Cax. 21I. Lib. 14

Lit 110

no 138

1. . Regio Monte, Ioannis = De triangulis omnimodis. Accesserunt, tractatu de quadratura circuli a Nicolai Cusani = Norimbergae = Petrai = 1533

2. Finaeus Orontius = De quadratura circuli, de Circuli mensura, de multangularum de invenienda longitudinis locorum differentia & et Planisphaerium geographicum = Lut. Parisiorum - 1544

4. . Averrois = Libellus de Substantia orbis, studio Ioan B. Confalonierus.
Confalonierus Ioan B = Opuscula de Materia prima, de forma Coeli, de volunitate i libero arbitrio, de providentia et de mundi efficientia = Veneti = 1525.

~~2. Regio Monte Ioan. De quadratura circuli~~

5. . Fernelii, Ambianii Ioan. De abditis rerum causis - Parisiis - Wechelus - 1548.

Ibr 1278446
1278517
1279047
1279069

ORONTII FINAEI DELPHINATIS, REGII MATHEMATICARVM LVTETIAE PROFESSORIS,

Quadratura Circuli, tandem inuenta & clarissimè demonstrata.

De circuli mensura, & ratione circũferentiæ ad diametrum, Demonstrationes duæ.

De multangularũ omniũ & regulariũ figurarũ descriptione, Liber hactenus desideratus.

De inuenienda longitudinis locorum differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore, Liber admodùm singularis.

Planisphærium geographicum, quo tum longitudinis atq; latitudinis differẽtiæ, tum directæ locorum deprehenduntur elongationes.

LVTETIAE PARISIORVM,
Apud Simonem Colinæum.
1544.
Cum priuilegio Regis.

Virescit uulnere uirtus.

SVMMA PRIVILEGII, à Rege per Authorem impetrati.

REgia cautum est sanctione, ne quispiam hoc opus, & alia Orontij Finæi Mathematicarum professoris opera, in ipso priuilegij diplomate sigillatim enarrata, intra decēnium à prima singulorum operum æditione supputandum, absque manifesto opificis consensu, imprimat: aut alibi impressa, sub Regis ditione venditet & distrahat. Idque sub graui multa, in eodē priuilegij diplomate luculēter expressa. Concessum fuit priuilegium, & maiori sigillo Regio munitum, Lutetiæ Parisiorū, Anno Christi 1543, Mense Febru. Ipsum autem priuilegium subscribebat Guiotus.

(∴)

Christianissimo Gallorũ Regi, FRANCISCO, EIVS NOMInis primo, Orontius Finæus Delphinas, S. D.

DIVINA PROVIDENTIA *factum esse puto,* FRANCISCE Rex *Christianissime, ut quæ præclara sunt & difficilia, quantò magis ab ipsis desiderantur & perquiruntur hominibus: tantò tardiùs à paucis plurimùm inueniantur, & in sua differantur tempora, illísque destinentur inuentoribus, quos solus* Deus *ad hæc nouit esse delectos. Cùm ob multa, tum ut igneus & planè cælestis ille diuini splendoris uigor, mentibus nostris insitus, magis atque magis elucescat: & ad perscrutanda latentium rerum arcana acriori nos urgeat stimulo, in illorúmque assidua contemplatione & indagatione fixam oblectet intelligẽtiam. Quod si tam in diuinis & naturalibus, quàm mechanicis & ciuilibus rebus, locum habere compertum est: in ijs artibus, quæ solæ* Mathematicæ, *hoc est, disciplinæ nũcupari meruerũt, usu maximè uenire (opinor) negabit nemo. Quanquam enim ipsæ* Mathematicæ, *medium inter intellectilia sensiliáque locum obtinentes, cæteris artibus tum fide & ordine, tum certitudine ac integritate (præter summam quæ illis inest utilitatem) longè præstare uidentur: rariores nihilominus semper habuere professores, & insigniora theoremata, maiori cum difficultate, longiorique temporis successu adinuenta atque demonstrata. Quemadmodum in ea disciplina, quæ* Geometria *uocitatur, de Circuli licet intueri quadratura. Quæ tametsi ab omnibus philosophis sciẽtia cõtineri fuerit existimata, & tãto tempore à tam doctis perquisita uiris: hactenus tamen uidetur fuisse desiderata, facta interim non modica rerum* Mathematicarum *accessione: multa enim scitu dignissima, quæ prius erant absconsa, prodiere nota. Cùm igitur præfatam* Circuli *quadraturam, extra artem non esse intelligerem, & illius inuentionẽ ad me non sine diuino numine iure quodam deuolui: qui & patre philosopho ac Mathematico insigni* Francisco *Finæo sum natus, & ad has disciplinas natura factus (quas*

a.ij.

à mutis, quod aiũt, magistris acceptas, octo & viginti annos Lutetiæ publicè docendo, interpretando, scriptis & nouis inuẽtionibus exornãdo illustraui) pretium operæ facturum me putaui, si nodũ hunc dissoluerẽ, & Galliam tuam sub tuo fœlici nomine, hoc rarissimo munere donarem. Quod (ni me fallit ipsa veritas, & Mathematicarum inexpugnabilis certitudo) à diuina tandẽ impetraui clemẽtia. Ipsam nanque Circuli quadraturã, via hactenus à nemine tentata, & methodo inaudita, clarissimè demonstraui, atque non vni tantũmodò Circulo æquale quadratũ, sed tribus Circulis tria simul æqualia quadrata, vel è diuerso, figurare docui: totúmque inuentionis ac demõstrationis artificiũ, quinque problematibus, & vnica, eáque simplicissima, conclusi figuræ contextura. Ex ipso autem primo problemate, à Græcis olim tot modis inuestigata, sed nõdũ planè demõstrata Cubi duplicatio, euidẽtissimè colligetur. Huic porrò Circuli tetragonismo, duas adiunxi demonstrationes: alteram de ipsius Circuli dimensione, alteram verò de ratione circunferentiæ ad diametrum: quæ tot fœlicia ingenia, vt Circulo æquale darent quadratum, hactenus defatigarunt. Subsequitur deinde absolutum, & à nemine anteà tentatum opus, de multãgularum omnium & regularium figurarum descriptione: quo bona pars ipsius Geometriæ, quæ priùs latebat, & supramodum vtilis videbatur, in posterum fiet manifesta. Accessit tandem liber admodùm eximius, de inuenienda longitudinis locorũ differentia, aliter quàm per Lunares eclipses, etiam dato quouis tempore: vnà cũ Planisphærio geographico, recèns itidem excogitato. Quem librũ anno superiore, gallicè conscriptum, vnà cum Delphinatus, Prouinciæ, Sabaudiæ, & Pedemontanæ regionis Corographia, tuæ obtuli maiestati. Hæc igitur insignia totiésque desiderata Mathematum opera tria, sub tuo fœlici nomine & auspicio, in publicum tandẽ prodire sum passus: Quæ tibi Mathematicarum, ac reliquarum bonarũ artium raro Mecœnati, térque maximo Principi (nempe Regũ Christianissimo, potẽtissimo, ac ~~omni virtutũ~~ genere animíque dexteritate prædito) candidè deuoueo, & protegenda cõmitto. An verò palmã hanc præter multorũ spem, reportaturus sim: cuiuis æquo lectori, & in Mathematicis non infœliciter versato, censendum relinquo. Cuperem tamen de multis, hîc te vnicum habere iudicem: si per humanitatem tuam, & publicas occupationes, quibus hoc importuno tempore (in quo Mars suis comitatus Furijs, longè latéque fremit) valde distringeris, me ipsum interpretem audire graue nõ esset: qui & de rebus omnibus rectè iudicare, & illas æqui bonique consulere abundè nosti. Reliquum est, clementissime Rex, vt tui Orontij sic tandem meminisse pergas: vt eum in instaurandis, & (te auspice) docẽdis Mathematicis, annos meliores consumpsisse non pœniteat. Vale.

Lutetiæ Parisiorum, Mense Iulio, 1544.

AD CHRISTIANISSIMVM GALLORVM REGEM *Franciscum, De Orontio Finæo insigni Mathematico, Antonius Mizaldus, Monslucianus.*

MVsarum Francisce parens, Rex maxime, cuius
Auspicijs docti stántque, cadúntque viri.
Nā tua maiestas magnis decorata trophæis,
Nouit ἀλήθειαν tempus habere patrem.
Nouit prudenter quòd tempus operta recludit:
Ædit & in lucem quæ latuere priùs.
Nouit ad hæc, homines non omneis omnia posse:
Et posita in raris munera rara locis.
Euclidem hinc celebrat Megara, Aegyptus Ptolemæum:
Tollit Aristotelem hinc Stagira clara suum.
Hinc tua Finæum doctissima Gallia iactat:
Quem mare, quem Cælum, quem tibi terra canit.
Hic etenim reperit, quod scibile dixerat olim,
Sed nondum scitum magnus Aristoteles.
Huic nunquam potuit quadrari circulus vnus.
O ter magnum hominem, tres simul ecce quadrat.
Rursum quadratis æquales tramite eodem
Demonstrat ternos (res celebranda) κύκλους.
Nec satis hoc, omnis generis πολυγώνια pingit
In circo: nūm summi hoc opus artificis?
Tantùm de eclipsi distantia nota locorum
Priscis: huic alio panditur ingenio.
Victa gemis, superata doles, nec cornua tollis,
Vt quondam, raris Græcia nota Sophis.
Das Gallis inuita manus, ac porrigis herbam:
Quid facias? sunt hæc fata ferenda tibi.
Ferte Mathematici violas, & balsama, nardos
Spargite: materies digna fauore venit.
Ecce seges vobis multo sudore parata,
Quam quondam vestri tam cupiere patres.
Gallia donec erit, donec victricia Mundus
Lilia odorabit, lilia suspiciet,
Rex Francisce, tibi tanto pro munere grates
Soluet: nam res est congrua, causa iubet.
Per te respirant, floréntque Mathemata, per te
Totius mundi Machina vasta patet.
Per te Finæus Pylijs dignissimus annis,
Perficit inuentis optima quæque suis.
Te duce Gallorum nomen super æthera tollit:
Te celebrat, cuius fama perennis erit.
Regia, crede mihi, res est succurrere doctis:
Quas illi dederis, semper habebis opes.

Aristoteles in Categ. cap. πρός τι, lib. 2. prio. ca. 25. Ethic. 1. cap. 8. Physic. 1. cap. 2.

Ad amplissimum Lotharingiæ Cardinalem, studiosa Mathematicarum iuuentus.

NVnc Mathemata qui colunt amántque,
Quorum lumina puluis eruditus
Moratur, ratióque metiendi,
Gratias & agunt habéntque miras
Pro tuis in Orontium, sacrámque
Mathesin meritis Pater, senatus
Splendor pontificalis, atque Gallo
Regi proximus, intimúsque Achates.
Ex te pendet Orontius secundum
Cæli numina, Gallicúmque Regem.
Ille quicquid habet, tibi fatetur
Se debere, tuo dari fauore
Hæc stipendia, quæ sibi meretur.
Ergo respicies virum, ferendam
(Vt soles) ad opem. noui libelli,
Quos vulgat, deus! & laboriosi,
Et quales vetus expetebat ætas,
Suis ingenijs tamen negatos,
Sat suadent tibi Cardinalis ample,
Propugnator & huic patronus vt sis
Aduersus rabiem calumniantum.
Hoc debes quoque munus eruditis.

Λοδοβίκου Δεφμενες Βιλλανοβανοῦ πρὸς τοῦ λαμπροτάτου τε, καὶ σοφωτάτου ἀνδρὸς Ὀροντίου βασιλέως τῶν μαθημάτων διδασκάλου.

ΟΥ δεῖ θαυμάζειν εἰ θεῖος Ὀρόντιος αὐτοὺς
Νικᾷ Ἀστρολόγους, ἠδὲ Μαθηματικούς.
Οὐρανόθεν μὲν γὰρ παρέπεμψεν Φοῖβος Ἀπόλλων
Αὐτόν, κ' εὐπλόκαμος Καλλιόπη ἔτεκεν.
Πάντεσι ζαθέαι ἔφιλον τοῖς ἤθεσι Μοῦσαι,
Καὶ ἔτρεφον σφετέροις ἤματα πάντα δόμοις.
Τῶν ἄστρων διδαχὰς ἀτρεκεῖς, καὶ παντὸς Ὀλύμπου
Μουσάων μήτηρ ὦ πόρεν Οὐρανίη.
Τέρπου τῷ ἀνδρὶ εὐδαίμων ὦ Γάλλια τόσσῳ,
Οἶσθε γὰρ λαμπρὸν τοὔνομ' ἐπ' ἄστρα σέο.
Χαίρετε ὦ Κέλτοι πολύ, ὑμᾶς γὰρ μακαρεῖ,
Θεσπεσίους ῥέζει, ἡμιθέους τ' ἀνέρας.

Ludouicus Fienensis Villanonauus, De Orontiana Circuli quadratura.

QVod nunquam potuere Sophi molimine toto,
Diuinúsque Plato, & magnus Aristoteles:
Hoc præstat mira diuinus Orontius arte,
Nam solus circlos arte quadrare potest.
Quare omnes veteres vincet, quicunque fuere:
Et meritò princeps ille Mathesis erit.

In laudem Orontij Finæi, Delphinatis, Mathematici Regij, Ludouici Fontanier Epigramma.

TE tua verba probant diuino munere plenum
Quadrator cycli, nec tua scripta negant.
Illud at imprimis, matura quod edidit ætas,
Numinis instar habens, quo tria summa facis.
Tripliciter trinum sola quod imagine condit,
Quo toties vnum sub tribus obijcitur.
Est etenim trinum spectes si fortè supremum
Numen, in ambobus res tribus vna subest.
Materiam spectas, trinus quadratur in vno
Circulus, haúdque potest vnus abesse tribus.
Additur eximiè huic arti dimensio cycli
Cum sectore suo, certior Archimedis.
Te facit & mirum intentata repertio, Cyclo
Appingis quicquid linea recta feret.
Omnibus his addis, nullus quod præstitit ante:
Haúdque vno præstas tramite, sed duplici.
Scilicet vt citra defectum luminis almæ
Phœbes demonstres, quid loca dissideant.
Rursus opus trinum videas, si lumine mentis
Artificem lustres, qui tribus vnus inest.
Ternio quartus adest, tutorem si inspicis illum
Franciscum regem, qui hæc tria solus habet.
Quadrator cycli, tu fęlix auspice tanto,
Verbis & scriptis, & Lare dexterior.

Idem Ludouicus, ad inuidum.

LIuide, Finæi nomen cur rodis Oronti,
Cùm nil tale queas edere, quale parit?
Te satis expugnant, necnon tua tela retundunt,
Grammata, quæ Regis munere digna facit.
Rodere more tuo, genuino dente Mathesin
Finæi poteris, reddere tale nihil.

Franciscus Boussetus, Diuionensis, de Orontio Finæo Delphinate, omnium Mathematicorum huius ætatis facilè principe, Contra Zoilos.

Finæus superos mente petit Deos,
Totus fermè animo persimilis suo:
Axem ad sydereum quà sit iter bene
Nouit doctus Orontius.
O Finæe, quater, multò etiam amplius
Fælix: non tibi mors præpediet ferox,
Aut si quicquam aliud morte ferocius,
Rectas ad superos vias.
Nosti quà sit iter, quáque homines Polos
Accessere pij. quòd sator omnium
Demonstrare bonis omnibus, vt tibi,
Dignatur famulis suis.
Nosti inquàm, melius sed reliquis tamen
Cunctis Astronomis, atque profundiùs:
Fretus mirificis in rationibus,
Dignus munere laureæ.
Ecquid iam superest inuide, nunc nisi vt
Ceruici triplicem funiculum pares?
Cùm tam prospicuum nomen Orontij
Clarum sit super aëra?
Aut quî liuide fit te haud rapiat tremor,
Aut honor quatiat? spiritus & calor
Sese intrò rapiant, cordis ad intima,
Concuscéntque animam tuam?
Non tutum est hominem quemlibet, ac minus
Conturbare Deos: quósve volunt ij
Charos esse sibi. disce periculis
Maiorum, inuide, viuere.
Ne tu fulminibus fortè Gigantium
Instar dispereas, trusus ad inferos:
Et cogaris ibi grande aliquod manu
Saxum voluere Sisyphi.
Néve heu Caucasea rupe sub aspera
Vincto immane iecur vultur edat tibi:
Incuséśque Iouem more Promethei,
Nec detur requies tibi.
Cùm sit cælitibus noster Orontius
Dilectúsque Ioui, propter amabilem
Splendorem ingenij: disce hominem bonis
Mecum extollere laudibus.

In inuidum, Michaëlis Lochiani Epigramma.

Mæonidem simul ac risit, spectante corona,
Zoilus, vt liuor non nisi summa petit:
Nec mora præcipitem celsa de rupe dederunt,
Vt caperet factis præmia digna suis.
Supplicio grauiore quidem tu dignus haberis,
Communi studio qui malus inuideas.
Quod vocat in lucem tenebris Finæus ab imis,
Ingenij mira dexteritate iuuans.
Diuite quem Musa fęlix natura beauit,
Cui linguæ veneres delitiásque dedit.
Qui doctos inter tantum caput extulit omnes,
Sol quantum stellis clariùs ipse micat.
Quódque Latina suo debent vexilla Camillo,
Hoc se Finæo nostra Mathesis ait.
Atqui (sat scio) te virtus aliena remordet
Florida, quam nequeas liuidus ipse sequi.
Cógeris inuitus sannas, & ponere nasum,
Hoc opus & lætis plausibus excipere
Nil aliud latres, aliò te ferre necesse est.
Hic nihil est quod agant spicula, cede, tua.

INDEX PROBLEMATVM, & propositionũ, atq; corollariorum, succedentibus libris siue operibus Orontianis contentorum.

Libri de Circuli quadratura, Problemata.

1. *Datis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra circulum describitur: binas medias lineas rectas sub eadem ratione cõtinuè proportionales inuenire.* Facie 3.

2. *Dato circulo, æquale quadratum: aliísque duobus circulis, duo simul æqualia quadrata alterum alteri describere. Datóve quadrato, circulum æqualẽ: aliísq; duobus quadratis, duos æquales circulos alterum alteri simul delineare.* Fa. 11.

3. *Prædictorũ quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportiones, in vniuersum colligere: Triáque interiora & minora quadrata, tribus ipsis circulis, qui in tribus primis & maioribus quadratis describuntur, ordinatim fore proportionalia, demonstrare.* Fa. 14.

4. *De rationum compositione, pauca subnotare: Atq; circulum tertium & minimum, ad secundum quadratum eandem habere rationem, quam rectangulum triangulum ipsius maximi quadrati dimidium, ad ipsum primum & maximum circulum, consequenter ostendere.* Fa. 16.

5. *Quòd tria interiora & minora quadrata, ipsis tribus circulis qui in tribus primis & minoribus quadratis describuntur, singulatim & ordine coæquentur: tandem efficere manifestum.* Fa. 20.

Corollarium.

Dato igitur quouis rectilineo, circulus æqualis vel facile describetur: Et proinde circulus etiam designabitur, sub dato quouis partium ac mensurarum numero comprehensus. Fa. 23.

Secundæ partis eiusdem libri, De area circuli, & ratione circunferentiæ ad diametrum, Propositiones.

1. *Quòd circulus sit æqualis triangulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum sunt angulum semidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiusdem circuli est æquale, demonstrare.* Fa. 26.

Corollarium 1.

Quod igitur sub circuli diametro & dimidia circunferentia continetur rectangulum: æquum est ipsi circulo. Fa. 31.

Corollarium 2.

¶ Area consequenter cuiuslibet regularis poligoni, æquatur rectangulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio consurgit ambitu. Fa. 32.

¶ Reliqua propositio.

2. ¶ Circunferentiam circuli, ad eius diametrum rationem habere tripla sesquiseptima minorem: maiorem autem tripla sesquioctaua. Fa. 33.

Corollarium 1.

¶ Non habet igitur circunferentia circuli, ad diametrũ rationem tripla superdecupartiente septuagesimas primas (vt asserit Archimedes) maiorem. Fa. 38.

Corollarium 2.

¶ Ratio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diametrum: quàm tripla sesquioctaua. Fa. 38.

Corollarium 3.

¶ Præcisior est adhuc ratio tripla superbipartiẽs quindecimas (vt 3 & $\frac{2}{15}$ ad 1) ipsa ratione tripla sesquiseptima. Fa. 39.

Corollarium 4.

Area itaque circuli ad circunscriptum quadratum, rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inscriptum autem quadratum, quam 11 ad 7, Fa. 40.

Libri de absoluta multangularum omnium & regularium figurarum descriptione, Problemata.

1. Datam quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere, illiúsque partem quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire. Fa. 42.

2. ¶ Dato triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quam datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus, quæ per ipsum describitur isosceles, simul reddere notum. Fa. 44.

3. ¶ Angulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipsum angulũ datum in tot æquales angulos discindere, quotuplex is fuerit reliqui. Fa. 52.

4. ¶ In dato circulo poligonum æquilaterum & æquiangulum à dato quouis numero denominatum, consequenter describere. Fa. 53.

Corollarium 1.

¶ Circunferentia itaque dati cuiuscunque circuli, in quotcunque partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum. Fa. 58

Corollarium 2.

¶ Angulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem æquales consequenter diuisibilis erit. Fa. 59.

Corollarium 3.

¶ Ratio insuper anguli cuiuslibet poligoni æquilateri & æquianguli, ad ipsum angulum rectum, fit pendenter manifesta. Fa 60.

Corollarium 4.

¶ Anguli rursum cuiuslibet æquilateri & æquianguli poligoni, à primo vel impariter pari numero denominati: ad illius isoscelis angulum, cum quo ipsum describitur poligonum, ratio tandem dignoscetur. Fa. 62.

¶ Reliqua problemata.

5. ¶ Super data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum describere. Facie. 64.

6. ¶ Circa datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum delineare. Fa. 65.

7. ¶ In dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere. Fa. 68.

8. ¶ Circa datum quoduis poligonum æquilaterũ & æquiangulum, circulum tandem figurare. Fa. 70.

Libri de inuenienda longitudine locorum, aliter quàm per Lunæ defectus, Problemata.

1. ¶ De longitudine atque latitudine locorum, & earum comparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædam in primis elucidare præambula. Fa. 75.

2. ¶ Quòd radicalis quispiam locus eligendus sit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referantur: quæ insuper ad ipsius longitudinalis differentiæ requirantur inuentionem, consequenter edocere. Fa. 77.

3. ¶ Quota diei cuiuslibet naturalis hora atque ipsius horæ minuto, Luna ad electum & radicalem perducatur Meridianum calculare: túncque verum ipsius Lunæ locum in Zodiaco simul deprehendere. Fa. 79.

4. ¶ Quota rursum oblati cuiuslibet diei naturalis hora, Luna ad alterius cuiuscunque loci, quàm radicalis, peruētura sit Meridianum: & quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare. Fac. 83.

5. ¶ Qualiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuscunque loci differentia, ad ipsius radicalis loci relata Meridianum, subinferenda ac colligenda sit: tandem aperire. Fa. 87.

Secundæ partis eiusdem libri, vbi de Geographico agitur Planisphærio, Problemata.

1. *Planisphærij geographici, ex vulgati Astrolabij seu Planisphærij astronomici contextura, summatim elicere compositionem.* Fa. 93.

2. *Angulum positionis, quē facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorum alter est radicalis) cū ipsius loci radicalis Meridiano, in primis obseruare.* Fa. 97.

3. *Dato positionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locū & radicalem (ad cuius latitudinem ipsum fabricatum est instrumentum) comprehēso: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodem instrumento promptissimè colligere.* Fa. 100.

4. *Cognita longitudine atque latitudine tā radicalis, quàm alterius cuiuscunque loci: arcum viatorium eisdē locis interceptū, vnà cum positionis angulo, sub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis cōprehēso, versa vice reddere notū.* Fa. 103.

5. *Planisphæriū ipsum geographicū, in ampliorē magisque vniuersalē redigere cōtexturam: idémque pluribus radicalium locorum coaptare latitudinibus.* Fa. 104.

Indicis finis.

AD DIONYSIAM CANDIDAM, *Lutetianam, Orontij Finæi vxorem, de eodem Orontio, Hub. Sussannæus.*

O Cui Pieriæ genialem Candida, lectum
Strauerunt, vitæ signáne fausta notas?
Es docto coniuncta viro, pulchráque beata
Prole: tibi formæ cedit honore Venus.
Optatis Fortuna tuis respondet. ad astra
Aurato curru te bona fama vehit.
Commoda multa quidem: tamen est è pluribus vnum,
Quod verum iungit perpetuúmque decus,
Contigerit tibi quòd tali nupsisse marito:
Cui cedunt quot sunt, quótque fuere sophi.
Nemo Mathematicas exactiùs addocet arteis,
Expolit, inuentis amplificátque nouis.
In quadrum redigi monstrat fęliciter orbes,
Tentatum multis hactenus illud opus.
Tentarunt multi, nullus perfecit: ad istam
Fata reseruabant talia dona diem.
Monstrat ad hæc, loca quid distent, vt scribier vno
Circum multiplex angulus orbe queat.
Præmia virtutum tecum communicat æquè:
Hæredes nati laudis & huius erunt.
Olli certatim Musæ famulantur ouantes:
Quarum se studijs præbet Apollo ducem.
Ergò præstanti Diuorum munere gaude,
Fęlix tam raro Candida, nupta viro.

Orontij Finęi Delphinatis, Re GII MATHEMATICARVM Lutetiæ profeſſoris: De circuli quadratura, tandem adinuenta & demonſtrata, Liber vnus.

1 QVOTIES ARISTOTELES SVB ſcientiam atque cognitionem aliquid poſſe cadere, necdum tamen ſcitum ac cognitum eſſe pronunciat: circuli quadraturam in peculiare citat exemplum. Quanuis enim priſci aliquot Philoſophici, ac Mathematici, vt circulo æquale quadratum inuenirent, plurimùm inſudarunt: nemo tamen ipſius Ariſtotelis tempore, hāc quæſtionem planè *diſſoluerat. Nam idem Ari*ſtoteles, præfatam circuli quadraturam ſcibilem eſſe, at nondum ſcitam ſiue demonſtratam, pluribus in locis affirmare videtur: vnde quamplurimos ad hanc rurſum inquirendam excitauit. *Ariſtoteles in Categor. cap. πρός τι. Lib.2. prioru̅ cap.25. Ethi.1.cap.8. Phyſi.1.ca.2.* *Circuli quadratura ſcibilis.*

2 ¶ Inter priſcos autem philoſophos, qui eandem circuli quadraturam ſubtilioribus indagarunt inuentionibus (vt cæteros omittam) fuit Hippocrates Chius. Is enim per meniſcos, ſiue lunulas, ſuper quadrati ac hexagoni circulo inſcripti lateribus delineatas, circulum ipſum quadrare moliebatur: verùm quanquam illius excogitatio fuerit artificioſa, ſua nihilominus intentione, ob falſam promiſcuámve lunularum aſſumptionem, fruſtratus eſt. Fuit & alius Hippocrates, qui eandem circuli quadraturam, per circuli ſectiones elicere conabatur: & rectam demum inuenire lineam, quæ circunferētiæ partem haberet æqualem. Antiphon autē, putabat per iſoſcelia triangula, ſuper quadrati circulo inſcripti lateribus, dein hexagoni, poſteà ſedecagoni, & ſic conſequenter deſcripta, aream demum conſequi poſſe circularē, ex qua prodiret quadratum ipſi circulo æquale: præſupponens magnitudinem, ad *Hippocrates Chius.* *Alius Hippocrates.* *Antiphon.*

vltimam poſſe deuenire partitionem, contra propriam ipſius magnitudinis naturam. Nec defuit Briſſo quidã philoſophus, qui deſcripto tam circa quàm intra circulũ quadrato: medium inter hæc duo quadrata, circulo exiſtimauit æquale. ¶ Qui verò ipſo Ariſtotele poſteriores extitere: ab Archimede Syracuſano acutiſſimo Mathematico, hac in parte ſuperati ſunt. Nam is demonſtrauit in primis, aream circuli triangulo rectangulo ad amuſſim æquari: cuius vnum latus eorum quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, reliquum verò circunferentiæ eiuſdem coæquaretur circuli. Quæ demonſtratio, innumeros excitauit ad diſquirendam lineam rectam, quæ circunferentiæ ipſius circuli foret æqualis: per diametri videlicet ipſius circuli, ad circunferentiam contingentem habitudinem, ſiue rationem. Quamquidem rationem, idem Archimedes paulò minorem eſſe tripla ſeſquiſeptima, numerorũ demonſtrauit inductionibus. Cuius inuentum, etſi præciſionem minimè attigerit: veritati nihilominus adeò propinquum eſſe videtur, vt magnam rebus humanis contulerit vtilitatem, & mortales ipſos perpetuò deuinctos ſibi reddiderit. ¶ Ex neotericis porrò vnicum habemus Nicolaum Cuſanum Cardinalem, virum ſuo tempore rarum, & in Mathematicis non infęliciter verſatum. Qui diuerſis & artificioſis adinuentionibus, conatus eſt periphæriæ circuli dare rectam æqualem: ac ipſum reſpondenter quadrare circulum. Quod etſi non planè fuerit aſſequutus: in multis tamen veritatem ipſam adeò propinquè videtur attigiſſe (ne illum debita laude fraudemus) vt quamplurima antea ſubobſcura, longè clariora reddiderit: & quem multo facilius erat cauillari, quàm imitari. ¶ Si qui demum præter hos, inter recentiores comperiantur Mathematicos, qui eandem circuli quadraturam ſint adgreſſi: aut ab Archimede demonſtratam circunferentiæ ad diametrum rationem ſuppoſuiſſe vidētur, aut nudis & infirmis, & proinde ſuſpectis, id tentarunt adinuentiōnibus. Quos ſilētio ideò fore prætereundos, meritò exiſtimauimus.

Briſſo philoſophus. *Archimedes Syracuſanus.* 3

Nicolaus Cuſanus Cardinalis. 4

5

¶ EGO IGITVR (VT REDEAM VNDE SVM DIgreſſus) tum verbis Ariſtotelicis, tum ſupradictorũ philoſophorũ prouocatus exẽplo, & qui ſub tãto Rege, ac in tã celebri Academia, tantóq; tẽpore publicus Mathematicarũ interpres deputatus ſum: iniquã rem, ac meo officio indignam me facturum exiſtimaui, ſi id 6

Honeſtum Authoris argumentum.

quæſtionis genus intactũ prætermitterẽ, & ni pro mea virili parte, ac dexteritate animi, aliquam (quæ cæteros hac in parte leuaret) excogitarem adinuẽtionẽ, qua circulus quadrari vel facilè poſſit.

¶ Poſt varias itaq;, ac ſubtiles, aut (ſi mauis) laborioſas, & partim ſuppreſſas, partim verò æditas inueſtigationes: cùm ex duarum linearum rectarum inuentione, quæ inter duas lineas rectas propoſitas ſub eadem ratione continuè proportionantur, atque ex ipſa rationum compoſitione, multa & ſanèquam difficilia comprehendi, ſuboririve & demonſtrari, ſæpius animaduerterem: Tentaui demum, earũdem quatuor rectarum linearum continuè proportionalium adminiculo, ac ipſa rationum compoſitione mediante, hanc quæ ſequitur de circuli quadratura contexere, ac tandem elucidare demõſtrationem: Quæ an pro mea ſucceſſerit animi ſententia: cuiuis æquo, ac in Mathematicis vtcunque verſato lectori, relinquimus diiudicandum. Ipſis autem inuidis, ac noſtri nominis iniquis obtrectatoribus, meliorem mentem (vt Chriſtianum decet philoſophum) exoptamus.

Origo radicalis huiuſce tetragoniſmi circularis.

Problema primum.

DAtis duorum quadratorũ lateribus, quorum alterum circa, alterum verò intra oblatum deſcribitur circulum: binas medias lineas rectas, ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire.

1 ¶ Ad conſtruendam confirmandámq; circuli quadraturam, à nobis tandem (vtinam fęliciter) excogitatam: neceſſum eſt in primis, oblatis duorum quadratorum lateribus, quorum alterum dato ſit inſcriptum circulo, alterum verò circunſcriptum, binas medias lineas rectas, in eadẽ ratione continuè proportionales reddere notas. Qua ratione autem mathematica, id problema diſſoluatur: ex nemine valuimus integrè deprehendere. Quanuis enim plærique philoſophi ac Mathematici (Græci potiſſimùm) vt illud explicarent problema, quod cubi duplicatio dicitur, diuerſis & ſubtilibus admodùm inueſtigationibus (quas omnes Georgius Valla Placentinus, capite ſecundo libri quarti ſuæ Geometriæ citat, &

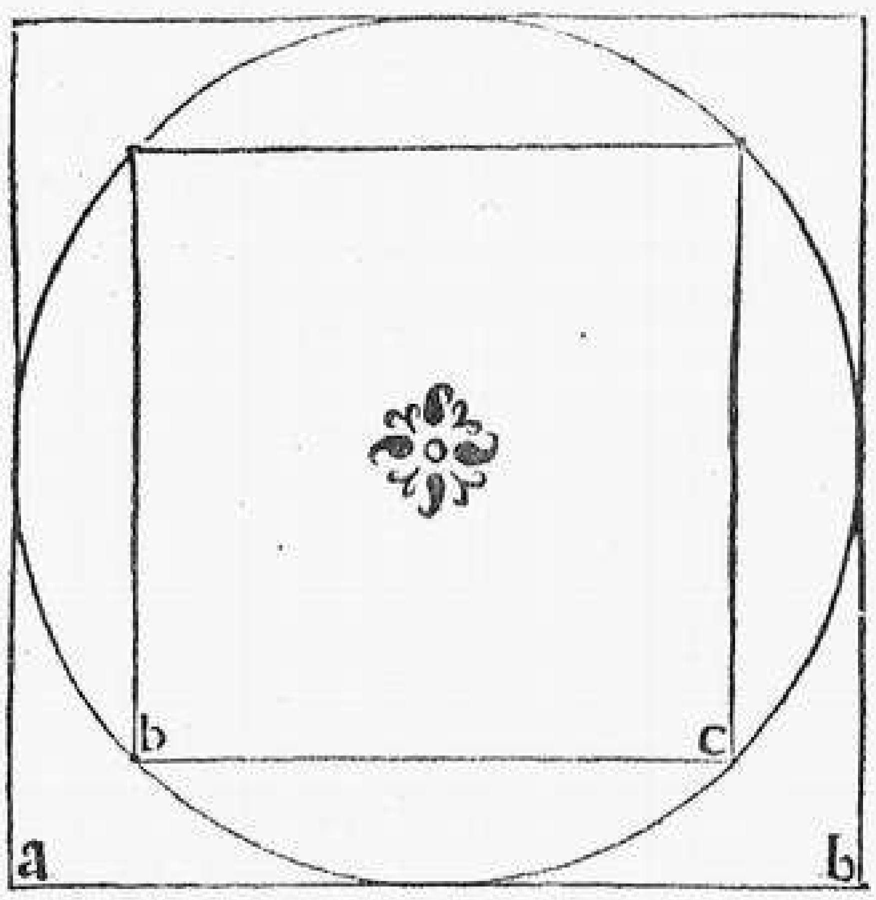
Ad huiuſce tetragoniſmi circularis cõſtructionem neceſſaria.

Georgius Valla.

ſummatim interpretatur) oſtendere conati ſint, qualiter inter duas quaſuis inæquales lineas rectas, duæ mediæ lineæ rectæ ſub eadem ratione continuè proportionales obtineantur: Nullam tamen illorum offendimus inuentionem, quæ alicuius inſtrumenti mechanici non vtatur adminiculo, & proinde quæ aperta ſuſpitione, vel inexcogitabili difficultate carere videatur. Ne igitur infirmis adniteremur fundamẽtis, & mathematicã ſimul atq; ſuſcepti negotij violaremus integritatem: nouum ac fidiſſimum modum inueſtigãdi eiuſcemodi lineas proportionales tibi demũ excogitauimus.

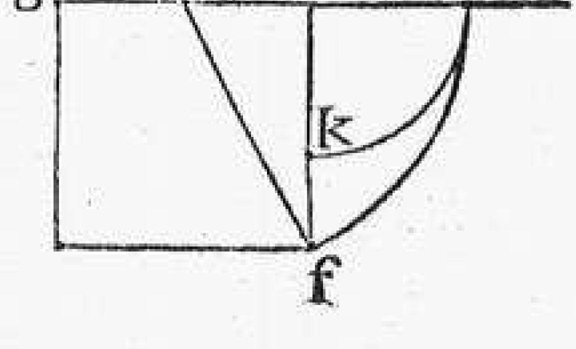
Cõſtructio ſuſcepti problematis.

¶ Sit igitur latus quadrati circa datũ circulum deſcripti a b, eius verò quadrati latus quod in eodem circulo deſcriptũ eſt b c: inter quæ duo latera, operæpretium ſit binas medias lineas rectas ſub eadem ratione continuè proportionales inuenire. Conſtituantur in primis ipſa a b/ & b c/ latera, ad rectum angulum qui ſub a b c: & centro b, interuallo autem b a, circulus deſcribatur a d e f, per tertiũ poſtulatum geometricum. Vtraq; poſtmodùm a b/ & b c, in cõtinuũ directúmq; producatur: donec ad puncta d, e, f, in circunferentiam ipſius applicẽtur circuli. Erunt igitur a e/ & d f, eiuſdẽ circuli dimetientes: in eius centro b, ad rectos ſeſe inuicem dirimentes angulos. 2



Diuidatur conſequenter reliqua pars ſemidiametri b f, hoc eſt, recta c f, proportionaliter: tali quidẽ ratione, vt tota f c/ ad maius illius ſegmentum, à puncto c/ verſus f/ comprehenſum, eandem habeat rationem, quam idem ſegmentum ad reliquum, hoc eſt, ſecundum rationem habentem medium & duo continuatæ proportionis extrema: per trigeſimã ſexti elemẽtorum. Hoc autem iuxta ipſius trigeſimæ propoſitionis traditionem, fiet in hunc modum. Deſcribatur ex ipſa c f, quadratum c f g, per penultimam primi ipſorum elementorum: diuidatúrque latus c g/ bifariam in puncto h, per decimam ipſius primi. Producatur deinde recta h c, verſus i: & connectatur recta h f. Ipſi tandem h f, æqualis ſecetur h c i: ac

Modus diuidẽdi lineã datam, ſecũdum rationẽ habentem mediũ & duo continuè proportionis extrema.

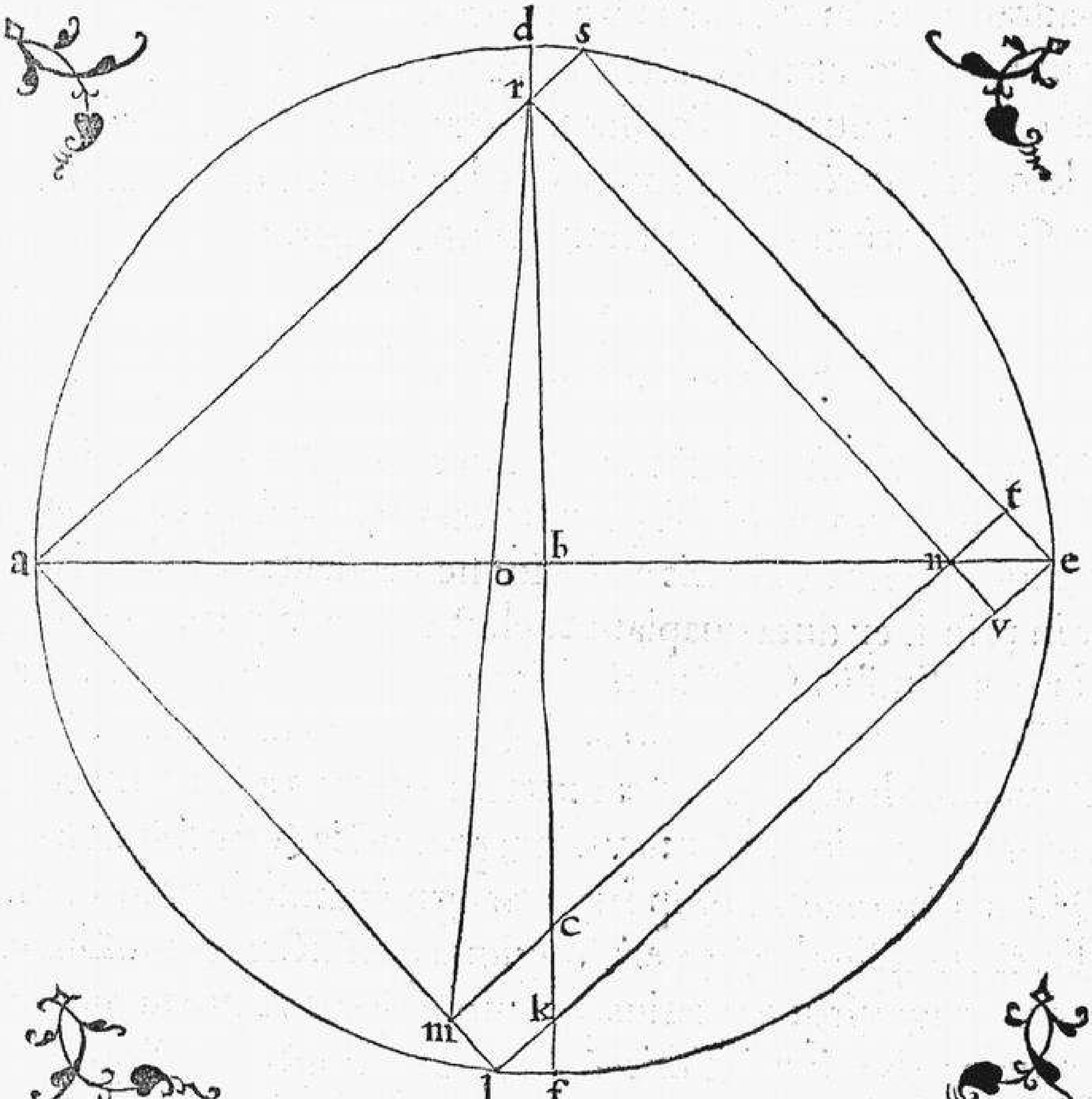


ipsi c i, æqualis c k, per tertiam eiusdem primi elementorum. Nam c k, erit media proportionalis: ad quam tota f c/ eam habet rationem, quam eadem c k/ad reliquam partem k f, per ipsius trigesimę sexti demonstrationem. Erit ergo b k, secũda linea proportionalis. Connectatur itaq; recta e k: quæ producta in directũ & cõtinuum, attingat circuli quadrantem a l f, in puncto l. Deinde, connexa a l/ recta: ipsi e l, per punctum c, parallela ducatur m n, per trigesimã primam primi elementorum, quæ secet eandem a l/in puncto m, semidiametrũ verò b e/in puncto n. erit enim b n, tertia proportionalis. Secetur postmodũ à semidiametro b d, ipsi b/k/æqualis, per tertiam ipsius primi: sitq; illa b r. Et cõnectatur recta m r, quæ secet dimetientem a e/in pũcto o: atq; a r/recta, quę in directũ cõtinuata attingat circunferẽtiam ipsius circuli in pũcto s. Tandẽ cõnectantur e s/& n r/lineæ rectæ: & reliqua, vt in ipsa continetur figura.

3 ¶ His in hunc modũ constructis: rectus erit in primis vterq;, & qui ad l, & qui ad s/continetur angulus, per trigesimãprimã tertij elementorũ, vterq; enim cõsistit in semicirculo. Rectus similiter erit angulus a m n: æqualis siquidẽ est interiori & opposito ad easdem partes qui ad l, per vigesimamnonam primi ipsorũ elementorum. Insuper, quoniam a b/ipsi b e/est æqualis, atq; b r/ipsi b k, & qui circa b/cõsistunt anguli inuicẽ æquales, nempe recti: Bina ergo triangula a b r/& e b k, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & angulos sub æquis lateribus contentos inuicem æquales. Basis itaque a r, basi e k: & reliquus angulus b a r/reliquo b e k, atque reliquus a r b/ reliquo b k e, per quartam primi elementorum est æqualis. Recta igitur linea a e, incidens in a s/& l e/ lineas rectas, efficit alternos angulos inuicem æquales: similiter & ipsa r k. Parallela est itaq; a s/ipsi l e, per vigesimamseptimã ipsius primi elementorum: & ipsi cõsequenter m n/itidem parallela, per trigesimam eiusdem primi. In parallelas autem a s/ & l e, recta incidens a l: efficit interiores & ad easdẽ partes angulos a l e/ & l a r/ duobus rectis æquales, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum. Atqui rectus est angulus a l e: rectus est igitur & angulus l a r. Haud dissimiliter ostendetur, angulus l e s/esse rectus. Et proinde a l, ipsi e s/parallela est, per vigesimamoctauã eiusdem primi elementorum. Rectangulum est igitur, atq; parallelogrammum, ipsum a l e s/quadrilaterum. Cæterum, quoniam a r, ipsi m n/ est

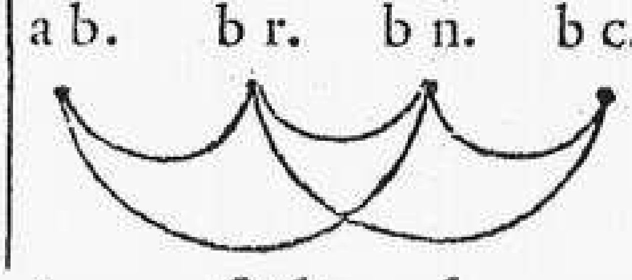
Quæ ex ipsa constructione subsequantur ostensiones.

parallela,& in illas incidunt a n/& m r:angulus igitur a r m/alterno r m n/ eſt æqualis, necnon & angulus a n m/ alterno n a r, per ipſam vigeſimamnonam primi elementorum. Anguli præterea, qui circa o/ verticem,ſub a o r/& m o n/cõtinentur:ſunt,per decimamquintam eiuſdem primi,inuicem æquales. Aequiangula ſunt itaq; a o r/& m o n/triangula:& quæ circum igitur æquales angulos ſunt latera inuicẽ proportionalia,& ſimilis rationis quę æqualibus angulis latera ſubtenduntur,per quartam ſexti eorundẽ elementorum. Sicut igitur a o/ad o r,ſic n o/ ad o m. Similis ergo rationis ſunt a o/ & o n, atque ipſa r o/ & o m/latera. Præterea,cùm ſit vt a o/ad o r,ſic n o/ad o m,& qui ſub a o m/& n o r/continentur anguli,ſunt per decimamquintam primi elementorũ inuicem æquales. Triangula igitur a o m/& n o r, habent vnum angulum vni angulo æqualem, & quæ circum æquales angulos latera recipro cè proportionalia. Aequum eſt itaq; triangulum a o m,ipſi triangulo n o r,per decimamquintã ſexti elemẽtorum. Et quoniam baſes a m/& n/r,in æqualibus triangulis æquales ſubtẽdunt angulos:ſimilis igitur coguntur eſſe rationis. Atqui a o/& o n,necnon r o/& o m, ſimilis quoque ſunt rationis:eſt enim vt a o/ad o r,ſic n o/ad o m. proportionalia itaq; ſunt,eorũdẽ triangulorũ a o m/& n o r/ latera. Et proinde ipſa triãgula,ſunt inuicem æquiangula:& æquales habent angulos ſub quibus eiuſdem rationis latera ſubtendũtur, per quintam ſexti elementorum. Nam ſicut in triangulis æquiangulis,ſimilis rationis ſunt quæ æqualibus angulis latera ſubtenduntur, per quartam ipſius ſexti: ſic in triangulis quorum latera ſunt proportionalia,ſimilis rationis latera æquales verſa vice ſubtendũt angulos. Angulus itaq; a m o,ipſi o r n:atq; reliquus m a o,reliquo o n r/eſt æqualis. In rectas ergo lineas a m/& n r,rectæ incidẽtes lineæ a n/& m r:efficiunt alternos angulos inuicem æquales. Parallela eſt igitur n r,ipſi a m:atque ipſi e s/itidem parallela,per vigeſimamſeptimam & trigeſimam primi elementorum. Parallelogrammum eſt itaque ipſum a m n r/quadrilaterum. aio quòd & rectangulum. Anguli enim qui ad puncta a/& m/continentur,recti ſunt:& qui ex oppoſito igitur cõſiſtunt anguli a r n/ & m n r/ſunt recti,per trigeſimamquartã ipſius primi elementorũ. Vtrunque igitur a l e s/& a m n r, ac ipſum conſequenter e t n v/ quadrilaterum : parallelogrammum eſt, atque rectangulum. Et proinde triangula a r n/ & r n c, rectangula sunt: & qui ad n/ & r/ pūcta cōsistūt anguli, recti. Quod in primis oportuit demōstrasse.



4 ¶ His præostensis, aio b r/ & b n/ lineas rectas, esse medio loco sub eadē ratione continuè proportionales, inter ipsa a b/ & b c/ supradictorum quadratorum latera: sicut quidem a b/ ad b r, sic eadem b r/ ad b n, & ipsa b n/ ad b c. Cùm enim triangulum a r n, sit (vti nuper ostensum est) rectangulum, & ab angulo recto qui ad r, in basin a n/ demissa perpendicularis b r: est igitur ipsa b r, media proportionalis inter ipsius basis segmenta a b/ & b n, per corollarium octauæ sexti elementorum. Sicut igitur a b, ad b r: sic eadem b r, ad ipsam b n. Rursum quoniam triangulum r n c/ est itidem rectangulum, & ab angulo recto qui ad n, in basin r c/ demissa perpendicularis b n: est igitur eadē b n, media proportionalis inter ipsius basis segmēta r b/ & b c, per idē corollariū octauę sexti elemētorū. *Resolutio problematis, ex præmissis collecta demonstrationibus.*

Sicut ergo b r,ad b n:ſic eadem b n,ad b c. Atqui præoſtēſum eſt, vt a b/ad b r,ſic eadem b r/ad b n.Et ſicut igitur, per vndecimam quinti elementorum,a b/ad b r:ſic ipſa b n/ad b c.Datis ergo binis quadratorum lateribus a b/b c,quorum alterum in dato circulo, alterum verò circa deſcriptū eſt: duas medias lineas rectas,ſub eadem ratione cōtinuè proportionales inuenimus,ſcilicet b r/atq; b n.Quod faciendum in primis ſuſceperamus.



Corollarium.

Mechanica & expedita earundem linearum adinuentio.

SI has porrò binas lineas rectas,inter ipſa prædictorum quadratorum latera continuè proportionales, mechanico promptiſſimóque reperire volueris artificio: ſic pendenter facito. Fabricetur in primis ex dura quapiam & electa materia,gnomon quidam ipſi r e m/ ſimilis. Conſtitutis deinde prædictorum quadratorum lateribus ſupraſcripto modo datis (cuiuſmodi ſunt a b/ & b c) ad rectum angulum,atque ad eas partes in quibus ad rectum conueniunt angulum in directum vtrinq; productis (veluti ſunt b d/ & b e) linea diagonalis e n/ ipſius rectanguli parallelogrāmi e t n v, in directum ipſius b e,hoc eſt,longioris productæ adamuſſim collocetur, cogatúrque interius gnomonis latus venire in punctum c/ipſius lateris minoris limitem, immota ſemper e n/diagonio ab eiuſdem b e/rectitudine.Nam reliquum & interius ipſius gnomonis latus,ſecundam lineam proportionalem tibi ſecabit ex minore producta:interior autem eiuſdem gnomonis angulus qui ad n, ipſam tertiam earundem quatuor linearum continuè proportionalium ſimul limitabit.Quemadmodum ex præmiſſa potes elicere deſcriptione.

De cęteris lineis rectis.

QVanuis autem præmiſſa linearū proportionalium adinuentio,ipſis propoſitorū quadratorum lateribus (quorum alterum circa,alterum verò intra circulū deſcribitur) peculiariter inſeruire videatur: poterit nihilominus datis quibuſcūq; lineis rectis inæqualibus, inter quas duas medias lineas rectas ſub eadem ratione cōtinuè proportionales inuenire fuerit operæpretium, indifferenter adcommodari, immutato paululū ſolo conſtructionis exordio. Non enim ſemper diuidetur exceſſus maioris lineæ ſupra minorem proportionaliter, veluti c f/ in ipſa antecedentis figuræ deſcriptione: ſed tandiu ſolummodò, quandiu maior datarum linearum dimidium maioris ſuperauerit. Vbi nanque maior linea dimidium fuerit eiuſdem maioris, vel ipſo dimidio minor: ſecunda linea proportionalis (qualis fuit b k/ aut b r/ in eadem præcedenti figura) alia ratione diſquirenda eſt, atq; toties varianda inueſtigationis formula, quoties eadē minor linea variam partem quotam fecerit ipſius maioris à numero pariter pari denominatam, aut inter earundem partium quotarum diſtinctiones limitata ceciderit. Quo facto, complenda erit figura: vti ſupra deſcriptum eſt. Nam cætera, vnà cum ipſa demonſtratione, ex omni parte manent eadē. Hæc autem conſtructionum primordia, hic ſigillatim enarrare, ſuperuacaneum ac inutile duximus: quoniam latus quadrati in circulo deſcripti, dimidio lateris eius quadrati quod eidē circulo circunſcribitur ſemper eſt maius. A quorum laterum, & duarum intermediarum linearū continuè proportionalium harmonia, ſuſceptum videtur pendere negotium. Eas itaq; variandi formulas, in eo libello proſequendas reſeruamus: quē de multiplicatione atq; tranſmutatione figurarū (Deo fauente) propediem cōſcribemus.

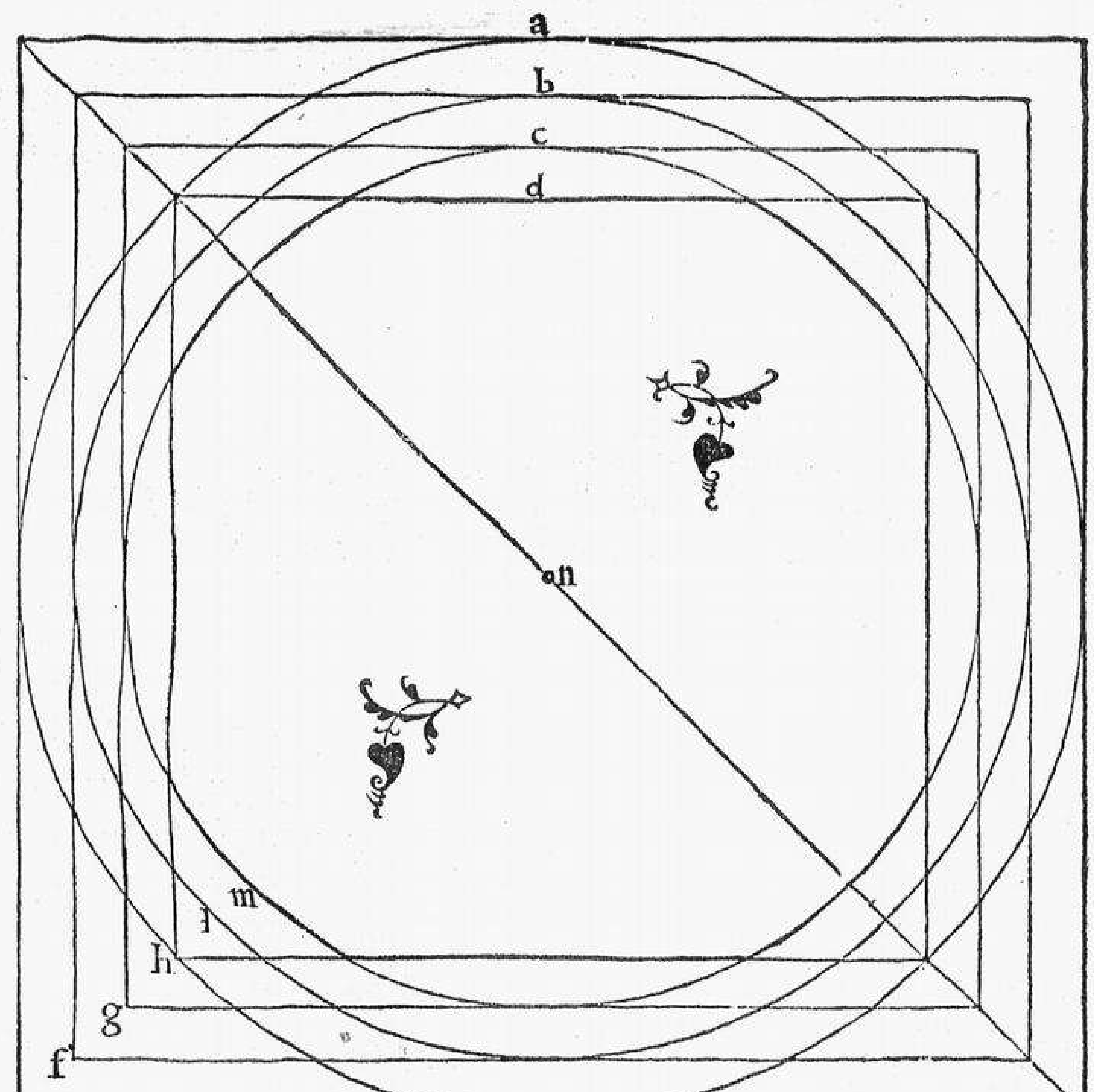
Problema ſecundum.

DAto circulo, bina deſcribere quadrata, alterum quidem ipſi dato circulo æquale, alterum verò eidem circulo iſoperimetrum.

1 ¶ Dum vni tantūmodò circulo æquale quadratum, aut vni quadrato circulum æqualem, per hanc noſtram deſcribere volueris inuentionem: tria ſimul offendes quadrata tribus circulis æqualia, tréſve circulos tribus quadratis reſpondenter æquales (quaſi trinitas in vnitate, vel vnitas in ipſa trinitate, ſub hoc noſtro includatur inuento) ac ipſi dato circulo, vnum ipſorum quadratorum ſimul iſoperimetrum. *De mirādā huius inuēti amplitudine.*

Constructio problematis.

¶ Sit igitur datus circulus a h, cui oporteat vnũ æquale designare quadratum, alterum verò isoperimetrum. Circa eundem itaque circulum a h, quadratum describatur a e, per septimam quarti elemẽtorum: intra verò eundem circulum a h, aliud describatur quadratum d h, per sextam eiusdem quarti. Inter ipsa postmodum horum duorũ quadratorũ latera, vtpote a/& d: binæ rectæ lineæ sub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedẽtis problematis traditionem, quæ sint b/& c, vt quẽadmodũ latus a/ad lineam b, sic eadẽ b/ad c, atq; c/ad latus d. Ex ipsis cõsequenter lineis rectis b/& c, quadrata describantur b f/ & c g, per quadragesimamsextam primi eorundẽ elemẽtorum: sintque ipsorum b f/& c g/quadratorum latera, tum inuicem, tum prædictorũ quadratorum a e/& d h/lateribus æquè distantia siue parallela. In ipsis demum quadratis b f/& c g, singuli describãtur circuli, b l/ & c m, per octauam quarti prædictorũ elementorum: qui quidem



circuli,ob ipſam laterum hypotheſin,idem centrũ habebunt cum circulo a h,ſcilicet n:& vnà cum ipſis quadratis,circa eundem diametrum conſtituentur.

2 ¶ His in hunc modũ cõſtructis, aio quadratum b f/æquari in primis ipſi dato circulo a h: necnõ & quadratum c g/circulo b l,atq; d h/quadratũ circulo c m/reſpondenter coæquari:ipſum præterea quadratum c g, eidem circulo a h/ eſſe iſoperimetrum. Quemadmodum ſuccedentibus problematibus manifeſtum efficiemus.

Quæ ex ipſa conſtructione ſubſequuntur.

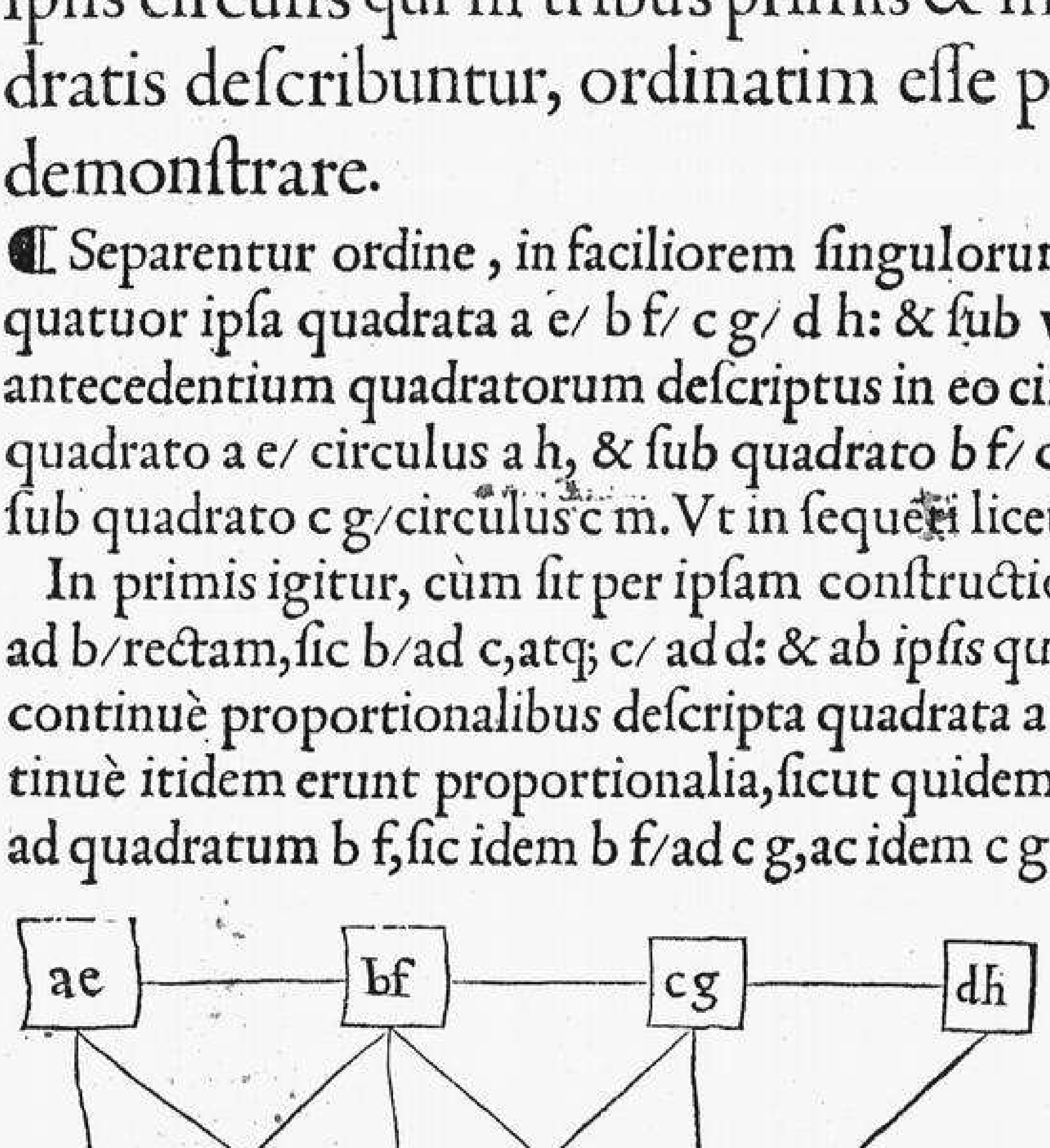
Problema tertium.

PRædictorum quadratorum atq; circulorum inuicem accidentes proportiones,in vniuerſum colligere: Triáq; interiora & minora quadrata, tribus ipſis circulis qui in tribus primis & maioribus quadratis deſcribuntur, ordinatim eſſe proportionalia demonſtrare.

1 ¶ Separentur ordine, in faciliorem ſingulorum intelligentiam, quatuor ipſa quadrata a e/ b f/ c g/ d h: & ſub vnoquoque trium antecedentium quadratorum deſcriptus in eo circulus,vtpote ſub quadrato a e/ circulus a h, & ſub quadrato b f/ circulus b l, atque ſub quadrato c g/circulus c m.Vt in ſequẽti licet intueri formula.

In primis igitur, cùm ſit per ipſam conſtructionem, vt a/recta ad b/rectam,ſic b/ad c,atq; c/ ad d: & ab ipſis quatuor lineis rectis continuè proportionalibus deſcripta quadrata a e/b f/c g/d h,cõtinuè itidem erunt proportionalia,ſicut quidem quadratũ a e/ ad quadratum b f,ſic idem b f/ad c g,ac idem c g/ad quadratũ d h.

Demonſtratio primæ partis ipſius problematis.



Si enim quatuor rectæ lineæ, proportionales fuerint: erũt & ab eis rectilinea ſimilia & ſimiliter deſcripta (cuiuſmodi ſunt ipſa quadrata) adinuicem proportionalia, per vigeſimamſecundam ſexti elementorum. Tres præterea circuli a h/ b l, c m, qui in ipſis prioribus deſcribuntur quadratis: erunt itidem continuè proportionales. Nam eorundem circulorum dimetientes, ſunt per conſtructionem ipſorum quadratorum latera: Et circuli ſeſe inuicem habẽt, ſicut quæ ex illorum dimetientibus fiunt quadrata, per ſecundam duodecimi eorundem elemẽtorum. Sicut igitur quadratum a e/ad quadratum b f, ſic a h/circulus ad circulum b l: ſicut præterea quadratum b f/ad quadratum c g, ſic b l/circulus ad circulũ c m. Et proinde erit vt a h/ circulus, ad circulum b l: ſic idem circulus b l, ad circulũ c m, per vndecimã quinti ipſorum elemẽtorum. Item, cùm ſit vt quadratum a e/ad quadratum b f, ſic a h/circulus ad circulum b l: erit quoq; permutatim, per decimamſextam eiuſdem quinti elementorum, vt quadratum a e/ad circulum a h, ſic quadratũ b f, ad ipſum b l/circulum. Rurſus, cùm ſit vt quadratum b f/ad quadratũ c g, ſic b l/circulus ad circulum c m: erit etiam permutatim, per eandem decimamſextã quinti elementorum, vt quadratum b f/ad circulum b l, (& proinde vt quadratũ a e/ad circulum a h) ſic quadratum c g/ad eundẽ circulum c m. Haud aliter oſtẽdetur, quadratũ a e/ad circulũ b l/ſe habere, vt quadratũ b f/ad circulum c m: atq; vt quadratum c g/ad circulum a h, ſic quadratũ d h/ad circulũ b l. Quod oſtẽdere oportebat.

Secundæ partis eiuſdẽ problematis oſtẽſio.

¶ Secunda verò pars huiuſce problematis, in hunc modum fit manifeſta. Cùm ſit per ea quæ nunc oſtenſa ſunt, vt quadratũ a e/ad quadratum b f, ſic idem quadratum b f/ ad quadratum c g: ſicut præterea idem quadratum a e/ ad quadratum b f, ſic a h/ circulus ad circulum b l. Eſt igitur per vndecimam ipſius quinti elementorum, vt quadratum b f/ad quadratũ c g: ſic a h/ circulus, ad circulum b l. Et permutatim quoq;, per decimamſextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ ad circulum a h: ſic quadratũ c g, ad eundem b l/ circulum. Inſuper, cùm ſit vt quadratum b f/ ad quadratum c g, ſic idem quadratum c g/ ad quadratum d h: ſicut rurſum idem quadratum b f/ad quadratum c g, ſic b l/circulus ad circulum c m. Erit itaque per vndecimam ipſius quinti elementorum, vt quadratum c g/ad quadratum d h: ſic b l/circulus, ad circulum c m. Et permutatim quoque, per ipſam decimamſextam quinti elemẽtorũ, vt quadratum c g, ad circulũ b l: ſic quadratum 2 d h,ad eundem circulum c m. Præoſtenſum eſt autem,vt quadratum c g/ ad circulum b l, ſic quadratum b f/ ad circulum a h. Et ſicut igitur,per eandem vndecimam quinti elemētorum, quadratum b f/ad circulū a h:ſic quadratum d h, ad eundem circulum c m. Proportionalia itaque ſunt adinuicem, vt quadratum b f/ ad circulum a h:ſic quadratum c g/ad circulum b l, atq; d h/quadratum,ad eundem circulum c m.

b f/a h. c g/b l. d h/c m.

3 ¶ Item,cùm ſit vt quadratum b f/ad circulum a h:ſic quadratum d h,ad circulū c m. erit etiam permutatim per ipſam decimamſextam quinti elementorum, vt quadratum b f/ad quadratum d h:ſic a h/circulus,ad circulū c m. Vt autem quadratum b f,ad quadratum d h:ſic quadratum a e,ad quadratum c g,per eandē decimamſextam quinti. Vt igitur quadratum a e/ad quadratum c g: ſic a h circulus,ad eundem circulum c m. Quæ ſimul oportuit demonſtraſſe.

Quæ rurſum inuicem proportionalia.

Problema quartum.

DE rationum compoſitione,pauca ſubnotare: Qualiter præterea inter datos quoſuis inæquales numeros, duo medij numeri ſub eadem ratione continuè proportionales inueniantur, exprimere.

1 ¶ Quam vim habeant ipſæ rationum compoſitiones: ex magna Ptolemæi conſtructione (quam vocant Almageſtum) colligere haud difficile eſt. Vniuerſam nanque cæleſtium motuum contemplationem,ex ipſis rationum videtur elicere compoſitionibus. Per ea autem,quæ ſuper decima quinti,& quarta ſexti elementorum diffinitione cōſcripſimus:fit apertè manifeſtum,omnium duarum quarumuis magnitudinum rationem, conſtare ex rationibus,per quotlibet eiuſdem generis interpoſitas magnitudines occurrentibus. Seu (mauis) extremorum rationem,ex intermediorum conſtare rationibus. Omnis porrò ratio (vt eadem quinta diffinitione ſexti elementorum demonſtrauimus) ex duabus aut pluribus rationibus conſtare dicitur:quādo rationum denominatrices

Ratio qualiter ex duobus aut pluribus componatur rationibus.

quãtitates,inuicẽ multiplicatæ,aut diuiſæ,aliquã efficiunt rationis quantitatem, à qua videlicet inde procreata ratio denominatur. Multiplicantur autem datarum rationum quantitates adinuicem: quando ambæ rationes datæ,aut ſimul maioris,aut ſimul minoris inæqualitatis exiſtunt. Altera verò per reliquã diuiditur:cùm vna maioris,& altera minoris eſt inæqualitatis. tunc enim maior rationis quantitas,per minorem diuiditur rationis quantitatem:ſiue ea maioris,aut minoris inæqualitatis extiterit. Idq; velim intelligas, tam de ſurdis & ignotis quantitatum rationibus,quàm de ijs quæ per numeros exprimuntur:ſemper enim extremorum ratio,ex intermedijs conficietur rationibus.Quemadmodum præfata diffinitione quinta ſexti elementorum, & ſecũdo capite libri quarti noſtræ Arithmeticæ practicæ ampliſſimis declarauimus exemplis.

Corollaria notanda, de rationum identitate, & earundem productione diuerſa.

¶Ex eiſdem itaque rationibus,eædem rationes de neceſſitate procreantur:ſimiliter & rationes quæ cum eiſdem rationibus eaſdem producunt rationes,ſunt eædem adinuicem. Sola inſuper æqualitatis ratio,ex duabus ſimilibus rationibus conficitur:quarum vna maioris, altera verò minoris eſt inæqualitatis. Ex geminis autem maioris inæqualitatis rationibus,ratio itidem maioris inæqualitatis generatur: quemamodũ ex duabus rationibus minoris inæqualitatis,minoris quoque inæqualitatis ratio conficitur.Ex vna porrò maioris & altera minoris inæqualitatis ratione (cùm diſſimiles fuerint) ea inæqualitatis ratio generatur, quæ à maiori fuerit denominata quantitate. Quemadmodũ ex præallegatis compoſitionum exemplis,colligere haud difficilè potes. Ex duabus autem æqualitatis rationibus, ſola ratio cõſtat æqualitatis. Nam æqualitatis ratio,ab vnitate denominatur: at vnitas per vnitatem multiplicata,vel diuiſa,ſemper generat vnitatẽ. Sola igitur ratio æqualitatis in ſeipſam ducta,rationem producit æqualitatis.Ex vna demum æqualitatis, & altera maioris aut minoris inæqualitatis ratione:conſurgit eadẽ maioris vel minoris inæqualitatis ratio.quoniam ratio æqualitatis,cùm ab vnitate denominetur: nullam prædictarum rationum immutat.Omnis ergo ratio (vt his finem imponamus) per ſeipſam diuiſa,rationem producit æqualitatis.

Qualiter duobus numeris datis, duo

QVONAM AVTEM INGENIO (VT AD SECVNdam problematis partem deueniamus) duobus oblatis numeris inæqualibus, duo medij numeri ſub eadem ratione continuè 2 proportionales inueniantur:non adeò facili deprehendere licet artificio.Ex irrationalium itaq; magnitudinum praxi,quæ Algebra dicitur,& de re & censu,aut linea & superficie,seu de censu radice & numero tractat, & paucis admodùm nota est: hanc generalem, & veluti corollariam,tibi cõscripsimus regulam. Propositis duobus inæqualibus numeris, inter quos sit operæpretium inuenire duos numeros sub eadem ratione continuè proportionales,multiplica ipsos numeros datos adinuicem,seu mauis,duc vnum extremorum in reliquum,& productum inde numerum duc rursum in primum (si volueris habere secundum) vel in ipsum quartum (si tertium optaueris numerum) nam inde consurgentis numeri cubica radix,eundem secundum,vel tertium exprimet numerum.

medij numeri continuè proportionales eliciantur.

Regula.

¶ Proponantur in exemplum, hi duo extremi numeri 81, 3: inter quos, binos numeros sub eadem ratione continuè proportionales inuenire sit operæpretium. Duc igitur 81, in 3: fient 243. hæc rursum duc in 81: consurgent 19683. Quorum radix cubica, est 27. tantus est igitur secundus proportionalis numerus. Quòd si duxeris eundem numerum 243, in 3: procreabuntur 729. Horum cubica radix est 9: quæ tertium proportionalem efficiunt numerum.Ipsi porrò numeri 81, 27, 9, 3: sub tripla ratione continuè proportionantur.Poteris autem obtento secundo numero, illum in tertium multiplicare, & producti numeri quadratam extrahere radicem:nam ea erit tertius numerus. Si enim tres numeri fuerint proportionales: qui sub extremis, æqualis est ei qui à medio fit numero, per vigesimam septimi elementorum. Si enim multiplicaueris 27 per 3, fient 81: quorum radix quadrata, est 9. Idem respondenter, de cæteris quibuscunque numeris inæqualibus datis,velim intelligas.

supradictorũ exemplum.

Notandum.

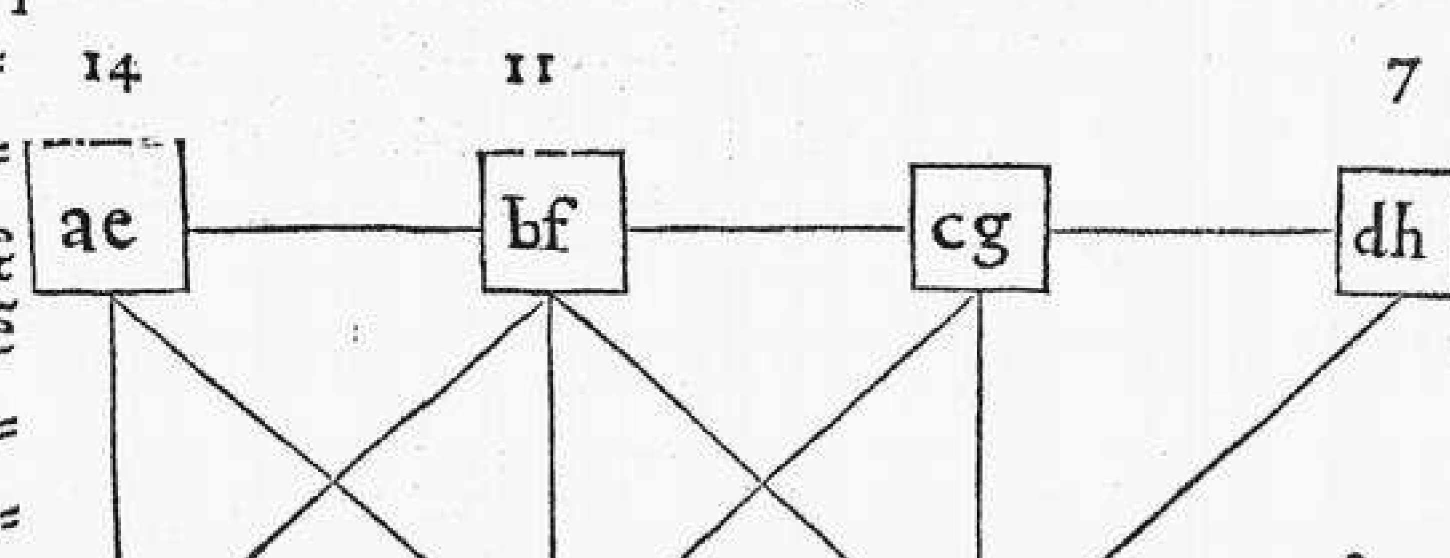
Problema quintum.

QVòd quadratũ ex secunda linea proportionali descriptum, æquum sit dato circulo:quod autem fit à tertia, eidem circulo isoperimetrum esse, tandem reddere manifestum.

¶Vt huiuſce problematis vtranque partem, clariùs oſtendere valeamus: numerorum vtemur officio, ad ipſius Archimedis, aliorúmque Mathematicorum imitationem. Quoniam numerus, nihil aliud eſſe videtur: quàm partium, aut menſurarùm commenſurabilium magnitudinum, determinata multitudo. Et commenſurabiles magnitudines, adinuicem rationem habent, quam numerus ad numerum, per quintam decimi elementorum. Nulla ſiquidem fidelior eſt via, perueniendi ad incommenſurabilium magnitudinum latentes habitudines, quàm propinquarum & commenſurabilium magnitudinum, & ipſorum propterea numerorum adminiculo. Rationalia nanq; irrationalium: quemadmodùm & regularia irregularium, commodiſſimæ videntur eſſe regulæ.

Primum oſtenſionis mediū, à proportionalium numerorum æqualitate.

¶Aio itaq; primùm, quadratū b f/æquari circulo a h. Reſumatur 1
enim antecedētium quadratorū atq; circulorū, tertio problemate ordinata diſtributio. Et per numeros veritati admodùm propinquos, ex ipſa videlicet Archimedis regula, de ratione circunferētię ad diametrum (quā propemodum triplā ſeſquiſeptimam eſſe infra demonſtrauimus) coaſſumptos, propoſitam æqualitatem moliamur oſtendere. Præfata itaq; ratione ſuppoſita: ex quarto ſecundæ propoſitionis ſuccedētis partis huius libri corollario notū eſt, quadratū ad deſcriptum in eo circulum rationē habere, quam 14 ad 11. Qualium ergo partium quadratum a e/eſt 14, talium d h/quadratum eſt 7, cùm ſit ipſius a e/dimidium (deſcribitur enim in eo circulo, cui idem quadratū a e/circunſcribitur) & datus a h/circulus 11. Sed quadratum b f, per regulam ſecundę partis antecedētis quarti problematis, ſimilium partiū itidem offenditur 11, qualium idē quadratum a e/eſt 14, & ipſum d h/7. Cùm enim quatuor quadrata a e/b f/c g/d h, ſint continuè proportionalia, & extrema a e/& d h/nota ſupponantur: cognoſcetur eorundem extremorum adminiculo, ipſum quadratum b f/ ordine ſecundum, in partibus



qualium primum extremorũ quadratorum eſt 14, & vltimum 7. Nam ſi iuxta regulæ tenorem 14 ducantur in 7, fient 98: quæ rurſum multiplicata per 14, producunt 1372. Quorum radix cubica veritati admodùm propinqua, eſt 11. Tot igitur partium eſt quadratũ b f. Sed a h circulus, ſimiliũ partium oſtenſus eſt 11. Vtrunq; igitur & quadratũ b f & circulus a h, eſt partium 11, qualium a e quadratum eſt 14, & d h 7: & proinde alterum alteri æquale. Quadratum ergo b f, æquum eſt dato circulo a h.

Et quoniam tria quadrata b f c g d h, tribus circulis a h b l c m, ſunt per tertium problema continuè proportionalia, ſicut quidem b f ad a h, ſic c g ad b l, atque d h ad c m: Aequum eſt propterea quadratũ c g ipſi b l circulo, necnõ & quadratum d h ipſi circulo c m reſpondenter æquale. Circulus ergo c m erit itidẽ partium 7, qualiũ a e quadratũ eſt 14: & proinde ipſius quadrati a e dimidiũ. *De reliquis quadratis & circulis.*

2 ¶ Suppoſito inſuper, quòd latus quadrati a e, dimetiénſve circuli a h, ſit partium 14: ipſum quadratũ a e erit partium quadratarum 196, quadratum verò d h ſimilium partium 98, vtpote ipſius a e dimidium. Qualium autem partium diameter circuli a h eſt 14, talium circunferẽtia eſt 44, per ipſam nuper citatam Archimedis regulam: & dimidia proinde circunferentia, 22. Ipſæ porrò 22 partes dimidiæ circunferentiæ, ductæ in 7, partes ſemidiametri: cõficiunt aream ipſius a h circuli, per primũ corollariũ primæ propoſitionis ſuccedẽtis ſecũdæ partis huius libri, partium quidem 154, qualium quadratum a e eſt 196: ad quem numerum 154, idem numerus 196 eandem habet rationem, quam 14 ad 11. Radix autẽ quadrata ipſius numeri 154, veritati admodùm propinqua eſt 12, vnà ferè cum $\frac{5}{12}$. Tantum neceſſariò eſt latus quadrati, quod eidem a h circulo eſt æquale. Sed tantũ ſimul eſſe comperitur latus quadrati b f, per eandem præmiſſam quatuor numerorum continuè proportionalium regulam. Qualium enim partium quadratum a e eſt 14, talium latus quadrati d h eſt 9, vnà ferè cum $\frac{17}{18}$: nempe radix quadrata ipſius numeri 98. Si autem iuxta regulæ tenorem, 14 ducantur in 9, & $\frac{17}{18}$: fient 139, & $\frac{2}{9}$. Quæ rurſum per 14 multiplicata: cõficiunt 1949, & $\frac{1}{9}$. Quorum radix cubica, per doctrinã ſecundę partis octaui capitis primi libri noſtræ Arithmeticæ practicæ (quę lõgè præciſior eſt vulgari) reperta: offenditur eſſe partium itidem 12, vnà cum $\frac{12}{30}$, quæ ferè reſpondent ipſis $\frac{5}{12}$. Tantum eſt igitur ipſum *Secundum oſtenſionis medium, ab æqualitate laterũ.*

latus quadrati b f, quantum & latus siue radix quadrati, quod ipsi a h/circulo est æquale. Quod etiam experientia oculari (quæ in his nō venit prorsus negligenda) vel facilè confirmabitur. Si enim descripseris rectāgulum parallelogrammum, sub dimidia circunferentia & semidiametro ipsius a h/circuli comprehensum (quod eidem æquatur circulo) & per vltimam secundi elementorum, inueneris latus quadrati eidem rectangulo æqualis: offendes ad iustam circini dimēsionem, ipsum latus continere partes 12, vnà ferè cum $\frac{5}{12}$, qualium ipse diameter est 14. Aequum est igitur quadratum b f, ipsi dato circulo a h.

Tertium argumentū, ab impossibili.

¶ Adde quòd non poterit dari quadratum d h, maius vtcunque 3
vel minus circulo c m (& proinde quadratum b f/circulo a h) & simul obseruari præostensæ tertio problemate eorundem quadratorum atq; circulorum proportiones: quin ipsa continua proportio, qua præfata quatuor quadrata inuicem colligantur, penitus dissoluatur. Supponatur enim (verbi gratia) circulus c m/fore partium 7 & $\frac{1}{10}$, qualium d h/quadratum est 7, & a e/14. Qualium verò partium quadratū a e/est 14, taliū circulus a h/ostensus est 11. Et circulus a h/ ad circulum c m/eandem habet rationem, quam ipsum quadratum a e/ad quadratum c g. Erit igitur per quatuor proportionalium regulam, idem quadratum c g/partium 9 & $\frac{2}{55}$. Item, cùm sit vt circulus c m/ ad quadratū d h, sic a h/circulus ad quadratum b f: erit per eādem quatuor proportionaliū regulam, ipsum quadratū b f/partium 10, vnà cum $\frac{60}{71}$. Sed tunc quadratum a e/ ad quadratū b f, similiter & quadratū c g/ ad quadratum d h/ maiorem rationē habebit, quàm idem quadratū b f/ad ipsum quadratum c g: vt ex ipsorum numerorum differentijs, colligere haud difficile est. Non erūt igitur ipsa quadrata cōtinuè proportionalia.

Quòd si detur idē circulus c m/deficere vno similiter decimo ab eodē quadrato d h, hoc est, fore partiū 6 & $\frac{9}{10}$: idem subsequetur incōueniens. Nam propter nunc citatā quadratorū & circulorum proportionem, erit per ipsam quatuor proportionalium regulam, quadratum b f/ partium 11, & $\frac{11}{69}$: quadratum verò c g, similium partium 8, vnà cum $\frac{42}{55}$. Quibus datis, quadratū a e/ad quadratum b f/nō habebit eandē rationem, quā idem quadratū b f/ad c g, atq; c g/ad quadratū d h: velut ex ipsis numerorū differentijs inuicem disproportionatis, facilè colligitur. Vnde rursum ipsa quatuor quadrata nõ erunt continuè proportionalia:quo nil tam falsum. Nõ est igitur circulus c m/maior,aut minor quadrato d h:& proinde neq; circulus a h,ipso quadrato b f. Aequum est itaq; modis omnibus quadratũ b f/circulo a h,& quadratum c g/circulo b l, atq; d h/quadratũ circulo c m/respondenter æquale. Difficile est enim,singula in propinquissimis numeris,cõmẽsurabilibúsve magnitudinibus,omnibus modis adeò exactè conuenire:quin in ipsis incommensurabilibus magnitudinibus (si surdæ illarum rationes exprimi possent) eadẽ respondẽter subsequantur.Et proinde quæcunque de rationum compositione,aut similitudine, prima parte antecedẽtis quarti problematis corollariè subintulimus:inter ipsa quadrata,& inscriptos circulos,inueniẽtur ad vnguem obseruata.

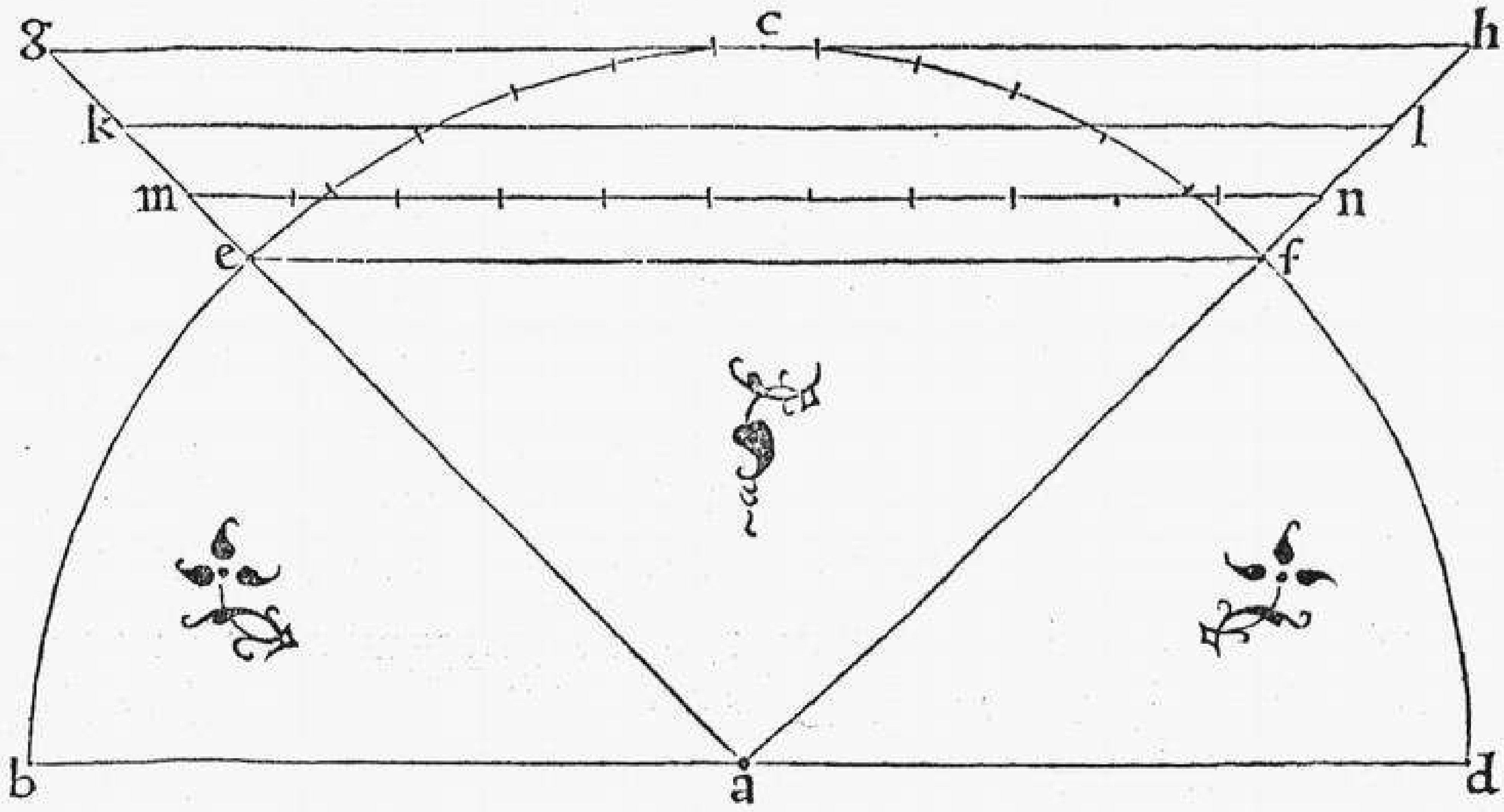
4 ¶ Ex his omnibus subsequi videtur, rationem circunferentiæ ad diametrum paulò maiorẽ esse tripla sesquiseptima : & quadratum consequẽter ad inscriptum circulum minorem habere rationem, quam 14 ad 11.Cùm enim quatuor quadrata a e/b f/ c g/ d h/ sint continuè proportionalia, & ratio primi quadrati ad vltimum dupla:operæpretium est,ipsam rationem duplam ex tribus similibus constare rationibus, & proinde ex ratione primi quadrati ad vltimum cubicè multiplicata , tum per primam partem antecedentis quarti problematis,tum per decimam diffinitionẽ quinti elementorum.Atqui nulla est ratio,quæ ter sumpta seu cubicè multiplicata, conficiat ipsam duplam:præter eam,quæ est 14 ad 11 & circiter $\frac{1}{9}$. Si nanq; ducantur 14 in sese cubicè,fient 2744:& 11 cũ $\frac{1}{9}$ itidem cubicè multiplicata,producunt ferè 1372,dimidium ipsorum 2744. Quadratum igitur a e/ ad quadratum b f/rationem propemodum habet,quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$.Eidẽ porrò quadrato b f,ostensus est æqualis circulus a h: Idem propterea quadratum a e, ad circulum a h/rationem propemodum habebit,quã 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$, per septimam quinti elementorum. Et quoniam per vltimum corollarium succedentis secundæ propositionis, quadratum se habet ad inscriptum circulum, vt quater diameter ad circunferentiæ dimidium:qualium igitur partium diameter est 7,talium circunferentia erit 22 & $\frac{2}{9}$. Et proinde circunferẽtia ad diametrum rationem habebit, tripla sesquiseptima vtcunq; maiorẽ. Id etiã,oculari licebit inspectione confirmare.Nam diuiso circuli semidiametro in 7 partes inuicẽ æquales,si ad iustam acutissimi circini dimensionem

Corollariũ,de ratione circũferẽtiæ ad diametrum, & quadrati ad inscriptum circulum.

(cuius extrema nil aliud, quàm incidentis lineæ rectæ limites repreſentant) ſeptima diametri pars, ab altero eius extremo ſigillatim & ordine coaptetur: vniuerſam circunferentiam, 22 ſeptimas adamuſſim ſubtendere, te docebit experientia. Et cum arcus, ſit maior ſubtenſa chorda: tota circunferentia, maior erit 22 ſeptimis eiuſdem diametri. Quod rurſum numerorum corroborare videtur calculus. Qualium enim partium circunferētia eſt 360, talium pars vigeſimaſecunda eſt 16, & minutorũ circiter 22: ſubtenſa verò chorda, per noſtram ſinuum rectorum tabulam (quæ ad imitationem Ptolemæi, ſupponit diametrũ partium 120) eſt partium 17, & 5 circiter minutorum. Septima porrò ipſius diametri pars, eſt partium itidem 17, & minutorum 8, differens ab ipſa chorda vigeſimæſecundæ partis, 3 tantùm minutis: quæ ex ipſo chordarum aut ſinuũ calculo defeciſſe, fit manifeſtum. Nam tum in diuidēdis numeris, tum in illorum quadratis radicibus ſæpius extrahendis, ſemper aliquid deperditur: propter quod, ipſi numeri à debita vnitatũ multitudine tandē cogũtur deficere. Hinc ortus videtur eſſe defectus rationis circunferentiæ ad diametrũ, quã per ſinuũ rectorũ numeros (ad imitationem Archimedis) infra demonſtrauimus.

Recollectio prædictorum notanda. Rei ergo veritas ita habet, vt circunferentia ad diametrũ rationem propemodum habeat: quam 22 & $\frac{2}{9}$ ad 7: & quadratum ad inſcriptum circulum, quam 14 ad 11 & $\frac{1}{9}$. Et proinde qualium partium quadratũ a e/ eſt 14, talium a h/ circulus, & illi æquale quadratum b f, eſt 11 & circiter $\frac{1}{9}$: quadratum verò c g, ac illi æqualis circulus b l/ partium 8 vnà ferè cum $\frac{19}{23}$: vtrunq; demum & quadratũ d h/ & circulus c m, partium 7 ſimilium. Nam 11 & $\frac{1}{9}$, ducta in 8 & $\frac{19}{23}$, tantum producunt numerum, quantum extremi numeri 14 & 7 inuicem multiplicati, vtpote 98: vnde ipſi numeri 14, 11 $\frac{1}{9}$, 8 $\frac{19}{23}$, 7, ſunt per decimamnonam ſeptimi elementorũ inuicem proportionales. Neq; hæc præcedētibus oſtēſionibus (ſi diligēter ſupputare noueris) offendes aduerſari: ſed potius cõfirmare ſingula. Cuius rei ampliorē addere demonſtrationē, neq; locus neq; tempus patitur.

Pars ſecunda, prioris cõfirmatiua. RELIQVVM EST, DEMONSTRARE AMBItum tertij quadrati c g, æqualē eſſe periphęriæ dati circuli a h: ídq; rurſum numerorum adminiculo. Sit igitur, lucidioris intelligētiæ gratia, ipſius dati circuli dimidiũ b c d, cuius centrũ a, dimetiēs verò b d: quadrati autē in eodē circulo deſcripti latus e f, circũſcripti 5 verò quadrati latus g h:Intermediorũ porrò quadratorũ,à duabus medijs lineis proportionalibus deſcriptorum latera,k l/ & m n:omnia tum inuicem,tum ipſi dimetienti b a d/parallela,ſub biniſq; lineis rectis a e g/& a f h/comprehenſa:vt ſubſcripta habet figura.



Aio itaq;,quadrantem circuli e c f,æquari tertiæ lineæ proportionali,ſiue lateri m n.Supponatur enim rurſum,diameter b a d/ ſiue latus g h,eſſe partiũ 14.Ipſa igitur circunferentia, per ea quæ proximo demonſtrauimus corollario, erit ſimilium partium 44 vnà cum $\frac{4}{9}$:& illius propterea quadrans e c f,partium 11 & $\frac{1}{9}$.Et quoniam g h eſt 14 partium:illius ergo quadratum erit partium quadratarũ 196.Huius autẽ quadrati dimidium,ſcilicet 98,æquum eſt quadrato quod ex e f/latere deſcribitur: quadratũ enim quod ex g h,duplum eſt eius quod ex e f. Radix porrò quadrata ipſorũ 98, per doctrinã ſecũdę partis ſeptimi capitis primi libri noſtræ Arithmeticæ practicæ(quæ fidelior eſt præcedente)eſt partiũ 9, vnà ferè cum $\frac{27}{30}$: tanta eſt igitur ipſa e f. Porrò ſi multiplicentur 14 partes ipſius g h,in partes 9 & $\frac{27}{30}$ ipſius e f,producentur 138,vnà cum $\frac{9}{15}$: quæ rurſum ducta in partes 9 & $\frac{27}{30}$ conficiunt propemodum 1372. quorum radix cubica, eſt 11 & $\frac{1}{9}$: tot igitur partium eſt ipſa m n, per regulam ſecunda parte antecedentis quarti problematis expreſſam. Vtrunq; propterea & quadrans c e f,& latus m n/eſt partium 11 & $\frac{1}{9}$,qualium diameter circuli,aut latus g h/circũſcripti quadrati eſt 14:& proinde alterum,alteri æquale.

Quòd latus tertij quadrati, æquatur quadranti dati circuli.

6 ¶Idem rurſum in hunc modum concluditur.Dupletur m n(quæ neceſſariò eſt partium 11 & $\frac{1}{9}$) conſurgent partes 22, & $\frac{2}{9}$: quæ

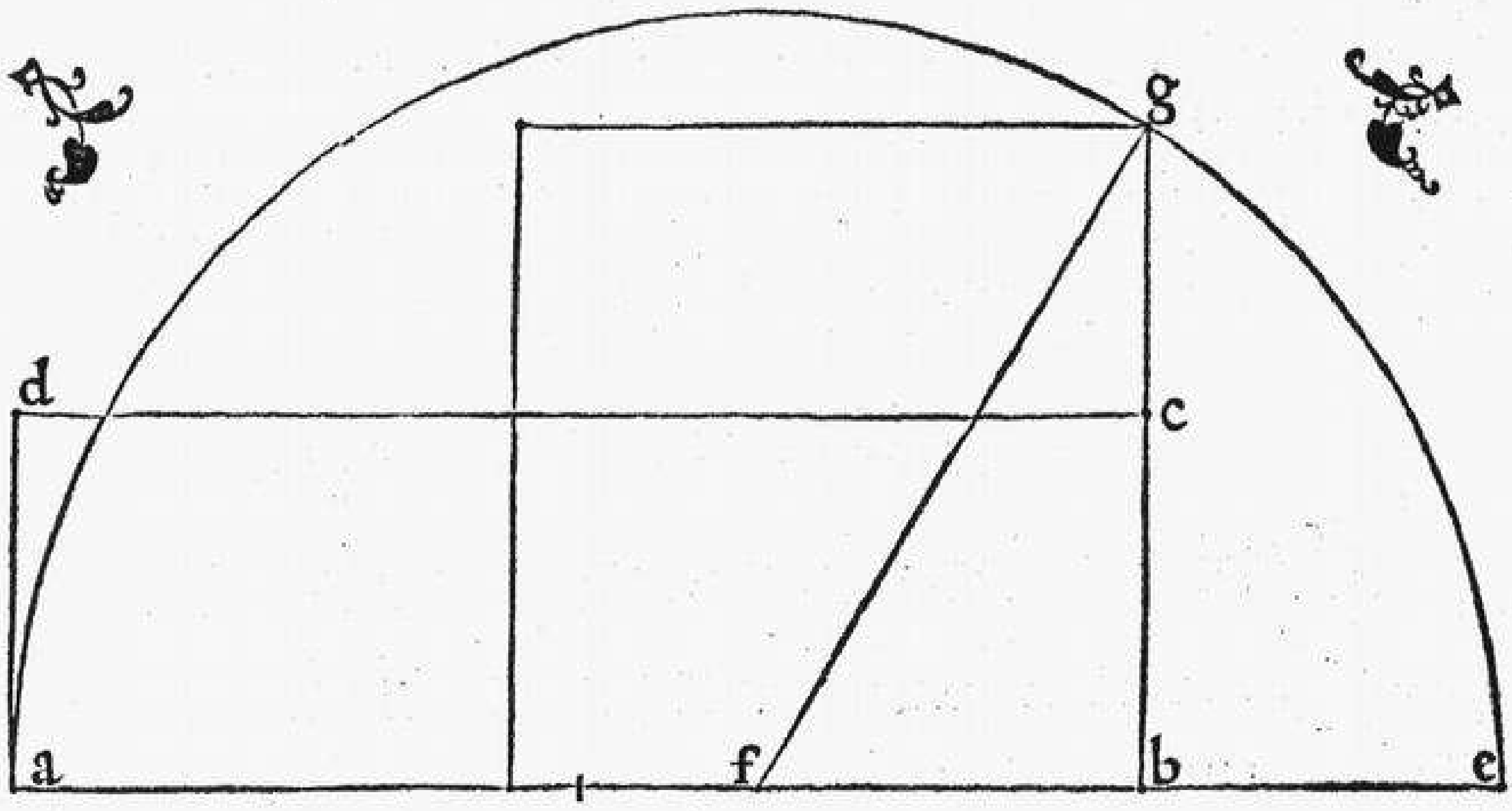
Eiuſdem ſecundæ partis confirmatio.

multiplicatæ per 7 partes ſemidiametri, producunt 155 & $\frac{5}{9}$. Tot igitur partium quadratarum eſt rectangulum, ſub bis m n/& ſemidiametro a b/comprehenſum. Radix porrò quadrata ipſorum 155 & $\frac{5}{9}$, eſt partium 12 & $\frac{27}{30}$: tantũ eſt igitur latus quadrati, quod eidẽ æquatur rectangulo. Sed tantũ quoq; offenditur latus k l, cuiusquadratũ ipſi dato circulo præoſtenſum eſt æquale. Nam ſi 14 partes ipſius g h, ducantur in 9 partes & $\frac{27}{30}$ ipſius e f, cõſurgent partes 138 & $\frac{3}{5}$: quæ rurſum multiplicatæ per 14, producunt tandem 1940 & $\frac{2}{5}$. Quorum radix cubica ad vnguẽ examinata, eſt 12 vnà cum $\frac{27}{30}$: Tot igitur partium eſt latus k l, per eam quam ſecunda parte antecedentis quarti problematis præoſtendimus regulam. Præfatum itaque rectangulum, æquũ eſt quadrato quod fit ex k l. ſed eidem quadrato, datus circulus præoſtenſus eſt æqualis. Idem ergo rectangulũ, & datus circulus, æqualia ſunt adinuicem. Quod autem ſub dimidia circunferentia & ſemidiametro continetur rectangulum, eidem circulo eſt æquale. Comprehenſum igitur ſub ſemidiametro & dimidia circunferentia rectangulum, ei quod ſub eodem ſemidiametro & bis m n/continetur rectãgulo, eſt æquale. Et dimidia proinde circũferẽtia bis eandẽ m n, quadrans verò e c f/ ſemel præciſè cõprehendit. Quod oſtendendũ tandẽ receperamus.

Corollarium I.

DAto itaq; circulo, quadratũ æquale rurſum vel facilè deſcribetur.

¶ Figuretur enim rectangulum parallelogrammum, ſub dimidia circunferẽtia (quæ bis æquatur ipſi m n) & ſemidiametro comprehenſum: ſitq; illud, verbi gratia, a b c d. Et producta a b/in directũ, verſus e: ſecetur b c/ipſi b e/æqualis, per tertiã primi elemẽtorum. Tota poſtmodũ a e, bifariam diuidatur in puncto f, per decimam eiuſdem primi. Et centro f, interuallo autẽ f a, vel f e, ſemicirculus deſcribatur a g e. Producatur tãdem b c/in directum, ad punctum circunferentiæ g: & connectatur (ſi libuerit) f g. His conſtructis, clarum eſt ex vltima ſecundi prædictorum elementorum, quadratum quod fit ex b g/æquũ eſſe rectangulo a b c d: & ipſi propterea circulo dato conſequenter æquale.



Hæc figura nõ potuit, ob angustiam cartæ, ad præcedentiũ mensurã delineari: sed in ratione subdupla, in exemplũ depicta est.

Corollarium 2.

DAto præterea quadrato, circulus versa vice describetur æqualis.

¶ Si enim datum quadratum fuerit (exempli gratia) d h, & circa illud describatur circulus a h, per nonam quarti elementorũ, atq; circa ipsum a h/ circulum quadratũ describatur a e, per septimam eiusdem quarti, Postmodum inter ipsorũ quadratorũ latera, quæ sint rursum a/ & d, binæ mediæ lineæ rectæ sub eadem ratione cõtinuè proportionales inueniantur, per ipsius antecedẽtis primi problematis traditionem, quæ sint rursum b/ & c, Et ex ipsis lineis quadrata describantur b f/ & c g, in ipso demum quadrato b f/ circulus describatur b l, ac in ipso quadrato c g/ circulus c m, per octauam eiusdem quarti elementorum: Erit demum circulus c m, ipsi quadrato d h (vt præostensum est) æquale. Siue enim circulo æquale quadratum, siue dato quadrato circulum æqualem describere fuerit operæpretium: eadem cõsurgit figuræ delineatio, viáq; demonstrationis vtrobique manet eadem.

Figura primi problematis, huic inseruit corollario.

Corollarium 3.

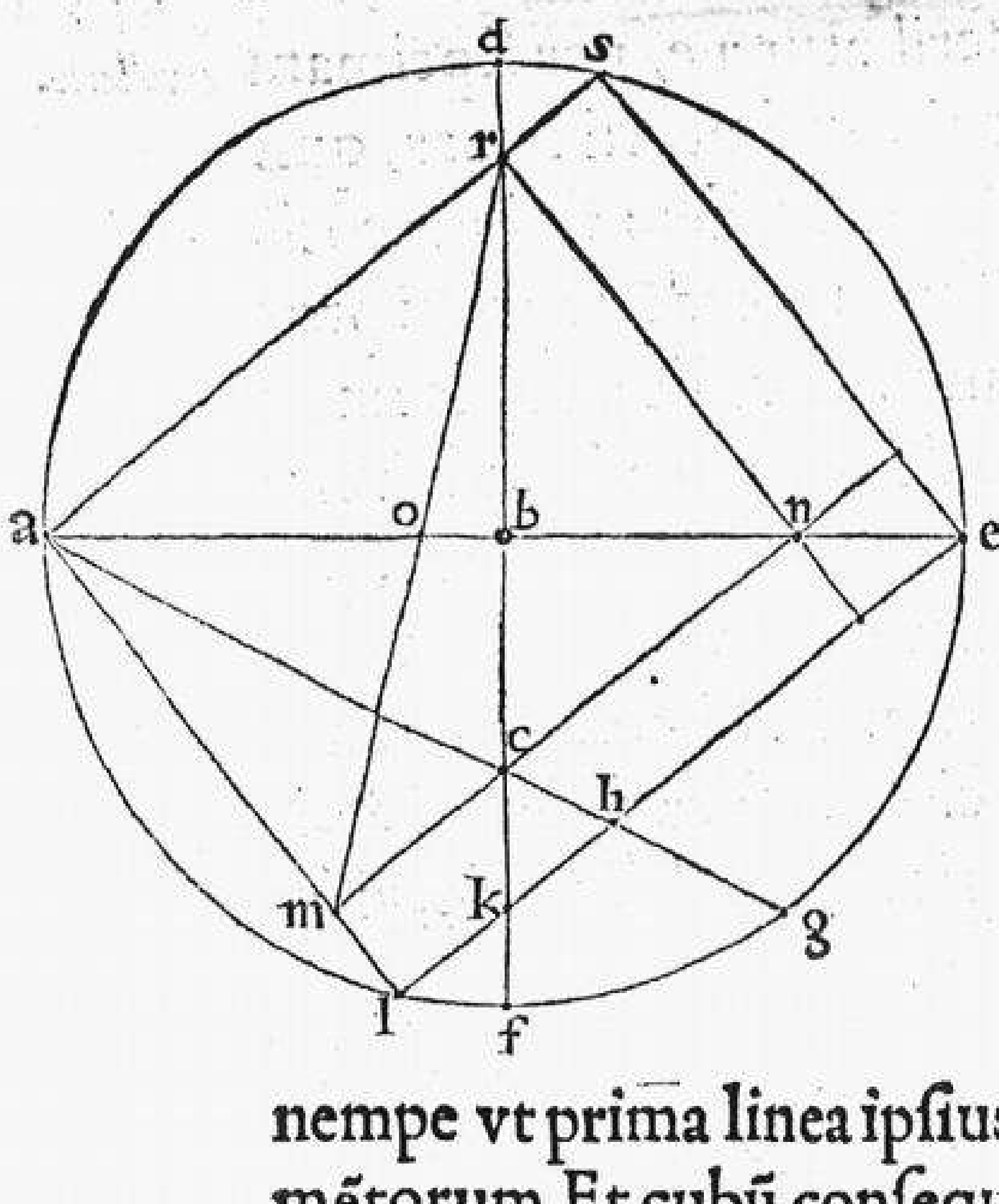
OMne insuper rectilineum, in circulum non minus facilè conuertetur.

¶ Quid sit rectilineum, te ignorare non putamus. Si igitur dato rectilineo æquale parallelogrammum rectangulum describatur, per quadragesimamquintã primi elementorũ, ac ipsi postmodum parallelogrāmo ęquale quadratū,per vltimā ſecūdi eorūdē elemētorū,& huic quadrato circulus demū figuretur æqualis,per ſecūdi corollarij traditionē: Erunt ambo & rectilineū datū,& deſcriptus tādē circulus,eidē quadrato æqualia:& proinde æqualia adinuicē.

Corollarium 4.

CVbi tandem duplicatio,quæ hactenus perplexè tradita fuit:ex prædictis fit manifeſta.

¶Proponantur enim binæ lineæ rectæ,a b/b c: ſitq; b c/latus dati cubi,a b/verò ipſius b c/dupla. Inter quas, duæ mediæ lineæ rectæ continuè proportionales inueniantur, per primi problematis traditionem:paululū tamen variato cōſtructionis exordio,Deſcripto enim a d e f/ circulo, vnà cum dimetientibus a e/ & d f/ in centro b/orthogonis:connectenda eſt a c/recta,& in circunferentiæ punctum g/producenda.Deinde c g/diuidenda eſt proportionaliter in puncto h/ſic,vt tota c g/ad g h/eandem habeat rationem, quam ipſa g h/ad reliquā h c, per trigeſimā ſexti elemētorum. Producta demum e h k l,quæ ſecet rectā c f/ in pūcto k, quadrantē verò a f/in puncto l:abſoluātur reliqua omnia, vt in ipſa primi problematis,& obiecta continetur figura.



Clarū eſt igitur,per ipſius primi problematis demōſtrationem, b r/ & b n/rectas eſſe medio loco proportionales inter a b/& b c: ſicut quidē a b/ ad b r, ſic b r/ ad b n, & b n/ ad ipſam b c. Cubū ergo quod à prima deſcribitur, duplū eſt eius quod à ſecunda: nempe vt prima linea ipſius quartæ,per corollariū 33,vndecimi elemētorum.Et cubū conſequēter à tertia linea deſcriptum,duplum erit dati cubi quod à quarta deſcriptū eſt,per 27 eiuſdē vndecimi.

FINIS.

¶ Impreſſa huius quadraturæ tabula,multa in melius commutauimus:non miraberis igitur,ſi eiuſdem tabulæ litera,ab ipſo contextu utcunque differat.

EIVSDEM ORONTII, DEmonſtrationes duæ, altera de area circuli, altera verò de ratione circunferẽtiæ ad diametrum: quæ duo Archimedis exiſtimantur inuenta.

1 RECEPTVM EST AB OMNIBVS, Archimedem Syracuſanum inter alia monimenta Mathematica, duo reliquiſſe poſteris admodùm ſingularia: quorum alterum eſt de circuli area, reliquum verò de ratione circunferentiæ ad ipſius circuli diametrum, quod ad executionem primi videtur admodùm neceſſarium. Ex primo ſiquidem inuento (vt ex ijs quæ ſequuntur apparebit) fit manifeſtum: ſemidiametrum circuli in dimidiam circunferentiam ductum, efficere rectangulum parallelogrammum ipſi circulo æquale. Et proinde neceſſum eſt habere rectam, quæ eidem circunferentiæ ſit æqualis: ſi eiuſcemodi volueris conficere rectangulum, & ipſum demum rectangulum, per vltimam ſecundi elementorum, conuertere in quadratum. Hic enim fuit omnium eorum ſcopus, qui præfatam rationem circunferentiæ ad diametrum (vt curuæ rectam haberẽt æqualem) tanta

Duo Archimedis inuẽta neceſſaria.

2 diligentia inuenire conati ſunt. ¶ At quoniam ipſa duo Archimedis quæ nunc citauimus inuenta, ſuccincta nimium & ſcabroſa deductione, ab ipſo demonſtrantur Archimede (ſaltem quantùm ex ijs, quę ad manus noſtras peruenerunt exemplaribus deprehendere valui) adeò vt ijs ſolis innoteſcant, qui diu ac non infęliciter in Mathematicis verſati ſunt: Rem meo officio dignam, & ijs omnibus gratam, ac vtilem ſimul me facturum exiſtimaui, qui Mathematicis oblectantur inſtitutionibus, ſi poſt noſtram circuli quadraturam, vtrunque nouis clarioribúſque demonſtrationibus elucidarem, & præciſiorem vtcunque rationem circunferentiæ ad ipſum diametrum, aliáque non aſpernenda tandem colligerem. In qua re, partim geometricis elemẽtis, partim verò numerorum (ad ipſius Archimedis imitationem) fretus ſum adminiculo. Sit igitur hæc quæ ſequitur de circuli area, prius dilucidanda propoſitio.

Authoris argumentum.

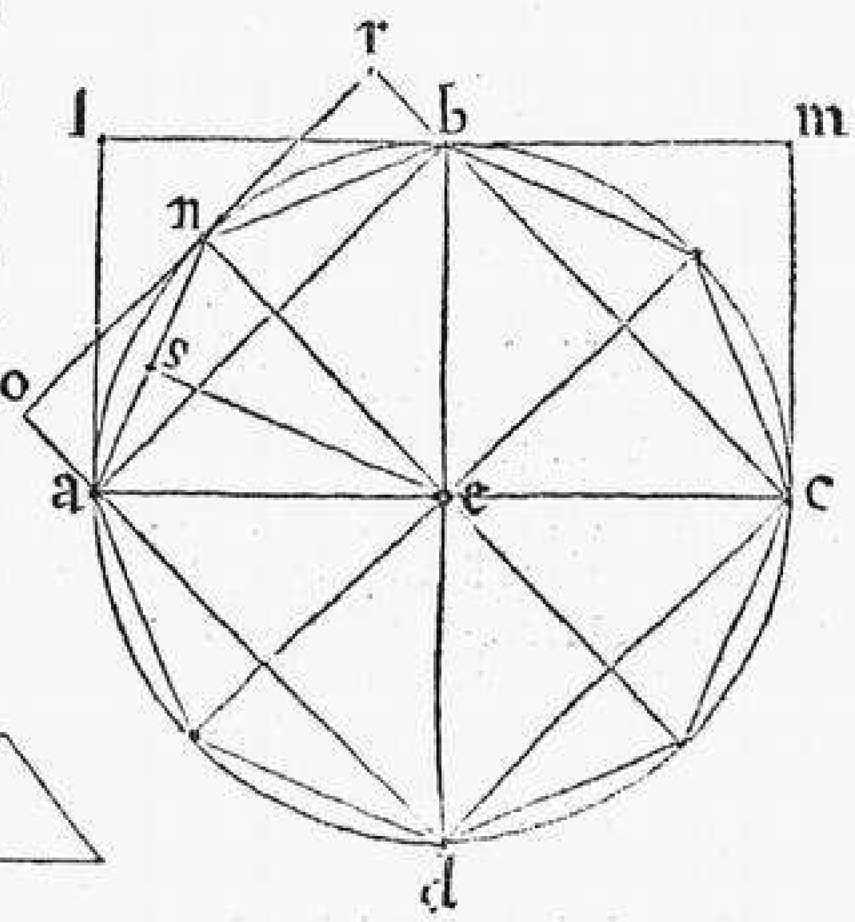
De area circuli, Propoſitio I.

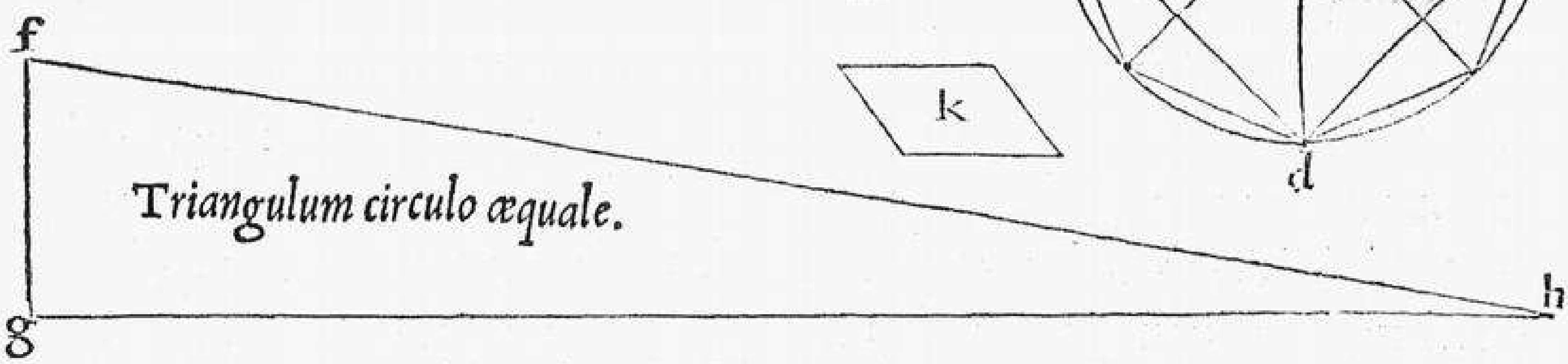
QVòd circulus ſit æqualis triãgulo rectangulo, cuius alterum laterum quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro, reliquũ verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale: demonſtrare.

¶Sit datus circulus a b c d, cuius centrum e: datum verò triangu= 1
lum rectangulum f g h, cuius angulus qui ſub f g/ & g h/ lateribus
continetur rectus exiſtat, & ipſum latus f g/ ſemidiametro, g h/ ve=
rò circunferentiæ eiuſdem circuli ſit æquale. Aio datum circu=
lum a b c d, ipſi triangulo rectangulo f g h/ eſſe æqualem. Si nan=
que circulus a b c d, eidem triangulo f g h/ non fuerit æqualis: erit
aut eo maior, vel eodem triangulo minor. Vtrunque porrò eſt im=
poſſibile. Nam ſi idem circulus a b c d, ipſo triangulo f g h/ fuerit
maior: id erit ſecundum aliquam magnitudinem. Eſto illa (ſi poſſi=
bile fuerit) magnitudo k. Circulus itaque a b c d, triangulo f g h,
& ipſi k/ ſimul iunctis erit æqualis: & proinde k / magnitudo, mi=
nor eſt ipſo a b c d/ circulo. Auferatur igitur ab eodẽ circulo ma=
ius quàm dimidium, & à reſiduo iterum maius quàm dimidium, &
deinceps ita quantumlibet: donec relinquatur magnitudo, quæ ſit
minor ipſa k, per primam decimi elementorum. Hoc autem in
hunc modum abſoluetur. In ipſo dato circulo, quadratum deſcri=
batur a b c d, per ſextam quarti eorundem elementorum. Quo ſub
tracto ex toto circulo: detractum erit maius quàm dimidium. Pro=
ductis enim a c/ & b d/ eiuſdem quadrati dimetientibus, in centro
e/ ad rectos ſeſe dirimentibus angulos: per punctum b, ipſi a c/
parallela ducatur l b m. & rurſum per a/ & c/ pũcta, ipſi e b/ paralle
lę ducãtur a l/ & c m, per trigeſimamprimã primi elementorũ: quæ
per corollariũ decimæſextæ tertij ipſorũ elementorũ, tangẽt ipſum
a b c d/ circulum. Parallelogrammum erit igitur a l m c/ rectangu=
lum: & ipſius triãguli a b c, hoc eſt, dimidij quadrati in dato circulo
deſcripti duplũ, per quadrageſimãprimam ipſius primi elemẽtorũ,
ſunt enim in eadẽ baſi a c/ & in eiſdẽ parallelis a c/ & l m/ cõſtituta.

Quòd circulus, propoſito triangulo non eſt maior.

Et proinde triangulo a b c, æqualia ſunt a b l/& b c m triangula: quæ relictis eiuſdem circuli ſectionibus, ſuper a b/& b c/lateribus ipſius quadrati deſcriptis, ſunt maiora,per nonã communẽ ſententiã. Triangulum propterea a b c,eiſdem circuli ſectionibus eſt maius:nam æqualia,eorundem ſunt æquè maiora,per ſextæ communis ſententiæ conuerſionem. Haud aliter oſtendetur triangulum a d c,reliquis eiuſdem circuli ſectionibus,ſuper a d/& d c/lateribus deſcriptis, fore maius. Totum igitur quadratum a b c d, relictis quatuor circuli ſectionibus eſt maius. Eo itaque ſubtracto,à toto circulo:detractũ erit maius,quàm ipſius circuli dimidium. Quòd ſi reſiduum fuerit maius ipſa magnitudine k:auferatur rurſum maius quàm dimidium ipſius reſidui, in hunc qui ſequitur modum. Diuidatur arcus a b/bifariam in puncto n, per trigeſimam tertij elementorum:& productis d a/& c b/lateribus in directum & continuum,per datũ punctũ n/ipſi a b/parallela ducatur o r,per trigeſimamprimã primi elemẽtorum: & connectantur a n/& n b/lineæ rectæ,per primũ poſtulatũ.Parallelogrammum erit igitur a o r b/ rectangulum : & ipſius trianguli iſoſcelis a n b/ duplum, per quadrageſimãprimam eiuſdẽ primi elementorũ, conſiſtunt enim ſuper eadẽ baſi a b,& in eiſdẽ parallelis a b/ & o r.Et proinde a n o/& b n r/triangula, eidem triangulo a n b/ſunt æqualia. quæ cũ ſint maiora relictis circuli ſectionibus,



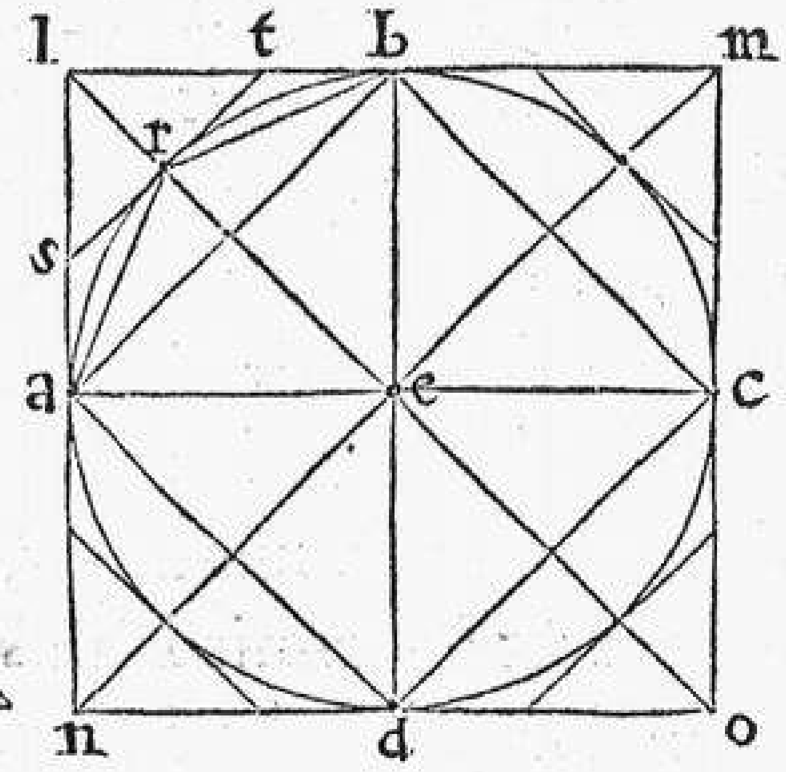


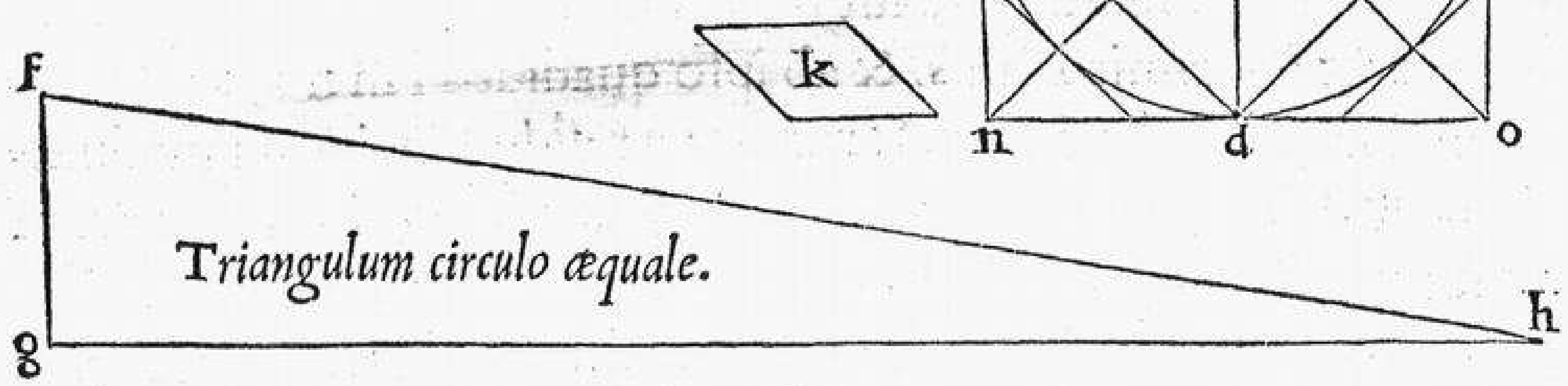
ſuper a n/& n b/lateribus cõſtitutis:fit vt idẽ triangulũ a n b, eiſdẽ ſectionibus ſit maius. Haud aliter,diuiſis reliquis arcubus bifariã, & deſcriptis iſoſcelibus triangulis ſuper reliquis eiuſdem quadrati lateribus:vnumquodque triangulum,relictis eiuſdẽ circuli ſectionibus, ſuper ipſius trianguli lateribus cõſtitutis,maius oſtendetur. Quatuor itaque iſoſcelibus triangulis ſubtractis:detractum erit à præfato reſiduo maius,quàm dimidium.At ſi reſiduæ octo circuli ſectiones,eadem magnitudine k/ſint maiores: ſubtrahãtur rurſum octo iſoſcelia triangula,ſuper antecedentium triangulorum lateribus deſcripta.detrahetur enim ab ipſo reſiduo maius q̃ dimidium: quemadmodùm ex proximo diſcurſu deducere haud difficile eſt. Idque deinceps continuetur:quatenus ipſum reſiduum,eadem magnitudine k/fuerit minus. Et ſupponantur exempli gratia,relictæ octo ſectiones, ſuper a n/& n b/atque reliquis ſimilibus conſiſtentes lateribus:præfata magnitudine k/fore minores.Clarum eſt igitur,ipſam multilateram & octogonam ſuperficiem, ex quadrato & circunſtantibus triangulis reſultantem:maiorem eſſe dato f g h/ triangulo.continet enim ipſum f g h/triangulum,& partem ipſius k, eam videlicet qua præfatum reſiduum eadem magnitudine k/ minus eſt:cùm per hypotheſin,circulus ipſis triangulo f g h/& k/ magnitudini ſimul iunctis, ſit æqualis. Atqui oſtendetur etiam, quòd & minor eſt eadẽ multilatera ſuperficies,ipſo triangulo f g h. Diuidatur enim vnum latus ipſius multilateræ ſuperficiei bifariam, per decimam primi elementorum:vtpote, a n/in puncto s.& connectatur recta linea e s: quæ per tertiam tertij eorundem elementorum, ipſam a n/ ad rectos diſpeſcet angulos. Quod igitur ſub a n/& e s/continetur rectangulum, duplum eſt trianguli a e n,per ſæpius allegatã quadrageſimamprimã primi elementorũ:fiet enim parallelogrammum,in eadem baſi a n, & in eiſdem parallelis cum ipſo triangulo a e n/conſtitutum.Et proinde quod ſub eadem e s,& quolibet alio eiuſdem poligonæ latere continetur rectangulum: duplum eſt eius trianguli, quod ſuper eodem latere verſus e/centrum conſtituitur. Quotuplex autem eſt vnum prædictorum rectangulorũ,vnius trianguli:totuplicia ſunt & omnium triangulorum omnia rectangula,per primam quinti ipſorum elementorum. Quæ igitur ſub eadem e s, & omnibus eiuſdem multangulæ lateribus continentur rectangula : dupla ſunt omnium triangulorum,ſuper eiſdem lateribus conſiſtentium:& ipſius propterea multangulæ ſuperficiei dupla, vtpote,quæ ex eiſdem conſtat triangulis. Ipſa igitur multangula ſuperficies : dimidium eſt eorum, quæ ſub e s/& quolibet eiuſdẽ ſuperficiei latere continentur rectangulorũ.Atqui ipſa e s,minor eſt dati circuli ſemidiametro,cui æquale ſupponitur latus f g:& eadem latera,circunferentia eiuſdem circuli ſunt minora,cui reliquum latus g h/æquale ſupponitur.& ſub minoribus rectis, minora compreheduntur rectãgula. Quæ igitur ſub e s,& quolibet ipſius multangulæ ſuperficiei latere continẽtur rectangula:minora ſunt eo,quod ſub f g/& g h/cõtinetur. Id autẽ quod ſub f g/& g h/cõtinetur rectangulũ, duplũ eſt ipſius triãguli f g h,per eandẽ quadrageſimãprimã primi elemẽtorum:& proinde ipſum triangulũ,eiuſdẽ rectanguli dimidiũ. Quæ autẽ inæqualium ſunt dimidium,inæqualia ſunt adinuicem:nam partes & æquè multiplicia,ſunt inuicem proportionalia,per decimamquintam quinti ipſorũ elementorũ. Minor eſt itaq; præfata multilatera ſuperficies, ipſo triangulo f g h. Patuit autẽ quòd & maior:quę ſimul impoſſibilia ſunt. Nõ eſt igitur circulus a b c d,maior ipſo triangulo f g h.

¶ Aio præterea,quòd neque minor eſt idem circulus a b c d, ipſo triangulo f g h. Si nanq; fuerit minor:ſit rurſum illorum differentia,ſuperficies k. Et circa datum circulum a b c d, quadratũ deſcribatur l m n o,per ſeptimam quarti elementorum. Aut igitur quadratum l m n o, maius eſt, aut minus ipſo rectilineo k: vel eidem æquale. Sit in primis maius. & ab ipſo quadrato l m n o, ſubtrahatur maius quàm dimidium,& rurſum à reſiduo maius quàm dimidium, & deinceps ita : quatenus relinquatur magnitudo quædam minor ipſo k,per primam decimi eorundem elementorum. Tollatur itaque primùm,datus circulus a b c d:ſubtrahetur enim maius quàm dimidium. Deſcripto nanque intra circulũ quadrato a b c d, per ſextã quarti elementorũ:cuius anguli tangant ipſius quadrati circũſcripti latera,productiſq; binis illius dimetientibus a c/ & b d: clarum eſt inſcriptum quadratum a b c d, dimidium fore circunſcripti l m n o. At circulus ipſe, inſcripto quadrato maior eſt:eo itaque ſubtracto , detrahetur maius quàm dimidium eiuſdem circunſcripti quadrati l m n o. Relinquentur itaq; quatuor triangula, ad ipſius circunſcripti quadrati angulos conſiſtentia, & arcuatas circunferẽtiæ obtinentia baſes. Quæ ſi pręfata magnitudine k/fuerint maiora:ſubtrahatur rurſum ab illis maius quàm dimidium,in hunc qui ſequitur modum. Connectatur recta linea e l,diuidens bifariam arcum a b/in puncto r:& per ipſum punctum r,ad angulos rectos excitetur s r t, per vndecimam primi elementorum, ipſius quadrati circunſcripti tangẽs latera,quæ per corollarium decimæſextæ tertij eorũdem elementorum,tangit ipſum a b c d/circulum in eodem puncto r. Aio itaq;,quòd ſubtracto rectilineo triangulo

Quòd idẽ circulus,ipſo triangulo propoſito non eſt minor.

l s t, cuius basis est recta s t, à triangulo a l b, cuius basis est arcus a r b:detractum erit maius,quàm dimidium.Connexis enim a r/& r b/lineis rectis, quoniam l r t/ & t r b/ triangula sub eodem sunt vertice,scilicet r:se habent igitur vt bases l t/& t b, per primã sexti prædictorum elementorum.Sed basis l t,basi t b/maior est:& triangulum igitur l r t,maius est triangulo t r b. quapropter & multò maius triãgulari extra circulum relicta portione t b r,cuius vnum latus est arcus r b. Quòd autem basis l t,sit maior basi t b:fit manifestũ.Nam anguli e b r/& e r b,trianguli b e r, sunt per quintam primi elemẽtorum inuicem æquales, & rectus e b t/recto e r t/æqualis,per quartum postulatum:reliquus igitur angulus b r t,reliquo t b r,per tertiam communẽ sententiã est æqualis.Et latus propterea b t,lateri t r,per sextam





eiusdem primi æquale. Sed latus l t,maius est latere t r, per decimamnonam eiusdem primi,subtendit enim angulum rectum qui ad r/vtroque reliquorum duorum maiorem:quapropter & maius ipso latere t b. Haud dissimiliter ostendetur, triangulum l r s, maius esse triangulo a s r, cuius basis est arcus a r. Et proinde totum l s t/triangulum,maius est binis triangularibus superficiebus a s r/ & r t b,quarum bases sunt arcus a r,& r b. Et reliqua deinde triangula,ad reliquos angulos ipsius quadrati consistentia:maiora similiter ostendentur reliquis similibus similitérque positis, & extra circulum derelictis triangulis.Detractis igitur eisdem angularibus triangulis:subtractum erit ab ipso residuo maius quàm dimidium. Si autem ipsum residuum , fuerit adhuc maius eadem magnitudine k: productis rursum ex centro e,ad s/& t/atque reliqua similia puncta lineis rectis, suscitatísque in transuersum ad angulos rectos quæ ipsum tangant circulum, & circunscripti poligoni attingant latera : si ea quæ ad ipsius poligoni consistunt angulos ſubducantur triangula,detractũ erit ab eodẽ reſiduo maius quàm dimidium. quemadmodùm ex proximo diſcurſu, demonſtrari vel facilè poteſt.Idq; deinceps cõtinuetur: quatenus ipſum reſiduum, eadem magnitudine k/fuerit minus. Supponantur igitur maioris euidentiæ cauſa,præfatæ octo triangulares ſuperficies extra circulum derelictę,ipſo rectilineo k/fore minores.Et quoniam circulus a b c d, & magnitudo k, triangulo f g h/ ſunt æqualia:erit igitur circunſcriptum poligonum eodem f g h/ triangulo minus, comprehẽdit enim ipſum circulum,& reſiduum minus ipſo k,per conſtructionem.Atqui circũſcripti poligoni latera,maiora ſunt ipſius circuli circunferentia: & ipſi circunferentiæ æquale ſupponitur latus g h,ſemidiametro autem latus f g.Quæ igitur ſub circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangula:maiora ſunt eo, quod ſub f g/& g h/continetur rectangulo. Eorum autem quæ ſub eodem circuli ſemidiametro, & quolibet ipſius poligoni latere continentur rectangulorum, dimidium eſt ipſum poligonum circulo circunſcriptum:triangulum verò f g h, dimidium eius quod ſub f g/& g h/rectanguli continetur. quemadmodùm de inſcripto poligono, prima huius parte deductũ eſt. Partes autem & æquè multiplicia, ſunt per decimamquintam quinti elementorum inuicem proportionalia.Maius eſt igitur poligonum circulo circunſcriptum, eodem f g h/triangulo. Patuit autem quòd & minus:quæ ſimul impoſſibilia ſunt.Non eſt igitur circulus a b c d, minor ipſo triangulo f g h. Et oſtenſum eſt quòd neque maior.Aequalis igitur eſt ipſe circulus a b c.d,eidem triangulo rectangulo f g h:cuius vnum latus eorũ quæ ad rectum ſunt angulum ſemidiametro,alterum verò circunferentiæ eiuſdem circuli eſt æquale.Idem,ac multò facilius oſtendere licebit:vbi circunſcriptum quadratum l m n o,æquale,vel minus datum fuerit ipſo rectilineo k.Quod demonſtrandum tandem ſuſceperamus.

Corollarium I.

QVod igitur ſub circuli ſemidiametro, & dimidia circunferentia continetur rectangulum:æquum eſt ipſi circulo.

¶ Patuit enim suprà, circulum a b c d, æquum esse triangulo rectangulo f g h, cuius latus f g, semidiametro, g h/ verò circũferentiæ ipsius circuli supponitur æquale: Ipsum quoque triangulum f g h, & proinde circulum a b c d, dimidium fore eius rectanguli quod sub f g/ & g h/ continetur. Eiusdem præterea rectanguli dimidium est, quod sub eodem semidiametro, & dimidia continetur circunferentia. Quæ autem eiusdem sunt dimidium, inuicem sunt æqualia, per septimam communem sententiam. Quod igitur sub circuli semidiametro, & dimidia illius circunferentia continetur rectangulum, ipsi circulo est æquale. Hac igitur de causa, innumeri circunferentiam ipsius circuli in iustam mensuræ rationem (veluti præfati sumus) redigere conati sunt. Quos omnes longè superauit Archimedes: cuius inuentum hic subnectere, & noua demonstrandi ratione confirmare non duximus importunum.

Cur innumeri circunferentiam in rectã uertere conati sunt.

Corollarium 2.

AREa consequenter dati cuiuslibet regularis poligoni: æquatur rectãgulo, quod sub perpendiculari ex centro in latus vnum demissa poligoni, & dimidio continetur ambitu.

¶ Patuit enim ex primæ partis huiusce propositionis discursu, id quod sub e s/ perpẽdiculari & omnibus inscripti poligoni a n b c d/ lateribus continetur: duplum fore ipsius poligoni. Fiunt enim tot rectangula parallelogramma, quot sunt isoscelia triangula super eisdem lateribus consistentia: quorum rectangulorum quodlibet præostensum est ipsius trianguli esse duplum. Si igitur ex centro dati cuiuslibet regularis poligoni, in vnum eius latus perpendicularis ducatur: ipsa perpendicularis per dimidium ambitum multiplicata, conficiet aream eiusdem oblati poligoni.

vt dimetiẽda area dati cuiuslibet poligoni regularis.

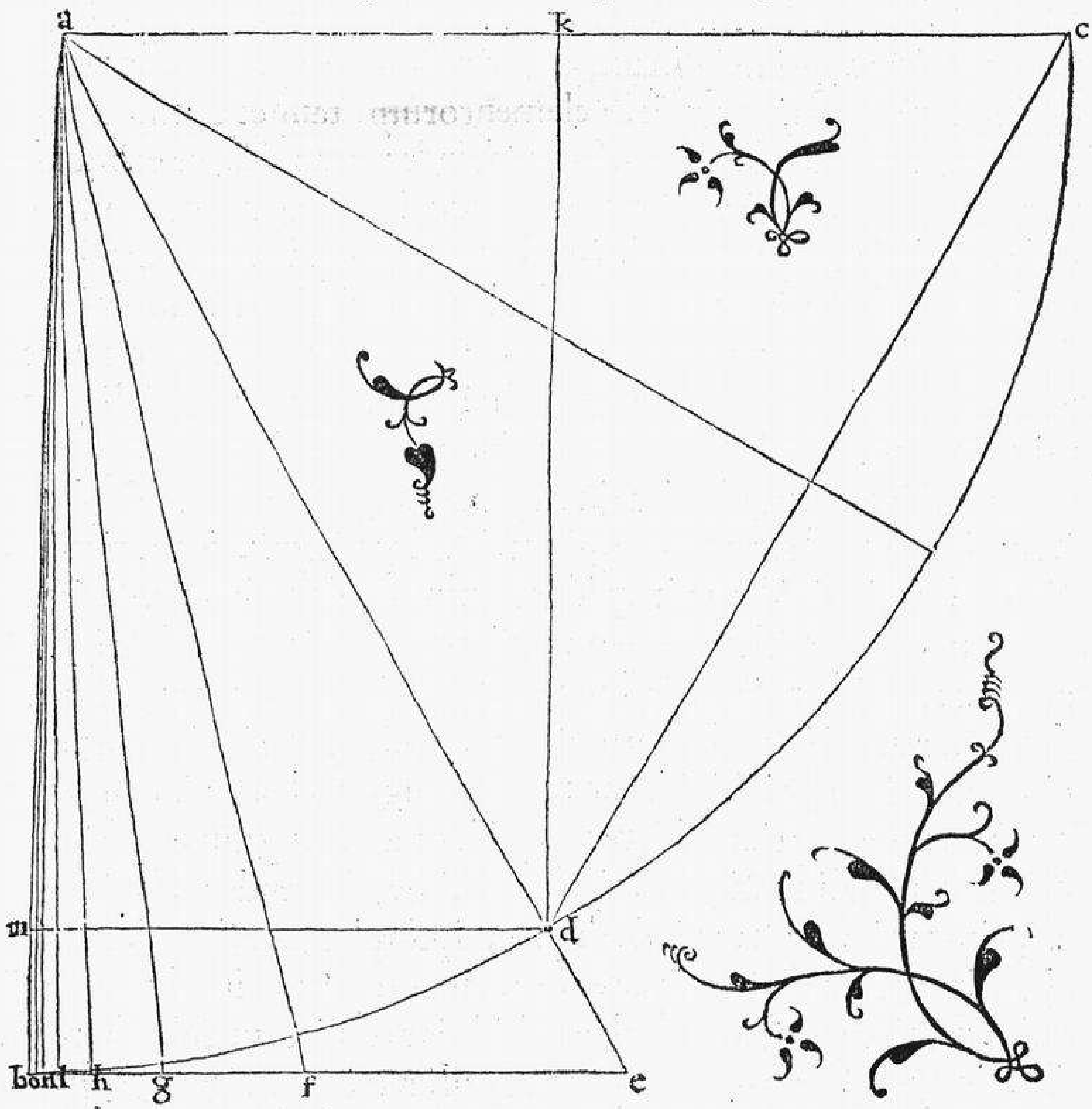
De ratione circunferentiæ, ad circuli diametrum, Propositio secunda.

CIrcunferentiam circuli ad eius diametrum, rationem habere tripla ſeſquiſeptima minorem: maiorem autem tripla ſeſquioctaua.

1 ¶ Hoc præſtantiſſimum Archimedis inuentũ de ratione circunferentiæ ad circuli diametrũ, quemadmodum & proximum de ipſius circuli area: longè faciliori, magíſq; ſuccincta, atq; fida demonſtratione, q̃ fecerit idẽ Archimedes, vel illius ſequaces, conabimur reddere manifeſtum. Eſto igitur circuli quadrans a b c, ſub a b/ & a c/ ſemidiametris, & quarta circũferentiæ parte b c/comprehenſus. In hoc itaq; circuli quadrante, dato a b/vel a c/ſemidiametro: æqualis recta linea coaptetur c d, per primam quarti elementorum. Et à puncto b/dati a b/ſemidiametri, ad angulos rectos excitetur b e, per vndecimam primi ipſorum elemẽtorum: quæ per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum, tanget circunferentiam b c/in puncto b. Connectatur deinde recta a d e, per primum poſtulatum: conueniet enim tandem cum ipſa b e, per quintum poſtulatum. Erit itaq; recta c d, latus hexagoni æquilateri & æquianguli in circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti, per corollarium decimæquintæ quarti prædictorum elementorum: & ſubtendens propterea arcũ 60 graduum, qualium b c/quadrãs eſt 90. Reliquus igitur arcus d b, erit ſimilium graduum 30: & deductus propterea ſuper eodẽ arcu angulus b a d, tertia pars anguli recti: atq; duplum ipſius b e, latus hexagoni æquilateri & æquianguli, eidem circulo circunſcripti. Diuidatur itaq; idẽ angulus b a d/ſeu b a e/bifariam, per nonam primi elementorum: ſub recta quidem a f. Erit igitur angulus b a f, pars ſexta ipſius anguli recti, ſubtendens gradus 15: duplum autem ipſius b f, latus dodecagoni regularis, circa præfatũ circulum deſcripti. Diuidatur rurſum angulus b a f/bifariam, per eandem nonam primi: ſub recta quidem a g. Angulus ergo b a g, eiuſdem anguli recti pars erit duodecima, ſubtendens gradus 7 & 30 prima minuta: & proinde duplum ipſius b g, conficiet latus poligoni regularis habentis latera 24, circa eundem circulum deſcripti. Angulus conſequenter b a g/bifariam diuidatur, ſub a h/recta. Erit itaque angulus b a h, ipſius anguli recti pars vigeſimaquarta,

Cõſtructio primæ partis huiuſce propoſitionis.

ſubtendēs gradus tres, vnà cum primis minutis 45: duplum autem ipſius b h, erit latus circūſcripti poligoni regularis ſub 48 lateribus comprehenſi. Diuidatur ſimiliter angulus b a h/bifariam: ſub recta quidem a l. Angulus ergo b a l, erit quadrageſima octaua pars eiuſdem anguli recti, ſubtendétque gradum vnum, prima minuta 52, & ſecunda 30: & proinde duplum ipſius b l, cōficiet latus circunſcripti poligoni regularis, latera 96 continētis. Angulus rurſum b a l, bifariam diuidatur, ſub recta a n. Erit ergo angulus b a n, præfati anguli recti pars nonageſima ſexta, ſubtendens prima tantum modò minuta 56, ſecunda verò 15: vnde ipſius b n/duplum, erit latus regularis poligoni habentis latera 192, ac eidem circulo circunſcripti. Tandem ſi angulus b a n, per ipſam nonā primi elementorum bifariam diuidatur, ſub recta quidem a o: neceſſum eſt angulū b a o, centeſimam & nonageſimāſecundā partem anguli recti continere,



ſubtenderéque vnius gradus prima minuta 28,& ſecunda ferè 7:atque duplum ipſius b o,fore latus poligoni æquilateri & æquianguli circa prefatum circulum deſcripti,cuius latera ſunt numero 384.

Quòd circunferētia ad diametrū rationē habeat tripla ſeſquiſeptima minorem ex prædictis colligere.

¶ His ita conſtructis & præoſtenſis,inuenienda eſt ipſarum a b/atque b o/quantumuis minutim diſtributarum quantitas.Supponemus itaque ſubtenſam a o, continere (verbi gratia) partes 60000: & quot ſimilium partium fuerit vtraq; & a b/& b o, ex ea ſinuum tabula, quæ maximum ſinum habet partium 60000, in hunc qui ſequitur modum colligemus. Accipiemus enim ſinum rectum illius arcus quem ſubtendit angulus b a o, quem prædiximus fore primorū minutorum 28, & ſecundorum ferè 7: is autem ſinus erit partium 490, tot igitur partium erit ipſa b o. Deinde accipiemus ſinum rectum complementi eiuſdem arcus, vtpote 89 graduum, 31 primorum minutorum,& ſecundorum ferè 53:quem ſinum experieris eſſe partium 59998,tātus eſt ſemidiameter a b. Duplentur conſequenter eædem 490 partes,conſurgent partes 980:tot igitur partium eſt latus poligoni regularis habentis latera 384,quod circa circulum(cuius quadrans eſt a b c) deſcribitur. Multiplicentur itaq; 980, per 384, reſultabunt 376320: tantus eſt ambitus eiuſdem poligoni.Duplentur inſuper ipſæ 59998 partes a b, conſurgent totius diametri partes 119996: quæ triplatæ conficient partes 359988. Atqui 376320 partes,continent ſemel 359988,& præterea 16332,quæ non faciunt ſeptimam partem ipſorum 119996: nam ea eſt 17142/ & $\frac{2}{7}$.Habet igitur ambitus ipſius poligoni, ad diametrū rationem tripla ſeſquiſeptima minorem. Et quoniam circunferentia circuli, minor eſt ambitu eiuſdem circunſcripti poligoni:à fortiori igitur eadem circunferentia,ad ipſum diametrum rationem habet tripla ſeſquiſeptima minorem.

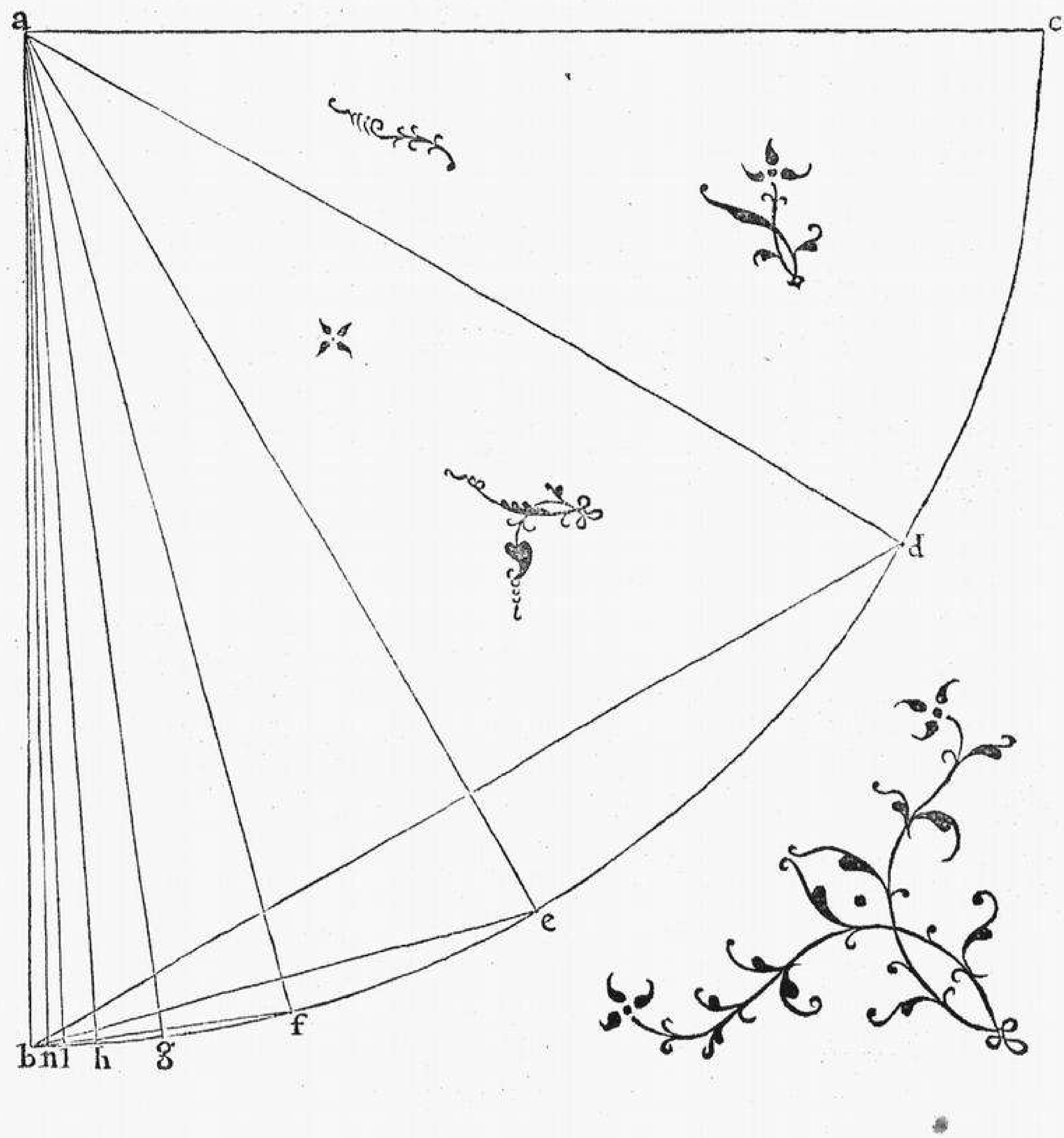
Dato triangulo rectāgulo, & uno acutorum angulorum noto, cū latere angulū rectum ſubtendente, reliqua innoteſcere latera.

¶ Quòd autem in rectangulis triangulis,dato latere angulum rectum ſubtendente,& vno acutorum angulorum noto, reliqua innoteſcāt latera:ſic demonſtratur.Sit datum(in exemplum)rectangulum triangulum a d m,cuius latus a d/rectum ſubtendens angulum ſit notū,& angulus d a m/notus.deſcribatur igitur circa punctum a, & ad interuallū a d,quadrās circuli a b d c:& per punctum d,ipſi a m parallela ducatur quæ ſit d k, per trigeſimamprimā primi elementorum . Parallelogrammum eſt igitur a m d k: & latus d k,ipſi a m/æquale,per trigeſimāquartā ipſius primi.Et quoniam angulus b a d/notus eſt,arcus igitur b d/eſt notus:& proinde ſinus rectus d m,ex tabula ſinuum fiet notus. Nota erit etiã & d k,ſinus rectus complementi d c:cui æquatur a m.Bina igitur latera a m/& m d/fient nota:ídq; pro ratione partium ipſius a d. In præfato autem triangulo rectangulo b a o, angulus qui ad a/eſt notus, & arcus b o/notus, atq; illius complementũ o c/notum (veluti nuper oſtenſum eſt)quapropter & ipſa a b/& b o/latera ſupradicto modo fiunt manifeſta,in partibus quidem,qualium a o/data eſt 60000.

secundæ partis oſtẽſio mathematica.

SECVNDA verò pars,vtpote,quòd eadem circuli circunferentia, ad diametrum rationẽ habet tripla ſeſquioctaua minorem: haud diſſimili via demonſtrabilis eſt.Repetatur itaque circuli quadrans a b c. Et dato a b/vel a c/ſemidiametro, æqualis recta linea b d/rurſum coaptetur,per ipſam primam quarti elementorum: & connectatur a d/recta,per primum poſtulatum.Erit igitur per corollarium decimęquintæ ipſius quarti,recta b d/latus hexagoni æquilateri & æquianguli, circulo cuius quadrans eſt a b c/inſcripti: ſubtendens ſextam circunferentiæ partem,hoc eſt,arcum b d/graduum 60,qualium tota circũferentia eſt 360, & ipſe quadrãs b d c/ (à quo rectus qui ſub b a c/dimetitur angulus) 90.Et proinde angulus b a d,duo tertia comprehendit ipſius anguli recti.Diuidatur igitur idem angulus b a d/bifariam,per nonam primi eorundẽ elementorum,ſub recta quidẽ a e:& connectatur chorda b e,per primum poſtulatum.Angulus itaque b a e, tertia pars erit eiuſdẽ anguli recti,ſubtendẽs arcũ b e/graduũ 30,nempe dimidiũ ipſius b d: & ipſa chorda b e,latus erit dodecagoni æquilateri & æquianguli, in eodẽ circulo deſcripti. Diuidatur rurſum angulus b a e/ bifariã, ſub recta a f,per eandem nonã primi elementorum: & cõnectatur chorda b f.Erit igitur angulus b a f, ſexta pars ipſius anguli recti, ſubtendẽs arcum b f/graduum 15:& ipſa chorda b f,latus poligoni regularis in præfato circulo deſcripti,habentis latera 24.Angulus conſequenter b a f/bifariam diuidatur,ſub recta a g:& cõnectatur chorda b g.Erit itaque angulus b a g,eiuſdẽ anguli recti pars duodecima,ſubtendens arcum b g/graduum 7, & primorum minutorum 30:ipſa quoque b g/recta,erit latus inſcripti poligoni regularis,ſub 48 lateribus comprehẽſi.Rurſum diuidatur angulus b a g/ bifariam,ſub recta b h: & connectatur chorda b h. Angulus ergo b a h,vigeſimaquarta pars erit anguli recti,& ſubtenſus arcus b h/

trium graduum & primorum minutorum 45: chorda autem b h, latus inſcripti poligoni regularis, latera 96 cõtinentis. Haud aliter diuiſò bifariam angulo b a h, ſub recta a l, & connexa chorda b l: angulus b a l, quadrageſimamoctauã partẽ ipſius anguli recti comprehẽdet, arcus proinde b l/ vnũ gradum, prima minuta 52, & ſecũdã 30: eritq; chorda b l, latus poligoni regularis habentis latera 192, in eodem circulo deſcripti. Quòd ſi angulus b a l/ bifariam tãdem diuidatur, per eandem nonam primi elementorum, ſub recta quidem a n, & connectatur chorda b n: erit angulus b a n, ipſius anguli recti pars nonageſimaſexta, & arcus propterea b n/ primorum tantùm minutorum 56, ſecũdorum præterea 15: Chorda porrò b n, latus poligoni æquilateri & æquianguli, continentis latera 384, & in eodem circulo (cuius quadrans eſt a b c) deſcripti.



Quòd circunferētia ad diametrū rationē habeat tripla sesquioctaua minorem, numeris elucidare.

¶His ita cōstructis, & demōstratis: supponatur semidiameter a b/ totius quadrātis sinus rectus, fore partiū 60000. Et per sinuū tabulā, cuius sinus maximus est partiū itidē 60000 suscipiatur chorda b n/ quę ex sinu recto dimidij arcus geminato consurgit. Dimidiū itaq; ipsius arcus b n, cōtinet prima minuta 28, & secūda ferè 7: quorum sinus rectus, habet partes 490. bis autē 490, cōficiunt 980: tot igitur partium est ipsa chorda b n. Multiplicētur ergo 980, per numerum laterum ipsius poligoni cuius b n/ recta est vnum latus, vtpote, per 384: fient partes 376320. tantus est ambitus ipsius inscripti poligoni, habētis latera 384. Bis autem 60000, cōficiunt 120000: tot igitur partium est ipsius circuli diameter. Ipsum ergo poligonum, se habet ad diametrum, vt 376320 ad 120000. Sed numerus 376320, cōtinet 120000 ter, vtpote 360000, & præterea 16320, quæ superant ipsorum 120000 octauam partem: nam ea est 15000. Ratio itaque 376320, ad 120000: maior est tripla sesquioctaua. Præfatum ergo poligonum, ad diametrū rationem habet tripla sesquioctaua maiorem. Ipsius autē poligoni lateribus, maior est circunferentia circuli, in quo sæpius expressum describitur poligonum. A fortiori igitur eadem circunferentia circuli, ad ipsum diametrū rationē habet tripla sesquioctaua maiorē. Quod susceperamus ostēdendum.

Corollarium 1.

Contra alteram Archimedis partem, de ratione circūfe. ad diame.

NOn habet ergo circūferētia circuli, ad diametrū rationē tripla superdecupartiēte septuagesimasprimas (vt asserit Archimedes) maiorem. ¶Si diuiseris enim 120000 partes diametri, per 71, prosilient 1690, vnà cùm $\frac{10}{71}$: quæ decies sumpta, cōficiunt 16901 & $\frac{29}{71}$. Hæc autem maiora sunt 16320, quibus idem ambitus poligoni partium 376320, superat triplati diametri partes 360000: excedunt enim 581 partibus. Et proinde circunferentia circuli, ter continet diametrum, & minus decem illius septuagesimisprimis.

Corollarium 2.

RAtio tripla sesquiseptima, magis accedit ad veram rationem circunferentiæ ad diame/

trum: quàm tripla sesquioctaua.

¶Nam differentia inter residuum triplati diametri, à toto ambitu circunscripti vel inscripti poligoni regularis habentis latera 384, & septimã totius diametri partem: minor est differẽtia eiusdẽ residui, & octauæ partis ipsius diametri. Iuxta enim huiusce propositionis primã partẽ, ipsum residuũ fuit partium 16332: iuxta verò partem secũdam, 16320. Et vtrobiq; pars septima diametri, partiũ ferè 17142: octaua autẽ, partium circiter 15000. Differẽtia porrò inter 16332/& 17142, est 810: inter verò 15000/& 16332, est 1332. Differentia rursum inter 16320/& eadẽ 17142, est partium 822: & ipsa 15000, partiũ 1320. Minus ergo distat ipsum residuum à parte septima, q̃ ab octaua: & proinde ratio tripla sesquiseptima, pręcisior est tripla sesquioctaua.

Corollarium 3.

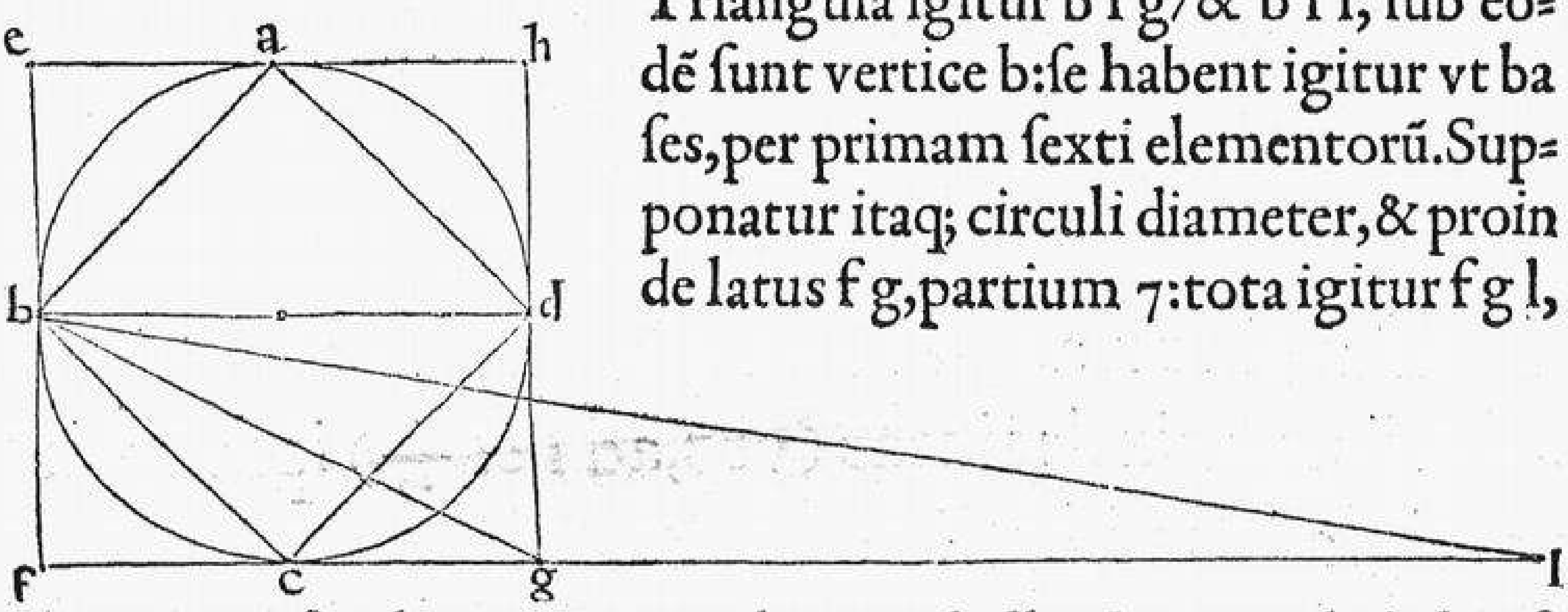
PRæcisior adhuc est ratio tripla superbipartiens quindecimas (vt 3, ad 1 & $\frac{2}{15}$) ipsa ratione tripla sesquiseptima.

¶Duo enim quindecima, consurgunt ex $\frac{1}{7}$ & $\frac{1}{8}$ simpliciter iunctis: & neq; septimam, neq; octauã efficiũt ipsius diametri partem, inter quas eadem ratio circunferentiæ ad diametrum versatur. Quòd autem ea sit præcisior tripla sesquiseptima: ex numeris primæ partis huius propositionis, fit manifestum. Nam diameter, fuit partium 119996: & ipsorum 119996 pars quindecima, est 7999 & $\frac{11}{15}$. duæ porrò quindecimæ, conficiunt 15999 & $\frac{7}{15}$: quæ ferè complent differẽtiam inter ambitum poligoni circulo circunscripti habẽtis latera 384, & triplum diametri eiusdẽ circuli (quæ differẽtia, fuit partiũ 16332) & plus differũt ab ipsius diametri parte septima, quæ est partiũ 17142 & $\frac{2}{7}$, q̃ ab ipsis 16332. Distant enim 15999 & $\frac{7}{15}$, ab ipsis 17142 & $\frac{2}{7}$, partibus 1142 vnà cum $\frac{86}{105}$: ab ipsis autem 16332, partibus tantummodò 332 & $\frac{8}{15}$. Et quoniam secundo corollario demonstratum est, rationem triplam sesquiseptimam, præcisiorem esse tripla sesquioctaua: longè itaq; præcisior erit eãdem ratio tripla superbipartiens quindecimas, ipsa ratione tripla sesquioctaua.

Corollarium 4.

AREa itaque circuli, ad circunſcriptum quadratum rationem ferè habet, quam 11 ad 14: ad inſcriptum autem quadratum, quam 11 ad 7.

Hypotheſis corollarij. ¶Hoc velim intelligas, ſuppoſito quòd circunferentia ad diametrum rationē habeat triplā ferè ſeſquiſeptimam. Sit enim datus circulus a b c d: circūſcriptum autē ex dimetiente quadratum, e f g h. Cuius latus f g, in directum producatur verſus l: ponatúrq; f g l, circunferentiæ ipſius circuli æqualis, ter cōtinens diametrum & ſeptimam eiuſdē diametri partē. Connectātur demum b g/ & b l/ lineæ rectę. Triangula igitur b f g/ & b f l, ſub eodē ſunt vertice b: ſe habent igitur vt baſes, per primam ſexti elementorū. Supponatur itaq; circuli diameter, & proinde latus f g, partium 7: tota igitur f g l,



erit partium ſimiliū 22. Triangulū ergo b f l, ad triangulū b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7. Sed per antecedētē primā propoſitionē, triangulo b f l/ æqualis eſt a b c d/ circulus. Idē ergo circulus a b c d, ad triangulū b f g/ ſe habet, vt 22 ad 7: æquales enim magnitudines, ad eandem magnitudinem eandem habēt rationem, per ſeptimam quinti eorundem elementorum. Qualium ergo partium triangulū b f g/ eſt 7, talium circulus a b c d/ eſt 22. Sed qualium partium idē b f g/ triangulum eſt 7, talium quadratū e f g h/ eſt 28: quadruplum eſt enim ipſum quadratū e f g h, eiuſdē trianguli b f g. Qualium ergo partiū circulus a b c d/ eſt 22, taliū circunſcriptū quadratū eſt 28. Se habet igitur idē circulus a b c d/ ad circunſcriptū quadratū e f g h, vt 22 ad 28: & proinde vt 11 ad 14, qui ſunt minimi numeri in data ratione conſtituti. Quod autē in eodē circulo deſcribitur quadratū a b c d, dimidiū eſt circūſcripti. Qualiū ergo partiū circulus ipſe eſt 22, taliū idē inſcriptū quadratū eſt 14. Circulus ergo a b c d, ad inſcriptū quadratū rationē habet, quā 22 ad 14: & proinde quā 11 ad 7.

FINIS.

Vireſcit Vulnere Virtus.

ORONTII FINAEI DELphinatis, Regij Mathematicarũ Lutetiæ professoris, De absoluta rectilinearum omnium & multangularum figurarum (quæ regulares adpellantur) descriptione, tam intra quàm extra datũ circulum, ac super quauis oblata linea recta: Libellus hactenus desideratus.

1 INTER EA QVAE POST CIRculi quadraturã, ab ipsis Mathematicis summopere desiderari percepimus: erat multãgularum omnium & regularium figurarum, tam intra, quàm extra circulum, vniuersalis & absoluta descriptio: Vtpote, sine qua nec circulus, nec angulus rectus (ad quem cæteri referuntur anguli rectilinei) in liberas quotcunque partes inuicem æquales diuidi minimè potest. à qua quidem diuisione, quamplurima & abstrusiora rerum Mathematicarum videntur pendere secreta. Euclides enim libro quarto elementorum, hexagoni descriptionẽ minimè transgressus est (nam vltima ipsius quarti libri, quæ de quintidecagoni descriptione tradita est propositio, ex trianguli atque pentagoni æquilateri & æquianguli descriptione corollariè deducta est) vtpote, qui elementa tantùm, & non omnia quę ab ipsis deriuari possunt elementis, tradenda susceperat. *De dignitate ac utilitate huius operis.*

2 ¶ Cùm igitur à nonnullis, etiam nõ vulgariter eruditis, quid de ea re sentirem (nescio an seriò, vel ioco) sæpius admonerer exprimere, neque tunc aut per ocium, aut per rerum mearum & negotiorum opportunitatem, illorum petitioni satisfacere liceret: suffuratus sum tandem noctes aliquot, quas huic tam gratæ ac optatæ inquisitioni (etiam inuita calamitatum mearum multitudine) non infęliciter adcommodaui. Nam certam & vniuersalem viam demum excogitaui, & conscripsi: qua multangula quæuis rectilinea atque *Quid mouerit authorem, ad hoc opus conscribẽdum.* *Quæ in hoc continentur opere.*

regularis figura primùm in circulo, deinde super quauis data linea recta, describi vel facilè possit. quod neminem hactenus tentasse, nedum absoluisse, nusquam legi vel audiui. Ex qua quidem vniuersali & absoluta descriptione, miranda & antea ignota subintuli corollaria. Deinde circa datum circulum, multangulam quamlibet & regularem figuram: atq; tam intra, quàm extra datam multangulam & regularem figuram, circulum versa vice describere (vt hoc absolueremus negotium) noua ac vniuersali ratione demonstraui.

Sincerum authoris argumentum.

Vt ijs satis hac in parte facerem, qui id à me bona fide, ac sciendi cupiditate, postulare videbantur: vtque simul illos grauiore torquerem inuidia, qui de meo diffidentes ingenio, idem vel arrogantia, vel curiosa quadam leuitate potius, quàm syncero & amico efflagitare simulabant affectu. Quibus & nos haud parum debere, fatemur ac recognoscimus: vtpote qui vires ingenij nostri vulneribus virescere faciunt, & ad moliendum semper aliquid aut subtile, aut vtile simul, inuitare solent. Quod tam gratum studiosis omnibus futurum exoptamus, quàm liberali animo hunc laborem assumere consueuimus. Sed iam prologo finẽ imponẽdo, rem ipsam fęlici adgrediamur auspicio: & primũ hoc anteponamus problema.

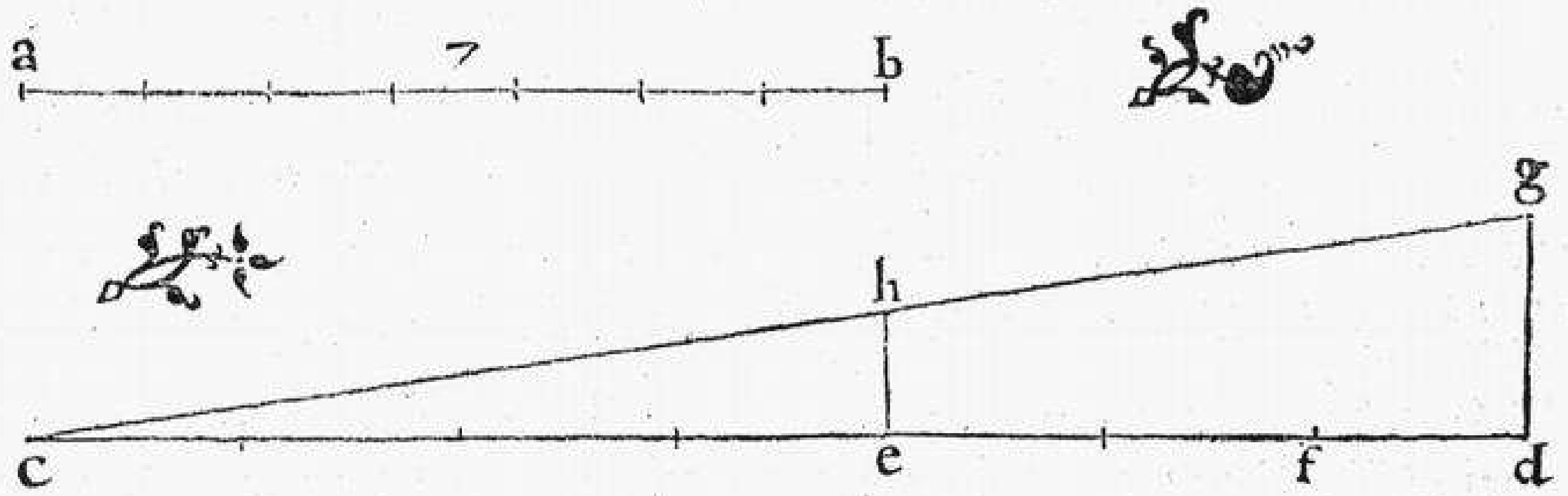
Problema primum.

DAtam quamuis lineam rectam præfinitam, in quotcunque partes inuicem æquales diuidere: illiúsve partẽ quotam, à dato quouis numero denominatam inuenire.

Cũ datus partium numerus fuerit pariter par.

¶ Esto data linea recta terminata a b, quam oporteat in quotcun- 1
que partes inuicem æquales diuidere: seu quotam illius partem, à dato quouis numero denominatã, geometricè reperire. In primis itaque si datus partium numerus, à pariter pari numero fuerit denominatus: diuides ipsam rectam lineam bifariam, & rursum quãlibet eius partem bifariam, per decimam primi elementorum geometricorum, ídque toties continuabis, quatenus propositum obtinueris partium numerum. Sunt enim pariter pares numeri, in duos

numeros inuicem æquales continuè diuisibiles, quousque ad impartibilem peruentum fuerit vnitatem: cuiusmodi sunt 2,4,8,16, 32, 64, 128, & similes quotcunque numeri à binario continuè du-
2 plicato procreati. ¶ At si propositus earundem partium nume- Vbi datus partiũ numerus
rus fuerit impariter par, aut de ijs quos primos nuncupare sole- fuerit prim⁹,
mus, qui scilicet nullam habent partem quotam præter vnitatem uel impariter
(cuiusmodi sunt 5,7,11,13,17,&c.)sic facito. Esto clarioris intelligē- par.
tiæ gratia propositum, diuidere eandem rectã lineam a b, in septem partes inuicem æquales. Proponatur igitur alia quædam linea recta, indefinitæ quantitatis quoad alterum eius extremum, quæ sit c d: à qua secetur æqualis ipsi a b, per tertiam primi elementorum, vtpote c e. Diuidatur postmodùm c e, in tot partes inuicem æquales, quot sunt vnitates in maximo pariter pari numero intra datũ partium numerum comprehēso, per primam partem huiusce problematis, vtpote in 4: nam maximus pariter par numerus, qui in septenario continetur numero, est quaternarius. Qualium deinde partium c e/ est quatuor, talium secetur e d/ trium, per eandem tertiam primi elementorum: sitque d f/ ipsius e d/ tertia, vel ipsius c e/ quarta, totiúsve c d/ pars septima. Consequenter à puncto d/ ipsius c d/ lineæ rectæ, ad angulos rectos excitetur d g, per vndecimam eiusdem primi elementorum (nec referet, si eandē d g/ ad obliquos suscitaueris angulos) secetúrque d g, ipsi d f, æqualis, per eandem tertiam primi elementorum. Et connectatur c g/ recta, per primum postulatum: tandémque per e/ punctum, ipsi d g/ parallela ducatur e h, per trigesimamprimam eiusdem primi elementorum. Aio itaque e h, dimetiri ipsius c e, aut a b (quæ eidem c e/ data est ęqualis) partem septimam: quod sic demonstratur. Triangula enim c d g/



& c e h, sunt inuicem ęquiangula: quoniam angulus c e h/ interiori Demonstratio
& ex opposito ad easdem partes c d e/ est æqualis, necnon & c h e/ problematis.

angulus ipsi angulo c g d, per vigesimamnonam ipsius primi elementorum, & is qui ad c/ angulus vtrique triangulo communis. Aequiangulorum porrò triangulorum proportionalia sunt latera quæ circum æquales angulos, & similis rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur, per quartam sexti eorundem elementorum. Sicut igitur c d/recta ad d g, sic c e/ad rectam e h. Atqui d g/ ipsius c d/est pars septima, per constructionem: & e h/igitur ipsius c e, & proinde ipsius a b/pars erit septima. Secentur igitur ex a b, linea data, à puncto a/versus b (aut è diuerso) æquales ipsi e h, per sæpius allegatam tertiam primi elementorum, donec septenarius datarum partium absolutus fuerit numerus: nam ipsa a b/linea data, in septem partes inuicem æquales tandem erit distributa. Haud aliter, dato quouis alio partium numero, peragēdum est. Quod in primis oportuit fecisse.

Problema 2.

DAto triangulo isoscele, cuius vterque angulorum qui ad basin duplus sit reliqui: cætera isoscelia triangula constituere, quorum vnusquisque eorum qui ad basin sunt angulorum eam rationem obseruet ad reliquum, quā datus numerus ad vnitatem: & multangulæ latus quæ per oblatum describetur isosceles, simul reddere notum.

Hypothesis, totius artis fundamentum.

¶Sit datum isosceles triangulum a b c, cuius vnusquisque eorum qui ad basin b c/sunt angulorum, duplus sit reliqui anguli qui ad a, per decimam quarti geometricorum elementorum: cuius insuper trianguli a b c, eadem basis b c/ sit latus pentagoni, in circulo qui eidem circūscribitur triangulo descripti, per vndecimam eiusdem quarti elementorum. Ex hoc itaq; triangulo isoscele a b c, veluti radicali & primario, cætera deducemus & procreabimus isoscelia triangula: quorum vnusquisque eorum qui ad basin erunt angulorū, cęteras rationes multiplices, vtpote triplā, quadruplam, 1 quintuplam, sextuplam (& sic consequenter) ad reliquum obseruabit angulum: quorum præterea bases, cæterarum multangularum & regularium figurarum latera, in eis descriptarum circulis, qui eisdē circunscribentur triangulis, suo præfinient ordine. Quod neminē hactenus vel fecisse, vel excogitasse: quamplurimos autem & proposuisse, & sæpius desiderasse compertum habemus.

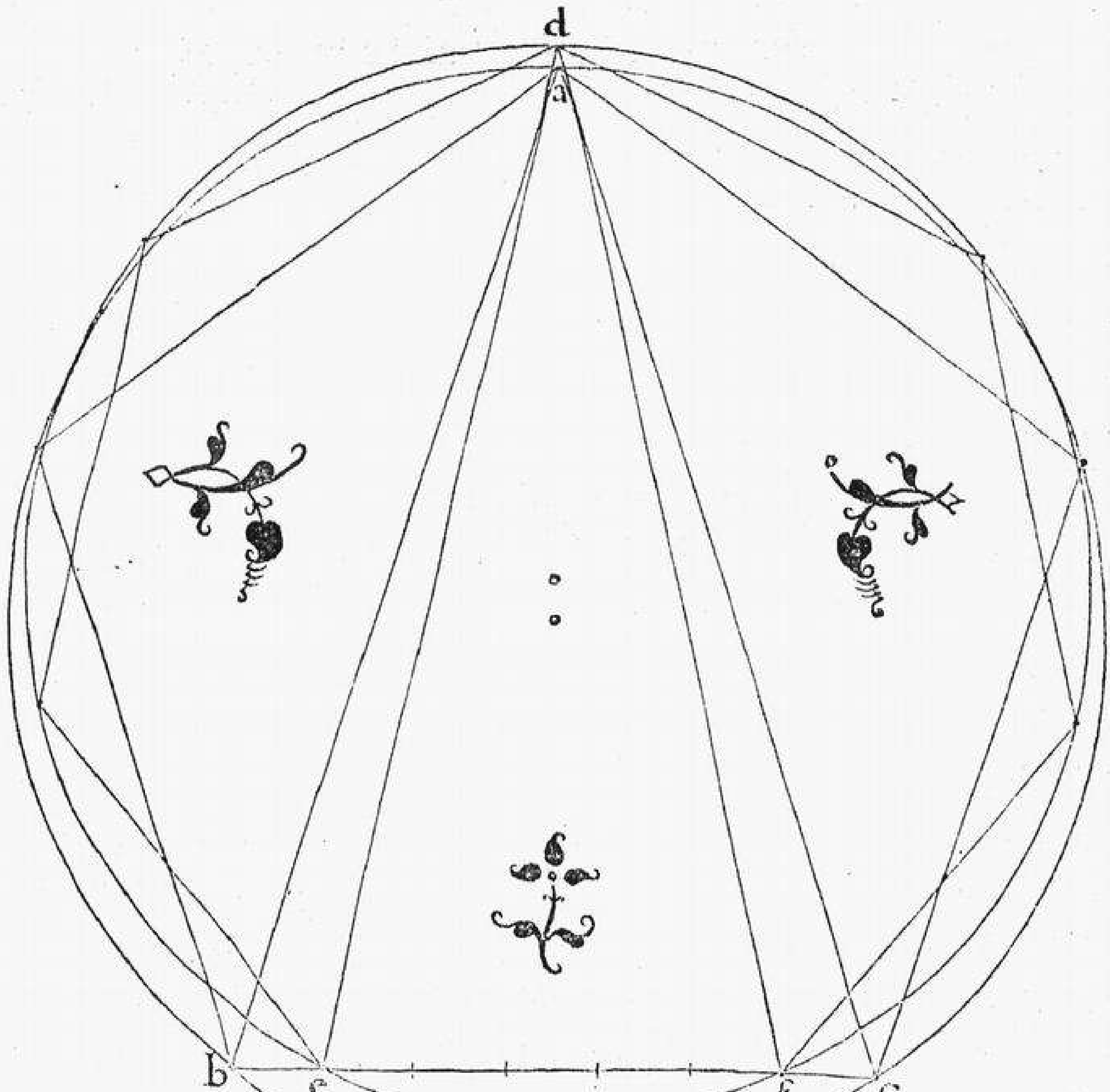
2 ¶In primis itaque (vt ad rem ipsam deueniamus) diuidatur basis b c, ipsius trianguli isoscelis a b c, in septem partes inuicem æquales, per antecedens problema primum: & relicta vna septima parte ad vtrosque limites ipsius b c, reliquæ quinque partes intermediæ in basin subrogentur alterius isoscelis trianguli, cuius bina latera ipsis a b/ & a c/ lateribus sint æqualia: sitque huiuscemodi triangulum d e f, cuius basis est ipsa e f/ prædictarum 5 partium. Aio itaque primùm, angulum e d f, qui sub æquis lateribus ipsius trianguli d e f/ comprehenditur, subtendere latus heptagoni æquilateri & æquianguli, descripti intra circulum eidē triangulo d e f/ circunscriptum: vtrunque præterea angulum qui ad basin consistit e f, triplum fore reliqui anguli, qui sub eisdem lateribus inuicem æqualibus continetur. Cùm enim duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales: basin quoque basi habent æqualem, per quartam primi elementorum. Bina rursum triangula, habentia duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, & basin basi æqualem: habent versa vice contentos sub æquis lateribus angulos inuicem æquales, per octauam ipsius primi elemētorum. Quoties insuper duo triangula, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, angulum verò angulo sub æquis lateribus contento maiorem: basis vnius basi alterius respondenter est maior, per vigesimamquartam eiusdem primi elementorum. Item si eadem bina triangula, habuerint duo latera duobus lateribus alternatim æqualia, basin autem basi maiorem: è conuerso angulum sub æquis lateribus contentum angulo maiorem habebunt, per ipsius primi elementorum vigesimamquintam. Ex quibus haud difficile colligere est, in quibuslibet duobus triangulis, habentibus duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri: ex data basium magnitudine, proportionatam subsequi eorundem angulorum qui sub æquis continentur lateribus quantitatem, hoc est, angulos ipsos

Cōstructio isoscelis, cū quo heptagonū regulare in circulo describit.

Quatuor insigniores primi elementorum propositiones, à quibus uniuersum pēdet artificium.

Q; in triāgulis æqualiū laterū, bases subsequuntur rationē angulorū, sub æquis lateribus contentorum, & è conuerso.

basium imitari proportionem, & è diuerso. Cùm igitur præfata isoscelia triangula a b c/& d e f, habeant duo latera duobus lateribus omnibus modis ęqualia, & bases b c/& e f/sint adinuicem inæquales: si vnius trianguli angulus qui sub æquis lateribus continetur, ab alterius trianguli basi denominetur, necessum est & reliquum angulum à reliqua basi respondenter denominari. Tantum enim altera prædictarum inæqualium basium subtensum auget angulum, quantum minuit & reliqua: ob seruatam laterum inuicem æqualium hypothesin. Angulus porrò b a c, subtendit basin b c/partium 7: quæ est latus pentagoni æquilateri & æquianguli, à quinario numero partiũ basis e f/denominati, & in eo circulo descripti, qui ipsi a b c/triangulo circunscribitur, per vndecimam quarti ipsorum elemẽtorum. Angulus igitur e d f, subtendit versa vice latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quòd à septenario numero partium basis e f/ denominatur, & in circunscripto eidem



triangulo d e f/describitur circulo: vtpote basin e f/partiũ 5, qualium ipsa b c / est 7. Nam qualium partium circunferentia circuli est 35: talium latus inscripti pentagoni regularis subtendit 7, heptagoni verò latus 5. quinquies enim 7, aut septies 5: conficiunt 35. Basis igitur e f/ipsius trianguli isoscelis d e f, est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto eidem triangulo d e f/ describitur circulo. Quòd autem vterque angulorum, qui ad basin consistunt e f, ipsius isoscelis trianguli d e f, triplus sit reliqui anguli qui sub e d f/continetur: fit per sese manifestum. Cùm enim angulus e d f/subtendat basin e f, quæ est latus heptagoni æquilateri & æquianguli, in circulo qui ipsi d e f/triangulo circũscribitur descripti: subtendit ergo septimam circunferentiæ partem eiusdem circunscripti circuli. Reliqui itaque duo anguli d e f/& d f e, qui sunt ad basin e f, reliquas sex partes septimas sibi vendicabunt: qui cùm sint æquales adinuicem, per quintam primi elementorum, vterque eorundem æqualium angulorum, tres subtendet eiusdem cirunferentiæ septimas. Et proinde vterque triplus erit reliqui anguli, qui sub æqualibus lateribus continetur. Quemadmodùm ex ipsa præcedenti licet intueri figura.

Quòd vterq; angulus qui ad basin eiusdem isoscelis est triplus reliqui.

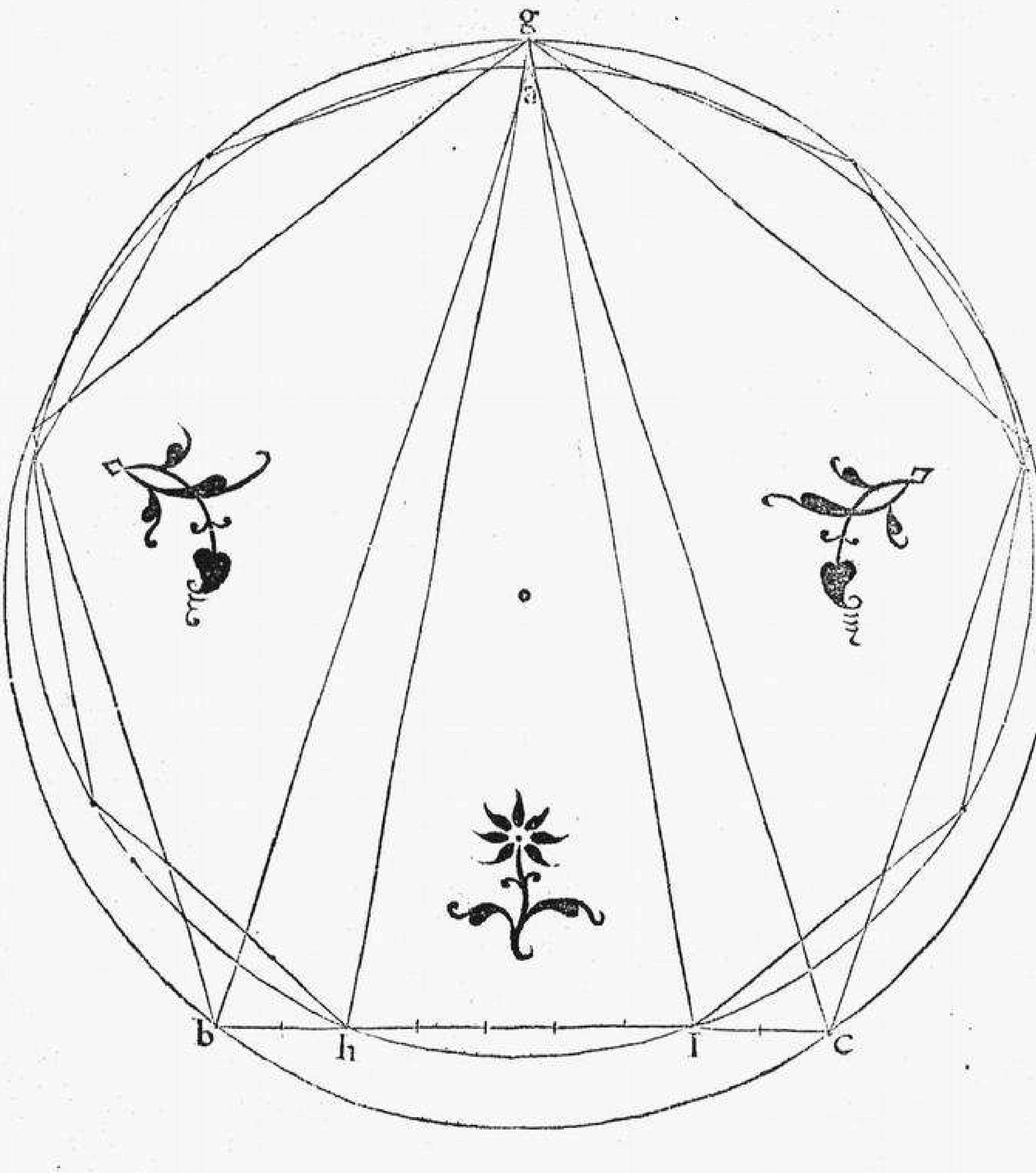
3 ¶Item si præfata basis b c/ eiusdem isoscelis trianguli a b c, in nouem partes inuicem æquales per antecedens problema diuidatur: & relictis vtrinq; binis partibus ad limites ipsius b c, quinq; rursum intermediæ partes in basin noui coaptẽtur isoscelis, cuius duo latera ipsis a b/& a c/lateribus sint rursum æqualia, cuiusmodi videtur esse triangulum g h l, cuius basis est ipsa h l/partium 5, qualium tota b c/est 9. Erit eadem basis h l/latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunscripto ipsi triangulo g h l / describitur circulo: Et vterquæ eorum qui ad ipsam basin h l/sunt angulorum, quadruplus erit reliqui, qui sub h g l/ continetur anguli. Per ea enim quæ de reciproca basium & subtẽsorum angulorum talium isosceliũ proportione, proxima parte sunt demõstrata: necessum est basin h l/partium 5, quã subtendit angulus h g l/sub æquis lateribus comprehensus, fore latus nonagoni æquilateri & æquianguli, à numero partium ipsius basis b c/denominati, & in eo circulo descripti, qui eidem g h l/circunscribitur triangulo, Quemadmodùm basis b c/partium 9 similium, quam subtendit angulus b a c/sub æquis itidem lateribus contentus, est latus pentagoni regularis

Cõstructio isoscelis, cũ quo nonagonũ regulare in circulo describitur.

Qz basis ipsius isoscelis, est latus eiusdem nonagoni, &c.

quod à partium ipſius baſis h l/denominatur numero,& in circulo deſcribitur ipſi triangulo g h l/circunſcripto. Qualium enim partium circunferentia circuli eſt 45: talium latus inſcripti pentagoni regularis ſubtendit 9,& ipſius nonagoni latus 5. nam quinquies 9, vel nonies 5:efficiunt 45.Baſis igitur h l,iſoſcelis trianguli g h l:eſt latus nonagoni æquilateri & æquianguli, quod in circunſcripto deſcribitur circulo. Quòd autem vterque angulorum qui ad baſin h l,quadruplus ſit reliqui anguli qui ſub h g l: fit manifeſtum. Cùm enim angulus ipſe h g l, ſubtendat baſin h l/latus nonagonî æquilateri & æquianguli, & in eo circulo deſcripti qui ipſi g h l/ triangulo circunſcribitur: ſubtendit igitur nonam circunferentiæ eiuſdem circuli partem.Reliqui ergo duo anguli,qui ad baſin conſiſtunt h l:reliquas octo nonas eiuſdem circunferentię partes occupabunt.qui quidem anguli,cùm per quintam primi elementorum æquales ſint adinuicem, vterque eorum quatuor nonas præciſè

Quòd uterq; angulus qui ad baſin ipſius iſóſcelis, quadruplus eſt reliqui.

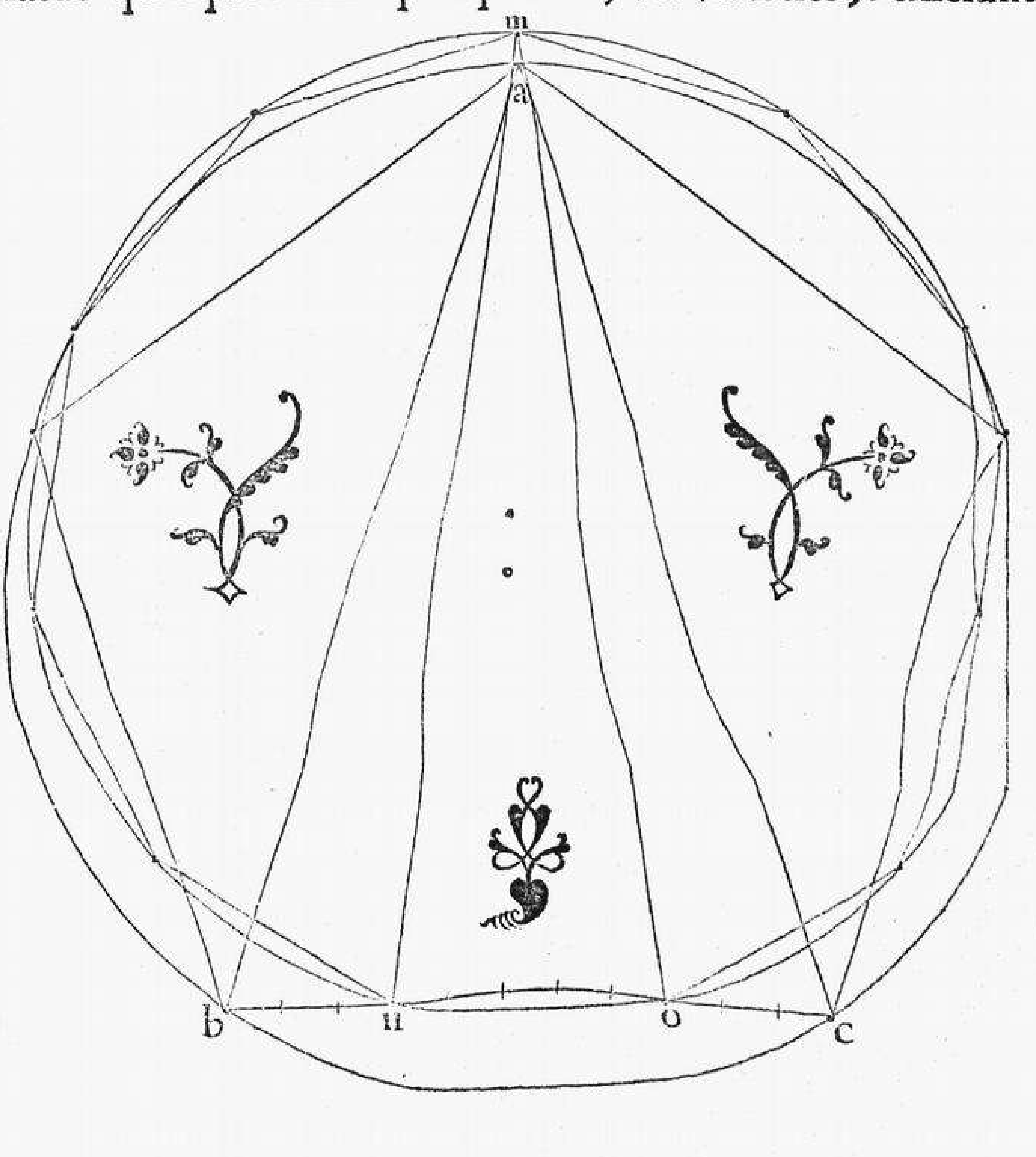


ſubtendet:& proinde quadruplus erit reliqui, qui ſub h g l/conti= netur anguli. Vt ex ipſa quæ præcedit,potes elicere figura.

Cõſtructio iſoſcelis, cũ quo undecagonum regulare ĩ circulo deſcribit.

4 ¶Conſequenter ſi eadem baſis b c,præfati iſoſcelis trianguli a b c, in vndecim partes inuicem æquales diuidatur : & relictis ad vtroſ= que limites ipſius b c/tribus partibus, reliquæ quinque partes in= termediæ , fiant baſis iſoſcelis trianguli m n o,cuius latera m n/& m o/ipſis lateribus a b/& a c/ſint rurſum æqualia.Erit propter ſu= pradictam laterum hypotheſin,baſis ipſa n o,latus vndecagoni re= gularis,ab vndecim partibus ipſius b c/denominati,& in eo deſcri= pti circulo,qui eidem triangulo m n o/circunſcribitur : Quemad= modùm baſis b c/trianguli a b c, eſt latus pentagoni itidem regu= laris, quod in circunſcripto circulo deſcribitur, & à quinque par= tibus ipſius baſis n o/ verſa vice denominatur. Qualium enim partium circunferentia ipſius circuli eſt 55: talium latus inſcri= pti pentagoni regularis ſubtendit vndecim,ipſius verò vndecago= ni latus quinque. nam quinquies 11, vel vndecies 5: efficiunt 55.

Qz baſis ipſius iſoſcelis, eſt latus eiuſdem undecagoni.



Quòd uterq; angulus qui ad basin eiusdem isoſcelis, quintuplus eſt reliqui.

Vterq; pręterea angulorum qui ad baſin n o, quintuplus erit reliqui anguli, qui ſub n m o, æqualibus ipſius trianguli lateribus continetur. Nam idem angulus n m o/ſubtendit latus ipſius vndecagoni regularis, hoc eſt, æquilateri & æquianguli, in circulo eidem triangulo m n o/circunſcripto deſcripti: Subtendit igitur vndecimam circunferentiæ partem, eiuſdem circunſcripti circuli. Et proinde reliqui duo anguli, qui ad baſin conſiſtunt n o: reliquas decem vndecimas ſibi vendicabunt. Qui anguli cùm æquales ſint adinuicem, per quintã primi elemẽtorũ, vterq; 5 ſubtendet vndecimas: & ideo quintuplus erit reliqui anguli, ſub ęquis lateribus cõprehenſi. Quemadmodũ ex præcedenti figura colligere haud difficile eſt.

De cõſtructione cæterorum iſoſcelium, cũ quibus cætera poligona à primis numeris denominata in circulo deſcribuntur.

¶ Haud aliter diuiſa baſi b c, ſupradicti trianguli iſoſcelis a b c, in 13 partes inuicem æquales, poſtea in 15, deinde in 17, & ſic cõſequenter, iuxta numeros impares binario continuè ſe ſe inuicem excedentes: & ſubrogatis ſemper quinque medijs partibus ipſius b c, inter limites b/ & c/ comprehenſis, in baſes triangulorum iſoſcelium, quorum latera eiſdem lateribus a b/& a c/coæquentur: atque circunſcriptis eiſdem triangulis ſuo ordine circulis. Erunt ipſorum iſoſcelium triangulorum baſes, præfatas quinque partes intermedias continentes, latera poligonarum & regularium figurarum, à numero partium in quas diuidetur eadem b c / baſis denominatarum. Vterque præterea angulorum qui ad baſin conſiſtent eorundem iſoſcelium, totuplex erit reliqui anguli ſub æquis lateribus contenti: quotuplex fuerit dimidius numerus partium ipſius b c/ vnitate dẽpta, ad ipſam vnitatẽ relatus. Vtpote, cùm b c/diuidetur in 13 partes, vterq; prædictorum angulorũ ſextuplus erit reliqui: ſi in quindecim, ſeptuplus: ſi in 17, octuplus: & ſic conſequenter. Nam dimidius numerus ipſorũ 13, vnitate dempta, eſt ſenarius: & ipſorũ 15, ſeptenarius: ipſorum verò 17, octonarius. Haud alienum habeto iudicium de cæteris imparibus, & in infinitũ creſcentibus numeris.

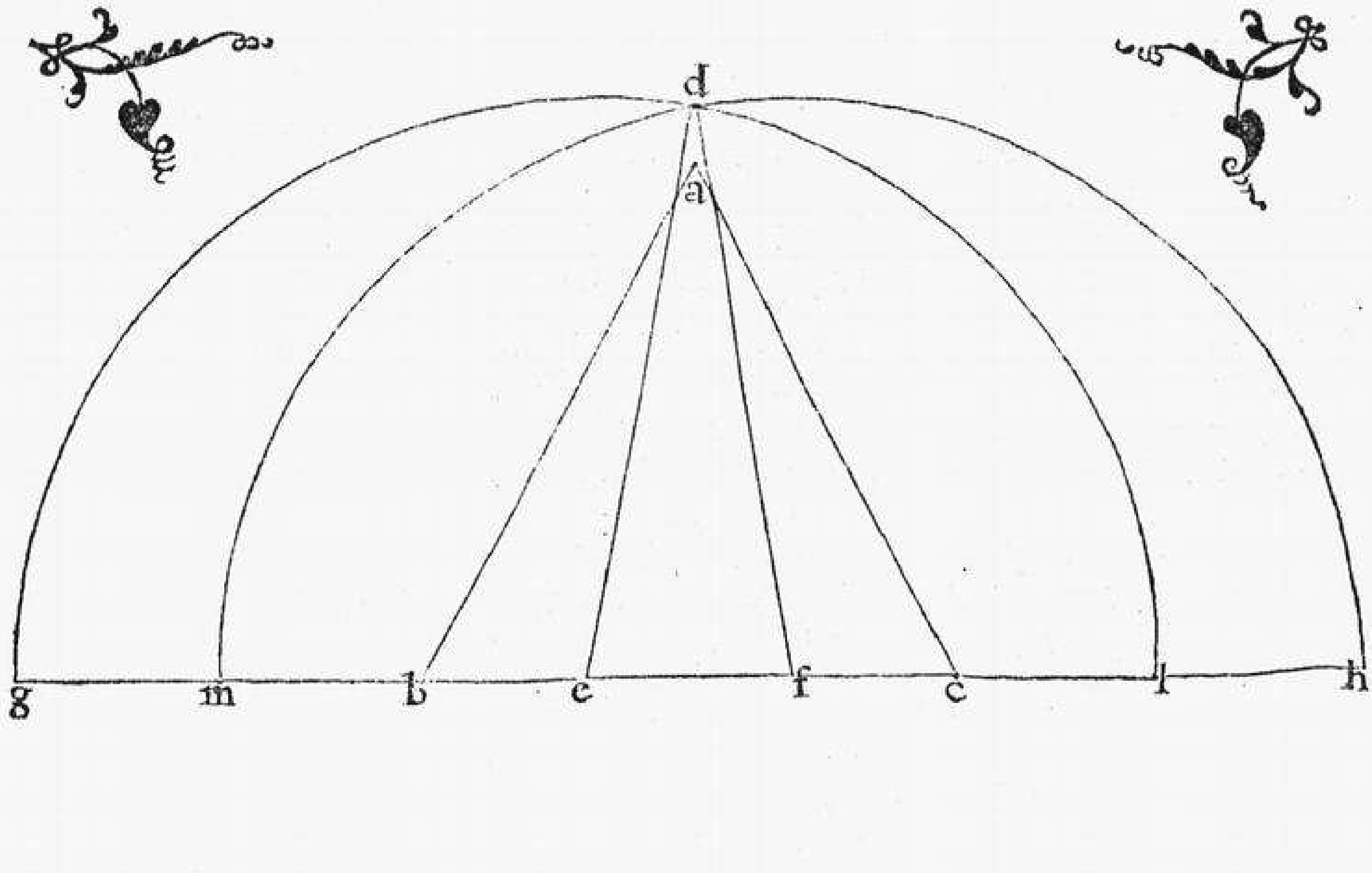
Recollectio generalis ſupradictorum.

¶ Habes igitur viam perfacilem & certam, conſtruendi iſoſcelia triangula: quorum vterque eorum qui ad baſes conſiſtunt angulorum, totuplus ſit reliqui anguli ſub æquis lateribus comprehenſi, quotuplex fuerit oblatus numerus ipſius vnitatis. Et ſimul ipſarum regularium & multangularum figurarum, à dato quouis numero denominatarum, latera nota: earum potiſſimum, quæ in circulis eiſdẽ iſoſcelibus circunſcriptis deſcribuntur. Et proinde bonã ipſius geometriæ partem, hactenus deſideratam.

Notandum.

6 QVòd ſi forſitan ignoraueris, qua ratione eadē iſoſcelia triangula, ipſis a b/ & a c/ lateribus dati trianguli a b c/ æqualia ſemper habentia latera, ſuper datis baſibus deſcribantur: id paucis aperire (vt in vniuerſum negocium hoc abſoluamus) non duximus importunum. Eſto igitur datū iſoſceles triangulum a b c, cuius baſis a c, & in medio ipſius baſis b c/ ſumpta e f: ſuper quam oporteat deſcribere triangulū itidē iſoſceles, cuius duo latera, ipſis a b/ & a c/ ſint æqualia. Producatur ergo b c/ baſis in directū & cōtinuum ad vtraſque partes, verſus g/ & h, per ſecundū poſtulatum. Et data recta linea a b/ vel a c, æquales ſecentur e g/ & f h, per tertiam primi elementorum. Centro deinde e, interuallo autem e g, ſemicirculus deſcribatur g d l: centro rurſum f, interuallo autē f h, alius deſcribatur ſemicirculus h d m, per tertium poſtulatum. Hi autem ſemicirculi, ſeſe inuicem neceſſariò interſecabunt: cùm ſint in eodem plano, & habeant partes ſemidiametri vtrique ſemicirculo communes. Sit ergo ſectionis punctum d: & connectantur d e/ & d f/ lineę rectæ, per primum poſtulatum. Iſoſceles erit itaq; d e f/ triangulum: & illius latera d e/ & e f, ipſis a b/ & a c/ lateribus omnibus modis æqualia. Nam d e/ ipſi e g, & d f/ ipſi f h, per circuli diffinitionem eſt æqualis. At e g/ & f h, æquales ſunt adinuicem: nempe eidem a b/ vel a c/ æquales, per conſtructionem. Quæ autem eidem, vel æqualibus ſunt æqualia: ea ſunt æqualia adinuicem, per

Qualiter ſuper data linea recta, iſoſcelia datorum laterum triangula deſcribantur.



primam communem ſententiam. Latera igitur d e/& d f, tum inuicem, tum ipſis a b/& a c/ſunt æqualia. Quod facere oportebat.

Problema 3.

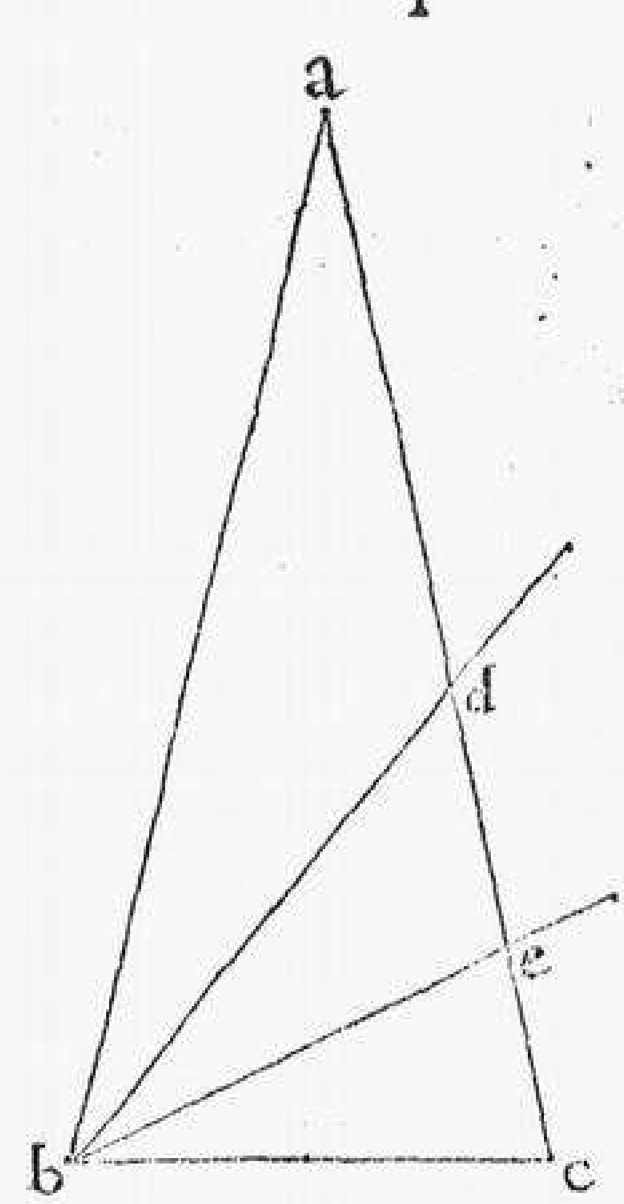
ANgulo rectilineo dato, alterius anguli rectilinei multiplici: ipſum angulũ datum in tot æquales angulos diſcindere, quotuplex is fuerit reliqui.

cùm angulus in partes à numero pariter pari denominatas partiendus eſt.

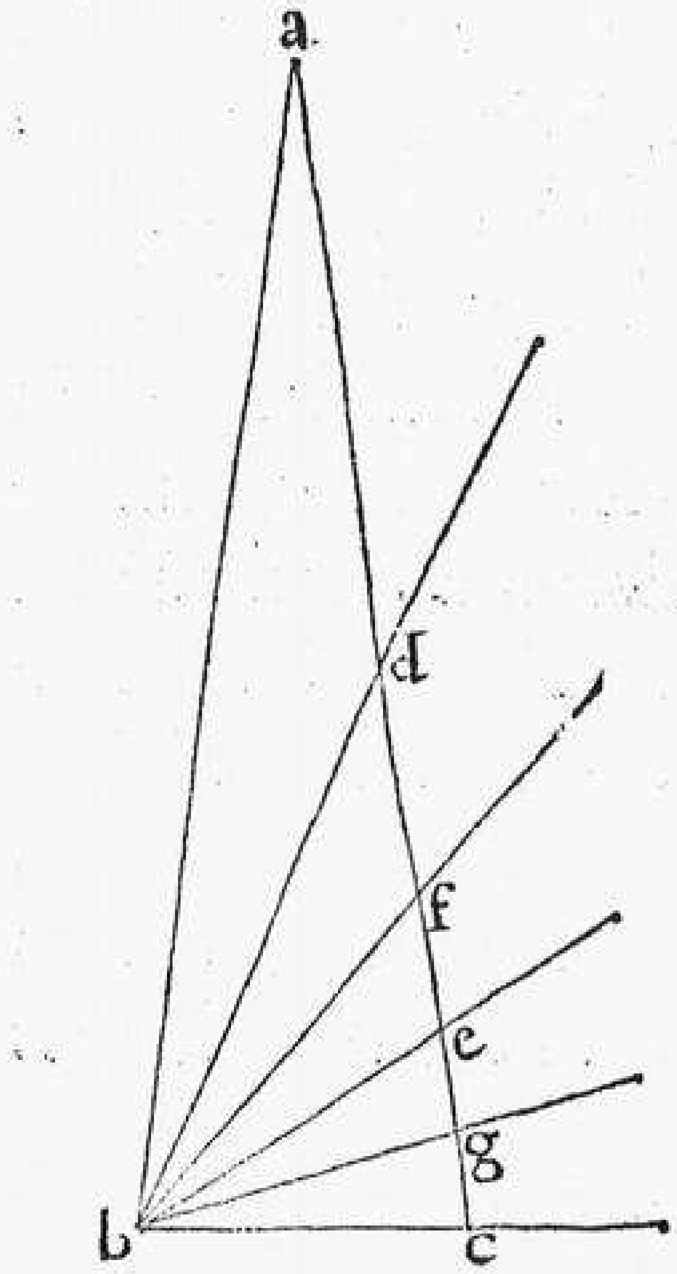
¶ Si datus in primis angulus rectilineus totuplex fuerit reliqui, quotuplex eſt aliquis pariter parium numerorũ ipſius vnitatis, vtpote duplus, quadruplus, octuplus, ſedecuplus, &c: diuides ipſum angulum bifariam, & rurſum quamlibet eius partem bifariam, per nonam primi elementorum: ídque toties obſeruabis, quatenus datus ipſe multiplex angulorum abſoluatur numerus. Cuius rei exẽplum dare, inutile prorſus iudicamus. 1

Vbi angulus in partes à numero primo, uel impariter pari denominatas, diuidendus offertur.

¶ At ſi datus angulus rectilineus tam multiplex fuerit reliqui, quàm multiplex eſt aliquis primorum, vel impariter parium numerorum ipſius vnitatis, vtpote triplus, quintuplus, ſextuplus, ſeptuplus, nocuplus, &c: ſic facito. Eſto verbi gratia in a b c/triangulo iſoſcele, datus angulus a b c/qui ad baſin b c, triplus ipſius anguli qui ad a: quem oporteat in tres angulos inuicem æquales diuidere. Ad datum itaque latus a b, atque ad illius pũctum b, dato angulo rectilineo qui ad a: æqualis angulus rectilineus conſtituatur a b d, per vigeſimãtertiam primi elemẽtorum. Et rurſum per eandẽ vigeſimamtertiam primi elementorum, ad datam rectam lineam d b, atque ad eius punctum b: eidem angulo qui ad a, æqualis angulus rectilineus conſtituatur d b e. Cùm igitur totus angulus qui ſub a b/& b c/continetur, ter per hypotheſin comprehendat angulum qui ad a, & a b e/angulus bis per conſtructionẽ eundem angulum qui ad a/comprehendat: reliquus igitur angulus e b c, eidem angulo qui 2



ad a/ reſpondenter æquabitur. Tres igitur anguli qui ſub a b d/ d b e/& e b c/cõtinentur,æquales ſunt adinuicem,per primã communem ſententiam.Poterit & angulus d b c(conſtituto in primis a b d/angulo) bifariam diuidi, per nonam ipſius primi elementorum:quæ vnà cum ipſa vigeſimatertia, nonnunquam erit ſubroganda. Angulus igitur a b c,in tres angulos tum inuicem, tum ei qui ad a/continetur æquales,diuiſus eſt.

3 

¶ Quòd ſi idem angulus a b c,fuerit quintuplus eiuſdem anguli qui ad a:conſtituendus erit in primis ad latus a b,atque ad eius punctum b,angulus a b d,ei qui ad a/æqualis,per ipſam vigeſimamtertiam primi elementorum:dein reliquus angulus d b c/bifariam,ac rurſum quilibet reliquorum angulorum bifariam diuidendus, per nonam ipſius primi elementorum. Vt ex ipſa potes elicere figura. Haud aliter datos quoſcunque rectilineos angulos,alterius cuiuſcunque anguli multiplices,nunc per ſolam vigeſimamtertiam,aut vnà cum nona eiuſdem primi elementorum, diuidere poteris. Quod facere oportebat.

Aliud exemplum,ubi datus angulus in quinq; angulos inuicem æquales diuidi iubetur.

Problema 4.

IN dato circulo,poligonum æquilaterum & æquiangulum,à dato quouis numero denominatum, conſequenter deſcribere.

1 ¶ Conſiderandum in primis, an numerus laterum oblati poligoni fuerit pariter par:cuiuſmodi eſt numerus laterum octogoni, & ſedecagoni. Tunc enim in dato circulo deſcribendum eſt quadratum, per ſextam quarti elementorum. Quælibet inde quarta circunferentiæ pars bifariam diuidenda eſt, & rurſum pars quælibet bifariam,per trigeſimam tertij ipſorum elementorum:ídque deinceps quãtumlibet obſeruãdum,donec propoſitus æqualiũ arcuum

Cùm datũ poligonum à numero pariter pari fuerit denominatum.

eiuſdem circunferentiæ pariter par inſurgat numerus,ipſi numero laterum vel angulorũ oblati poligoni æqualis. Connectendæ tandem ſunt ſingulæ lineæ rectæ,inter quælibet duo proxima diuiſionum puncta ſubtenſæ,per primũ poſtulatũ: quæ per ſecundã tertij eorundem elementorum cadent intra circulum,erúntque inuicem æquales per vigeſimamnonam ipſius tertij,vtpote quę ſub ęqualibus eiuſdẽ circũferentię ſubtendentur arcubus. Et proinde æquilaterum erit ipſum poligonum,& in dato circulo,per tertiam diffinitionem quarti prædictorum elemẽtorum deſcriptum. Aequiangulũ erit inſuper idem poligonũ,in dato circulo hoc modo deſcriptum.nam ipſius poligoni quilibet anguli ſub æqualibus eiuſdem circunferentiæ itidem ſubtendentur arcubus, & omnes propterea eiuſdem poligoni anguli ęquales erũt ad inuicem, per vigeſimamſeptimã eiuſdẽ tertij elementorũ. ❡Quemadmodùm ex ſequenti, & in ęxemplũ adiuncta,potes elicere figura. In primis enim in dato circulo a b c d/deſcribitur quadratum:& huius quadrati adminiculo,figuratur octogonum. poſtmodùm eodem octogono mediãte, conſurgit tandem ſedecagonum æquilaterum & æquiangulum,in dato circulo a b c d, per eas quas nuper allegauimus propoſitiones

Exemplum.

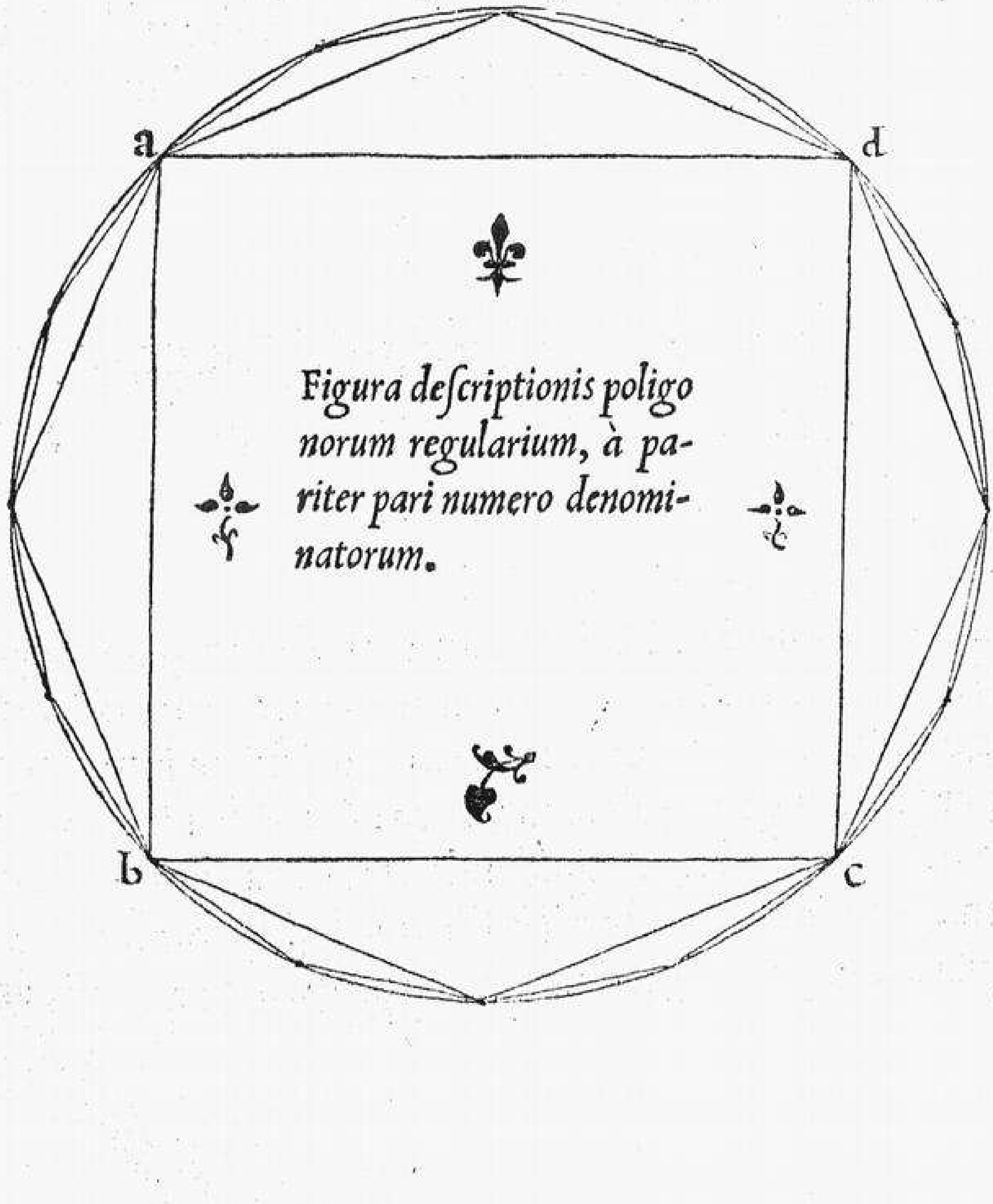


Figura deſcriptionis poligonorum regularium, à pariter pari numero denominatorum.

descriptum. Nec alienum velim habeas iudicium, de similibus quibuscunq; oblatis poligonis, à quouis pariter pari numero denominatis, & in dato circulo respondenter delineandis.

2 ¶ At si datum poligonum, à primo quopiam denominetur numero, qui nullam scilicet quotam habet partem, præter vnitatem: figurandum est in primis triangulum isosceles, cuius vnusquisque angulus qui ad basin totuplex sit reliqui, quotuplex est dimidius numerus laterum ipsius oblati poligoni (vnitate dempta) ad ipsam relatus vnitatem, per antecedentis secundi problematis traditionem. Huic postmodùm triangulo, æquiangulum triangulum in dato describendum est circulo, per secundam quarti elementorum. Diuidendus est consequenter vterque angulus qui ad basin eiusdem inscripti trianguli, in tot angulos inuicem æquales, quotuplex is fuerit reliqui, per antecedens problema tertium: productis vsque ad circunferentiam, ipsius circuli lineis rectis angulos ipsos subdiuidẽtibus. Tandẽ cõnectenda sunt ipsius poligoni latera, singulos angulos & arcus inuicẽ æquales subtendentia, per primũ postulatum. Hoc enim artificio, descriptum erit in dato circulo oblatum poligonum æquilaterum & æquiangulum. Nam singuli arcus, singulos æquales angulos qui ad circunferentiam subtendentes, erunt inuicem æquales, per vigesimam sextam tertij elementorum: & proinde singula latera eosdem æquales angulos subtendentia inuicem respondenter æqualia, per vigesimamnonam ipsius tertij. Singuli rursum eiusdem poligoni anguli, sub æqualibus demum subtendentur arcubus: quapropter illi inuicem erunt æquales, per vigesimamseptimam eiusdem tertij elementorum. Quemadmodũ vndecima quarti eorundẽ elementorũ, de pẽtagono præostendimus. ¶ In exemplum eorum quæ diximus, geminas subiecimus figuras. In quarum prima, heptagonũ æquilaterum & æquiangulũ in dato circulo describitur: mediante videlicet isoscele triangulo e f g, cuius vnusquisq; eorũ qui ad basin f g/ sunt angulorum, triplus est reliqui, qui sub f e g/ cõtinetur anguli. In secunda porrò figura vndecagonum æquilaterũ partiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: adminiculo scilicet isoscelis trianguli h l m, cuius vterq; angulus qui ad basin l m, quintuplus est reliqui, qui sub l h m/ continetur anguli. Idẽ respondenter facito de cæteris quibuscunq; poligonis, à quouis alio primo numero denominatis.

Vbi datum poligonum, à numero primo denominatur.

Exemplum.

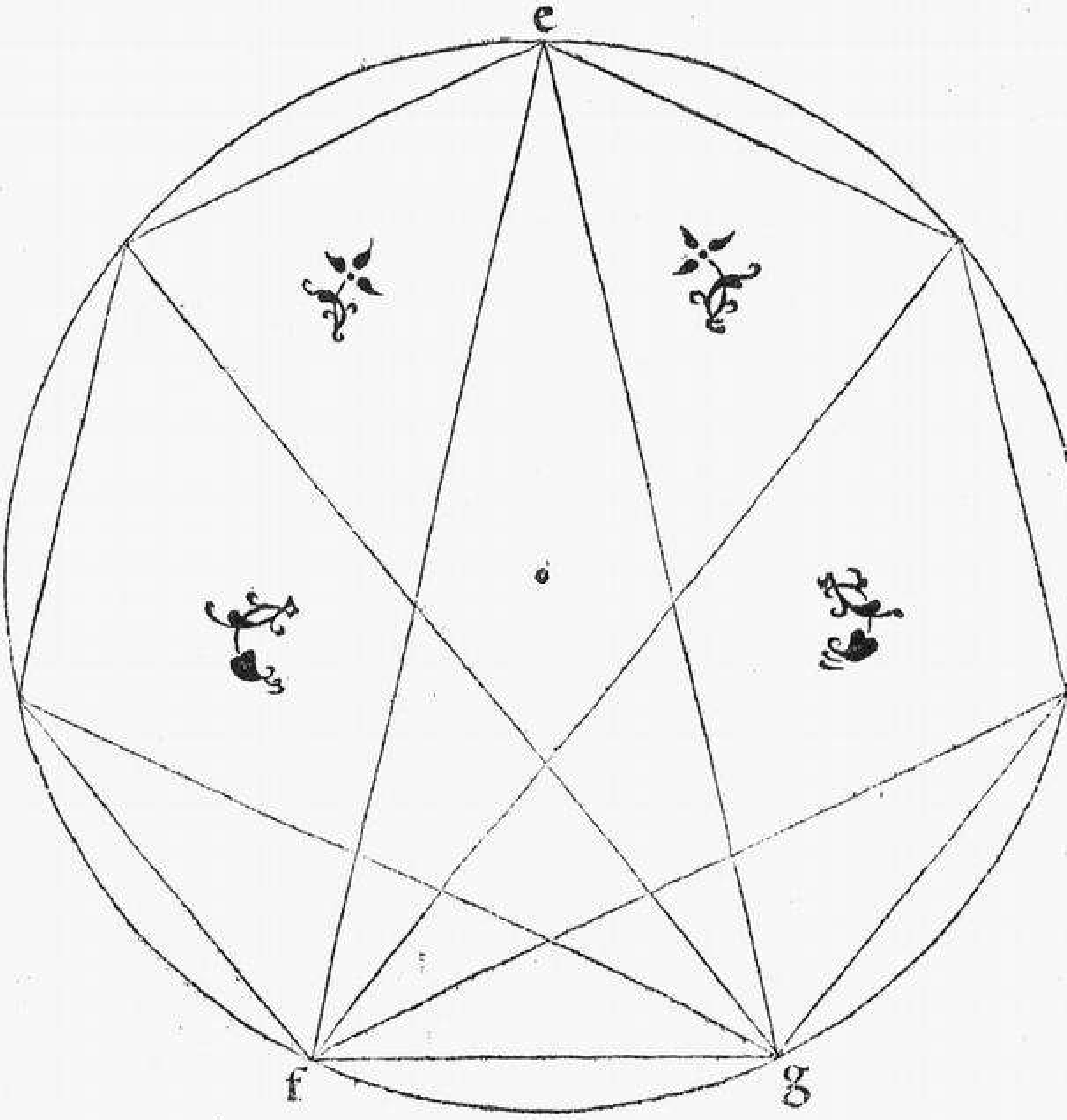


Figura descriptionis heptagoni regularis in dato circulo.

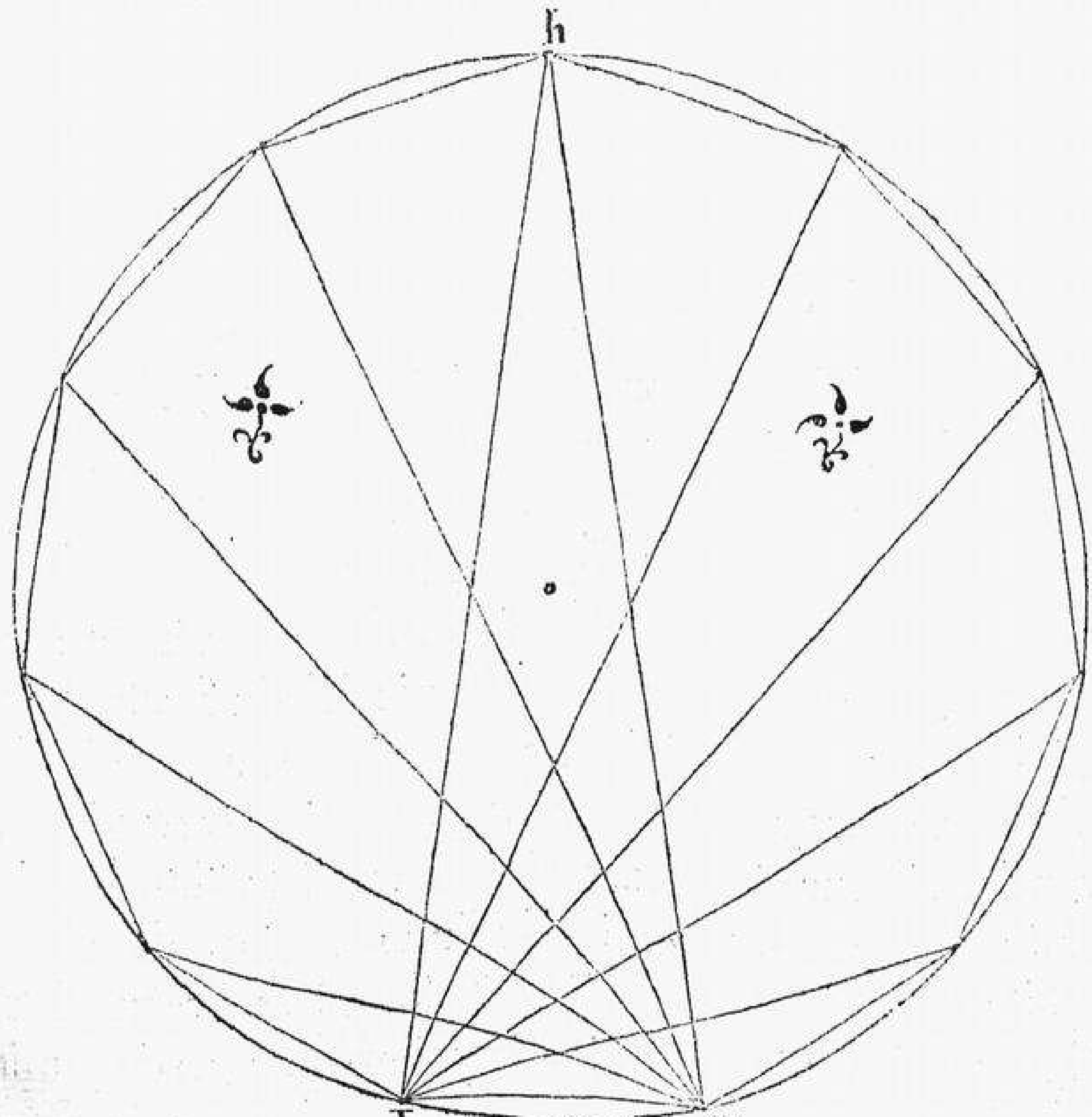


Figura descriptionis undecagoni regularis, in dato circulo.

3 ❡Quòd si datum poligonum, ab impariter pari numero fuerit denominatum: poterit eius inscriptio, in hunc, qui sequitur modum vtcunq; facilitari. Describatur in primis in oblato circulo, poligonum æquilaterum & æquiangulum, à dimidio & impari numero laterum ipsius poligoni denominatum: per secundam huiusce problematis partem. Quælibet deinde subtensa à lateribus huius poligoni circunferentiæ pars, bifariam diuidatur, per trigesimam tertij elementorum. Nam connexis tandem per singulas proximas diuisiones lineis rectis, propositum in dato circulo descriptum erit poligonū: quod per eas, quas nunc citauimus, tertij elementorum propositiones, æquilaterum erit & æquiangulum. ❡Quemadmodùm ex succedentibus, & in exemplū adiunctis, licet deprehendere figuris. In quarum prima, decagonum æquilaterum & æquiangulum, in dato describitur circulo: adminiculo scilicet prius descripti pentagoni a b c d e. In secunda verò figura, dodecagonum æquilaterum similiter & æquiangulum, in oblato describitur circulo: mediante videlicet prius descripto f g h l m n / hexagono.

Inscriptio poligoni, à numero pariter pari denomiati.

Exemplum.

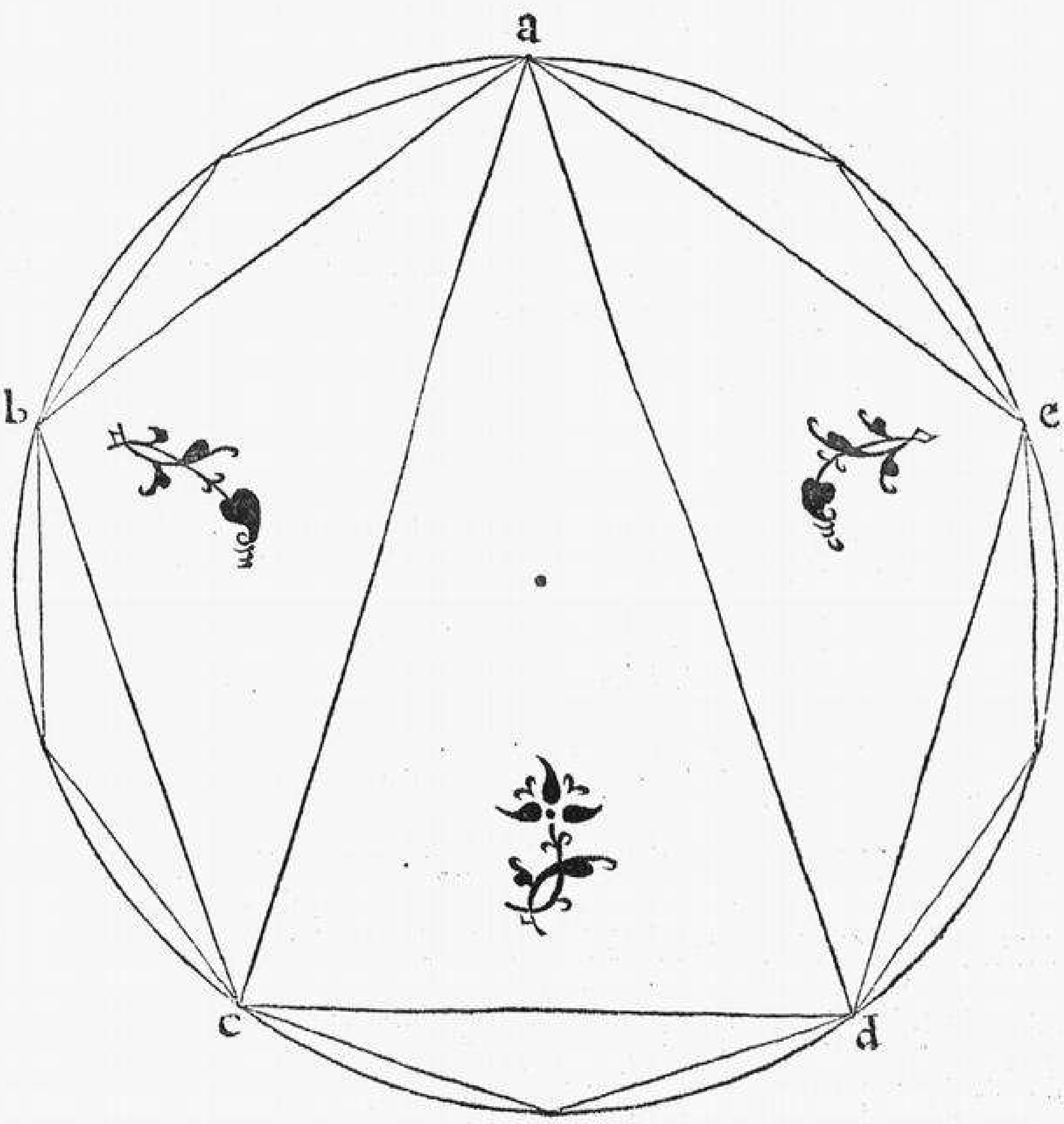
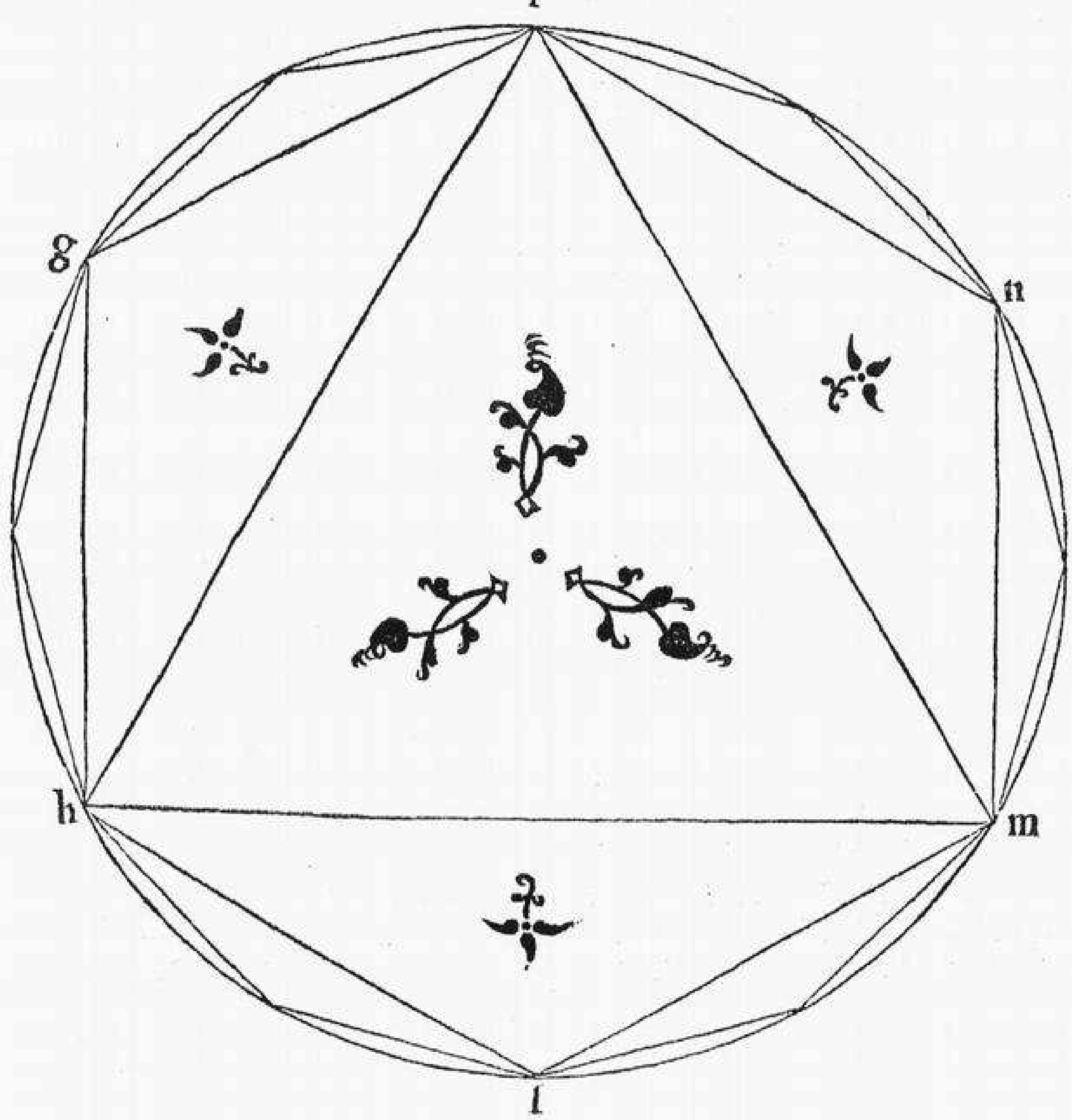


Figura descriptionis decagoni æquilateri & æquianguli in dato circulo.



Secunda figura de decagoni regularis in circulo descriptione.

Alia hexagoni intra circulū descriptio.

Quanquã porrò ipsum hexagonũ æquilaterũ & æquiangulum, decimaquinta quarti elemẽtorũ alia ratione describatur: potest nihilominus idem hexagonum f g h l m n, descripto prius æquilatero & æquiangulo triangulo f h m, per secundã quarti eorundẽ elementorum, in oblato describi circulo. Sed ex ipsius descriptionis, quæ eadẽ decimaquinta quarti traditur, demonstratione: hoc vtile admodũ elicitur corollarium. Quòd scilicet hexagoni latus, ei quę ex centro circuli (in quo ipsum describitur hexagonũ) est æquale.

Corollarium I.

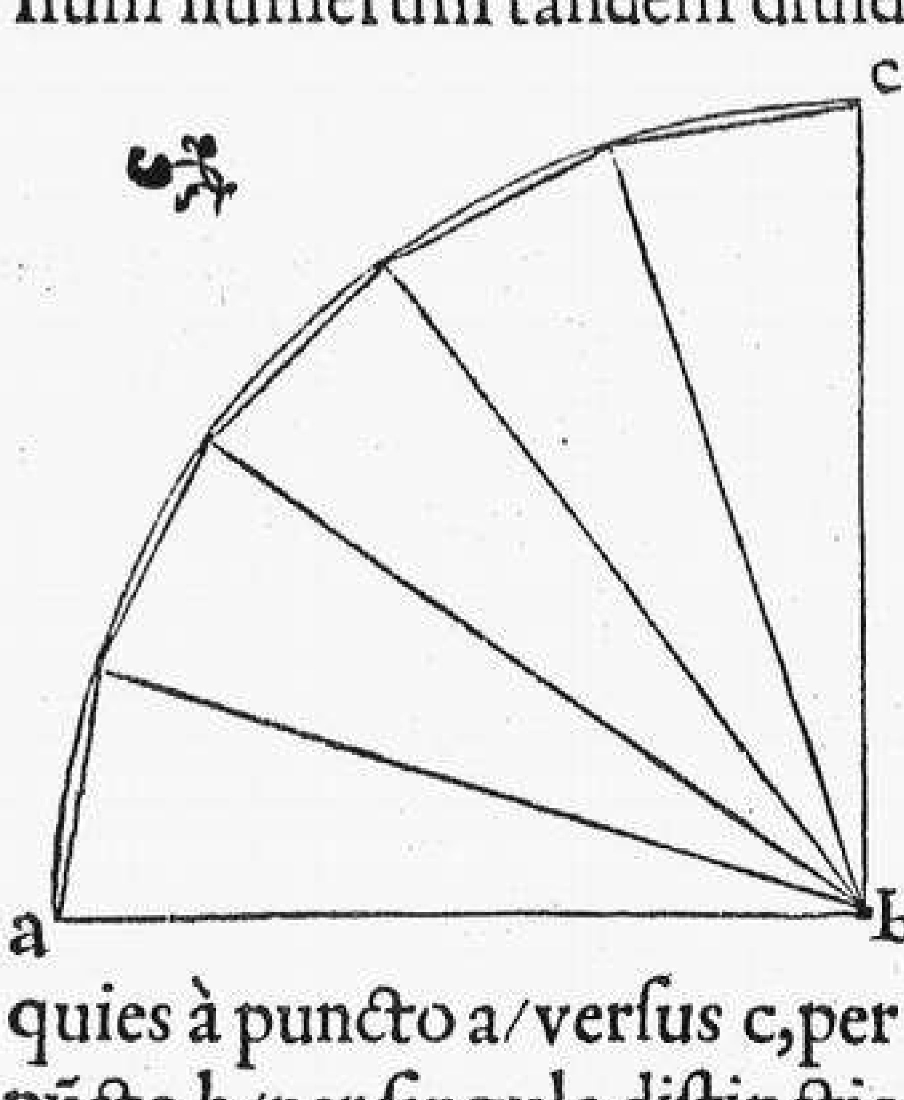
CIrcunferentia itaq; dati cuiuscunq; circuli, in quotcunq; partes inuicem æquales vel facilè diuidetur: quod hactenus fuerat desideratum.

Cùm enim poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum, hoc est, à libero quouis laterũ vel angulorũ numero denominatũ, in dato circulo per antecedẽtia problemata describatur: & cuiuslibet poligoni latera inuicem æqualia, æquales circunferentiæ eius circuli in quo deſcribitur ſubtendant arcus, per vigeſimamoctauam tertij elemẽtorum. Corollarium ipſum, vtile admodùm, hactenúſque deſyderatum, fit in promptu manifeſtum: quòd videlicet circunferentia dati cuiuſlibet circuli, in quotcunque partes inuicem æquales diuidi vel facilè poſſit.

Corollarium 2.

ANgulus præterea rectus, in quotlibet partes inuicem pariter æquales, conſequenter diuiſibilis erit.

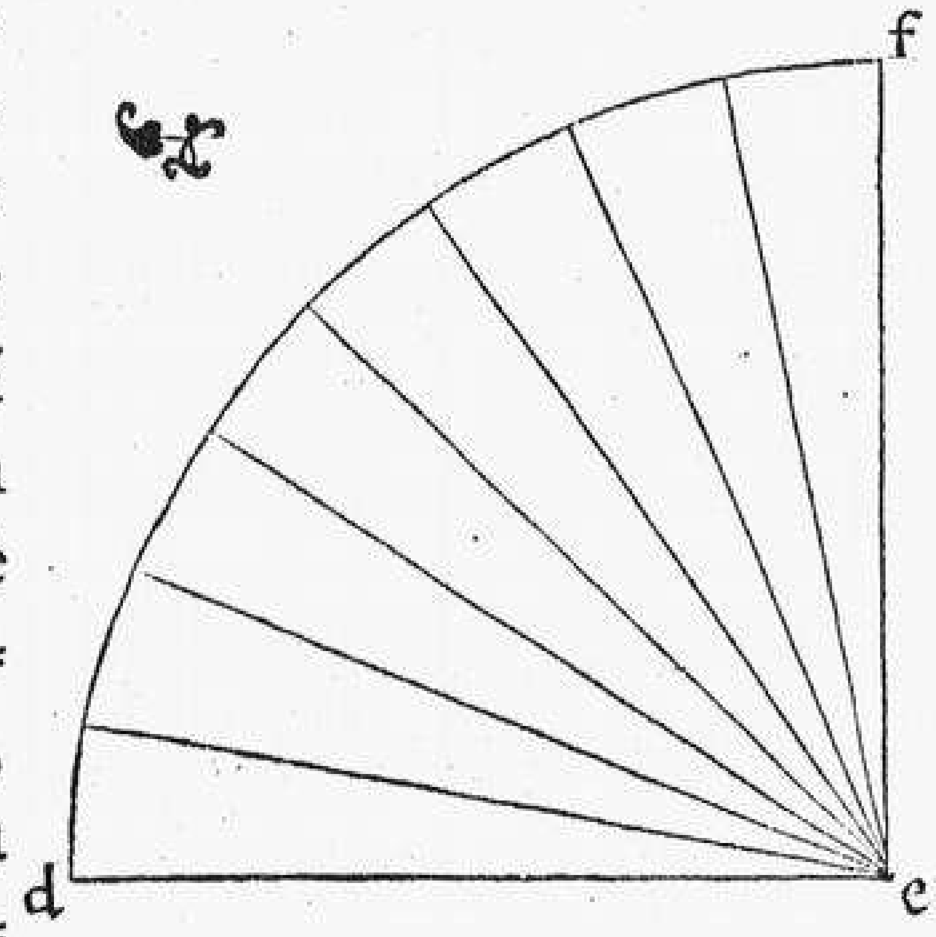
1 ¶ Cùm enim circuli quadrãs, rectũ cõtineat & metiatur angulum, & quatuor ſint in circulo quadrantes: ſi propoſitus igitur partium numerus, in quot ipſe rectus angulus proponetur diuidendus, per quatuor multiplicetur, & à producto numero denominati poligoni æquilateri & æquiãguli, & in eo circulo deſcripti, cuius quadrãs rectum ipſum capit angulũ, per antecedentia problemata latus inueniatur: & toties eidem quadranti per primã quarti elementorum coaptetur, quotus eſt ſubquadruplus laterũ vel angulorũ eiuſdem poligoni numerus, & à centro quadrantis ſiue anguli recti vertice, per ſingulas ipſius quadrãtis ſiue laterum diſtinctiones, rectæ educãtur lineæ: Idẽ angulus rectus, iuxta datũ partium inuicem æqualium numerum tandem diuidetur. ¶ Vtpote, ſi datum angulum rectum a b c, in quinque partes inuicem æquales diuidi iubeatur: quadruplabis quinque, fient 20. Dico quòd latus poligoni æquilateri & æquianguli, 20 latera & angulos habẽtis, & in eo circulo deſcripti, cuius quadrans fuerit arcus a c: quinquies ſubtendetur in ipſo quadrante a c. Coaptetur igitur latus ipſum, per antecedentia problemata repertũ, quinquies à puncto a, verſus c, per ipſam primã quarti elementorũ: & à pũcto b, per ſingula diſtinctionũ puncta, rectæ producantur lineæ. *Exemplum ſecundi corollarij.*



Hoc enim modo,datus angulus rectus a b c,in quinq; angulos acu
tos inuicẽ æquales,per vigeſimamſeptimã tertij eorundẽ elemẽto=
rũ,diuidetur.

De angulo recto, in partes à pariter pari numero denominatas diuidendo.

❡Verùm ſi datus angulus rectus,in partes quotlibet 2
à numero pariter pari denominatas diuidi iubeatur:id multò leuius
abſolui poterit.Deſcripto enim circa ipſius anguli verticẽ,ad alter=
utrius linearũ rectarum ipſum angulũ rectum cõtinentium inter=
uallum , quadrante circuli: ſi quadrans ipſe bifariam diuidatur, ac
rurſum quælibet eius pars bifariã,
per trigeſimam tertij elementorũ,
ídque toties cõtinuetur,quatenus
datus partiũ pariter par abſoluatur
numerus, & ex cẽtro demũ quadrã
tis per ſingulas ipſius diuiſiones ſin
gulæ producãtur lineæ rectæ: Ipſe
angulus rectus,in tot acutos & in=
uicem æquales angulos diuidetur,
quotus fuerit ipſe pariter par obla
tarũ partiũ numerus . Quẽadmo=
dũ ex obiecto angulo recto d e f, in octo acutos & inuicẽ æquales
angulos, ſupraſcripto modo diſtributo: colligere vel facilè potes.



Corollarium 3.

RAtio inſuper anguli cuiuſlibet poligoni æqui
lateri & æquianguli , ad ipſum angulum re=
ctum,fit pendenter manifeſta.

Qualiter angulus dati poligoni, & angulus rectus, ſub certam redigantur menſuram.

❡Angulus enim dati cuiuſlibet poligoni æquilateri & æquiangu= 1
li,tot complectitur angulos rectilineos, ei qui ſub vno laterum ad
circunferentiam ſubtenditur ęquales:quotus eſt laterum ipſius po=
ligoni numerus,duobus tantùm exceptis,nempe ijs lateribus,quæ
datũ ipſum poligoni continent angulum.Rectus porrò angulus,ad
circunferentiã itidem relatus: dimidiã circũferentiam eius circuli,
in quo deſcribitur,ſubtendit.Sicut autem ſubtenſa circunferentiæ
pars,ad ſubtenſam partem:ſic & angulus,ad angulum.Partes itaq;
à cuiuſlibet poligoni angulo ſubtenſæ,ad partes anguli recti ſimi=
les, ſub certam numerorum rationem reducere non eſt difficile.

2 ¶ Nam si datum poligonum ab impari denominetur numero, is numerus duplādus erit: dein cōsiderandum, quot partes à duplato numero denominatas capiat eiusdē poligoni angulus. quam enim rationē habebūt illæ partes, ad dimidiū similium partiū totius ambitus numerum (qui recto debetur angulo) talem rationē habebit angulus ipsius poligoni, ad angulū rectum. Proponatur in exemplum pentagonū, à quinario numero denominatum. Dupla igitur quinq;, fient 10. Qualiū igitur partiū tota circūferētia est 10, talium angulus pētagoni subtendit 6, & angulus rectus 5. Angulus igitur pentagoni, ad angulum rectum eam habet rationem, quam 6 ad 5.

De angulo poligoni, ab impari numero denominati.

Exemplum.

3 ¶ At si poligonum ipsum, à pari denominetur numero: ipsę partes ab eodē poligoni angulo comprehensæ, dimidio similium partium totius circūferentiæ numero comparandæ sunt. Qualem enim rationem habebūt ipsæ partes, ad eundē dimidium numerum: talem habebit angulus poligoni, ad angulum rectum. Vt in hexagono à senario nnmero denominato, qualium partium tota circūferentia est 6, talium angulus ipsius hexagoni subtendit 4: angulus verò rectus ad circunferentiam relatus, 3. Habet igitur angulus hexagoni, ad angulum rectum eam rationem, quam 4 ad 3. De similibus idem respondenter habetur iudicium. Quemadmodùm subscripta, & in maiorem prædictorū elucidationem adiūcta, cōplectitur formula.

De angulo poligoni à pari numero denominati.

Exemplum.

Pentagoni		$\frac{3}{5}$.		*6, ad 5.*
Hexagoni		$\frac{4}{6}$, *vel* $\frac{2}{3}$.		*8, ad 6: vel 4, ad 3.*
Heptagoni		$\frac{5}{7}$.		*10, ad 7.*
Octogoni	*angulus,*	$\frac{6}{8}$, *vel* $\frac{3}{4}$	*Et se ha*	*6, ad 4: vel 3, ad 2.*
Nonagoni	*subtēdit*	$\frac{7}{9}$.	*bet ad*	*14, ad 9.*
Decagoni	*circunfe*	$\frac{8}{10}$, *vel* $\frac{4}{5}$.	*angulū*	*16, ad 10: vel 8, ad 5.*
Vndecagoni	*rentiæ*	$\frac{9}{11}$.	*rectum,*	*18, ad 11.*
Dodecagoni	*circuli.*	$\frac{10}{12}$, *vel* $\frac{5}{6}$.	*vt*	*10, ad 6: vel 5, ad 3.*
Tredecagoni		$\frac{11}{13}$.		*22, ad 13.*
Quartidecagoni		$\frac{12}{14}$, *vel* $\frac{6}{7}$.		*24, ad 14: vel 12, ad 7.*
Quintidecagoni		$\frac{13}{15}$.		*26, ad 15.*
Sedecagoni		$\frac{14}{16}$, *vel* $\frac{7}{8}$		*28, ad 16: vel 14, ad 8.*

Et sic consequenter de cæteris poligonorum angulis, continuato numeratorum atque denominatorum earundem partium ordine: iuxta naturalem numerorum, & ab illis denominatorum poligonorum successionem, quæ nunquam finem consequi videtur.

Corollarium 4.

ANguli rurſum cuiuſlibet æquilateri & æquiangulipoligoni,à primo, vel impariter pari numero denominati: ad illius iſoſcelis angulum, cum quo ipſum deſcribitur poligonum,ratio tandem dignoſcetur.

De angulo poligoni à primo numero denominati.

¶De angulo iſoſcelis velim intelligas,qui ad illius baſin conſiſtit. 1
In primis igitur,angulus oblati poligoni ab aliquo primorum numerorum denominati,bis capit angulum qui ad baſin proprij iſoſcelis cum quo ipſum deſcribitur poligonum,vno tantùm angulo minus,ei qui ſub æquis eiuſdem iſoſcelis continetur lateribus ęquali. Vt in heptagono ſit manifeſtum. Clarum eſt enim ex ſupra dictis,angulum ipſius heptagoni ſubtendere partes quinq;,qualium tota circũferentia eſt ſeptẽ.Sed qualium tota circũferentia eſt 7,taliũ angulus qui ad baſin iſoſcelis,cũ quo ipſum deſcribitur heptagonum,eſt trium,cùm ſit triplus ad reliquũ,qui ſub ęquis eiuſdem iſoſcelis lateribus cõtinetur.Angulus igitur heptagoni,ad angulũ qui ad baſin ſui iſoſcelis,ſe habet vt 5 ad 3.Idem reſpondẽter intelligito,de cæteris poligonis à primo quouis numero denominatis.

Exemplum.

Cùm igitur vterque angulus qui ad baſin iſoſcelis, reliqui anguli fuerit	*duplus,*	*Angulus poligoni capiet ſemel eum qui ad baſin, atque eiuſdem anguli*	*dimidium.*
	triplus,		*duo tertia.*
	quadruplus,		*tria quarta.*
	quintuplus,		*quatuor quinta.*
	ſextuplus,		*quinque ſexta.*
	ſeptuplus,		*ſex ſeptima.*
	octuplus,		*ſeptem octaua.*
	nocuplus,		*octo nona.*
	decuplus,		*nouem decima.*
	vndecuplus,		*decem vndecima.*
	dodecuplus,		*vndecim duodecima.*
	tredecuplus,		*duodecim decimatertia.*
	quartidecuplus,		*tredecim decimaquarta.*
	quintidecuplus,		*quatuordecim quindecima.*
	ſedecuplus,		*quindecim,ſedecima.*

Et deinceps ita quantumlibet, ipsorũ isoscelium triangulorũ, atq; circunscriptorũ poligonorũ ordinẽ continuando, pro crescente in infinitum numerorũ multitudine. Nam quemadmodũ in numeris nunquã peruenitur ad numerũ maximũ, vtpote, qui per cõtinuam vnitatis additionẽ in infinitũ augmentantur: sic nunquam dabitur regulare aut irregulare poligonum, à maxima laterum multitudine denominatum. Et proinde antecedens formula, quantumuis pro numerorum ordine continuata, nunquam finem adipiscetur.

2 ¶ Angulus autem poligoni æquilateri & æquianguli, ab impariter pari numero denominati (qui scilicet in duos impares, & inuicem æquales numeros immediatè diuiditur) continet semel angulum poligoni, quod à dimidio & impari denominatur numero: & totam insuper eiusdem anguli partem, quotus est ipse dimidius numerus binario dempto. Poligoni verò angulus, quod ab ipso dimidio numero denominatur, continet bis angulum qui ad basin sui isoscelis, cum quo idem poligonum describitur, vno tantum angulo minus, ei qui sub æquis eiusdẽ isoscelis lateribus cõtinetur angulo æquali: vti nuper declarauimus. Hinc fit, vt angulus ipsius poligoni ab impariter pari numero denominati, ad angulũ qui ad basin eiusdem isoscelis, cum quo describitur ipsum poligonum à dimidio numero denominatum, duplam rationem semper obseruet (quod scitu dignum est) ex præfatis rationibus indifferenter resultantem. Exempli gratia, angulus decagoni æquilateri & æquianguli, continet angulum pentagoni (quod à dimidio ipsius denarij numero denominatur) cum quo iuxta tertiæ partis antecedẽtis problematis traditionẽ in eodem circulo describitur: & tertiam insuper eiusdem anguli partem. Angulus porrò ipsius pentagoni, capit semel eum angulũ qui ad basin sui isoscelis: & dimidiã insuper eiusdem anguli partẽ, hoc est, bis eum qui ad basin, dempto reliquo qui sub æquis lateribus cõtinetur, angulo. Qualiũ igitur partium tota circũferentia circuli est 10: taliũ angulus decagoni est 8, ipsius verò pentagoni 6, & is qui ad basin isoscelis 4. Atqui 8 ad 6 habẽt rationẽ sesquitertiam, & 6 ad 4 sesqualterã: ex quibus dupla ratio componitur. Habet igitur angulus decagoni, ad angulũ sui pentagoni rationem sesquitertiam: ad angulũ verò qui ad basin isoscelis pẽtagoni duplam. Idem respondẽter in cæteris poligonis, à quouis impariter pari numero denominatis, deducere haud difficile est.

De angulo poligoni, ab impariter pari numero denominati.

Exemplum.

Angulus itaq; poligoni habentis latera — semel continet angulum — Et partem eius — Bis autem angulum proprij isoscelis.

10,	pentagoni,	tertiam.
14,	heptagoni,	quintam.
18,	nonagoni,	septimam.
22,	vndecagoni,	nonam.
26,	tredecagoni,	vndecimam.
30,	quintidecagoni,	tredecimam.
34,	septemdecagoni,	quindecimam.
38,	nouemdecagoni,	decimãseptimã.
42,	vndeuigecagoni,	decimamnonam.
46,	tredeuigecagoni,	vndeuigesimam.
50,	quintiuigecagoni,	tredeuigesimã.

Et consequenter ita de cæteris, ab impariter paribus numeris denominatis, & in infinitum progredientibus poligonis.

Problema 5.

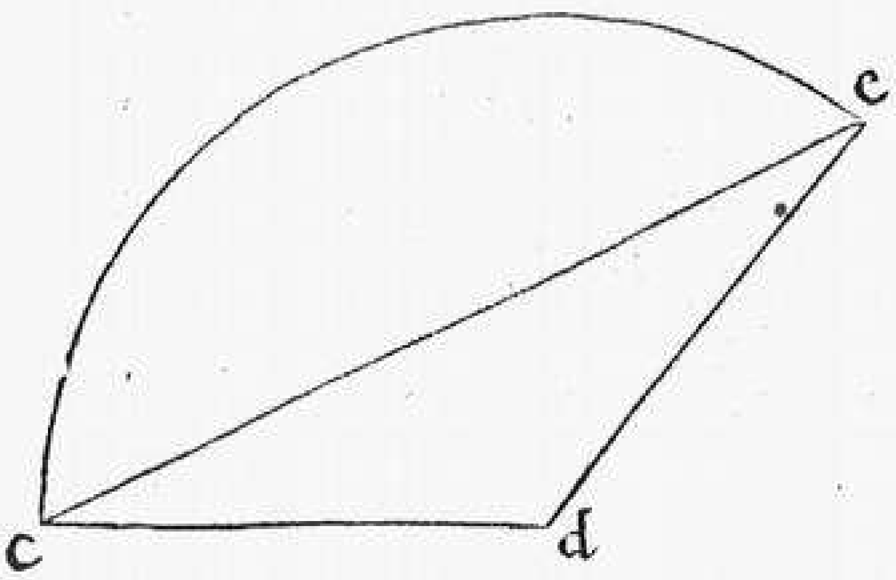
SVper data linea recta terminata, poligonum quoduis æquilaterũ & æquiangulum describere.

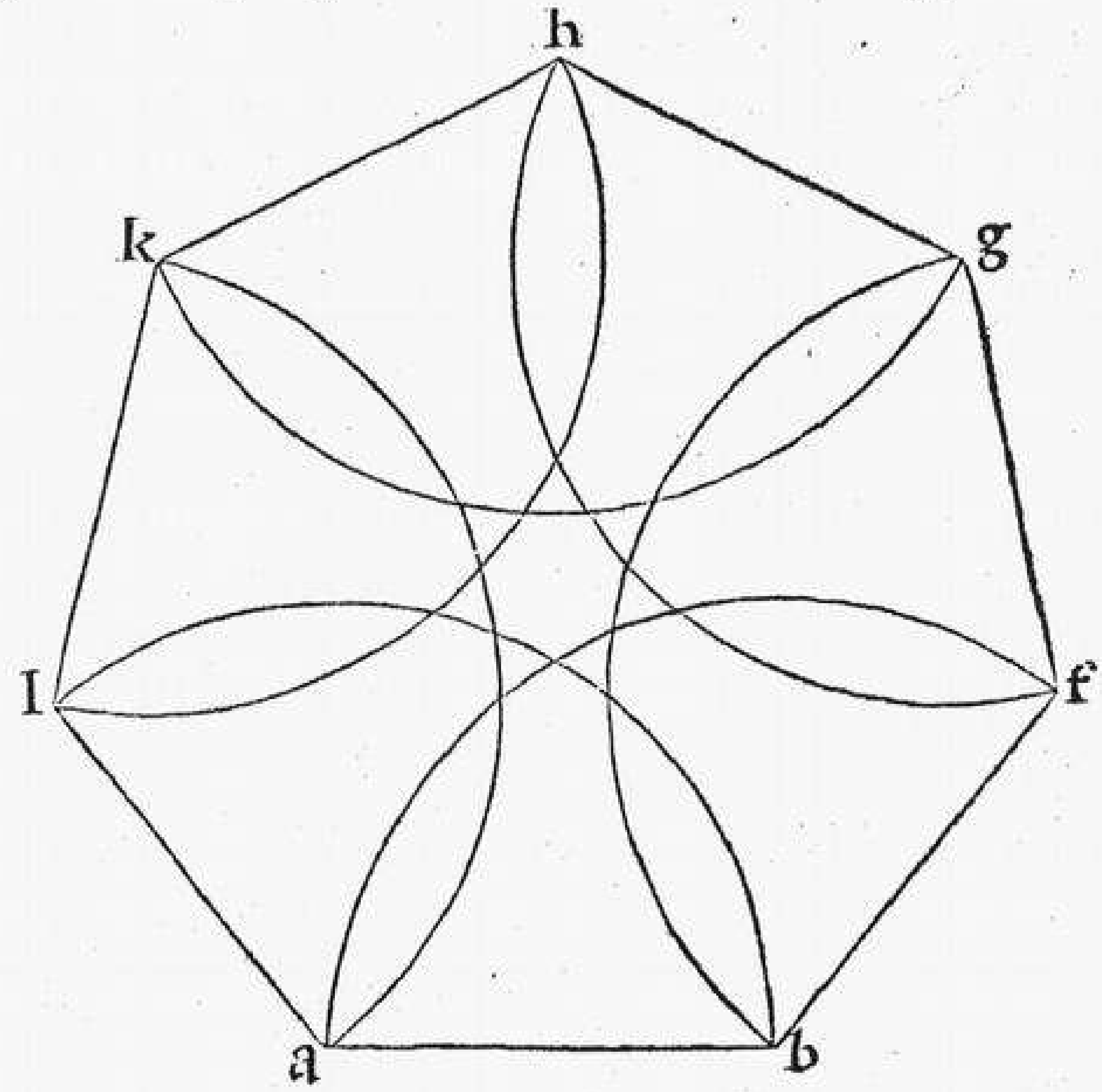
¶Sit data linea recta terminata a b, super quam oporteat poligonum aliquod, vtpote, heptagonum æquilaterum & æquiangulum describere: hoc est, ipsam lineam rectam a b/in latus eiusdẽ coassumere siue coaptare poligoni. Suscipiatur igitur ex altero duorum antecedẽtium corollariorum, ipsius heptagoni angulus: sítque c d e, sub duabus lineis rectis c d/& d e, inuicem atque ipsi a b/ęqualibus comprehensus. Et centro d, interuallo autem d c/vel d e, circuli describatur arcus c e, per tertium postulatum: cui subtendatur chorda, siue recta c e. Dato postmodùm angulo rectilineo c d e, ad datam rectam lineam a b, atque ad eius punctum b, æqualis angulus rectilineus constituatur a b f, per vigesimamtertiam primi elementorum: sub a b/quidem & b f/lineis rectis, tum inuicem, tum ipsis c d/& d e/æqualibus comprehensus. Describetur autem a b f/angulus, ipsi c d e/angulo æqualis: vbi circa b/cẽtrum, ad interuallum autẽ ipsius a b/aut b f, arcum a f/ipsi c e/æqualem, per subtẽsam rectam a f/ipsi c e/rectæ itidẽ æqualem delineaueris. Aequales enim rectæ in circulis æqualibus, æquales

Angulus describendi poligoni, præparandus.

Qualiter eodẽ angulo mediante, ipsum describatur poligonum.

auferunt arcus, per vigeſimamoctauam tertij elementorum: & æquales arcus in circulis æqualibus, æquales ſubtendunt angulos, per vigeſimamſeptimam eiuſdem tertij. Ad datam conſequenter lineam rectam b f, atq; ad eius punctum f, dato rurſum angulo rectilineo c d e: æqualis angulꝰ rectilineus





conſtituatur b f g, per eandem vigeſimamtertiam primi elementorum, qui ſub b f/ & f g/ lineis rectis, tum inuicem, tum eiſdem a b/ c d/ & d e/ æqualibus contineatur. Idque circumeundo toties obſeruetur: donec ipſum a b f g h k l/ compleatur heptagonum, & vltimus eiuſdem poligoni angulus ſub l a/ & a b/ lateribus tandem comprehendatur. Aequilaterum erit itaque, deſcriptum in hunc modum heptagonum. ſingula enim ipſius heptagoni latera, tum ipſi a b, tum eiſdem c d/ & d e/ ſunt æqualia: & proinde æqualia adinuicem, per primam communem ſententiam. Aio demum, quòd & æquiangulum eſt idem heptagonum: nam ſinguli eius anguli, eidem angulo c d e/ ſunt per conſtructionem æquales, & æquales propterea adinuicem, per eandem primam communem ſentẽtiam. Super data igitur linea recta terminata a b, heptagonum æquilaterum & æquiangulum deſcripſimus: Quod faciendũ ſuſceperamus.

Quòd deſcriptum poligonum ſit æquilaterũ, & æquiangulum.

Haud aliter cætera quæuis data poligona, ſuper quacunq; linea recta itidem terminata, per proprios eorundẽ angulos deſcribẽtur.

Problema 6.

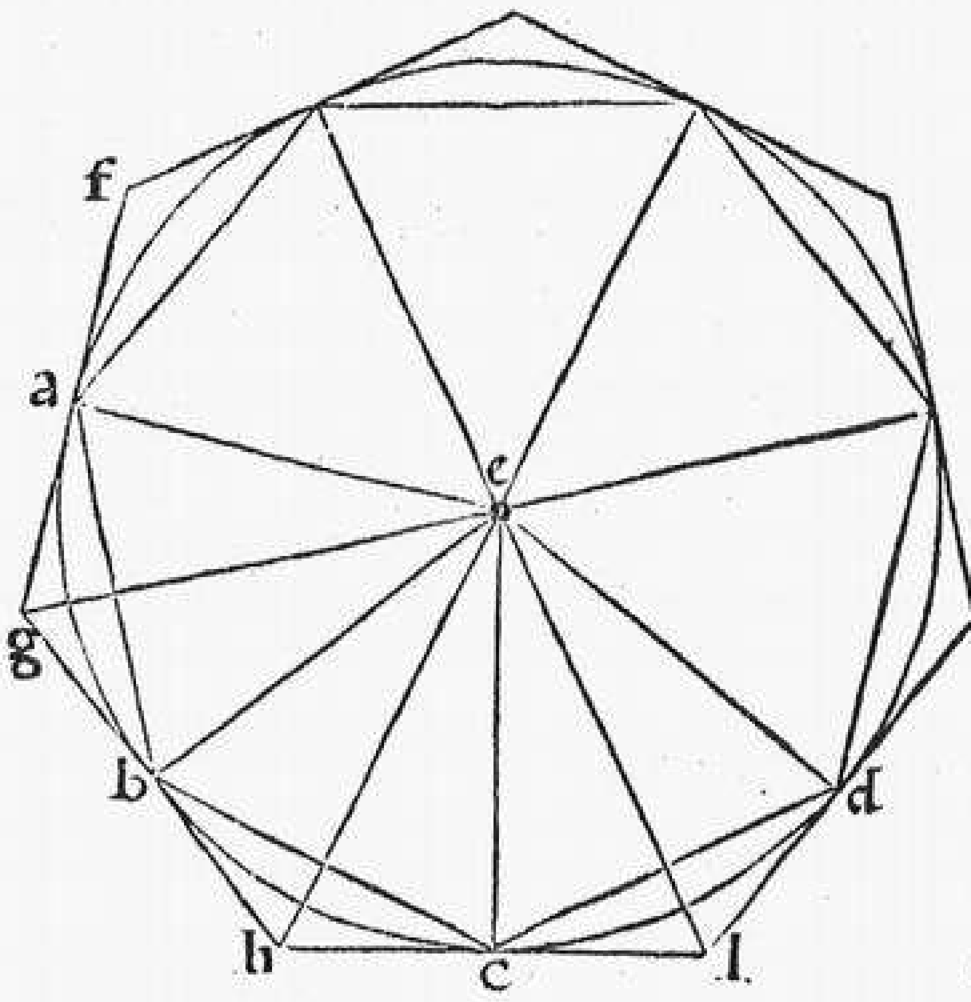
CIrca datum circulum, poligonum quoduis æquilaterum & æquiangulum deſcribere.

❡Quanquam ex ijs,quæ duodecima,decimatertia,& decimaquarta propositione libri quarti elementorum, de pentagono tradidimus,coadiuuante hac vniuersali & per nos inuenta poligonorum omnium in circulo descriptione: cæterorum poligonorũ circa datum circulum, atq; circuli tam intra,quàm circa datũ poligonum descriptiones,colligi vel facilè possint. Vt tamen hoc negotium in vniuersum absoluamus:nouas,ac longè clariores (quas recèns excogitauimus) inscribendi ac circunscribendi placuit annectere demonstrationes. ❡Esto igitur in exemplũ vniuersale propositum, describere heptagonũ æquilaterum & æquiangulum, circa datum circulum a b c d, cuius centrum sit e. Describatur itaque primùm in ipso a b c d/circulo,heptagonum æquilaterum & ęquiangulum a b c d,per antecedens problema quartum. Connectantur deinde e a,e b,e c,e d,& reliqui eiusdem circuli semidiametri, per primum postulatum. A punctis consequenter a,b,c,d, atque reliquis semidiametrorum limitibus, rectæ quædam lineæ ad rectos vtrinque excitẽtur angulos,per vndecimam primi elemẽtorum:cuiusmodi sunt a f/& a g,b g/& b h,c h/& c l. In directum itaq; constituentur singulæ binæ lineæ rectæ,ab vnoquoque semidiametrorum limite prodeuntes, per decimamquartam ipsius primi elementorum, veluti sunt f g,g h,& h l:tangéntque in eisdem punctis,hoc est,semidiametrorum limitibus, eundem circulum datũ, per corollarium decimæsextæ tertij eorundem elemẽtorum.Conuenient præterea lineæ ipsæ ad vtrasque partes in directum productæ, per quintum postulatum:vtpote,f g/& g h/in punctum g,g h/& h l/in pũctum h,& reliquæ deinceps suo ordine. Nam singula inscripti poligoni latera, singulos diuidunt angulos rectos: efficiúntque extra idem poligonum, binos interiores & ad easdem partes omnifariam occurrentes angulos,duobus rectis minores.Heptagonum est igitur ipsum f g h l/poligonũ:& circa datum a b c d/ circulum,per quartam diffinitionem quarti eorundem elementorum descriptum.

Heptagoni in exemplũ descriptio, circa datum circulum.

❡Reliquum est,demonstrare quòd idem heptagonum sit æquilaterum & æquiangulum.Connectantur igitur,e g,e h, & e l:& reliquæ similes lineæ rectæ,per primũ postulatum.Cùm igitur e a,ipsi e b,per circuli diffinitionem sit æqualis,isosceles est a e b/triangulum:& angulus propterea e a b,angulo e b a, per quintã primi elementorum æqualis. Atqui rectus e a g, recto e b g, per quartum

Quòd huiusce modi heptagonũ,sit æquilaterum.



æquatur poſtulatum. Reliquus igitur angulus g a b, reliquo g b a, per tertiam communem ſentẽtiam eſt æqualis. Et latus propterea a g, lateri g b, per ſextam ipſius primi elementorum coæquatur. Similiter oſtẽdetur, quòd b h/ ipſi h c, & c l/ ipſi l d: & reliquę deinceps, reliquis ſunt æquales. Item quoniam a e/ ipſi e b/ eſt æqualis, & e g/ vtrique communis, baſis quoque a g/ baſi g b/ æqualis: angulus igitur a e g, angulo g e b, per octauam eiuſdem primi elementorum eſt æqualis. Vterque propterea dimidius eſt ipſius anguli a e b. Haud aliter oſtendetur, vterq; angulus b e h/ & h e c, dimidius anguli b e c: & conſequenter in hunc modum de cæteris. Anguli porrò a e b/ & b e c, æquales ſunt adinuicem, per vigeſimamſeptimam tertij eorundem elementorum: ſub æqualibus enim deducũtur arcubus. Quæ autem eiuſdem, vel æqualium ſunt dimidium, ea ſunt æqualia adinuicem, per ſeptimam communem ſententiam: æqualis eſt igitur angulus b e g, angulo b e h. Rectus præterea e b g/ recto e b h, per quartum æquatur poſtulatum. Bina ergo triangula b e g/ & b e h, habent duos angulos duobus angulis æquales alterum alteri, & latus e b/ vtrique commune, quod æquis adiacet angulis: reliqua igitur latera, reliquis lateribus habebũt æqualia alterum alteri, per vigeſimamſextã primi elementorum. Aequalis eſt igitur b g, ipſi b h: & tota proinde g h, ipſius b h/ dupla eſt. Similiter demonſtrabitur h l, ipſius c h/ dupla. Quæ autẽ eiuſdem vel ęqualium duplicia ſunt, adinuicem ſunt æqualia, per ſextam communem ſententiam: æqualis eſt igitur g h, ipſi h l. Eodẽ prorſus modo cõuincentur reliqua ipſius heptagoni latera, diuidi bifariam: & tum inuicem, tum vtrique ipſarum g h/ & h l/ fore æqualia. Aequilaterum eſt itaque, ipſum f g h l/ heptagonum.

¶ Aio demũ, quòd & æquiangulum. Oſtenſum eſt enim a g/ ipſi g b, & b h/ ipſi h c, necnon g b/ ipſi b h coæquari: quatuor igitur a g, g b, b h, & h c, æquales ſunt adinuicẽ. Bina ergo triangula a g b/ & b h c, habent duo latera duobus lateribus æqualia alterum alteri, atque baſin a b/ baſi b c/ æqualem (ſunt enim latera inſcripti *Quòd idẽ heptagonum eſt æquiangulũ.*

heptagoni æquilateri & æquianguli) angulus igitur a g b, angulo b h c, per octauam ipsius primi est æqualis. Haud dissimiliter ostendentur reliqui eiusdem heptagoni anguli, tum inuicem, tum vtriq; ipsorũ a g b/& b h c/respondenter coæquari. Aequiangulum est igitur ipsum f g h l/heptagonum. Patuit quòd æquilaterum, & circa datum a b c d/circulum descriptum. Quod oportuit fecisse.
Eodem modo cætera poligona, eidem circunscribentur circulo.

Problema 7.

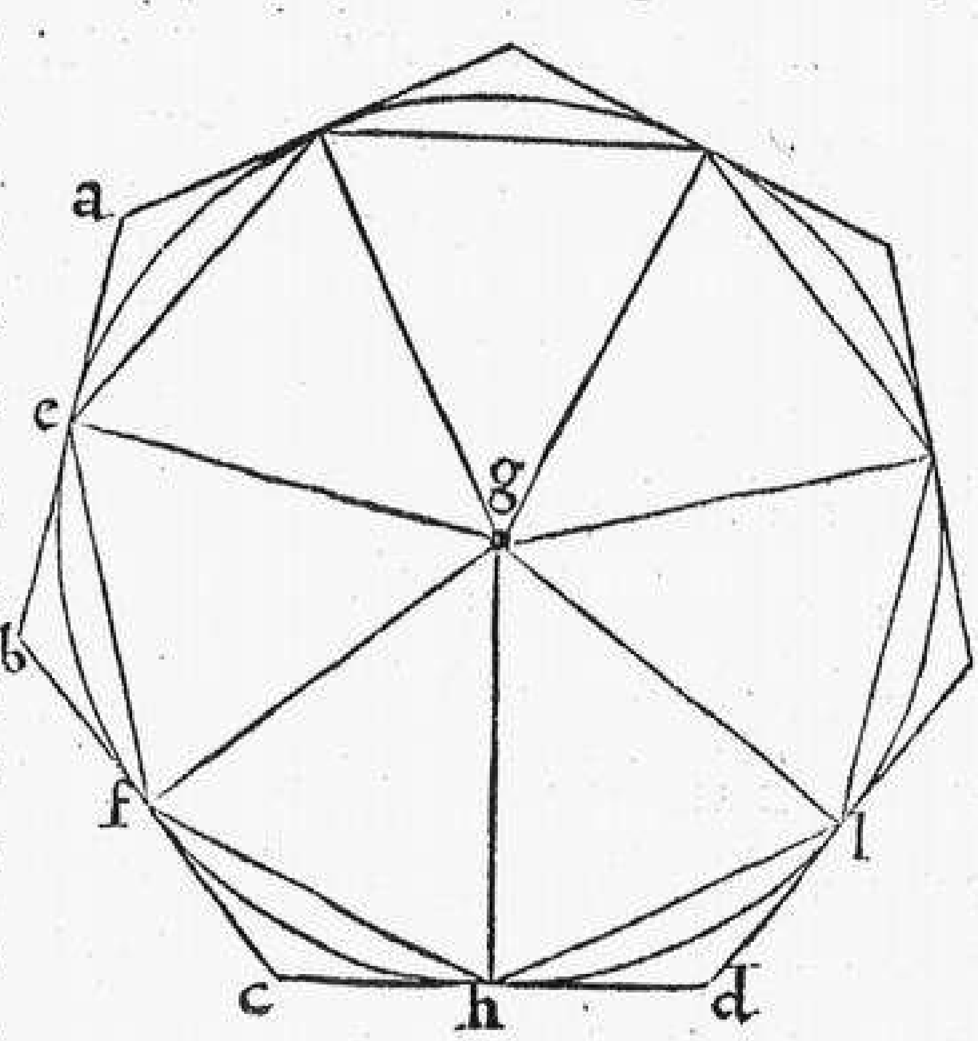
IN dato quouis poligono æquilatero & æquiangulo, circulum versa vice describere.

Quæ requirantur ad circuli descriptionem in dato poligono.

¶Cùm datus circulus, in oblato quouis poligono æquilatero & æquiangulo proponitur describendus: operæpretium est inuenire tot lineas rectas inuicem æquales, & ab vno puncto medio simul procedentes, atque in singula poligoni latera ad rectos incidentes angulos, quot fuerint ipsius dati poligoni latera.

Circuli in heptagono, in aliorum exemplum descriptio.

Sit igitur verbi gratia datum heptagonũ æquilaterũ & æquiangulum a b c d, in quo expediat circulum describere. Secetur in primis vtrunq; latus a b/& b c/bifariam, per decimam primi elementorum: in punctis quidẽ e/& f. Et ab ipsis punctis e/& f, ad angulos rectos suscitẽtur e g/& f g, per vndecimã ipsius primi: & connectatur e f, per primum postulatum. Cùm igitur vterq; angulus b e g/& g f b/sit rectus, erunt interiores & ad easdem partes anguli e f g/& g e f, binis rectis minores: conuenient igitur ipsæ e g/ & f g/ in directũ productæ, per quintũ postulatum. Côueniant itaq; ad punctum g. Et diuidãtur reliqua eiusdẽ pentagoni latera bifariam, per eandẽ decimam primi elementorũ: vtpote c d/ in puncto h, & d l/ in puncto l, & sic de reliquis suo ordine. Connectãtur demum g h/



& g l, & reliquæ deinceps similes lineæ rectæ, per primũ postulatũ.
¶ His ita cõstructis, quoniam recta e b/ rectæ b f/ est æqualis (sunt enim æqualium, hoc est, ipsarum a b/ & b c/ dimidium) æqualis est angulus b e f, angulo b f e, per quintã primi elementorũ. Et proinde angulus c f h, angulo c h f/ itidem æqualis. Atqui rectus angulus b e g, recto g f b, per quartum æquatur postulatum: reliquus igitur e f g, reliquo g e f, per tertiam communem sententiam est æqualis. Et latus consequenter e g, lateri g f, per sextam eiusdem primi erit æquale. Insuper, quoniam bina latera e b/ & b f/ trianguli b e f, sunt æqualia duobus lateribus f c/ & c h/ trianguli c f h, alterum alteri, & angulus qui ad b/ angulo qui ad c/ per hypothesin æqualis: Basis igitur e f, basi f h/ est æqualis, atque reliqui anguli reliquis angulis æquales, sub quibus æqualia subtẽduntur latera, per quartam eiusdem primi elementorum. Vterque igitur angulus b e f/ & e f b, vtrique c f h/ & f h c/ est æqualis. Et quoniam rectus b f g, recto g f c/ est æqualis: subductis æqualibus angulis b f e/ & c f h, reliquus e f g, reliquo g f h, per tertiam communem sententiam erit æqualis. Duo itaq; triangula e f g/ & g f h, habent duo latera e f/ & f g, duobus lateribus g f/ & f h/ æqualia alterum alteri: & contentos sub æqualibus lateribus angulos, inuicem æquales. Basis igitur e g, basi g h, per eandem quartam primi elementorum est æqualis: & reliquus angulus f e g, reliquo g h f/ æqualis. Quibus si æquales addantur anguli b e f/ & f h c: consurget angulus b e g, angulo g h c, per secundam communem sententiam æqualis. Angulus porrò b e g, rectus est per constructionem: & g h c/ igitur angulus itidem rectus erit. & proinde reliquus angulus g h d/ rectus, per decimam tertiam eiusdem primi elementorum. Rursum, quoniam e g, ipsi g f/ ostensa est æqualis: binæ igitur f g/ & g h, eidem e g/ sunt æquales, & propterea æquales adinuicem. Haud dissimiliter ostendetur, vnusquisque angulorum qui circa l, & reliqua similia puncta, rectus: atque g l/ ipsi f g/ æqualis, & reliquæ demum ex eodem puncto g/ prodeuntes, tum inuicem, tum ipsis e g/ g f/ & g h/ coequari.

Quæ lineæ ex pũcto g, in media laterũ pũcta incidẽtes, sunt adinuicẽ æquales.

¶ Centro itaq; g, interuallo autem g e, vel alterius cuiusuis æqualium, circulus describatur e f h l, per tertium postulatum. Trãsibit ergo ipsius circuli peripheria per singula puncta e, f, h, l, atque reliquorũ semidiametrorũ eiusdem circuli limites. Qui quidem semidiametri, cùm ad dati heptagoni latera ad rectos (vt præostensum

Finalis circuli descriptio, in dato heptagono.

eſt) incidant angulos: tangit propterea ipſius deſcripti circuli cir- circunferentia ſingula eiuſdem heptagoni latera, per corollarium decimæſextæ tertij eorundem elementorum. Per quintam igitur ipſius quarti elementorum diffinitionem, in dato heptagono æquilatero & æquiangulo a b c d, deſcriptus eſt circulus e f h l. Quod expediebat facere. Haud diſſimiliter, in dato quouis alio poligono æquilatero & æquiangulo, circulus ipſe deſcribetur.

Corollarium.

¶Circulus igitur, qui in dato quouis poligono æquilatero/& æquiangulo deſcribitur, tangit ipſius poligoni latera in medijs eorundem laterum punctis: atque verſa vice circunſcriptum poligonum, eundem circulum.

Problema 8.

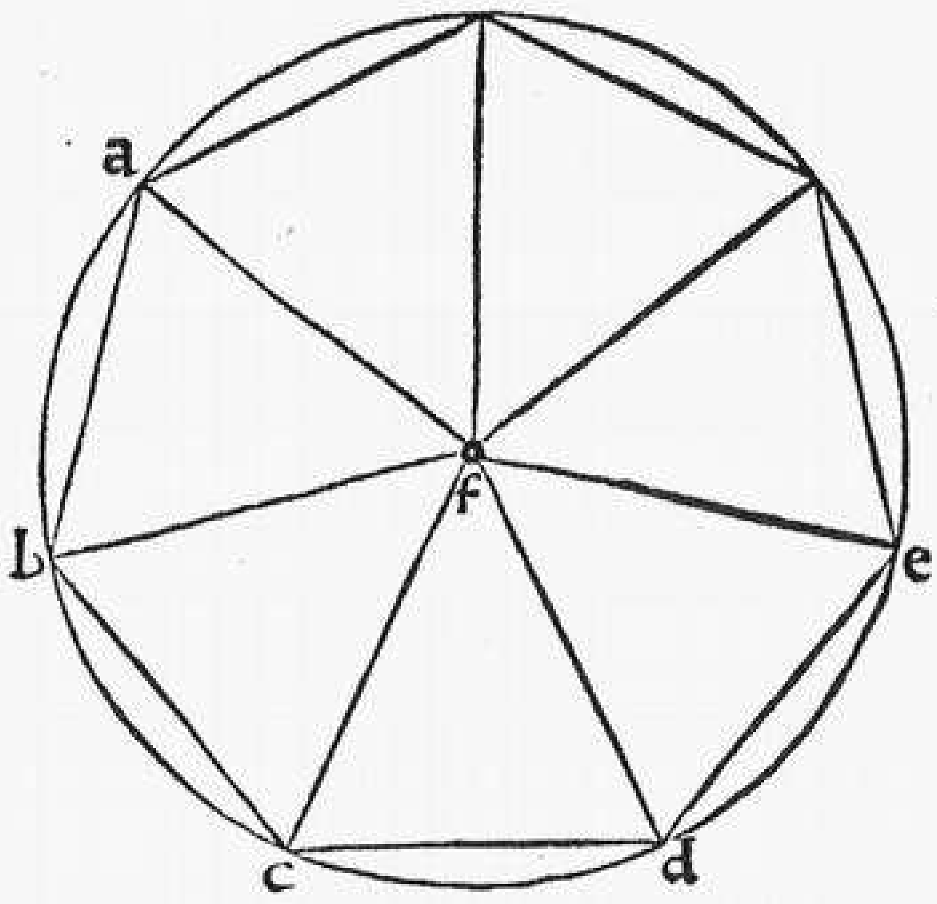
CIrca datum quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum tandem figurare.

Quæ requirantur ad deſcribendũ circulũ, circa datũ poligonũ.

¶Quoties circa datum aliquod poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulum ipſum deſcribere fuerit operæprecium: inueniendæ erunt tot lineæ rectæ inuicem æquales, & ab eodem puncto in medio poligoni ſumpto in ſingulos eiuſdem poligoni angulos incidentes, quot fuerint anguli ipſius dati poligoni. Reſumatur igitur in exemplũ, antecedẽs heptagonum æquilaterũ & æquiangulum, ſitq; a b c d e: circa quod, circulũ deſcribere oporteat. Diuidatur itaq; bifariam vterq; angulus qui ſub a b c/& b c d/cõtinetur, per nonã primi elementorum, productis b f/& f c/ lineis rectis: quę per quintum poſtulatum, conuenient tandem adinuicem intra datũ heptagonum. Vterq; enim angulorum qui ſub b c f/& f b c, recto minor eſt: nẽpe dimidius anguli eiuſdem heptagoni, qui binis rectis eſt minor. Cõueniant igitur ad ipſum pũctum f: & connectantur a f/& f d/ & reliquæ ſuccedẽtes lineæ rectæ, per primũ poſtulatum. ¶His ita conſtructis, quoniam angulus a b c, angulo b c d/per hypotheſin eſt æqualis: & quæ eiuſdem vel æqualium ſunt dimidium, æqualia ſunt adinuicẽ, per ſeptimã cõmunem

Deſcriptio circuli, circa heptagonum in aliorum exemplum.

Qualiter oẽs lineæ ex puncto f/prodeuntes, oſtendantur æquales.



ſententiam. Angulus igitur b c f, angulo f b c/ eſt æqualis: & latus propterea b f, lateri f c/reſpondenter æquale, per ſextam primi elementorum. Rurſum quoniam latus b c, lateri c d/eſt æquale, & c f/ vtrique commune: Bina ergo latera b c/& c f/trianguli b c f, binis lateribus f c/ & c d/ trianguli f c d, ſunt æqualia alterum alteri, & æquos inuicem continent angulos, per conſtructionem. Baſis igitur b f, baſi f d, per quartam ipſius primi elementorum eſt æqualis: atque reliquus angulus c b f, reliquo f d c/æqualis. Angulus porrò c b f, dimidiũ eſt anguli a b c: & f d c/ igitur angulus, dimidium eſt ipſius anguli c d e. quæ enim æqualia ſunt, eiuſdem vel æqualium ſunt dimidiũ, per ſeptimæ communis ſententiæ conuerſionem. Reliquus igitur angulus f d e, eiuſdem anguli c d e/eſt dimidium: & proinde ipſi angulo c d f/æqualis. Haud diſſimiliter e f, ipſi f c/ æqualis: & reliquæ demum lineæ rectæ, ex eodem puncto f/ in ſingulos heptagoni angulos incidentes, tum inuicẽ, tum ipſis b f/f c/& d f/coæquari demonſtrabuntur. ¶Centro igitur f, ad interuallum autem f b, alteriúſve cuiuſuis æqualium linearum ex eodem puncto f/egredientium, circulus deſcribatur a b c d e, per tertium poſtulatum. Tranſibit ergo ipſius circuli circunferentia per ſingulos ipſius dati heptagoni angulos: tangetqúe propterea, vnunquenque eiuſdem heptagoni angulum. Circa datum igitur heptagonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe a b c d e/deſcriptus eſt, per quartam ipſius quarti elementorum diffinitionem. Quod tandem faciendum ſuſceperamus.

Circũſcriptio finalis ipſius circuli.

¶Non aliter circa datum aliud quoduis poligonum æquilaterum & æquiangulum, circulus ipſe deſcribetur.

Libri de abſoluta multangularum & regularium figurarum deſcriptione,

FINIS.

Vireſcit vulnere Virtus.

Orontij Finęi Delphinatis, REGII MATHEMATICArum Lutetiæ profeſſoris: De inuenienda longitudinis duorum quorumcunque locorum differentia, etiam dato quouis tempore, aliter quàm per Lunares eclipſes, Liber ſingularis.

Quæ Geographo potiſſimū uidentur eſſe neceſſaria.

DVO SVNT À QVIBVS VNIuerſa Geographicæ artis pendere videtur inſtitutio:& quæ vnicuique Geographo non vtiliſſima tātummodò,ſed in primis ſunt valde neceſſaria. Primum eſt,longitudinalis oblatorum quoruncunq; locorum differentia : quæ in ipſo ſupputatur Aequatore , ac inter ipſorum locorum comprehenditur Meridianos. Alterum eſt differentia latitudinis, quæ ſub eorundem locorum clauditur parallelis:& in ipſo numeratur Meridiano . Harum nanq; differentiarum adminiculo,locorum poſitiones ſitúſve deprehenduntur,& in rotunda vel plana ſuperficie reſpondenter deſignantur: eorundémque locorum diſtantiæ,ſeu viatoriæ & directæ colliguntur elongationes. Ipſa porrò latitudinalis datorum quoruncunque locorum differentia,ſingulo die artificiali,Sole ſub Meridiano lucēte circulo,per illius declinationem, & contingentem hora meridiana ſublimitatem:vel noctu per aliquam fixarum ſtellarum,quæ oriatur & occidat , aut quæ perpetuò ſuper Horizontem exaltetur, indifferenter colligitur. Queādmodùm libro quinto noſtrę Coſmographiæ ſeu Mundanæ Sphęrę tradidimus,& ampliſſimis declarauimus exemplis. Qualiter autem longitudinalis eorundem locorum differentia, fidiſſima deprehendi poſſit inſpectione, vnicam viam priſci nobis reliquere Geographi,quā omnes hactenus ſunt inſequuti:per Lunarium ſcilicet defectionum obſeruationes.Cum enim Luna eodē momento

Qualiter locorū obſeruetur latitudo.

Locorum differentia longitudinalis, per Lunares eclipſes à priſcis obſeruata Geographis.

temporis vniuerſo deficiat Orbi: per diuerſas ipſius temporis ſupputationes, pro Meridianorum varietate contingentes, ipſorum Meridianorum elicitur diuerſitas, hoc eſt, longitudinalis vnius ab altero differentia. Veluti præfato libro quinto Sphæræ noſtræ, claríſſimè deſcripſimus: vbi per vulgarem aut ſolidam vel armillarem Sphæram, ipſam longitudinalem locorum differentiam (coadiuuante poſitionis angulo) ſimul colligere docuimus. Quanquam porrò eiuſcemodi obſeruandi ratio per Lunares eclipſes, facillima ſit atq; certa: rarò tamen & non liberè, aut ſtatuto tempore, ea frui vel vti permittitur. vtpote, quoniam ipſa Luna rarò patitur eclipſim: & plærunq; dum eclipſatur ſub Horizonte conſtituitur, aut nebuloſo & talibus obſeruationibus inepto obfuſcatur aëre. Hinc factum eſt, vt plerique alium quempiam obſeruandi modum excogitare conati ſint: quo præfata longitudinalis differentia, dato quouis elici poſſet tempore. Inter quos neminem offendes, qui hoc negotium fæliciter tentarit: tantum abeſt ne abſoluerit. Nec defuerunt qui per Lunares obſeruationes, etiam alias quàm per eius eclipſes, ididem obtineri poſſe ſubdubitarint. Sed qua ratione vel artificio id foret adgrediendum & abſoluendum, ne verbum quidem fecerunt: & proinde id ignoraſſe viſi ſunt. Quod ei non videbitur mirum, qui conſiderauerit bonam eorum hominum partem, qui ſeſe Geographos vel Hydrographos temerè profitentur, aut nullam rerum Mathematicarum habere cognitionem, & iudicio propterea carere, ſuſpectíſq; ſemper inniti coniecturis: aut ſi quid in Mathematicis acceperint, non tamen in illis tandiu ac fęliciter eſſe verſatos, qui tales excogitare poſſint adinuẽtiones. Nam tam rari ſunt hodie, ac ſemper fuerunt ſubtiliorum rerum (potiſſimum Mathematicarum) inueſtigatores: quàm rari ſunt, ac fuerunt hactenus illorum fautores, atq; Mecœnates. Imò (quod iniquius eſt, & abhominandum) ſæpius videas audaciſſimum ac inutilem rabulam & merum impoſtorem, eas dignitates & munera reportare: quæ ſynceris ac ſtudioſis debentur Philoſophis, rempublicam literariam omnibus modis illuſtrantibus. ¶Ego igitur (qualiſcunque futura ſit meorum laborum retributio) tum pro meo officio, tum vt cæteros geographicæ artis amatores ab hac in poſterum liberem anguſtia: inter alia inuenta mea Mathematica, viam demum excogitaui, qua præfata lõgitudinalis oblatorũ quoruncũque locorum

obiectio contra prædictũ obſeruãdi modum.

cur differentia longitudinis, nondũ planè fuerat adinuenta.

Cur rari ſubtiliorũ rerũ inueſtigatores.

differẽtia, aliter quàm per Lunares eclipses, dato quouis deprehendi valeat tempore. Idque in primis, per corporis Lunaris applicationem ad ipsorum locorum Meridianos (quæ semel intra quemlibet diem naturalem, vbiq; terrarum accidit) ad fixum quempiam Meridianum, & veluti radicalem locum relatorum. Quam applicationem, tum ex ipsa prima & rapidissima vniuersi Orbis latione, tum ex ipsius Lunæ motu, inter omnium errantium syderum velocissimo, leui admodùm calculo, ac fidissima obseruatione colligemus. Secundò, per instrumentum planum & huic negocio singulariter adcommodum, quod ex ipsa Planisphærij siue Astrolabij contextura fabricaui, & Geographicum propterea libuit appellare Planisphærium: mira & penè incredibili facilitate, idem consequenter inuenietur. Ex quo præterea instrumento, viatoriam intercapedinem, seu directam eorundem locorum elongationem (modò cognitam habeant longitudinem, atque latitudinem) obtinere versa vice poteris. Quas adinuentiones posteris omnibus, potissimùm rerum Geographicarum studiosis, grata simul & vtilia (etiam cum admiratione) futura non desperamus. Quod is dignetur concedere, qui sua clementi ac ineffabili prouidentia, bonis mentibus in dies occurrere non cessat.

Inuentum Authoris, de obseruanda locorum longitudine.

Planisphæriũ geographicũ, ab ipso authore excogitatũ.

Problema Primum.

DE longitudine atque latitudine locorum, & earum conparatione cum longitudine atque latitudine syderum, ac vtriusque differentia, officio, & vtilitate: generalia quædã in primis elucidare præambula.

1 ¶ Quemadmodùm igitur adminiculo longitudinis atque latitudinis stellarum, quæ ab ipsis notatæ sunt Astronomis: in earundem stellarum cognitionem vel facilè deuenimus, atque illarum elongationem siue distantiam, quam habent adinuicem, consequenter numeramus. Haud dissimiliter mediante longitudine atque latitudine datorum quoruncunque locorum, super ipsa tellure designatorum: in eorundem locorum situm ac positionem peruenire solemus, illorúmque viatoriã distantiam, seu directam elongationem

Collatio lõgitudinis atque latitudinis locorum, cũ longitudine atq; latitudine syderum.

reſpondenter conſequimur. In hunc enim finem, ipſæ longitudines atque latitudines, ab Aſtronomis & Geographis videntur excogitatæ ac definitæ.

Qualiter & in quo circulo longitudo numeretur ſyderum.

¶ Præterea, vt omnium ſtellarum longitudo 2
(quæ verus illarum eſt motus) in longum Eclipticæ ſiue Zodiaci, à vernali eiuſdem Eclipticæ cum Aequatore ſectione, hoc eſt, ipſius Arietis capite, per æſtiuale ſolſtitium, & æquinoctium autumnale, iuxta ſignorum conſequentiam, in contrariam primi & vniuerſalis motus ſupputatur poſitionem: & in eo terminatur circulo magno, qui per polos eiuſdem Eclipticæ ſiue Zodiaci, & ipſas ſtellas tranſire diffinitur.

Vt locorum longitudo reſpondēter deſignetur, & in quo circulo.

Sic ipſa longitudo datorum quorumcunq; locorum in terra deſignatorum, in longum Aequatoris circuli, à communi eiuſdem Aequatoris ſectione cum eo circulo Meridiano, quem fixum appellant, & per ipſius Aequatoris ſiue Mundi polos, atque occiduum noſtræ habitabilis terminum educitur, verſus ortum, iuxta eorundem ſignorum ſucceſſionē reſpondenter dinumeratur: & in ipſis finitur Meridianis, qui per data loca, aut illorum producuntur vertices.

De latitudine ſtellarum, & earum ſupputatione.

¶ Quemadmodùm inſuper arcus circuli 3
magni, per Zodiaci vel Eclipticę polos & datas ſtellas pertranſeuntis, inter ipſum Zodiacum & eaſdem ſtellas comprehenſus: earundem ſtellarum boream vel auſtrinam exprimit latitudinem, prout ipſæ ſtellæ verſus boreum vel auſtrinum deuiant Eclipticæ polum.

De latitudine locorū, & eorum reſpondenti calculo.

Pari modo arcus Meridiani circuli dati cuiuſcunque loci, qui inter ipſum Aequatorem & verticem eiuſdem loci continetur: ipſius dati loci latitudo vocitatur, borea quidem vel auſtrina, prout datus locus boream vel auſtralem ab Aequatore poſitionem obtinuerit. Reſpondent itaq; locorum longitudines atq; latitudines, ipſis ſtellarum longitudinibus atq; latitudinibus.

Commune longitudinū atq; latitudinum officium.

Et quemadmodùm vtriuſque longitudinis officium eſt, à ſignato vel Zodiaci vel Aequatoris initio, numeratam in eius circunferentia præfinire diſtantiam: Sic vtraque latitudo, ab eodem Zodiaco vel Aequatore in alterutram Mundi partem, deuiationem videtur exprimere. Et proinde vt ſtellarum in Cælo, ſic locorum in terra ſitum, atq; poſitionem obtinere ſolemus.

Elongatio ſtellarum.

¶ Item, velut arcus magni circuli, per duas quaſ- 4
uis ſtellas in cælo notatas educti, qui inter ipſas ſtellas comprehenditur: veram earundem ſtellarum metitur elongationem, ſiue diſtantiam. Similiter arcus circuli magni, per duo quæuis terreſtria loca, aut ipſorum locorum vertices pertranſeuntis, inter ipſa loca

compreheñſus:veram eorundem locorum diſtãtiam,ſeu directam exprimit elongationẽ.Nam ſuper talium circulorum magnorum circunferentia,directæ profectiones fiunt itinerum, atque in ipſo mari nauigationes: nunquam autem ſuper circunferentia alicuius paralleli, alteriúſve minoris circuli. Hunc itaque circulum magnum, qui per duo quæuis notata loca tranſire diffinitur: viatorium eorundem locorum circulum meritò vocitamus. Quemadmodùm præallegato Libro quinto noſtræ Coſmographiæ ſiue Mundanæ ſphæræ,euidens fecimus.

Vera locorum diſtãtia.

Circulus uiatorius.

5 ¶Arcus igitur Aequatoris (vt ad ſuſceptum negotium deueniamus) inter duorum quorunuis locorum Meridianos comprehenſus: longitudinalis eorundem locorum differentia nominatur. Oſtendit enim ipſius Aequatoris interuallum,quo vnus datorum locorũ orientalior,aut occidentalior eſt altero: ſiue quo vnius loci longitudo differt,hoc eſt, maior aut minor eſt alterius longitudine. Arcus inſuper Meridiani circuli alterutrius duorũ locorum in eadem Orbis parte notatorum,qui inter ipſorum locorum clauditur parallelos:latitudinalem eorundem locorum exprimit differentiam.hoc eſt,interuallũ quo vnius loci latitudo maior,aut minor eſt alterius latitudine: ſiue diſtantiã,qua vnus prædictorum locorum borealior,vel auſtralior eſt altero,ſiue ipſa loca ſub eodem, aut ſub diuerſis conſtituta ſint Meridianis.

Longitudinis Differẽtia,& eius officium.

Latitudinalis locorũ differẽtia,& eius officium.

6 ¶Omiſſa itaque latitudinali differentia, vtpote (quæ veluti præfati ſumus)inuentu ſit facillima, & ab omnibus paſſim inculcata: ipſam longitudinalem duorũ quoruncunq; locorum differẽtiam, aliter q̃ per Lunares eclipſes,hoc eſt, per applicationẽ ipſius Lunæ ad datorum locorũ Meridianos(vt in eadẽ teſtati ſumus pręfatione)modica obſeruatione,fidiſſimóque calculo docebimus elicere.

Sola longitudinis differentia,hic obſeruari docetur.

Problema 2.

QVòd radicalis quiſpiam locus eligendus ſit, ad quem cæterorum locorum differentiæ longitudinales referãtur: quæ inſuper ad ipſius lõgitudinalis differentiæ requirãtur inuentionẽ,cõſequẽter edocere.

Prima huius operis hypostesis.

¶Ad inueniendam itaque longitudinalẽ oblatorum quoruncunque locorum differentiam, quam per Lunarem applicationem ad prædictorum locorum Meridianos, me traditurũ sum pollicitus: operæpretium est in primis, insignem aliquem aut liberum eligere locum, cuius lõgitudo atque latitudo nota sit & ad vnguem explorata. Ad cuius loci Meridianum, velut ad fixam quandam & primariam radicem, cæterorũ locorum siue Meridianorum longitudines, tam versus ortum, quàm versus occasum vniuersaliter referantur. Elegi itaque famatissimam ac illustrissimam Lutetiæ Parisiorum academiã, veluti cæteris omnibus hac in parte meritò præferendam, & dignam quæ hisce nostris celebretur adinuẽtionibus. 1

Lõgitudo atque latitudo Meridiani Parisiensis.

Cuius longitudo ab occidente habitato, iuxta prudentiorum Geographorum & meam simul obseruationem, habet gradus 23, & 30 ferè minuta: Latitudo autem gradus 48, & minuta circiter 40.

Quæ secundo loco paranda sunt.

¶Secundò, necessum est quempiam vsitatum ac perfacilem habere calculum: quo dignoscatur in promptu, etiam in quacunque ipsius habitabilis parte, quota diei cuiuslibet naturalis hora, ac eiusdem horæ minuto, Luna ad primam & regulatam vniuersi Orbis circunductionem, in ipsius electi & radicalis loci deueniat Meridianum: & sub qua Zodiaci vel Eclipticæ parte, ipsa Luna tũc fuerit cõstituta temporis. 2

Tabulæ astronomicæ huic negotio inseruientes.

In cuius rei gratiam, ac facilem expeditionem: subscriptas conuenit habere tabulas, ad Meridianum ipsius radicalis loci supputatas siue reductas. Vtpote, tabulas ad verum motum Solis & Lunę supputandum necessarias, vnà cum declinationis ipsius Solis, & latitudinis Lunæ tabula: vt dato quouis tempore, verum Solis motum & eius declinationem, atque verum motum Lunæ & eius latitudinem, promptissimè dignoscas. Item tabulam ascẽsionum rectarum, vnà cum Cęli mediationum tabula ad quinque vel sex gradus vtriusque & borealis & australis latitudinis supputata: vt rectam veri loci Solis & Lunæ colligere valeas ascensionem, ad ipsum Meridianum (qui instar recti se habet Horizontis) referendam circulum. Quarum tabularum, innumera tum à nobis, tum ab alijs, subministrata est multitudo.

Instrumenta ad idem negotiũ fabricãda.

¶Subscriptis præterea, & facilè portatilibus opus est instrumentis. Vtpote horologio quopiam, tali industria & mobilium rotarum artificio fabricato, vt per ipsum 24 diei naturalis horæ, & 60 cuiuslibet horæ minuta iustissimè designẽtur. Item Sphæra vulgari 3 aut ſolida, vel Armillis tantummodò contexta, cuius diameter bipedalis, vel ad minus ſeſquipedalis exiſtat longitudinis, atque his potiſſimùm ſit ornata circulis, vtpote, Zodiaco, Aequatore, Meridiano, & Horizonte, vnà cum ſubtili admodùm ſemicirculo, inter ipſam Sphęrã & illius Meridianũ, circa Zodiaci polos facilè circũducibili: vnoquoq; circulo in 360 gradus inuicẽ æquales, præfato autẽ ſemicirculo in gradus 180, ſolito more diſtributo. Triangulare demũ requiritur inſtrumentũ, triquetrũ appellatũ, ſub tribus regulis inuicẽ connexis cõprehenſum. Quale Ptolemæus Alexandrinus duodecimo capite libri quinti ſuæ magnæ conſtructionis, & Geber acutiſſimus illius interpres circa principiũ reſpondentis libri quinti componere docet: & cuius figuram infra ſuo loco tibi depinximus. Hoc tamen inſtrumentum, ſimul comitetur chordarum vel ſinuum rectorum tabula: cuiuſmodi eſt ea, quam circa finem ſæpius allegatæ Sphæræ noſtrę ſiue Coſmographię deſcripſimus, & ſuis ornauimus documentis. Nam cum ſupradictis inſtrumentis, examinandũ erit in dato quouis loco, cuius longitudinalis differentia ad ipſius radicalis loci relata Meridianũ inueniẽda proponetur, quota hora & horæ mi. Luna ad eiuſdem loci perducetur Meridianum: & ſub qua Zodiaci parte, eadem Luna tunc fuerit conſtituta. Vt ipſa longitudinalis differentia (quemadmodùm infra docebitur) tandem obtineatur.

Ptolemæus.

Geber.

Generale prædictorũ inſtrumentorum officium.

Problema 3.

QVota diei cuiuſlibet naturalis hora, atque ipſius horæ minuto, Luna ad electum & radicalẽ perducatur Meridianum calculare: túncque verum ipſius Lunæ locũ in Zodiaco ſimul deprehendere.

1 ¶ Non potuit ipſa longitudinalis differentia, aliter quàm per Lunares eclipſes commodius inueſtigari, quàm per diurnum & regulatum motũ Vniuerſi, qui fit ab ortu per mediũ Cæli ad occaſum: & per motum ipſius Lunæ, omnium poſt eundem primũ motum velociſſimum, qui in cõtrariam poſitionem ab occaſu per medium Cæli verſus ortum fieri videtur. Nam horum duorum motuum

Diurnus atq; lunaris motus huic obſeruationi commodiores.

adminiculo, ipsius corporis Lunaris ad datorum locorum Meridianos colligemus applicationem: & per applicationum diuersitatem, ipsam longitudinalem eliciemus differentiam.

Problematis exequutio.

¶ Cùm igitur dato quouis naturali die operępretium fuerit agnoscere, quota hora & eiusdem horæ minuto, Luna ad electi & radicalis loci peruẽtura sit Meridianum: & sub qua Zodiaci parte ipsa Luna tunc fuerit cõstituta (nam id præcipuum huiusce inquisitionis videtur esse negotium) supputanda sunt in primis, ex vulgato diarij seu nuper expressarum tabularum calculo, ad præcedentem meridiem, atq; ad ipsius electi & radicalis loci Meridianum: vera Solis & Lunæ loca, siue motus in Zodiaco circulo. Deinde vtriusq; veri motus siue loci, Solis inquàm & Lunæ ad præfatum locum & tempus supputati: ascẽsio recta, per tertium vel quartum problema in directionũ tabulas colligenda est. in qua re, non omittenda est ipsius Lunæ latitudo (quæ trito admodùm calculo, passim inueniri docetur) vt eiusdem Lunæ fideliùs recta numeretur ascensio. Recta postmodùm ascensio Solis, ab ascensione recta Lunæ subducatur, mutuato (si operæpretium fuerit) toto circulo: & quod inde relinquetur, primum Aequatoris nominetur interuallũ. Hoc autem Aequatoris interuallũ, in temporis particulas solito more resoluatur: dãdo quibuslibet 15 gradibus vnã horã, & cuilibet gradui quatuor horæ minuta, cuilibet autem minuto gradus quatuor horæ secunda. Huic consequenter tempori respondens verus Lunæ motus, in hunc modum eliciatur. Accepto vero motu Lunæ diurno, is diuidatur per 24: & horarius prodibit eiusdem Lunæ motus. quem si per numerum horarum eidem interuallo respondentium multiplicaueris, & si quæ sint horæ minuta, ipsius motus horarij partem proportionalem adiunxeris, pro ratione eorũdem minutorum ad 60: producetur tãdem arcus Zodiaci, quem Luna perambulat durante huiuscemodi temporis interuallo. Hic porrò Lunæ motus, vero eiusdem Lunæ motui, ad horam meridianam oblati diei iampridem supputato, coniungendus est: consurget enim verus motus ipsius Lunæ, ad instãs quo eadẽ Luna ad ipsius radicalis loci perducetur Meridianũ. Huius denique Lunaris motus, si recta (veluti prius) numeretur ascensio, & ab ea ascensio recta ipsius Lunæ antea supputata dematur: relinquetur earundem rectarum ascensionum differẽtia, eidẽ vero motui Lunæ intercepti respõdẽs temporis. Quæ tandem iuncta ipsi primo Aequatoris interuallo, conficiet vltimum eiusdem Aquatoris interuallū: quod in partes horarias de more resolutum, ostendet quota hora & horæ minuto præassumpti diei, Luna sub eodem radicali cōstituetur Meridiano. Verba sunt forsitan plura, quàm res ipsa postulet: singula nihilominus clarissimo facilitabimus exemplo.

2 ¶Sit igitur propositū agnoscere, quota hora & horæ minuto Luna peruentura sit ad Parisiensem Meridianum (quem in aliorum Meridianorum elegimus radicē) die Nouembris decima sexta, huius anni 1543: & sub qua Zodiaci parte, tunc ipsa Luna cōstituetur. Verus itaque locus Solis, ad meridiem quindecimi & antecedentis diei (à quo oblatus dies, secundū Astronomos initiatur) iuxta vulgatum ipsorum Astronomorum calculum, est in secūdo gradu, & 31 minuto Sagittarij. Verus autē locus ipsius Lunæ, eodem tempore, in 13 gradu, & 50 minuto Cancri: & capitis draconis eiusdē Lunæ verus motus, in sexto gradu & 32 minuto Aquarij. Et proinde argumētum latitudinis Lunæ, est quinq; signorum cōmunium, 7 graduum, & 18 minutorū. Cum quo argumento inuenta latitudo Lunæ, septentrionalis est, vnū solūmodò gradum, & 56 minuta cōprehendens. Ascensio autem recta loci Solis, ex ipsa rectarū ascensionū tabula: offenditur esse 265 graduū, & 54 minutorū. Recta porrò loci Lunaris ascēsio, ex tabula mediationū Cæli, est graduū 105, & minutorum 15. Cui si 360 gradus totius adiiciantur circuli: cōsurgent gradus 465, vnà cum eisdem 15 minutis. A quibus si 265 gradus, & 54 minuta ascensionis rectæ loci Solis auferantur: relinquetur primū Aequatoris interuallum, graduū 199, & minutorum 21. Cui respondent horę 13, & 17 ferè minuta temporis. Diurnus autē Lunæ motus eodem accidens tēpore, est graduū 11, & minutorū 56: & proinde horarius motus ipsius Lunæ, minutorum 29, & secundorum 50. Hic porrò motus horarius tredecies sumptus, vnà cum ilius parte proportionali quæ ipsis 17 debetur minutis: conficiunt gradus 6, & minuta ferè 50. Tātū itaq; arcū Zodiaci intra præfatas 13 horas, & 17 minuta, Lunā perambulasse iudicabis. Quòd si prædictos 6 gradus & 50 minuta, 13 gradibus & 50 minutis Cancri veri motus Lunaris superius adinuēti addideris: cōsurgent gradus 20, & minuta 40 eiusdē Cancri. Tātus est verus motus ipsius Lunæ, cùm ea præassumpto die ad radicalem, hoc est, Parisiēsem Meridianum

supradictorū exemplum.

Problema 4.

QVota rursum oblati cuiusuis diei naturalis hora atq; minuto, Luna ad alterius cuiuscunq; loci, quàm radicalis, peruẽtura sit Meridianum: Et quam Zodiaci partem ipsius applicationis tempore Luna occupauerit, vnà cum ipsius Lunæ latitudine, consequenter obseruare.

¶ Reliquum à quo principaliter susceptum uidetur pendere negotium, est diligenter inuenire, dato quouis loco & anni tempore, quota hora atque minuto, Luna ad ipsius dati loci (cuius differentia longitudinalis, respectu loci radicalis obseruanda proponitur) peruentura fuerit Meridianum: Et sub qua simul Zodiaci parte, tunc temporis eadẽ Luna constituetur. Hoc autem partim instrumentorum adminiculo, partim verò Astronomica supputatione, deprehendere necessum est. *Secundũ, quod præcipuè uenit obseruandum.*

1 ¶ In primis itaque paratum Horologium (quale secundo recitauimus problemate) semel aut bis in die, lucente Sole, iustificandum est, circa futuræ potissimum obseruationis tempora: idque per horarium aliquod instrumentum, ad ipsius dati loci latitudinem (quam prius supponimus examinatam) fabricatum. Præparata insuper Sphæra materiali, & eo modo constructa, ac ijs ornata circulis, velut eodem problemate secundo præmonuimus, vnà cum Triquetro, siue Ptolemæi (vt vocant) regulis: erigatur ipsius instrumenti longior regula perpendiculariter, super quopiam oblati loci plano ad libellam de industria præparato, in quo prius descripta sit linea meridiana: tali quidem artificio, vt idem instrumentum quaquauersum facilè circunuoluatur, reuocetúrque totum sub ipsius dati loci Meridianum. *Prædictorum instrumentorum commemoratio, & eorum usus.*

Construitur autem hoc regularum instrumentum (si forsitan illius ignores compositionem) in hunc, qui sequitur, modum. Fabricandæ sunt ex electa quapiam & dura materia, tres vniformes & quadrangulares regulæ: quarum prima vocetur a b c, secunda verò a d, tertia denique b d e. quarum insuper regularum partes a b, & *Vt construendæ Ptolemæi regulæ, quæ triquetrũ appellantur.*

perducetur. Item si eosdem 6 gradus & 50 minuta, argumento latitudinis Lunæ iampridem supputato, 5 videlicet signis, 7 gradibus, & 18 minutis adiunxeris: resultabit latitudinis argumentũ ad idem tempus, quo Luna ad Parisiẽsem deueniet Meridianũ. Hinc elicies ipsius Lunæ borealem iterum latitudinem, vnum gradũ, & 22 minuta complectentẽ. Et rectam consequenter ascensionẽ eiusdẽ Lunę, ad idem tempus: graduũ quidem 112, & minutorũ 35. A qua quidem ascẽsione, si prius inuentã ascensionẽ rectam eiusdẽ Lunæ detraxeris: relinquentur 7 gradus, & 20 minuta. Quæ adiũcta primo Aequatoris interuallo, vtpote 199 gradibus & 21 minutis: conficiẽt vltimum eiusdem Aequatoris interuallum, graduũ 206, & minutorum 41. Cui de tempore respõdent horæ 13. & minuta ferè 47. Tot igitur horis & minutis, à dato meridie præcedẽtis quindecimi diei numeratis, Luna ad Parisiensem & radicalem Meridianũ perducetur: vtpote, hora prima matutina, & 47 ferè minuto ipsius diei sedecimi Nouembris. Veluti sequens numerorũ videtur confirmare formula. Idem respondẽter facito, dato quouis alio die, tam futuri quàm præteriti temporis: vbi etiã alium quàm Parisiensem, pro radice libuerit eligere & stabilire Meridianum.

Exempli formula, à meridie 15 diei Nouembris, anni Christi 1543.

	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
Locus Solis tempore dato,	8	2	31	♐		
Locus Lunæ verus, eodem tempore,	3	13	50	♋		
Motus verus capitis draconis ipsius Lunæ,	10	6	32	♒		
Argumentum verum latitudinis Lunæ,	5	7	18			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	56			
Ascensio recta loci Solis,		265	54			
Ascensio recta loci Lunæ,		105	15			
Eadem ascensio recta Lunæ cum circulo,		465	15			
Primum Aequatoris interuallum,		199	21			
Tempus eidem respondens interuallo,					13	17
Motus Lunæ diurnus præfato tempore,		11	56			
Motus Lunæ verus eidem respondens tempori,		6	50			
Locus verus Lunæ sub Meridiano Parisiensi.	3	20	40	♋		
Argumentum latitudinis Lunæ eodem tempore,	5	14	8			
Latitudo Lunæ septentrionalis,		1	22			
Ascensio recta loci Lunæ eodem tempore,		112	35			
Lunarium ascensionum rectarum differentia,		7	20			
Vltimum Aequatoris interuallum,		206	41			
Tempus eidẽ interuallo respondens, quo Luna à meridie					13	47
15 diei Nouemb. ad Parisieñ. deueniet Meridianũ. Hoc						
est, 16 diei eiusdem Nouemb. mane ante Meridiem.					1	47

b d/ ſint adinuicem, atq; ipſi a d/ regulę æquales, & 4 & aut 5 pedum comprehendentes logitudinem: ſitque pars ipſa b d, in 60 partes inuicem æquales, & pars quælibet in 60 minuta (ſi præciſionem optaueris) diſtributa: tota autem b d e/ regula ſimilium partium ſit ad ſummum 85, b c/ verò pars quantæcunque volueris longitudinis. Ipſæ demum regulæ a d/ & b d e, cum regula a b c, ſuper punctis a/ & b/ tali copulentur artificio: vt ſeorſum, deorſúmque tractari facilè poſſint. Super ipſa autem regula a d, gemina erigantur pinnacidia, è diametro ſubtiliter perforata. Nec erit incommodum, regulam a b c/ cæteris paulò relinquere fortiorẽ: vtpote, quæ vniuerſam inſtrumenti ſuſtentatura ſit machinam. Vti ſequens, & ſuper f c g/ linea meridiana perpendiculariter erecta, videtur oſtẽdere figura.

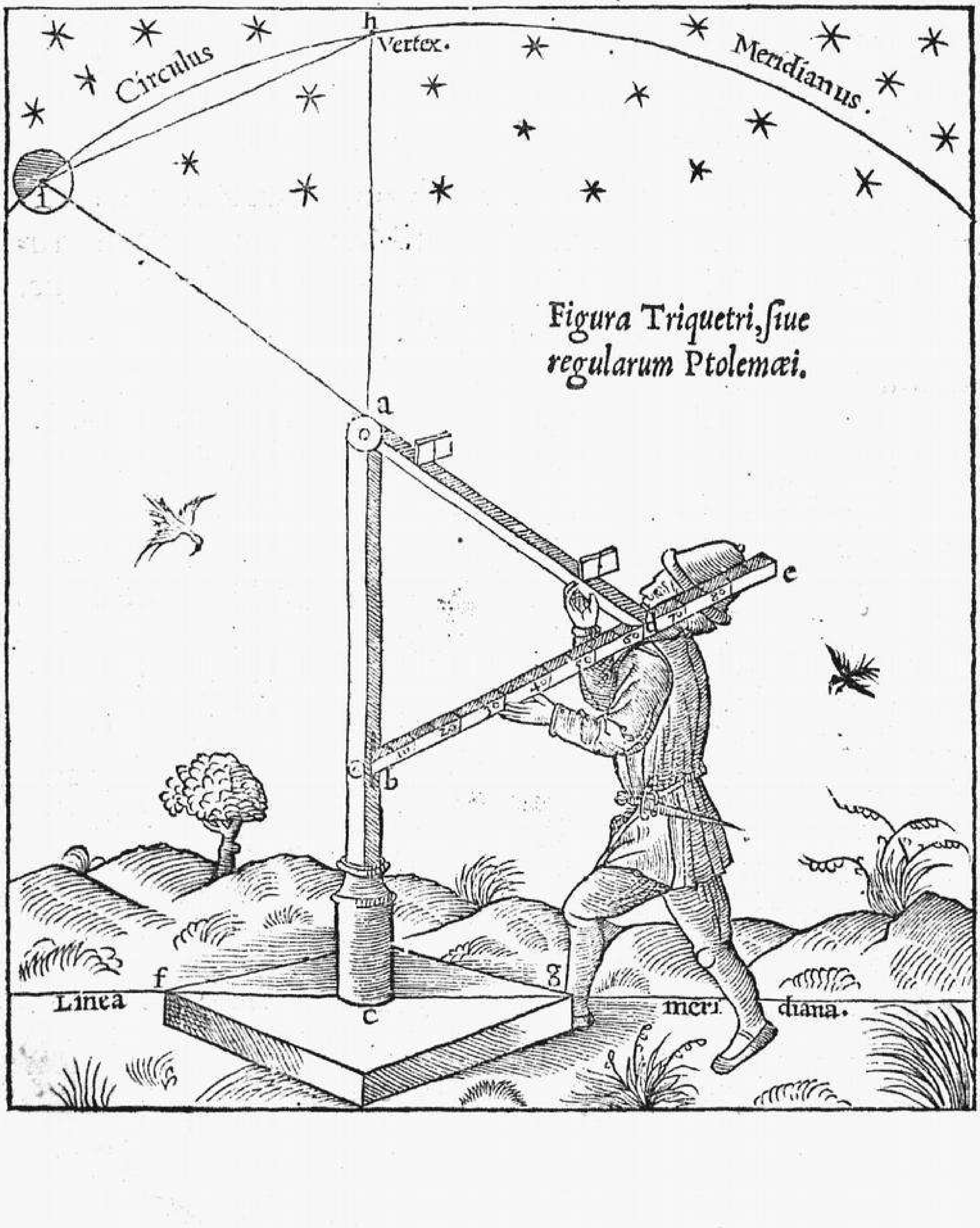


Figura Triquetri, ſiue regularum Ptolemæi.

2 ¶ His ita constructis, & præparatis: cùm Lunare corpus visibile fuerit,& super Horizótem exaltabitur,siue id interdiu aut noctu acciderit,& ad ipsum dati loci videbitur accedere Meridianum: dispones taliter supradictarum regularum instrumentum, vt singulæ regulæ sub ipso locentur Meridiano, hoc est,in directum lineæ Meridianę f c g,regulis a d/& b d e/in oppositam Lunaris corporis partem conuersis. Eleuabis deinde aut deprimes paulatim a d/ & b d e/regulas,super puncto d/inseparabiliter coniunctas:quatenus per vtraq; pinnacidiorũ foramina, ipsum Lunare corpus sub Meridiano constitutum visuali radio deprehendas. Túncque ex pręfato Horologio (vt supradiximus)iustificato,perpendes & seorsum notabis,quota hora & horæ minuto id acciderit:& simul animaduertes, quot partes & minuta ipsius regulæ b d e, inter punctum b/& regulam a d/comprehẽdentur. Nam tot partium & minutorum erit chorda arcus Meridiani,ipsius loci verticẽ & Lunare corpus intercepti:veluti chorda h l. Cuius arcum,ex nostra sinuum rectorum, aut ex ipsa chordarum Ptolemæi colliges tabula. Quibus absolutis, supputabis verum Solis locũ in Zodiaco, ad ipsum temporis instans quo Luna datũ reperta fuerit occupare Meridianum:atque ipsius loci Solaris rectam ascensionem. Conuertes postmodùm tempus,à proximè lapso meridie vsque ad præfatum instans applicationis Lunæ comprehensum, in partes Aequatoris circuli:dando cuilibet horæ 15 gradus, & cuilibet horæ minuto 15 minuta gradus. Quibus addes præfatam loci Solaris ascensionem, reiecto (si excreuerit) integro circulo. Quod enim coaceruabitur aut relinquetur,erit ascẽsio recta eius puncti Eclipticæ,quod simul cum Luna ad eundem peruenit Meridianum. Huic itaq; ascensioni rectæ debitum Eclipticæ punctum adinuenies, ipsúmque in supradictę Sphæræ Zodiaco notabis,& sub ipsius Sphæræ collocabis Meridiano:eadem Sphæra,ad dati loci prius disposita latitudinem. Et quiescente in hunc modum Sphæra, numerabis in Meridiano circulo, ab Horizontis vertice versus idem Eclipticæ punctum, supradictæ chordæ quantitatem:& per eius finem, eum applicabis semicirculum,qui circa Zodiaci polos reuoluitur. Tandem(omnibus inuariatis) notabis in quónam gradu & minuto idem semicirculus Eclipticã diuiserit. Nam sub eodẽ gradu & minuto,Luna eo versabatur tempore,quo ad dati loci perducta fuerat Meridianum.

Exequutio problematis.

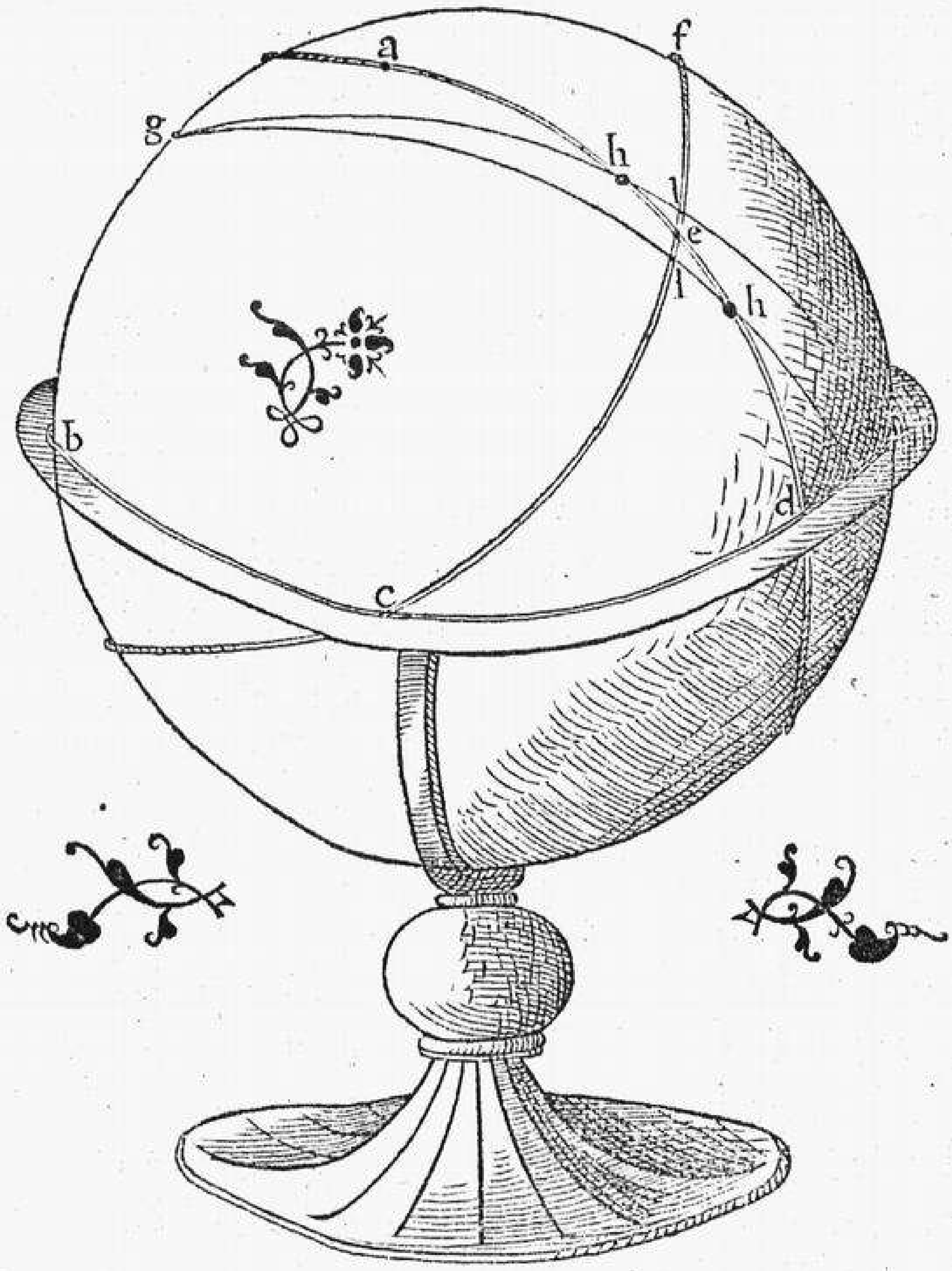
Arcus porrò eiuſdem ſemicirculi, qui inter Eclipticam & Meridianum comprehendetur circulum: boream, vel auſtralem ipſius Lunæ deſignabit latitudinem. Quòd ſi forſitan Luna caruerit latitudine: tunc ipſum punctum medij Cæli, cum eiuſdem chordæ finali puncto, ſub ipſo coincidet Meridiano: erítq; ſimul verus eiuſdem Lunæ locus, præfato applicationis tempore. Nec eſt via facilior ac fidelior hac: neque commodiora ad hunc vſum inſtrumenta, quæ quanto maiora ac magis exactè fabricata fuerint, tanto præciſiorem ex illis colliges obſeruationem.

Vbi Luna caruerit latitudine.

Supradictorũ exemplum.

¶Sit in faciliorem ſupradictorum intelligentiam, propoſita ſphæra a b c d: cuius Horizon b c d, & illius vertex a, Meridianus autem a e d, Zodiacus vel Ecliptica c e f, & illius polus borealis g. Sit autẽ e/punctum ipſius Zodiaci, quod ſimul cum Luna ad dati loci perductum eſt Meridianũ. Arcus porrò a h/vel a e h/ſimilis ei, quem ſubtendit chorda h l, & qui inter verticem loci & corpus Lunare 3

Figura Sphæræ ad præfatam obſeruationem neceſſariæ.



cum ipſis deprehenſus eſt regulis. Luna denique ſit in puncto h, citra vel vltra idem punctum e/conſtituta. Palam eſt igitur, ſemicirculum g h/ex boreali polo Zodiaci g/in oppoſitum polum, per h/ punctum eductum, diuidere Zodiacum c e f/in puncto l, ídque vel citra vel vltra idem punctum e (dummodò Luna aliquantulam habuerit latitudinem) & propterea iuxta communem Aſtronomorum diffinitionem, ipſum punctum l/indicare verum locum Lunæ in eodem Zodiaco, & arcum l h/ borealem vel auſtralem eiuſdem Lunæ latitudinem, prout ipſa Luna in borea vel auſtrali Mundi parte ab eodem reperta fuerit Zodiaco. Quòd ſi Luna careret latitudine, idem punctum e/foret verus locus ipſius Lunæ, & cum illo puncto eadem Luna ad dati loci perduceretur Meridianum: túncque Meridianus ipſe, & Zodiacus, atque præfatus ſemicirculus, in ipſo Lunari corpore ſeſe inuicem neceſſariò interſecarent. Deniq; notandum eſt, dum Luna ſub ipſo locatur Meridiano, locum eius viſibilem, hoc eſt viſuali radio per ad regulam obſeruatum, deſignare ſimul verum eiuſdem Lunæ locum in Cælo: propterea quòd nulla tunc ſit aſpectus diuerſitas, ſeu inter verum locum & viſibilem differentia, ſecundum ipſius Zodiaci longitudinem. *Notandum.*

Problema 5.

QValiter ex proximis duobus problematibus, longitudinalis dati cuiuſcunque loci differentia, ad ipſius radicalis loci relata Meridianum, ſubinferenda ac colligenda ſit: tandem aperire.

1 ¶His in hunc modum, & eodem naturali die, iuxta præcedentium duorum problematum traditionem obſeruatis & ſupputatis: Reliquum eſt, eius loci in cuius gratiam præmiſſæ factæ ſunt operationes, & ipſius loci radicalis, longitudinalem elicere differentiam.

Animaduertas igitur, Lunam citiùs peruenire ad Meridianum orientalis loci reſpectu radicalis, & ſub maiori propterea temporis ſupputatione, quàm ad ipſius loci radicalis Meridianum: ad Meridianum verò occidentalis loci tardius, & ſub minori temporis, hoc *De applicatione Lunæ, ſub diuerſis locorum Meridianis.*

eſt, horarum & minutorum numero. Nam in locis orientalibus, citius eleuantur ſydera ſuper Horizontem, quàm in occidẽtalibus.

De proprio Lunæ motu, notandum.

De vero autem Lunæ motu, qui fit ab occaſu per medium Cæli verſus ortum, ſecus eſt: quoniam in locis orientalibus, is erit ſemper minor, quàm in occidentalibus. Interea enim dum Luna ad motum Vniuerſi, ab orientali ad occidentalem perducitur Meridianum, aliquid de Zodiaci longitudine propria latione in contrarium perambulat: quo verus eiuſdem Lunæ motus augetur.

Quæ loca ſint orientaliora cæteris.

Locus igitur ad cuius Meridianum Luna ſub maiori horarum & minutorum numero & cum minori motu, quàm ad radicalẽ perueniſſe comperietur: orientalior erit ipſo radicali. Si autem ſub minori earundem horarum & minutorum, ſed maiori motus Lunæ id acciderit ſupputatione: idem locus occidentalior erit radicali.

Vt diſcernenda longitudinalis locorum differentia.

¶Sed qua differentia, idem locus datus orientalior, vel occidenta- 2
lior fuerit ipſo radicali: in hunc modum comprehendes. Si datus locus repertus fuerit orientalior radicali, ſubducendum eſt tempus applicationis Lunę ad Meridianum loci radicalis, à tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum: ſed verus Lunæ motus eodem applicationis tempore ſub dati loci Meridiano repertus, auferendus eſt à vero motu eiuſdem Lunę, quem dum ipſa Luna ad radicalem perduceretur Meridianũ offendiſti. Relinquetur enim differentia temporis, atque veri motus ipſius Lunæ differentia, duabus obſeruationibus intercepta. Ipſam porrò temporis differentiam, in partes Aequatoris ſolito more conuertas. differẽtiæ autem veri motus Lunaris, rectam ſupputabis aſcenſionem: quam ab ipſa temporis auferes differentia. Relinquetur enim tandem propoſita longitudinis differentia: qua ſcilicet datus locus oriẽtalior eſt radicali. At ſi datus locus, eodẽ radicali fuerit occidentalior: cõtrariam operãdi rationem prorſus obſeruabis. Subduces nanq; tempus applicationis Lunæ ad ipſius dati loci Meridianum, ab eo tempore quo Luna ad Meridianum radicalem perducta eſt: atque verum Lunæ motum ſub radicali Meridiano cõtingentem, ab eo qui tempore applicationis eiuſdem Lunæ ad dati loci Meridianum repertus eſt. Et mediantibus his differentijs, ipſam longitudinem (veluti nunc expreſſimus) colliges differentiam.

Ex differẽtia lõgitudinis uerã elicere longitudinem.

¶Hanc itaque differentiam, addes longitudini loci radicalis, ſi datus locus oriẽtalior fuerit: vel ab eadem ſubduces longitudine, vbi datus locus occidentalior fuerit radicali: Consurget enim, aut relinquetur ipsius dati loci longitudo, ad fixum & occiduum nostræ habitabilis relata Meridianum. Quòd si forsitan Luna eodem temporis momento, & sub eadem Zodiaci parte constituta, ad vtrunque & radicalem & dati loci peruenerit Meridianum: nulla intercidet longitudinis differentia, erítque tunc ipse datus locus sub eodem Meridiano quo & radicalis locus de necessitate constitutus, sola ab eo differens latitudine. *Notandum.*

3 ¶Resumatur in clariorem singulorũ elucidationem, datum problemate tertio supputationis exemplum: quo Luna ad radicalem & Parisiensem Meridianum inuenta est applicare hora 13, minuto ferè 47, à meridie quindecimi diei Nouembris, huius anni 1543: ipsa Luna sub 20 gradu, & 40 minuto Cancri tunc progrediente. Cuius quidem Lunaris motus ascensio recta, fuit graduum 112, & minutorum 35. Per obseruationem autem factam, iuxta traditionem quarti problematis, supponatur eadem Luna ad dati cuiuspiam loci Meridianum peruenisse hora 14, vnà cum 17 minutis, à meridie eiusdem vndecimi diei Nouembris supputatis: & possidere tunc 20 gradum, cum 25 minutis ipsius Cancri, haberéque latitudinem borealem vnius gradus, & minutorum 24. Erit igitur ipsius Lunaris motus ascensio recta, graduum 112, & minutorum 19. Horum itaq; motuum Lunarium differẽtia, est 15 minutorum: & ipsarum rectarum ascensionum differentia, minutorum 16. Differẽtia porrò temporis supradictarum applicationum Lunæ, est 30 minutorũ vnius horæ: quibus respondẽt 7 gradus, & 30 minuta Aequatoris. À quibus eadem 16 minuta detrahenda sunt: & relinquentur gradus 7, & minuta 14. Tanta est differentia longitudinis Meridiani ipsius dati loci, & radicalis siue Parisiensis. Et quoniam tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianũ maius est, & verus motus illius minor, quàm sub Parisiẽsi & radicali Meridiano: idcirco datus locus, orientalior est Parisiensi. Addẽda est igitur ipsa longitudinis differentia, ipsi Parisiensi & radicali longitudini, quam prędiximus fore 23 graduum & 30 minutorum. Consurget enim tãdem vera ipsius dati loci longitudo, à fixo Meridiano, per occiduum nostræ habitabilis limitem pertranseunte, versus ortum numeranda: graduum quidem 30, & minutorum 44. Quemadmodũm ea quæ sequitur videtur explanare formula. *Exemplum loci oriẽtalis ab ipso radicali.*

ℭ Primi exempli formula.	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
ℭ Tempus applicationis Lunæ, ad Meridianum Pariſien.					13	47
Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Aſcenſio recta eiuſdem veri motus Lunæ.		112	35			
ℭ Tempus applicationis Lunæ, ad dati loci Meridianum.					14	17
Differentia ſupradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris reſpondens ipſi differentiæ.		7	30			
ℭ Verus motus Lunæ eodem applicationis tempore.	♋	20	25			
Differentia motus Lunæ inter ipſa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ eodem obſeruata tempore.		1	24	Bo-	rea-	lis.
Aſcenſio recta eiuſdem veri motus Lunæ.		112	19			
Supradictarum aſcenſionum rectarum differentia, hoc eſt, aſcenſio recta differentiæ motus Lunaris.			16			
ℭ Differentia longitudinis optata.		7	14			
Longitudo Pariſienſis, & radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		30	44			

Exemplum loci Occidētalis ab eodem loco radicali.

ℭ Supponatur rurſum (vt omnia clariùs intelligantur) iuxta præfatam quarti problematis obſeruationem, ipſa Luna dati loci Meridianum occupaſſe, hora 13, minuto autem 17, à meridie eiuſdem 15 diei Nouembris 1543, eadem Luna ſub 20 gradu, & 55 minuto eiuſdem Cancri locata: & latitudinem præterea habere ſeptentrionalem, vnius quidem gradus, & minutorum 21. Recta itaq; aſcenſio loci Lunæ, erit graduum 113, vnà cum 6 minutis. Et Lunarium propterea motuum differentia, minutorum rurſum 15. Rectarum porrò aſcenſionum differentia, 31 complectetur minuta: eorundem 15 minutorum differentiæ motus Lunaris, rectam exprimentia aſcenſionem. Ipſa demum temporis Lunarium applicationum differentia, erit rurſum 30 minutorum: cui (veluti prius) reſpondent de Aequatore 7 gradus, vnà cum 30 minutis. À quibus auferēda ſunt eadem 31 minuta: & relinquentur gradus 6, minuta 59. Tanta eſt differentia longitudinis, inter Pariſienſem ſiue radicalem, & ipſius dati loci Meridianum. Hanc igitur longitudinis differentiam, ſubtrahes ab ipſa radicali & Pariſienſi longitudine: relinquentur gradus 16, minuta 31, pro vera dati loci, & vulgari modo ſumpta, hoc eſt, ab occidua habitabilis parte numerata longitudine. Cùm enim Luna ad Pariſienſem Meridianum, ſub maiori temporis ſupputatione, ac cum eiuſdem Lunæ minori motu, quàm ad dati loci Meridianum applicuiſſe ſupponatur: admittitur ſimul, eundem locum datum occidentaliorem eſſe radicali ſiue Pariſienſi, iuxta præfatam longitudinis differentiam. In quorum omnium clariorem intelligentiam, ipſam numerorum placuit ſubnectere formulam.

¶ Secundi exempli formula	Sig.	gra.	Mi.		Ho.	Mi.
¶ Tempus applicationis Lunæ,ad Meridianum Parisien.					13	47
Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore.	♋	20	40			
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		112	35			
¶ Tempus applicationis Lunæ ad dati loci Meridianum.					13	17
Differentia supradictorum temporum.						30
Arcus Aequatoris,respondens ipsi differentiæ.		7	30			
¶ Verus motus Lunæ,eodem applicationis tempore.	♋	20	55			
Differentia motus Lunæ inter ipsa contingens tempora.			15			
Latitudo Lunæ,eodem obseruata tempore.		1	21	Bo:	rea:	lis.
Ascensio recta eiusdem veri motus Lunæ.		113	6			
Supradictarum ascensionum rectarum differentia, siue ascensio recta differentiæ motus Lunaris.			31			
¶ Differentia longitudinis optata.		6	59			
Longitudo Parisiensis,& radicalis loci.		23	30			
Longitudo dati loci ab Occidente habitabilis.		16	31			

Notandum.

¶ Quanquã porrò eadẽ fuerit motus Lunaris,atq; tẽporis Lunarium applicationum ad supradictos Meridianos differentia:discrepat nihilominus aliquantulum longitudinis differentia loci Occidentalis,ab ipsius loci Orientalis differentia.Quoniam Luna sub diuersis locatur Zodiaci vel Eclipticæ partibus,& diuersas propterea cogitur habere latitudines:& proinde rectas ascensiones, atque illarum differentias consequenter vtcunque diuersas.Hinc per subtractionem diuersarum ascensionalium differentiarum ipsius Lunæ,ab æqualibus temporis,siue eiusdem Lunæ applicationum differentijs : diuersa subsequitur longitudinis eorundem locorum differentia. Haud aliter, dato quouis alio loco atque tempore, faciendum ac obseruandum fore,velim intelligas.

Corollarium.

¶ Ex his patet,quàm facile sit, etiam sine Lunarium eclipsium expectatione vel obseruatione,tum ipsius continẽtis & habitabilis loca,tum per mare dispersas insulas,ad debitum Orbis situm ac positionem,intra breue temporis interuallum reuocare:& in plana aut rotunda superficie, ipsum terrestrem Orbem ac eius partes,ad viuum tandem depingere. Examinatis enim insignioribus tantummodò locis:cætera tum per directas itinerum intercapedines, tum per notas maritimorum locorum diuersiones,in suam harmoniam vel facilè restituentur.

Libri de inuenienda locorum longitudine

FINIS.

Virescit uulnere uirtus.

Eiuſdem Orontij Finæi, Planiſphaerium Geographicum: quo tum longitudinis atque latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentiæ, tum directæ eorundem locorum elongationes, mira ac pene incredibili facilitate deprehenduntur.

Quàm pauci Arithmetici.

MAXIMA PARS HOMINVM, etiam eorum, qui Geographicis videntur oblectari rudimentis: Arithmeticæ praxin, qua duce tũ Geometrici, tum Aſtronomici canones in vſum reuocantur, ſæpius ignorare cõſpicitur. Imò (quod magis damnandum eſt) ij qui ſeſe non vulgares profitentur Arithmeticos: à ſubtilibus, vel vtcunque prolixis eiuſdem Arithmeticæ ſupputationibus abhorrent, gaudéntque leuitate (breuitatem dicere volebam) hoc eſt, in promptu ſeſe offerẽtibus propoſitarum rerum operationibus.

Authoris intentio.

Vt his igitur omnibus pro noſtro ſubueniamus officio, poſt inuentam à nobis & cõſcriptam rationem obſeruãdi longitudinales oblatorum quorumcunque locorum differentias (etiam dato quouis tempore) per Lunares videlicet inſpectiones, & aliter quàm per ipſius Lunæ defectus vel eclipſes: dum vulgatum Planiſphærium, ſiue (vt vocant) Aſtrolabium, ac eius vſum, ſciolorum quorundã audacia (ne dicam ignorantia) multis in locis deprauatum, ac adulteratum, iuxta veritatem Aſtronomicam, & Ptolemaicam intentionẽ, in ſuam reuocaremus harmoniã: promiſſum tãdem excogitauimus Planiſphærium, ad Geographicos vſus ſingulariter adcõmodum.

Planiſphæriũ Geographicũ, ab Authore excogitatum.

Quo tum lõgitudinales atq; latitudinales locorũ differẽtiæ, ad datum quempiam, & veluti radicalem locum relatæ (modò cognitam, & non exceſſiuã habeant ab ipſo loco radicali diſtantiam) tum breuiſſimæ eorũdem locorum intercapedines,ſeu directæ itinerum profectiones(vbi loca ipſa exploratam habuerint longitudinem atq; latitudinem) inaudita facilitate colliguntur. Cùm enim eadem prorſus via,eiſdémque terminorum diffinitionibus & argumentis (vtpote longitudinis atque latitudinis adminiculo) locorum in terra ſitus atque diſtantias conſequamur,quibus & ſtellarum poſitiones in Cęlo deprehendimus:commodiſſimum nobis viſum eſt,è cęleſti Planiſphærio,hoc eſt,ad rerum cæleſtium vſus deputato,hoc terreſtre deducere, ac ipſis Geographicis vſibus adaptare Planiſphærium. Quod tum artificij ſimplicitate atq; perfectione,tum vſus ſingularitate & incredibili promptitudine: cætera omnia inſtrumenta(quæ Metheoroſcopia vocant) vel facilè ſuperabit. Omnibus inſuper rerum Geographicarum ſtudioſis,futurum admodùm gratum,ac vtile:nõ minus confidimus,quàm exoptamus. Requirit itaque hoc inſtrumentum,radicalem aliquẽ locum, cuius longitudo ac latitudo ad vnguem ſit explorata : ad quem cæterorum locorum tum diſtantiæ vel elongationes,tum longitudinis atque latitudinis differentiæ referantur. quemadmodùm proximo libro obſeruauimus. De locis autem non omnibus, ſed ijs tantùm velim intelligas,quæ citra Aequatorem circulum, & intra ipſius radicalis loci comprehenſa ſunt Horizontem. Ad huius itaque loci radicalis latitudinem,ipſum Geographicũ Planiſphærium,in hunc qui ſequitur modum , fabricabis.

Cæleſtis Planiſphærij,cum terreſtri comparatio.

Hoc Planiſphærium, cæteris præſtare Metheoroſcopijs.

Præcipua huiuſce Planiſphærij hypotheſis.

Problema I.

PLaniſphærij Geographici, ex vulgati Aſtrolabij,ſeu Planiſphærij Aſtronomici contextura,ſummatim elicere compoſitionem.

1 ¶Fabricetur in primis,ex dura quapiam & electa materia,circularis & plana tabula, cuius diameter bipedalis, vel ſeſquipedalis ad minus ſit quantitatis: tantæ autem craſſitudinis ſit ipſa tabula, vt pixidem ſiue capſulam orbicularem,mobilem ac Magnetis virtute delibutam acum (vt in Solaribus fit horologijs) continentem, recipere facilè poſſit.Huius itaque circularis tabulæ centrum ſit a,

Tabula principalis, ſiue mater inſtrumenti.

Eiusdem tabulæ limbus.

circa quod, iuxta ipsius tabulæ limbum, tres circumlineentur circuli, inuicem paralleli, gemina & orbicularia claudentes interualla, quorum extremũ duplũ ferè sit reliqui: & horũ trium circulorum interior & minimus, his literis b c d e, distinctionis gratia sit annotatus. Hic postmodùm circulus b c d e, ac vniuersa plani superficies, in quatuor quadrantes diuidatur: geminis videlicet dimetientibus b d/ & c e, in eodem centro a / ad rectos sese dirimentibus angulos. Vnusquisq; præterea quadrans eiusdem b c d e/ circuli, in 90 gradus solito more diuidatur. Et applicata ex centro a/ regula, per singulas cuiuslibet quadrãtis diuisiones, singulorũ graduum, in minori & intrinseco trium circulorum interuallo, annotentur distinctiones: in maiori porrò & exteriori eorundẽ circulorũ interstitio, ipsi gradus prominẽtioribus lineolis quinarijs distribuãtur ordinibus, atq; singuli ordines suis exprimãtur numeris, à punctis b/ & d, versus c/ & e/ puncta, à quinario vsque ad 90 vtrinque distributis.

Quid unaquæq; ipsius tabulæ pars repræsentet.

Hic igitur circulus b c d e, Aequatorẽ repræsentabit: & eius centrum a/ polum Mundi, super loci radicalis Horizõtem exaltatum. Linea autẽ b d, eiusdẽ loci radicalis propriũ ac fixũ Meridianum: ad cuius latitudinẽ ipsum fabricatũ est instrumẽtum. Transuersalis porrò linea c a e, partem recti imitabitur Horizõtis. Et proinde punctum b, australem ipsius patẽtis hemisphęrij partẽ, c/ ortiuam, d/ borealem, & e/ occiduam respondenter designabit: quemadmodùm ex ipsa quæ sequitur instrumenti potes elicere descriptione.

Proprij Horizontis delineatio.

¶ His in hunc modum optimè præparatis, Horizon obliquus, vnà 2
cum illius vertice, ad suscepti loci radicalis latitudinem describatur: cuiusmodi est Horizon c f e, ad Parisiensem latitudinem, quæ est graduum 48, & minutorum ferè 40 delineatus, cuius superior vertex punctum g. Nam ipsum locum Parisiensem (veluti proximo fecimus opere) in aliorum locorum communem radicem, meritò placuit eligere. Consequenter inscribantur circuli eidẽ Horizonti paralleli, circa idem verticale punctum g/ versus Horizontem ipsum gradatim, aut per duorum ad minus graduum interualla distributi: quorum minimus, centrum habeat sub ipso vertice g.

Horizontis paralleli.

Circuli verticales.

Describantur pręterea circuli, quos verticales, seu progressionum circulos appellant, ab eodem vertice g, in ipsum obliquum Horizontem c f e/ procidentes: illúmque aut gradatim, vel ad duorum saltem graduum distribuentes interualla. Quemadmodùm ex ipsa vulgati Planisphęrij, siue Astrolabij fabrica, colligere vel facilè potes. Horum porrò circulorũ verticalium, is qui signanter verticalis appellatur, & qui Meridianũ b g d/ad rectos diuidit angulos, esto c g e: qui vnà cum eadem linea Meridiana b g d, ipsum patens hemisphæriũ in quatuor partes siue quadrantes diuidit. In cuius verticalis circuli, atq; lineæ Meridianæ longitudinem: supradictorum parallelorũ numeri, quinarijs, aut alijs quibusuis numerorum ordinibus, in maiorem supputationis facilitatem, designari poterunt, ab ipso quidem vertice g, versus Horizontem c e f/distributi. Ipsorum porrò verticalium circulorum quinarij, vel alij itidem numeri: in longum Horizontis c f e, versa vice conscribantur, à punctis scilicet b/& f/ versus puncta c/& e. Repræsentabunt itaq; huiuscemodi paralleli circuli, eorum locorum parallelos, qui circa datum locum radicalem (cuius situs est in puncto g) & intra illius Horizontem, citra præfatum continentur Aequatorem. Verticales porrò circuli, viatorios siue itinerarios circulos designabunt: per quos scilicet veras elongationes, seu directas profectiones itinerum ipsius radicalis, & circumpositorum locorũ intra illius Horizontem (vt suprà dictum est) comprehensorum, debemus accipere.

supradictorũ circulorum officium.

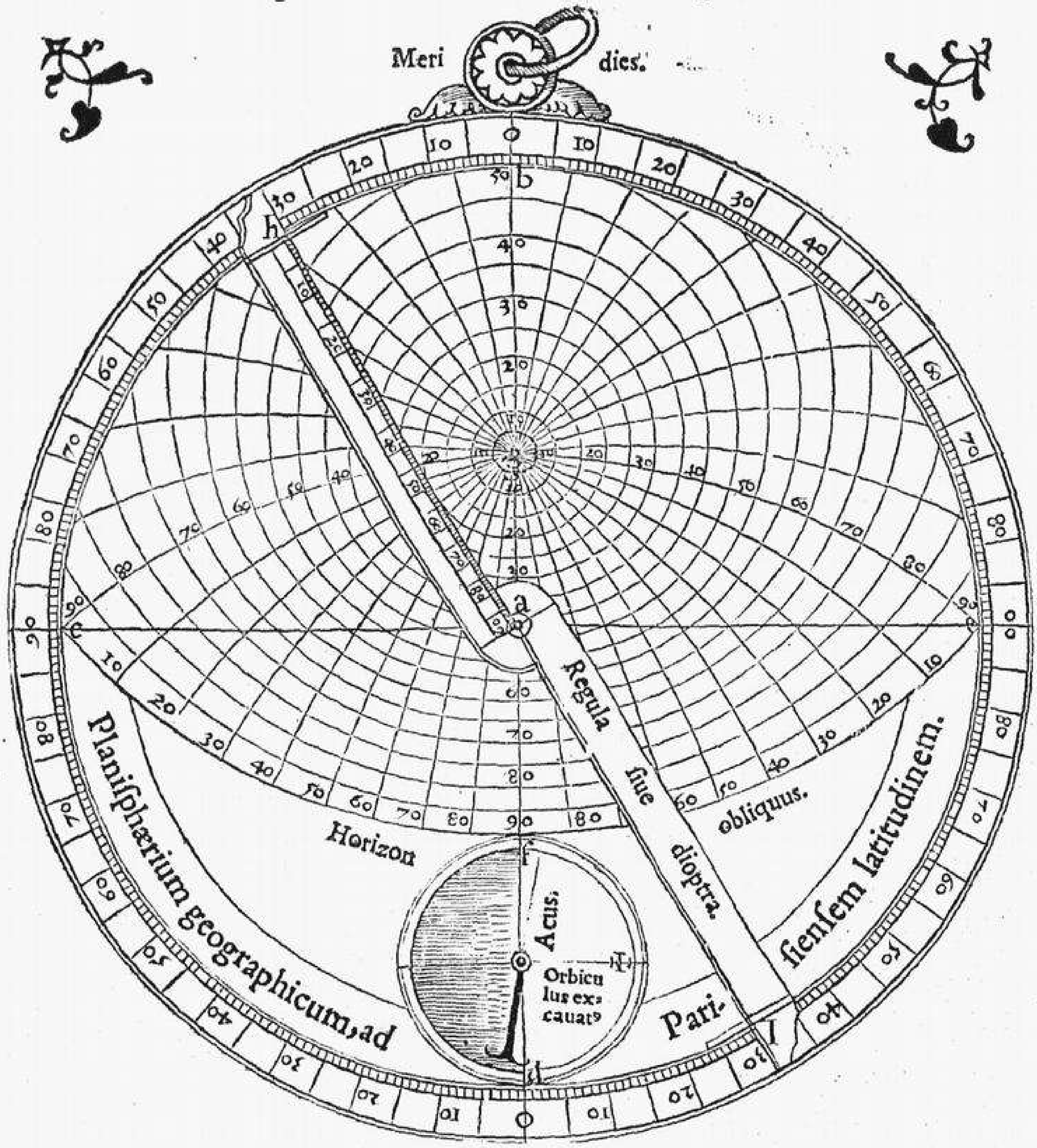
3 ¶Figuretur consequenter sub Horizonte c f e, circularis quidam orbiculus, supra dimidiam instrumenti crassitudinem, instar pyxidis excauatus, cuius diameter sit linea f d: À cuius puncto medio, siue centro, stylus quidam metallicus & acutissimus erigatur, cui mobilis insideat acus Magnetis virtute (vt solet) delibuta, & superincumbente vitro (vt in Solaribus horarijs, cæterísq; instrumentis obseruatur) ornata. subscripti autem indicis ipsius acus, pars australis versus f/dirigatur: borealis autem (quæ bifurcata est) versus d.

Orbiculus excauat⁹, in quo directrix acus reponenda.

Et quoniam acus ipsa, nunquam sub Meridiana linea directè constituitur: sed pro diuersa Magnetis virtute siue potentia, & diuersa illius impressione in eandem acum, diuersas ab eadem linea consequitur inclinationes, quæ nisi ad vnguem fuerint exploratæ, sensibilem in obseruationibus generare possunt errorem. Vt igitur ipsi acui, in pyxidis vel orbiculi fundo, debitam ac fidissimam sedem statuas: sic facito. Prius quàm eidẽ fundo directoriam ipsius acus effigiem conglutines: dispones planum aliquod Horizonti parallelum, in quo lineã ipsius radicalis loci describes Meridianã, veluti sexto capite, libri secũdi nostrę Sphęræ siue Cosmographiæ

vt statuendũ ipsi acui fidissimum uestigium.

tradidimus. Collocabis deinde lineam instrumenti Meridianam b f d, in directum ipsius terrestris lineæ Meridianæ: & acu stylo superimposita, directricem ipsius acus effigiem, iuxta contingentem eiusdem acus declinationem, in pyxidis seu orbiculi fundo confirmabis. Hoc enim pacto, veram eiusdem acus positionem obtinebis.



Regula instrumento superimponenda.

Tandem superimponenda est, & clauo nectenda volubilis regula, ex congruente metallo vel ligno durissimo fabricata, geminis & orthogonaliter erectis, ac è diametro subtiliter perforatis pinnacidijs, siue tabellis ornata, cuius regulæ longitudo tanta sit, quantus est instrumenti diameter, veluti h l: qualem prorsus in vulgati 4

Ipsius regulæ in suas partes distributio.

Planisphærij solemus reponere dorso. Hoc tãtùm adiũcto, quòd alteram eiusdem regulæ medietatem (vtpote a h) in 90 gradus poteſtate inuicem æquales, hoc modo diuides. Applicetur regula ex puncto b, per quamlibet diſtinctionẽ graduum ipſius quadrãtis c d, obſignẽtúrq; ſingulæ ipſius regulæ diuiſiones in ſemidiametro a c/ contingẽtes, quæ demũ officio circini traducãtur in fiducialem lineam eiuſdem medietatis a h/ ſupradictæ regulæ h l: erunt enim ipſorũ 90 graduum diſtinctiones. Quos quidẽ gradus, in quinarios diſtingues ordines, & ſuis ornabis numeris, à centro a/ verſus punctum h, vel Aequatorem b c d e/ diſtributis. Huius itaq; regulæ fiducialis linea h l, quæ per a/ centrum, & media pinnacidiorum puncta traducitur, dati cuiuſlibet loci, ad ipſum radicalem locum comparati, Meridianũ potiſſimùm repræſentabit: cùm ſcilicet eorundem locorum atque radicalis loci, longitudinalis aut latitudinalis, vel vtraq; fuerit perquirenda differentia. Poteris tandem (ſi velis) ſupra ipſum punctum b, prominentem aliquam & orbicularem relinquere particulam: & eam armilla ſuſpẽſoria, quò facilius aut portetur, aut regatur inſtrumentum, inſignire. Vt ipſa inſtrumenti demonſtrat effigies, ad prædictam latitudinem Pariſienſem delineata.

Officium eiuſdem regulæ.

Armilla inſtrumenti ſuſpenſoria.

Problema 2.

ANgulum poſitionis, quem facit arcus viatorius binis locis interceptus (quorũ alter eſt radicalis) cum ipſius loci radicalis Meridiano, in primis obſeruare.

1 ¶ Ad eliciendas, huiuſce Planiſphærij geographici adminiculo, propoſitas longitudinis atq; latitudinis oblatorum quorumcunq; locorum differentias, ad datum ipſum radicalem locum comparatas ſiue relatas: tria in primis ſupponenda vel præcognoſcenda ſunt. Primum eſt, longitudo atque latitudo ipſius loci radicalis: ad cuius poſitionem, ipſum fabricatum eſt inſtrumentum. Alterum eſt, arcus circuli magni (quem viatorium appellamus) per radicalem & datum quemuis locum incedentis, inter ipſa loca comprehenſus: hoc eſt, directa profectio, ſiue diſtãtia eorundem locorum itineraria. Nam ſuper circunferentia huiuſcemodi viatorij circuli, breuiſſimę ac directę fiunt itineris profectiones, verǽque locorum

Quæ ad uſum huius inſtrumenti ſupponenda ſunt.

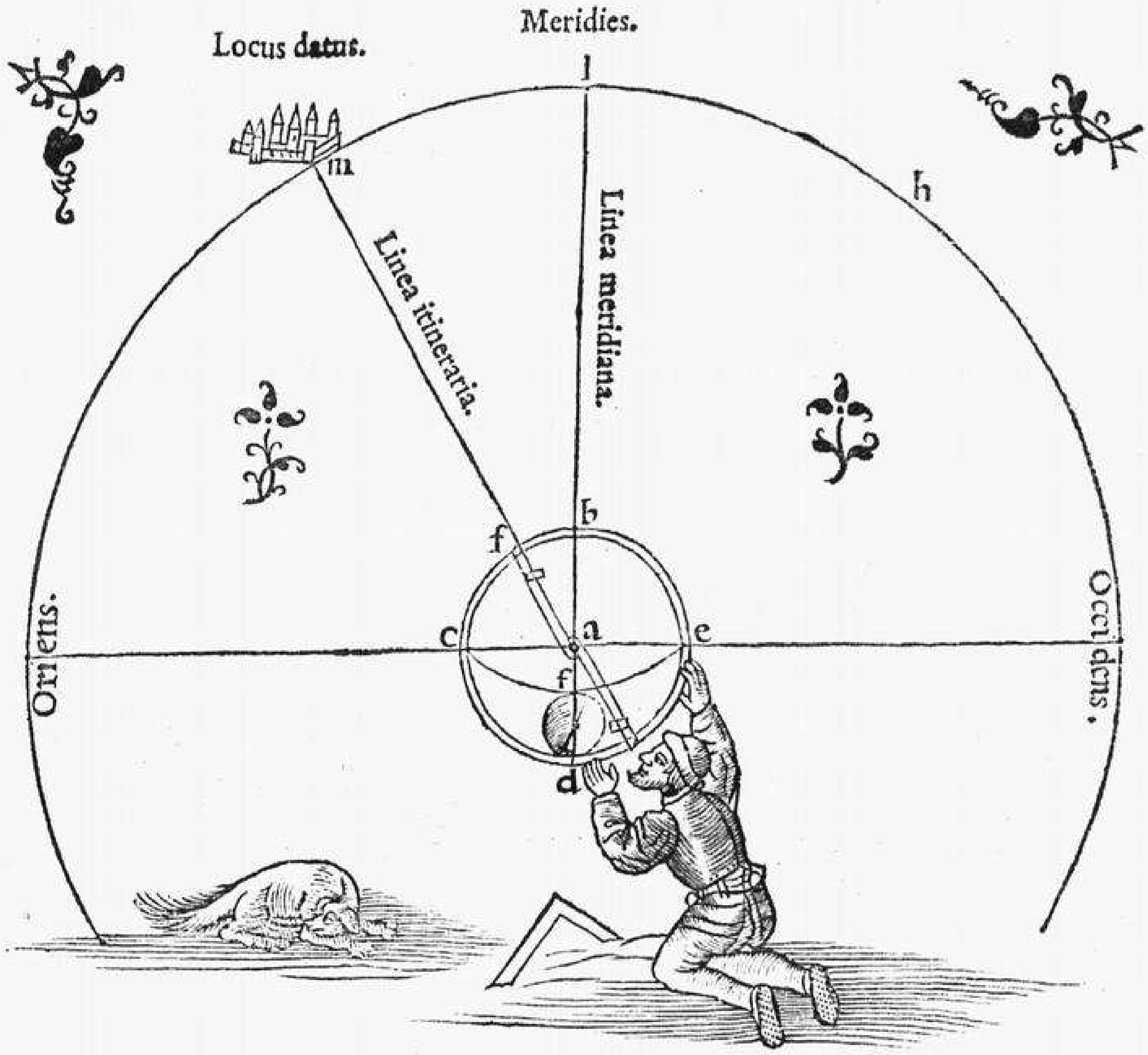
accipiendæ ac dinumerandæ sunt elongationes. Quemadmodùm capite quarto, libri quinti nostræ Cosmographiæ, seu mundanæ Sphæræ, demonstrauimus. Tertium porrò est, angulus positionalis, ex intersectione supradicti arcus viatorij & Meridiani radicalis loci causatus: Quem Geographi positionis ideo nominarunt angulum, quoniam iuxta variam locorum positionem diuersificetur. Horum autem duo prima, vel aliorum fida relatione, aut propria & diligenti inquisitione & experientia disquirenda, & veluti nota supponenda sunt. Tertium verò, huiusce Planisphęrij geographici adminiculo, in hunc, qui sequitur, modum conuenit obseruare.

Qualiter positionis ãgulus, per hoc instrumentum obseruetur.

¶ Collocetur igitur instrumentum super aliquo patenti & vndiquaque libero plano, in ipso radicali loco ad libellam de industria præparato: in hunc quidem modum, vt ipsum instrumentum Horizonti eiusdem loci radicalis sit parallelum, & in pyxide mobilis acus in directum propriæ & subscriptæ imaginis constituatur, & punctum b, australem respiciat hemisphærij siue Horizontis partem, c/ortiuam, d/septẽtrionalem, & e/occiduam. Immoto tandem instrumento, dirigatur superincumbẽs regula versus ipsum locum datum, cuius longitudinis atque latitudinis differentia respectu radicalis exploranda est: flectatúrque paulatim vltro citróque regula, quatenus locus ipse datus, aut directa saltem quæ ad illum perducitur via, per vtraque pinnacidiorum foramina visuali radio fidissimè deprehendatur. Nam arcus limbi siue Aequatoris (qui tunc loci radicalis exprimit Horizontem) inter lineam instrumenti meridianam b a d, & eam lineæ fiducialis ipsius regulæ partem, quæ ad datum locum dirigitur comprehensus: propositi anguli positionalis quãtitatem propalabit. 2

Supradictorũ exẽplaris delineatio.

¶ In exemplum sequentem libuit obijcere descriptionem: In qua Planisphærium geographicum b c d e, cuius centrum a, & illius superincumbens regula siue dioptra f g, Horizon loci radicalis h l m, & illius meridiana linea a b l, datus verò locus qui ad m. Huius itaque loci positionis angulus, ad radicalis loci Meridianum relatus, est l a m, orientalis & austrinus, sub eadem a b l/meridiana linea, & viatorio arcu a f m/ comprehensus. Cuius quidem anguli quantitatem, indicat arcus b f, ipsius limbi siue Aequatoris b c d e: is enim similis & proportionalis est arcui l m, eiusdem Horizontis h l m, idem cum circulo b c d e/centrum habentis, scilicet a.



3 ℭDe angulo autem positionis velim intelligas, qui recto minor est, cuius videlicet quantitas minor est quadrante circuli, hoc est, minus quàm 90 gradus comprehendens. Nam si ta lis angulus positionis, offenderetur continere 90 gradus: locus datus sub eodem foret parallelo cum ipso loco radicali, differens ab eodem sola longitudine. At si Planisphærij forsitan regula in directum lineæ Meridianæ constitueretur, nullum efficiens cum illa angulum: tunc ipsa loca sub eodē consisterent Meridiano, sola latitudine inuicem differentia. Is itaq; positionis angulus, subtili obseruatione examinandus est: prospiciendúmque diligenter, in quam Mundi partem siue Horizontis quadrantem inciderit. *De quo positionis anguli intelligat geographi.*

Corollarium.

SI præfatus igitur positionis angulus fuerit orientalis, locus datus orientalior erit radicali: si autem occidentalis, idem locus datus occidētalis erit respectu radicalis. Si idē præterea positionis angulus fuerit australis, datus locus australior erit radicali, hoc est, ipsi Aequatori propinquior: si autē ad Septentrionem flectatur *Loci positionē per ipsius anguli positionalis dignoscere.*

idem poſitionis angulus, locus radicalis auſtralior erit ipſo loco dato. Sed quanta differentia, alter ſupradictorum locorum orientalior, vel auſtralior fuerit reliquo: ſequenti perdiſces problemate.

Problema 3.

DAto poſitionis angulo, & arcu viatorio inter datum quemuis locum & radicalem (ad cuius latitudinem fabricatum eſt inſtrumentum) compræhenſo: longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentiam, ex eodẽ inſtrumento promptiſſimè colligere.

De quibus locis uſus intelligatur inſtrumenti.

¶ Hoc tertiũ & principale problema, de ijs locis potiſſimùm venit 1
intelligendum, inter quæ & præaſſumptum locum radicalem, non cadit exceſſiuum diſtantiæ vel itineris interuallum: vtpote 20, aut 30, vel ad ſummum 45 graduum, hoc eſt, 1250, ſeu 1815, vel 2812 milliariorum. Nam ſi præfata loca, maiore diſtiterint intercapedine, quàm fidelitas atque promptitudo requirat operationis: neque præfatus angulus poſitionis ad verum deprææhendetur, neque directum eiuſdem itineris interuallum ad iuſtam poterit redigi menſuram. Quę duo in primis requiſita vel ſupponenda ſunt, ad conſequendas per hoc inſtrumentum longitudinis atque latitudinis eorundem locorum differentias.

Angulus poſitionis, & diſtantia itineraria prius dignoſcenda.

¶ Obſeruato igitur iuxta præcedentis ſecundi problematis tradi- 2
tionem poſitionis angulo, & diſtantia itineraria (quæ inter datum locum, & radicalem continetur) ad vnguem explorata, & ſub milliariorum redacta menſuram: conuertes ipſam diſtantiam itinerariam, ſeu interceptum milliariorum numerum, in gradus magni & viatorij circuli per eadem loca incedentis, pro quibuſlibet 62 milliaribus & ſemimilliari vnum accipiendo gradum, & pro reſidua (ſi adfuerit) milliaris imperfecti parte, proportionatam 60 minutorum vnius gradus particulam, iuxta rationem eorundem 62 & $\frac{1}{2}$ ad ipſam partem milliaris imperfecti.

Problematis exequutio.

¶ His in hunc modum abſolutis, ſupputetur inuenti anguli 3 positionalis quantitas inter viatorios instrumēti circulos, è loci radicalis vertice in eiusdem loci Horizontē progredientes, ab altera quidē Meridianæ lineæ medietate facto supputationis initio, & in dextram aut sinistram partem instrumēti procedendo, prout idem positionalis angulus fuerit orientalis vel occidentalis, & in borea vel australi parte repertus. In eo deinde viatorio circulo, qui eundem præfiniet & limitabit angulum: supradictus arcus viatorius eisdem locis interceptus, & ad gradus & minuta reuocatus circuli, diligenter numerandus est, à vertice quidem loci radicalis versus limbum aut Aequatorem circulum. Per huius demum arcus itinerarij hoc modo supputati terminum, fiducialis dioptræ seu regulæ lineola/in 60 partes siue gradus distributa, ad vnguem applicetur. Arcus enim ipsius limbi siue Aequatoris circuli, inter ipsam lineam fiducialem & Meridianam comprehensus: differentiam longitudinis, qua datus locus orientalior vel occidētalior est radicali, illico manifestabit. Pars autem eiusdē lineæ fiducialis, inter illius sectionem cum præfato circulo viatorio & ipsum cadens Aequatorem: eiusdem loci dati simul exprimet latitudinem. Ipsa demum sectio prædictæ lineæ fiducialis cum eodem viatorio circulo, ipsius dati loci verticem siue positionem designabit. An verò datus locus orientalior vel occidentalior fuerit radicali (ad cuius latitudinem fabricatum est instrumentum) ex antecedentis problematis perdisces corollario.

Differētia longitudinis.

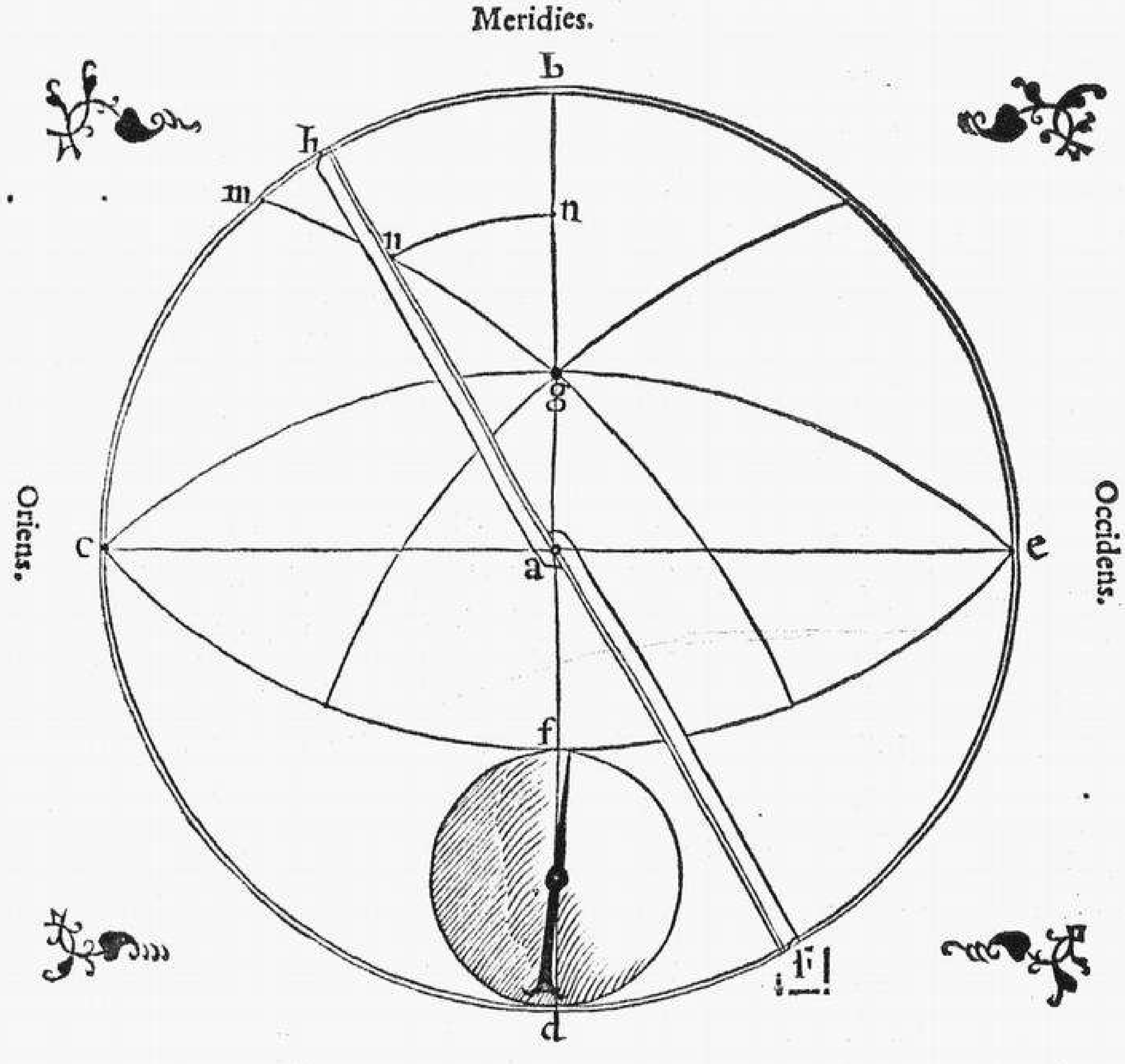
Dati loci latitudo.

Sit⁹ loci dati.

4 ¶ Resumatur in maiorem supradictorum elucidationē, depicta primo problemate ad Parisiensem latitudinem ipsius instrumēti figura: summaria saltem illius delineatio. supponatúrq; in exemplum, obseruatus positionis angulus fore orientalis & austrinus. Is igitur in ortiuo & australi eiusdem instrumēti quadrante a b c, inter viatorios circulos supradicto modo supputatus, repræsentetur per angulum b g m: viatorióq; circulo g m/terminetur. In quo circulo, viatorium segmentum, seu reductū itineris interuallum, radicalem & datum locū interceptum, à puncto g/versus m/supputetur: finiatúrq; pūcto n. Et traducta per ipsum pūctū n, fiduciali regulæ linea a h/in 90 partes distributa: ea secet limbi siue Aequatoris quadrantem b c, in ipso puncto h. Aio itaque primùm, idem punctum n, ipsius dati loci verticem, positionémve designare: Arcum insuper b h, eiusdem loci dati atque radicalis longitudinalem exprimere

Supradictorū exemplaris elucidatio.

differentiam: Partem verò eiuſdem lineæ fiducialis h n, boream ipſius loci dati præfinire latitudinem. Et proinde ipſa fiduciali linea a n h, in directum lineæ Meridiane a g b/ad amuſſim applicata: portio illius g n, latitudinalem eorundem locorum differentiam illico manifeſtabit. Concludes igitur, ipſum locum datum orientaliorem atque auſtraliorem eſſe radicali, iuxta repertas longitudinis atque latitudinis differentias.



Notandum. ¶ Haud diſſimiliter operandum eſſe iudices, vbi ſupradictus poſitionis angulus, in alium quemuis patentis hemiſphærij quadrantem inciderit: ſed infima Aequatoris ſeu limbi parte vtendum fore non ignorabis, cùm ipſe poſitionis angulus borealem reſpexerit eiuſdem hemiſphærij partem Nec obliuiſcaris oportet, quoties idem poſitionis angulus fuerit rectus, tunc viatorium arcum longitudinalem eorundem locorum exprimere differentiam: & ipſa loca, eandem ab Aequatore poſſidere latitudinem.

Problema 4.

COgnita longitudine atque latitudine tam radicalis, quàm alterius dati cuiuſcunque loci: arcum viatorium eiſdem locis interceptum, vnà cum poſitionis angulo, ſub eodem arcu viatorio & Meridiano loci radicalis compreheſo, verſa vice reddere notum.

1 ¶Supponimus itaq; alterum locorũ fore radicalem, & ad illius latitudinem ipſum geographicum Planiſphærium eſſe cõſtructum: vtriuſque inſuper loci longitudinem, ſiue adminiculo præcedentis libri noſtri, ſiue ex ijs quæ capite tertio libri quinti noſtræ Coſmographiæ tradidimus, aut aliunde fore notam: vtrunq; præterea locum, borealem habere latitudinem. Subtrahes igitur minorẽ longitudinem, à maiori: & differentiam numerabis in limbo aut Aequatore inſtrumenti, à linea eius Meridiana verſus ortiuam aut occiduam eiuſdem inſtrumenti partem, prout datus locus orientalior vel occidentalior fuerit ipſo radicali. Fini autem ſupputationis applicabis lineam fiducialem ſuperincumbentis regulæ ſiue dioptræ: eam ſcilicet partem, quæ in 90 gradus diuiſa eſt. Numerabis conſequenter in ipſa hoc modo quieſcente regula, ab illius extremo verſus inſtrumenti centrum: ipſius dati loci latitudinem. Quo facto: animaduertes diligenter eum viatorium circulum, qui per ipſius numeratæ latitudinis finem educitur. Arcus enim eiuſdem viatorij circuli, inter ipſius latitudinis finem, & loci radicalis verticem comprehenſus: indicabit gradus & minuta ſægmenti viatorij, ſeu directi itineris, inter eundem radicalem & datum locum incidentis. Arcus porrò Aequatoris ſiue limbi, inter ipſum viatorium circulum & lineam inſtrumenti Meridianam comprehenſus: poſitionalis anguli quantitatem ſimul propalabit.

Supponẽda in huius problematis executionem.

Traditio problematis.

2 ¶Horum autem exemplum, ex ipſa precedentis tertij problematis potes elicere figura. In qua, differentia longitudinalis nota, ſit b h: & ad punctum h / applicata fiducialis regulæ linea, quæ in 90 partes diuiſa eſt, a n h. Et in ea dati loci ſupputata latitudo (quę nota ſupponitur) ſit h n. Per ipſum autem punctum n, tranſeat arcus viatorius g n m. Aio itaque ſegmentum g n, metiri viatorium &

Huius problematis exemplum.

directum ſupradictorum locorum interuallum: Arcum autem b h m, anguli poſitionalis, quem facit idem arcus viatorius cum linea Meridiana loci radicalis, oſtendere quantitatem. Ipſum deniq; viatorium graduum & minutorum interſtitium, in milliaria (ſi volueris) promptiſſimè reuocabis, dando vnicuique gradui millia paſſuum 62 & $\frac{1}{2}$: ex ipſis autem milliaribus, quas volueris leucas vel facilè compones.

Problema 5.

PLaniſphæriū ipſum geographicum, in ampliorem magíſque vniuerſalem redigere contexturam: idémque pluribus radicalium locorum ſimul coaptare latitudinibus.

Vt ampliandum pro locis auſtralibus inſtrumentū.

¶ Cùm datus radicalis locus, admodùm vicinus fuerit Aequato- 1
ri, modicam ab eo obtinens latitudinem: non erit incommodum extra eundem Aequatorem, pręfatum ampliare tunc inſtrumentū, hoc eſt, eidem Aequatori liberum pro locis auſtralibus circunſcribere latitudinis interuallum. Et circumpoſitū propterea limbum, Aequatori concentricum & proportionalem, loco ipſius Aequatoris, in quatuor quadrantes, & quadrantem quemlibet in 90 partes ſupraſcripto modo diſtribuere: ipſóſque parallelos, & viatorios circulos, vſq; ad interiorem eiuſdē limbi continuare periphæriam. Vt in Aſtrolabio, ſeu vulgato Planiſphęrio, reſpondēter obſeruare conſueuimus: Et ſuccedens figura demōſtrat. Sed operæpretium erit tunc, ſuperincumbentem regulam ſiue dioptram in vtranque producere partem: & diuiſiones alterius medietatis eiuſdem regulæ, extra ipſum Aequatorem, ad limbum vſque gradatim extendere, ac ipſis auſtralibus locis reſpondenter coaptare. Hoc enim pacto, idem inſtrumentū ſingulis locis tam citra quàm vltra Aequatorem, & intra limbum ipſum comprehenſis, indifferenter adcommodabitur. Imò ſi quis vellet abſolutum ex omni parte conficere inſtrumentum: includendus eſſet intra limbum ipſum, integer loci radicalis Horizon, reliquis omnibus (veluti primo narrauimus problemate) proportionaliter coextenſis.

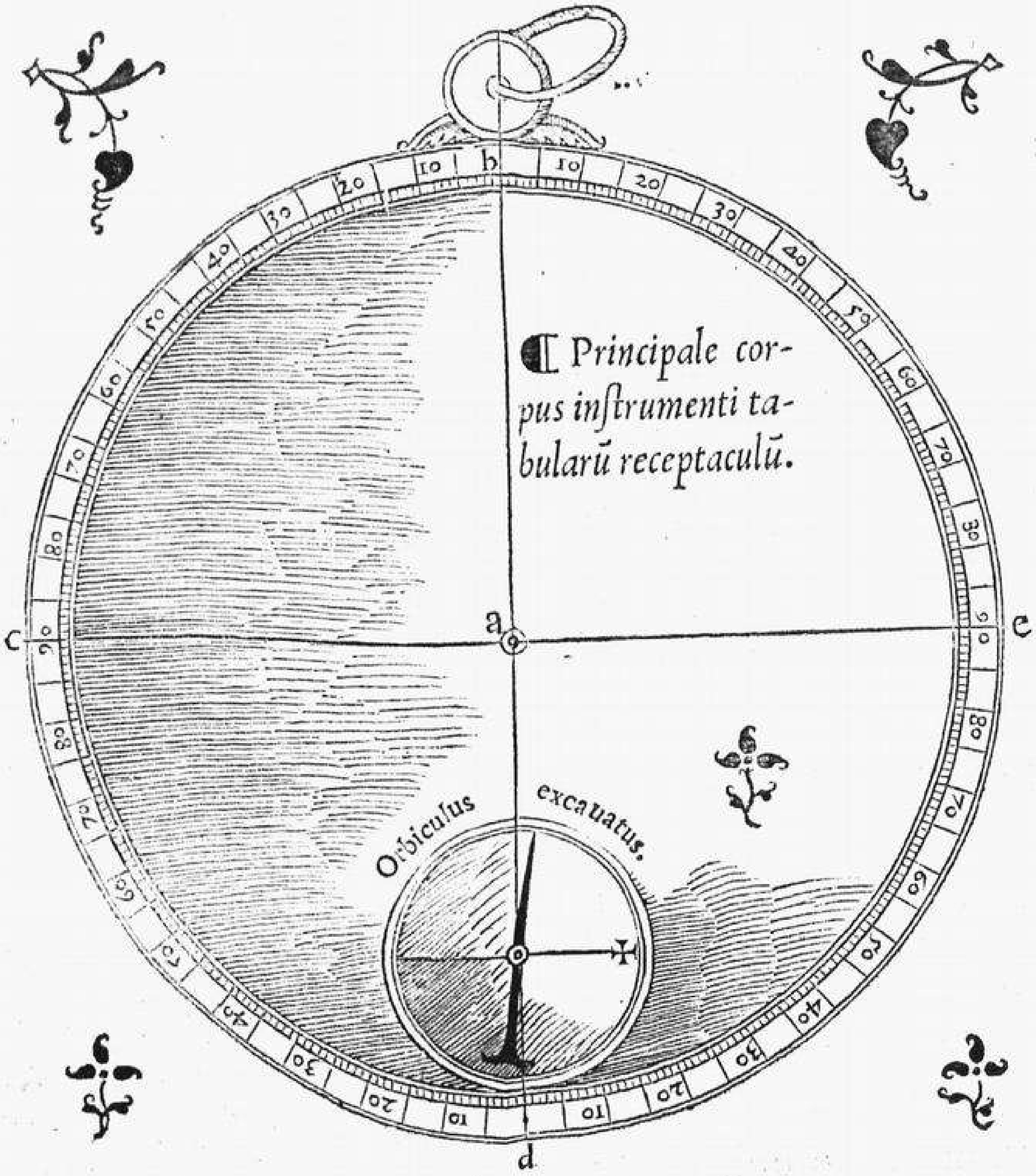
De dioptra, ſeu ſuperincūbente regula.

vt pluribus radicalibus locis accommodādum ſit inſtrumentum.

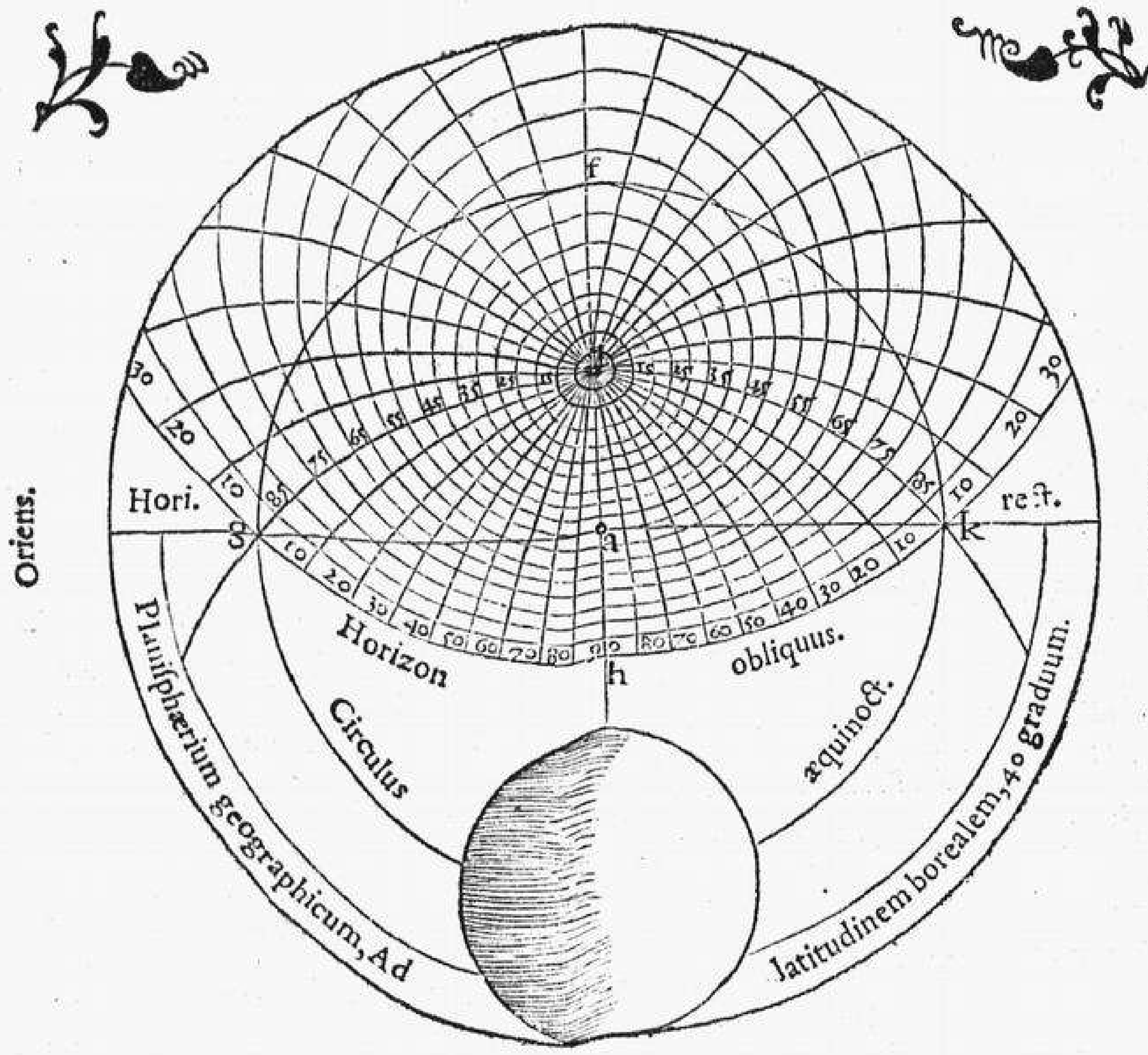
2 ℂ Adde quòd ſi quiſpiam geographicarum obſeruationum ſtudioſus, moleſtum forſitan ac importunum exiſtimauerit, idem inſtrumentum toties renouare, quoties locùs radicalis ſenſibiliter variatus extiterit: is poterit prima fronte inſtrumentum ipſum pluribus planis ſiue tabellis, ad liberas locorum radicalium latitudines delineatas ornare. Vt in vulgari Aſtrolabio, Aſtronomicóve Planiſphærio obſeruari cōſpicimus. Sed operæpretium erit tunc, principale corpus inſtrumenti, commune prædictarum tabellarum receptaculum, tali artificio præparare: vt ſolus limbus, & mobilem acum deferens orbiculus, pro earundem tabellarum multitudine prominens ſit & eleuatus: & ipſæ tabellæ intra limbi cōcauitatem, & circa eundem orbiculum (facta in qualibet tabella, ad ipſius orbiculi rotunditatem excauatura, ſeu feneſtella) recipi, & abſque vacillatione coniungi facilè poſſint: ijs quibus vtendum erit tabellis, ad æquatam ſuperficiem cum ipſo limbo & orbiculo, dimetientibúſque tabellarum & limbi inuicem conuenientibus: atque (vt ſummatim finiam) tabellis omnibus, vnà cum volubili regula clauo quodam per medium omnium centrum educto de more coniūctis & colligatis. Quēadmodùm ex ipſius Aſtrolabij, ſeu Aſtronomici Planiſphærij, potes elicere fabricatura: & ſuccedentes figuræ, in maiorem omnium ſupradictorum expreſſionem adiūctæ demonſtrant. Quarum prima, ſcilicet b c d e/ circum a/ centrum deſcripta: principalis corporis repræſentat effigiem. Secunda verò, vtpote f g h k (cuius centrum itidem a) peculiarem loci radicalis, 40 gradibus ab Aequatore diſtantis, exprimit contexturam, ſuis parallelis & viatoribus circulis, circa eiuſdem loci radicalis verticem l/ delineatis ornatam, & ad 20 gradus auſtrales ab eodem Aequatore coextenſam. Cuiuſquidē figurę Aequator g f k: obliquus autē Horizō g h k. Quibus ſubſcripta eſt dioptra ſiue regula m a n o: cuius pars a n o, in vtriuſq; latitudinis gradus, borealis inquàm n a, & auſtralis n o/ diſtributa eſt. Sed memineris oportet, ipſum excauatū orbiculum, in quo ſcilicet mobilis & directoria reponitur acus, ad quantitatem illius interualli fore tūc fabricandum, quod ſub illius loci radicalis Horizonte cōtinetur, qui maiorē inter alia loca poſſidet ab Aequatore latitudinē: Ne videlicet alicuius prædictarum tabellarum, ad cæterorum radicalium locorum latitudines deſcriptarum, principalium circulorum interrumpatur harmonia.

Succedentium figurarum declaratio.

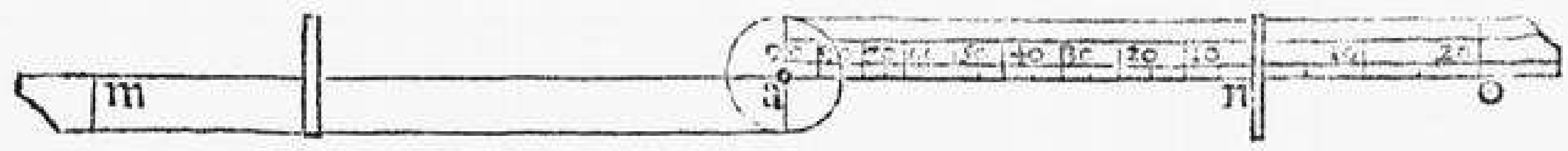
Prima figura, quæ matrem instrumẽti generalemue tabulam repræsentat.



secunda figura, quæ particularium tabularum, ad liberas locorum radicalium latitudines fabricatarũ imitatur effigiẽ.



¶ *Figura dioptræ, ſeu regulæ ſuper inſtrumenti facie reponendæ.*



TRIVM INSIGNIORVM, ET HACTENVS *deſideratorum operum Mathematicorum, De Circuli videlicet quadratura, eiúſque dimenſione, & ratione circunferentiæ ad diametrum: De regularium inſuper & multangularũ omnium figurarum deſcriptione: Ac de locorum inuenienda longitudinis differẽtia, aliter quàm per lunares eclipſes: Vnà cum Planiſphærio geographico: Authore Orontio Finæo Delphinate, Regio Mathematicarum Lutetiæ profeſſore,*

FINIS.

IOANNIS ROVETII SENONENSIS, *Medici, in Orontiomaſtigem, ſcazon.*

ZOile Gigantum frater, ecquid omnibus
Omnia miſer ſic inuides? dic perdite?
Cur inuides illi inuidiam, qui non tibi
Illam inuidet? Qui ſis ſtudebo prodere
Vt miſeriorem, quàm putes, omnibus ego
Te faciam. Habet FINAEVS inſignem Genium,
Non patitur vt te nominem: ne forte tibi
Fortuna plaudens iure ſuccenſeat. Age,
Si nomen edo, ne malè hoc tibi inuideas,
Timendum etiam fuerit: ero quod tibi minùs
Eſſe potes. aude pauca, non paucos habet
FINAEVS amicos. Tu deum hoſtem ac homines.

¶ *Errata aliquot notatu digniora, impreſſoriæ artis labilitate commiſſa.*

Facie 39, Corollario 3: legendum (vt 3 & $\frac{2}{15}$, ad 1)
Facie 48, linea 2: legendum, triangulo a b c/circunſcripto.

¶ *Regiſtrum huius operis*

3	3	3	4	4	4	3	3	3.
❧	A	B	C	D	E	F	G	H.