87

262

EMEN-

ithmeticæ, ac

ETRIAE, AD

omnes, Aristoteleam præ-

Dialecticam, ac Philoso-

pprimè necessaria, ex

Euclide decerpta:

Monçono Valen-

tino auctore.

ALENTIAE,

pographia Petri à Huete.

in platea herbaria.

1569.

ELEMENta Arithmeticæ, ac *GEOMETRIAE, AD disciplinas omnes, Aristoteleam præsertim Dialecticam, ac Philosophiā apprimè necessaria, ex Euclide decerpta:*

Petro Monçono Valentino auctore.

VALENTIAE,
Ex typographia Petri à Huete.
in platea herbaria.
1569.

Petrus Monço-

NVS GENEROSO ac Illuſtri Ximeni Perezio à Calatayu, S. P. D.

CVM hæc Arithmeticæ ac Geometriæ elementa abſoluiſſem, ac de his, vt mos eſt, dicãdis mecum cogitarem, tu mihi primus omniũ ſtatim occurriſti, ſingulare decus Valentiæ nobilitatis, qui hoc muneris, qualecunq; id eſſet, tibi quaſi tuo iure vendicares. Nam quanquam commemorare poſſem non paucos, qui mea opera & induſtria in liberalibus diſciplinis perdiſcendis vſi ſunt, te tamen primùm ego ab ipſis penè incunabulis instituendum, atq; informandum suscep[illegible], primus ex me, cũ ipso propemo[illegible]n lacte, literarum elementa bib[illegible]. Quam ob rem primos ho[illegible]tus, & eorum, quæ in lucem edere in Dialecticam, ac Philosophiam Aristotelis constitui velut fundamenta, ad te pertinere, ac tuo nomini iure optimo consecranda esse, sum arbitratus. Accedit & alia quoq; causa, quæ me, vt id facerem, adhortata est: quòd intelligam te miro quodam literarum, ac bonarum artium studio incensum esse, & ex omnibus, nullas magis nobilem adolescentem, maiorum splendore, potentia, opibus, innumeris & corporis, & animi dotibus nulli secundum decere, quàm disciplinas Mathematicas. Quæ præterquàm

quod

quod absque improbo illo labore, quem aliæ desiderant, perdiscũtur, qui solet homines innumeros, & tui præsertim ordinis, ab studio literarũ auocare (certissimæ enim sunt, & à contentionibus, rixosisq; dispu tationibus lõgè alienę, nec spinosis præceptionibus torquent auditorũ animos) magna cum voluptate sciuntur, & domi, foris, in vrbe, in agro, nauigãti, priuato, cum potestate degenti, locis deniq; omnibus, & temporibus firmissimo sunt præsidio, & singulari ornamẽto. Ad hęc cùm sint per vniuersam Philosophiam latissimè fusæ, cognitæ ad disciplinas omnes viã amplissimam sternunt: ipsis verò neglectis omnis ad scientiam additus intercluditur. Quibus omnibus de causis hæc Arihmeticæ, & Geometriæ, quæ in Mathematicis principē locū tenēt, qua potui breuitate & facilitate ex Euclide decerpere curaui, vt cū disciplinis Philosophicis animū istū tuum, in quo innumeræ virtutes enitent, excolere cœperis: cuius rei desiderio te flagrare vehemēter intellexi, ex horū cognitione proximam ad eas viam habeas, & cōpendiariam. Et ne alij horū fructu priuentur, quem spero maximum fore atq; vberrimum, ad communem omnium studiorum vsum hæc ipsa in lucē edere tuo nomine decreui, teq́, eorū tanquā patronū & tutorē cōstituere; vt quod opus tibi potissimùm scriptum est, idipsum tui nominis præsidio ab inuidorum obtrectationibus tutū appareat. Vale.

PETRVS MONÇONUS candido lectori, S. D.

CVM publicè Aristotelis libros de Dialectica, ac Philosophia in hac nostra Academia Valentina interpretarer, lector optime, in quo munere obeundo, ut communia adolescentiæ iuuarem studia, non dubitaui bonam ætatis partem consumere, summa ope nitebar, Mathema. exẽpla, in quibus frequens est Aristo. qua poteram dexteritate explicare: adhibebam quicquid in me erat artis, & operæ, quòd intelligerẽ obscurißimis quibusq;, his maximam lucẽ afferri, & horum ignoratione in locis Aristo. nõ paucis ac scitu dignis, ueram rei intelligentiam desiderari. Sed (fateor ingenuè) inani me labore torquebam, quòd non sine magno auditorum incommodo fieri, sæpe sum expertus. Cùm enim in more positum sit, ut adolescentes, nullam in perdiscendis artibus ordinis rationem sequuti, magna temporum iactura, & studiorum dispendio, non tam sua ipsorum culpa, quàm eorum, qui illas sic publicè profitentur, ad Aristoteleam disciplinã Mathematicis disciplinis ne à limine quidem salutatis, accedant, quid mirum si exactißimas, ac proinde difficiles Geometriæ demonstrationes, quæ plerunq; solent exercitatos admodum uehementer torquere, nõ assequantur? Quid quòd disserẽdi ratio innumeris referta præceptionibus, Aristotelis scripta uarijs obstructa difficultatibus distrahi auditorum animos in plura studia non patiuntur. Et (ut ait Fabius) angusti oris uascula superfusam humoris copiam respuunt; quā suscipiant facilè, si paulatim instillaueris. Hæc cùm uersarem animo sæpe, & intelligerem planè retardari iuuenum studia, ac expectatam inde utilitatem magna ex parte impediri, ad intermissum laborem Aristoteleæ lectionis nunc denuò eo animi consilio redire constituens, ut quicquid Dialecticæ ac Philosophiæ studia ab ineunte ferè ætate suscepta, homini paulò uigilanti contulerunt, id totum studiosis harum disciplinarum cultoribus candidè impertiar. Decreui iterum ad eundem lapidem non offendere, sed ita me gerere in hoc Philosophiæ decursu, ut ad eam, quam certò scio ueteres Platonem, Aristotelem, & alios omnes tenuisse docendi rationem proximè accedam, & Aristotelis scripta, quæ difficilima hactenus uisa sunt, hac methodo tradita quàm minimo labore doceantur. Excerpsi itaque ex Arithmetica & Geometria Euclidis ea omnia, quæ ad plenam perfectamq; Aristoteleæ disciplinæ intelligentiam mihi facere uisa sunt, quorum in Dialecticis, & uniuersa Philosophia frequentissimus est usus. Scio alia præterea esse multa, ad utranq; artem pertinentia cognitu dignissima, & utilitatis non contemnendæ: sed neq; omnia persequi artibus tam latè patentibus inclusa nostri erat instituti, & qui elementis his nostris instructi fuerint, uiam ad libros Aristotelis (quod mihi in primis curæ fuit) & ad Euclidis opera habituros paratissimam speramus. Accipe igitur, amice lector, hanc mei erga te amoris

ris non obscuram significationem: & hunc laborem boni consule; quem si probari tibi intellexero, ingenuè spondeo in rebus omnibus, quibus iuuari posse communia studia cognouero, meam operam nunquã defuturam.

Quæ sequuntur continet Arithmetica institutio.

QVID A-
rithmetica, & ad
CAETERAS
quo pacto affecta ſit, atq; ad eam quo- modo refferenda ſit Logiſtica.

CAPVT I.

MATHEMATICæ omnes circa quantum verſantur molis, aut numeri. Primæ omniū ſunt ac ſimpliciſsimæ Arithmetica, & Geometria: quæ in hoc genere puræ, ac ſyn ceræ nomen illud iuſtè, ac legitimè retinent. Cōtinēt ſe ſolæ intra ſuos fines, & cùm vim maximā, ornamentiq; plu-

rimum

rimum cæteris impartiantur, suis ipsæ stant firmamentis, aliena ope non indigent, ex alijs nihil omnino capiunt præsidij. Quæ harum sunt propria, cùm in aliud genus transferuntur, & rebus sensilibus accommodantur, formas Artium procreant mediæ cuiusdam naturæ: sed quæ in Mathematicarum numero soleant haberi. Geometria in cælũ sublata ASTRONOMIAM effecit, visibilibus addita ὀπτικήν. Arithmetica sonis admista dedit Musicam. Porrò quam rationem habent duæ illæ primæ ad cæteras, eandem optinet Arithmetica Geometriæ comparata. Est enim ordine prior, & dignitate præstantior: qua sublata, labefactari alias omnes est necesse, vt nec nomen, nec fines suos tueri commodè possint. Vnde autem di-

cta ſit Arithmetica, ſatis eſt perſpicuum à numeris autem dictam eſſe, perinde atq; Grammaticam à literis, ex ipſa nominis ratione ſatis cõſtat. Hãc, vt & reliquas, quæ huius ſunt generis, duas partes cõplecti Theoreticen, & Practicen, à multis receptum eſt: è quibus eam, quæ eſt de numerorum proprietatibus, Theoreticen dixerunt, quam verò Ploto in dialogo de Iuſto λογιστικὴν appellat. Arabes ALGORITHMVM, quæ ars eſt computandi, ad multa quidem vtilis, ſed facilior, ac breuior, quàm vt inter liberales artes recipi debeat, Practicen. Quæ diuiſio non vſqueadeò ratione nititur, & caret veterum auctoritate. Nam Euclides, qui Arithmeticam primus certa methodo tradidit, nuſquam huius poſterioris meminiſſe viſus eſt, & Seue-

& Seuerinus Boëtius, qui inter Latinos hanc artem copiosissimè scripsit; quæ ad spectatiuam pertinent, solùm persequi videtur. Deinde in alijs disciplinis ea pars, quæ intra contemplationem subsistit, est velut præparatio operis, practicæ verò executio: ita altera in alteram quodammodo refertur. Verùm Arithmetica, quæ inspectionis est, seu contemplationis, ad Logisticam nulla ex parte respicere vidotur. Veriùs igitur forsitan hæc ad Arithmeticam nō aliter pertinere censebitur, quàm ad Geometriam optice, aut stereometria. Nos ex illa, quæ verè scientia est, & in omnes eas, quæ artium nomine celebrantur, quàm latissimè funditur, decerpemus ea duntaxat, quibus ad Aristoteleam disciplinam plenè intelligendam adolescen-

tes

tes paratißimi reddantur. Hanc verò diffinire licebit ſcientiam, quæ vim numerorum atq; naturam perpendit, & omnes eorundem affectiones tertißimis commonſtrat rationibus.

De varijs Arithmeticæ principijs. Cap. II.

ARithmetica, quemadmodum & reliquæ artes omnes, ſuis conſtat principijs tanquam firmamentis, quibus totius diſciplinæ moles nititur: vt his ſublatis, corruere vniuerſa ſit neceſſe. Principiorum autem duplicem eſſe differentiam placuit Ariſtoteli, compoſitorum & ſimplicium. Simplicia ſunt, diffinitiones, quas in omni diſciplina cognitas eſſe oportere, nemo eſt, qui ambigat. Compoſitorum duo ſunt genera, alia axiomata vocantur,

ſeu

ſeu communes ſententiæ, vſqueadeò perſpicua, vt cuiuis, vel ex ſola vocum ſignificatione citra vllam docentis operam conſtare poßint: Alia poſtulata, certa illa quidem, & ex ſe ipſis fidem habentia, ſed quæ præceptoris operam deſiderent, vt intelligantur. Ac ſunt illa quidem ſatis multa, ſed quæ nobis futura ſunt vſui hîc tantùm apponenda duximus.

Quid vnitas, quid numerus, & de eius partibus, Cap. III.

VNITAS, omnis numeri principium eſt & menſura. Nam vt res alias numero metimur, ita numeros vnitate. Eſt autem vnitas, qua vnumquodq; vnum dicitur. Numerus eſt multitudo ex vnitatibus compoſita. Quod ad numeri naturam attinet, cùm ſuperiora

periora petimus, in infinitum progredimur. Nam cōtinuò vbi ad decem numerādo peruenerimus, super eum ab vnitate numerū reflectimus, idq́ nō toties, quin sæpius fieri poßit: cùm autem ad minora descēdimus, necesse est in vnitate cōsistere: ita maximus numerus nō reperitur, minimus est binarius. Est numerus rerū discretarū mensura & modus, quēadmodum Aristoteles ingeniosißimè dixit. Oportet autē eos à rebus, quarum sunt numeri, ad solum intellectum transferri: hoc enim propriū est Mathematum. Reperitur in numero duplex partium differentia, quædam aliquoties sumptæ totū numerum efficiunt, ac metiuntur, quas vocant commensurabiles, vulgò aliquotas: vt in quaternario, binarius:

qui bis ſumptus quaternariũ procreat. Aliæ totum numerũ non metiuntur. Quod enim ex ductu earum efficitur, aut ſuperat, aut minus eſt: vt in ternario, binarius, qui ſemel ſumptus minorem gignit numerũ, ſæpius verò, maiorẽ. Quis numerus partem habeat prioris generis, & vnam, aut plures, hac regula dignoſcetur. Qui in æquos numeros ſolui poteſt, partem habet huius generis: quòd ſi id ſemel contingat, vnã tantũ habebit, ſin pluries, multas, tot ſcilicet, quot æquales numeros continebit: vt quaternarius, cũ in duos binarios, qui æquales ſunt, dũtaxat ſoluatur, commenſurabilem vnã tantùm partem obtinebit binariũ. At 12. cùm in duos ſenarios, ternarios quatuor, quaternarios tres, binarios ſex diuidatur, ac proinde quater in æquales numeros soluatur, ex quatuor partibus commensurabilibus constabit. Ternarius, quinarius, septenarius, & id genus alij, cùm nullam in æquales numeros diuisionem recipiant, vnitatem solam partem cõmensurabilem habere censebuntur.

De prima diuisione numeri in parem & imparem. Cap IIII.

Sũma numeri diuisio est per pares & impares. Par numerus est, qui in duas æquas partes diuiditur, ex quibus totus cõflatur numerus: Impar, qui id fieri nõ patitur, seu qui in duas æquales partes diuisus medio vnitatẽ habet interuenientẽ. Pari numero inter alia multa conuenit, vt cũ in

Arist. 4. capite primi Posteriorũ

duas partes secetur, ad quod genus vna pertinet, ad idem altera referatur: vt in octonario in duos quaternarios diuiso, pars vtraq; sub pari numero continetur. Quòd si in alias partes soluatur, vt in quinarium, & ternarium, vtriq; conuenit imparis appellatio. Illud quoq; inest, vt si in parem ducatur alius numerus, siue par, siue impar, par oriatur, ac procreetur. Si enim in binarium. 4. duxeris, octonarius efficitur: si quinarium, denarius, quorũ vterq; par est. Imparem numerum hæc sequuntur, quæ prioribus ferè sunt contraria. Primò, vt diuisus in partes duas, quæ totum conficiant, parem alteram habeat, alteram imparem: Deinde, vt solo impari en eum ducto, gignatur impar. Ex ductu enim *paris in imparem, par procreatur.*

De diuisione paris numeri in pariter parẽ, pariter imparem, & impariter parem. Cap V.

N*Umerorum parium tres sunt species: Prima, pariter par: Secunda, pariter impar: Tertia, impariter par. Numerus pariter par est, qui semper in partes æquales vsq; ad vnitatem dissolui potest: vt .32. cuius dimidium .16. huius .8. huius. 4. huius 2. Hic nascitur ab vnitate in infinitum progrediens per prioris numeri geminationem, hoc pacto .1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. qui numeri omnes sunt pariter pares. Huic formæ numeri peculiare hoc est, vt partes omnes eius commensurabiles sint eiusdem nominis, hoc est, pariter pares. Numerus* *pariter impar est, qui per maxima diuisus imparium numerorũ constituit species: vt. 14. Producitur ab imparibus naturali ordine se consequentibus, & binario numero geminatis: vt 1.3.5.7.9.11.13.15. quorum quisq; bis sumptus constituit huius numeri formam. Unde sequitur vnumquenq; à proximo abesse quaternario, & inter præcedentem, ac proximè sequentem tres numeros interuenire: vt. 2. & . 6. interuallo distant trium numerorũ 3.4. & .5. Impariter par numerus est, cuius proximæ partes, tametsi inæqualia diuidãtur, earũ tamẽ partes similem diuisionem non admittunt: vt. 12. 20. 40. hoc genus cum vtroq; dictorum symbolum est. Nam quod ad vnitatem simili diuisione non peruenit, conuenit cum pariter impari: &*

quod sæpius æqualium partium sectionem recipit cum pariter pari. Gignuntur formæ hæ numerorum ex ductu pariter parium in impares. Si enim constituatur series vna imparium numerorum, prætermissa vnitate, hoc pacto. 3. 5. 7. 9. 11. 13. & rursus altera pariter pariũ initio sumpto à quaternario, ad hunc modum 4. 8. 16. 32. 64. 128. & posteriores ducantur in priores, eo ordine, quo descripti sunt, hi producentur. 12. 24. 48. 96. 192. 384. qui omnes sunt impariter pares.

De alia paris numeri diuisione in perfectũ, mutilum, & superfluũ Cap. VI.

PAriũ numerorũ, alij sunt perfecti, alij mutili, alij superflui. Perfectus

Arist. cap. 4. primi Posteriorũ

fectus & plenus est, qui partibus proportionalibus intra se cōprehensis et collectis est æqualis: vt. 6. cuius partes sunt. 1. 2. 3. quæ coniunctæ. 6. efficiunt. Horum numerorum summa est paucitas, quēadmodum & aliarum rerum, quæ perfectæ sunt: intra decem sunt. 6. intra centum. 28. intra mille. 496. Superfluus numerus est, cuius partes proportionales vsq; ad vnitatem collectæ totum superāt: vt 12. Eius enim proportionales partes sunt. 1. 2. 3. 4. 6. quæ iunctæ efficiūt. 16. Diminutus numerus est, cuius partes proportionales compositæ minus integro reddunt: vt. 8. cuius partes. 1. 2. 4. non amplius quàm septem colligunt.

De diuisione imparis numeri in primum & incompositū, secundū

seu

ſeu compoſitum, compoſitum per ſe, ad alios autem relatum primum & incompoſitum. Cap. VII.

HAbet impar numerus, quẽadmodũ & par, formas tres: Primum & incompoſitum: Secundũ ſeu compoſitũ: Tertium compoſitũ quidem per ſe, ad alios autem relatum, primum & incompoſitum. Primus & incompoſitus eſt, quem ſola vnitas metitur: vt.3.5.7. Secundus & compoſitus eſt, quem non ſola vnitas, ſed alius quoq; metitur numerus: vt.9.15.21. Secũdus & ad alterum primus dicitur, cuius per ſe communis eſt aliqua menſura, ſed relatus ad alterũ nullam habet: vt.9.ad.25. Metitur enim nouenarium ſolum.3. Sed ſi ad inuicem illi duo referantur, communi Ariſt.4.capite primi Poſteriorũ mensura carent. Nam nullus est numerus, ex cuius ductu poßit vterque procreari. Aristo. primum numerũ visus est in duas partes distribuisse, in eum, qui altero modo primus est, & qui est vtroq; modo primus. Primũ altero modo vocat, quem sola vnitas metitur, sed cõponunt numeri, cuiusmodi est.5. qui cùm nõ habeat aliã mensurã ab vnitate, ex.3. tamen & 2. conficitur. Utroq; autẽ modo primum appellat eum, qui nec mensuratur numero, nec ex numeris cõflatur: cuius generis est ternarius, quem ita censet esse diffiniendũ: Numerus impar, vtroq; modo primus. Est quoq; in numeris paribus hæc differẽtia, vt sit alius primus & incõpositus: alius secũdus & compositus. Prioris generis est solus binarius primus vtroq; modo *do? Ad partem alteram cæteri omnes referuntur.*

De proportionibus, quid sit proportio, & quæ aptè comparentur. Caput VIII.

DE numero per se sumpto hactenus diximus: Nunc de eodem disserendum est nobis, sed alteri comparato. Agere autem de numero ad alterum relato, nil aliud est prorsus, quàm mutuã ipsorum habitudinẽ explanare, quæ à Græcis ἀναγογία, Latinè ratio, vulgò proportio, dici potest. Huius partis vtilissima est cognitio, & maximum bonarum artium studiosis præstat adiumentum: ijs verò, qui Aristotelis disciplinam profitẽtur, apprimè necessaria.

Aristoteles proportionis meminit in locis quàmplurimis, tam in Physi. quã in Dialecticis.

Propor

Proportio autem (qua voce, & alijs similibus, tametsi parum splendidis, vtendum est) certa ab Euclide diffinitur duarum quantitatum eiusdem generis, alterius ad alteram habitudo. Hæc non in quãtitate solùm, sed in alijs quoq; multis reperitur: vt in coloribus, sonis, viribus: sed quæ proportionem aliquam inter se seruant, ea quantitatis naturam aut affectionem participant. Necesse est enim eorum, quæ sic affecta sunt, alterũ altero maius esse, aut minus, aut ei æquale. Quæ quantitatis esse propria, satis fusè explicat in Categorijs Aristo. Præterea nulla est inter res alias cuiuscunq; naturæ inuenta ratio, cui similis in quãtitate non reperiatur. Unde factũ est, vt per habitudinem, quæ inter quãtitates intercedit, propor portionem diffinierit Euclides. Oportet autem ex rebus, quæ comparātur (vt diximus) alteram altera maiorē esse, aut minorē, aut ei æqualē. Hinc fit, vt necesse sit, res huiuscemodi ad idem genus pertinere, cōparariq́ʒ aut duos numeros, aut lineas, aut tempora inter se. Numerus autem lineæ, aut linea corpori, aut corpus tempori non aptè comparabitur. Hæc enim quæ diuersi sunt generis nec sese inuicem excedere, nec æqualia esse, aptè dici possunt. Ita acutè scripsit Aristote. sub idem genus cadere, quæ comparantur omnia: quod verum esse, & qua ratione accipi debeat, ex his, quæ diximus, pespicuum euadit.

De diuisione proportionis in rationalē, & irrationalē. Cap. IX.

Diffe

Differentias quantitatis sequuntur variæ proportionis formæ. Est enim alia coniuncta quantitas, vt linea: Alia deiuncta, vt numerus. Quæ inter alia multa, hoc potissimùm discrimine separãtur, quòd deiunctæ quantitates omnes sint commensurabiles, hoc est, communem habeant mensuram. Nulli nanq; sunt numeri, quos vnitas non metiatur, & aliquoties sumpta componat. Coniũctæ verò, quædam commensurabiles sunt, inter quas reperitur proportio, qualis est vnius numeri ad alterum: Aliæ in communi aliqua mensura non conueniunt, quarum proportioni similis in numeris nõ reperitur, cuius generis sunt Diameter & latus quadrati. Hinc orta est proportionis diuisio in rationalem & irrationalem.

Vide Aristot. lib. 4. ad Eudemum, & ad Nichom. 5.

Ratio-

Rationalis est, quæ ab aliquo numero denominatur, & inter quãtitates commensurabiles intercedit. Irrationalis, quæ nomen ab aliquo numero non accipit, & in his solùm quantitatibus reperitur, quæ carent communi mensura. Hanc Geometer solus considerat, cuius interest de magnitudine, & formis eius pertractare: Illã Arithmeticus contemplatur, cuius subiectas formas, vt postulat nostri instituti ratio, breuiter persequemur.

De diuisione proportionis rationalis in eam, quæ maioris inæqualitatis dicitur, & minoris. *Cap. X.*

N*Ascũtur ꝓportiones è numerorũ inter se relatione, per q̃ alterũ alteri æq̃lem aut inæq̃lem esse necesse*

est

est. Aequalia in omnibus sunt eiusdem generis: inæqualia aut excessu, aut deffectu finiuntur. Proportio itaq; altera æqualitatis dicitur, altera inæqualitatis: Illa inæqualibus reperitur numeris, vt duobus binarijs, duobus ternarijs: simplex & athoma: Simplici enim ac vno tantū modo contingit numerum vnum alteri æqualem esse. Hæc in duas partes scinditur, maioris inæqualitatis, & minoris. Habitudinem maioris numeri ad minorem, proportionem vocant maioris inæqualitatis: cùm autē minor numerus maiori comparatur, proportio est minoris inæqualitatis. Utriusq; eædem sunt formæ, & ijsdē vocibus designantur: nisi quod in minori inæqualitate, nominibus maioris additur præpositio sub. Quare

cùm

cùm communia ferè habeant omnia, de altera dixisse sat fuerit.

De diuisione proportionis maioris inæqualitatis, & formis eius primis multiplici, superparticulari, & super partiente, & quæ his subijciantur. *Cap. XI.*

MAior inæqualitas nascitur ex vnius numeri ad alterum excessu, quod cùm varijs modis contingat, variæ inde effectæ sunt huiusmodi proportionum formæ. Tres primæ simplices sunt, Multiplex, Superparticularis, Superpartiēs. Duæ ex coniunctione harum mutua procreantur, multiplex superparticularis, & multiplex superpartiens: quibus vocibus, cùm non sint commodiores inuentæ, vtendum est nobis. Nec alia est efferendi ratio, nisi in paucis, quibus à Græcis nomina posita sunt. Multiplex proportio est, quãdo maior numerus nõ semel cõtinet minorẽ, qualis est, quaternarij ad binarium, 9, ad. 3. Huius formæ sunt propemodum infinitæ, tot scilicet, quot numerorum, à quibus nomẽ accipiunt, species: Quarum nomina sunt, dupla, tripla, quadrupla, quintupla, &c. Dupla est, quando numerus maior minorem bis continet, qualem. 8. seruat ad. 4. Tripla, quando ter, qualis est inter. 9. &. 3. In cæteris simili modo. Proportiones huius generis, inueniuntur omnes, si. 1. qui sequuntur numeri comparentur, 2. reliqui omnes, 3. qui ipsi succedunt, seruato semper naturali ordine numerorum. Vnitatem enim. 2. respicit proportione ne dupla. 3. tripla. 4. quadrupla, & hoc pacto comparatione reliquorum cũ vnione. Multiplicis proportionis infinitæ species reperiuntur. Superparticularis est, qua maior minorem, & eius insuper portionem aliquam continet: quæ si dimidiata sit, Græcè ἡμιόλιος dicitur, à Cicerone sescupla, vulgò sesquialtera: vt. 6. ad. 4. Si præter integrum tertiam minoris partẽ complectitur, ἐπίτριτος: Si quartam ἐπιτέταρτος, Latinè sesquitertia, sesqui quarta, ac deinceps in infinitũ, relato maiore ad proximè minorẽ: vt. 2. 3. 4. 5. 6. secundus ad primum, sescuplus est: tertius ad secundũ, sesquitertius: sequens ad istum, sesquiquartus. Superpartiens proportio, qua maior minorẽ semel cõprehẽdit, & plures partes eiusdem nominis cõmẽsurabiles, ex quibus fieri vna nequeat maioris denominationis. Partes cõmensurabiles eiusdem nominis intelligendæ sunt, duæ tertiæ, tres quartæ. Pars vltima hoc exẽplo innotescet. 10. ad. 7. proportionem habent superpartientem: ad. 8. verò superparticularem. Nametsi. 10. præter. 8. duas octauas contineant, scilicet, vnitates duas: ex his tamen binarius conflatur, qui quarta pars est octonarij. Proportionis huius formæ multæ sunt, in infinitum possunt excrescere. Sumũtur enim ex partium commensurabilium numero, qui certis ac definitis terminis non clauditur, & ex eodem nomina trahunt: vt superbipartiens, qua maior continet minorem, & duas eius partes: supertripartiens, qua continet tres partes:

super

ſuperquadripartiens quatuor. Harum ſingulis innumeræ ſubijciuntur ſpecies, ſuperbipartienti, ſuperbipartiens tertias, ſuperbipartiens quartas. &c. Supertripartienti, ſupertripartiens quartas, ſupertripartiẽs quintas, ſupertripartiens ſextas, ſupertripartiens ſeptimas. &c. Eodem modo in cæteris. Quænam autem ſit cuiuſq; harum ratio, ex ipſis vocibus perſpicuum euadit. Duæ aliæ proportionis formæ compoſitæ ſunt: Multiplex ſuperparticularis, & Multiplex ſuperpartiens. Multiplex ſuperparticularis eſt, qua maior numerus minorẽ continet pluries, & partem aliquam commenſurabilem: vt 5. ad. 2. Nam binarius bis continetur in quinario, & præterea vnitas, quæ dimidium eſt binarij. Huius ſpecies

Dupla ſuperparticularis, tripla ſuperparticularis, quadrupla ſuperparticularis. In prima maior numerus minorẽ cõtinet bis, & partẽ vnã, quæ cernitur in. 5. & binario: In altera maior minorẽ cõprehendit ter, & partem itidem vnam, qualem ſeruãt 7. ad. 2. In tertia minor numerus in maiori quater comprehenditur, qua comparãtur. 9. ad. 2. & . 13. ad. 3. Harum ſingulæ diuiſionem recipiũt in finitam, vt in finitus eſt etiam partiũ commenſurabilium numerus: efferunturq; omnes compoſitis nominibus, vocibus formarum multiplicis proportionis, & ſuperparticularis in vnum nomen coniunctis, hoc pacto, dupla ſeſquialtera, dupla ſeſqui tertia: tripla ſeſqui altera, tripla ſeſquitertia, & ita licet in in finitum progredi in huiusmodi formis: Quarum definitiones constituentur facilè, si earum, quas multiplex & superparticularis cõplectuntur, rationes cõiungantur. Multiplex superpartiens proportio est, qua maior numerus minorẽ continet plusquã semel, & aliquot præterea partes: vt. 8. ad. 3. 11. ad. 4. Huius species ex formis multiplicis, & superpartiẽtis conflantur. Proximæ sunt, dupla superpartiens, tripla superpartiẽs, quadrupla superpartiẽs. Harũ vnaquæq; sub se habet infinitas, quæ nascũtur ex infinito partiũ numero: cuiusmodi sunt, dupla superbipartiẽs, dupla supertripartiẽs, dupla superquadripartiens: tripla superbipartiẽs, tripla supertripartiẽs. Hæ quoq; singulæ diuidi in alias possunt itidẽ numero infinitas, hoc modo

Dupla superbipartiens tertias, dupla superbipartiens quartas, dupla supertripartiens quartas, quintas, sextas, in cæteris eodem modo. Nam in immẽsum produci queunt, & earũ omnium rationes facillimum est ex præcedentibus elicere.

Quiuis numeri propositi quo pacto in extrema redigantur, hoc est, minimos numeros eandem seruantes proportionem. *Cap XII.*

T*Ermini proportionis appellantur minimi numeri in aliqua proportione: vt proportionis sesquialteræ termini sunt. 3. & .2. Nam minores his in ea proportione reperiri non possunt. Cùm igitur duo sese offerunt numeri, quorum habitudo non* ſatis perſpecta eſt, illos ad terminos ſic reducemus. Maior numerus per minorẽ diuidatur. Si in diuiſione ad vnitatem peruenitur, non eſt progrediendum vlterius: illi enim ſunt minimi in ea proportione numeri: ſi verò numerus aliquis ſuperſit, per hunc minor numerus diuidatur, quem ſi abſumi contingat, ceſſandum eſt à diuiſione: ſin minus, numerus, qui ex prima diuiſione ſuperfuit, per alterũ diuidẽdus eſt, qui eſt ex ſecũda diuiſione relictus, fiatq́ hæc reciproca diuiſio, donec occurrat numerus, qui diuidendum totũ conſumat. Per hunc vltimo occurrentem, diuidantur numeri propoſiti, & qui prodibunt erũt proportionis termini: vt propoſiti numeri. 30. & . 18. quorum non ita facilè cognita eſt habitudo, ſic ad termi-

nos redigentur, diuisis. 30. per. 18. relinquuntur. 12. Per hæc diuido minorem numerum. 18. relinquuntur. 6. per quæ. 12. diuido residuum primæ diuisionis, & quoniam video consumptum esse id quod diuidendum erat, per senarium. 30. diuido, & apparent in quotiente. 5. diuido rursus. 18. exeuntq́3. 3. hi sunt termini proportionis, quam habent. 30. ad 18. cumq́3 inter terminos proportio intercedat superbipartiens tertias, cõcludere licebit, maiores numeros eadem sese proportione respicere.

De numero accommodato figuris, & quòd triplex sit eius forma, linearis, plana, & solida.

Cap. XIII:

Figu-

Figura in magnitudinibus reperitur & in coniuncta quantitate. Sed prius ac ſimplicius in numeris, argumēto eſt, quod eundem numerū in varias formas poſſumus transformare, eādem autē magnitudinem nō poſſumus. Triplex autē eſt numerorū figura, linearis, plana, ſeu ſuperficialis, & ſolida. Linearis numerus eſt, qui ſuas omnes in eandem poſitionem porrigit vnitates: ſub qua forma omnes numerorū ſpecies continentur, ſi ita deſcribantur, vt in vnum & idem interuallum perpetuò procedāt, binarius hoc modo, . . , ternarius itidem eodem . . . , & ita in cæteris. Planus numerus eſt, qui ex duobus numeris procreatur, ſeſe ad inuicem multiplicātibus, vel qui per ſuas vnitates in plana ſuperficie deſcriptus,

Ariſt. 4. capite primi Poſteriorū

longitu

longitudinem latitudinemq; tantùm obtinet, vt quaternarius, si ita describatur : : Habet infinitas species sub se. Prima est triangularis numerus, qui ab vnitate descriptus tria latera reddit æqualia hoc modo. ∴ in quam figurã redigi possunt, ternarius, senarius, denarius, & alij permulti. Secunda est circularis numerus, qui ex aliquo numero in seipsum ducto productus, in illum tandem desinit à quo producebatur, vt. 25. Procreãtur enim ex ductu quinarij in seipsum, & in quinariũ finiuntur. Sic quoq; 36. 625. numeri sunt circulares. Nã alter ex ductu senarij in seipsum producitur, alter ex ductu. 25. Ducta videtur appellatio ex circulo Geometrico, in quo idem pũctum principiũ est, atq; finis. Numerus quoq; quadratus

tus sub plano continetur, de quo frequens admodum mentio in Philosophicis habetur disciplinis. Est autem quadratus numerus, qui ex ductu numeri alicuius in seipsum semel, procreatur: vt. 4. 9. 16. 25. Producitur enim quaternarius ex binario in seipsum ducto, nouenarius ex ternario, 16. ex quaternario, hoc modo. Bis duo, ter tria, quater quatuor. In huiusmodi quadratis numeris, ille, ex cuius ductu procreantur, radix, seu latus quadrati appellatur: vt quaternarij radix est binarius: nouenarij ternarius, quod facilè intelligetur cuiusque numeri quadrati vnitatibus in tetragonam figuram redactis. Conuenit inter alia multa huic numero, vt si vnus in alterum ducatur, eiusdem nominis & formæ tertius procreetur,

tur, hoc est, quadratus. Ducto enim nō uenario in quaternarium, efficiũtur 36. numerus quadratus. Sunt & aliæ plani numeri formæ permultæ, altera parte longior, pẽtagonus, hexagonus: sed omnes persequi nō est nostri instituti. Solidus numerus est, qui ex tribus numeris producitur sese multiplicãtibus, vel qui sparsim per suas vnitates descriptus longitudinẽ, latitudinẽ, & altitudinẽ habet: vt. 8. quẽ tribus illis constare dimensionibus intelligemus, si eius vnitates in singulos tesseræ angulos distribuantur, quolibet latere pares, hoc est, duas cõplectente. Habet species permultas, Sphæricũ, pyramidem, Pheniscũ seu Cuneolũ: quorũ rarò incidit apud Philosophos mẽtio, certè ab Arist. nusquã in exẽplũ assumpti videntur. Cubus, qui in *solidis numeratur, frequẽtissimus est vsus. Is dicitur numerus ex ductu alterius in se ipsum bis, procreatus, aut quod idem est, ex ductu quadrati in suũ latus, vt. 8. 27. Si enim binarius in seipsum bis ducatur, hoc modo, bis duo bis. 8. efficiẽtur: et si ternarius in seipsum ratione eadem, secundus numerus procreabitur. 27. Idem sequetur omnino ducto quaternario in suũ latus, hoc est, binariũ. In hac numeri forma, quẽadmodum & in quadratis, radicẽ appellare consueuerũt numerũ illũ, ex cuius ductu gignitur Cubus, vt octonarij radix est binarius, 27. ternarius. Traditur autem certa in vtrisq; radicis inueniẽdæ regula, sed hæc ex ea petẽda est, quæ cõputãdi rationẽ docet, quã Logisticã diximus.*

De comparationum habitudine,

quæ Analogia dicitur, quid sit, & quas habeat differentias.

Cap. XIIII.

OMnis comparatio, vt minimũ, fit inter duo extrema, de qua hactenus diximus. Solent autem sæpissimè plura duobus sibi inuicem comparari: vbi non vna tãtùm est ratio, sed plures: comparanturq́ non tam extrema ipsa, quàm rationes, quã habitudinum comparationem possumus appellare, Analogiam seu mediocritatem, vulgò proportionalitas nominatur. Sit igitur Analogia similitudo quædam & comparatio multarum proportionũ. Reperitur aliquãdo in tribus extremis, quorũ medium bis sumitur: vt si comparentur hi numeri. 4. 2. 1. *Est enim sicut primus ad* *ad ſecundum, ita ſecundus ad tertium: vocaturq́ continua Analogia. Cùm autem accipiũtur plura tribus, vt vnoquoq; ſemel tantùm in comparatione vtamur, naſcitur genus alterum Analogiæ priori contrarium, quam disiunctam vocant: qualis cernitur in his numeris, 12. 6. 8. 4. in quibus, quæ eſt ratio primi ad ſecundũ, eadem eſt tertij ad quartum.*

De tribus Analogiæ formis, Arithmetica, Geometrica, Muſica. *Cap. XV.*

ANalogiæ formæ repertæ ſunt multæ, quæ nec certa ratione poſſunt comprehẽdi. Sed veteres triũ duntaxat præcipuè meminiſſe viſi ſunt, Arithmeticæ, Geometricæ, & Muſicæ: quas mediocritates appel-

larunt, ducta fortassè ex virtutibus morum similitudine. Hæ enim inter extrema duo exuperantiam & defectionem medio quodam loco consistere traduntur. Estq; eadem in Analogia ratio, in qua tres numeri reperiuntur, medius vnus, & extremi duo, ita inter se compositi, vt extremorum alter exuperet medium, alter ab eo deficiat. Mediocritas Arithmetica est, in qua inter numeros, qui sibi inuicem comparantur, eadem est differentia, hoc est, idem excessus, non similis proportio, qualis est in tribus numeris. 4. 3. 2. & in his quatuor. 8. 6. 3. 1. Comparatur enim octonarius senario, & ternarius vnitati: & quo excessu primus vincit secundum, eodem tertius superat quartũ. Estq; in vtrisq; differentia binarius. Geome metrica mediocritas est, in qua spectantur, non eædem differentiæ, sed proportiones similes: vt. 9. 6. 4. 15. 5. 6. 2. Nam in illis proportio vna est, sesquialtera, in his tripla, & inæquales differentiæ. Vincunt enim 9. 6. ternario: hi verò. 4. binario. Reperitur præter hæc tertium Analogiæ genus harmonicum, in quo nec eadem obseruatur numerorum differentia, nec ratio similis, sed conferuntur inter se partium excessus, habentq́ rationem eandem, quam maximus numerus ad minimum, vt videre est in his. 6. 4. 3. quorum differentiæ sunt maioris & medij. Binarius, medij, & minoris vnitas: Est autem binarij ad vnitatem ratio eadem, quæ senarij ad ternariũ, dupla videlicet.

De sex alijs Analogiæ formis ex quinto Euclidis.

Cap. XVI.

EUclides quinto elementorum sex alias constituit Analogiæ species, conuersam, permutatam, coniunctam, disiunctam, euersam, & æquã. Conuersa est, cùm sumptis quatuor numeris, in quibus, vt se habet primus ad secundum, ita tertius ad quartũ, concludimus ordine conuerso, quod est secundus ad primum, idem esse quartum ad tertium, hoc modo: si est. 8. ad 4. sicut. 6. ad. 3. erit è conuerso. 4. ad 8. sicut. 3. ad. 6.

Permutata est, cùm primus est ad secundum, sicut tertius ad quartum, & ex eo concluditur primus esse ad tertium, sicut secundus ad quartum:

vt si

vt si est.8. ad.4. sicut.6.ad.3. erit permutatim. 8. ad.6. sicut. 4. ad tria, inter quos eadem omnino ratio est.

Coniuncta vocatur, cùm est primus ad secundum, sicut tertius ad quartum: vnde colligimus primum cum secundo esse ad secundum, quod est tertius cum quarto ad quartum: vt si est.8. ad.4. sicut.6. ad.3. erit coniunctim.12. ad.4. sicut.9.ad.3.

Disiuncta est, cùm primo & secundo eodem modo se habentibus, quo secundus & quartus, concludimus differentiam primi & secundi eam seruare proportionem ad secundum, quã seruat differentia tertij & quarti ad quartum: vt si sunt. 18, ad. 6. sicut.9. ad.3. erunt.12.ad.6. sicut.6.ad.3.

Euersa est, cùm primo & secundo, tertio itidem & quarto eandem inter *se proportionem seruantibus, colligimus primum ad differentiam ipsiusmet & secundi se habere, quemadmodum tertium se habet ad differentiã, qua vincit quartum: vt si sunt. 12. ad 4. sicut. 9. ad. 5. erunt. 12. ad. 8. sicut 9. ad senarium. Aequa Analogia est, in qua propositis duobus numerorum ordinibus eandem inter se rationem seruantibus, colligimus medijs intermissis, inter extrema similem esse proportionem: vt si sumantur tres numeri. 12. 6. 3. & ex altera parte tres alij. 8. 4. 2. cùm sit vtrorunque ratio eadem concludere licebit. 12. & 3. extrema prioris ordinis eo modo sese habere, quo. 8. & . 2. extrema secũdi.*

Simplicia principia artis, hoc est, diffinitiones, hactenus tradidimus: quæ sequuntur ad alterũ genus pertinent,

tinent, suntq́ dignitates & postulata arti & conficiendæ & pernoscēdæ apprimæ necessaria.

Dignitates Arithmeticæ.

OMnis numerus est maior qualibet sua parte. 1

Ea pars minori dicitur maior, 2
quæ sortitur minorem denominationem, minor quæ maiorem.

Omnis numeri monas est, pars ali- 3
quota & denominata ab ea.

Omnis numerus totus à monade 4
est, quota eius pars monas nuncupatur.

Omnis numeri partes simul colle- 5
ctæ æquantur suo toti.

Numerus crescens ex maiorū ad- 6
ditione, maior est eo, qui crescit ex additione minorum.

7 *Qui conſurgunt æquali multitudine vnitatum, ſunt ad inuicem æquales.*

8 *Hi numeri ſunt ad inuicē æquales, quorum partes eiuſdem denominationis ſunt inter ſe æquales.*

9 *Si æqualibus numeris æquales adijciantur, conſurgunt æquales.*

11 *Si ab æqualibus numeris æquales numeros demas, reſidui erunt æquales.*

12 *Si æqualibus numeris addantur inæquales, inæquales conſurgent.*

13 *Si ab æqualibus auferantur inæquales, remanentes erunt inæquales.*

14 *Si numerus in monadem ducitur, aut contra, idem numerus ſemper orietur.*

15 *Duobus inæqualibus numeris propoſitis, ſi differētia maioris addatur*

*minori numero, relinquentur æqua-
les numeri.*

Si numerus ducatur in alterum, 16
*productus ſeſe habet ad multiplican-
dum, vt multiplicans ad vnitatem.*

Si numerus diuidat alium, qui di 17
*uiditur ad diuidentem ſeſe habebit,
vt quotiens ad vnitatem.*

Qui ad eundem numerum relati 18
*æquales ſeruant proportiones, ſunt
ad inuicem æquales.*

Si duo maiores numeri tertiũ ali- 19
*quem efficiunt, & duo minores pari-
ter, qui ex coniunctione maiorum pro-
creabitur maior erit.*

Eadem eſt proportio maioris nu- 20
*meri ad minorem, quæ partis ad par
tem eiuſdem nominis.*

Quoties numerus à numero ſub- 21
*trahi poteſt, toties in eo poteſt & nu-
merari.*

Petitiones seu postulata.

1 *NUmerum in infinitum crescere.*

2 *Nullum numerum in infinitum decrescere.*

3 *Unitatem pari numero adiunctā imparem reddere.*

4 *Unitatem impari adiunctam efficere imparem.*

5 *Cuiuis numero innumeros aßignari posse æquales.*

6 *Maiorem numerum non numerare minorem.*

Demonstrationes decem.

EX Arithmetica vnam tantùm aut alteram demonstrationē in exemplum assumpsisse visus est Aristote. nos tamen has paucas ex varijs libris Euclidis hîc apponendas du-

ximus: quarum aliæ ad ea, quæ ex arte ista Dialecticis & Philosophicis libris inserta sunt, pertinent: aliæ Geometricis intelligendis sunt necessariæ. Nemini itaque mirum videatur, si ex tam multis has tantùm decerpserimus. Porrò in his tradendis hanc secuti sumus methodum, vt præter Campani commentaria, aut Theonis, demonstrationes singulas, quæ hanc operam desiderare videbantur, in partes distinxerimus, probationibus omnibus explicatis atque explanatis. Sic enim speramus, facillimè, etiam à rudissimis quibusq; perceptas iri. Sumpsimus quoque Theoremata aliquot in his nostris demonstrationibus, velut Hypotheses, demonstrationibus eorum prætermissis, quòd arduæ atq; difficiles

nimis

nimis viderentur, & absq; alijs permultis neutiquam intelligi possent.

Theorema primum. 17. septimi Euclidis.

Vnitas	
3	4
a	b
12	12
c	d

Si duorum numerorum vterq; ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales, seu potius idem vtrobiq; proueniet.

NVmerus numerum multiplicare dicitur, quãdo quotæ sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. Ex qua diffinitione perspicuum euadit, quoties multiplicatus numerus reperitur in tertio, qui producitur, toties unitatem esse in multiplicante: & contrà, quotiens unitas est in multiplicante, toties multiplicatũ in tertio illo reperiri, qui ex multiplicatione procreatur. Sint igitur a & b numeri, & ex a in b proueniat c, idem etiam ex b in a producetur. Cùm enim ex a in b proueniat c, per diffinitionem proxime traditam erit b in c, quoties unitas in a. Iam si unitas ad a sese habet, quemadmodum b ad c (numerat enim unitas a, sicut b c) permutatim ergo quoties unitas in b, toties a in c. Quod etiam per 16. septimi pespicuum euadit, quæ ita habet: Si numerat

numerat unitas aliquem numerum, quoties tertius quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum. Quia igitur a toties coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur ex definitione ex b in a fieri c, quod probandum erat.

Demonstrationis explicatio.

Demonstratione efficitur ex b numero in a fieri c, idq; tribus rationibus.

Prima concludit, quoties vnitas est in a, toties b esse in c, in hunc modum.

Quando numerus numerum multiplicat, quoties unitas est in multiplicante, toties multiplicatus est in tertio, qui gignitur, Constat ex præmissa diffinitione.

Atqui a multiplicat b, & gignitur c, Est hypothesis.

Ergo quoties unitas est in a, toties erit b in c.

Secunda concludit, quoties vnitas in b, toties a in c, in hunc modum.

Quando numerat unitas aliquem numerum, quoties tertius quartũ, erit permutatim, ut quoties unitas tertium, toties secundus numeret quartum: Constat ex 16. septimi

Sed unitas numerat a, quoties b c, Est conclusio præcedentis.

Ergo quoties erit unitas in b tertio, toties a secundus erit in quarto c.

Tertia

Tertia colligit, quod probandum erat, ex b in a fieri c.

Constat ex præmissa definitione. Quando quot sunt unitates in aliquo numero, toties alter coaceruatur in tertio, tertius fit ex ductu primi in secundum,

At quoties unitas est in b, toties a est in c,

Est conclusio præcedentis. Ergo ex ductu b in a fit c.

Theorema secundũ. 18. septimi.

6	8
d	e
3	4
b	c
a. 2	

Si vnus numerus in duos ducatur, qui gignuntur ex multiplicatione, eandem rationem habebunt, quam multiplicati.

Multiplicet a utrunq; duorum numerorum b & c, & gignantur d & e, dico eam seruare proportionem d ad e, quam b ad c. Nam si a multiplicat c, & prouenit d, erit b in d, quoties unitas in a. Rursus, si a multiplicat c, & producitur e, erit itidem c in e, quoties unitas in a per diffinitionem traditam. Ita d b, & e c æqualiter continent, nam quoties a unitatem. Ergo sicut d ad b, ita e ad c. Quare permutatim erit d ad e, sicut b ad c, quod probandum fuit.

Explicatio.

Demon

Demonſtratio probat d ad e eam ſeruare proportionem, quam b ad c tribus rationibus.

Prima concludit, b in d, & c in e reperiri, quoties vnitas in a.

Quando numerus numerum multiplicat, quoties unitas eſt in multiplicante, toties multiplicatus eſt in tertio, qui gignitur,

Atqui a multiplicat b, & producitur d, itidē multiplicat c, & producitur e,

Erunt igitur b in d, & c in e quoties unitas in a.

Secunda concludit, id eſſe d ad b, quod e ad c, in hunc modum.

Numerorum ad eos, quos ex æquo continent, eadem eſt proportio: Ex ſe patet

Cōtinent autem d b, & e c ex æquo, nam quoties a unitatem, Eſt conclu ſio præcedentis.

Ergo d ad b, & e ad c eadem erit ratio.

Tertia concludit, quod demonſtrandum erat, id eſſe d ad e, quod b ad c.

Propoſitis quatuor numeris, ſi ſit primus ad ſecundum, ſicut tertius ad quartum, erit ſicut ſecundus ad quartum, ita primus ad tertium: Ex permutata proportione.

Atqui d ad b perinde ſeſe habet, atq; e ad c, Concluſio pæcedentis

Ergo quod eſt b ad c, id erit d ad e.

Theo

Theorema tertium. 20. septimi.

a	6
b	4
c	3
d	2
e	12
f	12
g	24

Si fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in vltimum producitur, æquum est ei, quod fit ex ductu secundi in tertiũ.

PRoportionales numeri uocantur, qui se omnes eadem proportione respiciunt. Sit proportio a b, sicut c ad d, fiatq; ex a in d e, & ex b in c f: erunt proculdubio e & f numeri æquales. Ducatur enim a in b, & fiat g, erit per decimam octauam præcedentem g ad d, sicut b ad d. Cùmq; per 17. ex b in a fiat g, & ex eodem b in c f, erit per decimam octauam g ad f, sicut a ad c. Quòd si g seruat proportionem ad e, quam b ad d, & idem g ad f eandem seruat, quam a ad c, cũ illorum proportiones sint eædem, erit g ad e & f proportio eadem: ergo e & f sunt numeri æquales.

Explicatio.

Demonstratio probat e & f esse numeros æquales, quorum e producitur ex ductu a in d, f uerò ex ductu b in c, quatuor rationibus.

Prima concludit, si ducatur a in b, & fiat g, g ad e sese habere, sicut b ad d, in hunc modum.

Si

Si numerus unus in duos ducatur, qui gignuntur ex multiplicatione eandem rationem habent, quam multiplicati. Ex.18. septimi.

Atqui a multiplicat b, & gignitur e, idem a multiplicat b & producitur g, Hypothesis.

Ergo sicut b ad d, qui sunt numeri multiplicati, ita g ad e, qui ex multiplicatione procreantur.

Secunda probat, ex b in a fieri g, hoc modo.

Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, Ex.17. septimi.

Atqui ex a in b fit g, Hypothesis.

Ergo si b ducatur in a, idem g proueniet.

Tertia concludit, esse g ad f sicut a ad c.

Si numerus unus in duos ducatur, geniti eandem habent rationem, quam multiplicati, Ex.18. septimi.

Atqui ex b in a fit g, & ex eodem b in c, f, Hypothesis.

Ergo g ad f erit, sicut a d c.

Quarta colligit, quod demonstrandum erat, e & f esse numeros pares.

Si unius numeri ad duos sit eadem proportio, necesse est illos esse pares: Ex se patet

Atqui g ad e & ad f eandem seruat proportionem. Ex præcedentibus.

Ergo e & f sunt numeri æquales.

Theorema quartum. 22. ſeptimi.

a	6	*Si fuerint duo numeri ſecundum*
b	5	
c	2	*ſuam proportionem minimi, ipſi erũt*
d 4	e 3	*ad inuicem primi.*

Sint duo numeri *a* & *b* ſecũdum ſuam proportionem minimi, dico ipſos fore ad inuicem primos. Si enim non ſint, numeret eos *c*, ſecundum *d*, & *e*: Eritq; per 18. *d* ad *e*, ſicut *a* ad *b*. Et quia *d* & *e* ſunt minores *a* & *b*, ſequitur *a* & *b* non eſſe ſuæ proportionis minimos, quod eſt poſitioni contrarium.

Demonſtratio explicatione nō indiget.

Theorema quintum. 21. octaui.

a	8	*Si quatuor numerorum continuè*
b	12	*proportionalium primus fuerit cu-*
c	18	
d	27	*bus, quartum cubum eſſe neceſſe eſt.*

Sint quatuor numeri continuè proportionales *a*, *b*, *c*, *d*, ſitq; *a* cubus, dico *d* etiam fore cu-

bum

bum. Principio quod decima nona demonstratione concluditur statuatur principij loco: Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, ipsos solidos fore atque similes. Quod exemplis multis ostendi potest, & in præassumptis numeris euadit pespicuum. Cùm enim inter. 8. & 27. duo medij proportionales intercipiantur. 12 &. 18. in quibus, quæ est proportio primi ad secundum, eadem est secundi ad tertium, & tertij ad quartum: nam utrobique est sesquitertia, ipsi extremi. 8. &. 27. sunt numeri solidi, & similes, uterque enim cubus. Ex theoremate isto pendet propositi demonstratio.

Quoniam enim inter a d duo medij proportionales intercipiuntur b c, erunt ipsi solidi, & similes:

Atqui a est cubus ex hypothesi,
Ergo & d erit cubus.

Explicatio.

Demonstratio ostendit, cùm inter a d duo medij proportionales sint numeri b c, & a sit cubus, d quoq; fore cubum unica tantùm ratione.

Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, ipsi solidi erunt & similes, ut si unus sit cubus, sit quoq; cubus & alter, Ex. 9.octaui.

Atqui inter a d duo medij proportionales sunt numeri c b, Hypothesis.

Ergo *a d* solidi erunt & similes, est autem *a* cubus ex hypothesi: ergo & *d*, quod fuerat demonstrandum.

Theorema sextum. 23. octaui.

a	8
b	27
c	64
d	216
e	12
f	18

Si duorum numerorum, quorum proportio fuerit sicut cubi ad cubum, alter vter fuerit cubus, erit quoq; cubus & alter.

Sint duo numeri *a b* seruantes eandem proportionem, quam seruant *c d*, sitq́; *a* cubus, dico *b* cubum esse. Necesse est enim *c d* solidos esse & similes, cùm sint cubi, quod constat ex. 19. octaui.

Inter ipsos itaq; cadent duo medij proportionales per. 18. totidem igitur cadent inter *a b* per. 8. octaui, quæ demonstrat, si inter duos numeros numeri quodlibet cõtinuè proportionales ceciderint, inter omnes eiusdem proportionis totidem cadere. Medij inter *a b* sint *e f*. Quoniã igitur quatuor numeri *a, e, f, b* continuè proportionales sunt, & *a* est cubus: ergo *b* erit cubus, quod fuerat demonstrandum.

Explicatio.

Demonstratio cõcludit, si *a* & *b* perinde sese habeât atq; *c* & *d*, qui sunt cubi, & *a* sit cubus, *b* cubum

cubum fore quatuor rationibus.

Prima colligit, c d esse solidos & similes, in hunc modum.

Omnes cubi sunt solidi similes, Ex. 19. octaui.
At c d sunt cubi,
Ergo solidi & similes. Hypothesis.

Secũda concludit, inter c d duos cadere numeros continuè proportionales.

Si fuerint duo numeri solidi similes, necesse est inter eos, duos numeros continuè proportionales intercesse. Ex. 18. octaui.

Atqui c d sunt huiusmodi, Conclusio præcedẽtis
Ergo inter c & d duo intererunt medij.

Tertia colligit, inter a b duos quoq; interesse proportionales.

Si inter duos numeros quodlibet continuè proportionales ceciderint, totidem inter alios eiusdem proportionis cadere est necesse. Ex. 8. octaui.

At inter c d cadunt duo numeri, & a b eandẽ habent cum illis proportionem, Est conclusio præcedentis.
Ergo inter a b duo cadẽt proportionales e f.

Postrema ostendit, b esse cubum, quod fuerat demõstrandum.

Si quatuor numerorum continuè proportiona- Ex. 12. octaui.

lium primus fuerit cubus, quartus quoq; erit cubus:

Ex præcedentibus. *At a, e, f, b, sunt numeri proportionales, & a est cubus,*

Ergo b erit numerus cubus.

Theorema septimum.

3. noni.

f	16
g	32
a	8
b	64
c	2
d	4

Si numerus cubus in seipsum ducatur, qui inde producetur, erit cubus.

Sit a cubus numerus, ex quo in se ducto fiat b, dico b fore cubum. Sit enim c latus a numeri cubi, ducaturq; in seipsum, & fiat d, certè ex c in d fiet a, quod manifestũ est ex lateris cubi numeri diffinitione. Iam cùm c seipsum multiplicans efficiat d, quoties unitas est in c, toties erit c in d per diffinitionem primæ propositionis:

Quare quæ est proportio unitatis ad c, eadem est c ad d.

Rursus cùm c seipsum multiplicãs efficiat d, & multiplicans d producat a, per. 18. quæ erit proportio c ad d, eadem erit d ad a. Ex quibus sequitur unitatem, c, d, & a esse continuè proportionales, contineriq; inter unitatem & a duos medios numeros continuè proportionales. Porrò cúm a in seipsum ductus efficiat b, quoties unitas in a, toties a in b, eritq; proportio unitatis ad a, sicut

a ad

a ad b: cumq; inter unitatem & a duo medij numeri intersint proportionales, inter a quoq; & b totidem intererunt, sintq; f & g, quod probatur ex.8. octaui.

Si igitur a, f, g, b, sunt quatuor numeri cõtinuè proportionales, & a ex hypothesi est cubus:

Ergo per præcedentem b erit cubus, quod fuerat demonstrandum.

Demonstrationis explicatio.

Demonstratio probat, si a cubus numerus in seipsum ducatur, & producatur b, b esse cubum sex rationibus.

Prima concludit, si c latus cubi numeri a in seipsum ducatur, & producatur d, ex ductu c in d fieri a, in hunc modum.

Latus cubi numeri est numerus, ex cuius ductu in seipsum bis cubus producitur, — Ex diffinitione lateris cubi.

At c est latus cubi a, — Hypothesis.

Ergo ex c in seipsum bis fiet a, atqui ducere c in seipsum bis nil aliud est, quàm ducere c in d: igitur ex c in d fiet a.

Secunda concludit, vnitatem ad c esse, sicut c ad d, in hunc modum. — Ex diffinitione primæ.

Quando numerus numerum multiplicat, quoties

 unitas

unitas est in multiplicante, toties multiplicatus est in tertio, qui gignitur.

Hypothesis. *At c seipsum multiplicat, & fit d,*

Ergo quoties unitas in c, toties c in d, eritq; proportio unitatis ad c, quæ est c ad d.

Tertia concludit, quæ est proportio c ad d, eandem esse d ad a, in hunc modum.

Ex. 18. septimi. *Si numerus unus in duos ducatur, qui gignuntur ex multiplicatione eandem seruant proportionem, quam multiplicati.*

Hypothesis. *At ducitur c in seipsum & fit d, ducitur quoq; c in d, & fit a,*

Ergo quæ est ratio c ad d, eadem erit d ad a, ex quibus sequitur unitatem, c, d, & a esse continuè proportionales, contineriq; inter unitatem & a duos numeros continuè proportionales.

Quarta concludit, esse proportionem vnitatis ad a, sicut a ad b, in hunc modum.

Ex diffinitione primæ. *Quando numerus numerum multiplicat, quoties unitas est in multiplicante, toties multiplicatus est in tertio, qui gignitur,*

Hypothesis *Atqui a in seipsum ducitur, & fit b,*

Ergo sicut unitas ad a, ita a ad b.

Quinta concludit, inter a & b

duos

duos interesse numeros proportionales, in hunc modum.

Si inter duos numeros numeri quodlibet continuè proportionales ceciderint, inter omnes eiusdem proportionis, totidem cadere est necesse, Ex. 18. noni.

Atqui inter unitatem & a duo medij intersunt, estq; sicut unitas ad a, ita a ad b, Ex praecedentibus.

Ergo duo erunt medij inter a & b, f scilicet & g.

Postrema colligit, b esse cubum, quod erat demonstrandum, in hunc modum.

Si quatuor numerorum continuè proportionaliũ primus fuerit cubus, quartum cubum esse est necesse. Ex. 5.

Atqui a, f, g, b sunt numeri continuè proportionales, estq; a cubus, Ex praecedentibus.

Ergo & b erit numerus cubus.

Theorema octauũ. 4. noni, quo vsus est Arist. cap. 7. primi Post.

Si cubus in cubum ducatur, qui inde producetur erit cubus.

a	8
b	27
d	64
c	216

Sint a & b cubi, fiatq; ex a in b c, dico c fore cubum. Ducatur a in se, & fiet d, eritq; per praecedentem d cubus: Et quia per. 18. septimi est a ad b, sicut d ad c, constat ex. 13. octaui c esse cubum.

Explicatio.

Demonstratio concludit, cùm sint a & b cubi, & ex a in b fiat c, c esse cubum tribus rationibus.

Prima ostẽdit, si a in seipsum ducatur, & fiat d, d esse cubum.

Ex. 3. noni. Si cubus ducatur in seipsum, qui producetur cubus erit.

Est hypothesis. At a, cùm sit cubus, in seipsum ducitur, & fit d.
Ergo erit d cubus.

Secunda colligit, esse a ad b, sicut d ad c.

Ex. 18. septimi. Si numerus unus in duos ducatur, qui gignuntur eandem rationem habent, quàm multiplicati,

Atqui a ducitur in seipsum, fitq; d, ducitur etiam in b, & fit c,

Ergo sicut a & b, ita d & c.

Postrema colligit, c esse cubum, quod fuerat demonstrandum,

Ex. 23. octaui. Si duorum numerorum, quorum proportio fuerit sicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, erit quoq; cubus & alter,

Ex praecedentibus. At d c sese habẽt sicut a b, qui sunt cubi, & d est cubus,

Ergo c erit cubus.

Theorema

Theorema nonum. 21. noni

Si pares numeri quilibet componantur, cõpositus ex omnibus par erit.

2	4	6
a	b	c

COmponantur numeri a, b, c, qui singuli sunt pares, totus a, c erit par. Nam quoniã unusquisq; ipsorum a, b, c, par est, partem habebit dimidiam, quod constat ex diffinitione paris numeri. Quare & totus a c in duo dimidia diuidi poterit, ac per diffinitionem numeri paris, totus a c par erit.

Demonstratio facilior est, quàm vt explicatione indigeat.

Theorema decimum. 23. noni.

Si impares numeri componantur, & multitudo ipsorum fuerit impar, numerus, ex quibus componitur, erit impar.

3	5	7
a	b	c

COmponantur numeri impares a, b, c, quorum multitudo est impar, totus a, c erit impar. Auferatur à c unitas, & relinquatur e par numerus, cùm igitur a b sit par, per. 23. quæ demonstrat, si numeri impares coaceruentur, quorum multitudo sit par, numerum ex eis compositum

esse

esse parem, si illis addatur e, totus a e erit par per præcedentẽ: toti huic, si unitas addatur fiet impar: at unitate addita fit a c, totus igitur a c est numerus impar.

Hæc quoq; explicationẽ non desiderat.

Qui de Arithmetica scripserũt, omnes fermè Logisticam seu Computatoriam videntur cum ea cõiunxisse, quæ in sola contemplatione versatur, sed nobis vel ob hanc causam illã prætermittere licebit, quod scilicet poßit ex alijs commodè peti, & ad disciplinam Aristo. nil omnino opis ferat.

Finis Arithmeticæ institutionis.

Quid

Quid Geometria, et qvot eius principia, & partes.

GEOMETRIA vna est ex Mathematicis, Arithmetica sola posterior, cæteris omnibus ordine prior, & demonstrationũ firmitate longè superior: quæ magnitudinum, figurarum, terminorumq́ in his existentium rationes perpendit, affectionesq́ varias ad magnitudinem pertinentes certeßima ratione inuestigat, ac inesse ipsi argumentis necessarijs demonstrat. Huius, quemadmodum & aliarum, duas pleriq; fecerunt partes: quarum altera in contemplatione sola consistit, *altera in actionem & opus referatur. Prior simplex est & vna, hæc in tria membra diuisa Altimetriã, Planimetriam, & Stereometriam, metiri corporum molem, secundum omnem partem ac dimensionem, arte docet & instrumentis: prima lineæ, hoc est, longitudinis, secunda extremitatis & latitudinis, tertia altitudinis mensurandæ rationem ostendẽte. Nobis propositum est, eius tradere elementa, quæ in contemplationem solam incumbit. Continet perinde atq; Arithmet. ars ista firmißima principia: quorũ alia simplicia sunt, alia composita. De quibus omnibus, quatenus instituti nostri ratio postulat, dicendum est.*

Diffinitiones simplicia principia.

Magni

MAgnitudinis principium punctus est, quemadmodum & numerorum vnitas.

Punctus est, cuius nulla est pars, & in coniuncta collocatur quãtitate: cuius fluxu, perinde ac si vestigiũ aliquod relinqueret, linea describi à Mathematicis intelligitur.

Linea, est longitudo sine latitudine, cuius extrema sunt puncta. Recta est breuissima extensio, cuius medium non declinat ab extremis. Inflexa, seu obliqua, cuius medium ab extremis discrepat.

Ex lineæ fluxu extremitas describitur, quæ longitudinem & latitudinem tantùm obtinet, altitudinis expers: & lineis clauditur.

Corpus, perfectissimam magnitudinem, suo fluxu efficit extremitas,

tribus

tribus continetur dimensionibus, longitudine, latitudine, & crassitie: clauditurq́ aut vna extremitate, aut pluribus, vt talus & sphæra.

De angulis.

ANgulus, *est duarum magnitudinum contactus mutuus, nō rectè iacentium: aut potius magnitudo altera parte finita, & duabus lineis, vel extremitatibus comprehensa, se non rectè contingentibus. Contactus rectus linearum, est quando ex duabus vna coalescit, atq́ conflatur.*

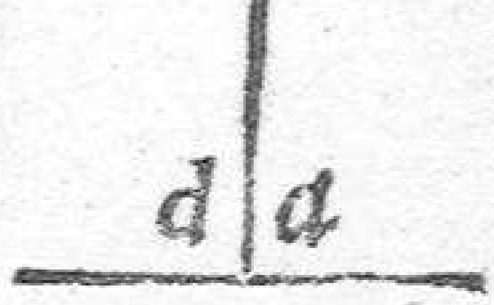
Anguli prima diuisio est in solidum, & planum: Planus, est linearū contactus, non rectè iacentium: Solidus, siue corporeus, est qui ex pluribus planis angulis, in eadē superficie minimè constitutis, & ad idem punctū

concur-

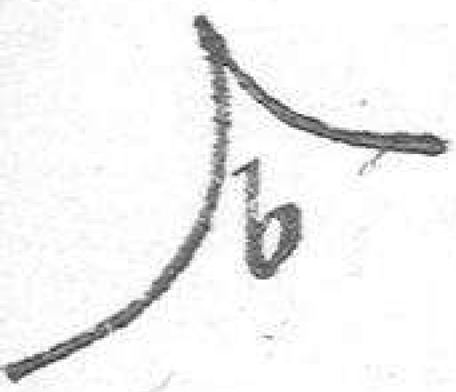
cõcurrentibus efficitur. Comprehenditur itaq; angulus solidus, vt minimum, tribus lineis rectis, & tribus planis angulis.

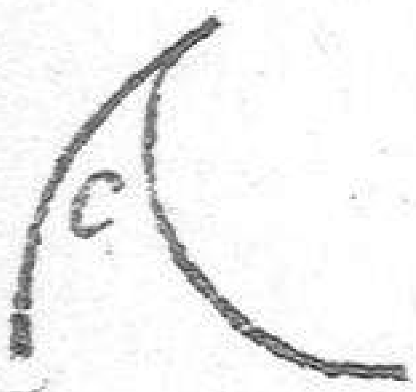
Planus angulus, aut rectilineus est, aut curuilineus, aut mixtus. Rectilineus est, qui ex rectis lineis conficitur: Curuilineus, qui ex obliquis: Mixtum efficiunt recta & obliqua, cùm coëunt.

Diuiditur vnaqueq; harũ formarũ plani anguli in alias præterea species. Rectilineus, in rectum, acutũ, & obtusum. Rectũ angulũ efficit linea recta, super rectam incidens ad perpendiculum, vt a d. Cùm autẽ linea vna aliam intersecat, non ad perpendiculum, sed obliquè, fiunt anguli obtusus, & acutus. Obtusus maior est recto, vt e. Acutus recto minor, vt c.



Curuilineus angulus tres habet species, Concauum, Conuexũ, & Medium. Concauus est, quem duæ lineæ circulares continent, sese secundum interiorem partem contingentes: Conuexum efficiunt quoq; lineæ circulares, quæ se secundum exteriorem partem contingunt: Medius ab eisdem constituitur, cùm altera secundum partem interiorem, altera secundum exteriorẽ, ad idẽ punctũ concurrunt.





Mixtus angulus tres quoq; sub se formas cõtinet: Angulum cõtingentiæ, qui fit ex cõtactu rectæ lineæ ad curuã secundum exteriorẽ partem: Angulũ semicirculi, qui producitur ex contactu diametri, & circũferentiæ in interiore parte circuli: & Angulum portionis circuli, quem efficit recta linea non ducta per centrum cũ circumferentia circuli: quorũ omnium exempla in ſubiectis figuris cernuntur.

De figura.

FIgura eſt, quæ aut extremo vno clauditur, aut pluribus. Plana, quæ in extremitate deſcripta, lineis comprehenditur. Solida, quæ clauditur extremitatibus. Plana, aut rotũda eſt, aut rectilinea. Rotunda circulum continet, & quas irregulares Geometræ appellant.

Circulus eſt plana figura, vnica linea comprehenſa, quæ circumferentia dicitur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineæ ad circumferentiam ductæ pares ſunt.

Dimetiens circuli, eſt linea per centrum acta, vtrinque in circunſerentiam desinens.

Semicirculus, est figura diametro, & abscisa circuli circumferẽtia cõprehensa.

Sectio, seu portio circuli, est quæ sub recta linea, & portione circuli, aut maiore, aut minore semicirculo continetur: vocaturq; linea huiusmodi corda: portio verò circuli, arcus.

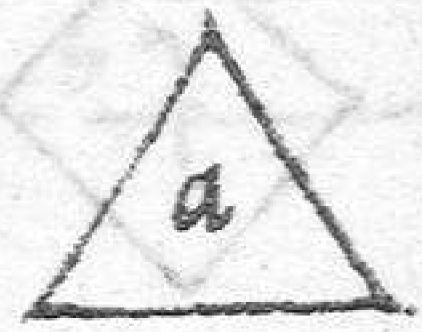
Area in circulo, & in alÿs figuris, appellatur superficies, quæ intra lineam, aut lineas comprehenditur.

Rotunda figura irregularis curua linea vna continetur, sed in ea nõ est punctus, à quo lineæ ad circumferentiam ductæ, pares sint: vt oui figura, aut lentis.

Rectilineæ figuræ, sunt quæ sub rectis lineis continentur: cuius infinitæ sunt formæ, & à numero late-

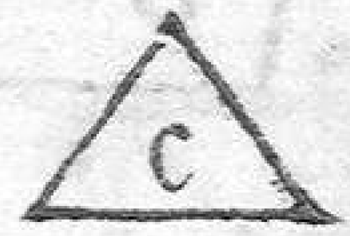
rum

rum, atq; angulorum nomē accipiūt.



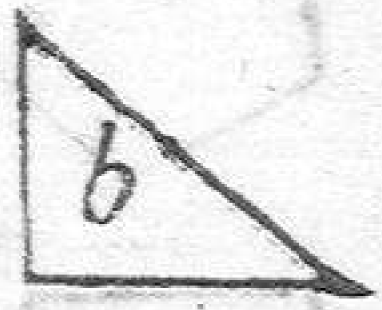
a

Prima eſt triangulum, quod tribus lateribus continetur, & totidem angulis.



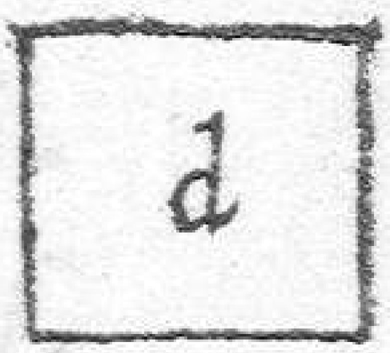
c

Aequilaterū, quod tribus conſtat æquis lateribus: Iſoſceles, quod duo tantū habet æqualia latera. Scalenū, cuius omnia latera inæqualia ſunt.



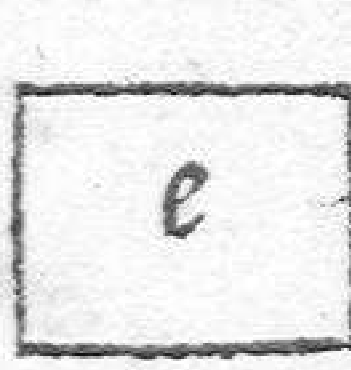
b

Eſt & altera trianguli diuiſio ex angulis deſumpta, in Orthogonium, quod rectum vnum habet angulum: Ambligonium, quod obtuſum vnum habet, & acutos duos: Oxigonium, cuius omnes acuti ſunt anguli.



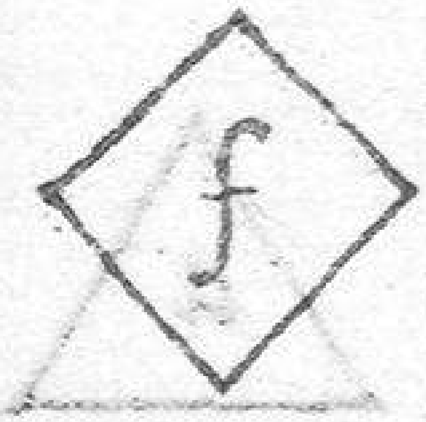
d

Figurarum quadrilaterarū quadratum, eſt quod æquilaterum & rectangulum eſt, vt d.

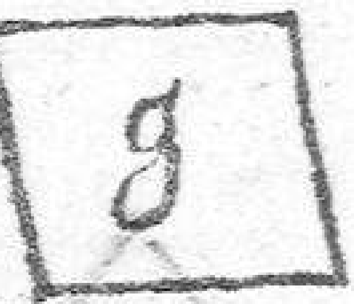


e

Altera parte longius, quod rectāgulum quidem eſt, ſed non æquilaterum, vt e.



Rombus, qui æquilaterus, sed rectangulus non est, vt f.



Romboides, qui neq; æquilaterus, neq; rectangulus est: habet tamen opposita latera æqualia, & pares angulos, vt g.

Aliæ ab his, quæ quatuor continentur lateribus, trapezia dicuntur.

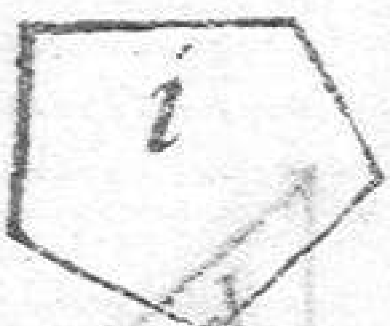
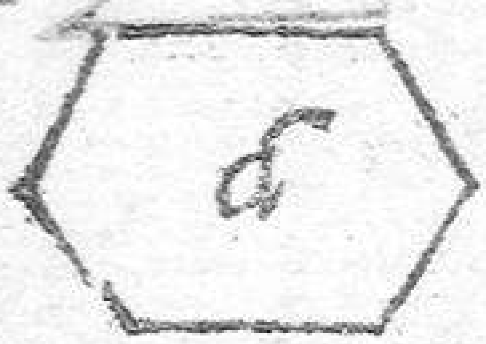


Figura quinq; lateribus cōstans, pentagona est, vt i.



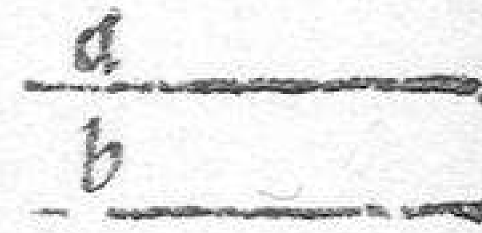
Quæ sex habet latera, hexagona, vt d. Sicq; in immensum excrescunt.

Figura solida, est quæ aut extremitate vna clauditur, aut pluribus: cuius formæ sunt permultæ, quas persequi non est nostri instituti.

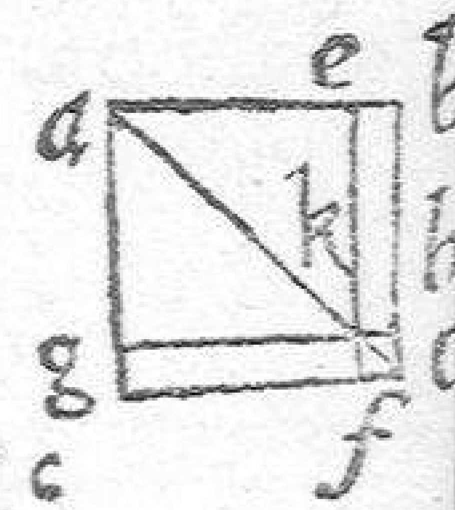
Basis in omnibus figuris rectilineis appellatur linea, quæ subijci ac substerni cæteris intelligitur: reliquæ latera vocantur.

Para-

Paralellæ lineæ, sunt rectæ lineæ, quæ in eadem superficie descriptæ, etiam si vtrauis ex parte in infinitum producantur, nunquam concurrent.



In spacio paralellogramo, ea, quæ diameter secat per medium paralellograma, circa eandem diametrum consistere dicuntur. Eorum verò, quæ circa eandem diametrum consistunt, vnumquodq; cum duobus supplementis gnomon appellatur, vt in proposita figura a b c d quadratum a g e K, *& paruulum quadratum* K *f h d, quæ diameter a d per medium secat, circa eandem diametrum dicuntur consistere. Reliqua g* K, *c f, &* c K. *b h supplementa vocantur: vnũquodq; autem quadratũ cũ duobus his supplementis dicitur gnomon.*



Axiomata, ſeu dignitates,

1 *QUæ vni & eidem ſunt æqualia, & ſibi inuicem ſunt æqualia.*

2 *Si æqualibus æqualia addantur, vel idem commune, quæ procreantur ſunt æqualia.*

3 *Si ab æqualibus auferãtur æqualia, quæ relinquũtur erunt æqualia.*

4 *Si inæqualibus inæqualia adijciantur, omnia erunt inæqualia.*

5 *Si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erunt.*

6 *Quæ eiuſdem ſunt duplicia, aut æquè multiplicia, æqualia eſſe ſibi inuicem eſt neceſſe.*

7 *Quæ eiuſdem ſunt dimidiũ, æqualia ſunt ad inuicem.*

8 *Quæ ſibimet cõueniunt, ſunt quoq; æqualia*

Omne

Omne totum maius est sua parte, & omnibus partibus simul sumptis æquale. 9

Postulata.

A Quouis puncto in datum quodcunque punctum rectam lineam ducere. 1

Rectam lineam definitam in continuum rectumque producere. 2

Super centrum quoduis, occupato quantolibet interuallo, circulum describere. 3

Omnes rectos angulos ad inuicem esse æquales. 4

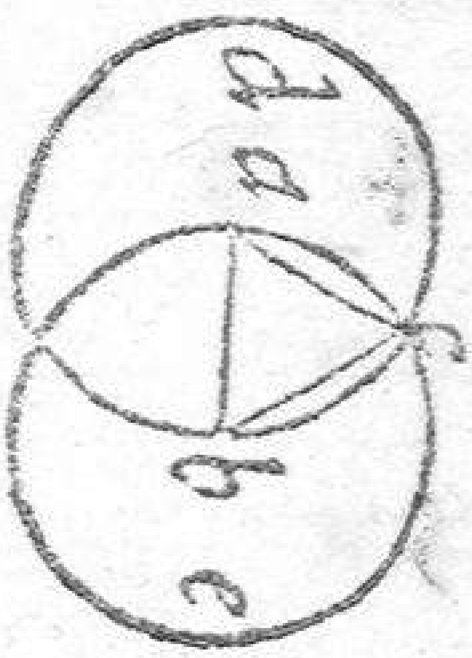
Si linea recta super duas rectas ceciderit, & anguli ex eadem parte duobus angulis rectis minores fuerint, duas illas in eandem partem protractas, coniunctum iri. 5

6 *Rectam lineam, vel obliquam à dato puncto, quod intra figuram est, ad extremū quodcunq; punctum in eodem plano signatum eductā, ipsius figuræ latera intersecare.*

8 *Duas rectas lineas superficiē nullam claudere.*

Sunt & alia tam postulata, quàm axiomata his similia penè infinita, quæ longum esset percensere.

THEOREMA primum.



Triangulum æquilaterum, supra datam rectam lineam collocare.

SIt recta linea a b, pede uno circini in a collocato, & altero usq; ad b extēso, circulū describā per tertiam petitionem, c d b: Rursus, seruata eadem circini extensione, super punctum b alterum describam circulum priori æqualem, qui se in duobus

bus punctis intersecabunt c, & h. Ab intersectione altera, ut c, ad puncta lineæ a b, rectas duas lineas ducam per primam petitionem: eritq; factum triangulum æquilaterum, a c b. Nam quia à centro a, circuli c d b ductæ sunt lineæ a b, & a c ad eius circumferentiam, erunt æquales per circuli diffinitionem. Eadem quoq; ratione lineæ b a, & b c pares erunt, ducuntur enim à centro circuli a c e ad eius circumferentiam. Iam cùm lineæ a c, & b c æquales sint lineæ a b, ipsæ quoq; erunt æquales per primum axioma. Ita relinquitur, latera omnia trianguli a c b esse æqualia, ac proinde factum esse triangulum æquilaterum, quod fuerat demonstrandum.

Ex 1. axiomate.

Ex præcedentibus.

Explicatio.

Demonstratio probat, triangulum a c b æquilaterum esse tribus rationibus.

Prima concludit, lineas a c, & a b esse pares, in hunc modum.

Omnes lineæ ductæ à centro ad circumferentiã pares sunt. — Ex diffinitione circuli.

Lineæ a c, & a b ducuntur à centro ad circumferentiam, — Hypothesis.

Ergo lineæ a c, & a b sunt pares.

Secunda

Secunda colligit, lineas a b & b c pares esse, argumento simili, & ex eodem principio ducto.

Tertia concludit, lineas a c & b c pares esse, in hunc modum.

Ex. I. axiomate.

Quæ sunt eidem æqualia, sunt ad inuicẽ æqualia.

Lineæ a c & b c sunt æquales lineæ a b,

Ex præcedentibus.

Ergo sunt ad inuicem æquales. Ex quibus sequitur in proposito triãgulo latera omnia esse æqualia.

Theorema secundum.

A Dato puncto, cuiuis rectæ lineæ propositæ æquam rectam lineam ducere.

SIt a punctus datus, & b c linea proposita, cui à puncto a ducenda sit æqualis. a punctum cõiungam cum altero extremo lineæ b c, nempe c per lineam a c, super quam constituam triangulum æquilaterum per præcedentem a c d. Iam pede circini in extremo c collocato, & altero secundũ quãtitatem b c lineæ expanso, describam circulum e b per tertium postulatum, & latus trianguli æquilateri d c protraham usq; ad e, ut sit linea tota d c e: secundum cuius quantitatem describã circulum e f, & latus d a trianguli protraham usq; ad f. Erit

itaq;

itaq; linea a f, lineæ b c æqualis. Nam b c & c e æquales sunt, cùm ex eodem centro ducantur. Rursus d f & d e sunt itidem pares propter eandem causam. Ab his auferamus d a & d c latera æqualia trianguli, quæ supererunt lineæ c e & a f erunt æquales per tertiũ axioma. Quòd si lineæ c e æqualis est a f, & eidem æqualis b c, b c igitur & a f pares erunt per primum axioma.

Explicatio.

Demonstratio probat in proposita figura lineam a f, quæ ducta est à dato puncto a, propositæ lineæ b c æqualem esse quatuor rationibus.

Prima ostendit, lineas b c & c e æquales esse, in hunc modum.

Omnes lineæ ductæ à centro ad circumferentiam pares sunt, — Ex diffinitione circuli.

Lineæ b c & c e ducuntur à centro ad circũferentiam, — Hypothesis.

Ergo sunt æquales.

Secunda ostendit, d f & d e pares esse simili prorsus argumento, quia ducuntur à centro circuli e f ad circumferentiam.

Tertia demonstrat, lineas e c & a f pares esse.

Si ab

Ex. 3. axiomate.

Si ab æqualibus auferantur æqualia, æqualia relinquentur,

Ex præcedentibus.

Lineæ d f, & d e sunt pares.

Ergo sublatis partibus æqualibus c d, & a d, quæ supererunt lineæ c e, & a f erunt æquales.

Postrema demonstrat, a f æqualem esse b c.

Ex. 1. axiomate.

Quæ eidem sunt æqualia, sunt sibi inuicē æqualia,

Linea b c æqualis est lineæ c e, & eidē æqualis est a f,

Ergo lineæ a f & b c sunt æquales, quod fuerat demonstrandum.

Theorema tertium.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem rectā lineam abscindere.

Sint lineæ duæ a b, & c d, & à maiori c d, sit minori æqualis abscindenda. A puncto c duco æqualem a b, ut præcedens docuit: sitq; c e. Ac centro c, interuallo autem c e, describam circulum, lineam c d intersecantem in puncto f. Linea c f æqualis est lineæ c e, & eidem æqualis erat a b: erunt igitur a b, & c f pares per primam communem sentētiam. Ita à maiori linea c d, abscissa est minori a b æqualis scilicet c f.

Explicatio

Explicatio.

Demonstratio probat lineam c f, quæ à maiori e d abscinditur, æqualem esse lineæ a b, duabus rationibus.

Prima ostendit, lineã c f æqualem esse lineæ c e, in hunc modum.

Lineæ ductæ à centro circuli ad circumferentiã sunt pares, — Ex diffinitione circuli.

Lineæ c f, & c e ducuntur à centro circuli ad circumferentiam, — Hypothesis.

Sunt igitur pares.

Secunda concludit, lineam e f æqualem esse lineæ a b, quod fuerat demonstrandum.

Quæ eidem sunt æqualia, sunt ad inuicẽ æqualia, — Ex. 1. axiomate.

Linea a b est æqualis lineæ c e, & eidem c e æqualis est linea e f,

Ergo e f & a b erunt æquales. — Ex præcedentibus.

Theorema quartum.

Quorũcunq; duorũ triangulorũ duo latera vnius, duobus lateribus alterius fuerint æqualia, & anguli his æquis lateribus contẽti æquales, erit basis

basis basi, & reliqui anguli unius, reliquis angulis alterius æquales, & deniq; totus triangulus toti triangulo æqualis.

Sint duo triangula a b c, d e f, sitq; latus a b æquale lateri d e, & latus a c æquale lateri d f, & angulus a æqualis angulo d. Dico basim b c æqualem esse basi e f, & angulum b angulo e, angulum c angulo f, & totam trianguli a b c superficiem superficiei triãguli d e f æqualem. Superponatur & accommodetur triangulum a b c triangulo d e f, ut angulus a cadat super d angulum, latus a b super d e, & a c super d f. Certè ista omnia cõgruent sibimetipsis, & neq; angulus angulum excedet, nec latera unius trianguli, latera alterius, per octauum axioma. Rursus cùm latus a b conueniat cum latere d e, & a c cum latere d f, punctũ b congruet puncto e, & c puncto f: quare basis b c congruet basi e f, & erit ipsi æqualis. Alioqui si extremis punctis linearum cõgruentibus, lineæ non congruerent, una extra alteram caderet, & clauderent superficiem, quod repugnat ultimo postulato. Quòd si lineæ omnes trianguli unius pares sunt lineis alterius, & anguli angulis, totum triangulum toti erit æquale.

Explicatio.

Ex octauo axiomate.

Demonstratio uim accipit ex penultimo axiomate, &

mate & unica ferè ratione, quod demonstrandum est, concludit ad hunc modum.

Quæ sibi inuicē congruunt, sunt æqualia.

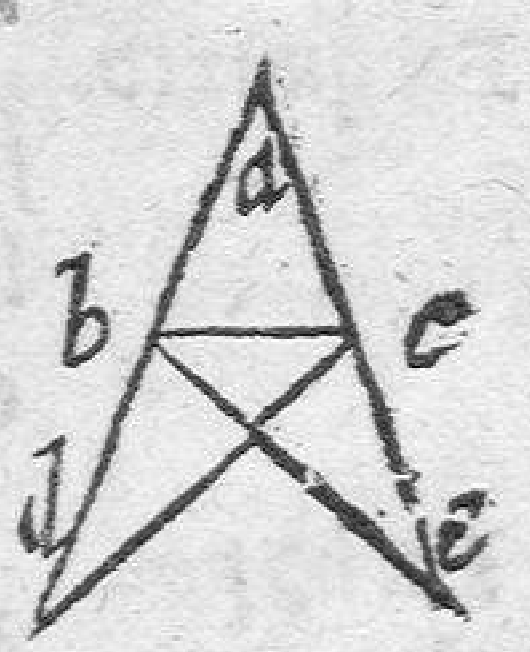
Sed si triangulum a b c, triangulo c d f, superponatur & accõmodetur anguli angulis cõgruũt, & lineæ lineis. Ex.8. axiomate hypotheses.

Ergo & anguli pares sunt angulis, & lineæ lineis, & totus triangulus toti triangulo est æqualis.

Theorema. quintum.

Isoscelis trianguli qui sunt ad basim anguli, pares sunt. Quòd si eius duo latera rectè protrahãtur, fient quoque sub basi duo anguli inuicem æquales. quo vsus est Aristoteles. 24. cap. prmi Priorum.

Sit triangulus a b c, cuius latus a b, sit æquale lateri a c: dico angulum a b c, æqualem esse angulo a c b. Quòd si protrahantur a b, & a c, usq; ad d, & e, fiet angulus d b c, æqualis angulo e c b. Protractis a,b, & a,c, constituam lineam a,d, æqualem lineæ a e, per tertium Theorema: & educam lineas e b, & c,d. His ita constitutis intelligo primũ duos triangulos a,b,e, & a,c,d, qui æquales sunt & æqui anguli. Nam prioris litera a b, & a,e, æqualia sunt duobus lateribus alterius a, c: et a d, angulus a, cõmunis utriq;: ergo per præcedentem, basis b e, æqualis



erit basi c d, & angulus e, æqualis angulo d, & angulus a b e, æqualis angulo a c d. Item alios duos triangulos intelligo d b c, & e c b: qui ostenduntur esse æqui lateri, & æqui anguli. Nam latera b, d & c d, trianguli b, d, c, sunt æqualia duobus lateribus e c, & e, b, trianguli e b c: & angulus d, angulo e: ergo per præcedentem, basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis. Quare angulus d, b, c, est æqualis angulo e c b, quod secundo loco fuerat demonstrãdum. Illi enim sunt sub basi Isoscelis positi. Iam totus angulus a b e, est æqualis a c d: si ergo à toto auferamus æquales angulos e c b, & d b c, qui superrerũt a b c, & a c b, erunt æquales per tertiũ axioma, qui sunt anguli ad basim Isoscelis positi, quod primo loco fuerat demonstrandum.

Explicatio.

Demonstratio sumptis hypothesibus, & constituta figura, demonstrat in primis triangulos a b e, & a c d esse æquiangulos & æquales in hũc modũ.

Ex quarto. Omnium triangulorum, quorũ duo latera unius fuerint æqualia duobus lateribus alterius, & anguli æquilateribus contenti æquales, erit basis basi, & deniq; totus eriangulus toti æqualis.

Ex hypothe. Sed in propositis ita res sese habet.

Ergo totum triangulum toti par erit, & angulus a b e, æqualis angulo a c d.

Secunda ratio ostendit partem posteriorem angulos, qui sunt sub basi d b c, & e c b, pares esse.

Omnium

Omnium triangulorum, quorũ duo latera unius fuerint æqualia duobus lateribus alterius. &c. sed in propositis triangulis, latera d b, & d c, trianguli d b c, æqualia sunt lateribus alterius e c, & e b: & anguli d c æquales.

Ergo anguli, qui sunt sub basi Isoscelis e c b, & d b c, erunt æquales.

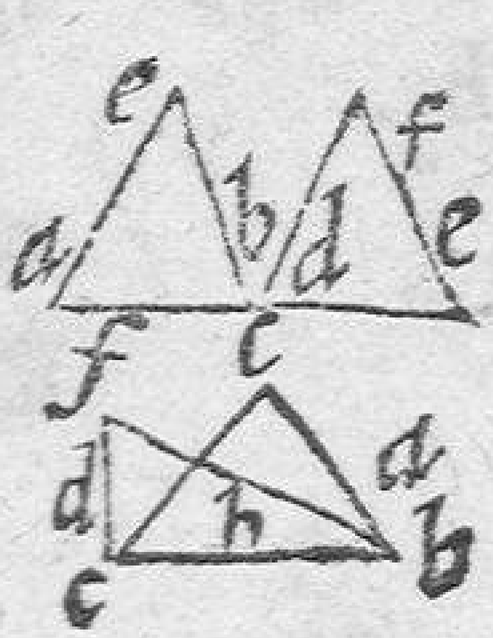
Tertia ratio concludit priorem partem, angulos a b c, & a c b, qui sunt ad basim Isoscelis pares esse.

Si ab æqualibus auferantur æqualia, quæ relinquuntur sunt æqualia. Ex. 3. axiomate.

Sed totus angulus e b a æqualis erat toti angulo d c a, & a b his ablati sunt æquales anguli d b c, & e c b, qui sunt sub basi. Ex præcedentibus.

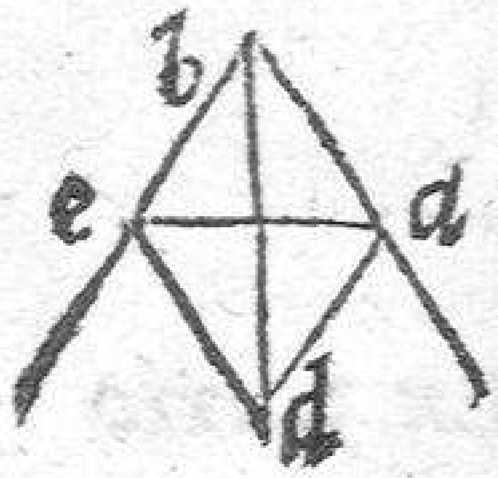
Ergo qui relinquuntur anguli a b c, & a c b, erunt æquales, quod fuerat demonstrandum.

Theorema sextum. 8. primi.



Omnium triangulorum, quorum duo latera vnius fuerint æqualia duobus lateribus alterius, & basis basi æqualis, qui continentur æquis lateribus, anguli erunt æquales.

Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq́; latus a c æquale lateri d f, & b c, æquale e f, & a b basis, æqualis basi d e. Dico angulum c parem esse angulo f, angulũ a, angulo d, & b, e. Nam si triangulus unus alteri superponatur & accommodetur, certè oportebit latera lateribus congruere, & basim basi, per octauum axioma. Et punctus f cadet super c, alioqui lineæ non essent pares, ut ex altera constat figura, cadet quoque d super a, & e super b. Ita anguli omnes unius erunt pares angulis alterius, quod fuerat demonstrandum.



Explicatio.

Demonstratio unica hac ratione concludit propositum, angulos æquis lateribus contentos pares esse f, c: d, a, e, b.

Ex. 8. axiomate.

Quæ sunt æqualia, sibi inuicem congruunt, sed latera unius trianguli æqualia sunt lateribus alterius, & basis basi.

Ex hypothe.

Ergo si alter alteri accommodetur, & latera congruent, & anguli angulis. Quare necesse est angulos esse pares.

Theorema septimum. 9. primi.

Datũ angulum per æqualia secare.

Sit datus angulus, quem oportet diuidere a b c, lineæ ipsum continentes, fiant æquales, sint a b c, & a c. Et trahatur linea b c: super quam constituatur

triangulus

triangulus, siue æquilaterus, siue æquicrurus b d c, punctiq; a d linea recta iungantur a d. Dico illam diuidere angulum a in duo æqualia. Sunt enim duo trianguli, b a d, & c a d: quorum latera unius sunt æqualia lateribus alterius, scilicet b a, & a d, & c a & a d: & basis b d, basi b c. Quare per præcedentem anguli æquis lateribus contenti b a d, & c a d, pares erunt. Ita constat totum angulum b a c diuisum esse in duo æqualia.

Explicatio.

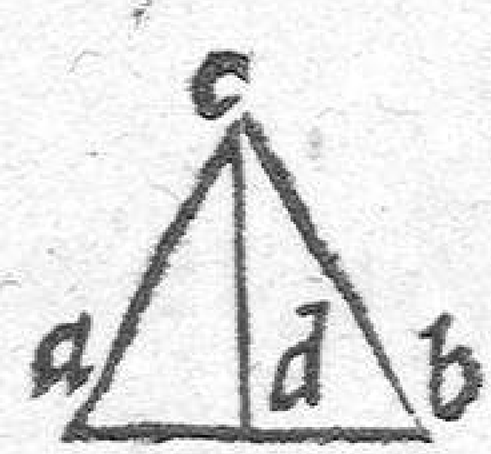
Concludit demonstratio angulum b a c, per lineã a d, diuisum esse in duo æqualia unica ratione.

Quorum triangulorũ latera unius æqualia sunt lateribus alterius, & basis basi, Anguli æquis lateribus contenti sunt æquales, — Ex. 6. axiomate.

Sed duo latera b a, & d a, trianguli b d a, æqualia sunt duobus lateribus alterius c a, & d a, & basis b d, basi d c, — Ex hypothesibus.

Ergo anguli b a d, & c a d, æquis lateribus contenti, pares erunt. Quare totus angulus b a c, diuisus est in partes æquas.

Theorema octauum. 10. primi.



Datam rectam lineam, per æqualia diuidere.

Sit linea diuidenda per æqualia a b, super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c, & angulum c diuidam in partes æquas per præcedentē, ducta linea c d.

Dico lineam c d, diuidere lineam a b per æqualia. Sunt enim duo trianguli a c d, & b c d, & latera prioris a c, & d c, sunt æqualia lateribus alterius b c, & d c, & angulus e unius, par angulo c, alterius. Erit igitur per quartam basis a d, æqualis basi d b, quod demonstrandum erat.

Explicatio.

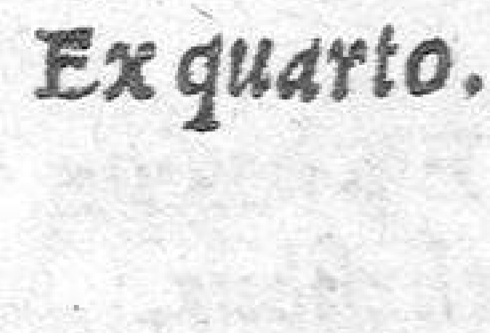
Demonstratio unica ratione propositum concludit, lineam a b, à linea c d, in partes æquas esse diuisam.

Ex quarto. Quorum triangulorum latera sunt æqualia, & anguli æquis lateribus contenti pares, basis basi est æqualis.

Ex hypothesi. Sed duorum triangulorum a c d, & b c d, latera sunt æqualia, & angulus e par angulo c.

Ergo basis a d, æqualis basi d b. Linea igitur a b in partes æquas est diuisa.

Theorema nonum. II. primi.



Data recta linea, à signo in ea signato, rectam lineam ad rectos angulos excitare.

Sit

Sit data linea a b, signetur in ea punctus c, à quo sit educenda perpendicularis. per. 3. constituam lineam b c aequalem lineae a c: & super totam a b, cõstituo triangulum aequilaterum a b d, ac tandẽ extraho ex puncto c, lineam c d, hanc dico esse perpẽdicularem ad lineam a b. Sunt enim duo trianguli a c d, & b c d: & quia duo latera a c, & c d unius, sunt aequalia lateribus c b, & c d alterius, & basis a d, basi b d, erit per. 8. angulus a c d, aequalis angulo b c d. Quare uterq; eorum erit rectus. Cùm enim recta linea super rectã consistens angulos utraq; parte aequales fecerit, uterq; aequalium angulorum rectus est, & linea, quae super altera cõsistit, est perpendicularis. Quare linea c d, ad lineam a b erit perpendicularis.

Explicatio.

Demonstratio colligit lineam c d, esse perpendicularẽ, & angulos a c d, & b c d, esse rectos, duabus rationibus. Prima concludit praefatos angulos esse pares.

Quorum triangulorum latera sunt aequalia, & basis basi aequalis, anguli aequis lateribus contenti sunt aequales. Ex. 8. pro.

Sed latera a c, & c d sunt aequalia lateribus c b & c d, & basis a d, basi b d. Sunt hypothe.

Ergo anguli a c d, & b c d, erunt aequales: nam continentur aequis lateribus.

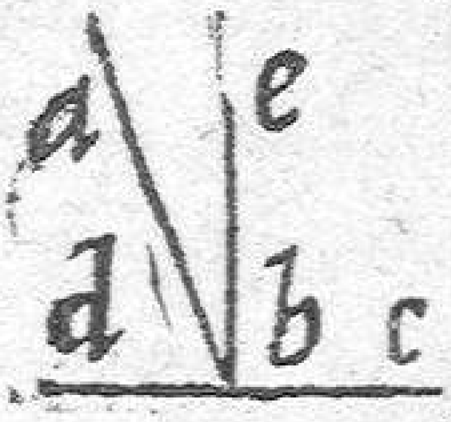
Secunda concludit praedictos angulos esse rectos,& lineam c d esse perpendicularem, in hunc modum.

Cùm recta linea super recta consistens utrobiq; angulos æquales fecerit, uterq; illorum angulorum est rectus, & linea, quæ super altera cadit est perpendicularis.

At linea c d, efficit æquales angulos. Ergo & perpẽdicularis est, & anguli, quos cõstituit, sunt recti.

Ex præcedentibus.

Theorema decimum. 13. primi.



Cùm recta linea super rectã consistens, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis, pares efficiet.

Super rectam c d, cadat linea a b, quæ si fuerit perpendicularis, faciet duos angulos rectos per cõuersionem diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non sit perpendicularis, ducatur à puncto b perpendicularis, per. 11. b e, eruntq́; duo anguli e b c, & e b d recti per eandem conuersionem. Iam cùm duo anguli d b a, & a b e sint pares angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt æquales duobus rectis. Quare tres anguli d b a, a b e, & c b e pares sunt duobus rectis.

Sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e, e b a, ergo duo anguli c b a, & a b d, sunt æquales duobus rectis. Hinc fit totum spacium, quod circunstat punctum quod uis in superficie plana,

plana, quatuor rectis angulis esse æquale.

Explicatio.

Demõstrationis prior pars explicatione nõ eget. Altera eius pars concludit angulos c b a, & d b a, esse pares duobus rectis his rationibus. Prima colligit, ducta linea perpendiculari b e, angulos c b e, & e b d esse rectos.

Cùm recta super rectam consistens, angulos fecerit adinuicem æquales, uterq; illorum angulorũ est rectus. — Ex diffinitione recti angu.

Sed anguli propositi fiunt à linea b e ad perpẽdiculum ducta. — Hypothe.

Igitur sunt anguli recti.

Altera colligit angulos rectos c b e, e b d pares esse angulis tribus e b a, a b d, e b c in hunc modũ.

Si æqualibus addantur æqualia, aut idem commune, quæ reliquuntur sunt æqualia, — Ex. 2. axiomate.

Sed anguli duo e b a, a b d, æquales sunt angulo e b d: nam partes æquales sunt toti, — Ex. 9. axiomate.

Ergo si utrisq; addamus angulum communem c b e, duo anguli c b e, e b d, pares erunt tribus angulis e b a, a b d, e b c.

Tertia ostẽdit angulos c b a, a b d, æquales esse angulis c b e, e b a, a b d, æquales esse simili argumento.

Si æqualibus addantur æqualia, aut idem cõmune, quæ relinquuntur sunt æqualia, — Ex 2. axiomate.

Sed angulus c b a æqualis est angulis c b e, e b a, — Ex. 9. axiomate.

totum enim æquale est partibus.

Igitur si utrisq; addamus communem angulum a b d, anguli c b a, a b d æquales erunt tribus angulis c b e, e b a, a b d.

Quarta colligit quod demõstrandum erat, angulos c b a, a b d, esse pares duobus rectis.

Ex ratio. *Quæ eidem sunt æqualia, sunt inter se æqualia.*

Ex præcedentibus. *Sed anguli c b a, a b d, sunt pares tribus c b e, e b a, a b d, & eisdem tribus æquales sunt anguli c b e, e b d.*

Ergo anguli c b a, a b d, pares erunt angulis c b e, e b d. Quare cùm hi recti sint, pares illi erũt duobus rectis.

Theorema vndecimũ. 15. primi.

Omnium duarum linearum se inuicem secantium, omnes anguli cõtra se positi sunt æquales.

Sint duæ lineæ a b, & c d, seinuicem secantes in puncto e, angulus d e b par erit angulo a e c, & angulus c e b angulo a e d. Erunt enim per. 13. duo anguli a e c, & c e b æquales duobus rectis. Itemq; anguli c e b, & d e b erunt per eandem pares duobus rectis. Quare cùm omnes anguli recti sint æquales, priores posterioribus pares erunt. Si igitur auferamus

ramus communem angulum c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo reliqui oppositi ostendentur æquales.

Explicatio.

Demonstratio cõcludit angulos d e b, & a e c, oppositos esse pares duabus rationibus. Prima colligit angulos a e c, & c e b, itemq; angulos c e b, & d e b, esse pares duobus rectis, ac proinde inter se æquales ad hunc modum.

Recta linea super rectam consistẽs, angulos efficit rectos, aut pares, duobus rectis, sed priores sunt ex linea e c, super rectam a b cadente, posteriores ex linea e b, super rectam d c, Ex 13. Hypothe.

Ergo utriq; pares erunt duobus rectis, unde fit ut sint priores posterioribus æquales, nam per postulatum. 4. omnes recti sunt æquales.

Secunda concludit quod propositũ est, hoc pacto: si ab æqualibus auferantur æqualia, uel idem commune, quæ relinquuntur sunt æqualia. Ex. 3. axiomate.

Sed anguli a e c, & c e b, pares sunt angulis c e b, & d e b, Ex præcedenti.

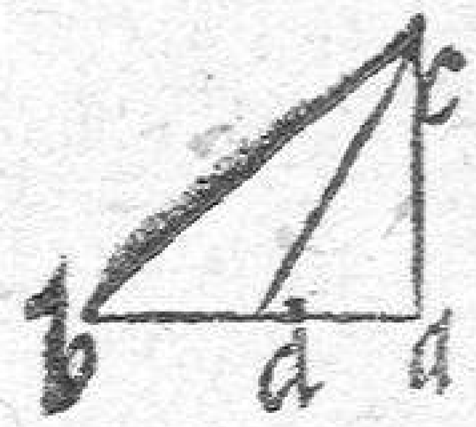
Ergo si ab ijs auferamus communem angulũ c e b, qui relinquũtur erunt æquales, a e c, & d e b. Simili argumento ostendentur æquales c e b, a e d, oppositi.

Theorema duodecimum.

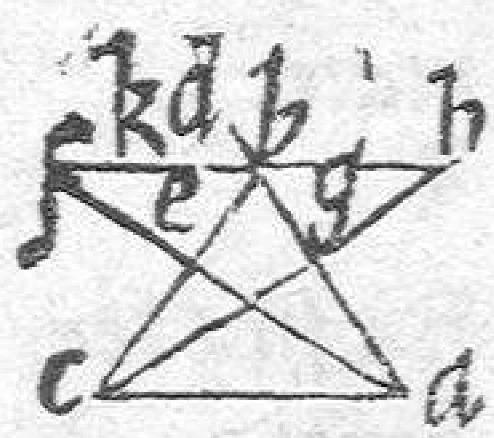
16. primi.

Omnis

Omnis trianguli vno latere producto, exterior angulus vtrouis interiori & opposito maior est.



Protrahatur triãguli a b c latus usq; ad d, angulus d b c, maior est angulo b a c, & b c a. Diuidam enim per 10. lineam c b, per æqualia in puncto e: & protraham a e, usq; ad f, ut sit e f, æqualis a e. Protraham quoq; lineam b f, intelliguntur duo triangula, c e a, & b e f. & quia duo latera a e, & e c, trianguli a e c sunt æqualia duobus lateribus f e, & e b, trianguli f e b, & angulus e, unius æqualis est angulo e alterius per præmissam, sunt enim anguli oppositi, erit per. 4. angulus e c a, æqualis angulo e b f, unde fit, angulum e b d, maiorem esse angulo b c a. Simili argumento probabitur idem angulus e b d, maior esse c a b,



Explicatio.

Demonstratio ostẽdit angulũ d b c, maiorẽ esse angulo b c a, hac sola ratione: Quorũcunq; triangulorum duo latera unius sunt æqualia duobus lateribus alterius, & anguli his æquis lateribus contẽti æquales, erit basis basi æqualis, & totus triãgulus toti triãgulo æqualis. Sed latera a e, & e c, trianguli a e c, sunt æqualia duobus lateribus f e, & e b, trianguli f e b, & angulus e, unius æqualis angulo e alterius, cum sint contra se positi. Ergo

Ex .4. Pro. Hyco theo.

Ex præcedente.

go angulus e c a, æqualis erit angulo e b f. Quare cùm angulus c b d, maior sit angulo e b f, est enim is pars illius, maior quoq; erit angulo e c a, quod demonstrandum fuerat.

Theorema decimumtertium 18. primi.

Omnis trianguli longius latus, maiori angulo appositum est.

Sit in triãgulo a b c, angulus a, maior angulo c, latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit per 5. angulus a, æqualis angulo c, quod est contra hypothesim. Si autem a b, sit maius fiat æquale per, 3. sitq; d b, æquale c b. Erit ergo per. 5. angulus d c b, æqualis angulo b d c. Sed b d c est maior angulo b a c, per. 16. ergo b c d est maior b a c, Quare erit etiam maior angulo a c b. Fiet itaq; ut pars sit maior toto. quod cum fieri nequeat, sequitur uerum esse quod fuerat demonstrandum.

Explicatio.

Demonstratio concludit, cùm sit angulus a maior angulo c, latus b c, maius esse latere a b. Hoc argumento.

Aut est æquale, aut minus. Sed nec æquale, nec minus: igitur maius erit. non esse æquale ostenditur adhunc modum.

Angu

Ex.5. Anguli, qui sunt super basim isoscelis, sunt æquales.

Sed a, & c, sunt anguli, supra basim isoscelis positi.

Igitur erunt æquales.

Non esse autem latus a b maius latere c b, his rationibus colligit. Prima concludit angulum d c b, æqualem esse angulo b d c, eodem modo quo & præcedens.

Secunda concludit angulum b d c, maiorem esse angulo b a c, ad hunc modum,

Ex. 16. Omnis triãguli angulus externus maior est utrouis interno opposito,

Sed b d c, est externus angulus trianguli d a c,

Ergo angulus b d c, est maior angulo opposito b a c.

Tertia colligit inco dum & impoßibile, partem maiorem esse toto.

Axioma. Quod est maius maiore, maius est minore.

Ex præ. Sed angulus b d e, est maior angulo b a c, angulo autem b d e par est angulus b c d.

Igitur angulus b c d maior erit angulo b a c: at angulus b a c maior esse ponebatur angulo b c a: fiet igitur, ut angulus b c d maior sit angulo b c a, cuius est pars, quod est impoßibile.

Theorema decimumquartum 19. primi.

Omnis

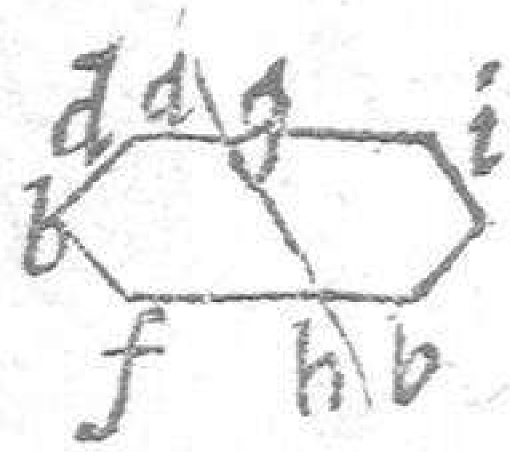
Omnis trianguli maior angulus maiori lateri oppositus est.

Sit triangulum a b c, cuius angulus a sit maior angulo c, latus a c maius erit latere a b. Nam si non sit maius, aut æquale erit, aut minus: at neutrum esse potest. Primum æquale non erit, fieret enim ut anguli a c essent æquales, cùm sint ad basim Isoscelis, per quintam. Quod est contra hypothesim. Minus quoq; esse non potest, esset enim angulus c minor angulo a, per præcedentem. Quare relinquitur, latus b c maius esse latero a b.

Demonstratio facilior est, quàm ut explicatione egeat.

Theorema decimumquintum, 27. primi.

Si recta linea super duas rectas ceciderit, duosq; angulos sibi inuicẽ æquales fecerit, rectæ illæ lineæ erũt æquidistantes.

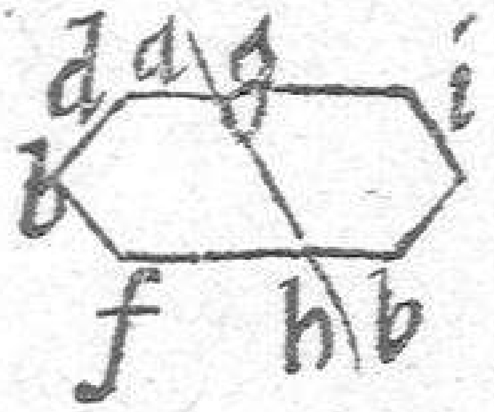


Linea a b cadat super duas lineas c d, & e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f, in puncto h, sintq; anguli d g h, & e h g

& e h g æquales, dico lineas c d, & e f, esse æquidistantes. Nam si non sint, concurrant ergo ad d f, in puncto l, fiet triangulum l g h, cuius g est angulus externus, qui cùm positus sit æqualis esse angulo h coalterno, tam intrinseco, quàm extrinseco, accidit, ut exterior angulus trianguli par sit interno ullo sito, quod repugnat decimosexto Theoremati.

In hoc quoq; nulla desideratur explicatio.

Theorema decimumsextum, 29. primi.



Si duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis, iteq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

Explicatio.

Demonstratio multis partibus continetur. Prima concludit angulos g, & h coalternos, esse æquales argumento ducente ad incommodum.

Si angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorũ erit maior. Sit ergo maior angulus c h g.

Cùm duo