mas claro, mas animado, mas fuerte, mas enérgico. Cuanto sea inùtil ó superfluo, debe abandonarse cuidadosamente, pues nada es mas odioso que la estéril abundancia de amplificaciones tontamente verbosas, que no hacen mas que repetir de una manera inchada las mismas cosas con diferentes términos.

§. XVIII. *De la refutacion.*

1. Qué es refutacion?—2. Cuántos medios hay de refutar?—3. No existen otros?

1. La *refutacion* es la parte del discurso en que el orador responde á las objeciones de su adversario, y destruye las pruebas en que ha vasado su causa.

La refutacion se coloca, ya antes, ya despues de la confirmacion; á veces marcha de frente por decirlo asi, y á medida que se hacen valer sus razones, se derriban las del contrario, lo que pende de las materias que se tratan ó de las circunstancias en que se habla.

2. Hay dos medios principales de refutar. En efecto, todo discurso se compone de principios ó de hechos, podemos pues: 1.º atacar los principios, las pruebas ó las consecuencias sacadas de ellos; 2.º negar los hechos propuestos por el contrario, ó si no pueden negarse, invocar contra él el derecho.

3. Hay aun una multitud de refutaciones que nacen de las circunstancias. Si el contrario se ha lanzado en digresiones agenas del asunto, debe traérsele con maña al terreno de la cuestion, aprovechándose de las contradicciones en que haya incurrido, de las confesiones que pudo haber hecho, en una palabra, de todo cuanto haya dicho falso, fuera de caso ó aventurado. La burla se emplea con buen éxito contra las pruebas débiles, pero debemos ser muy sóbrios en su uso. La ironía manejada sin destreza, es un dardo que se vuelve siempre contra quien le lanzó.

§. XIX. *De la peroracion.*

1. Qué es peroracion?—2. Qué deberes tiene que llenar la peroracion?—3. De la peroracion en la elocuencia judicial y deliberativa.

1. La *peroracion* es la conclusion del discurso. Es muy importante porque dá el último impulso á los ánimos y decide la voluntad é inclinacion del auditorio.

2. La *peroracion* tiene dos deberes ù objetos que llenar. Debe concluir: 1.º de convencer con el resúmen rápido de las principales pruebas; 2.º de persuadir ó conmover con el uso de los movimientos oratorios.

En la *peroracion* puede desplegar el orador todos los recursos del arte y del talento: pensamientos brillantes, vivas imágenes, giros seductores, movimientos impetuosos, en una palabra, cuanto puede conmover y arrebatar el ánimo: Ciceron poseia este talento en alto grado, puesto que todas sus peroraciones son obras maestras, y entre ellas la de *pro Milone*.

3. El género judicial no es entre nosotros como en Roma susceptible de peroraciones patéticas; el foro moderno, mas austero que el romano, se muestra mas celoso de convencer que de seducir. Quizá solo en el púlpito, parte del género deliverativo, puede abandonarse el orador á todos los vuelos de la elocuencia patética.

§. XX. *De la accion.*

1. Qué es accion?–2. Qué comprende la accion?–3. Qué es la voz?–3. Qué es el ademan?–5. Qué es la memoria?

1. La *accion*, es por decirlo asi, la elocuencia del cuerpo. Constitúyenla, pues, los diversos movimientos de que el cuerpo está afectado con motivo de las emociones del alma.

Preguntando á Demóstenes cual era la primera calidad del orador.—La *accion* respondió.—Y la segunda?—La *accion*.—Y la tercera.—La *accion*.

Este principio es una exageracion: pero reduciéndolo á su justo valor, puede decirse, que la *accion* suple en muchos casos el talento, y que el talento no suple jamás la *accion*.

2. La *accion* comprende la *voz*, el *ademan* y la *memoria*.

3. La *voz* es la expresion de las palabras por medio de sonidos articulados. La pronunciacion debe ser pura, distinta y matizada segun los pensamientos ó sentimientos. No debe ser ni muy lenta, ni muy rápida, necesitando intérvalos cortados y dispuestos con inteligencia tanto para el alivio del que habla, como para el placer del que escucha.

4. El *ademan* es la expresion de las ideas por medio de los movimientos del cuerpo. La naturaleza los indica; el arte y el estudio los perfeccionan. Cualquier ademan extraordinario ó estudiado choca ó desagrada.

5. La *memoria* es la facultad de recordar las ideas por las palabras, ó las palabras por las ideas, y esta no es por cierto la parte menos importante de la accion. Preguntando á Masillon cual era el mejor de sus sermones, respondió: *el que sé mejor*. El efecto del ademan es casi del todo perdido para el que lee; la voz encadenada por la preocupacion de los ojos, no se presta ya tan fácilmente á todos los tonos que inspira

cada idea, cada sentimiento; en una palabra, sin memoria no puede haber gran orador.

§. XXI. *De la elocucion y del estilo.*

1. Qué es elocucion?–2. Qué es estilo?–3. Qué condiciones son necerarias para expresarse bien por escrito?

1. La *elocucion*, en su sentido general, es la expresion del pensamiento por medio de la palabra; en un sentido menos lato es la parte de la retórica que trata del *estilo* y de sus calidades generales y particulares. Complemento necesario de la *invencion* y de la *disposicion*, es á la elocuencia, lo que el colorido á la pintura: dá al discurso el alma y la vida, la gracia y la fuerza.

2. El *estilo* es la expresion del pensamiento, la forma exterior que hace sensibles nuestras ideas ó nuestros sentimientos.

3. La primera condicion *para expresarse bien por escrito,* es *pensar bien*; y pensar bien es señorear el asunto hasta el punto de que sus diferentes partes nos sean de tal suerte familiares, que no haya en ellas ni embarazo, ni oscuridad.

Lo que claro concíbese en la mente
Se pinta fácilmente;
Y natura presenta ya escogido
El contorno, la sombra, el colorido.

(*Martinez de la Rosa, Poética.*)

Pero en vano seria el pensar bien, si uno no sabe expresarse del mismo modo; porque un pensamiento mal enunciado es perdido para el oyente y para el lector: es como un cuadro hermoso cubierto con un velo.

En fin, el estilo es algo en sí mismo independiente del pensamiento. En efecto, casi siempre las cosas que se dicen, chocan menos, que la manera de decirlas; porque los hombres tienen todos poco mas ó menos las mismas ideas sobre las cosas comunes; la diferencia está en la expresion ó en el estilo.

El estilo hace singulares las cosas mas comunes, fortifica las mas débiles y engrandece las mas sencillas. En una palabra, es el alma de cuantas obras se hacen con objeto de deleitar y de instruir. Asi, *escribir bien*, es á la vez, *pensar bien*, *sentir bien* y *expresarse bien*, es poseer á un tiempo *entendimiento*, *alma* y *gusto*.

§. XXII. *De las calidades esenciales del estilo.*

1. Cuáles son las calidades del estilo?–2. Cuáles son las calidades generales ó esenciales del estilo?–3. Qué es claridad?–4. Qué es pureza?–5. Qué es propiedad?–6. Qué es precision?–7. Qué es naturalidad?–8. Qué es nobleza?–9. Qué es elegancia?

1. Las calidades del estilo son *generales* ó *particulares*. Llàmanse *calidades generales* las que constituyen la esencia del estilo, por cuya razon son invariables; y *calidades particulares* las que varían segun las diferencias del estilo.

2. Las *calidades generales ó esenciales* del estilo son ocho, á saber: la *claridad*, la *pureza*, la *propiedad*, la *precision*, la *naturalidad*, la *nobleza*, la *elegancia* y la *armonia*.

3. La *claridad* es la propiedad del estilo que hace comprensible desde luego y sin esfuerzo el pensamiento expresado por la palabra. La expresion debe ser de tal suerte clara que hiera el espíritu de la misma manera que el Sol hiere la vista. Por esto deben huirse los equívocos, las voces vagas, las inversiones forzadas, los rodeos, los paréntesis, etc.

La claridad es la calidad fundamental del estilo: porque siendo el estilo la expresion del pensamiento, debe representar claramente su objeto; de otra suerte no llenaria su destino.

4. La *pureza* del estilo consiste en expresarse correctamente, es decir, en no emplear mas que palabras, giros y locuciones autorizadas por las reglas, ó al menos por el uso.

5. La *propiedad* del estilo consiste en manifestar el pensamiento con los términos propios. Un término propio expresa la idea entera: un término poco propio solo la expresa á medias: un término impropio la desfigura. Entre todas las expresiones que pueden manifestar una sola de nuestras ideas, solo hay una que sea la adecuada al efecto.

6. La *precision* del estilo consiste en expresar el pensamiento, no solo con los menos términos posibles, sino tambien con los mas propios. La mayor parte de los defectos del lenguaje, son en el fondo, defectos de propiedad, y solo los entendimientos rectos son precisos. Es necesario adquirir la rectitud del entendimiento para llegar á la precision de estilo.

7. La *naturalidad* del estilo consiste en expresar una idea, una imágen, un sentimiento, sin esfuerzo ni aparato, como si se hubiese presentado por sí mismo á la mente. Todo mérito desaparece del pensamiento luego que se hecha de ver en el modo de expresarle afectacion ó inchazon.

Ciceron, hablando de los robos de *Verres*, describe una tentativa hecha por este pretor para apropiarse las estátuas colosales de *Ceres* y de *Triptolemo*, y añade:

«Su belleza las puso en riesgo, pero salvólas su tamaño.»

Esta reflexion es graciosa y natural.

8. La *nobleza* del estilo consiste en no emplear, ni términos populares, ni bajas ideas, ni triviales imágenes, á menos que no puedan levantarse por accesorios felices. Racine sobresalia en este arte. Ejemplo.

Atalía al referir su sueño, dice asi:

«Abrazarla intenté; mas hallé solo
De rotos *huesos*, *carne* magullada
Un confuso monton y mezcla horrible
Por *ciénagas inmundas* arrastrada:
Sangrientas *giras de asquerosos* miembros
Que los voraces *canes* á porfia
Despedazaban con rabioso diente.»

9. La *elegancia* consiste en dar al pensamiento un giro noble y delicado, anunciándole con expresiones castizas y gratas al oido.

§. XXIII. *De la antigua division del estilo en tres géneros.*

1. En cuántos géneros dividian los antiguos el estilo?—2. Qué es estilo sencillo?—3. Qué es estilo templado?—4. Qué es estilo sublime?

1. Los antiguos que distinguieron tres géneros en la *elocuencia*, distinguieron tambien tres géneros de estilo: el *llano*, el *templado* y el *sublime*. Esta clasificacion es bastante fundada. En efecto, la elocucion no es igual en asuntos ligeros ó sérios, en las composiciones chistosas ó políticas, en las discusiones familiares ó graves, etc. Era pues necesario, ó cuanto menos útil, dar reglas especiales para estos diversos asuntos.

1.° Estilo llano.

2. El estilo *llano* es aquel cuyas expresiones no tienen una escesiva variedad, ni sentimientos muy vehementes, ni muy delidados pensamientos. No pide adornos ni arte; por el contrario, saca su mayor realce de su misma negligencia y poco aliño, consistiendo todo su mérito en la naturalidad.

El *estilo llano* conviene particularmante á asuntos poco susceptibles de elevacion, como las cartas, las memorias, los diálogos, la fábula, la egloga, etc.

Las calidades propias del estilo llano son la *simplicidad*, la *concision* y la *sencillez*.

La *simplicidad* del estilo consiste en lo suave de la expresion, en su delicadeza, en sus acentos verdaderos, y en los rasgos naturales y sin estudio que produce el lenguaje comun. Ejemplo.

Lleva alguna lombriz una pollita
Y llega una gallina y se la quita.

La *concision* consiste en expresarse con muy pocas palabras y sin adornos para ocuparse únicamente del pensamiento, como en este verso de Boileau.

Lejos es ya de mí el momento en que hablo.

La *sencillez* del estilo es, ya un rasgo vivo y espontáneo, ya una expresion que parece mas bien hija del acaso que del estudio. Tal por ejemplo la siguiente, con motivo de haber dicho casualmente la verdad un embustero:

«Si es cierto, para qué lo dice?»

2.º Estilo templado.

3. El *estilo templado*, llamado tambien estilo *florido*, guarda cierto medio entre el *llano* y el *sublime*. Menos fuerte y brillante que el segundo; pero mas elegante y adornado que el primero, sabe agradar, y por este medio puede dar al lenguaje encantos infinitos. Es principalmente propio para asuntos agradables.

Las calidades que mas especialmente convienen al estilo templado, son; la *riqueza*, la *finura*, la *delicadeza* y la *gracia*.

La *riqueza* del estilo es la abundancia unida al brillo; reconócesele en la afluencia mesurada de pensamientos brillantes, de vivas imágenes, de giros armoniosos, etc. Melendez en su oda á las artes nos dá un modelo bellísimo, no solo de riqueza de estilo, sino de descripcion en la que hace del Aguila.

Cuál el ave de Jove que saliendo
Inexperta del nido, en la vacía
Region desplegar osa
Las alas voladoras, no sabiendo
La fuerza que la guia;
Y ora vaga atrevida, ora medrosa;
ora mas orgullosa
Sobre las altas cimas se levanta;

Tronar siente á sus pies la nube oscura,
Y el rayo abrasador ya no le espanta;
Al cielo remontándose segura:
Entonces el pecho generoso herido
De miedo ó alborozo ufano late;
Riza su cuello el viento
Que en cambiantes de luz brilla encendido,
El ojo audaz combate
Derecho el claro sol, le mira atento;
Y en su heróico ardimiento
La vista vuelve, á contemplar se pára
La baja tierra, y con acentos graves
Su triunfo engrandeciendo, se declara
Reina del vago viento, y de las aves, etc.

La *finura* consiste en expresar solo una parte de su pensamiento, con tal que se adivine fácilmente el resto.

Isabel de Inglaterra preguntaba á un ministro, qué habia pasado en el Consejo: *Cuatro horas, Señora,* respondió:

La *delicadeza* es la finura del sentimiento, asi como la finura es la delicadeza del espíritu.

Preguntando María Antonia á un hombre que veia por vez primera, si creia, segun decian, que la princesa de Lamballe fuese la mas hermosa de las mujeres, respondió: *Señora, asi lo creia ayer.*

La *gracia* del estilo consiste en la fácil, suave y agradable variedad de sus movimientos. Ejemplo.

Venid á mis voces, doncellas hermosas
Que hollais la ribera del Dauro y Genil;
Venid coronadas de sándalo y rosas,
Mas puras, mas frescas, que el aura de abril.
Flotando en la espalda, los negros cabellos,
Los ojos de fuego, los lábios de miel,
Las túnicas sueltas, desnudos los cuellos,
Cantando de amores, seguidme al vergel.

(*Martinez de la Rosa.*)

3.ᵉ Estilo sublime.

4. El *estilo sublime*, es aquel, cuyos pensamientos elevados, cuyas imágenes, y cuyos sentimientos corresponden con la propiedad de expresion á la grandeza del asunto. Este estilo, no es propio sino para asuntos elevados, dramáticos y patéticos.

El *estilo sublime* es el de la poesía, de la historia y de la filosofía, cuando se ocupa de lo que hay de mas grande, esto es, de Dios, del hombre y de la naturaleza.

Las calidades del estilo sublime son: *energia*, *vehemencia*, *magnificencia* y lo *sublime propiamente dicho*.

La *energia* del estilo es aquella calidad que presenta el sentimiento ó el pensamiento en pocas palabras, para expresarlos con mas fuerza y vivacidad.

Enrique IV, antes de dar una batalla, dijo á sus soldados. *Soy vuestro rey, vosotros franceses, allí está el enemigo.*

La *vehemencia* del estilo no es mas que la vivacidad animada por el sentimiento. Ejemplo.

Hiere pues, hiere mi pecho,
Líbrame del cadalso y de la infamia:
Grata será la muerte que deseo,
Si de tu amiga mano la recibo!..
Mas presenciar el bárbaro contento
Del vencedor, y ver á sus verdugos
Ligar mis brazos con pesados hierros,
Conducirme al suplicio entre los ayes
Del pueblo amedrentado... ¡Ah! los perversos
Le vedarán hasta el llorar mi muerte,
Y á la crueldad uniendo el menosprecio
«Ved vuestro triunfo» gritarán feroces
Al presentarle mi cadáver yerto...
¡Ay caro amigo! á tan tremenda imágen
La voz me falta y ríndese mi aliento...
Si á compasion te mueven mis desgracias
Líbrame de tan bárbaros tormentos...

(*Martinez de la Rosa.*)

La *magnificencia* del estilo consiste en su riqueza unida al brillo: debe pues presentar ideas grandes expresadas por imágenes grandes. El padre Cranada, hablando de la resureccion del Señor y de su descendimiento á los infiernos, nos presenta un ejemplo de magnificencia de estilo.

«Los cielos, dice, que se cubrieron de luto, resplandecieron viéndole salir del sepulcro vencedor. Descendió el noble triunfador á los infiernos vestido de claridad y fortaleza; luego aquella eternal noche resplandeció, y el estruendo de los que lamentaban cesó, y toda aquella cruel tierra de atormentadores tembló con la bajada del Salvador. Allí se turbaron los principados de Edon, y temblaron los poderes de Moad, y pasmáronse los moradores de Canaan.»

El *sublime propiamente dicho*, es tal en sí mismo, que la imaginacion, el entendimiento y el alma, no pueden concebir cosa superior.

Distínguense tres clases de sublime: 1.° el *sublime de imágen*; 2.° el *sublime de pensamiento* y 3.° el *sublime de sentimiento.*

El *sublime de imágen* pinta los grandes asuntos con colores tan extraordinarios, que se encuentra uno sobrecogido de admiracion. Tal por ejemplo la aparicion del *ángel de las tinieblas á D. Rodrigo* en el ensayo épico del *Pelayo* por *Espronceda.*

Y al ángel de tinieblas levantarse
Súbito vió, como la inmensa cumbre
Del alto chimboraso, ya el llegarse,
Lanzando rayos de ominosa lumbre;
Y su mano sintió, que al acercarse
En su frente cargó su pesadumbre,
Gravando allí tremendo sobrescrito,
Que le marcára por de Dios maldito.

Imágen sublime es la de *Fray Luis de Leon* para pintar lo numeroso de la escuadra africana y la muchedumbre de moros que vino á la conquista de España; dice asi:

Cubre la gente el suelo;
Debajo de las velas desparece
la mar...

El *sublime de pensamiento* presenta de ordinario una gran idea expresada con mucha precision.

Asi Rioja, para manifestar que los ambiciosos desprecian la muerte, personifica la ambicion, y dice:

Y a ambicion se rie de la muerte.

El *sublime de sentimiento* tiene lugar cuando el sentimiento parece superior á la naturaleza humana, cuando deja ver en la debilidad de la humanidad una circunstancia casi divina, ó cuando brilla por un rasgo de corazon en que se pinta con una admirable energía.

§. XXIV. *Del periodo.*

1. Qué es periodo?—2. Cuántas especies hay de períodos?—En qué consiste el mérito de los periodos?

1. El *periodo* es un pensamiento compuesto de otros varios, cuyo sentido está siempre suspendido, hasta la última pausa que es comun á todos. Cada uno de estos pensamientos considerados aisladamente, se llaman *miembros* del período; cuyos miembros están ligados entre sí por medio de conjunciones ó del sentido.

2. Los períodos pueden ser de dos, tres, cuatro y cinco miembros aunque raras veces.

PERIODO DE DOS MIEMBROS. Mucho mas locas las viejas son en Madrid que las mozas; y es regular, porque llevan muchos mas años de locas.

(*Arroyal.*)

PERIODO DE TRES MIEMBROS. La virtud nace donde cada uno la siembra y cultiva: no brota ella de su gana como la mala yerba aprendese por la educacion y con el ejemplo.

(*P. Roa.*)

PERIODO DE TRES MIEMBROS. Ofrecimientos es la moneda que corre en este siglo; hojas por frutos llevan ya los árboles, palabras por obras los hombres.

(*Antonio Perez.*)

PERIODO DE CUATRO MIEMBROS. Es el natural del hombre tan adelantado, que siempre quiere ir ganando tierra en el deleite, y asi es necesario quedarse algunos pasos antes de la raya, que el que llega á lograr lo lícito, á pique está de caer en lo vedado.

(*Marques.*)

PERIODO DE CINCO MIEMBROS. Parece que los gitanos nacieron en el mundo para ladrones: nacen de padres ladrones, críanse con ladrones, estudian para ladrones, y finalmente salen con ser ladrones corrientes y molientes á todo ruedo.

(*Cervantes.*)

3. El mérito de los periodos consiste en la justa medida de sus miembros, en su fácil ligado, y en sus cadencias ciertamente variadas. Sin la variedad, la armonía es un defecto en el escritor, y un fastidio para sus lectores.

§. XXV. *De la armonía del estilo y de las diversas especies de armonías.*

1. Qué es armonía?—2. Cuántas especies hay de armonía?—3. En qué consiste la armonía de las palabras?—4. Qué se entiende por armonía de las frases?—5. Qué es armonía imitativa?

1. **La *armonía* es una série de sonidos destinados á complacer el oido con su dulzura y á encantarle con su sábia combinacion.**

2. **Se conocen tres especies de armonías: 1.° *La armonía de las palabras*; 2.° *la armon a de las frases*; 3.° *la armonía imitativa*.**

3. **La *armonía de las palabras* consiste en la eleccion y arreglo de las palabras consideradas como sonidos. Hailos naturalmente dulces y sonoros, otros duros y oscuros. No deben emplearse estos siempre que sea posible sin alterar la claridad, la pureza, la precision ó la propiedad del lenguaje.**

4. **La *armonía de las frases* resulta de la armonía de las palabras en sí mismas y en su conjunto. Consiste en el tejido, corte y arreglo de las proposiciones y períodos.**

5. **La *armonía imitativa* consiste en pintar los objetos por medio de los sonidos. Esta armonía se emplea en reproducir: 1.° Los sonidos de las naturalezas; 2.° los movimientos; 3.° los pensamientos, los sentimientos ó las emociones del alma.**

1.° *Los sonidos de la naturaleza.*

¿Es del caballo la *veloz carrera*
Tendido en el *escape volador*
Ó el *áspero rugir* de ambrienta fiera,
O el *silvido* tal vez del *aquilon?*
¿O el eco ronco de lejano trueno
Que en las hondas cavernas retumbó,
O el mar que amaga con su hinchado seno
Nuevo Luzbel, al trono de su Dios?
Baladros lanzan y ahullidos,
Silvos, relinchos, chirridos,
Y en desacordado estrépido
El fantástico escuadron,
Mueve horrenda algarabía
Con espantosa armonía
Y horrísona confusion.

Del toro ardiente el mugido
Responde en ronco graznar
La malhadada corneja
Y el agorero cantar
De alguna hechicera vieja.
El gato bufa y mahulla
El lobo erizado ahulla
Ladra furioso el mastin:
Y ruidos, voces y acentos
Mil se mezclan y confunden,
Y pavor y miedo infunden
Los bramidos de los vientos,
Que al mundo amaga su fin
En guerra los elementos.
Aquí retiembla la tierra,
Allí rebrama la mar
Altísima catarata
Zumba y despéñase allá:
Allí torrentes de lava
Lanza mugiente volcan,
Aquí temerosa tromba
Se agita en la tempestad (1).

(*Espronceda.*)

2.º *Los movimientos.*

Venid, empujadme,
La cima toqué
Subidme, que luego,
La mano os daré.
. . . .
Relámpago rápido
Del cielo las bóvedas
Con luz rasga cárdena.

(*Espronceda.*)

Subo con tanto peso quebrantado
Por esta alta, empinada, aguda sierra.
Del golpe y de a carga maltratado
Me alzo apena.

(*Herrero.*)

(1) Hemos sido quizá demasiado latos en estos ejemplos, pero no pudimos resistir al deseo de hacer conocer á nuestros lectores estos acabados modelos de armonia imitativa en que abundan los versos del señor Espronceda.

Cual súbito, relámpago, brillante:...

(*Melendez.*)

3.° *Las pasi ones y conmociones del alma.*

Acude, acorre, vuela,
Traspasa el alta sierra, ocupa el llano;
No perdones la espuela
No dés paz á la mano,
Menea fulminante el hierro insano.

(*Fray Luis de Leon.*)

§. XXVI. *Del estilo figurado y de las figuras.*

1. Qué sentidos diferentes pueden tener las palabras en el discurso?—2. Qué es estilo figurado?—3. Qué son figuras?—4. Cuántas clases de figuras se conocen?

1. Las palabras tienen en el discurso un sentido *propio* y un sentido *figurado*. Empléanse en sentido *propio*, cuando sin perder su significacion primitiva, significan la misma cosa para que han sido creadas, y en sentido *figurado*, cuando se les hace pasar de su significacion natural á otra estraña. La palabra *calor* expresa una propiedad del fuego; la palabra *rayo*, una chispa eléctrica, y tambien un *rayo* de luz. Así cuando decimos el *calor de la llama*, *los rayos del sol*, la palabra *calor* y *rayo* están tomadas en sentido *propio*; pero si dijéramos el *calor* del *combate* un *rayo de esperanza*, las mismas palabras estarian tomadas en un sentido *figurado*.

Ademas del sentido *propio* y *figurado*, las palabras son susceptibles de otro sentido por *extension*; por manera que pueden duplicarse y aun triplicarse las palabras de una lengua sin multiplicar su número. Ejemplo.

El *brillo* de la luz. Aquí el sentido es propio. La palabra *brillo* está tomada en su verdadera ascepcion.

El *brillo* de la virtud. Aquí el sentido es *figurado*, pues se traslada á un objeto intelectual la propiedad física en la luz.

El *brillo* del sonido. Aquí el sentido es *extenso* de la luz al sonido.

2. El *estilo figurado* es aquel en que se emplean las expresiones, no en su sentido propio, sino en el figurado; no hay lengua alguna que no deba su riqueza á esta especie de expresiones figuradas; puesto que prestan á la poesía sus mas hermosos coloridos, á la elocuencia sus mas bellos movimientos y al estilo en general su mas bello ornato.

3. Las *figuras* son unos modos de hablar que prestan al estilo fuerza, gracia y nobleza; ya trasportando la significacion de una palabra á otra,

ya dando á la construccion de las frases ciertas formas sugeridas por la imaginacion, el sentimiento ó el artificio oratorio.

4. Distínguense dos clases de figuras: *figuras de palabra* y *figuras de pensamiento*. Las figuras de palabra dependen de la palabra misma; si esta cambia, la figura cesa. Las figuras de pensamiento subsisten aunque se cambien las palabras, con tal que no se varíe el sentido.

§. XXVII. *De las principales figuras de pensamiento.*

1. En qué existen las figuras de pensamiento?—2. Cuáles son las principales figuras de pensamiento?—3. Cuántas clases pueden hacerse de estas figuras segun el uso á que están destinadas?—4. Dar á conocer las de la primera clase citando algunos ejemplos. —5. Dar las de la segunda citando ejemplos.—6. Dar á conocer las de la tercera con algunos ejemplos.—7. Dar á conocer las de la cuarta con algunos ejemplos.

1. Las *figuras de pensamiento* existen en el mismo pensamiento, aunque se cambien las palabras con tal que el sentido no varíe.

2. Las principales figuras de pensamiento son: La *hipotéposis*, la *antítesis*, la *concesion*, la *prolepsis*, la *epifonema*, la *gradacion*, la *comparacion*, el *apóstrofe*, la *conminacion*, la *correccion*, la *exclamacion*, la *imprecacion*, la *obsecracion*, la *hipérbole*, la *prosopopeya*, la *suspension*, la *reticencia*, la *interrogacion*, la *subyeccion*, la *alusion*, la *dubitacion*, la *atenuacion*, la *perífrasis*, la *pretericion* y la *ironía*.

3. Estas figuras, segun el uso á que están destinadas, pueden subdividirse en cuatro clases: 1.ª de las que dán á conocer los objetos en sí mismos; 2.ª de las destinadas principalmente á raciocinar; 3.ª de las que sirven para expresar las pasiones; y 4.ª de las que presentan el pensamiento con cierto disfraz ó disimulo.

Primera clase.

4. Pertenece á esta clase la

Hipoteposis. La *hipoteposis* ó *descripcion* hace visible el objeto con la vivacidad de sus coloridos y la verdad de sus imágenes. Véase la siguiente descripcion de la venida del alba y salida del sol, por *Cervantes*.

«En esto ya comenzaban á gorgear en los árboles mil suertes de pintados pajarillos, y en sus diverso y alegres cantos parecia que daban la enhorabuena y saludaban á la fresca aurora, que ya por las puertas y balcones del oriente iba descubriendo la hermosura de su rostro, sacudiendo de sus cabellos un número infinito de líquidas perlas, en cuyo suave licor bañándose las yerbas parecia asimismo que ellas brotaban y llovian blanco y menudo aljofar. Los sauces destilaban maná sabroso; reíanse las fuentes; murmuraban los arroyos, alegrábanse las selvas, y enriquecíanse los prados con su venida.»

Segunda clase.

5. Pertenecen á esta clase :

1.ª La Antitesis. La *antitesis* opone pensamientos á pensamientos, palabras á palabras. Ejemplo.

Halléla encantada y convertida de princesa en labradora, de hermosa en fea, de ángel en diablo, de olorosa en pestífera, de bien hablada en rústica, de reposada en brincadora, de luz en tinieblas, y finalmente de Dulcinea del Toboso en una villana de Sayago.

(*Cervantes.*)

3.ª Concesion. La *concesion* concede algo á su adversario ; pero con objeto de servirse luego de esta misma concesion contra él. Ejemplo.

»Con todo eso *yo no niego*, sino afirmo que el deseo de alcanzar lo que se ama por fuerza ha de causar pesadumbre por la razon de carestía que se presupone; pero tambien digo que el conseguirla sea de grandísimo gusto y contento, como lo es al cansado el reposo y la salud al enfermo.—Junto con eso *confieso* que si los amantes señalasen, como en lo antiguo, con piedras blancas y negras, sus tristes y alegres dias, sin duda alguna que serian mas los infelices. Mas tambien conozco que la cantidad de sola una blanca piedra haría ventaja á la cantidad de otras infinitas negras.

4.ª Prolepsis. La *prolepsis* ó anteocupacion previene diestramente la objecion para contestarla ó desvanecerla en seguida. Ejemplo.

Queriendo don Quijote probar que el premio del soldado es menor que el del letrado, dice: «Pero á esto se me puede responder que es mas fácil premiar á dos mil letrados, que á treinta mil soldados... y esta imposibilidad fortifica mas la razon que tengo.»

(*Cervantes Quij.*)

5.ª Epifonema. La *epifonema* es una reflexion ordinariamente corta con que se termina un raciocinio ó narracion. Las mas veces se anuncia por una exclamacion. Ejemplo.

Bossuet habla asi de la muerte:

De repente cambia nuestra carne de naturaleza: nuestro cuerpo toma otro nombre, y ni aun siquiera conserva por largo tiempo el de cadáver: vuélvese un *no sé qué,* sin nombre en lengua alguna; ¡tan cierto es que todo muere con él hasta aquellas palabras fúnebres con que se expresan sus tristes restos!

6.ª Gradacion. La *gradacion* ó *climax* es una série ascendente ó descendente de ideas, combinadas de manera que cada una de ellas diga algo mas ó algo menos que la precedente. Ejemplo.

«Con la edad y con el uso de la razon fué creciendo en mí el conocimiento y fueron creciendo en tí las partes que se hicieran amables: vílas, contempléla, gravélas en mi alma, y de la tuya y la mia hice un compuesto tan uno y tan solo, que estoy por decir que tendrá mucho que hacer la muerte en dividirle.

(*Cervantes Persilis.*)

7.ª Comparacion. La *comparacion*, *símil ó semejanza*, une dos objetos ó dos ideas análogas, dando al discurso mas fuerza, ó mas gracia, y siempre mayor claridad. Ejemplo.

Como los rios que en veloz corrida
Se elevan á la mar, tal soy llevado
Al último suspiro de mi vida.

(*Rioja.*)

Tercera clase.

6. Pertenecen á esta clase:

1.º Apostrofe. El *apóstrofe* consiste en dirigir la palabra, no á los oyentes, sino á alguna otra cosa ó persona. Ejemplo.

David llorando á Saul y Jonatás prorumpe:

Y vosotros, Montes de Gelboé, quiera el cielo que ni el rocío, ni la lluvia refresquen mas vuestras colinas! Ojalá no se ofrezcan mas en ellas las primicias de las doradas mieses, puesto que allí cayó el escudo de los valientes, el escudo de Saul!...

2.º Conminacion. La *conminacion* consiste en amenazar á alguno con castigos ó desgracias. Ejemplo.

Salamon en sus proverbios dice:

El que cerrase la oreja y disimulase á la voz del pobre, dará clamores y demandará, y no será escuchado.

3.º Correccion. La *correccion* consiste en responderse á sí mismo el orador ó escritor, para cambiar ó modificar lo que acaba de decir. Ejemplo.

Cuando todas estas cosas ciudadanos, ciudadanos digo, si son dignos de tal título unos hombres que asi piensan de su misma patria.

(*Ciceron.*)

4.º Exclamacion. La *exclamacion* es la expresion espontánea de una emocion viva y repentina. Ejemplo.

¡Ay honra menospreciada! ¡Ay amor mal pagado! ¡Ay respetos, de honrados padres y parientes atropellados! y ¡ay de mí una y mil veces que tan á rienda suelta me dejé llevar de mis deseos! ¡Oh palabras fingidas, que tan de veras me obligasteis á que con obras os respondiese!

(*Cervantes, las dos doncellas.*)

5.º **Imprecacion.** La *imprecacion* invoca el cielo, los infiernos ó algun poder superior contra un objeto odioso, ó pide contra él todo género de males. Ejemplo.

Dido abandonada por Eneas prorumpe en estos términos:

»Subito asaltado
De una nacion belígera se mire
De su Julo arrancado, errante vague
De clima en clima á mendigar ausilio
Y ausilio no halle: que á los suyos vea
Sin culpa perecer: que en afrentosa
Paz mitigue la cólera de Marte:
Y que al ir á reinar, aciaga muerte
Antes de tiempo oprímale, y ¡oh! yazga,
Yazga insepulto en la desierta arena.
Esto pido, esto quiero, asi, ¡oh deidades!
Mi último acento con la vida lanzo.
Contra su raza en implacables odios,
¡Oh mis Tirios! arded. Honrad mi sombra
Con esta ofrenda. Ni amistad, ni treguas
Ni alianza jamás. De mis cenizas
Alzate, sal, ¡oh vengador! el hierro,
El fuego toma, y sin cesar persigue
Ahora y siempre á los Troyanos: armas
Contra armas, playas contra playas, mares
Contra mares, luchando se embravezcan.
Que sus últimos nietos acrecienten
Contra mis nietos últimos su saña,
Y los mios en ellos se ensangrienten.»

(*D. Fr. Sanchez.*)

6.º **Obsecracion.** La *obsecracion* ó *deprecacion* es una fórmula oratoria de plegaria, con la cual se invoca un favor, un servicio, una proteccion, etc. Ejemplo.

»Alzóse una voz en el templo procedida de otras muchas, que decia! ¡vivid felices y luengos años en el mundo, ¡oh dichosos y bellísimos amantes: coronen presto hermosísimos hijos vuestra mesa, y á largo andar se deleite vuestro amor en vuestros nietos: no sepan los rabiosos celos, ni las dudosas sospechas, la morada de vuestros pechos: ríndase la envidia á vuestros pies, y la buena fortuna no acierte á salir de vuestra casa!»

(*Cervantes Persilis.*)

6.º HIPERBOLE. La *hipérbole* engrandece ó desminuye los objetos mas de lo que son en sí, para conducir el entendimiento á conocerlos mejor. Ejemplo.

Para pintar Corneille la multitud de las proscripciones romanas nos representa.

«Roma entera anegada en la sangre de sus hijos.»

7.º PROSOPOPEYA. La *prosopopeya* es la mas propia de las figuras para expresar emociones tiernas y profundas: ella dá accion y vida á los séres inanimados; por ella hablan los presentes, los ausentes, el cielo, la tierra, los séres insensibles, reales, abstractos, imaginarios, algunas veces los muertos, cuyos sepulcros abre, etc. Ejemplo.

Me atreveria, dice Flechier (oracion fúnebre de Montausier) á emplear la ficcion y la mentira en un discurso cuyo objeto es elogiar la franqueza y el candor? Este sepulcro se abriria, estos huesos se reunirian y animarian de nuevo para decirme: ¿Por qué vienes á mentir por aquel que no ha mentido jamás por nadie? No me dés un honor que no he merecido, á mí, que jamás supe rendirle sino al mérito.

Y en el elogio fúnebre de Turena comparándole con Judas Macaveo.

A estos ayes Jerusalen acrecentó su llanto, las bóvedas del templo se estremecieron, se pasmó el Jordan, y en todas sus riberas resonó la voz de estas melancólicas palabras: ¡cómo! ¡ha muerto aquel varon fuerte que salvára al pueblo de Israel!

8.º SUSPENSION. La *suspension* consiste en detenerse de repente, proponer un enigma al auditorio y resolverle luego con una explicacion inexperada. Ejemplo.

Bossuet emplea este giro en la oracion fúnebre de la reina de Inglaterra· ¡Cuántas veces dió gracias al cielo por dos grandes gracias que le concediera! la una de haberla hecho cristiana; la otra.... Señores ¿qué esperais? ¿tal vez de haber podido restablecer los negocios del rey su hijo? No... era de haberla hecho reina desgraciada.

9.º RETICENCIA. La *reticencia* es una interrupcion premeditada, que dá mas fuerza á lo que se queria decir afectando suprimirlo. Ejemplo.

Eolo reprende asi á los vientos.

Decid desmesurados y atrevidos,
Tanto en vuestro linage confiasteis
Que sin mi permision tantos ruidos
En tierra, en aire y mar, alzar osasteis?
Yo os juro... Mas los mares removidos
Conviene sosegar!!

(*Virgilio Eneida, traduccion de Velasco.*)

10. Interrogación. La *interrogacion* consiste en hablar preguntando, no para obtener respuesta ni salir en realidad de una duda, sino para despertar la atencion de los oyentes y comunicarles nuestra conviccion; en una palabra, para hacerle simpatizar con las vivas emociones de nuestra alma. Ejemplo.

¿Quiénes sois génios sombríos
Que junto á mí os agolpais?
¿Sois vanos delirios mios,
O sois verdad? ¿qué buscais?
¿Qué quereis? ¿á dónde vais?

11. Subyeccion. La *subyeccion* hace la pregunta y la respuesta. Ejemplo.

Ciceron en la oracion en favor de Celio, dice:

¿No llamaríamos enemigo de la república al que violase sus leyes? Tú las quebrantaste. ¿Al que menospreciase la autoridad del Senado? Tú la oprimiste. ¿Al que fomentase las sediciones? Tú las excitaste.

Cuarta clase.

7. Pertenecen á esta clase:

1.ª Alusion. La *alusion* consiste en decir una cosa análoga á otra, sin hacer mencion expresa de ella. Ejemplo.

Cervantes, hablando de los Jiferos de Sevilla, hace la siguiente alusion á los escribanos, cuyo sitio era la plaza de san Francisco.

No hay ninguno que no tenga su *ángel de guarda* en la plaza de san Francisco, grangeado con lomos y lenguas de vaca.

(*Coloquio de los perros de Mahudes.*)

2.ª Dubitacion. La *dubitacion* manifiesta la suspension ó incertidumbre en que nos hallamos. Ejemplo.

¿Qué haré, jueces? Si callo, me confirmareis reo: si hablo, me tachareis de mentiroso.

3.ª Atenuacion. La *atenuacion* ó *litote* dice menos para dar á entender mas. Ejemplo.

En las riberas del famoso Henares, que al vuestro dorado Tajo, hermosísimas pastoras, dá siempre fresco y agradable tributo, fuí yo nacida y criada, *no en tan baja fortuna que me tuviese por la peor de mi aldea.*

Lo que equivale á decir: *sabed que soy una de las principales mujeres de mi aldea.*

4.ª Perifrasis. La *parifrasis* adorna, ennoblece ó levanta por un circunloquio el objeto, ó idea, que hubiera podido expresarse con una sola palabra. *Córdova* y el *Guadalquivir* se expresan asi por una perífrasis.

«¡Oh excelso muro! ¡oh torres levantadas!
De honor, de magestad, de gallardía!
¡Oh gran rio, gran rey de Andalucía,
De arenas nobles, ya que no doradas!»

5.ª Pretericion. La *pretericion* dice algo, que finge querer callar. Ejemplo.

«Con las lágrimas de Nísida que en el rostro me caian, ó por las ya frias y enconadas heridas que gran dolor me causaban, torné á volver de nuevo en mi acuerdo, para acordarme de mi nueva desventura. *Pasaré en silencio ahora* las lastimeras y amorosas palabras que en aquel desdichado punto entre mí y Nísida pasaron, por no entristecer tanto el alegre en que ahora nos hallamos; *ni quiero decir por extenso* los trances que me contó que con el capitan habia pasado; el cual vencido de su hermosura, mil promesas, mil regalos, mil amenazas le hizo porque viniese á condescender con la desordenada voluntad suya.

(*Cervantes, Galatea.*)

6.ª Ironia. La *ironía* dice precisamente lo contrario de lo que se piensa ó de lo que se quiere dar á entender. Las palabras no se toman nunca en su sentido literal. Ejemplo.

Cervantes pone en voca de Lope las siguientes irónicas frases.

«¡Oh amor platónico! ¡Oh fregona ilustre! ¡Oh felicísimos tiempos los nuestros donde vemos que la belleza enamora sin malicia, la honestidad enciende sin que abrase, el donaire dá gusto sin que incite, y la bajeza del estado humilde obliga y fuerza á que le suban sobre la rueda de la que llaman fortuna!

§. XXVII. *Figuras de palabras.*

1. Qué division se hace de las figuras de palabras?—2. Cuáles son las figuras de palabras propiamente dichas?—?. Qué son tropos?—4. Cuáles son los principales tropos?

1. Entre las figuras de palabras, las mas les dejan su primitivo sentido, y conservan el nombre genérico de *figuras*; las otras varian la significacion de las palabras y se llaman *tropos*.

1.º Figuras de palabras propiamente dichas.

2. Las *figuras de palabras* están únicamente en las palabras : cambiadas estas desaparecen.

Las *figuras de palabras* puramente oratorias, son: la *repeticion*, *conjuncion*, *disyuncion* y *oposicion*.

Repeticion. La *repeticion* para insistir sobre alguna prueba, verdad ó pasion. Ejemplos.

1.° *Cuanto* fingió ó imaginó la mente,
Cuanto del hombre la ilusion alcanza,
Cuanto creára la ansiedad demente
Cuanto acaricia en sueños la esperanza, etc.

(*Espronceda.*)

2.° *Despues de tantos* dias malogrados,
Despues de tantas noches mal dormidas
Despues de tantas lágrimas vertidas.

(*Camoens.*)

3.° Son Israelitas? *tambien yo*. Son descendientes de Abraham? *yo tambien*. Son ministros de Cristo? *yo tambien*.

(*San Pablo.*)

4.° *Amaina* dijo el Maestre á grandes gritos
Amaina, *amaina*, dijo la gran vela.

(*Camoens.*)

5.° *Preciosos* son los tesoros de la amistad, *preciosa* su compañia, *preciosos* sus beneficios.

Conjuncion. La *conjuncion*, variedad de la repeticion, multiplica las partículas copulativas, como para multiplicar la impresion del objeto que se quiere pintar. Ejemplo.

Porque el nombre es el hombre
Y es su primer fatalidad su nombre.
Y en él se encarna á su existencia unido,
Y en su inmortal espíritu se infunde,
Y arranca su memoria del olvido.

(*Espronceda.*)

Y la aromosa flor que se mecía,
Y el aliento del aura enamorada,
Y la brillante luz que se bullía.
Y el inquieto volar... etc.

(*Espronceda.*)

Disyuncion. La *disyuncion* suprime las conjunciones para comunicar al discurso mas fuego y rapidez. Ejemplo.

Quiso bien, fué aborrecido; adoró, fué desdeñado; rogó á una fiera, importunó á un mármol, corrió tras el viento, dió voces á la soledad, sirvió á la ingratitud, de quien alcanzó por premio ser despojo de la muerte en la mitad de la carrera de su vida, etc.

(*Cervantes Quijote.*)

2.° Tropos.

3. Los tropos son unas figuras de palabras en que se cambia la significacion de estas.

4. Los principales tropos son:

Metafora. La *metáfora* es una figura por la cual se traslada una palabra de su sentido propio, á otro que solo le es aplicable por comparacion.

Aquiles se lanza como un leon, es una comparacion, pero si se dice del mismo héroe: *es un leon*, es una metáfora.

La elocuencia no existiria sin esta figura. Constituye tambien el fondo del lenguaje metafórico, en el que cuanto concierne al alma y á sus facultades se expresa en el lenguaje comun por imágenes sensibles. Por esta razon decimos: la *penetracion del entendimiento*, la *rapidez del pensamiento*, el *calor del sentimiento, etc.*

No solo la metáfora hace sensible lo que no lo es, sino que pinta un objeto, bajo rasgos mas brillantes, mas vivos, mas originales. Ejemplo.

Ondeábale al viento que corria
El *oro fino*, con error galano
Cual verde hoja de álamo lozano
Se mueve *al rojo despuntar del dia.*

(*Góngora.*)

Alegoria. La *alegoría* es realmente una metáfora continuada, que bajo el velo de un sentido propio, oculta un sentido puramente figurado.

Ejemplo de una bellísima alegoría es la siguiente, en que Fray Luis de Leon alude á la vida del cielo.

Alma region luciente,
Prado de bien andanza, qne ni al hielo
Ni con el rayo ardiente
Fallece, fértil suelo,
Producidor eterno de consuelo:
De púrpura y de nieve
Florida la cabeza coronado,
A dulces pastos mueve,
Sin onda ni cayado
El buen pastor en tí su hato amado.
El vá y en pos dichosas
Le siguen sus ovejas, do las pace

Con inmortales rosas
Con flor que siempre nace
Y cuanto mas se goza, mas renace.
Y dentro á la montaña
Del alto bien las guia, y en la vena
Del gozo fiel las baña
Y les dá mesa llena,
Pastor y pasto él solo, y suerte buena.
Y de su esfera cuando
A cumbre toca altísimo subido
El Sol, él sesteando,
De su ato ceñido,
Con dulce son deleita el santo oido.
Toca el rabel sonoro,
Y el inmortal dulzor al alma pasa,
Con que envilece el oro
Y ardiente se traspasa,
Y lanza en aquel bien libre de tasa.
¡Oh son, oh voz! siquiera
Pequeña parte alguna descendiese
En mí sentido, y fuera
De sí el alma pudiese,
Y toda en tí, ¡oh amor! la convirtiese.
Conocería donde
Sesteas, dulce esposo, y desatada
De esta prision, á donde
Padece, á tu manada
Viviera junta, sin vagar errada.

Mitonimia. La *mitonimia* (cambio de nombre) toma: 1.º La causa por el efecto; 2.º el efecto por la causa; 3.º el continente por el contenido; 4.º el signo por la cosa significada; 5.º el poseedor por la cosa poseida; 6.º el nombre abstrato por el concreto. Ejemplos.

1.º . . . Cuando de pié en la cumbre
La *pira* vió, que á devorarle iba.

(*C. Delavigne.*)

2.º . . . Su mano descarnada
Me hizo beber la *muerte*...

(*Marmontel.*)

3.º Deteneos... esta *copa* estaba envenenada.

(*Delrieu.*)

4.º Del clarin los acentos, preferia al *laud*.

(*Thomas.*)

5.º Este *hombre* ha sido incendiado.
6.º El vencedor habló; y callando
La *esclavitud* paciente obedeció,
Ni una voz siquiera resonando
En la inmensa ciudad que enmudeció.
(*Voltaire.*)

Sinedoque. La *sinedoque* toma: 1.º El género por la especie, ó la especie por el género; 2.º la parte por el todo, ó el todo por la parte; 3.º el singular por el plural, y el plural por el singular; 4.º finalmente, el nombre de la materia por la cosa de que se hace. Ejemplos.

1.º Los *mortales* por los *hombres*, un *eden* por una *morada deliciosa.*

2.º *Cien velas* por *cien navíos*: los pueblos que beben el *Tormes por las aguas* del Tormes.

3.º El *español* es altivo, por los *españoles*; los *Cervantes*, los *Quevedos, etc.*, por *Cervantes*, *Quevedo, etc.*

4.º El *bronce* truena, por el *cañon* truena.

Antonomasia. La *antonomasia* es una especie de sinedoque que toma un nombre comun por un nombre propio y recíprocamente. Ejemplos.

1.º El *orador* por *Ciceron*; 2.º un *Tiberio* por un príncipe cruel y disimulado; un *Mecenas* por un protector de las letras; un *Zoilo* por un crítico envidioso; un *Aristarco* por un crítico ilustrado.

§. XXVIII. *De los defectos que deben evitarse en el discurso.*

1. Qué es batologia?—2. Qué es aliteracion?—3. Qué es eufonia?—4. Qué es paranomasia?—5. Qué es cacofonia?—6. Qué otros defectos deben evitarse ademas de los expresados?

1. La *batologia* es un defecto oratorio que consiste en usar repeticiones inútiles.

2. La *aliteracion* es un defecto que consiste en usar de palabras en que se repita mucho una misma letra.

3. La *eufonía* es un defecto que consiste en que los encisos terminen en voces cuyas últimas sílavas sean idénticas.

4. La *paronomasia* consiste en el empleo de palabras homónimas, ó el de una misma en diferentes acepciones, ó que suenen casi lo mismo, como *amigo*, *amago*.

5. La *cacofonia* se comete cuando se chocan sílabas iguales, como *consentir tiranos*.

6. Ademas de estos defectos, deben evitarse:

1.º El empleo de voces derivadas de una misma raiz. En este defecto incurrió Lope, cuando dijo:

La *fama infame* del *famoso atrida*.

2.º El encuentro de palabras sinónimas puestas unas tras otras, á no ser que en estos sinónimos haya un verdadero climax. Será, pues, un defecto decir: *me alegro, me regocijo, estoy contento*. Pero no cuando se dice: *no lo sufriré, no lo toleraré, no lo permitiré.*

SECCION CUARTA. HISTORIA LITERARIA ESPAÑOLA.

§. I. *Orígen y progresos del idioma castellano.*

1. Se sabe cuál ha sido el primitivo idioma de los españoles? qué lengua hablaron hasta la venida de los godos?—2. La lengua española, ha comenzado á formarse durante la dominacion de los godos, ó en el reinado de Alonso VI? Es una mezcla del latin y el aleman, ó del latín y el árabe?—3. Hablaban un mismo dialecto los pueblos españoles que se escaparon al yugo de los árabes?—4. Por qué puntos de la península se estendieron estos dialectos con las conquistas de los españoles, despues de la destruccion del Califato de los Onmiades de Córdova?—5. Cuál es el primer monumento de nuestra lengua y literatura?

1. Las densas tinieblas del tiempo envuelven el orígen del primitivo idioma pátrio; y es de suponer fuese inculto y agreste como los rudos habitantes de la península. Conquistada esta sucesivamente por los Fenicios, Cartagineses y Romanos, iria adoptando paulatinamente la lengua de todos estosconquistadores; sin embargo, la larga permanencia de los últimos, su política y lo universal de sus conquistas, borrando las huellas de anteriores, rápidas, y menos generales dominaciones, aclimató en nuestro suelo el idioma latino hasta la venida de los godos.

2. Algunos quieren que durante la dominacion de estos feroces conquistadores se hubiese formado el *romance español*; otros, por el contrario, que debe fijarse su nacimiento durante el reinado de Alfonso VI.—Los que siguen la primera opinion conceptúan la lengua castellana como una mezcla de latin y aleman; los partidarios de la segunda la creen un mixto de latin y árabe. Sin embargo, es indudable que terminada en Rodrigo la dinastía goda, y conquistada á su vez la España por los árabes, llegó á hacerse casi general la lengua árabe, asi como lo fuera en su tiempo la latina. Por otra parte no es menos cierto que el idioma teutónico, no hizo entre nosotros los mismos progresos que el latin y el árabe. A pesar de todo, somos de parecer que la magestuosa

y sonora lengua castellana no es exclusivamente hija de ninguno de dichos idiomas, sino que participando de todos, y mas que de algun otro del latin, comenzó á formarse con la sociedad española, llegando por fin á ostentar sus magníficas galas en los escritos de *Garcilaso*, *Herrera*, *Rioja*, *Solis* y *Cervantes*.—Indicaremos no obstante la opinion del docto *Sismondi* sobre el particular: «Las lenguas que hablaban los pueblos del »Mediodia de Europa, dice, desde el Portugal á la Sicilia, y que se »conocen con la denominacion comun de *lenguas romanas*, han nacido »todas de la mezcla del latin con el teutónico, y de la union de los »pueblos romanos con los bárbaros que derrocaron el imperio de Roma. »Circunstancias particulares mas bien que la diversidad de razas, cons»tituyen todas las diferencias entre el portugués, el español, el proven»zal, el francés y el italiano. En cualquiera de estas lenguas el fondo »es latino, la forma á veces bárbara. Un gran número de palabras se »han introducido en la lengua por los conquistadores; pero un número »infinitamente mayor pertenece al pueblo vencido. La gramática fué »tambien consecuencia de concesiones recíprocas. Mas complicada que »entre las naciones puramente teutónicas, aunque mas sencilla que la »de los Griegos y Romanos, no conservó en ninguna de las lenguas del »Mediodia los casos de los nombres, y eligiendo entre las terminaciones »diversas de la palabra latina, formó la palabra nueva, con el nomina»tivo en italiano, con el acusativo en castellano, y con una contraccion »que las aleja de ambas en francés. Esta primera diferencia dá un colorido »general al lenguaje, mas no impide que se reconozca en todo él un »orígen comun.» Y en otro paraje añade el mismo autor: «La lengua »castellana es evidentemente el resultado de la mezcla del aleman con »el latin, y de la contraccion de este último. El árabe la enriqueció con »un gran número de palabras, que en medio de una lengua romana con»servan un carácter del todo extranjero; influyó tambien sin duda en la »pronunciacion, pero sin cambiar el génio de la lengua.»

3. Los españoles escapados al yugo árabe, se expresaban en distintos dialectos, aunque todos de un orígen comun. Los *Catalanes* hablaban el *provenzal* ó *lemosin*; el *primitivo castellano* era la lengua de Castilla, Leon y Asturias; el *gallego*, de que luego nació el *Portugués*, la de *Galicia;* y el *vascuence*, la de mucha parte de las *provincias vascas*.

4. Destruido por fin en 1031, el califato de los *Onmiades* de Córdova, y debilitado asi el poder musulman en la Península, estendieron los españoles sus conquistas. La España quedó dividida en tres partes cada una con su idioma. Hablóse el *catalan* desde los Pirineos á Murcia, siguiendo las costas del Mediterráneo; en el centro, desde las vertientes

pirináicas al reino de Granada, el *castellano*, y desde Galicia á los Algarves, el *portugués*.

5. El *poema del Cid*, de autor desconocído, produccion de mediados del siglo XII, segun el comun sentir, es el primer monumento de nuestra lengua y literatura. Ambas aparecen todavía rudas y desaliñadas, pero comienzan á tener vida en esta época.—Véanse como muestra algunos versos del citado poema:

Moros le reciben por la seña ganar:
Dánle grandes golpes mas nol' pueden falsar.
Dijo el Campeador: «valelde por caridad!»
Embrazan los escudos delant los corazones!
Abajan las lanzas apuestas de los pendones:
Enclinaron las caras desuso de los arzones,
Ibanlos ferir de fuertes corazones:
A grandes voces lama el que en buen nora násco:
«Feridlos, caballeros, por amor de caridad!
Yo so Ruy Diaz el Cid Campeador de Bibar.»

§. II. *Epocas de la historia literaria de España.*

1. En qué épocas puede dividirse la historia literaria de España?—2. Cuál es el carácter distintivo de estas épocas?

1. La historia literaria española puede dividirse en seis épocas.

2. Carácter distintivo de dichas épocas.—La *primera época* es la del rey *D. Alfonso el Sábio, Berceo, etc.*, y comprende los siglos XII, XIII y XIV.

La *segunda época* puede llamarse de *Juan de Mena*, ó del rey *D. Juan II*, y comprende el siglo XV.

La *tercera* es la de *nuestra poesía clásica* ó de *Garcilaso*, *Herrera, etc.*; tambien puede denominarse de Cárlos V. Comprende poco mas de medio siglo.

La *cuarta época*, que abraza desde mediados del siglo XVI hasta principios del XVII, puede subdividirse en dos escuelas: 1.ª La de *Cervantes* y *Lope de Vega*; 2.ª la de *Góngora*, *Quevedo* y sus imitadores.

La *quinta época* es la de *Calderon de la Barca* ó de nuestro *romanticismo*, y comprende parte del siglo XVII.

Finalmente, la *sesta época* es la del *clasicismo francés* que termina con el siglo XVIII.

§. III. *Primera época ó de Berceo, Juan Lorenzo, etc.*

1. Cuáles son los principales literatos de esta época?

1. Los principales literatos de esta época son:

1.° Gonzalo de Berceo. Floreció en el siglo XIII, y fué el autor del poema de *Santo Domingo de Silos*, y de otros escritos sobre asuntos religiosos. En ellos se vé la infancia de nuestro idioma. Véanse como por muestra los versos siguientes pertenecientes al cuadro del juicio final:

Esti será el uno de los signos dubdados:
Subirá á las nubes el mar muchos estados;
Mas alto que las sierras é mas que los collados,
Tanto que en sequero fincarán los pescados:
El signo empues esti es mucho de temer:
Los mares é los rios andarán á gran poder;
Desarrarán los omes, iránse á perder;
Querríanse, si podiesen, so la tierra meter.
El dia septeno verná priesa mortal:
Avrán todas las piedras entre sí lit campal;
Lidiarán como omes que se quieren fer mal;
Todas se farán piezas menudas como sal.
Non será doceno quien lo ose catar:
Cá verán por los cielos grandes flamas volar,
Verán á las estrellas caer de su logar,
Como caen las fojas cuando caen del figar, etc.

2.° Juan Lorenzo. Floreció tambien en el mismo siglo, y es autor del poema de *Alejandro*, en que se observa ya un estilo mas elevado y una instruccion no comun en la historia, mitología y moral. Véanse algunas muestras en los versos siguientes:

Quiero leer un libro de un rey noble pagano,
Que fué de grand' esforcio, de corazon lozano,
Conquistó tod' el mundo, metiol' so su mano....
. . . .
Sedie el mes de mayo, coronado de flores,
Afeitando los campos de diversas colores,
Organeando las mayas é cantando d' amores,
Espigando las mieses que siembran labradores.

3.° Alfonso X el Sábio. Rey poeta, legislador, astrónomo, alquimista, etc. Débele mucho el idioma castellano por la autorizacion que dió de escribir en él las leyes, escrituras públicas, etc., que se escribieron hasta entonces en mal latin. Tambien le somos deudores del código de las *Partidas*. Nos quedan de este rey literato las *cantigas* escritas en gallego, las *querellas*, el *libro del tesoro* ó de la *piedra filosofal*, y sus *tablas astronómicas*. Como muestra de su estilo y versificacion léase la siguiente copla del libro de las *Querellas*:

¡Cómo yace solo el Rey de Castilla,
Emperador de Alemania que foé,
Aquel que los reyes besaban el pié,
E' reinas pedian limosna é mancilla!
El que de hueste mantuvo en Sevilla
Diez mil de á caballo é tres dobles peones,
El que acatado en lejanas Naciones
Foé por sus tablas é por su Cochilla.

4.° **Don Juan Manuel, infante de Aragon.** Fué nuestro primer escritor en prosa; su mejor obra es el *Conde Lucanor*.

5.° **Don Pedro Lopez de Ayala.** Nació en Murcia en 1332: fué cronista y tambien poeta, coma lo prueba su *Rimado de palacio*.

6.° **Vasco Lobeyra.** Aunque portugués, escribió en castellano el famoso romance caballeresco títulado *Amadís de Gaula*.

7.° **Don Juan Ruiz, arcipreste de Hita.** Es el último poeta de esta época. La historia de sus amores interpolada de alegorías, sátiras, refranes, etc., fué el argumento de sus versos, cuyo estilo se vé en los siguientes:

Quierovos abreviar la predicacion;
Que siempre me pagué de pequeño sermon,
Et de dueña pequeña et de breve razon,
Cá de poco et bien dicho se afinca el corazon, etc.

§. IV. *Segunda época, ó de Juan de Mena.*

1. Qué carácter presenta esta época?—2. Cuáles son los principales literatos de ella?—3. Cuándo tuvo orígen nuestro drama?

1. El carácter de nuestra literatura en esta época es ya mas varonil, y presenta un notable incremento. La córte de don Juan II fué el templo de las Musas. Gustaba este príncipe de los decires rimados, y no pocas veces rimaba, y con él su favorito don Alvaro de Luna, el Duque

de Arjona, el célebre Marqués de Villena, el de Santillana y otros varios.

2. Los principales literatos de esta época son:

1.° **El Marqués don Enrique de Villena.** Su decidida aficion por la poesía, y su anhelo por susprogresos, le impulsáronà crear en Aragon una academia de Trovadores provenzales á semejanza de los juegos florales de Tolosa. Escribió algunos buenos versos y una especie de poética, que tituló la *Gaya ciencia.*

2. **Don Iñigo Lopez de Mendoza, marqués de Santillana.** Fué discípulo de Villena: es poeta fácil, y supo pintar la pasion del amor con extraordinaria dulzura. Pertenecen á este autor el *Ruego de los Nobles, los llantos de la Reina Margarita,* la comedia de *Ponza* y algunas poesías cortas, como la querella de amor, que empieza asi:

Ya la gran noche pasaba
E la luna se escondia:
La clara lumbre del dia
Radïante se mostraba.... etc.

3. **Juan de Mena.** Dá justamente nombre á su época, y es sin disputa el mayor poeta de la córte de Juan II. Nació en Córdova y murió en 1456. Su *Laberinto*, en que se propuso cantar los azares de la Fortuna guiado por la Providencia, es el monumento mas interesante de la poesía en aquel siglo. Véanse como muestra los siguientes versos:

Ni la corneja no anda señera
Por el arena seca paseando,
Con su cabeza su cuerpo bañando
Por preocupar la lluvia que espera,
Ni vuela la garza por alta manera,
Ni sale la fúlica de la Marina
Contra los prados, ni vá, ni declina
Como los tiempos adversos hiciera, etc.

4.° **Don Alonso de Cartagena.** Fué arzobispo de Búrgos, y el poeta, que segun Sismondi, pintó mejor en estaépoca losdelirios del amor en los siguientes versos:

La fuerza del fuego que alumbra que ciega,
Mi cuerpo, mi alma, mi mente, mi vida,
Do entra, do hiere, dotoca, do llega,
Mata y no muere su llama encendida.

5.° **Garci Sanchez de Badajoz.** Escribió coplas con mucho calor y agudeza.

6.° **Jorje Manrique.** Murió en 1479, dejando en las coplas á la *muerte de su padre*, los mejores y mas acabados versos de su época. Véanse como muestra los siguientes :

¿Qué se hicieron las damas
Sus tocados, sus vestidos,
Sus olores ?
¿Qué se hicieron las llamas
De los fuegos encendidos
De amadores?
¿Qué se hizo aquel trobar
Las músicas acordadas
Que tañian?
¿Qué se hizo aquel danzar
Aquellas ropas chapadas
Que traian? etc.

7.° **Fernan Perez de Guzman.** Es autor de las *Semblanzas,* y floreció á mediados del siglo XV.

3. El orígen de nuestra poesía dramática puede fijarse tambien en esta época, es decir, en el siglo XV. *Mingo Rebulgo*, la *Celestina* ó *Calisto* y *Melibea,* que á pesar de sus rarezas, se tradujo en muchas de las lenguas modernas, y tuvo un influjo directo en la literatura europea , y los misterios representados en las iglesias, son los géneros que á la sazon se ensayaron.

§. V. *Tercera época , ó del clasicismo español.*

1. Qué tiene de notable esta época?—2. Cuáles son sus principales literatos?—2. Qué otros literatos menos célebres florecieron en ella?

1. Esta época es la de nuestra gloria literaria y militar, y tambien la de la pérdida de nuestras libertades. Las huestes castellanas guiadas por Cárlos V, llevaron sus pendones triunfantes por toda la Europa; nuestras libertades perecieron con Padilla en los campos de Villalar; y Garcilaso, Mendoza y Herrera nos legaron sus bellos, armoniosos y bien acabados versos: llámase clásica esta época porque sus escritores lo fueron.

2. Los principales de esta época son:

1.° **Juan Boscan.** Fué el primero que aconsejado por Navagero, embajador de Venecia en nuestra córte, introdujo el artificio de la versificacion italiana. Aunque imitador del Petrarca, tiene mejor colorido y mas pasion. La poesía y la lengua ganaron en sus manos prodigiosamente: He aquí una ligera muestra de la versificacion de este poeta:

Dejadme en paz ¡oh duros pensamientos!
Básteos el daño y la venganza hecha
Si todo lo he pasado, qué aprovecha
Inventar sobre mí nuevos tormentos? etc.

2.º **Garcilaso de la Vega**. Nació en Toledo en 1503. Feliz imitador del Petrarca y de Virgilio, cantó el amor en medio de los combates con un lenguaje dulce, correcto y encantador. Véase la dulce y sensible armonía de sus versos en los siguientes:

¿Quién me dijera Elisa, vida mia,
Cuando en aqueste valle al fresco viento
Andàbamos cogiendo tiernas flores
Que habia de ver con largo apartamiento
Venir el triste y solitario dia
Que diese amargo fin á mis amores?
El cielo en mis dolores
Cargó la mano tanto
Que á sempiterno llanto
Y á triste soledad me ha condenado;
Y lo que siento mas es verme atado
A la pesada vida y enojosa,
Solo, desamparado,
Ciego, sin lumbre en cárcel tenebrosa, etc.

3.º **Don Diego Hurtado de Mendoza**. Es nuestro tercer clásico. Son obras suyas el *Lazarillo del Tormes* que ha sido traducido en todas las lenguas y leido en toda la Europa culta, la historia de las *guerras de Granada*, y muy buenos versos, en que siguió las huellas de de Horacio, principalmente en sus epístolas. Al pintar á Boscan en una de ellàs los encantos de la felicidad doméstica, se expresa asi:

Tú la verás, Boscan, y yo la veo,
Que los que amamos vemos, mas temprano
Héla en cabello negro y blanco arreo, etc.

4.º **Don Luis Ponce de Leon**. Nació en Granada en 1527 y murió en 1591. La armonía y dulzura de sus versos, la correccion y pureza de su lenguaje, y su sensibilidad y elegancia en expresar los íntimos sentimientos del corazon, le constituyen uno de los mejores poetas de la época. Aunque siguió las huellas de Horacio en la forma del lenguaje, no asi en el asunto de sus versos, imitando con felicidad y maestría en muchos de ellos, algunos pasajes bellísimos de los libros sagrados, y hallando en nuestro idioma voces propias para llevar á cabo tan árdua empresa:

Alaba, oh alma, á Dios: señor, tu alteza
¿Qué lengua hay que la cuente?
Vestido estás de gloria y de grandeza
Y luz resplandeciente.
Encima de los cielos desplegados
Al agua diste asiento;
Las nubes son tu carro; tus alados
Caballos son el viento.
Son fuego abrasador tus mensajeros,
Y trueno y torbellino:
Las tierras sobre asientos duraderos
Mantienes de contino.
Los mares las cubrian de primero
Por cima los collados;
Mas visto de tu voz el trueno fiero
Huyeron espantados;
Y luego los subidos montes crecen;
Humíllanse los valles.... etc.

5.° **Don Francisco de la Torre.** Ilustró también por entonces nuestro Parnaso. Sus versos son todos pastoriles, como los de su Egloga á Tirsi:

Al tiempo que la dulce Primavera
A su primer estado reducia
El campo de belleza despojado
Coronando de flores la ribera
Que el inclemente yerto invierno habia
Con sus hielos y nieves abrasado,
Bordando el verde prado
Con los vivos colores
De azules blancas flores... etc.

6.° **Jorje de Montemayor.** Pertenece tambien á nuestros clásicos y es autor de la *Diana*, romance pastoril, y de varias poesías amatorias, dedicadas casi todas á su querida, que canta bajo el nombre de *Marfida*.

7.° **Don Fernando de Herrera.** Floreció á mediados del siglo XVI, y es natural de Sevilla. Lleno de *Homero, Virgilio y Horacio* levantó el lenguaje poético al mas alto grado. Horacio, dice Quintana, hubiera adoptado su cancion á *don Juan de Austria*. El *Himno á la batalla de Lepanto* respira en todas partes un fogoso entusiasmo; y la cancion elegiaca al *Rey don Sebastian*, está llena de la melancolía y agitacion que debia inspirar aquella catástrofe miserable. *Lope de Vega* citaba siempre con entusiasmo los siguientes versos, sacados de su cancion á *San Fernando*, que no es de las mejores:

Cubrió el sagrado Bétis de florida
Púrpura y blandas esmeraldas llena
Y tiernas perlas la ribera undosa;
Y al cielo alzó la barba, revestida
De verde musgo, y removió en la arena
El movible cristal de la sombrosa
Gruta, y la faz honrosa
De juncos, cañas y coral ornada:
Tendió los cuernos húmidos, creciendo
La abundosa corriente dilatada,
Su imperio en el Océano extendiendo.

8.° **Francisco de Figueroa.** En su egloga á Tirsi dió el primer ejemplo de buenos versos sueltos castellanos.

9.° **El Jesuita Juan de Mariana.** Nació por los años de 1530; es el príncipe de los historiadores españoles. Compuso la historia de nuestra patria, primero en latin y luego en español.

3. Pertenecen á esta época, aunque en órden muy inferior, los literatos siguientes:

Hernando de Acuña.	Poetas.
Gutierrez de Cetina.	
Don Luis de Haro.	
Gil Polo.	

Don Juan de la Cueba. Fué el primer corruptor de la comedia.

Luis Bartolomé de Soto. Es autor del poema titulado las *Lágrimas de Angélica*.

Pablo de Céspedes. Fué pintor, escultor y poeta. Sus bellas octavas sobre la pintura respiran el estilo vigoroso de Virgilio.

Vicente Espinel. Inventor de la *quinta* en la guitarra, y de la *décima* en la versificacion que de su nombre fué llamada *espinela*.

NOTA. Los poetas mencionados desde *Juan de la Cueva* pertenecen al último tercio del siglo XVI. Durante este siglo florecieron tambien, aunque en la prosa, los escritores siguientes:

Don Luis de Avila y Zúñiga. Es autor del comentario de la *guerra de Alemania*.

Gerónimo Zurita. Àutor de los *Anales de la corona de Aragon*.

Pedro Mejía. Autor de la *Crónica imperial*.

Santa Teresa. Es autora de sus *moradas* y *cartas*.

Ambrosio de Morales. Escribió la crónica general de España.

Antonio Perez. Escribió algunas cartas familiares.

§. VI. *Cuarta época.*

1. Qué hay de notable en la literatura de esta época?—2. Cuáles son los principales literatos mantenedores del buen gusto en ella?—3. Cuáles los que pertenecen en la misma al gusto *culto* ó *gongorismo*?

1. Esta época presenta dos literaturas diversas, ó sea dos clases de literatos: los unos, como *Cervantes* y *Rioja*, mantenedores del buen gusto; los otros, cuyo jefe fué *Góngora*, promovedores del depravado gusto *culto* ó *gongorismo* del nombre de su inventor: este, dotado de excelentes prendas, abusó lastimosamente de ellas creando un lenguaje extravagante é ininteligible: sus secuaces, menos ilustrados que él, hicieron su escuela mas perjudicial é insensata; sin embargo, el amor á las novedades arrastró á algunos buenos ingenios á afiliarse en ella con harto descrédito suyo y de sus obras, algunas de las cuales perdieron en gran manera. La prodigiosa vena de Lope de Vega, puede decirse formó tambien en esta época nuestro teatro, que hasta entonces solo estaba en mantillas.

2. Los principales literatos que mantuvieron en esta época el buen gusto de la anterior, fueron:

1.º **Miguel de Cervantes Saavedra.** Este raro ingenio, el mayor quizá que ha tenido la Europa moderna, nació oscuro y miserable en Alcalá de Henares en 1549. Publicó en 1605 la primera parte de su inmortal *Don Quijote*; en 1613 sus doce novelas, en 1614 su *viaje al Parnaso*, y en 1615 ocho comedias y la segunda parte del *Quijote*. Despues de su muerte, en 1617, dió á luz pública su viuda, *los trabajos de Persilis* y *Segismunda*. Su Quijote se tradujo en todos los idiomas, y aun hoy se están haciendo ediciones suyas, asi en España como en el extranjero, y eso despues de haberse repetido con tanta frecuencia por el espacio de mas de dos siglos. *Cervantes*, honor de España y de su siglo, tiene ya un lugar imperecedero en el templo de la inmortalidad.

2. **Don Francisco de Rioja.** Es natural de Sevilla. Murió en 1659. Segun opinion de los críticos hubiera fijado los verdaderos límites entre la lengua prosáica y la poética, si hubiese escrito mas ó se hubieran conservado sus composiciones; ¡cuánta sublimidad, cuánta magestad y poesía no se encuentra en su cancion á las *Ruinas de Itálica*!

Estos, Fabio, ¡ay dolor! que vés ahora
Campos de soledad, mústio collado,
Fueron un tiempo Itálica famosa.
Aquí de Cipion la vencedora
Colonia fué: por tierra derribado
Yace el temido honor de la espantosa
Muralla y lastimosa
Reliquia es solamente:
De su invencible gente
Solo quedan memorias funerales,
Donde herraron ya sombras de alto ejemplo.
Este llano fué plaza, allí fué templo;
De todo apenas quedan las señales.
Del gimnasio y las thermas regaladas
Leves vuelan cenizas desdichadas.
Las torres que desprecio al aire fueron
A su gran pesadumbre se rindieron.

3. **Don Alonso de Ercilla.** Es autor del poema épico la *Araucana*, que parece mas bien una historia en verso que un poema.

4. **Don Bernardo de Balbuena.** La musa épica le es deudora de dos poemas, el *Siglo de Oro* y el *Bernardo*. Este último poema le compara felizmente Quintana al Nuevo Mundo, por lo inmenso y dilatado, feraz ó inculto á la par. Su lenguaje es sin embargo tan correcto y puro como el de Garcilaso.

5. **Don Luis de Jáuregui.** Célebre por su traduccion de la *Aminta*. Pertenece á las dos escuelas del buen gusto y de los cultos, á cuyas extravagancias se dejó arrastrar en la traduccion de la *Farsalia* y del *Orfeo*.

6. **Don Feliz Lope de la Vega Carpio.** Nació en Madrid en 1562; es llamado el *Fénix español*. Pureza, claridad, elegancia, invencion, fantasía de imaginacion, grande y rica memoria, con una feliz disposicion para versificar, fueron los dotes que poseyó y de que abusó lastimosamente, llamando empero sobre sí una atencion univer-

sal. Produjo *ciento ochenta* comedias, y *cuatrocientos* autos sacramentales. Se ha calculado haber escrito mas de 21.300,000 versos en 133.224 pliegos de papel.

7. **Bartolomé y Lupercio de Argensola.** Fueron contemporáneos de Cervantes y recomendables por la pureza con que emplearon la lengua castellana.

3. Los principales literatos de la escuela culta son:

1.º **Don Luis de Góngora.** Jefe y fundador de dicha escuela. Es natural de Córdova, y á pesar de su mal gusto, fué un poeta original, brillante y ameno. Sus romances son inimitables, y aun en sus demas composiciones se encuentran periodos felices, como por ejemplo el que sigue:

Raya dorado el Sol, orna y colora
Del alto monte la lozana cumbre,
Sigue con apacible mansedumbre
El rojo paso de la blanca aurora.

3.º **Don Francisco de Quevedo y Villegas.** Aunque se dejó arrastrar algun tanto de la escuela culta, es hombre de otro mérito y reputacion. Nació en Madrid en 1580, y es el mas universal de los literatos españoles. Sismondi le compára á *Voltaire*. Sus obras componen aun hoy *ocho* volúmenes de prosa y tres de verso. Muchos y bellos pueden citarse suyos, si bien aislados y esparcidos acá y allá en sus obras; tal por ejemplo:

De amenazas del ponto rodeado
Y de enojos del viento sacudido,
Tu pompa es la borrasca, y su gemido,
Mas aplauso te dá que no cuidado,
Reinas, con magestad escollo osado,
En las iras del mar...

3.º **Don Francisco Manuel Melo.** Portugués amigo de Quevedo, á quien imitó mas bien que á Góngora como algunos quieren. Fué poeta, historiador y moralista. La historia de las *alteraciones de Cataluña* es la mejor produccion suya.

§. VII. *Quinta época, ó del romanticismo español.*

1. Qué tiene de notable esta época de nuestra poesia?—2. Cuáles fueron sus principales escritores?

1. Esta época es la de la gloria de nuestro teatro; nuestro teatro

estaba personificado en un hombre; este hombre era Calderon. Con este grande ingenio murió por entonces la literatura española: pues durante el periodo de mas de medio siglo, apenas se conocen otros escritos que alguna comedia de D. *Juan de Cañizares*. Llamamos á esta época la del *romanticismo*, porque Calderon, el mas aventajado escritor de ella, el rey de nuestro teatro, fué por excelencia romántico. Asi le califican los críticos alemanes, y asi le calificará quien lea sus producciones.

2. Los principales literatos de esta época son:

1.º **Don Esteban Manuel de Villegas.** Nació en Madrid en 1595, y en rigor pertenece á esta época y á la anterior. Tradujo muchos versos de Anacreon y odas de Horacio. Es bellísima aquella cancion suya de

Yo ví sobre un tomillo
Quejarse un pajarillo
Viendo su nido amado
De qnien era caudillo
De un labrador robado, etc.

2.º **Don Antonio de Solís.** Nació en 1610 y compuso la *historia de la conquista de Méjico*, que será siempre leida con gusto, ademas de otras dotes, por la pureza de su lenguaje.

3.º **Don Pedro Calderon de la Barca.** Nació en 1600. Célebre dentro y fuera de la Península por su génio poético, rico de imaginacion y originalidad, levantó en su época el teatro español á una altura superior á la de todas las demas naciones civilizadas de Europa; sus intrigas, aventuras, brillantísimas descripciones, y fácil y armoniosa poesía, imitan aun hoy sin rubor los mejores ingenios nacionales y extranjeros. Los críticos alemanes le consideran superior á cuantos autores dramáticos escribieron en las lenguas modernas. Calderon escribió entre tragedias y comedias unas 120 piezas, mas de cien autos sacramentales, igual número de sainetes, y otras muchas composiciones no dramáticas.

4.º **Don Agustin Moreto.** Autor cómico que floreció á la par de Calderon. Moliere *sacó su escuela de los maridos*, de la pieza de Moreto: «*No puede ser el guardar una mujer.*»

5. **Don Fernando Zárate.** Escribió tambien para el teatro á mediados del siglo XVII.

6.º **Don Francisco de Rojas.** Floreció por el propio tiempo.

7.º **Don Juan de Cañizares.** Escribió algunas comedias en el resto del siglo XVII.

§. VIII. *Sesta época, ó del clasicismo francés.*

1. Qué hay de notable en esta época?—2. Cuáles son los principales literatos de ella?

1. En el siglo anterior muriera nuestra literatura. Las musas, las bellas letras abandonáran nuestro suelo; ni el recuerdo de sus glorias, ni la galantería árabe, ni la caballerosidad española, pudieran detenerlas; el despotismo y la inquisicion, como dijimos en un opúsculo que hemos compuesto para una obra de un amigo (1), habian del todo apagado nuestro genio, nuestra poesía y nuestra gloria. Sin embargo, en 1700 pasó el trono de España á la casa de Borbon, y este cambio de dinastía hizo sentir en nuestra patria el influjo del siglo de Luis XIV. Por otra parte, la guerra de sucesion, despertando el entusiasmo, conmovió los ánimos, y el genio español renació, como el fénix, de sus cenizas. Empero, ¿qué carácter vá á presentar la literatura de esta época? ¿Será el de la rica y galana de los árabes? ¿Será el de la de Calderon? ¿Será el de la de nuestros clásicos? Clásico vá á ser en efecto el carácter de nuestra literatura, pero nuestros autores no imitarán ya á Petrarca ni Virgilio; otros hombres se van á proponer por modelos: *Boileau, Racine, Voltaire,* van á sustituir á aquellos; esta época vá á ser pues, la de la literatura clásica francesa. En efecto, vestíamos, comíamos á la francesa, teníamos una corte montada á la francesa, nos mandaba un rey francés: ¿qué otra literatura pudiéramos pues tener que la francesa? Sin embargo, Felipe V fundó durante esta época la Academia de la historia y de la lengua, que publicó nuestro diccionario, y las producciones de Melendez, Moratin y Jovellanos, harán siempre honor á su patria y á su época.

2. Los principales literatos de ella, son:

1.° **Don Ignacio de Luzan.** Fué miembro de la Academia de la lengua, de la historia y de la pintura. Hizo los mayores esfuerzos por conseguir la adopcion del clasicismo francés. Publicó en Zaragoza una poética en 1737. Los versos de Luzan tienen un tono grave y noble, propios del gusto á que se aficionára.

> Solo la virtud bella,
> Hija de aquel gran padre cuya mente
> De todo bien la perfeccion encierra,
> Constante dura sin mudarse alguna, etc.

---

(1) *Reseña histórica de la lengua y literatura castellanas,* que hemos redactado á solicitud de Don Mariano de Rementeria, para la última edicion de las Conferencias Gramaticales de su difunto padre.

2.º **Don Agustin Montiano**. Siguió las huellas de Luzan, y escribió para el teatro al gusto francés, á mediados del siglo XVIII.

3.º **El Padre Isla**. Es su mejor obra *Fr. Gerundio de Campazas*, que compuso para ridiculizar la elocuencia del púlpito.

4.º **Don Nicolás de Moratin**. Nació en 1737. Es el primer poeta de la época, y digno mantenedor de los principios de Luzan. La comedia de la *Petimetra* fué su primer ensayo. Publicó luego las tragedias de *Lucrecia*, *Hormesinda* y *Guzman*. Su canto épico á las *Naves de Cortés*, comienza asi:

Canto el valor del capitan hispano
Que echó á fondo la armada y galeones,
Poniendo en trance sin ausilio humano
De vencer ó morir á sus legiones.... etc.

5.º **Don José Cadalso**. Nació en Cádiz en 1741. En sus obras se vé demasiado estampado el sello de la imitacion extranjera, particularmente en sus *Noches lúgubres*, pobre remedo de las de *Young*. Son tambien obras suyas, y no dejan de adolecer del mismo defecto sus *Eruditos á la violeta*, sus *Cartas Marruecas*; y finalmente, hasta su *Sancho García*.

6.º **Don Vicente García de la Huerta**. Alzó el estandarte de guerra contra la literatura de la época, esto es, contra el gusto francés. Pero el viento soplaba entonces de los Pirineos, y Huerta sucumbió en la lucha. Sobrevívele, empero, su *Raquel*, la mejor tragedia de toda aquella época.

7.º **Don Tomás de Iriarte**. Compuso varias obras en prosa y verso, y sus fábulas al gusto de La *Fontaine*.

8.º **Don Felix María Samaniego**. Nació en la Rioja en 1745. Imitó á Iriarte en sus fábulas morales.

9.º **Don Juan Melendez Valdés**. Nació en Extremadura en 1754. Es el poeta lírico español por excelencia; tan dulce y gracioso como el *Gessner*, en alguno de sus idilios, es al único á quien conceden su estimacion los críticos alemanes. ¡Con qué gracia celebra la vida del campo en los siguientes versos!

Mire yo de una fuente
Las menudas arenas
Entre el puro cristal andar bullendo,
O en la mansa corriente
De las aguas serenas
Los sauces retratarse, entre ellas viendo

Los ganados paciendo:
Mire en el verde soto
Las tiernas avecillas
Volar en mil cuadrillas;
Y gocen del tropel y el alboroto
Otros de las ciudades,
Cercados de sus daños y maldades.
¿Dónde las dulces horas,
De júbilo y paz llenas,
Mas lentas corren y con mas reposo?
¿Quién rayar las auroras,
Como el zagal serenas
Vé, ni del sol el trasponer hermoso?
¡Cuidado venturoso!
¡Mil veces descansada
Pajiza choza mia!
Ni yo la dejaria
Si toda una ciudad me fuera dada;
Pues solo en tí poseo
Cuanto alcanzan los ojos y el deseo.

10. **Don Gaspar Melchor de Jovellanos.** Nació en 1744. El *Delincuente honrado*, el *Pelayo*, la traduccion del libro primero del *Paraiso perdido de Milton* y sus ocios juveniles son sus composines poéticas. La ley *agraria* y sus *investigaciones históricas* le hacen estimable en la prosa. Tambien son reconocidas como de Jovellanos sus sátiras publicadas en el Diario de Madrid. Véase una pequeña muestra de ellas:

Y es esto un noble, Arnesto! Aquí se cifran
Sus timbres y blasones!.... ¿De qué sirven
La clase ilustre, con alta descendencia
Sin la virtud? Los nombres venerandos
De Laras, Tellos, Haros y Girones
¿Qué se hicieron? ¿Qué genio ha deslucido
La fama de sus triunfos? ¿Son sus nietos
A quienes fia su defensa el trono?
¿Es esta la nobleza de Castilla?
¿Es este el brazo un dia tan temido,
En que libraba el castellano pueblo
Su libertad? ¡Oh vilipendio! ¡Oh siglo!

11. **Don José Iglesias.** Es célebre por sus epígramas y letri-

llas satíricas, y natural de Salamanca, donde nació en 1753. He aquí uno de sus epígramas.

La vision.

Por cierto barrio pasaba
Noche estiva; y á una reja
Miré acaso y ví á una vieja
Que las pulgas se miraba:
Juzguéla infernal dragon
Dí un grito y le hice la cruz;
Y apagando ella la luz,
Despareció la vision.

12. **Don Francisco Forner.** Natural de Mérida, es uno de los mas apreciables literatos de la época.

13. **Don Nicolás Alvarez de Cienfugos.** Nació en Madrid en 1764. El genio fogoso, y robusto estilo de este escritor, aparece en la *Condesa de Castilla*, el *Idomeneo*, y sus poesías líricas del Otoño y la Primavera.

¡Oh muerte, muerte!
¡Oh sepulcro feliz! afortunados
Mil y mil veces los que allí en reposo
Terminaron los males! ¡Ay! al menos
Sus ojos no verán la escena horrible
De la santa virtud atada al triunfo
De la maldad al victorioso carro.
. . . .
No olerán los sacrílegos inciensos
Que del poder en las sangrientas aras
La adulacion escandolosa quema.

14. **Don Leandro Fernandez Moratin.** Nació tambien en Madrid en 1760. Imitó á *Moliere*, y no lejos de su tumba reposan sus cenizas. El *Viejo y la Niña*, el *Café*, el *Baron*, la *Mogigata* y el *Si de las niñas*, son sus mas celebradas comedias. Desde las márgenes del Garona se despide asi de su patria.

. . . . . Ya la tumba aguarda
Y sus mármoles abre á recibirme,
Ya los voy á ocupar... Si no es extremo
El rigor de los hados y reservan
A mi patria infeliz mayor ventura,
Dénsela presto y mi postrer suspiro

Será por ella... Prevenid en tanto
Fléviles tonos, enlazad coronas
De ciprés funeral, musas celestes;
Y donde á las del mar sus aguas mezcla
El Garona opulento, en silencioso
Bosque de lauros y menudos mirtos
Ocultad entre flores mis cenizas.

CAPITULO VI.

ARITMÉTICA.

PRIMERA PARTE.—ELEMENTOS DE CÁLCULO.

PRIMERA SECCION.—NUMEROS ENTEROS.

§. I. *Nociones preliminares.*

1. Qué es cantidad?—2. A qué se llama unidad?—3. Qué son números enteros?—4. Qué son números abstractos?—5. Qué son números concretos?—6. Qué se entiende por cálculo?—7. Qué es aritmética?—8. En qué se diferencia la aritmética del cálculo?

1. Llámase *cantidad* todo aquello que es susceptible de aumento ó disminucion.

2. *Unidad* es una cantidad convencional, adoptada por término de comparacion entre cantidades homogéneas (de la misma especie).

3. Un *número entero* es la reunion de varias cantidades homogéneas. Asi *veinte varas*, *cuarenta varas*, son números enteros: la *vara* es la unidad que sirve de término de comparacion entre estos dos números.

4. *Números abstractos* son los que no designan la especie de unidades que representan, como *dos, tres, cuatro,* etc.

5. *Números concretos* son los que designan la especie de unidades que representan, como *dos hombres*, *tres caballos*, *cuatro árboles*.

6. El *cálculo* es la reunion de los procedimientos empleados para aumentar, disminuir ó combinar los números entre sí.

7. La *aritmética* es la ciencia de los números y del cálculo.

8. La aritmética es una ciencia, una teoría; el cálculo, una práctica: este se limita á practicar las operaciones: aquella dá la razon de ellas, las demuestra y las prueba.

§. II. *De la numeracion.*

1. Cuál es el objeto de la numeracion, y cómo se divide esta?

Numeracion hablada.—2. Cómo se forman los números?—3. Cuáles son los nueve números primeros?—4. Cómo se llama el número que sigue al nueve?—5. Cómo se cuenta por decenas?—6. Cuáles son los nombres de los nueve números primeros de decenas?—7. Cómo se llaman los números comprendidos entre las decenas?—8. Hasta qué número se puede contar por medio de las decenas y de las unidades?—9. Cuál es el nombre del número que sigue al noventa?—10. Cómo se cuenta por centenas?—11. Cómo se llaman los números comprendidos entre las centenas?—12. Hasta qué número se puede contar por medio de las centenas, decenas y unidades?—13. Cuál es el nombre del número que sigue al nuevecientos noventa y nueve?—14. Cómo se cuenta por miles?—15. Hasta qué número puede contarse por medio de los miles, centenas, decenas y unidades?—16. Cuál es el número que sigue al nueve mil nuevecientos noventa y nueve?—17. Cómo se cuenta por millones?—18. que es un billon?—19. Qué es un trillon, cuadrillon, etc.?—20. Hasta qué número de unidades se cuenta generalmente?—21. Cuántos órdenes y clases de unidades hay dentro de estos límites? Hacer en resúmen el cuadro de la numeracion hablada.—22. Cuál es el principio fundamental, la base y el nombre de esta numeracion?

Numeracion escrita. 23. Cómo se representan las unidades del primer órden?—24. Cómo se representan las unidades de todos los demas órdenes por medio de los mismos caractéres?—25. Cuántos valores tienen las cifras? qué se entiende por valor absoluto y valor relativo?—26. Por qué se reemplazan los órdenes ó clases de unidades que faltan en un número escrito?—27. Qué alteracion experimenta un número cuando se añaden ó suprimen á su derecha uno ó varios ceros?—28. Cuál es la regla para leer un número escrito en cifras?—29. Cuál es la regla para escribir con cifras ó guarismos un número dictado en lenguaje ordinario?—30. Cuántas son las operaciones fundamentales de la aritmética?

1. La *numeracion* tiene por objeto formar los números, enunciarlos y representarlos con una porcion limitada de palabras, y de *caractéres* ó *cifras*. De aquí dos especies de numeracion, la *hablada* y la *escrita*.

Numeracion hablada.

2. Para formar los números se parte de la *unidad* ó de *uno*, se añade la unidad á uno y se obtiene el número llamado *dos*; se añade la unidad á dos, y se obtiene el número llamado *tres;* y se continúa asi, añadiendo siempre la unidad al número obtenido.

3. Los nueve números primeros son: *uno*, *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho*, *nueve*.

4. El número que sigue al nueve, se llama *diez*. De este número se hace una nueva especie de unidad llamada *decena*.

5. Se cuenta por docenas como por unidades simples, desde una hasta nueve.

6. Una decena se llama *diez*, dos decenas *veinte*, tres decenas *treinta*, cuatro decenas *cuarenta*, cinco decenas *cincuenta*, seis decenas

sesenta, siete decenas *setenta*, ocho decenas *ochenta*, nueve decenas *noventa*.

7. Los números comprendidos entre las decenas, se nombran añadiendo á *diez*, veinte, *treinta*, etc., los nombres de los nueve números primeros, v. g. *veinte y uno*, *veinte y cinco*, *ochenta y uno*, *ochenta y cinco*, etc. Se exceptúan los cinco números que siguen inmediatamente á la primera decena, reemplazando.

Diez y uno por *once*.	Diez y dos por *doce*.	Diez y tres por *trece*.	Diez y cuatro por *catorce*.	Diez y cinco por *quince*.

8. Por medio, pues, de las decenas y de las unidades, se puede contar hasta *noventa y nueve*.

9. El número que sigue á noventa y nueve se llama *ciento*. Se hace del número *ciento* una nueva especie de unidad, llamada *centena*, que vale *diez decenas*, asi como la *decena* vale *diez unidades*.

10. Se cuenta por centenas como por decenas y unidades, desde una hasta nueve. Asi se dice:

Una centena, ó ciento; dos centenas, ó doscientos; tres centenas, ó trescientos; cuatro centenas, ó cuatrocientos; cinco centenas, ó quinientos; seis centenas, ó seiscientos; siete centenas, ó setecientos; ocho centenas, ó ochocientos; nueve centenas, ó nuevecientos.

11. Los números comprendidos entre las centenas, se enuncian añadiendo á *ciento*, *doscientos*, *nuevecientos*, etc., el nombre de los *noventa y nueve* primeros números. Asi se dirá:

Ciento uno... ciento once... doscientos doce..... trescientos trece..... nuevecientos noventa y seis, etc.

12. Por medio de las *centenas*, de las *decenas* y de las *unidades*, se cuenta hasta *nuevecientos noventa y nueve*.

13. El número que sigue á nuevecientos noventa y nueve se llama *mil*. Se hace de este número una nueva especie de unidades que se llaman *millares*, y valen *diez centenas*, asi como estas valen *diez decenas*, y la decena *diez unidades* simples.

14. Se cuenta por *unidades*, *decenas y centenas de millar*, como se ha contado por *unidades*, *decenas y centenas de unidades simples*. Asi se dice:

Un mil, dos mil..... diez mil, treinta mil..... noventa mil..... cien mil, nuevecientos noventa y nueve mil, etc.

15. Por medio de los *millares* ó *miles*, de las *centenas*, de las *decenas* y de las *unidades*, se cuenta hasta *nuevecientos noventa y nueve mil nuevecientos noventa y nueve*.

16. El número que sigue á nuevecientos noventa y nueve mil nuevecientos noventa y nueve se llama *millon*. Se hace de este una nueva especie de unidad que vale diez centenas de millar, asi como el millar vale diez centenas, la centena diez decenas, y la decena diez unidades simples.

17. Se cuenta por unidades, decenas y centenas de millon, y unidades, decenas y centenas de millar de millon, como se ha contado por unidades, decenas, centenas de millar. Asi se dice:

Un millon.... diez millones..... nuevecientos noventa y nueve millones... nuevecientos noventa y nueve mil nuevecientos noventa y nueve millones.

18. Un billon es un millon de millones.

19. Un trillon es un millon de billones; un cuadrillon es un millon de trillones; y asi de los demas.

20. Suele contarse generalmente hasta las centenas de millar de millon, porque estos números son bastante elevados para las necesidades humanas.

21. En este límite hay 12 órdenes y 4 clases de unidades.

La unidad primitiva recibió el nombre de *unidad simple* ó de *primer* órden; las decenas simples son del segundo *órden*; las centenas simples son del tercer *órden*; y esta es la primera *clase*.

Las unidades de millar pertenecen al cuarto *órden*; las decenas de millar al quinto *órden*; las centenas de millar al sesto *órden*; y estos constituyen la segunda *clase;* y asi de los demas hasta la cuarta. He aquí su cuadro.

Unidades.		1.er *órden.*		
Decenas..	*Simples....*	2.o »	1.a *clase.*	1.a *separacion.* , (1).
Centenas.		3.o »		
Unidades.		4.o *órden.*		
Decenas..	*De millar..*	5.o »	2.a *clase.*	2.a *separacion.* 1
Centenas.		6.o »		
Unidades.		7.o *órden.*		
Decenas..	*De millon..*	8.o »	3.a *clase.*	3.a *separacion.* ,
Centenas.		9.o »		
Unidades.	*De millar de*	10. *órden.*		
Decenas..	*millon...*	11. »	4.a *clase.*	4.a *separacion.* 2
Centenas.		12. »		

22. El principio fundamental de esta numeracion es, *que diez unidades de un órden cualquiera, forman una unidad del órden superior* inmediato.

La base de este sistema es *diez*, y su nombre *sistema decimal*.

---

(1) Estos signos pertenecen á la numeracion escrita.

Numeracion escrita.

23. Se representan las unidades del primer órden por los *caractéres* ó *cifras* siguientes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
uno	dos	tres	cuatro	cinco	seis	siete	ocho	nueve.

24. Para representar por medio de los mismos caractéres las unidades de los demas órdenes, se ha convenido, que de la *primera cifra en general la derecha represente unidades simples, y en todo número que toda cifra colocada á la izquierda de otra represente unidades diez veces mayores que ella.*

Segun esta convencion, el número *nueve mil quinientos sesenta y siete, se escribe* 9567.

25. De aquí resulta que las *cifras ó guarismos* tienen dos valores; el uno *absoluto*, dependiente de su forma, y por consiguiente fijo; el otro *relativo*, dependiente de su lugar, y por consecuencia variable.

Asi en el número 9567, el valor absoluto de la cifra 9 es *nueve*, y su valor relativo *nueve mil.*

26. Cuando el número que ha de escribirse no contiene unidades de todos los órdenes, se recurre á la cifra ausiliar 0, llamada cero, que no teniendo valor alguno por sí mismo, sirve únicamente para conservar á las cifras significativas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, el lugar correspondiente al órden de sus unidades. Asi:

El número *nueve millones nueve unidades*, que no tiene ni *centenas*, ni *decenas*, ni *unidades* de *millar*, ni *centenas decenas simples*, se escribirá 9,000,009.

27. Segun la convencion fundamental de la numeracion escrita, resulta que, *añadiendo* á la derecha de un número *uno, dos, tres... ceros,* se le hace *diez, cien, mil veces* mayor... y que recíprocamente, se le hace *diez, cien, mil veces...* menor, si se *suprime* á la derecha del número, *uno, dos, tres...* ceros. Asi:

Añadiendo tres ceros á la derecha de 248, se hace este número mil veces mayor, porque en su resultado 248000, cada una de sus cifras 2, 4, 8, expresan unidades mil veces mayores que antes.

28. Para leer un número escrito en cifras: 1.° Se le divide en porciones de tres cifras partiendo de la derecha (1), que se señalan con el

(1) La última porcion podrá no contener las tres, sino dos y hasta una.

signo correspondiente. 2.° Se enuncia, comenzando por la izquierda, cada porcion como si fuese sola, teniendo cuidado de darle el nombre de la clase á que corresponda. Asi el número:

9 009,907 503,642 se lee: nueve billones nueve mil nuevecientos siete
2 1

millones quinientos tres mil seiscientos cuarenta y dos.

29. Para escribir un número dictado en lenguaje ordinario ó comun, se colocan sucesivamente al lado las unas de las otras, comenzando por la izquierda, las cifras que expresen cuantas centenas, decenas y unidades de cada clase contiene el número, reemplazando por ceros las unidades, decenas ó centenas que falten en cada clase. Sea el número que se ha de escribir.

Diez y nueve mil, trescientos cuatro millones, nueve.

La clase de unidades superiores es la de los *millares de millon*, que solo contiene aquí dos órdenes de unidades representadas por 19: la de los *millones* careciendo, como carece, de decenas, se escribirá 304: la de los *miles*, careciendo de centenas, decenas y unidades, se escribirá 000: finalmente, la de las *unidades simples*, careciendo de centenas y decenas, se escribirá 009: y todas ellas reunidas por su órden dan por resultado 19,304 000,009.
1

30. La aritmética contiene cuatro operaciones fundamentales, que se llaman *adicion ó suma*, *sustraccion ó resta*, *multiplicacion y division*.

§. III. *Adicion ó suma.*

1. Qué es adicion ó suma?—2. Qué es necesario saber para sumar los números compuestos de una sola cifra?—3. Cómo se forma una tabla de sumar?—4. Cuál es el signo de la *suma* y el de igualdad?—5. Qué regla debe seguirse para sumar los números compuestos de varias cifras?—6. Póngase un ejemplo motivando cada operacion.—7. Por qué se empieza á sumar por la derecha, y qué inconveniente habria de empezar por la izquierda?—8. A qué llamamos prueba de una operacion?—9. Cómo se hace la prueba de la suma?

1. La *adicion ó suma* es una operacion que tiene por objeto reunir varios números llamados *sumandos* en uno solo, que se denomina *suma ó total*.

2. Para poder sumar los números compuestos de una sola cifra, es preciso saber de memoria las *sumas* que dán las nueve cifras unidas dos á dos, lo que se aprende en la *tabla* llamada de *sumar*.

3. Para formar la *tabla* de *sumar*, se escriben en una línea orizontal las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, y se obtienen las demas líneas añadiendo una unidad á los números de la línea inmediatamente superior;

pero es mas sencillo indicar las sumas de las nueve cifras significativas unidas dos á dos como sigue:

Números para sumar.	*Sumas.*	*Números para sumar.*	*Sumas.*
1 y 1. . . . . *son*	2.	4 y 4. . . . . *son*	8.
1 y 2 ó 2 y 1.	3.	4 y 5 ó 5 y 4.	9.
1 y 3 ó 3 y 1.	4.	4 y 6 ó 6 y 4.	10.
1 y 4 ó 4 y 1.	5.	4 y 7 ó 7 y 4.	11.
1 y 5 ó 5 y 1.	6.	4 y 8 ó 8 y 4.	12.
1 y 6 ó 6 y 1.	7.	4 y 9 ó 9 y 4.	13.
1 y 7 ó 7 y 1.	8.		
1 y 8 ó 8 y 1.	9.	5 y 5. . . . . *son*	10.
1 y 9 ó 9 y 1.	10.	5 y 6 ó 6 y 5.	11.
		5 y 7 ó 7 y 5.	12.
2 y 2. . . . . *son*	4.	5 y 8 ó 8 y 5.	13.
2 y 3 ó 3 y 2.	5.	5 y 9 ó 9 y 5.	14.
2 y 4 ó 4 y 2.	6.		
2 y 5 ó 5 y 2.	7.	6 y 6. . . . . *son*	12.
2 y 6 ó 6 y 2.	8.	6 y 7 ó 7 y 6.	13.
2 y 7 ó 7 y 2.	9.	6 y 8 ó 8 y 6.	14.
2 y 8 ó 8 y 2.	10.	6 y 9 ó 9 y 6.	15.
2 y 9 ó 9 y 2.	11.		
		7 y 7. . . . . *son*	14.
3 y 3. . . . . *son*	6.	7 y 8 ó 8 y 7.	15.
3 y 4 ó 4 y 3.	7.	7 y 9 ó 9 y 7.	16.
3 y 5 ó 5 y 3.	8.		
3 y 6 ó 6 y 3.	9.	8 y 8. . . . . *son*	16.
3 y 7 ó 7 y 3.	10.	8 y 9 ó 9 y 8.	17.
3 y 8 ó 8 y 3.	11.		
3 y 9 ó 9 y 3.	12.	9 y 9. . . . . *son*	18.

4. El signo de la adicion es + que se lee *mas*; el de igualdad es = que significa *igual*. Asi en lugar de:

8 y 9 ó 9 y 8 son 17.

Se puede escribir de una manera abreviada.

$$8 + 9 = 17 \text{ ó } 9 + 8 = 17.$$

5. Para sumar los números compuestos de varias cifras:

1.° Se escriben las unas debajo de las otras, de manera que las unidades de un mismo órden se encuentren en la misma columna vertical.

2.° Se coloca en seguida una raya debajo de estos números para separarlos del resultado que debe ponerse debajo.

3.° Se suman las cifras de la primera columna de la derecha, y si la suma no pasa de 9, se escribe debajo de la raya y en la misma columna.

Si la suma pasa de 9, solo se escriben sus unidades, y se reservan las decenas para unirlas á la columna de las decenas.

4.° Se opera de una manera análoga con las columnas siguientes hasta la última, debajo de la cual se pone la suma tal cual se haya obtenido.

6. Sean para sumar los cuatro números siguientes: 8479, 58, 793 y 1540. Se dispone el cálculo cual sigue, y se dice:

8479 **1.ª Col.** 9 y 8 son 17 y 3 son 20: coloco un 0 en la columna de
58 las unidades y llevo 2 decenas.
793 **2.ª Col.** 2 que llevo y 7 son 9 y 5 son 14 y 9 son 23 y 4 son 27:
1540 coloco un 7 en la columna de las decenas y llevo 2 centenas.
10870 **3.ª Col.** 2 que llevo y 4 son 6 y 7 son 13 y 5 son 18: coloco 8 en la columna de las centenas y llevo 1 unidad de millar.

4.ª Col. 1 que llevo y 8 son 9 y 1 son 10: y colocó esta suma cual la he hallado. Lo que dá 10870 por suma pedida.

7. Se comienza la *adicion* por la derecha, porque de este modo la suma de cada columna produce una cifra de la suma pedida.

No sucederia siempre asi si se comenzase á sumar por la izquierda. En efecto, si la suma de una columna daba mas que 9 unidades, sería forzoso escribir las unidades y unir las decenas escedentes á la cifra ya colocada bajo la columna precedente, lo que no podria verificarse sin cambiar dicha cifra.

8. Llámase *prueba* de una operacion, á otra operacion hecha para probar la exactitud de la primera.

9. La mas sencilla prueba de la *adicion* se hace con la adicion misma, comenzando el cálculo de abajo á arriba. Como las cifras de cada columna no están ya unidas á un mismo número, no se vé uno expuesto á cometer de nuevo los errores que hayan podido formarse al sumar de arriba abajo, y por consiguiente si se hallan todas las cifras del total obtenido, es muy probable que este total sea exacto.

La prueba de la adicion por la sustraccion es, no solamente probable, sino cierta; v. §. 4, núm. 10.

§. IV. *Sustraccion.*

1. Qué es sustraccion?—2. Cómo se ejecuta la sustraccion de dos números de los cuales el mayor no esceda de 18?—3. Qué sucede á la diferencia de dos números cuando se añade un tercero á cada uno?—4. Cuál es el signo de la sustraccion?—5. De cuántos modos se obtiene la diferencia de dos números?—6. Cómo se hace una sustraccion cualquiera?—7. Un ejemplo motivando cada operacion.—8. Por qué se comienza la sustraccion por la derecha?—9. Cómo se hace la prueba de una sustraccion?—10. Cómo se hace la prueba de la adicion por la sustraccion?—11. Es necesario que los diferentes números de la adicion y de la sustraccion designen siempre cosas de una misma especie?—12. De qué especie es la unidad del total y la de la diferencia?

1. La *sustraccion* es una operacion que tiene por objeto quitar un número de otro, ó lo que es lo mismo, hallar la diferencia que hay entre ambos. El resultado de la operacion se llama *resta, esceso* ó *diferencia*.

2. Si el número que se ha de restar de otro tiene una sola cifra, y el mayor de ambos no escede de 18, se hallará fácilmente su diferencia por medio de la tabla de la adicion.

1.° Sea el número 4 que se ha de restar de 9: se busca en las *columnas de los números para sumar*, cual es el nùmero que añadido á 4 dá 9, y se halla que 5: este, pues, será la diferencia de 4 á 9.

2.° Sea 7 que se ha de restar de 16: se busca del mismo modo el número que añadido á 7 da 16: este es el 9, y 9 será, pues, la diferencia de 7 á 16.

3. El signo de la sustraccion es—que significa *menos*. Asi:

$$9 - 4 = 5 \quad 16 - 7 = 9$$

4. La adicion de un mismo número á otros dos, no altera su diferencia.

Sea 4 que se ha de restar de 9. Si yo añado 9 á cada uno de estos dos números, tendré 13 y 18, cuya diferencia es 5, lo mismo que la de 4 á 9.

5. La diferencia de dos números puede obtenerse de dos modos; ya quitando del mayor número todas las unidades del menor, ya buscando cuanto debe añadirse á este para obtener el mayor.

6. Para hacer una sustraccion cualquiera:

1.° Se coloca el número menor, que se llama *sustraendo*, debajo del mayor, que se denomina *minuendo*, de manera que se correspondan las unidades de un mismo órden, y se subraya el número inferior para separarle del resultado.

2.° Se quita sucesivamente, comenzando por la derecha, cada cifra del número inferior de su correspondiente en el superior, y se escribe la resta debajo, ó cero, si la resta no fuere nula.

3.° Si la cifra inferior es mayor que la superior, se añade á esta diez unidades para hacer posible la sustraccion, y cuando se pasa á la columna siguiente, se aumenta su cifra inferior con una sola unidad que vale las diez añadidas á la superior anterior.

4.° Se opera de este mismo modo en cada una de las columnas siguientes hasta la última, debajo de la cual se pone la diferencia tal cual se haya obtenido.

7. Sea 467 que se ha de sustraer de 8.005. Se dispone el cálculo como sigue, y se dice:

8005	**1.ª Col.** De 5 quitar 7 es imposible: añado 10 á 5 y digo 7 de 15
467	resta 8: coloco 8 en la columna de las unidades y llevo una decena
7538	para añadir á la cifra inferior de la 2.ª columna, á fin de que la diferencia permanezca una misma.

2.ª Col. 1 que llevo y 6 son 7: de 0 quitar 7 es imposible: añado 10 á 0; y digo 7 de 10, 3: coloco 3 en la columna de las decenas y llevo una centena porque he añadido 10 decenas á la cifra superior de estas para hacer la sustraccion posible.

3.ª Col. 1 que llevo y 4 son 5: 5 de 0 no es posible: añado, pues, 10 á 0; 5 de 10 quedan 5; coloco 5 en la columna de las centenas y llevo una unidad de millar.

4.ª Col. Quien de 8 saca 1 restan 7. Lo que dá por resultado 7538 diferencia buscada.

8. Se empieza la sustraccion por la derecha porque de este modo cada sustraccion parcial dá por resultado una cifra de la diferencia buscada.

No sucederia siempre asi comenzando la sustraccion por la izquierda. En efecto, si las cifras inferiores eran mayores que las superiores correspondientes, no podria hacerse la sustraccion posible por la adicion de 10, á menos de cambiar las cifras de la resta ya obtenida.

9. La prueba de la sustraccion se hace por la adicion y por la sustraccion misma.

Prueba por la adicion. Se suma la diferencia con el número menor ó sustraendo; y si ambas operaciones están bien hechas, es claro que debe hallarse el número mayor ó minuendo, puesto que la diferencia es justamente lo que falta al menor para ser igual al mayor. La adicion se hace de abajo á arriba, para no tener nada que escribir, y á medida que se encuentra el total de cada columna se reproduce la cifra correspondiente del número mayor, v. g. en la operacion practicada.

8005 *Minuendo.*
467 *Sustraendo.*
7538 *Diferencia.*

1.ª Col. 8 y 7 son 15: la cifra 5 es la misma que la correspondiente del número mayor: llevo 1.

2.ª Col. 1 y 3 son 4 y 6 son 10, como en el número mayor, y llevo 1.

3.ª Col. 1 y 5 son 6 y 4 son 10, como en el número mayor, y llevo 1.

4.ª Col. 1 y 7 son 8 como en el número mayor. De consiguiente la operacion está bien hecha.

Prueba por la sustraccion. Se sustrae ó resta la diferencia del número mayor; y se debe hallar entonces el menor, puesto que la diferencia es el esceso del número superior sobre el inferior.

10. La prueba de la adicion por la sustraccion puede hacerse de dos modos:

1.º Se suman todos los sumandos menos uno; se coloca el total parcial debajo del general, y se resta el primero del segundo. Si la operacion está bien hecha, debe hallarse el número que no se ha comprendido en la segunda suma.

2.º Se suma cada columna comenzando por la izquierda, y se resta la suma de la que le corresponde en el total: se añade á este como formando decenas á su respecto la resta producida por la columna precedente: si la operacion está bien hecha resultará ó en la última columna; puesto que se habrán restado sucesivamente de la suma total, las sumas parciales de que está compuesta.

11. Los diferentes números de la *adicion* y de la *sustraccion* deben designar siempre cosas de una misma especie; porque sería imposible, por ejemplo, añadir un número de árboles á un número de caballos; ó quitar un número de caballos de un número de árboles, puesto que ni hay caballos en los árboles, ni árboles en los caballos.

12. Segun lo cual la unidad del total es siempre de la misma especie que la de los números que le forman, y la de la diferencia de la misma especie que la de los que resulta.

§. V. *Multiplicacion.*

1. Qué es multiplicacion?—2. A qué se dá el nombre de multiplicando, multiplicador, producto y factores?—3. Cuáles son los signos de la multiplicacion?—4. La multiplicacion no es una especie de adicion?—5. Qué es preciso saber de memoria para hacer una multiplicacion de una manera mas abreviada que por la adicion? Fórmese la tabla de Pitágoras y explíquese su uso.—No sería preferible una tabla sencilla de multiplicacion?—6. El producto de dos factores permanece el mismo, aunque se cambie su órden de colocacion?—7. De qué especie son las unidades del producto?—8. La especie de las unidades del multiplicador influye en las del producto?—9. Qué se debe obtener en el producto si se multiplican por una cifra, decenas, centenas, etc?—10. Cuál es la regla de la multiplicacion de un número cualquiera por una sola cifra?—11. Un ejemplo motivando cada operacion. Qué se hace en la práctica para abreviar el cálculo?—12. Demostrar: 1.° Que multiplicar un número por otros dos es multiplicarle por el producto de ellos; 2.° que multiplicar un número por el producto de otros dos es multiplicarle sucesivamente por cada uno de los dos números.—13. Cómo se hace la multiplicacion de un número por la unidad seguida de uno ó varios ceros?—14. Puede abreviarse la multiplicacion cuando uno de los factores ó ambos factores terminan en ceros?—15. Cuál es la regla de la multiplicacion por dos números cualquiera? Es necesario poner ceros á la derecha de los productos parciales de las decenas, centenas, etc., del multiplicador?—16. Qué se hace con los ceros que se encuentran entre dos cifras del multiplicando ó multiplicador?—17. Debe multiplicarse siempre por el número que la pregunta indica como multiplicador?—18. Por qué debe comenzarse cada multiplicacion por la derecha del multiplicando? Sucede lo mismo con el multiplicador?—19. Cómo se hace la prueba de una multiplicacion?—20. A qué se llaman múltiplos de un número? Cómo se llama el producto de un número por 2, 3, 4, 5, 6, etc?—21. Demostrar que la suma de dos ó de varios múltiplos de un número, es tambien un múltiplo de este número.—22. A qué se llama número par é impar?—23. Cómo debe ser el producto: 1.° si uno de los factores es par; 2.° si los dos factores son impares?

1. La multiplicacion es una operacion que tiene por objeto repetir un número tantas veces como unidades tiene otro.

2. El número que se ha de multiplicar se llama *multiplicando*, aquel por el cual se multiplica *multiplicador*, y el resultado de la operacion *producto*.

El multiplicando y multiplicador juntos, se llaman *factores* del producto, porque son ellos los que le *forman*.

3. El signo de la multiplicacion es $\times$ que significa *multiplicado por*. Asi para expresar que 9 multiplicado por 7 es igual á 63, se escribe:

$$9 \times 7 = 63.$$

Se suele emplear tambien el punto ó el paréntesis:

$$9.\,7 = 63;\ (9)\,(7) = 63.$$

4. La multiplicacion no es mas que una especie de adicion abrevia-

da, porque para obtener el producto puede escribirse el multiplicando tantas veces como unidades hay en el multiplicador y hacer luego la adicion: la suma será el producto pedido. Asi el producto de 9 por 7 es:

$$9+9+9+9+9+9+9=63$$

Pero si el multiplicador tuviese muchas cifras, el cálculo sería entonces demasiado largo, por lo cual es preciso abreviar la operacion.

5. Para hacer una multiplicacion de una manera mas abreviada que por la adicion, es preciso saber de memoria los productos de los nueve primeros números multiplicados dos á dos: estos productos están reunidos en la tabla siguiente atribuida á Pitágoras:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

La primera línea horizontal encierra los nueve primeros números; la segunda contiene los productos de estos números por 2, y se forma añadiendo cada uno de estos números á sí mismo; la tercera contiene los productos de los nueve números por 3, y se forma añadiendo los números de la segunda línea á los de la primera, y asi de las demas, esto es, añadiendo siempre los números de la línea anterior á la que se forme á los de la primera.

Segun la formacion de esta tabla, el producto de dos números simples se halla en la intercepcion de la línea horizontal con la vertical que comienzan por aquellos factores. Asi 63 producto de 9 por 7 está en la intercepcion de la línea horizontal que comienza por 7 con la vertical que comienza por 9.

La experiencia prueba que esta tabla, excelente para la vista, es poco favorable á la memoria. Vale, pues, mas emplear una tabla de multiplicacion, dispuesta como la de la adicion.

1 *vez*	1 *es*	1
1	2	2
1	3	3
1	4	4
1	5	5
1	6	6
1	7	7
1	8	8
1	9	9
2 *veces*	2 *son*	4
2	3	6
2	4	8
2	5	10
2	6	12
2	7	14
2	8	16
2	9	18

3 *veces*	3 *son*	9
3	4	12
3	5	15
3	6	18
3	7	21
3	8	24
3	9	27
4 *veces*	4 *son*	16
4	5	20
4	6	24
4	7	28
4	8	32
4	9	36
5 *veces*	5 *son*	25
5	6	30
5	7	35
5	8	40
5	9	45

6 *veces*	6 *son*	36
6	7	42
6	8	48
6	9	54
7 *veces*	7 *son*	49
7	8	56
7	9	63
8 *veces*	8 *son*	64
8	9	72
9 *veces*	9 *son*	81

6. El producto de dos factores no se altera, aunque se cambie el órden de su colocacion.

Asi el producto de 6 por 3 es igual al de 3 por 6. En efecto, si se descompone el número 6 en sus unidades 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , 1 , y si se escriben las unas debajo de las otras en otras tantas líneas horizontales como unidades tiene el número 3, se tendrá:

1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1

Cada línea horizontal contiene 6 unidades, y cada una de las verticales, tres. De cualquier manera que estas unidades se sumen, se obtendrá siempre el número 18. Ahora bien, proceder por las líneas horizontales es multiplicar 6 por 3; proceder por las verticales es multiplicar 3 por 6.

He aquí la razon porque la segunda tabla de multiplicacion solo encierra 45 productos en vez de 81.

7. Las unidades del producto deben ser de la misma especie que las del multiplicando; porque el producto es la suma que se encontraria si se hiciese la adicion de este multiplicando repetido tantas veces como indica el multiplicador. Asi:

El producto de 7 pesetas por 5 es 35 pesetas; porque la adicion de 7 pesetas, repetida 5 veces daria 35 pesetas por total.

8. La especie de las unidades del multiplicador no influye en las del producto; porque el multiplicador no indica nunca mas que el número de veces que debe repetirse el multiplicando.

9. Si se multiplican decenas por una cifra deben obtenerse decenas, puesto que el producto es siempre de la misma especie que el multiplicando. Del mismo modo debe obtenerse un producto de centenas, si se multiplican centenas; de miles, si se multiplican miles, y asi de los demas.

10. Para multiplicar un número de varias cifras por una sola:

1.° Se escribe el multiplicador debajo de las unidades del multiplicando, y se tira una raya, bajo la cual se coloca el producto.

2.° Se multiplican sucesivamente, empezando por la derecha, cada órden de unidades del multiplicando por el multiplicador. Si el primer producto parcial no pasa de 9, se escribe debajo de la cifra que le ha producido: si pasa de 9 se escriben únicamente las unidades que encierra y se llevan las decenas para unir al producto de las decenas.

3.° Se procede del mismo modo con el segundo producto parcial, despues con el de las centenas, etc., observando siempre el colocar las unidades de cada uno bajo la cifra multiplicando que le ha producido.

4.° Si un producto parcial es un número exacto de decenas de cualquier órden que estas sean, se pone un cero en el producto, y se lleva la especie de unidad que indique la operacion.

5.° Y finalmente, se escribe tal cual se halla el producto de la última cifra del multiplicando.

11. Sean 1256 que se han de multiplicar por 8.

1256	8 veces 6 unidades son 48; coloco las 8 unidades en el producto, y
8	llevo 4 decenas para añadir al producto siguiente.
10048	8 veces 5 decenas son 40 decenas, y 4 que llevaba son 44 decenas, coloco 4 decenas en las del producto y llevo 4 centenas.

8 veces 2 centenas son 16 centenas, y 4 que llevo son 20 centenas; coloco 0 en el producto de las centenas y llevo 2 miles ó dos unidades de millar.

8 veces 1 mil son 8 mil y 2 que llevo son 10 mil que escribo en el producto: 10,048 es pues el producto de 1256 repetido 8 veces.

En la práctica no se menciona, ni el órden de las unidades, ni el lugar de cada producto parcial: se dice, pues, para abreviar el cálculo.

8 por 6 son 48; pongo 8 y llevo 4.
8 por 5 son 40 y 4 son 44; pongo 4 y llevo 4.
8 por 2 son 16 y 4 son 20; pongo 0 y llevo 2.
8 por 1 es 8 y 2 son 10; pongo 10.

12. Multiplicar un número por otros dos es multiplicarle por el producto de estos dos números; y recíprocamente multiplicar un número

por el producto de otros dos, es multiplicarle sucesivamente por estos dos números. Asi:

$$3\times4\times5=3\times20 \text{ (producto de 4 por 5)}$$

recíprocamente $3\times20=3\times4\times5$

En efecto, si en la expresion $3\times4\times5$ se descompusiese el número 3 en sus unidades, se tendria $1\times4\times5$ repetido 3 veces. Ahora bien $1\times4\times5=4\times5$ ó 20; puesto que $1\times4=4$; luego $3\times4\times5=3$ repetido 20 veces, y por consiguiente $=3\times20$.

13. Para multiplicar un número por la unidad seguida de 1, 2, 3,.... ceros, es decir, por 10, 100, 1000,.... basta escribir á la derecha del multiplicando tantos ceros como haya en el multiplicador. Asi:

$$16\times10=160,\ 16\times100=1600,\ 16\times1000=16000.$$

En efecto, en 160 las unidades se han convertido en decenas; las decenas en centenas, y cada parte del número 16, habiéndose hecho diez veces mayor el mismo número 16, se ha hecho tambien diez veces mayor.

En 1600 el número 16 se ha hecho 100 veces mayor.

En 16000 el número 16 se hizo 1000 veces mayor, y asi de los demas.

14. Cuando uno ó ambos factores terminan por ceros, se hace la multiplicacion sin tomar en cuenta los ceros, y se escriben en seguida á la derecha del producto total, tantos ceros como contenia uno de los factores ó entrambos reunidos.

Sea 16 que se ha de multiplicar por 800, y 160 por 8000.

1.er Caso $800=8\times100$: multiplico desde luego 16 por 8 y tengo 128; multiplico en seguida 128 por 100 añadiéndole 2 ceros, lo que dá 12800.

2.º Caso $160=16\times10$, y $8000=8\times1000$: multiplico desde luego 16 por 8 y obtengo 128; y añado luego á este producto 4 ceros, uno por 10, y tres por 1000, lo que dá 1280000.

15. Para multiplicar entre sí dos números cualesquiera, se multiplica el multiplicando sucesivamente por cada una de las cifras del multiplicador, y se colocan los productos parciales de manera, que la primera cifra de la derecha de cada uno de ellos, esté colocada debajo de la cifra del multiplicador que ha servido para la multiplicacion parcial: se subraya el último producto; se hace la adicion de todos los productos parciales, y la suma es el producto total que se busca.

Sea 567 que se ha de multiplicar por 834. He aquí la operacion.

```
  567 Multiplicando.
  834 Multiplicador.
------
  2268
 1701
4536
------
472878 Suma de los productos parciales.
```

16. Si hay uno ó mas ceros entre dos cifras del multiplicando, debemos sin multiplicarle escribir 0 en el producto, á no ser que se lleven decenas del producto parcial anterior, en cuyo caso se escribirán estas en el producto.

Si hay un cero entre dos cifras del multiplicador, se pasa á multiplicar la cifra inmediata, corriendo su producto parcial un lugar mas hácia la izquierda, v. g.

1.er Caso.	40309	2.o Caso.	338
	3		206
	120927		2028
			676
			69628

17. Cuando el número dado por multiplicando tiene menos cifras que el multiplicador, se acostumbra á fin de abreviar y simplificar el cálculo, cambiar el órden de los factores y multiplicar por el multiplicando. Esto no altera en manera alguna el resultado, si se tiene cuidado de indicar que el producto total expresa unidades de la misma especie que las del multiplicando primitivo.

18. Se comienza cada multiplicacion por la derecha del multiplicando, porque la multiplicacion no es mas que una adicion abreviada.

El órden en que se multiplica por las diferentes cifras del multiplicador, es indiferente, pero se acostumbra á comenzar por su derecha por evitar descuidos.

19. Para hacer la prueba de una multiplicacion, se multiplican en órden inverso ambos factores. Si se encuentra el mismo producto es probable que la operacion esté bien hecha.

La division y la propiedad particular al número 9 suministran otras pruebas. (Véase §. VI, n.º 20, 24, y 28.)

20. Llámanse *múltiplos* de un número los diversos productos de este número por 2, 3, 4, etc. Asi: 14, 21, 28, 35, etc., son los múltiplos de 7, porque se les obtiene multiplicando 7 por 2, por 3, por 4, por 5, etc.

El *múltiplo* que resulta de un producto por 2, se llama *duplo*; de un producto por 3, *triplo*; por 4, *cuadruplo*; por 5, *quintuplo*; por 6, *sextuplo*, etc.

21. La suma de dos ó de varios múltiplos de un número es tambien un múltiplo de este número. Asi:

$$7.\ 2 + 7.\ 3 + 7.\ 4 + 7.\ 5 + 7.\ 6 = 7.\ 20.$$

22. Todo múltiplo de dos, es un *número par*; el *número impar* es el que no es múltiplo de 2.

Se conoce que un número es *par*, cuando está terminado por las cifras 0, 2, 4, 6, 8, y que es *impar* cuando está terminado por 1, 3, 5, 7, 9.

23. Si uno de los factores es par, el producto es par; y es impar, si ambos factores lo son.

§. VI. *Division.*

1. Qué es division?–2. A qué se llama dividendo, divisor, cociente y términos?–3. Cuáles son los signos de la division?–4. No es la division una especie de sustraccion?–5. Cómo se hallaria el dividendo dados el divisor y el cociente?—6. Cómo se halla el cociente de un número de una ó dos cifras dividido por un número de una sola cifra, y cuántos casos se presentan?–7. De cuántos modos puede conceptuarse el cociente de una division?–8. En qué casos el cociente expresa el número de veces que el divisor está contenido en el dividendo, ó expresa una parte del dividendo?–9. Cómo se llama cada parte de una cosa dividida en un cierto número de partes iguales?–10. Dividir un número de varias cifras por un número de una sola, v. g., 4536 por 8.–11. Qué se hace en la práctica para abreviar el cálculo?–12. Qué se hace cuando un dividendo parcial no contiene una vez al divisor?–13. Cuál es la regla de la division cuando los dos términos tienen varias cifras?–14. Cómo se tantean las cifras del cociente antes de escribirlas, y cómo se reconoce cuando se ha colocado una mayor ó menor que la correspondiente?–15. Puede decirse antes de hacer una division, cuántas cifras tendrá el cociente?–16. Un ejemplo que presente la aplicacion de la regla general y de las dos observaciones sucesivas. Sea 472878 por 567; ¿Qué se hace en la práctica?–17. En qué casos el cociente es completo ó aproximado, y cuando es aproximado que se necesita añadirle para que sea completo?–18. No hay un medio muy abreviado de dividir un número por la unidad seguida de ceros?–19. No puede abreviarse la division cuando el dividendo y el divisor terminan en ceros?–20. Cómo se hace la prueba de la multiplicacion por la division?–21. Cómo se hace la prueba de la division por la multiplicacion?–22. En que reconoceremos que un número es divisible por 2, por 3, por 4, por 5, por 6, por 7, por 8 y por 9?–23. Cuál es la propiedad particular del número 9?–24. Cómo se hace la prueba de la multiplicacion por 9? ¿Cómo se hace la prueba de la division por 9? ¿Son infalibles estas pruebas?

1. La *division* es una operacion que tiene por objeto general buscar cuantas veces un número está contenido en otro.

2. El número que se ha de dividir se llama *dividendo*: el número por el cual se le divide *divisor*; y el resultado de la operacion *cociente.* Al dividendo y divisor unidos se les llama *términos* de la division.

3. Los signos de la division son —, |, ó :, que significan *dividido por*. Estos signos se emplean asi:

$$\frac{8}{2},\quad 2|8,\quad 8:2.$$

4. La *division* es una especie de sustraccion; porque para obtener el cociente se puede restar el divisor del dividendo tantas veces como sea

posible: el número de sustracciones será evidentemente el cociente buscado. Divídase 48 por 8.

48—8=40, 1.ª *resta.*	24—8=16, 4.ª *resta.*
40—8=32, 2.ª	16—8= 8, 5.ª
32—8=24, 3.ª	8—8= 0, 6.ª

Habiendo practicado 6 sustracciones, 6 será el cociente hallado; pero el cálculo sería demasiado largo si el dividendo fuese de alguna magnitud, por lo cual es indispensable abreviar la operacion.

5. Expresando el cociente cuantas veces el dividendo contiene al divisor, es claro que repitiendo el divisor tantas veces como el cociente indica, debe reproducirse el dividendo. Así:

8 repetido 6 veces ó $8\times6=48$.

6. Para hallar el cociente de un número de una ó dos cifras, dividido por un número de una sola cifra, basta con saber bien la tabla de multiplicacion: porque se vé de seguida la cifra porque sería necesario multiplicar el divisor para producir el dividendo: esta cifra multiplicador es precisamente el cociente buscado.

Pueden presentarse dos casos: ó el número que se ha de dividir se halla en la tabla ó no se halla. En el primer caso el cociente es *completo*; en el segundo solo *aproximado*, v. g.

En 48 cuántas veces cabe 8?—El cociente es 6 porque 6 por 8 son 48.

En 52, cuántas veces cabe 8?—El verdadero cociente cae entre 6 y 7; porque 8×6 ó 48 es menor que 52, y 8×7 ó 56 es mayor que 52. El número 6, mas pequeño de los dos multiplicadores, se toma en este caso por cociente; pero este cociente es solo aproximado, pues queda un resíduo de 4 unidades.

7. El cociente de una division puede considerarse de dos modos: 1.º Como el número de veces que el dividendo contiene al divisor; 2.º como una parte del dividendo que se encuentra contenida en él tantas veces como lo indica el divisor.

1.º Sean 32 pesetas que se han de distribuir de manera qne cada persona tenga 4 pesetas, ¿á cuántas personas se le han de dar?—á 8. Aquí 8 expresa el número de veces.

2.º Cuánto recibirán 8 personas entre las cuales se quieren repartir 32 pesetas?—4 pesetas. Aquí 4 pesetas expresa una parte del dividendo.

8. En general el cociente expresa el número de veces que el dividendo contiene al divisor, cuando los dos términos de la division indican unidades de la misma especie; y expresa una parte del dividendo cuando los dos términos de la division no indican unidades de la misma especie.

9. Cuando una cosa está dividida en partes iguales, se expresan estos números con los nombres llamados *partitivos*. Asi se dice: la *octava*, la *sétima*, la *sesta*, la *quinta*.... etc. parte de una cosa dividida en 8, 7, 6 ó 5 partes iguales.

10. Sea un número de varias cifras que se ha de dividir por una sola, tal como 4536 por 8. Se dispone la operacion asi:

DIVIDENDO	4536	8	DIVISOR.	
	4000	5	*centenas* . .	*Cocientes parciales.*
1.ª *resta*. .	536	6	*decenas*. . .	
	480			
2.ª *resta*. .	56	7	*unidades*. .	
	56			
3.ª *resta*. .	0	567	*cociente total*.	

Buscaremos desde luego las unidades de órden superior del cociente.

Cuatro mil, dividido en 8 partes iguales, no puede dar un mil al cociente, asi el cociente encierra centenas á lo mas.

Cuatro mil y 5 centenas ó 45 centenas divididas en 8 partes iguales dan por cada parte 5 centenas con una resta. Ahora bien, 8 veces 5 centenas hacen 40 centenas ó 4000; restando este número de 4536, quedan 536 que dividir en 8 partes iguales.

536 contienen 53 decenas, que divididas en 8 partes iguales dan por cada parte 6 decenas con una resta. Ahora bien, 8 veces 6 decenas son 48 decenas ó 480 unidades; restando este número de 536, quedan 56 unidades que dividir en 8 partes iguales.

56 unidades, divididas en 8 partes iguales, dan por cada parte 7 unidades sin resta. En efecto, 8 veces 7 unidades son 56 unidades, que restadas de 56 dan 0 por resta.

Por consiguiente, el cociente se compone de 5 centenas, 6 decenas y 7 unidades, ó de 567 unidades.

11. En la práctica se abrevia el cálculo de la manera siguiente:

4536 | 8
567

Se toman á la izquierda del dividendo tantas cifras cuantas sean necesarias para contener una vez por lo menos al divisor, y se escribe la primera cifra del cociente debajo de las unidades del primer dividendo parcial; la resta, si la hay, se une como decenas á la cifra siguiente del dividendo total, para formar el segundo dividendo parcial, pero no se escribe. Se coloca la segunda cifra del cociente á la derecha de la primera, y de hecho se continúa del mismo modo hasta las unidades del dividendo total.

12. Si el dividendo parcial no contiene ni una sola vez al divisor.

4025 | 5
805

Se escribe cero en el cociente; luego se une el dividendo parcial, como decenas, á la cifra siguiente del dividendo total.

13. Para dividir dos números cualquiera el uno por el otro:

1.° Se escribe el divisor á la derecha del dividendo, y se separan estos dos términos por una raya vertical; se pone debajo del divisor una raya horizontal, debajo de la cual se escriben las cifras del cociente á medida que se van obteniendo.

2.° Se toman por la izquierda del dividendo las cifras necesarias para formar un número que contenga al divisor, y se busca cuantas veces el dividendo parcial contiene al divisor; se escribe este número debajo del divisor, obteniendo asi la cifra de las unidades de órden superior del cociente.

3.° Se multiplica el divisor por la cifra obtenida, se resta el producto del dividendo parcial, y se baja á la derecha de la resta la cifra siguiente del dividendo para formar con la resta un nuevo dividendo parcial.

4.° Se ejecuta con el segundo dividendo parcial lo que con el precedente, determinando asi la segunda cifra del cociente, que se escribe á la derecha de la primera, y se repiten las mismas operaciones hasta haber agotado enteramente las cifras del dividendo.

5.° Si un dividendo parcial es menor que el divisor, se pone un cero en el cociente.

14. Se tantea cada cifra del cociente antes de escribirla, multiplicando de memoria por esta misma cifra las dos primeras de la izquierda del divisor, y viendo entonces si el producto puede restarse de las dos ó de las tres primeras de la izquierda del dividendo parcial.

Se conoce que una cifra del cociente es mayor que la correspondiente, cuando no puede tener lugar esta sustraccion. Se disminuye entonces unidad por unidad, hasta tanto que la sustraccion sea posible.

Se conoce que una cifra del cociente es menor que la correspondiente, cuando la resta es igual ó mayor que el divisor. Se aumenta entonces esta cifra unidad por unidad, hasta tanto que la resta sea menor que el divisor.

15. Puede saberse siempre de antemano cuantas cifras tendrá el cociente. Basta para esto con demarcar el primer dividendo parcial, contar todas las demas cifras del dividendo total, y añadir una á su número.

16. Sea 472878 que se ha de dividir por 567.

472878	567
4536	834
1927	
1701	
2268	
2268	
0000	

El divisor 567, no estando contenido en las tres primeras cifras de la izquierda del dividendo ó 472, tomo 4728 por primer dividendo parcial, cuento las demás cifras del dividendo total, añado una á su número, y veo asi que el cociente no tendrá mas que tres cifras, ó en otros términos, que las unidades de órden superior del cociente serán centenas.

Hecho esto, busco cuántas veces 567 está contenido en 4728. Para conseguirlo mas rápidamente, busco desde luego cuántas veces la primera cifra 5 del divisor, está contenida en las dos primeras cifras 47 del dividendo, y hallo que está contenida 9 veces.

Tanteo la cifra 9 multiplicando de memoria por 9 el número 56, 9 veces 6 son 54, y llevo 5; 9 por 5 son 45, y 5 son 50 que no pueden restarse de 47; por consiguiente, 9 es un número mayor que el correspondiente. Tanteo 8 del mismo modo ; 8 por 6 son 48, y llevo 4 ; 8 por 5 son 40, y 4 son 44 que puede restarse de 47; por consiguiente, escribo 8 en el cociente.

Multiplico por 8 todo el divisor, y tengo 4536 que resto de 4728, obteniendo por resíduo 192 centenas.

Al lado de este resíduo 192, bajo la cifra 7 de las decenas del dividendo, y tengo 1927 decenas por segundo dividendo parcial, y digo: en 1927, ¿cuántas veces cabe 567, ó en 19, cuántas veces cabe 5? Por lo menos 2 veces.

567	1927
2	1134
1134	793

Tanteo la cifra 2 multiplicando por 2 el divisor 567, tengo 1134 que resto de 1927, y quedan 793, número mayor que el divisor; por consiguiente, 2 es menor que el número correspondiente.

Multiplico por 3 todo el divisor, y tengo 1701 que resto de 1927 y me queda un resíduo de 226 decenas.

Al lado de este 226 bajo la cifra 8 de las unidades del dividendo: tengo 2268 por tercer dividendo parcial, y digo: en 2268, ¿cuántas veces cabe 567, ó en 22 cuántas cabe 5? Veo que 4, y escribo 4 en el cociente.

Multiplico por 4 todo el divisor, y tengo 2268 que restado de 2268, dá por resultado 0.—El cociente exacto es, pues, 834.

En la práctica, en vez de escribir debajo de cada dividendo parcial para restarle en seguida, el producto del divisor por cada cifra del cociente, se efectúa simultáneamente la multiplicacion y sustraccion. Sea el mismo ejemplo.

472878	567
1927	834
2268	
0	

En 4728, ¿cuántas veces cabe 567, ó en 47, cuántas cabe 5?—8 veces.—8 veces 7 son 56, á 58 van 2; 8 veces 6 son 48, y 5 que se llevan son 53, de 62 quedan 9; 8 veces 5 son 40, y 6 que llevo son 46, de 47 queda 1; y bajo al lado de la resta 192 la cifra siguiente del dividendo.

En 19, ¿cuántas veces cabe 5? 3 veces.—3 veces 7 son 21, de 27 restan 6; 3 por 6 son 18, y 2 que llevaba son 20, de 22 quedan 2; 3 veces 5 son 15, y 2 que se llevan, 17, de 19 restan 2 ; y bajo al lado de la resta 226 la cifra siguiente del dividendo.

En 22, ¿cuántas veces cabe 5? 4 veces.—4 veces 7 son 28, de 28, 0; 4 veces 6 son 24, y 2 que se llevan 26, de 26 resta 0; 4 veces 5 son 20, y 2 que se llevan son 22, de 22 queda 0.—834 es, pues, el cociente exacto.

17. El cociente es *exacto* cuando no queda resíduo de la division.

El cociente es *aproximado* cuando queda algun resíduo de la division. Para hacer este cociente exacto, se colocan á la derecha de sus unidades la resta de la division, debajo de la cual se escribe el divisor separando ambos con una raya.

Sean 453 que se han de dividir por 14.

$$\begin{array}{r|l} 453 & 14 \\ \cline{2-2} 33 & 32\frac{5}{14} \\ 5 & \end{array}$$

El cociente está comprendido entre 32 y 33, puesto que hay una resta de 5. Es pues, preciso, dividir aun esta resta 5 por 14; es decir, tomar la décima cuarta parte de las 5 unidades que restan. Pero la décima cuarta parte de 5 unidades es igual á 5 veces un catorce avos de unidad, ó á cinco catorce avos que se escribe $\frac{5}{14}$ y que se añade al cociente.

18. Cuando el divisor contiene únicamente la unidad seguida de uno ó de varios ceros, la division consiste en dividir las cifras del dividendo en dos grupos; el de la derecha contiene tantas cifras como ceros hay en el divisor y constituye la resta de la division; el de la izquierda comprende todas las demas cifras del dividendo y dá el cociente.

1.° Sea 334 que se ha de dividir por 10.

Divido 334 en dos grupos; el de la izquierda 33 es el cociente; el de la derecha 4 es la resta, que solo tiene una cifra, porque en el divisor no hay mas que un cero.

2.° Sea 2334 que se ha de dividir por 100.

Divido 23,34 en dos grupos; el de la izquierda 23 es el cociente; el de la derecha 34 es la resta, que tiene dos cifras, porque el divisor 100 tiene dos ceros.

3.° Sea 12334 que se ha de dividir por 1000.

Divido 12,334 en dos grupos; el de la izquierda 12 es el cociente; el de la derecha 334 es la resta con tres cifras, porque el divisor 1000 tiene tres ceros.

19. Si los dos términos de la division terminan en ceros, podemos sin alterar el cociente suprimir todos los ceros del término que tenga menos, con tal que se suprima igual número en el otro.

Sea 335000 que se ha de dividir por 1500.

Suprimo dos ceros á la derecha de cada término: luego divido 3350 por 15 y hallo 270 por cociente, como si se hubiese dividido 335000 por 1500. En efecto, 335000 son 3350 centenas, asi como 1500 son 15 centenas. Ahora bien, dos números de centenas se contienen tantas veces como igual número de unidades sencillas. Luego 335000 contiene á 1500 tantas veces como 3350 contiene á 15, es decir, 270 veces.

20. Siendo la multiplicacion el producto de dos factores, es claro que dividiendo el producto por uno de los dos factores (multiplicando ó mul-

multiplicador) debe hallarse el otro factor, (multiplicador ó multiplicando).

Sea multiplicar 567 por 834: tenemos por producto 472878.

472878	567
1927	834
2268	(*Multiplicador*).
0	

1.º Divido el producto 472878 por 567, y tengo por cociente 834, es decir, el multiplicador. En efecto, 472878 debe contener 834 veces al multiplicando; luego dividiendo 472878 en 567 partes iguales, una de estas partes, ó el cociente, debe ser el multiplicador 834.

472878	834
5587	567
5838	(*Multiplicando*).
0	

2.º Divido el producto 472878 por 834, y tengo por cociente 567, es decir, el multiplicando. En efecto, 472878 debe contener 567 veces al multiplicador; luego dividiendo 472878 en 834 partes iguales, una de estas partes, ó el cociente, debe ser el multiplicando 567.

21. Indicando la division cuantas veces uno de sus dos términos está contenido en el otro, es claro que multiplicando el cociente por el divisor, y añadiéndole la resta de la division, si la hubiere, se hallará el dividendo.

Sea 453 que se ha dividir por 14.

453	14
33	32
5	

Tengo por cociente 32 y por resta 5.

Para hacer la prueba de esta division, multiplico 14 por 32 y escribo la resta 5 debajo de la columna de las unidades antes de sumar los productos parciales, y obtengo asi 453 ó sea el dividendo. En efecto, el dividendo contiene 32 veces 14 mas 5 unidades.

$$\begin{array}{r} 14 \\ 32 \\ \hline 28 \\ 42 \\ 5 \\ \hline 453 \end{array}$$

22. Se reconoce que un número es:

1.º *Divisible por* 2, cuando la primera cifra de la derecha es un número par, como 2, 4, 6, 8 ó 0. Asi:

248 y 250 son divisibles por 2.

2.º *Divisible por* 3, cuando la suma de sus cifras es divisible por 3. Asi:

249 es divisible por 3 porque la suma 15 de sus cifras 2, 4 y 9 es divisible por 3.

3.º *Divisible por* 4, cuando el número formado por la cifra de las decenas y la de las unidades es divisible por 4. Asi:

2248 es divisible por 4 porque 48 es divisible por 4.

4.º *Divisible por* 5, cuando termina en 0 ó en 5. Asi:

220 y 2245 son divisibles por 5.

5.º *Divisible por* 6, cuando el número es par y que ademas la suma de sus cifras es divisible por 3. Asi:

2268 es divisible por 6 porque es par y porque ademas la suma 18 de sus cifras es divisible por 3.

6.º *Divisible por* 8, cuando el número formado por la cifra de las centenas, de las decenas y de las unidades es divisible por 8. Asi:

32664 es divisible por 8 porque 664 es divisible por 8.

7.º *Divisible por* 9, cuando la suma de sus cifras es divisible por 9. Asi:

32265 es divisible por 9, porque la suma 18 de sus cifras es divisible por 9.

23. El número 9 goza de una propiedad particular: si se suman las cifras de un número, y de ellas se resta 9 tantas veces como sea posible, el resíduo de esta sustraccion será el mismo que si se dividiese por 9 el mismo número.

Sea el número 472988.

472988	9
22	52554
49	
48	
38	
2	

Digo: 4 y 7 son 11; 9 de 11 restan 2; 2 y 2 son 4. y 9 son 13; 9 de 13 restan 4; 4 y 8 son 12; 9 de 12, 3; 3 y 8 son 11; 9 de 11, 2; como haciendo la division comun.

24. Esta propiedad del número 9 dá un medio de hacer la prueba de la multiplicacion y de la division.

1.º Para hacer la prueba de una multiplicacion por 9, se suman las cifras del multiplicando de izquierda á derecha, se quitan los nueves de la suma á medida que se puede, y se escribe la resta encima de la línea del multiplicando. Despues de hacer igual operacion con el multiplicador, se multiplican las dos restas una por otra sin escribir el producto. Súmanse las cifras de este producto quitando los nueves, lo que dá una tercera resta que se escribe debajo de las dos primeras. Finalmente, haciendo con el producto total lo mismo que con sus dos factores, se obtiene una cuarta resta, que debe ser igual á la tercera, si la multiplicacion está bien hecha.

Sea el ejemplo 567×834.

Multiplicando.	567	0
Multiplicador.	834	6
	2268	0
	1701	
	4536	
Producto. . .	472878	0

Digo; 5 y 6 son 11; 9 de 11, 2; 2 y 7 son 9; 9 de 9, 0; que escribo frente al multiplicando; 8 y 3 son 11; 9 de 11, 2; 2 y 4 son 6 que escribo frente al multiplicador.

Multiplico las dos restas una por otra, es decir, 6 por 0, lo que me dá 0.

Pasando ahora al producto total, digo: 4 y 7 son 11: 9 de 11, 2: 2 y 2 son 4; 4 y 8 son 12: 9 de 12, 3: 3 y 7 son 10: 9 de 10, 1: 1 y 8 son 9; 9 de 9, 0.

Como la 4.ª resta es igual á la 3.ª concluyo que el resultado de la multiplicacion es exacto.

2.º Para hacer la prueba por 9 de una division, se suman todas las cifras del divisor, se quitan los nueves á medida que se puede y se escribe la resta encima de la misma línea; ejecútase lo mismo con el cociente, y se multiplican las dos restas entre sí; se suman las cifras de este producto y se quitan los nueves si se puede; obteniendo por este medio una tercera resta que es igual á la del dividendo total, cuando la division ha sido bien hecha y no dió resta alguna.

Si la division produjo resta, se suman las cifras de esta con la tercera resta de la prueba, y quitando siempre los nueves se obtiene una cuarta resta, que en este caso debe ser igual á la del dividendo. La cuarta resta de la prueba se escribe á la izquierda de la resta de la division y encima de la misma línea: la resta del dividendo se escribe tambien á la izquierda de este número y encima de la misma línea.

Sea 46531:337

1	46531	337	4
	1283		3
	2721	138	—
1	25		3

Digo en el divisor: 3 y 3 son 6 y 7 son 13; 9 de 13, 4.—En el cociente: 1 y 3 son 4 y 8 son 12; 9 de 12, 3.

4 multiplicado por 3, dá 12; 1 y 2 son 3.—Añado esta 3.ª resta 3 á las cifras 5 y 2 de la resta 25 de la division: 3 y 5 son 8 y 2 son 10: 9 de 10, 1.

Finalmente digo en el dividendo, yendo tambien de derecha á izquierda, 1 y 3 son 4 y 5 son 9; 9 de 9, 0: 6 y 4 son 10; 9 de 10, 1.

Como esta resta 1 es igual á la 3.ª concluyo que la division está bien hecha.

Cuando la prueba por 9 no sale bien es evidente que la operacion está mal hecha, cuando sale bien, solo es probable que esté exacta, porque como la resta de una division de un número por 9 no varía cuando este número aumenta ó disminuye de un múltiplo de 9 resulta que cuando las faltas de cálculo son tales que el error total cometido en el resultado es un múltiplo de 9, la prueba por 9 no indica este error.

Sea probar si 473373 es el producto de 567 por 834.

La prueba por 9 no indica ninguna falta de cálculo; y sin embargo el número 473373 no es el producto de 567 por 834; porque este producto es 472878. El error cometido es pues de 473373—472878 ó sea 99×5.

SECCION SEGUNDA.—DE LAS FRACCIONES COMUNES.

§. 1. *De las fracciones ó quebrados en general.*

1. Qué es una fraccion ó quebrado en general?–2. Cuál es el orígen de las fracciones? 3. Cómo se escriben las fracciones?–4. Qué indica el número superior? qué el inferior? qué nombre comun se les dá?–5. Cómo se enuncia una fraccion?–6. Cuál es el valor de una fraccion cuyos términos son iguales, y á qué se llama número fraccionario?–7. De cuántas maneras puede considerarse un quebrado?–8. Que sucede á un quebrado cuando se multiplica por un entero: 1.° su numerador solo; 2.° su denominador; 3.° sus dos términos.–9. Que acontece á un quebrado cuando se divide por un entero: 1.° su numerador solo; 2.° su denominador; 3.° sus dos términos.–10. Cómo se reduce un entero á quebrado?–11. Cómo se extraen los enteros contenidos en un número fraccionario?

1. Se llama *fraccion* ó *quebrado* á cualquier cantidad menor que la unidad.

2. Las fracciones sacan su orígen de las divisiones que no pueden efectuarse exactamente en números enteros.

Sea 17 dividido por tres, se halla el cociente 5 con la resta 2. Pero 5 no es la tercera parte de 17; para obtenerla completamente, es necesario dividir todavía la resta 2 en 3 partes iguales, y tomar 2 de estas partes para unirlas al cociente 5. La resta 2 dividida en 3 partes es una fraccion.

3. Las fracciones ó quebrados se escriben colocando uno debajo de otro sus dos números, que se separan con una raya en esta forma $\frac{2}{3}$

4. El número inferior 3 se llama *denominador*, é indica en cuantas partes iguales está dividida la unidad. El número superior se llama *numerador*, é indica cuantas de estas partes iguales se toman. El *numerador* y *denominador* son los dos *términos* del quebrado.

5. Para enunciar una fraccion, se enuncia desde luego el numerador con los números cardinales y luego el denominador con los partitivos, hasta 10, continuando luego con los cardinales, á quienes se añade la partícula *avos*. Asi:

$\frac{7}{8}$ se enuncia *siete octavos* y $\frac{5}{12}$ *cinco doce avos*.

6. Si el quebrado se compone de dos términos iguales, es igual á la unidad, sean cuales fueren dichos términos. Así:

Las fracciones $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{6}{6}, \frac{7}{7}, \frac{8}{8}, \frac{9}{9}$ son iguales cada una á la unidad y por consiguiente iguales entre sí.

Si el numerador es mayor que el denominador, la fraccion se llama *número fraccionario*.

Tal es el quebrado $\frac{7}{5}$. En efecto: $\frac{7}{5}=\frac{5}{5}+\frac{2}{5}$; pero $\frac{5}{5}=1$: luego $\frac{7}{5}$ es mayor que la unidad $\frac{2}{5}$: $\frac{7}{5}$ es pues un número *fraccionario*, ó un quebrado impropio como generalmente se dice.

7. Un quebrado puede considerarse de dos maneras: 1.° como el cociente de una division del numerador por el denominador; 2.° como la expresion de las partes iguales que se toman de entre las que una unidad se haya dividido.

8. 1.° Si se multiplica el numerador de un quebrado por un número entero, el quebrado se hace tantas veces mayor como unidades haya en dicho número.

Sea $\frac{5}{7}$; multiplicando el numerador por 5, tenemos $\frac{25}{7}$, fraccion 5 veces mayor que $\frac{5}{7}$; porque las partes iguales del denominador han quedado inalterables, esto es, las mismas, y se han tomado 5 veces mas de dichas partes.

2.° Si se multiplica el denominador por un número entero, la fraccion se hace tantas veces menor cuantas sean las unidades de dicho número.

Sea $\frac{5}{7}$; multiplicando el denominador por 5, tenemos $\frac{5}{35}$, fraccion 5 veces menor que $\frac{5}{7}$; porque no se toman mas que las mismas cinco partes, y estas partes se han hecho 5 veces mas pequeñas.

3.° Si se multiplican por un mismo número los dos términos de un quebrado, este no muda de valor.

Sea $\frac{5}{7}$; multiplicando el numerador por 5, la fraccion se hace 5 veces mayor, y multiplicando por 5 el denominador se hace 5 veces menor; hay pues compensacion, y por consiguiente la fraccion no cambia de valor. Asi: $\frac{5}{7}=\frac{25}{35}$.

9. 1.º Si se divide el numerador de un quebrado por un número entero, el quebrado se hace tantas veces menor como unidades hay en dicho número.

Sea $\frac{25}{35}$: dividiendo el numerador por 5, tenemos $\frac{5}{35}$, fraccion 5 veces menor que $\frac{25}{35}$; porque las partes del denominador han quedado las mismas y se han tomado 5 veces menos.

2.º Si se divide el denominador de una fraccion por un número entero, la fraccion se hace tantas veces mayor como unidades hay en dicho número.

Sea $\frac{25}{35}$: dividiendo el denominador por 5, tenemos $\frac{25}{7}$, fraccion 5 veces mayor que $\frac{25}{35}$, porque se toman igual número de partes, y estas se han hecho 5 veces mayores.

3.º Si se dividen por un mismo número los dos términos de un quebrado, este no muda de valor.

Sea $\frac{25}{35}$; dividiendo el numerador por 5, la fraccion se hace 5 veces menor; pero dividiendo tambien por 5 el denominador, la misma fraccion se hace 5 veces mayor. Hay, pues, compensacion, y la fraccion no ha cambiado de valor. Asi: $\frac{25}{35}=\frac{5}{7}$.

10. Se reduce un número entero á quebrado de un denominador dado multiplicando el entero por el denominador dado, y el producto expresará el numerador de la fraccion pedida. Asi:

5 reducido á tercios dá $\frac{5\times3}{3}$ ó $\frac{15}{3}$; y reducido á sétimos $\frac{5\times7}{7}$ ó $\frac{35}{7}$.

Si el entero está unido á una fraccion, se le multiplica por el denominador de esta, añadiendo al producto su numerador. Asi:

$$5+\frac{5}{7}=\frac{5\times7+5}{7}\text{ ó }\frac{40}{7}.$$

11. Se sacan los enteros contenidos en un número fraccionario dividiendo el numerador por el denominador; el cociente dará los enteros buscados, y la resta, si la hubiere, será el numerador de un nuevo quebrado, cuyo denominador es el del número fraccionario.

Sea $\frac{40}{7}$; 40 dividido por 7 dá 5 en el cociente y 5 de resta; luego $\frac{40}{7}=5+\frac{5}{7}$.

§. II. *Comparacion de las fracciones ó reduccion de las fracciones á un comun denominador.*

1. Cómo se compáran los valores de dos fracciones?–2. Cómo se reducen dos fracciones á un mismo denominador? Esta reduccion, cambia su valor respectivo?–3. Cómo se reducen las fracciones á un mismo denominador?–4. Qué se entiende por reducir quebrados al menor denominador comun?–5. Cómo se halla el menor denominador comun?–6. Cómo se reducen las fracciones al menor denominador comun?

1. Si dos fracciones tienen el mismo nombre, es decir, el mismo denominador, se las compára comparando sus numeradores: la que tiene mayor numerador es la mayor, sean los quebrados $\frac{3}{7}$ y $\frac{5}{7}$. $\frac{5}{7}$ es una fraccion mayor que $\frac{3}{7}$; porque entrambas expresan sétimas, y hay 5 en la una y 3 en la otra.

Si las dos fracciones tienen denominadores diferentes, es preciso para compararlas fácilmente, *reducirlas á un mismo denominador*, es decir, darlas el mismo nombre.

2. Para reducir dos quebrados á un mismo denominador, se multiplican los dos términos de cada quebrado por el denominador del otro. De aquí resultan dos nuevas fracciones iguales á las primeras, que tienen por denominador comun el producto de los dos denominadores dados. Sean los quebrados $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$, que se han de reducir á un mismo denominador.

$$\frac{4\times7}{5\times7}=\frac{28}{35}$$

Multiplico los dos términos 4 y 5 de la primera fraccion por 7 y tengo $\frac{28}{35}$, fraccion igual á $\frac{4}{5}$.

$$\frac{6\times5}{7\times5}=\frac{30}{35}$$

Multiplico los dos términos 6 y 7 de la segunda fraccion por 5 y tengo $\frac{30}{35}$, fraccion igual á $\frac{6}{7}$.

Se vé, pues, que $\frac{30}{35}$ es mayor que $\frac{28}{35}$, y por consiguiente $\frac{6}{7}$ mayor que $\frac{4}{5}$.

3. Para reducir á un mismo denominador un número cualquiera de quebrados, se multiplican los dos términos de cada uno por los denominadores, ó por el producto de los denominadores de todos los demas; lo que no altera el valor de los quebrados primitivos. Sean $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{12}$ que se han de reducir á un comun denominador.

$$\frac{2}{3}=\frac{2\times4\times6\times12}{3\times4\times6\times12}=\frac{576}{864}$$

Los dos términos 2 y 3 de la primera fraccion, multiplicados por los denominadores 4, 6, 12, de las otras tres fracciones, dan $\frac{576}{864}$, fraccion igual á $\frac{2}{3}$.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times3\times6\times12}{4\times3\times6\times12}=\frac{648}{864}$$

Los dos términos 3 y 4 de la segunda fraccion, multiplicados por los denominadores 3, 6, 12 de las otras tres fracciones dan $\frac{648}{864}$, fraccion igual á $\frac{3}{4}$.

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times3\times4\times12}{6\times3\times4\times12}=\frac{720}{864}$$

Los dos términos 5 y 6 de la tercera, multiplicados por los denominadores 3, 4, 12 de las otras tres, dan $\frac{720}{864}$, fraccion igual á $\frac{5}{6}$.

$$\frac{11}{12}=\frac{11\times3\times4\times6}{12\times3\times4\times6}=\frac{792}{864}$$

Los dos términos 11 y 12 de la cuarta, multiplicados por los denominadores 3, 4, 6 de las otras tres, dan $\frac{792}{864}$, fraccion igual á $\frac{11}{12}$.

Se puede formar desde luego el producto de los denominadores 4, 6 y 12 ó 288: 3, 6 y 12 ó 216: 3, 4 y 12 ó 144: 3, 4 y 6 ó 72, para multiplicar por este producto los dos términos de la primera, segunda, tercera y cuarta fraccion, y se obtendrá el mismo resultado:

$$\frac{2\times288}{3\times288}=\frac{576}{864}\ \Bigg|\ \frac{3\times216}{4\times216}=\frac{648}{864}\ \Bigg|\ \frac{5\times144}{6\times144}=\frac{720}{864}\ \Bigg|\ \frac{11\times72}{12\times72}=\frac{792}{864}$$

Se vé, pues, que el quebrado $\frac{11}{12}$ es mayor que $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{6}$ mayor que $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$ y $\frac{3}{4}$ mayor que $\frac{2}{3}$.

4. Reducir las fracciones al menor denominador comun es dar á todas ellas por denominador el múltiplo menor de cada denominador particular, que lo sea al propio tiempo de todas.

5. Para hallar el menor denominador comun, se examina si el múltiplo menor del mayor denominador particular, es tambien múltiplo de cada uno de los demas: si no lo fuese, se hará igual exámen para el segundo múltiplo del mismo número, luego para el tercero, para el cuarto, etc., y se llega asi necesariamente á hallar el múltiplo menor de cada denominador particular. Sean $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{10}$.

El mayor denominador es 10. Digo pues: 10, el menor múltiplo de 10, no es múltiplo de 6; —20, segundo múltiplo de 10, tampoco es múltiplo de 6: —pero 30, tercer múltiplo de 10, es á la vez múltiplo de 6 y de 2: luego 30 es el menor denominador comun á que pueden reducirse las fracciones propuestas.

Una vez hallado el menor denominador comun, es preciso para reducir á él los quebrados, multiplicar los dos términos de cada uno por el número de veces que su denominador particular está contenido en el denominador comun.

30 es el menor denominador comun de los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{10}$.

$\frac{1\times15}{2\times15}=\frac{15}{30}$ Ahora bien: 30 contiene 15 veces á 2; multiplico por 15 los términos de la fraccion $\frac{1}{2}$ y tengo $\frac{15}{30}$.

$\frac{5\times5}{6\times5}=\frac{25}{30}$ 30 contiene 5 veces á 6; multiplico por 5 los dos términos de la fraccion $\frac{5}{6}$ y tengo $\frac{25}{30}$.

$$\frac{4\times3}{10\times3}=\frac{12}{30}$$ 30 contiene 3 veces á 10: multiplico por 3 los términos de la fraccion $\frac{4}{10}$ y tengo $\frac{12}{30}$.

Asi los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{4}{10}$ reducidos á su menor denominador comun, se cambian, sin alterarse su valor, en $\frac{15}{30}$, $\frac{25}{30}$, $\frac{12}{30}$.

§. III. *Simplificacion de los quebrados ó reduccion á su mas simple expresion.*

1. Cuándo es reductible un quebrado?–2. Cuándo es irreductible un quebrado?–3. En general, cómo puede simplificarse una fraccion reductible?–4. Qué se entiende por número primo?–5. Qué se entiende por números primos entre sí?–6. Qué se entiende por divisor comun, y por máximo comun divisor?–7. Demostrar los cuatro principios siguientes en que está basada la operacion de hallar el máximo comun divisor: 1.º todo divisor comun de dos números divide su suma; 2.º todo divisor comun de dos números divide su diferencia; 3.º todo divisor de un número divide los múltiplos de este número; 4.º el máximo comun divisor de dos números, es tambien el máximo comun divisor del menor número y de la resta.–8. Cuál es la regla general para hallar el máximo comun divisor? Aplíquese esta regla á los números 2466 y 642.–9. Qué sucede cuando dos números son primos entre sí?–10. En qué se reconoce que dos números no tienen máximo comun divisor?

1. Dícese que una fraccion es *reductible* cuando sus dos términos son divisibles por un mismo número, lo que la simplifica sin cambiar su valor.

Sea $\frac{30}{42}$ la division de estos dos términos por 6 dan una fraccion mas sencilla, equivalente á $\frac{5}{7}$.

2. Una fraccion se llama irreductible, cuando no puede simplificarse Tal es por ejemplo, $\frac{6}{7}$.

3. En general se puede simplificar una fraccion dividiendo sus dos términos por 2 cuantas veces sea posible; luego los cocientes por 3; y los siguientes por 5, por 7, etc., y siempre cuantas veces sea posible. Se continúan estas divisiones sucesivas hasta tanto que se llegue á dos cocientes que no puedan ya ser divididos por un mismo número, no siendo por 1. Estos últimos resultados forman los términos de una nueva fraccion, que es la mas *simple expresion* de la fraccion dada, que le es igual.

Sea simplificar la fraccion $\frac{3780}{15120}$

$\frac{3780\ :\ 2}{15120\ :\ 2}=\frac{2890}{7560}$ Divido los dos términos por dos y tengo una nueva fraccion mas sencilla que la primera.

$\frac{1890\ :\ 2}{7560\ :\ 2}=\frac{945}{3780}$ Divido los cocientes por 2 y tengo una tercer fraccion mas sencilla aun que la segunda.

$\frac{945\ :\ 3}{3780\ :\ 3}=\frac{315}{1260}$ No siendo ya posible la division por 2, divido los cocientes por 3 y tengo una cuarta fraccion mas sencilla todavía que la tercera.

$\frac{315\ :\ 3}{1260\ :\ 3}=\frac{105}{420}$ Divido aun por 3 y tengo una quinta fraccion mas simple que la cuarta.

$\frac{105\ :\ 3}{420\ :\ 3}=\frac{35}{140}$ Divido de nuevo por 3 y tengo una sesta fraccion mucho mas simple que la quinta.

$\frac{35\ :\ 5}{140\ :\ 5}=\frac{7}{28}$ No siendo ya posible la division por tres, divido los cocientes por 5 y obtengo una fraccion mas simple todavía que la sesta.

$\frac{7\ :\ 7}{28\ :\ 7}=\frac{1}{4}$ La division por 5 no siendo ya posible, divido los cocientes por 7 y obtengo una octava fraccion mucho mas sencilla que la sétima.

$\frac{1}{4}$ es pues la *mas simple expresion* de $\frac{3780}{15120}$; porque un cuarto no puede ya dividirse por un mismo número como no sea por 1.

4. Un número se llama *primo*, cuando solo es divisible por sí mismo ó por la unidad, tales son los números:

2, 3, 5, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, etc.

5. Dícese que dos números *son primos entre si*, cuando no tienen factor comun. Asi:

10 y 21; ó 2, 5 y 3, 7 son primos entre sí.

6. Llámase *divisor comun*, al número que divide separadamente á otros dos. Asi:

Los números 2, 3, 6, 8, 12, que dividen separadamente á 24 y 72, son comunes divisores de estos dos números.

El *máximo comun divisor* de dos números, es el mayor número que separadamente les divide. Asi:

12 siendo el mayor número que divide separadamente á 24 y 72, es su máximo comun divisor.

7. El medio de hallar el *máximo comun divisor* está basado en los cuatro principios siguientes:

1.° Todo divisor comun de dos números divide exactamente su suma.

12 divide á 24, y divide tambien á 72: digo, que dividirá igualmente á 96, suma de 24 y 72.

En efecto, 24 es igual á 12 repetido dos veces: 72 es tambien igual á 12 repetido 6 veces; luego 96 ó 24+72 es igual á 12 repetido 2 veces, mas 6 veces, ó á 8 veces: luego 96 es múltiplo de 12, luego es divisible por 12.

2.° Todo divisor comun de dos números divide exactamente su diferencia.

72 y 24 son divisibles por 12: digo que 12 dividirá tambien á 48 diferencia entre 72 y 24.

En efecto, 72 es igual á 12 repetido 6 veces: 24 es tambien igual á 12 repetido 2 veces: luego 48 ó 72—24 es igual á 12 repetido 6 veces menos 2 veces, ó á 4 veces: luego 48 es divisible por 12.

3.° Todo divisor de un número divide exactamente sus múltiplos.

12 que divide á 24, divide tambien 2 veces 24 ó 48: 3 veces 24 á 72, y 4 veces 24 ó 96.

24 es igual á 12 repetido 2 veces; luego 48 es igual á 12 repetido 4 veces; 72 es igual á 12 repetido 6 veces; y 96 igual á 12 repetido 8 veces, etc.

4.° El *máximo comun divisor* de dos números, lo es tambien del menor número y de la resta, resultado de su division.

Sean los dos números 336 y 126:

$$\begin{array}{r|l} 336 & 126 \\ \hline 84 & 2 \end{array}$$

Dividiendo 336 por 126, tengo por cociente 2 y 84 de resta. Digo que el máximo comun divisor entre 336 y 126 es asimismo máximo comun divisor entre 126 y 84.

En efecto, $396=136\times2+84$. Ahora bien, todo número que divide á 126, divide tambien á 126×2. (Primer principio). Si ademas dicho número divide á 336, dividirá tambien á 84, diferencia entre 336 y 126×2. (2.° principio). Luego todos los divisores comunes de 336 y 126, lo serán tambien de 126 y 84.

Recíprocamente, todos los divisores comunes de 84 y 126 dividen á 84 y 126×2; y dividirán por consiguiente á 336, suma de 126×2 y de 84. (Primer principio). Luego todos los divisores comunes de 84 y 126 son tambien divisores comunes de 126 y de 336: luego el máximo comun divisor de 336 y de 126 es asimismo máximo comun divisor del menor número 126 y de la resta 84.

8. *Regla general para hallar el máximo comun divisor*.

Para hallar el máximo comun divisor de dos números, se divide el mayor por el menor, si no queda resta, el mas pequeño será el máximo comun divisor buscado: si queda resta, se divide el menor número por la resta, y si la division se hace exactamente, la primera resta será el máximo comun divisor buscado.

Si la segunda division dá una nueva resta, se divide la primera resta por la segunda, y si la tercera es 0, la segunda será el máximo comun divisor buscado. No siendo 0, se divide la segunda por la tercera, y se continúa asi dividiendo las restas las unas por las otras, hasta tanto que se obtenga un cociente exacto. La resta que divide la precedente será el máximo comun divisor pedido.

Sea hallar el máximo comun divisor de dos números, tales como 2466 y 642. Se dispone la operacion asi:

Cocientes.		3	1	5	3	2	2
Dividendos y divisores.	2466	642	540	102	30	72	6
Restas.	540	102	30	12	6	0	

Divido 2466, y tengo 3 por cociente y 540 por primera resta. Divido 642 por 540, y tengo por cociente 1 y por segunda resta 102. Divido 540 por 102, y tengo 5 por cociente y 30 por tercera resta. Divido 102 por 30, y tengo por cociente 3 y por cuarta resta 12. Divido 30 por 12, y tengo 2 por cociente y 6 por quinta resta. Divido 12 por 6, y tengo por cociente 2 y por resta 0. El máximo comun divisor de 2466 y 642, es pues, 6.

En efecto, segun el cuarto principio, siendo 6 el máximo comun divisor entre 6 y 12, lo es tambien entre 12 y 30; entre 30 y 102; entre 102 y 540; entre 540 y 642, y finalmente entre 642 y 2466.

9. Cuando dos números *son primos entre sí*, el buscar su máximo comun divisor conduce necesariamente á hallar una resta igual á la unidad.

10. Puede conocerse de tres modos que dos números dados no tienen máximo comun divisor:

1.º Cuando dos restas consecutivas producen nùmeros *primos entre sí*.

2.º Cuando se encuentra una resta con números primos, y que no divide á la resta precedente.

3.º Cuando se obtiene una resta igual á la unidad.

Sean los dos números 607 y 107.

Cocientes.		5	1	2	17
Dividendos y divisores.	607	107	72	35	2
Restas	72	35	2	1	

Las dos restas consecutivas 72 y 35 son números primos entre sí, cuyos números 607 y 107, no tienen máximo comun divisor.

La resta 2 es primo y no divide la resta precedente 35. Luego, etc. (1.º)
Finalmente, la division de 35 por 2 dá por resta 1. Luego, etc. (3.º)

§. IV. *Adicion de las fracciones y de los números fraccionarios.*

1. Cuántos casos presenta la suma de quebrados?–2. Cuál es la regla cuando las fracciones tienen un mismo denominador? y cuándo tienen denominadores diferentes?–3. Qué se hace cuando el resultado de la adicion dá un número fraccionario?–4. Cuál es la regla de sumar los números fraccionarios?–5. Cómo se hace la prueba de una suma de números fraccionarios?

1. La adicion ó suma de los quebrados presenta dos casos: ó los quebrados tienen un mismo denominador, ó bien le tienen diferente.

2. 1.º Si los quebrados tienen un mismo denominador, se suman los numeradores, y se dá á la suma por denominador el denominador comun, por razon que una suma debe llevar el mismo nombre que los números que la componen. Así:

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{7}+\frac{1}{7}=\frac{2+3+1}{7}=\frac{6}{7}$$

2.º Si los quebrados tienen denominadores diferentes, se reducen desde luego á un mismo denominador, se suman en seguida los numeradores, y se dá á la suma el denominador comun.

Sean las fracciones $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{12}$:

El menor denominador comun es 12. Las tres primeras fracciones modificadas se convierten en $\frac{6}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{10}{12}$, que se añaden á $\frac{10}{12}$. Tenemos, pues,

$$\frac{6+4+10+10}{12}=\frac{30}{12}$$

3. Cuando el resultado de la adicion dá un número fraccionario como $\frac{30}{12}$, se sacan los enteros y se simplifica lo mas posible. Así:

$$\frac{30}{12}=2+\frac{6}{12};\ \text{luego}\ \frac{6}{12}=\frac{1}{12};\ \text{luego}\ \frac{30}{12}=2+\frac{1}{2}.$$

4. La adicion de los números fraccionarios presenta dos casos. Si tienen dos términos, como $\frac{30}{12}$, se procede como con los quebrados; si están compuestos de enteros y quebrados separados, se escriben los unos debajo de los otros, de manera que los enteros esten en columna y los quebrados tambien: se reducen los quebrados á su menor denominador comun: luego haciendo de estos quebrados una nueva columna á la derecha se suman y se extraen de su suma las unidades enteras para sumarlas con la columna de los enteros. Se escribe la fraccion del cociente, si la hay, debajo de la columna de las fracciones dadas; y finalmente se suman los enteros.

Sean para sumar los números fraccionarios $15\frac{3}{8}, 2\frac{1}{4}, 3\frac{6}{12}$:

$$\begin{array}{rr|r|r}
15 & 3 \mid 8 & 9 & \\
2 & 1 \mid 4 & 6 & 24 \\
3 & 6 \mid 12 & 12 & \\
\hline
1 & 1 \mid 8 & 27 \mid 24 & \\
\hline
21 & 1 \mid 8 & &
\end{array}$$

El menor denominador comun es 24. Las fracciones se convierten por consiguiente en $\frac{9}{24}$ $\frac{6}{24}, \frac{12}{24}$; su suma es $\frac{27}{24}$. Pero $\frac{27}{24}=1\frac{3}{24}$ ó $1\frac{1}{8}$:

escribo, pues, $\frac{1}{8}$ debajo de la columna de las fracciones primitivas, y llevo 1 para la de los enteros, obteniendo de este modo $21\frac{1}{8}$ para la suma pedida.

5. La prueba de la adicion se hace para los números quebrados, como para los enteros: sin embargo, si se emplea la sustraccion es preciso tener cuidado de dar la forma fraccionaria á la resta de la columna de las unidades enteras para añadir á la fraccion de la suma. Así en el ejemplo procedente.

La resta de las unidades enteras dá 1. Ahora bien, $1=\frac{8}{8}$ ó $\frac{24}{24}$ que unidos á $\frac{3}{24}$ de la suma hacen $\frac{27}{24}$: quitando $\frac{27}{24}$ de la suma de las fracciones modificadas, se tiene 0 por resta, y por consiguiente la operacion ha sido probablemente bien hecha.

§. V. *Sustraccion de los quebrados y de los números fraccionarios.*

1. Cuántos casos presenta la sustraccion de los quebrados?–2. Cuál es la regla cuando los quebrados tienen un mismo denominador? y cuándo tienen denominadores diferentes?–3. Cuántos casos presenta la sustraccion de los números fraccionarios? Algunos ejemplos.–Cómo se resta un quebrado de un entero?

1. La sustraccion de las fracciones presenta dos casos: ó las fracciones tienen un mismo denominador, ó los denominadores son diferentes.

2. 1.° Si los quebrados tienen un mismo denominador, se resta el menor numerador del mayor, y se pone la diferencia por denominador, el denominador comun, en razon de que una diferencia debe tener el mismo nombre, que los números que la dan.

Sea $\frac{2}{15}$ que se ha de restar de $\frac{7}{15}$:

Quito el menor numerador 2 del mayor 7: la diferencia es 5; coloco debajo del 5 el denominador comun 15 y tengo por resta $\frac{5}{15}$ ó $\frac{1}{3}$.

2.° Si los quebrados no tienen un mismo denominador, se comienza por reducirlos á él, y la sustraccion se hace en seguida como en el caso precedente.

Sea $\frac{2}{7}$ que se ha de restar de $\frac{3}{5}$:

Reduzco $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{7}$ al mismo denominador y obtengo $\frac{21}{35}$ y $\frac{10}{35}$: Ahora $21 - 10 = 11$: la diferencia pues de estos quebrados es de $\frac{11}{35}$.

3. La sustraccion de los números fraccionarios presenta dos casos.

1.° Si los números fraccionarios son de dos términos, se procede como con los quebrados comunes. Asi:

$$\frac{21}{15} - \frac{6}{5} = \frac{105 - 90}{75} = \frac{15}{75} = \frac{1}{5}.$$

2.° Si los números fraccionarios se componen de enteros y quebrados separados, se escribe el menor debajo del mayor, se reducen los quebrados á un mismo denominador, se resta el que pertenece al menor número del que pertenece al mayor, se escribe el quebrado restante debajo de los quebrados dados, y se continúa la operacion como en la sustraccion de los números enteros.

Cuando el quebrado que se ha de restar es el mayor, se toma del mayor entero una unidad que se une al quebrado menor.

Sea $23\frac{9}{10}$ que se ha de restar de $67\frac{3}{8}$:

$$\begin{array}{rr|rrr|l} 67 & 3 & 8 & 15 & 55 & 40 \\ 23 & 9 & 10 & 36 & 36 & \\ \hline 43 & 19 & 40 & & 19 \mid 40 & \end{array}$$

Dispongo la operacion como para la suma. El menor denominador comun es 40. Los quebrados quedan pues convertidos en $\frac{15}{40}$ y $\frac{36}{40}$.

Como 36 no puede restarse de 15, tomo del número 67 una unidad que vale $\frac{40}{40}$, añado á 40 15 y tengo 55: resto ahora 36 de 55 y obtengo por resta 19, á quien doy por denominador 40; pasando en seguida á los enteros resto 23 mas 1 de 67 y tengo por resta 43. Luego la diferencia es $43\frac{19}{40}$.

La prueba de esta operacion se hace como con los números enteros.

4. Para restar un quebrado de un entero, se sustrae de una unidad del entero convertida en quebrado del mismo denominador, disminuyendo al entero de dicha unidad.

Sean $\frac{5}{6}$ que se han de restar de 9.

$$9=8+\frac{6}{6}$$

$$\frac{6}{6}-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$$

$$9-\frac{5}{6}=8+\frac{1}{6}$$

Tomo del número 9 una unidad entera que vale $\frac{6}{6}$ resto $\frac{5}{6}$ de $\frac{6}{6}$ y tengo por resta $\frac{1}{6}$; luego $9-\frac{5}{6}=8+\frac{1}{6}$.

§. VI. *Multiplicacion de los quebrados y de los números fraccionarios.*

1. Cuántos casos presenta la multiplicacion de los quebrados?–2 A qué se reduce el multiplicar un quebrado por un entero, y cómo se hace esta multiplicacion?–3 Qué es multiplicar un entero por un quebrado, y cómo se hace esta multiplicacion?–4 En qué casos el producto es mayor ó menor que el multiplicando?–5 Qué es multiplicar un quebrado por un quebrado, y cómo se hace esta multiplicacion?–6. Por qué el producto de los dos quebrados es menor que cada factor?–7. A qué se llaman quebrados de quebrados, y cómo se les valúa?–9. Cómo se hace la multiplicacion de los números fraccionarios?–Cuando se hacen operaciones con quebrados ó con números fraccionarios, qué precauciones es preciso tomar antes de efectuar los cálculos?

1. La multiplicacion de los quebrados presenta tres casos: 1.º multiplicar un quebrado por un entero; 2.º multiplicar un entero por un quebrado; 3.º multiplicar un quebrado por otro quebrado.

2. Multiplicar un quebrado por un entero es hacer el quebrado tantas veces mayor como unidades contiene el número entero.

Para multiplicar un quebrado por un entero, es preciso, ó multiplicar su numerador, ó dividir su denominador por el entero; porque se hace un quebrado 2, 3, 4,... veces mayor, haciendo su numerador 2, 3, 4,... veces mayor, ó su denominador 2, 3, 4,... veces menor. Se pone al producto por denominador el del quebrado multiplicando, y al cociente el numerador del quebrado multiplicador.

Sea $\frac{3}{8}$ que se han de multiplicar por 2:

1.º $\frac{3}{8}\times 2=\frac{3\times 2}{8}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$. 1.º Multiplico el numerador 3 por 2, y debajo del producto 6 coloco el denominador 8: el producto es pues, $\frac{6}{8}$ ó $\frac{3}{4}$.

2.º $\frac{3}{8}\times 2=\frac{3}{8:2}=\frac{3}{4}$. 2.º Divido el denominador 8 por 2, y encima del cociente 4 coloco el numerador 3, y el producto es por consiguiente $\frac{3}{4}$.

3. Multiplicar un entero por un quebrado, es tomar de este número la parte que indica el quebrado.

Para multiplicar un entero por un quebrado, se multiplica el entero por el numerador del quebaado, y se dá el producto por denominador el de la fraccion multiplicador.

Sea 4 que se ha multiplicar por $\frac{5}{12}$.

$4\times\frac{5}{12}=\frac{4\times5}{12}=\frac{20}{12}=\frac{5}{3}=1\frac{2}{3}$. Multiplico 4 por 5, y debajo del producto 20 pondré el denominador 12, lo que dá $\frac{20}{12}$ ó $\frac{5}{3}$ ó $1\frac{2}{3}$.

En efecto, multiplicar 4 por $\frac{5}{12}$ es tomar los $\frac{5}{12}$ de 4: la dozava parte de 4 es $\frac{4}{12}$: luego la dozava parte de 4 repetido 5 veces: hace $\frac{20}{12}$ ó $1\frac{2}{3}$.

4. El producto es mayor que el multiplicando, cuando el multicador sea mayor que la unidad.

Al contrario, el producto es menor que el multiplicando cuando el multiplicador es menor que la unidad.

5. Multiplicar un quebrado por otro quebrado, es tomar del quebrado multiplicando la parte indicada por el quebrado multiplicador.

Para multiplicar un quebrado por otro, es preciso hallar sucesivamente el producto de los numeradores y de los denominadores: estos productos serán el numerador y denominador del quebrado que expresará el producto de los quebrados propuestos.

Sea $\frac{3}{4}$ que se ha de multiplicar por $\frac{4}{5}$:

$3\times4=12$, producto de los numeradores.

$4\times5=20$, producto de los denominadores.

$\frac{3\times4}{4\times5}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$, producto de los dos quebrados.

En efecto, si hubiésemos de multiplicar $\frac{3}{4}$ por 4, sería preciso multiplicar 3 por 4, y tendríamos $\frac{12}{4}$; pero en el presente caso, no es por 4, sino por $\frac{4}{5}$ por quien hemos de multiplicar el quebrado. Al multiplicar por 4 le hicimos 4 veces mayor; por consiguiente para reducirla á su justo valor, es preciso dividirla por 5, es decir, multiplicar por 5 el denominador del quebrado multiplicando, lo que dá $\frac{12}{4\times5}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$.

6. El producto de dos fracciones es menor que cada factor. En efecto, cuando el multiplicador está expresado por 1, 2, 3,.... unidades, el producto se compone de 1, 2, 3,.... veces el multiplicando, y si el multiplicador está por el contrario expresado por $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, el producto solo debe componerse de la cuarta, de la mitad, ó de las tres cuartas partes del multiplicando. Lo mismo sucede con respecto al multiplicador. Asi en el ejemplo precedente:

El producto $\frac{3}{5}$ ó $\frac{12}{20}$ es menor que $\frac{3}{4}$ ó $\frac{15}{20}$ multiplicando, y que $\frac{4}{5}$ ó $\frac{16}{20}$ multiplicador.

7. Llámanse *quebrados* de *quebrados*, á una série de fracciones que dependen las unas de las otras, como los $\frac{2}{5}$ de $\frac{4}{5}$, los $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{9}$.

Se valúan los *quebrados* de *quebrados* multiplicando entre sí todos los términos correlativos. Así:

Los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}=\frac{2\times4}{3\times5}$ ó $\frac{8}{15}$. En efecto, multiplicar $\frac{4}{5}$ por $\frac{2}{3}$ es tomar los $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, puesto que el multiplicador es los $\frac{2}{3}$ de la unidad.

Los $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{9}=\frac{3\times5\times7}{4\times6\times9}$ ó $\frac{105}{216}=\frac{35}{72}$. En efecto, multiplicar $\frac{5}{6}$ por $\frac{3}{4}$ es tomar los $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$; multiplicar $\frac{7}{9}$ por $\frac{5}{6}$ es tomar los $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{9}$. luego para tomar los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{9}$ es preciso multiplicar respectivamente los numeradores y denominadores unos por otros.

8. La multiplicacion de los números fraccionarios presenta dos casos. Si tienen dos términos como $\frac{15}{6}$ y $\frac{17}{9}$ se procede como con los quebrados. Si son compuestos de enteros y quebrados separados, se les convierte

en números fraccionarios de dos términos para multiplicarlos en seguida como los quebrados.

Sea multiplicar $2\frac{3}{5}$ por $4\frac{2}{7}$:

$2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$. Convierto los $2\frac{3}{5}$ en un número fraccionario de dos términos, y tengo $\frac{13}{5}$.

$4\frac{2}{7}=\frac{30}{7}$. Hago lo mismo con $4\frac{2}{7}$, y tengo $\frac{30}{7}$.

$\frac{13}{5}\times\frac{30}{7}=\frac{390}{35}$ Multiplicando ahora los $\frac{13}{5}$ por $\frac{30}{7}$ obtengo $\frac{390}{35}$, ó $\frac{78}{7}=11\frac{1}{7}$.

9. En las operaciones de quebrados ó de números fraccionarios es preciso antes de comenzarlas, reducir los quebrados á su mas simple expresion ó simplificarlos. Por este medio los cálculos, aun los complicados, se reducen á poca cosa.

Sea tomar los $\frac{3}{4}$ de los $\frac{4}{5}$ de $\frac{8}{9}$ de 5. Tenemos segun lo expuesto en el número 7

$\frac{3\times4\times8\times5}{4\times5\times9\times1}$ Pero los factores 4 y 5 son comunes en el numerador y en el denominador; por consiguiente podemos quitarlos. Ademas, el 3 del numerador es un factor de 9 que se halla en el denominador. De que resulta que $\frac{3\times4\times9\times5}{4\times5\times9\times1}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$.

10. Todas las reglas dadas para la multiplicacion de los quebrados y de los números fraccionarios pueden reducirse á una: *multiplicar el numerador del multiplicando por el numerador del multiplicador, y el resultado será el numerador del producto; y multiplicar el denominador del multiplicando por el denominador del multiplicador, y el resultado será el denominador del producto.*

En el caso de multiplicar un entero por un quebrado, ó vice versa, se considerará el entero como teniendo por denominador la unidad.

En los números fraccionarios de dos términos se reducirán á un solo término. Ejemplos.

1.° $\frac{3}{4}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{20}$ Multiplico el numerador 3 del multiplicando por el numerador 3 del multiplicador, y tengo por resultado 9 para numerador del producto. Multiplico en seguida 4, denominador del multiplicando por 5, denominador del multiplicador, y tengo 20 por denominador del producto.

2.° $8\times\frac{3}{4}=\frac{8\times3}{1\times4}=\frac{24}{4}=6$ Convierto el multiplicando 8 en la fraccion $\frac{8}{1}$, y ejecuto la operacion como en el caso anterior.

3.° $\frac{3}{4}\times8=\frac{3\times8}{4\times1}=\frac{24}{4}=6$ Convierto el multiplicador 8 en la fraccion $\frac{8}{1}$ y ejecuto la operacion como en las dos anteriores.

4.° $2\frac{1}{2}\times3\frac{1}{4}=\frac{5\times13}{2\times4}=\frac{65}{8}=8+\frac{1}{8}$ Reduzco á un solo término los números fraccionarios, y ejecuto el cálculo como queda indicado.

§. VII. *Division de los quebrados y de los números fraccionarios.*

1. Cuántos casos presenta la division de los quebrados?–2. Cuál es la regla de dividir un quebrado por un entero?–3. Cómo se divide un número entero por un quebrado?–4. Cómo se divide un quebrado por otro?–5. En qué casos el cociente es mayor ó menor que el dividendo?–6. Cuál es el cociente cuando se divide la unidad por un quebrado?–7. Cómo se ejecuta la division de los números fraccionarios?—8. No puede darse una regla práctica general que abrace todos estos casos?

1. La division de los quebrados presenta tres casos: 1.° dividir un quebrado por un entero; 2.° dividir un entero por un quebrado; 3.° dividir un quebrado por otro.

2.° Para dividir un quebrado por un número entero, es preciso, ó dividir su numerador, ó multiplicar su denominador por el número entero. En efecto, dividir un quebrado por 2, 3, 4,... es hacerle 2, 3, 4,... veces menor. Es asi que un quebrado se hace 2, 3, 4,... veces menor dividiendo su numerador ó multiplicando su denominador por 2, 3, 4:... luego efectuando esta operacion y dando al cociente el denominador del quebrado dividendo, ó al producto el numerador del quebrado divisor, habremos conseguido la division.

Sea $\frac{8}{9}$ que se ha de dividir por 4:

1.° $\frac{9}{8}:4=\frac{8:4}{9}=\frac{2}{9}$ 1.° Divido el numerador 8 por 4, y debajo del cociente 2 coloco el denominador 9, y tengo $\frac{2}{9}$.

$$2.^{\circ}\quad \frac{8}{9}:4=\frac{3}{9\times 4}=\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$$

2.° Multiplico el denominador 9 por 4, y encima del producto coloco el numerador 8, lo que dá $\frac{8}{36}$ ó $\frac{2}{9}$.

3. **Para dividir un número entero por un quebrado, se invierte el quebrado y se multiplica por el entero.**

Sea dividir 4 por $\frac{8}{9}$:

$4:\frac{8}{9}=4\times\frac{9}{8}=\frac{36}{8}$ ó $4\frac{1}{2}$ Invierto la fraccion, y tengo que multiplicar 4 por $\frac{9}{8}$. El producto $\frac{36}{8}$ ó $4\frac{1}{2}$ es el cociente buscado.

En efecto, si yo tuviese que dividir 4 por 8, el cociente sería $\frac{4}{8}$; pero el divisor $\frac{8}{9}$ es 9 veces menor que 4: el cociente debe ser pues 9 veces mayor que $\frac{4}{8}$, es decir, $\frac{4}{8}\times 9$ ó $\frac{36}{8}=4\frac{1}{2}$.

4. **Para dividir un quebrado por otro, se multiplicará el quebrado dividendo por el quebrado divisor invertido.**

Sea $\frac{3}{4}$ que se ha de dividir por $\frac{7}{8}$:

Segun la regla que precede es necesario dividir $\frac{3}{4}$ por 7, lo que dá $\frac{3}{4\times 7}$; y como $\frac{7}{8}$ quebrado divisor, es 8 veces menor que 7, el cociente deberá ser 8 veces mayor, por lo cual tendremos que multiplicar este resultado por 8; el cociente será entonces $\frac{3\times 8}{4\times 7}$. Pero $\frac{3\times 8}{4\times 7}$ puede considerarse como el producto de $\frac{3}{4}$ por $\frac{8}{7}$, y $\frac{8}{7}$ es la fraccion divisor invertida. Se tiene pues, $\frac{24}{28}$ ó $\frac{6}{7}$.

5. **Si el divisor es un número entero, el cociente será menor que el quebrado dividendo, y mayor, si el divisor es un quebrado.**

6. Cuando se divide la unidad por un quebrado, el cociente es igual á este quebrado invertido. Así:

$$1:\frac{5}{7}=1\times\frac{7}{5}=\frac{7}{5}$$

7. La division de los números fraccionarios de dos términos, se hace absolutamente, como la de los quebrados. Si tienen enteros y quebrados separados, se convierten en números fraccionarios de dos términos y se dividen como los primeros.

Sea dividir $4\frac{2}{7}$ por $2\frac{3}{5}$

$4\frac{2}{7}=\frac{30}{7}$ Convierto los $4\frac{2}{7}$ y $2\frac{3}{5}$ en números de dos términos.

$2\frac{3}{5}=\frac{13}{5}$ $\frac{30}{7}$ y $\frac{13}{5}$; divido $\frac{30}{7}$ por $\frac{13}{5}$, y tengo $\frac{30}{7}\times\frac{5}{13}=\frac{150}{91}=1\frac{59}{91}$.

8. Todas las reglas dadas para la division de los quebrados y de los números fraccionarios pueden reducirse á una: *multiplicar el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y el producto será el numerador del cociente; y multiplicar el numerador del divisor por el denominador del dividendo, y el producto será el denominador del cociente.*

En el caso de dividir un quebrado por un entero, ó vice versa, se considerará el entero como un quebrado que tiene por denominador la unidad.

Los números fraccionarios de dos términos se reducirán á uno solo. Ejemplos.

1.º $\frac{2}{6}:\frac{1}{6}=\frac{2\times6}{6\times1}=\frac{12}{6}=2$

Multiplico el numerador 2 del dividendo por el del nominador 6 del divisor, y tengo 12 por un numerador del cociente. Multiplico en seguida 1, numerador del divisor por 6, denominador del dividendo, y tengo 6 por denominador del cociente.

2.º $8:\frac{2}{3}=\frac{8}{1}:\frac{2}{3}=\frac{8\times3}{2\times1}=\frac{24}{2}=12$

Convierto el entero 8, dividendo en la fraccion $\frac{8}{1}$, y ejecutando la operacion como en el caso anterior, me dá por resultado $\frac{24}{2}$ ó 12.

3.º $\frac{2}{3}:8=\frac{2}{3}:\frac{8}{1}=\frac{2\times1}{8\times3}=\frac{2}{24}$ Convierto el entero divisor 8 en la fraccion $\frac{8}{1}$, y ejecutando el cálculo como en los casos anteriores obtengo por resultado $\frac{2}{24}$.

4.º $4\frac{1}{2}:2\frac{1}{4}=\frac{9}{2}:\frac{9}{4}=\frac{9\times4}{9\times2}=\frac{36}{18}=2$ Convirtiendo los números fraccionarios de dos términos en un solo término, y practicando la operacion exactamente lo mismo que las anteriores tendremos el resultado $\frac{36}{18}$ ó 2.

TERCERA SECCION.—DE LAS FRACCIONES DECIMALES.

§. I. *De las fracciones decimales en general.*

1. A qué llamamos fracciones decimales?–2. Segun qué principio se forma la sucesion de las fracciones decimales? Qué nombres reciben estas fracciones decimales sucesivas?–3. Cómo se representan las décimas?–4. A cuántas centésimas equivale una décima, y á cuántas milésimas equivale una centésima?–5. Qué relacion existe entre dos partes decimales segun su órden de colocacion?–6. Cómo se representan las centésimas, las milésimas y las demas partes decimales?–7. Por qué se reemplazan los órdenes ó las clases de decimales que faltan?–8. Cómo se lee un número decimal? y una fraccion decimal aislada?–9. Cómo se escribe con cifras ó guarismos un número decimal? Y una fraccion decimal aislada?–10. Qué cambios produce el correr la coma hácia uno ú otro lado?–11. Un número ó una fraccion decimal, cambian de valor cuando se añaden ó suprimen ceros á su derecha?–12. Cómo se reducen las fracciones decimales á una misma especie?

1. Llámanse *fracciones decimales, números decimales,* ó simplemente *decimales,* á las fracciones compuestas de partes, que van siendo de diez en diez veces menores que la unidad.

Se emplea mas particularmente el término de *números decimales* en aquellas fracciones decimales que están precedidas de una ó varias unidades enteras.

2. La sucesion de las fracciones decimales siguen el mismo principio de nuestra numeracion, en la cual toda cifra colocada á la derecha de otra vale diez veces menos que esta. Asi las fracciones decimales se forman considerando la unidad como dividida en diez partes iguales, de las cuales cada una es una *décima* de la unidad; *la décima* como dividida en diez partes iguales, de las que cada una es una *centésima*; la centésima como dividida en diez partes iguales, de las que cada una es una *milésima,* y asi de las demas; de cuyo modo se obtienen *diez milésimas*, *cien millonésimas,* etc., de una unidad cualquiera.

3. Una *décima*, siendo diez veces menor que la unidad, es natural escribir las décimas á la derecha de las unidades simples, asi como se escriben las unidades á la derecha de las decenas. Pero para no confundir la parte entera con la parte decimal, se las separa con una coma, colocada entre las unidades y las décimas. Asi el número 7 unidades, 9 décimas, se escribe 7, 9, porque 9 representa partes diez veces mas pequeñas que las unidades.

4. La *décima* de 100 es 10, y la *centésima* de 100 es 1. Por consiguiente la *décima* equivale á 10 *centésimas*, ó bien la *centésima* es 10 veces menor que la *décima*.

La *centésima* de 1000 es 10, y la *milésima* de 1000 es 1. Por consiguiente, la *milésima* es diez veces menor que la *centésima*.

Del mismo modo una *milésima* equivale á 10 *diez-milésimas;* una *diez-milésima* á 10 *cien-milésimas;* una *cien-milésima* á 10 *millonésimas*.

5. Cada parte decimal, siendo diez veces mayor que la que la sigue á la derecha, y diez veces menor que la que la precede á la izquierda, resulta que una parte decimal cualquiera es décima relativamente á la que la sigue, y centésima relativamente á la que la precede.

6. Las *décimas* ocupan el *primer lugar* despues de la coma; las *centésimas* deben ocupar el *segundo;* las *milésimas* el *tercero*; las *diez-milésimas* el *cuarto*; las *cien-milésimas* el *quinto;* las *millonésimas* el *sesto*, y asi de las demás.

7. Los órdenes ó las clases de decimales que faltan, se reemplazan por ceros en los números decimales, del mismo modo que se hace en los números enteros.

8. 1.° Para leer un número decimal escrito, se enuncia desde luego la parte entera como si estuviese sola; en seguida la parte decimal como si se tratase tambien de un número entero, y se termina este último enunciado con el nombre de las unidades de la última cifra de la derecha. Asi:

El número decimal 7,395 se enuncia, *siete unidades trescientas noventa y cinco milésimas*.

En efecto, 3 décimas=30 centésimas; 30 centésimas +9 centésimas=39 centésimas=390 milésimas; 390 milésimas + 5 milésimas = 395 milésimas.

Se puede tambien enunciar todo el número decimal como un número entero, teniendo cuidado de terminar la enunciacion con el nombre de los decimales de la menor especie. Asi:

El número 7,395, puede enunciarse, *siete mil trescientas noventa y cinco milésimas*.

En efecto, 7 unidades valen 7000 milésimas, que unidas á 395 milésimas, hacen 7395 milésimas.

2.° Una fraccion decimal aislada se lee como un número decimal. Solamente se expresa al fin de la enunciacion á qué especie de unidades pertenece la fraccion, si estuviese indicada; en el caso contrario nada se añade. Sea pues:

El número de años, 0 años, 0 3. Se dice sencillamente 3 *centésimas de año*, y no 0 años, 3 centésimas.

Y el número 0,00025. Ya que no hay unidades designadas ni milésimas, se dice: 25 cien milésimas, ó 250 millonésimas.

9. 1.° Para escribir un número decimal enunciado, se pone sucesivamente comenzando desde la izquierda el número de unidades de cada especie, ocupando con ceros el lugar de las unidades intermedias que puedan faltar; y se coloca en seguida la coma á la derecha de la cifra de las unidades simples de manera que cada guarismo ocupe el lugar que conviene á la especie de sus unidades. Asi:

Cada uno de los números, *siete unidades, trescientas noventa y cinco milésimas, ó siete mil trescientas noventa y cinco milésimas*, se escribe 7,395.

Cada uno de los números, *cinco unidades, cuatro cien-milésimas* ó *quinientas mil cuatro cien-milésimas,* se escriben 5,00004.

2.° Una fraccion decimal aislada se escribe como un número decimal; solamente se coloca un cero en el lugar de las unidades enteras, tanto para denotar que faltan como para indicar la especie de la unidad. Asi:

El número *doscientas seis milésimas,* se escribe, 0,206; el número *cinco centésimos de legua*, se escribe, 0 legs., 0 5.

10. El cambio de lugar de la coma cambia tambien el valor del número decimal. Si se corre la coma 1, 2, 3 lugares hácia la derecha, el número se hace 10, 100, 1000 veces mayor; por el contrario, corriendo la coma 1, 2, 3 lugares hácia la izquierda, se hace el número 10, 100, 1000 veces menor. Asi:

En el número 21,835, si se coloca la coma despues del 3, tendremos 2183, 5, donde las unidades se han hecho centenas, las décimas decenas; las centésimas unidades, y las milésimas décimas: el número total, se ha hecho pues cien veces mayor: lo contrario sucedería si se hubiese colocado la coma antes del número 2, de esta suerte 0,21835.

11. El valor de un número decimal ó de una fraccion decimal no varía, aunque se añadan ó supriman ceros á su derecha. Asi:

2,8 equivale á 2,80; á 2,800; á 2,8000.... y recíprocamente 2,8000 equivale á 2,800; á 2,80 y á 2,8. En el primer caso las partes decimales se han hecho 10, 100, 1000 veces mas pequeñas; pero al mismo tiempo se hicieron 10, 100, 1000 veces mas numerosas: en el segundo caso se han hecho 10, 100, 1000 veces mayores, pero al propio tiempo 10, 100, 1000 veces menos numerosas; por consiguiente hay compensacion, y el valor del número no se ha alterado.

12. Para reducir las fracciones decimales á una misma especie, basta, segun lo que precede, con añadir á cada una de ellas tantos ceros como se necesiten para que todos tengan el mismo número de decimales.

Sea por ejemplo 2,8; 3,45 4,235 y 5,4679 que se ha de reducir á una misma especie.

El último número tiene cuatro decimales: se pueden añadir tres ceros al primero, dos al segundo, y uno al tercero sin alterar su valor; y se obtendrán asi los números 2,8000, 3,4500, 4,2330; 5,4679, que todos tienen cuatro decimales, y que por consiguiente representan todos *diez milésimas*.

Sea 5,4000; 4,200; 3,40 y 2,8 para reducir á una misma especie.

El último número no tiene mas que un decimal: puedo pues suprimir tres ceros al primero, dos al segundo y uno al tercero, y tengo asi los números 5,4; 4,2; 3,4; y 2,8, que no tienen cada uno mas que un decimal y que por consiguiente representan *décimas*.

§. II. *Adicion, sustraccion, multiplicacion, y division de los números y de las fracciones decimales.*

1. Cómo se hace la adicion de los números y de las fracciones decimales? Cómo se hace la prueba de una suma de decimales?—**2.** Cómo se hace la sustraccion de los números decimales y de las fracciones decimales? Cómo se hace la prueba de una resta decimal?—**3.** Cómo se hace la multiplicacion de los números decimales y de las fracciones decimales? Cómo se hace la prueba de la multiplicacion decimal?—**4.** Cuántos casos presenta la division de los números decimales y de las fracciones decimales? Qué se hace cuando el divisor es un número entero? Cuándo el dividendo y el divisor tienen igual número de decimales? Cuándo el número de decimales no es el mismo en ambos términos?—**5** Qué es necesario hacer para aproximar al verdadero cociente á lo menos hasta una unidad de un órden dado?—**6.** Cómo se hace la prueba de una division decimal?

1. 1.º La adicion de los números decimales y de las fracciones decimales se hace como la de los números enteros, separando en la suma con una coma tantos decimales como hay en el sumando que tenga mas.

Sean para sumar los números 12,34+42,5+289,0009+962+50,365+0, 042:

12,34 42,5 289,0009 962, 50,365 0,042 ――――― 1356,2479 *(Suma).* 211,1000 *(Prueba).*	Coloco convenientemente los números propuestos; sumo como en los números enteros, y obtengo por resultado 13562479. De los números dados para sumar, el que mas decimales contiene son cuatro; de consiguiente, separo cuatro en la suma que es 1356,2479.

2.º La prueba de una adicion decimal se hace ordinariamente por la sustraccion. Súmanse la cifras de la primer columna de la izquierda, réstase el total obtenido de la parte correspondiente de la suma, y se escribe la resta debajo para unirla, como decenas, á la cifra siguiente de la suma. Del número que resulta se quita el total de la segunda columna, y se continúa del mismo modo hasta la última columna de la derecha. La última resta debe ser cero, cuando la suma ha sido bien hecha; porque si de una suma se quitan sucesivamente todas las partes de que se compone, es claro que nada debe quedar.

2. 1.º La sustraccion de los números decimales y de las fracciones decimales se hace como la de los números enteros, solamente que para facilitar la aplicacion de la regla se les reduce á la misma especie, y hecha la sustraccion, se coloca en la diferencia una coma, en la columna en que se hallan las comas de los números propuestos.

Sea 44,6294 que se ha de restar de 47,5.

47,5000 44,6294 ――――― 2,8706 *(Diferencia).* 47,5000 *(Prueba).*	Reduzco los dos números á la misma especie, añadiendo tres ceros á la derecha de 47,5; resto 44,6294 de 47,5000, como si fueran enteros; y separo cuatro decimales con una coma en la di-

ferencia que es de 2,8706.

2.º La prueba de una sustraccion decimal se hace como en los números enteros, por la adicion de la diferencia con el menor número de los dos propuestos.

3. La multiplicacion de los números decimales y de las fracciones decimales se hace como la de los números enteros: 1.º Se forma el producto sin hacer caso de la coma de los dos factores; pero se separan en seguida hácia la derecha de este producto, tantos decimales como hay en ambos factores reunidos: 2.º Si el producto no contiene tantas cifras

como debiera haber decimales, se añaden á la izquierda tantos ceros como sea necesario para completarlos.

1.° Sea 4,6294 que se ha de multiplicar por 7, 5:

```
   46294
      75
  ------
  231470
 324058
 -------
34,72050
```

Suprimiendo la coma en ambos factores, quedan hechos respectivamente el uno diez mil veces, y el otro diez veces mayor: el producto es por consiguiente cien mil veces mayor. Para volverle á su justo valor, le dividiré por cien mil, lo que hago separando hácia su derecha cinco decimales.

2.° Sea 0,04 que se ha de multiplicar por 0,00 12:

```
     004
   00012
  ------
      48 (1.er producto).
0,000048 (2.° producto).
```

Formo el producto de 4 por 12, y tengo 48; pero el multiplicando encierra dos cifras decimales, y el multiplicador cuatro: el producto debe por consecuencia contener 6; y como solo se compone de dos cifras, coloco á su izquierda 5 ceros, y separo entonces los 6 decimales: el resultado 0,000048 expresa el producto pedido.

La prueba de una multiplicacion decimal se hace como en los números enteros, ó por la division ó por el número 9.

4. La division de los números decimales y de las fracciones decimales presentan tres casos.

1.° Si el dividendo es decimal y el divisor entero, se hace la division sin hacer caso de la coma, y terminada la operarion, se separan hácia la derecha en el cociente tantos decimales como hay en el dividendo.

Sea 766,25 que se ha de dividir por 25:

```
76625 | 25
      |------
 0162 | 30,65
  125 | 30,65
```

Divido 76625 por 25. El cociente 3065 es cien veces mayor, puesto que ha resultado de un dividendo cien veces mayor que el propuesto; para hacer pues este cociente cien veces menor, es decir, para volverle á su justo valor, le doy tantos decimales como tenia el dividendo primitivo, y tengo por cociente exacto 30, 65.

2.° Si el dividendo y el divisor tienen el mismo número de decimales se hace abstraccion de la coma en ambos números; luego se divide el uno por el otro, y el cociente obtenido será el cociente exacto, puesto que los dos términos no han sufrido alteracion el uno respecto al otro. En este caso el cociente no tiene decimales.

Sea 4,86 que se ha de dividir por 2,43:

```
486 | 243
    |-----
  0 | 2
```

El número 486 dividido por 243 dá por cociente exacto 2; porque si bien el dividendo se hizo cien veces mayor, el divisor se hizo tambien; por consiguiente hay compensacion.

$4,86 = \frac{486}{100}$ Se obtiene el mismo resultado observando que los números 4,86 y 2,43, siendo equivalentes á las fracciones del mismo nombre $\frac{486}{100}$ y $\frac{243}{100}$, el cociente de 4,86 por 2,43

$2,43 = \frac{243}{100}$ es $\frac{486}{243}$; por mamanera que se obtendrá este cociente dividiendo 486 por 243.

3.º Si el número de decimales no es igual en ambos términos, se escribe á la derecha del que tiene menos, tantos ceros como le falten para igualar al que tiene mas. La division se hace en seguida como si se tratase de números enteros, y el cociente en este caso tampoco contiene decimales.

Sea 486 que se ha de dividir por 0,00243.

486000	000243
	2000

Reduzco estos dos números á la misma especie añadiendo tres ceros á la derecha del primero, y tengo 486000 que he de dividir por 000243, es decir, 486000 por 243, lo que me dá 2.000 por cociente pedido.

5. Cuando una division no tiene cociente exacto, si se quiere aproximar al verdadero, se escribe cero á la derecha de la resta y se divide de nuevo; luego se escribirá cero á la derecha de la resta siguiente y se volverá á dividir, siguiendo asi hasta llegar á la cifra del órden decimal á que se quiera aproximar el cociente.

Sea 307,80 que se ha de dividir por 0,119 hasta aproximar diez milésimas, es decir, que la diferencia entre el cociente aproximado y el verdadero, sea menor que una diez milésima.

307800	119
698	2586,5547
1030	
780	
660	
650	
550	
840	
7	

Reduzco los dos términos á la misma especie, añadiendo un cero á la derecha del dividendo, y dividiendo 307800 por 119, hallo 2586 para la parte entera del cociente y 66 por resta. Escribo un cero á la derecha de esta resta y tengo 660 décimas, que divididas por 119 dán por cociente 5 décimas y 65 de resta. Hago lo mismo en esta y demas restas sucesivas, hasta obtener 4 decimales, y por consiguiente diez milésimas en el cociente. El cociente de 307,80 por 0,119 aproximado hasta diez milésimas, es pues 2586,5547.

6. La prueba de una division decimal se hace como para los números enteros, ó por la multiplicacion ó por el número 9.

§. III. *Conversion de las fracciones comunes en fracciones decimales, y de las fracciones decimales en fracciones comunes.*

1. Se puede convertir exactamente cualquier fraccion comun en fraccion decimal? —2. En qué se conoce que una fraccion comun puede convertirse exactamente en fraccion decimal?—3. Cómo se convierte una fraccion decimal en fraccion comun?

1. No puede siempre convertirse exactamente cualquier fraccion comun en fraccion decimal; pero puede sí formarse una fraccion decimal que solo difiera en una unidad decimal determinada.

La operacion consiste en dividir el numerador por el denominador, como si el primero de estos términos fuera una resta de division, es decir, despues de haber escrito un cero á su derecha. Se convierten en seguida las restas sucesivas en centésimas, milésimas, diez milésimas, etc.; pero es preciso antes de nada poner en el cociente un 0 seguido de una coma, puesto que no debe haber en él unidades simples enteras.

Sean $\frac{3}{5}$ que se han de convertir en fraccion decimal:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 5 \\ \hline & 0,6 \end{array}$$

Pongo un 0 y una coma en el cociente; coloco otro 0 á la derecha del numerador que tomo por dividendo; divido 30 por 5 y obtengo 6 por cociente completo. La fraccion $\frac{3}{5}$ es pues igual á 0,6.

Sean $\frac{3}{11}$ que se han de convertir en fraccion decimal:

$$\begin{array}{r|l} 30 & 11 \\ \hline 80 & 0,27272 \\ 30 & \\ 80 & \\ 30 & \\ 8 & \end{array}$$

Hallo que llevando el cociente hasta cien milésimas $\frac{3}{11}$ es igual á 0,27272 aproximado hasta menos de una cien milésima, puesto que solo quedan 8 de resta.

2. Se conoce que una fraccion comun puede convertirse exactamente en decimal, cuando su denominador no tiene mas factores que 2 y 5; en el caso contrario, es imposible una exacta conversion, y la division del numerador y las restas, se prolonga hasta lo infinito como en el ejemplo precedente, y la fraccion se llama *continua*.

Sea $\frac{18}{25}$ que se han de convertir en fraccion decimal.

$$\begin{array}{r|l} 180 & 25 \\ \hline 50 & 0{,}72 \end{array}$$

El denominador tiene 5 por factor: puede pues, obtenerse una conversion exacta; y en efecto, se halla que $\frac{18}{25}$ es igual á 0,72.

3. Toda fraccion decimal puede convertirse exactamente en fraccion comun; basta para esto escribir por numerador el número formado por los decimales, y por denominador la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales hay. Asi:

$$0{,}5=\frac{5}{10}$$
$$01{,}25=\frac{25}{100}$$
$$0{,}125=\frac{125}{1000}$$
$$0{,}3125=\frac{3125}{100000}$$
$$0{,}15625=\frac{15625}{100000}$$

En efecto, estas fracciones se enuncian dos á dos de la misma manera: 5 décimas, 25 centésimas, 125 milésimas, 3125 diez milésimas, 15625 cien milésimas.

Por otra parte $\frac{5}{10}$, $\frac{25}{100}$, etc., significan 5 dividido por 10, 25 dividido por 100, divisiones cuyos cocientes son 0,5; 0,25, etc.

SECCION CUARTA.—DE LAS POTENCIAS Y DE LAS RAICES DE LOS NUMEROS.

§. I. *Definiciones y observaciones.*

1. Qué es potencia de un número?–2. Qué es raiz de un número?–3. A qué se llama cuadrado y cubo? Qué se entiende por raiz cuadrada y cúbica?–4. Qué dificultad ofrece la elevacion sin número á una potencia cualquiera?–5. Cómo podriamos hallar fácilmente las potencias de los 10 primeros números?–6. Cómo se indican las potencias de las cantidades?–7. Cómo se indican las raices?

1. Llámase *potencia* de un número al producto de varios factores iguales á este número. Asi 3, 9, 27, 81, 243, son la primera, segunda, tercera, cuarta y quinta potencia de 3, ó sea la potencia del primero, segundo, tercer *grado*, etc., de 3.

2. Llámase *raiz* el número que multiplicado varias veces por sí mismo reproduce una cantidad dada. Asi 3 es la segunda raiz de 9, la tercera de 27, la cuarta de 81, y la quinta de 243, ó la raiz de segundo *grado* de 9, de tercer grado de 27, etc.

3. Por lo general se llama *cuadrado* la segunda potencia, y *cubo* la tercera; y *raiz cuadrada* y *raiz cúbica*, la raiz segunda y tercera de una cantidad.

4. La elevacion á potencias no ofrece otra dificultad que la que puede resultar de practicar operaciones largas. Por lo demas está reducida á practicar multiplicaciones de números enteros, fraccionarios ó decimales.

5. Siendo todas las potencias de 1=1, el medio mas sencillo de hallar las demas potencias de los 10 primeros números es tener presente la tabla siguiente:

1.ª	2.ª	3.ª	4.ª	5.ª	6.ª
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	4096
5	25	125	625	3125	15625
6	36	216	1296	7776	46656
7	49	343	2401	16807	117659
8	64	512	4096	32768	262144
9	81	729	6561	59049	531441
10	100	1000	10000	100000	1000000

6. Las potencias de las cantidades se indican colocando á la derecha y un poco mas arriba de la cantidad, encerrada entre paréntesis, si fuere necesario, una cifra pequeña que manifieste el *grado* de la potencia, ó sea el número de factores iguales que constituyen esta potencia. Asi pues, las expresiones

$$307^2 \left(\frac{21}{34}\right)^3, \left(1+\frac{2}{3}\right)^6$$

indican respectivamente el cuadrado de 307, el cubo de $\frac{21}{34}$, y la sesta potencia de $1+\frac{2}{3}$ ó de $\frac{5}{3}$.

Las *raices* se indican con el signo *radical* $\sqrt{\ }$, en cuya abertura se coloca el grado ó *indice* de la raiz que se ha de extraer, suprimiendo por lo regular el 2 que indica la raiz cuadrada. Las expresiones

$$\sqrt{17}\,,\qquad \sqrt[3]{\frac{101}{103}}\,,\qquad \sqrt[8]{\left(24+\frac{7}{11}\right)}$$

representan, pues, respectivamente la raiz cuadrada de 17, la raiz cúbica de $\frac{101}{103}$, y la raiz octava de $24+\frac{7}{11}$ ó de $\frac{271}{11}$.

§. II. *De la raiz cuadrada y de su extraccion.*

1. Cómo se extrae la raiz cuadrada de los números de una sola cifra?–2. Cuántas partes de la raiz entran en el cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades?–3. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número entero, v. g. de 21372129?–4. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un quebrado comun?–5. Cómo se extrae la raiz cuadrada de un número decimal?–6. Es posible obtener la raiz cuadrada de su número entero ó fraccionario irreduptible que no sea cuadrado perfecto? Cómo puede aproximarse el valor de esta raiz? Cómo se llaman las raices que se obtienen de estos números?

1. Para extraer la raiz cuadrada de los números de una sola cifra, se formará el cuadrado de los nueve primeros números, que siempre es menor que 100, y se verá entre qué números está colocado el dado, consiguiendo asi averiguar la raiz exacta ó aproximada que le forma.

2. El cuadrado de un número compuesto de decenas y unidades contiene tres partes, á saber: el *cuadrado de las decenas*, el *duplo de las decenas multiplicado por las unidades,* y el *cuadrado de las unidades.* En efecto, formemos el cuadrado de 64 y lo veremos comprobado.

64		
64		
16	Unidades, *cuadrado de 4 unidades.*	
24	Decenas, *producto de las 6 decenas por las 4 unidades.*	Duplo de las decenas por las unidades.
24	Decenas, *producto de las 6 decenas por las 4 unidades.*	
36	Centenas, *cuadrado de las 6 decenas.*	
4096	Unidades, *cuadrado de 64.*	

3. La extraccion de la raiz cuadrada está fundada en el principio que acabamos de sentar, y consiste en ir descomponiendo el cuadrado en sus partes, y obteniendo de cada una de ellas su raiz. Veamos como se ejecuta esta operacion en la práctica.

Para extraer la raiz cuadrada de un número entero, por ejemplo 21372129, se le divide en porciones de dos cifras de derecha á izquierda, pudiendo contener una sola cifra la última porcion de este lado, y se dispone el cálculo del modo siguiente:

Cuadrado dado.	*4623 raiz hallada.*	
21.37. 21. 29.		
53.7		
21 2.1	$86\times6=516$	*Operaciones de tanteo.*
277 2.9	$922\times2=1844$	
00	$9243\times3=27729$	

La primera cifra 4 de la raiz se obtiene inmediatamente; puesto que es la raiz del mayor cuadrado 16 contenido en 21. La resta 5 se coloca debajo, y á su lado las dos cifras siguientes del cuadrado. Se separa el 7 con un punto, se divide el 53 por 8 duplo de la primera cifra hallada á la raiz; el cociente 6 indicará la segunda cifra de esta ú otra cifra mayor. Para averiguar si esta cifra es ó no la propia buscada, se coloca al lado de 8 debajo de la raiz, y se multiplica 86 por 6; y como el producto 516 puede restarse del 537, es la segunda cifra verdadera de la raiz. Se baja en seguida 21, tercera porcion del cuadrado al lado de la diferencia 21, hallada entre 537 y 516; se separa con un punto la cifra 1, y se divide 212 por 92 duplo de 46, parte hallada ya á la raiz. El cociente 2 será la tercera cifra buscada ú otra cifra mayor. Para averiguarlo se coloca al lado de 92 y se multiplica 922 por 2, lo que dá 1844, número menor que 2121. Al lado de 277, diferencia entre estos dos últimos números, se baja la porcion 29 del cuadrado, se separa el 9 con un puntito, y se divide 2772 por 924, duplo de 462, número hallado ya á la raiz; y colocando el cociente 3 al lado de 924 se halla que el producto 9243 por 3 dá 27729, que no deja resta, siendo por consiguiente 4623 la raiz cuadrada exacta de 21372129.

En el caso en que algunos de los productos parciales 86×6, 922×2, 9243×3 hubiese sido mayor que el número de que debia restarse, se hubiese disminuido sucesivamente de una unidad la cifra tanteada 6, 2 ó 3, hasta que la sustraccion hubiese sido posible.

Si en lugar del número 21, 3721, 29, se nos hubiese propuesto 21372243, nos hubiera quedado de resta 114, y el número 4623 no hubiera expresado sino aproximadamente la raiz del cuadrado propuesto, porque este no seria un cuadrado perfecto.

4. Para extraer la raiz cuadrada de un quebrado comun, se convierte su denominador en un cuadrado perfecto, si no lo fuese ya, para lo cual se multiplican sus dos términos por el producto de los factores que falten al denominador para ser cuadrado; y de hecho se extrae la raiz cuadrada aproximada del nuevo numerador, que se divide por la raiz del nuevo denominador. Asi:

$\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{3}{4}$ (resultado exacto) $\sqrt{\frac{11}{25}}=\frac{\sqrt{11}}{5}=\frac{3}{5}$ (Aproximada hasta menos $\frac{1}{5}$ de unidad).

$$\sqrt{\frac{7}{12}}=\frac{\sqrt{7}}{3,4}=\sqrt{\frac{7\times3}{3^2\times2^2}}=\frac{\sqrt{21}}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$ (Aproximada hasta menos $\frac{1}{6}$ de unidad.)

$$\sqrt{\frac{8}{11}}=\sqrt{\frac{8\times11}{11^2}}=\frac{\sqrt{88}}{11}=\frac{9}{11}$$ (Aproximada hasta menos $\frac{1}{11}$ de unidad.)

5. **Para extraer la raiz cuadrada de un número decimal, se añaden á la derecha de este número tantos ceros como sean necesarios para que las cifras decimales sean en número par dobles del número decimal que se quiere obtener en la raiz, y haciendo abstraccion de la coma se extrae la raiz del número asi obtenido, separando hácia la derecha de esta raiz la mitad de las cifras decimales del cuadrado.**

Asi hallaremos que 5,87 es la raiz cuadrada de 34,5 ó de 34,5000 aproximada hasta menos de 0,01.

6. **Cuando un número entero ó fraccionario irreductible, no es un cuadrado perfecto, es imposible hallar exactamente su raiz.**

Para aproximar la raiz de esta clase de números, se convierte en quebrado de una especie determinada y mucho mejor en decimal, y se efectúa la operacion segun queda dicho.

Por ejemplo, para obtener $\sqrt{7}$ aproximada hasta menos de $\frac{1}{5}$ se pondrá:

$$\sqrt{7}=\sqrt{\frac{7\times5^2}{5^2}}=\frac{\sqrt{175}}{5}=\frac{13}{5}=2+\frac{3}{5}$$

La raiz de 2 aproximada hasta menos de 0,001 se obtiene extrayendo la raiz de 2000000 y separando tres cifras decimales hácia la derecha de esta raiz, lo que da

$$\sqrt{2}=1,414$$

Las raices de los números enteros ó fraccionarios irreduptibles, que no son perfectos cuadrados, se llaman *irracionales de segundo grado*, ó *incomensurables* porque no pueden expresarse exactamente por un número limitado de cifras.

§. III. *De la raiz cúbica y de su extraccion.*

1. Cuando los cubos son menores que 1000, ¿cómo se extrae su raiz?–2. Qué cifras tiene la raiz cúbica, cuando el cubo tiene tres, cuatro, cinco, seis etc.?–3. De qué partes consta el cubo de un número que contenga decenas y unidades?–4. En qué está fundada la extraccion de la raiz cùbica de un número mayor que mil?–Cómo se hace esta operacion en la práctica, extrayendo por ejemplo la raiz cúbica de 401947272?–5. Còmo se obtiene la raiz cúbica de un quebrado?–6. Pueden expresarse por un número exacto de cifras las raices cúbicas de los números enteros ó fraccionarios irreduptible que no tienen cubo exacto?–Qué nombre reciben estas raices?–Cómo se aproximan estas raices?

1. Para extraer la raiz cúbica de los números de una sola cifra, se elevan al cubo los nueve primeros números, que siempre dan un número menor que 1000, y se vé entre qué números está colocado el dado, con lo cual se averiguará la raiz exacta ó aproximada que le forma.

2. Cuando el cubo de un número entero consta de tres cifras, su raiz no tiene mas que una; cuando consta de 4, 5 ó 6, la raiz cúbica constará de dos, y asi de los demás. En efecto, siendo los cubos de los números 1, 10, 100, etc., los números comprendidos entre 1 y 1000, entre 1000 y 1000000, tendrán sus raices cúbicas entre 1 y 10; 10 y 100, etc.

3. El cubo de un número compuesto de decenas y unidades consta de cuatro partes, à saber: el *cubo de las decenas*, el *producto de tres veces el cuadrado de las decenas por las unidades*, *tres veces el cuadrado de las unidades por las decenas*, y *el cubo de las unidades.*

4. La extraccion de la raiz cúbica está fundada en el principio que acabamos de sentar, y consiste en ir descomponiendo el cubo en sus partes, y obteniendo la raiz cúbica de cada una de ellas. Veamos cómo se efectúa esto en la práctica.

Para extraer la raiz cúbica de un número, tal por ejemplo, 401947272, se divide en porciones de tres cifras de derecha á izquierda, pudiendo la última porcion de este lado contener dos cifras y hasta una sola, y se dispone el cálculo de la manera siguiente:

401.947.272	738
589.47	
129.302.72	$14700=70^2\times3$ *(1.er divisor).*
00	$639=(70\times3+3)\times3$
	$15339\times3=$ 46017
	$15.98700=730^2\times3$ *(2.º divisor).*
	$17584=(730\times3+8)\times8$
	$16\,16284\times8=12930272$

Siendo 343 el mayor cubo contenido en la última porcion de la izquierda 401; 7 es la primera cifra de la raiz. La diferencia entre 343 y 401 es 58, número á cuyo lado se baja la segunda porcion 947. Dejando las dos últimas cifras de la derecha de ella, se busca cuántas veces 589 contiene el triplo cuadrado de 7 ó 147. El cociente 3 será la segunda cifra de la raiz ó una mayor. Para averiguarlo es necesario añadir á las 147 centenas que resultan del triplo de 70, las 639 que se obtienen multiplicando el triplo de 70 aumentado de 3 ó 213 por 3. La suma 15339 multiplicada por 3 dá por producto 46017 que puede sustraerse de 58947, lo que prueba que la cifra 3 de la raiz es la verdadera. Al lado de la diferencia 12930 se baja la porcion siguiente 272, cuyas dos últimas cifras se separan, y se divide del mismo modo 129302 por el triplo cuadrado de 73 ó por 15987. El cociente 8 es la tercer cifra de la raiz, ó una mayor. Para averiguarlo se añadirá al número 1598700, triplo cuadrado de 730, 17534, que es igual al producto del triplo de 730 aumentado de 8 multiplicado por 8. La suma 1616284 multiplicada por 8, que dá por producto 12930217 será precisamente igual á la segunda resta; por manera que la resta final es 0, y que 738 es la raiz cúbica exacta del cubo exacto 401947272.

Si alguna de las sustracciones parciales no hubiesen sido posibles, se hubiera disminuido sucesivamente en una unidad las cifras halladas 3 ó 8 hasta tanto que la suma del triplo producto del cuadrado de la parte ya hallada á la raiz, diese un número tal que hiciese posible la sustraccion indicada.

Si en lugar del número propuesto 401947272 se nos hubiese dado 401959397, la tercera resta hubiera sido de 12125, y 738 hubiera expresado únicamente la raiz cúbica aproximada en menos de una unidad, porque el número propuesto no es cubo perfecto.

5. La raiz cúbica de un número quebrado se obtiene extrayendo separadamente la raiz cúbica de cada uno de sus dos términos. Si el denominador no es cubo perfecto, se convierte en tal, multiplicando los dos términos del quebrado por un factor conveniente. Asi:

$$\sqrt[3]{\frac{27}{125}}=\frac{3}{5},\qquad \sqrt[3]{\frac{3}{20}}=\sqrt[3]{\frac{3\times2\times5^2}{2^2\times5\times2\times5^2}}=\frac{\sqrt[3]{150}}{2\times5}=\frac{1}{2}$$ aproximada hasta menos $\frac{1}{10}$ de unidad.

$$\sqrt[3]{\frac{4}{7}}=\frac{\sqrt[3]{4\times7^2}}{7}=\frac{\sqrt[3]{196}}{7}=\frac{5}{7}$$ á menos de $\frac{1}{7}$ de unidad próximamente.

6. Las raices cúbicas de los números enteros y de las fracciones irreduptibles, que no son cubos perfectos, no pueden expresarse exactamente por un número limitado de cifras.—A estas raices se llaman *irracionales de tercer grado*.

Puede aproximarse tanto como se quiera el verdadero valor de una raiz cúbica irracional. En efecto, si se quiere hacer la evaluacion bajo la forma de quebrado comun de un denominador dado, basta multiplicar el número de que se quiere obtener la raiz por el cubo de este denominador, extraer aproximadamente á menos de una unidad la raiz cúbica del producto obtenido, y dividir esta raiz por el denominador dado.

De que se sigue que para aproximar por decimales una raiz cúbica, debe añadirse à la derecha del número de que se quiere extraer la raiz ceros suficientes para que el número de las cifras decimales, sea el triplo del de las cifras que se quieran obtener en la raiz.

Ejemplos: Para tener $\sqrt[3]{5}$ aproximada hasta menos 0,01 de unidad se extrae la raiz cúbica de 5000000000, y hácia la derecha del número obtenido 1709 se separan tres cifras decimales, lo que dá 1,709. El número mas aproximado es 1,710, porque siendo 5000211000 cubo de 1,710 difiere menos de 5000000000 que el cubo de 1,709 que es 4991443829.

SEGUNDA PARTE.

DIFERENTES MEDIDAS.

NUMEROS CONCRETOS Y DENOMINADOS.

PRIMERA SECCION.—PRINCIPALES MEDIDAS USADAS EN LAS DIVERSAS PROVINCIAS DE ESPAÑA.

§. I. *Medidas españolas.*

1. Qué es medir? Qué se entiende por unidad de medida? A qué se aplican las medidas? –2. Cuántas clases hay pues de medidas segun los usos á que se las destina?–3. A qué se llaman vulgarmente medidas? Qué nombre reciben las destinadas á medir el peso de los cuerpos? Y las destinadas á medir el dinero?–4. Cuáles de las medidas usadas en España reciben el nombre de pesas y medidas españolas?–5. Cuáles son las normas ó patrones de las pesas y medidas llamadas españolas?–6. Medidas lineales españolas, su nombre, valor y subdivisiones.–7. Cuál es el nombre, valor y subdivisiones de las medidas españolas superficiales?–8. Cuál es el nombre, valor y subdivisiones de las medidas españolas de volúmen ó solidez y capacidad?–9. Cuál es el nombre, valor y subdivisiones de las medidas españolas de peso?

1. *Medir* es buscar cuantas veces una cantidad contiene á otra de la misma especie, que se toma por *unidad de medida*.

Asi, la *unidad de medida*, es una cantidad conocida, tomada por término de comparacion entre cantidades de una misma especie, cuyas magnitudes se quieren expresar en números.

Las medidas se aplican á seis cosas, á saber: á la *longitud*, á la *superficie*, al *volúmen* ó *solidez*, y *la capacidad*, al *peso*, á las *monedas*, y al *tiempo ó duracion*.

2. Las medidas, pues, segun los usos à que se las destina, se dividen en seis clases:

1.ª Medidas *lineales*, destinadas á medir intérvalos ó distancias.

2.ª Medidas *superficiales*, destinadas á medir superficies ó áreas.

3.ª Medidas de *volúmenes* ó *capacidades*, destinadas á medir los cuerpos en su estado *sólido y liquido*.

4.ª Medidas *de peso*, destinadas á medir los pesos.

5.ª Medidas *de monedas*, destinadas á medir el dinero.

6.ª Medidas *de tiempo*, destinadas á medir la duracion de las cosas.

3. Llámanse vulgarmente *medidas*, á las tres primeras clases, esto es, á las lineales, superficiales, y de volúmen ó capacidad.

Las destinadas á medir el peso de los cuerpos, reciben generalmente el nombre de *pesas*.

Y las destinadas à medir el dinero se llaman *monedas*.

4. De las medidas usadas en España, reciben el nombre de *pesas* y *medidas españolas* las mandadas usar en todo el reino por la real órden de 26 de enero de 1801, segun se dispone en la misma.

5. Las *normas* ó *padrones* de las *pesas* y *medidas* llamadas *españolas*, son:

1.º La *vara* de Burgos, conservada en el archivo de la ciudad de Burgos.

2.º La *media fanega*, conservada en el archivo de la de Avila.

3.º Las *medidas de líquidos*, conservadas en el de la de Toledo.

4.º El *marco* de pesas, que existe en el archivo del Consejo.

6. Para medir una *longitud*, se compara con otra longitud, tomada por unidad. Las medidas españolas lineales ó de longitud, son: el *pié*, la *vara*, el *estadal lineal* y la *legua*.

1.º El *pié* es la raiz de todas las medidas de longitud ó de intervalo.

El pié vale. . 16 dedos.
El dedo . . . 2 medios dedos, 4 cuartas, 8 octavas y 16 avas partes.

Se hace tambien del *pié* la subdivision siguiente:

El pié vale. . 12 pulgadas.
La pulgada . 12 líneas, la línea 12 puntos.

2.º La *vara* sirve para medir el paño, las telas, etc.

La *vara* vale. . 3 *pies*.
La *vara* vale. . 2 *medias varas*, 4 *cuartas*, y 8 *ochavas* ó *medias cuartas*.
La *vara* vale tambien. . 3 *tercias*, 6 *medias tercias* ó *sexmas*, y 12 *medias sexmas* ó *dozavas partes*.

3.º El *estadal lineal* está generalmente destinado á medir las tierras ó longitudes mas considerables que las anteriores.

El *estadal lineal* vale. . 4 varas ó 12 pies.

4.º La *legua* sirve para medir las distancias itinerarias.

La *legua española* vale 20.000 pies.

7. Para medir una superficie, se busca cuántas unidades cuadradas contiene.

Las medidas de superficie, son: el *estadal cuadrado*, la *aranzada* y la *fanega*.

1.° Un *estadal cuadrado* es una superficie que tiene un *estadal lineal* de largo y otro de ancho.

Pero un estadal lineal = 12 pies, luego 1 estadal cuadrado = 12 × 12 = 144 pies cuadrados.

Luego 1 pié cuadrado = 12 × 12 ó 144 pulgadas cuadradas.

Y 1 pulgada cuadrada = 12 × 12 ó 144 líneas cuadradas.]

2.° La *aranzada* es una medida destinada á medir los terrenos.

Una *aranzada de tierra* es una superficie que tiene una aranzada de largo y otra de ancho.

La *aranzada* vale 20 estadales; luego una aranzada cuadrada valdrá 20×20 ó 400 estadales cuadrados, ó 57600 pies cuadrados.

3.° La *fanega* es una superficie que tiene una fanega de ancho y otra de largo.

La *fanega* equivale á 24 estadales; luego la fanega cuadrada valdrá 24×24 ó 576 estadales cuadrados, que hacen 82,944 pies cuadrados.

La *fanega* vale tambien. . . .	12 *celemines*.
El celemin vale	4 cuartillos.

4. Para *medir un sólido*, se busca cuántas unidades cúbicas contiene.

Las medidas de volúmen, son el *pié cúbico*, el *cahiz*, la *fanega*, la *cántara*, el *moyo* y la *arroba*.

1.° El *pié cúbico* es un sólido que tiene un pié de largo, otro de ancho y otro de grueso.

Pero 1 pié = 12 pulgadas.

Luego 1 pié cúbico = 12×12×12 ó 1728 pulgadas cúbicas.

Y 1 pulgada cúbica = 12×12×12 ó 1728 líneas cúbicas.

2.° Para medir todo género de granos, la sal y demás cosas secas se usa del *cahiz* y la *fanega*.

El *cahiz* vale. . . .	12 fanegas.
La *fanega*.	12 celemines, 2 medias fanegas y 4 cuartillas.
El *celemin*. . . : .	2 medios celemines, 4 cuartillos, ocho medios cuartillos, 16 ochavas, 32 medias ochavas y 64 ochavillas.

3.° Para medir todo género de líquidos, á excepcion del aceite, se emplea la *cántara* y sus divisiones; tambien se usa el *moyo*.

La *cántara* vale. . . 2 medias cántaras, 4 cuartillas, 8 azumbres, 16 medias azumbres 32 cuartillos, 64 medios cuartillos y 138 copas.

El *moyo* vale. . . . . 16 cántaras.

4.º Las medidas para el aceite están arregladas al peso, y son la *arroba* y sus divisiones.

La arroba vale. . . 2 medias, 4 cuartas, 8 medias cuartas, 25 libras, 100 cuarterones ó panillas, y 200 medias panillas.

La *arroba* contiene.	1003,53 pulgadas cúbicas.	
La $1/2$ arroba.	501,765	id.
La $1/4$ arroba.	250,8825	id.
El medio cuarto de arroba. . .	125,44125	id.
La libra.	40,1412	
El cuarteron ó panilla.	10,0353	id.
La media panilla.	5,01765	id.

9. Para *medir un peso*, se compara con otro peso, que sirve de unidad.

Las medidas de peso ó pesas, son: la *libra*, la *arroba* y el *quintal*.

1.º La *libra* vale. . . . 16 onzas, 2 medias libras, 4 cuarterones y 8 medios cuarterones.

La *onza* vale. . . . . . 16 adarmes, 2 medias onzas, 4 cuartas y 8 *ochavas* ó *dragmas*.

El *adarme* vale. . . . . 3 tomines.

El *tomin*. . . . . 12 granos.

2.º La *arroba* vale. . . 25 libras.

3.º El *quintal* vale. . . 4 arrobas.

Los médicos y boticarios usan la libra medicinal que vale doce onzas.

La onza vale. . . . . 8 dragmas.

La dragma vale. . . . 3 escrúpulos.

El escrúpulo. . . . . . 24 granos.

§. II. *De otras pesas y medidas españolas.*

1. Qué otras medidas lineales deben tambien considerarse como españolas?–2. Qué otras agrarias ó de superficie?–3. Cuáles otras de volúmen ó capacidad? Cuáles otras de pesas?

1. Ademas de las medidas que menciona la real órden citada, deben reputarse como españolas las medidas longitudinales siguientes:

1.º *El estado ó braza*, equivalente á 2 *varas*.

2.º El *codo*, equivalente á *media vara*.

3.º El palmo, equivalente á una cuarta ó 9 pulgadas.

4.º El *paso geométrico*, equivalente á 5 pies.

5.º El *cordel*, equivalente á 5 pasos geométricos.

6.º La *milla* ó *migero*, equivalente á 1000 pasos.

7.º La *legua de camino antigua* de 24,000 pies.

8.º La legal antigua de 25,000 id.

9.º La jurídica de 15,000.

2. Igualmente deben reputarse por medidas españolas de superficie, á las siguientes:

1.º La *yugada*, equivalente á 50 fanegas.

2.º La *caballería* equivalente á 60 fanegas.

3. Deben asimismo reputarse medidas españolas de volúmen ó capacidad, á las que siguen:

1.º El *frangote* ó *fardo*, equivalente á 37 $^1/_2$ palmos cúbicos.

2.º La *tonelada comun*, equivalente al volúmen que ocupan 20 quintales de agua, ó á 42,646378 pies cúbicos.

3.º La *tonelada* legal para las naves de América, equivalente á 70,18945 piés cúbicos.

4. Deben tambien reputarse españolas las pesas siguientes:

1.º El *marco*, que vale 8 onzas.

2.º El *arrelde*, que vale 4 libras.

§. III. *Medidas y pesas no legales que están en uso en Castilla, Valencia, Navarra, Aragon, Cataluña y Mallorca.*

1. Qué medidas no legales están tambien en uso en Castilla? Qué pesas no legales se usan en Castilla?—2. Qué medidas no legales se usan en Valencia? Qué pesas no legales se usan en la misma provincia?—3. Qué medidas no legales usan en Navarra? Qué pesas no legales usan en Navarra?—4. Qué medidas no legales usan en Aragon? Cuáles son las pesas no legales de Aragon?—5. Qué medidas no legales emplean en Cataluña? Qué pesas no legales tienen en Cataluña?—6. Cuáles son las medidas no legales de Mallorca? Cuáles son las pesas no legales de Mallorca?

1. Las *medidas no legales* que están tambien en uso en Castilla, son las siguientes:

1.º Longitudinales.......	La *toesa*, que vale. . .	2 varas.
	La *vara*, que vale. . .	4 palmos.
	El *palmo*, que vale. .	12 dedos.
	El *dedo*, que vale. . .	$\frac{3}{48}$ de pies.

2.° De capacidad para áridos	El *cahiz*, que vale. . .	12 fanegas.
	La *fanega*, que vale. .	4 cuartillas.
	La *cuartilla*, que vale.	3 celemines.
	El *celemin*, que vale.	4 cuartillos.
	El *cuartillo*, que vale.	4 ochavas.
	La *ochava*, que vale. .	4 ochavillas.

3.° Medidas de capacidad para líquidos	El *moyo* vale.	16 cántaras.	*Para vino.*
	La *cántara*.	8 azumbres.	
	El *azumbre*.	4 cuartillos.	
	El *cuartillo*.	2 medios cuartillos.	
	El medio cuartillo. .	2 copas.	
	La *arroba* que vale. .	4 cuartillas.	*Para aceite.*
	La *cuartilla*.	6 $^1/_2$ libras.	
	La *libra*.	4 panillas.	
	La *panilla*.	4 onzas.	

Las *pesas* no legales de *Castilla* son:

El *quintal*, que vale. . .	4 arrobas.
La *arroba*, que vale. . .	25 libras.
La *libra*.	16 onzas.
La *onza*.	4 cuartas.
La *cuarta*.	4 adarmes.
El adarme.	36 granos.

2. Las *medidas* no legales de Valencia son:

1.° Longitudinales	La *vara*, que vale.	4 palmos.
	El *palmo*, que vale.	4 cuartos.
	El *cuarto*, que vale.	3 dedos.

2.° De capacidad para áridos	El *cahiz*, que vale.	12 barquillas.
	La *barquilla*. . . .	4 celemines.
	El *celemin*.	4 cuarterones.

3.° De capacidad para líquidos	La *carga*, que vale.	15 cántaras.	*De vino*
	La *cántara*. . . .	4 azumbres.	
	La *carga*.	12 arrobas.	*De aceite*
	La *arroba*. . . .	2 medias.	
	La *media*. . . .	2 cuartas.	

Las *pesas* no legales de *Valencia* se dividen en dos clases, á saber: *peso grueso* y *peso sutil*.

1.ª Peso grueso............	La *carga* tiene.	$2^1/_2$	quintales.
	El *quintal*.	4	arrobas.
	La *arroba*.	36	libras.
	La *libra*.	12	onzas.
	La *onza*.	4	cuartos.
	El *cuarto*.	4	adarmes.
	El *adarme*.	36	granos.
2.ª Peso sútil..............	La *carga* es de.	3	quintales.
	El *quintal* de.	4	arrobas.
	La *arroba* de.	30	libras.
	La *arroba* de *arina*.	32	libras.
	La *libra* de *pescado fresco* de	16	onzas.
	La de *pescado salado* de. .	18	onzas.

3. Las *medidas no legales* de *Navarra* son:

La *vara*, que vale. .	4	palmos.
El *robo*, que vale. . .	19	almudes.
El *cántaro*.	16	pintas.

Nota. Las *pesas* no legales usadas en Navarra, son las mismas que las de Castilla y Aragon.

4. Las *medidas no legales* usadas en *Aragon*, son las siguientes:

1.° Longitudinales..	La *vara* tiene. . .	4	palmos.	
	El *palmo*.	12	dedos ó 9 pulgadas.	
2.° De capacidad para áridos............	El *cahíz* vale. . .	8	fanegas.	
	La *fanega*.	3	cuartales.	
	El *cuartal*. . . .	4	celemines.	
3.° De capacidad para líquidos.........	El *metro* ó *carga* de	16	cántaros.	*Para vino*
	La *arroba* de. . . .	36	libras.	*Para aceite*.
	La *libra* de. . . .	16	onzas.	
	La *arrobeta* vale. .	34	libras.	

Las *pesas no legales* de *Aragon* son las que siguen:

La *carga*, que vale.	3	quintales.
El *quintal*.	4	arrobas.

La *arroba*.	36 libras.
La *libra*.	12 onzas.
La *onza*.	4 cuartos.
El *cuarto*.	4 adarmes.
El *adarme*.	32 granos.
La *libra carnicera*.	36 onzas.

6. Las *medidas* no legales que se usan en Cataluña son:

1.º Longitudinales.........	La *cana*, que vale. . .	8	palmos.	
	El *palmo*.	4	cuartos.	
2.º De capacidad para áridas.........................	La *tonelada*, que vale.	$1^3/_5$	de carga.	
	La *carga*.	$2^1/_2$	cuarteras.	
	La *cuartera*.	12	cuartanes.	
	El *cuartan*.	4	picotines.	
3.º Idem para líquidas...	La *pipa* de.	4	cargas.	*De vino.*
	La *carga*.	4	barrilones.	*De vino.*
	El *barrilon*.	32	mitadellas.	*De vino.*
	La *carga* es de. . . .	2	barrales.	*De aceite.*
	El *barral* de.	2	barrilones.	*De aceite.*
	El *cuartal* de.	16	cuartas.	*De aceite.*

Las *pesas no legales* de Cataluña, son las siguientes:

La *carga*, que vale.	3 quintales.
El *quintal*. . . .	4 arrobas.
La *arroba*.	26 libras.
La *libra*.	12 onzas.
La *libra carnicera*.	36 onzas.
La *onza*.	4 cuartos.
El *cuarto*.	4 adarmes.
El *adarme*.	36 granos.

7. Las *medidas no legales* de *Mallorca* son:

1.º Longitudinales.....	La *cana*, que vale.	2	medias ú 8 palmos.	
	El *palmo* vale. . .	4	cuartos.	
2.º De capacidad para áridos........................	La *cuartera* de. .	12	cuartanes.	
	La *barcella*. . . .	6	almudes.	
3.º Para líquidos.......	La *carga* es de. .	4	cuartines.	*Para vino.*
	El *cuartin* de. . .	$6^1/_2$	cortos.	*Para vino.*
	El *pellejo ú odor*.	12	cuartanes.	*De aceite.*
	El *cuartan*. . . .	9	rotolos.	*De aceite.*

Las *pesas no legales* de Mallorca son:

La *carga* de.	3 quintales.
El *quintal* de.	4 arrobas.
La *arroba* de.	26 libras.
La *libra* de.	12 onzas.
El *quintal* ó *cántaro* berberisco tiene.	100 rotolos.
La *arroba* berberisca tiene.	25 libras.
La *libra*.	12 onzas.

§. IV. *Medidas de tiempo.*

1. Cómo se mide el tiempo?–2. Por qué están determinadas las medidas de tiempo?–3. Del dia y sus divisiones.–4. Del año: año solar, civil y bisiesto.–5. Divisiones del año civil.–6. Nombres de los meses, y dias que contiene cada uno.

Para medir el *tiempo* ó la *duracion*, se compára con otra duracion ó *tiempo* tomada por *unidad*.

2. Las *medidas de tiempo* están determinadas por el doble movimiento de la tierra; el uno de rotacion al rededor de su eje, y el otro de traslacion al rededor del Sol.

3. El movimiento de rotacion, es decir, el tiempo que emplea la tierra en este movimiento, forma un *dia*.

El *dia* tiene. . . .	24 horas.
La *hora*.	60 minutos.
El *minuto*. . . .	60 segundos, etc.

Siguen *terceros, cuartos*, etc., que se subdividen siempre en 60 partes iguales.

4. El movimiento de traslacion, esto es, el tiempo que emplea la tierra en este movimiento, forma el año solar, que se compone de 365 dias y 0,25, ó mas exactamente, de 365 dias, 5 horas, 48 minutos, 51 segundos y 0,6.

El año *comun* ó *civil* es de 365 dias. De aqui resulta que 4 años solares valen un dia mas que 4 años civiles.

Para hacer coincidir estas dos especies de años, se ha convenido añadir un dia cada cuarto año civil, que se llama *bisiesto*.

5. El *año civil* se divide	en. . .	12 meses.
El mes . . .	en. . .	4 semanas.
La semana .	en. . .	7 dias.

6. Los meses se nombran:

Enero.	Abril.	Julio.	Octubre.
Febrero.	Mayo.	Agosto.	Noviembre.
Marzo.	Junio.	Setiembre.	Diciembre.

NOTA. Los meses de enero, marzo, mayo, julio, agosto, octubre, diciembre, tienen 31 dias.=Los de abril, junio, setiembre y noviembre, tienen 30 dias, y segun que el año es ó no bisiesto, el mes de febrero tiene 29 ó 28 dias.

§. V. *Monedas españolas.*

1. Cómo se mide el precio de un objeto? Cuál es la unidad principal monetaria y sus subdivisiones para el cálculo? Cuántas clases de monedas se usan en España?–2. Cuál es el nombre y valor de las monedas españolas de oro?–3. Cuál es el nombre y valor de las monedas españolas de plata?–4. Cuál es el nombre y valor de las monedas españolas de cobre?–5. Cuál es el nombre y valor de las monedas imaginarias españolas?

1. El *precio* de un objeto *se mide* comparándole con la unidad monetaria.

La principal unidad monetaria de España es el *peso fuerte*: este se subdivide en 20 partes, llamadas *reales*; y este en 34 partes, que se denominan *maravedises*.

En España se usan cuatro clases de monedas: 1.ª monedas de oro; 2.ª monedas de plata; 3.ª monedas de cobre, y 4.ª monedas imaginarias.

2. El nombre y valor en reales vellon de las monedas españolas de oro es el siguiente:

		Rs.	Mrs.
1.º	La *onza* de oro vale.	320	«
2.º	La *media onza* vale.	160	
3.º	El *doblon* de oro vale.	80	
4.º	El *doblon* vale.	60	
5.º	El *escudo* de oro ó doblon vale.	40	
6.º	El *escudito* de oro vale.	20	
7.º	El *doblon* de oro de 8 escudos, fabricado antes de 1772 vale.	321	6
8.º	El *doblon* de á 4 escudos vale.	160	20
9.º	El *doblon* de oro, mitad del de á 4 vale	80	10
10.	El *escudo* de oro.	40	5
11.	El *escudito ó durillo* antiguo.	21	8½

3. El nombre y valor de las monedas de plata españolas, es como sigue:

		Rs.	Mrs.
1.º	El *escudo* ó *peso fuerte* (vulgo duro) vale	20	«
2.º	El *escudo de vellon* ó *medio peso* (v. medio duro) vale.	10	«
3.º	La *peseta mejicana* ó *columnaria* vale. .	5	
4.º	La *media peseta mejicana* vale.	2	17
5.º	El *real columnario* ó *mejicano* vale. . . .	1	$8\frac{1}{2}$
6.º	La *peseta española* vale.	4	
7.º	La *media peseta*.	2	
8.º	El *realillo*.	1	

4. Las monedas de cobre españolas y su valor en maravedís, es el siguiente:

		Mrs.
1.º	La pieza de *dos cuartos* vale.	8
2.º	El *cuarto* vale.	4
3.º	El *ochavo* vale.	2
4.º	El *maravedí* vale.	1

5. El nombre y valor de las monedas imaginarias españolas que se usan en el comercio para el cambio extranjero, son las siguientes:

		Rs.	Mrs.
1.º	El *doblon* de oro, que vale 5 pesos de cambio ó 40 reales plata, equivalentes á.	75	10
2.º	El *doblon de cambio* que vale 4 pesos ó 32 reales plata, equivalentes á.	60	8
3.º	El *ducado de plata*, que vale 11 reales plata vieja, equivalentes á. . . .	20	24
4.º	El *ducado de cambio*, que vale 11 rs. y un maravedí, equivalentes á. . .	20	$25\frac{15}{17}$
5.º	El *peso de cambio* ó real de á 8, que vale 8 rs. de plata vieja, equivalentes á.	15	2
6.º	El *real de plata de cambio* ó peseta antigua, que vale.	1	30
7.º	El *maravedí de plata vieja*, que vale.	«	$1\frac{15}{17}$

		Rs.	Mrs.
8.º	El *doblon de á 4 pesos sencillos*, su valor.	60	»
9.º	El *peso sencillo*, equivalente á. . . .	15	»
10.	El *ducado* de vellon, igual á.	11	»
11.	El *escudo* de vellon, igual á.	10	»
12.	El *ducado* de 374 maravedises plata.	20	24

§. VI. *Monedas de Navarra, Valencia, Cataluña, Aragon y Mallorca.*

1. Cuáles son las monedas llamadas de Navarra? Cuáles de ellas son efectivas?—2. Cuáles son las monedas de Valencia? Cuáles de ellas son efectivas?—3. Cuáles son las monedas de Cataluña? Cuáles de ellas son efectivas?—4. Cuáles son las monedas de Aragon? Cuáles de ellas son efectivas?—5. Cuáles son las monedas de Mallorca? Cuáles de ellas son efectivas?

1. Las monedas de Navarra son:

	VALOR EN *Rs.*	*Mrs.*
El ducado (1).	20	25,8823
El peso.	15	2
El real fuerte.	2	
El real de plata ó real flojo.	1	27,8181
La tarja.		13,7373
El gros.		10,3032
El ochavo.		3,4344
El maravedí.		1,7172
El cornado.		0,8586

Todas estas monedas son imaginarias, menos el *maravedí* y *cornado* que son de cobre.

2. Las monedas llamadas de *Valencia* son:

	VALOR EN *Rs.*	*Mrs.*	
La libra (2).	15	2	
El real de plata antiguo. .	1	30	
El real de plata nuevo. . .	1	17	2

(1) El *ducado* contiene 1,378 pesos; el *peso* 7,529 reales fuertes; el *real fuerte* 1,1 reales flojos; el *real flojo* 4,5 tarjas; la *tarja*, 1,333 gros; el *gros* 3 ochavos; el *ochavo* 2 maravedís el *maravedí* 2 cornados.

(2) La *líbra* contiene 8 rs. de plata antiguos; el *real deplata antiguo* 1,25 reales de plata nueva; el *real de plata nuevo* 1,333 del real de plata de Valencia; el *real de plata de Valencia* 1,5 sueldos el *sueldo*, 2 sisones; el *sison* 2 medios sisones; el *medio sison* 3 *dineros*.

	Rs.	Mrs.
El real de plata valenciano.	1	3,6594
El sueldo.	«	25,1062
El sison.	«	12,5531
El medio sison.	«	6,2765
El dinero.	«	2,0921

Todas estas monedas son imaginarias excepto el *sison*, *medio sison* y el *dinero* que son de cobre.

3. Las monedas de Cataluña son:

	VALOR EN Rs.	Mrs.
La libra (1). . . .	10	23
El real de plata. .	1	20,4554
El real ardite. . .	1	2,3036
El sueldo.	«	18,1518
El dinero ó ardite.	«	1,5126
La malla.	«	0,7563

Solo son efectivos de estas monedas, el *real de plata* y el *dinero ó ardite* de cobre; las demas son imaginarias.

4. Las monedas de Aragon son:

	VALOR EN Rs.	Mrs.
La libra jaquesa ó escudo (2).	18	28
El real.	1	30
El sueldo.	«	32
La seisena.	«	11
La trisena.	«	55
El dinero.	«	2
El dinerillo de plata. . . .	«	1,3333

Todas estas monedas son imaginarias, menos la *seisena*, *tresena* y *dinero* que son de cobre.

(1) La *libra* contiene 6,666 reales de plata; el *real* de plata, 1,5 reales de ardite; *real de ardite* 2 sueldos; el *sueldo* 12 *dineros* ó ardites, el dinero ó ardite 2 mallas.

(2) La *libra jaquesa* contiene 10 reales; el *real* 2 sueldos; el *sueldo* 2,909 seisena la *seisena* 2 trisenas; la *trisena* 2,75 dineros; el dinero 1,5 dinerillos de plata.

5. Las monedas de Mallorca son:

	VALOR EN Rs.	Mrs.
La libra (1).	13	9
El real de á cuatro. .	2	22,2
El catorcen.	1	18,6193
El real mallorquin.	1	10,9334
La malla.	«	22,4667
El sueldo.	«	22,4667
La treseta.	«	11,2334
El doblero.	«	3,7444
El dinero.	«	1,8722

De estas monedas solo es imaginaria la libra: el *real de á cuatro catorcen* y *mallorquin* son monedas de plata y las demas de cobre.

SECCION SEGUNDA.—DEL SISTEMA MÉTRICO FRANCES, Y DE SU CORRESPONDENCIA CON LAS MEDIDAS, PESAS Y MONEDAS ESPAÑOLAS.

§. I. *Del sistema métrico en general.*

1. Por qué el nuevo sistema de pesas y medidas francesas se llama sistema métrico y sistema legal?—2. Cuál es el carácter del nuevo sistema?—3. De dónde son sacadas las denominaciones de los múltiplos y las de sus subdivisiones?—4. Cuántas palabras se necesitan para expresar las unidades, los múltiplos y las subdivisiones del sistema métrico?

1. El nuevo sistema de medidas francesas se llama *sistema métrico* por ser el *métro* su base; llámase tambien *sistema legal* por estar prescrito su uso en Francia en todos los actos públicos.

2. En el nuevo sistema todas las medidas están ligadas entre sí, y se deriban de una unidad principal dicha *métro*, que puede comprobarse en todo tiempo y pais. Los múltiplos y las subdivisiones de cada unidad se refieren al sistema decimal, por manera que cada unidad, diez veces mayor que la de un órden inferior, es diez veces menor que la de un órden superior.

3. Las denominaciones de los múltiplos están sacadas del griego, y las subdivisiones del latin. Estas denominaciones son unas mismas para todas las medidas.

(1) La *libra* contiene 5 reales de á cuatro; *el real de á cuatro* 1,714 catorcenos; el *catorcen* 1,166 mallorquines; el *mallorquin* 2 *mallas;* una *malla* es igual á 1 sueldo; el *sueldo* á 2 tresetas; la *treseta* 3 dobleros, y el *doblero* 2 dineros.

4. Son necesarias seis palabras para expresar las seis unidades de medida; cuatro palabras para expresar los múltiplos, y tres para expresar las subdivisiones; en todo trece palabras, suficientes para conocer el conjunto del sistema métrico. He aquí su cuadro:

Múltiplos.		*Unidades.*	*Subdivisiones.*	
Myria significa *diez mil.*	10000	**Metro.**	**Deci** significa *décima.*	0,1
Kilo ——— *mil.*	1000	**Area.**	**Centi** —— *centésima.*	0,01
Hecto ——— *cien.*	100	**Esterio.**	**Milli** —— *milésima.* .	0,001
Deca ——— *diez*	10	**Litro.**		
		Gramo.		
		Franco.		

§. II. *De las nuevas medidas francesas de longitud y de su cerrespondencia con las de España.*

1. Cómo se ha determinado la unidad de longitud llamada metro?–2. Cuáles son las medidas lineales?–3. Cuáles son los múltiplos decimales del metro?–4. Cuáles son las subdivisiones decimales del metro?–5. Cómo se leen los decimales del metro y de las otras medidas?

1. Para determinar la unidad de longitud llamada *metro*, palabra griega, que quiere decir *medida*, se han servido de las dimensiones del globo, á fin de obtener un tipo invariable. Ahora bien, la tierra es un cuerpo redondo ó esférico que gira sobre sí mismo en 24 horas; los dos puntos opuestos de su superficie que permanecen fijos durante esta rotacion, se llaman *polos*: por otra parte la tierra está dividida en dos emisferios por una línea llamada *ecuador*, cuyos puntos están igualmente distantes de los dos polos; y finalmente, toda línea que pasa por los dos polos y corta al ecuador en dos puntos opuestos, se llama *meridiano*. Se ha buscado, pues, la longitud del arco de meridiano, que mide la distancia del polo al ecuador; esta longitud que expresa el cuarto de la circunferencia de la tierra, se halló ser de 5130740 toesas, ó de 30784440 pies franceses, cuya *diez millonésima* parte se ha adoptado para la longitud del métro: por manera que este consta de '0,^{t}513074 ó 3^{pies},07844, ó 3 pies, 11 líneas y 296 milésimas de línea (medidas francesas), que equivalen á 3,5889216 *pies españoles*, ó sea 3 *pies*, 7 *pulgadas*, 0 *lineas*, 8047.

2. Las medidas *lineales* ó *de longitud*, son los múltiplos decimales y las subdivisiones decimales del metro, es decir, que las medidas son los productos de las multiplicaciones y los cocientes de las divisiones de metro por 10, 100, 1000, 10000, etc.

3. Los múltiplos decimales del metro son el *decámetro*, el *hectómetro,* el *kilómetro* y el *miriámetro*. Estas son las *medidas lineales propiamente dichas*. El *miriámetro* y el *kilómetro* sirven para medir las grandes longitudes: el *hectómetro* y el *decámetro* para medir las longitudes medias: el *métro* para medir las pequeñas, como las de paños, lienzos, etc.

De los múltiplos decimales del métro y su correspondencia con las medidas lineales españolas.

El Miriametro...	Consta de 10,000 metros, equivalentes á 35889,216 *pies* españoles, que hacen 1,7944608 *leguas* de á 20 mil piés.
El Kilómetro..... *0,1 parte del Mitro.*	Consta de 1,000 metros, equivalentes á 13588,9216 *pies* españoles.
El Hectómetro... *0.1 parte del Kil.*	Consta de 100 metros, equivalentes á 358,89216 *pies* españoles.
El Decámetro..... *0,1 parte del Hect.*	Consta de 10 metros, equivalentes á 35,889266 *piés* españoles.
El metro....	Consta de 3,5889216 *pies* españoles. En el comercio, los múltiplos del metro se calculan decenas, centenas, miles, etc. Asi, en lugar de decir: *vendí un* decámetro, *un* hectómetro *de paño*, se dice *vendí* ó *he vendido* diez metros, cien metros, etc., de paño.

NOTA. Estas medidas se indican de este modo: *miriámetro* M.^{m}, *kilómetro* K.^{m}, *hectómetro* H.^{m}, *decámetro* D.^{m}, *metro*.^{m}

4. Las subdivisiones decimales del metro son el *decimetro*, el *centimetro* y el *milimetro*.

El Decímetro..... *0,1 parte del M.*	Consta de 0,1 del metro, equivalente á 4,30670592 *pulgadas* españolas.
El Centímetro.... *100 parte del M.*	Consta de 0,01 del metro, equivalente á 5,168047104 españolas.
El Milímetro...... *0,001 parte del M.*	Consta de 0,001 del metro, equivalente á 0,5168047104

NOTA. Estas medidas se indican de este modo *decímetro* dm, *centimetro* cm, *milimétro*. mm.

5. Los decimales del metro, se leen en grupos de tres sílabas, como

cualquier otro decimal: solamente cuando no hay mas de tres, puede dársele el nombre particular del último decimal. Asi:

4^{m}, 045 se lee: 4 métros, 45 milésimas de metro, ó 45 milímetros.

En vez de decir una longitud de 6 decímetros y 4 centímetros, se dirá pues una longitud de 64 centímetros, puesto que 6 decímetros valen 60 centimetros.

§. IV. *De las nuevas medidas francesas de superficie, y su correspondencia con las españolas.*

1. Cuál es la nueva unidad francesa de superficie?—2. Cuáles son sus múltiplos y subdivisiones?—3. Cuántos decímetros, centimetros y milímetros cuadrados tiene el metro cuadrado?—4. Cuántos centímetros ó melímetros cuadrados tiene un decímetro cuadrado?—5. Qué es el miriámetro cuadrado y el kilómetro cuadrado? Qué uso se hace de estas dos medidas?—6. Cuál es la nueva unidad de las medidas agrarias francesas?—7 Cuáles son los múltiplos y las subdivisiones de esta unidad y su correspondencia con las de España?

1. La nueva unidad francesa de superficie es el *metro cuadrado*, es decir, un cuadrado que tiene un metro de largo y otro de ancho.

2. Los múltiplos usados del *metro cuadrado* son, el *miriámetro cuadrado*, y el *kilómetro cuadrado*; las subdivisiones del *metro cuadrado* son, el *decimetro cuadrado*, el *centimetro cuadrado*, y el *milimetro cuadrado*.

3. La medida de un cuadrado, como se demuestra en geometría, es igual al producto de su base por su altura. Si se divide pues cada lado del metro cuadrado en 10 decímetros, el cuadrado contendrá 10 veces 10 decímetros cuadrados, ó 100 decímetros cuadrados. De la misma manera 1 decímetro cuadrado contiene 100 centímetros cuadrados, y un centímetro cuadrado 100 milímetros cuadrados. Así:

Un *metro cuadrado* contiene:

100 decímetros cuadrados ó
10,000 centímetros cuadrados ó
1000,000 milímetros cuadrados.

El *metro cuadrado* se indica asi: $^{m.\ c}$.

4. Un decímetro cuadrado contiene 10 veces 10 ó 100 centímetros cuadrados y 100 veces 100, ó 10,000 milímetros cuadrados,

Un centímetro cuadrado contiene 10 veces 10 ó 100 milímetros cuadrados.

Segun estos principios, si se quiere representar por un número decimal una superficie compuesta de varios metros cuadrados y de varios decímetros cuadrados, por ejemplo de 12 metros cuadrados y 4 decímetros cuadados, se escribirá 12 $^{\text{mc.}}$, o4, porque el decímetro cuadrado es la centésima parte del metro cuadrado.

Estas medidas se expresan asi: *decimetro cuadrado* $^{\text{dm.c.}}$, *centimetro cuadrado* $^{\text{cm.c.}}$, *milimetro cuadrado* $^{\text{mm.c}}$.

5. El miriámetro cuadrado es un cuadrado, cuyos lados tienen de 10,000 metros de largo, y cuya superficie consta de 100,000,000 de metros cuadrados.

El kilómetro cuadrado, décima parte del miriámetro cuadrado, es un cuadrado cuyos lados tienen 1000 metros de largo, y cuya superficie consta 1,000,000 de metros cuadrados: estas dos medidas se emplean en geografía y topografía para valúar las grandes extensiones; y se indican de este modo: *miriámetro cuadrado* M$^{\text{m.c.}}$ *kilómetro* cuadrado K$^{\text{m.c.}}$

6. La unidad de las medidas agrarias se llama *area:* es un cuadrado cuyo lado tiene de 10 metros de largo.

7. El *area* tiene un múltiplo, llamado *Hectarea*, y una subdivision llamada *Centiarea*. He aquí el cuadro de estas medidas, su valor y correspondencia con las españolas.

La Hectarea.....	Es un cuadrado cuyos lados son de 100 metros y que consta por consiguiente de 10,000 metros cuadrados, equivalentes á 894,46932 *estadales cuadrados* de 12 *pies* de lado, ó á 1,552898 *fanegas* de tierra del marco español de 576 *estadales cuadrados*.
El Area.....	Es igual á 100 metros cuadrados, equivalentes á 8,9446932 *estadales cuadrados* de 12 pies de lado.
La Centiarea.....	Es un cuadrado que tiene 1 metro por lado: es la *centésima* de la area y la diez milésima de la hectarea, equivalente á 12,880358251 *pies cuadrados españoles*.

Estas medidas se indican asi: *hectarea.* $^{\text{hect.}}$, *area* $^{\text{ar.}}$, *centiarea* $^{\text{centia.}}$

NOTA. Algunas veces se emplea tambien la *miriarea*, que vale diez mil areas.

§. V. *De las nuevas medidas francesas de volúmenes y de su correspondencia con las españolas.*

1. Cuál es la unidad de volúmen ó de solidez?—2. Qué es cubo?—3. Qué es metro, centímetro, milímetro cúbico?-4. Cuántos decímetros, centímetros y milímetros tiene un metro cúbico?—5. Cuántos centímetros ó milímetros cúbicos contiene un decímetro cúbico?—6. Cuál es la unidad de volúmen ó de solidez para las maderas? Tiene esta unidad múltiplos y subdivisiones?—7. Cuál es la unidad de capacidad para los líquidos, y qué forma se le ha dado?—8. Cuáles son los múltiplos y subdivisiones de esta unidad y su correspondencia con la de España?-9. Cuál es la unidad de capacidad para granos y demas cosas secas? Cuáles son sus múltiplos y subdivisiones? Correspondencia con las españolas.

1. La unidad de volúmen es el *metro cúbico*.

2. Un cubo es una figura geométrica que tiene la forma de un dado, y cuyas seis caras son cuadradas é iguales entre sí. La solidez de un cubo, segun se demuestra en geometría, es igual á la superficie de su base multiplicada por la altura.

3. El *metro cúbico* es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un metro por cada lado.

El *decímetro cúbico* es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un decímetro por cada lado.

El *centímetro cúbico* es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un centímetro por cada lado.

El *milímetro cúbico* es un cubo cuyas seis caras cuadradas tienen un milímetro por cada lado.

Estas medidas se indican así: *metro cúbico* m. cúb., *decímetro cúbico* dec. cúb., *centímetro cúbico* cm. cúb., *milímetro cúbico* mm. cúb.

4. El *metro cúbico* contiene 1000 decímetros cúbicos. En efecto, el metro cuadrado consta de 100 decímetros cuadrados: Ahora bien, si se divide un metro cúbico en 100 partes que tengan por base un decímetro cuadrado y por altura un metro: si ademas se divide esta altura de un metro en 10 decímetros, se podrán formar con cada una de las 100 primeras partes, diez nuevas partes ó decímetros cúbicos que tendrán por base un decímetro cuadrado y por altura un decímetro: por consiguiente resultan 1000 decímetros cúbicos en un metro cúbico.

Asi: un metro cúbico contiene:

1000 decímetros cúbicos.
ó 100000 centímetros cúbicos.
ó, 1000000 milímetros cúbicos.