

833

F. EG-16  

---

25

**LECTURA EXCLUSIVA EN LA SALA  
CON PAPELETA ESPECIFICA**



F. EG-16  
25

233

*Supl.*

379

# INSTITUTO DE SEGUNDA ENSEÑANZA DE GERONA.

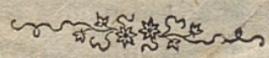
## PROGRAMA

de las asignaturas de Principios  
y Ejercicios de Aritmética y Geometría,  
de Aritmética y Algebra y Geome-  
tria y Trigonometria rectilínea,

que dedica á sus alumnos

el Catedrático de Matemáticas y Secretario de dicha Escuela

D. R. BANÚS Y CASTELLVÍ.



GERONA.

Imp. de Santiago Feliu, Ciudadanos n. 2  
1865.

R 5214

1837

# INSTITUTO

## DE SEGUNDA ENSEÑANZA DE GERONA



de las asignaturas de Principios  
y Ejercicios de Aritmética y Geometría  
de Aritmética y Álgebra y Geome-  
tría y Trigonometría rectilínea.

que dedica á sus alumnos

el Profesor de Matemáticas y Secretario de dicho Instituto

D. R. RAMÍREZ Y CASSELLI



GERONA

Imp. de Santiago Feliu, Cerdasanos n.º 3

1837

# PRINCIPIOS

## Y EJERCICIOS DE ARITMÉTICA.

---

### PROGRAMA.

LECCION 1.<sup>a</sup> Qué es cantidad. Medir una cantidad. Número; entero, quebrado ó fraccionario, abstracto, concreto. Números homogéneos y heterogéneos. Qué es Aritmética.

LECCION 2.<sup>a</sup> Numeracion; hablada y escrita. Formacion de los números desde 1 à 100, à 1000 etc. Escritura de los números. Número de signos diferentes empleados en la escritura de los números. Convenio establecido para poder escribir todos los números con tan pocos signos. Signos ó cifras significativas. Regla para escribir un número cualquiera. Regla para leerlo. Valores de cada cifra ó signo.

LECCION 3.<sup>a</sup> Objeto de la adición ó suma. Sumandos, suma. Cómo se suman los números de una sola cifra. Como los de varias. Muchos ejercicios.

LECCION 4.<sup>a</sup> Objeto de la sustracción. Minuendo (minuendus) sustraendo (sustraendus) resta ó diferencia. Signo de restar. Cómo se restan dos números dígito. . Cómo dos de varias cifras. Muchos ejercicios.

LECCION 5.<sup>a</sup> Objeto de la multiplicación. Multiplicando (multiplicandus) y multiplicador (multiplicator),

Producto (productus). Signo de la multiplicacion. Tabla de multiplicar directa é inversa. Muchos ejercicios.

LECCION 6.<sup>a</sup> Casos de multiplicacion de números enteros. Cómo se multiplica un número entero por 10, 100, 1000 etc. Cómo un entero por otro que termine en ceros. Cómo dos terminados en ceros. Ejercicios repetidos.

LECCION 7.<sup>a</sup> Multiplicacion de varios factores consecutivos. Multiplicacion de un producto de varios factores por un número entero. Ejercicios repetidos.

LECCION 8.<sup>a</sup> En que casos se emplea principalmente la multiplicacion. Ejercicios.

LECCION 9.<sup>a</sup> Medidas longitudinales, agrarias, de volúmen, de capacidad para áridos, de capacidad para líquidos; medidas de peso y de tiempo en Castilla. Medidas para el aceite en Castilla.

LECCION 10. Objeto de la division. Dividendo, divisor y cociente. Qué se entiende por número múltiplo de otro. Cuando se llamará exacta la division. Cuando inexacta. En uno y otro caso el dividendo á qué es igual. Cómo se dividen dos números enteros. Ejercicios.

LECCION 11. Division de un número terminado en ceros por la unidad seguida tambien de ceros. Division de dos números terminados en ceros. En qué casos se emplea principalmente la division. Ejercicios.

LECCION 12. Ejercicios sobre la division de los números enteros.

LECCION 13. Ejercicios sobre la multiplicacion de los números enteros.

LECCION 14. Ejercicios sobre la adición y sustracción.

LECCION 15. Qué es quebrado ó fracción. Términos. Que espresa cada uno de ellos. Escritura y lectura de las fracciones. Número mixto. Fracciones propias é impropias. Alteraciones é inmutación del valor de una fracción.

LECCION 16. Qué se entiende por simplificar una fracción. Como se simplifica una fracción. Ejercicios. Como se transforma un entero en quebrado de denominador dado. Dado un número mixto reducirlo á quebrado ó darle forma fraccionaria.

LECCION 17. Cómo se reducen varias fracciones á un comun denominador. Ejercicios repetidos.

LECCION 18. Cómo se suman las fracciones ó quebrados en los dos casos que puedan ocurrir. Cómo se suman los números mixtos. Ejercicios.

LECCION 19. Cómo se restan los quebrados en los dos casos que pueden ocurrir. Cómo se resta una fracción de un entero. Cómo se restan los números mixtos. Ejercicios.

LECCION 20. Cómo se multiplica una fracción por un entero. Cómo una fracción por otra fracción, y cómo un número mixto por otro mixto, fraccionario ó entero. Ejercicios.

LECCION 21. Cómo se divide una fracción por un número entero, cómo una fracción por otra fracción; cómo un número mixto por otro mixto, fraccionario ó entero. Ejercicios.

**LECCION 22.** Qué se entiende por valuar un quebrado que se refiere á una unidad superior. Qué se hace para valuar un quebrado. Ejercicios.

**LECCION 23.** Qué se entiende por fraccion de fraccion ó quebrado de quebrado. Cómo se halla el valor de una fraccion de fraccion. Ejercicios.

**LECCION 24.** Ejercicios sobre la division de los quebrados ó fracciones. Regla general para dividir una fraccion ó un número entero ó mixto por otra fraccion, entero ó mixto. Ejercicios sobre la multiplicacion de un entero quebrado ó mixto por otro quebrado, entero ó mixto.

**LECCION 25.** Ejercicios sobre la sustraccion y adicion de los quebrados. Idem sobre la reduccion á un comun denominador y la simplificacion.

**LECCION 26.** Cuáles son las fracciones llamadas decimales ó numeros decimales. Cómo se escriben y cómo se leen. Muchos ejercicios.

**LECCION 27.** Cómo se suman los números decimales, cómo se restan. Muchos ejercicios.

**LECCION 28.** Multiplicacion de decimales por 10, 400, 1000, etc. Multiplicacion de dos decimales, ó de un entero y un decimal. Ejercicios.

**LECCION 29.** Division de una cantidad decimal por 10, 400 1000 etc. Division de dos decimales ó de un entero por un decimal, ó de un decimal por un entero. Ejercicios. Valuacion de decimales.

**LECCION 30.** Reduccion de una fraccion ordinaria á decimal. Fraccion decimal exacta; idem periódica pura; idem mixta. Ejercicios.

LECCION 31. Reduccion de fracciones decimales á ordinarias. Qué se entiende por fraccion generatriz. Cómo se ejecuta la operacion en cada uno de los tres casos que pueden ocurrir. Ejercicios.

LECCION 32. Cuáles son los números llamados complejos. Reduccion de un complejo á incomplejo de especie inferior. Reduccion de un complejo á incomplejo de cualquiera de sus especies. Ejercicios repetidos.

LECCION 33. Reduccion de un incomplejo á complejo de especies superiores. Reduccion de un incomplejo á complejo de especies inferiores. Ejercicios.

LECCION 34. Adicion y sustraccion de los números complejos é incomplejos. Ejercicios. Repaso de las medidas de Castilla.

LECCION 35. Multiplicacion de los números concretos en los tres casos que pueden ocurrir. Ejercicios.

LECCION 36. Método de las partes alicuótas. Ejercicios.

LECCION 37. Tres casos de division de números complejos. Ejercicios.

LECCION 38. Sistema métrico decimal de pesas y medidas. Unidades del sistema. Metro para las longitudinales. Area para las superficiales ó agrarias. Metro cúbico para las de volúmen. Litro para las de capacidad de líquidos y áridos. Gramo para pesos. Cómo se forman los múltiplos y su múltiplos de estas unidades.

LECCION 39. Medidas longitudinales. Idem de capacidad de áridos y líquidos. Medidas agrarias ó superficiales; idem de volúmen. Pesas. Monedas españolas.

Observacion acerca de la relacion que existe entre cada una de las unidades superficiales ó agrarias y su inmediata superior. Idem idem entre las unidades de volúmen.

LECCION 40. Ventajas del sistema métrico de medidas y pesas. Los números métrico-decimales son complejos. Consecuencia. Cómo se verifican las reducciones á unidades de especie superior ó inferior. Ejercicios.

LECCION 41. Adicion de los números métricos. Sustraccion de los mismos. Multiplicacion. Muchos ejercicios.

LECCION 42. Division de los números métricos. Ejercicios. Reduccion de medidas métricas á castellanas. Ejercicios.

LECCION 43. Reduccion de medidas castellanas á métricas. Ejercicios.

LECCION 44. Razon de dos cantidades. Antecedente y conseqüente. Cómo se escribe la razon de dos números. Igualdad de dos razones ó proporcion. Cómo se escribe una proporcion. Propiedad fundamental de toda proporcion.

LECCION 45. Modificaciones que pueden hacerse en toda proporcion sin que deje de subsistir. Si se multiplican ordenadamente dos ó mas proporcioncs, ó si se dividen ordenadamente dos, qué sucederá.

LECCION 46. Qué se entiende por resolver una proporcion. Qué hay que saber para poder resolver una proporcion discreta; idem idem otra que sea continúa. Ejercicios.

LECCION 47. Cuándo se dice que dos cantidades son proporcionales á otras dos. Cuándo se dice que dos cantidades homogéneas están en razon directa de otras dos. Idem idem en razon inversa de otras dos. Establecer la igualdad de razones ó proporcion en uno y otro caso.

LECCION 48. Qué problemas resuelve la *Regla de tres*. Cuándo toma el nombre de *simple*. Idem el de *compuesta*. Resolucion de problemas.

LECCION 49. Problemas de regla de tres compuesta.

LECCION 50. Idem idem idem resolviéndolos por el método de reduccion á la unidad. Ejercicios repetidos.

LECCION 51. Interés. Objeto de la regla de interés. Problemas que resuelve la regla de interés. Cuántas clases de interés hay.

LECCION 52. Cómo se resuelven los problemas de la regla de interés simple cuando el tiempo es un año; idem idem cuando el tiempo es diferente de un año.

LECCION 53. Objeto de la regla de compañía. Cómo se divide un número en partes que sean proporcionales á otros números dados. Resolver problemas de compañías.

LECCION 54. Raiz cuadrada de un número. Cuadros ó segundas potencias de los números 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Hallar la raiz cuadrada de un número menor que 100. Residuo de la raiz.

LECCION 55. Hallar la raiz cuadrada de un número mayor que 100. Ejercicios repetidos. Raiz cuadrada de una fraccion.

LECCION. 56. Raiz cúbica de un número. Cubos ó terceras potencias de los números 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Hallar la raiz cúbica de un número menor que 4000. Residuo.

LECCION 57. Hallar la raiz cúbica de un número que 4000. Ejercicios. Raiz cúbica de una frac-

LECCIONES 58, 59 y 60. Aproximacion de las raices cuadradas y cúbicas de los números que no la tengan exacta. Reglas que se siguen para la extraccion de raices cuadradas y cúbicas y para verificar las aproximaciones.

*Nota.* Durante el curso el Catedrático propondrá problemas, que, despues de resueltos, cuidará el alumno de trasladar á un cuáderno que se ha de presentar al Tribunal de exámen de fin de curso.



# PRINCIPIOS

## Y EJERCICIOS DE GEOMETRÍA

### PROGRAMA.

LECCION 1.<sup>a</sup> Dimensiones de un cuerpo. Superficie. Línea. Punto. Líneas recta, curva y quebrada. Por dos puntos cuántas rectas pueden pasar. Cómo se traza una recta que pase por dos puntos dados. Intersección. Circunferencia, centro, arco, radio, cuerda, diámetro. Los radios y los diámetros de una circunferencia qué son entre sí. Círculo. Cómo divide el diámetro al círculo y á la circunferencia. Tangente.

LECCION 2.<sup>a</sup> Qué es plano ó superficie plana. Idem curva. Idem quebrada. Qué entendemos por estension. Qué por medir una estension. Cómo se mide una recta en el papel ; idem en el terreno. A qué llamamos mayor comun medida de dos ó mas cuerpos, superficies ó líneas. Cómo se halla la comun medida de dos rectas. Rectas comensurables. Idem incommensurables. A qué llamamos figura. Idem polígono. Triángulo. Qué hay que considerar en toda figura cerrada. Cuándo diremos que dos figuras son iguales. Cuándo equivalentes. Cuándo semejantes. Bisectriz. Secante.

LECCION 3.<sup>a</sup> y 4.<sup>a</sup> Qué es la Geometría. Division en plana y del espacio. De qué se ocupa la Geometría

plana. Qué es ángulo, vértice, lado. Lectura de ángulos. La magnitud de los lados, qué influencia tiene respecto de la magnitud del ángulo. Cuándo son iguales dos ángulos. Angulos adyacentes. Angulos rectos y oblicuos. Angulos agudos y obtusos. Todos los ángulos rectos son iguales. Cuándo se dice que una recta es perpendicular á otra. Idem oblicua á otra. Por un punto de una recta cuántas perpendiculares á ella se pueden trazar. Por un punto situado fuera de una recta, cuántas perpendiculares á ella se pueden trazar. Suma de los ángulos formados al rededor de un punto hácia un mismo lado de una recta. Suma de los ángulos formados al rededor de un punto en todas direcciones. Ángulos suplementarios. Idem complementarios. Complemento y suplemento de un ángulo. Ángulos opuestos por el vértice. Porqué son iguales. Cómo se miden los ángulos. Cómo se divide la circunferencia [para la medición de los arcos.

LECCION 5.<sup>a</sup> *Perpendiculares y oblicuas.* Si desde un punto fuera de una recta se tiran á esta una perpendicular y varias oblicuas, qué se verifica. Distancia de un punto á una recta. Propiedad de todos los puntos situados en la perpendicular tirada al punto medio de una recta.

LECCION 6.<sup>a</sup> *Paralelas.* Cuándo se llaman paralelas dos ó mas rectas. Cuando dos rectas están cortadas por una secante ó transversal, cuántos ángulos forman. Angulos internos, externos; alternos y correspondientes. Propiedad que tienen los puntos de dos paralelas. Partes

de paralelas comprendidas entre paralelas. Por un punto fuera de una recta, cuántas paralelas à ella se pueden trazar.

LECCION 7.<sup>a</sup> y 8.<sup>a</sup> *Líneas proporcionales.* — Cuándo se dice que cuatro rectas son proporcionales. Dividir una recta en partes proporcionales á otras tres ó mas rectas dadas. Dividir una recta en un número cualquiera de partes iguales. Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas. Hallar una tercera proporcional á dos rectas dadas. Hallar una media proporcional entre dos rectas dadas. Dividir una recta en media y extrema razon.

LECCION 9.<sup>a</sup> Cuándo se dice que dos circunferencias son secantes. Idem tangentes. Qué es segmento circular. Idem sector circular. Angulos central, interior, inscrito, semi-inscrito y exterior. Cuándo serán iguales dos circunferencias. Por un punto de una circunferencia, cuántas tangentes se pueden tirar. La tangente y el radio correspondiente al punto de contacto, qué son entre si. Dado un punto en la circunferencia trazar por él una tangente á esta. Dado un punto fuera, trazar dos tangentes á la circunferencia.

LECCION 10. Trazar una circunferencia que pase por tres puntos dados, no situados en línea recta. Trazar una circunferencia que sea tangente á los tres lados de un triángulo. Dada una circunferencia hallar su centro. Idem dado un arco. Hallar el centro de una circunferencia tangente á una recta en un punto dado y que pase además por otro punto dado fuera de dicha recta.

**LECCION 11.** *Razon de la circunferencia al diámetro.* Qué entendemos por razon de la circunferencia al diámetro. Es la misma en todas las circunferencias esta razon. Para qué sirve esta razon. Cómo se halla la longitud de la circunferencia, conocida la del radio ó la del diámetro. Idem la del radio ó diámetro, conocida la de la circunferencia. Hallar la longitud de un arco, conocido el radio y el número de grados del arco. Hallar el radio de una circunferencia, conociendo la longitud de un arco de cualquier número de grados.

**LECCION 12.** Polígono. Lados. Perímetro. Nombres de los polígonos atendiendo al número de sus lados. Idem atendiendo á la igualdad ó desigualdad de sus lados y ángulos. Diagonales. Sector poligonal. Triángulos, vértices y lados. Elementos de un triángulo. Triángulos equiláteros isósceles y escaleno.

**LECCION 13.** Triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos. Nombres de los lados del triángulo rectángulo. Altura y base de un triángulo. Un lado es menor que la suma y mayor que la diferencia de los otros dos. Suma de los ángulos de un triángulo.

**LECCION 14.** Ejercicios sobre los triángulos.—Construir un triángulo dados los tres lados. Idem dados dos lados y el ángulo comprendido. Idem dado un lado y los dos ángulos adyacentes. Idem un triángulo rectángulo dada la hipotenusa y un cateto. Construir un triángulo dados dos lados y un ángulo opuesto á uno de ellos.

**LECCION 15.** Cuadrilátero. Tres clases de cuadri-

láteros: paralelogramo trapezio y trapezoide. Paralelogramos rectángulos y oblicuángulos. Rectángulo propiamente dicho, cuadrado, romboide y rombo. Cómo divide la diagonal á un cuadrilátero. Idem á un paralelogramo. Cómo se cortan las diagonales de todo paralelogramo. Las diagonales del cuadrado y rectángulo, qué son entre si. Cómo se cortan las diagonales del rombo. = Dado un triángulo, construir sobre él un paralelogramo. Idem dados dos lados y el ángulo comprendido. Idem dadas las diagonales y el ángulo que forman. Dadas las diagonales, trazar un rombo. Dado un polígono cualquiera construir otro igual á él.

LECCION 16. *Polígonos semejantes.* A qué llamamos polígonos semejantes. Lados homólogos. = Sobre una recta dada construir un triángulo semejante á otro. Sobre una recta dada construir un polígono semejante á otro. = Polígonos inscritos y circunscritos. Centro de un polígono regular; radios del mismo; apotema.

LECCION 17. Inscribir un triángulo equilátero en un círculo. Idem un cuadrado. Idem un exágono regular. Idem un decágono regular y un pentadecágono. Dado un polígono regular inscrito, inscribir otro que tenga la mitad del número de lados. Idem duplo. Idem circunscribir uno de igual número de lados; idem uno de duplo número de lados. Inscribir en un círculo un polígono regular de cualquier número de lados.

LECCION 18. *Áreas.* Qué entendemos por área de una figura. Qué es la unidad superficial. Área de un triángulo. Idem de un paralelogramo, de un cuadrado,

de un trapezio, la de un polígono regular. Idem la de un polígono irregular. Ejercicios.

LECCION 19 Y 20. *Áreas circulares.* A qué es igual el área de un círculo. Idem el área de un sector. Idem de un segmento. Hallar el área de un círculo, dada la longitud de la circunferencia. Idem idem conociendo el valor del radio. Idem idem conociendo el valor de un arco de cierto número de grados. Hallar el área de un sector poligonal en los tres casos que pueden ocurrir.

LECCIONES 21 Y 22. *Figuras equivalentes.* Cuáles son las figuras llamadas equivalentes. Qué se entiende por reducir una figura á otra. = Reducir un paralelógramo á rectángulo equivalente. Reducir un trapezio á paralelógramo equivalente. Reducir un polígono á otro equivalente que tenga un lado menos. Reducir un polígono cualquiera á triángulo. Reducir un triángulo á cuadrado. Idem un rectángulo ó paralelógramo á cuadrado.

LECCION 23. Reducir un polígono regular á cuadrado. Reducir un círculo á cuadrado casi equivalente. Reducir un polígono cualquiera á cuadrado. Dividir un triángulo en un número dado de partes equivalentes. Dividir un triángulo en tres partes cuyas áreas sean entre si como los números  $m$   $n$  y  $p$ .

LECCION 24. Dados dos polígonos semejantes, construir otro semejante que sea equivalente á la suma de los dos. Idem idem ó la diferencia. Dados dos círculos, construir otro equivalente á su suma; idem idem á su diferencia. Dado un cuadrado, construir otro que sea puplo del mismo.

LECCION 25. *Geometria del espacio.*—Cómo se determina un plano. Cuándo se dice que una recta es perpendicular á un plano. Idem paralela á un plano. Cuál es la distancia mas corta de un punto á un plano. Qué son las oblicuas que se apartan igualmente del pie de la perpendicular. De dos oblicuas que se apartan desigualmente del pie de la perpendicular, cuál es la mayor.

LECCION 26. Distancia de un punto á un plano. Por un punto dado fuera de un plano, cuántas perpendiculares y cuántas paralelas á él se pueden trazar. Cuándo se dice que un plano es perpendicular á otro. Cuándo se dice que dos planos son paralelos.

LECCION 27. Ángulo diedro; arista, planos ó caras. Cómo se lee un ángulo diedro. Ángulo rectilíneo correspondiente á un diedro. Igualdad de los rectilíneos de un diedro. Diedros adyacentes; diedros rectos; diedros obtusos y agudos.

LECCION 28. Diedros suplementarios y complementarios. Cómo se mide un ángulo diedro. Cómo se divide un diedro en varias partes iguales. Ángulo poliedro. Vértice, aristas y planos. Ángulo triedro.

LECCION 29. Poliedros. Caras del poliedro. Nombres de los poliedros atendido el número de sus caras. Poliedro regular. Diagonal.

LECCION 30. Pirámide, cúspide ó vértice. Nombres que toman las pirámides, atendido el polígono de la base. Altura de la pirámide. Pirámide recta. Pirámide troncada ó tromo de pirámide. Qué es el tetraedro. Pirámide regular; apotema de la pirámide regular.

LECCION 31. — Cómo puede descomponerse toda pirámide. Si una pirámide se corta por un plano paralelo á su base, el polígono que resulta en el corte, qué figura es. Cuándo se dice que dos pirámides ó poliedros son iguales. Cómo pueden descomponerse dos poliedros iguales.

LECCION 32. Prisma. Nombres de los prismas atendido el polígono de la base. Prisma recto; oblicuo. Qué son las caras laterales de un prisma recto. Sección recta de un prisma oblicuo. Prisma truncado. Si se corta un prisma por un plano paralelo ó las bases, qué figura tendrá el corte.

LECCION 33. Paralelepípedo. Cuándo se llama rectangular. Qué es el cubo. Propiedad de las caras opuestas de un paralelepípedo. Poliedros regulares: tetraedro, exaedro, octaedro, dodecaedro é icosaedro.

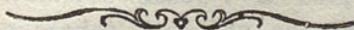
LECCION 34 Y 35. Construcción de los poliedros regulares (De papel ó de carton).

LECCION 36. Problemas.—Hallar la distancia entre dos puntos situados en un plano ó mapa. Hallar por construcción gráfica una recta proximately igual á la circunferencia. Hallar la longitud de lado del cuadrado inscrito en un círculo cuyo radio es conocido.

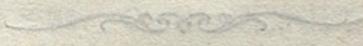
LECCION 37. Hallar el lado del triángulo equilátero inscrito en un círculo. Conocido el radio de un círculo, hallar el valor numérico del lado del triángulo equilátero inscrito. Cubrir una superficie plana con polígonos regulares, ó sea enlosar una habitación con los mismos polígonos.

**LECCION 38.** Hallar el lado del cuadrado inscrito en un círculo, conociendo el radio. Hallar el valor de la circunferencia conociendo el lado de exágono regular inscrito.

**LECCIONES 39 HASTA 64.** Ejercicios que practicarán los alumnos construyendo las figuras de Geometría en un número de láminas que no pasará de veinte.



Lecion 38. Hallar el lado del cuadrado inscrito  
en un circulo, conociendo el radio. Hallar el valor de  
la circunferencia conociendo el lado de exagono regu-  
lar inscrito. Ejercicios que practican  
Leciones 39 hasta 41. Ejercicios que practican  
los alumnos construyendo las figuras de Geometria en  
un numero de laminas que no pasen de veinte.



# ASIGNATURA

## DE ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA.

### ARITMÉTICA.

LECCION 1.<sup>a</sup> Número entero. Unidad. Número quebrado, número mixto. Cantidad. Problema. Resolver un problema. Qué son las Matemáticas. Qué es número abstracto. Cómo se llama la unidad abstracta. Qué es número concreto. Qué es Aritmética. Cuáles son los signos que se emplean en Aritmética para simplificar los razonamientos.

LECCION 2.<sup>a</sup> Qué es numeracion. Cuántas numeraciones hay. Definicion de cada una de ellas. Cómo se forman los números desde 1 á 100, desde 100 á 1000 etc. Las unidades, decenas, centenas etc., qué otro nombre suelen recibir. Cómo se representan los números en la escritura. Cuántos son los signos de que hacemos uso para representar todos los números. Qué convenio existe para que, con tan pocos signos diferentes, podamos representar ó escribir los números todos. Dado un número, cómo se escribirá. Escrito un número, cómo se leerá Reglas que conducen á simplificar el trabajo teórico en los dos problemas anteriores. Cómo se llama el sistema de numeracion que seguimos, y cuál es la razon del nombre que lleva.

LECCION 3.<sup>a</sup> Qué es la adición. Cómo se indica que un número se ha de sumar con otro. Idem que varios

números se han de sumar. Regla para sumar números enteros. Qué objeto tiene la sustracción. Minuendo y sustraendo. A qué es igual el minuendo. Otra definición de la sustracción. Alteraciones y constancia de la de la resta por las alteraciones del minuendo y sustraendo. Regla para restar los números enteros.

**LECCION 4.<sup>a</sup>** Qué objeto tiene la multiplicación de un número por otro. Definición del multiplicando, multiplicador y producto. Otra definición de la multiplicación cuando el multiplicador es abstracto. Signo. Factores. Cómo se puede hallar el producto de un entero por otro entero abstracto. Método para hallar este producto con el menor trabajo posible en los tres casos que pueden en general ocurrir, explicando antes del tercero cómo se consigue la multiplicación de un entero por 10, 100, 1000 etc.; y la de un entero por otro compuesto de una cifra significativa seguida de ceros. Demostraciones. Cómo se multiplican dos números que terminan en ceros. Demostración.

**LECCION 5.<sup>a</sup>** El producto de dos números no varía tomando el multiplicando por multiplicador y éste por aquel. Demostración. Objeto de la división. Nombres de los números que entran en ella. A qué es igual el dividendo. Signo. Otras definiciones de la división. División exacta é inexacta; cociente entero y residuo. Cualidad que debe tener el residuo. Regla para hallar el cociente exacto cuando lo es la división, ó el entero cuando es inexacta; deducida de la definición de la división cuando el cociente es el multiplicador.

LECCION 6.<sup>a</sup> Método para obtener el cociente de dos números en los tres casos que pueden ocurrir. Cuándo será bueno un residuo. Cómo se divide un número por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Idem por 10, 100, 1000 etc. Cuándo se dice que un número es duplo, triplo, múltiplo de otro. Cuándo es llamado un número divisor ó factor de otro.

LECCION 7.<sup>a</sup> A qué llamamos prueba de una operación. Cómo se hace la prueba de cada una de las cuatro operaciones explicadas. Qué es teorema. Qué es lema. Qué es corolario. Qué significa un producto indicado de varios factores. Cómo se escribe un número compuesto de otros varios ligados por medio de los signos + y — cuando se ha de someter á una de las 4 operaciones.

LECCION 8.<sup>a</sup> Qué se hace para multiplicar un número por la suma indicada de otros varios. Demostracion. Qué se hace para multiplicar un número por la diferencia indicada de otros dos. Demostracion. Consecuencias. El producto de varios factores no se altera aun cuando se cambie el orden de estos. Demostracion y consecuencias.

LECCION 9.<sup>a</sup> Qué es el cuadrado ó segunda potencia de un número. Idem cubo ó tercera potencia. Idem cuarta, quinta etc, potencia de un número. Cuál es la primera potencia de un número. Cómo se indican las potencias de los números. Esponente. Formacion de las potencias de un número cualquiera.—Si un número es divisor de otros, lo es tambien de la suma de ellos. Consecuencia. Si un número es divisor de otros dos, lo será

tambien de la diferencia de estos. Demostraciones y consecuencias.

LECCION 10. Qué es número par; idem impar. Cuáles son los pares de una sola cifra. Cuándo es un número divisible por 10, 100, 1000 etc. Idem por 2, por 5, por 4, por 8 por 25. A todo número de dos ó mas cifras, cuánto le falta para ser múltiplo de nueve. Demostracion del teorema que contesta á la pregunta anterior. Corolario primero: Cuándo diremos que un número es divisible por 9. Corolario segundo: Cuándo lo será por 3.

LECCION 11. A todo número de dos ó mas cifras, cuánto le falta para ser divisible por 11. Demostracion del teorema que contesta á la pregunta anterior. Cuándo diremos que un número es divisible por 11. Cuándo decimos que son primos entre sí dos números. Idem que varios números son primos entre sí dos á dos. A qué llamamos números consecutivos. Qué son entre sí los números consecutivos. Demostracion. Qué entendemos por máximo comun divisor de varios números.

LECCION 12. Si un número es divisor del dividendo y del divisor de una division inexacta es tambien divisor del residuo. Demostracion. El m. c. d. del dividendo y divisor de una division inexacta es igual al m. c. d. del divisor y residuo. Hallar el m. c. d. de dos números. Durante la operacion se podrá conocer si los números propuestos son primos entre sí. Todo divisor de dos números lo es tambien de su m. c. d.—Hallar el m. c. d. de varios números.

LECCION 13. Si varios números se dividen por su

m. c. d., los cocientes serán primos entre sí. — Si se multiplican dividendo y divisor de una división inexacta por un número entero, el cociente subsiste y el residuo varía. Consecuencias. — Todo divisor del producto de dos números, que sea primo con uno de estos dos números, que será del otro factor.

LECCION 14. A qué llamamos múltiplo mas simple de varios números. — Todo múltiplo de dos números es igual al producto de tres factores. Regla para hallar el m. m. s. de dos números. Todo múltiplo de dos números es múltiplo del m. m. s. de estos dos números. Regla para hallar el m. m. s. de varios números.

LECCION 15. Cuáles son los números primos. Idem los primos menores que 100. Qué es número compuesto. Cómo se conocerá que un número es primo. Si un número primo no es divisor de otro número, que serán entre sí estos dos números. Consecuencia. — Todo número primo, divisor de un producto, que ha de ser respecto de los factores de dicho producto. Consecuencias. — Si un número es divisible por dos primos entre sí, que es respecto de su producto. Y si es divisible por dos ó mas primos entre sí dos á dos, que será respecto del producto de todos. Consecuencia: Si un número es divisible por 2 y por 3 lo será por 6, etc.

LECCION 16. Descomponer un número en sus factores simples. Regla que se sigue. Cuántas descomposiciones en factores simples puede sufrir un número. Cuándo será un número divisor de otro. Cuándo no lo será.

LECCION 17. Hallar todos los divisores de un nú-

mero. Regla. Hallar el m. c. d. de varios números. (Regla que deducimos de la descomposicion de los números en sus factores simples.) Idem idem el m. m. s. de varios números. Cuál es el m. m. s. de dos números primos. Cuál el de varios números primos entre sí dos á dos.

LECCION 18. Si se divide la unidad en partes iguales, qué nombres toman estas partes. A qué llamamos fraccion ó quebrado. Numerador y denominador. Cómo se escriben las fracciones. Los quebrados ó fracciones son menores que la unidad. Fraccion propiamente dicha: fraccion impropia. Número mixto: Números fraccionarios. A qué es igual el producto de un quebrado por un número entero igual á su denominador. A qué es igual el cociente completo de toda division inexacta. A qué es igual el cociente de dos números enteros. Todo número entero puede escribirse en forma fraccionaria. La fraccion impropia puede tener forma de número mixto. Cómo se reduce un número mixto á quebrado impropio de denominador dado. Qué se entiende por reducir un número mixto á fraccionario ó quebrado. Cómo se consigue.

LECCION 19. Cuál de dos quebrados propuestos será mayor, en los tres casos que pueden ocurrir. Si se multiplica el numerador de un quebrado por un entero, qué le sucede al quebrado. Consecuencia. Id. si dividimos el numerador por un entero. Consecuencia. Id. id. si el denominador se multiplica ó parte por un entero. = Aplicacion de estos teoremas á la division de numeros enteros.

LECCION 20. Dados varios quebrados pueden reducirse á otros que les sean equivalentes y que tengan un mismo denominador. Cómo se consigue en general esta reduccion. Cómo se consigue en el caso particular en que haya dos ó mas denominadores que tengan algun factor común. Cómo se consigue cuando hay un denominador que es múltiplo de todos los demás. Si un quebrado es igual á otro cuyos dos términos sean primos entre sí, qué son estos dos quebrados. Qué se entiende por simplificar un quebrado. Cómo se consigue. Quebrado irreducible. Dos quebrados irreducibles iguales, á qué condicion deben satisfacer sus términos. Un quebrado irreducible no puede ser igual á un número entero.

LECCION 21. Cómo se suman los quebrados, en los dos casos que pueden ocurrir. Cómo los números mixtos. Cómo se resta de un quebrado otro menor en los dos casos que pueden ocurrir. Cómo se restan dos números mixtos, ó un mixto y otro quebrado.

LECCION 22. Cómo puede definirse la multiplicacion cuando el multiplicador es un quebrado. Consecuencia de la definicion Cómo se multiplica un quebrado por otro. Cómo un entero por un quebrado. El orden de los factores no altera el producto. Cómo se multiplican varios quebrados entre sí. Si un numerador y un denominador de estos quebrados tienen un divisor común, qué podrá hacerse. Cómo se multiplica un número mixto por otro mixto, quebrado ó entero. Quebrado de quebrado. Valor de un quebrado de quebrado.

LECCION 23. Cómo se parte un quebrado por otro,

Cómo un entero por un quebrado. Si los numeradores ó denominadores tienen un factor comun, puede suprimirse. Cómo se parte un número mixto por otro mixto, quebrado ó entero.

LECCION 24. A qué es igual el producto de la suma indicada de varios números enteros y fraccionarios ó todos fraccionarios, por otro entero ó fraccionario. A qué es igual el producto de la diferencia indicada de dos números, uno entero y otro fraccionario ó los dos fraccionarios, por otro entero ó fraccionario. El producto de varios enteros y fraccionarios ó todos fraccionarios no varia cuando se altera el orden de los factores. A qué es igual el producto de varios productos indicados, en los dos casos que pueden en general ocurrir. Si uno de los factores se multiplica ó parte por un número cualquiera, qué le sucede al producto. Consecuencia.

LECCION 25. Cuándo no varia un producto de varios factores, variando dos de estos. Consecuencias. Cómo se eleva un quebrado á una potencia. Idem un número mixto. Qué relacion existe entre las diversas potencias de un número menor que 1. Idem entre las de un número mayor que 1. Las potencias de una fraccion irreducible son tambien fracciones irreducibles.

LECCION 26. Qué son quebrados decimales. Cómo se enuncia ó lee una cantidad decimal escrita sin denominador. Porque no se altera una cantidad decimal escribiendo ceros á su derecha. Consecuencia. Cómo se suman las cantidades decimales. Cómo se resta de una cantidad decimal otra tambien decimal. Cómo se multi-

plican las cantidades decimales en los tres casos que pueden ofrecerse.

LECCION 27. Cómo se dividen las cantidades decimales en los tres casos que pueden ocurrir. Cómo se reduce una fracción ordinaria á fracción decimal. Qué fracciones decimales son las llamadas periódicas puras y las periódicas mixtas.

LECCION 28. Cómo se reduce una fracción decimal á fracción ordinaria en los tres casos que conviene distinguir. El numerador de la fracción generatriz de la periódica mixta no puede terminar en cero. —Cuándo podrá un quebrado convertirse exactamente en fracción decimal. Si el quebrado es irreducible, cuántas cifras decimales tendrá la fracción equivalente. Qué fracción decimal origina un quebrado irreducible, cuyo denominador tiene algún factor simple diferente de 2 y 5.

LECCION 29. Qué se entiende por raíz cuadrada ó segunda de un número. Idem por raíz cúbica. Idem por raíz cuarta, etc. de un número. Cómo se indica la raíz de un grado cualquiera de un número menor que 4; qué es respecto de la unidad y respecto del mismo número. Idem toda raíz de un número mayor que 4. Cuáles son los cuadrados de los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Idem los cubos de los mismos números.

LECCION 30 y 31. Si la raíz cuadrada de un número entero no es exactamente número entero, tampoco podrá ser exacta fraccionaria. Qué se entiende por raíz cuadrada entera de un número que no la tiene exacta; idem por residuo. A qué es igual el cuadrado de la suma de

dos números. A qué es igual la diferencia de los cuadrados de dos números consecutivos. Qué circunstancia debe acompañar al residuo de la raíz cuadrada. De cuántas partes consta el cuadrado de un número mayor que 10. Si se separan las dos cifras de la derecha de un número mayor que 100, la raíz cuadrada entera del número que queda á la izquierda, qué es. Cómo se encontrarán las unidades de la raíz. Cómo se extrae la raíz cuadrada de un número entero mayor que 100. En qué se funden las simplificaciones del cálculo que se emplea para hallar dicha raíz. Cuántas cifras tendrá la raíz cuadrada de un número entero.

LECCION 32. El cuadrado de un número entero, en qué cifras termina. Consecuencia. — La raíz cuadrada de un quebrado cuyos dos términos son cuadrados perfectos, á qué es igual. Podrá ser exacta la raíz cuadrada de un quebrado irreducible cuando contenga este algun término que no sea cuadrado perfecto. Cómo se halla el valor de una raíz incommensurable con un error menor que una parte alicuota de la unidad. A qué es igual la raíz cuadrada entera de un número mixto.

LECCION 33. Cómo se extrae la raíz cuadrada de un quebrado cuyos dos términos sean cuadrados perfectos. Cómo la de un número mixto. — La raíz cúbica de un número que no es entera exactamente, tampoco puede ser fraccionaria exactamente. Qué entendemos por raíz cúbica entera de un número que no es cubo perfecto. Idem por residuo. A qué es igual el cubo de la suma de dos números. Idem la diferencia de los cubos de dos núme-

ros consecutivos. Qué circunstancia debe reunir el residuo de la raíz cúbica de un número entero. De cuántas partes se compone el cubo de un número mayor que 10.

LECCION 34. Separando las tres cifras de la derecha de un número, la raíz cúbica entera del número de la izquierda, qué es. Si se resta de un número entero el cubo de las decenas de su raíz cúbica, cómo se encontrarán las unidades de dicha raíz. Hallar la regla de la extracción de la raíz cúbica de un número entero mayor que 1000. Cuándo será cero la cifra que se escriba en la raíz. Cuántas cifras tiene la raíz cúbica de un número entero. Cómo se conocerá que el residuo es bueno. Cuándo podremos decir que un número entero no tiene raíz cúbica exacta.

LECCION 35. A qué es igual la raíz cúbica de un quebrado cuyos dos términos tienen raíz cúbica exacta. Si alguno de los términos de un quebrado irreducible no tiene raíz cúbica exacta, el quebrado no podrá tenerla tampoco. Raíces cúbicas incommensurables. Cómo se halla el valor de la raíz cúbica incommensurable con un error menor que una parte alicuota de la unidad. Esta aproximación será ventajosa por decimales. A qué es igual la raíz cúbica entera de un número mixto.

LECCION 36. Cómo se extrae la raíz cúbica de un quebrado cuyos dos términos tienen raíz cúbica exacta. Cómo la de un número mixto.—Razon de dos números. Antecedente y consecuente. Proporción. En toda proporción, á qué es igual el producto de los términos extremos. Dados tres términos de una proporción, cómo se halla el cuarto.

LECCION 37. Proporción continua. Término medio llamado medio proporcional entre los extremos. A qué es igual el término medio. Cómo se hallará un medio proporcional entre dos números. Siempre que se tengan dos productos iguales de dos factores cada uno se podrá formar proporción. Consecuencias.

LECCION 38. Subsistirá una proporción multiplicándose por un mismo número un extremo y un medio. Si dos proporciones tienen una razón común, las otras dos razones, qué serán. Los productos que resultan de multiplicar por un número todos los términos de una proporción, qué forman. Las potencias de un mismo grado de los 4 términos de una proporción, qué forman. En toda proporción la suma de antecedente y consecuente de la primera razón es el consecuente ó antecedente, como la suma de antecedente y consecuente de la segunda razón es al consecuente ó al antecedente.

LECCION 39. La diferencia de antecedente y consecuente es al antecedente ó consecuente, como la diferencia de antecedente y consecuente de la segunda razón es al antecedente ó consecuente. En toda proporción, la razón que existe entre la suma de antecedente y consecuente de la primera razón y su diferencia, á qué es igual. En una serie de razones iguales, á qué es igual la razón que existe entre la suma de antecedentes y la de consecuentes. = Siempre que en una proporción haya dos términos incógnitos, uno extremo y otro medio, y se conozca su suma ó su diferencia, podrá hallarse el valor de cada uno de ellos.

**LECCION 40.** Qué es número concreto. Números complejo é incomplejo. Medidas longitudinales de Castilla. Medidas longitudinales usadas en la marina. Medidas de capacidad para áridos. Medidas de capacidad para líquidos. Pesas de Castilla. Pesas especiales para el oro y la plata. Pesas en Medicina y Farmacia.

**LECCION 41.** Monedas españolas. Unidades de tiempo.—Una legua cuadrada, cuántos pies cuadrados tiene. Una vara cuadrada, cuántos pies cuadrados. Una legua cúbica cuántas varas cúbicas, etc. Averiguar el número de cubos menores que contiene un cubo mayor conociendo las veces que el lado del mayor contiene al lado del menor. Medidas superficiales y de volúmen en Castilla.

**LECCION 42.** Reducir una cantidad concreta á otra de especie menor. Regla. Reducir un número complejo á incomplejo de su menor especie. Idem un complejo á incomplejo de cualquiera sus especies. Reducir una cantidad concreta á otra de especie mayor. Regla. Reducir á complejo un incomplejo de especie inferior. Reducir á complejo un quebrado de especie superior.

**LECCION 43.** Cómo se suman los números concretos en los dos casos que pueden ocurrir. Qué condicion deben llenar los sumandos. Cómo se restan. A qué condicion deben satisfacer minuendo y sustraendo.—Cuál es el problema que comunmente se resuelve en la multiplicacion de números concretos. Qué conviene hacer para resolver este problema.

**LECCION 44.** Método de las partes alicuotas en la multiplicacion de concretos. Cómo se dividen los con-

cretos en los dos casos que pueden ocurrir.

**LECCION 45.** Cuándo se dice que dos cantidades homogéneas están en razón directa de otras dos también homogéneas. Idem id. en razón inversa. Problemas que pueden resolverse por medio de una proporción, ó sea, problemas de regla de tres simple.

**LECCION 46.** Método de reducción á la unidad. = Problemas que pueden resolverse por medio de dos ó más proporciones, ó sea, problemas de regla de tres compuesta. Aplíquese también el método de reducción á la unidad en la resolución de estos problemas.

**LECCION 47.** Dividir un número en partes proporcionales á otros números dados. Regla. Qué entendemos por regla de compañía. En qué principios descansa la resolución de los problemas de compañía. Ejercicios.

**LECCION 48.** A qué llamamos interés. Tanto por ciento. Cuántos casos hay que distinguir en las cuestiones de interés. Qué se entiende por capitalizar un interés anual. Ejercicios de interés simple.

**LECCION 49.** Qué se entiende por letra en el comercio. Idem por pagaré. Descuento de una letra ó pagaré. Tanto por ciento de descuento. Cuántos métodos de descontar hay. En que consisten. Resolución de problemas.

**LECCION 50.** En qué consiste la regla conjunta. Cómo se demuestra el procedimiento que se sigue para resolver esta clase de problemas. Ejercicios. = Cuál es la llamada Regla de aligación. Cómo se resuelven los dos problemas diferentes que pueden proponerse. Ejercicios.

**LECCION 51.** Teoría de los diferentes sistemas de

numeracion. Operaciones abreviadas. Ejercicios.

LECCION 52. Cantidades incomensurables. Límite de una cantidad variable. Si dos cantidades variables que tienen límites son constantemente iguales en todas sus variaciones, lo serán también sus límites. Los productos de la suma, diferencia, y de productos de varios factores comensurables é incomensurables, ó solo incomensurables, á qué son iguales.

LECCION 53. Raíces de los cocientes. Aproximaciones. Raíces del mismo grado de los cuatro términos de una proporción.

LECCION 54. Sistema métrico de medidas y pesas. Unidades usuales y múltiplos de las mismas.

LECCION 55, 56 y 57. Equivalencias entre las medidas y pesas de Castilla y las métricas. Ejercicios.

LECCION 58. Equivalencias entre las medidas y pesas de Gerona y las del sistema métrico. Muchos ejercicios.

LECCION 59. Resúmen del sistema métrico. Equivalencias para la reducción de un número cualquiera de unidades de Castilla á métricas y vice-versa.

# ÁLGEBRA

hasta las ecuaciones

de 2.<sup>o</sup> grado inclusive comprendiendo  
la teoria y aplicacion de los  
logaritmos.

**LECCION 60.** De cuántas partes consta la resolución de todo problema numérico. Ejemplos de problemas numéricos y razonamiento que pone de manifiesto una resolución natural. Notación algébrica. = Coeficiente.

**LECCION 61.** Qué se entiende por igualdad. Miembros. Identidad. Ecuación. Diferencia que existe entre la identidad y la ecuación. Aplicación y ventajas de la notación algébrica en la resolución de los problemas. Fórmula. = Qué es el álgebra. Cantidad algébrica ó expresión algébrica. Cantidad racional; idem irracional ó radical. Cantidad algébrica entera. Idem fraccionaria.

**LECCION 62.** Qué entendemos por monomio, polinomio y términos de un polinomio. Idem por binomio, trinomio etc. Grado de un monomio entero con respecto á una de sus letras. Grado de un monomio con respecto á todas sus letras. Cuándo se pregunta en general el grado de un monomio, qué debe entenderse, Grado de un polinomio con respecto á una de sus letras. Grado de un polinomio con respecto á varias de sus letras.

Cuándo decimos que un polinomio es homogéneo. Grado de un polinomio homogéneo.

LECCION 63. Cantidad positiva ó número positivo. Idem negativa. Cómo podemos formarnos una idea del origen de las cantidades negativas. = Consecuencia. De dos números positivos ó negativos, cuál dirémos que es el menor. Consecuencias. = Qué entendemos por *suma* de varios números positivos y negativos, ó negativos todos. = Qué entendemos por *diferencia* de dos números negativos, ó uno positivo y otro negativo. Cómo se resta de un número positivo ó negativo otro negativo.

LECCION 64. La multiplicacion de dos números negativos, ó de uno positivo y otro negativo, ó de dos positivos, qué signo dará al producto. Qué le sucede al signo del producto cambiando el orden de los factores. Cuándo cambia de signo el producto de varios factores. Cuándo no cambia á pesar de la mutacion de signo de algunos factores.

LECCION 65. Qué es el cociente de dos números negativos, ó uno positivo y otro negativo. Signo del cociente. Exposicion de las ventajas que proporeiona la admission de las cantidades negativas en el cálculo.

LECCION 66. Qué representa una letra cualquiera, *a* por ejemplo. Qué se entiende por valor numérico de una cantidad literal. Variando el orden de los términos de un polinomio no varia el valor numérico de este. Términos semejantes. Reducir á uno solo los términos semejantes de un polinomio. Reglas.

LECCION 67. Qué se entiende por *suma* algébrica.

de varias cantidades literales. Regla para hallar la suma algébrica de idem. Qué se entiende por diferencia algébrica de dos cantidades algébricas. Regla para hallar esta diferencia. Qué debe hacerse cuando se quiere cambiar de signo á varios términos de un polinomio, sin que este se altere.

LECCION 68. A qué llamamos producto de varias cantidades algébricas. Qué es el producto de dos potencias de una misma cantidad. Cómo se multiplica un monomio por otro. Cómo un polinomio por un monomio. Cómo un polinomio por otro. Ejercicios.

LECCION 69. Consecuencias de la multiplicacion de polinomios: El cuadrado de un binomio, á qué es igual. Idem el cubo de un binomio. Idem el producto de la suma de dos cantidades por la diferencia de las mismas. El producto de dos polinomios homogéneos es tambien homogéneo. Si se multiplican dos polinomios ordenados con respecto á una misma letra principal, qué tendrán de particular los términos primero y último del producto final.

LECCION 70. Qué es el cociente de dos cantidades literales. Fraccion algébrica. Cuándo se llama exacta la division de dos cantidades literales enteras. Idem inexacta. Cuándo se dice que una cantidad entera es divisible por otra entera. Cuándo no varia una fraccion algébrica. Qué es el cociente de dos potencias de una misma cantidad. Toda cantidad cuyo esponente sea cero, qué valor tiene segun convenio. — Cómo se divide un monomio entero por otro monomio entero. Cuando será exacta y cuando inexacta la division.

LECCION 71. Cómo se divide un polinomio entero por un monomio idem. Cuándo será inexacta esta división. Cómo se divide un polinomio entero por otro idem cuando la división es exacta.

LECCION 72. Cuándo será inexacta la división de dos polinomios. Consecuencias de la división: Si un polinomio entero  $Ax^m + Bx^{m-1} + Cx^{m-2} + \dots + Kx + L$ , ordenado con respecto á  $x$ , se divide por el binomio  $x-a$ , cual será el residuo de la división. Si un polinomio entero (el mencionado por ejemplo), ordenado con respecto á  $x$ , se reduce á cero poniendo en vez de  $x$  el valor  $a$ , qué diremos de dicho polinomio. — La diferencia de dos potencias de un mismo grado de dos cantidades, por cuánto es divisible.

LECCION 73. Fracciones algébricas. Si el numerador de una fracción, cuyos dos términos son positivos, crece ó disminuye, qué le sucede al quebrado. Si el denominador hace lo mismo, qué le sucederá al quebrado. Cómo se reducirán varios quebrados literales á un comun denominador. Qué es el m. m. s. de varias cantidades literales. Cómo se halla el m. m. s. de varios monomios. Si en los denominadores de los quebrados existen factores comunes á dos ó mas, cómo se reducirán los quebrados á un comun denominador.

LECCION 74. Si á los dos términos de un quebrado, cuyos términos son positivos, se les añade una misma cantidad positiva, que le sucederá al quebrado. Cómo se suman y cómo se restan los quebrados literales en los dos casos que pueden ocurrir. Cómo se multiplica un

quebrado por otro. Cómo un entero por un quebrado.

LECCION 75. Cómo se parten dos quebrados literales de denominadores iguales. Id. id. de numeradores iguales. A qué es igual el cociente de la unidad por un quebrado. Cómo se reduce á quebrado una espresion mixta de entero y quebrado. Cómo se suman, restan, multiplican y parten las espresiones mixtas.

LECCION 76. Esponentes negativos. Toda cantidad con esponente negativo, á qué la consideramos equivalente. Qué se hace para multiplicar y dividir cantidades de esponentes negativos. Toda cantidad con esponente positivo, á qué es equivalente. Consecuencias.

LECCION 77. Interpretacion de las espresiones  $\frac{a}{o}$  y  $\frac{o}{o}$ . Siempre que por un valor  $a$  dado á una letra ( $x$  por ejemplo) se convierte una espresion en  $\frac{o}{o}$ , qué deberemos deducir.

LECCION 78. Ecuacion numérica y literal. En una ecuacion de una sola incógnita, á qué llamaremos *solucion de la ecuacion*. Qué es la solucion de la ecuacion con varias incógnitas. Cuándo se dice que se ha resuelto una ecuacion. Cuándo se dice que dos ecuaciones con una misma ó con varias incógnitas son equivalentes. Cuándo se dice que una ecuacion no se altera. Qué le sucede á una ecuacion añadiendo á sus dos miembros, ó restando de ambos una misma cantidad, conocida ó desconocida.

LECCION 79. Qué le sucede á una ecuacion multiplicando sus dos miembros por una cantidad conocida diferente de cero y de infinito. Idem idem cuando sus

dos miembros se multiplican por cero y por infinito. Idem cuando se multiplican por una cantidad desconocida. Idem idem cuando se parten por una cantidad desconocida. Idem idem cuando se elevan ambos miembros á una misma potencia. Idem idem extrayendo de ambos miembros la raiz de un mismo índice.

LECCION 80. Cuando se quiere resolver una ecuacion sin radicales, cuáles son las primeras operaciones que hay que efectuar. Cómo se ejecutan estas operaciones. Ejemplos.

LECCION 81. Si despues de verificadas las primeras operaciones resultasen negativos los dos miembros de la ecuacion, qué hay que hacer para que el resultado conteste al problema. Qué es grado de una ecuacion con una incógnita. Grado de una ecuacion con dos ó mas incógnitas. Resolucion de ecuaciones de primer grado. Ejemplos.

LECCION 82 y 83. Continúa la resolucion de las ecuaciones de primer grado.

LECCION 84. Qué se entiende por eliminar una incógnita entre dos ecuaciones. Método de sustitucion; en qué consiste. Ejercicios. Método de adiccion y sustraccion. Ejercicios.

LECCION 85. Método de igualacion. Ejercicios. Qué entendemos por eliminar una incógnita entre  $n$  ecuaciones. Cómo se consigue esta eliminacion. Qué es un sistema de ecuaciones. A qué llamamos solucion de un sistema de ecuaciones. Cuándo se dice que un sistema de ecuaciones es equivalente á otro. Cuándo puede una

ecuacion reemplazar á una de las ecuaciones de un sistema.

LECCION 86. En los tres métodos de eliminacion ya practicados puede la ecuacion resultante reemplazar á cualquiera de las del sistema. Demostracion.

LECCION 87. Resolucion de un número cualquiera de ecuaciones de primer grado con igual número de incógnitas. Ejercicios. Qué conviene hacer antes de proceder á la eliminacion.

LECCION 88. Casos de imposibilidad é indeterminacion en las ecuaciones de primer grado. Ejemplos. = Discusion de la ecuacion literal de primer grado con una incógnita. Qué se entiende por discutir una ecuacion literal. Ejercicios.

LECCION 89. Cuándo se dice que dos ecuaciones son contradictorias ó incompatibles. Cuándo se dice que una ecuacion es consecuencia de otra. Idem consecuencia de otras. Cuándo se llaman distintas dos ecuaciones. Cómo se llama el sistema de dos ecuaciones, que sean la una consecuencia de la otra.

LECCION 90. Discusion de dos ó mas ecuaciones literales con igual número de incógnitas. Cuándo serán incompatibles. Cuándo será indeterminado el sistema. Ejemplos.

LECCION 91. Qué se hace para resolver una ecuacion con dos ó mas incógnitas. Cómo se llama la ecuacion que tiene dos ó mas incógnitas. Qué nombre toman en ella sus incógnitas. En general, qué se entiende por funcion de una ó varias cantidades variables.

LECCION 92. Qué se hace para resolver dos ó mas ecuaciones de primer grado con mayor número de incógnitas. Idem para resolver dos ó mas ecuaciones de primer grado con menor número de incógnitas. Ecuaciones de condicion.

LECCION 93. Problemas determinados de primer grado. Cómo se llaman las partes de que consta la resolución de todo problema numérico. Qué se hace para poner un problema en ecuacion. Cuáles son los problemas llamados de primer grado. Idem de segundo, etc. Cuáles son los problemas llamados determinados. Idem los indeterminados. Cómo se convierte en determinado un problema indeterminado. Ejercicios.

LECCION 94. Problemas de primer grado determinados.

LECCION 95. Continúan los problemas particulares de primer grado con dos ó mas incógnitas.

LECCION 96. Generalizacion de los problemas. Qué hay que hacer para generalizar un problema particular. Problemas. Fórmulas que se desprenden del problema general. Dadas la suma y la diferencia de dos cantidades, hallar el valor de cada una de estas.

LECCION 97. Cuándo será imposible é indeterminado un problema. Ejemplos. En que consiste que algunas veces resulta negativo el valor de la incógnita. Qué conclusiones resultan de los diversos ejemplos expuestos acerca de la imposibilidad é indeterminacion de los problemas.

LECCION 98. Potencias de los monomios. A qué es

igual la potencia de un producto. Idem la de un cociente ó quebrado. Cómo se eleva á una potencia de esponente positivo ó negativo, una cantidad de esponente positivo ó negativo.

LECCION 99. Qué se entiende por raiz de un número positivo ó negativo. Cantidades imaginarias. Cantidades reales. Cuántas raices reales de grado par tiene todo número. Qué entendemos por raiz aritmética ó valor aritmético de la raiz de un número positivo. Cómo se indica la raiz aritmética de un número positivo, y cómo la raiz real negativa de grado impar de un número negativo. A qué es igual la raiz real negativa de un número negativo. Qué se entenderá en adelante por raiz de un número positivo. A qué es igual la raiz de un producto de varios factores positivos.

LECCION 100. A qué es igual la raiz de un quebrado ó cociente cuyos dos términos son positivos. Cómo se extrae una raiz de una potencia, cuyo esponente sea divisible por el índice de la raiz. Cuándo se dice que una cantidad racional tiene raiz exacta. Consecuencias. Cuándo se dice que una expresion es cuadrado perfecto; idem cubo perfecto. Cuando un monomio no tenga raiz exacta, podrá darse otra forma á la raiz.

LECCION 101. Permutaciones binarias, ternarias, . . . . .  $n$  á  $n$ .

LECCION 102. Combinaciones binarias, ternarias, . . . . .  $n$  á  $n$  . . . . .  $(m-n)$  á  $(m-n)$ .

LECCION 103. Fórmula del binomio de Newton. Desarrollo del producto de los factores binomios  $(x+a)$

$(x+b)(x+c)$ . . . . . Ley que observan en su formación los términos de este producto. Término general del binomio de Newton. Los coeficientes de los términos equidistantes de los extremos son iguales.

LECCION 104. Cómo se eleva á una potencia cualquiera un polinomio. A qué es igual el cuadrado de un polinomio. Cómo se opera para hallar la raíz cuadrada exacta de un polinomio que la tiene así. — Cuando es cuadrado perfecto un trinomio de segundo grado ordenado con respecto á una de sus letras. Cuál es la raíz cuadrada de un trinomio cuadrado. Un binomio no puede ser cuadrado perfecto. Cuándo no tendrá raíz cuadrada exacta un polinomio.

LECCION 105. Cómo se hallará la raíz  $m$  de un polinomio. Cuándo no tendrá raíz  $m$  exacta un polinomio dado.

LECCION 106. Qué es cantidad radical. Cantidades radicales semejantes. En qué casos pueden sumarse y restarse dos cantidades radicales. Qué le sucede á una cantidad radical multiplicando su índice por un número. Qué debe hacerse para que no se altere á pesar de lo anterior. Cómo se reducen las cantidades radicales á un *comun índice*. Idem cuando dos ó mas índices tienen factores comunes. Si la cantidad subradical es un producto, qué puede hacerse con el índice y los esponentes de los factores, sin que varíe dicha cantidad.

LECCION 107. Cómo se multiplican las cantidades radicales de índice igual. Idem las de índice diferente. Cómo se dividen las cantidades radicales de un mismo

índice. Idem las de índice diferente. Cómo se eleva á una potencia una cantidad radical. Cómo se extrae una raíz de una cantidad radical. Idem una raíz cuyo índice es un número compuesto. Transformar un quebrado cuyo denominador es irracional de segundo grado, en otro de denominador racional.

LECCION 108. Transformar la espresion  $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$  en otra equivalente de la forma  $\sqrt{A} \pm \sqrt{B}$ . Cálculo de los valores aritméticos de las cantidades que tienen esponentes fraccionarios. Ejercicios.

LECCION 109. Cálculo de las cantidades imaginarias de segundo grado. Qué signo debe preceder á la raíz cuadrada de una cantidad. A qué es igual todo monomio imaginario. Qué cantidad es un binomio cuyos términos son uno real y otro imaginario. Qué se entiende por suma, diferencia, producto y cociente de dos cantidades imaginarias. Qué cantidad es la suma, diferencia, producto y cociente de dos binomios imaginarios.

LECCION 110. Qué entendemos por potencia de una cantidad imaginaria. Idem por raíz de idem. Qué es una potencia cualquiera del binomio imaginario  $(a + b\sqrt{-1})$ . Idem la raíz cualquiera de idem. Qué son cantidades imaginarias conjugadas. Qué son entre sí las raíces cuadradas de dos cantidades imaginarias conjugadas. A qué son iguales  $A$  y  $B$  en la espresion  $A + B\sqrt{-1} = 0$ . Si  $a + b\sqrt{-1} = a' + b'\sqrt{-1}$ , que serán entre sí  $a$  y  $a'$ ,  $b$  y  $b'$ . Si el producto de varios factores imaginarios es cero, que deberá suceder.

LECCION 111. Cuáles son las ecuaciones llamadas completas de segundo grado. Idem incompletas. Formas en que se presenta la incompleta despues de haber verificado las primeras operaciones Resolución de las incompletas. Al extraer la raíz cuadrada de los dos miembros de una ecuacion no hay necesidad de poner el signo de ambigüedad  $\pm$  á uno y otro miembro. En la ecuacion  $ax^2=b$  cuántos y cuáles son los valores de la incógnita. Cuántos y cuáles son los valores de la incógnita en la ecuacion  $x^2 + \frac{b}{a}x = 0$ .

LECCION 112. Forma de la ecuacion completa de 2.º grado. Resolución. Regla que traduce al lenguaje vulgar la fórmula  $x = -\frac{m}{2} \pm \sqrt{\frac{m}{4}^2 - n}$ . Cómo se llaman los valores de la incógnita en la ecuacion de segundo grado.

LECCION 113. A qué es igual la suma de las raíces de la ecuacion de segundo grado. Idem el producto. Recíproco = Ecuaciones bicuadradas. Cómo se resuelven.

LECCION 114. Resolución de dos ecuaciones que no pasen de segundo grado, cada una con dos incógnitas. (Dos casos) Ejercicios.

LECCION 115 y 116. Discusion de la ecuacion general de segundo grado. Qué se entiende por discutir dicha ecuacion. Si la ecuacion  $x^2 + mx + n = 0$  tiene la raíz  $a + b\sqrt{-1}$ , qué otra raíz tendrá. Qué relacion existirá entre el tercer término y el coeficiente del segundo de la ecuacion  $x^2 + mx + n = 0$ . Cuándo las

dos raíces serán reales y desiguales. Cuándo serán reales é iguales. Cuándo son imaginarias. Qué son los primeros miembros en cada uno de estos tres casos. Recíprocos.

LECCION 117. Problemas de segundo grado.

LECCION 118. Problemas de segundo grado.

LECCION 119. Resolución de las ecuaciones de dos términos.—Raíces de la unidad. Raíces de una cantidad positiva. Cuántas son las raíces de una cantidad cualquiera.

LECCION 120. Algunas propiedades de las potencias y raíces de los números.

LECCION 121. Propiedades generales de los logaritmos.—Qué es el logaritmo de un número. Base del sistema. Qué es un sistema de logaritmos. Cuáles son los logaritmos de los números negativos. Cuál es el logaritmo de la unidad en cualquier sistema de logaritmos. Idem el de la base. Cuándo la base es mayor que uno, cuáles son los números que tienen logaritmos positivos. Idem cuando la base es menor que uno.

LECCION 122. Logaritmo de un producto. Idem de un cociente. Idem de una potencia. Idem de una raíz. Construcción de las tablas de logaritmos.

LECCION 123. Cómo se halla el logaritmo ordinario de un número entero en menos de una parte alicuota de la unidad. Operaciones por medio de los logaritmos.

LECCION 124. Propiedades particulares de los logaritmos ordinarios. Qué se entiende por logaritmo ordi-

nario de un número. Característica, mantisa. Qué relación guarda aquella con el número de cifras de que consta el número, de cuyo logaritmo forma parte. Qué se entiende por complemento de un logaritmo positivo. Regla abreviada para hallar este complemento.

LECCION 125. Aplicaciones del complemento de un logaritmo. Qué es el logaritmo de una fracción propia. Cómo se transforma un logaritmo negativo en otro cuya característica sea negativa y la mantisa positiva. Cómo se multiplica y cómo se divide por un número entero un logaritmo de característica negativa y mantisa positiva. Los logaritmos negativos qué característica y qué mantisa tendrán en los cálculos.

LECCION 126. Si un número se multiplica por  $10^m$ , qué alteración experimentará la característica de su logaritmo. Consecuencia de esta modificación y de la permanencia de la mantisa. Recíproco. Cuál es la característica de una fracción propia decimal.

LECCION 127, 128 y 129. Manejo de las tablas de Vazquez Queipo.

LECCION 130. Ecuaciones esponenciales. Resolución, por medio de los logaritmos, de algunas ecuaciones esponenciales. Construidas unas tablas de logaritmos, construir por medio de ellas otras tablas de base diferente. Cómo se halla el logaritmo de un número en el nuevo sistema conociendo su logaritmo en el sistema antiguo.

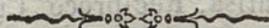
LECCION 131 y 132. Progresiones por diferencia. Problemas. Interpolación de medios diferenciales.

LECCION 133 y 134. Progresiones por cociente. Problemas. Interpolar medios geométricos.

LECCION 135. Progresiones por cociente decrecientes y continuadas al infinito. A qué es igual la suma de los términos de estas progresiones.

LECCION 136. Pilas de balas. Suma de los cuadrados de los  $n$  números naturales. Pila cuadrangular, número de balas. Pila rectangular; número de balas. Pila triangular, número de balas.

LECCION 137 y 138. Intereses, anualidades y rentas vitalicias.





# GEOMETRIA

## Y TRIGONOMETRIA RECTILÍNEA.

---

LECCION 1.<sup>a</sup> Dimensiones de un cuerpo ú objeto material. Superficie, línea, punto. Qué es estension y cuántas clases de estension hay. Qué es figura. Línea recta, quebrada y curva. Cuándo se dice que varios puntos están en una misma direccion. Distancia entre dos puntos. Plano ó superficie plana; superficie quebrada y curva. Cuatro axiomas relativos á las rectas. Circunferencia, círculo y líneas que se consideran en el círculo. Propiedad de los radios y diámetros de un mismo círculo.

LECCION 2.<sup>a</sup> Qué es Geometria. Geometria elemental. Cómo se divide. Geometria plana, idem del espacio, Angulo, vértice y lados. Cómo se designa un ángulo. La magnitud de los lados no influye en el valor del ángulo. Angulos adyacentes. Cuándo decimos que una recta es perpendicular á otra. Idem oblicua á otra. Angulo recto, agudo y obtuso. Por un punto de una recta, cuántas perpendiculares á ella se pueden trazar. Relacion entre dos ángulos rectos aunque no sean adyacentes. Suma de los ángulos adyacentes. Qué son los cuatro ángulos que forma una recta al cortar perpendicularmente á otra. Consecuencia. Suma de los ángulos consecutivos

formados al rededor de un punto hácia un mismo lado de una recta. Idem de los formados al rededor de un punto en todas direcciones. Límite superior del valor de un ángulo.

LECCION 3.<sup>a</sup> Qué son ángulos complementarios y suplementarios. Qué son entre si dos ángulos que tienen un mismo complemento ó su mismo suplemento. Angulos opuestos por el vértice. Qué son entre si estos ángulos. Desde un punto fuera de una recta, cuántas perpendiculares á ella se pueden trazar.

LECCION 4.<sup>a</sup> Cuándo toma una recta el nombre de secante ó transversal de otras dos. Número y nombre de los ángulos formados por una secante á dos rectas. Qué son rectas paralelas. Teorema que demuestra la existencia de rectas paralelas. Si los ángulos alternos son iguales, las rectas que corta la secante serán paralelas. Lo serán tambien si los ángulos correspondientes son iguales. Lo serán tambien si la suma de los ángulos internos de un mismo lado de la secante es igual á dos rectas. Recíprocos fundados en el postulado de Euclides.

LECCION 5.<sup>a</sup> Dos rectas paralelas á una tercera son paralelas entre sí. Qué son entre sí dos ángulos que tienen los lados respectivamente paralelos. Idem dos ángulos, cuyos lados son respectivamente perpendiculares. Demostraciones.

LECCION 6.<sup>a</sup> Polígono, contorno, perímetro. Triángulo, cuadrilátero, pentágono etc. Polígonos convexos y cóncavos. Angulos adyacentes á un lado del polígono.

Diagonal. Relacion entre los lados de un triángulo. Suma de los ángulos de un triángulo. Angulo esterno de un triángulo; á qué es igual. Consecuencias de la suma de los ángulos en un triángulo. Triángulo equilátero, isósceles y escaleno; rectángulo obtusángulo y acutángulo. Hipotenuse, caletos, altura, base y vértice. Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios.

LECCION 7.<sup>a</sup> Dos triángulos son iguales cuando tienen dos lados respectivamente iguales é igual el ángulo comprendido. Lo son tambien cuando tienen un lado igual y dos ángulos. Si dos triángulos tienen dos lados respectivamente iguales, y el ángulo comprendido por los dos lados del primero es mayor que el ángulo comprendido por los lados del segundo, el tercer lado del primer triángulo es mayor que el tercero del segundo triángulo. Recíproco. Dos triángulos son iguales cuando tienen sus tres lados respectivamente iguales.

LECCION 8.<sup>a</sup> Si desde un punto tomado en un lado de un ángulo agudo se traza una perpendicular al otro lado, caerá dentro del ángulo. = Si un triángulo tiene dos ángulos iguales, sus lados opuestos serán iguales. = Si un triángulo tiene dos ángulos desiguales, á mayor ángulo se opone mayor lado. Recíprocos. El triángulo equilátero es equiángulo.

LECCION 9.<sup>a</sup> La perpendicular trazada á una recta desde un punto fuera de ella es menor que cualquiera oblicua tirada desde dicho punto á la misma recta. Recíproco. Distancia de un punto á una recta. = Si desde

un punto tomado fuera de una recta se tiran á esta una perpendicular y varias oblicuas, qué sucederá. Cuántas oblicuas iguales entre sí habrá. Recíprocos: Las oblicuas iguales se apartan igualmente del pié de la perpendicular. La mayor de dos oblicuas se aparta mas que la menor.

LECCION 10. Dos triángulos rectángulos son iguales cuando tienen las hipotenusas y un cateto iguales.

*Nota:* Siempre que se haya de demostrar que dos rectas ó dos ángulos son iguales se procurará ver si forman parte de triángulos iguales. Puntos equidistantes de los extremos de una recta, ó sea su lugar geométrico. = Si una recta tiene dos puntos equidistantes de los extremos de otra recta, es perpendicular á esta en su punto medio. Puntos equidistantes de los lados de un ángulo, ó sea su lugar geométrico.

LECCION 11. Suma de todos los ángulos de un polígono convexo. Suma de los ángulos exteriores que resultan prolongando en un mismo sentido todos los lados de un polígono convexo. = Qué es paralelógramo. Lados iguales de idem. Altura. = Si los lados opuestos de un cuadrilátero son iguales entre si dos á dos, serán tambien paralelos. Si un cuadrilátero tiene dos lados opuestos iguales y paralelos los otros dos tambien lo serán.

LECCION 12. Propiedad de las diagonales de un paralelógramo. Dos paralelógramos que tienen dos lados respectivamente iguales é igual el ángulo comprendido son iguales. Paralelógramo rectángulo. Base y altura. Cuadrado. = Las diagonales de un rectángulo son igua-

les. Las del rombo se cortan perpendicularmente.==Qué es trapezio. Altura y bases del trapezio. Qué propiedad tiene las rectas que une los puntos medios de los lados no paralelos.

LECCION 13. En cuántos puntos puede una recta cortar á la circunferencia. El diámetro es mayor que cualquiera cuerda. Cómo divide el diámetro á la circunferencia y al círculo. Por tres puntos no en línea recta puede pasar una circunferencia y nada mas que una. Cuántos puntos comunes pueden tener dos circunferencias que se cortan.

LECCION 14. En círculos iguales ó en un mismo círculo, á arcos iguales corresponden cuerdas iguales. Recíproco. A mayor arco mayor cuerda. Recíproco. Será verdad que á doble arco corresponderá doble cuerda. Qué entendemos por tangente á la circunferencia. Punto de contacto. Teorema que prueba la existencia de rectas tangentes á la circunferencia. Recíproco. Cuántas tangentes á la circunferencia se pueden tirar por un punto dado en la misma.

LECCION 15. Propiedades del diámetro perpendicular á una cuerda. Toda perpendicular á una cuerda en su punto medio pasa por el centro. Los arcos de una circunferencia comprendidos entre paralelas son iguales. Las cuerdas iguales equidistan del centro. De dos cuerdas desiguales, cuál dista mas del centro. Recíprocos.

LECCION 16. Si dos circunferencias tienen un punto comun fuera de la línea de los centros prolongada

cuanto se quiera, tendrán también otro punto común. Si dos circunferencias tienen tan solo un punto común, donde deberá estar situado dicho punto. Distancia de los centros de dos circunferencias. en las cinco posiciones relativas en que pueden presentarse. Recíprocos.

LECCION 17. Arco correspondiente á un ángulo. Si dos ángulos son iguales, qué serán los arcos correspondientes descritos con radio igual. Si dos ángulos son desiguales, cuál de ellos tendrá mayor arco. Recíprocos. = Qué entendemos por cuadrante. Qué arco es el correspondiente á un ángulo recto. Cuándo se llaman comensurables dos cantidades. Cuándo incomensurables. Qué entendemos por razón de dos cantidades comensurables.

LECCION 18. La razón de dos ángulos es igual á la de sus arcos correspondientes. Qué es la medida de un ángulo. A qué es igual. Arcos complementarios y suplementarios. Ángulo inscripto. Medida del mismo. Ángulos inscriptos iguales. Cuándo será recto un ángulo inscripto.

LECCION 19. Medida de los ángulos semi-inscriptos. Medida de los ángulos interiores. Medida de los ángulos exteriores á la circunferencia.

LECCION 20. Problemas. En un punto de una recta levantarle una perpendicular. Idem en el extremo de una recta. Bajar una perpendicular á una recta dada, desde un punto fuera de ella. Dividir una recta limitada en dos partes iguales por medio de una perpendicular. Idem en 4, 8, 32 partes iguales. = Dado un ángulo,

una recta y un punto en esta, tirar por este punto una recta que forme con la dada un ángulo igual al propuesto.

LECCION 21. Por un punto fuera de una recta tirar una paralela á ella. Dada una recta y un punto fuera de ella, trazar una recta que pase por dicho punto y forme con la propuesta un ángulo igual á otro ángulo dado. Empleo de la regla y escuadra. Construir un triángulo dados dos lados y el ángulo comprendido.

LECCION 22. Construir un triángulo conocidos un lado y dos ángulos. Idem conocidos los tres lados. Construir un triángulo rectángulo dada la hipotenusa y un cateto. Construir un triángulo conociendo dos lados y el ángulo opuesto á uno de ellos. Discutir este problema.

LECCION 23. Trazar una circunferencia por tres puntos dados no en línea recta. Hallar el de un círculo ó de un arco dado. Tírar una tangente á un círculo por un punto dado en ó fuera de la circunferencia. Trazar tangentes á dos circunferencias dadas.

LECCION 24. Sobre una recta dada trazar un arco capaz de un ángulo dado. Dividir un ángulo en dos partes iguales. Inscribir un círculo en un triángulo dado. Hallar la comun medida de dos rectas y la razón de las mismas.

LECCION 25. Teorema fundamental de las líneas proporcionales. Si en un triángulo se tira una paralela á uno de sus lados, cómo quedarán divididos los otros dos lados. Recíproco. La bisectriz de un ángulo de

un triángulo, cómo divide al lado opuesto, Recíproco.

LECCION 26 y 27. Polígonos semejantes. Casos en que dos triángulos son semejantes. Cuando son semejantes dos polígonos. Recíproco. A qué son propocionales los perímetros de dos polígonos semejantes. Qué relación liga las bases con las alturas en dos triángulos semejantes.

LECCION 28. Propiedad de varias rectas que saliendo todas de un punto cortan á dos paralelas. Propiedades de la perpendicular bajada á la hipotenusa desde el vértice del ángulo recto. Idem de la perpendicular al diámetro bajada desde un punto de la circunferencia.

LECCION 29. Teorema de Pitágoras. Proyección de una recta ó curva sobre otra recta. A qué es igual el cuadrado de un lado cualquiera en un triángulo cualquiera.

LECCION 30. Proporción entre las partes de dos cuerdas que se cortan. Idem entre dos secantes que salen de un mismo punto exterior y sus segmentos exteriores. Idem entre las partes de una secante y una tangente que tienen un punto común.

LECCION 31. Polígono inscripto, circunscripto; regular, irregular. Todo polígono regular es inscriptible en un círculo. Idem. circunscriptible. Dado un polígono regular inscripto ó circunscripto, cómo se inscribe ó circunscribe otro de doble número de lados.

LECCION 32. Dado el radio de un círculo, cómo se hallará por el cálculo el lado del cuadrado inscripto, y recíprocamente. Idem el lado del triángulo equilátero

Inscrito. Valor del apotema del triángulo.

LECCION 33. A qué es igual el lado del exágono regular inscrito. Idem del decágono regular. = A qué son proporcionales los perímetros de dos polígonos regulares del mismo número de lados. = La circunferencia es el límite superior de los perímetros de los polígonos inscritos y el límite inferior de los perímetros de los circunscritos.

LECCION 34 y 35. A qué son proporcionales dos circunferencias. Cómo se divide una recta en un número cualquiera de partes proporcionales á las de otra recta. Cómo se divide una recta en un número cualquiera de partes iguales. Hallar una cuarta proporcional á tres rectas dadas. Idem una tercera proporcional á dos rectas dadas. Idem una media proporcional entre dos rectas dadas. Dividir una recta en media y extrema razón.

LECCION 36. Construir un polígono semejante á otro dado, sobre una recta dada como homóloga de uno de sus lados. Inscribir y circunscribir á un círculo un cuadrado, un exágono regular, un triángulo regular ó equilátero, un decágono regular, un pentágono idem y un pentadecágono regular.

LECCION 37. Dado el valor del lado de un polígono regular inscrito, hallar por el cálculo el del polígono regular circunscrito semejante. Dado el mismo hallar el del polígono inscrito de duplo número de lados. Fórmulas.

LECCION 38. Hallar la razón aproximada de la cir-

circunferencia al diámetro. Dado el radio hallar la circunferencia y recíprocamente. Hallar la magnitud de un arco de cierto número de grados, conociendo el radio. Fórmulas.

LECCION 39. Qué entendemos por *área* de una superficie limitada. Cuál es la unidad superficial. Cuando se llaman equivalentes dos superficies. Razon de las áreas de dos rectángulos de igual base. Idem de dos de igual altura. Idem de dos rectángulos cualesquiera. Área de un rectángulo. Área de un cuadrado.

LECCION 40. Área de un paralelogramo. Cuando serán equivalentes dos paralelogramos. Razon entre las áreas dos paralelogramos. Área de un triángulo. Cuando serán equivalentes dos triángulos. Razon entre las áreas de dos triángulos. Área de un trapecio. Área de un polígono regular. Idem de uno irregular. = Sector circular, segmento idem, corona. Dos círculos son semejantes.

LECCION 41. Área del círculo. Área de un sector de cierto número de grados. Área de un segmento. Área de una corona. Área de un trapecio circular.

LECCION 42. Razon de las áreas de dos triángulos que tienen un ángulo igual. Razon de las áreas de dos polígonos semejantes. Idem de las de dos círculos, de dos sectores semejantes y de dos segmentos idem.

LECCION 43. A qué es equivalente el cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo. Idem el círculo construido sobre la hipotenusa. Lunulas de Hipócrates.

LECCION 44. A qué es equivalente el cuadrado construido sobre la suma de dos rectas. Idem el construido sobre la diferencia de dos rectas. Idem el rectángulo construido sobre la suma y diferencia de dos rectas.

LECCION 45. Reducir un polígono á otro que tenga un lado ménos. Idem á triángulo. Idem á cuadrado. Reducir un círculo á cuadrado casi equivalente. Dado un polígono construir otro semejante à él y cuyas áreas sean entre sí como  $m : n$ .

LECCION 46. *Geometria del espacio*. Cuántos planos pueden pasar por tres puntos dados. Cómo queda determinada la posicion de un plano. Qué es la interseccion de dos planos. Generacion de un plano por una recta que conservándose paralela a su posicion primitiva recorre otra recta fija.

LECCION 47. Si una recta es perpendicular á otras dos que pasan por su pié en un plano, lo será tambien á cualquiera otra que en dicho plano pase por su pié. Todas las perpendiculares levantadas en un punto de una recta (en el espacio) están en un mismo plano. Cuándo se dice que una recta es perpendicular á un plano. Cuántas se pueden levantar en un punto de un plano.

LECCION 48. Por un punto fuera de un plano, cuántas perpendiculares al mismo se pueden trazar. La perpendicular es mas corta que cualquiera de las oblicuas. Qué oblicuas son las iguales y cual es su número. Cuáles son las oblicuas desiguales.

LECCION 49. Por un punto (en el espacio) fuera de

una recta, cuántas paralelas á esta pueden tirarse. Qué son entre sí dos rectas perpendiculares á un plano.== Cuándo se dice que una recta es paralela á un plano. Si una recta es paralela á otra que está en un plano, qué serán entre sí plano y recta. Recíproco.==Si una recta es paralela á dos planos que se cortan, también lo será á su intersección.

LECCION 50 Y 51. Dos planos perpendiculares á una recta son paralelos. Qué son las intersecciones de dos planos paralelos con un tercero secante. Las paralelas comprendidas entre dos planos paralelos son iguales. Los puntos de un plano equidistan de los de su paralelo. Dos ángulos situados en planos diferentes, que tienen sus lados respectivamente paralelos y dirigidos en el mismo sentido son iguales y sus planos son paralelos. Si tres planos paralelos cortan á dos rectas concurren ó no estas en un punto, cómo las cortan.

LECCION 52. Qué entendemos por proyección de una recta sobre un plano. Propiedad que tienen las proyecciones de dos rectas paralelas sobre un plano. Ángulo mínimo que forma una recta con un plano.==Ángulo diedro, sus partes. Ángulos diedros adyacentes.

LECCION 53. Cuándo se dice que un plano es perpendicular á otro. Diedro recto. Cuántos planos perpendiculares á otro pueden tirarse por una recta situada en él. Suma de los diedros adyacentes. Suma de todos los diedros consecutivos formados al rededor de una recta hácia un mismo lado de un plano. Suma de los diedros consecutivos formados al rededor de una recta en todos sentidos. Diedros opuestos por la arista.

LECCION 54. Angulo plano correspondiente á un diedro. Los ángulos planos correspondientes á un mismo diedro son iguales. A ángulos diedros iguales corresponden ángulos planos iguales, y reciprocamente. A mayor diedro mayor angulo plano, y reciprocamente. Razon de dos diedros. Medida de un diedro.

LECCION 55. Todo plano que pasa por una perpendicular á otro plano, es perpendicular á este. Si dos planos son perpendiculares entre sí, la perpendicular que en uno de estos se tire á la interseccion será perpendicular al otro. Recíproco. Si dos planos son perpendiculares á otro, su interseccion es tambien perpendicular á este otro.

LECCION 56. Los diedros alternos y correspondientes son iguales. Los diedros internos de un mismo lado del plano secante son suplementarios. Angulo plano suplementario de un ángulo diedro.

LECCION 57. Qué es ángulo poliedro. Sus partes. Relacion entre las tres caras ó ángulos planos de un ángulo triedro. Cuánto vale la suma de todos los ángulos planos de un ángulo poliedro.

LECCION 58. Qué son triedros simétricos. Los triedros simétricos, cuándo coincidirán en la superposicion. Tres primeros casos de igualdad de ángulos triedros.

LECCION 59. Qué son triedros suplementarios. Todo triedro tiene su triedro suplementario. Cuánto vale la suma de los diedros de un triedro. Cuarto caso de igualdad de ángulos triedros.—En un ángulo triedro, á diedros iguales se oponen ángulos planos iguales; á mayor diedro mayor ángulo plano y reciprocamente.

61 LECCION 60. Qué es poliedro. Sus nombres atendi-  
do el número de caras. Pirámide; partes que en ella se  
consideran; sus nombres atendiendo al polígono de la ba-  
se. Pirámide regular; idem troncada. Sección paralela á  
la base. Dada una pirámide troncada de bases paralelas  
hallar la altura de la pirámide completa y la de la di-  
ficiente en función de la del tronco y de los lados homó-  
logos de los polígonos de las bases.

62 LECCION 61. Prisma; triángular; cuadrilateral;  
pentagonal etc. Prisma recto y oblicuo. Prisma regular e  
irregular. Sección recta de un prisma oblicuo. Dos  
prismas rectos de igual base y altura son iguales. Sec-  
ción paralela á las bases de un prisma.

63 LECCION 62. Paralelepípedo. Propiedad de sus ca-  
ras opuestas. Cono partes que en él se consideran. Cono  
truncado. Sección paralela á la base de un cono.

64 LECCION 63. Cómo puede desarrollarse la superfi-  
cie lateral de un cono. Dado un cono truncado de bases  
paralelas, hallar su altura total y deficiente en función  
de la del tronco y de los radios de los círculos base y  
sección. Cilindro; partes que en él se consideran. Toda  
sección paralela á las bases, qué es. Cómo puede desar-  
rollarse la superficie lateral del cilindro.

65 LECCION 64. Qué es esfera. Centro, radio diámetro.  
Sección que resulta de cortar la esfera por un plano  
cualquiera. Círculo máximo. Cómo divide á la esfera un  
círculo máximo. Cómo se dividen y cortan mutuamente  
dos círculos máximos. Por cuatro puntos que no estén  
en un mismo plano se puede hacer pasar una superficie  
esférica y nada mas que una.

LECCION 65. Que son polos de un circulo de la esfera. Que propiedad tienen. Que linea resulta dando, con un compàs fijo por una punta en la superficie de la esfera, una vuelta entera. Plano tangente á la esfera.

LECCION 66. Angulo esférico. Cómo se estima. Triángulos esféricos. Relacion entre los lados de un triángulo esférico. Suma de los lados. Triángulos esféricos suplementarios. Todo triángulo esférico tiene su suplementario.

LECCION 67. Suma de los ángulos de un triángulo esférico. Triángulos esféricos trirectángulo, birectángulos y rectángulos. Propiedad del birectángulo. En todo triángulo esférico á ángulos iguales se oponen lados iguales y reciprocamente. A mayor lado mayor ángulo y reciprocamente.

LECCION 68. Triángulos esféricos simétricos. Cuatro casos de igualdad de triángulos esféricos.

LECCION 69. Cuál es la linea mas corta que se puede tirar entre dos puntos cualesquiera de la superficie de la esfera.—Dada una esfera hallar su radio por medio de una construccion geométrica.

LECCION 70. Poliedros semejantes. Cortando una pirámide por medio de un plano paralelo á la base, la pirámide deficiente es semejante á lo total. Cuándo son semejantes dos tetraedros. En qué razon están las bases de dos pirámides semejantes.

LECCION 71. De qué han de estar compuestos dos poliedros para ser semejantes. En qué proporcion están

las aristas homólogas de dos poliedros semejantes. Cuando se dice que una pirámide está inscrita en un cono. Idem circunscripta á él. Cuando se dice que un prisma está inscripto ó circunscripto á un cilindro.

LECCION 72. Poliedro regular. Cuántos y cuales son los poliedros regulares. Construirlos de carton etc.

LECCION 73. Area lateral de una pirámide regular de bases paralelas. Area lateral de un prisma oblicuo. Area de un poliedro regular. Idem de uno irregular.

LECCION 74. Area lateral de un cono. Idem de un tronco de cono de bases paralelas. Area lateral de un cilindro.

LECCION 75. A qué es igual el área de la superficie engendrada por la base de un triángulo isósceles que gira al rededor de un eje, en donde apoya su vértice. Qué es zona esférica y cual es su área. Area de la superficie esférica.

LECCION 76. Huso esférico. Cómo se halla su área. Dos triángulos esféricos simétricos son equivalentes.

LECCION 77. En qué razon están las áreas de dos poliedros semejantes. Razon de las áreas laterales de dos conos semejantes; idem de dos cilindros semejantes. Razon de las áreas de dos esferas.

LECCION 78. Volúmen de un cuerpo. Razon de dos paralelepípedos rectángulos de igual base. Razon de dos paralelepípedos rectángulos que tienen una dimension comun. Razon de dos paralelepípedos rectángulos cualesquiera. Medida, valor numérico ó volúmen de un paralelepípedo rectángulo. Idem de un cubo.

LECCION 79. Equivalencia entre un prisma oblicuo y otro recto. Volúmen de un paralelepípedo cualquiera. Volúmen de un prisma triangular.

LECCION 80. Volúmen de un prisma cualquiera. Volúmen de un tetraedro. Cuándo serán equivalentes dos tetraedros. Volúmen de una pirámide cualquiera. Cuándo serán equivalentes dos pirámides.

LECCION 81. Volúmen de un tetraedro truncado de bases paralelas. Descomposicion de un tronco de prisma triangular. Volúmen de un tronco de prisma. Volúmen de un poliedro cualquiera.

LECCION 82. Volúmen de un cono. Volúmen de un tronco de cono de bases paralelas. Volúmen de un cilindro.

LECCION 83. Volúmen del cuerpo engendrado por un triángulo que gira al rededor de una recta donde apoya su vértice. Volúmen de un sector esférico. Volúmen de la esfera. Comparacion del volúmen de la esfera con el del cilindro circunscripto. Volúmen de un segmento esférico.

LECCION 84. Razon de los volúmenes de dos poliedros semejantes. Razon de los volúmenes de dos conos semejantes. Idem de dos cilindros semejantes. Idem de dos esferas. Hallar el volúmen de un tetraedro regular en funcion de su arista.

LECCION 85. **TRIGONOMETRIA.** Definicion y utilidad de la Trigonometria. Lineas trigonométricas de un arco ó de ángulo. Definiciones del seno, tangente, coseno y cotangente de un arco. Valor y signo de estas

líneas. Líneas trigonométricas de un arco negativo. Relación entre las líneas trigonométricas de dos arcos suplementarios.

LECCION 86. El seno de un arco es la mitad de la cuerda del arco duplo. Valores de las líneas trigonométricas de los arcos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $180^\circ$ .

LECCION 87. Fórmulas que relacionan el radio del círculo con las líneas trigonométricas de un arco:

$$(\text{sen.}^2 a + \text{cos.}^2 a = R^2; \quad \frac{\text{tg. } a}{R} = \frac{\text{sen. } a}{\text{eos. } a}; \quad \frac{\text{cot. } a}{R} =$$

$\frac{\text{cos. } a}{\text{sen. } a}.)$  Dado el seno de un arco hallar su coseno tangente y cotangente; idem idem dado el coseno, ó la tangente etc. Escribir estas fórmulas suponiendo el radio igual á la unidad.

LECCION 88. Hallar las fórmulas del seno y coseno de la suma y de la diferencia de dos arcos en funcion de los senos y cosenos de dichos arcos. Deducir de estas la que dá la tangente de la suma ó diferencia de dos arcos en funcion de las tangentes de los mismos. Idem la de la cotangente de la suma y diferencia de dos arcos en funcion de las cotangentes de los mismos arcos.

LECCION 89. Dado el seno, ó el coseno, ó la tangente de un arco, hallar el seno, ó coseno ó tangente del arco duplo. Dado el coseno de un arco hallar el seno ó coseno del arco mitad.

LECCION 90. Convertir en producto la suma y la diferencia de dos senos y de dos cosenos:  $(\text{sen. } A \pm \text{sen. } B)$

B. = etc. ), (cos. A.  $\pm$  cos. B = etc). Deducir de estas cuatro fórmulas la siguiente:  $\frac{\text{sen A} + \text{sen B}}{\text{sen A} - \text{sen B}} =$

$$\text{tg } \frac{A+B}{2}$$

$$\text{tg } \frac{A-B}{2}$$

Tradúzcanse estas fórmulas al lenguaje ordinario.

LECCION 91. Un arco positivo y menor que un cuadrante es mayor que su seno y menor que su tangente. El seno de un arco positivo y menor que un cuadrante es mayor que la diferencia entre el arco y la cuarta parte del cubo de dicho arco.—Hallar el seno del arco de 4°. Idem el coseno etc. Idem el de 2°, el de 3° etc.

LECCIONES 92 á 85. Tablas de logaritmos de las líneas trigonométricas. Uso de las tablas. Dado un arco hallar los logaritmos de sus líneas trigonométricas, y viceversa.

LECCION 96. Resolución de los triángulos rectángulos. Un cateto es igual á la hipotenusa por el seno del ángulo opuesto ( $R=1$ ). Un cateto es igual al otro cateto por la tangente del ángulo opuesto. Teorema de Pitágoras.

LECCION 97. Relacion entre los lados de un triángulo cualquiera y los senos de los ángulos opuestos.—La suma de dos lados es á su diferencia como tangente de la semisuma de los ángulos opuestos es á la tangente de la semidiferencia de los mismos.—El cuadrado de un lado de un triángulo cualquiera, á qué es igual.

LECCION 98 y 99. Resolución de los triángulos rectángulos en los cuatro casos que puedan ofrecerse. Ejercicios por medio de los logaritmos.

LECCION 100 á 104. Resolución de los triángulos oblicuángulos en los cuatro casos que pueden presentarse. Ejercicios.

**FIN.**

Exercicios 98 y 99. Resolución de los triángulos rectángulos en los cuatro casos que pueden ofrecerse. Ejercicios por medio de los logaritmos.

Exercicios 100 a 104. Resolución de los triángulos oblicuángulos en los cuatro casos que pueden presentarse. Ejercicios.

FIN.

