^o. Que el número de los muertos en el año de 1772 fue mas considerable, de resultas de la miseria del de 1771.

Ponemos aquí la lista de los lugares en que he dicho nacen tantas ó mas hembras que varones, en el mismo bayliazgo de Auxois, hecho el cotejo en Montbard por diez años, y en las villas y lugares por un quinquenio.

	V aro- nes.	Hem- bras.
Montbard, en diez años.	413	413
Vitteaux, en cinco años.	203	212
Millery, <i>id.</i>	48	55
Braux, <i>id.</i>	40	42
Saboisy, <i>id.</i>	53	53
Thorrey sous Charny, <i>id.</i>	40	56
Villaine-les-Prévotés, <i>id.</i>	40	43
Villeberny, <i>id.</i>	46	50
Grignon, <i>id.</i>	54	54
Etivey, <i>id.</i>	48	48
Corcelle-les-Grignon, <i>id.</i>	36	37
Grosbois, <i>id.</i>	33	37
Nesles, <i>id.</i>	38	40
Vizerny, <i>id.</i>	34	34
Touillon, <i>id.</i>	38	40
Saint-Thibaut, <i>id.</i>	33	34
Saint-Beury, <i>id.</i>	39	42
Pisy, <i>id.</i>	33	41
Toutry, <i>id.</i>	22	31
Athie, <i>id.</i>	21	32
Corcelle-les-Semur, <i>id.</i>	23	24
Crepend, <i>id.</i>	23	25
Etais, <i>id.</i>	20	28
Flée, <i>id.</i>	22	26
Magny-la-Ville, <i>id.</i>	26	26
Nogent-les-Montbard, <i>id.</i>	20	20

Normier, en cinco años.	22	30
Saint-Manin, <i>id.</i>	23	24
Vieux-chateau, <i>id.</i>	22	22
Charigny, <i>id.</i>	20	23
Lucenay-le-Duc, <i>id.</i>	28	30
Dampierre, <i>id.</i>	16	18
Dracy, <i>id.</i>	12	12
Marsigny-sous-thil, <i>id.</i>	17	28
Montigni-Saint-Barthelemi, <i>id.</i>	13	18
Planay, <i>id.</i>	13	19
Verré-sous-Drée, <i>id.</i>	11	14
Massingy-les-Vitteaux, <i>id.</i>	18	23
Cessey, <i>id.</i>	9	9
Corcelotte en Montagne, <i>id.</i>	8	9
Masilly-les-Vitteaux, <i>id.</i>	6	9
Saint-Author, <i>id.</i>	6	9
	—	—
TOTAL	1690	1840
	—	—

Las causas que concurren para la mas numerosa produccion de las hembras son muy dificiles de adivinar. En esta tabla he referido los parajes en que esto sucede, y nada encuentro que los distinga de los demas lugares del mismo pais, sino que generalmente están situados mas en montañas que en valles, y que por lo comun son los parajes menos ricos, y en que el pue-

blo vive con menos comodidad; pero esta observacion exigiria ser continuada y fundada en mucho mayor número de ejemplos que el de estas cuarenta y dos parroquias, en cuyo caso tal vez se encontraria alguna relacion comun que pudiese servir de apoyo para hacer conjeturas razonables, y conocer cuales son los inconvenientes que, en ciertos parajes de nuestro clima, determinan la naturaleza á desviarse de la ley comun, que es producir mayor número de varones que de hembras.

Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en el bayliazgo de Saulieu en Borgoña, que contiene cuarenta poblaciones, entre ciudades, villas y aldeas, desde el año de 1770 hasta el de 1772., ambos inclusive.

Años.	BAUTISMOS.		Matrimo- nios.	ENTIERROS.	
	Varones.	Hembras.		Hombres.	Mugeres.
1770	559	485	181	262	275
1771	532	499	117	337	308
1772	484	484	190	489	547
	1575	1468	488	1088	1130
Total	3043			2218	

Por esta tabla se ve: 1^o. Que el número de

los nacimientos de varones escede cerca de una cuarta parte al de los nacimientos de hembras ; sin embargo de que en las treinta y nueve parroquias que componen este bayliazgo (1), hay diez y ocho en que nacen mas hembras que varones , como se ve por la lista siguiente , en que va hecho el cotejo por tres años.

	Varo- nes.	Hem- bras.
Saint-legere-de-Foucheret , en 3 años.	66	76
Saint leger-de-Fourche, <i>id.</i>	52	55
Schissey, <i>id.</i>	45	51
Rouvray, <i>id.</i>	38	44
Villargoix, <i>id.</i>	37	40
Saint-Agnan, <i>id.</i>	34	37
Cencerey, <i>id.</i>	29	35
Marcilly, <i>id.</i>	23	24
Blanot, <i>id.</i>	22	24
Saint-Didier, <i>id.</i>	21	25
Minery, <i>id.</i>	19	29
Pressy, <i>id.</i>	19	26
Brasey, <i>id.</i>	18	21

(1) Este bailiazgo de Saulieu consta efectivamente de cuarenta parroquias ; pero no se ha podido conseguir el libro de bautismos de la de Savylli , la cual , por consiguiente , no va comprendida en el precedente estado.

Aisy, <i>id.</i>	17	24
Noidan, <i>id.</i>	15	29
Molphey, <i>id.</i>	13	14
Villen, <i>id.</i>	10	14
Charny, <i>id.</i>	10	13
	488	581
TOTAL.		

Siendo el número total de las hembras, en los tres años, 581, y el de los varones 488, es claro haber nacido en estas diez y ocho parroquias, casi una sexta parte más de hembras que de varones, ó seis hembras por cada cinco varones.

2º. Resulta de lo dicho que en las veinte y una parroquias restantes, en que están comprendidas la ciudad de Saulieu, la villa de Aligny, y los demas lugares menos pobres de este bayliazgo, nacieron 1077 varones y 897 hembras; esto es, una quinta parte mas de varones que de hembras.

3º. Que no habiendo subido el número de matrimonios, en el año de 1771, mas que á 117, siendo así que en el año de 1770 hubo 181 matrimonios, y 150 en el de 1772, volvemos á hallar aquí, como en el bayliazgo de Auxois, no poderse atribuir esta disminucion sino á la carestía de los granos en el año de 1771; y siendo este bayliazgo de Saulieu mucho mas pobre

que el de Semur, el número de matrimonios que se disminuyó una cuarta parte en el bayliazgo de Semur, se encuentra aquí disminuido por mitad, á causa de la miseria del referido año de 1771.

4º. Que tres matrimonios producen 18 hijos y $\frac{3}{4}$ en este mismo bayliazgo, en el cual por decirlo así, no hay mas que pueblo, cuyos matrimonios, como dejamos advertido, son siempre mas prolíficos que en las clases mas elevadas.

5º. Que mueren mas mugeres que hombres, por la razon de que trabajan allí mas que en otros distritos menos pobres, como es el de Semur, donde por el contrario mueren mas hombres que mugeres.

6º. Que el número de los niños que nacen es una tercera parte mayor que el de las personas que fallecen en este bayliazgo.

7º. Que el número de muertos ha sido mucho mayor en el año de 1772, como en los demas distritos, y por la misma razon.

Si se toma el número medio de los muertos en un año, se hallará que este número en el bayliazgo de Saulieu, es de $739\frac{1}{3}$, y en el de Semur, de $1281\frac{3}{5}$, que sumadas ambas partidas componen $2020\frac{14}{5}$; debiendo advertirse que el último de estos bailiazgos contiene 99 parroquias y 39 el primero, que en todo componen

138 parroquias ó lugares; y conteniendo todo el reino de Francia, segun afirma el abate de Expilli, 41.000 parroquias, se deduce que la poblacion de los dos bayliazgos de Semur y Saulieu es á la poblacion de todo el Reino, con cortísima diferencia, como 138 á 41.000. Pero yo he hallado por las observaciones precedentes que el número de los muertos en cada año debe multiplicarse por 35, á lo menos, para conocer el número de los vivos; y, segun esto, multiplicando 2020 $\frac{1}{5}$, número de los muertos anuales en estos dos bayliazgos, resultará ser la poblacion de ambos 70.732 $\frac{2}{5}$, y por consiguiente 21,014.777 la poblacion total del Reino, sin incluir la ciudad de Paris, cuya poblacion habemos regulado de 658.000 personas, con las cuales ascenderian á 21,672.777 personas la poblacion de todo el Reino; número que no dista mucho de los 22,140.357 habitantes de que consta su poblacion, segun el abate de Expilly. Lo que no me parece tan cierto es lo que afirma este estimable autor en órden al número de mugeres, el cual dice escede siempre al de los hombres que viven, dándome motivo para dudar de esta asercion el ver demostrada por las tablas precedentes que en Paris nacen anualmente mas varones que hembras, y del mismo modo mueren anualmente en esta ciudad mas

hombres que mugeres, por cuya regla el número de los hombres vivientes debe esceder al de las mugeres que viven. En cuanto á las provincias, si tomamos el número de los nacimientos anuales de varones y hembras, y el número anual de hombres y mugeres que han fallecido en los dos bayliazgos, cuyas tablas acabamos de dar, hallaremos 1370 varones y 1265 hembras nacidas anualmente, y tendremos 1023 hombres y 998 mugeres muertas en cada año: conforme á lo cual debe haber algunos mas hombres que mugeres vivientes en las provincias, aunque en menor proporcion que en Paris; y esto sin embargo de las emigraciones á que los hombres son mas propensos que las mugeres.

Comparacion de la mortandad de la ciudad de Paris con la de los lugares de sus contornos hasta la distancia de 10, 15 y 20 leguas.

	En Paris.	En los luga- res.
--	--------------	-------------------------

Por las tablas de mortandad que se han dado al fin del tomo III, se ve que de 13.189 personas mueren en los dos primeros años de la vida.	4131	5738
Mueren desde dos años hasta cinco cumplidos	1410	957

Mueren desde 5 hasta 10 años. . .	740	585
<i>Id.</i> 10 — 20 — . . .	507	576
<i>Id.</i> 20 — 30 — . . .	693	937
<i>Id.</i> 30 — 40 — . . .	885	1095
<i>Id.</i> 40 — 50 — . . .	962	912
<i>Id.</i> 50 — 60 — . . .	1062	885
<i>Id.</i> 60 — 70 — . . .	1271	727
<i>Id.</i> 70 — 80 — . . .	1108	602
<i>Id.</i> 80 — 90 — . . .	361	159
<i>Id.</i> 90 hasta 100 años, y mas allá de esta edad. . . .	59	16

Comparando, pues, la mortandad de Paris con la de los lugares ó campos de su contorno á la distancia de diez y de veinte leguas, se ve en un mismo número de 13.189 personas, que mueren en los dos primeros años de la vida 5738 en el campo, y solas 4131 en Paris. Esta diferencia proviene principalmente de la costumbre que hay en Paris de enviar á criar los hijos al campo, por lo cual deben necesariamente morir allí mas niños que en Paris. Si se toma, por ejemplo, la suma de los 5738 niños muertos en los lugares, y la de los 4131 muertos en Paris, compondrán la de 9869, cuya mitad 4935 es proporcional al número de niños que hubieran fallecido en Paris si se criasen allí. Rebajando pues 4131 de 4935, el número de 804 que resta

representa el de las criaturas que se han enviado á criar al campo: de donde puede inferirse que de todos los niños que nacen en Paris, mas de la sexta parte va á criarse en los lugares del contorno.

Pero estos niños, por lo comun, vuelven á Paris y á la casa de sus padres, luego que han cumplido dos años, ó antes; y esta es la causa de que del mismo número de 13.189, parece mueren mas en Paris, desde los dos hasta los cinco años, que en los lugares, que es lo contrario de lo que sucede en los dos años primeros.

Lo mismo acaece en la tercera division de las edades; esto es, desde los cinco hasta los diez años, pues mueren mas criaturas de esta edad en Paris que en los lugares comarcanos.

Pero desde los diez hasta los cuarenta se observa constantemente que fallecen menos personas en Paris que en el campo, no obstante el gran número de jóvenes que de todas partes acuden á esta gran ciudad, lo cual parece es prueba de que salen otros tantos naturales de ella como los que vienen de fuera. Este hecho ó esta verdad parece tambien que pudiera probarse por la tabla precedente, que contiene los extractos de los libros de bautismos comparados con los de entierros, cuya diferencia, hecho el

cómputo en cincuenta y ocho años consecutivos, no es muy notable, pues el total de nacidos en Paris, en los cincuenta y ocho años, es 1,074.367, y el total de muertos 1,087.995, que solo escede al primero en 13.628, ó en una 75.^{ma} parte en 1,087.995; de suerte que, compensado todo, casi sale de Paris tanta gente como entra: pudiendo inferirse de esto, que la fecundidad de esta gran ciudad es suficiente para su poblacion, con solo la diferencia de cerca de una 75.^{ma} parte.

Comparando despues, del mismo modo la mortandad de Paris con la de los lugares, desde la edad de cuarenta años hasta el fin de la vida, se ve que muere siempre en Paris mas número de gente de las edades siguientes que en los lugares; y tanto mas, quanto se trata de edades mas avanzadas; de lo cual parece se infiere que el descanso y las comodidades de la vida contribuyen mucho á alargarla, y que las gentes del campo, mas fatigadas ó trabajadas, y no tan bien alimentadas, perecen, por lo comun, mucho antes que las de las ciudades.

Comparacion de las tablas de mortandad de Francia con las tablas de mortandad de Lóndres.

Las mejores tablas que se han hecho en Lóndres son las que publicó el Sr. Corbyn-Morris,

en 1759, las cuales incluyen treinta años desde el de 1728 hasta el de 1757. Estas tablas están divididas, por lo tocante al número de muertos, en doce partes, á saber: desde el nacimiento hasta dos años cumplidos, desde los dos años hasta cinco cumplidos, desde cinco hasta diez, desde diez hasta veinte, desde veinte hasta treinta, de treinta á cuarenta, de cuarenta á cincuenta, de cincuenta á sesenta, de sesenta á setenta, de setenta á ochenta, de ochenta á noventa, de noventa á ciento, y mas allá de esta edad.

Yo he dividido mis tablas del mismo modo, y he hallado por reglas de proporcion, que

Francia. Lóndres.

De 23.994 personas

Mueren en los dos primeros años

de la vida.	8832	8028
De 2 años á 5 cumplidos.	2194	1904
De 5 á 10 . . . <i>id.</i>	1219	806
De 10 á 20 . . . <i>id.</i>	958	722
De 20 á 30 . . . <i>id.</i>	1396	2085
De 30 á 40 . . . <i>id.</i>	1654	2491
De 40 á 50 . . . <i>id.</i>	1707	2622
De 50 á 60 . . . <i>id.</i>	1716	2026
De 60 á 70 . . . <i>id.</i>	1913	1584
De 70 á 80 . . . <i>id.</i>	1742	1136
De 80 á 90 . . . <i>id.</i>	578	513
De 90 á 100 . . . <i>id.</i>	85	76

Pero, como observa muy bien Corbyn, los números que representan las personas adultas, desde veinte años en adelante, son muy escasos en comparacion de los que preceden y representan las personas de diez á veinte años, ó los niños de cinco á diez; porque efectivamente acude á Lóndres, como á todas las demas ciudades grandes, número crecidísimo de extranjeros y de gentes del campo, y muchas mas personas adultas y de mas de veinte años que de esta edad abajo. Por esto, para hacer nuestra comparacion con mas exactitud, hemos separado, en nuestra tabla, las doce parroquias rurales, y no tomando sino las tres de Paris, habemos sacado las proporciones siguientes entre la mortandad de Paris y la de Lóndres.

	Paris.	Lóndres.
De 13.189 personas.		
Mueren en los dos primeros años de la vida.	4131	4413
De 2 á 5 años cumplidos.	1410	1046
De 5 á 10 <i>id.</i>	740	443
De 10 á 20 <i>id.</i>	507	396
De 20 á 30 <i>id.</i>	693	1146
De 30 á 40 <i>ld.</i>	885	1370
De 40 á 50 <i>id.</i>	962	1442
De 50 á 60 <i>id.</i>	1062	1113

De 60 á 70 cumplidos.	1271	870
De 70 á 80 <i>id.</i>	1108	626
De 80 á 90 <i>id.</i>	361	282
De 90 á 100, y mas allá de esta edad.	59	42

De la comparacion de estas tablas resulta al parecer que en Paris se envian á criar mas niños á los lugares que en Lóndres, pues del mismo número de 13.189, solo mueren en Paris 4131, siendo así que en Lóndres fallecen 4413; y que como por la misma razon, vuelven á entrar menos en Lóndres que en Paris, muere tambien á proporcion menor número desde la edad de dos años hasta cinco, y aun de cinco á diez, y de diez á veinte.

Pero desde veinte hasta sesenta años, el número de los muertos de Lóndres escede de mucho al de los muertos de Paris, siendo el mayor esceso desde los veinte hasta los cuarenta años; lo cual es prueba de que entra en Lóndres un número muy crecido de personas adultas que acuden de las prcvincias, y que la fecundidad de aquella capital no basta para entretener ó mantener su poblacion, si de otras partes no recibe suplementos muy considerables. Confírmase esta misma verdad con la comparacion de los extractos de los libros de bautismos con los

de los entierros, pues por ellos se ve que en los nueve años, desde 1728 hasta 1736, el número de los bautismos en Lóndres solo fue de 154.957, cuando el de los entierros ascendió á 239.327; de suerte que Lóndres, para sostenerse, necesita reclutar un número de personas mayor que la mitad de los que nacen allí, al paso que Paris basta por sí solo para mantener su poblacion, con solo la diferencia de una 75.^{ma} parte. Pero esta necesidad de suplemento por lo respectivo á Lóndres parece va disminuyéndose poco á poco, pues tomando el número de los nacidos y los muertos en el intervalo de otros nueve años mas recientes, á saber: desde 1749 hasta 1757, se encontró que el de los nacidos era 133.299, y el de los muertos 196.830, cuya diferencia proporcional es algo menor que la de 154.957 á 239.327, que representan los nacimientos y muertes de los nueve años desde 1728 hasta 1736. El total de estos números manifiesta solamente que en general la poblacion de Lóndres se ha disminuido cerca de una sexta parte desde 1736 hasta 1757, y que ha medida que la poblacion se ha disminuido, han sido algo menos necesarios los suplementos forasteros.

El número de muertos es por consiguiente mayor en Paris que en Lóndres, desde la edad de dos hasta veinte años; despues mas corto en

Paris que en Lóndres, desde veinte hasta cincuenta años; casi igual desde cincuenta á sesenta años; y finalmente mucho mayor en Paris que en Lóndres desde los sesenta años hasta el fin de la vida: lo cual parece probar que, por lo general, las vidas son mucho mas largas en Paris que en Lóndres, pues de 13.189 personas, hay en Paris 2799 que no mueren hasta haber cumplido sesenta años, al paso que del mismo número de 13.189, solo hay en Lóndres 1820 que fallecen despues de cumplidos sesenta años; pudiendo decirse que la vejez parece gozar de una tercera parte mas de favor en Paris que en Lóndres.

Si se quiere calcular la poblacion de Lóndres por las táblas de mortandad de los nueve años, desde 1749 hasta 1757, se tendrá por número anual de los muertos 21.870, que multiplicado por treinta y cinco produce 765.450: de suerte que por este cálculo contendria Lóndres 107.450 personas mas que Paris; pero esta regulacion de treinta y cinco vivos por un muerto, que creo buena ó exacta para Paris, y con mas razon para las provincias de Francia, pudiera muy bien no cuadrar á Inglaterra. El caballero Petty (1), en su *Aritmérica Política* solo cuenta treinta vi-

(1) *Essais in Political Arithmetick*. London 1755.

vos por un muerto, lo cual solo daria 656.100 personas vivas á Lóndres. Este autor procede con mucho juicio y cordura en los demas puntos de su obra; pero opino que en este se engaña, pues por mas diferencia que haya entre los influjos del clima de Paris y el de Lóndres, no puede ser tanta que produzca una séptima parte de mortandad. Lo que sí me parece es, que siendo efectivamente mas cortas las vidas en Lóndres que en Paris, se podria muy bien regular que el número de los vivos, con respecto al de los muertos, asciende á treinta y uno; y tomando treinta y uno por este número real, resultará que Lóndres contiene 677.970 personas, al paso que Paris solo contiene 658.000. Por este cálculo tendrá Lóndres cerca de una 33^a. parte mas de poblacion que Paris, pues el número de los habitantes de Lóndres solo escede al de los de Paris, en 19.970 personas, hecho el cálculo sobre 658.000.

Dame motivo de regular treinta y un vivos por un muerto en Lóndres, el que todos los autores que han recogido observaciones sobre mortandad, concuerdan en decir que en los campos de Inglaterra muere uno de cada treinta y dos, y uno en Lóndres de cada treinta. Entiendo que ambos cálculos son un poco escasos; y mas adelante se verá que la regulacion

de treinta y uno en Lóndres, y de treinta y tres en los campos de Inglaterra, se acerca mas á la verdad.

La obra del caballero Petty es ya antigua; pero estimáronla los Ingleses de modo, que se han hecho cuatro ediciones de ella, habiendo sido la última la del año de 1755. Sus primeras tablas de mortandad empiezan en 1665, y acaban en 1682; pero no tomando de ellas sino desde 1667 hasta 1682, por haber habido en Lóndres una peste que triplicó el número de los muertos, se encuentra que en el discurso de estos diez y seis años hubo 196.196 nacidos y 308.335 muertos: siendo esta una prueba irrefragable de que, desde aquel tiempo, léjos de que la fecundidad de Lóndres bastase para su poblacion, necesitaba reclutar anualmente mas de la mitad del número de los que nacian.

Tomando en estos diez y seis años el promedio de la mortandad anual se encuentra que asciende á $19.270 \frac{1}{16}$, número que, multiplicado por 31, da 597.399 habitantes de Lóndres en aquella época. El autor dice 669.930, en 1682, porque no tomó sino los dos últimos años de la tabla, esto es, 23.971 muertos en 1681, y 20.691 en 1682, cuyo número medio es 22.331, el cual solo multiplica por 30 (*muriendo anualmente, dice, uno de cada treinta, segun las observacio-*

nes hechas sobre los billetes de mortandad de Londres, impresos en 1676); y esto podia ser cierto en aquel tiempo, pues en una ciudad en que solo nacen dos tercios y mueren tres tercios, es constante que el último tercio que le entra de fuera, no llega sino adulto, ó por lo menos de cierta edad, y debe por consiguiente morir mas presto que si este mismo número hubiese nacido en la ciudad. De suerte que en todos los parajes en que la fecundidad es suficiente para la poblacion, deben regularse treinta y cinco vivos por cada muerto, y por el contrario, treinta y tres treinta y dos, treinta y uno etc., vivos por cada muerto, en las ciudades que necesitan reclutas forasteras para conservar el mismo grado de poblacion.

El mismo autor observa que en los lugares y aldeas de Inglaterra muere uno de cada treinta y dos, y nacen cinco por cada uno que muere. Este último hecho concuerda bastante con lo que sucede en Francia; pero si el primer hecho es cierto, se infiere que la salubridad del aire en Francia es mayor que en Inglaterra, en la proporcion de treinta y cinco á treinta y dos: siendo constante que en los lugares y aldeas de Francia solo muere uno de cada treinta y cinco.

Por otras tablas de mortandad, sacadas de los registros de la ciudad de Dublin, por lo

correspondiente á los años de 1668, 1672, 1674, 1678, 1679 y 1680, se ve que el número de nacidos en aquella ciudad, durante estos seis años, fue de 6157, que prorateados entre los mismos seis años, dan 1026 por año medio. Igualmente se vé que el número de los muertos en dichos seis años, fue de 9865, esto es, de 1644 el año medio de, que resulta :

1º. Que Dublin necesita, como Lóndres, de socorros extranjeros para mantener su poblacion, en la proporcion de diez y seis á diez; de suerte que es necesario que anualmente entren en Dublin tres octavas partes de extranjeros.

2º. La poblacion de esta ciudad se debe regular, como la de Lóndres, multiplicando por treinta y uno el número anual de muertos, de cuya operacion resultan 50.964 personas en Dublin, y 597.399 en Lóndres; y si se está á las observaciones del autor, que dice no deben contarse mas de treinta vivos por cada muerto, solo tendrá Lóndres 578.130 personas, y Dublin 49.320, lo cual me parece dista algo de la verdad; pero Lóndres se ha acrecentado mucho desde aquel tiempo, como adelante dirémos.

Por otras tablas de los nacimientos y muertes acaecidas en los mismos seis años en Lóndres, y en las cuales están con separacion varones y hembras, nacieron en año medio, 6332 varones

y 5940 hembras, esto es, un poco mas de una 15^a. parte de varones que de hembras; y segun las mismas tablas, fallecieron 10.424 hombres y 9505 mugeres, esto es, cerca de un 11^o. de hombres mas que de mugeres. Tomando, pues, el total de nacimientos, que es de 12.272, y el de muertes, que asciende á 19.929, se ve que desde aquel tiempo la ciudad de Lóndres sacaba de otros pueblos, para conservar su poblacion, mas de la mitad de lo que ella misma produce.

Por otras tablas, relativas á los años de 1683, 1684 y 1685, consta que el número de los muertos en Lóndres se halló ser, en año medio, de 22.337; y dice el autor que en los mismos tres años el número de los muertos en Paris subió á 19.887, en año medio; de donde infiere, multiplicando por treinta el número de los muertos, que el de los habitantes de Lóndres era en aquel tiempo de 700.110, y el de los de Paris, de 596.610; pero segun ya dejamos dicho, el número de los muertos en Paris debe multiplicarse por treinta y cinco, los cuales producen 696.045; y seria muy extraño que en lugar de haberse aumentado, se hubiese disminuido desde aquel tiempo la poblacion de Paris; porque, tomando los tres últimos años de nuestra tabla de la mortandad de Paris, que son los de 1764, 1765 y 1766, se halla que el número de muer-

tos, en año medio, es de $19.205 \frac{4}{3}$, que multiplicado por treinta y cinco, da 672.167 por población actual de Paris, esto es, 23.878 menos que en el año 1685.

Tomando despues la tabla de los nacidos y muertos en la ciudad de Lóndres, desde el año de 1686 inclusive, hasta el de 1758, tambien inclusive, en que acaban las tablas de Corbyn-Morris, se encuentra que en los diez primeros años, esto es, desde 1686 hasta el de 1695, ambos inclusive, nacieron 75.400 varones y 71,454 hembras, y que fallecieron en estos mismos diez años 112.825 hombres y 106.798 mugeres, lo cual corresponde, en año medio, á 7540 varones y 7146 hembras, en todo 14.686 nacidos; y en cuanto al año medio de los muertos 11.282 hombres y 10.680 mugeres, en todo 21.962 muertos. Si luego se comparan los nacidos y muertos en estos diez primeros años, con los nacidos y muertos en los diez años últimos, que son desde 1749 hasta 1758, ambos inclusive, se halla que nacieron 75.594 varones y 71.914 hembras, y que murieron en estos mismos diez años últimos, 106.519 hombres y 107.892 mugeres, lo cual corresponde, en año medio, á 7559 varones y 7191 hembras, en todo 14.750 nacidos; y por lo tocante al año medio de los muertos, 10.652 hombres y 10.789 mugeres, en todo 21 441

muertos ; de suerte que el número de nacidos en esta última época solo escede al de los nacidos en la primera en sesenta y cuatro, sobre el total de 14.686, y el de los muertos es de 521 menos ; de lo cual se infiere que en setenta y tres años no se aumentó la población de Londres, manteniéndose todavía en 1758 sobre el pie en que estaba en 1686, esto es, treinta y una veces 21.701 y medio, ó 672.746, y esto á lo mas ; porque si no se multiplicase el número de los muertos sino por treinta, solo se hallarian 651.045 personas de efectiva población de aquella ciudad. Este número de treinta vivos por cada muerto en la ciudad de Londres, ha sido adoptado por todos los autores ingleses que han escrito sobre esta materia ; y Graunt, Petty, Corbyn-Morris, Smart y algunos otros parece están acordes en este punto. Sin embargo, creo que pudieron engañarse, respecto á ser mayor la diferencia que hay entre treinta y treinta y cinco, que la que debe presumirse existe entre la salubridad del aire de Paris, comparado con el de Londres.

Igualmente se ve por esta comparacion, que el número de los varones que nacen escede al de las hembras casi en una misma proporcion en ambas épocas, á saber : en una 18^a. parte en la primera época, y en algo mas de una 19^a. en la segunda.

Finalmente, esta comparacion demuestra que Lóndres ha tenido siempre necesidad de un gran suplemento traído de fuera para mantener su poblacion, pues en estas dos épocas distantes de setenta años, el número de los nacidos es al de los muertos como siete á diez ó siete á once, al paso que en Paris los nacimientos igualan á las muertes con solo la diferencia de una 75^a. parte.

Pero en esta serie de años de 1686 hasta 1758, hubo un período de tiempo, bastante largo, en que la poblacion de Lóndres fue mucho mas considerable, á saber: desde el año 1714 hasta el de 1734; pues en el discurso de este período, que es de veinte y un años, el número total de los nacidos subió á 377.569, esto es á $17.979 \frac{4^0}{21}$ por año medio, siendo así que en los primeros veinte y un años desde 1686 hasta 1706, el número de los nacidos, en año medio, solo fue de 15.131 y $\frac{1}{3}$, y en los últimos veinte y un años, á saber: desde 1738 hasta 1758, este mismo número de nacimientos, en año medio, no subió de $14.797 \frac{1^3}{21}$; de suerte que parece que la poblacion de Lóndres se aumentó considerablemente desde 1686 hasta 1706; que estuvo en su mas alto grado en el período que corrió desde 1706 hasta 1737; que despues fue siempre en disminucion hasta 1758, y que esta disminucion es muy considerable; pues el número de los naci-

dos, que era de 17.979 en el período intermedio, solo era de 14.797 en el último período, en que hay una disminucion de mas de un quinto; y siendo el mejor medio de conocer el aumento ó disminucion de la poblacion de una ciudad, el de calcular la disminucion ó aumento del número de nacidos, á que se añade que los suplementos que la misma ciudad se vé precisada á traer de fuera, son tanto mas considerables cuanto mas se disminuye el número de los nacimientos, puede, por consiguiente, asegurarse que la poblacion de Lóndres no solo es mucho menor de lo que era en la época intermedia de 1714 á 1734, sino tambien de lo que era en la primera época desde 1686 hasta 1706.

Esta verdad se confirma examinando la lista de los muertos en aquellas tres épocas.

En la primera, de 1686 á 1706, el número de los muertos, en año medio, fue de $21.159 \frac{2}{3}$; en la última época, desde 1738 hasta 1758, el número de muertos, en año medio, fue de $23.845 \frac{1}{3}$; y en la época intermedia, desde 1714 á 1734, se halla que este número de muertos, en año medio, subió á $26.463 \frac{1}{2}$; de suerte que, debiendo regularse la poblacion de Lóndres por el número anual de muertos, multiplicado por treinta y uno, y siendo dicho número en el primer período de 1686 á 1706, de 21.159 , el

número de habitantes de aquella ciudad era entonces de 655.949; que en el último período, de 1738 á 1758, subia este número á 739.205; pero que en el período intermedio de 1714 á 1734, el número de habitantes de Lóndres llegaba á 820.370 : esto es, mucho mas de una cuarta parte respecto de la primera época, y algo menos de $\frac{1}{9}$ respecto de la última. Síguese, pues, que la poblacion de aquella ciudad, considerada desde 1686, se aumentó al principio mas de una cuarta parte hasta los años de 1724 y 1725, y desde aquel tiempo disminuyó $\frac{1}{9}$ hasta 1758; y esto se entiende haciendo el cálculo solo por el número de muertos, pues si se regulase por el de los nacidos, seria mucho mayor esta disminucion, y yo diria que por lo menos era de $\frac{1}{7}$. Los políticos ingleses examinarán las causas que han podido producir esta disminucion de poblacion en la capital de su reino.

Otro hecho resulta de esta comparacion, y es que, siendo menor el número de los nacidos, y el de los muertos mayor en el último período que en el primero, los suplementos que aquella ciudad ha recibido de fuera han ido siempre en aumento, y que, por consiguiente, jamás se ha hallado en estado de poder bastar, ni con mucho, para mantener su poblacion por medio de su propia fecundidad, pues vemos que en el últi-

mo período, para 14.797 nacidos hubo 23.845 muertos, que componen mas de una mitad del número de nacidos, la cual se vé precisada á suplir con gente que venga de fuera.

En la misma obra (1) dá el autor, conforme á las observaciones de Graunt, el resultado de una tabla de los nacimientos, muertes y casamientos de cierto número de parroquias en la provincia de Hamshire, en Inglaterra, durante un período de noventa años; y por esta tabla se vé que cada matrimonio ha producido cuatro hijos, lo cual difiere mucho del producto de cada matrimonio en las villas, lugares y aldeas de Francia, que es de cinco hijos por lo menos, y muchas veces de seis, como se ha visto en las tablas que hemos dado de los bayliazgos de Semur y de Saulieu.

Esta misma tabla de mortandad en las villas y lugares de Inglaterra, da motivo á observar que nacen allí diez y seis varones por cada quince hembras, siendo así que en Lóndres solo nacen catorce varones por cada trece hembras; y en nuestros campos de la Borgoña nace cerca de una sexta parte mas de varones que de hembras, como se ha visto en las tablas de los bay-

(1) *Collection of the yearly Bills of mortality*. London. 1749.

liazgos de Semur y de Saulieu ; pero tambien es verdad que en Paris solo nacen veinte y siete varones por cada veinte y seis hembras , cuando en Lóndres nacen catorce de los primeros por cada trece hembras.

Igualmente se vé en esta misma tabla comprensiva de noventa años , que el número medio de los nacimientos es el número medio de los muertos como cinco á cuatro , y que la diferencia entre el número de los nacidos y de los muertos en Lóndres y en los campos , proviene principalmente de los suplementos que la provincia de Hamshire suministra á Lóndres para su poblacion. En Francia, en los dos bayliazgos que dejamos citados , todavía es mayor la pérdida , que llega á ser entre un tercio y un cuarto ; esto es , que nace entre un tercio y un cuarto mas de gente en estos distritos que la que muere ; lo cual prueba al parecer que los franceses , á lo menos los de aquella provincia , son menos sedentarios que los habitantes de las provincias de Inglaterra.

Observa tambien el autor que , conforme á esta tabla , los años en que nace mas gente son los de menos mortandad ; y puede asegurarse que esto se verifica en Francia igualmente que en Inglaterra , pues en el año de 1770 , en el cual nacieron mas niños que en los cuatro años

siguientes, murieron tambien menos personas, así en el bayliazgo de Semur como en el de Saulieu. Añade el autor en un apéndice, que por otras muchas observaciones hechas en las provincias meridionales de Inglaterra, se ha hallado siempre que cada matrimonio produce cuatro hijos, y que no solo es exacta esta observacion por lo respectivo á Inglaterra, sino tambien por lo tocante á Amsterdam, donde ha tomado los informes necesarios para asegurarse de esta verdad.

Síguese á esto una tabla redactada por Graunt, de los nacimientos, matrimonios y muertes que hubo en la ciudad de Paris, en los años de 1670, 1671 y 1672, cuyo extracto es el siguiente.

Años.	Nacimientos.	Matrimonios.	Muertes.
1670	16810	3930	21461
1671	18532	3986	17398
1672	18427	3562	17584
Total. .	53769	11478	56443

De donde debe deducirse: 1.º. Que en aquel tiempo, esto es, cerca de cien años atrás, cada matrimonio producía en Paris cerca de cuatro

hijos y dos tercios, cuando al presente solo produce á lo mas cuatro hijos.

2.^o. Que siendo el número medio de los nacimientos de los tres años de 1670, 1671 y 1672, 17.923, y siendo tambien el de los últimos años de nuestras tablas de Paris, esto es, de los años 1764, 1765 y 1766, 19.205, la fuerza de esta ciudad para la manutencion de su poblacion se ha aumentado una cuarta parte en cerca de cien años, y tambien que su fecundidad es mas que suficiente para su poblacion; pues el número de los nacidos en estos tres últimos años es de 57.616, y el de los muertos de 54.927; siendo así que en los tres años de 1670, 1671 y 1672, siendo el número total de los nacimientos 53.769 y el de las muertes 56.443, la fecundidad de Paris no bastaba enteramente para su poblacion, la cual, multiplicando por treinta y cinco el número medio de los muertos, era en aquel tiempo de 658.501, y no es al presente mas que de 640.815, si se forma juicio de ella por el número de muertos en estos tres años últimos; pero superando, como supera, el número de los nacidos al de los muertos, resulta que la fuerza de la poblacion se ha aumentado, sin embargo de que haciendo el cálculo por el número de los muertos, parezca haberse disminuido. Pudiera creerse que el número de muertos deberia esce-

der siempre con mucha ventaja en una ciudad como Paris al de los nacidos , por llegar continuamente á ella personas adultas , ya de las provincias y ya de países extranjeros , y haber en este número tan pocas personas casadas en comparacion de las que no lo son , á lo cual se agrega que esta afluencia de gente que no aumenta el número de los nacimientos, debe aumentar el de las muertes. Los criados , cuyo número es tan considerable en esta ciudad , son por la mayor parte hombres y mugeres solteras , que no debieran aumentar el número de los nacidos , sino antes bien el de los muertos ; con todo , puede creerse que á lo menos la mitad de los niños espósitos pertenece á este gran número de celibatos ; y componiendo actualmente el número de espósitos casi la tercera parte del total de los nacimientos , síguese que dichos celibatos no dejan de contribuir á este total , por lo menos , con una sexta parte ; á que se añade que la vida de un muchacho ó de una muchacha , que llegan adultos á Paris , es mas segura que la de un niño que nazca ya en la misma ciudad.

ENSAYO

ARITMÉTICA MORAL.

de siempre de mucho ventura en una ciudad
 como París al de los milidos, por llegar con
 unida a las personas adultas, ya de las pro-
 vicias y de países extranjeros, y haber en
 este punto las pocas personas que en un
 sistema de la impresión, a fin de que
 de la impresión de un libro que no se
 en la impresión de un libro, como en el
 un libro no se puede imprimir, pero en
 un libro que se puede imprimir, para
 imprimir un libro, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el

ARTEMÉTICA MORAL

de la impresión de un libro, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el
 un libro que se puede imprimir, como en el



ENSAYO

DE

ARITMÉTICA MORAL.

I.

No es mi ánimo dar aquí ensayos de moral en general, pues esto exigiria mas luces de las que he adquirido en semejante materia, y mas arte del que creo poseer. La principal y mas sana parte de la moral es mas bien una aplicacion de las máximas de nuestra divina Religion, que una ciencia humana; y yo no tendria el atrevimiento de entrometerme en materias en que todos nuestros principios son la Ley de Dios, y la Fé nuestro cálculo. El rendimiento profundo, ó por hablar con propiedad, la adoracion que debe el hombre á su Criador, y la caridad fraterna, ó mas bien el amor que debe á su prójimo, son sensaciones naturales, y virtudes impresas en toda alma virtuosa. Quanto se deriva de este manantial puro lleva consigo el carácter de la verdad, siendo tan viva su luz que no

alcanza á oscurecerla el prestigio del error, y tan grande su evidencia que no admite raciocinio, deliberacion ó duda, ni tiene mas medida que la conviccion.

Mi objeto en este ensayo es medir las cosas inciertas, y dar algunas reglas para apreciar las relaciones de verosimilitud, los grados de probabilidad, el valor de los testimonios, la influencia de las casualidades, el inconveniente de los riesgos, y tambien para formar juicio del valor real de nuestros temores y de nuestras esperanzas.

II.

Hay verdades de diferentes géneros, certezas de varios órdenes y probabilidades de grados diversos. Las verdades que son puramente intelectuales, como las de la geometría, redúcense todas á verdades de definicion (1). Para resol-

(1) Que á mas de las verdades de consecuencia ó ilacion y de suposicion, hay primeros principios absolutamente verdaderos y ciertos en todos los casos, é independientemente de todas las suposiciones; y que estas consecuencias, deducidas con evidencia de los principios, no son verdades arbitrarias, sino eternas y evidentes: no habiendo yo entendido por *verdades de definicion* sino únicamente las verdades

ver el mas difícil problema, no se necesita mas que entenderle bien; y en el cálculo y en las demas ciencias puramente especulativas, la única dificultad consiste en distinguir lo que nosotros habemos puesto en ellas, y desatar los nudos que el entendimiento humano ha procurado estrechar en virtud de las definiciones y suposiciones que sirven de fundamento y trama á estas ciencias. Todas sus proposiciones pueden demostrarse siempre con evidencia, porque se puede siempre subir desde estas proposiciones á otras antecedentes que las son idénticas, y desde estas á otras hasta las definiciones. Por esta razon la evidencia propiamente llamada así, pertenece á las ciencias matemáticas, y únicamente á ellas; porque se debe distinguir la evidencia del raciocinio, de la evidencia que nos entra por los sentidos, esto es, la evidencia intelectual de la intuicion corporal: no siendo esta mas que una percepcion clara de objetos ó de imágenes, y aquella una comparacion de ideas semejantes ó idénticas, ó por mejor decir, la percepcion inmediata de su identidad.

matemáticas. *Respuesta del autor á la Facultad de teologia de Paris*: tom. I. de esta traduccion, página 184, núm. 3º.

III.

En las ciencias físicas á la evidencia se sigue la certeza. La evidencia no es susceptible de medida, porque no tiene mas que una sola propiedad absoluta, que es la negacion sencilla ó la afirmacion de la cosa que demuestra; pero la certeza, no siendo nunca positivamente absoluta, tiene relaciones que se deben comparar y cuya medida puede apreciarse. La certeza física, esto es, la certeza mas constante de todas, no es, sin embargo, mas que la probabilidad casi infinita de que un efecto ó un acontecimiento que nunca ha dejado de suceder, sucederá todavía otra vez; por ejemplo, supuesto que el sol ha salido siempre, es físicamente cierto que saldrá mañana: el haber existido es una razon para existir, así como para dejar de existir es razon el haber empezado á existir; y por consiguiente no puede decirse que sea igualmente cierto que el sol saldrá siempre, á menos de incurrir en el error de suponerle una eternidad antecedente, igual á la perpetuidad subsecuente, pues de otro modo tendrá fin, respecto á que tuvo principio. Por esta misma regla no debemos juzgar de lo venidero sino en virtud de lo pasado. Cuando una cosa ha exis-

tido siempre, ó siempre se ha hecho de un mismo modo, debemos estar seguros de que existirá, ó se hará siempre de la misma manera; debiendo advertir que por siempre entiendo un espacio de tiempo muy dilatado y no una eternidad absoluta, no pudiendo nunca el siempre venidero ser mas que igual al siempre pasado. Lo absoluto, de cualquier género que sea, no compete á la naturaleza ni al espíritu humano. Los hombres han mirado como á efectos ordinarios y naturales todos los sucesos que tienen esta especie de certeza física: un efecto que siempre resulta no nos admira; y por el contrario, un fenómeno que nunca se hubiera visto, ó que habiéndole visto siempre de un mismo modo, dejase de manifestarse, ó se manifestase de un modo diferente, nos asombraría con razón, y fuera un suceso tan extraordinario para nosotros, que le mirariamos como á sobrenatural.

IV.

Estos efectos naturales que miramos sin sorpresa, tienen no obstante cuanto es necesario para asombrarnos. ¡Qué concurso de causas, qué conjunto de principios no son necesarios para producir un solo insecto, una sola planta! ¡Qué prodigiosa combinación de elementos, de

movimientos y de muelles en la máquina animal! Las obras mas pequeñas de la naturaleza son asuntos de la mayor admiracion. Si no nos asombramos de todos estos prodigios, consiste en que hemos nacido en un mundo de maravillas; en que las habemos visto siempre; en que nuestro entendimiento y nuestros ojos están igualmente acostumbrados á ellas; y finalmente, en que todas han existido antes y subsistirán todavía despues que nosotros. Si hubiésemos nacido en otro mundo, con otra forma corporal y con otros sentidos, hubiéramos tenido otras relaciones con los objetos exteriores; hubiéramos visto otras maravillas, y no nos hubieran admirado. Unas y otras están fundadas en la ignorancia de las causas, y en la imposibilidad de conocer la realidad de las cosas, de las cuales únicamente nos es permitido entender las relaciones que guardan con nosotros mismos.

Infiérese de aquí que hay dos modos de considerar los efectos naturales: el primero verlos tales cuales se presentan, sin atender á sus causas ó por mejor decir sin indagarlas, y el segundo examinar los efectos con el fin de atribuirlos á sus causas y principios. Estos dos aspectos son muy diferentes, y producen diversos motivos de admiracion: el uno nos causa sorpresa, escita el otro nuestro asombro.

V.

Prescindiremos aquí del primer modo de considerar los efectos de la naturaleza. Por incomprendibles y complicados que estos nos parezcan siempre los juzgaremos como los mas evidentes y mas simples, y únicamente por sus resultados. Nosotros no podemos concebir ni aun imaginar, por ejemplo, por qué razon la materia se atrae, y nos contentamos con estar seguros de que se atrae efectivamente; y de esto inferiremos que siempre se ha atraído, y que continuará siempre en atraerse. Lo mismo digo de los demas fenómenos de todas especies: por mas increíbles que nos parezcan, los creeremos si estamos seguros de que han acaecido con gran frecuencia: dudaremos de ellos si han faltado tantas veces como han sucedido; y en fin, los negaremos, si creemos estar seguros de que nunca se han verificado; en una palabra, á proporcion que los habremos visto y reconocido, ó que habremos visto y reconocido lo contrario.

○ Pero si la esperiencia es la base de nuestra instruccion fisica y moral, la analogía es el primer instrumento de que se vale. Así, cuando vemos que una cosa sucede constantemente de cierto modo, estamos seguros por nuestra espe-

riencia de que volverá á suceder del modo mismo ; y cuando nos refieren que una cosa ha sucedido de tal ó tal manera, si estos hechos son análogos á los otros que conocemos por nosotros mismos , los creemos desde luego ; por el contrario , si el hecho no tiene analogía alguna con los efectos ordinarios, esto es, con las cosas de que tenemos noticia , debemos dudar de él ; y si directamente se opone á lo que conocemos, no titubeamos en negarlo.

VI.

La esperiencia y la analogía pueden darnos certezas diferentes casi iguales , y á veces de un mismo género : por ejemplo , yo estoy tan cierto de la existencia de la ciudad de Constantinopla que no he visto nunca , como de la existencia de la luna , que he visto tantas veces ; y esto porque los testimonios en gran número pueden producir una certeza casi igual á la certeza física , cuando recaen sobre cosas que son enteramente análogas á las que conocemos. La certeza física debe medirse por un número inmenso de probabilidades , respecto que esta certeza resulta de una serie constante de observaciones que componen lo que se llama *esperiencia de todos los tiempos*. La certeza moral se debe me-

dir por un menor número de probabilidades, pues no supone mas que cierto número de analogías con las cosas que conocemos.

Suponiendo un hombre que nunca hubiese visto ni oído, veamos como se producirían en su espíritu la creencia y la duda. Supongamos que goza por la primera vez del aspecto del sol; que le ve brillar en lo alto del Cielo, declinar despues, y al fin desaparecer, ¿qué podrá inferir de esto? Nada, sino que ha visto el sol, que le ha visto correr cierto espacio, y que ya no le ve. Pero este astro vuelve á aparecer y desaparecer al dia siguiente: esta segunda vision es una primera esperiencia que debe producir en él la esperanza de volver á ver el sol, y empieza á creer que podrá volver, aunque lo duda mucho. El sol se manifiesta nuevamente, y esta tercera vision es una segunda esperiencia que disminuye la duda á medida que aumenta la probabilidad de un tercer regreso. Una tercera esperiencia la aumenta de suerte que casi no duda ya que el sol volverá la cuarta vez; y en fin, cuando haya visto á este astro de luz aparecer y desaparecer regularmente diez, veinte, cien veces consecutivas, tendrá por seguro que le verá siempre aparecer, desaparecer y moverse del mismo modo. Cuantas mas observaciones semejantes tuviere, tanto mayor será la certeza de

ver salir el sol al día siguiente: cada observación, esto es, cada día, produce una probabilidad, y la suma de estas probabilidades reunidas, cuando es muy grande, compone la certeza física; y por consiguiente, se podrá espresar esta certeza por números, contando desde el origen del tiempo de nuestra experiencia, y lo mismo será respecto de los demás efectos de la naturaleza; por ejemplo, si se quiere reducir aquí la antigüedad del mundo y de nuestra experiencia á seis mil años, el sol no ha salido para nosotros (1) sino 2.190,000 veces, y como contando desde el segundo día que salió, las probabilidades de salir al día siguiente aumentan como la serie 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 ó 2^{n-1} . Se tendrá (cuando en la serie natural de los números, n es igual á 2.190,000), se tendrá, digo $2^{n-1} = 2^{2.189.999}$, lo cual es ya un número tan prodigioso que no podemos formarnos idea de él; y por esta razón debe considerarse la certeza física como compuesta de inmensas probabilidades, pues postergando el principio de la creación solamente dos mil años, esta inmensidad de probabilidades llega á ser 2^{2000} veces mas que $2^{2.189.999}$.

(1) Digo *para nosotros*, ó mas bien para nuestro clima, porque esta cuenta no sería exacta para el clima de los polos.

VII.

Pero no es tan fácil apreciar el valor de la analogía, ni, por consiguiente, hallar la medida de la certeza moral, siendo á la verdad el grado de probabilidad el que da la fuerza al raciocinio analógico; y la analogía en sí misma no es mas que la suma de las relaciones con las cosas conocidas; con todo, segun que esta suma ó esta relacion en general sea mayor ó menor, será mas ó menos segura la consecuencia del raciocinio, sin que por esto sea nunca absolutamente cierta: dícame, por ejemplo, un testigo á quien tengo por hombre de luces, que en la ciudad acaba de nacer un niño; le creeré sin dudar porque el hecho del nacimiento de un niño nada incluye que no sea ordinario, y antes bien tiene infinitas relaciones con cosas conocidas, esto es, con el nacimiento de todos los demas niños; y así creeré este hecho aunque sin estar absolutamente cierto de él: si el mismo hombre me dice que el tal niño nació con dos cabezas, tambien lo creeré, aunque mas débilmente, porque un niño con dos cabezas tiene menos relacion con las cosas conocidas: si me añade que el recién nacido, no solamente tiene dos cabezas sino tambien seis brazos y ocho

piernas, justa razon tendria para que me costase trabajo creerle, y sin embargo, por débil que fuese mi creencia, no se la podria rehusar enteramente, porque este monstruo, aunque muy extraordinario, se componia no obstante de partes que tienen todas alguna relacion con las cosas conocidas, sin haber en ellas de extraordinario mas que el conjunto y el número. La fuerza, pues, del racionio analógico será siempre proporcional á la misma analogía, esto es, al número de relaciones con las cosas conocidas; y para hacer un buen racionio analógico, solo se necesitará enterarse bien de todas las circunstancias, compararlas con las circunstancias análogas, sumar el número de estas, tomar despues un modelo de comparacion al cual se refiera el valor hallado, y se tendrá exactamente la probabilidad; esto es, el grado de fuerza del racionio analógico.

VIII.

Hay segun esto prodigiosa distancia entre la certeza física, y la especie de certeza que puede deducirse de la mayor parte de las analogías: la primera es una suma inmensa de probabilidades que nos obliga á creer, la segunda solo es una probabilidad mayor ó menor, y á veces tan

corta que nos deja perplejos. La duda está siempre en razon inversa de la probabilidad, ó es tanto mayor cuanto mas limitada la probabilidad. En el órden de las certezas producidas por la analogía debe colocarse la certeza moral, la cual aun parece ocupa el medio entre la duda y la certeza física; y este medio no es un punto, sino una línea de grande estension, y cuyos extremos es muy difícil determinar. Bien se deja conocer que la certeza moral depende de cierto número de probabilidades; pero resta saber qué número sea este, y si nos es dable determinarlo con la misma exactitud con que hemos representado el de la certeza física.

Despues de haber reflexionado sobre esto, y discurrido que de todas las probabilidades morales posibles la que mas sensacion hace en los hombres, por lo general, es el temor de la muerte, inferí desde luego que todo temor ó toda esperanza, cuya probabilidad sea igual á la que produce el temor de la muerte, puede tomarse en lo moral por la unidad á que se debe referir la medida de los demas temores; y del mismo modo he referido á aquella unidad la medida de las esperanzas, pues no hay mas diferencia entre la esperanza y el temor que la del positivo al negativo, por lo que las probabilidades, tanto del temor como de la esperan-

za, deben ser medidas del mismo modo. Bajo este concepto quiero indagar cual es realmente la probabilidad de que un hombre que está sano y que por consiguiente, no tiene el mas mínimo temor de la muerte, muera no obstante dentro de veinte y cuatro horas. Consultando las tablas de mortalidad, veo deducirse de ellas que solo se pueden apostar diez mil ciento ochenta y nueve contra uno, á que un hombre de cincuenta y seis años vivirá mas de un dia (1); y siendo así que todo hombre de esta edad, en la cual la razon ha adquirido toda su madurez y la esperiencia toda su fuerza, no tiene, sin embargo, ningun temor de morir dentro de veinte y cuatro horas, no obstante que solo se pueden apostar diez mil ciento ochenta y nueve contra uno, á que no morirá en aquel corto intervalo de tiempo; infiero que toda probabilidad igual ó menor debe reputarse por nula, y que todo temor ó toda esperanza que baje de diez mil, no debe hacernos impresion, ni aun ocuparnos un instante el corazon ni la mente (2).

(1) Véanse adelante las resultas de las tablas de mortalidad.

(2) Habiendo comunicado esta idea al Sr. Daniel Bernoulli, uno de los mayores geómetras de nuestro siglo, y el mas versado en la ciencia de las probabi-

Para esplicarme con mas claridad , supongamos que en una lotería en que no hay mas de un solo lote y diez mil billetes , un hombre tome un solo billete : digo que la probabilidad de obtener el lote , no siendo mas que de uno contra diez mil , su esperanza es nula ; pues ya no hay mas probabilidad , esto es , mas razon de esperar el lote , que la que hay de temer la muerte dentro de las veinte y cuatro horas , y que no haciéndole ninguna sensacion este temor , tampoco se la debe causar la esperanza del lote , ni aun mucho menos , pues la intensidad del temor de la muerte es mucho mayor que la inten-

lidades , me contestó en carta escrita en Basilea el 19 de marzo de 1762 , lo siguiente :

« Me parece muy bien el método de Vm. para apreciar los límites de las probabilidades morales. Vm. consulta la naturaleza del hombre por sus acciones , y supone por hecho cierto que nadie recela por la mañana morir aquel dia : siendo esto así , como segun el dictámen de Vm. muere uno de cada diez mil , infiere que $\frac{1}{10000}$ de probabilidad no debe hacer ninguna impresion en el espiritu del hombre , y , por consiguiente , que este $\frac{1}{10000}$ debe considerarse como nada absoluto. Esto es , sin duda , discurrir como matemático filósofo ; pero este ingenioso principio conduce al parecer á una cantidad mas pequeña , porque la exencion de temor no existe segu-

sidad de cualquiera otro temor, ó de otra cualquiera esperanza. Si, á pesar de la evidencia de tal demostracion, se obstinase este hombre en tener esperanza, y sorteándose todos los dias una lotería semejante tomase cada dia un nuevo billete, contando siempre con obtener el lote, se podria, para desengañarle, apostar con él, sin ninguna ventaja, que moriría antes de haber ganado el lote.

Lo mismo sucede en todos los juegos, apuestas, riesgos, aventuras ó casualidades: en una palabra, en todos los casos en que la probabilidad es menor que un diez mil, debe ser y es

ramente en los que se hallan ya enfermos. No me opongo al principio de Vm., pero entiendo que conduce mas bien á $\frac{1}{1000000}$ que á $\frac{1}{100000}$.”

No negaré al Sr. Bernoulli como el diez milésimo está tomado de las tablas de mortalidad, que nunca representan sino al *hombre* en mediano estado, esto es, á los hombres en general, sanos ó enfermos, vigorosos ó débiles, quizá se puede apostar algo mas de diez mil contra uno, que un hombre que se mantiene bueno y está sano y robusto, no morirá en las veinte y cuatro horas; pero falta mucho para que esta probabilidad deba aumentarse hasta cien mil. Finalmente, esta diferencia, aunque muy considerable, no altera en nada las principales consecuencias que deduzco de mi principio.

en efecto absolutamente nula ; y por la misma razon, en todos los casos en que esta probabilidad es mayor que diez mil, constituye para nosotros la mas completa certeza moral.

IX.

De aquí podemos inferir , que la certeza física es á la moral :: $2^{2.189999} : 10.000$; y que siempre que un efecto , cuya causa ignoramos absolutamente , acaece del mismo modo trece ó catorce veces consecutivas , estamos moralmente ciertos de que todavía acaecerá del mismo modo una décimaquinta vez , porque $2^{13} = 8192$, y $2^{14} = 16.384$, y por consiguiente , cuando este efecto ha sucedido trece veces , pueden apostarse 8192 contra uno á que sucederá la décimaquarta vez ; y cuando ha sucedido catorce veces se pueden apostar 16.384 contra uno á que sucederá igualmente una décimaquinta vez , lo cual hace una probabilidad mayor que la de 10.000 contra uno , esto es , mayor que la probabilidad que constituye la certeza moral.

Acaso me dirán que , aunque no tengamos temor de muerte repentina, falta mucho para que la probabilidad de la muerte repentina sea cero, y para que su influencia sobre nuestra conducta sea nula moralmente. Un hombre dotado de una

alma noble, que amase á alguno, ¿no se baldonaria á sí mismo el retardar por espacio de un dia las diligencias que debian asegurar la felicidad de la persona amada? Si un amigo nos confia un depósito considerable, ¿no ponemos el mismo dia una nota en aquel depósito para que conste á quién pertenece? Claro es que en estos casos procedemos como si la probabilidad de la muerte repentina fuese alguna cosa, y tenemos razon para proceder de este modo: por consiguiente la probabilidad de la muerte repentina no se debe considerar como nula en general.

Esta especie de objecion se desvanecerá, si consideramos que á veces hacemos mas por los otros que por nosotros mismos. Cuando se pone una nota al instante que se recibe un depósito, esta diligencia se ejecuta únicamente por deferencia hácia el propietario del depósito, por su tranquilidad, y no por temor de nuestra muerte en las veinte y cuatro horas. Lo mismo diremos del ardor con que se procura la felicidad de alguno ó de la nuestra: no es la sensacion del temor de una muerte tan próxima la que nos guia; nuestra propia satisfaccion es quien nos anima: en todas las cosas que pueden producirnos placer, deseamos anticiparlo todo lo posible.

Un argumento que pudiera parecer mas fundado es, que todos los hombres son propensos á

lisonjearse ; que la esperanza nace al parecer de un menor grado de probabilidad que el temor, y que, por consiguiente, no hay derecho para sustituir la medida de la una á la medida del otro : el temor y la esperanza son sensaciones y no determinaciones, y no solo es posible, sino tambien mas que verosímil que estas sensaciones no se midan por el grado justo de probabilidad ; y si esto es así ¿deberá dárseles una medida igual, ni aun señalarles medida alguna ?

A esto respondo, que la medida de que se trata no se funda en las sensaciones, sino en las razones que deben producirlas, y que todo hombre cuerdo debe apreciar el valor de estas sensaciones de temor ó de esperanza, únicamente por el grado de probabilidad ; porque aun cuando la naturaleza, para felicidad del hombre, le hubiese dado mayor propension á la esperanza que al temor, no por esto dejaria de ser cierto que la probabilidad es la verdadera medida de uno y otro ; y que solo mediante la aplicacion de esta medida puede el hombre desengañarse de sus falsas esperanzas, ó asegurarse contra sus mal fundados temores.

Antes de dar fin á este artículo debo prevenir que conviene no engañarse en cuanto á lo que he dicho de los efectos cuyas causas ignoramos ; porque yo hablo solamente de aquellos efectos

cuyas causas, aunque ignoradas, se deben suponer constantes, como son las de los efectos naturales: todo nuevo descubrimiento en física, autorizado con trece ó catorce experimentos todos conformes, tiene ya un grado de certeza igual al de la certeza moral, y este grado de certeza se aumenta al doble á cada nuevo experimento; de suerte que multiplicándolos se acerca mas y mas á la certeza física. Pero no debe inferirse de este raciocinio que los efectos de la casualidad sigan la misma ley; pues aunque es verdad que en un sentido estos efectos son del número de aquellos, cuyas causas inmediatas ignoramos, tambien sabemos que en general estas causas lejos de poder suponerse constantes, son por el contrario necesariamente variables y versátiles cuanto cabe. Así, por la misma nocion de la casualidad, es evidente que no hay ningun enlace, ninguna dependencia entre sus efectos, y que, por consiguiente, lo pasado en nada puede influir sobre lo venidero; y seria engañarse mucho y aun de por medio, si de los sucesos anteriores se intentase sacar alguna razón en pro ó en contra de los sucesos posteriores. Supongamos, por ejemplo, que un naipe haya ganado tres veces consecutivas: no por esto será menos probable que gane la cuarta vez; é igualmente se puede apostar á que ganará ó á que perderá,

sea el que fuere el número de veces que hubiere ganado ó perdido, siempre que las leyes del juego fueren tales que las casualidades en él sean iguales. Presumir ó creer lo contrario, como sucede á ciertos jugadores, es ir contra el principio mismo de la suerte, ó no acordarse de que, mediante las convenciones del juego, encuéntrase aquella repartida con igualdad.

X.

En los efectos cuyas causas percibimos, una sola prueba es suficiente para obrar la certeza física. Veo, por ejemplo, que en un reloj el peso hace dar vuelta á las ruedas, y que estas hacen caminar el volante: inmediatamente, y sin necesidad de nuevas esperiencias, me aseguro de que el volante se moverá siempre del mismo modo en tanto que el peso haga girar las ruedas. Esta es consecuencia necesaria de la disposicion y colocacion que nosotros mismos hemos dado á la máquina al tiempo de construirla; pero cuando vemos un fenómeno nuevo, un efecto anteriormente desconocido en la naturaleza, como ignoramos sus causas, y estas pueden ser constantes ó variables, permanentes ó intermitentes, naturales ó accidentales, no tenemos mas medios para adquirir certeza de ellas, que la

esperiencia repetida cuantas veces fuere necesario. En este caso nada depende de nosotros : no conocemos sino á medida que experimentamos , y no nos aseguramos sino por el efecto mismo y por su repetición ; pero cuando haya sucedido trece ó catorce veces del mismo modo , entonces tendríamos ya un grado de probabilidad igual á la certeza moral , de que sucederá igualmente una décimaquinta vez ; y de este punto podríamos en breve atravesar un intervalo inmenso , y concluir por analogía que este efecto depende de las leyes generales de la naturaleza : que es , por consiguiente tan antiguo como todos los demás efectos ; que hay certeza física de que sucederá siempre como siempre ha sucedido , y que lo único que le faltaba era haberlo observado.

En las suertes que nosotros mismos hemos dispuesto , balanceado y calculado , no podemos decir que ignoramos las causas de los efectos ; es verdad que ignoramos la causa inmediata de cada efecto en particular ; pero vemos claramente la causa primera y general de todos los efectos. Yo ignoro , por ejemplo , y ni aun puedo imaginar de modo alguno , cual es la diferencia de los movimientos de la mano para esceder ó no esceder del número de diez jugando con tres dados , siendo así que la mano es la causa inmediata del suceso ; pero veo evidentemente ,

por el número y puntos de los dados, que son aquí las causas primeras y generales, que las suertes son absolutamente iguales, y que es indiferente apostar que se escederá, ó que no se escederá de diez. Veo además que estos mismos acaecimientos, cuando se suceden, no tienen ningún enlace; pues á cada tirada de los dados la casualidad es siempre la misma, y sin embargo siempre es nueva: que la jugada anterior no puede tener ninguna influencia sobre la tirada que se la sigue: que se puede apostar siempre igualmente en pro y en contra; y por último, que cuanto mas dure el juego, tanto mas se acercará á la igualdad el número de los efectos en pro y el de los efectos en contra; de suerte que, en este asunto, cada experimento da un producto enteramente opuesto al de los experimentos sobre los efectos naturales, esto es, la certeza de la inconstancia en vez de la de la constancia de las causas. En estos cada experimento aumenta en razon dupla la probabilidad del regreso del efecto, esto es, la certeza de la constancia de la causa; y, por el contrario, en los efectos de la suerte cada experimento aumenta la certeza de la inconstancia de la causa, demostrándonos siempre mas y mas ser esta absolutamente versátil y del todo indiferente para producir uno y otro de estos efectos.

Cuando un juego de suerte es por su naturaleza perfectamente igual, el jugador no tiene ninguna razon para determinarse á este ó aquel partido, pues de la igualdad que se supone en el juego, resulta necesariamente que no hay razones sólidas para preferir el un partido al otro; y por lo mismo, si se deliberase, la determinacion precisamente se habria de fundar en razones frívolas. Por esto la lógica de los jugadores me ha parecido totalmente viciosa, y aun los hombres de talento que se dejan llevar de la passion del juego, incurren, en calidad de jugadores, en absurdos de que presto se avergüenzan como hombres de razon.

XI.

Finalmente, todo esto supone que despues de haber balanceado las casualidades y haberlas igualado, como en el juego del *pasa-diez* con tres dados, estos mismos dados, que son los instrumentos de la casualidad, tengan toda la perfeccion posible, esto es, que sean perfectamente cúbicos, que su materia sea homogénea, y que los puntos esten pintados en ellos y no señalados en hueco, para que un lado del dado no pese mas que otro; pero como no se ha concedido al hombre hacer nada perfecto, y además no hay

dados trabajados con esta rigorosa exactitud, es posible á veces reconocer por la observacion á qué lado la imperfeccion de los instrumentos de la suerte hace inclinar la casualidad. Para esto solo se necesita observar atentamente y por mucho tiempo la serie de los sucesos, contarlos con exactitud, y comparar sus números relativos; y si de estos dos números el uno escede con mucho al otro, se podrá inferir de ello, con gran razon, que la imperfeccion de los instrumentos de la suerte destruye la igualdad perfecta de la casualidad, y le da realmente una inclinacion mas fuerte á un lado que á otro. Supongo, por ejemplo, que antes de ponerse á jugar al pasadiez, uno de los jugadores fuese tan astuto, ó por hablar con mas propiedad, tan fullero, que hubiese anticipadamente tirado mil veces los tres dados de que se han de servir, y reconocido que de estas mil esperiencias las seiscientas han pasado de diez: este jugador tendrá desde luego una gran ventaja contra su adversario apostando á pasar de diez, pues por la esperiencia, la probabilidad de pasar de diez con aquellos mismos dados, será á la probabilidad de no pasar de $10 :: 600 : 400 :: 3 : 2$. Esta diferencia, que proviene de la imperfeccion de los instrumentos, puede por consiguiente conocerse por medio de la observacion, y por esto los jugadores

suelen mudar de naipes y de dados cuando no les favorece la fortuna.

Así, por oscuros que sean los destinos, y por impenetrable que nos parezca lo por venir, pudiéramos no obstante en algunos casos, y por medio de reiteradas esperiencias, llegar á tener tanta noticia de los acontecimientos futuros como la tendrían unos entes, ó por mejor decir unas naturalezas superiores que dedujesen inmediatamente los efectos de sus causas. Aun en las mismas cosas que parece son de pura suerte, como los juegos y las loterías, se puede tambien conocer la propension de la casualidad. Por ejemplo, en una lotería que sale cada quince dias, y de la cual se publican los números que ganan, si se observa cuales son los que han ganado con mas frecuencia en uno, dos ó tres años consecutivos, se podrá inferir con razon, que estos mismos números ganarán todavia con mas frecuencia que los otros; porque de cualquier modo que se varíe el movimiento y la posicion de los instrumentos de la suerte, es imposible hacerlo con la perfeccion necesaria para conservar la igualdad absoluta de la casualidad. En hacer colocar y mezclar los billetes hay cierta rutina que en el seno mismo de la confusion produce cierto órden, y es causa de que ciertos billetes deban salir con mas frecuencia que otros.

Lo mismo sucede en la disposicion de los naipes. Estos tienen una especie de serie, de la cual se pueden conocer algunos términos á fuerza de observacion, pues juntándolos en la fábrica se sigue cierta rutina: el mismo jugador tiene su rutina para barajarlos; y todo ello se hace de un cierto modo con mas frecuencia que de otro; en cuyo supuesto el observador atento á un gran número de resultas, apostará siempre con gran ventaja que tal naipe, por ejemplo, seguirá á tal otro naipe. Digo que este observador tendrá una gran ventaja, porque debiendo ser las casualidades absolutamente iguales, la menor desigualdad, esto es, el menor grado de probabilidad que haya de mas, tiene grandísima influencia en el juego, el cual no es en sí mas que una apuesta multiplicada y repetida siempre. Si esta diferencia, reconocida por la esperiencia de la inclinacion de la casualidad, fuese solamente de un centésimo, es evidente que en cien apuestas, el observador ganaria lo que hubiese apostado, esto es, la cantidad que aventura á cada vez; de suerte, que un jugador armado de estas observaciones ilícitas, no puede á la larga dejar de arruinar á todos sus adversarios. Pero vamos á dar un eficaz antídoto contra el mal epidémico de la pasion del juego, y al mismo tiempo al-

gunos preservativos contra la ilusion de tan peligroso arte.

XII.

Sabemos por punto general que el juego es una pasion ansiosa, cuyo hábito es sumamente perjudicial; pero quizá esta verdad no ha sido nunca demostrada sino con esperiencias funestas, sobre las cuales no se ha reflexionado lo bastante para corregirse por medio del convencimiento. Un jugador, que esponiendo cada dia su caudal al capricho de la suerte, se va arruinando poco á poco hasta que al fin se halla enteramente destruido, no atribuye sus pérdidas sino á esta misma casualidad, á la cual acusa de injusta, y siente igualmente lo que ha perdido y lo que no ha ganado. La codicia y una mal fundada esperanza dábanle á su parecer derecho sobre el bien ageno: y no menos avergonzado de hallarse reducido á pobreza, que afligido de verse ya sin medios de satisfacer su codicia, en su desesperacion acusa á su estrella infeliz. No imagina que esta ciega soberana, la fortuna del juego, aunque á la verdad camina con pasos indiferentes é inciertos, siempre su marcha se encamina á un objeto, y se dirige á un término cierto, que es la ruina de los que la incitan: no ve que la indiferencia aparente que

tiene la fortuna para el bien ó para el mal, produce con el tiempo la necesidad del mal, y que una larga serie de casualidades es una cadena fatal, cuya prolongacion trae consigo la fatalidad: no conoce que, además del duro impuesto de los naipes y del tributo, aun mas sensible, que ha pagado á la fulleria de algunos de sus adversarios, ha empleado su vida en hacer pactos ruinosos; y finalmente, que el juego por su misma naturaleza es un contrato vicioso hasta en su principio, un contrato nocivo á cada contratante en particular, y contrario al bien de la sociedad.

No son estos vagos discursos de moral, sino verdades exactas de metafísica, que sujeto al cálculo, ó mas bien á la fuerza de la razon: verdades que intento demostrar matemáticamente á todos los que tienen el entendimiento bastante despejado y la imaginacion harto vigorosa para combinar sin necesidad de geometría, y calcular sin recurrir al álgebra.

No hablaré de los juegos inventados por el artificio y calculados por la avaricia, en los cuales pierde la casualidad parte de sus derechos, y en que la fortuna nunca puede equilibrarse, porque invenciblemente es arrastrada y obligada siempre á inclinarse de un mismo lado; quiero decir, de aquellos juegos en que las casualidades, repartidas desigualmente, presentan una

ganancia tan segura como indecente al uno, y no dejan al otro mas que una pérdida segura é ignominiosa, como en el juego de banca, en el cual el banquero es un estafador notorio, y el que apunta, un necio que se deja engañar, y del cual no se hace mofa por estar así convenido.

Al juego en general, al juego mas igual, y por consiguiente, mas honesto, le encuentro una esecucia viciosa, comprendiendo tambien bajo el nombre de juego todos los convenios, todas las apuestas en que una persona aventura parte de su caudal para obtener igual porcion del caudal ageno; y digo que en general el juego es un pacto mal entendido, un contrato perjudicial á ambos jugadores, y cuyo efecto es hacer siempre la pérdida mayor que la ganancia, y disminuir el bien para acrecentar el mal. La demostracion es tan fácil como evidente.

XIII.

Supongamos dos hombres de iguales facultades, que tienen cada uno cien mil pesos de caudal, y supongamos tambien que estos dos hombres juegan en una ó muchas suertes de dados cincuenta mil pesos, esto es, la mitad de su hacienda: es constante que el que gana solo aumenta su caudal la tercera parte, y que el que

pierde disminuye la mitad del suyo ; porque cada uno de ellos , antes de jugar , tenia cien mil pesos ; pero despues del juego , el uno tendrá ciento y cincuenta mil pesos , esto es , una tercera parte mas de lo que tenia , y al otro solo le quedan cincuenta mil pesos , que es la mitad menos de lo que poseía : luego la pérdida es una sexta parte mayor que la ganancia , por ser esta la diferencia que hay entre el tercio y la mitad : luego , la convencion es nociva para ambos , y por consiguiente , viciosa en su esencia.

Lejos de ser sofístico este raciocinio , es verdadero y exacto , pues aunque uno de los jugadores haya perdido exactamente lo que ha ganado el otro , esta igualdad numérica de la cantidad no impide la desigualdad verdadera de la pérdida y de la ganancia : de suerte que siempre resultará que la igualdad solo es aparente y la desigualdad muy real y efectiva. El pacto que estos dos hombres hacen al tiempo de ponerse á jugar la mitad de su caudal , es igual en cuanto al efecto , á otro pacto que nadie ha pensado hacer , el cual consistiria en convenirse á echar cada uno al mar la duodécima parte de su caudal ; pues se les puede demostrar , antes que aventuren la mitad referida de su hacienda , que siendo necesariamente la pérdida una sexta parte mayor que la ganancia , esta sexta parte debe conside-

rarse como una pérdida real, que pudiendo recaer indiferentemente sobre el uno ó el otro de los dos adversarios, debe por lo mismo partirse entre ambos con igualdad.

Si dos hombres determinasen jugar todo su caudal, ¿cuál sería el efecto de esta convencion? El uno no haria mas que duplicar su caudal, y el otro reduciria el suyo á cero. ¿Y qué proporcion habria en este caso entre la pérdida y la ganancia? La misma que entre todo y nada. La ganancia del uno no es mas que igual á una suma bastante mediana, y la pérdida del otro es numéricamente infinita y moralmente tan grande, que quizá todo el trabajo de su vida no bastaria para adquirir igual caudal.

Por consiguiente, la pérdida es infinitamente mayor que la ganancia cuando se juega toda la hacienda: es una sexta parte mayor que la ganancia, cuando se juega la mitad del caudal; y una vigésima parte mayor cuando se juega la cuarta parte de lo que se posee: en una palabra, por pequeña que sea la porcion de hacienda que se aventure al juego, siempre hay mas pérdida que ganancia; y así el pacto del juego es un contrato vicioso, que tiene por objeto la ruina de los dos contratantes. Verdad nueva, pero utilísima, y que deseo llegue á noticia de todos los que por codicia ú ociosidad emplean su vida en tentar la suerte.

Muchas veces se habia inquirido en qué consistia que la pérdida causa mayor sensacion que la ganancia; y en la realidad no podia darse á esta pregunta una respuesta enteramente satisfactoria, mientras se ignoraba la verdad que acabo de hacer patente. Ahora es fácil la respuesta. Causa mayor sensacion la pérdida que la ganancia, porque, en efecto, suponiéndolas numéricamente iguales, con todo la pérdida es siempre y necesariamente mayor que la ganancia. La sensacion no es en general mas que un raciocinio implícito, menos claro, pero por lo comun mas fino y siempre mas seguro que el producto directo de la razon. Conociase muy bien que el gozo de la ganancia no era igual al sentimiento que nos causaba la pérdida, y esta sensacion no es mas que la resulta implícita del raciocinio que acabo de presentar.

XIV.

El dinero no se debe estimar por su cantidad numérica. Si el metal, que únicamente es signo de las riquezas, fuese la riqueza misma, esto es, si la felicidad ó las ventajas que resultan de la riqueza fuesen proporcionales á la cantidad del dinero, los hombres tendrian motivo de estimarle numéricamente y por su cantidad; pero dista

mucho el que haya justa proporción entre esta cantidad y las ventajas que se consiguen con el dinero. Un hombre que tiene ochenta mil pesos de renta, no es diez veces mas feliz que otro que solo tiene de renta ocho mil. Aun hay mas, y es que cuando el dinero escede de ciertos límites ya casi no tiene valor real, ni puede aumentar la felicidad de su dueño: un hombre que descubriese un monte de oro, no seria mas rico que el que solo encontrase una toesa cúbica del mismo metal.

El dinero tiene dos valores, ambos arbitrarios y ambos de convencion: el uno es la medida de las ventajas del particular, y el otro sirve de tarifa del caudal de la sociedad. El primero de estos valores nunca se ha apreciado sino de un modo muy vago: el segundo es capaz de ser apreciado con exactitud, mediante la comparacion de la cantidad del dinero con el producto de la tierra y del trabajo de los hombres.

Para poder dar algunas reglas exactas sobre el valor del dinero, examinaré algunos casos particulares, cuyas combinaciones se perciben mas fácilmente, y que, como ejemplos, nos conducirán por inducción á la estimacion general del valor del dinero para el pobre, para el rico, y aun para el hombre mas ó menos cuerdo.

Para el hombre que en su estado, sea el que fuere, no tiene mas de lo necesario, el dinero es de un valor infinito; para el hombre que en su estado abunda en superfluidades, el dinero casi no tiene valor. Pero ¿qué es lo necesario y qué es lo supérfluo? Entiendo por lo necesario *el gasto que es indispensable hacer para vivir como siempre se ha vivido*. Con este necesario se puede gozar de comodidades, y aun de placeres, pero en breve la costumbre los ha trasformado en necesidades; y así en la descripcion de lo supérfluo no contaré los placeres á que estamos acostumbrados, y digo que lo supérfluo es *el gasto que puede facilitarnos nuevos placeres*. La pérdida de lo necesario es una pérdida que se siente infinito; y cuando se aventura porcion considerable de este necesario, el riesgo no se puede compensar con ninguna esperanza, por grande que se suponga: al contrario, los efectos de la pérdida de lo supérfluo son limitados; y si aun en lo supérfluo causa mayor sensacion la pérdida que la ganancia, consiste en que siendo siempre por lo general la pérdida efectivamente mayor que la ganancia, esta sensacion se halla fundada sobre este principio que el raciocinio no habia desmenuzado; porque las sensaciones ordinarias están fundadas en nociones comunes ó en inducciones fáciles; pero las sensaciones

delicadas dependen de ideas elevadas y esquisitas, y no son en efecto sino resultas de muchas combinaciones, á veces sobrado finas para ser percibidas con claridad, y casi siempre harto complicadas para poderlas reducir á un raciocinio que pueda demostrarlas.

XV.

Los matemáticos que han calculado los juegos de suerte, y cuyas indagaciones en este género merecen elogios, no han considerado el dinero sino como una cantidad capaz de aumento y de disminucion, sin mas valor que el del número: por consiguiente han apreciado las relaciones de la ganancia y de la pérdida por la cantidad numérica del dinero, y han calculado el riesgo y la esperanza relativamente á esta misma cantidad numérica. Nosotros consideramos aquí el valor del dinero bajo diferente aspecto; y por medio de nuestros principios daremos la solucion de algunos casos embarazosos para el cálculo ordinario. Pongamos por ejemplo esta cuestion del juego de Castillo y Leon. Supónese que dos hombres (Pedro y Pablo) juegan uno contra otro, con la condicion de que Pedro arrojará al aire una moneda todas las veces que sea preciso para que presente Leon, y que si

esto se verifica á la primera tirada, Pablo le dará un ducado; si no sucede hasta la segunda tirada, Pablo le dará dos ducados; si no hace Leon hasta la tirada tercera, le dará cuatro ducados; si hasta la cuarta, Pablo le dará ocho ducados; si no se verifica hasta la quinta, le dará diez y seis ducados, y así sucesivamente, duplicando siempre el número de los ducados: es visible que, mediante esta condicion, Pedro ha de ganar precisamente, y que su menor ganancia debe ser de un ducado, acaso de dos ducados, quizá de cuatro, tal vez de ocho, de diez y seis, de treinta y dos ducados, etc. Puede ser tambien de quinientos doce ducados, de diez y seis mil trescientos ochenta y cuatro ducados, etc.; quizá de quinientos veinte y cuatro mil cuatrocientos cuarenta y ocho ducados, y aun de diez millones, de cien millones, de cien mil millones; y finalmente, de una infinidad de ducados, pues no hay imposibilidad en arrojar al aire la moneda cinco, diez, quince, veinte, mil, cien mil veces sin que presente Leon. Pregúntase cuanto debe dar Pedro á Pablo para indemnizarle, ó lo que viene á ser lo mismo, qué suma es equivalente á la esperanza de Pedro, que no puede dejar de ganar.

Esta cuestión se me propuso la primera vez por el difunto Cramer, célebre profesor de ma-

temáticas en Ginebra, en un viaje que hice á aquella ciudad el año de 1730, diciéndome que anteriormente habia sido propuesta por el señor Nicolás Bernoulli, al caballero de Montmort, como en efecto se encuentra en las páginas 402 y 407 de la *Analyse des jeux de hasard* de este autor. Medité algun tiempo sobre este problema sin encontrar su solución, no ocurriéndome que fuese posible concordar el cálculo matemático con lo que dicta la razón, sin que interviniesen allí algunas consideraciones morales, y habiendo dado parte de mis ideas al Sr. Cramer (1), me

(1) He aquí lo que sobre esta duda dejé por escrito al Sr. Cramer, y de lo cual conservo copia original.

«Mr. de Montmort se contenta con responder al Sr. Nicolas Bernoulli, que el equivalente es igual á la suma de la serie $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$, etc. ducados, continuada á lo infinito, esto es, $= \frac{\infty}{2}$, y yo no creo que en efecto se pueda contestar su cálculo matemático. No obstante lejos de dar un equivalente infinito, no hay hombre de juicio que quisiese dar, no digo 20, pero ni aun 10 ducados.

«La razón de esta contrariedad entre el cálculo matemático y el juicio me parece consistir en la poca proporción que hay entre el dinero y la ventaja que de él resulta. Un matemático en su cálculo no aprecia el dinero sino es por su cantidad, esto es,

dijo que tenia razon, y que él habia resuelto tambien esta cuestion por un medio semejante;

por su valor numérico; pero el hombre moral debe apreciarle de otro modo, y únicamente por las ventajas ó el placer que puede proporcionarle. Es constante que el hombre moral debe tener esto por norte, y estimar únicamente el dinero á proporcion de las ventajas que de él resultan, y no con respecto á la cantidad, la cual, pasando de ciertos límites, no puede en modo alguno aumentar su felicidad; pues casi no seria mas feliz, por ejemplo, con mil millones que con cien millones, ni con cien mil millones que con mil; y así, pasando de ciertos límites, haria muy mal de aventurar su dinero. Si, por ejemplo, todo su caudal consistiese en diez mil ducados, haria un grandísimo disparate en arriesgarlos, y este disparate seria tanto mayor cuanto los diez mil ducados fuesen para él un objeto de consideracion: por consiguiente, creo que su disparate seria infinito si estos diez mil ducados compusiesen parte de lo que precisamente necesita, esto es, si estos diez mil ducados le fuesen absolutamente necesarios para vivir sobre el pie en que fue criado y en que ha vivido siempre. Si estos diez mil ducados son de su sobrante, su necesidad no será tan grande y se disminuirá mas si componen una pequeña parte de su supérfluo; pero nunca dejará de ser necesidad, á menos que pueda mirar esta parte de su supérfluo como indiferente, ó bien que no considere la suma esperada como ne-

y despues me manifestó su solucion, casi como se imprimió posteriormente en las Memorias de

cesaria para lograr un designio, que proporcionalmente le dará tanto gusto cuanto esta misma cantidad es mayor que la que él aventura. Sobre este modo de mirar la felicidad futura, no se pueden dar reglas. Hay personas para quienes la esperanza por sí misma tiene mayor atractivo que los placeres que pudieran proporcionarse con el goce del dinero que aventuran: por consiguiente, para discurrir con mas acierto sobre todas estas cosas, yo diria, por ejemplo, que lo necesario es igual á la cantidad que es preciso esponder para continuar viviendo sobre el pie que siempre se ha vivido; lo necesario de un rey será, por ejemplo 40 millones de reales de renta (pues un rey que tuviese menos, seria un rey pobre): lo necesario de un caballero será 40.000 reales de renta (porque un caballero que tuviese menos, seria un pobre caballero): lo necesario de un plebeyo será 2000 reales, porque, á menos de vivir muy miserable, no puede gastar menos para vivir y sustentar su familia. Yo supondria que lo necesario no puede proporcionarnos nuevos placeres, ó, por hablar con mas exactitud, contaria por nada los placeres ó ventajas de que siempre habemos gozado; y conforme á estos principios definiria lo supérfluo, *lo que pudiera facilitarnos otros placeres ú otras ventajas nuevas.* Diria mas: que la pérdida de lo necesario se siente infinito; y que así no puede ser compensada por

la Academia de Petersburgo, en 1738, á continuacion de una Memoria escelente del Sr. Daniel Bernoulli, sobre *la medida de la suerte*, en la cual he visto que la mayor parte de las ideas de Bernoulli concuerdan con las mias; lo que me ha sido de particular satisfaccion, porque prescindiendo de su gran talento en la geometría, he tenido y reconocido siempre al Sr. Bernoulli por uno de los entendimientos mas delicados de este siglo. La idea de Cramer me pareció tambien muy adecuada y digna de un hombre que nos ha dado pruebas de su pericia en todas las

ninguna esperanza; y que, al contrario, el sentimiento de la pérdida de lo supérfluo es limitado, y puede ser compensado por consiguiente. Creo que experimentamos esta verdad en nosotros mismos cuando jugamos, pues la pérdida por poco que sea considerable, nos causa siempre mayor sentimiento que nos daria gusto una ganancia igual, y esto aun sin que pueda intervenir en ello la mortificacion del amor propio, pues supongo el juego enteramente de pura suerte. Tambien diria que la cantidad del dinero en lo necesario es proporcional á lo que de él nos viene; pero que en lo supérfluo esta proporcion empieza á disminuir, y disminuye tanto mas, quanto el supérfluo es mas grande.

«Hago á Vm. juez de estas ideas, etc. Ginebra 3 de octubre de 1730. *Firmado.* =Le Clerc de Buffon.»

ciencias matemáticas, y á cuya memoria hago esta justicia con tanto mayor gusto, cuanto al trato y amistad de aquel sabio debí parte de las primeras nociones que adquirí en este género. El Sr. de Montmort da la solución de este problema por las reglas ordinarias, y dice que la suma equivalente á la esperanza del que no puede dejar de ganar, es igual á la suma de la serie $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ ducado etc., continuada á lo infinito; y que, por consiguiente, esta suma equivalente es una suma de dinero infinita. La razón en que se funda este cálculo es que hay un medio de probabilidad de que Pedro, que precisamente ha de ganar, ganará un ducado, un cuarto de probabilidad de que ganará dos, un octavo de probabilidad de que ganará cuatro, un décimosexto de probabilidad de que ganará ocho, $\frac{1}{32}$ de probabilidad de que ganará diez y seis etc., á lo infinito; y que, por consiguiente, su esperanza para el primer caso es de medio ducado, porque la esperanza se mide por la probabilidad multiplicada por la suma que se desea obtener; y siendo la probabilidad un medio, y la suma que se desea obtener á la primera tirada un ducado, resulta que la esperanza es medio ducado; del mismo modo, su esperanza para la segunda tirada es también de medio ducado, porque la probabilidad es de un cuarto, y

la suma que se desea tener son dos ducados, y un cuarto multiplicado por dos ducados da medio ducado. Igualmente se hallará que su esperanza en el tercer caso es tambien de medio ducado, para el cuarto caso medio ducado; en una palabra, para todos los casos á lo infinito, siempre medio ducado para cada uno, pues el número de los ducados se aumenta en la misma proporcion que se disminuye el número de las probabilidades; por consiguiente, la suma de todas estas esperanzas es una suma de dinero infinita, y por lo mismo es preciso que Pedro dé á Pablo por equivalente la mitad de una infinidad de ducados.

Este cálculo es matemáticamente verdadero, y nadie puede contestarlo; y así el Sr. de Montmort y los demas geómetras han tenido la cuestion por bien resuelta. Con todo, esta solucion dista tanto de la verdadera, que en lugar de dar una suma infinita, ó una grande cantidad, lo cual es ya muy diferente, no hay hombre de juicio que quisiese dar veinte ducados, ni tampoco diez, para comprar esta esperanza, poniéndose en lugar del que ha de ganar precisamente.

XVI.

La razon de esta extraordinaria contrariedad

entre el juicio y el cálculo procede de dos causas: la primera es, que la probabilidad debe reputarse por nula cuando es muy pequeña, esto es, menor de $\frac{1}{40000}$: la segunda causa es la poca proporción que hay entre la cantidad del dinero y las ventajas que de él resultan. El matemático en su cálculo aprecia el dinero por su cantidad; pero el hombre moral debe apreciarle de otro modo: por ejemplo, si se propusiese á un hombre de mediano caudal que pusiese cien mil pesos á una lotería, porque únicamente se pueden apostar cien mil contra uno á que ganará en ella cien mil veces cien mil pesos, es seguro que la probabilidad de obtener cien mil veces cien mil pesos, siendo de uno contra cien mil, es constante digo, matemáticamente hablando, que su esperanza valdría su postura de cien mil pesos: sin embargo este hombre haría una insigne locura en aventurar aquella cantidad, y sería tanto mayor cuanto mas pequeña fuese la probabilidad de ganar, aunque el dinero que hubiese de ganar se aumentase á proporción, y esto porque con cien mil veces cien mil pesos, no podrá duplicar las ventajas que tendría con cincuenta mil veces cien mil pesos, ni diez veces mas que lograría con diez mil veces cien mil pesos; y como el valor del dinero, por lo que mira al hombre moral, no es proporcional á su

cantidad, sino antes bien á las ventajas que puede facilitar el dinero; es visible que este hombre no debe aventurar sino á proporcion de la esperanza de estas ventajas, las cuales no debe calcular por la cantidad numérica de las sumas que podria obtener, puesto que la cantidad del dinero, pasando de ciertos límites, ya no podria aumentar su felicidad, no siendo mas feliz con cien mil millones de renta, que con mil millones.

XVII.

Para manifestar mejor el enlace y la verdad de lo que acabo de decir, examinémos mas individualmente de lo que han hecho los geómetras la cuestion propuesta; y respecto no poderse resolver por el cálculo ordinario, á causa de la parte moral que se encuentra complicada con lo que hay en ella de matemático, veamos si por otras reglas conseguimos resolverla de un modo que no disuene á la sana razon, y que al mismo tiempo sea conforme á la esperiencia. Esta indagacion no será inútil, pues nos suministrará medios de apreciar con exactitud el valor del dinero y el de la esperanza en todos los casos.

Lo primero que observo es que en el cálculo matemático que da por equivalente de la espe-

ranza de Pedro una cantidad de dinero infinita, esta cantidad infinita de dinero es la suma de una serie compuesta de un número infinito de términos, que todos valen medio ducado; y yo veo que esta serie que matemáticamente debe tener una infinidad de términos, no puede moralmente tener mas de treinta, supuesto que si el juego durase hasta verificarse este trigésimo término, esto es, si no saliese Leon hasta despues de haber tirado veinte y nueve veces, se le deberia á Pedro la cantidad de 520 millones 870 mil 912 ducados, que quizá no asciende á mas el dinero que existe en todo el reino de Francia. Una suma infinita de dinero es un ente imaginario; y todas las esperanzas fundadas en términos á lo infinito que pasan de treinta, tampoco existen sino en la imaginacion. Además, en el caso presente hay una imposibilidad moral que destruye la posibilidad matemática; porque matemática y aun físicamente es posible arrojar la moneda treinta, cincuenta y cien veces consecutivas sin que presente Leon; pero es imposible cumplir la condicion del problema (1),

(1) Por esta razón uno de nuestros mejores geómetras, el difunto Sr. de Fontayne, incluyó en la solución que dió de este problema la declaración del caudal de Pedro, porque en efecto este no puede

esto es, pagar el número de ducados que debería, en el caso que esto sucediese, porque todo el dinero que hay en el mundo no bastaría para componer la cantidad que se debería en llegando solo la cuadragésima tirada, puesto que importaría mil y veinte y cuatro veces mas dinero que el que hay en todo el reino de Francia, y que falta mucho para que en toda la tierra haya mil y veinte y cuatro reinos tan ricos como la Francia.

Si el matemático ha sacado esta suma infinita de dinero por equivalente de la esperanza de Pedro, consiste en que el primer caso le da medio ducado, el segundo caso medio ducado, y cada caso á lo infinito siempre medio ducado: de que se deduce que el hombre moral, contando al principio del mismo modo, se hallará con veinte ducados en lugar de la suma infinita, respecto á que todos los términos que exceden de cuarenta, producen cantidades de dinero tan exorbitantes, que no existen en el mundo; de suerte que solo se debe contar medio ducado por el primer caso, medio por el segundo, medio por el tercero etc., hasta cuarenta, lo cual dar por equivalente sino el total del caudal que posee. Véase esta solucion en las *Mémoires Mathématiques de M. Fontaine*, en 4°. , Paris, 1764.

compone en todo, por equivalente de la esperanza de Pedro, veinte ducados; cantidad harto pequeña y muy diferente de la suma infinita. Todavía se reducirá mucho la cantidad de veinte ducados, si se considera que el término treinta y uno produciría mas de mil millones de ducados, lo cual equivale á suponer que Pedro tendría mucho mas dinero que el que existe en el reino mas opulento de Europa: esto es imposible de suponer, y por consiguiente, los términos desde treinta hasta cuarenta son tambien imaginarios, y las esperanzas fundadas en estos términos deben reputarse por nulas, y de este modo el equivalente de la esperanza de Pedro queda reducido á quince ducados.

Mas se disminuirá aun considerando que no debiendo el valor del dinero estimarse por su cantidad, Pedro no puede hacer cuenta de que mil millones de ducados le servirán el doble que quinientos millones de ducados, ni cuatro veces mas que doscientos y cincuenta millones de ducados etc.; y que por consiguiente, la esperanza del término treinta no es medio ducado, como tampoco lo es la esperanza del veinte y nueve, del veinte y ocho etc., sino que el valor de la esperanza, que matemáticamente se halla ser medio ducado por cada término, debe disminuirse desde el segundo término, é ir siempre

en disminucion hasta el último término de la serie, respecto á que el valor del dinero no se debe apreciar por su cantidad numérica.

XVIII.

¿Como le estimarémós, pues? ¿Como hallarémós la proporcion de su valor segun las diferentes cantidades? ¿Y que vienen á ser dos millones de ducados, si no son el doble de un millon de la misma moneda? ¿Podemos dar reglas exactas y generales para esta estimacion? Parece que cada uno debe primeramente conocer su estado, y despues apreciar su suerte y la cantidad de dinero que necesite, con proporcion á su estado y al uso que puede hacer de ella; pero este método es todavía vago y sobrado individual para que pueda servir de principio, y yo creo que pueden encontrarse medios mas generales y mas seguros de hacer dicha estimacion. El primer medio que se ofrece es comparar el cálculo matemático con la esperiencia, pues en muchos casos podemos, como ya dejo dicho, llegar á conocer por medio de esperiencias reiteradas, el efecto de la suerte, con tanta seguridad como si le dedujésemos inmediatamente de sus causas.

He hecho 2048 experimentos sobre esta cues-

tion, esto es, he jugado 2048 veces á este juego, haciendo que un niño tirase al aire la moneda. Las 2048 tiradas produjeron en todo 10.057 ducados; y así la suma equivalente á la esperanza del que no puede dejar de ganar, es con corta diferencia de cinco ducados por cada tirada. En este experimento hubo 1061 tiradas que solo produjeron un ducado, 494 que produjeron dos, 232 que produjeron cuatro, 137 que produjeron ocho, 56 que produjeron diez y seis, 29 que produjeron treinta y dos, 25 que produjeron sesenta y cuatro, 8 que produjeron ciento veinte y ocho, y finalmente 6 tiradas que produjeron doscientos cincuenta y seis ducados. Estas resultas generales las tengo por exactas, porque además de estar fundadas en un gran número de experimentos, concuerdan con otro raciocinio matemático, por el cual resulta casi el mismo equivalente de cinco ducados, y es el siguiente. Si se tira al aire la moneda 2048 veces, debe haber naturalmente 1024 tiradas que no producirán mas de un ducado cada una, 256 que producirán cuatro, 128 que producirán ocho, 64 que producirán diez y seis, 32 que producirán treinta y dos, 16 que producirán sesenta y cuatro, 8 que producirán ciento veinte y ocho, 4 que producirán doscientos cincuenta y seis, 2 que producirán quinientos doce, 1 que

producirá mil veinte y cuatro , y en fin una partida que no se puede apreciar , pero que tampoco se puede omitir sin cometer error sensible ; pues yo pudiera suponer , con solo alterar muy levemente la igualdad de la suerte , que habria , en lugar de 1024 tiradas , 1025 que no produjesen mas de un ducado ; fuera de que el equivalente de ésta tirada no puede , cuando mas , esceder de quince ducados , pues queda visto que por una tirada en este juego todos los términos que pasan del treinta de la serie producen cantidades de dinero que no existen , y que por consiguiente , el equivalente mayor que se puede suponer es quince ducados. Juntando ahora todos estos ducados que naturalmente debo esperar de la indiferencia de la suerte , hallo 11.265 ducados correspondientes á 2048 tiradas , las cuales , conforme á este raciocinio , producen con muy corta diferencia cinco ducados y medio por equivalente , difiriendo el experimento solo en cerca de $\frac{1}{11}$.

Bien veo que se me podrá replicar que esta especie de cálculo que da cinco ducados y medio por equivalente , cuando se juegan 2048 tiradas , daria un equivalente mayor si las tiradas fuesen en mucho mayor número ; pues se halla , por ejemplo , que si en lugar de 2048 tiradas solo se hacen 1024 , el equivalente es

muy cerca de cinco ducados ; que si solo es de 512 el equivalente solo asciende á muy cerca de cuatro ducados y medio ; que si no se tira mas de 256 veces, queda reducido á cuatro ducados, y así sucesivamente siempre en disminucion ; pero la razon de esto es , que la tirada que no se puede apreciar, es entonces parte considerable del todo , y tanto mas considerable, cuanto es menor el número de las tiradas ; y que por consiguiente , es preciso un gran número de estas como 1024 , ó 2048 , para que dicha tirada pueda considerarse como de poco valor, ó tal vez como nula. Siguiendo el mismo método , se hallará que si se hace un millon 48.576 tiradas, el equivalente , conforme á este racionio , será casi de diez ducados ; pero en lo moral todo es digno de atencion , y segun esto se verá que no es posible jugar una partida en que haya un millon 48.576 tiradas , porque suponiendo solamente dos minutos de tiempo por la duracion de cada tirada , incluso el tiempo necesario para pagar , etc., se ve que seria forzoso jugar por espacio de dos millones 97.152 minutos , esto es mas de trece años consecutivos , á seis horas cada dia, lo cual es un convenio moralmente imposible. Y si bien se examina , se hallará que entre no jugar mas que una tirada , y jugar el mayor número de tiradas moralmente posibles,

este mismo raciocinio que da equivalentes diversos para todos los diferentes números de tiradas, da también por equivalente medio cinco ducados. Así insisto en decir que la suma equivalente á la esperanza del que no puede dejar de ganar es cinco ducados, en lugar de la mitad de una suma infinita de ducados, como lo han asegurado los matemáticos, y como parece lo exigen los cálculos.

XIX.

Veamos ahora si, según esta determinación, será posible sacar la proporción del valor del dinero, relativamente á las utilidades que de él resultan.

La progresión de las probabilidades es $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512} \dots \frac{1}{2^{\infty}}$.

La progresión de las cantidades de dinero que se esperan es 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 126, 256 .. $2^{\infty-2}$.

La suma de todas estas probabilidades multiplicada por las de todas las sumas de dinero que deberían producir, es $\frac{\infty}{2}$, que es el equivalente que da el cálculo matemático por la esperanza del que no puede dejar de ganar; pero hemos visto que esta suma $\frac{\infty}{2}$ no puede, en realidad, esceder de cinco ducados, y por

consiguiente, es preciso buscar una serie tal que la suma, multiplicada por la serie de las probabilidades, sea igual á cinco ducados, y siendo geométrica esta serie, igualmente que la de las probabilidades se hallará que es 1, $\frac{9}{5}$, $\frac{81}{25}$, $\frac{729}{125}$, $\frac{6561}{625}$, $\frac{59049}{3125}$, en lugar de 1, 2, 4, 8, 16, 32.

Se ve que esta serie 1, 2, 4, 8, 16, 32, etc., representa la cantidad del dinero, y por consiguiente su valor numérico y matemático, y que la otra serie 1, $\frac{9}{5}$, $\frac{81}{25}$, $\frac{729}{125}$, $\frac{6561}{625}$, $\frac{59049}{3125}$, representa la cantidad geométrica del dinero dado por la experiencia, y por consiguiente su valor moral y real.

He aquí, pues, una estimacion general y bastante exacta del valor del dinero en todos los casos posibles, é independientemente de toda suposicion. Comparando, por ejemplo, las dos series, se ve que dos mil pesos no producen duplicada utilidad que mil pesos, pues faltaria un quinto, y que 2000 pesos no son en lo moral y en la realidad sino nueve quintos de 2000 pesos, esto es, 1800 pesos. Un hombre que tiene 20.000 pésos de caudal, no debe estimarle como el doble del caudal de otro que tiene 10.000 porque realmente no posee mas de 18.000 pesos, cuyo valor se regula por las ventajas que resultan de él; y del mismo modo, un hombre que tiene

40.000 pesos, no es cuatro veces mas rico que otro que tiene 10.000 pesos, porque comparativamente su riqueza en la realidad solo es de 32.400 pesos; un hombre que tiene 80.000 pesos solo posee, por la misma regla, 58.300 pesos; el que goza de 160.000 pesos no debe contar su riqueza sino de 104.900 pesos, esto es, que aunque tiene diez y seis veces mas caudal que el primero, casi no tiene sino diez veces tanto de verdadera moneda; y del mismo modo, un hombre, cuyo caudal es treinta y dos veces mayor en dinero que el de otro, por ejemplo, que tiene 320.000 pesos en comparacion de un hombre que tiene 10000 pesos, no es rico en la realidad sino de 188.000 pesos, esto es, diez y ocho ó diez y nueve veces mas rico, en lugar de treinta y dos veces, etc.

El avaro es como el matemático: ambos estiman el dinero por su cantidad numérica. El hombre juicioso no considera en el dinero ni el número ni la cantidad, sino solamente las ventajas que puede producirle; y de este modo discurre mejor que el avaro, y reflexiona mas bien que el matemático. El escudo que el pobre reserva para pagar un impuesto á que está obligado, y el escudo que completa el talego de un asentista tienen igual valor para el avaro y para el matemático: este los contará por dos unida-

des iguales, y aquel se los apropiará con igual satisfaccion; pero el hombre juicioso contará el peso duro del pobre por un doblon, y el del asentista por un cuarto.

XX.

Otra consideracion que debe corroborar esta estimacion del valor moral del dinero, es que una probabilidad debe reputarse como nula cuando solo es de $\frac{1}{10000}$; esto es, cuando es tan pequeña como el temor que no se tiene de morir en las veinte y cuatro horas. Aun puede decirse que atendida la intensidad del temor de la muerte, que es mucho mayor que la intensidad de todas las demas sensaciones de temor ó de esperanza, debe considerarse casi como nulo el temor ó esperanza que solo tuviese $\frac{1}{1000}$ de probabilidad. El hombre mas pusilánime pudiera sortear sin emocion alguna si la cédula de muerte estuviese mezclada con diez mil cédulas de vida; y el hombre intrépido debe sortear sin temor, si la cédula está mezclada con mil. Así en todos los casos en que la probabilidad no llega á un milésimo, se la debe reputar casi por nula. Hallándose pues en nuestra cuestion que la probabilidad de $\frac{1}{1024}$ desde el término décimo de la serie $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512}, \frac{1}{1024}$, se

deduce que discurriendo moralmente debemos desechar todos los términos subsecuentes y ceñir todas nuestras esperanzas á este décimo término, el cual produce aun cinco ducados por el equivalente que buscábamos, y confirma por consiguiente la exactitud de nuestra determinacion.

Reformando y abreviando por este término todos los cálculos en que la probabilidad no llega á un milésimo, no habrá contradiccion entre la razon y el cálculo matemático, y se desvanecerán todas las dificultades de este género. El hombre penetrado de esta verdad no se entregará de aquí adelante á esperanzas vanas ni á temores infundados, y no espondrá voluntariamente su ducado para ganar mil, á menos de ver claramente que la probabilidad excede de un milésimo. Finalmente se corregirá de la frívola esperanza de hacer gran fortuna con muy cortos medios.

XXI.

Hasta ahora no he discurrido y calculado sino para el hombre verdaderamente sabio que se determina por la razon; ¿pero no debemos hacer tambien alguna atencion al gran número de hombres á quienes la ilusion ó la pasion enga-

ñan, y que de ordinario se engañan gustosos? ¿No hay aun que perder en presentar siempre las cosas como ellas son? La esperanza, por pequeña que sea la probabilidad, ¿no es un bien para todos los hombres, y el único bien de los infelices? Despues de haber calculado para el sabio, calculemos tambien para el hombre mucho menos raro, que goza de sus errores mas que de su razon. Prescindiendo de los casos en que por falta de todos los medios un rayo de esperanza es un supremo bien, y prescindiendo de las circunstancias en que agitado el corazon no puede reposar sino sobre los objetos de su ilusion, y no goza sino de sus deseos, ¿no hay millares de ocasiones en que la misma prudencia debe proponerse un volúmen de esperanza, á falta de una masa de bien real? Por ejemplo, la voluntad de hacer bien, reconocida en los que tienen las riendas del gobierno, aunque se halle sin ejercicio; derrama sobre todo un pueblo una suma de felicidad que no puede computarse: y aunque la esperanza hubiese sido vana, es un bien real de que se goza anticipadamente á los otros bienes. Me hallo precisado á confesar que la plena sabiduria no constitaye la plena felicidad del hombre; que por desgracia la sola razon nunca tuvo sino un corto número de auditores indiferentes, ni produjo entusiastas; que el hom-

bre colmado de bienes no se juzgaria feliz si no esperase otros nuevos; que lo superfluo llega á ser con el tiempo muy necesario; y que la única diferencia que hay en esto entre el prudente y el que no lo es, consiste en que este último, desde el instante en que tiene una superabundancia de bien, convierte este agradable superfluo en triste necesario, y arregla su estado conforme á su nueva fortuna; mientras el hombre prudente, no usando de esta superabundancia sino para derramar dádivas y procurarse algunos placeres nuevos, economiza el consumo de este superfluo al paso que multiplica la posesion.

XXII.

Las grandes esperanzas son el cebo de que se valen los que andan á caza de dinero; y el gran secreto de los que inventan loterías consiste en ofrecer cantidades considerables con pequeñísimas probabilidades, que en breve se aumentan por la pasion de la codicia. Estos estafadores aumentan aun este producto imaginario dividiéndolo, y dando por poquísimo dinero, que cualquiera puede gastar, una esperanza que, aunque mucho mas pequeña, parece tiene parte en la magnitud de la suma total. Ignórase que cuando la probabilidad es menor que un milé-

simo, la esperanza es nula, por grande que sea la suma prometida, respecto á que cualquiera cosa, por grande que sea, se reduce á nada desde que necesariamente se multiplica por nada como lo es en este caso la gran cantidad de dinero multiplicada por la probabilidad nula, y como lo es en general todo número que multiplicado por cero, es siempre cero. Tambien se ignora que prescindiendo de la reduccion á nada de las probabilidades, desde que son menores que un milésimo, la esperanza sufre una disminucion de precio sucesivo y proporcional al valor moral del dinero, menor siempre que el valor numérico; de suerte que el que tuviese la esperanza numérica al parecer dupla de la de otro, no tendrá sino $\frac{9}{5}$ de esperanza efectiva en lugar de 2; sucediendo lo mismo á aquel á quien la esperanza numérica es 4, pues no tendrá sino $3\frac{3}{5}$ de esperanza moral, cuyo producto solo es efectivo; en lugar de 8, este producto es $5\frac{104}{125}$; en lugar de 16 es $10\frac{311}{625}$; en lugar de 32, $18\frac{2799}{3125}$; en lugar de 64, $34\frac{191}{15625}$; en lugar de 128, $61\frac{47342}{78125}$; en lugar de 256, $10\frac{77971}{390625}$; en lugar de 512, $198\frac{701739}{1953125}$; en lugar de 1024, $357\frac{456276}{9765625}$, etc., de donde se deduce cuanto difiere, en todos casos, la esperanza moral de la numérica por el producto real que resulta, debiendo el hombre prudente despreciar como fal-

sas todas las proposiciones, aunque se hallen demostradas por el cálculo, en que la grandísima cantidad de dinero parezca compensar la pequeñísima probabilidad; y si quisiese arriesgar con menos desventaja no debe poner nunca sus fondos á la mayor aventura, sino dividirlos. No es lo mismo esponer en una sola nave cuatrocientos mil reales, ó cien mil reales en cuatro naves; porque se tendrá ciento por el producto de la esperanza moral en el último caso, cuando únicamente se tendrá ochenta y uno por este mismo producto en el primer caso; siendo por esto mas seguramente lucrativos los comercios en que la masa de la venta está dividida en mayor número de deudores. El dueño de la masa no puede sufrir mas que ligeras quiebras, en lugar de que bastaria una sola para arruinarle, si esta masa de su comercio pasase por sola una mano, ó no pudiese dividirse sino entre un corto número de deudores. Jugar fuerte, en el sentido moral, es jugar á un mal juego; un *apunte* á la *banca*, á quien se le antojase seguir con todas sus cartas hasta *quincelevar*, perderia casi la cuarta parte del producto de su esperanza moral, pues mientras su esperanza numérica es de sacar 16, la esperanza moral únicamente es de $13 \frac{404}{125}$, y lo mismo sucederia en otros infinitos ejemplos que podriamos añadir; resultando de todos que

el hombre prudente debe arriesgar lo menos que sea posible, y que cuando su situación ó su comercio le obligan á esponer fondos considerables, debe dividirlos, y separar de sus especulaciones todas las esperanzas cuya probabilidad es muy pequeña, aunque la suma á que aspire sea proporcionalmente igual á los fondos.

XXIII.

El análisis es el único medio que hasta ahora se ha usado en la ciencia de las probabilidades para determinar y fijar las razones del riesgo, y la geometría pareció no ser á propósito para un asunto tan intrincado; sin embargo, mirándolo de cerca, se reconocerá fácilmente que la ventaja del análisis sobre la geometría es absolutamente accidental, y que el riesgo, según se halle modificado por las condiciones con que se proponga, se averiguará por el método geométrico igualmente que por el analítico; y para acreditarlo bastará observar que los juegos y las cuestiones de conjetura no se fundan ordinariamente en relaciones de cantidades discretas. El entendimiento humano, mas familiarizado con los números que con las medidas de la estension, prefirió aquellos á estas, como lo prueban los mismos juegos, cuyas leyes son una aritmética

continua; por consiguiente, para poner á la geometría en posesion de sus derechos á la ciencia del riesgo, bastaria únicamente inventar juegos que se fundasen en la estension y sus relaciones, ó calcular el corto número de los de esta naturaleza que ya se conocen; pudiendo servirnos de ejemplo el juego *franc carreau* (1) ó ladrillejo, cuyas condiciones son muy sencillas segun vamos á esplicar.

En un cuarto enlosado con cuadretes iguales, de cualquier figura, se tira á lo alto una moneda; uno de los jugadores apuesta que dicha moneda despues de haber caido se encontrará en *franc carreau*, esto es, sobre un solo cuadrete; el segundo apuesta que la misma moneda se hallará sobre dos cuadretes, esto es, que cubrirá una de las juntas que los separan; el tercer jugador apuesta que la moneda se encontrará sobre dos juntas; y el cuarto, que la moneda se encontrará sobre tres, cuatro ó seis juntas: preguntase las suertes de estos jugadores.

Indago desde luego, primeramente la suerte del primero y segundo jugador, y para hallarla, inscribo en uno de los cuadretes una figura semejante, que diste de los lados de aquel el se-

(1) Juego francés. En algunas partes de Andalucía la llaman del *ladrillejo*.

midiámetro de la moneda: la suerte del primer jugador será á la del segundo, como la superficie de la corona circunscrita es á la superficie de la figura inscrita, lo cual puede demostrarse fácilmente, porque hallándose el centro de la moneda en la figura inscrita, dicha moneda solo puede estar en un cuadro, respecto á que por la construcción la figura inscrita dista por todas partes del contorno del cuadro, una medida igual al radio de la moneda: al contrario, cuando el centro de la moneda cae fuera de la figura inscrita, dicha moneda estará precisamente sobre dos ó mas cuadros, pues entonces su radio es mayor que la distancia que hay del contorno de la figura inscrita al perímetro del cuadro; es así que todos los puntos donde puede caer el centro de la moneda, están determinados en el primer caso por la superficie de la corona que compone el residuo del cuadro: luego la suerte del primer jugador es á la del segundo, como la primera superficie es á la segunda. Vemos, pues, que para igualar la suerte de estos dos jugadores es preciso que la superficie de la figura inscrita sea igual á la de la corona, ó lo que es lo mismo, que sea igual á la mitad de la superficie total del cuadro.

Habiéndome divertido en hacer el cálculo, he hallado que para jugar á juego igual sobre lo-

sillas cuadradas, el lado del cuadrete debe ser al diámetro de la moneda como $1 : 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$; esto es, casi tres veces y media mayor que el diámetro de la pieza con que se juega.

Para jugar sobre cuadretes que sean triángulos equiláteros, el lado del cuadrete debe ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3}}{3 + 3 \sqrt{\frac{1}{2}}}$, esto es, casi seis veces mayor que el diámetro de la pieza.

Sobre cuadretes de la figura de un rombo, el lado debe ser al diámetro de la pieza como

$1 : \frac{\frac{1}{4} \sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}}$, esto es, casi cuatro veces mayor.

Ultimamente, sobre cuadretes exagonales, el lado debe ser al diámetro de la pieza, como

$1 : \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3}}{4 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, esto es, casi duplo.

No hice el cálculo para otras figuras, porque las dichas son las únicas de que se puede llenar un espacio sin dejar intervalos de otras figuras; y no he creído necesario advertir que las juntas de los cuadretes, teniendo alguna anchura, son ventajosas al jugador que apuesta para la junta, y por consiguiente, será muy acertado dar á los cuadretes cuadrados un poco mas de tres veces y media, á los triangulares seis veces, á

los rombos cuatro veces, y á los exagonales dos veces la longitud del diámetro de la pieza con que se juega, para que de este modo sea el juego todavía mas igual.

Averiguo despues la suerte del tercer jugador que apuesta que la moneda se encontrará sobre dos juntas, y para conseguirlo inscribo en uno de los cuadretes otra figura semejante como ya queda dicho, y continuo prolongando los lados de la figura inscrita hasta que encuentren á los del cuadrete, y será la suerte del tercer jugador á la de su adversario, como la suma de los espacios comprendidos entre la prolongacion de dichas líneas y los lados del cuadrete, es á lo restante de la superficie del cuadrete; no necesitando esto para quedar plenamente demostrado, sino de haberlo entendido bien.

Habiendo hecho tambien el cálculo para este caso, hallé que para jugar á juego igual sobre cuadretes cuadrados, el lado debe ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$, esto es, casi un tercio mayor.

Sobre cuadretes que sean triángulos equiláteros el lado debe ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{1}{2}$, esto es, duplo.

Sobre cuadretes que sean rombos el lado debe

ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{\frac{1}{2} \sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, esto es, casi dos quintos mayor.

Sobre cuadretes exagonales el lado debe ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{1}{2} \sqrt{3}$, esto es, un octavo mayor.

El cuarto jugador apuesta que sobre cuadretes de la figura de triángulos equiláteros, la moneda se hallará sobre seis juntas; que sobre cuadretes cuadrados ó rombos, se hallará sobre cuatro juntas; y que sobre cuadretes exagonales se hallará sobre tres juntas: para determinar su suerte describo, haciendo centro en la punta de un ángulo del cuadrete, un círculo igual á la moneda, y digo que sobre cuadretes triángulos equiláteros, su suerte será á la de su adversario, como la mitad de la superficie de este círculo es á la restante del cuadrete; que sobre cuadretes cuadrados ó rombos su suerte será á la del otro como la superficie entera del círculo es á la del residuo del cuadrete; y que sobre cuadretes exagonales su suerte será á la de su adversario como el duplo de la superficie del círculo es á la restante del cuadrete. Supongamos que la circunferencia del círculo es al diámetro como veinte y dos es á siete; tendrémos que para jugar á juego igual sobre cuadretes triangulares y equiláteros, el lado del cuadrete debe ser al diá-

metro de la pieza como $1 : \frac{\sqrt{7\sqrt{3}}}{22}$, esto es, un poco más que un cuarto mas grande.

Sobre cuadretes rombos la suerte será la misma que sobre cuadretes triángulos equiláteros.

Sobre cuadretes cuadrados el lado debe ser al diámetro de la pieza, como $1 : \frac{\sqrt{11}}{7}$, esto es, cerca de un quinto mayor.

Sobre cuadretes exagonales el lado debe ser al diámetro de la pieza como $1 : \frac{\sqrt{21\sqrt{3}}}{44}$ esto es, casi un décimo tercio mayor.

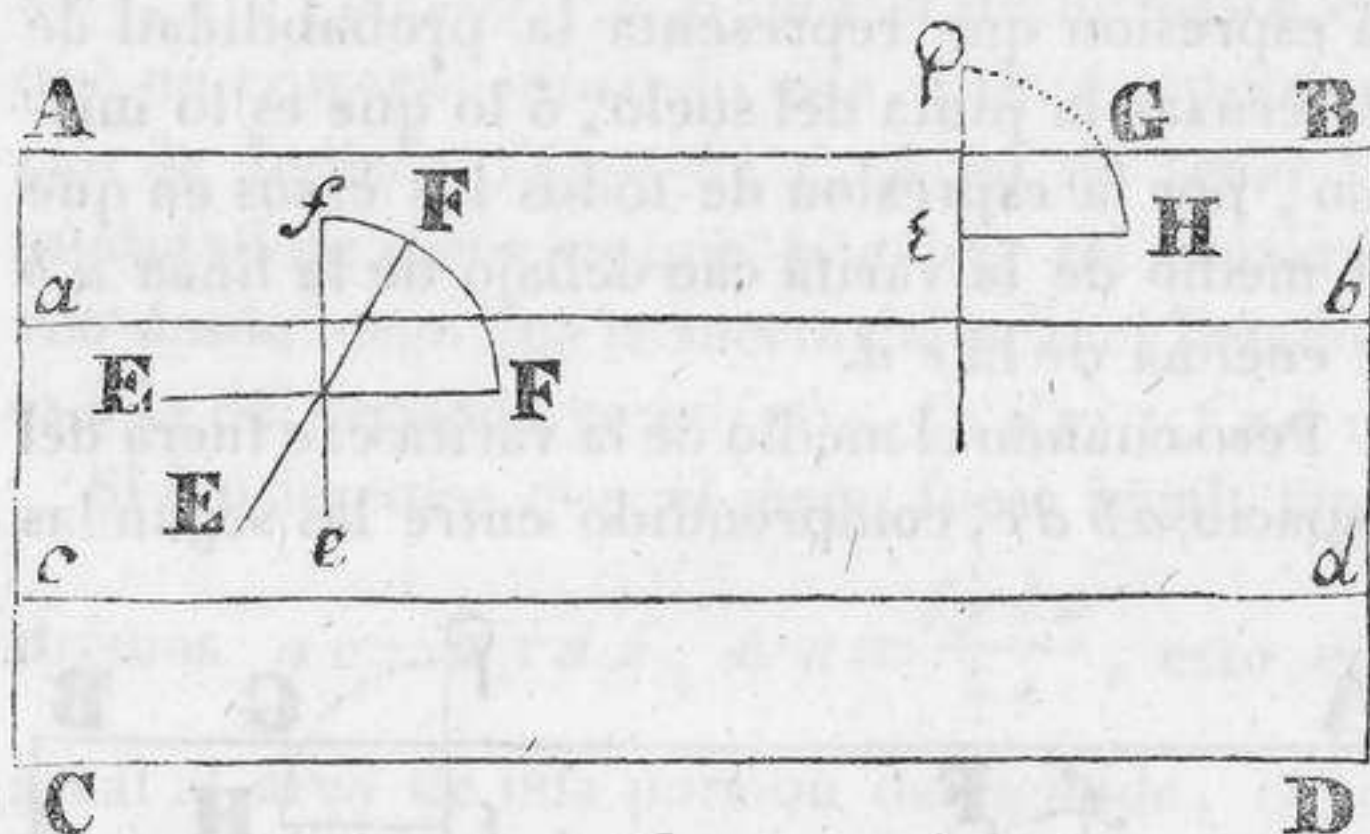
He omitido la solución de otros muchos casos, como por ejemplo, cuando uno de los jugadores apuesta que la moneda caerá sobre una, dos ó tres juntas, etc., que no tienen mas dificultad que los precedentes; á más de que rara vez se juega á este juego con otras condiciones que las mencionadas.

Pero si en lugar de tirar al aire una moneda redonda, se tirase una pieza de otra figura, un doblon cortado de España, una aguja ó una varita, etc., entonces en el problema tendria mas uso la geometría, aunque siempre seria posible su solución por la comparación de los espacios como vamos á demostrarlo.

Supongamos que en un cuarto, cuyo suelo

está simplemente dividido por juntas paralelas, se tire al aire una varita, y que uno de los jugadores apueste que la varita no cruzará ninguna de las paralelas del suelo, y que el otro apueste al contrario que cruzará alguna, se pregunta la suerte de estos dos jugadores. *Puede jugarse este juego sobre un tablero de damas, con una aguja de coser ó un alfiler sin cabeza.*

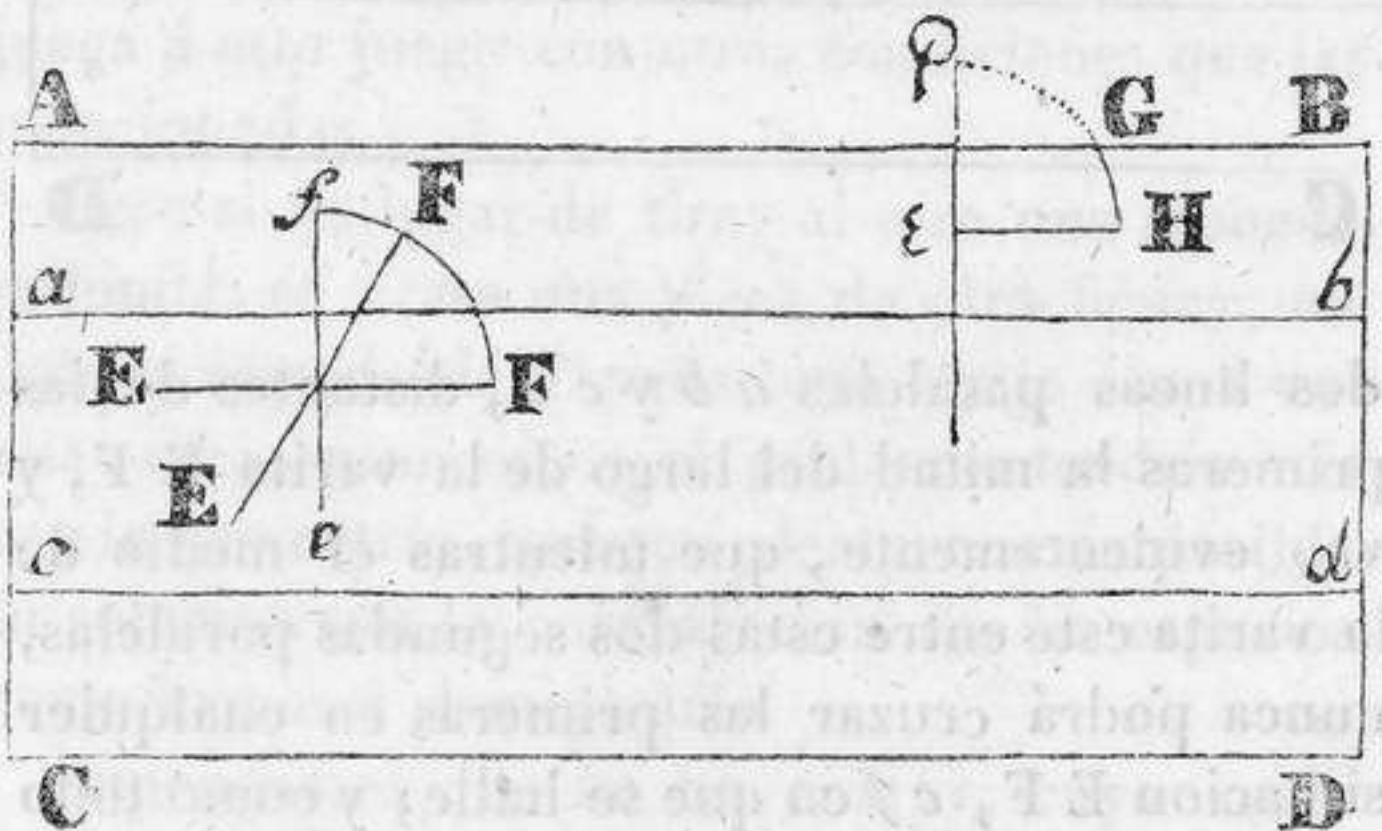
Para encontrarla, desde luego tiro entre las dos juntas paralelas, A B y C D del suelo, otras



dos líneas paralelas *a b* y *c d*, distantes de las primeras la mitad del largo de la varita *E F*, y veo evidentemente, que mientras el medio de la varita esté entre estas dos segundas paralelas, nunca podrá cruzar las primeras en cualquier situación *E F*, *e f* en que se halle; y como todo

lo que puede acaecer sobre $a b$ acaece igualmente debajo de $c d$, solo se trata de determinar uno ú otro, á cuyo fin observo que todas las situaciones de la varita pueden ser representadas por el cuarto de círculo, cuyo diámetro es del largo de la varita: llamo $2a$ la distancia $C A$ de las juntas del suelo, c el cuarto de la circunferencia, cuyo diámetro es del largo de la varita, á la cual llamo tambien $2b$, y f la longitud $A B$ de las juntas, y tendré $f(a-b)c$ por la espresion que representa la probabilidad de no cruzar la junta del suelo, ó lo que es lo mismo, por la espresion de todos los casos en que el medio de la varita cae debajo de la línea $a b$ y encima de la $c d$.

Pero cuando el medio de la varita cae fuera del espacio $a b d c$, comprendido entre las segundas



paralelas, dicha varita puede, según su situación, cruzar ó no la junta; de forma, que hallándose, por ejemplo, el medio en ε , el arco φ G representará todas las situaciones en que cruzará la junta, y el arco G H todas aquellas en que no la cruzará, sucediendo lo mismo con todos los demás puntos de la línea $\varepsilon \varphi$; y así llamemos $d x$ las partículas de esta línea, y los arcos de círculo φ G, y tendremos $f(f y d x)$ por la expresión de todos los casos en que la varita cruzará, y $f(b c - f y d x)$ por la de los casos en que no cruzará: sumando esta última expresión con la hallada $f(a - b) c$, á fin de tener la totalidad de casos en que la varita no cruzará, veo desde luego que la suerte del primer jugador es á la del segundo como $(a c - f y d x) : f y d x$.

Si quisiésemos que el juego fuese igual, ten-

drémos $a c = 2 f d x$, ó $a = \frac{f y d x}{\frac{1}{2} c}$, esto es,

igual al área de una porción de cicloide, cuyo círculo generador tuviese por diámetro $2 b$ que es el largo de la varita; pero como sabemos que el área de esta cicloide es igual al cuadrado del

radio, se sigue que $a = \frac{b b}{\frac{1}{2} c}$, esto es, que la

longitud de la varita debe tener á corta diferencia las tres cuartas partes de la distancia de las juntas del suelo.

La solución de este primer caso nos conduce fácilmente á la de otro que á primera vista parecería mas difícil, y el cual es determinar la suerte de los jugadores, estando el cuarto enlozado con cuadretes cuadrados, porque inscribiendo en uno de los cuadretes un cuadrado que diste por todas partes de los lados del cuadrete la cantidad b , tendremos desde luego $c(a-b)^2$ por la espresion de una parte de los casos en que la varita no cruzará la junta: sucesivamente se hallará $(2a-b)fydx$ por la de todos los casos en que cruzará; y finalmente $cb(2a-b) - (2a-b)fdyx$ por los demas casos en que no cruzará, y por tanto la suerte del primer jugador es á la del segundo como $c(a-b)^2 + cb(2a-b) - (ca-b)fdyx : (2a-b)fydx$.

Si queremos que el juego sea igual, tendremos $c(a-b)^2 + cb(2a-b) = (2a-b)^2 fy$

dx ; ó $\frac{\frac{1}{2}ca^2}{2a-b} = fydx$; pero $fydx = bb$; se-

gun ya hemos visto, luego $\frac{\frac{1}{2}ca^2}{2a-b} = b^2$; por

consiguiente el lado del cuadrete debe ser á la longitud de la varita, á corta diferencia como $\frac{41}{22} : 1$, quiero decir, que no llega á ser duplo. Jugándose sobre un tablero de damas con una

aguja que tuviese de largo la mitad del lado de los cuadretes del tablero, sería ventajoso apostar que la aguja cruzaría las juntas.

Jugando con una moneda cuadrada hallaríamos, por medio de un cálculo semejante, que la suma de las suertes será á la suerte del jugador que apuesta á favor de la junta como $a^2 c : 4 a b b \sqrt{\frac{1}{2}} - b^3 - \frac{1}{2} A b$, llamando A el exceso de la superficie del círculo circunscrito al cuadrado, y b la semidiagonal del mismo cuadrado.

Bastan estos ejemplos para dar una idea de los juegos que pueden imaginarse fundados en las relaciones de la estension; pudiéndonos proponer muchas cuestiones de la misma especie, las cuales serian curiosas y aun útiles, como si por ejemplo se nos preguntase cuanto se arriesga en atravesar un rio sobre una tabla mas ó menos ancha; qué temor debe tenerse del rayo ó de la caída de una bomba; y otra variedad de problemas de conjetura, en los cuales no ha de considerarse sino la relacion de la estension, y que por consecuencia pertenecen á la geometría igualmente que al análisis.

XXIV.

Desde los primeros pasos que se dan en el estudio de la geometría tenemos que tratar del

infinito, y desde los primeros tiempos lo traslucieron los geómetras. La cuadratura de la parábola y el tratado de *número arenæ* de Arquímedes, prueban que este hombre célebre tenía del infinito todas aquellas ideas que deben tenerse, las cuales se han estendido y combinado de diferentes modos; y finalmente se encontró el arte de aplicarlas el cálculo, sin que haya variado el fundamento de la metafísica del infinito, hasta que en estos últimos tiempos nos lo han presentado algunos geómetras bajo aspecto tan diverso que los antiguos, y tan distante de la naturaleza de las cosas y de la verdad, que se ha desconocido hasta en las obras de estos grandes matemáticos. De lo dicho nacieron las oposiciones y contradicciones que ha padecido el cálculo infinitesimal, y las disputas de los geómetras sobre el método de usar este cálculo, y sobre los principios en que se funda: asombrábanse de la especie de prodigios que obraba este cálculo, y siguió la confusión al asombro; creyeron que el infinito producía todas aquellas maravillas; imaginóse que el conocimiento del infinito se había negado á todos los siglos, excepto al nuestro para el cual estaba reservado; y finalmente, sobre este asunto se forjaron sistemas que tan solo sirvieron para oscurecer las ideas. Trataremos un poco de la naturaleza de este infinito, que

ilustrando á los hombres parece haberlos deslumbrado.

Nosotros tenemos ideas claras de la magnitud; vemos que generalmente las cosas pueden aumentarse ó disminuirse, y la idea de una cosa que se aumenta ó disminuye se nos representa con tanta facilidad y familiaridad como la idea de la cosa misma; cualquiera cosa que se nos presenta ó que imaginamos, vemos la posibilidad de aumentarla ó disminuirla, y nada estorba ni destruye esta posibilidad, pudiendo siempre concebirse la mitad de la cosa mas pequeña y el duplo de la mas grande: puede tambien concebirse que la cosa puede ser ciento, mil, cien mil veces mas pequeña ó mas grande, y en esta posibilidad de aumento sin límites consiste la verdadera idea que se debe tener del infinito, la cual dimana de la de lo finito, pues cosa finita es la que tiene términos ó límites, siendo lo infinito la misma cosa que lo finito cuando se la considera sin términos ó límites; por consiguiente la idea del infinito es solamente una idea de privacion, y no tiene objeto real. No es este lugar oportuno para manifestar que el espacio, el tiempo y la duracion no son infinitos reales; pero nos contentaremos con probar que no hay en la actualidad número infinito, ó infinitamente pequeño, ó mayor ó menor que un infinito, etc.

El número es un conjunto de unidades de la misma especie, y la unidad que no es número señala en general una cosa, manifestando el primer número 2, no solamente dos cosas, sino dos cosas semejantes, esto es, dos cosas de la misma especie, sucediendo lo mismo con los demás números: por consiguiente estos números son puramente representaciones, y nunca existen con independencia de las cosas que representan, ni los caracteres que los señalan les comunican realidad, antes bien los mismos números necesitan un sugeto, ó por mejor decir, un conjunto de sugetos que representar para que su existencia sea posible. Hablo de una existencia inteligible, porque ellos no pueden tenerla real; pero como una suma de unidades ó de sugetos solo puede ser finita, esto es, que pueden señalarse en ella las partes de que consta, infiérese que el número no puede ser infinito por mas aumento que se le dé.

Preguntaráseme acaso, ¿el último término de la serie natural uno, dos, tres, cuatro, etc. es infinito? ¿No hay últimos términos de otras series todavía mas infinitos que el último término de la serie natural? Generalmente parece que los números deben por último llegar á ser infinitos, pues siempre son capaces de recibir aumento. A lo cual respondo que el incremento de que son

capaces prueba con evidencia que no pueden ser infinitos; y añado que en estas series no hay último término, y que suponerlo es destruir la esencia de la serie, que consiste en la sucesion de unos términos á quienes deben seguir otros, y á estos todavía otros, todos de la misma naturaleza que los precedentes, quiero decir, todos finitos, y compuestos de unidades: por tanto, cuando se supone que la serie tiene último término, y que este es un número infinito, es oponerse á la definicion del número, y vulnerar la ley general de las series.

La mayor parte de nuestros errores metafísicos proviene de la realidad que damos á las ideas de privacion; porque conocemos lo finito, le atribuimos propiedades reales, sucesivamente le despojamos de ellas; y considerándole despues de haberle así despojado, le desconocemos, creyendo haber creado un nuevo ser, cuando solo hemos destruido alguna parte del que anteriormente nos era conocido.

Ya sea grande ó ya pequeño el infinito, no debe considerarse sino como una privacion, como una sustraccion de la idea de lo finito, de que podemos servirnos como de una suposicion que en algunos casos puede auxiliar para simplificar las ideas, y debe generalizar sus resultados en la práctica de las ciencias; por lo cual todo

el arte consiste en sacar partido de esta suposición, procurando aplicarla á los objetos que se consideren: todo el mérito está pues en la aplicación, en una palabra, en el uso que se haga de ella.

XXV.

Fúndanse todos nuestros conocimientos en relaciones ó comparaciones, y todo por consiguiente, es relacion en el universo; por lo mismo todo puede medirse, y nuestras mismas ideas, siendo relativas, nada tienen de absoluto habiendo, segun queda demostrado, diferentes grados de probabilidad y de certeza; y así la evidencia tiene mas ó menos claridad, mas ó menos intensidad, segun los diferentes aspectos, esto es, segun las relaciones bajo las cuales se presenta; de modo que la verdad comunicada y comparada por diversos entendimientos, aparece bajo relaciones mayores ó menores, respecto á que afirmar ó negar una proposición todos los hombres en general, parece que da mas fuerza á las verdades mas bien demostradas, y mas independientes de toda convencion.

Las propiedades de la materia, que evidentemente nos parecen distintas unas de otras, no tienen entre sí relacion alguna; por cuyo motivo la estension no puede compararse con la gra-

vedad, la impenetrabilidad con el tiempo, el movimiento con la superficie etc., no siendo común á estas propiedades sino el sugeto que las une y da el ser, y así cada una de ellas, consideradas con separacion, necesita una medida de su misma especie, esto es, una medida diferente de las demas.

Medidas aritméticas.

No era posible aplicar á la materia una medida comun que fuese real, pero usamos de la medida intelectual que se presentó naturalmente, á la cual llamamos número, y este tomado en el sentido general es el *orden de las cantidades*. Aunque el número sea medida universalmente aplicable á todas las propiedades de la materia, sin embargo esta medida no existe sino cuando su aplicacion la hace real, y que no puede concebirse con independendencia del sugeto, bien que se ha conseguido tratarla como una cosa real, representando los números por caractéres arbitrarios, á los cuales se han ligado las ideas de relacion tomadas del sugeto, y por este medio se ha logrado poder medir sus relaciones sin entrar en cuenta las relaciones de las cantidades que ellos representan.

Esta medida ha llegado á ser mas familiar al

entendimiento humano que las otras medidas, siendo ella puramente el resultado de sus reflexiones; y las que hace sobre las medidas de otro género tienen siempre por objeto la materia, y están frecuentemente envueltas en obscuridades. Este número ó esta medida que abstractamente nos parece tan perfecta, tiene, sin embargo, muchos defectos en su aplicación, y ordinariamente sucede que la dificultad para la resolución de varios problemas de las ciencias matemáticas consiste en el uso y aplicación violenta que es necesario hacer de una medida numérica absolutamente muy larga ó muy corta. Los números sordos, las cantidades que no pueden integrarse, y todas las aproximaciones acreditan la imperfección de la medida, y aun mas la dificultad de las aplicaciones.

No obstante lo dicho, no era posible á los hombres aplicar con una perfección absoluta esta medida numérica, pues para ello hubiera sido necesario que nuestros conocimientos de las diversas propiedades de la materia fuesen de un mismo orden, y que estas mismas propiedades tuviesen relaciones análogas; correspondencia imposible y contraria á la naturaleza de nuestros sentidos, cada uno de los cuales produce una idea de género diferente é incommensurable.

XXVI.

Podíase haber usado de esta medida con mas sagacidad, valiéndose de las relaciones de los números de un modo mas cómodo y mas feliz en la aplicacion; este defecto no dimanaba de no haber comprendido perfectamente las leyes de nuestra aritmética, sino de haberse establecido sus principios con mucha arbitrariedad y sin reparar en lo que era necesario para asignarles una exacta conveniencia con las relaciones reales de las cantidades.

La espresion del progreso de esta medida numérica, ó la escala de nuestra aritmética, hubiera podido ser diferente, y el número 10 no era quizá tan propio como otro número para servirle de fundamento, pues por poco que se reflexione en este asunto, se verá fácilmente que toda nuestra aritmética gira sobre este número 10 y sus potencias, esto es, sobre el mismo número 10 multiplicado por sí mismo, no siendo los demas números primitivos mas que los signos de los cocientes, ó los coeficientes y los índices de estas potencias; de forma que todo número es siempre un múltiplo, ó una suma de múltiplos de las potencias de 10; para manifestar claramente lo dicho, obsérvese que la serie de las

potencias de diez, 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 , 10^4 etc., es la serie de los números, 1, 10, 100, 1000, 10.000 etc., y que así un número cualquiera como *ocho mil seiscientos cuarenta y dos*, no es otra cosa que $8 \times 10^3 + 6 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 2 \times 10^0$; esto es, una serie de potencias de diez multiplicada por distintos coeficientes. En la numeración ordinaria el valor de los lugares de derecha á izquierda es siempre proporcional á esta serie 10^0 , 10^1 , 10^2 , 10^3 etc., y la uniformidad de esta serie ha permitido que en la práctica bastasen los coeficientes, y se comprendiese en ellos esta serie de diez igualmente que los signos + que en toda suma de cosas determinadas y homogéneas pueden suprimirse escribiendo sencillamente 8642.

Es, pues, el número 10 la raíz de todos los demás números enteros, esto es, la raíz de nuestra escala de aritmética ascendente; y desde la invención de las fracciones decimales es también el número 10 la raíz de nuestra escala de aritmética descendente; y las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ etc., ó $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$ etc., en una palabra, todas las fracciones de que se ha usado hasta la invención de las decimales, y de que todavía se usa, no pertenecen á la misma escala de aritmética, sino que forman una escala nueva, de lo cual nacieron las dificultades del cálculo, las reducciones

á mas simple espresion, la poca rapidez de las converjencias en las series, y ordinariamente la dificultad de sumarlas; de manera que las fracciones decimales han dado á nuestra escala de aritmética una parte que la faltaba, y á nuestros cálculos la uniformidad neceseria para las comparaciones inmediatas, siendo este todo el partido que se podia sacar de esta idea.

El número 10, esta raiz de nuestra escala de aritmética, ¿debió ser el preferido entre los demás números? ¿Por qué se le prefirió cuando cualquiera pudo ser la raiz de una escala de aritmética? Puede creerse que la conformacion de la mano, y no un principio de reflexion, determinaron este punto. El hombre empezó á contar por sus dedos, y le pareció que ningun número le era mas propio que el 10 por quanto le tenia mas inmediato á la vista; y quizá esta fue la única razon porque el número 10 tuvo la preferencia, pudiendo corroborarse esta conjetura con el exámen de la naturaleza de las demás escalas, comparándolas con nuestra escala decenaria.

— Sin emplear caracteres seria fácil construir una buena escala decenaria, bien esplicada por medio de las inflexiones y de los diversos movimientos de los dedos y de las manos, la cual seria bastante para todos los usos de la vida civil,

y para todas las indicaciones necesarias; siendo natural esta aritmética en el hombre, es muy probable que haya estado y que aun esté frecuentemente en uso, por cuanto se funda en una razon física é invariable, que durará tanto como la especie humana, y por cuanto esta razon es independiente del tiempo y de la reflexion que presuponen las artes.

Considerando nuestra escala decenaria con toda la perfeccion que le ha dado la invencion de los caracteres, no podemos dudar que como se cuenta hasta nueve, y despues se vuelve á empezar uniendo el segundo carácter al primero, el segundo al segundo, este al tercero, etc., se podria en lugar de contar hasta nueve, no llegar sino á ocho, y desde allí empezar, ó bien hasta siete ó hasta cuatro, ó no llegar mas que hasta dos; y por la misma razon seria arbitrario pasar de diez antes de volver á empezar, como por ejemplo, hasta once, doce, sesenta, ciento etc., de que se sigue que quanto mas largas son las escalas, menos lugar queda para los cálculos, de modo que en la escala centenaria, donde se empleasen cien distintos caracteres, no se necesitaria mas de uno, como *C*, para espresar ciento; en la escala docenaria, en que se usasen doce diversos caracteres, serian necesarios dos, es á saber 8, 4; en la escala decenaria serian nece-

sarios tres 1, 0, 0; en la escala cuaternaria, en que se empleasen los cuatro caracteres 0, 1, 2 y 3, serian necesarios cuatro 1, 2, 1, 0; en la escala ternaria cinco, á saber: 1, 0, 2, 0, 1; y finalmente en la escala binaria siete, á saber: 1, 1, 0, 0, 1, 0, 0, para espresar ciento.

XXVII.

Pero ¿cual de todas las escalas dichas es la mas cómoda, y cual debió preferirse? No puede dudarse en efecto que la decenaria es mas espedita que las inferiores, esto es, mas espedita que las escalas que no pasen de nueve, de ocho, siete, etc., respecto á que los números ocupan en ellas menos lugar, y á que las escalas inferiores participan mas ó menos del defecto de una espresion sobrado larga; defecto que no se compensa sino por la ventaja de emplear solos dos caracteres 1 y 0 en la aritmética binaria, tres caracteres 2, 1 y 0 en la ternaria, cuatro caracteres 3, 2, 1 y 0 en la escala cuaternaria etc.; lo cual, si bien se mira, no es una ventaja, pues la memoria del hombre retiene con mucha facilidad mayor número de caracteres, como diez ó doce, y aun mas si le es necesario.

Sin dificultad se infiere de lo dicho, que todas las ventajas que Leibnitz supuso á la aritmética

binaria, se reducen á explicar su enigma chino; porque, ¿cómo podrían espresarse grandes números por medio de esta escala, cómo manejarlos, y qué método de abreviacion ó de facilitar los cálculos, cuyas espresiones son muy dilatadas?

El número 10 se ha preferido con razon á todos sus subalternos, pero manifestarémos que no se debió concederle esta primacía sobre todos los demas números superiores. Una aritmética, cuya escala hubiera tenido el número 12 por raiz, seria mucho mas cómoda, los números grandes ocuparian menos lugar, y las fracciones serian mas redondas. Los hombres juzgaron con tanto acierto de esta verdad, que despues de haber adoptado la aritmética decenaria, no dejaron de servirse de la escala docenaria, contando frecuentemente por docenas, por docenas de docenas, ó gruesas, siendo el pie, en la escala docenaria, la tercera potencia de la línea, y la pulgada la segunda. Tómase á veces el número 12 por unidad, y así el año se divide en doce meses, el dia en doce horas, el zodíaco en doce signos, el sueldo (1) en doce dineros; y todas las medidas mas pequeñas ó últimas se arreglan

(1) *Sueldo*, moneda francesa: cinco sueldos componen con muy corta diferencia un real de vellon.

por el número doce, porque pueden dividirse exactamente por dos, tres, cuatro y seis, en lugar de que diez no puede dividirse sino por dos y por cinco, lo cual hace una diferencia esencial en la práctica para la facilidad de los cálculos y de las medidas. En esta escala bastaría añadir dos caracteres, el uno para espresar diez y el otro once, y por este medio tendríamos una aritmética mucho mas fácil de manejar que lo es nuestra aritmética ordinaria.

En lugar de doce podria tomarse por raiz de la escala, cualquier número, como por ejemplo, veinte y cuatro ó treinta y seis, que tuviesen aun mayores ventajas en la division, esto es, mayor número de partes alicuotas que el número 12; en cuyo caso serian necesarios catorce caracteres nuevos para la escala de veinte y cuatro, y veinte y seis caracteres para la de treinta y seis, los cuales deberian tenerse de memoria, sin que haya dificultad en verificarlo, respecto de que fácilmente se retienen las veinte y cuatro letras del alfabeto cuando se aprende á leer.

Confieso que podria hacerse una escala de aritmética, cuya raiz fuese tan grande, que se necesitara mucho tiempo para aprender todos los caracteres; el alfabeto de los Chinos está tan mal dispuesto, ó hablando con mas propiedad,

es tan numeroso, que en aprender á leer se pasa la vida; y siendo este inconveniente el mayor de todos, se ha preferido con justa razon un alfabeto de pocas letras y una raiz de aritmética de pocas unidades, y este es un motivo para preferir en la eleccion de escalas aritméticas el número 12 á otros números mayores; pero lo que debe decidir en su favor es, que en el uso de la vida no necesitan los hombres de una medida tan grande, ni podrian manejarla cómodamente, por lo cual les basta una proporcionada á su propio tamaño, á sus movimientos, y á las distancias á que ellos pueden llegar. Doce debe ser muy grande, pues nos bastan diez, y así querer servirse de un número mucho mayor para raiz de nuestra escala usual, seria pretender medir por leguas la longitud de un aposento.

Los astrónomos ocupados siempre en objetos grandes, y que han tenido que medir grandes distancias, han tomado el número sesenta por raiz de su escala de aritmética y adoptado los caracteres de la escala ordinaria por coeficiente, cuya medida facilita lograr con brevedad una grande exactitud, contando por grados, minutos, segundos, terceros, etc., esto es, por las potencias sucesivas de sesenta; pero como esta escala no está en uso sino en ciertos casos, y como solo sirve para cálculos sencillos, se ha

omitido espresar cada número por un carácter solo, lo cual es sin embargo esencial para conservar la analogía con las otras escalas, y para fijar el valor de los lugares. En esta aritmética los números grandes ocupan menos espacio; pero además de la incomodidad de los cincuenta nuevos caracteres, las razones que hemos dado anteriormente deben hacer preferir, en el uso común, la aritmética de doce.

Seria muy útil que se sustituyese esta escala á la decenaria; pero como para esto seria necesario un trastorno general en las ciencias, no debemos esperar que se cambie jamas nuestra aritmética, pues que todas las grandes obras de cálculo, las tablas de tangentes, de senos, de logaritmos, las efemérides, etc., están hechas sobre esta escala, y que el hábito aritmético, igualmente que el de todas las cosas que son de universal y necesario uso, no puede reformarse sino por una ley que abrogase la costumbre antigua y precisase á los pueblos á valerse del nuevo método.

Por último, seria muy fácil contraer todos los cálculos á esta escala, y la variacion de las tablas no exigiria mucho tiempo, porque generalmente hablando, no es difícil reducir un número de una escala de aritmética á otra, y hallar su espresion, cuya operacion se hace de esta forma.

Cualquiera número de una escala dada puede representarse por la serie

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} +, \text{ etc.}$$

x representa la raíz de la escala aritmética; n la mas alta potencia de esta raíz, ó lo que es lo mismo, el número de lugares menos 1; a, b, c, d son los coeficientes ó los signos de los cocientes. Por ejemplo, 1738 en la escala decenaria será $x = 10, n = 4 - 1 = 3, a = 1, b = 7, c = 3, d = 8$, de suerte que $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3}$ será

$$1. 10^3 + 7. 10^2 + 3. 10^1 + 8. 10^0 = 1000 + 700 + 30 + 8 = 1738.$$

La espresion de este mismo número en otra escala aritmética será $m(x \pm y)^v + p(x \pm y)^{v-1} + q(x \pm y)^{v-2} + r(x \pm y)^{v-3}$.

y representa la diferencia de la raíz de la escala propuesta, y de la raíz de la escala que se pide, luego y es dada igualmente que x . Para determinar v , hágase el número propuesto $ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3}$ etc. igual á $(x \pm y)^v$, ó $A = B^v$; porque valiéndose de los logaritmos tendremos $v = \frac{l. A}{l. B}$. Para determinar los coefi-

cientes m, p, q, r , divídase el número propuesto A por $(x \pm y)^v$, y hágase m igual al cociente en números enteros; despues divídase el residuo por $(x \pm y)^{v-1}$, haciendo p igual al cociente en

números enteros; y del mismo modo divídase el residuo por $(x \pm y)^{v-2}$, haciendo q igual al cociente en números enteros, y así sucesivamente hasta el último término.

Por ejemplo, si en la escala de la aritmética quinary se pide la expresión del número 1738 de la escala decenary

$$x = 10, y = -5, A = 1738, B = 5;$$

luego $v = \frac{\log. 1738}{\log. 5} = \frac{3.2400498}{0.6989700} = 4$ en números enteros.

Divídanse los 1738 por 5^4 ó bien por 625, y será el cociente en números enteros $2 = m$; divídase también el residuo 488 por 5^3 que son 125, y su cociente en números enteros será $3 = p$; del mismo modo, divídase el residuo 113 por 5^2 , ó bien 25, y será el cociente en números enteros $4 = q$; dividiendo igualmente el residuo 13 por 5^1 , el cociente será $2 = r$; y finalmente, dividiendo el último residuo 3 por $5^0 = 1$, el cociente será $3 = s$, y así se ve que la expresión del número 1738 de la escala decenary es 23.423 en la escala de aritmética quinary.

Si se quiere tener la expresión del mismo número 1738 de la escala decenary en la escala aritmética docenary, será $x = 10, r = 2, A = 1738, B = 12$; luego $v = \frac{\log. 1738}{\log. 12} = \frac{3.2400498}{1.0791812}$

$\equiv 3$ en números enteros. Divídanse los 1738 por 12^3 , esto es, 1728, el cociente en números enteros es $1 = m$; sucesivamente divídase el residuo 10 por 12^2 , el cociente en números enteros será $0 = p$; divídase asimismo el residuo 10 por 12^1 , el cociente en números enteros será $0 = q$; y finalmente, divídase este residuo 10 por 12^0 , el cociente será $10 = r$; y el número 1738 de la escala decenaria será, por consiguiente, $100K$ en la escala duodenaria, suponiendo que la letra K espresa el número 10.

Si se hubiese de tener la espresion de este número 1738 en la escala aritmética binaria, será

$$y = -8, B = 2, v = \frac{\log. 1738}{\log. 2} = \frac{3.2400498}{0.3010300} =$$

10 en números enteros; divídanse los 1738 por 2^{10} , ó 1024, el cociente en números enteros será $1 = m$; sucesivamente dividido el resto 714 por 2^9 , ó 512, el cociente será $1 = p$; divídase tambien el residuo 202 por 2^8 , ó 256, el cociente será $0 = q$; asimismo divídase el propio resto 202 por 2^7 , ó 128, el cociente será $1 = r$; divídase igualmente el residuo 74 por 2^6 , ó 64, y será el cociente $1 = s$; y el resto 10 dividido por 2^5 , ó 32, será $0 = t$; este propio resto 10 dividido por 2^4 , ó 16, será $0 = u$; el mismo resto dividido por 2^3 , ó 8, será $1 = w$; el citado resto 10 dividido por 2^2 , ó 4, será $0 = x$; el

enunciado resto 10 dividido por 2^1 , será $1 = y$; y el resto 0 dividido por 2^0 , ó 1, será $0 = z$. Luego el número 1738 de la escala decenaria será 11.011,001.010 en la escala binaria, verificándose lo mismo en todas las demas escalas aritméticas.

Es claro, de consiguiente, que por medio de esta fórmula se puede reducir una escala cualquiera de aritmética á otra cualquiera escala, y que por lo mismo se podrian reducir todós los cálculos y cuentas que hay hechas á la escala duodenaria; pero, siendo tan fácil lo dicho, permítaseme añadir una parte de las ventajas que resultarian de la variacion propuesta; la medicion de tierras, el vareaje y todas las artes en que se usan mediciones, y en que se emplean el pie, la pulgada y la línea, serian mucho mas fáciles, porque estas medidas se encontrarian en el órden de las potencias de doce, y por lo mismo serian parte muy perceptible y esencial de la escala; y todas las artes y oficios en que frecuentemente se presentan el tercio, el cuarto y el sexto, tendrian mas facilidad en sus aplicaciones, y lo que se adelantase con esta aritmética equivaldria al centuplo de utilidad en las demas ciencias y artes.

XXVIII.

Hemos visto que en todas las escalas de aritmética puede espresarse un número por las potencias sucesivas de otro número, multiplicadas por los coeficientes que basten para indicarnos el número que se busca, cuando por la costumbre nos hemos familiarizado con las potencias del número referido, sin que toda la generalidad de este método deje de ser tan arbitraria como lo serian cualesquiera otros que fácilmente se imaginasen.

Los tantos se construyen por una escala cuyas potencias sucesivas en lugar de colocarlas de derecha á izquierda, como en la aritmética ordinaria, se sitúan de abajo arriba en una línea, en la cual es necesario un número de tantos igual al número de unidades de los coeficientes; proviniendo el inconveniente de la cantidad de tantos, de que se emplea una sola figura ó carácter, y para remediar en parte este defecto, se abrevia en la misma línea señalando los números 5, 50, 500, etc., con solo un tanto separado de los demas. Este modo de contar es muy antiguo, sin que por ello deje de ser útil, y por eso las mugeres y otras varias personas que no saben ó no quieren escribir, gustan del uso de

los tantos, que agrada por el hábito, cuya práctica se observa en el juego, lo cual basta para que merezca consideracion.

Será fácil perfeccionar todavía mas este método de aritmética, sirviéndonos de tantos de diversas figuras, de diez, nueve, ó mas bien de doce figuras, todas de distinto valor, y entonces se podria calcular con tanta brevedad como con la pluma, espresándose los mayores números, segun se ejecuta en la aritmética ordinaria, por un cortísimo número de caracteres. En la India los Bracmanes usan de conchitas pequeñas de diferentes colores para hacer los cálculos mas difíciles, como son, por ejemplo, los de los eclipses.

Podiamos tener otras escalas y otras espresiones por medio de distintas leyes, ó de otras suposiciones; por ejemplo, pudieran espresarse todos los números por un solo número elevado á una cierta potencia; y esta suposicion sirve de fundamento para la invencion de todas las escalas logarítmicas posibles, y da los logaritmos ordinarios, tomando el número 10 para elevarle, y representando sus potencias por fracciones decimales, respecto á que 2 puede espresarse por $10 \frac{100000000}{3010300}$; 3 por $10 \frac{400000000}{4771212}$, etc., y en general un número cualquiera n , puede representarse por otro número cualquiera m , ele-

vado á una cierta potencia x . La aplicacion de esta combinacion la debemos á Nieper, y quizá es lo mas ingenioso y útil de la aritmética. En efecto estos números logarítmicos nos dan la medida inmediata de las relaciones de todos los números, y son propiamente los esponentes de estas relaciones, porque las potencias de un número cualquiera están en progresion geométrica; en cuya inteligencia dada la razon aritmética de dos números, se hallará siempre su razon geométrica por sus logaritmos, lo cual reduce todas las multiplicaciones y divisiones á simples adiciones y subtracciones, y las extracciones de raices á simples particiones.

XXIX.

Medidas geométricas.

Como la estension de la materia, está sujeta á variar de magnitud, ha sido el primer objeto de las medidas geométricas. Las tres dimensiones de dicha estension exigieron desde luego tres especies distintas de medidas, que si bien incomparables entre sí, no por eso dejan de usarse para espresar las relaciones de órden y correspondencia. La línea únicamente puede medirse por la línea, y lo mismo sucede con la superficie

y con el sólido, los cuales es necesario medir con una superficie y con un sólido; á pesar de esto, con la línea pueden ordinariamente medirse las tres cosas dichas, á causa de una tácita correspondencia entre la unidad lineal y la unidad de superficie, ó la unidad de sólido; por ejemplo, para medir la superficie de un cuadrado basta medir la longitud de su lado y multiplicarla por sí misma, porque esta multiplicacion produce otra longitud que podemos expresar por un número que representará tambien la superficie hallada; pues la misma razon hay entre la unidad lineal, el lado del cuadrado y la longitud producida, que entre la unidad de superficie, la superficie que se estiende sobre el lado del cuadrado, y la superficie total; y por consecuencia puede tomarse una por otra, sucediendo lo propio con los sólidos, y en general cuando las mismas relaciones de número pueden aplicarse á diversas calidades ó cantidades, podremos siempre medir unas por otras; y esta es la causa de representarse las velocidades por líneas, los espacios por superficies, etc., y de medirse muchas propiedades de la materia por la relacion que ellas mismas tienen con las de la estension.

La estension en longitud se mide siempre por una línea recta tomada arbitrariamente por uni-

dad; con un pie ó una vara tomada por unidad, ó medida justa, se mide una longitud de cien pies ó de cien varas; y con un medio pie, ó una media vara tomada por unidad, ó medida exacta, se miden cien pies y medio, ó cien varas y media; ejecutándose lo mismo con las demas longitudes, excepto las que son inconmensurables como la diagonal y el lado del cuadrado.

La escepcion es legitima, porque depende de la inconmensurabilidad primordial de la superficie con la línea, y de la falta de correspondencia que tienen en ciertos casos las escalas de dichas medidas, cuyo órden es diferente, no debiendo admirarnos de que una superficie dupla de otra insista sobre una línea, sin que podamos hallar en números, la razon que tiene con la otra línea sobre que insiste la primera superficie; pues en aritmética la elevacion á las potencias enteras, como al cuadrado, al cubo, etc., no es otra cosa sino una multiplicacion, ó lo que es lo mismo, una adicion de unidades, y por consiguiente pertenece á la escala de aritmética que se halla en uso; y la serie de todas estas potencias debe encontrarse en ella, como efectivamente se encuentra; pero la extraccion de raices, esto es, la elevacion á potencias fraccionales, no pertenece á la misma escala, así como tampoco podemos espresar en la escala decena-

ria la fracción $\frac{1}{3}$, sino por medio de una serie infinita $\frac{0,333.333}{1,000\ 000}$ etc., ni tampoco se pueden expresar las potencias fraccionarias $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, etc., de muchos números sino por series infinitas, y por consiguiente estas raíces no pueden medirse por el orden de ninguna escala comun; y como la diagonal de un cuadrado es siempre la raíz cuadrada del duplo de un número cuadrado, y este mismo número duplo no puede ser un número cuadrado, se sigue que el número que representa esta diagonal no se encuentra ni puede encontrarse en la escala aritmética, por mas que exista en ella el número que espresa la superficie, porque está representada por una potencia entera, y la diagonal por la potencia fraccionaria $\frac{1}{2}$ de dos, la cual no existe en nuestra escala.

Del mismo modo que se mide una longitud recta con una línea recta, tomada arbitrariamente por unidad, se puede tambien medir un conjunto de líneas rectas, sea cual fuere la posición que guarden entre sí; de donde se ve que la medida de las figuras polígonas no tiene otra dificultad que la repetición de medidas en longitud, y de una adición de sus resultados; pero las curvas se resisten á este método, y nuestra unidad de medida, por pequeña que sea, es siempre muy grande para poderla aplicar á nin-

guna de las partes de aquellas; y así se conoció por lo dicho la necesidad de una medida infinitamente pequeña, y esta misma necesidad dió motivo á la metafísica de los nuevos cálculos, sin los cuales, ú sin otra cosa equivalente, se hubiera tentado en balde la medida de las líneas curvas.

Habíase ya hallado el medio de sujetar las curvas á una ley que determinaba una de sus principales relaciones; esta ecuacion, que es la escala de su progreso, ha fijado su naturaleza y facilitádonos considerarla; cada curva tiene su ecuacion siempre independiente, y de ordinario incomparable con la de otra, á lo cual se aplica en lugar de números el álgebra; y la existencia de las relaciones de las curvas, esto es, las relaciones que asignan su progreso y su figura, solo se ve valiéndonos de esta medida indefinida que se ha podido aplicar á todos sus puntos.

Llámanse *curvas geométricas* todas aquellas cuyo progreso se ha podido medir exactamente; pero cuando la espresion ó la escala de este progreso no se ha medido con exactitud, entonces se llaman *curvas mecánicas* por no habérselas podido sujetar á una ley como á las demas; pues las ecuaciones de las curvas mecánicas en que se supone una cantidad que únicamente puede espresarse por una serie infinita, como un arco

de círculo, de eclipse, etc., igual á una cantidad finita, no son rigurosas leyes para determinar estas curvas, sino en cuanto la suposicion de poder á cada paso sumar la serie infinita, se aproxima á la verdad.

Los geómetras encontraron el arte de representar el progreso de las direcciones de la mayor parte de las curvas; pero la dificultad de expresar el de las curvas mecánicas, y la imposibilidad de medirlas todas subsistia aun; y efectivamente ¿parecía posible conocer esta medida infinitamente pequeña? ¿podíamos prometernos que llegaríamos á manejarla y aplicarla? Háse logrado no obstante superar tamaños obstáculos, vencer las imposibilidades aparentes, reconocer que las partes que se suponian infinitamente pequeñas, podian y debian tener entre sí razones finitas, y en la metafísica se han desterrado las ideas de un finito absoluto, para sustituir en su lugar tamaños las de un infinito relativo, mas perceptible que el otro, ó mas bien el único que los hombres pueden percibir; y este infinito relativo es el que ha servido para las relaciones de orden y de conveniencia, de pequeñez y de magnitud, habiendo encontrado medio para sacar de la ecuacion de la curva, la razon de sus lados infinitamente pequeños con una recta infinitamente pequeña, tomada por unidad, y por

una operacion inversa se ha conseguido volver á subir de estos elementos infinitamente pequeños á la longitud real y finita de la curva. Lo mismo sucede respectivamente con las superficies y con los sólidos, pues los nuevos métodos nos han abierto camino para medirlo todo y convertido la geometría en una ciencia completa; de modo que de los trabajos de la posteridad en este género, solo podemos esperar facilidades de cálculo y construcciones de tablas de integrales que consultar cuando sea necesario.

XXX.

En la práctica se han proporcionado á las diversas estensiones en longitud distintas unidades, mayores ó menores, midiéndose estas por pies, pulgadas, líneas, varas, etc., y aquellas por leguas, grados, semidiámetros de la tierra, etc., habiéndose introducido estas medidas para la mayor comodidad; pero sin haber señalado, como se debia, qué relaciones deben tener entre sí, de suerte que las medidas pequeñas rara vez son partes alicuotas de las grandes, siendo conveniente que estas unidades fuesen conmensurables entre sí, pues nos hubiera sido muy útil que la longitud de estas unidades se hubiese determinado invariable; pero en este asunto ha su-

cedido lo mismo que en las cosas arbitrarias, de las cuales se adopta la primera que se presenta y que parezca á propósito, sin considerar las relaciones generales, que siempre han parecido al vulgo verdades inútiles y de mera especulación. Cada pais ha adoptado sus medidas, así como cada estado y cada provincia tiene las suyas; el interés y la mala fe en la sociedad las han multiplicado; el mayor ó menor valor de las cosas las ha hecho mas ó menos exactas, y una parte de la ciencia del comercio nació de estas oscuridades.

Entre los pueblos que poseen menos artes, y que menos instruccion tienen sobre sus intereses que nosotros, la multiplicacion de medidas no hubiera quizá producido tan malos efectos; y así en los paises estériles, donde las tierras producen escasamente, rara vez se ven pleitos por falta de medida, siendo todavía aun mas raro que haya leguas cortas y caminos muy estrechos; pues cuanto mejor es un terreno y mas cara una mercancía, tanto mas se examinan las medidas y tanto mas arte y combinacion se emplean en los abusos que de ellas se hacen, como que el fraude ha llegado á imaginar muchas medidas dificiles de comparar, y ha sabido cubrirse anticipando estos embarazos de convenio; finalmente han sido necesarios para el asunto los co-

nocimientos de muchas artes que suponen talento y estudio, y que sin estas dificultades sobre la comparacion de las diferentes medidas no hubieran necesitado mas que una simple ojeada y un poco de memoria. Hablo de las operaciones del vareaje, del apeo, arte del ensayador, el del cambista, y algunos mas que tienen por único objeto averiguar la verdad de las medidas.

Nada seria mas útil que referir todas estas unidades arbitrarias á algunas unidades invariables; pero entonces seria necesario que estas unidades de medida fuesen constantes y comunes á todos los pueblos, cuya general concordancia solo se hallaria en la naturaleza. La longitud del péndulo que oscila en segundos bajo el ecuador, tiene todas las condiciones necesarias para ser el marco, ó padron universal de las medidas geométricas, y este proyecto podria en la ejecucion facilitarnos ventajas cuya estension es fácil de conocer.

Una vez adoptada esta medida, determina para ahora y para siempre de un modo invariable, la longitud de todas las demas, y á poco que nos acostumbremos á usarla desaparecerán los obstáculos y las incertidumbres del comercio, pudiéndose aplicar estas medidas á las superficies y á los sólidos, del mismo modo que aplicamos las actuales, respecto de que teniendo

las comodidades de ellas, carece de sus defectos, al paso que solo podrian alterarla mutaciones que seria ridiculo prevenir; pues una disminucion ó aumento en la velocidad de la tierra al rededor de su eje, una variacion en la figura del globo, su atraccion disminuida por la proximidad de un cometa, son causas muy remotas para que podamos temerlas, y sin embargo las únicas que podrian alterar la unidad de la medida universal.

La medida de los líquidos no seria mas difícil que la de las superficies y de los sólidos, pues la longitud del péndulo seria patron universal, y se conseguiria purificar fácilmente por tal medio esta parte del comercio tan sujeta á engaño, por la dificultad de conocer exactamente las medidas; dificultad que ha producido otras, y dado fundamento para imaginar las medidas mecánicas, y sustituir los pesos á las medidas geométricas para los líquidos; lo cual á mas de la incertidumbre de la verdad de las balanzas y fidelidad de los pesos, ha producido las dificultades que trae consigo la tara y la necesidad de las deducciones. Nosotros preferimos, con razon, la longitud del péndulo bajo el ecuador, á la que tiene en Francia, ó en otro clima, por evitar con esta eleccion los zelos de las naciones, dando á la posteridad la norma para hallar

fácilmente esta medida. El minuto segundo es una parte de tiempo, y su duracion siempre se conocerá porque es una determinada parte del tiempo que tarda la tierra en hacer su revolucion sobre su eje; esto es, la ochenta y seis mil cuatro centésima parte cabal; así este elemento que entra en nuestra unidad de medida, no puede perjudicarle.

XXXI.

Hemos sentido ya que existen verdades de diferentes géneros, certidumbres de diferentes órdenes y probabilidades de diferentes grados. Las verdades que son puramente intelectuales, como las de la geometría, se reducen á verdades de definicion; y así no se trata, para resolver el problema mas difícil, sino de entenderle bien, como que no hay en el cálculo ni en las otras ciencias puramente especulativas, otras dificultades que las de separar lo que el espíritu humano confundió en el problema. Tomemos por ejemplo la cuadratura del círculo, cuestion famosa, y que de mucho tiempo á esta parte se ha mirado como el problema mas difícil, y examinemos un poco lo que se nos pide cuando nos proponen hallar exactamente la medida de un círculo. Hablando geoméricamente ¿qué es cír-

culo? No es aquella figura que se describe con un compás, y cuyo contorno se compone de pequeñas líneas rectas, todas las cuales no se hallan igual y rigurosamente distantes del centro, sino que forman varios ángulos pequeños y tienen una latitud visible con desigualdades y otras infinitas propiedades físicas inseparables de la operación de los instrumentos y del movimiento de la mano que los dirige. Al contrario en geometría el círculo es una figura plana, terminada por una sola línea curva llamada *circunferencia*, desde todos los puntos de la cual todas cuantas líneas rectas se tiren á un solo punto que se llama *centro*, son iguales entre sí. Toda la dificultad del problema de la cuadratura del círculo, consiste en comprender bien todas las voces de esta definición; pues aunque parece muy clara é inteligible, contiene sin embargo gran número de ideas y suposiciones, de las cuales pende la resolución de todas las cuestiones que pueden hacerse sobre el círculo; y para probar que toda la dificultad nace de esta definición, supongamos por un instante, que en vez de considerar la circunferencia del círculo como una curva cuyos puntos todos equidistan del centro, la concebamos como un conjunto de líneas rectas tan pequeñas como se quiera, entonces desaparecerá la gran dificultad de medir

un círculo, y será tan fácil como medir un triángulo. Pero no es eso lo que se pide, sino que es necesario hallar la medida del círculo según el espíritu de la definición. Considerémos, pues, todos los términos de la definición, y para ello tengamos presente que los geómetras llaman punto lo que no tiene parte alguna; primera suposición que influye mucho en todas las cuestiones matemáticas, y que combinada con otras suposiciones tan poco verosímiles, ó mas bien, puras abstracciones, no puede menos de producir dificultades insuperables á los que se apartasen del espíritu de estas primeras definiciones, ó que no supieren subir de la cuestion propuesta á estas primeras suposiciones de abstracción; en una palabra, á todos aquellos que no hayan aprendido de la geometría sino el uso de los signos y de los símbolos, los cuales son el lenguaje y no el espíritu de la ciencia.

Prosigamos nuestro asunto principal: el punto es lo que no tiene partes, y la línea es una longitud sin latitud. Línea recta es aquella que tiene todos los puntos situados en una misma dirección, y línea curva es la que tiene todos los puntos situados en distinta dirección. La superficie plana es una cantidad que consta de longitud y latitud sin profundidad. Las estremidades de la línea son puntos, y las de las superficies son lí-

neas. Estas son las definiciones, ó mas bien suposiciones sobre que gira toda la geometría, no debiendo perderlas nunca de vista, pues conviene aplicarlas en cada cuestion en el mismo sentido que les corresponde; pero no dándoles en estas aplicaciones realmente otro valor que el que verdaderamente tienen, esto es, tomándolas por abstracciones y no por realidades.

Supuesto lo dicho y comprendiendo bien la definicion que dan del círculo los geómetras, nos hallaremos en estado de resolver todas las cuestiones que tienen connexion con el círculo, y entre ellas la cuestion sobre la posibilidad ó imposibilidad de su cuadratura, suponiendo que sepamos medir un cuadrado ó un triángulo. Es cierto que para medir un cuadrado se multiplica la longitud de uno de los lados por la de otro, y el producto es una longitud que por una relacion implícita de la unidad lineal á la unidad de superficie, representa la superficie del cuadrado. Del mismo modo para medir un triángulo se multiplica la altura por su base y se toma la mitad del producto, de lo cual se sigue que para medir un círculo es necesario igualmente multiplicar la circunferencia por su semi-diámetro y tomar la mitad del producto. Vamos ahora á ver á qué es igual esta circunferencia.

Reflexionando sobre la definicion de la línea

curva, lo primero que se presenta es que no puede medirse con una línea recta, pues en toda su estension y en todos los puntos es línea curva, y por consiguiente de otro género que la línea recta; de suerte que la sola definion de la línea, bien entendida, manifiesta claramente que la línea recta no puede medir á la curva, ni esta á aquella; pero la cuadratura del círculo depende, segun acabamos de manifestar, de la medida exacta de la circunferencia, por cualquiera parte del diámetro tomada por unidad; esta medida es imposible, por ser el diámetro una recta, y la circunferencia una curva; luego la cuadratura del círculo es imposible.

XXXII.

Para mejor evidenciar la verdad de lo que acabamos de establecer, y para probar de un modo convincente que las dificultades de las cuestiones de geometría dimanar de las definiciones, y que estas dificultades no son reales sino que dependen absolutamente de las suposiciones que se hayan hecho, variemos por un instante algunas definiciones de geometría, y hagamos otras suposiciones, y para ello llamemos á la circunferencia del círculo una línea cuyos puntos esten todos igualmente situados, y á la línea

recta una línea cuyos puntos estén situados desigualmente, entonces mediremos con exactitud la circunferencia del círculo, sin poder medir la línea recta. Ahora bien, vamos á manifestar que nos es posible dar á la línea recta y á esta curva las definiciones referidas, porque siendo la recta, segun su definicion ordinaria, aquella que tiene todos los puntos situados igualmente, y la línea curva la que tiene todos los puntos situados con desigualdad, esto no puede entenderse sino imaginando que esta igualdad ó desigualdad de posicion es relativa á otra línea recta; y así como los geómetras, en virtud de sus definiciones, lo refieren todo á una línea recta, nosotros podemos referirlo todo á un punto en virtud de mis definiciones; y en lugar de tomar una línea recta por unidad de medida, tomaremos una línea circular, y se podrá con ella medir exactamente la circunferencia del círculo, pero no su diámetro; y como para hallar la medida exacta de la superficie del círculo en el sentido de los geómetras es necesario tener la medida exacta de la circunferencia y del diámetro, vemos claramente que con esta suposicion y con la otra es imposible medir exactamente la superficie del círculo.

Consiste, pues, en el rigor de las definiciones de la geometria la dificultad de las cuestiones

de esta ciencia; y efectivamente hemos visto que desde que nos separamos de este rigor escesivo se ha logrado medirlo todo, y resolver todas las cuestiones que parecían insolubles; porque cesando de mirar las curvas como rigurosamente curvas, y reduciéndolas á no ser sino lo que efectivamente son en la naturaleza, esto es, polígonos de lados indefinidamente pequeños, todas las dificultades desaparecen; y así se han rectificado las curvas, ó lo que es lo mismo, medido su longitud suponiéndolas rodeadas de un hilo inextensible y perfectamente flexible, el cual se desenvuelva sucesivamente. Véase *Fluxiones de Newton*, pág. 131, etc., y allí se encontrará que las superficies se han medido por las mismas suposiciones, quiero decir, tomando las curvas por polígonos de lados infinitamente pequeños.

XXXIII.

Hay otra dificultad que tiene estrecha connexion ó parentesco con la cuadratura del círculo, de la cual se puede decir que depende dicha cuadratura, y consiste en la incomensurabilidad de la diagonal del cuadrado con su lado; dificultad invencible y general en todas las magnitudes, que los geómetras llaman *incommensurables*, siendo fácil manifestar que todas estas dificultades pro-

ceden de las definiciones y de las convenciones arbitrarias que se han admitido, cuando se establecieron los principios de la aritmética y de la geometría, pues en esta suponemos que las líneas crecen como los números 1, 2, 3, 4, 5, etc., esto es, según nuestra escala de aritmética; y por una correspondencia implícita de la unidad de superficie con la unidad lineal, vemos que las superficies de los cuadrados crecen como 1, 4, 9, 16, 25, etc. Conforme á estas suposiciones, es claro que del mismo modo que la serie 1, 2, 3, 4, 5, etc., en la escala de las líneas, la serie 1, 4, 9, 16, 25, etc., es también la escala de las superficies; y que si interponemos en esta última escala otros números, como 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 24, todos ellos no tendrán sus correspondientes en la escala de las líneas, y que por consecuencia la línea que corresponde á la superficie 2, es una línea que no tiene expresión en números, y que por consiguiente no puede medirse por la unidad numérica. Sería infructuoso tomar una parte de la unidad por medida, respecto á que no por eso se destruyera la imposibilidad de la expresión en números; porque si tomásemos por escala de las líneas $\frac{1}{2}$, 1, $\frac{3}{2}$, 2, $\frac{5}{2}$, 3, $\frac{7}{2}$, 4, etc., tendríamos por la escala correspondiente de las superficies $\frac{1}{4}$, 1, $\frac{9}{4}$, 4, $\frac{25}{4}$,

9, $\frac{49}{4}$, 16, etc., ó mas bien tendríamos por escala de las líneas $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{4}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{6}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{8}{2}$, etc., y por la de las superficies $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{16}{4}$, $\frac{25}{4}$, $\frac{36}{4}$, $\frac{49}{4}$, $\frac{64}{4}$, etc., lo cual viene á reducirse al caso de las escalas, 1, 2, 3, 4, 5, etc., y 1, 4, 9, 16, 25, etc., de las líneas y de las superficies cuya unidad es entera; y siempre sucederá lo mismo aunque se tome cualquiera parte de la unidad por medida, como por ejemplo $\frac{1}{3}$, ó $\frac{1}{5}$, ó $\frac{1}{7}$, etc., pues los números inconmensurables en la escala ordinaria, siempre lo serán, porque el defecto de correspondencia de estas escalas subsistirá siempre. Toda la dificultad de los inconmensurables nace de haberse querido medir las superficies como las líneas; siendo claro que tomando una línea por unidad, dos de estas unidades compondrán una línea dupla, cuando con dos cuadrados que cada uno se tome por unidad, no podrá hacerse un cuadrado. Todo esto consiste en que teniendo la materia tres diferentes dimensiones, ó mas bien tres aspectos distintos bajo los cuales la consideramos, eran necesarias tres escalas diferentes de aritmética, una para la línea que solo tiene longitud, otra para la superficie que consta de longitud y latitud, y la tercera para el sólido que se compone de longitud, latitud y profundidad.

XXXIV.

Habiendo demostrado las dificultades que producen las abstracciones en las ciencias, réstanos manifestar la utilidad que se puede sacar de ellas, y examinar el origen y la naturaleza de estas abstracciones, en que se fundan todas nuestras ideas científicas.

Como tenemos relaciones diversas con los diferentes objetos que existen fuera de nosotros, cada una de estas relaciones produce una especie de sensación y de ideas diferentes; y cuando queremos conocer la distancia á que nos hallamos de un objeto, no formamos otra idea que la de la longitud del camino que hay; y aunque esta idea sea una abstracción, nos parece real y completa, porque en efecto solo se trata de conocer la longitud del camino para determinar esta distancia; pero si se reflexiona el asunto con escrúpulo, se reconocerá que esta idea de longitud no nos parece real y completa, sino porque estamos seguros de que no nos faltará la latitud ni la profundidad. Lo mismo sucede cuando queremos juzgar de la extensión superficial de un terreno, pues no tenemos otra mira que la longitud y latitud, sin pensar en la profundidad; y cuando queremos juzgar de la

cantidad sólida de un cuerpo, tenemos consideración á las tres dimensiones. Hubiera sido muy embarazoso tener tres medidas diferentes, y habria sido tambien necesario medir la línea por una longitud, la superficie por otra superficie, tomada por unidad, y el sólido por otro sólido. La geometría, sirviéndose de abstracciones y de las correspondencias de unidades y de escalas, nos enseña á medirlo todo con solo la línea, y con este respecto se ha considerado la materia bajo tres dimensiones, longitud, latitud y profundidad, que todas tres no son sino líneas con demostraciones arbitrarias; porque si nos hubiéramos valido de las superficies para medirlo todo, lo cual era posible, aunque menos cómodo que las líneas, entonces en lugar de decir longitud, latitud y profundidad, hubiéramos dicho lo de encima, lo de debajo y los lados, y este lenguaje hubiera sido menos abstracto; pero las medidas entonces serian menos simples, y la geometría mas difícil de tratar.

Habiendo visto que comprendiendo bien las abstracciones se facilitan las operaciones, para cuyo conocimiento y perfeccion las ideas completas no hubieran podido conducirnos tan fácilmente, se han investigado estas abstracciones todo lo posible, combinándolas, calculándolas y trasformándolas el entendimiento humano de

tantos modos, que han formado una ciencia de vasta estension, de la cual ni la evidencia que la caracteriza siempre, ni las dificultades que ordinariamente se encuentran en ella, deben admirarnos, porque nosotros hemos introducido en ella las unas y las otras, y porque cuando no abusamos de las definiciones ó de las suposiciones, tenemos la evidencia sin dificultades, y cuando abusásemos tendríamos dificultades sin evidencia ninguna; además de que el abuso consiste tanto en proponer una mala cuestion, como en no resolver bien un problema; y así quien propone una cuestion como la de la cuadratura del círculo, abusa mas de la geometría, que quien emprende resolverla, pues hay desventaja en comprometer el entendimiento de los demas en una prueba que él propio no ha podido soportar, por cuanto no ha visto que el proponer semejante cuestion era pedir un imposible.

Hasta aquí hemos tratado solamente de esta especie de abstraccion que nace de la cosa misma, esto es, de una sola propiedad de la materia, quiero decir, de su estension. La idea de la superficie es puramente una sustraccion de la idea completa del sólido, esto es, una idea privativa ó una abstraccion: la idea de la línea es una abstraccion de abstraccion, y la idea del

punto es la total abstraccion; pero todas estas ideas privativas tienen relacion con el mismo sugeto, y dependen de la misma calidad ó propiedad de la materia, quiero decir, de su estension: tienen tambien su origen en otra especie de abstraccion, por la cual nada se quita al sugeto, y que solo nace de la diferencia de las propiedades que percibimos en la materia, y siendo el movimiento una propiedad de la materia muy diferente de la estension, esta propiedad únicamente encierra la idea de la distancia corrida, y esta idea de la distancia produjo la idea de la longitud ó de la línea. Luego la expresion de la idea del movimiento entra naturalmente en las consideraciones geométricas, y es mas ventajoso emplear estas abstracciones naturales, y que dependen de las diversas propiedades de la materia, que no las abstracciones puramente intelectuales, porque de este modo todo se aclara y completa mejor.

XXXV.

Podria creerse que la gravedad es una de las propiedades de la materia capaces de medirse; y habiéndose reconocido en todos tiempos cuerpos mas ó menos pesados unos que otros, era natural imaginarse que la materia tenia, bajo

formas diferentes, diversos grados de gravedad; pero despues de inventada la máquina del vacío y las esperiencias de los péndulos, nos hemos asegurado de que toda la materia es igualmente pesada. Se ha visto, y quizá con admiracion, que en el vacío los cuerpos mas ligeros caen tan aprisa como los mas pesados; y se ha demostrado, por medio de los péndulos, que el peso de los cuerpos es proporcional á la cantidad de materia que contienen; luego la gravedad de la materia no parece que es una calidad relativa que puede aumentar y disminuir, en una palabra, que pueda medirse.

Sin embargo de lo dicho, reflexionando con mas cuidado este asunto, se ve que la gravedad es efecto de una fuerza esparcida en el universo, que obra mas ó menos á mayor ó menor distancia de la superficie de la tierra. Esta fuerza reside en la masa misma del globo, y todas sus partes tienen una porcion de esta fuerza activa, que es siempre proporcional á la cantidad de materia que contienen, ejerciéndose dicha fuerza de lejos con menos vigor que de cerca, y en el punto de contacto obra con una potencia infinita; de lo cual se sigue, que esta calidad de la materia parece que se aumenta ó disminuye por sus efectos, y por consiguiente, es un objeto de medidas; pero de medidas filosóficas, que el

comun de los hombres, cuyo cuerpo y entendimiento se limitan á su habitacion terrestre, no considerará como útiles, porque nunca podrá hacer de ellas un uso inmediato. Si nos fuera posible viajar hácia la luna ó hácia cualquier otro planeta, estas medidas serian entonces practicables, porque en efecto necesitaríamos para estos viajes una medida de gravedad que nos serviria de medida itineraria; pero encerrados, como estamos, podemos contentarnos con tener presente que la velocidad desigual con que caen los cuerpos en diferentes climas de la tierra y las especulaciones de Newton, nos han enseñado que, si necesitásemos de ella alguna vez, podremos medir esta propiedad de la materia con tanta precision como todas las demas.

Pero cuanto mas indiferentes creamos las medidas de la gravedad de la materia, tanto mas útiles deben parecernos las medidas del peso de sus formas, teniendo cada forma de la materia su peso específico que la caracteriza, siendo este el peso de la materia en particular, ó mas bien el producto de la fuerza de la gravedad por la densidad de esta materia; por consiguiente, el peso absoluto de un cuerpo es el peso específico de la materia de dicho cuerpo multiplicado por la masa; pero como en los cuerpos de materia homogénea la masa es proporcional al volúmen, se

puede en la práctica tomar lo uno por lo otro, y del conocimiento del peso específico de una materia sacar el del peso absoluto de un cuerpo compuesto de esta materia, es á saber : multiplicando el peso específico por el volúmen, y *vice-versa*, del conocimiento del peso absoluto de un cuerpo, sacar el del peso específico de la materia de que se compone el cuerpo, dividiendo el peso por el volúmen. Sobre estos principios se funda la teoría de la balanza hidrostática, y la de las operaciones que dependen de ella, asunto muy importante para los físicos, y sobre el cual diremos algo.

Todos los cuerpos serian igualmente densos si bajo un volúmen igual contuviesen el mismo número de partes; por consiguiente, la diferencia de sus pesos proviene de la de su densidad. Si se comprimiese el aire reduciéndole á un espacio novecientas veces mas pequeño que el que ocupa, se aumentaria en la misma razon su densidad, y este aire comprimido seria tan pesado como el agua; y lo mismo sucede con los polvos, etc. Luego la densidad de una materia es siempre recíprocamente proporcional al espacio que ocupa, y por lo mismo se puede juzgar de la densidad por el volúmen; pues cuanto mayor sea el volúmen de un cuerpo, respecto al volúmen de otro, supuesto uno mismo el peso, tanto

menor en la misma razon será la densidad del primero: de suerte, que si una libra de agua ocupa diez y nueve veces mas espacio que una libra de oro, se puede inferir que el oro es diez y nueve veces mas denso, y por consiguiente, diez y nueve veces mas pesado que el agua. Es de la mayor importancia conocer esta gravedad, á la cual hemos dado el nombre de *específica*, principalmente en las materias preciosas, como los metales, á fin de cerciorarnos de su pureza, y para poder descubrir los fraudes y las mezclas que puedan falsificarlos, siendo la medida del volúmen la única de que podemos valernos para este efecto, pues la de la densidad no es bastante perceptible á nuestros sentidos, porque la medida de la densidad depende de la posicion de las partes interiores y de la suma de los vacíos que hay entre ellas, las cuales no puede reconocer nuestra vista para separar y comparar las diversas relaciones de las formas; por lo que nos es preciso medir la densidad por el resultado que ella misma produce, esto es, por el volúmen aparente.

El primer método que se presenta para medir el volúmen de los cuerpos, es la aplicacion de las leyes de la geometría de los sólidos. No diferenciando un volúmen de otro sino por su mayor ó menor estension, parece á primera vista que el

peso de los cuerpos viene á ser un objeto de las medidas geométricas; pero la esperiencia ha acreditado cuán infalible es para este asunto la práctica de la geometría. En efecto; se pretende reconocer en los cuerpos de figura muy irregular, y ordinariamente en cuerpos pequeñísimos, las diferencias todavía mas pequeñas, y no obstante de importancia por el valor de la materia, no siendo posible aplicar en esta ocasion las medidas longitudinales, que además exigirían cálculos largos, aun cuando se hubiera encontrado medio de usarlas; y por esto se ha imaginado otro método tan seguro como fácil, el cual consiste en sumergir el volúmen que se ha de medir en el licor contenido en un vaso regular, y cuya capacidad sea conocida y dividida por muchas líneas, conociéndose por estas divisiones el aumento del volúmen del licor, que es igual al volúmen del sólido sumergido. Este método tiene sus inconvenientes en la práctica, pues no es posible hacer el vaso de una figura tan perfecta como sería necesario, ni evitar en las divisiones las desigualdades que no percibe la vista; de suerte que se ha recurrido á otro espediente mas simple y mas cierto, cual es el de la balanza, y con lo referido poco me queda que decir sobre este modo de medir los sólidos.

Hemos visto que los cuerpos irregulares y

muy pequeños no pueden medirse con medidas geométricas, por mas exactitud que se les suponga, pues nunca tendríamos sino resultados imperfectísimos, y por este motivo ha sido preciso limitar la práctica de la geometría de los sólidos á los cuerpos grandes y á los regulares, cuyo número es muy reducido en comparacion del de los otros cuerpos; buscóse otra propiedad de la materia para medir los cuerpos, la cual fue la gravedad en los sólidos de una misma materia, por ser esta gravedad proporcional á la estension, esto es, que el peso está en la misma razon que el volúmen. Con justa causa se ha substituido la balanza á las medidas de longitud, por cuyo medio se ha conseguido medir exactamente todos los cuerpos pequeños de cualquiera figura que sean, porque la gravedad ninguna connexion tiene con la figura, pues un cuerpo redondo, cuadrado ó de otra figura pesa siempre lo mismo. No quiero decir con esto que se inventase la balanza para reparar el defecto de las medidas geométricas, pues es constante que tiene otro uso además del que se ha referido; y así únicamente pretendo manifestar su utilidad para este asunto, que solo es una parte de las ventajas que nos proporciona.

Siempre se ha reconocido la necesidad de saber exactamente el peso de los cuerpos, y yo

creo que los hombres por algun tiempo midieron tales pesos por las fuerzas de sus propios cuerpos, levantando, trasportando y tirando moles, juzgando del peso por las resistencias que experimentaban; y así no pudiendo menos de ser muy imperfecta esta medida, que tampoco era del mismo género que el peso, no pudo aplicarse á todos los casos, por lo cual se buscó inmediatamente el modo de medir los pesos por los pesos, de donde tuvieron su origen la variedad de especies de balanzas, que sin embargo pueden reducirse á cuatro; la primera es la que para pesar diferentes masas exige diversos pesos, y por consiguiente se refiere á todas las balanzas comunes de fiel sostenido ó apoyado, de brazos iguales ó desiguales, etc.; la segunda es la que para diferentes masas no tiene mas que un solo peso y los brazos de longitud diversa, como sucede con todas las especies que hay de romanas; la tercera especie, que se llama *romana de muelle*, no necesita peso, y determina la gravedad de las masas por un índice numerado: últimamente, la cuarta especie es en la que se emplea un solo peso atado á un hilo ó á una cadena que se supone perfectamente flexible, y cuyos diversos ángulos indican las diferentes gravedades de las masas. Esta última especie de balanza no puede usarse comunmente por la dificultad de

cálculo y por la de medir los ángulos; la tercera especie, en la cual ningun peso se necesita, es la mas cómoda de todas para pesar cuerpos grandes. El Sr. Hanin, artífice hábil en este género, me hizo una con la cual pueden pesarse tres mil libras de una vez, y con tanta exactitud como se pesan quinientas libras en otra balanza.

FIN DEL TOMO QUINTO.

Tabla analítica

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN LOS CINCO TOMOS
QUE COMPRENDEN LA HISTORIA DEL HOMBRE.

TOMO PRIMERO.

	Pág.
<i>De la Naturaleza del hombre.</i>	7

El alma es siempre la misma, p. p. 9.— Distinta naturaleza de las dos sustancias de que estamos compuestos, p. 9.— Lo incomparable es incomprensible, p. 10.— La existencia del alma está perfectamente demostrada, p. 10.— Imposibilidad de demostrar la existencia de la materia, p. 13.— La forma de nuestra alma es una sola, p. 14.— Nuestra alma es indestructible, página 15.— Semejanza material del hombre con los animales, p. 18.— Ninguno de los animales habla, p. 19.— Todo idioma supone una serie de pensamientos, p. 21.— Uniformidad en todas las obras de los animales, p. 22.— Pruebas de la inmateria-

dad de nuestra alma, p. 24. — NOTAS, páginas 19 y 20.

De la Infancia. 26

El recién nacido es la imagen de la miseria y del dolor, p. 26. — El niño pasa al nacer de un elemento á otro, p. 27. — Efectos de la respiracion, p. 27. — Experimentos con unos perritos, p. 28. — La respiracion no es tan absolutamente necesaria al animal recién nacido como al adulto, p. 30. — Casi todos los animales tienen cerrados los ojos hasta algunos dias de nacidos, p. 32. — Sobre las facultades del infantes p. 34. — Tamaño de un recién nacido á tiempo, p. 35. — Palpitacion ó pulsacion de la mollera, p. 36. — Líquido de la bolsa del amnios, p. 37. — Sobre las inmersiones de los recién nacidos en líquidos de diversa temperatura y naturaleza, p. 38. — Meconio, p. 39. — ¿ Cuando se debe dar de mamar al recién nacido, p. 41. — Sobre las fajas y ataduras que se ponen al recién nacido, p. 42. — Perjuicios de la falta de ejercicio, p. 45. — Sobre el sueño de los recién nacidos, p. 47. — Sobre el mecerlos en la cuna, p. 50. — La leche de los animales puede suplir la de las amas, p. 52. — So-

bre la práctica de mascar los alimentos para darlos despues á los infantes, p. 53. — Dientes incisivos, p. 54. — Naturaleza y desarrollo de los dientes, p. 55. — Colmillos y muelas, p. 57. — Muelas cordales ó del juicio, p. 58. — Sobre el cabello de los recién nacidos, p. 59. — Causas de las lombrices y demas enfermedades verminosas, p. 60. — La vida del niño es muy vacilante hasta los tres años, p. 62. — Sobre el crecimiento del feto en el seno materno, p. 64. — Tabla que contiene el incremento progresivo de un jóven de buena estatura y conformacion, nacido el 11 de abril de 1759, p. 66. — Ejemplos de incrementos muy rápidos en algunos individuos, p. 73. — Ventajas de que las madres crien á sus hijos, p. 76. — Sobre los hospitales de niños, p. 77. — Sobre el habla de las criaturas, p. 78. — NOTAS, p. 27, 30, 37, 41, 42, 44, 51, 52, 54, 56, 57, 59, 61, 63, 64, 65, 73, 75, 76, 77 y 78.

De la Pubertad. 82

La pubertad es la primavera de la naturaleza y la estacion de los placeres, p. 82. — Sobre la circuncision, p. 83. — Sobre la circuncision de las doncellas, p. 85. — Infibu-

lacion , p. 86. — Hombres con un solo testículo , p. 87. — De las varias especies de castracion , p. 88. — Eunucos , p. 91. — Correlaciones entre las partes de la generacion y las de la garganta , p. 92. — Primer signo de la pubertad , p. 95. — Las mujeres llegan á la pubertad antes que los hombres , p. 96. — Sobre la evacuacion periódica , página 98. — Sobre la virginidad , p. 101. — De las mudanzas que se notan en las partes genitales de ambos sexos en el tiempo de la pubertad , p. 105. — Sobre una señal evidente é infalible de virginidad , p. 110. — Sobre las costumbres de varias naciones en esta materia , p. 112. — El matrimonio es natural en el hombre , p. 114. — En la juventud suele acaecer muchas veces que las dilatadas enfermedades hacen crecer mucho mas de lo que se crecería gozando salud , p. 116. — De la esterilidad , p. 121. — Medios de que se ha echado mano en los casos de esterilidad para reconocer si el defecto estaba de parte del hombre ó de la mujer , p. 127. — Sobre la prueba del *congreso* , p. 129. — Edad de la concepcion en las mujeres , p. 133. — Señales para conocer si una mujer ha cencebido , p. 134. — Señales de la preñez , p. 139. — NOTAS , pá-

gina 84, 87, 88, 92, 98, 110, 112, 114, 116, 127, 129, 132, 138 y 140.

De la Edad viril. 141

Descripcion del hombre, p. 141. — De los ojos, p. 144. — Cejas, p. 149. — Párpados, p. 150 — Frente, p. 151. — Nariz, p. 153. — Boca y labios, p. 154. — Suspiro, p. 156. — Gemido, risa, p. 157. — Mejillas, p. 158. — Mudanzas del semblante, p. 159 y sig. — Ciencia divinatoria, p. 165. — Orejas, p. 166. — Cabello y barba, página 168. — Sobre las modas, p. 171. — Cabeza y cuello, p. 173 y sig. — Pecho, página 176. — Vientre, p. 177. — Brazos, página 178. — Pié, p. 179. — Uñas, p. 181. — Proporciones del cuerpo, p. 181. — La altura del cuerpo se divide en diez partes iguales llamadas *rostros*, p. 183. — Pelvis, p. 187. — Fuerza del hombre, p. 188. — Sobre la hermosura, p. 198. — Hombres de extraordinaria gordura, p. 200. — *Gigantes*, p. 205. — Ejemplos de gigantes de cerca de siete y mas pies de alto, p. 205. — *Enanos*, p. 213. — Ejemplos de enanos, p. 213. — Alimento del hombre en los diferentes climas, p. 217. — NOTAS, p. 152, 155, 156, 160, 164, 172, 174, 175, 176, 178, 179,

191, 199, 200, 201, 203, 205, 209, 210,
214, 216, 217, 218 y 219.

De la Vejez y de la Muerte. 221

Cuando el cuerpo ha llegado á su total incremento, empieza á engrosar, p. 221. — Causas del decremento, menoscabo y destruccion del cuerpo, p. 223. — Osificacion de las ternillas, p. 230. — Pliegues y arrugas de la piel, p. 232. — Duracion total de la vida, p. 235. — La muerte es inevitable, p. 236. — Enfermedades que suelen determinar la muerte en los viejos, p. 245. — La muerte no se debe mirar con temor ni horror, p. 247. — Reflexiones sobre la muerte, p. 249 y sig. — El instante de la muerte no es doloroso, ni de larga duracion, página 254. — Incertidumbre de las señales de muerte, p. 256. — Consideraciones sobre la vida y la muerte en toda la especie, página 263. — Tontinas y rentas vitalicias, p. 264. — De las tablas del caballero Dupré de S. Mauro, p. 265. — NOTAS, p. 235, 238, 243, 244, 254, 255, 258 y 260.

TOMO SEGUNDO.

Tablas estadísticas. 11

Advertencias para el mas fácil uso de estas tablas, p. 7. — Nociones que pueden sacarse de la tabla, p. 45. — Tabla de las probabilidades de la duracion de la vida, p. 47. — Observaciones sobre la precedente tabla, p. 48 y 49. — Adicion, p. 49. — Ejemplares que pudo recojer Buffon de personas que vivieron de 110 años por arriba, p. 51. — Ejemplo de un caballo que vivió mas de cincuenta años, p. 57. — El hecho de haber vivido es un motivo para esperar vivir mas, p. 60. — Dicho de Fontenelle, p. 63. — Consejos morales á los viejos, p. 64. — NOTAS, p. 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56 y 58.

Del sentido de la vista. 66

Formacion de los ojos, p. 66. — Sobre el uso de los ojos, p. 68. — Errores ópticos, p. 70. — Realmente vemos todos los objetos dobles, p. 71. — En cada ojo se forma una imágen del objeto, p. 73. — La vista no nos da la menor idea de las distancias, p. 75.

— Ejemplos de algunos ciegos que recobraron la vista, p. 78. — Porque las tinieblas causan generalmente horror, p. 84. — Figura de los objetos para hacer juicio de su magnitud, p. 86. — Propiedades y estension de la vista, p. 87. — El alcance de nuestra vista se aumenta ó disminuye á proporcion de la cantidad de luz que nos rodea, p. 88. — Tres cosas deben considerarse para determinar la distancia á que podemos ver un objeto lejano, p. 91. — El alcance de la vista rara vez es el mismo para cada persona, p. 93. — Los cortos de vista ven los objetos mucho mayores que los demas hombres, p. 96. — Causa de la cortedad de vista, página 97. — Los niños deben ver los objetos mas diminutos, p. 98. — Diferencia que va de vista clara á vista perspicaz, p. 100. — Efectos de poner los ojos en un objeto muy resplandeciente, p. 102. — NOTAS, p. 69, 71, 72, 83, 93, 94, 95, 97 y 102.

Adicion sobre la causa del estrabismo ó del mirar bisojo ó bizco. 103

Definicion del estrabismo, p. 103. — En que consiste el estrabismo, p. 103. — Causas del estrabismo, p. 104. — Esperiencias de Jurin, p. 106. — Límites de la vista, pá-

gina 107. — Cuanto mayor es el número de puntos de distancia, tanto mayor es la potencia de los ojos relativamente á los objetos, p. 109. — Demostracion, p. 110. — Necesidad de que los ojos gocen de perfecta igualdad en su fuerza para tener la vista perfectamente distinta, p. 113. — Objeciones, p. 114. — Se ve mejor con dos ojos que con uno, p. 119. — La desigualdad de fuerza en los ojos no es la causa única de mirar bizco, p. 120. — No hay remedio alguno para los bizcos, cuando lo son á causa de su excesiva desigualdad de fuerza, p. 124. — *Falsedad en los ojos*, p. 126. — No se puede ser bizco de ambos ojos á un tiempo, página 128. — Hay muchos que sin ser bizcos tienen los ojos de fuerza muy desigual, página 130. — El ojo bizco adquiere fuerza con el ejercicio, p. 132. — NOTAS, p. 103, 105, 106, 122, 123, 127 y 131.

Del sentido del oido. 133

El sentido del oido está sujeto á errores, p. 133. — Produccion del sonido, p. 134. — Tono del sonido, p. 135. — Sobre los cuerpos elásticos, p. 139. — Intensidad del sonido, p. 140. — Del deleite que causan los sonidos armónicos, p. 142. — El sonido

sufre reflexion, p. 143. — Cavidad anterior del oido, p. 144. — Oreja ó concha exterior, p. 145. — Sordera, p. 146. — Bocinas ó trompetillas, p. 149. — El oido es mas necesario al hombre que á los animales, página 151. — Resúmen de la historia de un sordo-mudo, p. 152. — NOTAS, p. 135, 145, 149 y 154.

Adicion al artículo precedente. 157

Sobre el principio de Rameau, p. 157. — Sonido fundamental, p. 158. — La sensacion que produce la armonía parece pertenecer á todos los seres dotados del sentido del oido, p. 161. — Perros aficionados á la música, p. 162. — Caballos, jumentos, etc. aficionados á la armonía, p. 163. — Pájaros, p. 164. — Insectos, p. 165. — NOTA, p. 162.

Sobre la voz de los animales. 165

El mecanismo de la voz de los animales es distinto del mecanismo de la del hombre, p. 165. — Canto del gallo, p. 166. — Observaciones sobre el cordero recién nacido, p. 166. — Los lobos y los perros no ahullan sino por inspiracion, p. 166.

De los Sentidos en general. 167

El ojo se debe considerar como una expansion del nervio óptico, p. 168. — Diferencia en nuestros sentidos, p. 170. — ¿Qué es el calor? p. 171. — Diferencia en nuestras sensaciones, p. 172. — Diferencias del cuerpo fluido al sólido, p. 173. — Sobre el sentido del tacto, p. 174. — Los animales que tienen manos parecen dotados de mas inteligencia, p. 176. — Obstáculos en el ejercicio del tacto, p. 178. — De la piel del feto, p. 179. — ¿Cómo llegan á nuestra alma las primeras nociones, p. 181. — Historia de los primeros pensamientos de un hombre, p. 182. — NOTAS, p. 167, 172 y 190.

Sobre el grado de calor que pueden resistir el hombre y los animales. 190

El hombre puede resistir un grado de calor muy superior al de su calor propio, página 191. — Experimentos, p. 192. — Plantas é insectos que nacen y crecen en las aguas termales, p. 195. — Arroyo termal en las isla de Luzon, p. 195. — NOTAS, página, 190, 193 y 194.

Varietades de la especie humana. 198

Variedades que se encuentran entre los hombres de los varios climas, p. 200. — Casta de hombres en Laponia y Tartaria, p. 203. — Chinos, p. 222. — Uso del betel, p. 224. — Mujeres de la China, p. 227. — Semejanza de los japoneses con los chinos, p. 230. — De los Cochinchineses, p. 233. — Siameses, p. 234. — Habitantes del Pegú y de Aracan, p. 237. — Chacrelas, página 242. — Habitantes de las Filipinas, páginas, p. 245. — Isleños de la Formosa, página 247. — Habitantes de las islas Marianas, p. 250. — NOTAS, p. 198, 201, 206, 208, 213, 216, 219, 224, 225, 229, 230, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 248, 249, 250, 251 y 252.

TOMO TERCERO.

(CONTINUAN LAS VARIEDADES EN LA ESPECIE HUMANA.)

Tierra de los Papúes, p. 7. — Habitantes de la costa de Nueva Holanda, p. 9. — Mogoles, p. 12. — Bengaleses, p. 14. — Habitantes de Ceylan, p. 17. — Maldivos, página 19. — Habitantes de Cambaya, p. 20. — Habitantes de Guzarate, p. 21. — Persas, p. 23. — Mujeres persas, p. 27. — Arabes,

p. 28. — Mujeres de Egipto , p. 35. — Habitantes de las costas del Mediterráneo, página 36. — Moras , p. 37. — Mujeres de Circasia , p. 43. — Habitantes de Mingrelia , p. 44. — Turcos , p. 46. — Turcas , p. 49. — Griegos, p. 50 — Sardos, españoles, etc., p. 52. — Hombres de pelo negro ó castaño, p. 53. — Fecundidad de las mujeres en Suecia, 54. — Moscovitas , p. 55. — Habitantes de Ingria y de Carelia , p. 57. — El color depende del clima , p. 58. — Concausas de las variedades en los diferentes pueblos de la tierra , p. 59. — Especies particulares de moros , p. 60. — Color y facciones de los etíopes, p. 61. — Hay tantas variedades en la raza de los negros como en la de los blancos, p. 66. — Habitantes de Canarias , p. 67. — Habitantes de cabo Blanco , p. 69. — Raza de hombres llamados *Fules* , p. 71. — Mulatos de las islas de cabo Verde , p. 71. — *Jalofes* , p. 72. — Negros de Sierra Leona, p. 77. — Habitantes de la isla de Santo Tomas , p. 79. — Negros de la costa de Judá , p. 80. — De algunas costumbres muy extrañas en ciertas provincias de Congo, página 81. — Negros del Senegal , etc., p. 84. — Indole de los negros , p. 86. — Hotentotes , p. 88. — Habitantes de la tierra de

Natal, p. 96. — Tierras de Sofala y Monomotapa, p. 97. — Pueblos de Madagascar y Mozambique, p. 98. — Origen de los negros, p. 102. — Laponos americanos, página 106. — Habitantes del Canadá, p. 108. — *Bisones ó sibiolos*, p. 112. — La multiplicacion de los hombres depende mas bien de vivir en sociedad que de la naturaleza, p. 112. — Costumbres de ciertas naciones salvajes, p. 113. — Naturales de las islas Lucayas, p. 119. — Caciques, p. 119. — Caribes, p. 120. — Mujeres salvajes, página 122. — Habitantes de Nueva España, p. 123. — Habitantes del istmo de América, p. 124. — Indios del Perú, p. 130. — Arras, p. 131. — Salvajes del Brasil, p. 132. — Habitantes del Paraguay, p. 134. — Indios de Chile, p. 134. — En todo el nuevo continente no viene á haber mas que una raza de hombres, p. 137. — Los americanos son pueblos nuevos, p. 139. — Igualdad de temple en los diversos climas del nuevo continente, p. 140. — El origen primitivo de los americanos es el mismo que el nuestro, p. 143. — Variedad en el color y figura de los pueblos de Africa, p. 146. — En el Delfinado todos los cerdos son negros, p. 151. — Del color de los negros,

p. 152. — De la parte de la piel en que reside el color atezado de los negros, p. 155. — El calor del clima es la causa principal del color negro, p. 158. — El frio excesivo produce algunos efectos, semejantes á los del calor muy intenso, p. 163. — El linaje humano no se compone de especies esencialmente diferentes entre sí, p. 166. — NOTAS, p. 7, 8, 9, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 24, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 60, 61, 62, 63, 65, 68, 69, 70, 71, 72, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 84, 85, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 105, 107, 108, 110, 112, 116, 117, 118, 119, 121, 123, 124, 126, 127, 130, 131, 132, 133, 134, 136, 137, 140, 152, 153, 155, 156 y 158.

Artículo adicional sobre los pueblos del Norte. 167

Sobre las relaciones de los viajeros, página 168. — Memoria del Sr. Klingstedt, p. 169. — Nueva Zembla, p. 170. — Segunda objecion del Sr. Klingstedt, p. 133. — Tercera objecion del mismo á lo dicho por Buffon, p. 177. — Noticias sacadas del se-

ñor Klingstedt sobre los pueblos del norte, p. 179. — Samogedos, p. 179. — De los Laponeses, p. 185. — Beormas, p. 195. — Daneses, p. 197. — Kamtschatkales, p. 199. — Koriacos, p. 200. — Groenlandeses, página 203. — Tunguses, p. 209. — Arabes, p. 210. — Cophtos, p. 218. — Egipcios, p. 219. — Negros de Nubia, p. 220. — Barberinos, p. 222. — Modo de hacer pan en Abisinia con la semilla del *teef*, p. 223. — Idioma de los Abisinios, p. 224. — Acridófagos, p. 224. — Hotentotes, p. 226. — Delantal de las hotentotas, p. 226. — NOTAS, p. 171, 176, 177, 181, 185, 192, 193, 199, 200, 201, 202, 203, 206, 210, 215, 216, 223, 226 y 229.

Sobre el color de los Negros. 229

Confirmacion de lo dicho acerca de la causa del color de los negros, p. 230. — Son precisas absolutamente cuatro generaciones mezcladas para que del todo desaparezca el color de los negros, p. 232. — Para que los blancos contraigan el color negro se necesitan cuatro filiaciones en orden inverso, p. 232. — Mulatos, p. 233. — Grifos, p. 233. — Cascos, p. 234. — NOTAS, p. 231 y 233.

Sobre los pigmeos de Madagascar. 235

Los habitantes de las costas orientales de Africa y de la isla de Madagascar, no son enteramente negros, p. 235. — En las referidas costas hay hombres blancos, p. 235. — Pigmeos blancos del centro de Madagascar, p. 235. — Relacion del Sr. Commerson sobre el particular, p. 235. — Quimos, p. 236. — Disertacion del abate Banier sobre los pigmeos, p. 244. — NOTAS, p. 240 y 244.

TOMO CUARTO.

Sobre los Patagones. 7

Estracto de lo que dice Commerson sobre los patagones, p. 7. — Relacion del señor Bougainville, p. 9. — Diversas opiniones sobre la estatura de los patagones, p. 14. — Estracto del *Viaje de Magallanes* en 1519, por Harris, p. 16. — Estracto de la Relacion de un viaje al rededor del mundo, página 20. — Gigantes de Chile, p. 21. — Dudas acerca de la existencia de los pueblos gigantes, p. 25. — NOTAS, p. 10, 12, 13, 14, 16 y 22.

De los Americanos. 26

Genealogía de las generaciones mezcladas de europeos y americanos, p. 26. — Mestizos, p. 27. — Cuarterones, p. 27. — Octavones, p. 27. — Especie *puchuela* p. 27. — Imperfeccion de naturaleza en el continente americano, p. 30. — Habitantes del Canadá, p. 34. — Albion, p. 36. — Hechos relativos á Kamtschatka, p. 37. — Semejanzas entre los Kamtschatkales y los Americanos, p. 38. — De los Esquimales, p. 40. — Habitantes de la tierra del Fuego, p. 42. — NOTAS, p. 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 39 y 44.

Isleños del mar del Sur. 46

Relato del comodoro Byron, p. 46. — Isleños de Otahiti, p. 49. — Habitantes de la isla Huaheine, p. 59. — NOTAS, p. 47, 49, 50, 52, 53, 56 y 59.

Habitantes de las tierras australes. 59

Division de la Australasia, p. 60. — Tierra del Espíritu Santo, p. 61. — Relato del capitan Cook, p. 62. — Las variedades mas notables de la especie humana dependen del clima, p. 71. — NOTAS, p. 60, 61, 66, 70 y 71.

De los Albinos ó Negros-blancos. 72

Residencia de los albinos, p. 73. — Los albinos forman mas bien ramas estériles de degeneracion, que un tronco ó verdadera raza en la especie humana, p. 73. — Sobre los *descoloridos* del ismo americano, p. 74. — Descripcion de una negra albina, p. 77. — Descripcion de un negro-pio nacido en Cartagena de Indias, p. 85. — Carta acompañatoria del retrato de dicho negro-pio, p. 85. — Respuesta del Sr. de Buffon, página 87. — Otra carta del Sr. Taverne, que remitió el retrato, p. 91. — Ejemplos de lo que puede producir el defecto de organizacion de la piel, p. 95. — Niña velluda, p. 109. — Hecho que prueba que en ciertas circunstancias el color de los negros puede convertirse en blanco, p. 112. — El color mas constante en la especie humana es el blanco, p. 114. — De la diferencia en el color de los ojos y del pelo, p. 115. — NOTAS, p. 74, 76, 77, 78, 85, 86, 87, 96, 109, 111 y 114.

De los Monstruos. 115

Monstruos por esceso, por defecto, y por inversion de partes, p. 115. — De dos ge-

melas , p. 116. — De los monstruos por defecto, p. 118. — De un soldado que tenia situadas en sentido inverso las entrañas del pecho y vientre , p. 119. — Ejemplos sacados del Sr. Winslow , p. 119. — No hay semillas monstruosas preexistentes , p. 120. — NOTAS, p. 118 , 119 y 120.

Artículo adicional sobre las probabilidades de la vida del hombre. 121

Advertencias sobre la tabla de probabilidad , p. 121. — Tabla corregida de modo que pueden sacarse de ella todas las analogías ó relaciones de las probabilidades de la vida , p. 124. — Tabla de la probabilidad de la vida para un niño recién nacido con indicacion de las apuestas relativas que se pueden hacer , p. 128. — Verdades que se deducen de la precedente tabla , p. 235. — Tabla de la probabilidad de la vida para un niño de edad de un año , p. 140. — Deducciones de esta última tabla , p. 147 — Para un niño de edad de dos años , p. 149. — Para un niño de edad de tres años , página 153. — Para un niño de cuatro años , p 155. — Para un niño de cinco años , página 157. — Para un niño de seis años , página 159. — Para un niño de siete años , pá-

gina 161. — Para un niño de ocho años , p. 163. — Para un niño de nueve años , página 165. — Para un niño de diez años , página 167. — Para un niño de once años , página 168. — Para un niño de doce años , página 170. — Para un niño de trece años , página 172. — Para un joven de catorce años , p. 174. — Para un joven de quince años , p. 175. — Para un joven de diez y seis años , p. 177. — Para un joven de diez y siete años , p. 179. — Para un joven de diez y ocho años , p. 180. — Para un joven de diez y nueve años , p. 182. — Para una persona de veinte años , p. 183. — Para una persona de veinte y un años , p. 185. — Para una persona de veinte y dos años , p. 187. — Para una persona de veinte y tres años , página 188. — Para una persona de veinte y cuatro años , p. 190. — Para una persona de veinte y cinco años , p. 191. — Para una persona de veinte y seis años , p. 193. — Para una persona de veinte y siete años , p. 194. — Para una persona de veinte y ocho años , p. 196. — Para una persona de veinte y nueve años , p. 197. — Para una persona de treinta años , p. 199. — Para una persona de treinta y un años , p. 200. — Para una persona de treinta y dos años ,

25.

p. 202. — Para una persona de treinta y tres años, p. 203. — Para una persona de treinta y cuatro años, p. 205. — Para una persona de treinta y cinco años, p. 206. — Para una persona de treinta y seis años, p. 208. — Para una persona de treinta y siete años, p. 210. — Para una persona de treinta y ocho años, p. 212. — Para una persona de treinta y nueve años, p. 213. — Para una persona de cuarenta años, página 215. — Para una persona de cuarenta y un años, p. 217. — Para una persona de cuarenta y dos años, p. 218. — Para una persona de cuarenta y tres años, p. 220. — Para una persona de cuarenta y cuatro años, p. 222. — Para una persona de cuarenta y cinco años, p. 223. — Para una persona de cuarenta y seis años, p. 225. — Para una persona de cuarenta y siete años, p. 227. — Para una persona de cuarenta y ocho años, p. 229. — Para una persona de cuarenta y nueve años, p. 230. — Para una persona de cincuenta años, p. 232. — Para una persona de cincuenta y un años, página 234. — Para una persona de cincuenta y dos años, p. 236. — Para una persona de cincuenta y tres años, p. 237. — Para una persona de cincuenta y cuatro años

p. 239. — Para una persona de cincuenta y cinco años, p. 241. — Para una persona de cincuenta y seis años, p. 242. — Para una persona de cincuenta y siete años, página 244. — Para una persona de cincuenta y ocho años, p. 246. — Para una persona de cincuenta y nueve años, p. 247. — Para una persona de sesenta años, p. 249. — Para una persona de sesenta y un años, página 251. — Para una persona de sesenta y dos años, p. 253. — NOTA, p. 137.

TOMO QUINTO.

(SIGUEN LAS TABLAS DE PROBABILIDAD DE VIDA.)

Para una persona de sesenta y tres años, p. 7. — Para una persona de sesenta y cuatro años, p. 9. — Para una persona de sesenta y cinco años, p. 11. — Para una persona de sesenta y seis años, p. 13. — Para una persona de sesenta y siete años, p. 15. — Para una persona de sesenta y ocho años, p. 17. — Para una persona de sesenta y nueve años, p. 19. — Para una persona de setenta años, p. 20. — Para una persona de setenta y un años, p. 22. — Para una persona de setenta y dos años, p. 24. — Para una persona de setenta y tres años, p. 26.

— Para una persona de setenta y cuatro años , p. 28. — Para una persona de setenta y cinco años , p. 29. — Para una persona de setenta y seis años , p. 31. — Para una persona de setenta y siete años , p. 33. — Para una persona de setenta y ocho años , p. 35. — Para una persona de setenta y nueve años , p. 36. — Para una persona de ochenta años , p. 38. — Para una persona de ochenta y un años , p. 40. — Para una persona de ochenta y dos años , p. 41. — Para una persona de ochenta y tres años , p. 43. — Para una persona de ochenta y cuatro años , p. 45. — Para una persona de ochenta y cinco años , p. 46. — Para una persona de ochenta y seis años , p. 48. — Para una persona de ochenta y siete años , p. 49. — Para una persona de ochenta y ocho años , p. 51. — Para una persona de ochenta y nueve años , p. 52. — Para una persona de noventa años , p. 53. — Para una persona de noventa y un años , p. 54. — Para una persona de noventa y dos años , p. 55. — Para una persona de noventa y tres años , p. 56. — Para una persona de noventa y cuatro años , p. 57. — Para una persona de noventa y cinco años , p. 57. — Para una persona de noventa y seis años , p. 58.

— Para una persona de noventa y siete años, p. 59. — Para una persona de noventa y ocho años, p. 59. — Para una persona de noventa y nueve años, p. 60. — *Tabla general* de los bautismos, matrimonios y entierros que hubo en la ciudad de Paris desde el año 1709 hasta el de 1766, ambos inclusive, p. 61. — *Estado individual* de los bautismos, matrimonios y entierros de la ciudad y arrabales de Paris, desde el año de 1745 hasta el de 1766, p. 64. — Inducciones de la primera *tabla general*, p. 86. — Inducciones que se pueden sacar del *Estado individual*, p. 90. — Número de niños espósitos en cada año, p. 94. — Estado de los bautismos, matrimonios y entierros de la villa de Montbard, en Borgoña, desde el año de 1765 hasta el de 1774, ambos inclusive, p. 96. — Inducciones que se pueden sacar de esta tabla, p. 96. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Semur, en Auxois, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive, p. 99. — Resultados que arroja la precedente tabla, p. 99. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Flavigny, desde 1770 hasta 1774, ambos inclusive, p. 101. — Deducciones de

esta tabla, p. 101. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la pequeña villa de Vitteaux, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive, página 103. — Deducciones del precedente estado, p. 103. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en la villa de Epoisses y en las aldeas de Genay, Marigny-le-Cahonet y Toutry, bailiazgo de Semur, en Auxois, desde el año de 1770 hasta el de 1774, ambos inclusive, p. 105. — Deducciones, p. 105. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en todo en el Bayliazgo de Semur, en Auxois, que contiene noventa y nueve poblaciones entre ciudades, villas y aldeas, en los años desde 1770 hasta 1774, ambos inclusive, p. 107. — Deducciones, p. 107. — Estado de los nacimientos, matrimonios y muertes en el bayliazgo de Saulieu, en Borgoña, que contiene cuarenta poblaciones, entre ciudades, villas y aldeas, desde el año de 1770 hasta el de 1772, ambos inclusive, p. 112. — Deducciones, p. 112. — Comparacion de la mortandad de la ciudad de Paris con la de los lugares de sus contornos hasta la distancia de 10, 15 y 20 leguas, p. 117. — Comparacion de las tablas de mortandad de

Francia con las tablas de mortandad de Londres, p. 120. — Sobre las tablas de mortandad de Dublin, p. 128. — Resultado de una tabla de los nacimientos, muertes y casamientos de cierto número de parroquias en la provincia de Hamshire, en Inglaterra, durante un período de noventa años, página 136. — Extracto de una tabla redactada por Graunt, de los nacimientos, matrimonios y muertes que hubo en la ciudad de Paris, en los años de 1670, 1671 y 1672, p. 138. — Deducciones, p. 138. — NOTAS, p. 73, 89, 93, 95, 113 y 125.

Ensayo de Aritmética moral. 143

Reglas para apreciar las relaciones de verosimilitud, etc., p. 144. — Verdades de diferentes géneros, p. 144. — De la evidencia, p. 146. — Hay dos modos de considerar los efectos naturales, p. 148. — De la experiencia, p. 149. — Probabilidad, p. 152. — Analogía, p. 153. — Todo temor ó toda esperanza, cuya probabilidad sea igual á la que produce el temor de la muerte, puede tomarse en lo moral por la unidad á que se debe referir la medida de los demas temores, p. 155. — Relacion entre la certeza física y la moral, p. 159. — Juegos de suer-

te, p. 166. — Juego del *pasa-diez*, p. 166. — El juego es una pasión ansiosa cuyo hábito es sumamente perjudicial, p. 170. — El juego en general es un pacto mal entendido, un contrato perjudicial á ambos jugadores, p. 172. — Demostración de este aserto, p. 172. — El dinero no se debe estimar por su cantidad numérica, p. 175. — El dinero tiene dos valores, p. 176. — Definición de lo *necesario* y de lo *superfluo*, p. 177. — Solución de algunos casos, página 178. — De la memoria del Sr. Daniel Bernoulli sobre la *medida de la suerte*, página 183. — Errores del cálculo matemático, p. 186. — Experimentos, p. 191. — De la proporción del valor del dinero relativamente á las utilidades que de él resultan, p. 195. — Una probabilidad debe reputarse como nula cuando solo es de $\frac{1}{10000}$, p. 198. — Las grandes esperanzas son el cebo de que se valen los que andan á caza de dinero, página, p. 201. — El análisis es el único medio que hasta ahora se ha usado en la ciencia de las probabilidades para determinar las razones del riesgo, p. 204. — Cálculos sobre el juego del *ladrillejo*, p. 206. — Del infinito, p. 216. — Definición de la unidad y del número, p. 218. — NOTAS, p. 144, 152, 156, 180, 188 y 205.

Medidas aritméticas. 221

El número tomado en sentido general es el orden de las cantidades, p. 221. — Sobre el número diez, p. 223. — Aritmética binaria, p. 227. — Una aritmética cuya escala hubiese tenido el número 12 por raíz, sería mucho mas cómoda, p. 228. — Escala aritmética de los astrónomos, p. 230. — En general, un número cualquiera n puede representarse por otro número cualquiera m elevado á una cierta potencia x , p. 237. — NOTA, p. 228.

Medidas geométricas. 238

Línea, p. 238. — Medida de la estension en longitud, p. 239. — Curvas geométricas y curvas mecánicas, p. 242. — Medidas en los diversos paises, p. 245. — Medida de los líquidos, p. 247. — Circunferencia, p. 249. — Centro, p. 249. — El punto es lo que no tiene partes, y la línea es una longitud sin latitud, p. 250. — De la cuadratura del círculo, p. 251. — Las dificultades de las cuestiones de geometría dimanar de las definiciones, p. 252. — Magnitudes inconmensurables, p. 254. — Utilidad que se puede sa-

car de las abstracciones en las ciencias, p. 257. — Gravedad de la materia, p. 260. — Método para medir el volúmen de los cuerpos, p. 264. — Del peso de los cuerpos, p. 266.

FIN DE LA TABLA ANALITICA.