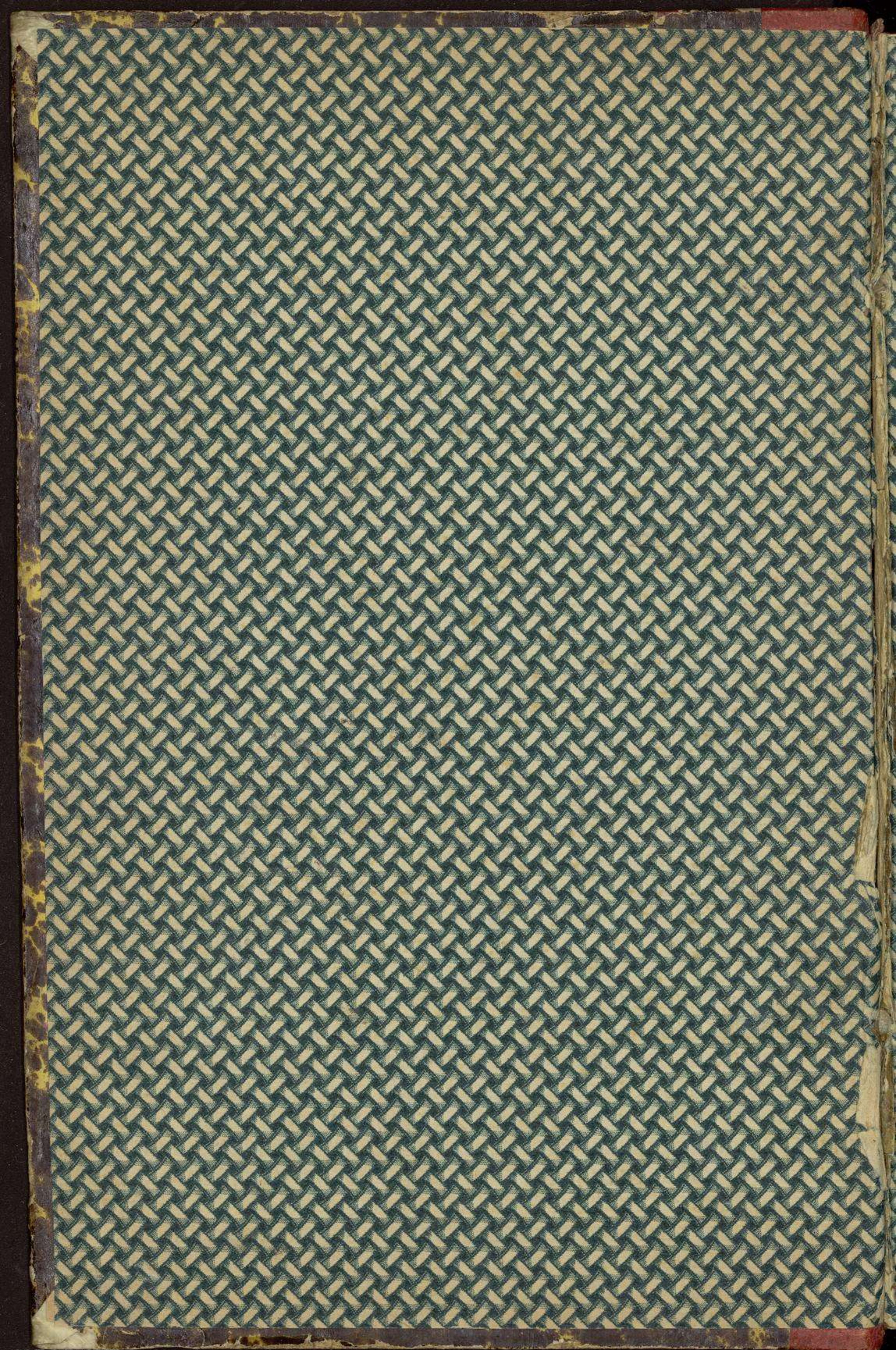
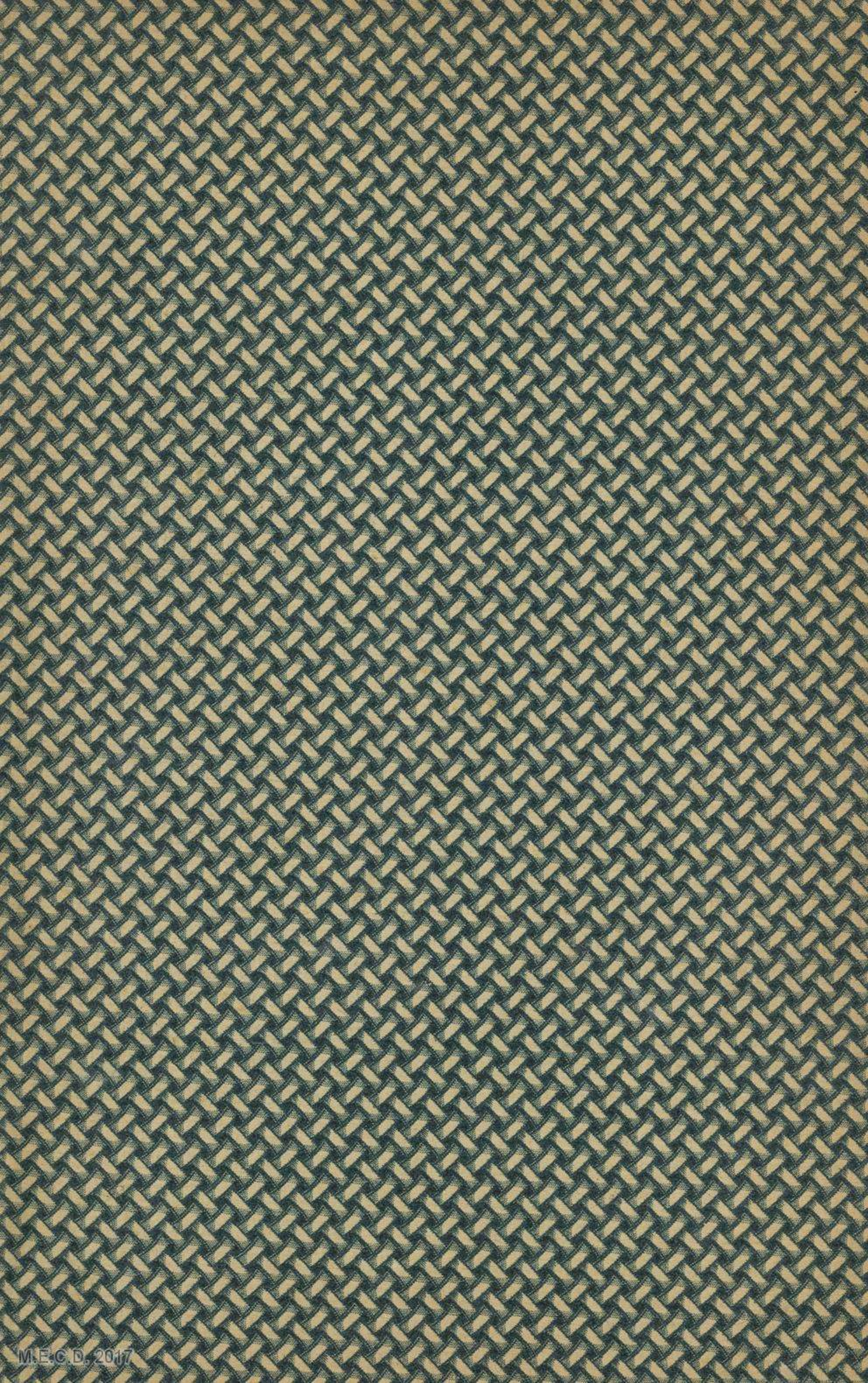


OROLLA  
41





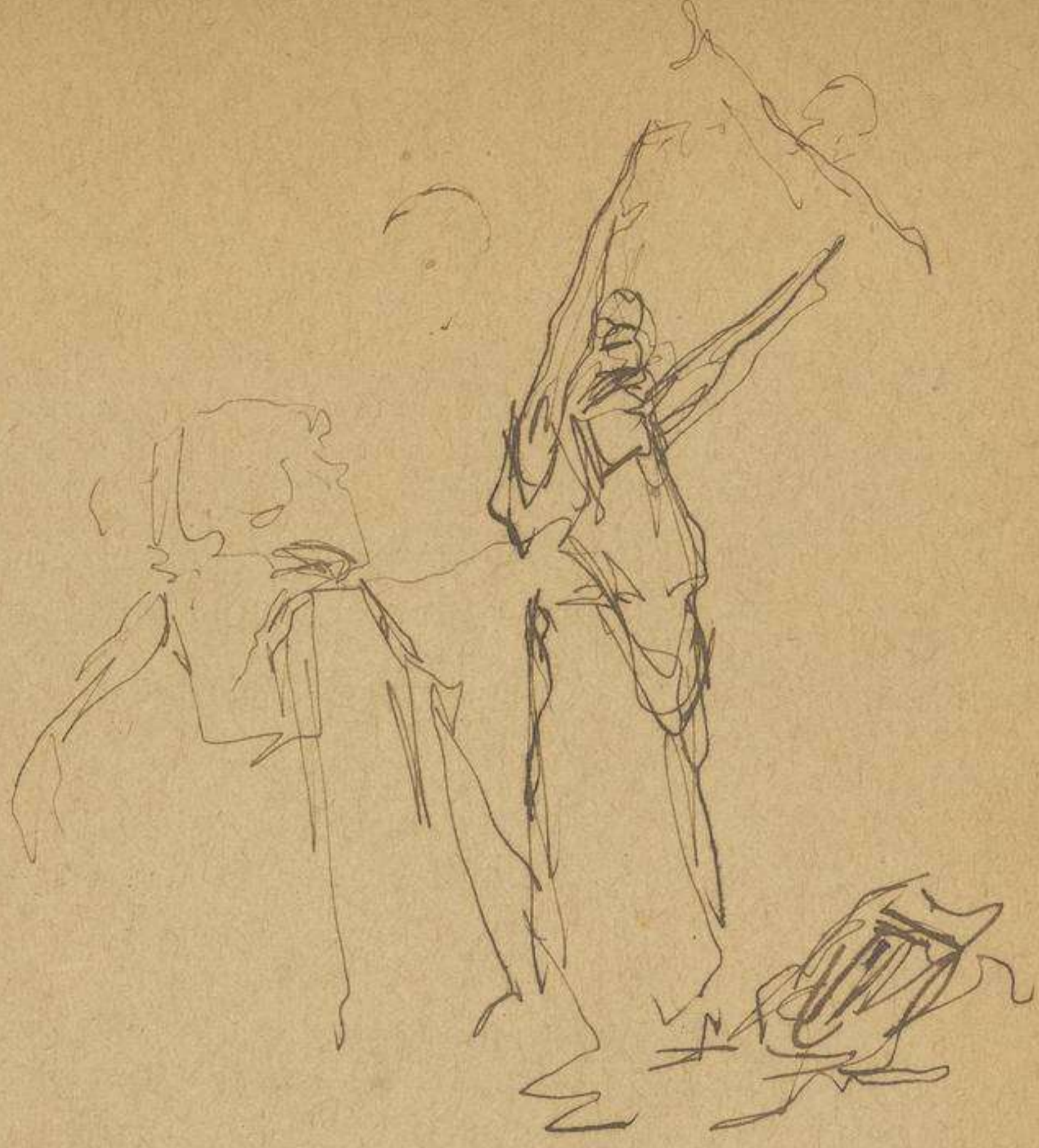


















TRATADO DE PERSPECTIVA LINEAL.







P-641

FA 905

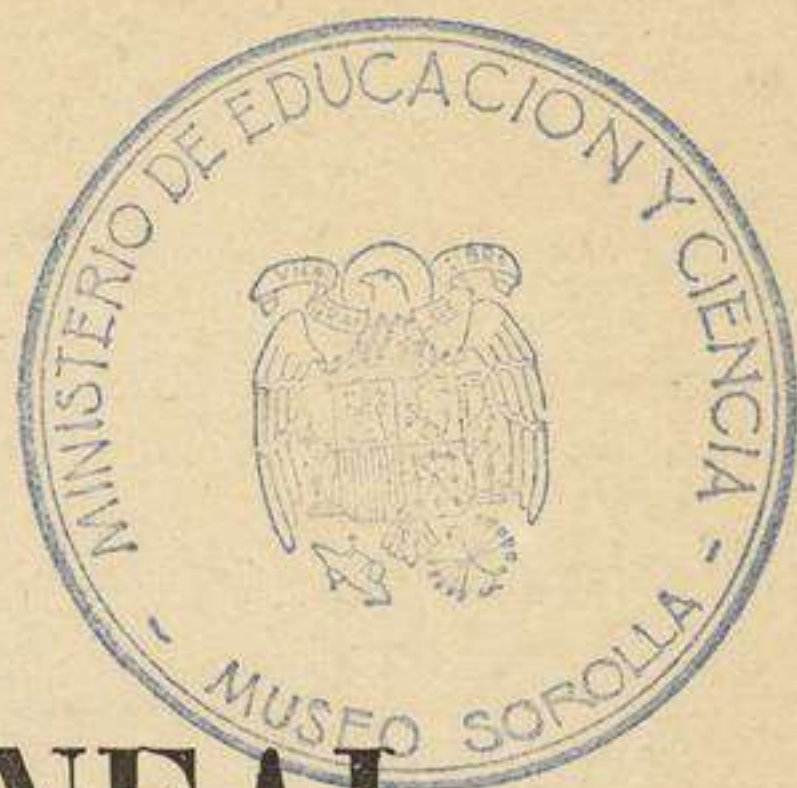
R. 631

2127

TRATADO

DE

PERSPECTIVA LINEAL



POR

D. GONZALO SALVÁ,

*Profesor por oposicion, de la espresada asignatura y de la de dibujo del natural,  
en la Escuela de Bellas Artes de Valencia; Académico de la Real de S. Cárlos;  
Socio honorario del Ateneo Científico, Literario y Artístico  
de la misma Ciudad, y Socio de Mérito de la Protectora de Bellas Artes  
de Sevilla.*



VALENCIA,

IMPRENTA DE FERRER DE ORGA,

A ESPALDAS DEL TEATRO PRINCIPAL.


—  
1880.







## PRÓLOGO.



**R**ICA en poesía y en recuerdos grande, tan variada como la Naturaleza que siempre debe servirle de modelo, la pintura como la misma Naturaleza no tiene otros límites que los del Universo, ni más diques que los de la inteligencia humana.

Así, pues, solo adquiriendo por medio de una aplicación prolongada y asidua, estensos conocimientos en todas aquellas ciencias que se refieren al pensamiento, y despues de prolijo estudio y larga observacion, podrá el artista escalar la elevada cumbre del divino arte de la pintura.

Unicamente depurando su gusto, purificando su imaginacion, y elevando su talento ante las bellezas sencillas y eternamente sublimes de la Naturaleza,



le será dado al artista entregarse á su inspiracion y enriquecerla con todo el lujo de una poesía dulce y armoniosa.

Estos ó parecidos conceptos espone *Mr. Vergnaud* en un concienzudo y bien escrito artículo, que sirve de introduccion á su «Manual del dibujante.»

Y en efecto, es verdad que no admite duda, la de que el artista debe ser instruido, pues solo cultivando su inteligencia creará ó producirá verdaderas obras de arte que inmortalicen su nombre.

Dadas las dificultades materiales que el arte en sí encierra; lo costoso que es el dominarlas, y sobre todo con las condiciones especiales del artista siempre soñador, siempre en un mundo muy distante de aquel en que se encuentra; no se me oculta y comprendo cuán trabajoso y molesto le sea sujetarse á cierta clase de estudios, áridos y penosos por su misma naturaleza. Pero ¿es este suficiente motivo para que los abandone, para que ignore lo que tan necesario es que sepa? Creo que en manera alguna está justificado, y que por el contrario debe vencerse y *descender*, permítaseme la frase artísticamente hablando, á esos detalles sin los cuales sus obras no podrán nunca ser más que medianas, desluciendo en ellas los lunares, aun aquellos rasgos de mayor genio.



En el número de esos conocimientos tan necesarios, tan indispensables al artista, se encuentra el estudio de la perspectiva.

Ahora bien; en este, que es del que exclusivamente voy á ocuparme en el presente libro, ¿podemos culpar tan solo á los artistas de la indiferencia con que lo miran, y de la repugnancia que les causa? Creo que no. Tienen á mi juicio gran parte en ello los que lo han considerado hasta el presente como ciencia exclusivamente geométrica, olvidando por completo la relacion que debe existir entre ella y el arte.

Yo conceptúo que en el estudio de la perspectiva, las construcciones de compas deben ser el medio, nunca el objeto ó fin.

El artista tiene que aspirar principalmente á hacer un buen cuadro, no una bella operacion perspectiva; pues no basta la aplicacion de los principios en todo su rigor para lograr un resultado satisfactorio. Si en la eleccion del asunto, puesto en perspectiva, no ha presidido buen gusto; si no se ha determinado de un modo conveniente el punto de vista, la obra podrá ser buena científicamente considerada, pero será mala á no dudar, como trabajo artístico.

De aquí que si al pintor le es necesario tener conocimientos, pero conocimientos sólidos de pers-



pectiva, debe buscar tambien con empeño aquellos medios que con mayor sencillez le den el resultado que apetece, y pongan ménos travas á su fantasía.

Apoyado, pues, en esta creencia, rechazo la mayor parte de los tratados y métodos antiguos, que si buenos en teoría, son en mi concepto inadmisibles en la práctica.

Voi á demostrarlo:

No siendo partidario de emplear el para mí po-  
brísimo recurso de acumular gran número de citas en un escrito, y siendo sí, mui afecto á ser conciso en mis trabajos, trataré tan solo de demostrar las ventajas ó inconvenientes que encuentro en aquellos autores que por sus adelantos ó por su método especial, forman época y marcan escuela.

Desde Agatarco, á quien Vitruvio cita como el primer artista griego que recurriera á la perspectiva, para dar mayor realce y efecto á la pintura escenográfica; hasta Gerardo Desargues, que en 1670 adoptando la escala de cuadrados del pintor siciliano Tomas Lauretti, imaginó un medio más sencillo para poner los dichos cuadrados en perspectiva sin salirse del cuadro, el estudio de esta ciencia estuvo en su infancia digámoslo así, pues sin reglas fijas á qué atenerse, y las pocas conocidas complicadas y difíciles, su estudio no se estendió más allá de un corto número de artistas y de doctos.



En el año de 1715 vino á llenar este vacío una obra de Brook Taylor, en la que este autor, recopilando cuanto se había dicho y escrito sobre la materia, desarrolló una teoría completa de perspectiva.

Fácilmente se comprenderá que siendo la obra de Taylor una recopilacion, recogió en ella todo lo bueno; pero tambien lo malo. Esto no obstante, fué un gran paso en el progreso de la perspectiva, puesto que con sus sorprendentes rebusques, dió curiosísimas noticias que hasta entónces eran de casi todas ignoradas.

Obra de tanta importancia debía lógicamente producir grandes resultados, y así sucedió. Poco despues nuestro inmortal Palomino publicó su «Museo pictórico, y escala óptica,» obra sumamente apreciable, y verdadero manantial de los grandes adelantos que hasta nuestros dias han venido sucediéndose.

Pocos, tal vez ninguno, podrá gloriarse con mayor razon de haber dado tan potente impulso á una ciencia, como el que dió á la de la perspectiva el sabio autor de los magníficos frescos de la iglesia de los Santos Juanes y capilla de Nuestra Señora de los Desamparados: obras ambas que sin género alguno de duda, constituyen una de las joyas más preciadas que Valencia encierra en su recinto.

Palomino no solo supo entresacar lo bueno de lo que hasta entónces era conocido, y darle formas más



precisas y por tanto más comprensibles, sino que con su indisputable talento, suplió aquellos claros que nadie, ántes que él, supo llenar. Sujetando todas las operaciones perspectivas á un principio general, sorprendente entónces pero á mi juicio vicioso hoi, este eminente autor, así como los que á él siguieron, elevaron la ciencia perspectiva á la altura que su importancia la hacía acreedora. El padre Pozo, Planéllas, Viñola, Rodríguez y algunos otros, no muchos, contribuyeron á tan brillante resultado, si bien más que como innovadores como simples plagiarios, pues que todos ellos, todos, siguieron empleando el método de *planta y alzado*, hallando la perspectiva de la primera por rebatimiento, y tomando el segundo por escalas graduadas y proporcionales.

Basta tan solo conocer este método para convenirse de sus muchísimos inconvenientes, y por tanto de las dificultades casi insuperables que han de presentarse al pintor, cuando al dar comienzo á una obra pretenda practicarle.

Efectivamente, siendo forzoso en él trazar fuera del cuadro la planta geométrica del monumento ó decoración que se desea poner en perspectiva, compréndese sin dificultad lo árduo de la empresa, cuando el plano de que se trata mida, por ejemplo, lo que no es mucho, veinticinco metros de profundidad.



Entonces hai que reducirlo y establecer una relacion entre todas las líneas, sustituir unas por otras, y complicar, en una palabra, más y más la operacion; dando esto por resultado en la mayor parte de los casos, que el artista desista de su empeño, modifique ó varíe su primera idea, ó recurra, lo que es peor, á trazarla sin sujetarse á regla alguna, obedeciendo tan solo á aquello que le dicte su buen ó mal criterio.

Los mismos inconvenientes, el mismo defectuoso sistema que hallamos empleado en la planta, existen en el alzado, en el punto de distancia ó vértice del cono visual y puntos de concurso accidentales, que pudiendo hallarse á cuarenta ó cincuenta metros de los lados verticales del cuadro, necesitan una sustitucion fácil y pronta.

Mui grato sería para mí poder continuar la agradable tarea de reseñar los progresos de la ciencia perspectiva hasta nuestros dias; pero en España sin que pueda hallarse, al parecer, razon alguna que lo justifique, cesaron aquellos á fines del pasado siglo, hallándose hoi todavía (lo que parece increíble) quien no tan solo defienda y practique tan rancias doctrinas, sino que sea refractario á todo adelanto ó progreso. ¿Qué causas podrán contribuir á este resultado? ¿Cómo esplicarse el que miéntras Francia,



Inglaterra, Alemania é Italia, se afanan por simplificar y adelantar en tan importante estudio, España, el país que sin disputa produce mejores y mayor número de artistas, se encuentre estacionada, sin que en ella haya resonado el eco de aquellos adelantos más notables por su sencillez y fácil aplicacion?

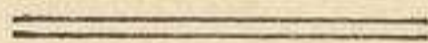
Si el estudio de la perspectiva tiene para las artes verdadera importancia, lo que creo incontestable; si solo en Francia, en el año 1874, se publicaron quince Tratados de perspectiva, entre ellos el de Charles Normand, que contiene doce métodos diferentes, ¿cómo explicar, repito, nuestra inaccion, nuestro gran atraso en este ramo del saber?

Dejando íntegra esta cuestion, por ser agena á mi propósito, ó lo que es lo mismo, prescindiendo de las causas y concretándome á considerar tan solo sus efectos, creo necesario para el arte, y aun para nuestro buen nombre, la publicacion de un Tratado ú Obra de perspectiva que una á la austeridad científica, la sencillez y amenidad de que las antiguas carecen.

No sé si el presente ensayo reunirá las cualidades que apetezco; pero si con mi trabajo consigo vencer la repugnancia que muchos artistas tienen á esta clase de estudios, y logro por tanto allanarles el escabroso y difícil camino que han de recorrer, se verán cumplidas todas mis aspiraciones y satisfe-



chos todos mis afanes, encaminados siempre á contribuir, en cuanto me sea dable, á la mayor grandeza y brillo del arte.





## **NOTA.**

---

Los números colocados al lado opuesto de los que marcan el orden correlativo de las páginas, indican la plancha á que se hace referencia en el contexto de estas mismas páginas.

Los que designan las figuras, se encuentran en el texto; así como también aquellos que, cerrados entre paréntesis, recuerdan el artículo á que se hace referencia.



# TRATADO DE PERSPECTIVA LINEAL.



## PRIMERA PARTE.

### RUDIMENTOS DE GEOMETRÍA.



#### CAPÍTULO I.



Antes de dar comienzo á mi tarea, cúpleme recomendar á los artistas que se dedican al estudio de la perspectiva, la utilidad del conocimiento de la geometría, como auxiliar de la perspectiva en general.

Sin embargo, como no todos tendrán ocasion y tiempo para dedicarse á aquel estudio, creo subsanar en parte esta falta dando al principiante las siguientes nociones preliminares, que serán para él los instrumentos, digámoslo así, que luego han de servirle en su trabajo; familiarizarle con los medios de hacer á este más sencillo, y sobre todo evitarle dudas y errores tal vez de consideracion, errores y dudas que se presentan en la práctica, cuando se desconoce por completo la geometría elemental.



Llámase *Geometría*, una parte de las matemáticas que trata de la *cantidad continua*.

*Cantidad continua*, es aquella que tiene todas sus partes ligadas entre sí, lo que sucede en todo cuerpo en que podemos fijar nuestra atención. De modo que la geometría tendrá por objeto determinar la magnitud de los cuerpos, ya se hallen en el espacio ó que la imaginación conciba la capacidad en que pudieran existir.

Esta *magnitud* ó *capacidad* es lo que llamamos *estension*, y para que de ella podamos formarnos una idea, preciso es que sea limitada en tres sentidos diferentes que se llaman *dimensiones*; lo que tiene de largo ó su *longitud*; lo que tiene de ancho ó su *latitud*, y lo que tiene de grueso *profundidad* ó *espesor*.

Se llama *superficie* el límite de todo cuerpo ú objeto material. La superficie solo tiene dos dimensiones, que son: longitud y latitud.

Las *líneas* son formadas por la intersección de dos superficies, ó por la terminación de éstas.

La línea no tiene ancho ni grueso, tan solo longitud.

El *punto* es una porción sumamente pequeña de una línea, una superficie ó un cuerpo. El punto no tiene ninguna de las tres dimensiones.

De modo que las superficies son los límites de los cuerpos, las líneas los de las superficies, y los puntos los límites de las líneas, y por consiguiente de toda estension.



### Líneas.

La más sencilla é importante de todas las que trata la geometría, es la línea *recta*.

Línea *recta* es la que tiene todos sus puntos en una misma direccion **AB**, fig. 1.<sup>a</sup>, pl. 1.<sup>a</sup>

La línea compuesta de rectas que se unen por los extremos, sin formar una sola recta, se llama línea *quebrada*.

Línea *curva*, la que no tiene ninguno de sus puntos en una misma direccion **BC**, fig. 1.<sup>a</sup>

Línea *mixta* fig. 1.<sup>a</sup> es la compuesta de recta y curva **ABC**.

*Superficie plana* ó simplemente *plano*, es aquella superficie sobre la cual puede aplicarse una recta en todos sentidos.

Las superficies son tambien quebradas, curvas y mixtas, lo mismo que las líneas.

La *circunferencia*, es una curva reentrante en sí misma, **BAC**, fig. 2.<sup>a</sup>, y en la que todos sus puntos equidistan de uno *c*, llamado *centro*.

*Círculo*, es la porcion de espacio contenida dentro de la circunferencia.

*Radio*, es la recta *cA*, que partiendo del centro termina en un punto cualquiera de la circunferencia.

*Cuerda*, la recta **AB** que sin pasar por el centro toca sus extremos en la circunferencia.

*Diámetro*, la cuerda **BC** que pasa por el centro.



Dos circunferencias son iguales, cuando sus radios lo son también.

Dícese que una circunferencia es doble, triple, etc. que otra, cuando el radio de la segunda es doble ó triple que el de la primera.

Los diámetros, como es consiguiente, siguen también la misma proporción.

*Arco*, es una porción cualquiera, **AC**, **BA**, **BC**, de la circunferencia.

El espacio comprendido entre la cuerda y el arco lleva el nombre de *segmento*.

Es claro que toda cuerda determina siempre dos arcos, uno menor y otro mayor.

Pero cuando se hable de uno, se entiende que es del menor del que se trata, á no ser que terminantemente se espere lo contrario.

*Sector* de círculo, es el espacio comprendido entre dos radios y un arco.

También es evidente que dos arcos que correspondan á una misma cuerda forman una circunferencia por entero, y que sus segmentos juntos completan el círculo.

Llábase *tangente* á la circunferencia, la recta **GI**, **fig. 3.<sup>a</sup>**, que solo toca en un punto de ella **H**, y *secante* la que corta una porción **EF**.

Como los arcos sirven generalmente para medir los ángulos, se ha dividido la circunferencia en cuatrocientas partes iguales, recibiendo éstas el nombre de *grados* ( $^{\circ}$ ). El grado se divide en cien *minutos* ( $'$ ), y el minuto en cien *segundos* ( $''$ ).



## Ángulos.

*Angulo*, es la separacion ó abertura de dos líneas que se juntan en un punto comun **B**, fig. 4.<sup>a</sup>, llamado *vértice*.

Las líneas que forman el ángulo se llaman *lados* del ángulo.

El tamaño del ángulo depende pues exclusivamente, de la direccion y distancia que separa ambos lados, y de ningun modo de la longitud de estos, que pueden alargarse cuanto se quiera, sin que por esto varíe el ángulo.

El ángulo se lee con tres letras, una en cada lado y otra en el vértice, poniendo siempre á esta en medio; así para nombrar el ángulo de la fig. 4.<sup>a</sup> diremos: el ángulo **ABC**, ó el ángulo **B** si no puede confundirse con otro.

*Bisectriz* de un ángulo es la recta que lo divide en dos ángulos iguales **BD**.

Ángulos *adyacentes*, son los que tienen un lado comun y el otro en línea recta. Los ángulos **AED** y **DEB** son adyacentes, como tambien los **AEC** y **CEB**, fig. 5.<sup>a</sup>

Se dice que una recta **DE**, fig. 5.<sup>a</sup>, es *perpendicular* á otra **AB**, cuando los ángulos adyacentes formados por ellas son iguales.

Una recta **CE** es *oblicua* á otra **AB**, cuando dichos ángulos son desiguales.



El ángulo formado por una recta, la cual es perpendicular á otra, se llama *recto*; el que es mayor que el recto se llama *obtusos* y si menor *agudo*.

Dos ángulos son *suplementarios* ó *suplemento* el uno del otro, cuando la suma de ellos equivale á dos rectos. Los ángulos **AEC**, **CEB**, **fig. 5.<sup>a</sup>**, son suplementarios por dicha razon.

Dos ángulos se llaman *complementarios*, cuando su suma equivale á un recto. Los ángulos **DEC**, **CEB**, son complementarios por la razon indicada.

Ángulos *opuestos* por el vértice, son aquellos en que los lados del uno están formados por la prolongacion de los del otro, **CFA**, **DFB**, **fig. 6.<sup>a</sup>**

Los ángulos opuestos por el vértice son iguales.

### **Paralelas.**

Son dos líneas **AB**, **CD**, **fig. 7.<sup>a</sup>**, situadas en un mismo plano, y en las que todos sus puntos son equidistantes, razon por la cual dichas líneas no pueden ser nunca concurrentes.

Si á estas dos líneas corta otra cualquiera **EH**, toma esta el nombre de *secante* ó *transversal*: esta línea forma con las dos paralelas ocho ángulos, cuatro externos y cuatro internos.

Se llaman ángulos *correspondientes*, los ángulos no adyacentes, **EFD** y **EGB**, uno externo y otro interno, situados los dos á un mismo lado de la se-



cante, según esto también son correspondientes los ángulos **HGB** y **HFD**.

Los ángulos internos **CFG**, **FGB** de diferente lado de la secante, y que no son adyacentes, se llaman *alternos*; luego también serán alternos los **AGE**, **GFD**.

### Polígonos.

*Polígono*, es toda figura cerrada por líneas; estas líneas se llaman *lados* del polígono.

*Contorno* ó *perímetro*, es el conjunto de sus lados.

El polígono que tiene tres lados se llama *triángulo*; el que tiene cuatro *cuadrilátero*; el de cinco *pentágono*; el de seis *exágono*; el de siete *eptágono*; ocho *octógono*; nueve *eneágono*; diez *decágono*, etcétera (\*).

*Triángulo*, según hemos dicho, es el polígono que tiene tres lados, y se divide en

*Equilátero*, fig. 8.<sup>a</sup>, cuando tiene sus tres lados iguales,

*Isósceles*, fig. 9.<sup>a</sup>, cuando solo dos lados son iguales, y

*Escaleno*, fig. 10, cuando no tiene ningún lado igual.

Se llama *triángulo rectángulo*, al que tiene un ángulo recto **GHI**, fig. 10. En este triángulo el lado

---

\* Esta denominación puede y debe simplificarse, designando los polígonos por los lados que tengan; esto es, un polígono de siete lados, ocho, nueve, etc.



opuesto al ángulo recto se llama *hipotenusa*, y los otros dos *catetos*.

Triángulo *acutángulo*, es el que tiene sus tres ángulos agudos, figs. 8.<sup>a</sup> y 9.<sup>a</sup>

El triángulo que tiene un ángulo obtuso, se llama *obtusángulo*.

Llámase *paralelógramo*, al cuadrilátero que tiene sus lados paralelos, dos á dos, figs. 11, 12, 13 y 14.

Entre los cuadriláteros hai que distinguir el *cuadrado*, fig. 11, que tiene los lados iguales y los ángulos rectos.

El rectángulo, fig. 12, cuyos ángulos son rectos pero sus lados desiguales.

El *romboide*, fig. 13, con sus lados iguales y paralelos dos á dos y sus ángulos desiguales.

El *rombo*, fig. 14, que se distingue por tener los lados iguales y los ángulos adyacentes desiguales.

Y el *trapecio*, fig. 15, que tiene únicamente dos lados paralelos.

*Diagonal* de un polígono cualquiera, es la recta que une dos ángulos que no sean adyacentes.

El punto o donde se cruzan las diagonales de un paralelógramo, es su centro, figs. 11, 12, 13 y 14.

### **Poliedros.**

Se llama *poliedro*, el cuerpo terminado por polígonos, cuyos polígonos toman el nombre de *caras* del poliedro.



*Pirámide*, es el poliedro compuesto de un polígono cualquiera  $AB$ , fig. 16, llamado *base* y triángulos que tienen un mismo vértice.

*Vértice* ó *cúspide* de la pirámide, es el vértice comun de los triángulos laterales.

Altura de una pirámide, es la perpendicular  $Vo$ , bajada desde su vértice á la base.

Se llama pirámide regular, la que tiene por base un polígono regular, y el pié de la perpendicular que marca su altura, cae en el centro de la base. La fig. 16 es una pirámide regular.

Pirámide *oblicua*, es aquella cuya perpendicular  $Vo$  al marcar la altura, cae fuera del centro de la base, fig. 17.

La altura de esta pirámide es la perpendicular  $Vo$  bajada desde el vértice hasta el plano de la base.

Pirámide *troncada* ó *tronco* de pirámide, es la porcion comprendida entre la base y un plano cualquiera.

Altura de una pirámide troncada, es la distancia que media entre sus dos bases.

El poliedro que tiene por caras dos polígonos  $CD$ ,  $AB$ , iguales y paralelos y paralelógramos los demas, se llama *prisma*, fig. 18.

Los dos polígonos iguales y paralelos, se llaman *bases*, y los paralelógramos *caras* laterales del prisma.

La perpendicular  $oo'$  entre sus dos bases es su altura.



*Prisma recto*, es el que tiene dos polígonos regulares por bases y rectángulos los demas, fig. 18.

*Prisma oblicuo*, es aquel cuya perpendicular, al marcar su altura, cae fuera del centro del polígono de su base.

*Superficie cónica*, es el cuerpo engendrado por una línea que permaneciendo en un punto fijo  $v$ , uno de sus extremos gira al rededor de una curva cualquiera, fig. 19.

Las dos porciones engendradas por la recta móvil se llaman *hojas*, la línea movable *generatriz* y la curva *directriz*.

La superficie engendrada por un triángulo rectángulo  $v o A$ , que gira al rededor de uno de sus catetos  $v o$ , se llama *cono recto*, fig. 20. En este movimiento el cateto movable  $o A$  describe una circunferencia cuyo centro es  $o$ ; esta circunferencia se llama base del cono; eje ó altura es el cateto  $v o$  perpendicular á su base.

Vértice ó cúspide es el punto  $v$  del triángulo generador.

Los lados del cono son formados por la hipotenusa  $v A$  del triángulo generador, en cualquiera de sus posiciones.

*Cono troncado ó tronco* de cono, es la porcion comprendida entre su base y un plano cualquiera que corte todos los lados del cono.

*Cono oblicuo*, es aquel en que la perpendicular bajada desde su vértice, cae fuera del centro de la base.



Superficie *cilíndrica*, es la superficie originada por una línea, que conservando su posición paralela, gira al rededor de una curva cualquiera.

*Cilindro*, es el cuerpo engendrado por un rectángulo  $oo'BC$ , fig. 21, que gira al rededor de uno de sus lados  $oo'$ . En este movimiento los lados  $oC$   $o'B$  describen dos circunferencias, llamadas bases del cilindro.

Altura del cilindro, es la distancia  $oo'$  entre sus dos bases.

Lado del cilindro, es el lado  $CB$  del rectángulo generador, en cualquiera de las posiciones de este rectángulo.

*Esfera*, es el cuerpo engendrado por una circunferencia que gira al rededor de su diámetro  $AB$ , fig. 22.

*Centro*  $c$  de la esfera, es el del diámetro del círculo generador.

El círculo  $AB$  y  $EF$ , cuyo plano pasa por el centro de la esfera, se llama círculo *máximo*.

Todo círculo máximo, divide á la esfera en dos partes iguales llamadas *hemisferios*.

Círculo *menor*, es todo aquel cuyo plano no pasa por el centro de la esfera,  $CD$ .

La porcion de superficie de la esfera, engendrada por un arco cualquiera,  $CA$  de un círculo máximo que gira al rededor de un diámetro, se llama *zona*.

Llábase *sector esférico* la porcion  $CcDE$  esférica engendrada por un sector circular  $cED$ , que gira al rededor de uno de sus radios  $Ec$ .



**Problemas.**

1.º Desde un punto **F**, fig. 23, pl. 2.<sup>a</sup>, dado en una recta **AB**, levantar una perpendicular á dicha recta.

Apoyando el compas en dicho punto **F** y con un radio arbitrario, se trazan dos puntos **aB**, á igual distancia del punto **F**, haciendo centro sucesivamente en **a** y **B** se describirán dos arcos de círculo, que al cruzarse determinarán el punto **C**, el cual unido al punto **F**, nos dará la perpendicular pedida.

2.º Desde un punto **C**, fig. 23, fuera de una recta **AB**, bajar una perpendicular á dicha recta.

Se determina como en el anterior problema, los puntos **aB** y haciendo centro en uno y otro se describirán por la parte inferior de la recta dos pequeños arcos que determinarán el punto **D**, que unido con **C**, dará la perpendicular que buscamos.

3.º Por el extremo **A** de una recta **AB**, que no pueda prolongarse, levantar una perpendicular á dicha recta.

Desde un punto cualquiera **o**, fig. 24, se describe un arco de círculo que pase por el punto **A** de la recta, y uniendo **o** con la intersección **t** que sobre la recta dada determina la prolongación de la circunferencia, obtendremos el punto **C** que unido con **A**, será la perpendicular pedida.

4.º Dada una recta **DE**, fig. 25, dividirla en dos partes iguales.



Desde los extremos **DE**, se trazarán dos arcos de círculo por la parte superior, y dos por la inferior de la recta dada. Uniendo los puntos que resultan de la intersección de estos arcos, tendremos la recta **FC**, perpendicular á la **DE**, y que la divide en dos partes iguales.

5.º *Dividir una recta en partes iguales ó proporcionales.*

Sea la recta **AB**, fig. 26, la que queremos dividir en cinco partes iguales; desde uno de sus extremos **A** trazaremos una recta indefinida **A<sub>3</sub>**, sobre la que pondremos cinco porciones iguales **A<sub>1</sub> 2 3 4 3**, etcétera. Uniremos el punto **3** con el extremo **B** de la recta dada, y trazando desde los puntos **4**, **3**, **2** y **1** paralelas á la recta **3B**, estas dividirán á la recta dada **AB**, en cinco partes iguales. Si en vez de ser cinco el número de partes, fuera este mayor ó menor, ó quisiéramos que estas fueran desiguales en una relación dada, la operación en nada diferiría más que en la distinta división que adoptáramos.

6.º *Hallar la bisectriz de un ángulo EDF, fig. 27.*

Haciendo centro en el vértice **D** del ángulo se trazará un arco de círculo **ab**, y desde estos puntos se describen los dos arcos, que darán el punto **c**, el cual unido por medio de una recta con el vértice del ángulo, marcará la bisectriz.

7.º *Construir un ángulo igual á otro dado.*

Sea el ángulo **D**, el dado, fig. 28, y la recta **cb'** sobre la que vamos á construir otro que sea igual



á este. Trácese desde el punto **D** como centro y con un radio arbitrario un arco  $ab$ , y desde el punto **C** con el mismo radio  $a'b'$  tómesese la distancia  $ab = a'b'$ , únase el punto  $a'$  con el **C** y se tendrá el ángulo  $a'Cb' = aDb$ .

8.º *Dadas dos rectas **AB**, **CD**, fig. 29, convergentes y que su punto de concurso no sea conocido, desde un punto cualquiera **C**, dirigir otra recta que concorra en el mismo punto.*

Trácese el triángulo  $cab$  y en un punto cualquiera  $a'$  se construye otro triángulo, que tenga sus lados paralelos al primero, y por el punto ó vértice  $c'$  es por donde pasa la recta, que partiendo del punto  $c$  concurre donde las dos dadas.

9.º *Dada una recta **CD**, fig. 30, trazar por el punto  $a'$  otra recta paralela á aquella.*

Se une el punto  $a'$  con la recta **CD** por medio de la línea  $a'b$ , se construye el ángulo  $a'bb' = aa'b$  y uniendo los puntos  $aa'$  se tendrá la recta **AB** paralela á **CD**.

10. *Dados tres puntos **ABC**, fig. 31, que no estén en línea recta, hallar la circunferencia que pase por ellos.*

Únanse dichos puntos por medio de las rectas **AB**, **BC**, levántense dos perpendiculares en el centro de ellas, y el punto  $c'$  donde se crucen será el centro de la circunferencia, que descrita con un radio desde el centro á cualquiera de los tres puntos dados, pasará por los dos restantes.



11. Desde un punto  $C$ , fig. 33, dado en una circunferencia, levantar una tangente en este punto.

Trácese el radio del centro al punto de contacto y levántese á un extremo una perpendicular (problema 3.º), y dicha perpendicular será la tangente pedida.

12. Desde un punto  $D$ , fig. 34, dado fuera de una circunferencia, trazar las tangentes á dicha circunferencia.

Únase dicho punto con el centro de la circunferencia por medio de la recta  $DC$ , divídase esta en dos mitades, y desde el punto de division se trazará, pasando por el centro, el arco  $acb$ , cuyos puntos de contacto con la circunferencia  $a$  y  $b$ , unidos con el punto  $D$ , serán las tangentes buscadas.

13. Trazar las tangentes comunes á dos circunferencias.

Únanse por medio de la recta  $cc$  los centros de las dos circunferencias, pónganse á un lado y á otro de la interseccion de la circunferencia mayor con esta recta, dos distancias  $eo$ ,  $eo'$  iguales al radio de la circunferencia menor, levántense dos perpendiculares  $AA'$ ,  $DD'$ , en los puntos  $oo'$ ; haciendo centro en la circunferencia mayor, se describirá un arco que pase por el centro de la menor, el cual cortará á las dos perpendiculares en los puntos  $DD'$ ,  $AA'$ , que unidas con el centro  $C$ , nos darán los puntos  $dt$ ,  $d't'$ , que serán los puntos de tangencia de la circunferencia mayor. Para averiguar



los de la menor, se trazarán los cuatro radios  $t''d''$ ,  $t'''d'''$ , paralelos á los de la circunferencia mayor, y uniendo dichos puntos de contacto, tendremos las cuatro tangentes pedidas; llamadas las  $t't''$ ,  $t't'''$ , interiores, y las  $d'd''$   $d'd'''$  exteriores.

### **Inscribir polígonos dentro del círculo.**

Llámase polígono inscrito, cuando los vértices de éste tocan en la circunferencia, y circunscrito cuando sus lados son tangentes á la misma.

14. *Método general para inscribir polígonos dentro del círculo.*

Para inscribir un polígono de siete lados, hai que trazar un diámetro cualquiera  $EF$ , fig. 36, dividir á este en siete partes iguales y construir sobre el mismo un triángulo equilátero, desde cuyo vértice  $C$  se dirigirá una recta que pasando por la segunda division  $I$ , toque en la circunferencia en un punto  $D$ , que unido con  $F$  determinará un lado del eptágono.

Este principio es general y aplicable por tanto en todos los casos.

Hai sin embargo, polígonos, en los cuales no se necesita recurrir al método general; estos son los siguientes:

15. *Inscribir un triángulo equilátero.*

Trácese un diámetro  $CF$ , fig. 37, y desde uno de sus extremos  $F$  describáse un arco de círculo que



pase por el centro; los puntos **AD**, unidos con el **C**, darán el triángulo.

16. *Inscribir un cuadrado.*

Trácense dos diámetros perpendiculares entre sí, únense sus extremos y quedará construido el cuadrado, **fig. 38**.

17. *Inscribir un octógono.*

Divídase un lado **AC** del cuadrado, **fig. 38**, en dos partes iguales, lo cual nos dará un punto *c*, que unido con los dichos **AC**, determinará dos lados del octógono.

18. *Inscribir un pentágono.*

Trazando dos diámetros perpendiculares entre sí, **fig. 39**, y dividiendo la mitad de uno de estos en dos partes iguales, dará esta division el punto *b*, sobre el cual apoyando el compas, con un radio igual á *bA*, describiremos el arco *Aa*, haciendo centro luego en **A**, con un radio igual á *Aa*, trazaremos el arco *ac*, y uniendo los puntos **AC** por medio de una recta, esta determinará el lado del pentágono.

### **Proyecciones.**

Llámase *proyeccion* de un punto sobre un plano, el pié de la perpendicular bajada desde dicho punto al plano.

Sea el plano **PQ**, **fig. 40**: los puntos **A'D'** son las proyecciones de los puntos **AD**; esto es, el lugar



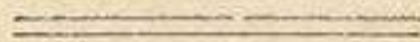
donde encuentran el plano las perpendiculares bajadas desde estos.

Proyeccion de una recta  $AB$ , fig. 41, es la línea  $A'B'$ , que une el pié de las perpendiculares bajadas de sus diferentes puntos al plano. Si la línea es recta, bastarán tan solo dos puntos, pues sabido es que dos puntos determinan la posicion de una recta.

El plano que contiene á una recta y su proyeccion, se llama *plano proyectante*, y aquel sobre el cual se proyecta la recta, *plano de proyeccion*.

La interseccion de dos planos es una recta; esta recta  $oq$ , fig. 42, se llama *traza* del plano  $pq$ .

Un plano es perpendicular á otro, cuando todas las perpendiculares á su traza son tambien perpendiculares al plano de proyeccion.

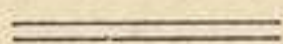




# PERSPECTIVA.



## SEGUNDA PARTE.



## PERSPECTIVA DE PLANOS.



### CAPÍTULO II.



#### Definiciones y principios.

La *perspectiva lineal* es la ciencia que tiene por objeto, el determinar con exactitud, cuál deba ser la *forma aparente*, bajo la que ha de verse un cuerpo; siéndonos conocidos su forma y tamaño *reales*, y el punto de donde se mira.

Decimos *forma aparente*, porque en realidad no vemos nunca los objetos bajo su verdadera forma, sino siempre bajo formas relativas y dependientes del sitio de mira.

Así, por ejemplo, puede suceder que en una silla ó en una mesa, sean visibles tan solo, tres de sus cuatro piés y hasta ninguno, si se la mira por su parte superior.



Sin profundizar aquí los fenómenos de la vision, consideraremos el ojo (\*) como el vértice de un cono que tenga por base el conjunto de puntos visibles del objeto ú objetos, que queramos poner en perspectiva.

Concibiendo para cada uno de estos puntos un rayo visual, el problema de la perspectiva consiste en determinar la interseccion de este rayo con la superficie del cuadro, ó sea *la interseccion de una línea recta con un plano*.

**1.º Línea recta.** Sea, fig. 43, pl. 3, una recta **AB**, situada en el espacio; todos los rayos luminosos, enviados por los diferentes puntos de esta recta al ojo del espectador, se encontrarán en un mismo plano, cuya interseccion con el cuadro será la recta *ab*, perspectiva de **AB**, de donde resulta este principio general:

1.º *La perspectiva de una línea recta, es siempre una línea recta.*

2.º *Para construir la perspectiva de una línea recta, se imaginará siempre un plano que pasando por dicha recta y el ojo del espectador, determine interseccion con el cuadro.*

**2.º Puntos de concurso.** El principio de los puntos de concurso, que es sin duda alguna uno de los más importantes y de mayor utilidad para la buena comprension del presente estudio, es el único

---

\* Aunque empleamos el singular *ojo*, es porque la visual de ámbos es convergente y constituyen un solo punto de vision.



que exigiría para su demostracion algunos términos de geometría descriptiva; pero como en la presente obra nos proponemos atender con preferencia, y aun casi exclusivamente, á la parte puramente práctica, el lector puede sin inconveniente aceptar como un hecho cierto lo que por repetidas verificaciones verá demostrado. Esto no obstante, espondremos con ejemplos estos principios generales y fundamentales de la perspectiva, para que ellos nos sirvan como lógica base y seguro punto de partida.

Supongamos, **fig. 44**, varias rectas situadas en el espacio **A a**, **B b**, **C c**, paralelas entre sí, con una inclinacion cualquiera. Si concebimos un plano para cada una de estas rectas y el ojo del espectador, todos estos planos se encontrarán en una misma línea comun **D d**, paralela á las líneas **A a**, **B b**, **C c**; y las rectas **d a**, **d b**, **d c**, que son las perspectivas de las líneas dadas, irán á concurrir todas en un punto **d**, que es aquel en que la recta **D d** atraviesa el plano del cuadro. De aquí el siguiente principio general:

*Siempre que varias líneas en el espacio sean paralelas entre sí, sus perspectivas concurrirán en un punto del cuadro llamado PUNTO DE CONCURSO.*

Si las líneas **A a**, **B b**, **C c**, **fig. 45**, son perpendiculares al cuadro, la recta **v** será tambien perpendicular, y el punto de concurso **v**, será la proyeccion del ojo sobre el plano del cuadro. En este caso se le da el nombre de PUNTO DE VISTA. De lo que se deduce el siguiente principio:



*Siempre que una línea sea perpendicular al plano del cuadro, su perspectiva irá dirigida al punto de vista.*

Cuando las líneas  $Aa$ ,  $Bb$ , etc., fig. 46, sean horizontales y formen con el plano del cuadro un ángulo de  $50^\circ$ , la recta  $dD$ , será también horizontal, y formará con el cuadro el mismo ángulo de  $50^\circ$ ; en este caso  $dV$ , es igual á la distancia que existe entre el cuadro y el ojo del espectador, por cuya razón el punto  $d$  toma el nombre de PUNTO DE DISTANCIA.

Así, pues, *siempre que una línea horizontal forme, con el cuadro un ángulo de  $50^\circ$ , la perspectiva de esta recta deberá ir dirigida al punto de distancia.*

Tenemos, pues, reasumiendo ó concretando lo espuesto, que *cono visual* es el conjunto de las líneas ó rayos luminosos que, partiendo de los puntos visibles de todo objeto, concurren á nuestro ojo, vértice de dicho cono; que *línea de horizonte* es el plano que divide este cono en dos mitades, que por esta razón se encuentra siempre á la altura de nuestra vista, y que sobre él por tanto se determina la posición exacta del espectador, ó sea la *distancia* que media entre este y el cuadro, y el punto de vista que ha elegido.

Estos principios sentados, establecida esta teoría, demos comienzo á su aplicación, por los

**3.º Puntos de distancia.** Dado un punto  $c$ , situado en el plano horizontal, fig. 47, pl. 4, pasando por los piés del espectador, el rayo de luz



enviado por dicho punto, atravesará el cuadro en un punto  $c$ , cuya altura  $Ac$  estará determinada; de modo que la perspectiva del punto  $c$ , se hallará en la horizontal  $cc$ , fig. 48. Si suponemos que el plano horizontal gira al rededor de la base del cuadro, hasta llegar á ser su prolongacion, el punto dado  $c$ , se rebatirá en  $c'$ , figs. 47 y 48; el punto  $c'$ , fig. 48, será la proyeccion del punto  $c'$  sobre el plano del cuadro, y el punto  $c$ , perspectivo del punto  $c$ , estará determinado por el encuentro de la horizontal  $cc$  con la recta  $c'v$ , perspectiva de  $c'c'$ .

Si suponemos igualmente que el plano horizontal, que contiene el ojo del espectador, es rebatido sobre el plano del cuadro, girando al rededor de la línea de horizonte  $vv$ ; el punto ocupado por el ojo se situará en  $v'$ , figs. 47 y 48, la recta  $v'v$  será la distancia del ojo al plano del cuadro, y llevando esta distancia á derecha é izquierda del punto  $v$ , sobre la línea de horizonte, se tendrán los puntos de concurso  $D$  de todas las líneas horizontales, que formen con el cuadro ángulos de  $50^\circ$ . Así, fig. 48, las dos líneas  $Dc''$  serán las perspectivas de dos rectas horizontales  $c'c''$ , y pasarán por tanto por el punto  $c$ .

Tenemos, pues, para determinar este punto cuatro rectas, á saber:

- 1.<sup>a</sup>  $c'v$ , perspectiva de  $c'c'$ , perpendicular al plano del cuadro.
- 2.<sup>a</sup>  $cc$ , perspectiva de la recta  $c'c'$ , pasando por el punto dado.



3.<sup>a</sup> Y 4.<sup>a</sup>  $Dc''$ ,  $Dc''$ , perspectivas de las líneas á  $50^\circ$ , pasando por el mismo punto.

Luego si dos líneas bastan siempre para determinar un punto, podremos, entre todas las rectas que pasan por dicho punto  $c$ , elegir aquellas que más nos convengan. Podremos, pues, limitarnos á construir  $c'v$  y una de las dos rectas  $Dc''$ , lo que dispensará de construir la proyeccion auxiliar, fig. 47, que se ha puesto tan solo para facilitar la esplicacion. Por último, no será necesario colocar el punto  $v'$  sobre el cuadro, y bastará  $Dv$  á derecha ó izquierda del punto  $v$ , sobre la línea de horizonte.

Así, pues, para determinar, fig. 49, la perspectiva de un punto  $c'$  situado en el plano horizontal, se empezará por construir la *línea de horizonte*  $DvD$ ; el punto  $v$ , ó *punto de vista*, llevando á derecha é izquierda de este punto,  $Dv$ , igual á la distancia del espectador al plano del cuadro. Se proyectará entonces  $c'$  en  $c'$  y se trazará  $c'v$ , perspectiva de  $c'c'$ . El encuentro de  $Dc''$  con  $c'v$  determinará el punto  $c$ , perspectivo de  $c'$ .

Debe notarse que una sola de las dos rectas  $Dc''$  basta, y que si se trazan las dos es tan solo como verificación.

En general, las operaciones que son necesarias para obtener la perspectiva de un punto, se reducen á contruir las perspectivas de dos rectas que se corten ó den interseccion en dicho punto, consistiendo la habilidad del dibujante en saber elegir en cada caso,



aquellas rectas cuya perspectiva sea mas fácil de obtener.

La fig. 50, representa las operaciones necesarias para construir las perspectivas de tres rectas **AB**, **CD**, **TL**.

La primera, siendo perpendicular al plano del cuadro, su perspectiva se dirigirá al punto de vista, y sus estremidades *ab* se determinarán construyendo las perspectivas de dos líneas de  $50^\circ$ , que pasen por los puntos **AB**.

La recta **CD**, siendo paralela al cuadro, su perspectiva *cd* será paralela á la base del mismo, y estará comprendida entre las dos rectas *vc*, *vd*, perpendiculares al cuadro. El punto *c* lo determinará la línea á  $50^\circ$  pasando por **C**.

Y finalmente, la recta **TL** que forma con el cuadro un ángulo de  $50^\circ$ , su perspectiva se dirigirá al punto de distancia, y sus estremidades se determinarán dirigiendo hácia el punto de vista las perspectivas de dos rectas perpendiculares al cuadro, pasando por los puntos **TL**.

Paréceme suficiente lo que llevo espuesto, para que pueda comprender, aun el ménos versado en esta clase de estudios, las dificultades que en la práctica habia de originar un sistema que, como el presente, obliga á trazar debajo del cuadro la planta geométrica de cuanto queramos poner en perspectiva.

A pesar de ello, he creído conveniente dar conocimiento de él, porque como más primitivo, da



mejor la idea del estudio que nos ocupa, y facilita la comprension del método que me propongo explicar en la presente obra.

Fuera notoria injusticia de mi parte, si ántes de dar comienzo á mi tarea, no rindiera un tributo de admiracion al eminente matemático J. Adhémar, que con su *Tratado de Perspectiva lineal* ha abierto ilimitado horizonte á este ramo del saber.

Él será mi obra predilecta de consulta, y de él me permitiré tomar lo que conceptúe más notable y de mayor aplicacion *práctica*, que es el objeto á que va encaminado mi trabajo.

### CAPÍTULO III.

—

#### Método general.

**4.º Escalas de escorzos y de anchuras.** Determinado, fig. 51, pl. 5, el ángulo óptico, sobre el plano del objeto ú objetos que queramos poner en perspectiva, se trazará á vez y media (por regla general) del punto de vista  $d$ , la traza del cuadro  $ax$ , en una proporcion exacta al cuadro sobre el que queremos verificar la operacion perspectiva. Sea en el caso presente la cuarta parte de la recta  $AX$ , fig. 52, sobre la cual se trazará la línea de horizonte, fijando en ella el punto de vista  $v$ , y la distancia  $VD$ , igual á cuatro veces la misma  $vd$ ,



tomada sobre la **fig. 51**. Sobre esta figura se trazará la recta  $ab'$  perpendicular sobre  $ax$ , y sobre el cuadro **fig. 52**, se hará **AV**, perspectiva de  $ab'$ . Esta línea se llamará *escala de escorzos*, pues que sirve para determinar la distancia de cada punto al plano del cuadro.

Dispuesta así la operacion, si se trata de poner en perspectiva el punto  $b$ , **fig. 51**, se bajará de este punto la línea  $bb'$ , perpendicular sobre la escala de escorzos  $ab'$ ; se tomará la distancia  $ab'$ , que se llevará cuatro veces de **A** en **B**, **fig. 52**, y se unirá el punto **B** con el punto de distancia, por la línea **BD**, que determinará sobre **AV** un punto  $b'$ , perspectivo del punto  $b'$  **fig. 51**. En efecto, la recta **BD**, estando dirigida al punto de la distancia, representa una línea de  $50^\circ$  con relacion al cuadro, de donde resulta que  $Ab'$ , **fig. 52**, es igual á **AB** y por consiguiente á cuatro veces la distancia  $ab'$ , **fig. 51**.

Se construirá por el punto  $b'$ , **fig. 52** y paralelamente á la base del cuadro la línea  $b'b''$ , perspectiva de  $bb'$ , **fig. 51**. Por último, se tomará sobre el plano la distancia  $bb'$ , en la **fig. 51**, que se llevará cuatro veces de **A** en **B'**, **fig. 52**, y se trazará la recta **B'V**, cuya interseccion con  $b'b''$  dará  $b''$ , perspectiva del punto dado  $b$ .

Es evidente que por el método que acabamos de esponer, evitamos ya el tener que construir bajo del dibujo ó cuadro el plano del objeto que se trate de poner en perspectiva; pero es igualmente cierto que



necesitamos siempre tener suficiente espacio á derecha é izquierda del cuadro para poder fijar el punto de distancia sobre la línea de horizonte, y llevar sobre la de tierra  $AX$ , aquellas que nos marquen las anchuras y escorzos.

**5.º Sustitucion del punto de distancia.** Para hacer desaparecer esta última dificultad, operaremos del siguiente modo: Tomaremos, fig. 51, la distancia  $dv$ , y la llevaremos una sola vez sobre la línea de horizonte de  $v$  en  $s$ , fig. 52, cuyo punto  $s$  toma el nombre de *punto de sustitucion*. Hecho esto se tomará, fig. 51, la distancia  $ab'$ , y despues de haberla llevado sobre la base del cuadro de  $A$  en  $B''$ , se trazará  $B''s$ , cuya interseccion con la escala de escorzos  $AV$ , dará  $b'$ , perspectiva del punto  $b'$ , fig. 51.

En efecto, sabemos que  $DV$ , fig. 52, es la distancia del espectador al plano del cuadro  $AX$ . Acabamos de ver que  $sv$  es igual á  $dv$ , que sobre la fig. 51 espresa igualmente la distancia del espectador al plano del cuadro  $ax$ : luego si las dos rectas  $DV$ ,  $sv$ , guardan la misma relacion entre sí que la que existe entre  $AX$  y  $ax$ , se deduce el que las rectas  $AB''$ ,  $AB$ , deben ser igualmente relativas en la misma proporcion, y dar por tanto la misma interseccion sobre la escala de escorzos.

Así, pues, vemos que por medio de una operacion sencillísima, evitamos no solo la construccion geométrica debajo del cuadro, si que tambien tener que emplear todo el espacio necesario para poder llevar



á derecha é izquierda del citado cuadro, las distancias multiplicadas por la relacion que exista entre el dato y la operacion que queramos verificar.

Para acabar de determinar el punto  $b$ , se tomará sobre la fig. 51 la distancia  $av$  (ó sea el espacio que media entre el punto de vista y el borde del cuadro) y la llevaremos de  $v$  en  $a$ , sobre la línea de horizonte; la vertical  $aa'$ , fig. 52, cortará la escala de escorzos  $AV$ , en un punto  $a'$  por el cual se hará pasar la horizontal  $a'a''$ : esta última línea se denominará *escala de anchuras*. Tomando sobre la fig. 51 la distancia  $bb'$ , la llevaremos sobre  $a'a''$ , de  $a'$  á  $o$ , y se trazará  $vo$ , cuya línea al prolongarse hallará la horizontal  $b'b''$ , cuya interseccion determinará la perspectiva del punto dado.

Las figs. 53 y 54 representan la operacion anterior, descartada de las líneas  $DB$ ,  $VB'$ , que nos son ya inútiles, y que tan solo han servido para la demostracion del principio. La fig. 54 es ademas un ejemplo práctico, el cual demuestra que la sustitucion de la distancia puede hacerse, y dá siempre el mismo resultado, cualquiera que sea la reduccion que de ella se haga, ó la relacion que se adopte.

**6.º Líneas rectas.** Espuesto ya el método general para poner en perspectiva un punto, que forme parte del plano horizontal, hagamos algunas aplicaciones importantes de este método.

Sea en la fig. 55, pl. 6,  $ax$ , la traza del cuadro sobre el plano horizontal que contiene la recta  $ce'$ , que es la que deseamos poner en perspectiva;  $ao$ ,  $xe'$



siendo los lados del ángulo óptico,  $ae$  será la escala de escorzos.

Si el papel no fuese suficientemente grande para poder encontrar el punto de concurso de las dos rectas  $ao$ , y  $xe'$ , se trazará  $av' = av$ , y elevando la perpendicular  $v'o$ , podremos fijar sobre esta la distancia que exista entre el espectador y el cuadro  $ax$ .

**7.º Disposicion del plano.** Dado ya el cuadro, **fig. 56**, se trazará desde luego la línea de horizonte  $vs$ , sobre la cual marcaremos el punto **v** (vista), llevaremos á derecha é izquierda un tamaño  $vs$ , igual á  $v'o$ , luego  $va$  igual á  $va$ , se trazará la escala de escorzos **AV** y la perpendicular  $aa'$ , que determinará la escala de anchuras  $a'a''$ .

Con el objeto de evitar repeticiones, recordaremos una vez para siempre, que  $vs$  es igual á la distancia tomada sobre el plano del objeto, entre la traza del cuadro y el vértice del cono visual; y que  $va$ , de no advertir lo contrario, será siempre la mitad de la recta  $ax$ , **fig. 55**; de suerte, que  $vs$  sea siempre á  $va$ , como la distancia del espectador al cuadro, es á la mitad de la anchura de este.

Dispuesta la operacion como queda indicado, y recordando lo dicho anteriormente, que dos puntos determinan la posicion de una recta, tomaremos la distancia  $ac''$ , **fig. 55**, que llevaremos de **A** en  $c'$ , sobre la **fig. 56**, trazando la recta  $c's$ , cuya interseccion con la escala de escorzos determinará  $c''$ , perspectiva del punto  $c''$ , **fig. 55**.



Para determinar la perspectiva del punto  $e'$ , se trazará la horizontal  $e'e$ , fig. 55; se tomará la distancia  $ae$  que se llevará, fig. 56, de  $A$  en  $e'$ ; se trazará  $e's$ , que determinará  $e$ , y la horizontal  $ee''$  encontrará el borde del cuadro en un punto  $e''$ , que será la perspectiva del punto  $e'$ , y uniendo los dos puntos encontrados y prolongando la línea hasta el punto  $c$ , estará determinada la perspectiva de la recta dada.

Principio general: *la perspectiva de todo punto situado sobre uno de los lados del ángulo óptico, se hallará sobre uno de los bordes verticales del cuadro.*

No obstante ser un método general el que dejamos espuesto, método que en todos casos puede aplicarse, hai sin embargo varias operaciones que le simplifican. En el número de estas se encuentra, y es tal vez una de las más importantes en la práctica, la de poder trazar siempre que nos sea necesario una recta perspectiva cuya inclinacion, con relacion al cuadro, sea de  $50^\circ$ .

Hemos visto en las esplicaciones anteriores, que para construir una línea de  $50^\circ$ , basta dirigirla de cualquier punto al de distancia; pero como hemos tambien visto lo conveniente que nos es el tener este sustituido ( $5.^\circ$ ), debemos estudiar el medio de poder unir ambas ventajas.

Si, por ejemplo, se trata de construir una horizontal de  $50^\circ$ , pasando por el punto  $o$ , fig. 57, admitiendo que la distancia del espectador al plano del cuadro sea igual á cuatro veces  $vs$ , trazaremos



la horizontal  $op$ , sobre la cual llevaremos cuatro veces una anchura cualquiera á partir del punto  $o$ ; uniremos el punto  $p$  con el punto  $v$ , por la recta  $pV$ , que nos servirá de escala de escorzos auxiliar, luego por el tercer punto de division á partir de  $o$  se trazará  $cs$ , que determinará el punto  $e$  de la recta buscada  $oe$ .

Efectivamente,  $pc$ , siendo la cuarta parte de  $op$ , se desprende el que la recta  $oe$  deba concurrir en el punto de *distancia* alejado del punto  $v$ , una porcion ó cantidad igual á cuatro veces  $sv$ .

Compréndese sin dificultad, que la operacion será la misma y dará el mismo resultado, cualquiera que sea la relacion que exista entre  $vs$ , y el punto de la *distancia*.

Creo conveniente advertir aquí, que esta relacion, adoptada que sea para un punto, será siempre la misma para todos los demas.

**8.º Cuadrado.** La operacion anterior entre sus muchas aplicaciones, nos ofrece en primer término, la de poder construir la perspectiva de un cuadrado, dado uno de sus lados.

Sea, por ejemplo, la recta  $ao$ , fig. 58, la perspectiva de uno de los lados del cuadrado que deseamos determinar.

Suponiendo la distancia igual á cuatro veces  $vs$ , haremos  $od$  igual al cuarto de  $oa$ ; trazaremos la recta  $ds$ , la que dará el punto  $d'$  por el cual llevaremos el cuarto lado. Siendo la recta dada paralela



á la base del cuadro, casi es ocioso advertir que dos de los lados de dicho cuadrado serán perpendiculares al plano de aquel, é irán dirigidos al punto de vista.

Si deseáramos encontrar la perspectiva del cuadrado en la parte anterior de la recta dada  $oa$ , ó lo que es lo mismo, que este lado fuese el más distante del espectador, sería necesario entónces dividir la recta  $oa$  en dos mitades, trazar la perpendicular perspectiva  $bV$ , y uniendo el punto  $d$  (cuarta parte de dicha recta  $ao$ ) con la sustitucion de la distancia  $s$ , su prolongacion encontrará la perpendicular  $Vb$  en un punto  $b$ , que determinará la recta  $bd''$ , cuarto lado del cuadrado propuesto.

Si en vez de ser solo la recta  $ao$  la dada, tuviésemos ya construido el cuadrado  $oad'$ , bastaría trazar la recta  $sd$ , que en la prolongacion de la perpendicular  $d'o$ , nos daría el punto  $d''$ .

Como se vé por los ejemplos espuestos en la fig. 58, estas construcciones en nada varían al encontrarse encima de la línea de horizonte, pues siempre tendremos la misma division de la recta dada, en relacion con la sustitucion de la distancia, y la interseccion de esta línea sobre uno de los lados perpendiculares del cuadrado.

Si el cuadrado  $pcl$  estuviese ya construido y quiéramos trazar otros iguales á este, prolongaremos sus lados perpendiculares  $cV$ ,  $lV$ ; dividiremos como en el caso anterior la recta  $cl$  en dos mitades, y bajando por este punto de division la perpendicular



perspectiva  $c'v$ , esta nos dará puntos de intersección para trazar cuantas horizontales queramos. Así la línea  $cc'$  determina la horizontal  $p'c''$ , como á su vez la  $pc''$  determina la  $p''$ .

Puede tambien darse el caso de ser necesario construir un cuadrado, teniendo por base ó siéndonos conocido uno de sus lados perpendiculares  $vv'$ , fig. 58. Para ello entónces trazaremos á partir de  $v$  y  $v'$  dos horizontales, y uniremos  $v'$  con  $s$ , cuya línea de union al prolongarse encontrará la horizontal  $vf'$  en un punto  $f$ . Hecho esto, bastará tomar la porcion de horizontal  $vf$  y llevarla sobre  $vf'$  tantas veces como necesario sea para completar la subdivision que del punto de distancia hayamos hecho. En el presente caso, el punto  $s$  espresa el cuarto de la distancia, y de aquí que la horizontal  $vf'$  contenga cuatro veces la porcion  $vf$ , y pase por el cuarto lado del cuadrado propuesto.

**9.º Cuadrados concéntricos.** La construccion de estos es por demas sencilla, puesto que trazado el mayor de ellos por el método anterior, y puestas las diagonales, sobre ellas encontraremos los vértices de los demas; así en la fig. 59, pl. 7, las perpendiculares  $cc$  al bajarlas al punto de vista darán sobre las diagonales los puntos  $oo'o''o'''$ , vértices del cuadrado concéntrico.

**10. Pavimento compuesto de cuadrados.** Conocido ya el método anteriormente empleado para la construccion de un cuadrado perspectivo, siendo



conocido ó estando dado uno de sus lados, el presente problema no ofrece dificultad alguna.

En efecto, si consideramos como lado conocido ó dado la base del cuadro  $ab$ , fig. 60, y  $sV$  espresa el tercio de la *distancia*, tomando igualmente el tercio de la recta  $ab$ , y uniendo este,  $t$ , con el punto  $s$ , la interseccion  $d$  de esta recta sobre la perpendicular  $aV$ , nos dará el lado cuarto  $do$ . Ahora bien, para inscribir en este cuadrado otros varios, paralelos todos ellos entre sí, operaremos del siguiente modo: Dividiremos en porciones iguales y en el número de veces que queramos la recta  $ab$ , sea en el caso presente el de 4; estas porciones  $a1$ ,  $12$ ,  $23$ ,  $3b$ , que marcan la anchura de los cuadrados que queremos construir, determinan otras tantas perpendiculares, que como á tales tienen su punto de concurso en  $v$  (vista).

Los lados paralelos á la base del cuadro, debiendo ser igualmente horizontales, será suficiente el encontrar un punto para cada uno de ellos,  $1'$ ,  $2'$ ,  $3'$ , etc., y es evidente, que para lograrlo bastará trazar la diagonal  $ao$ .

Si quisiere prolongarse el pavimento más allá de la horizontal  $do$ , repetiremos la misma operacion sobre esta recta.

En el caso de querer estender el pavimento á derecha ó izquierda, prolongaremos la horizontal  $do$ , ó cualquiera otra, y llevaremos sobre ella las anchuras  $d4$ ,  $43$ , etc. que deseemos, las cuales unidas con  $v$ , serán otras tantas perpendiculares perspectivas.



Las figs. 61 y 62, siendo una aplicacion de las anteriores, basta tan solo su esposicion para poderlas comprender sin esplicacion alguna. Únicamente difiere algo la fig. 61, por trazarse ya en ella líneas que no se encuentran en un mismo plano, pues que *ac* se halla en uno y *eo* en otro; pero esto no altera ni dificulta en nada la operacion.

Llevándome por norma en la presente obra facilitar á los artistas el estudio de la perspectiva, reduciendo cuanto sea dable á casos puramente prácticos todos sus problemas, creo deber recomendar mui especialmente los que siguen, cuya aplicacion es de suma importancia.

Es general, y lo es indudablemente por fundarse en una regla de buen gusto, el no dar en un cuadro mayor importancia al *fondo* que á las figuras, cuando el asunto principal se encuentre en estas.

Para estos casos mui comunes, repito, las perspectivas llamadas de frente, son mui aceptables, no tan solo por ser facilísima su construccion, sino tambien por el agradable conjunto que ofrecen cuando el punto de vista se fija un tanto separado ó distante del centro del cuadro.

### **II. Resúmen de los artículos anteriores.**

No me es todavía dado demostrar al lector prácticamente toda la exactitud de mi opinion, siendo tan pocos los problemas ó puntos esPLICADOS; pero sirva no obstante como una prueba de ello la fig. 63, pl. 8, en la que no solo se reasume cuanto nos es ya cono-



cido, si que tambien las aplicaciones prácticas de casi todo ello.

Entre estas últimas, ninguna tan importante como la de establecer una relacion numérica entre los cuadrados perspectivos del pavimento y los demas objetos del cuadro, pues que esta sencilla operacion nos permitirá poder medir dichos objetos en todos sentidos, sustituyendo y simplificando de este modo el *método general de alturas*, que más adelante estudiaremos.

Siendo en el caso presente la distancia  $12$ , equivalente á  $0^m,50$ , podremos ya precisar sin dificultad lo que miden las puertas, ventanas, etc., y cuantos objetos se encuentren en los diferentes puntos del plano horizontal. Así por ejemplo, en el caso de que se trata, sabiendo que  $12$ , mide  $0^m,50$ , resulta tener la sala  $5$  metros; que las puertas miden  $1^m,50$  por  $2^m,50$   $oo'$   $o'o''$ ; que el muro  $eb'$  tiene un espesor de  $0^m,25$ , etc., etc.

Para determinar este espesor ó grueso en el muro horizontal, basta prolongar la diagonal, que al chocar con la perpendicular  $bb'$ , marca el punto  $b$ ; ó bien sabiendo ya que este tiene  $0^m,25$ , tomar la cuarta parte de un cuadrado  $oc$  (por estar la distancia sustituida en una mitad) trazando  $cs$ , que sobre la pequeña perpendicular  $oc'$ , determinará el punto  $c'$  á  $0^m,25$  del  $o$ .

En el artesonado del techo, á pesar de su aparente complicacion, nada hai que no nos sea conocido y de fácil ejecucion, pues que basta, como en el ejem-



plo espuesto en la pl. 7, bajar desde los puntos de division establecidos en el borde del cuadro, las perpendiculares perspectivas, y dividir estas por medio de las diagonales, que nos darán los puntos de interseccion  $aa'$  para las primeras horizontales, así como también los de las verticales  $dd'$ , que á su vez marcan las horizontales segundas  $dd''$ .

## CAPÍTULO IV.

—

### Simplificaciones del método general de plantas.

#### Division de líneas.

Entre las varias operaciones que pueden emplearse para abreviar y simplificar el método general de plantas, la más importante y de mayor aplicacion práctica, es sin duda alguna la *division de líneas*. De aquí el que recomiende ó aconseje eficazmente al lector, se ocupe con detenimiento de su estudio, seguro de que este trabajo, como ántes digo, ha de facilitarle de un modo extraordinario la resolucion de cuantos problemas se le puedan presentar.

**12. Paralelas al cuadro.** Si las rectas que se quieren dividir son paralelas á la base del cuadro,  $ab\ a' a'$ , figs. 64 y 65, pl. 9, la division es sencilla, puesto que puede hacerse directamente sobre dichas



rectas, empleando para ello los medios ordinarios de la geometría.

**13. Division de oblicuas.** Para dividir en dos mitades una recta  $et$ , fig. 66, puesta en perspectiva por cualquiera de los medios anteriormente espuestos, se trazará la recta  $e_2$ , paralela á la base del cuadro, la dividiremos en dos porciones iguales, uniremos el segundo punto de division  $2$ , pasando por  $t$ , con un punto cualquiera situado sobre la línea de horizonte, y haciendo otro tanto con el primero  $1$ , la línea  $et$  quedará dividida en dos mitades como nos habíamos propuesto.

La misma é idéntica operacion nos servirá para dividir una línea en cuatro, cinco, seis ó más porciones. En la fig. 67 la recta  $ld$  dividida en seis, es un ejemplo de ello.

Si sobre la recta dada, tuviésemos ya determinada una primera porcion  $so$ , fig. 68, trazaremos como en los ejemplos anteriores la horizontal  $s_4$ , uniremos el punto  $o$  con uno de concurso cualquiera  $c''$ , lo cual nos dará sobre la horizontal la anchura  $s_1$ , que llevaremos sobre ella tantas veces como nos fuese necesario, y unidos estos puntos  $1, 2, 3, 4$ , con el de concurso  $c''$ , tendremos dividida perspectivamente la recta dada.

Si como en el caso presente faltara espacio para poder llevar sobre la horizontal las porciones que necesitásemos, trazaríamos á partir de  $5', 4'$ , dos líneas concurrentes en un nuevo punto  $c'''$ , tambien arbitra-



rio, y á una altura cualquiera haremos pasar sobre ellas una horizontal paralela á la anterior, que determinará la anchura  $3'' 4''$ , que repetiremos sobre ella las veces que queramos; estos puntos  $3 6$ , etc., unidos con el de concurso, continuarán dividiendo en partes iguales la recta dada.

No obstante ser mui parecida á la anterior la **fig. 69**, he creido conveniente consignarla, con el objeto de dejar completo este importante punto del estudio que nos ocupa.

Trátase de dividir en la **fig. 69** la recta  $os$  en porciones grandes y pequeñas alternativamente, y en la relacion de  $oa$  y  $ab$ . Suponiendo encontrados ya los primeros puntos  $oab$ , trazaremos como anteriormente hicimos, á partir del punto  $o$ , una paralela á la línea de horizonte; fijaremos sobre esta un punto de concurso  $c''$ ; uniremos con él por medio de dos líneas los puntos  $ab$ , y la prolongacion de estas líneas nos dará sobre la horizontal los segmentos  $o1$ ,  $12$ , que llevaremos sobre ella cuantas veces nos sea posible, y uniendo estos puntos con el de concurso  $c''$ , estará resuelto el problema.

Es fácil en esta operacion como en la anterior, que sea insuficiente la horizontal para trazar sobre ella las divisiones que necesitemos; en este caso, de los dos primeros puntos de division  $12$ , **fig. 69**, bajaremos dos líneas perspectivas paralelas á la recta dada, trazaremos una horizontal á partir del punto  $b$ , cuya horizontal determinará sobre las paralelas bajadas las



intersecciones  $a'b'$ , que unidas con el punto  $c''$  darán  $a''b''$ , y así sucesivamente.

**14. Sustitucion de los puntos de concurso que se encuentran fuera del cuadro.** Es frecuente en perspectiva, presentarse el caso de tener que trazar varias rectas paralelas entre sí, cuyo punto de concurso se encuentre fuera del cuadro, y tal vez á gran distancia de él. Para evitarnos el buscar la perspectiva de todas ellas por el método general, y hacer fácil y breve su construccion, nos será conveniente conocer las siguientes operaciones que á este objeto se refieren.

Supongamos, fig. 70, pl. 10, que la recta  $ab$  sea la perspectiva de una línea situada horizontalmente en el espacio, y que por el punto  $s$  queremos pase una línea paralela á la recta dada.

Debiendo por la posicion de dicha recta, tener esta su punto de concurso sobre la línea de horizonte, dedúcese de ello que la cuestion debe estribar en dividir la recta  $bc$  en la misma proporcion que lo está su paralela  $ao$ , esto es:  $as$  es á  $so$ , como  $bt$  es á  $tc$ .

Para conseguir el objeto propuesto, trazaremos la recta ya mencionada  $ao$ ; luego la  $bd$ , paralela á la línea de horizonte, la que determinará un punto  $d$  sobre la recta  $ac$ ; de esta interseccion  $d$ , bajaremos una vertical paralela á las rectas  $bc$ ,  $ao$ , y esta recta determinará un punto  $l$  sobre la línea  $sc$ , desde cuyo punto  $l$ , trazando una paralela á  $db$ , nos dará



sobre la línea  $bc$  un punto  $t$ , que unido con  $s$ , será la recta buscada.

Esta misma operacion nos servirá para construir la recta  $s't'$  y todas aquellas cuyo punto de partida se encuentre sobre la vertical  $as'$ . Si alguna de ellas no reuniese esta circunstancia, y el punto dado se hallase fuera de dicha vertical, por ejemplo  $a'$ , trazaremos  $a'a''$  y la operacion en nada varía ya de la anterior, pues que uniendo  $a''$  con el punto de concurso  $c$ , tendremos sobre la horizontal  $bd$  el punto  $d''$ , del que bajando una paralela á  $a'a''$ , marcará sobre la recta  $a'c$  el punto  $b'$ , que llevado horizontalmente y en sentido paralelo á  $d''b$ , nos dará sobre  $bc$  el punto buscado  $t'''$ .

En la fig. 71, encontrándose los puntos  $oo'$  en una misma recta  $oao'$ , construiremos  $vv'$  paralela á ella; luego  $db$  paralela á la línea de horizonte, la que al encontrarse con la recta  $ac'$  determinará el punto  $b$ , por el que haremos pasar una segunda paralela á  $oo'$ , sobre las que las líneas  $oc'$ ,  $o'c'$  darán los puntos  $ee'$ , que llevaremos horizontalmente sobre  $vv'$ : puntos pertenecientes á las rectas pedidas.

La fig. 72, tan solo difiere de la anterior en que el punto de concurso de las rectas dadas  $ad$ ,  $cb$ , no se encuentran en la línea de horizonte; pero esta circunstancia en nada varía la operacion.

Tambien puede emplearse para estos casos la construccion espuesta en la fig. 73, que consiste en construir un triángulo  $s't'o'$ , semejante y paralelo á



otro triángulo cualquiera  $st o$ , coincidiendo uno de sus vértices con el punto  $s$ . La misma operacion nos determina el punto  $b'$ , que unido con  $b$ , dará la otra recta pedida.

Cuando las paralelas que queremos construir, se encuentren sobre el plano horizontal, y tengan por tanto su punto de concurso en la línea de horizonte, puede operarse del siguiente modo: Supongamos que por los puntos  $0, 1, 2; 1, 2, 3$ , figs. 74 y 75, queremos construir las perspectivas de tres paralelas á las líneas  $3 a', a' 0$ . Empezaremos como en los ejemplos anteriores, por fijar sobre la línea de horizonte un punto de concurso cualquiera  $c''$ ; uniremos este con los puntos  $0, 1, 2, 3$ , y trazando una horizontal donde mejor nos parezca ó convenga, esta cortará las líneas  $c'' 0$  ó  $c'' 1$ , etc., en los puntos  $c, e, b, a$  y  $a, b, t, d$ , que trasportados á  $a', b', e', c'$  y  $d', t', b', a'$ , determinarán las líneas buscadas.

Otra de las operaciones que abrevia el *método general de plantas*, y hasta puede en ocasiones hacernos prescindir de él por completo, es la de rebatir la parte de operacion que nos convenga del plano horizontal á otro perpendicular, ya sea para averiguar la inclinacion de una línea con relacion al cuadro y sobre ella construir ángulos dados, ó bien para la construccion de figuras regulares que, como á tales, pueden inscribirse dentro de un cuadrado.

**15. Inscribir polígonos en un cuadrado perspectivo.** Trazado ya sobre el plano horizontal



un cuadrado perspectivo, fig. 75, pl. 11, queremos inscribir en él un exágono que tenga dos de sus lados paralelos á dicho cuadrado; rebatiremos para ello la cuarta parte del cuadrado; trazaremos en ella la porcion del polígono que á esta corresponda, y de aquí bajaremos al plano horizontal los puntos que para su construccion perspectiva se necesiten. El medio es sencillo: Trazadas en el cuadrado perspectivo las diagonales  $c'c'$ , y la horizontal  $a'a'$ , pasando por su centro  $o'$ . Nótase desde luego que para construir el lado  $ae$  del exágono, nos bastará encontrar el punto  $e$ , pues que el extremo  $a$  estará ya determinado por la horizontal  $a'a'$  al tocar en los lados perpendiculares del cuadrado. Del punto  $e$  bajaremos una perpendicular, que al tocar en el plano horizontal, concurrirá al punto de vista  $v$ : haremos otro tanto con  $c$ , interseccion del lado  $ae$  con la diagonal  $oc$ , la que al concurrir como la anterior al punto de vista, nos dará igualmente sobre las diagonales los puntos  $c'c'$ , que unidos con  $a'$ , cruzarán la perpendicular bajada de  $e$ , en el punto que buscamos. El mismo resultado obtendríamos tambien prolongando el lado  $ae$  hasta  $o$ , y uniendo este punto con  $a'$ . Para terminar la figura propuesta, bastará trasladar las anchuras obtenidas al lado opuesto, y pasar horizontales desde los puntos hallados.

De lo espuesto resulta, que como al principio vimos, para encontrar la perspectiva de un punto, basta determinar dos rectas que se crucen ó den interseccion en dicho punto. Así en la fig. 76, para ave-



riguar la posición de la recta  $ao$ , nos es suficiente bajar una perpendicular del punto  $c$ , que es donde dicha recta  $ao$  toca la diagonal, y esta perpendicular nos dá  $c'$ , que unido con  $a$ , fija el punto  $o'$  sobre la perpendicular bajada de  $o$ .

En la fig. 77, como el vértice del polígono se encuentra sobre la diagonal, basta bajar la perpendicular  $ot$ , y sobre el plano perspectivo nos dará los puntos  $o'o'$ .

**16. Círculos y círculos concéntricos.** La misma operación podrá servir para construir círculos y círculos concéntricos, fig. 78, pues que llevando sobre la diagonal, por medio de horizontales, cuantos puntos necesitemos, la construcción de aquellos en nada difiere de las anteriores.

Otro tanto sucede con la división de estos círculos en porciones dadas, pues hecha la división geométrica por los medios que ya nos son conocidos, la construcción perspectiva resulta idéntica á las ya citadas. Ejemplo de ello son las figs. 80 y 82, pl. 12, en las que hechas las operaciones auxiliares, figs. 79 y 81, nos basta trasladar al plano perspectivo (comprendiéndola dentro de los lados perpendiculares del cuadrado ó su prolongación) la recta  $ee$  con los puntos de división que sobre ella resulten, determinando estos las perpendiculares todas que sobre las diagonales han de darnos los puntos buscados.

**17. Construir un cuadrado sobre una recta puesta en perspectiva.** Otra aplicación de este mismo sistema, es la de poder construir un cuadrado



sobre una recta cualquiera, puesta en perspectiva,  $ab$ , fig. 83. Para conseguirlo operaremos de la siguiente manera: Empezaremos por inscribir, y á partir del punto  $a$ , dentro de un cuadrado regular  $avlt$  dicha recta  $ab$ ; prolongaremos los lados perpendiculares del cuadrado, y en el punto que nos parezca, que será siempre aquel en que no confunda la operacion que vamos á verificar, levantaremos otro cuadrado  $a'v'l't'$ , que en dicho punto del plano horizontal espresa ser idéntico al anterior. Esto hecho, trazaremos la diagonal  $vt$ , que con la recta  $ab$  determinará un punto  $e$ , cuyo punto nos lo dará igualmente, sobre el cuadrado rebatido, la perpendicular  $ee'$ , llevada sobre el plano vertical de  $e'$  en  $e''$ . Es claro y evidente que conociendo este punto, podremos ya trazar el lado del cuadrado  $a'b'$ , y por lo mismo los tres restantes  $b'c'$ ,  $c'd'$  y  $d'a'$ . En este estado ya la operacion, tan solo nos resta hallar la perspectiva de los puntos  $c'$  y  $d'$ , que por los medios anteriormente espuestos nos es fácil de conseguir, pues que para el punto  $c'$  nos bastará bajar las perpendiculares  $cc'$  y  $oo'$ , la primera desde el punto  $c'$ , y la segunda desde  $o$ , que es donde la horizontal  $c'o$  encuentra la prolongacion de la diagonal. Como casualmente el punto  $d'$ , coincide con la prolongacion de la parte superior del cuadrado  $l't'$ , nos es suficiente y bastará para obtenerlo el bajar la perpendicular  $d'd'$ .

**18. Dada una recta en perspectiva, trazar otra perpendicular á ella.** La fig. 84, difiere tan



solo de la anterior en el enunciado del problema. En aquella se trataba de construir un cuadrado, en esta solamente un ángulo recto. La recta  $c'a$  es la dada, y  $a'b$  su perpendicular pedida; averiguada la inclinacion de la primera y trazada la segunda, su construccion perspectiva se obtendrá determinando un punto cualquiera de ella, ya sea este su extremo  $b$ , si al bajar la perpendicular sobre el plano horizontal esta no sale del cuadro, ó bien un punto que como  $x$ , es originado por otro ya conocido  $v'$ .

Las simplificaciones más importantes que al método general pueden hacerse, son sin duda las que quedan consignadas en el presente capítulo. Con el auxilio de ellas podrán trazarse las perspectivas más complicadas, y sin que la complicacion pueda nunca ser obstáculo para su pronta y sencilla resolucion. Esto no obstante, como de su conocimiento, aun siendo completo á la aplicacion oportuna de ellas, existe alguna distancia, difícil de recorrer tal vez para alguno; he creido conveniente presentar algunos ejemplos prácticos, que á la par que pongan de manifiesto la importancia de dichas simplificaciones en el presente estudio, faciliten ó enseñen los medios para poder conseguir la aplicacion oportuna y conveniente, de que ya dejo hecha mencion.



## CAPÍTULO V.

### — Perspectiva de planos.

**19. Pavimento compuesto de octógonos regulares.** La fig. 85 de la pl. 13, representa el pavimento que queremos poner en perspectiva. Si sobre él fijamos nuestra atención, observaremos que los ángulos de los cuadrados, lo son al propio tiempo de los octógonos; notaremos también que los vértices de estos ángulos, están determinados por la intersección de dos sistemas de líneas, perpendiculares al plano del cuadro las unas y paralelas á este plano las demás; y por último, que como consecuencia de esto, una línea  $oe$ , que forme con este mismo plano un ángulo de  $50^\circ$ , determinará sobre las perpendiculares las intersecciones de las horizontales. Con estos datos, la operación queda reducida á trazar del tamaño que nos convenga el octógono regular, fig. 86; bajar de sus vértices á la base del mismo, fig. 87, las perpendiculares  $dd'$ ,  $aa'$ ,  $bb'$ , etc., que sobre dicha base darán las anchuras  $d'a'$ ,  $a'b'$ ,  $b'a'$ , y repetidas á derecha é izquierda serán los puntos por donde pasar deben todas las líneas del primer sistema, ó sean las perpendiculares que contiene el pavimento. Para determinar las horizontales y dar fin con ello á la operación, trazaremos, como en la fig. 85 (tomando por



lado la perpendicular del primer punto de division  $d'$ ), la línea á  $50^\circ$   $oe$ , y como sabemos, nos dará sobre las perpendiculares las intersecciones pedidas. Pueden suprimirse las perpendiculares  $b'd'$  y las horizontales que á ellas corresponden, y que se han puesto tan solo para evidenciar mejor el resultado.

**20. Pavimento compuesto de exágonos regulares.** Este pavimento que como el anterior está representado geométricamente en la *fig. 88*, consta asimismo de dos sistemas de líneas, perpendiculares al plano del cuadro y paralelas á la base de este. Para determinar las primeras, trazaremos el exágono, *fig. 89*, y proyectaremos en la base del cuadro, *fig. 90*, como con el octógono hicimos, sus vértices  $a e a$  en  $a' e' a'$ , que repetidos en dicha base y unidos con el punto de vista  $v$ , nos darán las líneas buscadas. Para trazar las segundas, vemos en la *fig. 88*, que la prolongacion de uno de los lados del polígono  $eb$  las determina; así, pues, prolongando el lado  $ea$  en la *fig. 89*, hasta un punto cualquiera  $d$ , la cuestion queda reducida á fijar este punto sobre el plano horizontal. Para ello proyectaremos  $d$  en  $d'$ ; trazaremos la horizontal  $ec$ ; construiremos, á partir de esta horizontal y con relacion á ella, una línea de  $50^\circ$  pasando por el punto  $d$ ; rebatiremos  $c$  en  $c'$ ; tomaremos el cuarto de la distancia  $d'c'$ ,  $d'1$ , y uniendo este punto con el de sustitucion  $s$ , esta recta determinará sobre la perpendicular  $d'v$ , el punto  $d''$ , que unido con  $e'$ , será la recta pedida  $e'd''$ .



**21. Dividir en un número dado de cuadrados, otro cuadrado  $abcd$ , fig. 91, pl. 14, cuya posición sea oblicua, con relación á la base del cuadro  $ax$ .**

Determinado por el método general, sobre el plano perspectivo el cuadrado  $ABCD$ , fig. 92, veamos sobre él cuáles podrán ser los medios que debemos emplear para dividir cada uno de sus lados en seis porciones iguales. Si como en el presente caso, los lados  $AD$  y  $BC$  tuvieran el punto de concurso  $c$  dentro del cuadro, la división sería sencilla, porque entonces bastará dividir, por cualquiera de los medios ya conocidos, uno de sus lados  $DC$  ó  $BA$ , y los puntos de división sobre él obtenidos, unidos con  $c$ , nos determinarán las perspectivas de todas las rectas paralelas á dichos lados  $DA$ ,  $CB$ . Esto hecho, para encontrar las líneas paralelas á los lados  $DC$  y  $AB$ , trazaremos las diagonales  $AC$ ,  $DB$ , y estas sobre las líneas halladas nos darán los puntos pedidos. Como en la intersección de las diagonales, tendremos tan solo un punto para la recta que á él corresponde, trazaremos, á partir de  $z'$ , otra diagonal, y esta sobre el lado  $AD$  nos dará un nuevo punto  $e$  para poderla construir.

Si no pudiésemos utilizar el punto de concurso  $c$ , dividiríamos los dos lados  $CD$  y  $AB$ , así como también los dos restantes, si en ellos necesitásemos una división distinta.

**22. Pavimento oblicuo compuesto de cuadrados.** Sobre una recta cualquiera  $ab$ , fig. 93,



situada en el plano horizontal, queremos construir el presente pavimento. Para ello empezaremos por averiguar la inclinacion de dicha recta, ó sea  $ob'$  y su perpendicular  $b't$ , cuya perspectiva estará determinada en  $bt'$ . Esto hecho, trazaremos del tamaño que deseemos, y á partir del vértice  $b'$ , el cuadrado  $cb't$ , y sus lados  $c$  y  $t$ , prolongados hasta la base del cuadrado rebatido, nos darán sobre dicha base los puntos  $ie$ , que bajados al plano horizontal, determinarán igualmente las intersecciones  $i'e'$ ; unidas estas con los puntos  $t'$  y  $c'$ , originarán dos de las rectas buscadas. Para terminar la operacion en este estado ya, dividiremos los lados  $ab$  y  $bt'$  en porciones iguales á  $c'b$  y  $bt'$ ; trazaremos la diagonal  $bz'$  que sobre la línea de horizonte determinará un punto de concurso  $c''$ , del que bajaremos, pasando por  $t'$ , una segunda diagonal, que sobre la recta  $c'e'$  dará un punto  $z$ , que unido á su vez con el primer punto de division, obtenido sobre el lado  $bt'$ , producirá una nueva recta  $z z'$ , cuya recta al cruzar la diagonal  $bz'$ , determina la interseccion  $z'$ : unida esta tambien con el primer punto de division del lado  $ab$ , obtendremos como anteriormente, otra de las rectas buscadas  $z'z$ , y así sucesivamente. Si las diagonales  $b$  y  $t'$  no fueran suficientes para trazar las rectas más próximas á la base del cuadro, construiremos otras nuevas donde más convenga, y sobre ellas ultimaremos la operacion.

**23. Pavimento oblicuo compuesto de octógonos.** La fig. 94 es una aplicacion de la anterior;



en aquella se trataba tan solo de la construcción de cuadrados, en esta vamos á inscribir octógonos en estos mismos cuadrados, razon por la cual los lados  $ab$  y  $bc$ , no solo han de dividirse en las porciones  $co$  que marcan los lados de dichos cuadrados, sino que á su vez estas se han de subdividir en las anchuras  $ca$  y  $ae$ , que son las proporciones necesarias para la construcción del octógono. Como estas proporciones (y aquí es donde la presente operación difiere de la pasada) sobre las diagonales no nos dan intersecciones que podamos utilizar para su construcción, necesitamos hacer sobre una de dichas diagonales una nueva división  $c'a'e'o'$ , en la misma proporción de  $caeo$ , cuya división determina los puntos  $1, 2$ , que unidos con  $1' 2'$  marquen á su vez las nuevas líneas, que completan la construcción del pavimento.

Esponer todos los ejercicios que del estudio de planos pueden hacerse (representándolos por otras tantas figuras), seria no tan solo un trabajo árduo y pesado, sino que su esposición no recompensaría positivamente el mayor coste que con ello se impondría á la presente obra.

**24. Planta oblicua.** Fijándome solo en esta consideración, atendible á mi juicio, terminaremos la perspectiva de planos con la **fig. 95**, pl. 15, que reasume todo lo espuesto hasta el presente.

Esto no obstante, creo mui conveniente practicar mucho esta clase de ejercicios (haciéndolos siempre del mayor tamaño posible), pues tan luego como el



artista se familiarice con ellos, es cuando sin esfuerzo comprenderá lo necesario é indispensable del estudio de la perspectiva, y las ventajas que su conocimiento le puede reportar en determinados casos.

Para la construcción perspectiva de la planta geométrica espuesta en la fig. 95, es muy conveniente y aun preciso, como en toda perspectiva oblicua, averiguar ante todo qué sistema de líneas la constituyen, y cuáles de estas podrán tener un punto de concurso dentro ó próximo al ménos del mismo cuadro.

Esta operación primera es importante, porque teniendo la mayor parte de los monumentos una forma rectangular, y estando por tanto sus planos compuestos por dos sistemas de líneas, perpendiculares las unas á las otras, compréndese al primer golpe de vista lo mucho que debe simplificar y abreviar esta clase de trabajos, tener de antemano averiguado un punto para cada una de dichas rectas.

Esto acontece en la fig. 95 con todas las paralelas á las líneas  $oc$ , cuyo punto de concurso se encuentra dentro del cuadro. La manera de averiguarlo es la siguiente: trazaremos á partir de  $v$  una paralela á las rectas  $cc'$ , que sobre la traza del cuadro  $dd'$  determinará un punto  $e$ ; bajado este por una perpendicular á la escala de anchuras, fig. 96, ó lo que es igual, trasladada á esta la distancia  $d'e$ , uniremos este último punto con  $v$  por medio de una perpendicular perspectiva, cuya perpendicular nos dará á su vez sobre la base del cuadro  $DD$  un punto  $e'$ , que subido por



una vertical á la línea de horizonte, marcará sobre ella la interseccion  $c$ , ó sea el punto de concurso buscado.

En cuanto al concurso del segundo sistema de líneas, ó sea las paralelas al lado  $c'c'$ , no hai para qué pensar en él; pues desde luego se ve que la paralela que á ellas se trazare, partiendo del punto  $v$ , no tan solo no cruzaría la recta  $dd'$ , sino que aquella iría á pasar por un punto mui distante del plano representado por dicha recta  $dd'$ .

Independientes de estos puntos, pueden en un plano mui complicado encontrarse otros muchos que, como los anteriores, serán de mucha utilidad en la práctica. Así, por ejemplo, podria sernos conveniente utilizar los puntos hácia los cuales concurren las diagonales de los rectángulos formados por la separacion de una á otra pilastra, como igualmente los puntos de concurso de las líneas que unen los ángulos exteriores de una pilastra, con los interiores de la pilastra siguiente, etcétera, etc.

Hechos estos trabajos que podremos llamar preparatorios, la operacion, cualquiera que sea, no ofrece dificultad alguna, pues ya recurriendo al método general para determinar ciertos puntos, llevando unos sobre la escala de anchuras, ó averiguando otros por medio de la division de líneas, todas estas operaciones apenas si difieren las unas de las otras, dependiendo esclusivamente su más fácil y pronta resolucion del mayor ó menor ingénio de cada uno.



Veamos como comprobacion de lo dicho, qué trabajos han sido necesarios para trazar la perspectiva de la fig. 95.

Situada esta sobre la línea de horizonte, y de manera que el punto  $v$  sea la perpendicular bajada de  $v'$ , hemos trazado la horizontal  $tl$ , sobre la que al prolongar las líneas del primer sistema, estas nos dan sobre dicha línea una division, que bajada por perpendiculares á la escala de anchuras, y unida con el punto  $v$ , marca al prolongarse sobre la horizontal  $t'l'$ , fig. 96 (encontrada de antemano por el método general), los mismos puntos de division, que unidos con el punto  $c$ , ya conocido, determinará igualmente como en la fig. 95 todo el primer sistema de líneas. Para encontrar las segundas, vemos en la fig. 95, que las diagonales  $cc'$  los determinan, encontrando pues, por el método general los extremos de ellas  $ccc'c'$ , la operacion está ya resuelta, y solo falta para terminarla por completo dividir en once partes las líneas  $oc'$ ,  $oc'$ , cuyos extremos  $oo$  se determinan por el método general.

## CAPÍTULO VI.

### Perspectiva de elevaciones.

Espuesto ya en los capítulos anteriores el método general para la perspectiva de planos, así como las simplificaciones todas que á dicho método pueden hacerse, fáltanos para completar el presente estudio la



*perspectiva de elevaciones ó método general de alzado*, que fundándose como se funda en los mismos principios, difiere únicamente del anterior en la manera ó forma de su aplicación.

La razón es fácil de evidenciar: si sobre el plano perspectivo dos líneas paralelas miden la reducción aparente de dicho plano, en otro que sea perpendicular á este con las mismas rectas obtendremos idéntico resultado, con solo la diferencia de que en el primer caso la reducción marca las anchuras del plano, y en el segundo fija las elevaciones ó alturas del mismo.

**25. Prisma rectangular.** No obstante ser conveniente en algunos casos trazar la operación perspectiva que nos sea necesaria directamente sobre el mismo cuadro, circunscribiéndonos por lo tanto á la superficie que este tenga, hai otros muchos (la mayor parte) en que es más fácil, cómodo y ventajoso llevar á cabo este trabajo separadamente en un pliego de papel, trasladando luego el resultado por medio de una cuadrícula.

La mayor ventaja que en primer lugar presenta este sistema, es la de poder colocar por separado y fuera del cuadro **fig. 100**, pl. 16, la planta **fig. 99**, y la escala de alturas **fig. 102**; no embarazando de este modo la operación, y evitando como es consiguiente la facilidad en equivocarse.

Veamos por qué medios se ha conseguido este resultado en la citada plancha 16.



La fig. 97 representa la planta geométrica del prisma rectangular, cuya perspectiva queremos determinar, así como la 98 espresa igualmente las proporciones ó elevaciones del mismo. Esto establecido, ocupémonos de la primera.

Conocido el tamaño del cuadro fig. 100, y fijada la línea de horizonte, punto de vista, distancia, etc.; si deseamos construir fuera de él el trazado perspectivo de dicha planta, bastará para conseguirlo imaginar que el plano perspectivo, limitado por la línea de horizonte y la base del cuadro, baja sin perder su posición horizontal, hasta tanto que su límite (que podremos llamar posterior) llegue á coincidir con el anterior ó sea con la base del cuadro, resultando de aquí que la recta  $AX$  se convierta para este segundo plano en línea de horizonte, y que su límite anterior ó nueva base del cuadro, esté representado por la recta  $A'X'$ , fig. 99.

Partiendo ya de este supuesto, y proyectados sobre  $AX$  los puntos  $v$   $a$  y  $s$ , que en la fig. 100 espresan el punto de vista, la perpendicular que sobre la escala de escorzos determina la de anchuras, y el punto de sustitucion de la distancia; las operaciones necesarias para la construccion del cuadrado  $adcb$ , nos son ya conocidas y no hay para qué repetir las.

Esto obtenido, los medios que pueden emplearse para trasladar los diferentes puntos que necesitemos de uno á otro plano, son tan sencillos y tan de razon natural, que casi es ociosa la esplicacion.



Efectivamente, los dos planos, como ántes vimos, son horizontales, su posicion idéntica la del uno sobre el otro, por consecuencia los puntos encontrados sobre uno, tendrán sobre el otro la misma profundidad y la misma anchura. De manera que para trasladar el punto  $a$  de la fig. 99 á la 100, bastará trazar una perpendicular  $aa$ , que nos determine su posicion con relacion á los bordes verticales del cuadro ó sea su anchura, y la horizontal  $aa'$  que al cortar sobre estos mismos bordes, nos determina su profundidad  $X'a'$ ,  $Aa'$ .

Tambien puede construirse para medir estas profundidades la figura ausiliar 101, que como se ve la constituyen dos horizontales  $pq$ ,  $p'q'$ , paralelas entre sí, y partiendo del mismo punto en ámbos planos. Así para encontrar dicho punto  $a$ , de que ya se ha hecho mencion, correremos la horizontal  $aa'$  hasta  $l$ ; subiremos de este punto su perpendicular  $ll'$ , y la horizontal que de este último arranque, encontrará la recta  $aa$ , determinando la interseccion de ámbas el punto buscado  $a$ .

Trasladados ya de un plano á otro todos los puntos que sean necesarios para terminar la operacion, réstanos encontrar la altura que á cada uno de dichos puntos corresponde. Para ello, recordando ó teniendo presente que las distancias colocadas sobre la escala de anchuras y bajadas por medio de dos perpendiculares á la base del cuadro, al llegar á esta se aumentan en la misma relacion que entre el dato y el cuadro



exista ; colocaremos sobre la escala de anchuras y en uno de los bordes verticales de dicho cuadro, ó sobre otra vertical cualquiera que con este objeto tracemos, las alturas 1, 2, 3, 4, fig. 102, tomadas sobre la fig. 98; uniremos estas con un punto de concurso cualquiera  $c$ , situado sobre la línea de horizonte, y estas paralelas perspectivas al prolongarse hasta el plano del cuadro, nos darán, refiriéndonos á ellas por medio de horizontales, la altura aparente de los distintos puntos situados en el plano horizontal.

Así, pues, para encontrar las alturas que corresponden al punto  $a$ , fig. 100, trazaremos la horizontal  $aa$ , que prolongaremos hasta su encuentro con la recta  $ci'$ , fig. 102; sobre la interseccion obtenida levantaremos la perpendicular  $aa''$ , que al cruzar las paralelas perspectivas que parten de  $c$ , nos marcará las alturas  $a1$ ,  $11$ , y  $1a''$ , las que pasadas por medio de horizontales á la fig. 100, darán igualmente las mismas alturas sobre la perpendicular elevada del ya citado punto  $a$ .

Obtenida la elevacion ó altura de un punto, no hai para qué decir que podremos por los mismos medios obtener las restantes. Resulta de aquí, que el principio espuesto es general y aplicable en todos los casos.

Esto no obstante, hai ocasiones en las que ya sea para mayor precision y evitar confusion de líneas, ó cualquiera otra circunstancia, el método general establecido puede alterarse, no en su esencia que es invariable, pero sí en la manera de aplicarlo.



Un ejemplo de ello nos presenta la misma **fig. 100**, de que venimos ocupándonos en el presente capítulo. Consiste esta pequeña modificación, en la manera de determinar las alturas de los lados  $ab$ ,  $ad$  y sus paralelos. Para conseguirlo, hemos prolongado estos lados hasta tocar en los bordes verticales del cuadro, lo cual nos ha dado sobre ellos los puntos  $o'$  y  $e$ ; del primero de estos hemos trazado la horizontal  $o'o$ , **fig. 102**; la perpendicular á esta  $oo$ , cuya recta nos determina las alturas  $o1$ ,  $11$ ,  $1o$ , que llevadas de  $o$  á  $o'1'1'o'$  y unidas con los puntos ya obtenidos  $a11a'''$ , **fig. 100**, nos dan la perspectiva de los lados paralelos á  $ab$ .

Basta la esplicacion dada respecto á uno de los lados, para la perfecta comprension del otro, que solo difiere en tener al lado opuesto la division de alturas, por más que estas proceden de la misma escala establecida en la **fig. 102**.

La conveniencia ó utilidad de esta, y aun alguna modificación en el método general de alturas, la verá el lector más claramente evidenciada en el curso de la obra.

Réstame, por último, hacer notar que con el objeto de evitar confusion de líneas, y presentar de una manera más clara y comprensible la **fig. 100**, he suprimido las líneas de construccion que se refieren al cuadrado concéntrico, por estar todas ellas basadas en el mismo método general ya espuesto.



**CAPÍTULO VII.**  
—**Principios generales referentes á la aplicacion de la perspectiva.**

Añadiendo á lo dicho en los capítulos anteriores, el *método ó tratado general de Sombras*, podríamos dar por terminada nuestra tarea, y sostener con fundamento que basta lo espuesto para poder resolver cualquier problema perspectivo, por complicado y difícil que sea. Sin embargo, esto que en teoría es mui cierto, en la práctica deja casi por completo de serlo. Son tantos los casos en que puede y debe prescindirse del *método general*, tan múltiples las modificaciones y simplificaciones que en él pueden hacerse, y de tal importancia algunas, que consideramos su conocimiento tan necesario como pueda serlo el del mismo *método general*.

Antes de entrar en ese trabajo, sentaremos ciertos importantes principios generales, que á pesar de indicarlos al comienzo de la presente obra, debemos ampliar para su más perfecto conocimiento.

**26. Distancias comparadas.** Una de las causas que pueden influir poderosamente en el buen resultado de un trabajo de perspectiva, es la de fijar de una manera conveniente la posicion relativa del *objeto*, la del *espectador* y la del *cuadro*. De aquí que sea de suma importancia el estudiar con detenimiento el es-



pacio que debe mediar entre el citado espectador y el objeto, como igualmente la distancia que ha de existir entre aquel y el cuadro; pues que estas dos dimensiones son las que por consecuencia fijan el lugar que el cuadro debe ocupar entre ámbos puntos.

**27. Distancia del espectador al objeto.** Si la distancia entre el espectador y el objeto es demasiado pequeña, no es posible abarcar á este dentro del cono visual, resultando de ello la necesidad de variar el rayo principal, y establecer varios puntos de vista que han de venir forzosamente á destruir el efecto perspectivo.

No es fácil marcar de una manera absoluta la citada distancia, sujeta casi siempre á circunstancias especiales que suelen alterarla; pero desde luego puede establecerse como regla general la siguiente: *Cuando se trate de un monumento rectangular, visto de frente, el minimum de dicha distancia deberá ser á vez y media la mayor dimension de la parte visible de dicho monumento; y cuando la posicion de este fuera oblicua con relacion al plano del cuadro, esta distancia deberá aumentarse á dos veces y media ó tres.*

La diferencia de distancias se funda en que si el monumento rectangular tiene sus caras principales paralelas ó perpendiculares al cuadro, cada uno de los numerosos ángulos rectos, formados por sus varias aristas, tendrá uno de sus lados paralelo al cuadro, lo cual produce, como es lógico, ménos alteracion en su forma aparente que siendo oblicua su posicion.



**28. Distancia del espectador al cuadro.** La distancia del espectador al cuadro, no afecta en mucho tanto á la forma aparente de los objetos como la anterior.

Esto no obstante, su acertada aplicacion tiene importancia por contribuir, como ántes dijimos, á la buena armonía que entre todas estas distancias debe existir.

Sin que sea, pues, este un principio invariable, puede establecerse, sin embargo, que *la distancia que debe mediar entre el espectador y el cuadro, sea de vez y media la longitud de este.*

**29. Línea de horizonte.** Otro de los puntos en que el artista debe fijar su atencion y estudiar con algun cuidado, es la colocacion de la línea de horizonte, la cual influye tambien mucho en el mejor ó peor efecto de todo trabajo de perspectiva.

La altura á que debe colocarse en el cuadro la línea de horizonte, depende principalmente del asunto que en él se espresa. Así, por ejemplo, si el cuadro representa un salon dentro del cual se hallan reunidas varias personas, sentadas las unas y de pié las otras, en este caso la línea de horizonte se colocará á la altura de la cabeza de estas últimas. Si por el contrario, los personajes todos se halláran sentados, será conveniente bajar la línea de horizonte á la altura de la cabeza de estos.

Hai ademas otros casos en los cuales este principio no tiene aplicacion, debiendo prescindirse de la altura de los personajes para la colocacion de la citada línea



de horizonte. En una reunion numerosa, como acontece en una asamblea ó ceremonia cualquiera, en una batalla, en un paisaje panorámico, etc., etc., debemos suponer al espectador situado en un lugar desde el cual domine la escena, y establecer por consiguiente la línea de horizonte á su misma altura. Por idéntica razon, y fundándose en los mismos principios, en las decoraciones teatrales, la línea de horizonte se establece compartiendo la distancia que media entre los espectadores situados en las localidades ó asientos más bajos, y los que ocupan las de las galerías altas.

Hechas las ligeras consideraciones que anteceden, vamos á ocuparnos de todas aquellas operaciones que, como indicamos al principio de este capítulo, tienen su construccion especial, y cuyo conocimiento es utilísimo en la práctica. Recomiendo mui especialmente al lector que resuelva por sí todos los siguientes problemas, aumentando cuanto pueda su tamaño, y aun alterando los datos, seguro de que este trabajo ha de verlo cumplidamente recompensado.

## CAPÍTULO VIII.

### Escaleras.

**30. Escalera de perfil.** Para la construccion de esta escalera, fig. 103, pl. 17, dada su planta  $o, o', o''$ , la operacion se reduce á lo siguiente: Fijar la altura de los escalones  $o'c'$ , su anchura  $c'e$ , pasar



una recta por los puntos  $o'c$ , y trazar una paralela á esta,  $c'l$ . Esto hecho, las perpendiculares perspectivas paralelas á  $o'o''$ , y las horizontales paralelas á  $cc'$ , darán el resultado.

**31. Escalera de frente.** Si se trata de construir la perspectiva de una escalera vista de frente, esto es, que la mayor dimension de los escalones sea paralela al plano del cuadro, lo que procede es encontrar primero, por los medios que ya nos son conocidos, la línea  $aa$ , fig. 104, que no tan solo determina su anchura sino que marca al propio tiempo el arranque de la escalera ó base del primer escalon; determinar luego la altura de este,  $a_1$ , sobre la perpendicular  $ao$ , levantada en uno de sus extremos, y fijar por último su profundidad  $1_1'$ , que en el caso presente espresa el doble de la altura  $a_1$ , ó sea tres veces la pequeña distancia  $1t$ , tercio de la suma  $a_1 + a_1$ . Estas operaciones repetidas nos darian el resultado; pero es más breve y claro operar de la siguiente manera: Prolongar, para utilizarla como escala de alturas, la vertical  $ao$  hasta  $a'$ ; trazar desde este punto la perpendicular perspectiva  $a'v$ ; subir hasta que corte esta el punto  $1'$ , que nos dará  $1''$  ó sea la primera profundidad  $a'1''$ , y dividir esta recta en porciones iguales á la ya obtenida, de manera que las anchuras  $a, 1, 2, 3$ , etc., las tengamos en  $a1'' 2'' 3''$ , etc., desde cuyos puntos las iremos bajando á cortar sobre las perpendiculares perspectivas  $2_2'$ ,  $3_3'$ , y así sucesivamente. Esta operacion no tan solo fija de antemano todas las profundidades



de los escalones, lo cual es ventajoso, sino que facilita al propio tiempo el poder determinar las profundidades que queramos dar á las mesetas ó rellanos. En el ejemplo presente, el primero de estos mide seis profundidades de escalon, esto es, de  $e'''$  á  $b''$ .

Para ultimar la escalera, réstanos solo averiguar el perfil de los muros de rampa laterales. Dispuesta como está la operacion, fácil es conseguirlo. Fijado ya el espesor del muro  $oo$ , subiremos desde  $o$  á  $o'$  una paralela á la recta ya trazada  $oa'$ , y desde  $o'$  direjiremos al punto de vista una perpendicular, que con la que parte de  $a'$ , nos marcará como escala de anchuras la reduccion de este muro en toda su estension. Esto hecho y fijada su altura  $1, o$ , igual en este caso á cinco escalones, si queremos encontrar los puntos  $ee'$  mediremos para el primero, sobre la vertical que parte de  $e''$ , las mismas cinco alturas de escalon, si bien con la reduccion que las perpendiculares perspectivas determinen, y prolongaremos para el segundo dicha vertical hasta  $e'''$ , trazando luego la horizontal  $e'''e'''$ , que nos dá el grueso del muro á esta profundidad. Compréndese desde luego que esta anchura  $e'''e'''$ , bajada sobre la horizontal que parte de  $e$ , nos permite trazar desde luego las rectas  $oe$  y  $oe'$ , límites del plano inclinado  $ooee'$ . Cuando estos planos inclinados vienen á continuacion de otro horizontal, como sucede con  $bb$ , operaremos del mismo modo que en el anteriormente espuesto, con la sola diferencia de que las aristas  $bb$  deben



prolongarse hasta encontrar las que parten de  $ee'$ , logrando por este medio que la baranda tenga la misma altura en toda su estension.

Puede haber casos, sin embargo, en que la escalera que se quiera representar no tenga esta condicion, en cuyo caso, como se comprende, habrá que ajustarse en un todo á su construccion especial.

Antes de concluir haremos presente que terminado uno de los muros, la construccion del otro no ofrece dificultad, pues establecida como en aquel la escala de anchuras, las alturas se encontrarán por medio de horizontales; esto es, de  $o$  á  $o'$ ,  $ee'$ , etc.

**32. Escalera de tres lados, ó gradería exterior.** Dada como anchura la recta  $ab$ , fig. 106, si queremos construir una escalera cuya profundidad sea igual á tres veces el largo de esta recta, fundándonos en lo dicho anteriormente, trazaremos la planta por separado, para lo cual subiremos por medio de perpendiculares la recta  $ab$  á la figura auxiliar 105, que nos dará  $a3$ . Esto hecho, si la escalera constase de tres escalones como sucede en el presente caso, trazaremos á partir de  $a$  una perpendicular perspectiva, que como escala de escorzos, nos marcará las profundidades; dividiremos la recta ántes citada  $a3$  en tres porciones iguales  $a1$ ,  $12$ ,  $23$ , y como quiera que la distancia está sustituida á un tercio, uniremos estos puntos con  $s^{1/3}$  que nos dará las profundidades  $1'2'3'$ , iguales la primera  $a1'$ , á tres anchuras de escalon ó sea tres veces  $a1$ ; la segunda  $1'2'$  que



marca el vacío de la puerta, igual también á tres veces  $1\ 2$ ; y por último, la tercera  $2\ 3$ , que como la primera, mide tres profundidades de escalon. Siendo este punto el límite de la escalera, trazaremos á partir de él una horizontal paralela á  $a\ 3$ , cuya recta, al encontrar la perpendicular perspectiva  $3\ d$ , nos terminará el paralelógramo  $a\ 3\ d\ 3'$ .

Así dispuesta la operación, para terminar el trazado perspectivo de la planta, nos bastará unir los vértices  $3\ d$  con los puntos  $1'\ 2'$ , y estas diagonales al cortar sobre las perpendiculares perspectivas, que parten de los puntos  $1\ 2$ , nos indicarán los vértices restantes  $o\ o'$ ,  $c\ c'$ .

Obtenido ya el trazado perspectivo de la planta, que es lo que constituye la **fig. 105**, el alzado de la misma queda reducido á levantar en la **fig. 106** y del punto  $a$ , una vertical sobre la cual colocaremos las alturas  $1, 2, 3$ , y dirigir desde estos puntos perpendiculares perspectivas, que al ser cortadas por dos nuevas verticales bajadas de los puntos  $1'\ 2'$ , **fig. 105**, producen todo el sistema de líneas necesario para su construcción.

Así, pues, los perfiles del primer escalon los determina la horizontal  $1\ b'$  y la perpendicular perspectiva  $b'\ d'$ , cuyo último punto lo fija su correspondiente en planta  $d$ .

Para conseguir los del segundo, trazaremos, á partir de  $b'$  y  $d'$  las diagonales  $b'\ 1'$ ,  $d'\ 1''$ , que con los puntos bajados de planta  $o\ o'$ , nos darán sobre ellas



$o' o''$ , si bien esta última intersección la marca también la perpendicular perspectiva que arranca de  $o'$ . El resto en nada varía, y basta repetir estas operaciones para lograr el resultado.

**33. Escalera espiral.** Entre las diferentes escaleras que pueden hacerse, tal vez no haya otra cuya construcción sea más fácil que la de la presente; pero más sujeta al propio tiempo á confusión y errores. Origina este, al parecer contrasentido, la forma particular de sus escalones y el movimiento especial de ellos; resultando con frecuencia de estas circunstancias, contornos ó perfiles tan singulares, que llegan á parecer absurdos, haciendo dudar de su exactitud al más práctico en esta clase de trabajos. La duda, sin embargo, no puede ser más que momentánea, pues llevada la operación con el orden debido, pronto puede adquirirse la certeza de la exactitud del resultado.

Encontrada la planta **fig. 107**, pl. 18, por los medios espuestos (núm. **16**), y colocada la escala de alturas en la perpendicular bajada del vértice del cuadrado  $e$ , empezaremos por pasar la planta al plano horizontal, conservando las perpendiculares bajadas de los diferentes puntos de estas, pues como dichas perpendiculares se encuentran en el plano que á cada escalon corresponde, pueden y deben utilizarse para determinar sobre ellas las alturas de estos mismos escalones.

Fijada ya la elevación del primer peldaño sobre la escala de alturas de  $1'$  á  $o$ , **fig. 108**, repetiremos estas distancias tantas veces como sea necesario, y dirigiremos



desde estos puntos perpendiculares perspectivas, las que al cruzarse con las verticales ántes citadas, nos darán las alturas y profundidades de todos los escalones.

Esto hecho, la figura auxiliar 108 construida, restanos solo marcar sobre la  $c_1$ , bajada del centro del mástil ó nabo, las mismas alturas que para los escalones hayamos fijado, si bien con la reduccion aparente que segun su profundidad resulte; esto es, 1, 2, etc., con lo cual la operacion queda ya dispuesta de manera que su terminacion es fácil y puede darse por resuelta.

Compréndese á no dudar, que el arranque de la escalera es á partir de aquel radio que más convenga.

## CAPÍTULO IX.

### Bóvedas.

**34. Galería de arcos, perpendicular al cuadro.** En el Capítulo VI, al esponer el método general de alzado, dijimos que la escala de alturas debe colocarse sobre la de anchuras, por la razon de que las distancias puestas en este sitio, y llevadas por medio de perpendiculares al plano del cuadro, al llegar á este se aumentaban en la misma proporcion que entre el dato y dicho cuadro existiese; pero este principio no es invariable, y puede alterarse en determinados casos. En los asuntos perspectivas, por ejemplo, cuya posi-



cion sea paralela ó perpendicular al cuadro, de la misma manera que pueden llevarse á término, sin recurrir para ello al método general (Cap. III), puede igualmente modificarse el sistema de alzado espuesto en el ya citado Capítulo VI, y utilizar como lo hemos hecho en las construcciones anteriores, los bordes verticales del cuadro para escala de alturas, colocando las anchuras en la base de este.

Por lo tanto para construir las arcadas de la fig. 110, empezaremos por fijar el espesor ó ancho de las pilastras  $a a'$ , la profundidad de las mismas  $a' o$ , y el vacío ó espacio que de una ó otra exista  $o e$ ; teniendo presente que la distancia está sustituida en un tercio, y que por lo mismo estas distancias  $a' o$ ,  $o e$ , han de espresar igualmente la tercera parte de su verdadero tamaño. Unidos todos estos puntos con el de vista  $v$ , utilizaremos la perpendicular que parte de  $a'$  para escala de escorzos, y sobre ella cortarán, determinando profundidades, las líneas  $o o'$ ,  $e e'$ .

Para el trazado de las pilastras del lado opuesto, basta pasar horizontales de los puntos  $a' o' e'$ , etc., las que al encontrar la perpendicular perspectiva  $a v$ , nos darán los puntos  $a o'' e''$ , etc.

Trazada la planta por los medios indicados, obtendremos su alzado, fijando, como dijimos há poco, sobre uno de los bordes verticales del cuadro la altura de las pilastras  $a a''$ , cuya altura la pasaremos de  $a''$  á  $a'''$ , y uniendo este último punto con  $v$ , obtendremos las elevaciones de las pilastras restantes.



El trazado de los arcos está reducido en el presente caso á unir los puntos de arranque de estos por medio de horizontales, y encontrado el centro de la primera  $c$ , la perpendicular perspectiva que de él parta  $c v$ , fijará sobre las demas el punto en que, apoyando el compas con el radio que á su profundidad corresponda, servirá para describir los arcos buscados.

**35. Arcada perpendicular al cuadro.** Trazada la planta por los medios que nos son conocidos, empezaremos por construir los arcos paralelos al cuadro si como en la presente fig. 111, pl. 19, los hai, y por uno de ellos, del  $a c' a$ , por ejemplo, pasaremos tangente al punto más alto de este la horizontal  $a' a'$ , la que al llegar á la arista  $t'' t$ , formada por la interseccion del plano paralelo al cuadro, con el perpendicular al mismo, irá al punto de vista marcando, como es consiguiente, esta misma altura en toda su estension. Sobre dicha perpendicular perspectiva, cortarán en  $a'' a''$  prolongándolas, las verticales que determinan las aristas de las pilastras, como igualmente la recta  $z' c''$ , que pasando por el centro de los arcos, precisa el punto más alto de estos  $c'''$ . Es innegable que conocido este y los dos de arranque  $a''' a'''$ , podríamos con estos tres puntos trazar el arco; pero es más fácil y exacta su construccion aumentando el número de aquellos, tan solo sea con los dos que determinan las líneas que partiendo de los vértices  $a' a'$  del paralelógramo, van á buscar el punto  $c$ , cortando el arco en  $o$ , cuya interseccion llevada por una horizontal  $o o$  hasta  $t'$  como



anteriormente se hizo con  $a' a'$ , y llevada al punto de vista, nos dará los puntos  $o' o'$  al cruzar las rectas  $a'' c''$ ,  $a'' c''$ , que van igualmente de los vértices del paralelógramo al centro del arco.

En el caso de no poder referirse á un arco cuya posicion sea paralela al cuadro, ó por cualquiera circunstancia se quisiera que los abiertos en el muro perpendicular, tuvieran una proporcion distinta de la de aquellos, en este caso se construye la figura auxiliar 112, y la operacion es la misma.

**36. Arcos apuntados.** La construccion de estos arcos difiere de las anteriores, en que en aquellos como circulares basta su punto céntrico, que es invariable para poderlos trazar, y en estos hai que encontrar dos, cuya situacion varía en relacion á la altura que al arco se le dé. En la fig. 113, despues de hallada la planta y dibujadas las pilastras, uniremos por medio de una recta los dos puntos de arranque  $a''' a'''$ ; levantaremos sobre ella, desde su centro, la perpendicular  $t d$ , fijando en esta la mayor altura del arco  $d$ , y colocaremos á uno y otro lado de  $t$  los puntos  $c c$ , centros respectivamente de los arcos de círculo  $a''' d$ ,  $d a'''$ . Obtenido el contorno de este primer arco, la construccion de los demas paralelos á este nos es ya conocida; basta trazar perpendiculares perspectivas, partiendo de los puntos  $c c$ , que al cortar las horizontales paralelas á  $a''' a'''$ , nos van indicando nuevos puntos para su construccion  $c' c'$ , etc.



Para terminar la presente galería claustral, colocaremos en la base del cuadro, á partir del punto 1, las distancias  $a'''c$ ,  $ct$ ,  $tc$ , de 1 á 2, 2 3, 3 2, y unidos estos puntos con el de sustitucion  $s^{1/2}$ , obtendremos sobre la recta  $av$  las intersecciones  $2'$ ,  $3'$ ,  $2''$ , las cuales, subidas por medio de rectas, cortarán las perpendiculares perspectivas que parten de los puntos  $d''o''$ , determinando  $l$  sobre la primera de estas y los puntos  $e'''e'$  sobre la segunda.

Aunque la esplicacion dada paréceme suficiente para la perfecta comprension del problema, añadiré, sin embargo, para desvanecer cualquiera duda que pudiera quedar, que los puntos  $d''o''$  son originados, el primero por la horizontal que parte del vértice ó punto más alto del arco  $d$ , y el segundo es producido por la recta  $oo$ , que marca igualmente la altura en donde la perpendicular subida de cualesquiera de los puntos  $cc$ , encuentra el arco.

Para hallar la segunda arista, que podríamos llamar exterior, la operacion es la misma, pasándola por medio de horizontales al plano que le corresponda. Ejemplo: La vertical subida de  $2''$ , que dió el punto  $e'$ , corta la recta  $a'''v$  en  $e$ ; llevado este punto á  $b$ , la perpendicular que de él levantemos encontrará la horizontal que parte de  $e'$  en un punto  $b'$ , que es el buscado, y así sucesivamente.

**37. Bóveda por arista.** Sabiendo que esta clase de bóveda la forman arcos que se cruzan siguiendo la direccion de las diagonales de un paralelógramo;



esto es: que de pilastras opuestas parten sus puntos de arranque, compréndese al primer golpe de vista, que en la *fig. 114*, *pl. 20*, el cruce *c* de sus aristas se hallará en la intersección de las diagonales del cuadrado *a a' a'*, plano horizontal que pasa tangente al punto más alto del arco *p*, así como también, y ello es consecuencia lógica de lo que antecede, que un nuevo plano igual al anterior *o o' o'* que corta el arco paralelo al cuadro en los puntos *t t*, determinará sobre sus diagonales al ser cortadas por las perpendiculares perspectivas *t t'*, *t t'* los puntos 1, 2, 3, 4, correspondientes á dichos arcos.

No hai para qué decir que cuanto mayor sea el número de planos ó secciones, serán más los puntos obtenidos, y mayor, por lo tanto, la exactitud del resultado.

Esta misma operacion puede servir para los arcos perpendiculares al cuadro, operando de la siguiente manera: Trazar las diagonales del paralelógramo *a a b b'*; subir el punto de intersección de estos *c'*, hasta que encuentre la recta *a a'* en *c''*, y prolongando las rectas 1, 2, 3, 4, ellas encontrarán las perpendiculares perspectivas *o o'*, *o o'* en los puntos *e e'*, *e e'*. Tenemos, pues, cinco puntos *b e c'' e' b'* correspondientes al arco, los cuales son suficientes para su perfecto trazado. Debo advertir para terminar la presente figura, que el punto *c''* puede obtenerse pasando de la intersección de los dos arcos *c*, la horizontal *c c''*, que al dar sobre la recta *a a'*, determina dicho punto.



**38. Lunetos.** Para trazar el contorno de un luneto abierto en una bóveda perpendicular al plano del cuadro, hai que determinar ante todo, como es consiguiente, cuál es su anchura, á qué profundidad se encuentra, y cuál la altura que se le quiere dar. Estos datos pueden provenir del trazado de la planta, si está buscada por el método general, ó tratándose de una perspectiva regular, averiguarla, prescindiendo de aquel, como ya hemos hecho en problemas anteriores. Las figuras espuestas en la pl. 21, van resueltas por el último sistema. Fijando en la fig. 115, sobre la arista vertical  $o e$ , la mayor altura de la ventana  $e$ , y sobre el plano horizontal, á partir del mismo punto  $o$  las anchuras  $o 1$ ,  $1 2$ ,  $2 3$ , al cortar sobre la perpendicular perspectiva  $o v$ , darán las profundidades  $o 1'$ ,  $1' 2'$ ,  $2' 3'$ , pertenecientes la primera á la distancia que media entre la arista y el primer punto de arranque; la segunda, que marca el espacio que existe entre este último punto y el centro de la ventana, y el tercero el límite de esta.

Recordando la construcción de un arco en posición perpendicular al cuadro (núm. 35), se comprenderá desde luego que, con los datos adquiridos, solo tendremos para ella tres puntos; esto es, los dos de arranque y el que marca su mayor altura, faltando, por ser estos insuficientes, los dos que determinan el encuentro de las diagonales, y que partiendo del centro del arco, tocan en un punto de este. Siéndonos conocida su altura, es fácil construir la figura auxiliar 116 y



averiguar sobre ella la altura  $o$ , que pasaremos á la arista ántes citada de la fig. 115, colocándola en  $e'$ .

Obtenidas estas alturas y los puntos  $4' 5' 6'$ , como quiera que el arco que se necesita construir se encuentra en la parte exterior del muro, pasaremos dichos puntos á este plano en  $c o 4 5$  y  $6$ , con los cuales y por medios ya conocidos trazaremos el citado arco  $4 o' c' o' 6$ . Este, aunque invisible en su mayor parte, servirá, sin embargo, para fijar el contorno del que corresponde al plano interior, pasando á él las alturas  $e e'$  en  $c'' o''$ ; y dirigiendo desde estos puntos perpendiculares perspectivas, las horizontales que partan de  $o' c' o'$ , encontrarán á aquellas en los puntos  $c''' o''' o'''$ , que unidos con los de arranque  $4' 6'$ , completarán el contorno del arco buscado.

Hai ademas del que dejamos consignado, otro medio para determinar la forma perspectiva de dichos arcos. No lo considero más ventajoso; sin embargo, como en algun caso pudiera ser su aplicacion conveniente, no conceptúo inútil su conocimiento.

Basta para obtener el resultado por este sistema, conocer el centro de la ventana  $l'$ , y pasando este por medio de una horizontal hasta encontrar el eje de la bóveda que parte de  $c$ , fijar el punto  $c''$  en la fig. 117, con lo cual nos es ya posible trazar el contorno geométrico del arco, y nos permite igualmente hallar el punto  $p$ , encuentro ó cruce de las diagonales. De suerte que al trazar, haciendo centro en  $c''$ , el arco de círculo  $l' l''$ ,



éste encuentre la horizontal que parte de  $l$  en un punto  $l''$ , límite ó altura máxima de la ventana.

Ahora bien: para precisar los puntos de arranque y los que determinan las diagonales, como la distancia se halla reducida á un tercio, pondremos á uno y otro lado del punto  $c''$  la tercera parte de las porciones  $c'' p' p' l$ , espresadas por los puntos  $4\ 3\ 2\ 1$ , y uniendo estos con el de sustitucion  $s^{1/3}$ , darán sobre la perpendicular perspectiva  $c\ c''$  los puntos  $4'\ 3'\ 2'\ 1'$ , los que á su vez pasados por horizontales á la base ó descanso de la ventana en  $4''\ 3''\ 2''\ 1''$ , marcarán las profundidades todas que para su construccion son necesarias.

En efecto, apoyando el compas sucesivamente en los puntos  $3'$  y  $2'$ , los arcos de círculo que partan de  $3''\ 2''$ , encontrarán la perpendicular perspectiva que pasa por  $p''$  en los puntos  $d\ d$ , correspondientes ámbos al arco propuesto.

Para obtener el contorno exterior, bastará trazar dos horizontales: la primera  $1''\ t$ , que fija el punto de arranque  $t$ , y la segunda  $2''\ t'$ , desde cuyo extremo  $t'$  subida una perpendicular, esta encuentra la horizontal que parte de  $d$  en un punto  $d'$ , que por corresponder al arco nos permite trazar toda su parte visible.

Réstanos para terminar el presente artículo conocer la construccion del luneto ó ventana abierta en bóveda, siendo la posicion de esta paralela al cuadro, cuya demostracion la tenemos en la misma plancha 21 de que nos ocupamos.



Averiguada en la planta la diagonal o  $a$ , que encontrará la perpendicular perspectiva  $v v$  en  $a$ , y subida esta en  $a'$ , se trazará la horizontal  $a' a''$ , sobre la que descansa ó arranca la parte exterior de la ventana. De un punto cualquiera  $a''$ , como centro de esta, se describirá un arco de círculo  $t b e'' b t$ ; de dichos puntos se trazan perpendiculares perspectivas, se pasan las alturas  $e e'$  á la arista de la bóveda paralela al cuadro en  $e'' e'''$ , y trazando las horizontales  $e''' e''' e'' b' b'$ , obtendremos con la primera el punto  $e'''$  sobre la recta  $e'' v$ , mayor altura de la ventana, y la segunda determinará los puntos  $b' b'$ , correspondientes al cruce de las diagonales. Los puntos de arranque están ya encontrados por las perpendiculares perspectivas ántes citadas.

## CAPÍTULO X.

### Perspectiva de techos.

**39. Cúpula.** La fig. 118, pl. 22, representa la seccion vertical de la cúpula que vamos á poner en perspectiva, reducida á una mitad de su tamaño.

Para el trazado perspectivo de esta seccion, empezaremos por fijar sobre el plano horizontal la profundidad ó punto de arranque de la cúpula, que en el presente ejemplo queda determinado por la recta  $a' b$  de la fig. 119, y levantando de su extremo  $a'$  la per-



pendicular  $a'c'$ , tendremos establecidas las dos escalas de anchuras y alturas, que como ya sabemos constituyen el principio ó base fundamental del estudio que nos ocupa. Bastará, pues, esto hecho, bajar de la fig. 118, y sobre la recta  $a'b$  de la 119, las distancias comprendidas entre los puntos  $a b$  de aquella, como igualmente las porciones  $a 2 3 4 c$ , si bien estas últimas doblando su tamaño en la fig. 119,  $a' 2' 3'$ , etc., puesto que como ya ántes se dijo, la 118 estaba reducida á una mitad. El cruce de las rectas que de los primeros puntos parten hácia el de distancia  $s^{1/2}$ , determinan sobre la perpendicular perspectiva  $a'b'$ , las profundidades todas de esta seccion, y las perpendiculares levantadas de estos hasta el eje de la cúpula  $c'v'$ , al encontrar las rectas que de los segundos van dirigidas al punto de vista, fijan, como es consiguiente, el contorno de ella.

Terminada esta primera operacion, que podremos llamar auxiliar, la construccion de la cúpula puede llevarse á término del siguiente modo: Pasar el punto  $c'$  á  $c$ , fig. 120, centro de la cúpula, por medio de la horizontal  $c'c$ ; unir este punto con  $v$ , y haciendo centro en  $c$  con radios iguales á  $c'a'$ ,  $c'l$ ,  $c't$  y  $c't'$ , tomados sobre la fig. 119, trazar en la 120 las circunferencias  $d l t t'$ , las cuales con los radios  $c t d$ ,  $c t' d'$ , que limitan el ancho de los pedestales, nos darán la planta geométrica de estos. Llevaremos todos los ángulos entrantes y salientes que sean visibles de la estilobata ó neto del pedestal  $t d$  al punto de vista,



trazando para limitarlos la horizontal  $2'' 2'''$  que de la fig. 119 viene á la que nos ocupa; apoyaremos el compas en este último punto, y con un radio igual á  $2'' b'$  pasaremos la circunferencia  $b$ , que cortará las caras  $a$  de dichos pedestales. La parte más saliente de la cornisa de estos, se obtendrá pasando igualmente la horizontal  $3'' 3'''$ , y trazando con un radio  $3'' b''$  la circunferencia  $b'$ , fijando los vértices de ella las perpendiculares perspectivas que partan de los puntos  $t d'$ . Para terminar la operacion, réstanos solo dibujar las fajas de la bóveda esférica, para lo cual es necesario determinar la anchura de ellas  $e e$ , marcando desde estos dos puntos dos perpendiculares perspectivas que encuentren al círculo trazado con un radio  $4'' e'$ , tomado sobre la fig. 119, en  $e' e'$ ; dirigir igualmente de los puntos  $e e$  al centro  $c$  los radios  $e c$ ,  $e c$ , y tomando de la figura auxiliar la distancia  $c' 2'$ , trazar con ella el arco  $o o o$ . Las perpendiculares perspectivas que de estos puntos partan, cortarán en su círculo correspondiente ó sea el trazado desde el punto  $3'''$ , en  $o' o' o'$ , y esta misma operacion repetida para los puntos  $t t$ , nos completará el contorno buscado.

**40. Galería claustral.** Resuelto el anterior problema, y capacitados ya de los medios que para ello se emplean, no hai por qué ocuparnos con gran estension del presente, que es casi idéntico á aquel. Averiguada la planta, y establecida la seccion vertical, fig. 121, pl. 23, colocaremos sobre esta las alturas de  $o$  á  $o$ , cuyas alturas pasaremos á la horizontal  $o' o'$  de



la fig. 122, en la proporción ó relación que hayamos establecido entre una y otra, y siempre según la reducción que de la distancia hubiésemos hecho. Uniremos estos puntos con el de distancia  $s \frac{1}{2}$  y con las perpendiculares perspectivas que partan de las diferentes anchuras que en la planta existan, obtendremos el resultado. Así el punto  $a$ , que sobre la citada horizontal  $o'o'$  expresa el límite superior de la columna, encontrará la perpendicular perspectiva que parte de  $o'$  en un punto  $a'$ , y trazando desde este la diagonal  $a'c'$  paralela á  $o'c$ , las perpendiculares que arranquen de los puntos  $c$  y  $b$  marcarán sobre ella  $c'b'$  el radio del círculo que limita la columna. Para el contorno de la cornisa, emplearemos el mismo sistema de diagonales. Encontradas las profundidades todas de sus diferentes aristas, de los puntos que determinan estas  $e e' e''$ , etc., se trazan diagonales paralelas á  $c'a'$ , y las perpendiculares perspectivas que partan de los puntos  $o' 1 2 3$ , etcétera, nos darán sobre ellas las  $1' 2' 3'$ , etc., correspondientes al contorno buscado.

## CAPÍTULO XI.

### Puertas y ventanas.

Conocidas como lo son ya las operaciones necesarias para la resolución de los problemas espuestos en la plancha 24, habría podido tal vez prescindirse de ella, ó en caso de consignarla hubiera bastado la exposición



de dichos problemas, que por sí sola evidencia el resultado. Esto no obstante, he creído conveniente dar, aunque ligera, su esplicacion, pues con ello no tan solo satisfago mi constante deseo de evitar, siempre que pueda, dificultades al lector, sino que al propio tiempo contribuyo á imprimir mejor á la presente obra el carácter esencialmente práctico que me he propuesto darle.

**41. Abrir puerta en un muro perpendicular.**

Dada la anchura de la puerta  $cc$ , fig. 123, si esta tiene dos hojas, hai que construir sobre el plano horizontal cuatro cuadrados perspectivos (núm. 8), correspondiendo dos de ellos á cada una de dichas hojas y como se encuentra en la figura geométrica 124, trazando las diagonales de los paralelógramos  $abd$ ,  $aa't$ , y dividiendo en cinco partes el lado  $db$ , aquellas encuentran la recta que mueve del cuarto punto de division  $o$  en  $1\ 2\ 1\ 2$ , puntos que como se vé corresponden á los arcos que queremos trazar.

Hecha esta primera operacion, esto es, trazados sobre el plano horizontal los arcos  $b\ 1\ 2\ a$ ,  $a\ 1\ 2\ a'$ , que son los que describen las hojas de las puertas, al jirar sobre su centro  $c$ , fijaremos sobre ellos y en el lugar que más nos convenga los puntos  $t'\ t$ ; levantaremos del primero la perpendicular  $t'\ t''$ , y como su paralela  $cc''$  marca la altura de la puerta, prolongando las perpendiculares perspectivas que por sus extremos pasan, la horizontal que parte del punto  $t'$ , nos dará sobre ellas la altura aparente  $l'l'$  de la citada hoja, en el lugar referido.



Ocioso parece añadir, que para obtener este resultado en la segunda hoja, la operacion es la misma. Si el radio  $t c$ , como acontece en la **fig. 125**, encuentra al prolongarse la línea de horizonte dentro del cuadro en un punto  $c$ , no hai necesidad de establecer escala de alturas, como en el ejemplo anterior; bastará unir  $c''$  con el punto de concurso  $c$ , y esta línea encontrará la perpendicular levantada de  $t$  en  $t'$ .

La construccion de la ventana, es idéntica á la espuesta en la **fig. 123**. El punto  $e$  llevado á  $e'$ , nos dará sobre la perpendicular subida de este, el punto  $e''$  con solo prolongar la recta  $o'' o$ , etc.

**42. Puerta con dos hojas, abierta en un muro paralelo al plano del cuadro.** Despues de construir en la **fig. 126** los cuatro cuadrados sobre el plano horizontal, para trazar las semi-circunferencias, vemos en la **fig. 127**, que desde los puntos  $t t$ , mitad de la anchura  $d c'$ , llevando una recta á los vértices  $a b$ , estas cortan en dos puntos  $1 2$  de las diagonales, por los cuales pasa la circunferencia.

## CAPÍTULO XII.

### Perspectiva oblicua.

En el Cap. V, núms. 22 y 23, espusimos varios ejemplos sobre la construccion de pavimentos oblicuos; pero como ya dijimos, y el lector tal vez por esperiencia propia habrá observado, que en perspectiva de la



esposicion de un principio á su aplicacion oportuna, existe siempre cierta dificultad, parécenos conveniente insistir sobre aquello, aplicando en la plancha 25 algo de lo espuesto en artículos anteriores.

**43. Pavimentos.** Dada sobre el plano horizontal de la **fig. 128** la recta  $ab$ ; trazada su perpendicular á partir del extremo  $a$ , y averiguada la diagonal del ángulo recto formado por ámbas líneas (operaciones todas ya conocidas), el presente problema queda reducido á dividir la base del cuadro en las porciones que queramos  $b b'$ ; á trazar, partiendo de  $a$ , una horizontal  $ad'''$ , y llevando á un punto de concurso cualquiera  $c$  (pero pasando una de ellas por  $a$ ) las rectas  $1c$ ,  $2ac$ , estas determinarán sobre la horizontal ántes citada  $ad'''$ , la anchura  $ae$ , que repetida de  $e$  en  $e'$ , etc., permitirá trazar todo el primer sistema de líneas paralelas á la recta dada  $ab$ ; esto es,  $b'e$ , etc.

Los puntos de division  $1$ ,  $2$ , pueden elejirse arbitrariamente, siendo el resultado siempre el mismo con solo ajustarse á que una de las rectas que de dichos puntos parten pase por el punto  $a$ , ó sea aquel desde donde empiece la division que queramos establecer.

Para trazar el segundo sistema de líneas, ó sea las perpendiculares á las ya halladas, vemos en la figura auxiliar **129**, que la recta que parte del segundo punto de division  $o$  sobre el lado  $lo''$ , pasa por la primera interseccion de la diagonal  $l_1$ , la que parte del cuarto  $o'$  por la segunda, la del sexto por la tercera, y así sucesivamente. Tomando pues, por ejemplo, sobre el pavi-



mento la décima division  $o''$ , deberá pasarse por  $a'$ , quinta interseccion de la diagonal, y el problema queda resuelto:  $ss$  paralela á la recta  $ao''$ , etc.

**44. Techos.** El caso espuesto en la plancha 25, fig. 128, está tratado de la siguiente manera:

Se ha empezado por establecer una escala de alturas, trazando para ello las dos rectas concurrentes  $ac''$ ,  $b''c''$ . Por medio de estas rectas encontramos el punto  $v$ , y por consiguiente la recta  $uv$ , arista paralela á la que en el pavimento vá espresada por la línea  $ab$ . Sobre la horizontal  $uz$ , marcamos las anchuras ó espacios que nos convengan  $dd'd''$ , etc., y de cualesquiera de estos puntos, de los tres citados, por ejemplo, bajamos á un punto de concurso  $c'$  las rectas  $dv c'$ ,  $d'c'$ ,  $d''c'$ , las cuales sobre la horizontal  $vo'''$  dan las porciones  $vv'v''$ , que repetidas sobre esta horizontal, y unidas con los puntos de division anteriormente establecidos sobre la recta  $uz$ , completarán el primer sistema de líneas.

Hasta aquí la operacion es idéntica á la que en el pavimento hemos empleado; pero como no se trata solamente de líneas situadas en un mismo plano como en aquel acontece, sino de rectas paralelas entre sí ocupando superficies distintas, hai que establecer esta separacion y traerla, como es consiguiente, á la escala de alturas, para hacer apreciable su reduccion perspectiva en aquel punto del plano en que convenga precisarla. Así, pues, esta separacion ó altura fijada por los puntos  $z4$ , se hallará comprendida dentro de las rectas que de ellos parten y concurren en el punto  $c''$ . Esto hecho,



para determinar las rectas  $v b'''$ ,  $a'' s''$ , ó sea la interseccion de estos planos sobre el plano vertical, como se trata de líneas paralelas á la recta  $a l'''$  del pavimento, llevando desde este último punto una horizontal sobre la escala de alturas, obtendremos el punto  $v'''$ , que subido por medio de una vertical, dará sobre las rectas  $3 c''$ ,  $4 c''$  las intersecciones  $s s'$ , intersecciones que pasadas por medio de horizontales al borde vertical del cuadro, fijarán los puntos buscados  $b''' s''$ . La reduccion perspectiva de esta altura al llegar al punto  $v$ , la indicará la recta subida del punto  $d'''$ , que es aquel en que la horizontal que parte de  $a$  encuentra la recta  $b'' c''$ . De modo que pasando la distancia  $o''' a'''$  de  $v$  á  $a''$ , tendremos ya todos los puntos necesarios para la terminacion del techo que nos proponemos construir.

**45. Puertas.** En el Art. 11, Cap. III, se demostró la conveniencia de empezar construyendo en cierta clase de composiciones perspectivas, un pavimento formado por cuadrados, dando á estos una proporcion métrica, la que juzgáramos conveniente, relacionando con ellos cuantos objetos hubiere comprendidos dentro de dicha composicion. Tratábase entónces de una perspectiva de las llamadas regulares, y viéronse las ventajas que este procedimiento reportaba; pero son estas mayores todavía en aquellas perspectivas que, por su posicion oblicua, hacen indispensable el recurrir frecuentemente á la escala de alturas.

Una demostracion práctica de ello, se ofrece en las puertas abiertas sobre los muros en la fig. 128. En



efecto, si la anchura ó vacío de ellas es igual á tres cuadrados y constan de una sola hoja, esta describirá una circunferencia, cuyos radios medirán, como ella, otros tres. Luego trazando un paralelógramo que comprenda dieziocho cuadrados, fácil será inscribir en él (valiéndonos de las diagonales y de la línea  $z$ , quinta parte del lado  $x r$ ) el arco de círculo que sea necesario.

Para determinar el grueso del muro, tambien puede utilizarse la division del plano perspectivo. Así, por ejemplo, para determinar un espesor ó grueso de medio cuadrado, trazaremos la diagonal  $e''$  de dos cuadrados, y el punto  $c'$  marcará la profundidad buscada. La interseccion  $t$ , como es consiguiente, se obtendrá por los mismos medios.

**46. Escalera de triple rampa.** Averiguados por el método general sobre la **fig. 131**, pl. 26, los ocho puntos  $a, d, c, l$  y  $e, o, e' o'$ , vértices del cuadrado externo los primeros y del concéntrico interno los segundos; trazadas las diagonales de estos y sobre ellas por medio de una division de líneas encontrados los puntos  $1, 2$ , etc., correspondientes á las profundidades y anchuras de los escalones, y averiguado últimamente por el mismo sistema la direccion  $v c'$  del muro que dichas letras designan, tendremos construido el trazado perspectivo en planta de la escalera que nos ocupa.

Para su alzado estableceremos la escala de alturas **fig. 132**; subiremos luego al plano perspectivo de la **133** los puntos  $l a o t$ ; pasaremos sobre el muro  $l t$  las



alturas  $l' t t'$ , que son las espresadas en la escala de alturas por los números 3, 4 y 8, 9; sobre la perpendicular levantada de  $a$  pasaremos igualmente las alturas comprendidas en la recta 1 2 de la citada escala, y por último, subiremos desde la planta otra perpendicular del punto  $e$ , cuya recta, al ser cruzada por las líneas  $l' t'$  y sus paralelas, fijará los puntos  $e, e', e''$ , etc.

Preparada de este modo la operacion, y empleando este mismo procedimiento para las demas partes que la constituyen, lo restante de ella queda reducido al mecanismo, ya mui conocido para nosotros, de combinar el encuentro de las líneas subidas de planta, con las alturas que estas mismas determinan.

De aquí que el punto  $1'$  lo produzca la perpendicular subida de  $e''$  al encontrar la línea que sobre el muro marca la altura degradada del primer escalon, como igualmente la union de este, con la primera altura colocada sobre la recta  $a a'$ , fija el perfil  $1' 1$ , desde cuyo punto trazando la recta  $1 e$ , obtendremos el ángulo del segundo escalon, subiendo de planta la perpendicular  $1$  que indica ó marca su profundidad.

**47. Arcadas.** Nada hai en la presente operacion ó problema (pl. 27) que no nos sea conocido, ó que hayamos dejado de explicar anteriormente con más ó ménos detenimiento, segun su mayor ó menor importancia. Las simplificaciones que en el trazado de la planta pueden hacerse, las que en el alzado de estas mismas plantas pueden llevarse á cabo, han sido ya tratadas en diferentes artículos, y evidenciada oportu-



namente su utilidad y conveniencia. Esto no obstante, conceptuamos bueno y aun necesario para aquel que desee familiarizarse con esta clase de trabajos, el que no tan solo resuelva por sí y del mayor tamaño que le sea posible, el ejemplo que nos ocupa, sino que se proponga otros varios que le conducirán positivamente al fin que se propone.

Varias veces lo hemos dicho, pero nunca nos parecerá insistir lo bastante, en aconsejar estos ejercicios prácticos, que son los que contribuyen poderosamente á hacer desaparecer ciertas dificultades, que no reconocen otro origen que la falta de hábito en saberlos vencer.

Trazada la planta **fig. 134**, y puesta esta en perspectiva sobre la **fig. 137**, para lo cual podemos, entre otras simplificaciones, averiguar, verbi gracia, los puntos  $t$  y  $b$ , y establecer luego la proporcion  $1\ 2, 3\ 4$ , igual á  $1\ 2, 3\ 4$  de la **fig. 134**, cuyos puntos llevados á uno de concurso, darán los  $c\ t$  sobre la línea que una los ántes citados  $t\ b$ ; construiremos como siempre la escala de alturas  $d\ d'$ , y de esta, llevando al borde del cuadro las alturas principales, estableceremos sobre él la **fig. 136**, detallando en ella las molduras que contenga el órden de arquitectura que deseemos establecer.

Esto hecho, pasaremos dichas alturas á la **fig. 137**, empleando para ello el método general, el cual, por ser mui conocido, no hai para qué detenernos en su esplicacion. La referencia de letras bastará, á no dudar, para su perfecta comprension, y para desvanecer cualquiera pequeña dificultad que pudiera presentarse.



Para trazar los arcos, levantaremos donde nos convenga la perpendicular  $v v'$ , y sobre ella formaremos el arco  $v' v p$ , con lo que completaremos la escala de alturas y podremos ya fácilmente ultimar la operación.

Réstanos, sin embargo, los vuelos y contornos de las molduras, para lo cual debe emplearse el mismo sistema que hemos utilizado para fijar los perfiles de las escaleras; esto es, colocando sobre la perpendicular  $t t'$  de la fig. 137, las alturas que corresponden á las molduras, se prolonga en la planta la diagonal  $c c'$ , hasta que encuentre la escala de alturas en  $c''$ , desde cuyo punto subiendo una perpendicular  $c'' l'$ , esta cortará sobre las degradantes de la misma escala, fijando las intersecciones comprendidas en la porción  $l l'$ , y estos puntos unidos con los anteriormente hallados sobre  $t t'$ , completarán el resultado al subir de planta las anchuras comprendidas igualmente entre los puntos  $c$  y  $c'$ .

Con lo espuesto hasta aquí, con las demostraciones y aplicaciones prácticas que de diferentes principios hemos hecho, no vacilaríamos en dar por ultimado nuestro trabajo, convencidos de ser lo suficiente para llenar por completo las necesidades del pintor que no ambicione ó quiera hacer de la perspectiva una exclusiva especialidad. Pero el temor á que parezca incompleto este nuestro trabajo, muévenos á continuar en él y á ocuparnos, aunque sea sin gran detenimiento, de los medios que deben emplearse para precisar la forma perspectiva de los detalles arquitectónicos.



Todos los autores dan á esta parte del estudio de la perspectiva una gran estension, y aun hai alguno entre ellos, que entusiasta por la ciencia, cree que los principios exactos é invariables de ella, pueden y deben tener aplicacion hasta en el dibujo de la figura, precisando con reglas fijas la forma aparente que estas puedan dar segun su posicion ó escorzo.

Ni censuramos, ni criticamos la teoría, ni entraremos tampoco á discutir si una figura dibujada *matemáticamente*, podrá tener la misma belleza que otra, que careciendo por completo de estos principios, se ajuste tan solo á aquellos que intuitivamente siente el artista é inconscientemente aplica.

Desde luego nos parece, sí, perjudicial invadir sobradamente el terreno del arte, que al arte tan solo pertenece, y cuya estension le es necesaria toda para cederla á la inspiracion que dentro de él se enseñoorea.

Hai más, y volvemos con ello á la causa que motiva estas consideraciones: la misma grosería de los útiles que hemos de manejar, es causa de que en ciertas operaciones, cuyo trabajo es mui nimio, no baste el llevarlas á cabo con escrupulosidad y esmero, pues aun con estas condiciones, tal vez el resultado no responda nunca al éxito que habíamos imaginado y teníamos derecho á esperar.

Si en un capitel de órden corintio, por ejemplo, quisiéramos precisar la forma ó contorno perspectivo de las hojas de acanto, apio silvestre, laurel ú olivo que adornan y cubren casi por entero el *vaso* ó *tambor*; si



queremos fijar igualmente el contorno de los vástagos que de enmedio de estas hojas salen arrollados en espiral formando las *volutas* y los *caulículos*; si estrechamos nuestro empeño de averiguar por medios científicos la forma exacta de la hortensia ó margarita que constituye el floron, colocado sobre el *abaco* y *labio* del tambor; ¿no es por ventura empresa temeraria por su dificultad y dudoso resultado? ¿No debe conceptuarse más fácil y de más seguro éxito, el buscar únicamente las líneas principales que fijan su proporción, y unir luego, verbi gracia, por medio de una recta la parte más saliente del abaco, con el junquillo del fuste, cuya recta será tanjente á los vuelos de las hojas? ¿No es, en resúmen, más conveniente buscar estas líneas principales y dibujar *de sentimiento* dentro de ellas, los detalles que nos sean necesarios? Tal creemos, y si consignamos algunos ejemplos en contradicción con nuestra manera de sentir, es porque pretendemos que el presente *Compendio* sea lo más *completo* posible, y porque estos mismos ejemplos servirán como justificante á las teorías que sustentamos.



**CAPÍTULO XIII.**

## Detalles de arquitectura.

**48. Pedestal y basa de columna** (*Orden corintio*). Dada la planta geométrica sobre la **fig. 138**, plancha 28, y determinada su forma perspectiva sobre la **139**, si el tamaño de aquella resultara insuficiente para poder apreciar el grosor de la columna, vuelos del toro superior é inferior, filetes del pedestal, etc., la ampliaremos en figura aparte **F**, y desde allí podremos ya fácilmente, por medio de una division de líneas, hallar sobre las diagonales de la citada figura **139**, las anchuras necesarias á su completo trazado.

Para terminar su altura, construiremos como procede la escala de alturas, **fig. 140**, sirviéndonos para ello del trazado de la **fig. 141**, que como tambien es sabido, estando en ella bien proporcionadas ó relacionadas sus alturas con la planta, cuanto más próxima se sitúe al plano del cuadro, con mayor exactitud fijará todos sus detalles, quedando por lo mismo ménos sujeta á errores la operacion.

Entre ámbas figuras, la **139** y **140**, convenientemente detalladas, podríamos, empleando el método general, obtener todas las alturas y anchuras que juntas constituyen el resultado **fig. 143**; pero esto que en teoría es un hecho, no lo es en su aplicacion práctica, por razones que fácilmente pueden comprenderse sin nece-



sidad de evidenciarlas. Son tantos los puntos que hai que averiguar para trazar todas las líneas que forman la basa de la columna, la cornisa del pedestal y el basamento del mismo, que el trabajo, sobre ser interminable, daría escasísimo resultado.

De aquí que nos limitemos á marcar las alturas principales, buscando las demas por los medios siguientes:

Trazaremos aparte y de un tamaño cualquiera, con tal que sus alturas y vuelos estén proporcionados, las secciones **A**, **C**, **B**; la primera y segunda, representando las partes inferior y superior del pedestal ó sea su basamento y cornisa, y la tercera la basa de la columna.

Hecho esto, tómesese sobre la seccion **A** la anchura **1**, **2**, la cual con los puntos de division en ella contruidos, la trasportaremos á **D**, y uniendo estos puntos con otro de concurso *c*, tendremos establecida una escala de reduccion para todas las anchuras que se refieran á esta parte del pedestal. Así, por ejemplo, para obtener la division del trozo de diagonal comprendido entre los vértices **1**, **2**, de la **fig. 139**, uniremos estos con un punto de concurso arbitrario, situado sobre la línea de horizonte, y colocando dentro de ellos la porcion **1'**, **2'**, tomada sobre **D**, tendremos lograda la division, con solo unir todos sus puntos con el de concurso ántes citado.

Este mismo sistema, empleado para las anchuras, lo utilizaremos en las alturas, trayendo á la escala de



estas la reduccion proporcional que á su profundidad corresponda.

El encuentro de estas líneas, como claramente se demuestra en la **fig. A**, precisa el contorno ó perfil buscado, ó lo que es igual, las alturas comprendidas entre  $e z$ ,  $e z'$ , **fig. 143**, y las anchuras que de planta suben dando intersecciones sobre ellas.

En la **fig. 142** vemos que las líneas que parten de  $1$ ,  $z$ , y que corresponden al ángulo  $o$  de la **fig. 143**, siguen la direccion de la diagonal de planta; luego deberán tener la misma concurrencia: sin embargo, como pudiera ocurrir que esta diese su interseccion sobre la línea de horizonte fuera del cuadro, para evitar el tener que recurrir á aquel punto, subiremos una perpendicular desde  $c$ , **fig. 139**, y esta cortará marcando intersecciones sobre las rectas ya trazadas  $z' z$ ,  $e e$  de la **fig. 143**.

Para la moldura circular que constituye la basa de la columna, emplearemos el mismo sistema que queda espuesto, y cuya demostracion es por lo tanto innecesaria, pues que basta averiguar los puntos más salientes  $a a$  de los círculos trazados en planta, y subidos á la **fig. 143** en  $a' a'$ , adaptar sobre estos las alturas y anchuras que les correspondan.

Réstanos, por último, fijar la reduccion perspectiva de las estrías que contiene la columna. Para ello, á la altura que nos convenga, trazaremos sobre esta la horizontal  $o' o'$ ; se construye entonces la figura auxiliar **E**, cuyo objeto es averiguar las anchuras que á la citada



recta  $o' o'$  pertenezcan, y trasladadas á ella y llevadas á un punto de concurso, darán sobre la circunferencia que corresponde al plano  $o' o'$ , los contornos de las estrías buscadas.

**49. Cornisamento corintio.** Pl. 29. Comprendido el ejemplo anterior, y familiarizados con el sistema que para su realizacion espusimos, la esplicacion del presente casi parece ociosa. Es tal la relacion que entre ámbas existe, y tan semejantes los medios que se deben emplear, que apénas si difiere en su esencia y aplicacion. Trazar como en aquel la planta geométrica **fig. 144**; pasar esta al plano perspectivo **fig. 145**; establecer la escala de alturas **fig. 146**, y sobre las degradantes de ésta, construir próxima al plano del cuadro la **fig. 147**, detallando sobre ella los adornos que deba contener. Pasar á la **fig. 145** las alturas principales, tal como  $e e' o'''$ , etc.; bajar desde este último punto, el más saliente de la cornisa, la vertical  $o''' o'$ , y colocar sobre ella las alturas que la línea  $o o$  determine sobre la **fig. 146**. Como la recta  $o''' o'$  de la **fig. 145**, baja del vértice del ángulo que forma la cornisa, las alturas que sobre dicha recta fijemos corresponderán á los demas vértices, y como es consiguiente las líneas que partan de estos puntos y correspondan á aquellos, seguirán la direccion de la diagonal  $o o'$ , y concurrirán en el punto donde esta prolongada toque la línea de horizonte. Si esta interseccion se encontrara fuera del cuadro y á gran distancia de él, buscaríamos las alturas que á la recta  $e e'$  correspondan, y uniendo estas con aquellas, el resul-



tado seria idéntico al anterior. Esto hecho, tomamos sobre la **fig. 147** los vuelos de la cornisa, que son los que en la **145** están comprendidos en la recta  $1, 2$ , y cuyos puntos llevados á uno de concurso cualquiera  $e$ , dividirán la recta  $o o'$  en la misma relacion. Adivínase desde luego, que el ángulo total del cornisamento está obtenido al subir las profundidades marcadas ya sobre la recta  $o o'$ , y cortar estas á las alturas que de la línea  $o' o'''$  parten. Debo aquí advertir, que para evitar la consiguiente confusion de líneas, las anchuras ó vuelos del arquitrabe las he separado de los de la cornisa, y están comprendidos en la recta  $1' 2'$ .

Como se vé, nada de esto es nuevo para nosotros, y se ajusta en un todo al método general, que podremos llamar de *molduras*, espuesto en el artículo anterior. Sin embargo, hai en la aplicacion de estos mismos principios ciertos detalles, preséntanse con frecuencia casos de tal naturaleza, que pueden fácilmente confundir, ó lo que es todavía más seguro, hacer dar rodeos inútiles que perjudiquen tal vez á la exactitud del resultado, y á la brevedad en la obtencion de este. Un ejemplo de ello tenemos en la figura que nos ocupa. Averiguados los vértices de todos los ángulos, necesitamos nuevos puntos para poder trazar los lados de estos, y esta operacion, que por el método general de alturas podríamos llevar á cabo, es sin embargo más conveniente realizarla del siguiente modo:

Averiguar en la **fig. 145** la altura  $a d$ , unir estos puntos con uno de concurso  $c$ , por ejemplo, hasta que



el  $a$  toque en la línea  $o''' b$  en un punto  $b$ , bajar desde este una perpendicular  $b d'$ , dividir proporcionalmente las líneas  $b d'$  y  $d d'$ , y esta division dará por resultado el contorno de la cornisa, marcando como marca la primera de dichas rectas las alturas de esta, y la segunda sus vuelos ó salientes.

No hai para qué advertir, que obtenido este contorno, el resultado estribará tan solo en unir todos los puntos con los del ángulo trazado ya de antemano.

Para los demas lados, emplearemos el mismo sistema, si bien para estos la operacion puede todavía simplificarse utilizando la escala de alturas.

Uniremos para ello el punto  $e''$  con otro cualquiera  $c'$  de la línea de horizonte, prolongaremos esta recta hasta que toque la escala de alturas en un punto  $c$ , subiremos la perpendicular  $c c'$ , y uniendo las alturas que dicha recta determine con el punto de concurso  $c'$ , tendremos el primer sistema de líneas que constituyen el contorno que buscamos. Para obtener el segundo sistema de líneas que, completa nuestro trabajo y que se refiere á los salientes de la cornisa, prolongaremos la recta que en planta parte de  $o'$  hasta que encuentre en  $o''$  la línea  $e'' c$ , y dividiendo proporcionalmente la porcion  $e'' o''$ , tendremos conseguido el resultado.

Como el tamaño de ciertos detalles resulta mui reducido, he conceptuado conveniente para su mejor comprension, trazar por separado las figuras **ED**, dando sobre ellas la esplicacion del sistema que para su construccion debe emplearse. Hago esta declaracion para que



no se crea que dichas figuras son necesarias al resultado.

Obtenidas las líneas 1 2 3 por el método espuesto, líneas, que como vemos en la figura E, marcan la altura y vuelo de los *dentículos*, y averiguada por planta la anchura de uno de ellos  $e e'$ , más la distancia ó espacio que los separa; dividiremos ya con estos datos las citadas rectas 1 2, ó más propiamente dicho, la recta 1, puesto que la 2 lo estará también al bajar sobre ella las perpendiculares que parten de los puntos obtenidos sobre la primera.

Esto hecho, si el punto de concurso de las diagonales fuese utilizable por encontrarse en el cuadro ó próximo á él, correremos las distancias  $e e'$  de  $e'$  á  $e''$ , y uniendo las intersecciones  $o o$  obtenidas sobre la recta 2 con el punto de concurso ántes citado, tendremos dividida la recta 3 y con ella, por tanto, obtenido el resultado. Si no pudiéramos utilizar el punto de concurso de las diagonales, buscaremos como anteriormente hicimos para la recta 1, los puntos que sobre la 3 necesitamos, y por una nueva division de líneas conseguiremos igualmente nuestro objeto.

Para el trazado perspectivo de los *modillones*, construiremos (averiguados por planta, la posición y proporción de uno de ellos) unos paralepípedos rectangulares, figura D, dentro de los cuales vayan metidos ó ajusten dichos modillones, y pasando líneas por los puntos que estos tengan de tangencia, podremos ya fácilmente dibujarlos.

---



# PERSPECTIVA.



## TERCERA PARTE.

### PERSPECTIVA DE SOMBRAS.

#### CAPÍTULO XIV.

##### Luz artificial.

Teniendo solo en cuenta la escasa utilidad *práctica* que, según el parecer de algunos, al pintor puede reportar la aplicación de los principios que en la presente parte de nuestro Tratado vamos á esponer, deberíamos tal vez desistir de hacerlo y prescindir de su esplicacion.

La poca frecuencia en verdad, con que el artista elije para sus concepciones asuntos cuya representacion exija el estar iluminados por un sol radiante ó por la pálida luz de la luna, y el ser mui pocos al propio tiempo los que emplean su inteligencia en buscar para sus obras los fantásticos efectos de la luz artificial, parecen en primer término razones que



pueden alegarse para justificar en parte la poca utilidad aparente de los citados principios. Lo largo y trabajoso de su aplicacion, cuando ésta no recae sobre superficies planas ó se trata de cuerpos geométricos, es otro de los motivos que pueden igualmente alegarse para deducir de ellos la misma conclusion. Y sin embargo, ésta y aquellos no son rigurosamente exactos.

Sucede en la aplicacion de la perspectiva al *trazado de las sombras*, lo que acontece con la misma perspectiva y en la mayor parte de los estudios anexos á las bellas artes. Esto es, que el artista necesita poseerlos, no para aplicarlos siempre y con todo su rigor científico, sino porque su conocimiento, aun cuando alguna vez prescinda de su aplicacion, le impedirá incurrir en aquellos defectos ó errores en que de seguro incurren los que por completo los desconocen, y porque estos conocimientos constituyen al propio tiempo su educacion teórica: única base sólida sobre que puede asentarse una reputacion honrosa y acaso un nombre ilustre.

No negaremos la imposibilidad material de precisar, verbi-gracia, el esbatimento que arroje un árbol sobre un terreno accidentado; pero este caso verdaderamente excepcional, no amengua en lo más mínimo la importancia del estudio de la *perspectiva de sombras*, que aun no siendo utilizable sino en determinados casos, su conocimiento, repetimos, facilitará notablemente en la práctica el oportuno y conveniente trazado de aquellas.



Si para el estudio de la perspectiva puede hasta cierto punto prescindirse del conocimiento de la geometría descriptiva, y aceptar el *resultado* como hecho cierto, sin averiguar el *por qué* de las causas que lo motivan, en el trazado de las sombras, es á no dudar, mucho más difícil hacer caso omiso de él. En la geometría descriptiva están basados los principios que vamos á sentar; allí se encuentra su origen, y en ella, como es consiguiente, radica el poder de proporcionarnos su completo conocimiento. A pesar de ello, yo que comprendo la dificultad en exigir al artista estos estudios, tan opuestos al idealismo del arte, separados en un todo de sus aficiones y hasta refractarios á su manera de ser y modo de sentir, voi á presentarlos eludiendo cuanto me sea dable penetrar en la parte científica, con la seguridad de que si omito evidenciar el resultado, daré los medios de conseguirlo sin esfuerzo ni vacilaciones.

La razon principal, diré más, el único objeto que me ha movido á acometer el presente trabajo, ha sido el de facilitar á los pintores el conocimiento de la perspectiva, y para ello ningun otro medio me parece más conveniente que la supresion casi en su totalidad de todo aquello que directamente no conduzca á la aplicacion puramente práctica del estudio que nos ocupa. Varias veces en el curso de la obra he espresado estos mismo conceptos; pero insisto en ello con el objeto de que no pueda olvidarse, siquiera sea por un solo instante, la razon que justifica la manera al parecer empírica con que está tratado el asunto.



**50. Puntos de concurso.** La sombra es la privación ó carencia de la luz, razón por la cual hallaremos á aquella en todo punto ó lugar en que la luz no alcance á iluminarlo.

La sombra puede ser *propia* ó *trasmitida*. La sombra propia de un cuerpo, es aquella que está sobre la parte de su superficie opuesta á la luz.

Sombra trasmitida, ó más comunmente dicho *esbatimento*, es la sombra cortada que hace un cuerpo sobre la superficie de otro, interceptando los rayos luminosos que sin su interposición irían á alumbrarla.

El límite de la sombra propia de un cuerpo, es decir, la línea que separa la parte alumbrada de la que no lo está, se llama *línea de separación de luz y sombra*.

*Cuerpo luminoso natural*, es el que luce por sí con propia luz, como el sol y las estrellas.

*Cuerpo luminoso artificial*, es el que debe su luz á un aumento de temperatura, como una vela encendida, una madera inflamada, etc.

*Cuerpo no luminoso*, es aquel que en su estado natural no ilumina á los demás cuerpos; tales son los planetas y satélites, etc.

Los cuerpos no luminosos se dividen en tres especies diferentes: *transparentes* ó *diáfanos*, *opacos* y *traslúcidos*.

*Cuerpo diáfano* ó *transparente*, es el que dá paso á la luz, permitiendo la visión á través de su masa, como el cristal, el agua, etc. *Cuerpo opaco*, es el que se opone enteramente al paso de los rayos luminosos, como



por ejemplo, una pared; y llámanse por fin cuerpos traslúcidos, los que dejando paso á los rayos luminosos, no permiten la vision á través de su masa, como la piedra luz, el cristal mate, etc.

Se llama *rayo de luz*, á cada recta tirada desde un punto cualquiera de un cuerpo luminoso al ojo, ó á los diferentes puntos de los cuerpos que alumbran.

La luz se propaga y difunde por todas partes en línea recta.

*Reflexion*, es la repulsion ó inflexion del rayo luminoso que se verifica en la superficie tersa de un cuerpo opaco retrocediendo.

*Refraccion*, es la desviacion que experimentan los rayos luminosos al atravesar las superficies de dos diáfanos que tienen diferente densidad, no retrocediendo sino continuando su curso.

Podemos pues deducir de lo dicho, que hai tres géneros de rayos de luz, á saber: *directo*, *reflejo* y *refracto*.

*Rayo directo*, es el que proviene rectamente del objeto luminoso; *reflejo*, el que doblándose por haber chocado con algun cuerpo opaco, vuelve atrás; *refracto*, el que desviándose de su direccion pasa adelante. Estos guardan ciertas leyes que se esplican estensamente en la óptica, y que espondremos brevemente, despojándolos de todo carácter y aparato científico al ocuparnos de los reflejos en general.

Conocidos estos principios generales, empezaremos por establecer los que se refieren al trazado perspectivo



de las sombras, originadas por una luz artificial. Estos son:

1.º *La sombra de toda línea perpendicular al plano horizontal arrojada ó transmitida sobre un plano paralelo, es paralela á dicha línea.*

2.º *La sombra de una horizontal sobre un plano paralelo, es horizontal tambien.*

3.º *La sombra de toda línea perpendicular perspectiva sobre un plano paralelo á ella, sigue la direccion de dicha línea.*

4.º *Toda horizontal no paralela á la base del cuadro, que su punto de concurso esté sobre la línea de horizonte y sobre un plano paralelo á ella, su sombra será convergente al mismo punto de concurso que aquella determine.*

5.º *Para fijar la sombra de un punto, se hará pasar por él un rayo de luz, y donde se encuentren este y su proyeccion, será la sombra de dicho punto.*

Ahora bien, para averiguar ó encontrar las sombras y esbatimientos producidos por el punto luminoso *l*, fig. 149, pl. 30, empezaremos por determinar las proyecciones de dicho punto *l* sobre los planos horizontales y perpendiculares á este en *q l' l'' l'''*, operacion que al lector debe ser conocida, pues que tan solo consiste en averiguar en planta el punto *q*, desde el cual partirán las líneas de proyeccion de los rayos de luz que necesitemos determinar. Así para encontrar el punto *l'*, proyeccion de *l*, trazaremos la horizontal *q p*, hasta que esta encuentre en *p* la



arista de los dos planos; subiremos desde este punto la perpendicular  $p l'$ , y donde el rayo de luz  $l l'$  encuentre á aquella, será el punto buscado. Esto es, que la recta  $q p$  determina la profundidad á que se halla el punto luminoso, y la perpendicular á esta  $p l'$ , fija su altura, y como es consiguiente su proyeccion sobre el plano.

Dispuesta de este modo la operacion, para averiguar, por ejemplo, la sombra del punto  $a$ , fig. B, se hace pasar un rayo luminoso  $l a a''$ , y la proyeccion  $q a'$  encontrará á aquel en  $a''$ , sombra del punto  $a$ . La arista  $a e$  del mismo paralepípedo, horizontal sobre plano paralelo, dará la recta  $a'' e'$ , que ajustándose al segundo principio anteriormente espuesto, su posicion ha de ser paralela á la citada arista, y su límite  $e'$  debe fijarlo el rayo de luz  $e e'$ . La arista  $e e$ , perpendicular perspectiva sobre plano paralelo, dará la recta  $e' e''$ , perpendicular perspectiva tambien como ella (tercer principio), y el límite  $e''$  lo obtendremos por medio del rayo de luz  $e e''$ , y por último, el tercer lado, que en el presente caso es la perpendicular que baja desde el punto  $e$ , hasta el plano horizontal; su sombra la determinará la recta que une el punto  $e''$  con la proyeccion de  $e$ .

*Sombra del paralepípedo.* Esta figura difiere tan solo de la anterior, en que no tratándose de líneas cuya posicion sea perpendicular con relacion al plano del cuadro como en aquella acontece, sino de líneas con una inclinacion cualquiera, cuyo punto de concurso sobre la línea de horizonte se encuentra en  $c$ ; su som-



bra  $c'' c''$  tendrá como ellas la misma concurrencia.

*Sombra de la mesa.* Para determinar, verbi-gracia, la sombra del punto  $b$ , se pasa por dicho punto un rayo luminoso  $l b$ , y por su proyeccion  $b'$ , la que produce dicho rayo  $q b'$ , el cual encontrará á aquel en  $b''$ , sombra del punto  $b$ . Por este medio averiguaremos cuantos puntos nos sean necesarios, sin que la operacion varíe en nada, siempre que, como sucede con el punto  $b''$ , su sombra no recaiga sobre otro plano distinto, en cuyo caso haremos que donde su proyeccion encuentre en  $p$  al citado plano, suba una perpendicular que al dar sobre el rayo luminoso en  $b''$ , fije la sombra del punto  $b''$ .

*Sombra de una cuerda pendiente del techo.* Para encontrarla, hai que trazar primeramente las dos proyecciones correspondientes á los dos planos de las vigas, en  $l'$  y  $l''$ ; dirigir luego, pasando por la cara inferior de estas, la proyeccion de un rayo de luz  $l'' e$ , y donde este encuentre el ángulo ó arista formado por ámbos planos, que es en  $p''$ , bajar una perpendicular que al dar sobre el rayo luminoso  $l e$ , que pasa por el extremo  $e$  de la cuerda, fijará en  $c'$  el límite de la sombra de esta sobre el plano perpendicular perspectivo. Tenemos, pues, con dicha primera operacion, obtenida la sombra que la citada cuerda proyecta sobre la cara ó superficie inferior de las vigas, faltándonos solamente para obtener su completo trazado, el averiguar la que se dibuja sobre las bovedillas que entre una y otra median. Para ello, conocidos ya los puntos de arranque de las cur-



vas  $p'$ , el problema consiste en buscar aquellos que nos sean necesarios para precisar con exactitud su forma. Sea, por ejemplo, uno de ellos el punto  $e$ , el cual lo llevaremos por medio de una perpendicular perspectiva hasta  $e'$ ; subiremos la vertical  $e' e''$  hasta tocar el arco, y uniendo este último punto con el de vista, obtendremos la recta  $e'' e'''$ , sobre la cual la perpendicular subida de  $e$ , nos dará  $e'''$ , punto que corresponde á la curva buscada.

*Sombra del estante ó vasar.* Para encontrar la sombra del punto  $s$ , pasaremos por dicho punto un rayo de luz, y por  $s'$  la proyeccion de este rayo de luz  $l'' s'$ , que le encontrará en  $s''$ , sombra del punto  $s$ ; á partir de este punto trazaremos una horizontal, cuyo limite  $q'$  nos lo dará el rayo luminoso  $l t$ , prolongando la arista  $t''$  hasta que toque el muro en  $t'$ ; pasaremos por este punto la proyeccion  $l'' t'$ , que encontrará la curva del techo en  $q''$  de este punto al de vista, y haciendo pasar un rayo luminoso por el ángulo  $t''$ , este dará  $t'''$  por limite de la arista perpendicular perspectiva. Para la arista horizontal pasaremos por  $a$  la proyeccion  $l' a$ , la cual encontrará en  $a'$  el ángulo del techo; trazaremos sobre la cara inferior de la viga una horizontal, y para continuar la sombra por la cara  $f$  de la misma, pasaremos la proyeccion  $l'$  á  $l'''$  sobre el mismo plano que la cara  $f$ , y trazando luego la recta  $l''' f$ , el problema estará resuelto con solo trazar la porcion de curva que une este último punto  $f$  con el anteriormente hallado  $t'''$ . Inútil casi es advertir, que si esta curva fuese mui



grande, y quisiéramos precisar su forma, lo conseguiríamos empleando el mismo sistema que en el anterior ejemplo quedó espuesto.

*Sombra del armario.* Se proyecta el punto  $d$  en  $f'$ , se traza la proyeccion  $q f' b'$ , y dirigiendo un rayo luminoso por el vértice inferior de la puerta, este dará la interseccion  $b$ , sombra del mismo vértice. El punto  $b'$  es aquel en que la proyeccion  $b b'$  encuentra el ángulo de la sala, y desde el cual levantando una perpendicular, esta al ser cortada por el rayo luminoso  $d d'$ , fijará la sombra del vértice superior de la citada puerta. La proyeccion  $b b'$  al encontrar la cara perpendicular del paralepípedo  $c$ , dará por sombra otra perpendicular (primer principio); luego, uniendo el punto que esta marca sobre la arista superior de aquel con el punto  $b''$ , tendremos terminada por esta parte, la sombra de la puerta, faltándonos tan solo para ultimarla, averiguar el punto  $v$ , que lo produce la prolongacion de la arista superior al dar sobre el muro, y cuyo punto unido con  $d'$ , completa, como es consiguiente, el resultado.

*Sombra de la recta D.* Se pasan por sus extremos  $o o'$  dos horizontales  $o o'$ , trasládase la proyeccion  $l'''$  á  $l''$  sobre el plano del armario; trázanse las dos proyecciones  $l'' o' o''$ , y éstas al encontrar en  $o'' o''$  el rayo luminoso, precisarán en dicho punto la sombra producida por los extremos de la recta dada  $D$  sobre el citado plano del armario, prolongado este hácia dentro y abajo; es decir, prescindiendo del plano horizontal y del paralelo al cuadro. Obtenida la recta  $o'' o''$ , que



como hemos visto, constituye el total de la sombra de la recta dada, uniremos los extremos  $i i'$  de la porcion que verdaderamente hai sobre este plano con los de la recta  $o o$ , y con ello quedará terminada la operacion.

## CAPÍTULO XV.

### Luz de sol.

**51. Rayos de luz paralelos al cuadro.** Para determinar las sombras producidas por el sol, encontrándose este en la posicion indicada, esto es, que los rayos luminosos por él enviados, sean paralelos al plano del cuadro; empezaremos por fijar un punto cualquiera  $a'$ , fig. 149, pl. 31, como sombra de otro  $a$ ; trazaremos el rayo luminoso  $a a'$ , y como siendo paralelo al cuadro su proyeccion lo será tambien, resulta que la arista  $a'' a$  estará representada por la horizontal  $a'' a'$ . En efecto, si los rayos del sol son paralelos entre sí, y á la vez, como acontece en este caso, lo son tambien al plano del cuadro, marcado ya el punto  $a'$ , que es el que fija la inclinacion de estos, bastará siempre pasar por el punto cuya sombra se quiera determinar un rayo de luz, y donde él encuentre su proyeccion, será el punto buscado.

**52. Sol situado delante del espectador.** En la fig. 150, el sol está representado por el punto  $s$ , hácia el cual es donde imaginamos concurren todos los



rayos luminosos; bajando desde dicho punto una perpendicular sobre la línea de horizonte, esta al encontrar á aquella, dará la interseccion  $c$ , que á su vez será el punto de concurso de todas las proyecciones de los rayos antes citados.

De este modo dispuesta la operacion, si se trata de averiguar la sombra de la vertical  $lb$ , pasaremos por su extremo  $l$  un rayo luminoso, y por la base ó extremo inferior  $b$  su proyeccion, la que al encontrar el muro en  $b'$ , subirá verticalmente sobre este hasta encontrar el rayo luminoso en  $l'$ , límite de la sombra buscada.

La fig. 151 es otro ejemplo del caso que nos ocupa.

**53. Sol situado detrás del espectador.** Encontrándose el sol en esta posicion, enviará sus rayos hácia adelante y abajo, razon por la cual el punto de concurso de estos se hallará igualmente por debajo de la línea de horizonte. Para encontrar este punto, lo verificaremos del siguiente modo:

Establecido ó situado ya el punto  $s$  (sol), fig. 152, bajaremos una perpendicular  $sc$  sobre la línea de horizonte, y rebatiendo esta distancia sobre la prolongacion de la citada perpendicular, obtendremos  $c$ , punto de concurso de los rayos de luz, debiendo converger por tanto las proyecciones de ellos á la interseccion  $c'$  anteriormente obtenida.

Fijados ya estos puntos, las operaciones sucesivas para la obtencion de las sombras que hayamos de determinar, son idénticas á las ya espuestas en el ejemplo anterior.



**54. Dadas las proyecciones de un rayo de luz, encontrar el punto de concurso de los rayos luminosos.**

Siendo las rectas  $ab$ ,  $a'b'$ , fig. 153, las proyecciones horizontal y vertical de un rayo de luz, del punto  $d$  se dirige una visual paralela á la proyeccion horizontal, la cual encontrará la traya del cuadro en un punto  $e$ ; se toma la anchura  $el$  y se coloca sobre la escala de anchuras de  $l$  en  $e$ , fig. 154, y esta bajada á la base del cuadro por medio de la perpendicular perspectiva  $ev$ , nos dará sobre aquella el punto  $e'$ , desde el cual subiendo una vertical, marcará á su vez sobre la línea de horizonte la interseccion  $c$ , punto de concurso de las proyecciones de los rayos luminosos.

Si obtenido este, quisiéramos fijar el punto de concurso de dichos rayos de luz, bastaria para ello construir sobre la línea de horizonte, y desde el punto  $v$  como vértice, el ángulo  $av$  o igual al  $ab'o$  de la fig. 153, y prolongando el lado  $vo$  del citado ángulo, encontraría este la vertical subida de  $c$  en un punto  $s$ , que será el buscado.

**55. Varios ejemplos suponiendo situado el sol delante del espectador.** Las figs. 155 y 156 de la pl. 32, son aplicaciones prácticas de los principios que dejamos espuestos. Nada hay en ellas que no nos sea perfectamente conocido. Por esta razon paréceme suficiente la referencia de letras en ellas establecidas, para capacitarse sin esfuerzo de la manera como se ha obtenido el resultado.



En la fig. 157 preséntase el caso de proyectar sombras sobre superficies inclinadas, y para ello, cuando esto acontece, hay que alterar el punto de concurso de las proyecciones de los rayos luminosos. Así, por ejemplo, para encontrar la sombra de la vertical  $o'$  sobre la superficie  $o'o$ , se levanta una perpendicular del punto  $v$  sobre la línea de horizonte; se prolonga la arista  $o$  contenida en un plano perpendicular perspectivo, la cual encontrará la recta  $vc'$  en un punto  $v'$ ; se traza á partir de este una horizontal, que al dar sobre la perpendicular subida de  $c$ , nos dará  $c''$ , punto de concurso de las proyecciones de los rayos de luz sobre superficies paralelas á la ya espresada  $oo'$ . Obtenido este punto, basta para averiguar la sombra producida por la citada recta  $o'$ , hacer pasar por dicho punto la proyeccion  $c'o'$ , y por su parte superior un rayo de luz, que como es consiguiente limitará la espresada sombra en  $o''$ .

Tambien la fig. 158 difiere algo de las anteriores, pues que para averiguar en ella la sombra de la arista  $t't'$ , hay necesidad de subir desde el punto  $v$  una perpendicular  $vc'$ , sobre cuya línea es donde en el infinito concurren todos los planos perpendiculares perspectivos, y del punto  $s$ , que aquí espresa el sol, trazar una horizontal  $sc'$ , que será tambien en lo infinito, donde concurrir deben todos los planos de luz que pasen por aristas horizontales, deduciéndose de esto por consecuencia, el ser  $c'$  el punto de concurso de las intersecciones de dichos dos sistemas de planos. De modo



que para averiguar la sombra que dá la arista  $t t'$  sobre el muro perpendicular perspectivo, consideramos que el plano de luz que pasa por la arista  $t t'$ , corta al perpendicular perspectivo, y que la interseccion de estos dos planos se encontrará en el punto  $c'$ . De aquí el siguiente principio general: *La sombra de toda horizontal sobre plano perpendicular perspectivo, concurrirá en lo infinito en la interseccion de los dos sistemas de planos, perpendiculares perspectivos los unos y de luz los otros, pasando estos por arista horizontal.*

**56. Varios ejemplos suponiendo situado el sol detras del espectador.** Pl. 33, fig. 159. Encontrados los puntos  $c c'$ , concurso de los rayos luminosos el primero y de las proyecciones de estos el segundo, como igualmente el punto  $c''$  que es en el que concurren las sombras de aristas horizontales sobre planos perpendiculares perspectivos; para averiguar la sombra que producir debe la arista  $o o$ , empezaremos por trazar la proyeccion  $o o'$ ; subiremos luego de este último punto una vertical cuyo límite nos lo dará el rayo de luz  $e e'$ ; seguirá á este un trozo de horizontal, que proviene de la porcion de arista tambien horizontal  $b t$  y que, como la anterior la limita el rayo  $t t'$ ; la vertical  $t' t'$ , originada por la arista  $t t$ , y así sucesivamente. Ahora bien: para fijar la sombra de la arista  $o l$ , imaginaremos un plano de luz, que pasando por ella cortará el muro paralelo al cuadro con una recta paralela á este plano; es decir, que la sombra de la



arista  $o l$  será la proyección de un rayo de luz, y esta proyección será, por tanto, paralela á la recta que une el punto  $v$  y el de concurso de los rayos luminosos  $c$ . De aquí el siguiente principio general: *La sombra de toda perpendicular perspectiva sobre un plano paralelo al cuadro, es paralela á la línea que une el punto de vista con el de concurso de los rayos luminosos.*

*Sombra de un palo con una inclinación tal, que se encuentre dentro de un plano perpendicular perspectiva. Para determinarla se sube una perpendicular del punto  $v$  (vista), y prolongando el palo  $b b'$ , esta prolongación encontrará la recta anteriormente trazada en  $v'$ ; se une este punto con el de concurso de los rayos luminosos, y como la recta que establece esta unión, es (como en el caso anterior vimos) la proyección arrojada sobre un plano paralelo al cuadro, de aquí que la sombra que el citado palo produzca sobre este mismo plano será paralela también á dicha recta. Bastará pues, trazar esta, á partir del extremo  $b'$ , hasta que encuentre el plano horizontal, desde cuyo punto la uniremos con el otro extremo  $b$  y el resultado estará obtenido. Debo hacer notar que la proyección sobre el plano horizontal concurre en  $c'''$ , que es el punto donde la recta  $v' c$  encuentra la línea de horizonte. Este, que es otro principio general, debe tenerse muy presente en ciertos y determinados casos donde su aplicación es indispensable.*



*Sombra de la escalera.* La arista  $a a'$  de la fig. 160, dá sobre los planos horizontales y perpendiculares perspectivos, proyecciones de rayos de luz, hasta tanto que estas se limitan por el que parte de  $a'$ ; sigue luego un trozo de perpendicular perspectivo sobre el plano horizontal y sobre el vertical paralelo á la recta  $v c$ , limitado por el rayo de luz  $o$ , y por último el caso anterior de arista inclinada, contenida en un plano perpendicular perspectivo, dando sobre superficies paralelas al cuadro, que como ya vimos, origina proyecciones paralelas á la recta  $v' c$ , así como sobre las horizontales estas son concurrentes en el punto  $c''$ , interseccion de esta línea con la de horizonte.

**57. Sombras de superficies cilíndricas.** Trazado el cilindro, fig. 161, empezaremos por averiguar la recta de contacto de este con el plano horizontal, para lo cual basta bajar desde su centro  $o$  la perpendicular  $o o'$ , y llevarla al punto donde concurren sus lados; esto hecho, para averiguar la sombra de la arista  $b$ , trazaremos su proyeccion que encontrará en  $l$  la recta que parte de  $o'$ ; y como esta línea cortará al cilindro por medio de una elipse, cuyo plano ha de ser paralelo á la proyeccion  $l$ , desde este último punto subiremos una perpendicular  $l o''$  al eje del cilindro; pasaremos por su centro  $o$  una recta paralela también á la proyeccion  $l$ , la cual dará los puntos  $t t$ , que proyectaremos en  $l' l'$ ; haremos pasar igualmente por el punto  $o''$  otra recta



dirigida al punto de concurso de las proyecciones, y llevando á aquel donde concurren los lados del cilindro los puntos  $l' l'$ , la proyeccion  $l$  será cortada en los puntos  $l'' l''$ , desde donde subiendo dos perpendiculares  $l'' t'$ ,  $l'' t'$ , ellas darán los puntos  $t' t'$  con los cuales tendremos ya cuatro puntos para trazar la curva  $t' t' l$ , la cual será limitada por medio del rayo luminoso que parte de  $b$ . Empleando el mismo sistema para los demas puntos, el problema está resuelto.

**58. Sombras de superficies curvas sobre superficies cilíndricas.** Situados ya en la fig. 162, Pl. 34, los puntos  $c c' c''$ , etc., si queremos averiguar, por ejemplo, la sombra del punto  $e'$ , empezaremos por trazar desde dicho punto un rayo de luz  $e' e''$ , y su proyeccion  $e' e$ , que, como es sabido, ha de ser paralela á la línea que une el punto  $v$  con el de concurso  $c$ ; haremos pasar un plano por estas dos líneas y él, como es consiguiente, cortará la bóveda por medio de una perpendicular perspectiva  $e e''$ , que al encontrar el rayo de luz  $e' e''$  dará  $e''$ , sombra del punto  $e'$ . De modo que para averiguar otro punto cualquiera  $d'$ , se traza la recta  $d' d$ , paralela á  $v c$ , el rayo de luz  $d' d''$  y la generatriz de la bóveda  $d d''$ , que al hallarse en el mismo plano que las dos anteriores, su encuentro con el rayo de luz  $d' d''$  fija el punto  $d''$ , sombra del  $d$ . De aquí el que continuando estas operaciones hácia la parte superior del arco, la proyeccion que sea tangente á este, marque el punto de arranque de la sombra que el mismo produce.



La fig. 163 es otro ejemplo idéntico al anterior, con solo la diferencia de estar situado el sol delante del espectador.

**59. Sombras de superficies curvas sobre superficies planas.** Para averiguar en la fig. 164, Pl. 35, la sombra que dá sobre el muro el arco  $b$ , fijaremos, en primer término, el límite  $e'$  de la columna; del centro del arco  $t$ , trazaremos un rayo de luz hasta tanto que su prolongacion encuentre en  $t'$  la horizontal que parte de  $e'$ , y con un radio igual á  $e' t'$  describiremos la curva  $e' o$ , sombra de la curva  $b$ .

En los arcos de perfil emplearemos el mismo ó parecido procedimiento que en la fig. 162 espusimos; esto es, pasar proyecciones tangentes á los arcos para determinar el punto de arranque de la sombra; trazar por los puntos que nos convenga, para fijar el contorno todo de esta, proyecciones paralelas á la ya trazada, y haciendo partir rayos de luz de uno de sus extremos, encontrar la horizontal que del otro extremo parta en un punto que será el buscado. Así, en el presente caso, tendremos la sombra que arranca de  $a$ , punto de tangencia de la proyeccion del rayo de luz (concurrente, como ya es sabido en  $c''$ ), la recta  $o o'$ , proyeccion de otro rayo de luz pasando por estos puntos;  $o o''$  el rayo de luz y  $o'' o'$  la generatriz del arco, que encuentra á aquel en  $o''$ , punto buscado.

**60. Nicho esférico.** En la fig. 165, Pl. 36, tenemos establecida la proyeccion vertical y horizon-



tal de un nicho esférico, y las rectas  $a a'$ ,  $a a''$ , proyecciones también horizontal y vertical de un rayo de luz. Para averiguar su sombra operaremos del siguiente modo: Se traza el rayo de luz  $a a'$ , y al dar este sobre la curva en  $a'$ , se sube la recta  $a' a''$ , que encontrará en  $a''$  el rayo luminoso que parte de  $a$ ; de otro punto cualquiera  $b$  se traza igualmente un rayo de luz, hasta que como el anterior encuentre la curva, desde cuya intersección se sube una perpendicular, que hallará en  $b''$  el rayo de luz que parte de  $b'$ . Como la superficie esférica empieza desde la recta  $a l$ , se comprende fácilmente que las operaciones antedichas solo pueden verificarse hasta el punto  $e''$ . Para la superficie esférica trazaremos el rayo de luz tangente á la curva en  $d'$ , cuyo punto, como es sabido, marca el arranque de la sombra; del punto  $o$  se traza igualmente la proyección vertical de un rayo de luz  $o o'$ ; del  $o''$  la horizontal  $o'' z$ ; y de los puntos arbitrarios  $t d$ , etc., se construyen los arcos de círculo  $d_1 t_2$ , de los cuales subiendo los puntos  $d$  y  $t$  á  $d' t'$  por medio de perpendiculares, estos nos permitirán trazar las horizontales  $d' e'$ ,  $t' b'$ , que serán las proyecciones verticales de los círculos  $d_1$ ,  $t_2$ . Esto hecho, de los puntos de intersección  $1_2$ , que el rayo de luz origina sobre los círculos  $d t$ , se suben perpendiculares, las cuales encontrarán, como es consiguiente, en  $1' 2'$  los círculos  $d' e'$ ,  $t' b'$ . De suerte que uniendo los puntos  $o 1' 2'$ , obtendremos el corte que hace en el nicho el plano de luz que pasa



por sus dos proyecciones  $o o'$ ,  $o''$  2, el punto  $o'$  que es el que determina el encuentro del rayo de luz  $o o'$ , y este corte será la sombra del punto  $o$ , uniendo  $d'$  con  $o'$  y  $e''$ , cuya union nos fijará por último la sombra buscada.

En la fig. 167 tenemos la proyeccion  $a a'$  dirigida al punto  $c''$ ; del punto  $a'$ , que es donde dicha proyeccion encuentra la curva, se sube la perpendicular  $a' a''$ , que la limita en  $a''$  el rayo luminoso que parte de  $a$ , y siguiendo el mismo sistema empleado en la fig. 165, el punto  $b''$  es el último que dá sobre la superficie cilíndrica. Para averiguar los cortes que los planos de luz producen sobre esta figura, y aplicar el ejemplo de la 165 á la 166, puesta en perspectiva, é idéntica á la 167; trazaremos sobre dicha fig. 166 la proyeccion de un rayo de luz  $d d'$ , subiremos una perpendicular que encontrará en  $d''$  el límite de la superficie cilíndrica; del punto  $d$  subiremos otra perpendicular que dará  $c'$  y  $d'''$ , el primero sobre la horizontal que une los puntos de arranque de la curva y el segundo sobre la curva; del punto  $c'$  se pasa una recta al punto de concurso de las proyecciones de los rayos luminosos, y trazando varias horizontales darán las intersecciones 1 2 sobre esta recta; dirigiendo del punto céntrico  $c$  una recta al punto  $v$ , y haciendo centro en  $e$  con un radio igual á  $e e'$ , trazaremos las curvas  $l l'$ , correspondientes la primera á la horizontal 1 y la segunda á la horizontal 2, y subiendo por último de los puntos 1 2, perpendiculares, ellas nos



darán en sus correspondientes círculos los puntos  $1'$ ,  $2'$ , que, unidos con  $d''$   $d'''$ , es el corte que queríamos averiguar.

En la fig. 167 estos mismos cortes están representados por las letras  $o$   $o'$   $o''$ ,  $d$   $d'$   $d''$ , descartados ámbos de toda operacion demostrativa, y sustituida esta por los rayos de luz  $o'$   $o''$ ,  $d'$   $d''$ , que son los que determinan los puntos  $o''$   $d''$ , los cuales unidos con  $l$  y  $b''$  fijan la sombra buscada.

**61. Sombra de perspectivas oblicuas.** Establecidos en la fig. 168, Pl. 37, los puntos  $c$  y  $c'$ , concurso de los rayos luminosos y de las proyecciones de estos respectivamente, así como igualmente los puntos  $s'$   $s''$  que es donde concurren los planos **A** y **B**; para averiguar la sombra del arco, se traza la proyeccion  $e$   $e'$ , y del punto  $e'$  se sube una perpendicular que limitada por un rayo de luz que parte de  $e''$ , arranque del arco y determine  $e'''$ , sombra de la arista perpendicular. Para la sombra de la curva, recordando lo espuesto (núm. 55) donde tratábamos de averiguar la sombra de una arista horizontal sobre plano perpendicular perspectivo, para lo cual subíamos del punto de vista una perpendicular, cuya perpendicular era en lo infinito donde concurrían todos los planos perpendiculares perspectivos; y del punto que allí espresaba el sol trazábamos una horizontal, que era igualmente en lo infinito donde concurrían todos los planos de luz que pasaban por aristas horizontales, deduciendo de ello que el punto  $c'$  era el concurso de las intersec-



ciones de estos planos, y por tanto ivan á concurrir allí todas las sombras que proviniesen de aristas horizontales sobre planos perpendiculares perspectivos; refiriéndonos pues á ello, tendremos, que en la presente figura la recta  $s s''$  es donde concurren todos los planos paralelos al plano **B**, y en la recta  $s s'$  donde igualmente concurren todos los planos de luz que pasen por aristas paralelas á la recta  $t t$ , y por último que el punto  $s$ , al ser la interseccion de estos dos sistemas de planos, es donde concurrirán las sombras que proviniendo de aristas perpendiculares al plano **B**, dan su sombra sobre el mismo. Así, para averiguar la sombra de la curva, se dirige una recta al punto  $s$ , tangente á la curva en un punto  $a$ , ó sea el arranque de la sombra; de un punto cualquiera  $o$  se traza la proyeccion de un rayo de luz  $o o'$ , y haciendo partir de  $o$  un rayo de luz  $o o''$ , este al encontrar la generatriz de la curva (que en el presente caso irá dirigida al punto  $s'$ ) dará  $o''$ , sombra del punto  $o$ .

La fig. 169 es otra demostracion del caso anterior, con solo la variante de averiguarse en él sombras sobre las dos superficies **A** y **B**, para lo cual necesitaremos los puntos de concurso  $c$  y  $c'$  para los rayos luminosos y sus proyecciones respectivamente; los puntos  $s' s$ , el primero de las aristas que limitan el plano **B**, y el segundo de las proyecciones de los rayos de luz sobre este mismo plano, y repitiendo el razonamiento anterior los puntos  $s'''$  de las aristas que limitan el plano **A** y  $s''$  de las proyecciones de los



rayos de luz sobre este mismo plano; por lo cual los puntos  $d d$  son los puntos de arranque de las sombras.

En la *fig. 170*, Pl. 38, tenemos los puntos de arranque de sombra en  $d d$ , y para buscar más puntos, de uno cualquiera  $o$ , se dirige la proyección de un rayo de luz  $o o'$  á los puntos  $s s''$  respectivamente, del punto  $o'$  un rayo de luz  $o' o''$ , y al encontrar la generatriz de la bóveda  $o o''$  dirigidas á los puntos  $s' s'''$  darán  $o'' o''$ , sombra del punto  $o'$ . Ajustándose á estos principios generales, todos los problemas de sombras sobre perspectivas oblicuas, pueden resolverse sin dificultad, siempre que, como vengo indicando en el curso de esta obra, vaya unido el estudio teórico al ejercicio práctico, sin el cual resultará en la mayor parte de los casos insuficiente aquel.

---



## CUARTA PARTE.

---

### CAPÍTULO XVI.

---

#### Reflejos.

El punto que vamos á tratar pertenece á aquella parte de la óptica que tiene por objeto el estudio de la reflexion de la luz. Y como son muchas las veces que en las descripciones perspectivas de los edificios y otros objetos, se han de espresar las apariencias reflejas que estos forman en las aguas de los rios y estanques cuando están cerca de ellos, espondremos, aunque brevemente, las principales reglas que deben servirnos para ello. Estas, como ántes dije, están fundadas en las

**62. Leyes de la reflexion.** Cuando los rayos de luz caen sobre la superficie de un cuerpo, se dividen generalmente en dos partes, unos penetran en la masa del cuerpo y los otros se vuelven como repelidos por la superficie: circunstancia que se espresa diciendo que se han *reflejado*.



Si representamos por **E D**, fig. 171, Pl. 39, una superficie plana reflejante, por **A V** el rayo incidente, por **O V** una línea perpendicular que se llama *normal*, y por **V C** el *rayo reflejado*; el ángulo **A V O** es el *ángulo de incidencia*, y **O V C** el *ángulo de reflexion*.

Esto entendido apliquemos el principio á la

**63. Formacion de las imájenes en los espejos planos.** Llámase *espejo* todo cuerpo cuya superficie, perfectamente pulimentada, refleja la luz con regularidad, reproduciendo la imájen de los objetos que se le presentan.

La determinacion de la posicion y del tamaño de las imájenes, se reduce siempre á la investigacion de las imájenes de una série de puntos. Sea por lo tanto, en primer lugar, un punto único **A**, luminoso ó iluminado, situado delante de un espejo plano **E D**, fig. 171: un rayo cualquiera **A V**, que parta de dicho punto y encuentre al espejo, se reflejará en la direccion **V C**, formando el ángulo de reflexion **O V C**, igual al de incidencia **A V O**. Si desde **A** se baja una perpendicular **A a'** sobre el espejo, y se prolonga el rayo **C V** por debajo del mismo hasta que encuentre á dicha perpendicular en un punto **a**, se forman dos triángulos **A V a'** y **V a' a**, que son iguales porque tienen un lado comun **V a'** adyacente á dos ángulos iguales, á saber: los **A a' V** y **V a' a**, que son rectos, y los **A V a'** y **a' V a**, iguales entre sí, pues ámbos lo son al **C V D**. De la igualdad de estos triángulos, resulta que **a' a** es igual á **A a'**, es decir, que un



rayo cualquiera  $A V$  acepta despues de la reflexion una direccion tal, que prolongándose por debajo del espejo va á cortar á la perpendicular  $A a$  en un punto  $a$ , situado precisamente á la misma distancia del espejo que  $A$ . Pero esta propiedad no es peculiar del rayo  $A V$ , sino que se aplica á cualquiera otro  $A B$  que parta del punto  $A$ . Dedúcese de aquí la consecuencia importante de que todos los rayos emitidos por el punto  $A$ , y reflejados sobre el espejo, *siguen despues de su reflexion la misma direccion que si todos derivasen del punto  $a$* . Como el ojo ve siempre los objetos en la direccion de los rayos luminosos que llegan á él, percibe la imájen del punto  $A$  en  $a$  como si realmente existiese este punto. De consiguiente, en los espejos planos *la imájen de un punto se forma detras del espejo á una distancia igual á la del punto dado, y sobre la perpendicular bajada de este punto al espejo.*

Resulta, pues, de lo espuesto, que la imájen de un objeto cualquiera se obtendrá construyendo, segun la regla anterior, la imájen de cada uno de sus puntos, ó por lo ménos la de los que basten para determinar su posicion y su forma.

No tiene ciertamente para nosotros, dado el objeto que nos proponemos, tanta importancia la *refraccion* como la reflexion; pero como complemento á los principios que ligeramente esponemos, su conocimiento puede sernos de alguna utilidad.

**64. Fenómeno de la refraccion.** La *refraccion* es una desviacion que sufren los rayos luminosos



cuando pasan oblicuamente de un medio á otro, como por ejemplo, del aire al agua, ó de aquella á cualquier otro medio. Decimos *oblicuamente* porque si el rayo luminoso es perpendicular á la superficie que separa los dos medios, no se desvía y continúa propagándose en línea recta.

Si el *rayo incidente* es  $AI$ , fig. 172, el *refractado* será  $IB$ , que es la direccion que acepta la luz en el segundo medio, y los ángulos  $AIC$  y  $BIC$  que forman estos rayos con la recta  $CC$ , que es la normal á la superficie que separa los dos medios, se denominan el uno *ángulo de incidencia*, y el otro *ángulo de refraccion*. Segun que el rayo refractado se acerque ó se aleje de la normal, se dice que el segundo medio es más ó ménos *refringente* que el primero.

La refraccion como la reflexion tiene leyes fijas; pero como para interpretar estas debe saberse lo que es seno de un ángulo ó de su arco correspondiente, y entre qué límites oscila su valor segun el que tenga el arco entre cero y  $180^\circ$ , etc., etc., y esto nos llevaria á estudios y demostraciones de que me he propuesto prescindir; nos limitaremos á los principios espuestos para deducir de ellos otros prácticos, que son los que nos conducirán al fin que nos proponemos.

Estos principios son:

1.º *Los objetos que aparecen dibujados en el agua por reflexion, conservan siempre en ella la misma la-*



titud que ostentan fuera; pero viéndose en posición inversa.

2.º Cualquier punto de un objeto se ve por reflexión en la perpendicular que, descendiendo del punto á la superficie del agua, pasa más abajo de dicha superficie.

3.º Dicho punto aparece por reflexión dentro del agua á tanta distancia ó profundidad de su superficie, cuanta es su altura sobre el mismo nivel.

4.º Las reflexiones ó apariencias de los objetos dentro del agua, se dirigen al mismo punto de vista que los objetos, ó al mismo punto accidental que ellos.

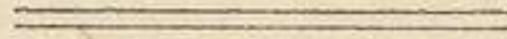
Sentados estos principios, pasemos á su demostración gráfica con los siguientes ejemplos:

*Fijar el reflejo del punto  $a$ , fig. 173.* Para conseguirlo bajaremos la perpendicular  $a a' a''$ , y colocando, á partir del punto  $a'$  (línea de nivel de las aguas), la distancia  $a a'$  de  $a'$  en  $a''$ , tendremos en este último punto el reflejo buscado de  $a$ .

*Precisar el reflejo del punto  $o$ , fig. 173.* Como la perpendicular bajada desde este punto, no viene á descansar, como en el ejemplo anterior acontece, sobre la superficie del agua, sino que recae sobre otro plano distinto y á profundidad también distinta, operaremos del siguiente modo: trazaremos, á partir de los puntos  $a$ , y  $a'$  las horizontales  $a c'$ ,  $a' c''$ ; del punto  $c$  dirigiremos una perpendicular perspectiva á  $v$ , cuya perpendicular encontrará á la recta  $a c'$  en  $c'$ , y desde cuyo punto bajando la perpendicular  $c' c''$ , este último



punto llevado al de vista  $v$  dará  $c'''$ : línea que marcará el nivel de las aguas á esta profundidad. Apoyando, pues, el compas en  $c'''$ , como en el ejemplo anterior hicimos, y colocando la distancia  $c'''$  o de  $c'''$  en  $o'$ , este será el punto buscado.





## QUINTA PARTE.

---

### CAPÍTULO XVII.

---

#### Rudimentos de Arquitectura.

Aunque no sea mi propósito ocuparme estensamente de arquitectura en la presente obra, sin embargo, como á aquella debe su origen el arte del adorno, y en los frisos de los edificios corintios y dóricos se inspiran, hoi lo mismo que ayer, los que se dedican á este ramo de las bellas artes, creo no será inútil el dar á estos, lo mismo que á aquellos que se consagren al estudio de la perspectiva, una idea de los diferentes *órdenes de arquitectura*.

Son estos cinco, á saber: Toscano, Dórico, Jónico, Corintio y Compuesto.

Las partes principales que componen estos órdenes son: la *columna*, el *pedestal* que la sostiene ó soporta y el *entablamento* ó *cornisamento* que la corona.



A veces suele faltar el pedestal, en cuyo caso le reemplaza un *plinto*.

El orden *toscano*, fig. 175, pl. 40, es el más sencillo y no admite ningun adorno.

El orden *dórico*, fig. 179, tiene el *friso* adornado con *triglifos* y *metopas*.

El orden *jónico*, fig. 185, pl. 41, se distingue en las volutas que adornan el *abaco*.

El orden *corintio*, fig. 187, es notable por la riqueza de escultura que adorna el friso y ademas por tener su capitel ocho hojas y ocho volutas.

El orden *compuesto*, fig. 191, como su nombre indica, es una mezcla del jónico y corintio.

Los diferentes órdenes de arquitectura se distinguen ademas unos de otros, principalmente por las medidas ó proporciones de sus partes entre sí.

En todos los órdenes el *entablamento* tiene de alto la cuarta parte de la columna y el *pedestal* el tercio de la misma. Este á su vez se divide en tres partes, la *cornisa*, el *dado* ó *neto* y el *zócalo*.

Tambien la columna se divide en tres partes, la *basa*, el *fuste* ó *caña* y el *capitel*.

Lo mismo acontece con el entablamento, que comprende el *arquitrabe*, el *friso* y la *cornisa*.

Cada uno de estos miembros, escepto la caña de la columna, se divide en varios otros de forma y magnitud diferentes, que toman el nombre de *molduras*, las que daremos á conocer al detallar cada uno de los órdenes de arquitectura.



La columna á medida que se eleva disminuye de diámetro.

Generalmente esta disminucion comienza inmediatamente despues del primer tercio del fuste, á partir de la basa, y casi nunca la diferencia del diámetro superior (*sumoscapo*) con el inferior (*imoscapo*), vá más allá de una sexta parte del mencionado diámetro.

Con el objeto de poder comparar entre sí las diversas partes de un órden, se ha establecido una escala, tomando por unidad de medida el rádio del fuste de la columna en su parte inferior ó sea en su imoscapo, dando á este rádio el nombre de *módulo*, el cual se divide comunmente en *doce* partes iguales para los órdenes toscano y dórico, y *diez y ocho* para el jónico, corintio y compuesto.

**65. Medidas para el órden toscano.** Este órden, el más sencillo de todos, es tambien á la vez el más sólido de los cinco.

Contiene muy pocos detalles, siendo tan macizo, que, segun la espresion algun tanto hiperbólica de un arquitecto de la antigüedad, parece capaz de soportar los cielos.

El origen de este órden es debido á los antiguos pueblos de la Sydia, que vinieron de Asia á Italia y poblaron la Toscana.

La columna en este órden contiene de altura catorce módulos, ó sean siete diámetros en esta forma:



La basa. . . . .	1 módulo	} 14 m.
El fuste. . . . .	12 »	
El capitel. . . . .	1 »	

El entablamento contiene 3 módulos 6 partes.

El arquitrabe. . . . .	1 módulo 0 partes	} 3 m. 6 p.
El friso. . . . .	1 » 2 »	
La cornisa. . . . .	1 » 4 »	

El pedestal de la columna comprende 4 módulos y 8 partes.

La cornisa. . . . .	0 módulos 6 partes	} 4 m. 8 p.
El dado. . . . .	3 » 8 »	
La basa. . . . .	0 » 6 »	

En total 22 módulos 2 partes, y sin el pedestal 17 módulos 6 partes.

El intervalo de las columnas en el *intercolumnio* es de 6 módulos de eje á eje de columna; en pórticos sin pedestales de 9 módulos 6 partes, y con pedestales 13 módulos y 9 partes.

En la siguiente TABLA se encontrará la *altura* y *vuelo* de los miembros menores de este órden.

Los vuelos se cuentan desde el eje de la columna.



# TABLA

DE LAS MOLDURAS Ó MIEMBROS MENORES DEL ÓRDEN TOSCANO.



## Cornisamento (fig. 176).

	Alturas.	Vuelos.
Cuarto bocel <i>a.</i> . . . . .	4 partes. . . . .	27 1/2 partes.
Junquillo <i>b.</i> . . . . .	1 » . . . . .	23 1/2 »
Filete <i>c.</i> . . . . .	0 1/2 » . . . . .	23 »
Corona <i>d.</i> . . . . .	6 » . . . . .	22 1/2 »
Listeto <i>e.</i> . . . . .	0 1/2 » . . . . .	14 »
Talon <i>f.</i> . . . . .	4 » . . . . .	13 1/2 »
Friso <i>g.</i> . . . . .	14 » . . . . .	9 1/2 »
Tenia del arquitrabe <i>h.</i>	2 » . . . . .	11 1/2 »
Faja del arquitrabe <i>I.</i>	10 » . . . . .	9 1/2 »

## Capitel.

Listeto del abaco <i>n.</i> . . . . .	1 » . . . . .	14 1/2 »
Abaco <i>J.</i> . . . . .	3 » . . . . .	13 1/2 »
Cuarto bocel <i>K.</i> . . . . .	3 » . . . . .	13 »
Filete <i>m.</i> . . . . .	1 » . . . . .	10 1/2 »
Gola ó cuello <i>L.</i> . . . . .	4 » . . . . .	10 »

## Fuste ó caña (figs. 176, 175).

Astrágalo.	Junquillo <i>o.</i> . . . . .	1 » . . . . .	11 »
	Filete <i>p.</i> . . . . .	0 1/2 » . . . . .	10 1/2 »
	Caña alta <i>S.</i> . . . . .	0 » . . . . .	10 »
	Caña baja <i>S'</i> . . . . .	0 » . . . . .	12 »



**Basa de la columna.**

	Alturas.	Vuelos.
Filete <i>t.</i> . . . . .	1 partes. . . . .	13 $\frac{1}{2}$ ptes.
Toro <i>u.</i> . . . . .	3 " . . . . .	16 $\frac{1}{2}$ "
Plinto <i>x.</i> . . . . .	6 " . . . . .	16 $\frac{1}{2}$ "

**Pedestal (fig. 175).**

Cornisa.	{	Listeto <i>z.</i> . . . . .	2 " . . . . .	20 $\frac{1}{2}$ "
		Talon <i>a.</i> . . . . .	4 " . . . . .	20 "
		Neto <i>b.</i> . . . . .	44 " . . . . .	16 $\frac{1}{2}$ "
Basamento	{	Filete <i>c.</i> . . . . .	1 " . . . . .	18 $\frac{1}{2}$ "
		Zócalo <i>d.</i> . . . . .	3 " . . . . .	20 $\frac{1}{2}$ "

**66. Medidas para el órden dórico (fig. 179).**

Se distingue este órden por su gravedad, esbeltez y vigor, pudiendo llamársele el órden por escelencia. Scamozzi lo califica de *hercúleo*, y no le falta razon.

Dentro de este mismo órden existen algunas diferencias, pero no son estas tan esenciales que conceptúe necesario el ocuparnos de ellas por separado. Unicamente entre el dórico griego y el dórico romano, imitacion sin duda, este de aquel, es donde las citadas diferencias son más notables, pues aunque en los triglifos y las gotas que van colocadas en el plafon de la corona de la cornisa y debajo de los citados triglifos, existe perfecta relacion y semejanza: sin embargo, el capitel de ámbos órdenes difiere bastante entre sí, como igualmente el conjunto ó total de los mismos; siendo el órden dórico romano mucho más



esbelto y elegante que el dórico griego. Viñola, en su «Tratado sobre los cinco órdenes de arquitectura» establece también diferencia entre el dórico, que llama *denticular*, y otro *modillonar* por los dientes ó denticulos que lleva el primero en la parte baja de la cornisa y por los modillones que sostienen en el segundo la corona de la cornisa; pero como quiera que las proporciones generales, ó sea las tres grandes masas en que se divide el orden son enteramente las mismas en el uno que en el otro, no me parece, como ántes dije, bastante justificado el tratarlos por separado para evidenciar tan solo las pequeñas diferencias que existen entre sus detalles.

Adoptaremos pues, como modelo ó tipo de este orden, el dórico romano, que es sin duda alguna, uno de los más bellos que describió Viñola por su esbeltez y rica ornamentación.

En este orden el alto de la *columna* contiene 8 diámetros ó 16 módulos, divididos del modo siguiente:

La basa. . . . .	1 módulo	} 16 módulos.
El fuste ó caña. . . . .	14 »	
El capitel. . . . .	1 »	

El alto del entablamento, que es el cuarto de la columna, contiene 4 módulos, á saber:

El arquitrabe. . . . .	1 módulo	} 4 módulos.
El friso. . . . .	1 1/2 »	
La cornisa. . . . .	1 1/2 »	



La altura del *pedestal*, que es igual al tercio de la columna, 5 módulos 4 partes, así divididos:

La cornisa. . . . .	0	módulos	6	partes	} 5 mód. 4 p.
El dado. . . . .	4	»	0	»	
La basa. . . . .	0	»	10	»	

Al todo 25 módulos 4 partes; sin el pedestal, 20 módulos.

El espacio de intercolumnio es de 5 módulos y 3 partes.

Con pórticos sin pedestales 10 módulos, y con ellos 14 módulos 9 partes.

## TABLA

DE LOS MIEMBROS MENORES DEL ÓRDEN DÓRICO.



### Cornisa y friso del entablamento (fig. 180).

	Alturas.	Vuelos.
Filete <i>a.</i> . . . . .	1 partes.	34 partes.
Gola derecha <i>B.</i> . . . . .	3 »	31 »
Filete <i>c.</i> . . . . .	0 1/2 »	31 »
Gola reversa <i>d.</i> . . . . .	1 »	30 5/4 »
Corona <i>e.</i> . . . . .	3 1/2 »	30 »
Gola reversa <i>f.</i> . . . . .	1 »	29 1/2 »
Modillon <i>A.</i> . . . . .	3 »	28 1/2 »



	Alturas.	vuelos.
Espacio debajo el modillon	0 1/2 partes.	14 partes.
Cuarto bocel <i>G.</i>	2 »	13 1/2 »
Filete <i>h.</i>	0 1/2 »	11 1/2 »
Listeto <i>Z.</i>	2 »	11 »
Friso.	18 »	10 »

**Arquitrabe.**

Listeto <i>F.</i>	2 »	12 »
Cinta de las gotas.	0 1/2 »	11 1/2 »
Gotas <i>D.</i>	1 1/2 »	11 1/2 »
Faja superior <i>D'.</i>	4 »	10 1/2 »
Faja inferior <i>H.</i>	4 »	10 »

La base superior de las gotas tiene 5/4 partes de diámetro y la inferior 1 parte y 1/2.

**Capitel de la columna.**

Abaco. . .	{	Listeto <i>J.</i>	0 1/2 »	15 »
		Gola reversa <i>K.</i>	1 »	14 1/2 »
		Plinto <i>I.</i>	2 1/2 »	13 5/4 »
		Cuarto bocel <i>m.</i>	2 1/2 »	13 1/4 »
		Junquillo <i>n.</i>	1 »	11 1/2 »
		Filete <i>o.</i>	0 1/2 »	10 5/4 »
		Gola ó cuello <i>M.</i>	4 »	10 »

**Fuste de la columna.**

Astrágalo.	{	Junquillo <i>r.</i>	1 »	11 1/2 »
		Filete <i>s.</i>	0 1/2 »	10 5/4 »
		Caña alta <i>N.</i>	0 »	10 »



**Basa de la columna (fig. 179).**

	<u>Alturas.</u>	<u>Vuelos.</u>
Listeto <i>u.</i> . . . . .	$0\frac{3}{4}$ partes.	14 partes.
Junquillo <i>t.</i> . . . . .	$1\frac{1}{4}$ »	$14\frac{3}{4}$ »
Toro <i>l.</i> . . . . .	4 »	17 »
Plinto <i>G.</i> . . . . .	6 »	17 »

La salida de las metopas *E* es de 10 partes y la de los triglifos *C* es de  $10\frac{1}{2}$ . Los triglifos tienen de ancho 1 módulo, y la distancia que hay de uno á otro es de módulo y medio.

**Pedestal.**

Cornisa.	{	Listeto <i>s.</i> . . . . .	$0\frac{1}{2}$ »	23 »
		Cuarto bocel <i>r.</i> . . . . .	1 »	$22\frac{1}{2}$ »
		Filete <i>o.</i> . . . . .	$0\frac{1}{2}$ »	$21\frac{1}{2}$ »
		Faja <i>h.</i> . . . . .	$2\frac{1}{2}$ »	21 »
		Gola reversa <i>n.</i> . . . . .	$1\frac{1}{2}$ } »	$18\frac{1}{4}$ »
Base..	{	Dado ó neto <i>F.</i> . . . . .	48 »	17 »
		Filete <i>e.</i> . . . . .	$0\frac{1}{2}$ »	$18\frac{1}{2}$ »
		Junquillo <i>d.</i> . . . . .	1 »	$19\frac{1}{4}$ »
		Talon reverso <i>c.</i> . . . . .	2 } »	$19\frac{1}{2}$ »
			} »	$20\frac{1}{2}$ »
		Plinto <i>B.</i> . . . . .	$2\frac{1}{2}$ »	21 »
	Zócalo <i>A.</i> . . . . .	4 »	$21\frac{1}{2}$ »	



**67. Medidas para el orden jónico (fig. 185).**

Este orden es más esbelto que los dos anteriores. Domina en él la sencillez, pero es esta graciosa y noble, y aun pudiéramos decir magestuosa.

Pocos adornos le constituyen; por ello se le compara con frecuencia á una noble matrona, que consigue atraerse las miradas de todos por la elegante sencillez que la distingue, mucho más que si fuera ataviada con magníficas y deslumbradoras vestiduras.

Habiendo enviado los atenienses, dicen, una colonia á Asia, el jefe de aquella, llamado Jon ó Jone, levantó en Éfeso varios templos, siguiendo un orden nuevo, orden que vino á tomar el nombre del citado jefe, llamándose Jónico ó de Jon.

La columna de este orden comprende 18 módulos, ó 9 diámetros. Estos módulos, como ya hemos dicho, se dividen en 18 partes, distribuidos del modo siguiente:

La basa. . . . .	1 mód. 0 part.	} 18 módulos.
El fuste. . . . .	16 » 6 »	
El capitel.. . . .	0 » 12 »	

El cornisamento, que es el cuarto de la columna, contiene 4 módulos 9 partes, así divididos:

El arquitrabe. . . . .	1 mód. 4 1/2 part.	} 4 mód. 9 p.
El friso. . . . .	1 » 9 »	
La cornisa. . . . .	1 » 13 1/2 »	



El alto del pedestal, que es igual al tercio de la columna, contiene 6 módulos, á saber:

La basa. . . . .	0 mód. 9 part.	} 6 módulos.
El dado. . . . .	5 » 0 »	
La cornisa. . . . .	0 » 9 »	

En conjunto 28 módulos 9 partes.

El intercolumnio debe ser de 6 módulos y 12 partes; con pórticos sin pedestales 12 módulos 16 partes, y con ellos 15 módulos 12 partes.

## TABLA

DE LAS ALTURAS Y VUELOS DE LAS MOLDURAS Ó MIEMBROS MENORES DEL ÓRDEN JÓNICO.



### Cornisa del entablamento (fig. 183).

	Alturas.	Vuelos.
Listeto. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> partes.	46 partes.
Gola derecha. . . . .	5 »	46 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	41 »
Gola reversa. . . . .	2 »	40 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Faja ó corona. . . . .	6 »	38 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Cuarto bocel. . . . .	4 »	28 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Junquillo. . . . .	1 »	25 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	24 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »



	Alturas.	Vuelos.
Cordon. . . . .	1 partes. . . . .	21 partes.
Dentículos (*). . . . .	6 » . . . . .	24 »
Filete. . . . .	1 » . . . . .	20 »
Gola reversa. . . . .	4 » . . . . .	19 »

**Friso.**

El friso tiene su altura de 1 módulo y 9 partes el vuelo de 15 partes.

**Arquitrabe.**

Listeto. . . . .	$1\frac{1}{2}$ » . . . . .	20 »
Gola reversa. . . . .	3 » . . . . .	$19\frac{2}{5}$ »
Faja superior. . . . .	$7\frac{1}{2}$ » . . . . .	17 »
Faja media. . . . .	6 » . . . . .	16 »
Faja inferior. . . . .	$4\frac{1}{2}$ » . . . . .	15 »

**Capitel de la columna.**

Filete. . . . .	1 » . . . . .	20 »
Gola reversa. . . . .	2 { » . . . . .	$19\frac{1}{2}$ »
		18 »
Listeto de la voluta. . . . .	1 » . . . . .	$17\frac{1}{2}$ »
Cuarto bocel. . . . .	5 » . . . . .	22 »

La voluta tiene 16 partes de alto y 26 de vuelo.  
El centro de la misma tiene 18 partes de vuelo.

---

(\*) Los dentículos tienen 4 partes de ancho, y el espacio que hai de uno á otro es de dos partes y deben colocarse de modo que caiga uno en medio del eje de la columna y de los arcos; lo mismo se observará en el corintio.



**Fuste (fig. 185).**

	<u>Alturas.</u>	<u>Vuelos.</u>
Astrágalo.	Junquillo. . . . .	2 partes. . . . . 18 partes.
	Filete superior. . . . .	1 » . . . . . 16 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
	Caña alta. . . . .	0 » . . . . . 15 »
	Caña baja. . . . .	0 » . . . . . 18 »
	Filete inferior.. . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> » . . . . . 20 »

**Basa de la columna (\*).**

Toro. . . . .	5 » . . . . .	22 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> » . . . . .	20 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Escocia superior. . . . .	2 } » . . . . .	20 »
		} » . . . . . 22 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> » . . . . .	22 »
Junquillo superior. . . . .	1 » . . . . .	22 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Junquillo inferior. . . . .	1 » . . . . .	22 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> » . . . . .	22 »
Escocia inferior. . . . .	2 } » . . . . .	22 »
		} » . . . . . 24 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> » . . . . .	24 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Plinto. . . . .	6 » . . . . .	25 »

(\*) Como la basa jónica propuesta por Viñola puede decirse que no se emplea nunca, poniéndose siempre en su lugar la *basa ática*, damos á continuación de la presente *tabla* las alturas y vuelos de las molduras de esta basa, por si se la quiere adoptar para el orden jónico, como ordinariamente se hace.



**Pedestal (fig. 185).**

		Alturas.	Vuelos.
Cornisa.	}	Listeto. . . . .	0 <sup>2</sup> / <sub>3</sub> partes. . . . . 35 partes.
		Gola reversa. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> » . . . . . 34 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> »
		Faja.. . . . .	3 » . . . . . 33 »
		Cuarto bocel. . . . .	3 » . . . . . 29 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
		Junquillo. . . . .	1 » . . . . . 27 »
Dado ó neto	}	Filete superior. . . . .	1 » . . . . . 26 »
		Neto 4 módulos. . . . .	16 » . . . . . 25 »
		Filete inferior.. . . .	1 » . . . . . 26 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Zócalo. . . . .	}	Junquillo. . . . .	1 » . . . . . 28 »
		Talon derecho.. . . .	3 » . . . . . 32 »
		Filete. . . . .	1 » . . . . . 32 »
		Plinto ó zócalo. . . . .	4 » . . . . . 33 »

**Medidas de la basa ática (fig. 184).**

Toro superior. . . . .	3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> » . . . . .	22 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> » . . . . .	20 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Escocia. . . . .	3 » . . . . .	19 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> » . . . . .	22 »
Toro inferior. . . . .	4 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> » . . . . .	25 »
Plinto. . . . .	6 » . . . . .	25 »

**68. Medidas para el órden corintio.** Las proporciones de este órden son estremadamente delicadas. Las diferentes partes que le constituyen más numerosas que en los órdenes anteriores, van ademas engalanadas con multitud de adornos. Su conjunto nos



recuerda la graciosa flexibilidad y esbeltez de la mujer joven, así como la elegancia innata que le es peculiar.

Sin duda, por esta razón Scamozzi le llama el orden *virginal*.

La columna en este orden comprende 20 módulos de 18 partes cada uno, á saber:

La basa. . . . .	1	módulos	0	partes.	} 20 módulos.
El fuste. . . . .	16	»	12	»	
El capitel. . . . .	2	»	6	»	

El entablamento, que es el cuarto de la columna, contiene 5 módulos, así distribuidos:

El arquitrabe. . . . .	1	módulos	9	partes.	} 5 módulos.
El friso. . . . .	1	»	9	»	
La cornisa. . . . .	2	»	0	»	

El pedestal, que es el tercio de la columna, contiene 6 módulos y 12 partes, en esta forma:

La cornisa. . . . .	0	módulos	14	partes.	} 6 m. 12 p.
El dado. . . . .	5	»	4	»	
El basamento. . . . .	0	»	12	»	

La altura total es de 31 módulos 12 partes, y sin pedestal 25 módulos.

El intercolumnio es de 7 módulos, con pórticos sin pedestales 11 módulos 6 partes, con pórticos y pedestales 16 módulos 9 partes.



# TABLA

DE LAS ALTURAS Y VUELOS DE LAS MOLDURAS Y DEMAS MIEMBROS DEL ÓRDEN CORINTIO.



**Cornisa del entablamento (fig. 188).**

	Alturas.	Vuelos.
Filete. . . . .	1 partes.	53 partes.
Gola derecha. . . . .	5 »	53 »
Filete. . . . .	0 1/2 »	48 »
Gola reversa. . . . .	1 1/2 »	47 1/2 »
Faja ó corona. . . . .	5 »	46 »
Gola reversa. . . . .	1 1/2 »	45 1/2 »
Modillon.. . . .	6 »	44 »
Filete de abajo modillon.	0 1/2 »	28 1/2 »
Cuarto bocel. . . . .	4 »	28 »
Junquillo. . . . .	1 »	25 »
Filete. . . . .	0 1/2 »	24 1/2 »
Dentículos (*). . . . .	6 »	24 »
Filete abajo los dentículos	0 1/2 »	20 »
Gola reversa. . . . .	3 »	19 »

**Friso.**

Junquillo. . . . .	1 »	17 »
Filete. . . . .	0 1/2 »	16 »
Faja ó plano del friso. . .	25 1/2 »	15 »

(\*) Los dentículos tienen 4 partes de ancho y el espacio que queda de uno á otro es de 2 partes, y deben colocarse de modo que caiga uno en medio del eje de la columna y de los arcos. El cordon que pasa por detras de la parte superior de los dentículos tiene 1 parte de alto.



**Arquitrabe.**

	<u>Alturas.</u>	<u>Vuelos.</u>
Filete. . . . .	1 partes.	20 partes.
Gola reversa. . . . .	4 »	19 <sup>2</sup> / <sub>3</sub> »
Junquillo. . . . .	1 »	17 »
Faja superior. . . . .	7 »	16 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Gola reversa. . . . .	2 »	16 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> »
Faja media. . . . .	6 »	15 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Junquillo. . . . .	1 »	15 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Faja inferior. . . . .	5 »	15 »

**Capitel.**

Cuarto bocel. . . . .	2 »	0 »
Filete. . . . .	1 »	0 »
Faja del cimacio. . . . .	3 »	0 »
Listeto )	8 »	0 »
Voluta )		
Hojas de los caulículos. . . . .	4 »	0 »
Hojas superiores. . . . .	12 »	0 »
Hojas inferiores (*). . . . .	12 »	0 »

**Fuste (fig. 187).**

Astrágalo. }	Junquillo. . . . .	2 »	18 »
	Filete superior. . . . .	1 »	17 »

(\*) La altura de la vuelta que hacen las hojas del capitel es de 3 partes.



	Alturas.	Vuelos.
Caña alta. . . . .	0 partes.	15 partes.
Caña baja. . . . .	0 »	18 »
Filete inferior. . . . .	1 »	20 »

**Basa de la columna (fig. 187).**

Toro superior. . . . .	3 »	22 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> »	20 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Escocia. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	20 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> »	21 <sup>5</sup> / <sub>8</sub> »
Junquillo. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	22 »
Junquillo. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	22 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> »	21 <sup>5</sup> / <sub>8</sub> »
Escocia. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	21 <sup>1</sup> / <sub>3</sub> »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> »	23 »
Toro inferior. . . . .	4 »	25 »
Plinto. . . . .	6 »	25 »

**Pedestal (fig. 187).**

Cornisa.	Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	33 »
	Gola reversa. . . . .	1 »	32 <sup>5</sup> / <sub>4</sub> »
	Faja.. . . .	3 »	31 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
	Cuarto bocel. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	2 »
	Junquillo. . . . .	1 »	26 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
	Filete. . . . .	1 »	26 »
	Friso. . . . .	5 »	25 »
	Junquillo. . . . .	1 »	27 »



		Alturas.		Vuelos.	
Dado.. . .	{	Filete. . . .	1 partes. . . .	26 partes.	
		Neto 5 módulos.	2 » . . . .	25 »	
		Filete inferior.	1 » . . . .	26 »	
Basamento	{	Junquillo. . . .	1 » . . . .	27 »	
		Talon derecho.	3 » . . . .	31 »	
		Filete. . . .	1 » . . . .	31 »	
		Toro. . . .	3 » . . . .	33 »	
		Plinto ó zócalo.	4 » . . . .	33 »	

Al pedestal corintio muchos le dan 7 módulos de altura, á fin de que tenga toda la esbeltez conveniente á este órden; de suerte que el neto del pedestal quede el duplo de su ancho.

### 69. Medidas para el órden compuesto.

Llámanse así este órden por participar del jónico y del corintio. Fué inventado por los Romanos y por esto Scamozzi le llama, con mucha propiedad, *órden romano*. Estos que se hicieron tan célebres por sus armas, quisieron también distinguirse de las demás naciones por sus edificios. Y como no pudieron igualar con ninguna invención á la de los Griegos, en sus tres órdenes, juntaron la belleza del jónico y del corintio é hicieron una composición, que después los pueblos de Italia usaron de diversas maneras, por lo que fué conocida con el nombre de *Itálica*; pero que es la misma que vulgarmente se llama *órden compósita*.



Las proporciones generales de este orden son las mismas que en el corintio; de aquí el que algunos lo consideren como una variedad de este orden.

Su columna contiene, como en el corintio, 20 módulos, á saber:

La basa..	.	1	módulos	0	$\frac{1}{2}$	partes.	} 20 módulos.
El fuste..	.	16	»	10	$\frac{1}{2}$	»	
El capitel.	.	2	»	7		»	

El cornisamento que es el cuarto de la columna, contiene 5 módulos distribuidos en la siguiente forma:

El arquitrabe.	.	1	módulos	9	partes.	} 5 módulos.
El friso.	.	1	»	9	»	
La cornisa.	.	2	»	0	»	

El pedestal, que es el tercio de la columna, contiene 6 módulos 12 partes.

La cornisa.	.	0	módulos	14	partes.	} 6 m. 12 p.
El dado.	.	5	»	4	»	
La base.	.	0	»	12	»	

La altura total es de 31 módulos 12 partes, lo mismo que en el corintio, y sin pedestal 25 módulos.

Las proporciones del intercolumnio, las mismas que en el orden corintio.



# TABLA

DE LAS MOLDURAS Ó PARTES MENORES DEL ÓRDEN COMPUESTO.



## Cornisa del entablamento (fig. 192).

	Alturas.	Vuelos.
Filete. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> ptes.	53 partes.
Gola derecha. . . . .	5 »	53 »
Filete. . . . .	1 »	48 »
Gola reversa. . . . .	2 »	47 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Junquillo. . . . .	1 »	45 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Faja. . . . .	5 »	45 »
Cuarto bocel. . . . .	1 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	32 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Filete. . . . .	1 »	31 »
Gola reversa. . . . .	4 »	30 <sup>1</sup> / <sub>5</sub> »
Dentículos (*). . . . .	8 »	27 »
Filete de abajo dentículos.	1 »	21 »
Cuarto bocel. . . . .	5 »	20 »

## Friso.

Junquillo. . . . .	1 »	17 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	16 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Faja del friso. . . . .	25 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	15 »

(\*) En este orden cada dentículo tiene 6 partes de ancho, y la distancia que hai de uno á otro es de 3 partes.



**Arquitrabe.**

	<u>Alturas.</u>	<u>Vuelos.</u>
Filete. . . . .	1 partes.	22 partes.
Caveto. . . . .	2 »	20 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Cuarto bocel. . . . .	3 »	20 »
Junquillo. . . . .	1 »	17 <sup>3</sup> / <sub>4</sub> »
Faja superior. . . . .	10 »	17 »
Gola reversa. . . . .	2 »	16 <sup>2</sup> / <sub>5</sub> »
Faja inferior. . . . .	8 »	15 »

**Capitel.**

Cuarto bocel. . . . .	2 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	27 »
Filete. . . . .	0 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »	26 »
Voluta. . . . .	16 »	25 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Hojas superiores. . . . .	12 »	23 »
Hojas inferiores. . . . .	12 »	20 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »

Desde el filete del cimacio al ovario hay 6 partes y desde la parte superior de los huevos hasta las hojas superiores van 10 partes: 4 para el cuarto bocel del ovario, 1 <sup>1</sup>/<sub>2</sub> para el junquillo de las perlas, <sup>1</sup>/<sub>2</sub> para el filete de debajo y 4 para las hojas de los caulículos.

**Fuste (fig. 191).**

Junquillo. . . . .	2 »	18 »
Filete superior. . . . .	1 »	16 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »
Caña alta. . . . .	0 »	15 »
Caña baja. . . . .	0 »	18 »
Filete inferior. . . . .	1 »	19 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> »



**Basa de la columna (fig. 191).**

	Alturas.	Vuelos.
Toro superior. . . . .	3 partes.	21 $\frac{1}{2}$ ptes.
Filete. . . . .	0 $\frac{1}{4}$ »	20 »
Escocia. . . . .	1 $\frac{1}{2}$ »	19 $\frac{1}{2}$ »
Filete. . . . .	0 $\frac{1}{4}$ »	20 »
Junquillo. . . . .	1 »	21 $\frac{1}{2}$ »
Filete. . . . .	0 $\frac{1}{4}$ »	21 $\frac{1}{5}$ »
Escocia. . . . .	2 »	20 $\frac{1}{2}$ »
Filete. . . . .	0 $\frac{1}{4}$ »	22 »
Toro inferior. . . . .	4 »	25 »
Plinto. . . . .	6 »	25 »

**Pedestal (fig. 191).**

Cornisa.	Filete. . . . .	0 $\frac{2}{5}$ »	33 »
	Gola reversa. . . . .	1 $\frac{1}{2}$ »	32 »
	Faja. . . . .	3 »	31 »
	Cuarto bocel. . . . .	1 $\frac{1}{2}$ »	28 »
	Filete. . . . .	0 $\frac{1}{5}$ »	26 $\frac{1}{4}$ »
	Caveto. . . . .	1 »	25 $\frac{1}{4}$ »
	Friso. . . . .	5 »	25 »
	Junquillo. . . . .	1 »	27 »
Dado (*)	Filete superior. . . . .	1 »	26 »
	Neto 5 módulos . . . . .	2 »	25 »
	Filete inferior. . . . .	1 »	26 $\frac{3}{4}$ »

(\*) El pedestal de este orden, para ser la tercera parte de la columna, debe tener 6 módulos y dos tercios, como se ha dicho, pero por las mismas razones espuestas al fin de la Tabla de alturas y vuelos del orden corintio, algunos le dán hasta 7 módulos, para que sea más esbelto; en este último caso la *altura del neto* es de 5 módulos 8 partes.



Basamento	{	Junquillo. . . . .	1 partes.	.	27 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> partes.
		Talon reverso..	3 » . . .	.	30 <sup>1</sup> / <sub>4</sub> »
		Filete. . . . .	1 » . . .	.	31 »
		Toro. . . . .	3 » . . .	.	33 »
		Plinto ó zócalo.	4 » . . .	.	33 »







# ÍNDICE.

## PRIMERA PARTE.

### Capítulo I.

<i>Núms.</i>		<i>Págs.</i>
	RUDIMENTOS DE GEOMETRÍA. . . . .	1
»	Líneas. . . . .	3
»	Angulos. . . . .	5
»	Paralelas.. . . .	6
»	Polígonos.. . . .	7
»	Poliedros.. . . .	8
»	Problemas. . . . .	12
»	Inscribir polígonos dentro del círculo. . . . .	16
»	Proyecciones. . . . .	17

## SEGUNDA PARTE.

### Capítulo II.

#### PERSPECTIVA DE PLANOS.

	DEFINICIONES Y PRINCIPIOS. . . . .	19
1.º	Línea recta.	
2.º	Puntos de concurso.	
3.º	Puntos de distancia.	



**Capítulo III.**

<u>Núms.</u>	<u>Págs.</u>
	MÉTODO GENERAL. . . . . 26
4.º	Escalas de escorzos y de anchuras.
5.º	Sustitucion del punto de distancia.
6.º	Lineas rectas.
7.º	Disposicion del plano.
8.º	Cuadrado.
9.º	Cuadrados concéntricos.
10.	Pavimento compuesto de cuadrados.
11.	Resúmen de los artículos anteriores.

**Capítulo IV.**

SIMPLIFICACIONES DEL MÉTODO GENERAL DE PLANTAS.	38
---	----

*Division de líneas.*

12. Paralelas al cuadro.
13. Division de oblicuas.
14. Sustitucion de los puntos de concurso que se encuentran fuera del cuadro.
15. Inscribir polígonos en un cuadrado perspectivo.
16. Círculos y círculos concéntricos.
17. Construir un cuadrado sobre una recta puesta en perspectiva.
18. Dada una recta en perspectiva trazar otra perpendicular á ella.



**Capítulo V.**

<u>Núms.</u>		<u>Págs.</u>
	PERSPECTIVA DE PLANOS. . . . .	48
19.	Pavimento compuesto de octógonos regulares.	
20.	Pavimento compuesto de exágonos regulares.	
21.	Dividir en un número dado de cuadrados, otro, cuya posición sea oblicua, con rela- ción á la base del cuadro.	
22.	Pavimento oblicuo compuesto de cuadrados.	
23.	Pavimento oblicuo compuesto de octógonos.	
24.	Planta oblicua.	

**Capítulo VI.**

	PERSPECTIVA DE ELEVACIONES. . . . .	55
25.	Prisma rectangular.	

**Capítulo VII.**

	PRINCIPIOS GENERALES REFERENTES Á LA APLICACION DE LA PERSPECTIVA. . . . .	61
26.	Distancias comparadas.	
27.	Distancia del espectador al objeto.	
28.	Distancia del espectador al cuadro.	
29.	Línea de horizonte.	

**Capítulo VIII.**

	ESCALERAS. . . . .	64
30.	Escalera de perfil.	
31.	Escalera de frente.	
32.	Escalera de tres lados, ó gradería exterior.	
33.	Escalera espiral.	



**Capítulo IX.**

<i>Núms.</i>		<i>Págs.</i>
	BÓVEDAS. . . . .	70
34.	Galería de arcos, perpendicular al cuadro.	
35.	Arcada perpendicular al cuadro.	
36.	Arcos apuntados.	
37.	Bóveda por arista.	
38.	Lunetos.	

**Capítulo X.**

	PERSPECTIVA DE TECHOS. . . . .	79
39.	Cúpula.	
40.	Galería claustral.	

**Capítulo XI.**

	PUERTAS Y VENTANAS. . . . .	82
41.	Abrir puerta en un muro perpendicular.	
42.	Puerta con dos hojas, abierta en un muro paralelo al plano del cuadro.	

**Capítulo XII.**

	PERSPECTIVA OBLICUA. . . . .	84
43.	Pavimentos.	
44.	Techos.	
45.	Puertas.	
46.	Escalera de triple rampa.	
47.	Arcadas.	



**Capítulo XIII.**

<u>Núms.</u>		<u>Págs.</u>
	DETALLES DE ARQUITECTURA. . . . .	94
48.	Pedestal y basa de columna ( <i>orden corintio</i> ).	
49.	Cornisamento corintio.	

**TERCERA PARTE.****Capítulo XIV.**

	PERSPECTIVA DE SOMBRAS.. . . .	101
--	--------------------------------	-----

*Luz artificial.*

50. Puntos de concurso.

**Capítulo XV.**

	LUZ DE SOL.. . . . .	111
51.	Rayos de luz paralelos al cuadro.	
52.	Sol situado delante del espectador.	
53.	Sol situado detras del espectador.	
54.	Dadas las proyecciones de un rayo de luz, encontrar el punto de concurso de los rayos luminosos.	
55.	Varios ejemplos suponiendo situado el sol delante del espectador.	
56.	Varios ejemplos suponiendo situado el sol detras del espectador.	
57.	Sombras de superficies cilíndricas.	
58.	Sombras de superficies curvas sobre super- ficies cilíndricas.	



<u>Núms.</u>	<u>Págs.</u>
59. Sombras de superficies curvas sobre superficies planas.	
60. Nicho esférico.	
61. Sombra de perspectivas oblicuas.	

## CUARTA PARTE.

---

### Capítulo XVI.

---

	REFLEJOS. . . . .	125
62. Leyes de la reflexion.		
63. Formacion de las imájenes en los espejos planos.		
64. Fenómeno de la refraccion.		

## QUINTA PARTE.

---

### Capítulo XVII.

---

	RUDIMENTOS DE ARQUITECTURA. . . . .	131
65. Medidas para el órden toscano.		
66. Medidas para el órden dórico.		
67. Medidas para el órden jónico.		
68. Medidas para el órden corintio.		
69. Medidas para el órden compuesto.		





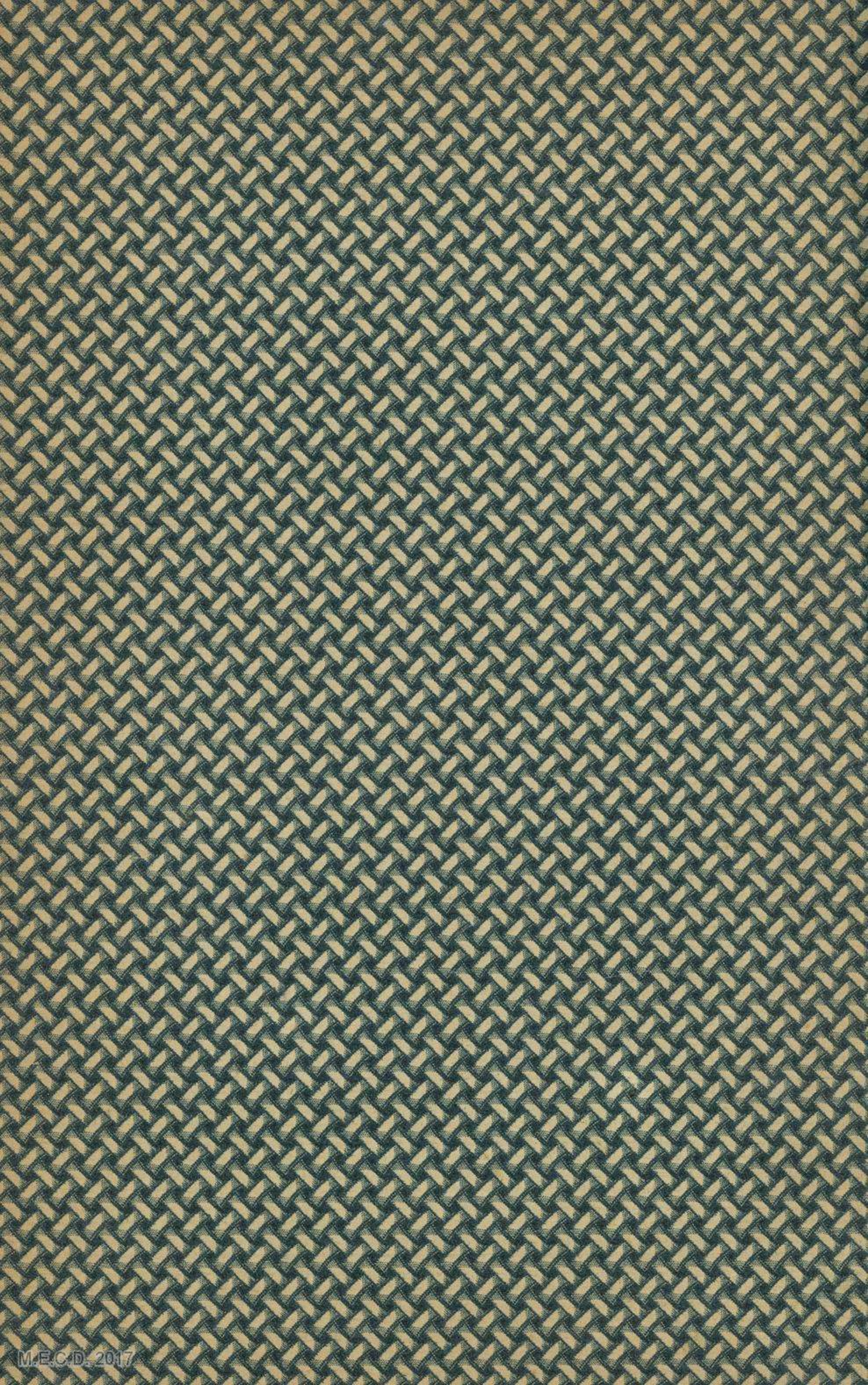




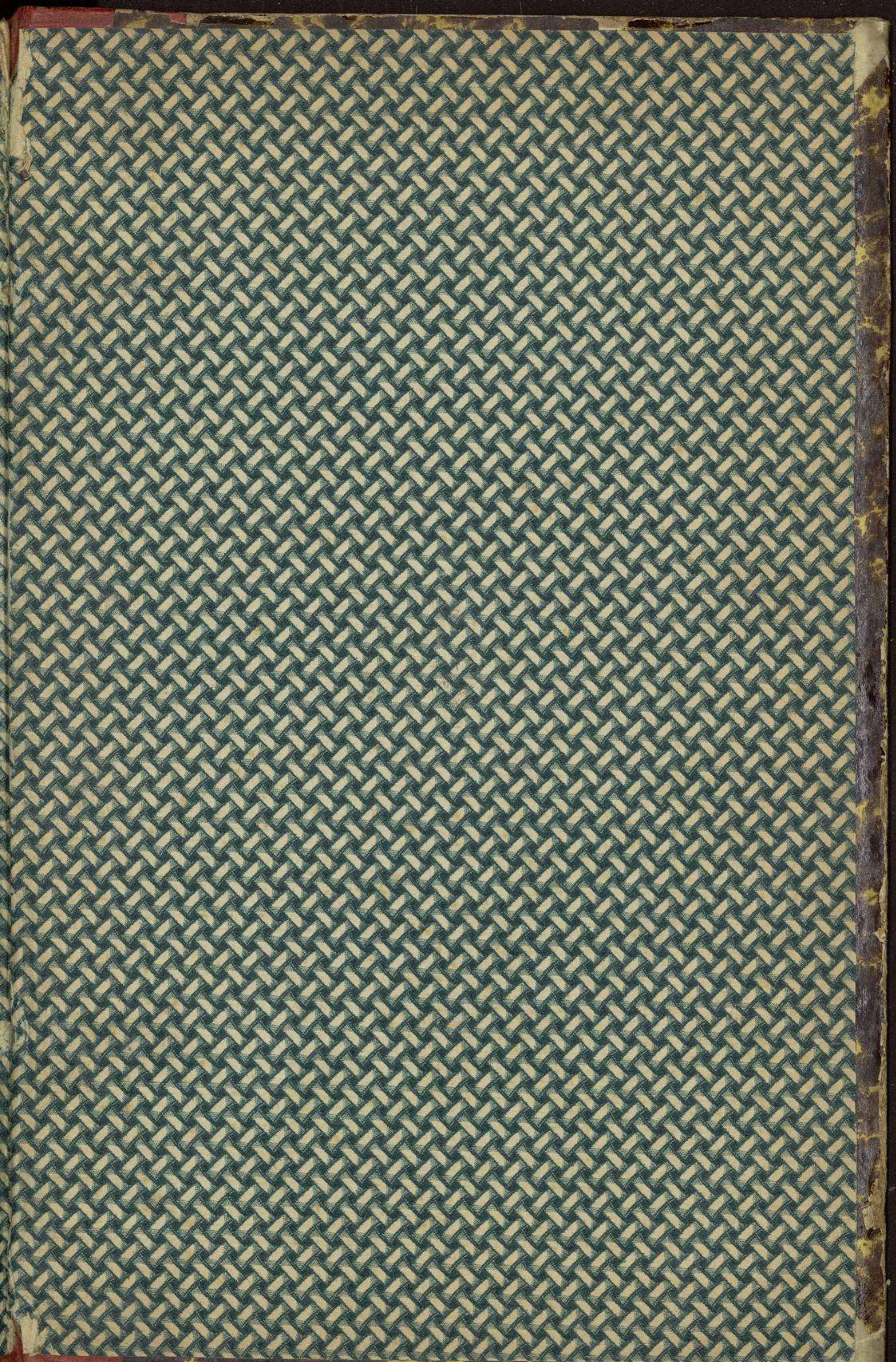




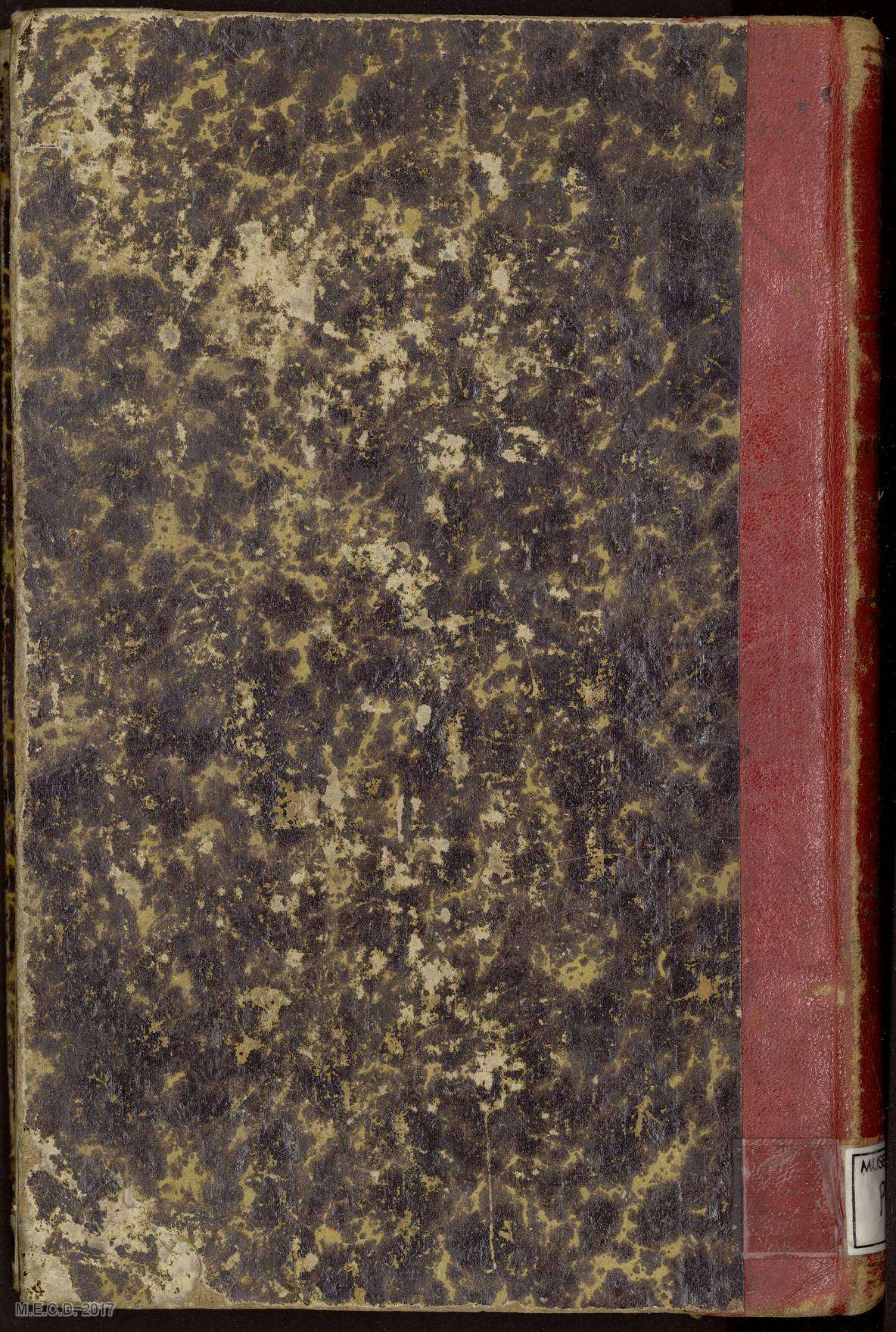












MUSE  
9



SALVA

PERSPECTIVAE

LINEALIS

J. S.

MUSEO SOROLLANO

P-641

M.E.C.D. 2017