

0191
81 (12)

EL NUEVO MÉTODO

PARA EXTRAER LAS RAICES DE LOS NÚMEROS,

DESCONOCIDO Y ELEMENTAL DEL TODO,

FACILÍSIMO DE APRENDER Y EJECUTAR,

Y POR ENDE, SORPRESA GRATA PARA LA CIENCIA,

NO ADMITE TANTEOS,

Y NOS DESCUBRE Á LA VEZ TODAS LAS CIFRAS

DE LA RAIZ DEL GRADO N.

COMO TEORÍA Y COMO PRÁCTICA

SUPERA Á TODOS LOS ANTIGUOS,

Y no se podrá ya encontrar otro mejor.

EL AUTOR

Manuel Vázquez Prada.



OVIEDO:

IMPRENTA DE PARDO, GUSANO Y COMPAÑÍA,

Calle de San José, número 6.

1896.

A-1184582

Es propiedad del autor.

PRÓLOGO

En brevedad, en facilidad, en precisión para la práctica, y en belleza como teoría, ningún otro método, para la extracción de las raíces de los números, puede con el nuevo admitir comparación.

Al presentarle Mr. Appel á la Academia de Ciencias de París, dió bien á entender que, aún al de los logaritmos, era preferible el Nuevo Método, porque, son sus palabras, «El empleo de los logaritmos para la extracción de las raíces, reposa, en teoría, sobre consideraciones menos elementales, y en la práctica, es de una aplicación muy limitada, toda vez que las tablas de logaritmos existentes, no permiten operar sobre números de mas de siete cifras.»

Por el nuevo método se opera con igual facilidad y precisión sobre números de ocho cifras que sobre números de veinte.

La Academia de Ciencias Exactas española, después de decir que el nuevo método, como teoría, es original, insólito, elegante, y merecedor de que le conozcan cuantos á la hermosa ciencia matemática se dedican, puso en duda sin embargo, con relación á la práctica, la ventaja omnímota del nuevo método sobre todos los antiguos.

Mas, como esto es cuestión de hecho, de pura

práctica, toda discusión teórica sobre ello está demás. El autor, para desvanecer toda duda acerca de este punto, propuso ya, y lo propondría de nuevo si viniera al caso, hacer experimentos, operando él por su método, en ejemplos de raíces cúbicas y de cuarto grado, aunque fuesen solo de cinco cifras cada una. Dijo entonces, y ahora repite, con seguridad absoluta de poder probarlo en la experiencia, que antes que por el método antiguo se llegue á determinar la tercera cifra, estarán las cinco determinadas por el nuevo. Y entiéndase que, cuanto mayor sea el grado de la raíz y el número de sus cifras, la ventaja á favor del nuevo irá siendo cada vez mayor. Horroriza solo el pensar lo que sería esa ventaja, no mas que en una raíz cúbica de siete cifras.

Con sólo fijarse en que por el nuevo método *no hay tanteos* como por el antiguo, para determinar cada una de las cifras, sinó que se vá rápida y derechamente á descubrir todas las cifras á la vez; y que el nuevo método, por su simplicidad, puede aprenderse en menos de una hora, deberá bastar para que esta cuestión de preferencia quede sin la menor duda resuelta para todos.

Lo que ahora falta es que el público *matemático* se aperciba y se penetre bien de esto que le dice la Academia: *el nuevo método merece ser de todos conocido.*

Estudiadle, pues; y luego ya diréis de parte de cuál método está la ventaja, como belleza en teoría y como utilidad para la práctica.

Si os enteráis bien de lo que en sí es el nuevo método, en esencia y forma, y le comparáis con el antiguo, aunque sea sólo en raíces de tercero y cuarto grado, y de más de cuatro cifras cada una, no podreis menos, al ver el resultado, de sentir admiración y quedar muy gratamente sorprendidos.

Teneis que dar ahora, jóvenes matemáticos, una

pequeña prueba de que no sin razón os atribuíis en la sociedad el honroso título de cabezas privilegiadas.

¿Consentiréis además que se os adelanten los extranjeros en saber y practicar esta nueva ciencia de las raíces, y que quizá ellos solos utilicen lo que nó en la patria de ellos, sinó en la vuestra fué inventado?

Si hubiera quien desease conocer los motivos de haber llevado ya esto el extranjero, y tal deseo manifestase, quedaría su curiosidad inmediatamente satisfecha.

Luego de este singular problema se os presentará también, bajo forma del todo inteligible y fácil, el de la *solución algebraica de la ecuación del grado n* , que los llamados genios en esta ciencia, por fortuna todos extranjeros, *demonstraron como imposible*, y que sin embargo, por un oscuro y desconocido lucubrador, fué encontrada, y demostrada, y hecha con evidencia en la realidad por siete modos diferentes.

¿Será posible que vosotros, españoles entusiastas, por no poner de vuestra parte un pequeño esfuerzo, no queráis ser los primeros en ver cómo está hecho ese milagro septiforme?

Creerlo así, sería inferiros una grave ofensa.

EL NUEVO MÉTODO

PARA EXTRAER LAS RAICES DE LOS NÚMEROS

PRELIMINAR.

Fúndase este método directamente en las siguientes nociones elementales: se supone que r y n son números enteros.

1.^a r^n es la suma de las diferencias parciales consecutivas $[r^n - (r-1)^n] + [(r-1)^n - (r-2)^n] + \dots + (1^n - 0^n)$

2.^a $[r^n - (r-1)^n]$ es mayor que $[(r-1)^n - (r-2)^n]$; es decir que, las diferencias parciales consecutivas, entre las potencias de cualquier grado, crecen á medida que crecen las raíces (1).

3.^a $[r^n - (r-a)^n]$, es la suma de tantas diferencias parciales consecutivas, como unidades vale a .

4.^a $(r^n - B)$, siendo B la potencia *enésima* entera de $(r-a)$, *mas* un residuo cualquiera, es la suma de $(a-1)$ diferencias completas y consecutivas, bajando desde la superior, *mas* otra diferencia incompleta, *la inferior*, á la cual faltará para ser completa el residuo de la raíz entera *enésima* $(r-a)$.

5.^a Para la raíz cuadrada. Las diferencias parciales consecutivas, entre los cuadrados de los números enteros, son los nú-

(1) Esta segunda noción es también elemental, puesto que al modo de la primera, no se funda en otra anterior, sinó directamente en la visión intuitiva de la realidad. Por ejemplo: $(r+1)^4 - r^4 = 4r^3 + 6r^2 + 4r + 1$; y $r^4 - (r-1)^4 = 4r^3 - 6r^2 + 4r - 1$. Las dos diferencias constan de los mismos términos, iguales uno á uno; y como en la superior son todos aditivos, y en la inferior alternan los aditivos y los sustractivos, vése á simple vista que la superior es mayor que la inferior consecutiva. Y en cualquier grado que se repita el ejemplo, hasta en el *enésimo* si se quiere, vése desde luego, sin esfuerzo alguno, que las dos diferencias consecutivas resultarán formadas en manera idéntica á las del cuarto grado.

meros impares consecutivos desde el 1 al infinito; y la diferencia entre dos impares consecutivos, es constantemente 2.

Teoría general.

Sea B el número cuya raíz del grado n se trata de buscar.

Tomando, como ya se sabe hacer, la cifra del orden superior de la raíz, juntándole una unidad y luego á la derecha tantos ceros menos uno, como cifras correspondan á la raíz, espresaremos el número así formado por r, y se tendrá que $r^n = P$, será una potencia del mismo grado n, mayor que B, y la menos mayor posible que se pueda poner, sin necesidad de cálculos especiales.

Haciendo ahora $P - B = D_1$, tendremos en D_1 la suma de todas las diferencias parciales, de las potencias sucesivas del grado n, que hay desde P bajando hasta B, pudiendo, como ya se ha dicho, la diferencia inferior ser incompleta, cuando B no sea potencia *enésima* exacta. Y la cuestión es ya claro que se reduce á saber *el número de esas diferencias* contenidas en D_1 ; pues una vez sabido, restando de r el número de diferencias, es evidente que se tendrá en el resto la raíz *enésima* de B.

La diferencia parcial mayor contenida en D_1 , no hay duda que será $r^n - (r - i)^n = d_1$. Y dividiendo D_1 por d_1 , espresaremos el cociente por c_1 , el cual, ya sea exacto, ya aproximado en menos de una unidad por defecto, se ve claramente que será pequeño, puesto que el divisor d_1 es la mayor de las diferencias parciales contenidas en el dividendo D_1 .

Para continuar la operación se procede del siguiente modo.

De $r^n = P$ se resta $(r - c_1)^n$; y la diferencia $r^n - (r - c_1)^n$, que contiene las c_1 mayores diferencias parciales que hay en D_1 , se resta de D_1 ; y la diferencia $D_1 - [r^n - (r - c_1)^n] = D_2$, será el segundo dividendo.

El segundo divisor será á su vez, la diferencia parcial consecutiva, de mayor á menor, á las c_1 ya calculadas en la primera división, ó sea, $(r - c_1)^n - (r - c_1 - 1)^n = d_2$. Hecha la división de D_2 por d_2 , espresaremos el cociente exacto, ó aproximado como antes, por c_2 .

El tercer dividendo es ya bien claro que será el segundo, disminuido en las c_2 diferencias, calculadas en la segunda división, ó sea

$$D_2 - [(r - c_1)^n - (r - c_1 - c_2)^n] = D_3.$$

Y el tercer divisor será de igual modo

$$(r - c_1 - c_2)^n - (r - c_1 - c_2 - 1)^n = d_3.$$

Por igual procedimiento, que ya se hizo evidente, se formarán los siguientes dividendos y divisores, hasta que por necesidad se llegue á un dividendo D_z , y á un divisor d_z , cuyo cociente entero sea *cero*, ó la unidad exactamente.

Para llegar á este caso, en la práctica de los números, pasaráse muy pocas veces, como se verá, de la segunda ó tercera división, sea cualquiera el número de cifras de la raíz que se quiere encontrar.

Y cuando se llegue al cociente *cero*, ó unidad exacta, no hay duda que la operación se terminó, y que la raíz *enésima* del número dado B, será la raíz superior r , disminuida esta en el número de diferencias potenciales que contenía D_1 , que son las expresadas por la suma de los cocientes de las divisiones practicadas, ó sea $(c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_{z-1} + 1)$, correspondiendo el 1 final á la última división, cuyo cociente c_z se ha supuesto que es *cero* ó la *unidad* exactamente.

De modo que la raíz *enésima*, exacta ó entera de B será:

$$\sqrt[n]{B} = r - [c^1 + c^2 + c^3 + \dots + c_{z-1} + 1]$$

Y como de no ser exacta la última división, no lo será tampoco la raíz, el residuo en este caso será *la diferencia entre el último divisor y el último dividendo*, puesto que éste es en tal caso lo que falta á B para ser potencia exacta de la raíz entera *más una unidad*. Es decir, que el residuo R será

$$R = d_z - D_z$$

El último divisor d_z es, como ya se ha indicado, la diferencia entre *la raíz entera ó exacta* del número dado B, elevada á n , y esa misma raíz *más una unidad*, elevada á n .

Tan sencilla y breve como se acaba de ver, es la teoría general del Nuevo Método para extraer las raíces de los números.

Veamos ahora su aplicación especial para extraer la raíz cuadrada, teniendo presente, como ya queda dicho, que las diferencias entre los cuadrados consecutivos, son los números impares desde el 1 al infinito; y también como consecuencia, que las dos raíces consecutivas, correspondientes á un impar cualquiera, son, el impar *mas* 1, partido por 2, y el impar *menos* 1, partido por 2. Esto último se funda en que, si la diferencia es constantemente $2a-1$, se tiene que, $2a-1+1=2a$, partido por 2, es a ; y $2a-1-1=2a-2$, partido por 2, es $a-1$.

De la precedente relación se deduce claramente, que *todo impar*, diferencia entre dos cuadrados consecutivos, es igual, al doble de la raíz menor *mas* 1; ó al doble de la raíz menor *menos* 1.

Raíz cuadrada.

Sea el número 52.371246, cuya raíz cuadrada se quiere averiguar.

Desde luego se vé que la raíz tendrá cuatro cifras, y que la de orden superior es 7. Pero $7+1=8$, con tres ceros á la derecha, 8000.

8000 elevado al cuadrado, 64.000.000; y $64\ 000.000 - 52.37\ 1246$ nos dá 11.628754, que es el primer dividendo.

El primer divisor es $8000 \times 2 - 1 = 15999$. Hecha la división nos dá de cociente entero 726, y de residuo 13480. Pero este residuo es pequeño, por ser el divisor la mayor de las 726 diferencias calculadas; y para completarle, según lo que ya se ha dicho respecto á ser las diferencias los números impares, se le añadirá el producto $726 \times 725 = 526350$, (1), siendo la suma 539830 el segundo dividendo.

El segundo divisor será el primero $15999 - 726 \times 2 = 14547$.

Hecha la división resulta el cociente entero 37, con el resí-

(1) Véase la explicación que sigue á este ejemplo.

duo 1597. Para completar éste se le añade el producto $37 \times 36 = 1332$; siendo la suma 2923 el tercer dividendo.

El tercer divisor será el segundo $14547 - 37 \times 2 = 14473$. Y como el tercer dividendo 2923 es menor que el tercer divisor 14473, el cociente es *cero*; y por lo tanto, el residuo de la raíz es $14473 - 2923 = 11550$.

Y la raíz entera es $8000 - (726 + 37 + 1) = 8000 - 764 = 7236$. Cuyo resultado se debe comprobar directamente, para convenirse de la verdad y precisión del método.

Como pudiera echarse de menos alguna más amplia explicación, respecto al modo de formar en este grado los dividendos y divisores que siguen al primero, muy pocas palabras bastarán para desvanecer tal duda.

El primer cociente fué 726, y el primer residuo 13480. Este residuo es incompleto, puesto que del dividendo se rebajaron 726 diferencias, ó números impares, iguales al mayor, ó primer divisor que fué 15999. Y como el impar siguiente baja dos unidades y el siguiente 4, y así hasta el último que baja 1450, la suma de los pares desde el 2 al 1450, multiplicada por 726, es lo que se rebajó de más al dividendo, y si esa suma se junta al residuo aparente, se tendrá el residuo verdadero. La suma $2 + 4 + 6 + \dots + 1450$ es, $(2 + 1450)$ dividido por 2, y multiplicado por el número de términos que es 725, ó sea 726×725 ; que es lo que se hizo en la operación.

Y en cuanto al segundo divisor, se formó restando del impar mayor 15999, la *diferencia* entre el mismo, y el impar siguiente al último de los 726 que se calcularon; cuya *diferencia* es evidentemente 726×2 .

Por igual procedimiento se formaron los terceros dividendo y divisor, y se formarían cuantos fuesen necesarios.

Este procedimiento solo es aplicable, con ventaja al de la teoría general, en la raíz cuadrada, por la razón de ser los impares las diferencias consecutivas entre los cuadrados, y ser el 2 la diferencia constante entre cada dos impares inmediatos.

Raiz Cúbica.

Para que se vea la aplicación á los números, de la teoría general, vamos á extraer la raiz cúbica del número 94'728.513.

Sabemos desde luego que la raiz tendrá tres cifras, y que la de orden superior es 4. El 4, mas 1, igual 5; y 5 con dos ceros 500.

Y 500 elevado al cubo $= 125000000 - 94728513 = 30271487$, que es el primer dividendo.

El primer divisor será $500^3 - (500 - 1)^3 = 748501$.

Hecha la división resulta de cociente entero 40.

El segundo dividendo será el primero $30271487 - [(500^3 - (500 - 1)^3)] = 2607487$.

Y el segundo divisor es $(500 - 40)^3 - (460 - 1)^3 = 632420$. Hecha la división, el cociente entero es 4.

El tercer dividendo es $30271487 - [500^3 - (500 - 40 - 4)^3] = 90303$.

Y el tercer divisor será $456^3 - (456 - 1)^3 = 622441$.

Y como el tercer dividendo es menor que el tercer divisor, el cociente es *cero*; y por lo tanto, el residuo de la raiz será $622441 - 90303 = 532138$.

Y se tendrá que la raiz entera que se busca, aproximada en menos de una unidad será $500 - (40 + 4 + 1) = 455$.

Para convencerse de lo que es este *método*, comparado con el antiguo, si alguien hay que no lo vea de seguida, póngase un ejemplo de raiz cúbica con raiz siquiera de cinco cifras; hágase la extracción por ambos métodos, y se verá que antes que por el antiguo se determinen las tres primeras cifras, se habrán determinado las cinco por el nuevo. Y si aumenta el número de cifras de la raiz, y el grado de ésta, la ventaja á favor del nuevo irá siendo cada vez más notable.