da

2010 Ministerio de Cultura

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA
AVCTORE
D. ANTONIO HVGONE
DE OMERIQVE
DD. JOSEPHO BONET
CAMPODARVE
DICATA

2011 Ministerio de Cultura

ANALYSIS
GEOMETRICA
SIVE
NOVA, ET VERA METHODVS RESOLVENDI
TAM
PROBLEMATA GEOMETRICA,
QVAM
ARITHMETICAS QVÆSTIONES.
PARS PRIMA DE PLANIS.
AVTHORE
D. ANTONIO HVGONE
DE OMERIQVE,
SANLVCARENSE.
AD
ILLVSTREM DOMINUM
D. IOSEPHVM
BONET CAMPODARVE.

GADIBVS typis Christophori de Requena,
anno Domini 1698.
CVM PRIVILEGIO.

INSTITUTO
OBSERVATORIO DE MARINA
de
SAN FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS

GEOMETRICA

SIVE

NOVA, ET VERA METHODUS

THEODVS RESOLVENDI

ET

PROBLEMATA GEOMETRICA,

QVAM

ARITHMETICAS QVÆSTIONES,

PRIMA DE PLANIS,

AVTHORE

D. ANTONIO HVGONIO

BERGOMENSI,

SOCIETATIS IESV.

AD

ILLVSTREM DOMINVM

D. IOSEPHVM

GABINETE Cartográfico de Rey Nuevo
Anno Domini 1698.
CVM PRIVILEGIO.

2010 Ministerio de Cultura

ILLVSTRI DOMINO

D. JOSEPHO BONET CAMPODARVE.

Vplici iure, Amplìsime Vir, Analysis mea Te Patronum quærit, à sua enim officiosa gratitudine impulsa, & à studiosa nobilitate tua correpta ad Te confugit. Nondum embryon titillabat in mente, & iam favores Dominationis tuæ prælibabat, concitabatur fætus & partus tandem in lucem editur, vt si quid emolumenti Orbis Mathematicus exinde hauriat, liberalitati tuæ potius, quam studio meo debitum fateatur. Iure ergo hac devincta obligatione, quod beneficium recipit, obsequium reddit. Nil minus, quam Solia, & Murices omni tempore Mathesi fuere patrocinium; non vt tam alta protectione ab invidia muniatur, cum sibi præcipuum vendicet assertas veritates ratione potius, quam authoritate, propugnare; sed vt in centro quiescat, & propria explendescat sede, cum nihil magis Principibus, & Magnatibus hoc studij genere analogicum videatur. Iure igitur hoc attracta magnete sub auspicijs tuis Analysis mea, &

2010 Ministerio de Cultura

quieſcere,& explendeſcere intendit. Tu enim antonomaſticè *El Contador* vocaris, &, quos natura ſortitus es, ſplendoribus fulges. Quid de Te, quid de tuis Maioribus dicam? Modeſtiæ tuæ inſtitutis arceor, obſervantiæ meæ ſtimulis vrgeor; ſed dum vtriſque cogor, me cũctis ſatisfeciſſe arbitror, ſi ea dumtaxat, quæ de Te omnibus ſatis nota ſuſpiciuntur, & de Tuis apud alios fusè ſcripta legũtur, breviter expoſuero.

Ex Cæſar-Auguſta Aragonum Capitali Cæſarea Ciuitate, quà natus, Matritum te penè pubentem contuliſti, vt ardentem ſpiritum in Regali ſervitio, quæſtoris munere, ſi poſſes, exerceres; ſiquidem inter cæteras humanas litteras, quibus operam navaſti, Mathematicus genius in Arithmetica Te ita practicè detinuit, vt nova compendia circa minutias, prius quam duodecimum annum ageres in publicam vtilitatem ederes; ea tamen, quæ ad rationum libros ducendos pertinebant, tibi metipſi ſervans, quod quibuſdam, qui Regia conventione, & authoritate Galeonum Claſſes inſtruendas ſuſceperant, anſam tribuit, vt tanti momẽti negotium dexteritati tuæ commendarent, Te, licet invitum, Gades attrahendi, vbi magis in hac directione mirandum, quam Exteris, quorum ex omnibus nationibus plurimi extant, imitandum præſtaſti. Non tibi propriæ negotiationes ex voto ſucceſſerunt,

2010 Ministerio de Cultura

runt, quod rurſus occaſio fuit, vt Te, & quæſtorem hæc Regalis Vectigalium arx, & Ciuem hoc Illuſtriſsimum totius Orbis Emporium obtinerent. Nec meritis tuis debiti defuerunt honores. Indiarum Comercij Regio titulo Quæſtor condecoraris, & cæterarum expeditionum primus tot ſolus amplecteris, quot pluribus indigebant Quæſtoribus. Nil fit quin directione tua diſpoſitum, & integritati tuæ commiſſum in Regalis Ærarij cedat incremẽtum, & in mirabilis dexteritatis tuæ laudem, & æſtimationem reſultet: Quid ad vtrumque non contribuiſti laboris? Ad negotiorum exitus novas ſubminiſtraſti formulas, & ad calculi facilitatem novas inveniſti praxes, ita vt inſtantaneæ operationes in quantitatibus magnis, eis, quas logarithmi exhibent, longè præſtantiores videantur. Novi tamen tabularum canonis clavem tibi reſervas, donec publicam facias, quod, ni aſſiduæ occupationes præpedirent, iam eſſes executus. Quid mirum, ſi Te Natura habilem, & paternæ habilitatis hæredem fecerit. Sumptuoſiſsimi pro Antiqua, Auguſta, & Regia fundatione, atque celeberrimi pro pio, provido, & prudenti ſtudio Illuſtriſsimorum Senatorum, Xenodochij, quod Cæſar-Auguſtæ decus, & toti orbi miraculum eſt, Rationalis fuit D. Orontius Bonet Dom. Tuæ digniſsimus Parens, ita præ cæteris in hac facultate

2010 Ministerio de Cultura

tate expeditus, vt ſi aliquid arduum occurreret computandum, quod ad Magiſtratum ſpectaret, ſtatum illi commiſſum eſſet, in quibus inſignem peritiam ſuam, quemadmodum in cæteris in ipſo Conſiſtorio eximij conſilij ſui ſententiam vltro contribuebat.

Non tui Gadibus degentis oblita eſt Aragonia, Te potius litteris ſub Regis nomine citatorijs ad generalia Regni Commitia, pro ipſius coronatione celebranda, & iterum, iterumque ad ea deinceps celebrata, convocavit, vt in *Infantionum ſtamento* ipſe intereſſes, quemadmodum Pater tuus in munera in gubernatione Civitatis, & Regni Quiritibus ſolis obtinenda, conſcriptus aſtiterat.

Hæc quidem in teſtimonium nobilitatis tuæ dicta ſufficerent; non tamẽ ideo glorioſa cognomina tua ſilentio relinquam. Floret in Vrbe Jacca primorum Regum ſede antiquiſsima Domus Bonet, quæ in duas diviſa Dominos agnoſcit, vnius D. Antonium Bernardum Bonet, & alterius D. Petrum Paulum Bonet, quorum hic nepos, ille conſobrinus eſt Dom. Tuæ. Coronatur clariſsimo ſanguine de La-Sala, & Abarca nodo ita ſtricto, vt vtraque familia La-Sala, & Bonet Capellæ S. Michaelis in Cathedrali Eccleſia ſitæ, atque à Joanne de La-Sala, & Joanna Bonet conſortibus fundatæ, vſu, dominio, & Patronatu æquè fungantur, quemadmodum Capellæ in foro vulgo *de*

el

2010 Ministerio de Cultura

el Campo erectæ ad ostensionem, quæ quotannis fit corporis S. Orosiæ Pyreneorum montium Patronæ, dominio fruuntur, & concurrentià cum Capitulo Ecclesiastico,& Sæculari Senatu eo die, qui in perpetuam memoriam Sacri Corporis traditionis, anno 759, Iudice Ciuitatis Martino de La-Sala factæ, festus celebratur.

Arduum equidem foret, nec hæc epistola capere posset, si clarissimas stirpes La-Sala, & Abarca,quibus præter alias, tua splendet illaqueata,seorsim describendas susciperem. De stricta tamen vnione ambarum aliquid saltem referam.DominusDomusAbarca,ArcisOlim in qua ipsius progenitor D. Sancius Abarca, huius nominis primus,coronatus fuitRex,Palatij hodie Comitis de La-Rosa, trium quas habebat filiarum vnam Duci Gandiæ, alteram Duci Villæformosæ, & tertiam Domino Domus La-Sala vxores tradidit. Consanguinitatem alia connectarunt connubia D. Franciscus de La-Sala vxorem duxit D.Franciscam Abarca, cui parentes fuere D. Philipus Abarca Dominus eiusdem Domus, & D. Franciscа Iñiguez æquè Regio sanguine D.Garciæ Iñiguez secundi Regis Suprarbis, primi Garci-Ximenez, & Reginæ D. Iñigæ primogeniti, procreata. D. Josephus de La-SalaDominusSamanès in Domo Abarca cum filia Domini Gauini matrimonium contraxit.

D.Pe-

2010 Ministerio de Cultura

D.Petrus de La-Sala,& AbarcaDomuiXimenez pariter à Regibus descendenti nuper Sororem dedit in matrimonium cum filio eiusdem Domus, cui mater erat D. Hyeronima Bonet,consobrina tua, & D. Michaelis Hyeronimi Bonet in Cathedrali Jaccensi Ecclesia Canonici, Viri ingenio, prudentia, & litteratura celeberrimi dignissima Soror. Nec vlterius pergam quin prius prædictiD.Petri,quem hospitem tibi carissimum cognovi, mortem tecum condoleam. Quid non expectandum erat à nobili Iuvene, qui Regis servitio deditus, dux iam factus, & Septam profectus ita accensum spiritum contra Mauros exercuit, vt magis quam hostibus proprio ardori succubuerit:sistam tamen cùm tibiD. Josephus Antonius Torrejon La-Sala, & Abarca consobrinus tuus tibi solamini fuerit, qui morte D. Petri successor Domus, & spiritus hæres ipsius memoriam suscitare, & Maiorum suorum vestigia insequi aggreditur, cui si arma placent, ipsius Pater D. Josephus Torrejon La-Sala, & Abarca, qui pro servitijs, & Regi, & Patriæ factis CastelliSpeluncæ Castellanus efici tandem meruit, exemplar præclarum est. Si vero litteris incumbere lubeat, quid non imitandum præstat Doctissimus avunculus eius D. D. Blasius Torrejon La-Sala & Abarca,in Cathedrali Jaccensi Ecclesia Archidiaconus Gorgæ, Olim Ecclesiæ, Iudex, & Vicarius

2010 Ministerio de Cultura

rius Generalis Archiepiſcopatus Hiſpalenſis, nunc tandem in S. Tribunali Aragoniæ Apoſtolicus Inquiſitor, qui ita eruditus, & prudens eminet, vt omnes, qui eum noverint, tam voce, quam ſcriptis ſuaviter in ſtuporem rapiat.

Non ſolum Jaccæ Domus Bonet floreſcit, huius enim cognominis viris illuſtribus ditatæ plures extant in Orbe, quarum illa origo. Ita earum, quæ per totam Aragoniam diſperſæ, nobiliſsimæ ſuſpiciuntur, tua illi propinquiſſima fatetur; licet non deſit alia quæ ſibi principium omnium adiudicet. Sed quamvis propter immemorialem antiquitatem anceps ſit origo, ſtat pro te monumentum, Vulgo *Salva de Infançonia*, quod in Barcinonenſi archivo cuſtoditur, vnde conſtat Regem Alphonſum in Commitijs Oppido Alagon, anno 1289 celebratis, Joannem Bonet civem Oppidi Alfajarin claro ſanguine huius cognominis procreatum, & Oppido Grañen oriundum declaraſſe, ex quo ædes extant in oppidis ipſis, necnon Sallen, & La-Freſneda.

Ex prædicto Oppido Alagon Matritum profectus illuſtris Vir D. Ioannes Paulus Bonet Monaſterij Clariſſarum Virginum Patronus, Ordinis S. Jacobi Eques, Regis Philippi IV. Dapifer, atque in Sacro, & Supremo Aragoniæ Conſilio ſuæ Maieſtatis à ſecretis, ingenioſiſsimum librum mutos loqui docentem in lucem edidit, atque mirabiles dotes, quibus

¶¶ præ-

BIBLIOTECA
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

prædictus erat, ad Galliam, Italiam, & Mauritaniam Legatus ostendit.

In Valentia D. Jacobus Pallàs Regio sanguine cretus de Domo Pallàs in Cattalonia sita, Comitum de Sinarcas progenitor, D. Elisabetham Bonet vxorem duxit, & tanti Viri virtute, & splendore non parum condecoraris.

Nec deest qui ex hoc Principatu Cattaloniæ Bonetes originarios faciat, asserens exinde se in Aragoniam contulisse, quando sub victoriosis Regis D. Jacobi vulgo el *Conquistador* vexillis hi fortissimi viri contra Mauros belligerantes ita virtute, & strenuitate præclaruerunt, vt recuperatà Valentia, & subiugatis Balearibus tantum in Maiorica territorij Nicolaus Bonet nactus fuerit, quantum Oppidum Santanì mandato Regis D. Jacobi II. anno 1300 fundatum, & alia plura occupare videntur.

Nec tantæ gloriæ exors remansit Nauarra: Extat enim exinde Castellum, cui insignia sunt argentea Aquila expansis alis, quæ ingenij, & audaciæ symbolum heroicum cognomen Bonet posteritati commemorat.

Nec Gallia hac gloria caruit, absque alia enim origine, quin immemoriali huius clarissimi cognominis possessione, Viris omni tempore illustribus vigentia, in oppidis Poyton, & Nivernois palatia eminent.

Italia tamdem quot, quantosque Viros litteris,

2010 Ministerio de Cultura

teris, & armis, immo, & ſanctitate celleberrimos, hoc nobiliſsimo cognomine inſignitos, ſortita fuerit, quis recenſebit? Pro me loquatur Joannes Petrus Crecenſis, qui dum Amphiteatrum Romanum ſcriberet, iam à 1200 retro annisBonetes floruiſſe aſſerit, eorumque gloriæ anguſtos totius Orbis terminos exiſtimat. Inter plurimos, quorum geſta refert, magnum illum SenatoremBonete, quoMediolanum conſcriptoPatre honorabatur, commemorat, & Cremonam, quia tanti Viri patria, inter alia, fælicē reputat. VenerabilemCominum Bonet, inter alios martyres æquites S. Afræ Brixiæ annumeratum, comminiſcitur, qui pro defenſione S. Romanæ Eccleſiæ, dum ipſa contra Henricum Germanorum Regem, ob ſchiſma, quod in Italia proteruus ſuſcitaverat, bella gerebat, ſanguinem effudit. EuſebiumBonete fortiſsimum Chriſti militem in eodem bello calamo, & enſe dimicantem deſcribit. Sanctum tandem Euſebium (ne omnes repetam) quem ſanguine, & virtutibus ipſius Magiſter S. Hyeronimus nobiliſsimum extollit, nec ipſius æmulus Rufinus perficiari audet, immo S Eccleſia in eiuſdem lectionibus approbat, hac illuſtriſſima ſtirpe procreatum affirmat.

Præter Caſtellum, pileum, ſive Virretum (quod Itali Bonete proferunt, nos vero ſi more Jaccenſi vtimur, aut Cattalonico dicimus Bonet) ratione huius Inclyti cognominis, vt

pote

2010 Ministerio de Cultura

pote fortitudinis,&ingenij expreſsio propria, nobilitatis tuæ iure inſignia conſervas. Sunt qui litteris principium tribuunt, alij vero,qui potius quam Minervæ, Martis hæredes eſſe gloriantur, pileum Regis, quadam traditione, fuiſſe aſſerunt , quem perditum expugnato Caſtello , è hoſtium manibus extorſit Vir ille illuſtris, & fortis, qui propterea Caſtello , & pileo inſignitus,& Bonet cognominatus ſtirps creditur omnium. Litteris nigrum Virretum favet in aliquibus Scutis depictum;in alijs vero purpureus pileus arma reſonat , vtrumque profecto eis,qui tot fæculis, litteris , & armis pares fulſerunt convenire videtur.

Quod autem ad aliud attinet cognomen Campodarve brevius me expediam , ſed non minora dicam. Illi fortiſsimi Viri , qui Æterni Regis Vexillum, dum Mauros tanto tempore HiſpanasProuincias infeſtantes in Campis Jacetanis profligabant , ſuper arbore aſpicere meruerũt,Inclyti ſunt progenitores tui. Quod quidem miraculum campum , qui paleſtra, montem , qui teſtis , Regem , qui dux tantæ victoriæ fuerant, hoc glorioſo cognomine honoravit. Rex enim Suprarbis dictus fuit , primus ſcilicet Aragoniæ , Progenitor vero tuus Campodarbe , ſive Campodarve cognominatus, an quia in ipſo prælio ſtrenuus miles præcæteris excelluerit , vti & ipſe Campus etymon ſumpſerit, an vero ab ipſo Regio ſangui-

ne

2010 Ministerio de Cultura

ne originem traxerit, apud Cronologicos non invenitur. Hoc quidem poſtremum Robur & Crux, quæ in miraculi teſtimonium primi Regis inſignia ſunt , & Scutum venuſtanr tuum ſuadere videntur. Verum quomodocumque ſit antiquiſsimam huius cognominis nobilitatem Caſtella , quorum alterum in Oppido Campodarve in prædicto Campo, eodem nomine fundato, alterum in Oppido Boltaña, æquè teſtantur. Iſtius Dominus, Præſentis avus, ſororem habuit D. Catharinam Campodarve, quam paternam aviam obtinere , & tam præclari ſanguinis particeps fieri meruiſti.

Te igitur beneficum, Mathematicum , & generoſum Analyſis mea Mæcenatem iure merito exquiſivit. Officia gratitudinis meæ benignus accipe , & amicitiam erga me iam pridem habitam proſequitor , atque in publicum emolumentum ſub diuina protectione fœlix viue, diu viue.

Dominationis Tuæ

Obſequentiſsimus Servitor

D. Antonius Hugo de Omerique.

R.A.

2010 Ministerio de Cultura

R. A. P. JACOBI KRESA,

Societatis Jesu in Collegio Imperiali Matritensi Mathematum Professoris Regij

CENSVRA.

POTENTISSIME DOMINE.

EX mandato Celsitud. V. legi librum, cui titulus: Analysis Geometrica, *Auctore D. Antonio Hugone de Omerique cive Gaditano, quem in lucem publicam edere desiderat. Perlegi opus insigne, nec mole mirandum, nec quæstionibus, quas pertractat peregrinum, sed novitate, ac facilitate methodi rarum, & universalitate resolvendi problemata singulare, quæ enim ab alijs per varios gyros, & labyrinthos deprehensa tandem fuère, uno eodemque tramite percurrit, & invenit, & multa solo proponendi modo Resoluta iam ostendit, & demōstrat; OEdipum dicerem in multis, qui Problema uno versu, non in medium, sed in universum orbem currere compellat. Multi Analysim speciosam tentarunt, & insignia monumenta Reipublicæ literariæ reliquerunt, multi resolutiouem Geometricam tractarunt, & egregiam Mathematis operam in eo locarunt, sed hæc Analysis Geometrica utramque amplexa fœliciorem sortem nacta mihi videtur in fertili solo Bœticæ, & celeberrimo portu Gaditano, ut eius Resolutiones vel poma Hesperidum aurea, vel lectas Americæ opes non in-*

A.R

2010 Ministerio de Cultura

injuriâ dicere poſſem, ſi conferantur cum Authoribus, quos ad marginem citat dum eadem Problemata proponit. Selegit rara Quæſita Anteceſſorum, & quos fœlices reperit quia tempore præceſſerunt in proponendo, fœliciùs antecedit in reſolvendo, aperto latiſsimo philomathis campo percurrendi cætera, quæ Antiquis vel invia, vel prærupta fuerunt. Quare typis digniſsimum opus cenſeo, futurum gratiſsimum omnibus, & Reipublicæ literariæ perutile. Sic cenſeo, ſalvo, &c. In Collegio Imperiali Matritenſi Societatis JESV. 13. Decembris 1697.

Jacobus Kreſa.

SVMMA PRIVILEGIJ.

CArolus II. Dei Gratia Hiſpaniarum Rex, &c. Diplomate ſuo ſanxit, ne quis librum cui titulus eſt: *Analyſis Geometrica*, Authore D. Anton. Hugone de Omerique citra ipſius authoris voluntatem proximis decem annis imprimat, aut alibi terrarum impreſſum in Caſtellæ Regni ditiones importet, venalemque habeat: qui ſecus faxit confiſcatione librorum, & aliâ gravi pœna multabitur. Vti latius patet in eodem diplomate dato Matriti 21. Decembris 1697. à D. Franciſco Daza Regio Secretario referendato, & apud D. Raphaelem Saenz de Maza regiſtrato.

LI-

2010 Ministerio de Cultura

LICENTIA ORDINARII.

D. D. Antonius Portillo, & Cardos Inquisitor Ordinarius, Vicarius Generalis Matritensis ad impressionem huius libri, cui titulus est: *Analysis Geometrica*, Authore D. Antonio Hugone de Omerique, licentiam concessit, vt latius ex ipsa licentia constat. Data Matriti die 5. Decembris 1697.

TAXA.

TAxatum est folium sex marauitinis, vt patet ex certificatione D. Raphaelis Saenz Maza. Datà Matriti die 27 Januarij 1698.

R.A.

2010 Ministerio de Cultura

R.A.P. JOSEPHI DE CAÑAS

Societatis Iesu in Collegio Gadicensi Olim Matheseos Professoris Regij, de Analysi Geometrica D. Antonij Hugonis de Omerique

IVDICIVM.

QVi primus ferri ex affrictu Herculei lapidis verticitatem, atque immobilem in vtrumque polum conversionem sagaci observatione notavit, is profecto ingentium vtilitatum, & emolumentorum segete humanum ditauit genus, & sibi tam præclari inuenti glorià nomen immortale quæsiuit. Nota erat satis superque veteribus illis philosophis huius lapidis raptrix ferri vis: tamen maximam illam, & nobilissimam virtutem, quà scilicet ferro illitus, & affrictus illud Boream versus assiduò spectare faciat eorum observationes nè verbo quidem attigere. Hinc totam veterum nauigandi Occeanum solertiam in notitia stellarum Promontoriorum, terrarum, littorumque diversitate positam; qui si in alto mari vbi præter cœlum, & vndam nihil pateret, tempestatis sæuitia depulsi deprehenderẽtur, nauis dirigendæ disciplinam nullam tenuerunt aliam, quam quæ Astrorum, Solis, & Lunæ situ, motuque commonstrabatur; si tamen casu non infrequenti cœlum nubilum, aut obscurum Astrorum inspectione prohiberet, tum imaginaria quadam locorum, ad quæ tendebant, conceptione, aut visis fortè marinis

¶¶¶

avi-

2010 Ministerio de Cultura

avibus, aut demum ventorum impetu, & aquarum cursu, pro itineris duce vti cogebantur. Quo factum est vt immensa telluris spatia nostra aetate detecta, & toto interjecto occeano diuulsa nisi tam diuini inventi beneficio, vt antiquis ignorata ita nobis perpetua oblivione sepulta mansissent. Haud absimile quidem Euclidianis elementis accidisse neminem mihi inficiari existimem, qui Hugonianam istam Analysim sedula meditatione perpenderit. Enim vero Geometricam Analysim hucvsque in cassum plurimi è nobilissimis huius aetatis ingenijs (vt veteres omittam) tentavere, in quibus palmam sibi prærripere ausi sunt Vieta, Descartes, Schooten symbolis quibusdam adjuti latentis quantitatis, & obuolutæ speciem, & imäginem subobscure repræsentantibus. His tamen sæpe longis itineribus portum tenuere, sæpius viæ difficultate, quasi vi tempestatis depulsi, retro acti sunt; numquam tamen Geometrica demonstratione (licet de ijs concinnandis eruditum ediderit tractatū Schooten) viam, quam monstrarunt vtcumque sternere potuere. Inerat ea vis Euclidianis elementis: abdita tamen, & incomperta, vt in magnete verticitas, quam non casu aliquo, vti de magnete perhibetur, sed acri & pœnè diuino ingenio, nec minus indefesso studio primitus detectam novo isto connatu à lucidissimo, & eximio Viro D. Antonio Hugone de Omerique serio pronunciare non abnuam. Cur hæc asseram? In promptu est Analysis ipsa, dum seuera, sed attenta meditatione percurra-

2010 Ministerio de Cultura

ratur: maiora præstat quã spondet. Hucusque littora, & promontoria in Geometrica navigatione legebantur: nunc Occeanum totius Geometriæ, quantus quantus èst, certis itineribus adiri posse pronũcio: atque adeo tantam huic facultati nostra ætate, & vno opere isto accessionem factam, quantam retroactis quindecim sæculis suis in eruditis elementorũ commentationibus Arabes, Græci, Latinique non fecere quidem, sed facturos se receperunt. Si quis etiam nunc ingenio suo confisus inquisitionem de integro suscipere affectet, mihi assensurum non desspero, nisi eo præiudicio agatur, quo maxima pars hominum præsentibus non æqua in antiquitatem propendet, & credit nos antiquorum pensa, & inventa longo intervallo æquare non posse; & si noua alicuius scientiæ accessio tentetur, hunc huiusce rei euentum fore, vt aut in ipsa incidat, quæ ab antiquitate libata sunt, aut sanè in alia, quæ ab antiquitate iam pridem indicata, & reiecta in oblivionem iam merito cessere; aut spreta gente, & facultate humana vtriusque temporis, sive antiqui, sive novi, auctiore scientiarum statu plane desperato, quæ obstetricante suo, aut suorum labore non parturiunt, sensuum fallacias, & iudicij infirmitatem reputare non dubitant. At ea est huius scientiæ maiestas, quæ sibi suis calculis authoramentum conciliet; & ea est huius noui operis solidarum demonstrationum constantia, & acolouthia, vt quemlibet quantumvis renuentem, vel nuda tantum elementorum notitia imbutum facili

2010 Ministerio de Cultura

li negotio in ſententiam trahat. Quo maximæ auctori amiciſsimo gratiæ habendæ ſunt, qui Rempublicam litterariam ætate, & ſæculo adeo eruditis tali honorario auxit, quò nullus profecto aut excogitare ſolertius, aut capeſſere fortius, aut exequi ſubtilius, aut perficere fœlicius potuiſſet. Et à quo, vt à maximo huius ætatis ingenio, mihi longa conſuetudine noto, maiora ſperare auguror: faxit Deus, illi vita ſuperſit: altiorem ſi ſupereſt, ſtatum Geometria, quam hucvſque obtinuit, è Bætica noſtra Hiſpania nanciſcetur. Sic opto, & D. O. M. præcor. In Domo Profeſſa Hiſpalenſi Societ. Ieſu Kalend. Februar. A. M.DC.XCVIII.

Joſephus de Cañas.

R. A. P. CAROLI POVVEL

Societatis Jeſu in Collegio Gadicenſi Matheſeos Profeſſoris Regij in Analyſi Geometrica

D. Antonij Hugonis de Omerique

IVDICIVM.

NObile, vt creditur, foret metallum argentum viuum, vulgo mercurius, ſi ſua non ſibi obeſſet ſubtilitas, nam pondere auro, colore argento affinis, principiumque agnoſcitur vniverſale omnium, ſed potius his omnibus renunciat, leueſque evaneſcit in auras, quam medijs quibuſcumque ad ſoliditatis finem perducatur. Non hoc vnicè de in-

2010 Ministerio de Cultura

inconſiſtenti hoc terræ dono profero; habet Mathematica, quæ cæteroqui ſolidas confert ſcientias, etiã ſuum mercurium, Analiticam inquam ſtatica virtute æquilibrantem potentias, Arithmetica ſpecie pollentem, principiumque vniverſalis Matheſeos; ſed vſque nunc ſolliditatis geometricæ impatientem. Cum eſſet in ſtatu pure numeroſo, qualem eam nouerat Diophantus, vſque adeo informis erat, vt confuſis quantitatibus primitivis, nil niſi rem diſcretam, hancque in particulari tantũ, cuideret, donec Franciſcus Vieta prædictas quantitates contra violentiam concuſsionum ita ſymbolis involuit vt etiam rem continuam, & in vniverſali prodoret: Verum quæ ſymbolis incluſi, tam valide imaginationi præcluſit, vt ſummo Franciſci à Schooten nixu, vix aliqua improbe, nedum in concinnè inde excludi potuerint. Nunc tandem Eximius Vir D. Antonius Hugo de Omerique, Analyſim olim à Platone ideatam, ad Geometricam conſiſtentiam, quod vnice deſiderabatur, perduxit, cathegoriamque nobilium ſcientiarum hoc mercurio in pretioſum metallum conſolidato auxit. Rem vere magnam! Non tamen, vt in magnis fierit ſolet, auget propterea apparatum, mediaue quibus tantum finem aſſequitur, quin potius miſſas facit Vietæ ſpecies vt expeditius, materiam ſub proprijs coloribus contemplatur vt clarius, rerum propenſionibus attendit, vt connaturalius, incognita æque omnia in communi eorum cauſa inſequitur vt compendioſius, in ſimplicioribus quantita-

ti-

2010 Ministerio de Cultura

tibus versatur, vt facilius, prospicit gressus faciẽdos, vt securius, scopum expandit vt certius, Geometricè licet argumentãdo Arithmetica complectitur vt vniversalius, verbis cooperatur vt efficacius, ritè concinnata adhibet elementa vt elegantius, differentes aperit vias vt iucundius, & ex certa scientia præeligit commodiores vt vtilius problema simul solvat, construat, & demonstret. Elementa inquam ritè concinnata adhibet, nam quæ sexcenti alij Interpretes commentati sunt, ideo formidine cuiusque legentis animum inquietarunt, quod laborarent ignorantia huiusce finis, sive, vt ita dicam, obiecti attributionis vnicè docentis quæ & qualia esse debeant elementa ad se conducentia; vnde asserere audeam plus emolumenti ex huius analyseos introductione in elementa redundare, quam ex sexcentorum hucvsque Interpretum lucubrationibus. Hanc nudam potius descriptionem, quam exquisitam laudem expediuit complacentia mea quadriennis, quam indies augere non desinit, iugis huius analyseos exercitatio, Deo de re tam vtili dentur gratiæ, Authori congratulatio, mihi detentionis in limine venia. In Collegio Gadicensi Societatis Jesu 20 Januarij 1698.

Carolus Povvel.

LEC-

2010 Ministerio de Cultura

LECTORI

EArum, quas inter vitæ varietates digerere potui, has lucubrationes Geometricas tibi Lector amice ſincero impertior animo. Vnum rogo, propoſitiones, tam quas cum Authoribus in margine citatis conferre poteris, quam reliquas à me excogitatas, ante omnia diſcutere velis, methodumque ſi habueris potiorem, Orbi Mathematico, qui tot ſæculis anxius eam ìnquiſiuit, decludere digneris, primus ero, qui tibi grates referam; ſin vero veram viam analyticam in hac prima parte aperuiſſe videar, gratus incede, benignus corrige, fœlix promove, & reliqua, quæ ſuperſunt, expecta. Vale.

ERRORES CORRIGENDI

Pag.	*Lin.*	*Error.*	*Corrige.*
3.	1.	conceſsit	conceſsi
6.	17.	media	mediam
7.	8.	quorum	quarum.
20.	20.	vel	&
33.	1 & 13	dimiando	dimidiando
38.	7.	4.	3.
45.	6.	ſit	ſi
	15.	permant	perm.ant.
	16.	vt *c.b.b.* &	vt *c. b.* &
49.	2.	Societati	Societatis
50.	23.	multiplicator vel diviſor factus	multiplicationem, vel diviſionem factam
51.	15.	ſubtractio	ſubtrahendo
	33.	deprehentur	deprehendetur
53.	36.	imprimam	impropriam
55.	23.	extremas	extremos
	24.	mutu	mutua
	25.	productioni	productione
57.	25.	E	Et
60.	2.	ſubtractionem ratione	ſubtractione rationum
63.	30.	Joannis	Joannes
68.	14.	argumentatur	argumentamur
69.	4.	idem	idem
70.	6.	4 *bxa*	4 *bax*
71.	15.	concludétem	concludérem
77.	14.	eadem	eamdem
84.	9.	cadet	cadat
	18.	*fb*	*fc*
88.	6.	ſit	ſi
	11.	e	&
	13.	rec	rectos
89.	4.	omnibus	cum omnibus

2010 Ministerio de Cultura

	7.	altitudinem	altitudinum
91.	14.	ſufficere	ſufficeret
	21.	vnam	vna
96.	7.	linea	lineæ
	19.	animadver-tiſſe	animaduer-tiſſet
108.	in fig.	*a.b.x.a.q.*	*a.b.x.c q.*
113.	14	*bg*	*kg*
	16.	*bk* ad *bg*	vt *bk* ad *kg*
114.	7.	*ac* ad *bc*	*ab* ad *bc*
117.	10.	inveniatur	inveniantur
122.	21.	24^{2}_{1}	24^{1}_{2}
135.	1.	numerus	numeros
140.	8.	quod ſi	ſi
141.	14.	at	ad
152.	11.	$\frac{1}{2}bx$	$1\frac{1}{2}bx$
158.	penult.	ſit	ſi
169.	13.	*xb*	*xc*
	14.	*xc*	*xb*
173.	22.	differentiæ	aggregata
177.	11.	eſt	&
180.	11.	ſit	ſit ſi
184.	7.	*ab*	*bg*
	8.	*bg*	*ab*
189.	2.	triangulæ	triangula
192.	7.	1 *ab*	$\frac{1}{3}$ *ab*
198,	1.	manifeſtum	manifeſta
199.	13.	fueri	fuerit
207.	5.	*bc*	*ac*
210.	5.	*axd*	*bxd*
217.	11.	*aby*	*dby*
229.	11.	*yzv*	*yzx*
233.	in fig.	deeſt alia recta *bx*	
242.	in margine	17.	27.
250.	5.	ergo	ergo rectangulum *abx* ad
260.	16.	ſit	ſi
270.	18.	*ayb*	*ayc*
279.	9.	*mp*	*md*
281.	15.	æquales	æqualia
293.	11.	*bax*	*abx*
303.	20.	itaque rectangulum *gyk* quadrato *m* erit æquale. Dele totum.	
305.	16.	vrſupandæ	vſurpandæ
318.	11 & 13.	$7\frac{1}{2}$	$5\frac{1}{2}$
323.	5	*bc* ad *bx*	*bd* ad *bx*, & divid. vt *ax*. ad *xc* ita *xd* ad *bx*.
326.	14.	$+2\frac{1}{2}xb$	$+12\frac{1}{2}xb$
333.	in fig.	*k*	*x*
335.	10.	*g* & *k*	*g* & *b*
	ibidem	ijs	ea
347.	16.	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
360.	8.	elyſim	ellipſim
361.	28.	*xy*	*vy*
364.	10.	ſi	ſit
392.	8	*bc*	*ac*
405.	18.	quartam	quartum
	21.	ſi	ſic
	30.	75	95
	32.	integris	in integris
408.	9.	nuris	numeris
409.	11.	ex	eſt
412.	penult.	7.	17
413.	9.	ſit	fit
414.	13.	*aya* —216	*aya* —219
416.	16.	minime	minimæ
417.	8.	emergi	emergere
418.	9.	*ya* +q	*yax* +q
427.	5.	22	42
	6.	41	21
429.	2.	ſuas	ſuos
430.	11.	radices	radices ſemiſsium
432.	1.	binomi	binomij
434.	5.	differentia	differentiæ
437.	30.	cum 1 & 2	cum 3 & 2
440.	antepen.	quadratum	quadratum ſinus.

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA.

INTRODVCTIO.

QVID SIT ANALYSIS.

POstquam elementis Geometricis instructus fuerit, qui Geometra vocari cupit, fructumque colligere laboris sui: aliquam sibi viam paratam habere debet, cuius ope vim, & facultatem cuiuscumque Geometricæ propositionis resolutionem inveniendi acquirat.

Hæc quidem via, quæcumque illa sit, analysis, seu resolutio dicitur, & omnium consensu ita definitur. *Assumptio quæsiti tamquam concessi, per ea, quæ deinceps consequuntur ad aliquod concessum procedens.* Regressus verò à concesso ad quæsitum *Synthesis*, seu compositio nominatur. Verum-

2010 Ministerio de Cultura

rumenimvero ista definitio nihil nobis certi promittit. In assumptione quidem quæsiti tamquam concessi aliqua inest interdum difficultas, in eo consistens, quod data, & quæsita adcommodam contiguitatem reduci debeant. Iam verò posito quæsito tamquam concesso, quænam ex multis quæ deinceps consequuntur eligemus? Quorsum tendimus? Hæc omnia profecto nobis incerta reliquerunt Authores, vnde fit, quod quando abstrusa, & intricata inter data, & quæsita est connexio, hæreat analysta, quò se convertat nesciens. Fateantur omnes, neque veterum quisquam perficiari auderet cum postquam tot, tantaque volumina hac de re conscripsissent, vt nobis tradit Pappus initio libri septimi; nullam tamen habuisse veram rationem resolvendi, ex ipsorum propositionibus non temerè suspicentur iuniores. Ex recentioribus autem Algebræ speciosæ cultores hanc vim resolvendi sibi adiudicare videntur. Vtinam æquè facilis, ac resolutio algebrica, esset geometrica demonstratio; sed tantum abest, vt postquam multos annos in concinnandis demonstracionibus geometricis ex calculo Algebrico consumpsissem, violentam esse methodũ in Geometricis putaverim, viamque omnino Geometricam ineundam concluserim.

Analysim igitur nostram nos ita definimus.

Assump-

2010 Ministerio de Cultura

Assumptio quæsiti tamquam concessit, per necessarias consequentias ad certum, & determinatum finem progrediens. Hæc equidem definitio nobis securum gressum promittere videtur. Conabimur promissa adimplere; sed quoniam arduam nimis aggredimur materiam, scopum tetigisse nobis suadere non audemus; suspiciendos potius tantorum virorum, qui de resolucione scripsere veneramur labores, atque fælicioribus ingenijs nostros iudicandos, promovendosque, si forte conducere visi fuerint, relinquimus.

DE FINE ANALYSEOS.

OMnium problematum, quæ proponi possunt, resolutio ita se habet (mirabile dictu) vt evolutis eorum conditionibus, magnitudo incognita, alij magnitudini notæ æqualis tandem appareat, vel tantum necesse sit medium, seu quartum terminum proportionalem, vel duos terminos, quorum summa, aut differentia nota sit, duobus datis terminis reciprocos invenire. Vel, quod in idem recidit: ex quatuor terminis proportionalibus datis extremis, dataque summa, aut differentia mediorum, singulos exhibere. Quod cum ita sit, hoc problema, quod passim construendum occurrit, in elementis expressum haberi debebat. Sunt

2010 Ministerio de Cultura

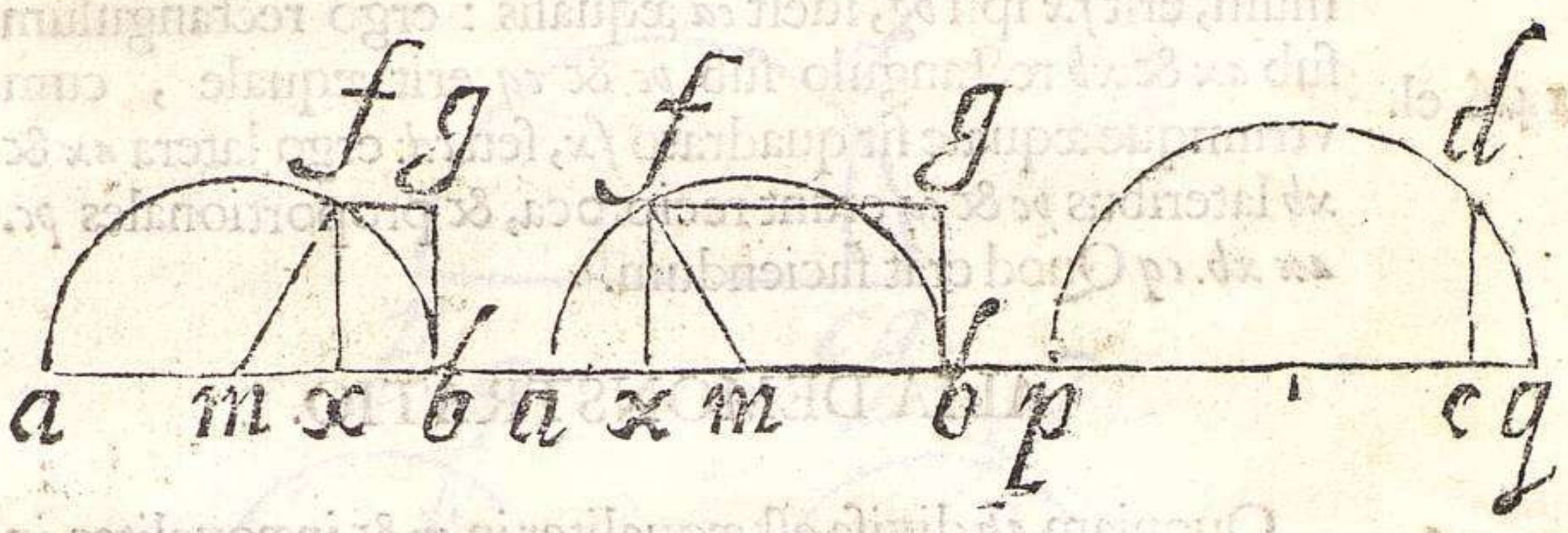
enim elementa quædam principia demonſtrata, & ab omnibus ſuppoſita, vt à probationibus, & effectionibus communibus, & frequentibus abſtinere liceat. Itaque illud oſtendendum, & elementis adiungendum iudicavimus. Cæterum cum magnitudinum reciprocarum, vel vtraque linea recta, vel vtraque planum eſſe poſsint, vel denique mixtum ex vtraque altera ſit linea recta, & altera planum (quo in caſu ſumma, aut differentia petitur ab ipſo plano, & potentia rectæ) hoc loco de duobus primis accidentibus, quæ ad problemata plana pertinent, agemus. Tertium verò, & quæ ex eo oriuntur ad problemata ſolida ſpectantia, vt in noſtræ methodi explicatione commodius procedere poſsimus, ſpeciali tractationi ſolidorum reſervabimus. Hoc tamen animadverſum volumus, problema planum ideó vocari, non quia in illo de planis agitur; ſed quia illius conſtructio vna ad ſummum media proportionali indiget. Solidum vero non quia ſolida tractantur, quod in problemate plano contingere ſolet; ſed quoniam duas ſaltem medias proportionales oportet inuenire.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO PRIMA

ELEMENTIS ADDENDA.

DVAS RECTAS, QUARVM SVMMA, aut differentia nota sit, duabus rectis datis reciprocas invenire.



DATA SVMMA.

Oporteat primo duas rectas invenire *ax* & *xb*, quarum summa sit data *ab*, datis *pc* & *cq* reciprocas.

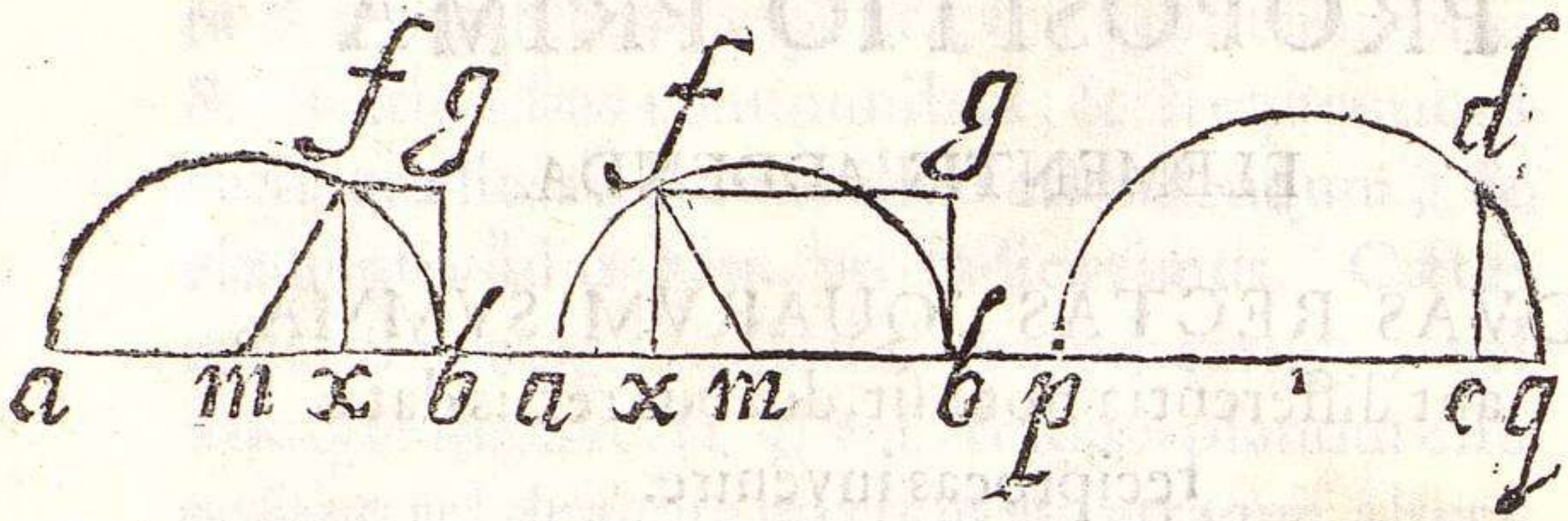
CONSTRVCTIO.

Inter *pc* & *cq* media inveniatur *cd*, cui æqualis ex vtro- vis termino *b* rectæ datæ *ab* perpendicularis excitetur *bg*, 13.6. el. ipsique *ab* parallela ducatur *gf*, occurrens semicirculo super eandem *ab* descripto in *f*, & demittatur perpendicularis *fx*. Dico *ax*. *xb*, quarum summa est data *ab*, reciprocas esse datis *pc* & *cq*.

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex constructione sit *bgfx* parallelogram- 34.1. el. mum,

2010 Ministerio de Cultura



mum, erit *fx* ipſi *bg*, ideſt *cd* æqualis : ergo rectangulum ſub *ax* & *xb* rectangulo ſub *pc* & *cq* erit æquale , cum
14.6. el. vtrumque æquale ſit quadrato *fx*, ſeu *cd*: ergo latera *ax* & *xb* lateribus *pc* & *cq* erunt reciproca, & proportionales *pc. ax xb. cq* Quod erat faciendum.

ALIA DEMONSTRATIO.

5. 1. el. Quoniam *ab* diviſa eſt æqualiter in *m* & inæqualiter in *x* erit rectangulum *a x b* cum quadrato *mx* æquale quadrato *mb*, ſeu *mf*; ſed quadratum *mf* æquatur quadratis
47. 1. el. *mx* & *xf*: ergo quadrata *mx* & *xf* æqualia erunt rectangulo *axb* cum quadrato *mx*, & dempto communi quadrato *mx*, remanebit rectangulum *axb* æquale quadrato *xf*, ſeu *cd*, ideſt rectangulo *pcq* : ergo latera *ax* & *xb* lateribus *pc* & *cq* erunt reciproca,& proportionales *pc ax. xb cq*. Quod erat faciendum.

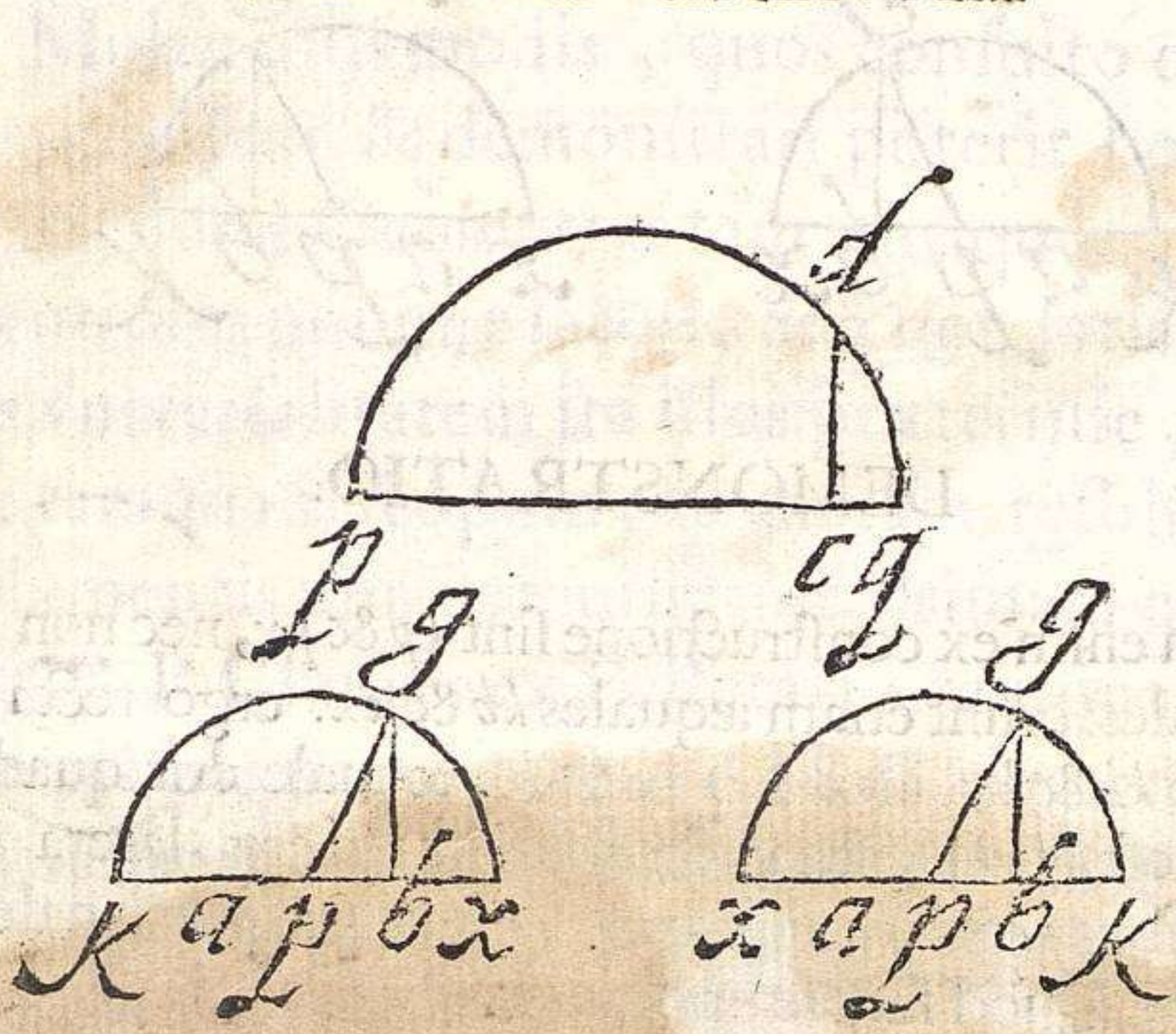
DETERMINATIO.

Oportet autem rectam *cd*, media ſcilicet inter reciprocas datas *pc* & *cq*, non maiorem eſſe, quam *mb* , ſemiſumma videlicet partium reciprocarum quæſitarum *ax* & *xb*; aliter enim ſemicirculus *afb* rectam non caperet *fx* ipſi *cd* æqualem, vnde impoſsibile erit problema illud, quod talibus

2010 Ministerio de Cultura

libus partibus conſtrui debeat, vt ex ipſa conſtructione ſatis apparet. Prætereat quoniam in conſtructione liberum eſt alteram partem *ax* iam pro parte maiore, iam pro minore conſtituere, poterit propterea problema talibus partibus conſtruendum non raro duas accipere ſolutiones. Quod ſemel monuiſſe ſufficiat.

DATA DIFFERENTIA.



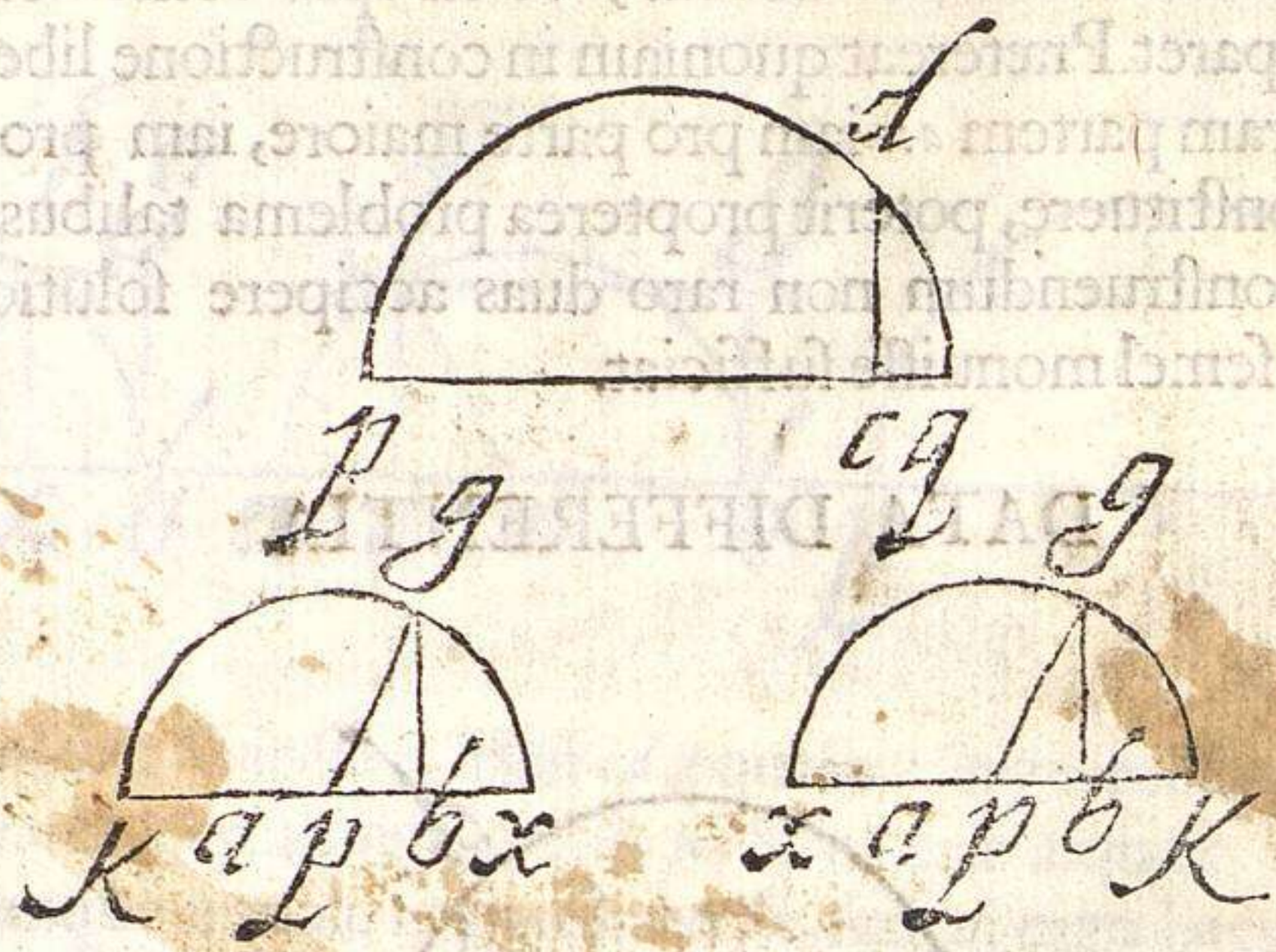
Oporteat ſecundo duas rectas invenire *ax* & *bx*, quorum differentia ſit data *ab*, reciprocas datis *pc* & *cq*, vel ipſi *cd*, quæ media eſt inter illas.

CONSTRVCTIO.

Ex vtrovis termino *b* rectæ datæ *ab* perpendicularis erigatur *bg* ipſi *cd* æqualis, biſectaque *ab* in *p* ducatur *pg*, cuius intervallo ſemicirculus deſcribatur *k g x*. Dico *ax*, & *bx*, quarum differentia eſt data *ab*, reciprocas eſſe datis *pc* & *cq*, ſeu ipſi *cd*.

DE-

2010 Ministerio de Cultura



DEMONSTRATIO.

Cum enim ex conſtructione ſint *kp* & *px*, nec non *cp* & *pb* æquales: erunt etiam æquales *kb* & *ax*: ergo rectangulum ſub *kb* & *bx*, ideſt ſub *ax* & *bx* æquale erit quadrato *bg*, hoc eſt *cd* vel rectangulo ſub *pc* & *cq*: ergo latera *ax* & *bx* lateribus *pc* & *cq* erunt reciproca, & proportionales *pc*. *ax*. *bx*. *cq*. Quod facere oportebat.

DETERMINATIO.

Poſſumus in conſtructione alteram partem *ax* iam pro parte maiore, iam pro minore accipere, vnde aliquando problema talibus partibus conſtruendum duas poterit ſolutiones admittere.

ALIA DEMONSTRATIO.

6.2.el. Quoniam *ab* diviſa eſt bifariam in *p*, & ei adijcitur *bx*, ſeu *xa*, erit rectangulum ſub *ax* & *bx* cum quadrato *pb* 47.1.el. æquale quadrato *px*, ideſt *pg*, ſeu quadratis *pb* & *bg*: ergo demp-

2010 Ministerio de Cultura

dem pto communi quadrato *pb*, erit rectangulum sub *ax* & *bx* æquale quadrato *bg*, ideſt *cd*, vel rectangulo sub *pc* & *cq*, atque latera *ax* & *bx* lateribus *pc* & *cq* erunt reciproca, & proportionales *pc. ax. bx. cq.* Quod erat faciendum.

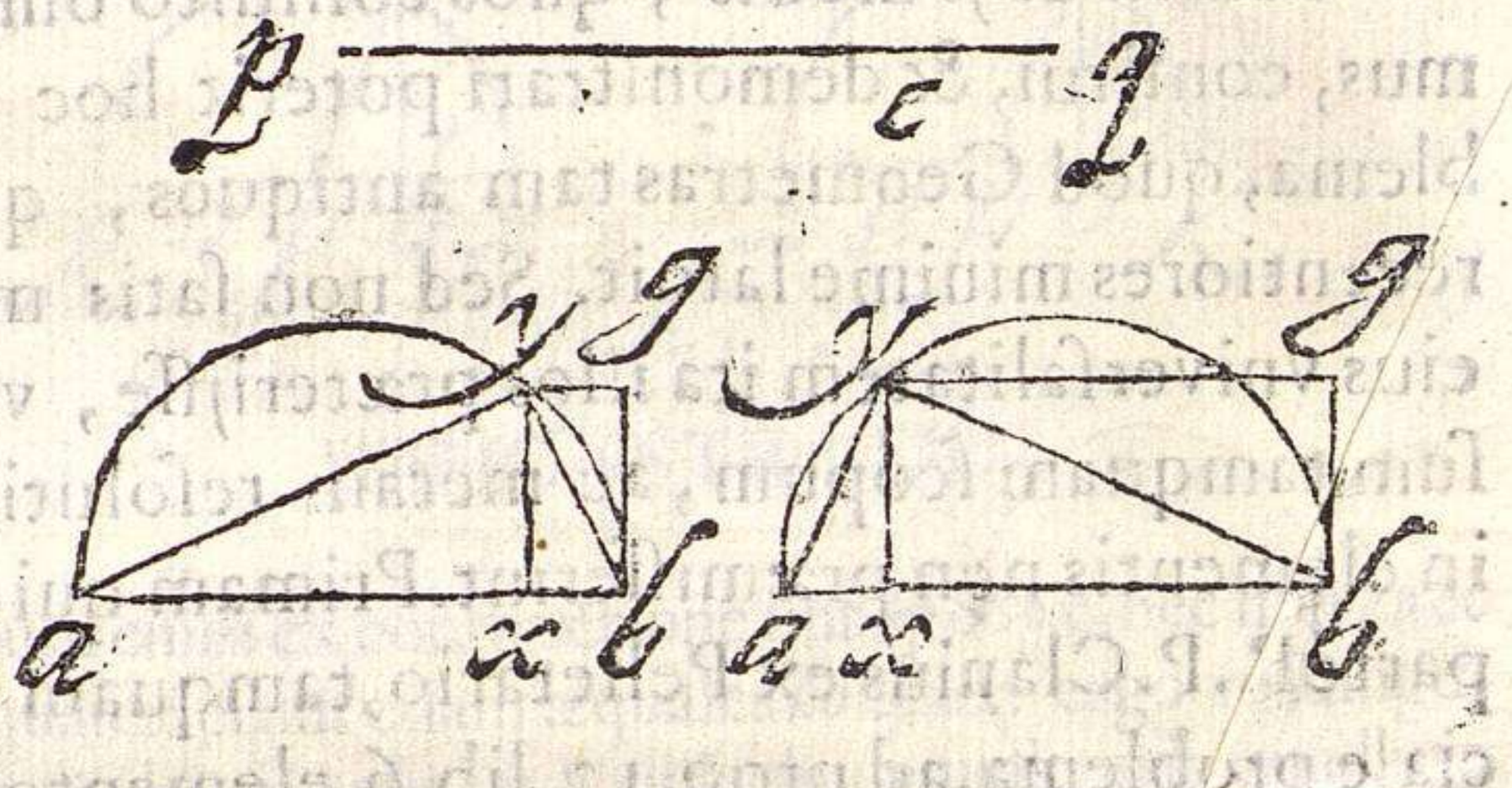
SCHOLION.

Multis alijs modis, quos conſulto omittimus, conſtrui, & demonſtrari poterit hoc problema, quod Geometras tam antiquos, quam recentiores minime latuit. Sed non ſatis miror eius vniverſalitatem ita illos præterijſſe, vt ipſum tamquam ſcopum, ac metam reſolutionis in elementis non præmiſſerint. Primam quidem partẽ R.P. Clauius ex Pelletario, tamquam ſpeciale problema, ad prop. 13. lib. 6. elementorum attulit. Secundam ſanè eadem facilitate afferre potuiſſet, ſi vtrarumque ſimul vtilitas ipſi obvia fuiſſet.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO II.

DUO QVADRATA, QUORUM SVMma, aut differentia nota sit, duobus quadratis datis reciproca invenire.



DATA SVMMA.

Sint primo invenienda duo quadrata *ay. by*, quorum summa sit quadratum datum *ab*, datis quadratis *pc*, & *cq* reciproca.

CONSTRVCTIO.

Ad datas *ab.pc.cq* quarta inveniatur *bg*, & ipsi reciproca inveniantur (per præcedentem) segmenta *ax. xb*, & connectantur *ay. by*. Dico quadrata *ay*, *by*, quorum summa est quadratum *ab* reciproca esse quadratis *pc*, & *cq*.

DEMONSTRATIO.

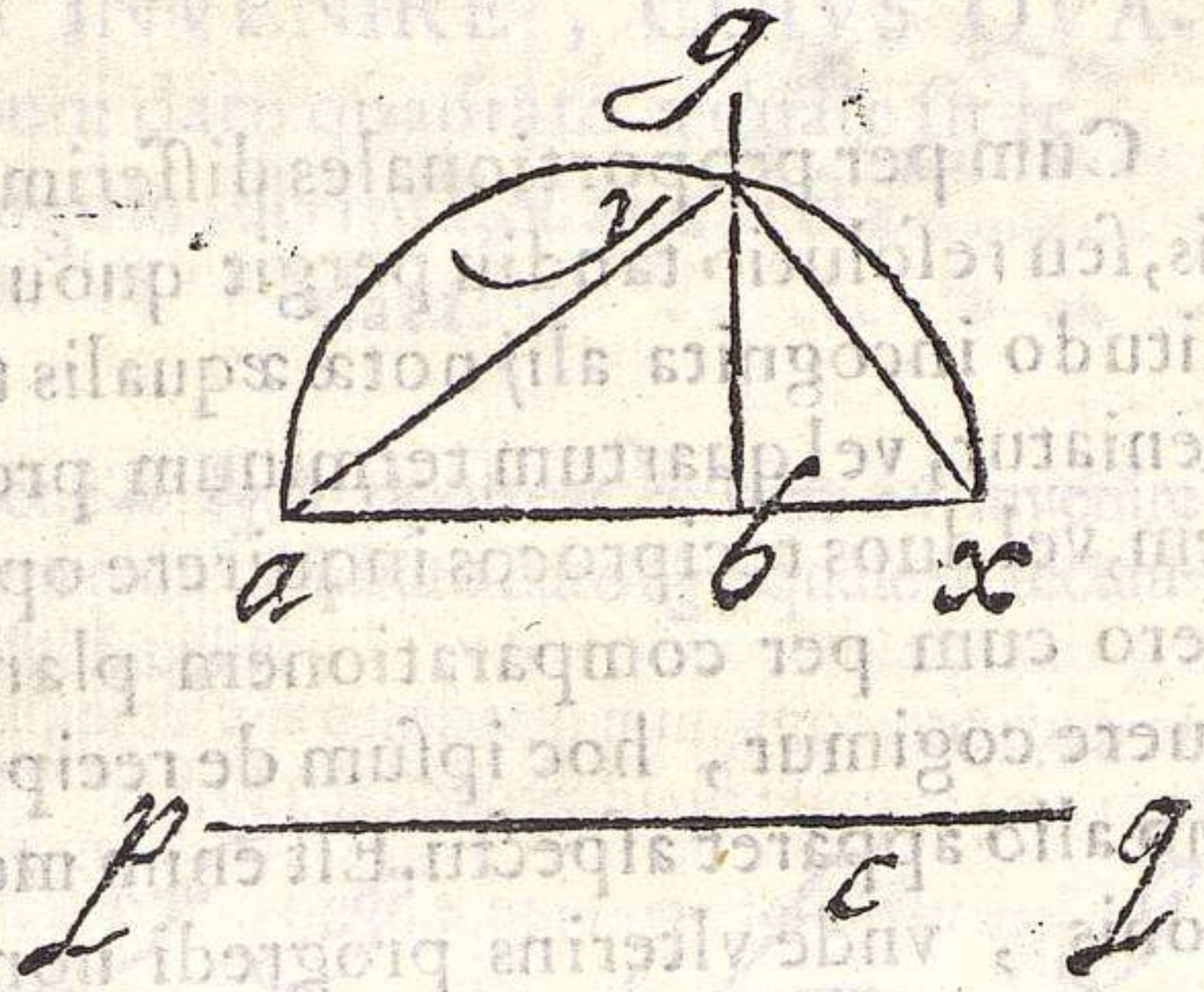
Cum enim ex const. *ab* ad *pc* sit vt *cq* ad *bg*, hoc est ad *xy*, Et, ob similitudinem triangulorum *aby xby*, *ab* ad *ay* sit

2010 Ministerio de Cultura

sit vt *by* ad *xy*: erit ex æquo *pc* ad *ay* vt *by* ad *cq*. Ergo etiam eorum quadrata erunt proportionalia, quod erat faciendum.

DATA DIFFERENTIA.

Sint secundo inveniẽda duo quadrata *ay* & *by*, quorum differẽtia sit quadratum datũ *ab* datis quadratis *pc* & *cq* reciproca.



CONSTRVCTIO.

Ad datas *ab*. *pc*. *cq* quarta inveniatur *bg*, cui (per præcedentem) reciproca inveniantur segmenta *ax*. *bx*, quorum differentia sit *ab*, describatur semicirculus *a y x* secans *bg*. in *y* & ducantur *ay*. *xy*. Dico quadrata *ay* & *by*, quorum differentia est quadratum datum *ab* reciproca esse quadratis datis *pc* & *cq*.

DEMONSTRATIO.

Cum enim ex constructione sit *ax* ad *bg* vt *bg* ad *bx*, & per 8.6.el. sit *ax*. ad *xy*, vt *xy* ad *bx*; æquales erunt *bg* & *xy*. Est autem ex constr. *ab* ad *pc*, vt *cq* ad *bg*, hoc est ad *xy*, & ob similitudinem triangulorum *aby*. *bxy* est *ab* ad *ay*, vt *by* ad *xy*: ergo ex æquo erit *pc* ad *ay*, vt *by* ad *cq*, & eorum

2010 Ministerio de Cultura

quadrata erunt proportionalia. Quod facere oportebat.

DE ÆQVATIONIBVS QUADRATIS.

Cum per proportionales differimus, analysis, seu resolutio tandiu pergit quousque magnitudo incognita alij notæ æqualis tandem inveniatur, vel quartum terminum proportionalem, vel duos reciprocos inquirere oporteat. At vero cum per comparationem planorum arguere cogimur, hoc ipsum de reciprocis sæpe sub alio apparet aspectu. Est enim meta resolutionis, vnde vlterins progredi non expedit, quædam æquatio, quæ quamvis in proportionales resoluta, partes reciprocas redderet inveniendas; nihilominus in se ipsa manens, finis resolutionis haberi debet proprijssimus.

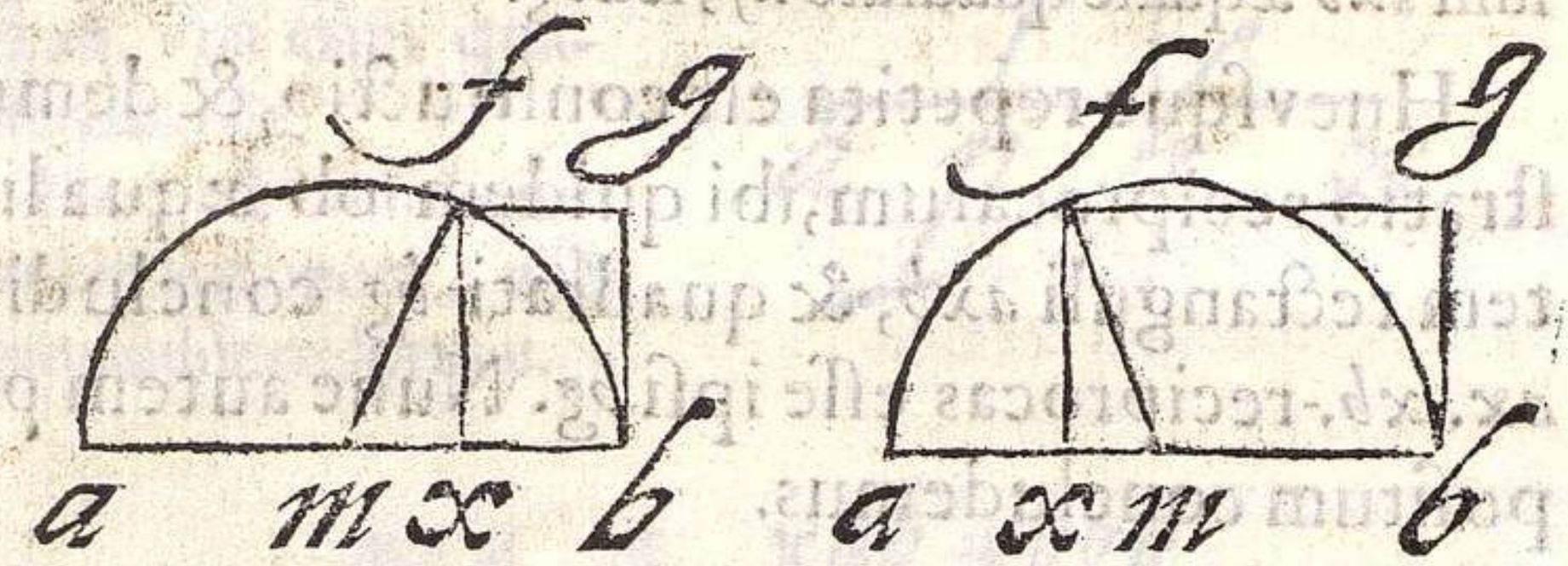
Hæc igitur vltima æquatio tripliciter accidit, & quamvis per modum corollarij primæ Propositionis explicari poterat; vberioris doctrinæ gratia tribus sequentibus propositionibus eam explanare conabimur.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO III.

RECTAM INVENIRE, CUIVS QVADRATUM CUM DATO QUADRATO ÆQUALE SIT RECTANGULO SUB IPSA, & ALIA RECTA DATA.

Sint datæ rectæ *ab. bg* & oporteat rectam *ax* invenire cuius quadratum cum quadrato dato *bg* æquale sit rectangulo sub ipsa, & data *ab*.



Hoc est resoluere hanc æquationem, vel aliam eiusdem formæ.

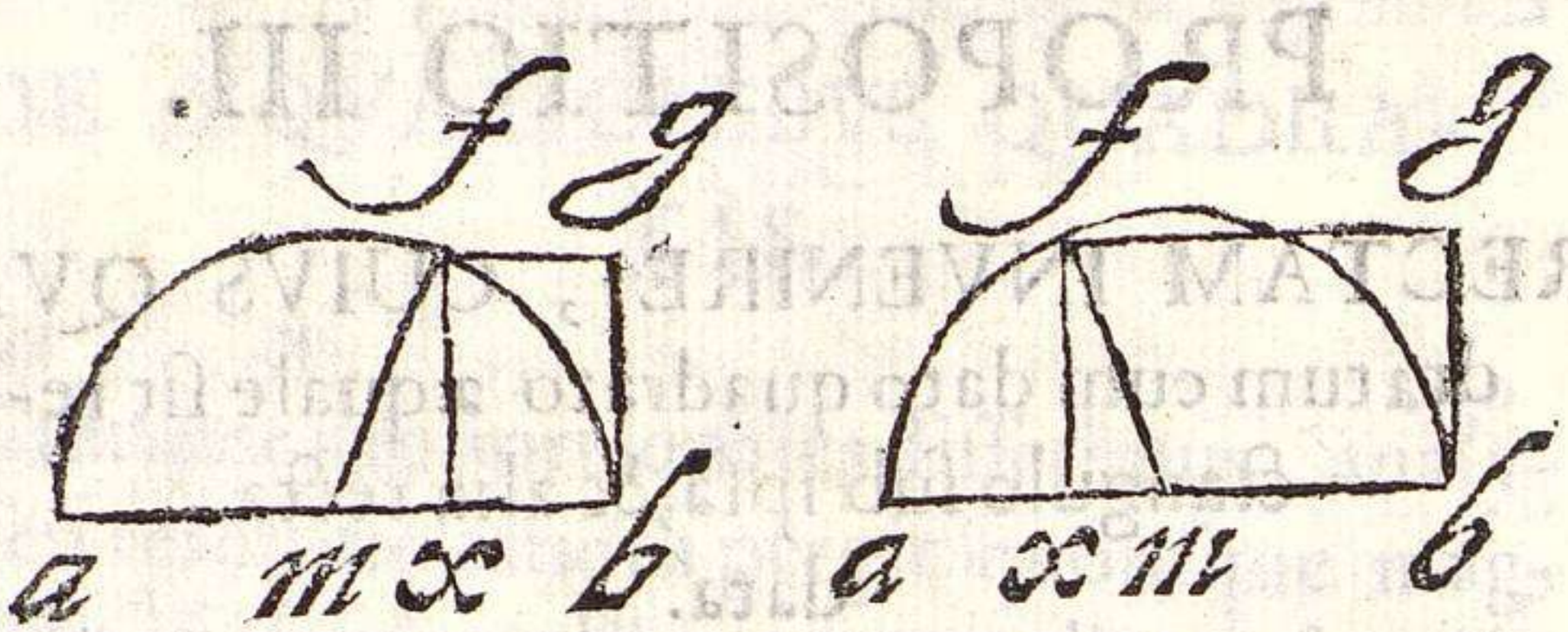
$$axa + bgb - \Lambda - bax.$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Constituãtur *ab. bg* ad rectos angulos, bisectaque *ab* in *m*, centro *m* intervallo *am* semicirculus describatur, & ipsi *ab* parallela ducatur *gf*, demittaturque perpendicularis *fx*, quæ æqualis erit ipsi *gb*. Dico tam *ax*, quam *xb*, rectam esse, de qua quæritur.

Quo-

2010 Ministerio de Cultura



Quoniam enim *ab* diviſa eſt æqualiter iu *m*, & inæqualiter in *x*: erit rectangulum à *xb* cum quadrato *mx* ſeu *xm* æquale quadrato *am*, ſeu *mf*, ideſt quadratis *mx*, & *xf*, vnde dempto communi quadrato *mx* remanebit rectangulum *axb* æquale quadrato *xf*, ſeu *bg*.

Hucvſque repetita eſt conſtructio, & demonſtratio reciprocarum, ibi quidem ob æqualitatem rectanguli *axb*, & quadrati *bg* concluditur *ax. xb.* reciprocas eſſe ipſi *bg*. Nunc autem propoſitum concludemus.

Quoniam igitur rectangulum *axb* æquale eſt quadrato *bg*, addito communi quadrato *ax*, erit quadratum *ax* cum quadrato *bg* æquale rectangulo *axb* cum quadrato *ax*, hoc eſt rectangulo *bax*. Igitur rectam invenimus *ax*, &c.

prop. 3. 2. elem.

Eodem modo oſtenditur rectam *xb* problema efficere, quia cum quadratum *bg* æquale ſit rectangulo *axb*, addito communi quadrato *xb*; erit quadratum *xb* cum quadrato *bg*. æquale rectangulo *axb* cum quadrato *xb*, ideſt rectangulo *abx*. Igitur rectam *xb*, &c. Quod erat faciendum.

PRO-

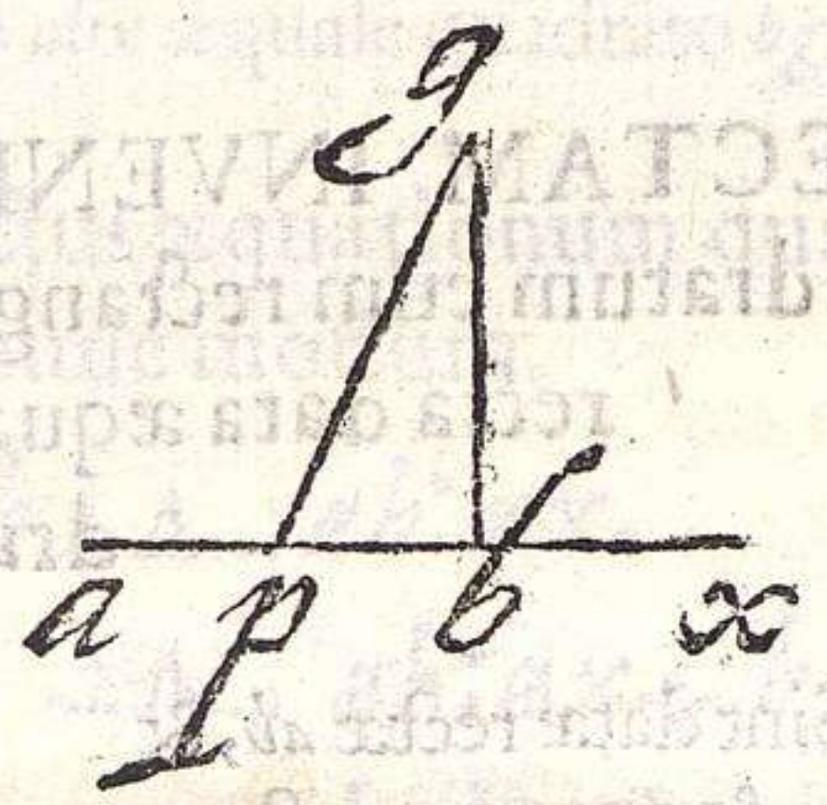
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO IV.

RECTAM INVENIRE, CVIVS QVADRATUM æquale sit rectangulo sub ipsa, & alia recta data, vna cum quadrato dato.

Sint datæ rectæ *ab*, & *bg* oporteatque invenire rectam *ax*, cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipsa *ax* & data *ab*. vna cum quadrato dato *bg*.

Hoc est resolvere hanc æquationem, vel aliam eiusdem formæ.



$$axa _\Delta_ xab + bgb$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Inclinentur *ab*. *bg* ad rectos angulos, bisectaque *ab* in *p* ducatur *pg*, cui æqualis ponatur *px*. Dico *ax* esse rectam, de qua quæritur.

Quoniam enim *ab* bisecta est in *p*, & ei adijcitur *bx*: erit rectangulum *axb* cum quadrato *pb* æquale quadrato *px*, seu *pg*, idest quadratis *pb*, & *bg*, & dempto communi quadrato *pb*: erit rectangulum *axb* æquale quadrato *bg*. 6.2. el. 47.1. el.

Ecce eadem constructio, & demonstratio reciproca-

2010 Ministerio de Cultura

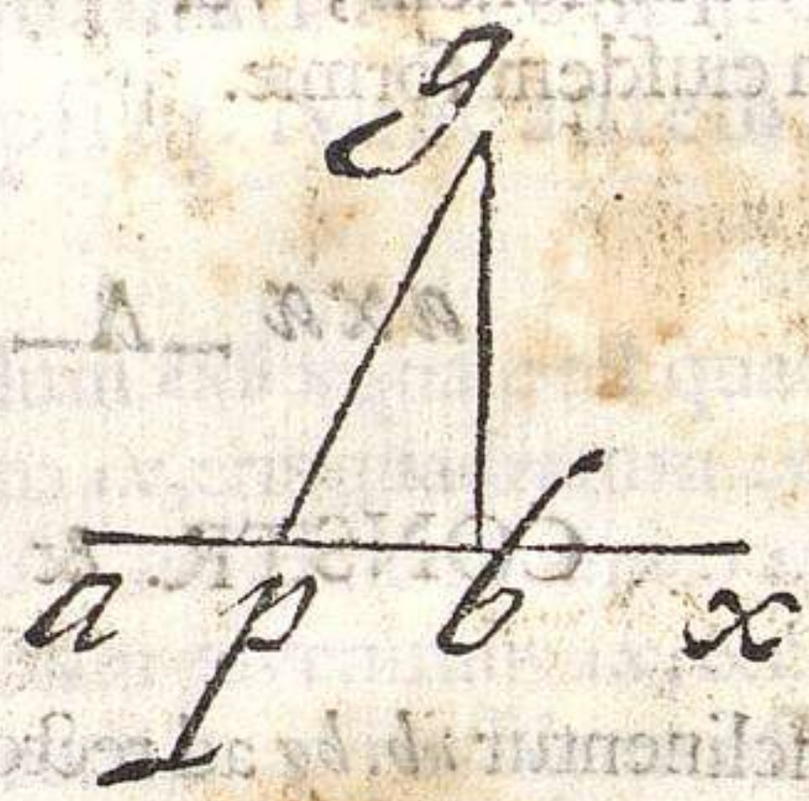
ciprocarum, ibi enim concluditur (propter æqualitatem) *ax*, & *xb* reciprocas esse ipsi *bg*: propositum autem ita concludetur.

Quoniam rectangulum *axb* æquale est quadrato *bg*, addito communi rectangulo *xab*: erunt rectangula *axb*, & *xab*, idest quadratum *ax* æquale rectangulo *xab*, & quadrato *bg*. Quod facere oportebat. 2.2.el.

PROPOSITIO V.

RECTAM INVENIRE, CVIVS QVADRATUM CUM RECTANGULO SUB IPSA, & ALIA RECTA DATA ÆQUALE SIT DATO QUADRATO.

Sint datæ rectæ *ab*, & *bg*, & oporteat rectam invenire *bx*, cuius quadratum cum rectangulo *abx* æquale sit quadrato *bg*.



Hoc est resolvere hanc æquationem, vel aliam similem.

$$bxb + abx \text{ -Æ- } bgb.$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Inclinentur *ab bg* ad rectos angulos, & divisa *ab* bifariam

2010 Ministerio de Cultura

riam in *p*, ducatur *pg*, cui æqualis fiat *px*. Dico *bx* rectam esse, de qua quæritur.

Quoniam igitur bisecta est *ab* in *p*, & adijcitur *bx*: erit rectangulum *axb* cum quadrato *pb* æquale quadrato *px*, 6.2.el.
idest *pg*, vel quadratis *pb*, & *bg*. Vnde dempto communi 47.1.el.
quadrato *pb* erit rectangulum *axb* æquale quadrato *bg*.

Huc vsque, eadem est constructio, & demonstratio reciprocarum, immo prop. antecedentis.

Quoniam rectangulum *axb* æquale est quadrato *bg*; & etiam æquale rectangulo *abx*, cum quadrato *bx*: erit quadratum *bx* cum rectangulo *abx* æquale quadrato *bg*, quod 3.2.el.
erat ostendendum.

Sunt igitur conspectus æquationum quæ vocantur quadratæ, in hunc modum.

$$axa + bgb _\Lambda_ ab:ax.$$

$$axa _\Lambda_ ab:ax + bgb.$$

$$bxb + ab:bx _\Lambda_ bgb.$$

In prima æquatione vtraque pars *ax*, vel *xb* satisfacit, in secunda, pars maior *ax*, in tertia pars minor *bx*.

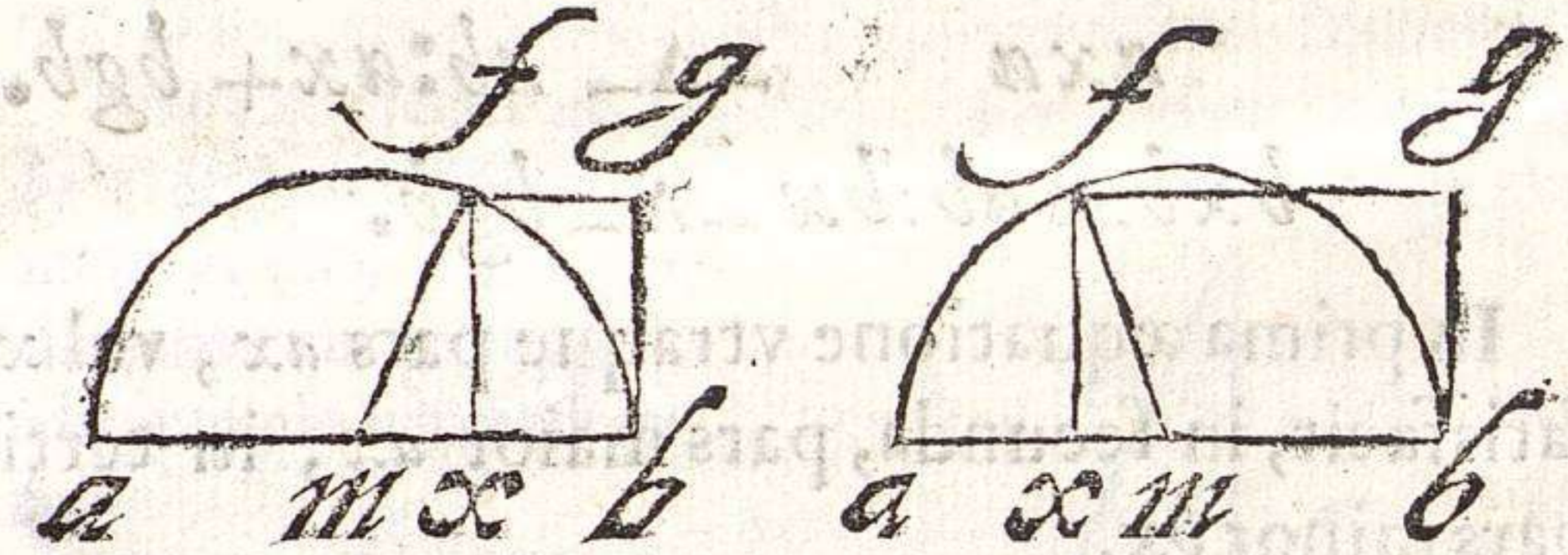
Algebræ quidem cultores numquam de reciprocis cogitarunt; sed in aliquā harum æquationum, quæ easdem reciprocas exhibent, semper inciderunt. Cum igitur ipsæ reciprocæ æquè veræ rectæ lineæ sint, neque vna earum dignosci possit, quin altera simul innotescat, non ideo radices falsæ iure vocari videntur siquidem nihil falsi sortiantur.

2010 Ministerio de Cultura

RESOLVTIO IN NVMERIS PARTIVM reciprocarum, & æquationum, quæ vocantur quadratæ.

Quando problema in numeris resolvendum proponitur, hoc est cum quantitates magnitudinum in numeris exprimuntur, facile ex prædictis regulam sibi quisque eruere poterit; rem nihilominus exemplis placet explicare.

DATA SVMMA.



Quæruntur duo numeri (*ax*, & *xb*) quorum aggregatum fit 10. (*ab*) reciproci duobus numeris datis 6 & $3\frac{1}{2}$ (*pc*, & *cq*).

VEL PROP. 3.

Quæritur numerus (*ax* vel *xb*) cuius quadratum cum quadrato dato 21 (*bg*, seu *fx*) æquale sit rectangulo sub ipso numero (*ax* vel *xb*) & dato numero 10 (*ab*.) Dimidium aggregati (*ab*) 10 est 5. (pro *mf* seu *mb*) à cuius quadra-

2010 Ministerio de Cultura

drato 25 ſi auferatur 21. (productum à 6 & $3\frac{1}{2}$, quod quadratum *fx* ſeu *bg* repreſentat) remanebit 4. cuius √. (ideſt radix quadrata) eſt 2. (pro *mx*) qui numerus 2 ſi dimidio aggregati 5 (*am*) addatur, & ab ipſo (*mb*) auferatur, provenient numeri quæſiti 7 & 3. (pro *ax*, & *xb*) erunt enim proportionales 6.7.3.$3\frac{1}{2}$, eritque tam 7 quam 3 numerus qui æquationem prædictam efficit, quia 49 quadratum ipſius 7 cum 21 facit 70. productum videlicet ſub ipſo 7, & dato 10. Et eodem modo 9 quadratum ipſius 3 cum 21 facit 30 nempe rectangulum ſub ipſo 3, & dato 10.

ALIVD EXEMPLVM.

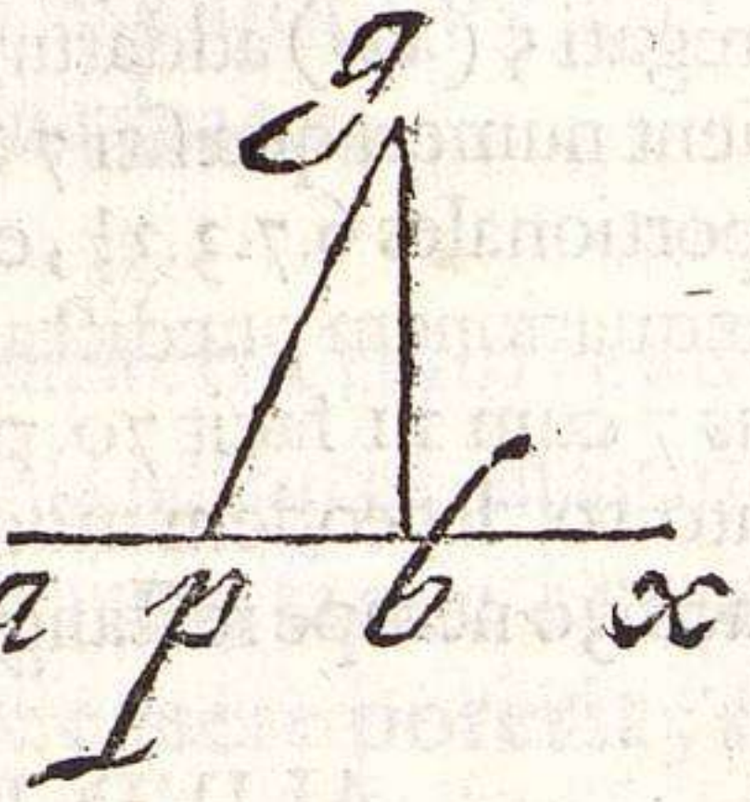
Quæruntur duo numeri, quorum ſumma fit 8 reciproci datis numeris 7, & 2. Vel. Quæritur numerus, cuius quadratum cum quadrato dato 14. æquale ſit producto ſub ipſo, & dato numero 8.

Dimidium aggregati 8 eſt 4 à cuius quadrato 16. auferatur 14 (productum à 7, & 2. vel quadratum datum 14) & remanebit 2, cuius radix eſt √2. quæ ſi addatur ipſi 4, & ab eo auferatur, provenient numeri quæſiti 4+ √2, & 4-- √2. qui reciproci ſunt datis numeris 7, & 2. quia proportionales ſunt 7, 4+ √2, 4-- √2, 2. Et tam 4+ √2. quam 4-- √2. æquationi propoſitæ ſatisfacit, quadratum enim 18 + 8 √2. ipſius 4+ √2. cum quadrato 14. facit 32+ 8 √2, quod aggregatum æquale eſt producto ſub ipſo 4+ √2. & dato 8. Et eodem modo quadratum 18---8 √2, ipſius 4--- √2 cum quadrato 14 facit 32---8 √2, nempe rectangulum, vel productum ſub ipſo 4--- √2, & dato 8.

2010 Ministerio de Cultura

DATA DIFFERENTIA.

Quæruntur duo numeri (*ax* & *bx*) quorum differentia (*ab*) sit 12 reciproci datis numeris (*pc*, & *cq*) 7 & 4.



VEL PROP. 4.

Quæritur numerus (*ax*) cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipso (*ax*) & dato numero 12 (*ab*) vna cum quadrato dato 28 (*bg*)

VEL PROP. 5.

Quæritur numerus (*bx*) cuius quadratum cum rectangulo sub ipso (*bx*) & dato numero 12 (*ab*) æquale sit quadrato dato 28. (*bg*)

Dimidium differentiæ (*ab*) 12 est 6. cuius quadrato 36 (*pb*) addatur 28 (productum sub *pc*. *cq* 7 & 4. vel quadratū datum 28 & exurgent 64, cuius √ est 8. (pro *pg* seu *px*) si igitur prædictum dimidium (*ap* seu *pb*) 6. addatur ipsi 8. vel ab eo auferatur, provenient numeri quæsiti (*ax* & *bx*) 14, & 2. qui omnia complent. Sunt enim 14, & 2 reciproci datis numeris 7, & 4. quia proportionales sunt 7. 14. 2. 4. Et numerus maior 14. æquationem efficit prop. 4. quia quadratum 196. ipsius 14. æquale est rectangulo sub ipso 14 & dato 12 nempe 168 vna cum quadrato dato 28. Et numerus minor 2. æquationem efficit prop. 5. quia 4. quadratum ipsius 2. cum 24. rectangulo sub ipso 2. & dato 12 facit 28, nempe quadratum datum 28.

ALIVD EXEMPLVM.

Quæruntur duo numeri quorum differentia sit 14. recipro-

2010 Ministerio de Cultura

ciproci datis numeris 18 & 2.

Vel quæritur numerus cuius quadratum æquale sit rectangulo sub ipso, & dato numero 14 vna cum dato quadrato 36.

Vel quæritur numerus cuius quadratum cum rectangulo sub ipso,& dato numero 14 æquale sit quadrato dato 36.

Dimidium differentiæ 14 est 7. cuius quadrato 49 si addatur 36(productum sub 18, & 2, vel quadratum datum 36) componetur 85, cuius radix quadrata est √ 85, & addito,& abblato dimidio differentiæ nempe 7. erunt √ 85 + 7, & √ 85---7. numeri quæsiti,differunt enim 14, &reciproci sunt datis 18,& 2 quia sunt proportionales 18. √ 85 + 7. √ 85---7. 2. Atque 134+ 14 √ 85. quadratum maioris √ 85 + 7 æquale est rectangulo sub ipso √ 85 + 7, & dato 14. nempe 98+ 14 √ 85, vna cum quadrato dato 36. Et tandem 134---14 √ 85. quadratum minoris √ 85---7, cum 14 √ 85---98 producto sub ipso √ 85---7, & dato 14. facit 36. qui æqualis est quadrato dato 36.

DE QVADRATIS RECIPROCIS, VEL de æquatione quadrato-quadrata.

In numeris eodem modo resolvitur prop. 2. ac prima resoluta est, hoc solum addito,nempe quod ex inventis numeris extrahantur radices. Nam si duos numeros oporteat exhibere, quorum quadrata æqualia sint dato quadrato 10, & datis quadratis 6 & $3\frac{1}{2}$ reciproca; quærendi erunt duo numeri, quorum summa sit 10 datis 6 & $3\frac{1}{2}$ reciproci, & per præcedentem operatio-

2010 Ministerio de Cultura

tionem obtinebimus 7 & 3 , quorum radices sunt V. 7 , & V. 3 pro quæsitis numeris,&c.

Hic obiter notandum est magnitudines, quas Arithmetici,& etiam Geometræ,qui ex calculo Algebrico demonstrationes Geometricas concinnãt,quadrato-quadratum,quadrato-cubum,&c. vocant,per proportionem simplicem, aut compositam explicari debere. Nam altiorem magnitudinem sub tribus dimensionibus, nempe sub longitudine,latitudine , & profunditate natura concludit,neque alias noscit.

DE ARGVMENTATIONE.

Quæcumque sit connexio inter data,& quæsita ad proportionalitatem, vel ad æqualitatem naturaliter revocatur , vnde in resolutionibus per proportionales, vel per æqualitatem,argumentari oportet, eodem scilicet modo, quo ipsa resolutio,commodius, & proprius secundum præscriptas conditiones, instituenda videatur. In vtroque modo signis +, & ---, hoc est plus, & minus vti licet,nam vbi Geometria his vocibus vtitur, his characteribus claritatis, & brevitatis gratia vtendum videtur.

Cum autem per proportionales differendo, omnes modos, qui ex lib. 5. elem. erui possunt, vsurpare debeamus,non inconsultum erit, omnes

2010 Ministerio de Cultura

nes argumentationes, quæ ibi habentur, & aliquas, quas illis adiungimus recenſere, & ſimul omnes aliquo vniverſali conceptu demonſtrare, in gratiam eorum, quibus demonſtrationes elementorum circa hanc rem moleſtæ fiunt.

Nomina quibuſcumque magnitudinibus imponere liberum eſt, & ab omnibus vſitatum. Quis enim magnitudinem quamlibet conceptam vocari *a*, vel *b*, prohibebit? Quis denominatorem cuiuſcumque rationis *m*, vel *p* interdicet nominari? Ita ſimiliter cum dicimus ſit *a* quæcumque magnitudo; cur non concipere licebit numerum, lineam, planum, vel ſolidum? Et cum dicimus ſit *a* quævis magnitudo, & ſit *ap*, alia magnitudo compoſita quidem ex ipſa *a* iuxta quamlibet multiplicationem *p*, cur non concipiendæ erunt magnitudines *ap* & *a* eiuſdem generis, quarum habitudo ſit ipſa *p*? Illa ſcilicet multiplicatio ſecundum quam ipſa *ap* continet ipſam *a*, vel ab ea continetur. His poſitis ſit pro huius rei fundamento ſequens propoſitio.

BIBLIOTECA
DEL
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

PROP.

2010 Ministerio de Cultura

PROP. FVNDAMENTALIS.

PROPOSITIS QUIBUSCVMQVE QUATUOR magnitudinibus proportionalibus factum ſub extremis æquale eſt facto ſub medijs: & contra.

Sint *a*, & *b* duæ quælibet magnitudines, & ſint *ap*, & *bp* aliæ duæ compoſitæ quidem ex ipſis *a*, & *b* iuxta quãcumque multiplicationem *p*: ergo erit eadem ratio inter *ap*, & *a*, quam inter *bp*, & *b*, quandoquidem ipſa *ap* continet ipſam *a*, vel ab ea continetur, eodem modo, ac ipſa *bp* ipſam *b* continet, vel ab ea continetur; nimirum per multiplicationem eamdem: ergo *ap*. *a*. *bp*. *b*. ſunt quatuor magnitudines verè, & realiter proportionales: ergo *apb* factum ſub extremis æquale patet *apb* facto ſub medijs; ergo concipiantur vel numeri, vel lineæ, vel plana, vel ſolida, generaliter demonſtratum eſt factum ſub extremis æquale eſſe facto ſub medijs.

ALITER.

Sit ratio, quæ inter duas magnitudines quaſcumque eiuſdem generis *a*, & *b* exiſtit $\frac{a}{b}$, hoc eſt *a* dividenda (ſeu potius deprimenda) per *b*, & ſit $\frac{c}{d}$ ratio inter *c* & *d*, & ſic omnes rationes more arithmetico exprimantur. Hoc poſito.

Sint primo quatuor quæcumque magnitudines proportionales *a*. *b*. *c*. *d*. Dico *ad* factum ſub extremis æquale eſſe *bc* facto ſub medijs. Cum enim ex hypotheſi ſint proportionales *a*. *b*. *c*. *d*; erit ratio $\frac{a}{b}$ æqualis rationi $\frac{c}{d}$ ergo ſi æqualiter eleventur per *b* erit *a* æqualis $\frac{bc}{d}$, & ſi iterum

2010 Ministerio de Cultura

iterum eleventur per *d* erit *a d* æquale *bc*; ergo *ad* factum ſub extremis æquale erit *bc* facto ſub medijs.

Sint ſecundo *a. b. c. d.* quatuor magnitudines, ita vt factum *ad* ſub extremis æquale ſit facto *bc* ſub medijs. Dico propoſitas magnitudines proportionales eſſe. Cum enim ex hypotheſi ſit *ad* æquale *bc*; ſi æqualiter deprimantur per *d* erit *a* æqualis $\frac{bc}{d}$, & ſi iterum deprimantur per *b* erit $\frac{a}{b}$ æqualis $\frac{c}{d}$, hoc eſt ratio $\frac{a}{b}$ æqualis rationi $\frac{c}{d}$: ergo *a. b. c. d.* ſunt proportionales, quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

Hinc facilè colligitur, ſi propoſitis quatuor terminis *a. b. c. d.* factum ſub extremis *ad* maius fuerit facto ſub medijs *bc* : rationem *a* ad *b* maiorem eſſe ratione *c* ad *d*. Nam cum *ad* ſupponatur maius, quam *bc*, ſi æqualiter deprimantur per *d*, erit *a* maior quam $\frac{bc}{d}$ & ſi iterum deprimantur per *b* erit $\frac{a}{b}$ maior quam $\frac{c}{d}$ hoc eſt ratio *a* ad *b* maior ratione *c* ad *d*. Et contra ſi ratio $\frac{a}{b}$ maior fuerit ratione $\frac{c}{d}$, elevando per *b*, erit *a* maior quam $\frac{bc}{d}$, & iterũ elevando per *d* erit *ad* factum ſub extremis maius *bc* facto ſub medijs, &c.

Eodem modo oſtenditur ſi propoſitis quatuor terminis factum ſub extremis minus fuerit facto ſub medijs, rationem primi ad ſecundum minorem eſſe ratione tertij ad quartum, & contra, &c.

Per hanc vnicam propoſitionem omnes modi argumentandi, â ſe invicem independenter, demonſtrantur.

2010 Ministerio de Cultura

FORMULÆ ARGVMENTANDI PER PROPORTIONALES.

ALTERNANDO.

def. 12. 5.

Alternando arguitur, cum, propoſitis quatuor terminis proportionalibus, comparatur antecedens ad antecedentem.

Sint prop. *ap. a. bp. b.*

Ergo altern. ſunt prop. *ap. bp. a. b.*

Qnia ſub extremis, & medijs *apb.*

Si antecedentes fuerint diverſi generis, alternatio locum non habet. Noluerunt enim Geometræ inter magnitudines heterogeneas conſiderare rationem. Ego vero alternationem non horrerem, tum quia ratio inter homogeneas poterit conſervari, tum etiam quia inter lineam, & planum (exempli gratia) rationem conſtituere licet: illam ſcilicet latitudinem, quæ provenit ex applicatione plani ad lineam. Vnde ſi duo plana ad duas lineas applicata, vtrumque vtrique, latitudines produxerint æquales: abſurdum non exiſtimo dicere, quod ita ſe habeat (ſecundum quantitatem, ideſt latitudinem) alterum planum, ad ſuam rectam (deprimentem) vt reliquum planum ad rectam ſuam. Maximè cum verum ſit, eſſe vt planum ad planum ita recta ad rectam, nam aliter latitudines non efficerent æquales.

NOTA.

Hunc modum argumentandi per alternationem, ſive per

2010 Ministerio de Cultura

per mutationem non memini apud Authores obſervatum vidiſſe, niſi quando propoſitis quatuor terminis proportionalibus, ſecundus, & tertius eorum loca permutant. Sed pari ratione primus, & quartus loca permutare poſſunt. Nam ſi fuerint proportionales *a.b.c.d.* erit *ad* —∧— *bc*, & permutando etiam erunt proportionales *d.b.c.a.* quia eodem modo *ad* —∧— *bc*.

Sint prop. *a. b. c. d.*
Ergo alter S.P. *d. b. c. a.*
Quia ſemper *ad* —∧— *bc*

Pari iure ſi fuerit factum *ab*, ideſt ſub *a* & *b* ad factum *cd*, ideſt ſub *c* & *d*, vt *f* ad *g*: erit factum ſub extremis *abg* facto ſub medijs *cdf* æquale. Et ſecundus & tertius inter ſe, & primus, & quartus inter ſe dimenſiones poterunt permutare, poterimus inquã dicere ergo permutando, *a* ad *c* erit, vt factum *df* ſub *d* & *f* ad factum *bg* ſub *b* & *g*: Quia factum ſub extremis *abg* facto ſub medijs *cdf* eſt æquale, vti erat ante permutationem. Et ſic de reliquis dimenſionibus.

Sint prop. *ab. cd. f. g.*
Et erit. *abg* —∧— *cdf.*
Ergo alt.S.P. *a. c. df. bg.*
quia etiam erit. *abg* —∧— *cdf.*

Hunc modum permutandi dimenſiones terminorum proportionalium lectoribus commendamus, quia ipſe in noſtra methodo non parvam præbet facilitatem.

INVERTENDO.

Arguitur, cum conſequens ad antecedentem comparatur. def.13.

Sint prop. *ap. a. bp. b.* 5.
Ergo inv.S.P. *a. ap. b. bp.*
quia ſub extrem.& med. *apb.*

COM-

2010 Ministerio de Cultura

COMPONENDO.

Arguitur, cum aggregatum rationis (ideſt terminorum rationis) ad conſequentem comparatur.

def. 14. 5. p. 18.

Sint prop. *ap. a. bp. b.*

Ergo comp. S. P. *ap + a. a. bp + b. b.*

Quia ſub extrem. & med. *apb + ab.*

Huic modo argumentandi duos ſequentes adiungit R. P. Clauius, omnino vtiles, & neceſſarios.

PER COMPOSITIONEM RATIONIS CONVERSAM.

Arguitur, cum aggregatum rationis antecedenti comparatur.

Sint prop. *ap. a. bp. b.*

Ergo per comp. R. conv. S. P. *ap + a. ap. bp + b. bp.*

Quia ſub extr. & med. *appb + apb.*

PER COMPOSITIONEM RATIONIS CONTRARIAM.

Arguitur, quando antecedens ad aggregatum rationis comparatur.

Sint prop. *ap. a. bp. b.*

Ergo per comp. R. contr. S. P. *ap. ap + a. bp. bp + b.*

Quia ſub extr. & med. *appb + apb.*

DI

2010 Ministerio de Cultura

DIVIDENDO.

Arguitur, cum differentia rationis (ideſt inter terminos rationis) confertur conſequenti. def.15.

pro.17.

					Lib.5.
Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*	
Ergo diuid.S.P.	*ap—a.*	*a.*	*bp—b.*	*b.*	el.
Quia ſub ext.& med.		*apb—ab.*			

Huic etiam modo duos ſequentes, duobus prioribus correſpondentes, adiungit R.P. Clavius.

PER DIVISIONEM RATIONIS CONVERSAM.

Arguitur, cum conſequens ad differentiam, rationis comparatur.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo per diviſ.R.conv.S.P.	*a.*	*ap—a.*	*b.*	*bp—b.*
Quia ſub ext.& med.		*apb—ab.*		

PER DIVISIONEM RATIONIS CONTRARIAM.

Arguitur, quando antecedens confertur differentiæ, quà ſuperatur à conſequente.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo per diviſ.R.cont.S.P.	*ap.*	*a—ap.*	*bp.*	*b—bp.*
Quia ſub ext.& med.		*apb—appb.*		

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONVERTENDO.

Arguitur, quando antecedens ad differentiam rationis
def. 16. comparatur.

5.	Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
pro. 19.	Ergo conv. S.P.	*ap.*	*ap--a.*	*bp.*	*bp--b.*
	Quia ſub extr. & med.		*appb--apb.*		

VT VNVS AD VNUM, ita aggregata.

Argumentari licet, quando, vt quilibet antecedens ad
p. 125. ſuum conſequentem, ita infertur eſſe omnes antecedentes ſimul, ad omnes conſequentes ſimul. Oportet tamen, vt ſint eiuſdem generis, vt in alternatione diximus.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo vt 1. ad 1. ita agg. & S.P.	*ap.*	*a.*	*ap+bp.*	*a+b.*
Quia ſub extr. & med.		*aap+apb.*		

VEL ETIAM SIC.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo vt agg. ita 1. ad 1.	*ap+bp.*	*a+b.*	*bp.*	*b.*
Quia ſub ext. & med.		*apb+bbp.*		

Hic modus argumentandi contrariam argumentationem non habet apud Euclidem, neque in modis argumentandi enumeratur. Cum autem vtilis ſit ad ommittendam alternationem; vt eo vti liceat ſequens modus,

qui

2010 Ministerio de Cultura

qui illi contrarius eſt, elementis adiungendus videtur.

VT VNVS AD VNVM, ita differentiæ.

Arguere licet quando, vt quilibet antecedens ad ſuum conſequentem, ita infertur eſſe differentiam duorum antecedentium, ad differentiam duorum conſequentium, & è contra.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo vt 1. ad 1. ita diff.	*ap.*	*a.*	*ap—bp.*	*a—b.*
Quia ſub ext. & med.			*aap—apb.*	

VEL ETIAM SIC.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo vt diff. ita 1. ad 1. & S.P.	*ap—bp.*	*a—b.*	*bp.*	*b.*
Quia ſub ext. & med.			*apb—bbp.*	

EX ÆQVALITATE.

Ita ex æqualitate arguere licet.

Supponantur prop.	*a.*	*b.*	*d.*	*e.*
Et etiam.	*b.*	*c.*	*e.*	*f.*
Ergo ex æqual. S.P.	*a.*	*d.*	*c.*	*f.*
Et altern.	*a.*	*c.*	*d.*	*f.*

Demonſtratio patet clariſsima, quia ratio *a* ad *d* in prima proportione eſt, vt *b* ad *e*; ſed ratio *b* ad *e* in ſecunda proportione eſt vt *c* ad *f*: ergo ratio *a* ad *d* vna, eademque eſt cum ratione *c* ad *f*.

EX

2010 Ministerio de Cultura

EX ÆQVALITATE.

Iterum ex æqualitate arguitur hoc modo.

Sint prop.	*a.*	*b.*	*e.*	*f.*
Et etiam.	*b.*	*c.*	*d.*	*e.*
Ergo ex æqual. S. P.	*a.*	*c.*	*d.*	*f.*

Demonſtratio liquet, quia in prima proportione factum *af* æquale eſt *be*; ſed in ſecunda, *be* eſt æquale *cd*; ergo *af* erit æquale *cd*; ergo *a. c. d. f.* erunt proportionales, cum eadem æqualia facta reſtituant.

Hos duos modos arguendi ex æqualitate paulo aliter tradit Euclides. Sint, *inquit*, tres magnitudines *a. b. c*, &
prop. 22 & 23. 5. el. aliæ tres *d. e. f.* vel æqualiter plures, ſintque proportionales *a. b. d. e*, & etiam ſint proportionales *b. c. e. f*; ergo ex æqualitate (*inſert ille*) erunt proportionales *a. c. d. f.* Vbi notandum, vim concluſionis in eo poſitam eſſe, quod *a. b. d. c*, & etiam *b. c. e. f* ſint proportionales: ergo quod ſint ex vna parte *a. b. c*, & ex altera *d. e. f*, quid ad rem? Idem dicendum eſt de ſecundo modo, & in vtroque, cur ratio ordinata, & perturbata definiatur, planè neſcio: in primo enim rationem
def. 18. & 19. 5. el. communem, directam, vel alternam video, & in ſecundo reciprocam, vtramque legitimè ordinatam.

Porro quomodocumque conſideretur, ex eo infertur concluſio, quod in vtraque proportione duo exiſtant æquales termini, nempe *b*, & *c*. Vnde legitimè inter reliquos fit comparatio.

DIMIDIANDO, VEL DVPLICANDO.

p. 155. Præter dictos modos, frequenter arguitur duplicando, tri-

2010 Ministerio de Cultura

triplicando,&c. vel dimiando, aut tripartiendo, &c. vel omnes terminos, vel antecedentes,vel conſequentes, vel denique duos,qui vnam rationem conſtituunt.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo duplicando antec.S.P.	2*ap.*	*a.*	2*bp.*	*b.*
Quia ſub extr.& med.	2*apb.*			

Et ſic de cæteris. Vnde hic modus,elevandi, & deprimendi vocari poterat, vt vniverſalis intelligatur.

DIMIDIANDO, ET DVPLICANDO.

Hunc modum argumentandi addere prædictis ſumma nos cogit commoditas, quæ ex eo oritur.

Dimiando igitur,& duplicando,vel duplicando, & dimidiando,argumentari licet, quando duplicatur antecedens vnius rationis,& alterius conſequens dimidiatur, & contra.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo dupl.& dimid.S.P.	2*ap.*	*a.*	*bp.*	$\frac{1}{2}b.$
Quia ſub extr.& med.	*apb.*			

VEL SIC.

Sint prop.	*ap.*	*a.*	*bp.*	*b.*
Ergo dimid.& dupl.S.P.	*ap.*	$\frac{1}{2}a.$	2*bp.*	*b.*
Quia ſub ext.& med.	*apb.*			

Idem procedit triplicando,& tripartiendo, & ſic deinceps,vnde hic modus, elevandi,& deprimendi ſimul vocari poterit.

2010 Ministerio de Cultura

COMPONENDO, ET DIVIDENDO.

Componendo,& dividendo ſimul , vel è contra dividendo,& componendo, arguere licet , quando aggregatum rationis differentiæ comparatur , vel differentia aggregato.

Sint prop. $ap.$ $a.$ $bp.$ $b.$

Ergo comp.& div. $ap+a, ap-a, bp+b, bp-b.$

Quia ſub extr.& med. $appb-ab.$

VEL SIC.

Sint prop. $ap.$ $a.$ $bp.$ $b.$

Ergo diuid.& comp. $ap-a.$ $ap+a, bp-b, bp+b.$

Quia ſub ext.& med. $appb-ab.$

Hunc modum elegantiſsimum experimur,& facilè, ſi ſtylus noſter non placuerit, fas erit oſtendere , vt elementis illum liceat adiungere. Nam compon. fiunt aggregata in ratione conſequentium , & ſimiliter divid. differentiæ rationum remanent in eadem ratione conſequentium; vnde aggregata, & differentiæ eamdem ſervant rationem. Eadem facilitate , ſiqui alij fuerint, qui in elementis non extent , demonſtrari poterunt. Hæc de proportionalibus. Tranſeamus iam ad argumenta rationum inæqualium.

FORMVLÆ ARGVMENTANDI PER RATIONES INÆQVALES.

Om-

2010 Ministerio de Cultura

Omnes argumentationes, quibus in proportionalibus, ideſt in duabus æqualibus rationibus, vtimur, in duabus etiam rationibus inæqualibus, cum opus fuerit, vſurpare debemus. Huiuſmodi argumentandi fundamentum iecimus in Corollario propoſitionis fundamentalis, quibus hæc adde.

Sint duæ quæcumque magnitudines *a*, & *b*, & ſint aliæ duæ eiuſdem generis *am*, & *bp*. compoſitæ quidem ex ipſis *a*, & *b*, iuxta quaslibet inæquales multiplicationes *m*, & *p*, quarum *m* ſupponatur maior. Ratio igitur *am* ad *a* maior erit, quam ratio *pb* ad *b*, quando quidem *am* pluries continet ipſam *a*, quam *bp* ipſam *b*, ex eo quod *m* ponatur maior, quam *p*: ergo hæ quatuor magnitudines *am*. *a*. *bp*. *b*. duas rationes inæquales conſtituunt, in quibus *bam* factum ſub extremis maius patet *abp*. facto ſub medijs, quia ſi æqualiter deprimantur per *ab* remanebunt *m*, & *p*, quarum *m* ponitur maior. His poſitis ita procedere licet.

ALTERNANDO.

Sit ratio.	*am*. *a*.	+*q*. *bp*. *b*.
Ergo altern.	*am*. *bp*.	+*q*. *a*. *b*.
Quia factum.	*bam*.	+*q*. *abp*.

Quod ita lege, ſit ratio *am* ad *a* maior quam ratio *bp* ad

2010 Ministerio de Cultura

b: ergo alternando erit ratio *am* ad *bp* maior, quam ratio *a* ad *b*. Demonſtratur quia *bam* factum ſub extremis maius eſt *abp* facto ſub medijs, ex præcedentibus.

Si autem antecedentes non fuerint eiuſdem generis, idem dicendum eſt, quod in proportionalibus.

His characteribus ob brevitatem vtimur, videlicet $+q$. hoc eſt maior quam, vel maius quam, & $-q$. hoc eſt minor, vel minus quam.

In hunc modum reliquæ omnes argumentationes inſtitui, & demonſtrari poterunt, quas conſulto omittimus, ne nimis prolixi videamur.

NOTA.

In magnitudinibus proportionalibus *ap*. *bp*. *a*. *b*. poſuimus *p* pro numero, quo magnitudines *a* & *b* auctæ ſunt, quapropter omnes quatuor eamdem ſpeciem conſervant. Sed ſcitu dignum arbitramur, ipſam *p* ſupponi poſſe pro nova dimenſione. Itaque ſi *a* & *b* lineæ rectæ fuerint, & ipſas æqualiter, ideſt ſub æqualibus angulis, elevatas concipiamus per rectam *p*. provenient plana *ap* & *bp*, quæ inter ſe erunt in eadem ratione, quam habent inter ſe baſes *a*, & *b*, & manifeſtum fit id ipſum, quod in prima prop. lib. 6. elem. oſtenditur. Et eodem modo ſi *a* & *b* plana fuerint reſultabunt *ap* & *bp* ſolida in eadem ratione, &c.

Præ

2010 Ministerio de Cultura

Præterea ſi *a* & *b* numeri primi ponantur, & *ap* & *bp* numeri compoſiti, quorum communis menſura ſit *p*, omnia, quæ de numeris primis,& compoſitis in elementis oſtenduntur, facili negotio expedientur.

Nolumus tamen prædictos modos arguendi, in quæſtionem revocare,neque ſuper his in arenam deſcendere, vnuſquiſque commodiores demonſtrationes eligere poterit, cum nobis ſufficiat prædictas veritates ſuppoſitas habere.

Hoc tamen monere volumus demonſtrationes proportionalium hunc in modum etiam inſtitui poſſe. Supponamus quatuor magnitudines proportionales *a. b. c. d*, quo poſito : per propoſitionem fundamentalem erit *ad* factum ſub extremis, *bc* facto ſub medijs æquale.

Ergo ſi fuerint prop.	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*
Erunt etiam comp.prop.	*a*+*b.*	*b.*	*c*+*d.*	*d.*
Quia ſub extr.& med.	*ad*+*bd.*	⌒	*bc*+*bd*	
& auf. *bd.*	*ad*	⌒	*bc*	

Quemadmodum æqualia erant ante compoſitionem. Et ſic de cæteris.

DE RATIONE COMPOSITA.

Ratio ex rationibus componi dicitur quando

2010 Ministerio de Cultura

do rationum quantitates inter se multiplicatæ aliquam effecerint rationem. Ita definitio 5. lib. 6. elementorum. Et quoniam Authores, vt hanc definitionem explicent, ad numeros confugiunt; nos abstractius, & vniversalius rem breviter explanare conabimur.

Porro quid ratio sit nos docet definitio 4. lib. 5. elementorum, videlicet ratio est comparatio duarum magnitudinum eiusdem generis inter se, secundum habitudinem, ideſt quatenus vna alteram continet, vel ab altera continetur. Rationis vero quantitas illa est, quæ ijsdem terminis ipsius rationis (sive illi numeri, sive lineæ, sive plana, sive solida sint) constituitur, quod diversum est à denominatore rationis. Est enim denominator ille numerus, qui rationaliter, vel irrationaliter explicat quoties antecedens contineat consequentem. In quantite discreta facta comparatione numeri ad numerum ratio patet, & vtrisque terminis quantitas constituta conspicitur, & insuper dividendo antecedentem per consequentem denominator innotescit. Verbi gratia.

Sint duo numeri 1 2 & 3. Si igitur comparatur 1 2 ad 3 secundum habitudinem, hæc comparatio dicitur ratio; si verò ipsi 1 2 & 3 accipiuntur, quatenus ipse 1 2 divisibilis est per ipsum 3, hæc assumptio amborum quantitas est illius

2010 Ministerio de Cultura

illius rationis; si tandem numerus 12 dividitur per numerum 3 quotiens 4 denominator est eiusdem rationis, ostendit enim , & exprimit habitudinem , hoc est quod numerus 12 quater contineat numerum 3.

In quantitate autem continua res aliter se habet, nam ratio , & ipsius rationis quantitas semper expressæ liquent; verum rationis denominator occultus manet, quod enim in quantitate discreta natura dispensavit fieri, in continua prohibuit. Sint duæ rectæ lineæ *a* & *b* , si comparamus *a* ad *b* secundum habitudinem , dicimus ratio *a* ad *b*, & huius rationis quantitas ijsdem *a* & *b* conficitur, & dicimus *a* per *b*, quatenus magnitudinem *a* divisibilem concipimus per magnitudinem *b*. Cæterum ars non extat ad dividendam *a* per *b*, ita vt nobis scire liceat quomodo *a* contineat *b*, hoc est quoties *b* metiatur ipsam *a*, & insuper quanta sit pars remanens, vt denominator rationis *a* ad *b* (qui numerus est) exhiberi possit.

Hinc si *a* , & *b* duæ quælibet magnitudines fuerint eiusdem generis, & litteræ *a* & *b*, quibus ipsæ magnitudines denotantur , instar minutiæ hoc modo disponantur $\frac{a}{b}$, representata manebit tam ratio, quam ipsius rationis quantitas. Ratio quidem cum fractionem proferamus

2010 Ministerio de Cultura

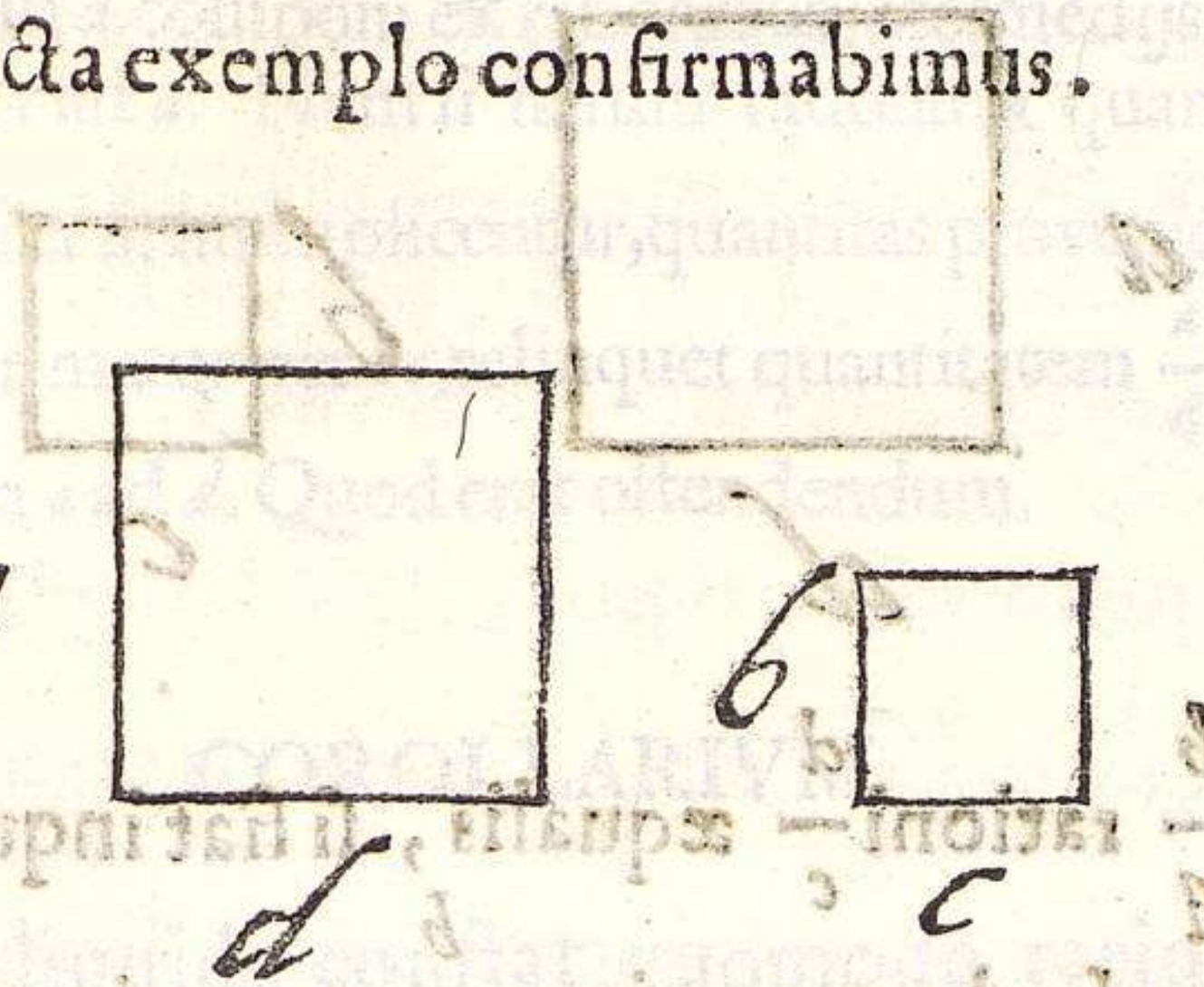
mus a ad b, quantitas verò cum ipſam pronunciemus a per b, quibus poſitis omnia, quæ de ratione compoſita inveſtigari, & demonſtrari debeant, facili negotio poterunt obtineri.

Ex prædictis facile explicabimus quid ſit ratio compoſita, nam ſi quantitas alicuius rationis æqualis fuerit quantitati, quæ gignitur ex inultiplicatione quantitatum aliquarum rationum, illam rationem ex his rationibus compoſitam eſſe dicimus (nec minus verè illam his omnino æqualem dicere poſſumus) ſint duæ rationes $\frac{a}{b}$ & $\frac{b}{c}$, quarum quantitates ſunt $\frac{a}{b}$ & $\frac{b}{c}$, ſi igitur hæ duæ quantitates ſecundum leges fractorum inter ſe multiplicentur, proveniet quantitas $\frac{ab}{bc}$, quæ ſi deprimatur per ipſam b, reſultabit quantitas æquivalens $\frac{a}{c}$, quæ rationem repreſentat a ad c: ergo ratio $\frac{a}{c}$ æqualis eſt vtriſque rationibus $\frac{a}{b}$ & $\frac{b}{c}$, & ex illis compoſita dicitur, at itaq̄ argumentari poſſumus, vt a ad b, & b ad c, ita eſt a ad c, & loco rationis ſimplicis a ad c ſubrogare poſſumus rationem compoſitam a ad b, & b ad c, & è contrà, quia reſpectus a ad c, vtriſque reſpectibus a ad b, & b ad

2010 Ministerio de Cultura

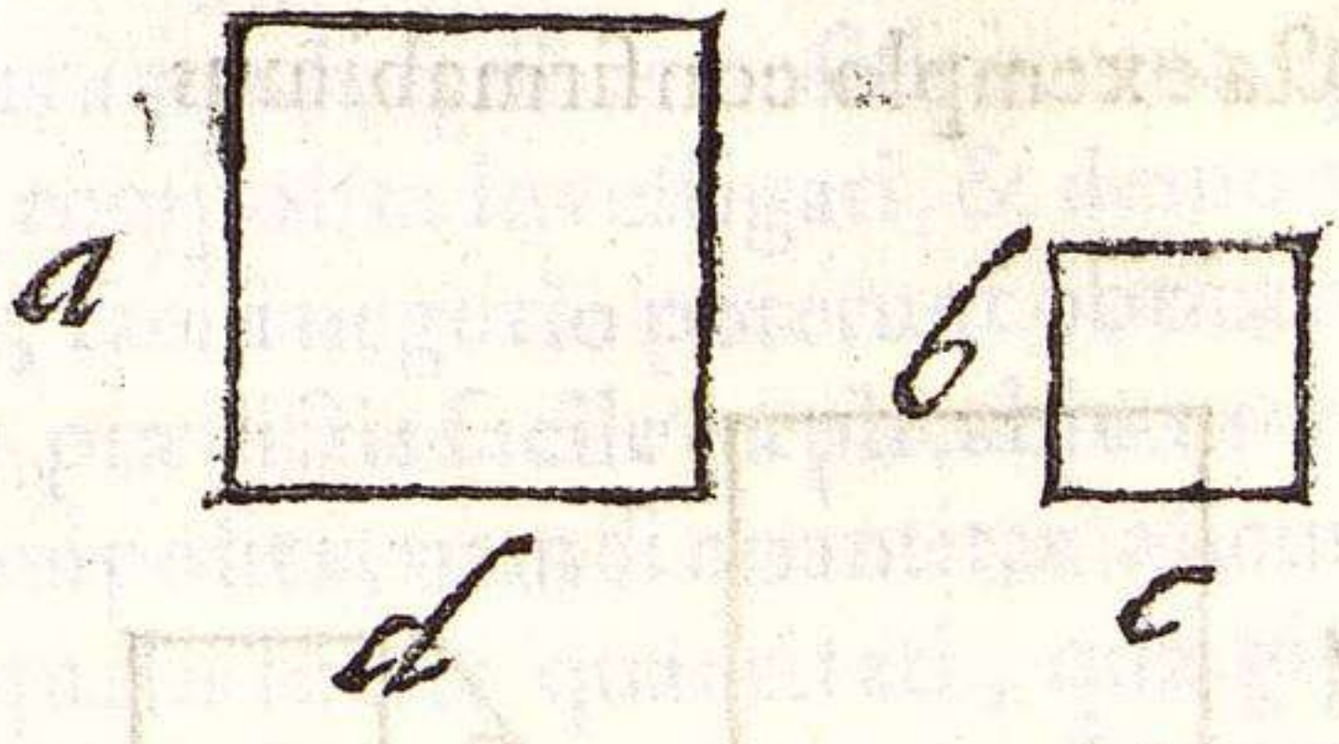
b ad *c* æquivalet.

Prædicta exemplo confirmabimus.



Sint duoparallelogramma rectangula, primum sub lateribus *a*, & *d*, secundum sub *b* & *c* contenta. Factum igitur *ad* sub lateribus *a*, & *d* aream continet primi, factum vero *bc* sub lateribus *b* & *c* aream secundi compræhendit, quare vt factum *ad* ad factum *bc*, ita est parallelogrammum ad parallelogrammum. Sed ratio $\frac{ad}{bc}$, id est facti ad factum, componitur ex rationibus $\frac{a}{b}$, & $\frac{d}{c}$ (nam si hæ duæ quantitates $\frac{a}{b}$, & $\frac{d}{c}$ inter se multiplicentur eamdem quantitatem producent $\frac{ad}{bc}$) ergo vt factum *ad* ad factum *bc*, ita est *a* ad *b*, & *d* ad *c*. Et si fiat

2010 Ministerio de Cultura



ratio $\frac{b}{q}$ rationi $\frac{d}{c}$ æqualis, si fiat inquam vt d ad c, ita b ad q, quantitas $\frac{b}{q}$, quantitati $\frac{d}{c}$ erit æqualis; ac proinde si quantitates $\frac{a}{b}$, & $\frac{b}{q}$ inter se multiplicentur, quantitas proveniens $\frac{ab}{bq}$, hoc est, si deprimatur per b, quantitas $\frac{a}{q}$ æqualis erit quantitati $\frac{ad}{bc}$: ergo vt a ad b, & d ad c, ita est a ad q, &c.

His ita præmissis sequentes propositiones observa.

NVM. 1.

Si fuerint quæcumque magnitudines eiusdem generis: ratio primæ ad vltimam componitur ex rationibus intermedijs.

Sint *a. b. c. d.* &c.

Dico vt *a. b.* & *b. c.* & *c. d.* ita *a. d.*

Sint

2010 Ministerio de Cultura

Sint magnitudines *a. b. c. d.*&c. Dico rationem primæ *a* ad vltimam *d.* componi ex rationibus intermedijs *a* ad *b*, & *b* ad *c*, & *c* ad *d*. Nam si harum rationum quantitates $\frac{a}{b}$, $\frac{b}{c}$, $\frac{c}{d}$ inter se multiplicentur, quantitas proveniet $\frac{abc}{bcd}$ quæ, si deprimatur per *bc*, relinquet quantitatem $\frac{a}{d}$, hoc est rationem *a* ad *d*. Quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Hinc liquido constat quomodo ratio simplex composita fiat, & composita in simplicem convertatur. Si enim fuerit ratio *a* ad *b*, & inter terminos *a* & *b*. quilibet eiusdem generis interjiciatur *x*: erit vt *a* ad *b* ita *a* ad *x*, & *x* ad *b*, quia quantitates $\frac{a}{x}$ & $\frac{x}{b}$ quantitatem producunt $\frac{ax}{xb}$, hoc est, deprimendo per *x*, quãtitatem $\frac{a}{b}$. Et eodem modo si plures interjiciantur quantitates.

a. *b.*
vt *a. b* ita *a. x* & *x. b.*

Si vero quantitas fuerit composita $\frac{ac}{bd}$, videlicet quæ componitur ex rationibus *a* ad *b*, & *c* ad *d*, ipsamque in rationem simplicem con-

2010 Ministerio de Cultura

vertere velimus. Fiat ratio $\frac{b}{g}$, vni ex componentibus $\frac{c}{d}$, æqualis, hoc est fiat vt c ad d ita b consequens alterius rationis ad g. Vnde ratio $\frac{ac}{bd}$ æqualis erit rationi $\frac{ab}{bg}$, hoc est, deprimendo per b, rationi $\frac{a}{g}$. Et loco rationis compositæ $\frac{ac}{bd}$ subrogare poterimus rationem simplicem æqualem $\frac{a}{g}$, & ita deinceps si ex pluribus rationibus composita sit ratio.

NVM. 2.

Si fuerint duæ rationes compositæ æquales: facta sub antecedentibus vnius, & consequentibus alterius inter se erunt æqualia.

Sit vt $a.b$ & $c.d$. ita $f.g$. & $h.k$.

Dico $acgk \frown\!\!\!\!\!\!\wedge\!\!\!\!\!\!\frown fhbd$.

Sit vt a ad b, & c ad d, ita f ad g, & h ad k. Dico factum sub antecedentibus primæ rationis a & c, & consequentibus secundæ g & k nempe $acgk$ æquale esse facto $fhbd$, scilicet sub antecedentibus secundæ f, & h, & consequentibus primæ b & d.

Est enim vt a ad b, & c ad d ita factum ac ad factum bd, & similiter vt f ad g, & h ad k, ita factum fh ad factum gk: Ergo vt ac ad bd ita erit fh. ad gk, & factum sub extremis $acgk$ facto sub medijs $fhbd$ æquale. Quod erat ostendendum.

CO-

2010 Ministerio de Cultura

COROLLARIVM.

Hinc constant duo elegantissimi modi argumentandi in rationibus compositis. Videlicet permutationis, & inversionis. Possunt enim tam antecedentes inter se quam consequentes inter se in qualibet ratione composita permutari. Et sit ratio composita rationi compositæ fuerit æqualis: quilibet antecedens vnius, & quilibet consequens alterius etiam possunt permutari. Et præterea, quælibet ratio vnius inverti poterit, hoc est poterit ad alteram transponi inversè sumpta, nam semper facta sub antecedentibus vnius, & consequentibus alterius erunt inter se æqualia.

PERMVTANDO.

Sit vt *a. b*, & *c. d.* ita *f. g.* & *h. k.*
Ergo permant. vt *c b. b.* & *a. d.* ita *h. g.* & *f k.*
Nam. *c a g k* —∧— *h f b d.*

Videlicet facta sub antecedentibus vnius, & consequentibus alterius semper sunt inter se æqualia, vti in principio erant.

Eodem modo.

Sit vt *a. b*, & *c. d.* ita *f. g*, & *h. k*
Ergo permut. consequ. vt *a. d*, & *c. b* ita *f. k*, & *h. g.*
Nam facta. *a c g k* —∧— *f h d b.*
&c.

RVR-

2010 Ministerio de Cultura

RVRSVS PERMVTANDO.

Sit vt *a. b.* & *c. d.* ita *f. g.* & *h. k.*
Ergo perm.ant.& conſ. vt *g. b* & *k. d.* ita *f. a.* & *h. c*
Nam facta. *gk ac* —A— *fh bd.*

Nempe facta ſub antecedentibus vnius,& conſequentibus alterius ſemper inter ſe permanent æqualia.

INVERTENDO.

Sit vt *a. b*, & *c. d* ita *f. g*, & *h. k*
Ergo invert. vt *a. b.* ita *f. g*, & *h. k*, & *d. c*
Nam *agkc* —A— *fhdb.*

Et quemadmodum ratio *c* ad *d* ad alteram partem æquationis tranſpoſita eſt inverſa,ita ſimiliter quælibet alia ratio,vel etiam omnes ex vna ad alteram partem tranſponi poterunt, ſi inverſæ ſumantur: nam ſemper facta ſub antecedentibus vnius rationis, & conſequentibus alterius inter ſe erunt æqualia, quemadmodum æqualia erant ante inverſionem.

N V M. 3.

Si fuerint quæcumque proportiones: facta ſub terminis homologis proportionalia erunt.

Sint proportionales	*a.*	*b.*	*c.*	*d.*
Et etiam ſint prop.	*g.*	*h.*	*k.*	*l.*
Dico facta eſſe prop.	*ag.*	*bh.*	*ck.*	*dl.*

Sunt

2010 Ministerio de Cultura

Sunt enim in prima proportione rationes æquales $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ & in secunda $\frac{g}{h}$ & $\frac{k}{l}$. Igitur si multiplicẽtur quantitates æquales $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$ per quantitates æquales $\frac{g}{h}$ & $\frac{k}{l}$, proveniẽt quantitates æquales $\frac{ag}{bh}$ & $\frac{ck}{dl}$, & erit vt factum *ag* ad factum *bh*, ita factum *ck* ad factum *dl*. Facta ergo sub terminis homologis, &c Quod erat ostendendum. Et eodem modo proceditur si plures fuerint proportiones.

COROLLARIUM 1.

Hinc manifestum fit, si fuerint duæ proportiones *a*. *b*. *c*. *d*. & *g*. *h*. *k*. *l*. hanc oriri proportionalitatem compositam, videlicet vt *a* ad *b*, & *g* ad *h* ita esse *c* ad *d*, & *k* ad *l*. Nam vt factum *ag* ad *bh* ita est *ck* ad *dl*.

COROLLARIUM 2.

Hinc etiam colligitur, si fuerit quælibet proportionalitas composita. Verbi gratia.

Ut *a* ad *b*. & *g* ad *h*, ita *c* ad *d*, & *k* ad *l*; fuerit autem vna ratio illarum *a* ad *b*, vni rationi harum *c* ad *d* æqualis: reliquam rationem *g* ad *h*, reliquæ rationi *k* ad *l* esse etiam æqualem. Cum enim sit vt *a* ad *b*, & *g* ad *h* ita *c* ad *d*, & *k* ad *l*: erunt quantitates æquales $\frac{ag}{bh}$ & $\frac{ck}{dl}$; sed po-

2010 Ministerio de Cultura

nuntur quantitates æquales $\frac{a}{b}$ & $\frac{c}{d}$: igitur, dividendo illas per istas, remanebunt quantitates æquales $\frac{g}{b}$ & $\frac{k}{l}$, eritque ratio g ad b rationi k ad l, æqualis. Vt proponebatur.

Hæc sane nobis de ratione composita dicta sufficiunt. Sed quoniam asserimus rationem compositam æqualem omnino esse rationibus componentibus; vnde quisque inferre potest ipsam rationem compositam aggregatam esse ipsarum rationum componentium (circa quam rem non parum inter Authores controvertitur) non ideo inconsultum erit algorithmum rationis, quem R. P. Carolus Powel è Societate Iesu Olim Leodij, nunc Gadibus Matheseos Professor docet, curiosis impertiri.

R. P.

R. P. CAROLI POVVELL Societati Iesu, in Collegio eiusdem Societatis Gadibus Regij Professoris Mathematicæ.

ALGORITHMVS RATIONVM.

QVandoquidem obiectum Mathematicæ est quantitas in abstracto, haud aliter discernere potest inter quantitates diversas eiusdem generis, quam ratione inæqualitatis, nam æqualitas hìc idem sonabit ac identitas, quæ ex duobus terminis requisitis ad constituendam rationem, facit tantum vnum, estque proinde in rationibus nihil, sive medium inter positivas & negativas, hoc est maioris, & minoris inæqualitatis. *Def. 3. el. 5.*

Infinitis porro modis induci potest in quantitates eiusdem generis inæqualitas, hoc est ratio; comprehenduntur autem à nobis tantum illi quos suppeditat Arithmetica, per Additionem, Subtractionem, Multiplicationem, Divisionem, Compositionem, & Resolutionem potentiarum, omnes citra mutationem speciei quantitatum in quas agunt.

Compositio potentiarum, innominata licet ab Arithmeticis, vendicat sibi quintum locum, iure quo multiplicatio tertium, superstruitur enim illi, quemadmodum illa additioni; resolutio potentiarum, sicut & divisio, duplex est, & vsque adeo, vt quantumvis arithmeticè operando idem sit, dato dividendo, & divisore eiusdem speciei exquirere numerum quotientem, ac dato dividendo, & nu-

2010 Ministerio de Cultura

mero diviſore, quærere eiuſdem ſpeciei cum dividendo partem quotam, tamen longe diverſo modo datà potẽtià, & radice exquiratur Numerus exponens, & data potentia cum Exponente quæratur radix, nam ille, quantumcumque eo indiguerint viginti illi viri qui ipſos viginti annos laborando Canones Logarithmorum condiderunt, vſque adhuc ſumma improbitate laborat.

Hæ operationes, ſex licet numero, tres tantum ſpecies perfectas rationum conſtituunt, nam binæ, & binæ operando contrariè producunt eaſdem, tantum in diverſo ſtatu negativo vel poſitivo; Primam, educunt additio vel ſubtractio per quantitatem denominatricem eiuſdem ſpeciei cum terminis æqualibus propoſitis, addendo, vel ſubtrahendo eam vni eorum in diſcrimen ab altero: & vocatur Arithmetica. Secundam. Multiplicatio, vel diviſio per numerum multiplicantem, vel dividentem vtrumvis terminum, & vocatur geometrica. Tertiam. Compoſitio, vel reſolutio potentiarum per numerum exponentem agentem in alterutrum terminorum, & vocatur potentialis.

Antequam omnium ſpecimen exhibeatur, iuvat præmonere exponentem fractum v.g. $\frac{1}{3}$, nihilo minus quam multiplicator, vel diviſor fractus, operari contrariè ſonovocum, extrahendo radicem cum facere præ ſe fert potentiam, & vice verſâ, quod eo diligentius notandum, in quantum Arithmetici necdum mentionem fecerunt potentiarum fractarum, quas tamen non eſt huius loci exponere.

2010 Ministerio de Cultura

3. 3.

Proponatur aliquod vnum bis positum. 27*a* —A— 27*a*.

Antecedenti addatus, vel consequenti sub- 3.

trahatur quantitas 3*a*.

vtrovis modo fit eadem ratio arithme- 3. 3. 3. 3.

tica positiva. 30*a* ad 27*a*, vt 27*a* ad 24*a*.

Nam si ex antecedente subtrahatur 3. 3.

consequens 27*a*. 24*a*.

Vtrobique deprehendetur denomi- 3.

nator 3*a*.

Qui antecedenti subtr. vel conseq. ad- 3 3

d. restituet æqualitatem. 27*a* —A— 27*a*, &c.

Ubi si antecedenti subtrahatur conse- 3.

quens 27*a*.

Deprehentur denominator in adden- 0.

do & subtractio nullus

Nam antecedenti vel conseq. additus 3. 3.

vel subtr. æquation. relinquit intactã 27*a* —A— 27*a*.

Sed si antecedenti subtrahatur, vel 3.

conseq. addat. eadem quantitas 3*a*.

Fiet eadem ratio quæ ante, sed nega- 3. 3. 3. 3.

tiva 24*a* ad 27*a*, vt 27*a* ad 30*a*.

Nam si ex anteced. per operationem 3. 3.

imptopriam subtr. consequens 27*a*. 30*a*.

Deprehendetur denominator qui an- 3.

te, sed negans — 3*a*.

Qui antecedenti suo modo subtr. vel 3. 3.

conseq. add. restituet æqualitat. 27*a* —A— 27*a*. &c.

Antecedens multiplicetur vel 1

conseq. dividatur per numerum 3*a*.

4 3 3 2

Fit eadem ratio geometrica positiva 81*a* ad 27*a*. vt 27*a* ad 9*a*.

Nam si antecedens altero modo divi- 3. 2.

datur à consequente 27*a*. 9*a*.

Deprehentur idem denominator 3*a*.

Qui antecedentem dividens, vel con- 3. 3.

sequent. mult. restituet æqualitat. 27*a* —A— 27*a*. &c.

2010 Ministerio de Cultura

Vbi ſi antecedens dividatur à conſeq. $27a$.

Deprehendetur denomin. in multipl. & dividend. nullus 1.

Nam antecedent. vel conſeq. multit. vel divi. æqualitat. relinquit intactã $\frac{3.}{27a} \text{—}\Lambda\text{—} \frac{3.}{27a}$.

Sed ſi antecedens divid. vel conſeq. multit. per eundem numerum $\frac{1.}{3a}$.

Fiet eadem ratio quæ ante, ſed negativa. $\frac{2.}{9a}$ ad $\frac{3.}{27a}$, vt $\frac{3.}{27a}$ ad $\frac{4.}{81a}$.

Nam ſi antecedens per operationem impropriam dividat. à conſeq. $\frac{3.}{27a}$ $\frac{4.}{81a}$.

Deprehendet. denominat. qui ante ſed deprimens $\frac{\text{—}\frac{1}{1}}{3a^{1}}$

Qui antecedent. ſuo modo divid. vel conſeq. multit. reſtituet æqualitat. $\frac{3.}{27a} \text{—}\Lambda\text{—} \frac{3.}{27a}$.

Anteced. agatur in potentiam, vel conſeq. in radicem per numerum 3.

Fit eadem ratio potentialis poſitiva $\frac{9.}{19683a}$ ad $\frac{3.}{27a}$, vt $\frac{3.}{27a}$ ad $\frac{1.}{3a}$.

Nam ſi antecedens conferat porentiã cum conſeq. $\frac{3.}{27a}$ $\frac{1.}{3a}$.

Deprehendetur idem denominator 3.

Qui antecedent. agens in radicem vel conſeq. in potent. reſtituet æqualit. $\frac{3.}{27a} \text{—}\Lambda\text{—} \frac{3.}{27a}$.

Vbi ſi antecedens menſuretur à conſeq. vt radice 3. $27a$.

Deprehendetur denominat. in potentijs nullus 1.

Nam in anteced. vel conſeq. agens, æqualit. relinquit intactam $\frac{3.}{27a} \text{—}\Lambda\text{—} \frac{3.}{27a}$.

Sed ſi anteced. agatur in radic. vel conſeq. in potent. per eundem numer. 3.

Fiet eadem ratio quæ ante, ſed negativa. $\frac{1.}{3a}$ ad $\frac{3.}{27a}$, vt $\frac{3.}{27a}$ ad $\frac{9.}{19683a}$.

Nam ſi anteced. per operation. imprimam menſuretur à conſeq. $\frac{3.}{27a}$ $\frac{9.}{19683a}$.

2010 Ministerio de Cultura

Deprehendetur denominator qui ante sed extrahens $\frac{1}{3}$

Qui antecedent. agens suo modo in radic. vel cons. in pot. restit. æqualit. $3.\ 27a \longleftrightarrow 3.\ 27a.$

Comperto qua ratione rationes 1. ponantur positivè, neutiquam, & negativè, hoc est quomodo addantur, & subtrahantur æqualitati, sive nihilo rationis, quandoquidem denominatores eius arithmeticus 0, geometricus 1, & potentialis item 1 nihil tribuant vtrivis termino de novo vnde distinguantur (nam omne quod est sine respectu ad aliud est vnum) eadem citra dubium methodo erunt addendæ, & subtrahendæ alicui, hoc est invicem, quæque in sua specie, licebitque fundare saltem rationem arithmeticam inter rationes, eodem iure quo ipsæ dantur, hoc est quo per se ipsas se distinguunt ab æqualitate sive nihilo, quæ proinde, sicut 0 in absolutis, potest in respectivis esse terminus huiuscemodi rationis; & ex prædictis sunt arithmeticè proportionales.

Rationes $\left\langle \begin{array}{l} \text{arithmeticæ } 30a \text{ ad } 27a. \\ \text{geometricæ } 81a \text{ ad } 27a. \\ \text{potential. } 19683a \text{ ad } 27a. \end{array} \right\rangle > 27a. \text{ad } 27a < \left\langle \begin{array}{l} 24a \text{ ad } 27a. \\ 9a \text{ ad } 27a. \\ 3a \text{ ad } 27a. \end{array} \right\rangle$

Correspondentibus arithmeticè denominatoribus arithmeticis $+3a.0.-3a$, geometricè geometricis $\frac{3a.}{1}\ 1.\ \frac{1}{3a}$, & geometricè potentialibus $\frac{3}{1}\ 1.\ \frac{1}{3}$ vtrique enim æquè denotant repetitam operationem, hi multiplicationem vnitatis per quam consequens, vt radix multiplicans, est *vnum*; illi additionem consequentis positi extra statum nihili, nihilo.

Cum ergo addenda est, vel subtrahenda ratio rationi, exquiratur vnius illarum denominator, ope cuius aliquo ex

2010 Ministerio de Cultura

ex modis prædictis alteri prout prius æqualitati applicetur, & feriato termino per denominatorem immutato, ratio ſumma vel reſidua manebit pœnes terminum novum, & alterum à denominatore immunem; quod non eſt aliud quam per regulam trium , operando ad modum rationum, rationem protrahere, vel contrahere quantitatem alterius rationis applicatæ ad terminum communem vtrique; hinc ex ſolo intuitu conſtat definitionem illam 20. lib. 5. Euclidis, qua inter quaslibet quantitates ordine poſitas, ratio primæ ad vltimam componitur ex rationibus intermedijs, in omni genere rationis, non indigere expoſitione quam adhibent nonnulli in remedium tantum erroris à ſe prius commiſsi in expoſitione ipſius rationis: & quandoquidem rationes potentiales indigeant commodiori modo hoc idem præſtandi, & regula trium in illis ſit parum vſitata, iuvabit , & ſufficiet inibi tantum exempla facere: proinde.

144. 12.
Proponatur ratio aliqua potentialis *b* ad *b*
3. 1.
Cui ſit addenda ratio 27*a* ad 3*a*
Huius menſurato anteced. à conſ. quæratur denom. 3.
Qui antecedent. alterius cubicans, vel è conſeq. extrahens radicem tertiam, facit potentialiter proportionales
3. 1. 432. 144. 12. 4.
27*a* ad 3*a*, vt *b* ad *b* vel vt *b* ad *b*.
144. 12.
Et connectit duas ration. per terminum commun. *b* vel *b*.
432. 144. 12. 144. 12. 4.
Quo conſtituto in medio *b* *b* *b* vel *b* *b* *b*
432. 12. 144 4.
Manet ratio ſumma pœnes extremas *b* ad *b*, vt *b* ad *b*.
144. 12.
Ex alia vel eadem ratione *b* ad *b*.
3. 1.
Sit ſubtrahendaque ante addita eſt ratio 27*a* ad 3*a*.
Denominata a 3

Ex

2010 Ministerio de Cultura

Ex antec. alterius extrahatur radix 3. vel cubicetur conſeq

3. 1. 144. 48. 36. 12.

Fiet potential. proport. 27*a* ad 3*a*, vt *b* ad *b* vt *b* ad *b*.

Et connectentur duæ rationes per terminum communem

144. 12.

b vel *b*.

144. 48. 12. 144. 36. 12.

Quo conſtituto in extremo ſic *b* *b* *b* vel ſic *b* *b* *b*.

Manebit ratio differentialis pœnes reliquos

48. 12 144. 36.

b ad *b*, vt *b* ad *b*.

144. 12. 144. 12.

Ratio ergo *b* ad *b*. maior eſt ratione *b* ad *b* per ratio-

3. 1.

nem denominatricem. 27*a* ad 3*a*.

144. 12. 48. 12.

Ratio autem *b* ad *b* maior eſt ratione *b* ad *b* per

3. 1.

eandem rationem denominatricem. 27*a* ad 3*a*

Ergo ſunt arithmetice proportionales rationes potentia-

144. 4. 144. 12. 48. 12.

les *b* ad *b*, *b* ad *b*, & *b* ad *b*.

Correſpondẽtib. geometricæ denominatorib. 36. 12. & 4. nec non arithmetice rationibus geometricis exponentium 144 ad 4, 144 ad 12, & 48 ad 12. ad differentiam 3 ad 1. proinde in exponentibus datur vbique ſpecimen rationum geometricarum.

Quod regula trium alio modo executioni mandetur quam qui ordinariè adhibeatur, facit præter conformitatem cum doctrinà præcedente ipſa rei neceſsitas, nam in potentijs nihil datur correſpondens æquationi producendæ inter terminos medios, & extremas proportionis actos in invicem, quia potentia non ex mutua; ſed ex identica productioni exurgit. Quod ſimul eſt in cauſa cur rationes potentiales nequeant per ſequentem viam compoſitionis, agendo terminos homologos iuxta inſtitutum ra-

tio-

2010 Ministerio de Cultura

tionum in invicem, addi vel ſubtrahi, qui eſt commodior quatenus evitat terminos negativos, vel fractos, & à denominatoribus præſcindit, prout ſequitur.

Proponatur ratio arithmetica 3. 3. / 16a ad 4a.

Cui ſit addenda ratio 3. 3. / 27a ad 24a.

Addatur antecedens antecedenti, & conſequens conſequenti ecce ſumma rationum 3. 3. / 43a ad 28a.

Ex eadem vel alia ratione 3. 3. / 16a ad 4a.

Sit ſubtrahenda quæ ante addita eſt ratio 3. 3. / 27a ad 24a,

Hoc eſt inverſa ſeu facta negativa 3. 3. / 24a ad 27a.

Addatur vt ante, ecce differentia rationum 40a ad 31a.

Sunt ergo arithmetice proportionales rationes

3. 3. 3. 3. 3. 3. / 43a ad 28a; 16a ad 4a, & 40a ad 31a.

Exiſtente communi denominatrice ratione 3. 3. / 27a ad 24a.

Correſpondentibus item arithmeticè denominatoribus 3. 3. 3 / 15a. 12a, & 9a

Ita vt ſumma denominatorum 3. 3. / 12a, & 3a.

Sit denominator ſummæ, & differentia differentiæ.

Deberet ſubtractio ſine inverſione exerceri per ſubtractionem, niſi interdum immineret periculum terminorũ negativorum, ſicut & in geometricis per diviſionem, niſi ob periculum fractorum, prout ſequitur.

Pro-

2010 Ministerio de Cultura

Proponatur ratio geometrica $144^{2.2.}a^{1}b$ ad $12^{2.}ab^{1.}$.

Cui sit addenda ratio $27^{3.}a$ ad $9^{2.}a$.

Antecedens ducatur in antecedentem: & consequens in consequent. ecce summa rationum $3888^{5\,2.}ab$ ad $108^{3.}ab$.

Ex eadem vel alia ratione $144^{2\,2.}ab$ ad $12^{2.}ab$.

Sit subtrahēda quæ ante add. est ratio sic inverſ. $9^{2.}a$ ad $27^{3.}a$.

Ecce differentia rationum $1296^{4\,2.}ab$ ad $324^{4.}ab$.

Sunt ergo arithmetice proportionales rationes

$3888^{5\,2.}ab$ ad $108^{3.}ab$, $144^{2\,2.}ab$ ad $12^{2.}ab$, & $1296^{4\,2.}ab$ ad $324^{4.}ab$

Existente communi denominatore ratione $27^{3.}a$ ad $9^{2.}a$

Correspondentib. geometr. denominatorib. $36^{2.}ab.12^{1.}ab.4^{0.}b$.

Ita vt in geometricis æque ac potentialibus productum denominatorum $12^{2.}ab$, & $3^{1.}a$ sit denominator summæ, & quotiens differentiæ.

Ratio huius processus patet ex eo quod si vni rationum addatur hoc modo æqualitas expressa in antecedente alterius bis posito, quod vtique rationem non lædet, & alteri similiter in consequente huius, rite disponentur rationes additioni iuxta priorem modum, quia consequens vnius, & antecedens alterius conflabuntur æque ex consequente, & antecedente earumdem primo oblatis; prout hic conspectui exhibetur. *Ax.* 16. & 20. 1. *p.* 15. 5. 1. 6. & 25. 11.

Sunto rationes arithmetic. addend. $16^{3.}a$ ad $4^{3.}a$, & $27^{3.}a$ ad $24^{3.}a$.

Iuxta dicta sic vtriq; addit. æqual. $27^{3.}a$ — $27^{3.}a$ — $4^{3.}a$ — $4^{3.}a$

E manebit summa pœnes extrema $43^{3.}a$ ad $31^{3.}a$, & $31^{3.}a$ ad $28^{3.}a$.

2010 Ministerio de Cultura

Nam æqualitas in medio, cum idem ſic ac identitas, poteſt

3. 3. 3.

ſic contrahi 43a. 31a. 28a.

Et relinquentur pure rationes addendæ ad communem terminum in medio, hoc eſt ſublato illo addentur. Idem eveniet in geometricis interiecto $324\,a^4b$ ijſdem terminis ſummæ qui ſuperius producti ſunt. Demonſtrata ſic additione, ſupervacaneum eſt ſubtractionem commonſtrare, cum pendeat ex toto ab additione.

Comperto qua ratione rationes primo & denuo ponantur tam poſitive, quam negative, hoc eſt quomodo addantur, & ſubtrahantur nihilo vel invicem, eadem citra dubiũ methodo poterit iterato addi & ſubtrahi quævis determinata nihilo, & de inceps quotieſcumque libuerit, hoc eſt ſaltem pedetentim (deficientibus etiamſi modis hiſce compendioſioribus, & æquivalentibus) multiplicari per numerum poſitivum, vel negativum, nec non in vicibus integris menſurari à minori: dividi etiam per numerum, ſed aliter; & cum diviſor eſt numerus primus, per ſimplicem quantumvis difficilem operationem: licebitque fundare etiam rationẽ geometricam inter rationes. Cæteroqui etiamſi foret poſsibilis ductio rationis in rationem, iuxta placita huiuſcemodi operationis, mutaretur ſpecies vtriuſvis ductarum, & infinitaretur, hoc eſt impoſsibilitaretur ratio inter productam, & quamvis producentium.

3. 3.

Proponatur ratio aliqua arithmetica 27a ad 24a.

Multiplicanda per numerum 3.

Multiplicetur vterque terminus per 3, fiet 3. 3.

ratio tripla præcedentis 81a ad 72a.

3. 3.

Altera vel eadem ratio 27a ad 24a.

Sit dividenda item per 3.

Dividatur vterque terminus per 3, fiet ra- 3. 3.

tio ſubtripla præcedentis 9a ad 8a.

Sunt

2010 Ministério de Cultura

Sunt ergo geometrice proportionales rationes

3. 3. 3. 3. 3. 3.

81*a* ad 72*a*, 27*a* ad 24*a*, & 9*a* ad 8*a*.

Existente communi denominatore numero 3.

Correspondentibus item geometricè denominatoribus

3. 3. 3

9*a*. 3*a*. 1*a*.

Ita vt triplum denominatoris 3*a* sit denominator rationis triplæ, & subtriplum subtriplæ.

Proponatur ratio geometrica 27*a* ad 9*a*.

Multiplicanda per 3.

9. 6.

Cubicetur vterque terminus, fiet 19683*a* ad 7299*a*.

6. 3.

Altera vel eadem ratio 64*b* ad 8*b*.

Sit dividenda item per 3.

2.

Extrahat.ex vtroq; termino radix cubica,fiet 4*b* ad 2*b*.

Sunt ergo geometricè proportionales rationes

9. 6. 3. 2. 6. 3. 2. 1.

19683*a* ad 7299*a*, 27*a* ad 9*a*, 64*b* ad 8*b*, & 8*b* ad 2*b*.

3. 1. 3. 1.

Correspondentib. potent.denomin. 27*a*. 3*a*. 8*b*. & 2*b*.

Ita vt cubus denominatoris $3a^1$, sit denominator rationis triplæ,& radix cubica denominatoris $8b_3$, denominator subtriplæ.

Hic modus procedendi fundatus in compositione quæ cum rationibus potentialibus addendis non quadrat, nedum multiplicandis quadrabit, proinde confungiendum est in his ad illum quo in progressionibus ratio quæcumque, & qualiscumque continuatur pedetentim versus vtramvis partem certum numerum terminorum, vel inter datos extremos quæritur medius ad quem ratio ab vno extremo versus alterum certum numerum vicium con-

2010 Ministerio de Cultura

continuata, præciſsè pertingat, & fundatur in ſimplici additione, vel ſubtractionem ratione prout ſequitur.

3. 1.
Proponatur ratio potentialis 27*a* ad 3*a*.
Multiplicanda per 3.
Cubicetur denominator 3, & ex antecedente extrahatur radix, vel potius conſeq. agatur in potentiam expoſitam à cubo 27, & ecce inter terminum novum, & innova-

27. 1.
tum ratio tripla propoſitæ 762559748498 7*a* ad 3*a*.

64. 8.
Eadem vel altera ratio *b* ad *b*.
Sit dividenda etiam per 3.
Extrahatur radix cub. ex denomin. 8, & per radicem 2.
Extrahatur ex anteced. radix vel quadretur vt ante con-

16. 8.
ſeq. & ecce ratio ſubtripla *b* ad *b*.
Suntergo geometric. proport. in ratione tripla rationes

27. 1. 3. 1. 64. 8. 16. 8.
762559748498 7*a* ad 3*a*, 27*a* ad 3*a*, *b* ad *b*, *b* ad *b*.
Correſpondentib. potential. denominatorib. 27. 3. 8. 2. & in exponentibus datur ſimul ſpecimen rationum geometricarum: ita vt denominatores vtriuſque generis eiſdem ſubiaceant legibus. De arithmeticis ſupervacaneum eſt ſimile in gradu remiſsiori commentari.

Porro inter duas rationes exquirere denominatorem geometricum (ſi forte integer eſt) defectu artis ſpecialis, eſt exercere pedetentim multiplicationem minoris donec æquet maiorem numerando additiones; tantum in arithmeticis valet etiam diviſio denominatoris maioris per illum minoris, ob rationem ſuperius allatam.

Sed improprietas eſt ſermonis loquendo de *intereſſe*, vt termini vno plures annis fructificationis ita proponantur quaſi magis in illis quam in rationibus correſpondentibus numero annorum verſaretur cardo difficultatis; neque minor ineptia monſtratur in indagando duos medios

con-

2010 Ministerio de Cultura

continuè proportionales inter extremos datos, quasi omnium numerorum maxime facilis captu binarius, esset offendiculo,& non potius ternarius cum reliquis primis qui semper æqualis sunt pertinaciæ hìc in trisectione, & reliquis divisionibus rationum geometricarum, & alibi in divisionibus angulorum, quorum conceptus geometricè respectivus ad totum circuitum circuli, facit vt aliquo modo illos sibi vendicet status rationum geometricarum.

Falluntur ergo qui quantitates rationum geometricarum statuunt in earum denominatoribus de quibus non egit Euclides,nam (quidquid sit de arithmeticis omnium rationum maximè materialibus) huiusmodi denominatores simul & rationum potentialium (de quibus nemo licet ordine sequentibus hactenus commentatus est) in omni rigore sunt numeri qua rationales, qua irrationales, & quod quælibet ratio habet quantitatis, mutuatur à cõtinua non à discretà; error surrepsit in denominando quasdam rationes à numeris *duplam*, *triplam*, &c. quod aliqui incauti ita intellexerunt quasi in geometricis locum haberent *binarij*, *ternarij*,&c. non animadvertentes huiuscemodi voces *dupla*, *tripla*,&c. hìc appellare supra antecedentem *duplum*, *triplum*,&c. consequentis, non ipsas rationes quæ in se sunt *vnæ*, neque dicuntur *dupla*, *tripla*, &c. nisi relate ad aliam cuius sunt *duplicatæ*, *triplicatæ*,&c. Et sic fatente Christophoro Clavio intellexerunt Euclidem Interpretes nonnulli, inter quos nominat solummodo Federicum Commandinum; est vero eiusdem sententiæ Zambertus, Nicolaus Tartalea, qui inter cætera, ad hunc locum, arguens Campanum errorum in expositione huius definitionis 10. lib. 5. commissorum (si fortè Campanus fuit ille expositor) salubriter monet cavendum esse à ponendis exemplis rerum alio spectantium in numeris: Athanasius Kircherus in sua Musurgia l. 3. c. 3. sub titulo *De Logistica Rationum*; & quidem nullibi vehementior instantia fieri potest quam hìc, quis enim Musi-

Def. 10 5.

2010 Ministerio de Cultura

cæ intelligens neget intervallum quod dicitur diapente, hoc eſt quinta, componi ex additione tertiæ minoris ad tertiam maiorem ? Notum eſt autem tertiam minorem confici ex ſonis in ratione 6 ad 5, maiorem in ratione 5 ad 4, & quintam vt 6 ad 4, quæ eſt, iuxta dicta, ſumma rationum præcedentium, ergo ſi vera eſt additio intervallorum, vera etiam eſt illa rationum. Eſt item M. Ozanam in ſuo Dictionario Mathematico Gallice edito, ad definitionem rationis compoſitæ, quamvis ſibi poſtea contradicat verſans adhuc in Arithmetica, cum definit rationem inter duas rationes geometricas eſſe rationem geometricam denominatorum, & ſuper hoc male ſtruit cum P. Gregorio à Sancto Vincentio, & alijs proportionalitatem rationum geometricarum arihmeticam loco geometricæ: & Ionas More Eques in ſua Arithmetica Anglice ſcriptà: plures citare non ſinit librorum parcitas. Verum ad exemplum tanti viri, præcurrente Volumnio Rodulpho, deviarunt non pauci, inter quos Gregorius à Sancto Vincentio, qui hac maxime ex cauſa vitiavit ſuam Quadraturam Circuli; Andreas Tacquet in Elementis, Ægidius Franciſcus Gotignies in ſua Logiſtica vniverſali, Bernardus Lamy, Joannes VVallis, & alij ſubijcientes rationes geometricas legibus fractorum, etiamſi hi eſſentialiter ſint numeri, illæ, fatente Gregorio à Sancto Vincentio, quantitatis tantum in obliquo: cæteroqui ſi adeo fatagimus abſtrahere à rationibus geometricis quod habent quantitatis, vel ſaltem certas quantitates earum loco ſubſtituere, quæ cum illis ſtrictam analogiam ineant, numeri denominatores (quos aliqui interpretes ad def. 5. 6. abutentes verbis Euclidis, vocant quantitates rationum, cum conſtet quantitates, quæ ad efficiendam rationem ex rationibus compoſitam, inter ſe multiplicantur, eſſe ipſarum terminos, quin & numerus multiplicatus per numerum, non producit pluſquam numerum) deficiunt in eo quod intendere debeant operationes gradum vnum vt proximè

2010 Ministerio de Cultura

mè inferioribus in rationibus correſpondeant : qui verò perficiunt ſunt Logarithmi certæ cuipiam rationi, e: g: decuplæ, aſſumptæ in vnitatem aptati,nam reductis omnibus rationibus geometricis ad minimum conſequentem 1, ideſt ad denominatores loco antecedentium , & incapacem denominandi geomrtricè vnitatem loco conſequentis, & collatis omnibus cum denominatore 10, vt radice, ipſi 10 obtinget exponens 1; denominatoribus maioribus numero 10;Logarithmi maiores vnitate,minoribus minores,hoc eſt fracti , denominatori æqualitatis vnitati, omnis potentiæ incapaci, 0, minus quam vnitati, id eſt fractis denominatoribus rationum negativarum minoris inæqualitatis, Logarithmi negativi , & horum Logarithmorum additio correſpondebit additioni, rationum denominatarum à numeris quorum ſunt Logarithmi, ſubtractio ſubtractioni,&c, Et,quod fortaſsis à paucis animadverſum eſt, diviſio maioris per minorem , menſurationi vnius rationis per alteram.

De rationibus arithmeticis,& potentialibus allatis præcipuè ad clariorem expoſitionem geometricarum, ſuperfluum eſt ſermonem ex dictis ſponte fluentem amplius protrahere.

Difficultates R. P. Chriſtophori Clavij (cui ſoli benè reſpondiſſe eſt cœteris omnibus ſatisfeciſſe)omnes offendunt in rationibus quas vocat,æqualitatis, & minoris inæqualitatis, nondum à quoquam in debito ſtatu negativo collocatis, adeoque vere vrſit adverſarios ſuos , ſi verum eſt voluiſſe illos,ſtatus negativi immemores,ſemper loqui de rationibus maioris inæqualitatis, cum ille, & defenſor illius contra Meibomium Ioannis VVallis, in ſtatu vti crediderunt fracto,ab hiſce offendiculis liberi incederent; verum quidem eſt, numeros fractos multum ſymbolizare cum negativis, vti patet in Logarihmis, adeoque ſpeciem veritatis præ ſe fert eorum diſcurſus,qui tamen hallucinari deprehendetur in alijs rationibus non geometri-

In lib. ad hoc edito, & in ſua hiſtoria Algebr. c.20.

cis

2010. Ministerio de Cultura

cis; ſolique ſtatui negativo debetur hæc prerrogativa omnes pari cum libertate percurrere ; neque inconſequens eſſe videtur credere illos qui relationes minoris inæqualitatis propter denominatores geometricos fractos habent pro rationibus fractis , eaſdem propter denominatores arithmeticos negativos habituros , vel ſaltem habere debere, pro negativis; quod tamen videtur abſurdum cum inquantitatibus abſolutis , quod ſub vna conſideratione eſt negativum vel fractum,idem ſub omni conſideratione ſoleat eſſe negativum, vel fractum.

Objcit præterea P. Clavius,quod ſi Compoſitio Rationum eſt earum additio , Euclidis definitio 10. l.5. hac de re vertatur in theorema, adeoque indigeat demonſtratione. Reſpondet Nicolaus Tartalea ſuper hoc Campano, Euclidem non aſſerere *eſſe* , ſed *dici* rationes ſecum compoſitas *duplicatam. triplicatam,&c.* Sed & ſolet Euclides in ſuis definitionibus indifferenter vti vocabulis *eſt*, & *dicitur* ad ſignificandum ea quæ ex ipſis terminis debent eſſe nota, inter quæ tam in hac def. 10. quam 20. l.5. Secutus communem notionem , quod quæ in communi extremo connectuntur habeantur pro additis; definivit in 10. quomodo ratio eadem ſibi addita multiplicetur, & in 20.quomodo quæcumque rationes in longum addantur; demonſtrat vero ad prop. 23. l. 6. Compoſitionem per
ad fin. ductionem ab hac additione non differre,reducendo eam
l.9. ad ſtatum huius, quo argumento vti conatur P. Clavius ad demonſtrandum exinde illud quod fit ducendo ſive multiplicando non poſſe eſſe aliud quam multiplicationem; ſed potius retorquendum eſt argumentum,dicendo id quod fit extendendo in longum , non poſſe eſſe aliud quam additionem, præſertim manente materiali rationis pœnes ipſos terminos, quomodocumque nobis placitum fuerit comparationem inter eos facere.

cap.20. Objcit D.Ioannes VVallis,adhibito textu Græco, du-
hiſtor. plicem eſſe compoſitionem rationum,vnam per additio-
Alg. nem,

2010 Ministerio de Cultura

nem,alteram per multiplicationem,adeoque Euclidi conformem esse doctrinam Clavij. Respondet Commandinus, Juniores proportionem definitam 14. vel decimo quinto loco in lib.5. apposuisse, neque compositionem magnitudinum eandem esse quæ compositio proportionum,augetur quidem per eam denominator vnitate, sed quanti hoc interfit rationis, aliunde petendum est, nam denominator exiguus sic auctus multum, grandis parum rationem auget.

Duplicitas quæ magis vrget est comparationis,quæ videtur inferre inter duas rationes minoris inæqualitatis, vnam simul esse maiorem, & minorem altera; nam quæ est plus minoris inæqualitatis,ad communem consequentem præbebit minorem antecedentem, ergo est minor; & potest simul esse *duplicata*, vel *triplicata*, &c. alterius, ergo in linea multiplicationis est maior, & evertitur totus fere liber quintus Elementorum. Respondetur negativa sub respectu arithmetico, prout fere vnice conferuntur rationes in l. 5. esse maiora quo minus recedunt à nihilo; at sub respectu geometrico,vt minus efficacia in multiplicando, esse minora:

p. 8. 5.

def. 10. 5.

Sic --4 in hac Analogia arithmetica +4. +2. --2. --4.
Est minor quam --2,at in hac geometrica +4. +2. --4. --2.
Est maior, nam vtrobique prior ratio +4 ad +2 est maioris inæqualitatis,ergo est posterior arithmetica --2 ad --4 & geometrica --4 ad --2. Et idem contingit fractionibus $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{2}$ sub respectu geometrico 4 ad 2 vt $\frac{1}{2}$ ad $\frac{1}{4}$.
& potentiali 4 ad 2 vt $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{2}$.

Quod affert P. Clavius de antecedente, & consequente vt agente,& passo, & non vtroque agente vel vtroque passo, alienum est ab ipsa definitione rationis, quæ consistit inter duas quantitates eiusdem generis: sed si lubet exhibere specimen doctrinæ rationum in agentibus solis, haud malo loco erimus; nam sunt agentia alia alijs vehementiora,in ijsdem gradibus cum operationibus arithme-

2010 Ministerio de Cultura

ticis ſupra citatis. Homo agens nudis viribus in pondus, addit vires nihilo; ſi adiuvatur ab alio, adduntur vires viribus, & eſt virtus compoſita duorum ad illam unius in ratione arithmetica denominata à viribus auxiliatricibus alterius; ſi ſolus adhibet vectem, multiplicat vires in ratione geometrica denominata à vicibus quibus longitudo vectis à potentia ad hypomoclion continet diſtantiam ab hypomoclio ad paſſum; ſi adiuvatur ab altero etiam cum vecte ſimiliter immediate agente in paſſum, augetur virtus multiplicata per additionem alterius item multiplicatæ, in ratione arithmetica ab illa denominata, quaſi nulla adeſſet multiplicatio, quæ ſiſtit quæque in ſuo vecte: ſed ſi vectem agit in vectem, prout fit per axes in peritrochio, multiplicationem addit multiplicationi, & producit virtutem compoſitam quæ eſt ad illam vnius vectis in ratione geometrica facti ex longitudinibus amborum, ad ſolam longitudinem dicti vectis, denominata à longitudine alterius, intelligendo ſemper per longitudines vectium vices quibus pars ſpectans ad potentiam continet alteram ſpectantem ad pondus; componitur autem ratio geometrica ad vtramvis vectis vnius, in ratione arithmetica denominata ab altera vectis alterius: ſi adhibet plures vectes æquales agentes in invicem, auget vires primi in ratione potentiali denominata à numero eorum, & rationem primi vectis per eundem multiplicat: quæ omnia ad amuſſim quadrant doctrinæ hic traditæ, viderint adverſarij ſi tam vniverſaliter, & conſecutivè ſuam ita materiæ applicare valeant.

FOR-

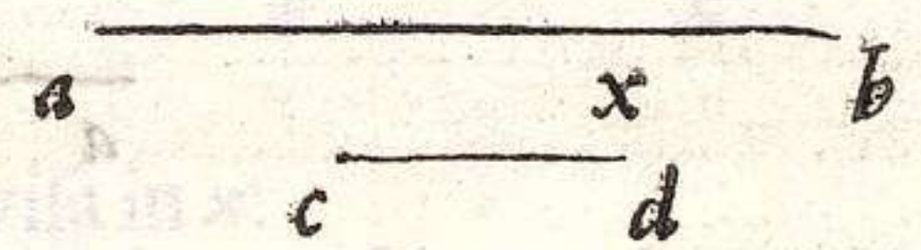
2010 Ministerio de Cultura

FORMVLÆ ARGUMENTANDI per lib. 2. Elementorum.

ARGUMENTATIONES LIB. 2. ELEMENTORUM, omnes de diuisione rectæ lineæ versantur, quodquidem vnam constituit implicitam conditionem, in quacumque propositione, in qua de comparatione planorum agitur, & recta aliqua occurrit diuisa, aut dividenda. Quoniam igitur harum argumentationum frequentissimus, & vtilissimus est vsus, breviter de illis stylo nostro verba faciemus.

PER 1. 2. ELEMENT.

Per primam lib. 2. Elementorum arguitur, cum asseritur, rectangulum sub duabus rectis lineis æquale esse rectangulis sub altera earum, & singulis segmentis alterius



Sint duæ rectæ lineæ *ab*, & *cd*, quarum *ab* diuisa sit in quotcumque partes *ax*, & *xb*, & *c*.
Ergo per 1. 2. el. *ab*: *cd* — Λ — *ax*: *cd* + *xb*: *cd*.

PER 2. 2. ELEM.

Arguitur quando diuisa recta vtcumque, concluditur rec-

2010 Ministerio de Cultura

rectangula sub tota, & quolibet segmentorum æqualia esse quadrato totius



Sit recta *ab* vtcumque divisa in *x*
Ergo per 2.2.elem. $abx + bax \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown aba.$

PER 3. 2. ELEM.

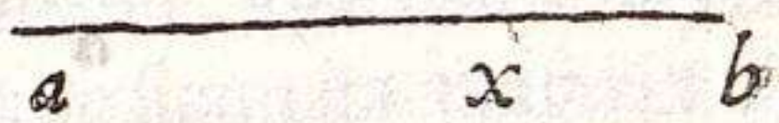
Per 3.2.arguitur quando divisa recta vtcumque, asseritur rectangulum sub tota, & vno segmentorum æquale esse rectangulo sub segmentis, vna cum quadrato prædicti segmenti



Sit recta *ab* divisa vtcumque in *x*
Ergo per 3.2.el. $abx \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown axb + xbx.$
Vel etiam, ergo $bax \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown axb + axa.$

PER 4. 2. ELEM.

Per 4.2.argumentatur quando divisa recta vtcumque, dicitur quadratum totius æquale esse quadratis segmentorum, vna cum duplo rectangulo sub ipsis contento.



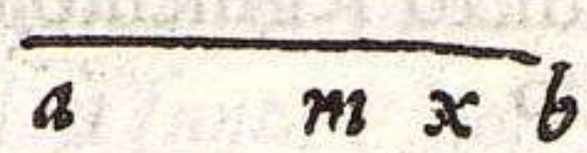
Sit recta *ab* divisa vtcumque in *x*.
Ergo per 4.2.el. $aba \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown axa + xbx + 2axb.$

PER 5. 2. ELEM.

Per 5.2.arguitur, quando divisa recta in æqualia, & non æqualia, asseritur rectangulum sub inæqualibus segmentis, vna cum quadrato intermediæ sectionum æquale esse quadrato dimidiæ.

Sit

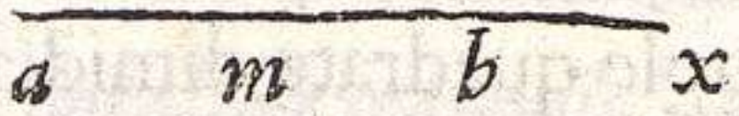
2010 Ministerio de Cultura



Sit recta *ab* diuisa æqualiter in *m*, & inæqualiter in *x*.
Ergo per 5.2.el. *axb + mxm* —Λ— *ama*.

PER 6. 2. ELEM.

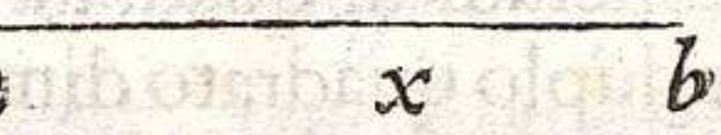
Per 6.2. argumentatur quando diuisa recta bifariam, ei alia adijcitur,& asseritur,rectangulum sub composita , & adjecta,vna cum quadrato dimidiæ æquale esse ei , quod ex dimidia, & adjecta, tamquam ab vna linea describitur quadrato.



Sit recta *ab* bifariam secta in *m*, & ei adijciatur *bx*.
Ergo per 6.2.el. *axb + ama* —Λ— *mxm*.

PER 7. 2. ELEM.

Per 7. 2. arguitur quando diuisa vtcumque linea recta, infertur quadrata totius , & vnius segmentorum æqualia esse duplo rectangulo sub tota, & dicto segmento,vna cum quadrato alterius.



Sit recta *ab* vtcumque diuisa in *x*.
Ergo per 7.2.el. *aba + axa* —Λ— *2bax + xbx*
Vel etiam, ergo *aba + xbx* —Λ— *2abx + axa*

PER 8. 2. ELEM.

Per 8.2. arguitur,quando diuisa recta vtcumque , concluditur quadruplum rectanguli sub tota , & vno segmentorum,vna cum quadrato alterius;æquale esse ei , quod à tota,

2010 Ministerio de Cultura

tota,& dicto segmento,tamquam ab vna recta describitur quadrato

$v\ a\ x\ b\ y$

Sit recta *ab* vtcumque divisa in *x*, & fiat *by* ipsi *xb* æqualis.
Ergo per 8.2.el. $4abx + axa _\Lambda_ ay$ 1.
Uel fiat *va* ipsi *ax* æqualis.
Ergo per 8.2.el. $4bxa + xbx _\Lambda_ vbv$.

PER 9. 2. ELEM.

Per 9.2.arguitur quando divisa recta in æqualia, & non æqualia,asseritur quadrata partium inæqualium æqualia esse duplo quadrato dimidiæ, vna cum duplo quadrato intermediæ.

$a\ m\ x\ b$

Sit recta *ab* divisa æqualiter in *m*, & inæqualiter in *x*.
Ergo per 9.2.el. $axa + xbx _\Lambda_ 2ama + 2mxm$.

PER 10. 2. ELEM.

Arguitur quando divisa recta bifariam, ei adijcitur alia, & concluditur quadrata compositæ, & adiectæ, æqualia esse duplo quadrato dimidiæ vna cum duplo quadrato intermediæ (ideſt eius,quæ à dimidia, & adiecta componitur.)

$a\ m\ b\ x$

Sit recta *ab* bisecta in *m*, & ei adijciatur *bx*
Ergo per 10.2.el. $ax1 + bxb _\Lambda_ 2ama + 2mxm$.

Hæ sunt æquationes, quæ in lib. 2. elementorum ex divisione rectæ lineæ originem trahunt. Sed quoniam Eucli-

2010 Ministerio de Cultura

clides , eiuſque interpretes æqualitatem tantum inter quadrata, & rectangula contemplati ſunt ; non abs re erit, ſi Lectorem meum monitum velim, ipſos eodem modo inter rhombos, & parallelogramma æquiangula æqualitatem contemplari potuiſſe , vt doctrina vniverſalior evaderet. Itaque primum theorema ſic ego proponerem.

Si fuerint duæ rectæ lineæ, ſeceturque ipſarum altera in quotcumque ſegmenta : factum ſub illis duabus rectis in quovis angulo æquale erit factis in eodem angulo ſub inſecta, & ſingulis ſegmentis diviſæ.

Et expoſitis duabus figuris parallelogrammis , quarum vna ſub angulo recto , & altera ſub alio quovis angulo contineretur, iiſdem verbis, de rectangulis , & quibuſvis parallelogrammis concludẽtem propoſitum. Et eodem modo de reliquis theorematibus , quæ de ſectione rectæ lineæ verſantur. Quod, cum opus fuerit , quiſque exequi poterit.

Præterea monere volumus has propoſitiones lib. 2. el. In terminis vniverſalioribus explicari debuiſſe, propterea quod recta, quæ intermedia vocatur, iam ſemidifferentia, iam ſemiſumma ſit partium inæqualium , vt manifeſtum fiet in ſubſequentibus.

DE

2010 Ministerio de Cultura

DE PRINCIPIJS elementarijs.

Omne problema ab alio independenter resolvi debet, videlicet ex solis principijs elementarijs, quapropter omnia illa principia vniversalia, à quibus resolutionis ars dependere videatur, in elementis debent contineri. Sunt qui magna, & erudita volumina scripsere, propositionibus plena, quarum concatenatio ita indissolubilis persistit, vt vel vnam propositionem intelligere nequeas ni omnes antecedentes perceperis. Sunt etiam qui adeo meditatione magnitudinum delectantur, vt speciales, & peculiares connexiones, quas inter illas speculantur, nobis statim proponunt. Immo cum aliquod resolverint problema, ipsum ceu theorema tradunt, tamquam regulam ad tale problema resolvendum. Vnde fit, quod infinita ferè existant particularia præcepta, quibus inaccessibilis (aliunde facilis, & iucunda) videatur Geometria.

Uerè duo præcipua Geometram decere existimo, nimirum elementa perficere, & analysim promovere. Perficientur quidem elementa, si illa tantum theoremata complectantur, quæ vniversales, & primitivas doceant magnitudinum con-

2010 Ministerio de Cultura

connexiones, & illa solum problemata contineant, quæ vniversales effectiones erudiant. Hæc sola, principia sanè vocantur, reliqua enim omnia tam theoremata, quam problemeta ad artem resolutivam pertinent. Promovebitur vero analysis, si ad vniversalem modum resolvendi præcepta faciliora tradantur. Vtrumque iam alijs relinquimus, & interim sequentes propositiones, quæ nobis necessariæ visæ sunt, per modum corollarij, aut scholij in elementis explicatas cupimus. Nam quamvis mens erat loco huius introductionis, ipsa elementa (servato ordine propositionum Euclidis) arbitratu nostro concinnata præmittere; nos á propopoposito abstinere temporis incommoditas coegit.

Quod enim elementa perficere oporteat, ex eo perspicuum fit, quod plerique omnes Scriptores, vel ipsa comprimere, vel ipsa protrahere conati fuerint; infœliciter tamen. Qui enim brevitatem affectarunt, plura omiserunt necessaria, qui verò integritati consuluerunt, plura aggregarunt inutilia. Et omnes (quod mirum est) nævulos, quibus elementa laborant, & qui Mathesos nitorem deturpare videntur, prætermissos reliquerunt.

In ipso limine Iohannes Lunesclos paralogismum deprehendit. In prima enim prop. lib. 1 se circulos intersecaret negat, non quia falsum;

2010 Ministerio de Cultura

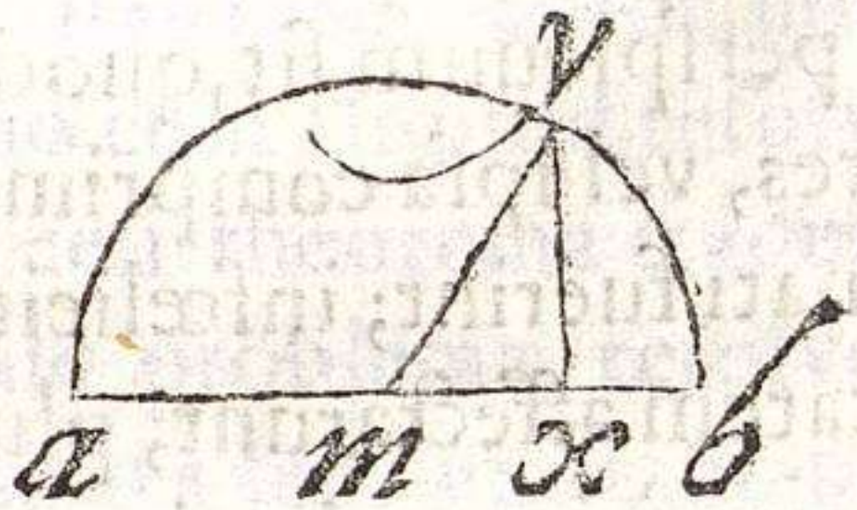
sed quia non ostensum. Superpositio in quarta, & octava eiusdem libri mechanicam olet. Propositio 42. diminuta proponitur, & determinata demonstratur. Et huiusmodi alia multa, quæ insinuare sufficiat; plura quidem, quam vt hic recenseri possint.

PROPOSITIO VI.

Scholiō ad prop 5.2.el.

Differentia duorum quadratorum æqualis est rectangulo sub aggregato, & differentia laterum.

Sint duo latera *mb*. *mx*. Et fiat *am* ipsi *mb* æqualis, descriptoque super *ab* semicirculo, erigatur perpendicularis *xy*, & iungatur *my*. Quoniam igitur *ab* divisa est æqualiter in *m*, & inæqualiter in *x*, erit



5.2. el. rectangulum *axb* cum quadrato *mx* æquale quadrato *mb*, seu *my*, hoc est quadratis *xy*, & *mx*: ergo dempto communi quadrato *mx*, erit quadratum *xy*, differentia scilicet quadratorum *my*, ideſt *mb*, & *mx*, æquale

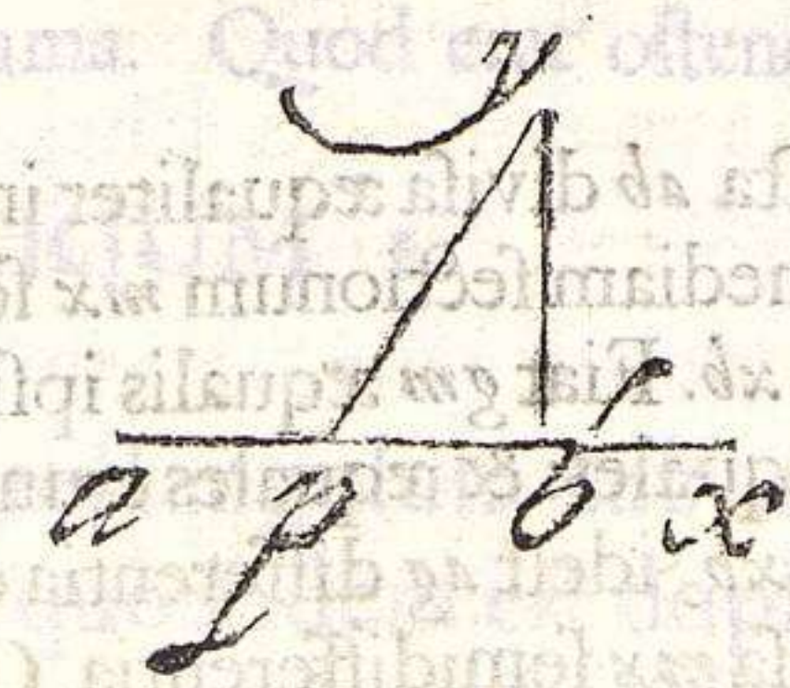
47. 1. el. rectangulo *axb*, hoc est sub *ax* (summa laterum *am*, ideſt *mb*, & *mx*) & *xb* (differentia eorumdem) Quod erat ostendendum.

ALITER.

Sint

2010 Ministerio de Cultura

Sint duo latera *pb. px*, & fiat *ap* ipſi *pb* æqualis, erigaturque perpendicularis *by*, ita vt ducta *py* æqualis ſit ipſi *px*. Quoniã igitur *ab* biſecta eſt in *p*, & adijcitur *bx*: erit rectangulum *axb* cum quadrato *pb* æquale quadrato *px*, ſeu *py*, hoc eſt quadratis *pb*, & *by*, vnde dempto communi quadrato *pb*, remanebit quadratum *by*, differentia videlicet quadratorum *py*, ideſt *px*, & *pb* æquale rectangulo *axb*, ideſt ſub *ax* (aggregato laterum *px* & *pb*, ideſt *ap*) & *bx* (differentia eorumdem *px*, & *pb*.) Quod erat oſtendendum.



Scholiõ ad prop 6. 2. el.

6. 2. el.

COROLLARIVM.

Ex hac propoſitione perſpicuum eſt, ſi recta *ab* dividatur æqualiter in *m*, & inæqualiter in *x*: rectangulum *axb* æquale eſſe differentiæ quadratorum *mx*, & *mb*.

Et etiam ſi recta *ab* dividatur bifariam in *p*, & ei adijciatur *bx*: rectangulum *axb* æquale eſſe differentiæ quadratorum *px* & *pb*.

PROPOSITIO VII.

Si recta linea diviſa fuerit in partes æquales, & inæquales: intermedia ſectionum ſemidifferentia eſt partium inæqualium.

Scholiõ ad 5. 2. elem.

2010 Ministerio de Cultura



Sit recta *ab* divisa æqualiter in *m*,& inæqualiter in *x*. Dico intermediam sectionum *mx* semidifferentiam esse partium *ax*, & *xb*. Fiat *gm* æqualis ipsi *mx*, & quoniam *am*, & *mb* sunt æquales: & æquales erunt residuæ *ag*. *xb*: Igitur inter *ax*, & *xb*, ideſt *ag* differentia erit *gx*, ideſt dupla *mx*,adeoque ipsa *mx* semidifferentia. Quod ostendere oportebat.

COROLLARIUM.

Hinc facile infertur differentiam quadratorum *ax* & *xb* æqualem esse rectangulo sub *ab* & 2*mx*, ideſt dupla *mx*, videlicet sub aggregato,& differentia laterum, vel quod idem est, duplo rectangulo sub *ab* & *mx*.

PROPOSITIO VIII.

Schol. ad 6. 2. el.

Si recta linea divisa fuerit bifariam, & ei adijciatur quæpiam: intermedia sectionum, ideſt composita ex dimidia, & adiecta, semisumma est adiectæ, & compositæ ex tota, & adiecta.



Sit recta *ab* divisa æqualiter in *m*, & ei quæpiam adijciatur *bx*. Dico intermediam sectionum *mx* semisummam esse partium *ax*, & *bx*. Fiat *ka* ipsi *bx* æqualis. Quoniam igitur *am*, & *mb*, nec non *ka*, & *bx* sunt æquales, & æqua-

les

2010 Ministerio de Cultura

les erunt *km*, & *mx*: ergo *kx* ſumma erit partium *ax*, & *bx*, ideſt *ka*, adeoque *mx* ſemiſumma. Quod erat oſtendendum.

COROLLARIUM 1.

Hinc manifeſtum fit rectangulum ſub *ab* & 2*mx*. ideſt dupla *mx*, vel quod idem eſt duplum rectangulum ſub *ab*, & *mx* æquale eſſe differentiæ quadratorum *ax*. *bx*, videlicet ſub aggregato, & differentia laterum.

COROLLARIVM 2.

Etiam patet ſemidifferentiam *am* partium *ax*, & *bx*, & ſemiſummam earumdem *mx*, partem maiorem componere *ax*. Item differentiam inter eadem ſemidifferentiam *mb*, & eamdem ſemiſummam *mx*, partem eſſe minorem *bx*. Hoc ipſum inferre licet ex antecedente propoſitione.

PROPOSITIO IX.

Schol. ad 7. 2. el.

Duo quadrata æqualia ſunt quadrato differentiæ laterum vna cum duplo rectangulo ſub ijſdem lateribus comprehenſo.



Sint duo quadrata, quorum latera ſint rectæ *ab*, & *ax*.

Sunt

2010 Ministerio de Cultura

Sunt igitur bina quadrata *ab*, & *ax* æqualia quadrato *xb*,
7.2.el. nempe differentiæ laterum *ab*, & *ax*, vna cum duplo rectangulo *bax*, videlicet ſub iſdem lateribus *ab*, & *ax* comprehenſo. Ergo duo quadrata,&c. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO X.

Schol. ad 9. 2. el.

Duo quadrata æqualia ſunt duplo quadratorum ſemiſumminæ, & ſemidifferentiæ laterum.



Sit recta *ab* diviſa æqualiter in *m*, & inæqualiter in *x*. Sunt igitur quadrata *ax*,& *xb* æqualia duplo quadratorum
9.2. el. *am*, & *mx*; ſed *am* eſt ſemiſumma laterum *ax*,& *xb*; & *mx* eorundem ſemidifferentia: ergo quadrata *ax*, & *xb* æqua-
per 7. huius lia ſunt duplo quadratorum ſemiſummæ *am*, & ſemidifferentiæ laterum *mx*. Quod erat oſtendendum.

ALITER.



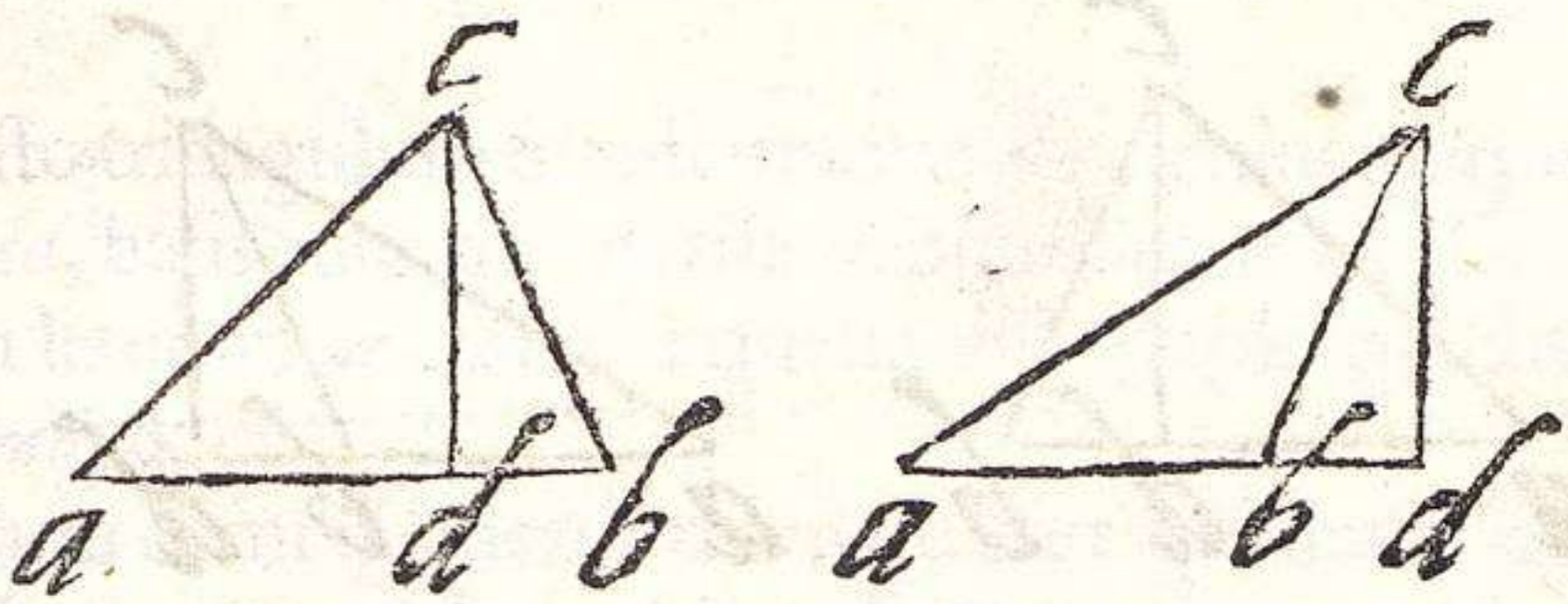
Sit recta *ab* diviſa æqualiter in *m*, & ei adijciatur quæpiam *bx*. Sunt igitur quadrata *ax*,& *bx* æqualia duplo qua-
10.2.el. dratorum *am*, & *mx*; ſed *am* eſt ſemidifferentia, & *mx* ſemiſumma laterum *ax*,& *bx*. Igitur quadrata *ax*, & *bx* æ-
per 8. huius. qualia ſunt duplo quadratorum ſemiſummæ, & ſemidifferenriæ laterum, nempe *mx*, & *am*. Quod erat oſtendendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XI.

In omni triangulo differentia quadratorum laterum æqualis est differentiæ quadratorum, quæ fiunt à segmentis baseos. *Schol. ad 47. 1.el.*



Sit triangulum quodcumque *abc*, cuius perpendiculum *cd*, sitque latus *ac*, latere *bc* maius. Dico differentiam inter quadrata *ac*, & *cb* æqualem esse differentiæ inter quadrata *ad*, & *db*. Cum enim quadratum *ac* æquale sit quadratis *ad* & *cd*, quadratum vero *bc* æquale quadratis *db*, & *cd*: erit (auferendo æqualia ab æqualibus) differentia inter quadrata *ac*, & *bc* æqualis differentiæ inter quadrata *ad*, & *db*. Quod erat ostendendum.

SCHOLION.

Cum autem differentia quadratorum *ad db* æqualis sit (*per 6. huius*) rectangulo sub aggregato, & differentia partium: perspicuum fit, in omni triangulo differentiam quadratorum laterum æqualem esse rectangulo sub aggregato, & differentia segmentorum baseos.

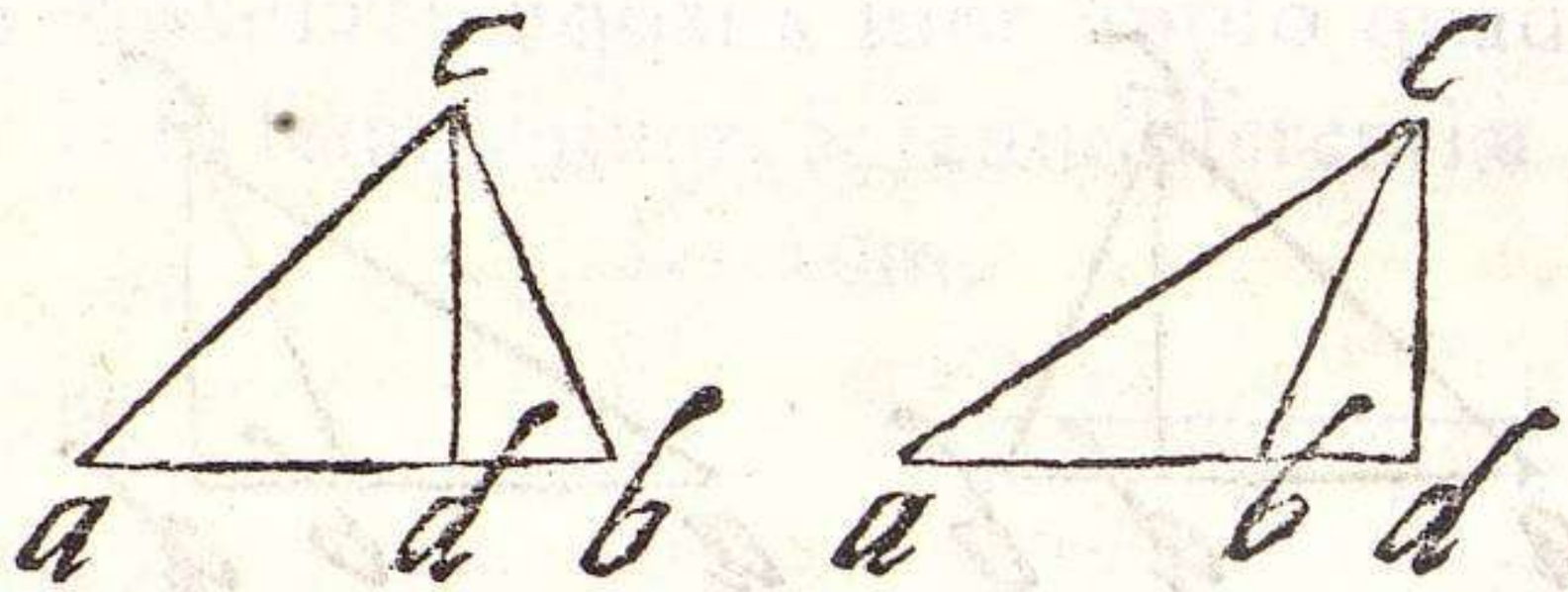
PRO-

BIBLIOTECA
DEL
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XII.

Schol. ad 47. 1. el. In omni triangulo quadrata laterum, & segmentorum baseos permutatim sumpta inter se sunt æqualia.



Sit triangulum *acb*, cuius perpendiculum *cd*. Dico quadrata lateris *ac*, & alterni segmenti *db* æqualia esse quadratis lateris *cb*, & alterni segmenti *ad*.

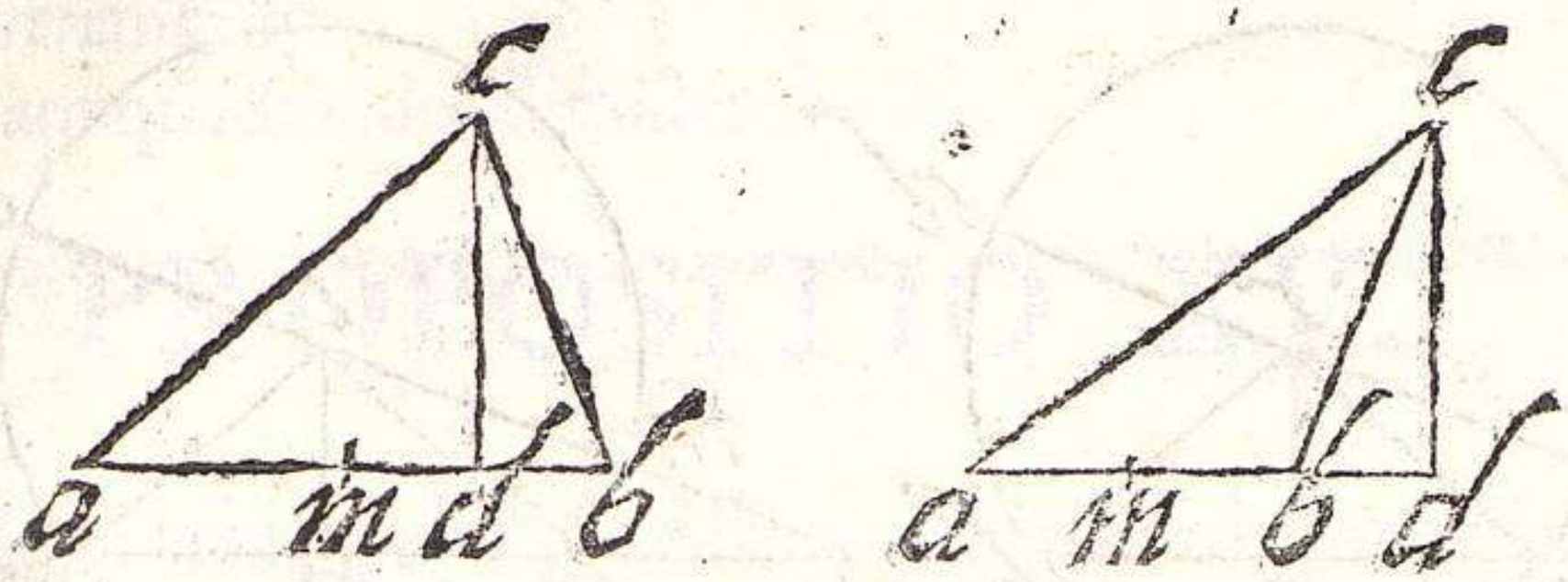
Est enim quadratum *ac* æquale quadratis *ad*, & *dc*: ergo addito quadrato *db*, erunt quadrata *ac*, & *db* æqualia quadratis *ad*, & *dc*, & *db*, hoc est quadratis *ad* & *cb*. Quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XIII.

Schol. ad 9. & 10. l. 2. elem. In omni triangulo quadrata laterum simul sumpta æqualia sunt duplo quadratorum semibasis, intermediæ, & perpendiculi.

Esto

2010 Ministerio de Cultura



Esto triangulum quodcumque *abc*, cuius perpendiculum *cd*, basis autem *ab* divisa sit bifariam in *m*. Dico quadrata laterum *ac*, & *bc* æqualia esse duplo quadratorum *am*. *md*, & *cd*.

Cum enim quadratum *ac* æquatur quadratis *ad*, & *cd*, quadratum vero *cb* quadratis *db*, & *cd*: erunt quadrata *ac*, & *bc* æqualia quadratis *ad*, & *ab* cum duobus quadratis *cd*; sed quadrata *ad*, & *db* (per 9. & 10. lib. 2. elem.) æquantur duobus quadratis *am*, & duobus *md*: ergo quadrata *ac*, & *bc* æqualia erunt duplo quadratorum *am*, *md*, & *cd*. Quod erat ostendendum.

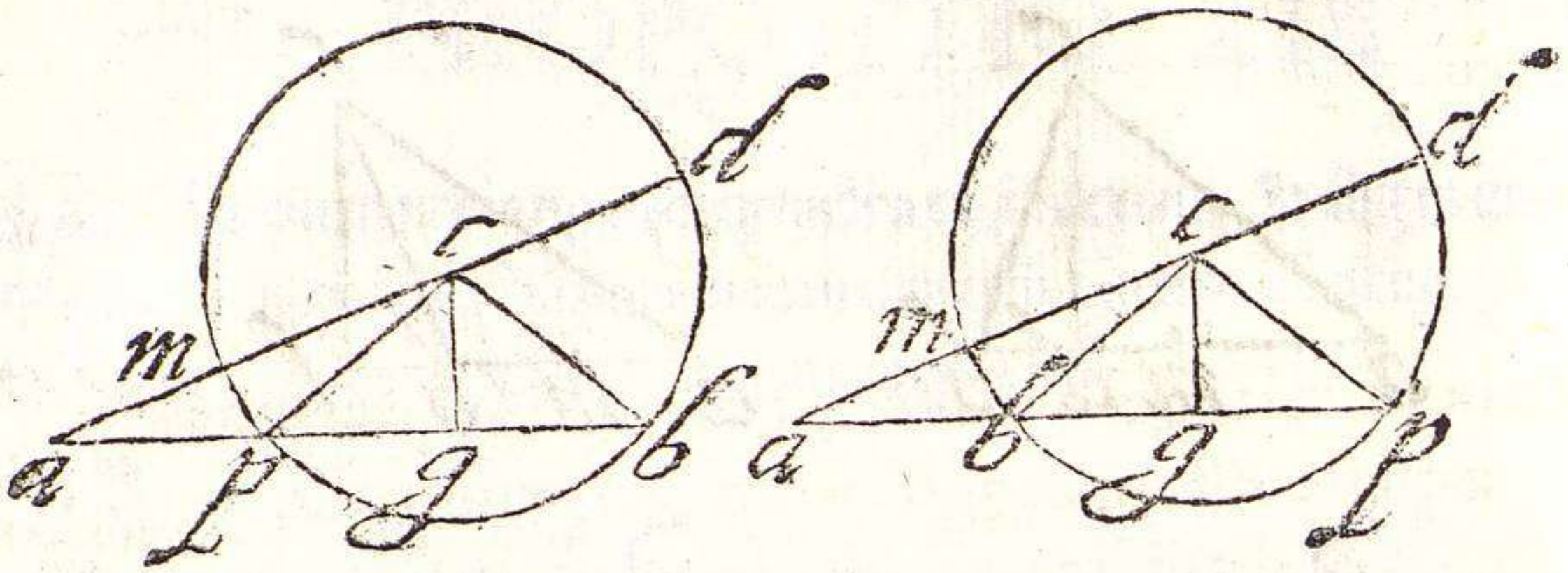
NOTA.

Si recta ducatur *mc*, poterit ipsa rectarum *md*, & *dc* quadrata, quare quadrata laterum *ac*, & *cb* æqualia erunt duobus quadratis *am*, & duobus *mc*.

PROPOSITIO XIV.

In omni triangulo, rectangulum sub aggregato, & differentia laterum æquale est rectangulo sub aggregato, & differentia segmentorum baseos. *Schol. ad 36. 3. el.*

2010 Ministerio de Cultura



Esto tam oxygonium, quam ambligonium triangulum *acb*, latera *ac*, & *cb*, basis *ab*, & perpendiculum *cg*. Minore latere *cb* vt radio circulus describatur *bpd*, secans basim *ab* (productam in ambligonio triangulo) in *p*. Ducatur *pc*, & latus *ac* protrahatur ad *d*. Erit igitur in vtroque triangulo *ad* summa laterum, & *am*. Eorumdem differentia, eritque in oxygonio basis *ab* aggregatum segmentorum, & *ap* ipsorum differentia: sed in ambligonio *ap* erit aggregatum, & ipsa basis *ab* differentia segmentorum sui ipsius *ag*, & *bg*: ergo (*per* 36.3. *elem.*) rectangulum *dam* sub aggregato, & differentia laterum æquale erit rectangulo *bap* sub aggregato, & differentia (vel sub differentia, & aggregato) segmentorum baseos, quod ostendendum erat.

COROLLARIVM.

Scholiõ ad 14. l. 6. el. Cum igitur rectangula sint æqualia *dam. bap.* erit (*ex* 14. *lib.* 6. *el.*)

IN OMNI TRIANGVLO.

Vt *ab* basis
Ad *ad* summam laterum.
Ita *am* differentia laterum.
Ad *ap* summam, sive differentiam segmentorum baseos.

Vide-

2010 Ministerio de Cultura

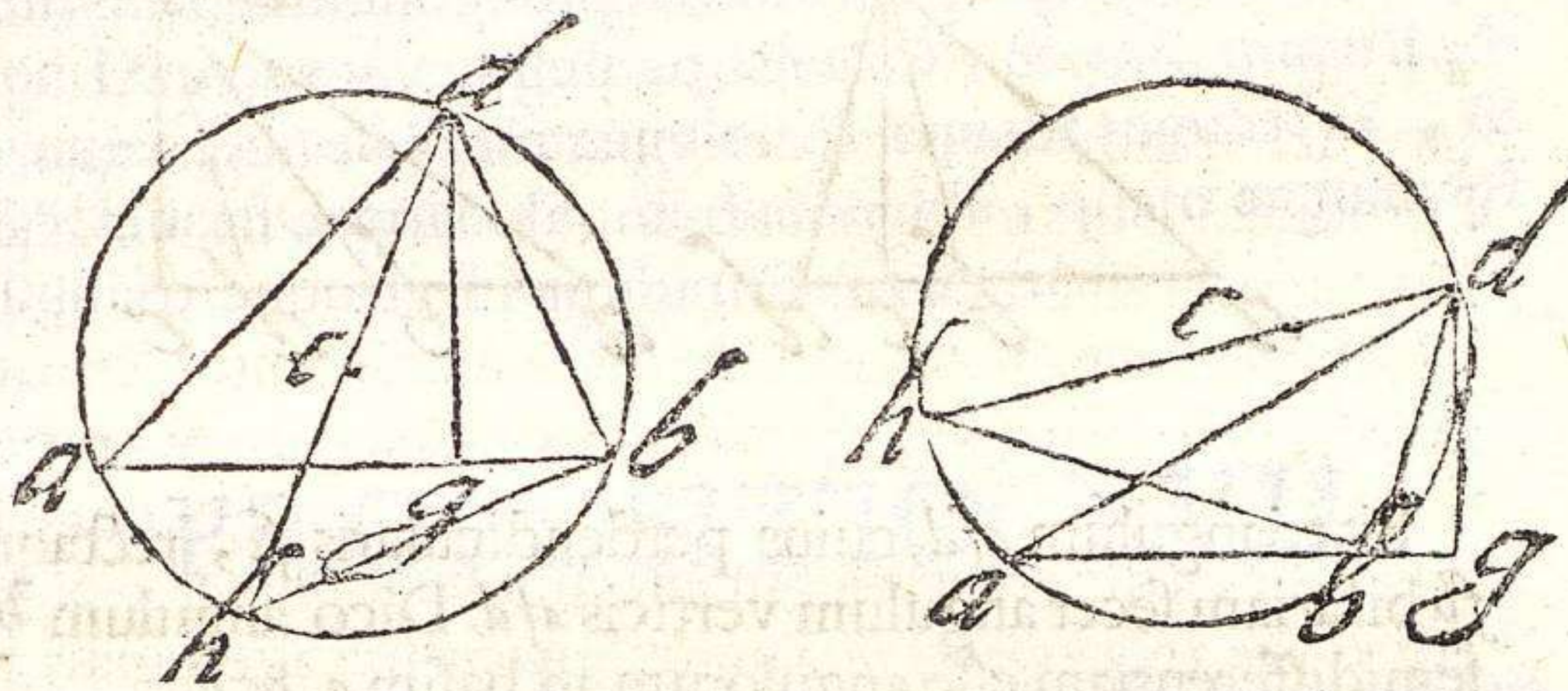
Videlicet ſummam in ambligonio, differentiam in oxygonio triangulo.

Et etiam quadrando, dimidiando, &c.

PROPOSITIO XV.

In omni triangulo : rectangulum ſub lateribus æquale eſt rectangulo ſub perpendiculo, & diametro circuli circumſcripti.

Scholiũ ad 14. 6. elem.



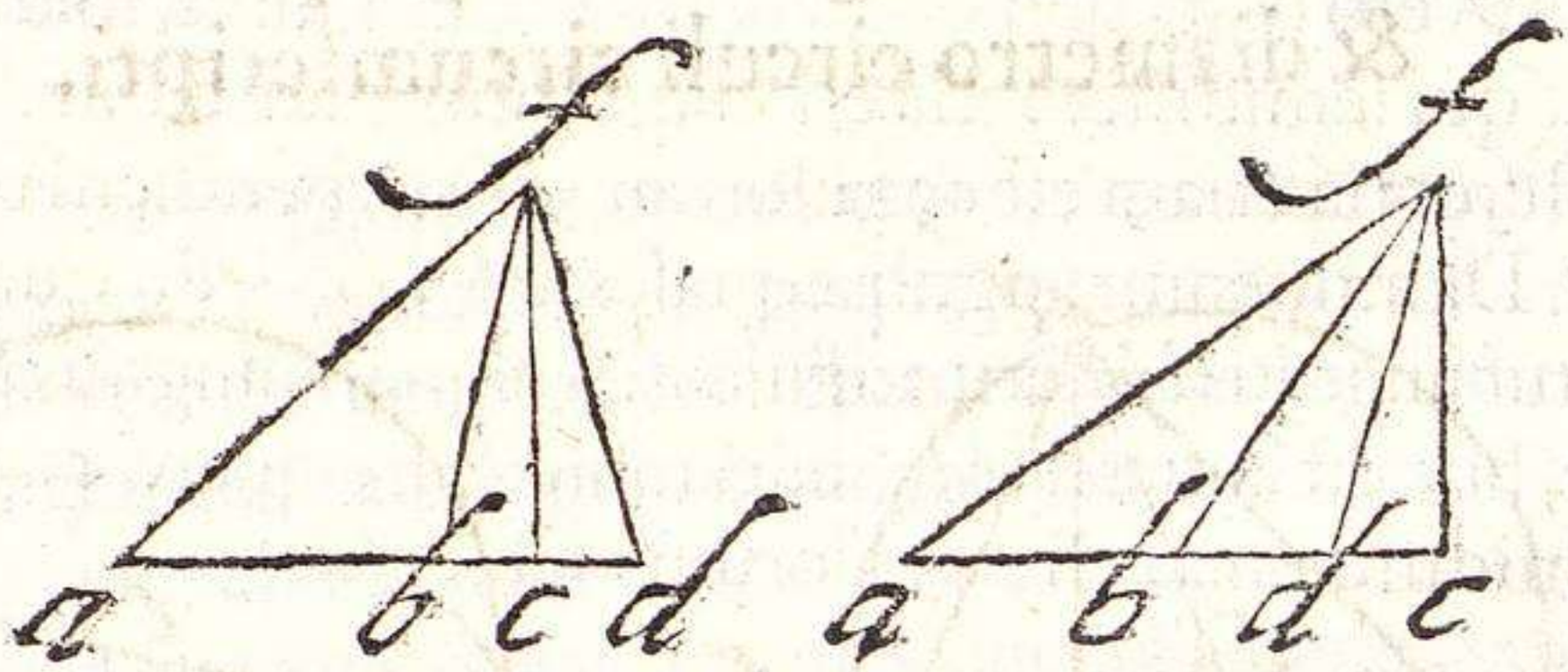
Sit triangulum *adb*, cuius altitudo *dg*, & circumſcribatur circulus, cuius centrum *c*, ducatur diameter *dh*, & iungatur *hb*. Dico rectangulum ſub lateribus *adb* æquale eſſe rectangulo ſub perpendiculo *dg*, & diametro circuli circumſcripti *dh*.

Quoniam enim anguli *a*, & *h* ſunt æquales (vt pote inſiſtentes ſuper eamdem *db*) & anguli *g*, & *dbh* in ſemicirculo recti; erunt triangula *adg dbh* ſimilia, quare vt *ad* ad *dg*, ita erit *dh* ad *db*: ergo rectangulum ſub lateribus *adb* æquale erit rectangulo ſub perpendiculo *dg*, & diametro *dh*. Quod erat oſtendendum.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XVI.

Schol. ad 31. 3. el. In omni triangulo angulus comprehensus à perpendiculari, & recta, quæ angulum verticis bifariam dividit, semidifferentia est angulorum ad basim.



Sit triangulum *afd*, cuius perdendicularis *fc*, rectaque *fb* bifariam secet angulum verticis *afd*. Dico angulum *bfc* semidifferentiam esse angulorum ad basim *a*, & *d*.

Perpendicularis *fc* cadet intus. Cum enim anguli *a*, & *afc*, idest anguli *a*. *afb*, & *bfc* æquales sint angulis *cfd*, & *d*. (quia vtraque pars recto est æqualis) si addatur angulus *bfc*; erunt anguli *a*, & *afb*, & duo anguli *bfc* æquales angulis *bfc*. *cfd*. & *d*, idest angulis *bfd*, & *d*. Vnde si auferantur anguli æquales *afb*. *bfd*: remanebunt angulus *a*, & duo anguli *bfc* æquales angulo *d*. Superat igitur angulus *d*. angulum *a* duobus angulis *bfc*, adeoque angulus *bfc* semidifferentia est eorumdem.

Perpendicularis *fb* cadat extra. Quoniam igitur angulus *adf* æqualis est internis *dfc*, & *dcf*; angulus vero rectus *dcf* æquatur angulis *a*, & *afc*: erit angulus *adf* æqualis angulis *a*. *afc*, & *dfc*, hoc est angulis *a*. *afd*, & duobus *dfc*, vel angulis *a*. duobus *bfd*, & duobus *dfc*, vel tandem angulis *a*. &

2010 Ministerio de Cultura

a, & duobus *bfc*. Superat igitur angulus *adf* angulum *a* duobus angulis *bfc*. Itaque semidifferentia eorumdem erit angulus *bfc*. Quod erat ostendendum.

NOTA.

Cum perpendicularis *fc* extra triangulum cadit, perspicuum est ipsum angulum verticalem *afd* differentiam esse angulorum ad perpendicularem *afc*. *dfc*.

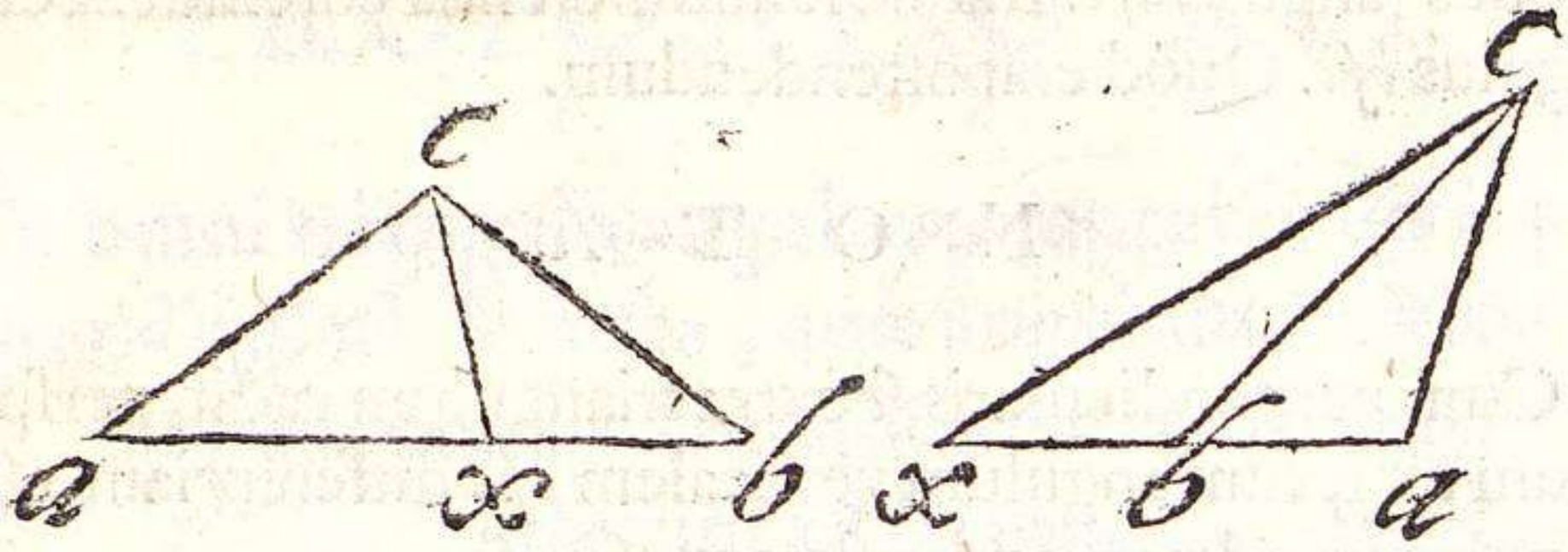
At vero cum perpendicularis *fc* cadit intra, ipse angulus *bfc* (qui semidifferentia est angulorum ad basim) semidifferentia etiam est angulorum ad perpendicularem *afc*. *cfd*. Dantur enim anguli æquales *afb*, & *bfd*, quare si addatur angulus *bfc*: erit angulus *afc* æqualis angulis *bfd*, & *bfc*, hoc est angulis *cfd*, & duobus *bfc*, quare angulus *bfc* semidifferentia est angulorum *afc*, & *cfd*.

PROPOSITIO XVII.

In omni triangulo si à vertice ad basim (etiam protractam, si opus fuerit) recta ducatur cum vno laterum angulum constituens æqualem angulo ad basim, ipsi lateri opposito: erit quadratum ipsius lateris æquale rectangulo sub base, & segmento conterminino. Rectangulum vero sub lateribus æquale rectangulo sub base, & ipsa recta ducta. *Schol. ad 8.6. el.*

Sit

2010 Ministerio de Cultura



Sit quodvis triangulum *abc*, & à vertice *c* in baſim *ab* recta ducatur *cx*. faciens cum latere *ac* angulum *acx* æqualem angulo *abc* ipſi lateri *ac* oppoſito. Dico quadratum ipſius lateris *ac* æquale eſſe rectangulo ſub baſe *ab*,& ſegmento contermino *ax*. Rectangulum verò ſub lateribus *acb* æquale rectangulo ſub baſe *ab*, & ipſa recta ducta *cx*.

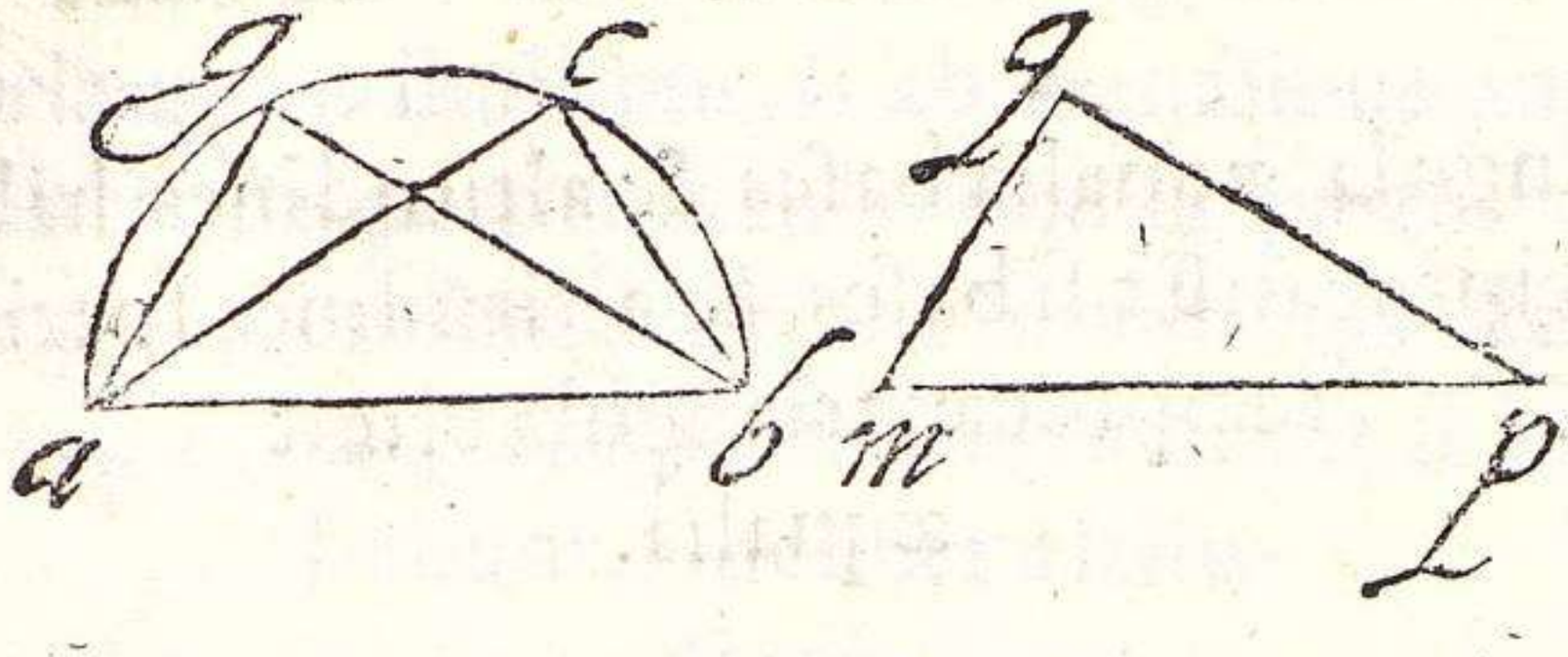
Cum enim angulus *acx* angùlo *abc* ſit æqualis, & angulus *bac* communis, triangula erunt ſimilia *abc*, & *axc*: ergo erit vt *ab* ad *ac*, ita *ac* ad *ax*, & quadratum *ac* æquale rectangulo ſub *ab*, & *ax*. Et etiam erit vt *ab* ad *bc*, ita *ac* ad *cx*, & rectangulum ſub *ac*, & *bc* rectangulo ſub *ab*, & *cx* æquale. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XVIII.

Si triangula vnum angulum vni angulo æqua-
Schol. lem habuerint : ratio laterum vnius trianguli
ad 23. 6. el. circa maiorem angulum maior erit ratione laterum alterius circa minorem angulum. Et è contra ſi ratio laterum vnius trianguli circa alium angulum maior fuerit ratione laterum alterius circa alium angulum ille iſto erit maior.

Sint

2010 Ministerio de Cultura



Sint duo quæcumque triangula *acb. mqp*, angulos *c.* & *q.* æquales habentia, ſitque angulus *m* maior angulo *a.* Dico rationem *mp.* ad *mq.* maiorem eſſe ratione *ab.* ad *ac.* Et è contra ſi ratio *mp* ad *mq* maior fuerit ratione *ab* ad *ac*, angulum *m.* maiorem eſſe angulo *a.*

Circa *acb* ſegmentum circuli deſcribatur angulum capiens *acb*, & fiat angulus *bag* angulo *m* æqualis, & iungatur *gb.* Erit igitur angulus *g* in eodem ſegmento æqualis angulo *c*, ideſt *q*; ac proinde ſimilia erunt triangula *agb. mqp.* Eſt autem *ag* minor quam *ac* quia remotior à centro: ergo ratio *ab* *ag*, ideſt ratio *mp.* *mq* maior erit ratione *ab* *ac.*

Converſam autem hoc modo oſtendemus. Si igitur ratio *mp.* *mq* maior fuerit ratione *ab* *ac*, fiat vt *mp* ad *mq*, ita *ab* ad *ag*, quæ neceſſario erit minor quam *ac*, vt ſit ratio *mp.* *mq*, ideſt *ab.* *ag* maior ratione *ab.* *ac*, vti ponitur: ergo punctum *g* cadet in peripheria inter *a*, & *c*: ergo angulus *bag*, ideſt angulus *m*, angulo *bac* maior erit quod oſtendere oportebat.

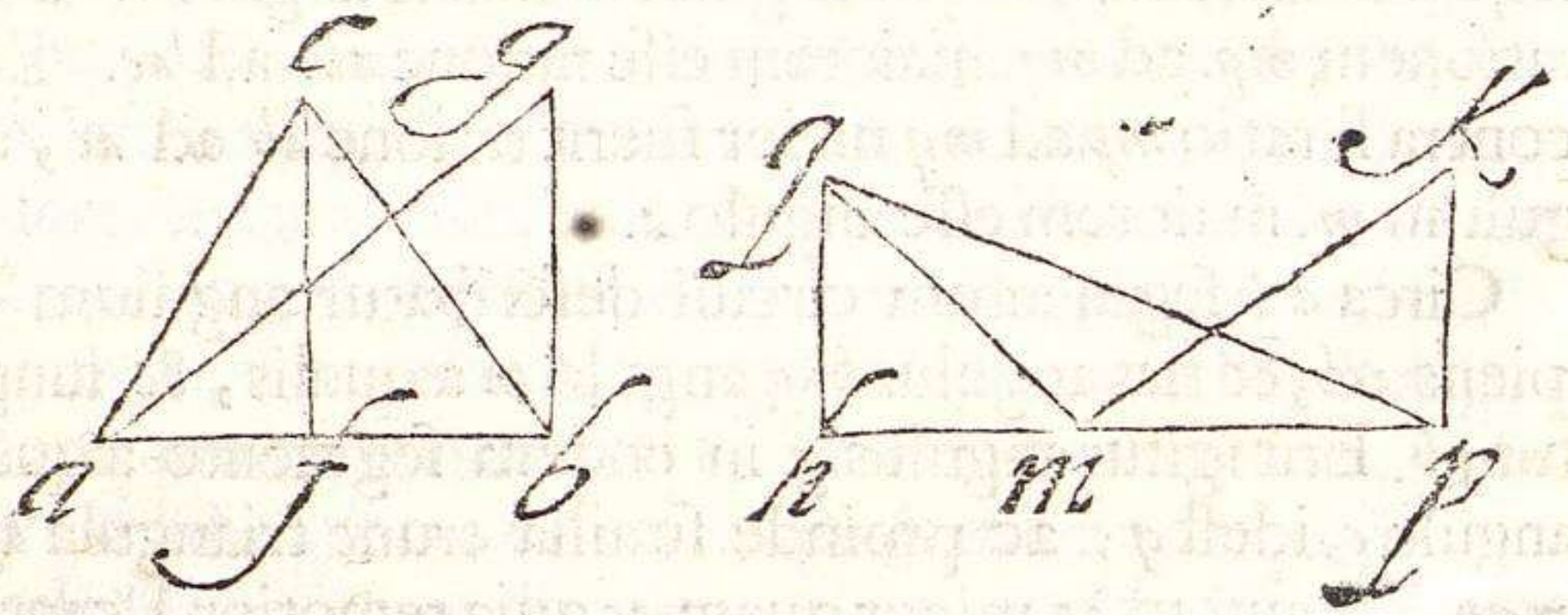
Hæc propoſitio aliquando vtilis eſſe poterit, & illis adijci, quas R. P. Clavius in Scholio prop. 23. lib. 6. el. num. 1. & 4. attulit.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XIX.

Schol. ad 15. 6. *el.* Triangula æqualia baſes & altitudines habent reciprocas: Et ſi baſes, & altitudines fuerint reciprocæ, triangula erunt æqualia.



Sit triangula æqualia *abc*, & *mpq*, & primi ſit baſis *ab*, & altitudo *cf*, ſecundi vero baſis *mp*, & altitudo *qh*. Dico proportionales eſſe *ab mp. qh cf*.

Fiant ſuper eaſdem baſes *ab*, & *mp*, & ſub eorum altitudinibus *bg*, & *pk*, in angulis rectis *b*, & *p* triangula *abg*, & *mpk*, quæ æqualia erunt propoſitis, è inter ſe: ergo triangula *abg*, & *mpk*, ideſt *abc*, & *mpq*, circa æquales angulos rec- 15. 6. *el.* *b*, & *p* latera habent reciproca, ideſt baſes, & altitudines, & proportionales ſunt *ab mp pk bg*, hoc eſt *ab mp qh cf*.

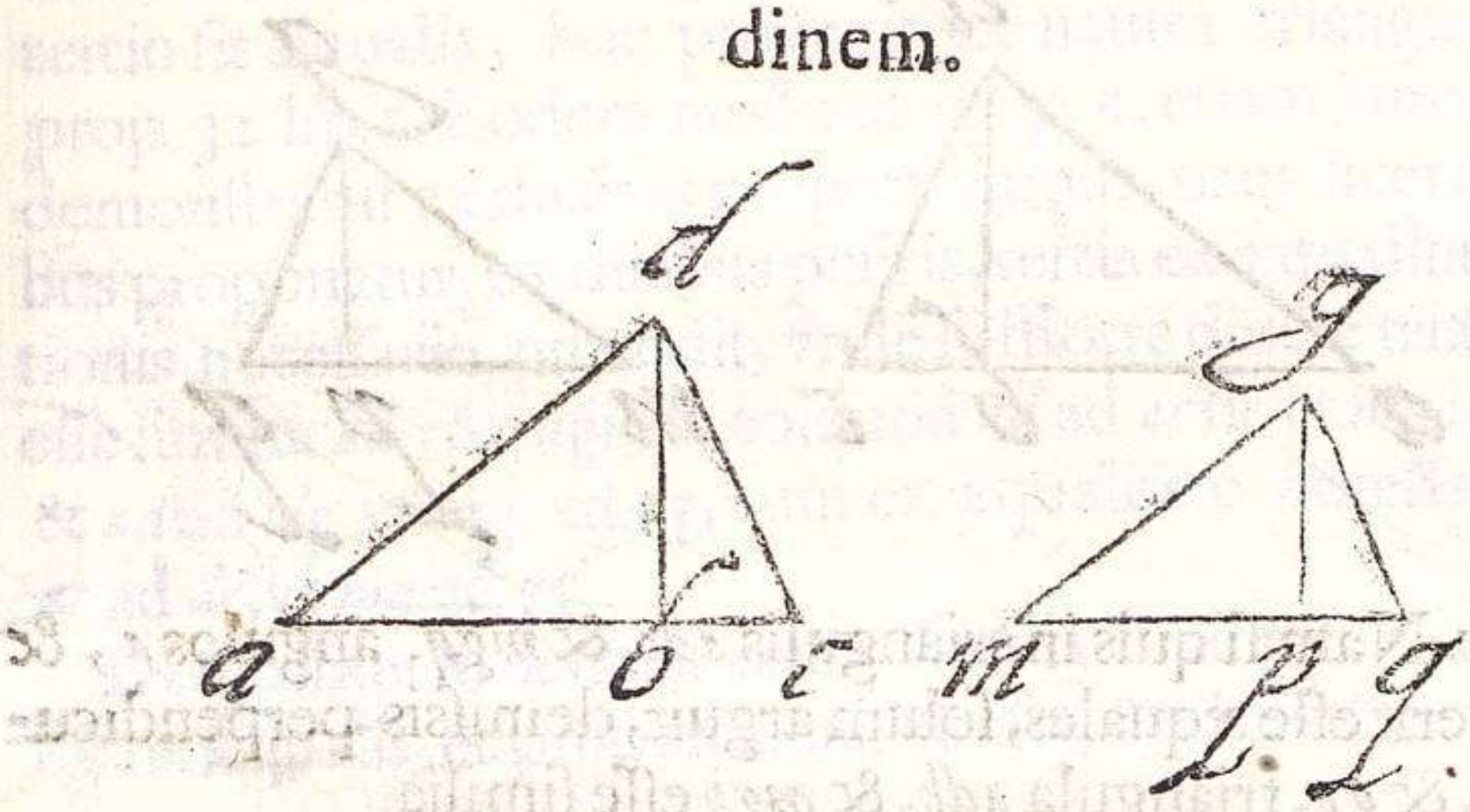
Pari ratione ſi baſes, & altitudines fuerint reciprocæ, hoc eſt ſi fuerint proportionales (in triangulis *abc*, & *mpq*.) *ab mp. qh cf*, vel (in ipſis æqualibus *abg*, & *mpk*) *ab mp pk bg*: triangula erunt æqualia inter ſe *abg*, & *mpk*: ergo etiam ipſis æqualia *abc*, & *mpq*. Quod erat oſtendendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XX.

In triangulis ſimilibus, ſi ab æqualibus angulis demittantur perpendicula: omnes partes vnius trianguli, omnibus partibus homologis alterius vnam, eamdemque rationem inter ſe habebunt, videlicet altitudinem. *Schol. ad 4. 6. el.*



Sint duo triangula ſimilia *acd*, & *mqg*; ſintque anguli *a. c. d.* angulis *m. q. g.* æquales, & ab æqualibus *d*, & *g* perpendiculares cadant *db*, & *gp*. Cum igitur *a*, & *m*, inter ſe; nec non *c*, & *q* inter ſe ponantur æquales, & ad *b*, & *p* ſint recti, triangula ad altitudinem vnius *abd*, & *bcd* triangulis ad altitudinem alterius *mpg*, & *pqg* erunt ſimilia, vtrumque vtrique, quapropter vt *bd* ad *pg*, ita erit *ad* ad *mg*, & ita *ab* ad *mp*, & ita *dc* ad *gq*, & ita *bc* ad *pq*. Vt igitur altitudines ita ſunt partes vnius ad partes homologas alterius. Quod erat oſtendendum.

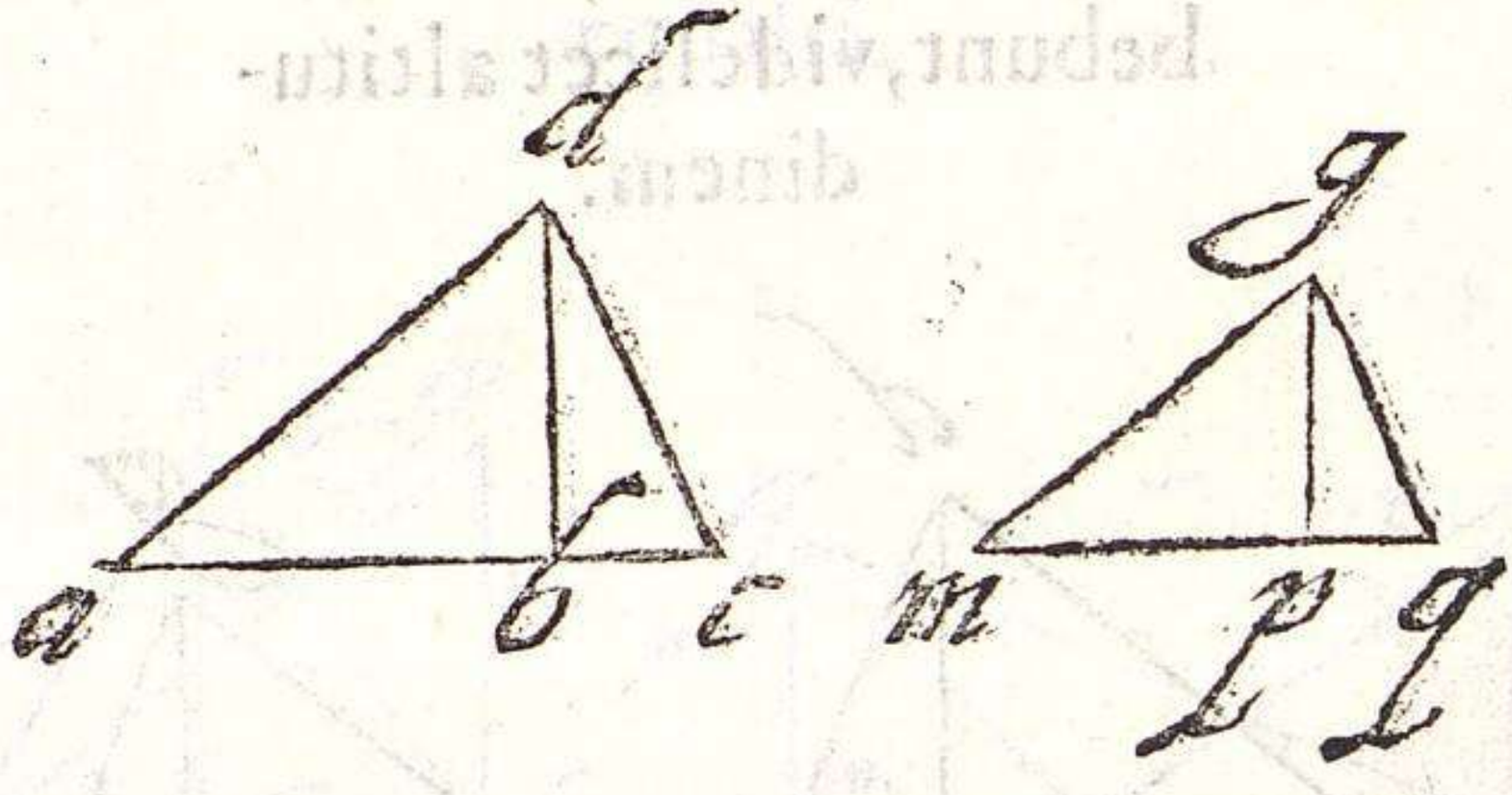
COROLLARIVM.

Hinc patet triangula ſimilia, æqualia etiam eſſe, ſi præterea pars aliqua vnius, parti homologæ alterius fuerit æqualis, nam proportio erit æqualitatis.

2010 Ministerio de Cultura

NOTA.

Totalis æqualitas duorum triangulorum ex tribus conditionibus, quarum vna saltem sit æqualitatis, procedit. Vbi notandum, quod æqualitas duorum angulorum in triangulis non sit conditio æqualitatis; sed tantum proportionis. Nam si quis in triangulis *adc*, & *mgq*. angulos *a*, & *m* dixerit esse æquales, solum arguit, demissis perpendiculis *db*, & *gp*, triangula *adb*, & *mgp* esse similia.



Itaque totalis æqualitas duorum triangulorum ex tribus partibus æqualibus, nempe ex tribus lateribus, in prop. 8. lib. 1. element. ostenditur. Ex duabus verò partibus æqualibus, & vna proportione, scilicet ex duobus lateribus, & angulo comprehenso, in prop. 4. Et denique ex vna parte æquali, & duabus proportionibus, videlicet ex duobus angulis, & vno laterum in prop. 26. eiusdem libri.

Hic quidem sistit Euclides, qui perpendicula, & segmenta baseos, & anguli verticalis, ab ipsis perpendiculis facta, cum de æqualitate totali triangulorum ageret, neglexit. Nos autem operæprætium duximus tyrones animadvertere, ipsa perpendicula, & segmenta, partes etiam esse præcipuas triangulorum, & ex ipsis, illas tres conditiones, à quibus eorum totalis æqualitas dependet, constitui posse; g. Si in triangulis *adc*, & *mgq*. latus *ad*, & angulus *adc* æqualia fuerint lateri *mg*, & angulo *mgq*, & præterea bases,

&

2010 Ministerio de Cultura

& altitudines proportionales; æqualia, & ſimilia, ideſt totaliter æqualia erunt triangula,&c.

Similitudo autem triangulorum ex duabus oritur proportionibus. Et ita probatur in prop.6.& 7.lib. 6. elem. videlicet ex proportione duorum laterum, & ex æqualitate duorum angulorum, quod alteram conſtituit proportionem. Pari ratione in prop.4. ſimilitudo oſtenditur ex duabus proportionibus,ſcilicet ex æqualitate duorum angulorum vnius cum duobus angulis alterius. Nam,quod tertius tertio ſit æqualis, hoc provenit ex natura triangulorum prop.32.lib.1. Eodem modo in prop. 5. etiam ſimilitudo demonſtratut ex duabus proportionibus, nam licet ex tribus proponatur; ex duabus poſitis, tertia ex æqualitate rationis neceſſario procedit, vnde ſufficere dicere triangula eſſe ſimilia *adc*, & *mgp*,ex eo,quod *ad* ad *ac* ſit vt *mg* ad *mq*, & *ad* ad *dc* vt *mg* ad *gq*, cum ex æqualitate neceſſario ſit *ac* ad *dc*,vt *mq* ad *gq*.

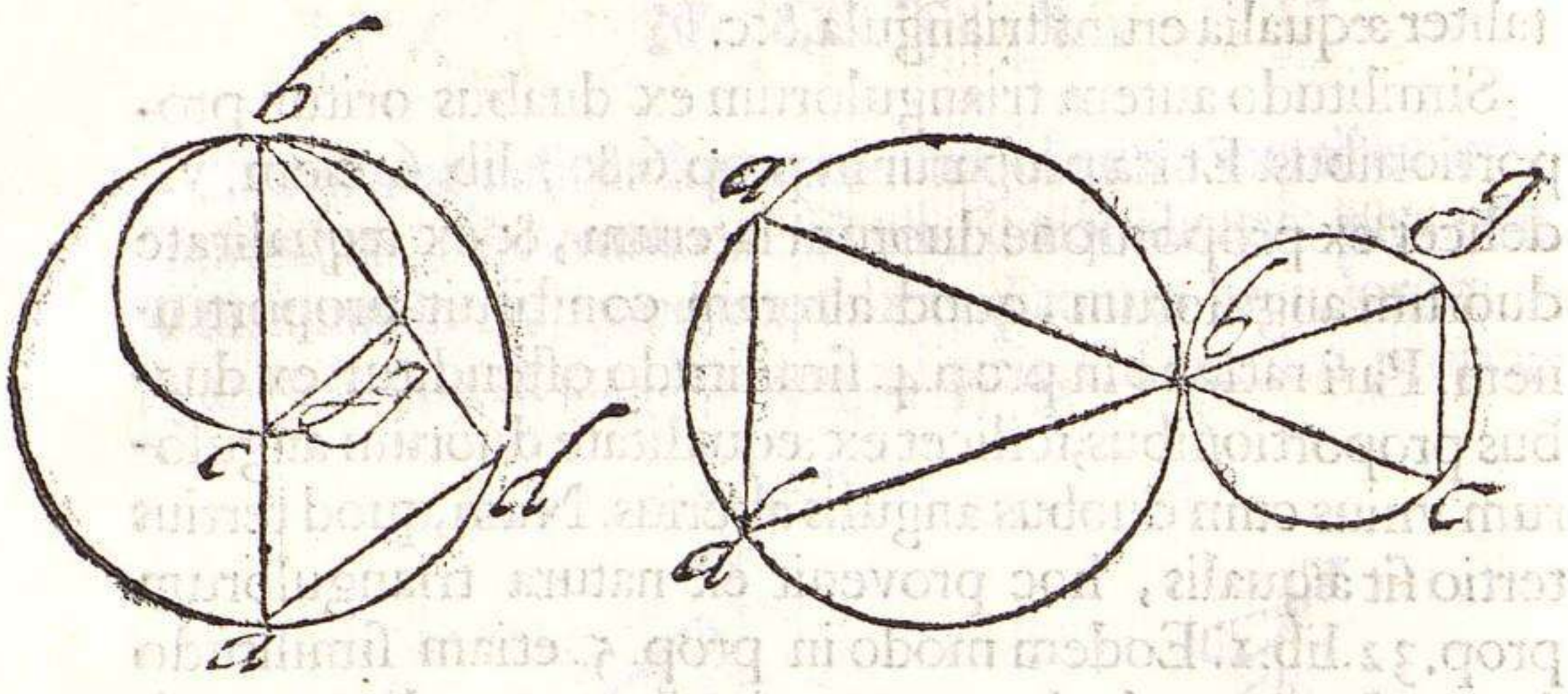
Ita ſimiliter triangula erunt ſimilia ſi angulus angulo fuerit æqualis, & proportionales baſes, & altitudines,&c.

Hæc quidem ſufficiunt, vt quiſque totalem æqualitatem ex tribus conditionibus,quarum vnam ſaltem ſit æqualitatis: & ſimilitudinem ex duabus proportionibus, proponere,& demonſtrare poſsit.

PROPOSITIO XXI.

Si duo circuli ſe mutuo tetigerint, per contactum autem quælibet ducatur recta, ſimilia ſegmenta ſecabit, atque in puncto contactus in ratione diametrorum dividetur.

2010 Ministerio de Cultura



Sint duo circuli *abd*, *bgc* ſe interius, vel exterius contingentes in *b* puncto, per quod recta quælibet ducatur *dbg*. Per centra autem ducatur *abc*, quæ neceſſario tranſibit per *b*, & iungantur *ad*, & *gc*.

Quoniam igitur anguli *d*, & *g* in ſemicirculo ſunt recti, & ad *b* æquales, erunt in triangulis *abd*, & *bgc*, reliqui *a*, & *c* etiam æquales, videlicet quos capiunt ſegmenta *db*, & *bg*, quareipſa ſimilia erunt. Et quoniam triangula *abd*, & *bgc* ſunt æquiangula erit recta *db* ad rectam *bg*, vt diameter *ab* ad diametrum *bc*, quod erat oſtendendum.

COROLLARIVM.

Hinc manifeſtum fit ſi per contactum duorum circulorum ſe interius, vel exterius, contingentium, duæ quælibet ducantur rectæ triangula fieri ſimilia, qualia eſſent triangula *abd*, & *bgc*, etiam ſi *abc* non tranſiret per centra, quia vtraque dividitur in *b*. in ratione diametrorum, vnde latera circa communem angulum *b*. ſunt proportionalia.

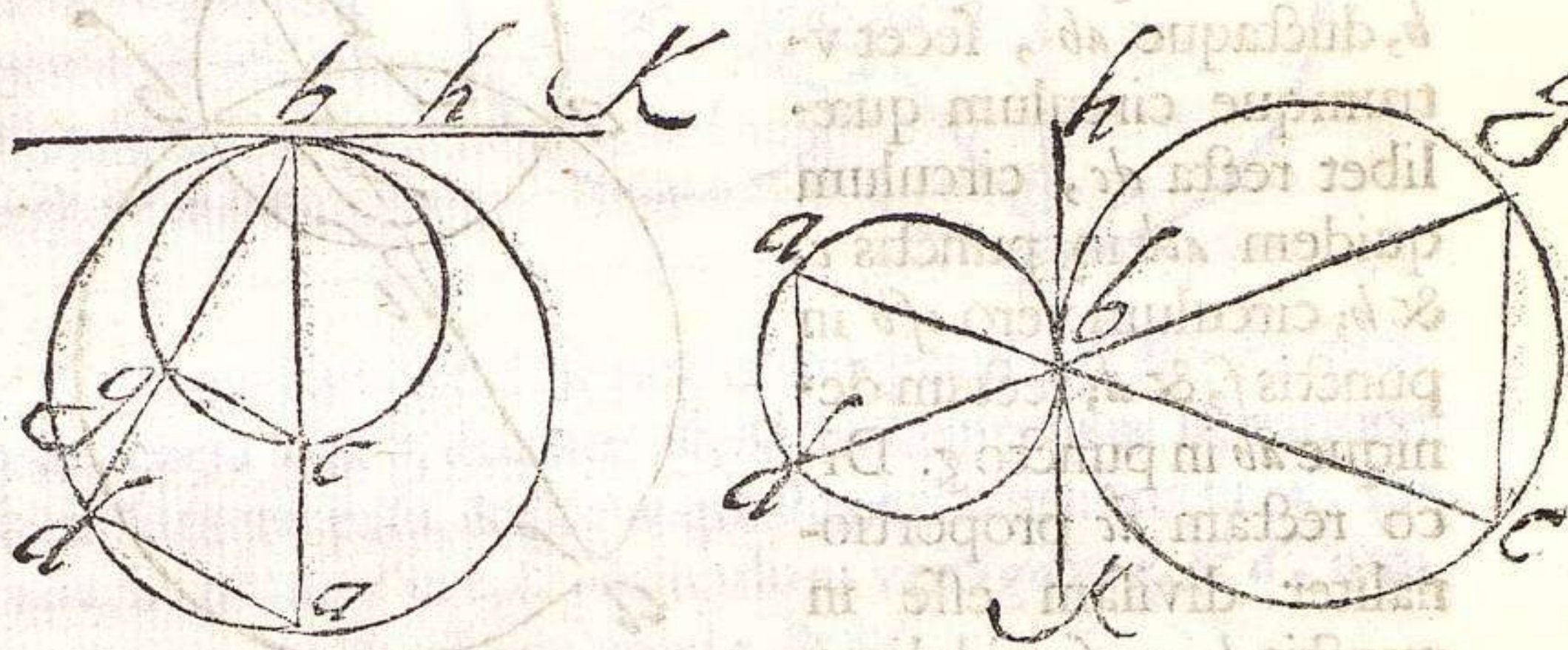
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXII.

Si circa duo triangula similia sub eodem vertice, & basibus parallelis constituta, circuli describantur: sese in eodem vertice contingent.

Hæc propositio conversa est antecedentis.



Sint duo triangula similia *abd*, & *cbg* sub eodem vertice *b*, & basibus parallelis constituta. Circa triangulum alterum *cbg* circulus *cbg* describatur, & per *b* tangens ducatur *bk*. Deinde circa triangulum reliquum *abd* circulus describatur *abd*.

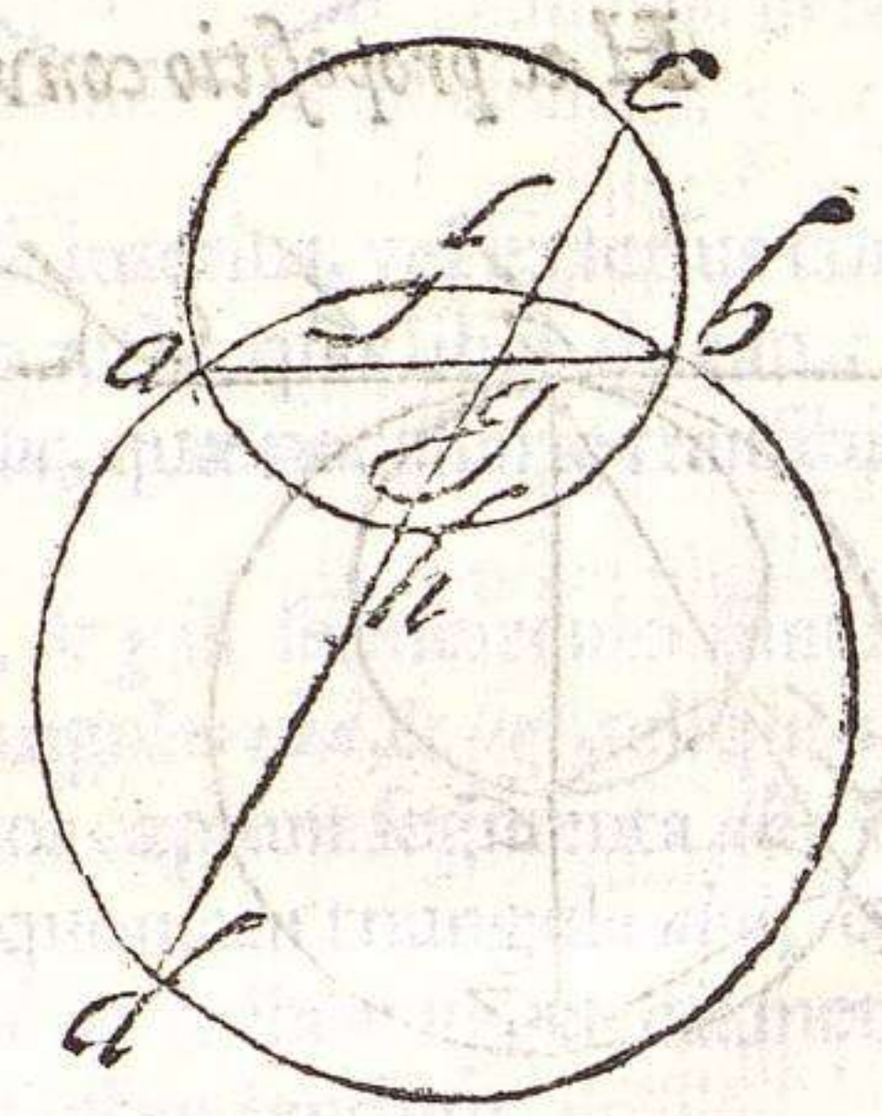
Quoniam ex constructione *bc* secat, & *bk* tangit circulum *cbg* erit angulus *g* angulo *cbk* æqualis; sed ob similitudinem triangulorum, angulus *g* æquatur angulo *d*: ergo æquales erunt anguli *cbk*, & *d*; sed angulus *cbk* æquatur angulo *abh*: ergo angulus *abh* æqualis erit angulo *d*, quare (per conversam 32.3.elem.) *ab* secat, & *bh* tangit circulum *abd*; sed *bh* etiam ex const. tangit circulum *cbg*: ergo circuli *abd*, & *cbg* se contingent in *b*, quod ostendere oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIII.

Si duo circuli se intersecuerint: recta, quæ vtrumque circulum secat, proportionaliter dividetur à peripherijs, & recta, quæ puncta intersectionum coniungit.



Circuli *acb. afb.* se intersecent in punctis *a*, & *b*, ductaque *ab*, secet vtrumque circulum quælibet recta *dc*, circulum quidem *acb* in punctis *c*, & *b*; circulum vero *afb* in punctis *f*, & *d*; rectam denique *ab* in puncto *g*. Dico rectam *dc* proportionaliter divisam esse in punctis *h. g. f.* videlicet proportionales esse *fc. gf. dh. hg.*

Quoniam enim in circulo *acbh* sunt proportionales *ag. gc. gh. gb*, & in circulo *afbd.* proportionales *ag. gf. dg. gb*: erunt ex æqualitate proportionales *gc. gf. dg. gh.* & dividendo *fc. gf. dh. gh.* quod erat, &c.

PROPOSITIO XIV.

Si recta, quæ centra iungit duorum circulorum, in ratione semidiametrorum dividatur, & per punctum divisionis quælibet recta ducatur, similia segmenta secabit.

Quan-

2010 Ministerio de Cultura

Quando circuli ſe contingunt, recta quæ centra iungit, in ipſo contactus puncto, in ratione dividitur ſemidiametrorũ, & recta, quæ per contactum ducitur ſimilia ſegmenta ſecat, vt oſtenſum eſt, *prop.* 21. *huius*.



Sint iam duo circuli ſe non contingentes *cf*, & *gd*, quorum centra *a*, & *b*, ducatur *ab*, & dividatur in *m* in ratione ſemidiametrorum, & per *m* quælibet ducatur recta *cd*, ſecans circulum *cf* in *c*, & *f*, circulum vero *gd* in *g*, & *d*, iunganturque *ac*, & *af*, nec non *bg*, & *bd*.

Quoniam ex conſtructione eſt *am* ad *mb*, vt *ac* ad *bd*, & altern. *am* ad *ac*, vt *mb* ad *bd*, & anguli ad *m* ſunt æquales; ſimilia erunt triangula *acm*, & *mbd*, adeoque angulus *c* angulo *d* æqualis; ſed angulo *c* æquatur angulus *cfa*, & angulo *d* angulus *bgd*: ergo in triangulis *acf*, *bgd* reliquus *caf* reliquo *gbd* erit æqualis, quare ſimilia erunt ſegmenta *cf*, & *gd*. Quod erat oſtendendum.

SCHOLION.

Converſa ita proponi poteſt. Si recta duos circulos ſecans, ſimilia ſegmenta ſecet; tranſiens per rectam, quæ centra iungit: ipſam in ratione ſemi-

2010 Ministerio de Cultura

ſemidiametrorum ſecabit. Quod facile demonſtratur. Nam cum ex hypotheſi triangula *bgd. acf* ſint æquiangula ; etiam æquiangula erunt triangula *afm. bgm*, quare *ab* diviſa erit in *m*, vt *af* ad *bg*: vt proponitur.

DE COMPARATIONE SOLIDORVM ex diviſione rectæ linea in partes æquales, & in æquales procedentium.

Quemadmodum in libro 2. elementorum de comparatione planorum, quæ ex partibus rectæ lineæ æqualiter, & inæqualiter diviſæ, fieri poſſunt, egit Euclides: Ita ſimiliter de comparatione ſolidorum, quæ ex ipſa diviſione effici poſſunt, agere debuiſſe videtur. Sunt enim tam hæc, quam illa, principia neceſſaria. Quod cum R. P. Jacobus Kreſa è Societate Ieſu Olim in Academia Olomucenſi in Moravia, & in Vniverſitate Pragenſi in Bohemia, nunc in Collegio Imperiali Matriti Mathematum Profeſſor, erga me ſemper humaniſsimus, & methodi meæ conſcius, animadvertiſſe; in elementis Euclidis, quæ Hiſpano idiomate in lucem edidit, ipſa principia poſuit. Quæ nos in ſecunda parte huius operis, in qua de reſolutione problematum ſolidorum agere intendemus, recenſebimus.

His omnibus ita præmiſsis, Methodum iam noſtram aggrediamur.

ANA-

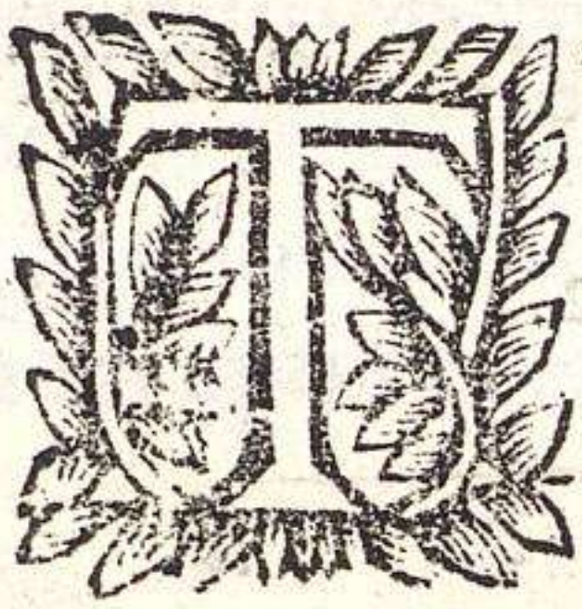
2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA.

LIB. I.

AGENS DE RESOLVTIONE PER PROPORTIONALES.

INSTRVCTIO.



Ota ars analytica in repetitione, & reductione terminorum problematis consistit. Repetitio quidem fit, cum aliqua linea, vel aliquis angulus positione mutatur; reductio verò cum magnitudo aliqua, vel aliqua ratio in aliam convertitur æqualem. Quando autem, & quomodo repetitio, & reductio fieri debeant, docet ipsa necessitas magistra rerum, & ipsa Natura dictat. Itaque oportet nos monitos esse in hoc artificio totam rem consistere, vt cautè procedamus in resolutionibus, & terminos poblematis ita repetamus, vel reducamus, vt exinde commodiores consequentias eruere possimus. Sequentes admonitiones

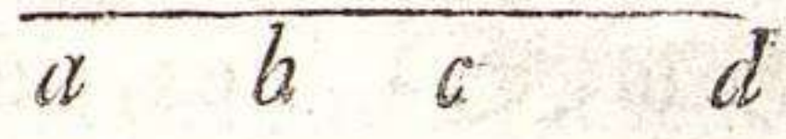
2010 Ministerio de Cultura

nes obſerva, quæ ad noſtram methodum conducunt.

ADMONITIO 1.

Omnis linea incognita, & quæſita in puncto aliquo ignoto terminatur, vnde, vt confuſio vitetur, puncta incognita vltimis litteris alphabeti, *v. z. y. x*, &c. notari debent, vt à punctis notis *a. b. c. d.* &c. diſtinguantur, & ſi opus fuerit vnum, idemque punctum duabus litteris annotari poteſt, quando ſcilicet in eo linea aliqua nota, & aliqua incognita concurrunt.

ADMONITIO 2.



In nominandis magnitudinibus morem antiquum conſervamus. Factum ſub rectis *ab*, & *bc*, hoc eſt rectangulum; ſeu parallelogrammũ ſub *ab*, & *bc* in quocumque angulo comprehenſum, *abc* ſcribimus, vel etiam hoc modo *ab*: *bc* duobus videlicet punctis interjectis, præcipue quando puncto communi carent illæ rectæ, ſub quibus factum continetur, vt ſi factum ſub rectis *ab*, & *cd* ſcribere velimus, brevitatis gratia, ipſum hoc modo *ab*: *cd* denota-

2010 Ministerio de Cultura

notabimus. Quadratum verò, vel etiã rhombum ex recta *ab* descriptum, seu describendum *aba* scribemus, cubum tandem ex ipsa *ab* efficiendum ab^3. indicabimus, hoc est factum sub tribus æqualibus dimensionibus *ab. ab. ab.* & sic de cæteris, mappa enim analytica prolixitatem non patitur.

DEFINITIO PRIMA.

Rationem additivam dicimus, cuius termini ad additionem, ideſt ad compoſitionem diſpoſiti ſunt. Rationem vero ſubtractivam, quando ad ſubtractionem, hoc eſt ad diviſionem apti reperiuntur.

a — *b* *x* — *c*

Sit recta *ac* diviſa in punctis *b*, & *x*: rationem igitur, quæ inter *ab*, & *bx* exiſtit, additivam dicimus, quia termini *ab*, & *bx* totam *ax* componunt. Rationem verò inter *ax*, & *bx* ſubtractivam vocamus, quia termini *ax*, & *bx* recta differunt *ab*, & ſic de alijs

ADMONITIO 3.

Si in analyſi ordo ſervetur litterarum ſicu-

2010 Ministerio de Cultura

ti in figura puncta procedunt, ex sola earum inspectione manifestum erit, an ratio additiva, subtractivave sit, & consequenter an componere, vel dividere oporteat. In ratione enim *ac. ax*, quæ subtractiva est, punctum commune *a* necessariò alternat, quod in ratione additiva *ab. bx*, vel *bx. ab.* accidere non potest, si prædictus ordo servetur.

ADMONITIO 4.

Quamlibet rationem ex additiva in subtractivam, & ex subtractiva in additivam convertere licet repetitione alterutrius termini.

a b c d

Si enim rationem additivam inter *ab*, & *bd* in subtractivam convertere velimus, fiat *bc* ipsi *ab* æqualis, & ita ratio inter *bc*, & *bd*, idest *ab*, & *bd*, subtractiva erit. Et similiter si rationem subtractivam *bd. bc* in additivam oporteat revocare, fiat *ab* ipsi *bc* æqualis, & ratio *bd. ab*, quæ eadem est cum ratione *bd. bc*, erit additiva, & sic de alijs.

AD-

2010 Ministerio de Cultura

ADMONITIO 5.

Quando propoſitta aliqua proportione, in recta linea exiſtente, per proportionales argumentari oportet; nullo alio modo procedere licet, niſi per compoſitionem, vel per diviſionem. Itaque ſi vtraque ratio additiva fuerit, componendo, vel per compoſitionem; ſi verò ſubtractiva, dividendo, vel per diviſionem arguere debebit Analyſta. Ita vt eo ſemper argumento vtatur, quod ad conſervationem terminorum notorum commodius videatur.

Cæterum ſi vna ratio additiva, & altera ſubtractiva fuerit, vel hæc in additivam, vel illa in ſubtractivam reducenda erit, vt vtraque ſit eiuſdem generis. Quod facile per præcedentem admonitionem obtinetur, & ſemper obſeruari debet, quando termini rationis reducendæ cogniti ſunt. Attamen ſi extiterint incogniti, & eorum ſumma, aut differentia nota fuerit, plærumque maiore claritate res expedietur per prop. 7. & 8. Introductionis, quarum notitia, differentia terminorum rationis additivæ, & aggregatum rationis ſubtractivæ exprimi poſſunt; vnde per diviſionem, vel compoſitionem arguere licebit.

DE-

2010 Ministerio de Cultura

DEFINITIO SECVNDA.

Rationem communem vocamus illam, quæ duabus proportionibus communis exiſtit, ſive ipſa directa, ſive reciproca ſit.

Sint duæ proportiones *a. b. d. e.* & *b. c. e. f*, quarum vtraque duos habet æquales terminos *b*, & *e* rationem directam inter ſe conſtituentes. Hanc igitur rationem, communem vocamus, quia communis eſt vtriſque analogijs.

a.	*b.*	*d.*	*e.*
b.	*c.*	*e.*	*f.*

Eodem modo ſint duæ proportiones *a.b.e.f*, & *b. c. d. e*, quarum vtraque duos ſortitur terminos æquales *b*, & *e*, rationem inter ſe reciprocam efficientes. Hanc igitur rationem, communem vocamus, quia communis eſt vtriſque proportionibus.

a.	*b.*	*e.*	*f.*
b.	*c.*	*d.*	*e.*

ADMONITIO 6.

Si igitur duæ fuerint proportiones rationem habentes communem: ex æqualitate arguere licebit. Si verò ratio defuerit communis, ipſa introducenda erit, vt vlterius pro-

gre-

2010 Ministerio de Cultura

gredi possimus. Quod quidem reductione alicuius rationis in aliam ipsi æqualem fieri potest.

Et eodem modo si aliqua proportio in triangulo, aliave figura existat, & termini desint ad progressum: necessario repetitione alicuius anguli nova proportio adhibenda erit, vt in duabus proportionibus duo constituantur æquales termini, & ex æquo arguere valeamus. Vnde perspicuum fit illum angulum transponendum esse, qui cum angulis, & lineis figuræ tam cognitis, quam incognitis commodiorem præbeat similitudinem triangulorum.

ADMONITIO 7.

Posito iam quæsito, tamquam concesso totus conatus eò tendere debet, vt magnitudines notæ semper retineantur in argumentationibus, & punctum incognitum extinguatur, & evanescat quantum fieri possit. Et cum Analysta conscius sit, in vna proportione rationem additivam, seu subtractivam; & in duabus proportionibus rationem communem constituendam esse, si iam constituta non sit, per necessarias consequentias ad finem problematis perveniet. Hoc est per necessarias consequentias analysim persequetur, donec mag-

2010 Ministerio de Cultura

magnitudo incognita alij magnitudini notæ æqualis appareat, vel punctum incognitum in quarto termino proportionali, vel in duobus medijs, ſive extremis, quorum ſumma, aut differentia nota ſit, tandem reperiatur, nam quartus proportionalis, vel duo reciproci ſatisfacient, & ſolutum erit problema.

ADMONITIO 8.

Finita denique analyſi, ordo conſtructionis, & demonſtrationis manifeſtus, & expreſſus apparet. Nam ad conſtructionem nil aliud requiritur, niſi id ipſum efficere, quod in analyſi factum, ſeu faciendum ſupponitur. Et ad demonſtrationem nil aliud, niſi à fine analyſeos incipiendo, ijſdem; ſeu contrarijs argumentationibus ad principium retrogradiendo progredi. Nam ſi analyſis alternando, invertendo, aut convertendo arguit, etiam ſynthеſis alternare, invertere, aut convertere debet. Cæterum ſi analyſis componit, ſynthеſis dividit, & è contra, &c.

Exemplis præcepta perſpicua fient.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO I.

Datam rectam *ac*, vtcumque diuisam in *b*, rursus secare in *x*, inter *b*, & *c*, vt *ax. xc. bx* sint proportionales.

Vide Francis cũ Schoo ten de concin. demõs- tratio- nibus.

a b x c q

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*	
Ergo componendo E.P.	*ac.*	*xc.*	*bc.*	*bx.*	
Fiat *cq* ⌐∧¬ *bc*			*cq.*		
Et quia vt agg. ita est 1. ad 1. E.P.	*aq.*	*bc.*	*cq.*	*bx.*	12.5. *el*
Ergo solutum.					

DECLARATIO.

In hac propositione quæsitum est, vt rectæ *ax. xc. bx.* proportionales fiant: ergo ex ipsa definitione analyseos poni debent, tamquam iam factæ proportionales *ax. xc. xc. bx.* Hoc posito, quis non videt primam rationem *ax. xc.* additivam, & etiam additivam secundam rationem *xc. bx*? Ergo necessario per compositionem progrediendum erit; neque aliud nobis excogitare expedit. Ergo compon. erunt proportionales *ac. xc. bc. bx.* & ecce tibi punctum incognitum *x* in duobus terminis extinctum. Rursus quis non videt inter terminos adhuc incognitos *xc. bx* rationem additivam? Ergo reliqua ratio inter terminos notos *ac. bc*, quæ subtractiva est, in additivam debet revocari. Fiat proinde *cq* ipsi *bc* æqualis, & erit ratio inter *ac. cq.* (quæ eadem

2010 Ministerio de Cultura

$$\frac{a \quad b\,x\,c \quad q}{}$$

est cum ratione *ac. bc*) etiam additiva, sicuti est ratio *xc. bx*
12.5.el. Sunt autem aggregata antecedentium, & consequentium, vt vnus antecedens ad vnum consequentem : ergo vt aggregata ita vnus ad vnum, & exurgent proportionales *aq. bc. cq. bx*. Et punctum incognitum *x* tantummodo manet in quarto termino tribus notis terminis proportionali. Ergo solutum est problema ex sola consideratione rationum; immo ex sola inspectione litterarum, & in mappa analytica ordo constructionis, & demonstrationis manifestus, & expressus apparet.

CONST. ET DEMONST.

Fiant, *cq* ipsi *bc* æqualis, & proportionales *aq, bc. cq. bx*. Dico *ax. xc. bx* esse proportionales.

Cum enim sit *aq* ad *bc*, vt *cq* ad *bx* ex const. (& differentiæ sint vt vnus ad vnum) erit *ac* ad *xc*, vt *cq*, idest *bc* ad *bx*: ergo divid. erit *ax* ad *xc*, vt *xc* ad *bx*. Quod erat faciendum.

Videar-gum. in Introd. vt vnus ad vnũ. ita diff. *In mappa perceptibilior patet analysis, quam si profluente discursu exponeretur. Immo constructio, & demonstratio ita simul patent, vt vltevior explicatio quasi superflua videatur. Facta enim constructione, demonstratio à fine incipiens in hunc modum debet proferri.*

DE.

2010 Ministerio de Cultura

DEMONSTR.

Quoniam ex conſt. S.P.	*aq.*	*bc.*	*cq.*	*bx.*
Et vt diff. ita eſt 1. ad 1. E.P.	*ac.*	*xc.*	*cq.*	*bx.*
Ideſt			*bc.*	
Ergo divid. E.P.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*

Quod erat faciendum.

Nos tamen ſemper ſynthesim, more antiquo, explicabimus in gratiam eorum, qui in ipſa mappa ſiſtere nolint.

ALITER.

Loco argumentationis vt aggregata, ita vnus ad vnum, componendo, & alternando arguere licet.

ANALYSIS.

Sint igit, prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*
Ergo comp. E.P.	*ac.*	*xc.*	*bc.*	*bx.*
Et altern.	*ac.*	*bc.*	*xc.*	*bx.*
Fiat *cq* — Δ — *bc.*		*cq.*		
Et comp. E.P.	*aq.*	*cq.*	*bc.*	*bx.*

Ergo ſolutum.

CONSTR.

Vt antea.

DEMONSTR.

Cum enim ex conſtr. ſit *aq* ad *cq* vt *bc* ad *bx*, & divid. *ac* ad *cq*, ideſt ad *bc*, vt *xc* ad *bx*, & altern. *ac* ad *xc*, vt *bc* ad *bx*: erit divid. *ax* ad *xc*, vt *xc* ad *bx*. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

$$\frac{a \quad b\,x \quad a}{q}$$

Breviùs problema poterit expediri hoc modo.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*
Ergo comp.E.P.	*ac.*	*xc.*	*bc.*	*bx.*

Ergo folutum, cum manifeſtum ſit rectam *bc* dividendam eſſe in *x* in ratione *ac* ad *bc*.

CONSTR. ET DEMONST.

10.6.*el.* Dividatur *bc* in *x* in ratione *ac* ad *bc*, ita vt ſit *ac* ad *xc*, vt *bc* ad *bx*. Et diuid. erit *ax* ad *xc*, vt *xc* ad *bx*. Quod faciendum erat.

SCHOLION.

Hæc omnia ſanè naturaliſsima videntur, tam in lineis, quam in numeris. In lineis quidem, quia cum *bx* ex analogia innoteſcat, punctum *x* determinabitur, & ſimul vtraque *ax*, & *xc*; in numeris verò, quia ſi ipſi *bx* addatur nota *ab*, cognita erit quantitas *ax*, & ſi ex nota *bc* auferatur ipſa *bx*, remanebit quantitas *cx* manifeſta.

Ve-

2010 Ministerio de Cultura

Verum ſi è principio rectam *ax*, ſeu *xc* reſolutam velimus, oportebit commodam argumentationem eligere, vt terminus reſolvendus retineatur.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*
Ergo per comp. E.P.	*ax.*	*ac.*	*xc.*	*bc.*

Ergo ſolutum. Nam ſi *ac* dividatur in *x* in ratione *ac* ad *bc*, erit tam *ax*, quam *xc* poſitione, & longitudine manifeſta.

Nos autem nullam incognitarum determinatè quærimus; dc breviore, & faciliore modo reſolvendi punctum incognitum tantum curamus, cùm ſemel cognito, ſit reſolutio peracta.

Porro ſi magnitudines, quæ conditiones, conſtituunt, ſeparatæ proponantur, ad commodam contiguitatem facile reducentur.

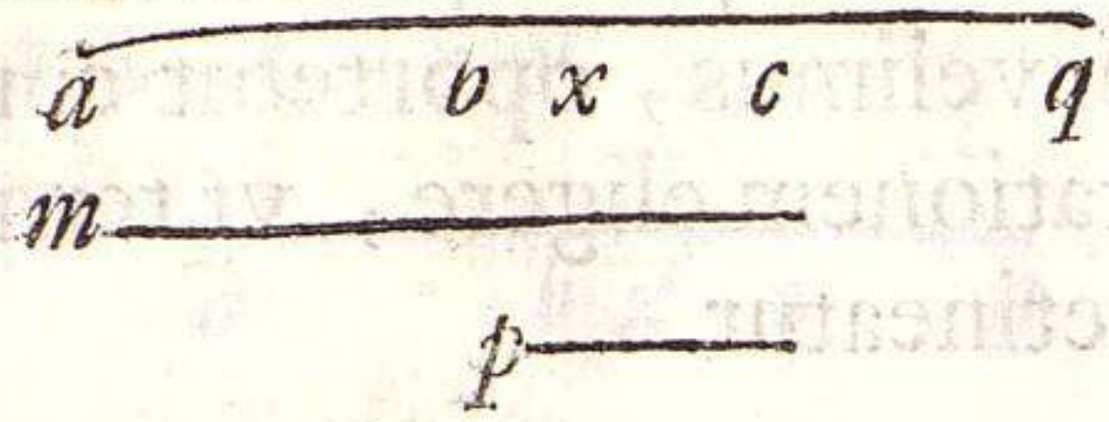
Sit idem problema ita propoſitum.

PROBLEMA.

Tres rectas proportionales invenire ita vt data *m* ſit aggregatum primæ, & ſecundæ, data verò *p* aggregatum ſecundæ, & tertiæ.

Super

2010 Ministerio de Cultura

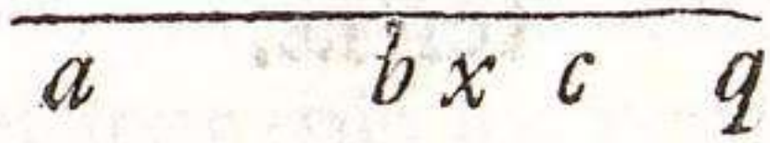


Super quamlibet rectam indefinitam *aq* ſupponatur *ax* prima,& fiat *ac* ipſi *m* æqualis, vnde neceſſario *xc* erit ſecunda. Fiat denique *cb*, ipſi *p* æqualis, & erit *bx* tertia. Itaque reductio erit peracta, cum *ax* prima,& *xc* ſecunda, totam *ac*, ideſt datam *m* componant, ſecunda verò *xc*, & tertia *bx* totam *bc*, ideſt datam *p* conſtituant. Et cum oporteat proportionales facere *ax*. *xc*. *bx*, analyſis omnino, vt antea inſtituenda erit, & ſic de alijs eſt intelligendum.

Analyſis profecto noſtra quæſtiones arithmeticas eodem modo expedit, ac problemata geometrica, ſupponendo rectas lineas pro numeris, & quamvis prædicta doctis ſufficerent, placet vberioris explicationis gratia ob oculos exempla ponere.

QVÆSTIO ARITHMETICA.

Tres numeros proportionales invenire, vt ſumma primi, & ſecundi ſit 35, ſumma verò ſecundi, & tertij ſit 14.



Exponatur quælibet recta *ac*, & intelligatur valere 35, dividatur in *x*,& quæſitorum numerorum primus, & ſecun-

2010 Ministerio de Cultura

cundus erunt *ax*, & *xc*. Ponatur alia *bc*, quæ concipiatur valere 14, & erit *bx* tertius: ergo solum restat proportionales facere rectas *ax*. *xc*. *bx*., quæ quæsitos numeros representant. Repetatur analysis.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*bx.*
Ergo comp.E.P.	*ac.*	*xc.*	*bc.*	*bx.*
Fiat *cq* ⎯∧⎯ *bc*			*cq.*	
Ergo vt agg.ita 1.ad 1. & E.P.	*aq.*	*bc.*	*cq.*	*bx.*
Ergo resolutio est manifesta.				

RESOLVTIO.

Si 49 (*aq*) aggregatum 35, & 14, dat 14 (*bc*) quid dabit 14? (*cq*) Dabit 4 (pro *bx*) & tantus erit numerus tertius: ergo secundus erit 10, cum vterque sit 14: ergo primus erit 25, cum primus, & secundus sint 35.

Sunt igitur tres quæsiti numeri 25. 10. 4, in quibus tres præscriptæ conditiones inveniuntur, quod arithmeticè examinatur, & geometricè, si opus fuerit, demonstrari poterit.

Fusè quidem hanc primam propositionem explicuimus, vt nobis in sequentibus breviores esse liceat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO II.

Vide Franc. Schootē. de concin. demonstr.

Datam rectam *ac* sectam in *b*, protrahere ad *x*, ita vt *ax. bx. cx.* sint proportionales.

a q b c x

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax.*	*bx.*	*bx.*	*cx.*
Ergo divid. E.P.	*ab.*	*bx.*	*bc.*	*cx.*
Fiat *qb* —∧— *bc*			*qb.*	
Ergo vt diff. ita 1. ad 1. & E.P.	*aq.*	*bc.*	*qb.*	*cx.*
Ergo solutum.				

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiant *qb*, & *bc* æquales, & proportionales *aq. bc. qb. cx.* Dico factum.

Cum enim sit *aq* ad *bc*, vt *qb* ad *cx*, erit *ab* ad *bx*, vt *qb*, ideſt *bc* ad *cx* (hoc eſt aggregata vt vnus ad vnum) & comp. *ax* ad *bx*, vt *bx* ad *cx*. Quod erat faciendum.

DETERMINATIO.

14.5.*el.* Quoniam *bx* maior eſt, quam *cx*, neceſſario data *ab* maior debet eſſe, quam data *bc*. Aliter impoſsibile eſſet problema, vt perſpicuum eſt in analyſi, quare de ſimilibus determinationibus, quas quilibet obſervare poterit, raro curā geremus.

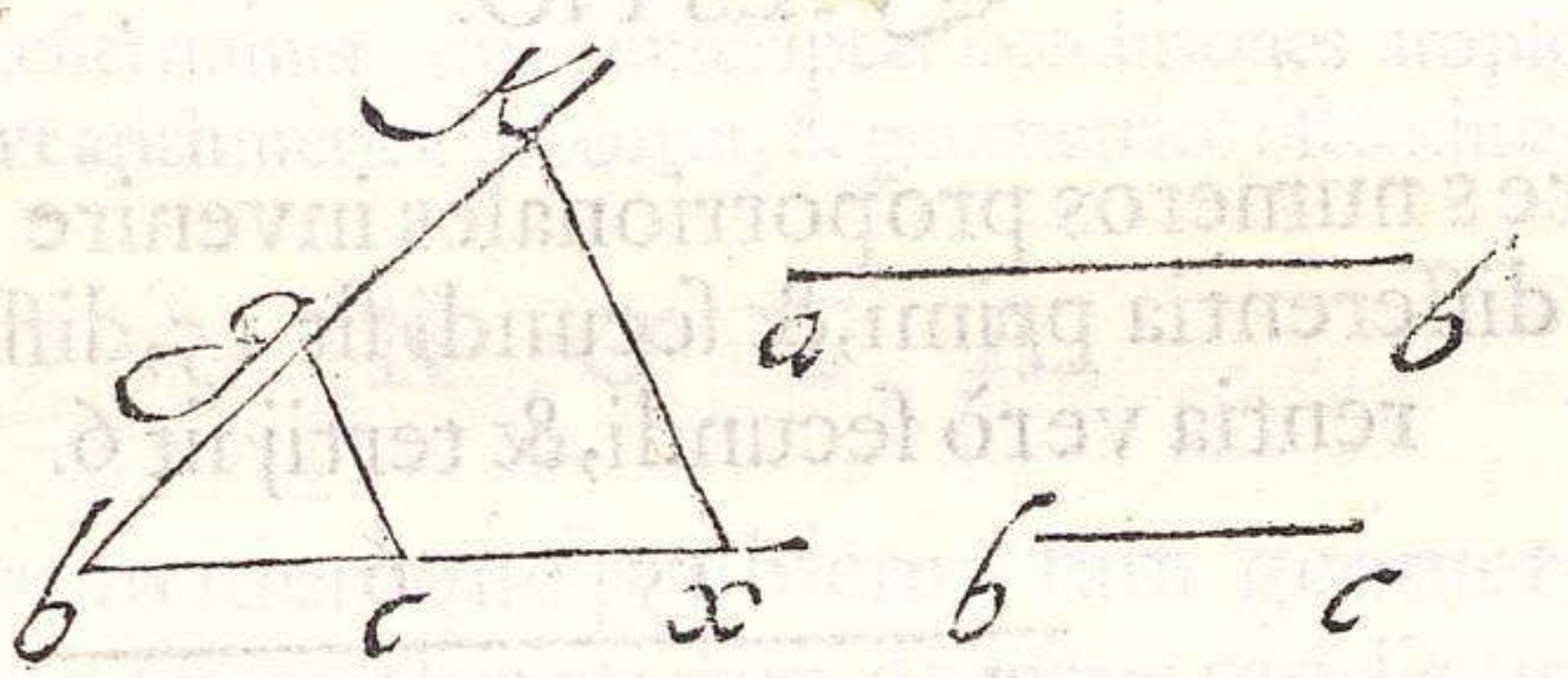
SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

In elementis hæc propoſitio neceſſaria videtur, nimirum: Duas rectas, quarum ſumma, aut differentia nota ſit, in data ratione ad inveni-re. *Primam partem R. P. Clauius in Scholio ad prop.* 10. *lib.* 6. *Elementorum attulit. Pari iure ſecundam afferre debuit. Et quamvis doctis ſatis obvia ſit; placet tamen ipſam hic ita proponere, & demonſtrare.*

Ad datam differentiam duas rectas inuenire in data ratione.



Oporteat invenire duas rectas *bx*, & *cx*, quarum differentia ſit *bc*, in ratione data vt *ab* ad *bc*. Ponantur ex *b*, quemlibet angulum facientes, *bk*, & *bg* datis *ab*, & *bc* æquales, iunctaque *gc*, ducatur ipſi parallela *kx*. Et erit *bx* ad *cx*, *bk* ad *bg*, ideſt vt *ab* ad *bc*, vt oportebat.

Hoc poſito propoſitum problema brevius poterit expediri.

2010 Ministerio de Cultura

a *b* *c* *x*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ax.* *bx.* *bx.* *cx.*
Ergo divid. E.P. *ab.* *bx.* *bc.* *cx.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Ad datam differentiam *bc* inveniantur *bx*, & *cx* in ratione *ac* ad *bc*, & proportionales erunt *ab. bx. bc. cx*, & compon. *ax. bx. bx. cx.* vt oportebat.

QVÆSTIO.

Tres numeros proportionales invenire, vt differentia primi, & ſecundi ſit 15, differentia verò ſecundi, & tertij ſit 6.

15 6

a *q* *b* *c* *x*

Valeat *ab.* 15. & *bc.* 6, ſitque *ax* numerus primus: ergo ſecundus erit *bx*, differunt enim 15. vt petitur: ergo tertius erit *cx*, quia *bx*, & *cx*, ſecundus, & tertius differunt 6. vt oportet. Ergo ſolum reſtat proportionales facere *ax. bx. cx.* Inſtituatur analyſis.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax.*	*bx.*	*bx.*	*cx.*
Ergo divid. E.P.	*ab.*	*bx.*	*bc.*	*cx.*
Fiat *qb* ⌊ *bc*			*qb.*	
Ergo vt diff.ita 1.ad 1.& E.P.	*aq.*	*bc.*	*bc.*	*cx.*
Ergo ſolutum.	9.	6.	6.	4.

RESOLVTIO.

Si 9 differentia inter numeros datos 15 & 6. dat 6, ipſe 6 dabit 4 pro tertio numero quæſito: ergo ſecundus erit 10 cum differentia vtriuſque ſit 6: ergo primus erit 25 cum differre debeant 15 primus,& ſecundus. Sunt igitur 25. 10. 4 tres quæſiti numeri, tres præſcriptas conditiones amplectentes, vt arithmeticè probatur, & geometricè oſtenditur.

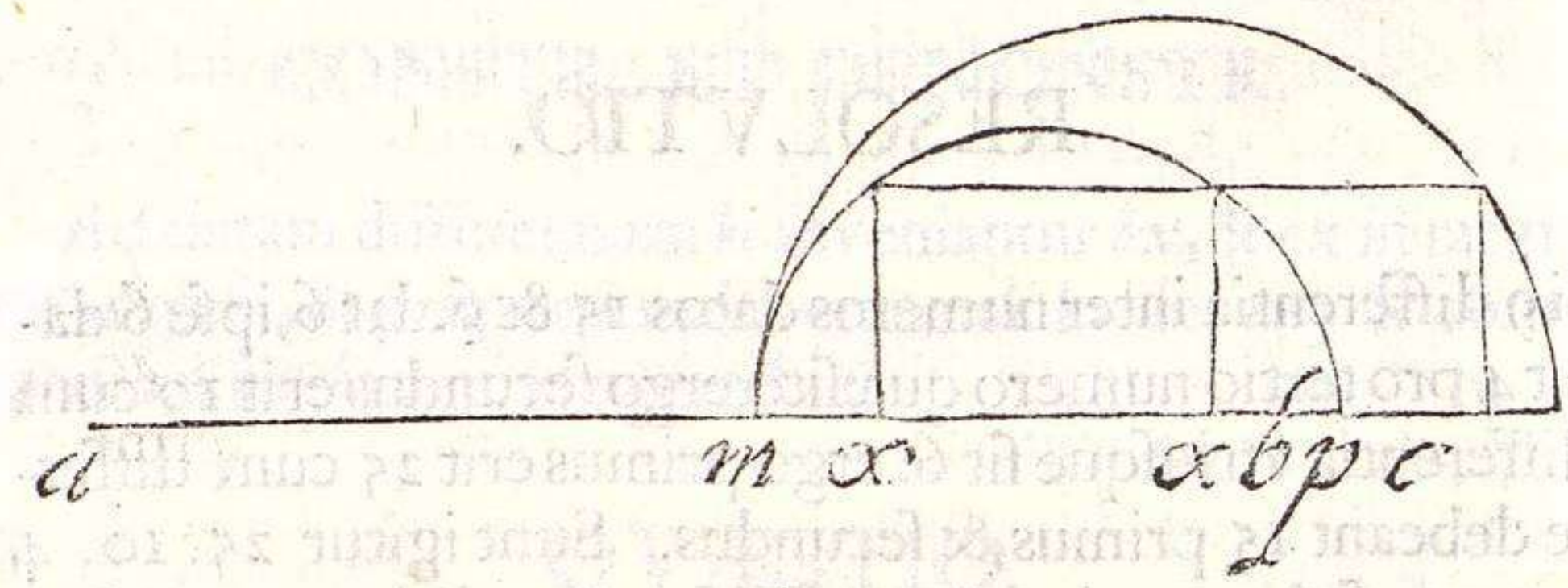
NOTA.

Vnum idemque problema tam geometricum, quam arithmeticum diverſis modis proponi poteſt. v.g. Rectam, vel numerum invenire *ax*, à quo ſi auferantur ſeorſim recta data *ab*, vel numerus datus 15, & recta data *ac*, vel numerus datus 21: ſint proportionales ipſa recta quæſita, & reſiduæ , vel ipſe numerus quæſitus, & reſidui, hoc eſt *ax. bx. cx.*

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO III.

Datam rectam *ac* diuisam in *b*, rursus secare in *x* inter *a*, & *b*, vt sint proportionales *ax. xc. xb.*



Quoniam igitur in proportionalibus *ax. xc. xc. xb.* prima ratio est additiva, secunda verò subtractiva, perspicuum est iuxta instructionem, vel hanc in additivam, vel illam in subtractivam esse convertendam. Sed quoniam termini sunt incogniti, bisecetur *ac* in *m*, & erit *2mx* differentia partium *ax*, & *xc*, & similiter bisecetur *bc* in *p*, & erit *2xp* aggregatum partium *xc*, & *xb*. Vnde per divisionem, vel per compositionem procedere licebit.

per 7. Introd.

per 8.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*xb.*
Ergo comp. E.P.	*ac.*	*xc.*	*2xp.*	*xb.*
Et dimid. anteced.	*mc.*	*xc.*	*xp.*	*xb.*
Ergo convert. E.P.	*mc.*	*mx.*	*xp.*	*bp.*

Er-

2010 Ministerio de Cultura

Ergo ſolutum. Quia cum punctum incognitum *x* in terminis medijs tantum exiſtat, vlterius progredi non licet. Et quoniam nulla extat ratio, vnde inferre: poſsimus, quænam ex incognitis *mx*, & *xp* ſit altera maior: erit in arbitrio noſtro accipere in conſtructione *mx* iam pro parte maiore iam pro minore, & duæ exurgent diverſæ ſolutiones, quibus eadem conuenit demonſtratio.

CONSTR. ET DEMONST.

Biſecentur *ac* in *m*, & *bc* in *p*, ipſiſque *mc*, & *bp*, ſeu *pc*, reciprocæ inveniatur *mx*, & *xp*, quarum ſumma ſit *mp*. Dico factum. *prop.* 1. *Introd.*

Sunt enim ex conſtr. proportionales *mc. mx. xp. bp.* & convert. *mc. xc. xp. xb*, & duplicando antecedentes *ac. xc. 2xp. xb*; ſed *2xp*, ideſt dupla *xp* aggregatum eſt terminorum *xc*; & *xb*: ergo divid. erunt proportionales *ax. xc. xc. xb.* Quod erat faciendum.

ALITER.

Poſſumus, vt dictum eſt, per diviſionem procedere hoc modo.

ANALYSIS.

Sint igit, prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*xb.*
Ergo divid. E.P.	*2mx.*	*xc.*	*bc.*	*xb.*
Et dimid. anteced.	*mx.*	*xc.*	*bp.*	*xb.*
Ergo per comp. E.P.	*mx.*	*mc.*	*bp.*	*xp.*

Ergo ſolutum.

CONSTR. Vt antea.

DE-

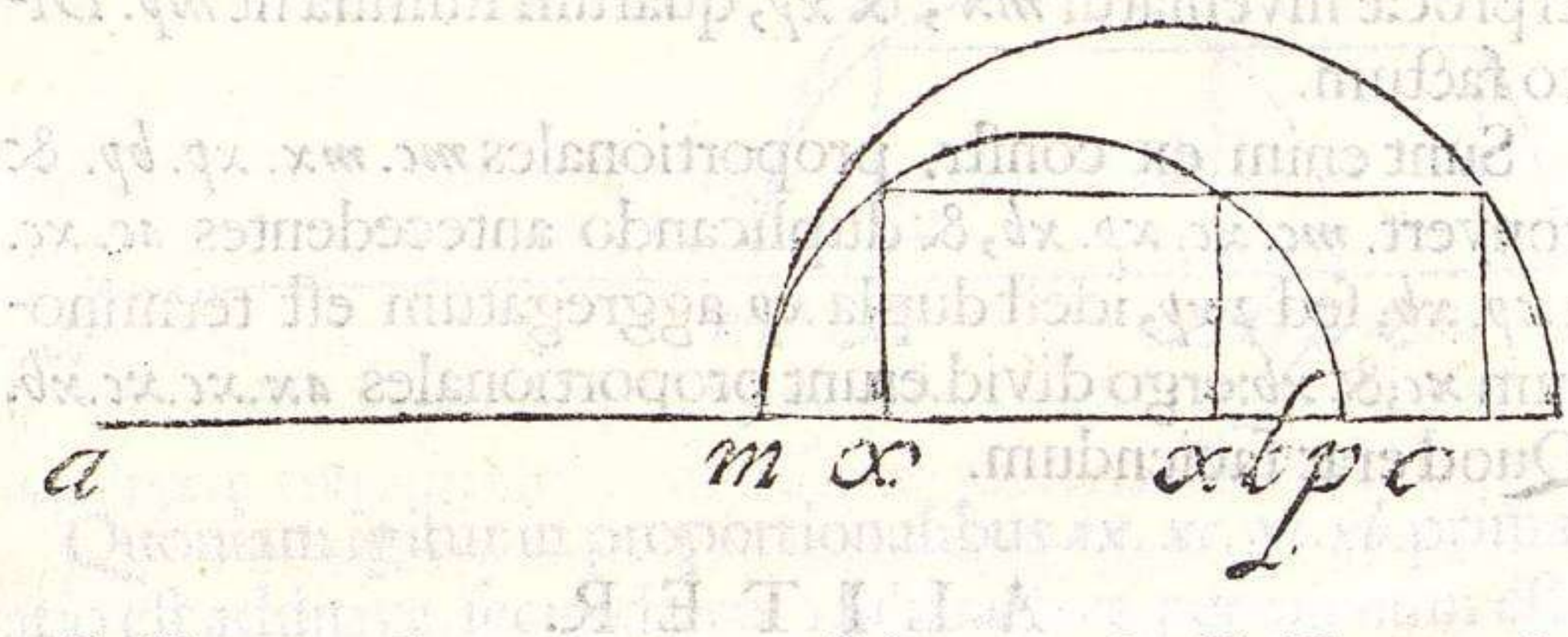
2010 Ministerio de Cultura

DEMONSTR.

Sunt enim ex conſt.proportionales *mx. mc. bp. xp*,& per diviſionem *mx. xc. bp. xb*, & duplicando antecedentes *2mx. xc. bc. xb*; ſed *2mx* differentia eſt terminorum *ax*, & *xc*: ergo comp.erunt proport. *ax. xc. xc. xb.* Quod facere oportebat.

per 7. Introd.

ALITER.



Poſſumus etiam per compoſitionem, & diviſionem ſimul,procedere,& problema brevius reſolvere.Hoc modo.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*xb.*
Ergo comp.& divid.E.P.	*ac.*	*2mx.*	*2xp*	*bc.*
Et dimidiando omnes	*mc.*	*mx.*	*xp.*	*bp.*

Ergo ſolutum,& conſtructio vt antea.

DEMONSTR.

Sunt enim ex conſt. proportionales *mc. mx. xp. bp* , & duplicando omnes *ac. 2mx. 2xp. bc*; ſed *ac* eſt ſumma , &

2mx

2010 Ministerio de Cultura

$2mx$ differentia terminorum ax, & xc, & eodem modo $2xp$, & bc ſumma ſunt, & differentia terminorum xc,& xb: ergo dividendo,& componendo ſimul, erunt proportionales $ax.xc.xc.xb$. Quod oportuit facere.

Si quadratum ex dimidio ſummæ reciprocarum quæſitarum minus fuerit rectangulo ſub reciprocis notis: problema conſtrui non poterit, vt animaduertimus in prop. 1. *Introductionis. Et quamvis hæc admonitio ſufficiat: placet tamen id ipſum vberioris doctrinæ gratia, ex ipſa analyſi demonſtrare.*

DETERMINATIO.

Si rectangulum ſub mc, & bp maius fuerit quadrato dimidiæ mp non erunt proportionales $ax.xc.xc.xb$.

Cum enim maximum rectangulum mxp, nempe, quod mx & xp comprehendere poſſunt, æquale ſit $\frac{1}{4}mpm$, ideſt quadrato ex dimidia mp,quo maius ponitur rectangulum ſub mc, & bp: erit propterea rectangulum ſub mc,& bp maius rectangulo mxp: ergo ratio $mc.mx$ maior erit ratione $xp.bp$, & conuert. ratio $mc.xc$ maior ratione $xp.xb$, & duplicando antecedentes ratio $ac.xc$. maior ratione $2xp.xb$, & tandem dividendo, ratio $ax.xc$. maior ratione $xc.xb$: ergo $ax.xc.xb$. non erunt proportionales,vt oportebat. *Vide propſit. fundam Introd.*

In hunc modum hanc limitationem, quæ frequenter occurrit,poterit analyſta, cum opus fuerit,demonſtrare,& cautus procedere in determinatione problematis quando duas rectas reciprocas inquirat, hoc eſt an ipſum impoſsibile ſit, an verò

BIBLIOTECA DEL OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

verò vnam tantum, vel duas accipere posſit ſolutiones, quod ſemel, & iterum monuiſſe ſufficiat. Nos enim raro de conſtructionibus, & determinationibus curabimus.

ALITER.

Quando vna ratio fuerit additiva, altera verò ſubtractiva, & termini incogniti: ſæpe facilior, & ſemper elegantior erit prædictus modus reſolvendi. Attamen repetitione alterutrius termini vtramque rationem eiuſdem naturæ conſtituere poſſumus, & problema aliter demõſtrare, vt diximus in Inſtructione.

Dividantur *ac*, & *bc* in *m*, & *p* bifariam.

$$\frac{x}{a \quad mx \quad b \quad p \quad c \quad y}$$

ANALYSIS

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xc.*	*xb.*
Fiat *cy* ⎽∧⎽ *xb.*				*cy.*
Ergo comp. E.P.	*ac.*	*xc.*	*xy.*	*xb.*
Et dimid. anteced.	*mc.*	*xc.*	*xp.*	*xb.*
Et convert.	*mc.*	*mx.*	*xp.*	*bp.*

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Biſecentur *ac*, & *bc* in *m*, & *p*, & ipſis *mc*, & *bp* reciprocæ in

2010 Ministerio de Cultura

inveniantur *mx*, & *xp*, quarum summa sit *mp*. Dico factum. Fiat *cy* ipsi *xb* æqualis, & erunt *xp*, & *py* æquales.

Est enim ex constr. *mc* ad *mx*; vt *xp* ad *bp*, & convert. *mc* ad *xc*, vt *xp* ad *xb*, & duplicando antecedentes *ac* ad *xc*, vt *xy* ad *xb*, idest ad *cy*: ergo dividendo erit *ax* ad *xc*, vt *xc* ad *cy*, idest ad *xb*. Quod erat faciendum.

Eodem modo repeti poterit terminus *ax*, vt ratio *ax* ad *xc*, in subtractivam revocetur.

QVÆSTIO.

Tres numeros proportionales exhibere, vt summa primi, & tertij sit 29, summa verò primi, & secundi sit 35.

x

a *m* *x* *b* *p* *c*

Valeat quælibet recta *ac* 35, divisaque in *x* sint *ax*, & *xc* primus, & secundus. Valeat alia recta *ab*. 29, & quia *ax* est primus, erit *xb* tertius: ergo oportet proportionales facere rectas *ax*. *xc*. *xc*. *xb*, quæ tres quæsitos numeros represen-tant. Repetatur analysis.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax*.	*xc*.	*xc*.	*xb*.
Ergo comp. E.P.	*ac*.	*xc*.	2*xp*.	*xb*.
Et dimid. anteced.	*mc*.	*xc*.	*xp*.	*xb*.
Ergo convert. E.P.	*mc*.	*mx*.	*xp*.	*bp*.
Ergo	$\frac{1}{2}mp + \sqrt{\frac{1}{4}mpm - mc}$:			*bp*.
Et	$\frac{1}{2}mp - \sqrt{\frac{1}{4}mpm - mc}$:			*bp*.

Erunt

2010 Ministerio de Cultura

Erunt valoreses reciprocarum *mx*,& *xp* , vt constat ex prop. 1. Introductionis.

RESOLVTIO.

Datur *ac* —∧— 35, vnde *mc* —∧— $17\frac{1}{2}$
Et *ab* —∧— 29.
Ergo *bc* —∧— 6. vnde *bp* —∧— 3
Ergo *mp* —∧— $14\frac{1}{2}$
Et $\frac{1}{2}mp$ —∧— $7\frac{1}{4}$, cuius quadr. $52\frac{9}{16}$
mc: in *bp*, ideſt $17\frac{1}{2}$ in 3 eſt $52\frac{8}{16}$

Differentia $\frac{1}{16}$

V. eſt $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{2}mp$ eſt $7\frac{1}{4}$

Ergo ſumma,& diff. $7\frac{1}{2}$ & 7

pro *mx*. & *xp*

Ergo ſi *mx* ſit $7\frac{1}{2}$ erit *ax* 25, quia *am* eſt $17\frac{1}{2}$.
& erit *xc*. 10.
& *xb*. 4.

Sed ſi *mx* ſit 7. erit *ax*. $24\frac{1}{2}$, quia *am* eſt $17\frac{1}{2}$
& erit *xc*. $10\frac{1}{2}$
& *xb*. $4\frac{1}{2}$.

Sunt igitur tres quæſiti numeri 25. 10. 4, & etiam $24\frac{2}{1}$. $10\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{2}$. nam tam hi, quam illi præſcriptas conditiones adimplent.

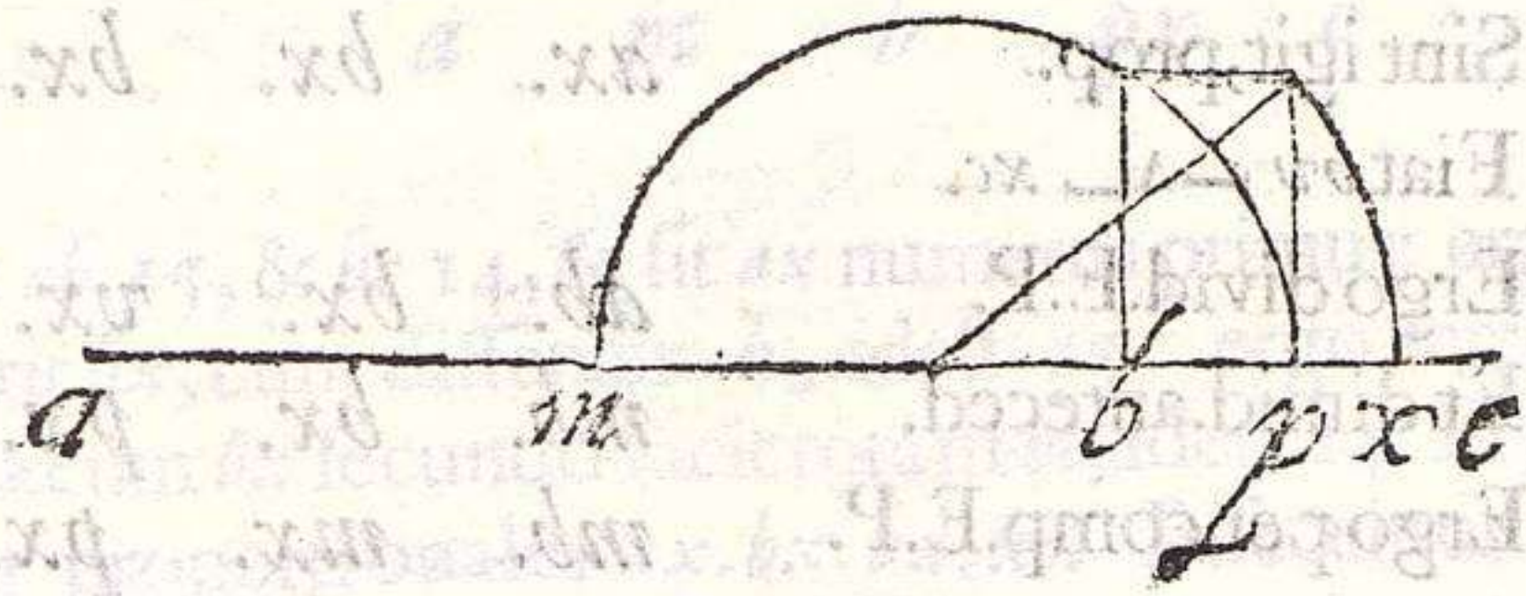
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO IV.

Datam rectam *ac*, vtcumque divisam in *b*, iterum dividere in *x* inter *b*, & *c*, vt sint proportionales *ax. bx. xc.*

Bisecentur *ab*, & *bc* in *m*, & *p*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*bx.*	*bx.*	*xc.*
Ergo comp. E.P.	*2mx.*	*bx.*	*bc.*	*xc.*
Et dimid. anteced.	*mx.*	*bx.*	*pc.*	*xc.*
Ergo convert. E.P.	*mx.*	*mb.*	*pc.*	*px.*
Ergo solutum.				

CONST. ET DEMONST.

Bisecentur *ab*, & *bc* in *m*, & *p*, ipsisque *mb*, & *bp* (seu *pc*) reciprocæ inveniantur *mx*, & *px*, quarum differentia sit *mp*. Dico factum. *prop.* 1. *Introd.*

Sunt enim ex constr. proportionales *mx. mb. pc. px*, & convert. *mx. bx. pc. xc*, & duplicando antecedentes *2mx. bx. bc. xc*; sed *2mx* aggregatum est partium *ax*, & *bx*: ergo dividendo erunt proportionales *ax. bx. bx. xc.* Quod erat faciendum. *prep.* 8. *Introd.*

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

a m b v p x c

ANALYSIS.

Sint igit, prop.	*ax.*	*bx.*	*bx.*	*xc.*
Fiat *bv* —∧— *xc.*				*bv.*
Ergo divid. E.P.	*ab.*	*bx.*	*vx.*	*xc.*
Et dimid. anteced.	*mb.*	*bx.*	*px.*	*xc.*
Ergo per comp. E.P.	*mb.*	*mx.*	*px.*	*pc.*
Ergo ſolutum.				

CONSTR. ET DEMONST.

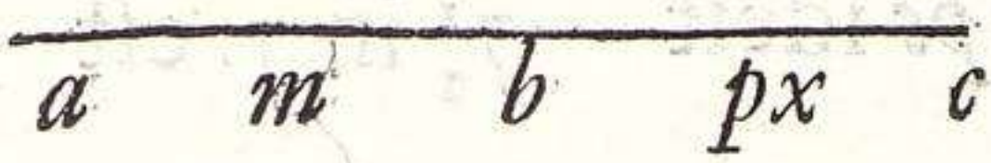
Biſecentur *ab*, & *bc* in *m*, & *p*, ipſiſque *mb*, & *pc* (ſeu *bp*) reciprocæ inveniantur *mx*. *px*, quarum differentia ſit *mp*. Dico factum. Agatur *bv* ipſi *xc* æqualis, & quoniam *bp*, & *pc* ſunt æquales, etiam reſiduæ *vp*, & *px* inter ſe, & compoſitæ *bx*, & *vc* inter ſe, erunt æquales. Cum igitur ſit ex conſtructione *mb* ad *mx*. vt *px* ad *pc*: erit per diviſ. *mb* ad *bx*, vt *px* ad *xc*, & duplicando antecedentes *ab* ad *bx*, vt *vx* ad *xc*, ideſt ad *bv*, componendoque *ax* ad *bx*, vt *vc*, ideſt *bx* ad *xc*. Quod erat faciendum.

QVÆS.

2010 Ministerio de Cultura

QVÆSTIO.

Tres numeros proportionales invenire, vt primus, & ſecundus differant 15; ſecundus verò, & tertius componant 14.



Valeant *ab* 15, & *bc* 14, & ſit *ax* numerus primus: ergo ſecundus erit *bx*, cum differant *ab*, ideſt 15: ergo tertius erit *xc*, quia cum *bx* ſecundo facit totam *bc*, ideſt 14. Ergo fieri debent proportionales *ax. bx. bx. xc.* Biſecentur *ab* in *m*, & *bc* in *p*, & repetatur.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax.*	*bx.*	*bx.*	*x.c*
Ergo comp. E.P.	*2mx.*	*bx.*	*bc.*	*xc.*
Et dimid. ant.	*mx.*	*bx.*	*pc.*	*xc.*
Et convert.	*mx.*	*mb.*	*pc.*	*px.*
Ergo	$\frac{1}{2}mp + \sqrt{\frac{1}{4}mpm + mb : pc}$			
Et	$-\frac{1}{2}mp + \sqrt{\frac{1}{4}mpm + mb : pc}$			

Erunt valores numerorum *mx*, & *px*, vt explicatum eſt in prop. 1. Introductionis.

RE-

2010 Ministerio de Cultura

RESOLVTIO.

Datur *ab* —Λ— 15
Et *bc* —Λ— 14
Ergo *mp* —Λ— $14\frac{1}{2}$
Et $\frac{1}{2}mp$ —Λ— $7\frac{1}{4}$ eius quadr. $52\frac{9}{16}$

mb in *pc* ideſt	$7\frac{1}{2}$ in 7. eſt	$52\frac{8}{16}$
Summa		$105\frac{1}{16}$
V. eſt		$10\frac{1}{4}$
$\frac{1}{2}mp$. eſt		$7\frac{1}{4}$

Ergo ſumma, & diff. $17\frac{1}{2}$ & 3. pro *mx*, & *px*. Ergo ſi *mx* fuerit $17\frac{1}{2}$ erit *ax* 25. quia *am* eſt $7\frac{1}{2}$, vel ſi *px* fuerit 3 erit *ax* 25, quia *ap* eſt 22.

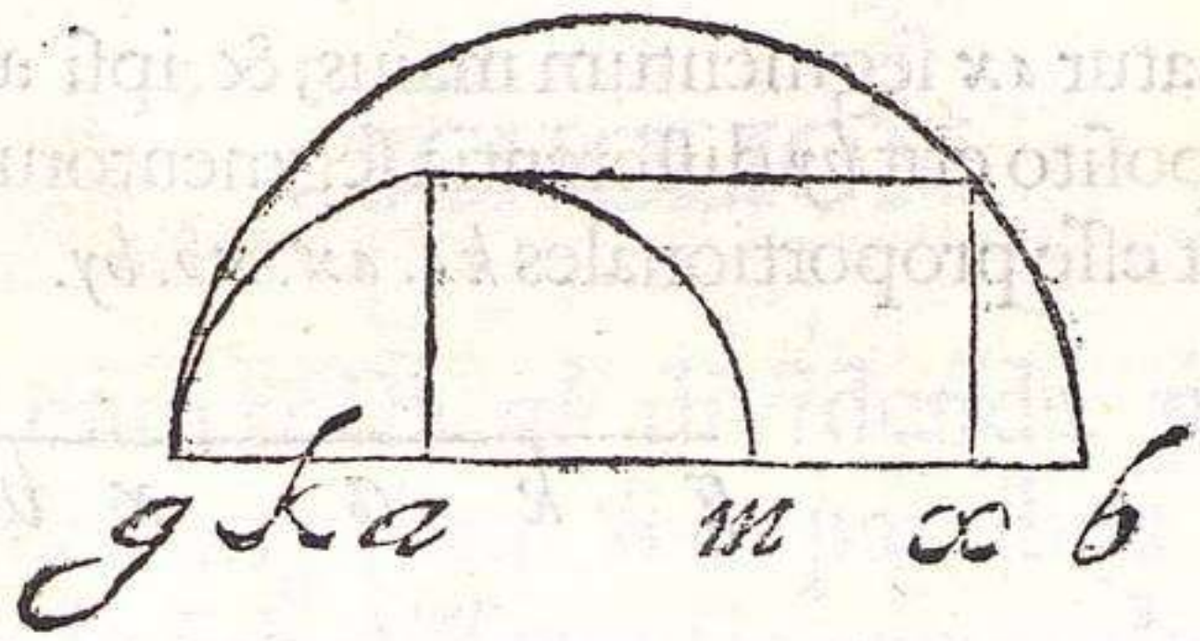
Determinato primo, qui valet 25, erit ſecundus 10, vt differant 15, & tertius erit 4, vt cum ſecundo componat 14, & proportionales erunt 25. 10. 4. vt oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO V.

Datam rectam *ab* ita secare in *x*, vt rectangulum sub segmentis *ax*, & *xb* æquale sit rectangulo sub differentia eorundem, & data *ka*.



Bisecetur *ab* in *m*, & erit 2*mx* differentia segmentorum *ax*. *xb*, itaque conditio erit, vt rectangulum *axb* rectangulo sub *ka*, & 2*mx* sit æquale, vel vt sint proportionales *ka*. *ax*. *xb*. 2*mx*. Fiat *ga* dupla ipsius *ka*. *Prop. 7. Introd.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ka*. *ax*. *xb*. 2*mx*.
Ergo dimid.& duplic.E.P. *ga*. *ax*. *xb*. *mx*.
Et per comp. *ga*. *gx*. *xb*. *mb*.
Ergo solutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat *ga* dupla ipsius *ka*, divisaque *ab* bifariam in *m*, ipsis

ga,

2010 Ministerio de Cultura

prop. 1. *Introd.* *ga*, & *am*, seu *mb*, reciprocæ inveniantur *gx*, & *xb*, quarum summa sit *gb*. Dico factum.

Sunt enim ex constr. proportionales *ga. gx. xb. mb*, & per divis. *ga. ax. xb. mx*, dimidiandoque, & duplicando *ka. ax. xb. 2mx*; sed *2mx* differentia est segmentorum *ax*, & *xb*: ergo rectangulum *axb* æquale erit rectangulo sub data *ka*, & differentia eorumdem segmentorum *2mx*. Quod erat faciendum.

ALITER.

Supponatur *ax* segmentum maius, & ipsi æqualis recta *xy*, quo posito erit *by* differentia segmentorum *ax*, & *xb*: ergo debent esse proportionales *ka. ax. xb. by*.

g k a x b y

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ka.*	*ax.*	*xb.*	*by.*
Ergo per comp. E.P.	*ka.*	*kx.*	*xb.*	*xy.*
Ideſt				*ax.*
Fiat *gk* ⌐∧¬ *ka.*	*gk.*			
Ergo per comp. E.P.	*gk.*	*gx.*	*xb.*	*ab.*
Ergo ſolutum				

CONSTR. & DEMONSTR.

Ipsis rectis datis *ab*, & *ka*, seu *gk*, reciprocæ inveniantur *gx*, & *xb*, quarum summa sit *gb*, ideſt aggregatum ipsius *ab*, & duplæ *ka*. Dico factum. Ponatur *xy* ipsi *ax* æqualis.

Cum igitur sit ex constr. *gk* ad *gx*, vt *xb* ad *ab*: erit per divi-

2010 Ministerio de Cultura

divisionem *gk*, idest *ka* ad *kx*, vt *xb* ad *ax*, idest ad *xy*: ergo erit per divisionem *ka* ad *ax*, vt *xb* ad *by*. Ergo rectangulum *axb* æquale erit rectangulo sub data *ka*, & differentia partium *by*. Quod erat faciendum.

NOTA.

Hæc resolutio coincidit cum præcedente, propterea quod rectangulum sub *gk* & *ab* æquale sit rectangulo sub *ga*, & *mb*.

SCHOLION.

Sanè cum recta *ab* dividenda proponitur in *x*, vt rectangulum sub partibus æquale sit rectangulo sub differentia earumdem, & data *ka*: nulla exprimitur ratio, vnde inferre liceat, an *ax* sit segmentum maius, an minus. Vnde perinde erit ipsum supponere minus.

k a x g m b

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ka.*	*ax.*	*xb.*	*2xm.*
Fiat *ag* — Λ — *2ka.*	*ag.*			
Ergo dupl. & dim. S.P.	*ag.*	*ax.*	*xb.*	*xm.*
Et convert.	*ag.*	*xg.*	*xb.*	*mb.*

Ergo solutum, & patet constructio, & demonstratio.

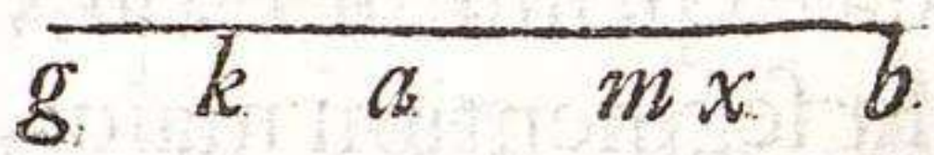
2010 Ministerio de Cultura

At quamvis in priore analyſi recta *gb* aggregatum erat duplæ *ka*, & ſimplicis *ab*, in hac autem poſteriore eſt earumdem differentia: non ideo infferri debet duplex reſolutio; ſed vna eademque ex vtraque analyſi concipi, quandoquidem à fine vtriuſque retrogradiendo, ad idem principium legitimè perveniatur, nimirum ad terminos *ka. ax. xb. 2xm*; ſeu *2mx*, nullo alio facto diſcrimine inter illos, niſi, vt *ax* iam maior, iam minor ſit, quam *xb*.

Hinc mirabilem affinitatem reciprocarum, iam data ſumma, iam data differentia quiſque contemplari poterit.

QVÆSTIO.

Datum numerum 24 in duas partes dividere, vt rectangulum ſub ipſis factum æquale ſit facto ſub ipſarum partium differentia, & dato numero $22\frac{1}{2}$.



Valeat *ab*. 24. & *ka* valeat $22\frac{1}{2}$, & ſint partes quæſitæ *ax*, & *xb*, quarum differentia erit *2mx*, ſi *ab* dividatur bifariam in *m*. Ergo conditio eſt, vt ſint proportionales *ka. ax. xb. 2mx*. Repetatur analyſis.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ka.*	*ax.*	*xb.*	*2mx.*
Fiat *ga* — *a* — *2ka*,	*ga.*			
Ergo dupl. & dim. S.P.	*ga.*	*ax.*	*xb.*	*mx.*
Et per compoſ.	*ga.*	*gx.*	*xb.*	*mb.*

Ergo

2010 Ministerio de Cultura

Ergo resolutum, & pro incognitis gx, & xb, iuxta explicationem reciprocarum prop. 1. Introd.

Habebimus $\frac{1}{2}gb + \sqrt{\frac{1}{4}gbg - ga:mb}$

Et $\frac{1}{2}gb - \sqrt{.\frac{1}{4}gbg - ga:mb}$

RESOLVTIO.

Dantur ab —Λ— 24, & ka —Λ— $22\frac{1}{2}$

Ergo mb —Λ— 12. & ga —Λ— 45

Vnde gb —Λ— 69, summa ga, & ab

Et $\frac{1}{2}gb$ —Λ— $34\frac{1}{2}$, cuius quadr. $1190\frac{1}{4}$

ga in bm, est 540

Differentia est $650\frac{1}{4}$

$\sqrt{.}$ est $25\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2}gb$ est $24\frac{1}{2}$

summa, & diff. 60. & 9.

Sunt igitur 60, & 9. valores incognitarum gx, & xb.

Ergo si xb valeat 9, ax valebit 15, & numerus datus 24 divisus erit in 15, & 9, quorum differentia 6 multiplicata per numerum datum $22\frac{1}{2}$ exhibebit 135, qui numerus æqualis est facto sub partibus 15, & 9. vt oportebat.

ALITER.

Idem profecto obtinebitur si posterior analysis instituta fuisset, in qua gb differentia erat datarum ab, & ag.

Erant enim prop. $ag.$ $xg.$ $xb.$ $mb.$

Vnde $\frac{1}{2}gb + \sqrt{.\frac{1}{4}gbg + ag:mb.}$

Et $-\frac{1}{2}gb + \sqrt{.\frac{1}{4}gbg + ag:mb.}$

Valores erunt incognitarum xg, & xb.

2010 Ministerio de Cultura

Dantur *ab* —Λ— 24, & *ka* —Λ— $22\frac{1}{2}$
Ergo *mb* —Λ— 12, & *ag* —Λ— 45
Vnde *gb* —Λ— 21. diff. inter *ab*, & *ag*.
Et $\frac{1}{2}gb$ —Λ— $10\frac{1}{2}$. eius quadr. $110\frac{1}{4}$.

ag in *mb*	540
Summa	$650\frac{1}{4}$
v. est	$25\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}gb$. est	$10\frac{1}{2}$

Summa, & diff. 36. & 15. pro incognitis *xg*, & *xb*: ergo si *xb* valeat 15, *ax* valebit 9. & numerus 24 divisus erit in 9, & 15. vt antea.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO VI.

Datam rectam *ad* sectam in *b*, & *c* vtcumque, iterum secare in *x* inter *b*,& *c*,vt rectangulum *axb* æquale sit *dxc* rectangulo. Hoc est vt sint proportionales *ax. xc. xd. bx.*

Vide R. P. Greg. à S. V in cen. l. 1. prop. 64 tom. 1.

a *b x* *c* *d*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ax. xc. xd. bx.*
Ergo comp. E. P. *ac. xc. bd. bx.*

Ergo solutum, cum pateat *bc* dividendam esse in *x* in data ratione *ac* ad *bd*.

CONST. ET DEMONST.

Dividatur *bc* in *x* in ratione data, *ac* ad *bd*, vt sint proportionales *ac. xc. bd. bx*, vnde divid. erunt etiam proportionales *ax. xc. xd. bx*. Quod erat faciendum.

QVÆSTIO.

Datum numerum 8. ita in duas partes dividere, vt rectangulum sub vna parte, & aggregato ipsius partis, & numeri dati 12 æquale sit rectangulo sub altera parte, & aggregato eiusdem partis, & numeri dati 4.

Va-

2010 Ministerio de Cultura

12 4 8

a *b x* *c* *d*

Valcant *bc* 8. *ab* 12. & *cd* 4. & ſint partes quæſitæ *bx*, & *xc*. Ergo conditio eſt, vt rectangulum *axb*, rectangulo *dxc* ſit æquale.

ANALYSIS.

Sint igit. *axb* —Λ— *dxc*
Ergo E.P. *ax* *xc*. *xd*. *bx*.
Et comp. *ac*. *xc*. *bd*. *bx*.

Ergo ſolutum, cum pateat numerum datum *bc*, ideſt 8. diuideadum eſſe in ratione data *ac* ad *bd*.

RESOLVTIO.

Si 32 (aggregatum *ac*, & *bd*) dat 8. (*bc*) 12 (*bd*) dabit 3 (pro *bx*) vel ſi 32 dat 8, *ac* 20 dabit 5. pro *xc*

Sunt igitur partes quæſitæ 3 & 5. nam ſi ipſi 3. addatur 12 componetur 15, & rectangulum ſub 3, & 15 erit 45. & ſi ipſi 5 addatur 4, conſtituetur 9, & rectangulum ſub 5, & 9 erit etiam 45, vt oportebat.

SCHOLION.

Hæc eadem quæſtio in his terminis proponi poterit.

Qua-

2010 Ministerio de Cultura

Quatuor numerus proportionales exhibere, vt ſumma primi, & ſecundi ſit 20, ſecundus & tertius differant 4, & ſumma tertij, & quarti componat 12.



Exponatur quælibet recta *ac*, quæ valere intelligatur 20, diviſaque in *x* ſint *ax*, & *xc*, primus, & ſecundus. Ponatur alia *cd*, quæ valeat 4: ergo *xd* erit tertius. Ponatur alia *bd*, quæ valeat 12: ergo quartus erit *bx*, & ſolum reſtat proportionales facere *ax. xc. xd. bx.* Repetatur analyſis.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*xd.*	*bx.*
Ergo comp. E.P.	*ac.*	*xc.*	*bd.*	*bx.*

Ergo ſolutum. Nam cum *bd* valeat 12, & *cd* ſit 4, erit *bc.* 8, qui dividendus erit in ratione *ac* ad *bd*, ideſt 20 ad 12, & venient 5. & 3. pro *xc*, & *bx*, ideſt pro ſecundo, & quarto, vnde primus erit 15, & tertius 9. & omnes quatuor 15. 5. 9. 3, qui aſsignatas conditiones ſortiuntur.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO VII.

Datam rectam ita secare, vt rectangulum sub tota, & segmento minore æquale sit rectangulo sub maiore segmento, & differentia vtriusque.

a m x b

Prop. 7. Introd. Sit data *ab* dividenda in *x*, vt petitur, bisecetur in *m*, & erit 2*mx* differentia segmentorum *ax*, & *xb*, vnde conditio erit, vt rectangulum sub *ab*, & *xb* æquale sit rectangulo sub *ax*, & 2*mx*, vel vt sint proportionales *ab*. 2*mx*. *ax*. *xb*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ab.*	2*mx.*	*ax.*	*xb.*
Et dimid. primos	*am.*	*mx.*	*ax.*	*xb.*
Ergo per comp. E.P.	*am.*	*ax.*	*ax.*	*ab.*

Ergo solutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Bisecetur *ab* in *m*, & inter *am*, & *ab* media inveniatur *ax*. Dico factum.

Sunt enim ex constr. proportionales *am*. *ax*. *ax*. *ab*, & per divis. *am*. *mx*. *ax*. *xb*, & duplicando primos *ab*. 2*mx*. *ax*. *xb*: ergo rectangulum sub tota *ab*, & segmento minore *xb* æquale erit rectangulo sub segmento maiore *ax*, & differentia vtriusque 2*mx*. Quod erat faciendum.

ALI-

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

Esto data *ab* dividenda,&c. Bisecetur in *m*, & supponatur *xz* ipsi *ax* æqualis, quo posito erit *bz* differentia segmentorum *ax*, & *xb*, idest *xz*, & *xb*.

a *m* *x* *b* *z*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ab*. *bz*. *ax*. *xb*.
Ergo per comp. E. P. *ab*. *az*. *ax*. *ab*.
Et dimid. primos *am*. *ax*. *ax*. *ab*.
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Secetur *ab* bifariam in *m*, & inter *am*, & *ab* media inveniatur *ax*. Dico factum. Ponatur *xz* ipsi *ax* æqualis.

Quoniam igitur ex constr. sunt proportionales *am*. *ax*. *ax*. *ab*. & duplicando primos *ab*. *az*. *ax*. *ab*, & per divis. *ab*. *bz*. *ax*. *xb*: erit rectangulum sub tota *ab*, & segmento minore *xb* æquale rectangulo sub segmento maiore *ax*, & differentia vtriusque *bz*. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO VIII.

Vide Carolū Renaldinū de resol. & comp. t. 3. pag. 452.

Latus reperire, à quo ablatis duobus datis lateribus, residua constitutam inter se habeant rationem.

$$\overline{a \quad b \; c \; x} \qquad \overline{m \; p \; q}$$

Sint latera data *ac*, & *ab*, ratio data *mq* ad *mp*, & sit latus quæsitum *ax*: ergo residua erunt *bx*, & *cx*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*bx.*	*cx.*	*mq.*	*mp.*
Ergo divid. E.P.	*bc.*	*cx.*	*pq.*	*mp.*

Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiant proportionales *pq. mp. bc. cx.* Dico *ax* esse latus quæsitum, quia comp. erit vt *mq* ad *mp*, ita *bx* ad *cx*. Quod facere oportebat.

NOTA.

Brevius quidem res expediri potest. Nam posito quæsito tanquam concesso, hoc est vt fiant proportionales *bx. cx. mq. mp.* resolutio patet, cum manifestum sit ad datam differentiam *bc*. rectas esse inveniendas *bx. cx.* in ratione data *mq.* ad *mp.* Quod per scholion prop. 2. huius facile obtinetur.

PRO-

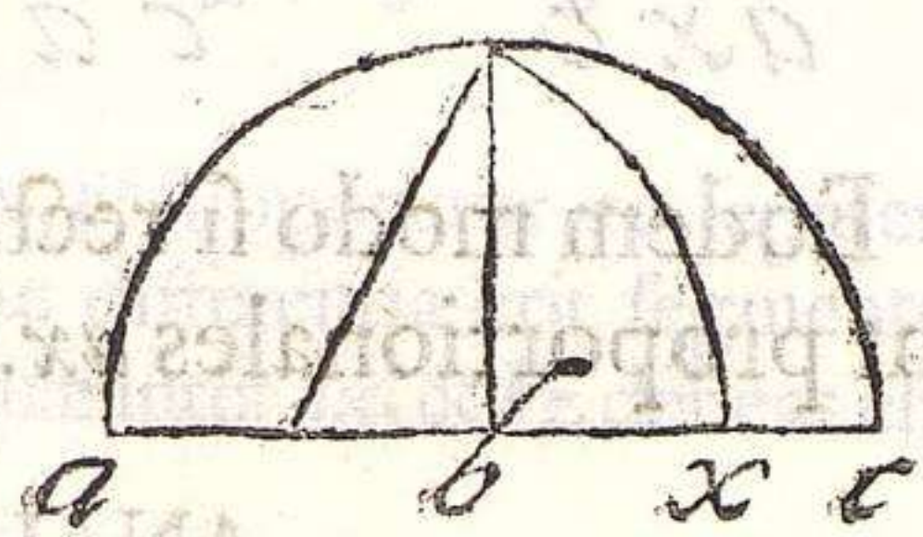
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO IX.

Secta linea recta in duas partes vtcumque, alterutram earum ita rursus partiri in duas partes, vt omnes tres partes sint proportionales.

Vide R. P. Clavii ad prop. 17 lib. 6. el.

Esto data *ac* vtcumque divisa in *b*, & sit *bc* dividenda in *x*, vt sint proportionales *ab. bx. xc.*



à S.V in cen.l.1. prop.77

ANALYSIS.

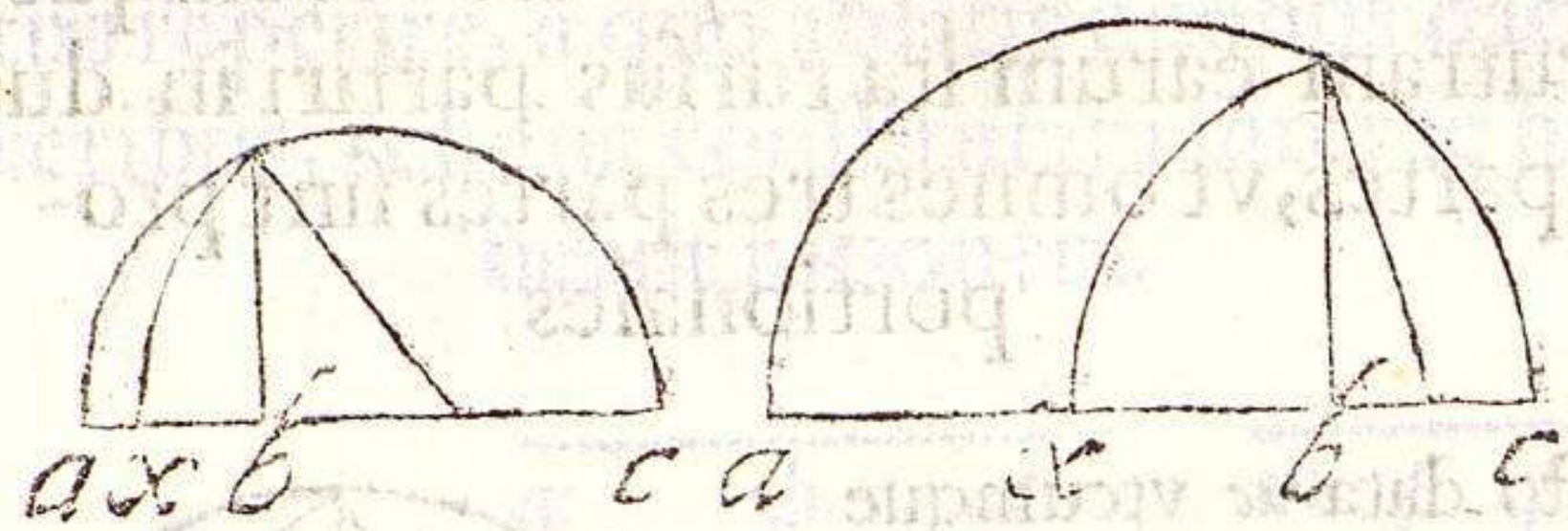
Sint igit. prop. *ab. bx. bx. xc.*
Ergo per comp. E.P. *ab. ax. bx. bc.*
Ergo solutum,

CONSTR. ET DEMONSTR.

Ipsis *ab*, & *bc* reciprocæ inveniantur *ax*, & *bx*, quarum differentia sit ipsa *ab*, hoc est fiant proportionales *ab. ax. bx.* *Prop. 1. Introd.* *bc*, & per divis. erit *ab* ad *bx*, vt *bx* ad *xc.* Quod facere oportebat.

BIBLIOTECA
SCHO-
2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.



Eodem modo si recta *ab* esset dividenda, vt sint proportionales *ax.xb.xb.bc.*

ANALYSIS.

Sint igitur prop. *ax. xb. xb. bc.*
Ergo comp. E.P. *ab. xb. xc. bc.*

Ergo solutum, & patet constructio, & demonstratio; & etiam obvium est, quod si *ab* minor fuerit in hoc casu, quam *bc* proportionem esse minoris inæqualitatis, maioris verò si maior fuerit, quam dupla, & omnino æqualitatis si dupla fuerit.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO X.

Vide R. P. Zaragoz. Geom. magna in minim. tom. 2. prob. 20

Datam rectam dividere, vt alia data sit media inter segmentum maius, & differentiam vtriusque.



Esto dividenda data *ab* in *x*, & supponatur *xz* segmento maiori *ax* æqualis, quare *bz* differentia erit segmentorum *ax*, & *xb*. sitque data *g*, quæ inter *ax*, & *bz* debeat esse media.

ANALYSIS.

Sint igitur prop. *ax. g. g. bz.*
Ergo duplic. primos E.P. *az. 2g. g. bz.*
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

At datam *g*, & ipsius duplam (*2g*) reciprocæ inveniantur *az*, & *bz*, quarum differentia sit *ab*, & bisecetur *az* in *x*. Dico factum.

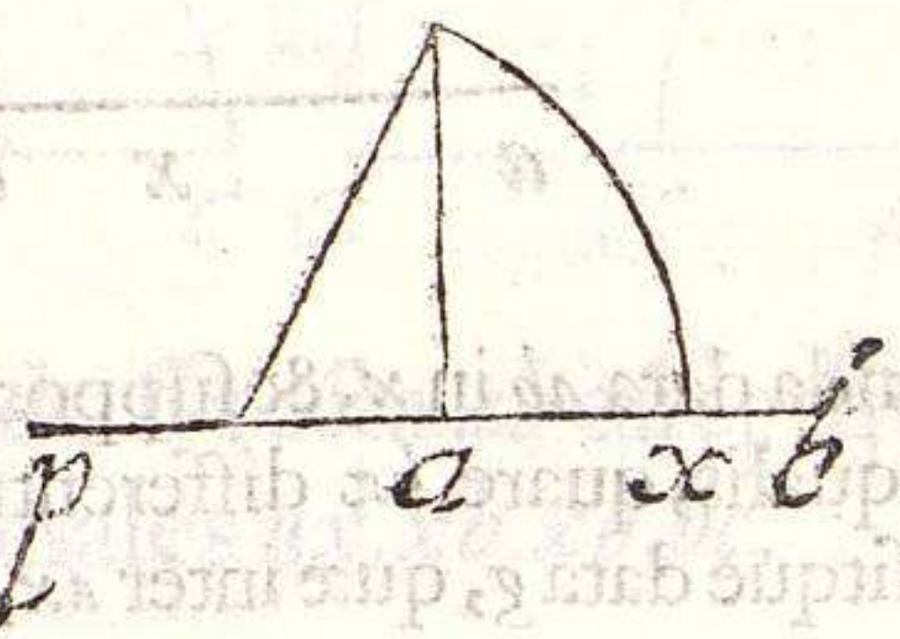
Cum enim ex constr. sint proportionales *az. 2g. g. bz.* erunt dimidiando primos, etiam proportionales *ax. g. g. bz.* Quod faciendum erat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XI.

Datam rectam *ab* extrema, ac media ratione secare in *x*.



ANALYSIS.

Sint igit.prop. *ab. ax. ax. xb.*
Fiat *pa* —∧— *ab.* *pa.*
Ergo per comp. E.P. *pa. px. ax. ab.*
Ergo solutum

CONSTR. & DEMONST.

prop. I. *Introd.* Fiat *pa* ipsi *ab* æqualis, & eidem reciprocæ inveniantur *px*, & *ax*, quarum differentia sit *pa*, ideſt ipsa *ab*. Dico factum.

Cum enim ex constr. sit *pa* ad *px*, vt *ax* ad *ab*: erit per divis. *pa*, ideſt *ab* ad *ax*, vt *ax* ad *xb*. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Ecce propositionem celebrem, quæ apud Euclidem,

2010 Ministerio de Cultura

dem, & alios multos per comparationem planorum involuta demonſtratur, per proportionales tantum expeditam.

Eadem facilitate invenietur tota, dato altero ſegmentorum

Dato ſegmento maiore.

Eſto data *ab* ſegmentum maius, ſitque inveniendа tota *ax* diviſa in *b* extrema, ac media ratione.

a *b* *x*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ax. ab. ab. bx.*

Ecce in limine ipſo analyſeos problema reſolutnm. Nam ſi datæ *ab* inveniantur reciprocæ *ax*, & *bx*, quarum differentia ſit ipſa *ab*: erit vt tota *ax* ad ſegmentum maius *ab*, ita idem ad ſegmentum minus *xb*, vt oportebat.

Dato ſegmento minore.

Sit tandem data *ab* ſegmentum minus, & ſit inveniendа tota *ax* diviſa in *b* extrema, ac media ratione.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

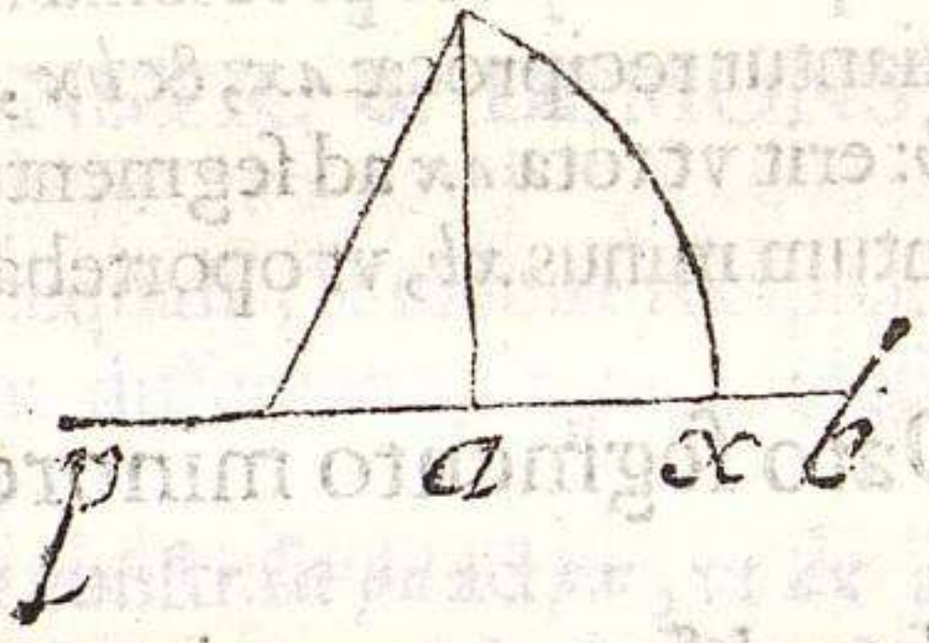
a b c x.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ax. bx. bx. ab.*
Fiat *bc* —Λ— *ab.* *bc.*
Ergo divid. E.P. *ab. bx. cx. bc.*

Ergo solutum. Nam si ipsi *ab* inveniantur reciprocæ *bx*, & *cx*, quarum differentia sit *bc*, ideſt ipsa *ab*, hoc eſt si fiant proportionales *ab. bx. cx. bc*: erit compon. *ax*. ad *bx*, vt *bx* ad *bc*, ideſt ad *ab*, vt oportebat.

Semper elegantius per proportionales, quam per comparationem planorum ſolvitur, cum fieri poteſt, quoduis problema. Placet tamen propoſitum per lib. 2. el. enodare, licet non ſit id ipſum huius loci.



ANALYSIS.

Sit *axa* —Λ— *abx*
Ergo addit. *bax* erit *axa* + *bax* —Λ— *abx* + *bax*
aba
Ideſt per 2. 2. el.
Et ſi fiat *pa* —Λ— *ab*. *axa* + *pax* —Λ— *aba*.
Ergo ſolutum.

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat *pa* ipſi *ab* æqualis, & inveniatur *ax*, cuius quadratum cum rectangulo *pax*, ſit æquale quadrato *ab*. Dico factum. *per 5. Introd.*

Cum enim quadratum *ax* cum rectangulo *pax*, ideſt *bax* æquale ſit quadrato *ab*, ſive rectangulis *bax*, & *abx*: erit ſubtracto rectangulo *bax*, quadratum *ax* æquale rectangulo *abx*. Quod faciendum erat.

PROPOSITIO XII.

Vide R. P. Clavium ad prop. 17 lib. 6. el.

Ad duas rectas datas, aliam in proportione harmonica invenire.

SIT INVENIENDA MEDIA.

a b x c

Ad datas *ac. ab* ſit inveniendа media *ax* in proportione harmonica.

Proportio harmonica conſtituitur, cum trium terminorum ita ſe habet primus ad tertium, vt differentia primi, & ſecundi ad differentiam ſecundi, & tertij.

Sunt igitur termini.	*ac.*	*ax.*	*ab.*	
Et differentiæ.		*xc.*	*bx.*	
Ergo conditio, vt ſint prop.	*ac.*	*ab.*	*xc.*	*bx.*

T ANA

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ac. ab. xc. bx.*
Ergo solutum, cum pateat *bc* dividendam esse in *x* in ratione *ac. ab.*

CONST. ET DEMONST.

Dividatur *bc* in *x* in ratione *ac* ad *bc*, vt sint proportionales *ac. ab. xc. bx.* Dico *ac. ax. ab* esse in proportione harmonica, quia extremi sunt, vt differentiæ.

SIT INVENIENDA MAIOR.



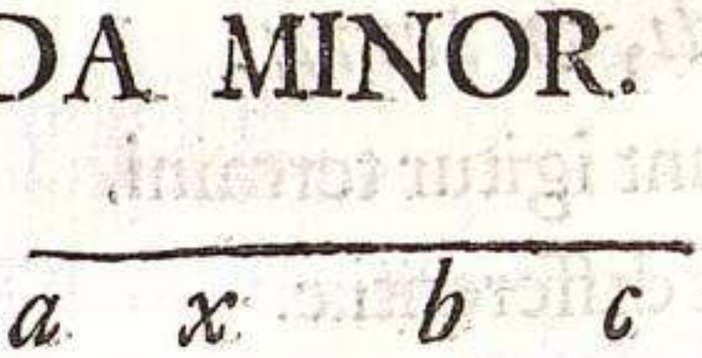
Ad datas *ac. ab* sit invenienda maior *ax* in proportione harmonica.

Sunt igit. termini *ax. ac. ab.*
Et differentiæ *cx. bc.*
Ergo conditio vt sint prop. *ax. ab. cx. bc.*

Per Schol. prop. 2. huius.

Ergo solutum, cum manifestum sit ad datam differentiam *ac*, rectas esse inveniendas *ax. cx.* in ratione *ab. bc*, vt sint prop. *ax. ab. cx. bc*, & erunt extremi, vt differentiæ.

SIT INVENIENDA MINOR.



Ad datas *ac. ab* sit invenienda minor *ax* in proportione harmonica.

Erunt

2010 Ministerio de Cultura

Erunt termini. *ac. ab. ax.*
Et differentiæ. *bc. xb.*
Ergo conditio vt ſint prop. *ac. ax. bc. xb.*

Ergo ſolutum. Patet enim rectam *ab* dividendam eſſe in *x* in ratione *ac. bc*, vt ſint proportionales *ac. ax. bc. xb*. Itaque extremi erunt vt differentiæ.

SCHOLION.

Tres ſunt præcipuæ proportiones, ſeu medietates, de quibus fit mentio apud Authores, videlicet Arithmetica, geometrica, & harmonica, quibus alias addiderunt Antiqui, alias Recentiores, omnes videre licet in lib. 3. Collectionum Pappi Alexandrini. Cum autem diverſitas oriatur ex diverſis modis comparandi terminos, & differentias inter ſe: analyſis noſtra quamcumque medietatem eadem facilitate, qua harmonicam expedivit, expedire poterit.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XIII.

Datam rectam ita secare, vt segmenta, & alia recta data proportionem harmonicam constituant.

Dato segmento maiore.



Sit primo datum segmentum maius *aq*, & sit data *ab* dividenda in *x*, vt *aq*. *ax*. *xb* sint in proportione harmonica. Bisecetur *ab* in *m*, & erit 2*mx* differentia segmentorum *ax*, & *xb*. per prop. 7. Introductionis.

Erunt igitur termini *aq*. *ax*. *xb*.
Et differentiæ. *xq*. 2*mx*.
Et conditio, vt sint prop. *aq*. *xb*. *xq*. 2*mx*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *aq*. *xb*. *xq*. 2*mx*.
Fiat *bc* —A— 2*aq*. *bc*.
Ergo dupl. & dimid. E.P. *bc*. *xb*. *xq*. *mx*.
Et per compos. *bc*. *xc*. *xq*. *mq*.
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat *bc* dupla datæ *aq*, bisectaque *ab* in *m*, ipsis *bc*, & *mq* reci-

2010 Ministerio de Cultura

reciprocæ inveniantur *xc*, & *xq*, quarum differentia sit *qc*. Dico factum.

Sunt enim ex const. proportionales *bc. xc. xq. mq.* & per divis. *bc. xb. xq. mx*, & dimidiando,& duplicando *aq. xb. xq. 2mx*. videlicet extremi, vt differentiæ: ergo *aq. ax. xb.* erunt in harmonica proportione. Quod erat faciendum.

Dato segmento minore.

g a m x p b

Esto data *pb* segmentum minus, & sit data *ab* dividenda in *x*, vt *ax. xb. pb* sint in proportione harmonica. Bisecetur *ab* in *m*, & erit *2mx* differentia segmentorum *ax*, & *xb*. prop. 7. Introductionis.

Erunt termini. *ax. xb. pb.*
Et differentiæ, *2mx. xp.*
Et conditio vt sint prop: *ax. pb. 2mx. xp.*

ANALYSIS.

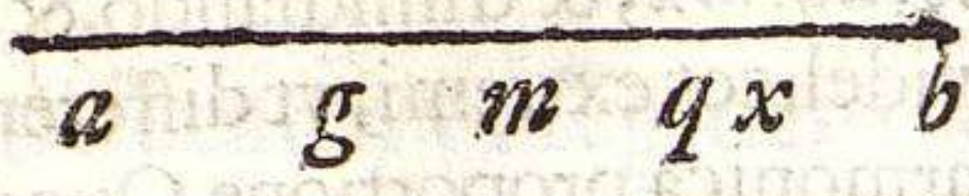
Sint igit. prop. *ax. pb. 2mx. xp.*
Fiat *ga* —A— *2pb*. *ga.*
Ergo duplic.& dimid. S.P. *ax. ga. mx. xp.*
Et comp. *gx. ga. mp. xp.*

Ergo solutum, & manifesta constructio,& demonstratio.

Data

2010 Ministerio de Cultura

Data media.



Sit tandem data *ab* dividenda in *x*, & ſit data *qb* media.
Fiat *ag* eidem *qb* æqualis.

Erunt termini.		*ax.*	*qb.*	*xb.*
			ſeu *ag.*	
Et differentiæ.			*gx.*	*qx.*
Et conditio, vt ſint prop.	*ax.*	*xb.*	*gx.*	*qx.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xb.*	*gx.*	*qx.*
Et divid.	2*mx.*	*xb.*	*gq.*	*qx.*
Et dimid. anteced.	*mx.*	*xb.*	*mq.*	*qx.*
Ergo per comp. E.P.	*mx.*	*mb.*	*mq.*	*mx.*

Ergo ſolutum, & in ipſa analyſi ordo patet conſtructionis, & demonſtrationis, cum ſatis perſpicuum ſit *gq* duplam eſſe ipſius *mq*, propterea, quod *ab* biſecta ſit in *m* (vt 2*mx* differentia ſit partium *ax*, & *xb*.) & *ag* facta ſit ipſi *qb* æqualis.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XIV.

Datam rectam *ac* divisam in *b*, rursus secare in *x* inter *b*, & *c*, ita vt *ax* ad duplam *bx* sit vt ipsa *bx* ad *xc*.

a p b q x c z

Quoniam igitur fieri debent proportionales *ax*. 2*bx*. *bx*. *xc*. fiat *xz* dupla ipsius *bx*; & *pb* tertia pars *ab*; & *bq* tertia pars *bc*. ad quod nos vrget analysis.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*ax*.	2*bx*.	*bx*.	*xc*.
Hoc est		*xz*.		
Ergo per compos. E.P.	*ax*.	*az*.	*bx*.	*bc*.
Et tripartiendo conseq.	*ax*.	*px*.	*bx*.	*bq*.
Et divid.	*ap*.	*px*.	*qx*.	*bq*.
Ergo solutum.				

CONSTR. & DEMONSTR.

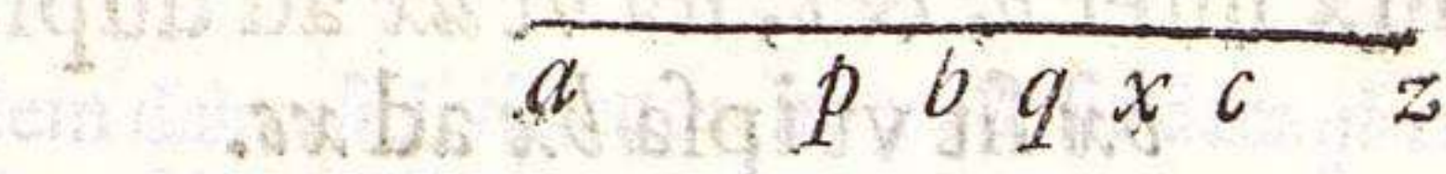
Fiat *pb* tertia pars rectæ *ab*, & *bq* tertia pars rectæ *bc*, ipsisque *ap*, & *bq* reciprocæ inveniantur *px*, & *qx*, quarum differentia sit ipsa *pq*. Dico factum. Ponatur *xz* dupla ipsius *bx*, & erit *px* triens totius *az*.

Cum enim ex const. sint proportionales *ap*. *px*. *qx*. *bq*, & compon. *ax*. *px*. *bx*. *bq*, & triplicando consequentes *ax*. *az*.

2010 Ministerio de Cultura

az. bx. bc: erit per divis. *ax* ad *xz*, ideſt ad duplam *bx*, vt ipſa *bx* ad *bc*. Quod facere oportebat.

SCHOLION.



Eodem modo procedere licet ſi recta *ac* diviſa in *b*, iterum dividenda ſit in *x* inter *b*, & *c*, vt ſint proportionales *ax. 3bx. bx. 2xc.*

Fiat $pb \dashv\vdash \frac{2}{5} ab$, & $bq \dashv\vdash \frac{2}{5} bc$.

Hoc eſt $2\frac{1}{2} pb \dashv\vdash ab$, & $2\frac{1}{2} bq \dashv\vdash bc$.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	$3bx.$	*bx.*	$2xc.$
Et diuid. conſeq.	*ax.*	$\frac{1}{2}bx.$	*bx.*	*xc.*
Fiat $xz \dashv\vdash 1\frac{1}{2} bx$		*xz.*		
Ergo per compoſ. E.P.	*ax.*	*az.*	*bx.*	*bc.*
Et part. conſeq. per $2\frac{1}{2}$.	*ax.*	*px.*	*bx.*	*bq.*
Et divid.	*ap.*	*px.*	*qx.*	*bq.*

Ergo ſolutum. Neque vlla ineſt dificultas, vt intelligatur $2\frac{1}{2} px$. æqualem eſſe ipſi *az*, cum $2\frac{1}{2} bx$: ſit æqualis *bz*, & $2\frac{1}{2} pb \dashv\vdash ab$, vnde $2\frac{1}{2} pb$, & $2\frac{1}{2} bx$, ideſt $2\frac{1}{2} px$ æqualis erit toti *az*. Et ſic de alijs.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XV.

Duas rectas invenire in ratione data tam directa, quam reciproca.

$$\frac{c \quad d}{a \quad x \quad y \quad f \quad g}$$

Sint inveniendæ duæ rectæ *ay*, & *ax* in ratione directa *c* ad *d*, & in ratione reciproca *f*, & *g*.

CONDITIONES.

Vt sint proport. *ay. ax. c. d.*
Vt sint prop. *ay. f. g. ax.*

Quis ergo non videt rationem directam *c* ad *d* in aliam æqualem convertendam esse, cuius alter terminorum sit vel *f*, vel *g*; vel rationem reciprocam *f*, & *g* in aliam æqualem revocandam, cuius alter terminorum sit vel *c*, vel *d*, vt ratio communis statuatur, & ex æquo arguere liceat?

ANALYSIS.

Sint igitur prop. *ay. ax. c. d.*
Fiant prop. *c.d.g.p.* *g. p.*
Sint etiam prop. *ay. f. g. ax.*
Ergo ex æqual. E.P. *f. ax. ax. p.*

2010 Ministerio de Cultura

Eſt enim in vtraque proportione communis ratio *ay* ad *g*, cum in prima non iam termini *c*, & *d*; ſed *g*, & *p* ad comparationem aſſumantur. Ergo reſolutum eſt problema ex ſola reductione terminorum ad argumentum ex æqualitate, hoc eſt vt in vtraque proportione duo æquales termini exiſtant ita diſpoſiti, vt inter reliquos fierit poſsit comparatio. In ipſa igitur analyſi patet conſtructio,& demonſtratio.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *c* ad *d* ita *g* ad *p*, & inter *f*, & *p* media inveniatur *ax*, vt autem *d* ad *c* ita fiat *ax* ad *ay*. Dico rectas *ay*, & *ax*, quæ conſtructæ ſunt in ratione *c* ad *d* reciprocas eſſe ipſis *f*, & *g*.

Cum enim ex conſtr. ſit *f* ad *ax*, vt *ax* ad *p*, & *ay* ad *ax*, vt *c* ad *d*, ideſt vt *g* ad *p*: erit ex æqualitate *ay* ad *g*, vt *f* ad *ax* (communis ratio *ax* ad *p*.) Duas igitur rectas *ay*, & *ax* exhibuimus,&c. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Vt ex æqualitate rationis commode argumentari liceat, hæc tria notanda occurrunt. Primum eſt ſingulas proportiones in ſe reſolvendas eſſe, ſi iam reſolutæ non fuerint. Secundum, ex commoda reductione alicuius rationis, communem rationem ſtatuendam eſſe, ſi iam conſtituta non ſit. Tertium eſt, vnam tantum conditionem earum, quas inventæ lineæ habere debent, demonſtrandam eſſe, nam reliquæ pertinent ad conſtructionem.

Hinc

2010 Ministerio de Cultura

Hinc manifeſtum fit, analyſim aliter, & aliter inſtitui poſſe.

ALITER.

Sint prop. *ay. ax. c. d.*
Fiant prop. *c. d. b. g.* *b. g.*
Sint etiam prop. *ay. f. g. ax.*
Ergo ex æquo E. P. *b. ay. ay. f.*
Eſt enim communis ratio *g. ax.*

ALITER.

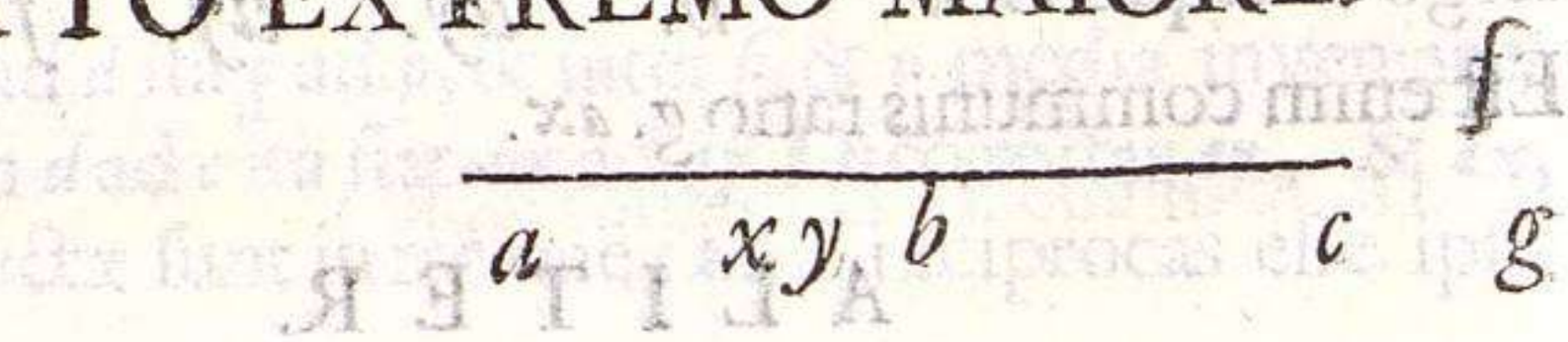
Sint igit. prop. *ay. ax. c. d.*
Et etiam. *ay. f. g. ax.*
Fiant prop. *c. f. g. k.* *c. k.*
Ergo ex æquo E. P. *k. ax. ax. d.*
Nam communis ratio eſt *ay. c*, &c.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XVI.

Ad datam rectam duas rectas in proportione harmonica invenire, quæ tamen inter se habeant rationem datam.

DATO EXTREMO MAIORE.



Sit primo data *ab* extremum maius, & ratio data *f* ad *g*. Et sint quæsitæ lineæ *ay*, & *ax*.

Erunt termini.		*ab.*	*ay.*	*ax.*
Differentiæ.			*yb.*	*xy.*
Conditio vt sint prop.	*ab.*	*ax.*	*yb.*	*xy.*
Conditio vt sint prop.	*ay.*	*ax.*	*f.*	*g.*

ANALYSIS.

Sint igitur prop.		*ab.*	*ax.*	*yb.* *xy.*
Fiat *bc* ⌐∧¬ *ab*.			*bc.*	
Ergo vt 1. ad 1. ita agg. & E.P.	*ab.*	*ax.*	*yc.*	*ay.*
Sed etiam S.P.	*ay.*	*ax.*	*f.*	*g.*
Ergo ex æqual. E.P.	*g.*	*f.*	*ab.*	*yc.*

Quia communis ratio est *ax* ad *ay*. Ergo solutum, cum punctum *y* sit determinatum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONST. ET DEMONST.

Fiat *bc* ipsi *ab* æqualis, & vt *g* ad *f* ita *ab* ad *yc*, & ita *ax* ad *ay*. Dico rectas *ay*, & *ax*, quæ constructæ sunt in ratione data *f* ad *g*, esse ad datam *ab* in proportione harmonica.

Cum enim ex const. sit *ab*, ideſt *bc* ad *yc*, vt *ax* ad *ay*: erit convert. *ab* ad *yb*, vt *ax* ad *xy*, & altern. *ab* ad *ax*, vt *yb* ad *xy*: ergo *ab. ay. ax* proportionem harmonicam constituent, cum sint extremi, vt differentiæ. Duas igitur rectas, &c. Quod erat faciendum.

DATO EXTREMO MINORE.

$$\frac{f}{a \quad b \quad yc \quad z \quad g}$$

Sit secundo data *ab* extremum minus, ratio data *f* ad *g*, & quæsitæ lineæ *az*, & *ay*.

Erunt termini. *az. ay. ab.*

Differentiæ. *yz. by.*

Conditio, vt sint prop. *az. ab. yz. by.*

Conditio, vt sint prop. *az. ay. f. g.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *az. ab. yz. by.*

Fiat *bc* ⎽∧⎽ *ab*. *bc.*

Ergo vt 1. ad 1. ita diff. *az. ab. ay. yc.*

Sed etiam S.P. *az. ay. f. g.*

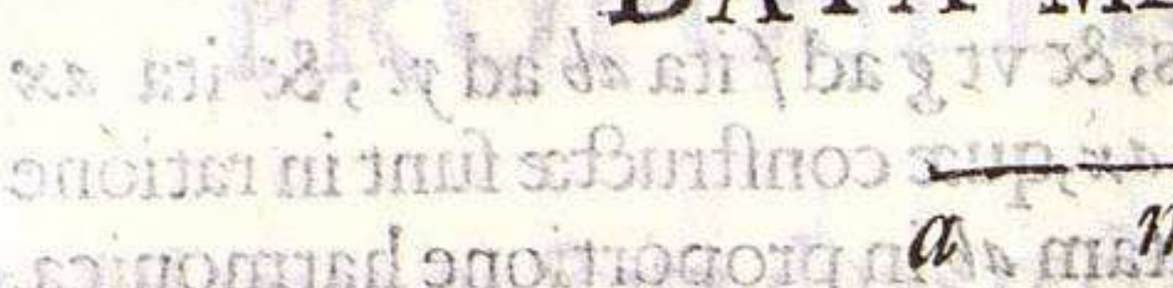
Ergo ex æquo E.P. *f. g. ab. yc.*

Quia communis ratio est *az* ad *ay*. Ergo solutum, & patet constructio, & demonstratio.

DA-

2010 Ministerio de Cultura

DATA MEDIA.



Sit tandem data *ab* media, ratio data *f* ad *g*, & rectæ *az*, & *ax* sint, de quibus quæritur.

Erunt termini.	*az.*	*ab.*	*ax.*	
Differentiæ,		*bz.*	*xb.*	
Conditio vt sint prop.	*az.*	*ax.*	*bz.*	*xb.*
Conditio, vt sint prop.	*az.*	*ax.*	*f.*	*g.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*az.*	*ax.*	*bz.*	*xb.*
Bisecetur *ab* in *m*.				
Ergo vt 1. ad 1. ita diff. & E. P	*az.*	*ax.*	*ab.*	*2mx.*
per 7. Introd. Et dimidiando vltimos.	*az.*	*ax.*	*am.*	*mx.*
Sed etiam S. P.	*az.*	*ax.*	*f.*	*g.*
Ergo ex æquo E. P.	*f.*	*g.*	*am.*	*mx.*

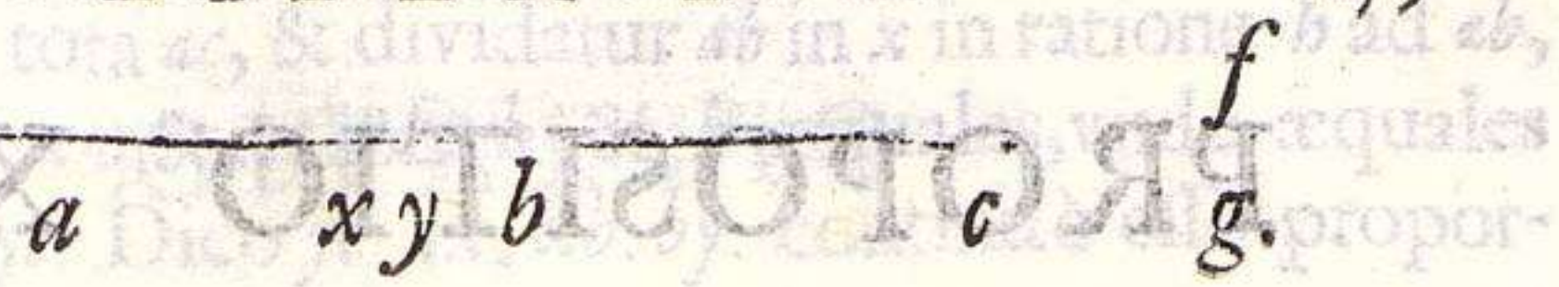
Ergo solutum; & patet constructio, & demonstratio.

SCHOLION.

Similiter procedendum erit sit ratio data sit reciproca.

Sint

2010 Ministerio de Cultura



Sint inveniendæ duæ rectæ *ay*, & *ax* ad datam *ab*, extremum maius, in proportione harmonica; reciprocæ tamen datis *f*, & *g*.

Erunt termini.		*ab.*	*ay.*	*ax.*
Differentiæ.			*yb.*	*xy.*
Condit. vt sint prop.	*ab.*	*ax.*	*yb.*	*xy.*
Condit. vt sint prop.	*ay.*	*f.*	*g.*	*ax.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.		*ab.*	*ax.*	*yb.* *xy*
Fiat *bc* ⊥ *ab*			*bc.*	
Ergo vt 1. ad 1. ita agg. & E.P.	*ab.*	*ax.*	*yc.*	*ay.*
Sed etiam S.P.	*ay.*	*f.*	*g.*	*ax.*
Fiant prop. *ba. f. g. ab.*			*ba.*	*ab.*
Ergo ex æqual. E.P.	*yc.*	*ay.*	*ay.*	*ba.*
Et comp.	*ac.*	*ay.*	*by.*	*ba.*

Ergo solutum, & patet constructio, & demonstratio.

Eodem modo si datum fuerit extremum minus, vel media, quæ omnia, nè excercitandi voluptatem studiosis adimam, consultò indigesta relinquo.

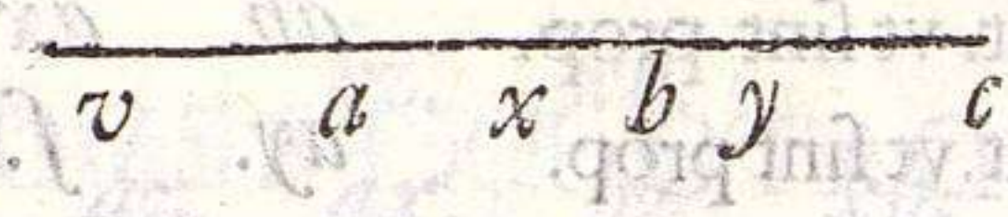
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XVII.

Vide Franc. Vietam in Pseudomesolabo.

Quatuor rectarum continuè proportionalium dato aggregato, tum extremarum, tum mediarum, singulas exhibere.



Sit data recta *ab* aggregatum mediarum, & data *bc* aggregatum extremarum. Oportet igitur ipsas *ab*, & *bc* ita secare in *x*, & *y*, vt sint continuè proportionales *yc*. *ax*. *xb*. *by*. Hoc est, vt sint prop. *yc*. *ax*. *xb*. & etiam *ax*. *xb*. *by*. Supponatur *va* ipsi *yc* æqualis, vnde *vy* toti *ac* æqualis erit.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*yc*.	*ax*.	*ax*.	*xb*.
Idest	*va*.			
Ergo comp. E.P.	*vx*.	*ax*.	*ab*.	*xb*.
Sint etiam prop.	*ax*.	*xb*.	*xb*.	*by*.
Ergo per comp. E.P.	*ax*.	*ab*.	*xb*.	*xy*.
Ex æquo ig. E.P.	*vx*.	*ab*.	*ab*.	*xy*.

Ergo solutum, cum aggregatum extremarum *vx*. & *xy*. sit toti *ac* æquale.

CONSTR. & DEMONSTR.

Inveniantur ipsi *ab* reciprocæ rectæ *h*, & *k*, quarum aggre-

2010 Ministerio de Cultura

gregatum sit tota *ac*, & dividatur *ab* in *x* in ratione *h* ad *ab*, ponanturque *xv*, & *xy* ipsis *h*, & *k* æquales, vnde æquales erunt *va*, & *yc*. Dico *yc. ax. xb. by.* continuè esse proportionales.

Cum enim ex constr. sit *h*, ideſt *vx* ad *ax*, vt *ab* ad *xb*, erit divid. *va*, ideſt *yc* ad *ax*, vt *ax* ad *xb*. Est autem ex constr. *vx* ad *ab*, vt *ab* ad *xy*: ergo ex æquo *ax* ad *xb* erit vt *ab* ad *xy*, & 1. ad 1. vt differentiæ, hoc est *ax* ad *xb*, vt *xb* ad *by*. Igitur continuè proportionales erunt *yc. ax. xb. by.* Quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Hinc manifestum fit aggregata esse proportionalia, ea, quæ ex prima, & secunda, ex secunda, & tertia, atque ex tertia, & quarta conflantur, cum ostensæ sint proportionales rectæ *vx. ab. xy.*

QVÆSTIO.

Quatuor numerorum continuè proportionalium summa primi, & quarti est 12, summa verò secundi, & tertij 8. quærun-
tur singuli.

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

Datur bc —Λ— 12.
Et ab —Λ— 8
Ergo ac —Λ— 20. omnes quatuor
Et $\frac{1}{2}ac$ —Λ— 10. quadr. 100.
ab —Λ— 8. quadr. 64.
Diff. 36.
V. eſt 6.
$\frac{1}{2}ac$. 10.
Summa 16. pro vx. primo, & ſecund.
Diff. 4. pro xy. tertio, & quarto.

vx —Λ— 16.
ab —Λ— 8

ab. ab.

ſi 24. dat 8. 8. dabit $2\frac{2}{3}$ pro tertio. xb.
Ergo $5\frac{1}{3}$ pro ſecund.
Et $10\frac{2}{3}$ pro primo.
Et $1\frac{1}{3}$ pro quarto.

Sunt igitur quatuor numeri continuè proportionales $10\frac{2}{3}$. $5\frac{1}{3}$. $2\frac{2}{3}$. $1\frac{1}{3}$, de quibus quærebatur.

ALIA.

Summa primi, & quarti eſt 10, ſumma ſecundi, & tertij 6. quæruntur ſinguli continuè proportionales.

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

bc —Λ— 10
ab —Λ— 6
Ergo ac —Λ— 16
Et $\frac{1}{2}ac$ —Λ— 8 quad. 64
ab —Λ— 6 quad. 36
Diff. 28
V. eſt $2\sqrt{7}$.
$\frac{1}{2}ac$ 8
Summa $8+2\sqrt{7}$ pro prim. & ſecund.
Diff. $8-2\sqrt{7}$ pro tertio, & quart.

$8+2\sqrt{7}$.
ab. 6

Ergo ſi $14+2\sqrt{7}$. dat 6 quid 6?
Vel ſi $7+\sqrt{7}$. dat 3 quid 6?
Elev. per $7-\sqrt{7}$ per $7-\sqrt{7}$
Vel ſi 42 dat $21-3\sqrt{7}$. quid 6?
Vel ſi 7 dat $21-3\sqrt{7}$. quid 1? dabit $3-\frac{3}{7}\sqrt{7}$ pro tert.
Ergo $3+\frac{3}{7}\sqrt{7}$ pro ſecun.
Et $5+1\frac{4}{7}\sqrt{7}$ pro prim.
Et $5-1\frac{4}{7}\sqrt{7}$ pro quart.

Sunt igitur quatuor numeri continuè proportionales, de quibus quæritur.

$5+1\frac{4}{7}\sqrt{7}$, $3+\frac{3}{7}\sqrt{7}$, $3-\frac{3}{7}\sqrt{7}$, $5-1\frac{4}{7}\sqrt{7}$.

2010 Ministerio de Cultura

EXAMEN.

	$5+\ {}^{4}_{7}\sqrt{7}$	$3+\ {}^{3}_{7}\sqrt{7}$	$3-\ {}^{3}_{7}\sqrt{7}$	$5-\ {}^{4}_{7}\sqrt{7}$
Vel	$35+11\sqrt{7}$	$21+3\sqrt{7}$	$21-3\sqrt{7}$	$35-11\sqrt{7}$
	$21-\ 2\sqrt{7}$	$21+3\sqrt{7}$	$21-3\sqrt{7}$	$21+\ 3\sqrt{7}$
	$735+231\sqrt{7}$	$441+63\sqrt{7}$	$441-63\sqrt{7}$	$735-231\sqrt{7}$
	$-231-105\sqrt{7}$	$63+63\sqrt{7}$	$63-63\sqrt{7}$	$-231+105\sqrt{7}$
	$504+126\sqrt{7}$	$504+126\sqrt{7}$	$504-126\sqrt{7}$	$504-126\sqrt{7}$

Ergo cum rectangulum sub primo, & tertio æquale sit quadrato secundi, & rectangulum sub secundo & quarto æquale quadrato tertij: continuè proportionales erunt inventi numeri.

PROPOSITIO XVIII.

Quatuor rectarum continuè proportionalium data differentia tum extremarum, tum mediarum, singulas invenire.

a *b* *c* *x* *y* *z*

Sit data *ac* differentia extremarum, & data *bc* differentia mediarum, sit *ax* prima, vnde *cx* erit quarta, sit *by* secunda, & *cy* erit tertia, & omnes quatuor *ax*. *by*. *cy*. *cx*, quas continuè proportionales oportet facere.

Supponatur *bz* ipsi *ax* æqualis, & erit *xz* ipsi *ab* etiam æqualis.

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONDITIONES.

Vt sint proport. *ax. by. by. cy.*
Vt sint prop. *by. cy. cy. cx.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ax. by. by. cy.*
Ideſt *bz.*
Et divid. *yz. by. bc. cy.*
Sint etiam prop. *by. cy. cy. cx.*
Et conv. *by. bc. cy. xy.*
Ergo ex æquo E. P. *yz. bc. bc. xy.*

Ergo ſolutum cum *xz* ſumma extremarum *yz* , & *xy* ſit ipſi *ab* æqualis.

CONSTR. & DEMONSTR.

Ipſi *bc* reciprocæ inveniantur duæ rectæ *m*, & *p*, quarum ſumma ſit ipſa *ab*, & vt *m* ad *bc* ita fiat *by* ad *cy*, ponantur- que *yz*, & *xy* ipſis *m*, & *p* æquales, vnde *xz*, & *ab*, nec non *bz*, & *ax* æquales erunt. Dico *ax. by. cy. cx* eſſe in continua analogia. *Vide Schol. prop. 2. huius.*

Cum enim ex conſtr. ſit *m*, ideſt *yz* ad *by*, vt *bc* ad *cy*: erit comp. *bz*, ideſt *ax* ad *by*, vt *by* ad *cy* (vt oportet.) Rurſus cum *yz* ad *by* ſit vt *bc* ad *cy*, & etiam ex conſtruct. ſit *yz* ad *bc*, vt *bc* ad *xy* : erit ex æquo *by* ad *cy*, vt *bc* ad *xy* (ratio communis *yz* ad *bc*) & 1. ad 1. vt differentiæ, hoc eſt *by* ad *cy*, vt *cy* ad *cx*, vt oportet, continue igitur proportionales erunt *ax. by. cy. cx.* Quod erat faciendum.

CO-

2010 Ministerio de Cultura

COROLLARIVM.

Hinc patet differentias esse proportionales primæ, & secundæ, secundæ, & tertiæ, atque tertiæ, & quartæ, cum ostensæ sint proportionales *yz. bc. xy.*

PROPOSITIO XIX.

Quatuor rectarum continuè proportionalium dato aggregato tum primæ, & secundæ, tum tertiæ, & quartæ singulas invenire.

a x b y c q

Sit *ab* aggregatum primæ, & secundæ, & *bc* tertiæ, & quartæ, & omnes quatuor continuè proportionales sint *ax. xb. by. yc.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xb.*	*xb.*	*by.*
Et comp.	*ab.*	*xb.*	*xy.*	*by.* —
Sint etiam prop.	*xb.*	*by.*	*by.*	*yc.*
Et per comp.	*xb.*	*xy.*	*by.*	*bc.* —
Ergo ex æquo E.P.	*ab.*	*xy.*	*xy.*	*bc.*

Ergo si inter *ab*, & *bc* media inveniatur *cq*, ipsi æqualis erit *xy*.

Eranț

2010 Ministerio de Cultura

Erant autem prop. *xb. xy. by. bc.*
Ideſt. *cq.*
Ergo agg.vt 1. ad 1. *xy. bq. by. bc.*
Ideſt. *cq.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Inter *ab*, & *bc* media inveniatur *cq*, & vt *cq* ad *bq* ita fiat *by* ad *bc*, ponaturque *xy* ipſi *cq* æqualis. Dico *ax. xb. by. yc.* eſſe in continua analogia.

Cum enim ex conſtr. ſit *cq*, ideſt *xy* ad *bq*, vt *by* ad *bc*: erit *xb* ad *cq*, ideſt ad *xy*, vt *by* ad *bc* (hoc eſt diff. vt 1. ad 1.) & per diviſ. *xb* ad *by*, vt *by* ad *yc*. vt oportet.

Rurſus cum *xb* ad *xy* ſit vt *by* ad *bc*, & ex conſtr. ſit *ab* ad *xy*, vt *xy* ad *bc*: erit ex æquo *ab* ad *xb*, vt *xy* ad *by*. (communis ratio *xy. bc.*) & divid. *ax* ad *xb*, vt *xb* ad *by*, vt oportet. Quatuor igitur, &c. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

Patet aggregata eſſe proportionalia illa quæ ex prima, & ſecunda, ex ſecunda, & tertia, atque ex tertia, & quarta conficiuntur; cum oſtenſæ ſint proportionales *ab. xy. bc.* Quod etiam in antecedentibus manifeſtum fuit.

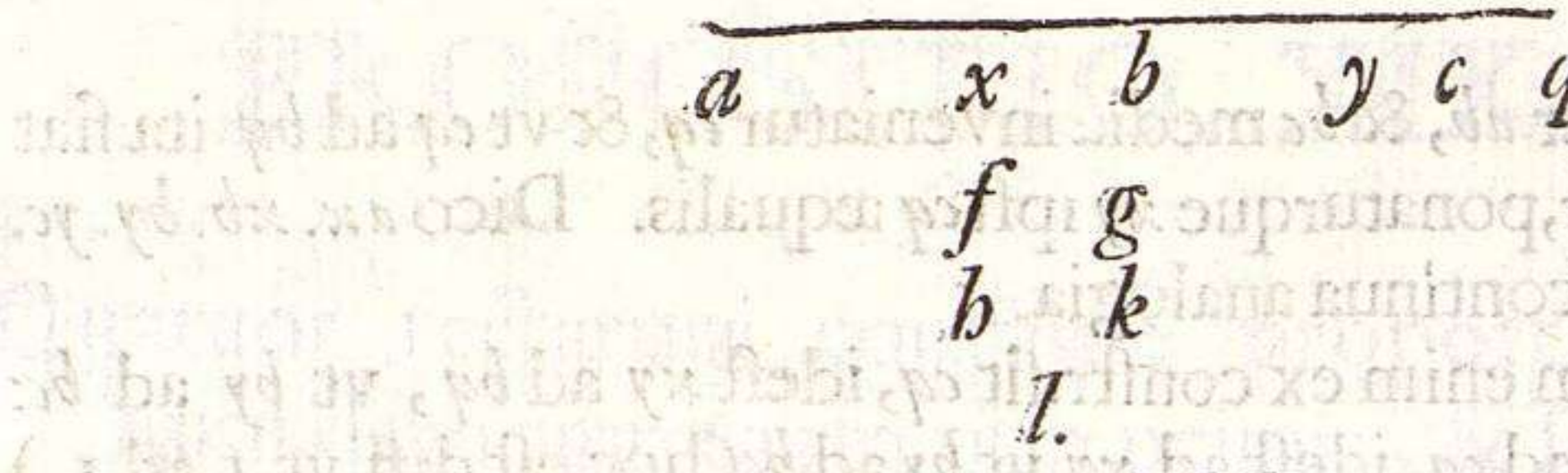
Eodem modo proceditur datis differentijs.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XX.

Datas rectas *ab*, & *bc* secare in *x*, & *y*, vt *ay* ad *xc* sit vt *f* ad *g*, atque *xb* ad *yc* vt *h* ad *k*.



CONDITIONES.

Vt sint prop.	*ay.*	*xc.*	*f.*	*g.*
Vt sint prop.	*xb.*	*yc.*	*h.*	*k.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ay.*	*xc.*	*f.*	*g.* —
Et etiam.	*xb.*	*yc.*	*h.*	*k.*
Sive si fiat			*bc.*	*cq.*
Ergo agg. vt 1. ad 1.	*xc.*	*yq.*	*h.*	*k.* —
Vel si fiat			*g.*	*l.*
Ergo ex æquo E. P.	*ay.*	*yq.*	*f.*	*l.*

Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *h* ad *k* ita *bc* ad *cq*, & ita *g* ad *l*, dividatur *aq* in *y* in ratione *f* ad *l*, & fiat *ay* ad *xc*, vt *f* ad *g*, vt petitur. Dico Cum *xb* ad *yc*, esse vt *h* ad *k*.

2010 Ministerio de Cultura

Cum enim ex constr. sit *ay* ad *yq*, vt *f* ad *l*; & *ay* ad *xc*, vt *f* ad *g*: erit ex æquo *xc* ad *yq*, vt *g* ad *l*, ideſt vt *bc* ad *cq*, & quia differentiæ ſunt vt vnus ad vnum, erit *xb* ad *yc*, vt *bc* ad *cq*, ideſt vt *b* ad *k*, vt petitur. Rectas igitur *ab*, & *bc* diviſimus, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Si prius quam analyſim aggrediaris, præſcriptas conditiones perſpexeris, ſatis tibi obvium erit, terminum *xb* ad terminum *xc* reducendum eſſe, vt ex æqualitate rationis arguendo, punctum *x* extinguatur, quemadmodum nos perſecuti ſumus. Sed notare oportet ſimili artificio terminum *xb* ad terminum *xc* revocari potuiſſe, vt idem eveniret, & ita ſimiliter terminum *ay* ad terminum *yc*, vel *yc* ad *ay* converti debuiſſe, vt punctum *y* prius evaneſceret. Vnde manifeſtum fit analyſim aliter, & aliter inſtitui poſſe.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXI.

Datas rectas *ab*, & *bc* ita dividere in *x*, & *y*, vt sint proportionales *ax*. *xb*. *by*. *yc*, & etiam *ay*. *xc*. *g*. *h*.

k *a* *q* *x* *b* *y* *c* — *g* — *h*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax*.	*xb*.	*by*.	*yc*.
Ergo comp. E.P.	*ab*.	*xb*.	*bc*.	*yc*.
Sint etiam prop.	*ay*.	*xc*.	*g*.	*h*.
Vel si fiat			*ac*.	*qc*.
Ergo diff. vt 1. ad 1.	*yc*.	*qx*.	*g*.	*h*.
Vel si fiat			*bc*.	*ka*.
Ergo ex æquo E.P.	*qx*.	*ka*.	*xb*.	*ab*.
Et agg. vt 1. ad 1.	*qb*.	*kb*.	*xb*.	*ab*.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *g* ad *h* ita *ac* ad *qc*, & ita *bc* ad *ka*, & vt *qb* ad *kb* ita *xb* ad *ab*, & ita *yc* ad *bc*. Dico factum.

Est enim ex constr. *ab* ad *xb*, vt *bc* ad *yc*, & erit divid. *ax* ad *xb*, vt *by* ad *yc*, vt oportebat. Sed etiam ex constr. est *qb* ad *kb*, vt *xb* ad *ab*, & quia differentiæ sunt vt vnus ad vnum, erit *qx* ad *ka*, vt *xb* ad *ab*. Erat autem *ab* ad *xb*, vt *bc* ad *yc*: ergo ex æquo erit *yc* ad *qx*, vt *bc* ad *ka*, ideſt vt *ac* ad *qc*. Hoc est (quia differentiæ sunt vt vnus ad vnum) *ay* ad *xc*,

2010 Ministerio de Cultura

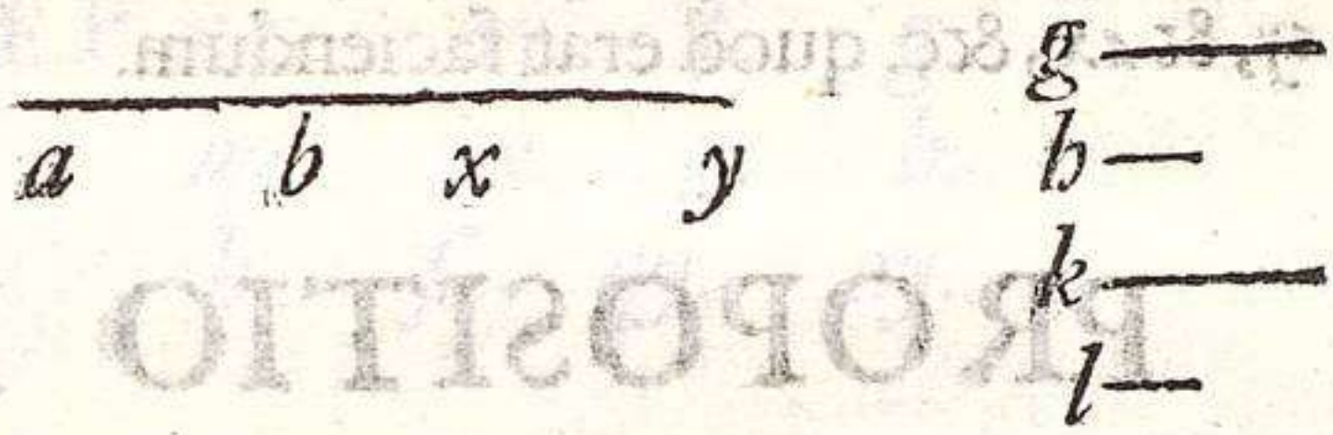
vt *ac* ad *qc*, ideſt vt *g* ad *h*, vt oportebat. Rectas igitur *ab*, & *bc* diviſimus, &c. Quod faciendum erat.

SCHOLION.

Si recta *g* minor eſſet, quam recta *h*, punctum *q* ante punctum *a* caderet, & operatio eadem eſſet.

PROPOSITIO XXII.

Duo latera exhibere, ita vt ſi ab vtroque datum dematur ſegmentum, reſidua ſint in data ratione; rectangulum verò ſub ipſis reſiduis æquale ſit dato plano.



Factum iam eſto, ſuntoque latera quæſita *ay*, & *ax*, à quibus ſi dematur ſegmentum datum *ab*, reſidua erunt *by*, & *bx*, quæ datam rationem *g* ad *h* obtineant, rectangulum verò ſub ipſis æquale exhibeant dato quadrato *k*.

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *by. bx. g. h.*
Fiant prop. *g.h.k.l.* *k. l.* —
Sed per conditionem *by : bx* —Λ— *k:k.*
Vnde erunt prop. *by. k. k. bx.* —
Ergo ex æqual. E.P. *l. bx. bλ. k.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *g* ad *h* ita *k* ad *l*, & inter *l*, & *k* media inveniatur *bx*, vt autem eſt *h* ad *g* ita fiat *bx* ad *by*. Dico *ay*, & *ax* rectas eſſe quæſitas. Si enim ab vtraque datum dematur ſegmentum *ab*, erunt reſiduæ *by*, & *bx* ex conſtructione, vt *g* ad *h* (vt petitur) ſive vt *k* ad *l*; ſed etiam ex conſtr. *l* ad *bx*, eſt vt *bx* ad *k*: ergo ex æquo erit *by* ad *k*, vt *k* ad *bx* (communis ratio *bx* ad *l*:) ergo rectangulum ſub *by*, & *bx*; æquale erit quadrato *k* (vt petitur) Rectas igitur exhibuimus *ay*, & *ax*, &c. quod erat faciendum.

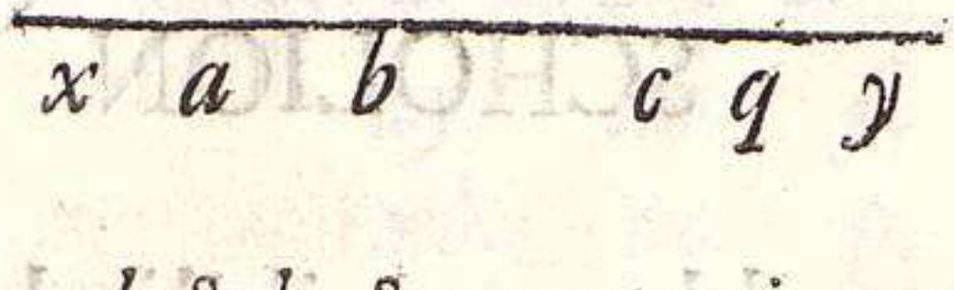
PROPOSITIO XXIII.

Vide Renald. pagin. 462. to. 3.

Duo latera reperire, ita vt vtrumque ab altero datum ſegmentum accipiens ad reſiduum conſtitutam habeat rationem.

Sint

2010 Ministerio de Cultura



Sint datæ rectæ *ab*, & *bc*, & oporteat invenire rectas *xb*, & *by*, ita vt si recta *xb* à recta *by* segmentum acceperit *bc*, sit composita *xc* ad residuam *cy*, vt *f* ad *g*. Si verò recta *by* à recta *xb* segmentum acceperit *ab*, sit composita *ay* ad residuam *xa* vt *g* ad *h*. Ergo.

CONDITIONES.

Vt sint prop.	*xc.*	*cy.*	*f.*	*g.*
Et etiam	*ay.*	*xa.*	*g.*	*h.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*xc.*	*cy.*	*f.*	*g.*
Sive si fiat			*ac.*	*cq.*
Ergo diff. vt 1. ad 1. & E.P.	*xa.*	*qy.*	*f.*	*g.*
Sint etiam prop.	*ay.*	*xa.*	*g.*	*h.*
Ergo ex æquo E. P.	*h.*	*f.*	*qy.*	*ay.*

Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *f* ad *g*, ita *ac* ad *cq*, & vt *h* ad *f* ita *qy* ad *ay* (hoc est vt differentia, qua *f* superat *h*, ad ipsam *f*, ita *aq* ad *ay*.) Et tandem vt *g* ad *h* ita *ay* ad *xa*. Dico factum.

Est enim ex constr. *ay* ad *xa*, vt *g* ad *h*, vt petitur, & etiam est vt *h* ad *f*, ita *qy* ad *ay*: ergo ex æquo erit *xa* ad *qy*, vt *f* ad *g*, sive vt *ac* ad *cq*, & quia differentiæ sunt vt vnus ad vnum, erit *xc* ad *cy*, vt *f* ad *g*, vt petitur. Rectas igitur exhibuimus *xb*, & *by*, &c. Quod oportebat facere.

SCO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

In hoc problemate nil aliud determinandum apparet, nisi quod recta *f* maior debeat esse, quam recta *h*.

PROPOSITIO XXIV.

Datas rectas *ab. bc. cd.* secare in *x. y. z.* his conditionibus.

f. g.
p. q. k.
b. l. m.

a x b q y c z d p

CONDITIONES.

Vt sint proport.	*ay.*	*xc.*	*f.*	*g.*
Et etiam	*xb.*	*cz.*	*p.*	*q.*
Nec non	*bz.*	*yd.*	*b.*	*l.*

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igit.prop.	*ay.*	*xc.*	*f.*	*g.*—
Sint etiam prop:	*xb.*	*cz.*	*p.*	*q.*
Vel ſi fiant prop:			*bc.*	*qc.*
Ergo agg.vt 1.ad 1.& E.P.	*xc.*	*qz.*	*p.*	*q.*
Vel ſi fiant			*g.*	*k.*—
Ex æquo igitur E.P.	*qz.*	*ay.*	*k.*	*f.*—
Sint etiam prop.	*bz.*	*yd.*	*b.*	*l.*
Vel ſi fiat			*bp.*	*ad.*
Ergo diff.vt 1.ad 1.& E.P.	*zp.*	*ay.*	*b.*	*l.*
Vel ſi fiat			*m.*	*f.*—
Ergo ex æquo E.P.	*qz.*	*zp.*	*k.*	*m.*

Ergo ſolutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *p* ad *q* ita *bc* ad *qc*, & ita *g* ad *k*, & vt *b* ad *l* ita *bp* ad *ad*, & ita *m* ad *f*. Deinde dividatur *pq* in *z* in ratione *k*. ad *m*, vt ſint proportionales *qz*. *zp*. *k*. *m*. Et cum punctum *z* notum ſit, fiat *bz* ad *yd*, vt *b* ad *l*, & *ay* ad *xc*, vt *f* ad *g*, & completæ erunt prima,& tertia conditio. Dico etiam eſſe proportionales *xb*. *cz*. *p*. *q*. quod ſecundam conditionem conſtituit.

Cum enim ex conſtr. ſit *bz* ad *yd*, vt *b* ad *l*, ideſt vt *bp* ad *ad*: erit *zp* ad *ay*, vt *b* ad *l*, ſive vt *m* ad *f* (hoc eſt differentiæ vt vnus ad vnum.) Sed etiam ex conſtruct. eſt *qz* ad *zp*, vt *k* ad *m*: ergo ex æquo erit *qz* ad *ay*, vt *k* ad *f*. (Ratio communis *zp*. *m*.(ſed ex conſtr. eſt *ay* ad *xc*, vt *f* ad *g* : igitur ex æqualitate erit *xc* ad *qz*, vt *g* ad *k* (Ratio communis *ay*. *f*) ideſt vt *bc* ad *qc*, & quia differentiæ ſunt vt vnus ad vnum: erit *xb* ad *cz*, vt *bc* ad *qc*, ideſt vt *p* ad *q*, vt per ſecundam conditionem requiritur. Rectas igitur *ab*. *bc*. *cd*. diviſimus,&c. quod facere oportebat.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

Eadem facilitate problemata expediri poterunt, quando quatuor, aut plures rectæ dividendæ fuerint in totidem puncta incognita.

QVÆSTIO.

Datos tres numeros 1 1. $7\frac{1}{2}$. $3\frac{1}{2}$. ita singillatim in duas partes dividere, vt sex numeri constituantur his conditionibus.

Vt summa primi, secundi, & tertij ad summam secundi, tertij, & quarti sit, vt 4 ad 3.
Vt secundus ad quintum sit vt 3 ad 1.
Ut summa tertij, quarti, & quinti, ad summam quarti, quinti, & sexti sit, vt 3 ad 2.

ANALYSIS.

Sint dati numeri *ab. bc. cd*, & dividantur in *x. y. z.* ergo sex numeri quæsiti erunt *ax. xb. by. yc. cz. zd.*

Sit vt 4 ad 3 ita *f* ad *g*.
Et vt 3 ad 1 ita *p* ad *q*.
Et vt 3 ad 2 ita *h* ad *l*.

Ergo analysis omnino vt antea erit instituenda, vnde sequens oritur.

OPE-

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

Fiat vt *p* ad *q* ita *bc* ad *qc*.
Idest vt 3 ad 1 ita $7\frac{1}{2}$ ad $2\frac{1}{2}$
& ita *g*. ad *k*.
Idest 3. ad 1.
Fiat vt *l* ad *b* ita *ad* ad *bp*.
Idest vt 2 ad 3 ita 22 ad 33
& ita *f* ad *m*.
Idest 4 ad 6.

Est autem *bc* —Λ— $7\frac{1}{2}$.
Est erat *qc* —Λ— $2\frac{1}{2}$.
Ergo erit *bq* —Λ— 5.
Sed erat *bp* —Λ— 33.
Ergo erit *qp* —Λ— 28.

Fiat vt *m* + *k* ad *k* ita *pq* ad *qz*
Idest vt 7. ad 1. ita 28 ad 4
Sed *qc* est $2\frac{1}{2}$
Ergo erit *cz* $1\frac{1}{2}$ pro quinto.
Ergo erit *zd* 2. pro sexto.

Fiat vt *q* ad *p* ita *cz* ad *xb*
Idest vt 1 ad 3 ita $1\frac{1}{2}$ ad $4\frac{1}{2}$ pro secundo
Ergo $6\frac{1}{2}$ pro primo.

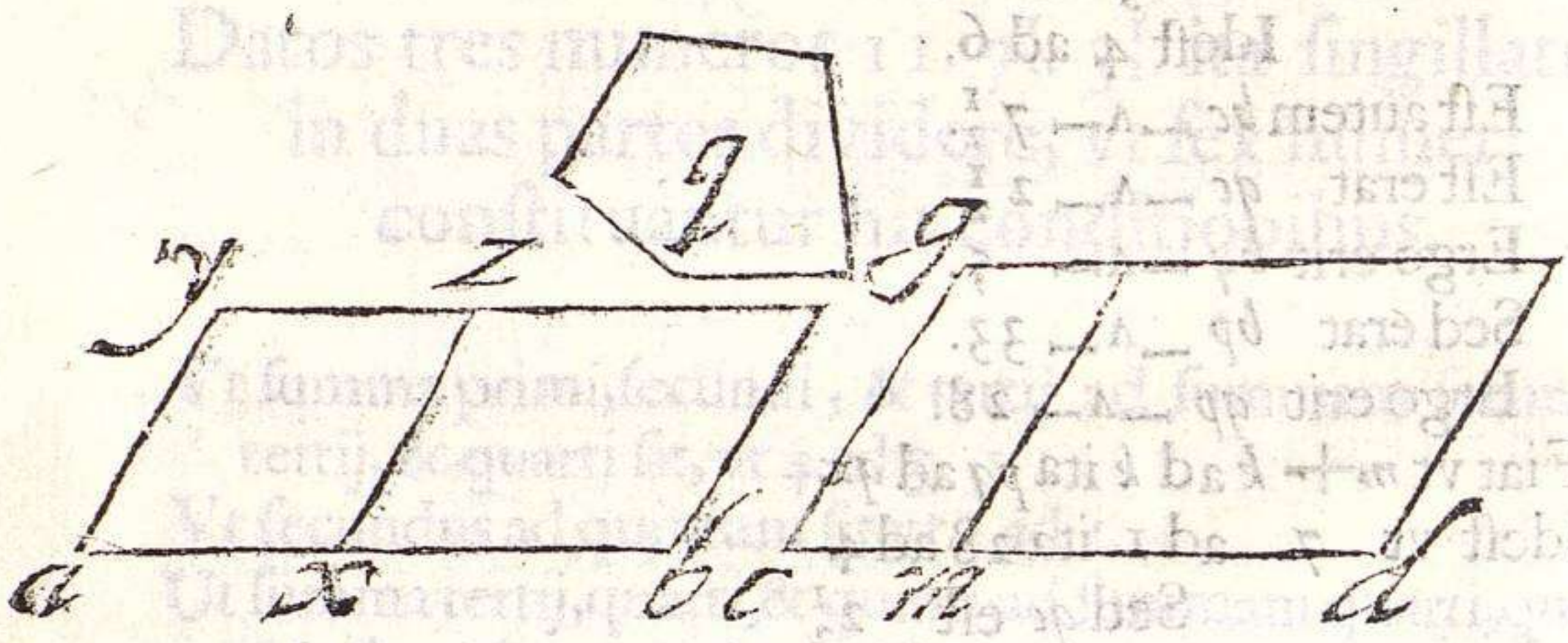
Fiat vt *g* ad *f* ita *xc* ad *ay*
Idest vt 3 ad 4 ita 12 ad 16
Sed est *ab* 11
Ergo *by* erit 5 pro tertio.
Et *yc* erit $2\frac{1}{2}$ pro quarto.

Sunt igitur sex quæsiti numeri $6\frac{1}{2}$. $4\frac{1}{2}$. 5. $2\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{2}$. 2, quos invenire oportebat.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXV.

*Prop.*28 *& 29.l. 6.elem.* Ad datam rectam dato rectilineo æquale parallelogrammum applicare deficiens, vel excedens figura parallelogramma, quæ similis sit alteri parallelogrammo dato.



PRIMA PARS.

Sit primo ad datam *ab* applicandum parallelogrammum *axz* æquale rectilineo dato *q*, deficiensque parallelogrammo *bxz*, quod simile sit parallelogrammo dato *dcg*.

Ad latus *cg* in angulo *c* constituatur parallelogrammum
45.1.*el.* *mcg* æquale rectilineo dato *q*.

ANALYSIS.

14.6.*el.*	Ob æqual. *axz. mcg.* S.P.	*cm.*	*ax.*	*xz.*	*cg.*
4.6.*el.*	Et ob simil. *bxz. dcg.* S.P.	*cd.*	*cg.*	*xb.*	*xz.*
	Ergo ex æqual. E.P.	*cm.*	*ax.*	*xb.*	*cd.*
	Ergo solutum.				

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat parallelogrammum *mcg* rectilineo dato *q* æquale, & ipsis *cm*, & *cd* reciprocæ inveniantur *ax*, & *xb*, quarum summa sit data *ab*. Deinde in angulo *x* æquali ipsi *c* proportionales fiant *cd*. *cg*. *xb*. *xz*. (hoc est parallelogrammum facere *bxz*. simile dato *dcg*) compleaturque totum *by*. Dico parallelogrammum *axz*, quod ex const. deficit parallelogramo *bxz* simili dato *dcg*, æquale esse rectilineo dato *q*.

Cum enim sint proportionales ex constr. *cm*. *ax*. *xb*. *cd*, & ex similitudine parallelogrammorum *bxz*. *dcg*, *cd*. *cg*. *xb*. *xz*: erunt ex æqualitate proport. *cm*. *ax*. *xz*. *cg* (communis ratio *xb*. *cd*.) ergo parallelogrammum *axz* æquale erit parallelogrammo *mcg*, idest rectilineo dato *q*. Quod erat faciendum.

DETERMINATIO.

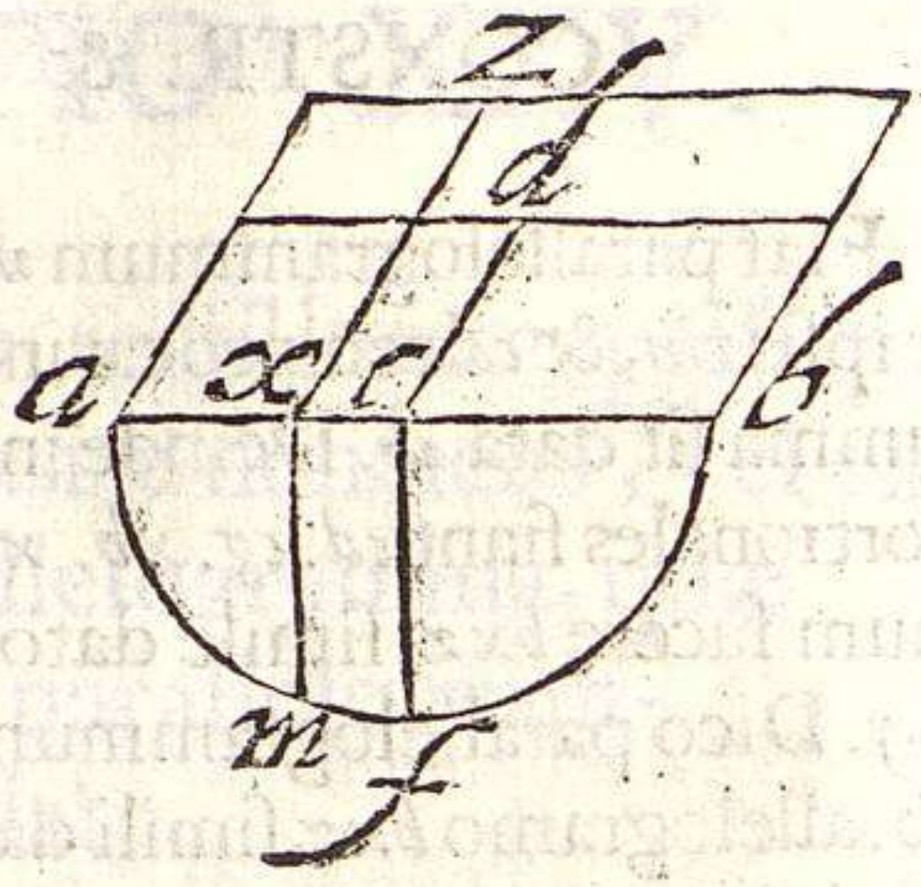
Si media inter *cd*, & *cm* maior foret semisse datæ *ab*, perspicuũ est iuxta determinationem prop. 1. Introd. problema construi non posse. Vnde satis superque constat id ipsum, quod in prop. 27. lib. 6. elem. ostenditur: libet tamen hoc theorema stylo nostro resolvere, & demonstrare.

THEOREMA.

Omnium parallelogrammorum ad eamdem rectam applicatorum, deficientiumque figuris parallelogrammis similibus, maximum est id, quod à dimidia describitur. *prop. 27 6. el.*

2010 Ministerio de Cultura

Sint ad datam *ab* applicata duo parallelogramma *axz. acd*, parallelogrammis defficientia similibus *bxz. bcd*. Dico parallelogrammũ *acd*. super dimidia *ac* descriptum maximum esse omnium, &c.



ANALYSIS.

Si igitur *axz* non est minus quam *acd*.

Vide coroll. propos. fundament. in Introd.	Sit fieri potest.	*axz* +q. *acd*.
	Ergo dissolu. ratio.	*ax. ac.* +q. *cd. xz.*
	Sed ob simil. *bxz. bcd*.	*cd. xz.* —Λ— *cb. xb.*
	Ergo ratio.	*ax. ac* +q. *cb. xb.*
	Et producendo.	*axb* +q. *acb*.

Quod fieri non potest: ergo resolutum est theorema, cuius demonstratio, vel à principio negativè, vel à fine affirmativè ita se habet.

CONSTR.

Super *ab* describatur semicirculus, & ex punctis *x*, & *c* excitentur perpendiculares *xm. cf*.

DEMONSTR.

Si igitur *axz* non est minus quam *acd*, sit maius, si fieri potest: ergo dissolvendo erit ratio *ax* ad *ac* maior ratione *cd* ad

2010 Ministerio de Cultura

cd ad *xz*; ſed ob ſimilitudinem *bxz. bcd.* ratio *cd* ad *xz.* æquatur rationi *cb* ad *xb*: ergo ratio *ax* ad *ac* maior erit ratione *cb* ad *xb*: ergo rectangulum *axb* ſub extremis, ideſt quadratum *xm* maius erit rectangulo *acb* ſub medijs, ideſt quadrato *cf*, quod fieri non poteſt, cum *xm* minor ſit, quam *cf* (per 15.3.elem.) ergo *axz* minus erit quam *acd*. Quod oſtendere oportebat.

Vides negativè diſſerendo ipſam analyſim à principio ad finem repetitam; ſed ſi affirmativè arguere placeat à fine erit incipiendum hoc modo.

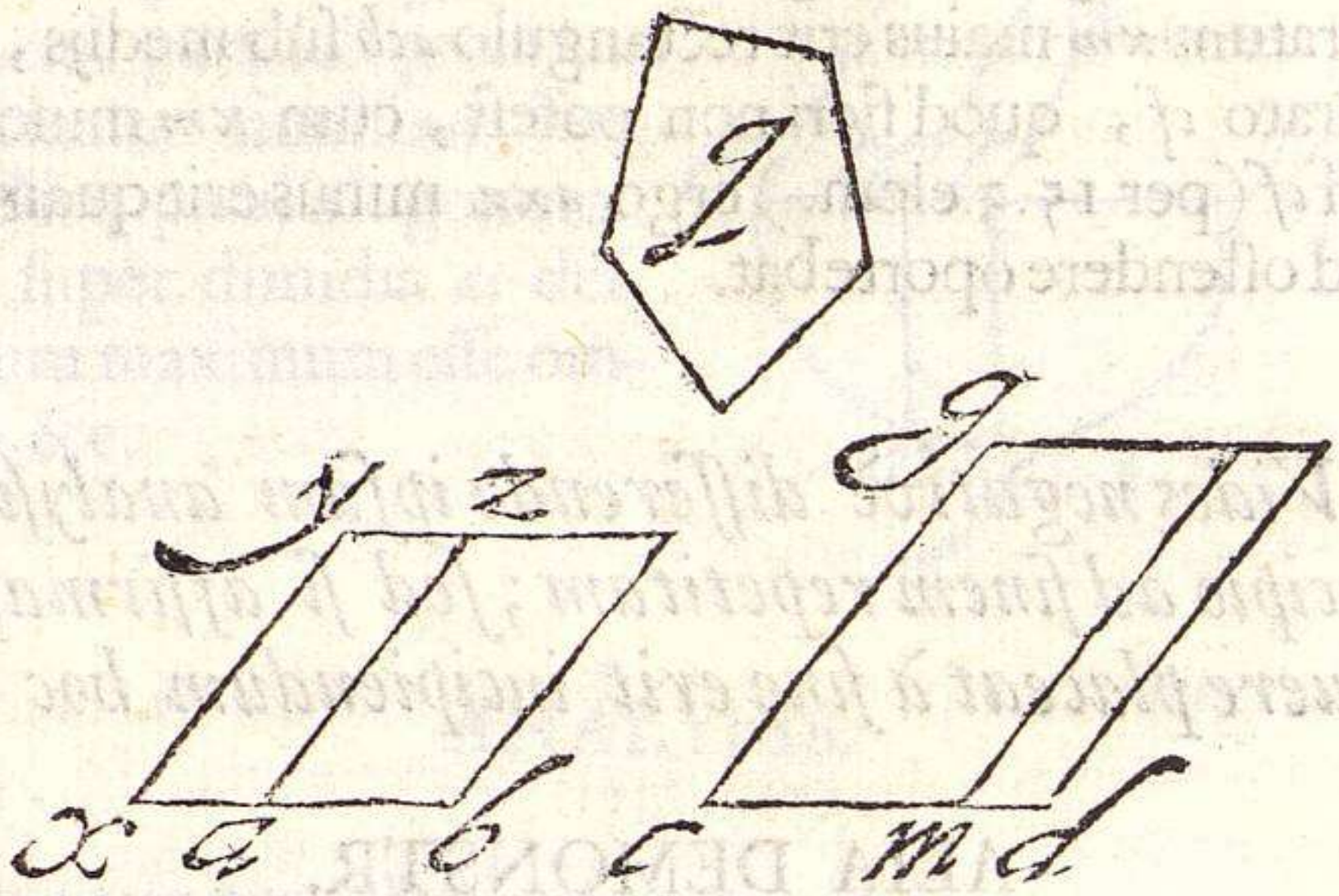
ALIA DEMONSTR.

Cum igitur *axb*, ideſt quadratum *xm* minus ſit quam *acb*, ideſt quadratum *cf* (15.3.elem.) erit diſſolvendo ratio *ax* ad *ac* minor ratione *cb* ad *xb*; ſed ratio *cb* ad *xb* æquatur rationi *cd* ad *xz* (ob ſimilitudinem *bxz. bcd*) ergo ratio *ax* ad *ac* minor erit ratione *cd* ad *xz*: ergo (producendo) *axz* factum ſub extremis minus erit *acd* facto ſub medijs. Quod oſtendere oportebat.

SE-

2010 Ministerio de Cultura

SECVNDA PARS.



Sit ſecundo ad datam *ab* applicandum parallelogrammum *bxy* æquale rectilineo dato *q* (vel parallelogrammo *mcg*, quod ei æquale ſit factum) excedens parallelogrammo *axy*, quod ſimile ſit parallelogrammo dato *dcg*.

ANALYSIS.

Ob æqualit. *bxy. mcg.* S.P.	*cm.*	*xb.*	*xy.*	*cg.*
Et ob ſimilit. *axy. dcg.* S.P.	*cd.*	*cg.*	*xa.*	*xy.*
Ergo ex æqual. E.P.	*cd.*	*xa.*	*xb.*	*cm.*

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Ipſis *cd*, & *cm* reciprocæ inveniantur *xa*, & *xb*, quarum differentia ſit data *ab*, & in angulo *x*, æquali ipſi *c* , fiant proportionales *cd. cg. xa. xy.* (hoc eſt parallelog. facere *axy* dato *cdg* ſimile.) Dico parall. *bxy* ad datam *ab* applicatum

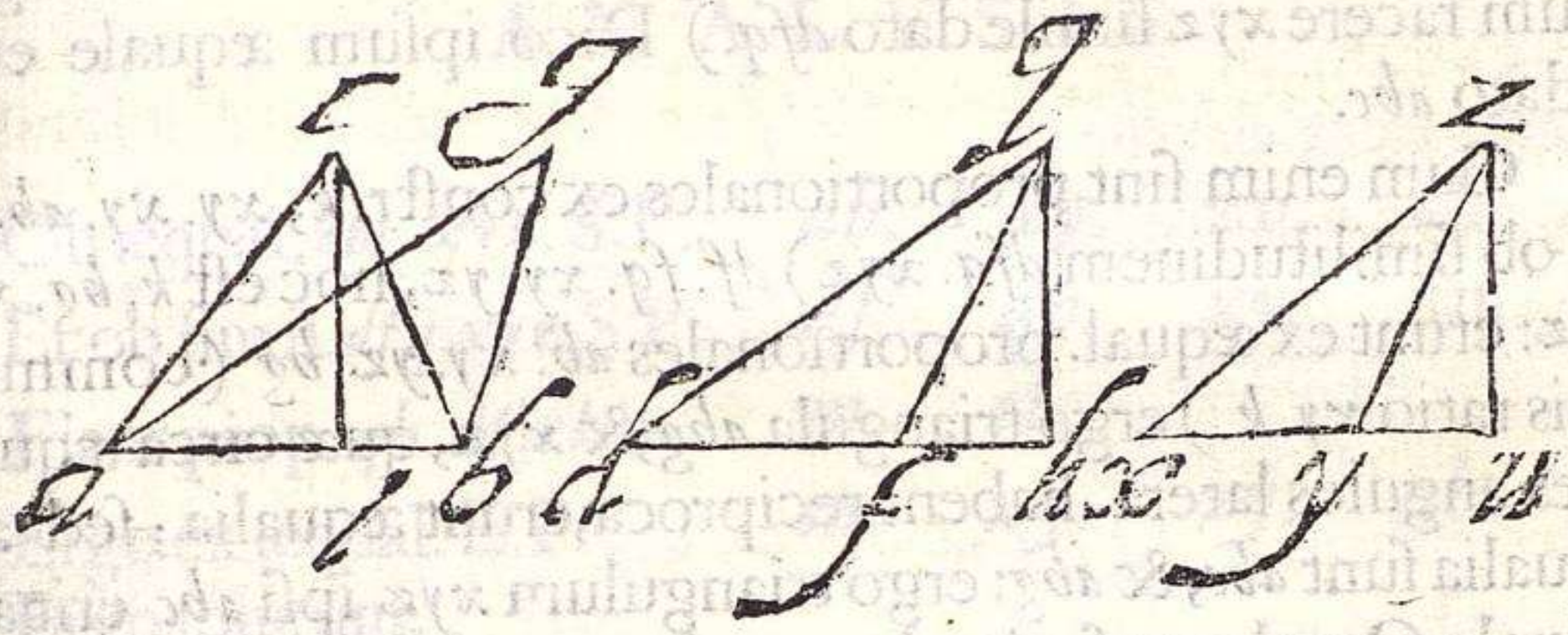
2010 Ministerio de Cultura

tum, excedensque parallelog. *axy* simili dato *dcg*, æquale esse rectilineo dato *q*.

Cum enim sint proportionales (ex const.) *cd. xa. xb. cm.* & (ob similitudinem *axy. dcg*) *cd. cg. xa. xy*: erunt ex æqualitate proportionales *cm. xb. xy. cg.* (communis ratio *xa. cd.*) ergp parallelogrammum *bxy* æquale erit parallelog. *mcg*, ideſt ex constr. rectilineo dato *q*. Quod facere oportebat.

PROPOSITIO XXVI.

Triangulum dato æquale, & alteri dato simile constituere.



Sit inveniendum triangulum *xyz* æquale dato *abc*, & simile dato *dfq*.

Super eamdem basim *ab*, & inter parallelas *ab*, & *cg* in angulo *abg* æquali dato *f*, triangulum fiat *abg*, quod æquale erit ipsi *abc*, eruntque anguli *abg. f.* & *y.* æquales.

ANALYSIS.

					15.6.el.
Ob æqual. *abg. xyz.* S.P.	*ab.*	*xy.*	*yz.*	*bg.*	5.6.el.
Ob simil. *dfq. xyz.* S.P.	*df.*	*fq.*	*xy.*	*yz.*	
Fiant prop. *k. ab. df. fq.*	*k.*	*ab.*			
Ergo ex æqual. E.P.	*k.*	*xy.*	*xy.*	*bg.*	

Ergo solutum.

CON-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONST.

Fiant proportionales *fq. df. ab. k*, & inter *k.* & *bg.* media invenietur *xy*. In angulo autem *y* æquali dato *f* fiant proportionales *df. fq. xy. yz*, & iungatur *xz* (hoc eſt triangulum facere *xyz* ſimile dato *dfq*.) Dico ipſum æquale eſſe dato *abc*.

Cum enim ſint proportionales ex conſtr. *k*, *xy. xy. ab*,& (ob ſimilitudinem *dfq. xyz*) *df. fq. xy. yz*, hoc eſt *k. bg. xy. yz*: erunt ex æqual. proportionales *ab. xy. yz. bg* (communis ratio *xy. k*.) ergo triangula *abg*,& *xyz*, quæ circa æquales angulos latera habent reciproca,erunt æqualia ; ſed æqualia ſunt *abc*, & *abg*: ergo triangulum *xyz* ipſi *abc* erit æquale.Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Si conſtituere oporteret parallelogrammum dato æquale,& alteri dato ſimile : excepto nomine omnia convenient , quia nobis perinde eſt plana *xyz. abg. dfq* , triangula , ac parallelogramma concipere.

Præterea quoniam propoſitum problema po-

2010 Ministerio de Cultura

positione; non tamen longitudine resolutum est propterea quod quantitas *bg* sciri non potest, nisi à trigonometria petatur determinatis gradibus angulorum. Oportet ideo, vt in numeris resolvi possit problema, ad perpendicula recurrere, quæ ex datis lateribus manifesta fiunt.

Inveniantur igitur perpendiculares *cl. qh* in triangulis datis *abc. dfq*, & trianguli quæsiti *xyz* esto perpendicularis *zv*. Cum ergo bases, & altitudines in triangulis æqualibus sint reciprocæ, & in similibus proportionales, eadem facilitate procedet analysis. *Prop.* 19 *&* 20. *Introd.*

ANALYSIS.

Ob æqual. *abc. xyz.* S.P.	*ab.*	*xy.*	*zv.*	*cl.*
Et ob simil. *dfq. xyz.* S.P.	*df.*	*qh.*	*xy.*	*zv.*
Fiant prop. *qh. df. cl. m.*	*m.*	*cl.*		
Ergo ex æqual. E.P.	*m.*	*xy.*	*xy.*	*ab.*

Ergo solutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *qh* ad *df*, ita *cl* ad *m*, & inter *m*, & *ab* media inveniatur *xy*. Vt autem *df* ad *xy*, ita fiat *qd* ad *xz*, & *qf* ad *zy*; & *qh* ad *zv*, & factum erit triangulum *xyz* dato *dfq* simile. Dico ipsum dato *abc* æquale esse.

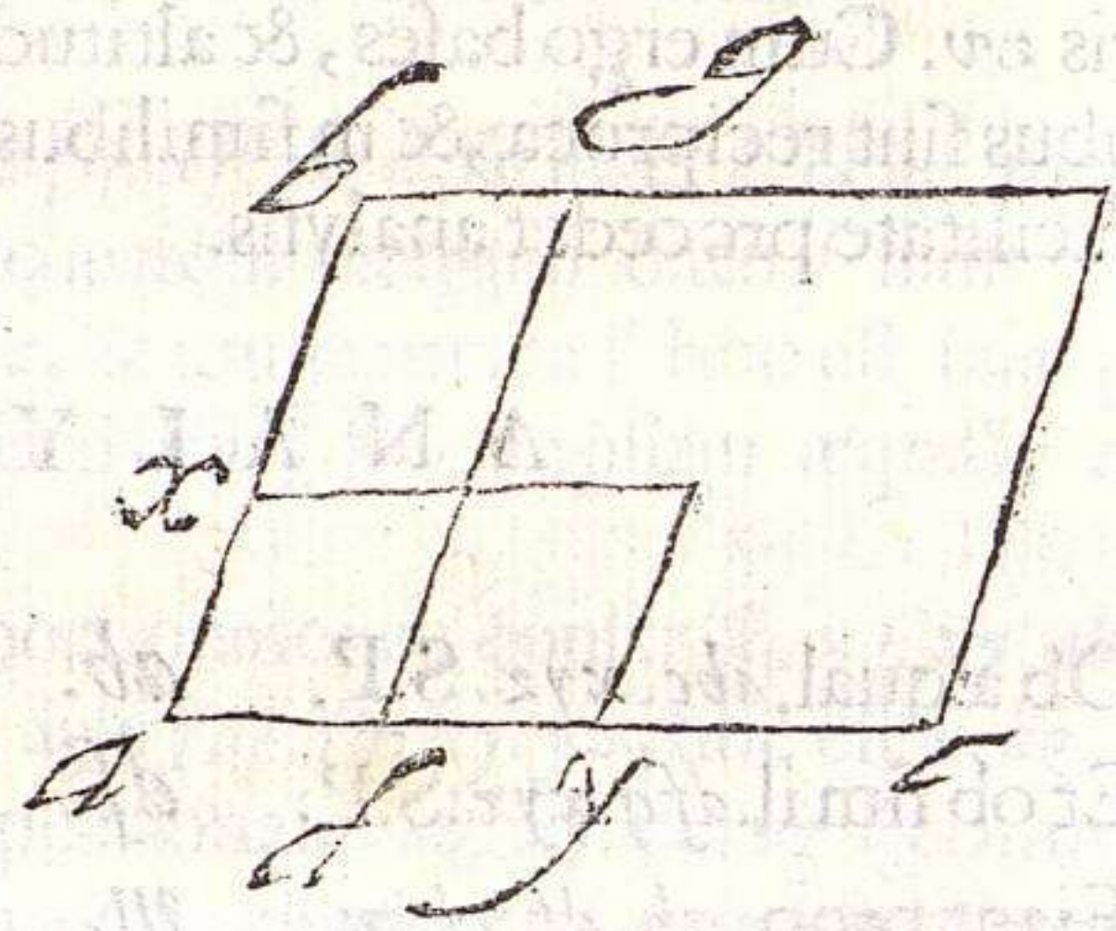
Cum enim ex const. sint proportionales *m. xy. xy. ab.* & etiam (ob similitudinem triangulorum *dfq. xyz*) *df. qh. xy. zv*, ideſt *m. cl. xy. zv*: erunt ex æquo proportionales *ab. xy. zv. cl.* (communis ratio *xy. m.*) ergo triangula *abc. xyz*, quæ bases, & altitudines habent reciprocas, æqualia erunt. Quod facere oportebat.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXVII.

Ex dato parallelogrammo, parallelogrammum æquiangulum abscindere, quod dati sit imperata pars, & cuius latera sint in ratione data.

Sit parallelogrammum datum *cab*, ex quo abscindere oporteat parallelogrammum *yax*, quod tertia pars sit totius *cab*, & cuius latera *ax*, & *ay* sint in ratione data *ab* ad *g*.



Fiat *ad* tertia pars ipsius *ac*, & erit parallelogrammum *dab* triens totius *cab*, & ipsi æquale erit constituendum *yax*. El. 6.

ANALYSIS.

Ob æqual. *dab. yax*. S.P.	*ad.*	*ay.*	*ax.*	*ab.*
Sed debent esse proport.	*ax.*	*ay.*	*ab.*	*g.*
Ergo ex æqual. E.P.	*ad.*	*ay.*	*ay.*	*g.*

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Inter *ad*, & *g* media inveniatur *ay*, & fiat *ax* ad *ay*, vt *ab* ad *g*. Dico factum.

Sunt

2010 Ministerio de Cultura

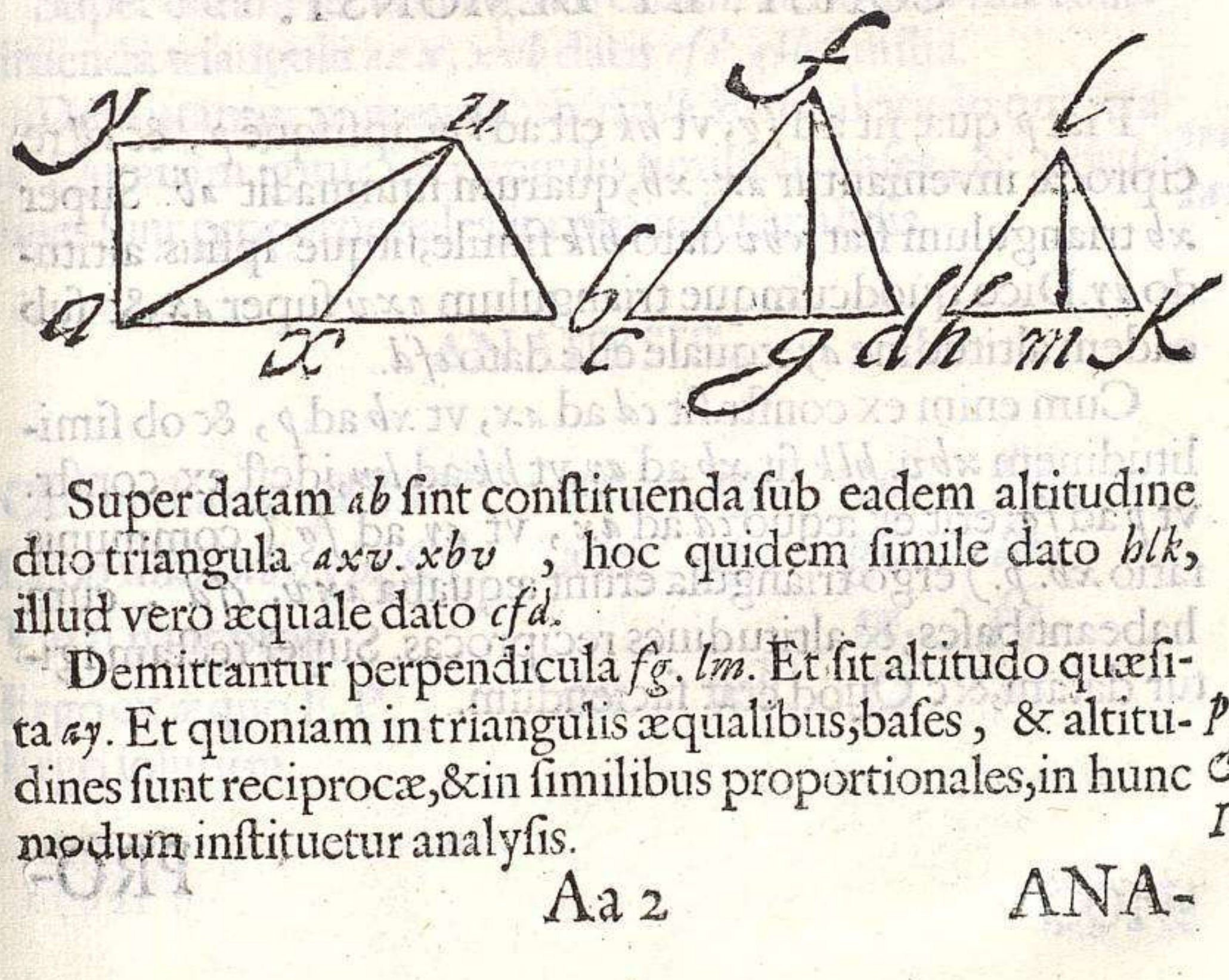
Sunt enim ex conſt. proportionales *ax. ay. ab. g*, vt oportebat, & etiam *ad. ay. ay. g*: ergo ex æquo erit *ad* ad *ay*, vt *ax* ad *ab*. (communis ratio *ay. g*.) & parallelogrammum *yax* æquale ipſi *dab*, ideſt trienti totius *cab*, vt oportebat. Ex dato igitur parallelogrammo, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Perſpicuum eſt rectam *g* non maiorem rectà *ac* dari debere, vt triangulum abſcindi poſsit.

PROPOSITIO XXVIII.

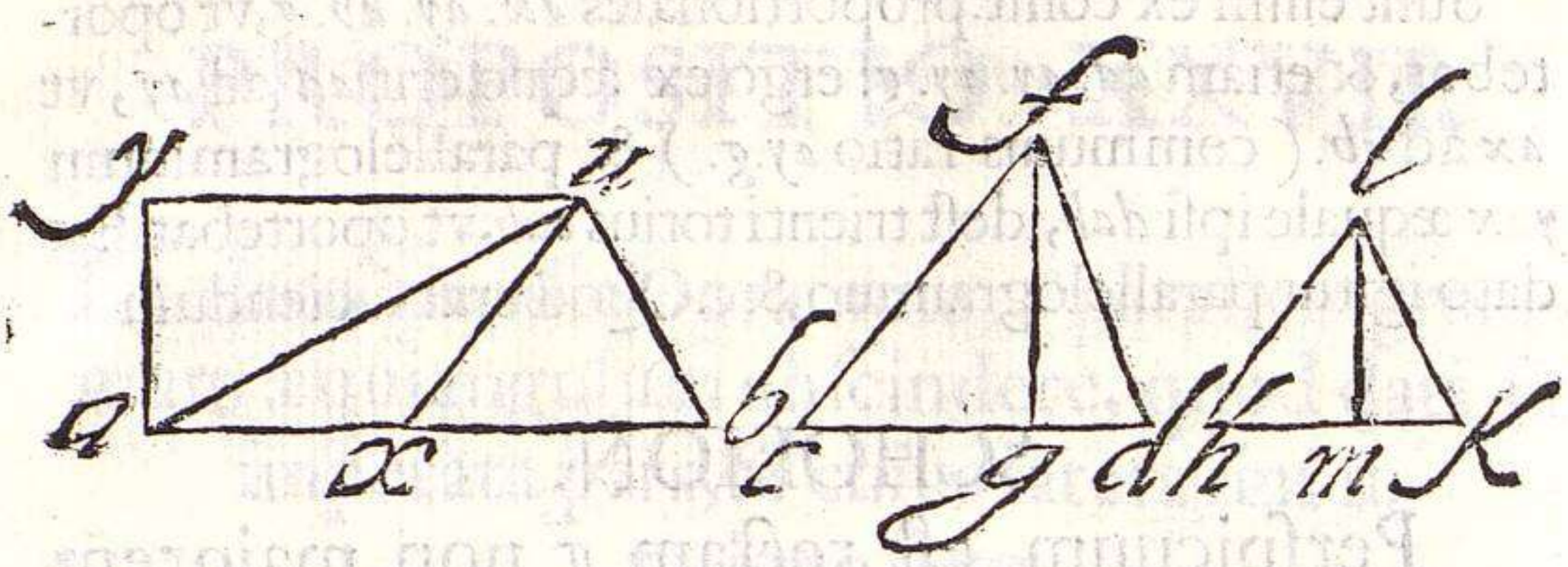
Super datam rectam duo triangula ſub eadem altitudine conſtituere, quorum vnum æquale, alterum verò ſimile ſint duobus datis triangulis.



Super datam *ab* ſint conſtituenda ſub eadem altitudine duo triangula *axv. xbv*, hoc quidem ſimile dato *hlk*, illud vero æquale dato *cfd*.

Demittantur perpendicula *fg. lm*. Et ſit altitudo quæſita *ay*. Et quoniam in triangulis æqualibus, baſes, & altitudines ſunt reciprocæ, & in ſimilibus proportionales, in hunc modum inſtituetur analyſis. *prop.* 19 & 20. *Introd.*

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS

Ob æqual. *axv. cfd.* S.P.	*cd.*	*ax.*	*ay.*	*fg.*
Et ob ſimil. *xbv. hkl.* S.P.	*xb.*	*ay.*	*bk.*	*lm.*
Vel ſi fiant prop.			*p.*	*fg.*
Ergo ex æquo. E.P.	*cd.*	*ax.*	*xb.*	*p.*

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat *p* quæ ſit ad *fg*, vt *hk* eſt ad *lm*, ipſiſque *p*, & *cd* reciprocæ inveniantur *ax. xb*, quarum ſumma ſit *ab*. Super *xb* triangulum fiat *xbv* dato *hlk* ſimile, ſitque ipſius altitudo *ay*. Dico quodcumque triangulum *axv* ſuper *ax*, & ſub eadem altitudine *ay* æquale eſſe dato *cfd*.

Cum enim ex conſtr. ſit *cd* ad *ax*, vt *xb* ad *p*, & ob ſimilitudinem *xbv. hlk* ſit *xb* ad *ay*, vt *hk* ad *lm*, ideſt ex conſtr. vt *p* ad *fg*: erit ex æquo *cd* ad *ax*, vt *ay* ad *fg* (communis ratio *xb. p.*) ergo triangula erunt æqualia *axv. cfd*, cum habeant baſes, & altitudines reciprocas. Super rectam igitur datam, &c. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIX.

Super datam rectam duo triangulæ constituere sub eadem altitudine, duobus datis triangulis similia.



Super datam rectam *ab*, sub eadem altitudine sint constituenda triangula *azx*, *xvb* datis *cfd*. *glh* similia.

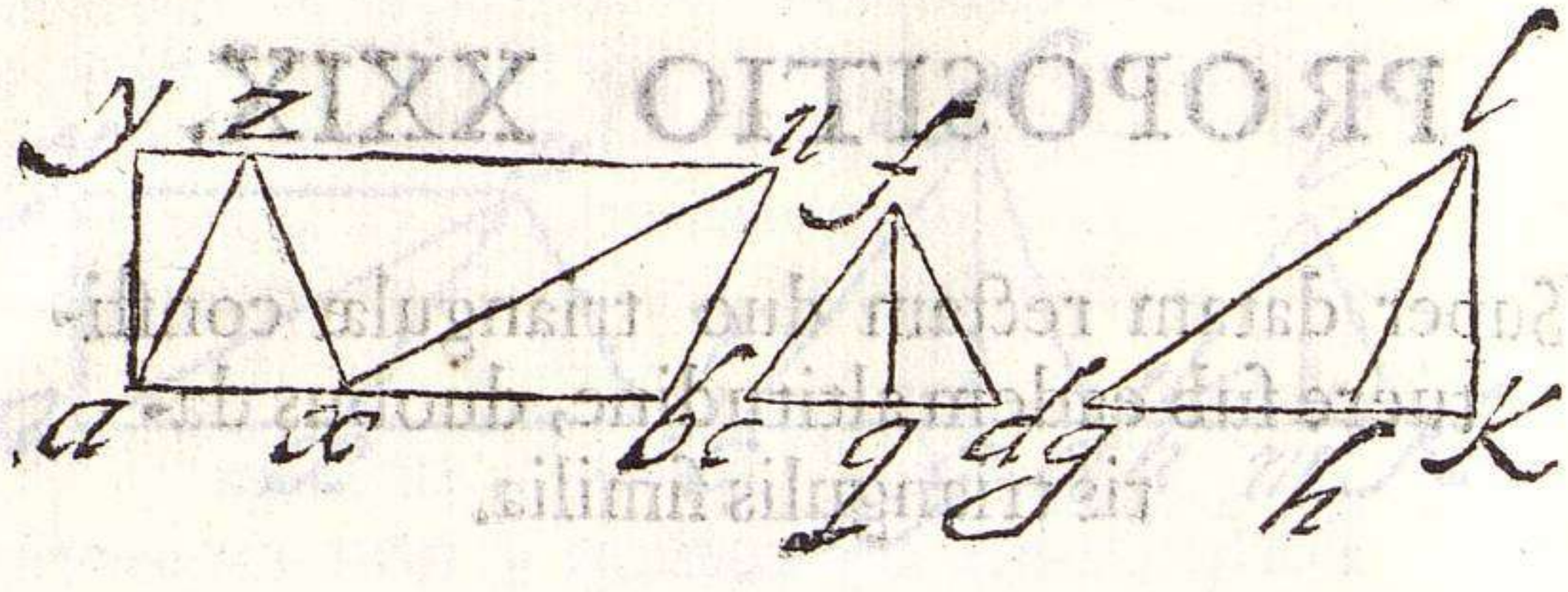
Demittantur perpendicula *fq*. *lk*. Et sit altitudo quæsita *ay*. Quoniam igitur in triangulis similibus bases, & altitudines sunt proportionales, ita procedet analysis. *prop.* 20 *Introd.*

ANALYSIS.

Ob simil. *azx*. *cfd*. S.P.	*ax*.	*ay*.	*cd*.	*fq*.
Et ob simil. *xbv*. *glh*. S.P.	*xb*.	*ay*.	*gh*.	*lk*.
Vel si fiant prop.			*m*.	*fq*.
Ergo ex æquo E.P.	*ax*.	*xb*.	*cd*.	*m*.
Ergo solutum.				

CON-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *lk* ad *gh* ita *fq* ad *m*, & div idatur *ab* in *x* in ratione *cd* ad *m*. Deinde super *ax*, & *xb* triangula conſtituantur *azx*. *xvb* datis *cfd*. *glh*. ſimilia, ſitque triangulum *azx* ſub altitudine *ay*. Dico ſub eadem eſſe triangulum *xvb*.

Eſt enim ex conſtr. *ax* ad *xb*, vt *cd* ad *m*, & ob ſimilitudinem *azx*. *cfd* eſt *ax* ad *ay* vt *cd* ad *fq*: ergo ex æquo erit *xb* ad *ay*, vt *m* ad *fq*, hoc eſt ex conſtr. vt *gh* ad *lk*; ſed triangula *xvb*. *glh* ſunt ſimilia, quare *gh* ad *lk* debet eſſe vt *xb* ad altitudinem: ergo *ay* altitudo erit trianguli *xbv*. Super datam igitur rectam duo triangula, &c. Quod erat faciendum.

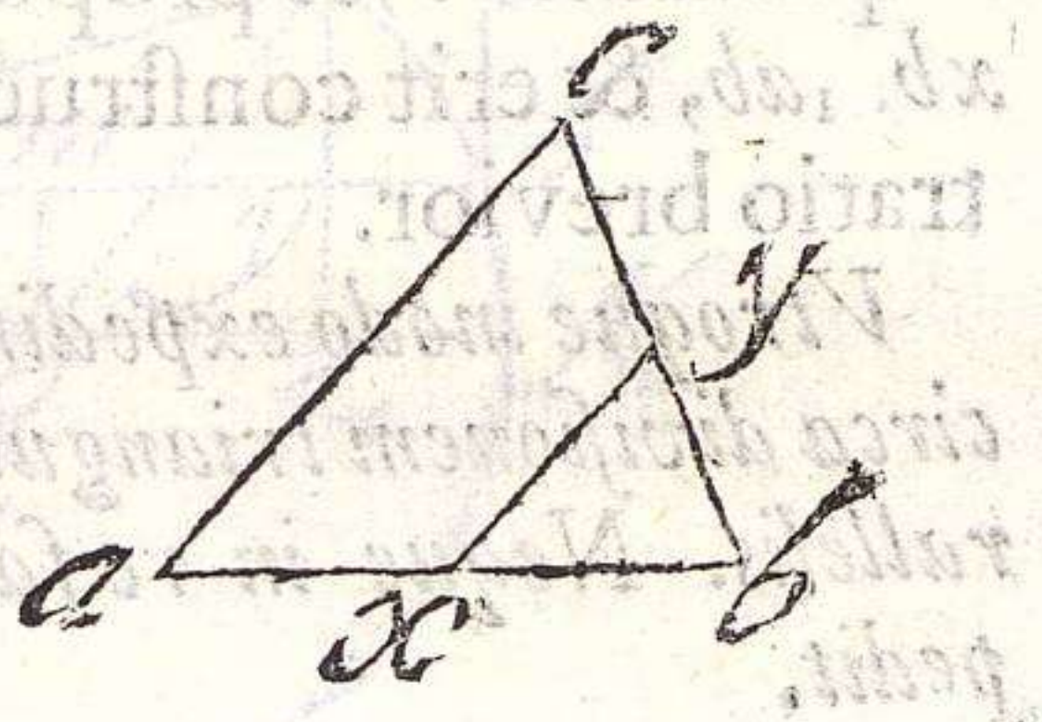
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXX.

Triangulum datum rectà vni laterum parallela in quaſcumque rationes dividere.

Sit datum triangulum *abc* rectà *xy*, lateri *ac* parallela, ita dividendum, vt triangulum *xby* tertia pars ſit ipſius *abc*.



ANALYSIS.

Sit igitur $xby \dashv\vdash \frac{1}{3}abc$.

Ergo S. P.	$\frac{1}{3}ab.$	$xb.$	$by.$	$bc.$
Sed ob ſimil. S. P.	$ab.$	$bc.$	$xb.$	$by.$
Ergo ex æquo E. P.	$ab.$	$xb.$	$xb.$	$\frac{1}{3}ab.$

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Inter *ab*, & ipſius tertiam partem media inveniatur *xb*, ducaturque ipſi *ac* parallela *xy*. Dico factum.

Cum enim ſint proport. ex conſtr. $ab.xb.xb.\frac{1}{3}ab$, & ob ſimil. $ab.bc.xb.by$: erunt ex æquo prop. $\frac{1}{3}ab.xb.by.bc$ (ratio communis $xb.ab.$) ergo triangulum *xby* triens erit totius *abc*. Quod erat faciendum.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

Ex prop. 19. lib. 6. elem. conſtat triangula ſimilia eſſe in duplicata ratione laterum homologorum, hoc eſt vt quadrata ipſorum laterum; vnde quadratum *xb* æquabitur trienti quadrati *ab*, & proportionales erunt *ab*. *xb*. *xb*. $\frac{1}{3}ab$, & erit conſtructio eadem, & demonſtratio brevior.

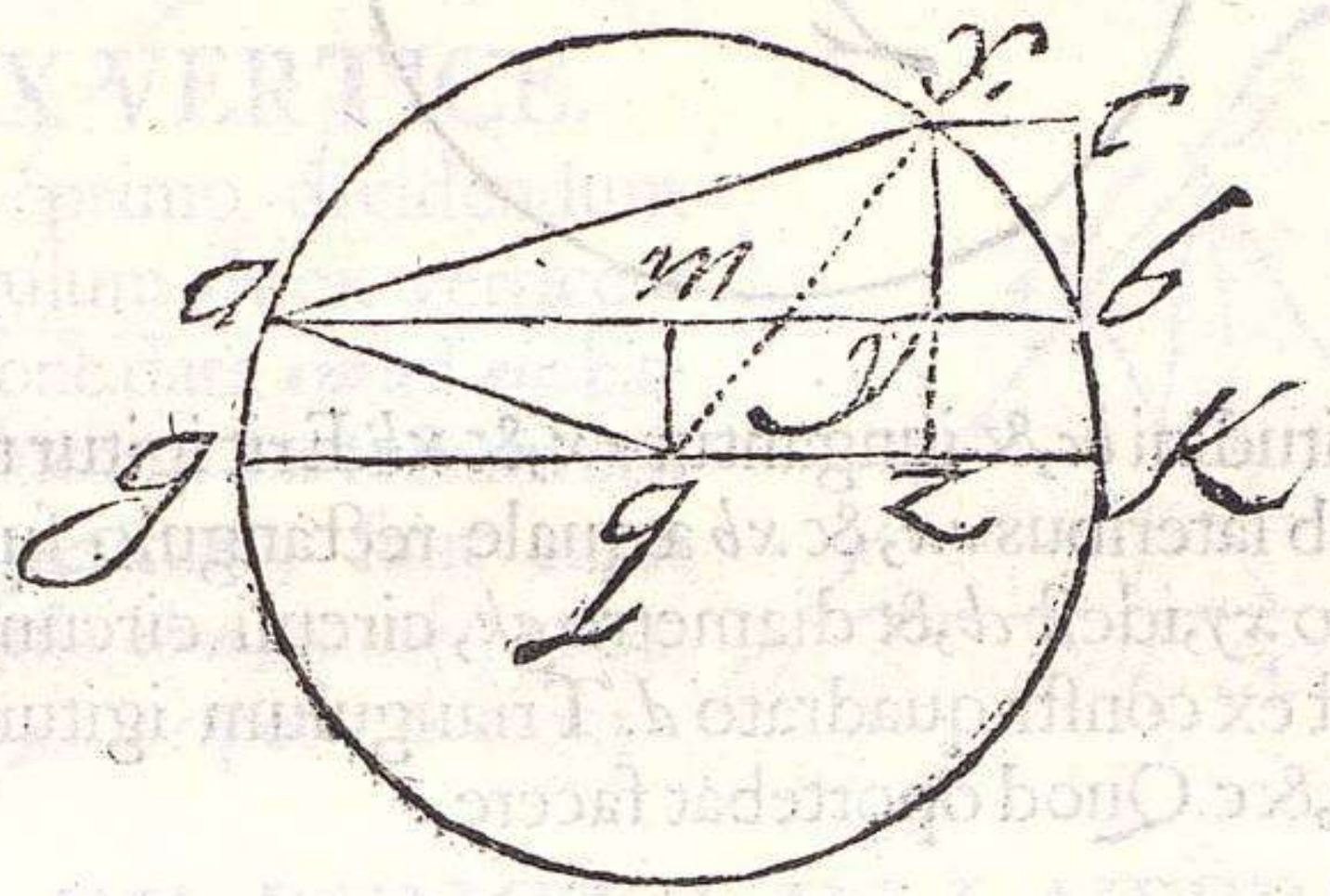
Vtroque modo expediri poterunt omnes caſus circa diviſionem trianguli lineis vni laterum parallelis. Neque in re facillima nos detineri expedit.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXI.

Data baſe, altitudine, & rectangulo ſub cruribus invenire triangulum.

Vide Vietam appendicul. 1.



Eſto triangulum, de quo quæritur *axb*. Datur baſis *ab*, altitudo *bc*, & rectangulum *axb* ſub lateribus æquale ponitur quadrato *d*. Circumſcribatur circulus, cuius diameter *gk*.

ANALYSIS

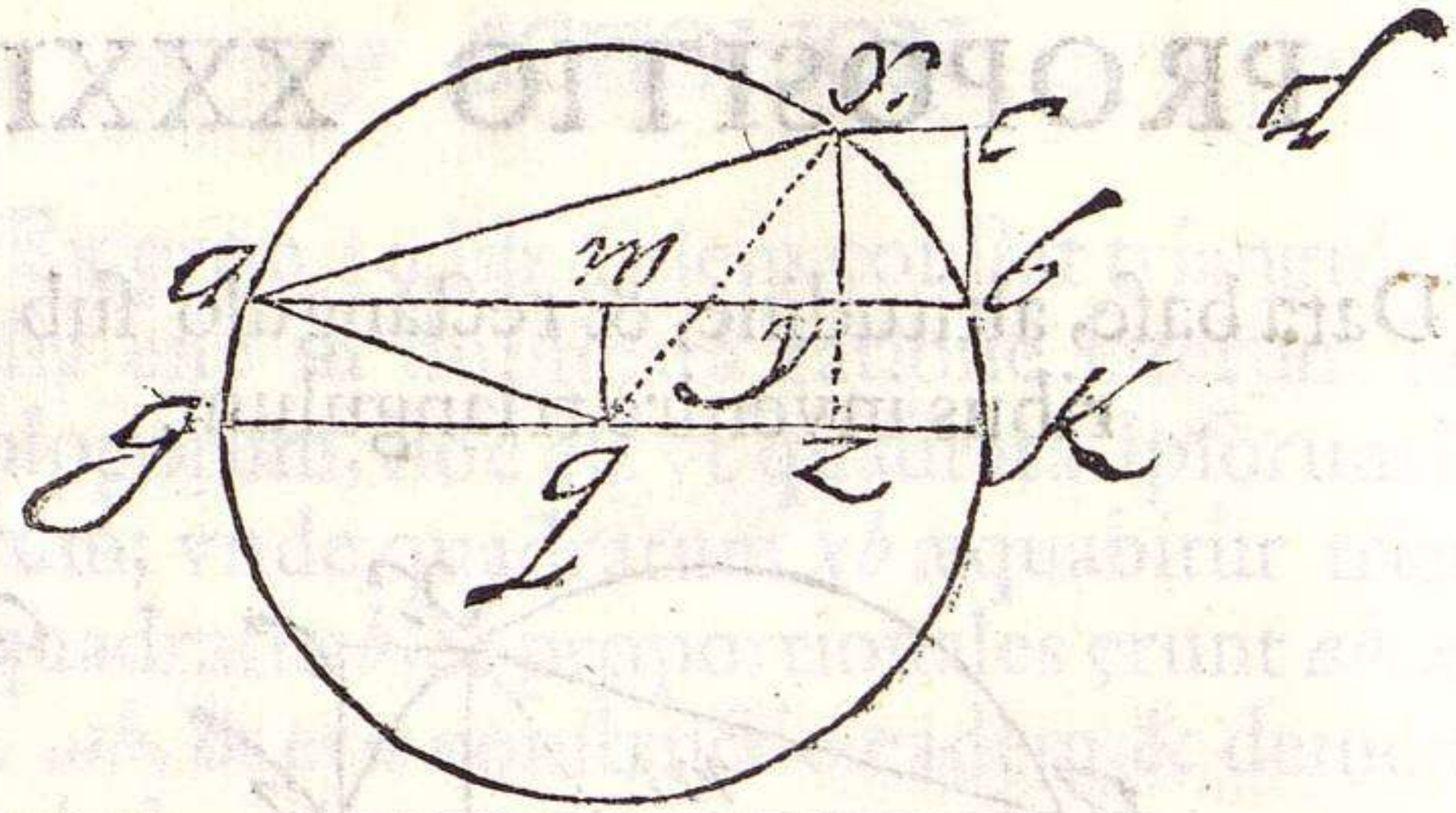
Sint igitur prop.	*d.*	*ax.*	*xb.*	*d.*
Sed per 15. Introd. S.P.	*cb.*	*ax.*	*xb.*	*gk.*
Ergo ex æquo E.P.	*cb.*	*d.*	*d.*	*gk.*

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *cb* ad *d* ita *d* ad *gk*. Et circa diametrum *gk* circulus deſcribatur, in quo aptetur *ab*, & ipſi normalis *xy*, æ-

2010 Ministerio de Cultura



qualis altitudini *bc*,& iungantur *ax*,& *xb*. Erit igitur rectangulum ſub lateribus *ax*, & *xb* æquale rectangulo ſub perpendiculo *xy*,ideſt *cb*,& diametro *gk*, circuli circumſcripti. Hoc eſt ex conſtr. quadrato *d*. Triangulum igitur conſtruximus,&c. Quod oportebat facere.

SCHOLION.

Si in numeris proponatur problema, biſecta *ab* in *m*, & *gk* in *q*, ducantur *aq*, & *qx*, protrahaturque *xy* ad *z*. In triangulo igitur rectangulo *amq* notæ ſunt *am*, & *aq*, quare *mq*, ideſt *yz* nota erit,& quia *xy* datur, erit cognita tota *xz*, vnde in triangulo rectangulo *qxz* innoteſcet *qz*, ideſt *my*, adeoque nota fient ſegmenta baſeos *ay*, & *yb*, & exinde latera trianguli *ax*,& *xb*,&c.

2010 Ministerio de Cultura

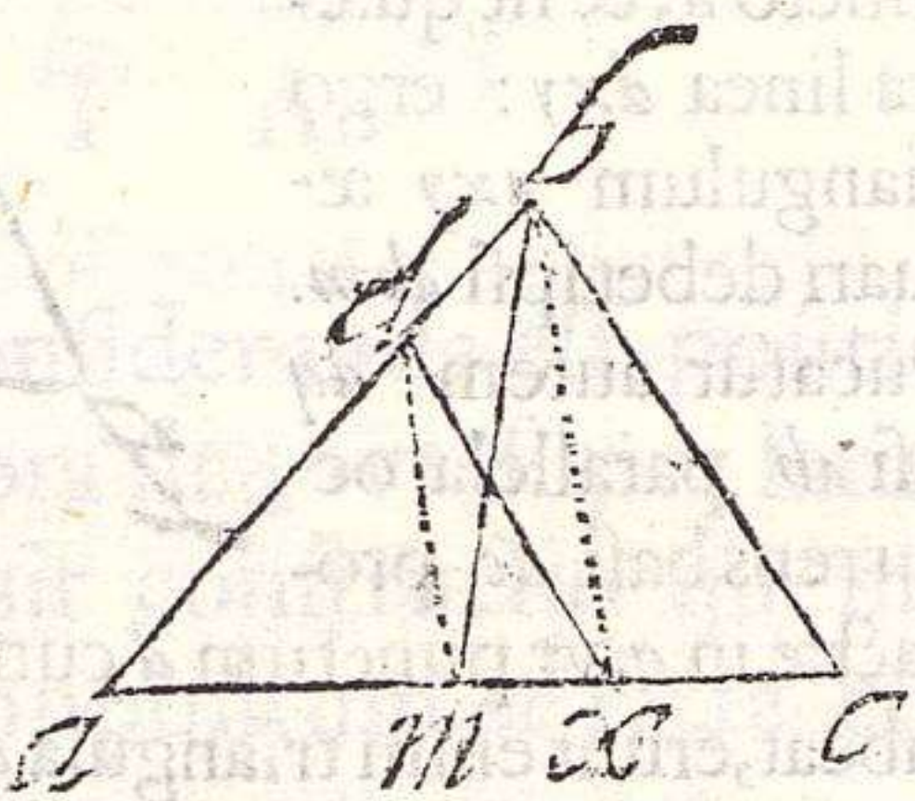
PROPOSITIO XXXII.

Datum triangulum ex dato puncto in data ratione dividere.

Vide R. P. Tacquet in Geomet pract. c. 14. li. 2. R. P. Zaragg. in Geomet. magn. tom. 2. probl. 8.

EX VERTICE.

Sit primo dividendum triangulum *abc* ex vertice *b* in ratione data *am* ad *mc*. Ergo si ducatur *bm* factum erit quod petitur, sunt enim triangula *abm*, & *mbc*, vt bases *am*, & *mc*. per 1. 6. elem.



EX PVNCTO IN LATERE.

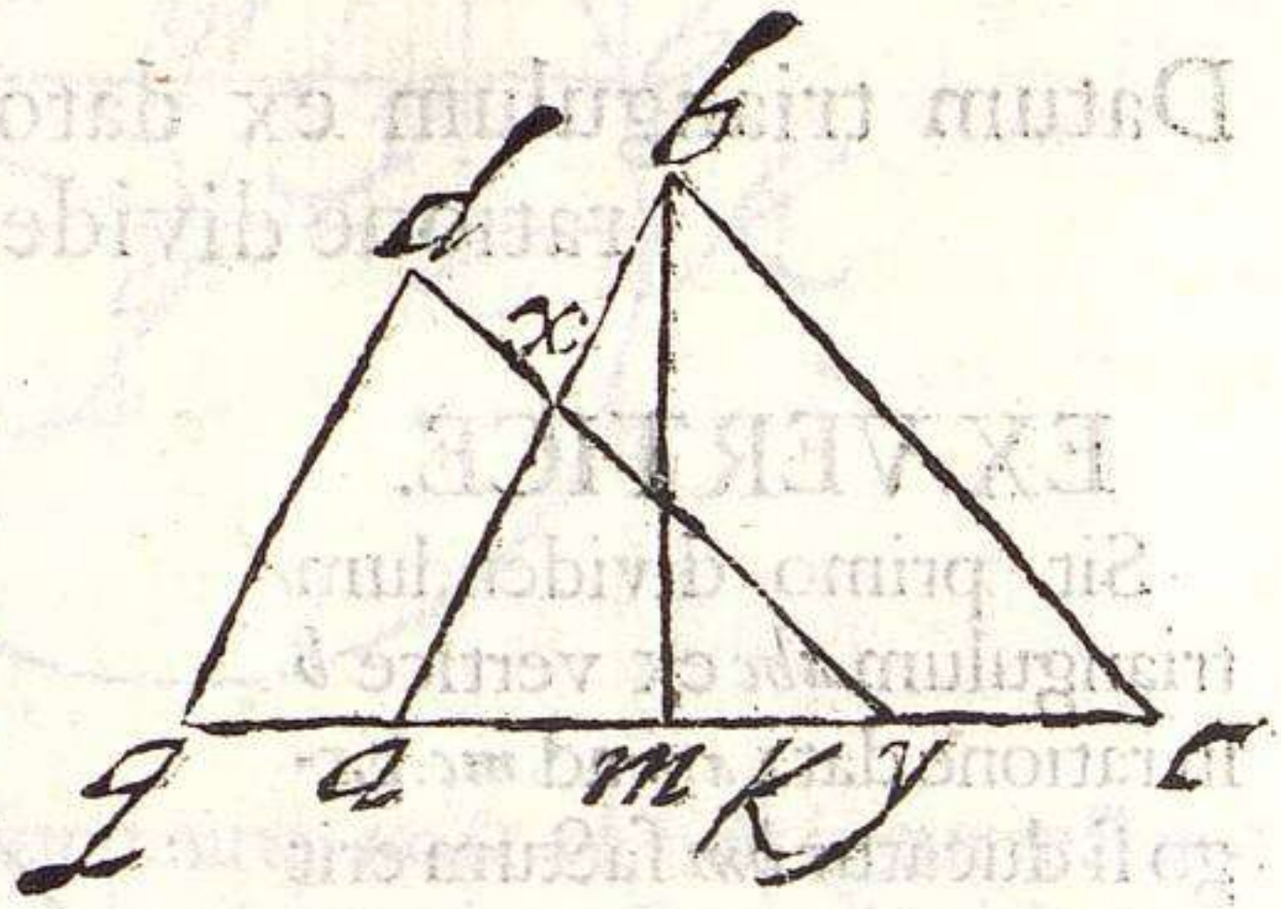
Sit secundo dividendum ex dato in latere puncto *d*, & sit quæsita linea *dx*. Ergo triangulum *dax* æquari debet triangulo *bam*, & cum habeant communem angulum *a* latera erunt reciproca. Quare si fiat vt *ad* ad *ab* ita *am* ad *ax*, & ducatur *dx*. Factum erit quod postulatur.

NOTA.

In hoc casu considerare oportet an positio puncti dati commoda sit ad divisionem vnius, vel vtriusque laterum oppositorum, in ratione data, vt patcat an constructio variari possit, partes tamen divisionis semper inter se æquales erunt, & solutio vnica.

2010 Ministerio de Cultura

EX PVNCTO EXTRA.



Sit tertio dividendum triangulum *abc* ex dato extra illud puncto *d*, & sit quæsita linea *dxy*: ergo triangulum *axy* æquari debet ipsi *abm*. Ducatur autem *dq* ipsi *ab* parallela occurrens basi *ac* protractæ in *q*, vt punctum *d* cum triangulo *abc* connexionem habeat, erunt enim triangula *qdy*, & *axy* similia, hoc est angulum *q* angulo *a* æqualem facere.

ANALYSIS

Ob æqual. *abm. axy.* S.P.	*ab.*	*ax.*	*ay.*	*am.*
Fiant prop. *qd. ab. am. ak.*	*qd.*			*ak.* —
Et ob simil. *qdy. axy.* S.P.	*qd.*	*qy.*	*ax.*	*ay.* —
Ergo ex æquo. E.P.	*qy.*	*ay.*	*ay.*	*ak.*
Et divid.	*qa.*	*ay.*	*ky.*	*ak.*
Ergo solutum.				

CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *qd* ad *ab* ita *am* ad *ak*, & ipsis *qa*, & *ak* reciprocæ inveniantur *ay*, & *ky*, quarum differentia sit ipsa *ak*, iungaturque *dy* secans latus *ab* in *x*. Dico factum.

Cum enim ex constr. sint proportionales *qa. ay. ky. ak*, & compon. *qy. ay. ay. ak*, & (ob similitudinem triangulorum

2010 Ministerio de Cultura

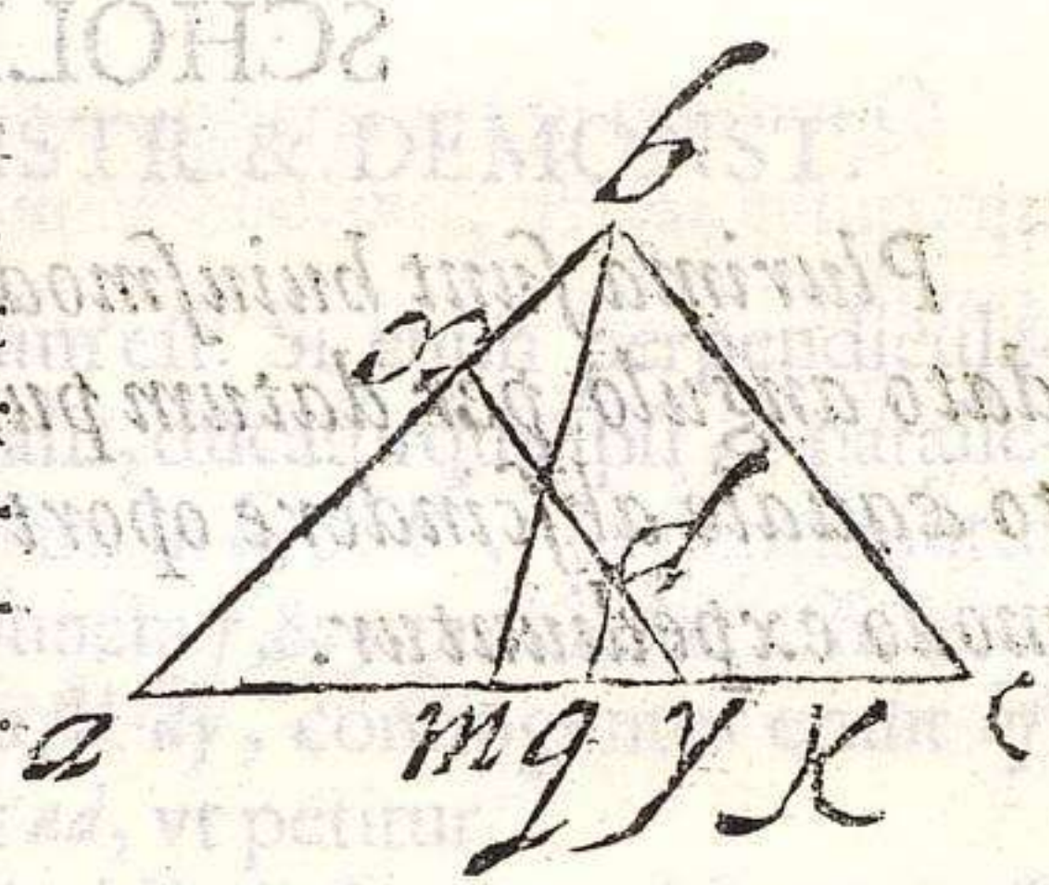
rum *qdy. axy*) *qd. qy. ax. ay*: erunt ex æquo proportionales *qd. ax. ay. ak.* (communis ratio *qy. ay*) hoc est ex constr. *ab. ax. ay. am*: ergo triangula *abm. axy*, quæ circa communem angulum *a* latera habent reciproca, erunt æqualia, adeoque vt triangulum *abm* ad triangulum *mbc*, hoc est vt *am* ad *mc*, ita erit triangulum *axy* ad quadrilaterum *xycb*. Triangulum igitur *abc* divisimus, &c. quod facere oportebat.

NOTA.

Etiam in hoc casu consideranda est positio dati puncti *d*, an ipsa apta sit, vt super latus oppositum *bc* fieri possit constructio quemadmodum super latus oppositum *ac* facta est.

EX PVNCTO INTRA.

Sit quartò dividendum triangulum *abc* ex dato intra illud puncto *d*, & sit quæsita linea *xdy*. Ducatur *dg* ipsi *ab* parallela, & analysis eodem modo procedet vti in casu antecedente.

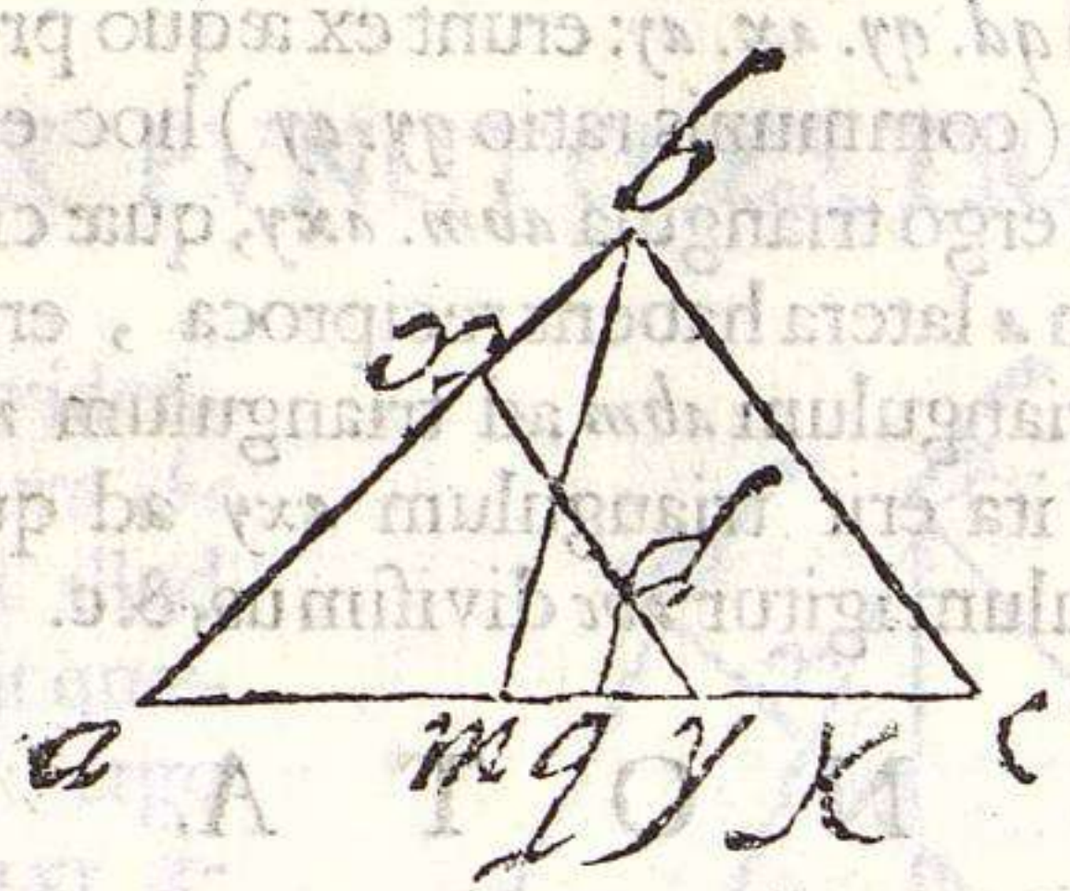


ANALYSIS.

Ob æqual. *abm. axy*. S.P.	*ab.*	*ax.*	*ay.*	*am.*
Fiant prop. *qd. ab. am. ak.*	*qd.*			*ak.*
Et ob simil. *qdy. axy*. S.P.	*qd.*	*qy.*	*ax.*	*ay.*
Ergo ex æqual. E.P.	*qy.*	*ay.*	*ay.*	*ak.*
Et per divis.	*aq.*	*ay.*	*yk.*	*ak.*

Ergo

2010 Ministerio de Cultura



Ergo ſolutum,& manifeſtum conſtructio , & demonſtratio. Cæterum cum ipſis *aq*,& *ak* reciprocas oporteat invenire *ay*,& *yk*, quarum ſumma ſit ipſa *ak*, notandum erit an problema impoſsibile ſit, an vero vnam, duasve ſolutiones admittat. Et etiam vtrum ſuper latus *bc*, vel ſuper latus *ab* fieri poſsit conſtructio , quod à poſitione pendet puncti dati, vt in antecedentibus caſibus.

SCHOLION.

Plurima ſunt huiuſmodi problemata, vt ſi ex dato angulo per datum punctum triangulum dato æquale abſcindere oporteret, quæ omnia eodem modo expediuntur.

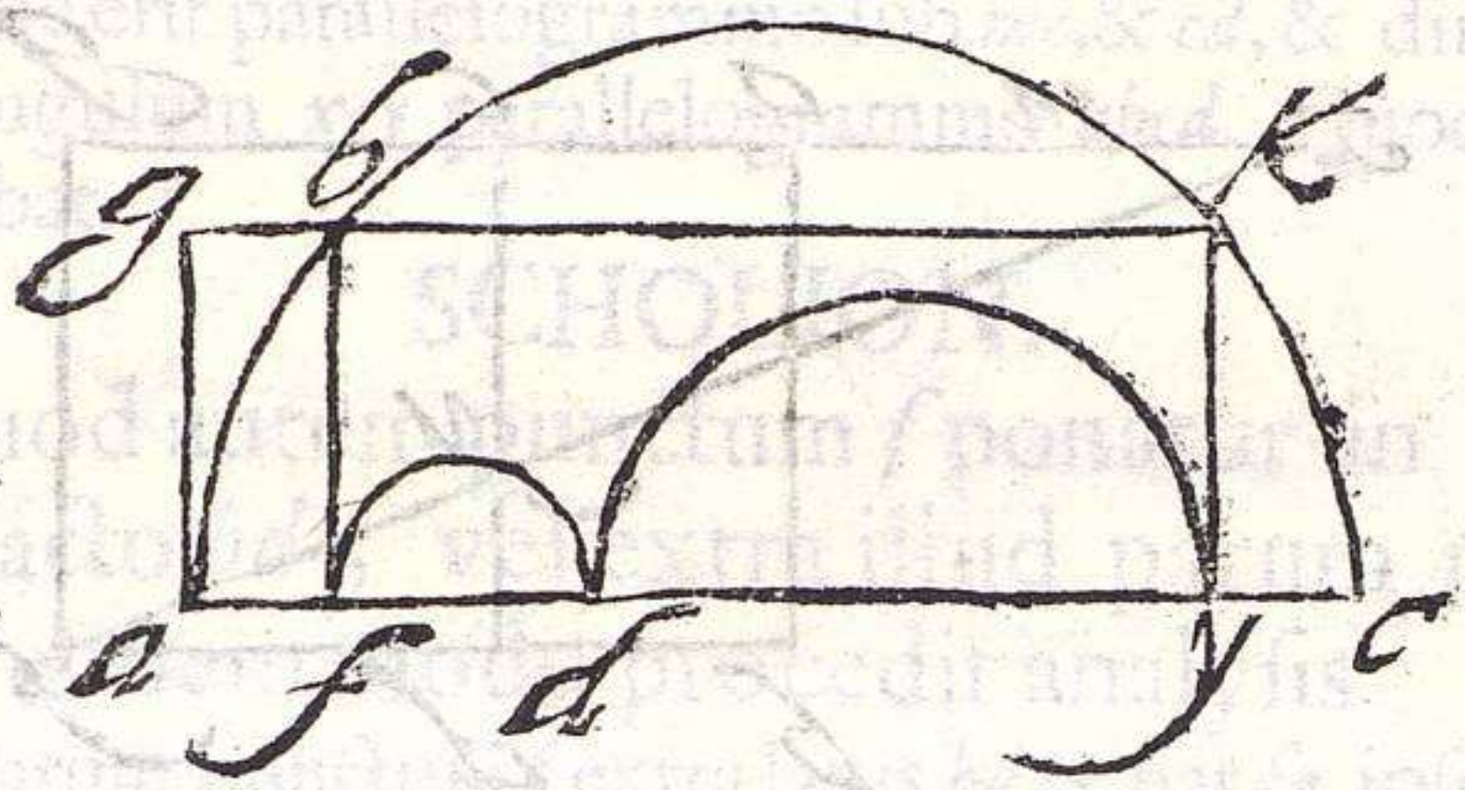
PRÓ-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXIII.

Vide Pappum lib. 7. prop. 87

Semicirculo existente *abc*, & puncto *d*, describere in *ac* per *d* semicirculum, ita vt si ducatur contingens *fb* sit ipsi *ad* æqualis.



ANALYSIS, CONSTR. & DEMONST.

Hoc problema facillimum est. Si enim perpendicularis excitetur *ag* ipsi *ad* æqualis, ducaturque ipsi *ac* parallela *gk*, secans, circumferentiam in *b*, & *k*, & demittantur perpendiculares *bf*, & *ky*: puncta *f*, & *y* problema efficient, quia descriptis semicirculis *fd*. *dy*, contingentes erunt *bf*. *ky*, & æquales ipsi *ga*, idest *ad*, vt petitur.

Quod si *ad* maior fueri dimidio ipsius *ac* problema construi non posse, perspicuum est, quia eam non caperet semicirculus, vt ad primam propositionem Introd. animadvertimus, ac propterea hanc determinationem in huiusmodi problematibus semper omittimus. Si autem *ad* dimidio *ac* fuerit æqualis, vnica erit resolutio, si vero minor duas accipiet noster casus.

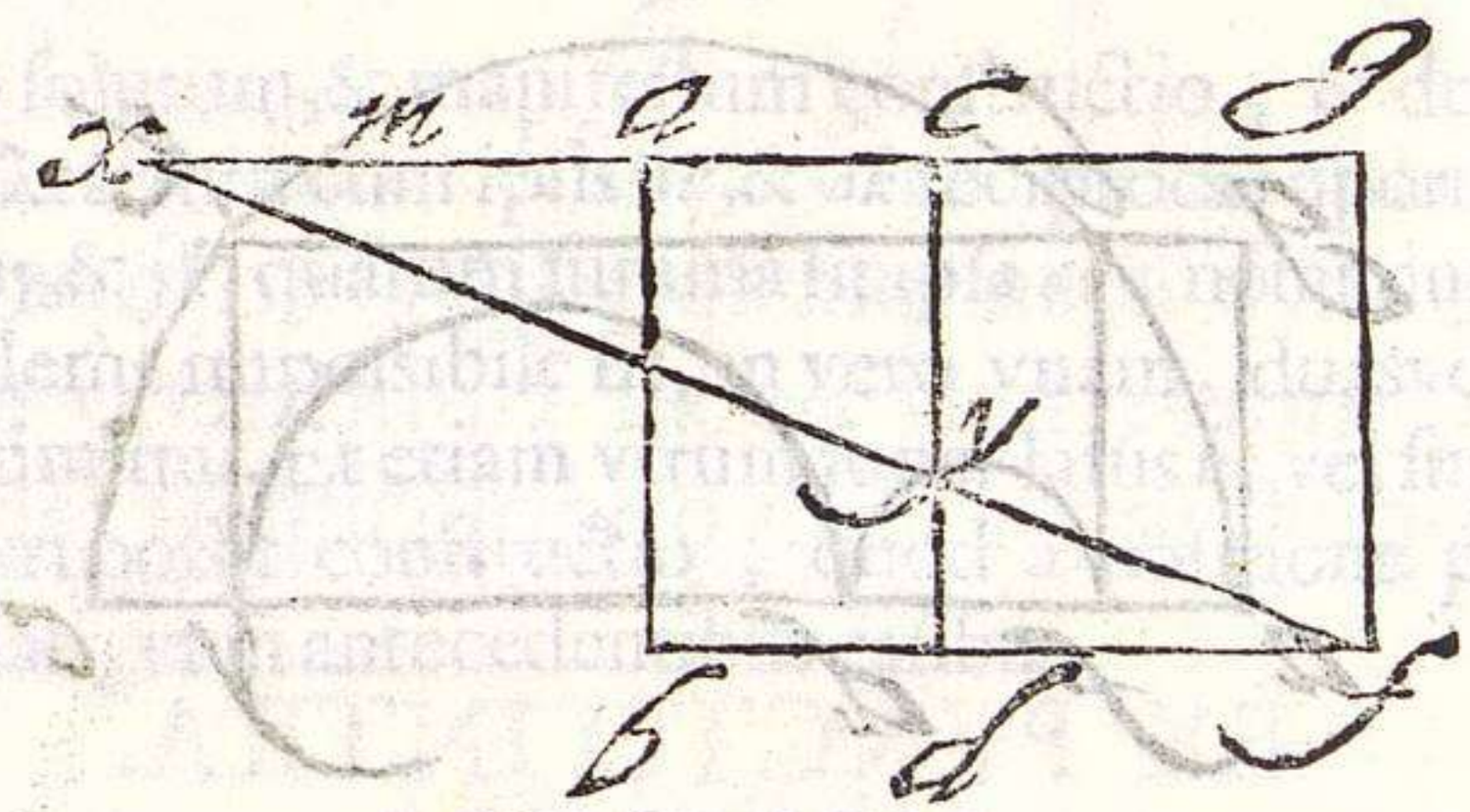
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXIV.

Vide Pappum lib. 7. prop. 164.

Parallelogrammo dato *abdc*, à dato puncto *f* rectam ducere *fyx*, & facere triangulum *xcy* æquale parallelogrammo dato *abdc*.



Quoniam igitur triangulum *xcy* æquari debet parallelogrammo *ad*: erit parallelogrammum sub *xc*, & *cy* duplum parallelogrammi *ad*: quare si fiat *ma* ipsi *ac* æqualis, erit parallelogrammum sub *mc*, & *cd* parallelogrammo sub *xc*, & *cy* æquale. Compleatur parallelogrammum *dfgc*, & erit *gf* ipsi *cd* æqualis.

ANALYSIS.

Sit igitur	*xc:cy*	—A—	*mc:cd.*	
Ergo S.P.	*mc.*	*xc.*	*cy.*	*cd.*
Sed ob simil *xcy. xgf* S.P.	*xg.*	*gf.*	*xc.*	*cy.*
Ideſt		*cd.*		
Ergo ex æqual. E.P.	*xg.*	*xc.*	*xc.*	*mc.*
Et divid.	*cg.*	*xc.*	*xm.*	*mc.*
Ergo ſolutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

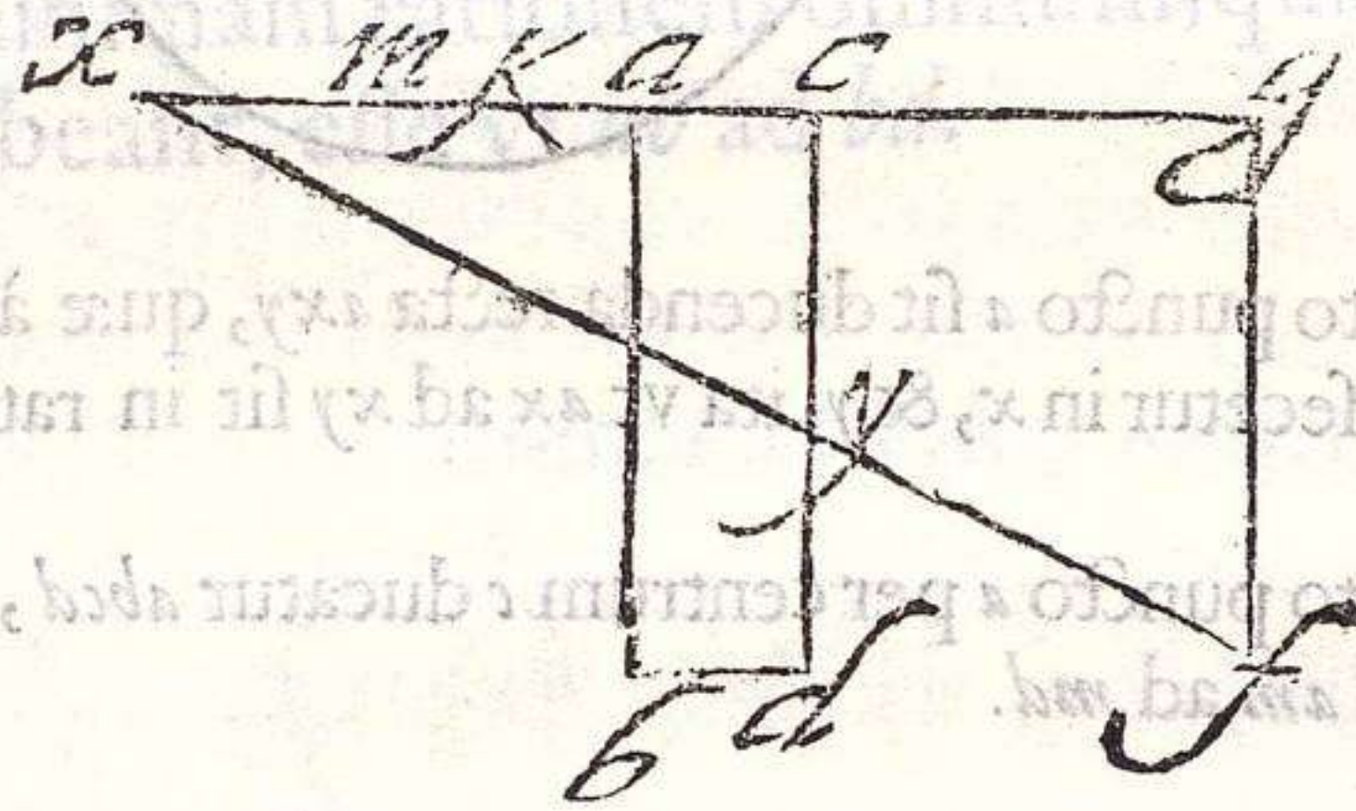
Fiat *mc* dupla ipſius *ac*, & compleatur parallelogrammum *dfgc*, ipſiſque *cg*, & *mc* reciprocæ inveniantur *xc*, & *xm*, quarum differentia ſit *mc*, & iungatur *xf* ſecans latus *cd* in *y*. Dico factum.

Eſt enim ex conſt. *cg* ad *xc*, vt *xm* ad *mc*, & compon. *xg* ad *xc*, vt *xc* ad *mc*; ſed ob ſimilitudinem triangulorum *xcy*. *xgf* eſt *xg* ad *gf*, id eſt ad *cd* vt *xc* ad *cy*: igitur ex æqualitate *mc* ad *xc* erit vt *cy* ad *cd*: ergo parallelogrammum ſub *xc*, & *cy* æquale erit parallelogrammo ſub *mc*, & *cd*, & dimidiando triangulum *xcy* parallelogrammo *abcd*. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Quod autem punctum *f* ponatur in latere protracto *bd*, vel extra illud parum refert. Nam eodem modo procedit analyſis.

Sit datum punctum *f* extra latus *bd*, & fiat *fg* ipſi *cd* parallela.



ANALYSIS.

Sit igit.	*xc:cy*	—Λ—	*mc:cd.*	
Ergo S. P.	*mc.*	*xc.*	*cy.*	*cd.*
Vel ſi fiant	*kc.*			*fg.*
Sed ob ſimil. S.P.	*xc.*	*cy.*	*xg.*	*gf.*
Ergo ex æquo E.P.	*kc.*	*xc.*	*xc.*	*xg.*
Et per diviſ.	*kc.*	*xk.*	*xc.*	*cg.*

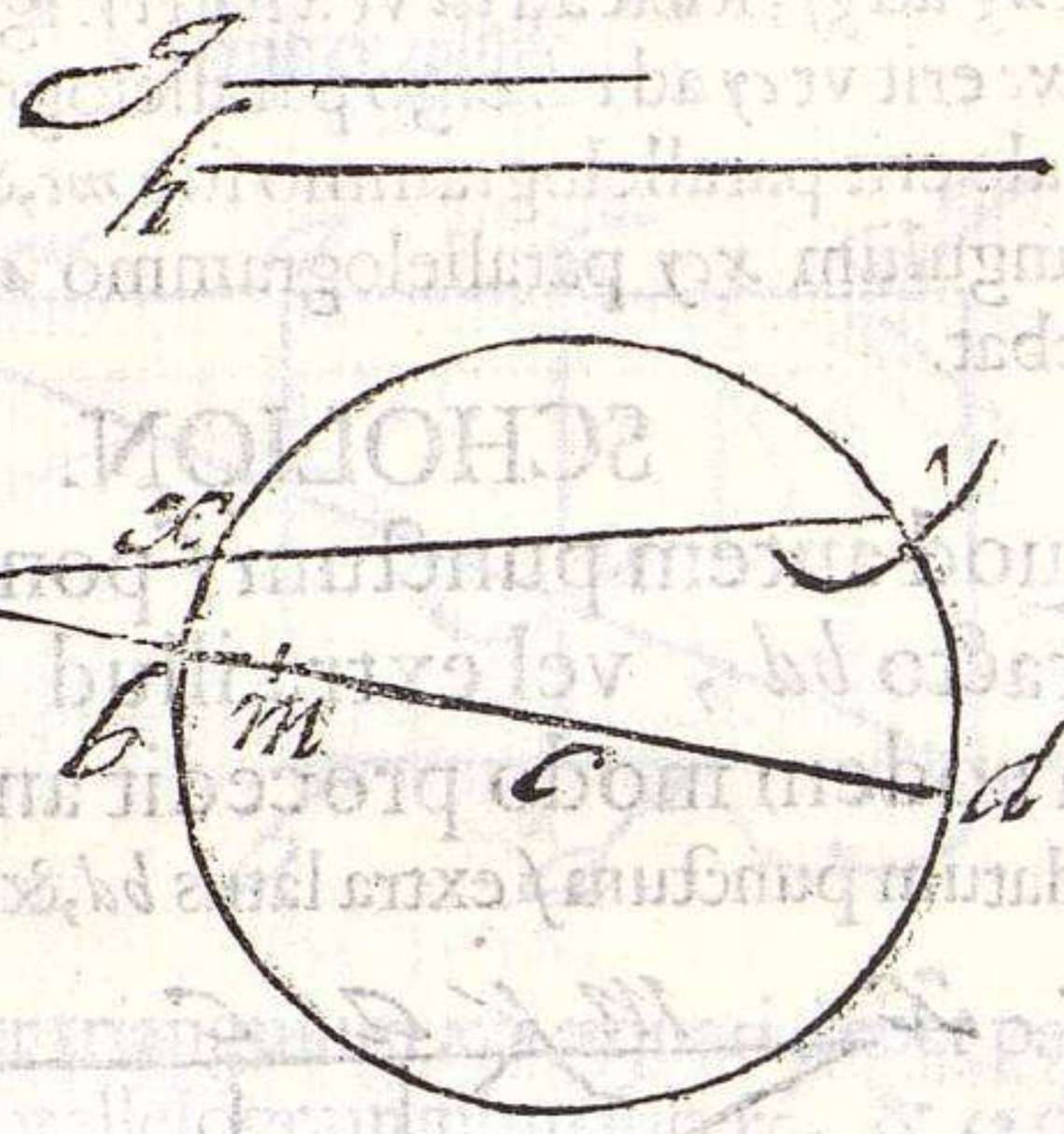
Ergo ſolutum; & manifeſta conſtructio, & demonſtratio.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXV.

Vide R. P. Greg. tom. 1. lib. 3. prop. 46 de quadratura circuli.

Ex dato puncto rectam ducere, quæ à dato circulo secetur in data ratione.



Ex dato puncto *a* sit ducenda recta *axy*, quæ à dato circulo *bxy* secetur in *x*, & *y*, ita vt *ax* ad *xy* sit in ratione data *g* ad *h*.

Ex dato puncto *a* per centrum *c* ducatur *abcd*, & fiat vt *g* ad *h* ita *am* ad *md*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xy.*	*am.*	*md.*
Ergo per comp. E.P.	*ax.*	*ay.*	*am.*	*ad.* —
36.3. & 14.6. *el.* Sed S.P.	*ad.*	*ay.*	*ax.*	*ab.* —
Ergo ex æqual. E.P.	*am.*	*ax.*	*ax.*	*ab.*
Ergo solutum.				

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Inter *am*, & *ab* media inveniatur *ax*, quæ ex dato puncto *a* circulo occurrat in *x*, & producatur ad *y*. Dico *ax* ad *xy* esse vt *am* ad *md*, ideſt vt *g* ad *h*.

Eſt enim ex conſtr. *am* ad *ax*, vt *ax* ad *ab*; ſed *ad* ad *ay* eſt vt *ax* ad *ab*: ergo vt *am* ad *ax* ita erit *ad* ad *ay*, & altern. vt *am* ad *ad* ita *ax* ad *ay*: ergo per diviſ. vt *am* ad *md* ita erit *ax* ad *xy*, quod facere oportebat.

SCHOLION.

Quoniam *ab* minima, & *ad* maxima ſunt omnium, quæ ex dato puncto *a* in datum circulum duci poſſunt, perſpicuum propterea eſt minimam rationem omnium, quæ aſſignari debeant, eſſe vt *ab* ad *bd*.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXVI.

Dato circulo, per datum in eo punctum rectam ducere, quæ in dato puncto secetur in ratione data.

Circulus *bdy* sit datus, & per datum in eo punctum *a* oporteat rectam ducere *xay* ita vt *xa* ad *ay* sit in ratione data vt *g* ad *h*.

Per centrum *c*, & datum punctum *a* diameter ducatur *bd*.



ANALYSIS

	Sint igitur prop.	—	*xa.*	*ay.*	*g.* *h.*
	Vel si fiant				*ad.* *k.*
35.3.&	Sed S. P.		*ba.*	*xa.*	*ay.* *ad.*
14.6.*el.*	Ergo ex æqual. E. P.		*ba.*	*ay.*	*ay.* *k.*
	Ergo solutum.				

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *g* ad *h* ita *ad* ad *k*, & inter *ba*, & *k* media inveniatur

2010 Ministerio de Cultura

tur *ay*, quæ ex puncto dato *a* circulo occurrat in *y*, & protrahatur *ya* ad *x*. Dico *xa* ad *ay* esse vt *g* ad *h*. Quoniam enim ex constr. est *ba* ad *ay* vt *ay* ad *k*; & vt *ba* ad *ay* ita *xa* ad *ad*: igitur *xa* ad *ad* erit vt *ay* ad *k*, & altern. *xa* ad *ay*, vt *ad* ad *k*, ideſt vt *g* ad *h*, quod facere oportebat.

SCHOLION.

Quoniam autem *ba* maxima, & *ad* minima ſunt omnium, quæ per datum punctum *a* duci poſſunt, patet proprerea maximam rationem, quæ ipſis *xa*, & *ay* aſsignari poteſt, eſſe vt *ba* ad *ad*.

Quamvis per punctum *a* aliam rectam *zv* ducere licet ipſi *xy* æqualem, & in puncto *a* in eadem ratione diviſam (nam cum *ay*, & *az* æquales fiant, & æquales erunt *ax*, & *av*, quia æqualiter diſtabunt à centro) non tamen ideò dicendum erit problema duas admittere ſolutiones; ſed vnam tantum, quæ poſitione variari poterit, quod etiam in antecedente propoſitione fieri poteſt, & etiam in alijs multis.

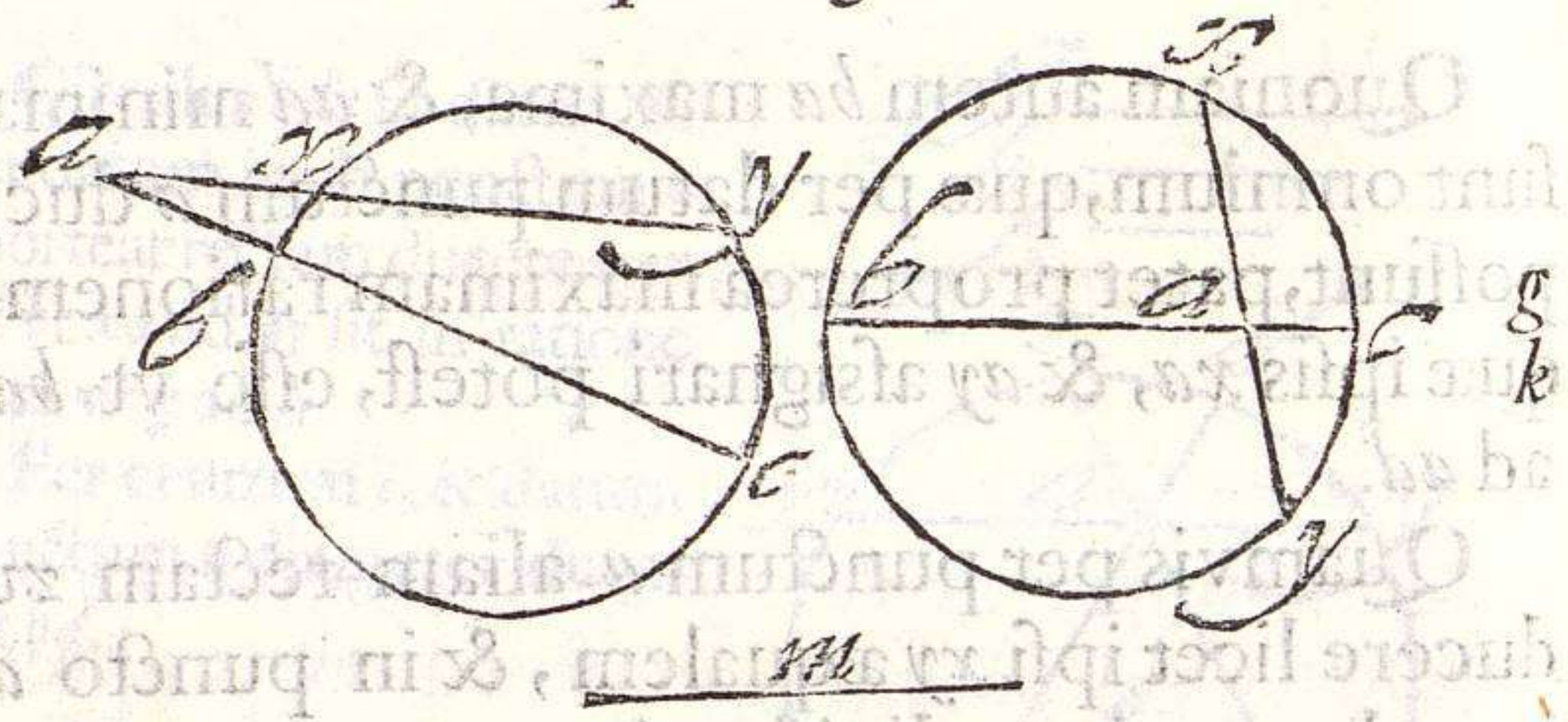
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXVII.

Vide Marinum Geldum in Apollonio redivivo, probl. 1.

In dato circulo aptare rectam lineam magnitudine datam, quæ ad datum punctum pertingat.



In dato circulo *bxc*, ex puncto *a* sive extra, sive intra dato, oportet rectam ducere *axy*, ita vt aptata sit *xy* æqualis datæ *m*.

ANALYSIS

Ducatur per centrum, & per datum punctum *a* recta *abc*, & per 35. & 36. 3. elem. erunt proportionales *ab. ay. ax. ac*. Ergo solutum, cum aggregatum, seu differentia ipsarum *ay*, & *ax* sit data *m*.

CONST. ET DEMONST.

Ipsis *ab. ac* reciprocæ inveniantur duæ rectæ lineæ *g*, & *k*, quarum differentia sit data *m*, quando punctum *a* extra circulum datur; vel quarum summa sit ipsa *m*, quando intra

2010 Ministerio de Cultura

intra circulum fuerit datum punctum *a*. Ex quo aptetur *ay* æqualis ipsi *g*, & producatur ad *x*. Dico *xy* æqualem esse datæ *m*.

Est enim ex constructione *ab* ad *g*, vt *k* ad *bc*; sed (per 35.& 36.3.elem.) *ab* ad *ay* est vt *ax* ad *bc*: ergo cum *ay* facta sit æqualis ipsi *g*: erit *ax* ipsi *k* æqualis. Data autem *m* iam aggregatum iam differentia est ipsarum *g*, & *k*: ergo etiam ipsarum *ay*, & *ax*. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Perspicuum est datam rectam *m* numquam posse diametro *bc* maiorem esse (quia in circulo maxima est diameter) neque media proportionali inter *ab*, & *ac* minorem, quando punctum *a* intra circulum fuerit datum (vt patet ex limitatione prop. 1. Introd.) Potest tamen alia aptari ex puncto, vel per punctum *a*, quæ æqualis sit ipsi *ay*, vel *xy*, & duæ erunt positiones; sed vnica resolutio quoad longitudinem in vtroque casu.

IN NVMERIS.

Sit primo datum punctum extra circulum, valeatque *ab*. 18.& *ac*.50,& data *m* 25. Ergo duos numeros oportet invenire, quorum differentia sit 25 reciprocos ipsis 18. & 50. Ergo per prop. 1. Introductionis.

$\frac{1}{2}m$. $12\frac{1}{2}$.quadratum	$156\frac{1}{4}$
Factum sub 18, & 50.	900
Summa	$1056\frac{1}{4}$
V. est	$32\frac{1}{2}$
$\frac{1}{2}m$ est	$12\frac{1}{2}$
Summa, & differentia	45 & 20.

Est igitur *ay*.45.& *ax*.20, quorum differentia *xy* est 25. vt oportebat. Sit

2010 Ministerio de Cultura

Sit secundo punctum *a* intra circulum, & valeat *ab* 18, & *ac*.50 & data *m* 65. Ergo duos numeros oportet invenire, quorum summa sit 65 reciprocos ipsis 18 & 50.

$\frac{1}{2}m$. $32\frac{1}{2}$ quadrat.	$1056\frac{1}{4}$
Factum sub 18 & 50	900
Differentia	$156\frac{1}{4}$
V. est	$12\frac{1}{2}$
$\frac{2}{2}m$ est	$32\frac{1}{2}$
Summa, & differentia	45. & 20.

Est igitur *ay* 45. & *ax* 20: ergo tota *xy* 65, vt oportebat.

Vide Marinum Getaldum in Apollonio redivivo, probl. 2.

PROPOSIT. XXXVIII.

Dato semicirculo, & rectà linea ad diametrum perpendiculari, inter ipsam rectam, & circumferentiam semicirculi ponere lineam rectam magnitudine datam, quæ ad semicirculi angulum pertingat.

Sit

2010 Ministerio de Cultura

Sit datus ſemicirculus *axb*,& ad diametrum *ab* perpendicularis *cy*, oportet ex *a* rectam ducere *axy*, ita vt intercepta *xy* æqualis ſit rectæ datæ *m*. Ducatur *xb*, & ſimilia erunt triangula *axb*, & *ayc*, cum habeant angulos rectos *axb*,& *c*,& *a* communem.

ANALYSIS.

Ob ſimil. *abx.acy*. S.P. *ab. ax. ay. ac.*
Ergo ſolutum, cum differentia inter *ax*, & *ay* debeat eſſe data *m*.

CONSTR. & DEMONSTR.

Ipſis *ab*,& *ac* duæ rectæ lineæ reciprocæ *g*, & *k* inveniantur, quarum differentia ſit data *m*, & ex *a* aptetur *ay* æqualis maiori ipſarum *k*, ſecans circumferentiam in *x*. Dico *xy* æqualem eſſe datæ *m*.

Cum enim ex conſtr. ſit *ab* ad *g* vt *k*, ideſt *ay* ad *ac*,& ex ſimilitudine triangulorum *axb*, *ayc*, ſit *ab* ad *ax*, vt *ay* ad *ac*, æquales etiam erunt *ax*, & *g*; ſed inter *g*,& *k* differentia eſt recta *m*: ergo etiam inter *ax*,& *ay*. Poſita eſt igitur *xy* æqualis datæ *m*. Quod facere oportebat.

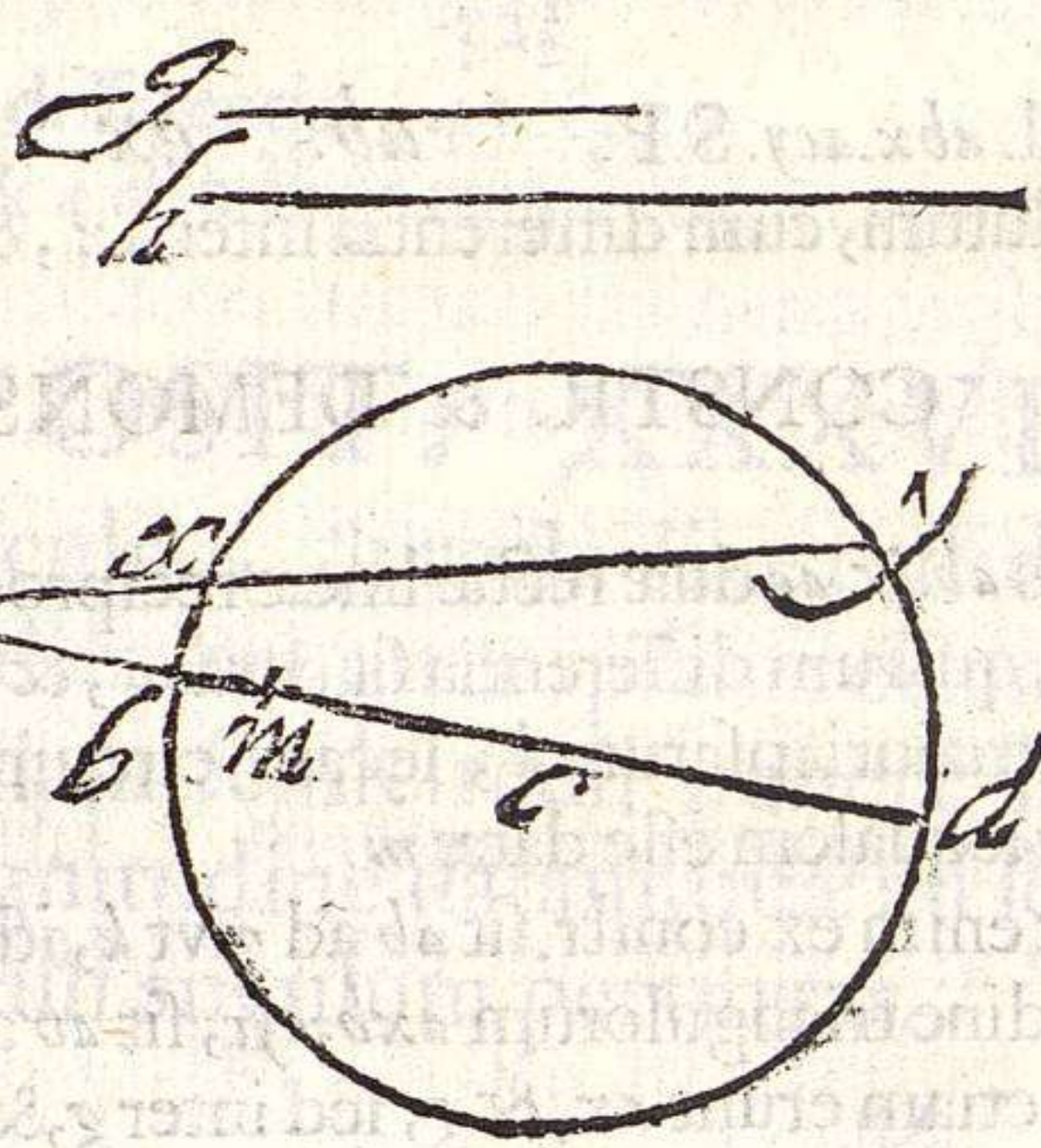
SCHOLION.

Quando diameter protracta fuerit, ſatis obvium eſt omnibus, minimam, quæ inter circumferentiam, & perpendicularem interijci poteſt, ipſum eſſe ſegmentum *bc*.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXIX.

Ex dato puncto in datum circulum rectam ducere, vt rectangulum sub segmentis æquale sit dato plano.



Ex dato puncto *a* in datum circulum *axd* rectam oporteat ducere *axy*, vt rectangulum sub segmentis *ax*. *xy* sit æquale rectangulo sub datis *g*, & *h*, vel, quod idem est, vt sint proportionales *g*. *ax*. *xy*. *h*. Ex *a* per centrum *c* recta ducatur *abcd*.

ANALYSIS

Sint igit. prop.	*g.*	*ax.*	*xy.*	*h.*
Sive si fiant prop.	*ab.*	*ax.*	*xy.*	*am.*
Sed per 36. 3. el. S.P.	*ad.*	*ay.*	*ax.*	*ab.*
Ergo ex æquo E.P.	*ad.*	*ay.*	*am.*	*xy,*
Et vt 1. ad 1. ita differ.	*ad.*	*ay.*	*md.*	*ax.*
Idest vt supra.	*ax.*	*ab.*		

Ergo solutum.

CONS.

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *ab* ad *g* ita *h* ad *am*, & inter *md*, & *ab* media inveniatur *ax*, quæ protrahatur ad *y*. Dico factum.

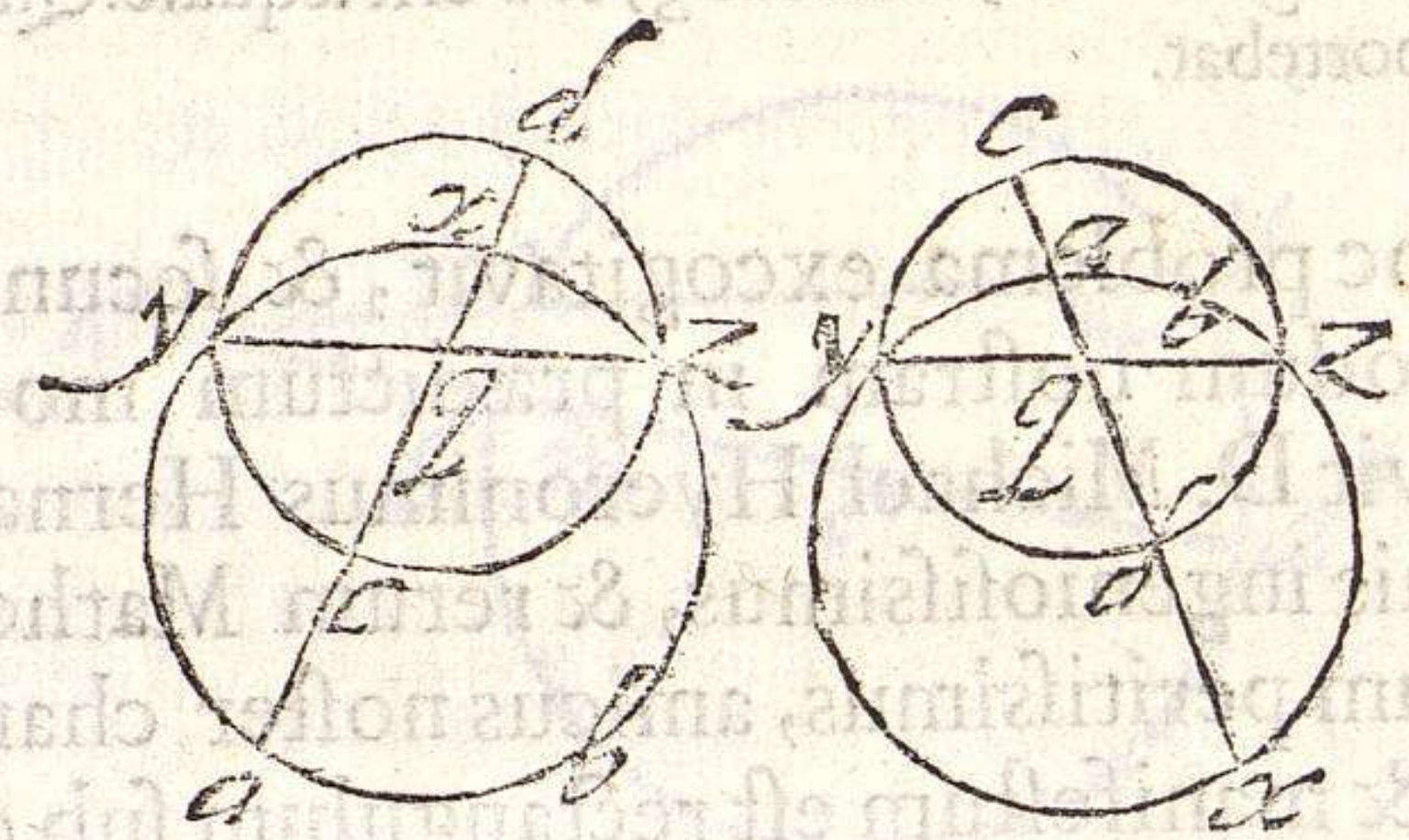
Cum enim sit ex constr. *md* ad *ax*, vt *ax* ad *ab*, & per 36.3.el. *ad* ad *ay*, vt *ax* ad *ab*: erit ex æquo *ad* ad *ay*, vt *md* ad *ax*, & quia vt vnus ad vnum ita sunt differentiæ, erit *ad* ad *ay*, ideſt *ax* ad *ab*, vt *am* ad *xy* quare rectangulum *axy* rectangulo *bam*, ideſt ſub *g*, & *h* erit æquale. Quod facere oportebat.

Hoc problema excogitavit, & ſecundum methodum noſtram in prædictum modum reſolvit D. Michael Hyeronimus Hernando iuvenis ingenioſiſsimus, & rerum Mathematicarum peritiſsimus, amicus noſter chariſsimus, & manifeſtum eſt rectangulum ſub datis *g*, & *h* minus eſſe debere rectangulo *dab*, vt conſtrui poſsit problema.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXX.

Dato circulo, datiſque duobus punctis, ſive extra, ſive intra illum: per data duo puncta circulum deſcribere, qui dati circuli peripheriam bifariam ſecet.



Sit datus circulus, cuius centrum *q*, dataque ſint puncta *a*, & *b*, ſive extra, ſive intra illum. Oportet circulum deſcribere *ayzb*, qui dati circumferentiam bifariam ſecet in *y*, & *z*, qua propter recta *yz* tranſibit per centrum *q*. Et ducta recta *ad* circulum *ayb* ſecabit in *x*.

ANALYSIS.

	In circulo *cyd*. S.P.	*cq.*	*yq.*	*qz.*	*qd.*
35.3.*el.*	Et in circulo *ayx*. S.P.	*aq.*	*yq.*	*qz.*	*qx.*
	Ergo ex æquo E.P.	*aq.*	*cq.*	*qd.*	*qx.*
	Ergo ſolutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONST. ET DEMONST.

Per *q* centrum ex vtrovis datorum puncto *a* recta ducatur *acqd*, & fiant proportionales *aq. cq. qd. qx*. Per puncta autem *x. a. b.* circulus describatur *axb*, secans priorem in puncto *y*, ex quo per *q* ducatur recta *yqz*. Dico circulum *axb* in punctis *y*, & *z* bifariam dividere circumferentiam circuli dati *cd*.

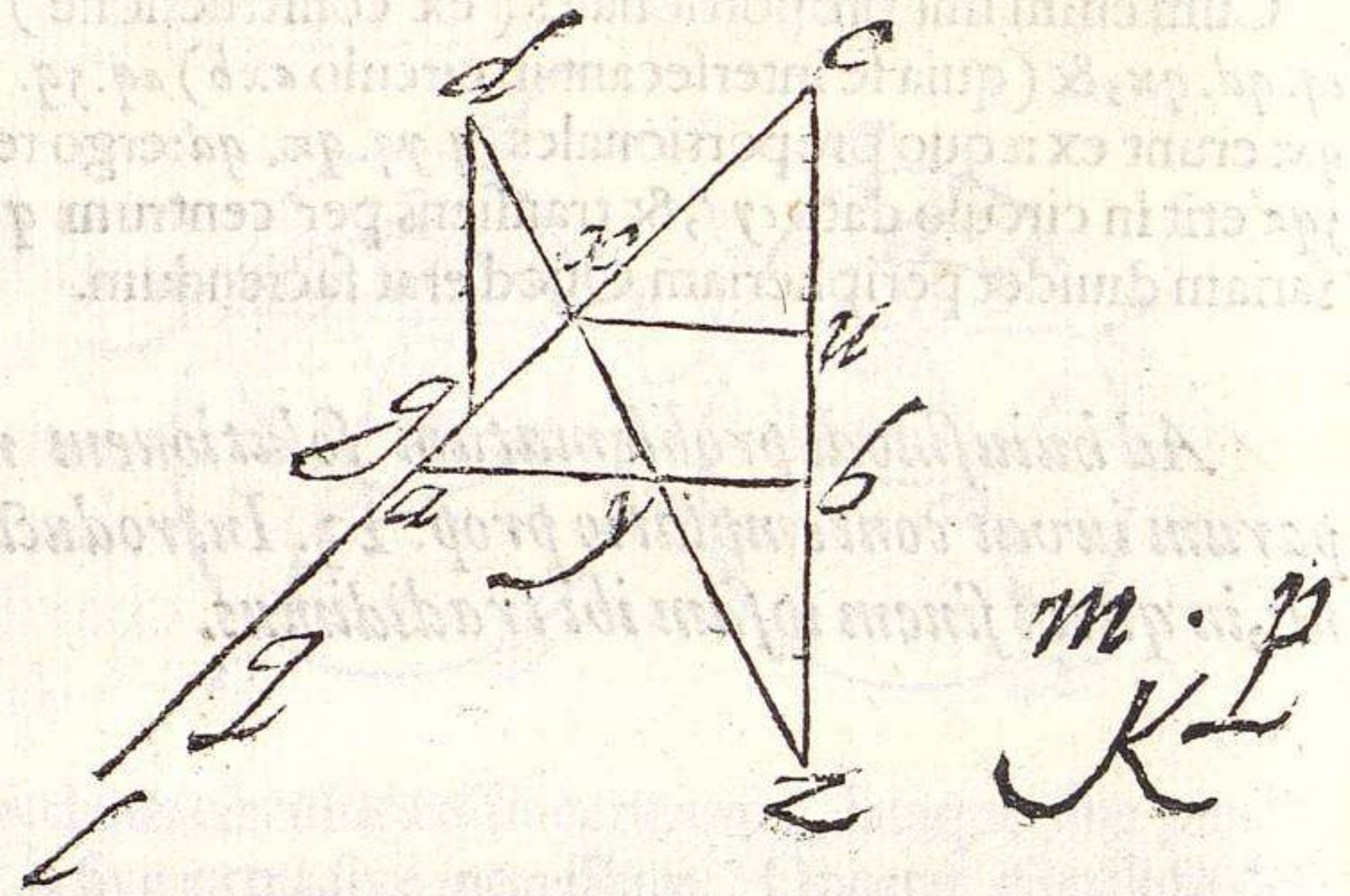
Cum enim sint proportionales (ex constructione) *aq. cq. qd. qx*, & (quia se intersecant in circulo *axb*) *aq. yq. qz. qx*: erunt ex æquo proportionales *cq. yq. qz. qd*: ergo recta *yqz* erit in circulo dato *cd*, & transiens per centrum *q* bifariam diuidet peripheriam. Quod erat faciendum. *ex conu.* 35. *lib.* 3. *el.*

Ad huiusmodi problematum solutionem non parum iuvat contemplatio prop. 23. *Introductionis, in quem finem ipsam ibi tradidimus.*

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXXI.

Dato triangulo *abc*, ex dato extra illud puncto *d* rectam ducere *dxyz*, ita vt interceptæ *xy*, & *yz* sint in ratione data *m* ad *p*.



Ducatur *dg* ipsi *bc* parallela, hoc est angulum *d* angulo *z* æqualem facere, & ex puncto *x* ipsi *ab* parallela intelligatur *xv*.

CONDITIONES.

Ex condit. S.P.	*m.*	*p.*	*xy.*	*yz.*
Vel per 2.6.el.			*vb.*	*bz.*
Ob simil. *dgx. xcz.* S.P.	*dg.*	*gx.*	*cz.*	*xc.*
Ob simil. *abc. xvc.* S.P.	*ac.*	*bc.*	*ax.*	*vb.*

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*m.*	*p.*	*vb.*	*bz.* —
Et etiam.	*ac.*	*bc.*	*ax.*	*vb.*
Fiant prop.	*k.*	*m.*		—
Ergo ex æquo E.P.	*p.*	*k.*	*bz.*	*ax.*
Fiant prop.	*cb.*	*qa.*		
Ergo vt 1. ad 1. & E.P.	*p.*	*k.*	*cz.*	*qx.*
Fiant prop.	*gd.*	*lq.*		—
Et sint etiam prop.	*dg.*	*gx.*	*cz.*	*xc.* —
Ergo ex æquo E.P.	*lq.*	*qx.*	*gx.*	*xc.*
Et per comp.	*lq.*	*lx.*	*gx.*	*gc.*
Ergo solutum.				

CONSTR. & DEMONST.

Ducatur *dg* ipsi *bc* parallela, & vt *bc* ad *ac* ita fiat *m* ad *k*, & vt *p* ad *k* ita *cb* ad *qa*, & ita *gd* ad *lq*, ipsisque *lq*, & *gc* reciprocæ inveniantur *lx*, *gx*, quarum differentia sit *lq*. Per *x* ducatur *dxyz*. Dico factum. Ducatur ipsi *ab* parallela *xv*.

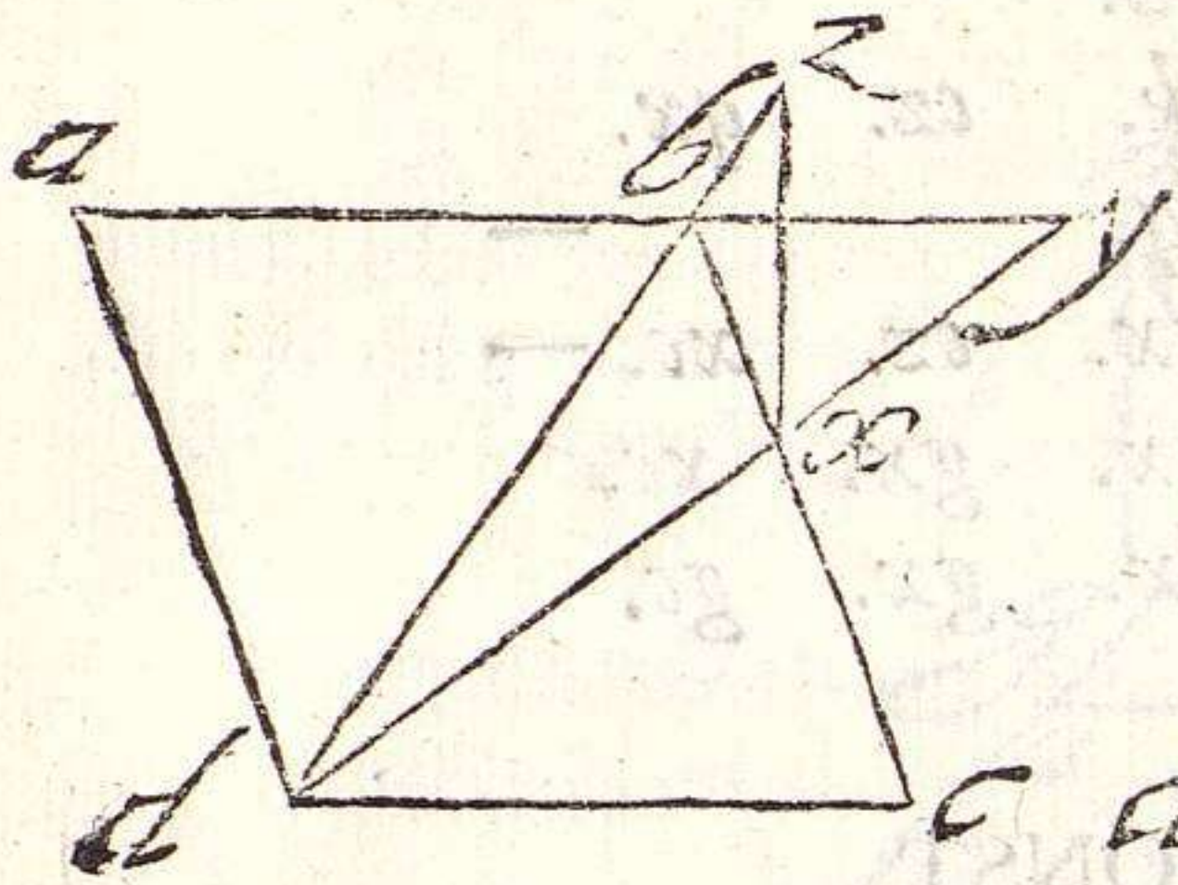
Cum enim ex constr. sit *lq* ad *lx*, vt *gx* ad *gc*, & per divis. *lq* ad *qx* vt *gx* ad *xc*, & ob similitudinem triangulorum *dgx*. *xcz* sit *dg* ad *cz*, vt *gx* ad *xc*: erit ex æquo *dg* ad *lq*, ideſt *cb* ad *qa* vt *cz* ad *qx*, & (quia vt 1: ad 1. ita sunt differentiæ) *cb* ad *qa*, hoc est *p* ad *k*, vt *bz* ad *ax*. Est autem (ob similitudinem triangulorum *abc*. *xvc*) *ac* ad *bc*, ideſt *k* ad *m*, vt *ax* ad *vb*: ergo ex æquo erit *m* ad *p*, vt *vb* ad *bz* (Ratio communis *k*. *ax*.) ideſt *xy* ad *yz*. Quod oportebat facere.

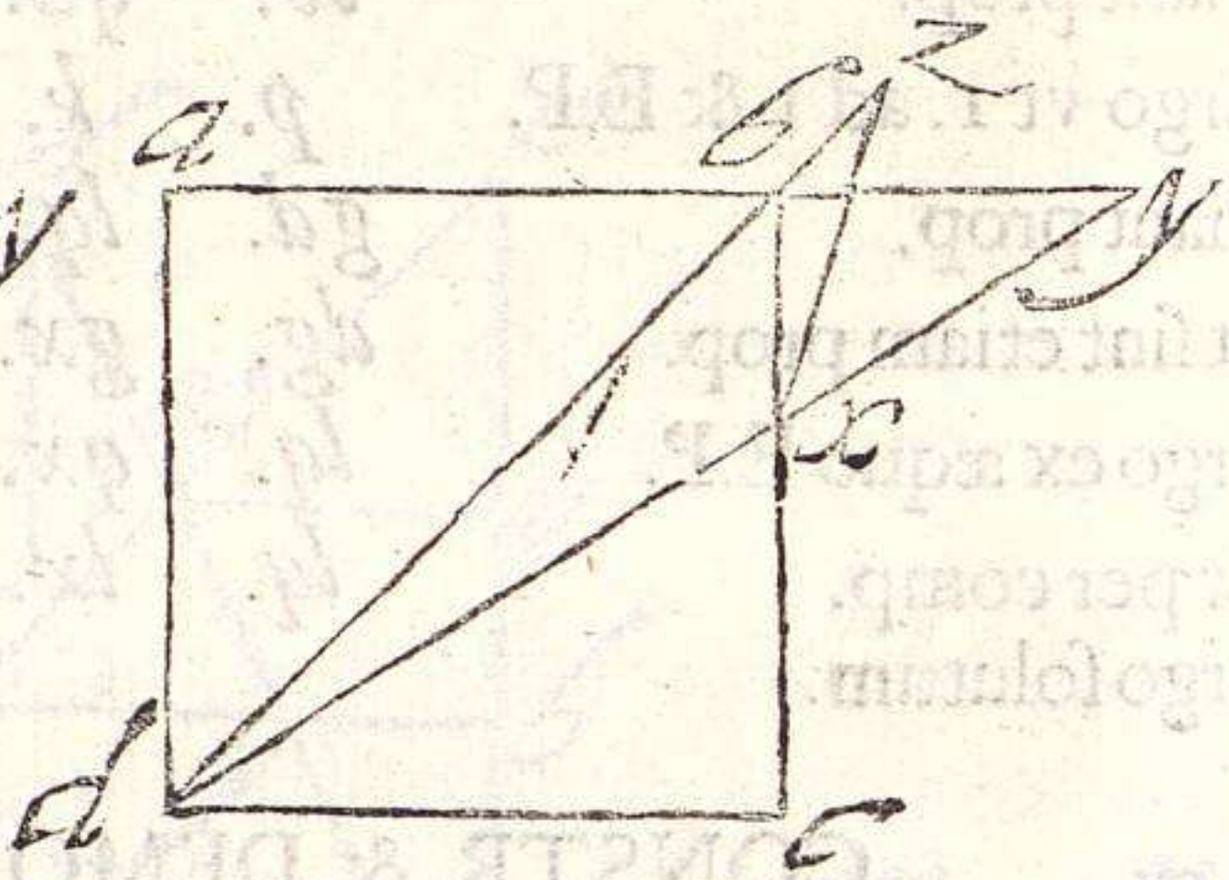
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXXII.

Dato quadrato, ſive rhombo *abcd*, ex angulo *d* ad oppoſitum protractum latus *ab* rectam ducere *dxy*, & facere *xy* æqualem rectæ datæ *m*.





ANALYSIS.

Sit igitur. $xy \perp m$.

Per 2.6.elem.S.P. $ab.\ by.\ dx.\ xy.$ —

Fiat angulus $dxz \perp dby$.

Et ob ſimil.*dxz.dby*.E.P. $db.\ by.\ dx.\ xz.$ —

Ergo ex æquo E.P. $db.\ ab.\ xy.\ xz.$

Sed angulus $xbz \perp dby$, ſive dxz.

Ergo ob ſimil.*dxz.xbz*.E.P $dz.\ xz.\ xz.\ bz.$

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *db* ad *ab* ita *m* ad *g*, cui reciprocæ inveniantur

2010 Ministerio de Cultura

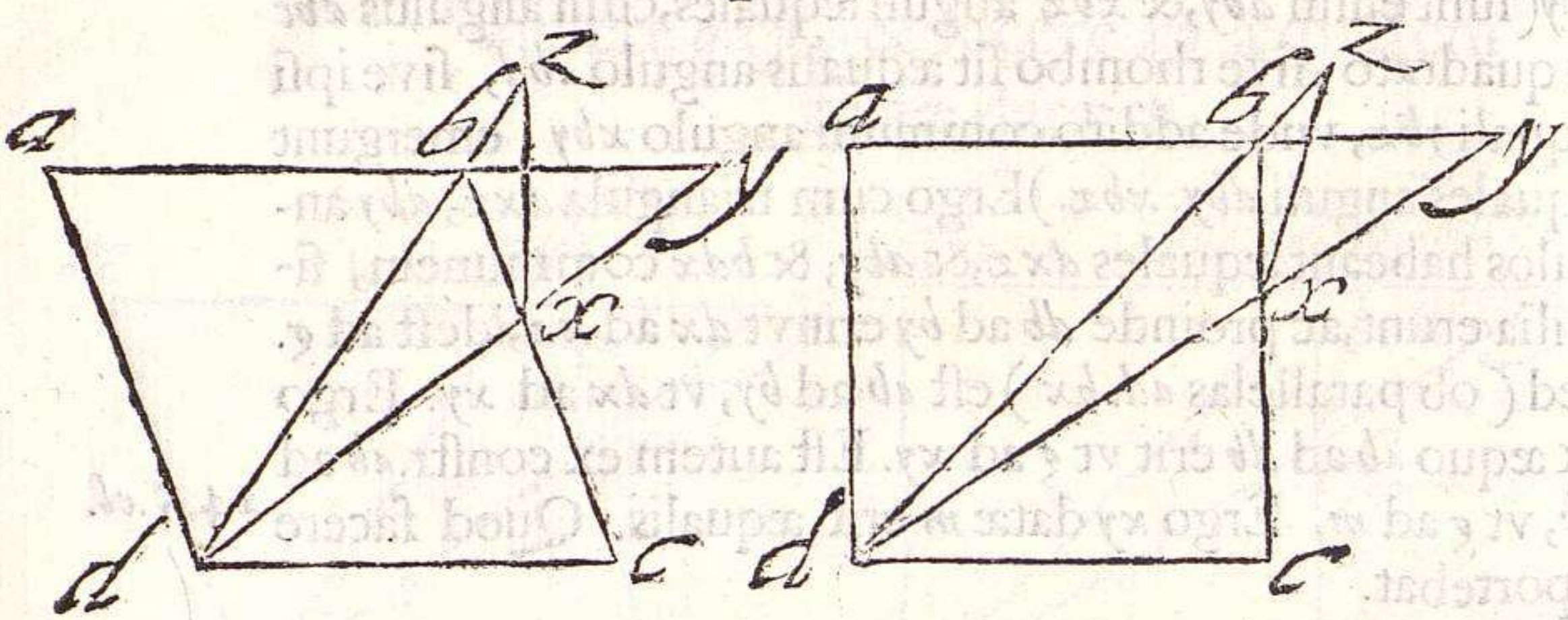
tur *dz*. *bz*, quarum differentia sit *db*. Ponatur ex puncto *z*. recta *zx* ipsi *g* æqualis,& per *x* ducatur *dxy*. Dico *xy* æqualem esse datæ *m*.

Cum enim ex constr. sit *dz* ad *g*, vt *g* ad *bz*, hoc est *dz* ad *xz*, vt *xz* ad *bz*: triangula erunt æquiangula *dzx*, & *bzx*, 5.6.*el.* eritque angulus *dxz* æqualis angulo *xbz*, hoc est angulo *dby* (sunt enim *dby*, & *xbz* anguli æquales, cum angulus *dbc* in quadrato, sive rhombo sit æqualis angulo *abd*, sive ipsi æquali *ybz*, vnde addito communi angulo *xby*, emergunt æquales anguli *dby*. *xbz*.) Ergo cum triangula *dxz*, *dby* angulos habeant æquales *dxz*, & *aby*; & *bdx* communem, similia erunt, ac proinde *db* ad *by* erit vt *dx* ad *xz*, ideſt ad *g*. Sed (ob parallelas *ad*. *bx*) est *ab* ad *by*, vt *dx* ad *xy*. Ergo ex æquo *ab* ad *db* erit vt *g* ad *xy*. Est autem ex constr. *ab* ad *db*, vt *g* ad *m*. Ergo *xy* datæ *m* erit æqualis. Quod facere 14.5.*el.* oportebat.

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

Aliter etiam problema ingredi possumus, videlicet per 4.6.elementorum.



ANALYSIS.

Per 4.6.el.S.P.	*ad. dy. bx. xy.*
Fiat angulus.	*bzx* —∧— *y*
Et cum angulus.	*dby* —∧— *xbz.*
Similia erunt triang.	*dby.* ∧ *xbz.*
Et prop.	*db. dy. bx. xz.*
Ergo ex æquo E.P.	*db. ad. xy. xz.*
Et ob simil. *dzx. bzx.*	*dz. xz. xz. bz.*
Ergo solutum.	

CONSTRVCTIO.

Vt antea.

DEMONSTRATIO.

Quoniam ex constr. *dz* ad *g* est vt *g* ad *bz*, ideſt *dz* ad *xz*, vt *xz* ad *bz*: triangula erunt æquiangula *dzx*, & *bzx*, adeoque angulus *bxz* angulo *bdx* æqualis ; sed angulus *xbz*

2010 Ministerio de Cultura

xbz æquatur angulo *dby*: ergo similia erunt triangula *dby*, & *xbz*, & erit *db* ad *dy*, vt *bx* ad *xz*, ideſt ad *g*. Eſt autem (ob ſimilitudinem triangulorum *ady*. *bxy*) *ad* ad *dy*, vt *bx* ad *xy*: igitur ex æquo *db* ad *ad* erit vt *xy* ad *g*. Sed ex conſtr. eſt *db* ad *ad*, vt *m* ad *g*: ergo *xy* datæ *m* erit æqualis. Quod faciendum erat.

SCHOLION.

Ecce quomodo admonitio ſexta Introductionis nos ad reſolutionem manuduxit huius problematis, quod quidem Authores, poſitâ tantum conditione præſcripta in quadrato, non parum vexavit. Nos etiam ipſum per comparationem planorum enodatum in tertio libro trademus. Vide Carteſium, Schooten, Renaldinum, &c. Et Marinum Getaldum, qui poſita conditione in quadrato, aut rhombo problema reſolvit.

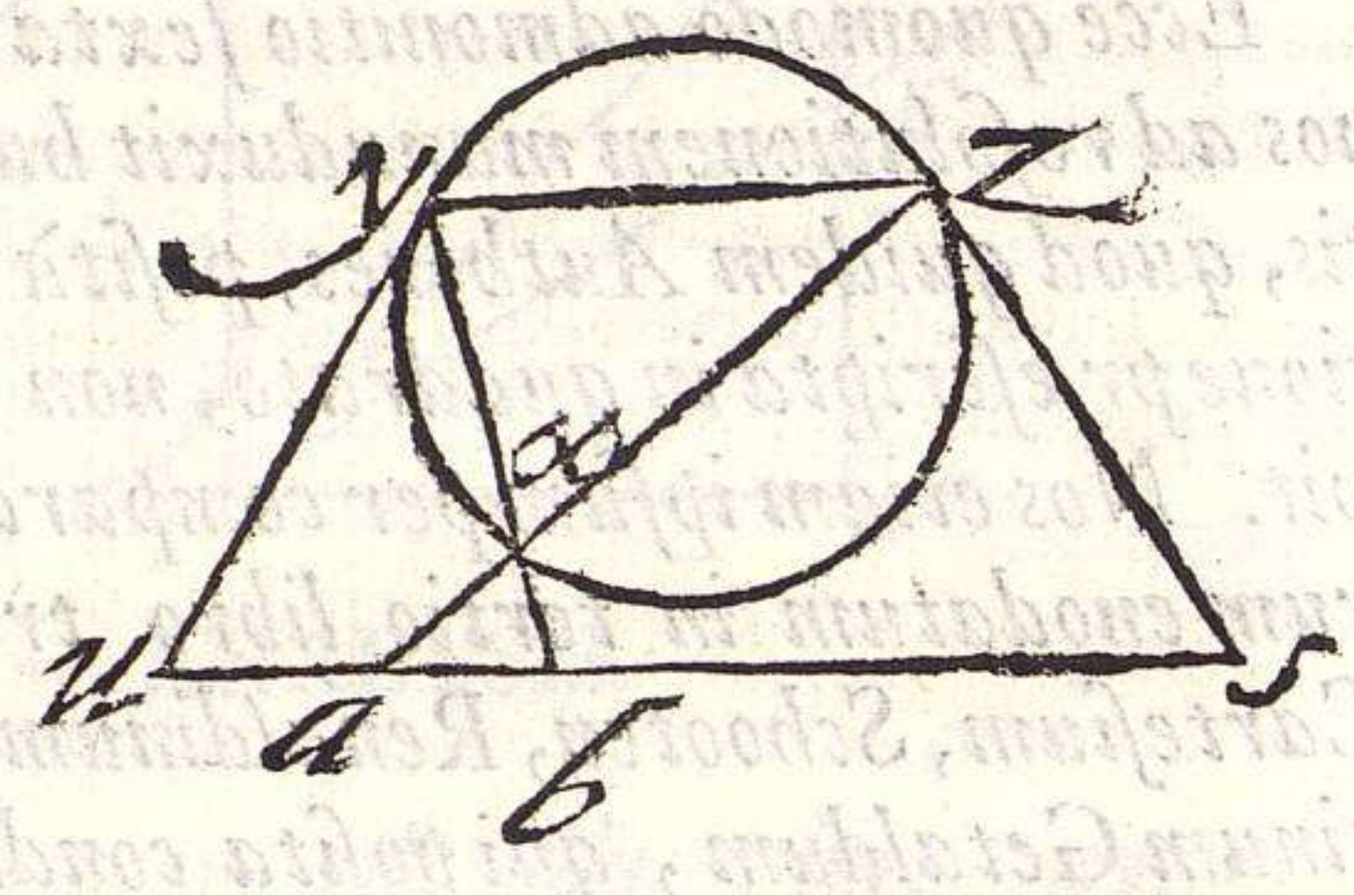
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXXIII.

Vide Pappũ lib. 7. pr. 105

Circulo positione dato *xyz*, & datis duobus punctis, extra illum, *a*, & *b*, ab ipsis si inflectatur *axb*, & producatur, facere *yz* ipsi *ab* parallelam.

Dato circulo, datisque punctis *a* & *b* : oportet quærere punctũ *x*, per quod si ducantur *bxy*, & *axz* faciant *yz* ipsi *ab* parallelam.



ANALYSIS

Sint igit. parallelæ		*ab.*	*yz.*	
Et ob simil. *axb. yxz.* E.P.	*ab.*	*bx.*	*yz.*	*yx.*
Fiat angulus	*byv*	—∧—	*yzx*, sive *bax.*	
Et E.P. ob simil. *ybv. yxz.*	*yz.*	*yx.*	*yb.*	*vb.*
Ergo ex æquo E.P.	*ab.*	*bx.*	*yb.*	*vb.*
Et rectangulum	*abv*	—∧—	*ybx*, vel quad. tan. *b.*	
Ergo solutum.				

CONST. ET DEMONST.

Fiat rectangulum *abv* æquale quadrato tangentis *b*, ideſt

2010 Ministerio de Cultura

ideſt eius, quæ ex *b* contingat circulum, ductaque tangente *vy*, iungatur *yb* ſecans circulum in *x*, & per *x* ducatur *axz*, & connectatur *yz*. Dico ipſam datæ *ab* eſſe parallelam.

Cum enim rectangula *abv*. *ybx* ſint inter ſe æqualia (quia vtrumque eſt æquale quadrato tangentis *b*, illud quidem ex conſtructione, hoc verò ex 36. 3. elem.) erit *ab* ad *bx*, vt *yb* ad *vb*, ac propterea triangula erunt æquiangula *abx*. *vby*, & angulus *v* angulo *x* æqualis. Sed (quia *vy* tangit, & *yb* ſecat) angulus *vyb* angulo *z* eſt æqualis : ergo triangula erunt ſimilia *vyb*. *yxz*, & *yz* ad *yx* erit vt *yb* ad *vb*: ergo ex æquo *ab* ad *bx* erit vt *yz* ad *yx*, ac proinde triangula erunt æquiangula *abx*. *xyz*, & angulus *abx* angulo *xyz* æqualis: igitur parallelæ erunt rectæ *ab*, & *yz*. Quod erat faciendum.

ALITER.

Sint igitur parallelæ	*yz*. *ab*.	
Ergo angulus	*yza* —∧— *baz*.	29. 1. *el*.
Fiat angulus	*byv* —∧— *yza*.	
Ergo angulus	*byv* —∧— *baz*.	
Ergo in circulo ſunt	*y*. *x*. *a*. *v*.	22. 3. *el*.
Ergo rectangulum	*vba* —∧— *ybx*.	36. 3. *el*.
Sed rectangulum	*ybx* —∧— quad. tang. *b*.	36. 3. *el*.
Ergo rectangulum	*vba* —∧— quad. tang *b*.	
Ergo ſolutum.		

CONSTR. & DEMONST.

Fiat rectangulum *vba* quadrato tangentis *b* æquale, & ducatur tangens *vy*, iunctàque *yb* circulum ſecante in *x*, duca-

2010 Ministerio de Cultura

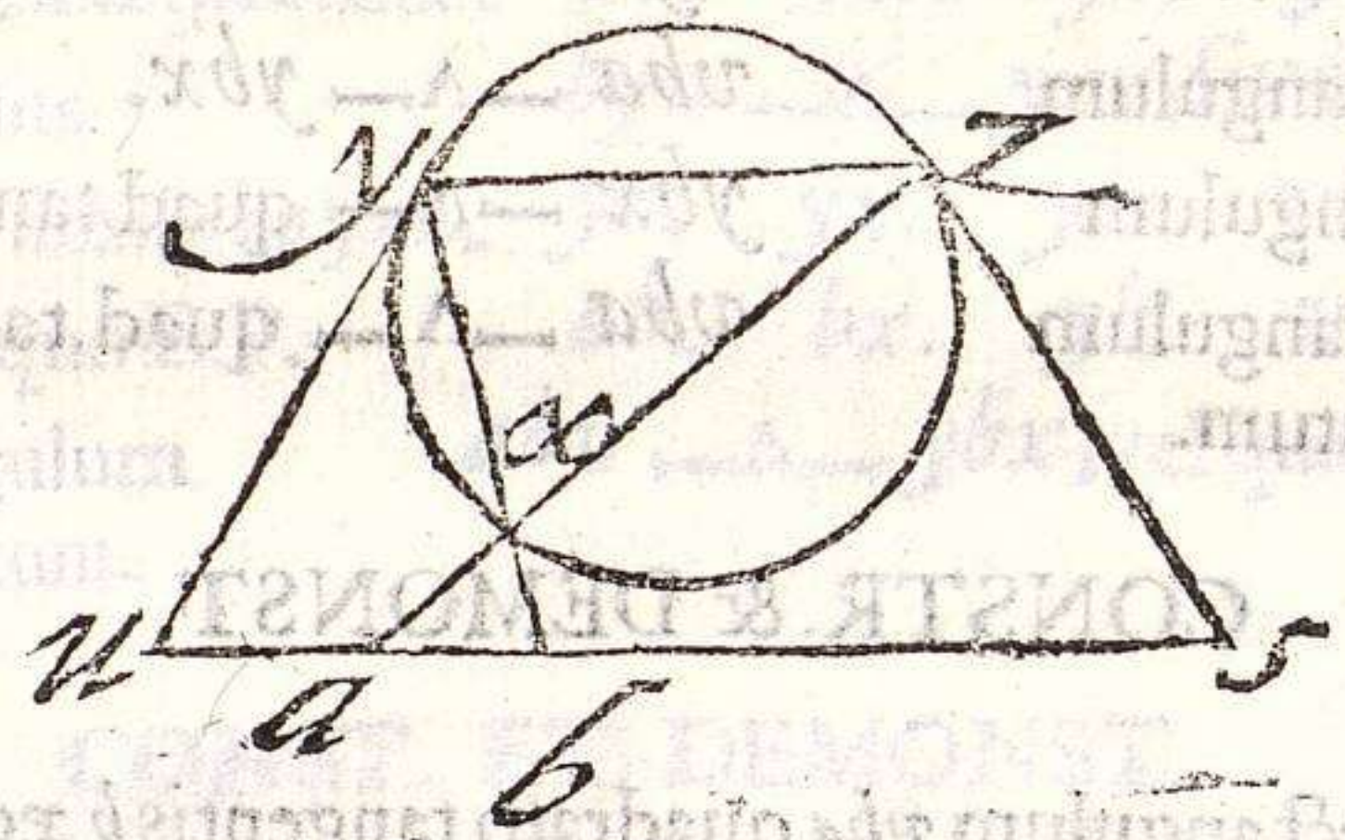
ducatur *axz*, & connectatur *yz*, quam dico datæ *ab* esse parallelam.

Cum enim rectangulum *vba* æquale sit quadrato tangentis *b*, cui etiam æquale est rectangulum *ybx*: erunt rectangula inter se æqualia *vba*, & *ybx*, quare puncta *y. x. a. v.* erunt in circulo : ergo angulus *byv* quadrilateri *yvax*, angulo externo *baz* erit æqualis; sed quia *vy* tangit, & *yb* secat, angulus *byv* æquatur angulo *yza*: ergo anguli alterni *yza*. *baz* inter se erunt æquales, & rectæ proinde *yz*. *ab*. parallelæ. Quod faciendum erat.

Hæc resolutio per lib. 3. elem. eamdem exhibet constructionem, quà Pappus vsus est.

ALITER.

Profecto quando angulus *byv* factus supponebatur æqualis angulo *yza*; pari iure supponi poterat angulus *azs* angulo *byz*, sive *aby* æqualis, vnde in hunc modum variari poterat.



ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sit igitur. parallelæ *ab.* *yz.*
Ergo ob ſimil. *axb. yxz.* E.P *ab.* *ax.* *yz.* *xz.*
Fiat angulus *azs* ⌐∧¬ *byz.*
Et ob ſimil. *azs. yxz.* E.P. *yz.* *xz.* *az.* *as.*
Ergo ex æquo E.P. *ab.* *ax.* *az.* *as.*
Et rectangulum *bas* ⌐∧¬ *zax*, ſive quad. tang. *a.*
Ergo ſolutum, & patet conſtructio, & demonſtratio.
Etiam per 3. lib. elem. inſtitui poterit.

ANALYSIS.

Sint igitur parallelæ *yz.* *ab.*
Ergo angulus *byz* ⌐∧¬ *yba.* 29. 1. *el.*
Fiat angulus *azs* ⌐∧¬ *byz.*
Ergo angulus *azs* ⌐∧¬ *yba.*
Ergo in circulo ſunt puncta *z.* *x.* *b.* *s.* 22. 3. *el.*
Ergo rect angul. (36. 3. *el.*) *sab* ⌐∧¬ *zax*, ſive quad. tang. *a.*

Ergo ſolutum, & manifeſta conſtructio, & demonſtratio.

PRO-

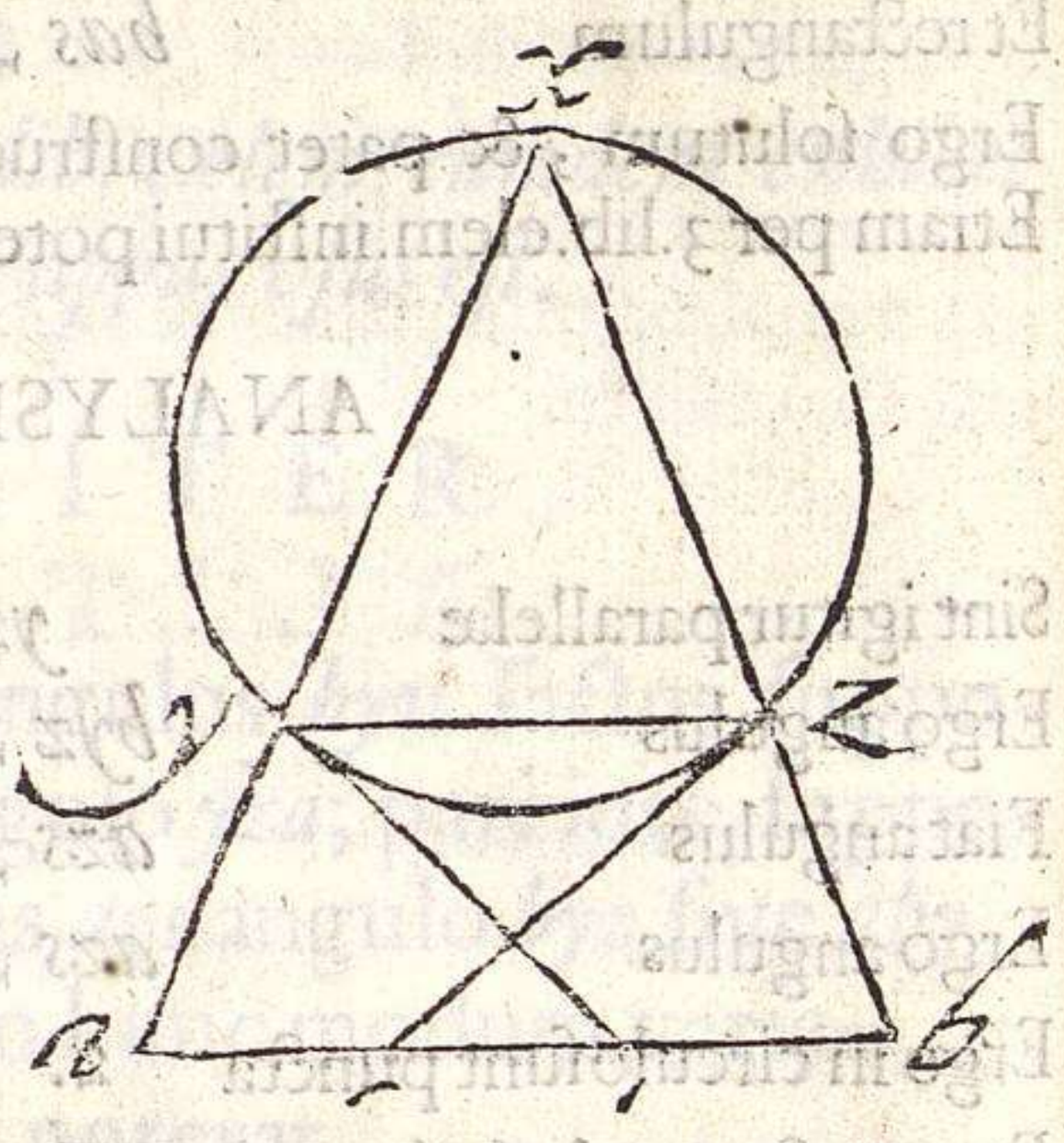
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXXIV.

Vide Pappii l.7. propos.107

Circulo positione dato *xyz*, & datis duobus punctis (extra illum) *a*, & *b*: inflectere *axb*, & facere *yz* ipsi *ab* parallelam.

Hoc problema parum, vel nihilo differt ab antecedente.



ANALYSIS.

Sint igitur parallelæ *yz*. *ab*.

Fiat angulus *vyz* —Λ— *x*.

29.1.*el.* Sed ob parallelas, angulus *vyz* —Λ— *yva*.

Ergo angulus *yva* —Λ— *x*.

22.3.*el.* Ergo in circulo sunt *x*. *y*. *v*. *b*.

36.3.*el.* Ergo rectangulum *bav* —Λ— *xay*.

36.3.*el.* Sed rectangulum *xay* —Λ— quad.tang.*a*.

Ergo rectangulum *bav* —Λ— quad.tang.*a*.

Ergo solutum.

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat rectangulum *bav* æquale quadrato, tangentis *a*, ideſt eius rectæ, quæ à puncto *a* circulum contingit, & ducatur tangens *vy*, per *y* autem ducatur *ax*, iungaturque *xb* ſecans, circumferentiam in *z*, & connectatur *yz*. Dico *yz* ipſi *ab* eſſe parallelam.

Quoniam igitur rectangulum *bav* æquale eſt quadrato contingentis *a*. (ideſt eius, quæ à puncto *a* circulum contingit) & eidem quadrato æquale eſt rectangulum *xay*: æqualia erunt rectangula *bav*. *xay*, & ideo puncta *x*. *y*. *v*. *b*. erunt in circulo, & anguli *yva*, & *x* æquales (quandoquidem externus *bvy*, & *x* duobus rectis æquãtur) ſed angulus *vyz* angulo *x* eſt æqualis (quia *vy* tangit, & *yz* ſecat) ergo æquales erunt inter ſe anguli *vyz*. *yva*, adeoque parallelæ *yz*. *ab*. Quod erat faciendum.

ALITER.

Sint igitur parallelæ	*yz*.		*ab*.	
Fiat angulus	*yzs*	—∧—	*x*.	
Sed ob parallelas, angulus	*yzs*	—∧—	*zsb*.	
Ergo angulus	*zsb*	—∧—	*x*.	
Ergo in circulo ſunt	*x*.	*z*.	*s*.	*a*.
Ergo rectangulum	*abs*	—∧—	*xbz*.	
Sed rectangulum	*xbz*	—∧—	quad.tang.	*b*.
Ergo rectangulum	*abs*	—∧—	quad.tang.	*b*.

Ergo ſolutum, & patet conſtructio, ex qua eadem *yz* provenit.

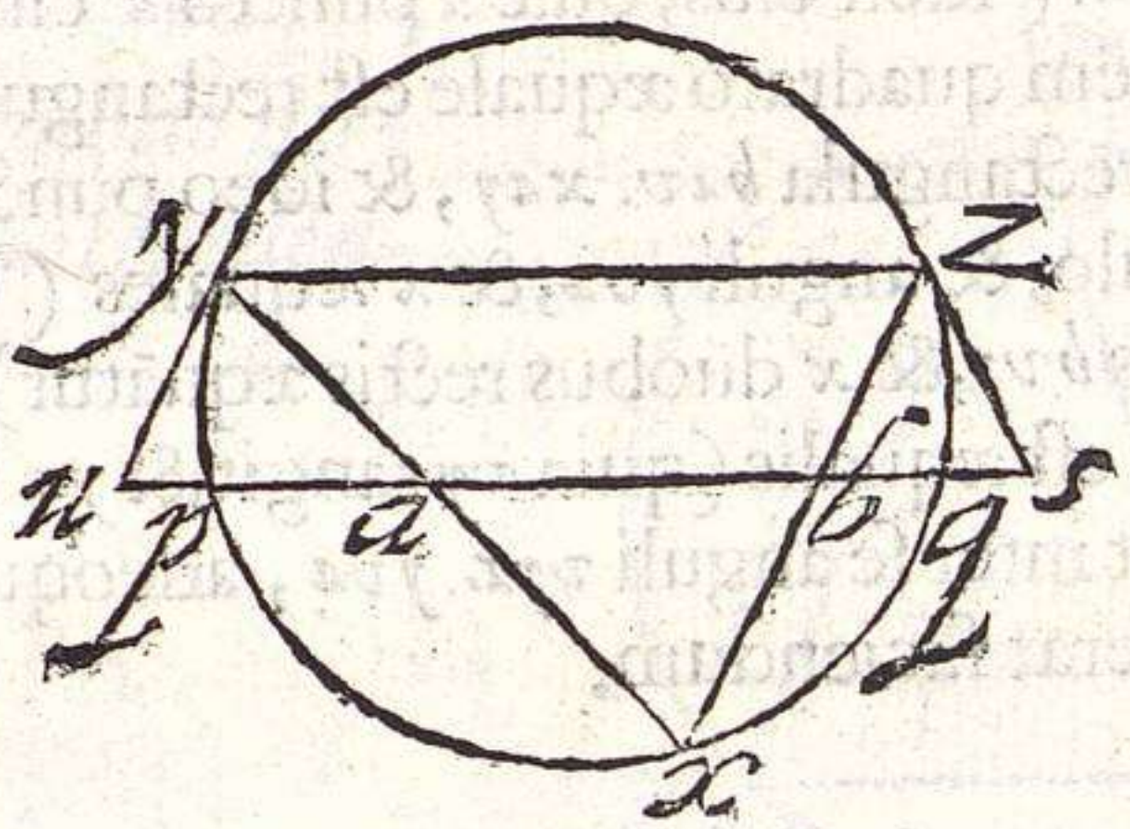
Per proportionales etiam duobus modis variari poterit analyſis.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXXV.

*Vide Pappü l.7. propos.*108

Circulo *xyz* positione dato, & datis duobus punctis (intra illum) *a*, & *b*. ab ipsis inflectere *axb*, & facere *yz* ipsi *ab* parallelam.



ANALYSIS.

Sint igitur parallelæ yz. ab.
Ergo angulus yzx —Λ— abx.
Fiat angulus xyv —Λ— yzx.
Ergo angulus xyv —Λ— abx.
exconv. Ergo in circulo sunt y. v. x. b.
22.3.*el.* Ergo rectangulum yax —Λ— vab.
35.3.*el.* Sed rectangulum yax —Λ— cuilibet per *a*
35.3.*el.* Ergo rectangulum vab —Λ— cuilibet per *a*
Ergo solutum.

CON-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat rectangulum *vab* æquale cuilibet per *a*, puta *paq*, & ducatur contingens *vy*. Per *a* ducatur *yx*, & *xz* per *b*, iungaturque *yz*. Dico *yz* ipsi *ab* parallelam esse.

Quoniam enim rectangulum *vab* rectangulo *yax* (ideſt *paq*) est æquale, erunt puncta *y*. *v*. *x*. *b*. in circulo. Quare anguli *xyv*. *abx* (super eamdem *vx*) æquales erunt; sed quia *vy* tangit, & *yx* secat, angulus *vyx* angulo *yzx* est æqualis: igitur , & æquales erunt anguli *yzx*. *abx*, ac propterea *yz*. *ab* parallelæ. Quod erat faciendum.

ALITER.

Sint igitur parallelæ *yz*. *ab*.
Ergo angulus *xyz* ⌐∧¬ *xab*.
Fiat angulus *xzs* ⌐∧¬ *xyz*.
Ergo angulus *xzs* ⌐∧¬ *xab*.
Ergo in circulo sunt *a*. *x*. *s*. *z*.
Ergo rectangulum. *abs* ⌐∧¬ *xbz*,
Sed rectangulum *xbz* ⌐∧¬ cuilibet per *b*.
Ergo rectangulum *abs* ⌐∧¬ cuilibet per *b*.
Ergo solutum, & patet constructio, & demonstratio.

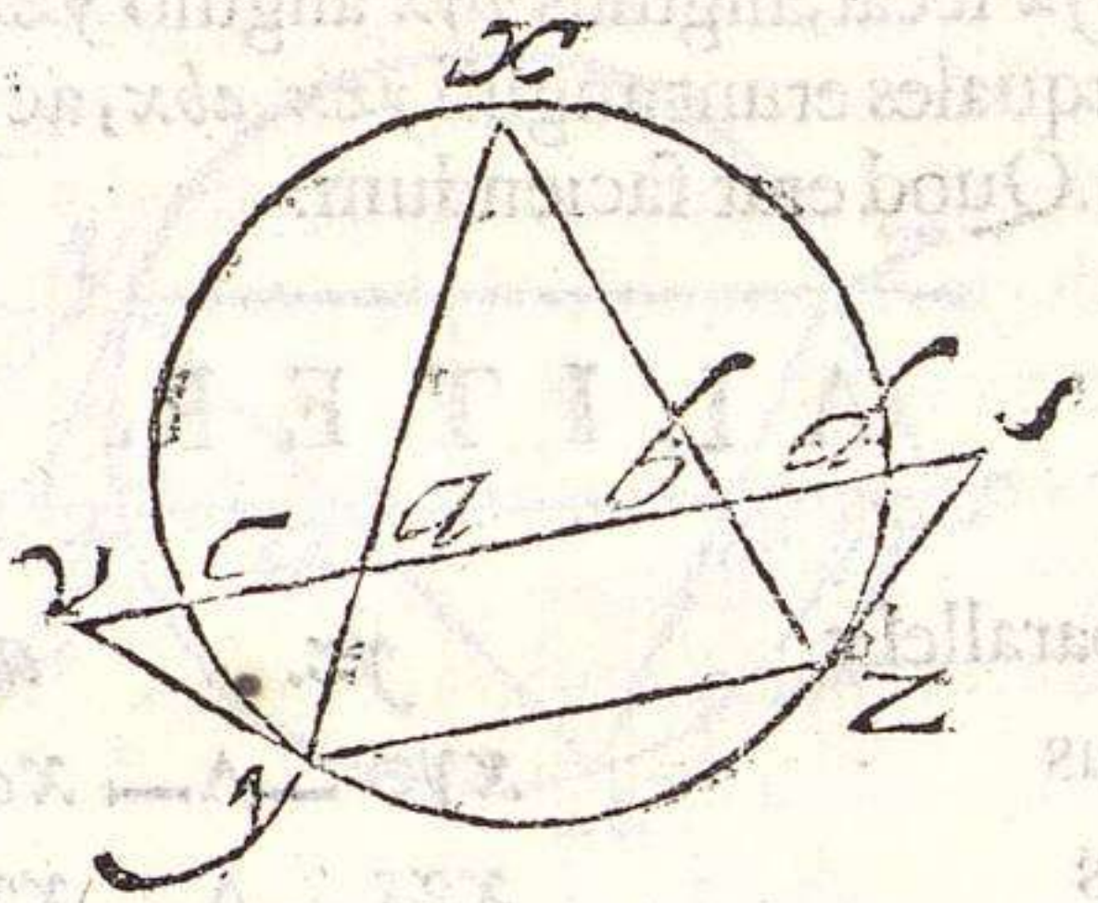
Etiam per proportionales duobus modis problema expediri poterit.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXVI.

Vide Pappii l.7. propos.109

Circulo positione dato *xyz*, & datis duobus punctis (intra illum) *a*, & *b*, inflectere *axb*, ita vt *yz* sit parallela ipsi *ab*.



ANALYSIS.

Sint igit. parallelæ	*yz*.	*ab*.
Ergo angulus	*abx* —∧—	*yzx*.
Fiat angulus	*ayv* —∧—	*abx*.
Ergo angulus	*ayv* —∧—	*yzx*.
Et in circulo sunt	*x*. *v*.	*y*. *b*.
Ergo rectangulum	*vab* —∧—	*xay*.
Sed rectangulum	*xay* —∧—	cuilibet per *a*.
Ergo rectangulum	*vab* —∧—	cuilibet per *a*.
Ergo solutum.		

CONS.

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Fiat rectangulum *vab* æquale cuilibet per *a* (puta *cad*) Ducatur tangens *vy*, & per *a* recta *yx*, & per *b* recta *xz*, iungaturque *yz*. Dico *yz*. *ab* esse parallelas.

Quoniam igitur rectangulum *vab* factum est æquale cuilibet per *a* (quale est *cad*) & eidem æquale est rectangulum *xay*: æqualia erunt rectangula *vab*. *xay*, quapropter puncta *x*. *v*. *y*. *b*. erunt in circulo, & anguli *ayv*. *abx* (super eamdem *xv*) æquales inter se; sed quia *vy* tangit, & *xy* secat, angulus *ayv* angulo *yzx* est æqualis: igitur æquales erunt anguli *yzv*. *abx*, adeoque parallelæ *yz*. *ab*. Quod erat faciendum.

Etiam hoc modo eadem proveniet yz.

ALITER.

Sint igitur parallelæ	*ab*.	*yz*.
Ergo angulus	*bax* —∧—	*zyx*.
Fiat angulus	*szb* —∧—	*zyx*.
Ergo angulus	*szb* —∧—	*bax*. 22.3.*el*.
Et in circulo sunt	*x*. *a*. *z*. *s*.	35.3.*el*.
Ergo rectangulum	*abs* —∧—	*xbz*.
Sed rectangulum	*xbz* —∧—	cuilibet per *b*.
Ergo rectangulum	*abs* —∧—	cuilibet per *b*.

Ergo solutum, cum rectangulum *abs* fieri possit æquale cuilibet per *b*, quale est *cbd*.

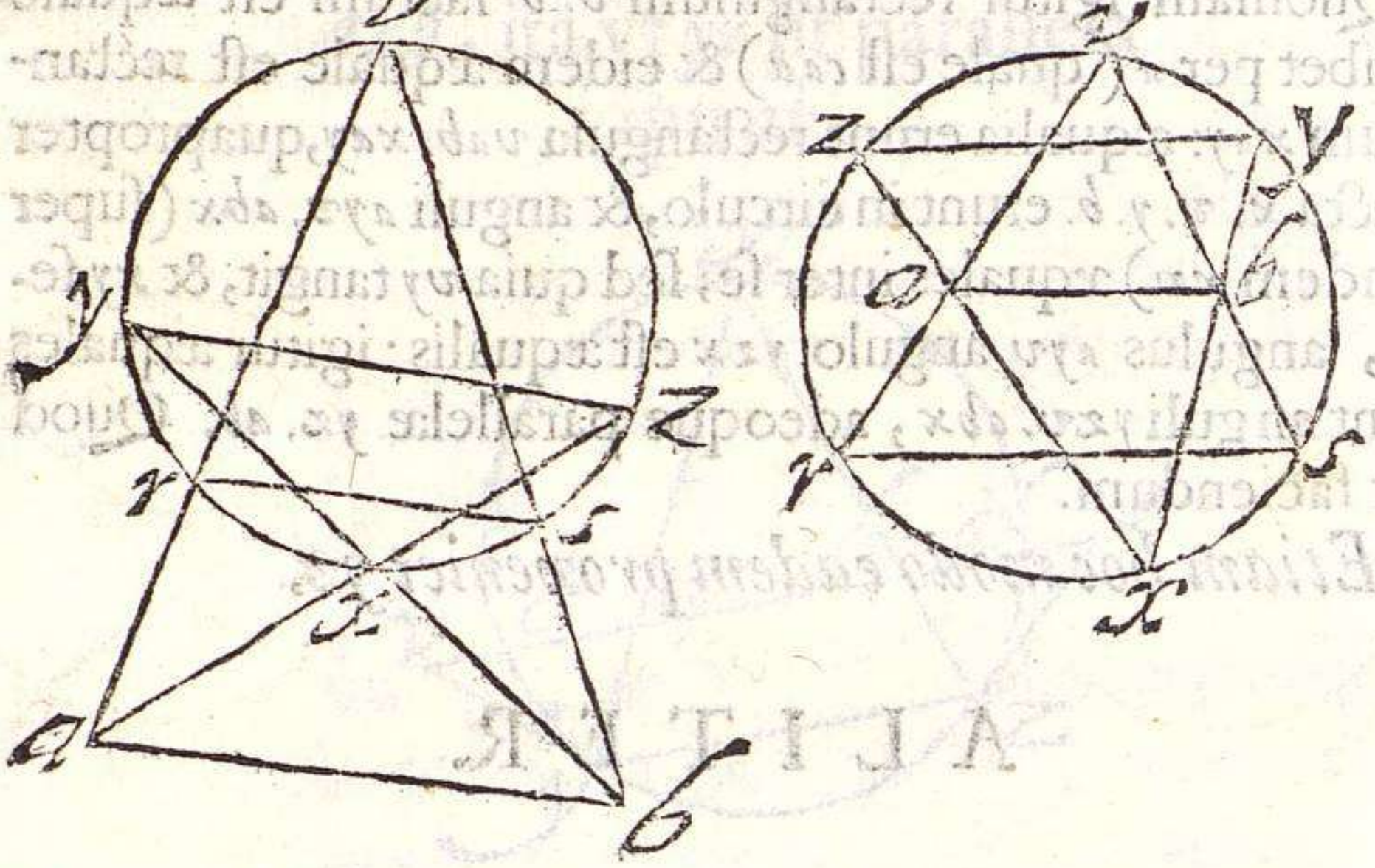
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXVII.

Vide Vietam in Apollon. Gallo probl. 8.

Datis duobus punctis, & circulo, per data duo puncta circulum describere, qui datum contingat.



Hoc problema duas admittit solutiones, sive extra, sive intra circulum dentur puncta.

Sint data puncta *a. b.* (extra, vel intra) & datus circulus *yxz.*

ANALYSIS.

Esto *x* punctum contactus: ergo si per *x* protrahantur ad circumferentiam (vti factum est in antecedentibus) rectæ *az, by,* ita vt iuncta *yz* sit ipsi *ab* parallela: erunt ttiangula *axb. yxz* sub eodem vertice *x* similia, ac proinde circulus, qui per puncta *a.x.b.* descriptus fuerit, circulum *yxz.* *prop. 22 Introd.* continget in *x.* vt petitur.

Eodem modo sit *v* punctum contactus: ergo si inflectatur *avb,* ita vt iuncta *rs* eidem *ab* sit parallela: erunt triangula *avb. rvs* sub eodem vertice *v* similia, & circulus, qui per puncta *a.v.b.* descriptus fuerit circulum *yxz* continget in *v.* vt petitur.

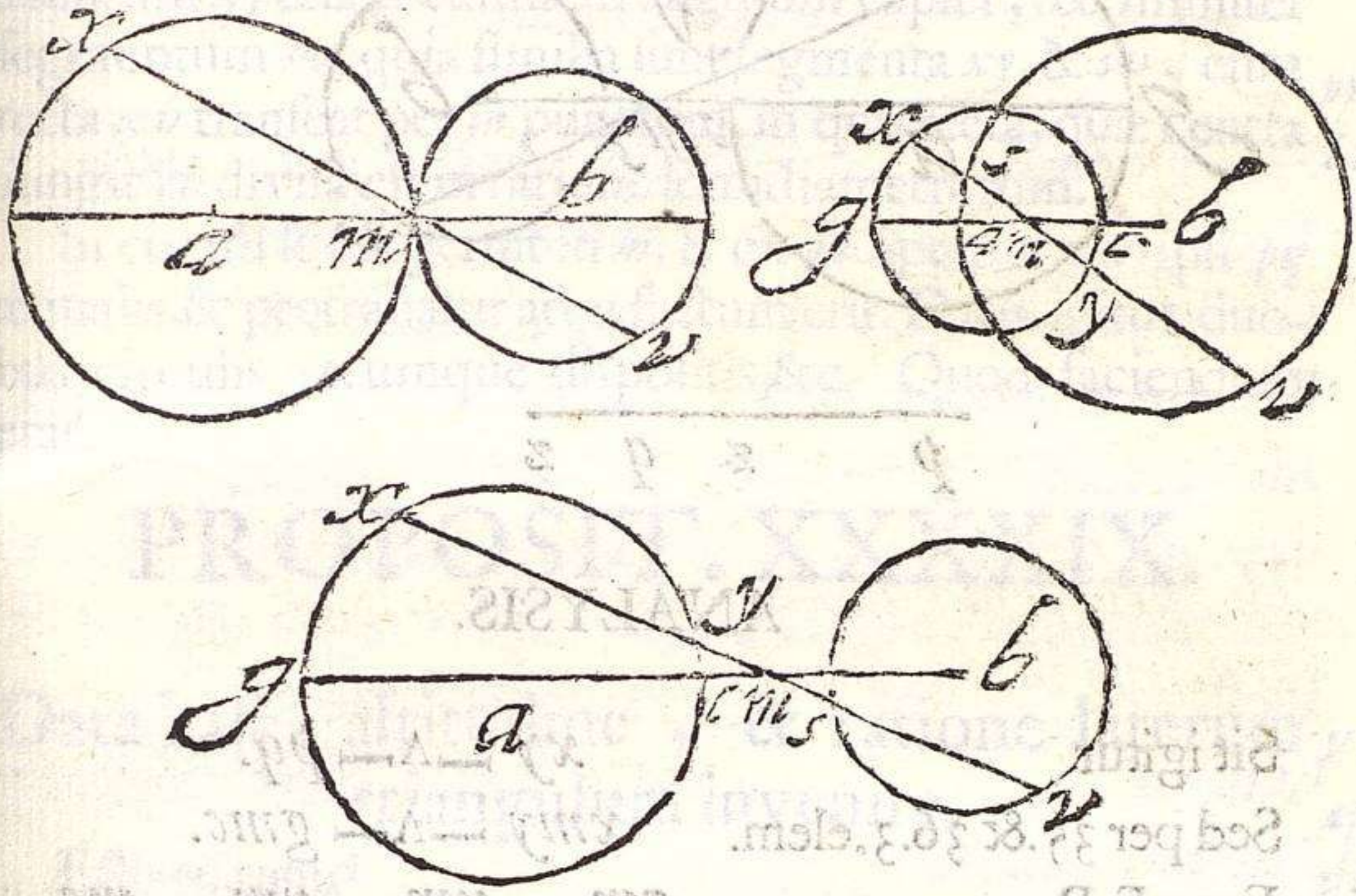
Ergo solutum est problema, & manifesta constructio, & demonstratio.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXVIII.

Datis duobus circulis, vtcumque dispositis, rectam ducere, quæ similia segmenta secet angulum dato æqualem capientia.



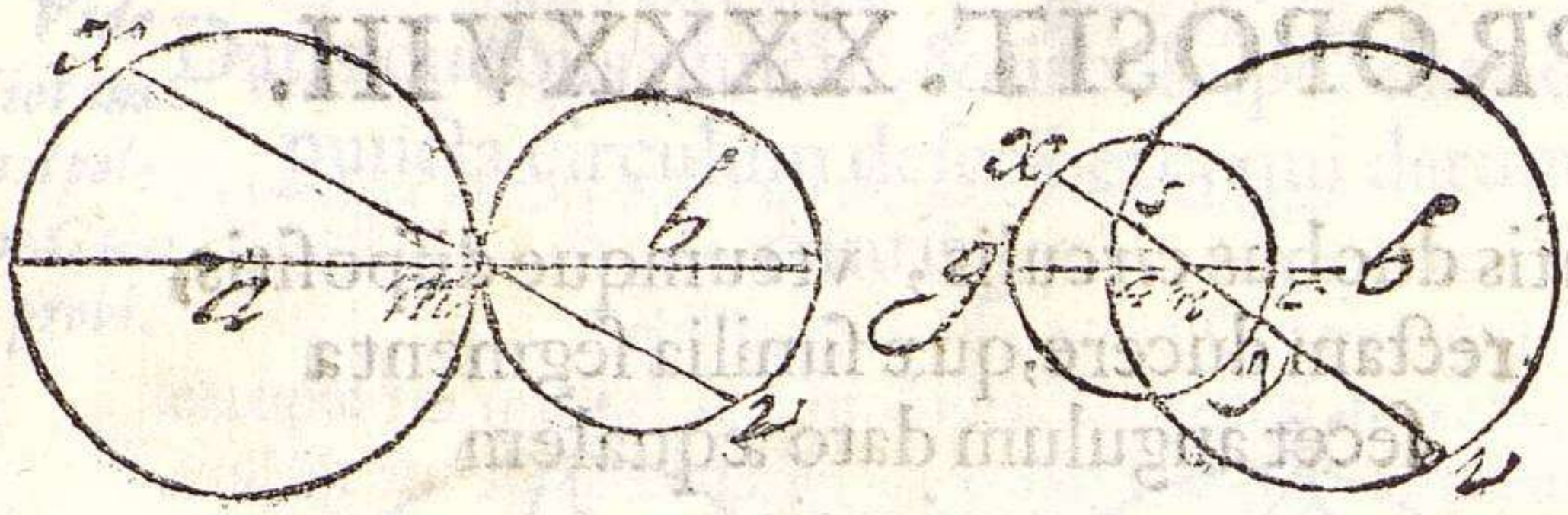
p z q z

Sint duo circuli se non contingentes *xy*, & *sv*, quorum centra *a*, & *b*, iungatur *ab*, & in ratione semidiametrorum dividatur in *m*. Et per *m* rectam oporteat ducere *xv*, quæ segmenta secet *xy*, & *sv* angulum capientia dato *d* æqualem.

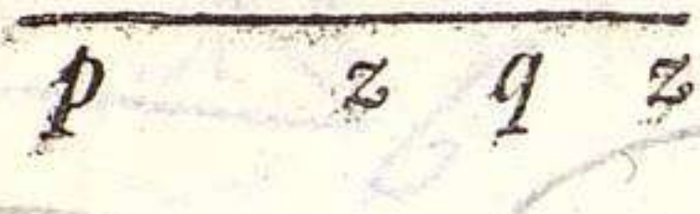
Producatur *am*, & fiat diameter *gc*; à circulo autem *xy* segmentum abscindatur capiens angulum dato æqualem, sitque ipsius subtensa recta *pq*.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura







ANALYSIS.

Sit igitur $xy \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp pq$.

Sed per 35. & 36. 3. elem. $xmy \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp gmc$.

Ergo E. P. $gm.\ xm.\ ym.\ mc.$

Ergo ſolutum.

Eſt enim ſumma, aut differentia mediarum xm, & ym ſemper nota, videlicet xy, ideſt pq, ſumma quidem ſi circuli ſe ſecuerint, differentia vero ſi ſe non ſecuerint.

CONST. ET DEMONST.

Fiant quæ iam dicta ſunt, & ipſis gm, & mc reciprocæ inveniantur pz, & zq quarum ſumma ſit pq (ſi circuli ſe ſecuerint) vel pz, & qz, quarum differentia ſit ipſa pq (ſi non

2010 Ministerio de Cultura

non ſe ſecuerint) & ex puncto *m* aptetur *mx* ipſi *pz* æqualis,& producatur ad *v*,ſecans circulum *xy* in *x*, & *y*, circulum vero *sv* in *s*, & *v*. Dico ſegmenta *xy*, & *sv* angulos capere dato æquales.

Quoniam igitur ex conſtructione eſt *gm* ad *pz*, vt *zq* ad *mc*: erit rectangulum *pzq* æquale rectangulo *gmc*; ſed rectangulo *gmc* æquale eſt rectangulum *xmy*: ergo rectangula erunt æqualia *pzq*, & *xmy*, & quoniam *xm* facta eſt æqualis ipſi *pz*, æquales erunt *xy*, & *pq*; ſed *pq* ſegmentum ſubtendit, quod angulum capit dato æqualem: ergo ſegmentum *xy* etiam eumdem angulum capiet, & ſimiliter ſegmentum *sv*, quia ſimilia ſunt ſegmenta *xy*, & *sv*, cum recta *xv* tranſeat per *m* punctum, in quo recta, quæ centra iungit *ab* diviſa eſt in ratione ſemidiametrorum. *prop. 24. Introd.*

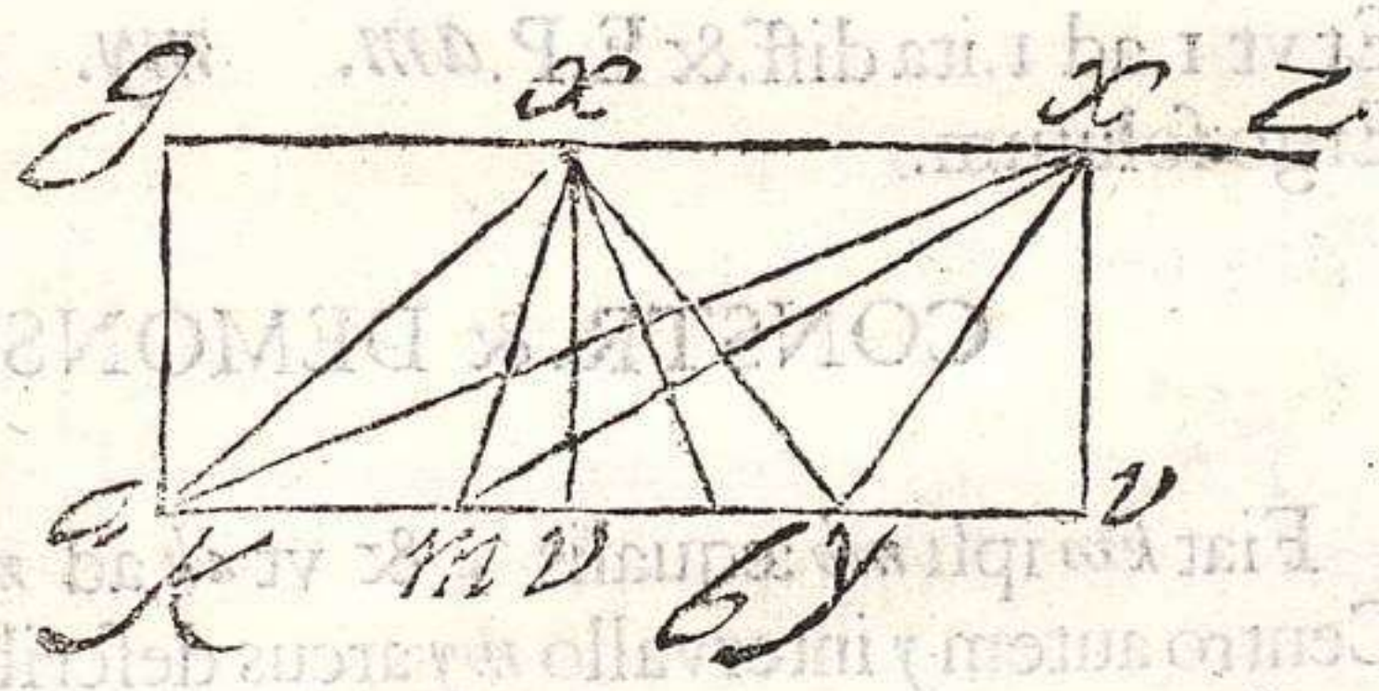
Si circuli ſe tetigerint in *m*, & ex *m* aptetur *mx* ipſi *pq* æqualis,& protrahatur ad *v* factum erit. Datis igitur duobus circulis vtcumque diſpoſitis,&c. Quod faciendum erat.

PROPOSIT. XXXIX.

Data baſe, altitudine, & ratione laterum triangulum invenire.

Vide Victam appendicula I

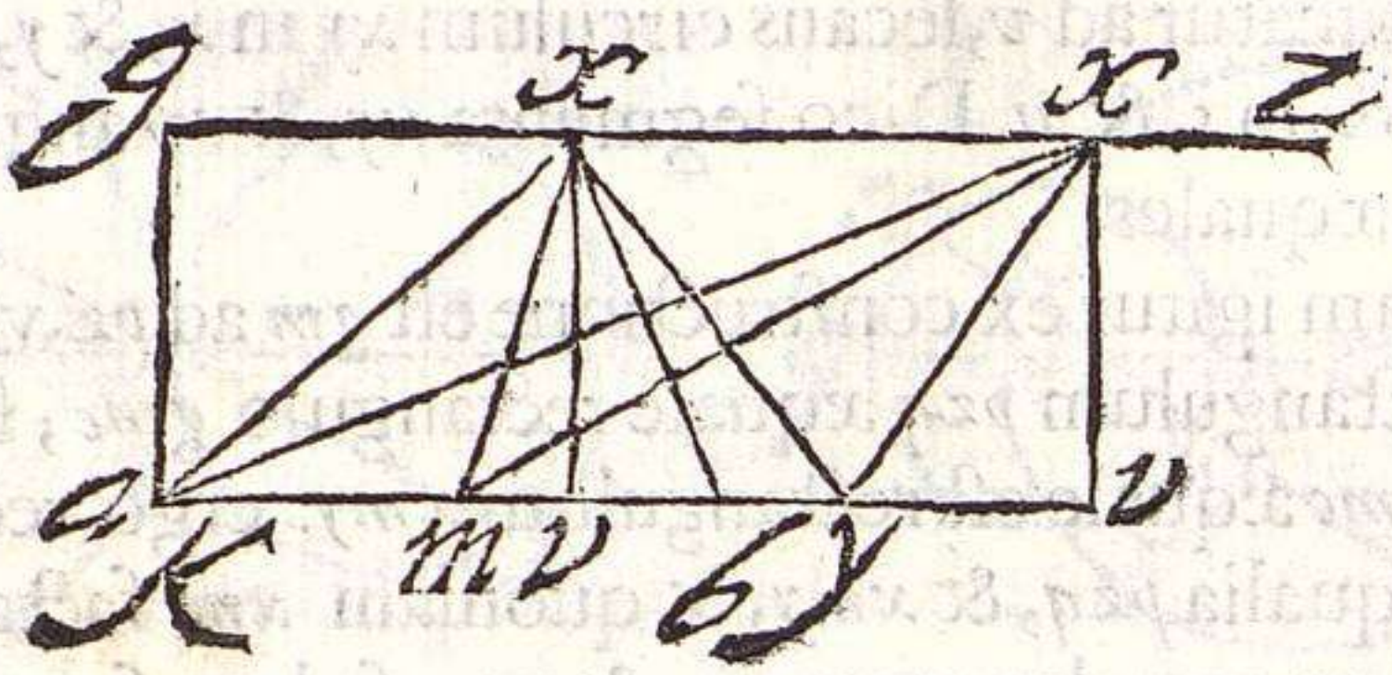
Eſto triangulum, de quo quæritur *axb* ſuper data baſe *ab* in altitudine data *ag*,& ratio laterum *ax. xb* ſit data, vt *am* ad *mb*.



Ipſi *ab* parallela ducatur *gz*,& iungatur *xm*, quæ bifariam dividet angulum *axb*.

Gg ANA-

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Sint igit.prop. *ax. xb. am. mb.*
Ergo per 3.6.el.angulus. *mxb* ⌒ *axm.*
Fiat angulus *bxy* ⌒ *bax.*
Et erit angulus *mxy* ⌒ *axm* + *bax.*
Ideſt externo. *ymx.*
Ergo per 6.1.el. *xy* ⌒ *my.*
Sed ob ſimil. *axy*, *bxy*. S.P. *ay. xy. xy. by.*
Ideſt. *my. my.*
Et divid. *am. my. mb. by.*
Fiat *km* ⌒ *mb* *km.*
Et vt 1.ad 1.ita diff.& E.P. *am. my. ak. mb.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat *km* ipſi *mb* æqualis, & vt *ak* ad *mb* ita *am* ad *my*. Centro autem *y* intervallo *my* arcus deſcribatur, qui ſi non peruenerit ad rectam *gz*, problema reddet impoſsibile, ſi vero ipſam tetigerit, vnicam dabit ſolutionem, duplicem tandem ſi ſecuerit. Secet iam in punctis *x. x*, & iungantur

ax.

2010 Ministerio de Cultura

ax. mx. bx. Dico triangula *axb* esse de quibus quæritur.

Estenim ex constr. *am* ad *my*, vt *ak* ad *mb*, & (quia vnus ad vnum est vt differentiæ) erit *am* ad *my*, vt *km*, ideſt *mb* ad *by*, & compon. *ay* ad *my*, vt *my* ad *by*, hoc est ex constr. *ay* ad *xy*, vt *xy* ad *by*: ergo triangula *axy. bxy* (quæ circa communem angulum latera habent proportionalia) erunt æquiangula, adeoque angulus *bxy* angulo *bax* erit æqualis; sed (ob æquales *my. xy*) angulus *mxy* æqualis est angulo *ymx*, sive internis *axm*, & *bax*: ergo (auferendo æqualia ab æqualibus) remanebunt anguli æquales *axm*, & *mxb*, quare *ax* ad *xb* erit vt *am* ad *mb*. Quod faeere oportebat.

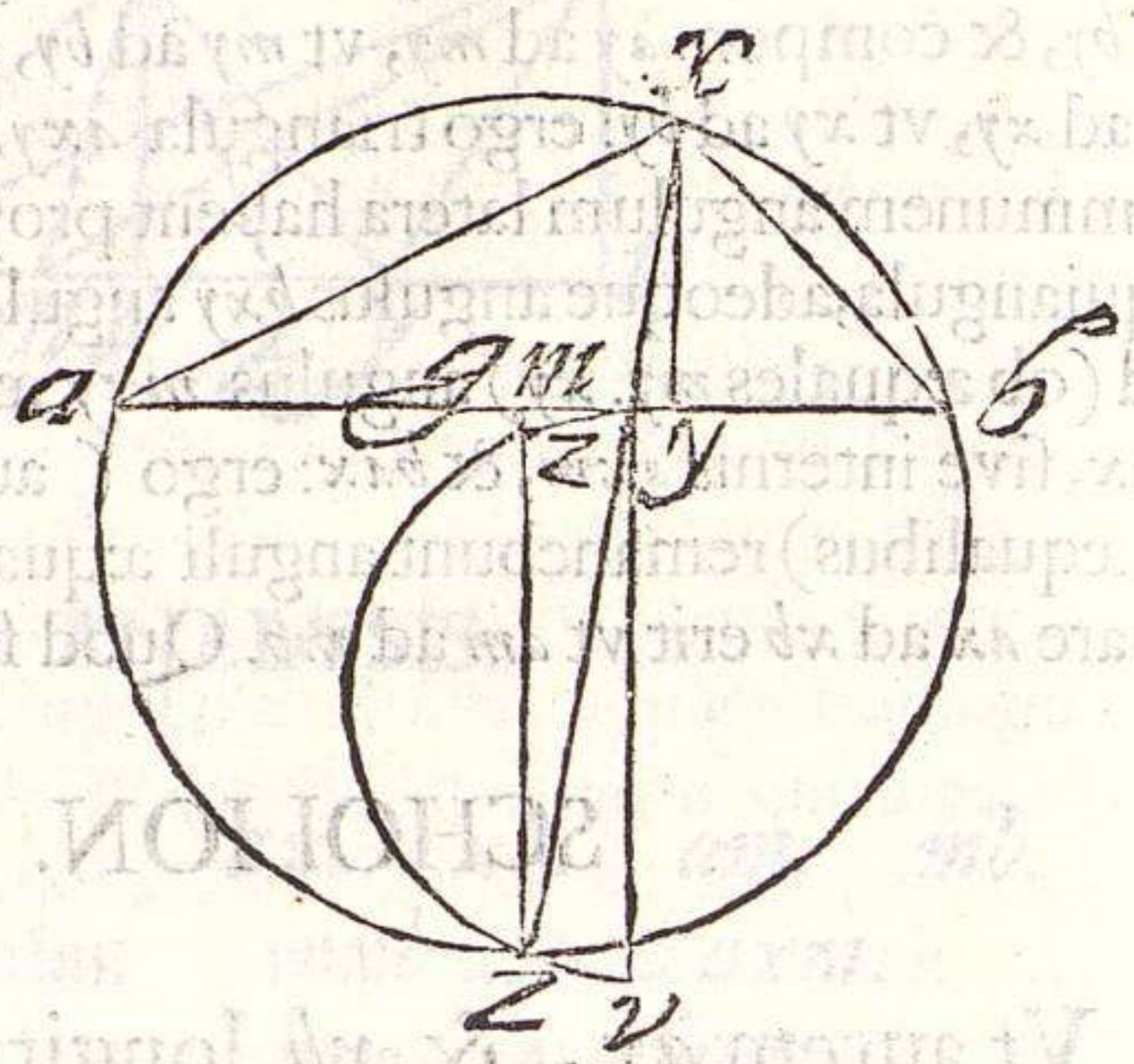
SCHOLION.

Vt autem *ax*, & *xb* longitudine innotescant, demittatur perpendiculum *xv*, quod longitudine notum erit, vtpote æquale rectæ longitudine datæ *ag*, & in triangulo *mxy*, cuius latera *my. xy.* cognoscuntur, nota fient segmenta *mv. vy.* & exinde *av. vb*, & consequenter *ax. xb.*

2010 Minjsterio de Cultura

ALITER.

Esto triangulum, de quo quæritur *axb* super data basę *ab*, in altitudine *xy* datæ *h* æquali, cuius latera *ax*. *xb*. sint in data ratione vt *am* ad *mb*.



Circumscribatur circulus, & ducatur *xmz*, quæ bifariã dividet angulum *axb*.

ANALYSIS *b*

Sint igitur prop. *ax*. *xb*. *am*. *mb*.
Ergo angulus *axz* ⎯∧⎯ *zxb*.
Et S.P. *am*. *mx*. *mz*. *mb*.
Fiat angulus *zmv* ⎯∧⎯ *mxy*.
Et ob simil. *mxy*. *mzv*. E.P. *xy*. *mx*. *mz*. *mv*.
Idest *h*.
Ergo ex æqual. E.P. *h*. *am*. *mb*. *mv*.
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *h* ad *am* ita *mb* ad *mv*, quæ datæ *ab* perpendicularis ponatur, & super ipsam semicirculus describatur *vzm*. Si igitur bisectà *ab* in *g*, demissa perpendicularis *gz* ipsum semicirculum nec tangat, nec secet, constrvi non poterit problema, si tetigerit vnica erit resolutio, duplex verò si secuerit. Secet iam in punctis *z*. *z*. & per puncta *a*. *z*. *b*.

cir-

2010 Ministerio de Cultura

circulus deſcribatur, ductaque per *m* recta *zmx*, iungantur *ax. xb.* & demittatur perpendicularis *xy*. Dico triangula. *axb* eſſe de quibus quæritur.

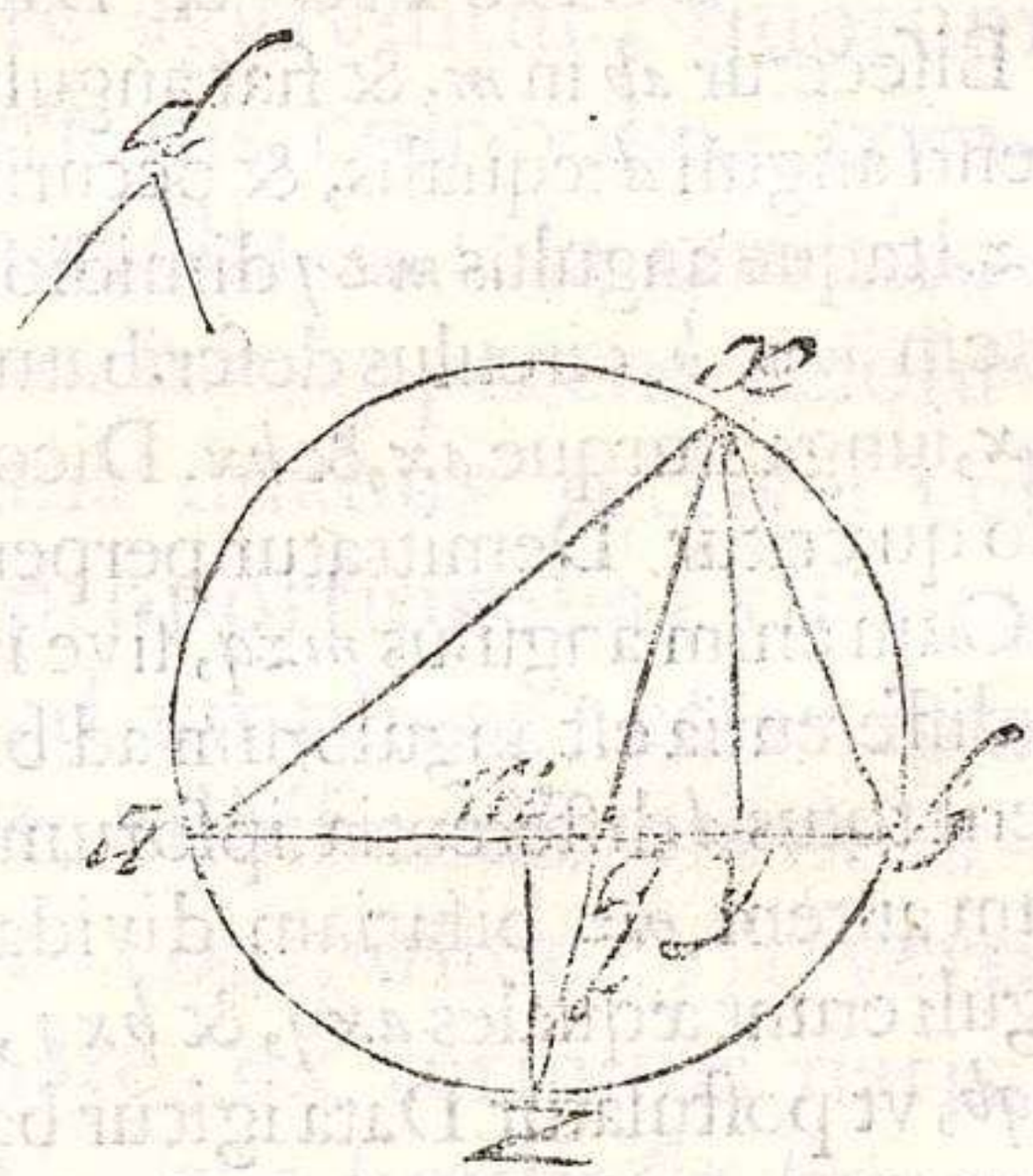
Sunt enim ex conſtr. triangula ſimilia *mzv.mzg*, & *mxy*, quare *xy* ad *mx* eſt vt *mz* ad *mv*, & quoniam puncta *a. x. b. z.* ſunt in circulo, eſt *am* ad *mx*, vt *mz* ad *mb*: ergo ex æquo erit *xy* ad *am* vt *mb* ad *mv*; ſed ex conſtr. eſt *h* ad *am*, vt *mb* ad *mv*, æqualis igitur erit *xy* datæ *h*. Et quoniam *gz* rectam *ab* bifariam ſecat, & ad angulos rectos, erunt arcus *az. zb*, ideſt anguli *axz. bxz* æquales, ac proinde *ax* ad *xb* erit vt *am* ad *mb*. Triangulum igitur iam oxygonium, iam ambligonium exhibuimus, &c. Quod erat faciendum.

Ecce incidimus in ingenioſam ſolutionem Vietæ tranſpoſitione cuiuſdam anguli.

PROPOSITIO L.

Data baſe, ratione laterum, & differentia angulorum ad baſim: triangulum conſtituere.

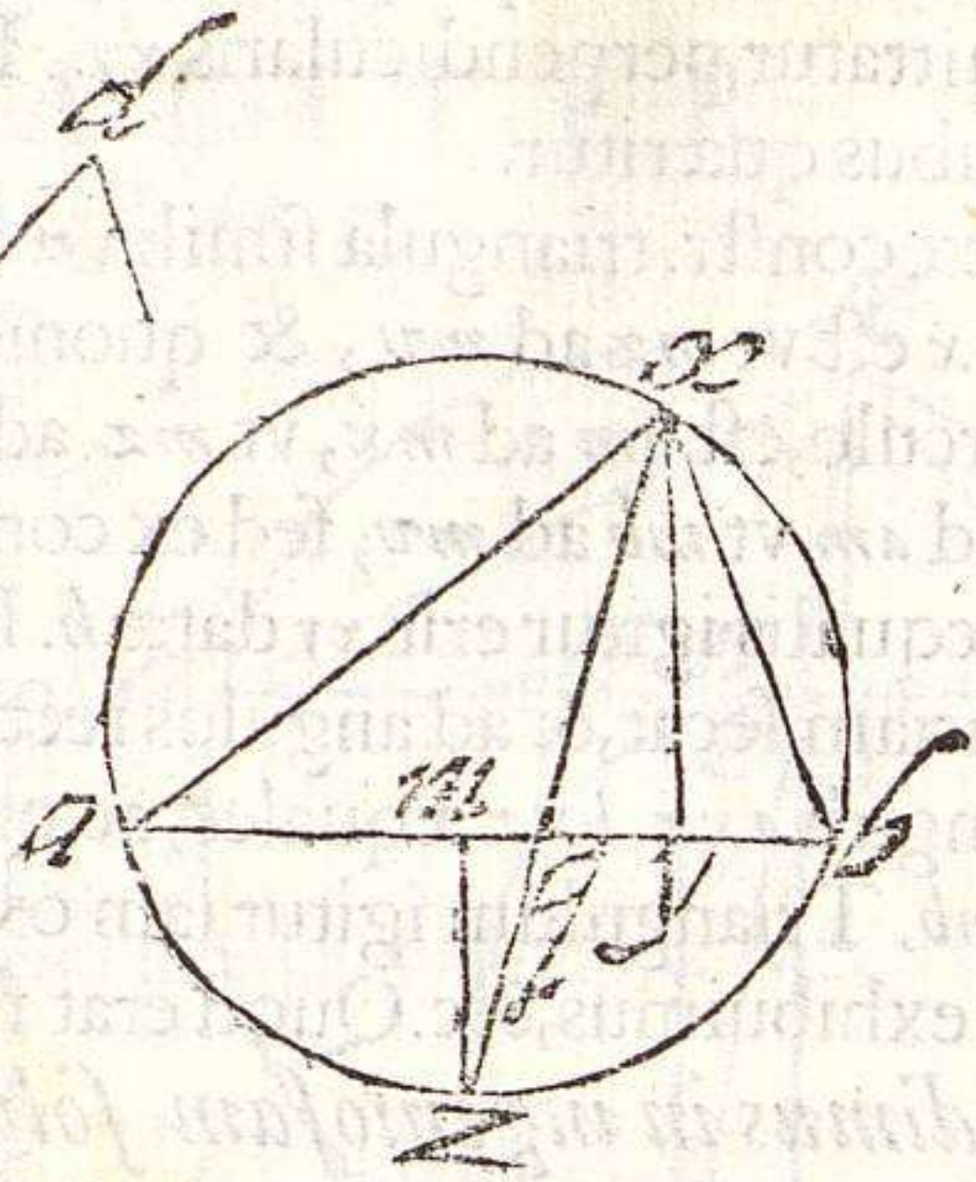
Sit triangulum, de quo quæritur *axb*, cuius baſis *ab* ſit data, & ratio laterum, vt *aq* ad *qb*, differentia autem angulorũ ad baſim ſit datus angulus *d*. Ergo ſi ducatur *qx* bifariam dividet angulũ *axb*, eritque, ductà perpendiculari *xy*, angulus *qxy* ſemidifferentia angulorum ad baſim, adeoque æqualis dimidio anguli dati *d*. Biſecetur *ab* in *n*.



prop. 16 *Introd.*

ANA-

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Sint igit. prop. $ax.\ xb\ ::\ aq.\ qb.$

Fiat angulus $mzq \mathrel{\text{—}\Lambda\text{—}} qxy.$

Sed angulus $qxy \mathrel{\text{—}\Lambda\text{—}} \frac{1}{2}d.$

Ergo angulus $mzq \mathrel{\text{—}\Lambda\text{—}} \frac{1}{2}d.$

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Biſecetur *ab* in *m*, & fiat angulus *mqz* dimidio complementi anguli *d* æqualis, & occurrat *qz* perpendiculari *mz* in *z*. Itaque angulus *mzq* dimidio *d* erit æqualis. Per puncta autem *a*. *z*. *b*. circulus deſcribatur *azb*, & protrahatur *zq* ad *x*, iunganturque *ax*, & *bx*. Dico triangulum *axb* eſſe, de quo quæritur. Demittatur perpendicularis *xy*.

Cum enim angulus *mzq*, ſive ipſi æqualis *qxy* (qui ſemi differentia eſt angulorum ad baſim) æqualis ſit dimidio *d*: erit totus *d* differentia ipſorum angulorum, vt petitur. Cum autem *mz* bifariam dividat circumferentiam *azb*, anguli erunt æquales *axq*, & *bxq*, adeoque *ax* ad *xb*, vt *aq* ad *qb*, vt poſtulatur. Data igitur baſe, &c. Quod erat faciendum.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA.

LIB. II.

AGENS ADHVC DE RESOLVTIONE PER PROPORTIONALES.

INSTRUCTIO



Liber primus per ſimplices rectas proportionales problematum ſolutionem expedivit. Hic autem ſecundus liber id ipſum proſequitur, & problemata enodare aggreditur, quorum alia per argumenta rationis compoſitæ commodiſsimè reſolvuntur; alia ex ſola conſtitutione terminorum datorum, apparent reſoluta. Itaque ſi duo plana duabus rectis (vel etiam duobus planis) proportionalia exiſtant, neque per 1.6. elem. ad ſimplices rectas ipſa plana revocari poſsint; adhibendæ erunt argumentationes rationis compoſitæ. At vero ſi, propoſito problemate, ex terminis datis, figura conſtitui poſsit, cui ſimilis ſit figura quæ-

2010 Ministerio de Cultura

quæsita (quod quidem fæpius accidere solet) constituenda erit similitudo, & per rationem compositam , vel ex similitudine arguendo problema facillimè enodabitur.

PROPOSITIO I.

Datam rectam *ac*, sectam in *b*, rursus secare in *x*, inter *a*, & *b*, vt quadratum *ax* ad rectangulum *xbc* sit vt *f* ad *g*, sive vt *ga* ad *bc*.

g *a* *x* *b* *c*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *axa. xbc. ga. bc.*
Ergo producendo *axa:bc* ⎯∧⎯ *xbc:ga.*
Et deprimendo per *bc.* *axa* ⎯∧⎯ *xb:ga.*
Et dissolvendo E.P. *ga. ax. ax. xb.*
Et per compos. *ga. gx. ax. ab.*
Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Ipsis *ga*, & *ab* reciprocæ inveniantur *gx*, & *ax*, quarum differentia sit *ga*. Dico factum.

Cum enim sint ex constr. proportionales *ga. gx. ax. ab*, & per divis. *ga. ax. ax. xb*: erit quadratum *ax* rectangulo sub *ga*, & *xb* æquale, & elevando per *bc*, erit factum sub *ax. ax. bc*

2010 Ministerio de Cultura

bc æqua le facto ſub *ga. xb. bc*, vnde diſſolvendo erunt proportionalia *ax. a. xbc. ag. bc*. Quod faciendum erat.

SCHOLION.

Hanc methodum deprimendi, & elevandi magnitudines non omnibus, in problematibus omnino planis, placituram puto; ipſa tamen naturaliſsima videtur, nam, præter quam doctrinæ ſolidorum facile aptari poteſt, per ſimplicem conſiderationem quatuor proportionalium demonſtratur, quandoquidem, ſi duo facta æqualia, æquiangula fuerint, quomodocumque poterunt in terminos proportionales diſſolvi, qui ſi producantur eadem facta reſtituant. Maximè cum hæc methodus non exigat, vt ipſa ſolida conſtruantur (quod quidem improprium, & moleſtum in problemate plano à Geometris meritò iudicatur) ſed ſolum conſtructa concipit, & planam omnino conſtructionem inſtituendam docet. Cum tamen analyſim noſtram omnes modos reſolvendi amplecti credamus, alias afferemus ſolutiones.

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

$$\frac{g \quad a \times b \quad c}{}$$

Vide argum. alternationis in Introd. pag. 17.

Sint prop.	*axa.*	*xbc.*	*ga.*	*bc.*
Sive permut. dimens.	*ax.*	*xb.*	*bc:ga.*	*bc:ax.*
Ideſt per 1.6. elem.	*ax.*	*xb.*	*ga.*	*ax.*
Ergo per compoſ. E.P.	*ax.*	*ab.*	*ga.*	*gx.*

CONSTR. & DEMONSTR.

Ipſis *ab. ag* reciprocæ inveniantur *ax. gx*, quarum differentia ſit *ga*. Dico factum.

Cum enim ex conſtr. ſit *ax* ad *ab*, vt *ga* ad *gx* : erit per diviſ. *ax* ad *xb*, vt *ga* ad *ax*, ſive vt rectangulum ſub *ga*, & *bc* ad rectangulum ſub *ax*, & *bc*: ergo permutando dimenſiones, erit quadratum *ax* ad rectangulum *xbc* vt *ga* ad *bc*. Quod erat faciendum.

Aliter ex ratione compoſita.

$$\frac{g \quad a \times b \quad c}{}$$

Sint igit. prop.	*axa.*	*xbc.*	*ga.*	*bc.*
num. II Ideſt vt	*ax. xb*, & *ax. bc*	ita	*ga. bc.*	
num. I. Et invert. vt	*ax. xb.*	ita	*ga. bc.*	& *bc. ax.*
de ratio Ideſt vt	*ax. xb.*	ita	*ga.*	*ax.*
ne com- Et per comp. vt	*ax. ab*	ita	*ga. gx.*	
poſita in Ergo ſolutum.				
Introd.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Ipſis *ab*, & *ga* reciprocæ inveniantur *ax*, & *gx*, quarum differentia ſit *ga*. Dico factum.

Eſt enim ex conſtr. *ax* ad *ab*, vt *ga* ad *gx*, & per diviſ. *ax* ad *xb*, vt *ga* ad *ax*, vel vt *ga* ad *bc*, & *bc* ad *ax*: ergo invert. erit *ax* ad *xb*, & *ax* ad *bc*, hoc eſt quadratum *ax* ad rectangulum *xbc*, vt *ga* ad *bc*. Quod erat faciendum.

Aliter ex 1.6. elem.

g a x b c

Sint igit. prop. *axa. xbc. ga. bc.*
Fiat rectangulum *ga:xb* —Λ— *axa.*
Ideſt fiant prop. *ga. ax. ax. xb.*
Et per comp. E.P. *ga. gx. ax. ab.*
Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Ipſis *ga.* & *ab* reciprocæ inveniantur *gx*, & *ax*, quarum differentia ſit *ga*, hoc eſt fiant proportionales *ga. gx. ax. ab*, & per diviſ. *ga. ax. ax. xb*, & erit rectangulum ſub *ga*, & *xb* æquale quadrato *ax*: ergo quadratum *ax*, ideſt rectangulum ſub *ga*, & *xb* ad rectangulum *xbc* (ob eamdem altitudinem *xb*) erit vt *ga* ad *bc*. Quod erat faciendum.

NOTA.

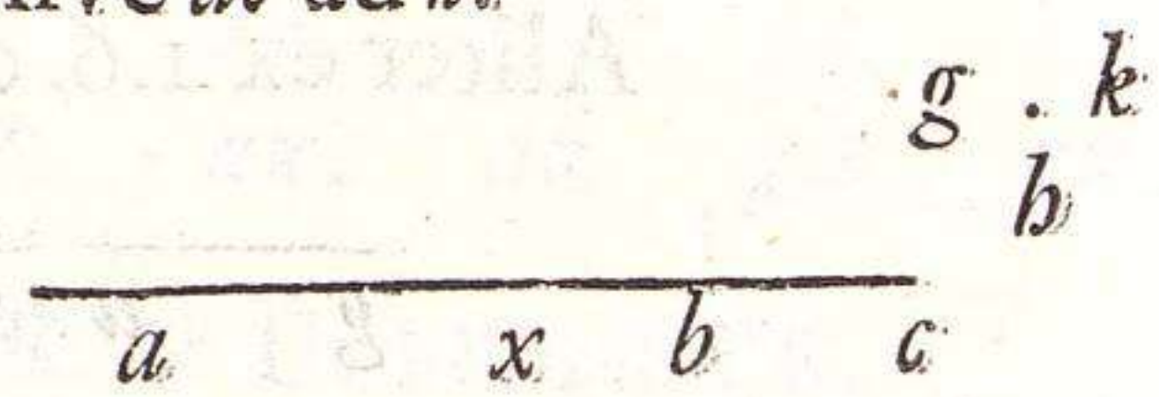
Hunc vltimum modum reſolvendi præferendum exiſtimo, cum niſi neceſsitas vrgeat ad ſolida aſcendere, vel ad rationem compoſitam recurrere non deceat.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. II.

Vide Renaldin pag. 487. *pag.* 461.

Datam rectam *ac*, sectam in *b*, rursus secare in *x*, inter *a*, & *b*, vt rectangulum *cax* ad rectangulum *xbc* sit in ratione data *g* ad *k*, sive *ac* ad *h*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop.. *cax*. *xbc*. *ac*.. *h*..
Ergo si fiat *xbc* —Λ— *ax* : *h*..
Erit solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *bc* ad *h* ita *ax* ad *xb*, hoc est dividatur *ab* in *x* in ratione *bc* ad *h*,& erit rectangulum sub *ax*, & *h* æquale rectangulo *xbc*. Ergo rectangulum *cax* ad *xbc*, idest ad rectangulum sub *ax*, & *h* (ob eamdem altitudinem *ax*) erit vt *ac* ad *h*. Quod erat faciendum.

ALITER.

Sint igit. prop.. *cax*. *xbc* . *g*. *k*.
num. II Hoc est vt *ac*. *bc*. & *ax*. *xb*. ita *g*. *k*.
de ratio Et invert. vt *ax*.. *xb*. ita *g*. *k* & *bc*. *ac*.
ne com- Ergo solutum.
posit.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Fiat *ax* ad *xb* vt *g* ad *k*, & *bc* ad *ac* (hoc eſt vt rectangulum ſub *g*, & *bc* ad rectangulum ſub *k*, & *ac*) & erit invertendo *ac* ad *bc*, & *ax* ad *xb*, ideſt rectangulum *cax* ad rectangulum *xbc*, vt *g* ad *k*. Quod erat faciendum.

ALITER.

Sint prop.	*cax.*	*xbc.*	*ac.*	*b.*
Sive permut. dimenſ.	*ax.*	*xb.*	*ac:bc.*	*b:ac.*
Ideſt per 1. 6. el.	*ax.*	*xb.*	*bc.*	*b.*
Ergo ſolutum.				

CONSTR. & DEMONSTR.

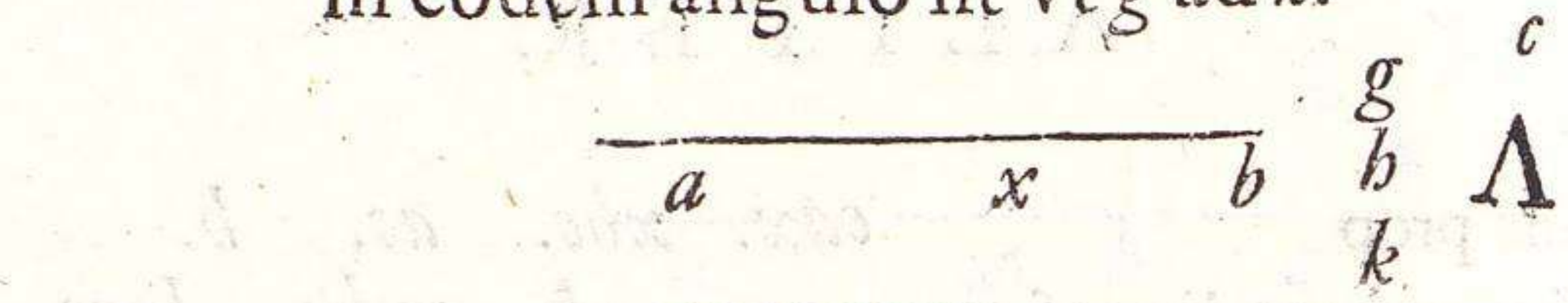
Dividatur *ab* in *x*, vt *ax* ad *xb* ſit vt *bc* ad *h*, ſive vt rectangulum ſub *ac*: & *bc* ad rectangulum ſub *h*, & *ac*, & erit permutando dimenſiones rectangulum *cax* ad rectangulum *xbc*, vt *ac* ad *h*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO III.

Datam rectam *ab* ita secare in *x*, vt parallelogrammum sub *ax*, & data *g*, in angulo dato *c* ad parallelogrammum sub *xb*, & data *h* in eodem angulo sit vt *g* ad *k*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop. $ax:g.\ xb:h.\ g.\ k.$

Ergo si fiat $ax:k _\Lambda_ xb:h.$

Factum erit quod petitur.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *h* ad *k* ita *ax* ad *xb*; & in angulo dato *c* æquali, fiant parallelogramma tum sub *ax*, & *g*, tum sub *xb*, & *h*. Dico ipsa esse, vt *g* ad *k*.

Cum enim ex constr. sit vt *h* ad *k* ita *ax* ad *xb*: erunt parallelogramma æqualia sub *ax*, & *k*, atque sub *xb*, & *h*: ergo parallelogrammum sub *ax*, & *g* ad parallelogrammum sub *xb*, & *h*, ideſt sub *ax*, & *k* (ob eamdem altitudinem *ax*) erit vt *g* ad *k*. Quod erat faciendum.

Etiam permutando dimensiones, vel invertendo rationes expediri poterit problema vt factum est in antecedentibus.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO IV.

Datam rectam *ab* secare in *x*, vt differentia quadratorum *ax*, & *xb* ad rectangulum *axb* sit vt *p* ad *q*, seu vt *ab* ad *ga*.

Vide Renald, tom. 3. *pa.*478. *&* 517.

k g a m x b

Dividatur *ab* bifariam in *m*, & erit 2*mx* differentia partium *ax*, & *xb*, eritque rectangulum sub *ab*, & 2*mx* (vide- licet sub aggregato, & differentia laterum) æquale differentiæ quadratorum *ax*; & *xb*. Fiat *ka* dupla ipsius *ga*.

Per 7. *Introd.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ab*: 2*mx*. *axb*. *ab*. *ga*.
Ergo si fiat *ga*: 2*mx* —Λ— *axb*.
Factum erit quod postulatur.

Sint ergo prop. *ga*. *ax*. *xb*. 2*mx*.
Et duplic. & dimid. *ka*. *ax*. *xb*. *mx*.
Et per comp. *ka*. *kx*. *xb*. *mb*.
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat *ka* dupla ipsius *ga*, & rectis *ka*, & *am* (seu *mb*) reciprocæ inveniantur *kx*, & *xb*, quarum summa sit *kb*. Itaque proportionales erunt *ka*. *kx*. *xb mb*, & per divis. *ka*. *ax*. *xb*. *mx*, & dimidiando, & duplicando *ga*. *ax*. *xb*. 2*mx*: ergo rectangulum sub *ga*, & 2*mx* rectangulo *axb* erit æqua-

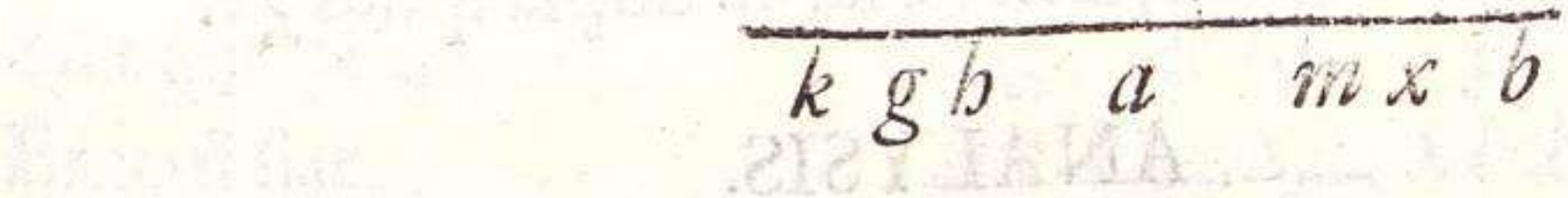
le.

2010 Ministerio de Cultura

le. Ergo rectangulum sub *ab*, & 2*mx*, ideſt differentia quadratorum *ax*, & *xb*, ad rectangulum *axb*, ideſt sub *ga*, & 2*mx* (ob eamdem altitudinem 2*mx*) erit vt *ab* ad *ga*. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO V.

Datam rectam *ab* dividere in *x*, vt rectangulum sub differentia partium *ax*, & *xb*, & data *ga* ad rectangulum sub ipsis partibus constitutam habeat rationem vt *p* ad *q*, sive vt *ga* ad *ha*.



Dividatur *ab* bifariam in *m*, & erit 2*mx* differentia partium *ax*, & *xb*: ergo conditio eſt vt rectangulum sub *ga*, & 2*mx* ad rectangulum *axb* ſit vt *ga* ad *ha*. Fiat *ka* dupla ipſius *ha*.

prop. 7. Introd.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.		*ga*:2*mx*.	*axb*.	*ga*. *ha*.
Ergo ſi fiat			*axb* ⎽Λ⎽	*ha*:2*mx*.
Solutum erit				
Sint ergo prop.	2*mx*.	*xb*.	*ax*.	*ha*.
Et dimid. & duplic.	*mx*.	*xb*.	*ax*.	*ka*.
Ergo comp. E.P.	*mb*.	*xb*.	*kx*.	*ka*.
Ergo ſolutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

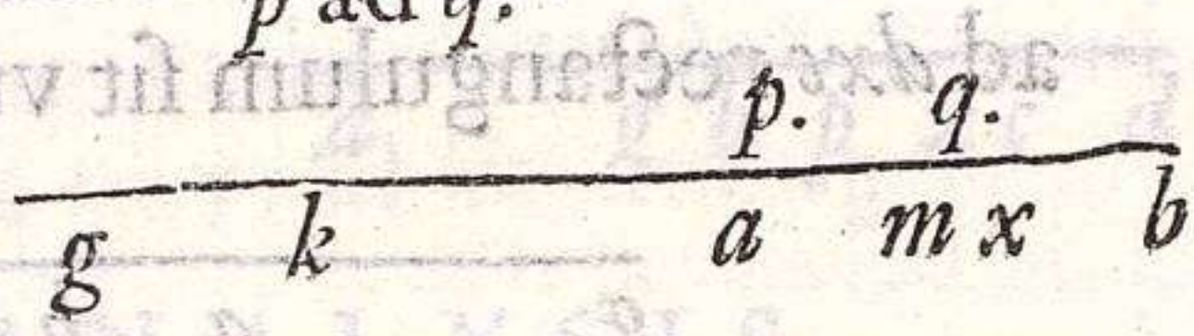
CONSTR. & DEMONST.

Fiat *ka* dupla ipſius *ha*, ipſiſque *ka*, & *am* (ideſt *mb*) reciprocæ inveniantur *xb*, & *kx*, quarum ſumma ſit *kb*. Dico factum.

Cum enim ex conſtr. ſint proportionales *mb. xb. kx. ka*, & divid. *mx. xb. ax. ka*, & duplicando, & dimidiando *2mx. xb. ax. ha*: erit rectangulum ſub *2mx*, & *ha* rectangulo *axb* æquale: ergo rectangulum ſub *ga*, & *2mx* ad rectangulum *axb*. ideſt ſub *2mx*, & *ha* (ob eamdem altitudinem *2mx*.) erit vt *ga* ad *ha*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VI.

Datam rectam *ab* biſectam in *m*, ita dividere in *x*, vt rectangulum *abx* ad bina rectangula ſub *ax*, & *mx*, & ſub *ab*, & *mx*. ſit vt *p* ad *q*. *Vide Renaldin. to. 3 pag. 479.*



Perſpicuum eſt ſi fiat *ka* ipſi *ab* æqualis rectangulum *kxm* æquari rectangulis ſub *ax*, & *mx*, atque ſub *ab*, ideſt *ka*, & *mx*. Ergo conditio eſt vt ſint proportionalia *abx. kxm. p q*. *per 1. 2. cl.*

Fiat vt *p* ad *q* ita *ab* ad *gk*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *abx. kxm. ab. gk.*

Ergo ſi fiat *xb:gk* —Δ— *kxm.*

Solutum erit

Sint ergo prop. *gk. kx. mx. xb.*

Et per compoſ. *gk. gx. mx. mb.*

Ergo ſolutum.

2010 Ministerio de Cultura

$$\frac{p.\quad q.}{g\quad k\qquad a\quad m\ x\ b}$$

CONSTR. & DEMONSTR.

Ipſis *gk*, & *mb* reciprocæ inveniantur *gx*, & *mx*, quarum differentia ſit *gm*, itaque proportionales erunt *gk. gx. mx. mb*, & per diviſ. *gk. kx. mx. xb*, vnde rectangulum ſub *gk*, & *xb* rectangulo ſub *kx*, & *mx* erit æquale. Ergo rectangulum *kxm*, ideſt ſub *xb*, & *gk* (ob eamdem altitudinem *xb*) erit vt *ab* ad *gk*, ſive vt *p* ad *q*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO VII.

Datam rectam *ad*, ſectam in *b*, & *c*, iterum ſecare in *x*, inter *b*, & *c*, vt rectangulum *axb* ad *dxc* rectangulum ſit vt *ac* ad *xc*.

$$\frac{}{g\qquad a\quad b\ x\ c\qquad d}$$

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*axb.*	*dxc.*	*ac.*	*xc.*
Sive per 1. 6. el.		*ac:xd.*	*dxc.*	
Ergo per 14. 5. el.	*axb* —∧—	*ac:xd.*		
Et E. P.	*ac.*	*ax.*	*bx.*	*xd.*
Fiat *ga* —∧— *ac.*	*ga.*			
Ergo per comp. E. P.	*ga.*	*gx.*	*bx.*	*bd.*
Ergo ſolutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat *ga* rectæ *ac* æqualis, ipsisque *ga. bd* reciprocæ inveniantur *gx. bx*, quarum differentia sit *gb*. Dico factum.

Est enim ex constr. *ga* ad *gx*, vt *bx* ad *bd*, & per divis. *ga*, ideſt *ac* ad *ax*, vt *bx* ad *xd*, quare rectangulum *axb* rectangulo sub *ac*, & *xd* erit æquale: ergo rectangulum *axb*, ideſt sub *ac*, & *xd* ad rectangulum *dxc*, ob eamdem altitudinem *xd*, erit vt *ac* ad *xc*. Quod erat faciendum.

PROPOSIT. VIII.

Datam rectam *ad*, sectam in *b*, & *c*, rursus secare in *x*, inter *b*, & *c*, vt rectangulum *cax* ad *xcd* rectangulum sit vt *bx* ad *bp*.

a g b p x c d

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*cax.*	*xcd.*	*bx.*	*bp.*
Et permut. dimens.	*ax.*	*xc.*	*bx:cd.*	*bp:ac*
Vel si fiat				*cd:gb*
Et per 1. 6. el. E. P.	*ax.*	*xc.*	*bx.*	*gb.*
Et comp.	*ac.*	*xc.*	*gx.*	*gb.*
Ergo solutum.				

2010 Ministerio de Cultura

a *g* *b* *p* *x* *c* *d*

CONST. ET DEMONST.

Fiat rectangulum sub *cd*,& *gb* rectangulo sub *bp*,& *ac* æquale,ipsisque *ac*, & *gb* reciprocæ inveniantur *xc* , & *gx*, quarum summa sit *gc*. Dico factum.

Cum enim ex constr. sit *ac* ad *xc* ad *xc*, vt *gx* ad *gb* ; erit divid. *ax* ad *xc* , vt *bx* ad *gb*, sive vt rectangulum sub *bx*,& *cd* ad rectangulum sub *cd*, & *gb* , hoc est sub *bp*, & *ac*: ergo permutando dimensiones rectangulum *cax* ad rectangulum *xcd* erit vt *bx* ad *bp*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO IX.

Vide R. P. à S. Vincen. tom. I. *lib.* I. *prop.* 84

Datam rectam *ac*, sectam in *b*, rursus secare in *x*, inter *a*, & *b*, vt quadratum *ax* ad rectangulum *cxb* sit vt *mp* ad *gp*.

a *x* *b* *c*

m *g* *p* *k* *y*

Inter *mp*, & *gp* intelligatur interjecta quædam *py*.

ANALYSIS.

Sint igitur prop. *axa*. *cxb*. *mp*. *gp*.

Ergo si fiant prop. *ax*. *xc*. *mp*. *py*.

per III. de rati. compos. Et etiam. *ax*. *xb*. *py*. *gp*.

Solutum erit. Nam facta sub terminis homologis erunt pro-

2010 Ministerio de Cultura

proportionalia, videlicet *axa. cxb. mpy. gpy*, ideſt per 1. 6. el. *axa. cxb. mp. gp.* vt petitur.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*mp.*	*py.*
Et per compoſ.	*ax.*	*ac.*	*mp.*	*my.*
Fiant prop. *ab. ac. mp. mk.*		*ab.*	*mk.*	—
Sint etiam prop.	*ax.*	*xb.*	*py.*	*gp.*
Et per compoſ.	*ax.*	*ab.*	*py.*	*gy.* —
Ergo ex æquo E.P.	*py.*	*gy.*	*mk.*	*my.*
Et per diviſ.	*py.*	*gp.*	*mk.*	*ky.*
Ergo ſolutum.				

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *ab* ad *ac*, ita *mp* ad *mk*, ipſiſque *gp. mk* reciprocæ inveniantur *py. ky*, quarum differentia ſit *pk*. Itaque proportionales erunt *py. gp. mk. ky*, & per compoſ. *py. gy. mk. my*. Denique fiat *ax*, quæ ſit ad *ab*, vt *py* eſt ad *gy*, ſeu *mk* ad *my*. Dico factum.

Cum enim ſit *ax* ad *ab* vt *py* ad *gy*: erit per diviſ. *ax* ad *xb* vt *py* ad *gp*. Rurſus cum *ax* ad *ab* ſit vt *mk* ad *my*, hoc eſt (ob proportionales *ab. ac. mp. mk*) *ax* ad *ac* vt *mp* ad *my*: erit per diviſ. *ax* ad *xc*, vt *mp* ad *py*: erat autem *ax* ad *xb* vt *py* ad *gp*: ergo facta ſub terminis homologis erunt proportionalia, videlicet quadratum *ax* ad rectangulum *cxb*, vt rectangulum *mpy* ad rectangulum *gpy*, hoc eſt vt *mp* ad *gp*. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

Si in ipſa analyſi punctum *y* prius extinguatur, ita evadet conſtructio.

Sit iterum dividenda *ab*, &c. & debeant proportionales fieri, vt antea.

ax.	*xc.*	*mp.*	*py.*
ax.	*xb.*	*py.*	*gp.*

a *x b c p q* | *m g p y*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*xc.*	*mp.*	*py.*
Et per compoſ.	*ux.*	*ac.*	*mp.*	*my.*
Fiant prop. *mg. mp. ac. ap.*		*ap.*	*mg.*	—
Sint etiam prop.	*ax.*	*xb.*	*py.*	*gp.*
Et compon.	*ab.*	*xb.*	*gy.*	*gp.*
Fiant prop. *mg. gp. ab. bq.*	*bq.*			*mg.*
Et comp. E. P.	*xq.*	*xb.*	*my.*	*mg.* —
Et ex æquo.	*xq.*	*xb.*	*ap.*	*ax.*
Et conv.	*xq.*	*bq.*	*ap.*	*xp.*
Ergo ſolutum.				

CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *mg* ad *mp* ita *ac* ad *ap*, & vt *mg* ad *gp*, ita *ab* ad *bq*, ipſiſque *ap*. *bq*. reciprocæ inveniantur *xq*, & *xp*, quarum differentia ſit *pq*. Dico factum.

Eſt

2010 Ministerio de Cultura

Eſt enim *xq* ad *bq* vt *ap* ad *xp* ex conſtr. & conv. *xq* ad *xb*, vt *ap* ad *ax*. Fiat *my*, quæ ſit ad *mg*, vt *xq* ad *xb*, ſeu vt *ap* ad *ax*. Et quoniam *xq* ad *xb* eſt vt *my* ad *mg*: erit divid. *bq* ad *xb*, vt *gy* ad *mg* (hoc eſt ob proportionales *mg. gp. ab. bq.*) *ab* ad *xb*, vt *gy* ad *gp*, & divid. *ax* ad *xb*, vt *py* ad *gp*. Rurſus quoniam *ax* ad *ap* eſt vt *mg* ad *my*, ſive (ob proportionales *ap. ac. mp. mg.*) *ax* ad *ac*, vt *mp* ad *my*: erit per diviſ. *ax* ad *xc*, vt *mp* ad *py*. Erat autem *ax* ad *xb*, vt *py* ad *gp*: ergo facta ſub terminis homologis erunt proportionalia, videlicet quadratum *ax* ad rectangulum *cxb*, vt rectangulum *mpy* ad rectangulum *gpy*, hoc eſt vt *mp* ad *gp*. Quod facere oportebat.

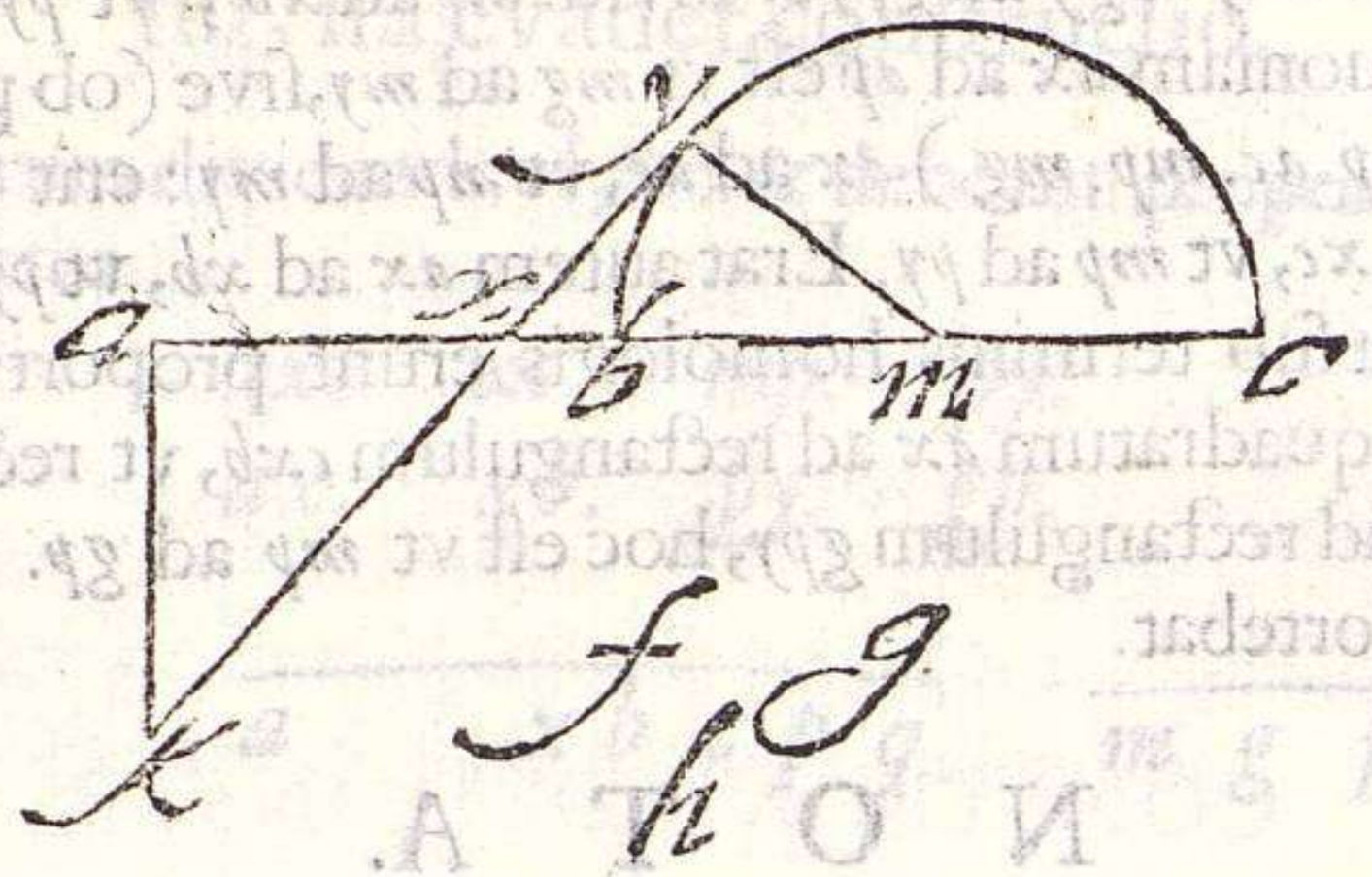
NOTA.

Quod autem proportionales fieri debeant *mg. mp. ac. ap.* ex ſubſequentibus pendet, itaque hæc reductio ſuſpenſa manet, donec pervenitur ad proportionales *ab. xb. gy. gp*, & neceſsitas patet reducendi terminum *gy* ad terminum *my*, qui ſupra extat, quod fieri non poteſt, niſi terminus *mg* vſurpetur, & proportionales fiant *mg. gp. ab. bq*, vnde proportionales emergunt comp. *xq. xb. my. mg*, & compertum fit ſtatuendas eſſe proportionales *mg. mp. ac. ap*, vt tatio communis ſtabilita ſit *mg. my*, & ex æquo arguendo evaneſcat punctum *y*.

ALI-

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.



Sit dividenda *ab* in *x* vt quadratum *ax* ad rectangulum *cxb* sit vt *f* ad *g*.

Super *bc* semicirculus describatur *byc*, vt tangens *xy* rectangulum possit *cxb*.

ANALYSIS

Sint igit. prop.	*axa.*	*xyx.*	*f.*	*g.*
Sive si fiat			*b:h.*	*bmb.*
Et E.P.	*ax.*	*xy.*	*b.*	*bm.*
Sive				*my.*
Fiat angulus	*xak*	⌐A¬	*xym.*	
Et E. P.	*ax.*	*xy.*	*ak.*	*my.*
Ergo per 14.5 .el.	*ak*	⌐A¬	*b.*	

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *g* ad *f* ita quadratum *bm* ad quadratum rectæ *ak*, quæ cum *ac* angulum constituat rectum, & ducatur tangens

2010 Ministerio de Cultura

gens *ky* ſecans *ab* in *x*. Dico factum.

Sunt enim ſimilia triangula rectangula *axk*. *xym*, quare *ax* ad *xy* erit vt *ak* ad *my*, ideſt ad *mb*, adeoque quadratum *ax* ad quadratum *xy*, ideſt ad rectangulum *cxb*, vt quadratum *ak* ad quadratum *mb*, ideſt vt *f* ad *g*. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

In hanc conſtructionem incidit perſpicaciſsimum ingenium Exmi. Principis Rogerij Ventemiglia, qui prius (præter alias ſcientias) Matheſim calluerat, quam viginti annos ætatis ſuæ compleviſſet. Et ipſam mihi, qui illi problema reſolvendum propoſueram, dignatus fuit Matriti degens tranſmittere.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO X.

Datam rectam *ac* divisam in *b* iterum dividere in *x*, inter *a*, & *b*, vt rectangulum *axb* ad quadratum *xc* fit vt *mp* ad *pq*.

$$\frac{x}{a\ k\quad x\ b\ g\ c} \qquad \frac{y}{m\ p\ y\quad q}$$

Interjiciatur inter *mp*. *pq* quædam *py*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*axb.*	*xcx.*	*mp.*	*pq.*
Ergo si fiant prop.	*ax.*	*xc.*	*mp.*	*py.*
Et etiam prop.	*xb.*	*xc.*	*py.*	*pq.*
Solutum erit, cum hoc fieri possit.				
Sint ergo prop.	*ax.*	*xc.*	*mp.*	*py.*
Et per compos.	*ax.*	*ac.*	*mp.*	*my.*
Fiant prop. *mq. mp. ac. ak.*		*ak.*	*mq.*	
Sint etiam prop.	*xb.*	*xc.*	*py.*	*pq.*
Et per divis.	*bc.*	*xc.*	*yq.*	*pq.*
Fiant prop. *mq. pq. bc. gc.*	*gc.*			*mq.*
Ergo per divis. E. P.	*xg.*	*xc.*	*my.*	*mq.*
Et ex æqualitate.	*xg.*	*xc.*	*ak.*	*ax.*
Et per divis.	*xg.*	*gc.*	*ak.*	*kx.*
Ergo solutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *mq* ad *mp* ita *ac* ad *ak*, & vt *mq* ad *pq* ita *bc* ad *gc*. ipſiſque *gc*. *ak* reciprocæ inveniantur *xg*. *kx*, quarum ſumma ſit *kg*. Dico factum.

Eſt enim ex conſt. *xg* ad *gc* vt *ak* ad *kx*, & per compoſ. *xg* ad *xc* vt *ak* ad *ax*. Fiat *my*, quæ ſit ad *mq*, vt *xg* eſt ad *xc*, ſive *ak* ad *ax*. Et quoniã *xg* ad *xc* eſt vt *my* ad *mq*: erit per diviſ. *gc* ad *xc*, vt *yq* ad *mq*, ſive (ob proportionales *gc*. *bc*. *pq*. *mq*.) *bc* ad *xc*, vt *yq* ad *pq*, & per diviſ. *xb* ad *xc* vt *py* ad *pq*. Rurſus quoniam *ax* ad *ak* eſt vt *mq* ad *my*, ſeu (ob proportionales *ak*. *ac*. *mp*. *mq*.) *ax* ad *ac*, vt *mp* ad *my*: erit per diviſ. *ax* ad *xc*, vt *mp* ad *py*; ſed erat antea *xb* ad *xc*, vt *py* ad *pq*. Ergo facta ſub terminis homologis erunt proportionalia, videlicet rectangulum *axb* ad quadratum *xc*, vt rectangulum *mpy* ad rectangulum *qpy*, hoc eſt vt *mp* ad *pq*. Quod facere oportebat.

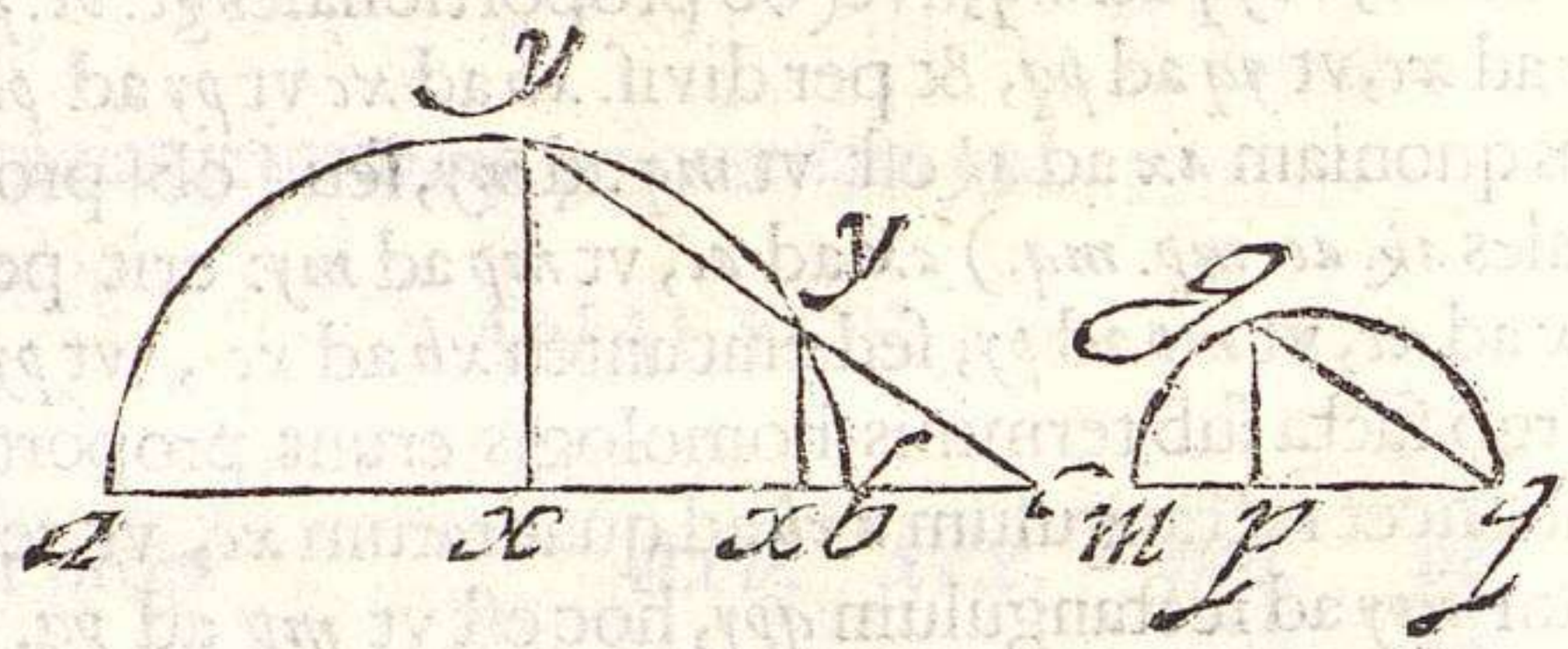
NOTA.

Ex conſtructione exacta perſpicuum fiet an problema impoſsibile ſit, an vero vnam, duaſve ſolutiones admittat iuxta determinationem prop. 1. *Introductionis.*

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

Sit recta *ac*, diviſa in *b*, iterum dividenda in *x* inter *a*,& *b*, vt rectangulum *axb* ad quadratum *xc* ſit in ratione data vt *mp* ad *pq*.



ANALYSIS.

Eſto factum, & ſuper *ab* ſemicirculus deſcribatur, vt perpendicularis *xy* rectangulum poſsit *axb*, ducaturque *cy*. Perſpicuum igitur eſt, ex terminis rationis datæ triangulum conſtitui poſſe, cui ſimile debeat eſſe triangulum *xyc*. Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Inter *mp*. *pq* ſit media *pg*, ductaque *gq*, fiat angulus *acy* angulo *pqg* æqualis. Si igitur crus *cy* ſemicirculo ſuper *ab* deſcripto non occurrerit, problema conſtrui non poterit, ſit tetigerit vnica erit reſolutio. At vero ſi ſecuerit in punctis *y*. *y*, demittantur perpendiculares *yx*. *yx*. Dico *ab* ſectam eſſe in punctis *x*. *x*, vt petitur.

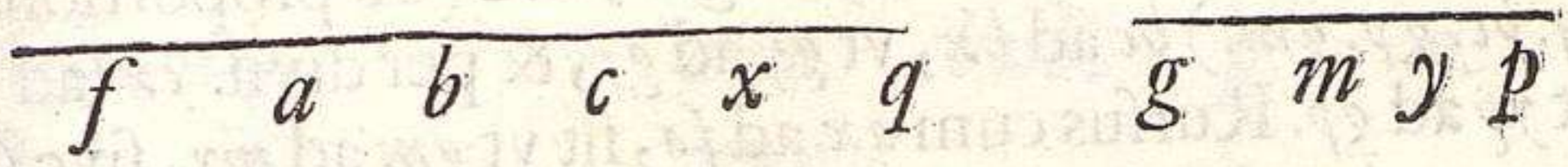
Sunt

2010 Ministerio de Cultura

Sunt enim triangula *xyc* triangulo *pgq* similia, quare *xy* ad *xc* erit vt *pg* ad *pq*, adeoque quadratum *xy*, ideſt rectangulum *axb* ad quadratum *xc*, vt quadratum *pg* ad quadratum *pq*, hoc eſt vt *mp* ad *pq*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XI.

Datam rectam *ac*, ſectam in *b*, protrahere ad *x*, vt rectangulum *axc* ad quadratum *bx* ſit vt *mp* ad *gp*.

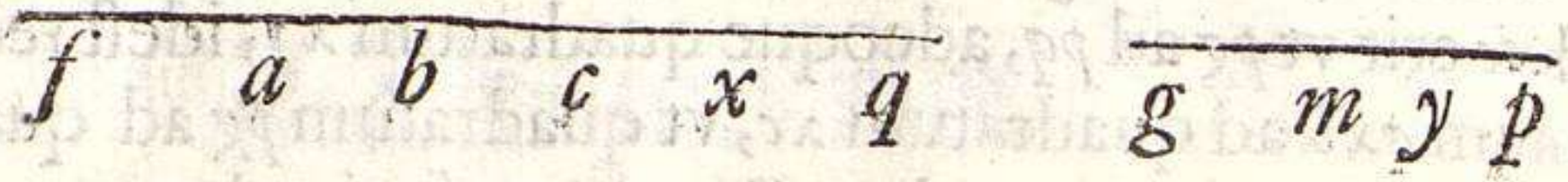


Inter *mp*, & *gp* interjiciatur quædam *yp*.

ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*axc.*	*bxb.*	*mp.*	*gp.*
Ergo ſi fiant prop.	*ax.*	*bx.*	*mp.*	*yp.*
Et etiam.	*cx.*	*bx.*	*yp.*	*gp.*
Factum erit quod petitur.				
Sint ergo prop.	*ax.*	*bx.*	*mp.*	*yp.*
Et convert.	*ax.*	*ab.*	*mp.*	*my.*
		fa.	*gm.*	—
Fiant prop.				
Sint etiam prop.	*cx.*	*bx.*	*yp.*	*gp.*
Et per diviſ.	*bc.*	*bx.*	*gy.*	*gp.*
Vel ſi fiant prop.	*bq.*			*gm.*
Ergo divid. E.P.	*xq.*	*bx.*	*my.*	*gm.* —
Et exæqualitate	*xq.*	*bx.*	*fa.*	*ax.*
Et per compoſ.	*xq.*	*bq.*	*fa.*	*fx.*
Ergo ſolutum.				CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *gm* ad *mp* ita *ab* ad *fa*, & vt *gm* ad *gp* ita *bc* ad *bq*, ipſiſque *bq. fa.* reciprocæ inveniantur *xq. fx*, quarum ſumma ſit *fq*. Dico factum.

Cum enim ſit ex conſtr. *xq* ad *bq* vt *fa* ad *fx*: erit per diviſ. *xq* ad *bx*, vt *fa* ad *ax*. Fiat *my*, quæ ſit ad *gm*, vt *xq* ad *bx*, ſive vt *fa* ad *ax*. Cum igitur *xq* ad *bx* ſit vt *my* ad *gm*: erit compon. *bq* ad *bx*, vt *gy* ad *gm*, ſive (ob proportionales *bq. bc. gp. gm.*) *bc* ad *bx*, vt *gy* ad *gp*, & per diviſ. *cx* ad *bx*, vt *yp* ad *gp*. Rurſus cum *ax* ad *fa*, ſit vt *gm* ad *my*, ſive (ob proportionales *fa. ab. mp. gm*) *ax* ad *ab*, vt *mp* ad *my*: erit convert. *ax* ad *bx* vt *mp* ad *yp*; ſed erat antea *cx* ad *bx*, vt *yp* ad *gp*. Ergo facta ſub terminis homologis erunt proportionalia, hoc eſt rectangulum *axc* ad quadratum *bx*, vt rectangulum *mpy* ad rectangulum *gpy*, ſive vt *mp* ad *gp*. Quod faciendum erat.

nu. III. de rat. compoſ.

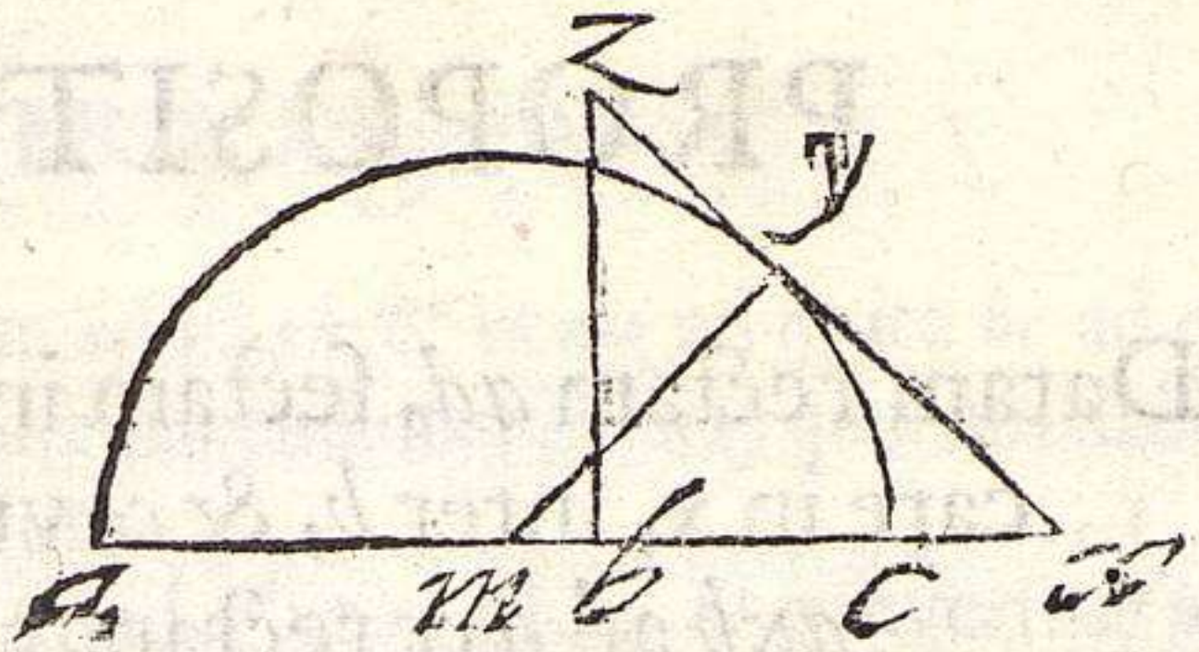
ALITER.

Datam rectam *ac* ſectam in *b* producere ad *x*, vt rectangulum *axc* ad quadratum *bx* ſit vt *p* ad *q*.

Def-

2010 Ministerio de Cultura

Deſcribatur ſuper *ac* ſemicirculus, vt tangens *xy* rectangulum poſsit *axc*. Biſecetur *ac* in *m*, & iungatur *my*.



p q

ANALYSIS

Sint igit. prop.	*axc.*	*bxb.*	*p.*	*q.*
Ideſt	*xyx.*			
Vel ſi fiat			*ff*	*gg.*
Et E. P.	*xy.*	*bx.*	*f.*	*g.*
Fiat angulus		*xbz*	∠	*myx.*
Et ob ſimil. *bzx. ymx.* E. P.	*xy.*	*bx.*	*my.*	*bz.*
Ideſt			*mc.*	
Ergo ex æquo E. P.	*f.*	*g.*	*mc.*	*bz.*
Et quadrando	*ff.*	*gg.*	*mcm.*	*bzb.*
Ideſt	*p.*	*q.*		

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *p* ad *q* ita quadratum *mc* ad aliud, cuius latus ſit *bz*, quæ ad *ac* perpendicularis ponatur, & ex *z* tangens ducatur *zyx*. Dico factum.

Sunt enim ſimilia triangula rectangula *myx. bzx*, quare *xy* ad *xb* erit vt *my* ad *bz*, adeoque quadratum *xy*, ideſt rectangulum *axc* ad quadratum *bx*, vt quadratum *my*, ideſt *mc* ad quadratum *bz*, hoc eſt vt *p* ad *q*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XII.

Datam rectam *ad*, sectam in *b*, & *c*, rursus secare in *x*, inter *b*, & *c*, vt rectangulum *axb* ad *dxc* rectangulum sit vt *mp* ad *gp*.

a b x c d f k — *m g p y*

Interjiciatur *py* inter *mp*, & *gp*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *axb. dxc. mp. gp.*
Ergo si fiant prop. *ax. xd. mp. py.*
Et etiam. *bx. xc. py. gp.*

nu. III. de rati. compos.

Solutum erit. Nam facta sub terminis homologis propositam restituent analogiam.

Sint igit. prop. *ax. xd. mp. py.*
Et per compos. *ax. ad. mp. my.*
Fiant prop. *mg. mp. ad. ak.* *ak. mg.* —
Sint etiam prop. *bx. xc. py. gp.*
Et compon. *bc. xc. gy. gp.*
Fiant prop. *cf. mg.*
Ergo comp. E.P. *xf. xc. my. mg.* —
Et ex æqualitate. *xf. xc. ak. ax.*
Et convert. *xf. cf. ak. xk.*
Ergo solutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

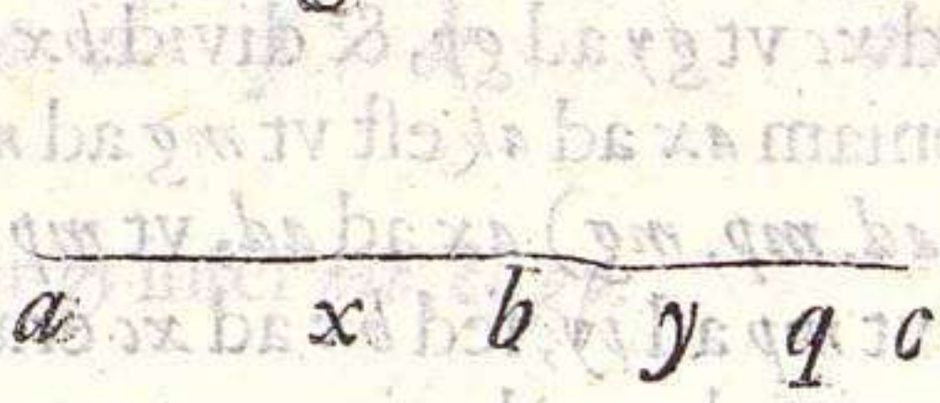
Fiat vt *mg* ad *mp* ita *ad* ad *ak*, & vt *mg* ad *gp* ita *bc* ad *cf*, ipſiſque *cf*. *ak* reciprocæ inveniantur *xf*. *xk*, quarum differentia ſit *fk*. Dico factum.

Eſt enim ex conſt. *xf* ad *cf*, vt *ak* ad *xk*, & convert. *xf* ad *xc*, vt *ak* ad *ax*. Fiat *my*, quæ ſit ad *mg*, vt *xf* eſt ad *xc*, ſive vt *ak* eſt ad *ax*. Et quoniam *xf* ad *xc* eſt vt *my* ad *mg* : erit divid. *cf* ad *xc* vt *gy* ad *mg*, hoc eſt (ob proportionales *cf*. *bc*. *gp*. *mg*) *bc* ad *xc* vt *gy* ad *gp*, & divid. *bx* ad *xc* vt *py* ad *gp*. Rurſus quoniam *ax* ad *ak* eſt vt *mg* ad *my*, ſive (ob proportionales *ak*. *ad*. *mp*. *mg*) *ax* ad *ad*, vt *mp* ad *my* : erit per diviſ. *ax* ad *xd* vt *mp* ad *py*, ſed *bx* ad *xc* erat vt *py* ad *gp*: ergo facta ſub terminis homologis erunt proportionalia, ſcilicet rectangulum *axb* ad *dxc* rectangulum, vt rectangulum *mpy* ad rectangulum *gpy*, hoc eſt vt *mp* ad *gp*. Quod faciendum erat. *nu. III. de rati. compoſ.*

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XIII.

Datas rectas *ab*, & *bc* ita secare in *x*, & *y*, vt rectangulum *axb* ad *byc* rectangulum sit vt *g* ad *b*; rectangulum verò sub *ax*, & *yc*, ad rectangulum sub *xb*, & *by* sit vt *g* ad *k*.



ANALYSIS.

Sint igitur prop.	*axb.*	*byc.*	*g.*	*h.*
Et etiam	*ax:yc.*	*xb:by.*	*g.*	*k.*
Ergo si fiant prop.	*ax.*	*by.*	*g.*	*z.*
Nec non	*xb.*	*yc.*	*z.*	*h.* —
Et etiam.	*ax.*	*by.*	*g.*	*z.*
Nec non	*yc.*	*xb.*	*z.*	*k.* —
Ex æquo E. P.	*k.*	*z.*	*z.*	*h.*

Et cognita erit *z*; vnde facilis apparet progressus.

Sint ergo prop.	*ax.*	*by.*	*g.*	*z.*
Vel si fiat			*ab.*	*bq.*
Ergo diff. vt 1. ad 1. & E. P.	*xb.*	*yq.*	*g.*	*z.* —
Sint etiam prop.	*xb.*	*yc.*	*z.*	*h.*
Vel si fiat			*g.*	*l.* —
Et ex æqual. E, P.	*yc.*	*l.*	*yq.*	*z.*

Ergo solutum

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Inter *k*, & *h* media inveniantur *z*, & vt *g* ad *z* ita fiat *ab* ad *bq*, & vt *z* ad *h*, sive vt *k* ad *z* ita *g* ad *l*. Deinde fiant proportionales *yc*. *l*. *yq*. *z*, & etiam *xb*. *yc*. *g*. *l*. Dico factum. *per Schol. prop. 2. lib. 1.*

Cum enim sit *yc* ad *l*, vt *yq* ad *z*, & *xb* ad *yc*, vt *g* ad *l*: erit ex æquo *xb* ad *yq*, vt *g* ad *z*, sive ex constr. vt *ab* ad *bq*, vnde (quia differentiæ sunt vt vnus ad vnum) erit *ax* ad *by*, vt *ab* ad *bq*, ideſt vt *g* ad *z*. Est autem *xb* ad *yc*, vt *g* ad *l*, ideſt vt *z* ad *h*: ergo facta sub terminis homologis erunt proportionalia, videlicet rectangulum *axb* ad rectangulum *byc*, vt rectangulum sub *g*, & *z* ad rectangulum sub *z*, & *h*, hoc est vt *g* ad *h*, vt oportebat. Rursus quoniam *ax* ad *by* est vt *g* ad *z*, & *yc* ad *xb*, vt *h* ad *z*, ideſt *nu. III.* vt *z* ad *k*, erunt facta proportionalia sub terminis homologis, nempe rectangulum sub *ax*, & *yc*, ad rectangulum sub *by*, & *xb*, vt rectangulum sub *g*, & *z* ad rectangulum sub *z*, & *k*, hoc est vt *g* ad *k*, vt oportebat. Rectas igitur *ab*, & *bc*, &c. Quod erat faciendum. *de rat. compos.*

QVÆSTIO.

Oporteat duos datos numeros (*ab*, & *bc*) 16, & 13 ita singillatim in duas partes dividere, vt factum sub partibus 16 ad factum sub partibus 13 sit vt 3 ad 2 (vt *g* ad *h*) factum verò sub prima parte ipsius 16, & secunda parte ipsius 13 ad factum sub secunda 16, & prima 13 sit vt 25 ad 24, sive vt 3 ad $\frac{72}{25}$ (ideſt vt *g* ad *k*.)

Sint partes quæsitæ *ax*. *xb*. *by*. *yc*, & ex præcedente analysi hæc sequitur.

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

Inter h, & k. 2 & $\frac{72}{25}$ media eſt $\frac{12}{5}$ pro z, fiat vt z ad h ita g ad l, ideſt vt $\frac{12}{5}$ ad 2 ita 3 ad $2\frac{1}{2}$, & inter z, & l. $\frac{12}{5}$, & $2\frac{1}{2}$ differentia erit $\frac{1}{10}$ pro l -- z.

Fiat vt g ad z ita ab ad bq, hoc eſt vt 3 ad $\frac{12}{5}$ ita 16 ad $12\frac{4}{5}$, & inter bc, & bq, ideſt 13, & $12\frac{4}{5}$ differentia erit $\frac{1}{5}$ pro qc.

Fiat vt l - z ad qc, ita l ad yc, hoc eſt vt $\frac{1}{10}$ ad $\frac{1}{5}$ ita $2\frac{1}{2}$ ad 5 pro yc. ſecunda parte ipſius 13, vnde prima erit 8 (pro by.) Fiat tandem vt z ad k ita yc ad xb, ideſt vt $\frac{12}{5}$ ad $\frac{72}{25}$ ita 5 ad 6 pro xb ſecunda parte numeri dati 16, vnde prima erit 10.

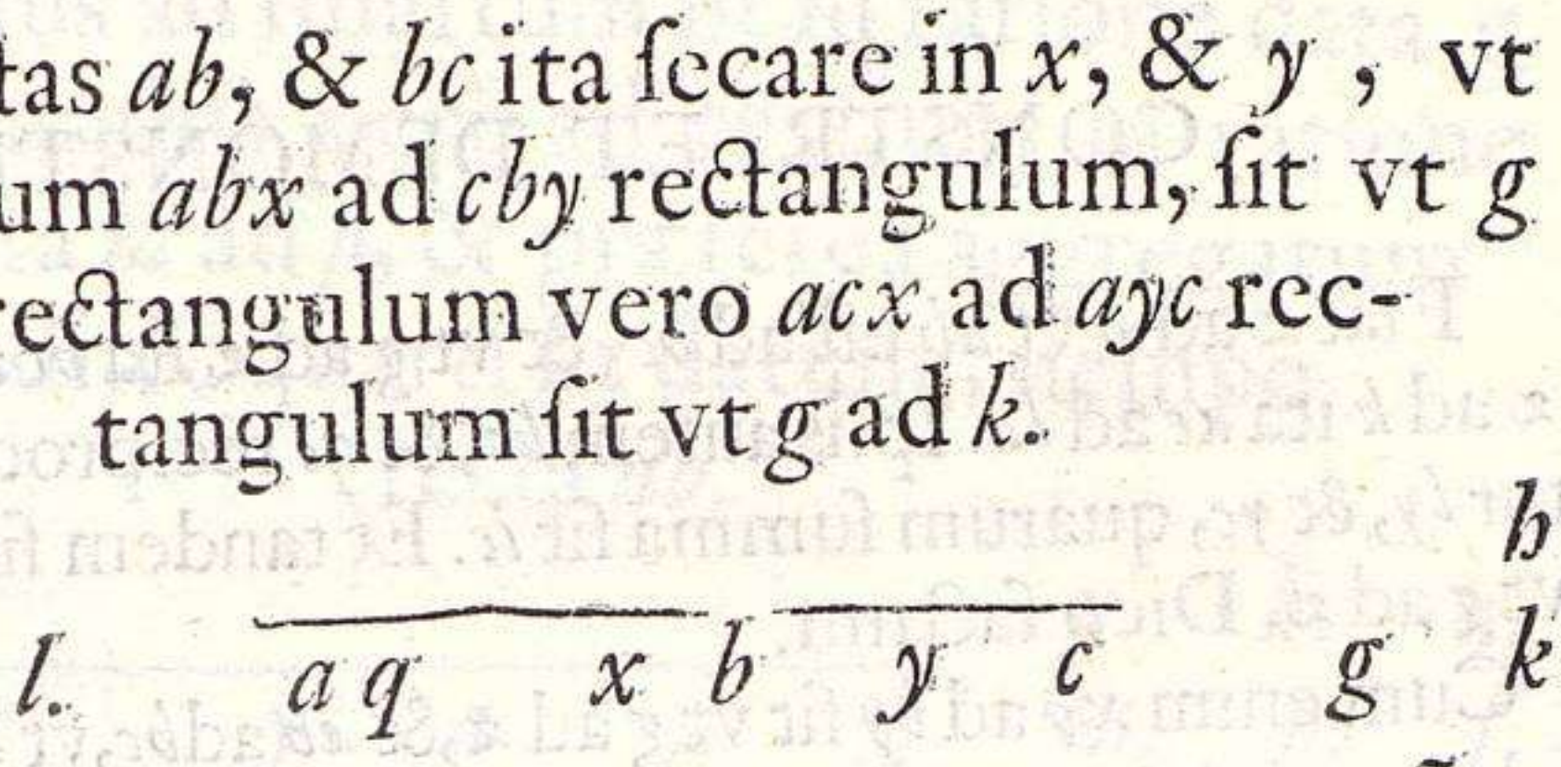
Sunt igitur 10. 6. 8. 5. partes, de quibus quæritur, quæ conditiones aſsignatas adimplent.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XIV.

Datas rectas *ab*, & *bc* ita secare in *x*, & *y*, vt rectangulum *abx* ad *cby* rectangulum, sit vt *g* ad *h*: rectangulum vero *acx* ad *ayc* rectangulum sit vt *g* ad *k*.



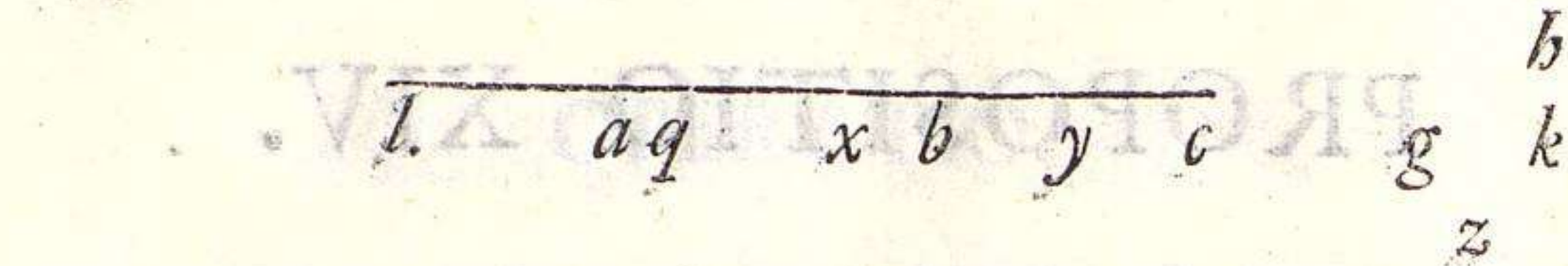
ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*abx.*	*cby.*	*g.*	*h.*
Et etiam.	*acx.*	*ayc.*	*g.*	*k.*
Ergo si fiant prop.	*ab.*	*bc.*	*z.*	*h.*
Et etiam	*xb.*	*by.*	*g.*	*z.*

Manifesta erit solutio. Cum autem *z* prima fronte innotescat, ita erit progrediendum.

Sint igit. prop.	*xb.*	*by.*	*g.*	*z.*
Vel si fiant			*bc.*	*qb.*
Ergo agg. vt 1. ad 1. & E.P.	*xc.*	*qy.*	*g.*	*z.*
Et per 1. 6. el.	*acx.*	*ac:qy.*	*g.*	*z.*
Sed debent esse prop.	*acx.*	*ayc.*	*g.*	*k.*
Ergo ex æquo E. P.	*ac:qy.*	*ayc.*	*z.*	*k.*
Vel si fiant			*ac.*	*la.*
Sive per 1. 6. el.			*ac:qy.*	*la:qy.*
Ergo ex 14. 5. el.		*ayc* — Λ —	*la:qy.*	
Et E.P.	*la.*	*ay.*	*yc.*	*qy.*
Et per compos.	*la.*	*ly.*	*yc.*	*qc.*
Ergo solutum.				CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat *z* ad *b* vt *ab* est ad *bc*, & vt *g* ad *z* ita *bc* ad *qb*, & vt *z* ad *k* ita *ac* ad *la*. Ipsis autem *la*, & *qc* reciprocæ inveniantur *ly*, & *yc*, quarum summa sit *lc*. Et tandem fiat *xb* ad *by* vt *g* ad *z*. Dico factum.

Cum enim *xb* ad *by* sit vt *g* ad *z*, & *ab* ad *bc*, vt *z* ad *b*: facta sub terminis homologis erunt proportionalia, scilicet rectangulum *abx* ad rectangulum *cby*, vt rectangulum sub *g*, & *z* ad rectangulum sub *z*, & *b*, hoc est vt *g* ad *b*, vt oportebat. Rursus cum *xb* ad *by* sit vt *g* ad *z*, sive vt *bc* ad *qb*, erunt aggregata vt vnus ad vnum, hoc est *xc* ad *qy*, sive rectangulum *acx* ad rectangulum sub *ac*, & *qy*, vt *g* ad *z*. Est autem *la* ad *ly*, vt *yc* ad *qc*, & per divis. *la* ad *ay*, vt *yc* ad *qy*, quare rectangulum *ayc* æquale erit rectangulo sub *la*, & *qy*: ergo rectangulum sub *ac*, & *qy* ad rectangulum *ayc* (nempe sub *la*, & *qy*) erit vt *ac* ad *la*, sive vt *z* ad *k*; sed erat rectangulum *acx* ad rectangulum sub *ac*, & *qy*, vt *g* ad *z*: ergo rectangulum *acx* ad *ayb* rectangulum erit ex æquo, vt *g* ad *k*, vt oportebat (ratio communis, seu termini comparationis, si mavis, rectangulum sub *ac*, & *qy*, & recta *z*.) Rectas igitur *ab*, & *bc* divisimus, &c. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XV.

Quatuor terminos proportionales exhibere, ita vt primus ad quartum sit in ratione data *g* ad *k*, secundus verò ad tertium in ratione etiam data *m* ad *p*, & præterea aggregatum secundi, & quarti sit datum, nempe recta *ab*.

g. k. q.

x y a z b m. p. f.

Sint quatuor termini, de quibus quæritur *xy. az. ya. zb.*

CONDITIONES

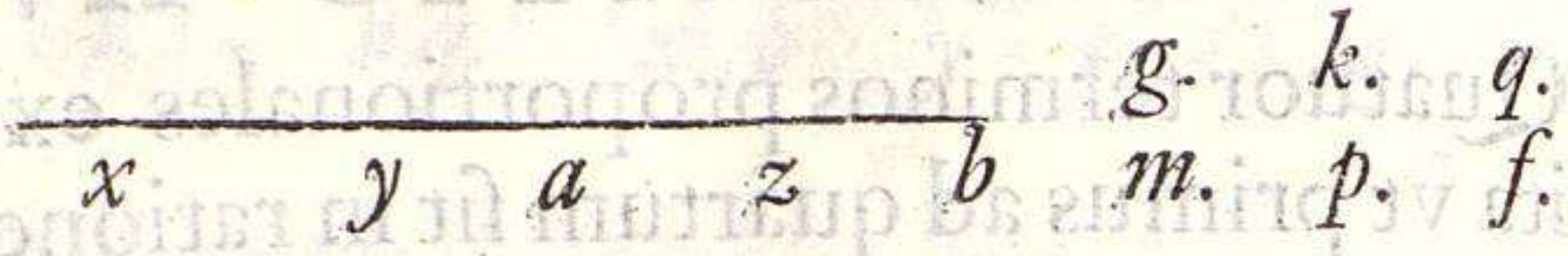
Vt sint prop. *xy. az. ya. zb.*
Vt sint prop. *xy. zb. g. k.*
Vt sint prop. *az. ya. m. p.*
Vt *az+zb* —Λ— *ab.*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *xy. az. ya. zb.*
Et etiam *zb. xy. k. g.*
Ergo rectang. E.P. *xy:zb. az:xy. ya:k. zb:g.*
Idest per 1. 6. el. *zb. az.*
Sunt autem prop. *az. ya. m. p.*
Vel si fiat *k. q.*
Vnde *az:q* —Λ— *ya:k.*
Ergo subst. E.P. *zb. az. az:q. zb:g.*
Et permut. dimens. *zbz. aza. q. g.*
Vel si fiant *qq. ff.*
Et erunt prop. *zb. az. q. f.*
Et compon. *ab. az. q+f. f.*
Ergo solutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *m* ad *p* ita *k* ad *q*, & inter *q*, & *g* media inveniatur *f*, dividaturque *ab* in *z* in ratione *q* ad *f*. Itaque *az*, & *zb* erunt ſecundus, & quartus terminus, vt petitur. Deinde vt *m* ad *p*, ſeu vt *k* ad *q* ita fiat *az* ſecundus ad *ya* tertium, & vt *k* ad *g* ita *zb* quartus ad *xy* primum, vt petitur. Dico *xy. az. ya. zb.* etiam eſſe proportionales.

Cum enim ſit *zb* ad *az* vt *q* ad *f*: erit etiam quad. *zb* ad quad. *az*, vt quad. *q* ad quad. *f*, ideſt vt *q* ad *g*. Hoc eſt permutando dimenſiones *zb* ad *az* vt rectangul. ſub *az*, & *q* ad rectang. ſub *zb*, & *g*; ſed rectangulum ſub *az*, & *q* æquatur rectangulo ſub *ya*, & *k* (cum ſint proportionales *az. ya. k. q.*) ergo vt *zb* ad *az*, vel vt rectang. ſub *zb*. & *xy* ad rectang. ſub *az*, & *xy*, ita erit rectang. ſub *ya*, & *k* ad rectang. ſub *zb*, & *g*. Eſt autem vt *zb* ad *xy* ita *k* ad *g*: ergo deptimeudo antecedentem analogiam per iſtam, vt *xy* ad *az* ita erit *ya* ad *zb*. Quatuor igitur terminos proportionales exhibuimus &c. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Tantæ molis eſt fugere aliquando principia ſolida in problematibus planis, placet propterea more arithmetico eamdem propoſitionem hunc in modum reſolvere.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

$$\begin{array}{cccccccc} & & & & & g. & k. & q. \\ \hline x & y & a & z & b & m. & p. & f. \end{array}$$

CONDITIONES.

Vt ſint prop. $xy.\ az.\ ya.\ zb.$
Et etiam $xy.\ zb.\ g.\ k.$
Et etiam $az.\ ya.\ m.\ p.$
Seu ſi fiat $k.\ q.$
Vt ſit $az + zb \wedge ab.$

ANALYSIS.

Per 1. & 2. cond. eſt $\frac{az:ya.}{zb.} \wedge \frac{zb:g}{k.}$ quia $\wedge xy.$
Ergo producendo $az:ya:k \wedge zbz:g.$
Sed per 3. condit. $ya:k \wedge az:q.$
Ergo ſubſt. erit $aza:q \wedge zbz:g.$
Et E.P. $g.\ q.\ aza.\ zbz.$
Vel ſi *f* ſit media $gg:ff.$
Ergo latera E.P. $g.\ f.\ az.\ zb.$
Ergo ſolutum, & patet conſtructio, & demonſtratio.

QVÆSTIO.

Quatuor numeros exhibere proportionales ita vt primus ad quartum ſit vt 8 ad 5, ſecundus ad tertium vt 7 ad 4, & aggregatum ſecundi, & quarti ſit 27.

Hæc quæſtio ſupponendo *g*, & *k* valere 8, & 5, & *m*, & *p*. 7, & 4, &c. expediri poteſt, vt antea. Placet nihilominus ita procedere.

2010 Ministerio de Cultura

$x \quad y \quad a \quad z \; b$

Sint quæsiti numeri $xy.\ az.\ ya.\ zb.$ ita vt ab summa secundi, & quarti valeat 27.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. $xy.\ az.\ ya.\ zb.$
Et etiam. $zb.\ xy.\ 5.\ 8.$
Ergo rectang. E.P. $xy:zb.\ az:xy.\ 5ya.\ 8zb.$
nu. III. de rati. Ideſt per 1.6.el. $zb.\ az.\ 5ya.\ 8zb.$
compoſ. Sed etiam S.P. $az.\ ya.\ 7.\ 4\frac{6}{7}$
Vel ſi fiat $5.\ 2\frac{6}{7}$
Ergo $2\frac{6}{7}\,az \text{ —}\Lambda\text{— } 5.ya.$
Et ſubſtit. E.P. $zb.\ az.\ 2\frac{6}{7}\,az.8zb.$
Ideſt augendo per 7. $20az.56zb$
Et deprim. per 4. $5az.14zb$
Ergo per 16.6.el. $14zbz \text{ —}\Lambda\text{— } 5azz.$
Et E.P. per 14.6.el. $14.\ 5.\ azz.\ zbz.$
Vel per 20.6.el. $196.\ 70.$
Ergo etiam latera E.P. $14.\ \sqrt{70}.\ az.\ zb.$
Et per comp. $14.\ 14+\sqrt{70}\ az.\ ab.$
Ideſt $27.$

Ergo ſolutum, & manifeſtum fit analyſim noſtram numeros etiam admittere, ſi illis operari placuerit, abſque præiudicio demonſtrationis.

OPE-

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

Si 14 + √70 dat 14. quid 27?
Elev. per 14 — √70 14 — √70.
Vel ſi 126. dat 196 — 14 √70 quid 27?
Vel ſi 9. dat 14 — √70 quid 27?
Vel ſi 1. dat 14 — √70 quid 3? dabit quidem 42 — 3 √70 pro ſecundo numero *az*.
Ergo — 15 + 3 √70 pro quarto *zb*.
Eſt enim 27. aggregatum vtriuſque.

Nunc ſi 5 dat 8 quid — 15 + 3 √70? dabit quidem — 24 + $4\frac{4}{5}$ √70 pro primo numero *xy*.

Mox ſi 7 dat 4. quid 42 — 3 √70? dabit quidem 24 — $1\frac{5}{7}$ √70. pro tertio numero *ya*.

Erunt igitur quatuor quæſiti numeri.

— 24 + $4\frac{4}{5}$ √70, 42 — 3 √70, 24 — $1\frac{5}{7}$ √70, — 15 + 3 √70.

— 15 + 3 √70	42 — 3 √70
+ 360 — 72 √70	1008 — 72 √70
+ 1008 — 72 √70	360 — 72 √70
1368 — 144 √70	1368 — 144 √70

—Λ—

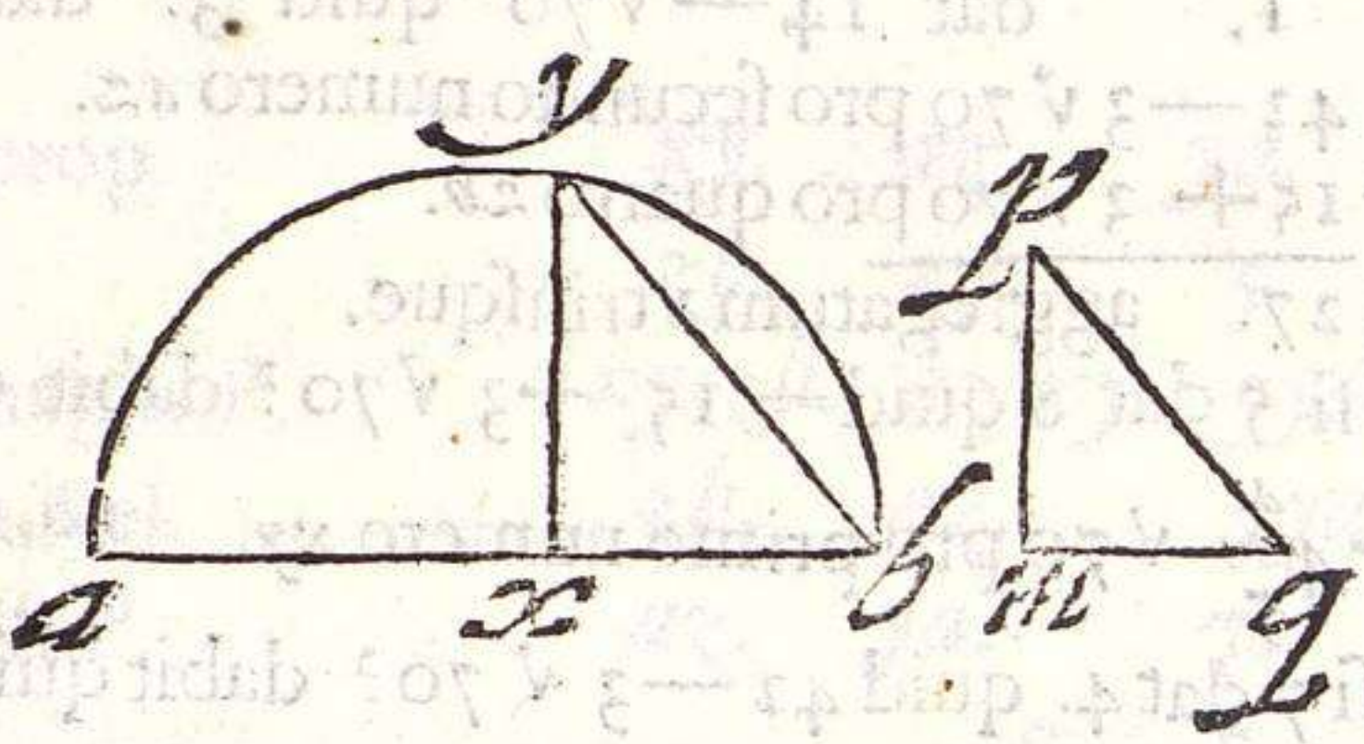
Qui etiam ſunt proportionales, cum factum ſub extremis facto ſub medijs ſit æquale, vt patet. Quatuor igitur numeros exhibuimus, &c. Quod facere oportebat.

Etiam per præcedentem analyſim, more arithmetico, quæſtio enodari poterit, & quidem brevius, operatio verò eadem erit.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XVI.

Datam circuli diametrum *ab* ita ſecare in *x*, vt perpendicularis *xy* ad ſegmentum *xb* ſit in ratione data vt *mp* ad *mq*.



ANALYSIS.

Ducatur *by*, & patet ex terminis rationis datæ triangulum poſſe fieri, cui ſimile ſit triangulum *xyb*. Ergo ſolutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Conſtituantur ad angulos rectos *mp*. *mq*, ductaque *pq* fiat angulus *aby* angulo *q* æqualis, & demittatur perpendicularis *xy*. Erunt igitur triangula rectangula *xyb*. *mpq* ſimilia, quare *xy* ad *xb* erit vt *mp* ad *mq*. Quod facere oportebat.

SCHOLION.

Quoniam propoſitum problema poſitione tantum eſt reſolutum, placet aliam analyſim inſtituere, vnde quanta ſit *xy*, vel *xb* ſcire poſſimus.

ALI-

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.

Sint igit. prop.	*xy.*	*xb.*	*mp.*	*mq.*
Et quadrando.	*xyx.*	*xbx.*	*mpm.*	*mqm.*
Sive per 8.6.el.	*axb.*			
Hoc eſt per 1.6.el.	*ax.*	*xb.*	*mpm.*	*mqm.*
Et compon.	*ab.*	*xb.*	*mpm+ mqm.*	*mqm.*
Ergo ſolutum.				

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat *ab* ad *xb* vt aggregatum quadratorum *mp. mq* ad quadratum *mq*, & ducta perpendiculari *xy*, factum erit. Nam dividendo erit *ax* ad *xb*, ſive rectangulum *axb* ad quadratum *xb*, hoc eſt quadratum *xy* ad quadratum *xb*, vt quadratum *mp* ad quadratum *mq*, adeoque *xy* ad *xb*, vt *mp* ad *mq*. Quod erat faciendum.

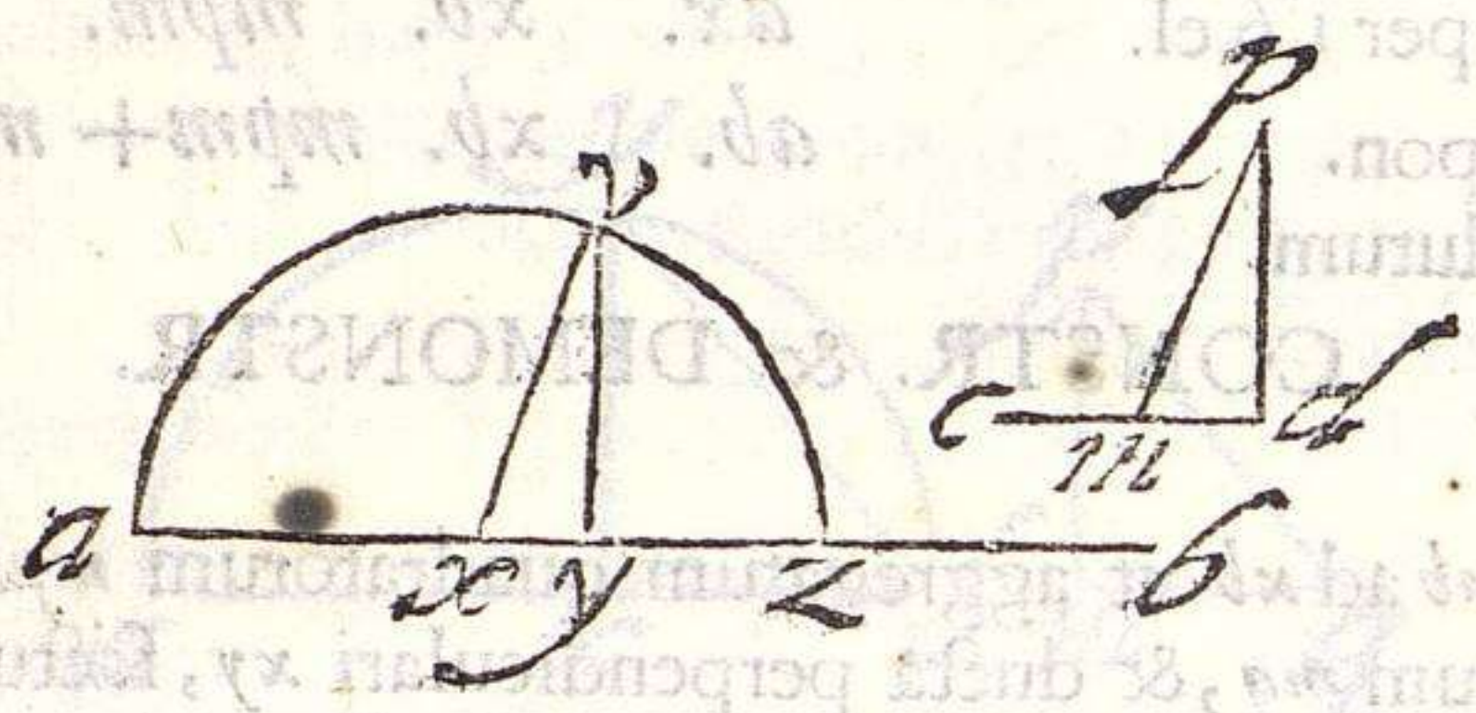
Quod ſi ſemicirculus datus *ayb* non iam ſemicirculus; ſed portio circuli proponatur ad primam analyſim confugiendum erit, & quanta ſit *xy*, aut *xb* à trigonometria petendum determinatis quantitatibus *ab. mp. mq*, & valore anguli *ayb*.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XVII.

Dato aggregato trium proportionalium, dataque ratione mediæ ad differentiam extremarum: singulas exhibere.



Sit aggregatum data recta *ab*, & ratio data *dp* ad *cd*. Sint quæsitæ partes *ay*. *zb*. *yz* quo posito, si recta *az* bisecta supponatur in *x*: erit 2*xy* differentia extremarum, & descripto semicirculo *avz*, erectàque perpendiculari *yv*: erit ipsa rectæ *zb* æqualis. Ergo si iungatur *xv* perspicuum erit ex terminis rationis datæ triangulum posse fieri, cui simile debeat esse *xvy*.

prop. 7. Introd.

ANALYSIS

Inclinentur *cd*, & *dp* ad rectos angulos, bisectaque *cd* in *m* ducatur *mp*.

Et ob simil. *xvy*. *mpd*. E.P.	*xv*.	*vy*.	*mp*.	*pd*.
Idest	*ax*.	*zb*.		
Et duplic. anteced.	*az*.	*zb*.	2*mp*.	*pd*.

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Dividatur *ab* in *z* in ratione duplæ *mp* ad *pd*, & super *az*, bi-

2010 Ministerio de Cultura

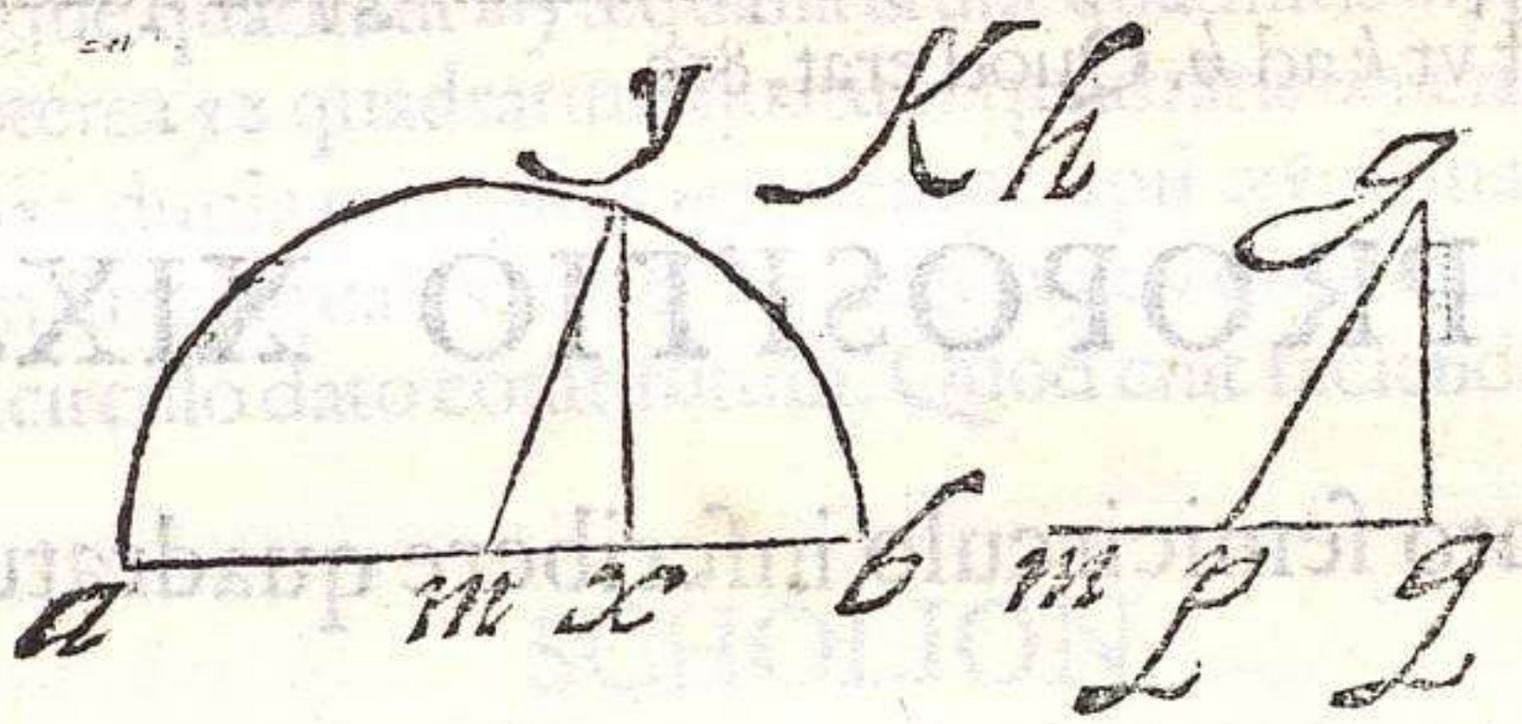
biſectà in *x*, ſemicirculus deſcribatur *avz*, & fiat angulus *zxv* angulo *dmp* æqualis, demittaturque perpendicularis *vy*. Dico *ay. zb. yz* eſſe, de quibus quæritur.

Cum enim ex conſtr. triangula ſint ſimilia *xvy. mpd*, erit *xv*, ideſt *ax* ad *vy*, vt *mp* ad *pd*, & duplicando antecedentes *az* ad *vy*, vt 2*mp* ad *pd*; ſed ex conſtr. eſt *az* ad *zb*, vt 2*mp* ad *pd*: æquales igitur erunt *vy*, & *zb*, ac proinde proportionales *ay. zb. yz*, vt petitur. Rurſus ob ſimilitudinem *xvy. mpd* erit *vy*, ideſt *zb* ad *xy* vt *dp* ad *mp*, & duplicando conſequentes, *zb* (media) ad duplam *xy* (differentiam extremarum *ay*, & *yz*) vt *dp* ad *cd*, vt poſtulatur. Dato igitur aggregato. &c. Quod oportebat facere.

PROPOSITIO XVIII.

Vide Renald. tom. 3. pag. 406.

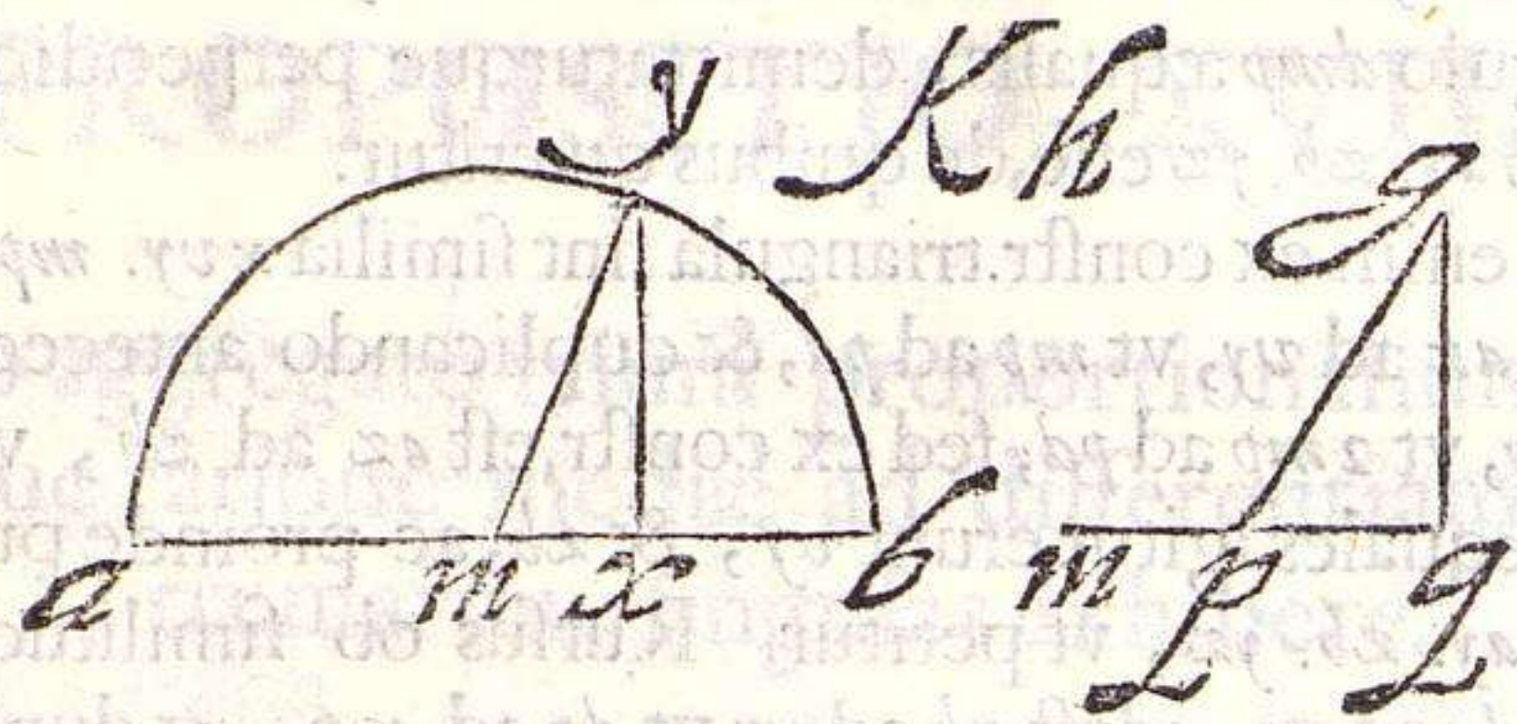
Datam rectam *ab* ſecare in *x*, vt rectangulum ſub partibus, ad quadratum differentiæ earumdem habeat datam rationem *k* ad *h*.



Factum iam ſit, & deſcribatur ſuper *ab*, biſectà in *m*, ſemicirculus *ayb*, vt perpendicularis *xy* rectangulum poſsit *prop. 7. Introd.* *axb*. Quoniam igitur *mx* ſemidifferentia eſt partium *ax. xb*, ductà *my*, patet ex terminis rationis datæ, triangulum poſſe fieri, cui ſimile ſit triangulum *mxy*.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONST.

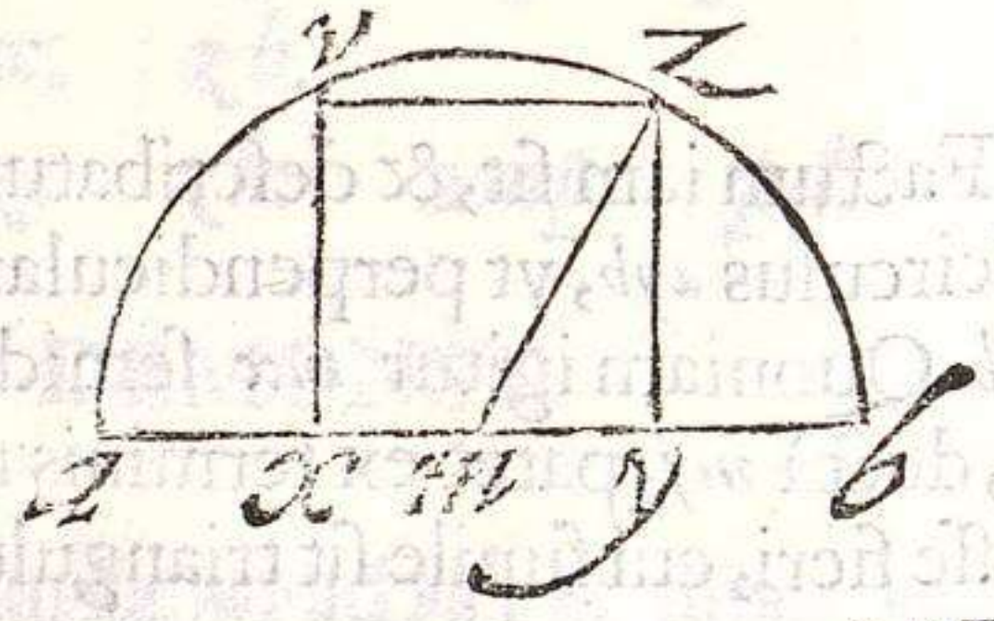
Fiat vt *k* ad *h* ita quadratum quodpiam *gq* ad quadratum *mq*. Inclinentur ad angulos rectos *mq. gq*, & bifecetur *mq* in *p*, ductaque *pg*, fiat *mb* ad *mx*, vt *pg* est ad *pq*, erectaque perpendiculari *xy*, iungatur *my*. Dico factum.

Quoniam igitur *my*, idest *mb* est ad *mx*, vt *pg* ad *pq*: si-
7.6. *el.* milia erunt triangula rectangula *myx. pgq*, quare *xy* ad *mx* erit vt *gq* ad *pq*, & duplicando consequentes *xy* ad duplam *mx* vt *gq* ad *mq*, adeoque quadratum *xy*, idest rectangulum *axb* ad quadratum duplæ *mx*, idest ad quadratum differentiæ partium *ax*, & *xb*, vt quadratum *gq* ad quadratum *mq*, idest vt *k* ad *h*. Quod erat, &c.

PROPOSITIO XIX.

In dato semicirculo inscribere quadratum.

Factum iam sit, & in semicirculo dato *avb* inscriptum sit quadratum *xyzv*. Bisecetur diameter *ab* in *m*, & ducatur *mz*.



ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Quoniam igitur quadrati latera ſunt inter ſe æqualia, æquales propterea erunt rectæ *xv*, & *yz*, & æqualiter diſtabunt à centro *m*, quare *xm*, & *my* erunt æquales : ergo *my* dimidia erit ipſius *zy*:ergo quadratum *mz*,ideſt quadratum *mb* quinque poterit quadrata *my* (ſiquidem *yz*, vt pote dupla ipſius *my*,quatuor poteſt quadrata *my*.)Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Inter *mb*, & ipſius quintam partem media inveniatur proportionalis *my*,fiatque ei æqualis *xm*, & excitentur perpendiculares *xv*, & *yz*, & connectantur *vz*, & *mz*. Dico *xyzv* quadratum eſſe, de quo quæritur.

Quoniam igitur quadratum *my* æquale eſt ex conſtr. rectangulo ſub *mb*, & ipſius quinta parte : erunt quintuplicando, quinque quadrata *my* æqualis quadrato *mb* , ideſt *mz*; ſed quadratum *mz* æquale eſt quadratis *my*, & *yz*:ergo quinque quadrata *my* æqualia erunt quadratis *my*, & *yz*, ac propterea *yz* quadratum quatuor quadratis *my* erit æquale: ergo *yz* dupla erit ipſius *my*, nempe ipſi *xy* æqualis , ſed etiam ſunt æquales *xv*, & *yz*: ergo *xyzv* quadratum erit in ſemicirculo dato conſtitutum. Quod erat faciendum.

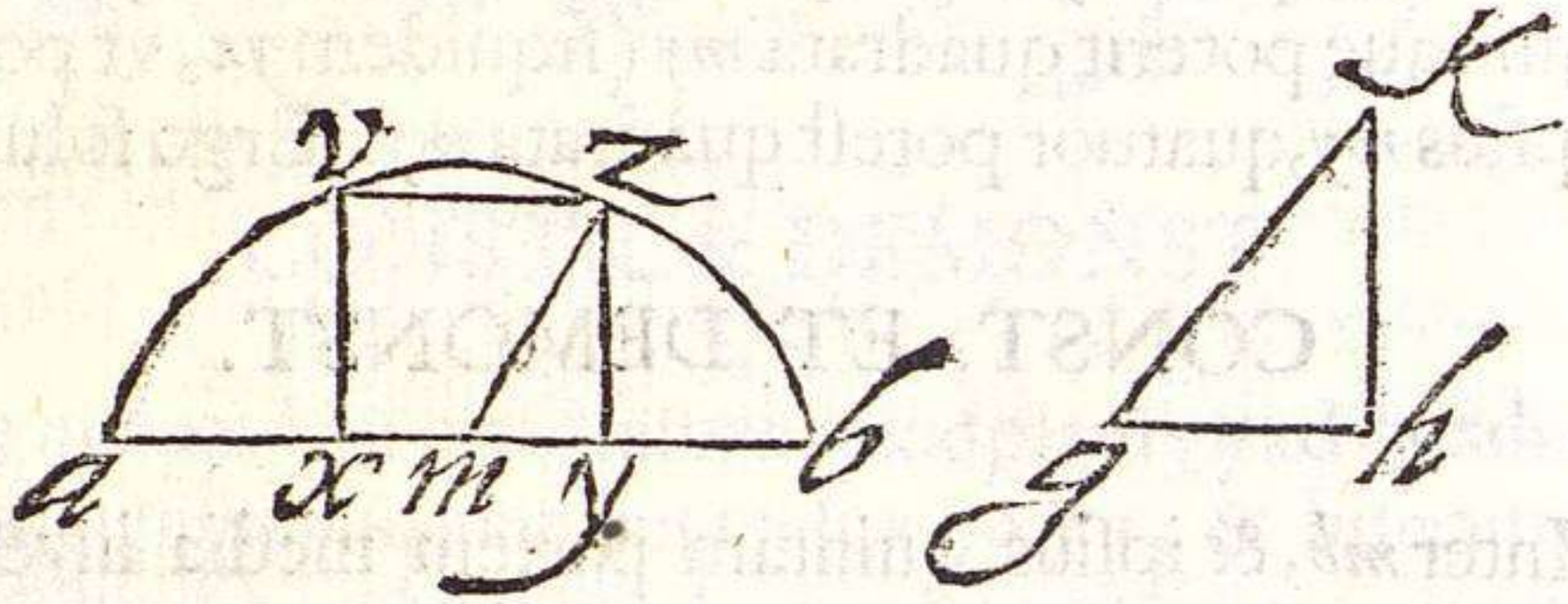
SCHOLION.

Hoc problema proponi poteſt hoc modo:
Datam *ab* dividere in *y*, vt rectangulum ſub ſegmentis æquale ſit quadrato differentiæ eorumdem.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XX.

In data portione circuli quadratum constituere.



Esto iam factum, & in portione circuli data *avb*, constitutum sit quadratum *xyzv*, & bisecetur *ab* in *m*, ducaturque *mz*.

ANALYSIS.

Quoniam igitur *xv*, & *yz* sunt æquales, æqualiter distabunt à centro, adeoque *xm*, & *my* erunt æquales: ergo *yz* dupla erit ipsius *my*: ergo triangulum effici poterit, cui simile debeat esse triangulum *myz*.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Exponatur quævis *gh*, & ad angulos rectos ipsius dupla ponatur *hk*, iungaturque *gk*. Deinde angulo *g* angulus fiat æqualis *bmz*, & demittatur perpendicularis *zy*, factàque *xm* ipsi *my* æquali, erigatur perpendicularis *xv*, iungaturque *vz*.

Quoniam igitur triangula rectangula *myz*. *ghk* sunt æquiangula, erit vt *my* ad *yz* ita *gh* ad *hk*; sed *hk* dupla est ipsius *gh*: ergo *yz* dupla erit ipsius *my*, adeoque ipsi *xy* æqualis; sed *xv*, & *yz* sunt æquales: ergo *xyzv* quadratum erit de-

2010 Ministerio de Cultura

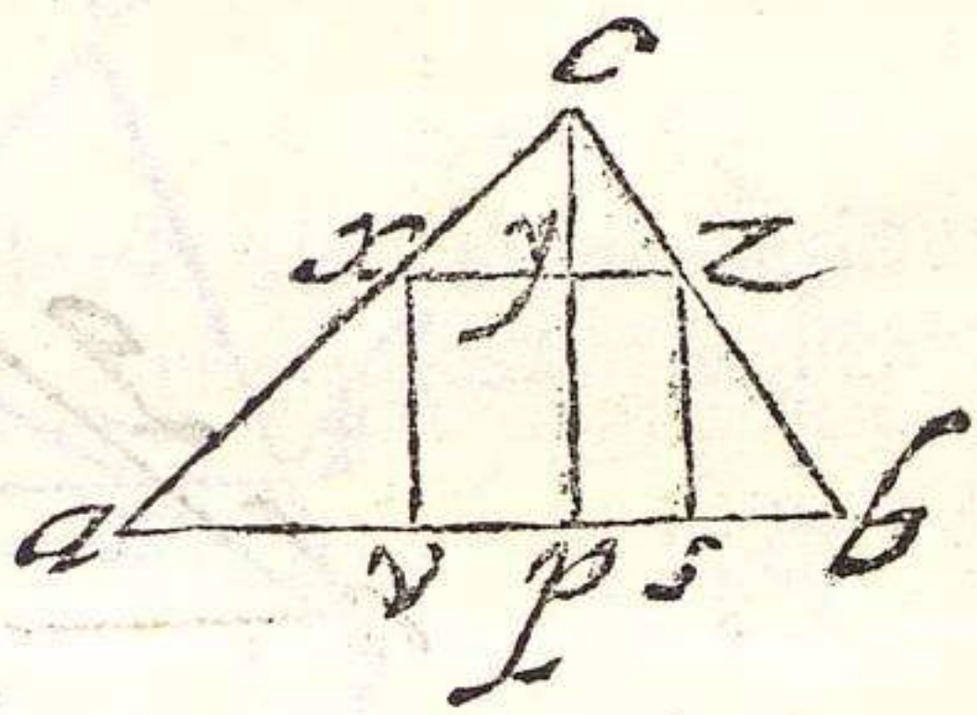
de quo quæritur. In data igitur portione, &c. Quod erat faciendum.

In hunc modum etiam antecedens problema solvi poterit positione.

PROPOSITIO XXI.

In dato triangulo quadratum inscribere.

In triangulo dato *abc* inscriptum iam sit quadratum *svxz*. Demittatur perpendicularis *cp* secans latus *xz* in *y*, & erit *yp* singulis lateribus quadrati æqualis.



ANALYSIS.

Ob simil. *abc. xzc.* S.P. *ab. cp. xz. cy.*

Idest *yp.* *prop. 20 Introd.*

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Dividatur perpendicularis *cp* in *y* in ratione basis *ab* ad ipsam *cp*, & per *y* ipsi *ab* parallela ducatur *xz*, demittanturque perpendiculares *xv*, & *zs*. Dico *xzsv*. esse quadratum, de quo quæritur.

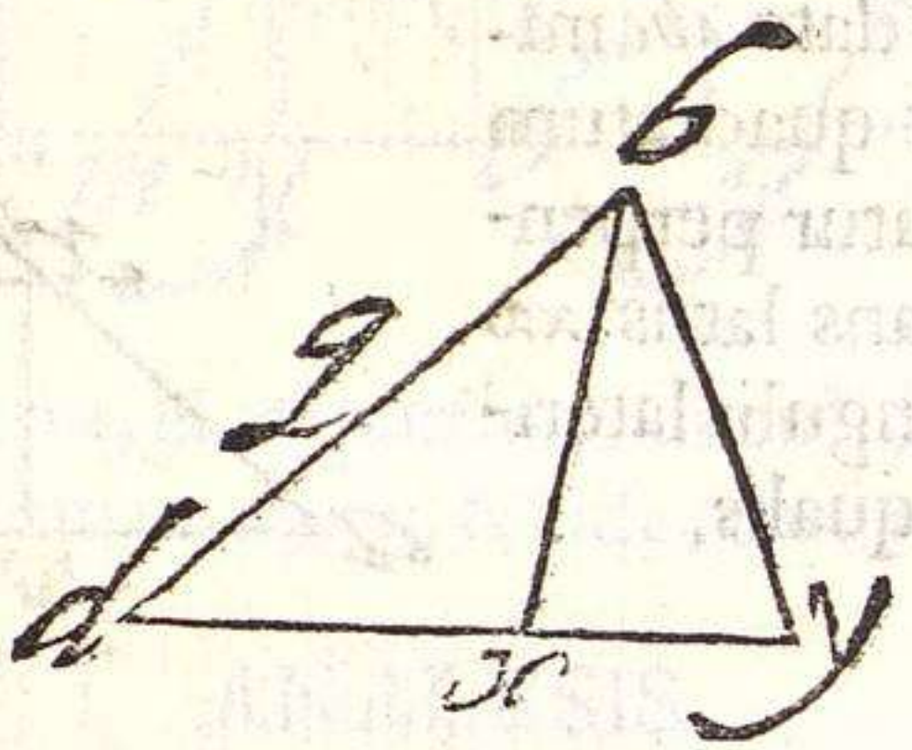
Cum enim in triangulis similibus bases, & altitudines sint proportionales, erit *ab* ad *cp* vt *xz* ad *cy*; sed ex constr. *ab* ad *cp* est vt *yp* ad *yc*: ergo *xz* ipsi *yp* erit æqualis; sed ob parallelismum *xz*, & *vs* inter se, & *vx. yp. zs* inter se sunt æquales: ergo *xzsv* quadratum erit. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXII.

Vide Renald. tom. 3. pag. 337.

In triangulo *dby* datur latus *db*, & angulus ad verticem *dby* bisectus ponitur à recta *bx*, & ratio rectanguli *dby* ad rectangulum *dxy* est vt *f* ad *g*, seu vt *db* ad *qb*: quæruntur puncta *x*, & *y*.



ANALYSIS

Sint igit. prop.	*dby.*	*dxy.*	*db.*	*qb.*
Idest per 1.6.el.			*dby.*	*qby.*
Ergo per 14.5.el.		*dxy* —Λ—	*qby.*	
Et E.P.	*qb.*	*dx.*	*xy.*	*by.*
Idest per 3.6.el.			*dx.*	*db.*

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Inter *qb*, & *db* media inveniatur *dx*, quæ ex puncto *d* rectæ *bx* occurrat in *x*, & protrahatur ad *y*. Dico factum.

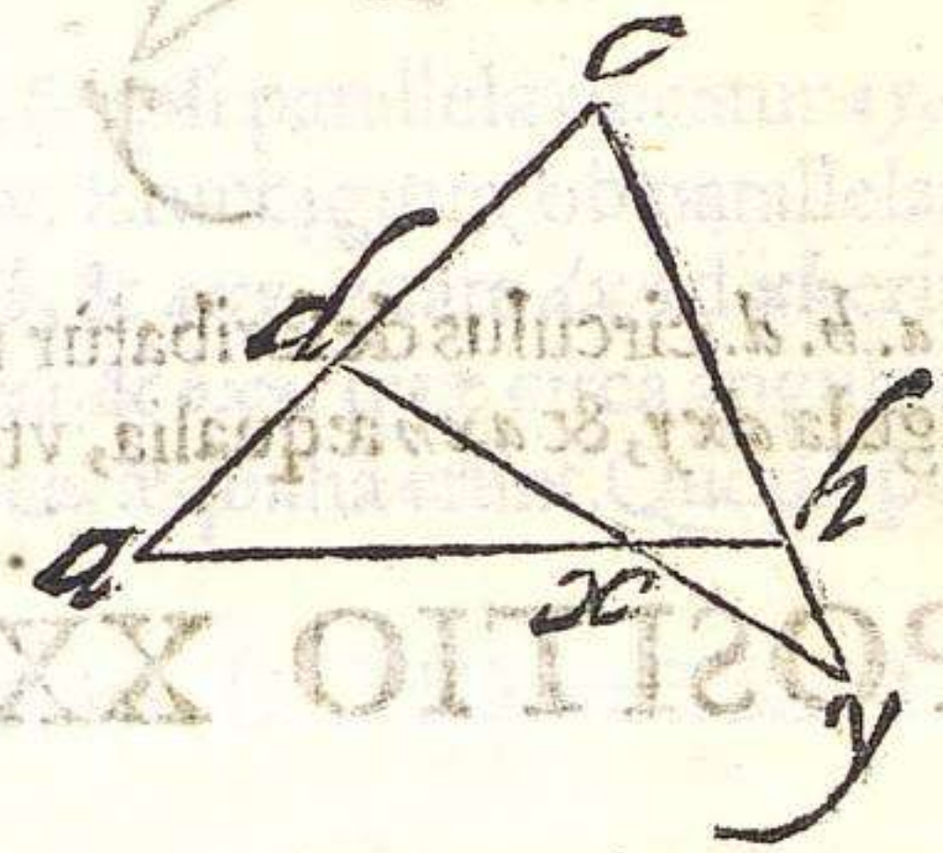
Est enim *qb* ad *dx* ex constr. vt *dx* ad *db*, & ex 3.6.el. vt *xy* ad *by*, quare rectangulum *dxy* æquale erit rectangulo *qby*: ergo rectang. *dby* ad rectang. *dxy*, idest *qby* (ob eamdem altitudinem *by*) erit vt *db* ad *qb*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIII.

Dato triangulo *abc* oporteat ex puncto in latere dato *d* rectam ducere *dxy* ita vt rectangulum *dxy*, rectangulo *axh* sit æquale.



ANALYSIS.

Sit igit. rectang. $dxy \frown\!\!\!\!\!\!\wedge\!\!\!\!\!\!\frown axh$.

Ergo E.P. $dx.\ ax.\ xh.\ xy.$

Ergo solutum. Nam cum anguli ad *x* sint æquales, & latera circa illos proportionalia, similia erunt triangula *dxa*, & *xhy*.

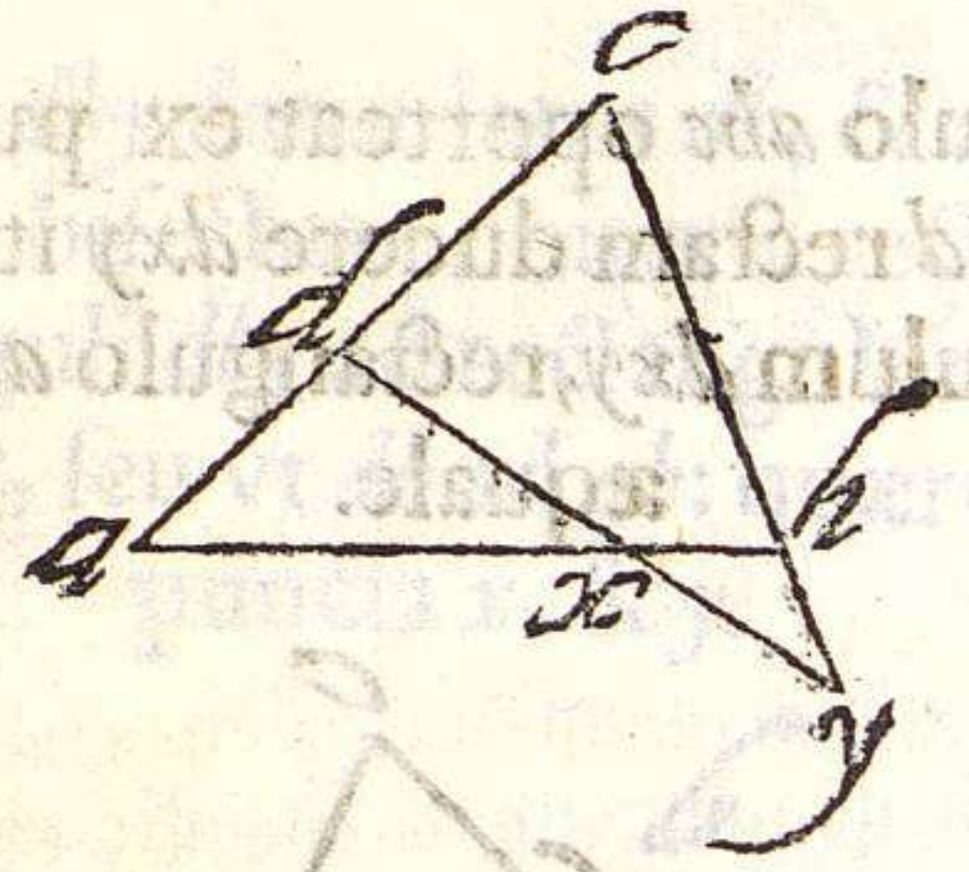
CONSTR. & DEMONST.

Ad rectam datam *ad*, & punctum *d* angulus fiat *ady*, angulo *ahy* æqualis, & cum anguli ad *x* sint æquales, similia erunt triangula *adx*, & *xhy*, & erit *dx* ad *ax*, vt *xh* ad *xy*: ergo rectangulum *dxy* rectangulo *axh* erit æquale. Quod faciendum erat.

ALI-

2010 Ministerio de Cultura

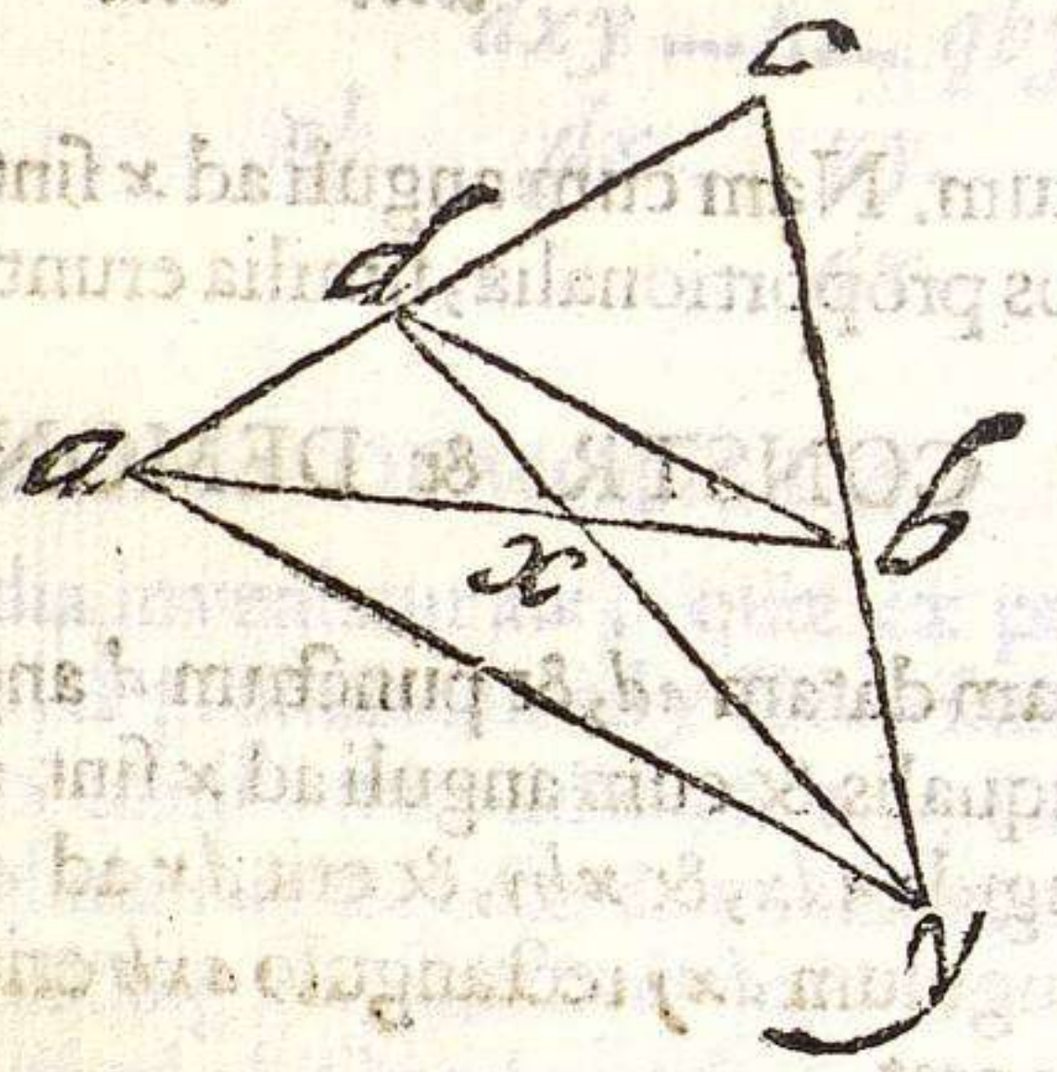
ALITER.



35.3.el. Si per puncta *a. b. d.* circulus describatur secans latus *cb* in *y*: erunt rectangula *dxy*, & *axb* æqualia, vt oportet.

PROPOSITIO XXIV.

Dato triangulo *abc* ex dato in latere puncto *d* rectam ducere *dxy*, ita vt triangula *adx*, & *bxy* sint æqualia.



ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sint igit. triang. $dxa \sim bxy$.
Ergo per 15.6.el.E.P. $dx.\ xb.\ xy.\ ax.$
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Iungatur *db*, & ipſi parallela ducatur *ay*, connectaturque *dy* ſecans *ab* in *x*. Erunt igitur (ob parallelas *db*, & *ay*) triangula ſimilia *dxb*, & *axy*, quare *dx* ad *xb* erit vt *xy* ad *ax*: ergo triangula *dxa*, & *bxy*, quæ circa angulos æquales latera habent reciproca, æqualia erunt. Quod oportebat facere.

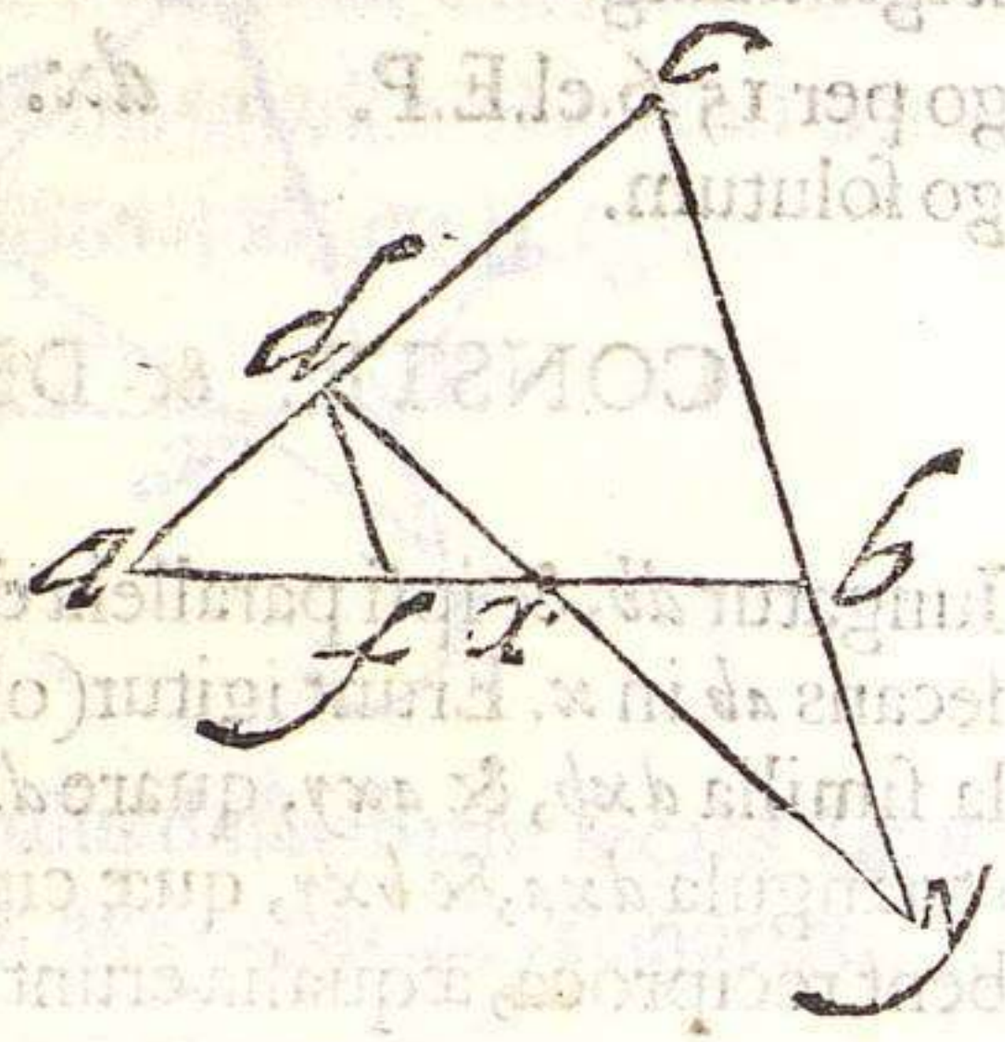
ALIA DEMONSTRATIO.

Ob parallelas *db*, & *ay*, erunt triangula æqualia *adγ*, & *abγ*, demptoque communi *axγ*, remanebunt æqualia triangula *dxa*, *bxγ*. Quod oportebat facere.

ALI-

2010 Ministerio de Cultura

ALITER.



Ducatur lateri *cb* parallela *df*, quod idem eſt ac facere angulum *fdx* angulo *y* æqualem.

ANALYSIS.

Sint igit.triang.		*axd* ⌒∧⌒	*bxy.*	
Ergo per 15.6.el.E.P.	*dx.*	*xb.*	*xy.*	*ax.*
Sed ob ſimil.*fdx.xby*.S.P.	*xb.*	*xy.*	*fx.*	*dx.*
Ergo ex æquo E.P.	*ax.*	*xb.*	*xb.*	*fx.*
Et comp.	*ab.*	*xb.*	*fb.*	*fx.*

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

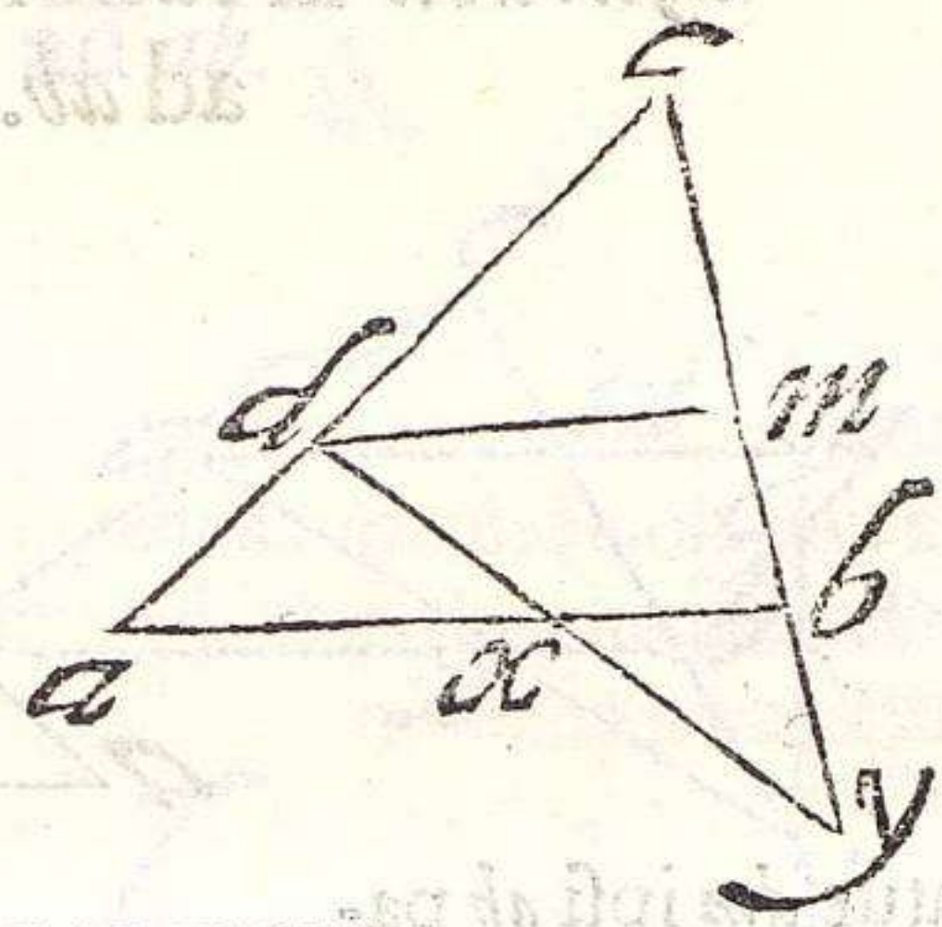
Ducatur *df* lateri *cb* parallela, & dividatur *fb* in *x* in ratione ipſius *fb* ad *ab*, vt ſint proportionales *ab. xb. fb. fx*, & divid. *ax. xb. xb. fx*; cum autem ob ſimilitudinem triangulorum *fdx. xby* ſint proportionales *xb. xy. fx. dx*: erunt ex æquo proportionales *dx. xb. xy. ax.* (ratio communis *fx. xb.*) ergo triangula *axd. bxy*, quæ circa communem angulum *x* latera habent reciproca, æqualia erunt. Quod oportebat facere.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXV.

Dato triangulo *abc*, ex dato in latere puncto *d* rectam ducere *dxy*, & facere rectangula *dyx*, & *abx* æqualia.



Ducatur ipsi *ab* parallela *dm*.

ANALYSIS.

Sit igitur $dyx \multimap abx$.

Ergo E.P.	*ab.*	*dy.*	*xy.*	*xb.*
Sed ob simil. *xby. dmy.* S.P.	*xy.*	*xb.*	*dy.*	*dm.*
Ergo ex æquo E.P.	*ab.*	*dy.*	*dy.*	*dm.*

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

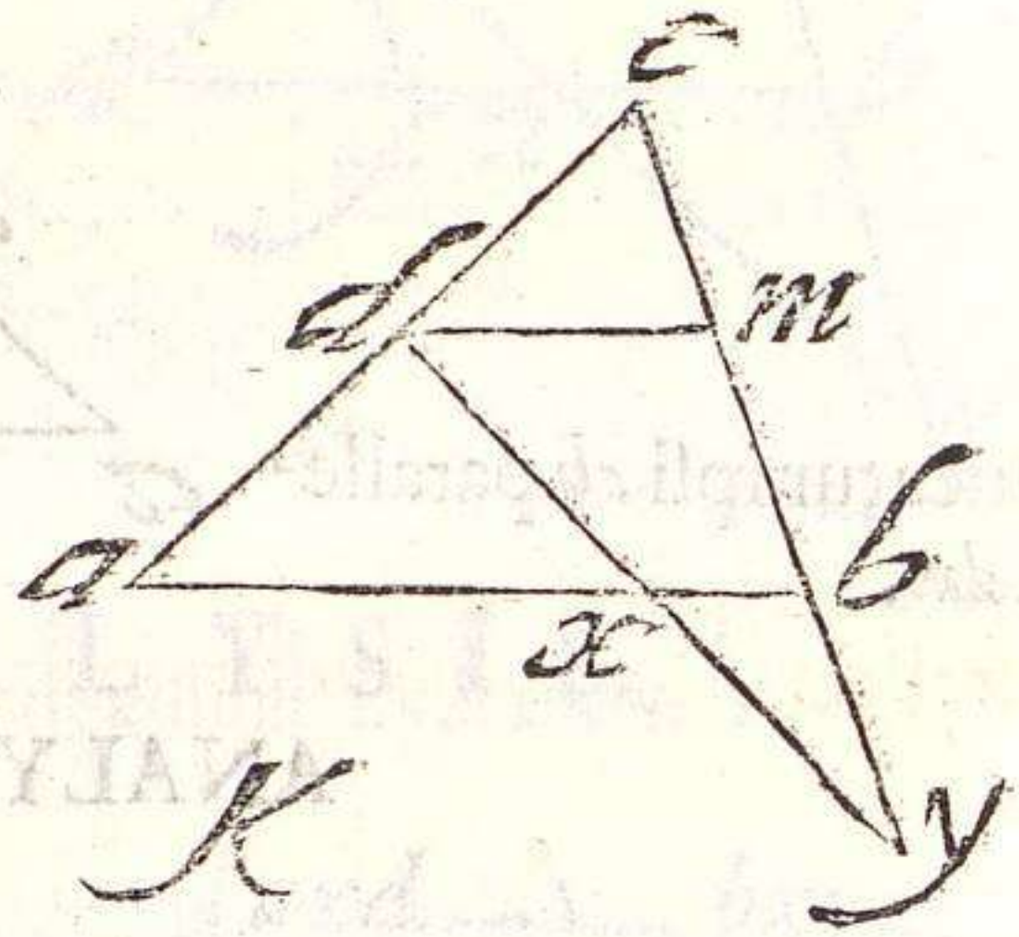
Inter *ab*, & *dm* media inveniatur *dy*, quæ ex puncto *d* occurrat lateri *cb* in *y*, secans *ab* in *x*. Dico factum.

Cum enim ex constr. sit *ab* ad *dy*, vt *dy* ad *dm*, & ob similitudinem *dym*, & *xyb*, sit *dy* ad *dm*, vt *xy* ad *xb*: erit ex æquo *ab* ad *dy*, vt *xy* ad *xb*, & rectangulum *dyx* rectangulo *abx* æquale. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXVI.

Dato triangulo *abc*, ex puncto in latere dato *d* rectam ducere *dxy*, & facere rectangula *dyx*. *abx* in ratione data vt *k* ad *ab*.



Ducatur *dm* ipsi *ab* parallela.

ANALYSIS

Sint igit. prop. *dyx*. *abx*. *k*. *ab*.
Sive per 1.6.el. *k*:*bx*. *abx*.
Ergo per 14.5.el. *dyx* —Λ— *k*:*bx*.
Et E.P. *k*. *dy*. *xy*. *bx*.
Idest ob simil. *yxb*. *ydm*. *dy*. *dm*.
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

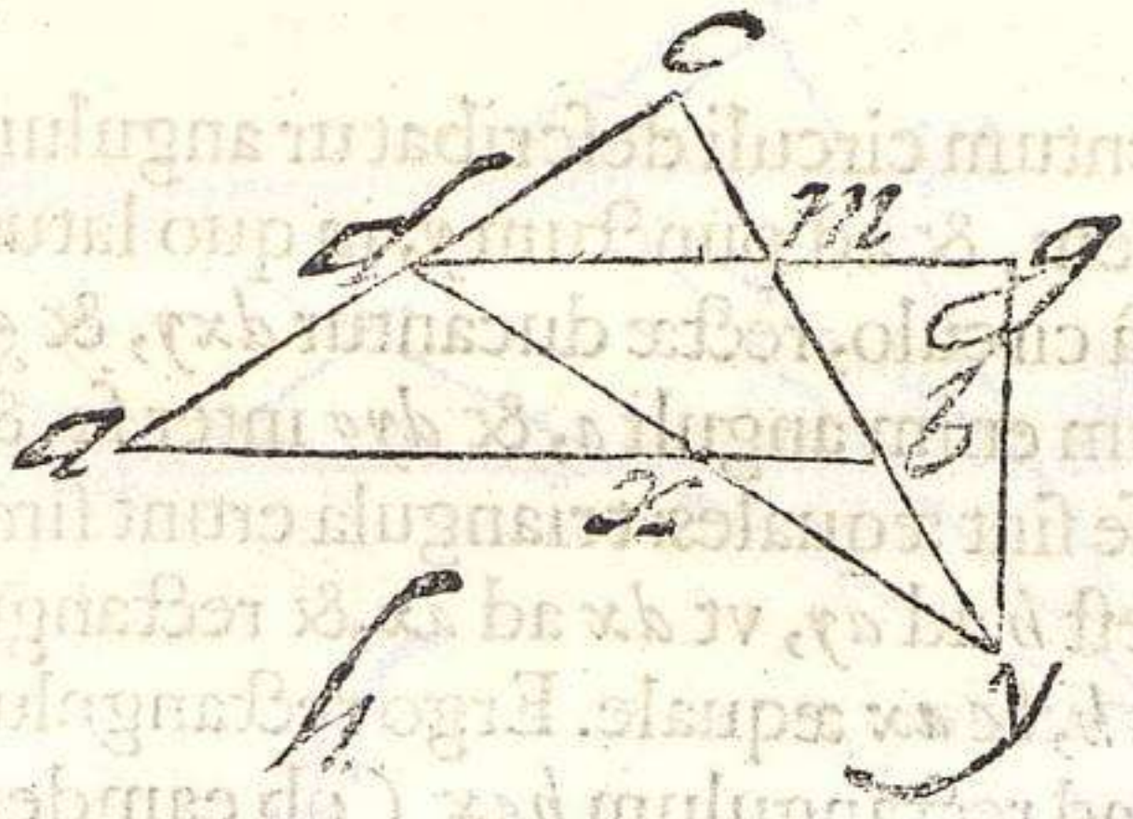
Inter *k*, & *dm* media inveniatur *dy*. Dico factum. Estenim *k* ad *dy*, vt *dy* ad *dm*, idest vt *xy* ad *xb* (ob similitudinem triangulorum *yxb*, & *ydm*) quare rectangula *dyx*, & sub *k*, & *xb* erunt æqualia. Ergo rectangulum *dyx*, idest sub *k*, & *xb*, ad rectangulum *abx* (ob eamdem altitudinem *xb*) erit vt *k* ad *ab*. Quod faciendum erat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXVII.

Dato triangulo *abc* ex dato in latere puncto *d* rectam ducere *dxy*, & facere rectangulum *ydx* ad rectangulum *bax*, vt *b* ad *ab*.



Ducatur ipsi *ab* parallela *dm*.

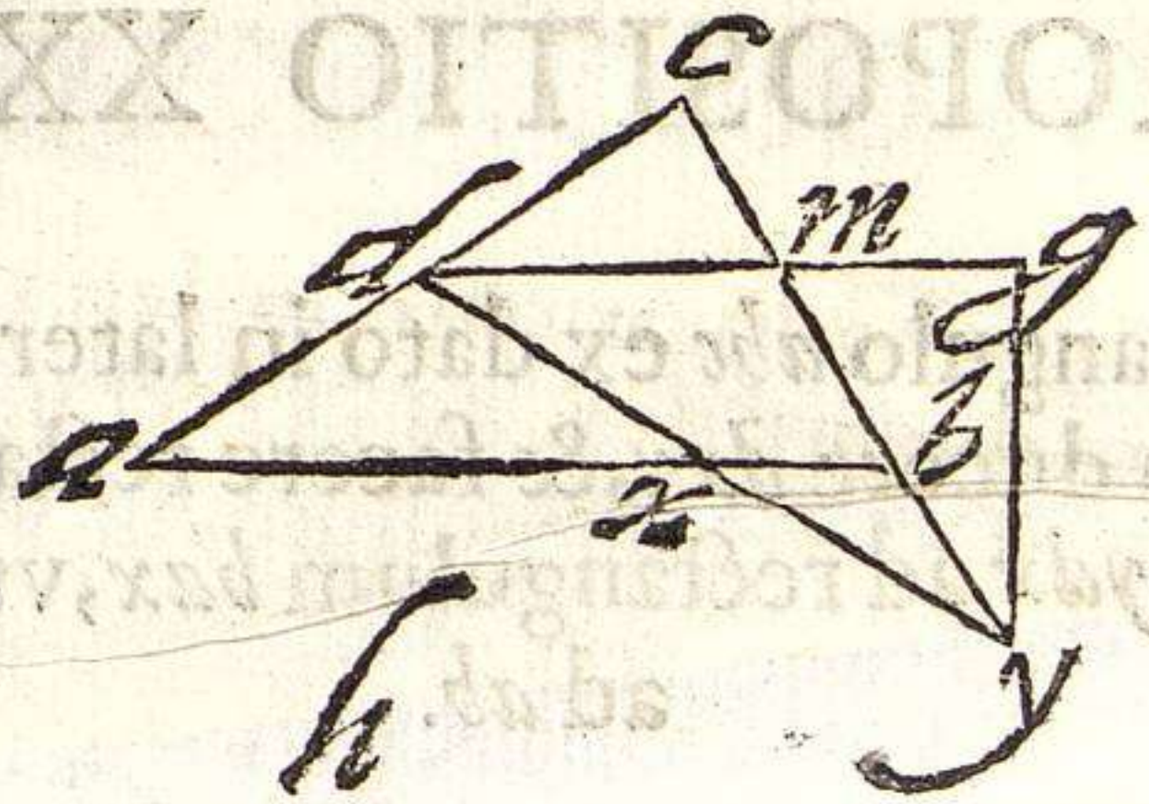
ANALYSIS.

Sint igit. prop. *ydx. bax. b. ab.*
Sive per 1.6.el. *b:ax. bax.*
Ergo per 14.5.el. *ydx —Λ— b:ax.*
Et erunt prop. *b. dy. dx. ax.*
Fiat angulus *dyg —Λ— a.*
Et erunt prop. *dg. dy. dx. ax.*
Ergo *dg —Λ— b.*
Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Ipsi *ab* parallela ducatur *dg* datæ *b* æqualis, & super *dg*

2010 Ministerio de Cultura



segmentum circuli describatur angulum capiens angulo *a* æqualem, & ad punctum *y*, in quo latus *cb* protractum secatur à circulo, rectæ ducantur *dxy*, & *gy*. Dico factum.

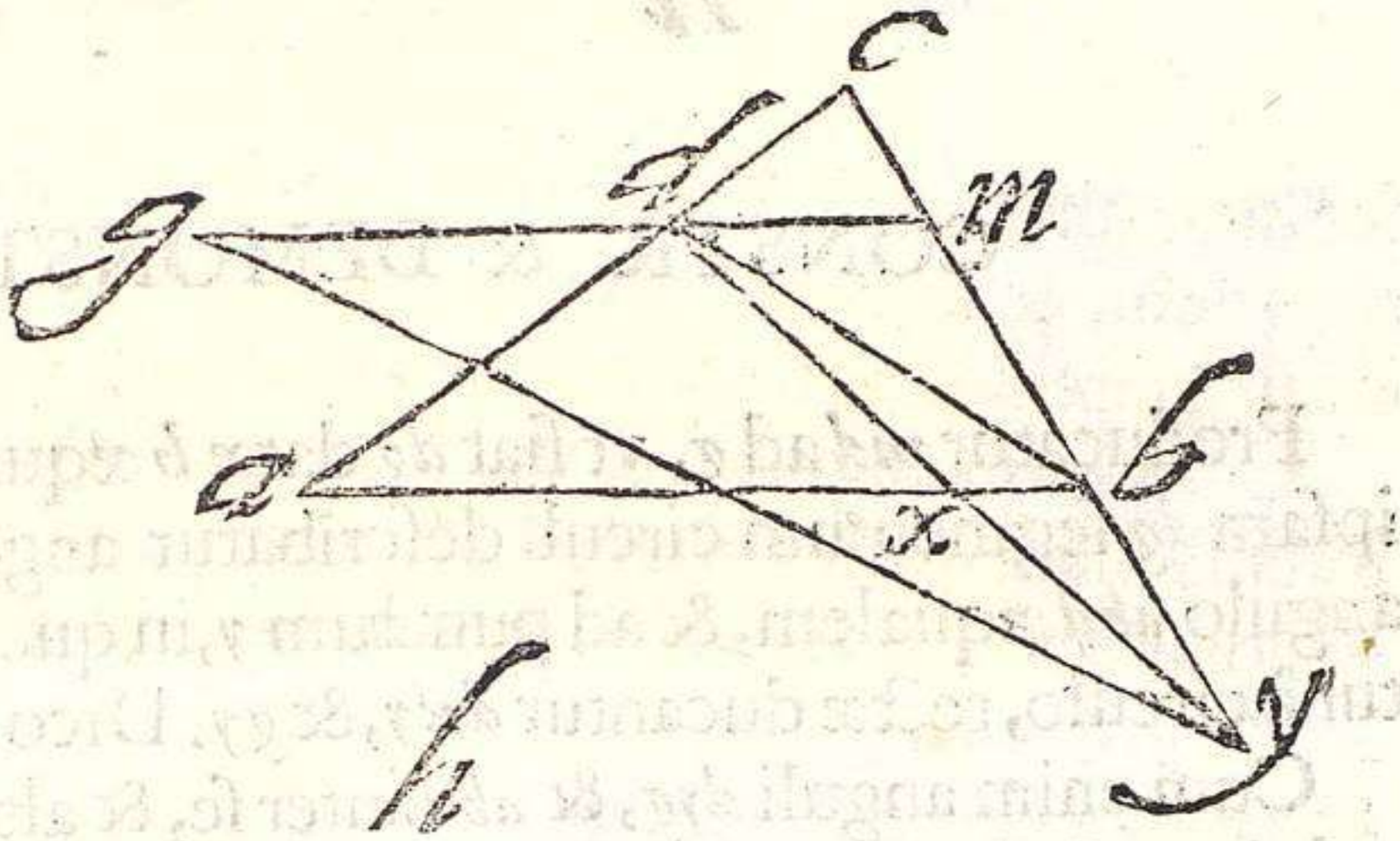
Cum enim anguli *a*, & *dyg* inter se, & altern. *axd*, & *xdg* inter se sint æquales: triangula erunt similia *axd*. *dgy*, & erit *dg*, ideſt *h* ad *dy*, vt *dx* ad *ax*, & rectangulum *ydx* rectangulo sub *h*, & *ax* æquale. Ergo rectangnlum *ydx*, ideſt sub *h*, & *ax* ad rectangulum *bax* (ob eamdem altitudinem *ax*) erit vt *h* ad *ab*. Quod facere oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXVIII.

Dato triangulo *abc*, ex dato in latere puncto *d* rectam ducere *dxy*, ita vt rectangulum *ydx* ad *abx* rectangulum, sit vt *b* ad *ab*.



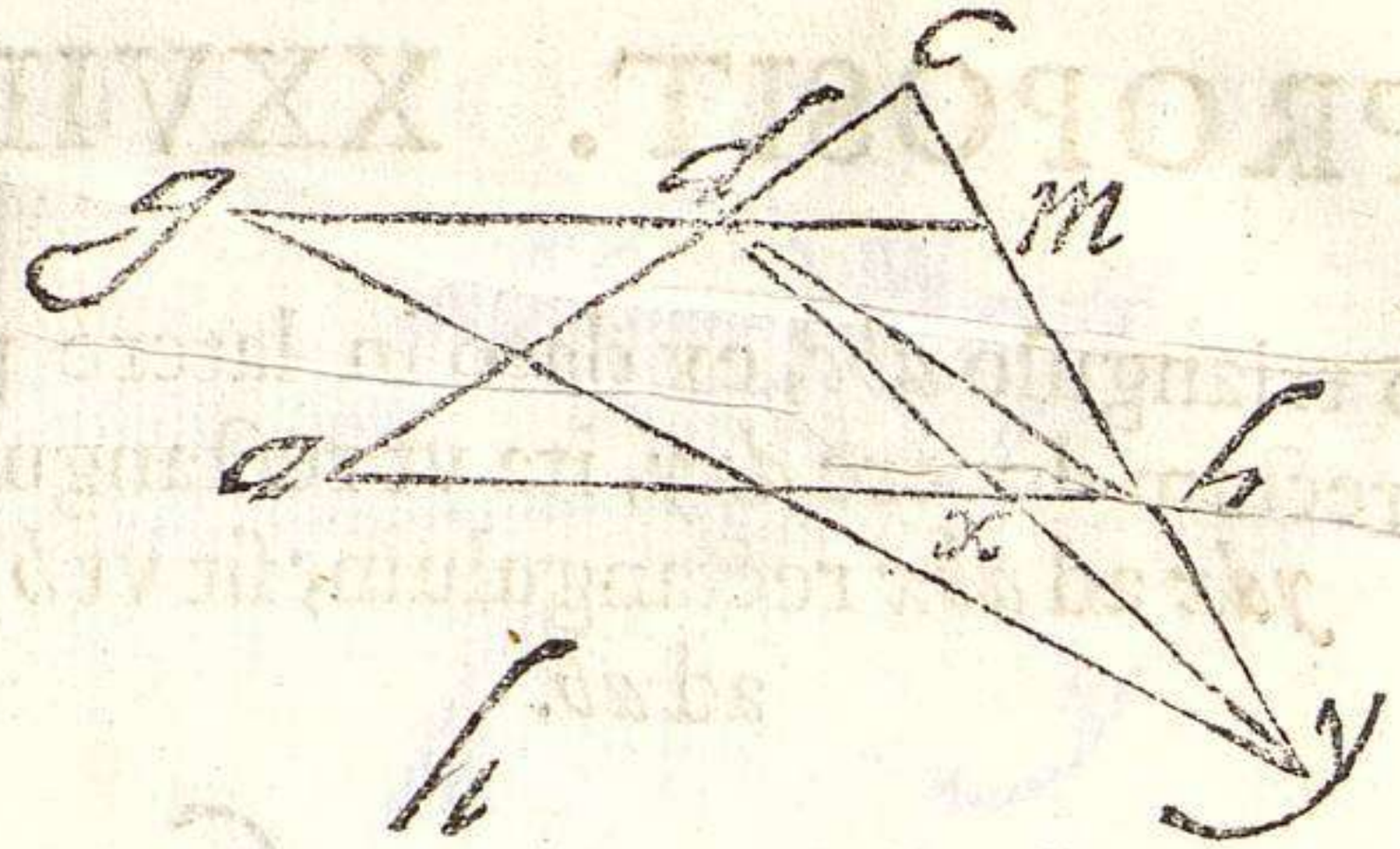
Iungatur *db*, & ipsi *ab* parallela ducatur *dm*.

ANALYSIS.

Sint igit.prop. *ydx. bax. b. ab.*
Sive per 1.6.el. *b:ax. abx.*
Ergo per 14.5.el. *ydx —Λ— b:xb.*
Et erunt prop. *b. dy. dx. xb.*
Fiat angulus *dyg —Λ— abd.*
Et ob simil.*dgy.dxb*.E.P. *dg. dy. dx. xb.*
Ergo *dg —Λ— b.*
Ergo solutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONST.

Producatur *md* ad *g*, vt fiat *dg* datæ *b* æqualis, & ſuper ipſam *dg* ſegmentum circuli deſcribatur angulum capiens angulo *abd* æqualem, & ad punctum *y*, in quo latus *cb* ſecatur à circulo, rectæ ducantur *dxy*, & *gy*. Dico factum.

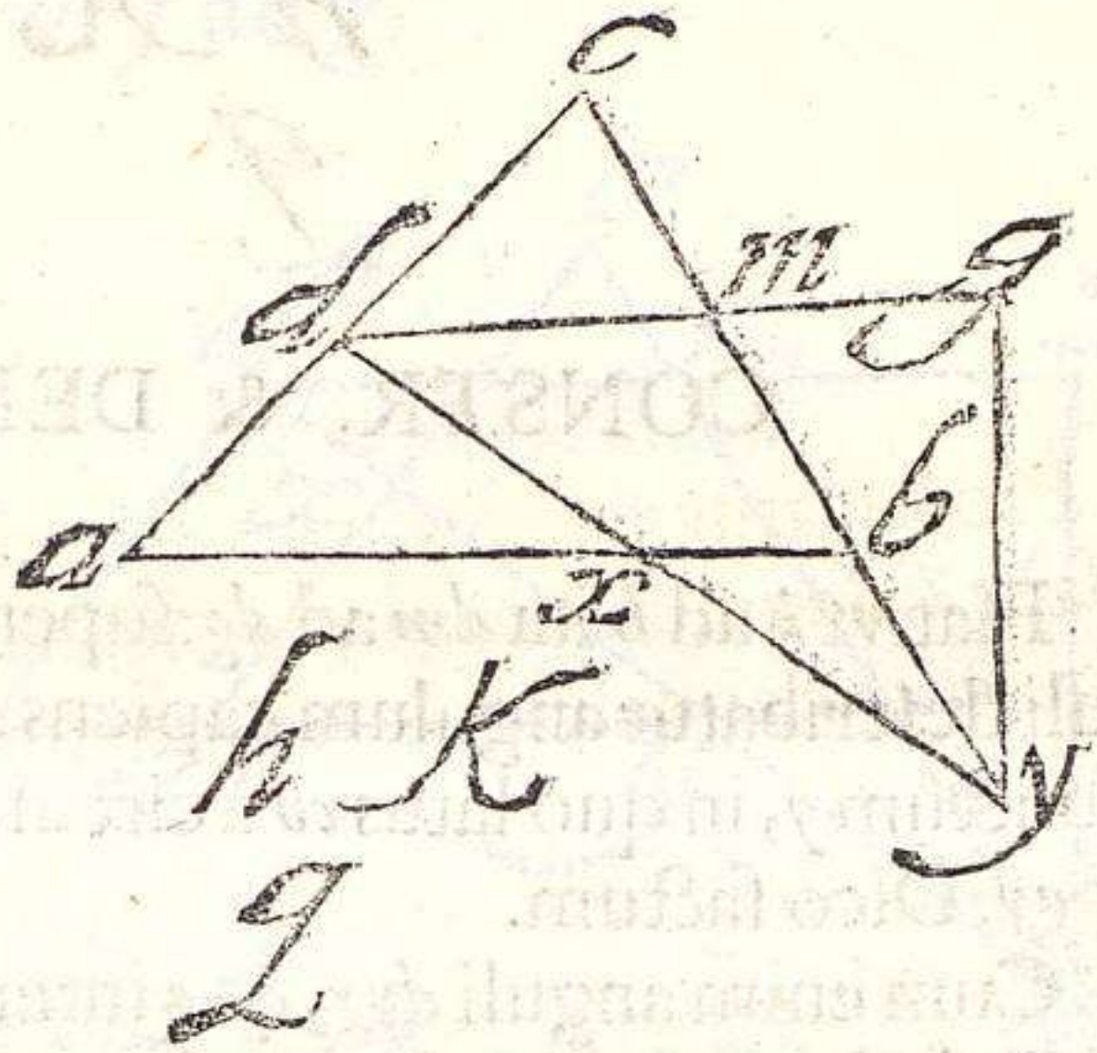
Cum enim anguli *dyg*, & *abd* inter ſe, & alterni *dxb*, & *xdg* inter ſe ſint æquales: triangula erunt ſimilia *dyg*, & *dxb*, & erit *dg*, ideſt *b* ad *dy* vt *dx* ad *xb*, & rectangulum *ydx* rectangulo ſub *b*, & *xb* æquale. Ergo rectangulum *ydx*, ideſt ſub *b*, & *xb*, ad rectangulum *abx* (ob eamdem altitudinem *xb*) erit vt *b* ad *ab*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIX.

Dato triangulo *abc*, ex dato in latere puncto *d* rectam ducere *dxy*, ita vt rectangulum *dxy* ad *axb* rectangulum sit vt *b* ad *k*.

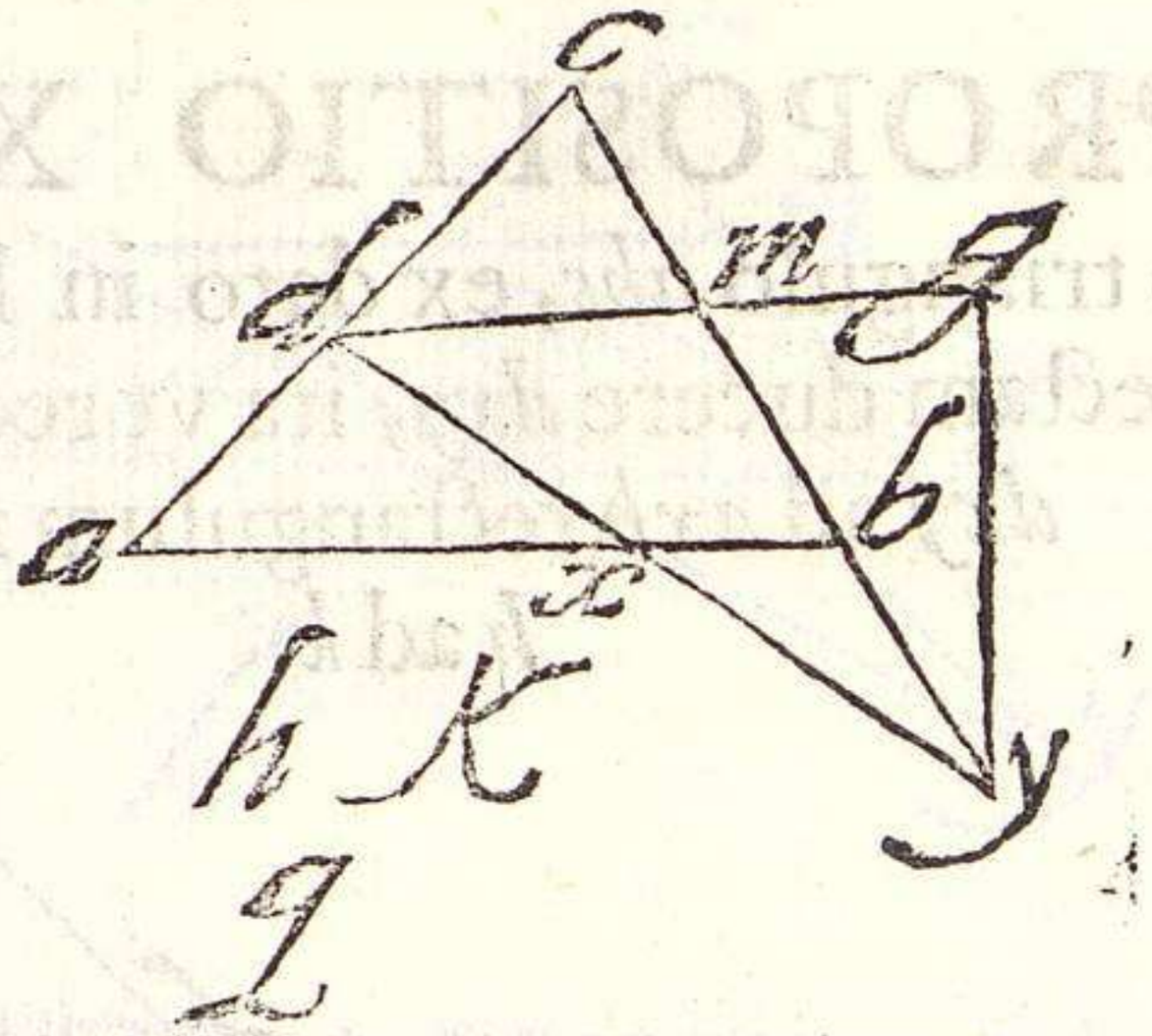


Ducatur ipsi *ab* parallela *dm*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *dxy. axb. b. k.*
Hoc est vt *dx. ax*, & *xy. xb*. ita *b. k.*
Sive ob simil. *dym. xyb*. & *dy. dm.*
Id est E. P. *ydx. dm:ax. b. k.*
Vel si fiat *q. dm.*
Vel per 1.6.el. *q:ax. dm:ax.*
Ergo per 14.5.el. *ydx —Λ— q:ax.*
Et erunt prop. *q. dy. dx. ax.*
Fiat angulus *dyg —Λ— a.*
Et erunt prop. *dg. dy. dx. ax.*
Ergo *dg —Λ— q.*
Ergo solutum. CONS.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *k* ad *h* ita *dm* ad *dg*: super quam segmentum circuli describatur angulum capiens angulo *a* æqualem, & ad punctum *y*, in quo latus *cb* à circulo secatur, ducantur *dxy*, & *gy*. Dico factum.

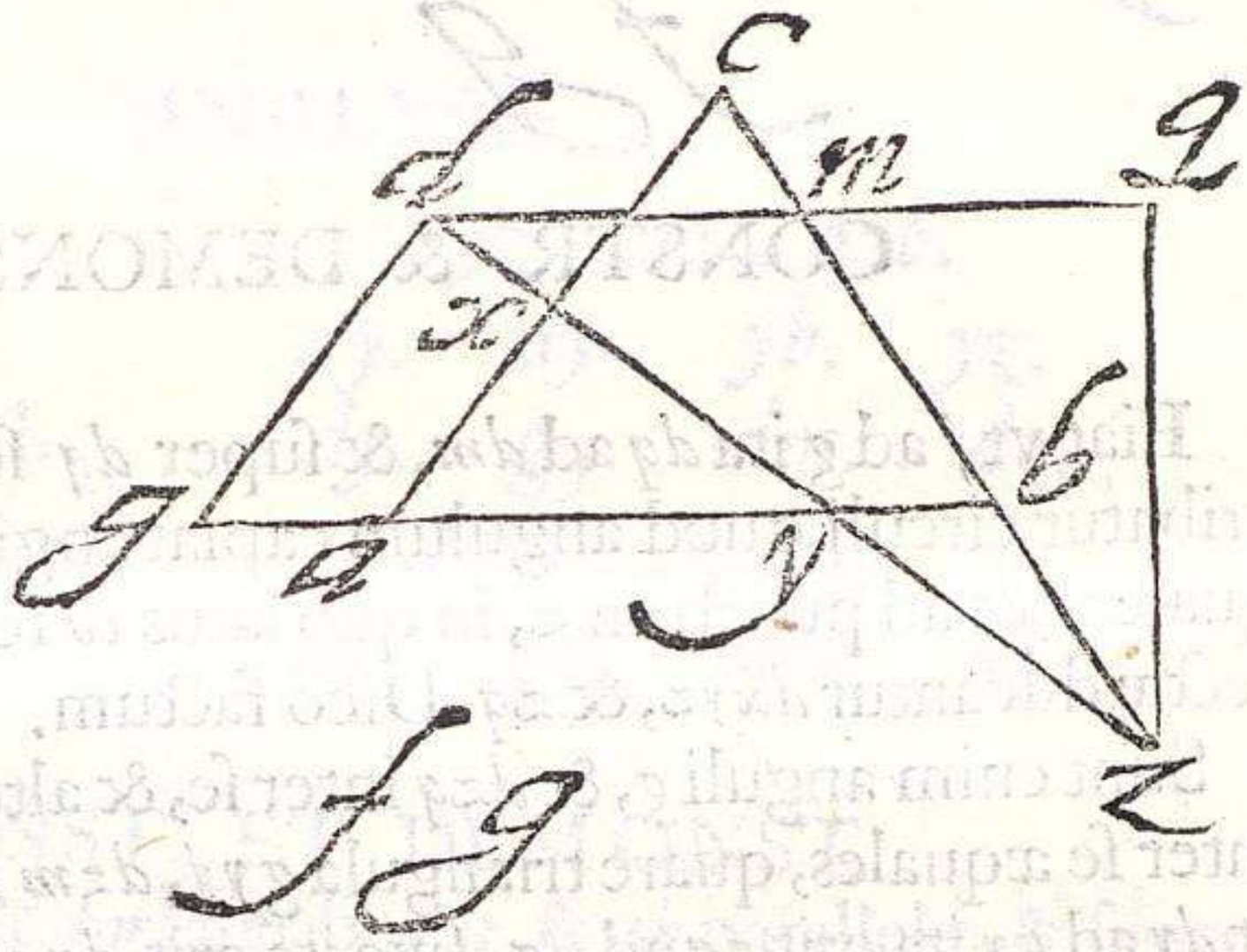
Cum enim anguli *dyg*, & *a* inter se, & alterni *xdg*, & *axd* inter se, sint æquales: similia erunt triangula *dyg*. *axd*, & erit *dg* ad *dy*. vt *dx* ad *ax*, & rectangulum *ydx* rectangulo sub *dg*, & *ax* æquale. Ergo rectangulum *ydx* (ideſt sub *dg*, & *ax*) ad rectangulum sub *dm*, & *ax* erit vt *dg* ad *dm*, ideſt vt *h* ad *k*. Sed ratio rectanguli *ydx* ad rectangulum sub *dm*, & *ax*. componitur ex ratione *dx* ad *ax*, & ratione *dy* ad *dm*, hoc eſt (ob similitudinem triangulorum *dym*, & *xyb*.) ratione *xy* ad *xb*: ergo vt *dx* ad *ax*, & *xy* ad *xb*, hoc eſt vt rectangulum *dxy* ad rectangulum *axb* ita erit *h* ad *k*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXX.

Dato ttiangulo *abc* ex dato extra illud puncto *d* rectam ducere *dxyz*, vt rectangulum *xyz* ad rectangulum *ayb* sit in ratione data vt *f* ad *g*.

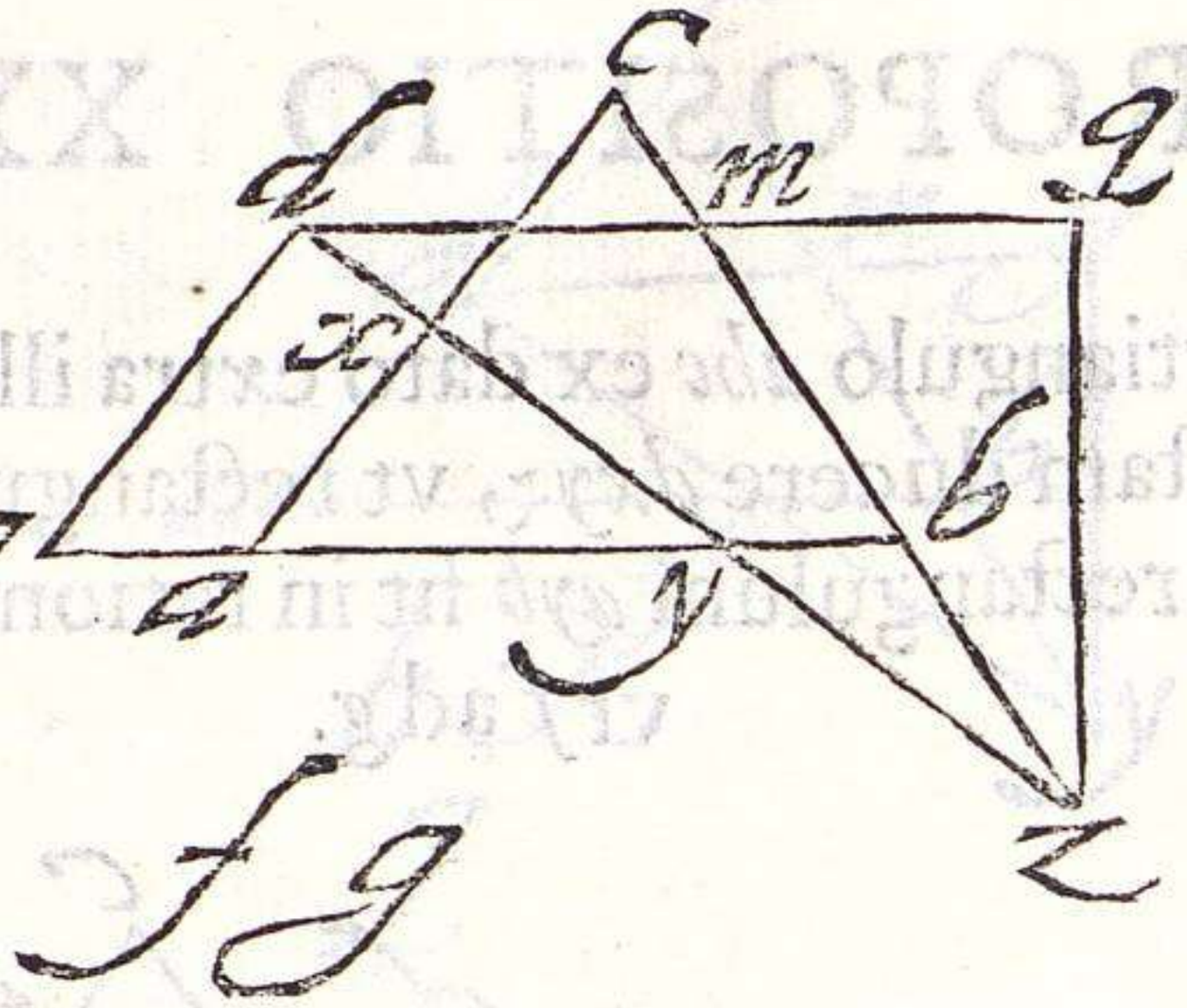


Ducantur lateribus *ac*, & *ab* parallelæ *dg*, & *dm*.

ANALYSIS.

sint igit. prop. *xyz. ayb. f. g.*
Ideſt vt *xy. ay*, & *yz. yb.* ita *f. g.*
Sive ob ſimilitud. *dy. gy*, & *dz. dm.* ita *f. g.*
Vel ſi fiat *k. dm.*
Ergo invert. *dy. gy.* ita *k. dm*, & *dm. dz.* *æqu. II. de rat. compoſ.*
Ideſt ita *k. dz.*
Fiat angulus *dzq* ⌐∧¬ *g.*
Et E.P. *dy. gy. dq. dz.*
Ergo *k* ⌐∧¬ *dq.*
Ergo ſolutum.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *f* ad *g* ita *dq* ad *dm*, & ſuper *dq* ſegmentum deſcribatur circuli, quod angulum capiat angulo *g*, ſive *a*, æqualem, & ad punctum *z*, in quo latus *cb* ſecatur à circulo, rectæ ducantur *dxyz*, & *zq*. Dico factum.

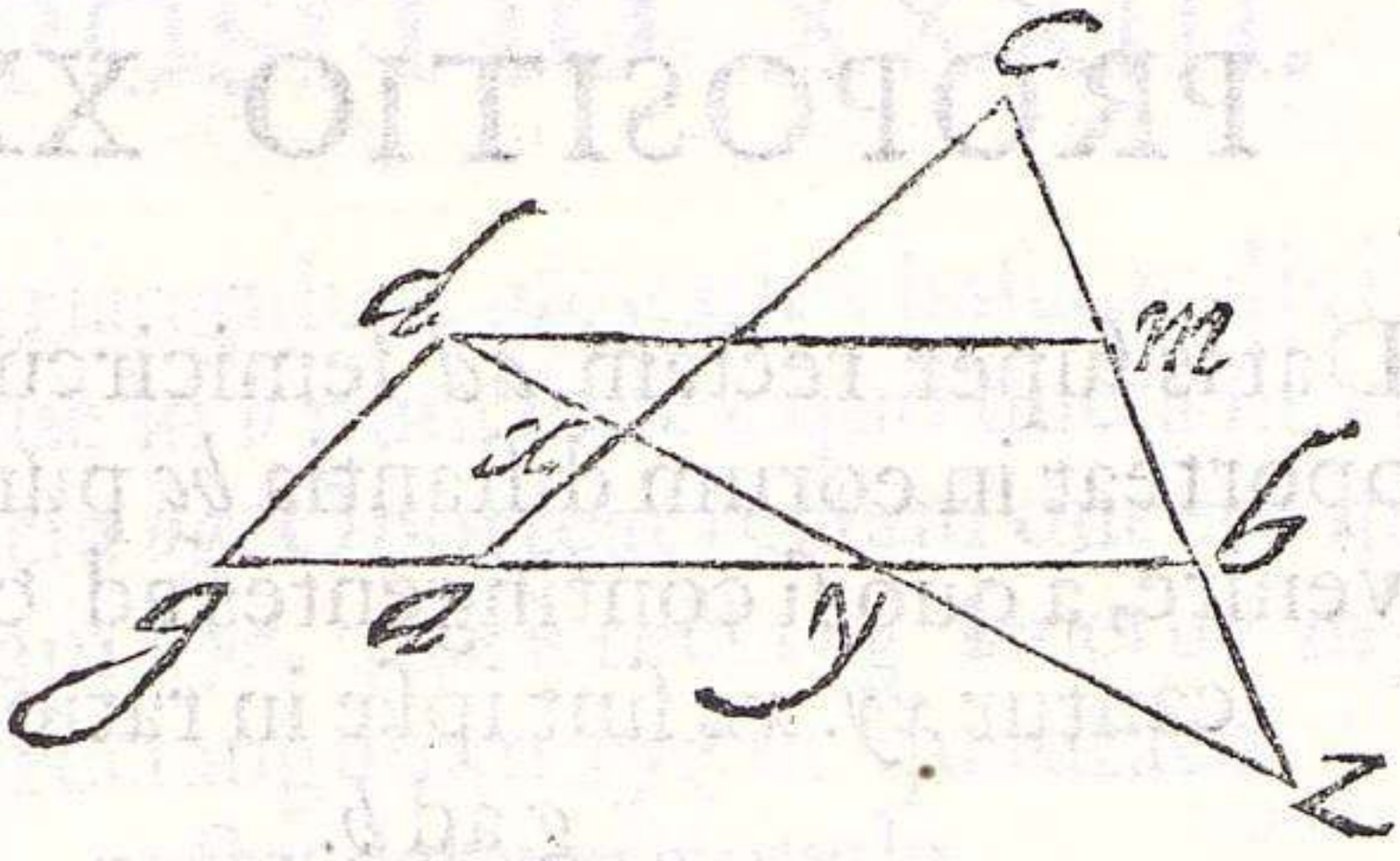
Sunt enim anguli *g*, & *dzq* inter ſe, & alterni *gyd*, & *ydq* inter ſe æquales, quare triangula *gyd*, *dzm* ſimilia erunt, & vt *dy* ad *gy* ita erit *dq* ad *dz*, ſive ita erit *dq* ad *dm*, & *dm* ad *dz*, & invert. vt *dy* ad *gy*, & *dz* ad *dm* ita *dq* ad *dm*; ſed vt *dy* ad *gy* ita eſt *xy* ad *ay* (ob parallelas *gd*. *ax*.) & vt *dz* ad *dm*, ita eſt *yz* ad *yb* (ob parallelas *dm*. *yb*.) ergo vt *xy* ad *ay*, & *yz* ad *yb*, hoc eſt vt rectangulum *xyz* ad rectangulum *ayb* ita erit *dq* ad *dm*, ideſt *f* ad *g*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XXXI.

Dato triangulo *abc* ex puncto extra illud dato *d* rectam ducere *dxyz*, & facere rectangula æqualia *xyz*, & *ayb*.

Du-

2010 Ministerio de Cultura



Ducatur *dg* lateri *ac* parallela,& *dm* parallela lateri *ab*.

ANALYSIS

Sit igit. $xyz _\Lambda_ ayb.$

Ergo E.P. $xy.\ ay.\ yb.\ yz.$

Ideſt ob ſimilitud. $dy.\ gy.\ dm.\ dz.$

Ergo ſi fiat angulus. $dzm _\Lambda_ g.$

Erunt prop. $dy.\ gy.\ dm.\ dz.$

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Ducantur *dg*, & *dm* lateribus *ac*, & *ab* parallelæ, & ſuper *dm* ſegmentum circuli deſcribatur angulum capiens angulo *g*, vel *a* æqualem,& ad punctum *z*,in quo latus *cb* ſecatur à circulo, recta ducatur *dxyz*. Dico factum.

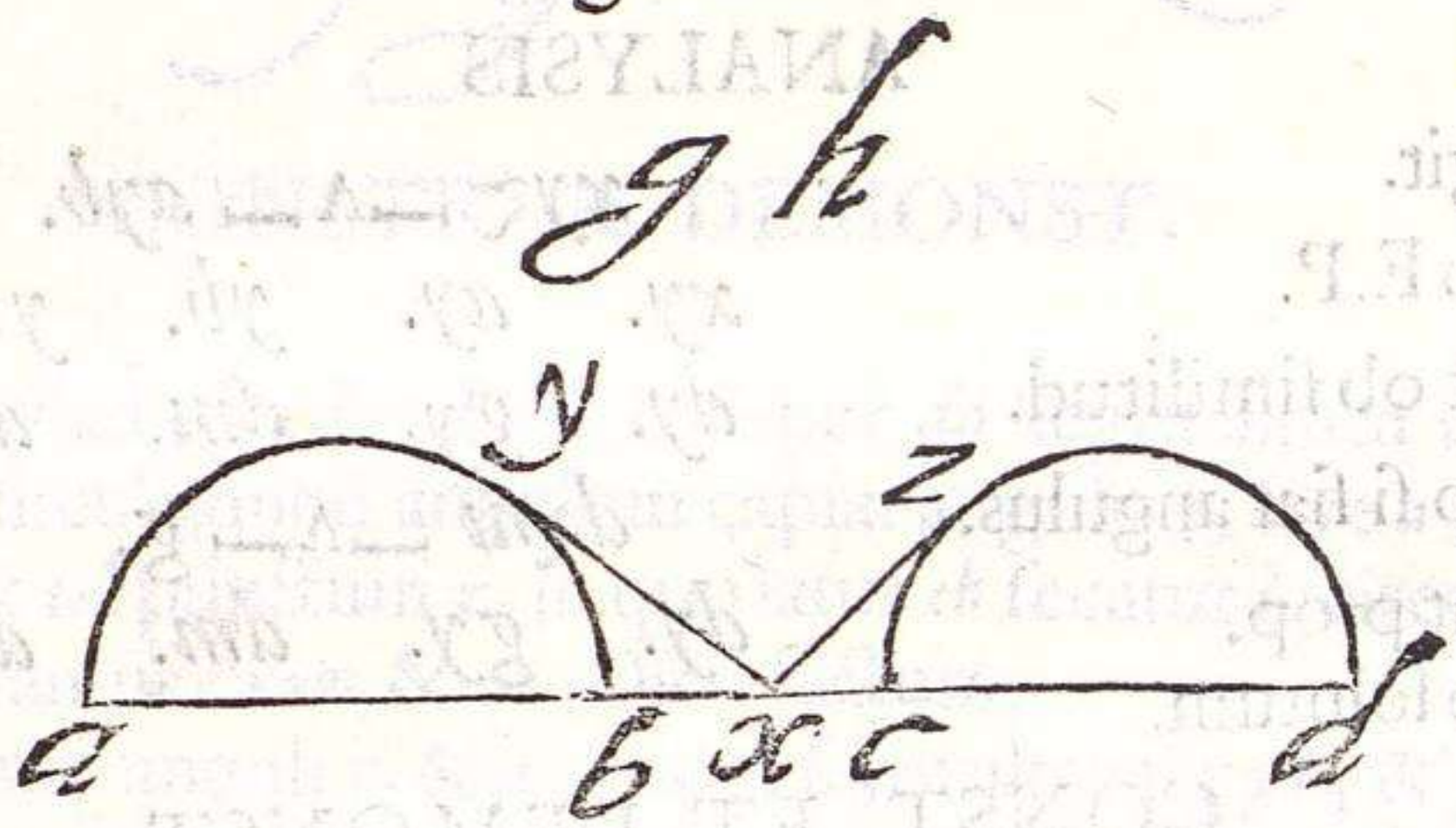
Cum enim angulus *dzm* angulo *g*,ſive *a*,factus ſit æqualis: erunt(ob parallelíſmum)triangula inter ſe ſimilia *axy*. *gdy*. *dmz*.*ybz*. Quare *dy* ad *gy*, ideſt *xy* ad *ay*, erit vt *dm* ad *dz*, ideſt vt *yb* ad *yz*, & rectangulum *xyz* rectangulo *ayb* æquale. Quod erat faciendum.

Eodem modo procedere licebit quando punctum intra triangulum datum fuerit, vel quando conditio æqualitatis, vel proportionis variata proponatur. Non enim omnes caſus excogitabiles exprimi poſſunt.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXII.

Datis ſuper rectam *ad* ſemicirculis *ayb. czd*, oporteat in eorum diſtantia *bc* punctum *x* invenire, à quo ſi contingentes ad circulos ducantur *xy. xz* ſint ipſæ in ratione data *g* ad *h*.



Hæc propoſitio eadem eſt cum propoſitione 12. huius libri. Nam tangentium *xy*, & *xz* quadrata, æqualia ſunt rectangulis *axb*, & *dxc* vtrumque vtrique, quapropter cum ratio tangentium data ſit, data etiam erit ratio quadratorum, videlicet rectangulorum *axb*, & *dxc*. Ergo conditio eſt, vt data *ad* diviſa in *b*, & *c*, rurſus dividatur in *x*, inter *b*, & *c*, vt rectangula *axb. dxc* ſint in ratione data, quod factum eſt in prædicta propoſitione.

Hinc videre licet vnum idemque problema ſub diverſis aſpectibus apparere poſſe.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

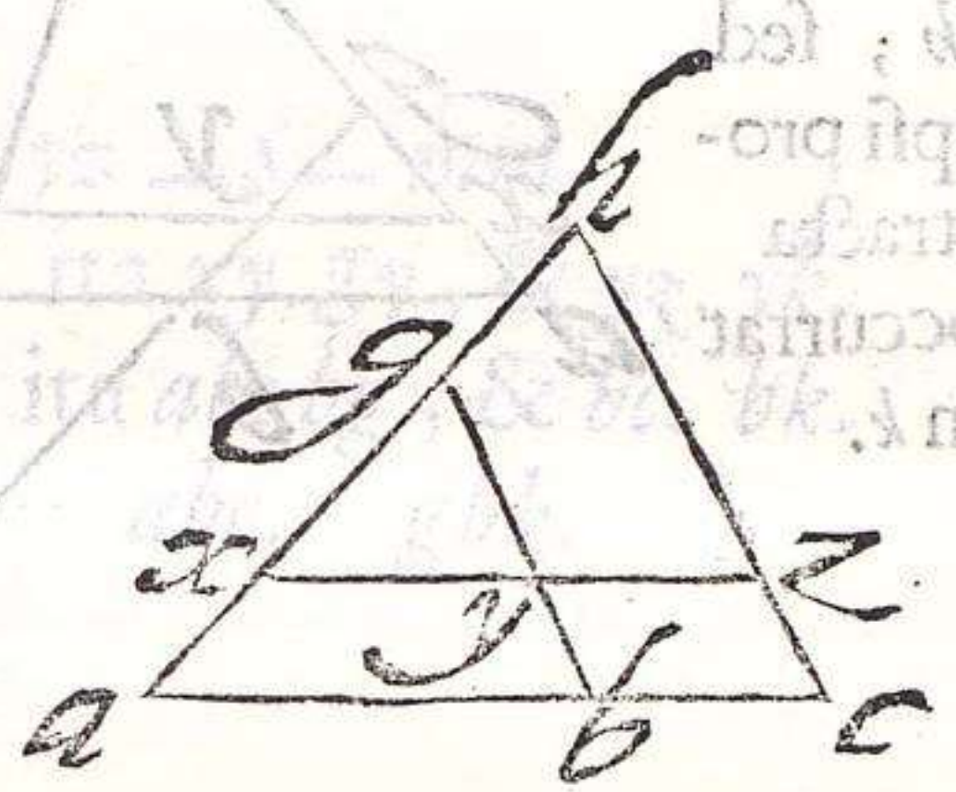
PROPOSITIO XXXIII.

Sit datum triangulum *abc*, cuius basis *ac* divisa sit vtcumque in *b* puncto, ex quo ducta sit vtcumque recta *bg*. Oporteat rectam ducere ipsi *ac* parallelam *xyz*, quæ à recta *bg* secetur in *y*, ita vt rectangulum *xyz* sit quadrato rectæ datæ *m* æquale.

Vide Renald tom. 3. pag. 333.

Hoc problema duos habet casus, vel enim recta *kg* vni laterum *bc* est parallela, vel non

CASVS PRIMVS.



Sit *bg* lateri *bc* parallela, quo posito erit *yz* ipsi *bc* æqualis.

m. *f.*

ANALYSIS.

Sit igitur xyz —Λ— mm.

Ergo E.P. *xy.* *m.* *m.* *yz.*

Idest *bc.*

Sed ob simil. *abg.* *xyg.* S.P. *ab.* *ag.* *xy.* *xg.*

Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *bc* ad *m* ita *m* ad aliam, puta *f*, & vt *ab* ad *ag* ita *f* ad *xg*. Per *x* ducatur ipsi *ac* parallela *xyz*. Dico factum.

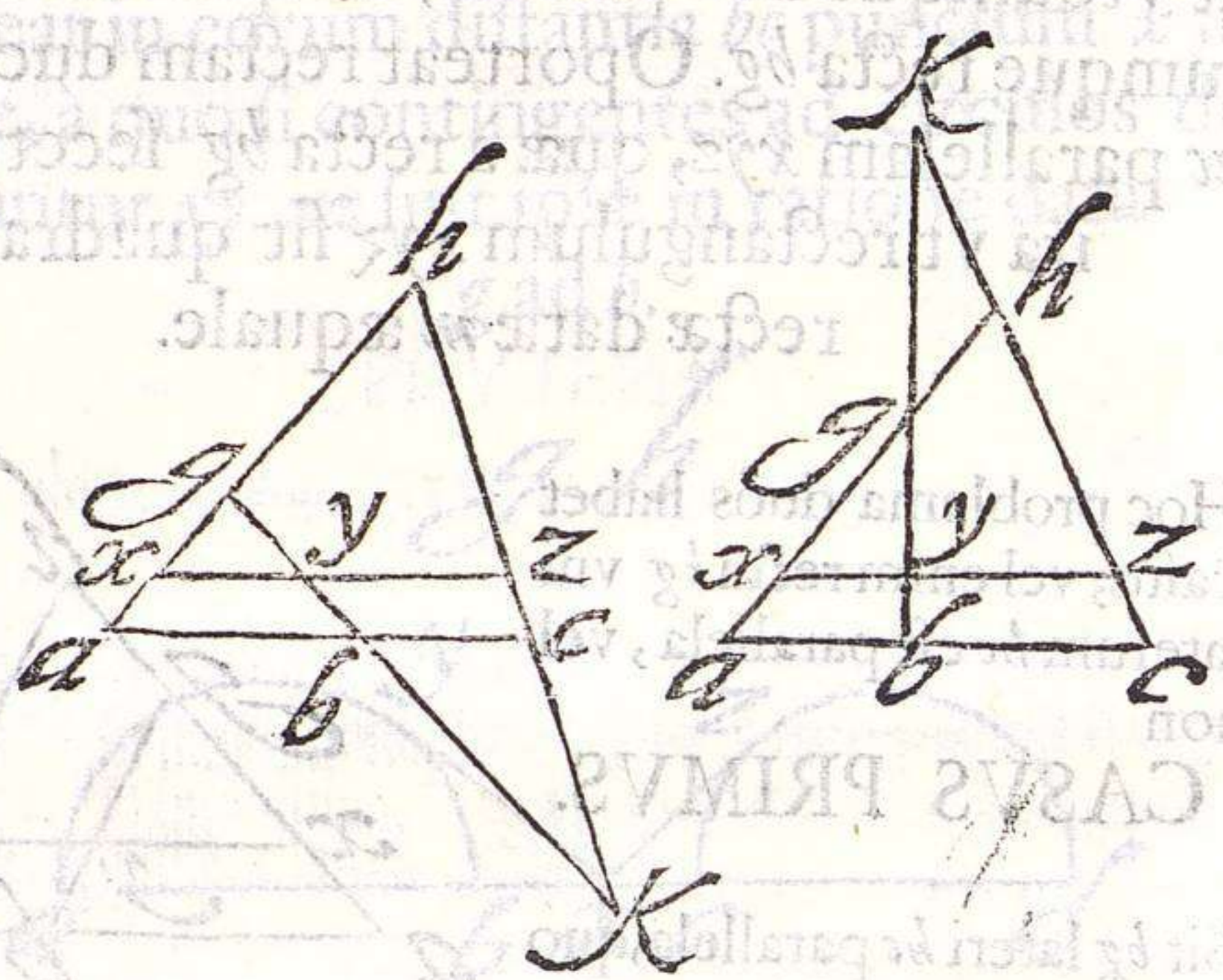
Cum enim ex constructione sit *ab* ad *ag*, vt *f* ad *xg*, & ob similitudinem *abg*. *xyg*. sit *ab* ad *ag*. vt *xy* ad *gx* : erit *xy* rec-

2010 Ministerio de Cultura

rectæ *f* æqualis ; sed ex constr. est *bc* , idest ipsi æqualis *yz* ad *m*, vt *m* ad *f*, hoc est ad *xy* : ergo rectangulum *xyz* quadrato *m* erit æquale. Quod erat faciendum.

CASVS SECVNDVS.

Non sit iam *bg* parallela lateri *ch* ; sed ipsi protracta occurrat in *k*.



m. p. q.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*xy.*	*m.*	*m.*	*yz.*
Sed ob simil. *abg. xyg.* S.P.	*xy.*	*gy.*	*ab.*	*bg.*
Sive si fiat			*m.*	*p.*
Ergo ex æquo E.P.	*m.*	*yz.*	*gy.*	*p.* —
Sed ob simil. *yzk. bck.* S.P.	*yz.*	*yk.*	*bc.*	*bk.*
Vel si fiat			*m.*	*q.* —
Ergo ex æquo E.P.	*yk.*	*q.*	*p.*	*gy.*
Ergo solutum.				

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *ab* ad *bg* ita *m* ad *p*, & vt *bc* ad *bk* ita *m* ad *q*, ipsis-

que

2010 Ministerio de Cultura

que *p*. *q* reciprocæ inveniantur *gy*. *yk*, quarum ſumma in prima figura, ſive quarum differentia in ſecunda figura, ſit *gk*. Et tandem per *y* ipſi *abc* parallela ducatur *xyz*. Dico factum.

Cum enim ex conſtr. ſit *yk* ad *q*, vt *p* ad *gy*, & ob ſimilitudinem *yzk*. *bck* ſit *yz* ad *yk*, vt *bc* ad *bk*, ideſt vt *m* ad *q*: erit ex æquo *m* ad *yz*, vt *gy* ad *p*. Sed ob ſimilitudinem *abg*. *xyg* eſt *xy* ad *gy*, vt *ab* ad *bg*, hoc eſt vt *m* ad *p*. Ex æquo igitur erit *xy* ad *m*, vt *m* ad *yz*. Quod facere oportebat.

ALITER.

Sit *xyz* —Λ— *mm*.
Sed eſt vt *xyz*. *gyk*. ita *xy*. *gy*, & *yz*. *yk*.
Ideſt ob ſimil. ita *ab*. *bg*, & *bc*. *bk*.
Ergo E.P. *xyz*. *gyk*. *abc*. *gbk*.
Ideſt *m m*.
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt rectangulum *abc* ad *gbk* rectangulum ita quadratum *m* ad aliud, cuius lateri inveniantur reciprocæ *gy*. *yk* quarum ſumma, aut differentia ſit *gk*, vt antea. Itaque rectangulum *gyk* quadrato *m* erit æquale: per *y* ducatur *xyz*. Dico factum.

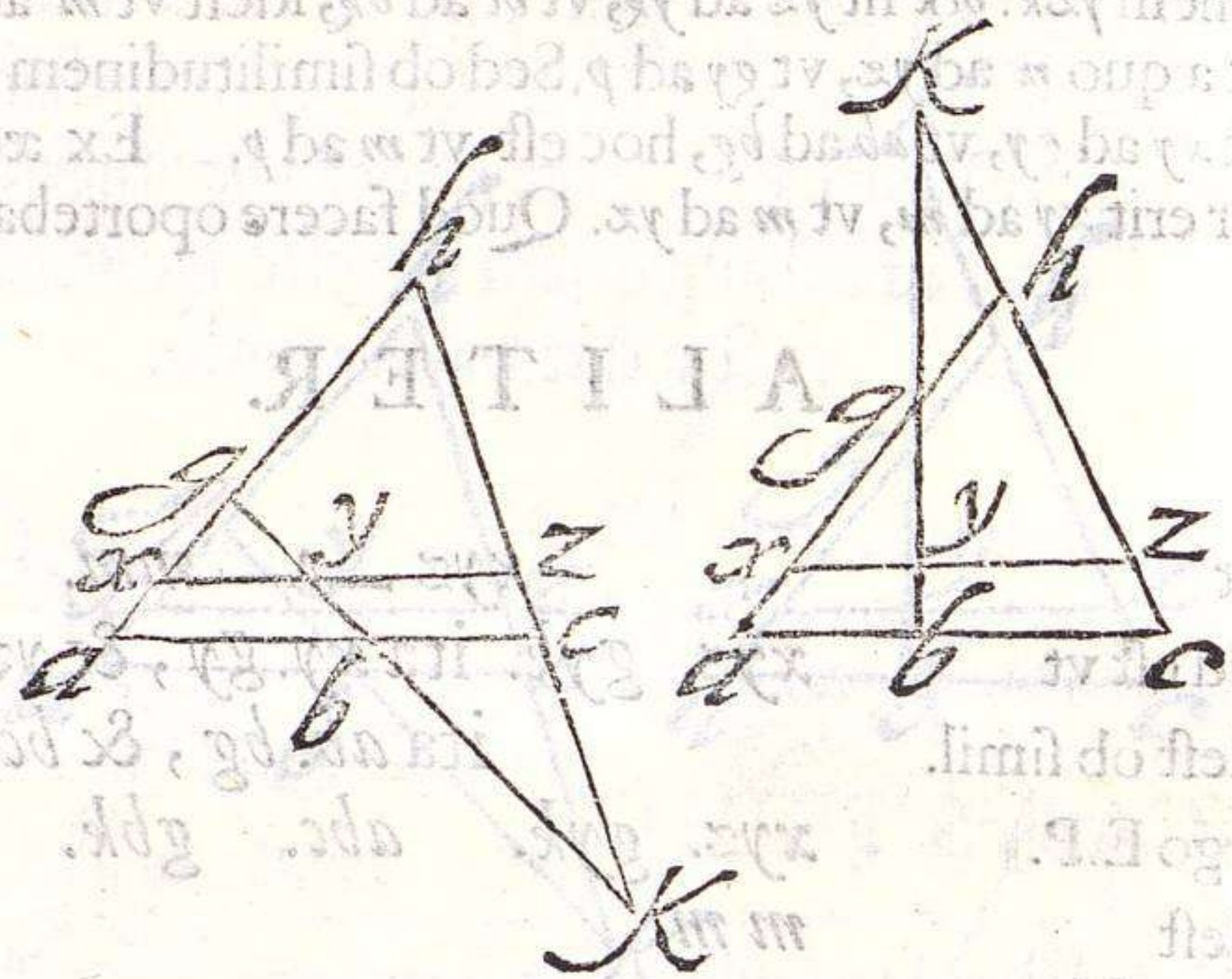
Eſt enim vt rectangulum *xyz* ad *gyk* rectangulum, ita *xy* ad *gy*, & *yz* ad *yk*, ſive ob ſimilitudinem ita *ab* ad *bg*, & *bc* ad *bk*, hoc eſt ita rectangulum *abc* ad *gbk* rectangulum; ſed ex conſtr. vt *abc* ad *gbk* ita eſt quadratum *m* ad rectangulum *gyk*. Ergo rectangulum *xyz* quadrato *m* erit æquale. Quod erat faciendum.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

Si iniunctum esset rectam *xyz* ipsi *ac* parallelam ducere, quæ in *y* secta foret in ratione data, in hoc secundo casu vt *m* ad *d* ecce



m. p. q. d.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*xy.*	*yz.*	*m.*	*d.*
Sed ob simil. *xyg. abg.* S.P.	*xy.*	*gy.*	*ab.*	*bg.*
Sive si fiat			*m.*	*p.*
Ergo ex æquo E.P.	*gy.*	*p.*	*yz.*	*d.*
Sunt autem ob simil. prop.	*yz.*	*yk.*	*bc.*	*bk.*
Sive si fiat			*d.*	*q.*
Ergo ex æquo E.P.	*gy.*	*yk.*	*p.*	*q.*

Et solutum erit, notaque constructio, & demonstratio. Et omnibus satis obvia determinatio totius problematis.

Huc vsque dicta de resolutione per proportionales sufficere videntur. Transeamus iam ad resolutionem per comparationem planorum. A-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA, LIB. III.

AGENS DE RESOLVTIONE PER comparationem planorum.

INSTRUCTIO.



VIm problema propoſitum per ſimplices terminos euolui, tractarique poteſt, facillimè per argumentationes proportionalium analyſis expeditur. At verò cum per terminos compoſitos, hoc eſt ſignis plus, vel minus affectos, problema enodari debet, argumentationes lib. 2. elementorum neceſſario erunt vrſupandæ, donec propoſita proportio, ſeu æquatio ad ſimplicimos terminos fuerit reducta. Cum igitur prædicta argumentatio lib. 2. el. nil aliud ſit, quam aliqua plana in alia æqualia convertere, perſpicuum eſt totum ſcopum analyſeos in eo conſiſtere, quod plana incognita ad alia

2010 Ministerio de Cultura

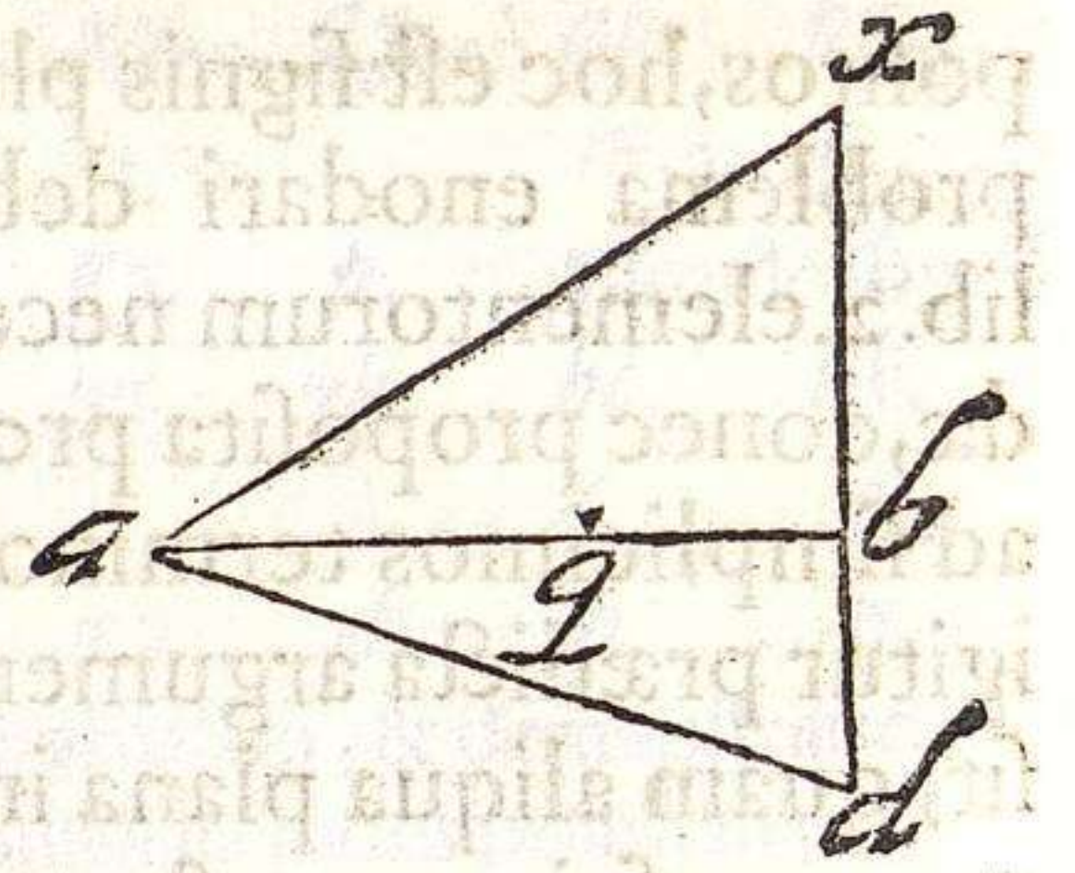
nota, vel ſalrem notiora, ſeu commodiora reducantur. Sic enim æqualia pro æqualibus ſubrogando, æqualia æqualibus addendo, vel ab æqualibus auferendo æqualia, tandiu proſequitur analyſis vſque dum vel magnitudo incognita alij notæ æqualis, vel ad alias notas proportionalis appareat, vel tandem ad duas partes reciprocas inueniendas, ſeu ad aliquam trium æquationum, de quibus facta eſt mentio prop. 3.4.5. Introductionis deveniamus, & problema reſolutum habeamus.

PROPOSITIO I.

Vide Franci. Schootē de concinandis demonſt.

Data *ab* vtcumque ſecta in *q*; ex eius termino *b* perpendicularem excitare *bx*, ita vt coniuncta *ax* æqualis ſit ipſis *qb*, & *bx* ſimul ſumptis.

ANALYSIS.



Perſpicuum eſt, ſi fiat *bd* ipſi *qb* æqualis, angulos *xad*. *xda* conſtituendos eſſe æquales. Ergo ſolutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Cadat perpendicularis *bd* ipsi *qb* æqualis, iunctàque *ad*, angulus fiat *dax* angulo *adx* æqualis: & erit *ax* ipsi *xd*, idest *bx*, & *qb* æqualis. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Eodem modo fieri potest constructio in quocumque angulo *abλ*, præter rectum, proposito, quo in casu, quanta sit *ax* à trigonometria petendum est. In nostro autem casu ita procedere licet.

ANALYSIS.

Sit igitur $ax \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp bx + bd$

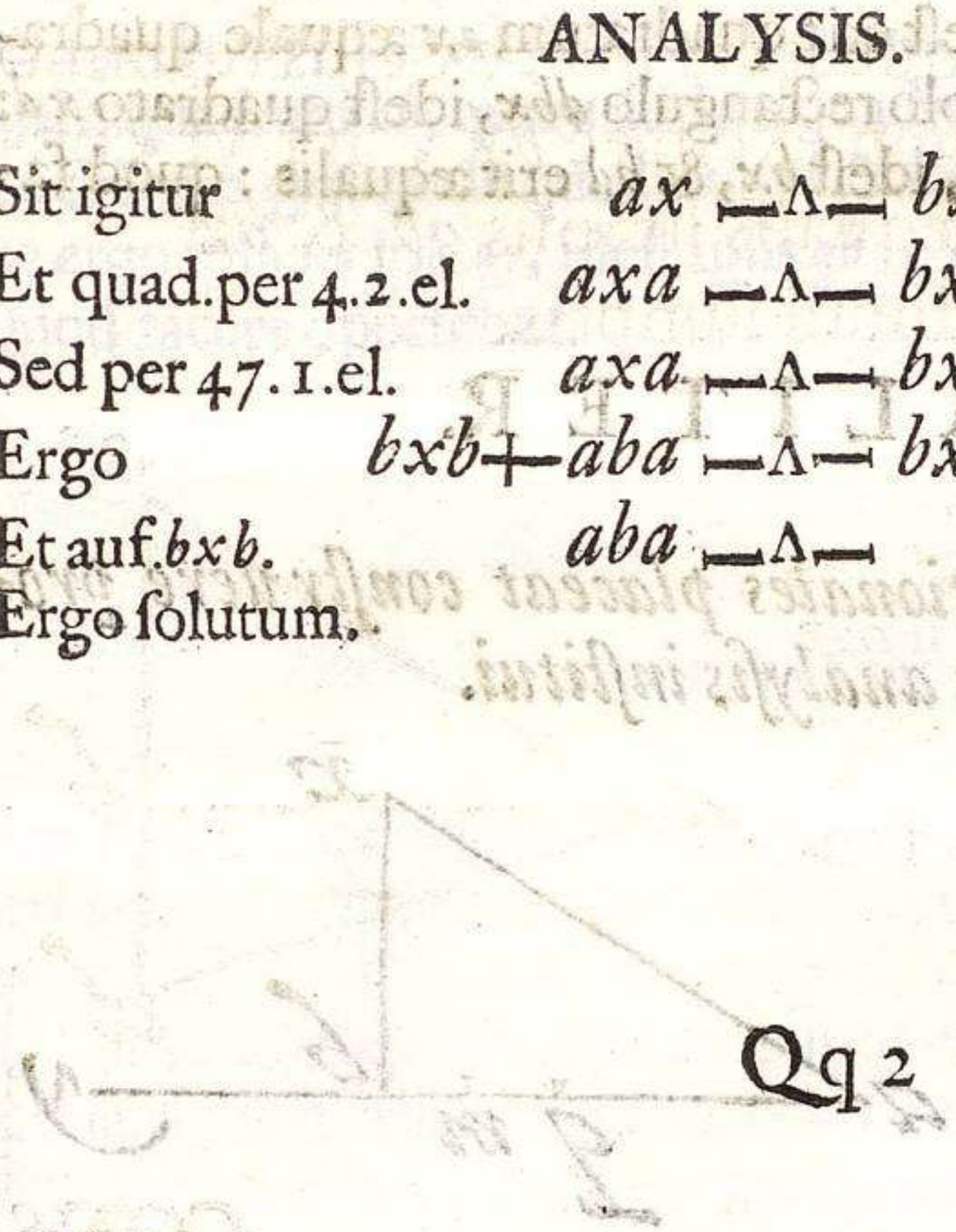
Et quad. per 4.2.el. $axa \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp bxb + bdb + 2dbx$

Sed per 47.1.el. $axa \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp bxb + aba.$

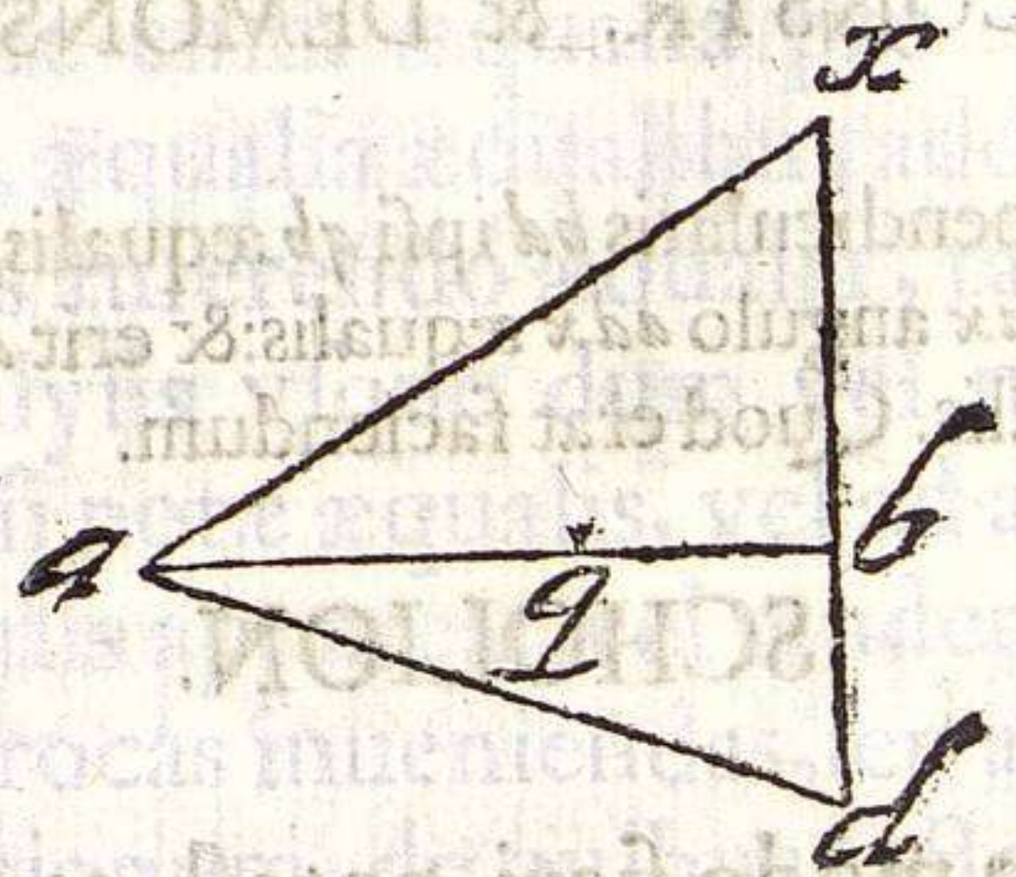
Ergo $bxb + aba \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp bxb + bdb + 2dbx$

Et auf. *bxb*. $aba \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp bdb + 2dbx$

Ergo solutum.



2010 Ministerio de Cultura



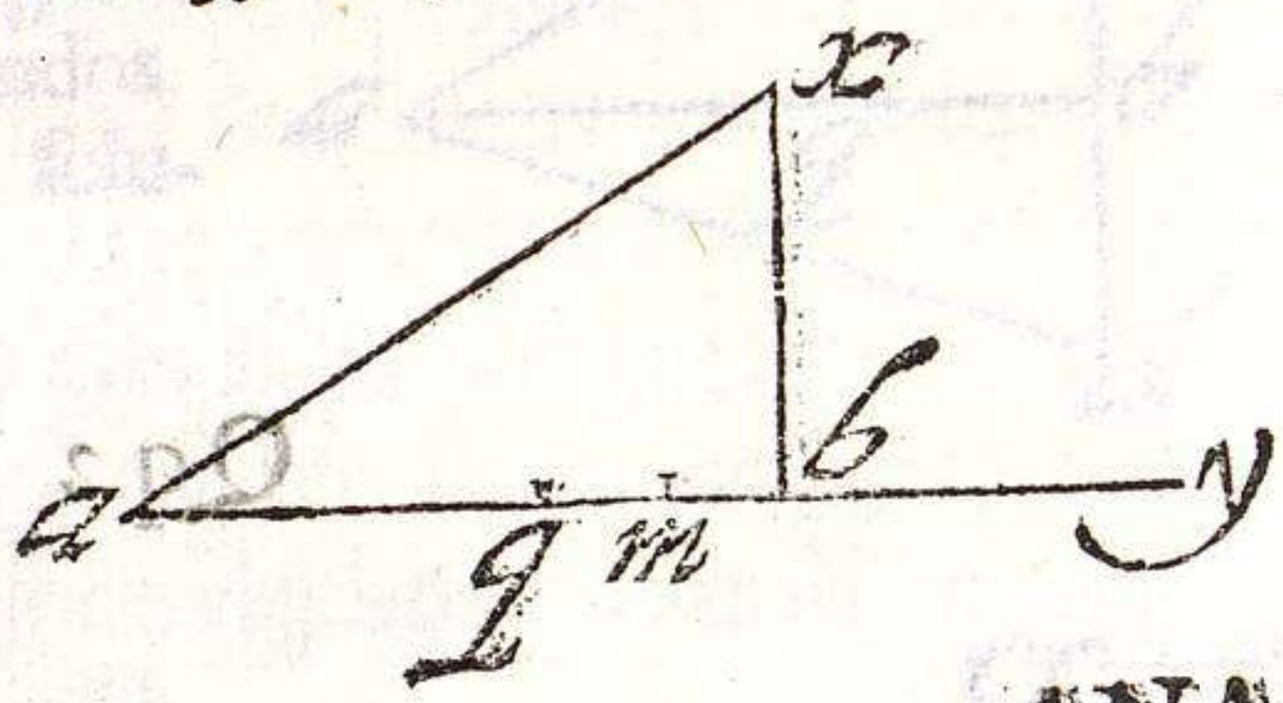
CONSTR. & DEMONSTR.

A quadrato *ab* quadratum auferatur *bd*, & reſiduum applicetur ad duplam *bd*, & ſit latitudo proveniens *bx*. Hoc eſt quadratum facere *bd* cum duplo rectangulo *dbx* æquale quadrato *ab*, quare addendo quadratum *bx*, erunt quadrata *ab*, & *bx*, hoc eſt erit quadratum *ax* æquale quadratis *bx*, & *bd* cum duplo rectangulo *dbx*, ideſt quadrato *xd*: igitur ipſa *ax* ipſi *xd*, ideſt *bx*, & *bd* erit æqualis : quod faciendum erat.

ALITER.

Si per proportionales placeat conſtruere problema, ita poterit analyſis inſtitui.

Biſecetur *qb* in *m*, & ſupponatur *by* ipſi *bx* æqualis



ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sit igit. $ax \multimap\!\wedge\!\multimap qb + bx.$

Sed per 47.1.el. $axa \multimap\!\wedge\!\multimap aba + bxb.$

Hoc eſt $qyq \multimap\!\wedge\!\multimap aba + byb.$

Ergo auf. $byb.$ $qyq - byb \multimap\!\wedge\!\multimap aba.$

Ideſt per 6. Introd. $2:qb:my.$

Ergo E.P. $2qb.\ ab.\ ab.\ my.$

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Biſecetur qb in m, & fiat vt dupla qb ad ab ita ab ad my. Erigatur bx ipſi by æqualis, & iungatur ax. Dico factum.

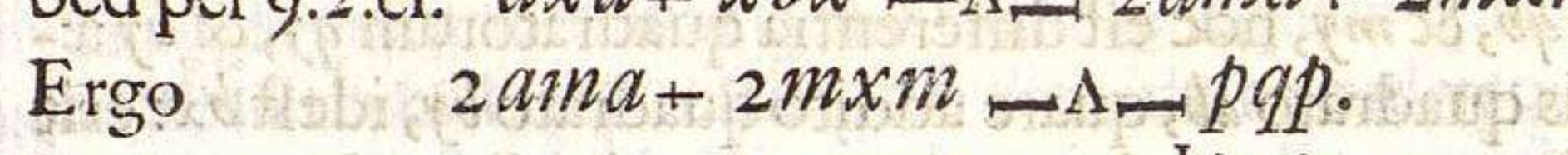
Cum enim ſit $2qb$ ad ab, vt ab ad my: erit rectangulum ſub $2qb$, & my, hoc eſt differentia quadratorum qy, & by æqualis quadrato ab, quare addito quadrato by, ideſt bx: erit quadratum qy æquale quadratis ab, & bx, hoc eſt quadrato ax: ergo ipſa ax ipſi qy, ideſt ipſis qb, & bx æqualis erit. Quod facere oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO II.

Datam rectam in duas partes secare, quarum quadrata æqualia sint dato plano.



Esto data *ab* dividenda in *x*, vt quadrata *ax*. *xb*. æqualia sint quadrato dato *pq*. Bisecetur *ab* in *m*.

ANALYSIS.

Sint igit. $axa + xbx \text{ —}\Lambda\text{— } pqp.$

Sed per 9.2.el. $axa + xbx \text{ —}\Lambda\text{— } 2ama + 2mxm.$

Ergo $2ama + 2mxm \text{ —}\Lambda\text{— } pqp.$

Et dimidiand. $ama + mxm \text{ —}\Lambda\text{— } \frac{1}{2}pqp.$

Ergo solutum. Vlterius enim progredi non licet, cum quantitas ignota *mxm* æquari possit quantitati cognitæ. Vnde problematis constructio patet, & etiam determinatio. Nam si à dimidio quadrati *pq* auferri non possit quadratum *am*, problema erit impossibile.

CONSTR. & DEMONST.

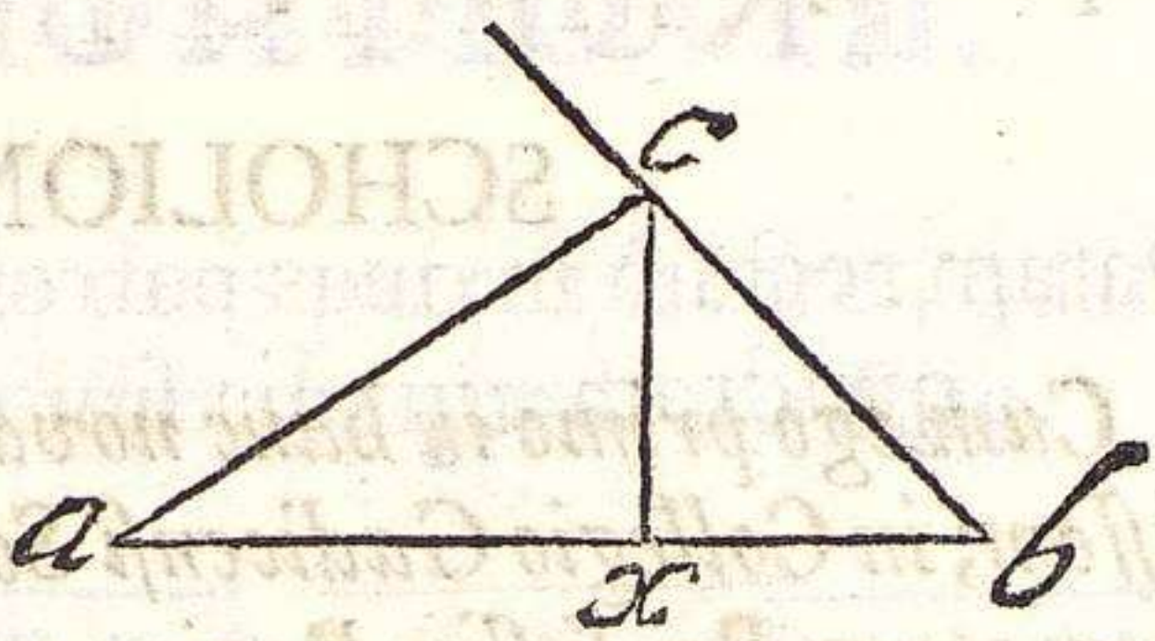
A dimidio quadrati *pq* (ideſt à quadrato rectæ, quæ media sit inter *pq*, & $\frac{1}{2}pq$) auferatur quadratum *am*, & quadrati residui sit latus *mx*. Itaque quadrata *am*. *mx* æquabuntur dimidio quadrati *pq*, & duplicando, duo quadrata *am*, & duo *mx*, hoc est quadrata *ax*, & *xb*. æqualia erunt quadrato *pq*. Quod erat faciendum.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

Hoc problema ita positione resolvi potest. Fiat angulus *abc* semirectus, & ex puncto *a* applicetur *ac* æqualis



datæ *pq*, demittaturque perpendicularis *cx*. Dico *ax.xb* esse rectas quæsitas, quia quadratum *ac*, ideſt *pq* æquale erit quadratis *ax*, & *cx*, ideſt quadratis *ax*, & *xb*, vt oportebat.

Constat tamen problema construi non posse, si recta *ac* rectam *bc* non atingat.

QVÆSTIO.

Datum numerum 16 in duas partes dividere, quarum quadrata æqualia sint quadrato 200.

Si recta *ab* valeat 16, & quadratum *pq* valeat 200. per præcedẽtem analysim satis manifesta erit resolutio. Placet tamen hoc modo procedere. Sint partes quæsitæ *ax*, & *xb*.

ANALYSIS.

a m x b

Sint igit.	*axa* + *xbx* —Λ—	200
Ideſt per 9.2.el.	2*ama* + 2*mxm* —Λ—	200
Ideſt quia *am* est 8.	128 + 2*mxm* —Λ—	200
Ergo aufer. 128. erit	2*mxm* —Λ—	72
Et dimidiando	*mxm* —Λ—	36
Et extrahendo radices	*mx* —Λ—	6
Ergo, quia *am* est 8. erit	*ax*. —Λ—	14
Et	*xb*. —Λ—	2

Sunt

2010 Ministerio de Cultura

Sunt igitur 14,& 2 numeri,de quibus quærebatur. Quod ex ipsa analysi demonstrari potest.

SCHOLION.

Cum ego primo in hanc novam methodum incidissem; in Collegio Gadicensi Societatis Jesu Mathematum Professor Regius erat R. P. Josephus de Cañas eiusdem Societatis, in omni litterarum genere Vir eruditissimus, qui speciosam Algebram quà plenè imbutus erat, vnicam viam analyticam ad Matheseos penetralia pertingenda, esse credebat. Quid mirum, cum tot doctissimi viri huc vsque id ipsum sibi firmiter habuerint persuasum. Cum igitur ipse Pater analysim circa lineas geometricè versari vidisset, ipsam approbavit,& libenter amplexus fuit. Cupiebat tamen eam circa numeros æquè versantem, vt methodus vniversalis dici posset, non eo contentus, quod ex geometrica analysi operatio arithmetica deduceretur; sed ipsos numeros in analysi colludentes volebat. Id propterea facere conatus sum, an consecutus fuero ex proposita quæstione, & alijs huius operis iudicandum relinquo.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO III.

Datam rectam in duas partes secare, quarum quadrata differant quadrato dato.

Vide Renald tom. 3. pag. 408.

a — *m x* / *b* *p* — *q*

Esto data *ab* dividenda in *x*, vt differentia quadratorum *ax. xb* æqualis sit quadrato *pq*.

Dividatur *ab* bifariam in *m*, & erit 2*mx* differentia partium *ax. xb*, eritque rectangulum sub *ab*, & 2*mx*, nempe sub aggregato, & differentia laterum, æquale differentiæ quadratorum *ax.xb*. Vnde analysis ita procedit. *Per 7. Introd.*

ANALYSIS.

Sit igitur *axa — bxb — pqp.*
Hoc est per 7. Introd. *ab:2mx — pqp.*
Et dissolv. E.P. *ab. pq. 2mx.*
Ergo solutum

CONSTR. & DEMONSTR.

Ad datas *ab. pq* tertia proportionalis inveniatur, cuius dimidia sit *mx*. Dico factum.

Cum enim sint proportionales *ab. pq. 2mx*, rectangulum sub *ab*, & 2*mx*, idest differentia quadratorum *ax.xb* æquabitur quadrato *pq*. Quod erat faciendum.

2010 Ministerio de Cultura

QVÆSTIO.

Datum numerum 13 in duas partes secare, quarum quadrata differant dato numero plano 26.



Valeat 13 quælibet recta *ab*, & secetur bifariam in *m*, & sint partes quæsitæ *ax*, & *xb*.

ANALYSIS.

Sint igitur: $axa - xbx _\Lambda_ 26.$

Idest per 6. Introd. $ab : 2mx$

Vel, quia *ab* est 13. $26\,mx.$

Ergo part. per 26. erit $mx _\Lambda_ 1.$

Et quia *am* est $6\frac{1}{2}$. erit $ax _\Lambda_ 7\frac{1}{2}.$

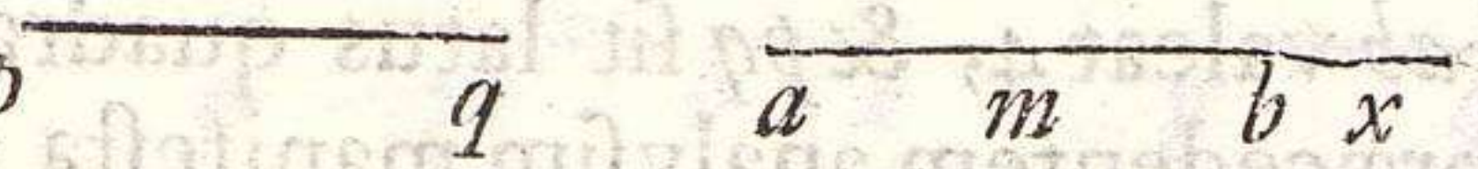
Et $xb _\Lambda_ 5\frac{1}{2}.$

Sunt igitur $7\frac{1}{2}$, & $5\frac{1}{2}$ numeri, de quibus quærebatur.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO IV.

Data differentia laterum, dataque ſumma quadratorum, ipſa latera ad invenire.



Sit data *ab* differentia partium *ax.bx*, de quibus quæritur, data autem *pq*, cuius quadrato æquari debeant quadrata *ax*, & *bx*. Biſcecetur *ab* in *m*.

ANALYSIS.

Sint igit. $axa + bxb _\Lambda_ pqp.$
Sed per 10.2.el. $axa + bxb _\Lambda_ 2ama + 2mxm.$
Ergo $2ama + 2mxm _\Lambda_ pqp.$
Et dimiando $ama + mxm _\Lambda_ \frac{1}{2}pqp.$
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONST.

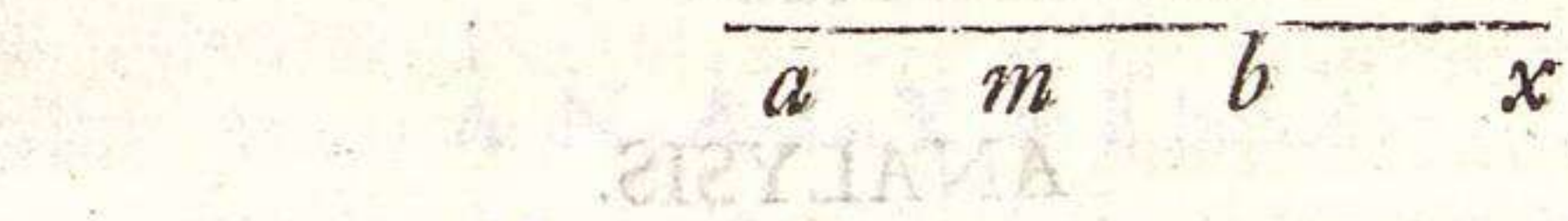
A dimidio quadrato *pq* (ideſt eius rectæ, quæ media ſit inter *pq*, & $\frac{1}{2}pq$) auferatur quadratum *am*, ſitque latus quadrati reſidui *mx*. Itaque quadratà *am*. *mx* æquabuntur dimidio quadrato *pq*, & duplicando, duo quadrata *am*, & duo *mx*, ideſt quadrata *ax*, & *bx* æqualia erunt quadrato *pq*. Quod erat, &c.

2010 Ministerio de Cultura

QVÆSTIO.

Quæruntur duo numeri, qui differant 4, *& ipſorum quadrata componant* $68\frac{1}{2}$.

Si *ab* valeat 4, & *pq* ſit latus quadrati $68\frac{1}{2}$. per præcedentem analyſim manifeſta erit reſolutio. Placet tamen more arithmetico in hunc modum procedere.



Sint numeri quæſiti *ax*, & *bx*, quorum differentia *ab* ſit 4, & ſemidifferentia *am* ſit 2.

ANALYSIS.

Sint igit.	$axa + bxb$ —Λ—	$68\frac{1}{2}$
Ideſt per 10. 2. el.	$2ama + 2mxm$.	
Et dimidiando	$ama + mxm$ —Λ—	$34\frac{1}{4}$
Hoc eſt	4	
Ergo aufer. 4. erit	mxm —Λ—	$30\frac{1}{4}$
Et extrahendo √.	mx —Λ—	$5\frac{1}{2}$
Ergo, quia *am* eſt 2. erit	ax. —Λ—	$7\frac{1}{2}$
Et quia *mb* eſt 2. erit	bx. —Λ—	$3\frac{1}{2}$

Sunt igitur numeri quæſiti $7\frac{1}{2}$, & $3\frac{1}{2}$, qui differunt 4, & ipſorum quadrata componunt $68\frac{1}{2}$, vt oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO V.

Data differentia laterum, dataque differentia quadratorum, ipfa latera adinvenire.



Sint *ax.bx* latera quæſita, quorum differentia ſit data *ab*, ſitque data *pq*, cuius quadrato æquari debeat differentia quadratorum *ax.bx*.

Quoniam igitur biſecta *ab* in *m* eſt *mx* ſemiſumma par- *per* 8.
tium *ax. bx*, & rectangulum ſub *ab*, & *2mx* (videlicet ſub *Introd.*
aggregato, & differentia laterum) æquale differentiæ quadratorum *ax. bx*; analyſis ita ſe habebit.

ANALYSIS.

Sit igitur — *axa – bxb* —Λ— *pqp.*
Hoc eſt per 8. Introd. — *ab:2mx* —Λ— *pqp.*
Et diſſolv. E.P. — *ab. pq. pq. 2mx.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Ad datas *ab. pq* tertia inveniatur, cuius dimidia ſit *mx*. Itaque proportionales erunt *ab. pq. 2mx*: quare rectangulum ſub *ab*, & *2mx*, ideſt differentia quadratorum *ax. bx* æqualis erit quadrato *pq*. Igitur rectas invenimus *ax. bx*, &c. Quod erat faciendum.

QVÆS-

2010 Ministerio de Cultura

QVÆSTIO.

Duos numeros exhibere, qui differant 4, & eorum quadrata 28.

a *m* *b* *x*

Sint numeri quæsiti *ax*, & *bx*, quorum differentia *ab* valeat 4.

ANALYSIS.

Sint igit. $axa - bxb \sqcap 28.$

Idest per 8. Introd. $ab : 2mx.$

Sive quia *ab* est 4. $8\ mx.$

Ergo part. per 8. erit. $mx \sqcap 3\frac{1}{2}$

Et quia *am* est 2 erit. $ax \sqcap 7\frac{1}{2}$

Et quia *mb* est 2 erit $bx \sqcap 1\frac{1}{2}$

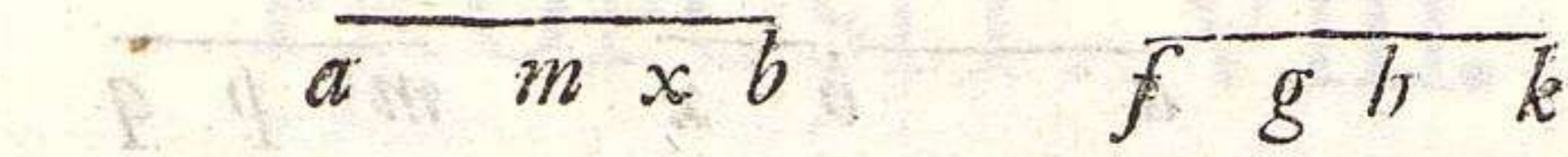
Sunt igitur $7\frac{1}{2}$, & $1\frac{1}{2}$ numeri, de quibus quærebatur.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO VI.

Datam rectam *ab* dividere in *x*, vt quadrata partium ad quadratum differentiæ earundem sit vt *fh* ad *hk*.



Bisecetur *ab* in *m*, & erit 2*mx* differentia partium *ax.xb*, *per 7. Introd.* adeoque 4*mxm* ipsius differentiæ quadratum.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*axa* +λ *bx*.	4*mxm*. *fh*. *hk*
Idest per 9. 2. el.	2*ama* +2*mxm*	.
Et dimid. consеq.		2*mxm* *gh*.
Ergo divid. E. P.	2*ama*.	2*mxm*. *fg*. *gh*
Et dimid. primos	*ama*.	*mxm*. *fg*. *gh*.
Ergo solutum.		

CONST. ET DEMONST.

Fiat *gh* ipsius *hk* dimidia, & vt *fg* ad *gh* ita quadratum *am* ad quadratum *mx*. Dico factum.

Cum enim sit quadratum *am* ad quadratum *mx*, vel duo quadrata *am* ad duo *mx*, vt *fg* ad *gh*: erunt compon. duo quadrata *am*, & duo *mx*, hoc est quadrata *ax*, & *xb* ad duo quadrata *mx*, vt *fh* ad *gh*, & duplicando consequentes, quadrata *ax*, & *xb* ad quatuor quadrata *mx*, videlicet ad quadratum differentiæ partium *ax*, & *xb*, vt *fh* ad *hk*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. VII.

Datam rectam *ab* protrahere ad *x*, vt quadratum *ax* ad rectangula *abx*, & *axb* sit vt *mq* ad *mp*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop. *axa. abx+axb. uq. mp.*
Ideſt per 2.2. *axb+xab*
Ideſt per 3.2. *axb+abx+aba*
Ergo conv. E.P. *axa. aba. mq. pq.*
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *pq* ad *mq* ita quadratum *ab* ad quadratum *ax*.
Dico factum.

Cum enim ſit quadratum *ax*, ideſt rectangulum *axb* cum rectangulo *xab*, vel cum rectangulo *abx*, & quadrato *ab*, ad quadratum *ab*, vt *mq* ad *pq*: erit convert. quadratum *ax* ad rectangula *axb*, & *abx* vt *mq* ad *mp*. Quod facere oportebat.

QVÆSTIO.

Duos numeros invenire, qui differant 5. ita vt quadratum maioris ad rectangulum ſub ipſis, vna cum rectangulo ſub minore, & differentia vtriuſque ſit vt 9. ad 5.

Va-

2010 Ministerio de Cultura

Valeat *ab*. 5, & sint quæsiti numeri *ax*,& *bx*, & sit *pq* ad *mp*, vt 9 ad 5. Ergo si analysis, vt antea, instituatur quæ satis commoda videtur, manifesta erit resolutio.

Fiat proinde vt 4, differentia 9, & 5, ad 9, ita 25. quadratum differeutiæ datæ *ad* $56\frac{1}{4}$, cuius √. est $7\frac{1}{2}$ pro *ax*: ergo *bx* erit $2\frac{1}{2}$. Sunt igitur $7\frac{1}{2}$, & $2\frac{1}{2}$ numeri, de quibus quærebatur.

PROPOSIT. VIII.

Datam rectam *ac* vtcumque sectam in *b* rursus secare in *x* inter *b*, & *c*, vt rectangulum *axb* æquale sit rectangulo *bxc* cum quadrato *xc*.

q *a* *b* *x* *c*

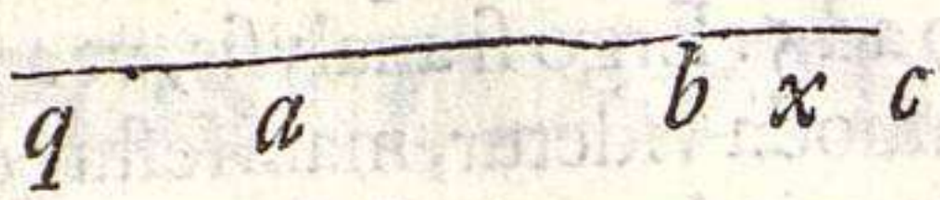
ANALYSIS.

Sit igitur *axb* —Λ— *bxc* + *xcx*.
Sed per 3.2.el. *bcx* —Λ— *bxc* + *xc x*.
Ergo *axb* —Λ— *bcx*.
Et erunt prop. *ax*. *bc*. *xc*. *bx*.
Fiat *qa* —Λ— *bc*. *qa*.
Ergo comp.E.P. *qx*. *qa*. *bc*. *bx*.
Ergo solutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat *qa* ipsi *bc* æqualis,& ipsis *qa*, & *bc*, ideſt ipsi *bc* reciprocæ inveniantur *qx*. *bx*, quarum differentia sit *qb*. Dico factum,

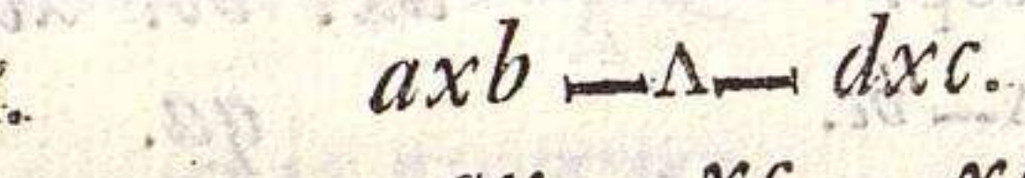
2010 Ministerio de Cultura



Quoniam igitur vt *qx* ad *qa* ita est *bc* ad *bx*: erit dividendo vt *ax* ad *qa*, ideſt ad *bc* ita *xc* ad *bx* : ergo rectangulum *axb* æquale erit rectangulo *bcx*, hoc eſt rectangulo *bxc* cum quadrato *xc*. Quod erat faciendum.

PROPOSIT. IX.

Datam rectam *ac* vtcumque diviſam in *b*, iterum ſecare in *x*, inter *b*, & *c*, vt rectangulum *axb* æquale ſit rectangulo *bxc* cum duobus quadratis *xc*.



ANALYSIS.

Sit igit. $axb \text{ —}\Lambda\text{— } bxc + 2xcx.$

Sed per 3.2.el. $bcx \text{ —}\Lambda\text{— } bxc + 1xcx.$

Ergo $axb \text{ —}\Lambda\text{— } bcx + xcx.$

Fiat $cd \text{ —}\Lambda\text{— } bc$, & erit $bcx \text{ —}\Lambda\text{— } dcx.$

Ergo $axb \text{ —}\Lambda\text{— } dcx + xcx.$

Hoc eſt per 3.2.el. $axb \text{ —}\Lambda\text{— } dxc.$

Ergo erunt prop.	*ax.*	*xc.*	*xd.*	*bx.*
Et comp.	*ac.*	*xc.*	*bd.*	*bx.*
Fiat $cf \text{ —}\Lambda\text{— } bd.$			*cf.*	
Ergo vt agg. ita 1, ad 1. & E.P.	*af.*	*bc.*	*cf.*	*bx.*

Ergo ſolutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

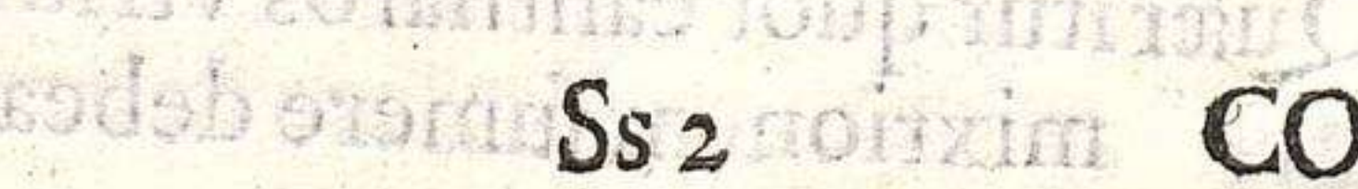
CONSTR. & DEMONSTR.

Fiant *cd.* & *df* ipſi *bc* æquales,& proportionales *af.bc.cf.bx.* Dico factum.

Cum enim vt *af* ad *bc* ita ſit *cf* ad *bx*,& vt differentiæ ita vnus ad vnum, erit vt *ac* ad *xc* ita *cf*, ideſt *bc* ad *bx*, & rectangulum *axb* æquale rectangulo *dxc*,ideſt rectangulo *dcx*, & quadrato *xc*, vel propter æquales *bc*, & *cd*, rectangulo *bcx*, & quadrato *xc*; ſed rectangulum *bcx* æquatur rectangulo *bxc* cum quadrato *xc*: ergo rectangulum *axb* æquale erit rectangulo *bxc* cum duobus quadratis *xc*. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO X.

Datam rectam *ab* ita ſecare in *x*, vt rectangula ſub *ax*,& data *kq*, atque ſub *xb*, & data *kp* ſimul ſumpta æqualia ſint dato quadrato *m*.



ANALYSIS.

Sint igit. $ax:kq + xb:kp \sqsubset\!\sqsupset m.$
Ideſt per 1.2.el. $ax:pq + ax:kp + xb:kp \sqsubset\!\sqsupset m.$
Hoc eſt per eamdem $ax:pq + ab:kp \sqsubset\!\sqsupset m.$
Ergo ſolutum.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

A dato quadrato *m* auferatur rectangulum ſub *ab*, & *kp* & reſiduum applicetur ad datam *pq*, ſitque latitudo proveniens *ax*. Hoc eſt facere plana ſub *ax*, & *pq*, atque ſub *ab*, & *kp* æqualia quadrato *m*. Dico factum.

Eſt enim rectangulum ſub *ax*, & *pq* cum rectangulo ſub *ab*, & *kp*, ideſt cum rectangulis ſub *ax*, & *kp*, atque ſub *xb*, & *kp*, æquale quadrato *m*; ſed rectangula ſub *ax*, & *pq*, atque ſub *ax*, & *kp* æquantur rectangulo ſub *ax*, & *kq*: ergo rectangula ſub *ax*, & *kq*, & ſub *xb*, & *kp* æqualia erunt dato quadrato *m*. Quod erat faciendum.

DETERMINATIO.

Determinatio cuiuſcumque problematis ex ipſa patet analyſi. Ergo in propoſito caſu nil aliud determinatur, niſi quod rectangulum ſub datis *ab*, & *kp* minus ſit quadrato dato *m*.

QVÆSTIO.

Vide Franci. Schootē de concinandis demonſt.

Oenopola duplex habet vinum, vnius 8 ſtufris, alterius 14 ſtufris conſtat cantharus. Vult autem mixtionem facere, ita vt dolium, vel 80 cantharos vini vendere poſsit 700 ſtufris. Quæritur quot cantharos vtriuſque ad mixtionem ſumere debeat?

Hanc

2010 Ministerio de Cultura

Hanc quæſtionem ſupponendo *ab* valere 80, *kg.* 14, *kp.* 8, & *m* 700. geometrice per præcedentem analyſim reſolvere, & demonſtrare licet. At vero ſi ſola quæritur reſolutio, hoc modo procedendum erit.

a ——— *x* ——— *b*

Valeat quælibet recta *ab* 80, & ſit *ax* numerus cantharorum vini 14 ſtufris, & *xb* numerus cantharorum vini 8 ſtufris: ergo 14 *ax*, & 8 *xb* æquabuntur 700.

ANALYSIS

Sint igit.		$14ax + 8xb$ —Λ—	700
Ideſt per 1.2.el.		$6ax + 8ax + 8xb$ —Λ—	700
Vel per eamdem	$6ax$	$+8ab$ —Λ—	700
Ideſt, quia *ab* eſt 80.		640	
Ergo aufer. 640. erit	$6ax$	—Λ—	60
Ex ſexti part.	ax	—Λ—	10
Vnde	xb	—Λ—	70

Ergo ſolutum, & patet 10 cantharos vini 14 ſtufris, & 70 cantharos vini 8 ſtufris ſumendos eſſe, cum 10 per 14, & 70 per 8 faciant 700. vt petitur.

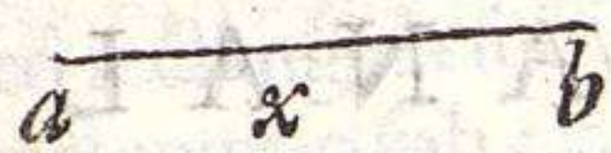
ALIA.

2010 Ministerio de Cultura

ALIA QVÆSTIO.

Vide Schootē ibidem.

Ancilla forum petit habens $9\frac{1}{2}$ ſtufros, vt ijs poma, & pira emat. Vbi veniens 10 poma ipſi offeruntur 1 ſtufro, & 25 pira 2 ſtufris. Quæritur ſi vtriuſque frutus ſimul 100 habere vellit, quot poma, & pira ſeorſim accipere debeat?



Valeat quælibet recta ab $9\frac{1}{2}$, & ſit ax numerus ſtufrorum, quibus poma, & xb numerus ſtufrorum, quibus pira emere debeat. Cum igitur 10 poma 1 ſtufro, & etiam $12\frac{1}{2}$ pira 1 ſtufro offerantur: erunt $10ax$, & $12\frac{1}{2}xb$ æquales 100.

ANALYSIS.

Sint igit. $10ax + 2\frac{1}{2}xb \text{ —Λ— } 100$

Ideſt per 1.2. el. $10ax + 10xb + 2\frac{1}{2}xb \text{ —Λ— } 100$

Et per eamdem $10ab + 2\frac{1}{2}xb \text{ —Λ— } 100$

Ideſt, quia ab eſt $9\frac{1}{2}$ $95.$

Ergo auf. 95. erunt $2\frac{1}{2}xb \text{ —Λ— } 5$

Et $xb \text{ —Λ— } 2$

Vnde $ax \text{ —Λ— } 7\frac{1}{2}.$

Ergo ſolutum, & patet 2 ſtufros in pira, & $7\frac{1}{2}$ in poma impendendos eſſe, cum $7\frac{1}{2}$ ſtufris 75 poma, & 2 ſtufris 25 pira emere poſsit, & ſimul ſint 100 vt petitur.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XI.

Datam rectam *ab* ita secare in *x*, vt rectangulum *ax b* æquale sit rectangulis sub *ax* parte maiori, & data *g*, atque sub *xb*, & data *k*.

Fiant *mb* ipsi *g*, & *ap* ipsi *k* æquales.

ANALYSIS.

Sint igitur. $axb \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown ax:g + xb:k.$

Hoc est $axb \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown ax:mb + xb:ap$

Ergo auf. $ax:mb$ erit $axb - ax:mb \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown xb:ap$

Idest per 1.2.el. $axm \frown\!\!\!\wedge\!\!\!\frown xb:ap$

Ergo E.P. $ap.\ ax.\ xm.\ xb.$

Et per divis. $ap.\ px.\ xm.\ mb.$

CONST. ET DEMONST.

Ipsis *ap*, & *mb* (idest *k*, & *g*) reciprocæ inveniantur *px*, & *xm*, quarum summa sit *pm* (idest differentia qua data *ab* superat datas *g*, & *k*, seu *mb*, & *ap*) Dico factum.

Cum enim ex constr. sint proportionales *ap. px. xm. mb*, & per compos. *ap. ax. xm. xb*: erit rectangulum *axm* rectangulo sub *xb*, & *ap* æquale, & addendo rectangulum sub *ax*, & *mb*, erit rectangulum *ax b* rectangulis sub *ax*, & *mb*, atque sub *xb*, & *ap* æquale. Quod erat faciendum.

DE-

2010 Ministerio de Cultura

IX. DETERMINATIO

$$\frac{a\ p\ x\ m\ b}{g\ k}$$

Oportet datas g, & k, ſive mb, & ap minores eſſe ſimul ſumptas data recta ab, & præterea rectangulum ſub ipſis g, & k, ſive mb, & ap non maius eſſe quadrato dimidiæ mp, ideſt quadrato ſemidifferentiæ inter ab, & datas g, & k ſimul ſumptas, nam ſi maius fuerit problema conſtrui non poterit, ſi vero æquale vnica erit reſolutio, ſi tandem minus, duæ erunt ſolutiones, vt conſtat ex prop. 1. Introduct.

Quod autem rectæ g, & k ſimul ſumptæ minores debeant eſſe data ab, ex ipſa analyſi ſatis patet, & hoc modo oſtendi poteſt.

Ponitur axb —∧— $ax:g+xb:k$.
Ergo erit axb maius $ax:g$ ſua parte.
Et per 1.6.el. xb maior g.
Ead. ration. erit axb maius $xb:k$ ſua parte.
Et per 1.6.el. ax maior k.

Ergo xb, & ax, ideſt ab maior debet eſſe rectis g, & k. &c.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XII.

Datam rectam *ab* protrahere ad *x*, vt differentia quadrati dati *g* super rectangulum *abx* ad quadratum *bx* sit vt *m* ad *p*.

g
k *a* *k* *b* : *x* *c* *m*
p

ANALYSIS.

Sint igitur prop. *gg—abx. bxb. m. p.*
Vel si fiat *abc* ⌙∧⌙ *gg.* *abc.*
Et erit per 1.2.el. *ab:xc. bxb. m. p.*
Vel si fiant *ab. kb.*
Vel per 1.6. *ab:xc. kb:xc*
Ergo per 14.5. el. *bxb* ⌙∧⌙ *kb:xc.*
Et E.P. *kb. bx. bx. xc.*
Et per compos. *kb. kx. bx. bc.*
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat rectangulum *abc* quadrato dato *g* æquale, & vt *m* ad *p* ita *ab* ad *kb*, ipsisque *kb*, & *bc* reciprocæ inveniantur *kx*, & *bx*, quarum differentia sit ipsa *kb*. Dico factum.

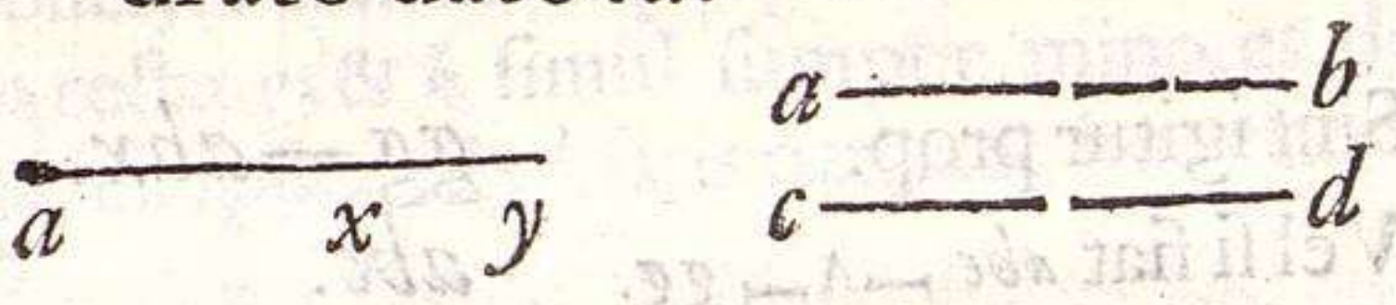
Sunt enim ex constr. proportionales *kb. kx. bx. bc*, & per divis. *kb. bx. bx. xc*, quare rectangulum sub *kb*, & *xc* quadrato *bx* erit æquale: ergo rectangulum sub *ab*, & *xc*, differentia scilicet inter rectangulum *abc*, ideſt quadratum *g*, & rec-

2010 Ministerio de Cultura

tangulum *abx*, ad quadratum *xb*, ideſt ſub *kb*, & *xc* (ob eamdem altitudinem *xc*) erit vt *ab* ad *kb*, ſeu vt *m* ad *p*. Quod oportebat facere.

PROPOSIT. XIII.

Duas rectas exhibere, vt rectangulum ſub maiori, & aggregato ambarum æquale ſi quadrato dato *ab*: rectangulum vero ſub minore, & eodem aggregato æquale quadrato dato *cd*.



Sint rectæ, de quibus quæritur *ax*, & *xy*, quarum *ax* ſit maior, & aggregatum erit *ay*.

ANALYSIS.

Sit igitur $yax _\Lambda_ aba.$

Et etiam $ayx _\Lambda_ cdc.$

Ergo $yax + ayx _\Lambda_ aba + cdc.$

Ideſt per 2.2.el. $aya _\Lambda_ aba + cdc.$

Ergo cognita iam *ay* notum erit rectangulum *yax*, &c.

CONSTR. & DEMONSTR.

Inveniatur quadratum *ay* quadratis *ab*, & *cd* æquale, & quadratum *ab* applicetur ad ipſam *ay*, ſitque latitudo pro-

ve-

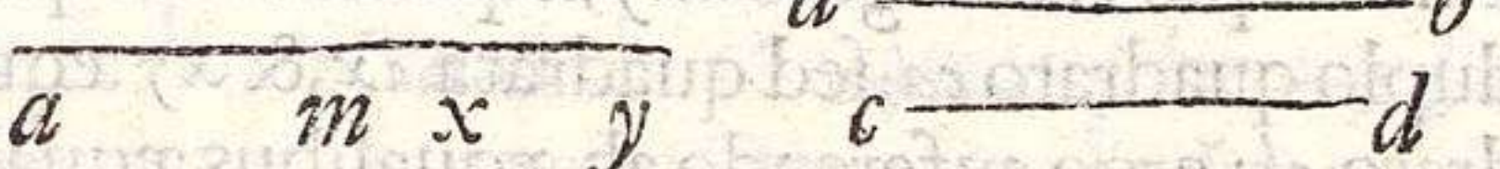
2010 Ministerio de Cultura

veniens *ax*. Dico *ax*,& *xy* esse rectas,de quibus quæritur.

Quoniam igitur quadratum *ay* factum est æquale quadratis *ab*, & *cd*, & ipsum quadratum *ay* æquatur rectangulis *yax*, & *ayx*:erunt rectangula *yax*,& *ayx* æqualia quadratis *ab*, & *cd*; sed rectangulum *yax* factum est æquale quadrato *ab*,vt oportebat:ergo auferendo ab æqualibus æqualia, remanebit rectangulum *ayx* quadrato *cd* æquale, vt petebatur. Duas igitur rectas exhibuimus,&c. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XIV.

Duas rectas invenire, ita vt earum quadrata simul sumpta æqualia sint dato quadrato *ab*: rectangulum vero sub ipsis contentum æquale quadrato dato *cd*.



Sint rectæ lineæ, de quibus quæritur *ax*, & *xy*.

ANALYSIS.

Sint igitur $axa + xyx \text{ —}\Lambda\text{— } aba$

Sed etiam $2axy \text{ —}\Lambda\text{— } 2cdc.$

Ergo $axa + xyx + 2axy \text{ —}\Lambda\text{— } aba + 2cdc$

Hoc est per 4.2.el. $aya \text{ —}\Lambda\text{— } aba + 2cdc$

Cognita iam *ay* bisecetur in *m*.

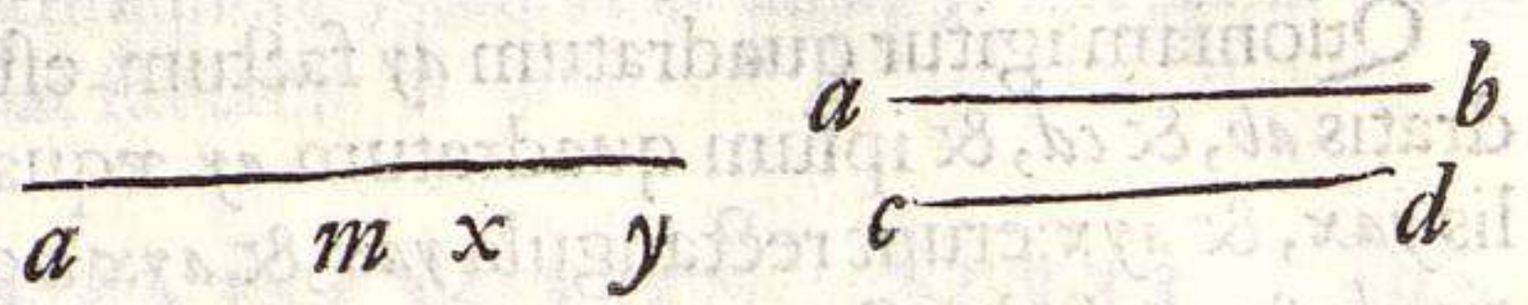
Et per 9.2.el.erunt $axa + xyx \text{ —}\Lambda\text{— } 2ama + 2mxm$

Ergo $2ama + 2mxm \text{ —}\Lambda\text{— } aba$

Et dimidiando $ama + mxm \text{ —}\Lambda\text{— } \frac{1}{2}aba.$

Ergo solutum. CONS.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

Inveniatur *ay* cuius quadratum æquale sit quadrato *ab* cum duobus quadratis *cd*, & bisecetur *ay* in *m*. Deinde à dimidio quadrati *ab* auferatur quadratum *am*, & quadrati residui latus sit *mx*. Dico *ax*, & *xy* rectas esse, de quibus quæritur.

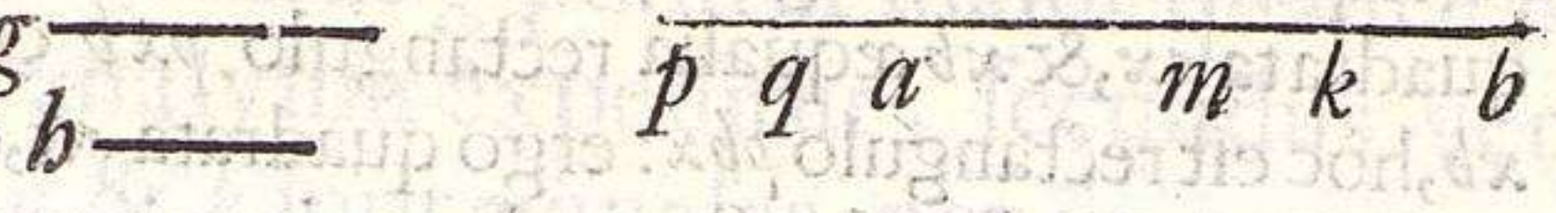
Quoniam enim quadrata *am*, & *mx* æqualia sunt dimidio quadrati *ab*: erunt (duplicando) duo quadrata *am*, & duo *mx*, hoc est quadrata *ax*, & *xy* quadrato *ab* æqualia, vt oportebat. Est autem quadratum *ay* æquale, ex const. quadrato *ab* cum duplo quadrato *cd*, & ex 4.2. el. quadratis *ax*, & *xy* cum duplo rectangulo *axb*: ergo quadrata *ax*, & *xy* cum duplo rectangulo *axy*, æqualia erunt quadrato *ab* cum duplo quadrato *cd*; sed quadrata *ax*, & *xy* æqualia sunt quadrato *ab*: ergo auferendo ab æqualibus æqualia, remanebit duplum rectangulum *axb*, duplo quadrato *cd* æquale, adeoque rectangulum *axb* quadrato *cd* æquale, vt petebatur. Duas igitur rectas exhibuimus, &c. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XV.

Datam rectam *ab* dividere in *x*, vt quadrata *ax*. *xb* simul sumpta ad rectangulum *abx* sit vt *g* ad *h*.



ANALYSIS.

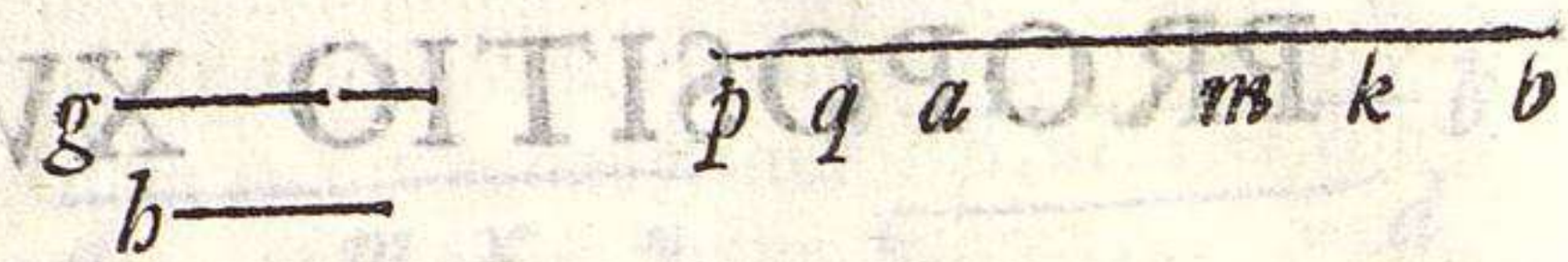
Sint igit. prop. *axa* + *xbx*. *abx*. *g*. *h*.
Vel si fiant *pb*. *ab*.
Vel per 1.6.el. *pbx*. *abx*.
Ergo per 14.5.el. *axa* + *xbx* ∧ *pbx*.
Et auf. *xbx*. *axa* ∧ *pbx* − *xbx*.
Idest per 3.2.el. *pxb*.
Ergo E.P. *px*. *ax*. *ax*. *xb*.
Et divid. *pa*. *ax*. 2*mx*. *xb*.
Et dimid. anteced. *qa*. *ax*. *mx*. *xb*.
Et per compos. *qa*. *qx*. *mx*. *mb*.
Ergo solutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat vt *h* ad *g* ita *ab* ad *pb*, & agatur *qa* dimidio *pa* æqualis, bisectàque *ab* in *m*, ipsis *qa*, & *mb*, seu *am*, reciprocæ inveniantur *qx*, & *mx*, quarum differentia sit *qm*. Dico factum.

Sunt

2010 Ministerio de Cultura



Sunt enim ex conſtr. proportionales *qa. qx. mx. mb*, & per diviſ. *qa. ax. mx. xb*, & duplicando antecedentes *pa. ax.* 2*mx. xb*; ſed 2*mx* differentia eſt inter *ax*, & *xb*: ergo compon erunt proportionales *px. ax. ax. xb*, quare quadratum *ax* æquale erit rectangulo *pxb*, & addito quadrato *xb*, erunt quadrata *ax*, & *xb* æqualia rectangulo *pxb* cum quadrato *xb*, hoc eſt rectangulo *pbx*: ergo quadrata *ax*, & *xb*, hoc eſt rectangulum *pbx* ad rectangulum *abx*, ob eamdem altitudinem *bx*, erunt vt *pb* ad *ab*, ideſt vt *g* ad *h*. Quod erat faciendum.

DETERMINATIO

Propoſitum problema ſolutum eſt ſupponendo rationem datam *g* ad *h* eſſe maioris inæqualitatis. Oporteat vero determinare problema, hoc eſt an ipſa ratio æqualitatis, minorisve inæqualitatis dari poſsit.

Sit $axa + xbx _\Lambda_ abx.$

Et aufer. $xbx.$ $axa _\Lambda_ abx - xbx.$

Ideſt per 3.2.el. $axa _\Lambda_ axb.$

Et per 1.6.el. erit $ax _\Lambda_ xb.$

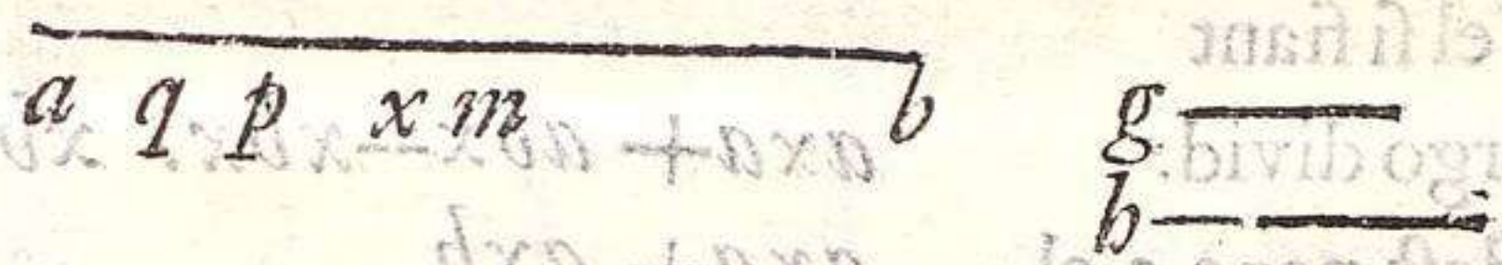
Ergo patet problema quamcumque rationem admittere. Nam ſi ratio *g* ad *h* fuerit æqualitatis erunt plana *axa* + *xbx* æqualia pla-

no

2010 Ministerio de Cultura

no *abx*, & partes *ax*, & *xb* erunt æquales. Si vero *g* fuerit maior quã *h* erunt plana *axa*+ *xbx* maiora plano *abx*, & pars *ax* maior erit parte *xb*. Si tandem *g* minor ponatur minora erunt plana *axa*+ *xbx* plano *abx* & pars *ax* minor parte *xb*.

Tres igitur casus habet problema, quorum primus, quando *g* ponitur maior quam *h* per primam analysim expeditur, secundus vero, quando *g* & *k* sunt æquales, per ijs, quæ proxime dicta sunt enodatur. Tertius tandem, quando *g* ponitur minor, hoc modo resolvitur.



ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*axa*+ *xbx*.	*abx*.	*g*.	*h*.
Vel si fiant			*pb*.	*ab*.
Idest per 1.6.el.			*pbx*.	*abx*.
Ergo per 14.5.el.	*axa*+ *xbx* —∧—	*pbx*.		
Et aufer. *xbx*.	*axa* —∧—	*pbx* —	*xbx*.	
Idest per 3.2.el.	*axa* —∧—	*pbx*.		
Et E.P.	*px*.	*ax*.	*ax*.	*xb*.
Et divid.	*ap*.	*ax*.	2*xm*.	*xb*.
Et dimid. anteced.	*aq*.		*xm*.	
Et per divis.	*aq*.	*qx*.	*xm*.	*mb*.
&c.				

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XVI.

Datam rectam *ab* ita secare in *x*, vt quadratum *ax* cum rectangulo *abx* ad quadratum *xb* sit vt *g* ad *h*.

$$\frac{g}{h}$$

a *x* *b* *q*

ANALYSIS.

Sint igit. prop. $axa+abx.\ xbx.\ g.\ h.$

$aq.\ bq.$

Vel si fiant $axa+abx--xbx.\ xbx.\ ab.\ bq$

Ergo divid. $axa+axb.$

Idest per 3.2.el. $bax.$ $xbx.\ ab.\ bq.$

Vel per eamdem $ab:ax.\ bq:ax$

Vel per 1.6.el. $bq:ax$ —Λ— $xbx.$

Ergo per 14.5.el. $bq.\ xb.\ xb.\ ax.$

Et E.P. $bq.\ xq.\ xb.\ ab.$

Et per comp.

Ergo solutum.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat vt *g* ad *h* ita *aq* ad *bq* (hoc est vt differentia qua *g* superat *h* ad ipsam *h* ita *ab* ad *bq*) ipsisque *bq*, & *ab* reciprocæ inveniantur *xq*, & *xb*, quarum differentia sit *bq*. Dico factum.

Sunt enim proportionales *bq*. *xq*. *xb*. *ab*, & per divis. $\frac{bq.}{xb.}$

2010 Ministerio de Cultura

xb. xb. ax, quare rectangulum ſub *bq*, & *ax* quadrato *xb* erit æquale: ergo rectangulum *bax*, ideſt quadratum *ax* cum rectangulo *axb*, ad quadratum *xb*, ideſt ad rectangulum ſub *bq*, & *ax*, erit vt *ab* ad *bq*, & compon. quadratum *ax* cum rectangulo *axb*, & quadrato *xb*, ideſt cum rectangulo *abx* ad quadratum *xb*, vt *aq* ad *bp*, ſeu vt *g* ad *h*. Quod erat faciendum.

DETERMINATIO.

Oportet rationem datam eſſe maioris inæqualitatis, nam plana *axa*+*abx* maiora ſunt *xbx* plano. Cum ſolum *abx* maius ſit *xbx*.

PROPOSIT. XVII.

Datis rectis *ab*, & *bc*, ſecare *ab* in *x*, vt quadrata *ax*, & *xc* æqualia ſint rectangulis *axb*, & *cxb*.

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Sint igit. $axa + xcx \text{ —Λ— } axb + cxb.$

Ideſt per 1.2.el. $ac : xb$

Ergo ad. $2axc$ erunt $axa + xcx + 2axc \text{ —Λ— } ac : xb + 2axc$

Ideſt per 4.6.el. aca

Vel ſi fiat $gb \text{ —Λ— } ac$ $gbg \text{ —Λ— } gbx + 2axc$

Et auſer. gbx. erit $gbg - gbx \text{ —Λ— } 2axc.$

Ideſt per 2.2.el. bgx

Et E.P. $gb.\ 2ax.\ xc.\ gx.$

Et dimid. primos. $ba.\ ax.$

Ergo per comp. E.P. $ba.\ bx.\ xc.\ gc.$

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

Fiat gb ipſi ac æqualis, & ba ſit eius dimidia, ipſis autem ba, & gc reciprocæ inveniantur bx, & xc, quarum ſumma ſit bc. Dico factum.

Sunt enim ex conſtr. proportionales $ba.\ bx.\ xc.\ gc$, & per diviſ. $ba.\ ax.\ xc.\ gx$, & duplicando primos $gb.\ 2ax.\ xc.\ gx$, quare rectangulum bgx duplo rectangulo axc erit æquale, & addendo rectangulum gbx, erunt rectangula bgx, & gbx, ideſt quadratum gb, ſeu ac, hoc eſt quadrata ax, & xc cum duplo rectangulo axc æqualia rectangulo gbx, ideſt ſub ac, & xb, vna cum duplo rectangulo axc: ergo ſi auferatur duplum rectangulum axc, remanebunt quadrata ax, & xc æqualia rectangulo ſub ac, & xb, hoc eſt rectangulis axb, & cxb. Quod facere oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XVIII.

Datis rectis *ab*, & *bc*, secare *ab* in *x* vt quadrata *ax*, & *xc* ad rectangula *axb*, & *cxb* sint in ratione data vt *f* ad *h*.

$$\frac{q}{g\ f\ q\quad p\ a\quad x\ b\quad c\qquad b}$$

ANALYSIS.

Sint igitur prop. $axa + xcx.\ axb + cxb.\ f\ h.$
Vel per 1.6.el. $ac:xb.$
Vel si fiant $gb.\ ac.$
Vel per 1.6.el. $gbx.\ ac:xb.$
Ergo per 14.5.el. $axa + xcx$ _Λ_ $gbx.$
Et add. $2axc.$ $axa + xcx + 2axc$ _Λ_ $gbx + 2axc.$
Idest per 4.2.el. $aca.$
Vel si fiat $gbq.$
Et dimid. pbq _Λ_ $pbx + axc.$
Et auf. $pbx.$ $pbq - pbx$ _Λ_ $axc.$
Idest per 1.2.el. $pb:qx.$
Ergo E.P. $pb.\ ax.\ xc.\ qx.$
Fiat fa _A_ $pb.$ $fa.$
Ergo per comp.E.P. $fa.\ fx.\ xc.\ qc.$
Ergo solutum.

2010 Ministerio de Cultura

$$\begin{array}{r|l} q & f \\ \hline g\ f\ q\ p\ a\ x\ b\ c & b \end{array}$$

CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *h* ad *f* ſic *ac* ad *gb*, & biſecetur in *p*. Deinde fiat rectangulum *gbq* quadrato *ac* æquale, & ponatur *fa* ipſi *pb* æqualis. Ipſis autem *fa*, & *qc* reciprocæ inveniantur *fx*, & *xc*, quarum ſumma ſit *fc*. Dico factum.

Cum enim ex conſtr. ſit *fa* ad *fx*, vt *xc* ad *qc*, & per diviſ. *fa*, ideſt *pb* ad *ax*, vt *xc* ad *qx*: erit rectangulum ſub *pb*, & *qx* rectangulo *axc* æquale, & addito rectangulo *pbx*, erunt rectangula ſub *pb*, & *qx*, atque *pbx*, hoc eſt erit rectangulum *pbq* rectangulis *pbx*, & *axc* æquale, & duplicando, rectangulum *gbq*, ideſt quadratum *ac*, ſeu quadrata *ax*, & *xc* cum duplo rectangulo *axc* æqualia erunt rectangulis *gbx*, & duplo *axc*, vnde dempto communi duplo rectangulo *axc*, remanebunt quadrata *ax*, & *xc* rectangulo *gbx* æqualia: ergo quadrata *ax*, & *xc*, ideſt rectangulum *gbx* ad rectangulum ſub *ac*, & *xb*, ideſt ad rectangula *axb*, & *cxb* (ob eamdem altitudinem *xb*) erunt vt *gb* ad *ac*, ideſt vt *f* ad *h*. Quod erat faciendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XIX.

Datam rectam *ac* sectam in *b* rursus secare in *x* inter *a*, & *b*, vt rectangula *axb*, & *cxb* simul sumpta ad quadratum *xc* sint in ratione data vt *g* ad *h*.

g ——— —
h ———

a p x b c

ANALYSIS.

Sint igit. prop. *axb + cxb. cxc. g. h.*
Idest per 1, 2. el. *ac : xb.*
Vel si fiant *ac. pc.*
Vel per 1. 6. el. *ac : xb. cxc. ac : xb, pc : xb.*
Ergo per 14. 5. el. *cxc* —Λ— *pc : xb.*
Et E. P. *pc. xc. xc. xb.*
Et convert. *pc. px. xc. bc.*
Ergo solutum

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *g* ad *h* ita *ac* ad *pc*, ipsisque *pc*, & *bc* reciprocæ inveniantur *px*, & *xc*, quarum summa sit ipsa *pc*. Dico factum.

Sunt enim ex constr. proportionales *pc. px. xc. bc*, & convert. *pc. xc. xc. xb*, quare rectangulum sub *pc*, & *xb* quadrato *xc* erit æquale. Ergo rectangulum sub *ac*, & *xb*, ideſt rectangula *axb*, & *cxb* ad quadratum *xc*, hoc est ad rectangulum sub *pc*, & *xb* (ob eamdem altitudinem *xb*) erunt vt *ac* ad *pc*, ideſt vt *g* ad *h*. Quod facere oportebat.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XX.

Datam rectam *ac* diuisam in *b*, rursus dividere in *x* inter *a*, & *b*, vt rectangulum *axb* cum quadrato *xc* ad rectangulum *cxb* sit in ratione data vt *m* ad *p*.

m
g *a* *x* *q* *b* *b* *c* *p*

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*axb* + *xcx*.	*cxb*.	*m*. *p*.
Et comp. per 1. 2. el.	*ac*:*xb* + *xcx*.	*cxb*.	*m* + *p*. *p*
Et divid. per 2. 2.	*ac*:*xb* + *xcb*	*cxb*.	*m*. *p*.
Idest per 3. 2.	*ac*:*xb* + *xbc* + *bcb*		
Vel si fiat *ga* — Λ — *bc*.	*xb*:*ga*.		
Hoc est per 1. 2.	*gc*:*xb* + *bcb*.	*cxb*.	*m*. *p*.
Vel si fiant			*bcb*. *cqb*
Ergo vt diff. & E.P.	*gc*:*xb*.	*cxq*.	*m*. *p*.
Vel si fiant			*gc*. *bc*.
Vel per 1. 6. el.			*gc*:*xb*, *bc*:*xb*.
Ergo per 14. 5. el.	*bc*:*xb* — Λ — *cxq*.		
Et E.P.	*bc*. *xc*.	*xq*.	*xb*.
Et per divis.	*bc*. *xb*.	*xq*.	*qb*.
Ergo solutum.			

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat *ga* ipſi *bc* æqualis, & vt *m* ad *p* ita quadratum *bc* ad rectangulum *cqb*, & ita *gc* ad *hc*, ipſiſque *hc*, & *qb* reciprocæ inveniantur *xh*, & *xq*, quarum differentia ſit *qh*. Dico factum.

Cum enim ex conſtr. ſint proportionales *hc*. *xh*. *xq*. *qb*, & per compoſ. *hc*. *xc*. *xq*. *xb*: erit rectangulum ſub *hc*, & *xb* rectangulo *cxq* æquale: ergo rectangulum ſub *gc*, & *xb* ad rectangul. *cxq*, ideſt ſub *hc*, & *xb* (ob eamdem altitudinem *xb*) erit vt *gc* ad *hc*, ſeu vt quadratum *bc* ad rectangulum *cqb*. Sunt autem aggregata vt vnus ad vnum: ergo rectangulum ſub *gc*, & *xb* cum quadrato *bc*, hoc eſt rectangula ſub *ac*, & *xb*, atque ſub *xb*, & *ga*, ſeu *bc*, cum quadrato *bc*, hoc eſt rectangula ſub *ac*, & *xb*, & *xcb* ad rectangulum *cxb* erunt vt quadratum *bc* ad rectangulum *cqb*, ideſt vt *m* ad *p*; & compon. rectanguium ſub *ac*, & *xb* cum quadrato *xc* ad rectangulum *cxb*, vt aggregatum ex *m*, & *p* ad ipſam *p*, & divid. rectangulum *axb* cum quadrato *xc* ad rectangulum *cxb*, vt *m* ad *p*. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Vt autem fiat vt *m* ad *p*, ita quadratum *bc* ad rectangulum *cqb*, perſpicuum eſt conſtructionem hoc modo inſtituendam. Fiat vt *m* ad *p* ita quadratum *bc* ad aliud, cuius lateri reciprocæ inveniantur *qb*, & *qc*, quarum differentia ſit *bc*.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXI.

Datas rectas *ab*, & *bc* ita secare in *x*, & *y* vt rectangula *axb*, & *byc* æqualia sint quadrato dato *g*: rectangula verò *cxb*, & *ayb* æqualia dato quadrato *h*.

x *y* *g*

a *x* *p* *b* *f* *d* *k* *y* *q* *c* *b*

ANALYSIS

Sint igitur $axb + byc \sqsubset\!\sqsupset gg$

Et etiam. $cxb + ayb \sqsubset\!\sqsupset bb.$

Ergo per 1.2.el. $ac:xb + ac:by \sqsubset\!\sqsupset gg + bb.$

Vel si fiat $ac:bq.$

Ergo per 1.6. $xb + by \sqsubset\!\sqsupset bq.$

Et erit $xb \sqsubset\!\sqsupset yq.$

Et si fiat $pq \sqsubset\!\sqsupset ab$ erit $axb \sqsubset\!\sqsupset pyq.$

Ergo per 1.cond. $pyq + byc \sqsubset\!\sqsupset gg.$

Bisecentur *pq*, & *bc* in *f*, & *k*, & ipsa *fk* in *d*,

Ergo addendo *fyf*, & *kyk*

Erunt per 6.2.el. $pfp + bkb \sqsubset\!\sqsupset gg + fyf + kyk.$

Idest per 10.2. $pfp + bkb \sqsubset\!\sqsupset gg + 2fdf + 2dyd.$

Ergo solutum, & quoniam nulla est ratio vt cognita *dy*, nequeat positione variari, patet punctum *y* ante, vel post punctum *d* assignari posse, vnde manifestum fit problema duas

2010 Ministerio de Cultura

duas accipere ſolutiones. Si enim ponatur *dy*, erit *by* maior quam *yc*, & conſequenter *xb* minor quam *ax*, propterea quod *xb* æquatur *yq*, at vero ſi ponatur *yd*, erit *by* minor quam *yc*, & conſequenter *xb* maior quam *ax*.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat rectangulum ſub *ac*, & *bq* quadratis datis *g*, & *h* æquale, & ponatur *pq* æqualis ipſi *ab*. Deinde biſecentur *pq*, & *bc* in *f*, & *k*, & ipſa *fk* in *d*. Et ab aggregato quadratorum *pf*, & *bk* auferatur aggregatum quadrati dati *g*, & dupli quadrati *fd*, & quadrati reſidui accipiatur dimidium, cuius lateri agatur æqualis tam *yd*, quam *dy*, & ipſis *yq* æquales fiant *xb*, & *xb*. Dico rectas *ax*. *xb*. *by*. *yc*. vtroque modo acceptas eſſe diviſiones quæſitas.

Sunt enim ex conſtr. quadrata *pf*, & *bk* æqualia quadrato *g*, cum duplo quadratorum *fd*, & *dy*, vel *fd*, & *yd*, hoc eſt (per 6. 2. el.) cum quadratis *fy*, & *ky*, ſeu *yf*, & *yk*. Vnde (per eandem) ſi auferantur quadrata *fy*, & *ky*, ſeu *yf*, & *yk*, remanebunt rectangula *pyq*, & *byc* quadrato *g* æqualia; ſed rectangulum *pyq* rectangulo *axb* eſt æquale (cum *ab*, & *pq*, nec non *xb*, & *yq* factæ ſint æquales) ergo rectangula *axb*, & *byc* dato quadrato *g* erunt æqualia, vt oportebat. Rurſus quoniam *xb*, & *yq* ſunt æquales, erunt *xb*, & *by* ipſi *bq* æquales, & (per 1. 6. el.) rectangula ſub *xb*, & *ac*, atque ſub *by*, & *ac*, hoc eſt rectangula *axb*, & *cxb* cum rectangulis *byc*, & *ayb*, æqualia erunt rectangulo ſub *ac*, & *bq*, hoc eſt quadratis *g*, & *h*; ſed rectangula *axb*, & *byc* oſtenſa ſunt æqualia quadrato *g*: igitur ab æqualibus auferendo æqualia, remanebunt rectangula *cxb*, & *ayb* quadrato *h* æqualia, vt oportebat. Rectas igitur *ab*, & *bc* diviſimus, &c. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Hoc problema placet in numeris proponere, & reſolvere.

2010 Ministerio de Cultura

QVÆSTIO.

Quæruntur quatuor numeri cum his quatuor conditionibus.

$$\frac{x \qquad y \qquad g}{a \quad x\,p \quad b \quad f\,d\,k\,y\,q \quad c \quad h}$$

1. COND. Aggregatum primi,& ſecundi ſit 16.
2. Aggregatum tertij, & quarti ſit 11.
3. Aggregatum productorum, tum ſub primo, & ſecundo,tum ſub 3.& quarto ſit 72.
4. Aggregatum productorum tum ſub ſecundo,& ſumma ſecundi, tertij, & quarti, tum ſub tertio,& ſumma primi ſecundi, & tertij ſit 252.

Exponantur in directum duæ rectæ lineæ *ab*, & *bc*, quæ numeros 16, & 11 repreſentent, & concipiatur quadratum *g* valere 72, & quadratum *h*. 252. diviſiſque *ab*, & *bc* in *x*, & *y*, erunt quæſiti numeri *ax*. *xb*. *by*. *yc*, & per tertiam conditionem facta *axb*, & *byc* æquabuntur quadrato *g*, & facta *cxb*, & *ayb* per quartam conditionem quadrato *h*. Et ecce tibi quæſtio arithmetica in problema geometricum reducta.

Perſecutà igitur analyſi patet modus reſolvendi, & omnium linearum valor facile determinatur in hunc modum.

2010 Ministerio de Cultura

Quoniam gg —Λ— 72
Et hh —Λ— 252
Erunt gg,& hh —Λ— 324, ideſt $ac:bq$.
Sed tota ac —Λ— 27
Ergo bq —Λ— 12
Et quia ab ſeu pq —Λ— 16
Erit pb —Λ— 4
Sed $\frac{1}{2}pq$ ideſt pf —Λ— 8
Ergo bf —Λ— 4
Sed $\frac{1}{2}bc$ ideſt bk —Λ— $5\frac{1}{2}$
Ergo fk —Λ— $1\frac{1}{2}$
Et $\frac{1}{2}fk$ ideſt fd —Λ— $0\frac{2}{4}$

Nunc ad reſolutionem. Quadrata pf,& bk ſunt $94\frac{1}{4}$ quadratum autem g, & duplum quadratum fd ſunt $72\frac{18}{16}$, qui numerus ſi auferatur à numero invento $94\frac{1}{4}$ remanebit numerus $21\frac{2}{16}$, cuius dimidium erit $10\frac{9}{16}$, à quo radix erit $3\frac{1}{2}$ pro dy, ſeu yd.

Et quoniam erat bf —Λ— 4
Et fd —Λ— $0\frac{4}{3}$
Erit bd —Λ— $4\frac{4}{3}$
Ergo ſi addatur dy —Λ— $3\frac{1}{4}$
Erit by —Λ— 8
Sed ſi à bd —Λ— $4\frac{3}{4}$
Auferatur yd —Λ— $3\frac{1}{4}$
Remanebit by —Λ— $1\frac{1}{2}$

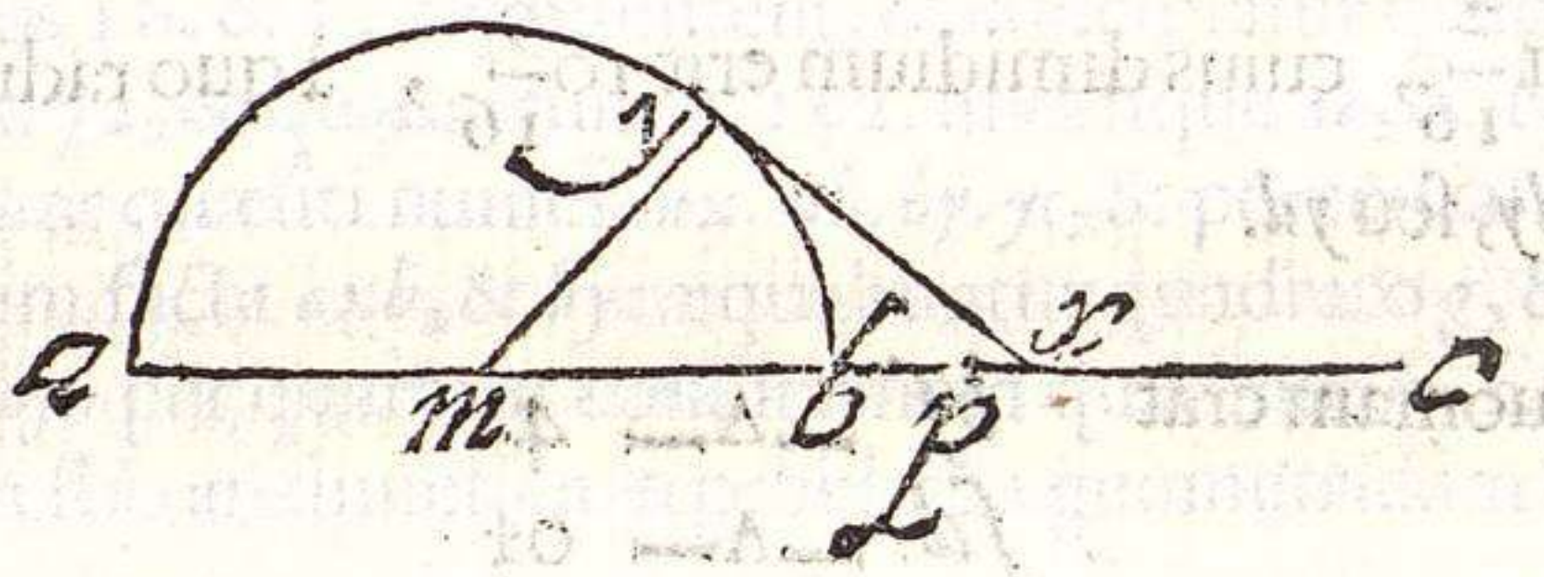
2010 Ministerio de Cultura

Ergo numerus tertius *by* erit 8, seu $1\frac{1}{2}$ vnde quartus *yc* erit 3, seu $9\frac{1}{2}$, & cum *bq* sit 12, & *by* 8 seu $1\frac{1}{2}$, erit *yq*, ideſt *xb* numerus ſecundus 4, ſeu $10\frac{1}{2}$, vnde *ax* primus erit 12, ſeu $5\frac{1}{2}$.

Sunt igitur numeri quæſiti tam 12.4.8.3, quam $5\frac{1}{2}$. $10\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{2}$. $9\frac{1}{2}$. de quibus quærebatur.

PROPOSIT. XXII.

Dato ſemicirculo, cuius diameter *ab* protracta ſit ad *c*: oporteat punctum determinare *x*, inter *b*, & *c*, vt ſi ducatur contingens *xy* æqualis ſit ipſi *xc*.



Factum iam ſit, & ex centro *m* ducatur *my*, rectus igitur erit angulus *myx*. Biſecetur *mc* in *p*.

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sit igitur xy —∧— xc.
Sed mxm —∧— $mym+xyx$.
Hoc eſt $mbm+xcx$.
Ergo auf. xcx erit $mxm-xcx$ —∧— mbm.
Hoc eſt per 8. Intr. $mc:2px$. —∧— mbm.
Et diſſolv. E.P. $mc.\ mb.\ mb.\ 2px$.
Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Dividatur mc bifariam in p, & ad mc, & mb tertia inveniatur, cuius dimidia ſit px. Dico ſi tangens ducatur xy, ipſam æqualem eſſe rectæ xc. Ducatur my.

Quoniam igitur mc eſt ad mb, vt mb ad duplam px: erit rectangulum ſub mc, & dupla px, hoc eſt differentia quadratorum mx, & xc æqualis quadrato mb, & addendo commune quadratum xc, erit quadratum mx æquale quadratis mb, ideſt my, & xc; ſed ob angulum rectum y etiam eſt æquale quadratis my, & xy: igitur quadratum xc quadrato xy erit æquale, adeoque ipſa xy ipſi xc æqualis erit. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Perſpicuum eſt quadratum tangentis xy æquari rectangulo axb, vnde rectangulum axb æquari debet quadrato xc, & proportionales erunt $ax.xc.xc.bx$. Et ecce tibi propoſitio prima lib. 1. quapropter hoc, & illud, vnum idemque 35. 3. el:

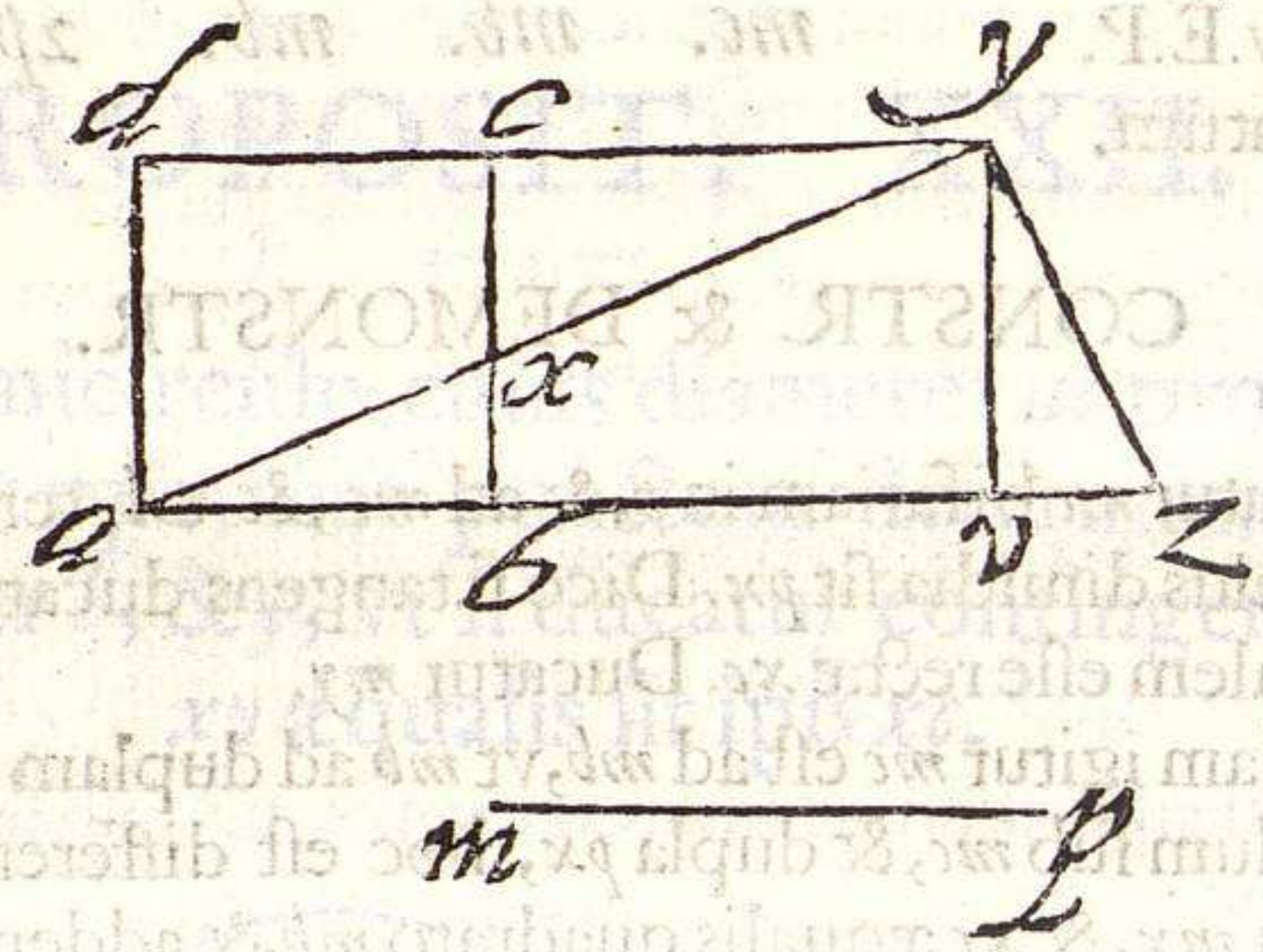
2010 Ministerio de Cultura

que problema esse concludes, cuius resolutio elegantior per proportionales videtur.

PROPOSIT. XXIII.

Vide Pappũ lib. 7. prop. 72 Cartesium to. 1. pag. 83. & 216. Renald. tom. 3. pag. 314.

Dato quadrato *ac*, ex angulo *a* ad oppositum protractum latus rectam ducere *axy*, & facere *xy* datæ *mp* æqualem.



ANALYSIS.

Sit igitur $xy \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp mp.$

Fiat angulus $vyz \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp xab.$

Et erit triangulum $axb \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp vyz.$

Et recta $ax \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp yz.$

Et ob simil. *axb. ayz.* S.P. $ay.\ az.\ ab.\ ax.$

Hinc rectangulum $yax \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp baz.$

Est autem per 47. 1. el. $aza \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp aya + yzy.$

Id est $axa.$

Ergo per 7. 2. el. $aza \perp\!\!\!\wedge\!\!\!\perp 2yax + xyx.$

Hoc est $2baz + mpm.$

Ergo solutum

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Inveniatur *az*, cuius quadratum æquale ſit rectangulo ſub ipſa, & dupla *ab*, vna cum quadrato dato *mp*. Deſcribatur ſuper *az* ſemicirculus ſecans protractam *dc* in *y*, ducaturque *axy*. Dico *xy* ipſi *mp* æqualem eſſe. Demittatur normalis *yv*, & iungatur *yz*. *per 4. Introd.*

Quoniam igitur angulus *ayz* in ſemicirculo rectus eſt, erunt triangula ſimilia *axb. ayv. vyz. ayz*, quorum *axb*, & *vyz* erunt etiam æqualia, ob æquales *ab*, & *vy*, adeoque *ax* ipſi *yz* æqualis, eritque rectangulum *yax* rectangulo *zab* æquale, cum ob ſimilitudinem triangulorum *axb. ayz* proportionales ſint *ay. az. ab. ax*. Eſt autem quadratum *az* æquale quadrato *ay* cum quadrato *yz*, ideſt *ax*; ſed quadrata *ay*, & *ax* æquantur duplo rectangulo *ayx*, ideſt duplo *baz* cum quadrato *xy*. Ergo quadratum *az* æquale erit duplo rectangulo *baz* cum quadrato *xy*; ſed ex conſtructione factum eſt idem æquale duplo rectan gulo *baz* cum quadrato *mp*: æqualia igitur erunt quadrata *xy*, & *mp*, adeoque ipſa *xy* datæ *mp* æqualis. Quod erat faciendum.

SCHOLION.

Hoc problema per proportionales reſolutum dedimus prop. 42. *lib.* 1. *& ſi placuerit, ex vltima æquatione huius analyſeos etiam ad proportionales deſcendere, in hunc modum licebit.*

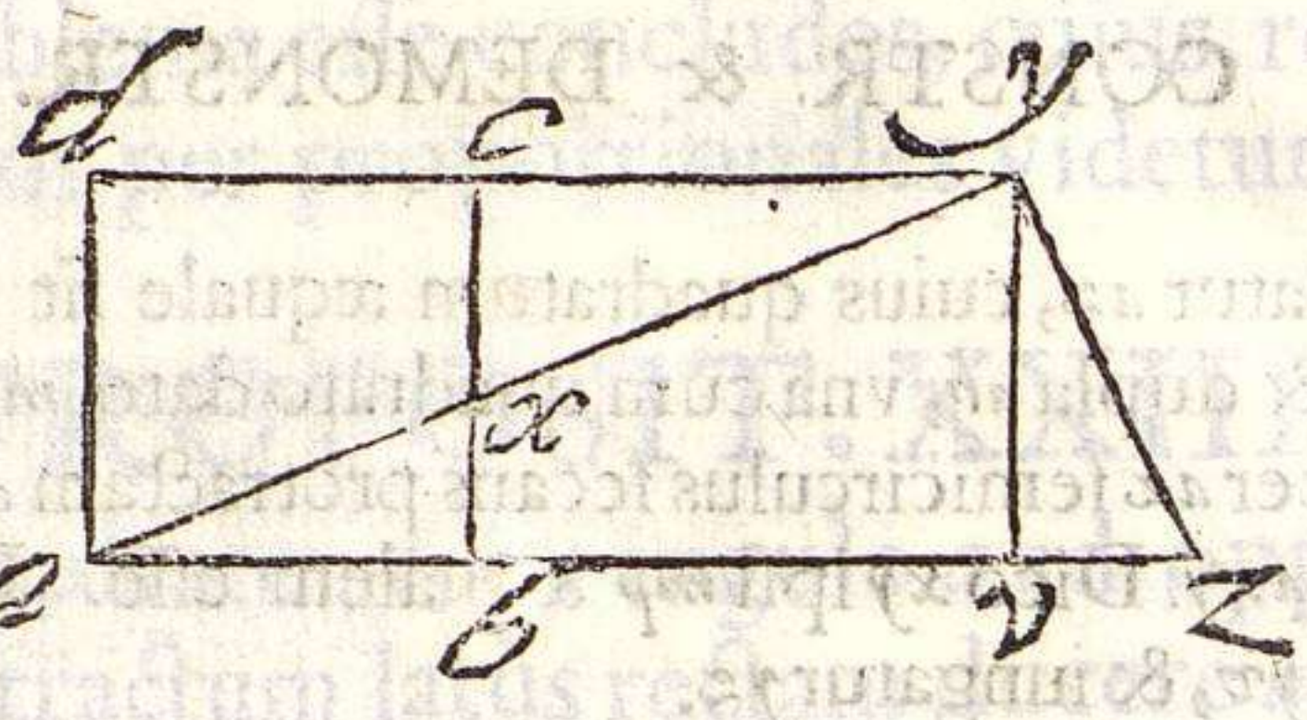
Erat $azza \mathrel{_\!\wedge\!_} 2baz + mpm$

Ergo auf. $2baz$. erit $azza - 2baz \mathrel{_\!\wedge\!_} mpm$.

Et prop. $az - 2ab.\ mp.\ mp.\ az$.

Et

2010 Ministerio de Cultura



$\frac{mp}{z}$ ——— p

Et quærere oportebit ipſi *mp* reciprocas *az*, & *az*--2*ab*, quarum differentia ſit dupla *ab*. Et hoc modo quælibet æquatio in proportionales diſſolvi poterit.

Etiam poterit quælibet æquatio quadrata compoſita ad ſimplicem revocari hoc modo.

Erat $aza \text{ —}\Lambda\text{— } 2baz + mpm.$

Ideſt per 2.2.el. $azb + baz \text{ —}\Lambda\text{— } 2baz + mpm.$

Ergo auf.*baz* erit $azb \text{ —}\Lambda\text{— } baz + mpm.$

Ideſt per 3.2.el. $bzb + abz \text{ —}\Lambda\text{— } abz + aba + mpm$

Ergo auf.*abz*.erit $bzb \text{ —}\Lambda\text{— } aba + mpm.$

Et quærere oportebit quadratum *bz*, quod æquale ſit quadratis *ab*, & *mp*. Et eamdem obtinebimus conſtructionem, quam Pappus tradidit; nos tamen in æquatione compoſita libenter quieſcimus.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIV.

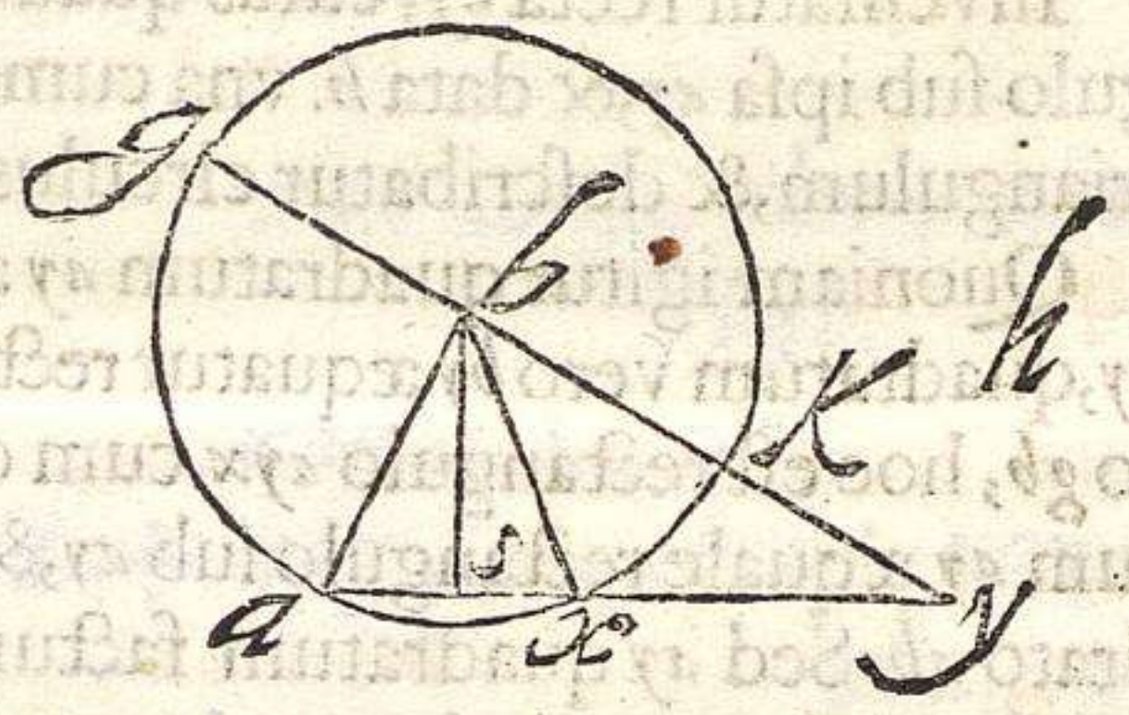
Dato trianguli rectanguli vno laterum circa rectum, dataque differentia segmentorum baseos: triangulum invenire.

Vide Cartesium to. 1. pag. 317. Renald. tom. 3. pag. 412.

DATO MINORE LATERE.

Sit data *ab* latus minus, & data *b* differentia segmentorum baseos. Oporteat, &c.

Data *ab* tamquam radio circulus *agk* describatur, & *xy* differentia sit segmentorum baseos, quare æquari debet datæ *b*.



ANALYSIS.

Sit igitur $xy _\Lambda_ b.$

Sed per 47. 1. el. $aya _\Lambda_ aba + byb.$

Et per 6. 2. el. $byb _\Lambda_ gyk + gbg.$

Ideſt $aba.$

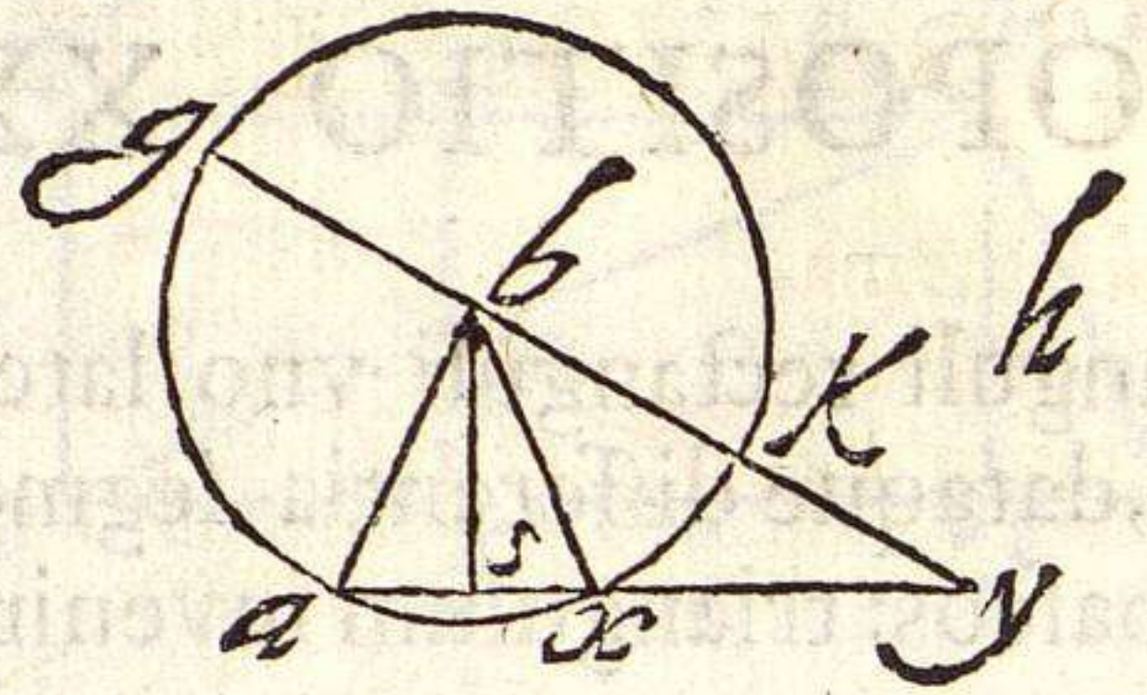
Et per 36. 3. el. $gyk _\Lambda_ ayx.$

Ergo $aya _\Lambda_ ayx + 2aba.$

Ideſt $aya _\Lambda_ ay:b + 2aba.$

Ergo ſolutum.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

Inveniatur recta *ay*, cuius quadratum æquale ſit rectangulo ſub ipſa *ay*,& data *h*. vna cum duplo quadrato *ab*. Fiat triangulum,& deſcribatur circulus.

per 4. Introd.

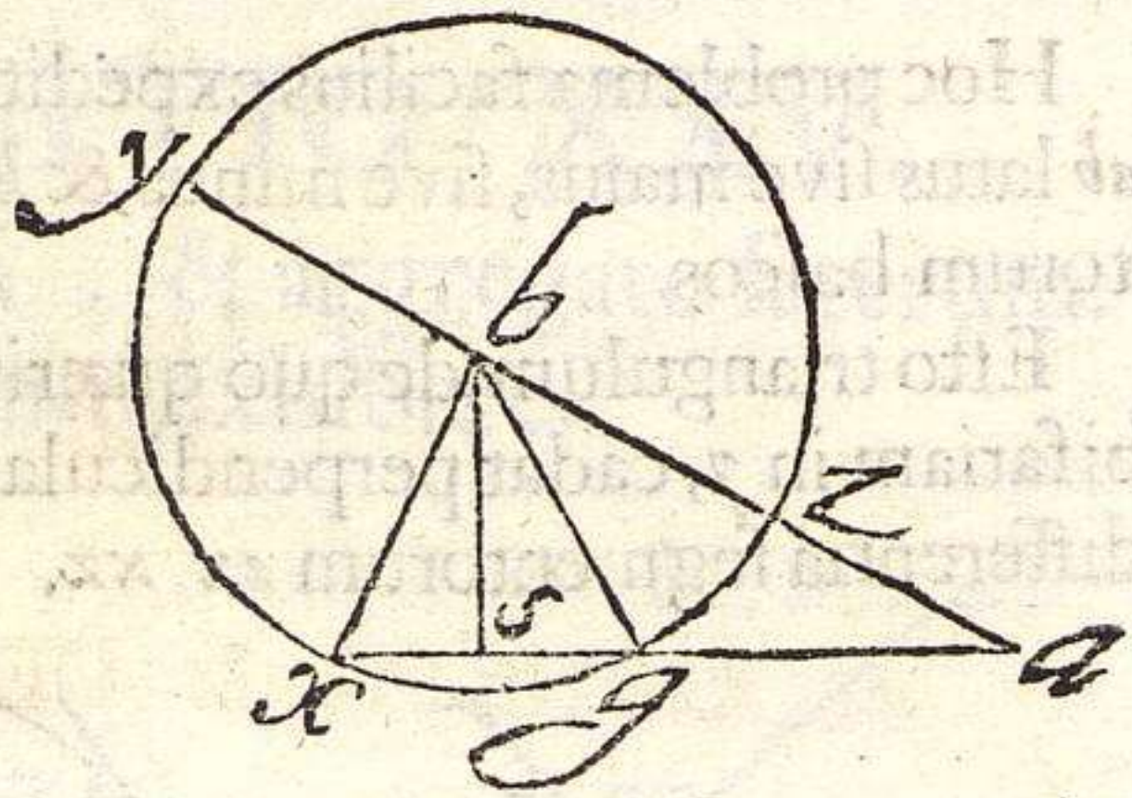
Quoniam igitur quadratum *ay* æquatur quadratis *ab*, & *by*,quadratum vero *by* æquatur rectangulo *gyk* cum quadrato *gb*, hoc eſt rectangulo *ayx* cum quadrato *ab*: erit quadratum *ay* æquale rectangulo ſub *ay*,& *xy* vna cum duplo quadrato *ab*. Sed *ay* quadratum factum eſt æquale rectangulo ſub *ay*, & *h* cum duplo quadrato *ab*: ergo rectangulum ſub *ay*,& *xy* cum duplo quadrato *ab*,æquale erit rectangulo ſub *ay*,& *h* cum duplo quadrato *ab*, & dempto communi duplo quadrato *ab*,rectangulum ſub *ay*, & *xy* æquale erit rectangulo ſub *ay*, & *h*, adeoque *xy*,differentia ſegmentorum baſeos, æqualis erit datæ *h*. Triangulum igitur, &c. Quod erat faciendum.

DA-

2010 Ministerio de Cultura

DATO MAIORE LATERE.

Sit data *ab* latus maius,& data *ga* differentia segmentorum baseos.



ANALYSIS.

Quoniam per 47.1.el. $xax _\Lambda_ xbx + aba.$
Idest $bzb.$
Et per 36.3.el. $xag _\Lambda_ yaz.$
Erunt $xax + xag _\Lambda_ bzb + yaz + aba.$
Hoc est per 6.2.el. $aba \quad + aba.$
Ergo $xax + xag _\Lambda_ 2aba.$

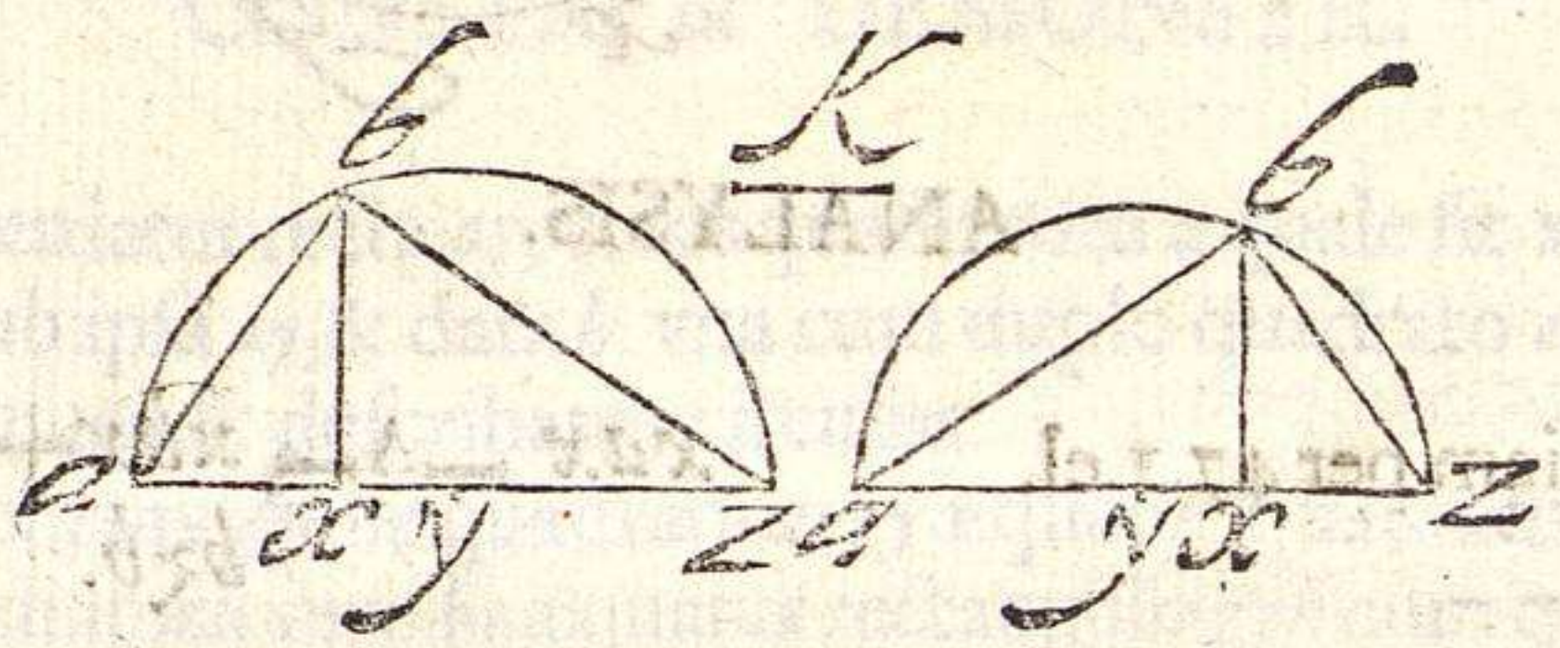
Ergo solutum est problema, & patet constructio, & demonstratio, si inveniatur per 5. Introd.recta *xa*, cuius quadratum cum rectangulo sub ipsa *xa*, & data *ga* æquale sit duplo quadrato *ab*.

2010 Ministerio de Cultura

Dato vtrovis laterum circa rectum.

Hoc problema facilius expeditur per proportionales. Sit *ab* latus sive maius, sive minus, & *k* semidifferentia segmentorum baseos.

Esto triangulum, de quo quæritur *abz*, & divisa base *az* bifariam in *y*, cadat perpendicularis *bx*. Erit igitur *xy* semidifferentia segmentorum *ax*, *xz*.



ANALYSIS.

prop. 7. Introd. Per 8.6.el.S.P. $az.\ ab.\ ab.\ ax.$

Idest $2ay.$

Et dimid. primos $ay.\ \frac{1}{2}ab.\ ab.\ ax.$

Ergo solutum, cum inter *ay*, & *ax* differentia sit data, nempe recta *k*.

CONST. ET DEMONST.

Ipsis *ab*, & $\frac{1}{2}ab$ reciprocæ inveniantur *ay*. *ax*, quarum differentia sit data *k*. Super *az* dupla rectæ *ay* semicirculus describatur, & aptetur *ab*, iungaturque *bx*. Dico triangulum *abz* esse, de quo quæritur.

Cum enim ex constr. sit *ay* ad $\frac{1}{2}ab$, idest duplicando, *az* ad *ab*, vt *ab* ad *ax*: erit (per conversam prop. 8.6.elem.) *bx*

per

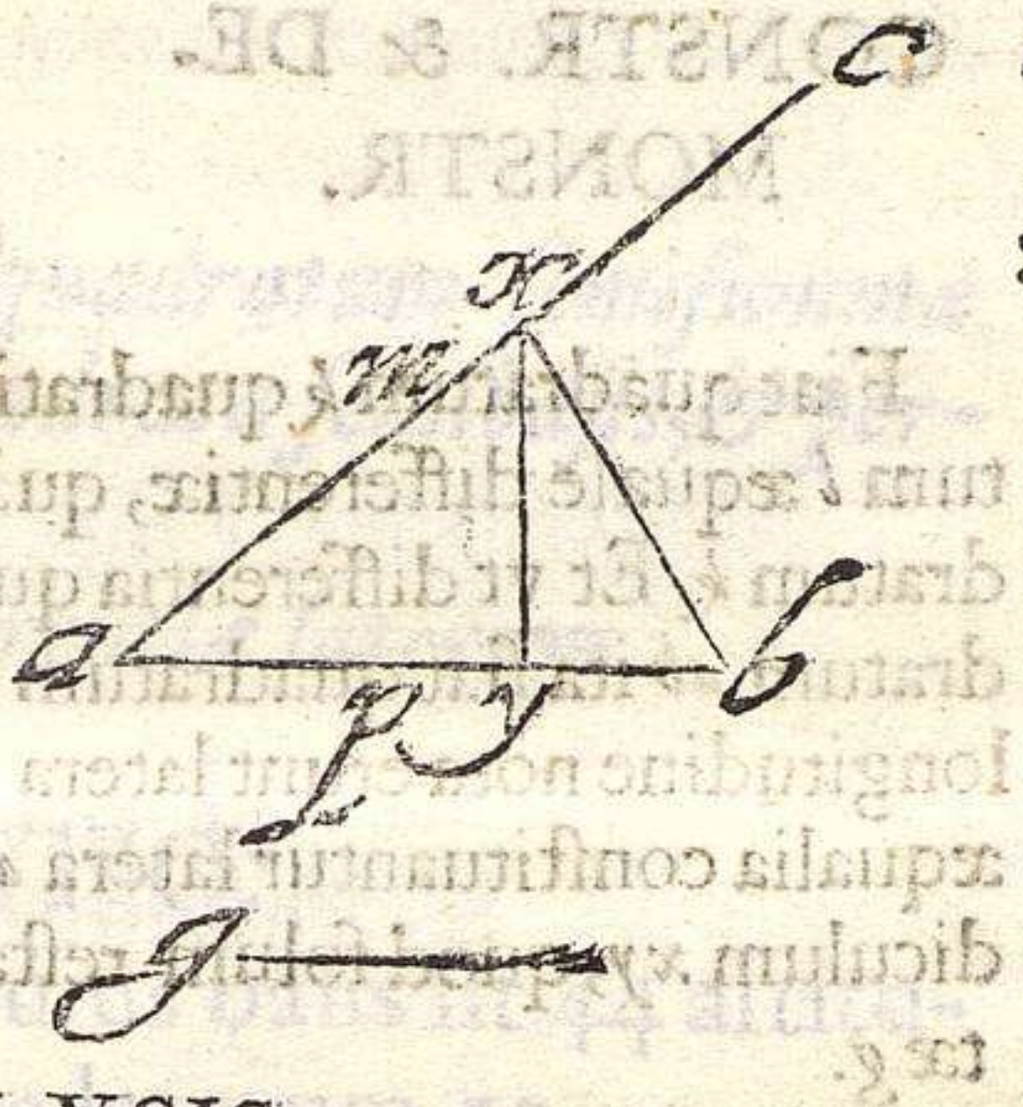
2010 Ministerio de Cultura

perpendicularis, quare ſegmenta baſeos eruut *ax. xz*, quorum ſemidifferentia *xy* ex conſtructione æqualis eſt datæ. *k*. Triangulum igitur, &c. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XXV.

Vide Vietam appendicul. I. *R. P. Greg. t.* I. *prop.* 82.

Data baſe, altitudine, & aggregato laterum: triangulum exhibere.



Eſto triangulum, de quo quæritur *axb* ſuper data baſe *ab*, latera autem *ax. xb.* datam *ac* componant, & perpendiculum *xy* æquale ſit datæ *g*.

Biſecentur *ac*, & *ab* in *m*, & *p*.

ANALYSIS.

Sit igitur $xy \dashv\Lambda\dashv g$.

Et ſint $axa + xcx \dashv\Lambda\dashv axa + xbx$.

per 9. 2. el. & 13. Int. $2ama + 2mxm \sim 2apa + 2gg + 2pyp$.

Et dimid. $ama + mxm \dashv\Lambda\dashv apa + gg + pyp$.

Vel ſi fiat $k:k + pyp$.

Et auf. *k: k*. $ama - k:k + mxm \dashv\Lambda\dashv pyp$.

Vel ſi fiat $ll + mxm$.

Sed per 14. Int. S. P. *aca. aba. pyp. mxm.*

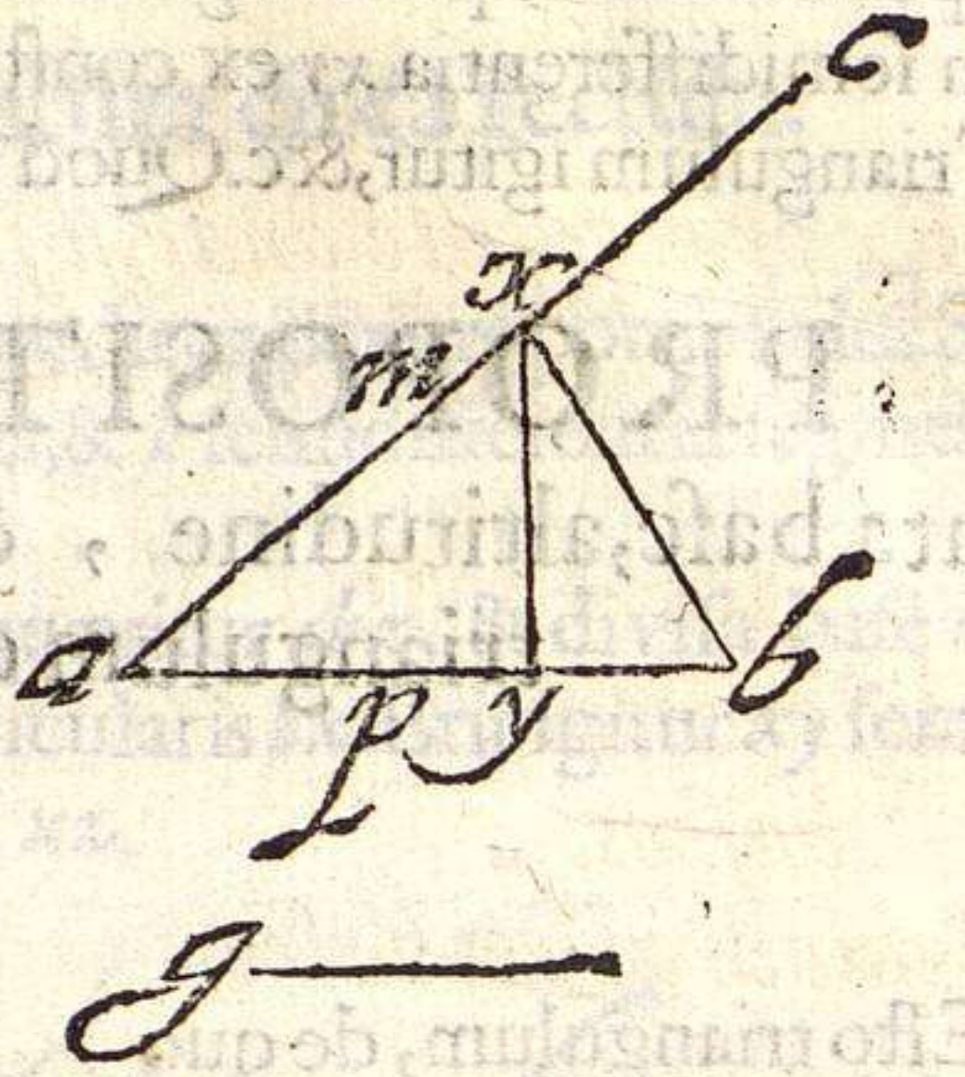
Ergo ſubſt. E. P. *aca. aba. ll + mxm. mxm.*

Et divid. *aca — aba. aba. ll. mxm.*

Ergo ſolutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat quadratum *k* quadratis *ap*, & *g* æquale, & quadratum *l* æquale differentiæ, quà quadratum *am* superat quadratum *k*. Et vt differentia quadratorum *ac*, & *ab* ad quadratum *ab* ita fiat quadratum *l* ad quadratum *mx*. Vnde longitudine nota erunt latera *ax*. *xc*, quibus, super baſe *ab*, æqualia conſtituantur latera *ax*. *xb*, & demittatur perpendiculum *xy*, quod ſolum reſtat oſtendere æquale eſſe datæ *g*.

Cum igitur ex conſtr. differentia quadratorum *ac*. *ab* ad quadratum *ab* ſit vt quadratum *l* ad quadratum *mx* : erit compon. quadratum *ac* ad quadratum *ab*, vt quadrata *l*, & *mx* ad quadratum *mx*: ſed quadratum *ac* ad quadrat. *ab* (per 14. Intr.) eſt vt quadratum *py* ad quadrat. *mx*: æqualia igitur erunt quadrata *l*, & *mx* quadrato *py*. Sunt autem quadrata *l*, & *k*, quadrato *am* æqualia, & quadrata *ap*, & *g* æqualia quadrato *k*: ergo æqualibus æqualia addẽdo erunt quadrata *am*, & *mx* æqualia quadratis *ap*. *g*. & *py*, & duplicando, duplum quadratorum *am*, & *mx*, ideſt (per 9. 2. el.) quadrata *ax*, & *xc*, ſive ex conſtr. quadrata *ax*, & *xb*, ſive (per 13. Introd.) duplum quadratorum *ap*. *py*, & *xy* æquale erit duplo quadratorum *ap*. *g*, & *py*: ergo dimidiando, & demptis quadratis *ap*. *py* remanebit quadratum *xy* quadrato *g* æquale, adeoque ipſa *xy* ipſi *g* æqualis. Quod facere oportebat. CO-

2010 Ministerio de Cultura

COROLLARIVM.

Ex præcedente analysi sequens deducitur analogia ad praxim numerorum haud inutilis.

IN OMNI TRIANGVLO.

Vt differentia quadratorum summæ laterum, & baseos.
Ad quadratum baseos.
Ita est differentia, quà quadratum semisummæ laterum superat quadrata semibasis, & perpendiculi
Ad quadratum semidifferentiæ laterum.

QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius basis sit 44 altitudo 12, & summa laterum 52.

OPERATIO.

Summa laterum 52. quadratum 2704
Basis 44. quadratum 1936 terminus secund.
differentia 768 terminus primus
Semisumma lat. 26. quadratum 676.
Semibasis 22 quad. 484.
Altitudo 12. quad. 144.
Summa 628 628
diff. 48. terminus tertius.
Ergo si 768 dat 1936. 48. dabit 121
V. est 11. semidiff. laterum.
est 26 semisumma.

Ergo summa, & differ. 37. & 15. erunt latera trianguli, de quo quæritur.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

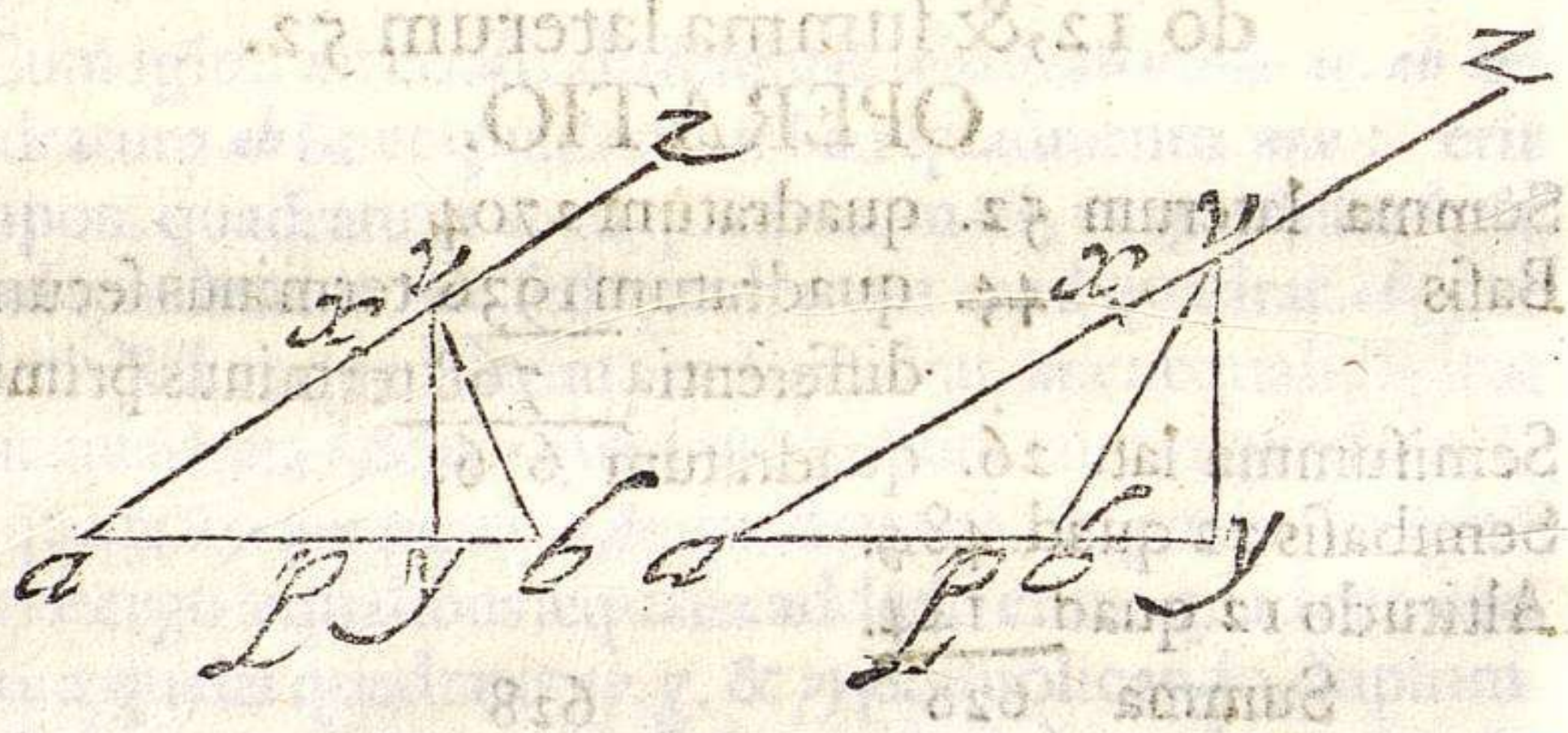
Prædicta analysis partes trianguli omnes longitudine notas exhibet; quod quidem præstare nequit ingeniosa constructio Vietæ, cum illa deducta sit ex inventione circuli, qui per duo data puncta transiens, alium contingat

R.P. Gregorius à Sancto Vincentio vt hanc propositionem enodaret ad elypsim recurrit.

PROPOSIT. XXVI.

Vide Vietam ibidem.

Data base altitudine, & differentia laterum triangulum constituere.



Esto

Esto triangulum, de quo quæritur *avb* super datam basim *ab* in altitudine *vy* datæ *g* æquali, & *xv* semidifferentia laterum *av. vz*, sive *av. vb* sit datæ *d* æqualis.

Bisecetur *ab* in *p*.

ANALYSIS.

Sit igitur $vy \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset g.$

Et $xv \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset d.$

Et sint $ava + vzv \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset ava + vbv.$

per 9.2.el.& 13.Int. $2axa + 2dd \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset 2apa + 2gg + 2pyp.$

Et dimid. $axa + dd \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset apa + gg + pyp.$

Sive si fiat $axa + dd \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset kk + pyp.$

Vel auf. *dd* $axa \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset kk - dd + pyp.$

Vel si fiat $axa \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset ll + pyp.$

Et auf. *d*. erit $axa - ll \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\wedge\!\!\!-\!\!\!\sqsupset pyp.$

Sed per 14.Int. S.P *axa. pyp. apa. dd.*

Ergo subst.E.P. *axa. axa. — ll. apa. dd.*

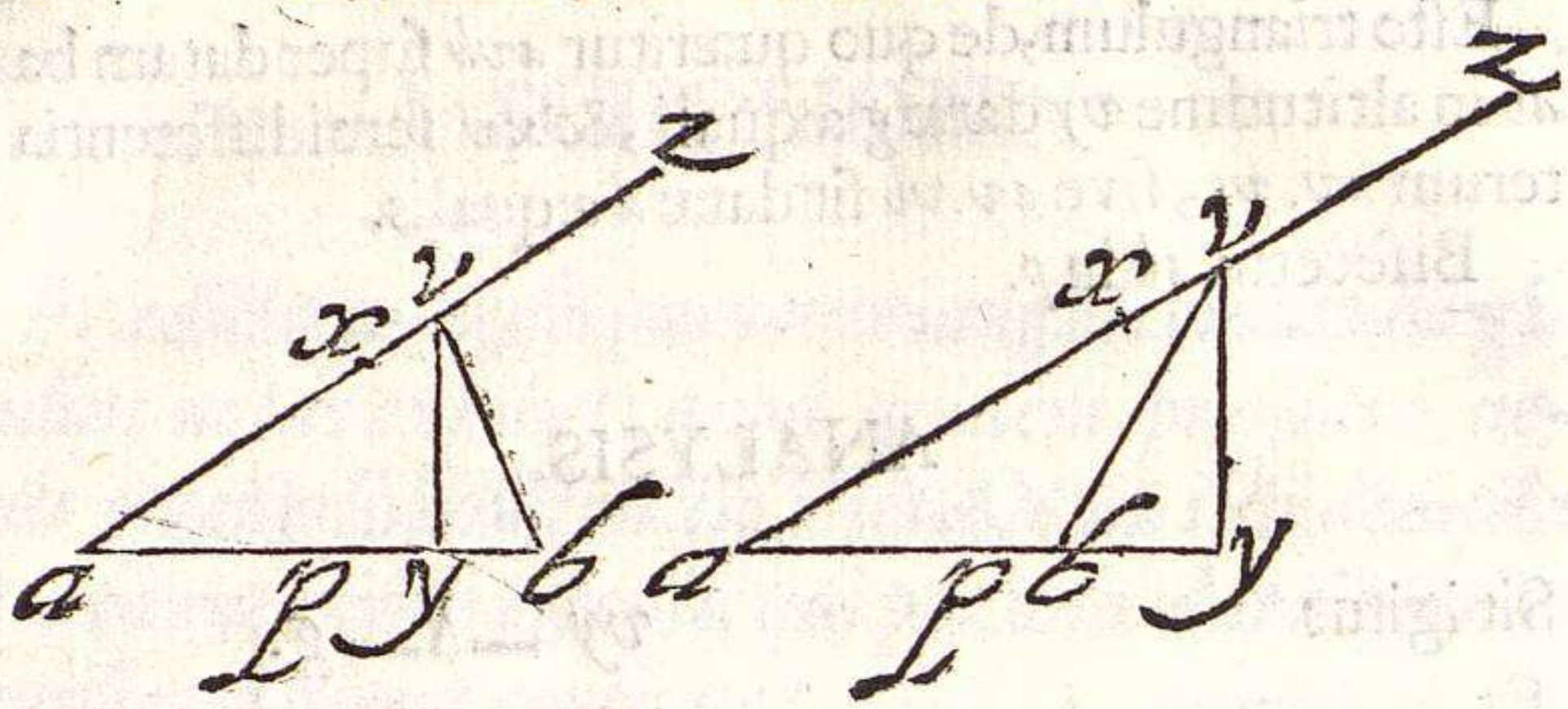
Et conv. *axa. ll. apa. apa. — dd.*

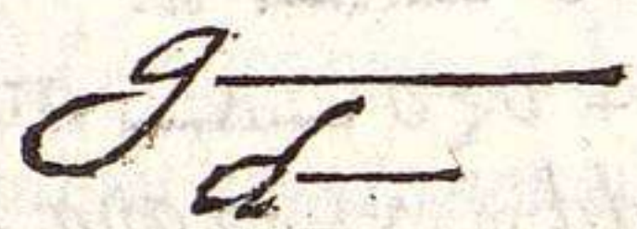
Ergo solutum.

CONSTR. & DEMONST.

Fiat quadratum *k* quadratis *ap*, & *g* æquale, & quadratum *l* æquale differentiæ, quà quadratum *k* superat quadratum *d*, & vt differentia quadratorum *ap*, & *d* ad quadratum *ap* ita fiat quadratum *l* ad quadratum *ax*. Rectæ igitur *ax* (iam longitudine notæ) addatur *xv* æqualis datæ *d*, & fiat *xz* ipsi *ax* æqualis, & rectis *av. vz. ab* triangulum constituatur *avb*. Quod basim habebit datam, & semidifferentia laterum *av. vb*, ideſt *av. vz*, nempe *xv* æqualis erit datæ *d*. Bisecetur *ab* in *p*, & demittatur perpendiculum *xy*, quod dico datæ *g* esse æquale.

2010 Ministerio de Cultura





Cum enim ex conſtr. quadratum *ax* ad quadratum *l* ſit vt quadratum *ap* ad differentiam quadrati *ap* ſuper quadratum *d*: erit convert. quadratum *ax* ad differentiam quadratorum *ax*, & *l*, vt quadr. *ap* ad quad. *d*; ſed quadrat. *ax* eſt ad quadrat *py*, vt quadr. *ap* ad quadrat. *xv*, ideſt *d*: æqualis igitur erit differentia quadratorum *ax*, & *l* quadrato *py*; ſeu quadratum *ax* æquale quadratis *l*, & *py*, ideſt differentiæ quadratorum *k*, & *d* cum quadrato *py*, quare addito quadrato *d* erunt quadrata *ax*, & *d*, quadratis *k*, & *py*, ideſt quadratis *ap*. *g*. & *py* æqualia, & (duplicando) duplum quadratorum *ax*, & *d*, ideſt *xv*, ſive per 9. 2. el. quadrata *av*, & *vz*, ideſt ex conſtr. *av*, & *vb*, ſive per 13. Introd. duplum quadratorum *ap*. *py*, & *vy* æquale erit duplo quadratorum *ap*. *g*. & *py*: ergo dimid. & demptis quadratis *ap*. *py*: quadratum *vy* quadrato *g* erit æquale, adeoque ipſa *vy* ipſi *g* æqualis. Quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hac propoſitione ſequens colligitur analogia, vt patet ad finem analyſeos.

IN

2010 Ministerio de Cultura

IN OMNI TRIANGVLO.

Vt differentia quadratorum ſemibaſis, & ſemidifferentiæ laterum.

Ad quadratum ſemibaſeos.
Ita eſt differentia, quà quadrata ſemibaſis, & perpendiculi ſuperant quadratum ſemidifferentiæ laterum.
Ad quadratum ſemiſummæ laterum.

QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius baſis ſit 44 altitudo 12, & differentia laterum 22.

OPERATIO.

Semibaſis 22. quadratum 484 pro ſecund. termin.
Semidiff. later. 11. quadratum 121
differentia 363 pro prim. termino.

Semibaſis 22 quad. 484.
Altitudo 12. quad. 144.
Summa 628.
Semidiff. lat. 11. quad. 121.
diff. 507. pro tertio termino.
Si igitur 363. dat 484. 507. dabit 676
V. eſt 26. pro ſemiſ later.
eſt 11. ſemidiff.

Ergo ſumma, & differ. 37. & 15 erunt latera trianguli, de quo quæritur.

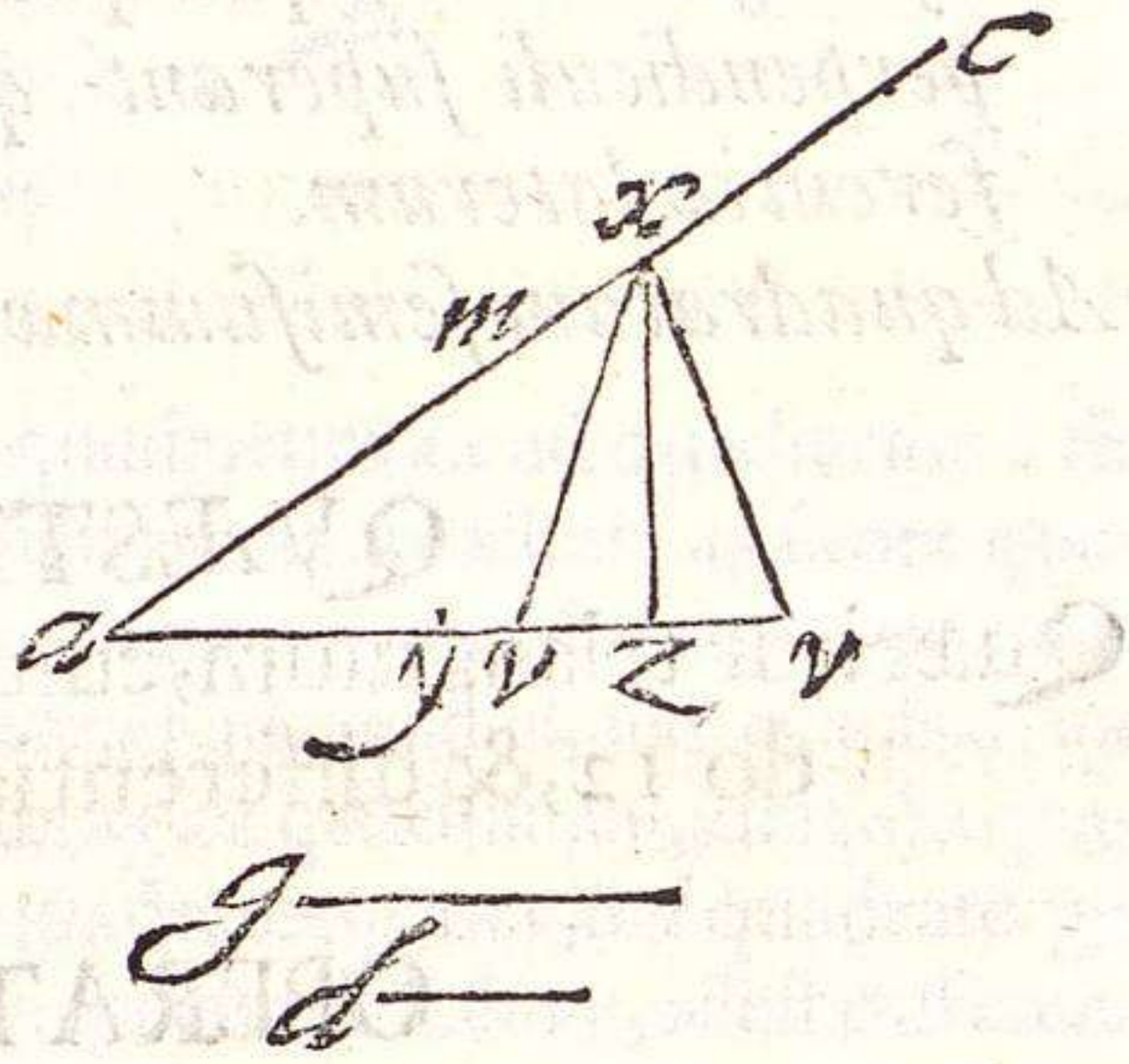
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXVII.

Vide Renald. tom. 3. *pag.* 456. *Marin. probl.* 2.

Data altitudine, aggregato laterum, & differentia segmentorum baseos: triangulum constituere.

Esto triangulum, de quo quæritur *axv*, cuius latera *ax*.*xv* datam rectam *ac* componant, vnde *xc*, & *xv* erunt æquales. Si altitudo *xz* datæ *g* æqualis, & diuisa tota base, sive summa segmentorum baseos *av* bifariam in *y*, erit *yz* semidifferentia eorundem segmentorum, & æquari debebit datæ *d*. Bisecetur *ac* in *m*.



ANALYSIS.

Sit igitur $xz \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ g.$

Et $yz \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ d.$

Et sint $axa + xcx \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ axa + xvx.$

Per 9.2.el.& 13.Int. $2ama + 2mxm \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ 2aya + 2dd + 2gg$

Et dimidiando $ama + mxm \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ aya + dd + gg.$

Vel si fiat $\sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ aya + kk.$

Et auf. *kk*. $ama - kk + mxm \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ aya.$

Vel si fiat $ll + mxm \sqsubset\!\!\!-\!\!\!\Lambda\!\!\!-\!\!\!\sqcup\ aya.$

Sed per 14. Intr. S.P. *ama. dd. aya. mxm.*

Ergo subst.E.P. *ama. dd. ll + mxm. mxm.*

Et divid. *ama — dd. dd. ll. mxm.*

Ergo solutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. ET DEMONSTR.

Fiat quadratum *k* quadratis *d*, & *g* æquale, & quadratum *l*. æquale differentiæ, quà quadratum *am* superat quadratum *k*, & vt differentia quadratorum *am*, & *d* ad quadratum *d*, ita fiat quadratum *l* ad aliud, cuius latus sit *mx*, & nota erunt latera *ax*, & *xc*, sive *xv*. Deinde vt *d* ad *mx* ita fiat *am* ad *ay*, cuius dupla *av* erit basis quæsita, sive segmentorum summa. Constituatur triangulum *axv*, & demittatur perpendicularis *xz*. Dico ipsum triangulum iam oxygonium, iam ambligonium *axv* esse, de quo quæritur.

Sunt enim ex constr. latera *ax*, & *xv*, ideſt *xc* rectæ datæ *ac* æqualia, & *am* ad *d* est vt *ay* ad *mx*; sed (per 14. Intr.) est *am* ad *yz*, vt *ay* ad *mx*: æqualis igitur erit *yz*, semidifferentia segmentorum baseos, rectæ datæ *d*. Cum autem ex constr. sit differentia quadratorum *am*, & *d* ad quadratum *d*, vt quadratum *l* ad quadratum *mx*, hoc est compon. quadratum *am* ad quadratum *d*, vt quadrata *l*, & *mx* ad quadratum *mx*, & etiam ex const. sit quadratum *am* ad quadratum *d*, vt quadratum *ay* ad quadratum *mx*: erunt quadrata *l*, & *mx* quadrato *ay* æqualia; sed quadratum *l* æquale est differentiæ quà quadratum *am* superat quadratum *k*, ideſt quadrata *d*, & *g*: ergo additis ipsis quadratis *d*, & *g*, erunt quadrata *am*, & *mx* æqualia quadratis *ay*, *d*, & *g*, ideſt quadratis *ay*. *yz*, & *g*, & duplicando, erit duplum quadratorum *am*, & *mx*, ideſt (per 9. 2. el.) quadrat. *ax*, & *xc*, sive ex const. quadrata *ax*, & *xv*, sive (per 13. Intr.) duplum quadrator. *ay*, *yz*, & *xz* æquale duplo quadratorum *ay*. *yz*, & *g*: ergo dimid. & demptis quadratis *ay*. *yz* remanebit quadratum *xz* quadrato *g* æquale, adeoque ipsa *xz*, altitudo trianguli, rectæ datæ *g* æqualis. Triangulum igitur constituimus, &c. Quod erat faciendum.

COROLLARIVM.

Hinc sequens patet analogia.

IN

2010 Ministerio de Cultura

IN OMNI TRIANGVLO.

Eſt differentia quadratorum ſemiſummæ laterum, & ſemidifferentiæ ſegmentorum baſeus.

Ad quadratum ſemidifferentiæ ſegmentorum baſeos.

Vt differentia, quà quadratum ſemiſummæ laterum ſuperat quadrata ſemidifferentiæ ſegmentorum baſeos, & perpendiculi.

Ad quadratum ſemidifferentiæ laterum.

QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius altitudo ſit 20, aggregatum laterum 81, & differentia ſegmentorum baſeos 27.

OPERATIO.

Semiſumma laterum $40\frac{1}{2}$ quadr. $1640\frac{1}{4}$
Semidiff. ſegmentor. $13\frac{1}{2}$ quadr. $182\frac{1}{4}$ termin. ſecundus.
diff. 1458. termin. primus.

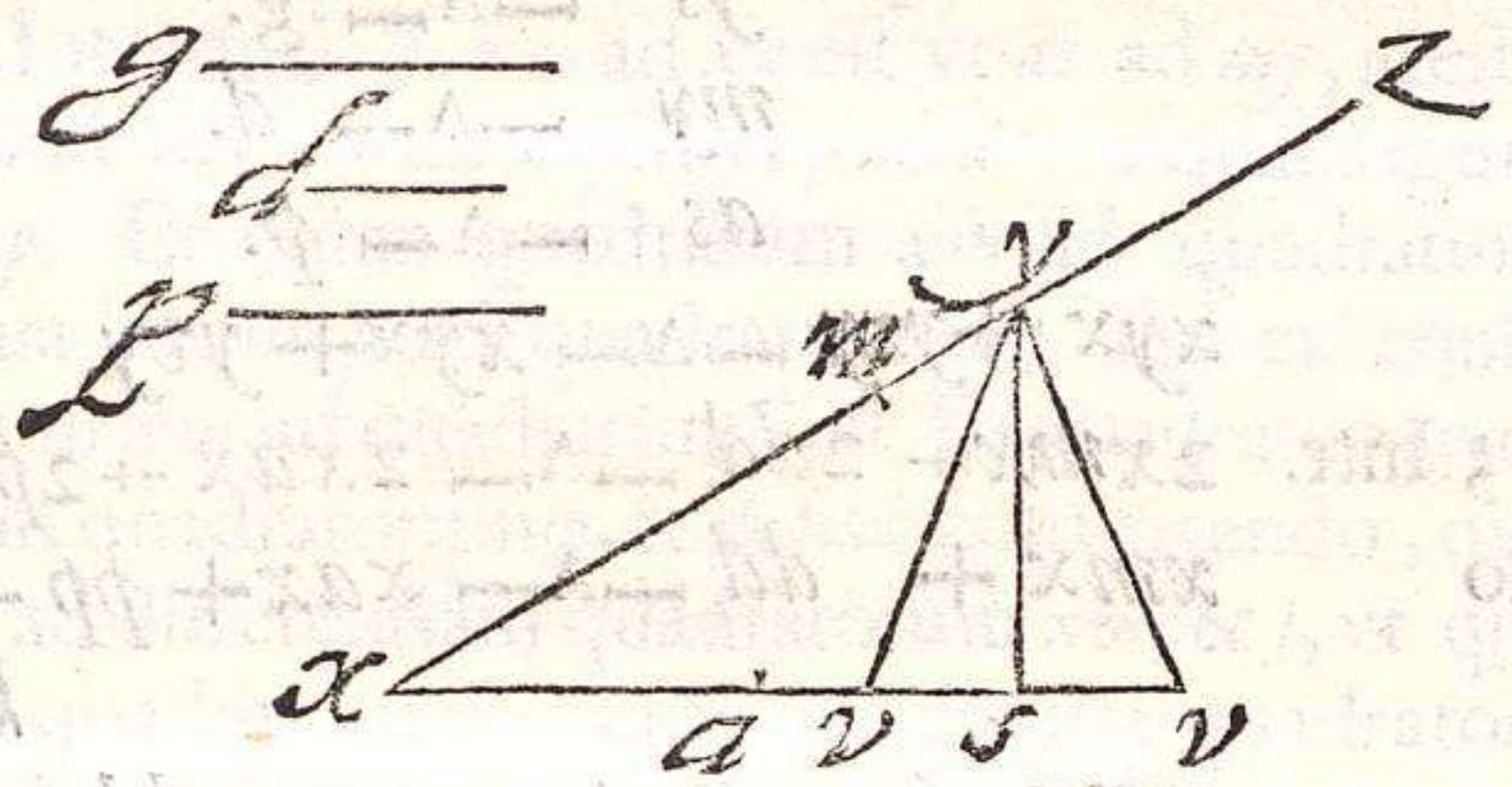
Semiſumma laterum $40\frac{1}{2}$ quadrat. $1640\frac{1}{4}$
Semidiff. ſegm. $13\frac{1}{2}$ quadr. $182\frac{1}{4}$
Altitudo 20. quadr. 400.
Summa $582\frac{1}{4}$. $582\frac{1}{4}$
diff. 1058. term. tertius.
Ergo ſi 1458 dat $182\frac{1}{4}$. 1058 dabit $132\frac{1}{4}$
√. eſt $11\frac{1}{2}$. pro ſemidif. lat.
Eſt autem $40\frac{1}{2}$ ſemiſumma.
Ergo ſumma, & diff. 52, & 29 erunt latera

2010 Ministerio de Cultura

tera trianguli quæsiti, & quoniam altitudo est data, innotescent segmenta baseos 48, & 21, quorum differentia est 27, vnde basis erit in oxygonio quidem triangulo 69, in ambligonio vero 27, quia vtrisque conveniunt data, quandoquidem in triangulo ambligonio ipsa basis differentia est segmentorum sui ipsius.

PROPOSITIO XXVIII.

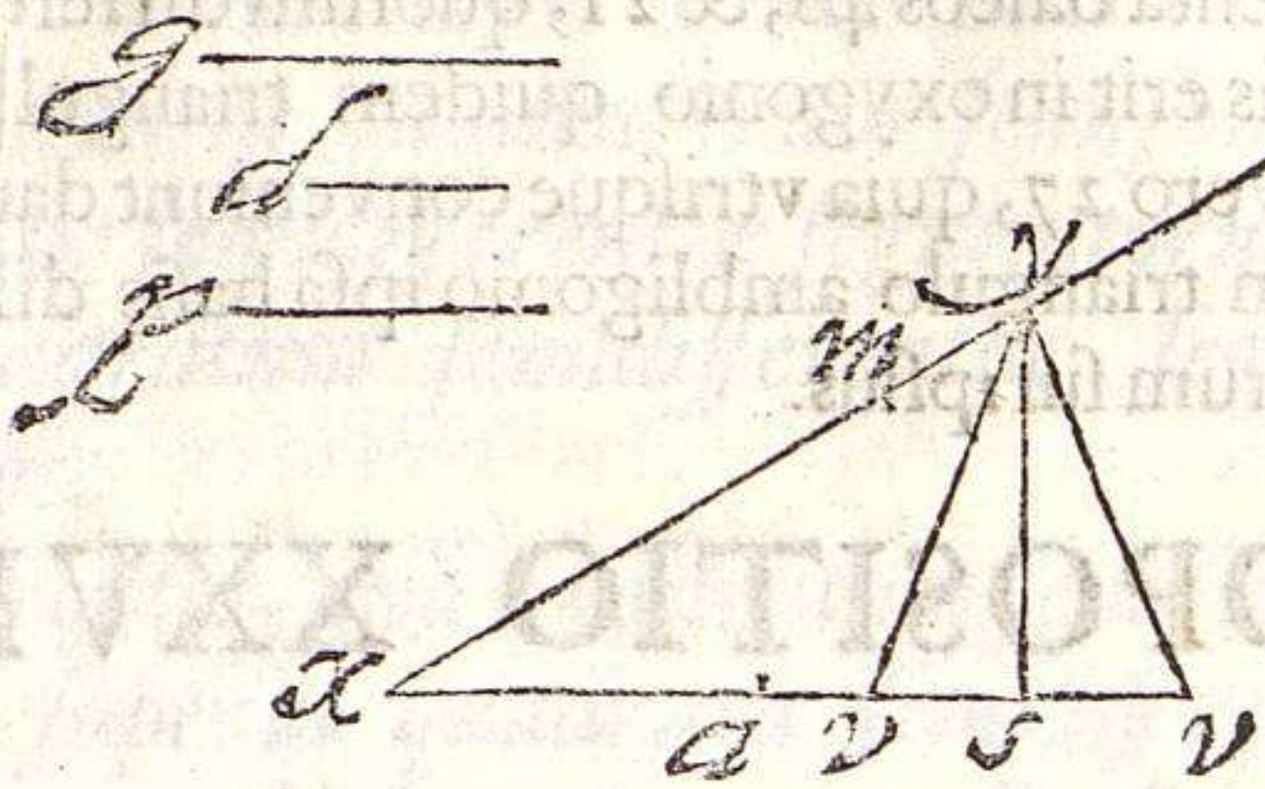
Data altitudine differentia laterum, & differentia segmentorum baseos: triangulum exhibere.



Altitudo data sit *g*, semidifferentia laterum *d*, & semidifferentia segmentorum baseos sit *p*. Esto iam factum, & sit triangulum *xyv*, de quo quæritur. Sint *yv*. *yz*. æquales. Vnde si *xz*, & *xv* bisecentur in *m*, & *a*, demittaturque perpendiculum *ys*: erit *my* semidifferentia laterum, & *as* semidifferentia segmentorum baseos.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Sit igitur			ys	—Λ—	$g.$
Et			my	—Λ—	$d.$
Et			as	—Λ—	$p.$
Et ſint			$xyx + yzy$	—Λ—	$xyx + yvy.$
Per 9. 2. el. & 13. Intr.			$2xmx + 2dd$	—Λ—	$2xax + 2pp + gg.$
Et dimidiando			$xmx + dd$	—Λ—	$xax + pp + gg.$
Vel ſi fiat					$kk.$
Et auf. $dd.$			xmx	—Λ—	$xax + kk - dd.$
Sive ſi fiat					$ll.$
Sive auf. $ll.$			$xmx - ll.$	—Λ—	$xax.$
Sed per 14. Intr. S.P.	$xmx.$	$xax.$	$pp.$		$dd.$
Ergo ſubſt. E.P.	$xmx.$	$xmx - ll.$	$pp.$		$dd.$
Et convert.	$xmx.$	$ll.$	$pp.$		$pp - dd.$
Ergo ſolutum					

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat quadratum *k* quadratis *p*,& *g* æquale,& quadratum *l* æquale differentiæ quadratorum *k*, & *d*. Et vt differentia quadratorum *p*,& *d* ad quadratum *p* ita fiat quadratum *l* ad quadratum *mx*. Nota igitur erit *xm* , cui ſi addatur *my* datæ *d* æqualis, & ipſi *xm* ponatur æqualis *mz*. Innoteſcent latera *xy*, & *yz*,ſive *xy*,& *yv*. Deinde fiat vt *p* ad *d* ita *mx* ad *xa*, cuius dupla *xv* baſis erit quæſita , ſive ſegmentorum ſumma. Conſtituatur triangulum , iam oxygonium , iam ambligonium *xyv*, & demittatur perpendicularis *ys*. Dico factum.

Eſt enim *my* ſemidifferentia laterum *xy*. *yz*. ſive *xy*. *yv*, datæ *d* æqualis ex conſtr.

Eſt autem *as* ſemidifferentia ſegmentorum baſeos , & (per 14. Introduct.) *xm* ad *xa* eſt vt *as* ad *my*, ideſt ad *d*; ſed ex conſtruct. *xm* ad *xa* eſt vt *p* ad *d* : æqualis igitur erit *as* datæ *p*. Et etiam quadratum *xm* ad quadratum *xa* erit vt quadratum *p* ad quadratum *d* ; ſed ex conſtruct. quadratum *xm* ad quadratum *l* eſt. Vt quadratum *p* ad differentiam qnadratorum *p*, & *d*, ſive convertendo , quadratum *xm* ad differentiam quadratorum *xm*, & *l*, vt quadratum *p* ad quadratum *d* : ergo differentia quadrator. *xm*, & *l* æqualis erit quadrato *x r*, hoc eſt quadratum *xm* æquale erit quadratis *xa*,& *l*, ſive quadrato *xa* cum differentia quadratorum *k*, & *d*, & addito quadrato *d*, erunt quadrata *xm*, & *d*, æqualia quadratis *xa*, & *k*, ſive quadratis *x r*. *p*. & *g*, & duplicando, duplum quadratorum *xm*, & *d*, ideſt *xm*, & *my*, ſive(per 9.2.el.)quadrata *xy*, & *yz*, hoc eſt ex conſt. *xy*, & *yv*, ſive (ex 13.Intr.) duplum quadratorum *xa.as*,& *ys*, ideſt *xa.p*,& *ys* æquale erit duplo quadratorum *xa*. *p*, & *g*: ergo dimid.& demptis quadratis *xa*,& *p* remanebit quadratum *ys* quadrato *g*, æquale, adeoque ipſa *ys* (altitudo trianguli) datæ *g* æqualis. Triangulum igitur conſtituimus,&c. Quod facere oportebat.

2010 Ministerio de Cultura

COROLLARIVM.

Hinc manifesta fit sequens analogia.

IN OMNI TRIANGVLO.

Est vt differentia quà quadratum semidifferentiæ segmentorum baseos superat quadratum semidifferentiæ laterum.
Ad ipsum quadratum semidifferentiæ segmentorum bascos.
Ita differentia , quà quadrata semidifferentiæ segmentorum, & perpendiculi superant quadratum semidifferentiæ laterum.
Ad quadratum semisummæ laterum.

QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius altitudo sit 16, differentia laterum 31 , & differentia segmentorum baseos 33.

OPE-

2010 Ministerio de Cultura

OPERATIO.

Semidiff.ſegmentor. $16\frac{1}{2}$ quadr. $272\frac{1}{4}$ termin. ſecundus.
Semidiff.later. $15\frac{1}{2}$ quadr. $240\frac{1}{4}$
diff. 32 termin. primus.

Semidiff.ſegmentor. $16\frac{1}{2}$ quadr. $272\frac{1}{4}$
Altitudo 16 quadr. 256.
Sum. $528\frac{1}{4}$.

Semidiff.laterum $15\frac{1}{2}$ quad. $240\frac{1}{4}$
diff. 288. term. tertius.

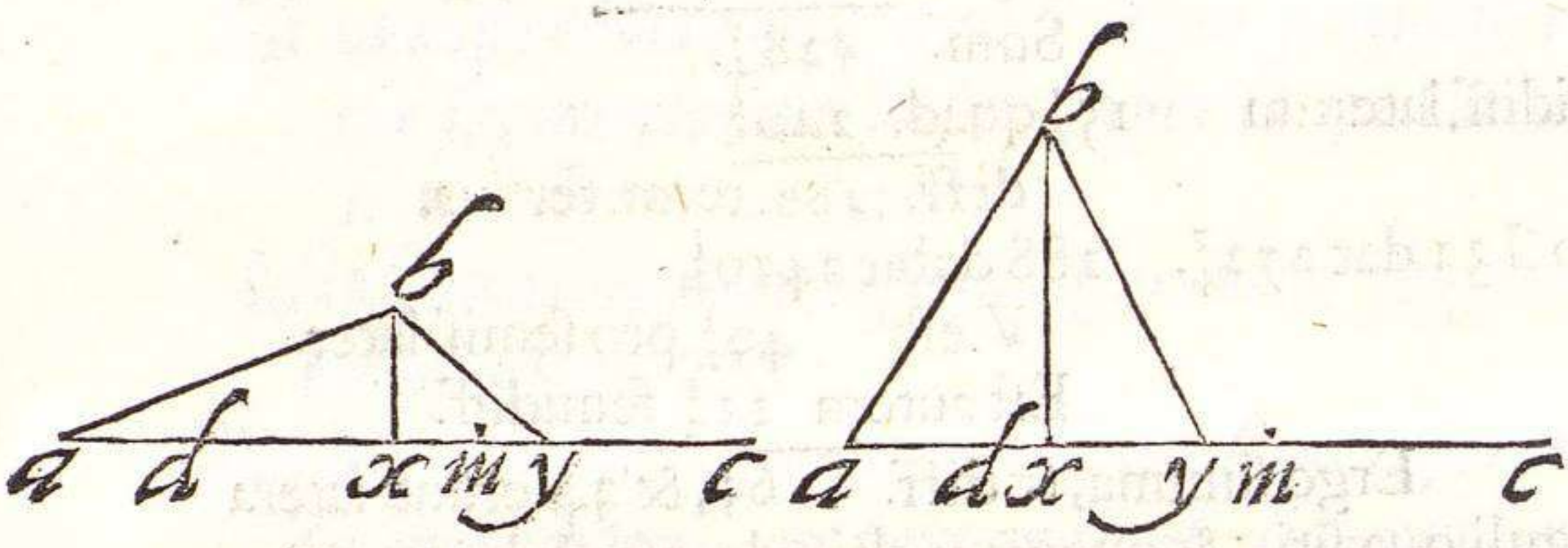
Ergo ſi 32 dat $272\frac{1}{4}$. 288 dabit $2450\frac{1}{4}$
$\sqrt{}$.eſt $49\frac{1}{2}$. pro ſemiſ later.
Eſt autem $15\frac{1}{2}$ ſemidiff.

Ergo ſumma, & diff. 65, & 34 erunt latera trianguli quæſiti, & quoniam altitudo 16 eſt data, innoteſcent ſegmenta baſeos 63, & 30, quorum differentia eſt 32. Vnde baſis erit 93 in oxygonio triangulo, & 33 in ambligonio, quia ambobus data conveniunt.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXIX.

Dato latere, ſegmento baſeos alterno, & aggregato alterius lateris, & baſeos: triangulum conſtituere.



Eſto triangulum quæſitum *aby*, cuius latus *ab* ſit datum, ſit altitudo *bx*, & ſegmentum alternum *xy* ſit rectæ datæ *ad* æquale, & aggregatum alterius lateris *by*, & baſeos *ay* ſit æquale datæ *ac*. Secetur *dc* bifariam in *m*.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS.

Sit igitur $by \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp yc.$

Et ſit $xy \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp ad.$

Ergo erit $ax \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp dy.$

Sunt autem per 12. Intr. $aba + xyx \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp byb + axa.$

Hoc eſt $aba + ada \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp ycy + dyd.$

Vel per 9.2.el. $2dmd + 2mym.$

Ergo bipartiendo $\frac{1}{2}aba + \frac{1}{2}ada \perp\!\!\!\Lambda\!\!\!\perp dmd + mym.$

Sive $ymy.$

Ergo ſolutum.

CONST. ET DEMONST.

A dimidio quadratorum *ab. ad* auferatur quadratum *dm*, & latus reſidui ſit *my*, ſive *ym*, & fiat *xy*, ſive *yx* ipſi *ad* æqualis, & excitetur perpendicularis *xb*, donec occurrat datæ *ab* in *b*, ducaturque *by*. Dico triangula *aby* eſſe quæſita.

Cum enim ex conſtr. dimidium quadratorum *ab. ad* æquale ſit quadratis *dm*, & *my*: erunt, duplicando, quadrata *ab. ad*, ideſt ex conſtr. *ab. xy*, ſive (ex 12. Intr.) quadrata *by. ax*, ſive (quia *ax*, & *dy* ſunt æquales, ob æquales *ad. xy*) quadrata *by. dy* æqualia duplo quadrator. *dm. my*, hoc eſt (per 2.el.) quadratis *yc. dy*: ergo dempto quadrato *dy*, erit quadratum *by* quadrato *yc* æquale, adeoque ipſa *by* ipſi *yc* æqualis, ac proinde baſis *ay*, & latus *by*, ideſt *yc* rectam datam *ac* component. Triangula igitur conſtituimus *aby*, &c.

Quod erat faciendum.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.

Perſpicuum eſt tam in oxygonio, quam in ambligonio triangulo duas accipere problema ſolutiones, propterea, quod punctum *x* tam ante, quam poſt punctum *m* conſtitui poſſit, & *my* ſive *ym* ſemper ſemidifferentia ſit ſegmentorum *dy*, & *yc*, quorum ſemiſumma eſt *dm*.

QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius vnum latus ſit 15, ſegmentum baſis alternum 5, & aggregatum alterius lateris, & baſeos 27.

OPERATIO.

Latus datum	15.	quadratum	225
Segmentum datum	5.	quadratum	25
		Summa	250
		Semiſsis	125.

Aggregat. datum	27.		
Sement. datum.	5		
Diff.	22.		
Semiſsis	11.	quadratum	121.
Diff.			4
V. eſt			2
Prædicta ſemiſsis			11
Summa, & diff.			13. & 9.

pro altero latere, & reliquo ſegmento baſeos indiſtinctè.

Si

2010 Ministerio de Cultura

Si igitur accipiatur 13 pro altero latere, & 9 pro reliquo segmento: triangulum constituetur, cuius latera erunt 15, & 13, & basis 14, divisa quidem in segmenta 9, & 5, vnde altitudo erit 12. Si verò accipiatur 9 pro altero latere, & 13. pro reliquo segmento: triangulum efficietur, cuius latera erunt 15, & 9, basis autem 18, divisa in segmenta 13, & 5, vnde altitudo erit √.56. Et vtrumque triangulum satisfacit quæsito.

ALIA QVÆSTIO.

Quæritur triangulum, cuius vnum latus sit 15 segmentum alternum 5, & aggregatum alterius lateris, & baseos 17.

OPERATIO.

Latus datum 15. quadratum 225.
Segment. datum 5. quadratum 25

Summa 250

Dimidium 125

Aggreg. datum 17
Segment. datum 5

Summa 22.
Dimidium 11. quadratum 121

Differ. 4
√. est 2
prædictum dim. 11

Summa, & diff. 13, & 9 pro altero latere, & reliquo segmento. Itaque si assumantur 13 pro latere, & 9 pro segmento, triangulum ambligonium constituetur, cuius latera erunt 15, & 13, basis vero 4. differentia seg-

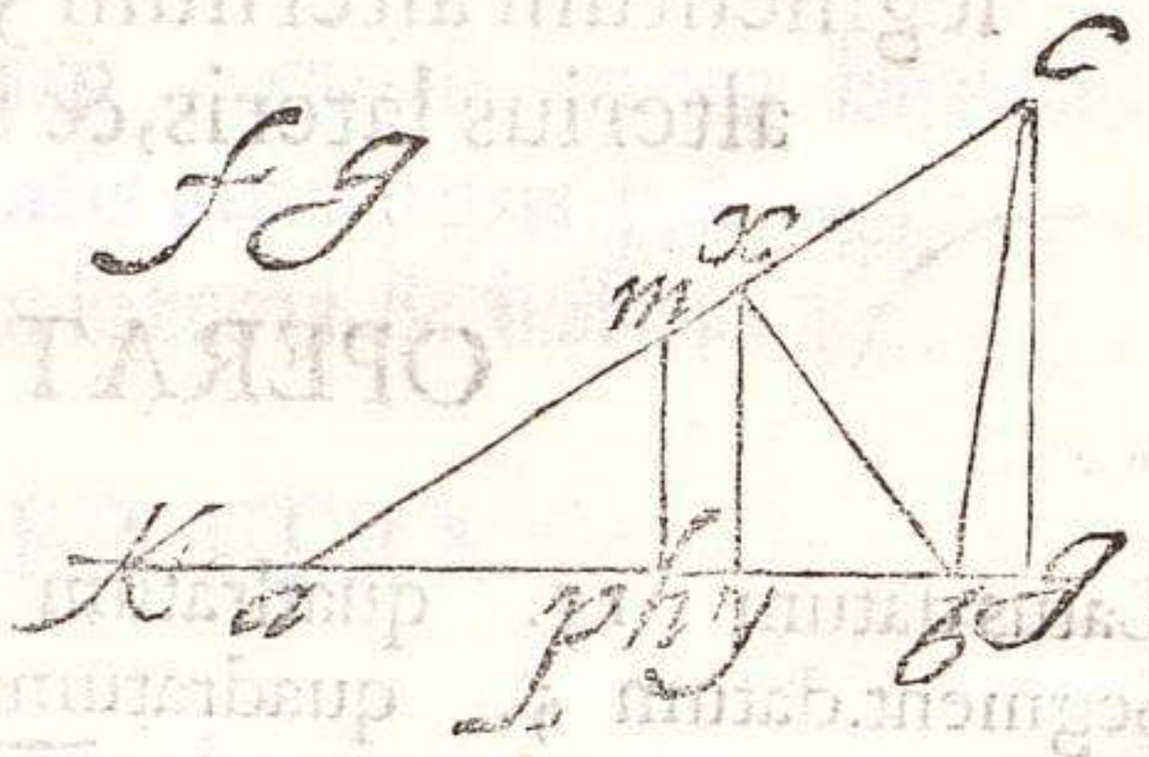
2010 Ministerio de Cultura

segmentorum sui ipsius 9,& 5, vnde altitudo erit 12. Si assumantur 9 pro latere, & 13 pro segmento , triangulum etiam ambligonium efformabitur, cuius latera 15, & 9,basis autem 8, differentia segmentorum sui ipsius 13, & 5, & altitudo erit V.65.

PROPOSITIO XXX.

Data base, aggregato laterum,& ratione inter latus alterum,& perpendiculum: triangulum invenire.

Sit triangulum quæsitum *axb*, in quo basis *ab* sit data , aggregatum laterum *ax*. *xb* sit data *ac* , & ratio lateris *ax* ad perpendiculum *xy* sit vt *f* ad *g*.



ANALYSIS, CONSTR. & DEMONST.

Perspicuum est si fiat vt *f* ad *g* ita *ac* ad *cg*, & constituatur triangulum rectangulum *acg*, à cuius base *ag* abscindatur *ab*, iunctaque *cb* , fiat angulus *cbx* angulo *acb* æqualis: triangulum *axb* esse,de quo quæritur, cum latus *xb* æquale sit ipsi *xc*, & demissa perpendiculari *xy*,sit *ax* ad *xy*,vt *ac* ad *cg*, idest vt *f* ad *g*. Quod facere oportebat.

ALITER.

Quoniam autem propositum problema positione , non tamen

2010 Ministerio de Cultura

tamen longitudine ſolutum eſt ; placet propterea aliam analyſim inſtituere, vnde quanta ſit *ax*, aut *xb* ſcire poſſimus.

Biſecentur *ax*, & *ab* in *m*, & *p*, & demittatur *mh* perpendicularis ad *ab*.

ANALYSIS.

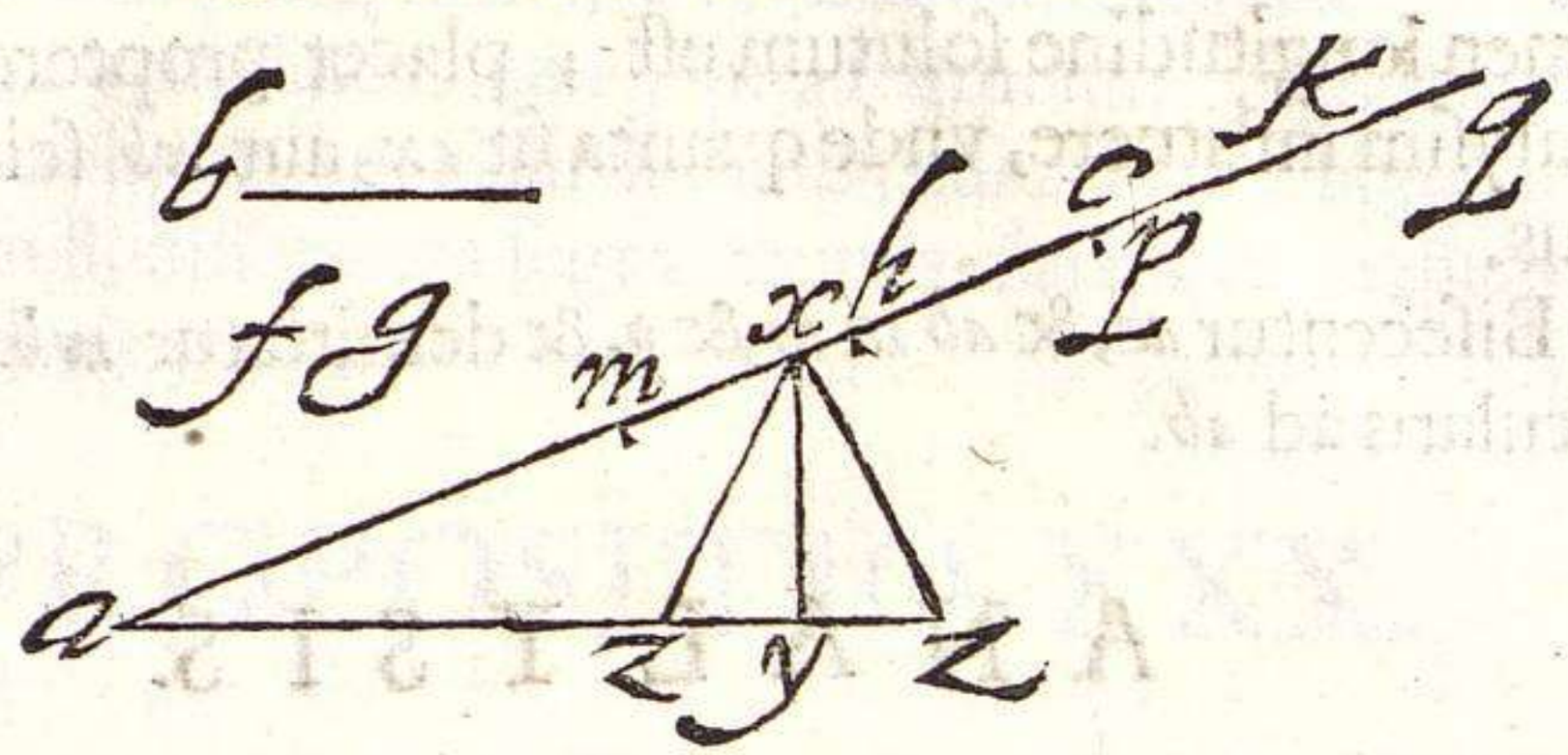
Erunt igit. prop.	*ax.*	*ay.*	*am.*	*ah.*
Et vt diff. ita 1. ad 1.	*mx.*	*hy.*	*am.*	*ah.*
Sed per 14. Intr. S. P.	*am.*	*ap.*	*py.*	*mx.*
Vel ſi fiat	*kh.*	*am.*		
Ergo ex æquo E. P.	*kh.*	*py.*	*ah.*	*hy.*
Et vt 1. ad 1. ita diff.	*kh.*	*py.*	*ka.*	*ph.*

Ergo longitudine nota erit *py* ſemidifferentia ſegmentorum baſeos. Vnde reliquæ partes trianguli longitudine etiam innoteſcent, & ſimul conſtr. & demonſtr.

PROPOSIT. XXXI.

Data altitudine, aggregato laterum, & ratione ſegmentorum baſeos: triangulum invenire.

2010 Ministerio de Cultura



Esto *axz* triangulum, de quo quæritur, cuius latera *ax*. *xz* datam *ac* componant, altitudo verò *xy* æqualis sit datæ *b*, & segmenta baseos *ay*. *yz* rationem obtineant datam vt *f* ad *g*.

Secetur bifariam *ac* in *m*, ponanturque *hc*, & *ck* datæ *b*, idest *xy*, æquales.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ay.*	*yz.*	*f.*	*g.*
Et quadrando	*aya.*	*yzy.*	*ff.*	*gg.*
Et di vid.	*aya—yzy.*	*yzy.*	*ff—gg.*	*gg.*
Hoc est per 11. Intr.	*axa—xcx*			
Sive per 7. Introd.	*ac:2mx.*	*yzy.*	*ff—gg.*	*gg.*
Vel per 47. 1. el.	*ac:2mx.*	*xcx—hch.*	*ff—gg.*	*gg.*
Vel si fiat			*ac.*	*hp.*
Vel per 1. 6. el.			*ac:2mx.*	*hp:2mx.*
Ergo per 14. 5. el.	*xcx—hch*	—Λ—	*hp:2mx.*	
Sive per 7. Introd.	*kxh.*			
Ergo E. P.	*hp.*	*xh.*	*xk.*	*2mx.*
Et dimid. & duplic.	*hq.*	*xh.*	*xk.*	*mx.*
Et convert.	*hq.*	*xq.*	*xk.*	*mk.*
Ergo solutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. ET DEMONSTR.

Dividatur *ac* bifariam in *m*, & ponantur *hc*, & *ck* datæ *b* æquales. Fiat deinde vt differentia quadratorum *f*, & *g* ad quadratum *g*, ita *ac* ad *hp*, quæ duplicetur in *q*, & ipſis *hq*, & *mk* reciprocæ inveniantur *xq*, & *xk*, quarum differentia ſit *kq*. Et nota erunt latera *ax*,& *xc*. Rectis autem *ax*, & *xy*, quæ datæ *b*, ſive *hc*, aut *ck*, ſit æqualis, triangulum rectangulum fiat *axy*, & ducatur *xz* ipſi *xc* æqualis, ſecans *ay* in punctis *z*. *z*. Dico triangulum *axz* iam ambligonium, iam oxygonium eſſe, de quo quæritur.

Sunt enim ex conſtr. latera *ax*. *xz* datæ *ac* æqualia, & altitudo *xy* æqualis datæ *b*, itaque ſolum reſtat oſtendere ſegmenta baſeos *ay*. *yz* eſſe in ratione data vt *f* ad *g*.

Quoniam igitur ex conſtr. eſt *hq* ad *xq*, vt *xk* ad *mk*, & convert. *hq* ad *xh*, vt *xk* ad *mx*, & dimidiando, & duplicando *hp* ad *xh*, vt *xk* ad 2*mx*: erit rectangulum *kxh*, ſub medijs, ideſt differentia quadratorum *xc*, & *hc*, ſive *xz*, & *xy*, hoc eſt quadratum *yz* æquale rectangulo ſub extremis *hp*, & 2*mx*. Vnde rectangulum ſub *ac*, & 2*mx*, videlicet differentia quadratorum *ax*. *xc*, ideſt *ax*. *xz*, ſive (per 11. Intr.) differentia quadratorum *ay*. *yz* ad rectangulum ſub *hp*, & 2*mx*, ideſt ad quadratum *yz*, erit vt *ac* ad *hp*, ſive ex conſtr. vt differentia quadratorum *f*, & *g* ad quadratum *g*. Igitur compon. erit quadratum *ay* ad quadratum *yz*, vt quadratum *f* ad quadratum *g*, adeoque *ay* ad *yz*. vt *f* ad *g*. Quod facere oportebat.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXII.

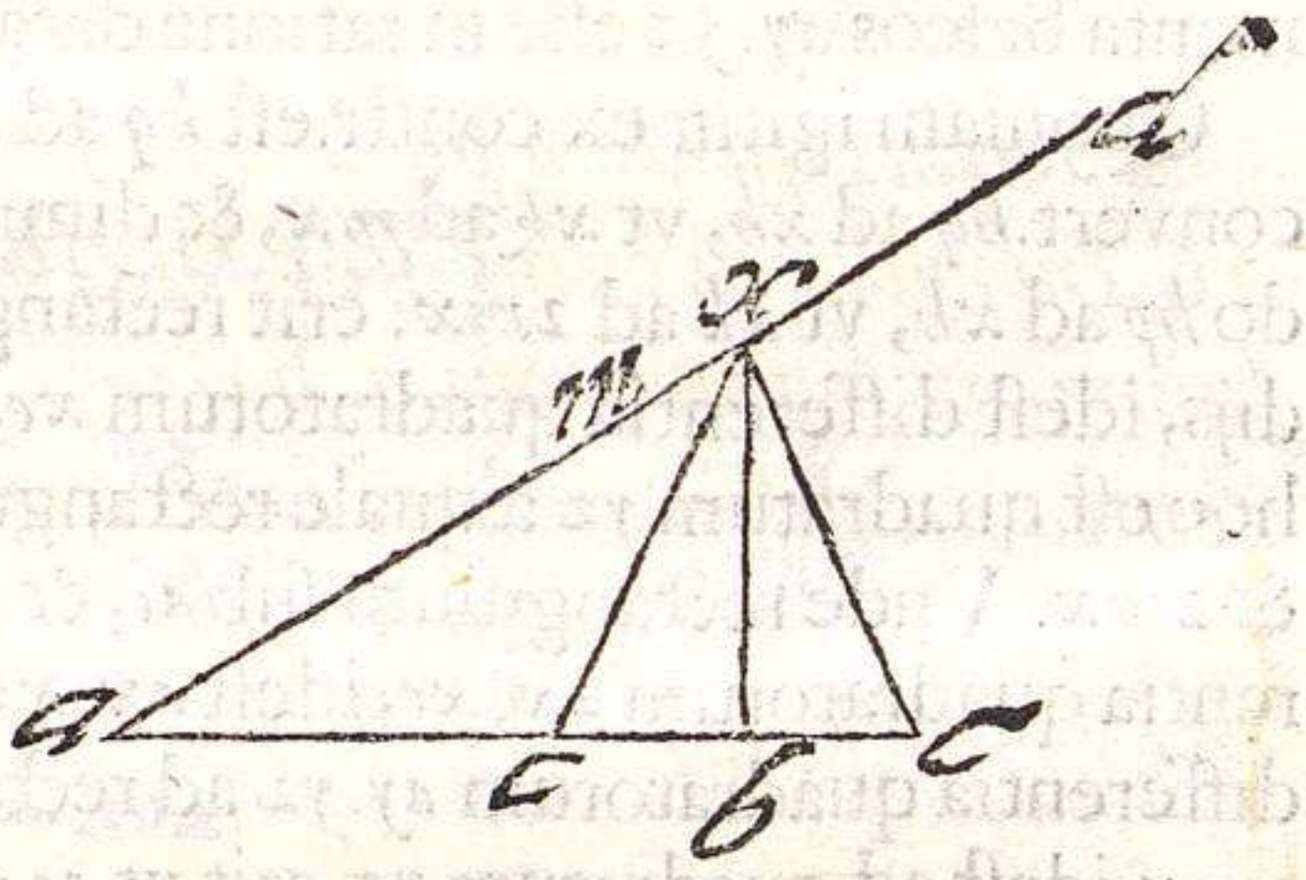
Vide Renald. pa. 331. *tom.* 3.

Data baſe, aggregato laterum, & ratione ſegmentorum baſeos triangulum exhibere.

Dare baſim,& ſegmentorum rationem, perinde eſt, ac ſi ipſa ſegmenta dentur, nam ſi fuerit data baſis *ac* , & ratio ſegmentorum vt *s* ad *r*: fiat vt *s* ad *r* ita *ab* ad *bc*,& ſegmenta erunt *ab*, & *bc*.

Sint igitur ſegmenta baſeos *ab*, & *bc*, atque aggregatum laterum data *ad*: opottet triangulum invenire.

Eſto iam factum & trianguli quæſiti *axc* latus *xc* æquale ſit ipſi *xd*. Biſecetur *ad* in *m*, vt *2mx* differentia ſit ipſarum *ax*, & *xd*,adeoque rectangulum ſub *ad*,



& *2mx* æquale differentiæ quadratorum *ax*,& *xd*,videlicet ſub aggregato, & differentia laterum.

Prop. 7. *Introd.*

ANALYSIS.

Sit igit. $xc _\Lambda_ xd.$

Sed per 11. Introd. $axa - xcx _\Lambda_ aba - bcb.$

Hoc eſt $axa - xdx.$

Vel per 6. Introd. $ad:2mx _\Lambda_ aba - bcb.$

Ergo ſolutum.

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONSTR. & DEMONST.

Differentia quadratorum *ab*, & *bc* applicetur ad rectam datam *ad*, & latitudinis provenientis dimidia sit *mx*. Itaque rectangulum sub *ad*, & *2mx* æquabitur differentiæ quadratorum *ab*, & *bc*. Erigatur perpendicularis *bx* donec occurrat ipsi *ax* iam longitudine determinatæ, in *x*, ducaturque *xc*.

Quoniam igitur rectangulum sub *ad*, & *2mx*, ideſt differentia quadratorum *ax*, & *xd* æquatur differentiæ quadratorum *ab*, & *bc*, hoc eſt differentiæ quadratorum *ax*, & *xc*: erunt quadrata, & ipsa latera *xc*, & *xd* æqualia. Triangulum igitur exhibuimus, &c. Quod erat faciendum.

Facilius quidem problema enodabitur per prop. 16. *Introd. Si enim fiat vt ſumma laterum ad ſummam ſegmentorum baſeos, ita ipſorum differentia ad differentiam laterum ſolutum erit. Et id ipſum etiam obtineri poterit ſi vltima æquatio in proportionales diſſolvatur.*

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXIII.

Data altitudine, ratione laterum, & ratione segmentorum baseos: triangulum invenire.



Esto triangulum *xby*, de quo quæritur, cuius altitudo *ab* sit data, ratio autem laterum *xb. by* sit data vt *f* ad *g*, ratio vero segmentorum baseos *xa. ay* sit vt *mp* ad *pq*.

Super *mq* triangulum concipiatur *mvq* simile quæsito *xby*, & quoniam in *xby* sola pars patet *ab*, in *mvq* verò partes noscuntur *mp. pq*. Facilius propterea erit quærere *mvq*, quam *xby*.

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*mv.*	*vq.*	*f.*	*g.*
Et quadr.	*mvm.*	*vqv.*	*ff.*	*gg.*
Et divid.	*mvm—vqv.*	*vqv.*	*ff—gg.*	*gg*
Idest per 11. Introd.	*mpm—pqp.*			
Ergo solutum.				

CONS-

2010 Ministerio de Cultura

CONST. ET DEMONST.

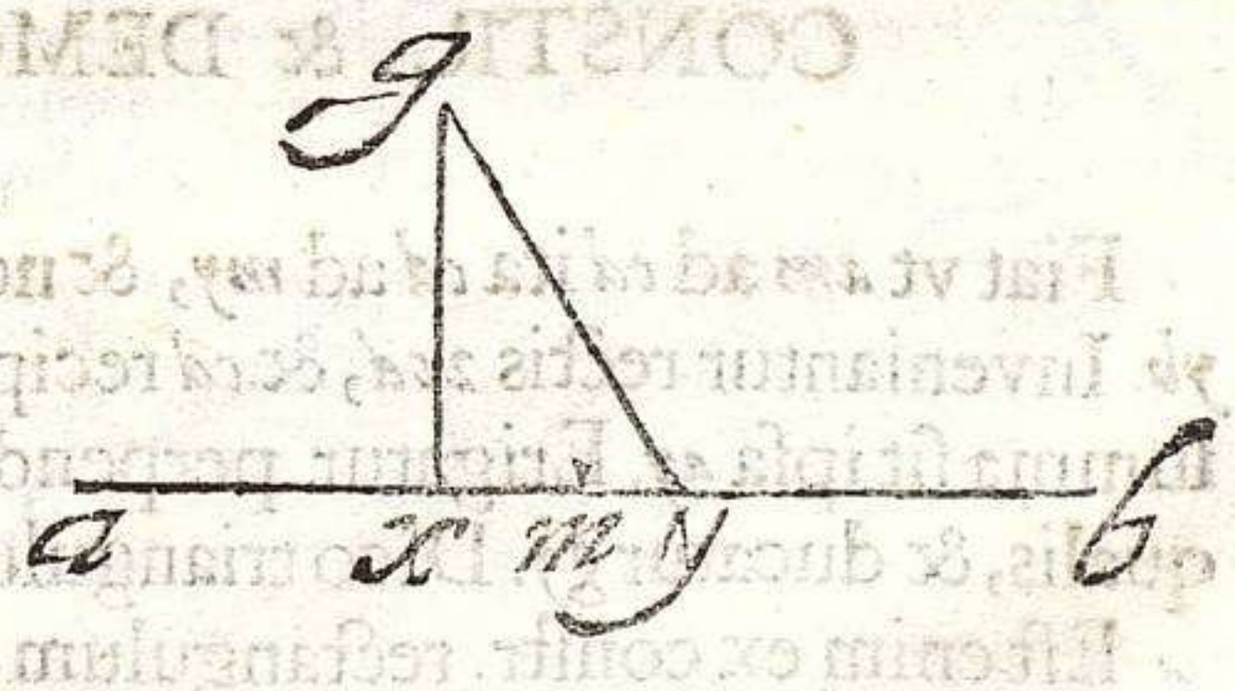
Fiat vt differentia quadratorum *f*, & *g* ad quadratum *g* ita differentia quadratorum *mp*, & *pq* ad quadratum aliud, cuius latus sit *qv*, & ex puncto *q* occurrat ipsa *qv* perpendiculari, quæ ex *p* erigatur, in *v*, & iungatur *mv*. Denique triangulo *mvq* ad perpendicularem *ab* simile fiat triangulum *xby*. Dico ipsum esse, de quo quæritur.

Cum enim ex constr. differentia quadratorum *mp*. & *pq*, ideſt differentia quadratorum *mv*, & *vq* ad quadratum *vq* sit vt differentia quadratorum *f*, & *g* ad quadratum *g*: erit compon. quadratum *mv* ad *vq* quadratum, vt quadratum *f*, ad quadratum *g*, adeoque *mv* ad *vq*, vt *f* ad *g*. Est autem triangulum *xby* ex constr. simile triangulo *mvq*: ergo *xb* ad *by* erit vt *f* ad *g*, & *xa* ad *ay*, vt *mp* ad *pq*. Triangulum igitur tam oxygonium, quam ambligonium *xby* constituimus, &c. quod facere oportebat.

PROPOSIT. XXXIV.

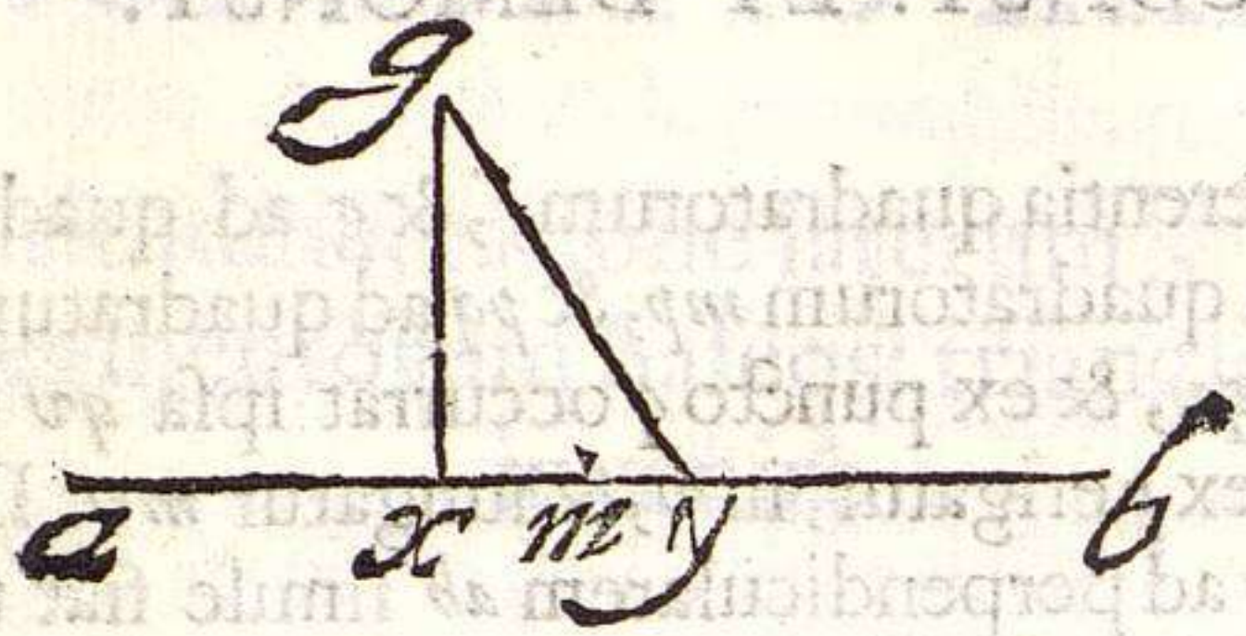
Ex data recta triangulum rectangulum constituere dato plano æquale.

Sit data *ab* dividenda in *x*, & *y*, ita vt triangulum rectangulum lateribus constitutum *ax*. *xy*, & hypothenusa *yb* æquale sit quadrato dato *cd*. Bisecetur *ab* in *m*.



ANA-

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Sit igit. $\frac{1}{2}axy \text{ —}\Lambda\text{— } cdc$

Et quadruplic. $2axy \text{ —}\Lambda\text{— } 4cdc.$

Sint etiam $axa + xyx \text{ —}\Lambda\text{— } yby.$

Ergo $axa + xyx + 2axy \text{ —}\Lambda\text{— } yby + 4cdc.$

Vel per 4.2.el. $aya.$

Ergo auf. *yby* erit $aya - yby \text{ —}\Lambda\text{— } 4cdc.$

Sive per 7. Intr. $2ab : my.$

Et bipart. $ab : my \text{ —}\Lambda\text{— } 2cdc.$

Ergo E. P. $ab.\ 2cd.\ cd.\ my.$

Sive $am.\ cd.$

Ergo ſolutum.

CONSTR. & DEMONSTR.

Fiat vt *am* ad *cd* ita *cd* ad *my*, & nota erunt ſegmenta *ay. yb*. Inveniantur rectis 2*cd*, & *cd* reciprocæ *ax. xy*, quarum ſumma ſit ipſa *ay*. Erigatur perpendicularis *xg* ipſi *ax* æqualis, & ducatur *gy*. Dico triangulum *gxy* eſſe quæſitum.

Eſt enim ex conſtr. rectangulum *axy*, ideſt ſub *xg*, & *xy*. duplo quadrato *cd* æquale, quare triangulum rectangulum *gxy* æquale erit dato quadrato *cd*. Eſt etiam eſt conſtr. *am*. ad

2010 Ministerio de Cultura

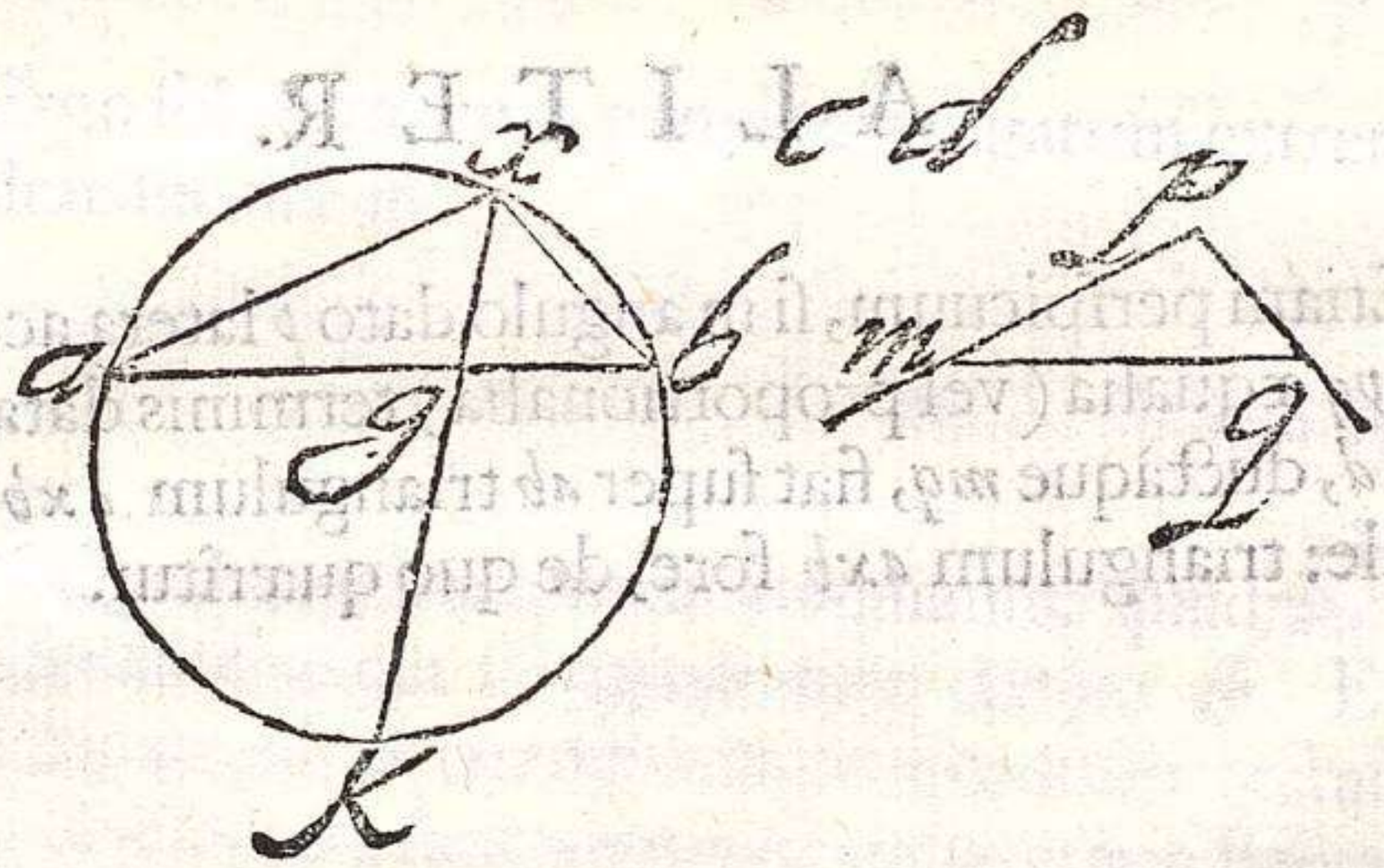
ad *cd*, sive *ab* ad 2*cd*, vt *cd* ad *my*, quare rectangulum sub *ab*, & *my* æquale erit duplo quadrat. *cd*, hoc est ex const. rectangulo *axy*, & duplicando, duplum rectangulum sub *ab*, & *my*, idest differentia quadratorum *ay*, & *yb* æqualis erit duplo rectangulo *axy*. Ergo addito quadrato *yb* erit quadratum *ay*, hoc est erunt quadrata *ax*, & *xy* cum duplo rectangulo *axy* æqualia quadrato *yb* cum duplo rectangulo *axy*, quo vtrimque dempto, remanebunt quadrata *ax*. *xy*, idest *xg*. *xy*, sive quadratum *gy*, quadrato *yb* æquale, adeoque ipsa *gy* ipsi *yb* æqualis. Ex recta igitur *ab* triangulum rectangulum constituimus, &c. Quod erat faciendum.

PROPOSITIO XXXV.

Data portione circuli *ab* in recta *ab* inflectere *ax*. *xb* in ratione data.

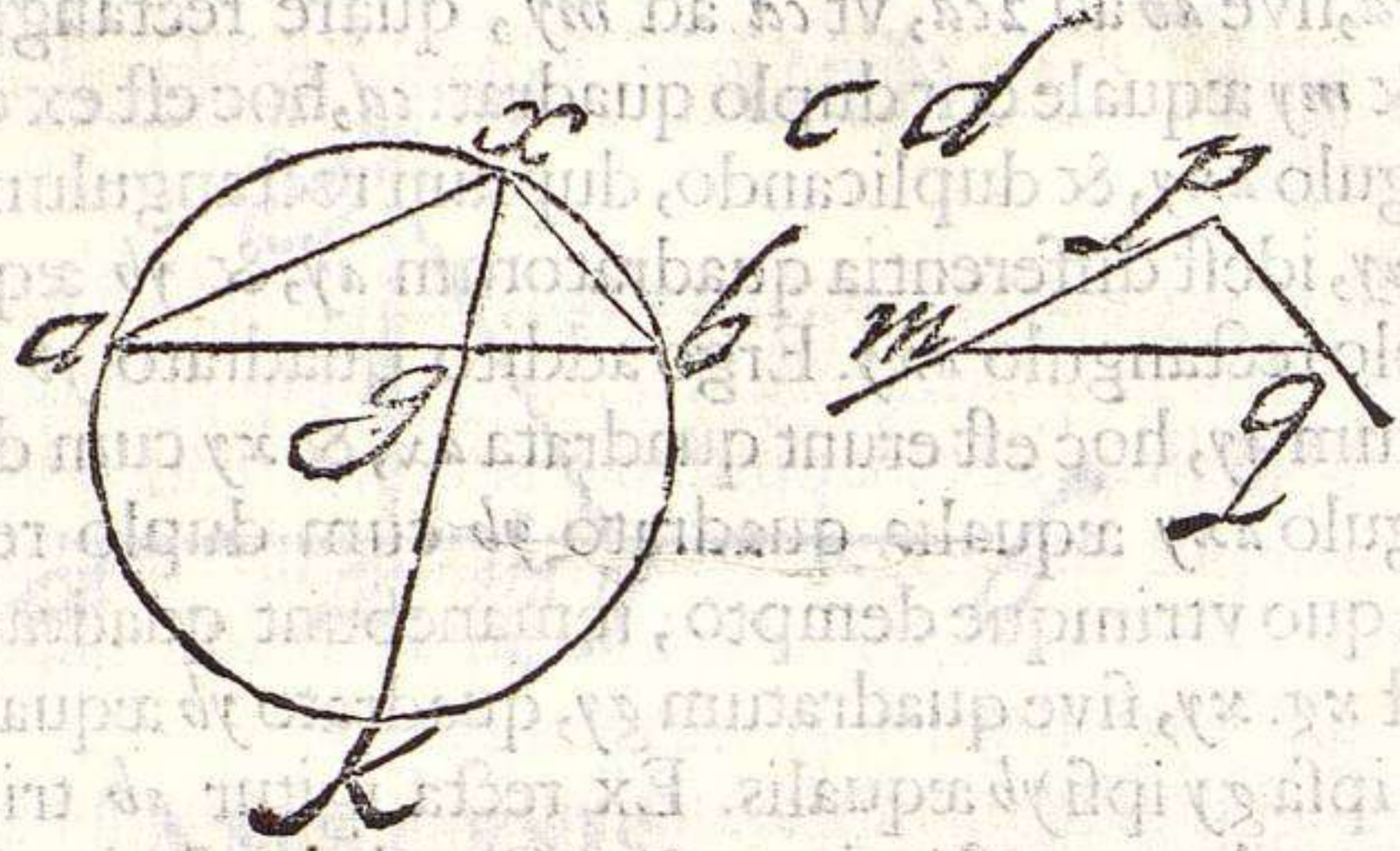
Vide Pappũ lib. 7. propos. 155. Renald. tom. 3. pa. 315.

Hoc idem est ac dicere: Data basi, angulo verticis, & ratione laterum triangulum invenire.



Sit data portio circuli *axb*, & oporteat rectas inflectere *ax*, *xb*. in ratione data *c* ad *d*.

2010 Ministerio de Cultura



Hoc eſt data baſe *ab*, angulo verticis *axb*, ſeu *p*, & ratione laterum *ax.xb*, vt *c* ad *d*, triangulum invenire.

ANALYSIS, CONSTR. & DEMONST.

Perſpicuum eſt, ſi compleatur circulus, dividanturque circumferentia quidem *ab* bifariam in *k*, recta autem *ab* in *g*, in data ratione: rectam *kgx* diviſuram eſſe angulum *axb* bifariam, ac proinde rectas *ax.xb* fore in ratione data *ag. gb*, ideſt *c* ad *d*.

ALITER.

Etiam perſpicuum, ſi in angulo dato *p* latera accipiantur *pm. pq* æqualia (vel proportionalia) terminis datæ rationis *c* ad *d*, ductàque *mq*, fiat ſuper *ab* triangulum *axb* ipſi *mpq* ſimile: triangulum *axb* fore, de quo quæritur.

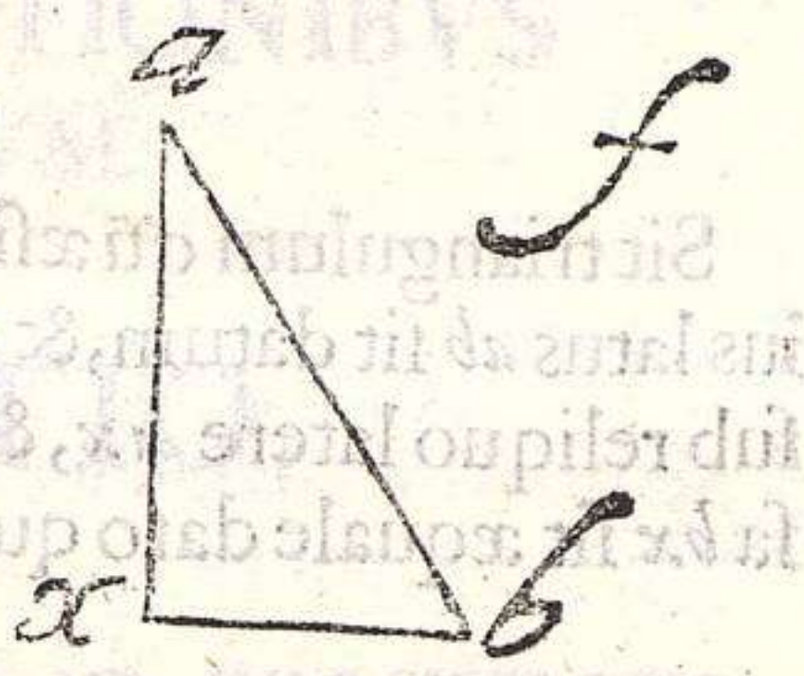
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. XXXVI.

Data baſe trianguli rectanguli, datoque rectangulo ſub lateribus: triangulum invenire.

Sit triangulum, de quo quæritur *axb*, cuius baſis *ab* ſit data, & ſit rectangulum ſub lateribus *axb* æquale dato quadrato *f*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*f.*	*f.*	*xb.*
Et quadrando	*axa.*	*ff.*	*ff.*	*xbx.*

Ergo ſolutum, cum pateat aggregatum extremorum quadratum eſſe *ab*.

CONSTR. & DEMONSTR.

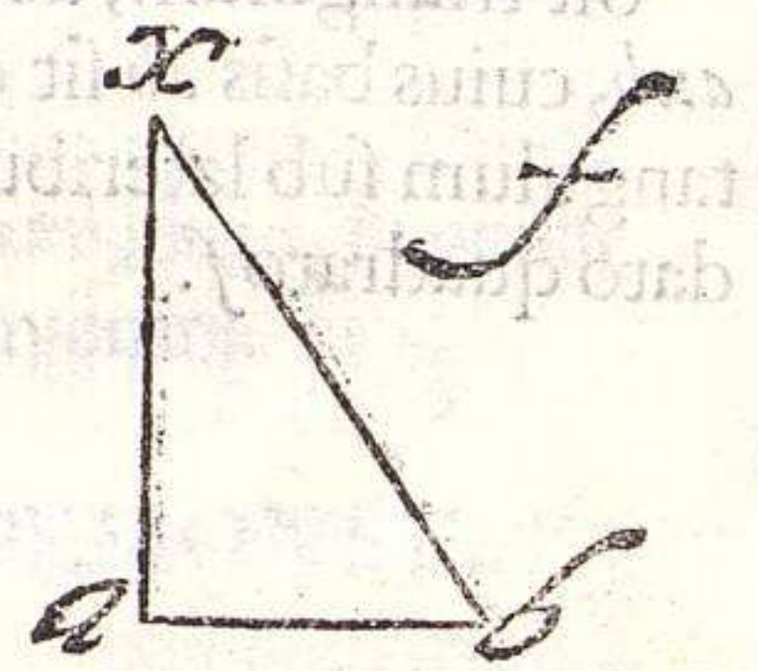
Quadrato *f* reciproca inveniantur quadrata *ax*, & *xb*, *Prop.* 2. quorum ſumma ſit quadratum datum *ab*. Erit igitur ex *Introd.* rectis *ax. xb. ab* triangulum conſtitutum rectangulum, & quia quadrata ſunt proportionalia, etiam latera proportionalia erunt, videlicet *ax. f. f. xb*, & rectangulum ſub *ax. xb* dato quadrato *f* erit æquale. Quod faciendum erat.

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XXXVII.

Dato trianguli rectanguli vno laterum circa rectum, datoque rectangulo sub reliquo, & hypothenusa: triangulum exhibere.

Sit triangulum quæsitum *axb*, cuius latus *ab* sit datum, & rectangulum sub reliquo latere *ax*, & hypothenusa *bx* sit æquale dato quadrato *f*.



ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*ax.*	*f.*	*f.*	*bx.*
Et quadrando	*axa.*	*ff.*	*ff.*	*bxb.*

Ergo solutum. Patet enim differentiam extremorum quadratum esse *ab*.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Quadrato dato *f* reciproca inveniantur quadrata *ax*. *bx*, quorum differentia sit quadratum datum *ab*. Itaque factum erit triangulum rectangulum *axb*, & quoniam quadrata *ax*. *f*. *f*. *bx* sunt proportionalia, etiam latera proportionalia erunt, & rectangulum sub *ax*, & *bx*, quadrato *f* erit æquale. Quod faciendum erat.

ANA-

2010 Ministerio de Cultura

ANALYSIS GEOMETRICA,

LIB. IV.

AGENS DE CONDITIONIBVS PROBLEMATVM.

INSTRVCTIO.



Onditiones in quocumque problemate dicuntur connexiones illæ, quas inter se obtinere debent datæ, & quæsitæ magnitudines.

Conditiones autem, vel inter se sunt convenientes, vel communes, vel repugnantes. Convenientes quidem dicuntur quando determinatis magnitudinibus solum conveniunt. Communes verò quando quibuscumque, vel saltem pluribus magnitudinibus aptantur. Repugnantes tandem quando sibi adversantur, & nullis magnitudinibus conformantur.

Hinc problema secundum præscriptas conditiones determinatum, diminutum, impossibile,

2010 Ministerio de Cultura

bile,& abundans dicitur. Determinatum problema eſt quando tot præſcribuntur convenientes conditiones, quot magnitudines incognitæ poſtulantur. Diminutum verò cum plures magnitudines incognitæ depoſcuntur, quam conditiones præbentur, vel ſi totidem dantur, ſunt aliquæ inter ſe communes. Impoſsibile autem, quando propoſitæ conditiones inter ſe repugnant, & nullis magnitudinibus applicari poſſunt. Abundans tandem quando plures conditiones ſtatuuntur, quam incognitæ magnitudines deſiderantur.

Porro conditiones interdum explicitæ, interdum implicitæ proponuntar. Itaque non abs re erit, ſi Analyſta, prius quam reſolutionem aggrediatur, conditiones perpendat,& naturam problematis cognoſcat,vt, ſi completum ſit,determinatas quærat magnitudines; ſi vero diminutum, terminos, vel ordinem omnium reſolutionum poſsibilium exhibeat; ſi autem impoſsibile repugnantiam conditionum oſtendat; & ſi tandem abundans fuerit problema,ſuperfluas, & ineptas reijciat conditiones.

Huc vſque de problematibus completis egimus, de diminutis, & impoſsibilibus nunc reſtat agendum.

PRO-

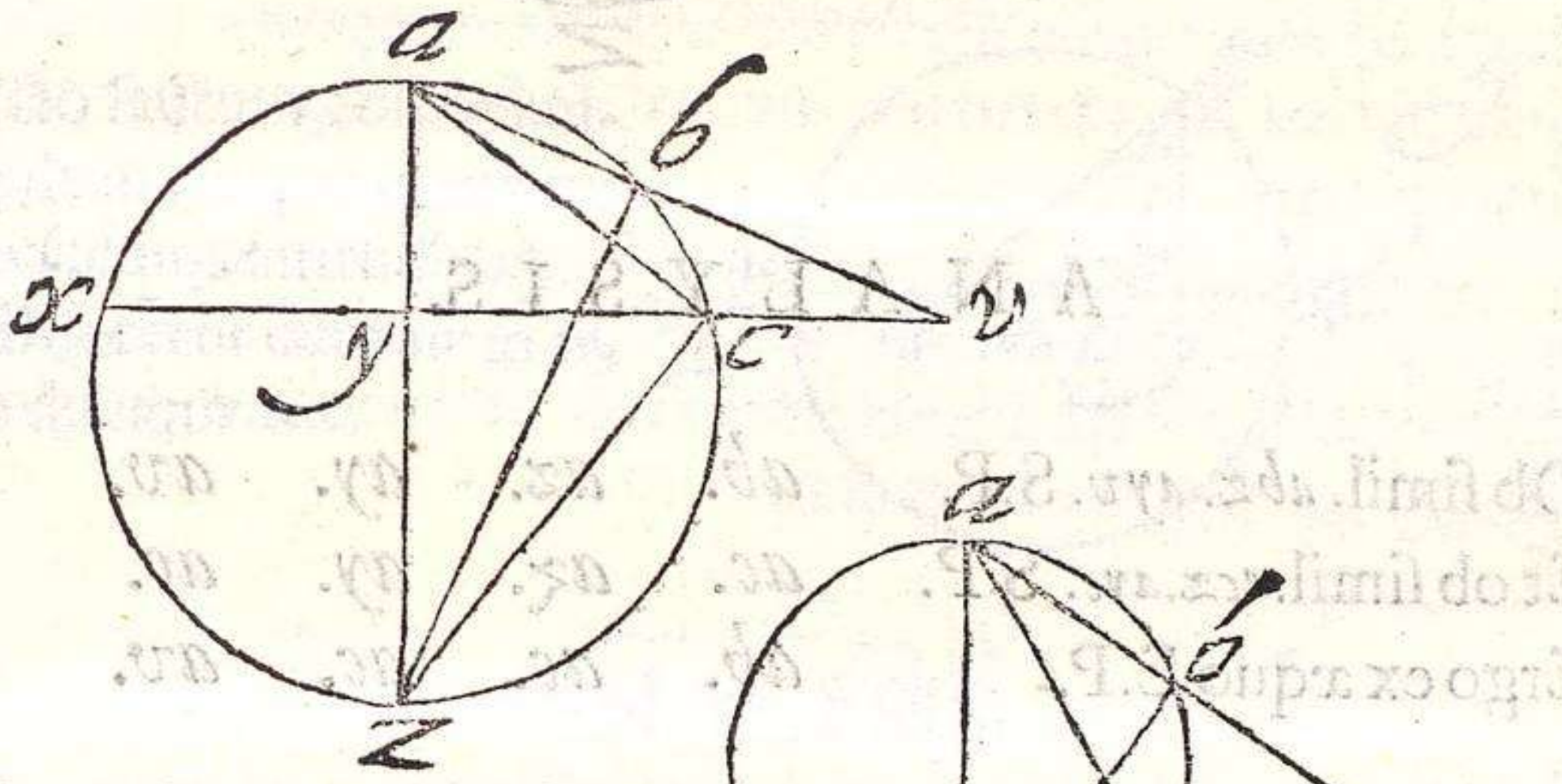
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO I.

DIMINVTA.

In circulo *xac* diameter eſt *az*, quam ad angulos rectos ſecat in *y* recta *xyc* protracta ad *v* punctum, ex quo ducta eſt ad *a* recta *vba* ſecans circumferentiam in *b*: dantur *ab*, & *ac*, & quæritur *bv*.

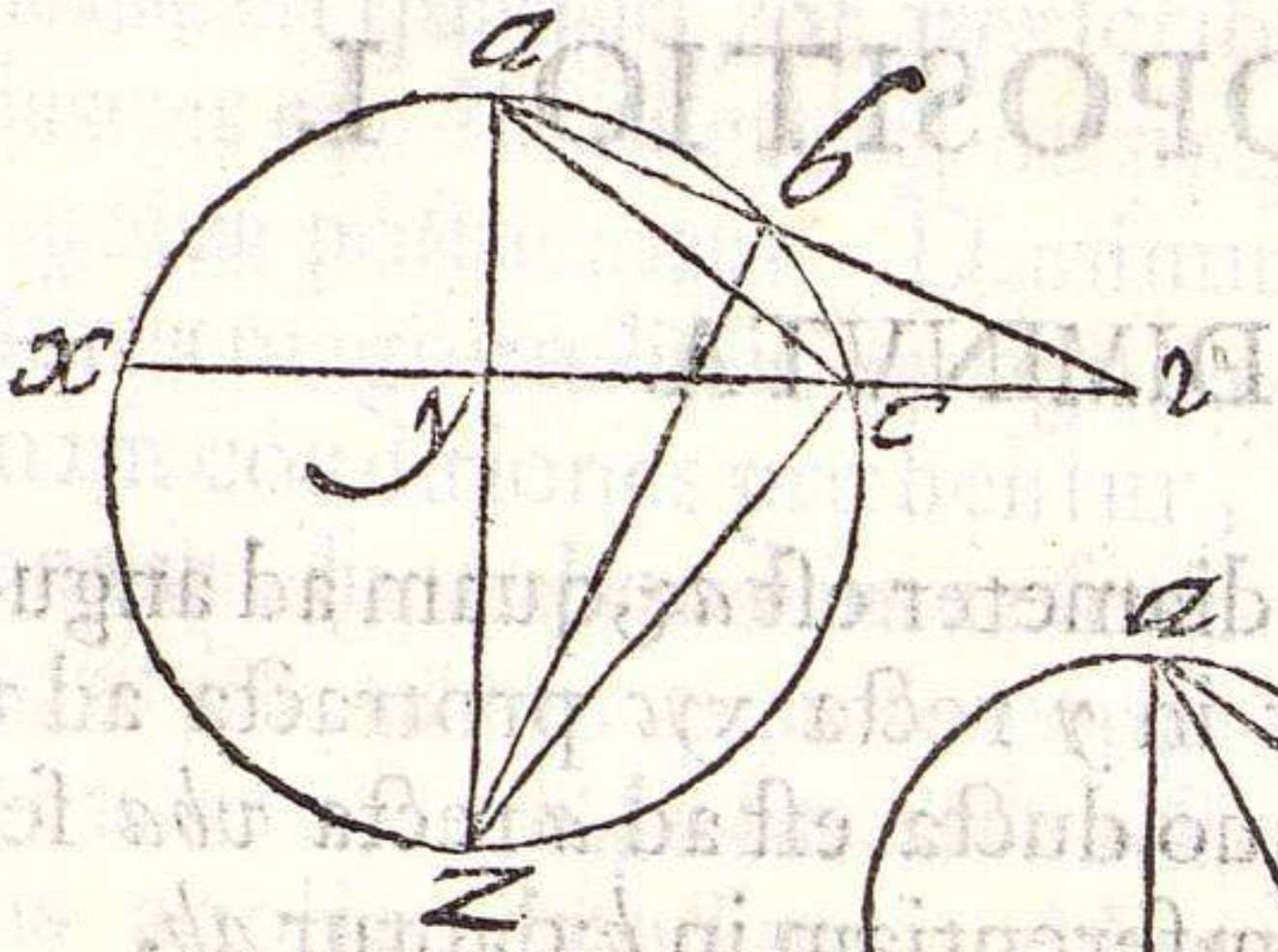
Vide Schoot. ad Carteſium. pa. 155.



Ducantur *bz*, & *cz*, & erunt triangula *abz*. *ayv* inter ſe, & *acz*, *ayc* inter ſe ſimilia. Unde patet.

BIBLIOTECA DEL OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura



ANALYSIS.

Ob ſimil. *abz. ayv.* S.P.	*ab.*	*az.*	*ay.*	*av.*
Et ob ſimil. *acz. ayc.* S.P.	*ac.*	*az.*	*ay.*	*ac.*
Ergo ex æquo E.P.	*ab.*	*ac.*	*ac.*	*av.*

Ergo ſolutum. Cognita enim *av*, ſi ſub ducatur data *ab*, manifeſta erit *bv*, de qua quærebatur.

Et perſpicuum eſt problema, quoad circulum, diminutum eſſe, nam eædem rectæ *ab. bc* in quocumque circulo aptatæ cuius diameter ſit ipſa *ac* maior eamdem *bv* ſemper exhibebunt.

PRO-

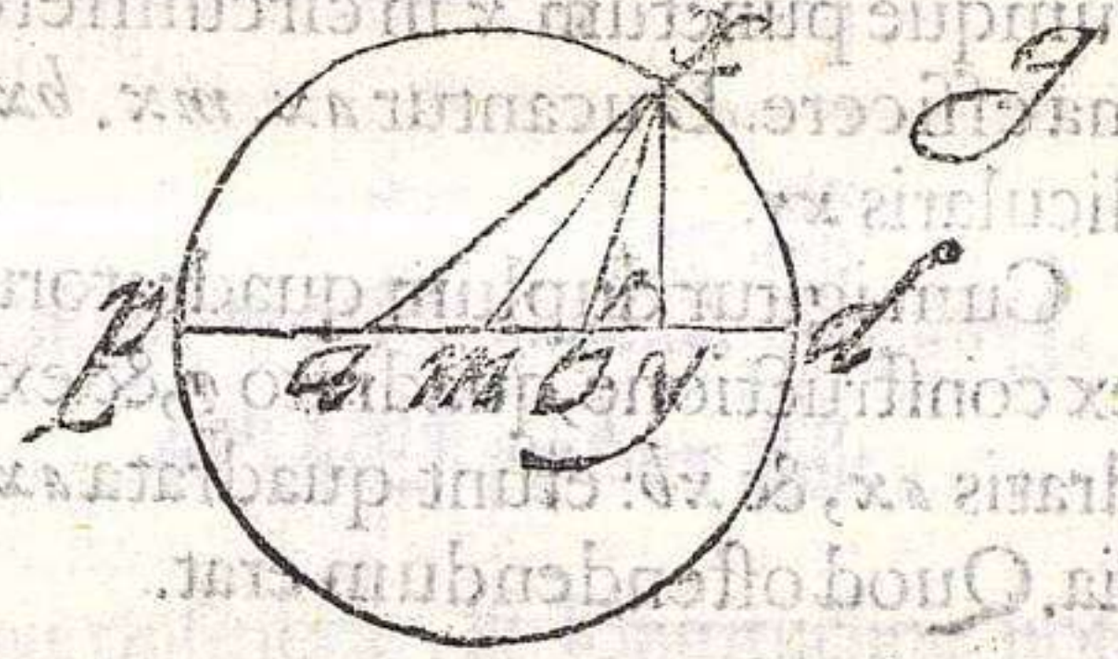
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO II.

DIMINVTA.

Datis duobus punctis *a*, & *b* duas rectas inflectere *ax*. *xb*, quarum quadrata ſint quadrato dato *g* æqualia.

Quod idem eſt ac dicere: Data baſe *ab*, & aggregato quadratorum laterum triangulum exhibere.



Eſto factum, & ſit triangulum, de quo quæritur *axb*, cuius altitudo *xy*.

Biſecetur data *ab* in *m*, & ducatur *mx*.

ANALYSIS.

Sint igit. $axa + xbx \sqsubset\!\sqcup\!\sqsupset gg.$

Sed per 13. Introd. $axa + xbx \sqsubset\!\sqcup\!\sqsupset 2ama + 2mxm$

Ergo $gg. \sqsubset\!\sqcup\!\sqsupset 2ama + 2mxm$

Uel ſi auferat. $2ama\ gg \sqsubset\!\sqcup\!\sqsupset 2ama \sqsubset\!\sqcup\!\sqsupset 2mxm.$

Ergo ſolutum, & cum *mx* ſit longitudine, & non poſitione nota, patet ipſam, ſemidiametrum poſſe fieri circuli, cuius circumferentia ſit locus puncti quæſiti *x*.

2010 Ministerio de Cultura



CONSTR. & DEMONSTR.

A quadrato dato *g* duplum quadrati *am* auferatur, & quadrati residui accipiatur dimidium, cuius latus sit *mx*. Intervallo autem *mx* circulus describatur *pxd*. Dico quodcumque punctum *x* in circumferentia acceptum problema efficere. Ducantur *ax*. *mx*. *bx*, & demittatur perpendicularis *xy*.

Cum igitur duplum quadratorum *am*, & *mx* æquale sit, ex constructione, quadrato *g*, & ex 13. Introductionis, quadratis *ax*, & *xb*: erunt quadrata *ax*, & *xb* quadrato *g* æqualia. Quod ostendendum erat.

PROPOSIT. III.

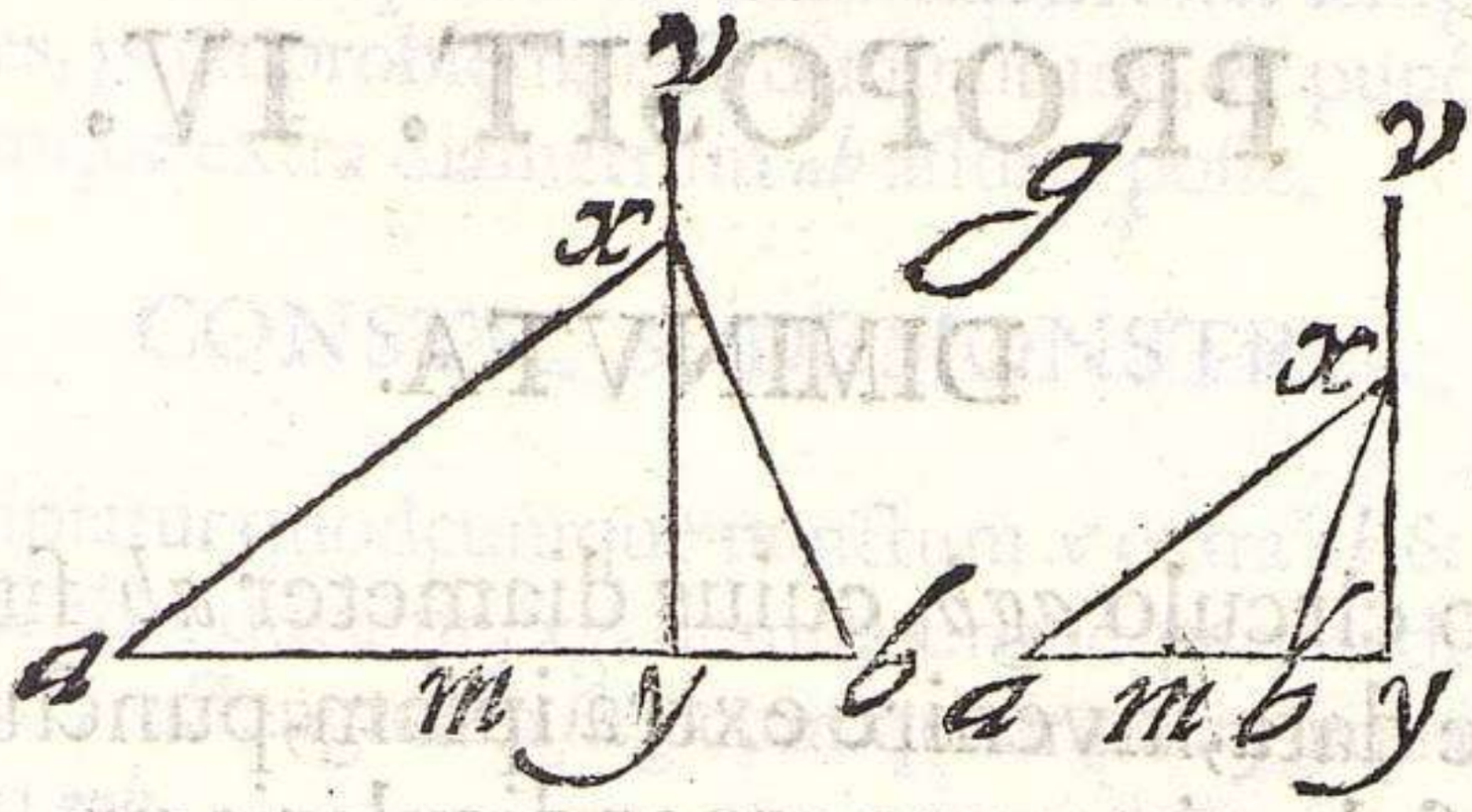
DIMINVTA.

Datis duobus punctis *a*, & *b* duas rectas inflectete *ax*. *bx*, quarum quadrata dato quadrato *g* differant.

Quod idem est ac dicere: Data basi *ab*, & differentia quadratorum later um triangulum exhibere.

Esto

2010 Ministerio de Cultura



Esto iam factum, & sit triangulum *axb*, de quo quæritur. Demittatur perpendicularis *xy*, & secetur *ab* bifariam in *m*.

ANALYSIS.

Sit igitur $axa - xbx \sqsubset\!\sqsupset gg.$
Sed per 11. Introd. $axa - xbx \sqsubset\!\sqsupset ab:2my.$
Ergo $ab:2my \sqsubset\!\sqsupset gg.$

Ergo solutum, & cum *my* positione, & longitudine nota sit, erit perpendicularis ex puncto *y* in infinitum erecta, locus puncti quæsiti *x*.

CONSTR. ET DEMONSTR.

Bisecetur *ab* in *m*, & ad eamdem *ab* applicetur quadratum *g*, sitque latitudo proveniens dupla *my*, hoc est fiat vt *ab* ad *g*, ita *g* ad aliam, cuius dimidium sit *my*, itaque rectangulum sub *ab*, & dupla *my* quadrato *g* erit æquale. Ex *y* autem indefinita erigatur perpendicularis *yv*. Dico quodcumque punctum *x* in recta *yv* assumptum problema efficere. Ducantur *ax*. *xb*.

Cum enim rectangulum sub *ab*, & dupla *my* æquale sit, ex constr. quadrato *g*, & ex 11. Introductionis, differentiæ quadratorum *ax*, & *xb*: erit ipsa differentia quadrato *g* æqualis. Quod erat ostendendum.

2010 Ministerio de Cultura

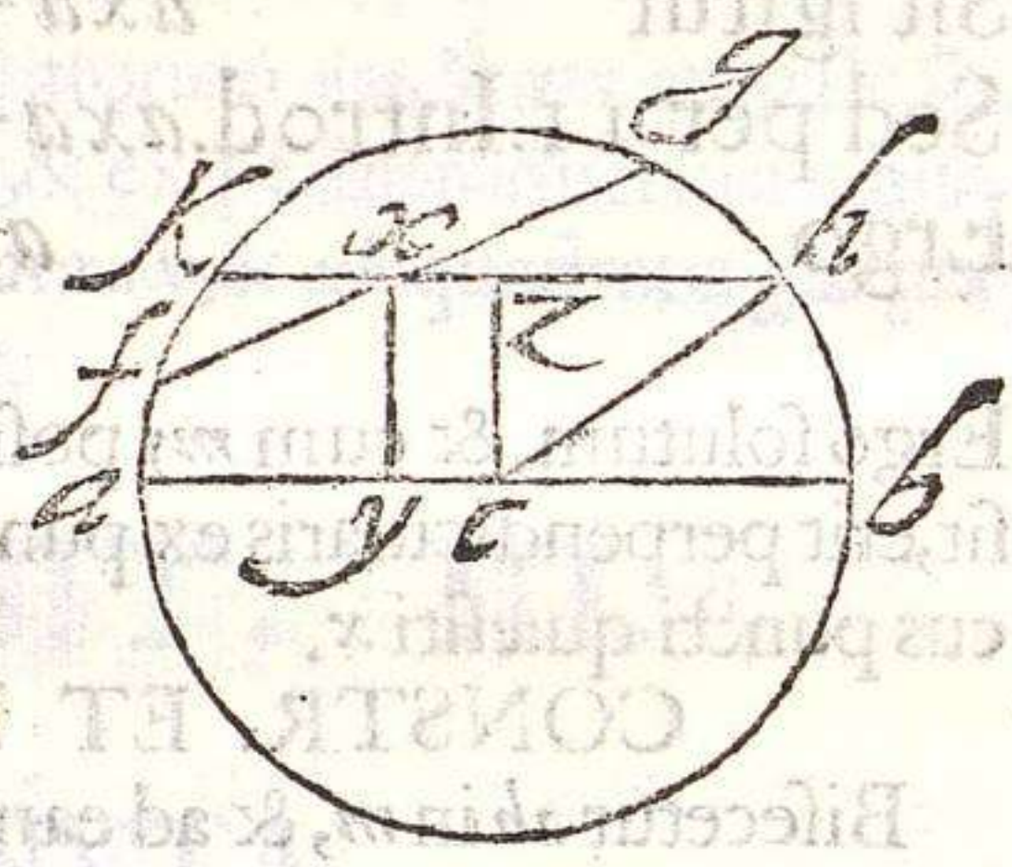
PROPOSIT. IV.

DIMINVTA.

Vide Schootē ad Carteſium to. 1. pa. 230.

Dato circulo *agb*, cuius diameter *ab* ſit poſitione data, invenire extra ipſam, punctum *x*, à quo ſi demittatur perpendicularis *xy*, & per idem punctum agatur quædam *fg*, vtrimque à circumferentia terminata, vt rectangulum *fxg* vna cum quadrato *xy* ſit æquale rectangulo *ayb*.

Sit igitur *x* punctum, de quo quæritur, & per illud, ducatur *kb*, ipſi *ab* parallela, erigatur ex centro *c* perpendicularis *cz*, & iungatur *ch*. Vnde quoniam *xy*, & *zc* inter ſe, nec non *xz*. *yc* inter ſe ſunt æquales, & rectangulum *kxb* æquatur cuicumque *fxg*: facile inſtituetur analyſis.



ANALYSIS.

Sit igitur $kxb + czc \perp\!\!\!\perp ayb.$

Sed $xzx \perp\!\!\!\perp ycy.$

Ergo erit $xzx + kxb + czc \perp\!\!\!\perp ayb + ycy.$

Ideſt per 5. 2. el. $zbz + czc \perp\!\!\!\perp aca.$

Ideſt per 47. 1. $cbc.$

Ergo

2010 Ministerio de Cultura

Ergo ſolutum,& quoniam ſemidiametri *ch.ac* ſemper ſunt æquales, patet problema eſſe diminutum , & punctu m *x* vbicumque extra diametrum *ab* aſſumi poſſe.

CONSTR. & DEMONSTR.

Accipiatur quodcumque punctum *x* extra *ab*,& per illud quælibet ducatur *fxg*, demitaturque perpendicularis *xy*. Dico rectangulum *fxg* cum quadrato *xy* æquari rectangulo *ayb*.

Ductà enim per *x* ipſi *ab* parallela *kh*, & ex centro *c* erecta perpendiculari *cz*;iunctaque *ch*: erit quadratum *ac* æquale rectangulo *ayb* cum quadrato *yc*;ſed idem quadratum *ac*, ideſt *ch* æquale eſt quadrato *cz* cum quadrato *zh*, ideſt cum quadrato *xz*. & rectangulo *kxh*: igitur quadratum *cz* cum quadrato *xz*, & rectangulo *kxh* æquale erit rectangulo *ayb* cum quadrato *yc*, & ſi demantur quadrata æqualia *xz.yc*.remanebit quadratum *cz*,ideſt *xy* cum rectangulo *kxh*, ideſt cum quolibet *fxg* per *x*,æquale rectangulo *ayb*.Quod erat oſtendendum.

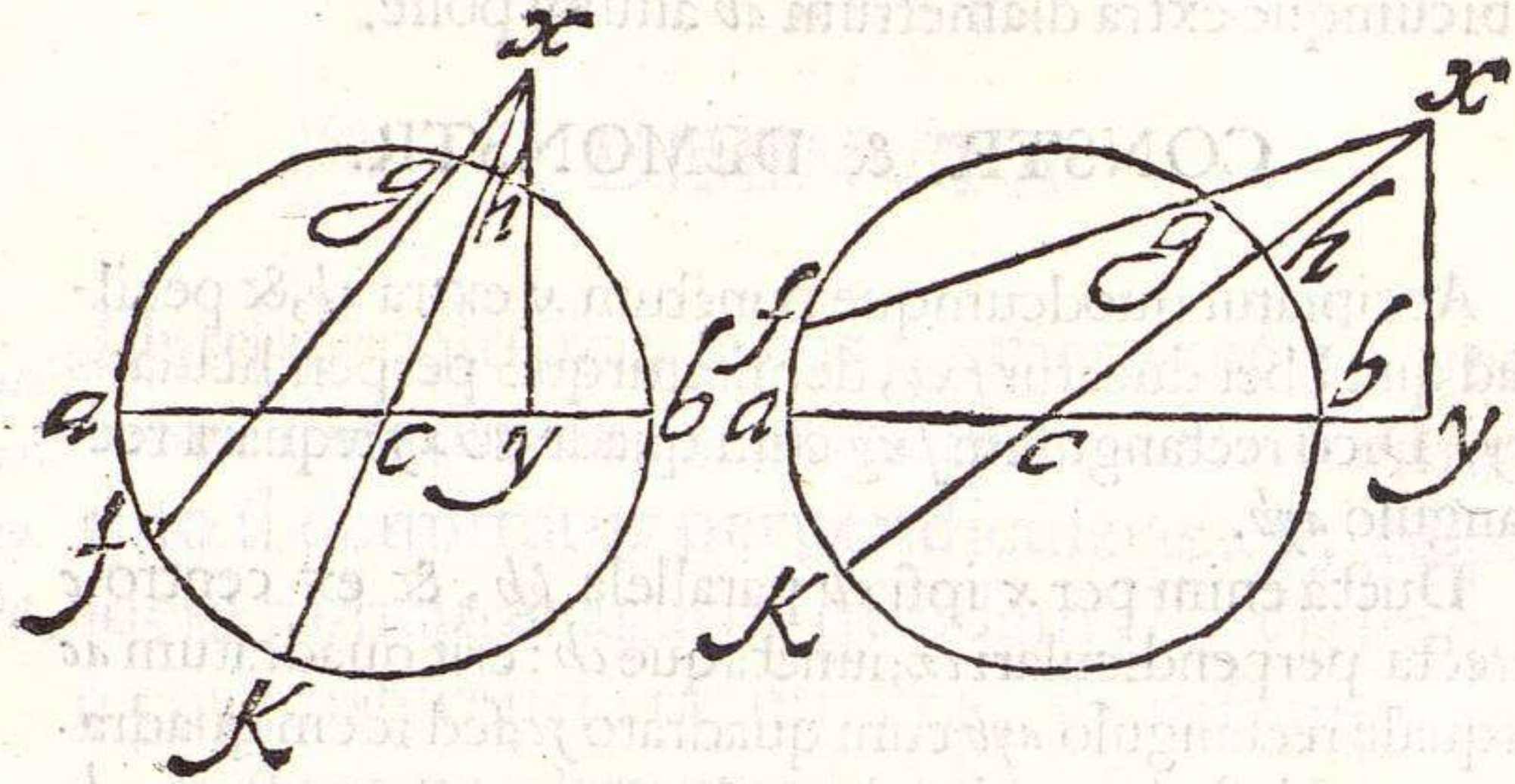
COROLLARIVM.

Hinc manifeſtum fit problema quodvis diminutum eſſe, quando, evolutis conditionibus, vna pars æquationis alteri emergit omnino æqualis, hoc eſt quando in vtraque parte æquationis eadem, vel eædem magnitudines exiſtunt. Et eodem modo quando æqualitas non dependet à conſtructione faciendа; ſed conſtat aliunde.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION.



Cum punctum *x* intra circulum quærebatur æquatio erat *fxg* +*xyx* ⎯∧⎯ *ayb*. At verò ſi extra quærendum ſit, erit æquatio in fig. 1. *fxg*+ *ayb* ⎯∧⎯ *xyx*. In fig. 2. *fxg* ⎯∧⎯ *ayb* +*xyx*.

IN FIG. 1.

Sint ig. *fxg*+ *ayb* ⎯∧⎯ *xyx*.
Ideſt *kxh*
Add. *cyc* erunt *kxh* +*ayb* +*cyc* ⎯∧⎯ *xyx* +*cyc*.
Ideſt per 5.2.el. *kxh*+ *aca*
Vel per 6.2.el. *cxc*.

IN FIG. 2.

Sit igitur *kxh* ⎯∧⎯ *ayb* +*xyx*.
Sed *kck* ⎯∧⎯ *aca*.
Ergo *kxh*+ *kck* ⎯∧⎯ *ayb* +*aca*+ *xyx*.
Ideſt per 6.2. el. *cxc* ⎯∧⎯ *cyc* + *xyx*.

Ergo ſolutum, & patet punctum *x* vbicumque extra circulum ſumi poſſe, cum ſemper per 47. 1. elem. quadratum *cx* æquale ſit quadratis *cy*, & *xy*.

PRO-

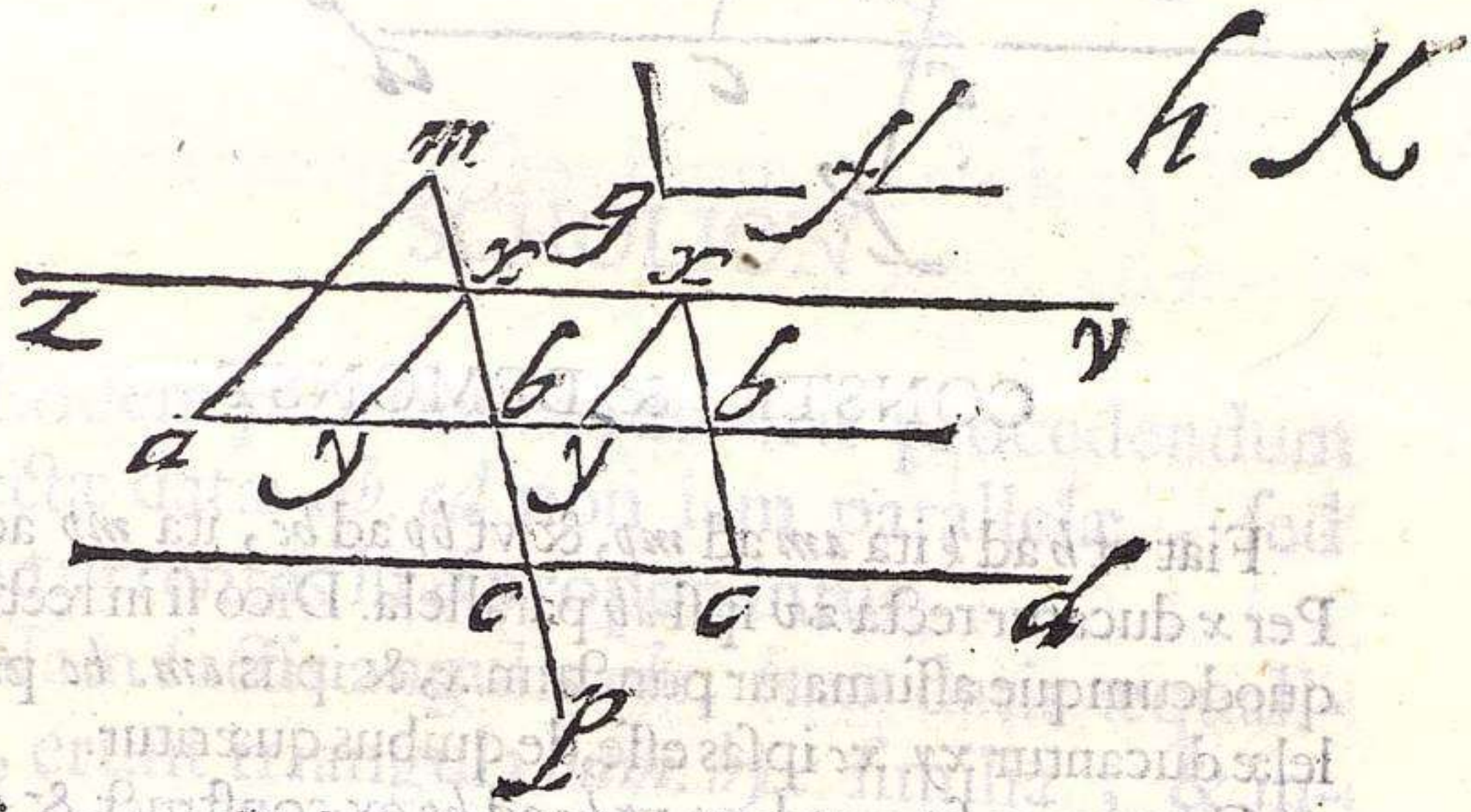
2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO V.

DIMINVTA.

Datis positione duabus rectis lineis parallelis *ab*, & *cd*, punctum extra ipsas invenire vt *x*, à quo si in datis angulis *f*, & *g* duæ ducantur rectæ lineæ *xy*. *xc*, ipsæ inter se habeant rationem datam vt *b* ad *k*.

Vide Schootē ad Carn. tes tum to. 1. *pa.* 226.



Fiant anguli, *abc* ipsi *g*, & *bam* ipsi *f*, æquales, quibus etiam æquales debent esse anguli *ybc*, & *byx*, quare similia erunt triangnla *bam*, & *byx*.

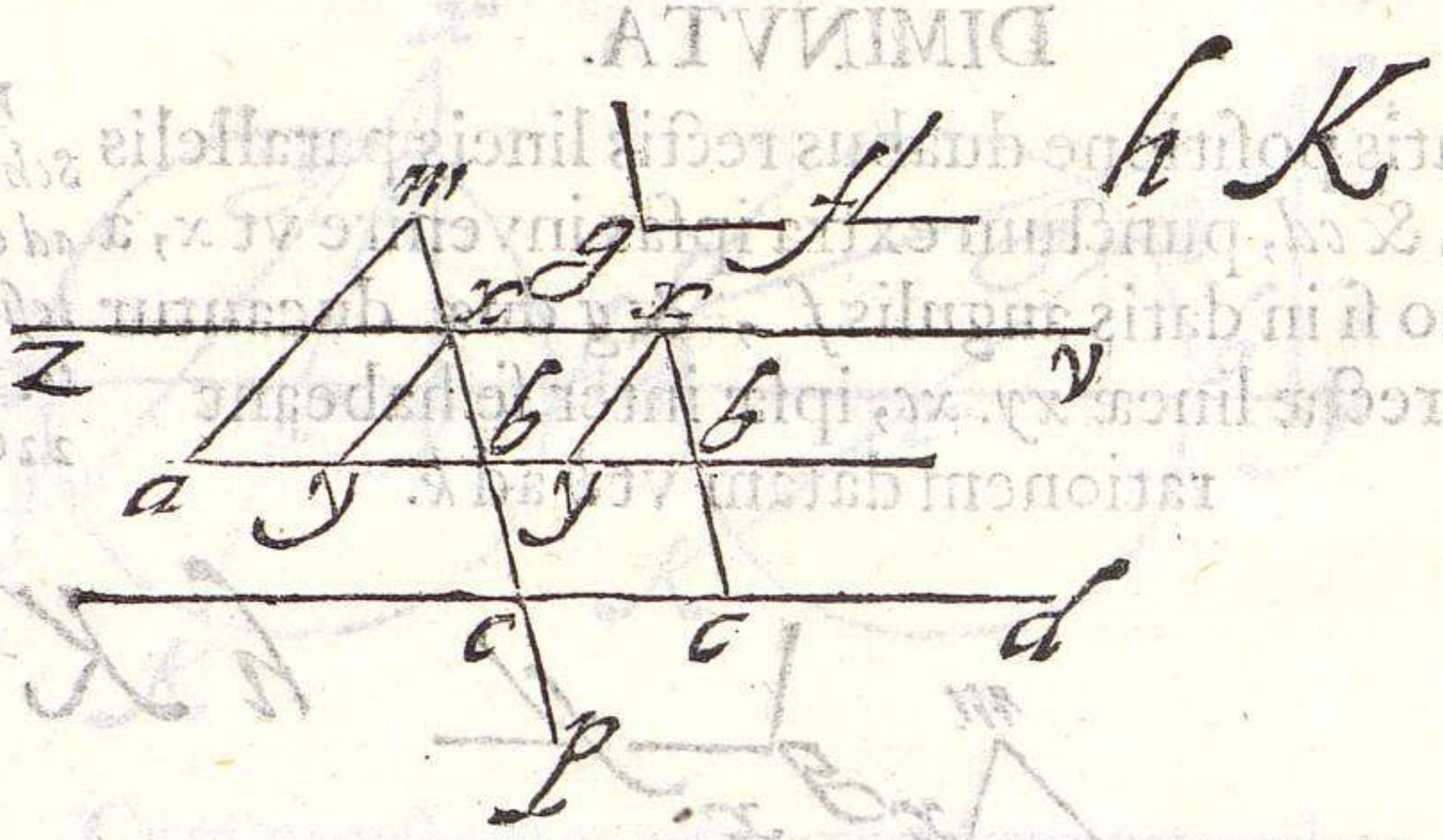
ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*xy.*	*xc.*	*b.*	*k.*
Vel si fiat			*am.*	*mp.*
Sed ob similit. S. P.	*xy.*	*xb.*	*am.*	*mb.*
Ergo ex æqual. E. P.	*xc.*	*mp.*	*xb.*	*mb.*
Et vt 1. ad 1. ita diff.	*xc.*	*mp.*	*bc.*	*bp.*

Ergo

2010 Ministerio de Cultura

Ergo ſolutum, & patet ptoblema eſſe diminutum, propterea quod *ab*, & *cd* indeterminatæ proponantur.



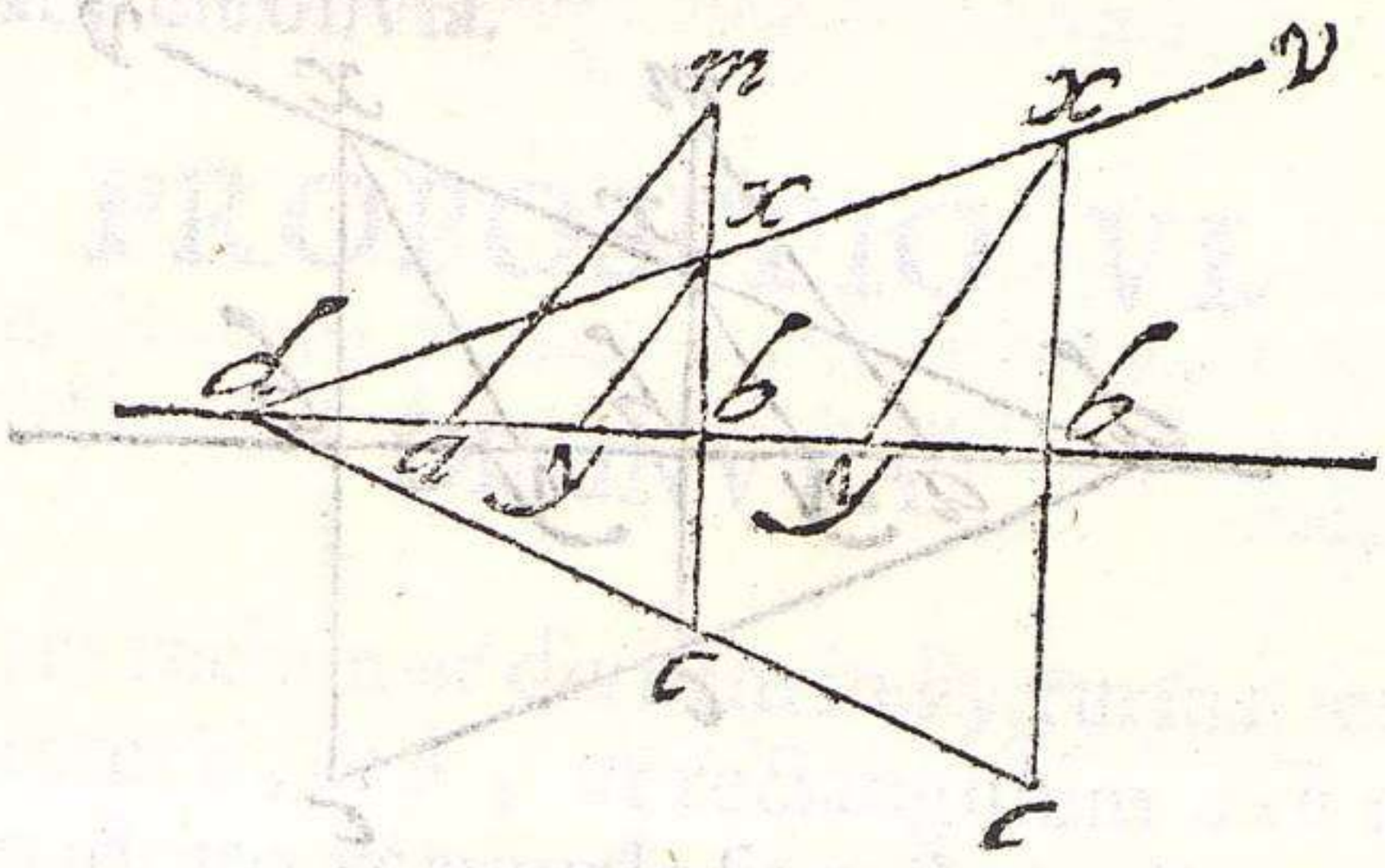
CONSTR. & DEMONST.

Fiat vt *h* ad *k* ita *am* ad *mp*, & vt *bp* ad *bc*, ita *mp* ad *xc*. Per *x* ducatur recta *zv* ipſi *ab* parallela. Dico ſi in recta *zv* quodcumque aſſumatur punctum *x*, & ipſis *am*. *bc* parallelæ ducantur *xy*. *xc* ipſas eſſe, de quibus quæritur.

Cum enim ſit *xc* ad *mp*, vt *bc* ad *bp* ex conſtruct. & *xc* ad *mp*, vt *xb* ad *mb* (quia vt vnus ad vnum ita ſunt differentiæ) ſed ob ſimilitudinem *bam*. *byx* eſt *xy* ad *xb*, vt *am* ad *mb*: ergo ex æqualitate erit *xy* ad *am* vt *xc* ad *mp* (communis ratio *xb*. *mb*) & altern. *xy* ad *xc*, vt *am* ad *mp*, ideſt vt *h* ad *k*. Quod erat

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura



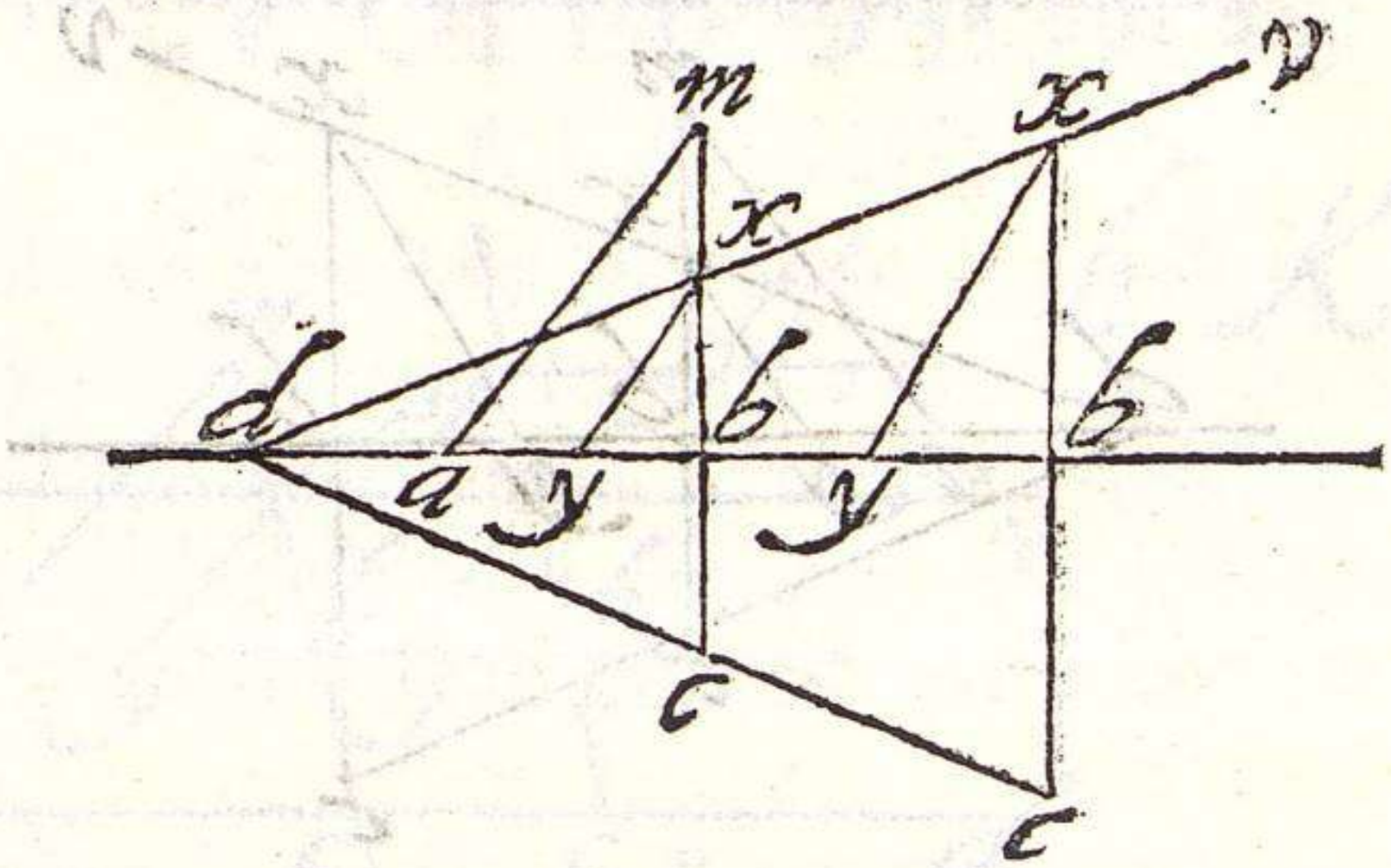
SCHOLION

Eodem prorſus modo erit procedendum ſi rectæ datæ *ab. cd* non iam parallelæ, ſed concurrentes in *d* proponantur.

Nam factis angulis *abc. bam* datis æqualibus, erunt triangula *bam. byx* ſimilia, & invento ſemel ex præcedente analyſi puncto *x*, ſi per illud ex puncto concurſus *d* ducatur indefinita *dv*, erit ipſa locus quæſitus, nam quodcumque punctum in ea acceptum *x*, ductis *xy. xc* ipſis *am. bc* parallelis, problema efficiet, & vt antea demonſtrabitur.

Præterea perſpicuum eſt, cæteris poſitis, illam conditionem, nempe, vt rectæ *xy. xc* ſint in ratione data vt *h* ad *k* in infinitum variari poſſe. Nonnulla afferamus exempla.

2010 Ministerio de Cultura



Si poſtuletur quod rectæ *xy. xc* ſint reciprocæ datis *h. k.* ecce

ANALYSIS.

Sint igit. prop.	*xy.*	*h.*	*k.*	*xc.*
Vel ſi fiant.		*am.*	*mp.*	
Sed ob ſimil. S.P.	*xy.*	*xb.*	*am.*	*mb.*
Ergo ex æquo E.P.	*mp.*	*xc.*	*xb.*	*mb.*

Ergo ſolutum, & patet conſtructio, & demonſtratio.

Si petatur quod rectæ *xy.xc* quamdam rectam datam *m* componant. Ecce

ANALYSIS

Sint igit.	$xy + xc \text{ —}\Lambda\text{— } m.$
Ergo.	$xy + xb \text{ —}\Lambda\text{— } m - bc.$
Sed ob ſimil. S.P.	*xy. xb. am. mb.*
Et comp.	*xy+ xb. xb. am+mb. mb.*
Ergo ſubſt. E.P.	*m—bc, xb. am+mb. mb.*

Ergo ſolutum, & patet conſtructio, & demonſ-

2010 Ministerio de Cultura

monſtratio, & totius problematis determinatio ſatis eſt obvia.

PROPOSITIO VI.

DIMINVTA.

Datam rectam *ac* diviſam in *b*, rurſus ſecare in *x* inter *a*, & *b*, vt rectangulum *axb* cum quadrato *xc* æquale ſit rectangulis tum ſub *ac*, & *xb*, tum ſub *xc*, & *bc*.



ANALYSIS.

Sint igit. $axb+xcx \multimap ac:xb+xcb.$

Ergo auf. *xcb*. $xcb. \qquad xcb.$

Erit per 2.2. el. $axb+cxb \multimap ac:xb.$

Et auf. *axb*. $axb. \qquad ax:xb.$

Remanebit per 1.2. $cxb \multimap cxb.$

Ergo ſolutum, & patet problema diminutum eſſe, adeoque punctum *x* in recta *ab* ad libitum aſſumi poſſe.

DEMONSTR.

Dico quodcumque punctum *x* in recta *ab* aſſumptum problema efficere. Eſtenim rectangulum *axb* cum rectangulo *cxb* æquale rectangulo ſub tota *ac*, & ipſa *xb*, quea-

2010 Ministerio de Cultura

a x b c

addendo rectangulum *xcb*, erit rectangulum *axb* cum rectangulis *cxb*, & *xcb*, ideſt cum quadrato *xc*, æquale rectangulo ſub *ac*, & *xb* cum rectangulo *xcb*. Quod oſtendere oportebat.

PROPOSIT. VII.

DIMINVTA.

Quatuor rectas proportionales exhibere, ita vt prima ad quartam ſit vt *g* ad *k*, aggregatum verò ſecundæ, & quartæ ſit data *ab*.

g

x y a z b k

Sint quatuor rectæ, de quibus quæritur *xy. az. ya. zb.*

CONDITIONES.

Vt ſint prop. *xy. az. ya. zb.*
Vt ſint prop. *xy. zb. g. k.*
Vt ſint *az + zb* —∧— *ab.*

Cum igitur tres tantum dentur conditiones, & quatuor quærantur magnitudines, perſpicuum eſt problema eſſe dimi-

2010 Ministerio de Cultura

diminutum. Ergo quodcumque punctum *z* in recta *ab* assumptum problema efficiet. Nam determinatis *az*, & *zb*, si fiat vt *k* ad *g* ita *zb* ad *xy*, & vt *az* ad *xy* ita *zb* ad *ya*, factum erit, quod facere oportebat.

IN NVMERIS.

In numeris eodem modo proceditur. At vero si integros exhibere, & determinare oporteat, ita examen fieri poterit.

Sint inveniendi quatuor numeri proportionales, ita vt primus ad quartum sit vt 8 ad 5, secundus vero, & quartus componant 100.

Sunto vt antea, *xy*. *az*. *ya*. *zb*, & quoniam integros quærimus, erunt *xy*, & *zb*. 8, & 5, vel eorum multiplices, quia ipsi minimi inter se, & semper erit *az* complementum ad 100, ipsius *zb*.

Et cum tres termini determinari possint; si quartam proportionalem admittant, erunt omnes quatuor, de quibus quæritur, & si omnes resolutiones patebunt. Facto igitur examine, vt patet in mappa, septem inveniuntur solutiones, videlicet 32. 80. 8. 20, & 80. 50. 80. 50, & 96. 40. 144. 60, & 120. 25. 360. 75, & 128. 20. 512. 80, & 144. 10. 796. 90, & tandem 152. 5. 2888. 75, quæ omnes quæstioni satisfaciunt, neque aliæ esse possunt. integris.

xy.	*az*.	*ya*.	*zb*.
8.	95.		5
16.	90.		10
24.	85.		15
32.	80.	8	20
40.	75.		25
48.	70.		30
56.	65.		35
64.	60.		40
72.	55.		45
80.	50.	80	50
88.	45.		55
96.	40.	144	60
104.	35.		65
112.	30.		70
120.	25.	360	75
128.	20.	512	80
136.	15.		85
144.	10.	796	90
152.	5.	2888.	95

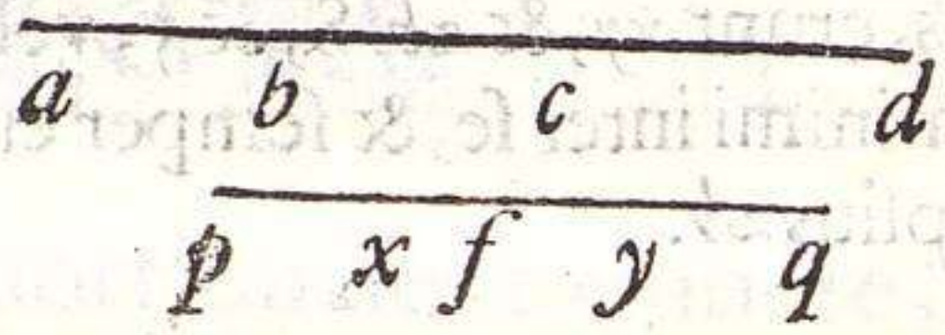
PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. VIII.

DIMINVTA.

Datam rectam *pq* in tres partes dividere in *x*, & *y*, ita vt tria facta sub singulis earum, & singulis datarum *ad.ac.ab* æqualia sint dato plano *g*.



Hoc est tria facta sub *px. ad*, sub *xy. ac*, & sub *yq ab* æqualia facere plano *g*.

ANALYSIS.

Sint igitur. $px:ad + xy:ac + yq:ab \sqsubset\!\Lambda\!\sqsupset g.$

Vel per 1.2.el. $xy:bc + xy:ab.$

Vel per eamdem $px:bd + px:ab.$

Vel per eamdem $px:bd + xy:bc + pq:ab \sqsubset\!\Lambda\!\sqsupset g.$

Ergo solutum, & patet problema esse diminutum, cum nulla sit conditio, vnde altera incognitarum *px.xy* innotescat. Quapropter liberum erit punctum *x* in recta *pq* assignare, ita vt vltima æquatio existat. Determinatio igitur puncti *x* ita fieri potest

Sunt

2010 Ministerio de Cultura

Sunt enim $px:bd + xy:bc + pq:ab \mathrel{-}\Lambda\mathrel{-} g.$

Vel auf. $pq:ab.$ $px:bd + xy:bc \mathrel{-}\Lambda\mathrel{-} g - pq:ab.$

Vel ſi fiat $k.$

Ergo $px:bd - q.\ k.$

Et $px - q.\ k.$

$bd.$

Ergo determinatum eſt punctum x, cum pateat rectam px accipiendam eſſe minorem latitudine proveniente ex applicatione plani k (ideſt differentia plani dati g ſuper rectangulum ſub pq, & ab) ad rectam bd.

CONSTR. & DEMONST.

A dato plano g auferatur rectangulum ſub datis $pq.\ ab$, & reſiduum applicetur ad rectam bd, ſitque latitudo proveniens pf. Dico quodcumque punctum x, inter puncta p, & f acceptum, problema efficere. Deinde à prædicto reſiduo ſubtrahatur rectangulum ſub px, & bd, & remanens applicetur ad rectam bc, & latitudo reſultans erit xy. Itaque rectangula ſub px, & bd, atque ſub xy, & bc æqualia erunt differentiæ, qua planum g ſuperat rectangulum ſub pq, & ab, & addito eodem rectangulo, erunt rectangula ſub px, & bd, atque ſub xy, & bc, vna cum rectangulo ſub pq, & ab, hoc eſt vna cum rectangulis ſub px, & ab, ſub xy, & ab, & ſub yq, & ab æqualia plano g: ſed rectangula ſub px, & bd, atque ſub px, & ab æquantur rectangulo ſub px, & ad, rectangula verò ſub xy, & bc, atque ſub xy, & ab æquantur rectangulo ſub xy, & ac: igitur tria rectangula ſub px, & ad, ſub xy, & ac, & ſub yq, & ab æqualia erunt dato plano g. Quod erat faciendum.

Quod autem px minor debeat eſſe, quam pf ſatis manifeſtum eſt ex prædicta determinatione.

QVÆS-

2010-Ministerio de Cultura

QVÆSTIO DIMINVTA.

Centum perſonæ, ſcilicet viri, fœminæ, & pueri in diverſorio 800 nummos impenderunt. Solvebant ſinguli viri 14, ſingulæ fœminæ, & ſinguli pueri 6 nummos. Quæritur quot viri, fœminæ, & pueri ſeorſim erant?

Hæc quæſtio, ſupponendo quod *pq* valeat 100, *ad* 14, *ac* 9, & *ab* 6, Geometricè per præcedentem analyſim expeditur. At verò Arithmeticè, vt omnes ſolutiones in numeris integris pateant, hoc modo procedere licet.

$\overline{p \quad x \quad y \quad q}$

Dividatur quælibet recta *pq*, quæ valeat 100. in *x*, & *y*, & ſit *px* numerus virorum, *xy* fœminarum, & *yq* puerorum: Ergo

ANALYSIS.

Erunt	$14px + 9xy + 6yq \text{ —Λ— } 800.$
Ideſt per 1, 2. el.	$3xy + 6xy.$
Et per ipſam	$8px + 6px.$
Et per eamdem	$8px + 3xy + 6pq \text{ —Λ— } 800.$
Ideſt quia *pq* eſt 100.	600
Ergo aufer. 600 erit	$8px + 3xy \text{ —Λ— } 200$

Nunc omnes reſolutiones poſsibiles in numeris integris hoc modo examinari, & exhiberi poſſunt.

A

2010 Ministerio de Cultura

A numero remanente 200 auferatur 8 (quia eſt 8 *px*) & à reſiduo iterum 8, & ſi deinceps:

200.

pro *px*.	1.	192.	64. pro *xy*.
	2	184	
	3	176	
	4	168.	56

primus *px*.	1.	4.	7.	10.	13.	16.	19.	22.
ſecund. *xy*.	64.	56.	48.	40.	32.	24.	16.	8.
tertius *yq*.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.

donec duo reſidui numeri multiplices ſint ipſius 3 (quia ex 3*xy*) prima igitur vice habemus 192, qui diviſus per 3 dat 64, quare *px*, & *xy* erunt 1 & 64, vnde *yq* erit 35 complementum ſcilicet ad 100. Quarta autem vice obtinemus 168, qui diviſus per 3 exhibet 56, quare *px*, & *xy* erunt 4, & 56, & *yq*. 40. Ita quidem examen progredi poteſt, ſed longe facilius hoc modo. Primi numeri *px* ſunt duo inventi valores 1, & 4. & progreſsio cum eorum exceſſu 3 dabit 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. Secundi verò numeri *xy* ſunt duo inventi valores 64, & 56; & progreſsio cum eorum exceſſu 8 exhibebit 64. 56. 48. 40. 32. 24. 16. 8. Tertij denique numeri *yq* ſunt duo inventi valores 35, & 40, quorum exceſſus eſt 5, & præſtabit progreſsio 35. 40. 45. 50. 55. 60. 65. 70. & terni correſpondentes quæſtioni ſatisfacient 1. 64. 35, vel 4. 56. 40. &c. Et ecce tibi octo reſolutiones: neque plures erunt in integris.

SCHOLION.

Hæc quidem praxis in multis caſibus arithmeticis locum habet. Quapropter alia placet exempla in medium afferre.

2010 Ministerio de Cultura

EADEM QVÆSTIO IN ALIJS terminis propoſita.

Quidam vult 800 nummos impendere in 100 aves, quarum aliæ 14, aliæ 9, & aliæ 6 nummis conſtant. Quæritur quot aves vnius cuiuſque prætij accipere poſsit?

100.	14.	9.	6.	800	
	8.	3.		600	
				200	
			1	192	64
			2	184	
			3	176	
			4	168	56

primi prætij	1.	4.	7.	10.	13.	16.	19.	22.
Secundi	64.	56.	48.	40.	32.	24.	16.	8.
Tertij.	35.	40.	45.	50.	55.	60.	65.	70.

Differentia inter maximum, & minimum prætium eſt 8, inter medium, & minimum eſt 3. Ergo ſi à numero abſoluto 800 auferatur 600 (productus ex dato numero diſtinguendo 100, & prætio infimo 6) & fiat examen ſubtrahendo ſemper 8, & dividendo per 3. invenientur octo reſolutiones, vt antea, quarum quælibet ſatis facit quæſtioni.

Eodem modo proceditur quamvis prætia ponantur in numeris fractis.

ALIVD

2010 Ministerio de Cultura

ALIVD EXEMPLVM.

24 nummi impensi sunt in 24 aves, quarum aliæ $1\frac{1}{2}$ aliæ 1. & aliæ $\frac{1}{2}$ constant. Quæritur quot aves vniuscuiusque prætij emptæ sunt?

Aves	prætia			Nummi
24.	$1\frac{1}{2}$.	1.	$\frac{1}{2}$.	24.
Differ.	1.		$\frac{1}{2}$.	12. factus à 24 in $\frac{1}{2}$.
				12. residuus.
Elev. per 2.	2.	1.		24.
		1.	22.	22.
		2.	20.	20.

primi prætij	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.
secundi	22.	20.	18.	16.	14.	12.	10.	8.	6.	4.	2.
tertij	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Differentia inter maximum, & minimum prætium est 1. inter medium, & minimum est $\frac{1}{2}$. Si igitur à numero absoluto 24 nummorum auferatur 12, factus ex numero avium 24 in infimum prætium $\frac{1}{2}$, remanebit 12. A quo si auferatur 1, & dividatur residuus per $\frac{1}{2}$, & ita deinceps. Uel (vt fractiones vitentur) si differentiæ 1, & $\frac{1}{2}$, & residuus 12 multiplicentur per 2, & fiant 2. 1. & 24, & subtrahatur semper 2, & dividatur per 1. Vtroque modo invenientur 11 solutiones, vt patet.

2010 Ministerio de Cultura

ALIA QVÆSTIO.

Aurifex triplex habet aurum, primum 22, ſecundum 21, & tertium 18 graduum, ex quibus 40 libras auri 20 graduum vult componere. Quæritur quantum ex vnoquoque aſſumere poſsit ad mixtionem?

Grad.	22.	21.	18.	20
Diff.		4.	3.	40 lib.

800

720. ideſt 40 in 18.

80.

1	76.	
2	72.	24.
3	68.	
4	64.	
5	60.	20.

primi.	2.	5.	8.	11.	14.	17.
ſecundi	24.	20.	16.	12.	8.	4.
tertij	14.	15.	16.	17.	18.	19.

Differentia inter maximum, & minimum gradum eſt 4, inter medium, & minimum eſt 3. Ergo ſi à numero abſoluto 800 (facto ex multiplicatione 40 lib. in 20 grad.) auferatur numeris 720 (factus ex multiplicatione 40 lib. in 18. grad.) & fiat examen auferendo ſemper 4, & dividendo per 3: obtinebimus ſex ſolutiones, videlicet 2. 24. 14, 5. 20. 15, 8. 16. 16, 11. 12. 17, 14. 8. 18, 7. 4. 19. Neque in integris invenientur plures.

SCHO-

2010 Ministerio de Cultura

SCHOLION

Observatu dignam arbitror mirabilem genesim harum progressionum. Prima enim (quæ ad primum gradum, prætium, &c. spectat) procedit per differentiam secundi, & tertij. Secunda vero (quæ ad secundum pertinet) per differentiam primi, & secundi. Tertia denique (quæ ad tertium concernit) per differentiam primi, & secundi.

Hinc manifestum sit secundum examen omitti posse. Nam ex primo, numeri sunt inventi 2. 24. 14. *& cum sciamus excessum, quo progressiones procedere debent, ipsæ institui poterunt.*

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSIT. IX.

DIMINVTA.

Duos numeros integros exhibere, ita vt quadratum maioris æquale sit rectangulo sub ipsis cum rectangulo sub minore, & numero dato 3, vna cum numero plano dato 219. Et quia plures sunt oporteat determinare omnes.

$$\frac{}{a \quad x \quad y}$$

Sint numeri, de quibus quæritur $ay.\ ax.$

ANALYSIS.

Sit igit. $aya \text{ —}\Lambda\text{— } yax + 3ax + 219.$

Et auf. 219. $aya - 219 \text{ —}\Lambda\text{— } yax + 3ax.$

Et partiendo $\dfrac{aya - 216}{ay + 3} \text{ —}\Lambda\text{— } ax.$

Vel facta partitione $ay - 3 \text{ —} \dfrac{210}{ay + 3} \text{ —}\Lambda\text{— } ax.$

Ergo solutum, cum manifestum sit $ay + 3$ partem fore efficientem numeri 210.

2010 Ministerio de Cultura

Dividatur igitur 210 in omnes ſuos efficientes 1,& 210, 2 & 105, 3 & 70,&c. Ergo ſi à ſingulis maioribus, numerus dematur 3 : erunt reſidui 207. 102. 67,&c. valores numeri *ay*.

210		*ay*.	*ax*.
1	210	207	203
2	105	102	97
3	70	67	61
5	42	39	31
6	35	32	23
7	30	27	17
10	21	18	5
14	15		

Et ſi ab ipſis ſigillatim auferatur aggregatum alterius coefficientis correſpondentis, & numeri 3, remanebunt 203. 97. 61,&c. pro valoribus numeri *ax*.

Sunt igitur numeri, de quibus quæritur 207. & 203, vel 102 & 97, vel 67 & 61, vel 39 & 31, vel 32 & 23, vel 27 & 17, vel 18 & 5, vt patet in mappa, & in integris non reperientur plures.

SCHOLION.

In arithmeticis quæſtionibus, arithmeticis operationibus vti licet. In arithmetica commune eſt, quamuis diviſor dividendum non metiatur, partitionem perſequi, & quotum exprimere per numerum integrum cum facto. Pari iure in partitionibns analyticis id ipſum ſæpiſsime fieri poteſt, vnde mirabile compendium oritur ad reſolutiones.

ANA-

Erat

2010 Ministerio de Cultura

Erat igitur dividendus $aya-219$. & divisor $ay+3$, vnde facta partitione, vt patet in mappa, pars integra eſt $ay-3$, & pars fracta $\frac{-210}{ay+3}$, & totus quotus $ay-3-\frac{210}{ay+3}$.

$$\begin{array}{r|l} aya-219 & ay-3 \\ ay+3 & \\ \hline 0.-3ay-219 & \\ \quad ay+3 & \\ \hline 0.-210. & \end{array}$$

& conſtat $ay+3$ partem eſſe efficientem numeri 210, & perſpicuum fit quomodo huiuſmodi quæſtiones reſolvi debeant.

Quando quæritur de maximis, & minimis, nihil aliud petitur, niſi in problematibus, vel quæſtionibus diminutis determinatio maximæ, & minime reſolutionis.

PROPOSIT. X.

IMPOSSIBILIS.

Datas rectas ab, & bc ita dividere in x, & y, vt ſint proportionales $ax.\ xb.\ by.\ yc$, & etiam $ac.\ ay.\ ab.\ ax$.

ANA-

2010 Ministério de Cultura

$\overline{a \quad x \quad b \quad y \quad c}$

ANALYSIS.

Sint igit.prop.	*ax.*	*xb.*	*by.*	*yc.*
Et per compos.	*ax.*	*ab.*	*by.*	*bc.*
Sed etiam S.P.	*ac.*	*ay.*	*ab.*	*ax.*
Ergo ex æquo E.P.	*ac.*	*ay.*	*bc.*	*by.*
Et vt diff.ita 1.ad 1.	*ab.*	*ab.*	*bc.*	*by.*

Ergo solutum, & patet impossibilitas, cum *by* pars, toti *bc* æqualis emergi nequeat.

DEMONSTR.

Dico propositum problema impossibile esse. Si enim fieri potest sint *ab*, & *bc* ita divisæ in *x*, & *y*, vt petitur. Cum igitur sint proportionales *ax. xb. by. yc.* Et per compos. *ax. ab. by. bc*, & etiam sint proportionales *ac. ay. ab. ax*: erunt ex æquo proportionales *ac. ay. bc. by*; sed vt differentiæ ita est vnus ad vnum: ergo vt *ab* ad *ab*, ita erit *bc* ad *by*: ergo *bc*, & *by* erunt æquales pars, & totum, quod est absurdum. Ergo impossibile erit propositum problema. 14.5.cl

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XI.

IMPOSSIBILIS.

Duas rectas invenire, quarum quadrata simul sumpta æqualia sint rectangulo sub ijsdem rectis comprehenso.

Sint rectæ quæsitæ *ax*. *ay*.

a — *x* *y*

ANALYSIS.

Sint si fieri potest $axa + aya - \Lambda - yax$.

Ergo erit $ya + q.\ axa$.

Et deprim. per *ax*. $ay + q.\ ax$.

Sed etiam erit $yax + q.\ aya$.

Et deprim. per *ay*. $ax + q.\ ay$.

Ergo cum *ax* non possit maior, & minor esse quam *ay*, patet impossibilitas, & eodem modo demonstratur.

DEMONSTR.

Dico propositum problema esse impossibile si enim fieri potest sint rectæ, de quibus quæritur *ax*, & *ay*, quarum quadrata *axa*, & *aya* æqualia sint rectangulo sub ijsdem, nempe *yax*: ergo rectangulum *yax* maius erit sua parte, nempe quadrato *ax*, & deprimendo per *ax*: erit *ay* maior quam *ax*; sed etiam *yax* rectangulum maius est sua parte, videlicet quadrato *ay*: ergo deprimendo per *ay*, erit *ax* maior quam *ay*; sed erat minor antea: ergo impossibile erit quod eodem tempore sit maior, & minor. Impossibile igitur erit problema. Quod erat ostendendum.

PRO-

2010 Ministerio de Cultura

PROPOSITIO XII.

IMPOSSIBILIS.

Datis rectis *ab. bc. cd*, quarum *ab* sit maior quam *cd*: oportet dividere *bc* in *x*, ita vt rectangula *abx*, & *xcd* simul sumpta æqualia sint rectangulo *bcd*.

a *b* *x* *c* *d*

ANALYSIS.

Sint igitur *abx* + *xcd* —∧— *bcd*.
Ergo auf. *xcd* erit *abx* —∧— *bcd* — *xcd*.
Idest per 1.2.el. *abx* —∧— *bx:cd*.
Ergo per 1.6.el. *ab* —∧— *cd*.

Ergo solutum, & patet problema impossibile esse, propterea, quod *ab* ponatur maior, quam *cd*. Quod à principio, vel à fine analyseos demonstratur.

DEMONSTR

Dico problema propositum esse impossibile. Si enim fieri potest sit *bc* divisa in *x*, ita vt rectangula *abx*, & *xcd* æqualia sint rectangulo *bcd*: ergo auferendo rectangulum *xcd*, erit *abx* rectangulum æquale differentiæ rectangulorum *bcd*, & *xcd*, idest rectangulo sub *bx*, & *cd*: ergo *ab* æqualis erit ipsi *cd*; sed ponitur maior: ergo impossibile erit

2010 Ministerio de Cultura

problema, Quod erat oſtendendum.

a ——— *b x c d*

ALITER.

Cum enim *ab* ponatur maior, quam *cd*, erit rectangulum ſub *ab*, & *bx* maius rectangulo ſub *bx*, & *cd*, & addito rectangulo *xcd*, erunt rectangula *abx*, & *xcd* rectangulis ſub *bx*, & *cd*, atque ſub *xc*, & *cd*, hoc eſt rectangulo *bcd* maiora; ſed ponuntur æqualia: ergo impoſsibile, &c.

PROPOSIT. XIII.

IMPOSSIBILIS.

Datam rectam *ac* vtcumque diviſam in *b*, rurſus ſecare in *x* inter *b*, & *c*, ita vt rectangulum *axb* cum quadrato *xc* æquale ſit rectangulo *bxc*.

a *b* *x* *c*

ANALYSIS.

Sint igitur *axb* + *xcx* — A — *bxc*.
Ergo *bxc* + q. *axb*.
Et deprim. per *bx*. *xc* + q. *ax*.
Sed etiam eſt *bxc* + q. *xcx*.
Et deprim. per *xc*. *bx* + q. *xc*.
Ergo *bx* + q. *ax*.

Quod eſt impoſsibile, cum punctum *x* ponatur inter *b*, &c.

DE-

2010 Ministerio de Cultura

DEMONSTR.

Dico propoſitum problema eſſe impoſsibile. Si enim fieri poteſt, ſit *bc* ita diviſa in *x*, vt rectangulum *axb* cum quadrato *xc* æquale ſit rectangulo *bxc*. Ergo rectangulum *bxc* maius erit ſua parte, nempe rectangulo *axc*, & deprimendo per *bx*, erit *xc* maior quam *ax*. Sed etiam rectangulum *bxc* maius eſt ſua parte, videlicet quadrato *xc*, & deprimendo per *xc*, erit *bx* maior quam *xc*; ſed *xc* erat antea maior quam *ax*: ergo *bx* multo maior erit quam *ax*. Quod eſt abſurdum, ponitur enim punctum *x* inter *b*, & *c*. Impoſsibile igitur, &c. Quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XIV.

DE NVMERIS QVADRATIS.

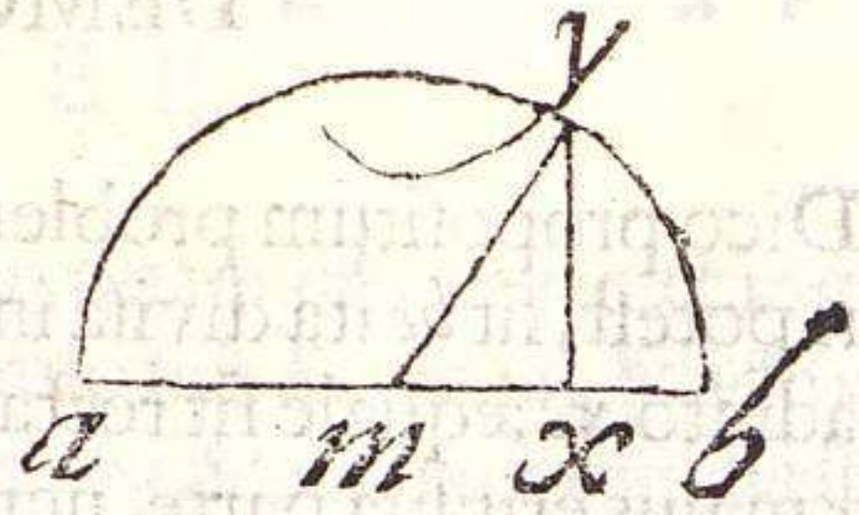
Duos numeros invenire, quorum quadrata, vel numerum quadratum componant, vel numero quadrato differant.

Vide R. P. Clauiũ ad prop. 29 lo. el.

Sint

2010 Ministerio de Cultura

Sint in triangulo rectangulo *mxy* duo numeri, de quibus quæritur, vel *mx*, & *xy*, quorum quadrata quadratũ *my* componunt, vel *my*, & *mx*, quorũ quadrata quadrato differunt *xy*. Centro *m* intervallo *my* semicirculus describatur *ayb*.



ANALYSIS, ET SYNTHESIS.

Cum igitur numeri *my*. *mx*. *xy*: debeant esse rationales: perspicuum fit numeros *ax*, & *xb* constituendos esse quadratos (idest in ratione duorum quadratorum) Itaque ipsorum semisumma, & semidifferentia *my*, & *mx*, ideſt *mb*, & *mx* rationales erunt, & etiam rationalis erit numerus *xy*, vtpote radix illius numeri quadrati ex multiplicatione geniti numerorum *ax*, & *xb*, qui quadrati ponuntur. Ergo si pro *ax*, & *xb* duo numeri assumantur quadrati 1. & 9 (hoc est, si rigor arithmeticus servandus sit, duo numeri laterales 1, & 9, in ratione duorum numerorum quadratorum 1, & 9) erunt ipsorum semisumma, & semidifferentia 5, & 4 valores ipsorum numerorum *my*, & *mx*, eritque 3, valor ipsius *xy*, radix videlicet producti sub 1. & 9, vel (quod in idem recidit, & facilius expeditur) numerus factus ex multiplicatione radicum 1, & 3 quadratorum 1, & 9. Ergo numeri 5. 4. 3. erunt de quibus quæritur, nam quadrata ipsorum 4, & 3. quadratum componunt 25, & quadrata ipsorum 5, & 4 quadrato differunt 9. Et sic invenientur plurimi, & non ipsi tantum, sed omnes in eorum proportione etiam satisfacient quæsito.

Prop. 7. Introd.

CO-

2010 Ministerio de Cultura

COROLLARIVM.

Hinc facile geneſis exhiberi poterit omnium huiuſmodi numerorum quadratorum in numeris integris. Nam ſi exponantur omnes numeri quadrati, & aſſumantur bini, quorum ſumma, & differentia numeri ſint inter ſe primi: erunt ipſa ſumma, & differentia, & duplum facti ſub radicibus quadratorum, qui aſſumuntur numeri quæſiti, & ſic geneſis omnium innoteſcet.

Exponantur omnes numeri quadrati 1. 4. 9. 16. &c. quorum radices 1. 2. 3. 4. &c. Si igitur aſſumantur 1. & 4, exhibebunt pro ſumma, & differentia, & duplo facto ſub ipſorum lateribus, ſive radicibus, 5. 3. 4. Si aſſumantur 4, & 9. dabunt 13. 5. 12. Si aſſumantur 1, & 16. dabunt 17. 15. 8. Si aſſumantur 9, & 16. dabunt 25. 7. 24. Et ſic omnium geneſis manifeſta fit. Et non ſolum ipſi quæſito ſatisfaciunt; ſed omnes etiam in ipſorum proportione.

1.	2.	3.	4 &c.
1.	4.	9.	16 &c.
5. 3. 4,	13. 5. 12,	17. 15. 8.	&c
		25. 7. 24.	

SCHOLION.

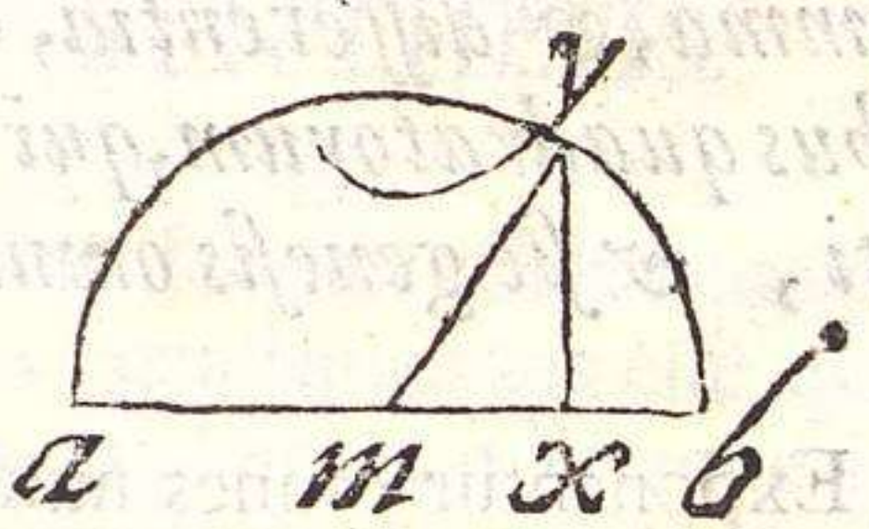
Ex hac propoſitione ſequentes praxes manifeſtæ fiunt.

PRA-

2010 Ministerio de Cultura

PRAXIS PRIMA.

Omnes numeros integros quadratos inveni re, qui bini ſumpti dato numero quadrato integro differant.



Perſpicuum eſt, ſi datus ſit numerus quadratus *xy*, ipſius coefficientes eſſe *ax*, & *xb*, quorum ſemiſumma, & ſemidifferentia *my*, & *mx* erunt, de quibus quæritur. Ergo ſi numerus quadratus datus dividatur in omnes ſuos efficientes: ſemiſumma, & ſemidifferentia binorum coefficientium quæſito ſatisfacient, & ſic omnes ſolutiones patebunt.

Sit iam datus numerus quadratus 144, & oporteat omnes quadratos numeros exhibere, qui bini ſumpti differant dato 144.

Dividatur 144 in omnes ſuos efficientes 1, & 144, 2 & 72, 3 & 48, 4 & 36, 6 & 24, 8 & 18, 9 & 16. (12 & 12 quia nihilo differunt, non ſerviunt.) Aſsignentur ſumma, & differentia binorum coefficientium, 145 & 143, 74 & 70, 51 & 45, &c. & accipiantur ſemiſſes earum, quæ pares ſint 37 & 35, 20 & 16, 15 & 9,

		144.			
145.	1.		144.	143.	
37.	74.	2.	72.	70.	35
	51.	3.	48.	45.	
20.	40.	4.	36.	32.	16
15.	30.	6.	24.	18.	9
13.	26.	8.	18.	10.	5
	25.	9.	16.	7.	

2010 Ministerio de Cultura

9, 13 & 5, vt patet in mappa, & ecce quatuor ſolutiones, nam quadrata numerorum 37 & 35, ſive 20 & 16. ſive 15 & 9, ſive 13 & 5, quadrato differunt 144, neque in integris invenientur plures.

Si ſemiſſes accipiantur imparium, vel ſi coefficientes admittantur fracti: ſolutiones in infinitum procedent.

ALITER

Quoniam igitur numeros integros quærimus, brevius res expedietur, ſi quadrans numeri quadrati dati ſit integer, & in ſuos efficientes dividatur. Nam ſumma, & differentia binorum coefficientium ſolutionem exhibebunt.

Si igitur 36 quadrans quadrati dati 144 dividatur in ſuos efficientes

	144	
	36	
1 & 36, 2 & 18,		
3 & 12, 4 & 9.	37 . 1	36 . 35.
erunt ſumma, &	20 . 2	18 . 16.
differẽtia coef-	15 . 3	12 . 9.
ficientium 37 &	13 . 4	9 . 5.

35, 20 & 16, 15 & 9, 13 & 5, vt antea, de quibus quærebatur.

Si quadrans quadrati dati fuerit fractus, prima operatio erit inſtituenda.

COROLLARIVM.

Hinc manifeſtus fit modus conſtituendi triangula, quorum latera ſint rationalia, & integra Nam ſi pro perpendiculo numerus (ex.g.) ponatur 12, facta operatione prædicta, aſſumi poterunt pro

2010 Ministerio de Cultura

vno latere & ſegmento baſis contermino bini coefficientes ſive 37 *&* 35, *ſive* 20 *&* 16 *&c. & pro reliquo latere, & ſegmento contermino alij duo coefficientes. Itaque triangulum poterit conſtitui in altitudine* 12, *cuius latera ſint* 37 *&* 20 *& ſegmenta baſeos* 35 *&* 16, *ſive* 37 *&* 15 *& ſegmenta* 35 *&* 9, *ſive* 37 *&* 13, *& ſegmenta* 35 *&* 5, *ſive* 20 *&* 15, *& ſegmenta* 16 *&* 9, *ſive* 20 *&* 13, *& ſegmenta* 16 *&* 5, *ſive* 15 *&* 13 *& ſegmenta* 9 *&* 5. *Et totidem triangula in altitudine* 12 *conſtitui poterunt oxygonia , & totidem ambligonia. Quia ſi determinatis ſegmentis baſeos, ipſorum ſumma accipiatur pro baſe, triangulum oxygonium efficietur, ambligonium vero ſi pro baſe ipſorum ſegmentorum aſſumatur differentia.*

PRAXIS SECVNDA.

Omnes numeros integros quadratos invenire, qui bini ſumpti numero dato differant non quadrato.

Hæc praxis ſecunda idem habet fundamentum ac prima , concipiendo pro quadrato ipſius xy nnmerum planum datum non quadratum.

Sit

2010 Ministerio de Cultura

Sit datus numerus 168. cuius quadrans 42 divida turni ſuos efficientes 1 & 42, 2 & 21, 3 & 14, 6 & 7, & ſumma, & differentia coefficientium, erunt 43, & 41, 23 & 19, 17 & 11, 13 & 1, & quatuor emergunt ſolutiones. Nam quadrata numerorum ſive 43 & 41, ſive 23 & 19, ſive 17 & 11, ſive 13 & 1 dato numero differunt 168. Vt oportebat.

168			
42			
43.	1.	22.	41.
23.	2.	41.	19.
17.	3.	14.	11.
13.	6.	7.	1.

Si quadrans numeri plani dati ſit fractus ad primam operationem praxis primæ recurrendum erit.

COROLLARIVM I.

Ex prædictis facile ſolvitur ſequens quæſtio.

QVÆSTIO DIMINVTA.

Quæritur numerus, ita vt ſi ipſi addatur 97, & ab ipſo auferatur 23; compoſitus, & reſiduus ſint numeri quadrati.

2010 Ministerio de Cultura

Perſpicuum eſt numeros quadratos, de quibus quæritur, inter ſe differre 120, aggregato videlicet datorum 97 & 23. Igitur ſi 30 quadrans ipſius 120 in ſuos efficientes dividatur 1 & 30, 2 & 15, 3 & 10, 5 & 6 ſumma, & differentia coefficientium exhibebunt 31 & 29, 17 & 13, 13 & 7, 11 & 1, quorum quadrata 961 & 841, 289 & 169, 169 & 49, 121 & 1. Et ſi à quadratis aggregatotum 961, 289, 169, 121 auferatur 97; vel ſi quadratis differentiarum 841. 161. 49. 1 addatur 23: erunt ſive reſidui, ſive compoſiti 864. 192. 72 & 24. quorum quilibet ſatisfacit quæſito, & in integris non reperientur plures.

97
23
120
30

864.	961.	31.	1		30.	29.	841.	864.
192.	289.	17.	2		15.	13.	169.	192.
72.	169.	13.	3		10.	7.	49.	72.
24.	121.	11.	5		6.	1.	1.	24.

Si quadrans aggregati numerorum datorum non fuerit integer, ad operationem primam praxis primæ confugiendum erit.

COROLLARIVM II.

Hinc etiam colligitur modus inveniendi binomium primum.

Cum enim binomium primum ex numero & radice componatur, dummodo numerus maior ſit radice, & differentia potentiarum vtriuſque numerus ſit quadratus: perſpicuum eſt, binomium primum quærere, nil aliud eſſe, quam duos numeros quadratos invenire, qui numero non quadrato differant. Itaque ſi pro parte radicali determi-

2010 Ministerio de Cultura

minetur (v.g.) √ 168, & quadrans ipsius plani 168, nempe 42 in suas efficientes dividatur: erunt aggregata coefficientium 43. 23. 17. 13, & quilibet eorum pars erit rationalis, quæ cum √ 168 binomium primum constituet.

Apotome prima, sive residuum primum differentia est ipsarum partium, quibus binomium primum conficitur. Itaque si binomium primum accipiatur 17 + √ 168 : *apotome prima erit* 17 — √ 168. *Vnde perinde erit binomium, ac apotomen quærere.*

Quod si genesin binomij primi determinare oporteat.

Exponãtur omnes numeri quadrati 1. 4. 9. 16. &c. quorum radices 1. 2. 3. 4. &c. & sub singulis quadratis annotentur differentiæ, quibus ipsum quadratum quadrata superat antecedentia (exclusis differentijs, quæ numerum exhibent quadratum) & manifesta fit genesis, de qua quæritur, vt patet in mappa.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9. &c.
1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81, &c.
	3.	8.	15.	24.	35.	48.	63.	80. &c.
		5.	12.	21.	32.	45.	60.	77. &c.
			7.	16.	27.	40.	55.	72, &c.
				9	20.	33.	48.	65. &c.
					11.	24.	39.	56. &c
						13.	28.	45. &c.
							15.	32, &c.
								17, &c.

Si enim pro parte rationali binomij primi accipiatur (v.g.) 6, pars radicalis erit √ 35, sive √ 32, sive √ 27, sive √ 20, sive √ 11. & sic de cæteris.

Contemplator quæso mirabilem ordinem progressionum quomodocumque ipsas perpendas.

Si verò data parte rationali (v.g.) 8. determinare oporteat omnes partes radicales, quæ cum dato 8. binomium primum

2010 Ministerio de Cultura

mum constituant. Duplum ipsius 8 nempe 16 dividatur in omnes suas partes componentes

1 & 15, 2 & 14, 3 & 13, 4 & 12, &c. & multiplicatis binis partibus inter se, & extrahendo radices invenientur √15. √.28. √.39. √48. √55. √.60. √.63, & quælibet earum cum dato numero 8. binomiũ constituet primum, & in integris non erunt plures.

8.
16.
1 . 15. √15.
2 . 14. √.28.
3 . 13. √.39.
4 . 12. √48.
5 . 11. √55.
6 . 10. √.60.
7 . 9. √63.

Si accipiantur radices binarum partium componentium, binomium efficietur, quod radix erit binomij determinati. v.g. determinatum iam sit binomium $8+\sqrt{60}$, erit inquam ipsius radix, binomium $\sqrt{5}+\sqrt{3}$. Compositum quidem ex radicibus numerorum 5 & 3, qui semisses sunt partium componentium 10 & 6, & sic de reliquis.

PRAXIS TERTIA.

Duos numeros planos similes invenire, qui numero quadrato differant.

Numeri plani similes dicuntur, multiplices, seu submultiplices quadratorum. Ergo si duo numeri quadrati quorum differentia non sit numerus quadratus, multiplicentur per ipsorum differentiam, numeri facti erunt plani similes, quorum differentia erit numerus quadratus. Itaque numeri quadrati 4 & 1, multiplicati per ipsorum differentiam

4 . 1.
3.
12 . 3.
9 . 4.
5.
45 . 20.

2010 Ministerio de Cultura

tiam 3 exhibebunt 12 & 3 pro planis quæsitis, & eodem modo 9 & 4 per differentiam 5 dabunt 45 & 20, & sic in infinitum.

Numeri plani similes hanc sortiuntur naturam quadratorum, videlicet, quod inter se multiplicati, aut diuisi semper factum, aut quotum exhibeant quadratum. Hinc ratio patet multiplicandi quadratos per ipsorum differentiam, vt plani similes eueniant.

COROLLARIVM.

Hinc manifestus fit modus inueniendi binomium secundum, quod ex radice componitur, & numero, ita vt pars radicalis maior sit parte rationali, & radix differentiæ potentiarum partium longitudine sit commensurabilis cum parte radicali. Itaque binomium secundum quærere, idem est, ac duos numeros planos similes inquirere, qui numero differant quadrato, vnde facta operatione antecedente, erit radix quadrati maioris multiplicati per diffentiam amborum pars maior, & ipsa differentia pars minor. prop. 50 10. cl.

Expositis igitur quadratis 4 & 1. binomium secundum exurget √ 12 + 3. Expositis 9 & 4. emerget √ 45 + 5. Et ita deinceps. Vbi notandum est, radicem quadrati minoris multiplicati per differentiam quadratorum, commensurabilem esse cum parte maiore, vt √ 3 in primo exemplo cum parte maiore √ 12, & √ 20 in secundo cum maiore parte √ 45, &c.

4 . 1.
3
√ 12 + 3. bin. 2.
9 . 4
5
√ 45 + 5. bin. 2.

Hinc

2010 Ministerio de Cultura

Hinc facile erit geneſin binomis ſecundi oſtendere.

SCHOLION.

Profecto antiqui magno labore tractabant radicales. Recentiores vero conſervando radices in ſuis minimis terminis operationes reddunt facillimas. Illi quidem ſi multiplicare oportebat 3 per √2, quadrata partium 9 & 2 multiplicabant, & radicem facti, nempe √18 pro facto proferebant. Hi vero inſinuatione multiplicationis contenti, partes coniungunt, & pro facto 3√2 exhibent, hoc eſt ter √2. Immo radicem quamlibet, cum id fieri poteſt, ad minimam denominationem reducunt, deprimendo planum, cuius eſt radix, per maximum quadratum, quod ipſum metiri poteſt. Itaque √50, deprimendo planum 50 per quadratum 25, ad 5√2 reducunt, & loco √50, iure merito 5√2 vſurpant.

Quocirca notare oportet radices quadratas vel inter ſe eſſe primas, vel compoſitas, quemadmodum numeri, primi ſunt inter ſe, vel inter ſe compoſiti. Itaque √2. 2√2. 3√2. 4√2. 5√2, &c. (quas antiqui √2. √8. √18. √32. √50. &c. in tota ſua denominatione conſervabant) eſſe inter ſe compoſitas, hoc eſt lon-

2010 Ministerio de Cultura

longitudine commensurabiles, plane indicant.

Præterea observare oportet, quemadmodum omnis numerus omni radici incommensurabilis est longitudine, ita similiter omnem radicē omni radici, si vtraque in sua minima denominatione posita eamdem denominationem non habuerit, incommensurabilem esse, vt sunt √2 & √3. &c. Et idem intelligendum est de radicibus diversæ speciei.

Ex prædictis facillis colligitur modus inveniendi omnes partes radicales, quæ cum data parte rationali binomium secundum constituant.

Sit data pars rationalis 15. quæruntur, &c. Quadratum 225 ipsius 15 dividatur in omnes suos efficientes 1 & 225, 3 & 75, 5 & 45, 9 & 25, 15 & 15, & (neglectis coefficientibus 1 & 225, 9 & 25, quia sunt numeri quadrati) ex binis coefficientibus dividatur maior in omnes suos efficientes, & dimidium aggregati ipsorū multiplicatum per √. coefficientis minoris, pars erit radicalis, de qua quæritur, & ita innotescēt omnes.

Sunt quadrati 225 coefficientes 3 & 75, quorum maior 75 divisus in suos efficientes exhibet 1 & 75, 3 & 25, 5 & 15, quorum aggregata sunt 76. 28. 20, & semisses multiplicatæ per √ coefficientis minoris, nempe √3, sunt 38 √3. 14 √3. 10 √3, quarum quælibet satisfacit quæsito. Et facta eadem operatione cum reliquis coefficientibus 5 & 45, 15 & 15, vt patet in mappa, erunt omnes partes radicales, de quibus quæritur 38 √3. 14 √3. 10 √3. 23 √5. 9 √5. 7 √5. 8 √15. 4 √15.

225
1 225
3 75
1 . 75. 76. 38 √3
3 . 25. 28. 14 √3
5 . 15. 20. 10 √3
5 45.
1 . 45. 46. 23 √5
3 . 15. 18. 9 √5
5 . 9. 14. 7 √5
9 25.
15 15
1 . 15. 16. 8 √15
3 . 5. 8. 4 √15.

2010 Ministerio de Cultura

quarum quælibet cum dato numero 15 binomium ſecundum conſtituet. Neque in integris reperientur plures.

Nota ſi exempli gratia pro parte maiore accipias 10 √3. & binomium ſit 10 √3 + 15, vel in tota ſua denominatione √300 + 15: radicem differentia potentiarum partium eſſe 5 √3. vel in tota ſua denominatione √75, ſemiſſem videlicet differentiæ coefficientium 5 & 15 multiplicatam per √3. & ſic de reliquis.

Hinc manifeſtus fit tibi ordo huius operationis, ſunt enim 10 & 5 ſemiſſes aggregati, & differentiæ coefficientium 5 & 15, quorum quadrata 100, & 25 plano differunt 75, quare omnibus per 3 multiplicatis plana 300. & 75 quadrato dato 225 differunt, & ſic de reliquis.

Sufficiens quidem ſpecimen libri 10. *elem. dedimus, qui totus circa compoſitionem, & diviſionem magnitudinum, ſive longitudine tantum, ſive longitudine, & potentià incommenſurabilium verſatur. Vt quiſque ex prædictis reliquas ex binis nominibus, aliaſque magnitudines, de quibus ibi agitur, ſecundum præſcriptas conditiones (quæ omnes diminutæ ſunt) inquirere poſsit. A quo nos etiam vltro abſtinemus, quia hac de re plura habemus in noſtra Arithmetica, quæ nondum prelum ſubiuit. Et quemadmodum prædicto libro ea Euclides, quæ ad plana pertinebant, finiuit, ita & nos reſolutioni problematum planorum finem imponimus.*

D. O. M.

Omnis laus, honor, & gloria.

APPEN-

2010 Ministerio de Cultura

APPENDIX.

ANalysis nostra circa trigonometriam æquè facilè; immo facilius, quam circa geometriam versatur, neque aliter vniversalis dici mereretur. Quanto labore Veteres hac in re insudaverint, & quanto studio Recentiores communem trigonometriam eò vsque promoverint, vnde *datis tribus partibus* triangulum resolvi possit: ijs, qui Authores per legerunt, satis est notum. Vlterius nos progredimur, nostra enim Analysis trigonometrica *datis in vnoquoque triangulorum tribus quibuscumque conditionibus* mappam statuit, per analogias arguit, brevissimis lineis problema solvit, & per logarithmos calculum instituit. Dum tandem, favente tempore, typis mandatur, vnum, vel alterum exemplum (quoad calculum) curiosis porrigere placet.

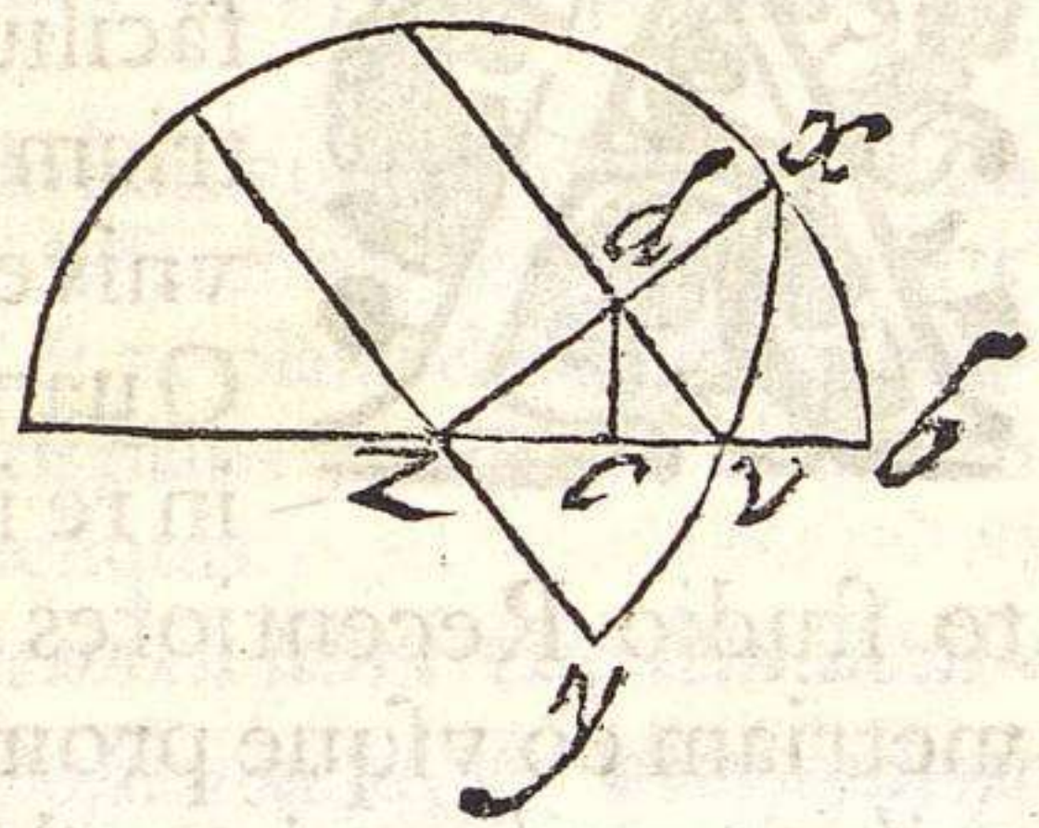
2010 Ministerio de Cultura

APPENDIX

PROPOSITIO I.

Data altitudine aſtri in circulo horæ ſextæ, elevationem poli inveſtigare, quæ declinationem aſtri differentiæ aſcenſionali exhibeat æqualem.

Datur altitudo aſtri in circulo horæ ſextæ, nempe arcus *cd* g. 10. Quæritur altitudo poli *bx*, quæ declinationem aſtri *yv* æqualem reddat differentiæ aſcenſionali *zy*.



Analyſis noſtra quar ta argumẽtatione problema ſoluit, & hanc operationem inſtituendam docet.

OPERATIO.

Sin. 2. g. 10. eſt	9.99335 in logarithmis.
Quadratum	19.98670
Dividatur per 2.	0.30103
Vt ergo dimid. quadr.	19.68567
Ad quad. Radij	20.00000
Ita *ſin.* g. 10.	9.23967
Ad *ſin.* arcus	9.55400
Cuius *ſin.* 2. eſt	9.97020
Erat dimid. quad.	19.68567, & naturale 48493 in Radiũ
Ergo agg: dempto Rad.	19.65587, & naturale 45269 in Rad.
Ergo	19.97205. pro ſumma 93762 in Rad.
Cuius V eſt	9.98602. *ſin.* 2. g. 14. 27. pro *yv*, vel *zy*.
Ergo	18.50897 pro diff. 03224 in Rad.
Cuius V eſt	9.25443. *ſin.* 2. g. 79. 39. pro *yv*, vel *zy*.

Eſt igitur declinatio aſtri *yv*, ſive differentia aſcenſionalis *zy*. tam g. 14. 27, quam g. 79. 39. Vnde quoniam altitudo in circulo horæ ſextæ eſt data g. 10, ſi accipiantur

pro

2010 Ministerio de Cultura

pro declinatione g. 14. 27. in triangulo *zcd* innotescet altitudo poli *bx*, de qua quæritur g 44. 6; si verò pro declinatione sumantur g. 79. 39. erit altitudo poli g. 10. 10. Idem obtinetur positis in triangulo *zyv* tam pro *zy*, quam pro *yv* iam g. 14. 27. iam g. 79. 39.

Constat igitur problema duas admittere solutiones. Nam altitudo poli tam g. 44. 6. quam g. 10. 10. quando sydus in circulo horæ sextæ elevatum fuerit g. 10. æqualem exhibebit declinationem syderis differentiæ ascensionali. Sed secunda resolutio soli non convenit, cum maxima ipsius declinatio sit g. 23. 30. Et notare oportet problema impossibile esse, quando logarithmus, qui *sin.* 2. est declinationis, maior appareat radio.

In exemplis nostræ trigonometriæ, operationibus ad proximum minutum contenti sumus, qui maiorem voluerit exactionem secundis uti poterit Itaque quia valorē naturalem determinare oportet logarithmi 19. 68567, *ipse per Radium deprimitur, & remanet* 9. 68567, *qui quæsitus in tabulis sinuum exhibet pro valore naturali* 48493, *unde, utroque per Radium multiplicato, logarithmi* 19. 68567. *valor est naturalis* 48493 *in Radium. Et eodem modo logarithmus* 19. 97205. *accipitur pro summa* 93762 *in Rad. quærendo logarithmū* 9. 97205, *qui respōdet in tabulis summæ naturali* 93763, *& multiplicando per radium, &c.*

Præterea notandū quoniam in qualibet analogia logarithmica, primus terminus auferri debet à summa 2. *&* 3. *ut quartus appareat, id ipsum obtineri aggregando cum* 1. *&* 2. *termino cōplementum ad* 10 *primi numeri qui locum unitatis habet*

in

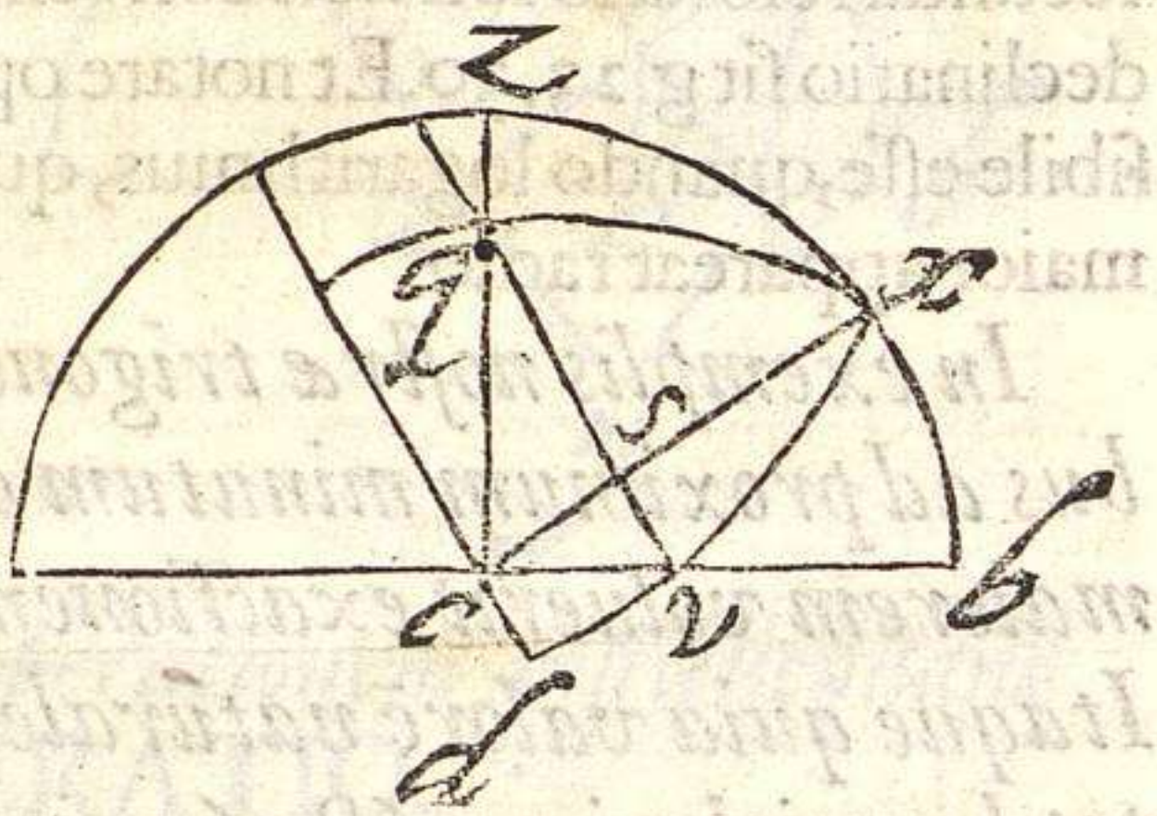
2010 Ministério de Cultura

in primo termino, & complementum ad 9 reliquorum, & negligendo vnum Radium ad vltimum collectionis.

PROPOSITIO II.

Data horà ortus Astri, dataque eius altitudine in verticali primario: elevationem poli, & declinationem Astri perscrutari.

Datur ortus Astri in hora quarta, nempe arcus *cd*. g. 30, & altitudo ipsius in verticali primario, videlicet arcus *cq* ponitur g. 22. quæritur altitudo poli *bx*, & declinatio Astri *dv*.



Analysis nostra quartà argumentatione problema solvit, & hanc ostendit operationem.

OPERATIO.

Sin. 2.g.22.est	9.96716 in logarithmis
Quadratum	19.93432
Dividatur per 2.	0.30103
Vt igit.dimid.quadr.	19.63329
Ad factum sub *sin.* g. 22.	9.57357
Et *sec.* 2.g.30.	10.30103
Ita Radius	10.00000
Ad *tan.* arcus	10.24131
Cuius *secans* est	10.30322
Erat dimid.quadr.	19.63329, & naturale 42972 in Rad.
Aggreg.dempto Rad.	19.93651, & naturale 86419 in Rad.
Ergo	19.63793 pro diff. 43447 in Rad.
V.est	9.81896 *tan.* 2.g.56.37 pro *bx*. Est

2010 Ministerio de Cultura

Eſt igitur altitudo poli, de qua quæritur g 56.37, vnde, quia arcus *cd* eſt datus, triangulum *cdv* exhibebit pro arcu *dv*, ideſt pro declinatione Aſtri g. 18.14. Vel quia datur arcus *cq*, triangulum *zqx* dabit pro complemento arcus *qx*, nempe pro declinatione Aſtri g. 18.14. quæ cum eadem ſit vtroque modo quæſita comprobat calculum.

PROPOSIT. III.

Dato angulo verticis, datiſque differentià laterum, & differentia angulorum ad baſim: triangulum ſphæricum exhibere.

Eſto triangulum *x y*, de quo quæritur. Angulus *a* ponitur g. 80. Differentia laterum *xa*. *ya*. g. 16. Differentia angulorũ ad baſim *x*. *y*. g. 40.



Analyſis noſtra ſeptima argumentatione ſolvit problema, & hanc docet operationem.

OPERATIO.

Vt *tan*. g. 20. ſemidiff. ang. ad baſim	9.56106
ad *ſin*. g. 16. diff. laterum	9.44037
Ita *tan*. 2. g. 40. ſemianguli verticis	10.07618
ad *k*	9.95549
Vt prædicta *tan*. g. 20.	9.56106
ad *k*	9.95549
Ita prædicta *tan*. 2. g. 40.	10.07618
ad *f*.	10.47061
Eſt *tan*. g. 8. ſemidiff. laterum.	9.14780
Ergo aggregatum logarithmorum	19.61841
& diviſum per 2.	0.30103
Erit dimidium aggregati	19.31738
Et *V*.	9.65869

pro

2010 Ministerio de Cultura

Pro *sin.* g.27.7, vel g.152.53.semisumma laterum.
Est g. 8. g. 8. semidifferentia.
Ergo sum.& diff.g.35.7. & g.19.7. vel g.160.53. & g.144.53. Erunt latera trianguli quæsiti.

Duo igitur triangula constitui poterunt sub angulo verticali g.80. Vnius erunt latera *ay*,& *ax* g.35.7.& g.19.7.alterius vero latera *ax*,& *ay* erunt g.160 53.& g.144.53, quibus cognitis per communem trigonometriam reliquæ partes vtriusque trianguli determinari poterunt. Nos autem brevius pro angulis primi triãnguli invenimus pro *x*. g.72.59. pro *y*.g.32.59.Et pro angulis secundi, pro *x*. g.107. 1. pro *y*. g.147.1, & pro base vtriusque g. 36. 20. Et perspicuum fit latera, & angulos ad basim vnius complementa esse ad semicirculum laterum,& angulorum ad basim alterius.

SCHOLION.

Prædictam operationem ad hanc analogiam revocare licet.

ANALOGIA.

Vt quadratum *tan.*semidifferentiæ angulorum ad basim.
Ad quadratum *tan.* 2.semianguli verticis.
Ita est rectangulum sub *sin.*differentiæ laterum, & *tan.* semidifferentiæ ipsorum.
Ad duplum quadratum semisummæ laterum.

Vnde cognitis semisummà, & semidifferentià laterum,ipsa latera innotescent,vt anteà.

FINIS.

2010 Ministerio de Cultura

BIBLIOTECA
DEL
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

BIBLIOTECA
DEL
OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

2010 Ministerio de Cultura

BIBLIOTECA
DEL
REAL OBSERVATORIO DE S. FERNANDO

2010 Ministerio de Cultura

Impr. 1763/17

2010 Ministerio de Cultura

2010 Ministerio de Cultura

Real Observatorio de la Armada
BIBLIOTECA

00751

.....

2010 Ministerio de Cultura