LECCIONES

DE

ARITMÉTICA

APLICADAS Á LAS DIFERENTES CUESTIONES MERCANTILES

PARA LAS

ESCUELAS Y COLEGIOS DE PRIMERA ENSEÑANZA

POR

D. JOSÉ DALMÁU CARLES

PROFESOR NORMAL; DIRECTOR DE UNA DE LAS ESCUELAS MUNICIPALES DE LA CIUDAD DE GERONA; CABALLERO DE LA REAL ORDEN DE ISABEL LA CATÓLICA, POR MÉRITOS EN LA ENSEÑANZA

LIBRO DEL ALUMNO

2.ª PARTE

COMPRENDE, ADEMÁS DE LA TEORÍA INDISPENSABLE, MÁS DE 2,000 PROBLEMAS Y EJERCICIOS PRÁCTICOS DEBIDAMENTE METODIZADOS Y DE APLICACIÓN INMEDIATA, CONFORME EXIGE LA ENSEÑANZA RACIONAL DE ESTA IMPORTANTE MATERIA Y UNAS NOCIONES DE ÁLGEBRA ELEMENTAL

GRADO SUPERIOR

22.ª EDICIÓN

DE TEXTO, POR R. O. DE 28 DE ABRIL DE 1898

ADOPTADO PARA LA INSTRUCCIÓN DE S. M. EL REY D. ALFONSO XIII

MEDALLA DE ORO EN LA EXPOSICIÓN CIENTÍFICA DEL «PALAIS DU TRAVAIL» DE PARÍS

GERONA.—1909

DALMÁU CARLES Y COMPAÑÍA, EDITORES

JEI7/52

$2(2p-4)-4$

$4p-\cancel{8}-4$

$(4p-12)$

$8p-24-4=0$

$8p=28$

$x= 4p=14$

$2p=7$

$p=\frac{7}{2}$

$p+$

(10)

$(2p-4)$

3,5: $7-4$

3

2

$2p+3p+4p+5p+6p$.

$7 \mid \frac{2}{3{,}5}$

10

AL DISTINGUIDO PROFESOR

D. NARCISO FARRÓ Y FERRER

Humilde testimonio de gratitud de su discípulo y amigo

El Autor.

ABREVIATURAS USUALES EN LA ESCRITURA COMERCIAL

Pf.	pesos fuertes.
Ptas., cts.	pesetas, céntimos.
fr. ó frs.	francos.
fls.	florines.
£E. ó sólo £	libras esterlinas.
chel., penk	chelines, peniques.
o/.	orden.
c/., cta.	cargo, cuenta.
g/	giro.
l.	letra.
p/	pagaré.
m/g., n/g.	mi giro, nuestro giro.
m/r., s/r.	mi remesa, su remesa.
m/o., s/o. n/o . . .	mi orden, su orden, nuestra orden.
m/c., s/c	mi cargo, su cargo.
p/cta., p/o	por cuenta, por orden.
d/v.	días vista.
d/f., m/f.	días fecha, meses fecha.
c/m ó c/$^{1}/_{2}$	cuenta y mitad.
cta. corrte. ó c. c. .	cuenta corriente.
s.	sobre.
b/	bultos.
camb	cambio.
c/o	carta orden.
d.º	daño.
b.º	beneficio.
S. E.	salvo error.
S. E. ú O.	salvo error ú omisión.
m/p., s/p., n/p . . .	mi pagaré, su pagaré, nuestro pagaré.
m/l, s/l., n/l. . . .	mi letra, su letra, nuestra letra.
m/f., s/f., n/f. . . .	mi favor, su favor, nuestro favor.
p °/₀.	por ciento.
p °/₀₀	por mil.
etc.	

CAMBIOS FIJOS

que rigen desde 1.º de julio de 1885 para el pago en el extranjero de todo servicio del Estado no convenido, con arreglo á lo dispuesto en la ley y Real orden de 24 y 27 de junio de dicho año.

(Par intrínseca con España)

Naciones	Monedas extranjeras	Equivalencia en moneda española Pts.	Cts.
Alemania	Reich Marck de 100 pfennig.	1	23
América inglesa	Dollar.	5	25
Austria-Hungría	Florín de 100 kreutzers	2	47
Bélgica	Franco de 100 céntimos	1	
Brasil	Mil reis	2	83
Conchinchina francesa	Piastra de comercio	5	40
Colombia	Peso de oro	5	
Colonias inglesas	Veinte cénts. de plata Hong-Kong.	0	95
Chile	Peso de 100 centavos	5	
Dinamarca	Krone de 100 ore	1	39
Egipto	Piastra de 40 paras	0	26
Estados Unidos de América	Dollar de 100 centavos	5	18
Finlandia (Rusia)	Markka	1	
Francia	Franco de 100 céntimos	1	
Grecia	Drachma de 100 lepta	1	
Haïti	Gourdo	4	96
Indias inglesas	Roupia	2	38
Inglaterra	Libra esterlina	25	20
Italia	Lira de 100 céntimos	1	
Isla Mauricia (colonia inglesa)	Veinte céntimos	0	41
Japón	Yen de 100 sen	5	17
México	Peso de 100 centavos	5	43
Mónaco	Franco de 100 céntimos	1	
Noruega	Krone de 100 ore	1	39
Países Bajos	Florín de 100 céntimos	2	10
Persia	Thoman de 100 schahis	11	83
Perú	Sol de 10 dineros ó 100 céntimos.	5	
Portugal	Mil reis	5	60
República Argentina	Peso	5	
Rumanía	Ley de 100 Banis	1	
Rusia	Rublo de 100 Kopeks	4	
Servia	Dinar de 100 paras	1	
Suecia	Krone de 100 ore	1	39
Túnez	Piastra	0	62
Turquía	Piastra	0	23
Uruguay	Piastra ó peso	5	
Venezuela	Venezolano (peso)	5	

Razones Geométricas

1. **Qué es razón geométrica.**—*Razón geométrica,* ó por cociente, de dos números es el resultado de compararlos entre sí, dividiendo el uno por el otro.

2. **Términos de la razón y resultado.**—Los dos números que se comparan se llaman, en general, *términos de la razón,* y también se distinguen con el nombre particular de *antecedente* el uno y *consecuente* el otro. El resultado de la comparación se llama *exponente* de la razón, ó solamente *razón.*

3. **Cómo se escribe una razón.**—*Para escribir una razón,* se pone el antecedente y, á continuación, el consecuente, separados por medio de dos puntos (:) que se leen *es á:* seguidamente se escribe el signo de igualdad y luego, el resultado.

Así, $8 : 4 = 2$; $75 : 25 = 3$; $0'25 : 0'725 = 0'333$; $\frac{3}{4} : \frac{7}{9} = \frac{27}{28}$; etc.

También suelen escribirse las razones poniendo el antecedente por numerador de un quebrado y el consecuente, por denominador, v. g.:

$$\frac{8}{4};\ \frac{75}{25};\ \frac{0'25}{0'725};\ \frac{\frac{3}{4}}{\frac{7}{9}};\ \text{etc.}$$

4. **Igualdad de dos ó más razones.**—Se dice que *dos ó más razones son iguales* cuando dan iguales exponentes.

Según esto, son iguales las razones siguientes, porque 2 es el exponente de cada una de ellas: $8 : 4$; $24 : 12$; $100 : 50$; etc.

5. **Analogía entre razón, división y quebrado.**—Una razón *viene á ser una división* y *un quebrado;* de modo, pues, que tienen igual significación las palabras siguientes:

Antecedente, dividendo y numerador.
Consecuente, divisor y denominador.
Exponente, cociente y quebrado.

6. **Principales propiedades de las razones geométricas.**—Si una razón es igual á una división y á un quebrado, las

propiedades comunes á la división y á los quebrados son también aplicables á las razones geométricas.

Tenemos, pues, que:

1.° Una razón *se multiplica* por un número, *multiplicando* por este número *su antecedente*, ó *partiendo* por el mismo *su consecuente*.

2.° Una razón *se divide* por un número, *partiendo* por este número *su antecedente*, ó multiplicando por el mismo *su consecuente*.

3.° Una razón *no altera*, *multiplicando* ó *partiendo ambos términos* por un mismo número.

7. **Consecuencias que se deducen de la última propiedad.**—De no alterarse una razón cuando sus dos términos se multiplican ó parten por un mismo número, se sacan las consecuencias siguientes:

1.ª *Pueden obtenerse razones iguales á una dada*, multiplicando ó partiendo sus dos términos por un mismo número.

Sea la razón dada $12 : 6 = 2$

Multiplicando	por 3,	tendremos:	$36 : 18 = 2$
»	por 5,	»	$60 : 30 = 2$
Etc., etc.			
Partiendo	por 3,	»	$4 : 2 = 2$
»	por 6,	»	$2 : 1 = 2$

2.ª *Puede simplificarse una razón* dada, para lo cual se parten ambos términos por los factores que les sean comunes.

Simplifiquemos la razón . . . . $1242 : 96$.

Sacando la $^1/_2$, tendremos. . . . $621 : 48$.

Sacando de ésta el $^1/_3$, tendremos: $207 : 16$, razón irreducible é igual á la dada $1242 : 96$.

Una razón es irreducible cuando ambos términos son números primos entre sí.

8. **Cómo se simplifica una razón cuyos términos son quebrados comunes.**—Para simplificar una razón cuyos términos son quebrados comunes, se reducen á un común denominador, y se forma la nueva razón con los numeradores que se obtengan; pues quitar los denominadores, equivale á multiplicar ambos términos por el denominador.

Sea la razón $\frac{1}{2} : \frac{3}{5}$

Simplificación: $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = \frac{5}{10} : \frac{6}{10} = 5 : 6.$

De donde resulta que $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} = 5 : 6.$

También puede procederse reduciendo los quebrados á fracciones decimales. Así, $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = 0'5 : 0'75.$

Si un término es entero, se le pone la unidad por denominador, y se procede como en el caso anterior.

9. **Razón compuesta.**—*Razón compuesta* es la que se obtiene multiplicando entre sí los antecedentes y los consecuentes de dos ó más razones dadas, llamadas *simples* ó *componentes*. Hallada la compuesta, se simplifica si se puede, dividiendo ambos términos por los factores que les sean comunes.

EJEMPLO.—*Hallar la razón compuesta de las simples siguientes:* 8 : 4; 12 : 6; 25 : 10; 9 : 3.

Resolución sin simplificar.

$$\begin{array}{r} 8 : 4 \\ 12 : 6 \\ 25 : 10 \\ 9 : 3 \\ \hline 8 \times 12 \times 25 \times 9 : 4 \times 6 \times 10 \times 3 \end{array}$$

Razón compuesta : 21600 : 720 = 30.

Resolución simplificada.

$$2 \times 1 \times 5 \times 3 : 1 \times 1 \times 1 \times 1$$

Razón compuesta : 30 : 1 = 30.

Proporciones geométricas ó equicocientes

1. **Proporción geométrica ó equicociente.**—*Proporción geométrica ó equicociente* es la igualdad de dos razones geométricas.

2. **Cómo se escribe una proporción geométrica.**—*Para escribir una proporción geométrica,* se ponen las dos razones iguales una á continuación de otra separadas por medio de cuatro puntos (::) que se leen *como.*

Si con las dos razones iguales 8 : 4 y 12 : 6 queremos formar una proporción, las escribiremos en esta forma: 8 : 4 : : 12 : 6.

También las proporciones pueden escribirse así: $\frac{8}{4} = \frac{12}{6}$, en el caso de que las razones se escriban como un quebrado.

3. **Términos de toda proporción.**—En toda proporción, entran *cuatro términos:* el primero y cuarto se llaman *extremos,* y el segundo y tercero, *medios.*

También se designan con el nombre de *antecedentes* el primero y tercero, y con el de *consecuentes,* el segundo y cuarto.

4. **División de las proporciones con relación á sus términos.**—*Las proporciones, con relación á sus términos,* se dividen en *discretas* y *continuas.* Son discretas las que tienen los términos medios desiguales, v. g : 8 : 5 : : 16 : 10; son continuas las que tienen los medios iguales, v. g.: 8 : 4 : : 4 : 2.

En la proporción continua, el término medio se llama *medio proporcional* entre los extremos.

5. **Cómo se forma una proporción discreta.**—*Para formar una proporción discreta,* se escribe primero una razón, á continuación los cuatro puntos, y luego otra razón igual á la primera, que se calcula multiplicando ó partiendo el antecedente y el consecuente de la primera razón por un mismo número.

EJEMPLO.—*Dada la razón* 18 : 6, *formar una proporción discreta.*

Multiplicando por 2 ambos términos:	18 : 6 : : 36 : 12.
» » 4 » »	: 18 : 6 : : 72 : 24.
Etc.	
Partiendo por 2 ambos términos:	18 : 6 : : 9 : 3.
Etc.	

6. **Cómo se forma una proporción continua.**—*Para formar una proporción continua,* se escribe un número por primer término; por segundo y tercero, un múltiplo ó submúltiplo del primero, y por cuarto término, el mismo múltiplo ó submúltiplo del tercero que se tomó del primero para formar el segundo y el tercero.

EJEMPLO.—*Formar una proporción geométrica continua cuyo primer término sea 9.*

Por medio de un múltiplo, el triplo, por ejemplo:

9 : 27 : : 27 : 81.

Por medio de un submúltiplo, el tercio, por ejemplo:

9 : 3 : : 3 : 1.

También pueden formarse proporciones continuas, escribiendo primero una razón, y partiendo antecedente y consecuente por el exponente de la misma. Los dos cocientes son, respectivamente, los dos términos de la segunda razón. EJEMPLO.—*Dada la razón* 8 : 4, *formar una proporción continua.*—

Como 2 es el exponente de esta razón, y 4 y 2 son, respectivamente, los cocientes de 8 y 4 por el exponente de la razón dada, la proporción continua será 8 : 4 : : 4 : 2.

7. Propiedad fundamental de las proporciones geométricas.—*La propiedad fundamental de las proporciones geométricas* es la siguiente: El producto de los términos extremos es igual al producto de los términos medios.

Sea la proporción discreta: 5 : 7 : : 10 : 14.

Producto de extremos: $5 \times 14 = 70$.
Idem de medios: $7 \times 10 = 70$.

Sea la proporción continua: 27 : 9 : : 9 : 3.

Producto de extremos: $27 \times 3 = 81$.
Idem de medios: $9 \times 9 = 81$.

En la proporción continua, también puede, evidentemente, decirse *que el producto de los extremos es igual al cuadrado del medio proporcional.*

8. Consecuencias que se deducen de la propiedad fundamental.—*De la propiedad fundamental de las proporciones geométricas, se deducen las consecuencias siguientes:*

1.ª Dados tres términos de una proporción, se puede hallar el cuarto:

Si el término incógnito es un extremo, se multiplican los dos medios, y el producto se divide por el extremo conocido.

Si el término incógnito es un medio, se multiplican los dos extremos, y el producto se divide por el medio conocido.

EJEMPLOS.—*Sea la proporción* 9 : 6 : : 18 : 12.

Supongamos desconocido el extremo 12, y llamémosle x: tendremos, según la regla:

$$9 \times x = 6 \times 18;$$

$$\text{luego } x = \frac{6 \times 18}{9} = \frac{108}{9} = 12.$$

Supongamos desconocido el extremo 9, y llamémosle x: tendremos, según la regla:

$$x \times 12 = 6 \times 18;$$

$$\text{luego } x = \frac{6 \times 18}{12} = \frac{118}{12} = 9.$$

Supongamos desconocido el medio 18, y llamémosle x: tendremos, según la regla:

$$9 \times 12 = 6 \times x;$$

$$\text{luego } x = \frac{9 \times 12}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

Supongamos desconocido el medio 6, y llamémosle x: tendremos, según la regla:

$$9 \times 12 = x \times 18;$$

$$\text{luego } x = \frac{9 \times 12}{18} = \frac{108}{18} = 6.$$

2.ª En toda proporción continua, el término medio es igual á la raiz cuadrada del producto de los extremos.

EJEMPLO.—*Sea la proporción continua* 8 : 4 : : 4 : 2.

Supongamos desconocido el medio proporcional, y llamémosle x: tendremos, según la regla:

$$x \times x = 8 \times 2,$$

y por tanto, $x^2 = 16;$

luego $x = \sqrt{16};$

y $x = 4.$

También podemos decir que, en toda proporción continua, un extremo se obtiene partiendo el cuadrado del término medio por el otro extremo.

3.ª Si el producto de dos números es igual al producto de otros dos, con estos cuatro números se puede formar una proporción, colocando por extremos los dos factores de un producto y por medios, los otros dos.

Así, si $3 \times 4 = 2 \times 6$, tendremos la proporción siguiente:

3 : 2 : : 6 : 4.

4.ª Una proporción no altera multiplicando ó partiendo un extremo y un medio por un mismo número, de lo que se deduce la *simplificación* de las proporciones.

9. **Cómo se simplifican las proporciones.**—*Para simplificar una proporción,* se dividen un extremo y un medio por los factores que les sean comunes.

Sea la proporción 18 : 9 : : 36 : x.

Sacando el $^1/_9$ de 18 y 36, tenemos: 2 : 9 : : 4 : x.

» la $^1/_2$ de 2 y 4, » 1 : 9 : : 2 : x, proporción irreducible.

Estas simplificaciones ofrecen, generalmente, proporciones no equivalentes á las dadas; pero como no alteran el valor de la incógnita y ahorran trabajo al calculista, he aquí porque aconsejamos la práctica de ellas.

10. **Transformación de una proporción que tenga en sus términos uno ó más quebrados, en otra cuyos términos sean enteros.**—Para transformar en enteros los términos quebrados de una proporción, se siguen las reglas siguientes:

1.ª Si sólo es quebrado un extremo ó un medio, ó dos extremos ó dos medios, se procede como en la conversión de una razón.

EJEMPLOS.- 1.° *Sea la proporción* $\frac{3}{5} : 6 :: 60 : x$.

O lo que es igual: $\frac{3}{5} : \frac{6}{1} :: 60 : x$.

Reduciendo ambos quebrados á un denominador común:

$$\frac{3}{5} : \frac{30}{5} :: 60 : x.$$

Multiplicando por 5 los términos de la primera razón:

$$3 : 30 :: 60 : x.$$

Proporción equivalente á la dada.

2.ª Si son quebrados un extremo y un medio, se reducen los quebrados á un común denominador, y se forma la proporción equivalente con los numeradores que se obtengan.

EJEMPLO.—*Sea la proporción* $\frac{1}{2} : 4 :: \frac{1}{4} : x$.

Reduciendo $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{4}$ á un común denominador, y formando la proporción con los numeradores, resulta:

$$4 : 4 :: 2 : x.$$

3.ª Si son quebrados todos los términos, se procede primero con un extremo y un medio, y luego, con el quebrado que quede y el extremo entero, conforme ya hemos visto.

Sea la proporción $\frac{3}{5} : \frac{1}{4} :: \frac{3}{10} : x$.

Reduciendo á un común denominador los quebrados $\frac{3}{5}$ y $\frac{1}{4}$, tenemos:

$$12 : 5 :: \frac{3}{10} : x.$$

Multiplicando 12 y $\frac{3}{10}$ por el denominador 10, tenemos:

$$120 : 5 :: 3 : x.$$

Con estas transformaciones, generalmente, no se obtienen proporciones equivalentes á las dadas. Las aconsejamos, empero, porque no alteran el valor de la incógnita y facilitan la obtención de ésta.

11. Proporción compuesta.—*Proporción compuesta* es la que resulta de multiplicar entre sí los términos correspondientes de dos ó más razones dadas, llamadas *simples* ó *componentes*.

EJEMPLO.—*Sean las proporciones simples:*

$$9 : 3 :: 3 : x$$
$$12 : 4 :: x : y$$
$$27 : 9 :: y : n$$

Proporción compuesta: $9 \times 12 \times 27 : 3 \times 4 \times 9 :: 3 \times x \times y : x \times y \times n.$

Hallada la proporción compuesta, se simplifica si se puede partiendo un extremo y un medio por los factores que les sean comunes.

Proporción compuesta simplificada: $9 : 1 :: 1 : n$.

Magnitudes proporcionales

1. **Cantidades directamente proporcionales.**—Dos cantidades variables son *directamente proporcionales* cuando, haciendo una de ellas 2, 3, 4, 30, etc., veces mayor ó menor, la otra queda también hecha 2, 3, 4, 30, etc., veces mayor ó menor.

El peso y el valor de una mercadería, por ejemplo, son dos magnitudes directamente proporcionales; pues haciendo el peso 2, 3, etc., veces mayor ó menor, el valor de la mercadería será también 2, 3, etc., veces mayor ó menor.

Igualmente, serán directamente proporcionales el camino recorrido por un móvil que marche siempre con igual velocidad, y el tiempo.

El trabajo hecho por obreros igualmente hábiles y el número de obreros. Etc.

2. **Cantidades inversamente proporcionales.**—Dos cantidades variables son *inversamente proporcionales* cuando, haciendo una de ellas 2, 3, 4, 20, etc., veces mayor ó menor, la otra queda hecha 2, 3, 4, 20, etc., veces menor ó mayor.

El número de obreros ocupados en hacer un trabajo es inversamente proporcional al tiempo empleado; pues haciendo el número de obreros 2, 3, 4, etcétera, veces mayor ó menor, el tiempo que necesitarán los obreros será 2, 3, 4, etc., veces menor ó mayor.

Serán, asimismo, inversamente proporcionales, el largo y ancho de una pieza de tela en cuya producción se haya empleado igual cantidad de hilo. Etcétera.

3. **Proporción directa é inversa.**—Para que cuatro números concretos formen proporción, es necesario que los cuatro sean homogéneos, ó que lo sean dos á dos.

Si cada dos números concretos homogéneos son directamente proporcionales con otros dos, homogéneos también entre sí (sean ó no de la misma especie que los dos primeros), *los cuatro números formarán proporción directa.*

Si cada dos números concretos homogéneos son inversamente proporcionales con otros dos, homogéneos también entre sí (sean ó no de la misma especie que los dos primeros), *los cuatro números formarán proporción inversa.*

Llamemos A y A' á dos números concretos homogéneos, y B y B', á otros dos números concretos y homogéneos también entre sí.

Disposición

A . . . . . B
A' . . . . . B'

$A : A' :: B : B'$

Proporción directa

Si A y B son directamente proporcionales é igualmente lo son A' y B', la proporción directa será: $A : B :: A' : B'$; ó bien, $A : A' :: B : B'$

Disposición

A . . . . . B
A' . . . . . B'

$A' : A :: B : B'$

Proporción inversa

Si A y B son inversamente proporcionales é igualmente lo son A' y B', la proporción inversa será: $A' : A :: B : B'$.

4

Regla de tres

1. **Regla de tres.**—*Regla de tres* es la que nos enseña á resolver los problemas que dependen de una ó más proporciones.

2. **Cómo se divide.**—La regla de tres se divide en *simple y compuesta.* Es simple, cuando el problema depende de una proporción, y compuesta, cuando el problema depende de dos ó más proporciones.

3. **Supuesto y pregunta, cantidades principales y relativas.**—En toda regla de tres, hay que distinguir *supuesto y pregunta, cantidades principales y cantidades relativas.*

El *supuesto* es la parte *conocida* de la cuestión.

La *pregunta* es la parte *desconocida* de la cuestión.

Cantidades principales son dos ó más términos *homogéneos* y *conocidos,* uno del supuesto y otro de la pregunta.

Cantidades relativas son dos términos *homogéneos,* uno *conocido* del supuesto y otro *desconocido* de la pregunta.

EJEMPLO.—*Si 20 hombres, para hacer un trabajo, emplean 40 días, ¿cuántos días emplearán 8 hombres?*

El supuesto lo componen *20 hombres* y *40 días*, por ser la parte conocida del problema. Constituyen la pregunta *8 hombres* y *x días;* llamando así al número de días que dichos hombres emplearían.

Son cantidades principales *20 hombres* y *8 hombres*, por ser los dos términos homogéneos y conocidos, uno del supuesto y otro de la pregunta. Son cantidades relativas *40 días* y *x días*, por ser los dos términos homogéneos, uno conocido del supuesto y otro desconocido de la pregunta.

En las reglas de tres simples, sólo hay, evidentemente, dos cantidades principales; en las compuestas, cuatro ó más.

4. **División de las reglas de tres simples.**—Se dividen en *directas* é *inversas*. Son directas cuando cada cantidad principal y su relativa correspondiente son directamente proporcionales, é inversas, cuando cada cantidad principal y su relativa correspondiente son inversamente proporcionales.

Cuando dos cantidades son directamente proporcionales, *aumentando* la una, *aumenta* igualmente la otra, y *disminuyendo* la una, *disminuye* igualmente la otra. Podemos, pues, decir que dichas cantidades, en el primer caso, van de *más á más*, y en el segundo, de *menos á menos*.

Si dos cantidades son inversamente proporcionales, *aumentando* la una *disminuye* la otra, y *disminuyendo* la una, *aumenta* la otra. Podemos, pues, decir que dichas cantidades, en el primer caso, van de *más á menos*, y en el segundo, de *menos á más*.

De todo lo cual, puede deducirse la siguiente regla práctica:

Las reglas de tres simples son directas cuando las cantidades principales van con sus relativas de más á más ó de menos á menos, é inversas, cuando van de más á menos ó de menos á más.

5. **Resolución de las reglas de tres directas.**—*Las reglas de tres directas se resuelven* escribiendo primero el supuesto y la pregunta, de modo que se correspondan unas debajo de otras las cantidades principales y las relativas, y formando la siguiente proporción:

Cantidad principal del supuesto es á cantidad principal de la pregunta, como la cantidad relativa del supuesto es á la cantidad relativa de la pregunta.

EJEMPLOS: 1.°—*Si 20 qq. m. de cierto género han costado 120 pesetas, ¿cuál será el valor de 9 quintales métricos?*

PLANTEO

Supuesto.	20 qq. m.	120 ptas.
Pregunta.	9 » ».	x »

$$20 : 9 : : 120 : x$$

$$x = \frac{9 \times 120}{20} = \frac{9 \times 12}{2} = \frac{9 \times 6}{1} = 54 \text{ ptas.}$$

Si 20 qq. m. valen 120 ptas., 9 qq. m., que son *menos* que 20, valdrán también *menos* ptas. que 120. Es decir, la comparación va de *menos* á *menos;* luego los cuatro números concretos *están relacionados en proporción directa.*

2.º—*Se sabe que con 415 pesetas se compraron 26 hectolitros; ¿cuántos hectolitros se comprarán con 2480 pesetas?*

PLANTEO

Supuesto. . . .	415 pesetas.	26 hectolitros.
Pregunta. . . .	2480 »	x »

$$415 : 2480 : : 26 : x$$

$$x = \frac{2480 \times 26}{415} = \frac{496 \times 26}{83} = 155'37 \text{ hectolitros.}$$

Si con 415 pesetas compro 26 hectolitros, con 2480 pesetas, que son *más* que 415, compraré *más* hectolitros que 26. Es decir, la comparación va de *más* á *más;* luego los cuatro números concretos *están relacionados en proporción directa.*

6. **Resolución de las reglas de tres inversas.**—*Las reglas de tres inversas se resuelven* planteando primero el supuesto y la pregunta, de modo que se correspondan unas debajo de otras las cantidades principales y las relativas, y formando la siguiente proporción:

Cantidad principal de la pregunta es á cantidad principal del supuesto, como la cantidad relativa del supuesto es á la cantidad relativa de la pregunta.

EJEMPLOS: 1.º—*4 hombres necesitaron 20 días para hacer un trabajo. ¿Cuántos días emplearían 10 hombres para hacer otro tanto?*

PLANTEO

Supuesto. . . .	4 hombres. . . .	20 días.
Pregunta. . . .	10 »	x »

$$10 : 4 : : 20 : x$$

$$x = \frac{4 \times 20}{10} = \frac{4 \times 2}{1} = \frac{8}{1} = 8 \text{ días.}$$

Si 4 hombres necesitaron emplear 20 días, 10 hombres, que son *más,* para hacer lo mismo, emplearían *menos* días. Es decir, la comparación va de *más* á *menos;* luego los cuatro números concretos *están relacionados en proporción inversa.*

2.º—*En el supuesto de que 18 zapadores necesiten 30 días para abrir un foso, ¿cuántos días necesitarían 12 zapadores?*

PLANTEO

Supuesto. . . .	18 zapadores. . . .	30 días.
Pregunta. . . .	12 »	x »

$$12 : 18 :: 30 : x$$

$$x = \frac{18 \times 30}{12} = \frac{6 \times 30}{4} = \frac{3 \times 30}{2} = \frac{3 \times 15}{1} = \frac{45}{1} = 45 \text{ días.}$$

Si 18 zapadores emplean 30 días, 12 zapadores, que son *menos*, para hacer lo mismo emplearán *más* días. Es decir, la comparación va de *menos* á *más*; luego los cuatro números concretos *están relacionados en proporción inversa.*

7. **Resolución de las compuestas.**—*Para resolver las reglas de tres compuestas,* se escriben el supuesto y la pregunta, de modo que cada cantidad principal del supuesto se corresponda con su homogénea de la pregunta, y en último término, la relativa del supuesto correspondiéndose con la relativa de la pregunta.

Comparando, ordenadamente, cada dos cantidades principales homogéneas con las relativas de la cuestión, se obtienen *tantas reglas de tres simples como pares de cantidades principales hay en el problema,* resultando, por lo mismo, igual número de proporciones.

Estas proporciones tienen todas la segunda razón común, *por lo que ésta se escribe una sola vez frente á una llave que cierra las razones primeras,* y luego se forma la siguiente proporción:

Producto de antecedentes es á producto de consecuentes, como el antecedente de la razón común es á su consecuente, ó sea x.

Esta proporción se simplifica si se puede.

Adviértase que estas reglas de tres simples no son las en que, *lógicamente*, se descompone la regla de tres compuesta. Con este mecanismo se obtiene, empero, un procedimiento facilísimo para calcular siempre el valor de la incógnita. (Vea el lector nuestra *Aritmética Razonada*, n.º 371.)

Las diferentes reglas de tres simples en que se descompone una compuesta, pueden ser todas directas, todas inversas, ó unas directas y otras inversas.

EJEMPLO.—*Se sabe que 26 hombres, en 3 días, trabajando 9 horas cada día, hicieron 720 metros de un tejido. Esto supuesto, véase cuántos metros del mismo tejido harían 14 hombres, en 6 días, trabajando 8 horas cada día.*

PLANTEO

Supuesto. .	26 hombres. .	3 días. .	9 horas. .	720 metros.
Pregunta. .	14 » . .	6 » . .	8 » . .	x »

$$\left.\begin{array}{r} 26:14 \\ 3:\ 6 \\ 9:\ 8 \end{array}\right\} ::720:x$$

$$26\times3\times9:14\times6\times8::720:x$$

$$x=\frac{(14\times6\times8)\times720}{26\times3\times9}=689'23 \text{ metros.}$$

Simplificando la proporción obtenida, tendremos

$$13\times1\times1:14\times1\times8::80:x$$

$$x=\frac{(14\times8)\times80}{13}=689'23 \text{ metros.}$$

Expliquemos el mecanismo de la resolución. Comparemos las dos primeras cantidades principales, 26 hombres y 14 hombres, con las relativas 720 metros y x metros. Si 26 hombres, en *cierto número* de días, trabajando *cierto número* de horas cada día, hacen 720 metros,
14 hombres, en los *mismos días* y trabajando diariamente *iguales horas*, harán *menos* metros: va, pues, de *menos* á *menos;* luego es directa.

Tendremos, pues: $26:14::720:x$.

Comparemos las dos cantidades principales siguientes, 3 días y 6 días, con las relativas 720 metros y x metros. Si *unos hombres*, en tres días, trabajando *cierto número* de horas cada día, hacen 720 metros,
los mismos hombres, en 6 días, trabajando las *mismas horas* cada día, harán *más* metros: va, pues, de *más* á *más;* luego es directa.

Tendremos, pues: $3:6::720:x$.

Comparemos las dos cantidades principales siguientes, 9 horas y 8 horas, con las relativas, 720 metros y x metros. Si *unos hombres*, en *cierto número* de días, trabajando 9 horas cada día, han hecho 720 metros,
los mismos hombres, en los *mismos días*, trabajando 8 horas cada día, harán *menos* metros: va, pues, de *menos* á *menos;* luego es directa.

Tendremos, pues: $9:8::720:x$.

Obtenemos, pues, estas 3 proporciones:

1.ª $26:14::720:x$
2.ª $3:\ 6::720:x$
3.ª $9:\ 8::720:x$

Pero, como hemos dicho en la regla, sólo escribimos la razón común una vez, en esta forma:

$$\left.\begin{array}{r} 26:14 \\ 3:\ 6 \\ 9:\ 8 \end{array}\right\} ::720:x$$

Y aplicando la última parte de la regla práctica que hemos dado, tendremos:

$26\times3\times9:14\times6\times8::720:x$, conforme á la regla.

8. **Resolución de las reglas de tres por el método de reducción á la unidad.**—*Para resolver las reglas de tres, simples ó compuestas, por el método de reducción á la unidad,* se sigue la regla siguiente:

1.° Se escriben el supuesto y la pregunta.

2.° Se calcula el valor de una unidad de la cantidad principal del supuesto, y por él se determina, multiplicando ó partiendo, el valor de la cantidad principal de la pregunta.

3.° Si la regla de tres es compuesta, se hace ordenadamente, lo mismo con las demás cantidades principales, hasta tener indicado el valor de la incógnita.

4.° Se verifican las operaciones indicadas que resulten; pero antes se simplifican si se puede.

Resolvamos, por reducción á la unidad, las cuestiones siguientes:

1.ª—*Si con 45 ptas. compré 200 metros, ¿á cuánto pagué el Dm.?*

S.	200 metros. . .	45 ptas.
P.	10 » . . .	x »

Si 200 metros valen. . . . . 45 ptas.

1 metro vale 200 veces menos ptas., esto es, $\frac{45}{200}$.

Si 1 metro vale $\frac{45}{200}$ ptas.,

10 metros valen *diez* veces más, esto es, $\frac{45}{200} \times 10 = \frac{45 \times 10}{200}$ ptas. $= \frac{45}{20}$ $= \frac{9}{4} = 2'25$ ptas.

2.ª—*Se sabe que 12 albañiles necesitaron 30 días para hacer una obra. ¿Cuántos días emplearían 5 albañiles?*

S.	12 albañiles. . .	30 días.
P.	5 » . . .	x »

Si 12 albañiles necesitan. . . . . 30 días,

1 albañil necesitará *doce* veces más días, esto es, 30×12 días.

Si 1 albañil necesita 30×12 días,

5 albañiles necesitarán *cinco* veces menos días, esto es, $\frac{30 \times 12}{5}$ días $= \frac{6 \times 12}{1}$ $= 72$ días.

3.ª—*En el supuesto de que 9 zapadores necesitaran 12 días para abrir una zanja de 400 metros de largo, 2 de ancho y 1 metro de profundidad, ¿cuántos días emplearían 15 zapadores para abrir otra zanja de 300 metros de largo, 4 de ancho y 2 de profundidad?*

S.	9 zapadores.	400 metros largo.	2 m. ancho.	1 m. prof.	12 días,
P.	15 »	300 »	» 4 »	» 2 »	» x »

Si 9 *zapadores*, para abrir una zanja de 400 m. largo, 2 m. ancho y 1 de prof., están 12 días,
1 *zapador*, para hacer lo mismo, empleará 9 veces más días, esto es, 12×9 días.

Si 1 *zapador* emplea 12×9 días,
15 *zapadores*, para hacer el mismo trabajo, emplearán 15 veces menos días, esto es, $\frac{12 \times 9}{15}$ días.

Si 15 zapadores, para hacer una zanja de *400 metros de largo*, 2 m. a. y 1 m. prof., están $\frac{12 \times 9}{15}$ días,
los mismos zapadores, para abrir una zanja de *1 metro de largo*, el mismo ancho é igual prof., emplearían 400 veces menos días, esto es, $\frac{12 \times 9}{15 \times 400}$ días;
y para abrir una zanja de *300 metros largo*, el mismo ancho é igual profundidad, emplearán 300 veces más días, esto es, $\frac{12 \times 9}{15 \times 400} \times 300 = \frac{12 \times 9 \times 300}{15 \times 400}$ días.

Si 15 zapadores, para abrir una zanja de 300 m. l., *2 m. de ancho* y 1 m. prof., emplean $\frac{12 \times 9 \times 300}{15 \times 400}$ días,
para abrir una zanja de *1 metro a.* é igual prof., emplearán 2 veces menos días, esto es, $\frac{12 \times 9 \times 300}{15 \times 400} : 2 = \frac{12 \times 9 \times 300}{15 \times 400 \times 2}$ días; y para abrir una zanja de *4 metros a.*, emplearán 4 veces más días, esto es, $\frac{19 \times 2 \times 300}{15 \times 400 \times 2} \times 4 = \frac{12 \times 9 \times 300 \times 4}{15 \times 400 \times 2}$ días.

Si 15 zapadores, para abrir una zanja de 300 m. l., 4 m. a. y *1 m. de profundidad*, están $\frac{12 \times 9 \times 300 \times 4}{15 \times 400 \times 2}$ días,
para abrir una zanja de las mismas condiciones y *2 m. prof.*, estarán 2 veces más días, esto es, $\frac{12 \times 9 \times 300 \times 4}{15 \times 400 \times 2} \times 2 = \frac{12 \times 9 \times 300 \times 4 \times 2}{15 \times 400 \times 2}$ días $= \frac{12 \times 9}{5} = \frac{108}{5} = 21'6$ días.

Interés

1. **Objeto de la regla de interés.**—*La regla de interés tiene por objeto* determinar la ganancia que produce un capital prestado, bajo la condición de que 100 unidades de dinero

produzcan al prestador cierto beneficio en un tiempo determinado. La ganancia mencionada se llama *interés del capital.*

2. **Tanto por ciento ó rédito.**—*Tanto por ciento ó rédito,* es la cantidad que anualmente producen 100 unidades de dinero.

Aunque el tiempo á que el interés se refiere es, generalmente, 1 año, puede también referirse al mes, al trimestre, al día y á cualquiera otra unidad de tiempo determinada; en cuyo caso, se distingue con los nombres de *interés mensual, trimestral, diario,* etc.

3. **Interés simple.**—El interés se llama *simple* cuando, al fin de cada año, el prestador retira los intereses producidos por el capital.

4. **Interés compuesto.**—El interés se llama *compuesto* cuando, al final de cada año, se agregan al capital los intereses producidos por éste en el año anterior.

5. **Casos que ofrecen las cuestiones de interés simple.**—Ofrecen, principalmente, dos casos:

1.° *El tiempo del problema es 1 año.*—2.° *El tiempo del problema es mayor ó menor que 1 año.*

Cuando el tiempo es 1 año, pueden presentarse tres cuestiones:

1.ª *Hallar el interés.*—2.ª *Hallar el capital.*—3.ª *Hallar el rédito ó tanto por ciento.*

Cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año, las cuestiones pueden ser cuatro:

1.ª *Hallar el interés.*—2.ª *Hallar el capital.*—3.ª *Hallar el rédito ó tanto por ciento.*—4.ª *Hallar el tiempo.*

6. **Resolución de las cuestiones sobre interés cuando el tiempo es 1 año.**—Las tres cuestiones que pueden presentarse cuando el tiempo es 1 año, se resuelven por la siguiente proporción:

100 es al capital, como el rédito ó tanto por ciento es al interés.

7. **Resolución de las cuestiones de interés cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año.**—Las cuatro cuestiones que pueden presentarse cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año, se resuelven por la siguiente proporción:

100 multiplicado 365 por 12 ó por 1 (según que el tiempo se exprese en días, meses ó años), *es al capital multiplicado por el tiempo, como el rédito ó t %₀ es al interés.*

EJEMPLOS.—Cuando el tiempo es 1 año.

1.°—*Determínese el interés que, en 1 año, producirán 800 pesetas puestas al 6 %.*

Solución por la proporción general

100 : 800 : : 6 : x = 48 ptas.

Solución razonada

S.	Si 100 ptas.	producen	6 ptas.	de interés,
P.	800 »	producirán	x »	»

100 : 800 : : 6 : x = 48 ptas.

2.°—*¿Qué capital deberá prestarse al 6 % para que, en 1 año, produzca 48 ptas. de interés?*

Solución por la proporción general

100 : x : : 6 : 48 x = 800 ptas.

Solución razonada

S.	Si para obtener	6 ptas. de interés	han de prestarse	100 ptas. de capital,
P.	» »	48 » »	» »	x » »

6 : 48 : : 100 : x = 800 ptas.

3.°—*¿A qué rédito anual deberán prestarse 800 ptas., para producir, en 12 meses, 48 ptas. de interés?*

Solución por la proporción general

100 : 800 : : x : 48. x = 6 %

Solución razonada

S.	Si 800 ptas.	producen	48 ptas.	de interés,
P.	100 »	producirán	x »	»

800 : 100 : : 48 : x = 6 %

Cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año:

1.°—*¿Qué beneficio producirán, en 8 meses, 1200 ptas. puestas al 9 % de interés anual?*

Solución por la proporción general

100 × 12 : 1200 × 8 : : 9 : x. x = 72 ptas.

Solución razonada

S.	Si 100 ptas.,	en 12 meses,	producen	9 ptas.	de interés,
P.	1200 »	» 8 »	producirán	x »	»

$$\left.\begin{array}{r} 100 : 1200 \\ 12 : \quad 8 \end{array}\right\} : : 9 : x$$

100 × 12 : 1200 × 8 : : 9 : x = 72 ptas.

2.°—*¿Qué capital deberá imponerse al 9 % anual para obtener, en 8 meses, 72 ptas. de interés?*

Solución por la proporción general

$$100 \times 12 : x \times 8 :: 9 : 72$$

$$x \times 8 = \frac{100 \times 12 \times 72}{9} = \frac{86400}{9} = 9600$$

$$x = \frac{9600}{8} = 1200 \text{ ptas.}$$

Solución razonada

S. Si para obtener 9 ptas. de interés, en 12 meses, han de prestarse 100 ptas.,
P. » » 72 » » 8 » deberán prestarse x »

$$\left.\begin{array}{l} 9 : 72 \\ 8 : 12 \end{array}\right\} :: 100 : x$$

$$9 \times 8 : 72 \times 12 :: 100 : x = 1200 \text{ ptas.}$$

3.º—*¿A qué tanto por ciento anual deberán prestarse 1200 ptas., para obtener, en 8 meses, 72 ptas. de interés?*

Solución por la proporción general

$$100 \times 12 : 1200 \times 8 :: x : 72. \quad x = 9\ \%$$

Solución razonada

S. Si 1200 ptas., en 8 meses, producen 72 ptas. de interés,
P. 100 » » 12 » producirán x » »

$$\left.\begin{array}{r} 1200 : 100 \\ 8 : 12 \end{array}\right\} :: 72 : x$$

$$1200 \times 8 : 100 \times 12 :: 72 : x = 9\ \%$$

4.º *¿Por cuánto tiempo deberán prestarse 1200 ptas. al 9 %, para obtener 72 ptas. de interés?*

Solución por la proporción general

$$100 \times 12 : 1200 \times x :: 9 : 72$$

$$1200 \times x = \frac{100 \times 12 \times 72}{9} = \frac{86400}{9} = 9600$$

$$x = \frac{9600}{1200} = 8 \text{ meses.}$$

Solucion razonada

S. Si 100 ptas., para producir 9 ptas., han de estar prestadas 12 meses,
P. 1200 » » » 72 » » » » x »

$$\left.\begin{array}{r} 1200 : 100 \\ 9 : 72 \end{array}\right\} :: 12 : x$$

$$1200 \times 9 : 100 \times 72 :: 12 : x = 8 \text{ meses}$$

8. **Caso particular del interés simple y su resolución.** — El interés simple tiene un caso particular, que es el siguiente:

Conociendo la suma de capital é intereses, el tanto por ciento y el tiempo, determinar el capital prestado.

Pueden suceder dos casos:

1.° *El tiempo del problema es 1 año.*

2.° *El tiempo del problema es mayor ó menor que 1 año.*

Cuando el tiempo es 1 año, la cuestión se reduce á la regla de tres siguiente:

Si 100 más su interés al cabo de 1 año procede del capital 100, la suma de capital é intereses que se da en el problema ¿de qué capital procederá?

Cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año, la cuestión se resuelve mediante dos reglas de tres simples. Por la primera, *se determina el interés del capital 100 en el tiempo del problema,* y, por la segunda, se dice:

Si 100 más su interés en el tiempo del problema procede del capital 100, la suma de capital é intereses que se da en el problema ¿de qué capital procederá?

Ejemplos.—Cuando el tiempo es 1 año. ***Un prestamista ha recibido 848 pesetas en concepto de capital é intereses de una suma que cedió durante 1 año al 6 °/₀ de interés. ¿Qué capital había prestado?***

Resolución

S.	Si 106 ptas., proceden del capital 100,
P.	848 » » » x

106 : 848 : : 100 : x = 800 ptas.

2.°—Cuando el tiempo es mayor ó menor que 1 año. ***Cierto individuo prestó una suma por 45 días al 6 °/₀, y, al cabo de este tiempo, recibió 503'698 pesetas. Averígüese el capital prestado.***

Resolución

Determinemos, primero, el interés del capital 100 en el tiempo del problema, 45 días.

S.	Si 100 ptas., en 365 días, producen, 6 ptas,
P.	» » 45 » producirán x »

365 : 45 : : 6 : x = 0'739 ptas.

Diremos ahora:

S.	Si 100'739 ptas. proceden del capital 100 ptas.,
P.	503'698 » procederán » x »

100'739 : 503'698 : : 100 : x = 500 ptas.

Así como hemos tomado, en la primera regla de tres, el año común, de

365 días, es costumbre bastante generalizada tomar el año comercial, es decir, de 360 días.

9. Resolución de las cuestiones sobre interés compuesto. —Cuando se trata de determinar á cuanto asciende un capital con sus intereses compuestos al cabo de un determinado número de años, se forman tantas reglas de tres simples como años se dan, teniendo en cuenta que:

El capital que produce interés durante el primer año, es el que se prestó.

El capital del segundo año, es el del primero más sus intereses.

El capital del tercer año, es el del segundo más sus intereses.

Y así, sucesivamente.

EJEMPLO.—*¿En cuánto se convertirán 500 ptas. puestas al interés compuesto de 6 °/₀ durante 4 años?*

RESOLUCIÓN

Primer año: $100 : 500 :: 6 : x = 30$ ptas., interés del primer año.

Capital del 2.° año: $500 + 30 = 530$ ptas.

Veamos su interés:

$100 : 530 :: 6 : x = 31'80$ ptas., interés del 2.° año.

Capital del tercer año: $530 + 31'80 = 561'80$.

Veamos su interés:

$100 : 561'80 :: 6 : x = 33'70$ ptas., interés del tercer año.

Capital del 4.° año: $561'80 + 33'70 = 595'50$ ptas.

Veamos su interés:

$100 : 595'50 :: 6 : x = 35'73$ ptas., interés del 4.° año.

Tenemos, pues, que:

Interés producido por el capital prestado é intereses compuestos agregados durante el 4.° año.	35'73	ptas
Capital del 4.° año.	595'50	»
Las 500 ptas. se convierten en..	631'23	ptas.

10. Proporción general para la resolución de las cuestiones sobre interés compuesto. —Es la siguiente: *1 es á 1 más el tanto por 1 elevado al número de años, como el capital es á la suma de capital é intereses.*

EJEMPLO.—Resolviendo, por esta proporción, el problema anterior, llamando x á la suma de capital é intereses compuestos al cabo de los 4 años, tendremos:

$$1 : 1'06^4 :: 500 : x \ (*)$$
$$x = 1'06^4 \times 500 = 631'23848 = 631'23 \text{ ptas.}$$

Conociendo la suma de capital é intereses compuestos, podemos hallar fácilmente el capital que se prestó; en el caso presente, la proporción sería:

$$1 : 1'06^4 :: x : 631'23848.$$
$$x = \frac{631'23848}{1'06^4} = 500 \text{ ptas.}$$

Por la anterior proporción, sólo pueden resolverse las dos cuestiones que acabamos de tratar. Los mismos casos y los que tienen por objeto hallar el tanto °/₀ y el tiempo, se resuelven con facilidad suma por medio de los logaritmos.

Interés por divisores fijos

1. Para hallar los intereses simples de un capital, se suele emplear un procedimiento muy sencillo llamado de *divisores fijos,* el cual se aplica siempre para determinar los intereses en las *Cuentas corrientes con interés.*

2. Se llama *divisor fijo* al cociente de dividir el producto de los días ó meses del año por 100, por el tanto por ciento.

Así, llamando r al tanto por ciento, si el tiempo del problema se expresa en días, el divisor fijo será: $\frac{360 \times 100}{r} = \frac{36000}{r}$.

Si el tiempo se expresara en meses, el divisor fijo sería:

$$\frac{12 \times 100}{r} = \frac{1200}{r}.$$

3. Procediendo por este método, *para hallar el interés de un capital, se multiplica este capital por el tiempo, y el producto se divide por el divisor fijo* (esto es, por la mitad, tercio, cuarto, quinto, sexto, etc., de 36,000, según que el rédito sea 2, 3, 4, 5, 6, etc., °/₀).

(*) Nada más fácil que calcular el tanto por 1. Si el interés es á 6 °/₀, diremos: si á 100 corresponde 6, á 1 corresponderá 100 veces menos, esto es, la centésima parte de 6, es decir, 0'06. Si el interés fuese á 5 °/₀, diríamos igualmente: si á 100 corresponden 5, á 1 corresponderá 100 veces menos, es decir, la centésima parte de 5, esto es, 0'05. Etc., etc.

En la imposibilidad de retener en la memoria todos los divisores fijos conviene tener á mano una tabla como la presente.

TABLA DE DIVISORES FIJOS

TANTO POR 100	DIVISOR FIJO tomando el año de 360 días	DIVISOR FIJO tomando el año de 365 días
$^{1}/_{2}$	72,000	73,000
1.	36,000.	36,500
1 $^{1}/_{2}$.	24,000.	24,333 $^{1}/_{3}$
2.	18,000.	18,250
2 $^{1}/_{2}$.	14,400.	14,600
3.	12,000.	12,166 $^{2}/_{3}$
3 $^{1}/_{2}$.	10,285 $^{5}/_{7}$.	10,428 $^{4}/_{7}$
4.	9,000.	9,125
4 $^{1}/_{2}$.	8,000.	8,111 $^{1}/_{9}$
5.	7,200.	7,300
5 $^{1}/_{2}$.	6,545 $^{5}/_{11}$	6,636 $^{4}/_{11}$
6.	6,000.	6,083 $^{1}/_{3}$
6 $^{1}/_{2}$.	5,538 $^{6}/_{13}$	5,615 $^{5}/_{13}$
7.	5,142 $^{6}/_{7}$.	5,214 $^{2}/_{7}$
7 $^{1}/_{2}$.	4,800.	4,866 $^{2}/_{3}$
8.	4,500.	4,562 $^{1}/_{2}$
8 $^{1}/_{2}$.	4,235 $^{5}/_{17}$	4,294 $^{2}/_{17}$
9.	4,000.	4,055 $^{5}/_{9}$
9 $^{1}/_{2}$.	3,789 $^{9}/_{19}$	3,842 $^{2}/_{19}$
10.	3,600.	3,650

EJEMPLO.—*¿Qué interés producirán 3000 pesetas al 5 $^{0}/_{0}$, en 22 días?* Tomando el año de 360 días y llamando y al interés, tendremos:

$$y = \frac{3000 \times 22}{\frac{36000}{5}}.$$

Substituyendo el denominador por el divisor fijo de la tabla, tendremos:

$$\frac{3000 \times 22}{7200} = 9‘16 \text{ pesetas.}$$

Tomando el año de 365 días, sería $y = \frac{3000 \times 22}{7300} = 9‘04$ pesetas.

Conviene saber que el producto de un capital por sus días se llama los *números de interés* de este capital; por lo que, la regla dada anteriormente también puede enunciarse diciendo: *Para hallar el interés de un capital, se dividen sus números por el divisor fijo correspondiente.*

Descuento

1. **Qué se entiende por descuento.**—*Se entiende por descuento* la cantidad que se rebaja de un capital que debe ser cobrado antes de su vencimiento.

2. **Objeto de la regla de descuento.**—*La regla de descuento tiene por objeto* enseñarnos á determinar la cantidad que se rebaja del citado capital.

3. **Maneras de descontar.**—*Hay dos maneras de descontar*, que se distinguen con los nombres de *descuento abusivo* y *descuento real*.

El *descuento abusivo* es generalmente empleado en las operaciones de esta clase, aunque el verdadero descuento, el equitativo, es el *real*. El método abusivo, como se observará, beneficia al *tomador* de los documentos negociados, perjudicando al *tenedor*.

4. **Descuento abusivo.**—*Descuento abusivo* es aquél en virtud del cual, se rebaja de un capital el interés que se supone producirá durante el tiempo que transcurra, desde el día en que se verifica la operación de descontar hasta el de su vencimiento.

La cantidad rebajada es, pues, realmente, el interés del capital, más el interés de dicho interés.

Las operaciones de descuento versan, generalmente, sobre los documentos de giro: letras, pagarés, etc.

Si el poseedor ó *tenedor* de uno de estos documentos necesita, antes de su vencimiento, el valor en metálico que dicho documento representa, busca una persona que se lo compre, cuyo acto se llama *descontar* ó negociar.

El comprador de la letra ó pagaré entrega al vendedor ~~la~~ suma consignada en el documento, *menos una cantidad*, que se llama *descuento*.

La cantidad que rebaja el comprador, es el interés convenido que se supone debe producirle la cantidad negociada, durante el tiempo que media entre el día de la operación y el del vencimiento de la letra ó pagaré.

La cantidad consignada en una letra ó pagaré se llama *valor nominal*, y la diferencia entre el valor nominal y el descuento se llama *valor efectivo*.

5. **Casos que pueden presentarse en las operaciones de descuento por el método abusivo.**—En las operaciones de descuento, pueden presentarse dos casos:

1.° *El tiempo del documento que se descuenta es 1 año.*

2.º *El tiempo del documento que se descuenta es mayor ó menor que 1 año.*

6. **Cuestiones que ofrece el descuento cuando el tiempo es 1 año.**—Cuando el tiempo es 1 año, pueden ofrecerse tres cuestiones:

1.ª Dados el valor nominal y el tanto por ciento de descuento, *hallar el valor efectivo.*

2.ª Dados el valor efectivo y el tanto por ciento, *hallar el valor nominal.*

3.ª Dados el nominal y el efectivo, *determinar el tanto por ciento de descuento.*

Estos problemas se resuelven por medio de una regla de tres simple.

EJEMPLOS.

1.º—*¿Cuál será el valor efectivo de una letra de 800 ptas., cuyo plazo es 1 año, negociada al 6 °/₀ anual?*

RESOLUCIÓN

Busquemos el interés de 800 ptas. en 1 año, al 6 °/₀

S. 100 ptas. . . . . . . 6 ptas.
P. 800 » . . . . x »

$$100 : 800 :: 6 : x$$

$x = \frac{800 \times 6}{100} = \frac{4800}{100} = 48$ ptas., que rebajará el tomador de la letra

Luego:

Valor nominal de la letra..	800 ptas.
Descuento.	48 »
Valor efectivo.	752 ptas.

2.º—*¿Cuál era el nominal de una letra que vencía al cabo de 1 año y que fué negociada al 6 °/₀, habiendo recibido el tenedor 752 ptas.?*

RESOLUCIÓN

Una letra de nominal 100 ptas., negociada al 6 °/₀, daría 100 — 6 de efectivo, esto es, 94 ptas.

Luego:

S. Si 94 ptas. efectivas proceden de 100 ptas. nominales,
P. 752 » » procederán de x » »

$$94 : 752 :: 100 : x$$

$$x = \frac{752 \times 100}{94} = \frac{75200}{94} = 800 \text{ ptas., valor nominal.}$$

3.º—*¿A qué tanto por ciento fué negociada una letra de 800 ptas., cuyo plazo era 1 año, habiendo recibido el tenedor 752 ptas.?*

RESOLUCIÓN

Si á 800 ptas. nominales correspondieron 752 ptas. efectivas, el interés de 800 ptas. fué $800 - 752 = 48$ ptas.

Luego:

S. Si á 800 ptas. corresponden 48 ptas. de descuento,
P. á 100 » corresponderán x » »

$$800 : 100 :: 48 : x$$

$x = \frac{100 \times 48}{800} = \frac{4800}{800} = \frac{48}{8} = 6$, es decir, fué negociada al 6 % de descuento.

7. Cuestiones que ofrece el descuento abusivo, cuando el tiempo del documento que se negocia es mayor ó menor que 1 año.—Cuando el tiempo del documento que se negocia es mayor ó menor que 1 año, las operaciones de descuento pueden ofrecer cuatro cuestiones:

1.ª Dados el valor nominal, el tanto p. % de descuento y el tiempo, *hallar el valor efectivo.*

2.ª Dados el valor efectivo, el tanto p. % de descuento y el tiempo, *hallar el valor nominal.*

3.ª Dados los valores nominal y efectivo y el tiempo, *hallar el tanto por ciento de descuento.*

4.ª Dados los valores nominal y efectivo y el tanto p. % de descuento, *hallar el tiempo.*

Estos problemas se resuelven:

Para hallar el efectivo, por medio de una regla de tres compuesta y una resta.

Para hallar el nominal, por medio de dos reglas de tres simples.

Para hallar el descuento, por medio de una regla de tres compuesta.

Para hallar el tiempo, por medio de una regla de tres compuesta.

EJEMPLOS:

1.º—*¿Cuál será el valor efectivo de una letra de 8000 ptas., cuyo plazo es 30 días, negociada al 6 % anual?*

RESOLUCIÓN

Hallemos el interés de 8000 ptas., al 6 %, en 30 días.

S. Si 100 ptas., en 365 días, producen 6 ptas.,
P. 8000 » » 30 » producirán x »

$$\left.\begin{array}{r} 100 : 8000 \\ 365 : 30 \end{array}\right\} :: 6 : x$$

$$100 \times 365 : 8000 \times 30 :: 6 : x$$

$$x = \frac{8000 \times 30 \times 6}{100 \times 365} = 39'45 \text{ ptas., que rebajará el tomador.}$$

Luego:

Valor nominal	Ptas.	8000
Descuento.	»	39'45
Valor efectivo	Ptas.	7960'55

2.°—*Determínese el valor nominal de una letra á 30 días, negociada al 6 %, cuyo efectivo fué ptas. 7960'55.*

RESOLUCIÓN

Hallemos, primero, el descuento ó interés de una letra de 100 pesetas á 30 días.

S. Si 100 ptas., en 365 días, producen 6 ptas.,
P. » » » 30 » producirán x »

$$365 : 30 :: 6 : x$$

$$x = \frac{30 \times 6}{365} = 0'49.$$

Luego una letra de 100 ptas., á 30 días, daría, al tenedor, 100 — 0'49 ptas.; es decir, 99'51 ptas. efectivas.

Luego:

S. Si 99'51 ptas. efectivas proceden de 100 ptas. nominales,
P. 7960'55 » » procederán de x » »

$$99'51 : 7960'55 :: 100 : x$$

$$x = \frac{7960'55 \times 100}{99'51} = 8000 \text{ ptas., valor nominal buscado.}$$

3.°—*¿A qué tanto por % fué negociada una letra de 8000 ptas., á 30 días, habiendo recibido el tenedor 7960'55 ptas. efectivas?*

RESOLUCIÓN

Si á 8000 ptas. nominales correspondieron 7960'55 ptas. efectivas, el interés rebajado, ó el descuento, fué 8000 — 7960'55 = 39'45 ptas.

Luego:

S. Si á 8000 ptas., en 30 días, correspondieron 39'45 ptas. de descuento,
P. á 100 » » 365 » corresponderán x » » »

$$\left.\begin{matrix} 8000 : 100 \\ 30 : 365 \end{matrix}\right\} :: 39'45 : x$$

$$8000 \times 30 : 100 \times 365 :: 39'45 : x$$

$$x = \frac{100 \times 365 \times 39'45}{8000 \times 30} = 6, \text{ es decir, fué negociada al } 6\ \% \text{ de interés.}$$

4.°—*Por una letra de 8000 ptas., negociada al 6 %, recibió el tenedor 7960'55 ptas. ¿Cuál era su plazo?*

RESOLUCIÓN

La diferencia entre el nominal y el efectivo, $8000 - 7960'55 = 39'45$ ptas. es el interés de 8000 ptas. en el tiempo del problema.

Luego:

S. Si 100 ptas. nominales dan 6 ptas. de interés en 365 días,
P. 8000 » » darán 39'45 » » » x »

$$\left.\begin{array}{r} 8000 : 100 \\ 6 : 39'45 \end{array}\right\} : : 365 : x$$

$$8000 \times 6 : 100 \times 39'45 : : 365 : x$$

$$x = \frac{100 \times 39'45 \times 365}{8000 \times 6} = 30 \text{ días, plazo de la letra mencionada.}$$

8. **Descuento real.**—*Descuento real ó racional,* es aquél en virtud del cual no se perjudican los intereses del tomador ni del tenedor del documento que se descuenta.

La cantidad rebajada, por este método, es el interés del valor efectivo de la letra ó pagaré en el tiempo que le falta para su vencimiento.

9. **Razonamiento en que se funda el descuento real.** - El descuento real se funda en el razonamiento siguiente:

El dinero que el tomador entregará al tenedor, ha de producir al primero un cierto tanto por ciento: luego 100 unidades de dinero se convertirán, para el tomador, en 100 más su interés al llegar el vencimiento del documento negociado; luego: *lo que entonces valdrá 100 más su interés, ahora sólo vale 100.*

Es decir:

S. Si 100 + su interés el día del vencimiento valen 100 ahora,

P. El valor nominal, *que se cobrará entonces,* cuanto *ahora* valdrá.

10. **Casos que pueden presentarse en el descuento real.** —En el descuento real, pueden presentarse los mismos dos casos que en el abusivo:

1.° *El tiempo del documento es 1 año.*

2.° *El tiempo del documento es mayor ó menor que 1 año.*

El primer caso se resuelve por medio de la regla de tres simple antes mencionada.

El segundo, mediante dos reglas de tres simples. Por la primera, se calcula el interés de 100 en el tiempo del problema, y luego se plantea la dada para el caso anterior, es decir:

S. Si 100 + su interés *en el tiempo del problema* valen 100 *ahora,*

P. El nominal, que se cobrará *entonces,* vale *ahora* x.

EJEMPLOS:

1.º—*¿Cuál será el valor efectivo ó actual de una letra de 4000 ptas., que vence dentro de 1 año, negociada al 6 °/₀ de descuento real?*

RESOLUCIÓN

S. Si 100 + 6 ptas. al cabo de 1 año, valen ahora 100 ptas.,
P. 4000 » » » » valen » x »

$$106 : 4000 :: 100 : x$$

$$x = \frac{4000 \times 100}{106} = 3773'58 \text{ ptas., valor efectivo.}$$

2.º—*Negociando al 4 °/₀ de descuento real una letra de 6000 ptas., cuyo plazo es 30 días, ¿cuánto percibirá el tenedor?*

RESOLUCIÓN

Hallemos, primero, el interés de 100 ptas. en 30 días al 4 °/₀ al año.

S. Si 100 ptas. en 365 días producen 4 ptas.,
P. » » » 30 » producirán x »

$$365 : 30 :: 4 : x$$

$$x = \frac{30 \times 4}{365} = 0'32 \text{ ptas.}$$

Formaremos, ahora, la proporción general, es decir:

S. Si 100'32 ptas. al cabo de 30 días, valen ahora 100 ptas.,
P. 6000 » » » » valen » x »

$$100'32 : 6000 :: 100 : x$$

$$x = \frac{6000 \times 100}{100'32} = 5980'86 \text{ ptas., valor efectivo buscado.}$$

11. **Descuento usual de facturas.**—Llamamos *descuento usual de facturas* al que se aplica á las compras y ventas de géneros á plazo que se pagan al contado. Generalmente, el vendedor rebaja al comprador, si éste paga al contado, una cierta cantidad por cada 100 unidades del valor de la factura.

EJEMPLO.—*Un comerciante de Madrid ha comprado, á 3 meses plazo, á otro de Barcelona, cierta cantidad de géneros que, según factura, importa 2500'75 ptas. Si paga dicho valor al contado con 3 °/₀ de bonificación, ¿cuánto deberá entregar?*

RESOLUCIÓN

Hallemos el 3 °/₀ de 2500'75 ptas.

S. Si de 100 ptas. se rebajan 3 ptas.
P. 2500'75 » » » x »

$$100 : 2500'75 :: 3 : x = 75'02 \text{ ptas.}$$

Valor de la factura á 3 meses plazo	Ptas. 2500'75
Descuento 3 °/₀ sobre 2500'75 ptas.	» — 75'02
Líquido á pagar.	Ptas. 2425'73

Vencimiento común de pagos

1. **Objeto de la regla de vencimiento común de pagos.**— Tiene por objeto hallar la fecha en que deberán hacerse efectivas dos ó más cantidades que tienen distintos vencimientos, sin que resulte beneficio ó pérdida para el cobrador ni el pagador.

Para resolver un problema de esta clase, tomando por época la fecha del primer vencimiento, se disponen las cantidades en columna por orden de vencimientos; se cierran con una llave, frente de la cual se escribe la época; se cuentan los días que median entre la época y la fecha de cada uno de los vencimientos, y se escriben estos días frente de los respectivos capitales; se multiplica cada capital por sus días respectivos, y se divide la suma de estos productos por la suma de capitales. El cociente entero se añade á la época, y la suma es el vencimiento común.

EJEMPLO.—*Un comerciante ha de satisfacer cuatro letras á un banquero: la 1.ª, de ptas. 2000, vence el 3 de enero; la 2.ª, de 1500 ptas., vence el 10 del mismo mes; la 3.ª, de 800 ptas., vence el 25 de idem, y la 4.ª, de 2600 ptas., vence el 5 de febrero. Conviniendo ambas partes hacer el pago de todas en un día determinado, hállese este vencimiento común.*

RESOLUCIÓN

Época, 3 de enero	3 enero,	ptas. 2000. . . .	×	0 días =	0000
	10 »	» 1500. . . .	×	7 » =	10500
	25 »	» 800. . . .	×	22 » =	17600
	5 febrero,	» 2600. . . .	×	33 » =	85800
		6900			113900

113900 : 6900 = 16 días.

Época tomada	enero 3
Cociente hallado	+ 16 días.
Vencimiento común.	19 de enero.

2. **Casos que ofrece.**—Aunque en rigor el caso es uno solo, el problema puede ofrecerse bajo dos aspectos aparentemente distintos.

1.º *Determinando el tiempo preciso que corresponde á cada capital.*

2.º *No determinando el tiempo preciso que corresponde á cada capital.*

El tiempo que se desea averiguar en los problemas de esta clase debe ser tal, que haya compensación de intereses recíprocos.

3. **Resolución del primer caso.**—*Basta multiplicar cada capital por su tiempo, y dividir la suma de estos productos por la suma de capitales. El cociente es el vencimiento común.*

EJEMPLO.—*Cierto individuo debe pagar 400 ptas. dentro de 2 meses, 520 ptas. al cabo de 5 meses y 2500 ptas. dentro de 8 meses. No habiendo podido satisfacer el primer pago, conviene con su acreedor en verificar la entrega de las tres cantidades en un pago único. Hállese al cabo de cuanto tiempo deberá verificar el pago mencionado.*

DISPOSICIÓN DE LOS DATOS Y RESOLUCIÓN

400 ptas.	2	$400 \times 2 = 800$
520 »	5	$520 \times 5 = 2600$
2500 »	8	$2500 \times 8 = 20000$
3420 »		23400

$$\frac{23400}{3420} = 6\,\frac{288}{342} = 6 \text{ meses y } 25 \text{ días.}$$

4. **Resolución del segundo caso.** Cuando no se determina el tiempo preciso que corresponde á cada capital, este tiempo puede hallarse con facilidad partiendo de una época cualquiera, con tal de que ésta no sea posterior á la fecha del vencimiento más próximo.

Para mayor facilidad, se toma por *época* ó base la fecha del primer vencimiento.

Véase el problema que hemos puesto después de la definición de la regla

Repartimientos proporcionales

1. **División de un número en partes proporcionales á otros números dados.**—*Repartir un número en partes proporcionales á otros números dados,* es dividir dicho número en tantas partes como números se dan; de modo que la razón de la primera parte á la segunda, sea igual á la razón del primer número al segundo; que la razón de la parte segunda á la tercera, sea igual á la razón del segundo número al tercero, y así, sucesivamente.

2. **Cómo se divide un número en partes proporcionales**

á otros números dados.—*Para dividir un número en partes proporcionales á otros números dados*, se forman tantas reglas de tres simples como números se dan, diciendo en cada una de ellas:

Supuesto. Si á la *suma* de los números corresponden *tantas* unidades,

Pregunto. A *uno* de los números, cuantas unidades corresponderán.

EJEMPLO:

Repartir el número 200 en tres partes, proporcionales á los números 2, 3 y 5.

RESOLUCIÓN

Las tres partes del número 200 han de ser proporcionales á 2, 3 y 5. Sumando estos números, tenemos que $2 + 3 + 5 = 10$.

Diremos ahora:

Para la 1.ª parte:

S. Si á 10 corresponden 200,
P. á 2 corresponderán x

$10 : 2 :: 200 : x = 40$, parte primera.

Para la 2.ª parte:

S. Si á 10 corresponden 200,
P. á 3 corresponderán x

$10 : 3 :: 200 : x = 60$, parte segunda.

Para la 3.ª parte:

S. Si á 10 corresponden 200,
P. á 5 corresponderán x

$10 : 5 :: 200 : x = 100$, parte tercera.

Comprobación:

Parte 1.ª	40
» 2.ª	60
» 3.ª	100
Suma igual al número dado	200

Examinemos, ahora, el resultado indicado de cada una de las tres proporciones halladas:

Para la 1.ª parte, $\frac{200 \times 2}{10}$

» 2.ª » $\frac{200 \times 3}{10}$

» 3.ª » $\frac{200 \times 5}{10}$

De todo lo cual, puede deducirse la siguiente

REGLA: *Para dividir un número en partes proporcionales á otros números dados, se multiplica el número que se ha de repartir por cada uno de los números que se dan, y el producto se divide por la suma de los números á que las partes han de ser proporcionales. Los cocientes hallados son las partes que se deseaban obtener.*

OTRO EJEMPLO:

Hay que distribuir 25000 ptas. entre cuatro personas, de modo que la 1.ª reciba doble que la 2.ª; ésta, el triplo de la 3.ª, y ésta, la mitad de lo que corresponda á la 4.ª ¿Qué parte corresponderá á cada una?

RESOLUCIÓN

En este caso, no se nos dan los números á que las partes de 25000 han de ser proporcionales; pero el problema sería el mismo si nos propusiéramos distribuir las 25000 ptas. en partes proporcionales, por ejemplo, á los números 6, 3, 1 y 2, porque:

parte 4.ª	. . . .	2
» 3.ª	. . . .	1 = mitad de la 4.ª
» 2.ª	. . . .	3 = triplo de la 3.ª
» 1.ª	. . . .	6 = doble de la 2.ª

De modo, pues, que cuando no se dan los números á que las partes han de ser proporcionales, basta tomar números arbitrarios que satisfagan las condiciones del problema, y proceder como cuando los números se dan.

Es decir: Suma de números á que las partes han de ser proporcionales: $6 + 3 + 1 + 2 = 12$. Luego:

Para la parte 1.ª:

S. Si á 12 corresponden 25000 ptas.,
P. á 6 corresponderán x »

$12 : 6 :: 25000 : x = 12500$, parte primera.

Para la parte 2.ª:

S. Si á 12 corresponden 25000 ptas.,
P. á 3 corresponderán x »

$12 : 3 :: 25000 : x = 6250$, parte segunda.

Para la parte 3.ª:

S. Si á 12 corresponden 25000 ptas.,
P. á 1 corresponderán x »

$12 : 1 :: 25000 : x = 2083'333$, parte tercera.

Para la parte 4.ª:

S. Si á 12 corresponden 25000 ptas.,
P. á 2 corresponderán x »

$12 : 2 :: 25000 : x = 4166'667$, parte cuarta.

Comprobación

Parte 1.ª.	12500	ptas. (doble de la 2.ª)
» 2.ª.	6250	» (triplo de la 3.ª)
» 3.ª.	2083'333	» (mitad de la 4.ª)
» 4.ª.	4166'667	»
Total ptas. . . .	25000'000,	igual á la suma dada para repartir.

Compañías

Para la explotación de un negocio, no bastan, á menudo, el capital y la inteligencia de un individuo, y la mencionada explotación se realiza con la posibilidad que ofrece la reunión de los capitales y las inteligencias de una colectividad, es decir, mediante la constitución de una *compañía ó sociedad mercantil.*

Compañía ó sociedad mercantil es, pues, un convenio que se verifica entre dos ó más individuos interesados en la explotación de un negocio, para lo cual juntan sus capitales, sus industrias ó ambas cosas á la vez.

Hay tres clases de compañías: *colectivas*, *anónimas* y *comanditarias.*

Son *colectivas*, aquellas compañías en las cuales todos y cada uno de los socios participan de iguales derechos y deberes, siendo, por lo mismo responsable cada uno de ellos del resultado de las operaciones que verifica la sociedad.

Son *anónimas*, aquéllas en las cuales sólo el capital social es responsable de las operaciones que la sociedad verifica. El capital social de estas compañías se reúne por acciones, y su dirección está á cargo de uno ó más administradores amovibles. Son, generalmente, de esta clase, las compañías de seguros, las de ferrocarriles, las de navegación, las de minas, los bancos, etc. Para constituirse, necesitan la superior aprobación del gobierno.

Compañías *comanditarias* son aquéllas que las constituyen dos clases de socios: *socios gerentes* y *socios prestamistas.* Los primeros dirigen y administran la sociedad, y por esta razón, tienen iguales responsabilidades que los socios de las colectivas. Los segundos sólo están expuestos á la pérdida del capital con que han intervenido en la sociedad, y perciben el beneficio proporcional que á sus capitales corresponde.

Razón social de una compañía es el nombre adoptado por la misma; también se llama así la firma que emplea una casa de comercio para las cartas, letras, vales, etc.

1. **Regla de compañía.** —*Regla de compañía* es la que tiene por objeto hacer la repartición proporcional de los beneficios ó pérdidas habidos en un negocio, entre los individuos que han intervenido en él con sus capitales.

2. **División de las cuestiones sobre compañías.**—*Los problemas de compañía se dividen,* generalmente, en *simples*

y *compuestos*. Son simples, cuando los capitales permanecen igual tiempo en el fondo social; son compuestos, cuando los capitales permanecen en la sociedad tiempos distintos.

3. **Resolución de los problemas de compañía simple.**— Los problemas de compañía simple *se resuelven* repartiendo las pérdidas ó ganancias proporcionalmente á los capitales, para lo cual se forman tantas reglas de tres simples como socios hay.

EJEMPLO:

Asociáronse tres individuos para la explotación de un negocio. El 1.º intervino con 800 ptas.; el 2.º, con 1200 ptas., y el 3.º, con 600 ptas. Al cabo de cierto tiempo, el balance social arrojó un beneficio de 400 ptas. ¿Qué cantidad correspondió á cada asociado?

RESOLUCIÓN

Capital del	primer	socio	800 ptas.	Ganancia social, 400 ptas.
»	» segundo	»	1200 »	
»	» tercer	»	600 »	
Capital social. . .			2600 ptas.	

Diremos ahora:

Para el primer socio:

S. Si á 2600 ptas. corresponden 400 ptas. de ganancia,
P. á 800 » corresponderán x » » »

$2600 : 800 :: 400 : x = 123'076$ ptas., ganancia del primero.

Para el segundo socio:

S. Si á 2600 ptas. corresponden 400 ptas. de ganancia,
P. á 1200 » corresponderán x » » »

$2600 : 1200 :: 400 : x = 184'616$ ptas., ganancia del segundo.

Para el tercer socio:

S. Si á 2600 ptas. corresponden 400 ptas. de ganancia,
P. á 600 » corresponderán x » » »

$2600 : 600 :: 400 : x = 92'308$ ptas., ganancia del tercero.

Comprobación

Ganancia del 1.º.	123'076 ptas.
» » 2.º.	184'616 »
» » 3.º	92'308 »
Ganancia social..	400'000 ptas.

De esto se deduce, pues, que, para la resolución de los problemas de compañía simple, podemos dar la siguiente proporción para hallar la ganancia ó la pérdida que corresponde al capital de cada uno de los socios: *Supuesto: si al capital social corresponde tal ganancia ó tal pérdida, Pregunto: al capital de un socio, ¿qué ganancia ó pérdida corresponderá?*

4. **Resolución de las compuestas.**—Las cuestiones de compañía compuesta se resuelven partiendo del principio siguiente: *Las ganancias ó las pérdidas correspondientes á dos ó más capitales que han permanecido tiempos distintos en la sociedad, son proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos respectivos.* De consiguiente, se multiplican los capitales por sus tiempos; se consideran estos productos como representación de los capitales, y se continúa como en la resolución de las simples.

EJEMPLO:

Un sujeto empezó la explotación de cierto negocio con un capital de 2000 pesetas; 5 meses después, se le asoció un hermano suyo con 1500 ptas., y 4 meses después de esta última fecha, interesó un primo de los dos aportando 800 pesetas. Al cabo de 36 meses, hallaron un beneficio social de 900 ptas. ¿Qué parte correspondió á cada uno?

RESOLUCIÓN

Tiempo del 1.º	....	36 meses
» » 2.º	36 — 5 meses = ...	31 »
» » 3.º	31 — 4 » = ...	27 »

1.º	2000 ptas. × 36 =	72000	Ganancia social, 900 ptas.
2.º	1500 » × 31 =	46500	
3.º	800 » × 27 =	21600	
		140100	

Diremos ahora: para el primer socio:

S. Si á 140100 unidades corresponden 900 ptas. de ganancia,
P. á 72000 » corresponderán x » » »

140100 : 72000 : : 900 : x = 462'527 ptas., ganancia del primero.

Para el segundo socio:

S. Si á 140100 unidades corresponden 900 ptas. de ganancia,
P. á 46500 » corresponderán x » » »

140100 : 46500 : : 900 : x = 298'715 ptas., ganancia del segundo.

Para el tercer socio:

S. Si á 140100 unidades corresponden 900 ptas. de ganancia,
P. á 21600 » corresponderán x » » »

140100 : 21600 : : 900 : x = 138'758 ptas., ganancia del tercero.

Comprobación

Ganancia del 1.º	462'527 ptas.
» » 2.º	298'715 »
» » 3.º	138'758 »
Ganancia social dada. . .	900'000 ptas.

5. **Otra resolución de los problemas de compañía.**—*Los problemas de compañía pueden resolverse* prescindiendo de la división que de ellos hemos hecho. Al efecto, admitiremos tres casos:

1.º Que los capitales sean *distintos* y los tiempos *iguales*.

2.º Que los capitales sean *iguales* y los tiempos *distintos*.

3.º Que los capitales y los tiempos sean *distintos*.

Estos casos se resuelven distribuyendo la ganancia ó la pérdida social del modo siguiente:

Cuando son iguales los tiempos, *en partes proporcionales á los capitales*.

Cuando son iguales los capitales, *en partes proporcionales á los tiempos*.

Cuando capitales y tiempos son distintos, *en partes proporcionales á los productos de los capitales por los tiempos respectivos*.

Conjunta

1. **Regla conjunta.**—*Regla conjunta* es la que tiene por objeto determinar la equivalencia que existe entre dos cantidades que no tienen entre si relación inmediata, valiéndonos de otras cantidades que tienen relación inmediata con ambas.

2. **Qué hay que distinguir en todo problema de conjunta.**—En todo problema de conjunta, hay que distinguir: *la cantidad buscada, la cantidad propuesta y las relaciones*.

Entendemos por *cantidad buscada*, la que nos proponemos determinar.

Cantidad propuesta es la que se da como principal en el problema, y es equivalente á la *buscada*.

Las *relaciones* son las igualdades por medio de las cuales hallamos la *cantidad buscada*.

3. **Su resolución.**—Para resolver un problema de conjunta, se practica lo siguiente:

1.° Se designan las tres partes esenciales en esta forma: B. (buscada). . . R. (relaciones). . . . P. (propuesta).

2.° Debajo de la buscada, se escribe la letra x, y debajo de la propuesta, la cantidad que se da como tal en el problema.

3.° Se escriben las igualdades necesarias debajo de la R, siendo conveniente tomar como primera: *la buscada* (x) = *la propuesta.*

4.° El primer miembro de cada igualdad ha de ser de la misma especie que el segundo miembro de la igualdad anterior, hasta hallar una igualdad cuyo segundo miembro sea de la misma especie que el primer miembro de la igualdad primera.

5.° Se multiplican entre sí los términos de la columna en que no está la incógnita; se hace lo propio con los términos de la otra columna, y se divide el primer producto por el segundo: el cociente es la cantidad buscada.

Antes de verificar las multiplicaciones, se simplifica si se puede partiendo, sucesivamente, un término cualquiera de la 1.ª columna y otro cualquiera de la 2.ª por los factores que les sean comunes.

Ejemplo:

Pagando cierto género á 25 ptas. el quintal catalán, ¿cuál será el valor de 120 qq. castellanos?

Resolución

B.	R.	P.
x ptas.		120 qq. castellanos.

x ptas. = 120 qq. castellanos.
1 qq. cast. = 46 kg.
41'6 kg. = 1 qq. catalán.
1 qq cat. = 25 pesetas.

$$x = \frac{120 \times 46 \times 25}{41'6} = \frac{138000}{41'6} = \frac{8625}{2'6} = 3317'307 \text{ pesetas.}$$

Aligación

1. **Regla de aligación.**—*Regla de aligación* es la que nos enseña á resolver los problemas relativos á mezclas y aleaciones.

2. **Precio de una substancia.**—Precio de una substancia es el valor de una unidad.

3. **Precio de una mezcla.**—Precio de una mezcla, ó *precio medio,* es el cociente de dividir la suma de los valores de las cantidades mezcladas por la suma de estas cantidades.

4. **Como se divide la regla de aligación.**—La regla de aligación se divide en *media* y *alternada.*

5. **Aligación media.**—Son problemas de aligación media aquéllos en que se desea averiguar el precio medio de una mezcla.

6. **Aligación alternada.** — Son de aligación alternada aquéllos problemas en que, siendo conocido el precio medio: 1.º Se desconocen las cantidades que han de entrar en la mezcla; 2.º Se conocen alguna ó algunas de dichas cantidades, desconociendo las demás; 3.º Se conoce la suma ó la diferencia de estas cantidades. En estos dos últimos casos, la aligación se llama *determinada.*

7. **Cómo se resuelven los problemas de aligación media.** —Para resolver los problemas de aligación media, se multiplican las cantidades mezcladas por sus precios respectivos; se suman estos productos, y se divide la suma por la de las unidades que componen la mezcla. El cociente que se obtiene es el *precio medio.*

EJEMPLO.—*Si mezclamos 40 Hl. de vino de á 30 ptas. el Hl., con 22 Hl. de á 36 ptas. y 12 Hl. de á 42 ptas., ¿á cómo resulta el Hl. de mezcla?*

RESOLUCIÓN

40 Hl. × 30 ptas.	= 1200 ptas.
22 » × 36 »	= 792 »
12 » × 42 »	= 504 »
74 Hl. de mezcla.	2496 ptas., valor de la mezcla

2496 : 74 = 33'73 ptas., precio medio buscado.

Comprobación

74 Hl. × 33'73 ptas. = 2496 ptas., valor igual al de la mezcla.

8. **Prueba de todo problema de aligación.**—La prueba de cualquier problema de aligación, se funda en la condición esencial de toda mezcla: *El valor total de las cantidades mezcladas, á razón de sus precios respectivos, es igual á la suma de las unidades mezcladas, á razón del precio medio.*

9. **Principio fundamental de la aligación alternada.** — El principio fundamental de la aligación alternada es el siguiente: *Si son dos las especies que se mezclan, las cantidades*

que deben tomarse de ambas especies están en razón inversa de las diferencias de sus precios al precio medio.

10. **Casos principales que ofrece la aligación alternada.** —La aligación alternada ofrece cuatro casos principales, á saber:

1.° Conociendo el precio medio y los precios de las especies, *hallar la relación en que debe hacerse la mezcla.*

2.° Conociendo el precio medio, los precios de las especies y la cantidad de una ó varias especies, *determinar la cantidad que debe tomarse de cada una de las otras especies.*

3.° Conociendo el precio medio, los precios de las especies y la suma de unidades mezcladas, *determinar la cantidad que debe tomarse de cada una de las especies.*

4.° Conociendo el precio medio, los precios de dos especies y la diferencia entre las cantidades que de cada especie se tomarán, *determinar estas dos cantidades.*

11. **Resolución del primer caso.**—Para determinar la relación en que debe hacerse una mezcla, *se escriben los precios de las especies en columna y de mayor á menor; se cierran con una llave, frente de la cual se escribe el precio medio; se toman dos precios, uno mayor que el medio y otro menor; se resta cada uno con el medio, y las diferencias se escriben invertidas. Estas diferencias indican la relación en que debe hacerse la mezcla.*

Ejemplos:

1.°—***Un pirotécnico tiene pólvora de dos clases, cuyos precios son 14 y 9 reales el kilogramo, respectivamente, y quiere obtener una tercera clase cuyo precio sea 12 reales el kilo. ¿En qué proporción deberá mezclar ambas clases?***

Resolución

$$\left.\begin{array}{l} 14 \text{ rs.} \\ 9 \;\text{»} \end{array}\right\} 12 \text{ rs.} \quad \begin{array}{r} \ldots\ldots\ldots\; 3 \\ \ldots\ldots\ldots\; 2 \end{array}$$

Deberá tomar 3 kilog. de la primera clase por cada 2 de la segunda.

Comprobación

3 kilog. × 14 reales. . . . . = 42 rs.
2 » × 9 » . . . . = 18 »

5 kilog. de mezcla, á × 12 reales, precio medio, valen 60 reales, valor de la mezcla	60 reales, valor de las espe cies antes de mezclarse.

2.°—***Un tabernero tiene vino de á 28 ptas. el Hl., de á 26, de á 20 y de á 15 ptas. idem, y quiere proporcionarse una quinta clase cuyo precio sea 22 pesetas el Hl. Determínese la relación de la mezcla.***

RESOLUCIÓN

28 ptas.		7	
26 »			2
20 »	22 ptas.		
15 »			4
		6	

Por cada 7 Hl. de la 1.ª clase, tomará 6 de la 4.ª, y por cada 2 Hl. de la 2.ª, tomará 4 de la 3.ª

Comprobación

7 Hl. × 28 ptas. . . . . = 196 ptas.
2 » × 26 » . . . . = 52 »
4 » × 20 » . . . . = 80 »
6 » × 15 » . . . . = 90 »

19 Hl. de mezcla, á × 22 ptas., precio medio, 38 38 valen 418 ptas., valor de la mezcla	418 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.

3.º—*Mezclando trigo de á 25 ptas. el Hl. con trigo de á 18 ptas y de á 16, ¿en qué proporción deberá hacerse la mezcla para que el Hl. resulte á 20 ptas?*

RESOLUCIÓN

25 ptas.		4	2
18 »	20 ptas.		5
16 »		5	

Deberán tomarse 4 Hl. de la 1.ª clase por cada 5 de la 3.ª, y 2 de la 1.ª por cada 5 de la 2.ª. Es decir, tomará 6 Hl. de la 1.ª, 5 de la 2.ª y 5 de la 3.ª

Comprobación:

6 Hl. × 25 ptas. . . . . = 150 ptas.
5 » × 18 » . . . . = 90 »
5 » × 16 » . . . . = 80 »

16 Hl. de mezcla, á × 20 ptas., precio medio, valen 320 ptas., valor de la mezcla.	320 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.

Multiplicando ó partiendo las diferencias obtenidas por un número cualquiera, los productos indican otra relación; razón por la cual puede decirse que el número de relaciones de una mezcla es infinito.

12. **Resolución del segundo caso.**—Puede suceder: 1.º *Que se conozca la cantidad de una especie.* 2.º *Que se conozca la cantidad de cada una de dos ó más especies.*

Primero: Cuando se conocen el precio medio, los precios de las especies y *la cantidad de una especie,* se determina la cantidad que debe tomarse de cada una de las otras especies, *averiguando primero la relación de la mezcla,* y formando para cada especie cuya cantidad es desconocida, la siguiente proporción:

Cantidad conocida ó determinada : la cantidad que se busca : : la diferencia que tiene á su derecha la cantidad conocida : la diferencia que tiene á su derecha la cantidad que se busca.

EJEMPLO:

Con trigo de á 24 ptas. el Hl., de á 22, de á 21 y de á 18 ptas. íd., queremos mezclar 45 Hl. de trigo de á 15 ptas.: ¿qué cantidad deberemos tomar de cada una de las otras especies, para que podamos vender la mezcla á 19 pesetas el Hl.?

Llamemos x, y, z y u, respectivamente, al número de Hls. que deberemos tomar de cada una de las especies cuya cantidad es desconocida, y averigüemos la relación en que deberá hacerse la mezcla.

x Hl. de á 24 ptas.	19 ptas.	4	
y » » 22 »			1
z » » 21 »			4
u » » 18 »			3
45 » » 15 »		5	2

Para la 1.ª especie: $45 : x : : 7 : 4$ Luego $x = 25'714$ Hl.
Para la 2.ª especie: $45 : y : : 7 : 1$ Luego $y = 6'428$ »
Para la 3.ª especie: $45 : z : : 7 : 4$ Luego $z = 25'714$ »
Para la 4.ª especie: $45 : u : : 7 : 3$ Luego $u = 19'287$ »
Cantidad dada para la 5.ª especie. 45

De modo, pues, que deberán tomarse: 25'714 Hl. de la 1.ª clase y otros tantos de la 3.ª; 6'428 Hl. de la 2.ª y 19'287 Hl. de la 4.ª clase, para mezclar con los 45 Hl. de la 5.ª clase.

Comprobación:

1.ª clase. .	25'714 Hl.	× 24 ptas.	. . . . . =	617'136 ptas.
2.ª » . .	6'428 »	× 22 »	. . . . . =	141'416 »
3.ª » . .	25'714 »	× 21 »	. . . . . =	539'999 »
4.ª » . .	19'287 »	× 18 »	. . . . . =	347'166 »
5.ª » . .	45 »	× 15 »	. . . . . =	675 »

122'143 Hl. de mezcla.,
á × 19 ptas., precio medio,
1099287
122143
valen 2320'717 ptas , valor de la mezcla

2320'717 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.

Segundo: Cuando se conoce la cantidad de cada una de dos ó más especies, *la cuestión se convierte al primer caso hallando el precio medio de las especies cuyas cantidades son conocidas, y sumando estas cantidades. Esta suma y su precio forman, pues, una sola especie de cantidad conocida.*

EJEMPLO.—*¿Cuántos quintales m. de harina de á 25 ptas. uno deben mezclarse con 6 qq. m. de á 20 ptas. y 19 qq. m. de á 18 ptas., deseando vender la mezcla á 22 ptas. el quintal métrico?*

Hallemos, primero, el precio medio de las dos especies que tienen cantidad conocida:

6 qq.	× 20 ptas.	=	120 ptas.
19 »	× 18 »	=	342 »
25			462 ptas.

462 : 25 = 18'48 ptas., precio medio.

Ambas especies se reducen, pues, á la siguiente: *25 qq. m. de harina de á 18'48 ptas. uno.*

El problema queda, por consiguiente, reducido al primer caso:

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ qq. de á } 25 \text{ ptas.} \\ 25 \;\text{»}\;\;\text{»}\;\; 18'48 \;\text{»} \end{array}\right\} 22 \begin{array}{l} \ldots\ldots\ 3'52 \\ \ldots\ldots\ 3 \end{array}$$

Luego, según el caso primero:

$25 : x :: 3 : 3'52$ $\qquad x = 29'333$ qq. m.

Deberán mezclarse 29'333 quintales m. de á 25 ptas. uno.

Comprobación:

29'333 qq.	× 25 ptas.	=	733'325 ptas.
6 »	× 20 »	=	120 »
19 »	× 18 »	=	342 »

54'333 qq. m. de mezcla,	1195'325 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.
á × 22 ptas., precio medio,	
108666	
108666	
valen 1195'326 ptas., valor de la mezcla.	

13. **Resolución del tercer caso.**—Cuando se conocen el precio medio, los precios de las especies y la suma de las unidades mezcladas, *se determina la cantidad que debe tomarse de cada especie, hallando, primero, la relación de la mezcla y dividiendo la suma de las unidades mezcladas en partes proporcionales á las diferencias obtenidas.*

EJEMPLO.—*Un tratante en harinas tiene de tres clases, cuyos precios son 40, 37 y 32 ptas. el quintal métrico, y necesita 100 quintales métricos de una cuarta clase, cuyo precio sea 35 ptas. el quintal m. Deseando proporcionarse la cantidad mencionada con las tres clases indicadas, ¿qué cantidad de cada especie deberá tomar?*

RESOLUCIÓN

Llamemos x, z y u, respectivamente, á las cantidades que deberemos tomar de cada una de las especies, y hallemos la relación de la mezcla.

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ qq. m. de } 40 \text{ ptas.} \\ z \;\text{»}\;\;\text{»}\;\;\text{»}\;\; 37 \;\;\text{»} \\ u \;\text{»}\;\;\text{»}\;\;\text{»}\;\; 32 \;\;\text{»} \end{array}\right\} \begin{array}{l} \ldots\ldots\ldots\ 3 \\ 35 \text{ ptas.} \ldots\ldots\ldots\ 3 \\ \ldots\ldots\ldots\ 5 \ldots\ldots\ 2 \end{array}$$

Suma de especies: $x + z + u = 100$ qq. m. Suma de diferencias $3 + 3 + 7 = 13$ qq. m.

Dividamos 100 qq. m. en partes proporcionales á las diferencias: 3, 3 y 7.

Para la 1.ª especie:

S.	Si á 13 unidades corresponden		100 qq. m.,
P.	á 3	» corresponderán	x » »

$$13 : 3 :: 100 : x$$

$$x = \frac{100 \times 3}{13} = \frac{300}{13} = 23'0769 \text{ qq. m. de la 1.ª especie.}$$

Para la 2.ª especie:

S.	Si á 13 unidades corresponden		100 qq. m.,
P.	á 3	» corresponderán	z » »

$$13 : 3 :: 100 : z$$

$$z = \frac{100 \times 3}{13} = \frac{300}{13} = 23'0769 \text{ qq. m. de la 2.ª especie.}$$

Para la 3.ª especie:

S.	Si á 13 unidades corresponden		100 qq. m.,
P.	á 7	» corresponderán	u » »

$$13 : 7 :: 100 : u$$

$$u = \frac{100 \times 7}{13} = \frac{700}{13} = 53'8462 \text{ qq. m. de la 3.ª especie.}$$

Comprobación:

1.ª clase.	23'0769 qq. m. × 40 ptas. =	923'076 ptas.
2.ª »	23'0769 qq. m. × 37 » =	853'845 »
3.ª »	53'8462 qq. m. × 32 » =	1723'079 »
Suma dada.	100'000 qq. m. de mezcla, á × 35 ptas., precio medio,	3500'000 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.
valen.	3500 ptas., valor de la mezcla.	

14. **Resolución del cuarto caso.**—Cuando se conocen el precio medio, los precios de dos especies y la diferencia entre las cantidades que de dichas especies se tomarán, se determina la cantidad que deberá tomarse de cada una de las dos especies, hallando primero la relación de la mezcla, y formando luego la siguiente proporción:

Cantidad de la primera especie : á cantidad de la segunda especie : : la diferencia entre el precio medio y el precio de la *segunda especie : á la diferencia entre el precio medio y el de la primera especie.*

De esta proporción, se deducen estas dos:

Para la 1.ª especie:

Diferencia entre antecedente y consecuente de la primera razón (ó sea la diferencia dada) : su antecedente : : diferencia entre antecedente y consecuente de la segunda razón : su antecedente.

Para la 2.ª especie:

Diferencia entre antecedente y consecuente de la primera razón (ó sea la diferencia dada) : su consecuente : : diferencia entre antecedente y consecuente de la segunda razón : su consecuente.

EJEMPLO:

Tenemos aceite de á 7 ptas. el Dl. y aceite de á 10 ptas. idem., y deseamos proporcionarnos una tercera clase cuyo precio sea 8 ptas. el Dl., conviniéndonos que entren en la mezcla 20 Dl. más de la 2.ª clase que de la 1.ª ¿Cuántos Dl. de cada clase se tomarán?

RESOLUCIÓN

Llamemos x al número de Dl. que tomaremos de la 1.ª clase, y z, al número que tomaremos de la 2.ª, y hallemos la relación de la mezcla.

$$\left.\begin{array}{l} x \text{ Dl. de á } 7 \text{ ptas.} \\ z \text{ » » » } 10 \text{ »} \end{array}\right\} 8 \text{ pesetas} \begin{array}{l} \ldots\ldots\ 2 \\ \ldots\ldots\ 1 \end{array}$$

Formemos la proporción general:

$$x : z : : 2 : 1$$

Para la 1.ª especie:

$$x - z : x : : 2 - 1 : 2, \text{ ó lo que es igual:}$$

$$20 : x : : 1 : 2$$

$$x = \frac{20 \times 2}{1} = 40 \text{ Dl. de la 1.ª especie.}$$

Para la 2.ª especie:

$$x - z : z : : 2 - 1 : 1, \text{ ó lo que es igual:}$$

$$20 : z : : 1 : 1$$

$$z = \frac{20 \times 1}{1} = 20 \text{ Dl. de la 2.ª especie.}$$

Comprobación:

1.ª clase.	40 Dl.	× 7 ptas. .	=	280 ptas.
2.ª »	20 »	× 10 » . .	=	200 »

Diferencia dada, 20 Dl.	480 ptas., valor de las especies antes de mezclarse.
Total de la mezcla: 40 + 20 = 60 Dl.	
á × 8 ptas.	
Valor de la mezcla . . . . 480 ptas.	

Comisiones

1. **Comisión.**—Llamamos *comisión* á la cantidad que percibe un sujeto llamado *comisionista,* por su trabajo y responsabilidad en la compra ó venta de géneros por cuenta de otra persona llamada *comitente.*

Hay tres clases de comisionistas: *corresponsales*, *consignatarios* y *comisionistas de transporte.* Los corresponsales se ocupan de la compra y venta por cuenta ajena; los consignatarios reciben y administran los buques de sus comitentes, y se hacen cargo de remitir mercaderías ajenas á puntos determinados; los comisionistas de transporte se dedican á contratar con otras personas el transporte terrestre ó fluvial de los géneros que reciben de sus comitentes.

2. **Tanto por ciento de comisión.**—El tanto por ciento que percibe el comisionista por la compra ó venta de géneros es, generalmente, un 2 °/₀ sobre el valor de la operación.

El tipo de comisión varía según la clase de géneros, costumbre de las plazas, responsabilidad del comisionista, etc., etc.

3. **Resolución de los problemas sobre comisiones.**—Los problemas sobre comisiones se resuelven por medio de una regla de tres simple.

Ejemplo.—*Mi corresponsal en Valencia me avisa haber realizado los géneros de mi última remesa, consistentes en 14200 kilogramos de cierta droga, á 3'5 ptas. el Kg. ¿Qué cantidad le corresponde, siendo 2 °/₀ su comisión?*

Resolución

Valor de los géneros: 14200 Kg. × 3'5 ptas. = 49700 ptas.

Averigüemos la comisión:

S. Si á 100 ptas. corresponden 2 ptas. de comisión,
P. á 49700 » corresponderán x » » »

$$100 : 49700 :: 2 : x$$

$$x = \frac{49700 \times 2}{100} = 994 \text{ ptas., valor de la comisión.}$$

Corretajes

1. **Corretaje.**—Llamamos corretaje á la cantidad que percibe un *corredor* por su intervención en la compra ó venta de géneros, letras, valores públicos, etc.

El *corredor* es un agente intermediario entre el que compra y el que vende. Hay corredores de *mercaderías*, *de cambio*, *de bolsa* y *de seguros*. El corredor de mercaderías aviene al comprador y al vendedor de un género; el corredor de cambio interviene en la compra y venta de letras; el de bolsa, en la negociación de efectos públicos y acciones y obligaciones de sociedades constituídas legalmente, y el de seguros es un intermediario entre la compañía aseguradora y el particular que contrata el seguro.

Corredores intérpretes de navíos son los que residen en puertos de mar habilitados para el comercio extranjero, los cuales traducen los documentos de los buques extranjeros é intervienen en los contratos de fletamento. Para que los actos de un corredor tengan valor en juicio, el corredor ha de ser de nombramiento real. En cada plaza, hay un número determinado, según la importancia comercial de la misma.

2. **Tanto por ciento de corretaje.**—La cantidad que percibe el corredor de mercaderías por su intervención en un negocio es, generalmente, el $^1/_2$ por $^0/_0$ sobre el valor de factura, tanto del comprador como del vendedor.

Este tanto por ciento suele variar, por las mismas causas que hemos mencionado al hablar del tipo incierto de la comisión.

3. **Resolución de los problemas sobre corretajes.**—Los problemas sobre corretajes se resuelven por medio de una regla de tres simple.

EJEMPLO.—*¿Cuánto deberá entregar un comerciante en aceites al corredor Ruiz, por la venta de una partida que ha importado 4500 ptas., siendo el corretaje á $^1/_2$ $^0/_0$?*

RESOLUCIÓN

S. Si á 100 ptas., corresponden 0'50 ptas. de corretaje,
P. á 4500 » corresponderán x » » »

$$100 : 4500 :: 0'50 : x$$

$$x = \frac{4500 \times 0'50}{100} = 22'50 \text{ ptas., valor del corretaje.}$$

Taras

1. **Tara.**—Se entiende por *tara*, comercialmente hablando, el peso de las cajas, sacos, barriles, cuerdas, embalajes y demás en que se acondicionan las mercaderías.

También se llama *tara* la rebaja que suele hacerse al comprador de determinados géneros, sobre su peso, medida ó valor, por el deterioro que pueden sufrir en el transporte.

2. **Peso sucio.**—Peso *sucio* es el peso de la mercadería y el del embalaje ó envase de la misma.

3. **Peso limpio.**—Peso *limpio* ó *neto* es el peso de la mercadería, excluyendo el de su embalaje ó tara.

4. **Maneras de fijar la tara.**—La tara se fija, generalmente, á un tanto por ciento y también á un tanto por unidad de peso, de capacidad, bulto, etc.

El tanto de tara no es fijo; depende de la clase de géneros y, más que todo, de las condiciones del contrato.

5. **Resolución de los problemas sobre taras.**—Los problemas sobre taras se resuelven así:

Si la tara se fija á un tanto por 100, por medio de una regla de tres ó una conjunta.

Si la tara se fija á un tanto por unidad, multiplicando y restando.

EJEMPLOS: 1.°—Hallar el peso limpio.

¿Cuál será el peso limpio correspondiente á 20 cajas de azúcar refinado, de peso cada una 150 kg., estipulándose la tara en 12 %?

Resolución por regla de tres.

Peso sucio total, 150 kg. × 20 = 3000 kg.

S. Si en 100 kg. peso sucio hay 88 kg. peso limpio,
P. en 3000 » » » habrá x » » »

100 : 3000 : : 88 : x

$$x = \frac{3000 \times 88}{100} = \frac{264000}{100} = 2640 \text{ kg. peso limpio}$$

Resolución por conjunta.

B.	R.	P.
x kg. peso limpio		3000 kg. peso sucio

$$\begin{array}{l} x \text{ kg. peso limpio} = 3000 \text{ kg. peso sucio} \\ 100 \text{ » » sucio} = 88 \text{ » » limpio} \end{array}$$

$$x = \frac{3000 \times 88}{100} = \frac{264000}{100} = 2640 \text{ kg. peso limpio.}$$

2.º—Hallar el peso sucio.

Fijando la tara en 12 p. %, el peso limpio correspondiente á 20 cajas de azúcar refinado fué 2640 kg. ¿Cuál será el peso sucio?

Resolución por regla de tres.

S. Si 88 kg. peso limpio proceden de 100 kg. peso sucio,
P. 2640 » » » procederán de x » » »

$$88 : 2640 :: 100 : x$$

$$x = \frac{2640 \times 100}{88} = \frac{264000}{88} = 3000 \text{ kg. peso sucio.}$$

Resolución por conjunta

B.	R.	P.
x kg. peso sucio		2640 kg. peso limpio

$$\begin{array}{l} x \text{ kg. peso sucio} = 2640 \text{ kg. peso limpio} \\ 88 \text{ » » limpio} = 100 \text{ » » sucio} \end{array}$$

$$x = \frac{2640 \times 100}{88} = \frac{264000}{88} = 3000 \text{ kg. peso sucio.}$$

3.º—Hallar el tanto por 100 de tara.

Veinte cajas de azúcar refinado, cuyo peso sucio era 3000 kg., dieron 2640 kg. peso limpio. ¿A qué tanto p. % se fijó la tara?

Resolución por regla de tres

Peso sucio.	3000 kg.
» limpio.	2640 »
Tara total.	360 kg.

S. Si de 3000 kg. se rebajaron 360 kg. por tara,
P. de 100 » rebajarán x » » »

$$3000 : 100 :: 360 : x$$

$$x = \frac{360 \times 100}{3000} = \frac{36000}{3000} = \frac{36}{3} = 12 \text{ p. \% de tara.}$$

Resolución por conjunta

B.	R.	P.
x kg. tara p. %		100 kg. peso sucio

x kg. tara p. % = 100 kg. peso sucio
3000 » peso sucio = 360 » tara total

$$x = \frac{100 \times 360}{3000} = \frac{36000}{3000} = \frac{36}{3} = 12 \text{ p. \% de tara.}$$

4.º—*¿Cuánto valen 80 bultos de corcho de Extremadura, de peso cada uno 2'5 qq. m., á 25 ptas. el quintal m., rebajando 2 kg. por bulto por razón del embalaje?*

Resolución

80 bultos × 2'5 qq. m. . . . . . = 200 qq. m. peso sucio
80 » × 2 kg. = 160 kg. = — 1'60 » » tara total

Peso limpio. . . . . . 198'40 qq. m.
á × 25 ptas.

99200
39680

4960'00 ptas.

Ganancias ó pérdidas

1. **Objeto de la regla de ganancias ó pérdidas.**—La regla de ganancias ó pérdidas tiene por objeto calcular la ganancia ó pérdida por ciento que se obtiene en un negocio.

2. **Cuándo hay beneficio ó pérdida en un negocio.**—En un negocio hay beneficio, cuando se vende un género por cantidad mayor de la que costó, y hay pérdida, cuando se vende por cantidad menor.

3. **Resolución de los problemas sobre ganancias ó pérdidas.**—Los problemas sobre ganancias ó pérdidas se resuelven por medio de una regla de tres.

Ejemplos:

1.º—*Comprando el arroz á 25 ptas. el quintal castellano, ¿á qué precio ha de venderse para realizar el 12 % de beneficio?*

RESOLUCIÓN

S. Si 100 ptas. se convierten en 112 ptas. por la ganancia,
P. 25 » se convertirán en x » » »

$$100 : 25 : : 112 : x$$

$$x = \frac{112 \times 25}{100} = 28 \text{ ptas.}$$

2.°—*Comprando el arroz á 25 ptas. el quintal castellano, y vendiéndolo á 28 ptas., ¿qué ganancia por ciento se realiza?*

RESOLUCIÓN

S. Si empleando 25 ptas. gano 3 ptas.,
P. » 100 » ganaré x »

$$25 : 100 : : 3 : x$$

$$x = \frac{100 \times 3}{25} = 12 \text{ por ciento.}$$

3.°—*Vendí 1 quintal de arroz en 28 ptas., realizando una ganancia de 12 por ciento: ¿por cuánto lo había comprado?*

RESOLUCIÓN

S. Si 112 ptas. proceden de 100 ptas.,
P. 28 » procederán de x »

$$112 : 28 : : 100 : x$$

$$x = \frac{28 \times 100}{112} = 25 \text{ ptas.}$$

4.°—*Vendiendo 1 quintal de arroz, gané 3 ptas. ¿Cuánto me costaba si la ganancia fué de 12 °/₀?*

RESOLUCIÓN

S. Si para ganar 12 ptas. empleo 100 ptas.,
P. » » 3 » emplearé x »

$$12 : 3 : : 100 : x$$

$$x = \frac{3 \times 100}{12} = 25 \text{ ptas.}$$

5.°—*La compra de una finca costóme 3600 ptas., y su alquiler reditúa 6 ptas. cada mes. ¿Qué ganancia por ciento produce el capital invertido?*

RESOLUCIÓN

Renta mensual. . . . . . . 6 ptas.
» anual. . . . . $6 \times 12 = 72$ ptas.

S. Si 3600 ptas. producen 72 ptas.,
P. 100 » producirán x »

$$3600 : 100 : : 72 : x$$

$$x = \frac{72 \times 100}{3600} = \frac{7200}{3600} = \frac{72}{36} = \frac{8}{4} = 2 \text{ p. } \%$$

6.°—*Un comerciante ganó en un negocio 3500 ptas. Si la ganancia fué de 15 por ciento, ¿qué capital había empleado?*

RESOLUCIÓN

S.	Si para ganar	15 ptas.	he de	emplear	100 ptas.,		
P.	»	»	3500	»	»	»	x »

$$15 : 3500 : : 100 : x$$

$$x = \frac{3500 \times 100}{15} = \frac{350000}{15} = \frac{70000}{3} = 23333'333 \text{ ptas.}$$

Transportes

1. **Objeto de la regla de transporte.**—El objeto de la regla de transporte es calcular lo que debe pagarse por la conducción de géneros de un lugar á otro.

2. **Transporte terrestre y transporte marítimo.**—El transporte se llama *terrestre* cuando se verifica por tierra, y *marítimo,* cuando se verifica por mar.

3. **Cargador, porteador y consignatario.**—*Cargador,* es la persona que entrega los géneros que han de ser transportados.

En el transporte terrestre, se llama *porteador* al agente intermediario entre el cargador y el transportador ó compañía transportadora, quien se encarga del transporte de las mercancías.

Consignatario, es la persona á quien van encomendados los géneros.

En el comercio marítimo, también se llaman *consignatarios* los representantes de los dueños de los buques, encargados, además, de recibir los géneros que han de transportarse.

4. **Carta de porte.**—En el comercio terrestre, se llama *carta de porte* el documento que expresa las condiciones del contrato de transporte.

La carta de porte corresponde al porteador, si bien el cargador tiene derecho á un duplicado. Este y el original sirven para hacer, en caso necesario, las debidas reclamaciones á la compañía transportadora. La carta de porte ha de contener: 1.°, nombres y domicilios del cargador, porteador y consignatario; 2.°, marcas, peso y naturaleza de las mercancías; 3.°, precio de transporte y circunstancias acerca de la entrega de los géneros, y 4.°, la fecha de la expedición.

En el comercio marítimo, se llama *naviero ó armador* á la persona bajo cuyo nombre y responsabilidad corre la expedición de un buque. *Capitán ó patrón,* es el jefe del buque.

5. **Flete.**—En el comercio marítimo, se llama *flete* el coste del transporte de los géneros.

6. **Póliza de fletamento.**—*Póliza de fletamento* es el documento en que se consignan las condiciones estipuladas entre el capitán de un buque y el fletador del mismo.

7. **Conocimiento.**—*Conocimiento* es el documento en que se hace la relación detallada de las mercaderías que se entregan á bordo de la nave que ha de transportarlas.

8. **Derecho de capa.**—*Derecho de capa* es cierta cantidad que el cargador satisface al capitán del buque, la que se estipula á un tanto por ciento sobre el importe del flete.

9. **Cómo se estipula el transporte.**—El transporte se estipula á un tanto por cada cierto número de unidades, ó á un tanto por tonelada, bulto, barril, pipa, etc.

10. **Resolución de los problemas sobre transportes.**—Cuando el transporte se estipula á un tanto por cada cierto número de unidades, el problema se resuelve mediante una regla de tres; y cuando se fija á un tanto por tonelada, bulto, barril, pipa, etc., por medio de una multiplicación.

EJEMPLOS:

1.º—*He entregado al vapor* «Vinuesa» *para ser transportados desde ésta de Barcelona á Marsella, 480 quintales métricos de bacalao, á razón de 22 pesetas los 10 quintales; satisficiendo, además, 8 por ciento de capa. ¿Cuánto debo abonar?*

RESOLUCIÓN

S. Si el transporte de 10 qq. m. importa 22 ptas.,
P. » » de 480 » » importará x »

$$10 : 480 :: 22 : x$$

$$x = \frac{480 \times 22}{10} = \frac{10560}{10} = 1056 \text{ ptas.}$$

Flete.	1056 ptas.
Capa 8 % s/ Ptas. 1056 . . .	84'48 »
Total ptas.	1140'48 ptas.

2.º—*¿Cuánto importará la conducción desde Gerona á Barcelona, de 80 cajas de ladrillos superiores, exigiendo la compañía ferroviaria 2'5 pesetas por el transporte de cada caja?*

RESOLUCIÓN

Transporte de 1 caja. . . . . . . 2'5 ptas.
» de 80 cajas . . . . . . $2'5 \times 80 = 200$ ptas.

Seguros

1. **Qué se entiende por seguro.**—Se entiende por *seguro* un contrato que se verifica entre dos partes, una de las cuales, mediante cierta cantidad, se obliga á responder á la otra del perjuicio que pueden causarle determinados accidentes á que se expone.

2. **Asegurador y asegurado.**—*Asegurador* es el que se obliga á responder de un quebranto posible. *Asegurado* es el que contrata con el asegurador.

3. **Prima de seguro.**—*Prima de seguro* es la cantidad que exige el asegurador por la responsabilidad que contrae.

4. **Póliza.**—*Póliza* es el documento en que consta el contrato de seguro.

La póliza ha de ser firmada por el asegurador, por el asegurado y por el corredor ó agente que, casi siempre, interviene en estos contratos. En cada póliza, constan también las diferentes condiciones especiales del contrato de seguro.

El *Código de Comercio* establece las condiciones generales de las diferentes clases de seguros.

5. **Clasificación de los seguros.**—Los seguros se clasifican en *mutuos* y *á prima fija*.

6. **Seguros mutuos.**—Por el *seguro mutuo*, el asegurado es individuo de la sociedad aseguradora, siendo sus aseguradores todos los demás individuos que la constituyen. Los siniestros que ocurren y los gastos de administración de la sociedad, son satisfechos por todos sus individuos en partes proporcionales al capital que cada uno ha asegurado.

7. **Seguros á prima fija.**—Seguros á *prima fija* son aquéllos en que el asegurado paga al asegurador una cantidad determinada, para la garantia del capital.

8. **Clasificación de los seguros según el objeto que los motiva.**—Según el objeto que motiva los seguros, se dividen en *terrestres, marítimos, sobre la vida, contra incendios,* etc.

9. **Otros gastos que debe satisfacer el asegurado además de la prima.**—Además de la prima, el asegurado debe satisfacer los gastos de póliza y timbre. Los gastos de póliza los fija el asegurador, y los de timbre, el Gobierno.

Los derechos de póliza no son fijos; varían según las compañías. Véanse los establecidos por la importante sociedad *Lloyd Catalán de seguros marítimos*, y que tomamos para la resolución de nuestros problemas.

Hasta	2500	ptas.		1	pta.
De	2500'25	» hasta	5000 ptas.	1'50	»
»	5000'25	» »	10000 »	2	»
»	10000'25	» »	50000 »	3	»
»	50000'25	» »	100000 »	5	»
»	100000'25	» en adelante		7'50	»

10. **Cómo se regula el importe del timbre.**—El importe del timbre se regula del modo siguiente:

1.° En los seguros terrestres y marítimos, el tipo regulador es la prima de seguro.

2.° En los sobre bienes inmuebles, el capital asegurado.

3.° En los que tienen por objeto la formación de capitales en un plazo fijo, rentas ó pensiones, el importe de cada entrega que haga efectiva el asegurado.

La ley de 12 de septiembre de 1861, señalaba una tarifa. Por la de 31 de diciembre de 1881, la *Tarifa de los derechos que devenga el Gobierno por razón del timbre es la siguiente:*

Hasta . . .	100 ptas.			timbre de	0'75	ptas.
De más de	100	» hasta	200	» »	1	»
» » »	200	» »	500	» »	2	»
» » »	500	» »	1000	» »	3	»
» » »	1000	» »	1500	» »	4	»
» » »	1500	» »	2000	» »	5	»
» » »	2000	» »	2500	» »	10	»
» » »	2500	» »	5000	» »	15	»
» » »	5000	» »	7500	» »	25	»
» » »	7500	» »	10000	» »	50	»
» » »	10000	» »	20000	» »	75	»
» » »	20000	» »	50000	» »	100	»

Nuestros problemas están resueltos tomando la tarifa de 1881.—La ley actual, de *26 de marzo de 1900*, dice lo siguiente:

«En las escrituras de contratos de seguros, el premio convenido, entendiéndose como tal las sumas de las primas á que se refiere la duración total del seguro. Cuando no existiese premio, tributarán en proporción al capital asegurado, con arreglo al artículo 16 de esta ley.»

La *Tarifa* que señala el mencionado artículo 16 de la nueva ley del timbre es la siguiente:

CUANTÍA DEL DOCUMENTO	CLASE	PRECIO
Hasta 500 ptas.	11.ª	1 pta.
Desde 500'01 » hasta 1000 ptas.	10.ª	2 ptas.
» 1000'01 » » 1500 »	9.ª	3 »
» 1500'01 » » 2000 »	8.ª	4 »
» 2000'01 » » 2500 »	7.ª	5 »
» 2500'01 » » 3500 »	6.ª	7 »
» 3500'01 » » 5000 »	5.ª	10 »
» 5000'01 » » 12500 »	4.ª	25 »
» 12500'01 » » 25000 »	3.ª	50 »
» 25000'01 » » 37500 »	2.ª	75 »
» 37500'01 » » 50000 »	1.ª	100 »

11. **Objeto de la regla de seguros.**—La regla de seguros tiene por objeto determinar la cantidad que debe satisfacerse por el seguro de un capital.

12. **Su resolución.**—Las cuestiones sobre seguros mutuos se resuelven por la regla de repartimientos proporcionales. Las que versan sobre seguros á prima fija, por medio de la regla de tres.

He ahí un ejemplo de cada uno de los casos que pueden ofrecerse, tratándose del seguro á prima fija:

1.°—*He remitido, mediante seguro, á mi corresponsal en Cádiz 40000 pesetas, abonando 1'50 °/₀₀ de prima: ¿qué gasto me origina la seguridad de la remesa?*

RESOLUCIÓN

Capital asegurado.	40000 ptas.
Prima 1'50 °/₀₀ s/ 40000 ptas.	60 ptas.
Póliza.	3 »
Timbre.	0'75 »
Total importe del seguro. . .	63'75 ptas.

2.°—*El asegurar la remisión de cierta cantidad de dinero me costó 63'75 pesetas, habiendo pagado 1'50 °/₀₀ de prima y 3'75 ptas. por timbre y póliza. ¿Cuál era la cantidad asegurada?*

RESOLUCIÓN

Si de 63'75 ptas., coste total, deduzco los gastos de timbre y póliza, tendré el tanto por °/₀₀ de prima. Luego 63'75 — 3'75 = 60 ptas. de prima. Digo ahora:

S. Si pagué 1'50 ptas. por el seguro de 1000 ptas.,
P. pagaré 60 » » » x »

$$1'50 : 60 : : 1000 : x$$

$$x = \frac{1000 \times 60}{1'50} = \frac{60000}{1'50} = 40000 \text{ ptas., capital asegurado.}$$

3.°—*¿A qué tanto p. °/₀₀ de prima se estipuló el seguro de 40000 ptas., habiendo satisfecho por este concepto 63'75 ptas. é importando 3'75 ptas. los gastos de timbre y póliza?*

RESOLUCIÓN

Como en el caso anterior, 63'75 ptas. – 3'75 ptas. = 60 ptas., coste de la prima.

Digo ahora:

S.	Si para asegurar 40000 ptas.	pagué	60 ptas.	de prima,
P.	» » 1000 »	pagaré	x »	»

$$40000 : 1000 :: 60 : x$$

$$x = \frac{60 \times 1000}{40000} = \frac{60000}{40000} = 1'50 \text{ ptas. de prima por cada mil.}$$

Trueques

1. **Trueque ó permuta.**—*Trueque ó permuta* es un contrato mediante el cual se cambia una cosa por otra, sin que en ello intervenga la moneda.

2. **Objeto de la regla de trueques ó permutas.**—La regla de trueques ó permutas tiene por objeto averiguar cuántas unidades de determinada especie y precio conocido, equivaldrán á un número dado de unidades de diferente especie y cuyo precio se conoce.

3. **Su resolución.**—Generalmente, se resuelve por medio de una sencilla división y también, por medio de la regla conjunta.

EJEMPLOS:

1.°—*¿Cuántos metros de paño, de á 20 ptas. cada uno, recibiré entregando 40 Hl. de vino del Ampurdán á 30 ptas. el Hl.?*

RESOLUCIÓN

Recibiré tantos metros como veces el valor de uno esté contenido en el valor del vino.

$$40 \text{ Hl.} \times 30 \text{ ptas.} = 1200 \text{ ptas.}$$

Luego llamando x al número de metros,

$$x = \frac{1200}{20} = \frac{120}{2} = 60 \text{ metros.}$$

Por conjunta

B.	R.	P.
x metros		40 Hl.

$$\begin{aligned} x \text{ metros} &= 40 \text{ Hl.} \\ 1 \text{ Hl.} &= 30 \text{ ptas.} \\ 20 \text{ ptas} &= 1 \text{ metro.} \end{aligned}$$

$$x = \frac{40 \times 30}{20} = \frac{1200}{20} = \frac{120}{2} = 60 \text{ metros.}$$

2.º—*¿Cuántos kg. de azúcar, de 1'25 ptas. cada uno, recibiré á cambio de 80 qq. m de café de Puerto Rico, siendo 203'50 ptas. el valor de cada quintal?*

RESOLUCIÓN

Recibiré tantos kg. de azúcar como veces el valor de uno esté contenido en el valor del café que se quiere permutar.

$$80 \text{ qq. m.} \times 203\text{'}5 \text{ ptas.} = 16280 \text{ pesetas.}$$

Luego, llamando x al número de kg.,

$$x = \frac{16280}{1\text{'}25} = 13024 \text{ kg. de café.}$$

Por conjunta

B.	R.	P.
x kg.		80 qq m.

$$\begin{aligned} x \text{ kg.} &= 80 \text{ qq. m.} \\ 1 \text{ qq. m.} &= 203\text{'}50 \text{ ptas} \\ 1\text{'}25 \text{ ptas.} &= 1 \text{ kg.} \end{aligned}$$

$$x = \frac{80 \times 203\text{'}50}{1\text{'}25} = 13024 \text{ kg. de café.}$$

Reducciones

1. **Objeto principal de la regla de reducciones.** — La regla de reducciones tiene por objeto principal determinar cuántas unidades de una especie determinada y propias de un país, equivalen á un número dado de unidades de la misma especie y correspondientes á otro país, conociendo la relación inmediata que entre ellas existe.

2. **Su resolución.** — Los problemas sobre reducciones se resuelven, generalmente, por medio de la regla conjunta.

EJEMPLOS: 1.º—*Sabiendo que 14 onzas castellanas equivalen, aproximadamente, á 12 onzas catalanas, ¿cuántos qq. catalanes equivaldrán á 62 quintales castellanos?*

RESOLUCIÓN

B. . . . . R. . . . . P.

B.	R.	P.
x qq. cat.		62 qq. cast.

x qq. cat. = 62 qq. cast.
1 » cast. = 100 lib. »
1 lib. » = 16 on. »
14 on. » = 12 » cat.
1248 » cat. = 1 qq. »

$$x = \frac{62 \times 100 \times 16 \times 12}{1248 \times 14} = 68‘131 \text{ qq. catalanes.}$$

2.º—*¿Cuántos marcos imperiales de Alemania equivalen á 4500 florines de Austria, sabiendo que 1 marco equivale á 1‘23 ptas. y que 1 florín, á 2‘53 ptas?*

RESOLUCIÓN

B.	R.	P
x marcos		4500 florines

x marcos = 4500 florines
1 florín = 2‘53 ptas.
1‘23 ptas. = 1 marco

$$x = \frac{4500 \times 2‘53}{1‘23} = 9256‘097 \text{ marcos.}$$

Facturas

1. **Qué se entiende por factura.**—Se da el nombre de *factura* á la cuenta que el vendedor pasa al comprador, detallando los géneros vendidos é indicando su naturaleza, calidad, cantidad, precio, importe, gastos y época en que debe ser pagada.

2. **Cómo se dividen.**—Las facturas se dividen en dos clases: *de cuenta propia* y *de cuenta ajena*.

Se llaman facturas de cuenta propia, las que libra el comerciante cuando el negocio es de su cuenta y riesgo.

Son de cuenta ajena, las que el comisionista remite á su comitente por la compra de géneros de su orden y cuenta. También deben considerarse como tales las *cuentas de venta y líquido producto,* esto es, los estados demostrativos de la realización de géneros por cuenta de otro, mediante un tanto por ciento de comisión.

Véanse los modelos siguientes:

Modelo núm. 1

D. Federico Ramírez, *por compra de los géneros que á continuación se expresan, á* Pedro Cruz .... **Debe:**

Gerona, 14 febrero de 1908

						Pesetas	Cts.
Por	20	Metros fleco seda, negro,	á 6	pesetas metro.		120	
»	10	» » lana, gris,	á 4'5	»	»	45	
»	12	» pasamanería algodón,	á 2'50	»	»	30	
»	8 $^1/_2$	Docenas botones pasta,	á 3'25	»	docena	27	63
				Total, S. E., Ptas. . . .		222	63

Recibí,

Pedro Cruz.

Cuando la factura es motivada por una venta á plazo, no se escriben el *recibí* y la *firma*. Basta l sello de la casa de comercio.

Modelo núm. 2

Núm. 1250

Gerona, 26 de abril de 1908

D. José Canales García

á Barangé é Hijos .... **Debe:**

		Pesetas	Cts.	Pesetas	Cts.
3	Cajas jabón, 1.ª calidad.				
	PESO				
	1.ª . . . . 40 kilog.				
	2.ª . . . . 46'25 »				
	3.ª . . . . 30'56 »				
	116'81 kilog. = 292'025 libras				
	Tara 5 % . . . . . 14'60 »				
	Peso neto . . . . . . 277'425 libras, á 0'50 pesetas libra.	138	71		
	Acarreo.	4	25	142	96
	Total, Ptas. . .				

Recibimos,

Barangé é Hijos.

Modelo núm. 3.—Remesa por mar

Núñez, Roca y C.ª

FACTURA *de 800 balas de cáñamo que he vendido á* D. Rómulo Linares, *de Valencia, y embarcado de su cuenta y riesgo y á su consignación en el vapor* Potente, *capitán* F. Peláez, *con destino á dicho puerto.*

		Pesetas	Cts.
R. L.	800 balas cáñamo, peso 80000 kg. á 29'50 pesetas el quintal métrico.	23600	
	GASTOS		
	Seguro $^1/_2$ p. % s/ 23600 ptas., póliza y sello. . . . . . Ptas. 122 Corretaje á Rubio, 1 p. ‰. . » 23'60 Conducción al muelle y embarque . . . . » 60 Despacho. . . . . » 15'50	221	10
	Al débito de dicho señor, Total. .	23821	10

Barcelona, 15 de septiembre de 1908.

Los modelos de facturas precedentes son **de cuenta propia.** El modelo siguiente es **de cuenta ajena.**

Modelo núm. 4.—Cuenta de venta

CUENTA DE VENTA *y líquido producto de los géneros detallados á continuación, que me consignó* D. Felipe A. González, *de Manacor, para vender de su cuenta, y que recibí por conducto del vapor* Ferrolano, *capitán* Ernesto Pavía.

1908			Pesetas	Cts.	Pesetas	Cts.
Marzo	15	60 Hl. ron de 29° á 62'50 ptas. Hl.	3750	»		
»	28	25 » » de 25° á 50 » »	1250	»		
Abril	2	10 » vino tinto á 25 » »	250	»		
»	14	40 » » » á 30 » »	1200	»	6450	»
		GASTOS				
		Comisión 3 % s/ 6450.	193	50		
		Derechos de almacén.	50	»		
		Descarga y acarreo.	42	75		
		Despacho.	12	»		
		Fletes satisfechos al capitán Pavía	160	»	458	25
		Al crédito de dicho señor, S. E. ú O.			5991	75

Barcelona, 20 de mayo de 1908.

Julián Pacheco.

Fondos públicos

1. **A qué llamamos fondos ó efectos públicos.**—*Llamamos fondos ó efectos públicos* á unos documentos representativos de los valores prestados al Estado por los particulares, cuando los recursos legales de que aquél dispone no han sido suficientes para atender á sus imprescindibles necesidades.

El Estado satisface sus atenciones con el producto de la recaudación de las contribuciones, impuestos y otros ingresos. Cuando los mencionados recursos no han sido suficientes para hacer frente á sus necesidades, le ha sido necesario acudir al préstamo, como haría un particular cualquiera, pagando un determinado interés; he aquí el origen de los fondos públicos.

Los gastos que ocasiona el sostenimiento de una guerra, la construcción de carreteras y ferrocarriles, las necesidades que crean las épocas calamitosas, etc., son, á menudo, las causas que obligan á los gobiernos á contratar estos empréstitos, los cuales se distinguen con el nombre general de *Deuda Pública*.

2. **Clases de fondos públicos.** — Los principales fondos públicos son hoy tres, á saber: los *títulos de la Deuda amortizable, los de la Deuda perpetua interior* y *los de la Deuda perpetua exterior*.

3. **Deuda amortizable.**—La *Deuda amortizable* fué creada por la ley de 9 de diciembre de 1881, por valor de 1,800 *millones de pesetas;* sus títulos llevan la fecha de 1.° de enero de 1882, y será amortizada en 40 años por sorteos trimestrales.

4. **Interés de la Deuda amortizable.**—Los valores nominales de los títulos de la Deuda amortizable producen un interés de 4 p. °/₀ anual. El Gobierno paga estos intereses por trimestres vencidos, en las épocas siguientes: 1.° de abril, 1.° de julio, 1.° de octubre y 1.° de enero.

5. **Cómo se cobran estos intereses.** — Transcurrido un trimestre, el tenedor de títulos *del 4 p. °/₀ amortizable* corta de cada uno un pequeño documento llamado *cupón,* que representa el importe de los intereses correspondientes, los cuales son pagados por el *Banco de España* en nombre y representación del Estado.

Los cupones son títulos al portador, es decir, el *Banco de España* paga á quien los presenta; razón por la cual el tenedor de títulos de la Deuda pública residente en una plaza donde el *Banco* no tenga sucursal, puede negociarlos en cualquiera casa de banca de la localidad mediante un módico tanto p. °/₀ de descuento.

El pago de los intereses y amortización puede domiciliarse en todas las capitales de provincia, á voluntad del tenedor, y en las plazas de París, Londres, Amsterdam, Bruselas y Lisboa. En Madrid, el cobro se hace en la Dirección general de la Deuda; en provincias, como ya hemos dicho, en las sucursales del *Banco*, y en el extranjero, por medio de letras á 30 días fecha á cargo del citado *Banco de España*, expedidas por la Comisión de Hacienda ó los delegados de ella.

6. **Valor nominal de dichos títulos.**—Los 1,800 millones de pesetas de la Deuda amortizable al 4 p. °/₀ anual, están distribuidos en cinco clases de títulos con nominal distinto en cada uno, y correspondientes á otras tantas series, á saber:

Serie *A*, de	500 ptas.	cada título, con cupones trimestrales de	5	ptas.
» *B*, »	2500	» » » » » »	» 25	»
» *C*, »	5000	» » » » » »	» 50	»
» *D*, »	12500	» » » » » »	» 125	»
» *E*, »	25000	» » » » » »	» 250	»

7. **Valor efectivo de los referidos títulos.**—El valor efectivo de dichos títulos, es la cantidad en metálico que se paga ó cobra por la compra ó venta de sus unidades nominales.

Lo propio debemos decir en cuanto al valor efectivo de los títulos de las otras deudas.

Cuando se crearon, el tipo de emisión fué el 85 p. °/₀, es decir, que la compra de 100 pesetas en papel, ó nominales, sólo ocasionó al comprador un desembolso de 85 pesetas. Actualmente, su valor sube ó baja según las circunstancias.

8. **Nueva Deuda amortizable.**—Por R. O. de 19 de mayo de 1900, y en virtud de la autorización que concede al gobierno la ley de 2 de agosto de 1899, se emiten títulos de la Deuda amortizable en 50 años, mediante sorteos trimestrales, con interés de 5 p. °/₀ al año, por un valor nominal de 1,200.000,000 de pesetas.

Los títulos al portador de esta nueva Deuda están distribuidos en las seis series siguientes:

Serie *A*, de 500 ptas.; *B*, de 2,500 ptas.; *C*, de 5,000 ptas.; *D*, de 12,000 ptas.; *E*, de 25,000 ptas.; *F*, de 50,000 ptas.

Los títulos llevan la fecha de 15 de mayo de 1900, devengando, desde este día, sus intereses, que se abonarán por trimestres vencidos, en 15 de febrero 15 de mayo, 15 de agosto y 15 de noviembre de cada año.

Los sorteos de amortización se celebrarán en 15 de enero, 15 de abril, 15 de julio y 15 de octubre. El pago de intereses y amortización, á cargo del *Banco de España*, y con la garantía del producto de la renta de Tabacos.

El tipo de emisión ha sido el 83 p. °/₀ del valor nominal de cada título.

Posteriormente, y con arreglo á la autorización que se concedió al gobierno por la referida ley de 2 de agosto de 1899, se ha ampliado la emisión de la Deuda amortizable al 5 °/₀, en la cantidad de 338.440,000 pesetas nominales. Los títulos llevan la misma fecha que los anteriores, 15 de mayo de 1900, tienen iguales vencimientos para el abono de intereses y para la amortización, y misma garantía especial de la renta de Tabacos.

9. **Deuda perpetua interior.**—La *Deuda perpetua interior* fué creada por la ley de 29 de mayo de 1882. El estado se compromete á amortizarla con la quinta parte, al menos, de los sobrantes que pueden ofrecer los presupuestos sucesivos á partir del correspondiente á 1883 á 1884.

10. **Interés de la Deuda perpetua interior.**—Los valores nominales de los títulos de la Deuda perpetua interior producen, como la amortizable, el 4 p. °/₀ anual.

11. **Cómo se cobran estos intereses.**—Estos intereses se cobran como los de la Deuda amortizable, cortando, trimestralmente, el cupón respectivo y presentándolo al *Banco de España*, ó verificando su negociación en cualquier casa de banca.

El *Banco* paga estos intereses en las mismas épocas que los de la Deuda amortizable, por trimestres vencidos, y en 1.° de enero, 1.° de abril, 1.° de julio y 1.° de octubre.

12. **Valor nominal de estos títulos.** — Los títulos de la Deuda perpetua interior, al 4 p. °/₀ anual, están distribuidos en 6 series, con nominal distinto en cada una, á saber:

Serie *A*, de	500	ptas.	cada	título,	con	cupones	trimestrales	de	5	ptas.
» *B*, »	2500	»	»	»	»	»	»	»	25	»
» *C*, »	5000	»	»	»	»	»	»	»	50	»
» *D*, »	12500	»	»	»	»	»	»	»	125	»
» *E*, »	25000	»	»	»	»	»	»	»	250	»
» *F*, »	50000	»	»	»	»	»	»	»	500	»

También se emitieron inscripciones transferibles, por cantidades de pesetas 75000, 125000, 250000, 500000 y 1000000, con sus respectivos cupones, que deben ser satisfechos en iguales condiciones que los anteriores.

Ultimamente, se han creado dos series más de la Deuda interior al 4 p. °/₀: la serie *G*, de 100 pesetas nominales, y la serie *H*, de 200 pesetas idem.

13. **Deuda perpetua exterior.**—La *Deuda perpetua exterior* fué creada por la misma ley que la *interior*, esto es, por la de 29 de mayo de 1882, y será, como ella, amortizada con la quinta parte del sobrante de los presupuestos liquidados.

14. **Interés de la Deuda perpetua exterior.** — Los valores nominales de los títulos de la Deuda perpetua exterior producen, como la amortizable y la interior, el 4 p. °/₀ anual.

15. **Cómo se cobran estos intereses.**—Como en las otras Deudas, cortando, trimestralmente, el respectivo cupón. Su pago está, también, á cargo del *Banco de España*, y lo verifica en las plazas de Londres y París, presentando previamente los cupones en la Comisión de Hacienda de España en el extranjero. También pueden domiciliarse en las plazas de Barcelona, Lisboa y Amsterdam; pero el pago se hace en letras á 30 días fecha á cargo del *Banco de España*, ó de sus sucursales en Londres ó París, á voluntad de los interesados.

En estas últimas capitales, el pago se hace á la par, esto es, pesetas 25'20 por libra esterlina y peseta por franco, si se paga en oro.

16. **Valor nominal de estos títulos.** — Los títulos de la Deuda perpetua exterior, al 4 p. °/₀ anual, están divididos en 6 series, con nominal distinta en cada una, y expresado en tres clases de monedas distintas, á saber: (1)

Serie *A*, capital, pesetas 1000; Libras est. 39 - 13 - 7; francos 1000; cupón trimestral, pesetas ó francos 10; Libras est. 0 - 7 - 11'23.

Serie *B*, capital, pesetas 2000; Libras est. 79 - 7 - 2; francos 2000; cupón trimestral, pesetas ó francos 20; Libras est. 0 - 15 - 10'46.

Serie *C*, capital, pesetas 4000; Libras est. 158 - 14 - 4; francos 4000; cupón trimestral, pesetas ó francos 40; Libras est. 1 - 11 - 8'92.

Serie *D*, capital, pesetas 6000; Libras est. 238 - 1 - 6; francos 6000; cupón trimestral, pesetas ó francos 60; Libras est. 2 - 7 - 7'38.

---

(1) Una libra esterlina (£ E.) tiene 20 chelines, y el chelín, 12 peniques. En la práctica comercial, un número complejo de moneda inglesa se escribe así: £ E. 39 - 13 - 7, y se lee: 39 libras esterlinas, 13 chelines, 7 peniques. Si en el complejo faltan unidades de alguna especie, se suplen con 0, v. g.: £ E. 25 - 0 - 6; £ E. 0 - 15 - 10.

Serie *E*, capital, pesetas 12000; Libras est. 476 - 3 - 0; francos 12000; cupón trimestral, pesetas ó francos 120; Libras est. 4 - 15 - 2'76.

Serie *F*, capital, pesetas 24000; Libras est. 952 - 6 - 0; francos 24000; cupón trimestral, pesetas ó francos 240; Libras est. 9 - 10 - 5'52.

Al mismo tiempo que en la Deuda interior, se crearon en ésta títulos de 100 y 200 pesetas cada uno, correspondientes á las series *G* y *H*, respectivamente.

17. **Cambio del papel.**—*Cambio del papel* es la cantidad en metálico equivalente á 100 unidades nominales, ó en papel.

De modo, pues, que si se dice, por ejemplo, que el 4 p. % amortizable está al cambio de 58'75, debe entenderse que el comprador sólo pagará 58'75 pesetas por la compra de 100 ptas. en papel.

18. **Compras y ventas de fondos públicos.**—Las operaciones sobre efectos públicos se verifican en un local á propósito llamado *Bolsa* ó *Lonja*, y por intermediación de corredores.

En la Bolsa de Madrid, hay, además de los corredores, *agentes de cambio*, quienes son los únicos que están legalmente facultados para autorizar las operaciones de compra y venta de valores públicos.

19. **Cuánto cobran los corredores ó agentes por su trabajo.**—Por la compra ó venta de títulos de la Deuda amortizable y de la perpetua, tanto interior como exterior, el corredor ó agente percibe, generalmente, el $^1/_2$ p. ‰ del valor nominal.

20. **Cuándo se dice que un papel se cotiza con prima.**—Se dice que un papel *se cotiza con prima*, cuando, por la compra de 100 unidades nominales, hay que pagar más de 100 efectivas ó en metálico.

21. **Jugar á la bolsa.**—Jugar á la bolsa es especular sobre las *alzas* y las *bajas* de los cambios á que se cotiza el papel.

En manera alguna deben confundirse los *compradores* y *vendedores* de efectos públicos, con los *jugadores de bolsa*, *especuladores* ó *agiotistas*. Los compradores son rentistas que adquieren el papel para colocar sus intereses de un modo cómodo, á fin de que su capital les reditúe un interés seguro. Los jugadores compran papel sin desear adquirirlo, confiando venderlo á mayor cambio, ó venden papel que no poseen, confiando comprarlo á menor cambio.

22. **Clases de jugadas.**—Pueden reducirse á dos: jugar *al alza* y jugar *á la baja*.

23. **Jugar al alza.**—*Jugar al alza* es comprar papel sin retirarlo, esperando venderlo á precio más elevado que el de compra y cobrar la diferencia que resulta entre el cambio de compra y el de venta (1).

Dedúcese de esto que el que juega al alza es siempre comprador de papel, y su ganancia está en la subida del cambio, así como su pérdida, en la baja del mismo.

24. **Jugar á la baja.**—*Jugar á la baja* es vender papel sin poseerlo, confiando comprarlo á menor cambio que el de venta y obtener un beneficio, consistente en la diferencia que resulta entre el cambio á que vendió y el cambio á que compraría (1).

Dedúcese de esto que el que juega á la baja es siempre vendedor de papel, y su ganancia está en la baja del cambio, así como su pérdida, en la subida ó alza del mismo.

25. **Casos que pueden presentarse en las cuestiones sobre fondos públicos.**—En las cuestiones sobre fondos públicos, se presentan, generalmente, tres problemas, á saber:

1.° *Dados el valor nominal y el cambio de una cantidad en papel, hallar su valor efectivo.*

2.° *Dados el valor efectivo y el cambio, hallar su valor nominal.*

3.° *Dados los valores nominal y efectivo, determinar el curso del cambio.*

26. **Su resolución.**—Todas las cuestiones sobre fondos públicos se resuelven por la regla de tres.

EJEMPLOS: 1.° – ***Cotizándose la Deuda amortizable al cambio de 75'46 ¿cuánto deberé desembolsar por la compra de 20 títulos de la serie B?***

RESOLUCIÓN

Cada título de la serie *B* tiene de nominal 2500 pesetas; luego 20 títulos representarán un nominal de $2500 \times 20 = 50000$ ptas. Diremos ahora:

S. Si la compra de 100 ptas. papel importa 75'46 ptas. efectivas,
P. » » » 50000 » » importará x » »

$$100 : 50000 :: 75'46 : x$$

$$x = \frac{50000 \times 75'46}{100} = \frac{3773000}{100} = 37730 \text{ pesetas efectivas.}$$

(1) Véase nuestra obra *Aritmética Razonada y Nociones de Algebra*

2.º—*Siendo 75'46 la cotización del 4 % amortizable, ¿qué valor nominal podré comprar empleando 37730 ptas. en papel de la mencionada Deuda?*

RESOLUCIÓN

S.	Si empleando	75'46 ptas. efectivas	compro	100 ptas. en papel,			
P.	»	37730 » »	compraré	x	»	»	»

$$75'46 : 37730 : : 100 : x$$

$$x = \frac{37730 \times 100}{75'46} = 50000 \text{ ptas. en papel.}$$

3.º—*La adquisicion de 20 títulos de la serie B del 4 % amortizable me costó 37730 ptas. ¿Cuál era la cotización del citado papel en aquel dia?*

RESOLUCIÓN

Un título de la serie *B* tiene de nominal 2500 ptas.; luego el nominal de 20 títulos será $2500 \times 20 = 50000$ ptas.

S.	Si 50000 ptas. nominales	han costado	37730 ptas.	efectivas,	
P.	100 » »	costarán	x	»	»

$$50000 : 100 : : 37730 : x$$

$$x = \frac{37730 \times 100}{50000} = 75'46 \text{ ptas. tipo del cambio.}$$

4.º—*Tomando, por mediación de corredor, al cambio de 68'56 ½, cuatro láminas de la Deuda perpetua exterior serie E, ¿cuánto deberé desembolsar?*

RESOLUCIÓN

El valor nominal de una lámina de la serie *E*, del 4 % exterior, es 12000 pesetas; luego el nominal de 4 de dichas láminas será $12000 \times 4 = 48000$ ptas. El cálculo, pues, será:

Cambio, 68'565 % s/ Ptas. 48000 importa.	Ptas.	32911'20
Corretaje, ½ ‰ s/ Ptas. 48000 »	»	24
Desembolsaré.	Ptas.	32935'20

5.º—*Invirtiendo 32935'20 ptas. en títulos del 4 % exterior al cambio de 68'565, ¿qué valor nominal compraré, teniendo en cuenta que los gastos de corretaje importarán ½ ‰?*

RESOLUCIÓN

La compra de 100 ptas. nominales, por cambio, costará . .	68'565 ptas.
» » » » » corretaje » . . .	0'05 »
» » » » » cambio y corretaje. .	68'615 ptas.

Luego la cuestión será:

S.	Si empleando	68'615 ptas. efectivas	compro	100 ptas. nominales		
P.	»	32935'20 » »	compraré	x	»	»

$$68'615 : 32935'20 : : 100 : x$$

$$x = \frac{32935'20 \times 100}{68'615} = 48000 \text{ ptas. nominales, ó 4 títulos de la serie E}$$

6.°—*La compra, por mediación de corredor, de 48000 ptas. nominales del 4 °/₀ exterior importó 32935'20 ptas.: ¿á qué cambio se cotizó el papel?*

RESOLUCIÓN

S.	Si la compra de	48000	ptas. nominales	importó por cambio y corretaje	32935'20 ptas.,
P.	» »	100	» »	importará	» » x »

$$48000 : 100 : : 32935'20 : x$$

$$x = \frac{32935'20 \times 100}{48000} = 68'615$$

La compra de 100 ptas. nominales importó por cambio y corretaje.	Ptas.	68'615
Luego si quitamos el corretaje, $\frac{1}{2}$ °/₀₀ s/ 100 pesetas =	»	0'05
tenemos el efectivo de 100 ptas. nominales, ó lo que es lo mismo, el cambio =.	Ptas.	68'565

De modo, pues, que la cotización fué al cambio de 68'565.

Observación:—Téngase presente que el importe del corretaje aumenta, en las compras, el coste de los títulos, razón por la cual ha de sumarse con él; y que, en las ventas, disminuye el valor de los titulos, por cuya razón ha de restarse de este valor.

27. **Método abreviado para la resolución de los problemas sobre fondos públicos.**—Cuando sólo nos propongamos buscar uno de estos tres datos, el *valor nominal*, el *efectivo* ó el *cambio*, conociendo los otros dos, puede formarse la siguiente proporción:

Ciento es al valor nominal de los titulos, como el cambio á que se cotizan es al valor efectivo.

Llamando n al valor nominal, e al valor efectivo y c al cambio, tendremos:

$$100 : n : : c : e$$

Por lo que:

$$e = \frac{n \times c}{100}; \; n = \frac{100 \times e}{c}; \; c = \frac{100 \times e}{n}$$

De modo, pues, que:

Para hallar el valor efectivo, *se multiplica el valor nominal por el cambio, y el producto se divide por 100.*

Para hallar el nominal, *se multiplica el valor efectivo por 100, y el producto se divide por el cambio.*

Para hallar el cambio, *se multiplica el efectivo por 100, y el producto se divide por el nominal.*

Este método abreviado es el que, generalmente, emplean los bolsistas y corredores.

Acciones y Obligaciones de sociedades anónimas

Téngase presente cuanto hemos dicho acerca de la constitución de las sociedades anónimas, al tratar de las *Compañías*.

1. **Qué se entiende por acción.**—Llamamos *acción* de una sociedad al título representativo de un capital interesado en el negocio de la misma.

El accionista de una sociedad no desembolsa, de una sola vez, el valor que la acción representa. Paga un tanto por ciento en el momento de subscribirse, y el resto, en épocas fijas señaladas previamente. Estas cantidades que se satisfacen en épocas distintas hasta completar el valor de la acción, se llaman *dividendos pasivos*.

El tanto por ciento que cobra el accionista de los beneficios realizados por la sociedad, se llama *dividendo activo*.

2. **Qué se entiende por obligación.**—Se llama *obligación* de una sociedad al título representativo de un capital prestado á la misma.

El obligacionista satisface de una vez el valor de la obligación, y percibe el interés prometido por la sociedad al emitirlas.

3. **Diferencia entre acción y obligación.**—El accionista es un *socio* de la compañía y sujeto, por tanto, á los beneficios ó pérdidas que la misma realice; y el obligacionista es un *prestamista*, por cuyo préstamo percibe el interés prometido, sean prósperos ó adversos los negocios de la compañía.

Emítense las acciones para reunir el capital de que ha de disponer la sociedad que se constituye; y las obligaciones, ya para proporcionarse un lucro la compañía, ya para realizar mejoras que han de contribuir á que se obtengan mayores beneficios.

4. **Valores locales.**—Se llaman *valores locales* las acciones y las obligaciones de sociedades legalmente constituidas, que se cotizan en la Bolsa. Dan lugar á las mismas operaciones que los fondos públicos, y los corredores y agentes perciben, por su compra ó venta, $^1/_8$ p. $^0/_0$ sobre el nominal.

Las acciones y obligaciones de sociedades particulares que se cotizan en la Bolsa, son títulos al portador, como las láminas de todas las Deudas públicas.

En la Bolsa, se compran y venden los valores del Estado y los locales, letras sobre las distintas plazas nacionales y extranjeras y metales preciosos; se contratan fletamentos y mercaderías, etc.

En las compras de efectos publicos, ya sean valores del Estado ó locales, el comprador debe exigir la correspondiente póliza de Bolsa firmada por el agente. Este documento debe estar extendido en papel timbrado del precio que exija el nominal de los efectos comprados y, con estas formalidades, tiene la misma fuerza legal que una escritura pública. Si resultase que los títulos comprados con estas formalidades hubiesen sido mal adquiridos por el vendedor, el comprador debe estar tranquilo: la responsabilidad es del agente; pero si resultasen falsos, el agente no contrae responsabilidad, pues el comprador debe hacerlos reconocer en la oficina correspondiente, para asegurarse de que no son falsos ni está mandado sean recogidos de la circulación.

En la mencionada póliza se expresa la numeración, clase y el nominal total de los efectos; cambio á que se compraron, valor efectivo á que montan, el corretaje y coste de timbre; si tienen el cupón al corriente, la fecha de la compra y la firma del agente.

Para fijar el importe del timbre que corresponde á la póliza, véase la siguiente

Tarifa que rige para el timbre de las operaciones de Bolsa al contado y préstamos sobre efectos públicos, según la Ley de 15 de septiembre de 1892.

Clases	De pesetas	Hasta pesetas	Timbres de pesetas
11.ª	»	12,500	0'10
10.ª	12,500'01	25,000	0'30
9.ª	25,000'01	50,000	0'75
8.ª	50,000'01	100,000	1'50
7.ª	100,000'01	200,000	3
6.ª	200,000'01	300,000	5
5.ª	300,000'01	400,000	7
4.ª	400,000'01	500,000	9
3.ª	500,000'01	1.000,000	15
2.ª	1.000,000,01	2.000,000	30
1.ª	2.000,000,01 en adelante		60

Nuestros problemas están resueltos tomando la tarifa anterior. Hoy, por la ley de 26 de marzo de 1900, rige la siguiente:

Cuantía efectiva de la operación				Timbre	
				Clase	Precio Ptas.
Hasta	1,000	pesetas.		19.ª	0'10
Desde	1,000'01	hasta	2,500 id. .	18.ª	0'25
Desde	2,500'01	hasta	5,000 id. .	17.ª	0'50
Desde	5,000'01	hasta	10,000 id. .	16.ª	1
Desde	10,000'01	hasta	20,000 id. .	15.ª	2
Desde	20,000'01	hasta	30,000 id. .	14.ª	3
Desde	30,000'01	hasta	40,000 id. .	13.ª	4
Desde	40,000'01	hasta	50,000 id. .	12.ª	5
Desde	50,000'01	hasta	70,000 id. .	11.ª	7
Desde	70,000'01	hasta	100,000 id. .	10.ª	10
Desde	100,000'01	hasta	250,000 id. .	9.ª	25
Desde	250,000'01	hasta	500,000 id. .	8.ª	50
Desde	500,000'01	hasta	750,000 id. .	7.ª	75
Desde	750,000'01	hasta	1.000,000 id. .	6.ª	100
Desde	1.000,000'01	hasta	1.250,000 id. .	5.ª	125
Desde	1.250,000'01	hasta	1.500,000 id. .	4.ª	150
Desde	1.500,000'01	hasta	1.750,000 id. .	3.ª	175
Desde	1.750,000'01	hasta	2.000,000 id. .	2.ª	200
Desde	2.000,000'01	en adelante. . . .		1.ª	250

Los diarios publican unos estados llamados *boletines de cambios*, donde se consignan las cotizaciones de la Bolsa. Merecen especial mención las dos casillas de *Dinero y Papel*. La cantidad escrita en la 1.ª, indica el precio que ofrecen por el papel los compradores, y la cantidad escrita en la 2.ª, indica el precio que exigen por el mismo los vendedores. Si una clase de papel carece de cotización en la 1.ª casilla, indica que no tuvo compradores; si carece en la 2.ª, indica que no tuvo vendedores, y si carece de cotización en ambas casillas, indica que no tuvo compradores ni vendedores.

Documentos de cambio y giro

1. **Concepto de la palabra «cambio».**—La palabra *cambio* puede tomarse en tres distintas acepciones:

1.ª Se aplica á la *permuta de monedas,* ya de paises distintos, ya de un mismo pais, pero de diferente especie. En este caso, se llama *cambio real* ó *manual.*

2.ª La *diferencia* que hay entre la cantidad que se da ó promete en una plaza, y la que, por este medio, se recibe en otra.

3.ª El *contrato* que tiene por objeto recibir dinero ú otros valores en un punto, por dinero que se promete ó manda entregar en otro punto. Este cambio se llama *local, mercantil* ó *trayecticio.*

Por medio del cambio, se realizan fácilmente las deudas existentes entre dos poblaciones ó plazas comerciales, evitando la pérdida de tiempo, los gastos y riesgos que ocasionaría el transporte de los capitales. Sin este medio, se dificultarían las transacciones comerciales, quedando reducidos á su menor expresión los beneficios importantísimos que se obtienen con la circulación de los capitales.

2. **Documentos de cambio.** — Llamamos *documentos de cambio,* á los instrumentos en virtud de los cuales los cambios se verifican. Estos documentos son:

Las letras de cambio.
Las libranzas.
Los vales ó pagarés á la orden.
Las cartas-órdenes de crédito.
El abonaré.
El cheque.

Letras de Cambio

1. **Letra de cambio.**—Llamamos *letra de cambio* á un documento privado, extendido en papel del timbre correspondiente, mediante el cual una persona manda á otra que pague, á ella ó á un tercero, una determinada cantidad.

2. **Circunstancias que debe reunir la letra de cambio.**— Debe reunir las prescritas por el Código de Comercio.

Citaremos aquellos artículos del *Código* en que se expone lo esencial acerca de estos importantes instrumentos de giro.

«Artículo 444.—La letra de cambio deberá contener para que surta su efecto en juicio:

1.° La designación del lugar, día, mes y año en que la misma se libra.

2.° La época en que deberá ser pagada.

3.° El nombre y apellido, razón social ó título de aquél á cuya orden se manda hacer el pago.

4.º La cantidad que el librador manda pagar, expresándola en moneda efectiva, ó en las nominales que el comercio tiene adoptadas para el cambio.

5.º El concepto en que el librador se declara reintegrado por el tomador, bien por haber recibido su importe en efectivo ó mercadería ú otros valores, lo cual se expresará con la frase *de valor recibido*, bien por tomárselo en cuenta en las que tenga pendientes, con lo cual se escribirá con la de *valor en cuenta* ó *valor entendido*.

6.º El nombre ó apellido, razón social ó título de aquél de quien se recibe el importe de la letra, ó á cuya cuenta se carga.

7.º El nombre y apellido, razón social ó título de la persona ó compañía á cuyo cargo se libra, así como también su domicilio.

8.º La firma del librador, de su propio puño ó de su apoderado, al efecto, con poder bastante.»

3. **Personas que intervienen en una letra de cambio.**—En una letra de cambio, pueden intervenir las personas siguientes:

1.ª El *librador,* que es la persona que manda hacer el pago.
2.ª El *tenedor,* que es la persona á cuya orden debe hacerse el pago.
3.ª. El *librado,* que es quien debe pagar la letra.

Puede ser que en una letra sólo intervengan dos personas, el *librador* y el *librado*. En este caso, el librador extiende la letra á la orden de sí mismo, siendo, por lo tanto, librador y tenedor.

Se llama *tomador*, el que compra una letra al librador ó á un cedente.

4. **Diferentes maneras de librar las letras de cambio.**—El Código de Comercio prescribe las diferentes maneras como puede el librador girar una letra de cambio, á saber:

«1.º A su propia orden.
2.º A cargo de una persona, para que haga el pago en el domicilio de un tercero.
3.º A su propio cargo, en lugar distinto de su domicilio.
4.º A cargo de otro, en el mismo punto de la residencia del librador.
5.º A nombre propio, pero por orden y cuenta de un tercero, expresándose así en la letra.

Esta circunstancia no alterará la responsabilidad del librador, ni el tenedor adquirirá derecho alguno contra el tercero por cuya cuenta se hizo el giro.»

5. **Plaza libradora y plaza aceptante.**—Se llama plaza *libradora,* aquélla en que se extiende ó gira la letra, y plaza

pagadora ó *aceptante*, aquélla en que la letra ha de ser pagada. Esta última se expresa anteponiéndole la palabra *sobre*.

De modo, pues, que una letra s/ Tarragona, por ejemplo, se entiende que ha de ser pagada en esta plaza.

6. **Segundas de cambio, terceras, etc.**—El librador de una letra no puede negar al tomador la expedición de *segundas de cambio, terceras* y cuántas le pida, siempre que la petición se haga antes del vencimiento. Esta petición obedece á prevenir el extravío que las libradas anteriormente á la que se pide pueden experimentar en el correo.

Una segunda de cambio es copia literal de la primera, con la sola diferencia de que, en vez de decir *por ésta mi primera de cambio*, dirá: *por ésta mi segunda, no siéndolo por la primera;* y si es una tercera, se escribirá: *por ésta mi tercera, no siéndolo por la primera ni la segunda.*

Los duplicados ó triplicados de una letra sólo puede extenderlos el librador de ella; pero si se pidiesen segundas ó terceras de cambio á un endosante, puede también éste extenderlas, en cuyo caso copiará literalmente la primera, segunda, ó la que sea, con todos sus endosos. Hecho esto, escribirá á continuación: *Hasta aquí es copia literal de la primera* (ó de la segunda) *para servir de segunda* (ó de tercera). Seguidamente escribirá su endoso.

Según el artículo 450 del Código de comercio, si una letra de cambio adoleciere de algún defecto ó falta de formalidad legal, será considerada como un pagaré á favor del tomador y á cargo del librador.

7. **Plazos á que pueden librarse las letras.**—Las letras pueden ser libradas:

1.° A la vista.
2.° A uno ó más días vista.
3.° A uno ó más meses vista.
4.° A uno ó más días fecha.
5.° A uno ó más meses fecha.
6.° A uno ó más usos.
7.° A día fijo ó determinado.
8.° A una feria.

8. **Vencimiento de una letra.**—Vencimiento de una letra es el día en que ha de ser pagada.

El vencimiento de una letra *á la vista*, es el acto de su presentación.

El de una á días ó meses vista, el día en que se cumplan los señalados, contándolos desde el siguiente al de la aceptación, ó del protesto por no haber sido aceptada.

El de una letra á días ó meses fecha, ó á uno ó más usos, el día en que cumplan los días, meses ó usos señalados, desde el día inmediato al de la fecha del giro.

El de una á día fijo ó determinado, es el mismo día.

El de una á una feria, el día último de ella.

La costumbre ha abolido el giro de letras á uno ó varios usos.

«El uso de las letras giradas de plaza á plaza en lo interior de la península é islas adyacentes, será el de 60 días.

El de las giradas en el extranjero sobre cualquier plaza de España, será: en las de Portugal, Francia, Inglaterra, Holanda y Alemania, 60 días. En las demás plazas, 90 días.»

9. **Qué más conviene saber acerca del vencimiento de una letra.**—Conviene saber lo siguiente:

1.° Los meses para el término de las letras se computan de fecha á fecha, prescindiendo del número de días de cada mes.

2.° Si en el mes del vencimiento no hubiese día equivalente al de la fecha en que la letra se expidió, se entenderá que vence el último día del mes.

3.° Todas las letras deberán satisfacerse el día de su vencimiento, antes de la puesta del sol.

4.° Si fuese festivo el día del vencimiento, la letra se pagará el día precedente al del vencimiento.

10. **Aceptación de letras.**—*Aceptar una letra* es contraer, por escrito, el compromiso de pagarla el día de su vencimiento.

La aceptación debe indicarse con la palabra *acepto*, y con *aceptamos*, si el librado es una sociedad; seguidamente, se pondrán la fecha y la firma.

La aceptación de una letra es siempre necesaria cuando el plazo es á días ó meses *vista;* pero si es librada á *días ó meses fecha*, no es necesario este requisito, ya que la fecha del vencimiento queda determinada por la del giro.

Las letras giradas entre la Península é islas Baleares, deben ser presentadas á la aceptación dentro de los cuarenta días; las libradas entre la Península é islas Canarias, dentro de los ochenta; las libradas entre la Península y las Antillas, dentro de seis meses. Si no se cumple esta formalidad, las letras resultan *perjudicadas*. El librador de una letra debe mandar aviso al librado.

11. **Endoso de una letra.**—*Endosar una letra* es traspasarla á favor de otra persona, pues las letras de cambio son documentos transferibles. Endosar una letra es, pues, ceder á una persona el derecho de cobrarla.

El endoso se escribe al dorso del documento. Si los endosos fuesen tantos que no cupiesen en la letra, se le añadirá un papel en blanco, de igual tamaño, escribiendo el endoso de modo que empiece en la letra y acabe en el papel añadido.

12. **Condiciones del endoso.**—El endoso debe contener:

1.° El nombre y apellido del endosado.

2.° Si el endosante recibe el valor en metálico, géneros, ó si lo carga en cuenta al endosado.

3.° El nombre y apellido de la persona que recibe el valor ó en cuenta de quien se carga, si no fuese la misma á quien la letra se traspasa.

4.° La fecha del endoso.

5.° La firma del endosante, ó de persona autorizada por él en debida forma. En este segundo caso, se expresará su nombre en la antefirma.

13. **Forma del endoso.**—Es la siguiente: *Páguese á la orden de Don F. de T., valor recibibo en metálico, en géneros, cargado en cuenta*, etc.; la fecha y la firma.

Cuando un librador ó endosante no quiere sea protestada la letra que lleve su nombre, indica en el documento el nombre de una persona que entregará el efectivo, en caso de que á ello se negara el librado. La forma de la *indicación* es la siguiente: *En caso necesario, al Sr. ..*, y aquí el nombre del indicado.

14. **Qué significa la expresión «sin gastos».**—Cuando en una letra se lee la expresión *sin gastos,* quiere decir que se devuelva sin protesto de aceptación si no fuese aceptada, y sin protesto de pago si no fuese pagada.

Esta costumbre no está dentro de las prescripciones del Código de Comercio; pero la práctica la sanciona.

15. **Aval.**—*Aval* es el acto por el cual una persona afianza el pago de una letra de cambio.

El aval de una letra puede hacerse por documento separado, ó sencillamente, escribiendo al dorso lo siguiente: *Por aval*, fecha y firma.

Modelo de una primera de cambio con endosos

3.348,581 Clase 9.ª

TIMBRE

Núm. 24830 Valencia 24 de abril de 1908.

Por Ptas. 4520'50

Al quince de junio próximo, se servirá V. pagar por esta primera de cambio, no habiéndolo hecho por la 2.ª ó 3.ª, á la orden de los Sres. Barangé é Hijos la suma de cuatro mil quinientas veinte pesetas cincuenta céntimos valor recibido en mercaderías, que sentará V. en cuenta mía según aviso de S. S.

A los Sres. González é Hijo y Comp.ª Vicente Reguera
Alicante

1.ª

Páguese á la orden de D. Rodrigo Navarro, valor recibido en numerario de dicho señor.

Valencia, 26 abril de 1908

Barangé é Hijos

Páguese á la orden de los señores Luján, Alvarado y C.ª, valor en cuenta con dichos señores.

Murcia, 10 mayo de 1908

Rodrigo Navarro

Páguese á la orden de D. Martín Nadal, valor entendido con dicho señor.

Albacete, 26 mayo de 1908

Luján, Alvarado y C.ª

Recibí,

Alicante, 15 de junio de 1908

Martín Nadal

El Estado vende los ejemplares de los documentos de giro. Véase, para el caso, la siguiente

TARIFA de los derechos de timbre para las letras y demás documentos de giro, según la Ley de 26 de marzo de 1900.

CUANTÍA DEL EFECTO	Timbre	
	Clase	Precio — Ptas.
Hasta 100 pesetas.	16.ª	0'10
Desde 100'01 hasta 250.	15.ª	0'25
Desde 250'01 hasta 500.	14.ª	0'50
Desde 500'01 hasta 1,000.	13.ª	1
Desde 1,000'01 hasta 2,000.	12.ª	2
Desde 2,000'01 hasta 3,000.	11.ª	3
Desde 3,000'01 hasta 4,000.	10.ª	4
Desde 4,000'01 hasta 5,000.	9.ª	5
Desde 5,000'01 hasta 7,000.	8.ª	7
Desde 7,000'01 hasta 10,000.	7.ª	10
Desde 10,000'01 hasta 20,000.	6.ª	20
Desde 20,000'01 hasta 30,000.	5.ª	30
Desde 30,000'01 hasta 40,000.	4.ª	40
Desde 40,000'01 hasta 50,000.	3.ª	50
Desde 50,000'01 hasta 75,000.	2.ª	75
Desde 75,000'01 hasta 100,000.	1.ª	100

«Cuando la cuantía del efecto exceda de 100,000 pesetas, se fijarán, además, en el mismo, los timbres móviles correspondientes á la diferencia ó exceso, á razón de 1 peseta por cada 1,000 pesetas ó fracción de ellas, inutilizándolos como se dispone por el art. 9.º de esta ley.

Dichos efectos devengarán, por derecho de timbre, el duplo del que queda fijado, si su vencimiento excede de seis meses.»

16. **Observaciones referentes al timbre de los documentos de giro.**—1.ª El que reciba un efecto no timbrado con arreglo á la ley, tendrá la obligación de devolverlo al librador ó persona que le haya endosado para que se extienda en documento timbrado; pues, sin dicho requisito, es nulo y de ningún valor y efecto.

2.ª Los documentos de giro librados en el extranjero que hayan de presentarse para su cobro en España serán, antes de que puedan ser negociados, aceptados ó pagados, reintegrados con un ejemplar timbrado de la clase que corresponda á la cantidad girada, en el cual se extenderán la aceptación, endoso ó recibo. Sin este requisito, no producirá efecto alguno en juicio, siendo éstos los únicos documentos de esta clase que pueden legalizarse en dicha forma.

3.ª Los efectos de giro que se expidan dentro del Reino no podrán ser negociados, aceptados, ni satisfechos, si no se hallan extendidos en el timbre que corresponda á su cuantía.

4.ª Si al redactar un documento de giro, letra, pagaré, etcétera, se inutiliza, bien sea por equivocación ó por cualquiera otra causa, con tal que no esté firmado, en las expendedurías lo cambiarán por otro de igual valor mediante el desembolso de 10 céntimos de peseta. Lo propio sucede con los pliegos de papel sellado, cualquiera que sea el valor de cada uno.

Libranzas

1. **Qué es una libranza.**—Llamamos *libranza* á un documento privado, por el que cierto individuo encarga á otro pague á la orden de un tercero una determinada cantidad de dinero.

El plazo de la libranza, aunque en ella no se exprese, es siempre el momento de su presentación.

Según se desprende de los arts. 531, 532 y 533 del Código de Comercio, la libranza se diferencia poco de la letra de cambio.

La libranza, como la letra de cambio, debe extenderse en papel del timbre correspondiente. Sólo las que expiden los encargados del giro-mutuo se bastantean con un sello móvil de á 10 céntimos de peseta.

Modelo de Libranza

Núm. 426 **Por Ptas. 2520**

Gerona, 11 de julio de 1908

Sírvase V. pagar, en virtud de esta libranza, á la orden de **D. Román Solita,** *la cantidad de* **dos mil quinientas veinte pesetas,** *valor recibido del mismo, que sentará V. en cuenta de S. S.*

José M.ª Coronado

Sr. D. Antonio Soler García

Barbastro

Vales ó pagarés á la orden

1. **Qué es un pagaré.**—*Vales ó pagarés á la orden* son documentos privados, en los que un individuo se confiesa deudor á otro de una cantidad determinada, que ha de pagar á la orden del acreedor.

2. **Carácter de este documento.**—Nuestro *Código de Comercio* da al pagaré un carácter sumamente serio, y faculta al que lo expide para entregar cantidades á cuenta, de cuyas entregas se hace la anotación en el dorso del pagaré. Se extiende en papel del timbre correspondiente á la cantidad que lo constituye.

Para poder entablar acción ejecutiva contra el firmante de un pagaré á cuyo pago no ha atendido el día de su vencimiento, es necesario el protesto y el reconocimiento judicial de la firma de la persona contra quien se dirige la reclamación de pago.

Los pagarés son preferidos á las letras de cambio en las operaciones de descuento.

Modelo de un pagaré

TIMBRE

N.° 40 Por Ptas. 2000

Pagaré, *por todo el día veinte de septiembre próximo, á* **D. Luis Santamaría,** *ó á su orden, la cantidad de* **dos mil pesetas,** *valor recibido de dicho señor en mercaderías, que tengo á mi entera satisfacción.*

En esta ciudad de Gerona, á treinta de junio de mil novecientos siete.

Antonio Díaz Luengo

Cartas-órdenes

1. **Qué se entiende por carta-orden.**—Se llama *carta-orden de crédito,* la carta que una persona dirige á otra para que ésta entregue cierta cantidad á un sujeto determinado.

2. **División de las cartas-órdenes.**—Aunque el *Código de Comercio* sólo admite una clase de estos documentos, que titula *Cartas-órdenes de crédito,* la práctica las divide en *carta-orden* y *carta de crédito,* dando uso distinto á cada una.

Se hace uso de la *carta-orden,* para mandar á un comerciante que entregue á una persona, ó á su orden, una determinada cantidad. Por la *carta de crédito,* se previene á un corresponsal tenga á disposición de una persona, las cantidades que ésta le pida hasta llegar á una suma determinada.

La carta-orden viene á ser una letra de cambio: sólo varía en la forma material. La carta de crédito no es protestable.

Modelo de carta orden

R. Salvochea

Núm. ....

Granada, 15 de agosto de 1908

Sr. D. Ernesto de Silva

ALICANTE

Muy señor mío: En virtud de la presente, y sin otro aviso, ruego á V. se sirva mandar pagar, á la vista, á **D. Francisco Cifuentes,** *ó á su orden, la cantidad de* ***mil seiscientas cuarenta pesetas,*** *que dejo acreditadas en su cuenta.*

Esperando dispensará buena acogida á mi citada orden, me repito de V. afmo. S. S.

R. Salvochea

Modelo de Carta de Crédito

Núm. ....

Madrid, 5 de diciembre de 1908

Sr. D. Gonzalo Fernández

BILBAO

Muy señor mío: En virtud de la presente, ruego á V. tenga á disposición de **D. Federico López Jaena,** *las cantidades que de V. solicite durante el presente mes, hasta la suma de* **cinco mil doscientas pesetas.**

Al pie de mi carta-aviso, va la firma de dicho señor, á quien espero dispensará usted buena acogida.

Le anticipa las gracias más expresivas su afmo. S. S.

José R. de la Cruz

La persona que emprende un viaje por varias poblaciones y no desea llevar consigo cantidades en metálico de alguna consideración, se dirige á una casa de banca, y, mediante depósito de la cantidad ó facilitando la correspondiente garantía, recibe una carta de crédito circular, en la forma siguiente:

CIRCULAR

Madrid, 1.º de enero de 1908

A los	**Sres.**	**E. Lafore y C.ª,**	*París*
»	»	**Matas y Gubert,**	*Londres*
»	»	**M. Jordi y C.ª,**	*Dublín*
»	»	**N. E. Casagni,**	*Milán*

Muy señores míos: Ruego á Vds. se sirvan entregar colectivamente, al dador de la presente, mi amigo **D. Eduardo Ribera,** *desde esta fecha hasta el 1.º de abril próximo, las cantidades que necesite hasta la suma de* **veinte mil francos,** *de cuyos valores podrán reintegrarse contra recibos duplicados ó giros á mi cargo, rogándoles se sirvan estampar al dorso las entregas.*

Esperando dispensarán buena acogida á mi recomendado, les da gracias anticipadas y se reitera de Vds. afmo. S. S.

Q. B. S. M.,

Emilio González

Abonarés

1. **Qué es un abonaré.** —Llamamos *abonaré* á un documento en virtud del cual el librador manda á una persona entregue á un tercero, ó á su orden, una cantidad determinada, que el primero abona al segundo.

El abonaré ejerce las funciones de letra de cambio.

Modelo de un abonaré

Núm. ....

Dejo abonada al **Sr. D. Teodoro Salvatierra** *la cantidad de* **cuatrocientas pesetas** *que, en virtud de este documento, se servirá mandar pagar al Sr. D. Salvador Albert y Pey, ó á su orden, valor recibido en metálico (ó en géneros) de dicho señor (ó de D. F. de T.)*

Gerona, 24 de junio de 1908.

Francisco Loperena

Por **Ptas. 400**

Cheques

1. **Qué es un cheque.** — El *cheque* es un documento de pago, por el que el librador manda al librado entregue al portador del documento todos ó parte de los fondos que el primero tiene en poder del segundo.

El librador de un cheque debe tener la seguridad de que los fondos son disponibles, ya que éste es un documento pagadero á la presentación.

Puede librarse á cargo de una persona residente en la misma plaza que el librador, ó residente en otra distinta.

El tenedor de un cheque debe presentarlo al cobro dentro de los *cinco días* siguientes al de su giro, si el librado reside en la misma población que el librador; dentro de los *ocho*, si es sobre plaza distinta, y de los *doce*, si se expidió desde el extranjero sobre cualquier plaza de la Península. Si transcurren estos plazos, el tenedor pierde su acción contra los endosantes, mas no contra el librador; pero si el librado se hubiese declarado en quiebra después de transcurrido el plazo de la circulación, el tenedor pierde su acción contra el librador.

El cheque debe estar fechado en letra y no en cifra.

Modelos de Cheques

Núm. ....

Gerona, siete de septiembre de 1908.

A la vista, se servirá V. mandar pagar á **D. José Vilaret,** *ó á su orden, la cantidad de* **dos mil veinte pesetas,** *que anotará V. en cuenta de S. S.*

Benito Perpiñá

Sr. D. Rómulo Pérez
Valencia

Barcelona, veinticinco de abril de 1908

Núm. .... **Ptas. 8500**

Crédit Lyonnais

BARCELONA

Páguese á la orden de **D. José Aguado,** *la cantidad de* **ocho mil quinientas pesetas.**

CRÉDIT LYONNAIS
Agencia de Barcelona
El Cajero,
P. Vigneaux

Pagadero en el ***Crédit Lyonnais*** *de Madrid*

Cambio nacional

1. **Cambio nacional ó interior.**—*Cambio nacional ó interior* es el que se verifica entre las plazas de una misma nación.

2. **Cotización ó negociación de las letras giradas sobre plazas de una misma nación.**—Las letras libradas sobre plazas de un mismo país se cotizan *á la par, con beneficio* ó *con daño.*

3. **Cambio á la par.**—Se dice que el cambio entre dos plazas está *á la par* cuando, entregando *cien unidades de moneda* en una plaza comercial, recibimos *una letra* de igual valor pagadera en la otra plaza.

4. **Cambio á beneficio.**—El cambio está *á beneficio,* cuando cada *cien unidades en letra* sobre una plaza determinada, nos cuestan *más de ciento en metálico* en la plaza de nuestra residencia.

5. **Cambio á daño**.—El cambio está *á daño,* cuando cada *cien unidades en letra* sobre una plaza determinada, nos cuestan *menos de ciento en metálico* en la plaza de nuestra residencia.

6. **Qué se deduce de esto.**—De lo que llevamos dicho, se deduce que el beneficio ó daño del cambio son siempre relativos al papel, es decir, se refieren al librador ó vendedor de la letra.

De modo, pues, que si el cambio entre dos plazas está á *beneficio*, se entiende á beneficio para el que da la letra y á daño para el que la toma; y si está á *daño*, se entiende á daño para el que da la letra y á beneficio para el que la toma ó compra.

7. **Valores que tiene una letra de cambio según lo expuesto.**—De lo expuesto, se deduce que toda letra tiene dos valores: el *nominal,* que es el que lleva escrito el documento; el *efectivo,* que es la cantidad que paga el comprador ó cobra el vendedor de la letra, por razón del daño ó beneficio de la cotización.

8. **Causas que determinan las variaciones de los cambios entre dos plazas.** — Son las mayores ó menores existencias de letras en una plaza pagaderas en la otra, y la mayor ó menor demanda en la primera de estas letras sobre la segunda (1).

9. **Cómo sabremos el cambio entre una plaza y las demás de un mismo país.**—Consultando los *Boletines de Cambio,* que publican los diarios de las plazas comerciales respectivas. Los cambios expresados en estos boletines se llaman oficiales, y son formados diariamente por el *Colegio de Corredores.*

10. **Objeto que podemos proponernos en las cuestiones sobre cambio nacional.**—Podemos proponernos las cuestiones siguientes:

1.ª *Hallar el valor efectivo, conociendo el nominal y el cambio.*

2.ª *Hallar el valor nominal, conociendo el efectivo y el cambio.*

3.ª *Hallar el cambio, conociendo los valores efectivo y nominal.*

---

(1) Véase nuestra obra *Aritmética Razonada* y *Nociones de Algebra.*

11. **Circunstancias á que hay que atender en cada caso.** —Hay que atender á las siguientes:

1.ª Si el cambio está á la par, á beneficio ó á daño.
2.ª Si concurren ó no, gastos.
3.ª Si la letra es á plazo corto ó á fecha larga.

En la cotización oficial, las letras se consideran á 8 días. Si son á más, se llaman á fecha larga.

12. **Gastos que pueden ocurrir en la compra ó venta de letras.** —Los gastos que pueden ocurrir en la compra ó venta de letras son: corretaje, comisión de banca y timbre.

13. **Gastos de corretaje.** —El corredor de letras percibe, generalmente, el 1 $^0/_{00}$ sobre el valor nominal, tanto del tomador de la letra como del cedente.

14. **Comisión de banca.** —Comisión de banca ó de caja, es la comisión que percibe el comprador ó vendedor de letras por cuenta ajena. Esta comisión se toma sobre el valor nominal ó sobre el efectivo, según convenio entre ambas partes, y fluctúa entre $^1/_4$ y $^1/_2$ $^0/_0$.

15. **Observación importante acerca de los gastos que concurren en un problema.** —Hay que tener presente que estos gastos *se añaden* si se trata de la compra de una letra, y que *se deducen* tratándose de una venta.

16. **Resolución de los problemas sobre cambio nacional.** —Los problemas sobre cambio nacional, pueden resolverse por la regla de tres y por la conjunta.

Si concurren gastos y se resuelven por regla de tres, se halla primero el efectivo de 100 por cambio y gastos, y si la letra es á fecha larga, se determina el efectivo de 100 por cambio, gastos y descuento, y luego se plantea la regla de tres.

Si el problema se resuelve por conjunta, hay que tener presente:

1.° Que, en las equivalencias relativas á los gastos, uno de los dos términos es 100, y el otro, 100 más los gastos si es compra de letra, y 100 menos los gastos si se trata de una venta.

2.° Si los gastos aumentan el resultado de la operación, los términos de las equivalencias han de escribirse de menor á mayor, y si los gastos tienden á disminuir el resultado de la operación, los términos de las equivalencias se escriben de mayor á menor.

Cuando se trata de letras á fecha larga, para los efectos del descuento, se rebajan de los días que constituyen el plazo de cada letra, los 8 días que se consideran legales al papel á fecha corta y los días que el correo emplearía para llevar la letra desde la plaza en que se compra ó vende á la en que ha de ser pagada. De modo, pues, que si el plazo de una letra librada en Barcelona, s/ Málaga, fuere de 60 días y suponiendo que el correo tarda 2 días en ir de una plaza á otra, al verificar el descuento, contaríamos sólo 50 días como plazo de la letra en cuestión.

17. **Cambio especial del Banco de España en las letras que facilita contra sus sucursales y viceversa.**—El *Banco de España* facilita letras sobre todas sus sucursales, y éstas á cargo del *Banco*, por cantidad que no baje de 250 pesetas cada letra, al cambio fijo de 0'15 $^0/_0$ beneficio. Si la letra es menor de 250 pesetas, el cambio es otro, y, por lo menos, se cobra lo que corresponde á 250 pesetas á 0'15 $^0/_0$ beneficio.

18. **Fórmula general para la resolución de los problemas sobre cambio nacional.**—Todos los problemas relativos á cambio nacional pueden resolverse por esta proporción: *100 : 100 más ó menos el cambio* (según esté á beneficio ó daño) : : *el valor nominal de la letra : su valor efectivo.*

Si concurren gastos, el segundo término de la proporción ha de estar modificado por cambio y gastos, y cuando los giros son á fecha larga, por cambio, gastos y descuento.

EJEMPLOS:

Letras á plazo corto.—Operaciones sin gastos. Cambio á beneficio ó daño

Hallar el efectivo

1.—*He tomado en ésta de Barcelona una l/ de 6000 ptas., s/ Málaga, á 8 d/v, al cambio de $^1/_2$ $^0/_0$ beneficio. ¿Cuánto he tenido que desembolsar?*

RESOLUCIÓN

Como el cambio está á beneficio y somos compradores, es á daño para nosotros.

Luego la cuestión será:

S. Si para obtener 100 ptas. en l/ he de desembolsar 100'50 efectivas,
P. » » 6000 » » desembolsaré x »

$$100 : 6000 : : 100'50 : x$$

$$x = \frac{6000 \times 100'50}{100} = 6030 \text{ ptas., que desembolsaré.}$$

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas., valor efectivo.		6000 ptas., v. n.

$$\begin{array}{l} x \text{ ptas., v. ef.} = 6000 \text{ ptas., v. n.} \\ 100 \text{ » v. n.} = 100'50 \text{ » v. ef.} \end{array}$$

$$x = \frac{6000 \times 100'50}{100} = 6030.$$

Si fuésemos vendedores, el cálculo sería:

S. Si vendiendo 100 ptas. en l/ cobramos 100'50 ptas. efectivas,
P. » 6000 » » cobraremos x » »

$$100 : 6000 :: 100'50 : x = 6030 \text{ ptas.}$$

Por conjunta, como el anterior, siendo compradores.

Hallar el nominal

2.—*¿Cuál será el valor nominal de una 1.ª de cambio s/ Málaga, á 8 d/v, tomada al cambio de ½ % d.°, habiendo satisfecho al librador 5970 ptas.?*

RESOLUCIÓN

S. Si pagando 99'50 ptas. ef. compro 100 ptas. en l/,
P. » 5970 » » compraré x » »

$$99'50 : 5970 :: 100 : x$$

$$x = \frac{5970 \times 100}{99'50} = 6000 \text{ ptas., v. nom.}$$

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas., v. n.		5970 ptas., v. ef.

$$\begin{array}{l} x \text{ ptas., v. n.} = 5970 \text{ ptas., v. ef.} \\ 99'50 \text{ » v. ef.} = 100 \text{ » v. n.} \end{array}$$

$$x = \frac{5970 \times 100}{99'50} = 6000 \text{ ptas., v. n.}$$

Si fuésemos vendedores ó libradores, el cálculo sería:

S. Si para cobrar 99'50 ptas. ef. he de entregar una l/ de 100 ptas.,
P. » » 5970 » » deberé » » » x »

$$99'50 : 5970 :: 100 : x = 6000 \text{ ptas. en l/.}$$

Por conjunta, como la anterior, siendo compradores.

Hallar el cambio

3.—*Una l/ de 6000 ptas. s/ Málaga, á 8 d/v, costóme 5970 ptas. efectivas. ¿A qué cambio la tomé?*

RESOLUCIÓN

S.	Si para comprar una l/ de 6000 ptas. desembolsé	5970 ptas. ef.,
P.	» » » » 100 » desembolsaré	x » »

$$6000 : 100 :: 5970 : x$$

$$x = \frac{5970 \times 100}{6000} = 99\text{'}50 \text{ ptas. efectivas.}$$

De modo, que la adquisición de una l/ de 100 ptas. sólo me costó 99'50 pesetas ef.; luego desembolsé menor cantidad de la que recibí en l/; luego el cambio fué á d.°, y este tanto de daño, como hemos dicho en otro lugar, es lo que falta al coste de una l/ de 100 ptas. para llegar á esta cantidad, es decir $^1/_2$.

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas. ef. cambio.		100 ptas. n.

x ptas. ef. cambio = 100 ptas. n.
6000 » nom. » = 5970 » ef.

$$x = \frac{5970 \times 100}{6000} = 99\text{'}50 \text{ ptas. ef.}$$

Luego el cambio fué á $^1/_2$ $^0/_0$ daño.

Si fuésemos vendedores, el cálculo sería:

S.	Si entregando 6000 ptas. en l/ cobré	5970 ptas. ef.,
P.	» 100 » » cobraría	x » »

$$6000 : 100 :: 5970 : x = 99\text{'}50 \text{ ptas. ef.} = {}^1/_2\,{}^0/_0 \text{ d.}^{\circ}$$

Por conjunta, como la anterior, siendo compradores (1).

Letras á plazo corto.—Operaciones con gastos. Cambio á beneficio ó daño

Hallar el efectivo

Si tomamos ó vendemos l/ por cuenta de un corresponsal y nos valemos de *corredor*, debemos abonar á éste un tanto $^0/_0$ ó $^0/_{00}$ y cargar un tanto $^0/_0$ por el servicio que prestamos, es decir, la comisión de banca ó de caja, el coste del timbre, etc.

Tengamos presente que ***estos gastos se añaden si es compra de l/ y que se restan si es venta.***

4.—*Hemos negociado por cuenta de S. Ruiz, de Valencia, una l/ de 8000 pesetas á 8 d/v, al camb. de 1 $^0/_0$ b.°, abonando 1 $^0/_{00}$ de corretaje y retirando $^1/_2$ p. $^0/_0$ por nuestra comisión de caja. ¿Cuál es el líquido de la negociación?*

(1) Véase nuestra obra *Aritmética Razonada* y *Nociones de Algebra.*

RESOLUCIÓN

Podríamos hallar el efectivo de 100 por cambio y gastos y plantear la regla de tres que hemos visto en los casos anteriores; pero también podemos proceder así:

Principal de la l/			8000 ptas.
Cambio 1 °/₀ b.° s/ ptas. 8000			80 »
			8080 ptas.
A deducir:			
Corretaje 1 °/₀₀ s/ 8000 ptas. . . .	8 ptas.	. . . .	48 ptas.
Comisión ½ °/₀ s/ » »	40 »		
Líquido producto.			8032 ptas.

Si el cambio fuese á *daño*, el problema sería el mismo, rebajando el cambio, que aquí añadimos.

Letras á fecha larga.—Operaciones sin gastos. Cambio á beneficio ó daño

Hallar el efectivo

Hemos de tener presente lo dicho en otro lugar, esto es:

Cuando se trata de letras á fecha larga, como los cambios se fijan para el papel cuyo plazo no pase de 8 á 12 días, resulta que el plazo de una l/ á 60 días, por ejemplo, para los efectos del descuento, será 60 días menos 8 días; y como el papel á 8 días se supone que ha de ir á la aceptación igualmente que el papel á fecha larga, hemos de rebajar del plazo de éste los días de correo que serán necesarios á la letra para llegar á la plaza en que ha de ser aceptada; resultando que el plazo de dicha letra á 60 días, para los efectos del descuento, serán los días que medien entre la fecha de la aceptación y la de su pago, deduciendo ántes los 8 días mencionados.

5.—*Tenemos en cartera una l/ s/ Cádiz, á 60 d/f, de ptas. 4000, y la negociamos al camb. de ¾ °/₀ b.°, abonando el interés de 6 °/₀. Suponiendo que el correo tarda 3 días para llegar á la plaza pagadora, ¿cuánto recibiremos en efectivo?*

RESOLUCIÓN

Plazo de la l/, 60 días fecha: rebajando 8 días y 3 de correo, en suma, 11 días, su plazo será 49 días.

Principal de la l/.	4000	ptas.
Más ¾ °/₀ s/ 4000 por b.° del cambio.	30	»
	4030	ptas.
Descuento de 6 °/₀ s/ 4000 ptas., por 49 días.	32'22	»
Líquido que obtendremos. . . .	3997'78 ptas.	

Si el cambio hubiese sido á daño, la operación hubiera sido la misma, con la sola diferencia de que hubiéramos rebajado del nominal las 30 ptas.

por razón del cambio, en vez de añadirlas, como hemos hecho, siendo el cambio á beneficio (1).

Letras á fecha larga.—Operaciones con gastos. Cambio á beneficio ó daño

Hallar el efectivo

6.—López, de Mataró, me encarga tome por su cuenta una l/ de 8500 ptas. s/ Madrid, á 45 d/f. Estando el cambio á $^3/_4$ $^0/_0$ b.º, pagando 1 $^0/_{00}$ de corretaje y contando mi comisión á $^1/_4$ $^0/_0$, ¿cuánto deberé cargar en cta. á dicho señor, abonándome el librador el interés de 8 $^0/_0$ por 35 días y pagando yo el timbre correspondiente?

RESOLUCIÓN

Principal de la letra	8500 ptas.
Cambio $^3/_4$ $^0/_0$ b.º s/ ptas. 8500	63'75 »
Comisión $^1/_4$ $^0/_0$ » » »	21'25 »
Corretaje 1 $^0/_{00}$ » » »	8'50 »
Timbre » » »	4 »
	8597'50 ptas.
A deducir, 8 $^0/_0$ de interés s/ ptas. 8500, por 35 días	65'20 »
Coste de la l/, que cargo en la cuenta de López	8532'30 ptas.

Protesto de letras.—Cuentas de resaca

1. **Qué se entiende por protesto de una letra.**—Se llama *protesto* de una letra á un documento formalizado por un escribano público ante dos testigos, en el que se exponen las causas por qué el librado se niega á la aceptación ó pago de la letra mencionada.

La palabra *protesto* significa que el tenedor de la letra protesta contra todos los gastos y perjuicios que pudieran ocurrir.

2. **Clases de protesto.**—El protesto de una letra puede ser por cuatro causas:

1.ª *Por falta de aceptación*, que tiene lugar cuando el librado no quiere aceptar la letra girada á su cargo.

2.ª *Por falta de pago*, el cual sucede cuando el librado,

(1) Encarecemos repetidamente al lector vea nuestra obra *Aritmética Razonada* y *Nociones de Algebra*, donde se hallan problemas explicados referentes á todos los casos que pueden ofrecerse.

llegado el día del vencimiento, no paga la letra que antes aceptó.

3.ª *Por falta de aceptación y pago,* cuando el día del vencimiento, el librado se niega al pago de la letra que ya se le protestó por falta de aceptación.

4.ª *A falta de mejor seguridad,* el cual se verifica cuando se sabe que el librado ha hecho suspensión de pagos ó se presenta en quiebra.

3. **Cuándo debe verificarse el protesto de una letra.**— El artículo 504 del *Código de Comercio* previene que el protesto de todo documento de crédito debe verificarse antes de la puesta del sol, del día siguiente al en que se hubiese negado la aceptación ó el pago.

Si el día siguiente al de la aceptación ó vencimiento fuese festivo, el protesto se hará el primer día hábil.

Cuando una l/ es protestada por falta de aceptación y es á días vista, los días para su vencimiento se cuentan desde aquél en que se hace el protesto.

El escribano retiene en su poder la letra protestada y el testimonio de protesto hasta la puesta del sol del mismo día, y si durante este tiempo el pagador se presentase para satisfacer el importe de la letra y los gastos que el protesto ha ocasionado, el escribano admitirá el pago y le hará entrega de la letra protestada.

4. **Cómo se reembolsa el tenedor de una letra protestada.**—El tenedor de una letra protestada puede reembolsarse del valor de la misma y de los gastos que el protesto ha ocasionado, extendiendo una letra del montante total á cargo del librador ó de cualquier endosante. Esta letra, en virtud de la cual se verifica el reembolso, se llama *resaca,* y el tipo á que se negocia, *recambio.*

El *recambio* ha de ser al tipo corriente en la plaza el día en que se hace el giro, lo que se consigna en la *cuenta de resaca* por certificación de un corredor de número, ó de dos comerciantes si en la plaza no hubiese corredor.

5. **Cuenta de resaca.** – *Cuenta de resaca* es una nota detallada de las cantidades que determinan el valor nominal de la letra que se libra, para el reembolso del valor de una letra protestada y los gastos que el protesto ha motivado. La cuenta de resaca ha de contener las partidas siguientes:

1.ª Capital de la letra protestada.

2.ª Gastos del protesto ó protestos.

3.ª Derechos de timbre para la resaca.
4.ª Comisión de giro.
5.ª Gastos de correspondencia.
6.ª Corretaje de la negociación de la resaca.
7.ª Timbre móvil de 10 céntimos para la cuenta de resaca.
8.ª Recambio, si la negociación se verifica á daño.

La comisión de giro se toma sobre el valor de la letra protestada, sobre este valor y gastos ó sobre el nominal de la resaca.

6. **Documentos que han de acompañar á la resaca**.—Las letras resacas que se giran han de ir acompañadas de la letra original protestada, de un testimonio del protesto y de la cuenta de resaca.

7. **Costumbre generalmente establecida para verificar el reembolso**.—El Código de Comercio, en su artículo 527, faculta al tenedor de una letra protestada para reembolsarse en la forma antes mencionada; mas luego, en el artículo 529, sanciona la costumbre generalmente establecida en el comercio, y que consiste en unir á la letra protestada el testimonio de protesto y la cuenta de resaca correspondiente y pasarla al último endosante, éste al penúltimo, y así sucesivamente, cobrando unos de otros, hasta que el librador paga á la persona á cuya orden la extendió ó endosó. Así, no hay, pues, necesidad de extender la letra resaca.

Razonemos la formación de una cuenta de resaca. Supongamos que los Sres. Morató, Busquets y C.ª, de Barcelona, nos endosaron una l/ de pesetas 4000, c/ R. Sanllehí, de ésta, la que ha sido protestada por falta de aceptación y pago, y vamos á reembolsarnos librando á c/ de dichos señores, acompañando los testimonios de protesto y la correspondiente cuenta de resaca.

Supongamos que el recambio es á $^1/_2$ $^0/_0$ daño, que los gastos de protestos importan 12'75 ptas., que los de correspondencia ascienden á 1'50 ptas., que cobramos $^1/_4$ $^0/_0$ de comisión y que el corredor que nos ha proporcionado la negociación de la letra resaca cobra 1 $^0/_{00}$.

Desde luego, se ve que hemos de reembolsarnos las cantidades siguientes:

Principal de la letra protestada.	4000	ptas.
Coste de los protestos.	12'75	»
Comisión $^1/_4$ $^0/_0$ s/ ptas. 4000.	10	»
Timbre para el reembolso.	2	»
Gastos de correspondencia.	1'50	»
Sello para la cuenta de resaca.	0'10	»
Total.	4026'35	ptas.

Debemos, por tanto, librar una l/ cuyo nominal permita reembolsarnos las 4026'35 ptas., y satisfacer los gastos de recambio y corretaje. Calculemos el nominal de la letra resaca:

Veamos el efectivo que recibiremos vendiendo una l/ de 100 pesetas al $^1/_2$ % daño y pagando 1 ‰ de corretaje.

Nominal.			Ptas.	100
Menos	Recambio $^1/_2$ % daño.	Ptas. 0'50		
	Corretaje 1 ‰ (ó 0'10 %)	» 0'10	»	0'60
Efectivo de una l/ de 100 ptas. por cambio y corretaje.			Ptas.	99'40

Diremos ahora:

S. Si para cobrar 99'40 ptas. ef. hemos de librar una l/ de 100 ptas. n.
P. » » 4026'35 » » deberemos » » » x » »

$$99'40 : 4026'35 :: 100 : x$$

$$x = \frac{4026'35 \times 100}{99'40} = 4050'35 \text{ ptas.},$$

valor nominal de la l/ resaca que libraremos para el reembolso. Tenemos, pues, que si á las cantidades anteriores añadimos el $^1/_2$ % s/ pesetas 4050'35 por el recambio á daño y el 1 ‰ por el corretaje s/ la misma cantidad, la suma dará el nominal de la resaca, ptas. 4050'35.

En efecto:

Suma á reembolsar.	Ptas.	4026'35
Recambio $^1/_2$ % d.° s/ ptas. 4050'35.	»	20'25
Corretaje 1 ‰ s/ ptas. 4050'35.	»	4'05
Nominal de la resaca librada. . . .	Ptas.	4050'65

ó 4050'35, pues ya sabemos que estas diferencias se redondean.

Explicado el modo de hacer las operaciones, extendamos la cuenta de resaca.

CUENTA DE RESACA *de una primera de cambio de* **pesetas cuatro mil,** *girada en Valencia en 20 de mayo de 1908 por D. Eduardo Lozano, á 8 d/v., c/. R. Sanllehí, de Gerona, y orden Morató, Busquéts y C.ª, de Barcelona, que ha sido protestada por falta de aceptación y pago, según testimonio que se acompaña, ante el notario D. Cayo Cardellach, á saber:*

Principal de la l/. protestada.	*Ptas.*	*4000*
Coste de los protestos	»	*12'75*
Comisión $^1/_4$ % s/. Ptas. 4000.	»	*10*
Timbre para el reembolso.	»	*2*
Gastos de correspondencia.	»	*1'50*
Timbre móvil para la cuenta de resaca..	»	*0'10*
	Ptas.	*4026'35*
Recambio $^1/_2$ % daño s/. el nominal de la l/. resaca.	»	*20'25*
Corretaje 1 ‰ s/. id. íd.	»	*4'05*
Total. . . .	*Ptas.*	*4050'65*

de cuya cantidad, **cuatro mil cincuenta pesetas, sesenta y cinco céntimos,** *me reembolso en una primera de cambio que he extendido hoy, á la orden de D. José Soto y Campos y cargo de mis cedentes, los Sres. Morató, Busquéts y C.ª, de Barcelona.*

Gerona, 15 de junio de 1908

José Dalmáu Carles

Como corredor de número que soy de esta plaza, certifico que el cambio corriente de hoy s/. Barcelona, es al tipo de medio por ciento daño.

Gerona, 15 de junio de 1908

Ricardo Gómez

Si la resaca se negociase á beneficio, que es muy difícil por la poca aceptación que tiene una letra de estas condiciones, el tanto % de cambio se añadiría al efectivo de 100 al calcular el nominal de la resaca. Cuando el cambio está á beneficio, todo lo más las resacas alcanzan, generalmente, el cambio á la par.

Cambio extranjero

1. **Cambio extranjero ó exterior.**—Cambio *extranjero* ó *exterior* es el que se verifica entre plazas de naciones diferentes.

2. **Cómo se verifica el cambio entre dos plazas de distintas naciones.**—El cambio entre dos plazas de diferentes naciones, se verifica dando la una un número *fijo* de sus monedas, por un número *variable* de la otra.

3. **Cómo cambia España con las demás naciones.**—Desde 1887, las plazas españolas cambian con las de Francia, Italia, Suiza y Bélgica, á la par, á un tanto por ciento de daño ó de beneficio, debido á la semejanza de sus sistemas monetarios. Con las demás naciones, cambia dando más ó menos pesetas por una moneda extranjera, la cual, generalmente, es la unidad monetaria del país.

España cambia con Inglaterra dando 25 ptas. y más ó menos céntimos por 1 libra esterlina; 1 pta. y más ó menos céntimos por 1 marco imperial, con Alemania; 2 ptas. y más ó menos céntimos por 1 florín, con Austria; etc. Antes de 1887, por Real decreto de 18 de febrero de 1847, España cambiaba con las demás naciones dando 1 duro, *cantidad fija*, por un *número variable* de monedas extranjeras.

Si decimos que el cambio entre Madrid y Viena está á 2'30, significa que cada florín en letra nos cuesta 2'30 pesetas efectivas.

Si entre Madrid y París está á 2'75, queremos decir que cada 100 francos en letra nos cuestan 102'75 ptas. efectivas.

Si entre Barcelona y Londres está á 25'60, significa que 1 libra esterlina (£ E.) en letra nos cuesta 25'60 pesetas en efectivo.

Si entre Barcelona y Berlín está á 1'35, significa que por 1 marco en l/ cobraremos ó pagaremos 1'35 ptas. efectivas.

Si entre Madrid y La Haya está á 2'20, indica que 1 florín en letra nos cuesta 2'20 pesetas efectivas.

Si entre Madrid y Lisboa está á 5'75, indica que una letra de 1000 reis nos cuesta 5'75 ptas.

Si entre Barcelona y San Petersburgo está á 4'30, quiere decir que por 1 rublo en l/ cobraremos ó pagaremos 4'30 pesetas. Etc., etc.

4. **Cuándo el cambio extranjero está alto y cuándo bajo.**—El cambio extranjero *está alto* cuando está *sobre la par*, y *bajo*, en el caso contrario.

A las naciones de cambio *cierto ó fijo*, les conviene el cambio alto, y á las de cambio *incierto ó variable*, bajo. Asimismo, conviene el cambio *alto* á los libradores ó vendedores de letras, y *bajo*, á los tomadores ó compradores.

5. **Cómo sabremos el estado del cambio entre una plaza de nuestro país y otra extranjera.**—Consultando la sección comercial de los diarios de la plaza de nuestro país, ó los *boletines de cambios corrientes* formalizados por el *Colegio de Corredores.*

6. **Casos que pueden presentarse en las cuestiones sobre cambio extranjero.**—Pueden presentarse tres cuestiones: *hallar el efectivo, hallar el nominal y hallar el cambio.*

7. **Cómo se resuelven.**—Todos estos casos se resuelven por medio de la regla de tres y también, por la conjunta.

Para resolverlos por reglas de tres, puede darse la siguiente proporción:

Una moneda de la nación con la cual se cambia, es á las pesetas que nos cuesta ó cobramos, al cambio estipulado (según que seamos compradores ó vendedores), como el número de monedas extranjeras que forman el nominal de la letra, es á las pesetas que nos costará ó cobraremos. Si concurren gastos, el segundo término de la proporción ha de estar modificado por estos gastos.

Si el problema se resuelve por conjunta, debe tenerse presente que la relación de los gastos se coloca de menor á mayor si los gastos tienden á aumentar el resultado, y de mayor á menor, si tienden á disminuirlo.

EJEMPLOS:

1.—*Hallar el efectivo.—¿Cuánto nos costará una l/ s/ París, de francos 2000, á 8 d/v, tomada al cambio de 2'80 °/。 beneficio?*

RESOLUCIÓN

S.	Si una l/ de	100 francos	nos cuesta	102'80 ptas. efectivas,
P.	» »	2000 »	nos costará	x » »

$$100 : 2000 :: 102'80 : x = 2056 \text{ ptas. ef.}$$

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas.		2000 francos.

x ptas. $= 2000$ francos
100 francos $= 102'80$ ptas.

$$x = \frac{2000 \times 102'80}{100} = 2056 \text{ ptas. efectivas.}$$

2.—*Hallar el nominal.—Una letra s/ París, á 8 d/v, tomada al cambio de 2'80 °/。 b.°, importó 2056 pesetas. ¿De cuánto era dicha l/?*

RESOLUCIÓN

S.	Si con	102'80 ptas. ef.	compramos	una l/ de	100	francos,
P.	»	2056 »	» compraremos	» »	x	»

102'80 : 2056 : : 100 : x = 2000 francos.

Por conjunta:

B.	R.	P.
x francos		2056 ptas.

x francos = 2056 ptas.
102'80 ptas. = 100 francos

$$x = \frac{2056 \times 100}{102'80} = 2000 \text{ francos.}$$

3.—*Hallar el cambio.—Una l/ de 2000 francos, s/ París, á 8 d/v, costó 2056 pesetas. ¿A qué cambio fué tomada?*

RESOLUCIÓN

S.	Si una l/ de	2000 francos	nos cuesta	2056	ptas.,
P.	» »	100 »	» costará	x	»

2000 : 100 : : 2056 : x = 102'80 ptas.

Si la hubiésemos tomado á la par, una l/ de 100 francos hubiera costado 100 pesetas, y como nos cuesta 102'80, el exceso, 2'80, es el cambio: luego fué tomada al cambio de 2'80 % b.°

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas. cambio		100 francos en l/.

x ptas. ef. = 100 francos en l/
2000 francos en l/ = 2056 ptas. ef.

$$x = \frac{100 \times 2056}{2000} = 102'80 \text{ ptas.} = 2'80 \text{ ptas. cambio.}$$

4.—*Hallar el efectivo.—¿Cuánto nos costará una l/ de 120 £ E., s/ Londres, tomada al cambio de 25'40?*

RESOLUCIÓN

S.	Si una l/ de	1 £ E	nos cuesta	25'40	ptas.
P.	» »	120 »	» costará	x	»

1 : 120 : : 25'40 : x = 3048 ptas.

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas.		120 £ E.

x ptas. = 120 £. E.
1 £. E. = 25'40 ptas.

$$x = \frac{120 \times 25'40}{1} = 3048 \text{ pesetas.}$$

5.—*Hallar el nominal.—Empleamos 3048 ptas. en l/ s/ Londres tomada al cambio de 25'40: ¿de cuánto será la l/ que podremos comprar?*

RESOLUCIÓN

S. Si con 25'40 ptas. ef. compramos una l/ de 1 £ E.,
P. » 3048 » » compraremos » » x »

25'40 : 3048 : : 1 : x = 120 £ E.

Por conjunta:

B.	R.	P.
x £ E. en l/		3048 ptas. ef.

x £ E. en l/ = 3048 ptas. ef.
25'40 ptas. ef. = 1 £ E.

$$x = \frac{3048}{25'40} = 120 \text{ £ E.}$$

6.—*Hallar el cambio.—Una letra de 120 £ E., sobre Londres, costó 3048 pesetas. ¿A qué cambio se tomó?*

RESOLUCIÓN

S. Si una l/ de 120 £ E. costó 3048 ptas.
P. » » 1 » cambio » x »

120 : 1 : : 3048 : x = 25'40 ptas. cambio.

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas. cambio		1 £ E.

x ptas. cambio = 1 £ E.
120 £ E. = 3048 pesetas.

$$x = \frac{3048}{120} = 25'40 \text{ ptas. cambio.}$$

Operaciones con gastos

1.—*Hallar el valor efectivo.—¿Cuánto nos costará una letra s/ Londres, de 300 £ E., tomada por orden de mi corresponsal en Santander, al cambio de 25'75, pagando 1 $^0/_{00}$ de corretaje y contando nuestra comisión de $^1/_4$ $^0/_0$?*

RESOLUCIÓN

L/ de 300 £ E. al cambio de 25'75.	Ptas.	7725
Corretaje 1 $^0/_{00}$ s/ ptas. 7725	»	7'72
Comisión $^1/_4$ $^0/_0$ » » »	»	19'31
Nos costará.	Ptas.	7752'03

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas.		300 £ E.

x ptas. = 300 £ E.
1 £ E. = 25'75 ptas.
100 ptas. = 100'35 ptas. por comisión y corretaje.

$$x = \frac{300 \times 25'75 \times 100'35}{100} = 7752'03 \text{ pesetas.}$$

Obsérvese que hemos resuelto el problema anterior siendo compradores. Si hubiésemos vendido ó negociado la letra mencionada, para hallar el líquido á recibir, el problema hubiera sido como sigue:

	L/ de 300 £ E. al cambio de 25'75.		Ptas.	7725
Deducir:	Corretaje 1 $^0/_{00}$ s/ Ptas. 7725	Ptas. 7'72		
	Comisión $^1/_4$ $^0/_0$ s/ » »	» 19'31	»	27'03
	Efectivo á recibir.		Ptas.	7697'97

Por conjunta:

B.	R.	P.
x ptas. ef.		300 £ E. en l/

x ptas. = 300 £ E.
1 £ E. = 25'75 ptas.
100 ptas. = 99'65 ptas. por comisión y corretaje.

$$x = \frac{300 \times 25'75 \times 99'65}{100} = 7697'97 \text{ pesetas.}$$

2.—*Hallar el nominal.—Tengo en mi poder 10000 pesetas de mi corresponsal en Albacete, y recibo orden de remesarle dicha cantidad en l/ s/ Londres, que tomaré al cambio de 25'50, pagando 1 $^0/_{00}$ de corretaje y retirando mi comisión de $^1/_4$ $^0/_0$. ¿De cuántas £ E. será la letra que podré adquirir?*

RESOLUCIÓN

Efectivo en mi poder.	10000 ptas.
Deduciendo $^1/_4$ $^0/_0$ comisión s/ 10000 ptas.	25 »
Liquido á invertir en l/..	9975 ptas.
1 £ E. en l/ cuesta por cambio.	Ptas. 25'50
Más 1 $^0/_{00}$ corretaje s/ Ptas. 25'50.	» 0'0255
1 £ E. en l/ costará.	Ptas. 25'5255

S. Si con 25'5255 ptas. compro 1 £ E. en l/,
P. » 9975 » compraré x » »

25'5255 : 9975 : : 1 : x

$$x = \frac{9975}{25'5255} = 390'785 \text{ £ E. en l/.}$$

Por conjunta:

B.	R.	P.
x £ E. en l/		9975 ptas. ef.

x £ E. = 9975 ptas.
100'10 ptas. = 100 » (corretaje).
25'50 » = 1 £ E.

$$x = \frac{9975 \times 100}{100'10 \times 25'50} = 390'785 \text{ £ E. en l/.}$$

Resolvamos el mismo problema siendo vendedores:

3.—*He satisfecho por orden y cuenta de mi corresponsal en Londres 10000 pesetas, y deseando reembolsarme, libro á s/c al cambio de 25'50 y 1 $^0/_{00}$ de corretaje. ¿De cuánto será la l/, debiendo cobrarme, además, $^1/_4$ $^0/_0$ de comisión?*

RESOLUCIÓN

Cantidad á cobrar.	10000 ptas.	
Comisión $^1/_4$ % s/ ptas. 10000.	25 »	
Cantidad total á reembolsar. . . .	10025 ptas.	
Vendiendo 1 £ E. en l/ cobro.	Ptas.	25'50
Menos 1 ‰ corretaje s/ ptas. 25'50	»	— 0'0255
Líquido de una l/ de 1 £ E.	Ptas.	25'4745

S. Si para cobrar 25'4745 ptas., he de librar una l/ de 1 £ E.,
P. » » 10025 » libraré » » x »

25'4745 : 10025 : : 1 : x

$$x = \frac{10025}{25'4745} = 393'530 \text{ £ E. en l/.}$$

Por conjunta:

B.	R.	P.
x £ E. en l/		10025 ptas.

x £ E. = 10025 ptas. ef.
99'90 ptas. = 100 » (corretaje).
25'50 » = 1 £ E.

$$x = \frac{10025 \times 100}{25'50 \times 99'90} = 393'530 \text{ £ E.}$$

Por conjunta:

4.—Hallar el cambio.—Tenía en mi poder 10000 ptas. de mi corresponsal en Albacete, y recibí orden de remesarle dicha cantidad en l/ s/ Londres tomada mediante 1 ‰ de corretaje y retirando mi comisión de $^1/_4$ %. La l/ tomada fué de 390'785 £ E.: *¿A qué cambio se hizo la operación?*

RESOLUCIÓN

B.	R.	P.
x ptas. cambio		1 £ E en l/.

x ptas. ef. = 1 £ E. en l/
390'785 £ E. = 10000 ptas.
100'035 ptas. (comn. y corrt.) = 100 » ef.

$$x = \frac{10000 \times 100}{390'785 \times 100'35} = 25'50 \text{ ptas cambio}$$

9. Observación importante para la determinación del cambio por medio de la regla conjunta en los problemas sobre cambio extranjero en que concurren gastos.—Debe tenerse presente que, después de preparada la conjunta hasta incluir el efectivo de la letra, se forma esta igualdad: *Ciento más todos los gastos por ciento igual á ciento,* si es compra de letra; y *ciento menos todos los gastos por ciento igual á ciento,* si es venta de letra.

Cuentas corrientes sin interés

1. **Definición.**—*Cuenta corriente* es el estado demostrativo de las cantidades que una persona debe á otra y de las que ésta debe á la primera.

Por insignificante que sea el comercio que una casa realice, estas cuentas son de la mayor importancia, puesto que en ellas se consignan los valores de los géneros que el comerciante vende á su cliente y las cantidades que éste entrega á cuenta de lo que debe.

2. **Debe y Haber.**—El *Debe* y el *Haber* son las dos partes constitutivas y esenciales de toda cuenta corriente. Anotamos en el *Debe* las cantidades que entregamos á nuestro cliente y las que pagamos por orden y cuenta suyos; y anotamos en el *Haber* las cantidades que nos entrega á cuenta de su débito y las que paga por orden y cuenta nuestros.

De lo que se deduce, pues, que la diferencia entre el Debe y el Haber fija siempre la verdadera situación entre el comerciante y su cliente.

Cuando en el Debe de una cuenta anotamos una cantidad, se dice que la *cargamos ó adeudamos en cuenta*. Si es en el Haber, se dice que la *acreditamos ó abonamos en cuenta*.

3. **Deudor y acreedor.**—Llamamos *deudor*, al que recibe dinero, géneros ó cualquier otro efecto, y *acreedor*, al que lo entrega; ó en otros términos: *deudor* es el que debe, y *acreedor*, aquél á quien se debe.

Si vendo géneros á Gómez, á 2 meses plazo, Gómez es el *deudor*, y yo el *acreedor*. Si Gómez me presta 1000 pesetas, yo soy el *deudor*, y Gómez el *acreedor*.

4. **Valores de mi cuenta.**—Son *valores de mi cuenta* los procedentes de operaciones verificadas por un corresponsal con arreglo á mis instrucciones, siendo *míos*, por consiguiente, los resultados. Si por éstos resulto debiendo á mi corresponsal, debo reembolsarle en su plaza la cantidad que resulte debiéndole; y si resulto acreedor, dicho corresponsal me acredita en su plaza la cantidad que me deba, sin otros gastos, para cuando yo verifique el reembolso.

5. **Valores de su cuenta.**—Son *valores de su cuenta* los que resulten de operaciones que hayamos hecho por orden y cuenta de un corresponsal, siendo de *éste* los resultados. Si por éstos le resulto deudor, le pagaré en mi plaza la cantidad que le deba, y en el caso de que le resulte acreedor, él está obligado á pagar en mi plaza la cantidad que me deba.

Véase el siguiente modelo de una cuenta corriente sin interés:

Debe — D. Román Solita, su cuenta corriente con D. José González — Haber

Debe

FECHAS		CONCEPTOS	Ptas.	Cts.
1908				
Enero.	15	500 cartapacios Puig á 4 ptas. el 100. . . .	20	»
»	20	6 resmas papel rayado á 3 ptas. una. . . .	18	»
Febr.°.	6	3 docenas manuscritos Ortiz á 10 ptas. d.ª. .	30	»
»	18	4 ½ » aritméticas Segura á 10'50 ptas. d.ª	47	25
Marzo.	30	2 » cajas plumas Eguren á 0'75 ptas. cj.ª	18	»
Abril.	20	1 caja yeso.	2	20
			135	45
Mayo.	1.°	Saldo á mi favor, que pasa á cta/n. . . .	97	70

Haber

FECHAS		CONCEPTOS	Ptas.	Cts.
1908				
Febr.°.	16	Recibido á cta.	22	75
Marzo.	25	» »	15	»
			37	75

Gerona, 1.° de mayo de 1908

S. E. ú O.

J. González

Cuentas corrientes con interés

1. **Cuándo las cuentas corrientes se llaman con interés.** —Las cuentas corrientes se llaman *con interés* cuando, por los valores ó cantidades que el uno entrega al otro, paga el que recibe un tanto por ciento convenido.

2. **Cuentas corrientes con interés recíproco y con interés no recíproco.**—Las cuentas corrientes son *con interés recíproco,* cuando ambas partes se pagan, recíprocamente, un mismo interés por las cantidades que se entregan, bien sean en metálico, letras, pagarés, mercaderías, etc. Son con interés *no recíproco,* cuando el interés que una parte paga á la otra es distinto del que ésta satisface á la primera.

3. **Saldar una cuenta.**—Saldar una cuenta es igualar la suma de los capitales del Debe con la de los del Haber, y la diferencia entre ambas sumas se llama *saldo.* Ambas sumas se igualan añadiendo el saldo á la menor.

4. **Saldo deudor y saldo acreedor.**—El *saldo* se llama *deudor,* cuando el Debe de una cuenta es mayor que su Haber, y *acreedor,* en el caso contario, es decir, cuando el Haber es mayor que el Debe.

5. **Liquidar una cuenta.**—Liquidar una cuenta es proceder á la suma de los capitales deudores y acreedores, para saber si debemos ó alcanzamos.

6. **Métodos empleados para llevar las cuentas corrientes con interés.**—Estos métodos son tres: el *directo* ó *antiguo,* el *indirecto* ó *moderno* y el *hamburgués* ó *por escalas.*

Los tres métodos difieren en la manera de calcular los días de interés.

7. **Qué debe tenerse presente para llevar estas cuentas.** —Debe tenerse presente:

1.° Que el que recibe *debe* ó es *deudor,* y el que entrega *acredita* ó es *acreedor.*

2.° Que tienen igual significación las palabras *debe, débito* y *cargo,* como también las siguientes: *haber, crédito* y *data.*

3.° Las cantidades de *débito* se escriben en el lado izquierdo de la cuenta, y las de *crédito,* en el derecho.

4.° El producto de un capital por los días que le corresponden, se designa con el nombre de *números.*

5.° Las entregas en metálico ó en especie empiezan á ganar interés desde el día en que se verifican, y las letras ó pagarés, desde el día de su vencimiento ó negociación.

6.° La cantidad por la cual se dividen los números para calcular los intereses, se llama *divisor fijo*.

Método directo

8. **Resolución de una cuenta corriente con interés por el método directo.**—Para resolver una cuenta corriente con interés por el *método directo*, se practica lo siguiente:

1.° Se escriben los asientos ú operaciones en la parte correspondiente, es decir, en el *debe* ó en el *haber*, según que *entreguemos* ó *recibamos*.

2.° Se escriben, frente de cada capital y en la columna correspondiente, los *días* que á este capital corresponden.

3.° Se multiplica cada capital por los *días* que gana interés; se *prescinde de las notas decimales* que el producto tuviere y *de las dos primeras* de los enteros, y las cifras restantes son los *números* que corresponden á este capital, los cuales se anotan en la columna correspondiente.

9. **Cómo se calculan los días de interés.**—En el método directo, se calculan los días de interés contando los que median desde la fecha del vencimiento de cada capital á la en que se cierra la cuenta. *Esta fecha se conviene con anticipación por ambas partes interesadas.*

10. **Números rojos ó encarnados.**—Cuando un capital tiene vencimiento posterior á la fecha del cierre de la cuenta, se calculan los días que median entre la fecha del cierre de la cuenta y la fecha del vencimiento de dicho capital; se escriben estos días en la columna respectiva, se multiplican por su capital, prescindiendo de las notas decimales que el producto tuviere y de las dos primeras de los enteros, y las notas restantes, que son los *números*, se escriben en la columna respectiva con tinta de distinto color (ó con carácter de letra diferente). Estos números se llaman *rojos ó encarnados*.

11. **Cierre de la cuenta.**—Llegada la época del cierre, convenida anticipadamente por ambas partes, se procede á determinar el resultado de las operaciones realizadas, practicando lo siguiente:

1.° Si hubiese números encarnados en el *debe*, se pasan al *haber como números naturales;* y al *debe,* en la misma forma, los que hubiere en el *haber.*

2.º Se suman separadamente los números del *debe* y los del *haber, dejando de incluir los encarnados;* se restan ambas sumas, y la diferencia es el *saldo de números,* el cual se escribe en la columna de números del lado en que haya menor suma.

3.º La diferencia de números se divide por el *divisor fijo* correspondiente al tanto por ciento estipulado, *despreciando antes las dos primeras cifras de la derecha de este divisor,* y el *cociente da los intereses,* los cuales se escriben en la columna de capitales del lado en que la suma de números haya sido mayor.

4.º Se suman los capitales del *debe* y del *haber;* se restan ambas sumas, y la diferencia es el *saldo de capitales á cuenta nueva,* que se escribe en la columna de éstos, en el lado en que la suma sea menor.

5.º Se suman las dos columnas de capitales y las dos de números, debiendo resultar las dos del *debe* iguales, respectivamente, á las dos del *haber,* si las operaciones se han verificado sin error.

12. **Nueva apertura de la cuenta.**—Si ambas partes continúan las operaciones, se abre de nuevo la cuenta, pasando el saldo de capitales á la columna de éstos del lado en que la suma era mayor antes de cerrar la cuenta corriente.

Es costumbre bastante generalizada entre banqueros y comerciantes, cerrar las cuentas corrientes cada tres meses.

Por si surgiere alguna duda referente al ***divisor fijo***, véase lo que sobre el caso decimos al resolver las cuestiones de interés procediendo por este método.

Método indirecto

13. **Resolución de las cuentas corrientes con interés por el método indirecto.**—Las cuentas corrientes con interés por el *método indirecto* se resuelven anotando los asientos como en el directo. La diferencia entre ambos métodos, consiste en la manera de contar los días y en el modo de verificar el cierre.

14. **Cómo se cuentan los días.**—En el método indirecto, se empieza á contar los días partiendo de la fecha de la primera operación que se hace, bien pertenezca al *debe,* bien al *haber;* es decir, se dan á cada capital los días que median entre

la fecha de la primera operación y la fecha de su vencimiento. Frente al capital de la primera operación y en la columna de números, se escribe la palabra *Época*, para indicar la fecha de partida en la determinación de los *números*.

15. **Ventajas de este método sobre el directo.**—Ofrece la gran ventaja de no tener que señalar época para el cierre de la cuenta y, además, la desaparición de los números encarnados.

16. **Cómo se cierran las cuentas corrientes por el método indirecto.** — Se practican las operaciones siguientes: 1.ª Se suman, separadamente, los capitales del *debe* y los del *haber;* se halla la diferencia entre ambas sumas, y esta diferencia se escribe entre columnas, como *saldo interino de capitales,* en el lado de la cuenta en que haya menor suma.

2.ª Esta diferencia de capitales se multiplica por los días que ha durado la cuenta, y el producto, *después de separadas las notas decimales y las dos primeras de los enteros,* se escribe en la columna de números del mismo lado.

3.ª Se suman los números del debe y los del haber; se restan ambas sumas, y la diferencia se escribe por saldo en el lado en que la suma sea menor.

4.ª Esta diferencia de números se divide por el divisor fijo, y el cociente son los intereses, los cuales se llevan á la columna de capitales del mismo lado, es decir, del lado en que haya menor suma de números.

5.ª Se suman de nuevo los capitales, y la diferencia se escribe por saldo en el lado en que la suma sea menor. Si no hay error, las sumas de capitales y números del debe son, respectivamente, iguales á las del haber.

Este método es el más usado, por las ventajas que ofrece sobre el directo.

Método hamburgués

17. **Ventajas del método hamburgués.** — Ofrece las siguientes:

1.ª Calcula los intereses directamente, como el método directo.
2.ª No tiene números encarnados.
3.ª No necesita la señalación de la fecha del corte ó cierre de la cuenta.
4.ª Da noticia exacta, al día, del saldo de sus partidas, por

cuya razón ha sido llamado por algunos *método de saldos continuados.*

5.ª Es aplicable á los casos en que *el debe* y *el haber* devengan un mismo interés y á los casos en que el interés es distinto; es decir, es aplicable á los casos en que el interés es recíproco y á los en que no lo es.

18. **Resolución de las cuentas corrientes por este método.**—Del modo siguiente:

1.° Se escribe el primer capital, y se multiplica por los días que median desde su vencimiento hasta el vencimiento del segundo; se prescinde de las notas decimales del producto y de las dos primeras de los enteros, y se llevan las notas restantes á la columna de números del *débito* ó del *crédito,* según que el capital multiplicado corresponda al debe ó al haber.

2.° Debajo del primer capital, se escribe el segundo; se suman si ambos pertenecen á una misma cuenta, y se restan si pertenecen á cuenta distinta.

3.° Esta suma ó resta se multiplica por los días que median desde el vencimiento del segundo capital hasta el vencimiento del tercero (separando las cifras que ya sabemos) y el producto se lleva á la columna de números del *débito* ó del *crédito,* según que la suma ó resta corresponda al debe ó al haber.

4.° Debajo de esta suma ó resta, se escribe el tercer capital, sumándolo con ella si pertenecen á una misma cuenta, y restándolo si pertenecen á cuenta distinta.

Y así continuamos hasta llegar al corte ó cierre de la cuenta, cuya última suma ó resta se multiplica por los días que median entre la fecha del último vencimiento y la del cierre.

19. **Cómo se cierran las cuentas corrientes por el método hamburgués.**—Para cerrar las cuentas corrientes por el método hamburgués, se practica lo siguiente:

Si los intereses son recíprocos: Se suman las dos columnas de números, y al pie de cada una se escriben las sumas debajo de una rayita horizontal; se halla la diferencia entre ambas sumas y se escribe por saldo debajo de la menor; esta diferencia se divide por el divisor fijo correspondiente al tanto por ciento convenido, siendo el cociente los intereses, los cuales se escriben debajo del último saldo de capitales, sumándolos con él, si ambas cantidades corresponden al *débito* ó al *crédito,* y restándolo, si una fuese del *débito* y otra del *crédito.*

Si los intereses no son recíprocos: Se suman las dos columnas de números, y cada suma se divide por el divisor fijo correspondiente, colocando los cocientes, que son los intereses, en la columna respectiva (de intereses del débito ó del crédito). Se restan ambos cocientes, y la diferencia es el *saldo de intereses,* que se escribe por saldo, debajo del cociente menor y también debajo de la última suma ó resta de capitales, para sumar ambas cantidades, si pertenecen á una misma cuenta, ó restarlas si pertenecen á cuenta distinta. Esta última suma ó resta es el *saldo á cuenta nueva.*

20. **Cómo se procede cuando algún capital tiene vencimiento anterior al que le precede.**—Cuando un capital vence antes que el que le precede, el producto del capital por los días, va también á la columna de números, pero en sentido contrario del que le correspondería, esto es: va á la *columna de números del débito,* si la última suma ó resta pertenece al *crédito,* y á la *columna de números del crédito,* si la suma ó resta pertenece al *débito.*

21. **Qué debe hacerse cuando, llegado el día del cierre de la cuenta, el último capital anotado es de vencimiento posterior á la fecha del cierre.** — Cuando el último capital anotado tiene vencimiento posterior á la fecha del cierre, se multiplica la última suma ó resta de capitales por los días que median desde la fecha del cierre á la del vencimiento del mencionado capital, colocando el producto en la columna de números; pero también en sentido contrario del que le correspondería, según se ha dicho anteriormente.

De conformidad con lo expuesto, procedamos á resolver la siguiente cuenta corriente por los tres métodos que acabamos de explicar:

Enero.	1.º—Entregado á D. Pedro López para dar comienzo á nuestras operaciones de cta/c. con interés recíproco de 6 °/₀	Ptas.	5600
»	10.—Mi entrega en efectivo	»	800
»	15.—Su entrega en efectivo	»	500
Febrero.	20.—Su endoso á m/o. c/ Ros, al fin corriente. . .	»	1000
»	26.—Su remesa café, 20 qq. á 25 duros uno	»	2500
Marzo.	3.—Mi endoso á s/o. c/ Soriano al 15 abril próximo	»	900'75
»	12.—Su pago por m/cta. á Ibáñez	»	125'50
»	20.—M/g. á s c. o/ Cruz, al fin abril próximo . . .	»	540

Se cierra la cta. en 31 de marzo.

Método directo

DEBE D. Pedro López, de Barcelona, s/cta. corrte. al interés recíproco de 6 % anual, con C. Sanz, cerrada en 31 de marzo de 1908 **HABER**

FECHAS			Vencimientos		Capitales		Días	Números
1908								
Enero. .	1	Mi entrega en efectivo.	Enero	1	5600	»	89	4984
»	10	Mi » » »	»	10	800	»	80	640
Marzo. .	3	Mi endoso á s/o. c/ Soriano	Abril	15	900	75	15	135
		Núms. encarnados del Haber.						162
		Interés á m/f. $\frac{4118}{60}$			68	63		
					7369	38		5786
		Saldo á m/f. cta. nueva, Ptas. .			2703	88		

FECHAS			Vencimientos		Capitales		Días	Números
1908								
Enero. .	15	Su entrega en efectivo.	Enero	15	500	»	75	375
Febrero.	20	Su endoso á m/o. c/ Ros.	Febr.º	28	1000	»	31	310
»	26	Su remesa de 20 qq. café á 25 duros q. . .	»	26	2500	»	33	825
Marzo. .	12	Su pago por m/cta. á Ibáñez.	Marzo	12	125	50	19	23
»	20	Mi g/ á s/c. o/ Cruz . .	Abril	30	540	»	30	162
		Núms. encarnados del Debe.						135
		Saldo de Números.						4118
		Saldo de capitales á cta. nueva			2703	88		
					7369	38		5786

S. E. ú O.

Gerona, 31 marzo 1908

C. Sanz

Método indirecto

DEBE D. Pedro López, de Barcelona, s/cta. corrte. al interés recíproco de 6 % anual, con C. Sanz, cerrada en 31 de marzo de 1908 **HABER**

FECHAS			Vencimientos	Capitales		Días	Números
1908							
Enero . .	1	Mi entrega en efectivo.	Enero 1	5600	»	»	Época
»	10	Mi » » »	» 10	800	»	9	72
Marzo . .	3	Mi endoso á s/o. c/ Soriano	Abril 15	900	75	104	936
		Saldo de números					4116
		Intereses á m/f. $\frac{4116}{60}$		68	60		
				7369	35		5124
		Saldo á m/f. cta. nueva, Ptas. . .		2703	85		

FECHAS			Vencimientos	Capitales		Días	Números
1908							
Enero . .	15	Su entrega en efectivo.	Enero 15	500	»	14	70
Febrero.	20	Su endoso á m/o. c/ Ros.	Febr.º 28	1000	»	58	580
»	26	Su remesa de 20 qq. café á 25 duros q. . .	» 26	2500	»	56	1400
Marzo . .	12	Su pago por m/cta. á Ibáñez.	Marzo 12	125	50	70	87
»	20	Mi g/ á s/c. o/ Cruz . .	Abril 30	540	»	119	642
		Saldo interino de capitales 2635'25 ×				89	2345
		Saldo de capitales á cuenta nueva		2703	85		
				7369	35		5124

S. E. ú O.

Gerona, 31 marzo 1908

C. Sanz

NOTA. — Comparando el resultado obtenido por este método con el obtenido por el método anterior, se observa una diferencia de *tres céntimos de pta.*, que ninguna alteración representa.

Método hamburgués

CUENTA corriente al interés recíproco de 6 % anual, con D. Pedro López, de Barcelona, cerrada en 31 de marzo de 1908.

Fechas		Vencimientos		Iniciales		Capitales		Días	Números	
				Débito	Crédito	Pesetas	Cts.		Débito	Crédito
1908										
Enero . .	1	Enero . .	1	D.	»	5600	»	9	504	»
»	10	»	10	D.	»	800	»			
				D.	»	6400	»	5	320	»
»	15	»	15	»	C.	500	»			
				D.	»	5900	»	44	2596	»
Febrero.	20	Febrero.	28	»	C.	1000	»			
				D.	»	4900	»	2	»	98
»	26	»	26	»	C.	2500	»			
				D.	»	2400	»	48	1152	»
Marzo . .	3	Abril. . .	15	D.	»	900	75			
				D.	»	3300	75	34	»	1122
»	12	Marzo . .	12	»	C.	125	50			
				D.	»	3175	25	49	1555	»
»	20	Abril. . .	30	»	C.	540	»			
				D.	»	2635	25	30	»	790
									6127	2010
Saldo de números.										4117
Intereses á m/f. $\frac{4117}{60}$						68	61			
Saldo á m/f. á cta. nueva, Ptas . . .						5703	86		6127	6127

S. E. ú O.

Gerona, 31 de marzo de 1908

C. Sanz

Liquidemos, ahora, una cuenta corriente con intereses no *recíprocos.*

Propongamos la siguiente entre D. Julián Carmona, de Bilbao, y D. P. Anchorena, de Gerona, siendo el interés del *Débito* de 4 °/o, y de 6 °/o el del *Crédito:*

Abril 6.	—Entregado en efectivo á dicho señor para empezar nuestras operaciones á cuenta corriente.. . . .	Ptas.	8000
» 15.	—Su l/. á m/o. c/. Capdevila, á 8 d/v. .	»	600
» 26.	—Mi endoso á s/o. c/. Suárez, al fin corriente.	»	1500'50
Mayo 10.	—Su entrega á R. Ruiz, de Bilbao, por m/o. y cta	»	900
» 25.	—Mi entrega por s/cta. á López, de Gerona.	»	2500
Junio 2.	—Mi g/. á s/c. o/. Noguer, al fin corriente.	»	640'75
» 15.	—Su endoso á m/o. c/. Rovira, á 8 d/v.	»	1000

Para el efecto consiguiente en los endosos, admitamos dos días de correo entre Gerona y Bilbao.

Epoca del cierre de la cta., 30 de junio.

Véase, á continuación, el desarrollo de la cuenta corriente que acabamos de proponer, y obsérvese que la diferencia consiste en añadir otra columna de intereses, y luego, llegado el día de la liquidación, verificar dos cálculos para obtener los intereses correspondientes á cada una de las partes entre las cuales se verifican las operaciones mencionadas.

Método hamburgués

CUENTA corriente con D. Julián Carmona, de Bilbao, al interés de 4 °/₀ el Débito *y de 6 °/₀ el* Crédito, *cerrada en 30 de junio de 1908.*

Fechas		Vencimientos		Iniciales		Capits.		Días	Números		Intereses	
				Débito	Crédito	Ptas.	Cts.		Débito	Crédito	D. 4 °/₀	C. 6 °/₀
1908												
Abril.	6	Abril.	6	D.	»	8000	»	19	1520	»		
»	15	»	25	»	C.	600	»					
				D.	»	7400	»	5	370	»		
»	26	»	30	D.	»	1500	50					
				D.	»	8900	50	10	890	»		
Mayo.	10	Mayo.	10	»	C.	900	»					
				D.	»	8000	50	15	1200	»		
»	25	»	25	D.	»	2500	»					
				D.	»	10500	50	36	3780	»		
Junio.	2	Junio.	30	»	C.	640	75					
				D.	»	9859	75	5	»	492		
»	15	»	25	»	C.	1000	»					
				D.	»	8859	75	5	442	»		
									8202	492		
Intereses de números.											91'13	8'20
Saldo de núms y de intereses.										7710		82'93
Intereses á m/f.						82	93					
Saldo á m/f. á cta/n. Ptas. .						8942	68		8202	8202	91'13	91'13

S. E. ú O.

Gerona, 30 junio de 1908.

P. Anchorena

Imposiciones

1. **Qué se entiende por imposiciones.**—Llamamos *imposiciones* á las cantidades iguales que, en épocas periódicas, se colocan á interés compuesto en algún establecimiento, con objeto de reunir un capital determinado al cabo de cierto tiempo.

Al finalizar la época señalada, las cantidades impuestas y los intereses compuestos que han producido, han de sumar el capital que el imponente se propuso reunir.

2. **Casos que pueden ocurrir en las cuestiones sobre imposiciones.**—En las cuestiones sobre imposiciones, pueden ocurrir cuatro casos:

1.° *Determinar la imposición que debe hacerse para obtener un determinado capital.*

2.° *Determinar el capital que se obtendrá con una imposición determinada.*

3.° *Determinar el tanto por ciento á que se ha de hacer la imposición, para reunir un capital determinado.*

4.° *Determinar el tiempo necesario para la obtención del capital.*

3. **Cómo se resuelven.**—Estos problemas se resuelven fácilmente sirviéndose de la siguiente

TABLA QUE INDICA LA CANTIDAD QUE DEBE IMPONERSE AL PRINCIPIO DE CADA AÑO, AL INTERÉS COMPUESTO QUE SE EXPRESA, PARA REUNIR UN CAPITAL DE 100.

AÑOS	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %
1	98'039	97'087	96'154	95'238	94'340
2	48'534	47'826	47'134	46'458	45'796
3	32'035	31'411	30'803	30'210	29'633
4	23'787	23'207	22'643	22'096	21'565
5	18'839	18'287	17'753	17'236	16'736
6	15'542	15'010	14'496	14'002	13'525
7	13'185	12'671	12'174	11'697	11'239
8	11'423	10'918	10'435	9'974	9'532
9	10'051	9'557	9'086	8'637	8'210
10	8'954	8'469	8'009	7'572	7'157
11	8'057	7'580	7'130	6'704	6'301
12	7'310	6'841	6'399	5'983	5'592
13	6'678	6'217	5'783	5'377	4'993
14	6'137	5'682	5'257	4'859	4'489
15	5'669	5'220	4'802	4'414	4'053
16	5'260	4'817	4'406	4'026	3'675
17	4'899	4'461	4'058	3'686	3'344
18	4'579	4'147	3'749	3'385	3'053
19	4'292	3'865	3'475	3'119	2'794
20	4'035	3'613	3'229	2'880	2'565
21	3'802	3'386	3'008	2'666	2'359
22	3'591	3'179	2'808	2'473	2'174
23	3'399	2'992	2'731	2'299	2'007
24	3'223	2'820	2'460	2'140	1'857
25	3'061	2'663	2'309	1'996	1'720

4. **Cómo se resuelve el primer caso.**—Para determinar la imposición conociendo el capital que se quiere obtener, el tanto por ciento y el tiempo, *se busca en la columna de los años el número de éstos que se fijen en el problema, y corriendo horizontalmente hacia la derecha hasta la columna del tanto por ciento á que se haga la imposición, se hallará en ella la cantidad que debe imponerse cada año para obtener el capital 100.* Luego se forma la siguiente regla de tres:

S. *Si para obtener 100, ha de imponerse la cantidad hallada en la tabla,*

P. *Para obtener el capital dado, deberá imponerse x.*

EJEMPLO.—*Deseando formar un capital con qué dotar á una niña, se desea saber qué cantidad deberá imponerse anualmente al interés compuesto de 3 °/₀ para obtener 5000 ptas. al cabo de 20 años.*

RESOLUCIÓN

S. Si para obtener 100 ptas. al cabo de 20 años, he de imponer anualmente 3'613 ptas.,
P. » » 5000 » » » » » deberé imponer » x »

$$100 : 5000 : : 3'613 : x$$

$$x = \frac{3'613 \times 5000}{100} = 180'65 \text{ ptas.}$$

5. **Cómo se resuelve el segundo caso.**—Para determinar el capital que se obtendrá, conociendo la imposición, el tanto por ciento y el tiempo, *se busca en la tabla la imposición de 100 en el tiempo dado, y luego se forma esta proporción:*

S. *Si imponiendo anualmente la cantidad hallada en la tabla, se obtiene el capital 100,*

P. *Imponiendo la cantidad que se da, se obtendrá el capital x.*

EJEMPLO.—*Cierto sujeto impone anualmente 300 ptas., durante 12 años, al 4 °/₀ de interés compuesto. ¿Cuánto retirará al cabo de este tiempo?*

RESOLUCIÓN

S. Si imponiendo anualmente 6'399 ptas., obtiene 100 ptas. de capital,
P. » » 300 » obtendrá x » » »

$$6'399 : 300 : : 100 : x$$

$$x = \frac{100 \times 300}{6'399} = 4688'23 \text{ ptas.}$$

6. **Cómo se resuelve el tercer caso.**—Para determinar el tanto por ciento, conociendo la imposición, el capital y el tiempo, *se busca primero la imposición que corresponde á 100, por medio de esta proporción:*

El capital dado es á su imposición, como 100 es á x (ó á su imposición). Partiendo luego, horizontalmente, del número de años de la tabla, en la columna en que se halle el resultado de la proporción, está el tanto por ciento que se busca.

EJEMPLO.—*¿A qué tanto por % anual han de imponerse 180'65 pesetas, para que, al cabo de 20 años, se obtengan 5000 ptas. de capital?*

RESOLUCIÓN: 5000 : 180'65 : : 100 : x = 3'613, cuyo resultado, partiendo horizontalmente, hacia la derecha, de los 20 años de la tabla, se halla en la columna del 3 %. Este es, pues, el tanto por ciento buscado.

7. **Cómo se resuelve el cuarto caso.**—Para determinar el tiempo, conociendo la imposición, el capital y el tanto por ciento, *se halla, ante todo, la imposición que corresponde al capital 100, por medio de la proporción que hemos dado en el tercer caso (capital dado : su imposición : : 100 : su imposición); se busca la cantidad obtenida en la columna del tanto por ciento, y frente de esta cantidad, en la columna de los años, está el número de años que se busca.*

EJEMPLO.—*¿Cuánto tiempo han de imponerse anualmente 180'65 pesetas al interés compuesto de 3 %, para reunir 5000 ptas. de capital?*

RESOLUCIÓN

5000 : 180'65 : : 100 : x

$$x = \frac{180'65 \times 100}{5000} = 3'613 \text{ ptas., imposición de } 100$$

Buscando, ahora, esta cantidad en la columna vertical del 3 %, y corriendo horizontalmente hacia la izquierda hasta la columna de los años, frente la cantidad hallada se ven 20, que es el número de años que se busca.

Anualidades

1. **Qué se entiende por anualidades.**—Llamamos *anualidades* á unos pagos iguales, hechos cada año, con el objeto

de extinguir un capital determinado, con sus intereses compuestos.

2. **Casos que pueden presentarse en las cuestiones sobre anualidades.** — En las cuestiones sobre anualidades, pueden presentarse cuatro casos, á saber:

1.° *Determinar el capital que debe amortizarse.*

2.° *Determinar la anualidad que debe satisfacerse para la amortización de un capital.*

3.° *Determinar el número de años que deberán transcurrir hasta que la deuda sea extinguida ó amortizada.*

4.° *Determinar el interés compuesto que devenga el capital que se ha de amortizar, esto es, el tanto por ciento.*

3. **Cómo se resuelven.**—Los problemas sobre anualidades, se resuelven fácilmente por medio de la siguiente

TABLA QUE INDICA LA CANTIDAD QUE DEBE PAGARSE CADA AÑO, PARA EXTINGUIR UNA DEUDA DE 100 AL INTERÉS COMPUESTO QUE SE EXPRESA.

Años	2 %	3 %	4 %	5 %	6 %
1	102'000	103'000	104'000	105'000	106'000
2	51'505	52'261	53'020	53'781	54'544
3	34'676	35'353	36'035	36'721	37'411
4	26'262	26'903	27'550	28'201	28'860
5	21'216	21'836	22'463	23'098	23'740
6	17'853	18'460	19'076	19'702	20'336
7	15'451	16'051	16'661	17'282	17'914
8	13'651	14'246	14'853	15'472	16'104
9	12'252	12'843	13'449	14'070	14'702
10	11'133	11'723	12'329	12'951	13'587
11	10'218	10'808	11'415	12'039	12'679
12	9'456	10'046	10'655	11'283	11'928
13	8'812	9'403	10'014	10'646	11'296
14	8'260	8'853	9'467	10'102	10'759
15	7'783	8'377	8'994	9'634	10'296
16	7'365	7'961	8'582	9'227	9'896
17	6'997	7'595	8'220	8'870	9'545
18	6'670	7'271	7'899	8'555	9'236
19	6'378	6'981	7'614	8'275	8'962
20	6'116	6'722	7'358	8'024	8'719
21	5'879	6'487	7'128	7'800	8'501
22	5'663	6'275	6'920	7'597	8'305
23	5'467	6'060	6'731	7'414	8'128
24	5'287	5'981	6'559	7'247	7'968
25	5'122	5'700	6'401	7'095	7'823

4. **Cómo se resuelve el primer caso.**—Para determinar el capital que debe amortizarse, conociendo la anualidad, el tiempo y el tanto por ciento, *se busca en la tabla la anualidad que debe satisfacerse para amortizar el capital 100 en el tiempo dado, y luego se plantea y resuelve la regla de tres siguiente:*

S. *Si pagando la anualidad de la tabla, amortizamos el capital 100,*

P. *Pagando la anualidad del problema, amortizaremos el capital x.*

Ejemplo. — *Cierta corporación quiere destinar, anualmente, durante 24 años, 6000 ptas. á la amortización de un empréstito que se propone contratar. ¿De qué cantidad será el empréstito, en el supuesto de que pagará el interés compuesto de 4 °/₀ sobre el capital que se le facilite?*

Resolución

S.	Si pagando anualmente		6'559 ptas.	se amortiza	el capital 100,	
P.	»	»	6000	» se amortizará	»	x

$$6'559 : 6000 : : 100 : x$$

$$x = \frac{6000 \times 100}{6'559} = 91477'35 \text{ ptas., cantidad que puede contratar.}$$

5. **Cómo se resuelve el segundo caso.** — Para determinar la anualidad, conociendo el capital, el tiempo y el tanto por ciento, *se busca en la tabla la anualidad que hay que satisfacer para amortizar el capital 100 en el tiempo dado, y luego se plantea y resuelve la regla de tres siguiente:*

S. *Si para amortizar el capital 100, ha de satisfacerse la anualidad que la tabla indica,*

P. *Para amortizar el capital del problema, se deberá satisfacer la anualidad x.*

Ejemplo.—*Un industrial, á causa de varios negocios desgraciados, queda con un descubierto de 12500 ptas., y conviene con sus acreedores que extinguirá la deuda en 8 años, pagando el interés compuesto de 6 °/₀ anual. ¿Cuánto deberá entregar cada año para amortizar dicho capital y sus intereses compuestos?*

Resolución

S. Si para amortizar un cap. de 100 ps. en 8 años, ha de pagarse una anualidad de 16'104 ps.,
P. » » » » 12500 » » deberá » » » » x »

$$100 : 12500 : : 16'104 : x$$

$$x = \frac{12500 \times 16'104}{100} = 2013 \text{ ptas., anualidad buscada.}$$

6. **Cómo se resuelve el tercer caso.**—Para determinar el número de años que deberá pagarse una determinada anualidad, conociendo el capital, la anualidad y el tanto por ciento, *se busca, ante todo, la anualidad que corresponde al capital 100, por medio de la siguiente proporción:* capital dado : su anualidad : : 100 : x (ó á su anualidad). *La cantidad hallada se busca en la columna vertical del tanto por ciento, y corriendo horizontalmente hacia la izquierda hasta la columna de los años, el número de años que se encuentra al frente de la cantidad hallada, es el tiempo que se busca.*

EJEMPLO.—*Deseando amortizar 12500 ptas. y sus intereses compuestos de 6 °/₀ anual, pagando una anualidad de 2013 ptas., ¿cuántos años deberán transcurrir hasta extinguir la deuda?*

RESOLUCIÓN

12500 : 2013 : : 100 : $x = 16'104$ ptas., anualidad del capital 100.

Buscando, ahora, la cantidad hallada, en la columna del 6 °/₀, y corriendo horizontalmente hacia la izquierda hasta la columna de los años, se ve en ésta, frente de la cantidad hallada, 8 años, que es el tiempo que se busca.

7. **Cómo se resuelve el cuarto caso.**—Para determinar el tanto por ciento, conociendo el capital, la anualidad y el tiempo, *ante todo, se plantea y resuelve la proporción dada en el tercer caso:* (capital dado : su anualidad : : 100 : su anualidad). *Partiendo luego horizontalmente del número de años de la tabla, en la columna del tanto por ciento en que se encuentre el resultado de la proporción, está el tanto por ciento que se busca.*

EJEMPLO.—*Un industrial, en 8 años, pagando anualmente 2013 pesetas, amortizó 12500 ptas. y sus intereses compuestos. ¿A qué tanto por ciento se calculó el interés compuesto de esta deuda?*

RESOLUCIÓN

12500 : 2013 : : 100 : $x = 16'104$ ptas., anualidad del capital 100.

Partiendo, ahora, del número de años de la columna, 8, que son los años que se dan en el problema, y siguiendo horizontalmente hacia la derecha, la cantidad que arroja la proporción se encuentra en la columna del 6 °/₀, que es el tanto por ciento que se busca.

Amortizaciones

1. **Qué se entiende por amortización.**—Llamamos *amortización* á la extinción de una deuda y sus intereses compues-

tos por medio de pagos iguales y periódicos, hechos anualmente.

Las cuestiones sobre amortización son, pues, las mismas que hemos estudiado al tratar las anualidades.

Este procedimiento es el seguido por los gobiernos, diputaciones, ayuntamientos, empresas, etc., para la recogida de los valores cuando levantan un empréstito.

Rentas vitalicias

1. **Qué se entiende por rentas vitalicias.** — Llamamos *rentas vitalicias* á las rentas ó pensiones que reciben anualmente hasta su muerte, los individuos que, con este objeto, han cedido una determinada cantidad, el usufructo de una finca, ó alguna otra clase de valores.

Desde luego se comprende que los contratos de esta naturaleza no es fácil los realicen los padres de familia; mas sí deben recomendarse á aquellos individuos sin sucesión, cuyo capital les produzca una renta con la cual han de vivir rodeados de privaciones. Prestando su capital á un tanto por ciento determinado, claro está que han de obtener menor rendimiento que el que puede ofrecerles la persona ó sociedad que quedará poseedora de su fortuna al extinguirse su existencia; y este rendimiento será tanto mayor, cuanto más avanzada su edad sea, ya que ésta está en razón inversa de la cantidad de vida probable que les queda.

2. **Causa que determina la mayor ó menor importancia de la renta vitalicia que se recibe por cesión de una cantidad.**—Depende de la edad de la persona cedente; puesto que, cuantos más años tenga, menos le quedan de vida probable y tanto más crecida será la renta que podrá percibir.

3. **Cómo se calculan los años de vida probable que tiene una persona.**—Por las tablas de mortalidad humana, siendo las más aceptadas por las compañías de seguros sobre la vida las de Duvillard y Deparcieux.

4. **Cómo se calcula la renta vitalicia que disfrutaría una persona cediendo una determinada cantidad.** — Primero se calcula su vida probable por medio de la tabla de mortalidad, y luego, valiéndose de la *tabla de amortizaciones,* se ve la anualidad que correspondería para la amortización del capital é intereses que cede, durante los años que tiene de vida probable. Esta anualidad sería la renta.

EXTRACTO DE LAS TABLAS VITALICIAS DE DUVILLARD

EDAD años	VIDA PROBABLE años	EDAD años	VIDA PROBABLE años
1	37	45	20
5	45 $^5/_7$	50	17
10	43	55	14
15	39	60	11
20	35 $^1/_2$	65	8 $^2/_3$
25	32 $^1/_2$	70	6 $^1/_2$
30	29 $^1/_2$	75	5
35	26	80	3 $^1/_2$
40	23	85	2 $^4/_5$

Las sociedades de seguros sobre la vida se dedican, principalmente, á estos negocios.

Estas sociedades son de la mayor importancia, por los beneficios que proporcionan. Cada día van adquiriendo mayor crédito, y es muy seguro que, en día no lejano, nadie las mirará con el recelo injustificado con que algunos todavia actualmente las consideran.—Son dignas de toda recomendación la domiciliada en Barcelona, *Banco Vitalicio de España*, como así *La Urbana*, de París, la *Sun*, de Londres, etc., etc., las cuales tienen sucursales en casi todas las naciones de Europa y América.

Las operaciones sobre *rentas vitalicias* dan lugar á las mismas cuestiones que hemos estudiado al tratar las *anualidades y amortizaciones*.

EJEMPLO.—*Un caballero sin familia y que tiene 45 años de edad, cede á la compañía de seguros sobre la vida Banco Vitalicio de España una casa y varios campos de su propiedad, valorada en 20000 ptas. la primera, y en 15000 pesetas los terrenos mencionados. Conviniendo á 5 °/₀ la tasa del interés, ¿qué renta anual percibirá?*

RESOLUCIÓN

Por la *tabla de Duvillard*, vemos que el caballero mencionado tiene 20 años de vida probable. Luego todo se reduce á calcular la anualidad que debe satisfacerse para amortizar, en 20 años, las 35000 ptas. que constituyen su fortuna, contando los intereses á 5 $^0/_0$.

En la *tabla de amortizaciones*, hallamos que, para extinguir, en 20 años, el capital 100 y sus intereses compuestos de 5 $^0/_0$, hemos de satisfacer la anualidad 8'024.

Luego el cálculo será:

S. Si para amortizar el capital 100 ps. corresponden de anualidad 8'024 ps.,
P. » » » 35000 » corresponderán » x »

$$100 : 35000 : : 8'024 : x$$

$x = \frac{35000 \times 8'024}{100} = 2808'40$ ptas., renta anual que percibirá el caballero mencionado.

Falsa posición, ó método de las hipótesis

1. **Definición.**—Regla de *falsa posición*, es aquélla en virtud de la cual, por medio de *uno* ó *dos* supuestos falsos, se halla el resultado verdadero de una cuestión.

2. **Su división.**—Divídese en *simple* y *doble*. Es simple cuando, para hallar el resultado verdadero, basta *un solo número supuesto falso;* y es doble cuando son necesarios *dos números supuestos falsos.*

En el fondo, la *falsa posición* no es más que un procedimiento analítico por el que se resuelven varios problemas aritméticos y muchos de los que corresponden al Álgebra.

3. **Resolución de los problemas de falsa posición simple.**—*Se elige un número á arbitrio, se toman de él los múltiplos ó submúltiplos que indica el problema, y si no resulta el número que buscamos, se forma la siguiente proporción:*

Resultado del número elegido es al número que se da en el problema, como el número elegido es al que tratamos de averiguar.

EJEMPLOS: 1.° *Distribúyanse 3900 ptas. entre tres personas, de manera que la primera reciba tres veces más que la segunda, y ésta, la mitad de lo que corresponde á la tercera.*

Resolución. Como corresponde á la segunda la mitad de lo que perciba la tercera, supondremos dar á ésta un número que sea múltiplo de 2, por ejemplo, este mismo número.

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Parte de la 3.}^a \ldots\ldots\ldots\ldots & 2 \\ \text{Parte de la 2.}^a \ldots\ldots\ldots\ldots & 1 \\ \text{Parte de la 1.}^a \ldots\ldots\ldots\ldots & 3 \end{array}\right\} = 6.$$

Como la suma de estas partes da 6, y no el número de pesetas que se ha de repartir, 3900, claro está que 2 ptas. no es lo que corresponde á la persona 3.ª Planteando la proporción anterior, tendremos:

$$6 : 3900 :: 2 : x$$

$$x = \frac{3900 \times 2}{6} = \frac{7800}{6} = 1300 \text{ ptas., parte de la persona 3.ª}$$

De consiguiente:

Parte de la 3.ª	1300 ptas.
» » » 2.ª $\left(\frac{1300}{2}\right)$	650 »
» » » 1.ª (3 × 650)	1950 »
Cantidad dada para distribuir	3900 ptas.

2.° *Hállese un número tal, que su mitad, tercio y quinta parte sumen 248.*

Resolución.—Elijamos un número cualquiera que sea múltiplo de 2, de 3 y de 5, á fin de que no resulten quebrados, que siempre dificultan el cálculo, por ejemplo, el número 30:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Mitad de 30. . . . .} & 15 \\ \text{Tercio de 30 . . . .} & 10 \\ \text{Quinto de 30 . . . .} & 6 \end{array}\right\} = 31.$$

Como estas partes suman 31, y no 248, claro está que el número 31, de que proceden, no es el pedido. Planteando la proporción dada para la resolución de la falsa posición simple, tendremos:

$$31 : 248 :: 30 : x$$

$$x = \frac{248 \times 30}{31} = 240, \text{ número buscado.}$$

Comprobación:

Mitad de 240	120
Tercio de 240	80
Quinto de 240	48
Suma dada en el problema.	248

4. Resolución de los problemas de falsa posición doble.—*Para resolver un problema de falsa posición doble, se eligen dos números cualesquiera, y se combina cada uno con arreglo á las condiciones del problema. Si ninguno de los dos números es el que se busca, como sucede casi siempre, se originan dos errores, que pueden ser uno en más y otro en menos, ambos en más, ó ambos en menos.*

En el primer caso, se multiplica el segundo error por el primer número supuesto, y el primer error por el segundo número supuesto; se suman estos productos, la suma se divide por la suma de los errores: el cociente es el número que se deseaba averiguar.

Si los errores originados son ambos en más ó en menos, se multiplican, igualmente, el segundo error por el primer su-

puesto, y el primer error por el segundo supuesto; se restan los productos obtenidos, y su diferencia se divide por la diferencia de los errores: el cociente es, también, el número que se deseaba averiguar.

EJEMPLO: ***Se tienen tres depósitos llenos de vino de la misma clase: hay en el 1.° 40 litros más que en el 2.°; el 3.° contiene tanto como los otros dos, y el contenido de los tres es 440 litros. ¿Qué cantidad de vino hay en cada depósito?***

RESOLUCIÓN

1.er supuesto:

Contenido del 2.° depósito	60 litros.
El del 1.° será	100 »
Y el del 3.°	160 »
Contenido total supuesto.	320 litros.

1.er error: $440 - 320 = 120$ litros.

2.° supuesto:

Contenido del 2.° depósito	142 litros.
El del 1.° será	182 »
Y el del 3.°	324 »
Contenido total supuesto.	648 litros.

2.° error: $440 - 648 = -208$.

$12480 = 208$ del 2.° error $\times$ 60 del 1.er supuesto.
$17040 = 120$ del 1.er error $\times$ 142 del 2.° supuesto.

Sumas: $29520 : 328 = 90$ litros, contenido del 2.° depósito.

Comprobación.			
	Contenido del 2.° depósito.		90 litros.
	» » 1.er »	(90 + 40). . . .	130 »
	» » 3.er »	(90 + 130). . . .	220 »
	Contenido de los tres depósitos		440 litros.

NOTA.—No negaremos que la regla de falsa posición tenga su importancia; pero estamos muy lejos de concederle la que algunos autores nacionales y extranjeros le atribuyen. Nosotros acudimos siempre al análisis, y rarísimas veces hemos de valernos de la regla anterior para la resolución de los problemas de esta índole.

Véase con qué sencillez resolvemos el anterior problema:

Si los 3 depósitos contienen 440 litros, y el 3.° contiene tanto como los dos primeros, el contenido del 3.er depósito es $\frac{440}{2} = 220$ litros.

Si del contenido del 1.° y 2.° depósitos, 220 litros, quitamos el exceso del contenido del 1.° sobre el del 2.°, tenemos: $220 - 40 = 180$ litros.

Luego el contenido del 2.° depósito es $\frac{180}{2} = 90$ litros; y el contenido del 1.°, $90 + 40 = 130$ litros.

OTRO PROBLEMA: *Preguntaron á un individuo qué edad tenía, y contestó: «Si á los años que tengo, añadís su mitad, cuarto y quinto, la suma será 78 años. ¿Qué edad tenía?*

Por falsa posición doble:

1.er supuesto:		2.° supuesto:	
Edad del individuo . . .	20 años.	Edad del individuo . . .	80 años.
$1/2$ de esta edad	10 »	$1/2$ de esta edad	40 »
$1/4$ » » »	5 »	$1/4$ » » »	20 »
$1/5$ » » »	4 »	$1/5$ » » »	16 »
	39 años.		156 años.
1.er error: $78 - 39 = 39$ años.		2.° error: $78 - 156 = -78$ años.	

1560 = 78 del 2.° error $\times$ 20 del 1.er supuesto.
3120 = 39 del 1.er error $\times$ 80 del 2.° supuesto.

Sumas: 4680 : 117 = 40 años, edad del individuo.

Comprobación:

Edad hallada	40 años.
$1/2$ de 40 años	20 »
$1/4$ » 40 »	10 »
$1/5$ » 40 »	8 »
Suma dada. . . .	78 años.

Solución analítica:

Considerando la edad del individuo como un todo, y éste representado por 1, tendremos que: $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = 78$ años.

Reduciendo á un común denominador los quebrados del primer miembro de la igualdad anterior, y observando, si se quiere, que 20 es el m. c. m. de los denominadores, tenemos:

$$\frac{20 + 10 + 5 + 4}{20} = 78$$

$$\text{ó bien,} \quad \frac{39}{20} = 78.$$

Luego 78 años es $\frac{39}{20}$ de la edad del individuo.

De consiguiente, $\frac{1}{20}$ de esta edad es $\frac{78}{39}$;

y $\frac{20}{20}$ de esta edad, ó toda la edad, $\frac{78 \times 20}{39} = \frac{1560}{39} = 40$ años.

Razones y proporciones aritméticas

1. **Razón aritmética.**—Llamamos *razón aritmética ó por diferencia,* á la comparación entre dos números, con el objeto de averiguar en cuánto el primero excede al segundo, ó el segundo excede al primero. De consiguiente, una razón aritmética no es más que una resta indicada.

2. **Términos de toda razón aritmética.**—La razón aritmética tiene, como la geométrica, dos términos: el primero llamado *antecedente,* y el segundo, *consecuente.* La diferencia entre el antecedente y el consecuente se llama *exponente* de la razón ó simplemente, *razón.*

3. **Cómo se escribe una razón aritmética.**—Toda razón aritmética se escribe poniendo un punto (·) que se lee *es á,* entre el antecedente y el consecuente. *Así:* $8 \cdot 4 = 4$; $12 \cdot 5 = 7$; etc.

Dos razones aritméticas son *iguales* cuando tienen exponentes iguales: v. g.: $6 \cdot 2$ y $9 \cdot 5$, pues ambas tienen igual exponente, 4.

4. **Propiedades de las razones aritméticas.**—De lo que llevamos dicho, se deduce que las propiedades de las razones aritméticas son las mismas que las de la substracción, es decir:

Si aumentamos ó disminuimos el antecedente, la razón aumenta ó disminuye.

Si aumentamos ó disminuimos el consecuente, la razón disminuye ó aumenta.

Si aumentamos ó disminuimos de un mismo número el antecedente y el consecuente, la razón no sufre alteración.

De esta última propiedad, se deduce que:

Dada una razón aritmética, pueden hallarse otras que sean iguales á la propuesta, añadiendo ó quitando un mismo número al antecedente y al consecuente.

Sea la razón $12 \cdot 8 = 4$.

Añadiendo á sus dos términos el número 5, tenemos:

$17 \cdot 13 = 4$, razón igual á la propuesta, ya que tienen ambas igual exponente.

Quitando de ambos términos de la razón dada el número 3, tenemos:

$9 \cdot 5 = 4$, razón igual á la propuesta.

5. **Razón aritmética compuesta.** – Es la que resulta de sumar ordenadamente los antecedentes y los consecuentes de dos ó más razones aritméticas, llamadas *simples ó componentes.*

V. gr.:

Razones simples. . . .	8 · 6 7 · 3
Razón compuesta. . . .	15 · 9

6. **Proporción aritmética.**—*Proporción aritmética, ó equidiferencia,* es la expresión de dos razones aritméticas iguales.

7. **Cómo se escribe una proporción aritmética.**—Para escribir una proporción aritmética, se unen ambas razones iguales por medio de *dos puntos* (:) que se leen *como.* V. g.: 6 · 4 : 9 · 7.

El primero y cuarto términos se llaman *extremos*, y el segundo y tercero, *medios.*

8. **División de las proporciones aritméticas.**—Se dividen, como las geométricas, en *discretas* y *continuas.* Son discretas las que tienen los términos medios desiguales, y continuas, las que los tienen iguales.

V. gr.: Es continua la siguiente: 12 · 8 : 8 · 4.

Es discreta la siguiente: 8 · 4 : 16 · 12.

En la proporción continua, el término medio se llama *medio diferencial* entre los extremos.

9. **Propiedad fundamental de las proporciones aritméticas.**—Es la siguiente: *la suma de los términos extremos es igual á la suma de los términos medios.*

Sea la proporción 8 · 4 : 16 · 12, en la que 4 es la razón. Como que cada antecedente es igual al exponente respectivo más la razón, tenemos que $8 = 4 + 4$, y $16 = 12 + 4$. Substituyendo en la proporción anterior 8 y 16 por sus equivalentes, tendremos:

$$4 + 4 \cdot 4 : 12 + 4 \cdot 12.$$

Donde vemos que $4 + 4 + 12 = 4 + 4 + 12$, que es lo que nos proponíamos demostrar.

También se dice que, *en la proporción continua, la suma de los extremos es igual al duplo del término medio, ó al duplo del medio diferencial.*

10. **Consecuencias que se deducen de la propiedad fundamental.** - Dados tres términos de una proporción aritmética, puede hallarse el término desconocido ó incógnito:

1.° *Si el término incógnito es un extremo, se suman los dos medios, y de esta suma se resta el extremo conocido.*

Así, en la proporción 20 · 6 : 18 · x, tenemos:

$$x + 20 = 6 + 18; \text{ luego } x = (6 + 18) - 20 = 4.$$

2.° *Si el término desconocido es un medio, se suman los dos extremos, y de la suma se resta el medio conocido.*

En la proporción 9 · x : 6 · 4, tenemos:

$$x + 6 = 9 + 4; \text{ luego } x = (9 + 4) - 6 = 7.$$

3.° *Si la proporción aritmética es continua, para hallar un extremo, restaremos el extremo conocido del duplo del término medio.*

Así, en la proporción 12 · 9 : 9 · x, tenemos:

$$x + 12 = 9 + 9, \text{ ó bien, } x + 12 = 2 \times 9; \text{ luego } x = 2 \times 9 - 12 = 6.$$

4.° *Si el término incógnito es el medio diferencial, sacaremos la mitad de la suma de los extremos.*

Así, en la proporción 12 · x : x · 6, tenemos:

$$x + x = 12 + 6, \text{ ó bien, } 2 \times x = 12 + 6; \text{ luego } x = \frac{12 + 6}{2} = 9.$$

11. **Proporción aritmética compuesta.**—Es la que se obtiene sumando, ordenadamente, los antecedentes y los consecuentes de dos ó más proporciones simples ó componentes.

Sean las equidiferencias siguientes:

$$\begin{array}{c} 12 \cdot 9 : 18 \cdot x \\ 8 \cdot 4 : x \cdot z \\ 5 \cdot 3 : z \cdot n \\ \hline 12 + 8 + 5 \cdot 9 + 4 + 3 : 18 \cdot n \end{array}$$

Proporción compuesta. . . 25 · 16 : 18 · n

Progresiones aritméticas

1. **Definición.**—Llamamos *progresión aritmética* ó por *diferencia,* á una serie de números, tales, que cada uno excede á su anterior, ó es excedido por éste, en una misma cantidad.

2. **División.**—Las progresiones aritméticas, ó por diferencia, se dividen en *crecientes* y *decrecientes*.

Son crecientes, cuando cada término excede á su anterior en una misma cantidad.

Son decrecientes, cuando cada término es excedido por el que le precede en una misma cantidad.

EJEMPLOS:

Progresión aritmética creciente:

$\div$ 5 · 7 · 9 · 11 · 13 · 15 · 17 · 19 · 21......

Progresión aritmética decreciente:

$\div$ 21 · 19 · 17 · 15 · 13 · 11 · 9 · 7 · 5.....

Y se leen: como 5 es á 7, es á 9, es á 11, es á 13, es á 15, etc.
como 21 es á 19, es á 17, es á 15, es á 13, es á 11, etc.

Las progresiones aritméticas son, por lo que se ve, una serie de razones aritméticas iguales. Las anteriores significan, pues, que:

5 · 7 : 7 · 9 : 9 · 11 : 11 · 13 : 13 · 15 : 15 · 17 : 17 · 19 : 19 · 21

Y que:

21 · 19 : 19 · 17 : 17 · 15 : 15 · 13 : 13 · 11 : 11 · 9 : 9 · 7 : 7 · 5

OBSERVACIÓN.—Obsérvese, pues, que *cuatro términos consecutivos de una progresión aritmética forman una proporción aritmética.*

3. **Signo de la progresión aritmética.**—A toda progresión aritmética se le antepone, como hemos visto, este signo $\div$.

4. **Razón de la progresión aritmética.**—Es la cantidad uniforme con que aumentan ó disminuyen sus términos.

Así, en la progresión $\div$ 3 · 7 · 11 · 15 · 19 · 23, la razón es 4.
En la $\div$ 18 · 15 · 12 9 · 6 · 3, la razón es 3.

5. **Propiedades de las progresiones aritméticas.**—Las principales son las siguientes:

1.ª PROPIEDAD.—*Un término cualquiera de toda progresión aritmética creciente es igual al primero, más la razón multiplicada por el número de términos que preceden al término tomado.*

Y si la progresión es decreciente, un término cualquiera es igual al primero, menos la razón multiplicada por el número de términos que preceden al tomado.

Ejemplos:

En la progresión creciente ÷ 3 · 7 · 11 · 15 · 19 · 23, cuya razón es 4, tendremos: $15 = 3 + (4 \times 3)$; $19 = 3 + (4 \times 4)$; $23 = 3 + (4 \times 5)$; etc.

En la decreciente ÷ 18 · 15 · 12 · 9 · 6 · 3, cuya razón es 3, tendremos: $15 = 18 - (3 \times 1)$; $9 = 18 - (3 \times 3)$; $6 = 18 - (3 \times 4)$, etc.

2.ª Propiedad.—*La razón de toda progresión aritmética creciente ó decreciente, es igual al cociente de dividir la diferencia entre los términos mayor y menor por el número de términos de la progresión menos uno.*

Ejemplos: Sea la progresión creciente ÷ 2 · 4 · 6 · 8 · 10 12, cuya razón es 2. Llamando x á la razón, tendremos según la regla:

$$x = \frac{12 - 2}{5} = \frac{10}{5} = 2, \text{ razón de la progresión}$$

Sea la decreciente ÷ 16 · 13 · 10 · 7 · 4, cuya razón es 3. Llamando x á la razón, tendremos, según la regla:

$$x = \frac{16 - 4}{4} = \frac{12}{4} = 3, \text{ razón de la progresión.}$$

6. **Consecuencia que se deduce de la segunda propiedad.**—Se deduce que:

Para interpolar entre dos números dados los términos diferenciales, ó medios aritméticos, que se desee, basta determinar la razón de la progresión.

Ejemplos:

1.° *Propongámonos interpolar 4 medios diferenciales entre los números 2 y 12.*

Claro está que dicha progresión tendrá 6 términos.

Hallemos la razón:

Término mayor. . . . 12
» menor. . . . 2

Llamando x á la razón, ésta será $x = \frac{12 - 2}{5} = \frac{10}{5} = 2.$

Luego, si queremos progresión creciente, ésta será:

÷ 2 · 4 · 6 · 8 · 10 · 12.

Y, si queremos progresión decreciente, ésta será:

÷ 12 · 10 · 8 · 6 · 4 · 2.

2.° *Interpolar 6 medios aritméticos entre los números 4 y 9.*

Dicha progresión tendrá 8 términos:

Hallemos la razón:

Término mayor. . . . 9
» menor. . . . 4

Llamando x á dicha razón, ésta será: $x = \frac{9-4}{7} = \frac{5}{7}$.

Progresión creciente: $\div 4 \cdot 4\,^5/_7 \cdot 5\,^3/_7 \cdot 6\,^1/_7 \cdot 6\,^6/_7 \cdot 7\,^4/_7 \cdot 8\,^2/_7 \cdot 9$.
» decreciente: $\div 9 \cdot 8\,^2/_7 \cdot 7\,^4/_7 \cdot 6\,^6/_7 \cdot 6\,^1/_7 \cdot 5\,^3/_7 \cdot 4\,^5/_7 \cdot 4$.

3.ª PROPIEDAD.—*El número de términos de toda progresión aritmética es igual á una suma cuyo primer sumando es la unidad, y el segundo, el cociente que se obtiene partiendo la diferencia entre el término mayor y el menor por la razón.*

Hagamos la prueba. Sea la progresión

$$\div 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 15 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 21,$$

cuya razón es 2. Llamando x al número de términos, tendremos:

$x = 1 + \frac{21-5}{2} = 1 + 8 = 9$, número de términos de la progresión.

4.ª PROPIEDAD.—*La suma de los términos de toda progresión aritmética, es igual á la suma del mayor y del menor multiplicada por el número de términos y dividida por 2.*

Veámoslo. Tomemos la progresión $\div 12 \cdot 10 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 2$, la cual tie ne 6 términos. Según la regla, tendremos:

$$12+10+8+6+4+2 = \frac{(12+2)\times 6}{2} = \frac{14\times 6}{2} = \frac{84}{2} = 42;$$

luego $12+10+8+6+4+2 = 42$; y sumando el primer miembro de esta igualdad, tenemos $42 = 42$.

PROBLEMAS DE PROGRESIONES POR DIFERENCIA

1.ª PROPIEDAD.—*Un industrial debe cierta cantidad, que promete hacer efectiva en 12 meses, dando el primer mes 50 pesetas, el segundo 60, el tercero 70, y así sucesivamente, aumentando en 10 pesetas cada mes. ¿Qué cantidad deberá entregar el mes quinto, y cuánto el último?*

La resolución de este problema se reduce á hallar el *quinto* y el *doceavo* términos de una progresión aritmética creciente cuyo primer término es 50 y 10 la razón.

Hallemos el quinto término. Llamándole x, tendremos:

$$x = 50 + (10 \times 4) = 50 + 40 = 90 \text{ pesetas.}$$

Para el término doceavo, tendremos:

$$x = 50 + (10 \times 11) = 50 + 110 = 160 \text{ pesetas.}$$

2.ª PROPIEDAD.—*Cierto individuo contrató con un minero el hacer un pozo de 22 metros de profundidad, dándole 3 ptas. por el primer metro y conviniendo en que le aumentaría el valor de cada metro sucesivo en una cantidad fija.*

Listo el pozo, el propietario entregó al minero 87 ptas. por el último metro ¿cuál fué la cantidad fija con que se aumentó el valor de cada metro?

La cuestión se reduce á calcular la razón de una progresión aritmética creciente que tiene 22 términos, siendo el primero y el último 3 y 87 respectivamente.

Llamando x á la razón, tendremos:

$$x = \frac{87 - 3}{21} = \frac{84}{21} = 4 \text{ pesetas.}$$

CONSECUENCIA QUE SE DEDUCE DE LA 2.ª PROPIEDAD.—*Una persona pagó cierta cantidad en 14 meses, dando 3 ptas. el primer mes y 55 el último, aumentando en una cantidad fija la entrega de cada mes. Véase cuánto dió cada mes.*

La cuestión se reduce á interpolar 12 medios diferenciales entre los números 3 y 55, para lo cual hemos de hallar, primero, la razón de la progresión.

La razón será:

$$x = \frac{55 - 3}{13} = \frac{52}{13} = 4.$$

La progresión, pues, será:

$$\div\, 3 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 15 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 27 \cdot 31 \cdot 35 \cdot 39 \cdot 43 \cdot 47 \cdot 51 \cdot 55,$$

cuyos terminos nos dicen las cantidades que entregó mensualmente.

3.ª PROPIEDAD.—*Se han distribuido 162 manzanas entre un número de niños, dando á cada uno 3 manzanas más que al anterior. ¿Entre cuántos niños se han distribuido las 162 manzanas, si el primero ha recibido 6 y 30 el último?*

La cuestión se reduce á calcular el número de términos de una progresióu, cuyos primero y último términos son 6 y 30, y 3 la razón.

Llamando x al número de términos, tendremos:

$$x = 1 + \frac{30 - 6}{3} = 1 + 8 = 9 \text{ niños.}$$

4.ª PROPIEDAD.—*Una piedra abandonada en el espacio, recorre 4'9044 metros en el primer segundo de la caida; 14'7132 m. en el segundo; 24'5220 metros en el tercer segundo; es decir, cada segundo recorre 9'8088 metros más que el anterior. ¿Cuál fué el espacio recorrido en 12 segundos?*

La cuestión se reduce á determinar la suma de los términos de una progresión que tiene 12 términos, siendo el primero 4'9044 y 9'8088 la razón.

Hallemos, primeramente, el último término:

Llamándole x, tendremos:

$$x = 4'9044 + 9'8088 \times 11 = 4'9044 + 107'8968 = 112'8012.$$

Llamando z á la suma de los términos, será:

$$z = \frac{(112'8012 + 4'9044) \times 12}{2} = \frac{117'7056 \times 12}{2} = \frac{1412'4672}{2}$$

$= 706'2336$ metros, espacio recorrido por la piedra.

Progresiones geométricas

1. **Definición.**—Progresión geométrica, ó por cociente, es una serie de números tales, que cada uno de ellos contiene al que le precede, ó es contenido por éste, el mismo número de veces.

De lo que se deduce que las progresiones geométricas pueden ser, como las aritméticas, *crecientes* y *decrecientes*.

EJEMPLOS:

Progresión geométrica creciente $\div 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64$
» » decreciente $\div 64 : 32 : 16 : 8 : 4 : 2$

2. **Signo de las progresiones geométricas.**—Lo forman una rayita y cuatro puntos dispuestos en esta forma $\div$

3. **Razón de la progresión geométrica.**—Se llama razón de una progresión geométrica, el cociente uniforme que se obtiene dividiendo entre sí dos términos consecutivos, ó bien el número que, con sus unidades, indica las veces que un término contiene á su anterior ó es contenido por éste.

4. **Cómo se leen.**—Las progresiones geométricas se leen como las aritméticas. Así, la progresión $\div 1 : 4 : 16 : 64 : 256$ se leerá: como 1 es á 4, es á 16, es á 64, es á 256. Lo que significa que 1 es á 4, como 4 es á 16, como 16 es á 64, como 64 es á 256.

Por lo que se ve, toda progresión geométrica no es otra cosa que una serie de razones geométricas iguales, pues la progresión anterior equivale á

$$1 : 4 :: 4 : 16 :: 16 : 64 :: 64 : 256.$$

NOTA.—*Obsérvese, pues, que cuatro términos consecutivos de una progresión geométrica forman una proporción geométrica.*

5. **Propiedades de las progresiones geométricas.**— Las principales propiedades de las progresiones geométricas son, entre otras, las siguientes:

1.ª PROPIEDAD.—*Un término cualquiera de toda progresión geométrica creciente, es igual al término primero multiplicado por la razón elevada á una potencia cuyo exponente sea el número de términos que preceden al buscado.*

Si la progresión es decreciente, un término cualquiera es igual al primero dividido por la misma potencia de la razón (*).

EJEMPLOS:

1.° *Sea la progresión geométrica creciente* $\div$ 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64, *cuya razón es* 2. Apliquemos la regla anterior buscando los términos 3.° y 5.°

Llamando x al término 3.°, tendremos:

$$x = 2 \times 2^2 = 2 \times 4 = 8, \text{ término 3.° de la progresión.}$$

Llamando n al término 5.°, tendremos:

$$n = 2 \times 2^4 = 2 \times 16 = 32, \text{ término 5.° de la progresión.}$$

2.° *Sea la progresión decreciente* $\div$ 972 : 324 : 108 : 36 : 12 : 4, *cuya razón es* 3.

Calculemos los valores de los términos 4.° y 6.°

Llamando x al término 4.°, tendremos:

$$x = \frac{972}{3^3} = 36, \text{ término 4.° de la progresión.}$$

Llamando n al término 6.°, tendremos:

$$n = \frac{972}{3^5} = \frac{972}{243} = 4, \text{ término 6.° de la progresión.}$$

2.ª PROPIEDAD.—*La razón de toda progresión geométrica creciente ó decreciente, es igual al término mayor dividido por el menor, de cuyo cociente se extrae la raíz indicada por el número de términos menos uno.*

Comprobemos la regla determinando la razón de la progresión geométrica creciente $\div$ 3 : 18 : 108 : 648, cuya razón es 6.

Llamando x á esta razón, tendremos:

$$x = \sqrt[3]{\frac{648}{3}} = \sqrt[3]{216} = 6, \text{ razón de la progresión.}$$

Sea la progresión decreciente $\div$ 108 : 36 : 12 : 4, cuya razón es 3.

Llamando z á esta razón, tendremos:

(*) El término primero es igual al cociente del último dividido por una potencia de la razón, cuyo exponente es el número de términos menos uno de la progresión, *si ésta es creciente.*

Si es decreciente, el primer término es igual al producto del último por la misma potencia de la razón.

$$x = \sqrt[3]{\frac{108}{4}} = \sqrt[3]{\frac{27}{1}} = \sqrt[3]{27} = 3, \text{ razón de la progresión.}$$

6. **Consecuencia que se deduce de la segunda propiedad.**—Se deduce que:

Para interpolar entre dos números los medios geométricos que se desee, basta determinar la razón de la progresión.

EJEMPLO: *Interpolar 2 medios geométricos entre los números 5 y 625.*

Desde luego, se ve que esta progresión tendrá cuatro términos.

Hallemos la razón de la progresión.

Término mayor, 625; término menor, 5. Llamando x á la razón, tendremos:

$$x = \sqrt[3]{\frac{625}{5}} = \sqrt[3]{\frac{125}{1}} = \sqrt[3]{125} = 5, \text{ razón de la progresión.}$$

En progresión creciente: $\div\!\div\, 5 : 25 : 125 : 625$

» » decreciente $\div\!\div\, 625 : 125 : 25 : 5$

3.ª PROPIEDAD.—*La suma de los términos de que se compone toda progresión geométrica, es igual al producto del término mayor por la razón, menos el término menor, dividido por la razón menos 1.*

Comprobemos esta propiedad tomando la progresión $\div\!\div\, 5 : 25 : 125 : 625$, cuya razón es 5.

Según dicha regla, tenemos:

$5 + 25 + 125 + 625$, ó su igual $780 = \dfrac{(625 \times 5) - 5}{5 - 1}$; y efectuando las operaciones indicadas en el segundo miembro de esta igualdad, tenemos por resultado 780, lo que nos comprueba la regla.

Así en las progresiones aritméticas como en las geométricas, pueden darse otras varias propiedades. Nos hemos ceñido á las de mayor aplicación. Véanse los siguientes

PROBLEMAS DE PROGRESIONES POR COCIENTE

1.ª PROPIEDAD.—*Un jugador apostó 2 pesetas, y perdió el juego; repitió la misma operación 5 veces triplicando cada vez la cantidad, y perdió siempre. ¿Cuánto perdió la quinta vez?*

La resolución de este problema se reduce á hallar el quinto término de una progresión geométrica creciente que tiene 5 términos, cuyo primer término es 2, y 3 la razón. Llamando x al término que se busca, tendremos:

$x = 2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$ pesetas, cantidad que perdió la 5.ª vez.

2.ª Propiedad.—*Cierto individuo empezó un negocio con 300 ptas., y al cabo de tres años reunía un capital de 64800 ptas. Si su capital aumentó en igual relación todos los años, ¿cuál es esta relación?*

La resolución de este problema se reduce á hallar la razón de una progresión geométrica cuyos términos 1.º y 4.º son 300 y 64800 respectivamente. Llamando x á la razón, tendremos:

$$x=\sqrt[3]{\frac{64800}{300}}=\sqrt[3]{\frac{648}{3}}=\sqrt[3]{216}=6,$$ relación en que aumentó anualmente su capital.

3.ª Propiedad.—*El dueño de un caballo ofreció venderlo en la condición de que debían pagarle 1 céntimo de peseta por el primer clavo de sus herraduras; 2 céntimos por el segundo; 4 céntimos por el tercero, y así sucesivamente, duplicando hasta el último clavo, que alcanzaba el número 32. Aceptada la condición por el comprador, procedieron á determinar el valor del caballo. ¿Cuánto cobró el vendedor?*

El precio del caballo será la suma de los 32 términos de una progresión geométrica creciente cuyo primer término es 1, y 2 la razón.

Hallemos primero el término mayor. Llamándole x, tendremos:

$$x=1\times 2^{31}=1\times 2147483648=2147483648.$$

Llamando z á la suma de los términos, será:

$$z=\frac{(2147483648\times 2)-1}{2-1}=\frac{4294967296-1}{1}=4294967295$$ cénts., equivalentes á 42949672'95 ptas.

Logaritmos (*)

1. **Idea de los logaritmos.**—Se llaman *logaritmos* los términos de una progresión aritmética que empieza por *cero*, correspondientes á los de una progresión geométrica que empieza por la *unidad*.

La razón de dichas progresiones puede ser cualquiera.

Cada dos progresiones, en las condiciones mencionadas, originan un *sistema de logaritmos*.

2. **Base de un sistema de logaritmos.**—Se llama base de un sistema de logaritmos, el número cuyo logaritmo es la unidad.

(*) Fueron inventados por el escocés Juan Napier, en 1614. Briggs compuso y aplicó los de la base 10, por cuya general aceptación han recibido el nombre de ***ordinarios*** ó ***vulgares***. La palabra ***logaritmo*** se abrevia así: ***log***.

Puede haber infinidad de sistemas de logaritmos. *El sistema de logaritmos vulgares* tiene el número 10 por base, á fin de que se acomode al sistema de numeración empleado en nuestros cálculos, esto es, al décuplo ó decimal. Las tablas logarítmicas más usadas en España, son las de Vázquez Queipo.

Las dos progresiones que originan el sistema vulgar de logaritmos son las siguientes:

Números $\div\div$ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 : 100000 : 1000000 etc.
Logaritmos $\div$ 0 · 1 · 2 · 3 · 4 · 5 · 6 etc.

De lo dicho se deduce que la base es 10 por ser el número que se corresponde con el logaritmo de 1; y que 0 es el logaritmo de 1; 1, el de 10; 2, el de 100; 3, el de 1000; 4, el de 10000; etc. Obsérvese también que los términos correspondientes de la progresión aritmética son los exponentes á que se ha de elevar la base ó razón del sistema para producir, desde el 2.º término en adelante, los demás términos de la progresión geométrica.

3. **Logaritmo de un número.**—Es el exponente á que se ha de elevar la base del sistema para producir dicho número.

Así, el logaritmo de 100 es 2 porque la base del sistema ordinario, 10, ha de elevarse á la segunda potencia para producir el número dado, 100.

4. **Objeto de los logaritmos.**—Por medio de los logaritmos, se abrevian extraordinariamente los cálculos, pues, con su auxilio, se resuelven con suma facilidad los problemas más complicados. *La operación de multiplicar se reduce á una suma; la de dividir, á una resta; la elevación á potencias, á una multiplicación, y la extracción de raíces, á una división.*

5. **Propiedades de los logaritmos vulgares.**—Son las siguientes:

1.ª La unidad tiene por logaritmo *cero*.

2.ª Todo número formado por la unidad seguida de ceros tiene por logaritmo un número entero.

3.ª Los números comprendidos entre 1 y 10, tienen por logaritmo un número mayor que *cero* y menor que 1, es decir, *una fracción;* los comprendidos entre 10 y 100, un logaritmo mayor que 1 y menor que 2, esto es, 1 y una fracción; los comprendidos entre 100 y 1000, un logaritmo mayor que 2 y menor que 3, es decir, 2 y una fracción, y en general: *el logaritmo de todo número tiene tantas unidades más una fracción, como notas menos una tiene dicho número.*

6. **Característica y mantisa.**—La parte entera del logaritmo de un número se llama *característica,* y la parte decimal,

mantisa. La característica tiene tantas unidades *menos una* como guarismos tiene el número, y la mantisa, generalmente, consta de *cinco ó seis notas decimales*.

De modo, pues, que la característica del log. de un número se halla con suma facilidad. Así, la de 7 es 0; la de 58 es 1; la de 450 es 2; la de 3896 es 3; la de 45800 es 4; etc.

Los números formados por la unidad seguida de ceros carecen de mantisa, como hemos dicho ya; pero suele ésta representarse por ceros.

7. **Logaritmos de los números decimales.**—Acerca de ellos, debe saberse:

1.° Los números decimales tienen la misma mantisa que si fuesen enteros.

2.° Su característica es substractiva ó negativa, y se escribe poniendo encima de ella el signo menos. Tiene siempre tantas unidades *más una* como ceros lleva la fracción entre la coma y la primera cifra significativa.

Así, el log. de 0'03, por ejemplo, se escribirá en esta forma $\overline{2}.477121$.

3.° Los números decimales formados por la unidad *precedida de ceros* carecen de mantisa, lo mismo que los enteros formados por la unidad seguida de ceros, teniendo presente que su característica es negativa.

Así, el log. de 0'001 no tiene mantisa, como tampoco la tiene, según sabemos, el log. de 1000. El log. de dicho número es, pues, $\overline{3}.000000$.

8. **Logaritmos de los quebrados comunes.**—Para hallar el logaritmo de un quebrado común, se transforma en decimal y se busca el logaritmo del número decimal equivalente. También puede hallarse restando el logaritmo del denominador del logaritmo del numerador. El logaritmo de un número mixto se halla reduciendo el mixto á quebrado, y hallando el logaritmo del quebrado equivalente.

Como ya se habrá observado, para escribir el log. de un número, se pone en seguida la característica, luego un punto y, á continuación, las seis notas decimales de la mantisa. El log. del número 1264, por ejemplo, se escribirá así: 3.101747.

9. **Logaritmo de un número mixto.**—Para hallar el logaritmo de un número mixto (que consta de parte entera y parte

decimal), *se pone por característica la correspondiente al logaritmo del número que forma la parte entera; su mantisa es la que correspondería al logaritmo del número dado considerado como entero, esto es, el número entero que resulta prescindiendo del signo decimal.*

EJEMPLO: *Hallar el log. del núm. 124'456.*

La característica del log. del número 124, que forma la parte entera, es 2, pues ésta tiene tres notas. La mantisa será la del logaritmo del número 124456, que es 095016. Luego el log. del número 124'456 es 2.095016.

10. **Dado un número, determinar su logaritmo, y dado un logaritmo, determinar el número á que corresponde.**—Para resolver estos problemas, haremos uso de las *tablas de logaritmos.*

El manejo de las tablas logarítmicas consiste en la resolución de los dos problemas mencionados. Como para la aplicación de los logaritmos á las cuestiones aritméticas es indispensable la posesión de unas tablas, y en ellas se explica la manera de manejarlas, creemos inútil consignar aquí las reglas y ejemplos necesarios, que el alumno leería sin comprender, ya que se vería imposibilitado de seguir la resolución de los casos prácticos que explicaríamos para la debida aplicación de las reglas.

11. **Cómo se suman los logaritmos.**—En la suma de logaritmos, hemos de distinguir dos casos:

1.° Que las características de los logaritmos sumandos sean homogéneas, esto es, todas positivas ó negativas.

2.° Que dichas características sean heterogéneas, es decir, unas positivas y otras negativas.

Para resolver el primer caso, procedemos como si los sumandos fuesen números decimales, dando á la característica de la suma el mismo signo de los sumandos.

EJEMPLOS:

$$\begin{array}{rr} & 2.920465 \\ + & 2.930440 \\ + & 1.518514 \\ + & 3.040009 \\ \hline & 10.409428 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{rr} & \bar{1}.719911 \\ + & \bar{4}.9\,0172 \\ + & \bar{2}\,062682 \\ + & \bar{3}.010088 \\ \hline & \overline{11}\,752753 \end{array}$$

Para resolver el segundo caso, se suman, primero las mantisas, escribiendo por característica de la suma la diferencia entre la suma de las características positivas y la de las negativas, dándole el signo que tenga la suma mayor.

EJEMPLO:

$$
\begin{array}{rr}
 & 1.849419 \\
+ & \bar{2}.469433 \\
+ & \bar{5}.500143 \\
+ & 3.092370 \\
\hline
 & \bar{2}.911365
\end{array}
$$

De la suma de las mantisas, llevamos 1, y decimos: 1 y 1 son 2, más 3 son 5 (suma de características positivas); menos 7 (suma de las negativas), es menos 2.

12 **Cómo se restan los logaritmos.**—Los logaritmos se restan del mismo modo que los números decimales; pero ha de tenerse presente que debe cambiarse el signo de la característica del substraendo.

EJEMPLOS:

$$
\begin{array}{rr}
 & 3.004321 \\
- & 4.870053 \\
\hline
 & \bar{2}.134268
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{rr}
 & 2.808886 \\
- & \bar{4}.950382 \\
\hline
 & 5.858504
\end{array}
$$

En el primer ejemplo, después de restar los décimos, hemos dicho: 3 menos 1 que hemos tomado para restar los décimos, son 2; menos 4 (cambiando el signo) son menos 2. En el segundo ejemplo, después de haber restado los décimos, también hemos dicho: 2 menos 1 que hemos tomado para restar los décimos, es 1; más 4 (cambiando el signo) son 5.

13. **Cómo se multiplican los logaritmos.**—Cuando la característica es positiva, se procede como en la multiplicación de decimales, teniendo presente que la mantisa ó fracción decimal del logaritmo producto, no ha de contener más que 6 notas, y que deben suprimirse las que excedan de este número.

EJEMPLO: *Multiplíquese por* 25 *el log.* 2.301030

$$
\begin{array}{r}
2.301030 \\
\times\ 25 \\
\hline
11505150 \\
4602060 \\
\hline
57.725750
\end{array}
$$

Cuando la característica es negativa, se hace primero la multiplicación de la mantisa, cuyo producto es siempre positivo; se multiplica en seguida la característica, que da un producto negativo, y se suman ambos productos.

EJEMPLO: *Multiplíquese por 40 el log.* $\overline{2}.724685$.

	$\overline{2}.724685$
	$\times\ 40$
Producto parcial de la mantisa.	28.987400
» » » » característica. . .	$\overline{80}.000000$
Producto total . . .	$\overline{52}.987400$

Tengamos en cuenta la regla dada para sumar logaritmos cuyas características son heterogéneas.

14. **Cómo se dividen los logaritmos.**—Los logaritmos de característica positiva se dividen siguiendo las reglas comunes de la aritmética.

EJEMPLOS:

```
Log. 2.765669 | 5                  Log. 3.022676 | 2
     2 7       0.553133                 1 0       1.511338
      26                                 02
       15                                 02
        06                                 06
         16                                 07
          19                                 16
           4                                  0
```

Cuando la característica es negativa, pueden ocurrir dos casos:

1.° Que la característica del log. dividendo, sea múltiplo del divisor.

2.° Que la característica del dividendo, no sea múltiplo del divisor.

El primer caso se resuelve por las reglas comunes de la aritmética, teniendo presente que la característica del cociente es negativa.

EJEMPLO:

$$\overline{12}.476350 \;|\; 2 \qquad \overline{6}.238175$$

```
0 4
 07
  16
   03
    15
     10
      0
```

El segundo caso se resuelve del modo siguiente: Se añade á la característica un número negativo que, sumado con ella, dé un múltiplo del divisor; seguidamente se añade el mismo número, pero positivo, á la mantisa, y se verifica la operación como en los casos anteriores, con la única diferencia que, al bajar la cifra de las décimas, se baja con ella (colocándola á su izquierda) la cifra que representa el número añadido.

EJEMPLO: *Divídase por 3 el log.* $\overline{8}.463285$

Disposición

$$\overline{8}.463285 : 3 = \overline{9} + 1.463285$$

$$\begin{array}{l|l} \overline{9}+\overline{1}.463285 & 3 \\ \cline{2-2} 014 & \overline{3}.487761 \\ \;\;26 & \\ \;\;\;23 & \\ \;\;\;\;22 & \\ \;\;\;\;\;18 & \\ \;\;\;\;\;\;05 & \\ \;\;\;\;\;\;\;\;2 & \end{array}$$

Como la característica 8 no es múltiplo del divisor 3, añado á aquélla $\overline{1}$, y resulta $\overline{9}$, y la misma unidad, con signo positivo, la añado á la mantisa, obteniendo así $\overline{9} + 1.463285$. Divido la característica $\overline{9}$ y obtengo por cociente $\overline{3}$ (característica del cociente); bajo en seguida la cifra de las décimas precedida de la cifra añadida 1, y obtengo el dividendo parcial 14, que divido por 3 y me da el cociente 4; y así continúo la división hasta obtener en el cociente las seis notas decimales que forman la mantisa de todo logaritmo.

15. **Aplicación de los logaritmos á la multiplicación, división, elevación á potencias y extracción de raíces.**—1.° El logaritmo de un producto es igual á la suma de los logaritmos de sus factores. Luego *para hallar el producto de dos ó más números, se suman sus logaritmos y se determina el número correspondiente al logaritmo suma.*

EJEMPLO: *Hállese el producto de* 425 *por* 68

Log. de 425 . . . . = 2.628389
Log. de 68. . . . . = 1.832509
Log. . . . . = 4.460898 que corresponde al número 28900, producto de multiplicar entre si los dos números dados.

2.° El log. de un cociente es igual al log. del dividendo, menos el log. del divisor. Luego *para hallar el cociente de dos* *números, se resta el log. del divisor del log. del dividendo, y se busca el número á que corresponde el logaritmo diferencia.*

EJEMPLO: *Hállese el cociente de 3648 por 456.*

Log. de 3648.	3.562055
Log. de 456.	— 2.658965
Log.	0.903090, que corres-

ponde al número 8, cociente de la división propuesta.

3.° El log. de una potencia es igual al producto del logaritmo de la raiz por el exponente de la potencia. Luego, *para elevar un número á una potencia cualquiera, se determina el log. del número dado, se multiplica este logaritmo por el exponente de la potencia, y el número correspondiente al logaritmo producto es la potencia buscada.*

EJEMPLO: *¿Cuál es la sexta potencia del número 25?*

Log. de 25.	= 1.397940
	× 6
Log.	8.387640, correspon-

diente al número 244140149, que es la potencia pedida.

4.° El log. de una raiz es igual al log. de la potencia partido por el exponente de la raiz. Luego, *para extraer una raiz cualquiera de un número dado, se determina el logaritmo de este número, y se divide por el exponente ó índice de la raiz, y el número correspondiente al log. cociente es la raiz que se busca.*

EJEMPLO: *Extráigase la raiz sexta del número 262144.*

Log. de 262144 = 5.418540.
Log. 5.418540 : 6 = Log. 0.903090, que corresponde al número 8, raiz 6.ª del número propuesto.

5.° El exponente de una potencia es igual al log. de la potencia partido por el log. de la raiz. Luego, *para hallar el grado de una raiz, conociendo esta raiz y su potencia, se hallan los log. de la potencia y de la raiz, y se divide el primero por el segundo. El cociente es el grado de la raiz.*

Así, en el ejemplo anterior, si nos propusiéramos hallar el grado de 8, raiz del número 262144, diríamos: log. de 262144 = 5.418540; log. de 8 = 0.903090; luego 5.418540 : 0.903090 = 6, grado de la raiz.

Aplicación de los logaritmos á las cuestiones de interés compuesto

17. Los problemas de interés compuesto pueden resolverse por medio de la siguiente proporción:

1 es á 1 más el tanto por 1 elevado al número de años, como el capital es á la suma de capital é intereses.

Aplicando la mencionada proporción, sólo podemos resolver los problemas en que nos propongamos calcular el interés ó el capital; pero valiéndonos de los logaritmos, podemos hallar cualquiera de los términos desconocidos que la antedicha proporción presente. Para ello, se plantea la mencionada proporción y se observan las reglas siguientes:

Si el término desconocido es un medio, se obtiene su valor restando el logaritmo del medio conocido del logaritmo del segundo extremo.

Si el término desconocido es un extremo, se halla su valor sumando los logaritmos de los medios.

En uno y otro caso, el resultado nos dará el logaritmo del término buscado, hallando luego por las tablas, el número á qué corresponde.

Téngase presente que el logaritmo del segundo término de la proporción debe multiplicarse por el exponente que lleve, antes de sumarlo ó restarlo.

EJEMPLOS: 1.° *¿En cuánto se convertirán 200 ptas., prestadas durante 40 años al interés compuesto de 6 %?*

$$1 : 1{,}06^{40} :: 200 : x$$

$$\begin{array}{lr} \text{Log. } 1{,}06^{40} = 0.025306 \times 40 = & 1.012240 \\ \text{Log. } 200 \ldots\ldots\ldots = & +\ \underline{2.301030} \\ \text{Log. } \ldots & 3.313270 \end{array}$$

que corresponde al número 2057'17. El prestador tendrá, pues, 2057'17 pesetas al cabo de 40 años.

2.° *Prestóse un capital por 40 años, al interés compuesto de 6 % anual, obteniendo el prestador, al cabo de dicho tiempo, 2057'17 ptas. ¿Cuál fué el capital prestado?*

$$1 : 1'06^{40} : : x : 2057'17$$

Log. 2057'17 = ... 3.313270
Log. 1'06^{40} = 0.025306 × 40 = — 1.012240

Log. . . . 2.301030, que corresponde al número 200, capital que se prestó.

3.° *¿A qué tanto por ciento de interés compuesto anual debería prestarse un capital de 200 ptas., para que se convirtiera en 2056'17 ptas. al cabo de 40 años?*

$$1 : (1 + x)^{40} : : 200 : 2057'17$$

Log. 2057'17 = . . . 3.31327
Log. 200 = . . . — 2.301030

1.012240 = Logaritmo $(1 + x) \times 40$.

Luego, Log. $(1 + x) = 1.012240 : 40 = 0.025306$, cuyo logaritmo corresponde al número 1'06. De modo que 1'06 es 1 más el tanto por 1; quitando 1, queda 0'06, esto es, el tanto por 1; y si á 1 corresponde 0'06, á 100 corresponderán 0'06 × 100 = 6, que es el tanto p. % anual buscado.

4.° *¿Cuánto tiempo deberían estar prestadas 200 ptas. al interés compuesto de 6 % anual, para convertirse en 2057'17 pesetas?*

$$1 : 1'06^{x} : : 200 : 2057'17$$

Log. $1'06 \times x$ = Log. 2057'17 — Log. 200:
esto es: $0.025306 \times x = 3.313270 - 2.301030$
ó bien: $0.025306 \times x = 1.012240$

luego $x = \dfrac{1.012240}{0.025306} = 40$, número de años que deberá estar prestado el capital.

Fórmulas que se deducen de las operaciones precedentes

Representemos por a el capital puesto á interés; por r, el tanto que se paga anualmente por unidad; por n, el número de años que el capital permanece prestado, y por A, la suma en que ha de convertirse el capital prestado, al finalizar el tiempo n.

La proporción general será: $1 : (1 + r)^{n} : : a : A$

Las fórmulas siguientes darán, respectivamente, cada uno de estos valores, cuando se conozcan los otros tres.

1.ª $$\text{Log. } A = \text{Log. } a + \text{Log. } (1 + r) \times n$$

18. Cuya fórmula nos dice que, *para hallar la cantidad en que se convertirá un capital, se suma el log. del capital con el logaritmo de 1 más el tanto por 1 multiplicado por el tiempo, y el número correspondiente al log. suma será la cantidad buscada.*

2.ª $$\text{Log. } a = \text{Log. } A - \text{Log. } (1 + r) \times n$$

19. Cuya fórmula nos dice que, *para hallar el capital, del logaritmo de capital y ganancia se resta el log. de 1 más el tanto por 1 multiplicado por el tiempo, y el número correspondiente al log. resta será el capital buscado.*

3.ª $$\text{Log. } (1 + r) = \frac{\text{Log. } A - \text{Log. } a}{n}$$

20. Cuya fórmula nos dice que, *para hallar el tanto por ciento, del log. de capital y ganancia se resta el log. del capital, y se divide la resta por el tiempo. El cociente es el log. de 1 más el tanto por 1. Se busca el número á que este log. corresponde, se quita 1 de este número, y la resta es el tanto por 1 que, multiplicado por 100, da de producto el tanto por ciento anual.*

4.ª $$n = \frac{\text{Log. } A - \text{Log. } a}{\text{Log. } (1 + r)}$$

21. Cuya fórmula nos dice que, *para determinar el tiempo que deberá estar prestado un capital, del log. de capital y ganancia se resta el log. del capital, y la diferencia se divide por el log. de 1 más el tanto por 1. El cociente es el tiempo que se deseaba averiguar.*

Puede suceder, aunque rarísimas veces, que la tasa ó tanto de interés no se refiera á 100 y sí á una cantidad cualquiera, como por ejemplo 1 duro, 1 onza, etc. Otras veces, la tasa mencionada no es el interés de 1 año, sino de 1 semana, 1 mes, 1 trimestre, etc. Cuando esto sucede, se ve primero el interés que corresponde á 100, y se plantea en seguida la proporción general, considerando las semanas, meses, etc., como si fuesen años.

CASO PARTICULAR DEL INTERÉS COMPUESTO

22. Las cuestiones de interés compuesto ofrecen un caso especial, *que consiste en calcular el capital conociendo el tanto por ciento, el tiempo y el beneficio total*. Para resolverlo, se plantea la proporción general *(1 : 1 + el tanto por 1 elevado al número de años : : capital : capital y ganancia)*, se invierten los términos de la misma y se aplica á la proporción que resulta la propiedad siguiente: *Diferencia de antecedente y consecuente de la primera razón es á su consecuente, como diferencia de antecedente y consecuente de la segunda razón es á su consecuente.*

Con la aplicación de esta propiedad, desaparece la incógnita del segundo medio, y el problema queda reducido á una sencilla proporción.

EJEMPLO: *¿Qué capital deberá prestarse al interés compuesto de 4 %₀ anual, para obtener un beneficio de 5000 ptas. al cabo de 5 años?*

RESOLUCIÓN

$$1 : 1'04^5 : : x : (x + 5000)$$

Invirtiendo, tendremos. . . $1'04^5 : 1 : : (5000 + x) : x$
Aplicando la propiedad . . $(1'04^5 - 1) : 1 : : (5000 + x) - x : x$
O bien. . . . . $(1'04^5 - 1) : 1 : : 5000 : x$
Verificando las operaciones indicadas. $0'2166 : 1 : : 5000 : x$

Luego, $x = \dfrac{5000}{0'2166} = 23{,}084'025$ pesetas.

FIN DE LA ARITMÉTICA TEÓRICA

PARTE PRÁCTICA

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Razones y proporciones geométricas

I

1 Escribir cuatro razones geométricas.

2 Escríbanse ocho razones geométricas.

3 Hállese el exponente de cada una de las siguientes razones geométricas: 12 : 6 — 24 : 8 — 9 : 3 — 462 : 154 — 4320 : 10.

4 Determínese el exponente de cada una de las razones siguientes: 120 : 15 — 36 : 9 — 560 : 7 — 436 : 186 — 24107 : 5496.

5 Idem el exponente de éstas: 4'725 : 5; — 124'75 : 4'32.

6 Idem el exponente de las siguientes:

$$\frac{3}{4} : \frac{5}{6}\,;\ \frac{7}{9} : \frac{3}{12}\,;\ \frac{45}{36} : \frac{2}{8}\,;\ 4\frac{1}{2} : \frac{3}{5}\,;\ 120\frac{3}{8} : \frac{1}{2}\,;$$

$$\frac{13}{15} : 6\frac{1}{8}\,;\ \frac{126}{419} : 26\frac{3}{4}$$

7 Idem el de ésta: 128 Km., 6 Dm., 45 cm., : 3 Dm.

8 Multiplíquese por 3 cada una de las siguientes razones: 9 : 12 — 45 : 8 — 124 : 27.

9 Idem por 5 las siguientes:

$$2 : 10 - 120 : 45 - \frac{1}{2} : \frac{3}{4} - \frac{5}{9} : \frac{7}{8} - 4\frac{3}{5} : 1\frac{1}{7}\,.$$

10 Divídanse por 2 las siguientes:

$$8 : 4 - 12 : 6 - 28 : 7 - \frac{3}{5} : \frac{1}{8} - \frac{4}{7} : \frac{5}{9} - 4\frac{3}{5} : 2\frac{5}{6}\,.$$

11 Idem por 3 las siguientes:

$$0'84 : 0'75 - 24'72 : \frac{5}{8} - 12'51 : 27 - 8460 : 20.$$

12 Simplifíquense las razones siguientes: 8 : 4 — 18 : 6 — 45 : 15 — 124 : 60 — 20 : 10 — 489 : 27 — 12800 : 6000 — 24000 : 1000.

13 Idem las siguientes: 8'45 : 6'75 — 14'75 : 68'60 — 9 : 0'15 — 0'7632 : 2 — 780595 : 17280.

14 Fórmese la razón compuesta de las simples siguientes: 2 : 3 — 8 : 12 — 45 : 5 — 75 : 20.

15 Idem la compuesta de las siguientes:

$$6 : 3 - 15 : 3 - \frac{3}{4} : \frac{1}{2} - 0'45 : 3 - 12 : 4 - 2\frac{3}{5} : 4\frac{1}{2}.$$

16 Escribir 4 razones iguales á ésta: 9 : 6.

17 Idem 4 iguales á ésta: 12 : 120.

18 Idem 2 iguales á ésta: 0'45 : 0'25.

19 Idem 5 iguales á ésta: $\frac{3}{5} : \frac{1}{4}$.

20 Idem 10 iguales á ésta: 840 : 630; cinco por vía de multiplicación y cinco por vía de división.

21 Transfórmense las razones siguientes en otras equivalentes cuyos términos sean enteros:

1.ª $\frac{3}{5} : 6$; 2.ª $8 : \frac{7}{12}$; 3.ª $\frac{5}{6} : \frac{3}{4}$; 4.ª $4\frac{1}{2} : 9$; 5.ª $6\frac{1}{5} : 2\frac{4}{7}$.

II

22 Formar cuatro proporciones discretas.

23 Id. id. id. continuas.

24 Dada la razón 24 : 36, formar dos proporciones discretas por vía de multiplicación y tres por vía de division.

25 Dada la razón 45 : 15, formar una proporción discreta y otra continua.

26 Con la razón 28 : 7, fórmese una proporción continua y dos discretas.

27 Fórmese una proporción continua cuyos términos extremos sean 2 y 8.

28 Siendo 1024 el producto de los términos extremos de una proporción continua, ¿cuál será el término medio?

29 Se sabe que 3600 es el producto de los términos extremos de una proporción continua: averigüese el medio proporcional.

30 Si $4 \times 5 = 2 \times 10$, fórmense con estos cuatro números todas las proporciones posibles.

31 Hágase lo mismo con los cuatro números $6 \times 7 = 2 \times 21$.

32 Fórmense tres proporciones continuas, tales, que el primer extremo de cada una de ellas sea 8 en la 1.ª, 20 en la 2.ª, $^2/_5$ en la 3.ª

33 Hállese el término extremo desconocido en cada una de las proporciones siguientes: 1.ª $12 : 6 :: 36 : x$; 2.ª $15 : 45 :: 30 : x$; 3.ª $48 : 35 :: 192 : x$; 4.ª $1200 : 800 :: 600 : x$;

5.ª $390 : 45 :: 78 : x$; 6.ª $\frac{4}{5} : \frac{6}{9} :: \frac{2}{5} : x$.

34 Determínese el valor del extremo incógnito en cada una de las proporciones siguientes: 1.ª $x : 6 :: 20 : 30$;

2.ª $x : 7 :: 24 : 42$; 3.ª $x : 12 :: 12 : 6$; 4.ª $x : \frac{3}{4} :: \frac{3}{3} : \frac{3}{1}$;

5.ª $x : \frac{1}{8} :: \frac{3}{21} : \frac{1}{4}$; 6.ª $x : 6'120 :: 2'175 : 3'60$.

35 Averiguar el término medio desconocido en cada una de las siguientes proporciones geométricas: 1.ª $9 : 3 :: x : 12$;

2.ª 45 : 75 : : x : 15; 3.ª 420 : 16 : : x : 4; 4.ª $\frac{1}{8} : \frac{4}{5} : : x : \frac{8}{5}$;
5.ª $\frac{4}{15} : \frac{2}{6} : : x : \frac{2}{3}$.

36 Hallar el medio incógnito de cada una de las siguientes proporciones: 1.ª 360 : x : : 180 : 4; 2.ª 8436 : x : : 2812 : 2614; 3.ª $\frac{1}{8} : x : : \frac{1}{4} : \frac{5}{18}$.

37 Simplificar las siguientes proporciones: 1.ª 142 : 426 : : 710 : x; 2.ª 1240 : 8600 : : 620 : x; 3.ª 120'45 : 100 : : 240'90 : x; 4.ª 6000 : x : : 18000 : 1200; 5.ª 45'750 : 42 : : x : 126; 6.ª 0'125 : 0'35 : : x : 1'40.

38 Simplificar las proporciones siguientes: 1.ª x : 126 : : 20 : 504; 2.ª 18 : x : : 126 : 35; 3.ª 48'75 : 3'120 : : x : 1'40, 4.ª 0'46 : 0'12 : : x : 0'48; 5.ª 0'500 : x : : 2'500 : 20; 6.ª 124'80 : x : : 499'20 : 750'40.

39 Transformar las proporciones geométricas siguientes en otras equivalentes cuyos términos sean enteros: 1.ª $\frac{1}{12} : \frac{3}{7} : : \frac{1}{4} : \frac{9}{7}$; 2.ª $\frac{4}{25} : \frac{2}{8} : : \frac{4}{5} : \frac{10}{8}$; 3.ª $\frac{124}{416} : \frac{432}{960} : : \frac{62}{416} : \frac{432}{1920}$; 4.ª $\frac{3}{8} : \frac{1}{2} : : \frac{1}{8} : \frac{1}{6}$.

40 Convertir las proporciones siguientes en otras equivalentes de términos enteros:

1.ª $\frac{6}{7} : \frac{5}{9} : : \frac{6}{14} : x$; 2.ª $\frac{3}{9} : \frac{2}{7} : : x : \frac{2}{21}$.

3.ª $\frac{24}{75} : \frac{14}{47} : : \frac{4}{2} : x$; 4.ª $\frac{7}{16} : \frac{1}{8} : : x : \frac{1}{4}$.

41 Dadas las siguientes proporciones, hállese la compuesta, y determínese el valor de su incógnita:

$$8 : 4 : : 24 : x$$
$$18 : 6 : : x : y$$
$$48 : 24 : : y : n$$

Problemas de reglas de tres simples (*)

1 Veinte tejedores, en cierto número de días, hicieron 450 metros de paño. ¿Cuántos metros del mismo paño tejerán, en

(*) Aconsejamos á nuestros comprofesores no dejen de enseñar á sus discípulos la resolución de estos problemas y la de las diferentes cuestiones á que la regla de tres se aplica, por método de reducción á la unidad á la vez que por el de proporciones.

igual tiempo, 35 tejedores igualmente hábiles?—R. *787'50 metros.*

2 La compra de 480 kgs. de cierto género importó 2500 pesetas. ¿Cuántos kilogramos del mismo género se comprarían con 34·50 pesetas?—R. *Se comprarían 6691'20 kgs.*

3 Una fuente, en 26 horas, da 4586 litros de agua: ¿qué cantidad de agua da cada 14 horas? R. *Da 24693'846 litros.*

4 ¿Cuántos palomos podrán comprarse con 39 pesetas, pagándolos á 2'25 ptas. el par?—R. *Se comprarán 34 palomos.*

5 Un cortante, vendiendo diariamente 80 $^1/_2$ kg. de carne, saca una ganancia de 9'25 pesetas. ¿Qué cantidad de carne debería cada día vender para ganar 11'75 ptas?—R. *102'256 kgs.*

6 Cuatro impresores, en 9 días, compusieron 46 páginas de cierta obra: ¿cuántos impresores serán necesarios para componer, en igual tiempo, 120 páginas?—R. *11 impresores.*

7 Un andarín ha recorrido 420 kms. en 2 días y 5 horas. ¿Qué distancia vino á recorrer cada 6 horas?—R. *47'547 kms.*

8 El alumbrado de un café ha importado, en un mes, 228'75 pesetas. ¿Cuánto gastará el cafetero mensualmente, suprimiendo 4 de los 35 mecheros que ha venido encendiendo diariamente?—R. *Gastará 202'60 ptas.*

9 Se han pagado 7'45 ptas. por una cantidad de cal cuyo peso es 124·0 kgs. ¿A cuánto resulta el quintal métrico?—R. *A 0'06 ptas. qq. m.*

10 En una fortaleza hay 4500 hombres, los que tienen víveres para 4 $^1/_2$ meses. Si la guarnición mencionada disminuyera en 500 plazas, ¿para cuánto tiempo tendrían víveres?—R. *5'06 meses.*

11 Catorce carpinteros necesitaron trabajar 7 días para entarimar la planta baja de un almacén: para hacer el mismo trabajo en 4 $^1/_2$ días, ¿cuántos carpinteros se hubieran necesitado?—R. *Se hubieran necesitado 22 carpinteros.*

12 Se sabe que 13 albañiles emplearon 120 días en la edificación de una quinta. ¿Cuántos días hubieran necesitado 9 albañiles?—R. *Hubieran necesitado 173'33 días.*

13 Para enladrillar un salón, se necesitan 850 ladrillos, cuyos largo y ancho son 18 y 12 centímetros, respectivamente. ¿Cuántos ladrillos de igual largo serían necesarios, si tuviesen de ancho 14 centímetros.—R. *Serían necesarios 729 ladrillos.*

14 Andando con una velocidad media de 40 kms. por hora, un vapor ha necesitado 9 días, 14 horas, para salvar la distancia que media entre dos puertos. ¿Cuántos días emplearía otro vapor andando con una velocidad de 47 kms. por hora?—R. *8'15 días.*

15 Con cierta cantidad de hilo, se han tejido 420 pañuelos de 0'45 m. de largo por 0'32 m. de ancho. ¿Cuántos pañuelos hubieran podido obtenerse dándoles igual longitud y reduciendo su ancho á 0'28 m.?—R. *Se hubieran obtenido 480 pañuelos.*

16 Nueve zapadores han necesitado 24 días para abrir un

foso. Dígase cuántos zapadores serían necesarios para abrir otro foso igual, empleando los mismos días, siendo la resistencia del terreno doble que la del foso anterior.—R. *18 zapadores.*

17 Para esterar un salón, se necesitan 40 metros de una estera cuyo ancho es 0'65 m. Si esta dimensión fuese 0'55 m., ¿cuántos metros de dicha estera se necesitarían?—R. *47'27 metros.*

18 Disponiendo los soldados á 1 metro de separación uno de otro, se necesitan 850 para cubrir cierta distancia. En el supuesto de que se aumentara en 0'05 m. la distancia que los separa, cuántos soldados serían necesarios.—R. *809 soldados.*

19 Los 14 hombres que tripulan un buque de vela tienen víveres para 49 días; en el caso de que el viaje durase 10 días más, ¿á qué parte de la anterior tendrían que reducir la ración diaria?—R. *A los 0'83 de la anterior.*

20 Para hacer los $\frac{5}{6}$ de un trabajo, un obrero emplea 26 días trabajando 9 horas cada día. ¿Qué parte del mismo trabajo puede hacer en 18 días trabajando igual número de horas cada día?—R. *Los* $\frac{15}{26}$ *= 0'576 del trabajo.*

21 Pagando los tapones trefinos á 49'75 ptas. el millar, ¿cuánto valen 124800?—R. *Valen 6208'80 ptas.*

22 Dando una muela de molino 450 revoluciones por minuto, hace, en 18 horas, 14 Hl. de harina. ¿Cuántas vueltas por minuto debería dar para hacer, en las mismas horas, 25 Hl?—R. *804 vueltas.*

23 Una fuente da 4500 l. de agua en 36 minutos, y otra, 8 Kl., 49 l. en 1 hora. ¿Cuál es la más abundante?—R. *La 2.ª*

24 Una locomotora recorre 26 Km. por hora, y otra, en 2 horas y 35 minutos, recorre una distancia de 65 $^1/_2$ Km. Dígase cuál anda con mayor velocidad.—R. *La 1.ª*

25 ¿Cuántos tornillos podré adquirir con 128'75 ptas., pagándolos á 14'25 ptas. la gruesa?—R. *Adquiriré 1301 tornillos.*

26 Cargando 3 qq. m. cada viaje, una caballería transportó un montón de corcho en los $^7/_9$ del tiempo señalado de antemano. ¿Qué peso hubiera debido llevar cada viaje para hacer lo mismo, empleando todo el tiempo señalado?—R. *2'333 qq. m.*

27 Leyendo 20 hojas cada día, necesité 1 $^1/_2$ meses para leer cierto libro. Determínese el número de hojas que diariamente hubiera debido leer para concluirlo en 32 días.—R. *28 $^1/_8$ hojas.*

28 En el mismo tiempo que 14 tejedores hacen 120 m. de cierta ropa, 26 tejedores hacen 20 $^1/_2$ Dm. Dígase cuáles son los más diestros y por qué.—R. *Los primeros; porque 26 tejedores de éstos hacen en igual tiempo, 222'85 — 205 = 17'85 m. más que 26 de los segundos.*

29 En una ciudadela hay 2450 soldados, que tienen víveres para 4 $^1/_2$ meses. Al cabo de 26 días, fallecen 280 individuos: ¿para cuántos días tendrán víveres los soldados restantes?—R. *Para 123 días.*

30 Un buque lleva 38 hombres de tripulación, y tienen víveres para 250 días; mas al cabo de 40 días de viaje, recibe á bordo 15 hombres procedentes de otro buque naufragado: ¿cuánto les durarán los víveres de que disponen?—R. *150'56 días.*

31 ¿Cuál será la altura de una torre cuya sombra mide 12 $^1/_2$ m., sabiendo que, en el mismo sitio y hora, un bastón de 96 cm. de altura proyecta una sombra de 42 cm. de longitud?—R. *Medirá 28'57 metros de altura.*

32 Si 1 quintal catalán equivale á 41'6 kg., ¿cuántas @ catalanas pesarán 480 $^1/_2$ Tm. de carbón mineral?—R. *Pesarán 46201'92 @ catalanas.*

33 Para empapelar un salón, se han necesitado 300 m. de un papel cuyo ancho es $\frac{3}{4}$ de metro: ¿cuántos m. se necesitarían de otro papel cuyo ancho es $\frac{2}{3}$ de metro?—R. *337'83 m.*

34 Se ha comprado vino á 42 ptas. el Hl: ¿á cuánto debe venderse la misma medida para ganar el 9 %?—R. *A 45'78 ptas.*

35 Se ha vendido una cantidad de cacao á 12'25 ptas. el kg. Habiéndolo comprado á 10'80 ptas. idem, dígase qué ganancia se ha obtenido.—R. *Una ganancia de 13'42 por 100.*

36 Ciento ochenta grados del termómetro Farenheit, equivalen á 100 del termómetro centígrado y á 80 del Reaumur. ¿Cuántos grados del termómetro Farenheit equivalen á 46 del centígrado, y á cuántos grados centígrados equivalen 38 del Reaumur?—R. 1.°, *82'8 grados Farenheit;* 2.°, *47'50 grados centígrados.*

37 Se han comprado 40 resmas de papel por 512'25 ptas. ¿A razón de cuánto resulta cada 8 manos?—R. *A 5'12 ptas.*

38 Treinta y dos obreros, durante 9 días, han trabajado 12 horas cada día para concluir un trabajo. ¿Cuántos obreros se hubieran necesitado para hacer el mismo trabajo en igual número de días y trabajando 9 $^1/_2$ horas cada día?—R. *41 obreros.*

39 Dos piezas del mismo merino tiran 46 m. la 1.ª y 59 m. la 2.ª Si la 2.ª cuesta 130 pesetas más que la 1.ª, ¿qué valor tiene cada pieza?—R. *La 1.ª pieza vale 460 ptas.; la 2.ª, 590 pesetas.*

40 Dos carpinteros han trabajado en un mismo taller, 4'5 días el 1.° y 7 días el 2.°, habiendo cobrado por su trabajo, los dos juntos, 34'5 ptas.: ¿cuánto ha recibido cada uno?—R. *El 1.°, 13'50 ptas. y el 2.°, 21 ptas.*

41 Cierto sujeto ha comprado 146 litros de vino por 109'50 ptas. Si hubiese pagado dicha mercadería 0'05 ptas. más cara por litro, ¿qué cantidad de vino hubiera podido comprar?— R. *Hubiera podido comprar 136'875 litros.*

Reglas de tres compuestas

1 Ocho albañiles, en 6 días, trabajando 9 horas cada día, han levantado una pared. ¿Cuántas horas diarias hubieran tenido que trabajar 5 albañiles, para hacer lo mismo, en 10 días? —R. *Hubieran debido trabajar 8'64 horas cada día.*

2 Se necesitan 4 Hl. de habas para mantener 12 caballos durante 45 días. ¿Qué cantidad de habas se necesitará para mantener 7 caballos durante 80 días?—R. *4'148 Hl.*

3 Doce obreros, en 9 días, trabajando 7 horas cada día, han ganado 640 ptas. Esto supuesto, ¿cuánto ganarán 25 obreros en 15 días, trabajando 6 horas cada día?—R. *Ganarán 1904'76 pesetas.*

4 Un maizal de 23'5 áreas ha sido segado por 4 hombres, en 5 días, trabajando 10 horas cada día. ¿Cuántas horas diarias deberían trabajar 6 segadores igualmente diestros, para segar otro maizal doble que el primero, en 8 días?—R. *8'33 horas cada día.*

5 Cuatro mineros, en 9 días, trabando 8 horas cada día, abrieron un pozo de 18 m. 45 cm. de profundidad. ¿Cuántos mineros serían necesarios para abrir otro pozo de 15'5 m., trabajando 5 horas cada día durante 6 días, y tratándose de un terreno de triple resistencia que el anterior?—R. *25 mineros.*

6 Se sabe que 150 zapadores, trabajando 10 horas diarias, emplearon 14 días para abrir un foso de 200 m. de largo, 2'25 metros de ancho y 3 m. de profundidad. ¿Cuántos días de 8 horas de trabajo cada uno necesitarán 2 brigadas de á 58 hombres cada una, para abrir otro foso de 320 m. de largo, 2 m. de ancho y 2 m. 75 cm. de profundidad?—R. *Necesitarán 29'50 días.*

7 Suponiendo que 12 tejedores, en 15 días, ocupándose 11 horas cada día, terminaron una pieza de 90 m. de largo y 1 metro 25 cm. de ancho, ¿qué largo tendría otra pieza, tejida por 10 obreros igualmente hábiles que los anteriores, trabajando 8 horas cada día durante 9 días, en el supuesto de que esta segunda pieza tuviese 1'60 m. de ancho?—R. *Tendría 25'568 metros de longitud.*

8 Seis caballos, cuya fuerza de cada uno puede considerarse en 180 kgs., conducen un coche cuyo peso es 5480 kgs. Esto supuesto, si la fuerza de cada caballo fuese 200 kgs., ¿qué número de caballos se necesitaría para conducir otro coche que pesara 6200 kgs.?—R. 7 *caballos.*

9 Seis piezas de franela, de 60 m. de largo y 0'90 m. de ancho, han costado 1080 ptas. ¿Cuál será el valor de 8 piezas de la misma tela cuyo largo es 90 metros, siendo 1'25 metros su anchura?—R. *Su valor será 3000 ptas.*

10 Ocho carros, tirado cada uno por 3 caballerías, han empleado 6 días de 10 horas de trabajo cada día, para transportar 24500 m.^{3} de piedra á 2 km. de distancia. Esto supuesto, ¿cuántos carros, tirado cada uno por 2 caballerías, se necesitarían para transportar 18500 m.^{3} de piedra á 1600 m. de distancia, trabajando 9 días y 7 horas cada día?—R. *Se necesitarían 7 carros.*

11 Cuatro mineros, en 5 días, trabajando 6 horas cada día, han abierto un pozo de 26 m. de profundidad y 1'5 m. de diámetro. ¿Cuántos mineros se necesitarían para abrir otro pozo de triple profundidad y doble diámetro que en el anterior en la mitad del tiempo antes empleado, trabajando doble número de horas cada día, y en un terreno cuya resistencia fuese el cuádruplo que la del terreno anterior? —R. *Se necesitarían 192 mineros.*

12 Un buque tripulado por 14 marineros y llevando 9 pasajeros, emprende un viaje de 45 días. Al cabo de 20 días de navegación, recibe 4 individuos procedentes de otro buque naufragado, y á consecuencia de un temporal, ha de navegar 12 días más de los calculados. ¿Qué ración diaria pueden tomar?—R. *Los 0'57 de la ración anterior.*

13 Una fuente, en 2 días, manando 14 horas cada día, llena un depósito de 12 m. de largo, 8 m. de ancho y 1'45 de profundidad. Otra fuente, en 1 día y 20 horas, manando á razón de 9 horas cada día, llena su depósito, cuyas dimensiones son 8'5 metros de largo, 10 metros de ancho y 2'25 m. de profundidad. ¿Qué fuente es la más abundante?—R. *La 2.ª*

14 Cuatro piezas de cierta tela, de tiro 45 m. cada una, han costado 6320 ptas. ¿Cuánto costarán 12 piezas de otra tela, de 30 metros cada una, siendo la calidad de la 1.ª á la de la 2.ª como 3 es á 5?—R. *Costarán 21066'66 ptas.*

15 En un depósito hay el agua suficiente para las necesidades de 120 hombres durante 4 $^1/_2$ meses. ¿Para cuántos días tendrían agua 225 hombres, reduciendo la ración diaria á $^3/_5$ de la anterior?—R. *Para 120 días.*

16 Un obrero ha de hacer dos trabajos tales, que la dificultad del primero es á la del segundo como 3 es á 5. Se pregunta cuántos metros del segundo trabajo podrá hacer en 8 horas, sabiendo que ha hecho 200 m. del primer trabajo en 9 días de 10 horas de trabajo cada día.—R. *Podría hacer 106 $^2/_3$ metros.*

17 Pagando los jornales á 3'5 ptas. cada uno, el laboreo de un campo de 6 Ha. 45 a. cuesta á un colono 700 ptas. ¿Cuánto ganaría diariamente cada labrador, si el laboreo de otro campo de 4 $^1/_2$ Ha. costase á su propietario 560'75 ptas.?—R. *4'01 pesetas.*

18 Tomando á destajo cierta obra, 20 individuos han obtenido un jornal diario de 32 ptas., habiendo empleado 40 días. ¿Qué jornal diario sacaría cada obrero, si 16 hiciesen, en 2 meses y 5 días, otra obra igual á la anterior?—R. *24'61 ptas.*

19 Un móvil, en 5 días, andando 8 horas cada día, ha recorrido una distancia de 320 km., y otro móvil, en 3 días, andando 10 horas por día, recorrió 280 km. Averigüese cuál es el más veloz.—R. *El 2.º*

Problemas de interés simple y compuesto

I

1 ¿Qué interés producirán, en 1 año, 800 ptas. puestas al 6 por ciento?—R. *48 ptas. de interés.*

2 Determínese el rédito anual de 24500 ptas., al 8 p. % de interés.—R. *1960 ptas.*

3 Cierto individuo prestó 60000 ptas. al 9 p. % anual. ¿Qué beneficio obtuvo al cabo de 12 meses?—R. *5400 ptas.*

4 El que prestase por 1 año, 18000 ptas. al 4 $^1/_2$ % de interés, ¿qué rédito obtendría?—R. *810 ptas.*

5 ¿Qué capital ha de imponerse al 7 % anual, para obtener 63 ptas. de intereses al cabo de 1 año?—R. *900 ptas.*

6 Averigüese el capital que debería imponerse al 6 $^1/_2$ % anual, para obtener 1599 ptas. de interés al cabo de 12 meses.—R. *24600 ptas.*

7 ¿Qué capital se necesita prestar al 5 y $^3/_4$ %, para proporcionarse una renta anual de 1725 ptas.?—R. *30000 ptas.*

8 El día 24 de diciembre último, cobré 720 ptas. en concepto de 1 año de intereses de un capital colocado al 4 % anual. ¿Cuál es este capital?—R. *18000 ptas.*

9 ¿A qué tanto por ciento anual deberán colocarse 900 pesetas para obtener, en 1 año, 54 ptas. de interés?—R. *Al 6 %.*

10 ¿A qué tanto por ciento anual deberían imponerse 90000 ptas., para producir en 365 días, 4275 ptas. de interés?—R. *Al 4 $^3/_4$ %.*

11 Un caballero, en 15 de marzo de 1890, recibió 72 ptas. en concepto del interés correspondiente á 2250 ptas. que, en 15 de marzo de 1889, prestó á cierto sujeto. ¿A qué tanto p. % hizo el préstamo?—R. *Al 3 $^1/_5$ % anual.*

12 Cierto propietario vendió un terreno arbolado por 2434 pesetas, de cuyo importe recibió el correspondiente pagaré; y, 1 año después, recibió la indicada cantidad y 133'87 ptas. en concepto de intereses. ¿Qué tanto p. % anual le produjo su capital?—R. *El 5 $^1/_2$ %.*

II

13 El que prestase 36500 pesetas, por 3 años, al 8 % anual, ¿qué interés recibiría al cabo de dicho tiempo?—R. *8760 ptas.*

14 Determínese el beneficio producido por 620 duros 3 pesetas, en medio año, al 5 % de interés anual.—R. *77'575 ptas.*

15 Se han vendido 320 Ha., 9 $^1/_2$ a. de terreno de regadío á 233'50 ptas. el Dm.^{2} Si el comprador satisface su importe al cabo de 3 años, abonando además los intereses simples de 4 $^1/_2$ % durante el expresado tiempo, qué suma debe entregar? R. *8483237'70 ptas.*

16 Se han recibido 6000 ptas., en concepto del interés simple de 5 años correspondiente á un capital impuesto al 6 % durante el expresado tiempo. ¿Cuál es este capital?—R. *20000 pesetas.*

17 Para proporcionarme una renta anual de 2500 pesetas, ¿qué capital he de colocar al $^1/_2$ % mensual?—R. *41666'66 pesetas.*

18 Un caballero quiso asegurar á su esposa una renta diaria de 6 ptas., y al efecto, impuso el capital correspondiente al 4 y $^3/_4$ p. % anual. ¿Qué capital empleó?—R. *46105'26 ptas.*

19 Un prestamista colocó 8500 pesetas, y al cabo de 3 años, los intereses simples obtenidos ascendían á 1785 pesetas. ¿A qué tanto p. % prestó su capital? R. *Al 7 p. % anual.*

20 Al cabo de 5 años de haber impuesto un capital de 32750 ptas., los intereses simples devengados importaron 9006'25 ptas. ¿A qué tanto p. % se hizo el préstamo?—R. *Al 5 y $^1/_2$ por 100.*

21 Deseando obtener cada semestre 124 ptas. de beneficio, ¿á qué interés p. % anual deberé colocar 6200 ptas.?—R. *Al 4 por 100.*

22 Para redimir un censo anual de 147'1575 pesetas cuya capitalización se ha convenido al 3 y $^1/_2$ p. %, ¿qué capital se necesita?—R. *4204'50 ptas.*

23 La redención de un censo anual, capitalizado al 3 y $^1/_2$ por 100, ha importado 4204'50 pesetas. ¿De cuánto era dicho censo?—R. *De 147'1575 ptas.*

24 El redimir un censo anual de 147'1575 ptas., costó á un individuo 4204'50 ptas. ¿A qué tanto p. % fué convenida la capitalización?—R. *Al 3 $^1/_2$ p. %.*

25 ¿Qué renta diaria obtendríamos prestando 18500 pesetas al 6 y $^7/_8$ p. % anual?—R. *Obtendríamos una renta diaria de 3'48 pesetas.*

III

26 ¿Qué interés producirán 4620 ptas., impuestas al 6 p. % anual, durante 5 meses?—R. *115'50 ptas.*

27 El que prestase, por 160 días, 2360 pesetas al 4 y $^1/_2$ por 100 anual, ¿qué beneficio obtendría?—R. *46'55 ptas.*

28 Averígüese el rédito producido por 7283'50 ptas., prestadas por 6 y $^1/_2$ meses al 9 y $^1/_4$ p. % al año.—R. *364'90 ptas.*

29 Colocando 5012'50 ptas., al 3 y $^8/_9$ p. % al año, durante 7 meses y 20 días, ¿qué beneficio se obtendría?—R. *124'14 ptas.*

30 Se han impuesto 42800 ptas. al interés simple de 5 p. %

anual durante 3 años, 4 meses y 25 días. Determínese el beneficio que se obtendrá al finalizar dicho tiempo.—R. *7270'13 pesetas.*

31 ¿Qué cantidad deberá prestarse al 6 % anual, para obtener 301'50 pesetas de interés al cabo de 4 y 1/2 meses?—R. *13400 pesetas.*

32 Cierto sujeto, al cabo de 120 días de haber prestado una suma al 7 p. % anual, cobró los intereses correspondientes, que importaron 218'63 pesetas. ¿Cuál era la cantidad prestada?—R. *9500 pesetas.*

33 Para obtener 1739'589 ptas. de beneficio al cabo de 8 meses y 9 días, ¿qué suma se deberá colocar al 8 y 1/2 p. % anual?—R. *29589'03 ptas.*

34 ¿A qué tanto p. % anual deberán imponerse 900 pesetas para producir, al cabo de 3 años y 45 días, 168'6575 pesetas de interés?—R. *Al 6 p. % anual.*

35 Determínese el tanto p. % anual á que deberían colocarse 6980 ptas. para obtener, al cabo de 9 meses, 235'575 pesetas de interés.—R. *Al 4 y 1/2 p. %.*

36 Colocáronse á interés 3080 ptas. durante 126 días, y el prestador obtuvo un beneficio de 114'332 ptas. Dígase el tanto por %.—R. *Al 9 p. % anual.*

37 Prestáronse 800 ptas. al 6 p. % al año, y al cabo de cierto tiempo, el prestador recibió 24 pesetas de interés. ¿Por cuánto tiempo se hizo el préstamo?—R. *Por 6 meses.*

38 Cierto individuo impuso 30000 ptas. al 8 y 1/2 p. %, y al cabo de cierto tiempo, recibió 1718'63 ptas. ¿Por qué tiempo hizo el préstamo?—R. *Por 8 meses y 3 días.*

39 ¿Cuánto tiempo deberían permanecer impuestas al 6 por 100 anual, 23100 ptas., para obtener 752'50 pesetas de interés?—R. *198 días.*

IV

40 ¿A qué interés simple anual debería prestarse una suma para que, al cabo de 40 años, los intereses producidos importasen tanto como el capital prestado?—R. *Al 2 y 1/2 p. %.*

41 Al cabo de 12 meses de haber prestado una suma al 5 y 1/2 p. %, recibí 554'93 ptas., en concepto de capital é intereses: ¿qué capital presté?—R. *Presté 526 ptas.*

42 ¿Qué capital deberá imponerse al 9 p. % para que, al cabo de 1 año, se convierta en 24525 ptas ?—R. *22500 ptas.*

43 Se impuso un capital al 4'5 p. % durante 4 meses, y transcurrido este tiempo, el prestador recibió 6597'50 ptas., en concepto de capital é intereses devengados. Determínese este capital.—R. *6500 ptas.*

44 Un comerciante, al cabo de 6 meses y 25 días de haber realizado una venta, cobró su importe y el interés de 5 por 100 durante el expresado tiempo, recibiendo en junto 33717'595 pesetas. ¿Cuánto importaban los géneros vendidos?—R. *Importaban 32786'44 ptas.*

45 Propusieron á un propietario la venta al contado de una finca valorada en 42000 ptas.; no accedió, y 7 meses después la vendió á 9 meses plazo, con interés de 4'5 p. °/₀. ¿Cuánto cobró al cumplir los 9 meses?—R. *Cobró 43417'50 ptas.*

46 Un propietario ha colocado 12000 ptas. en cierta casa de banca, al 8 p. °/₀ anual. ¿Cuánto tiempo deberá transcurrir para que dicha suma se convierta en 12240 ptas.?—R. *3 meses.*

47 ¿Qué es más beneficioso: colocar 6000 ptas. al 6 p. °/₀ al año, ó 3500 pesetas al 5 y 2500 al 7?—R. *Es más beneficioso lo primero.*

48 Un sujeto debe 2000 ptas. al 6 p. °/₀ anual, y amortiza la deuda pagando 150 ptas. cada mes. ¿Cuánto deberá entregar al cabo de 1 año, época de la liquidación?—R. *420'50 ptas.*

49 Cierto usurero presta 80 ptas. con beneficio de 2 pesetas cada mes. ¿A qué interés anual resulta?—R. *Al 30 p. °/₀.*

50 Tengo una casa que consta de 3 pisos y planta baja destinada á almacenes. El alquiler de los almacenes produce 100 ptas. cada mes; el del primer piso, 160 ptas. idem; el del segundo piso, 120 ptas. idem, y 90 ptas. idem el alquiler del piso tercero. Descontando el importe de la contribución anual, pesetas 150'75, reditúa la expresada finca el 4 y $^1/_2$ p. °/₀: ¿cuál es su valor?—R. *121983'33 ptas.*

51 Cierto individuo depositó, en una acreditada casa de banca, 15200 ptas. al 4 p. °/₀ anual. Dos años después, y sin retirar los intereses devengados, falleció, quedando el capital mencionado propiedad de un niño de 7 años, que, al cumplir los 23, cobró el capital depositado y los intereses simples producidos por la referida suma. ¿Cuánto cobró?—Resultado: *Cobró 26144 pesetas.*

52 Vendí una heredad por 36000 ptas., de las que cobré las tres quintas partes al contado, y el resto, á los 2 años y 5 meses, con los intereses correspondientes al 5 y $^1/_2$ p. °/₀ durante el expresado tiempo. ¿Cuánto recibí?—R. *Recibí 16314 ptas.*

53 Presté 120000 ptas. al interés de 5 y $^3/_4$ p. °/₀ anual, y dicha cantidad me fué devuelta del modo siguiente: 5 meses después, 42500 ptas.; transcurridos 3 meses, 24000 ptas., y 7 meses después de la última entrega, recibí el resto con los intereses correspondientes. ¿Cuánto recibí? — Resultado: *Recibí 59283'47 pesetas.*

54 ¿Cuánto tiempo deberían estar prestadas 9500 pesetas al 1 y $^1/_2$ p. °/₀ trimestral, para producir un beneficio de 73'70 pesetas?—R. *47 días.*

55 Prestáronme 4320 ptas. al $^1/_2$ por ciento mensual; durante 9 meses y 20 días. Al cabo de este tiempo, devolví la suma mencionada y los intereses respectivos, descontando, empero, el valor de dos libros pagados por cuenta del prestador,

cuyos valores eran 7'45 ptas. el uno y 12'60 ptas el otro. ¿Cuánto entregué?—R. *4508'60 pesetas.*

56 Un propietario ha comprado un campo de 46 Ha. 35 a. por 12500 ptas. ¿Por qué cantidad anual debe arrendar la Ha., para que su capital le produzca el 5 p. $^0/_0$ al año?—Resultado: *Por 13'48 pesetas.*

57 En 25 de enero de 1890, presté 124 ptas, al 1 y $^1/_8$ p. $^0/_0$ mensual, y en 15 de noviembre del mismo año, recibí capital é intereses ¿Cuánto recibí?—R. *137'48 ptas.*

58 Un capitalista ha colocado 40000 pesetas del modo siguiente: $\frac{1}{4}$, al 5 p. $^0/_0$; $\frac{2}{5}$, al 6 y $^1/_2$ p. $^0/_0$, y el resto, al 4 por $^0/_0$. Transcurridos 12 meses, retira todas estas sumas y las presta á un tanto por ciento único, mediante el cual su renta anual ha aumentado en 700 ptas. ¿A qué tanto por ciento colocó últimamente su capital?—R. *Al 7 p. $^0/_0$ anual.*

59 Se tienen dos pagarés: uno de 800 ptas. á 6 meses y otro de 1650 ptas. á 8 meses. Reduciendo estos dos pagarés á uno solo á 12 meses y contando los intereses al 5 p. $^0/_0$ anual, ¿de cuánto será el nuevo pagaré?—R. *Será de 2497'50 ptas.*

60 Cierto sujeto prestó una suma al interés simple de 6 por ciento anual, y 6 años después, retiró su capital cobrando los intereses correspondientes al expresado tiempo, con los cuales pudo adquirir un solar de 2000 decímetros cuadrados, á 2'25 pesetas el decímetro cuadrado. ¿Qué capital había colocado?—Resultado: *12500 ptas.*

61 Un sujeto compró un campo que debía satisfacer el día 20 de febrero, y no lo hizo hasta el 15 de junio, contándole 50 pesetas de intereses á 4 por 100. ¿Cuál es el valor del campo? —R. *3967'39 ptas.*

62 Los capitales 800 ptas. y 500 ptas. se han puesto á un mismo interés durante 1 año, y la diferencia de intereses, al cabo del expresado tiempo, es 15 ptas. ¿A qué tanto por 100 se impusieron?—R. *Al 5 p. $^0/_0$ anual.*

V

63 Dígase el interés compuesto de 2000 ptas., en 3 años, á razón del 5 por ciento anual.—R. *315'25 ptas.*

64 Imponiendo 40000 ptas., durante 4 años, al interés compuesto de 6 por ciento, ¿qué beneficio se obtendría al cabo del expresado tiempo?—R. *Un beneficio de 10499'07 ptas.*

65 El que prestase 120000 ptas. por 3 $^1/_2$ años, al interés compuesto de 4 y $^3/_4$ por 100, ¿en cuánto vería aumentado su capital?—R. *En 21200 ptas.*

66 Se han prestado 24650 ptas. durante 5 años, al 3 y $^1/_2$ por 100 de interés compuesto. ¿Cuánto recibirá el prestador por capital é interés?—R. *Recibirá 29276'52 ptas.*

67 Un padre de familia, al nacer uno de sus hijos, impuso 50 pesetas al interés compuesto de 4 y $^1/_2$ por 100 anual, al objeto de formar un capital con que redimirle del servicio de las armas; pero habiendo fallecido el niño á los 5 años, retiró el padre su capital. ¿Cuánto cobró?—R. *62'309 ptas.*

68 Vendiendo 4 Ha., 20 ca. de terreno á 60'70 ptas. la vesana de 900 canas cuadradas (medida agraria de Gerona), y colocando su importe al interés compuesto de 5 y $^3/_4$ p. $^0/_0$ anual, ¿en qué cantidad se habrá convertido al cabo de 4 años, 3 meses y 20 dias?—R. *En 1413'184 ptas.*

69 Cierto sujeto debía pagar 2450 pesetas al cabo de 2 años, y propuso hacerlo por medio de un pagaré á 5 años y 3 meses. ¿De cuánto debió ser el pagaré, añadiendo al capital que lo motivó el interés compuesto de 5 p. $^0/_0$?—Resultado: *De 2871'63 ptas.*

70 Remití á mi corresponsal en Alicante 120 Hl. vino tinto para que los vendiera de mi cuenta, y los realizó á 39'75 pesetas el Hl., habiendo satisfecho por mi cuenta los gastos de remesa, que importaron 150 ptas. Sufrió un quebranto inesperado en sus intereses, y propuso firmarme un pagaré del líquido á mi favor á 2 años plazo, abonándome el interés compuesto de 6 por $^0/_0$. Averígüese el nominal del pagaré firmado, teniendo en cuenta que corresponde al corresponsal el 5 p. $^0/_0$ por su trabajo de comisión.—R. *El pagaré fué de 4923'05 ptas.*

Problemas de Descuento (*)

I

1 Tengo un pagaré de 800 pesetas que vence al cabo de 1 año, y quiero negociarlo al 6 p. $^0/_0$ de interés: ¿cuánto recibiré?—R. *752 ptas.*

2 Descontando á razón de 9 p. $^0/_0$ anual una letra de cambio de 4500 ptas. cuyo plazo es 1 año, determínese la cantidad en metálico que recibirá el tenedor.—R. *Ptas. 4095.*

3 He tomado á Ruiz un pagaré de 24000 ptas., á 12 meses, al 12 p. $^0/_0$ de descuento. ¿Cuánto debo entregarle?—R. *Debo entregarle 21120 ptas.*

II

4 Un documento de crédito que vencía al cabo de 1 año, fué negociado al 5 $^0/_0$, recibiendo el tenedor 11875 pesetas. ¿De cuánto era el documento mencionado?—R. *De 12500 ptas.*

(*) Como el método *abusivo* es el generalmente empleado en la práctica comercial, en los problemas que no se indique el método seguido en la resolución, se entenderá que es el *abusivo*.

5 He tomado á R. Luque, al 6'5 % anual, una primera de cambio cuyo plazo es 12 meses, y le he entregado 1683 pesetas efectivas. Averigüese el nominal del expresado documento.— R. *1800 ptas.*

6 Vendí una finca á cierto individuo, recibiendo un pagaré de su valor á 20 meses plazo; mas transcurridos 8 meses, el deudor me propuso entregar el efectivo mediante un descuento de 5 p. %. Aceptada su proposición, entregóme 14060 pesetas. ¿En cuánto vendí la referida finca?—R. *La vendí en 14800 ptas.*

III

7 Compré un solar de 120 m. 45 cm. de largo por 60'75 metros de ancho, á razón de 15'25 ptas. el m.^{2}, y satisfice su importe suscribiendo un pagaré á 18 meses. Transcurrido medio año, el estado de mis fondos me permitió recoger el pagaré, para lo cual entregué al vendedor 101546'35 ptas. ¿Qué tanto por % de descuento me concedió?—R. *El 9 p. %.*

8 Tenía un pagaré de 15400 ptas., cuyo plazo era 1 año, y lo cedí á S. Anglada y C.ª, recibiendo 13937 ptas. ¿A qué tanto por % de descuento verifiqué la negociación?—R. *Al 9 $^1/_2$ p. %.*

9 En 24 de junio de 1891, vendí una casa por 24600 pesetas, recibiendo la $^1/_2$ al contado y la otra $^1/_2$ en un pagaré al día de San Juan del año siguiente; mas el mismo día de recibirlo lo negocié, cobrando 11685 ptas. Averigüese el tanto por 100 de descuento.—R. *El 5 p. %.*

IV

10 Negociando al interés de 6 p. % anual, una l/ de 950 pesetas que vence al cabo de 4 meses, ¿qué cantidad recibirá el tenedor?—R. *931 ptas.*

11 Vendí una partida de géneros que importaron 24500 pesetas, y recibí en pago una letra de su valor, á 60 d/f que negocié al 12 p. %. ¿Cuánto recibí? - R. *Recibí 24016'72 ptas.*

12 Desconté, al interés mensual de $^2/_5$ p. %, un pagaré de 496'70 ptas. que vencía al cabo de 3 meses y 26 días. ¿Qué cantidad cobré?—R. *Cobré 489'123 ptas.*

13 Vendí á López y C.ª 124 Hl. 45 l. de vino á 3'75 pesetas el doble Dl., y recibí en pago una letra de su valor, á 30 días fecha, que negocié al 1 p. % mensual, al cabo de 8 días de haberla recibido. ¿Qué líquido me produjo la venta mencionada?—R. *Produjo 2316'56 ptas.*

V

14 Tenía una primera de cambio á 4 meses plazo, y la negocié al 4 $^1/_2$ p. % anual, recibiendo 1576 ptas. ¿De cuánto era la letra mencionada?—R. *De 1600 ptas.*

15 A los 10 días de haber recibido una l/ que vencía al cabo de 55, la negocié al 1 p. % mensual, recibiendo 472'8987 pesetas. Dígase el valor nominal de la letra mencionada.—Resultado: *480 ptas.*

16 Un comerciante ha vendido una partida de géneros, recibiendo en pago una l/ de su valor á 3 meses y 20 días. Transcurridos 15 días, procede á su negociación al 9 por 100 anual, recibiendo 4199'274 ptas. efectivas. ¿De cuánto era la l/ mencionada?—R. *Era de 4300 ptas.*

VI

17 Cierto comerciante vendió una partida de vino, recibiendo en pago una l/ de 4680 ptas., á 30 días, que negoció cobrando 4656'921 ptas. ¿A qué tanto por ciento se hizo la negociación?—R. *Al 6 p. %.*

18 Averígüese á que tanto p. % de descuento fué negociado un pagaré de 440 ptas. que vencía al cabo de 15 días, habiendo recibido el tenedor 437'831 ptas. efectivas.—R. *Al 12 p. %.*

19 Vendí 40 $^1/_2$ Hl. de trigo candeal á 14 ptas. la cuartera de 70 litros; cobré la $^1/_2$ al contado y la otra mitad en l/ c/ Rubio á 60 días, que negocié 20 días después, recibiendo 400'562 pesetas. ¿A qué tanto p. % hice la negociación?—R. *Al 10 p. %.*

VII

20 Una letra de 1600 ptas. ha sido negociada al 4 $^1/_2$ p. %, recibiendo el tenedor 1576 ptas. efectivas. ¿Cuánto le faltaba para vencer?—R. *Le faltaban 4 meses.*

21 Negocióse un documento de crédito de 6500 pesetas al 5 $^3/_4$ p. % anual, convirtiéndose en 6459'042 ptas. efectivas. ¿Cuánto faltaba para su vencimiento?—R. *Faltaban 40 días.*

22 Determínese cuánto faltaría para el vencimiento de una letra de 6600 ptas. que, negociada al 12 p. %, ha producido 6458'959 ptas. efectivas.—R. *Faltarían 65 días.*

VIII

23 Hállese, por el método real, el valor efectivo de un pagaré de 4400 ptas., cuyo plazo es 1 año, negociado al 12 p. %. —R. *3928'57 ptas.*

24 En pago de la venta de una finca, recibí un pagaré de 12600 ptas. á 14 meses plazo, que cobré 2 meses después mediante un descuento racional de 9 $^3/_5$ p. %. ¿Cuánto cobré?—R. *11496'35 ptas.*

25 Averígüese, por el método real ó racional, el valor efectivo de una 2.ª de cambio de 8850 ptas., que ha de cobrarse dentro de 4 meses, habiéndose pactado su negociación al $^1/_2$ por 100 mensual.—R. *Su valor efectivo es 8676'47 ptas.*

26 Tenia una letra de 1250 pesetas que vencia al cabo de 2 meses y 20 dias, y la negocié al 7 y $^{8}/_{9}$ p. $^{0}/_{0}$ descuento real, empleando el liquido en harina de 24'50 ptas. el quintal métrico. ¿Qué cantidad de harina pude comprar?—R. *50'15 quintales métricos de harina.*

IX

27 Hállese el descuento que corresponde á cada una de las facturas siguientes:

1.ª	De	2500	ptas. al	1	p. $^{0}/_{0}$.	—R.	*25*	*ptas.*
2.ª	»	5400	» »	2	»	—R.	*108*	»
3.ª	»	620	» »	3	»	—R.	*18'60*	»
4.ª	»	560	» »	4	»	—R.	*22'40*	»
5.ª	»	4300	» »	5 $^{7}/_{8}$	»	—R.	*252'625*	»
6.ª	»	1262'75	» »	6 $^{1}/_{2}$	»	—R.	*82'07*	»
7.ª	»	4497'875	» »	7 $^{2}/_{3}$	»	—R.	*344'53*	»
8.ª	»	12846'50	» »	8 $^{3}/_{9}$	»	—R.	*1070'11*	»
9.ª	»	4579'7863	» »	9 $^{1}/_{5}$	»	—R	*421'34*	»
10.ª	»	880	» »	10	»	—R.	*88*	»
11.ª	»	4678	» »	5	»	—R.	*233'90*	»
12.ª	»	9986'25	» »	6	»	—R.	*599'17*	»
13.ª	»	9000	» »	12	»	—R.	*1080*	»
14.ª	»	20000	» »	15 $^{1}/_{2}$	»	—R.	*3100*	»

28 Descontando las facturas siguientes al tipo señalado para cada una, ¿qué valores se obtendrán?

1.ª	De	20000	ptas. al	$^{1}/_{2}$	p. $^{0}/_{0}$	—R	*19900*	*ptas.*
2.ª	»	1500	» »	$^{3}/_{5}$	»	—R.	*1491*	»
3.ª	»	8500	» »	3 $^{1}/_{8}$	»	—R.	*8234'38*	»
4.ª	»	496	» »	$^{1}/_{3}$	»	—R.	*494'35*	»
5.ª	»	6720'50	» »	10 $^{1}/_{2}$	»	—R.	*6014'85*	»
6.ª	»	430'89	» »	1 $^{3}/_{4}$	»	—R.	*423'35*	»
7.ª	»	5563'50	» »	2 $^{1}/_{4}$	»	—R.	*5438'33*	»
8.ª	»	9900	» »	9 $^{5}/_{6}$	»	—R.	*8926'83*	»
9.ª	»	7700	» »	11 $^{1}/_{5}$	»	—R.	*6837'60*	»
10.ª	»	24480	» »	6 $^{4}/_{5}$	»	—R	*22815'36*	»

X

29 En abril último, compré varios géneros á Badia y Colomer, de Valencia, por valor de 6500 ptas., á 8 meses plazo, conviniendo en abonarles un interés de 5 p. $^{0}/_{0}$ sobre dicha cantidad durante el tiempo mencionado, de cuyo total, pesetas 6716'66 subscribi un pagaré. Tres meses después, convine con dichos señores en recoger el documento mencionado. ¿Cuánto tuve que entregarles? R. *Les entregué 6581'24 ptas.*

30 Vendi á Albareda y C.ª 850 qq. métricos de corcho á

8'70 ptas. el quintal m., conviniendo el pago á los 90 días, cobrando, empero, un interés de 4 ½ p. % durante el tiempo mencionado, y al efecto, me entregaron una l/ de 7477'054 pesetas, valor de los géneros é intereses convenidos. Transcurridos 30 días, dichos señores me propusieron recoger la letra mencionada, y acepté su ofrecimiento ¿Cuánto recibí?—Resultado: *Recibí 7422'351 ptas.*

Vencimiento común de pagos

1 Nos han de pagar 200 ptas. á los 3 meses; 500 ptas. á los 5 meses, y 1200 ptas. á los 6 meses. Queriendo hacer el pago en un solo plazo, ¿en qué época deberá efectuarse?—R. *Al cabo de 5 meses y 12 días.*

2 He comprado varios géneros por valor de 42500 ptas., y entrego 3 letras: la 1.ª, de ptas. 30000, á 2 meses plazo; la 2.ª, de 1000, á 3 meses y 20 días, y la 3.ª, del valor del resto, á 4 meses y ½. Conviniendo con el vendedor hacer el pago en un solo día, ¿cuándo será la fecha del vencimiento?—R. *81 días después de la venta.*

3 Deben cobrarse 600 ptas. á los 7 meses; 850 ptas. á los 9 meses; 4500 á los 12 meses, y 6252 á los 14 meses. Averigüese la época del vencimiento común.—R. *Al cabo de 12 meses y 16 días.*

4 Un tendero compró 45 Hl. de vino á 50'75 ptas. el Hl., y 9 hectolitros, 45 litros de aceite á 118'50 ptas. el Hl., entregando en pago dos letras: la 1.ª, de 2000 ptas., al 20 de abril, y la 2.ª, del resto, al 10 de mayo. No habiendo podido hacer efectiva la 1.ª, convienen satisfará las dos en un día determinado: ¿cuál es la fecha de este vencimiento, sin que resulte quebranto para el pagador ni el cobrador?—R. *El día 28 de abril.*

5 Un comerciante ha de pagar las facturas siguientes: la 1.ª, de 500 ptas., al 10 de enero; la 2.ª, de 860 ptas., al fin de enero; la 3.ª, de 1500 ptas., al 31 de marzo, y la 4.ª, de 950, al 20 de abril. Conviniendo extender un pagaré del valor de todas, ¿qué fecha será la de su vencimiento?—Resultado: *El día 12 de marzo.*

6 Han de hacerse efectivas 5 sumas: 2000 ptas. al contado; 390 ptas., á los 2 meses; 1720 ptas., á 3 meses y 20 días; 3800 ptas. á los 60 días, y 1600 ptas. á 120 días. Hállese el vencimiento común.—R. *Al cabo de 66 días.*

7 Un banquero tiene 3 letras á c/ de una misma persona: 800 ptas. al 1.º de octubre; 1000 pesetas al 25 del mismo mes, y 2650 ptas. al 10 de noviembre. Convienen en que el pagador las hará efectivas en un solo plazo. ¿Qué día será?—R. *El día 30 de octubre.*

8 El día 20 de marzo, un comerciante ha vendido harinas por 1650'70 ptas., que cobrará como sigue: 800 ptas., á 30 días;

650 ptas., á 60 días, y el resto, á 90 días. Hállese el vencimiento medio de la suma que ha de cobrar.—R. *A los 49 días.*

9 Un comerciante adeudaba á un banquero: 6000 ptas., que debía hacer efectivas á los 4 meses; 4000 ptas., á los 5 meses, y 8000 ptas., á los 8 meses. Convinieron hacer dichos pagos en un día único; mas 3 meses antes de este día, el deudor entregó 10000 ptas. á cuenta. ¿Cuánto tiempo pudo retener el resto en su poder, sin que resultase perjuicio para ambos?—Resultado. *3 meses y 22 días.*

10 Vendí varios géneros por valor de 24500 ptas., recibiendo una l/ al 3 de febrero del valor de las $^2/_5$ partes; otra al 10 de marzo, del valor de la cuarta parte de la mencionada cantidad, y otra del valor del resto, al 20 de abril. Pocos días antes del vencimiento de la l/ primera, el pagador me propuso satisfacer en un solo plazo sus tres mencionados compromisos, y aceptada su proposición, me entregó un pagaré equivalente. ¿En qué época vencía?—R. *Vencía el día 10 de marzo.*

Repartimientos proporcionales

1 Divídase el número 1200 en partes proporcionales á los números 2, 3 y 5.—R. *Parte 1.ª, 240; 2.ª, 360; 3.ª, 600.*

2 Si el número 8700 se divide en partes proporcionales á 8, 12, 9 y 16, ¿qué resultados se obtendrán?—R. *1.ª, 1546'667; 2.ª, 2320; 3.ª, 1740; 4.ª, 3093'333.*

3 Tres individuos han de repartirse 24560 ptas., de modo que, cuantas veces tome el 1.° 5 ptas., el 2.° tome 4 y 3 el tercero. ¿Cuánto recibirá cada uno?—R. *El 1.°, 10233'33 pesetas; el 2.°, 8186'67 ptas., y el 3.°, 6140 ptas.*

4 Repártase el número 7500 en partes proporcionales á $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_3$ y $^1/_5$.—R. *Parte 1.ª, 2922'077; 2.ª, 1461'038; 3.ª, 1948'051; 4.ª, 1168'831.*

5 Dividir el número 6420 en partes proporcionales á los números $^2/_3$, $^3/_5$ y $^1/_2$.—R. *Parte 1.ª, 2422'641; 2.ª, 2180'377; 3.ª, 1816'981.*

6 Un individuo, al fallecer, legó 124500 ptas. para que fuesen invertidas en material de enseñanza con destino á las cuatro escuelas de su villa natal, añadiendo que dicha cantidad fuese distribuída en partes proporcionales á los niños matriculados en cada uno de los referidos establecimientos. Concurriendo 250 niños á la 1.ª escuela, 160 á la 2.ª, 125 á la 3.ª y 96 á la 4.ª. ¿cuánto deberá recibir cada escuela?—R. *La 1.ª escuela recibirá 49326'465 pesetas; la 2.ª; 31568'938 pesetas; la 3.ª, 24663'232 ptas.; la 4.ª, 18941'362 ptas.*

7 Cuatro obreros han recibido 650 ptas. por un trabajo: el 1.° ha hecho los $^2/_8$; el 2.°, $^1/_3$; el 3.°, los $^2/_7$, y el 4.°, el resto. ¿Cuánto corresponde á cada uno?—R. *Al 1.° 162'50 pesetas; al 2.°, 216'666 ptas.; al 3.°, 185'714 ptas., y al 4.°, 85'119 ptas.*

8 Una fuente tiene 4 caños iguales, los cuales han manado 12600 litros. El 1.° ha estado abierto 1 hora y 20 minutos; el 2.°, 90 minutos; el 3.°, 1 hora y 15 minutos, y el 4.° 1 hora y 3/4. ¿Cuántos litros ha dado cada caño?—R. *El primer caño ha dado 2880 litros; el 2.°, 3240 litros; el 3.°, 2700 litros, y el 4.°, 3780 litros.*

9 Se han entregado 240 ptas. á 2 obreros que han hecho un trabajo. El 1.° se ha ocupado en él 8 horas diarias durante 5 días, y el 2.°, 9 horas diarias durante 3 días. ¿Cuánto corresponde á cada uno?—R. *Corresponde: al 1.°, 143'28 pesetas; al 2.°, 96'71 pesetas.*

10 Un padre reparte su fortuna entre sus tres hijos de la manera siguiente: al 1.°, 18000 ptas.; al 2.°, 15000 ptas., y 12800 ptas. al 3.° Los tres han de asegurar á un tío imposibilitado una renta diaria de 7 ptas. ¿Con qué cantidad anual han de contribuir cada uno?—R. *El 1.er hijo, con 1004'14 pesetas; el 2.°, con 836'79 ptas., y el 3.°, con 714'06 ptas.*

11 Distribúyanse 45000 ptas. entre 1 mujer, 2 niñas y 1 niño, de modo que cada niña reciba doble que el niño, y la mujer, tanto como el niño y una niña.—R. *Recibirán: la mujer, 16875 ptas.; cada niña, 11250 ptas.; el niño, 5625 ptas.*

12 Repártanse 19500 ptas. entre tres personas, de modo que la 1.ª reciba doble que la 2.ª, y ésta, triple que la 3.ª ¿Cuánto recibirá cada una?—R. *Recibirán: la 1.ª persona, 11700 pesetas; la 2.ª, 5850 ptas.; la 3.ª, 1950 ptas.*

13 Un comerciante sólo puede dar á sus acreedores 24500 pesetas. Debe al 1.°, 30000 ptas.; al 2.°, 25300 ptas.; al 3.°, 18560 pesetas, y 42600 ptas. al 4.° ¿Cuánto cobrará cada uno?—R. *El 1.°, 6311'179 ptas.; el 2.°, 5322'428 ptas.; el 3.°, 3904'516 pesetas; el 4.°, 8961'875 ptas.*

14 Tres brigadas de obreros emprendieron un trabajo que duró 20 días, por el que han cobrado 3400 ptas. La 1.ª brigada se componía de 12 hombres; la 2.ª, de 15, y la 3.ª, de 21. ¿Cuánto ha ganado cada brigada?—R. *La 1.ª, 850 pesetas; la 2.ª, 1062'50 ptas.; la 3.ª, 1487'50 ptas.*

15 Repártanse 15600 ptas. entre 4 personas, de modo que la 1.ª tenga 1/5 más que la 2.ª; ésta, 1/4 más que la 3.ª, y ésta, doble que la 4.ª ¿Cuánto cobrará cada una?—Resultado. *La 1.ª, 5505'882 ptas.; la 2.ª, 4588'235 ptas.; la 3.ª, 3670'588 pesetas; la 4.ª, 1835'294 pesetas.*

16 Tres comerciantes han cargado un buque entregando cada uno géneros de igual clase y precio: el 1.° ha entregado géneros por valor de 12600 ptas.; el 2.°, por valor de 24500 pesetas, y el 3.°, por valor de 30975 ptas. La venta de dichos géneros ha producido 20680 ptas. de beneficio. ¿Cuánto corresponde á cada uno?—R. *Al 1.°, 3827'661 ptas.; al 2.°, 7442'673 pesetas, y al 3.°, 9409'665 ptas.*

17 Dispuso un padre que su fortuna fuese repartida entre sus tres hijos en partes proporcionales á los años de cada uno.

El 1.° tenía 15 años, y le correspondieron 8500 ptas.; el 2.° tenía 12 años, y 9 años el 3.° Averigüese la fortuna del padre y la parte que correspondió á cada uno de los otros dos hijos.—Resultado: *Fortuna de padre. 20400 ptas.; parte del hijo 2.°, 6800 ptas.; íd. del 3.°, 5100 ptas.*

18 Repártanse 180 ptas. entre dos personas, de modo que la parte de la primera sea los $^4/_5$ de la parte de la segunda.—R. *Parte de la 1.ª, 80 ptas.; ídem. de la 2.ª, 100 ptas.*

19 Cierto individuo reparte su fortuna entre sus tres hijos: da al 1.° $^1/_4$, al 2.°, $^2/_3$ y al 3.°, 8700 ptas. Dígase el capital del padre y la parte de cada uno de los otros dos hijos.—R. *Capital del padre, 104400 pesetas; parte del hijo 1.°, 26100 pesetas; ídem del 2.°, 69600 ptas.*

20 Repártanse 1250 ptas. entre tres personas, de modo que la 2.ª reciba tres veces más que la 1.ª, y la 3.ª, la $^1/_2$ de lo que hayan recibido la 1.ª y la 2.ª juntas.—R. *Parte de la 1.ª, 208'333 ptas.; ídem de la 2.ª, 625 pesetas; ídem de la 3.ª, 416'667 ptas.*

Problemas de Compañía

I

1 Tres individuos juntaron sus capitales para la explotación de un negocio. El 1.° contribuyó con 5000 pesetas; el 2.°, con 8200 ptas., y con 10000 ptas. el 3.° Ganaron 12500 ptas. ¿Cuánto correspondió á cada uno?—R. *Al 1.°, 2693'965 ptas.; al 2.°, 4418'103 ptas.; al 3.°, 5387'931 ptas.*

2 Asociáronse cuatro amigos para establecer una casa de comisiones. El 1.° contribuyó á la formación del capital social con 3000 ptas.; el 2.°, con 2500 ptas.; el 3.°, con 1360 pesetas, y el 4.°, con 943 ptas. En 1 año, perdieron 2800 ptas. ¿Cuánto correspondió á cada uno?—Resultado: *Al 1.°, 1076'509 ptas ; al 2.°, 897'090 ptas.; al 3.°, 488'017 ptas.; al 4.°, 338'382 ptas.*

3 Tres individuos han puesto en un fondo común: el 1.°, 4600 ptas.; el 2.°, 5906 ptas., y el 3.°, 3350 ptas. Después de varias compras y ventas, hallan una ganancia de 6500 pesetas: ¿qué parte corresponde á cada uno?—R. *Al 1.°, 2157'909 pesetas; al 2.°, 2770'568 ptas.; al 3.°, 1571'521 ptas.*

4 Juan, Antonio y Luis reunieron 42600 ptas.: el 1.° puso el tercio de esta cantidad; el 2.°, los $^2/_5$, y el resto, el 3.° Al cabo de 2 años, su capital social ascendía á 50000 pesetas. ¿Cuánto había ganado cada uno?—R. *El 1.°, 2466'66 pesetas; el 2.°, 2960 ptas.; el 3.°, 1973'33 ptas.*

5 Dos sujetos compraron una finca por 48500 pesetas, y, cuatro meses después, la vendieron por 46125 ptas. El 1.° había interesado 25000 pesetas, y el 2.°, lo demás. ¿Cuánto perdió cada uno?—R. *El 1.°, 1224'23 ptas.; el 2.°, 1150'77 ptas.*

6 Cuatro comerciantes compraron un buque por la suma de 90000 pesetas. Al cabo de cierto tiempo, procedieron á su venta, ganando el 1.° 3500 ptas.; el 2.°, 4000; el 3.°, 4200, y 4800 el 4.° ¿Con qué cantidad intervino cada uno en la compra del buque? – R. *El 1.° intervino con 19090'909 ptas.; el 2.°, con 21818'181 pesetas; el 3.°, con 22909'091 pesetas; el 4.°, con 26181'818 pesetas.*

7 Rodríguez y Lorente, comerciantes, emprendieron un negocio para cuya realización necesitaron reunir 10000 pesetas, obteniendo, al fin, el 1.° un beneficio de 2160 ptas., y el 2.°, de 1440 ptas. ¿Qué cantidad puso cada uno?—Resultado: *El 1.° puso 6000 ptas., y el 2.°, 4000 ptas.*

8 Asociáronse tres individuos, y al cabo de cierto tiempo, el 1.°, que había puesto 5000 ptas. en el fondo social, retiró una ganancia de 3333'333 ptas., y el 2.° obtuvo, por el mismo concepto, 3066'467 ptas. Siendo 12600 ptas. el capital social, averígüese el capital del 2.° y la ganancia del 3.°, sabiendo que éste intervino en el negocio con 3000 ptas.—Resultado: *Capital del 2.°, 4600 ptas.; ganancia del 3.°, 2000 ptas.*

II

9 Cierto individuo empezó la explotación de un negocio con 1250 ptas. de capital; medio año después, uniósele un sobrino suyo con 2300 ptas., y 4 meses después, juntóseles un tercero con 1000 ptas. Al cabo de 14 meses, el balance social dió un beneficio de 1870 ptas. ¿Qué ganancia correspondió á cada uno? – R. *El 1.°, 820'17 pesetas; el 2.°, 862'35 pesetas; el 3.°, 187'46 pesetas.*

10 Cuatro individuos hicieron un fondo común: el 1.° puso 4500 ptas. durante 2 años; el 2.°, 3250 ptas. durante 1 año y 8 meses; el 3.°, 2000 pesetas durante 1 año y 4 meses, y el 4.°, 1500 ptas. durante 10 meses. Después de verificar varias compras y ventas, hallaron un beneficio de 4000 pesetas. ¿Cuánto correspondió á cada uno?—R. *Al 1.°, 1963'63 pesetas; al 2.°, 1181'81 ptas.; al 3.°, 581'81 ptas.; al 4.°, 272'72 ptas.*

11 Un comerciante empleó 4500 ptas. en el negocio de exportación de frutos secos. Transcurridos 8 meses, otro comerciante interesó 3000 ptas. en el negocio, y 5 meses después, un tercer comerciante asocióse á ellos aportando 2600 pesetas. Al cabo de 1 año y 10 meses, el balance social arrojó una pérdida de 650 ptas. ¿Qué parte correspondió á cada uno?—R. *Perdieron: el 1.°, 391'424 pesetas; el 2.°, 166'058 pesetas; el 3.°, 92'518 pesetas.*

12 Tres albañiles convinieron tomar á destajo la construcción de una casita, para lo cual aprontaron: 2000 ptas. el 1.°, 1900 ptas. el 2.° y 1400 ptas. el 3.° Agotáronse los fondos 5 semanas después, y el 1.° desembolsó 400 ptas., el 2.° 300 y 500 el 3.°, 10 semanas después de empezada la obra, dieron por ter-

minada su misión, recibiendo 8600 ptas. ¿Qué parte correspondió á cada uno?—R. *Al 1.°, 3206'78 ptas.; al 2.°, 2988'14 pesetas; al 3.°, 2405'08 ptas.*

13 Pedro y Juan emprendieron un negocio, interesando el 1.° en 20000 ptas. y en 14500 ptas el 2.° Al cabo de 8 meses, las necesidades sociales exigieron nuevos desembolsos, y, al efecto, el 1.° puso 500 ptas. y 600 ptas. el 2.°, admitiendo, 2 meses después, á Francisco, quien aportó al fondo social 4400 ptas. Transcurridos 20 meses, hallaron 4000 ptas. de pérdida. ¿Cuánto perdió cada uno?—R. *Perdieron: el 1.°, 2173'44 ptas.; el 2.°, 1591 ptas.; el 3.°, 235'54 ptas.*

14 Asociáronse dos individuos para emprender un determinado negocio, contribuyendo el 1.° con 30000 ptas., y con 20600 el 2.° Al cabo de 5 meses, el 1.° retiró 5000 ptas. y el 2.°, 1300. Obtuvieron 10000 ptas. de pérdida, y su compañía duró 1 año. ¿Cuánto perdió cada uno?—R. *El 1.°, 5771'62 pesetas; el 2.°, 4228'37 ptas.*

15 Tres individuos compraron una mina en 60000 ptas., desembolsando 20000 ptas. el 1.°, 25800 ptas. el 2.°, y el resto el 3.° Empezáronse los trabajos de explotación, y 4 meses después, admitían á un cuarto socio, quien aportó 6400 ptas.; el 1.° puso entonces 900 ptas. más, el 2.° puso 3200 y el 3.° retiró 600 ptas. del fondo de la sociedad. Al cabo de 1 año y $^1/_2$, vendieron la mina en 100000 ptas. ¿Cuánto ganó cada uno?—R. *El 1.°, 12230'428 ptas.; el 2.°, 16714'262 ptas.; el 3.°, 8114'229 pesetas; el 4.°, 2941'079 ptas.*

16 Asociáronse tres individuos para la fabricación de tapones de corcho. El 1.° puso 128 qq. m. de corcho de á 29 pesetas q. y 2000 ptas. en metálico; el 2.°, 250 qq. m. de corcho trefino, de á 60 ptas. el q.; el 3.°, 90'75 qq. m. de corcho de á 18 ptas. el q. y 2500 ptas. en metálico, admitiendo á un cuarto socio como director de la fabricación, á quien aseguraron un jornal diario de 7'50 ptas. y el 10 % de los beneficios que la sociedad realizase. Transcurridos 6 meses, el 1.° puso 7500 ptas., y 2 meses despué el 3.° retiró 800 ptas. Al cabo de 2 años y $^1/_2$, hubieron ganado 15000 ptas. ¿Qué parte de ganancia retiró cada uno?—R. *Ganaron: el 1.°, 5225'31 ptas.; el 2.°. 6692'26 pesetas; el 3.°, 1582'42 ptas.; el socio industrial director, 1500 pesetas.*

17 Asociáronse tres comerciantes: el 1.° puso $^1/_5$ del capital social; el 2.°, $^1/_3$ de idem, y el 3.° 5600 ptas. Averigüese el capital de cada uno y el capital social.—R. *Capital del 1.°, 2400 ptas.; del 2.°, 4000 ptas.; del 3.°, 5600 ptas.; capital social, 12000 ptas.*

18 Se han constituído en sociedad cuatro individuos: el 1.° ha puesto $^1/_8$ del capital social; el 2.°, $^1/_6$; el 3.°, $^2/_3$; el 4.°, 5375 pesetas. Determínese el capital de cada uno y el capital social. —R. *Capital del 1.°, 16125 ptas.; del 2.°, 21500 ptas.; del 3.°, 86000 ptas.; capital social, 129000 ptas.*

19 Asociáronse tres individuos, y al cabo de cierto tiempo, se repartieron los beneficios obtenidos. El 1.° percibió los $^4/_8$ del beneficio social; el 2.°, $^1/_4$ del resto, y el 3.°, el sobrante ¿Qué parte del beneficio recibió cada uno?—R. *El 1.°, los $^4/_8$; el 2.°, $^1/_8$, y el 3.°, $^3/_8$.*

20 Tres individuos se repartieron el beneficio obtenido en cierto negocio: el 1.° recibió $^1/_5$; el 2.°, $^1/_3$, y el 3.°, 7000 pesetas. ¿Qué cantidad correspondió al 1.° y al 2.°, y cuál fué el beneficio social?—R. *Correspondieron al 1.° 3000 ptas., y al 2.°, 5000 pesetas. El beneficio social fué 15000 ptas.*

Conjunta

1 ¿Cuántos duros valen 46 qq. m. de cierto género á razón de 25 reales los 30 kg.?—R. *191 duros y 3'33 ptas.*

2 Pagando el algodón en rama á 7 duros los 100 kg., ¿cuántas ptas. deberá desembolsar un fabricante por la compra de 120 balas, de 1 q. y 3 @ (peso catalán) cada una?—R. *3057'60 pesetas.*

3 Si 3 libras, moneda catalana, equivalen á 8 ptas., ¿á cuántos reales equivaldrán 4500 libras?—R. *A 48000 rs.*

4 He comprado 470 qq., 3 @ de azufre, peso catalán, á razón de 18'75 ptas. el quintal castellano. ¿A cuánto resulta el kilogramo? R. *A 0'407 ptas.*

5 Si 22 pies ingleses equivalen á 24 pies españoles, ¿á cuántos de éstos equivaldrán 450 de los primeros?—R. *A 490'91 pies españoles.*

6 Si 4 libras catalanas de cierta droga valen 160 reales, ¿cuánto valdrán 100 kgs., sabiendo que 1 quintal catalán equivale á 41'6 kgs.?—R. *Valdrán 10000 rs.*

7 Suponiendo que 1 libra esterlina equivale á 25 francos, y 5 francos á 19 reales, ¿cuántos duros serán 860 libras esterlinas?—R. *Son 4085 duros.*

8 Sabiendo que 15 libras catalanas equivalen á 8 duros, y que 1 franco equivale á 0'95 ptas., ¿qué relación existe entre el franco y la libra catalana?—R. *2'807 francos = 1 libra catalana.*

9 Sabiendo que cada 16 durillos de aumento equivalen á 17 duros, y que 3 libras catalanas equivalen á 8 pesetas, hállese la relación que existe entre la libra catalana y el durillo de aumento.—R. *1'992 libras catalanas = 1 durillo de aumento.*

10 Sabiendo que el ducado de Castilla equivale á 11 reales vellón, y que el franco equivale á 0'95 ptas., determínese la relación que existe entre el franco y el ducado.—R. *2'89 francos = 1 ducado.*

11 Teniendo la cana de Gerona 1'559 metros, y equivaliendo la vara de Castilla á 0'836 metros, aproximadamente, hállese la relación entre la vara y la cana gerundense.—R. *1 vara de Castilla = 0'536 canas de Gerona.*

12 Teniendo en cuenta las relaciones mencionadas en el anterior problema, hállese la relación entre el pie castellano y el palmo de Gerona.—R. *1 pie de Castilla = 1'429 palmos de Gerona.*

13 Un comerciante catalán ha comprado á un comisionista de Mallorca 120 millares de naranjas á 4 libras mallorquinas el millar. Averígüese el número de pesetas que ha debido entregar, teniendo en cuenta que 3 libras mallorquinas equivalen á 2 duros.—R. *Ha debido entregar 1600 ptas.*

14 ¿Qué relación existe entre el duro y la libra valenciana, sabiendo que 17 libras valencianas equivalen á 64 pesetas?—R. *1 libra valenciana = 0'752 duros aproximadamente.*

15 ¿Cuántos duros deberá abonar un tendero catalán por la compra de 4000 kg. de arroz que ha adquirido en Valencia, á razón de 5 libras valencianas cada 100 kg.? R. *150'588 duros.*

16 Si 17 libras aragonesas ó jaquesas equivalen á 16 duros, ¿qué relación existe entre la peseta y el sueldo aragonés, sabiendo, además, que la libra aragonesa tiene 20 sueldos?—R. *1 sueldo aragonés 0'235 ptas. aproximadamente.*

17 Pagando cierto género á razón de 14'75 ptas. la cana de Barcelona, ¿á cuánto resulta el metro?—R. *A 9'485 ptas. el metro.*

18 Si 40 cuarteras de trigo (medida de Gerona) importaron 120 duros, 4 $^1/_2$ pesetas, ¿á cuánto resulta el doble decalitro, teniendo en cuenta que la cuartera equivale á 72'32 litros?—R. *A 4'18 ptas.*

19 He comprado en Inglaterra 4200 ton. m. de carbón mineral á 1'5 libras esterlinas cada 4 toneladas. ¿Cuántos duros me costará la letra que deberé tomar para satisfacer la compra mencionada si por cada libra esterlina en letra he de abonar 25'20 ptas?—R. *Costará 7938 duros.*

20 He comprado á un fabricante de Berlín una cantidad de géneros que ha importado 6500 marcos.—¿Cuántos duros me costará la letra que deberé remitirle, si el banquero me la cede á razón de 1'23 pesetas por marco?—R. *Costará 1599 duros.*

Aligación

I

1 Un tratante en vinos tiene 7 Hl. de á 60 pesetas uno; 26 hectolitros de 48'50 ptas. idem; 32 Hl. de á 48 ptas. idem, y 2 Hl. de á 40 ptas. Si mezcla estas cantidades, ¿cuál es el valor de 1 Hl. de la clase que resulta?—R. *Su valor es 49'21 ptas.*

2 Se han mezclado 9 Hls. de trigo de á 18 ptas. el Hl.; 12 hectolitros á 16 ptas.; 7 Hls. de 15'50 ptas., y 35 Hls. de á 14 pesetas idem.—¿A cuánto resulta el Hl. de mezcla?—R. *A razón de 15'12 ptas.*

3 Mezclando 30 qq. m. de harina de á 24 pesetas el quintal con 12 qq. m. de á 18'50 ptas. idem, ¿á cuánto resulta el quintal m. de mezcla.—R. *A razón de 22'43 ptas.*

4 Mezclando 850 litros de ron de 32° con 70 litros de 26°, ¿de cuántos grados saldrá la mezcla?—R. *Saldrá de 31 grados.*

5 Un cocinero mezcla 32 litros de agua á la temperatura de cero grados, con 56 litros de 80° y 44 litros de 65°. ¿Qué temperatura tiene el agua que resulta?—R. *Su temperatura es 55 grados.*

6 Mezclando 250 litros de vino de á 0'40 ptas. el litro, con 168 litros de á 0'60 ptas. idem y 90 litros de agua, ¿á cuánto resulta el litro de mezcla?—R. *A 0'395 ptas. el litro.*

7 Se han fundido 2 lingotes de oro: el 1.° pesa 3 kgs., 45 gramos, y su ley es 800 milésimas; el 2.° pesa 1 kg., 20 g., y es á la ley de 670 milésimas.—¿Cuál es la ley de la aleación?—R. *Es 767 milésimas*

8 Fundiendo 45 $^1/_2$ Hg. de oro puro y 30 g. de cobre, á qué ley resulta la aleación?—R. *A la ley de 993 milésimas.*

II

9 Uno tiene aguardiente de 4 clases: de 6 ptas. el Dl., de á 4 ptas. idem, de á 3 ptas. idem y de á 2'50 ptas. ¿En qué relación deberá hacerse su mezcla, deseando vender la clase que se obtenga á 3 $^1/_2$ ptas. el Dl ?—R. *En la siguiente: Por cada 1 Dl. de á 6 ptas., 2'50 Dl., de á 2'5 ptas.; por cada $^1/_2$ Dl. de á 4 ptas , $^1/_2$ Dl. de á 3 ptas.*

10 Dada la relación obtenida en el problema anterior, hallar otras tres distintas relaciones.

11 Deseando obtener vino de á 60 ptas. el Hl. con vino de á 80, de á 72, de á 58, de á 56 y de á 55, ¿en qué relación deberá hacerse la mezla de las cinco clases mencionadas? —R. *Podrá hacerse en la siguiente relación: 5 Hl. de la 1.ª clase y 20 Hl. de la 5.ª clase, con 4 Hl. de la 2.ª y 12 de la 4.ª clase, con 2 Hl. de la 1.ª clase y 20 de la clase 3.ª*

12 Dada la relación obtenida en el anterior problema, hallar 6 distintas relaciones.

13 Un platero necesita oro de 22 quilates, y sólo tiene de 18, de 23 y 23 $^1/_2$. ¿En qué relación deberá mezclar estas tres clases?—R: *Por cada 4 unidades del peso del oro de 23'5 quilates, 1'5 unidades del de 18 quilates, y por cada 4 unidades de peso del oro de 23 quilates, 1 unidad del de 18 quilates.*

14 Un tendero quiere proporcionarse arroz de á 0'50 pesetas el kg., con arroz de 4 distintas clases cuyos precios son: 0'70 pesetas, 0'55 ptas., 0'45 ptas., 0'30 ptas. el kg. ¿En qué relación deberá mezclar las cuatro clases mencionadas?—R. *20 kgs. de la 1.ª clase, 5 id. de la 2.ª, 5 id. de la 3.ª y 20 id. de la 4.ª*

III

15 Un comerciante en cereales tiene maiz de á 14 ptas. el hectolitro y 2 Hl. de á 11 ptas. ¿Cuántos Hl. de la primera clase deberá mezclar con los 20 de la segunda, á fin de vender el Hl. de mezcla á 13 ptas.?—R. *40 hectolitros.*

16 El comerciante que se menciona en el anterior problema, tiene 40 Hl. de trigo de á 14 ptas. uno, y quiere mezclarlos con trigo de á 16 ptas. y de á 18'50 ptas. ¿Cuántos Hl. de cada una de estas dos últimas clases deberá tomar, deseando vender á 15'50 ptas. el Hl. de mezcla?—R. *17'14 Hl. de cada clase.*

17 Un fabricante de tapones de corcho tiene 46500 tapones modelo cuyo precio es 18 ptas. el millar, y deseando mezclarlos con tapones modelo de á 14, 16 y 13·5 ptas. el millar, ¿cuántos tapones deberá tomar de cada una de estas tres últimas clases, para que el millar de mezcla resulte á 15 $^1/_2$ ptas.?—R. *Tomará 34875 tapones de la 2.ª clase, 11625 tapones de la 3.ª y 58125 tapones de la 4.ª*

18 ¿Cuántos litros de aguardiente de 32° deberán mezclarse con 120 litros de 24°, para obtener aguardiente de 26°?—R. *40 litros.*

19 ¿Cuántos litros de agua deberán añadirse á 800 litros de vino de á 0'75 ptas. uno, para vender la mezcla á 0'50 ptas. el litro?—R. *400 litros de agua.*

20 Un tratante en aceites tiene existencias de á 5, 6, 9 y 12 ptas. el Dl. ¿Cuántos Dl. de cada una de estas cuatro clases deberá mezclar con 1600 litros de otra clase cuyo precio es 12'5 pesetas el Dl., á fin de que el aceite de mezcla le resulte á 7 pesetas el Dl.?—R. *80 Dl. de la 2.ª clase, 160 de la 3.ª, 400 íd. de la 4.ª y 600 íd. de la 5.ª*

21 ¿Cuántos litros de vino de á 0'50 ptas. uno deberán mezclarse con 60 litros de á 0'40 ptas. y 42 litros de á 0'32 ptas., deseando vender la mezcla á 0'45 ptas. el litro?—R. *16?20 litros.*

22 Un almacenista tiene maiz de á 16 ptas. el Hl., de á 14 pesetas, de á 12 ptas. y de á 11 ptas., y quiere proporcionarse maiz de á 15 ptas. el Hl., tomando 30 Hl. de la 3.ª clase y 20 hectolitros de la 4.ª ¿Cuántos Hl. de la 1.ª clase y cuántos de la 2.ª entrarán en esta mezcla?—R. *Entrarán 220 Hl. de la clase 1.ª y 50 Hl. de la 2.ª*

IV

23 ¿Cuántos quintales m. de harina de á 20 ptas. y de á 16 ptas. deberán tomarse para obtenerse 60 quintales m. de 17'75 ptas.?—R. *26'25 quintales m. de la clase de á 20 ptas. y 33'75 quintales m. de la de á 16 ptas.*

24 Un platero tiene oro de tres clases: de 750 milésimas, de 800 milésimas y de 900 milésimas. ¿Cuántos gramos de cada clase deberá tomar para que le resulte un lingote de 40 gs., á la ley de 850 milésimas?—R. *24 gs. del oro á la ley de 900 milésimas y 8 gs del de cada una de las otras dos clases.*

25 Piden á un tabernero 100 Dls. de vino de á 4 pesetas el Dl., y sólo tiene de á 3'50 ptas., de á 4'75 ptas., de á 5'25 pesetas y de á 6 ptas. ¿Cuántos Dls. deberá tomar de cada clase, para obtener los 100 Dls. mencionados?—R. *9'09 Dls. de cada una de las 3 primeras clases y 72'73 Dls. de la 4.ª*

26 Se quieren obtener 640 litros de alcohol de 20°, con alcohol de 18° y de 30°. ¿Cuántos litros de cada clase deben entrar en la mezcla?—R. *106'67 litros de la clase 1.ª y 533'33 litros de la 2.ª*

27 Un almacenista de vinos ha vendido 1250 litros por 625 ptas., cuyo género se ha proporcionado con vino de á 0'30 pesetas, de á 0'45 ptas. y de á 0'60 ptas. el litro. ¿Cuántos litros ha necesitado de cada clase?—R. *694'44 litros de la 1.ª clase y 277'78 l. de cada una de las otras dos clases.*

28 Un pirotécnico ha de entregar 40 kgs. de pólvora, cuyo valor es 120 ptas. Teniendo solamente pólvora de á 2'50 pesetas el kg. y de á 3'75 ptas. idem. ¿cuántos kgs. tomará de cada clase?—R. *16 kgs. de la clase de 3'75 ptas. y 24 kgs. de la clase de 2'50 ptas.*

V

29 Se tienen dos clases de vino cuyos precios son, respectivamente, 45 y 60 ptas. el Hl. Para proporcionarse una tercera clase cuyo precio sea 50 ptas. el Hl., y deseando que entren en la mezcla 25 Hls. más de la 1.ª clase que de la 2.ª, ¿cuántos hectolitros de cada clase se tomarán?—R. *50 Hls. de la clase 1.ª y 25 de la 2.ª*

30 Cierto individuo posee cacao de dos clases, cuyos precios, respectivamente, son 3 y 8 ptas. el kilogramo. Deseando obtener una tercera clase de á 5 ptas. el kilo tomando 100 kilogramos más de la 1.ª clase que de la 2.ª, ¿cuántos kgs. de cada clase deberá mezclar?—R. *300 kgs. de la clase 1.ª con 200 kilogramos de la 2.ª*

31 El dueño de un comercio de géneros ultramarinos tiene arroz de 29 y de 25'50 ptas. el q. m., y desea obtener una tercera clase para venderla á 27'70 ptas. el q. m. Queriendo que entren en la mezcla 10 qq. m. más de una clase que de otra, ¿cuántos quintales m. de cada clase deberá tomar?—R. *Tomará 24'44 quintales m. de la clase 1.ª y 14'44 qq. m. de la 2.ª*

32 Un comerciante tiene arroz de dos clases: la 1.ª le cuesta á 28 ptas. el quintal m., y la 2.ª, á 5 ptas. los 25 kgs. Queriendo proporcionarse arroz á 25 ptas. el q. m., y que entren en la mezcla 24 quintales m. menos de la 2.ª clase que de la 1.ª, ¿cuántos quintales m. de cada clase deberá tomar?—R. *Tomará 60 quintales m. de la 1.ª clase y 36 quintalas m. de la 2.ª*

VI

33 He comprado 20 qq. m., 30 kgs. de azúcar á 24'50 pesetas el q. m. y 16 qq. m. 9 kg. de azúcar á 5'75 ptas cada 25 kilogramos: ¿A cuánto resulta el kilo de mezcla?—R. *A 0'24 pesetas el kg.*

34 Si al vender mezclados los géneros que se detallan en el problema anterior, quisiéramos obtener un beneficio de 20 p %, ¿á cuánto tendríamos que vender el q. m.?—R. *A 28'60 pesetas.*

35 Tengo algarrobas de á 8 ptas. el q. m., de á 2'25 ptas. los 25 kilos y de á 6'50 ptas. el q. m. ¿En qué relación deberían mezclarse dichas tres clases, para obtener una cuarta clase de á 7'50 pesetas el quintal m.?—R. *1 qq. m. de á 9 ptas., 1 qq. m. de á 8 ptas. y 2 qq. m. de á 6'50 ptas.*

36 El latón se compone de 33 partes de cinc y 67 de cobre. ¿Qué cantidad de cobre y de cinc habrá en 28 kilogramos de latón?—R. *Habrá 18'76 kgs. de cobre y 9'24 kgs. de cinc.*

37 Se tienen 250 litros de vino de Málaga que valen 500 pesetas. ¿Qué cantidad de agua se deberá añadir para vender la mezcla á 1'50 ptas. el litro y ganar 80 ptas.?—R. *136'66 litros de agua.*

38 Se ha mezclado cacao de á 7 ptas. el kilo con cacao de á 4 ptas. obteniendo 80 kgs. cuyo valor es **400** ptas. ¿Cuántos kilogramos han entrado de cada clase?—R. *De la 1.ª clase, 26'667 kgs.; de la 2.ª, 53'333 kgs.*

39 Dos obreros, trabajando el primero 5 horas y el segundo 7 horas, han hecho 24 metros de un tejido. Los mismos obreros, trabajando 8 horas el primero y 3 horas el segundo, han hecho 22 metros: ¿cuántos metros ha hecho cada uno, siendo igual su habilidad?—R. *El 1.º ha hecho 26 metros y el 2.º, 20 metros.*

40 Tengo dos lingotes de oro, uno puro y el otro de 20 quilates. Se ha hecho una aleación en la proporción de 4 : 7: ¿cuál es la ley del oro que resulta?—R. *21'454 quilates.*

41 Cierto individuo posee un lingote de oro de 850 milésimas que pesa 45 gramos. ¿Qué cantidad de cobre se deberá añadir para rebajarlo á la ley de 760 milésimas?—R. *5'329 gramos de cobre.*

42 Con 20 Hls. de trigo de á 18 ptas. uno, se han de mezclar 10 Hls. de otra clase para vender la mezcla á 16 ptas. ¿De qué precio serán los 10 Hls. que hay que añadir á los 20 de la clase primera?—R. *De á 12 ptas. el Hl.*

43 Se tienen 30 litros de agua á la temperatura de 60°, y se quieren 42 litros á la temperatura de 50°. Determínese la temperatura del agua que se habrá de añadir.—R. *25 grados.*

44 Un almacenista de harinas ha de servir un pedido de 2300 kilogramos á 17 ptas. el quintal castellano, y sólo tiene

20 quintales castellanos de á 20 ptas. ¿De qué precio deberán ser los quintales que habrá de adquirir para mezclar con los 20 mencionados?—R. *Deberán ser de á 15 ptas. cada uno.*

45 Cierta corporación ha encargado á un platero la construcción de un objeto de arte, para lo cual el artista ha necesitado lo siguiente: 20 Dgs. de plata de 900 milésimas, 14 Dgs. á la ley de 650 milésimas, 3 Dgs. de estaño y 5 de cobre. ¿A qué ley resulta el objeto de arte mencionado?—R. *A la ley de 645 milésimas.*

46 Para obtener tinta indeleble para marcar ropa y que resista la intemperie, la acción de los álcalis, el agua caliente y el jabón, se funden en 50 gramos de agua, 2 gramos de gelatina y 2 de bicromato de potasio, y luego, aparte, se disuelven, en 50 gramos de agua, 10 gramos de anilina del color que á la tinta se quiere dar, para verterlo y mezclarlo, seguidamente, todo en un frasco de cristal de color. Según esto, ¿cuántos gramos de cada cosa se necesitan para obtener medio kilogramo de dicha tinta?—R. *8'772 gramos de gelatina é igual cantidad de bicromato de potasio, que se mezclarán con 219'298 gramos de agua; y 43'859 gramos de anilina para mezclar con 219'298 gramos de agua, cuyas dos mezclas se verterán en un recipiente de color, resultando así 500 gramos de tinta indeleble.*

47 En la fabricación del jabón blanco de clase superior, entran las materias siguientes en esta proporción: aceite de olivo, 25 partes; aceite de coco, 3 partes; legía de 10 grados, 30 partes. ¿Qué cantidad de cada una de estas materias se necesita para obtener 100 kgs. de jabón?—R. *1.º, 43'103 kgs. de aceite de olivo; 2.º, 5'172 kgs. de aceite de coco, y 3.º, 51'724 kilogramos de lejía.*

48 Para obtener la clase superior del lacre encarnado, se necesitan: goma laca de primera, 8 partes; trementina de Venecia, 2 partes; bermellón, 6 partes. ¿Cuánto ha entrado de cada materia en la elaboración de 64 Hgs. de lacre?—R. *32 hectogramos de goma laca, 8 Hgs. de trementina y 24 Hgs. de bermellón.*

49 La tinta para los sellos de cautchú es un compuesto de anilina de color, alcohol y glicerina en la siguiente proporción: anilina, 6 gramos; alcohol, 16 gramos; glicerina, 100 gramos. ¿Cuántos gramos de cada ingrediente se necesitan para obtener 2 kgs. de la tinta mencionada?—R. *98'36 gm. de anilina, 262'29 gm. de alcohol y 1639'34 gm. de glicerina.*

50 Cierto individuo ha de entregar una partida de vino de 60 Hl. cuyo precio sea 40 ptas. el Hl., y para ello tiene dispuestas las siguientes cantidades: 12 Hl. de á 50 ptas.; 9 Hl. de á 38 ptas., y 6 Hl. de á 37 ptas. ¿De qué precio deberá ser el vino que le falta?—R. *Deberá ser de á 37'45 ptas. el Hl.*

51 Un tratante en granos ha vendido 120 Hl. de trigo á razón de 25 ptas. uno, y quiere que en la mezcla que se propone hacer para obtenerlos entren 40 Hl. de á 28 ptas. y 18 Hl. de á 23 ptas. ¿De qué precio deberá ser el trigo que le falta?—R. *De á 23'64 ptas. el Hl.*

52 Se han de obtener 60 Hl. de trigo de á 18 ptas. uno, mezclando 14 Hl. de á 26 ptas., 10 Hl. de á 24 ptas. y otras dos clases cuyos precios son, respectivamente, 17 y 12 ptas. el Hl. Calcúlese la cantidad de trigo de cada una de las dos últimas clases que deberá entrar la mezcla.—R. *Deberán mezclarse 8'784 hectolitros de á 17 ptas. el Hl. y 27'216 Hls. de á 12 ptas. el Hl.*

53 Para obtener 1 Hl. de alcohol de 45 grados, con 15 litros de 50 grados, 20 litros de 48 grados, 9 litros de 47 grados y otras dos clases de 44 y 32 grados respectivamente, ¿cuántos litros de cada una de estas dos últimas clases se deberán tomar?—R. *Deberan tomarse 47'88 litros de á 44 grados, y 8'12 litros de á 32 grados.*

Comisiones (*)

1 Un comisionista ha vendido 460 Hl. de aceite á 84 pesetas el Hl., percibiendo una comisión de 2 p. %. ¿Cuánto le corresponde?—R. *772'80 ptas.*

2 Encargué á mi corresponsal en Valencia la compra de una partida de vino, que importó 24350 ptas. Debiéndole abonar una comisión de 2 ½ p. %, ¿cuánto debo entregarle por su trabajo?—R. *608'75 ptas.*

3 ¿Cuánto debe recibir un comisionista por la compra de 580 quintales m., 75 kgs. de harina á 20'75 ptas. el quintal m., habiendo estipulado la comisión en 1 ⅞ p. %?—R. *225'94 ptas.*

4 Pagando á mi corresponsal en Barcelona un 5 p. % de comisión, y correspondiéndole 120 ptas. por la venta de una partida de esparto que ha realizado de mi cuenta, ¿cuánto ha importado la venta de mi género?—R. *Ha importado 2400 pesetas.*

5 Un comisionista que recibe por su trabajo 3 ½ p. %, ha percibido 218'75 ptas. por la venta de una partida de jabón. Debiendo emplear el líquido en l/ á l/o. de su comitente, ¿qué cantidad podrá invertir?—R. *6031'25 ptas.*

6 Un comerciante de Gerona remitió á su corresponsal en Barcelona 620 qq. m. 75 kgs. de heno, que el corresponsal realizó á 4'90 ptas. el q. m. Habiendo remitido el producto de la venta menos 106'458 ptas. que retuvo por su trabajo, ¿qué tanto p. % de comisión cobró?—R. *El 3 ½ p. %.*

7 Por la compra de una partida de harina, he remitido á

(*) Cuando en algún problema no se mencione el tipo de comisión, entiéndase que es la ordinaria de 2 p. %.

mi corresponsal en Santander una letra de 3640 ptas. ¿Cuál era el valor de dicha mercadería, deduciendo el 4 p. % de comisión?—R. *3500 ptas.*

8 Encargué á un comisionista de Tarragona la compra de 40 Hl. de vino tinto á 45'75 ptas. uno. Debiendo abonarle, además una comisión de $2\frac{1}{8}$ p. %, ¿qué cantidad debo remitir á mi citado corresponsal?—R. *1868'88 ptas.*

9 Un fabricante de Sabadell remitió á un comisionista de Lérida 20 piezas de paño, de 40 metros cada una, que vendió á 18'50 ptas. el m. Realizada la mercadería, el comitente percibió 14430 ptas. ¿Cuál fué el tanto p. % de comisión?—Resultado. *El $2\frac{1}{2}$ p. %.*

10 Un comisionista vendió una partida de géneros mediante una comisión de 5 p. %. Le correspondieron por esta operación 500 ptas. ¿Cuál fué el valor de los géneros vendidos y cuánto correspondió á su comitente, habiendo pagado 30 pesetas por varios gastos?—R. *Valor de los géneros vendidos, 10000 pesetas; correspondieron al comitente, 9470 ptas.*

Corretajes

1 He encargado á un corredor la venta de una finca, que ha cedido por 8400 ptas. Debiendo cobrar por su trabajo $1\frac{1}{2}$ por ciento, ¿cuánto le debo entregar?—R. *126 ptas.*

2 He comprado, por mediación de corredor, 100 balas de algodón en rama, de peso cada una 150 kgs., á 39'25 ptas. el quintal métrico. Siendo $1\frac{3}{4}$ p. % el tanto de corretaje, ¿cuánto debo entregar al corredor?—R. *103'03 ptas.*

3 Siendo el corretaje $2\frac{3}{5}$ p. %, ¿cuánto acredita un corredor por la compra de 84000 naranjas de Mallorca, á razón de 19'50 ptas. el millar?—R. *Acredita 42'58 ptas.*

4 Un corredor ha percibido 120 ptas. por haber intervenido en la compra de 800 quintales m. de harina. Siendo el corretaje 3 p. %, ¿cuánto importó dicha compra?—R. *4000 ptas.*

5 He entregado á un corredor la cantidad de 450 ptas. por su intervención en la venta de una casa de mi propiedad. El corretaje estipulado fué á razón de $1\frac{1}{2}$ p. %: ¿en cuánto vendí la mencionada finca?—R. *En 30000 ptas.*

6 Ríos y C.ª, corredores en la plaza de Algeciras, compraron de mi orden y cuenta 2000 quintales m. de una mercadería á razón de $4\frac{1}{2}$ ptas. el quintal m. Habiéndoles abonado 315 ptas. por su trabajo, ¿cuánto fué el tanto de corretaje?—R. *El $3\frac{1}{2}$ p. %.*

7 He vendido, por mediación de corredor, 80 qq. m., 75 kilogramos de café, á razón de 142'25 ptas., el quintal m. Habiendo recibido un líquido de 11256'95 ptas., ¿á qué tanto p. % resulta el corretaje?—R. *Al 2 p. %.*

8 Cierto corredor me ha proporcionado la compra de una partida de bacalao á 5 $^1/_2$ ptas. los 25 kgs. ¿Cuántos quintales métricos he comprado, habiéndole producido esta operación 90'75 ptas., siendo 2'75 p. $^0/_0$ el corretaje?—R. *Ha comprado 150 quintales métricos.*

9 He comprado, por intervención de corredor, 1250 gruesas de cajas de cerillas á razón de 4'25 ptas. la gruesa. Pagando un corretaje de 1 $^7/_8$ p. $^0/_0$, ¿cuánto me ha costado la citada mercadería?—R. *Le costó 5412'10 ptas.*

10 He vendido, por medio de corredor, una partida de pañuelos de seda á 8'75 ptas. la docena. Siendo 1 $^1/_2$ p. $^0/_0$ el premio de corretaje y habiendo percibido el corredor 2'625 pesetas, ¿cuántos pañuelos vendí?—R. *Vendió 240 pañuelos.*

Taras

1 He vendido 120 fardos de corcho de Andalucía, de 150 $^1/_2$ kilogramos, peso sucio, cada uno, á razón de 28'75 ptas. los 100 kgs. de peso limpio. Rebajando 2 kilos por fardo por razón de tara, ¿cuánto cobraré?—R. *Cobrará 5123'25 ptas.*

2 Vendí 12 sacos de almendra, de peso 95 kgs. cada saco, á razón de 42'25 ptas. los 100 kgs. peso limpio. Rebajando al comprador 1 $^1/_2$ kgs. por cada saco en concepto de tara, ¿cuánto cobré?—R. *1659'15 ptas.*

3 ¿Cuánto deberé satisfacer por la compra de 4600 kgs. de azúcar refinado, á razón de 23'50 ptas. los 100 kgs., obteniendo una rebaja de 12 $^1/_2$ p. $^0/_0$ por razón de tara?—R. *945'87 ptas.*

4 Siendo la tara 10 $^0/_0$ por razón del embalaje, ¿cuál será el valor de una caja de té de 30 kgs., 400 gs., á razón de 2'75 pesetas el kg. de peso limpio?—R. *75'24 ptas.*

5 Por cada serón de carbón vegetal cuyo peso es 106 kilogramos, se rebajan al comprador 13'25 kgs. ¿A cuánto por $^0/_0$ resulta la tara?—R. *A 12 $^1/_2$ $^0/_0$.*

6 He adquirido 2500 sacos de sal molida de 150 kilos cada uno, obteniendo una rebaja de 6 kilos por saco por razón de la tela, y un 12 $^0/_0$ del peso de cada saco por razón de la humedad. ¿A qué tanto por ciento resulta la tara?—R. *A 16 $^0/_0$.*

7 Se han vendido 40 pipas de vino, de 20 Dl. cada una, á razón de 5 $^1/_2$ ptas. el doble Dl., con rebaja de 8 $^1/_2$ $^0/_0$ por razón de la tara que determina la absorción de las duelas. ¿Cuánto ha satisfecho el comprador?—R. *2013 ptas.*

8 Un comerciante compró 4600 kgs. de café, peso sucio, á 2'75 ptas. el kg., peso limpio, y entregó 11385 ptas. ¿Cuánto le abonaron por tara y á cuánto ésta resulta por ciento?—Resultado. *1.° Le abonaron por tara 460 kgs.; 2.°, resultó á 10 $^0/_0$.*

9 He vendido 470 qq. m., 96 $^1/_2$ kgs. de corcho, peso sucio, á 24 ptas. el quintal m. de peso limpio, por 10398'9072 pesetas.

¿Cuánto he rebajado por tara y á cuánto resulta por ciento?— R. *1.º Se han rebajado por tara 37'6772 qq. m.; 2.º, resulta la tara á 8 %.*

10 Se han comprado 18600 kgs. de una mercadería, y sólo se han pagado 14136 kgs. ¿A qué tanto % resulta la tara?—Resultado: *Al 24 %.*

11 Ordené á mi corresponsal en Barcelona la compra de 46 cajas de azúcar, lo que verificó á razón de 53'50 ptas. los 50 kgs. de peso limpio. Siendo el peso sucio de cada caja 80 $^1/_2$ kilogramos y 6 % la tara, ¿cuánto tuve que remitir á mi corresponsal, habiendo estipulado su comisión en 2 $^3/_4$ %?—Resultado: *3826'89 ptas.*

12 Se ha comprado una mercadería con 6 % de tara, siendo el peso limpio 38070 kgs. Hállense la tara total y el peso sucio. —R. *1.º, tara total, 2430 kgs.; 2.º, peso sucio, 40500 kgs.*

Ganancias ó pérdidas

1 Un tabernero compra el Dl. de vino á 3'25 ptas., y lo vende á 5'05 ptas. ¿Qué ganancia por ciento realiza?—Resultado: *El 55'38 %.*

2 Cierto comerciante ha vendido una partida de géneros por 2817'50 ptas., por la que había pagado 2450. ¿Qué ganancia por ciento ha realizado?—R. *El 15 %.*

3 Cierto tendero paga el Dl. de aceite á 9'25 ptas. ¿A cuánto debe vender el litro para obtener un beneficio de 12 %?— R. *A 1'036 ptas.*

4 Hemos recibido de nuestro corresponsal en Valencia, 450 quintales m. de uvas, que ha comprado de n/cta. á razón de 6'25 ptas. el quintal castellano. Hallando una tara de 3 kgs. por quintal castellano, pagando una comisión de 4 $^1/_2$ % y habiendo abonado 125'25 ptas. por gastos de transporte, ¿á cuánto deberemos facturar los 100 kilos, queriendo obtener en la venta un beneficio de 12 %?—R. *A 17'34 ptas.*

5 Un censo, á razón de 5 %, me produce una renta mensual de 83'333 $^1/_4$ ptas.: ¿qué capital representa?—R. *20000 ptas.*

6 Vendí una finca en 4800 ptas., y al cederla por esta cantidad, realicé un beneficio de 20 % del valor que me costaba. ¿En cuánto la había comprado?—R. *En 4000 ptas.*

7 Dos meses después de haber comprado un reloj, lo vendí por 92'575 ptas., obteniendo una ganancia de 15 %. ¿Cuánto me había costado?—R. *80'50 ptas.*

8 Compré una partida de corcho en pana, que luego vendí por 29440 ptas., obteniendo un quebranto de 8 %. ¿Cuánto me había costado?—R. *32000 ptas.*

9 Vendí en 121250 ptas. una finca que me había costado 125000 ptas. ¿Qué pérdida tuve por ciento?—R. *El 3 %.*

10 Un tendero compra el vino á 60‘75 ptas. el Hl.; paga $2\,^{3}/_{5}\,^{0}/_{0}$ de comisión, 7 ptas. por Hl. por derechos de consumos, y vende su género á 0‘75 ptas. el litro: ¿qué gana ó pierde $^{0}/_{0}$? —R. *Gana 8‘19* $^{0}/_{0}$.

Transportes

1 Desde Barcelona, se remitieron á una fábrica de papel continuo, de Gerona, 150 fardos de trapos, de peso 99·598 kilogramos cada uno, aproximadamente, ajustando el transporte en 4‘25 ptas. el quintal métrico. ¿Cuánto importó la conducción de la referida mercancia?—R. *634‘93 ptas.*

2 Un fabricante de tapones ha comprado 332‘80 qq. m. de corcho, que ha de transportar por ferrocarril á una distancia de 150 kilómetros. Estipulando el transporte á razón de 0‘05 pesetas cada 100 kilos por kilómetro, ¿cuánto debe pagar?—Resultado: *2496 ptas.*

3 El transporte de 4 Hl. de vino del Priorato costó á un comerciante 28‘50 ptas. ¿Cuánto importará el transporte de 60 Hls?—R. *427‘50 ptas.*

4 La casa Torrellas y Soler, de Barcelona, remitió á la Habana 450 Hls. de vino seco, estipulando el flete á razón de 20 ptas. por Hl. y en 10 $^{0}/_{0}$ los derechos de capa. ¿Cuánto pagó? —R. *9900 ptas.*

5 Un comisionista de Sevilla embarcó en el vapor *Vinuesa* 57500 kgs. de corcho, á la consignación de los Sres. Hijos de G. Matas, de Barcelona, estipulando el flete á $3\,^{1}/_{2}$ ptas. por cada 100 kilos y los derechos de capa á razón de 10 $^{0}/_{0}$. ¿Cuánto le costó la conducción de la referida mercadería?—R. *2213‘75 pesetas.*

6 Un comerciante malagueño ha remitido á Valencia 460 cajas de pasas, satisfaciendo 18‘75 ptas. por el flete de cada 10 cajas y 8 $^{0}/_{0}$ de capa. Determínese el coste de la remesa.—R. *931‘50 ptas.*

7 Nuestro corresponsal en Nueva Orleáns nos ha remitido 450 balas de algodón, de peso cada una 150‘80 kgs., que ha comprado de nuestra orden, á 45 ptas. el quintal métrico. Debiendo abonar 3 $^{0}/_{0}$ de comisión, $1\,^{1}/_{2}\,^{0}/_{0}$ de corretaje, 4‘45 pesetas por el flete de cada 100 kilos y 5 $^{0}/_{0}$ de capa, ¿cuánto nos cuesta la compra mencionada?—R. *35295‘67 ptas.*

8 Por flete y capa de 450 sacos de arroz, de 150 kilogramos, 400 gramos cada uno, satisfice 1675‘08 ptas., siendo 2‘25 pesetas el flete de cada 100 kgs. ¿A qué tanto por $^{0}/_{0}$ fué la capa? —R. *A 10* $^{0}/_{0}$.

9 He satisfecho al capitán del vapor *Extremadura* 341‘998 pesetas por el transporte de 152 Hl. de maíz. Siendo el flete 1‘50 ptas. por cada cuartera de 70 litros, ¿á cuánto resulta la capa?—R. *A 5* $^{0}/_{0}$.

10 Por el transporte de cierto número de serones de frutos secos, he satisfecho 654 ptas. Siendo 5 ptas. el flete de cada 10 serones y 9 % la capa, ¿cuántos serones se han transportado? —R. *1200 serones.*

Seguros (*)

1 ¿Cuánto me costará el seguro de 50000 ptas. que remito á mi corresponsal en Cádiz, pagando una prima de 1 ‰ y teniendo en cuenta los derechos de póliza y timbre?—Resultado: *53'75 ptas.*

2 He remitido á Santander un cargamento de trigo, cuyo valor es de 60500 ptas. Satisficiendo una prima de 2 ½ %, ¿cuánto me costará el asegurar la remesa, teniendo en cuenta los gastos de póliza y timbre?—R. *1522'50 ptas.*

3 Un comerciante sevillano remite á su corresponsal en Matanzas 420 Hl. de vino tinto, cuyo precio es 50 ptas. el hectolitro. ¿Cuánto le costará el seguro de sus géneros, pagando una prima de 1'5 %?—R. *320 ptas.*

4 Gutiérrez y Castellano, de Huelva, remiten á Solano y C.ª, de Marsella, para vender de cuenta y mitad, 159 quintales m. de frutas secas, cuyo valor es 15000 ptas. Contratando en 2 % el seguro de sus géneros, ¿cuánto tendrán que desembolsar por esta circunstancia?—R. *305 ptas.*

5 Un propietario aseguró una casa cuyo valor es 15000 pesetas, pagando de prima $^7/_8$ %. ¿Cuánto tuvo que desembolsar, contando los gastos de valoración, que importaron 15 ptas., los de póliza 10 ptas. y el timbre correspondiente?—R. *231'25 pesetas.*

6 Quiero remitir á un comisionista de Londres 150 bultos de tapones de diferentes clases, cuyo valor es 27000 ptas. Asegurando las $^4/_5$ partes del valor de la remesa, y siendo la prima 1'25 por 100, ¿cuánto debo desembolsar?—R. *275 ptas.*

7 Lacalle, Reynal y C.ª, comisionistas establecidos en Buenos Aires, remiten de mi orden y cuenta, una partida de cueros caballares, de peso 20600 kgs., y cuyo coste de compra es 21000 ptas. Los gastos, según factura, son los siguientes: corretaje, 3 %; flete, 10 ptas. por quintal m.; capa, 5 %; prima del seguro, 1 %; póliza, 8'25 ptas., y timbre, 5 ptas. ¿Cuánto me cuestan los cueros mencionados?—R. *24016'25 ptas.*

8 Remitimos á Saliety y C.ª, de Bilbao, 20 piezas de paño de Lyón, de tiro cada una 25 metros, que valen 25 ptas. metro. Habiendo satisfecho 317'50 ptas. por el seguro de dichos géne-

(*) En la resolución de estos problemas, ténganse presentes, además de la prima, los gastos de póliza y timbre.

ros, calcúlese el tanto por 100 de prima, costando 5 ptas. los derechos de timbre y póliza.—R. *El* $2\ ^1/_2\ ^0/_0$.

9 Hemos remitido á un comerciante en géneros ultramarinos residente en Villajoyosa, 30 sacos de café, de peso cada uno 62'40 kgs., á 134'50 ptas. los 41'60 kgs. Habiendo pagado 33'0125 ptas. por el seguro de la remesa, inclusos los gastos de timbre y póliza, y siendo 2'75 ptas. el coste de estos dos últimos conceptos, ¿á qué tanto por 100 se ajustó la prima?—Resultado: $A\ ^1/_2\ ^0/_0$.

10 Arquer y Villarroya, de Puerto Principe, me avisan haber embarcado en el vapor *Vulcano* 40 cajas de azúcar blanco, de peso cada una 50 kgs. Importando el asegurar dichos géneros 12'225 ptas., y sabiendo que la póliza costó 1 peseta y 3 ptas. el timbre, ¿cuánto será el coste total de los géneros que me remiten, habiendo fijado en $1\ ^1/_2\ ^0/_0$ la prima del seguro y siendo los fletes de cuenta del remitente?—R. *560'55 pesetas.*

11 El asegurar por el valor de sus $^3/_4$ partes una partida de géneros que remití á Casariego, de Milán, para que los vendiese de m/cta., me exigió un desembolso de 365 ptas., incluyendo los gastos de timbre y póliza, que juntos importaron 5 ptas. ¿Cuánto importaba la remesa, habiendo fijado en 2 $^0/_0$ la prima del seguro?—R. *Importaba 24000 ptas.*

Trueques

1 He vendido una pieza de franela de 30 m. á 5 ptas. uno, y he recibido en cambio una partida de vino de á 0'50 ptas. el litro. ¿Qué cantidad de vino me han entregado en pago?—Resultado: *300 litros.*

2 Compró un comerciante 1981'44 litros de vino á razón de 64'25 ptas. el hectolitro, dando en pago trigo de á 16 ptas. la cuartera de 70 litros. ¿Cuántas cuarteras dió?—R. *79'567 cuarteras de 70 litros.*

3 Vendí, á 3 meses plazo, 7399'44 litros de vino de Jerez, á 24'25 ptas. los 15'48 litros, abonando por cuenta del comprador los gastos de transporte, que importaron 68'75 ptas., y cargando $4\ ^1/_2\ ^0/_0$ sobre el importe y gastos por ser la venta á plazo. Llegado el vencimiento, recibí en pago aceite de á 12 pesetas los 13'03 litros. ¿Cuántos litros recibí?—R. *13116'21 litros de aceite.*

4 Tenía un lingote de plata á la ley de 800 milésimas, cuyo peso era $2\ ^1/_2$ kgs., y convine con un platero en cederlo por una cantidad de piezas de á 2 ptas., cuyo peso fuese igual al del lingote. ¿Cuántas ptas. recibí?—R. *500 ptas.*

Reducciones

1 Si 85 reales flojos de Navarra equivalen á 8 duros, y la libra esterlina equivaliese á 25'20 ptas., ¿qué relación existiría entre el real flojo de Navarra y la libra esterlina?— R. *1 £ = 53'55 rs. flojos Navarra.*

2 Si 100 metros equivalen á 92'12 varas de Galicia, y la cana de Barcelona equivale á 1'555 m., determínese la relación que existe entre la vara de Galicia y la cana barcelonesa.— R. *1 cana de Barcelona = 1'43 varas de Galicia.*

3 Si 1 hectómetro equivale á 109'36 yardas inglesas, y la cana de Gerona equivale á 1'559 m., hállese la relación entre la yarda inglesa y la cana gerundense.—R. *1 cana de Gerona = 1'704 yardas, aprox.*

4 ¿Qué relación existe entre la libra inglesa y la libra catalana, sabiendo que 2'50 libras catalanas equivalen á 1 kg. y que 100 kgs. equivalen á 220'47 libras inglesas?—R. *1 libra catalana = 0'882 libras inglesas, aprox.*

5 Averigüese la relación que existe entre el bushel inglés y el mallal de Gerona, si 100 litros son equivalentes á 2'751 bushels, y el mallal equivale á 15'48 litros.—R. *1 mallal de Gerona = 0'4258 bushels, aprox.*

6 Sabemos que 2'777 firlots de Escocia, para trigo, equivalen á 100 litros y que la cuartera de Gerona equivale á 72'32 litros. ¿Qué relación existe entre el firlot escocés y la cuartera gerundense?—R. *1 cuartera de Gerona = 2'0083 firlots.*

7 Sabiendo que 100 litros equivalen á 22'01 gallones imperiales de Inglaterra, á 28'05 gallones de Irlanda y á 8'71 cántaros de Valencia, determínese la relación que existe entre el gallón inglés y el cántaro valenciano y la existente entre éste y el gallón irlandés.—R. *1.°, 1 cántaro valenciano = 2'527 gallones ingleses; 2.°, 1 gallón irlandés = 0'3105 cántaros valencianos.*

8 Si el ducado, moneda de oro alemana, equivale 11'40 pesetas, y el florín austriaco, á 2'38 ptas., ¿qué relación existe entre el ducado y el florín?—R. *1 florín Austria = 0'208 ducados de Alemania.*

9 Si 3 libras, moneda catalana, equivalen á 8 ptas., y la libra esterlina, moneda inglesa, á 24'22 ptas., ¿qué relación existe entre la libra esterlina y la libra catalana?—R. *1 libra esterlina = 9'0825 libras catalanas.*

Facturas.—Cuentas de venta y líquido producto

1 En 25 de enero del corriente año, D. Sebastián Ceballos, de Gerona, vende al contado á D. Camilo Bragulat, los géneros siguientes: 60 m. fleco de seda, granate, á 7'25 ptas. el m.; 30 m. fleco de lana, gris, á 5'50 ptas. el m.; 40 ms. de damasco de seda, color azul, á 21'25 ptas. el m.; 15 m. íd. de lana color crema, á 18 ptas. el m. Hágase la factura correspondiente.—R. *1720 ptas.*

2 Los Sres. Corredor y Rigáu Hermanos, de Figueras, han vendido al contado, en 3 de febrero del corriente año, á D. Leopoldo Codolar y Sancho, de Barcelona, los siguientes artículos: 12 Hl. de vino tinto á 40 ptas. los 123'84 litros; 180 Hl. de vino del Ampurdán á 36·75 ptas. idem; 27 Hl. de vino moscatel á 90·25 ptas. idem. Han satisfecho los gastos de transporte por cuenta del comprador, cuya operación ha importado 120 pesetas. Extiéndase la factura y hállese su total.—R. *7816'78 ptas.*

3 Los Sres. Barangé é Hijos, fabricantes de jabón en Gerona, han vendido con fecha de hoy á E. Fernández, 4 cajas de jabón marca B. H., clase superior, cuyo peso es el siguiente: caja n.° 1, 40 kgs.; idem n.° 2, 52 kgs., 460 gs.; idem n.° 3, 46 kilogramos, 750 gs.; idem n.° 4, 36 kgs. Rebajando 5 p. % de tara; pagando el acarreo por cuenta del comprador, que importa 12'25 ptas., y siendo 0'60 ptas. el precio de libra catalana de jabón, hágase la factura correspondiente.—R. *261'92 pesetas.*

4 La casa Antonio Soler y C.ª, de Cádiz, ha vendido y remitido por ferrocarril á D. Constancio Ramírez, de Huelva, á 90 días fecha, las siguientes mercaderías: 76 Hl. de vino tinto á 62'25 ptas. el Hl. y 124 Hls. idem clase superior á 70'75 pesetas idem. Los gastos de la remesa son como sigue: envases, 1200 ptas.; acarreo á la estación del ferrocarril, 30 ptas.; guía y factor, 22'50 ptas.; portes según talón, 530 ptas. Extiéndase la consiguiente factura.—R. *15286'50 ptas.*

5 D. César Eguilaz, comisionista en Málaga, ha comprado por orden y cuenta de Forcadell y Boada, de Barcelona, los géneros siguientes, que ha embarcado en el vapor *Rápido,* á la consignación del comprador: 650 balas de cáñamo, peso total 70500 kgs., á 29'50 ptas. el quintal métrico. Los gastos de la remesa son los siguientes: comisión, 3 %; flete, 3'05 ptas. por bala; seguro, 1 $^1/_2$ p. %; capa, 10 p. %; póliza y sello, 10'50 pesetas; embarque y acarreo, 60'90 ptas.; despacho, 14 pesetas. Extiéndase la factura correspondiente.—R. *24321'28 ptas.*

6 Los Sres. Gómez y C.ª, de Mayagüez, han comprado por orden y cuenta de los Sres. Larache é hijos, de la Coruña, 250 sacos de cacao, marca P. R., peso total 14763'70 kgs. peso sucio, á 128'50 ptas. el quintal métrico, peso limpio, que han sido remitidos por el vapor *Magallanes,* capitán Sánchez. Deben considerarse los siguientes gastos: comisión, 3 $^1/_5$ p. %; seguro, $^7/_8$ p. %; flete, 20 ptas. por cada 15 sacos; capa, 8 p. %; póliza y timbre, 12'50 ptas.; embarque y acarreo, 48'75 ptas. Tara, 2 kgs. por saco. Valor en cuenta. Extiéndase la factura.—Resultado: *19496'97 ptas.*

7 D. Juan Ametller y Río, de Gerona, ha vendido á D. Federico Anglada, de Lérida, los géneros que á continuación se expresan: 24 cortes de pantalón, fantasía, á 229'50 ptas. la docena; 2 piezas de paño, castaño, de tiro cada una 35 ms., á 20 pesetas el m.; 3 piezas de cheviot, de 20 ms. cada una, á 16'25 pesetas el m. El comprador obtiene un descuento de 4 p. $^0/_0$ s/ el valor de la factura, y entrega al contado las $^4/_5$ partes del montante. El vendedor dispondrá del sobrante á pagar en l/ á 60 días. Extiéndase la factura.—R. *544'16 ptas.*

8 Canadell y Roca, comisionistas establecidos en Barcelona, recibieron de D. L. Marqués, de Mataró, los géneros siguientes para vender de su cuenta: enero 20: 62 Hl. de vino tinto, vendidos á 52'25 ptas. el Hl.; febrero 14: 20 Hls. id. id., vendidos á 60 50 id., id.; marzo 15: 9 Hls. de aguardiente vendidos á 12 ptas. el Dl. Gastos: comisión, 4 $^1/_2$ p. $^0/_0$; transportes, 120'75 ptas.; almacenaje, 80 ptas.; acarreo, 30'25 ptas. Formalícese la cuenta de venta y líquido producto, pasando el líquido al crédito del comitente. Fecha de la liquidación, 20 de mayo próximo.—R. *5049'68 ptas.*

9 D. S. Casado y Reyes, de Sevilla, remitió á D. Andrés Ribera, de Palamós, 2500 fardos de corcho, marca C. R., de peso total 125000 kgs. para vender de su orden y cuenta, que fueron realizados á 20'75 ptas. cada 41'60 kilos, mediante una comisión de 5 p. $^0/_0$. El comisionista satisfizo los gastos siguientes: fletes desde Sevilla á Palamós, al capitán del vapor *Elcano* por cuyo conducto recibió la mercancía, 750 ptas.; descarga, 320 ptas.; almacén, 180 ptas.; trabajo de pesar, 96'50 pesetas; acarreo, 40 ptas. Extiéndase la cuenta de venta y líquido producto, pasando la cantidad correspondiente al crédito del comitente.—R. *57845'77 ptas.*

10 Mariscal y C.^{a}, de Santander, remitieron al comisionista J. M. Laredo, de Barcelona, 260 sacos de harina, de peso sucio total 11500 kgs., para vender de su orden y cuenta que fueron realizados á 20 ptas. cada 41'60 kgs., rebajando por tara 1'15 kgs. por saco, cobrando una comisión de 3 $^1/_2$ p. $^0/_0$. El comisionista abonó los siguientes gastos: corretaje 1 $^1/_2$ p. $^0/_0$; almacenaje, 45'75 ptas.; descarga y acarreo, 32'25 ptas. Formalícese la cuenta de venta y líquido producto, pasando la cantidad correspondiente al crédito del comitente.—R. *5037'85 pesetas.*

Valores, fondos ó efectos públicos

1 Vendiendo 4 títulos de la Deuda amortizable, serie B, al cambio de 75'50, ¿cuánto deberé cobrar estipulando el corretaje á $^1/_4$ p. $^0/_{00}$?—R. *7547'50 ptas.*

2 Pagando al corredor $^1/_4$ p. $^0/_{00}$, ¿cuánto deberé desembol-

sar por la compra de 2 títulos de la Deuda perpetua interior, serie E, al cambio de 82'25?—R. *41137'50 ptas.*

3 ¿Cuánto percibiremos por la venta de 6 títulos de la Deuda perpetua exterior, serie F. al cambio de 54'60 $^1/_2$, pagando $^1/_4$ p. $^0/_{00}$ de corretaje?—R. *78595'20 ptas.*

4 Cotizándose los títulos de 500 ptas. uno. de cierta deuda, al cambio de 104. ¿cuánto me costará la compra de 8 títulos, dando al corredor $^1/_8$ p. $^0/_0$?—R. *4165 ptas.*

5 Hemos encargado á nuestro corredor la venta de 12 obligaciones del Banco de Barcelona al curso corriente de 50'58 p. $^0/_0$ y la de 20 láminas, de 500 ptas. una, de cierta deuda, al curso de 98'75 Siendo el corretaje $^1/_8$ p. $^0/_0$, ¿cuánto recibiremos? (*). —R. *12889'80 ptas.*

6 Comprando 40 obligaciones del ferrocarril de Tarragona á Barcelona y Francia al cambio de 99'50, ¿cuánto desembolseré siendo $^1/_8$ p. $^0/_0$ el corretaje?—R. *19925 ptas.*

7 Estando el 4 p. $^0/_0$ amortizable al cambio de 62'45, encargué á mi corredor invirtiera 156187'50 ptas. en títulos de la serie D. ¿Cuántos títulos compré siendo el corretaje á $^1/_4$ p. $^0/_{00}$? —R. *Compró 20 títulos.*

8 Siendo 60'75 $^1/_2$ la cotización del 4 p. $^0/_0$ interior, ordeno la venta de las láminas necesarias de la serie C para proporcionarme 18222'75 ptas. Habiendo estipulado el corretaje á $^1/_8$ p. $^0/_{00}$, ¿cuántas láminas se habrán de vender?—R. *6 títulos ó láminas.*

9 Hemos invertido 15337'50 ptas. en la compra de acciones del Puerto de Barcelona, al curso de 102 p. $^0/_0$. Dando al corredor $^1/_4$ p. $^0/_0$, ¿cuántas acciones hemos comprado?—Resultado: *30 acciones.*

10 Cotizándose las acciones del ferrocarril de Almansa á 42'25, he vendido un número de ellas que ha producido un líquido de 1913'625 ptas. Siendo 325 ptas el nominal de cada acción y dando al corredor $^1/_8$ p. $^0/_0$, ¿cuántas acciones he vendido?—R. *14 acciones.*

11 He tomado por mediación de corredor 8 láminas de cierta deuda, de 500 ptas. cada una, por las que he desembolsado 4285 ptas.: ¿á qué cambio las he tomado siendo $^1/_8$ p. $^0/_0$ el corretaje?—R. *Al cambio de 107.*

12 Ordené á mi corredor la venta de 20 títulos del 4 p. $^0/_0$ amortizable, serie B, y obtuve un líquido de 37375 ptas. ¿A qué cambio se hizo la operación pagando $^1/_4$ p. $^0/_0$ de corretaje?— R. *Al cambio de 75.*

13 Costando 55089 ptas. la compra de tres títulos del 4 p. $^0/_0$ exterior, serie F, adquiridos por medio de corredor, á quien dimos $^1/_8$ p. $^0/_{00}$, determínese el cambio á que se realizó la operación.—R. *Al cambio de 76'50 ptas.*

(*) Cuando no se anuncie el valor nominal de un título determinado, entiéndase que es de 500 ptas.

14 Vendí 35 acciones del Banco Hispano Colonial, pagando $^1/_8$ p. $^0/_0$ de corretaje, y cobré 17828'125 ptas. Hállese el tipo de la cotización.—R. *102 p.* $^0/_0$.

15 Cobrando el cupón del 1.° de enero correspondiente á 15 títulos del 4 p. $^0/_0$ interior, serie D, y dando 1 p. $^0/_{00}$ al corredor por cuya mediación se verificará el cobro, ¿cuánto recibiré?—R. *1873'125 ptas.*

16 Vencido el cupón trimestral correspondiente á 40 títulos de 500 ptas. uno, de una deuda al 6 p. $^0/_0$, ¿qué cantidad cobraré?—R. *300 ptas.*

17 He cobrado, por mediación de corredor, el cupón de 1.° de octubre correspondiente á 120 láminas del 4 p. $^0/_0$ amortizable, serie A. ¿Cuánto he recibido siendo 1 p. $^0/_{00}$ el corretaje?—R. *599'40 ptas.*

18 Queriendo obtener una renta anual de 12000 pesetas en papel que produce el 4 $^0/_0$ y que se cotiza al cambio de 96 p. $^0/_0$, ¿qué capital debo invertir?—R. *288000 ptas.*

19 Para obtener una renta anual de 2000 ptas. comprando 4 p. $^0/_0$ interior al cambio de 65'50, ¿cuántos títulos de la serie C debo comprar y cuánto me costarán siendo $^1/_4$ p. $^0/_{00}$ el corretaje?—R. *1.° Debe comprar 10 títulos; 2.° Su coste será 32762'50 ptas.*

20 Empleando 2463'75 ptas. en acciones del Puerto de Barcelona, que se cotizan á 98'55 y que reditúan el 6 p. $^0/_0$, ¿qué renta anual se tendrá?—R. *150 ptas.*

21 ¿Qué interés anual produce el dinero invertido en papel de la Deuda amortizable al 4 p. $^0/_0$, que se cotiza al cambio de 78'87 $^1/_2$?—R. *5'071 p.* $^0/_0$.

22 Comprando títulos de una deuda al 5 p. $^0/_0$, al cambio de 107, ¿qué interés produce el capital invertido?—Resultado: *4'672 p.* $^0/_0$.

23 Para que el dinero invertido en papel de la Deuda perpetua exterior produzca el 6 p. $^0/_0$ anual, ¿á qué cambio se ha de cotizar?—R. *Al cambio de 66'66* $^2/_3$.

24 Cierto individuo desea emplear un capital en papel del 4 p. $^0/_0$ amortizable, de modo que le produzca el 8 p. $^0/_0$. ¿A qué cambio ha de comprar?—R. *Al cambio de 50 p.* $^0/_0$.

25 Deseamos invertir 125000 ptas. en títulos de una deuda al 6 p. $^0/_0$ de modo que obtengamos un interés anual de 6 $^1/_2$ por 100. Cotizándose hoy dicho papel á 108, ¿cuánto debe bajar para realizar nuestro propósito?—R. *Debe bajar 15'693 p.* $^0/_0$.

26 Las acciones de cierta Sociedad anónima se cotizan á 86'75, teniendo desembolsado el 90 p. $^0/_0$ del capital: ¿cuánto pierden por ciento?—R. *Pierden el 3'611 p.* $^0/_0$.

27 Un banquero compró obligaciones de cierta sociedad al cambio de 95, y las vendió con 2 $^1/_2$ p. $^0/_0$ de pérdida sobre el dinero. ¿A qué cambio las vendió?—Resultado: *Al cambio de 92'625 p.* $^0/_0$.

28 Tenemos 50000 ptas. del 4 p. $^0/_0$ exterior, compradas al cambio de 76'25 y 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje. ¿A qué cambio deberemos venderlas, deseando ganar el 6 p. $^0/_0$ sobre el efectivo empleado?—R. *Al cambio de 80'931.*

29 Cierto individuo posee 30 títulos del 4 p. $^0/_0$ interior, serie C, y este papel experimenta un alza de 40 céntimos. ¿Qué aumento de capital efectivo le representa?—R. *600 ptas.*

30 El mismo individuo que en el anterior problema se menciona posee 18 títulos de una deuda, de 500 ptas. uno, que tomó al cambio de 98. Dicho papel se cotiza hoy á 97'25 $^1/_2$ ¿Qué disminución del capital efectivo representa la baja mencionada?—R. *67'05 ptas.*

31 Encargué á mi corredor la compra de medio millón de ptas. en títulos del 4 p. $^0/_0$ interior al cambio de 67'75. ¿A qué cambio debo hacer vender el papel comprado para obtener un beneficio líquido de 5 p. $^0/_0$, teniendo en cuenta que abono al corredor el corretaje de compra y el de venta á razón de $^1/_4$ por 1000?—R. *Al cambio de 71'188.*

32 Ordené á mi corredor la compra de 500000 pesetas en títulos del 4 p. $^0/_0$ amortizable al cambio de 68'46, y tres días después le dí orden de proceder á su venta, realizando un beneficio de 1900 ptas. sin deducir los corretajes. ¿Qué alza hizo el papel?—R. *Un alza de 0'38 p. $^0/_0$.*

Documentos de cambio y giro

1 Redactar la siguiente l/ 1.ª de cambio, á 8 días vista:

Número del giro, 24560; plaza libradora, Gerona; plaza pagadora, Barcelona; fecha del giro, hoy; librador, D. Fernando Salvador y Roca; tenedor, D. Pedro Rebolledo; librado, don Enrique Marqués, por saldo de cuentas; valor 2000 ptas., recibidas del tenedor. Póngase el *recibí* del cobrador.

2 Extiéndase la siguiente 1.ª de cambio, á 30 días fecha:

Número del g/, 250; plaza libradora, Valencia; íd. pagadora, Alicante; fecha del giro, hoy; librador, D. Cástulo García; tomador, D. Sebastián Garriga; librado, Sres. Alomar y Santamaría; valor 3500 ptas.; en cuenta con el tomador y por saldo de idem con el librado. Póngase el *recibí* del cobrador.

3 Redáctese la 2.ª de cambio siguiente, á 15 días vista, nominal 860 pesetas:

Número del g/, 14500; plaza libradora, Málaga; íd. pagadora, Palma de Mallorca; fecha del giro, hoy; librador, don Conrado Valdespino; tomador, Sres. García y Hermano, quienes entregan el efectivo al librador; librado, D. Narciso Santoya, á cuenta de su débito. Pónganse la aceptación, tres endosos y el *recibí* del endosado cobrador.

4 Extender la 3.ª de cambio siguiente, á fecha fija, de 5500 ptas., valor recibido en géneros del tenedor y en cuenta con el librado:

Número del g/, 20560; plaza libradora, Mataró; id. aceptante, Figueras; librador, D. Manuel Ibáñez; tenedor, D. José Moradell; librado, D. Juan Arquer; fecha del giro, hoy. Pónganse además: indicación, cuatro endosos y el *recibí* del endosado cobrador.

5 Redactar una 1.ª de cambio, núm. 28156, á la o/ del librador y á c/ de D. Aniceto Palahí, de Cádiz, á 15 d/v; nominal 150 pesetas, por s/ con el librado, *sin gastos*. Es librador D. Lorenzo Cufí, de Albacete; fecha del giro, hoy; 6 endosos que no quepan en el dorso y el *recibí* del endosado cobrador.

6 Extender una 2.ª de cambio, núm. 408700, á 60 d/v, á l/o de N. González, valor recibido, con los datos siguientes:

Valor nominal 4000 ptas., por s/ con el librado, Corredor y C.ª de Tarragona; plaza libradora, Barcelona; librador, don José María Dalmáu; fecha del giro, hoy; aceptación; indicación á D. M. Carreras; cuatro endosos y el *recibí* del endosado cobrador.

7 Con los datos que se darán, extiéndase la correspondiente libranza:

Número de orden, 150; nominal, ptas. 4500; plaza libradora, Gerona; á l/o de D. Salvador Carrasco, valor recibido del tomador; librador, D. Venancio Ulloa; librado, D. Casimiro Rocamora, de Santander.

8 D. R. Sánchez, de Zamora, presta, por 1 año, 300 pesetas al 5 $\%$ anual á D. Alberto Solís, de Cádiz. Extiéndase el correspondiente pagaré.

9 Don Juan Rosa y Lozano, propietario, residente en Calatayud, presta, por 7 meses y al 6 $\%$ anual, 12500 ptas. á don Teodoro Ribera, propietario y vecino de la misma ciudad. Redactar el pagaré correspondiente.

10 Redáctese el pagaré siguiente:

Don Leopoldo Avellaneda, de León, compra á 6 meses plazo, á don Francisco Losada, de la misma ciudad, una casa valorada en 130000 ptas.; de cuya cantidad paga el comprador intereses de 4 $\frac{1}{2}$ $\%$, que se añaden al valor de la finca.

11 Cierto individuo presta á otro, por 4 meses y sin interés alguno la cantidad de 4000 ptas. Extiéndase el correspondiente pagaré.

12 Con los datos que se darán, redáctese la correspondiente carta-orden:

D. Ricardo Espino y Valdés, de Valencia, ordena á don Silvio Comendador, de Alcira, mande pagar, á la orden de don Jacinto Serrano, la cantidad de 1960 ptas.

13 Tomando los datos que se darán, escribir la correspondiente carta de crédito:

Don A. Graner, de Gerona, ha de dirigirse á Cádiz y permanecer algún tiempo en dicha capital. Los Sres. Carreras y Suñer Hermanos, de Gerona, ordenan á su corresponsal gaditano, D. Rómulo Antúnez, entregue á Graner, durante todo el mes de abril, las cantidades que éste le pida hasta la suma de 6000 ptas.

14 El comerciante D. Juan Romero, de Gerona, ha de emprender un viaje que durará, próximamente, 3 meses, debiendo detenerse en Burdeos, París, Londres y Milán No queriendo llevar consigo más que cantidades de poca consideración se dirige al Banco Hispano Colonial y deposita una cantidad determinada, á fin de que esta sociedad bancaria le proporcione una *carta de crédito circular* hasta la suma de 25000 pesetas. Extiéndase el documento que recibirá, dirigido á los corresponsales del Banco en las ciudades antes mencionadas.

15 La casa Ramírez, Sardol y C.ª, de Barcelona, ha de recibir 850 ptas. de D. Olegario Arellano, comerciante establecido en Vinaroz, y libra un abonaré de esta cantidad á favor de su corresponsal en Valencia, D. Gregorio Sánchiz. Extiéndase el mencionado documento.

16 La casa de banca *Crédito Gerundense* libra un cheque de 15000 ptas. contra su sucursal en Barcelona, á la o/ de don Esteban Santamaría, del comercio de Gerona. Redactar el documento mencionado.

Cambio nacional sin gastos

Vencimientos á fecha corta

1 ¿Cuánto deberé desembolsar por una l/ de 100 pesetas, tomada á la par?

¿Cuánto me costaría tomándola á 1 $^0/_0$ b.^{o}?

¿Cuánto, tomada á 1 $^0/_0$ d.^{o}?

2 ¿Cuánto cobraré por la venta ó negociación de una l/ de 100 ptas. cedida á la par; cuánto, cedida á 1 $^0/_0$ b.^{o}, y cuánto, cedida á 1 $^0/_0$ d.^{o}?

3 He tomado, al cambio de 1 $^1/_2$ $^0/_0$ b.^{o}, una l/ de 20400 pesetas á 4 d/v. ¿Cuánto he desembolsado? – R. *20706 ptas.*

¿Cuánto me hubiera costado al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ d ^{o}? – Resultado: *20094 ptas.*

4 Negociando al cambio de $^3/_4$ $^0/_0$ d.^{o} una l/ de 1800 pesetas á 8 d/v, ¿cuánto cobraré?—R. *1786'50 ptas.*

¿Cuánto percibiría negociándola á $^3/_4$ p. $^0/_0$ b.^{o}? – Resultado: *1813'50 ptas*

5 He endosado á Roca una 1.ª de cambio á 8 d/v, de pesetas 6800'75, al cambio de $^7/_8$ $^0/_0$ d.^{o} ¿Cuánto he cobrado?— R. *6741'25 ptas.*

¿Cuánto hubiera recibido, al cambio de $^7/_8$ $^0/_0$ b.^{o}? – Resultado: *6860'25 ptas.*

6 Debiendo pagar á mi corresponsal en Valencia 5400 pesetas, tomo l/ de su valor, á 8 d/v, al cambio de $^1/_4$ $^0/_0$ daño. ¿Cuánto me cuesta?—R. *5386'50 ptas.*

¿Cuánto debería abonar, al cambio de $^1/_4$ % b.°?—R. *Abonaría 5413'50 ptas.*

7 He negociado al cambio 1 $^1/_2$ % d.° una l/, á 8 d/v, de 6450 ptas. ¿Cuánto he cobrado?—R. *6353'25 ptas.*

¿Cuánto hubiera recibido cediéndola á 1 $^1/_2$ % beneficio?—R. *6546'75 ptas.*

8 Nuestro corresponsal en Santander nos remitió una partida de sacos de harina blanca, cuyo coste y gastos ascienden á pesetas 6500. Para reembolsarle, tomo l/ á s/o, á 2 d/v, al cambio de $^3/_4$ % d.° ¿Cuánto debo desembolsar?—R. *6451'25 ptas.*

9 Para reembolsarme las 48500 ptas. que me debe mi corresponsal en Soria, libro á s/c una 1.ª de cambio á 12 d/v, que negocio al cambio de $^3/_8$ % beneficio. ¿Qué líquido me produce la operación?—R. *48681'875 ptas.*

10 Remití á Rocamora, de Huesca, 45 Hl. de vino, cuyo coste y gastos, según factura, importaron 2560'75 ptas. Para realizar el cobro, libro á s/c una 1.ª de cambio á 15 d/v, que negocio al curso de 2 % d.° ¿Cuánto debo recibir?—Resultado: *2509'53 ptas.*

11 Un cambista me ofrece moneda de plata y cobre al cambio de 1 $^1/_2$ % b.° ¿Cuánto recibiré en metálico, entregándole 1250 ptas. en papel del Banco de España?—R. *1231'25 ptas.*

12 La sucursal del Banco de España en Gerona, me cede una l/ de ptas. 2560'75 contra la sucursal de Valencia, á 4 d/v. ¿Qué cantidad en metálico debo entregar, sabiendo que unas sucursales de dicha Sociedad dan letras contra otras al cambio de 0'15 % b.°?—R. *2564'59 ptas.*

13 He tomado en la Sucursal del Banco de España las 3 l/ siguientes, á 8 d/v, contra la Sucursal de Málaga: 1.ª, de 1250 ptas.; 2.ª, de 4580'25; 3.ª, de 7852 ídem. ¿Cuánto he tenido que entregar?—R. *13702'77 ptas.*

14 López, de Badajoz, me remitió una partida de quintales de lana, cuyo coste y gastos, según factura, ascendían á 12620'50 pesetas. Para saldarle, tomo l/ á s/o. á 12 d/v, al cambio de 1 $^1/_8$ % b.° ¿Cuánto me cuesta la adquisición de dicha l/?—Resultado: *12762'48 ptas.*

15 Encargué á un comisionista de Castellón de la Plana la compra de cierta cantidad de vino, cuyo coste y gastos, según factura, importaron 5400 ptas. Para reembolsarle, tomo l/ de s/v, á 4 d/v, al cambio de 1 % d.°: ¿cuánto me cuesta dicha l/?—R. *5346 ptas.*

16 Un comerciante de Figueras, para reembolsarse del importe de una partida de géneros que vendió á otro de Barcelona, ha librado á c/ de éste una l/ á l/v, que ha negociado al cambio de $^3/_8$ % b.°, recibiendo 2690'05 ptas. ¿De cuánto era la l/ negociada?—R. *De 2680 ptas.*

17 Para recibir 24875 pesetas efectivas, negociando l/ á 4 d/v al cambio de $^1/_2$ % d.°, ¿qué nominal deberá tener la l/?—R. *25000 ptas.*

18 Para satisfacer el importe de una remesa de frutos coloniales que me hizo un comisionista de Málaga, tomé l/ de s/v, á 8 d/v, al cambio de $^7/_8$ $^0/_0$ b.°, para lo cual tuve que desembolsar 15615'46 ptas. ¿De cuánto era dicha l/?—Resultado: *15480 ptas.*

19 Caravallo, Rodón y C.ª, fabricantes en Palencia, vendieron á un comerciante gerundense una partida de mantas de lana y algodón. Para saldar s/cta. con la casa palentina, el de Gerona toma l/, á 10 d/v, al cambio de 1 $^3/_5$ $^0/_0$ d.°, desembolsando, al efecto, 9348 ptas. ¿Qué valor tenían los géneros remesados?—R. *9500 ptas.*

20 He tomado una l/ de 5496 pesetas, pagando por ella 5550'96 pesetas. ¿A qué cambio se ha verificado la operación?—R. *1 $^0/_0$ b.°*

21 He adquirido una 1.ª de cambio de 3200 pesetas, desembolsando 3176 ptas. ¿A qué cambio la he tomado?—R. *Al cambio de $^3/_4$ $^0/_0$ d.°*

22 He cedido una 2.ª de cambio á 2 d/v, de ptas. 2200, recibiendo 2219'25 pesetas efectivas. ¿A qué cambio se ha verificado la negociación?—R. *Al cambio de $^7/_8$ $^0/_0$ b.°*

23 He endosado á Roca y Soler una 1.ª de cambio de pesetas 8000, cargando en s/cta. 7910 ptas. ¿A qué cambio se la he cedido?—R. *Al cambio de 1 $^1/_8$ $^0/_0$ d.°*

Cambio nacional con gastos

Vencimientos á fecha corta

1 Debiendo satisfacer á mi corresponsal en Barcelona 6820 pesetas, encargo á mi corredor me proporcione l/ de este valor, á 8 d/v., s/ dicha plaza, lo que efectúa al cambio de 1 $^0/_0$ b.° ¿Cuánto me cuesta dicha l/, dando al corredor 1 $^0/_{00}$ por su trabajo?—R. *6895'02 ptas.*

¿Cuánto me hubiera costado tomándola al cambio de 1 $^0/_0$ daño?—R. *6758'62 ptas.*

2 García, de Mallorca, me debe 2040'75 ptas., líquido producto de una partida de vino que ha vendido de m/cta. Deseando reembolsarme, libro á s/c. una 1.ª de cambio, que negocio mediante 1 $^0/_{00}$ de corretaje, al cambio de 1 $^1/_2$ $^0/_0$ d.° ¿Qué efectivo debo recibir?—R. *2008'10 ptas.*

¿Cuánto percibiría, cediendo la l/ á 1 $^1/_2$ $^0/_0$ b.°?—Resultado: *2069'32 ptas.*

3 Torreblanca y Alcaraz, de Pontevedra, compró de mi orden y cuenta una partida de bacalao, cuyo importe y gastos ascendieron á 2250 ptas. Para satisfacerle la mencionada cantidad, tomé l/ s/ d/ plaza, á 4 d/v., al cambio de $^5/_8$ $^0/_0$ d.° y 1 $^0/_{00}$ de corretaje. ¿Cuánto me costó dicha l/?—R. *2238'188 ptas.*

¿Cuánto hubiera desembolsado, tomándola á $^{5}/_{8}$ % b.°?—Resultado: *2266'312 ptas.*

4 Vendí á un fabricante 230 quintales m. de cierto género á 6 ptas. el q. m. Para reembolsarme, he librado á s/c. una 1.ª de cambio á 10 d/v., que he negociado por mediación de corredor á $^{3}/_{4}$ b.° ¿Cuánto he cobrado? (*).—R. *1388'97 ptas.*

¿Cuánto cobraría cediendo la l/ á $^{3}/_{4}$ % d.°?—R. *1368'27 pesetas.*

5 He comprado, por orden y cta. de mi corresponsal en Vinaroz, una partida de cueros cuyo valor es ptas. 9500. Para reembolsarme, libro á s/c., á 8 d/v., por medio de corredor, al cambio de 1 % d.° ¿De cuánto debe ser la l/?—R. *9605'66 ptas.*

¿De cuánto sería si la negociase á 1 % b.°?—R. *9415'26 ptas.*

6 Villarroya, mi corresponsal en Ciudad Real, cobró por mi cuenta, en aquella plaza, 7500 ptas., para cuyo reembolso le encargo tome l/ á m/o., lo que efectúa mediante corredor, al cambio de $^{1}/_{8}$ % b.° ¿Qué cantidad en l/ recibiré, abonando á mi citado corresponsal $^{1}/_{2}$ p. % de comisión de banca?—Resultado: *7439'76 ptas.*

7 Tengo en mi poder 7450 ptas. de mi corresponsal en Cádiz, y me escribe le gire á 8 d/v. la expresada cantidad, lo que efectúo tomando l/ s/ dicha plaza al cambio de 1 $^{1}/_{2}$ % d.° y 1 ‰ de corretaje, cobrándome $^{1}/_{4}$ % de comisión de caja. ¿De cuánto será la letra que tomaré?—R. *De 7530'81 ptas.*

8 Un comerciante de Madrid me remitió 15000 ptas. para que tomase en esta plaza l/ á s/o., s/ Huelva, lo que efectué al cambio de $^{3}/_{4}$ % b.° y 1 ‰ de corretaje. ¿Qué cantidad en l/ pude adquirir, teniendo en cuenta que antes retiré $^{1}/_{2}$ % de comisión de banca y 6 ptas. por el timbre correspondiente?—R. *14793'25 ptas.*

9 Los Sres. Hijos de L. González, mis corresponsales en Zaragoza, me remiten 4620 ptas. á fin de que las invierta en l/ á s/o. s/ Almería, á 4 d/v., la que me es facilitada por los señores Carreras Suñer Hermanos, de ésta, al cambio de $^{7}/_{8}$ % beneficio y $^{1}/_{5}$ % de corretaje. Siendo $^{1}/_{2}$ % mi comisión de caja, ¿qué nominal tendrá la l/ que remitiré á mis corresponsales en Zaragoza, teniendo, también, en cuenta el coste del timbre, que importó 2 ptas.?—R. *4546'03 ptas.*

10 Debiendo pagar 8575'25 ptas. á un fabricante de Alcoy, encargo á mi corresponsal en Barcelona me facilite l/ s/ dicha plaza, á 10 d/v., lo que efectúa por medio de corredor al cambio de $^{1}/_{8}$ p. % d.° Abonando á mi corresponsal una comisión de $^{1}/_{2}$ % sobre la cantidad desembolsada, y contando 4 pesetas por el timbre de la l/, ¿qué cantidad deberé abonar en cuenta á mi citado corresponsal?—R. *8619'98 ptas.*

(*) No se olvide que, cuando no fijamos el tanto de corretaje debe entenderse que es el ordinario de 1 ‰.

11 Nuestro comitente D. T. Rosado nos remitió 60351'20 kilogramos de corcho, para vender de s/cta., el que hemos realizado á 29'75 ptas. los 100 kgs. Recibimos orden de invertir el líquido producto de la venta en l/ á s/o., á 3 d/v., que tomamos por medio de corredor á $^5/_8$ p. $^0/_0$ b.° Determínese el valor nominal de la l/ que tomaremos, siendo 5 p. $^0/_0$ n/ comisión por la venta de la referida mercadería y deduciendo 8 ptas. por el timbre correspondiente.—R. *16926'04 ptas.*

12 Invirtiendo 24800 ptas. en l/ á l/v. tomada por mediación de corredor al cambio de 2 por $^0/_0$ d.°, ¿de cuánto sería la l/ que podríamos adquirir?—R. *De 25280'32 ptas.*

¿Qué nominal tendría la l/ si el cambio estuviese á 2 p. $^0/_0$ beneficio?—R. *24289'91 ptas.*

13 Negocié una l/ de 6000 ptas. á 8 d/v., dando al corredor 1 por $^0/_{00}$, y recibí 6054 ptas. efectivas. ¿A qué cambio verificóse la operación?—R. *Al cambio de 1 $^0/_0$ b.°*

14 He endosado, por mediación de corredor, una l/ á 4 d/v., de ptas. 4450, recibiendo 4401'05 ptas. efectivas. ¿A qué cambio la he cedido?—R. *Al cambio de 1 $^0/_0$ d.°*

15 He tomado, por medio de corredor, una l/ de 2520 pesetas, por la que he desembolsado 2544'57 ptas. ¿A qué cambio se ha convenido la operación?—R. *Al cambio de $^7/_8$ p. $^0/_0$ b.°*

16 Encargué al corredor Galarza la adquisición de una l/ á 12 d/v., de ptas. 8560, por la cual entregué 8525'76 ptas. Determínese el cambio á que se hizo la operación.—R. *Al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ d.°*

17 D. Carlos García, comerciante, remitióme una l/ de pesetas 1650 para que la negociara por s/cta., lo que efectué por medio de corredor y $^1/_2$ p. $^0/_0$ de comisión de banca, quedando á s/f. un líquido de 1652'475 ptas. ¿A qué cambio la negocié?—R. *Al cambio de $^3/_4$ p. $^0/_0$ b.°*

18 Vendí por o/ y cuenta de Salazar una remesa de cereales que arrojó un líquido á s/f. de 26850 ptas. Dicho comitente me encargó invirtiese esta cantidad en l/ á s/o., s/ Sevilla, á 8 d/v., lo que verifiqué ayer por medio de corredor, cobrándome $^1/_4$ p. $^0/_0$ de comisión de caja y 13 ptas. por el timbre correspondiente. La l/ adquirida es de ptas. 26776'569. ¿A qué cambio se tomó?—R. *Al cambio de $^1/_8$ p. $^0/_0$ d.°*

Cambio nacional sin gastos

Vencimientos á fecha larga

1 Estando en Barcelona el cambio s/ Sevilla para el papel á fecha corta á 1 $^0/_0$ b.°, ¿cuánto nos costará una l/ de 4200 pesetas, á 60 d/f., siendo 6 $^0/_0$ el tipo del descuento y considerando 3 días de correo, tiempo que la l/ necesita para ir á la aceptación?—R. *4208'17 ptas.*

¿Cuánto nos costaría la l/ anterior, si el cambio estuviese á 1 $^{0}/_{0}$ d.°?—R. *4124'17 ptas.*

2 He librado una 1.ª de cambio s/ Santander, de pesetas 5000, á 90 d/f., que he negociado á 1 $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$ d.° con descuento de 5 p. $^{0}/_{0}$. ¿Cuánto he recibido, contando 4 días de correo?—R. *4871'58 ptas.*

¿Cuánto debería recibir si el cambio fuese á 1 $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$ b.°?—R. *5021'58 ptas.*

3 Un comerciante, para cobrarse el valor de una remesa de mercaderías, gira á c/ del deudor una l/ de 800 ptas., á 30 d/f., que negocia á $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$ d.° con descuento de 12 p. $^{0}/_{0}$. ¿Cuánto recibe en efectivo, rebajando 1 día para la aceptación? —R. *790'48 ptas.*

4 Debiendo reembolsarme 4315'75 ptas. que me debe un comerciante de Lugo, libro á s/c. una 1.ª de cambio á 20 d/f., que negocio al cambio de $^{3}/_{4}$ p. $^{0}/_{0}$ b.°, con descuento de 9 $^{0}/_{0}$. Suponiendo que el correo tarde 4 días para llegar á la plaza pagadora, ¿cuánto recibiré por la mencionada negociación?—R. *4339'60 ptas.*

5 Los Sres. Hijos de P. Solano ceden á Santana Hermanos, de esta plaza, una l/ de 1480'50 ptas., s/ Oviedo, á 60 d/f., al cambio de 1 $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$ b.° con descuento de 6 $^{0}/_{0}$. Siendo 3 los días necesarios para proceder á la aceptación, ¿cuánto costará al tomador la l/ mencionada?—R. *1490'78 ptas.*

6 Para proceder al pago de una factura de 48650 pesetas, tomo l/ á 30 d/f., á $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$ d.° con descuento de 4 $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$. ¿Cuánto debo satisfacer, conviniendo en 2 los días de correo para la aceptación?—R. *48286'80 ptas.*

7 Debiendo reembolsarme 10000 ptas. que me debe mi corresponsal en Jaén, libro á s/c. una 1.ª de cambio á 60 d/f. Estando en ésta el cambio s/ d/p. á 1 p. $^{0}/_{0}$ d.°, y siendo el descuento á razón de 5 p. $^{0}/_{0}$, ¿de cuánto será la l/ que deberé librar, estipulando en 3 días los que serán necesarios para proceder á la aceptación?—R. *De 10169'83 ptas.*

8 Cedí en esta plaza una l/ á 40 días, s/ Zamora, á $^{1}/_{2}$ por ciento b.° para el papel á fecha corta, estipulando el descuento en 10 p. $^{0}/_{0}$, y recibí en efectivo 8477'30 ptas. Suponiendo que el correo necesita 4 días para ir á aquella plaza, ¿qué nominal tenía la l/ negociada?—R. *Su nominal era 8500 ptas.*

9 Por una l/ á 3 meses plazo que he tomado en esta plaza s/ la de Bilbao, al cambio $^{3}/_{5}$ p. $^{0}/_{0}$ b.° con descuento de 6 p. $^{0}/_{0}$, he satisfecho ptas. 13552'573. Siendo 5 los días que hemos convenido necesarios para proceder á la aceptación, ¿qué valor nominal tiene dicha l/?—R. *13643'30 ptas.*

10 Remití á los Sres. Lubrano y C.ª, de Cádiz, varias piezas de tejidos, cuyo valor, según factura, ascendía á 2684 pesetas. Para reembolsarme, giro á s/c. una l/ á 2 $^{1}/_{2}$ meses, que negocio á 1 $^{2}/_{5}$ p. $^{0}/_{0}$ d.° con descuento de 5 $^{1}/_{2}$ p. $^{0}/_{0}$. ¿De cuánto deberá ser la citada l/, suponiendo que el correo necesita 3 días para llegar á la plaza pagadora?—R. *2748'98 ptas.*

11 He negociado una l/ de ptas. 1480, á 60 d/f., rebibiendo un efectivo de ptas. 1460'68. ¿A qué cambio se ha verificado la negociación, habiendo contado 3 días para la aceptación, y siendo el descuento á 6 p. $^0/_0$?—R. *Al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ d.º*

12 Negociando una l/ de 26800 ptas., á 30 d/f., con descuento de 5 p. $^0/_0$, y recibiendo 26994'576 ptas. efectivas, ¿á qué cambio se hizo la operación, habiendo convenido 2 días de correo para proceder á la aceptación?—R. *Al cambio de 1 por ciento b.º*

13 He tomado una primera de cambio á 45 d/f., de pesetas 15420, con descuento de 12 p. $^0/_0$ al año, mediante un desembolso de ptas. 15131'984, conviniendo en 3 días los de correo necesarios para la aceptación. ¿A qué cambio la he tomado?—R. *Al cambio de $^3/_4$ p. $^0/_0$ d.º*

14 Debiendo reembolsar á mi corresponsal en Lugo 2990'50 pesetas que pagó por m/cta., tomo l/ de dicho valor á 45 días fecha, con 6 $^1/_2$ p. $^0/_0$ de descuento, por la que entrego 3017'7835 pesetas. Siendo 4 días los de correo convenidos, ¿á qué cambio me han cedido la l/ mencionada?—R. *Al cambio de 1 $^1/_2$ $^0/_0$ b.º*

Cambio nacional con gastos

Vencimientos á fecha larga

1 He tomodo por orden y cuenta de Sanllehi, de Mataró, una l/ s/ Madrid de 4620 ptas., á 60 d/f., al cambio de 1 p. $^0/_0$ b.º y 6 p. $^0/_0$ de descuento, pagando 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje y cobrando mi comisión de $^1/_4$ p. $^0/_0$. ¿Cuánto debo cargar en cta. á mi citado corresponsal, contando 2 ptas. por el timbre correspondiente y considerando 2 días de correo para la aceptación?—R. *4646'40 ptas.*

2 Necesitando remitir 8650'50 pesetas á un fabricante de Pamplona, ordeno á mi corredor tome l/ s/ d/p., á 30 d/f., lo que verifica al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ d.º con descuento de 5 $^3/_4$ por $^0/_0$. Rebajando 3 días para la aceptación y contando 4 pesetas por el timbre debido, ¿cuánto deberé desembolsar?—Resultado: *8594'01 ptas.*

3 He negociado una l/ de 956 ptas. s/ Sevilla, á 90 d/f., al cambio de 1 $^1/_2$ p. $^0/_0$ d.º para el papel á fecha corta, pagando 2 $^0/_{00}$ de corretaje y abonando al tomador el interés de 9 p. $^0/_0$ anual por 79 días. ¿Qué cantidad he recibido?—R. *921'13 ptas.*

4 Vendí á un comerciante de Huelva una partida de géneros, valor 9500 ptas., y satisfizo dicho importe entregándome una l/ á 90 d/f. c/ un banquero de dicha plaza, la que negocié 15 días después al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.º y 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje, con descuento de 8 p. $^0/_0$. Siendo 4 los días de correo necesarios para la aceptación de dicha letra, ¿qué cantidad recibí? —R. *9406'83 ptas.*

5 He tomado una l/ s/ Bilbao, á 40 d/f., al cambio de 1 $^0/_0$ beneficio, pagando 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje. Siendo 5 los días necesarios para la aceptación y 10 p. $^0/_0$ el descuento convenido, ¿de cuánto es la letra mencionada, habiendo tenido que desembolsar 6021'62 ptas.?—R. *6000 ptas.*

6 He tomado por mediación de corredor una l/ s/ Pontevedra, á 60 d/f., al cambio de $^7/_8$ p. $^0/_0$ d.°, deduciendo el descuento correspondiente á razón de 1 p. $^0/_0$ mensual por 48 días, por cuya adquisición he desembolsado ptas. 8690'576. ¿Qué nominal tiene dicha l/?—R. *8900 ptas. nominales.*

7 Negociamos por medio de corredor, á 1 $^1/_8$ p. $^0/_0$ b.°, una primera de cambio s/ Zamora, á 2 meses fecha, con descuento de 8 p. $^0/_0$ por 48 días, recibiendo pesetas efectivas 6998'15. ¿De cuánto era dicha l/?—R. *De 7000 ptas.*

8 Negocié por o/ y cta. de mi corresponsal en Figueras, al cambio de 1 p. $^0/_0$ d.°, una l/ s/ Santander á 45 d/f, pagando 1 $^0/_{00}$ de corretaje con descuento de 12 p. $^0/_0$ anual por 33 días y retirando mi comisión á razón de $^1/_2$ p. $^0/_0$. Quedando á favor de mi citado corresponsal ptas. 29487'453, ¿de cuánto era dicha letra?—R *De 30300'72 ptas.*

9 He tomado una l/ de 4000 ptas., s/ Cádiz, á 60 d/f, pagando 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje, con descuento de 6 $^1/_2$ p. $^0/_0$ por 50 días, desembolsando 3928'384 ptas. ¿A qué cambio la he tomado?—R. *Al cambio de 1 p. $^0/_0$ d.°*

10 ¿A qué cambio se ha tomado una l/ de 5260 ptas., s/ Vitoria á 2 $^1/_2$ meses fecha, pagando 1 $^0/_{00}$ de corretaje, con descuento de 7 p. $^0/_0$ por 63 días, habiendo desembolsado por ella ptas. 5228'01?—R *Al cambio de $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.°*

11 He endosado á Ruiz, por mediación de corredor, una primera de cambio s/ Granada, de ptas. 26512'75, á 90 d/f, con descuento de 1 $^0/_0$ mensual por 79 días, recibiendo 25598'788 pesetas. ¿A qué cambio se ha verificado la operación?—R. *Al cambio de $^3/_4$ $^0/_0$ d.°*

12 Hállese el cambio á que se negoció una l/ de 658'50 pesetas, á 30 d/f, s/ León, verificando la operación por medio de corredor, descontando los intereses correspondientes á razón de 9 p $^0/_0$ anual y contando 5 días de correo para la aceptación, habiendo recibido el endosante 671'542 pesetas efectivas.—Resultado: *El cambio fué 2 $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.°*

Cuentas de resaca

1 Nuestro corresponsal en Barcelona, D. R. Linares, endosó á n/o, por s/ de s/cta., una 1.ª de cambio á 8 d/v, de pesetas 5000, librada por D. José Alier, de dicha plaza, c/ Torroella

y Albañá, de ésta. No habiendo el librado querido aceptar la l/. ordené el protesto por falta de aceptación, y 8 días después, el correspondiente por falta de pago, abonando al notario por ambas operaciones la cantidad de 20'50 ptas. Para reembolsarme, libré una resaca á c/ de mi corresponsal y á l/o de N. Soler, de ésta, á 4 d/v, que negocié á 1 p. $^0/_0$ d.° y 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje, contando mi comisión de banca á razón de $^1/_2$ por 100 s/ el nominal de la l/ protestada, 3 ptas. por el timbre correspondiente, 1'25 pesetas por correspondencia y 0'10 ptas. por el sello móvil.

Redáctese la cta. de resaca que deberá acompañar á la l/, y determínese el valor nominal de la misma.—R. *5106'01 ptas.*

2 Los Sres. Heras y Salvador, de Valencia, nos endosaron, por saldo de cuentas, una l/ de ptas. 4520, c/ Núñez, de ésta, que protestamos por falta de aceptación y pago. Para reembolsarnos, libramos á c/ de d/Sres. y o/ P. Segura, de ésta, una primera de cambio, que negociamos á $^7/_8$ p. $^0/_0$ d.° y 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje, cargando n/ comisión de banca, á razón de $^1/_2$ por 100 s/ el valor nominal protestado. Siendo 22 ptas. los gastos de protestos, 1'50 ptas. los de correspondencia, 2 ptas. por timbre para el reembolso y además el sello móvil, formalícese la cuenta de resaca correspondiente y hállese el nominal de la l/ negociada.—R. *4613'17 ptas.*

3 P. Rodero, de Sevilla libró una l/ de 3300 ptas. á 8 d/v, á c/ de E. Laserna y á l/o de Molina y Fiol, quienes la endosaron á S. Marsal, y éste, á favor de C. Rocamora, la cual fué protestada por falta de aceptación y pago. Rocamora, para cubrirse del montante de la l/ protestada y gastos satisfechos, libró una resaca á c/ de Rodero, la cual negoció á $^1/_4$ p. $^0/_0$ daño y 1 $^0/_{00}$ de corretaje, cargando $^1/_4$ p. $^0/_0$ de comisión. Siendo 21'75 ptas. los gastos de protesto; 2'25 ptas. los de correspondencia, y teniendo en cuenta el valor del timbre, que es 2 pesetas, y el sello móvil correspondiente, extiéndase la cuenta de resaca y dígase el nominal de la l/ que se libra para el reembolso.—R. *3346'04 ptas.*

4 Libré una l/ de 820 ptas., á l/v, á l/o de P. Mediavilla y á c/ de R. Fernández, de Granada, para cobrarme el importe de una remesa de mercaderías, cuya l/ fué protestada por falta de pago. Para reembolsarse Mediavilla, gira á m/c una l/ del valor de la protestada y gastos ocurridos, la cual negoció al recambio de $^1/_8$ p. $^0/_0$ b.°, 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje y cargando su comisión á razón de $^1/_2$ p. $^0/_0$. Los gastos, además de 0'60 pesetas por timbre y sello móvil, fueron los siguientes: protesto, 12'20 ptas.; correspondencia, 1'25ptas. Formalícese la correspondiente cuenta de resaca, y averigüese el montante de la l/ que deberé satisfacer.—R. *837'94 ptas.*

Cambio extranjero sin gastos

1 ¿Cuánto nos costará una l/ de 4500 francos, s/ Marsella, á 8 d/v, al cambio de 2'85 p. % b.º?—R. *4628'25 ptas.*

2 Un banquero de esta plaza me ha facilitado dos l/ á 10 d/v, s/ París y Burdeos, respectivamente, la 1.ª de 2420 francos y de 3625 francos la 2.ª, al cambio de 8'75 p. % b.º ¿Cuánto debo desembolsar?—R. *6573'93 ptas.*

3 Si las dos letras del problema precedente las hubiésemos tomado al mismo cambio, pero á d.º, ¿cuánto hubiéramos desembolsado?—R. *5516'06 ptas.*

4 Hemos cedido á los Sres. Galofre y C.ª una l/ de 2000 fr. s/ Lyón, á 10 d/v, y otra de 1600 liras, s/ Milán, á 8 d/v, al cambio de 5'20 p. % b.º la primera, y á 2 p. % b.º la segunda. ¿Qué cantidad hemos recibido?—R. *3736 ptas.*

5 Los Sres. Zapater y C.ª, banqueros, nos han cedido una l/ s/ Londres, de 400 £. E., á 3 m/f, al cambio de 25'50. ¿Qué cantidad hemos desembolsado?—R. *10200 ptas.*

6 Debiendo reembolsarnos 150 £. E., 8 chelines, 9 peniques que nos debe nuestro comisionista en Londres, libramos á s/c un l/ á 3 m/f, que negociamos al cambio de 25'60. ¿Cuánto hemos recibido? (*)—R. *3851'18 ptas.*

7 Hemos tomado una l/ de 950 fr., á 8 d/v, s/ Bruselas, al cambio de 2'50 p. % b.º, y hemos negociado otra de fr. 4600, á 10 d/v, s/ Berna, á 1/2 p. % d.º ¿Cuánto hemos pagado por la primera y cuánto hemos cobrado por la segunda?—R. *1.º, Se han pagado 973'75 ptas. 2.º, Se han cobrado 4577 ptas.*

8 ¿Cuánto deberé desembolsar por una l/ de 2500 florines, s/ Viena, al cambio de 2'40?—R. *6000 ptas.*

9 Debiendo cobrar 2640 marcos banco que me debe mi corresponsal en Hamburgo, libro á s/c una l/ de d/v, á 30 d/f, que negocio al cambio de 1'25. ¿Cuánto debo recibir?—Resultado: *3300 ptas.*

10 Debiendo remesar á un comerciante de Lisboa 4620 milréis, tomo en esta plaza l/ de d/v al cambio de 5'75. ¿Cuánto debo desembolsar?—R. *26565 ptas.*

11 ¿Qué cantidad debo entregar por la compra de una l/ de 820 rublos, s/ San Petersburgo, tomada al cambio de 4'30?—Resultado: *3526 ptas*

12 He negociado una l/ de 250 £. E., 14 chelines, 5 peniques, s/ Dublín, á 3 m/f, al cambio de 25'75. ¿Cuánto he cobrado?—R. *6456'04 ptas.*

13 Empleando 5000 ptas. en l/ s/ París, á 8 d/v, al cambio

(*) 1 libra esterlina = 20 chelines; 1 chelín = 12 peniques de 4'25 p. $^0/_0$ b.°, ¿de cuántos francos será la l/ que tomaré? — R. *Dé 4796'16 francos.*

¿De cuántos francos sería la l/ si la tomase al mismo cambio, pero á d.°? — R. *Sería de 5221'93 francos.*

14 Una l/ á 8 d/v, s/ Perpiñán, negociada al cambio de 12 $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.°, ha producido ptas. 6750. ¿De cuánto era d/l? — R. *6000 francos.*

15 He tomado una l/ á 8 d/v, s/ Burdeos, al cambio de 6 $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.°, y por ella he satisfecho ptas. 979'80. ¿De cuánto era d/l? — R. *920 francos.*

16 He endosado á L. Corredor una l/ s/ Amsterdam al cambio de 2'50, y he recibido ptas. 1625. ¿Qué valor nominal tenía d/l? — R *650 florines.*

17 Empleando 5000 ptas en l/ s/ Milán, á 10 d/v, al cambio de 2 p. $^0/_0$ b.°, ¿de cuánto será la l/ que tomaré? — R. *4901'96 liras.*

¿Qué nominal tendría d/l si la tomase al mismo cambio, pero á d.°? — R. *5102'04 liras.*

18 Un comerciante gerundense libró y negoció una l/ á l/v, s/ Oporto, al cambio de 5'65, y recibió ptas. 7062'50. ¿De cuánto era d/l? — R. *De 1250 mil-réis.*

19 Empleando 1812'50 ptas. en l/ s/ Hamburgo, al cambio de 1'25, ¿qué nominal tendrá la l/ que tomaré? — R. *1450 marcos banco.*

20 Nuestro corresponsal en Santander nos remite 25000 pesetas para que las invirtamos en l/ á 3 m/f, s/ Dublin, la que tomamos al cambio de 25'40. ¿De qué valor será la l/ que tomaremos? — R. *De £. E. 984 - 5 - 0'24.*

21 He negociado una l/ s/ Liverpool, á 3 m/f. al cambio de 25'60, y he recibido 5520'4096 ptas. efectivas. Hállese el valor nominal de d/l. — R. *Nominal de la letra: £. E. 215 - 12 - 9'84.*

22 Debiendo remitir fondos á París, he tomado una l/ de 3000 francos s/ d/p, á 8 d/v, pagando por ella ptas 3300. ¿A qué cambio se ha verificado la operación? — R. *Al cambio de 10 p. $^0/_0$ b.°*

23 Debiendo reembolsarme 4520 francos que me debe un comerciante de Tolón, libro á s/c una 1.ª de cambio á 8 d/v, á l/o de D. Narciso Ariza, recibiendo 4813'80 ptas. efectivas. ¿A qué cambio la he cedido? — R *Al cambio de 6 $^1/_2$ p $^0/_0$ b.°*

24 ¿A qué cambio se ha tomado una l/ de 2600 liras, s/ Milán, á 12 d/v, habiendo desembolsado el tomador 2561 pesetas? — R. *Al cambio de 1 $^1/_2$ p. $^0/_0$ d.°*

25 Por la negociación de una l/ á 3 m/f, s/ Manchéster, de 45 £. E., recibí 1145'25 ptas. ¿A qué cambio se hizo la operación? — R. *Al cambio de 25'45.*

26 Necesitando remitir 850 florines á un fabricante de Presburgo, tomo l/ de dicha cantidad entregando 2210 pesetas efectivas ¿A qué cambio he adquirido d/l? — R. *2'60.*

27 Un comisionista residente en Francfort me debía 2450 marcos banco, y para reembolsarme, negocié una l/ á s/c, recibiendo 3185 pesetas. Averigüese el cambio de la negociación. —R. *Al cambio de 1'30.*

28 Un comerciante de Coimbra me remitió varios géneros, cuyo importe y gastos, según factura, ascendían á 2480 milréis. Para saldarle, tomé l/ s/ d/p. á 15 d/v, por la que tuve que desembolsar pesetas 13888. ¿A qué cambio la tomé?—Resultado: *Al cambio de 5'60.*

29 ¿A qué cambio se tomó una l/ de 1450 rublos, s/ Moscow, habiendo pagado por ella 6307'50 ptas.?—R. *Al cambio de 4'35.*

30 Por la negociación de una l/ de 30500 francos, s/ Zurich, á 15 d/v, recibí ptas. 30461'875. ¿Cuál fué el cambio de la negociación?—R. *Al cambio de $^1/_8$ p. $^0/_0$ d.°*

Cambio extranjero con gastos

1 ¿Cuánto nos costará una l/ de 4520 francos, á 8 d/v, s/ París, al cambio de 5'25 p. $^0/_0$ b.°, tomada por mediación de corredor, á quien pagamos 1 p. $^0/_{00}$? – R. *4762'05 ptas.*

2 Para satisfacer el importe de varios géneros que nos remitió un fabricante de Londres, le remitimos una l/ de 128 £. E., s/ d/p, que tomamos pagando 1 p $^0/_{00}$ de corretaje, al cambio de 25'56. ¿Cuánto nos cuesta la adquisición de d/l?—R. *3274'95 ptas.*

3 Nuestro comisionista en Berlín nos avisa haber realizado los géneros que le remitimos, siendo el líquido á nuestro favor 4600 marcos banco. En vista de esto, ordenamos á n/ corredor negocie una l/ de dicho valor, lo que realiza al cambio de 1'35. ¿Qué cantidad debemos recibir?—R. *6203'79 ptas.*

4 Tomando por mediación de corredor una l/ de 5000 florines, s/ Agram (Austria), al cambio de 2'20, ¿qué cantidad debemos entregar?—R. *11011 ptas.*

5 Nuestro corresponsal en Mataró nos encarga le proporcionemos una l/ de 500 £. E., 15 chelines, 9 peniques, á 90 d/f, s/ Birmingham (Inglaterra) la que tomamos por medio de corredor al cambio de 25'40, cargándole nuestra comisión de banca á razón de $^1/_2$ p. $^0/_0$. ¿Qué cantidad cargaremos en la cuenta de n/ corresponsal?—R. *12796'28 ptas.*

6 Tengo en Génova un crédito de 5640 liras, y para retirarlo, libro á c/ de mi corresponsal al cambio de $^3/_4$ p. $^0/_0$ b.°, 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje y $^1/_4$ p. $^0/_0$ de comisión de banca. ¿Qué líquido me produce la negociación? - R. *5662'42 ptas.*

7 Necesitando colocar fondos en París, ordeno á mi corredor tome una l/ s/ d/p, á 8 d/v, lo que verifica al cambio de 5'60 $^0/_0$ b.°, y por la que desembolso ptas. 8984'976. ¿De qué cantidad es d/l?—R. *8500 francos.*

8 Mi corresponsal en Sabadell me remite 10000 ptas. para que las invierta en l/ á s/o s/ Bruselas, la que tomo por intervención de corredor al cambio de 3'50 $^1/_2$ p. $^0/_0$ b.° Contando mi comisión de caja á $^1/_2$ p. $^0/_0$ y 4 ptas por el timbre correspondiente, ¿qué nominal tendrá la l/ que tomaré? - R. *9599'64 francos.*

9 Como líquido producto de una venta de mercaderías, tenía en Dublin un crédito, para cuyo cobro ordené á mi corredor negociase una l/ á 3 m/f al cambio de 25'60, recibiendo 3839'99616 ptas ¿De qué nominal era dicha l/?—R £. *E 150-3.*

10 P. Colorado me remite 25000 ptas. para que las invierta en l/ s/ Edimburgo (Inglaterra), que tomo por intervención de corredor al cambio de 25'50, retirando mi comisión de banca al tipo usual de $^1/_2$ p. $^0/_0$, y 12 ptas. por el timbre correspondiente. ¿Qué nominal tendrá la l/ que tomaré?—R £. *E 974 - 0 - 10.*

11 Un comisionista de Berlín escribe á su comitente en Barcelona que ha realizado los géneros que le remitió. Para cobrarse el de Barcelona, gira una l/ por medio de corredor, á quien paga el corretaje ordinario de 1 p. $^0/_{00}$. Siendo el cambio á 1'40, y habiendo recibido por la mencionada negociación pesetas 3891'60, ¿de cuánto era d/l?—R. *De 6000 marcos banco.*

12 Debiendo depositar fondos en Praga (Austria), tomo por medio de corredor una l/ s/ d/p al cambio de 2'30, entregando 3453'45 ptas. ¿Qué nominal tiene dicha l/?—R. *1500 florines.*

13 Los Sres. Carreras, Losada y C.ª, de esta plaza, me facilitaron una l/ de 4000 francos, á 8 d/v., s/ Marsella, mediante un corretaje de 1 p. $^0/_{00}$, por la que entregué pesetas 4604'60. ¿A qué cambio me cedieron d/l.?—R. *Al cambio de 15 p.* $^0/_0$ b.°

14 He negociado por medio de corredor y $^1/_5$ p. $^0/_0$ de comisión de banca, una l/ á 8 d/v., s/ Burdeos, de francos 12500, recibiendo pesetas 13179'09375. ¿A qué cambio se ha hecho la operación?—R. *Al cambio de 5'75 p.* $^0/_0$ *b.°*

15 Un comerciante en tapones, para cobrarse 250 £. E., 14 chelines, 9 peniques, líquido producto de la venta de las mercaderías que remitió á los Sres. Espinet Bros, de Londres, ha negociado una l/ á c/ de d/ Sres., á 90 d/f., pagando 1 p. $^0/_{00}$ de corretaje, por la que ha recibido ptas. 6399'924. ¿A qué cambio se ha convenido la negociación?—R. *Al cambio de 25'55.*

16 Nuestro corresponsal en Valencia nos remite 40000 pesetas para que las invirtamos en l/ á s/o., á 3 m/f., s/ Manchéster, la que tomamos por mediación de corredor, contando nuestra comisión de banca á razón de $^1/_2$ p. $^0/_0$. La l/ tomada es de 1565 £. E., 7 chelines, 3 peniques. ¿A qué cambio se ha verificado la operación?—R. *Al cambio de 25'40.*

17 Tengo 2000 florines en poder de un comisionista de Viena, para cuyo reembolso libro á s/c. por intervención de corredor, produciéndome la negociación ptas. 4495'50. ¿A qué cambio he negociado la l/?—R. *Al cambio de 2'25.*

18 Habiendo vendido varias mercaderías por cuenta de un corresponsal, recibo orden de invertir el líquido á s/f., pesetas 4620 en l/ á s/o., s/ Berlín, á 30 d/f., la que tomo pagando el corretaje usual de 1 p. $^0/_{00}$ y contando la acostumbrada comisión de banca, á razón de $^1/_2$ p. $^0/_0$. La l/ tomada es de marcos banco 3401'709. ¿A qué cambio la he adquirido?—R. *Al cambio de 1'35.*

Cuentas corrientes sin interés

1 El comerciante residente en Barcelona D. R. Godínez Soler, extiende y remite á su cliente D. Juan Ferrer y Quintana, de Gerona, la cuenta detallada de las operaciones realizadas durante los meses de enero, febrero y marzo del corriente año, las cuales son como sigue:

Enero 10.—Mi remesa 1 docena paraguas á 10 ptas. uno.
» 20.—Mi » 20 pilas Leclanché á 7 ptas. una.
» 30.—Mi » cuellos, puños y corbatas, importando, según factura, ptas. 560'25.
Febr.º 8.—M/g. á s/c., o/ Cibils, á 8 d/v., de ptas. 550.
» 12.—Mi remesa bastones, según factura, ptas. 60'25.
» 26.—Mi » objetos perfumería, según factura, pesetas 240.
Marzo 15.—Su entrega en efectivo, ptas. 100.
» 25.—Mi » á Pla por s/cta. y o/, 80 ptas.
» 29.—Mi remesa 4 docenas petacas, á 10 ptas. docena.

Extiéndase la cta. corriente y dígase el saldo, que pasa á cuenta nueva.—R. *Saldo á m/f., á cta. nueva 590'50 ptas.*

2 El comerciante residente en Barcelona D. Enrique Soler, extiende y remite á su cliente de Gerona D. S. Corominas, la cuenta detallada de las operaciones verificadas durante los meses de abril, mayo y junio del corriente año, las que son como sigue:

Abril	1.—Saldo á m/f. de la cta. anterior . .	Ptas.	560
»	10.—Mi remesa encajes, según factura .	»	282
»	15.—Mi » 4 piezas muselina, según factura.	»	948
»	28.—Mi remesa cortes vestido señora, según factura.	»	1020'50
Mayo	10.—Mi giro á s/c., o/ Vives, á 8 d/v. . .	»	1500
»	23.—Mi remesa hilo y botones, según f/ .	»	154
»	30.—Mi » tela colores para forros, según f/	»	96'75
Junio	15.—Su entrega en metálico	»	250
»	26.—Mi remesa abanicos, según factura .	»	128'50

Junio	28.—Mi entrega á Roca por s/cta. . . .	Ptas.	500
»	30.—Mi remesa pañuelos y medias, según factura.	»	420'13

Extiéndase la cta. corriente y dígase el saldo, del que dispone el acreedor en l/ á c/ del deudor á 8 d/v.—R. *2359'88 pesetas.*

Cuentas corrientes con interés (*)

1 El banquero D. Pedro González, de Gerona, extiende y remite á su cliente el comerciante de la misma ciudad D. F. Cibils, su cuenta corriente al interés recíproco de 6 p. %, cerrada en 31 de marzo de 1907. Las operaciones que la constituyen son las siguientes:

Enero	1.—Su entrega en efectivo.	Ptas.	4400
»	8.—Mi giro á s/o, s/ Barcelona, al 18 corriente, c/ Anglada.	»	850
»	19.—Su endoso á m/o, al fin corriente, c/ Pla.	»	500
Febr.º	12.—Mi entrega en efectivo.	»	750'20
»	25.—Su » » »	»	600
Marzo	10.—Mi factura géneros.	»	1420
»	24.—Su » »	»	1000
»	28.—Mi giro á s/o, á l/v, c/ Ros. . . .	»	429

Redáctese la cta. corriente por los métodos directo, indirecto y hamburgués, y dígase el saldo á cta. nueva.—Resultado, *3104'31 pesetas.*

2 El banquero González y el comerciante Cibils, de la cuenta precedente, continúan las operaciones comerciales empezadas. En 30 de junio siguiente, el banquero presenta al referido comerciante la cuenta corriente de las operaciones entrambos verificadas, durante los meses de abril, mayo y junio, al interés recíproco de 6 p. %, las cuales son como sigue:

Marzo	31.—Saldo á s/f de la cta. anterior. . .	Ptas.	3104'31
Abril	12.—Su entrega en metálico.	»	1500
»	20.—Mi giro á s/o, s/ Alcoy, c/ Roca, al 10 mayo, de.	»	2400
»	25.—Mi entrega á Sancho por s/cta. . .	»	250
Mayo	11.—Su entrega á Cama por m/cta. . .	»	800
»	25.—Su endoso á m/o, c/ Pi, s/ Reus, al 20 junio.	»	725

(*) En la resolución de todas las cuentas corrientes con interés, al calcular los intereses, hemos tomado el divisor fijo correspondiente al año comercial, de 360 días, siguiendo la costumbre establecida en casi todas las casas de comercio de España y Francia.

Junio 26.—Mi endoso á s/o, c/ Pérez, s/ Barcelona, al fin corriente.	Ptas.	1280
» 30.—Su entrega en metálico.	»	330

Redáctese la cta. corriente por los métodos directo, indirecto y hamburgués, y dígase el saldo á cta. nueva.—Resultado. *2580'84 pesetas.*

3 El banquero González y el comerciante Cibils, de la cuenta precedente, continúan las operaciones. En 30 de septiembre siguiente, el banquero presenta al comerciante la cuenta corriente de las operaciones realizadas durante los meses de julio, agosto y septiembre, al interés recíproco de 6 por ciento, las cuales son como sigue:

Junio 30.—Saldo á s/f de la cta. anterior. . .	Ptas.	2580'84
Julio 20.—Su entrega en metálico.	»	3000
» 26.—Mi endoso á s/o, c/ Heras, al 15 agosto.	»	800
Agosto 21.—Su endoso á m/o, c/ Carles, al 31 agosto.	»	2400
» 22.—Devolución de mi endoso c/ Heras, con gastos de protesto.	»	835
Sepbre. 10.—Devolución de su endoso c/ Carles, con gastos de protesto.	»	2440'50
» 20.—Mi giro á s/o, c/ Riera, al fin octubre próximo, de.	»	1200'25
» 25.—Mi entrega en efectivo.	»	5000

Redáctese la cta. corriente por los métodos directo, indirecto y hamburgués, y dígase el saldo á cta. nueva.—Resultado. *544'16 pesetas.*

4 El banquero González y el comerciante Cibils, de las cuentas anteriores, continúan las operaciones. En 31 de diciembre siguiente, el banquero presenta al comerciante la cuenta corriente de las operaciones verificadas durante los meses de octubre, noviembre y diciembre, al interés recíproco de 5 por ciento, cuyas operaciones son como sigue:

Sepbre. 30.—Saldo á m/f de la cta. anterior. .	Ptas.	544'16
Octubre 12.—Mi factura géneros	»	1200
» 25.—Mi entrega á Ros por s/cta. . . .	»	82'50
Novbre. 10.—Mi endoso á s/o, c/ Albert, al 20 enero próximo.	»	240'70
» 28.—Su giro á m/c, o/ Culla, al 8 diciembre.	»	615
Dicbre. 12.—Su giro á m/c, o/ Mas, al fin corriente.	»	426
» 26.—Mi giro á s/c, o/ Careta, al 22 febrero próximo.	»	5960'12

Redáctese la cta. corriente por los métodos directo, indirecto y hamburgués, y dígase el saldo á cta. nueva.—Resultado, *2785'57 pesetas*.

5 El banquero González y el comerciante Cibils, mencionados en las otras cuentas, continúan sus relaciones comerciales. En 31 de marzo de 1908, el banquero extiende y remite al comerciante la cuenta corriente de las operaciones verificadas durante los meses de enero, febrero y marzo, al interés recíproco de 4 $^1/_2$ p. $^0/_0$ anual, las cuales son como sigue:

Dicbre.	31 de 1907.—Saldo á s/f de la cta. anterior.	Ptas.	2785'57
Enero	15 de 1908.—Su endoso á mi o/, al fin corriente.	»	2000
»	24.—Su entrega en metálico.	»	450
Febrero	13.—Su pago por m/cta, á Serra. . . .	»	500
»	25.—Mi giro á s/c, o/ Vila, al fin abril. .	»	850'12
Marzo	6.—Su giro á m/o, c/ Tornel, al fin marzo.	»	1540
»	10 —Su remesa géneros	»	800
»	28.—Mi endoso á s/o, c/ Rico, al 2 mayo.	»	9980

Redáctese la cta. corriente por los tres métodos conocidos, y dígase el saldo á cta. nueva.—R. *962'81 ptas.*

6 El banquero González y el comerciante Cibils, mencionados, continúan las relaciones comerciales. En 30 de junio de 1908, el banquero extiende y remite al comerciante la cuenta corriente de las operaciones verificadas durante los meses de abril, mayo y junio, al interés recíproco de 4 p. $^0/_0$ anual, las que son como sigue:

Marzo	31.—Saldo á m/f de la cta. anterior. .	Ptas.	962'81
Abril	12.—Su entrega en efectivo.	»	1000
»	20.—Mi entrega en efectivo.	»	415
Mayo	16.—Mi giro á s/o, al 10 junio.	»	800
»	20.—Su giro á m/o, al 20 junio . . .	»	450
Junio	12 —Mi giro á s/c, al 15 julio.	»	280'50
»	15.—Su giro á m/c, al 20 julio. . . .	»	1200
»	20.—Su entrega en metálico.	»	400
»	29.—Mi entrega en metálico.	»	100'95
»	30.—Su giro á m/c, al 20 agosto. . . .	»	900

Redáctese la cta. corriente por los tres métodos, y dígase el saldo á cuenta nueva.—R. *2246'03 ptas.*

7 La casa de banca Salvador y C.ª, de Valencia, extiende y remite á su cliente el comerciante de la misma ciudad don Francisco Zapater, la cuenta corriente de las operaciones verificadas durante los meses de enero, febrero y marzo, al interés de 6 p. $^0/_0$ anual el *Débito* y 4 p. $^0/_0$ el *Crédito*, cerrada en 31 de marzo de 1907. Las operaciones verificadas son las siguientes:

Enero	1.—Su entrega en metálico.	Ptas.	4500
»	10.—Nuestro endoso á s/o, al fin corriente	»	1000
»	20.—Nuestra entrega en efectivo. . .	»	450
Febrero	6.—Su endoso á n/o, al fin corriente. .	»	950'25
»	18.—Nuestra entrega á Colomer por s/cta	»	80
»	25.—Su giro á n/c, al 10 marzo. . . .	»	1500
Marzo	20.—Nuestro endoso á s/o, al 30 corriente	»	870'75
»	31.—Su remesa en metálico.	»	650'40

Redáctese la cta. corriente por el método hamburgués y dígase el saldo á cuenta nueva.—R. *2229'28 ptas.*

8 La casa de banca Salvador y C.ª, de Valencia, y el comerciante Zapater, mencionados en la cta. corriente precedente, continúan las relaciones comerciales. En 30 de junio de 1907, la casa bancaria extiende y remite al comerciante la cuenta corriente de las operaciones verificadas durante los meses de abril, mayo y junio, al interés de 5 p. % anual el *Débito* y de 3 p. % el *Crédito*. Las operaciones realizadas son como sigue:

Marzo	31.—Saldo á s/f de la cta. anterior. . .	Ptas.	2229'28
Abril	15.—Su remesa en metálico.	»	1600
»	20.—Nuestro giro á s/o, c/ Adroher, al fin corriente.	»	6400
Mayo	6.—Nuestro endoso á s/o, al 10 junio.	Ptas.	1000
»	15.—Nuestra entrega á Coris por s/cta.	»	800
»	30.—Su endoso á n/o, al fin junio. . .	»	1550
Junio	14.—Su remesa géneros.	»	490
»	20.—Su giro á n/c, al 20 agosto. . . .	»	450'12

Extiéndase la cuenta corriente por el método hamburgués, y dígase el saldo á cuenta nueva.—R. *2814'19 ptas.*

Imposiciones

1 ¿Qué cantidad debe imponerse anualmente, al interés compuesto de 4 p. %, para obtener 300 ptas. al cabo de 19 años? —Respuesta. *10'425 ptas. cada año.*

2 Un joven de 20 años desea reunir 12000 ptas. cuando llegue á los 40 años de edad. ¿Qué cantidad deberá imponer anualmente al interés compuesto de 5 p. %?—R. *345'60 ptas.*

3 Un obrero laborioso que se interesa por el porvenir de sus hijos, á fin de formar un capital con que dotar á una niña recién nacida, impone 30 ptas. anualmente al 4 p. % de interés compuesto. ¿Qué cantidad podrá retirar al cumplir la niña los 20 años de edad?—R. *929'08 ptas.*

4 Un caballero impone anualmente el producto liquido del alquiler de una casa de su propiedad, al interés compuesto de 6 p. % anual. ¿Qué capital habrá acumulado al cabo de 12 años, suponiendo que la casa consta de 2 pisos y que saca, mensualmente, 25 ptas. del primero y 15 ptas. del segundo?—Resultado: *8583'69 ptas.*

5 Cierto individuo impuso anualmente 2401 ptas. á interés compuesto, y al cabo de 15 años retiró 50000 ptas. ¿A qué tanto p. % hizo la imposición?—R. *Al 4 p. % anual.*

6 ¿A qué interés compuesto se impusieron anualmente y durante 10 años, 757'20 ptas., habiéndose retirado 10000 pesetas al cabo del expresado tiempo?—R. *Al 5 p. % anual.*

7 Se sabe que cierto individuo destinaba anualmente 223'52 ptas. al interés compuesto de 6 p. %, y que cobró 8000 pesetas por cantidades impuestas é intereses devengados. ¿Durante cuántos años hizo la imposición?—R. *Durante 19 años.*

8 Una señora impuso, durante cierto número de años, 750'30 ptas. al interés compuesto de 4 p. % anual, y retiró 30500 ptas. ¿Durante cuántos años hizo la mencionada imposición?—R. *Durante 24 años.*

Anualidades, amortizaciones y rentas vitalicias

1 Careciendo de fondos con que atender á imprescindibles necesidades, el Ayuntamiento de cierta capital desea contratar un empréstito al interés compuesto de 4 p. %, amortizable en 20 años, y al efecto, consigna en su presupuesto anual la cantidad de 20000 ptas. con destino á la amortización. ¿Qué cantidad, en estas condiciones, podrá contratar?—R. *271,813 ptas.*

2 Cierta corporación desea contratar un empréstito, amortizable en 25 años, pagando el interés compuesto de 3 p. % anual, y destinando la anualidad de 100000 ptas. para la amortización. ¿A cuánto ascenderá la cantidad contratada?—Resultado: *1.754,385'96 ptas.*

3 Se ha hecho un préstamo de 120000 ptas., amortizable en 12 años, al interés compuesto de 6 p. % anual. ¿Qué anualidad deberá satisfacerse para su extinción?—R. *14313'60 ptas.*

4 Deseando dar mayor extensión á su negocio, un comerciante ha tomado á préstamo 20000 ptas., al interés compuesto de 5 p. % anual, comprometiéndose á extinguir la deuda en 9 pagos iguales. ¿Qué anualidad deberá satisfacer?—R. *2814 pesetas.*

5 Una deuda de 5000 ptas., al interés compuesto de 2 p. %, quedó amortizada mediante una anualidad de 510'90 pesetas. ¿Cuántos años se satisfizo la anualidad mencionada?—Resultado: *Durante 11 años.*

6 Cierta corporación contrató un empréstito de 250000 pesetas al interés compuesto de 4 p. % anual, cuya cantidad

amortizó pagando una anualidad de 18395 ptas. ¿En cuánto tiempo extinguió la deuda?—R. *En 20 años.*

7 Se sabe que un comerciante amortizó una deuda de 40000 ptas. en 14 años, pagando una anualidad de 4040'80 pesetas. ¿A qué tasa se había convenido el interés compuesto?—R. *Al 5 p. % anual.*

8 Amortizóse un capital de 15000 ptas. en 22 años, siendo la anualidad 941'25 ptas. ¿Cuál era el interés compuesto que devengaba el capital?—R. *El 3 p. % anual.*

9 Una señora sin familia, de 50 años de edad, dueña de varias fincas valoradas en 40000 ptas., contrata una renta vitalicia con una compañía de seguros sobre la vida, estipulando el interés compuesto á 4 p. % anual. ¿Qué pensión recibirá?—Resultado: *Una pensión anual de 3288 ptas.*

10 Un caballero sin familia, de 40 años de edad, contrata una renta vitalicia con la compañía de seguros sobre la vida *La Previsión*. Siendo 34500 ptas. el valor de sus fincas rústicas y urbanas, y conviniendo el interés compuesto á 3 p. % al año, ¿de qué pensión anual disfrutará?—R. *Una pensión de 2090'70 pesetas.*

Falsa posición

I

1 Se han de repartir 4500 ptas. entre tres personas, de modo que la 1.ª reciba las $^3/_5$ partes de lo que corresponda á la segunda, y ésta, los $^7/_8$ de la parte correspondiente á la 3.ª ¿Cuánto recibirá cada una?—R. *La 1.ª, 984'375 ptas.; la 2.ª, 1640'625 pesetas; la 3.ª, 1875 ptas.*

2 La mitad, el tercio y el dieciochoavo de un número suman 80. ¿Qué número es éste?—R. *El número 90.*

3 Pedro, Juan y Antonio, reúnen juntos 50 ptas. Antonio tiene doble cantidad que Juan, y éste, tres veces más que Pedro. ¿Cuánto tiene cada uno?—R. *Pedro tiene 5 ptas.; Juan, 15 ptas.; Antonio, 30 ptas.*

4 Lo que ha importado la compra de un reloj, con la mitad y el octavo de este valor suman 65 ptas. ¿Cuál es el valor del reloj?—R. *40 ptas.*

5 Preguntaron á un sujeto qué edad tenía, y respondió: «Si al duplo de mis años, añades el quinto de los mismos y la unidad, tendrás un siglo cabal».—Qué edad tenía?- R. *45 años.*

6 El duplo de los huevos que hay en un cesto, sumado con el tercio, el cuarto, el sexto de los mismos y media docena más, son 6 docenas. Averígüese el número de huevos que el cesto contiene.—R. *Contiene 24 huevos.*

7 Al ausentarse de su pueblo natal un filántropo caballero, entregó cierta cantidad para obras de beneficencia, la cual fué

distribuida de la manera siguiente: la mitad, al asilo de ancianos desvalidos; la quinta parte, al hospital; la octava parte, á una familia desgraciada, y el resto, para limosnas á los pobres. El asilo, el hospital y la familia desgraciada recibieron, en junto, 330 ptas. Se pregunta cuánto desembolsó el caballero y qué recibió cada uno.—R. *1.°, Desembolsó 400 ptas. 2.° Recibieron: el asilo, 200 ptas.; el hospital, 80 ptas.; la familia desgraciada, 50 ptas.; los pobres, 70 ptas.*

8 Enrique jugó durante 3 horas: en la 1.ª perdió $^1/_5$ del dinero que tenía; en la 2.ª, la sexta parte del mismo, y en la 3.ª, $^4/_{10}$ de ídem. Si hubiese perdido 35 pesetas más, hubiera perdido, en junto, 127 ptas. ¿Cuánto tenía cuando empezó á jugar?—R. *120 ptas.*

9 La mitad, más el quinto, más la décima parte de la distancia que media entre dos pueblos es 200 metros. Hállese la distancia mencionada.—R. *250 metros.*

II

10 La edad de Juan es mayor que la de Antonio en 5 años; Francisco tiene tantos años como ellos dos, y los tres suman 70 años. ¿Cuál es la edad de cada uno?—R. *La edad de Francisco, es de 35 años; la de Antonio, 15 años; la de Juan, 20 años.*

11 Hállense dos números cuya suma sea 65, y su diferencia, 15.—R. *El número mayor es 40 y el menor, 25.*

12 Juan y Antonio, reuniendo su dinero, tienen 212 pesetas. El 1.° tiene 148 ptas. más que el segundo: ¿cuánto tiene cada uno?—R. *Juan tiene 180 ptas.; Antonio, 32 ptas.*

13 Hállese un número tal que, si de su quíntuplo se quitan 12 unidades, resulte dicho número más las mismas 12 unidades. —R. *El número 6.*

14 Un comerciante compró 42 Hl. de vino, satisfaciendo por ellos 1345 ptas. Parte de dicho vino lo pagó á 30 ptas. el Hl., y parte, á 35 ptas. idem. ¿Cuántos Hl. compró de cada precio?— R. *Compró: de á 30 ptas. el Hl., 25 Hl.; de á 35 ptas. el Hl., 17 hectolitros.*

15 Un pastor dijo á otro: «Hermosos son los 100 corderos de tu rebaño». Y el segundo contestó: «No llevo tantos corderos; pero los que llevo, el duplo de los que llevo, la décima parte de los mismos y 7 más, componen los 100 que tú has dicho». ¿Cuántos corderos tenía en su rebaño?—R. *30 corderos.*

16 Un padre tiene 30 años, y su hijo, 6. ¿Dentro de cuántos años la edad del hijo será el tercio de la del padre?—R. *6 años.*

17 Cierto individuo se puso á jugar, y duplicó las pesetas que llevaba; volvió á jugar, y duplicó otra vez su dinero más 6 ptas.; jugó de nuevo y perdió el tercio del dinero que tenía, quedando con 36 ptas. ¿Cuánto dinero tenía cuando empezó á jugar?—R. *12 ptas.*

18 Un padre dice á su hijo: «Cada día que sepas la lección, te daré 10 céntimos, y tú me darás 5 céntimos cada día que no la sepas». Transcurridos 40 días, el niño había ganado 175 céntimos. ¿Averigüese los días que supo la lección y los que no la supo?—R. *Supo la lección, 25 días; no la supo, 15 días.*

19 En un depósito hay cierta cantidad de agua; se abre la espita que lo alimenta, y vierte en él doble cantidad de agua que la que contiene; se abre la espita de salida, y el depósito pierde 120 litros de líquido; vuelve á abrirse la espita primera, y el depósito recibe una cantidad igual á la tercera parte de la que entonces contiene. Después de esta última operación, hay en el depósito 840 litros de agua. Hállese la cantidad de líquido que había primeramente en el depósito.—R. *250 litros.*

20 Los $^3/_4$ de un capital se han prestado al 6 p. $^0/_0$ anual, y el resto, al 5 p. $^0/_0$. El prestador obtiene anualmente 690 pesetas de intereses: ¿cuál es dicho capital?—R. *12000 ptas.*

21 Prestando los $^2/_3$ de un capital al 4 p. $^0/_0$ anual, y el resto al 7 $^0/_0$, se obtienen cada año 225 ptas. en concepto de intereses. Hállese dicho capital.—R. *4500 ptas.*

Razones y proporciones aritméticas

1 Escribir seis razones aritméticas.

2 Idem cuatro razones aritméticas iguales.

3 Idem cuatro razones aritméticas iguales á la siguiente: 4 · 2.

4 Dadas las razones aritméticas 8 · 2 — 5 · 4 — 3 · 7 — 15 · 46 — 128 · 19, hallar la razón compuesta.

5 Escribir seis proporciones aritméticas discretas.

6 Idem 6 idem idem continuas.

7 Hallar el término desconocido en cada una de las proporciones aritméticas siguientes: 1.ª, 12 · 5 : 9 · x; — 2.ª, 7 · 12 : 5 · x; — 3.ª, x · 12 : 14 · 6; — 4.ª, x · 9 : 8 · 14.

8 Idem el de cada una de las siguientes: 1.ª, 15 · 20 : x · 12; — 2.ª, 40 · 30 : x · 3; — 3.ª, 16 · x : 23 · 16; — 4.ª 8 · x : 7 · 12.

9 Los términos extremos de una proporción aritmética continua son 8 y 4: ¿cuál es el medio diferencial?

10 Hállese el medio diferencial en cada una de las siguientes:

1.ª, 48 · x : x · 16; — 2.ª, 12 · x : x · 14 —
3.ª, 30 · x : x · 26; — 4.ª, 122 · x : x · 44

Progresiones aritméticas

I

1 Escribir cuatro progresiones aritméticas crecientes.
2 Idem cuatro idem idem decrecientes.
3 Idem las idem idem crecientes:

1.ª	Que tenga	12	términos	y la	razón	sea	2.
2.ª	»	» 20	»	»	»	»	3.
3.ª	»	» 14	»	»	»	»	$^{1}/_{2}$.
4.ª	»	» 26	»	»	»	»	$^{2}/_{5}$.

4 Idem las idem idem decrecientes:

1.ª	Que tenga	8	términos	y la	razón	sea	2.
2.ª	»	» 15	»	»	»	»	4.
3.ª	»	» 12	»	»	»	»	$^{1}/_{2}$.
4.ª	»	» 16	»	»	»	»	$^{3}/_{7}$.

5 Hállese el término 14.° de una progresión aritmética creciente cuyo primer término es 4 y la razón, 3.—R. *Es 43.*

6 Idem los términos 6.°, 15.° y 19.° de una idem creciente cuyo primer término es 2, y 5 la razón.—R. *Son: el 6.°, 27; el 15.°, 72; el 19.°, 92.*

7 Idem los términos 12.°, 23.°, 7.° y 30.° de una idem creciente cuyo primer término es 6, y $^{1}/_{5}$ la razón.—R. *El 12.°, es 8 $^{1}/_{5}$; el 23.°, 10 $^{2}/_{5}$; el 7.°, 7 $^{1}/_{5}$; el 30.°, 11 $^{4}/_{5}$.*

8 Idem los términos 9.°, 12.° y 25.° de una progresión aritmética decreciente cuya razón es 4, y 128 el primer término.—R. *el 9.°, 96; el 12.°, 84; el 25.°, 32.*

9 El primer término de una progresión aritmética es 8 y el último término 40. La progresión tiene 17 términos: ¿cuál es la razón?—R. *La razón es 2.*

10 Una progresión aritmética tiene 20 términos, y el mayor y el menor son 78 y 2, respectivamente. Hállese la razón.—R. *4.*

11 Los términos mayor y menor de una progresión aritmética que tiene 26 términos son 94 $^{1}/_{2}$ y 7. Dígase la razón de la progresión.—R. *La razón es 3 $^{1}/_{2}$.*

12 Interpólense 8 términos diferenciales ó medios aritméticos entre los números 8 y 26, en progresión creciente y decreciente.

13 Entre los números 120 y 6, interpolar 37 términos diferenciales ó medios aritméticos, en progresión creciente y decreciente.

14 ¿Cuántos términos tiene una progresión aritmética cuyos términos primero y último son 5 y 83, respectivamente, y 3 la razón?—R. *Tiene 27 términos.*

15 ¿Cuál es el número de términos de una progresión aritmética cuya razón es 6, siendo 2 y 182 el primero y último términos?—R. *31 términos.*

16 Hállese la suma de los términos de una progresión aritmética que tiene 30 términos, siendo 2 y 176 el primero y último, respectivamente.—R. *La suma pedida es 2670.*
17 Determínese la suma de los términos de una progresión aritmética cuyo número de términos es 26, siendo el primero y último 164 y 14, respectivamente.—R. *Dicha suma es 2314.*

II

18 Cierto individuo ha de pagar una cantidad determinada en 2 años, verificando una entrega cada mes, y dando cada vez 40 ptas. más que la anterior. ¿Qué cantidad deberá entregar al efectuar el último pago, siendo 100 ptas. lo desembolsado la primera vez?—R. *Deberá entregar 1020 ptas.*
19 Un obrero se compromete á abrir un pozo de 15 metros de profundidad recibiendo 3 ptas. por el primer metro, y aumentando en 2 ptas. el precio de cada uno de los metros sucesivos, á causa de la resistencia del terreno y de la dificultad que presenta el trabajo. ¿Cuánto ha recibido por el 5.° metro y cuánto, por el último?—R. *Por el 5.° metro, 11 ptas.; por el 15.° metro., 31 ptas.*
20 Un almacenista de corchos ha vendido á 12 fabricantes de tapones un cargamento que recibió de Córcega, vendiendo al primer fabricante 300 qq. m., y á cada uno de los restantes, 50 qq. m. más que al que inmediatamente le precedía. ¿Cuánto ha cobrado por lo que compró el último, siendo 5 duros el precio de cada q. m.?—R. *4250 duros.*
21 Se amortizó una deuda en 12 plazos, dando en el primero 80 ptas., y aumentando cada uno de los sucesivos en una cantidad fija. Determínese la cantidad en que cada pago fué mayor que el precedente, sabiendo que la última cantidad entregada son 740 ptas.—R. *En 60 ptas.*
22 Preguntaron á un antiguo dependiente de una casa de banca qué sueldo anual ganaba, y contestó: «Llevo 20 años en esta casa, y mi sueldo ha sido aumentado anualmente en una cantidad fija. El primer año gané 3000 ptas., y este año he cobrado 12500.» ¿En cuánto fué aumentado su sueldo anualmente?—R. *En 500 ptas.*
23 Un laborioso tejedor hizo una pieza en 14 días, terminando diariamente su trabajo luego de haber tejido lo que el día anterior y una cantidad fija determinada, la misma cada día. El primer día hizo 7 metros, y el último, 26 y $^1/_2$. ¿Cuánto tejió cada uno de los demás días?—R. *El 1.° tejió 7 m.; el 2.°, 8 $^1/_2$ m.; el 3.°, 10 m., y el 4.°, 11 $^1/_2$ metros, etc.*
24 El dueño de una casa de huéspedes ha gastado, en enero, 300 ptas., y en cada uno de los meses sucesivos, durante un año, ha gastado, mensualmente, una cantidad determinada más que el mes anterior. Sabiendo que en diciembre gastó 575 pesetas, hállese lo gastado en cada uno de los otros meses.—R. *Gas-*

tó en enero 300 ptas.; en febrero, 325 ptas.; en marzo, 350 pesetas; en abril, 375 ptas.; etc., etc.

25 Cierto individuo hizo el pago de sus deudas en un número de años determinado, dando el primer año 4000 ptas., y en cada uno de los otros, 1000 ptas. más que el año anterior. El último pago que verificó ascendió á 13000 ptas. ¿En cuántos años extinguió su débito? –R. *En 10 años.*

26 Un ebanista compró varias mercaderías efectuando el pago en diferentes plazos. El primero dió 90 ptas.; el segundo, 150; el tercero, 210, y así sucesivamente, dando cada plazo 60 ptas. más que el anterior. Se sabe que la última entrega fué de 450 ptas. ¿En cuántos plazos pagó los géneros?—R. *En 7 plazos.*

27 Se han vendido varios géneros pagaderos en 12 plazos, dando en el primero 200 ptas., y aumentando cada uno de los restantes en una misma cantidad. Debiendo ser el último plazo de 475 ptas., ¿cuál es el valor de los géneros?—R. *4050 pesetas.*

28 Un taponero elaboró en lunes 1500 tapones de corcho, y en cada uno de los restantes días de la semana hizo 150 tapones más que el anterior. ¿Cuántos tapones hizo el sábado y cuántos, en los seis días laborables de la semana?—R. *1.º El sábado hizo 2250 tapones. 2.º, En toda la semana, 11250 tapones.*

29 Un reloj que da las horas y las medias, ¿cuántas campanadas da en 24 horas?—R. *180 campanadas.*

30 Tenemos una pila de ladrillos dispuestos en 20 filas de modo que cada una, á contar de la que forma la base, tiene un mismo número de ladrillos menos que la inmediata inferior. La fila superior tiene 45 ladrillos, y 235 la de la base. Se pregunta la cantidad uniforme de ladrillos con que disminuye cada fila, y el número de ladrillos que la pila contiene.—R. *1.º Cada fila disminuye en 10 ladrillos. 2.º La pila contiene 2800 ladrillos.*

Progresiones geométricas

I

1 Escribir cuatro progresiones geométricas crecientes.
2 Idem cuatro idem idem decrecientes.
3 Idem las idem idem crecientes:
1.ª Que tenga 12 términos y la razón sea 2.
2.ª » » 20 » » » » 3.
3.ª » » 14 » » » » 5.
4.ª » » 6 » » » » $3\,^3/_4$.
4 Idem las idem idem decrecientes:
1.ª Que tenga 8 términos y la razón sea 2.
2.ª » » 15 » » » » 3.

3.ª Que tenga 10 términos y la razón sea 0.
4.ª » » 7 » » » » 2 1/5.

5 Hállese el 5.° término de una progresión geométrica creciente cuyo término primero es 4, y 2 la razón.—R. *64.*

6 Determínense los términos 4.°, 6.° y 8.° de una progresión geométrica creciente cuyo primer término es 5, siendo 3 la razón.—R. *Son, respectivamente, 135, 1215 y 10935.*

7 Averígüense los términos 3.° y 6.° de una progresión geométrica decreciente cuyo primer término es 972, siendo 3 la razón.—R. *El 3.°, es 108; el 4.°, 4.*

8 Hállese el término 1.° de una progresión geométrica creciente cuyo término 8.° es 640, y 2 la razón.—R. *El término 1.° es 5.*

9 Determínese el primer término de una progresión geométrica decreciente cuya razón es 3, y 6 el último término, siendo 10 el número de términos.—R. *El primer término es 118098.*

10 Una progresión geométrica tiene 4 términos, siendo 3136 y 49 los términos mayor y menor. ¿Cuál es la razón? —R. *La razón es 4.*

11 Hállese la razón de una progresión geométrica que tiene 5 términos, siendo el primero y el último 21 y 13125 respectivamente.—R. *La razón es 5.*

12 Los términos mayor y menor de una progresión geométrica que tiene 10 términos, son 157464 y 8, respectivamente. ¿Cuál es la razón?—R. *Dicha razón es 3.*

13 Interpólense dos medios geométricos entre los números 24 y 1536, en progresión creciente y decreciente.

14 Interpólense tres medios geométricos, en progresión creciente y decreciente, entre los números 2 y 1250.

15 Entre los números 2048 y 4, interpólense 8 medios geométricos en progresión creciente y decreciente.

16 Hállese la suma de los términos de una progresión geométrica cuya razón es 2, siendo el término mayor 4096 y el término menor, 8.—R. *La suma pedida es 8184.*

17 Los números 24 y 157464 son, respectivamente, el primero y último términos de una progresión geométrica cuya razón es 3. ¿Cuál es la suma de los términos de dicha progresión?—R. *Dicha suma es 236184.*

18 Los números 1562500 y 20 son el primero y último términos de una progresión geométrica cuya razón es 5. Hállese la suma de los términos de dicha progresión.—R. *1953120.*

II

19 Un móvil ha marchado durante 8 horas, triplicando en cada una, la velocidad. Si durante la hora primera recorrió 10 kilómetros, ¿cuál fué la distancia recorrida durante la quinta hora?—R. *Recorrió 810 kilómetros.*

20 Si se duplicase cinco veces el dinero que tiene una persona, tendría 128 ptas. ¿Cuánto tiene?—R. *Tiene 4 ptas.*

21 Un jugador perdió seis veces consecutivas el dinero que apostaba, triplicando siempre la cantidad. La séptima y última vez que jugó perdió 6561 ptas.: ¿cuánto perdió la vez primera? —R. *Perdió 9 ptas.*

22 Distribuyóse cierta cantidad entre 6 personas, dando á cada una la mitad de lo que recibió la anterior. Se sabe que la última percibió 5 ptas.: ¿cuánto correspondió á la primera?—R. *160 ptas.*

23 Un tendero empezó su negocio con 1580 ptas., y tres años después tenía 12640 ptas. ¿En qué relación aumentó, anualmente, su capital.—R. *Cada año duplicó su capital.*

24 Un filántropo capitalista visitó su pueblo natal, y el día de su llegada distribuyó 20 ptas. entre los pobres, y continuó socorriéndoles durante nueve días más. Se sabe que el último día les dió 393660 ptas.: ¿en qué relación aumentaron diariamente las cantidades donadas?—R. *Cada día dió una cantidad 3 veces mayor que la del anterior.*

25 Si el filántropo que en el anterior problema se menciona hubiese dado á los pobres 25 ptas. el primer día y 12800 el último, guardando las cantidades entregadas una relación geométrica determinada, ¿cuánto hubiera distribuido cada día?—R. *El 1.º, habría dado 25 ptas.; el 2.º, 50 ptas.; el 3.º, 100 pesetas; el 4.º, 200 ptas., etc.*

26 Una persona ha pagado sus deudas en 12 meses, triplicando cada mes la cantidad entregada el anterior. Se sabe que el último plazo fué de 14171760 ptas. ¿Qué cantidad debía?—R. *21257600 ptas.*

27 Un rico y caritativo caballero ha favorecido á 8 familias necesitadas, dando á cada una doble cantidad que á la anterior. Entregó á la última 768 ptas.: ¿cuánto dió á la primera, y cuál es la cantidad total distribuída?—R. *1.º Dió á la 1.ª persona, 6 ptas 2.º Distribuyó en total, 1530 ptas.*

28 Si damos crédito á la historia, el inventor del juego de ajedrez debió de recibir una recompensa del rey, y se contentaba con 1 grano de trigo para la primera casilla de las 64 del tablero; 2 granos de trigo para la segunda casilla; 4 para la tercera, y así sucesivamente, duplicando siempre el número de granos hasta la última casilla. Suponiendo quepan 25000 granos de trigo en 1 litro y que por hectolitro se paguen 20 ptas., ¿cuántos granos de trigo pidió y cuánto cobró al vendedor? (*)—R. *Pidió granos de trigo,* $18_3446{,}744_2073{,}709_1551{,}615$. *2.º Cobró* $147_2573{,}952_1589{,}676{\cdot}40$ *ptas.*

(*) Este problema, que se lee en casi todos los autores que estudian las progresiones, demuestra claramente, como en otro lugar decimos, la asombrosa rapidez con que aumentan los términos de las progresiones geométricas.

Logaritmos

1 Hállese el log. de cada uno de los siguientes números:

1.°	6	10.°	100	19.°	1000	28.°	10000
2.°	8	11.°	250	20.°	2590	29.°	24650
3.°	10	12.°	526	21.°	4326	30.°	18000
4.°	12	13.°	387	22.°	1569	31.°	94377
5.°	54	14.°	999	23.°	9665	32.°	18442
6.°	49	15.°	651	24.°	7443	33.°	124380
7.°	98	16.°	898	25.°	2506	34.°	436599
8.°	77	17.°	584	26.°	2420	35.°	154600
9.°	65	18.°	666	27.°	5900	36.°	2846695

2 Idem el log. de cada uno de los siguientes:

1.°	0'37	8.°	0'0001	15.°	4'6	22.°	$1/2$	29.°	$45/12$
2.°	0'125	9.°	0'00095	16.°	6'25	23.°	$20/45$	30.°	$4\ 3/8$
3.°	0'4356	10.°	0'00007	17.°	3'96	24.°	$4\ 3/5$	31.°	$5/6$
4.°	0'12	11.°	0'000009	18.°	8'25	25.°	$3/5$	32.°	$360/1450$
5.°	0'047	12.°	27'0075	19.°	124'456	26.°	$36/125$	33.°	$28\ 3/7$
6.°	0'007	13.°	6'00047	20.°	7'8470	27.°	$2\ 1/2$		
7.°	0'001	14.°	0'000001	21.°	4630'78965	28.°	$7/8$		

3 Hallar el log. de cada uno de los siguientes:

1.°	436125	6.°	$156998\ 7/8$	11.°	700000'85
2.°	1.530602	7.°	$198427\ 3/4$	12.°	0'02436
3.°	2.007003	8.°	$469377\ 15/8$	13.°	0'000001
4.°	435.628937	9.°	1 000000'426	14.°	$1250\ 125/340$
5.°	8.467009	10.°	9.643000'19	15.°	$476980\ 22/99$

16.° 0'00075
17.° 2'00001
18.° 25'0006
19.° 0'12986
20.° 0'0000986

4 Hallar el número á que corresponde cada uno de los logaritmos siguientes:

1.°	0.301030	7.°	2.093422	13.°	2.970300	19.°	2.542409
2.°	1.397940	8.°	2.170262	14.°	3.040088	20.°	6.220078
3.°	1.505150	9.°	2.351216	15.°	3.030478	21.°	4.763254
4.°	1.986772	10.°	2.920384	16.°	5.500143	22.°	5.741220
5.°	2.071882	11.°	2.031691	17.°	4.870053	23.°	3.540712
6.°	7.987445	12.°	2.960423	18.°	0.978298	24.°	$\overline{1}.883030$

25.°	$\overline{1}.580126$	27.°	$\overline{4}.960172$	29.°	$\overline{1}.599818$
26.°	$\overline{1}.719911$	28.°	$\overline{4}.887708$	30.°	$\overline{7}.468942$
		31.°	$\overline{2}.539703$		

5 Determínese el número que corresponde á cada uno de los logaritmos siguientes:

1.° 4.259020	6.° 0.603215	11.° $\overline{2}.880814$
2.° 4.629430	7.° 1.415090	12.° $\overline{1}.000000$
3.° 2.629970	8.° $\overline{1}.579784$	13.° $\overline{1}.875061$
4.° 3.011401	9.° $\overline{4}.301030$	14.° $\overline{2}.217352$
5.° 5.640370	10.° $\overline{6}.000000$	15.° $\overline{4}.041393$

6 Súmense los logaritmos siguientes:

1.° $0.453690 + 2.154267 + 9.253640$
2.° $\overline{3}.457604 + \overline{4}.251932 + \overline{5}.163090$
3.° $3.603283 + 4.081025 + \overline{3}.126036$
4.° $4.220625 + \overline{2}.094506 + \overline{2}.604305 + 2.094506$
5.° $\overline{3}.094562 + 8.542231 + \overline{5}.461230 + \overline{3}.284562$

7 Réstense los siguientes:

1.° $9.436220 - 7.263560$; 2.° $2.903010 - 4.581020$;
3.° $\overline{6}.946320 - 2.843208$; 4.° $2.321520 - \overline{3}.603285$;
5.° $12.043619 - \overline{25}.120904$; 6.° $\overline{9}.090390 - \overline{2}.403695$.

8 Multiplíquense los siguientes:

1.° 8.540846×9; 2.° 3.064550×2; 3.° $\overline{4}.062532 \times 12$;
4.° $\overline{2}.065032 \times 6$; 5.° $\overline{1}.068032 \times 25$; 6.° $4.182506 \times 23'46$;
7.° $\overline{2}.543225 \times 36$; 8.° 26.094360×48; 9.° $\overline{13}.250490 \times 18$;
10.° $\overline{10}.301030 \times 2'75$.

9 Divídanse los siguientes:

1.° $54.253218 : 2$; 2.° $20.558006 : 4$; 3.° $26.081952 : 3$;
4.° $\overline{12}.432065 : 4$; 5.° $\overline{27}.025425 : 9$; 6.° $\overline{54}.250432 : 12$;
7.° $\overline{48}.598044 : 11$; 8.° $\overline{25}.263042 : 8$; 9.° $\overline{45}.603226 : 7$;
10.° $\overline{18}.928402 : 5$.

10 Hallar los productos siguientes por medio de los logaritmos:

1.° 456 × 25	4.° 986 × 754	7.° 28467 × 7846
2.° 864 × 13	5.° 847 × 964	8.° 175876 × 5496
3.° 876 × 954	6.° 9847 × 654	9.° 60000 × 7800
10.° 860 × 15 × 740	13.° 546'84 × 75	16.° 46'007 × 12'875
11.° 145 × 798 × 800	14.° 8646'25 × 125	17.° 98476'15 × 0'4789
12.° 896 × 63 × 1840	15.° 1896'75 × 6'25	18.° 1247'125 × 0'5476

11 Hállese el cociente de cada una de las siguientes divisiones por medio de los logaritmos.

1.° 184675 : 8; 2.° 756432 : 6; 3.° 15768610 : 56; 4.° 984632 : 96; 5.° 8452125 : 125; 6.° 124759 : 786; 7.° 1247598 : 694; 8.° 8467593 : 6849; 9.° 784632 : 1890; 10.° 8462'45 : 26; 11.° 91847'695 : 4625; 12.° 98'25 : 4'466.

12 Elévense, por medio de los logaritmos, los números siguientes á la

6.ª potencia		9.ª potencia		5.ª potencia		4.ª potencia	
1.º	8	5.º	25	9.º	284	13.º	0'4563
2.º	12	6.º	49	10.º	1549	14.º	0'0789
3.º	45	7.º	65	11.º	24612	15.º	24'1250
4.º	39	8.º	150	12.º	15490	16.º	150'009

13 Extraer de los números siguientes, por medio de los logaritmos, las raices

Novena		Séptima		Quinta		Cuarta	
1.º	24650	4.º	12456	7.º	860000	10.º	12689760
2.º	40860	5.º	956748	8.º	1254900	11.º	84677500
3.º	12586	6.º	125560	9.º	86789000	12.º	125789647

Cúbica	
13.º	124'6798
14.º	129847'50
15.º	875964'127

Interés compuesto

1 ¿En cuánto se convertirán 1000 ptas. puestas al interés compuesto de 6 p. % durante 8 años?—R. *En 1593'85.*

2 Cierto individuo prestó 25000 ptas. al interés compuesto de 5 p. % anual durante 40 años. ¿Cuánto recibió al finalizar el tiempo mencionado en concepto de capital é intereses?—Resultado: *Pesetas 175994'80.*

3 Un prestamista me ha facilitado 1095 ptas. al interés compuesto de 4 p. % anual. Teniendo la seguridad de que podré devolver la expresada cantidad al cabo de 6 años, ¿qué beneficio habrá realizado el prestamista mencionado?—R. *290'516 pesetas.*

4 ¿Qué capital deberá prestarse al interés compuesto de 6 p. % anual para obtener, al cabo de 8 años, 1593'85 ptas. en concepto de capital y ganancia?—R. *1000 ptas.*

5 Prestóse un capital al interés compuesto de 5 p. % durante 40 años, y se convirtió en 175994'80 ptas. ¿Cuál era este capital?—R. *Era 25000 ptas.*

6 Se impuso un capital, durante 6 años, al interés compuesto de 4 p. %, y el prestador recibió 1385'516 ptas. al finalizar el tiempo mencionado. Hállese dicho capital.—R. *1095 ptas.*

7 ¿A qué tanto por ciento de interés compuesto se coloca-ron 1000 ptas., habiéndose convertido en 1593'85 ptas. después de transcurridos 8 años?—R. *Al 6 p. °/₀ anual.*

8 Hállese el tanto por ciento de interés compuesto á que se prestaron 25000 ptas. durante 40 años, sabiendo que el prestador realizó un beneficio de 150994'80 ptas.? — R. *El 5 p. °/₀ anual.*

9 Un capital de 1095 ptas., colocado á interés compuesto durante 6 años, se convirtió en 1385'516 ptas. ¿A qué tanto por ciento anual se hizo el préstamo?—R. *Al 4 p. °/₀ anual.*

10 Prestáronse 1000 ptas. al interés compuesto de 6 por ciento anual, y al cabo de cierto tiempo recibió el prestador 1593'85 ptas. en concepto de capital y ganancia. ¿Por cuánto tiempo se hizo el préstamo?—R. *Por 8 años.*

11 Un caballero prestó 25000 ptas. al interés compuesto de 5 p. °/₀ anual, y su hijo heredero cobró la cantidad prestada y el beneficio por ella producido, sumando un total de 175994'80 pesetas. ¿Cuánto tiempo permaneció prestada la referida cantidad?—R. *40 años.*

12 Colocáronse 1095 ptas. al interés compuesto de 4 p. °/₀ al año, y al retirar la cantidad prestada, ésta había producido una ganancia de 290'516 ptas. ¿Por cuánto tiempo se hizo el préstamo?—R. *Por 6 años.*

13 ¿Qué suma deberá prestarse al interés compuesto de 3 ½ p. °/₀ anual para obtener, al cabo de 6 años, un beneficio de 20000 pesetas?—R *87260'03 ptas.*

14 Calcúlese el capital que debería imponerse al interés compuesto de 5 p. °/₀ anual, para que los intereses producidos ascendiesen á 6000 ptas. al cabo de 4 años.—R. *27842'22 ptas.*

FIN DE LA ARITMÉTICA PRÁCTICA

NOCIONES DE ÁLGEBRA

ÁLGEBRA

1. **Definición.**—Algebra es la ciencia que trata de la cantidad en general.

2. **Representación de las cantidades algebraicas.** — En Algebra, las cantidades se representan por medio de letras. Las primeras del alfabeto, a, b, c, d, etc., se emplean para representar las cantidades que se suponen conocidas; las últimas, z, x, y, etc., para representar las que se suponen desconocidas.

Cuando no bastan las letras del alfabeto, ó cuando el que calcula lo tiene por conveniente, se representan las cantidades colocando una, dos, tres ó más comas en la parte superior ó inferior de las letras antes mencionadas. Así, a', a'', a''', etc., se leerán: *a prima, a segunda, a tercera*; $a_{,}$ $a_{,,}$ $a_{,,,}$ se leerán: *a subprima*, *a subsegunda*, *a subtercera*, etc.

3. **Signo de las cantidades algebraicas.**— Todas las cantidades algebraicas llevan el signo *más* ó el signo *menos*. Las primeras se llaman *positivas* y las segundas, *negativas*. Cuando no llevan ningún signo, se les sobrentiende el signo *más*.

$+ab$ y $5n$ son dos cantidades positivas; $-ab$, $-5n$ son dos cantidades negativas.

En Algebra, se emplean los mismos signos que en Aritmética y además, el *más menos* ó *menos más* ($\pm$, $\mp$), llamado de ambigüedad, el cual indica que las cantidades que lo llevan pueden ser positivas ó negativas.

4. **Expresión algebraica.**—Llamamos así á toda cantidad representada por letras, ó números y letras.

5. **Término algebraico.**—Término de una expresión algebraica ó literal, es toda cantidad separada de otra por medio del signo $+$ ó del signo $-$.

Así, la expresión $a + b$ tiene dos términos.

6. **Elementos de un término algebraico.**—Todo término algebraico consta de las partes siguientes: *signo*, *coeficiente*, *letra* ó *letras*, y *exponente*.

7. **Coeficiente.** — Se entiende por *coeficiente* todo número que precede á una ó más letras, é indica las veces que ésta ó éstas entran por sumandos; de modo, pues, que el coeficiente

es un factor de la letra ó letras. El coeficiente se suprime cuando es la unidad.

Así, m equivale á $+ 1m = 1 \times m$; en $6a$, el coeficiente es 6, é indica que la letra a está tomada 6 veces por sumando; de modo que $6a = a + a + a + a + a + a = 6 \times a$. En la expresión $3\ ab$, el coeficiente es 3 é indica que ab se toma tres veces por sumando; es decir, $3\ ab = ab + ab + ab = 3 \times ab$.

8. **Qué representan las letras.**—Las letras, como ya hemos dicho, son los signos que representan las cantidades. Cuando van juntas dos ó más, debe entenderse que constituyen el producto de ellas mismas multiplicadas entre sí.

De modo que $ab = a \times b$; $abcn = a \times b \times c \times n$.

9. **Exponente.**—Se llama *exponente* á un número que se escribe en la parte superior de la derecha de la letra, é indica las veces que ésta entra por factor.

Así, $a^3 = a \times a \times a$; $a^2b^3 = a \times a \times b \times b \times b$.

Si una letra no lleva exponente, se le sobrentiende la unidad.

De modo que $a = a^1$.

10. **División de las cantidades algebraicas.**—Las cantidades algebraicas se dividen en *monomios*, *binomios*, *trinomios* y *polinomios*.

Monomios son las cantidades algebraicas que tienen un solo término.

La expresión $3a^2b$ es un monomio.

Binomios son las que tienen dos términos.

$4ab^2 + m^3$ es un binomio.

Trinomios son las que tienen tres términos.

$5a + 3ab - n^2$ es un trinomio.

Polinomios son las que tienen cuatro ó más términos.

$3ab^2 - b^3 + 9a^2b - 5a$ es un polinomio.

Los binomios, los trinomios, etc., también se distinguen con el nombre general de *polinomios*.

11. **Términos semejantes y desemejantes.**—Se llaman

términos *semejantes* los que tienen iguales letras con exponente igual en cada una.

Serán semejantes estos términos: $3a^2b + 24a^2b - a^2b$.
También, éstos:
$4a^4b^2cd^3 - 45a^4b^2cd^3 + 60a^4b^2cd^3 + a^4b^2cd^3$.

Cuando los términos no reúnen estas circunstancias, se llaman *desemejantes*.

No serán semejantes estos términos: $3a^2b + 5a^4b^2c + a^2cd$.
Tampoco éstos: $3a^2b + 8a^2b^2 + 2ab^2$.

12. **Simplificación de términos semejantes.**—Cuando las expresiones algebraicas tienen términos semejantes, pueden simplificarse; para lo cual, si tienen signos iguales, se suman los coeficientes, y si los signos son desiguales, se restan.

PRIMER EJEMPLO: Simplificando los términos semejantes $4a^2b + 6a^2b + 12a^2b$, tendremos: $4a^2b + 6a^2b + 12a^2b = 22a^2b$.
SEGUNDO EJEMPLO: $a^2b^2c + 4a^2b^2c + 8a^2b^2c = 13a^2b^2c$.
TERCER EJEMPLO: $18a^3bc^2d - a^3bc^2d + 2a^3bc^2d + 15a^3bc^2d - a^3bc^2d + 5a^3bc^2d = 38a^3bc^2d$.
CUARTO EJEMPLO: $-a^4bcd^2 - 2a^4bcd^2 - 5a^4bcd^2 = -8a^4bcd^2$.
QUINTO EJEMPLO: $12adn^2 - 9adn^2 - 7adn^2 = -4adn^2$.
SEXTO EJEMPLO: $20af^3gz^5 + af^3gz^5 - 2af^3gz^5 - 19af^3gz^5 = 0$.

13. **Valuación de las expresiones algebraicas.**—Para valuar una expresión algebraica, no hay más que substituir las letras por sus valores numéricos respectivos y ejecutar las operaciones indicadas que resulten. Antes de verificar la valuación, es conveniente simplificar las expresiones todo lo posible.

EJEMPLO: *¿Qué valor tendrá el polinomio* $a^2 + 5ab + 2acd^2 - a^2b + 4a^2bc$, *sabiendo que* $a = 3$, $b = 2$, $c = 5$, *y* $d = 1$?

Resolución

$$3 \times 3 + 5 \times 3 \times 2 + 2 \times 3 \times 5 \times 1 \times 1 - 3 \times 3 \times 2 + 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 411$$

Adición de cantidades algebraicas

14. **Definición.**—*Sumar*, *en Álgebra*, es reunir en una sola expresión algebraica el valor de dos ó más.

15. **Cómo se suman las cantidades algebraicas.**—Se co-

locan unas á continuación de otras con los mismo signos que llevan, y luego se simplifican si se puede.

Ejemplos: 1.° *Súmese* $4a^2bc$ *con* $12acn^2$ *con* $-a^2bcn^3$.
Planteo: $(4a^2bc) + (12acn^2) + (-a^2bcn^3)$.
Resultado: $4a^2bc + 12acn^2 - a^2bcn^3$.
2.° *Hállese la suma de las siguientes cantidades:*
$18a^4bc^2 + (5an^2bc^3 - 8a^4bc^2) + 3br^4 - an^2bc^3 - 23br^4$.
Resultando: $18a^4bc^2 + 5an^2bc^3 - 8a^4bc^2 + 3br^4 - an^2bc^3 - 23br^4$.
Resultado simplificado: $10a^4bc^2 + 4an^2bc^3 - 20br^4$.
3.° *¿Cuánto importa la suma de* $(a^2b^3 + 3ab^2 + b^4) + (5b^3a^2) + (-ab^2) + (8b^4 - 2ab^2 + 2a^2b^3)$, *siendo* $a = 4$ *y* $b = 2$?
Planteo: $a^2b^3 + 3ab^2 + b^4 + 5b^3a^2 - ab^2 + 8b^4 - 2ab^2 + 2a^2b^3$.
Resultado simplificado: $8a^2b^3 + 9b^4 = 1168$.

16. Como se ve en los ejemplos anteriores, la suma de cantidades algebraicas queda reducida á indicar la operación en cada caso, pues cada uno de los sumandos conserva, independientemente, en la suma, el valor indeterminado que representa. Como la suma obtenida es susceptible de simplificación si contiene términos semejantes, de aquí el que una suma algebraica puede dar *resultado positivo, resultado negativo,* y *cero.*

Ejemplos: 1.° Si hemos de sumar ab^2, con $5a^2b$, con $4ab^2$, con $-2a^2b$, la suma será

$$ab^2 + 5a^2b + 4ab^2 - 2a^2b;$$

y simplificando este polinomio, resulta

$5ab^2 + 3a^2b$, resultado positivo.

2.° Sumando $-6ax^2$, con $4n^2b$, con ax^2, con $-9n^2b$, con $5ax^2$, la suma será: $-6ax^2 + 4n^2b + ax^2 - 9n^2b + 5ax^2$;
y simplificando este polinomio, se obtiene

$-5n^2b$, resultado negativo.

3.° Sumando $12ab$, con $-a^2z^3$, con $-10ab$, con a^2z^3, con $-2ab$ la suma será: $12ab - a^2z^3 - 10ab + a^2z^3 - 2ab$;
y simplificando el polinomio, se obtiene *cero.*

Substracción de cantidades algebraicas

17. **Definición.**—*Restar, en Álgebra,* es, dada una suma y uno de los dos sumandos que la constituyen, hallar el otro sumando.

18. **Cómo se restan las cantidades algebraicas.** — *Para restar cantidades algebraicas*, se escribe el minuendo y, á continuación, el substraendo con signos contrarios; esto es, *donde lleve* +, *se pone* —, *y donde lleve* —, *se pone* +. La resta se simplifica si se puede.

EJEMPLOS:

1.° Si de $20a^{4}3b$ se quita $8a^{2}bn$, ¿qué resto se obtendrá?
Resultado: $20a^{4}3b - 8a^{2}bn$.
2.° De $5abn^{3}$ quitar $-2a^{2}b^{3}$.
Resultado: $5abn^{3} + 2a^{2}b^{3}$.
3.° *Hállese el resultado de la substracción siguiente:*
$$(25ab^{2}n - 6a^{3}b + a) - (2a^{3}b + 2a^{2}b - ab^{2}n).$$
Resultado: $25ab^{2}n - 6a^{3}b + a - 2a^{3}b - 2a^{2}b + ab^{2}n$.
Resta simplificada: $26ab^{2}n - 8a^{3}b + a - 2a^{2}b$.

Multiplicación de cantidades algebraicas

19. **Definición.**—*Multiplicar*, en Álgebra, es hallar una tercera cantidad que sea en *valor* y *signo*, respecto de una primera cantidad dada, lo que es otra segunda dada respecto de la unidad positiva.

20. **Casos que ofrece la multiplicación algebraica.**—La multiplicación de cantidades algebraicas ó literales ofrece tres casos:

1.° *Multiplicar un monomio por otro monomio.*

2.° *Multiplicar un polinomio por un monomio, ó al contrario.*

3.° *Multiplicar un polinomio por otro polinomio.*

21. **A qué debe atenderse en la multiplicación de un monomio por otro.**—Hay que atender á *signos, coeficiente, letras* y *exponentes*.

22. **Regla de los signos.**—Conviene saber que signos iguales dan *más* en el producto, y signos desiguales dan *menos*.

Esto es: *más por más da más, menos por menos da más, más por menos da menos* y *menos por más da menos*.

23. **Cómo se multiplican los coeficientes.**—Los coeficientes se multiplican por las reglas de Aritmética.

24. **Cómo se multiplican las letras y los exponentes.**—Las letras *comunes* á todos los factores se escriben en el producto una sola vez con un exponente igual á la suma de los que ellas lleven; las letras *no comunes* se escriben igualmente

en el producto, unas á continuación de otras, con sus propios exponentes.

EJEMPLOS: 1.º $(4a^2bn) \times abn) = 4a^3b^2n^2$.

La carencia del signo de multiplicar entre los dos paréntesis también indicaría que las dos cantidades algebraicas se multiplican entre sí. En estos casos, el signo de multiplicar, generalmente, se suprime. También suele suprimirse cuando se separa un factor común.

Así, $ax + bx - nx$ se indica $(a + b - n)x$.
2.º $(-6a^3nm)(-5a^4bcn^2) = 30a^7n^3mbc$.
3.º $(8a^4b^2dn^3)(-{}^1/_4a^5bnx^2) = -2a^9b^3n^4dx^2$.
4.º $(-12c^2b^2d)(0'50ac^3d^5r^2) = -6ac^5d^6r^2b^3$.
5.º $({}^4/_7b^3r^2)({}^1/_5b^2rn) = {}^4/_{35}b^5r^3n$.
6.º $a^2b \times bn \times an^2 \times cb^2x = a^3b^4n^3cx$.
7.º $(a^3 + b^2 - an)\,a = a^4 + ab^2 - a^2n$.

25. **Multiplicación de un polinomio por un monomio, ó al contrario.**—Para multiplicar un polinomio por un monomio, se multiplica cada término del polinomio por el monomio, escribiendo los productos unos á continuación de otros, y luego se simplifican si se puede.

EJEMPLO: Determínese el resultado de multiplicar $9a^3bn^2 + ab^3d^2 - 5a^2b$ por $2\,ac^2n^3$.

$$
\begin{array}{ll}
\text{Planteo:} & 9a^3bn^2 + ab^3d^2 - 5a^2b. \\
 & \times 2ac^2n^3. \\
\hline
\text{Producto:} & 18a^4c^2n^5b + 2a^2c^2n^3b^3d^2 - 10a^3c^2n^3b.
\end{array}
$$

26. **Multiplicación de un polinomio por otro polinomio.**—Para multiplicar un polinomio por otro, se toma por multiplicando el factor que tenga más términos y el factor de menos términos, por multiplicador; se multiplica todo el multiplicando por cada término del multiplicador; los productos parciales se escriben unos á continuación de otros, y luego se simplifican si se puede.

EJEMPLO: Hállese el producto de $4a^3b^2 + ad^2c - 5a^2n + ab$, por $2a^3bc - ab^2 + 3an$.

$$
\begin{array}{ll}
\text{Planteo:} & 4a^3b^2 + ad^2c - 5a^2n + ab \\
 & \times 2a^3bc - ab^2 + 3an. \\
\hline
\end{array}
$$

$8a^6b^3c + 2a^4bc^2d^2 - 10a^5bcn + 2a^4b^2c - 4a^4b^4 - a^2b^2cd^2 + 5a^3b^2n - a^2b^3 + 12a^4b^2n + 3a^2cd^2n - 15a^3n^2 + 3a^2bn$.

2.º ¿Qué resultado se obtendrá multiplicando $-8bc^2 + 2ab^3 - 3c^4$, por $2c^2b - 6b^3a$?

Planteo: $\qquad -8bc^2+2ab^3-3c^4$
$\qquad\qquad \times 2c^2b-6b^3a.$

$$-16b^2c^4+4ac^2ba^4-6c^6b+48ab^4c^2-12a^2b^6+18ab^3c^4=$$
$$-16b^2c^4+52ac^2b^4-6c^6b-12a^2b^6+18ab^3c^4.$$

27. **Ordenación de un polinomio.**—Ordenar un polinomio es escribirlo de modo que la letra más repetida, que se llama *principal,* aparezca disminuyendo su exponente de izquierda á derecha, ó viceversa.

Ordenando el polinomio $4ab^2c-a^5b+a^3b^3n+a^2b^2-a^4$, con respecto á la letra a, tendremos: $-a^5b-a^4+a^3b^3n+a^2b^2+4ab^2c$; ó bien: $4a^2bc+a^2b^2+a^3b^3n-a^4-a^5b$.

28. **Multiplicación de polinomios ordenados.**—Para multiplicar dos polinomios ordenados, se procede así: escrito el multiplicador debajo del multiplicando, se halla el producto del primer término del multiplicador por todo el multiplicando, empezando por la izquierda; en seguida se halla el producto del segundo término del multiplicador por todo el multiplicando, y este producto se escribe debajo del primero un lugar más hacia la derecha; se continúa asimismo con los demás términos del multiplicador, y la suma de los términos semejantes de los productos parciales da el producto total.

Ejemplo: Multiplicando $c^4+a^4-4ac^3+4a^3c-6a^2c^2$ por $2ac+a^2-c^2$, ¿qué producto se obtendrá?
Ordenando multiplicando y multiplicador con respecto á la letra a, tendremos:

$$\begin{array}{rrrrrrrr}
 & a^4 & +4a^3c & -6a^2c^2 & -4ac^3 & +c^4 & & \\
 & & & \times a^2 & +2ac & -c^2 & & \\
\hline
 & a^6 & +4a^5c & -6a^4c^2 & -4a^3c^3 & +a^2c^4 & & \\
 & & +2a^5c & +8a^4c^2 & -12a^3c^3 & -8a^2c^4 & +2ac^5 & \\
 & & & -a^4c^2 & -4a^3c^3 & +6a^2c^4 & +4ac^5 & -c^6 \\
\hline
\text{Producto total:} & a^6 & +6a^5c & +a^4c^2 & -20a^3c^3 & -a^2c^4 & +6ac^5 & -c^6
\end{array}$$

División de cantidades algebraicas

29. **Definición.**—*Dividir,* en Álgebra, es hallar el factor desconocido que, junto con otro conocido, forman un producto dado.

30. **Casos que pueden ocurrir en la división algebraica.** —Pueden ocurrir, principalmente, cuatro casos: 1.° Dividir un monomio por otro monomio; 2.° Dividir un polinomio por un

monomio; 3.º Dividir un polinomio por otro polinomio; 4.º Dividir un monomio por un polinomio.

31. **A qué hay que atender para dividir un monomio por otro.**—En la división de un monomio por otro, hay que atender á cuatro cosas: *signos, coeficientes, letras* y *exponentes.*

32. **Regla de los signos.**—Es la siguiente: signos iguales dan *más* en el cociente, y signos desiguales dan *menos;* es decir: *más dividido por más da más, menos dividido por menos da más, más dividido por menos da menos* y *menos dividido por más da menos.*

33. **Cómo se dividen los coeficientes.**—Los coeficientes se dividen siguiendo las reglas aritméticas.

34. **Cómo se dividen las letras y los exponentes.**—Las letras comunes al dividendo y al divisor se escriben en el cociente con un exponente igual á la diferencia de los exponentes que llevan; las que sólo están en el dividendo se escriben en el cociente con su propio exponente, y las que sólo están en el divisor pasan al cociente cambiando el signo á su exponente.

EJEMPLOS:
1.º $(20a^4b^3c^2) : (5a^2b^2c) = 4a^2bc.$
2.º $(-30a^8bn^5d^3) : (-3a^5n^2) = 10a^3bn^3d^3.$
3.º $(15x^{20}c^3rn^2) : (-5x^6cnad^2) = -3x^{14}c^2rna^{-1}d^{-2}.$
4.º $(3ab^5r^4n^2x) : (-7ab^8r^3z^2) = -{}^3/_7\, b^{-3}rn^2xz^{-2}.$
5.º $(-{}^3/_5x^4a^m d^2c^n r^3) : ({}^1/_8x^4a^n d^5c^m z^5) =$
$-{}^{24}/_5a^{m-n}d^{-3}c^{n-m}r^3z^{-5}.$

35. **Valor de una cantidad elevada á la potencia cero.**—Toda cantidad elevada á la potencia *cero* es igual á la unidad.

De lo que se deduce que $(8a^5b^3) : (4a^5b) = 2 \times 1 \times b^2 = 2b^2$; razón por la cual, como se habrá observado en los ejemplos anteriores, cuando una misma letra aparece en el dividendo y en el divisor con iguales exponentes, no se escribe en el cociente de la división.

36. **Transformación de una cantidad de exponente negativo en otra equivalente de exponente positivo.**—Cuando una letra tiene exponente negativo, puede transformarse en otra equivalente de exponente positivo, pasando dicha letra del numerador al denominador, ó al contrario; y, si carece del numerador, se le pone la unidad.

Así: $\dfrac{ab^{-3}}{n} = \dfrac{a}{nb^3}$; $\dfrac{xn^2}{az^{-2}} = \dfrac{xn^2z^2}{a}$; $a^{-n}x = \dfrac{x}{a^n}$;

$$a^{-5} = \frac{1}{a^5};\ \text{etc.}$$

37. **División de un polinomio por un monomio.**—Para dividir un polinomio por un monomio, se parte cada uno de los términos del polinomio por el monomio, y la reunión de los cocientes parciales da el cociente total.

EJEMPLO:

$$\begin{array}{l|l}
40a^3b^5n - 10a^6b^2n^3 + 5a^2b^2x^2 & 5ab^2 \\ \cline{2-2}
-40a^3b^5n & 8a^2b^3n - 2a^5n^3 + ax^2. \\ \cline{1-1}
0 \quad - 10a^6b^2n^3 & \\
\quad\quad + 10a^6b^2n^3 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad\quad 0 \quad + 5a^2b^2x^2 & \\
\quad\quad\quad\quad - 5a^2b^2x^2 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad\quad\quad\quad 0 &
\end{array}$$

38. **División de un polinomio por otro polinomio.**—Para dividir un polinomio por otro polinomio, se ordenan dividendo y divisor con respecto á una misma letra; se divide el primer término del dividendo por el primero del divisor, y el resultado es el primer término del cociente; se multiplica este término por todo el divisor, y el producto se resta del dividendo; seguidamente se divide el primer término de la resta por el primero del divisor, y el resultado es el segundo término del cociente, y se continúa del mismo modo hasta obtener cociente exacto. Si un primer término de una resta no es divisible por el primer término del divisor, la división es inexacta.

EJEMPLO: *¿Qué resultado se obtendrá partiendo:*

$$10a^3b^2 + a^5 + 5ab^4 + b^5 + 5a^4b + 10a^2b^3 \text{ por } a + b$$

Resolución.—Ordenando el dividendo con respecto á la letra a tendremos:

$$a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

Verifiquemos, ahora, la operación:

$$\begin{array}{l|l}
a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 & a + b \\ \cline{2-2}
-a^5 - a^4b & a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 \\ \cline{1-1}
0 + 4a^4b + 10a^3b^2 & \\
\quad - 4a^4b - 4a^3b^2 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad 0 + 6a^3b^2 + 10a^2b^3 & \\
\quad\quad\quad - 6a^3b^2 - 6a^2b^3 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad\quad\quad 0 + 4a^2b^3 + 5ab^4 & \\
\quad\quad\quad\quad\quad - a^2b^3 - 4ab^4 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0 + ab^4 + b^5 & \\
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad - ab^4 - b^5 & \\ \cline{1-1}
\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad 0 &
\end{array}$$

39. **Cómo se procede cuando la división es inexacta.**— Cuando la división no es exacta, se completa el cociente con un quebrado, cuyo numerador es el último resto, y su denominador, el divisor.

EJEMPLO:

$$
\begin{array}{l|l}
20a^8b^3 + 6a^5b^2 + 8a^3b & -10a^3 + 4a^2b \\ \hline
-20a^8b^3 + 8a^7b^4 & -2a^5b^3 + \dfrac{6a^5b^2 + 8a^7b^4 + 8a^3b}{-10a^3 + 4a^2b} \\ \hline
\textit{Residuo: } 0 + 6a^5b^2 + 8a^7b^4 + 8a^3b &
\end{array}
$$

40. **División de un monomio por un polinomio.**—La división de un monomio por un polinomio nunca puede dar cociente exacto; pues tanto si el cociente fuese un monomio como un polinomio, multiplicado por el divisor, siempre daría un polinomio y no un monomio, como es el dividendo. En este caso, se procederá de modo que cada cociente parcial destruya el primer término del dividendo parcial de que provenga. Como siempre queda residuo, se continuará la división hasta descubrir la ley del cociente indefinido.

EJEMPLO: Dividamos x^2 por $x - a$.

$$
\begin{array}{l|l}
x^2 & x - a \\ \hline
-x^2 + xa & x + a + \dfrac{a^2}{x} + \dfrac{a^3}{x^2} + \dfrac{a^4}{x^3} + \ldots\ldots + \dfrac{a^n}{x^{n-1}} \\ \hline
0 + xa & \\
-xa + a^2 & \\ \hline
0 + a^2 & \\
-a^2 + \dfrac{a^3}{x} & \\ \hline
0 + \dfrac{a^3}{x} & \\
-\dfrac{a^3}{x} + \dfrac{a^4}{x^2} & \\ \hline
0 + \dfrac{a^4}{x^2} & \\
-\dfrac{a^4}{x^2} + \dfrac{a^5}{x^3} & \\ \hline
0 + \dfrac{a^5}{x^3} \text{ etc.} &
\end{array}
$$

Quebrados algebraicos

41. **Alteraciones que sufren los quebrados algebraicos y operaciones que con ellos se verifican.**—Los quebrados algebraicos sufren las mismas alteraciones que los númericos, y, como éstos, se simplifican, reducen á un común denominador, suman, restan, multiplican y dividen.

42. **Simplificación.**—Para simplificar los quebrados algebraicos, debe tenerse presente si sus dos términos son monomios, ó si alguno de ellos es un polinomio. En el primer caso, se dividen numerador y denominador por los factores que les sean comunes; en el segundo caso, para que la simplificación sea posible, es necesario que los factores sean comunes á todos los términos del numerador y del denominador.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{4a^2b}{8ab^3} = \frac{a}{2b^2}$.

2.° $\frac{9ab^2 + 5a^4b - cb}{7nb} = \frac{(9ab + 5a^4 - c)b}{(7n)b} = \frac{9ab + 5a^4 - c}{7n}$.

43. **Reducción á un común denominador.**—Para reducir los quebrados algebraicos á un común denominador, se multiplican los dos términos de cada quebrado por el producto de los denominadores de los demás; pero antes se simplifican si se puede.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{a}{b}, \frac{n}{m}, \frac{z}{x} = \frac{amx}{bmx}, \frac{nbx}{mbx}, \frac{zbm}{xbm}$.

2.° $\frac{3ab^2}{4a^3b}, \frac{5nb}{n^3a}, \frac{9a^4b^6}{3a^3b^8n}$. Simplificándolos lo posible, tendremos: $\frac{3b}{4a^2}, \frac{5b}{a}, \frac{3a}{b^2n}$; y verificando ahora la reducción, $= \frac{3ab^3n}{4a^3b^2n}, \frac{20a^2b^3n}{4a^3b^2n}, \frac{12a^4}{4a^3b^2n}$.

44. **Cómo se suman.**—Si tienen un mismo denominador, se suman los numeradores, y á la suma se le da el denominador común; si no tienen un mismo denominador, se simplifican primero, se reducen luego á un común denominador, y se procede como en el caso anterior.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{5a^3}{b^2} + \frac{2n}{b^2} + \frac{3nc}{b^2} = \frac{5a^3 + 2n + 3nc}{b^2}$

2.° Los quebrados $\frac{3ab^2}{4a^3b}+\frac{5n^3b}{n^3a}+\frac{9a^4b^6}{3a^3b^8n}$ del número anterior, después de simplificados y reducidos á un común denominador, dan los quebrados equivalentes siguientes: $\frac{3ab^3n}{4a^3b^2n}+\frac{20a^2b^3n}{4a^3b^2n}+\frac{12a^4}{4a^3b^2n}$ cuya suma será: $\frac{3ab^3n+20a^2b^3n+12a^4}{4a^3b^2n}$

45. **Cómo se restan.**—Si tienen un mismo denominador, se restan los numeradores y á la resta se le da el denominador común; si no tienen un mismo denominador, se simplifican primero, luego se reducen á un común denominador, y se procede como en el caso anterior.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{4ab^2}{5ax^2}-\frac{ab^2n^3}{5ax^2}=\frac{4ab^2-ab^2n^3}{5ax^2}$.

2.° $\frac{20ab^2n^5}{5a^3bn}-\frac{a^5bc}{4a^3bn}$. Simplificándolos, tendremos: $\frac{4bn^4}{a^2}-\frac{a^2c}{4n}$ y reduciéndolos á un denominador común, $=\frac{16bn^5}{4na^2}-\frac{a^4c}{4na^2}=\frac{16bn^5-a^4c}{4na^2}$.

46. **Cómo se multiplican.**—Los quebrados algebraicos se multiplican como los numéricos, esto es, se multiplican entre sí los numeradores y entre sí los denominadores.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{a}{b}\times\frac{d}{x}=\frac{ad}{bx}$.

2.° $\frac{4ab}{3x}\times\frac{6an^3}{a^2b}=\frac{24a^2bn^3}{3xa^2b}=\frac{8n^3}{x}$.

47. **Cómo se dividen.**—Para dividirlos, también se procede como en los numéricos: se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el denominador del dividendo por el numerador del divisor. El primer producto es el numerador del quebrado cociente, y el segundo producto, su denominador.

EJEMPLOS: 1.° $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$.

2.° $\frac{4a^5b^3c}{8a^2bc^2}:\frac{9ab^2}{3ax}=\frac{4a^5b^3c\times3ax}{8a^2bc^2\times9ab^2}=\frac{12a^6b^3cx}{72a^3b^3c^2}=\frac{a^3x}{6c}$.

Elevación á potencias

48. **Definición.**—Potencia de una expresión algebraica es el resultado de multiplicarla por si misma una ó más veces.

Así: $(4a^2b^3c)^2 = 4a^2b^3c \times 4a^2b^3c = 16a^4b^6c^2$.

49. **A qué hay que atender para elevar un monomio á una potencia dada.**—Para elevar un monomio á una potencia cualquiera, hay que atender á *signos, coeficientes, letras* y *exponentes.*

50. **Regla de los signos.**—Toda potencia de grado *par* debe llevar signo positivo, es decir, el signo *más;* pero si la potencia es de grado *impar,* llevará *el signo de la raiz.*

51. **Regla de los coeficientes.**—Los coeficientes se elevan á cualquier potencia siguiendo las reglas aritméticas.

52. **Regla de las letras y exponentes.**—Las letras de la raiz entran en la potencia con un exponente igual al producto del exponente que llevan en la raiz por el exponente de la potencia.

EJEMPLOS: 1.° $(4a^2b^3c)^2 = 16a^4b^6c^2$.
2.° $(-6a^5nc^3d)^4 = 1296a^{20}n^4c^{12}d^4$.
3.° $(3d^2cx^2)^3 = 27d^6c^3x^6$.
4.° $(-2a^3)^5 = -32a^{15}$.

53. **Potencias de los polinomios.**—Los polinomios se elevan á una potencia dada siguiendo las reglas de la multiplicación: tomándolos tantas veces por factor como unidades tiene su exponente.

EJEMPLOS:

1.° $(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = (a+b)a + (a+b)b$

Verifiquemos estas multiplicaciones:

$$(a+b)a = a^2 + ab$$
$$(a+b)b = ab + b^2$$

Sumando los segundos miembros, tendremos que

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2.° $(a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2(a+b) = (a^2+2ab+b^2)(a+b) = (a+b)a^2 + (a+b)2ab + (a+b)b^2$.

Verifiquemos estas multiplicaciones:

$$(a + b)\,a^2 = a^3 + a^2b$$
$$(a + b)\,2ab = 2a^2b + 2ab^2$$
$$(a + b)\,b^2 = ab^2 + b^3$$

Sumando los segundos miembros, tenemos que

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

3.° $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

4.° $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

NOTA.—*Estos cuatro ejemplos nos demuestran claramente las partes de que constan el cuadrado y el cubo de la suma y de la diferencia de dos números.*

54. **Regla para elevar abreviadamente un polinomio á la segunda potencia.**—Para elevar abreviadamente un polinomio á la segunda potencia, se procede así: se cuadra el primer término; se multiplica el duplo de este primer término por todos los demás; se cuadra el segundo término; se multiplica el duplo de este segundo término por todos los demás; se procede lo mismo con los demás términos hasta tener el cuadrado del último término, y se ha concluído la operación.

EJEMPLO: $(x^2 + 3xz^2 + 2z^4 - z^2)^2 = x^4 + 6x^3z^2 + 4x^2z^4 - 2x^2z^2 + 9x^2z^4 + 12xz^6 - 6xz^4 + 4z^8 - 4z^6 + z^4.$

55. **Regla para elevar abreviadamente un polinomio á la tercera potencia.**—Para elevar abreviadamente un polinomio al cubo, se le considera como un binomio, tomando por primer término de éste el primer término del polinomio (ó el primero y algunos más) y por segundo término del binomio, los restantes del polinomio que no se hayan tomado.

EJEMPLO: Para elevar al cubo el polinomio $a + b + c$, le consideraremos como un binomio, de este modo: $a + (b + c)$ y tendremos: $(a + b + c)^3$, ó bien $(a + (b + c))^3$ = [53.—*Ejemplos* 1.° y 2.°] $a^3 + 3a^2(b + c) + 3a(b + c)^2 + (b + c)^3 = a^3 + 3a^2b + 3a^2c + 3ab^2 + 6abc + 3ac^2 + b^3 + 3b^2c + 3bc^2 + c^3$.

Extracción de raíces

56. **Definición.**—Raíz de una expresión algebraica es otra expresión que, multiplicada por sí misma una ó más veces, produce la cantidad primera.

57. **A qué hay que atender para la extracción de raíces de cantidades monomias.**—Para extraer la raíz de un monomio, hay que atender á *signos, coeficientes, letras* y *exponentes.*

58. **Regla de los signos.**—Si la raiz es de grado par, llevará el signo de ambigüedad ($\pm$), y si es de grado impar, el signo de la potencia.

59. **Regla de los coeficientes.**—La raiz de un coeficiente se extrae por las reglas que se dan en la Aritmética.

60. **Regla de las letras y exponentes.**—Las letras de la potencia se escriben en la raiz con un exponente igual al cociente que se obtiene partiendo el exponente de cada letra por el exponente radical, esto es, por el exponente que indica el grado de la raiz.

EJEMPLOS: 1.º $\sqrt{25a^8} = \pm\, 5a^4$

2.º $\sqrt[3]{125x^{12}} = 5x^4$

3.º $\sqrt{36a^6dn^3} = \pm\, 6a^3d^{0'50}n^{1'50}$

4.º $\sqrt[3]{-\,64a^{15}x^2zn^5} = -\,4a^5x^{\frac{2}{3}}z^{\frac{1}{3}}n^{\frac{5}{3}}$

Igualdad.—Identidad.—Ecuación

61. **Igualdad.**—Se entiende por *igualdad* la expresión de dos cantidades unidas por el signo *igual* ($=$). Estas dos cantidades toman el nombre de *miembros de la igualdad:* la colocada á la izquierda del signo se llama *primer miembro,* y la de su derecha, *segundo miembro.*

V. g.: $a + b = c + d.$

62. **Propiedades de toda igualdad.**—Son las siguientes:

1.ª *La igualdad subsiste* si sus dos miembros se aumentan en un mismo número.

EJEMPLO: $4 + 2 = 6$

Añadiendo á ambos miembros el número 5, tendremos:

$$4 + 2 + 5 = 6 + 5$$

Es decir, tenemos otra igualdad.

2.ª *La igualdad subsiste* si sus dos miembros se disminuyen en un mismo número.

EJEMPLO: $20 + 5 = 25$

Quitando 2, de ambos miembros, tenemos:

$$20 + 5 - 2 = 25 - 2$$

Es decir, tenemos otra igualdad.

3.ª *La igualdad subsiste* si sus dos miembros se multiplican por un mismo número.

Así: $12 - 3 = 9$
y $(12 - 3)\,6 = 9 \times 6$

4.ª *La igualdad subsiste* si sus dos miembros se dividen por un mismo número.

Así: $8 + 4 = 12$
y $(8 + 4) : 3 = 12 : 3$

5.ª *La igualdad subsiste* si sus dos miembros se elevan á una misma potencia.

Ejemplo: $20 - 3 = 17$
y $(20 - 3)^2 = 17^2$

6.ª *La igualdad subsiste* si de sus dos miembros se extrae una misma raíz.

Así: $20 + 5 = 25$
y $\sqrt{20 + 5} = \sqrt{25}$

Estas propiedades se fundan en el siguiente axioma:
Si con cantidades iguales se hacen operaciones iguales, los resultados son iguales.

63. **Identidad.**—Identidad es la igualdad cuyos dos miembros están representados del mismo modo.

V. g.: $6a - r = 6a - r$.

64. **Ecuación.**—Se da el nombre de *ecuación* á toda igualdad cuyos miembros contienen una ó más cantidades desconocidas ó incógnitas.

V. g.: $6x = 72$.

65. **División de las ecuaciones.**—Se dividen en *ecuaciones con una incógnita,* con *dos,* con *tres,* etc., según que tengan una, dos, tres ó más cantidades desconocidas.

Ecuación con una incógnita: $6x = 72$
Idem con dos incógnitas: $4x + 2z = 120$
Idem con tres incógnitas: $5x + 12z - 2y = 458$

66. **Clasificación de las ecuaciones por razón de su grado.**—Se llaman ecuaciones de *primer grado* aquéllas cuya incógnita se halla elevada á la primera potencia; de *segundo grado,* cuando la incógnita se halla elevada á la segunda potencia, y así sucesivamente:

Ecuación de 1.er grado con una incógnita: $4x + \frac{x}{5} = 80$

Idem de 2.° grado con una incógnita: $20x^2 + 12 = 80x - 5$
Idem de 3.er grado con una incógnita: $9x^3 + 2x - x = 120$

67. **Resolver una ecuación.**—Resolver una ecuación es hallar el valor de sus incógnitas, para lo cual éstas se *despejan.*

68. **Despejar una incógnita.**—Despejar una incógnita es verificar las operaciones necesarias hasta conseguir que la incógnita quede sola en un miembro de la ecuación, sin coeficiente ni exponente y con el signo positivo.

69. **Cómo puede hallarse afectada una incógnita.**—Toda incógnita puede hallarse afectada: *de una cantidad positiva, de una cantidad negativa, por vía de multiplicación, por vía de división, por una potencia* y *por una raíz.*

70. **Cómo se despeja en cada caso.**—Si la incógnita se halla afectada de una cantidad positiva, se la despeja pasando esta cantidad al otro miembro con signo negativo.

EJEMPLO: $x + 20 = 32$

Pasando 20 al segundo miembro con signo negativo, tendremos:

$$x = 32 - 20$$

Luego: $x = 12$

Esto es evidente, pues, si de los dos miembros de una igualdad se quita un mismo número, la igualdad subsiste.

Si la incógnita se halla afectada de una cantidad negativa, se la despeja pasando esta cantidad al otro miembro con signo positivo.

EJEMPLO: $x - 5 = 12$

Pasando 5 al segundo miembro con signo positivo, tendremos:

$$x = 12 + 5$$

Luego: $x = 17$

Esto es evidente, pues, si los dos miembros de una igualdad se aumentan en un mismo número, la igualdad subsiste.

Si la incógnita se halla afectada por vía de multiplicación, se la despeja partiendo el otro miembro por el factor que la multiplica.

EJEMPLO: $x \times 5 = 20$

Partiendo el segundo miembro por 5 y quitando del primero este factor, tendremos:

$$x = \frac{20}{5}$$

Luego: $x = 4$

Es evidente, pues, si los dos miembros de una igualdad se dividen por un mismo número, la igualdad subsiste.

Si la incógnita se halla afectada por vía de división, se la despeja multiplicando el otro miembro por el número que la divide.

EJEMPLO: $\frac{x}{7} = 56$

Multiplicando el segundo miembro por 7 y quitando del primero este divisor, tendremos:

$$x = 56 \times 7$$

Luego: $x = 392$

Es evidente, pues si los dos miembros de una igualdad se multiplican por un mismo número, la igualdad subsiste.

Si la incógnita se halla elevada á una potencia, se la despeja extrayendo del otro miembro la raíz del grado que indique el exponente de la incógnita.

EJEMPLO: $x^3 = 512$

Extrayendo la raiz cúbica del segundo miembro y quitando del primero el exponente 3, tendremos:

$$x = \sqrt[3]{512}$$

Luego: $x = 8$

Esto es evidente, pues, si de los dos miembros de una igualdad se extrae una misma raíz, la igualdad subsiste.

Si la incógnita se halla afectada por una raiz, se la despeja elevando el otro miembro á una potencia igual al exponente radical.

EJEMPLO: $\sqrt{x} = 7$

Elevando el segundo miembro á la tercera potencia y quitando del primero el radical, tendremos:

$$x = 7^3$$

Luego: $x = 343$

Esto es también evidente, pues, si los dos miembros de una igualdad se elevan á una misma potencia, la igualdad subsiste.

71. **Regla general para el despejo de las incógnitas.**—De todo lo dicho, se desprende la regla general siguiente:

Las cantidades que afectan á las incógnitas, pasan al otro miembro con signo contrario al que llevan en el miembro de la incógnita.

72. **Cómo se despeja una incógnita cuando la afectan varios términos.**—Cuando son dos ó más los términos que afectan á una incógnita, se despeja del modo siguiente:

1.º *Se pasan á un miembro todos los términos que llevan la incógnita, y al otro miembro, todos los demás.*

2.º *Si en la ecuación hay quebrados, se quitan los denominadores, convirtiendo así en enteros todos los términos de la ecuación.*

3.º *Se simplifica la ecuación.*

4.º *Se verifica la operación que indica la ecuación final.*

73. **Traslado de términos.**—Como hemos dicho ya, los términos se pasan de un miembro á otro cambiando el signo.

Ejemplo: Sea la ecuación: $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} - 2 = 16 - \frac{x}{3}$.

Pasando al primer miembro $-\frac{x}{3}$ y al segundo -2, tendremos la ecuación:

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 16 + 2.$$

74. **Cómo se quitan los denominadores.**—Para quitar los denominadores, se multiplica cada uno de los términos de la ecuación por el producto de los denominadores de los demás.

Quitando los denominadores de la ecuación anterior, tendremos:

Ecuación anterior: $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = 16 + 2.$

Ecuación resultante: $12x + 18x + 24x = 1152 + 144.$

75. **Simplificación de la ecuación.**—Se simplifica la ecuación, verificando las operaciones indicadas en la misma.

Simplificando la ecuación anterior, tendremos:
Ecuación anterior: $12x + 18x + 24x = 1152 + 144$.
Ecuación resultante: $54x = 1296$.

76. **Cómo se halla el valor de la incógnita en la ecuación final.**—Verificando la operación necesaria, según la manera de hallarse afectada la incógnita.

En la ecuación final anterior, $54x = 1296$, la incógnita se halla afectada por vía de multiplicación; luego tendremos que

$$x = \frac{1296}{54}$$

Luego: $x = 24$.

77. **Cómo se procede cuando los dos miembros de la ecuación final son cantidades negativas.**—Cuando los dos miembros de la ecuación final son cantidades negativas, se convierten en positivas dando signos contrarios á los dos miembros de la ecuación.

Supongamos la ecuación $-80x = -440$.
Escribiéndola con signos contrarios, se convertirá en esta otra: $80x = 440$.
Esta transformación es evidente, pues no hemos hecho otra cosa que multiplicar los dos miembros de la igualdad por -1.

78. **Resolución de los problemas algebraicos que dan lugar á una ecuación de primer grado con una incógnita.**—Después de un detenido examen del problema, se plantea la ecuación á que éste da lugar, y luego se procede al despejo de la incógnita, observando las reglas dadas, esto es: 1.°, *traslado de términos;* 2.°, *quitar los denominadores si los hay;* 3.°, *simplificar la ecuación;* 4.°, *resolución de la ecuación final.*

EJEMPLO: *Preguntaron á un joven cuántas pesetas llevaba en el bolsillo, y contestó:*
—Las pesetas que llevo, sumadas con su duplo y mitad, más 2, dan 30 pesetas.
Averígüese cuántas pesetas llevaba.

Resolución:

Llamemos x á las pesetas que el joven tenía.

Planteo de la ecuación: $x + 2x + \frac{x}{2} + 2 = 30$

Pasando $+2$ al segundo miembro, tendremos:

$$x + 2x + \frac{x}{2} = 30 - 2.$$

Quitando el denominador 2, resulta:

$$2x + 4x + x = 60 - 4.$$

Simplificando esta ecuación, $7x = 56$.

Resolviendo esta ecuación final, $x = \frac{56}{7}$

Luego: $x = 8$.
Llevaba, pues, 8 pesetas.

79. **Comprobación del resultado de una ecuación.**—Para comprobar el resultado de una ecuación, se escribe ésta substituyendo la incógnita por su valor hallado; se verifican las operaciones indicadas, y si resulta una *identidad*, es prueba evidente de que no ha habido error en la resolución del problema.

Comprobando el problema anterior, tendremos:

$$8 + 2 \times 8 + \frac{8}{2} + 2 = 30.$$

Verificando las operaciones indicadas: $8 + 16 + 4 + 2 = 30$.
Luego: $30 = 30$. Cuya identidad nos dice que el problema está bien resuelto.

Soluciones razonadas de algunos ejemplos

1. *La suma de tres números es 144; el segundo es duplo del primero, y el tercero tiene tantas unidades como la suma de los otros dos. ¿Cuáles son estos números?*

Resolución:

Si el primer número le representamos por x,
el segundo será $2x$,
y como el tercer número es igual á la suma del 1.° más
el 2.°, el tercer número será $x + 2x$
ó lo que es igual, $3x$. Luego la ecuación será

$$x + 2x + 3x = 144$$

Simplificando esta ecuación, resulta $6x = 144$

Luego $x = \frac{144}{6} = 24$.

El primer número es, pues.		24
El segundo, dos veces 24, es.	$24 \times 2 =$	48
El tercero, suma del 1.° más el 2.° . .	$24 + 48 =$	72
Prueba.		144

2. *Añadiendo á un número la mitad y la cuarta parte de este número, resulta 63. Averígüese cuál es este número.*

Resolución:

Si representamos el número pedido por x,

su mitad será $\dfrac{x}{2}$

y su cuarta parte $\dfrac{x}{4}$

Luego la ecuación será: $x + \dfrac{x}{2} + \dfrac{x}{4} = 63.$

Quitando los denominadores, multiplicando todos los términos por 2×4, ó por 8, tendremos: $8x + 4x + 2x = 504.$

Simplificando esta ecuación, $14x = 504.$

Luego: $x = \dfrac{504}{14} = \dfrac{72}{2} = 36.$

Comprobación:

Número obtenido.	36
Su mitad..	18
Su cuarta parte	9
Suma dada.	63

3. *Si del duplo de un número se quitan las $^4/_5$ partes de este número y 85 unidades más, se obtiene 4055. Hállese este número.*

Resolución: Llamemos al número que se desea, x;

su duplo será, $2x$

y sus $^4/_5$ partes serán $x \times \dfrac{4}{5} = \dfrac{4x}{5}$

Si, pues, de $2x$ restamos $\dfrac{4x}{5}$ más 85, debe resultar 4055.

Luego la ecuación será:

$$2x - \frac{4x}{5} - 85 = 4055$$

Pasando 85 al segundo miembro, tendremos

$$2x - \frac{4x}{5} = 4055 + 85$$

Quitando el denominador, multiplicando todos los términos por 5

$$10x - 4x = 20275 + 425$$

Simplificando esta ecuación, $6x = 20700$

Luego: $x = \frac{20700}{6} = 3450$, número pedido.

Comprobación:

Número obtenido. 3450

Su duplo, $3450 \times 2 =$ 6900

Sus $^4/_5$ partes, $\frac{3450 \times 4}{5} = 2760$ ⎫
Más. . . . . $+ \ 85$ ⎭ $= - 2845$

Diferencia dada. 4055

4 *Un padre tiene dos hijos: la edad del mayor es los $^2/_5$ de la del padre más 8 años, y la del menor, los $^6/_{12}$ de la edad del padre menos 4 años. El hijo mayor tiene 6 años más que el menor. Hállese la edad del padre.*

Resolución: Sea x la edad del padre.

La edad del hijo mayor será $x \times \frac{2}{5} + 8 = \frac{2x}{5} + 8$

La del menor, $x \times \frac{6}{12} - 4 = \frac{6x}{12} - 4$

Si de la edad del mayor quitamos la del menor, el resto es 6 años.

Luego la ecuación será:

$$\left(\frac{2x}{5} + 8\right) - \left(\frac{6x}{12} - 4\right) = 6$$

Verificando la resta indicada en el primer miembro, y quitando los paréntesis, tendremos

$$\frac{2x}{5} + 8 - \frac{6x}{12} + 4 = 6$$

Quitando los denominadores, multiplicando los términos por $5 \times 12 = 60$,

$$24x + 480 - 30x + 240 = 360.$$

Haciendo la transposición para reunir en un solo miembro los términos que llevan la incógnita,

$$24x - 30x = 360 - 480 - 240.$$

Simplificando la ecuación,

$$-6x = -360.$$

Multiplicando ambos miembros por -1, para que los signos sean positivos, resultará $6x = 360$.

Luego: $x = \frac{360}{6} = 60$ años, edad del padre.

Comprobación:

Edad del hijo mayor, $\frac{2 \times 60}{5} + 8 = 24 + 8 = 32$ años

Edad del menor, $\frac{6 \times 60}{12} - 4 = 30 - 4 = 26$

$$32 \text{ años} - 26 \text{ años} = 6 \text{ años}$$
$$6 = 6$$

5. *En una bolsa, hay monedas de á 5 pesetas y en otra bolsa, monedas de á 2, sumando un total de 280 monedas. El valor de las monedas de á 5 pesetas excede al de las de á 2 en 560 pesetas. Hállese el número de monedas de cada clase.*

Resolución: Representando por x el número de monedas de á 5 pesetas, el número de las de á 2 será $280 - x$.

El valor, en pesetas, de las monedas de á 5 pesetas es $5x$ y el de las de á 2 pesetas es . . . . $(280 - x)\,2$

Si del valor de las de á 5 pesetas quitamos el de las de á 2 pesetas, la diferencia es 560 pesetas; luego tenemos la ecuación

$$5x - (280 - x)\,2 = 560.$$

Verificando la multiplicación indicada en el primer miembro,

$$5x - (560 - 2x) = 560.$$

Quitando el paréntesis y verificando la resta, para lo cual debemos cambiar el signo al término $-2x$, resultará

$$5x - 560 + 2x = 560.$$

Pasando 560 al segundo miembro, para reunir las incógnitas en uno solo,

$$5x + 2x = 560 + 560.$$

Y simplificando la ecuación, $7x = 1120$

Luego: $x = \frac{1120}{7} = 160$, monedas de á 5 pesetas.

El número de monedas de á 2 pesetas será, pues, $280 - 160 = 120$.

Comprobación:

160 monedas de á 5 ptas. valen $160 \times 5 = 800$ ptas.
120 » » 2 » » $120 \times 2 = \underline{240}$ »

Exceso dado. . . . . . 560 ptas.

Soluciones imposibles

80. En la resolución de problemas algebraicos, sin haber padecido error, á veces se obtienen resultados que no satisfacen las condiciones del enunciado. Entre otros casos, citaremos los siguientes:

1.° Cuando resulta que *cero* es igual á una cantidad positiva y negativa.

2.° Cuando el resultado ha de ser un número entero, y se obtiene un quebrado ó un mixto.

3.° Cuando el valor de la incógnita resulta una cantidad negativa.

Estos problemas se llaman de *solución imposible.*

EJEMPLOS: 1.° *Antonio tiene un número tal de pesetas que, si de la cuarta parte quita 8, le quedará la misma cuarta parte más 3. ¿Cuántas pesetas tiene?*

La ecuación será: $\frac{x}{4} - 8 = \frac{x}{4} + 3$

$$4x - 128 = 4x + 48$$
$$4x - 4x = 48 + 128$$
$$0 = 176$$

Resultando absolutamente imposible.

2.° *Cada vez que un tirador da en el blanco, gana 4 pesetas, y pierde 2 ptas. cada vez que yerra. Después de 15 disparos, cobró 23 ptas. ¿Cuántas veces acertó?*

Llamando x al número de veces que acertó, erraría $15 - x$ veces; luego la ecuación sería:

$$4x - 2(15 - x) = 23$$
$$4x - 30 + 2x = 23$$
$$6x = 23 + 30$$
$$6x = 53$$
$$x = \frac{53}{6}$$
$$x = 8\,{}^{5}/_{6}$$

De modo, que el tirador hubiera acertado $8\,{}^{5}/_{6}$ veces; resultado imposible, pues las veces que tiró y acertó no pueden fraccionarse.

3.º *Un padre tiene 36 años, y su hijo, 14. ¿Cuántos años deben transcurrir para que la edad del padre sea el triplo de la del hijo?*

Si llamamos x á los años que han de transcurrir, luego de transcurridos, el padre tendrá $36 + x$ años, y el hijo, $14 + x$. Luego la ecuación es:

$$\begin{aligned} 36 + x &= 3\,(14 + x) \\ 36 + x &= 42 + 3x \\ 36 - 42 &= 3x - x \\ -6 &= 2x \\ -3 &= x \end{aligned}$$

El carácter negativo de este resultado, $x = -3$, indica, desde luego, la imposibilidad del problema.

Ecuaciones de primer grado con dos ó más incógnitas

81. **Sistema de ecuaciones.**—Del planteo de un problema algebraico, puede, también, resultar más de una ecuación con más de una incógnita.

La reunión de dos ó más ecuaciones, en las cuales cada una de las incógnitas representa el mismo valor, constituye un *sistema de ecuaciones.*

El conjunto de valores de las incógnitas que satisfacen á todas las ecuaciones se llama *solución.*

Estos sistemas pueden ser *determinados, más que determinados* é *indeterminados.* Un sistema se llama *determinado,* cuando el número de ecuaciones es igual al de sus incógnitas.

Se llama *más que determinado,* cuando contiene mayor número de ecuaciones que de incógnitas.

Se llama *indeterminado,* cuando contiene menor número de ecuaciones que de incógnitas.

82. **Eliminar una incógnita.**—Eliminar una incógnita en un sistema de ecuaciones, es deducir de éstas otro sistema equivalente que no contenga dicha incógnita.

83. **Métodos de eliminación.**—Los medios prácticos de verificar estas transformaciones, se llaman *métodos de eliminación,* siendo los más empleados los tres siguientes: *el de substitución, el de igualación* y *el de sumas y restas,* ó *de reducción á coeficientes idénticos.*

84. **Preparación de un sistema de ecuaciones.**—Cualquiera que sea el método de eliminación que se adopte, es preciso observar las reglas siguientes:

1.ª Suponer conocido el valor de las incógnitas para formar las ecuaciones correspondientes.

2.ª Eliminar primero la incógnita de signo positivo cuyo coeficiente sea menor.

3.ª Pasar á un miembro los términos que tengan la incógnita, y al otro los que no la tengan.

4.ª Quitar los denominadores de cada ecuación.

5.ª Simplificar la ecuación todo lo posible.

Hecho esto, se tiene *preparado* el sistema para el despejo de las incógnitas.

Eliminaciones de incógnitas

Ya hemos dicho que los sistemas de ecuaciones pueden ser determinados, más que determinados é indeterminados.

85. **Método de substitución.**—*En la eliminación de incógnitas por el método de substitución, se empieza por eliminar la incógnita más sencilla del sistema, y se substituye esta incógnita por su valor en las demás ecuaciones, obteniendo así una ecuación menos y una incógnita menos. Se preparan en seguida las demás ecuaciones* (84), *se elimina la incógnita más sencilla, y ésta se substituye por su valor en las demás ecuaciones, obteniendo, de nuevo, una ecuación menos y una incógnita menos; continuando así hasta obtener una sola ecuación con una sola incógnita, cuyo valor, después de obtenido, se substituye en las otras ecuaciones, hallando así los valores numéricos de todas las incógnitas.*

Ejemplos: 1.° Supongamos el sistema siguiente:

$$x + z = 46$$
$$x - z = 14$$

Si nos proponemos eliminar la x, la despejaremos en una de las ecuaciones, en la segunda, por ejemplo, y resultará:

$$x = 14 + z$$

Substituyendo, ahora, en la otra ecuación, x por su valor, y despejando la incógnita z, se obtendrá:

$$14 + z + z = 46$$

$$2z = 46 - 14$$
$$z = \frac{46 - 14}{2}$$
$$z = \frac{32}{2}$$
$$z = 16$$

Substituyendo, ahora, en la primera ecuación, z por su valor numérico, 16, se obtendrá el valor numérico de x, esto es:

$$x + 16 = 46$$

Luego: $x = 46 - 16$
Ó bien $x = 30$.

2.º Tomemos, ahora, el siguiente sistema:

$$9x - 4z = 13$$
$$6x + 3z = 54$$

Como en el anterior sistema, ambas incógnitas son igualmente sencillas. Eliminando la x despejándola en la segunda ecuación, tendremos:

$$6x + 3z = 54$$
$$6x = 54 - 3z$$
$$x = \frac{54 - 3z}{6}$$

Simplifiquemos el valor de x, dividiendo por 3 el numerador y el denominador del quebrado, y resultará

$$x = \frac{18 - z}{2}$$

Substituyendo, ahora, en la primera ecuación del sistema, x por su valor hallado, se obtendrá:

$$\frac{9(18 - z)}{2} - 4z = 13$$
$$\frac{162 - 9z}{2} - 4z = 13$$
$$162 - 9z - 8z = 26$$
$$-9z - 8z = 26 - 162$$
$$-17z = -136$$
$$17z = 136$$
$$z = \frac{136}{17}$$
$$z = 8$$

Substituyendo en la ecuación $x=\frac{18-z}{2}$, z por su valor numérico, 8, se obtendrá el valor numérico de x, esto es:

$$x=\frac{18-8}{2}$$

$$x=\frac{10}{2}$$

$$x=5.$$

86. **Método de igualación.**—*En la eliminación de incógnitas por el método de igualación, después de haber preparado el sistema* (84), *se despeja la incógnita más sencilla en todas las ecuaciones. El valor de esta incógnita obtenido en la primera ecuación, se iguala con los valores de la misma incógnita obtenidos en las otras ecuaciones, resultando un nuevo sistema más sencillo que el primero, pues tiene una ecuación menos y una incógnita menos. Se vuelve á despejar una misma incógnita en cada una de las ecuaciones de este nuevo sistema, y el valor de esta incógnita obtenido en la primera ecuación se iguala con los valores de la misma incógnita obtenidos en las otras ecuaciones, resultando un tercer sistema con una ecuación menos y una incógnita menos; y así se continúa hasta obtener una sola ecuación con una sola incógnita, cuyo valor, después de obtenido, se substituye en las demás ecuaciones, hallando así los valores numéricos de todas las incógnitas.*

EJEMPLOS: Tomemos los mismos sistemas empleados en la aplicación del método anterior.

1.er sistema:

$$x+z=46$$
$$x-z=14$$

Eliminemos la incógnita de signo positivo en ambas ecuaciones despejándola en éstas, y tendremos:

$$x=46-z$$
$$x=14+z$$

Como dos cantidades iguales á una tercera son iguales entre si, tendremos:

$$46-z=14+z$$

De donde resulta $46-14=z+z$

$$32=2z$$

$$z=\frac{32}{2}$$

$$z=16$$

Substituyendo, **ahora**, z por su valor numérico, 16, en cualquiera de las dos ecuaciones, se tendrá el valor numérico de x, esto es:

$$x = 46 - 16$$
$$x = 30$$

O bien, en la otra, $x = 14 + 16$

$$x = 30$$

2.° sistema: $9x - 4z = 13$

$$6x + 3z = 54$$

Preparando el sistema, tendremos:

$$9x = 13 + 4z$$
$$6x = 54 - 3z$$

Despejando la x en ambas ecuaciones, resulta:

$$x = \frac{13 + 4z}{9}$$

$$x = \frac{54 - 3z}{6}$$

De consiguiente, $\dfrac{13 + 4z}{9} = \dfrac{54 - 3z}{6}$

Luego, $78 + 24z = 486 - 27z$

$$24z + 27z = 486 - 78$$
$$51z = 408$$
$$z = \frac{408}{51}$$
$$z = 8$$

Substituyendo z por su valor numérico en cualquiera de las dos ecuaciones anteriores, se hallará el valor numérico de x, esto es:

$$x = \frac{13 + 4 \times 8}{9}$$

$$x = 5$$

O bien en la otra, $x = \dfrac{54 - 3 \times 8}{6}$

$$x = 5$$

87. **Método de sumas y restas, ó de reducción á coeficientes idénticos.**—*El método de sumas y restas ó de coeficientes idénticos, se funda en que la incógnita que se trata de eliminar tenga el mismo coeficiente en todas las ecuaciones, lo que se consigue multiplicando los dos miembros de cada ecua-*

ción por el producto de los coeficientes que tiene la misma incógnita en las demás ecuaciones del sistema. Hecho esto, si las ecuaciones sólo son dos, se suman ó restan miembro á miembro: se suman, si la incógnita que se elimina tiene en ambas ecuaciones signo contrario; y se restan si los signos de dicha incógnita son iguales, después de lo cual el sistema queda ya reducido á una sola ecuación con una sola incógnita.

Cuando las ecuaciones son más de dos, se compara la más sencilla con cada una de las otras, siguiendo en cada comparación la regla anterior, después de lo cual resulta un nuevo sistema con una ecuación menos y una incógnita menos. Y así se continúa hasta obtener una sola ecuación con una sola incógnita, cuyo valor, después de hallado, se substituye en las demás ecuaciones, hallando así los valores numéricos de todas las incógnitas.

EJEMPLOS: Tomemos los mismos sistemas de que nos hemos servido en la aplicación de los métodos anteriores.

1.er sistema:

$$\left.\begin{array}{l} x + z = 46 \\ x - z = 14 \end{array}\right\} (A)$$

Ambas incógnitas ya tienen igual coeficiente, la unidad.

Para eliminar la x, como tiene igual signo, el positivo, en ambas ecuaciones, restaremos ambas ecuaciones miembro á miembro, y tendremos:

$$x + z - x + z = 46 - 14$$
$$\text{O bien, } 2z = 32$$
$$\text{Luego } z = \frac{32}{2}$$
$$z = 16$$

Substituyendo z por su valor numérico en cualquiera de las ecuaciones de (A), la 1.ª por ejemplo, hallaremos el valor numérico de x, esto es:

$$x + 16 = 46$$
$$\text{Luego } x = 46 - 16$$
$$x = 30$$

Si hubiésemos querido eliminar la z, como esta incógnita tiene signo distinto en ambas ecuaciones del sistema propuesto, hubiéramos sumado éstas ordenadamente, así:

$$x + z + x - z = 46 + 14$$
$$\text{O bien, } 2x = 60$$
$$\text{y } x = \frac{60}{2}$$
$$\text{esto es, } x = 30$$

Y substituyendo x por su valor numérico en cualquiera de las ecuaciones de (A), hubiéramos obtenido el valor de z.

Así, substituyéndolo en la primera, tendremos:

$$30 + z = 46$$

$$\text{Luego } z = 46 - 30$$

$$\text{y } z = 16$$

2.° *Sistema:*
$$\left.\begin{aligned} 9x - 4z &= 13 \\ 6x + 3z &= 54 \end{aligned}\right\} \text{(C)}$$

Para eliminar cualquiera de las dos incógnitas, z, por ejemplo, á fin de que los coeficientes de esta incógnita sean iguales en ambas ecuaciones, multiplicaremos la primera ecuación por 3, que es el coeficiente que lleva dicha incógnita en la ecuación segunda, y luego multiplicaremos la ecuación segunda por 4, que es el coeficiente de la incógnita que se elimina, en la ecuación primera.

Practicadas estas multiplicaciones, el sistema propuesto se convierte en el siguiente:

$$27x - 12z = 39$$

$$24x + 12z = 216$$

Obsérvese que el coeficiente de la incógnita que se elimina es ya igual en ambas ecuaciones y que dicha incógnita lleva signo distinto, por lo que sumaremos, miembro á miembro, ambas ecuaciones, obteniendo:

$$27x - 12z + 24x + 12z = 39 + 216$$

$$\text{O bien, } 27x + 24x = 39 + 216$$

$$51x = 255$$

$$\text{Luego } x = \frac{255}{51}$$

$$\text{y } x = 5$$

Para hallar, ahora, el valor de z, substituiremos, en cualquiera de las dos ecuaciones de (C), la segunda, por ejemplo, x por su valor numérico, y resultará:

$$6 \times 5 + 3z = 54$$

$$\text{O bien, } 30 + 3z = 54$$

$$\text{y } 3z = 54 - 30$$

$$\text{por lo que, } 3z = 24$$

$$z = \frac{24}{3}$$

$$\text{y } z = 8$$

88. **Observación importante.**—De los tres métodos de eliminación que hemos explicado, el más sencillo, cuando las in-

cógnitas sólo son dos, es el de *sumas y restas*, y cuando las incógnitas son tres ó más, el más recomendable es el de *substitución*.

Soluciones razonadas de algunos ejemplos

1. *Hállense dos números cuya suma sea 127 y su diferencia, 63.*

Solución por el método de *sumas* y *restas* ó de *reducción* (87).
Sean: número mayor, x; número menor, z.
Tendremos, evidentemente, las dos siguientes ecuaciones:

$$x + z = 127 \quad (A)$$
$$x - z = 63 \quad (B)$$

Las dos incógnitas aparecen con iguales coeficientes en ambas ecuaciones, pues tienen la unidad. Si eliminamos la x, como lleva signo igual en ambas ecuaciones, debemos restar, miembro á miembro, la segunda ecuación de la primera (87). Luego tendremos:

$$x + z - (x - z) = 127 - 63$$

Verificando estas restas, $x + z - x + z = 64$

O bien, $2z = 64$

Luego $z = \dfrac{64}{2}$

y $z = 32$, número menor.

Substituyendo, en cualquiera de las ecuaciones (A) ó (B), en la primera, por ejemplo, z por su valor numérico hallado, tendremos el valor numérico de x, esto es:

$$x + 32 = 127$$

Despejando la x, $x = 127 - 32$

y $x = 95$, número mayor.

Si hubiésemos eliminado la z, como ésta tiene signos distintos, pues en (A) lo tiene positivo y en (B) negativo, hubiéramos sumado, miembro á miembro, ambas ecuaciones (87), así:

$$x + z + x - z = 127 + 63$$

O bien, $2x = 190$

Luego $x = \dfrac{190}{2}$

y $x = 95$, número mayor.

Substituyendo, en cualquiera de las dos ecuaciones, (A) ó (B), en la segunda por ejemplo, x por su valor numérico, hubiéramos obtenido el valor numérico de z, así:

$$95 - z = 63$$

y despejando z, $95 - 63 = z$

ó bien, $z = 32$

Comprobación:

$$\begin{aligned} &(A) \quad 95 + 32 = 127 \\ &(B) \quad 95 - 32 = 63 \\ &(A) \quad 127 = 127 \\ &(B) \quad 63 = 63 \end{aligned}$$

2. *Enrique dice á Joaquín: «Si me das 100 bolas, tendré tantas como tú tienes ahora». Y Joaquín le contesta: «Si tú me dieras las bolas que me pides, yo tendría dos veces más que no te quedarían». ¿Cuántas bolas tiene cada uno?*

Solución por el método de *igualación* (86). Representemos por x el número de bolas de Enrique y por z, el de las de Joaquín. Si éste diese 100 bolas á Enrique, éste tendría $x + 100$, número de bolas igual á z, que es las que tiene ahora Joaquín. Si Enrique diese á Joaquín 100 bolas, Joaquín tendría $z + 100$, y á Enrique le quedarían $x - 100$, siendo entonces las bolas de Enrique la mitad de las que Joaquín tendría, ó bien, Joaquín tendría duplo número de bolas que Enrique. Tenemos, pues, las dos ecuaciones siguientes:

$$\begin{aligned} x + 100 &= z \quad (A) \\ z + 100 &= 2\,(x - 100) \quad (B). \end{aligned}$$

Verificando la operación indicada en el segundo miembro de la ecuación segunda, resultará:

$$\begin{aligned} x + 100 &= z \quad (A) \\ z + 100 &= 2x - 200 \quad (C). \end{aligned}$$

Eliminando la incógnita z, por ser la más sencilla en ambas ecuaciones, tendremos:

$$\begin{aligned} -z &= -x - 100 \quad (D) \\ z &= 2x - 200 - 100 \quad (E). \end{aligned}$$

Multiplicando los dos miembros de la primera ecuación por -1, obtendremos:

$$\begin{aligned} z &= x + 100 \quad (F) \\ z &= 2x - 200 - 100 \quad (E). \end{aligned}$$

Despejada ya la z en ambas ecuaciones, igualaremos el segundo miembro de la primera igualdad con el segundo miembro de la igualdad 2.ª, y obtendremos una sola ecuación con una sola incógnita, esto es:

$$x + 100 = 2x - 200 - 100$$

Y despejando la x, hallaremos el valor numérico, esto es:

$$100 + 200 + 100 = 2x - x$$
$$\text{ó bien, } 400 = x$$

Enrique, tiene, pues, 400 bolas.

Substituyendo, ahora, en cualquiera de las ecuaciones (A), (B), (C), (E) ó (F), en (A) por ejemplo, que es la más sencilla, x por su valor numérico, hallaremos el valor numérico de z, esto es:

$$(A)\quad 400 + 100 = z$$
$$\text{ó bien, } 500 = z$$

Joaquin tenia, por tanto, 500 bolas.

Comprobación:

$$(A)\quad 400 + 100 = 500$$
$$(B)\quad 500 + 100 = 2\,(400 - 100)$$
$$(A)\quad 500 = 500$$
$$(B)\quad 500 + 100 = 800 - 200$$
$$600 = 600.$$

3. *Un número está formado por dos cifras cuyos valores absolutos suman 10. Invirtiendo el orden de sus cifras, resulta un número cinco veces mayor que el primero menos 4. ¿Qué número es éste?*

Solución por el método de *sustitución* (85).

Representemos la cifra de las decenas del número que se desea averiguar por x, y, por z, la cifra de sus unidades.

Sabemos, en primer lugar, que $x + z$ suman 10.

El número verdadero será, reduciendo sus decenas á unidades, $10x + z$

Y el número invertido, $10z + x$.

Pero el número invertido es 5 veces mayor que el verdadero menos 4. Luego resultan las dos siguientes ecuaciones:

$$x + z = 10 \quad (A)$$
$$10z + x = 5\,(10x + z) - 4 \quad (B)$$

Verificando las operaciones indicadas en el segundo miembro de (B), resulta el sistema preparado:

$$x + z = 10 \quad (A)$$
$$10z + x = 50x + 5z - 4 \quad (C).$$

Despejando la x de (A), en el sistema (A) (C), resulta:

$$x = 10 - z \quad (D).$$

Substituyendo, en (C), x por su valor hallado, obtendremos una sola ecuación con una sola incógnita, esto es:

$$10z + 10 - z = 50\,(10 - z) + 5z - 4.$$

Verificando la operación indicada, se obtiene:

$$10z + 10 - z = 500 - 50z + 5z - 4$$

Despejando z, resultará:

$$10z - z + 50z - 5z = 500 - 4 - 10$$

y simplificando, $54z = 486$.

Luego $z = \dfrac{486}{54} = 9.$

La cifra de las unidades del número pedido es, pues, 9.

Substituyendo, ahora, en (A) ó en (D), en (D), por ejemplo, z por su valor hallado, tendremos el valor numérico de x, esto es,

$$\begin{aligned} (D)\quad x &= 10 - 9 \\ x &= 1. \end{aligned}$$

La cifra de las decenas es 1, y el número verdadero es, pues, 19.

Comprobación:

$$\begin{aligned} (A)\quad & 1 + 9 = 10 \\ (B)\quad & 10 \times 9 + 1 = 50 + 5 \times 9 - 4 \\ (A)\quad & 10 = 10 \\ (B)\quad & 91 = 91. \end{aligned}$$

Ecuaciones de segundo grado con una incógnita

89. **Definición.**—Ya hemos dicho (66) que son de segundo grado aquellas ecuaciones en las cuales la incógnita aparece elevada á la segunda potencia. Verbi gracia: $x^2 + 4x = 21$.

Las ecuaciones de segundo grado con una incógnita solamente, pueden tener tres clases de términos, á saber: términos en que entre la incógnita elevada á la segunda potencia, términos en que entre la incógnita elevada á la primera potencia y términos conocidos.

90. **Su división.**—Se dividen en *mixtas* ó *completas* y *puras* ó *incompletas*.

Son mixtas ó completas, cuando constan de las tres clases de términos antes mencionados. V. g.: $x^2 - 5 + x + 4x = 462$.

Son puras ó incompletas cuando les falta el término que tiene la incógnita elevada á la primera potencia.

Son puras las dos ecuaciones siguientes:

1.ª $5x^2 = 14$
2.ª $8x^2 - x^2 + 25 = 120$

91. **Preparación de las ecuaciones de segundo grado.**— Antes de resolver una de estas ecuaciones, debe *prepararse* quitando los denominadores, haciendo la transposición y reduciendo los términos semejantes, tal como se practica con las de primer grado.

1.º Las completas, después de preparadas, se reducen á tres términos: *uno con la incógnita elevada al cuadrado; otro, con la incógnita elevada á la primera potencia, y una cantidad conocida*, en esta forma:

$$ax^2 + bx - c = 0$$

2.º Las incompletas, después de preparadas, se reducen á dos términos: *uno con la segunda potencia de la incógnita y otro conocido*, en esta forma ú otra parecida:

$$ax^2 = b$$

92. **Resolución de las incompletas.**—*Para resolver una ecuación incompleta de segundo grado, después de preparada, se divide el segundo miembro por el coeficiente de la incógnita, y se extrae la raíz cuadrada del cociente.*

En efecto, en la ecuación incompleta $ax^2 = b$, tenemos que, dividiendo ambos miembros por a, resulta

$$x^2 = \frac{b}{a}$$

Y extrayendo la raíz cuadrada de ambos miembros, se obtendrá

$$x = \sqrt{\frac{b}{a}}$$

Fórmula cuya traducción es la regla dada anteriormente (92).

EJEMPLO: *Resuélvase la ecuación incompleta*

$$\frac{3x^2}{5} + \frac{x^2}{2} - 6 = 534 - \frac{x^2}{4}$$

Preparemos la ecuación empezando por quitar los denominadores, y resultará: $24x^2 + 20x^2 - 240 = 21360 - 10x^2$.

Simplificaremos esta ecuación partiendo por 2 todos sus términos, y se obtendrá: $12x^2 + 10x^2 - 120 = 10680 - 5x^2$.

Haciendo la transposición,

$$12x^2 + 10x^2 + 5x^2 = 10680 + 120$$

Reduciendo los términos, se tendrá la ecuación debidamente preparada, y resultará:

$$27x^2 = 10800$$

$$\text{Luego, } x^2 = \frac{10800}{27}$$

$$\text{ó bien, } x^2 = 400$$

$$\text{y } x = \sqrt{400}$$

$$\text{luego } x = 20$$

Conforme á la regla dada anteriormente (92).

93. **Resolución de las ecuaciones completas.**—En las ecuaciones completas de segundo grado, *la incógnita es igual á la mitad del coeficiente del segundo término cambiado el signo, más ó menos la raíz cuadrada del cuadrado de dicha mitad, sumado con el tercer término cambiado el signo.*

En efecto, sea la ecuación $x^2 + ax - c = 0$ (A).

Transponiendo el término conocido, resultará:

$$x^2 + ax = c \quad \text{(B)}.$$

El primer miembro de esta ecuación lo constituyen los dos primeros términos del cuadrado de $x + \frac{a}{2}$, pues $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 = x^2 + ax + \frac{a^2}{4}$ (53).—*Ejemplo 1.°*

Si á los dos miembros de la ecuación (B) añadimos $\frac{a^2}{4}$, resultará la siguiente:

$$x^2 + ax + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} + c \quad \text{(C)}$$

Pero el primer miembro de esta nueva ecuación hemos dicho que es igual á $\left(x + \frac{a}{2}\right)^2$; luego substituyendo el primer miembro de la ecuación (C) por su igual, tendremos·

$$\left(x+\frac{a}{2}\right)^2=\frac{a^2}{4}+c \text{ (D).}$$

Extrayendo la raiz cuadrada de los dos miembros de esta última ecuación, resultará

$$x+\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{a^2}{4}+c} \quad \text{(E)}$$

y despejando la x de (E)

$$x=-\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}+c} \quad \text{(F)}$$

conforme á la regla dada (93).

94. **Observaciones importantes.**—1.ª Por si se dudare del porqué se da á la cantidad radical el signo de ambigüedad $\pm$, y no el positivo, como lleva en la penúltima ecuación, téngase presente que todo número *positivo* tiene dos raices iguales y de signos distintos (58). Así, la raiz cuadrada de 16, por ejemplo, es $+4$ y -4; pues $+4\times+4=+16$, y $-4\times-4=+16$ (22).

Los números *negativos* no tienen raiz cuadrada, porque, como hemos dicho, cualquier número, positivo ó negativo, multiplicado por sí mismo, siempre da un resultado positivo. Si todo número positivo tiene dos raices iguales y de signos distintos, claro está que la $\sqrt{\frac{a^2}{4}+c}$ satisfará las condiciones de la ecuación en *más* ó en *menos*, debiendo añadirse en el primer caso y restarse, en el segundo.

2.ª Para aplicar la fórmula (F), traducida en la regla que hemos dado (93), no debe olvidarse que, ante todo, se ha de preparar la ecuación reduciéndola á los tres términos que únicamente debe tener (91), procurando que al cuadrado de la incógnita no le afecte coeficiente ni denominador alguno. Si afectase á la incógnita un coeficiente, se le quita éste y se dividen por dicho coeficiente todos los demás términos de la ecuación. Si afectase á la incógnita un denominador, se quita éste multiplicando, como ya sabemos, por el mismo, todos los demás términos de la ecuación, de modo que, cuando ésta se halla preparada, su primer término siempre es x^2.

Si el cuadrado de la incógnita llevase signo negativo, se convierte en positivo, cambiando, al afecto, el signo á todos los demás términos de la ecuación, lo que equivale á multiplicarla por -1.

EJEMPLO: *Hállese el valor de la incógnita en la ecuación siguiente:*

$$\frac{2x^2}{4} + \frac{x}{2} - 3 = 817.$$

Empezaremos por preparar la ecuación quitando los denominadores:

$$4x^2 + 4x - 24 = 6536.$$

Partiendo todos los términos de la ecuación por 4, para que desaparezca el coeficiente 4 del cuadrado de la incógnita, resultará:

$$x^2 + x - 6 = 1634.$$

Pasando 1634 al primer miembro, obtendremos:

$$x^2 + x - 6 - 1634 = 0$$

ó bien,

$$x^2 + x - 1640 = 0.$$

Preparada ya la ecuación (91 — 1.º), aplicaremos la regla general (93), y resultará:

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1^2}{2^2} + 1640}.$$

Verificando la suma indicada en la cantidad radical, se obtiene:

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{6561}{4}}$$

La raíz cuadrada de $\frac{6561}{4}$ es $\frac{81}{2} = 40 + \frac{1}{2}$, y si de 40 $+ \frac{1}{2}$ quitamos $\frac{1}{2}$, como la ecuación expresa, resultará:

$$x = 40.$$

Soluciones razonadas de algunos ejemplos

1. *El área de una esfera es 113'0976 metros cuadrados. ¿Qué longitud tiene tiene el radio de la misma?*

El área de la esfera es $S = 4\pi r^2$ *(Lecciones de Aritmética, 1.ª parte. Apéndice.*— 55).

Substituyendo en la ecuación anterior, las letras que tienen valores numéricos conocidos por estos valores, resultará la siguiente ecuación incompleta de segundo grado:

$$3‘1416 \times 4 \times r^2 = 113‘0976$$

ó bien, $$12‘5664\, r^2 = 113‘0976$$

Y despejando r^2, $$r^2 = \frac{113‘0976}{12‘5664}$$

Extrayendo la raiz cuadrada de ambos miembros,

$$r = \sqrt{\frac{113‘0976}{12‘5664}}$$

ó bien, $r = \sqrt{9}$

y $r = 3.$

La longitud del radio es 3 metros.

Comprobación:

$$3‘1416 \times 4 \times 3^2 = 113‘0976$$
$$113‘0976 = 113‘0976$$

2. *Si de las dos quintas partes del cuadrado de un número se quitan 25 unidades, resulta 335. Hállese dicho número.*

Si representamos por x el número en cuestión, tendremos la siguiente ecuación incompleta de segundo grado:

$$\frac{2x^2}{5} - 25 = 335$$

Quitando el denominador, $2x^2 - 125 = 1675.$
Pasando 125 al 2.° miembro, $2x^2 = 1675 + 125$

$$2x^2 = 1800$$
$$x^2 = \frac{1800}{2}$$
$$x^2 = 900$$
$$x = \sqrt{900}$$
$$x = 30.$$

Comprobación:

$$\frac{2 \times 30^2}{5} - 25 = 335$$
$$335 = 335$$

3. *Si el cuadrado de las pesetas que tiene Juan se aumen-*

tase en el duplo de su dinero, resultarían 80 pesetas. ¿Cuántas pesetas tiene?

Llamemos x á las pesetas que tiene, y resultará la siguiente ecuación completa de segundo grado:

$$x^2 + 2x = 80$$

Pasando 80 al primer miembro, resultará:

$$x^2 + 2x - 80 = 0.$$

Preparada ya la ecuación, apliquemos la regla general (93)

$$x = -1 \pm \sqrt{1^2 + 80.}$$

Verificando la suma indicada en la cantidad radical, tendremos:

$$x = -1 \pm \sqrt{81}$$
$$x = -1 + 9$$
$$x = 8.$$

Comprobación:

$$8^2 + 2 \times 8 = 80$$
$$64 + 16 = 80$$
$$80 = 80.$$

4. *Descompóngase el número 20 en dos partes, tales, que su producto sea 96.*

Si llamamos x al número que forma la parte mayor, el de la parte menor será $20 - x$; luego la ecuación será:

$$x \times (20 - x) = 96$$
$$20x - x^2 = 96$$

ó bien, $\quad -x^2 + 20x = 96.$

Cambiando los signos para darlo positivo á la incógnita,

$$x^2 - 20x = -96$$

y también $\quad x^2 - 20x + 96 = 0.$

Preparada la ecuación, apliquemos la fórmula general (93).

$$x = 10 \pm \sqrt{10^2 - 96}$$

Luego, $\quad x = 10 \pm \sqrt{4}$

O bien, $\quad x = 10 \pm 2$

y $\quad x = 10 + 2$

$$x = 12$$

La raíz cuadrada de 4 satisface al enunciado del problema en más, y por tanto, el número mayor será 12, siendo el menor $20 - 12 = 8$.

Comprobación:

$$
\begin{aligned}
12 \times (20 - 12) &= 96 \\
12 \times 8 &= 96 \\
96 &= 96.
\end{aligned}
$$

5. *El área de un campo de forma rectangular es 24 decámetros cuadrados, y se sabe que mide 20 metros más de largo que de ancho. Determínense las dos referidas dimensiones del campo mencionado.*

Si representamos por x el número de metros de ancho, los metros de largo serán $x + 20$, y como el área de un rectángulo se obtiene multiplicando lo largo por lo ancho, es evidente que la ecuación será:

$$
\begin{aligned}
x(x + 20) &= 2400 \\
x^2 + 20x &= 2400
\end{aligned}
$$

Y pasando 2400 al primer miembro, la ecuación quedará preparada:

$$x^2 + 20x - 2400 = 0.$$

Aplicando la fórmula general,

$$
\begin{aligned}
x &= -10 \pm \sqrt{10^2 + 2400} \\
x &= -10 \pm \sqrt{2500} \\
x &= -10 \pm 50 \\
x &= 40.
\end{aligned}
$$

La raíz cuadrada de 2500, que es 50, satisface en más al enunciado del problema, y por tanto, las dimensiones del campo son: ancho, 40 metros; largo, $40 + 20 = 60$ metros.

Comprobación:

$$
\begin{aligned}
40 \times (40 + 20) &= 2400 \\
40 \times 60 &= 2400 \\
2400 &= 2400
\end{aligned}
$$

FIN DEL ALGEBRA TEÓRICA

PARTE PRÁCTICA

EJERCICIOS Y PROBLEMAS ALGEBRAICOS

Ejercicios y problemas de Álgebra

I

1 Escribir tres monomios.—**2** Idem cinco binomios.—**3** Escribir cuatro trinomios.—**4** Idem cinco polinomios.

5 Escribir dos binomios, de modo que cada término tenga coeficiente y exponente explícitos.

6 Escribir dos polinomios, de modo que cada término tenga coeficiente implícito.

7 Escribir dos polinomios, tales, que cada término tenga exponente implícito.

8 Escribir dos polinomios, de modo que cada término tenga coeficiente y exponente implícitos.

II

Simplifíquense las siguientes expresiones algebraicas:

9 $a^2 + 3a^2 + - 2a^2 + 8a^2 - 3a^2$. — R. $7a^2$.

10 $8ab^2 + 5ab^2 - ab^2 + 2ab^2 - 25ab^2$.—R. $11ab^2$

11 $5ab^2n - 2abx^3 + 30abx^2 - ab^2n + 3ab^2n - 40abx^3 + ab^2$.—R. $7ab^2n - 42abx^3 + 30abx^2 + ab^2$.

12 $- 2xn^3 + abn^2 + 3n^3x - 2an^2b + m^5a + 5xn^2 - xn^3 + 14abn^2 + 8xn^3 + xn^2$.—R. $8xn^3 + 13abn^2 + m^5a + 6n^2x$.

13 $20b^2c - 9ab^2c - 3b^2c + 20ab^2c + cb^2 - a^3b^2 - ab^2c + 2cb^2a + 10b^2c + n$.—R. $28b^2c + 12ab^2c - a^3b^2 + n$.

14 $9x^2z - 5x^2z - x^2z + 2x^2z - \frac{1}{2}x^2z + 4x^2z$.—R. $8\frac{1}{2}x^2z$.

15 $- \frac{1}{3}ab + \frac{3}{5}an^2 + \frac{4}{8}ab - \frac{1}{7}an^2 + \frac{4}{5}r^3 + 3ab - an^2 + 5ab + x^2b^3c$.—R. $8\frac{1}{6}ab - \dfrac{19}{35}an^2 + \dfrac{4}{5}r^3 + x^2b^3c$.

III

16 Hállese el valor numérico de la expresión $5a^2 + b^3a - 2a^3b + 2a^4b$, sabiendo que $a = 3$ y $b = 2$.—R. 285.

17 Hállese el valor numérico de la siguiente: $a^2x^2 - a$, entendiéndose que $a = 20$ y $x = 2$. - R. 1580.

18 Valúese el polinomio $5a^2b^3c + 2c^2b - 2abc + 8a^3b^4c^2$, en el supuesto de que $a = 5$, $b = 2$ y $c = 3$. - R. 146976.

19 Si $a = 5$, y $b = 3$, ¿cuál será el valor del binomio $\frac{1}{3}a^5 - \frac{3}{9}b^2$?—R. $1038\frac{2}{3}$.

20 En el polinomio $a^2b + 3ab - an^2b + 5a^4b$, sepárese el factor común b.—R. $(a^2 + 3a - an^2 + 5a^4)b$.

21 Separar el factor común x del polinomio siguiente: $a^2 - 3ab^2x + 5nb^2cx^2 + a^5x^3b - a^2b^2x$.—R. $a^2 + (- 3ab^2 + 5nb^2cx + a^5x^2b - a^2b)^2x$.

IV

22 Súmense los dos polinomios siguientes: $(8a^4 + b^2) + (5a^3b + n)$.—R. $8a^4 + b^2 + 5a^3b + n$.

23 Sumar las expresiones siguientes: $13am^2 - 9a^2m + a^3 + 7a^2m^2 + 5am^2 - a^3b$.—R. $18am^2 - 9a^2m + a^3 + 7a^2m^2 - a^3b$.

24 Sumar $3a^2b^2 - abc^2 + 2a^4$ con $5a^4 - 2abc^2 + a^2b^2$ y con $5abc^2 - 2a^2b^2 - 10a^4$.—R. $2a^2b^2 + 2abc^2 - 3a^4$.

25 Sumar $2a + 4bc - 2cd$ con $4a - 2bc + 9cd$ con $3bc - 6a - 3cd$.—R. $5bc + 4cd$.

26 Hágase la suma de los siguientes polinomios:

$$\begin{array}{l} -x^3 + 2x^2 - 3x + 1 \\ 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2 \\ 3x^3 + 4x^2 \qquad\;\; + 5 \\ 4x^3 - 3x^2 - 5x + 9. \end{array}$$
—R. $8a^3 - 4x + 13$.

27 Sumar los polinomios siguientes:

$8x^2 + \frac{1}{2}xz - 2xz^2 - \frac{3}{4}$
$- x^2 + \frac{3}{5}xz + 9n^2 + 3.$
$az + 2z^2 \quad + 4n^2 + \frac{7}{8}$.—R. $7x^2 + az + \frac{11}{10}xz + 2z^2 - 2xz^2 + 13n^2 + 3\frac{1}{8}$.

V

28 De $4x^2m^3 - n^2z^4 + 6ra$, hemos de quitar $3x^2n^3 + 2n^2z^4 - 2ra$: ¿Qué diferencia obtendremos?—R. $4x^2m^3 - 3n^2z^4 + 8ra - 3x^2n^3$.

29 Si del polinomio $5a^2 - 9ab + 7b^2$ quitamos el monomio $8ab$, ¿qué resultado obtendremos?—R. $5a^2 - 17ab + 7b^2$.

30 Verifíquese la resta siguiente: $(7az^2 - 4a^2z + 5a^3 + 4z^3) - (6z^3 - 4a^3 + 7az^2 - 4a^2z)$.—R. $9a^3 - 2z^3$.

31 Del polinomio $(- 6a^3 + 7a^2 - \frac{1}{2}a$, quitese el polinomio $(5a^3 + \frac{1}{3}a^2 + 9a - 10)$.— R. $11a^3 + 6\frac{2}{3}a^2 - 9\frac{1}{2}a + 10$.

32 Hállese la diferencia entre los siguientes polinomios: $(16x^4 + 6x^3n - 10x^2n^2 + n^5) - (10x^4 + 15x^3n - 9x^2n^2 + 11xn^3 - 8)$. R. $6x^4 - 9x^3n - x^2n^2 + n^5 - 11xn^3 + 8$.

33 Se ha dividido una circunferencia en tres arcos desiguales: el primero mide n grados y el segundo, b grados. Exprésese la medida del tercer arco.

VI

34 Hállese el producto de (a^2cn) por $(a^3c^2n^5)$.—R. $a^5c^3n^6$

35 Idem el de $(- ab^2cd^3)$ por $(cdax^3)$.—R. $a^4b^2c^2d^4x$.

36 Idem el de $(-8ac^2n^3)$ por $(- 5a^2bx^4)$. R. $40a^3bc^2n^3x^4$.

37 Idem el de $(7n^2cx^4rm)$ por $(- m^2a^3nxzd^2)$.—Resultado: $- 7m^3a^3n^3x^5zd^2rc$.

38 Idem el de $(-4ab^3x^2) \times (-12ar^2xc^5)$.—R. $48a^2b^3x^3r^2c^5$.
39 Idem el de $(a+b) \times n$.—R. $an + bn$.
40 Idem el de $(a + b + c - r^2 + m^4) \times x$.—R. $ax + bx + cx - r^2x + m^4x$.
41 Idem el de $(8a^2bcd^3 + r^2b) \times a$.—R. $8a^3bcd^3 + r^2ba$.
42 Idem el de $(5a^4b - r + 12a^2bc^5 - n) \times - a$.—Resultado: $- 5a^5b + ar - 12a^3bc^5 + an$.
43 Idem el de $(2a^2b - 4ab^2 + ab) \times ab^2$.—R. $2a^3b^3 - 4a^2b^4 + a^2b^3$.
44 Idem el de $(-4abc^2 - a^5 + cd^2)$ por a^2cd^4—R.—$4a^3bc^3d^4 - a^7cd^4 + a^2c^2d^6$.
45 Idem el de $(a+b) \times (a+b)$.—R. $a^2 + 2ab + b^2$.
46 Idem el de $(a+b) \times (a-b)$.—R. $a^2 - b^2$.
47 Idem el de $(a-b) \times (a-b)$.—R. $a^2 - 2ab + b^2$.
48 Idem el de $(a+b)^2 \times (a+b)$.—R. $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.
49 Idem el de $(a+b)^2 \times (a-b)$.—R. $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$.
50 Idem el de $(x^4 - x^2b + b^2) \times (x^2 - 1)$.—R. $x^6 - x^4b - x^4 + x^2b^2 + x^2b - b^2$.
51 Idem el de $(b^4 - 2b^3 + nr^2)(ab^2n + bn^2)$.—R. $ab^6n - 2ab^5n + ab^2n^2r^2 + b^5n^2 - 2b^4n^2 + bn^3r^2$.
52 Idem el de $(-4x^2z^3 + 6xz^4 - z^3)(5x^2z - 2xz^2)$.—Resultado.—$20x^4z^4 + 38x^3z^5 - 5x^2z^4 - 12x^2z^6 - 2xz^5$.
53 Ordenar el polinomio $9a^4b^3 - 150a^2b^5 + 12a^6b + 2ab^6 - a^3b^4 - 3a^5b^2$, y multiplicarlo por $a^3b^2 - a^2b^3 + 25a^4b$.—Resultado. $300a^{10}b^2 - 63a^9b^3 + 210a^8b^4 - 13a^7b^5 - 3760a^6b^6 - 99a^5b^7 + 152a^4b^8 - 2a^3b^9$.
54 Ordenar el polinomio $a^5b^3n^4 - 4a^6b^4n^3 + 3a^3bn^6 + 18a^8b^6n - 80a^4b^2n^5 + 7a^7b^5n^2$, y multiplicarlo por $-3a^3b^2n^3 + 12a^4b^3n^2 - a^2bn^4$. — R. $216a^{12}b^9n^3 + 30a^{11}b^8n^4 - 87a^{10}b^7n^5 + 17a^9b^6n^6$ $959a^8b^5n^7 + 275a^7b^4n^8 + 71a^6b^3n^9 - 3a^5b^2n^{10}$.
55 Hállese la diferencia entre a^2 y el producto de $(a+1) \times (a+1)$—R. $2a + 1$.
56 Hállese la diferencia entre a^3 y el producto de $(a+1) \times (a+1) \times (a+1)$.—R. $3a^2 + 3a + 1$.

VII

57 Hállese el cociente de dividir $56a^8b^6$ por $9a^3b^2$.—Resultado: $6^2/_9 a^5b^4$.
58 Idem el de $-24a^7b^5n^2x$ por $-4a^4b^3x$.—R. $6a^3b^2n^2$.
59 Idem el de $48n^9b^7c^3$ por $-6n^5b^3c^3$.—R.—$8n^4b^4$.
60 Idem el de $-72m^3b^2c$ por $12m^2c$.—R.—$6mb^2$.
61 Idem el de $225a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ por $3ab$.—Resultado: $75a^2b^{-1} + a + b + {}^1/_3a^{-1}b^2$.
62 Idem el de $84x^4z - 2x^3z^2 + 4x^2z^3$ por $4x^2z$.—R. $21x^2 - {}^1/_2xz + z^2$.
63 Partiendo por $5c^2d$ el binomio $20c^3d + 30c^3b^2n^3$, ¿qué resultado se obtendrá?—R. $4c + 6cb^2n^3d^{-1}$.
64 Determínese el cociente de dividir el polinomio $12a^5bx$

$-36a^4b^2x + 2a^3b^3x$ por el monomio $2a^2bx$.—R. $6a^3 - 18a^2b + ab^2$.

65 Divídase por el monomio $-5ab$ el polinomio $5a^3b^3 - 40n^2a^2b^2 + 25n^4ab$.—R. $-a^2b^2 + 8n^2ab - 5n^4$.

66 Hállese el cociente de $a^2 + 2ab + b^2$ por $a + b$.—Resultado: $a + b$.

67 Idem el cociente de $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ por $a + b$.—R. $a^2 + 2ab + b^2$.

68 Idem el cociente de $a^2 - 2ab + b^2$ por $a - b$.—R. $a - b$.

69 Idem el cociente de $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ por $a - b$.—R. $a^2 - 2ab + b^2$.

70 Averígüese el resultado de dividir el polinomio $n^3 - 3cn^2 + 3c^2n - c^3$ por el polinomio $n^2 - 2cn + c^2$.—R. $n - c$.

71 Determinar el cociente de $20x^6 - 13x^5z + 4^4xz^2 - x^3z^3 - 110x^2z^4 + 9xz^5 - 36z^6$ por $4x^2 - xz + 6x^2$.—R. $2x^4 - \frac{11}{10}x^3z + {}^{29}/_{100}\,x^2z^2 - \frac{71}{1000}xz^3 - \frac{110071}{10000}z^4 - \frac{20071}{100000}$

$$x^{-1}z^5 + \frac{-\dfrac{3620061}{100000}z^6}{10x^2 - xz}$$

72 Hágase la división siguiente: $300a^{11}b^2 - 63a^9b^3 + 210a^8b^4 - 13a^7b^5 - 3760a^6b^6 - 99a^5b^7 + 152a^4b^8 - 2a^3b^9$ por $25a^4b + a^3b^2 - a^2b^3$.—R. $12a^6b - 3a^5b^2 + 9a^4b^3 - a^3b^4 - 150a^2b^5 + 2ab^6$.

73 Ordenar el polinomio $-6ab^5 + 2a^2b^4 + 8a^6 - 10a^3b^3 - 4a^4b^2$ y dividirlo por $-4b^3 + 2a^3$.—R. $4a^3 - 2ab^2 + 3b^3 - a^{-1}b^4 + \dfrac{12b^6 + 4a^{-1}b^7 - 14ab^5}{2a^3 - 4b^3}$.

74 Averígüese el cociente de $x^4 + 1$ por $x + 1$.—R. $x^3 + \dfrac{1 - x^3}{x + 1}$.

75 Ordenar el polinomio $10a^4 + 18a^3 + 18 - 16a - 12a^2$ y dividirlo por $-8a + 2 + 2a^2$.—R. $5a^2 + 29a + 105 + \dfrac{766a - 192}{2a^2 - 8a + 2}$.

76 Ordenar el polinomio $4b^5 + 40a^2b^3 - 40a^3b^2 - 20ab^4 - 4a^5 + 20a^4b$ y dividirlo por $-2a^3 + 6a^2b - 6ab^2 + 2b^3$.—R. $2b^2 - 4ab + 2a^2$.

77 Ordénese el polinomio $17a^9b^6n^6 - 3a^5b^2n^{10} - 87a^{10}b^7n^5 + 275a^7b^4n^8 + 30a^{11}b^8n^4 - 959a^8b^5n^7 + 71a^6b^3n^9 + 216a^{12}b^9n^3$, y divídase por: $a^5b^3n^4 + 3a^3bn^6 - 4a^6b^4n^3 + 18a^8b^6n - 80a^4b^2n^5 + 7a^7b^3n^2$.—R. $12a^4b^3n^2 - 3a^3b^2n^3 - a^2bn^4$.

78 Elévense á la segunda potencia los dos monomios siguientes: $3a^2bcn^2$ y $5ab^3x^4n^2r$.—Resultado: *1.º*, $9a^4b^2c^2n^6$; *2.º*, $25a^2b^6x^8n^4r^2$

79 Elévense á la tercera potencia los dos monomios siguientes: $-2ab^2nx^2m^3$ y ax^2n^4c.—R. *1.°*, $-8a^3b^6n^3x^6m^9$; *2.°*, $a^3x^6n^{12}c^3$.

80 Hállese el cuadrado del binomio $2a^4bn + ax^2m$.—Resultado: $4a^8b^2n^2 + 4a^5bnx^2m + a^2x^4m^2$.

81 Idem el cubo de $-4zx^2m + xz^2b$.—R. $-64z^3x^6m^3 + 48z^4x^5m^2b - 12x^4z^5b^2m + x^3z^6b^3$.

82 Determinar la segunda potencia del polinomio $a + b^2 - c^3$.—R. $a^2 + 2ab^2 - 2ac^3 + b^4 - 2b^2c^3 + c^6$.

83 Determinar el cubo del polinomio $x^2 - ab^3 + c$.—Resultado: $x^6 - 3x^4ab^3 + 3x^4c + 3a^2b^6x^2 - 6ab^3cx^2 + 3c^2x^2 - a^3b^9 + 3a^2b^6c - 3ab^3c^2 + c^3$.

84 Extraer la raiz cuadrada de los monomios $25a^8$ y $-64x^4n^6$.—R. *1.°*, $\pm 5a^4$; *2.°*, $\pm 8x^2n^3$.

85 Idem la raiz cuadrada de $81a^2cb^2n^5$ y $-36x^3nr^2b^7$.—Resultado: *1.°*, $\pm 9ac^{1/2}bn^{5/2}$; *2.°*, $\pm 6x^{3/2}n^{1/2}rb^{7/2}$.

86 Idem la cúbica de $125a^{12}$ y $-343x^{12}$.—R. *1.°*, $5a^4$; *2.°*, $-7x^4$.

87 Idem la cúbica de $-8a^3bn^{12}c^3$ y $729a^{15}n^mx^6r^5z^n$.—Resultado: *1.°*, $-2a^3b^{1/3}n^4c$; *2.°*; $9a^5n^{m/3}a^2r^{5/3}c^{n/3}$.

88 Idem la raiz cuarta de $16a^{12}b^5$; la sexta de $729a^{24}b^n$, y la sexta de $64a^5bx^{27}n^6m^n$.—R. *1.°*, $\pm 2a^3b^{5/4}$; *2.°*, $\pm 3a^4b^{n/6}$; *3.°*, $\pm 2a^{5/6}b^{1/2}x^{27/6}nm^{n/6}$.

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Hállese el valor de la incógnita en cada una de las ecuaciones siguientes:

1 $x + 40 = 120$.—R. *80*.
2 $160 + x = 472$.—R. *312*.
3 $z + 8 + 12 = 2500$.—R. *2480*.
4 $15 + x + 9 - 3 = 850$.—R. *829*.
5 $x + 12 - 6 = 35 + 2$.—R. *31*.
6 $18 - x = 6 + 2$.—R. *10*.
7 $2x + x + 5x = 126$.—R. $15^3/_4$.
8 $9x = 27$.—R. *3*.
9 $20x - 2x + 5 = 59 - x$.—R. $2^{16}/_{19}$.
10 $-2x + 5x + x = 120 + x - 3$.—R. *39*.
11 $13\frac{3}{4} - \frac{x}{2} = 2x - 8\frac{3}{4}$.—R *9*.
12 $2x + 7 + \frac{3}{2}x = 6x - 23$.—R. *12*.
13 $\frac{x}{3} - \frac{1}{3} - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} = \frac{x}{5} - \frac{1}{5} - \frac{x}{6} + \frac{1}{6}$.—R. *1*.
14 $4(x - 3) - 7(x - 4) = 6 - x$.—R. *5*.

15 $5x + 9 + \frac{x}{3} = 8x - 7$.—R. *6.*

16 $\frac{3x}{5} - \frac{7x}{10} + \frac{3x}{4} - \frac{7x}{8} + 15 = 0$.—R. *66²/₃*

17 $4 - \frac{x+3}{6} = 2 + \frac{9-2x}{3}$.—R. 3

Problemas que dan lugar á ecuaciones de primer grado con una incógnita

1 Preguntaron á un caballero qué edad tenía, y contestó: «La mitad, el tercio y la cuarta parte de mis años, suman los años que tengo más tres.» ¿Qué edad tenía?—R. *36 años.*

2 Antonio y Joaquín tienen 570 ptas., y el segundo tiene 330 pesetas más que el primero. ¿Qué cantidad tiene cada uno? —R. *Antonio tiene 120 ptas.; Joaquín, 450 ptas.*

3 En un parque de artillería, hay un montón de bombas y otro de granadas que dan, en junto, 413 proyectiles. Si el número de bombas excede al de granadas en 87, ¿cuántos proyectiles hay de cada clase?—R. *163 granadas y 250 bombas.*

4 Descompóngase el número 426 en dos partes, tales que, el duplo de la menor exceda en 187 unidades á la mitad de la mayor.—R. *La parte menor es 160; la mayor, 266.*

5 Descomponer el número 750 en dos partes, de modo que el quinto de la mayor exceda á la mitad de la menor en 59.—R. *La parte mayor es 620 y la menor, 130.*

6 Hallar un número que, disminuyéndole en 25, dé 111 menos el número que se busca.—R. *El número que se pide es 68.*

7 Determinar un número tal, que la suma de su mitad, quinto y sexto sea igual á su mitad y tercio sumados con 115. —R. *3450.*

8 Si del duplo de la edad que tiene Enrique quitamos el cuádruplo de la que tenía 6 años atrás, resultará su edad actual. ¿Cuál es su edad?—R. *8 años.*

9 Si del tercio y la mitad de los huevos que hay en un cesto quitamos la cuarta parte de los mismos, sobran 21. ¿Cuántos huevos hay?—R. *Hay 36 huevos.*

10 La mitad, el tercio y la cuarta parte de la longitud de una pieza de tela suman la mencionada longitud más 2 metros. ¿Cuántos metros mide dicha pieza?—R. *Mide 24 metros.*

11 Un jugador triplicó su caudal, y prestó 9 pesetas á un amigo; triplicó lo que le quedaba, y prestó á su amigo 9 pesetas más; volvió á triplicar el sobrante, prestó de nuevo otras

9 ptas. y se halló sin dinero. ¿Con cuántas pesetas empezó á jugar?—R *Con 4 $^1/_3$ ptas.*

12 Cierto individuo, al fallecer, distribuyó su fortuna del modo siguiente: la mitad, á su esposa; el tercio, á su hijo único; la décima parte, á un sobrino, y 2000 ptas. á los pobres. ¿Cuánto poseía?—R *30000 ptas.*

13 Distribúyanse 2000 ptas. entre 3 personas, de modo que la primera tenga tantas monedas de á 5 ptas. como la segunda de á 2 ptas. y de á 1 pta la tercera. ¿Cuántas monedas cada una recibirá?—R. *250 monedas cada una.*

14 Un padre tiene 49 años, y su hijo, 11. ¿Cuántos años han de transcurrir para que la edad del padre sea el triplo de la edad del hijo?—*Deben transcurrir 8 años.*

15 Un militar retirado que yo conozco entretiene sus ocios dedicándose, con acierto, á la cría de canarios. Terminada la de este año, ha distribuído sus 250 pájaros en tres grandes jaulas: en la primera, hay 30 menos que en la segunda, y en ésta, 10 menos que en la tercera. ¿Cuántos canarios hay en cada jaula?—R. *En la 1.ª jaula hay 100 canarios; en la 2.ª, 90, y en la 3.ª, 60.*

16 En una reunión de 200 personas, compuesta de hombres, mujeres y niños, hay 3 veces tantos hombres como niños, y 4 veces tantas mujeres como niños. ¿Cuántas personas hay de cada clase?—R *Hay 25 niños, 100 mujeres y 75 hombres.*

17 Un dependiente de comercio gasta en alimentarse la tercera parte de lo que gana mensualmente; en vestir, la décima parte; en gastos menores, la quinceava parte, y deposita 150 ptas en la Caja de Ahorros. ¿Cuánto gana cada mes?—Resultado. *300 ptas.*

18 La guarnición de una fortaleza, compuesta de artillería é infantería, es de 500 hombres: cada artillero cobra 30 rs. al mes, y 20 reales cada soldado de infantería. La guarnición gasta diariamente 400 rs. ¿Cuántos soldados hay de cada arma? —R. *Hay 200 artilleros y 300 soldados de infantería.*

19 El dueño de una ebanistería ha contratado á un obrero en las siguientes condiciones: cada día que trabajará, ganará 40 reales, y cada día que dejará de acudir al taller, perderá 4 reales. Al cabo de 30 días, ajustaron cuentas, y el obrero cobró 38 duros. ¿Cuántos días había trabajado?—R. *20 días.*

20 Enseñaba un padre á su hijo las letras del alfabeto, y con el fin de estimularle, le dijo así: Por cada una de las 27 letras que aciertes, te daré 5 céntimos; mas tú me darás 10 céntimos cada vez que te equivoques. Leídas las letras, el padre dió al hijo 30 céntimos. ¿Cuántas veces el niño se equivocó?—R. *7 veces.*

21 Quiere uno distribuir las bolas que tiene entre cierto número de niños, y observa que, si da á cada uno 5 bolas, le sobran 5, y para dar á cada niño 6 bolas, le faltan 2. ¿Cuántos son los niños?—R. *Hay 7 niños.*

22 Un caritativo caballero quiso distribuir el dinero que llevaba entre varios pobres, y observó que, para dar á cada uno 4 céntimos de peseta, le faltaban 40 céntimos, y que, si daba 3 céntimos á cada pobre, le sobraban 20 céntimos. Averigüese cuantos eran los pobres.—R. *Los pobres eran 60.*

23 Cierto individuo pagó 848 rs. en 52 monedas entre duros y pesetas ¿Cuántas monedas había de cada clase?—R. *40 de á duro y 12 de á 1 pta.*

24 Juan tiene 40 años; su hermano Enrique, 30, y el hijo de éste ha cumplido 4 años. ¿Dentro de cuántos años, reunidas las edades de los dos últimos, darán la edad del primero?—Resultado. *Dentro 6 años.*

25 Dos personas poseen el mismo capital: la 1.ª lo coloca al 6 % anual, y la 2.ª, al 5 %. La renta de la 2.ª es menor que la de la 1.ª en 300 ptas.: ¿qué capital poseen?—R. *30000 pesetas cada una.*

26 Un tratante en pájaros tiene loros y cotorras, y entre unos y otras son 70. El precio de cada loro es 60 ptas., y 50 pesetas el de cada cotorra, siendo 3900 ptas. el valor de todos. ¿Cuántos pájaros tiene de cada clase?—R. *40 loros y 30 cotorras.*

27 Cierto sujeto compró un reloj y una leontina, pagando por ambas cosas igual cantidad. Si el reloj le hubiese costado 100 pesetas más y la leontina 200 ptas. menos, el valor de la leontina hubiera sido la mitad de lo que pagó por el reloj. ¿Cuánto éste le costó?—R *Le costó 500 ptas.*

28 Una persona ha prestado la mitad de su capital al 4 %; la tercera parte, al 5 %, y el resto, al 6 %. Anualmente, cobra 1400 ptas. de intereses. ¿Cuál es su capital?—R. *30000 pesetas.*

29 Una mujer tiene huevos en un cesto, y se propone venderlos á 7 céntimos cada uno: por un accidente casual, se le rompen 10 huevos, y ve que, para no perder nada, ha de vender los huevos que le han quedado á 8 céntimos cada uno. ¿Cuántos llevaba?—R. *80 huevos.*

30 Un mercader compró cierto número de metros de tela á 20 ptas. cada 9 metros, y luego los vendió á 30 ptas. cada 10 metros, ganando 280 ptas. ¿Cuántos metros compró?—Resultado. *360 metros.*

31 Un filántropo caballero reparte cierto número de panes entre cinco familias necesitadas: á la primera le da la mitad de los panes menos 8; á la segunda, la mitad de los que le quedan menos 8; á la tercera, la mitad de los que le quedan menos 8, y lo mismo á la cuarta, dando por último á la quinta, 20 panes que le quedan. ¿Cuántos panes repartió?—R. *80 panes.*

32 Un acomodado labrador empleó $369\frac{9}{10}$ ptas. en la compra de gallinas: pagó la mitad de ellas á $3\frac{1}{2}$ ptas. por cabeza; la quinta parte de las mismas, á 4 ptas. idem, y el resto, á $5\frac{1}{5}$ pesetas idem ¿Cuántas gallinas compró?—R. *90 gallinas.*

33 El dueño de un comercio compró bastones de cuatro

clases: los de la primera clase, que eran la décima parte de todos, á 5 ptas. uno; los de la segunda clase, que eran la quinta parte, á $2\,^1/_2$ ptas. ídem; los de la tercera clase, que eran la tercera parte, á $3\,^2/_5$ ptas. ídem, y el resto, á $4\,^1/_8$ ptas. ídem. Importó la compra $1093\,^3/_4$ ptas. ¿Cuántos bastones compró?—R. *300 bastones.*

34 Cierto buhonero recibió un número de sortijas, de cuya venta creía sacar 100 ptas. Después de haber vendido 8 sortijas, un ladrón le robó la cuarta parte de las que le quedaban, con lo que sólo pudo sacar de la venta 85 ptas. ¿Cuántas sortijas tenía y á qué precio vendió cada una?—R. *Tenía 20 sortijas. Vendió cada sortija á 5 ptas.*

35 Se han puesto dentro de una caja 3150 monedas de oro, plata y cobre; el número de monedas de cobre es tres veces mayor que el de las de plata, y el número de las de oro es la quinta parte del de las de plata. ¿Cuántas monedas hay de cada clase?—R. *De plata, 750; de cobre, 2250; de oro, 150.*

36 Compró un tabernero 500 litros de vino á 30 céntimos de peseta el litro, y los vendió, sin perder ni ganar nada, á 25 céntimos de peseta ídem. ¿Cuántos litros de agua mezcló?—R. *100 litros.*

37 El tabernero que en el anterior problema se menciona, tiene vino de Jerez de á 30 y de á 22 ptas. el decalitro. ¿Cuántos decalitros de la segunda clase deberá mezclar á 60 decalitros de la clase primera deseando vender la mezcla á 25 ptas. el decalitro?—R. *100 Dl.*

38 Tiene un platero dos lingotes de plata, el primero á la ley de 900 milésimas, y el segundo á la ley de 700 milésimas: deseando cortar un pedazo de cada uno, fundirlos y resultar un lingote que pese 400 gramos y cuya ley sea 850 milésimas, ¿cuántos gramos deberá cortar de cada lingote?—R. *300 gramos del 1.º y 100 gramos del 2.º*

39 Divídase el número 400 en dos partes, tales, que su diferencia sea 60.—R. *Parte menor 170; mayor, 230.*

40 Dividir el número 100 en dos partes, tales, que la mayor sea igual al triplo de la menor más 20.—R. *Parte menor, 20; mayor, 80.*

41 Juan tiene un número de bolas tal, que, dando 30 á Luis, le quedan tres veces más que si le diese 100. ¿Cuántas bolas tiene?—R. *135 bolas.*

42 Un jugador tenía 20 ptas., y otro, 100; ganaron ambos igual suma, y entonces el segundo tuvo tres veces más dinero que el primero. ¿Cuánto ganó cada uno?—R. *Cada uno ganó 20 pesetas.*

43 Preguntaron á un pastor cuántas ovejas tenía en su rebaño, y respondió: «Si de las ovejas que tengo quitáis su mitad, á las que queden añadís 25 y volvéis á quitar las tres cuartas partes, me quedo sin oveja alguna». Hállese el número de ovejas que tenía.—R. *100 ovejas.*

44 Una señora necesitada quiere desprenderse de una sortija, unos pendientes y una pulsera, deseando que la venta de estos tres objetos le produzca 400 ptas. El valor de la sortija es tres veces mayor que el de los pendientes, y el de la pulsera, cuatro veces mayor que el de la sortija. ¿Por cuánto debe vender cada objeto?—R. *Los pendientes, por 25 ptas.; la sortija, por 75 ptas., y la pulsera, por 300 ptas.*

45 ¿Dónde guardas las 48 ptas. que ayer cobraste?, dijo Antonio á Serafín, y éste le respondió: No cobré tantas; mas si hubiese recibido cinco veces más que las que cobré, las pesetas que tendría pasarían de 48 en tanto como me falta ahora para tener este número. ¿Cuántas pesetas tenía Serafín?—R. *Tenía 16 pesetas.* 5p = 48 + 48 - p, 6p = 96, p = 16

46 Una campesina dice haber vendido la mitad menos 2 de los huevos que tenía en una cesta, y que ahora le falta vender las tres quintas partes de los mismos, menos 4 huevos. ¿Cuántos huevos llevaba en la cesta?—R. *60 huevos.*

47 Preguntaron á un matemático qué hora era, y contestó: «Queda de día el tercio de las horas que han pasado». ¿Qué hora era?—R. *Eran las 6 de la tarde.*

48 Tenía un niño cierto número de naranjas, y las distribuyó entre tres amigos del siguiente modo: dió al primero la mitad de las naranjas más la mitad de una; al segundo, la mitad de las que le quedaban más la mitad de una; al tercero, la mitad de las que le quedaban más la mitad de una, y resultó que había dado todas sus naranjas sin partir ninguna. ¿Cuántas naranjas tenía?—R. 7 *naranjas.*

49 Se sabe que, si del doble de la edad que tiene hoy una señorita, se quita el duplo de la que tenía 10 años atrás, se tiene su edad actual. ¿Cuántos años tiene?—R. *20 años.*

50 Tenemos dos toneles llenos de vino y de igual capacidad. Si sacamos 20 litros del primero y 90 del segundo, queda en el primero doble cantidad de liquido que en el segundo. Determínese la capacidad de cada uno de estos toneles.—Resultado, *160 litros.* p - 20 = (p - 90)2

51 Pregunta un joven á su papá cuántos años tiene, y éste le contesta: «Doce años atrás, tu edad era $^1/_4$ de la mía; pero ahora es la $^1/_2$». ¿Qué edad tiene cada uno?—R. *El hijo, 18 años, y el padre, 36.*

52 Mezclando 32 decalitros de vino de Málaga de á 20 pesetas el decalitro con vino de idem de á 14 ptas. idem, ¿cuántos decalitros de la segunda clase deberán tomarse queriendo vender la mezcla á 18 ptas.?—R. *16 Dl.* 20 × 32 + 14p = 18(32 + p)

53 Treinta años atrás, la edad de Pedro era un tercio de la de Juan; mas hoy los años del primero son los de $^2/_3$ de los del segundo. ¿Qué edad tiene cada uno?—R. *Pedro tiene 40 años, y Juan, 60.*

54 Compré cierto número de kilogramos de cacao á 5 pesetas uno, y luego los vendí á 6 ptas. idem, ganando 40 pesetas. ¿Cuántos kilogramos compré?—R. *Compró 40 kilogramos.*

55 El dueño de una tienda de mercería compró cierto número de corbatas á 20 ptas. la docena, y las vendió del modo siguiente: la mitad, á 2 ptas. cada una; la mitad de las que quedaron, á 2 $^1/_2$ ptas. id., y el resto, á 1 $^1/_2$ ptas. idem. Ganó 48 ptas. ¿Cuántas corbatas había comprado?—R. *144 corbatas.*

56 Un tendero compró una partida de litros de alcohol á 3 pesetas el litro, y duplo número á 4 ptas. idem; los mezcló y vendió como sigue: la cuarta parte, á 2 $^1/_2$ pesetas el litro; la quinta parte, á 3 $^1/_2$ pesetas idem, y el resto, á 4 $^1/_2$ ptas. idem. Ganó 16 ptas. ¿Cuántos litros compró?—R. *Compró 120 litros.*

57 Una fuente tiene cuatro caños: el primero da 2400 litros cada 5 horas; el segundo, 800 litros cada 4 horas; el tercero, 2000 litros cada 8 horas, y el cuarto, 500 litros cada 2 horas. Manando juntos los cuatro caños, ¿qué tiempo necesitarán para dar 40000 litros de agua?—R. *Necesitarán 33 $^{53}/_{59}$ horas.*

58 Dos amigos tienen igual número de pesetas; el primero gasta 12 ptas. y el segundo 57 ptas., y entonces el primero se halla con el cuádruplo de las pesetas que han quedado al segundo. ¿Cuántas pesetas tenía cada uno antes de empezar á gastar?—R. *Cada uno tenía 72 ptas.* p-12=(p-57)4 p: 72

59 Una mujer vendió, en dos días, 1200 manzanas, por las que cobró 80 ptas., 40 cada día; mas al segundo día vendió las manzanas por la mitad del precio del día primero. Averígüese cuántas manzanas vendió cada día y á qué precio las vendió.—R. *El 1.er día, vendió 400 manzanas, y el 2.° día, 800. Vendió las manzanas: el 1.er día, á 0'10 cada una, y el 2.° á 0'05 ptas. cada una.*

60 A un cocinero, que venía de hacer su compra, le preguntaron cuántas naranjas llevaba en su césto; aquél, hábil calculador, respondió: «La docena me costó 90 céntimos, y si yo tuviera 4 más por el dinero que he gastado, la docena me habría costado 10 céntimos menos.» ¿Cuántas naranjas llevaba?—R. *32 naranjas.*

61 Juan dice á Pedro: Si me prestas $^1/_2$ y $^1/_5$ del dinero que tienes, podré comprar un reloj que vale 84 ptas.; y le contesta Pedro: Si tú me prestas $^1/_4$ y $^1/_{10}$ de tu dinero, también podré comprar yo el mismo reloj. ¿Cuánto tenía cada uno?—R. *Pedro, 120 ptas., y Juan, 240 ptas.*

62 Un comerciante ha cobrado 215 ptas. en monedas de á 5 ptas. y de á 2 ptas., habiendo recibido el citado importe en 55 piezas. ¿Cuántas piezas hay de cada clase?—R. *35 piezas de 5 ptas. cada una y 20 de á 2 ptas. una.* 5 p+(55-p)2 = 215

63 En un almacén hay 200 fardos de esparto de dos diferentes clases, cuyo peso total es 10,800 kg. Los fardos de la primera clase pesan cada uno 60 kg., y 45 kg., cada fardo de la segunda clase: determínese cuántos fardos hay de cada clase?—R. *120 fardos de la 1.ª y 80 de la 2.ª* 60 p+(200-p)45 = 10800

64 Un tratante en caza y volatería ha comprado un número tal de perdices y conejos, que suman, en junto, 72 cabezas y 208 patas. Averigüese cuántos animales de cada clase ha comprado.—R. *40 perdices y 32 conejos.* $4p+2(72-p)=208$

65 La diferencia de los cuadrados de dos números es 448, y 56 la suma de estos números. ¿Qué números son los de referencia?—R. *El número mayor es de 32, y el menor, 24.*

66 La diferencia de los cuadrados de dos números es 384; la diferencia de dichos números es 4. ¿Qué números son éstos? —Resultado. *El mayor, 50, y el menor, 46.* $p^2-(p-4)^2=384$

67 Se tiene una mesa de forma cuadrada. Si se prolongasen los lados opuestos, dos en 8 decímetros y los otros dos en 3 decímetros, el área del rectángulo que resultaría excedería á la del cuadrado en 222 decímetros cuadrados. Calcúlese, según esto, la longitud del lado de dicha mesa.—R. *Su longitud es 18 decímetros.* $(p+8)(p+3)-p^2=222$ ∴ $p=18$

Ecuaciones de primer grado con dos ó más incógnitas

Hállense los valores de las incógnitas en cada uno de los siguientes sistemas de dos ecuaciones, empleando los métodos de *sumas y restas, igualación y substitución.*

1 $\begin{cases} 11z - 10x = 14 \\ 5z + 7x = 41 \end{cases}$ R. $x = 3;\ z = 4.$

2 $\begin{cases} 3x + 5y = 31 \\ 4x - y = 26 \end{cases}$ R. $x = 7;\ y = 2.$

3 $\begin{cases} 10x + 9y = 290 \\ 12x - 11y = 130 \end{cases}$ R. $x = 20;\ y = 10.$

4 $\begin{cases} 2x - 5z = -7 \\ 6x - 11z = -9 \end{cases}$ R. $x = 4;\ z = 3.$

5 $\begin{cases} (x+5)(z+7) = (x+1)(z-9) + 12. \\ 2x + 10 = 3z + 1 \end{cases}$ R. $x=3;\ z=5.$

6 $\begin{cases} \dfrac{2}{x} - \dfrac{3}{z} = -4 \\ \dfrac{2}{z} + \dfrac{3}{x} = 7 \end{cases}$ R. $x = 1;\ z = {}^1/_2$

7 $\begin{cases} \dfrac{7x}{4} + \dfrac{5z}{8} = 20 \\ \dfrac{3x}{5} + \dfrac{7z}{4} = 2x - 7 \end{cases}$ R. $x = 10;\ z = 4.$

Hállense los valores de las incógnitas en cada uno de los siguientes sistemas de tres ecuaciones, empleando los métodos de *sumas y restas, igualación y substitución.*

8 $\begin{cases} x + y = 10 \\ x + z = 19 \\ y + z = 23 \end{cases}$ R. $x = 3;\ y = 7;\ z = 16.$

9 $\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18 \end{cases}$ R. $x = 2;\ y = 3;\ z =$ 5 este está equivocado

10 Determínense los valores de las incógnitas en el siguiente sistema de cuatro ecuaciones, empleando el método de *substitución.*

$$\begin{aligned} x + y + z + n &= 14 \\ z &= 2x \\ n + x &= y + z \\ 2z &= 2y + x \end{aligned}$$

R. $x = 2;\ z = 4;\ y = 3;\ n = 5.$

Problemas que dan lugar á ecuaciones de primer grado con dos ó más incógnitas

1 El dueño de una cochería ha comprado 50 quintales métricos de heno de primera clase y 35 quintales m. de segunda, por 305 ptas., y cede á un su amigo, al mismo precio que compró, 10 quintales m. de la primera clase y 8 de la segunda por 64 ptas. Hállese el precio á que pagó el quintal m. de heno de cada clase.—R. *De la 1.ª clase, á 4 ptas., y el de la 2.ª, á 3 pesetas.*

2 Luis y Carlos tienen tantas bolas que, el quinto de las del primero más el tercio de las del segundo suman las bolas de éste, y el duplo de las del segundo con la mitad de las del primero, dan las de éste más seis. ¿Cuántas bolas tiene cada uno? —Resultado. *Luis tiene 60 bolas, y Carlos 18 bolas.*

3 Preguntó José María á sus hermanas Angelita y Catalina qué edad tenían, y la primera respondió: «Si al cuarto y tercio de los años de Catalina, añades el tercio de los míos, tendrás su edad; y si á la mitad, tercio y cuarto de su edad, añades el quinto de la mía, sabrás los años que yo tengo más 1.» ¿Qué edad tiene cada una?—R. *Angelita tiene 15 años, y Catalina, 12 años.*

4 Hallar una fracción común de tal naturaleza que, si se añade 1 á cada uno de sus dos términos, se convierten en $\frac{4}{5}$, y que, si se quitan 3 de cada uno de sus dos términos, se convierte en $\frac{2}{3}$.—R. *La fracción pedida es $^7/_9$.*