ATV
2610

ARITMÉTICA

J.K.

A T V.
7610

A.T.V.
7610

H 17819
R 9457

INSTITUCION SANCHO EL SABIO
Caja de Ahorros de

ARITMÉTICA

CON LA ESPLICACION DEL

SISTEMA MÉTRICO

ESCRITA POR ENCARGO

DE LA

DIPUTACION

DE LA M. N. Y M. L.

PROVINCIA DE GUIPUZCOA

POR

Policarpo de Balzola.

SAN SEBASTIAN
Imprenta de Ignacio Ramon Baroja.

Esta obra es propiedad del autor y no se puede reimprimir sin su consentimiento.

PROLOGO.

Una de las cosas que mas embarazan las relaciones comerciales, es la variedad de pesas y medidas; y la falta de un sistema regular en la division y subdivision de la unidad principal, complica tan estraordinariamente los cálculos, que ademas de fatigar al calculador, le hace perder mucho tiempo exponiendo á muchos errores.

Las Juntas generales de esta M. N. y M. L. Provincia de Guipuzcoa no solo conocieron estas verdades, sino que sabiendo ademas las dificultades que ofreceria la reunion de todos los datos necesarios para formar estados que comprendiesen todas las pesas y medidas que se usan en los distintos pueblos de esta Provincia por su mucha variedad, autorizaron á la Diputacion, para que valiéndose de personas inteligentes, formase aquel estado con la correspondencia que las actuales pesas y medidas tienen con el nuevo sistema métrico adoptado por la ley de 19 de Julio de 1849, invitando ademas á los Ayuntamientos para que por su parte hagan los esfuerzos necesarios para poner en planta esta ley.

La Diputacion se dignó encargarme tan delicado encargo; y al aceptarlo, me dediqué con el celo que correspondia á una confianza tan honorifica á examinar los distintos tratados que sobre la misma materia se han escrito en España y

Francia, y su estudio me decidió á dividir mi trabajo en dos partes.

La primera comprende la aritmética con la esplicacion del sistema métrico y el cálculo decimal con aplicacion á la resolucion de toda clase de cuestiones, siguiendo en el órden de materias un método conveniente y demostrando todos los principios y reglas del cálculo por medio del razonamiento y de egemplos variados que faciliten su inteligencia, de modo que esta parte sirva al mismo tiempo para todas las escuelas.

Una vez esplicado todo cuanto conviene á la inteligencia del nuevo sistema métrico y al cálculo decimal, en la segunda parte me he concretado á colocar las tablas de correspondencia de todas las pesas y medidas de esta Provincia, y las mas principales de otras provincias y del estrangero con el sistema métrico y vice-versa, reuniendo al efecto todos los dátos que eran necesarios con la cooperacion de la Diputacion y de los Ayuntamientos que han secundado de este modo á las miras del Gobierno y de las Juntas generales.

En el método que se ha puesto para su uso, se esplican las pesas y medidas que se usan en los pueblos de esta Provincia con arreglo á las noticias remitidas por los respectivos Ayuntamientos y el modo de convertir en las del sistema métrico por distintos medios, para que el calculador elija el que mas facil le parezca; y con el objeto de facilitar la aplicacion del nuevo sistema métrico á la práctica en todos los casos que puedan ocurrir, se han puesto tambien egemplos de medicion de las maderas ó árboles con corteza y labradas y la menera de convertir los precios de las antiguas pesas y medidas en las nuevas y al contrario, por medio de las mismas tablas de correspondencia de unas medidas con otras.

Este trabajo pasó por encargo de la Diputacion á la Junta Inspectora del Real Seminario de Vergara y su Instituto provincial de segunda enseñanza, para que examinando y haciendo examinar á los profesores de aquel establecimiento diera su dictamen, y el resultado de este cometido se halla en el informe siguiente:

«La aritmética del Sr. Balzola está escrita con el buen método, órden y precision de lenguage que requiere esta clase de obras; hay claridad en la esposicion de sus doctrinas, maestria en el desarrollo de sus principios, oportunidad y exactitud en los diferentes ejemplos con que se ilustra la parte teórica. Las tablas están dispuestas con elegancia y no dejan nada que desear por su estension. En suma: creemos que es una obra completa en su género y digna del objeto para que se ha escrito, por cuya razon opinamos que se haria un servicio notable á la M. N. y M. L. Provincia de Guipuzcoa en disponer que sirviese de testo en todas sus escuelas de instruccion primaria.»

Esta favorable censura ha decidido á la Diputacion de esta nobilisima Provincia á que se imprima y publique la obra, y bajo sus auspicios y proteccion se dá á luz, deseando de mi parte haber acertado á satisfacer al público, que espero la acogerá con benevolencia.

provincial [illegible] comunidad, pues que [illegible] [illegible] á los [illegible] [illegible] y el [illegible] en el capítulo siguiente.

[illegible] el buen [illegible] y [illegible] la [illegible] de [illegible] la parte [illegible] con [illegible] la Provincia de Guipúzcoa [illegible]

Esta [illegible] y [illegible] y [illegible]

ABREVIATURAS.

qq. significa	quintales.	cm. . .	centimetro.
ll. . . .	libras.	mm. . .	milímetro.
onz. . .	onzas.	a . . .	area.
ad. . . .	adarmes.	Ha. . .	hectarea.
v. . . .	varas.	ca. . . .	centiarea.
pi. . . .	pies.	c. . . .	cuadrado.
pul. . .	pulgadas.	cub. . .	cúbico.
lin. . . .	lineas.	l. . . .	litro.
ff. . . .	fanegas.	Hl. . . .	hectólitro.
cel. . .	celemines.	Dl. . . .	decálitro.
rs. . . .	reales.	dl. . . .	decilitro.
mrs. . .	maravedises.	cl. . . .	centilitro.
dr. . . .	décimas de real.	ml. . . .	mililitro.
cr. . . .	centésimas de id.	g. . . .	gramo.
m. . . .	metro.	Kg. . . .	kilógramo.
Mm. . .	miriametro.	Hg. . . .	hectógramo.
Km. . .	kilometro.	Dg. . . .	decágramo.
Hm. . .	hectómetro.	dg. . . .	decígramo.
Dm. . .	decámetro.	cg. . . .	centigramo.
dm. . .	decimetro	mg. . .	miligramo.

ADVERTENCIA.

Los números puestos entre dos paréntesis de este modo ( ) significan que el fundamento ó demostracion se halla en el párrafo señalado con aquel número.

ARITMÉTICA.

Definiciones preliminares.

1. La *Aritmética* es la ciencia de los números.
2. Se llama *número* la espresion de una ó varias unidades ó de una ó varias partes de la unidad.
3. La *unidad* es la cosa ú objeto que se toma por término de comparacion.

Cuando se dice tres manzanas la manzana sirve de unidad.

4. Se llama *cantidad* todo lo que puede sufrir aumento ó disminucion.
5. Se llama *número entero* cuando espresa unidades enteras, como por egemplo, *cuatro* peras, *seis* reales.
6. El *quebrado* ó *fraccion* es el que espresa una parte de la unidad, como *mitad*, *tres cuartas partes*, etc.
7. El que se compone de unidades enteras y partes de otra se llama *misto*, como *tres* y *medio*, *cuatro* y *un quinto*.
8. Los números *denominados* son tambien fracciones, pues representan partes de una unidad superior, como por egemplo, *cuatro libras* y *seis onzas* son fracciones ó partes de la arroba.
9. El número se divide tambien en *abstracto* y *concreto*.
10. El *abstracto* es el que no determina la especie de la unidad, como *tres*, *cinco*, etc.
11. El *concreto* por el contrario es el que determina su especie, como *tres casas*, *ocho hombres*, etc.
12. El número *digito* es el que puede espresarse por un solo guarismo, como *uno*, *dos*, *tres* etc. . . . *nueve*.
13. Se llama *número primo* el que no es divisible mas que por si mismo y por la unidad, como *uno*, *dos*, *tres*, *cinco*, *siete*, *once*, etc.

Numeracion.

14. La *numeracion* es la parte de la Aritmética que enseña á espresar las cantidades.
15. Si á *una* unidad se añade otra unidad, resulta una

cantidad que se llama *dos*, y agregando sucesivamente una unidad cada vez, se forman los números *tres*, *cuatro*, *cinco*, *seis*, *siete*, *ocho* y *nueve*.

16. Siguiendo de este modo, se necesitarian innumerables nombres para designar las cantidades: pero despues de llegar á *nueve*, se forma una nueva clase de unidades que se llaman *decenas* y se componen de diez unidades.

17. Con esta reunion ó nueva clase de unidades, que llamarémos de segundo órden se cuenta del mismo modo que con las simples unidades, esto es, *una decena*, *dos decenas*, *tres decenas*. . . . *nueve decenas*, á que se han dado los nombres de *diez*, *veinte*, *treinta*, *cuarenta*, *cincuenta*, *sesenta*, *setenta*, *ochenta*, *noventa*: al llegar á la décima *decena* se forma otra clase de unidades que serán de tercer órden llamadas *centenas* ó de cien unidades, con los cuales se forman *cien*, *doscientos*, *trescientos* . . . . *novecientos* y siguiendo el mismo órden riguroso que vá esplicado respecto á las unidades del primero, segundo y tercer órden, se forma otra clase de unidades de cuarto órden llamado *millar* ó mil; y considerando estas unidades de nueva especie como las simples, se sigue de nuevo el mismo órden que con ellas, aplicando los mismos nombres y espresando al final mil para distinguir de las unidades simples.

18. Entre cada decena se intercalan los nueve nombres primitivos de las unidades simples, esto es, entre *una decena* y *dos decenas* ó *diez* y *veinte* se cuenta *diez y uno*, *diez y dos*, *diez y tres*. . . . *diez y nueve*, aunque el uso ha introducido la costumbre de llamar *once*, *doce*, *trece*, *catorce*, *quince*, *diez y seis*, *diez y siete* etc.

19. Entre cada centena se intercalan del mismo modo las diez decenas, esto es, *ciento diez*, *ciento veinte*. . . *ciento noventa* y siguiendo el mismo órden se pueden espresar todas las cantidades imaginables con solo los nueve nombres de las unidades simples y los de decena, centena, millar, millon que se compone de mil miles, billon, trillon, cuatrillon, quintillon, sestillon etc., aunque rara vez hay necesidad de pasar de mil millones.

20. De todo lo dicho se desprende naturalmente que

La decena vale diez unidades simples.

La centena id. diez decenas ó cien unidades simples.

El millar id. diez centenas ó mil unidades de id.

La decena de millar diez millares ó diez mil unidades id.

La centena de millar diez decenas de millar ó cien mil unidades.

El millon, diez centenas de millar ó un millon de unidades.

Y de este modo se aumenta diez veces cada unidad de nueva especie indefinidamente, siguiendo siempre el mismo órden.

21. Para representar estas cantidades de un modo breve y facilitar los cálculos, se han adoptado las diez cifras ó guarismos siguientes.

cero.	uno.	dos.	tres.	cuatro.	cinco.	seis.	siete.	ocho.	nueve.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

22. El cero no tiene valor propio, y no hace mas que ocupar el lugar de la clase ú órden de unidades que no tiene el número y los demas guarismos tienen los valores que se marcan encima de cada uno.

23. Para representar por medio de estos pocos guarismos todas las cantidades, se ha convenido en que cada uno represente unidades de primero, segundo, tercero etc. órden ó decenas, centenas, millares etc. segun el lugar que ocupe en el número, aumentándose de derecha á izquierda.

A si es que 4 representa *cuatro* estando aislado ó siendo el último guarismo de un número, y para representar con el mismo guarismo *cuatro decenas* ó *cuarenta*, se coloca en segundo lugar, poniendo un cero á su derecha de este modo 40, : para representar cuatro centenas, se pone 400 ó en tercer lugar, y de este modo por cada lugar que atrasa hácia la izquierda aumenta su valor diez veces.

24. Si hubiese que representar un número de diferentes clases de unidades, por egemplo *cinco centenas*, *cuatro decenas* y *nueve unidades* se escribiria 549 en cuyo número el *cinco* que está en tercer lugar representa unidades de tercer órden ó *centenas*, el *cuatro* decenas y el *nueve* unidades y se lée quinientos cuarenta y nueve.

25. Si el número carece de algun órden ó clase de unidad, se pone cero en su lugar, por egemplo, para escribir cinco centenas y nueve unidades se escribiria 509, esto es, poniendo cero en lugar de las decenas de que carece el número: si escribieramos 59, el cinco espresaria decenas y se leeria cincuenta y nueve.

El número 684723 se lée seiscientos ochenta y cuatro mil setecientos veinte y tres unidades, esto es, leyendo cada seccion de tres guarismos como si estubiera aislado, y añadiendo la denominacion que corresponde segun su grado.

26. Para leer grandes cantidades, se divide el número de tres en tres guarismos de derecha á izquierda y despues de seis en seis aunque sea mentalmente, para determinar mas facilmente el órden á que corresponde cada guarismo, y se dá á cada uno el valor y denominacion que tiene segun el lugar que ocupa.

27. Del siguiente cuadro se formará mejor idea del modo con que se debe disponer el número y la denominacion que corresponde á cada guarismo.

8; 6 7 4 . 5 0 1; 9 8 7 . 5 4 3; 2 7 9 . 6 0 7

8	trillon.
6	centena de millar de billon.
7	decena de millar de billon.
4	millar de billon.
5	centena de billon.
0	decena de billon.
1	billon.
9	centena de millar de millon,
8	decena de millar de millon,
7	millar de millon,
5	centena de millon,
4	decena de millon,
3	millon.
2	centena de millar
7	decena de millar
9	millar.
6	centena ó ciento.
0	decena.
7	unidad.

Para leer esta cantidad, basta tomar aisladamente cada grupo ó seccion de seis guarismos, dando á cada una la denominacion que corresponda, y cada una de estas secciones de tres en tres, segun se ha dicho antes, y se dice, 8 trillones, 674.301 billones 987.543 millones, 279.607 unidades, esto es, leyendo cada seis guarismos como si estuviesen aislados y añadiendo la denominacion que corresponde segun el grado de cada seccion.

28 Si se observa con cuidado el precedente cuadro se nota, que los nombres de decenas y centenas se reproducen alternativamente en cada seccion de tres guarismos, y los de los seis guarismos primeros se repiten en el mismo órden en cada seccion de á seis, añadiendo al final de cada nombre el de millon, billon, trillon etc. y esta advertencia basta para conocer el admirable y sencillo meca-

nismo de la numeracion y la manera de continuar hasta el infinito.

29. De las reglas espresadas se deduce, que si se pone á un número un cero á la derecha se hace diez veces mayor, porque si á 5 ponemos por egemplo un cero á su derecha y se pone 50, el 5 espresa decenas en lugar de las unidades que representaba estando aislado. Por la misma razon si á un número se ponen dos, tres ó mas ceros se le hace cien, mil ó mas veces mayor.

30. Si se ponen uno ó mas ceros á la izquierda del número, no altera en nada su valor, pues lo mismo es 4 que 04, que 004 porque ocupando siempre el mismo lugar ó el primero de la derecha no sufre ninguna alteracion.

31. La numeracion que se acaba de esplicar se llama decimal, porque sus grados inmediatos son diez veces mayores ó menores y al 10 *base* del sistema: tomando por base otro número cualquiera, se pudiera formar otro sistema de numeracion.

De las decimales.

32. Las *decimales* son unas fracciones ó partes de la unidad que son diez veces, cien veces, mil veces etc. menores que la unidad.

33. Si se divide la unidad en diez partes, á cada una de estas partes se llaman *décimas* que significan décimas partes, si cada *décima* se divide en otras diez partes ó la unidad en cien, *centésimas*, si en mil *milésimas* y continuando por el mismo órden, haciendo cada parte diez veces menor que el que le antecede, se espresa cualquiera parte de la unidad, por pequeña que sea, poniendo al final del número que espresa las partes en que se supone dividida la unidad, la terminacion *ésimas*.

34. Segun se vé, las decimales siguen el mismo órden ó sistema de los números enteros, aunque en un sentido inverso, pues cuanto mayor es su denominacion, tanto menores son las partes ó fracciones que representan, asi es que la *decena* es diez veces mayor que la unidad y la *décima* diez veces menor, la *centena* cien veces mayor que la unidad y la *centésima* cien veces menor.

35. La formacion de las decimales se comprende facilmente si se considera por egemplo una linea ó vara dividi-

da en diez partes, en cuyo caso cada una de estas se llamará *décima*, si cada décima se divide en otras diez partes, á cada una de estas nuevas se llamará *centésima*, por que efectivamente será la centésima parte de la vara: si cada centésima se divide en otras diez partes se llamará *milésima*, y de este modo la denominacion que se dá á cada nueva subdivision, hace referencia á la unidad principal.

36. Las fracciones decimales se escriben con los mismos caracteres ó guarismos y siguiendo el mismo método que con los números enteros; pero separando de estos por medio de una coma ó un punto para distinguir de ellos y marcar por este medio el órden que corresponde á cada guarismo del número.

En su colocacion se sigue el mismo órden que en la numeracion de números enteros, esto es, se colocan de modo que los guarismos que representan partes diez veces mayores ocupen un lugar mas á la izquierda, ó lo que es lo mismo, las que representan diez veces menores un lugar mas á la derecha principiando desde la coma que separa de los enteros si los hay.

Para espresar por ejemplo cuatro enteros ó unidades, dos décimas y siete centésimas se escribe 4,27 y se lee *cuatro enteros y veinte y siete centésimas*, ya que dos décimas es lo mismo que veinte centésimas, en donde se observa, que *cuatro* que representa unidades, es diez veces mayor que las *décimas* que están espresadas por el dos, y las *décimas* diez veces mayores que las *centésimas* que ocupan el último lugar por ser de órden inferior.

37. Si en las decimales falta algun órden, se pone cero en su lugar como se ha dicho al tratar de los números enteros, así que, cuatro enteros y seis centésimas se escribiria 4,06 poniendo 0 en lugar de las décimas que no tienen la fraccion.

38. Si el número no contiene unidades cabales, se pone 0 en su lugar y poniendo una coma, se pone la fraccion decimal en el lugar que le corresponde segun su grado: *seis centésimos* se escribe 0,06

39. Cuando se ha de espresar ó leer un número compuesto de muchos guarismos que comprende enteros y decimales, se leen ambas clases con separacion por el mismo método esplicado para los primeros, añadiendo al concluir la seccion de los enteros la palabra unidades y dando al con-

cluir las decimales la denominacion del grado correspondiente con la terminacion *ésima*.

Para mejor inteligencia, ponemos á continuacion el cuadro que comprende un número compuesto de unidades ó enteros y partes decimales con los nombres que respectivamente les corresponden por el órden esplicado.

25.438.769.507,8.630.547.279

2	decena de millar de millon.
5	millar de millon.
4	centena de millon.
3	decena de millon.
8	millon.
7	centena de millar.
6	decena de millar.
9	millar.
5	centena.
0	decena.
7	**unidad.**
8	décimas.
6	cent. . . . .
3	mil. . . . .
0	diez mil . . . .
5	cien mil. . . .
4	millon . . . .
7	diez millon. . .
2	cien millon. . .
7	mil millon . .
9	diez mil millon.

(cent. ... diez mil millon: ésimas.)

Cuyo número se lee de este modo 25.438 millones 769.507 unidades y 8.630 millones 547.279 diez mil millonésimas. En el precedente cuadro se nota, que las denominaciones que corresponden á cada guarismo en la seccion de los enteros y de la de las decimales tienen una relacion uniforme, partiendo desde la unidad que es la raiz y el fundamento de la numeracion, y que la denominacion que corresponde á una fraccion decimal es el número representado por la unidad acompañada de tantos ceros cuantos guarismos tenga la fraccion decimal con la terminacion *ésimas*. Asi es que en el egemplo anterior que la fraccion decimal tiene diez guarismos tiene por denominacion diez mil millonésimas, y el uno acompañado de diez ceros representa 10 000 000 000 diez mil millones, y añadiendo la terminacion *ésima* diez millonésimas.

40. Para no equivocarse pues en la denominacion que corresponde á una fraccion decimal, se escribe la unidad con tantos ceros cuantos guarismos tiene la fraccion, y leyendo las decimales como si fuesen números enteros, se añade por conclusion la terminacion *ésimas*.

41. Puede tambien leerse la fraccion decimal dando á cada guarismo la denominacion que respectivamente le conviene, pues que 5,64 es lo mismo que 5 enteros 6 décimas y

4 centésimas ó cinco enteros y sesenta y cuatro centésimas; y si se quiere, se puede tambien espresar leyendo 564 centésimas, una vez que 5 enteros equivalen á 500 centésimas, pues todas estas espresiones son una misma cosa, aunque el mas usado es el esplicado anteriormente.

En efecto, ya que cada unidad tiene diez décimas, cien centésimas etc. lo mismo es decir un entero, que diez décimas, que cien centésimas etc. y por la misma razon lo mismo es una décima que diez centésimas.

42. De esta propiedad se deduce, que si se añade uno ó mas ceros á la derecha de una fraccion decimal, no se altera en nada su valor, por egemplo, lo mismo es 5,4 que 5,40 que 5,400 etc. ó 0,6 es lo mismo que 0,60 que 0,600 etc.

43. Si á una fraccion decimal se añade uno, dos, tres, etc. ceros á la izquierda se hace diez, cien, mil veces menor, por egemplo, si á 0,7 ponemos un cero a la izquierda del 7 y despues de la coma, queda convertido en 0,07 que representa 7 centésimas que son diez veces menores que las décimas, y si ponemos 0,007 se convierte en 7 milésimas que son diez veces menores que las centésimas y cien veces menores que las décimas.

44. Estas propiedades son enteramente opuestas á las de los números enteros donde hemos notado que uno, dos, tres etc. ceros á la derecha del número aumenta su valor diez, cien, mil etc. veces y no sufre ninguna alteracion si se ponen á la izquierda cuantos ceros se quieran.

45 De los principios sentados se deduce tambien, que si en un número compuesto de enteros y decimales se varia la coma á la derecha uno, dos, tres ó mas lugares, se aumenta el número diez, cien, mil veces, y al contrario, se disminuye en otro tanto, si se varia á la izquierda los mismos lugares.

En efecto, si en el número 674,8765 variamos la coma un lugar á la derecha transformando en 6748,765, cada guarismo representa un valor diez veces mayor, pues que el *cuatro* que en el primer número representa unidades, en el segundo representa decenas, habiendo sufrido igual alteracion los demas guarismos, y si por el contrario se atrasa la coma un lugar mas á la izquierda, resulta el número 67,48765 donde cada guarismo representa un valor diez veces menor que en el primer número, pudiendo hacer igual raciocinio si se varia dos, tres ó mas lugares.

OPERACIONES DE LA ARITMÉTICA.

De la Adicion ó Suma.

46. *Sumar ó adicionar*, es agregar unas cantidades á otras de la misma especie, para espresar por medio de un solo número que se llama *suma ó total*.

47. La operacion por la cual se halla el número que espresa el valor de otros como de 4, 6, 3, 2 es lo que se llama adicion y el signo con que se espresa es esta + que se pone entre los números que se tratan de sumar de este modo: $4+6+3+2=15$ que se lee 4 mas 6 mas 3 mas 2 igual á 15.

48. Para sumar las cantidades se ponen unas debajo de otras, teniendo cuidado de poner en la misma columna los numeros de igual órden de la numeracion, esto es, las unidades con unidades, las decenas con decenas etc. como se vé en los ejemplos siguientes.

4783	743,82
7202	654,25
345	22,065
26	322,05

Se principia la operacion por los guarismos que representan en la numeracion el órden mas inferior ó de la derecha; y si de su agregacion resultan algunas unidades del siguiente órden mas superior, se lleva el resultado á la columna inmediata respectiva, dejando debajo de la primera columna las unidades de la clase inferior que sobran y se continúa la operacion por las demas columnas.

Por egemplo, para sumar las tres cantidades $784+675+395$ se hace del modo siguiente.

$$\begin{array}{r} 784 \\ 675 \\ 395 \\ \hline 1854 \end{array}$$

Despues de haber colocado unas debajo de otras en el órden esplicado se dice $4+5$ son 9: $+5$ son 14 ó una decena y 4 unidades, las que dejo debajo de la columna correspondiente y llevo 1 decena á la columna de las decenas que agregadas á 8 decenas de la segunda columna hacen 9 : + 7 son 16 : + 9 hacen 25 ó dos centenas y 5 decenas, que coloco debajo de la columna correspondiente y llevo las 2 centenas á la tercera columna que representan centenas y agregados á 7 son 9 : + 6 son 15 : + 3 suman 18 que componen 1 millar y 8 centenas, que coloco debajo de su columna respectiva; y como no hay mas columnas ó grados que sumar, dejo el 1 que espresa millares en cuarto lugar y tenemos por resultado ó suma total 1854.

Sumar decimales.

49. Las decimales se suman del mismo modo que los enteros, teniendo cuidado de colocar las comas en una misma columna, para que las unidades de la misma especie se correspondan.

678,34
95,365
7,052
25,3
806,057

Se principia la operacion como antes por las especies inferiores que en el caso presente son milésimas y tenemos $5+2=7$ que coloco debajo de las milésimas: se pasa á las centésimas y se dice $4+6$ son 10 : + 5 son 15 centésimas que componen 1 décima y 5 centésimas que se dejan debajo de las centesimas y se lleva la décima á su columna diciendo, 1 que llevo y 3 son 4 : + 3 son 7 : + 3 son 10 décimas ó 1 unidad, que llevo á la columna de las unidades y se continua $1+8$ son 9 : + 5 son 14 : + 7 son 21 : + 5 son 26 y colocando el 6 debajo de las unidades se lleva el 2 á las centenas concluyendo como con los números enteros y colocando la coma debajo de la de las demas cantidades que se han sumado en igual órden.

50. Rara probar si la operacion está bien hecha, se vuelve á sumar en sentido contrario del que se haya hecho la suma anterior, esto es, si esta se ha hecho de arriba abajo, se vuelve á sumar de abajo arriba y si sale igual, es prueba de que la suma está bien hecha.

Sustraccion.

51. La *sustraccion* sirve pera hallar la diferencia que hay entre dos cantidades y al resultado se llama *resta* ó *diferencia.*

52. De los dos números que se comparan, se llama *minuendo* al mayor y *sustraendo* al menor.

53. Para proceder á la sustraccion, se colocan las dos cantidades cuya diferencia se busca una debajo de otra bajo los principios sentados para la suma y se practica la operacion principiando por las especies inferiores.

Esta operacion se indica con este signo — que espresa menos.

Si se quiere restar 426 de 838 se procede del modo siguiente

$$\begin{array}{r} 838 \\ 426 \\ \hline 412 \end{array}$$

Se coloca la cantidad menor debajo de la mayor y principiando por las unidades se dice 8 — 6 son 2, ó lo que es lo mismo, de 6 á 8 van 2 que se pone debajo de las unidades: de 2 à 3 va 1 y de 4 à 8 van 4 que se colocan debajo de sus respectivas clases.

54. Si uno ó varios de los guarismos del número de que se trata de restar es menor que alguno ó algunos del otro ó es cero, se saca una unidad de la especie inmediata superior, teniendo cuidado de contar una unidad menos al llegar á dicha especie superior.

PRIMER EJEMPLO.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\,10} \\ 8762 \\ 4135 \\ \hline 4627 \end{array}$$

SEGUNDO EJEMPLO.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 6\,9\,9\,9\,10} \\ 76002 \\ 8735 \\ \hline 67267 \end{array}$$

Como no se puede rebajar 5 de 2 en el primer egemplo, se saca una unidad del 6 ó decenas que tiene diez unidades y añadiendo al 2 hacen 12 y se dice de 5 á 12 van 7 que se ponen debajo, y como del 6 se ha quitado una decena, quedan en 5 y se dice de 3 à 5 van 2 ó en lugar de quitar al 6 se añade lo mismo 1 al 3 y se dice del 4 al 6 van 2 y se continua el resto de la operacion como antes.

En el segundo egemplo se ha sacado una unidad del 7 ó decenas de millar; y como diez mil es igual á 9990 + 10, se descompone el 70000 en 69990 + 10 que es igual y se hace la resta de los números que han resultado de esta descomposicion diciendo de 5 á 10 + 2 ó 12 van 7; de 3 á 9 van 6; de 7 á 9 van 2; de 8 á 9 + 6 ó 15 van 7, y de nada á 6 van 6, pero no es preciso hacer la descomposicion material del número y basta hacer mentalmente, añadiendo al número que se resta lo que debia quitar al otro de este modo, de 5 á 12 van 7 y como 12 lleva 1 decena se agrega al 3 y se dice de 4 á 10 van 6, de 8 á 10 van 2, de 9 á 16 van 7 y de 1 á 7 van 6, que dá el mismo resultado

Restar decimales.

55. Las decimales se restan del mismo modo que los enteros, teniendo cuidado de colocar las comas unas debajo de otras.

EJEMPLO.

$$\begin{array}{r} 74{,}725 \\ 25{,}032 \\ \hline 49{,}691. \end{array}$$

56. Sino hubiese el mismo número de guarismos decimales en el minuendo y sustraendo, se añaden ceros hasta igualar aunque sea mentalmente, lo que no altera su valor (42) y se hace la resta por el método esplicado.

Si se trata de hallar la diferencia entre 7,8 y 2,575 se añaden á las 8 décimas dos ceros, convirtiendo el número en 7,800 que es igual al anterior, y se hace la resta como sigue.

1.er EJEMPLO.	2.º EJEMPO.	3. EJEMPLO.
$\begin{array}{r} 7{,}800 \\ 2{,}575 \\ \hline 5{,}225 \end{array}$	$\begin{array}{r} 45{,}602 \\ 0{,}0054 \\ \hline 45{,}5966 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0{,}756 \\ 0{,}074238 \\ \hline 0{,}681762 \end{array}$

57. Para hacer la prueba de la sustraccion, basta sumar la resta con el sustraendo, y si resulta el minuendo, la

operacion está bien hecha, porque en efecto si de una cantidad rebajamos otra y volvemos á añadir á la resta la misma cantidad que se ha quitado, quedará la primera, ó lo que es lo mismo, si de un monton de granos quitamos alguna porcion, y la volvemos á colocar en el mismo monton quedará como antes.

EJEMPLO.

Minuendo . . .	84000	0,825
Sustraendo . .	5347	0,006325
Resta.	78653	0,818675
Suma de la resta y del sustraendo ó prueba .	84000	0,825000 = 0,825

Multiplicacion.

58. *Multiplicar* un número por otro es sumar el primero tantas veces como unidades tiene el segundo, ó tomar del uno, la parte de la unidad ó fraccion que espresa el otro.

Puede tambien considerarse como la abreviacion de una suma de varias cantidades iguales.

Si se propone multiplicar 4 por 3 es sumar el 4 tres veces, y si se trata de multiplicar 4 por 0,1 es tomar una décima parte del 4.

59. El número que se trata de multiplicar se llama *multiplicando*, aquel por el que se multiplica *multiplicador*; á ambos juntos *factores* y al resultado de la multiplicacion *producto*. El signo con que se indica la multiplicacion es este $\times$ que significa multiplicado por.

60. Para proceder á esta operacion, basta poner el número que se trata de multiplicar tantas veces como unidades tiene el multiplicador.

Para multiplicar 8 por 4 se coloca 8 cuatro veces ó el 4 ocho veces, y haciendo la suma resulta el producto

	8	4
		4
	8	4
		4
	8	4
		4
	8	4
		4
Suma ó producto . .	32	32

61. Facilmente se concibe, que cuanto mayor sea el multiplicando ó multiplicador, tanto mayor será el producto, y que si se dobla ó triplica uno de los factores, se dobla ó triplica el producto, y al contrario, tanto menor será el producto cuanto menores sean los factores.

En efecto, si tuviesemos que multiplicar 8 por 8 que es el doble de 4, como se tomaria el 8 doble número de veces, resultaria un producto doble mayor que antes, esto es, 32 por las 4 veces y otras 32 por otras 4 veces, ó $32+32=64$. Si por el contrario, se toma 2 veces el 8 resultaria un producto mitad del primero ú $8+8=16$ que es mitad de 32 por haber sumado el 8 mitad de veces que antes.

El mismo raciocinio se aplica si al otro factor se hace mitad ó doble, luego cuanto mayor sea el multiplicando ó multiplicador etc.

62. El medio indicado para la multiplicacion seria sin embargo muy lento cuando se tratasen de multiplicar uno por otro números considerables y se ha discurrido otro que abrevie la operacion. Al efecto se aprende de memoria la multiplicacion de los números digitos entre si, por medio de la siguiente tabla.

2 × 1 = 2	4 . 1 . 4	6 . 1 . 6	8 . 1 . 8
2 . 2 . 4	4 . 2 . 8	6 . 2 . 12	8 . 2 . 16
2 . 3 . 6	4 . 3 . 12	6 . 3 . 18	8 . 3 . 24
2 . 4 . 8	4 . 4 . 16	6 . 4 . 24	8 . 4 . 32
2 . 5 . 10	4 . 5 . 20	6 . 5 . 30	8 . 5 . 40
2 . 6 . 12	4 . 6 . 24	6 . 6 . 36	8 . 6 . 48
2 . 7 . 14	4 . 7 . 28	6 . 7 . 42	8 . 7 . 56
2 . 8 . 16	4 . 8 . 32	6 . 8 . 48	8 . 8 . 64
2 . 9 . 18	4 . 9 . 36	6 . 9 . 54	8 . 9 . 72
2 . 10 . 20	4 . 10 . 40	6 . 10 . 60	8 . 10 . 80
3 . 1 . 3	5 . 1 . 5	7 . 1 . 7	9 . 1 . 9
3 . 2 . 6	5 . 2 . 10	7 . 2 . 14	9 . 2 . 18
3 . 3 . 9	5 . 3 . 15	7 . 3 . 21	9 . 3 . 27
3 . 4 . 12	5 . 4 . 20	7 . 4 . 28	9 . 4 . 36
3 . 5 . 15	5 . 5 . 25	7 . 5 . 35	9 . 5 . 45
3 . 6 . 18	5 . 6 . 30	7 . 6 . 42	9 . 6 . 54
3 . 7 . 21	5 . 7 . 35	7 . 7 . 49	9 . 7 . 63
3 . 8 . 24	5 . 8 . 40	7 . 8 . 56	9 . 8 . 72
3 . 9 . 27	5 . 9 . 45	7 . 9 . 63	9 . 9 . 81
3 . 10 . 30	5 . 10 . 50	7 . 10 . 70	9 . 10 . 90

Sabiendo pues de memoria la precedente tabla, para efectuar la multiplicacion de dos números cuando el multiplicador se compone de un número digito ó de solo un guarismo, se coloca este debajo del multiplicando y se principia á multiplicar por las unidades. Si de su multiplicacion resultan decenas, se llevan á las de su clase como al sumar, agregando á las decenas que resultan de la multiplicacion de estas y dejando las sobrantes en su correspondiente lugar, y se continúa la operacion con los demas grados del número.

Para multiplicar 658 por 3 se procede del modo siguiente.

Por medio de la suma.	Por el medio abreviado de la multiplicacion.
658	658 multiplicando.
658	× 3 multiplicador.
658	
Suma ó producto 1974	1974 producto.

Se principia la multiplicacion por las unidades del multiplicando diciendo 8 veces 3 ú 8 por 3 son 24, que es la suma de las unidades tres veces, y como han resultado dos decenas, llevo á ellas dejando 4 en lugar de las unidades y se continúa con las decenas diciendo, 3 por 5 son 15 que es la suma de las decenas tres veces y 2 que llevo de antes 17 y se deja el 7 en lugar de las decenas: se continúa despues con las centenas 3 por 6 son 18 que es la suma de las centenas tres veces y 1 que llevo de las decenas son 19 que se coloca á continuacion poniendo el 9 en las centenas y 1 en los millares y el número 1974 es el producto.

63. Cuando el multiplicador se compone de decenas ó centenas cabales ó de un guarismo acompañado de ceros se procede á la multiplicacion por el metodo esplicado, con solo el guarismo significativo y se añaden tantos ceros como tengan el multiplicando y multiplicador. La multiplicacion de 746 por 200 se hace del modo siguiente.

74600	746
74600	200
149200	149200

Como el 2 representa centenas, el producto de 2 por 6 será tambien centenas, y de consiguiente en el producto 12 el 2 representa tambien centenas y debe ocupar el lugar de ellas.

En cuanto á la suma, es facil observar que tomar 200 veces es lo mismo que tomar 2 veces 100, y como 74600 es cien veces mayor que 746, con sumar dos veces aquella cantidad dá el mismo resultado.

64. Si el multiplicador tiene varias cifras ó guarismos significativos se procede del mismo modo, haciendo las multiplicaciones parciales por cada guarismo del multiplicador; pero teniendo cuidado de colocar el producto en la correspondiente columna de la clase de unidades que representa cada guarismo.

Para multiplicar 7846 por 234 se procede del siguiente modo.

Por medio dela suma.

```
   7846
   7846
   7846
   7846
  78460
  78460
  78460
 784600
 784600
-------
1835964
```

Por medio de la multiplicacion.

```
   7846
    234
-------
  31384
 23538
15692
-------
1835964
```

$$7846\times200=1569200$$
$$7846\times\ 30=\ 235380$$
$$7846\times\ \ 4=\ \ 31384$$
$$7846\times234=1835964$$

Como el multiplicador se compone de 2 centenas, 3 decenas y 4 unidades ó de $200+30+4$ se ha multiplicado primero por 4 por el método esplicado, y como el 3 representa decenas, se ha colocado la multiplicacion de 3 por 6 ó 18 en la columna de las decenas, continuando el resto de la operacion segun lo esplicado: al multiplicar 2 centenas por 6 unidades en el producto 12 el 2 reprenta centenas y se ha colocado debajo de las centenas, haciendo el resto de la multiplicacion como se deja esplicado y ha dado por resultado 1835964 que es el producto de 7846 por 234 ó la suma de 7846, 234 veces.

En el segundo método de multiplicar que se ha indicado para comprobar la operacion, se ha tomado 7846 primero 200 veces, despues 30 veces y por último por 4, dando por resultado ó suma el producto total de 7846 por 234.

Multiplicar decimales.

65. La multiplicacion de los números decimales se hace del mismo modo que la de los enteros, teniendo cuidado de separar en el producto tantas cifras decimales como haya en ambos factores.

Para multiplicar 745,89 por 43 se procede del modo siguiente.

Por medio de la suma.	Por medio de la multiplicacion·	
745,89	745,89	$745,89\times40=29835,60$
745,89	43	$745,89\times 3= 2237,67$
745,89	———	———
7458,90	2237 67	$745,89\times43=32075,27$
7458,90	29835 6	
7458,90	———	
7458,90	32075,27	
———		
32075,27		

Multiplicar 745,89 por 43 es lo mismo que tomar aquel número 43 veces, ó primero por 40 y despues por 3. Para sumar tres veces, se ha colocado otras tantas el número 745,89 y para tomar 40 veces es lo mismo tomar 4 veces 10 y siendo 7458,9 diez veces mayor que 745,89, con poner aquel número cuatro veces resulta la suma de 745,89 43 veces.

OTRO EJEMPLO.

3,2436	324,36	$324,36\times3 \quad = 973,08$
3,2436	3,24	$324,36\times0,2 = 64,872$
3,2436	———	$324,36\times0,04= 12,9744$
3,2436	129744	———
32,436	64872	$324,36\times3,24 = 050,9264$
32,436	97308	
324,36	———	
324,36	1050,9264	
324,36		
———		
1050,9264		

Para comprender la razon de esta regla, basta considerar, que si en lugar de multiplicar 324,36 por 3,24 se hiciese la multiplicacion de 32436 por 324, esto es, por números cien veces mayores, resultaría un producto que sería por una parte cien veces mayor, porque lo es el multiplicando y otras cien veces mayor, porque se ha aumentado en tanto el multiplicador (64), de consiguiente habremos de hacer al producto 100 veces menor por las cien veces que se ha aumentado el multiplicando y otras 100 veces por otros tantos que hemos hecho mayor el multiplicador ó el producto se habrá de hacer $100\times100=10000$ veces menor, lo que se consigue separando del producto cuatro guarismos, esto es, dos por los que tiene el multiplicando y otros dos por los que tiene el multiplicador.

66. Si despues de hacer la multiplicacion de las decimales no resultasen en el producto tantas cifras como decimales tengan los dos factores, se añaden á la izquierda tantos ceros cuantos sean necesarios hasta completar dicho número.

EJEMPLOS.

```
     7,00536             0,07053
     0,00054             0,00407
    ---------           ---------
    2802144               49371
   3502680               28212
    ---------           ---------
0,0037828944       0,0002870571
```

67. La multiplicacion sirve en general para averiguar el valor de muchas unidades ó cosas sabiendo el precio de cada una.

Si se quiere saber cuantos reales valen cuatro libros á razon de 8 reales cada uno, tendremos

Valor de un libro	8 reales.
Id. de otro id.	8
Id. de otro id.	8
Id. de otro id.	8
Id. de cuatro	32 reales.

Esto es tomar 8 reales cuatro veces ó multiplicar por 4 y resulta $4\times8=32$.

Division de los números enteros.

68. La division de un número por otro es una operacion por medio de la cual se averigua otro tercer número que multiplicado por el segundo produzca el primero.

Dividir por ejemplo 8 por 4 es hallar un número, que multiplicado por 4, produzca el mismo 8.

69. De modo que la division viene á ser tambien una operacion, por la que conociendo el producto de dos factores y uno de ellos se averigua el otro, y de consiguiente la division es una operacion inversa de la multiplicacion.

70. El número que se trata de dividir se llama *dividendo,* aquel por que se divide *divisor* y el resultado *cociente,* y por lo que se lleva manifestado se puede considerar el dividendo como el producto de una multiplicacion, y el divisor como uno de sus factores.

71. El signo que sirve para indicar la division es dos puntos entre los números que se tratan de dividir, ó poniendo el dividendo sobre el divisor separados con una raya de este modo 8 : 4 ó $\frac{8}{4}$ que significa 8 dividido por 4.

72. Ya que la multiplicacion es tomar uno de los factores tantas veces como unidades ó partes de la unidad hay en el otro, si conociendo el producto y uno de los factores se quiere averiguar el otro, bastará buscar las veces que el factor conocido cabe en el producto, lo que se consigue restando cuantas veces se pueda.

Si queremos dividir 32 por 8 restaremos el 8 las veces que cabe en 32 y se sabrá el número que se busca.

	32
	8
1.ª resta. . .	24
	8
2.ª resta. . .	16
	8
3.ª resta. . .	8
	8
4.ª resta. . .	0

Se vé pues, que el 8 cabe 4 veces en 32, y se dirá que el 4 es el cociente, porque multiplicado por el divisor 8 dá por producto el dividendo 32, como en efecto debe suceder, pues si volvemos á sumar 8 las 4 veces que hemos restado de 32 dará por resultado el mismo 32, asi como si de un monton de 32 granos sacamos 4 veces 8 y volvemos á colocar los mismos 8 cuatro veces, quedará el mismo monton de antes, viniendo á ser de este modo la multiplicacion una prueba de la division y reciprocamente.

73. De todo lo dicho se infiere, 1.° que cuanto mayor sea el dividendo siendo uno mismo el divisor, tanto mayor será el cociente, y al contrario, cuanto mayor sea el divisor siendo uno mismo el dividendo tanto menor será el cociente. En la division indicada, si doblamos el dividendo 32 nos dará 64 y se necesitará un cociente doble de 4 ó $4\times2=8$ para que multiplicando por el divisor 8 produzca 64 y si reducimos el divisor 8 á la mitad ó á 4 resultará doble el cociente ó 16 para que multiplicando por 4 produzca 32.

2.° que si se aumenta ó disminuye en igual número de veces el dividendo ó divisor no se altera el cociente. En efecto, si se doblan por ejemplo el dividendo y divisor 32 y 8 se doblará por una parte el cociente por haber doblado el dividendo, y como doblando el divisor disminuye en otro tanto el cociente queda el mismo.

74. Para abreviar la division se usa de la misma tabla de la multiplicacion buscando de memoria con su auxilio, el número que multiplicado por el divisor dé el cociente, y á este metodo es á lo que se llama propiamente la division.

En el anterior ejemplo sabemos que 32 dividido por 8 es 4, porque la tabla nos dice que $4\times8=32$.

75. Para dividir un número de muchos guarismos por otro de uno solo, se coloca el divisor al lado del dividendo tirando por debajo de aquel una raya y se principia la division por la especie ó grado mayor, y poniendo los cocientes parciales debajo del divisor, se resta el producto del cociente por el divisor del dividendo y con la resta se sigue la misma operacion hasta concluir con todos los guarismos.

Para comprender mejor esta operacion examinemos la multiplicacion de un número por otro una vez que tiene tan intimo enlace con la division.

Al efecto pondremos un ejemplo de la multiplicacion colocando los productos parciales con separacion.

$$\begin{array}{r} 324 \\ \times\ 4 \\ \hline 16 \\ 80 \\ 1200 \\ \hline 1296 \end{array}$$

En este ejemplo se vé que el producto del factor 4 por las 4 unidades ocupa el último lugar de la derecha, el del mismo por 2 decenas ocupa el siguiente y por las 3 centenas ó 12 ocupa el último lugar de la izquierda.

Si se quiere pues buscar el cociente del producto 1296 dividido por el factor 4 para hallar el otro 324, es preciso buscar las centenas en los últimos números de la izquierda, las decenas en el siguiente lugar y por fin las unidades en los de la derecha. Se procede pues del modo siguiente.

Por medio de la resta.

$$\begin{array}{lr} & 1296 \\ & 400 \\ \hline 1.^a \text{ resta} & 896 \\ & 400 \\ \hline 2.^a \ldots & 496 \\ & 400 \\ \hline 3.^a \ldots & 96 \\ & 40 \\ \hline 1.^a \ldots & 56 \\ & 40 \\ \hline 2.^a \ldots & 16 \\ & 4 \\ \hline 1.^a \ldots & 12 \\ & 4 \\ \hline 2.^a \ldots & 8 \\ & 4 \\ \hline 3.^a \ldots & 4 \\ & 4 \\ \hline 4.^a \ldots & 0 \end{array}$$

Por medio de la tabla.

$$\begin{array}{lr|r} & 1296 & 4 \\ \cline{3-3} & 1200 & \\ \cline{1-2} & & 300 \\ \text{resta} & 96 & 20 \\ & 80 & 4 \\ \cline{1-2}\cline{3-3} \text{resta} & 16 & 324 \\ & 16 & \\ \cline{1-2} & 0 & \end{array}$$

Por el método abreviado.

$$\begin{array}{r|l} 1296 & 4 \\ \cline{2-2} 0016 & 324 \\ 00 & \end{array}$$

En lugar de restar 4 unidades solamente de 1296 para saber cuantas cabe, cuya operacion seria demasiado larga y penosa, se vé cuantas veces cabe 400, y por medio de restas sucesivas, se encuentra que cabe 3 veces y como 400 es cien veces mayor que 4, es facil deducir que el resultado debe ser cien veces mayor ó 300, pues claro es que una cantidad cien veces menor cabrá en otra cantidad cien veces mas. Hechas todas las restas posibles con 400 han quedado por residuo 96 y rebajando cuantas veces se puede el 40 se halla que se ha restado 2 veces dejando por resta 16, y de consiguiente el 4 que es 10 veces menor que el 40 cabria diez veces mas que el 2, ó el cociente es 20, y últimamente se vé que el 16 contiene 4 veces el 4, de consiguiente cabe el 4 en 1296, 300+20+4=324 veces que es el cociente.

En el segundo método por medio de la multiplicacion, se ha buscado primero cuantas veces cabe 4 en 1296, pero como sabemos que el cociente ha de ser centenas, para que multiplicado por el divisor produzca las centenas que tiene el dividendo, basta averiguar cuantas veces caben las 12 centenas entre 4 y sabemos por la tabla de multiplicar que es 3 centenas ó 300 que multiplicado por 3 produce los mismos 1200, y poniendo este producto debajo del dividendo se resta de él, quedando por residuo 96. Siguiendo las mismas consideraciones se busca cuantas veces cabe 9 decenas entre 4 y sale á 2 ó 2 decenas, que multiplicado por 4 produce 8 que rebajados de 96 quedan 16, y dividiendo el 16 por 4 dá por cociente 4: reuniendo ahora los tres resultados 300 + 20 + 4 dá por cociente 324.

El otro método abreviado es el mismo que el anterior con la única diferencia de hacer de memoria las restas sin anotar los productos parciales, diciendo 12 entre 4 cabe á 3 y 3×4 son 12 que rebajados de 12 no queda ninguna resta; 9 entre 4 cabe á 2 que se coloca al lado del 4, y 2×4 son 8 que rebajados de 9 queda 1 y poniendo al lado el 6 hacen 16 que entre 4 caben á 4, lo que se pone al lado del 32 y 4×4 son 16 que rebajados de 16 no queda ninguna resta.

Si se comparan ahora las operaciones de la multiplicacion con la de la division, se notará, que han jugado los mismos números haciendo una operacion inversa de aquella, pues asi como se han sumado los productos parciales de 324 por 4 dando por resultado 1296, en la segunda se han restado los mismos productos parciales del total 1296 que hacia de dividendo sin quedar resta alguna.

76. De modo que para saber si una multiplicacion está bien hecha, no hay mas que dividir el producto por uno de los factores y debe producir por cociente el otro factor sin quedar resta alguna.

77. La division de un número de muchos guarismos por otro de muchos guarismos no ofrece mayor dificultad que por uno solo, pues se reduce á tantear el cociente de las unidades superiores del dividendo por las del divisor y hacer la multiplicacion del cociente por el divisor restando al mismo tiempo el producto del dividendo como en el caso esplicado, del modo siguiente.

Propongámonos dividir 4950 por 825.

```
             4950
              825
          -------
1.ª resta    4125
              825
          -------
2.ª . . .    3300
              825
          -------
3.ª . . .    2475
              825
          -------
4.ª . . .    1650
              825
          -------
5.ª . . .     825
              825
          -------
6.ª . . .       0
```

```
4950 | 825
4950 |-----
---- |  6
0000
```

```
4950 | 825
0000 |-----
     |  6
```

Los tres métodos son idénticos á los esplicados, por lo que nada nos ocurre que decir de nuevo.

OTRO EJEMPLO.

```
800226 | 219
1432   |------
01182  | 3674
 00876
   000
```

78. Es preciso tener presente al hacer la division, que debiendo ser el dividendo igual al producto del divisor por el cociente, si este producto resulta mayor que el dividendo es señal de que el cociente debe ser menor, y al reves, si despues de hecha la resta, queda un residuo mayor que el divisor, es preciso aumentar el cociente hasta que el producto de este por dicho divisor resulte ser una cantidad igual ó menor que el dividendo y en este caso el residuo sea menor que el divisor.

Para comprender mejor lo dicho, se pone á continuacion el mismo ejemplo anterior tanteando los cocientes mayores y menores que el verdadero.

```
800226 | 219       800226 | 219       800226 | 219
657    |-----      657    |-----      657    |-----
------   3654      ------   366       ------   364
 1432               1432               1432
 1314               1314               1314
 ----               ----               ----
  1182              1182               1182
  1095              1314                876
  ----                                 ----
   876                                  306
   876
   ---
   000
```

Segun se vé en los 1182 de la segunda resta no cabe 219 seis veces pues $6\times219=1314$ es superior á los 1182. Por otra parte debe ser superior á 4, pues que en el tanteo que figura en la tercera division despues de restar $4\times219=876$ queda un residuo de 306 que es superior al divisor, lo que indica que cabe cuando menos una vez mas y ya que el 6 es demasiado grande y 4 no alcanza, debe ser el 5 como efectivamente sucede, segun se palpa en la primera division.

79 Sucede á veces que una ó mas restas de la division es menor que el divisor, en cuyo caso se pone 0 por cociente y se continúa la operacion como en los demas casos.

EJEMPLO.

```
159856950 | 3475
020856    |------
 00006950   46002
     0000
```

Despues de rebajar del dividendo el producto de 3475 por 46 ha quedado por resta 6 y bajando á su lado el 9 resulta el 69 que es mucho menor que el divisor, de consiguiente este no cabe en aquel y se ha puesto cero en el cociente; en seguida se ha bajado al lado del 69 el 5 componiendo el número 695 que tambien es menor que el divisor; y como tampoco cabe en dicha resta, se ha puesto otro cero en el cociente y bajando al lado de 695 el cero del dividendo ha resultado 6950 en el que cabe el divisor 2 veces, y hecha la multiplicacion y resta correspondientes, no ha sobrado nada en el dividendo, siendo por consiguiente 46002 el cociente.

80. No siempre resulta la division cabal, esto es, sin resta ninguna, en cuyo caso se puede continuar la division añadiendo ceros en el dividendo ó haciendo á este diez, cien, mil etc. veces mayor y teniendo cuidado de hacer el cociente que resulta 10, 100, 1000 etc. ó el mismo número de veces menor que se haya hecho mayor el dividendo, ó separando del cociente tantas cifras decimales cuantos ceros se hayan aumentado al dividendo.

Ejemplo.

1170986 1	33868
0154946	345,75
0194741	
0254010	
0169340	
000000	

Despues de rebajar de la resta el producto del 5 por el divisor, ha quedado en la division una resta de 25401, y añadiendo un cero á su derecha ha resultado 254010 que dividido por el divisor cabe á 7; y resultando aun un residuo de 16934 despues de restar el producto del 7 por el divisor, se ha vuelto á añadir otro cero mas resultando el número 169340 en que ha cabido el divisor 5 veces y hecha la última resta no ha sobrado nada.

Con añadir los dos ceros en el dividendo se ha reducido la division á dividir 1170986100 que es cien veces mayor que el dividendo propuesto, luego el cociente que ha resultado debe ser tambien cien veces mayor, y haciendo ahora las mismas cien veces menor el cociente 34575 se convierte en 345,75, esto es, se han separado del cociente dos decimales por los dos ceros que se han añadido al dividendo. Sabemos por otra parte que la division no dá mas que 345 enteros, y de consiguiente, concluida la division del dividendo propuesto por el divisor, se puede desde luego poner una coma al lado del cociente hallado que son los enteros y continuar la division por los medios esplicados con lo que quedan separadas naturalmente las decimales correspondientes ó una cifra por cada cero que se pone en el dividendo.

81. Sucede tambien que á pesar de añadir un indefinido número de ceros en el dividendo no se consigue hallar una division cabal, en cuyo caso se continúa la division hasta conseguir el número de decimales que se quieran, aproximando el resultado ó cociente á su verdadero valor con diferencia de una décima, centésima, milésima etc., hasta el grado que se quiera.

Ejemplo.

```
2684039 | 59269
0313279   45,28571
  0169340
    0508020
      0338680
        0423350
          0084670
            25401
```

Esta division se puede continuar hasta donde se quiera aproximando cada vez mas al verdadero cociente. En el estado que se ha dejado la division se acerca el cociente hallado al verdadero, con diferencia de menos de una cien milésima parte, pues la misma division nos dice que no cabe á un cien milésima mas ó que no puede llegar á ser el cociente 45,28572. Si hubieramos querido aproximar el cociente con diferencia de una millonésima, bastaba sacar una cifra decimal mas, y otra mas, para aproximar á una diez millonésima etc.

82. Puede tambien ocurrir en la division el caso de tener que dividir un número menor por otro mayor, y este caso es idéntico al que ocurre con la resta de la division que no sale cabal, y de consiguiente basta seguir el mismo método esplicado. Para dividir 456 por 3652 procederémos del modo siguiente.

4560	3652
09080	0,124
17760	
03152	

Despues de colocar el dividendo y el divisor del modo esplicado, se vé que el divisor no cabe en el dividendo y se pone un cero en el cociente; se agrega un cero al dividendo y se hace la division por el medio esplicado, dando por cociente la fraccion decimal 0,124 con diferencia de menos de una milésima, y es claro que no llegando á una unidad el cociente, debe corresponder á una fraccion ó parte de la unidad.

83. Cuando el divisor se compone de decenas, centenas ó millares cabales ó está acompañado de muchos ceros, se separan del dividendo tantos guarismos como ceros tenga el divisor, y se procede á la division con el guarismo significativo del divisor.

EJEMPLO.

Método abreviado.

378,974	32,000
058	11,842
269	
0137	
0094	
30	

Por el método comun.

378974	32000
058974	11,842
269740	
0137400	
0094000	
30000	

Como el cociente tiene tres ceros se han separado tres guarismos del dividendo, y hecha la division de 378 por 32 han resultado 11 enteros, y continuando la operacion bajando las demas cifras del dividendo resulta por cociente 11,842 lo mismo que por el método comun y con menos trabajo, no habiendo tenido que escribir tantos guarismos, porque siendo el producto de un número por cero ó nada el mismo cero ó nada, no se hace mas que reproducir en la resta los mismos números del dividendo, lo que se ahorra por el método esplicado.

Division de las decimales.

84. La division de las decimales se hace del mismo mo-

do que la de los enteros, teniendo cuidado de igualar antes el numero de cifras decimales del dividendo y divisor.

Para dividir 874,57 por 23,254 añadiremos un cero á la derecha de las cifras decimales del dividendo convirtiéndole en 874,570 que es igual al dividendo propuesto (42); multiplicando ahora ambos números por mil se convierten en 874570 y 23254 y se procede á la division por el método esplicado.

```
874570    | 23254
-176950   |--------
0141720     37,609
  00219600
    010344
```

Multiplicando por mil el dividendo, debe resultar el cociente mil veces mayor, y multiplicando por el mismo mil el divisor se hace otras mil veces menor el mismo cociente (73). de consiguiente, se compensan las dos alteraciones, quedando el cociente verdadero que en el caso presente es 37,609 con diferencia de menos de una milésima.

85. Cuando el divisor no contiene cifras decimales, puede procederse á la division sin necesidad de igualar las cifras decimales, por el método que se ha esplicado al tratar de la division de números enteros cuando el divisor este acompañado de ceros.

Para dividir 664,75 por 34 es escusado poner por divisor 3400 pues teniendo que suprimir los mismos dos ceros al hacer la division, puede omitirse esta preparacion procediendo del modo siguiente.

```
664,75 | 34
324    |------
0187     19,55
 0175
  005
```

Despues de hacer la division de 664 enteros por 34 ha resultado por cociente 19 unidades y continuando la operacion con 7 décimas y 5 centésimas ha dado por cociente 19,55.

86. Si el divisor contiene un número de cifras decimales inferior al que tiene el dividendo, se puede proceder á la division adelantando en el dividendo la coma tantas cifras

decimales como tenga el divisor, con cuya operacion queda reducido el caso al anterior.

La division de 53,4789 por 6,23 se puede convertir en 5347,89 por 623 multiplicando por 100 ambos números y proceder a la operacion por el método esplicado.

```
5347,89  | 623
03638    |------
 05239     8,58
  0255
```

87. Esta regla se puede tambien espresar diciendo, que cuando en una division tiene el dividendo mas cifras decimales que en el divisor se hace la operacion como si fueran números enteros, separando en el cociente tantas cifras decimales como tenga el dividendo menos los que tenga el divisor. En el anterior caso el dividendo tiene 4 cifras decimales y el divisor 2 y se han separado en el cociente 4—2 ó dos cifras.

88. Una vez concluida la division de los guarismos decimales, se puede continuar la operacion añadiendo ceros á la resta como se ha esplicado en la division de números enteros.

Ejemplo. Dividir 235,675 por 3,24.

```
23567,5  | 324
00887    |-------
  2395     72,7391
  01270
   02980
    00640
      316
```

Despues de concluida la division de 23567,5 por 324 ha dado por cociente 72,7 quedando 127 de resta y añadiendo un cero á su derecha se ha continuado la division haciendo lo mismo con las demas restas sucesivas, y ha dado por cociente 72,7391 con diferencia de menos de una diez milésima, pudiendo continuar del mismo modo hasta aproximar cuanto se quiera.

89. La division de las fracciones decimales se hace del mismo modo, aun cuando no haya enteros en el dividendo

ó divisor ó en ambos del modo que se puede ver en los ejemplos siguientes.

```
        16,457 : 0,23                 0,6872 : 6,24

     1645,7  | 23                  68,72    | 624
     0035     --------             0632     ----------
       127     71,552               00800    0,110128
      0120                            1760
       0050                           05120
         04                            0128

        0,785 : 0,56                0,008945 : 0,63

     785     | 56                  0,8945  | 63
     225      --------               264    ---------
     00100     14,017                0125    0,01419
      0440                            0600
       048                             033
```

En el primer ejemplo, hemos multiplicado el dividendo y divisor por 100 para hacer desaparecer las decimales del divisor, reduciendo la division á 1645,7 por 23 y haciendo la operacion por el método ya esplicado. En el segundo hemos procedido del mismo modo; y como 68 unidades no contienen al divisor 624, hemos colocado 0 en lugar de los enteros, continuando, como en los demas casos esplicados, la division. En el tercer caso hemos multiplicado el dividendo y divisor por 1000 para hacer desaparecer las decimales del divisor, dando por cociente 14,017, esto es, catorce enteros, a pesar de no contenerlos ni el dividendo ni el divisor. Para comprender esto, es preciso tener presente que las décimas, centésimas etc. y cualquiera decimal se puede considerar tambien como unidad aunque de una especie inferior. Teniendo presente esto, es facil concebir que teniendo el dividendo 785 milésimas, cabrán en ellas un cierto número de veces las 56 milésimas que tiene el divisor como efectivamente sucede, pues resultan 14 enteros y ademas 17 milésimas.

En el cuarto caso despues de multiplicar por cien el dividendo y divisor, ha quedado aquel reducido á 0,8945 y como no resultan unidades despues de esta transformacion, tampoco aparecen en el cociente: como el siguiente número

8 tampoco contiene al divisor 63, se ha colocado otro cero despues de la coma ó en las décimas y se ha hecho la division con los demas guarismos. En este caso es facil tambien observar examinando el verdadero dividendo y el divisor la esactitud del resultado, pues es claro, que teniendo el dividendo 8 milésimas solamente, no pueden caber con mucho las 63 centésimas ó 630 milésimas que tiene el divisor, debiendo por consiguiente resultar en el cociente una fraccion como sucede efectivamente.

90. En la division de las decimales se debe tener especial cuidado en la colocacion de la coma, pues en esto estriba toda la dificultad de la operacion; pero hay un medio eficaz para cerciorarse de si la operacion está bien hecha y es el de multiplicar el cociente por el divisor, pues debe dar por producto el dividendo segun lo dicho, y sirve al mismo tiempo de prueba á la division, sea de enteros ó decimales.

PRUEBA DE LA DIVISION.

```
   14,017                                   0,01419
    0,056                                      0,63
 --------                                ----------
    84102                                      4257
   70085                                      8514
 --------                                ----------
 0,784952                                 0,0089397
       48  Resta de la division . . . . . . .    33
 --------                                ----------
 0,785000=0,785   suprimiendo los ceros  0,0089430=0,008943
```

Las precedentes multiplicaciones sirven de prueba á las divisiones que hemos practicado de 0,785 por 0,056 y de 0,008943 por 0,63 habiendo añadido al producto las restas que han quedado en aquellas dos divisiones, y como han dado por resultado total los mismos dividendos, es prueba de estar la operacion bien hecha.

91. La division sirve en general para calcular el valor de una cosa ó unidad sabiendo el valor de muchas.

Si se quiere saber á como sale cada libro, sabiendo que 4 han costado 32 reales la cuestion se reduce á hallar el precio de cada libro que multiplicado por los 4 libros han de producir los mismos 32, lo que se consigue dividiendo estos números y en efecto 32 : 4 = 8 reales precio de cada libro.

pues que $4\times8=32$ reales, es decir, que costando cada libro 8 reales los 4 valdrán 32.

De la divisibilidad de los números.

92. Para ciertas operaciones es conveniente saber por qué número es divisible otro y al efecto ponemos á continuacion las siguientes propiedades del número.

Un número es divisible

1.° Por 2 cuando su última cifra es par.

2.° Por 3 cuando la suma de los guarismos considerados como simples unidades dá por resultado 3 ó un múltiplo de 3.

Por 4 cuando el número formado por las dos últimas cifras es divisible por 4

Por 5 cuando termina en 0 ó 5.

Por 6 cuando su última cifra es par y al mismo tiempo es divisible por 3.

Por 8 cuando el número que forman las tres últimas cifras es divisible por 8.

Por 9 cuando sumadas sus cifras como si fuesen unidades producen 9 ó un múltiplo de 9.

Por 10 cuando la última cifra es 0.

Por 11 si sumando las cifras de las filas pares igualan á las de los impares ó pasa en 11 ó un múltiplo de 11.

Con la combinacion de estas propiedades se puede tambien saber cuando un número es divisible por 12, 15, 24 y de cualquiera número ó producto de los divisores que hemos indicado, esto es, de 3×4 de 3×5 de 2×10 etc. pues teniendo el número las propiedades que se han indicado para ser divisible por cada uno de dichos factores lo será por el producto de ambos.

De los quebrados comunes.

93. *Fraccion* ó *quebrado* se llama á una ó varias partes iguales en que se supone dividida la unidad.

Por ejemplo, si se divide una manzana en 4 partes iguales cada una de ellas será la cuarta parte de la manzana, y si se toman tres de estas partes se tomarán tres de las cuartas partes ó tres cuartas partes y será una fraccion ó quebrado de la manzana.

94. Estas fracciones se representan por medio de dos números que se ponen uno encima de otro separados con una raya.

Para espresar la fraccion de la manzana que hemos puesto por ejemplo se representa de este modo $\frac{3}{4}$ de manzana, esto es, el 4 que representa las partes en que se supone dividida la unidad debajo de la raya y el 3 que determina el número de aquellas partes que se han tomado encima.

95. El número que se pone encima se llama *numerador* y el que se pone debajo *denominador*, de modo que el denominador esprese las partes en que se supone dividida la unidad y el numerador cuantas de dichas partes se toman.

96. Para leer las fracciones se espresa primero el numerador y despues el denominador poniendo á este la terminacion avos.

Para leer el quebrado $\frac{23}{67}$ se dice veinte y tres, sesenta y siete avos.

De esta regla se esceptuan los quebrados cuyos denominados no pasan de 10 pues $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ . . . $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{10}$ se leen mitad ú un medio, tercio ó un tercio, un cuarto, un quinto etc. un décimo.

97. La única diferencia que hay entre estas fracciones llamad s comunes y las decimales consiste en que en estas la unidad se considera constantemente dividida en 10, 100, 1000 etc. partes ó tienen por denominador 10, 100, 1000 etc. en lugar de que las comunes tienen por denominador cualquiera otro número y que el modo de espresar es distinto en ambas clases de fracciones. Se pueden sin embargo espresar las fracciones decimales en la forma comun ó general, pues puede escribirse lo mismo $\frac{5}{10}$ en lugar de 0,5 ó $\frac{67}{100}$ en lugar de 0,67 que significan una misma cosa, y leer sesenta y siete cien avos en vez de sesenta y siete centésimas.

98. De la definicion del quebrado se infiere, que cuanto mayor sea el denominador siendo uno mismo el numerador tanto menor será la fraccion, ya que en cuantas mas partes se divide una unidad tanto menores serán dichas partes.

$\frac{4}{9}$ será menor que $\frac{4}{7}$, pues es claro, que la novena parte de una unidad será menor que la sétima parte, y tomando cuatro de las primeras ó novenas partes, serán menores que las cuatro sétimas partes.

99. Por el contrario, de dos quebrados cuyos denominadores sean iguales, será mayor aquel que tenga mayor numerador.

$\frac{6}{7}$ es mayor que $\frac{4}{7}$ pues que el primer quebrado que representa 6 partes iguales á las 4 del segundo será necesariamente mayor.

100. Cuando un quebrado tiene por numerador un número menor que el denominador, el quebrado representa una cantidad inferior á la unidad, como en los casos indicados y entonces se llama *propio*.

101. Si el numerador es igual al denominador, el quebrado es igual á la unidad.

Si se divide una manzana en 7 partes y se toman las 7 partes, se tomará toda la manzana ó toda la unidad y de consiguiente $\frac{7}{7}$ es igual á la unidad.

102. Si el numerador es mayor que el denominador, la fraccion es mayor que la unidad y se llama *quebrado impropio*.

El quebrado $\frac{9}{4}$ es mayor que la unidad, porque siendo $\frac{4}{4}$ igual á la unidad y $\frac{9}{4}$ mayor que $\frac{4}{4}$ (99), es claro que $\frac{9}{4}$ será mayor que la unidad.

103. Las fracciones pueden considerarse como unas divisiones indicadas.

104. La fraccion $\frac{9}{4}$ puede considerarse como una division indicada de 9 dividido por 4, cuyo cociente es $2\frac{1}{4}$, en cuya forma se llama *número misto*.

En efecto, si descomponemos la fraccion en $\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{1}{4}$, que es igual á $\frac{9}{4}$, se vé claramente, que siendo $\frac{4}{4}$ igual á la unidad, $\frac{4}{4}+\frac{4}{4}+\frac{1}{4}$ será igual á $1+1+\frac{1}{4}$, ó igual á $2\frac{1}{4}$.

En este resultado el 2 es el cociente; el numerador 1 del quebrado es la resta que queda despues de rebajar el producto del cociente 2 por el divisor 4 que es 8, del dividendo 9, y el denominador 4 es el mismo divisor.

105. En toda division se puede pues considerar la resta como el numerador de un quebrado, cuyo denominador es el divisor.

En la division de $\frac{784}{23}$ nos dá el resultado siguiente.

$$\begin{array}{r|l} 784 & 23 \\ \cline{2-2} 094 & \\ 02 & 34\frac{2}{23} \end{array}$$

Esto es, 34 enteros y 2 dividido por 23 que por no poder efectuar, queda indicado $\frac{2}{23}$ y el cociente es $34\frac{2}{23}$.

106. Para saber pues los enteros que contiene un quebrado impropio, no hay mas que dividir el numerador por el denominador.

107. Si se multiplica el numerador de un quebrado por 2, 3, 4 etc. se hace al quebrado 2, 3, 4 etc. veces mayor.

Si en el quebrado $\frac{2}{12}$ se multiplica el numerador por 2, resulta $\frac{4}{12}$ que es doble del primero, porque tomando en lugar de 2 partes de las 12, doble número de las mismas partes ó 4, tomaremos doble porcion.

Igual raciocinio se puede aplicar multiplicando el numerador por 3, 4 etc., luego queda probado, que si multiplicamos el numerador de un quebrado por 2, 3, 4 etc.

108. Si se multiplica el denominador de un quebrado por 2, 3, 4 etc. se hace al quebrado 2, 3, 4 etc. veces menor.

Si multiplicamos el denominador del quebrado $\frac{2}{3}$ por 2 resulta $\frac{2}{6}$ que es mitad del anterior, porque si cada tercera parte dividimos en otras 2, resultarán sestas partes, que serán doble mas pequeñas que las anteriores, y tomando de estas partes que son mitad de las anteriores el mismo número que antes ó 2. tomarémos la mitad.

El mismo raciocinio se puede hacer multiplicando por 3, 4 etc. el denominador, luego queda tambien probado, que si se multiplica el denominador de un quebrado por 2, 3, 4 etc.

109. Si se divide el numerador de un quebrado por 2, 3, 4 etc. se hace al quebrado 2, 3, 4 etc. veces menor.

Si dividimos el numerador del quebrado $\frac{12}{24}$ por 2 resulta el quebrado $\frac{6}{24}$ que es la mitad del anterior, porque tomando en lugar de 12 partes 6 que es su mitad, hemos tomado la mitad de la fraccion, y lo mismo se probaria dividiendo por 3, 4 etc. luego si se divide el numerador de un quebrado por 2, 3, 4 etc.

110. Si se divide el denominador de un quebrado por 2, 3, 4 etc. se hace al quebrado 2, 3, 4 etc. veces mayor.

Si dividimos el denominador del quebrado $\frac{4}{12}$ por 2, resulta $\frac{4}{6}$ que es doble que el anterior; y en efecto, si se divide una manzana en 6 partes, cada una de estas partes será doble de las que resultarian dividiendo en 12 partes, y tomando de aquellas que son doble mayores el mismo número de partes, se tomaria doble porcion, luego etc.

111. Si se multiplican ó parten el numerador y denominador de un quebrado por un mismo número, no se altera su valor.

Si multiplicamos los dos términos del quebrado $\frac{2}{4}$ por 2 se convierte en $\frac{4}{8}$ que es igual al anterior, porque al multiplicar por 2 el numerador 2 se ha duplicado su valor (107), y multiplicando por el mismo 2 el denominador se ha hecho 2 veces menor, luego el quebrado queda el mismo.

Y en efecto, si dividimos una manzana en cuatro partes y tomamos de ellas 2 habremos tomado la mitad por ser 2 mitad de 4, y si dividimos en 8 partes y tomamos de ellas 4, tomaremos tambien la mitad por ser 4 mitad de 8.

Dividiendo los dos términos del quebrado $\frac{4}{8}$ por 2 resulta $\frac{2}{4}$ que es igual á aquel, segun se acaba de probar, luego etc.

112. Este principio es aplicable á toda clase de quebrados, y como el quebrado impropio se puede considerar como una division indicada, se puede tambien decir, que no se altera el resultado de una division, aunque se multipliquen ó partan el dividendo y divisor por un mismo número.

Los quebrados impropios $\frac{32}{8}$, $\frac{16}{4}$, $\frac{8}{2}$ son iguales entre sí, y en efecto, verificando la division que indican dán por resultado 4.

113. Por la analogía que existe entre una division y una fraccion, puede tambien considerarse la fraccion $\frac{3}{5}$ como si 3 estubiese dividido en 5 partes, ó si 3 unidades se repartiesen entre 5 compañeros, lo que equivale á una misma cosa porque cada parte seria de todos modos $\frac{3}{5}$.

En efecto, si se quisiesen repartir por ejemplo 3 manzanas entre 5 compañeros á iguales partes, pudieramos dividir cada manzana en 5 partes, y dando á cada uno una quinta parte de cada manzana se reunirian 3 quintas partes á cada compañero.

Reduccion de las fracciones.

114. La reduccion de las fracciones tiene por objeto espresarlas con distintos números, sin alterar en nada su valor.

115. Para reducir un quebrado impropio á enteros, se divide el numerador por el denominador.

Si queremos reducir á enteros la fraccion $\frac{72}{6}$, dividiremos 72 por 6 y nos dará 12 unidades, que es igual $\frac{72}{6}$.

116. Para reducir un número entero á la forma fraccionaria, se multiplica el entero por el denominador que se quiera dar á la fraccion, poniendo por denominador el mismo número porque se ha multiplicado el número entero.

Si se tratase de reducir el número entero 12 á la forma fraccionaria dando por denominador 6, multiplicarémos por el mismo 6 el número propuesto, poniéndole al mismo tiempo por denominador y resultaria $\frac{12\times6}{6}=\frac{72}{6}$.

117. Para reducir un número misto ó compuesto de enteros y quebrado á la forma fraccionaria, se multiplica el entero por el denominador del quebrado, y añadiendo al producto que resulta el numerador del mismo quebrado, se pone por denominador el mismo que tenia el quebrado.

Si se quiere dar la forma de quebrado al número misto $64\frac{2}{7}$, se multiplica 64 por 7 y resulta 448 y añadiendo el numerador 2 asciende á 450, que es el numerador del nuevo quebrado, cuyo denominador será el del quebrado propuesto ó 7, y quedará convertido en $\frac{450}{7}$, que es igual á $64\frac{2}{7}$; y si se verifica la division de 450 por 7 dá efectivamente por cociente $64\frac{2}{7}$.

118. Para reducir un quebrado á otro igual que tenga mayores ó menores términos, se multiplican ó parten sus dos términos por un mismo número.

Si se quiere reducir el quebrado $\frac{2}{3}$ á mayores términos, multiplicaremos por 2, 3, 4 etc. sus dos términos y resultarán los quebrados $\frac{4}{6}$, $\frac{6}{9}$, $\frac{8}{12}$ que son iguales á $\frac{2}{3}$ (111).

Si el quebrado $\frac{12}{18}$ se quiere reducir á menores términos, se dividen sus dos términos sucesivamente por 2, 3 etc. hasta donde se pueda y queda convertido en $\frac{6}{9}$, $\frac{2}{3}$ que son iguales al primero (111).

Para reducir el quebrado $\frac{108}{144}$ á los menores términos posibles se vé en primer lugar que sus dos términos son divisibles por 2 por ser par la última cifra (92); tambien lo son por 4 pues que sus dos últimas cifras son divisibles por 4: lo son igualmente por 3 y aun por 9, pues que la suma de las cifras del numerador $1+8=9$ es múltiplo de 3 y las del denominador $1+4+4=9$ se hallan en igual caso, y siendo divisible por 4 y por 9 lo será por $4\times9=36$.

Siendo mas sencillo hacer dos divisiones de números dígitos, procederémos á la division primero por el menor divisor 4 y despues por el mayor ó 9 del modo siguiente.

$$\frac{108}{144}=\frac{27}{36}=\frac{3}{4} \text{ que es igual con } \frac{108}{144} \text{ (111).}$$

119. Para hallar directamente el mayor divisor comun de ambos términos del quebrado ó de dos números cualquiera, se divide el mayor por el menor, y si la division es ca-

bal, el menor de ellos es el divisor que se busca: si queda alguna resta, se divide por ella el divisor que ha servido en la anterior division, continuando lo mismo con cada resta que resulte, y el último divisor que produzca la division cabal, será el mayor divisor comun que se llama *máximo comun divisor.*

Para hallar el máximo comun divisor de los términos del quebrado $\frac{117}{1365}$ se hace la operacion del modo siguiente.

1365	117	78	39
0195			
078	11	39 1	00 2

Ha dado por resultado 39, que divide efectivamente á 117 y 1365, y reduciendo el quebrado $\frac{117}{1365}$ á su menor espresion se convierte en $\frac{3}{35}$.

Si se observan los resultados de las divisiones verificadas se nota en efecto, que pues 39 divide á 78, debe dividir igualmente á 78 mas la resta 39 de la segunda division $=117$ en que cabrá una vez mas, y por igual razon, si cabe en 117 un número cabal de veces, cabrá igualmente en $11\times117+78$ que es la resta de la primera division, en que ha cabido dos veces ó en 1365.

120. Para reducir dos ó mas quebrados á otros iguales que tengan un comun denominador, se multiplican los numeradores de cada quebrado por el producto de los denominadores de los otros, y se pone por denominador comun, el producto de todos los denominadores entre sí.

Para reducir $\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}$ á otros dos quebrados que tengan igual denominador se procede del modo siguiente.

$\frac{4}{5}$ y $\frac{6}{7}=\frac{4\times7}{5\times7}$ y $\frac{6\times5}{7\times5}=\frac{28}{35}$ y $\frac{30}{35}$ que son iguales á los anteriores, por haber multiplicado por un mismo número el numerador y denominador de cada quebrado (111).

Otro ejemplo de varios quebrados $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{7}$ y $\frac{2}{5}=$ $\frac{3\times3\times7\times5}{4\times3\times7\times5}$, $\frac{2\times4\times7\times5}{3\times4\times7\times5}$ y $\frac{2\times4\times3\times7}{5\times4\times3\times7}=\frac{315}{420}$, $\frac{280}{420}$ y $\frac{168}{420}$ que son iguales á los anteriores, por la razon que se acaba de manifestar.

121. Se puede abreviar esta operacion en ciertos casos en que los denominadores son múltiplos ó submúltiplos de un número.

Por ejemplo, para reducir $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{6}$ y $\frac{5}{8}$, se puede poner por denominador comun 24 que es múltiplo de todos los denominadores y multiplicando los dos términos del primer quebrado por 8; por 6 los del segundo; por 4 los del tercero y por 3 los del cuarto nos dará $\frac{16}{24}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{8}{24}$ y $\frac{15}{24}$, con cuya operacion resultan quebrados de menores términos que los que resultarian por el método comun, pues haciendo la multiplicacion de los denominadores entre si daria $3\times4\times6\times8=576$.

122. Por este medio se puede conocer entre varios quebrados cual es mayor, porque despues de reducir á un comun denominador el que tenga mayor numerador será el mayor quebrado.

Para saber cual de los quebrados $\frac{4}{7}$ y $\frac{5}{8}$ es mayor, se reduce á un comun denominador convirtiendo en $\frac{32}{56}$ y $\frac{35}{56}$ y de consiguiente el $\frac{5}{8}=\frac{35}{56}$ es mayor que el $\frac{4}{7}=\frac{32}{56}$ por ser menor el numerador de este que el del otro.

123. Para reducir un quebrado á otro que siendo igual, tenga un denominador dado, se multiplica el numerador de dicho quebrado por el denominador propuesto y se divide por el del mismo quebrado, poniendo por denominador del nuevo quebrado el propuesto.

Para reducir $\frac{3}{8}$ á otro igual cuyo denominador sea 24, se procede del modo siguiente.

$$\begin{array}{r|l} 24 & \\ 3 & \\ \hline 72 & 8 \\ \cline{2-2} 00 & 9 \end{array}$$

De consiguiente el quebrado $\frac{3}{8}$ se convierte en $\frac{9}{24}$ que es igual.

Al hacer la multiplicacion de 24 por 3 y dividir por 8, hemos hecho al quebrado $\frac{3}{8}$, 24 veces mayor y ha resultado 9 y poniendo por denominador 24 hemos hecho otras 24 veces menor, quedando por consiguiente un quebrado igual al anterior, ó lo que es lo mismo, en esta operacion no se ha hecho mas que multiplicar por 24 los dos términos del quebrado $\frac{3}{8}$ y despues simplificar, y en efecto, $\frac{3}{8}=\frac{3\times24}{8\times24}=\frac{72}{192}$ y dividiendo por 8 queda convertido en $\frac{9}{24}$.

124. No siempre sucede que la division sea cabal, en

cuyo caso queda por numerador un número misto ó fraccionario.

Si queremos reducir el mismo quebrado $\frac{3}{8}$ á 17 avos ó á otro quebrado cuyo denominador sea 17 nos dará

$$\begin{array}{r|l} 17 & \\ 3 & \\ \hline 51 & 8 \\ \cline{2-2} 03 & 6\frac{3}{8} \end{array}$$

$$\text{Esto es . . } \frac{6\frac{3}{8}}{17}$$

Esto sucede toda vez que el nuevo denominador propuesto no sea múltiplo del primer denominador del quebrado, porque siempre que lo sea, resultará la division cabal, porque es claro, que si un número es múltiplo de otro, será divisible por este, aunque se le multiplique por otro número, esto es, si 84 es múltiplo de 12 este número cabrá en aquel un número cabal de veces, aun cuando se multiplique por otro número entero cualquiera, porque no se hace mas que aumentar el cociente otras tantas veces.

Si tenemos que reducir por ejemplo $\frac{7}{12}$ á 84 avos, una vez que este numero es múltiplo de 12 lo será tambien $84\times7=588$, y en efecto dividiendo por 12 nos dá 28.

125. La reduccion de los quebrados á decimales, ó lo que viene á ser lo mismo, á otras fracciones cuyo denominador sea 10, 100, 1000, esta comprendido en el caso general que acabamos de esplicar, pues la operacion es la misma.

Para reducir á centésimas el quebrado $\frac{3}{4}$ procederemos del modo siguiente.

$$\begin{array}{r|l} 100 & \\ \times\ 3 & \\ \hline 300 & 4 \\ \cline{2-2} 020 & 75 \\ 0 & \end{array}$$

Resulta pues $\frac{75}{100}$ ó 0,75 por la nueva fraccion, y como para multiplicar por 10, 100, 1000 etc. no hay mas que añadir uno, dos, tres etc. ceros á la derecha del número, resulta la siguiente regla general.

126. Para reducir los quebrados comunes á decimales, basta hacer la division del numerador por el denominador y poniendo cero en el cociente, por no caber el denominador de un quebrador propio en el numerador del mismo, se continúa la division poniendo ceros á la derecha del numerador y de las restas sucesivas que resulten.

Para reducir $\frac{1}{8}$ á decimales se puede proceder del modo siguiente.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 8 \\ \cline{2-2} 020 & \\ 040 & 0{,}125 \\ 00 & \end{array}$$

127. Cuando el denominador del quebrado propuesto no es submúltiplo de 10, 100, 1000 etc. la reduccion á decimales no será esacta por las razones manifestadas (124); y como 10 es divisible solamente por 2 y 5, solo serán reducibles á decimales cabales, aquellos quebrados cuyos denominadores esten compuestos del 2 ó 5 ó por ambos multiplicados entre sí, pero no lo serán los que se compongan de 3, 7, 11, 13 etc. y demas números primos por no ser submúltiplos de 10, 100, 1000 etc.

128. Con arreglo pues á este principio, solo serán reducibles á decimales cabales $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2\times2}=\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2\times2\times2}=\frac{1}{8}$ etc. y todos los quebrados cuyos denominadores sean 2 ó 2 multiplicado por si mismo cuantas veces se quiera: $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{5\times5}=\frac{1}{25}$, $\frac{1}{5=5\times5}=\frac{1}{125}$ etc. y todos los quebrados que tengan por denominador 5 ó 5 multiplicado por si mismo cuantas veces se quiera, y últimamente $\frac{1}{2\times5}=\frac{1}{10}$, $\frac{1}{2=2\times5}=\frac{1}{20}$ ó $\frac{1}{2\times5\times5}=\frac{1}{50}$ ó $\frac{1}{2\times2\times5\times5}=\frac{1}{100}$ etc. y cualquiera quebrado que tenga por denominador un producto de 2 y 5 entrando como factores cuantas veces se quiera.

Y no lo serán $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{11}$ etc. ni $\frac{1}{3\times3}$, $\frac{1}{7\times3}$, $\frac{1}{11\times11}$ ni

$\frac{1}{3\times7}$, $\frac{1}{3\times11}$, $\frac{1}{3\times7\times11}$ etc. ni niguna fraccion cuyo denominador sea el producto de los números primos 3, 7, 11, 13 etc. distintos del 2 y el 5, cuyo producto 10 es la base del actual sistema de numeracion.

129. Por esto se ha creido por algunos sabios mas ventajosa la base 12, pues siendo el producto de $2\times2\times3=12$ serian reducibles bajo esta base, mayor número de fracciones comunes á la forma decimal.

130. Todo lo dicho se refiere á quebrados reducidos á su menor espresion, porque $\frac{3}{12}$ por ejemplo se puede reducir á decimales aunque su denominador sea múltiplo de $3\times2\times2$, porque si dividimos por 3 sus dos términos se convierte en $\frac{1}{4}=\frac{1}{2\times2}$ reducible á decimales.

131. En prueba de lo que llevamos sentado si se quiere reducir $\frac{2}{7}$ á decimales nos dará

```
20       | 7
060      0,285714
 040
  050
   010
    030
     02
```

Como en la resta se ha reproducido el mismo 2 que teniamos en el dividendo, es claro que aunque continuemos al infinito esta division, se reproducirian en el cociente las mismas cifras decimales sin hallar jamas la division cabal, por no ser 100 divisible por 7, ó no ser submúltiplo cabal.

132. En semejantes casos se deja la division, aproximando la fraccion hasta el grado que se quiera, segun la importancia de la cuestion.

Si en el anterior caso, se quieren sacar milésimas solamente, se sacan las tres primeras cifras esto es, 0,285; pero como la siguiente es 7 ó pasa de 5, será mas aproximada la fraccion tomando 0,286 pues que no se añade mas que 3 diez milésimas, y si se desprecian las 7 diez milésimas, será mayor la diferencia con el verdadero valor.

133. Se puede pues aumentar por regla general una unidad á la fraccion decimal, cuando la siguiente que se

desprecia llega ó pasa de 5, ó despreciar enteramente cuando no llega á 5.

Adicion de los quebrados.

134. Para efectuar la adicion de los quebrados que tengan igual denominador, basta sumar todos los numeradores y poner por denominador el que tienen los mismos quebrados que se tratan de sumar.

Si los denominadores no fuesen iguales, se reducen á un comun denominador por el método esplicado. Para sumar $\frac{3}{7}+\frac{2}{7}+\frac{5}{7}+\frac{6}{7}$ se suman los numeradores $3+2+5+6=16$ y dá $\frac{16}{7}$ por la suma de los cuatro quebrados propuestos, y reduciendo á enteros si se quiere, se convierte en $2\frac{2}{7}$.

Para sumar $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{3}{7}+\frac{8}{9}$ se reducen primero á un comun denominador por el método esplicado, y resulta:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{3}{7}+\frac{8}{9}=\frac{2\times4\times7\times9}{3\times4\times7\times9}+\frac{3\times3\times7\times9}{4\times3\times7\times9}+\frac{3\times3\times4\times9}{7\times3\times4\times9}+$$

$$\frac{8\times3\times4\times7}{9\times3\times4\times7}=\frac{504}{756}+\frac{567}{756}+\frac{324}{756}+\frac{672}{756}=\frac{504+567+324+672}{756}=$$

$$\frac{2067}{756}=2\,\frac{555}{756}=2\,\frac{185}{252}$$

$$\begin{array}{r}
504\\
567\\
324\\
672\\
\hline
2067\\
0555
\end{array}
\quad
\begin{array}{|l}
756\\
\hline
2
\end{array}$$

Para sumar $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{6}+\frac{1}{2}$ reduciriamos á 12 avos por ser todos los denominadores submúltiplos de 12, y convertiriamos en otros iguales que tengan por denominador comun 12 por la regla esplicada (121), y tendriamos $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{6}+\frac{1}{2}=\frac{8}{12}+\frac{9}{12}+\frac{8}{12}+\frac{6}{12}=\frac{31}{12}=2\,\frac{7}{12}$.

135. Para la adicion de los números mistos entre sí, y con otros quebrados, se suman primero estos, y las unidades que resultan se agregan á los enteros.

Si queremos sumar $45\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}+845\frac{3}{7}+\frac{5}{6}$ se colocan los números unos debajo de otros como para la suma de los números enteros y se hace la operacion por los métodos esplicados, del modo siguiente :

$$\begin{array}{rl|l}
45 & \frac{2}{3} & — 420 \\
2 & \frac{3}{5} & — 378 \\
845 & \frac{3}{7} & — 270 \\
 & \frac{5}{6} & — 525 \\
\hline
\text{Suma } 894 & \frac{333}{630} & 1593 \mid \underline{630} \\
 & & 033 \quad 2
\end{array}
\qquad \frac{2}{3}+\frac{3}{5}+\frac{3}{7}+\frac{5}{6}=\frac{420+378+270+525}{630}$$

Sustraccion de los quebrados.

136. Para efectuar la sustraccion de los quebrados que tengan igual denominador, se resta el numerador del sustraendo del del minuendo, y se dá á la resta el denominador comun.

Si los quebrados tienen distinto denominador, se reducen á uno solo y se procede despues á la resta por el método esplicado.

Para restar $\frac{3}{8}$ de $\frac{7}{8}$ se resta 3 de 7 y queda 4, y poniendo por denominador 8 resulta por resta $\frac{4}{8}$, esto es, $\frac{7}{8}-\frac{3}{8}=\frac{4}{8}$.

Para restar $\frac{1}{3}$ de $\frac{3}{5}$ se reducen ambos quebrados á un comun denominador convirtiendolos en $\frac{5}{15}$ y $\frac{9}{15}$ y tenemos $\frac{9}{15}-\frac{5}{15}=\frac{4}{15}$.

137. Para restar los números mistos entre sí, ó un quebrado de un número misto, se principia la operacion por los quebrados, reduciendo á un comun denominador si no le tienen y despues por los enteros.

Para restar $7\frac{2}{5}$ de $9\frac{4}{7}$ se restan primero los quebrados reduciendo á un comun denominador y tenemos $9\frac{4}{7}-7\frac{2}{5}=9\frac{20}{35}-7\frac{14}{35}=2\frac{6}{35}$.

138. Si el quebrado del sustraendo es mayor que el del minuendo, se saca una unidad de los enteros para convertir en quebrado de igual denominador y se hace la resta por el método esplicado.

Para restar $8\frac{3}{4}$ de $25\frac{2}{7}$ que reducidos á un comun denominador se convierten en $8\frac{21}{28}$ y $25\frac{8}{28}$ tenemos que $\frac{21}{28}$ no se puede rebajar de $\frac{8}{28}$.

Se saca pues una unidad de 25 y convirtiendo en 28 avos tenemos $25\frac{8}{28}=24\frac{28}{28}+\frac{8}{28}=24\frac{36}{28}$ y haciendo ahora la resta nos dá $24\frac{36}{28}-8\frac{21}{28}=16\frac{15}{28}$ ó de este otro modo:

$$
\begin{array}{rcr}
25\frac{2}{7} & = & 25\frac{8}{28} \\
8\frac{3}{4} & = & 8\frac{21}{28} \\
\hline
 & & 16\frac{15}{28} \\
 & & 8\frac{21}{28} \\
\hline
\text{Prueba .} & & 25\frac{8}{28}
\end{array}
$$

Se disponen los números como para restar: se halla la diferencia entre el numerador y denominador del sustraendo que es 7, y se agrega á esta diferencia el numerador del minuendo que es 8 y resulta $7+8=15$ que se pone por numerador de la resta, poniendo por denominador 28. Se añade ahora 1 á los 8 enteros del sustraendo, y se dice, de 9 á 15 van 6 y de 1 que llevo á 2 vá 1, resultando por resta $16\frac{15}{28}$.

Multiplicar quebrados.

139. Para multiplicar un quebrado por otro, se multiplican los numeradores y denominadores de ambos quebrados entre si.

Para multiplicar $\frac{3}{4}$ por $\frac{5}{7}$ se multiplican los numeradores 3 y 5 y los denominadores 4 y 7 entre si y resulta $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{3\times5}{4\times7}=\frac{15}{28}$.

Para comprender la razon de esta regla, es preciso recordar, que multiplicar un número por otro, es tomar el primero tantas veces como unidades ó partes de la unidad espresa el otro.

Si descomponemos aquella operacion en dos partes, y queremos multiplicar primero $\frac{3}{4}$ por 5 que es siete veces mayor que $\frac{5}{7}$ sumariamos $\frac{3}{4}$ cinco veces ó multiplicariamos por 5 el numerador 3 de este modo:

$$\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{4}=\frac{3\times5}{4}=\frac{15}{4}$$

Mas como el multiplicador $\frac{5}{7}$ es 7 veces menor que el 5, es preciso que el resultado anterior de $\frac{45}{4}$ se haga las mismas 7 veces menor, lo que se consigue multiplicando el denominador por 7 y queda $\frac{45}{28}$ como antes, en cuya operacion no se ha hecho mas que multiplicar los numeradores y denominadores entre si.

140. Para multiplicar un entero por un quebrado, no hay mas que multiplicar el entero por el numerador de dicho quebrado y poner su mismo denominador.

Si se quiere hacer la multiplicacion de $\frac{5}{6}$ por 4 se multiplica 4 por 5 y dá $\frac{20}{6}=3\frac{2}{6}$.

141. Si hubiese que multiplicar un número misto por otro misto ó por un entero ó quebrado se reduce el número misto á la forma de quebrado y se procede á la multiplicacion por el método esplicado.

De modo que para multiplicar $6\frac{3}{4}$ por $7\frac{2}{5}$, se reducen ambos números á la forma de quebrados, multiplicando el entero 6 por el denominador 4 que hace $\frac{24}{4}$ y $\frac{3}{4}$ del quebrado hacen $\frac{27}{4}$ y el $7\frac{2}{5}$ se convierte en $\frac{35}{5}+\frac{2}{5}=\frac{37}{5}$ con cuya transformacion se reduce la operacion á multiplicar $\frac{27}{4}$ por $\frac{37}{5}$, que dá por la regla esplicada $\frac{27}{4}\times\frac{37}{5}=\frac{27\times37}{4\times5}$ y practicando la operacion, tenemos $\frac{999}{20}=49\frac{19}{20}$.

Para mejor comprender, se pone á continuacion toda la operacion segun se practica materialmente.

$$\begin{array}{c} 6\frac{3}{4} \\ 4 \\ \hline \dfrac{27}{4} \end{array} \times \begin{array}{c} 7\frac{2}{5} \\ 5 \\ \hline \dfrac{37}{5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 27 \\ 37 \\ \hline 189 \\ 81 \\ \hline 999 \\ 11 \\ 0 \end{array} \begin{array}{|l} 20 \\ \hline 49 \end{array}$$

Cuando los quebrados tienen pequeño denominador, se puede abreviar la operacion multiplicando primero los enteros, despues los enteros por los quebrados y por último los quebrados entre sí, sumando en seguida los productos parciales segun se vé en el ejemplo siguiente.

Ejemplos.

Método abreviado.

$$\begin{array}{r} 45\frac{1}{2} \\ 23\frac{2}{3} \\ \hline 135 \\ 90 \\ \frac{1}{3} \text{ de } 45 = \dots\ 15 \\ \frac{1}{3} \text{ de } 45 = \dots\ 15 \\ \frac{1}{2} \text{ de } 23 = \dots\ 11\frac{1}{2} \\ \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{2} = \dots\ \frac{2}{6} \\ \hline 1076\frac{5}{6} \end{array}$$

Método comun.

$$\begin{array}{r} 45\frac{1}{2} \\ 2 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 23\frac{2}{3} \\ 3 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{91}{2} \times \frac{71}{3}$$

$$\begin{array}{r} 91 \\ 71 \\ \hline 91 \\ 637 \\ \hline 6461 \\ 0045 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 6 \\ \hline 1076\frac{5}{6} \end{array} \right.$$

2.° ejemplo.

Método abreviado.

$$\begin{array}{r} 45\ \frac{5}{6} \\ 24\ \frac{3}{4} \\ \hline 180 \\ 90 \\ \frac{1}{2} \text{ de } 45 \dots\dots\ 22\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} \text{ del anterior } 11\ \frac{1}{4} \\ \frac{5}{6} = \frac{1}{2} \text{ de } 24\ .\ 12 \\ = \frac{1}{3} \text{ de } 24\ .\ \ 8 \\ \frac{5}{6} \text{ de } \frac{3}{4}\ .\ \ \frac{15}{24} \\ \hline 1134\frac{9}{24} \end{array}$$

Método comun.

$$\begin{array}{r} 45\frac{5}{6} \\ 6 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 24\frac{3}{4} \\ 4 \\ \hline \end{array} \qquad \frac{275}{6} \times \frac{99}{4}$$

$$\begin{array}{r} 275 \\ 99 \\ \hline 2475 \\ 2475 \\ \hline 27225 \\ 03809 \\ 010 \\ 0 \end{array} \left| \begin{array}{l} 24 \\ \hline 1134\frac{9}{24} \end{array} \right.$$

Dividir quebrados.

142. Para dividir un quebrado por otro, no hay mas que multiplicar el quebrado dividendo por el divisor invertido.

Si se trata de dividir $\frac{2}{3}$ por $\frac{4}{5}$ se invierte el divisor $\frac{4}{5}$ en $\frac{5}{4}$ y se multiplica $\frac{2}{3}$ por $\frac{5}{4}$ que dá $\frac{2\times5}{3\times4}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$. Para esplicar la esactitud de esta regla, se puede descomponer esta operacion en otras dos, y considerando que se trata de dividir $\frac{2}{3}$ por 4 que es cinco veces mayor que el divisor $\frac{4}{5}$ tendriamos por resultado $\frac{2}{12}$, pues que dividir $\frac{2}{3}$ por 4 es lo mismo que hacer á $\frac{2}{3}$ 4 veces menor, y esto se consigue multiplicando el denominador 3 por 4. Ahora bien, una vez que el divisor $\frac{4}{5}$ es cinco veces menor que 4, cabrá en el dividendo $\frac{2}{3}$ cinco veces mas que el 4, luego es preciso multiplicar el resultado anterior $\frac{2}{12}$ por 5 y nos dá $\frac{10}{12}$ como antes, por no haber hecho otra cosa que multiplicar como entonces $\frac{2}{3}$ por $\frac{5}{4}$. Para mayor comprobacion, si hacemos la prueba de esta division, multiplicando el cociente $\frac{5}{6}$ por el divisor $\frac{4}{5}$ dará el dividendo $\frac{2}{3}$, y en efecto, $\frac{5}{6}\times\frac{4}{5}=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$ y por consiguiente la operacion está bien hecha.

Se puede tambien probar la exactitud de esta regla reduciendo los dos quebrados $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{5}$ á un comun denominador pues quedarian convertidos en $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}=\frac{10}{15}:\frac{12}{15}$ y como la division no se altera aunque se multipliquen ó partan por un mismo número el dividendo y divisor, la division indicada será igual á $10:12$ pues no se ha hecho mas que multiplicar por 15 el dividendo y divisor y $10:12=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ como antes.

142. Para dividir un quebrado por un entero, ó un entero por un quebrado, se dá al entero la forma de quebrado poniendo la unidad por denominador.

Para dividir $\frac{6}{7}$ por 8 se pone á este la unidad por denominador y se procede á la operacion como antes, esto es, $\frac{6}{7}:8=\frac{6}{7}:\frac{8}{1}=\frac{6}{7}\times\frac{1}{8}=\frac{6}{56}$, ó lo que es lo mismo, se multiplica el denominador del quebrado, por el entero que se trata de dividir.

Si se quiere dividir 9 por $\frac{2}{3}$ se pone al 9 la unidad por denominador, convirtiendo la division en $\frac{9}{1}:\frac{2}{3}=\frac{9}{1}\times\frac{3}{2}=\frac{27}{2}=13\frac{1}{2}$.

143. Si se trata de dividir un número misto por otro, se dá á ambos la forma de quebrado, y se procede por la regla esplicada.

Para dividir $6\frac{2}{3}$ por $7\frac{4}{5}$ se procede del modo siguiente.

$$\begin{array}{c} 6\frac{2}{3} \\ 3 \\ \hline \frac{20}{3} \end{array} : \begin{array}{c} 7\frac{4}{5} \\ 5 \\ \hline \frac{39}{5} \end{array} = \frac{20}{3}\times\frac{5}{39}=\frac{100}{117}$$

De las operaciones de los quebrados por medio de decimales.

144. Las operaciones de los quebrados se pueden hacer por medio de las decimales convirtiendo aquellos en estas. Por ejemplo, si se trata de sumar $6\frac{1}{2}+7\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+45\frac{3}{4}$, se reducen los quebrados $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$ y $\frac{3}{4}$ á decimales por el método esplicado (123), convirtiendo en 0,5, 0,666, 0,8 y 0,75 y se procede á la suma del modo siguiente.

Método comun.	Por medio de decimales.
$6\frac{1}{2}=6\frac{60}{120}$	$6\frac{1}{2}=6{,}5$
$7\frac{2}{3}=7\frac{80}{120}$	$7\frac{2}{3}=7{,}666$
$\frac{4}{5}=\frac{96}{120}$	$\frac{4}{5}=0{,}8$
$45\frac{3}{4}=45\frac{90}{120}$	$45\frac{3}{4}=45{,}75$
$\frac{326}{120}$	$60{,}716$

$$60\frac{86}{120}=60\frac{43}{60}=60{,}716$$

```
43  | 60
010 |------
 040  0,716
  04
```

145. Del mismo modo se puede proceder á las demas operaciones de los quebrados, haciendo primero su reduccion á decimales.

Fracciones de fracciones.

146. Se llaman fracciones de fracciones á una continuacion de quebrados dependientes unos de otros, tal por ejemplo $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ ó $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{7}{8}$......

En el primer caso se trata de saber cuanto es $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ de la unidad.

147. Para determinar el valor de estas fracciones, no hay mas que multiplicar unas por otras.

Asi es que si se quiere saber cuanto es $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ se multiplican los dos quebrados y nos dá $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=\frac{8}{15}$, y si se quiere saber cuanto es $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{7}$ de $\frac{7}{8}$, se multiplican entre si estos quebrados y tenemos $\frac{1}{2}\times\frac{3}{7}\times\frac{7}{8}=\frac{21}{112}$. En efecto, tomar $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$ es lo mismo que multiplicar uno por otro, ó si prescindimos de esta analogía y queremos averiguar cuanto es $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$, tenemos que dividir $\frac{4}{5}$ por 3 y tomar dos veces lo que resulte; pero para dividir por 3 el quebrado $\frac{4}{5}$, hay que multiplicar su denominador por 3 y resulta $\frac{4}{15}$ y si tomamos 2 veces esta fraccion será $\frac{8}{15}$ como antes, por haber practicado la misma operacion. Este raciocinio es aplicable á dos, tres, cuatro y mas quebrados, pues si tomamos dos á dos, tenemos en el segundo caso que $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{7}$ es $\frac{5}{14}$ y tomando ahora $\frac{5}{14}$ de $\frac{7}{8}$ resulta $\frac{35}{112}$ como queda esplicado.

De los números denominados ó del antiguo sistema de pesas y medidas.

148. Los números denominados no son otra cosa que cierta clase de fracciones en que se ha dividido la unidad que se toma por término de comparacion para los distintos usos, siguiendo cierto órden arbitrario en la division y subdivision, y dando distintas denominaciones á estas fracciones para apreciar mas facilmente su valor.

Asi es que la vara que sirve de unidad para determinar las longitudes se divide en 3 pies, siendo por consiguiente el pie $\frac{1}{3}$ de vara: el pie se ha dividido en 12 pulgadas viniendo á ser la pulgada $\frac{1}{12}$ de pie, y siendo el mismo pie $\frac{1}{3}$ de vara, la pulgada viene á ser $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{3}$ de vara ó $\frac{1}{36}$ de vara, ó de otro modo, teniendo la vara 3 pies y cada pie 12 pulgadas, la vara tendrá $3\times12=36$ pulgadas ó la pulgada $\frac{1}{36}$ de vara.

149. Antes de pasar á esplicar el método de hacer las operaciones aritméticas con los números denominados, conviene saber de ante mano su nomenclatura, y las divisiones y subdivisiones que se han hecho de la unidad principal.

150. La mucha variedad de las unidades principales, y el distinto órden que se observa en su division y subdivision en las distintas Provincias y Naciones, han hecho muy complicado y penoso su conocimiento, y la imposibilidad de dar á conocer en una aritmética general tan diversos sistemas, nos obliga á poner aqui los mas principales.

Medidas longitudinales ó de estension.

1 vara = 3 pies = 36 pulgadas = 432 lineas = 5184 puntos.
1 pie = 12 id. = 144 id. = 1728 id.
1 id. = 12 id. = 144 id.
1 id. = 12 id.

Medidas ponderales ó peso.

1 quintal = 4 arrobas = 100 libras = 1600 onzas
1 arroba = 25 id. = 400 id.
1 id. = 16 id.

Medidas de capacidad para áridos.

1 fanega = 16 celemines = 64 cuartillos.
1 celemin = 4 id.
1 fanega = 12 celemines = 48 cuartillos.
1 celemin = 4 id.

Medidas de capacidad para líquidos.

1 azumbre = 4 cuartillos = 16 copas.
1 cuartillo = 4 id.

Monedas.

Una onza = 4 doblones de á 80 = 16 duros = 80 pesetas.
1 doblon de á 80 = 4 id. = 20 id.
1 id. = 5 id.
1 duro = 5 pesetas = 20 reales = 680 mrs.
1 peseta = 4 id. = 136 id.
1 id. = 34 id.

Tiempo.

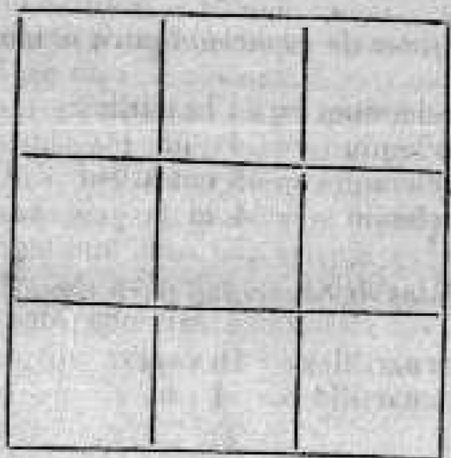
Un dia = 24 horas = 1440 minutos = 86400 segundos.
1 hora = 60 id. = 3600 id.
1 id. = 60 id.

Medidas superficiales.

151. Para comprender la relacion que existe entre las distintas especies inferiores de la unidad que sirve para apreciar las superficies, es preciso esplicar antes, qué se considera por unidad para este objeto.

152. Para apreciar las superficies se toma por unidad un cuadrado ó un cuadro, cuyos lados son iguales, por ejemplo, un cuadro que tenga de lado una vara, y se llama á esto una *vara cuadrada.*

153. La vara cuadrada contiene 9 *pies cuadrados*, y para penetrarse bien de esto, basta fijar la vista en el siguiente cuadro.



Si se considera que cada lado del cuadro precedente tiene una vara ó 3 pies, y tiramos lineas por cada pie de distancia formando nuevos cuadros, resultarán 9, que tendrán un pie de lado ó 9 pies cuadrados; y teniendo la vara lineal 3 pies solamente, resulta, que tiene $3 \times 3 = 9$ pies cuadrados.

154. Del mismo modo se probaria que el pie cuadrado tiene $12 \times 12 = 144$ pulgadas cuadradas, y la pulgada cuadrada $12 \times 12 = 144$ lineas cuadradas.

155. De este mode la relacion que existe entre las medidas superficiales, es segun se manifiesta á continuacion.

1 vara cuadrada	=9 pies c.	=1296	pul. c.	=186624	lineas c.
	1 pie id.	= 144	id.	= 20736	id.
		1	id.	= 144	id.

156. Para las grandes superficies se usan otras medidas de fanegada, aranzada, peonada, jugada ó yugada, postura etc., pero su grande variedad nos obliga á omitir su esplicacion por ser suficiente lo manifestado, para la inteligencia y comprension de las medidas superficiales.

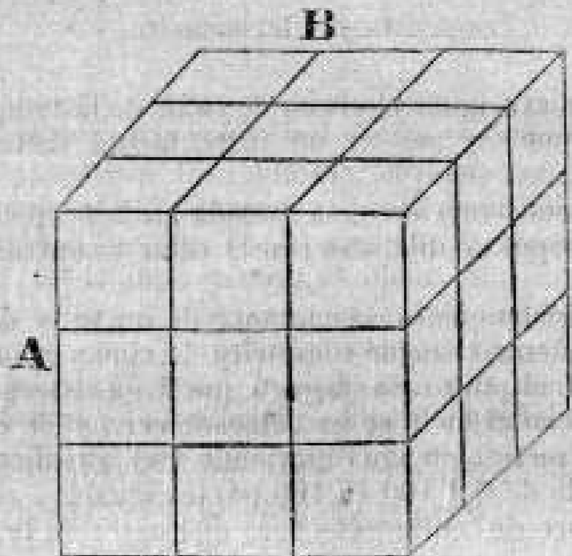
Medidas de solidez.

157. La unidad para las medidas de solidez es un sólido llamado *cubo* que viene á ser como un dado que sirve para juego de niños, y tiene la misma dimension en lo largo, ancho y profundidad.

158. Un cubo que tiene una vara de lado se llama *vara cúbica* y contiene 27 *pies cúbicos*, resultando este número de los tres pies que tiene la vara multiplicados por sí mismo 3 veces por las tres dimensiones, esto es, $3\times3\times3=27$.

Para comprender bien esto, lo mejor es construir un sólido ó cubo que sea igual por todos los lados ó aristas, y dividiendo en tres secciones iguales por cada uno de los lados de modo que se atraviesen las seis caras, resultarán 27 pedazos ó cubos iguales que cada uno tendrá de lado la tercera parte del anterior.

Ensayaremos sin embargo á dar una idea por medio de la siguiente figura.



Supongamos un cubo cuyas seis caras tengan una vara cuadrada. Cada una de estas caras contendrá 9 pies cuadrados, esto es, el lado B contendrá 9 pies cuadrados (153); y como el lado A es tambien de 3 pies, podrán hacerse tres secciones de á pie, de las que cada una tendrá 9 pies cuadrados de á 1 pie de alto y entre las 3 secciones tendrán 27 pies cúbicos.

159. Del mismo modo se probaria, que ya que el pie tiene 12 pulgadas, el pie cúbico contiene $12 \times 12 \times 12 = 1728$ pulgadas cúbicas, y de este modo, la relacion de las medidas cúbicas que resultan de la vara y sus divisiones es el que se manifiesta á continuacion.

Una vara cúbica = 27 pies cúbicos = 46656 pulgadas cúb.
1 pie id. = 1728 id.

160. Además de estas medidas de solidez se usan otras varias para la medicion de maderas, piedras etc. cuya denominacion se omite por no alargar demasiado esta materia.

161. Existen ademas otras medidas que se usan para apreciar la temperatura, la espirituosidad de los aguardientes y otros usos que conviene saber para la inteligencia de las materias que mas adelante trataremos, y por hallarse admitidos en la práctica.

Temperatura ó termómetro.

162. Para averiguar el grado de calor de la temperatura y de los cuerpos, se usa de un instrumento llamado *termómetro*.

163. Su construccion está basada en la propiedad que tienen los cuerpos de dilatarse con la calor y contraerse con el frio.

164. El instrumento se compone de un tubo de cristal que contiene dentro azogue ó espiritu de vino y graduado de este modo: en el punto mas bajo á que llega el azogue ó espíritu metido en el hielo se ha colocado cero y en el punto á donde sube metido en agua hirviendo 100; dividiendo ahora el intérvalo de 0 á 100 en 100 partes iguales, se les ha dado el nombre de centigrados para distinguir de la division

que hizo Reaumur del mismo intérvalo en ochenta partes: estas partes se repiten por debajo del cero para indicar los frios mayores que los del hielo.

165. Para saber por medio de este instrumento la temperatura, se mira en qué grado se halla fijado el azogue ó espiritu, y si está á 15 grados que se escribe 15° se dice que la temperatura de la pieza ó parage que se halla colocado el instrumento está á 15°. Del mismo modo se gradua el calor del agua ó de cualquiera otra materia ó cuerpo introduciendo el instrumento y teniendo un momento, hasta que el azogue adquiera la misma temperatura que el cuerpo que se trata de observar.

Del alcohómetro ó areómetro.

166. Para saber el grado de espirituosidad de un aguardiente, se usa de un instrumento de cristal llamado *areómetro de Cartier* que se introduce en el aguardiente; y la linea ó division que coincide con la superficie del aguardiente, marca los grados: si queda á los 20 grados se dice que tiene 20 grados que se escribe 20°.

167. Este instrumento está fundado, en que, siendo el espiritu ó alcohol mucho mas ligero ó menos denso que el agua, se introduce en el liquido tanto mas, cuanto mas espiritu contiene el aguardiente.

168. Pero los grados del areómetro no indican la parte de agua y de alcohol que contiene el aguardiente: para obtener este resultado, Gay-Lussac arregló otro instrumento de igual forma que el areómetro de Cartier, pero graduado de modo que cada division indica la parte de agua y alcohol que contiene el aguardiente.

169. Asi es que, si metido en un aguardiente marca 50 grados, estos grados indican que el aguardiente contiene 50 por ciento de alcohol y otros 50 por ciento de agua ó mitad de agua y alcohol, y si marca 68, indica, que contiene 68 por ciento de alcohol y el resto de 32 por ciento de agua.

170. Mas como la temperatura ó el grado de mayor ó menor calor influye en la densidad ó ligereza de los liquidos, el alcohómetro está graduado á 15° del termómetro centigrado, y si el aguardiente tubiese mas ó menos grados del termómetro, se pone primero á aquella temperatura por medio del agua fria ó caliente, ó se corrigen los grados apa-

rentes del alcohómetro por medio de tablas calculadas por el mismo Gay-Lussac que se han publicado.

Reduccion de los denominados.

171. Los *números denominados* pueden espresarse de distinto modo sin alterar su valor, ya sea reduciendo á su menor especie ó ya dándoles la forma de fraccion comun ó decimal.

172. En efecto, como los números denominados no son otra cosa que quebrados que llevan cierto órden en su division y subdivision, pueden tambien considerarse como quebrados y dar su forma.

173. Para reducir los números denominados á su menor especie, no hay mas que multiplicar las especies superiores por el número de veces que contiene su especie inferior; y si hubiese algunas unidades de esta, hacer su agregacion.

Asi que 8 libras es lo mismo que $8 \times 16 = 128$ onzas, pues que teniendo la libra 16 onzas, 8 tendrán 8 veces 16.

2 arrobas 3 libras y 2 onzas reduciriamos á su menor especie del modo siguiente.

25 libras la arroba.
× 2 arrobas.
———
50
+ 3 libras.
———
53 libras.
× 16 onzas la libra.
———
318
53
+ 2 onzas.
———
850 onzas.

Se han reducido primero las 2 arrobas á 50 libras; y como hay ademas 2 libras, las 2 arrobas y 2 libras equivalen á 53 libras: estas equivalen á 53×16 onzas, y como hay ademas 2 onzas se han agregado al producto de 53×16 y han resultado 850 onzas que es igual á 2 arrobas, 3 libras y 2 onzas.

174. Para dar á los números denominados la forma de quebrado comun ó decimal, se reducen primero á la especie

inferior, y tomando este resultado por numerador, se pone por denominador las veces que la especie superior contiene á la inferior.

Para dar la forma de fraccion á 3 pies y 3 pulgadas, se reducen á su menor especie y dá $3\times12+3=39$ pulgadas; y ya que el pie tiene 12 pulgadas, tenemos que 3 pies y 12 pulgadas$=\frac{39}{12}=3\frac{3}{12}$ pies, ó sin tanto rodeo, ya que la pulgada es $\frac{1}{12}$ de pie, los 3 pies y 3 pulgadas pueden transformarse en $3\frac{3}{12}$ pies: siendo $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=0{,}25$ puede tambien espresarse aquella medida por 3,25 pies, es decir, que 3 pies 12 pulgadas, $3\frac{1}{4}$ pies y 3,25 pies espresan una misma estension.

Si tubiesemos que reducir 28 quintales, 3 arrobas, 4 libras y 12 onzas á quintales y fraccion de quintal, reduciriamos las 3 arrobas, 4 libras y 12 onzas á su menor especie, poniendo por denominador las veces que el quintal ó la especie superior contiene la inferior ó las onzas, del modo siguiente.

```
  25
× 3 arrobas.
------
  75 libras.
+  4 libras.
------
  79
× 16 onzas.
------
 474
 79
+  12 onzas.
------
1276 onzas.   | 1600
0156          --------
 0120          0,7975
  0080
    00
```

Como el quintal tiene 1600 onzas, se pone por denominador á 1276 onzas que han resultado en la anterior operacion y se convierte en $28\frac{1276}{1600}$ quintales, y reduciendo el quebrado á decimales resulta ser 0,7975, de consiguiente 28 quintales, 3 arrobas, 4 libras y 12 onzas es igual á 28 quintales y 1276 onzas, á $28\frac{1276}{1600}$ quintales y á 28,7975 quintales.

Si se quisiese espresar este mismo peso en arrobas y fraccion de arroba, se reducen los quintales á arrobas, añadiendo las 3 que tiene el numero propuesto: se reducen en seguida las libras á onzas por separado añadiendo las 12 onzas, y poniendo por denominador las 400 onzas que tiene la arroba, del modo siguiente.

```
   28 quintales.              4 libras.
 × 4 arrobas.              ×16 onzas.
 ─────────                 ─────────
  112                        64
 +  3                      + 12
 ─────────                 ───────────────
  115 arrobas.               76 onzas.| 400
                             30       └──────
                             0          0,19
```

De modo que el peso puesto por ejemplo es igual á 115 arrobas y 76 onzas; y como la arroba tiene 400 onzas, tendremos, que es tambien igual $115\frac{76}{400}$ arrobas, y reduciendo á decimales este quebrado, resulta ser igual 115,19 arrobas.

Del mismo modo se puede espresar aquel peso en libras, onzas, y en la especie que se quiera, y si se quiere, se puede tambien espresar el mismo peso por $28+\frac{3}{4}+\frac{4}{100}+\frac{12}{1600}$ quintales ya que 3 arrobas es igual á $\frac{3}{4}$ de qq., 4 libras $=\frac{4}{100}$ de qq. y 12 onzas $=\frac{12}{1600}$ de quintal.

Reducir quebrados comunes y decimales á denominados.

175. Para reducir los quebrados comunes á denominados, á lo que tambien se llama valuar quebrados, se multiplica el numerador por las veces que la especie á que se refiere el quebrado contiene la especie inferior, y se divide por el denominador.

Para saber cuantos maravedises contienen $\frac{24}{74}$ de real, se multiplica el numerador 24 por las veces que el real contiene al maravedis que es 34, y se divide el producto por 74 del modo siguiente.

$$\begin{array}{r} 34 \\ 24 \\ \hline 136 \\ 68 \\ \hline 816 \end{array} \;\Big|\; \begin{array}{l} 74 \\ \hline 11 \text{ mrs.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 076 \\ 02 \end{array}$$

Como $\frac{24}{74}$ de real, es lo mismo $\frac{24}{74}$ de 34 mrs. ó $\frac{24}{74}$ de $\frac{34}{1}$ mrs., para saber su valor, se multiplica $\frac{24}{74}$ por $\frac{34}{1}$ que dá $\frac{24}{74}\times\frac{34}{1}=\frac{24\times34}{74}=11\frac{2}{74}$mrs.

176. Ya que las decimales no son otra cosa que quebrados, para valuarlos, no hay mas que multiplicar la fraccion decimal por el número de veces que la unidad á que se refiere la fraccion contiene á su especie inferior.

Si se quiere saber cuantos reales y mrs. contienen 0,89 de duro, se multiplica primero por los 20 reales que tiene el duro y la fraccion que resulte despues se multiplica por los 34 mrs que tiene el real, del modo siguiente.

$$\begin{array}{rl} 0,89 & \text{de duro.} \\ \times\ 20 & \text{reales.} \\ \hline 17,80 & \text{rs.} \\ \times\ 34 & \text{mrs.} \\ \hline 27,20 & \text{mrs.} \end{array}$$

177. Se pueden tambien sacar los mrs. tomando la tercera parte de las centésimas, y en el anterior caso tendriamos $\frac{0,80}{3}=26,6$ mrs. ó 27 mrs. próximamente, porque al multiplicar por 34 y separar dos guarismos, se multiplica por $\frac{34}{100}$ que es cerca de $\frac{1}{3}=\frac{34}{102}$.

DE LAS OPERACIONES DE LOS NÚMEROS DENOMINADOS

Adicion de los números denominados.

178. Para sumar los números denominados, se ponen unos debajo de otros colocando las unidades de igual especie en una misma columna. Se principia la operacion por las unidades de especie inferior, y si la suma de estas compone una unidad de la especie superior inmediata, se agrega

á esta y se continua la operacion con las demas especies del mismo modo.

Para sumar 13 varas 2 pies 6 pulgadas y 8 lineas + 7 varas 2 pulgadas y 4 lineas + 2 pies y 7 lineas, se procede del modo siguiente.

1				1			
13	varas	2	pies	6	pulgadas	8	lineas.
7	id.	0	id.	2	id.	4	id.
0	id.	2	id.	0	id.	7	id.
21		4		9		19	
21	varas	1	pie	9	pulgadas	7	lineas.

Se han puesto los tres sumandos unos debajo de otros poniendo en unas mismas columnas las varas, pies, pulgadas y lineas. Se ha principiado á sumar por las lineas diciendo 8 y 4 son 12 y 7 son 19 que se han colocado debajo; y como 12 lineas componen una pulgada, se ha pasado á la columna de las pulgadas, dejando en la columna de las lineas los 7 que sobran de las 19. Se ha continuado la operacion con las pulgadas, diciendo, una que ha resultado de la suma de las lineas y 6 son 7 y 2 son 9 que se han colocado debajo de la columna de las pulgadas. En seguida se han sumado los pies diciendo 2 y 2 son 4, y como 3 componen una vara, se ha pasado á la columna de las varas dejando el pie que sobra de los 4 en su correspondiente columna, y por último se han sumado las varas, dando por resultado de la suma de las 3 longitudes 21 varas 1 pie 9 pulgadas y 7 lineas.

Sustraccion de los números denominados.

179. Para restar un número denominado de otro, se ponen uno debajo de otro, teniendo cuidado de colocar en una misma columna las unidades de igual especie y se procede á la resta especie por especie principiando por las inferiores. Si el número que se trata de restar es superior al del minuendo, se quita una unidad á la especie inmediata superior para reducir á la inferior.

Para restar por ejemplo 20 duros 8 reales y 20 maravedises de 34 duros 13 reales y 28 mrs. y 8 varas 1 pie 5 pulgadas y 8 lineas de 17 varas, 2 pies, 3 pulgadas y 5 lineas se procede del modo siguiente.

1.er Ejemplo.

	54 duros	15 rs.	28 mrs.
	20 id.	8 id.	20 id.
	34 id.	7 id.	8 id.
	20	8	20
Prueba	54 id.	15 id.	28

2.º Ejemplo.

	17 varas	2 pies	3 pul.	5 lineas.
	8 id.	1 id	5 id.	8 id.
	9 id.	0 id.	9 id.	9 id.
	8	1	5	8
Prueba	17 id.	2 id.	3 id.	5 id.

El primer caso apenas merece esplicacion, pues no se ha hecho mas que restar sencillamente cada especie del sustraendo de las correspondientes del minuendo. En el segundo se ha principiado la resta por las lineas; y como no se pueden restar 8 lineas de 5 lineas, se ha sacado una pulgada de las 3 del minuendo que equivale á 12 lineas y con 5 que habia en el minuendo hacen 17 y de 8 á 17 van 9 que se han colocado debajo de la columna de las lineas Tampoco se pueden restar 5 pulgadas de 3 y menos de 2 á que han quedado reducidas por haber sacado una para reducir á lineas, por cuya razon se ha sacado un pie de los dos del minuendo que equivale á 12 pulgadas que con los 2 que antes quedaron hacen 14 y de 5 á 14 van 9 que se ha colocado debajo de la columna de las pulgadas. Despues se ha restado 1 pie del pie que ha quedado en el minuendo que ha dado cero, y últimamente se han restado las varas dando por resultado 9 varas, 9 pulgadas y 9 lineas. Para confrontar la operacion se ha agregado á la resta el sustraendo y ha resultado el minuendo, lo que prueba que la operacion está bien hecha.

Puede tambien emplearse otro medio para hacer la resta de los números denominados en los casos del segundo ejemplo y se reduce á lo siguiente. En lugar de sacar una unidad de las pulgadas para reducir á lineas y restar 8 de las 17 que resultan, se busca la diferencia que hay de las 8 lineas del sustraendo á las 12 que tiene la pulgada, diciendo de 8 á 12 van 4 y 5 que hay en el minuendo son 9 que se colocan en la resta. Se pasa en seguida á las pulgadas y se toman 6 en lugar de las 5 que hay en el sustraendo por la que se ha sacado antes del minuendo, y se dice, de 6 á 12 van 6 y 3 del minuendo componen 9 que se colocan en la resta. Se agrega al sustraendo el pie que se ha sacado del minuendo para reducir á pulgadas, y se dice, de 2 á 2 cero, y últimamente de 8 á 17 varas van 9.

Multiplicar denominados.

180. La multiplicacion de un número denominado por otro se puede reducir á la multiplicacion de un quebrado por otro, ó á la multiplicacion de decimales, transformando el número denominado en quebrado ó decimal (174).

Si se quiere saber cuanto valen 3 fanegas 12 celemines y 3 cuartillos de trigo á 32 reales 14 mrs. la fanega, se reducen los dos factores á quebrados ó decimales, y se procede del modo siguiente.

Por medio de los quebrados.

```
   16
 × 3 ff.
 ------
   48
 + 12 cel.
 ------
   60 cel.
 × 4 cuart.
 ------
  240
 +  3
 ------
  243 cuart.
 ------
   64

     32 rs.
  × 34 mrs.
  -------
    128
    96
  + 14 mrs.
  -------
   1102 mrs.
  -------
     34

     1102
      243
   ------
     3306
    4408
   2204
   ------
   267786 | 2176
   05018  | 123 rs.
    06666
     0138
      34 mrs.
   ------
      552
     414
   ------
     4692 | 2176
     0340 | 2 mrs.

    64
    34
   ----
   256
   192
   ----
```

Por medio de decimales.

```
   12 cel.
  ×4 cuart.
  -------
   48
 + 3 cuart.
 -------
  510   | 64
  0620  | 0,796875 de ff
   0440
    0560
     0480
      0320
       000

  140  | 34
  0040 | 0,4117 de rl.
   060
   260
   022

        3,796875 ff.
     ×  32,412 rs.
   -------------
        7593750
       3796875
      15187500
      7593750
    11390625
   -------------
    123,064312500 rs.

 ½ de 0,06 = 2 mrs.
```

Para resolver por medio de los quebrados, se han reducido los dos números denominados á su menor espresion y han resultado 243 cuartillas, que hacen $\frac{243}{64}$ fanegas, ya que la fanega tiene 64 cuartillos, y 1102 mrs. ó $\frac{1102}{34}$ reales por tener el real 34 mrs., y multiplicando los dos quebrados impropios $\frac{243}{64}$ y $\frac{1102}{34}$ han dado $\frac{243}{64} \times \frac{1102}{34} = \frac{267786}{2176} = 123\frac{138}{2176}$ reales, y valuando el quebrado $\frac{138}{2176}$ han resultado 123 reales 2 mrs. Al proceder por medio de decimales, se han convertido los celemines y cuartillos á la última especie resultando ser 51 cuartillos ó $\frac{51}{64}$ de fanega, y reduciendo á decimales 0,796875 de fanega, de consiguiente, el primer número denominado ha quedado convertido en 3,796875, y el segundo, siguiendo iguales principios, en 32,4117 reales ó 32,412 próximamente, y haciendo la multiplicacion ha dado 123,06 reales despreciando el resto de la fraccion decimal, lo que equivale 123 reales 2 mrs como antes.

Se puede tambien emplear otro método por medio de quebrados, abreviando la multiplicacion mas que por el anterior, del modo que se pone á continuacion.

	32 reales . . .		14 mrs.
	$3\frac{3}{4} + \frac{3}{64}$ ff.		$3\frac{3}{4} + \frac{3}{64}$ ff.
	96 rs.		42
$\frac{1}{2}$ de 32 =	16	$\frac{1}{2}$ de 14 =	7
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ =	8	$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ =	$3\frac{1}{2}$ ..... $\frac{32}{64}$
$\frac{3}{64}$ de 32 =	1 17 ms.	$\frac{3}{64}$ de 14 =	...... $\frac{42}{64}$
Resultado anterior	1 19		$53\frac{19}{64}$ mrs. | 34
	123 rs. 2 mrs.		19 mrs. 1 real.

Como 3 fanegas 12 celemines y 3 cuartillos es lo mismo que 3 fanegas, $\frac{3}{4}$ de otra fanega y $\frac{3}{64}$ de otra, se han multiplicado primero los mrs. por 3 y despues por los quebrados $\frac{3}{4} + \frac{3}{64}$ y han producido 53 mrs. = 1 real y 19 mrs. Despues se han multiplicado los 32 reales por $3\frac{3}{4} + \frac{3}{64}$ y agregando á los productos parciales el real y 19 mrs. del resultado anterior ha dado por resultado total 123 rs. 2 mrs. como antes, sin haber habido que hacer las multiplicaciones y divisiones de tantos guarismos como han resultado por los métodos anteriores. En esta clase de cuestiones hay que tener mucho cuidado de observar á qué clase de unidad se refiere el precio para disponer el multiplicando ó multiplicador, de modo que esprese igual especie de unidades, con cuya preparacion todas las cuestiones se reducen á una sola clase.

Si se nos pregunta cuanto valen 23 arrobas 7 libras y 4 onzas á 143 reales y 24 mrs. el quintal, se procede del modo siguiente.

Por medio de los quebrados.

23
25
———
115
467
———
582
16
———
3492
5824
———
$\frac{9316}{1600}$ qq. á $\frac{4886}{34}$ rs. el qq.

143
34
———
572
429
+ 24
———
4886 reales.
———
34

9316
4886
———
55896
74528
74528
37264
———
455179,76 | 544(00
01997 — 836 rs.
03659
039576
34
———
158304
118728
———
13455,84 | 544(00
02575 — 24 mrs.
0399

34
1600
———
20400
34
———
544(00

Por medio de decimales.

23
23 ar.=5 qq. y 3 ar.
———
75 lib.
+ 7 lib.
———
82
× 16 onz.
———
429
24
+ 4
———
13(16 | 16(00
0036 — 0,8225
040
080
00

240 | 34
00200 — 0,705
030

5,8225 qq.
á 143,7 rs.
———
407575
174675
232900
58225
———
836,69325 rs.
$\frac{1}{5}$ de 69 . . 23 . . mrs.

3.er MÉTODO.

143 rs.	24 mrs.
$5+\frac{3}{4}+\frac{7}{100}+\frac{1}{400}$	5 qq. $+\frac{3}{4}+\frac{7}{100}+\frac{1}{400}$
715 rs.	120 mrs.
$\frac{1}{2}$ de 143. . . 71 — 17 mrs.	12 . . $\frac{1}{2}$ de 24.
$\frac{1}{2}$ del ant.r. . 35 — 25	6 . . $\frac{1}{2}$ del anterior.
$\frac{7}{100}$ de 143. 10	1,68 $\frac{7}{100}$ de 24.
$\frac{1}{400}$ de 143. 0 — 12	0,06. $\frac{1}{400}$ de 24.
4 — 4	149,74 | 34
836 rs. 24 mrs.	003 mrs. 4 rs

143 × 7 = 10,01	143 | 400 — 025, 030, 020, 00 — 0,3575	24 × 7 = 1,68	24 | 400 — 00 — 0,06

Como en este ejemplo el precio se refiere al quintal se ha dispuesto el peso de modo que esprese quintales.

Si el precio se hubiera referido á arrobas, se hubiera espresado en arrobas y si á libras en libras, haciendo la reduccion á libras y poniendo las onzas en forma de quebrado comun ó en fraccion decimal de libras.

Dividir números denominados.

181. Para proceder á la division de los números denominados, se transforman estos en quebrados comunes ó decimales, quedando reducida á una division de quebrados ó decimales cuya operacion queda esplicada.

Se quiere saber por ejemplo el precio de cada fanega de trigo, sabiendo que 3 fanegas 12 celemines y 3 cuartillos han costado 123 rs. y 2 mrs. Para resolver esta cuestion, es facil penetrarse de que sabiendo el precio de la fanega y multiplicando por 3 fanegas 12 celemines y 3 cuartillos dará los mismos 123 reales y 2 mrs., luego si dividimos este número que representa el producto ó dividendo por las 3 fanegas, 13 celemines y 3 cuartillos que debe ser el divisor, nos dará el precio de la fanega que se pide, y para hacer la division se procederá del modo siguiente.

Por medio de los quebrados.

16
× 3 ff.
48
+ 12 cel.
60
× 4 cuart.
240
+ 3 cuart.
243

123 rs.
34
492
3692 mrs.
4184

$\frac{4184}{34}$ rs. : $\frac{243}{64}$ ff. $= \frac{4184}{34} \times \frac{64}{243}$

4184
64
16736
25104
267776

243
34
972
729
8262

267776 | 8262
019916 | 32 rs.
03392
34
13568
10176
115328 | 8262
032708 | 13 mrs. ó 14 próximamente.
07922

Por medio de decimales.

200 | 34
0300 | 0,058=0,06 pr.
028

12
4
48
3
510 | 64
0620 | 0,796875
0440
0560
0480
0320
000

123,060000 | 3,796875
009153750 | 32,41 rs.
1560000 | 34 mrs.
004125000
0328125
164
123
13,94 mrs.

Esta division que sirve de prueba al primer ejemplo de la multiplicacion de números denominados es facil comprender, al que se haya penetrado de la multiplicacion, pues se han hecho idénticas reducciones con la diferencia de invertir los quebrados comunes que han resultado segun la regla esplicada para la multiplicacion de quebrados.

182. La division de los números denominados se puede tambien egecutar sin reducir el dividendo á su menor espresion, abreviando mucho la division, particularmente si el divisor es un número entero.

Si se trata de saber por ejemplo á como sale la vara de paño, sabiendo que 24 varas han costado 74 duros 12 reales y 22 mrs. se procede del modo siguiente. El dividendo aqui es 74 duros, 12 reales y 22 mrs., pues que se trata de averiguar el valor de 1 vara, que multiplicado por las 24, produzca los 74 duros 12 reales 22 mrs., por cuya razon se pone como dividendo en la forma que se vé á continuacion.

Por el método comun.

```
   74
×  20
 ----
 1480
+  12
 ----
 1492
×  34
 ----
 5968
4476
+  22
 -----
50750 : 24 = 50750 × 1
-----   --   -----   --
 680     1    680    24
```

```
  680
   24
 ----
 2720
 136
 ----
30750,0 | 1632,0
0179    | 3 duros.
×  20
 ----
 3580 | 1632
 0316 | 2 rs.
×  34
 ----
 1264
 948
 -----
 10744 | 1632
 00952 | 6 mrs.
```

Por el método abreviado.

```
74 d. 12 r. y 22 mrs. | 24 varas.
02                    | 3 duros.
×20 rs.
 ---
 40
+ 12 rs.
 ---
 52 | 24
 04 | 2 rs.
×34 mrs.
 ---
 136
+ 22 mrs.
 ---
 158 | 24
 014 | 6 mrs.
```

Por medio de los decimales.

```
74 d. 12 r. 22 m.s = 74,6323 d. | 24
× 34 mrs.            026         | 3,10967 d.
 ---                  0232       |        20
  48                   0163      | ----------
 36                     0190     | 2,19340 r.
  22                     022     |   6 mrs.
 ---
 430 | 680
 0220 | 0,6323
  0160
   0240
    036
```

En el nuevo método que hemos manifestado, se ha hecho primero la division de 74 por 24 que ha dado por cociente 3 y por resta 2; y para reducir á reales, se ha multiplicado esta resta por los 20 reales que tiene el duro y añadiendo á los 40 de su producto los 12 reales que hay en el dividendo han resultado 52, que divididos por el divisor 24 ha dado 2 rs. y 4 de resta: multiplicando este 4 por 34 mrs. que tiene el real para reducir á mrs. y añadiendo los 22 mrs. del dividendo, ha resultado 158 que divididos por los mismos 24 ha dado por cociente 6 mrs.

183. Si el dividendo y divisor son números denominados se puede aun emplear este método, reduciendo el divisor á su menor especie, y multiplicando el dividendo, por el número de veces que la especie inferior del divisor cabe en la mayor.

Para aplicar este método al primer ejemplo de la division, se procederá del modo siguiente.

3 fanegas 12 cel. y 3 cuartillos.
× 16 cel.
48
+ 12 cel.
60
× 4 cuart.
240
+ 3 cuart.
243

$$123 \text{ rs. } 2 \text{ mrs. } : \frac{243}{64} = 123 \text{ rs. } 2 \text{ mrs. } \times \tfrac{64}{243}.$$

123 reales 2 mrs.
× 64 ×64
492 128 | 34
7383,1 26 026 3 rs.
7875 r. 26 mrs.

7875 rs 26 mrs | 243
0585 32 rs.
099
34
396
297
26
3392 | 243
0962 $13\frac{233}{243}$ mrs.
233 ó 14 mrs. prox.

Despues de reducir á su menor especie el divisor, han resultado $\frac{243}{64}$ fanegas y para hacer la division de 123 rs. 2 mrs. por $\frac{243}{64}$ se ha invertido este quebrado en $\frac{64}{243}$ habiendo tenido que multiplicar el dividendo, primero por 64 por la regla esplicada (180) y ha dado 7875 rs. 26 mrs. para nuevo dividendo, quedando por divisor 243 y reduciendo la operacion al anterior caso.

El calculador debe elegir el método que mas abreviado le parezca segun los casos.

IDEA GENERAL DEL SISTEMA MÉTRICO.

Era imposible mirar con indiferencia la prodigiosa variedad de pesas y medidas que se usan, no solamente en las distintas Naciones, sino en las diferentes Provincias de una Nacion, en cada partido ó distrito de una Provincia y aun en cada pueblo de un mismo distrito, entorpeciendo considerablemente el comercio por la dificultad del cambio.

El ningun enlace que existia entre las medidas de diferente denominacion, y la carencia absoluta de un sistema fijo en sus divisiones y subdivisiones, aumentaban ademas la dificultad, complicando estraordinariamente los cálculos, como es facil observar en las operaciones de los números denominados.

No era menor el inconveniente que resultaba de la imperfeccion con que estaban construidos los patrones, sin que se pueda saber positivamente la unidad legal de las medidas antiguas, como construidas en los tiempos de ignorancia.

Asi es que, entre los patrones de la vara que existen en los archibos de Burgos y Toledo, hay un décimo de linea de diferencia; y la primera está ademas torcida y tan mal escuadrada por los estremos, que hay la diferencia de un cuarto de linea entre ambas caras.

La figura de las medidas de capacidad, tampoco estaba determinada en el antiguo sistema de pesas y medidas, y en las que sirven para medir las cosas que se venden á colmo como sal, castañas, nueces, manzana etc. puede haber sin embargo una notable diferencia, segun que la base de la medida sea mas ó menos ancha, de cuya circunstancia se aprovechan grandemente los que han observado aquella diferencia.

Este achaque era comun á todas las Naciones; y como los patrones se referian á una medida arbitraria cualquiera, se han perdido muchos de los que se han usado en la antigüedad, dejando en la mayor confusion muchos puntos de la historia, astronomía y geografia antigua, y dando basta materia á los anticuarios en aclarar tanta confusion.

Para remediar á la vez tamaños inconvenientes, se han ocupado los Gobiernos de todas las Naciones civilizadas en discurrir medios eficaces, y dos han sido los sistemas que se han discutido principalmente para alcanzar tan laudable objeto.

El uno consiste en establecer las pesas y medidas mas generales que se usan en cada Nacion, aboliendo el uso de las demas provinciales y locales; y para fijar mejor la unidad fundamental, hallar la relacion entre el patron elegido y la longitud del péndulo que marca segundos.

El otro sistema se reduce á cambiar completamente todas las pesas y medidas bajo un plan científico, refiriendo la unidad á la longitud del cuarto del meridiano.

El primer sistema tiene la ventaja de no chocar tanto con los usos adquiridos, pero deja toda la complicacion consiguiente á la variada division y subdivision de las especies superiores en las inferiores: el segundo corta de raiz todas las dificultades, proporcionando todas las ventajas apetecibles para facilitar los cálculos, que debe ser el objeto principal y esclusivo de un arreglo en esta materia.

Ademas de esto, los pueblos que se vean obligados á variar de pesas y medidas, sufren los mismos inconvenientes aun cuando aquellos sean de los conocidos en otros pueblos de la misma Nacion, sin conseguir las ventajas de un sistema perfecto, y solo es provechoso para un corto número de distritos en que antes se hallaba en uso el sistema que se generaliza.

Inglaterra ha optado sin embargo por el primer sistema, haciendo obligatorio el uso de las pesas y medidas de Londres casi sin ninguna modificacion, y comparando la varga á la longitud del péndulo que marca segundos en Londres en el vacío y al nivel del mar. Prusia ha seguido el mismo ejemplo, prescribiendo que se usen las pesas y medidas de Berlin.

La Francia por el contrario ha cambiado completamente su sistema de pesas y medidas, estableciendo el mas perfecto que se conoce como obra de los mejores matemáticos de aquella Nacion y de otras que fueron invitadas á tan grandioso plan, entre los que figuran por España D. Gabriel Ciscar y D. Agustin Pedrajes.

Esta obra puede pues considerarse universal, no solo por haber contribuido los sabios de las naciones mas civilizadas, sino porque se ha elegido por base del nuevo sistema una parte alicuota del meridiano terrestre, y la Francia se ha aprovechado primero de los trabajos de aquellos sabios, dando al mismo tiempo un ejemplo práctico de las ventajas del nuevo sistema de pesas y medidas.

Holanda, Bélgica y mucha parte de Italia han seguido el mismo ejemplo y España se ha decidido por fin á gozar de las ventajas que el nuevo sistema de pesas y medidas ha de proporcionar á los pueblos, cuando se haga general su uso.

La unidad fundamental del nuevo sistema de pesas y medidas es la diez millonésima parte del cuarto de meridiano que vá del Norte al Ecuador. Su longitud se halla determinada por grandes trabajos astronómicos y geodésicos que han dado por resultado que el cuarto de Meridiano al nivel del mar es de 5130740 toesas de hierro de á 6 pies franceses á los 16° centígrados de temperatura llamados del Perú, por que se sirvió de la misma toesa cuando se midieron diferentes grados del Ecuador para determinar la figura y magnitud de la tierra, habiendo tambien concurrido á esta operacion los sabios españoles D. Jorge Juan y D. Antonio Ulloa. La diez millonésima parte de 5130740 toesas ó 0,5130740 de toesa es igual á 3 pies, 11 lineas y 0,295936 de linea ó 443,296 lineas francesas con la diferencia de 0,000004 de linea, y esta es la medida que se ha elegido de base con el nombre griego de *metro* que significa medida y es igual á 3 pies, 7 pulgadas y 805 milésimas de linea ó 516,805 lineas de Burgos.

Un patron de esta medida hecho de platina y ajustado por D. Gabriel Ciscar y D. Agustin Pedrajes que hicieron parte de la comision científica universal, se conserva en el Conservatorio de artes de Madrid.

Comparando el metro con la longitud del péndulo de platina que bate segundos en el Observatorio de Paris, dá para este 0,99385 de metro á 0° de temperatura y en el vacio.

En la determinacion del patron legal, no es indiferente la clase de metal y el grado de temperatura á que se fija, pues teniendo los cuerpos la propiedad de dilatarse con la calor en distintas proporciones, ha sido necesario toda la precaucion indicada para la fijacion definitiva del metro. Al fijar el metro en una diez millonésima parte del cuarto del meridiano, se ha considerado este dividido en 100 partes ó grados, teniendo por consiguiente la circunferencia 400 grados, en cuyo caso cada grado tendria 100.000 metros, y dividiendo el grado en 100 minutos, y el minuto en 100 segundos, ó sea el grado en 10000 segundos, cada uno de estos seria de 10 metros; pero no se ha podido generalizar esta division decimal de la circunferencia, prevaleciendo la antigua de 360° por toda la circunferencia, ó 90° el cuarto de meridiano, por cuya razon no está en armonia la unidad ó metro con el grado, que contiene $111111\frac{1}{9}$ metros.

Una vez fijada la unidad de longitud se han derivado de ella todas las demas medidas, conservando una perfecta armonia entre si.

Para las medidas superficiales sirve el *metro cuadrado* y para las de solidez el *metro cúbico*. La unidad de medida de capacidad para los áridos y liquidos es el *litro* y es un cubo que tiene de lado la décima parte de un metro, y de este modo, el litro es igual á un decimetro cúbico y el metro cúbico contiene 1000 litros.

Para determinar la unidad de peso, se ha elegido la materia mas abundante en la naturaleza que es el agua, en su estado mas puro ó destilada, y en su mayor densidad que es á 4° del termómetro centigrado, y se ha tomado por unidad, el peso del agua que contiene un cubo que tenga de lado una centésima parte de metro en el vacio con el nombre de *gramo*; pero siendo esta unidad demasiado pequeña para espresar por medio de ella el peso mas usual del comercio, se ha elegido como unidad efectiva el *kilógramo* ó *mil gramos*, igual al peso en el vacio de un *litro de agua destilada á 4°*.

De este modo se han fijado para siempre de una manera indestructible las unidades de pesas y medidas, pues aun cuando se perdiese algun patron, se podria hallar por la relacion que tienen entre si y con los objetos inalterables de la naturaleza que han servido de base.

Tampoco se ha dejado al arbitrio de cualquiera el determinar la forma de las medidas, para evitar la confusion y el abuso que nace de esto en el antiguo sistema de pesas y medidas, pues se ha determinado, que las medidas para liquidos y áridos sean cilíndricas, con una altura doble del diámetro para los primeros, y de igual altura y diámetro para los otros, fijando tambien el metal de que deban construirse para no perjudicar la salud pública.

Para evitar el enojoso trabajo de espresar las grandes cantidades por medio de muchos guarismos, y las partes de la unidad con fracciones aun mas molestas, se han dado nombres propios para determinar los múltiplos y submúltiplos, bajo un sistema igualmente sabio y racional. A este efecto, se ha tenido presente el órden que se sigue en la numeracion actual por no haber querido alterar su base que es 10, aun cuando hubo quien propusiese la base 12 por su mayor divisibilidad.

Las ventajas que proporcionaba esta propiedad para facilitar los cálculos aritméticos, se perdian por otro, con el aumento de otras dos cifras, con la mayor fatiga que resultaba para la memoria en los cálculos, con el trastorno completo de ideas recibidas, quedando ademas inútiles muchas tablas y trabajos científicos. En todo caso, hubiera sido preferible adoptar por base en caso de una variacion en el sistema de numeracion el número 6, porque ademas de tener las mismas ventajas que el 12, tiene sobre este número y la actual base 10, la de fatigar mucho menos la memoria, siendo el mayor guarismo que se presenta á la suma, resta, multiplicacion y division el 5.

Una vez conformes en no alterar la actual base de numeracion, subordinando á esta la reforma de pesas y medidas, adoptaron para la determinacion de los múltiplos y submúltiplos la division decimal ó de diez en diez partes; y asi como la decena tiene 10 unidades, la centena diez decenas etc. por cuyo artificio se espresan las mayores cantidades de un modo fácil y propio para el cálculo, se han adoptado para espresar los múltiplos de las unidades, las voces griegas *deca*, *hecto*, *kilo*, *miria* que significan *diez*, *cien*, *mil* y *diez mil*; y para las fracciones, las voces latinas *deci*, *centi*, *mili* que espresan *décima*, *centésima* y *milésimos*.

Anteponiendo estas voces á las unidades, espresan su relacion con la unidad principal, pues que *kilo-metro* es lo mismo que *mil metros*, *hectó-metro*, *cien metros* etc., en lugar de que los nombres arbitrarios antiguos de vara, no espresan cuantos pies contiene, ni este las pulgadas etc.

Por este medio se ha conseguido ademas, la inapreciable ventaja de poder espresar todas las cantidades en números enteros y fracciones decimales, que siguen el mismo órden que aquellos, facilitando considerablemente todos los cálculos aritméticos, pues que quedan reducidas todas las operaciones á las de enteros que son mas fáciles que las de quebrados, y sobre todo, que las de denominados que tanto embarazan el cálculo.

La mútua relacion que existe entre todas las medidas nuevas llamadas métricas proporciona tambien otras ventajas, pues midiendo por ejemplo la solidez de un cuerpo, se sabe cuantos litros ó medidas de capacidad contiene y su peso, sin ningun cálculo, ya que el kilógramo es igual á un litro de agua, y este igual á un decimetro cúbico.

Tal es en resumen el sistema metrico adoptado con mucho acierto por la ley de 19 de Julio de 1849 para todos los dominios españoles, aunque en ella no se han fijado aun los detalles que hemos apuntado respecto á la forma y materia de que deben ser construidas las medidas.

Para que este sistema produzca todas las ventajas posibles, era preciso que la moneda estuviese en armonia cuando menos en cuanto á su division con el sistema decimal, y la ley de 15 de Abril de 1848 establece por unidad el real de vellon dividido en décimas; y en las oficinas del Gobierno se ha adoptado la division en 100 centavos fraccion mas propia que la del maravedis que es $\frac{1}{34}$ de real.

Su peso no está aun en armonia con el sistema métrico por ser anterior á su adopcion, pero la mezcla de los metales que entran en la composicion de la moneda están espresadas por una fraccion decimal, en lugar de los quilates que antes se usaban para igual objeto.

Nomenclatura del sistema métrico.

184. Se llama *sistema métrico* al nuevo sistema de pesas y medidas establecido por la ley, en lugar del antiguo.

185. El sistema métrico comprende las medidas de longitud que es el *metro*, las de superficie que es el *area*, las de volumen ó solidez que es el *metro cúbico*, las de capacidad que es el *litro* y las ponderales ó de peso que es el *gramo*.

186. Las divisiones y subdivisiones de las unidades principales están arregladas bajo la base 10, esto es, cada especie de unidad se divide en 10 partes de las inferiores, es-

cepto en las medidas superficiales en que cada clase de unidad contiene á su especie inferior inmediata 100 veces y en las cúbicas que cada unidad contiene 1000 unidades de la especie inferior inmediata.

187. Para espresar las especies superiores de pesas y medidas en este sistema, se han adoptado las voces Griegas *deca*, *hecto*, *kilo* y *miria* que significan *diez*, *cien*, *mil* y *diez mil* y para las especies inferiores las voces latinas *deci*, *centi*, *mili* que equivalen á *décimo*, *centésimo* y *milésimo*.

188. Asi que, *decá-metro* equivale á *diez metros*, *hectó-metro* á *cien metros*, *kiló-metro* á *mil metros* y *miriá-metro* á *diez mil metros*, *deci-metro* es lo mismo que *décimo* de *metro*, *centi-metro* como *centésimo* de *metro* y *mili-metro* lo mismo que *milésimo* de *metro*.

189. Se pueden ademas usar de patrones que sean dobles, la mitad ó el cuarto de las unidades principales.

De las medidas lineales ó de longitud.

190. La unidad que sirve para determinar las medidas longitudinales es el *metro* que es la diez millonésima parte del cuarto de meridiano que vá del Norte al Ecuador.

191. Sus múltiplos son

El *decámetro* que es igual	á	10	metros.
El *hectómetro*. . . .	á	100	id.
El *kilómetro*. . . .	á	1000	id.
El *miriámetro* . . .	á	10000	id.

192. Los submúltiplos son

El *decámetro*	que equivale	á la décima parte	del metro.
El *centímetro*	id.	á la centésima id.	id.
El *milímetro*	id.	á la milésima id.	id.

193. La equivalencia de estas distintas especies se manifiesta en el siguiente cuadro.

Miriámetro.	Kilómetros	Hectómetros.	Decámetros.	Metro.	Decímetros.	Centímetros.	Milímetros.
1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	1000000 =	10000000
	1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	1000000
		1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000
			1 =	10 =	100 =	1000 =	10000
				1 =	10 =	100 =	1000
					1 =	10 =	100
						1 =	10

Medidas superficiales.

194. La medida superficial ó agraria es el *area*, que es un cuadrado que tiene de lado diez metros ó un *decámetro cuadrado*.

195. Ya que el decámetro tiene 10 metros, el decámetro cuadrado contendrá $10 \times 10 = 100$ metros cuadrados (154).

196. El único múltiplo y submúltiplo establecido por la ley es la *hectárea* que contiene 100 areas, y *centiárea* que es la centésima parte del area ó *un metro cuadrado*.

197. Ademas de estas medidas de superficie establecidas por la ley, se podrá usar del metro cuadrado, del decímetro cuadrado y del centímetro cuadrado para las pequeñas superficies, en lugar de la vara, pie y pulgada cuadradas.

198. La relacion que existe entre estas distintas medidas superficiales no es de 10 sino de 100, pues cada metro cuadrado contiene 100 decímetros cuadrados y cada decímetro cuadrado 100 centímetros cuadrados etc., por iguales razones manifestadas (154).

199. Es preciso pues tener muy presente, que el decímetro cuadrado no es la décima parte del metro cuadrado; que el centímetro cuadrado tampoco es la décima parte del decímetro cuadrado, ni la centésima parte del metro cuadrado.

200. La relacion entre estas medidas superficiales es la siguiente.

Metro cuadrado.		Decímetros cuadrados.		Centímetros cuadrados.
1	=	100	=	10000
		1	=	100

Medidas cúbicas ó de solidez.

201. La unidad ó medida de solidez es el *metro cúbico* y sus divisiones.

202. Los submúltiplos ó divisiones de esta unidad están en la relacion de 1000.

203. Asi que el metro cúbico contiene 1000 decímetros cúbicos: cada decímetro cúbico 1000 centímetros cúbicos, y cada centímetro cúbico 1000 milímetros cúbicos, porque

un cubo de un metro de lado contiene 1000 cubos de un decimetro de lado y lo mismo de las demas divisiones, por idénticas razones á las manifestadas antes (158 y 159).

204. Conviene pues tener muy presente que un decimetro cúbico no es la décima parte del metro cúbico, sino su milésima parte: que el centimetro cúbico no es la décima parte del decimetro cúbico, sino su milésima parte, y una millonésima parte del metro.

205. La relacion entre las medidas cúbicas es la siguiente.

Metro cúbico.		Decimetros cúbicos.		Centimetros cúbicos.
1	=	1000	=	1000000
		1	=	1000

Medidas de capacidad para áridos y liquidos.

206. La unidad para las medidas de capacidad, para los aridos ó granos y liquidos es el *litro*, que es igual al volumen de un decimetro cúbico.

207. Sus múltiplos son:

El *decálitro* igual á 10 litros.

El *hectólitro* id. á 100 id.

El *kilólitro* id. á 1000 id. ó mil decimetros cubicos ó un metro cúbico á que se llama tonelada de arqueo.

208. Los submúltiplos ó divisiones son:

El *decilitro* igual á la décima parte de litro.

El *centilitro* id. á la centésima id. id.

209. Los múltiplos y submúltiplos de esta unidad siguen por consiguiente entre sí la relacion de 10, ó una unidad de cada especie superior contiene 10 de la inferior inmediata.

Medidas ponderales ó de peso.

210. La unidad fundamental de las medidas de peso es el *gramo*, que es igual al peso en el vacio de un centimetro cúbico de agua destilada á 4° del termómetro centigrado; pero para el uso se ha adoptado como unidad el *kilógramo* ó *mil gramos*, ó sea el peso de un litro ó un decimetro cúbico de agua destilada á dicha temperatura.

211. De modo que un decímetro cúbico ó un litro de agua destilada á 4° de temperatura y un kilógramo es una misma cosa.

212. Sus múltiplos son:

Quintal métrico igual á 100 kilógramos=100000 gramos.
Tonelada id. á 1000 id. =1000000 id. = á 1 metro cúbico de agua = kilólitro de agua.

213. Sus divisiones son:

Hectógramo que es igual á la décima parte del kilógramo = 100 gramos.

Decágramo que es igual á la centésima parte del kilógramo = 10 gramos.

GRAMO unidad fundamental ó milésima parte del id. = á un centímetro cúbico de agua ó un mililitro de agua.

Decigramo que es igual á diez milésima parte de kilógramo = décima parte del gramo.

Centigramo igual á cien milésima parte del kilógramo = centésima parte del gramo.

Miligramo id. á una millonésima id. id.=milésima id. id.

Segun se vé los múltiplos y submúltiplos de esta unidad siguen entre sí la relacion de 10, es decir, que cada especie de unidad tiene 10 de la especie inferior inmediata, escepto el quintal métrico que tiene 100 kilógramos.

Del nuevo sistema monetario.

214. La unidad monetaria es el *real*, moneda efectiva de plata á la talla de 175 en el marco de 4608 granos que equivalen á 230 gramos.

215. Sus múltiplos son:

El *doblon de Isabel*, moneda de oro y valor de 100 reales, de peso de 167 granos.

El *duro*, moneda de plata de 20 reales talla de $8\frac{3}{4}$ en el marco.

El *medio duro*	id.	de 10	id.	id. de $17\frac{1}{2}$	id.
La *peseta*	id.	de 4	id.	id. ue $43\frac{3}{4}$	id.
La *media peseta*	id.	de 2	id.	id. de $87\frac{1}{2}$	id.

216. Sus divisiones:

El *medio real*, moneda de cobre.
La *décima de real* id.
La *doble décima* id.
La *media décima* id.

217. Las monedas para la contabilidad serán las siguientes:

El doblon de Isabel igual á 100 reales.
El escudo id. id. á 10 reales.
El real, *unidad fundamental* 1
La décima parte de real.
Las demas monedas son auxiliares.

218. Se vá introduciendo ademas el uso del centavo ó centésima parte de real, moneda imaginaria que sirve para apreciar mejor las fracciones de real.

219. Las monedas para la contabilidad siguen en sus múltiplos y divisiones el órden decimal, del mismo modo que en el sistema métrico de pesas y medidas.

Numeracion de las cantidades espresadas por el sistema métrico.

220. Las cantidades espresadas por el sistema métrico pueden sufrir diversas alteraciones en la forma ó denominacion, sin variar en nada su valor.

Por ejemplo, lo mismo se puede decir 4 metros que 40 decimetros, que 400 centimetros, que 4000 milimetros, ó 0,4 de decámetro ó 0,04 de hectómetro ó 0,004 de kilómetro ó 0,0004 de miriámetro.

221. Para espresar una cantidad por el sistema métrico, es pues preciso fijarse en la clase de unidades que se quiere espresar segun la naturaleza del caso; y despues de espresar las unidades de la especie que se elija, se pone una coma, espresando las demas partes del número en la forma decimal. Si el númerc careciese de alguna especie de unidades, se pone cero en su lugar.

Para espresar una estension de 65 miriámetros, 6 kilómetros, 8 metros, 2 decimetros y 4 milimetros en metros, se ponen primero los guarismos que espresan los miriámetros, kilómetros y metros en el mismo órden de mayor á menor, poniendo cero donde falte alguna especie; y poniendo una coma cuando se llega á metros, se siguen colocando los demas guarismos en el órden que corresponde del modo siguiente.

Mm.	Km.	Hm.	Dm.	m.		dm.	cm.	mm.	
65	6	0	0	8	,	2	0	4	, esto es, 656008,204 metros.

Como el número propuesto no espresaba hectómetros, ni decámetros, ni centímetros se han puesto ceros en su lugar.

En el número 656008,204 metros el 8 representa unidades, el 6 millares ó mil metros ó kilómetros y el 5 decenas de millar ó 10000 metros ó miriámetros, y el 6 centenas de millar ó decenas de miriámetros: en la fraccion decimal el 2 representa décimas de metro ó decímetros, y el 4 milésima de metro ó milímetro, viniendo á significar los guarismos por el lugar que ocupan, el mismo valor que el que indican los nombres que se han propuesto por ejemplo.

222. El mismo número puede espresarse de tantos modos diferentes cuantos sean los nombres establecidos en la nomenclatura, variando la coma y dando al número la denominacion que corresponda, segun los lugares que se atrase ó adelante la coma.

Asi que el número propuesto $656008^{m},204$ es lo mismo que

65,6008204 Mm.
656,008204 Km.
6560,08204 Hm.
65600,8204 Dm.
656008,204 m.
6560082,04 dm.
65600820,4 cm.
656008204 mm.

pues todas significan una misma cosa.

La razon de estas variaciones es facil comprender, pues cuando se mueve la coma hacia la izquierda uno, dos, tres lugares hacemos al número 10, 100, 1000 veces menor (45); pero dando al resultado una denominacion, 10, 100, 1000 veces mayor, la cantidad queda una misma. Del mismo modo si se adelanta la coma hacia la derecha uno, dos, tres lugares, se hace 10, 100, 1000 veces mayor; y dando una denominacion diez, cien, mil veces menor, queda igual la cantidad.

El número 4 hectólitros, 8 decálitros, 9 litros, 2 decilitros y 5 centilitros se espresa

4,8925 hectólitros ó
48,925 decálitros ó
489,25 litros ó
4892,5 decilitros ó
48925 centilitros.

y 78 kilógramos 3 hectógramos 4 decágramos y 6 gramos se espresa

78,346 kilógramos ó
783,46 hectógramos ó
7834,6 decágramos ó
78346 gramos.

El número 454,6 reales es lo mismo que 4 doblones de 100 reales, 5 de á 10 y 4 reales y 6 décimas de real.

223. Cuando la cantidad está espresada en medidas superficiales ó agrarias, es preciso tener presente que cada especie superior contiene á la inferior 100 veces, y de consiguiente es menester atrasar ó adelantar la coma dos lugares para que al número que resulte se pueda dar la denominacion inmediatamente superior ó inferior al que antes tiene.

Para espresar por ejemplo 45 hectáreas 8 areas y 29 centiáreas en areas, se escribe 4508,29 areas, y si se quiere espresar en hectáreas, hay que atrasar dos lugares la coma y poner 45,0829 hectáreas, y últimamente, si se quiere espresar en centiáreas se diria 450829 centiáreas.

Del mismo modo para espresar 45 metros cuadrados, 8 decímetros cuadrados y 34 milímetros cuadrados, se escribiria para espresar en metros cuadrados esta cantidad 45,080034 metros cuadrados poniendo dos ceros en lugar de los centímetros cuadrados que no tiene el número, y esta misma cantidad se puede transformar en

4508,0034 decímetros cuadrados
450800,34 centímetros id.
45080034 milímetros id.

224. Para espresar las medidas de solidez, hay que tener presente, que cada clase ó especie contiene 1000 de la especie inmediata inferior, y por consiguiente hay que atrasar ó adelantar la coma en 3 guarismos por cada denominacion de la clase inmediata superior ó inferior que se quiera dar al número.

Para espresar 4 metros cúbicos, 58 centímetros cúbicos y 856 milímetros cúbicos en metros cúbicos se escribe 4,058856 metros cúbicos que es igual á

4058,856 centímetros cúbicos
4058856 milímetros cúbicos.

225. Es costumbre designar las cantidades espresadas bajo el sistema métrico con la denominacion inferior, de modo que en lugar de decir 4 decimetros y 8 centimetros se acostumbra decir 48 centimetros y en lugar de 6 centimetros y 8 milimetros 68 milimetros.

De las operaciones aritméticas con cantidades espresadas bajo el sistema métrico.

226. Como las cantidades espresadas por el sistema métrico tienen la forma decimal, escusamos repetir aqui las reglas que hemos esplicado para hacer las operaciones aritméticas con dichas cantidades, poniendo solamente unos ejemplos.

Sumar 49 metros y 56 centimetros + 98 metros y 6 decimetros + 82 metros y 048 milimetros.

$$\begin{array}{r} 49{,}56 \\ 98{,}6 \\ 82{,}048 \\ \hline 230{,}208 \end{array}$$

227. Ejemplo de restar.

De 84 kilógramos 6 hectógramos y 8 decágramos restar 45 kilógramos 8 hectógramos y 5 decágramos.

$$\begin{array}{r} 84{,}68 \\ 45{,}85 \\ \hline 38{,}84 \text{ Kg.} \end{array}$$

228. Ejemplos de multiplicar.

Cuanto importan 24 hectólitros y 45 litros de........ á 58 reales y 5 décimas el hectólitro.

$$\begin{array}{rl} 24{,}45 & \text{hectólitros.} \\ \times\ 58{,}5 & \text{reales.} \\ \hline 12225 & \\ 19560 & \\ 12225 & \\ \hline \end{array}$$

1430,525 rs.=1430 rs. 5 décim. despreciando la frac. 0,025.

Cuanto importan 8 hectáreas 24 areas y 85 centiáreas de terreno á 184 rs. 7 décimas la area.

```
    824,85 areas.
 ×   184,7 reales.
 ─────────────
    577395
   329940
  659880
  82485
 ─────────────
152349,795 rs. ó 152349 rs. y 8 décimas próximamente.
```

Cuanto importan 7 metros cúbicos y 234 decimetros cúbicos de madera á 24 centavos el decimetro cúbico.

```
 7234 decimetros cúbicos.
  0,24 reales.
 ──────────
  28936
 14468
 ──────────
1736,16 reales ó 1736 reales y 2 décimas próximamente.
```

229. Ejemplos de dividir.

A cómo sale el litro de vino, habiendo costado 4 hectólitros y 65 litros 790 rs. y 5 décimas.

```
790,5 rs. | 465 litros.
3255      ──────────
0000        1,7 reales ó 1 real y 7 décimas el litro.
```

Con 29894 reales y 4 décimas se han comprado 345 metros y 6 decimetros de paño, á cómo sale el metro?

```
29894,4 rs. | 345,6 metros.
022464      ─────────────
 017280       86,5 reales=86 rs. y 5 décimas el metro.
  00000
```

De la reduccion de las pesas y medidas antiguas á las del sistema métrico y vice-versa.

230. Para reducir las antiguas pesas y medidas á las del sistema métrico, y vice-versa, se multiplica la cantidad espresada en cualquiera de dichos sistemas por el número que espresa la equivalencia de la unidad del sistema que se trata de reducir en las unidades del otro sistema.

Siendo tan grande la variedad de las pesas y medidas del antiguo sistema, es imposible conservar en la memoria las relaciones que existen con las del sistema métrico y viceversa, y no hay otro remedio que recurrir á las tablas que dán aquellas relaciones que se encontrarán al fin.

Para saber por ejemplo á cuantos kilógramos equivalen 64 arrobas 7 libras y 4 onzas de Castilla, se busca en las tablas la equivalencia de la libra de Castilla en kilógramos, y se vé, que la libra es igual á 0,46 de kilógramo próximamente. Se multiplican pues las 64 arrobas 7 libras y 4 onzas reducidas á libras por 0,46 y nos dará los kilógramos que buscamos.

64 arrobas 7 lib. y 4 onz.
× 25 libras.
320
1287 libras.
1607 lib. y 4 onz.=1607¼ lib.=1607,25 libras.
0,46 kilógr. cada libr.
964350
642900
739,3350 kilógram.=739 kilógramos y 335 gramos.

Si se quiere averiguar cuantas varas de Burgos hacen 65 metros y 45 centímetros, se vé en las tablas que el metro es igual á 1,196 varas, y tenemos

65,45 metros.
1,196 varas que tiene el metro.
39270
58905
6545
6545
78,27820 varas.
3
0,8346 pies.
12
16692
8346
10,0152 pulgadas.

Los 65 metros y 45 centímetros equivalen pues á 78,2782 varas ó 78 varas y 10 pulgadas, despreciando la fraccion 0,0152 de pulgada.

Reducir 78 hectólitros á fanegas de áridos de Castilla.

1 litro=0,86485 de cuartillo.

1 hectólitro=100 litros=86,485 cuartillos.

× 78 hectólitros.

691880
605395

6745,830 cuart. | 48 cuartillos. la ff.
194 | 140,538 ff.
00258
0183
0390
006

Reducir los precios de la unidad espresada en el antiguo sistema de pesas y medidas á los de la unidad espresada en el sistema métrico y vice-versa.

231. Para reducir el precio de una unidad espresada en el antiguo sistema de pesas y medidas al de la unidad espresada en el métrico ó vice-versa, se multiplica el precio propuesto, por la relacion que existe entre dichas unidades ó su equivalencia, en sentido inverso al que se ha usado para la reduccion de unas unidades en otras.

Para saber por ejemplo el precio del kilógramo, sabiendo que el de la libra de Castilla es 13 reales y 2 décimas, se multiplica este precio por 2,173 libras que equivale el kilógramo del modo siguiente.

2,173 libras cada kilógramo.
13,2 reales.

4346
6519
2173

28,6836 reales ó 28 reales y 7 décimas proximamente el precio del kilogramo.

Para hacerse cargo de la esactitud de esta regla, basta observar, que teniendo el kilógramo 2,173 libras de Castilla, lo que se trata de buscar es el importe de estas 2,173 libras, y estando la libra á 13,2 reales, claro es que multiplicando estas dos cantidades dará el precio de las 2,173 libras que equivalen al kilógramo.

En esta operacion se ha usado de la relacion inversa de la que hubiera servido para reducir las libras á kilógramos, pues en este caso hubieramos multiplicado las libras por 0,46 de kilógramo que equivale á libra.

Para averiguar el precio de la vara de Burgos, sabiendo que el metro ha costado 86 reales 4 décimas, buscarémos en las tablas la relacion de la vara con el metro y se vé que 1 vara = 836 milim. = 0,836 de metro y multiplicando por 86,4 rs. nos dá

86,4 rs precio de cada metro.
× 0,836 de metro cada vara.

5184
2592
6912

72,2304 reales importe de 0,836 de metro = 1 vara ó 72 reales y 2 decimos la vara.

En estas cuestiones se ha usado de la relacion aproximada que existe entre las pesas y medidas antiguas y modernas, tomando solo tres cifras decimales y añadiendo una unidad á la tercera, por pasar de 5 la siguiente, porque basta esta aproximacion en la práctica. Si se quiere mayor esactitud, se toman mayor número de cifras decimales.

Reduccion de las pesas y medidas antiguas de una Provincia en las de otra.

232. Para reducir las pesas y medidas antiguas de una Provincia en las de otra cuando, son diferentes, se multiplica la equivalencia de la unidad de las que se tratan de reducir en las respectivas del sistema métrico, y por la equivalencia de la unidad del sistema métrico en las del sistema antiguo de la otra Provincia.

Para reducir por ejemplo 1745 libras de Guipuzcoa en libras de Castilla se procede del modo siguiente.

```
    1745 lib. de Guipuzcoa.
 ×  0,492 kilog. = 1 lib. de Guipuzcoa (veáse la tabla).
 ----------
      3490
     15705
     6980
 ----------
    858540 kilog.
 × 2,1735   lib. de Castilla = 1 kilog. id.
 ----------
     429270
    257562
   600978
   85854
 171708
 ----------
 1866,036690 lib. de Castilla.
```

De modo que 1745 lib. de Guipuzcoa equivalen á 1866,04 lib. de Castilla próximamente, y reduciendo si se quiere la fraccion 0,04 de lib. á onzas y adarmes hacen $0{,}04\times16=0{,}64$ de onza $=0{,}64\times16=10{,}24$ adarmes es decir que equivalen á 1866 lib. y 10,24 adarmes de Castilla.

Esta operacion no exige demostracion, pues no se ha hecho otra cosa que reducir 1.° las 1745 lib de Guipuzcoa á kilog. y los 858,54 que han resultado á lib. de Castilla por medio de las reglas ya esplicadas, dando por resultado final que 1745 lib. de Guipuzcoa = 858,54 kilog. = 1866,04 lib. de Castilla.

Reducir los precios de la unidad espresada en las antiguas pesas y medidas de una Provincia á los de la unidad espresada en las de otra.

233. Para reducir los precios de las unidades espresadas en las antiguas pesas y medidas de una Provincia á los de las otras cuando son diferentes, se reduce primero dicho precio al de la unidad del sistema métrico y por este se calcula el de la otra Provincia bajo las reglas esplicadas.

Para saber por ejemplo á como sale la vara de Castilla costando la cana de Barcelona 85 rs. se procede del modo siguiente.

$$
\begin{array}{rl}
1 \text{ m.} = 5,145 \text{ palmos} = \frac{5,145}{8} \text{ canas} = & 0,645 \text{ canas.} \\
\times & 85 \text{ rs.} \\
\hline
& 3225 \\
& 5160 \\
\hline
& 54,825 \text{ rs. precio de 1 m.} \\
\times & 0,836 \text{ de m} = 1. \text{ vara.} \\
\hline
& 328950 \\
& 164475 \\
& 438600 \\
\hline
& 45,833700 \text{ rs. precio de 1 vara}
\end{array}
$$

de Castilla = 45 rs. y 8 décimas próximamente. *

De las potencias de los números en general y de sus raíces.

234. Se llama *potencia* de un número, al producto que resulta de la multiplicacion del mismo número por sí mismo cierto número de veces.

235. Si se multiplica dos veces se llama *segunda potencia* ó *cuadrado*, si tres, *tercera potencia* ó *cubo* y así sucesivamente.

Si multiplicamos 3 por 3 nos dará por producto su segunda potencia ó cuadrado 9; y si multiplicamos otra vez por el mismo 3, nos dará 27, que es la tercera potencia de 3 ó el cubo de 3.

236. Para indicar la potencia á que se debe elevar un número se pone á su derecha un poco mas arriba el grado ó número á que se quiere elevar.

3^2 significa la segunda potencia de 3 ó su cuadrado y 3^4 significa 3 elevado á la cuarta potencia, ó 3 multiplicado 4 veces por el mismo número esto es, $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.

---

* Para abreviar estas operaciones, seria preciso disponer tablas que dieran directamente la relacion de las pesas y medidas antiguas de una Provincia en otra, pero no siendo del caso la formacion de semejantes tablas por su mucha estension para una aritmética elemental se ha creido mas conveniente valerse de las tablas de correspondencia de las antiguas pesas y medidas con las del sistema métrico, las únicas que son indispensables á nuestro objeto.

237. Al número que indica la potencia se llama *esponente*.

238. Se llama *raiz* de un número, aquel que multiplicado por el mismo cierto número de veces, produzca el número propuesto.

239. La *raiz cuadrada* ó segunda de un número es el que multiplicado por el mismo dos veces produzca el número propuesto, y *tercera ó cúbica* el que multiplicado por sí mismo tres veces produzca dicho número, y así de los demas.

3 es la raiz cuadrada de 9, la cúbica de 27 y la raiz cuarta de 81.

240. Para indicar la raiz de un número se usa de este signo $\sqrt{\ }$ que se llama *radical*, y se antepone al número, poniendo entre sus brazos el número que indique la clase ó grado de la raiz.

Si se trata de la raiz cuadrada se pone un 2 en la abertura del signo, de este modo, $\sqrt[2]{\ }$ que significa raiz cuadrada, y $\sqrt[3]{\ }$ significa raiz cúbica, $\sqrt[4]{\ }$ raiz cuarta etc.

De modo que para indicar que se quiere estraer la raiz cuadrada de 9 se escribiria $\sqrt[2]{9}=3$.

De los números cuadrados y de sus raices.

241. Para elevar un número al cuadrado, bastan las reglas esplicadas para la multiplicacion, una vez que no hay mas que multiplicar el número que se trata de cuadrar por el mismo.

242. Pondremos sin embargo un ejemplo para observar la composicion del cuadrado, haciendo la conveniente separacion de los productos parciales.

Cuadrar el número 54.

54	
54	
16	cuadrado de las 4 unidades.
20	producto de las 5 decenas por las 4 unidades.
20	id. de las 5 id. id. 4 id.
25	cuadrado de las decenas.
2916	cuadrado de 54.

Segun se puede observar por los productos parciales, el cuadrado de un número se compone; 1.° del cuadrado de las unidades; 2.° de dos veces el producto de las decenas por las unidades y 3.° del cuadrado de las decenas.

243. Se vé tambien que el cuadrado de las unidades está hácia la derecha y el de las decenas á la izquierda del número, y debiendo ser siempre el cuadrado de las decenas lo menos una centena, es preciso hallar las unidades de la raiz en los guarismos que quedan despues de separar los dos últimos, y las decenas en las centenas.

244. Para poder estraer la raiz cuadrada de un número, es preciso saber de memoria los cuadrados de los números dígitos que están en la siguiente tabla.

Cuadrados	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Raices	1	2	3	4	5	6	7	8	9

245. Sentado esto, para estraer la raiz cuadrada de un número compuesto de 3 ó 4 guarismos, se distribuyen sus guarismos en secciones de á dos, principiando por la derecha: se busca la raiz de la primera seccion de la izquierda colocándola al lado del número propuesto, y restando su cuadrado, se bajan al lado de la resta los dos guarismos de la siguiente seccion, de los que se separa el último con una coma: se divide el número que queda por el duplo de la raiz hallada colocándola debajo de dicha resta: se coloca el cociente al lado de la raiz hallada y del duplo de las decenas que han servido de divisor, y últimamente se multiplican por el mismo cociente los guarismos de esta última línea, rebajando su producto de los de encima.

Para estraer la raiz cuadrada de 2916 se procede del modo siguiente:

```
 29,16 | 54
 25    |______
 ----
  41,6      41 | 40=5×2
  104          |______
 -----            4
  000
```

Como el cuadrado de las decenas no puede estar en los dos últimos guarismos (243), hemos separado con una coma. En seguida se ha buscado la raiz cuadrada de los primeros guarismos ó de 29 que mas se aproxime que es 5 : su cuadrado 25 se ha rebajado de 29, quedando 4 en la resta, á cuyo lado se han bajado los otros dos guarismos 16. Por la composicion del cuadrado sabemos que esta resta se compone del doble producto de las decenas por las unidades y del cuadrado de las unidades; y ya que el producto de las decenas por las unidades no puede estar en las unidades se separa el 6 de la resta y quedan 41, que dividiendo por el duplo de las 5 decenas halladas ó $5\times2=10$ dá 4 por las unidades de la raiz: se pone pues el 4 al lado del 5 y del 10 y se multiplica el 104 que resulta por el 4, restando el producto de 416 que está encima y no queda residuo ninguno, siendo por consiguiente 54 la raiz cuadrada de 2916.

Al multiplicar 104 por 4, no se hace mas que cuadrar las unidades y multiplicar el duplo de las decenas ó 50×2 que es 100 por las mismas unidades, pues que $4\times100=400$ y $4\times4=16$ y $400+16=416$ que era la resta que quedó despues de rebajar el cuadrado de las decenas.

De modo que la operacion de sacar la raiz cuádrada se ha reducido á restar del número propuesto el cuadrado de las decenas, dos veces el producto de las decenas por las unidades y el cuadrado de las unidades, asi como se ha sumado al formar el cuadrado.

246. Pero al dividir la resta por el duplo de las decenas halladas no resultan siempre por cociente las unidades de la raiz, pues incluyendo aquella resta ademas del duplo de las decenas por las unidades, el cuadrado de estas mismas unidades que pueden producir tambien decenas, resulta á veces en el cociente un número mayor que el que se busca. En tal caso el cuadrado de las unidades y el producto de estas por el duplo de las decenas, es mayor que la resta: y entonces hay que desechar el cociente hallado, disminuyendo en una unidad y hacer otra prueba, hasta que dicho producto de las unidades por el duplo de las decenas halladas, sea menor que la resta.

247. La regla que hemos esplicado es general para todos los casos, aun cuando el número propuesto se componga de mas de 4 guarismos, pues pudiendo considerar cualquiera número compuesto de decenas y unidades, puede hacerse igual raciocinio, aun cuando la raiz contenga centenas; y por consiguiente, no hay mas que distribuir los guarismos

del número que se proponga para sacar la raiz en secciones de á dos, repeticndo la operacion que hemos esplicado en cada resta que resulte.

Si se pide la raiz cuadrada de 76807696, se procederá del modo siguiente.

76,80,76,96	8764	
128,0		
16 7	128	$16=8\times2$
	000	8
011 17,6		
1 74 6	1117	$174=87\times2$
	0073	6
00 70 09,6		
17 52 4	7009	$1752=876\times2$
00 00 0	0001	4

En la division de la primera resta 128 por el duplo de 8 que es 16 ha dado por cociente 8 cabales, pero siendo el producto de $168\times8=1344$, mayor que la resta 1280, se ha rebajado una unidad poniendo en su lugar el 7. Las demas operaciones son idénticas á las esplicadas ya.

248. Cuando el número propuesto no es un cuadrado cabal, queda al fin de la operacion una resta, y entonces no se puede sacar la raiz cabal sino por aproximacion, siendo el método mas abreviado por medio de decimales. A este efecto se añaden á la resta dos ceros para cada cifra decimal que se quiera sacar en la raiz, una vez que el cuadrado de cada cifra decimal produce dos en el cuadrado.

Para estraer pues la raiz cuadrada de 875 aproximando á centésimas, añadirémos cuatro ceros al número propuesto procediendo del modo siguiente.

8,75	29,58
47,5	
4 9	
03 40,0	
58 5	
047 50,0	
5 90 8	
00 23 6	

Despues de estraer la raiz cuadrada del número propuesto 875 que es 29, ha quedado por resta 34; poniendo dos ceros á su derecha y continuando la operacion de estraer la raiz cuadrada como antes nos ha dado 5 décimas, y haciendo las divisiones, multiplicaciones y restas correspondientes, ha quedado un sobrante de 475 á cuyo lado hemos colocado otros dos ceros, y procediendo del mismo modo, ha producido 8 centésimas, siendo 29,58 la raiz cuadrada de 875 con diferencia de menos de una centésima.

Si hubieramos querido aproximar á milésimas, diez milésimas etc. se hubieran ido añadiendo dos ceros mas por cada cifra decimal que se quiera en la raiz.

249. Para cuadrar un quebrado, no hay mas que cuadrar el numerador y el denominador.

Para cuadrar $\frac{2}{3}$ se cuadran el 2 y el 3 y nos dá $\frac{4}{9}$ que es lo mismo que multiplicar $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$.

250. De consiguiente, para sacar la raiz cuadrada de un quebrado, se saca la del numerador y denominador.

Asi que la raiz cuadrada de $\frac{4}{16}$ es $\frac{2}{4}$.

251. Cuando el numerador y denominador de un quebrado no tiene raiz cabal, lo mejor es reducir á decimales, sacando el doble de las cifras decimales que se quieran obtener en la raiz y sacar la raiz tambien en decimales y por consiguiente, basta esplicar el método de sacar la raiz cuadrada de estas fracciones.

252. Para sacar la raiz cuadrada de las fracciones decimales, se procede lo mismo que para sacar la de los números enteros, teniendo cuidado de que las cifras decimales del número que se trata de estraer la raiz cuadrada sean pares. Si no lo fuesen, se añade un cero, lo que no altera su valor (42).

Para estraer la raiz cuadrada de 0,572, añado primero un cero, transformado en 0,5720 que le es igual y se procede por el método esplicado del modo siguiente.

0,5720	0,74
820	
145	
095	

Si se quiere continuar aproximando mas la raiz, se ván añadiendo dos ceros por cada cifra decimal que se quiera obtener en la raiz.

253. La raiz cuadrada de los números mistos se saca del mismo modo, convirtiendo el quebrado en decimales.

Para sacar la raiz cuadrada de $67\frac{3}{7}$ se reduce el quebrado $\frac{3}{7}$ á decimales, sacando un número doble de guarismos decimales á los que se quieran sacar en la raiz. Si se quiere aproximar la raiz á centésimas se sacan 4 decimales ó diez milésimas, haciendo la operacion del modo siguiente.

```
30      | 7
020     |_______
 060     0,4285
  040
   05

        67,42,85  | 8,21
        034,2     |______
         162
        ______
        0188,5
         1641
        ______
         0244
```

De los números cúbicos y de sus raices.

254. El cubicar un número ó elevar á su tercera potencia no ofrece dificultad, reduciéndose la operacion á multiplicar el número propuesto tres veces por sí mismo ó su cuadrado por el mismo número.

255. Los cubos de los números dígitos son los siguientes.

Cubos	1	8	27	64	125	216	343	512	729
Raices	1	2	3	4	5	6	7	8	9

256. Para hallar el método de estraer la raiz cúbica de un número, observémos primero la composicion del cubo de un número compuesto de decenas y unidades.

Una vez que el cubo de un número es igual á su cuadrado multiplicado por el mismo número, pondrémos primero el cuadrado descompuesto en las partes de que se compone y multiplicarémos de nuevo por el mismo número, haciendo la separacion de los productos parciales por las unidades y decenas.

Si se quiere pues elevar á cubo el número 45 tenemos; que su cuadrado ó 45^2 es $40^2+(2\times40\times5)+5^2$ y colocando estas partidas por separado y multiplicando primero por 40 y luego por 5 nos dará

Cuadrado de 45×40.

$40^2\times40=$ . . . . $40^3=64000$

$2\times40\times5\times40=2\times40^2\times5$

$5^2\times40=$ . . $5^2\times40$ $\quad=3\times40^2\times5=24000$

Cuadrado de 45×5. $\quad=3\times40\times5^2=\ 3000$

$40^2\times5=$ . . $40^2\times5$

$2\times40\times5\times5=2\times5^2\times40$

$5^2\times5=$ . . . . $5^3=\ \ 125$

Suma . . . 91125

257. Observando con cuidado las anteriores operaciones, se nota, que el cubo de un número que consta de decenas y unidades se compone, 1.° del cubo de las decenas: 2.° de tres veces el cuadrado de las decenas por las unidades; 3.° de tres veces las decenas por el cuadrado de las unidades, y 4.° y último, del cubo de las unidades.

Obsérvese tambien que el cubo de las decenas compone millares, y de consiguiente, las decenas de la raiz se deben buscar en los millares.

De las precedentes observaciones se deduce la siguiente regla para estraer la raiz cúbica de un número compuesto de cinco ó seis guarismos.

258 Para estraer la raiz cúbica de un número de cinco ó seis guarismos, se separan en primer lugar tres guarismos de la derecha: se busca la raiz cúbica del número que queda á la izquierda de la coma y el cubo de esta raiz se resta de dicho número: se bajan á su lado los otros tres guarismos de los que se separan con una coma los dos primeros de la derecha y el número que queda á la izquierda de la coma se divide por el triplo del cuadrado de la raiz hallada, cuyo cociente se coloca al lado de dicha raiz hallada, y cubicando el número que resulta, se rebaja de todo el número propuesto.

Para estraer la raiz cúbica de 91125 se procede del modo siguiente.

$$\begin{array}{l|l} 91{,}125 & 45 \\ \underline{64} & \\ 271{,}25 & : 3\times4^2=48 \\ \underline{911\ 25} & =45^3 \\ 00\ 000 & \end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r} 45 \\ \underline{45} \\ 225 \\ \underline{180} \\ 2025 \\ \underline{45} \\ 10125 \\ \underline{8100} \\ 91125 \end{array}$$

Como las decenas de la raiz debe hallarse precisamente en los millares, se separan primero los tres guarismos de la derecha y quedan 91. Su raiz cúbica mas aproximada es 4 que coloco al lado, y cubicando, dá 64, y rebajando del número propuesto, queda por resta 27125, que segun la composicion del cubo debe contener, el triplo del cuadrado de las decenas por las unidades; el triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades y el cubo de las unidades; y como el cuadrado de las decenas debe producir lo menos centenas, el triplo del producto del cuadrado de las decenas por las unidades debe hallarse precisamente en las centenas. Se separan pues dos guarismos de la resta 27125 y quedan en 271 que divididos por el triplo del cuadrado de las decenas halladas ó por $3\times4^2=48$ ha dado por cociente 5 que se coloca en la raiz al lado de las decenas. Se cubica el 45 y se resta del número propuesto, y como no queda ninguna resta, el número hallado es la raiz cúbica cabal de 91125.

259. Cualquiera número se puede considerar como compuesto de decenas y unidades y el raciocinio que se ha empleado, es aplicable á todos los casos, y de consiguiente, para estraer la raiz cúbica de un número cualquiera, no hay mas que dividir en secciones de á tres guarismos principiando por la derecha y practicar la operacion por el método esplicado en el caso anterior, repitiéndola en cada resta.

Si se quiere estraer la raiz cúbica de 596947688 se procederá del modo siguiente.

```
        596,947,688 | 842
 8³ =   512
        849,47 : 3×8² = 192
 84³ =  592704
        42456,88 : 3×84² = 21168
 842³ = 596947688
        0000000 00
```

```
   8        84       7056           842
   8        84          3           842
  ---      ----      -----        ------
  64       336      21168          1684
   3       672                     3368
  ---      ----                    6736
 192       7056                  -------
             84                   708964
          -----                      842
          28224                  -------
          56448                  1417928
         ------                  2835856
         592704                  5671712
                                ---------
                                596947688
```

Como no hemos hecho mas que seguir el anterior método, escusamos esplicar aqui detalladamente cada operacion, bastando examinar las parciales que han servido para la estraccion de la raiz cúbica que se dejan anotadas al lado.

260. Cuando la raiz no sale cabal, se puede aproximar por decimales, añadiendo por cada cifra que se quiera sacar en la raiz tres ceros, por ser el cubo de las décimas milésimas.

Para estraer la raiz cúbica de 8755 aproximando á centésimas se procede del modo siguiente.

```
8,755000000 | 20,64                        206     42436       2061
07,55     :   2²3× = 12                    206         3       2061
-----------                               -----   ------      ------
07550,00  :  20²×3 = 1200                  1236   127308       2061
87418 16                                   412                12366
-----------                               -----               4122
00131 840,00:206²×3 = 127308              42436              -------
87545 529 81                                206              4247721
------------                              ------                2061
00004 470 19                              254616             -------
                                          84872              4247721
                                         -------            25486326
                                         8741816             8495442
                                                          -----------
                                                          8754552981
```

261. Para elevar al cubo un quebrado se cubican el numerador y denominador.

Asi es que el cubo de $\frac{2}{3}=\frac{8}{27}$ esto es $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{9}$.

262. Para estraer la raiz cúbica de un quebrado se estrae la raiz cúbica del numerador y denominador, y si no le tienen cabal, se saca por aproximacion, reduciendo primero á decimales y teniendo cuidado de que la fraccion decimal tenga tres veces tantas cifras decimales, como se quiera que haya en la raiz.

Para sacar la raiz cúbica de $\frac{2}{7}$ aproximando á centésimas se procede del modo siguiente.

```
20   | 7              0,285,714 | 0,65            36       65
060   0,285714         216                         3       65
 040                 -----------                 -----   -----
  030                   697,14 : 3×6²=108         108      325
   010                  2746 25                           390
    030               -----------                        -----
     02                 11089                             4225
                                                            65
                                                         ------
                                                          21125
                                                         25350
                                                         ------
                                                         274625
```

263. Para estraer la raiz cúbica de un número misto, se convierte primero el quebrado en decimales, sacando triple número de cifras por cada una que se quiera sacar en la raiz.

Para sacar la raiz cúbica de $455\frac{5}{21}$ aproximando á centésimas, se procede del modo siguiente.

```
                 456,238,095  | 7,69                       76        769
50 | 21          345                                       76        769
080  0,238095   -----------                              -----     -----
 170             1132,38   :  7²×3=147                    456       6921
 00200           4389 76                                 532       4614
   0110         ---------------                          -----     5383
    005            172620,95 : 76²×3=17328                5776    -------
                 4547566 09                                 76     591361
                ---------------                          -----        769
                 0014814 86                    5776      34656   -------
                                                  3      40432    5322249
                                                -----    ------   3548166
                                                17328    438976  4139527
                                                                 ---------
                                                                 454756609
```

264. La raiz cúbica de una fraccion decimal que se compone de 3, 6, 9, etc guarismos se saca lo mismo que la de los enteros.

Si no tuviese aquel número de cifras decimales se añade suficiente número de ceros á la derecha de la fraccion hasta completar 3, 6, 9, etc. guarismos.

Para estraer la raiz cúbica de 0,4567 se añaden dos ceros convirtiendo en 0,456700 y se continúa añadiendo tres ceros mas por cada fraccion decimal que se quiera obtener en la raiz.

	0,456,700	77	77
$7^3 =$	343		77
	1137,00 : $7^2 \times 3 = 147$		539
$77^3 =$	456533		539
	000167		5929
			77
			41503
			41503
			456533

De las razones y proporciones.

265. Se llama *razon* lo que resulta de la comparacion de dos números.

266. Cuando se compara un número con otro para hallar su diferencia, á esta diferencia se llama *razon aritmética*

Si comparamos 3 con 5 para hallar su diferencia que es 2, al 2 se llama *razon aritmética* de 3 á 5 que se espresa de este modo 3. 5.

267. Cuando se comparan dos cantidades para averiguar cuantas veces cabe la una en la otra, al resultado se llama *razon geométrica.*

Si comparamos 8 con 2 para saber cuantas veces el 2 cabe en el 8, el número 4 que es el cociente se llama *razon geométrica* de 8 á 2 que se indica de este modo 8 : 2.

268. De las dos cantidades que se comparán al primero se llama *antecedente* y al segundo *consecuente* y á ambos números *términos* de la razon.

269. Cuando se comparan dos cantidades con otras dos cuya razon sea igual, se forma una *proporcion*.

270. Si la razon es por diferencias se llama *proporcion aritmética y geométrica* si es por cocientes.

Las cuatro cantidades 3, 5, 7 y 9 forman una *proporcion aritmética*, por que la diferencia de 3 á 5 es igual á la de 7 á 9: se indica de este modo 3 . 5 : 7 . 9 y se leé 3 es á 5 como 7 es á 9.

Las cuatro cantidades 3, 6, 4 y 8 forman una *proporcion geométrica* por que la razon de 3 á 6 es $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ y la de 4 á 8 es $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$: se indica de este modo 3 : 6 : : 4 : 8 y se leé 3 es á 6 como 4 es á 8.

271. El primero y cuarto términos se llaman *estremos* y el segundo y tercero *medios*.

272. Cuando se multiplican los antecedentes de dos ó mas razones entre si y sus consecuentes, resulta otra razon que se llama *compuesta* de las anteriores.

Si tenemos las tres razones

$$\begin{array}{c} 2 : 3 \\ 3 : 5 \\ 4 : 7 \\ \hline \end{array}$$

$2\times3\times4 : 3\times5\times7$ ó $24 : 105$ que resulta multiplicando los antecedentes y los consecuentes entre si, se llama *razon compuesta* de las anteriores.

Propiedades de la proporcion geométrica.

273. En toda proporcion geométrica el producto de los medios es igual al de los estremos.

Sea la proporcion 2 : 6 : : 8 : 24 el producto de 2×24 será igual al de 6×8.

En efecto, para que haya proporcion, es preciso que la razon de 2 á 6 sea igual al de 8 á 24 ó $\frac{2}{6}=\frac{8}{24}$, y siendo iguales estos dos quebrados, deben ser tambien sus numeradores si se reducen á un comun denominador; y haciendo la operacion resulta efectivamente $\frac{48}{144}=\frac{48}{144}$; pero los numeradores son producto de 2×24 y 6×8; luego el producto de los estremos es igual al de los medios.

274. La proporcion existirá, pues, aun cuando los estremos se pongan en el medio y los medios en los estremos.

y á cualquiera parte que se trasladen con tal que sean estremos ó medios unos mismos términos.

Se puede pues transformar la anterior proporcion en las siguientes,

2 : 6 : : 8 : 24	24 : 8 : : 6 : 2
2 : 8 : : 6 : 24	24 : 6 : : 8 : 2
8 : 2 : : 24 : 6	6 : 24 : : 2 : 8
8 : 24 : : 2 : 6	6 : 2 : : 24 : 8

275. Conociendo tres términos de una proporcion se puede hallar el cuarto, multiplicando los dos medios ó estremos conocidos entre si y dividiendo el producto por el otro medio ó estremo conocido.

Si queremos averiguar el cuarto término de esta proporcion $4 : 5 : : 8 : x$ multiplicaremos los dos medios conocidos 5 y 8 y dividiremos por el estremo conocido y nos dará

$$4 : 5 : : 8 : x = \frac{5 \times 8}{4} = \frac{40}{4} = 10.$$

En efecto, el producto del divisor 4 ó 1.^{er} término por el cociente 10 que ha resultado para 4.^{o} término dará el dividendo 40 que es el producto de los medios.

276. No se altera una proporcion aun cuando se multipliquen ó partan por un mismo número los cuatro términos de la proporcion ó los dos términos de una de las dos razones, ó los dos antecedentes ó los dos consecuentes.

Si en la proporcion $3 : 4 : : 9 : 12$ multiplicamos ó partimos por 2 los cuatro términos ó los dos primeros términos ó los últimos ó los dos antecedentes ó consecuentes no se alterará la proporcion.

Para penetrarse de esto, basta considerar, que siendo la razon, el cociente que resulta de la division del antecedente por el consecuente, en el presente caso es $\frac{3}{4}$ ó $\frac{9}{12}$, esto es, un quebrado cuyo valor no se altera aunque se multipliquen ó partan por un mismo número sus dos términos (111): y si en la proporcion de $3 : 4 : : 9 : 12$ invertimos los medios, queda en $3 : 9 : : 4 : 12$ siendo la razon $\frac{3}{9}$ que tampoco se altera aun cuando se multiplican ó partan sus dos términos por un mismo número; y como 3 y 9 son respecto á la primera proporcion antecedentes, queda probado, que no se altera una proporcion aunque se multipliquen ó partan los dos términos de una razon ó de ambas etc.

277. De la definicion que se ha dado de la razon se in-

fiere, que los cuatro términos que entran en la composicion de dos quebrados iguales forman proporcion.

Si $\frac{2}{6}=\frac{3}{9}$ los cuatro términos de ambos quebrados 2, 6, 3 y 9 formarán la siguiente proporcion.

$$2:6::3:9$$

En efecto, siendo la primera razon igual á $\frac{2}{6}$ y la segunda á $\frac{3}{9}$ que hemos supuesto iguales entre sí, necesariamente debe existir la proporcion.

278. De esta analogía que existe entre un quebrado y la razon se deduce claramente, que es aplicable á las razones y proporciones todo lo que se ha dicho respecto á los quebrados en cuanto á su simplificacion y alteracion que puede sufrir sin alterar en nada la razon ó el valor del quebrado.

Regla de tres.

279. Se llama *regla de tres* á la que sirve para hallar un dato por medio de otros tres conocidos

280. Hay varias reglas de tres que se llaman *simple* ó *directa;* la *inversa ó indirecta* y la *compuesta.*

281. Si se quiere saber por ejemplo cuanto valen 86 metros de paño, sabiendo que 24 han costado 1400 reales, esta cuestion se resuelve por la regla de tres *simple ó directa*, porque aqui el valor de los 86 metros está en razon directa de 24^m : 86 metros, esto es, *mas* metros costarán *mas* reales, ó lo que es lo mismo, doble número de metros costarán doble cantidad de reales, triple número de metros, triple número de reales etc.

282. Si se pregunta en cuanto tiempo harán 5 hombres, el trabajo que 2 han hecho en 20 dias, claro es, que *mas* hombres harán el mismo trabajo en *menos* dias que 2, es decir, doble número de hombres harán el mismo trabajo en la mitad del tiempo, triple número de hombres en la tercera parte del tiempo etc., de consiguiente los dias que se buscan estarán en *razon inversa* ó *indirecta* de los hombres que se emplean ó en el de 5 : 2, y esta cuestion pertenece á las que se resuelven por la regla de tres *inversa.*

283 Si se propone saber cuantos metros de zanja harán 6 hombres en 20 dias trabajando 10 horas al dia, sabiendo, que 8 hombres en 7 dias trabajando 12 horas al dia, han hecho 574 metros.

La resolucion de esta cuestion pende de la relacion ó razon que existe entre el número de hombres, de los dias y de las horas que cada uno trabaja, y por consiguiente los metros que se buscan, están con los 574 en *razon compuesta* de los hombres, de los dias y de las horas que se emplean y pertenece esta cuestion á la *regla de tres compuesta*.

284. En las cuestiones de regla de tres compuesta, suele ocurrir á veces que el resultado que se busca está en *razon directa* de algunos de los datos conocidos é *inversa* de otros, lo que es facil conocer examinando el sentido del problema.

De la regla de tres simple ó directa.

285. Para resolver las cuestiones por medio de la regla de tres simple se disponen los tres datos conocidos, de modo que formen una proporcion con el cuarto que se busca.

Si se quiere saber por ejemplo cuanto costarán 75 hectólitros de grano sabiendo que 24 han costado 120 reales, formarémos la siguiente proporcion.

24 Hl. : 75 Hl. : : 120rs : $x=\frac{120\times75}{24}=375$ rs valor de 75 Hl.

```
  75
 120
----
1500
 75
----
9000 | 24
 180   ------
0120   375 rs.
 000
```

Se puede tambien formar la proporcion poniendo por primera razon los dos datos que estan relacionados entre sí que aqui es de 24 Hl. con su coste de 120 rs. en cuyo caso seria

$24 : 120 : : 75 : x=\frac{120\times75}{24}=375$ como antes por ser la misma proporcion con los medios alternados.

Para comprender bien la esactitud de esta regla, basta considerar; que el valor de los 75 hectólitros debe ser mayor que el de 24 y que de consiguiente debe estar en razon directa de 24 : 75 y por la operacion que hemos practicado hemos hallado por valor de los 75 hectólitros 375 reales que está con 120 en la misma razon que las respectivas medidas, ya que estas y los respectivos valores forman proporcion.

286. Antes de verificar la operacion conviene simplificar cuanto se pueda la proporcion dividiendo por un mismo número los términos de la razon conocida, ó los dos antecedentes, ya que no se altera la proporcion (275).

En el caso anterior se puede simplificar como se vé á continuacion.

$$24 : 75 :: 120 : x$$
$$8 : 25 :: 120 : x$$
$$4 : 25 :: 60 : x$$
$$1 : 25 :: 15 : x = 15 \times 25 = 375$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ 15 \\ \hline 125 \\ 25 \\ \hline 375 \end{array}$$

Se han dividido primero por 3 los dos primeros términos de la razon: despues por dos los dos antecedentes, y por último por 4 los mismos antecedentes, dando por cuarto término el mismo 375 de antes; pero hay que tener cuidado de no dividir los dos medios en lugar de hacer los dos antecedentes, porque esto disminuiria el resultado que se busca.

287. Esta clase de cuestiones se pueden tambien resolver por otro medio, sin necesidad de formar la proporcion.

En el anterior caso se busca el valor de 75 hectólitros de grano, y una vez averiguado el precio de cada hectólitro, no tenemos mas que multiplicar por 75. Para traer á este estado la cuestion, sabemos que 24 hectólitros han costado 120 reales, por consiguiente cada hectólitro costará $\frac{120}{24}$ y multiplicando $\frac{120}{24}$ por 75 tenemos $\frac{120}{24} \times 75 = \frac{120 \times 75}{24} =$ $\frac{10 \times 75}{2} = 5 \times 75 = 375$ reales como antes.

Segun se vé la cuestion se ha reducido á multiplicar el quebrado $\frac{120}{24}$ por 75, que simplificando se ha convertido en $\frac{10}{2} \times 75 = 5 \times 75 = 375$ reales.

288. De consiguiente los problemas que corresponden á la llamada regla de tres pueden reducirse á la multiplicacion de un quebrado por un entero.

Otro ejemplo. Cuanto vale cada litro de aguardiente de

68° del alcohómetro centesimal de Gay-Lussac, costando á 24 reales cada litro de á 51 grados del mismo alcohómetro.

$$51 : 68 : : 24 : x = \frac{68 \times 24}{51} = \frac{68 \times 8}{17} = \frac{4 \times 8}{1} = 32 \text{ rs.}$$

Esta clase de cuestiones no se pueden resolver si los grados del aguardiente se refieren al areómetro de Cartier, porque no indican la proporcion en que está el alcohol que contiene el aguardiente.

De la regla de tres inversa.

289. Las cuestiones se resuelven por medio de la regla de tres inversa del mismo modo que por la regla de tres directa, sin otra diferencia que invertir la razon entre los datos conocidos.

Ejemplo. Si un hombre andando 10 kilómetros al dia vá á Madrid en 8 dias ¿cuantos tardará no andando mas que 5 kilómetros al dia?

Claro está que andando *menos* kilómetros cada dia tardará *mas* dias en andar la misma distancia, y de consiguiente, los dias que se buscan están en razon inversa de los kilómetros que anda al dia y se dispone la proporcion del modo siguiente,

$$5 \text{ Km.} : 10 \text{ Km.} : : 8 \text{ dias} : x \text{ y simplificando}$$
$$1 : 2 : : 8 : x = 2 \times 8 = 16 \text{ dias.}$$

Y en efecto, andando la mitad de la distancia, se tardará doble tiempo, como efectivamente ha resultado.

290. Esta cuestion se podria tambien resolver sin necesidad de formar la proporcion, considerando que en 8 dias á 10 kilómetros al dia son 80 kilómetros los que se deben andar á razon de 5 kilómetros al dia, luego dividiendo los 80 kilómetros por 5 nos dará los dias que se buscan,

esto es, $\frac{8 \times 10}{5} = \frac{8 \times 2}{1} = 16$ como antes.

Otro ejemplo. Cuatro canteros han construido una pared en 26 dias ¿en cuánto tiempo harian 9 canteros la misma pared?

Mas canteros necesitan *menos* dias para hacer la misma obra y de consiguiente se forma la proporcion del modo siguiente,

$$\overset{c}{9} : \overset{c}{4} : : \overset{d}{26} : x = \frac{26 \times 4}{9} = \frac{104}{9} = 11\tfrac{5}{9} \text{ dias.}$$

En la anterior proporcion se han colocado los datos de modo que los dias que se buscan sean menor que los 26, por que si se hubiera colocado de este otro modo $4 : 9 :: 26 : x$ el cuarto término hubiera resultado mayor que 26 lo que seria un absurdo, sabiendo que 9 canteros necesitan menos tiempo que 4 para hacer la misma obra.

Se puede tambien resolver esta cuestion guiándose por otras consideraciones, pues ya que los 4 canteros han empleado 26 dias en aquella obra un cantero necesitaria $4\times26=104$ dias, esto es, que se han empleado 104 jornales ó dias en la obra y los 9 canteros deben hacer en $\frac{104}{9}=11\frac{5}{9}$.

De la regla de tres compuesta.

291. En la regla de tres compuesta se forma la proporcion multiplicando los antecedentes de todas las razones simples entre si y lo mismo los consecuentes, teniendo cuidado de distinguir los datos que están en razon directa de los que están en inversa con el resultado que se busca para disponerlos del modo esplicado.

Cuestion. 6 hombres en 24 dias trabajando 8 horas por dia han hecho una zanja de 456 metros ¿cuántos metros de zanja harán 5 hombres en 20 dias trabajando 10 horas al dia?

Para resolver esta cuestion se prepara la proporcion del modo siguiente:

6 hombres : 5 hombres.
6 — 24 d. : 20 dias — 5.
4 — 8 h. : 10 horas — 5.

$$6\times6\times4 : 5\times5\times5 :: 456 : x$$
$$6\times6 : 5\times5\times5 :: 114 : x$$
$$6\times3 : 5\times5\times5 :: 57 : x=\frac{57\times125}{18}=395,833 \text{ mt.}$$

$$\begin{array}{r}125\\57\\\hline875\\625\\\hline7125\end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}7125 & 18\\\cline{2-2}172 & 395,83\\0105 & \\0150 & \\060 & \\06 & \end{array}$$

Considerando la cuestion como dividida en otras de regla de tres simple se principia con los hombres y se dice : si 6 hombres han hecho 456 metros ¿cuantos harán 5 hombres? y se establece la razon de 6 : 5. Se hace igual raciocinio con los dias y las horas, prescindiendo en cada caso de las demas circunstancias del problema y resultan las tres razones que se han colocado una debajo de otra. Despues se simplifican dividiendo por un mismo número los antecedentes y consecuentes lo que no altera la razon, y hecha la reduccion, se multiplican los antecedentes entre sí igualmente que los consecuentes : con sus productos se forma la razon compuesta de todas las que se han formado antes, quedando entonces reducida la cuestion á una regla de tres simple.

Para simplificar los términos de las razones ó reducir á menores términos se han dividido por 4 los dos términos de la 1.ª razon y por 2 los de la 2.ª; y despues de formar la proporcion con la razon compuesta que ha resultado de la multiplicacion de los antecedentes y consecuentes simplificados se han reducido de nuevo los antecedentes de la proporcion dividiendo primero por 4 y despues por 2.

292. Para resolver esta cuestion, prescindiendo de las proporciones, puede valerse de las siguientes consideraciones.

6 hombres en 24 dias trabajando 8 horas al dia han empleado $6\times24\times8$ horas para hacer 456 metros y de consiguiente en cada hora han hecho $\frac{456}{6\times24\times8}$ de metro. Los 5 hombres en 20 dias trabajando 10 horas al dia componen $5\times20\times10$ horas ; y ya que en cada hora se hacen $\frac{456}{6\times24\times8}$ de metro en las $5\times20\times10=1000$ se harán $\frac{5\times20\times10\times456}{6\times24\times8}$ y simplificando $\frac{5\times5\times5\times57}{6\times3}=\frac{125\times57}{18}=\frac{7125}{18}=\ldots$ $395\frac{15}{18}=395,833.$

Cuestion. Un hombre que camina 7 horas al dia, gasta 30 dias en andar 230 leguas ¿cuántos dias gastará en andar 600 leguas caminando 10 horas al dia?

$$\begin{array}{l} 1 - 10^{h} : 7^{h} \\ 23 - 230^{l} : 600^{l} - 60 - 6 \\ \hline 1 \times 23 : 6 \times 7 :: 30^{d} : x^{d} = \dfrac{42 \times 30}{23} = \dfrac{1260}{23} = 54\dfrac{18}{23} \text{ dias.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 1260 & 23 \\ \cline{2-2} 0110 & 54 \\ 018 & \end{array}$$

En esta cuestion, la primera razon es inversa, porque claro es, que los dias que se buscan, están en razon inversa de las horas que se emplean en cada uno, esto es, cuantas mas horas se empleen, menos dias se necesitan para andar el mismo camino: la segunda razon por el contrario es directa, porque cuantas mas leguas haya que andar mas dias se necesitan, por consiguiente la razon compuesta que ha resultado se deriva de la de 10 : 7 y de 230 : 600.

Para simplificar se han dividido por 10 ó quitado un cero al antecedente de la 1.ª razon ó 10 y al consecuente de la 2.ª ó 600, quedando convertidos en 1 y 60 y otro cero á ambos términos de la 2.ª razon ó á 230 y 60 transformado en 23 y 6, y últimamente se han hecho las multiplicaciones y divisiones por el método esplicado.

Para resolver esta cuestion sin recurrir al medio de la proporcion considerarémos, que 7 horas en 30 dias componen $30 \times 7 = 210$ horas; y ya que en este tiempo se han andado 230 leguas en cada hora andará $\frac{230}{210} = \frac{23}{21}$ leguas, y caminando 10 horas al dia se andarán $\frac{23}{21} \times 10 = \frac{23 \times 10}{21}$ en cada dia y las 600 leguas se andarán en $600 : \frac{230}{21} = 600 \times \frac{21}{230} = \frac{600 \times 21}{230} = \frac{21 \times 60}{23} = \frac{1260}{23} = 54\frac{18}{23}$.

Regla de conjunta.

293. La regla de conjunta es en rigor una regla de tres compuesta, que se aplica á cierta clase de cuestiones y sirve para hallar el valor ó equivalencia de una cosa ó unidad por la relacion que tiene con otra serie de cosas ó unidades, cuyos valores ó relaciones dependen unas de otras.

A esta clase de problemas corresponde la siguiente

CUESTION. 6 varas equivalen á 5,015 metros; 50 metros á 54,7 yardas inglesas ¿á cuántas yardas equivalen 68 varas?

Para resolver esta cuestion averigüemos primero cuantos metros hacen las 68 varas por medio de la siguiente proporcion.

$$6 \text{ var.} : 5{,}015 \text{ met.} :: 68 \text{ var.} : x = \frac{5{,}015 \times 68}{6} = 56{,}837 \text{ met.}$$

Para averiguar ahora las yardas por medio de este nuevo dato dispondremos esta otra proporcion.

$$50 \text{ metros} : 54{,}7 \text{ yardas} :: 56{,}837 \text{ metros} = 68 \text{ varas} : x = \frac{56{,}837 \times 54{,}7}{50} = 62{,}179.$$

El resultado que hemos obtenido está pues en razon compuesta de $6 : 5{,}015$ y $50 : 54{,}7$ y se puede por consiguiente resolver esta cuestion con solo una operacion, disponiendo la proporcion del modo siguiente.

$$\begin{array}{l} \quad 6 \text{ varas} : 5{,}015 \text{ metros} — 1{,}003 \\ 10 — 50 \text{ metros} : 54{,}7 \text{ yardas.} \\ \hline \end{array}$$

$$6 \times 10 : 1{,}003 \times 54{,}7 :: 68 \text{ v.} : x = \frac{1{,}003 \times 54{,}76 \times 8}{6 \times 10} =$$

62,179 como antes.

Despues de colocar las dos razones una debajo de otra se han simplificado el consecuente de la primera razon y el antecedente de la segunda dividiendo por 10.

294. Si la cuestion hubiera comprendido mas número de relaciones con medidas de otras Naciones, se hubiera continuado formando razones hasta concluir la última, colocándolas unas debajo de otras, de modo que el antecedente de cada razon sea de igual especie que el consecuente de la que le antecede.

295. La misma regla se sigue para la reduccion de las monedas de un pais ó Nacion á las de otra, que es lo que constituye la regla de cambio esterior directa ó indirecta; pero siendo tan variados los sistemas monetarios y sus respectivos valores, y complicándose esta materia con la alza y baja del cambio, ó la alteracion en la relacion de las monedas de un pais con las de otro, no es posible tratar estas cuestiones con estension en una aritmética elemental, sino

en un tratado especial, que ademas de esplicar el sistema monetario de cada pais especifique los usos del cambio y la relacion de las monedas de todos los paises entre si; pero el que se haya penetrado bien de las reglas que van esplicadas, hará facilmente su aplicacion á la resolucion de los problemas de cambio.

Regla de interés.

296. La regla de interés no es otra cosa que la misma regla de tres simple, aplicada al caso especial de averiguar el interés que dará un capital á razon de tanto por ciento por año ó por un tiempo determinado.

297. Para indicar el tanto por ciento se usa del signo de abreviacion p$\frac{o}{o}$ que quiere decir por ciento, asi que 5 por ciento se escribe 5 p$\frac{o}{o}$, 4 por ciento 4 p$\frac{o}{o}$, etc.

Si se pregunta qué interés producirán 84500 reales á razon de 5 por cada cien ó 5 por 100 al año, esta cuestion pertenece á la clase de la regla de interés y se puede resolver por medio de la proporcion, ó solamente por medio de la multiplicacion.

Para resolver por medio de la proporcion se dispondrá del modo siguiente.

$$100 : 5 :: 84500 : x = \frac{84500 \times 5}{100} = 4225 \text{ reales.}$$

Ya que 100 reales producen 5, no hay mas que ver los cientos que hay en el capital propuesto, que en el caso presente son 845, y multiplicando por 5 reales dará los mismos 4225 reales.

298. Segun se vé la operacion se reduce á multiplicar el capital por el tanto por ciento y dividir por 100 ó separar los dos últimos guarismos, y de consiguiente la regla para sacar el interés de un capital se puede enunciar del modo siguiente

$$\text{Interés} = \frac{\text{Capital} \times \text{tanto por ciento.}}{100}$$

Que quiere decir el interés es igual al capital multiplicado por el tanto por ciento y dividido por cien.

299. En estas cuestiones se pueden presentar diferentes casos segun sea el resultado que se busca, y para esplicar

mejor la regla que haya de servir para la resolucion de todas las cuestiones de interés, pondremos un ejemplo de cada uno de los casos.

CUESTION. Qué interés producirán 6400 reales en 5 años á razon de 4 p$\frac{0}{0}$ al año?

El interés de un año será por la regla esplicada $\frac{6400\times4}{100}=$ 256 y en los 5 años producirá $256\times5=1280$

300. En esta operacion hemos multiplicado el capital por el tanto por ciento y por los años y se ha dividido por cien, y esta operacion se puede espresar por la fórmula siguiente.

$$\text{Interés}=\frac{\text{Capital}\times\text{por el tanto p}\frac{0}{0}\times\text{por los años}}{100}$$ ó poniendo las letras iniciales en lugar de los nombres

$$I.=\frac{C\times t\times a}{100}$$

CUESTION. Qué capital se debe imponer para que al 4 p$\frac{0}{0}$ produzca en 5 años 1280 reales?

Ya que cada 100 reales producen 4 al año en 5 años producirán $4\times5=20$ reales y se puede formar la proporcion siguiente.

$$4\times5=20:100::1280:x=\frac{1280\times100}{4\times5}=\frac{128000}{20}=6400 \text{ rs.}$$

301. De donde se infiere que para saber el capital, se debe multiplicar el interés por 100 y dividir por el producto del tanto por ciento por el número de años, y dá lugar á la siguiente fórmula.

$$C=\frac{I\times100}{t\times a}$$

CUESTION. 6400 reales en 5 años han producido 1280 reales ¿á cuánto p$\frac{0}{0}$ ha estado impuesto?

Ya que en 5 años ha producido 1280 rs. en cada año habrá producido la quinta parte de 1280 ó $\frac{1280}{5}=256$ reales y se forma la siguiente proporcion.

$$6400:\frac{1280}{5}=256::100:x=\frac{100\times1280}{6400\times5}=\frac{256\times100}{6400}=\frac{256}{64}=$$ 4 p$\frac{0}{0}$.

302. De aqui resulta que para averiguar el tanto p$\frac{0}{0}$ se

debe multiplicar el interés por 100 y dividir por el capital multiplicado por el número de años ó

$$T=\frac{I\times 100}{C\times a}$$

Cuestion. 6400 reales impuestos al 4 p% han producido 1280 reales ¿en cuánto tiempo ha estado impuesto?

Averiguaremos primero qué interés producen cada año los 6400 reales al 4 p% por la regla esplicada y sabemos que es igual

$$\frac{6400\times 4}{100}=256$$

Ya que en cada año producen 256 reales para producir 1280 reales es preciso que haya estado tantos años como veces quepa 256 en 1280, esto es $\frac{1280}{256}=5$ años, y como 256 es igual á $\frac{6400\times 4}{100}$ la division de 1280 por esta fraccion impropia se indica de este modo $1280:\frac{6400\times 4}{100}=\ldots$ $1280\times\frac{100}{6400\times 4}=\frac{1280\times 100}{6400\times 4}$ y de consiguiente

303. Para averiguar el tiempo en que ha estado impues- un capital dado, se multiplica el interes por 100 y se divide este producto por el capital multiplicado por el tanto por ciento y de aqui resulta la siguiente formula.

$$\text{Los años ó } A=\frac{I\times 100}{C\times t.}$$

304. Estas cuatro fórmulas comprenden todos los casos de las cuestiones de interés, pero se complican algun tanto cuando el tiempo en que ha estado impuesto no es de un año ó varios años cabales.

Cuestion. 8900 reales han estado impuestos al 4 por ciento desde el 6 de Junio de 1848 hasta 3 de Octubre de 1852 ¿á cuanto ascienden sus intereses?

305. Para averiguar el tiempo que ha estado impuesto, es menester hacer un cálculo de los años y dias que han transcurrido desde el 6 de Junio de 1848 á 3 de Octubre de 1852 del modo siguiente.

Desde el 6 de Junio de 1848 al 6 de Junio de 1852 van 3 años.

Del 6 al 30 de Junio de 1852 van 24 dias.

Julio tiene . .	31 id.
Agosto . . .	31
Setiembre . .	30
Al 3 de Octubre . . .	3
	119 dias.

El cálculo de los dias que hay de una fecha á otra se puede hacer de un modo mas breve, tomando las fechas en dias del año en lugar de los de mes del modo siguiente.

6 de Junio corresponde	á 157	del año.
3 de Octubre id.	á 276	id.
Diferencia . .	119	dias.

De manera que ha estado impuesto en 3 años y 119 dias ó 3 años y una fraccion de otro año y ya que el año tiene 365 dias los 119 dias componen $\frac{119}{365}$ de año y el tiempo transcurrido entre aquellas fechas es de $3\frac{119}{365}$ años.

De consiguiente, una vez averiguado el interes anual es preciso multiplicar por $3\frac{119}{365}$ años procediendo del modo siguiente.

$$100 : 4 :: 8900 : x = \frac{8900 \times 4}{100} = 356 \text{ rs. interés de un año.}$$

$$\begin{array}{r} 356 \\ 3\frac{119}{365} \\ \hline 1068 \\ \frac{119}{365}\times 356 = 116{,}06 \\ \hline 1184{,}06 \text{ reales} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 356 \\ 119 \\ \hline 3204 \\ 356 \\ 356 \\ \hline 42364 \\ 0586 \\ 2214 \\ 002400 \\ 0240 \end{array} \begin{array}{|l} 365 \\ \hline 116{,}06 \end{array}$$

Si se hubiera reducido á decimales la fraccion $\frac{119}{365}$ hubiera resultado 0,326 y $3\frac{119}{365} = 3{,}326$ años y multiplicando por los 356 rs. daria

3,326 años.
356 rs. , interés de un año.

19 956
166 30
997 8

1184,056 reales=1184,06 reales con diferencia de menos de cuatro milésimas de real.

Si hubieramos querido resolver esta cuestion por la primera fórmula de

$I=\frac{C\times t\times a}{100}$ hubieramos puesto en lugar de

C, 8900 reales : en el de t, 4 ; y en el de a ó años 3,326 y nos hubiera dado

$I=\frac{8900\times 4\times 3,326}{100}$ y haciendo las multiplicaciones y divisiones indicadas.

8900 rs. el Capital.
4 rs. p%

35600
3,326 años.

2 136
7 12
106 8
1068

1184,05600 reales como antes.

Despues de multiplicar el capital por el 4 y por 3,326 ha resultado 118405600 ; y como hay que separar tres cifras decimales por las 3 decimales que tiene el factor 3,326 y 2 mas para dividir por 100 se han separado 5 decimales dando el mismo resultado que antes.

306. Para poder reducir los dias á fraccion de años espresada en decimales conviene tener presente que $\frac{1}{365}=$ 0,00274 , es decir , que para reducir los dias á fraccion decimal de año hay que multiplicarlos por 274 y separar 5 cifras decimales. En el caso anterior para reducir 119 dias á fraccion decimal tenemos $11\times 9274=32606$ y separando cinco cifras decimales 0,32606 ó 0,326 como antes.

307. De consiguiente para averiguar los intereses que corresponden á un capital en cierto número de dias, se multiplica el capital por el tanto por ciento y por los dias, y últimamente por 274, y se separan del producto 7 cifras decimales 5 por otros tantos que tiene la fraccion decimal de un dia y dos mas por los 100 que hay que dividir.

En el caso presente tenemos

```
        8900 Capital.
           4 p%
   ---------
       35600 interés de un año.
         119 dias.
   ---------
      3204
      356
     356
   ---------
     4236400
         274
   ---------
    16945600
   296548
   84728
   ---------
  116,0773600 intereses de 119 dias.
```

308. Es costumbre en el Comercio considerar el año de 360 dias y el mes de 30 dias[1], para facilitar el cálculo, en cuyo caso 1 dia es $\frac{1}{360}$=0,00278 de año, que será el multiplicador constante en los cálculos de intereses correspondientes para cierto número de dias.

309. Esta division del año dá lugar en muchas ocasiones á simplificaciones en el cálculo de interés, que vamos á esplicar con un ejemplo.

Ejemplo. Cuánto importan los intereses de 5468,33 rs. al 4 p% anual correspondientes á 63 dias?

Por las reglas esplicadas hay que multiplicar el capital por el tanto por ciento y por los dias y dividir por 360, ó lo que es lo mismo multiplicar por $\frac{1}{360}$ ó por la fraccion decimal que le represente y dividir todo por 100 y nos dá

$$\frac{5468{,}33 \text{ rs.} \times 4 \times 63}{100} \times \frac{1}{360} = \frac{5468{,}33 \times 63 \times 4}{368 \times 100} =$$

$5468,33 \times 63 \times \frac{4}{36000} = 5468,33 \times 63 \times \frac{1}{9000}$ simplificando el quebrado $\frac{4}{36000}$ en $\frac{1}{9000}$ y practicando las operaciones nos da

```
 5468,33
      63
---------
 1640499
3280998
---------
344,50479 | 9(000
072 77    ------------
 00 0      38,27 rs.= 38 r. y 3 dec. prox.=38 r. 9 mrs.
```

Si el interes fuese de 5 p $\frac{0}{0}$ resultaria en lugar de la fraccion $\frac{4}{36000}$ la de $\frac{5}{36000} = \frac{1}{7200}$, y si fuera de 6 p $\frac{0}{0}$, $\frac{6}{36000} = \frac{1}{6000}$, y de consiguiente.

310. Para averiguar los intereses de un capital en cierto número de dias, se multiplica el capital por los dias y se divide el producto por 9000 si el interés está al 4 p $\frac{0}{0}$: por 7200 si está al 5; y por 6000 si está al 6 p $\frac{0}{0}$:

Como la fraccion $\frac{1}{360}$ es mayor que $\frac{1}{365}$ resultan mayores intereses haciendo uso de la primera fraccion que de la segunda.

311. Si se quiere obtener á un tiempo la suma á que ascenderá el capital é intereses se multiplica por 100 mas el tanto por ciento y se divide por 100.

Ejemplo. Para saber á cuanto ascienden el capital é intereses de un año de 84500 rs. á 5 p $\frac{0}{0}$ tendrémos

$$100 : 105 : : 84500 : x = \frac{84500 \times 105}{100} = 88725 \text{ rs.}$$

```
   84500
     105
--------
   4225
  845
--------
  88725(00
```

312. Si sabiendo la suma del capital é intereses y el tanto por ciento que ha estado impuesto, se quiere saber el capital, se multiplica dicha suma del capital é intereses por 100 y se divide por 100 mas el tanto por ciento.

Otro. Se pregunta qué capital es necesario imponer en un año al 5 p $\frac{0}{0}$ para que con sus intereses ascienda á 88725 rs.

$$105 : 100 :: 88725 : x = \frac{88725 \times 100}{105} = 84500 \text{ rs.}$$

Fondos públicos.

313. La deuda pública procedente de empréstitos hechos por los Gobiernos ó de obligaciones contraidas por los mismos, devengan un interes de tanto por ciento en favor de los acreedores ó tenedores de los documentos de crédito.

314. Estos documentos de varias clases y denominaciones se venden y compran á precios que varian segun las circunstancias.

315. El precio se refiere siempre á un capital de 100 rs. y los documentos mismos ó efectos públicos están estendidos por cantidades de millares cabales para la mayor facilidad de la contabilidad y de las negociaciones.

Ejemplo. Qué renta producirán 40000 reales empleados en la renta de 3 p $\frac{0}{0}$ al tipo de 34 p $\frac{0}{0}$?

Ya que por 34 reales se adquiere un documento que representa un capital nominal de 100 rs. que produce 3 rs., el 3 es en rigor el interes que producen los 34 reales, de consiguiente harémos la siguiente proporcion.

$$34 : 3 :: 40000 : x = \frac{40000 \times 3}{34} = \frac{120000}{34}$$

```
120000  | 34
0180    |------
 0100    3529,4
  0320
   0140
    004
```

Ejemplo. Qué capital se debe emplear para adquirir una renta anual de 3529 reales y 4 décimas en documentos de 3 p $\frac{0}{0}$ al tipo de 34.?

$$3 : 34 :: 3529,4 : x = \frac{3529,4 \times 34}{3} = 40000.$$

Ejemplo. Con 40000 reales se han comprado documentos del 3 p $\frac{0}{0}$ que producen 3529,4 reales anuales, á qué tipo se han comprado?

$$3529,4 : 40000 :: 3 : x = \frac{40000 \times 3}{3529,4} = 34 \text{ p}\%.$$

EJEMPLO. Con un capital de 40000 reales se ha adquirido una renta anual de 3529,4 reales en documentos públicos al tipo de 34 p%, de cuánto por ciento son los documentos adquiridos?

$$40000 : 3529,4 :: 34 : x = \frac{3529,4 \times 34}{40000} = 3 \text{ p}\%.$$

De la regla del descuento.

316 La regla del *descuento* no es mas que la misma regla de interés aplicada á ciertos casos.

317. Si un sugeto tiene que cobrar 1000 reales dentro de seis meses y quiere vender este crédito para recibir desde luego dicho dinero, se hace una rebaja del tanto p% correspondiente al tiempo que falta para su cobranza, y esta rebaja se llama *descuento*.

Si el interés es de 6 p% se hace la rebaja de 3 p% por el medio año que falta para realizar la cobranza de los 1000 reales, y en este caso seria de $\frac{1000 \times 3}{100} = 30$ reales y cobraria $1000 - 30 = 970$ reales por aquel crédito.

318. Los 970 reales no producen sin embargo en medio año los 1000 reales al 6 p% anual, pues que $\frac{970 \times 3}{100} = \frac{2910}{100} =$ 29,10 reales y añadiendo este interés á los 970 reales resultan $970 + 29,10 = 999,10$ reales, y hasta los 1000 reales hay la diferencia de 0,90 reales ó cerca de un real, y esta diferencia es esactamente el 3 p% de los 30 reales descontados pues que $\frac{30 \times 3}{100} = 0,90$.

319. Para averiguar el verdadero descuento que corresponde hacer á los 1000 reales al 6 p%, es menester buscar un capital que en 6 meses ascienda con sus intereses á los 1000 reales, lo que se consigue por el medio esplicado (312 formando la siguiente proporcion.

$$103 : 100 :: 1000 \text{ reales} : x = \frac{1000 \times 100}{103} = 970,87.$$

```
100000  | 103
00730   |-------
 00900   970,87
   0760
    039
```

Esto es, el capital multiplicado por 100 y dividido por 100 mas el tanto p$\frac{0}{0}$.

Los 970,87 reales ascienden en 6 meses con sus intereses á los mismos 1000 rs. segun se vé de la siguiente operacion.

```
  970,87  rs.
       3
---------
  29,1261  rs. interés de 6 meses de los 970,87 rs.
 970,87    rs. del capital.
---------
 999,9961  rs. ó 1000 reales con diferencia de menos de
```

cuatro milésimas de real.

320. Sin embargo, por la mayor facilidad del cálculo se emplea el primer método que es mas ventajoso al tomador del credito.

Ejemplo. El 2 de Febrero se quiere negociar un crédito de 8400 reales cuyo plazo vence el 25 de Mayo del mismo año, á razon de 6 p$\frac{0}{0}$ al año ¿cuánto importa el descuento?

```
Del 2 al 28 de Feb.  26 d.   El 2 de Feb. corresp. á 33 d. del a.
          Marzo  31          El 25 de Mayo id.     á 145
          Abril  30                               ---------
Al 25 de Mayo  . 25                Diferencia   112 dias.
               ------
```

$112 \text{ dias} = \frac{112}{365}$ de año $= 112 \times 0,00274 =$ 0,307 de año.

```
Considerando el año de 365 d.    Considerando el año de 360 d.
        8400                         112
           6                         8400
      ------                       ------
       50400                        44800   Divisor fijo cuando
       0,307                        896     el interés es á 6 p%
     -------                       -------
       3 528                       940,800 | 6000
     151 2                         344 0    156,8 r. el descuento.
     -------                       000
```

154,728 rales. el descuento y rebajados de 8400 reales quedan 8245,272 reales importe del crédito de los 8400 reales.

321. Esta cuestion corresponde á las de interés en que sabiendo el capital, el tiempo y el tanto por ciento se busca dicho interés, y se resuelve por la fórmula de

$$I = \frac{C \times t \times a}{100}$$

Y en efecto no se ha hecho otra cosa que multiplicar el capital por el tanto por ciento y por los años ó fraccion de año ó tiempo y dividir por 100.

Hay ademas otras muchas clases de cuestiones y problemas que corresponden á las reglas de interés, tal como de seguros, tara, cambio interior, etc. cuya resolucion es facil aplicando las reglas que se acaban de manifestar, por cuya razon se omite su esplicacion para evitar repeticiones.

Regla de compañia simple.

322. La regla de compañia se reduce á dividir una cantidad en la misma razon que otras cantidades determinadas.

Por ejemplo repartir 1800 rs. en 3 partes que estén entre si como los números 2, 3, y 4. Si sumamos estos tres números nos dá $2+3+4=9$: si dividimos ahora 1800 en 9 partes iguales y se toman despues 2, 3 y 4 veces estas novenas partes quedará resuelta la cuestion, pues estarán en la misma razon que el 2, 3 y 4, esto es, si se toman $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$ y $\frac{4}{9}$ de 1800 se tomarán $\frac{9}{9}$ de 1800 reales, quedando repartida toda la cantidad en razon de los números $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$ y $\frac{4}{9}$ y de consiguiente como 2, 3 y 4 que son nueve veces mayores, ya que no se altera la razon aunque se multipliquen, ó partan sus términos por un mismo número (276).

$$\frac{2}{9} \text{ de } 1800 = \frac{1800\times2}{9} = \frac{3600}{9} = 400$$
$$\frac{3}{9} \text{ de } 1800 = \frac{1800\times3}{9} = \frac{5400}{9} = 600$$
$$\frac{4}{9} \text{ de } 1800 = \frac{1800\times4}{9} = \frac{7200}{9} = \underline{800}$$
$$1800$$

De estos tres resultados se pueden formar las tres proporciones siguientes.

$$9 : 1800 : : 2 : x = \frac{1800 \times 2}{9} = 400$$

$$9 : 1800 : : 3 : x = \frac{1800 \times 3}{9} = 600$$

$$9 : 1800 : : 4 : x = \frac{1800 \times 4}{9} = 800$$

323. Esto es, la suma de los tres números propuestos $2+3+4=9$ es á 1800 reales que se trata de repartir, como uno de dichos números á lo que salga, dando igual resultado por haber practicado iguales operaciones.

Puede pues seguirse cualquiera de los dos métodos para resolver esta clase de cuestiones.

EJEMPLO. En una obra que han construido tres canteros ha empleado el primero 25 dias, el segundo 32 y el tercero 48; y habiendo importado la obra 8645 reales ¿se desea saber cuanto corresponde á cada cantero.

```
 25
 32
 48
---
105
```

Corresponden al 1.^{r} cant.^{o} $\frac{25}{105} \times 8645 = \frac{8645 \times 25}{105} = 2058{,}333$

Id. al 2.^{o} id. $\frac{32}{105} \times 8645 = \frac{8645 \times 32}{105} = 2634{,}667$

Id. al 3.^{o} id. $\frac{48}{105} \times 8645 = \frac{8645 \times 48}{105} = 3952$

$$\overline{8645{,}000}$$

```
   8645
     25
 ------
  43225
 17290
 ------
 216125 | 105
 00612  |---------
   0875   2058,333
    0350
     0350
      0350
       0350
```

```
   8645
     32
 ------
  17290
 25935
 ------
 276640 | 105
 0666   |---------
  0364    2634,666
   0490
    0700
     0700
      0700
       070
```

```
   8645
     48
 ------
  69160
 34580
 ------
 414960 | 105
 0399   |------
  0546    3952
   0210
    000
```

Para resolver por medio de la proporcion se dispondrán los datos del modo siguiente:

$$\begin{array}{r} 25 \\ 32 \\ 48 \\ \hline 105 : 8645 :: \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 25 : x = \dfrac{8645 \times 25}{105} = 2058,333 \\ 32 : x = \dfrac{8645 \times 32}{105} = 2634,667 \\ 48 : x = \dfrac{8645 \times 48}{105} = 3952 \end{array} \right.$$

$$\text{Suma. . . . } 8645,000$$

Otro ejemplo. Tres sugetos han empleado en una empresa 4574 rs.: el primero ha puesto 1455 rs., el segundo 1345 y el tercero 1774, y se han ganado 2745 reales, ¿á cuánto corresponde á cada uno en esta ganancia?

$$\begin{array}{r} 1455 \\ 1345 \\ 1774 \\ \hline 4574 : 2745 :: \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 1455 : x = \dfrac{2745 \times 1455}{4574} = 873,19 \\ 1345 : x = \dfrac{2745 \times 1345}{4574} = 807,17 \\ 1774 : x = \dfrac{2745 \times 1774}{4574} = 1064,63 \end{array} \right.$$

$$2744,99 \text{ rs. ó}$$

2745 reales próximamente.

324. Esta clase de cuestiones se pueden tambien resolver por otro medio que abrevie la operacion, averiguando primero cuanto por ciento se ha ganado respecto al capital total, y calculando en seguida por el tanto p$\frac{0}{0}$ que resulte la parte que á cada socio corresponde por la regla de interés.

Ya que con 4574 reales se han ganado 2745 reales se vé cuanto se ha ganado por 100 ó por 1000 segun la aproximacion que se quiera, y una vez averiguado esto, se saca el tanto p$\frac{0}{0}$ ó por 1000 de la cantidad que ha puesto cada socio del modo siguiente.

$$4574 : 2745 :: 100 : x = \frac{274500}{4574} = 60,01 \text{ p}\tfrac{0}{0}$$

$$\begin{array}{r|l} 274500 & 4574 \\ \cline{2-2} 00006000 & 60,01 \\ 1426 & \end{array}$$

```
 1455 rs. puesta del 1.ª        1345 puesta del 2.ª
60,01 p%                       60,01 p%
_____________                  ___________
 1455                           1345
8730                           8070
_____________                  ___________
873,1455 ganancia del 1.ª      807,1345 ganancia del 2.ª

          1774 puesta del 3.ª
         60,01 p%
        ___________
          1774
        10644
        ___________
        1064,5774 ganancia  del 3.ª
         807,1345    id.    del 2.ª
         873,1455    id.    del 1.ª
        ___________
        2744,8574 ó 2745 rs. próximamente.
```

325 Por este método no se han hecho mas que tres multiplicaciones y una division, en lugar de las tres multiplicaciones y tres divisiones que se han practicado por el método anterior y se puede ahorrar ademas si se quiere una multiplicacion mas, pues sabiendo las ganancias de los primeros, con restar de la ganancia total su suma quedará por resta la ganancia del último; pero es mejor hacer del modo que se ha indicado, porque de paso sirve de prueba á la operacion, por tener que ser igual la suma de las ganancias ó pérdidas de cada socio con la total.

326. En esta clase de negocios se acostumbra generalmente dividir el capital que se necesita emplear en una empresa en acciones de á 1000, 2000 etc. reales tomando cada interesado un número fijo de acciones, y esto facilita mucho el cálculo de la distribucion de ganancias ó pérdidas.

Ejemplo. Se ha empleado en una empresa un capital de 60000 reales dividido en acciones de á 2000 reales y uno ha tomado 4 acciones: el otro 6 y el otro 5. Se han ganado 4368 reales ¿á como corresponde á cada accion y cuanto á cada uno de los accionistas?

$$\overset{rs.}{60000} : \overset{rs.}{4568} : : \overset{rs.}{100} : x = 7{,}613 \text{ rs. p\%}$$

$$\begin{array}{r|l}
45{,}6800 & 6{,}0000 \\ \cline{2-2}
03\,6 & 7{,}613 \\
0\,08 & \\
20 & \\
02 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r}
7{,}613 \\
\times\ 2000 \\ \hline
152{,}26000
\end{array}
\text{ ganancia de cada accion}$$

$$\begin{array}{l}
152{,}26 \times 8 = 1218{,}08 \text{ ganancia de 4 acciones.} \\
152{,}26 \times 12 = 1827{,}12 \quad \text{id.} \quad \text{de } 6 \quad \text{id.} \\
152{,}26 \times 10 = \underline{1522{,}60} \quad \text{id.} \quad \text{de } 5 \quad \text{id.} \\
\qquad\qquad\quad\ 4567{,}80 \text{ ó } 4568 \text{ rs. próximamente.}
\end{array}$$

Regla de Compañía compuesta.

327. Esta regla no tiene mas diferencia con la anterior que la de que para el reparto proporcional de la cantidad se ha de atender á varios datos, ó están en razon compuesto de varios datos.

Ejemplo. Tres mercaderes hacen compañia, poniendo el primero 65 duros que están en el fondo comun 8 meses: el segundo pone 78 que están 12 meses, y el tercero 84 duros que están 6 meses. Se han ganado 166 duros ¿á cuanto corresponde á cada uno?

Los 65 duros del primero que han estado 8 meses es lo mismo que si estubieran en un mes $65 \times 8 = 520$ duros: los 78 del segundo equivalen á tener $78 \times 12 = 936$ en el mismo mes, y los 84 duros en 6 meses equivalen á $84 \times 6 = 504$ en un mes, esto es, hay que repartir las ganancias en la proporcion de 520, 936 y 504 y al efecto se disponen las proporciones del modo siguiente.

$$1960 : 166 : : \left\{\begin{array}{l}
520 : x = \dfrac{166 \times 520}{1960} = 44{,}04 \\[2ex]
936 : x = \dfrac{166 \times 936}{1960} = 79{,}27 \\[2ex]
\underline{504} : x = \dfrac{166 \times 504}{1960} = \underline{42{,}68} \\
1960 \qquad\qquad\qquad\quad 165{,}99 \text{ ó } 166 \text{ próxim.}
\end{array}\right.$$

328. Para resolver por medio del tanto por ciento se procede del modo esplicado (324).

$$1960 : 166 :: 100 : x = \frac{16600}{1960} = \frac{1660}{196} = 8,47 \text{ p}\%$$

```
1660    | 196
00920   |--------
 1360     8,46=8,47 p% próximamente.
 0184
```

$8,47 \times 520 = 44,044$ ganancia del 1.º
$8,47 \times 936 = 79,279$ id. 2.º
$8,47 \times 504 = 42,688$ id. 3.º

Suma. . . 166,011 id. de los tres.

De la regla de aligacion.

329. La regla de aligacion sirve para hallar el precio medio de la mezcla de varias cosas de diferente valor, ó para averiguar en qué proporcion se han de mezclar, para que tengan un valor dado.

Ejemplo. Un mercader ha mezclado 144 botellas de vino, de las que 50 son de á 6 reales la botella, 34 de á 8 rs. y 60 de á 9 reales y se desea saber el precio á que se podrán vender sin ganar ni perder.

Para resolver esta cuestion, basta averiguar el valor de las 144 botellas á los precios indicados, y dividiendo por 144 que es el número de las botellas, dará el valor de cada botella de vino que ha resultado de la mezcla. Al efecto se disponen las cantidades del modo siguiente.

```
 50 botellas á 6 reales 300
 34   id.    á 8  id.   272
 60   id.    á 9  id.   540
---                     ---
144 botellas . . . .   1112 rs. | 144
                       01040    |-----------
                        00320    7,72 rs. cada botella.
                          032
```

330. La sencillez de esta regla no dá lugar á mayores esplicaciones y pasarémos á la segunda clase de cuestiones de aligacion.

Cuestion. Con vino de 6 reales y de 3 rs. botella se quiere hacer una mezcla que se pueda vender á 5 rs. la botella ¿en qué proporcion se ha de mezclar?

Se ponen en primer lugar los precios del modo siguiente.

Precio mayor 6	2 botellas á 6 reales.	. .	12
	5 precio medio.		
Id menor 3	1 id. á 3 reales.	. .	3
	3 botellas á 5 reales.	. .	15

Se toma la diferencia del precio mayor que es 6 al medio que es 5 y se coloca la diferencia 1 en frente del precio menor que es 3. Se busca asi mismo la diferencia entre el precio menor 3 y el medio 5 que es 2 y se coloca en frente del precio mayor y queda concluida la operacion, dando por resultado que hay que mezclar en la proporcion de 2 : 1 el vino de 6 reales con el de 3 para que produzca de á 5 reales, y en efecto, haciendo la prueba sale esacta la cuenta.

331. Cuando son mas de dos los precios, se comparan aisladamente dos á dos, tomando siempre uno mayor y otro menor que el precio medio que se busca.

Cuestion. Con vino de á 8 rs., 5 rs. y 3 rs. la botella se quiere hacer una mezcla que salga la botella á 6 rs. ¿ en qué proporcion se deberán mezclar ?

8		3 + 1 = 4	á 8 reales. . .	32
5	6	2 . . . 2	á 5 id. . . .	10
3		2 . . . 2	á 3 id. . . .	6
		8	á 6 reales. . .	48

Despues de colocar las diferencias de 3 á 6 y de 6 á 8 en frente de los precios de 8 y 3, se han sacado las diferencias de 5 á 6 y de 6 á 8 colocándolas en frente de 8 y 5 dando por resultado que del vino de á 8 rs. se deben mezclar 3 botellas por una parte y una por otra ó 4 en todo y haciendo la prueba sale tambien esacta, pues las 8 botellas á 6 reales valen 48 reales y las 4 de á 8, 2 de á 5 y 2 de á 3 que se mezclan valen tambien los mismos 48 reales.

332 En esta cuestion no se ha fijado la cantidad que se quiere de la mezcla, y si se quieren por ejemplo doce docenas ó 144, no hay mas que dividir este número en la misma razon que los números que espresan la mezcla ó 4, 2 y 2 por la regla esplicada.

$$8 : 144 :: \begin{cases} 4 : x = \dfrac{144 \times 4}{8} = 72 \text{ botellas á 8 rs. . . 576} \\ 2 : x = \dfrac{144 \times 2}{8} = 36 \quad \text{id. á 5 rs. . . 180} \\ 2 : x = \dfrac{144 \times 2}{8} = 36 \quad \text{id. á 3 rs. . . 108} \end{cases}$$

$$\overline{8} \qquad \overline{144} \quad \text{id. á 6 rs. . . } \overline{864}$$

ó sin formar proporcion del modo siguiente.

$$\frac{144}{8} = 18 \text{ y } 18 \times 4 = 72 \text{ de á 8 rs. valen 576 rs.}$$
$$18 \times 2 = 36 \text{ de á 5 rs. id. 180 »}$$
$$18 \times 2 = 36 \text{ de á 3 rs. id. 108 »}$$
$$\overline{144} \text{ á 6 rs} \quad - \quad \overline{864} \text{ rs.}$$

Regla del plazo medio.

333. La regla del plazo medio no es mas que la misma de aligacion, aplicada á ciertas cuestiones que tienen por objeto averiguar el plazo medio á que pueden reducirse varias obligaciones ó créditos que vencen en épocas diferentes.

Ejemplo. Un comerciante tiene tres pagarés de á 5000, 8000 y 10000 rs. que vencen el primero á 15 dias, el 2.° á 50 y el 3.° á 20 dias y se quieren reducir los tres á uno solo: ¿á qué época se habrá de estender el nuevo pagaré?

Se disponen los números lo mismo que en la regla de aligacion del modo siguiente.

$$\begin{array}{l} 5000 \times 15 = 75000 \\ 8000 \times 50 = 400000 \\ \underline{10000} \times 20 = \underline{200000} \\ 23000 \text{ reales } 675{,}000 \;|\; 23{,}000 \\ \qquad\qquad\quad 215 \quad 29 \text{ dias plazo del nuevo pagaré.} \\ \qquad\qquad\quad 008 \end{array}$$

Se deberá pues estender un nuevo pagaré de 23000 reales á 29 dias que equivale á los tres pagarés anteriores, pues que los mismos intereses producirán el uno que los otros.

334. Se puede simplificar esta operacion tomando en lugar de los dias del vencimiento de los pagarés sus diferencias desde el menor plazo á los mayores, con lo que se

ahorra una multiplicacion, disminuyendo al mismo tiempo los demas productos y el dividendo, como se vé en el siguiente cálculo.

$$\begin{array}{r} 5000\times\ 0=000000 \\ 8000\times 35=280000 \\ 10000\times\ 5=\ 50000 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} 330(000 & \underline{23(000} \\ 100 & 14 \text{ dias} + 15 \text{ que se han rebajado} = \\ 008 & \qquad 29 \text{ dias como antes.} \end{array}$$

Regla de interés compuesto.

335. La regla de *interés compuesto* sirve para hallar lo que producirá un capital impuesto á interés en cierto número de años, acumulando cada año al capital el interés del mismo año.

Si se imponen 100 reales al interés compuesto del 6 p$\frac{o}{o}$ durante cuatro años y se desea saber á cuanto ascienden el capital é intereses compuestos al cabo de los 4 años dará lugar á los cálculos siguientes.

Capital = ... 100 reales.
Intereses del primer año 6

Capital del segundo año. 106

Sus intereses $=\frac{106\times 6}{100}=$. 6,36

Capital del tercer año 112,36

Sus intereses $=\frac{112,36\times 6}{100}=$ 6,7416

Capital del cuarto año 119,1016

Sus intereses $=\frac{119,1016\times 6}{100}=$. 7,146096

Capital é intereses compuestos al cabo de 4 años=126,247696

336. Para hacer este cálculo, se puede tambien seguir distinta marcha, calculando directamente el capital é intereses que cada año produce del modo siguiente.

Ya que el interes es de 6 p$\frac{o}{o}$ ó que cada 100 han de producir 6 reales, un real producirá 0,06, y el real con su interes anual será $1+0,06=1,06$

El capital é intereses compuestos de un real producirán pues

El 1.^{r} año. 1,06

El 2.° id. $1:1{,}06::1{,}06:x=\dfrac{1{,}06\times106}{1}=$ . . $1{,}06^2$

El 3.° id. $1:1{,}06::1{,}06^2:x=\dfrac{1{,}06^2\times1{,}06}{1}=$ . . $1{,}06^3$

El 4.° id. $1:1{,}06::1{,}06^3:x=\dfrac{1{,}06^3\times106}{1}=$ . . $1{,}06^4$

Y continuando asi veriamos que el capital é intereses compuestos de 1 real seria 1 mas el interés de un real elevado á una potencia igual al número de años que estubiese impuesto, y sabiendo á cuanto asciende el producto de un real, no hay mas que multiplicar por el capital propuesto.

En el caso anterior que el capital es de 100 reales ascenderia en los 4 años con sus intereses compuestos al 6 p $^0_0$ á $1{,}06^4\times100$ y haciendo la operacion resulta

$$
\begin{array}{r}
1{,}06\\
1{,}06\\
\hline
636\\
106\\
\hline
1{,}1236\\
1{,}06\\
\hline
67416\\
11236\\
\hline
1{,}191016\\
1{,}06\\
\hline
7146096\\
1191016\\
\hline
\end{array}
$$

$1{,}26247696\times100=126{,}247696$ como antes.

337. Para hallar pues á cuanto asciende un capital impuesto á interés compuesto en cierto número de años, no hay mas que elevar 1 real mas su interés á la potencia que espresa el número de años y multiplicar por el capital.

338. La resolucion de estas cuestiones es demasiado penosa cuando el capital está á interés compuesto en mucho número de años, y por esta razon se han dispuesto tablas que abrevien la operacion, porque contiene las potencias de un real mas sus intereses á diferentes tipos, ó lo que pueda producir 1000 reales en ciertos años, reduciendo de este modo la operacion á una multiplicacion de dichas potencias por el capital, por cuya razon ponemos á continuacion una tabla que comprende el cálculo del capital é intereses de 1000 reales á 3, 4, 5 y 6 p$\frac{0}{0}$ desde 1 á 35 años.

Si queremos saber por medio de esta tabla cuanto importan el capital é intereses compuestos de 8645 reales al 5 p$\frac{0}{0}$ al cabo de 28 años, buscaremos en la tabla lo que producen 1000 reales mirando en frente de 28 años y en la columna correspondiente al 5 p$\frac{0}{0}$ y resulta ser 3920,13 y multiplicando por el capital y separando tres cifras que equivale á dividir por 1000 y otras dos por la fraccion ó 5 en todo quedará resuelta la cuestion.

$$\begin{array}{r} 3920,13 \\ 8645 \\ \hline 1960065 \\ 1568052 \\ 2352078 \\ 3136104 \\ \hline \end{array}$$

33889,52385 reales capital é intereses compuestos de 8645 reales en 28 años al 5 p$\frac{0}{0}$.

339. Por medio de dicha tabla se pueden tambien resolver todos los casos á que dán lugar las cuestiones de interés compuesto.

Ejemplo. Qué capital se debe imponer á interés compuesto de 5 p$\frac{0}{0}$ para que en 28 años produzca 33889 reales 5 décimas?

Se busca en la columna del 5 p$\frac{0}{0}$ y en frente de 28 años lo que producen 1000 reales y se encuentra 3920,13 y se hace la siguiente proporcion.

$$3920,13 : 1000 :: 33889,5 : x = \frac{33889,5000}{3920,13} = 8645 \text{ reales.}$$

Ejemplo. 8645 reales impuestos á interés compuesto de 5 p$\frac{0}{0}$ han producido 33889 reales y 5 décimas ¿en cuántos años ha estado impuesto?

Se averigua 1.° lo que corresponde á 1000 reales en iguales condiciones por medio de la siguiente proporcion.

$$8645 : 33889,5 :: 1000 : x = \frac{33889,5000}{8645} = 3920,13.$$

Se busca en la tabla el número 3920,13 en la columna del 5 p$\frac{0}{0}$ y se halla en frente de 28 años, que son los que ha estado impuesto el capital.

Ejemplo. 8645 reales impuestos á interés compuesto han producido en 28 años 33889 reales y 5 décimas ¿á qué interés ha estado impuesto?

Se hace la misma operacion que en el anterior ejemplo, y el resultado 3920,13 se busca en las tablas en frente de 28, y como se halla en la columna del 5 p$\frac{0}{0}$, esto indica que dicho capital ha estado impuesto al 5 p$\frac{0}{0}$.

De las anualidades ó amortizacion.

340. Se dá el nombre de *anualidades* á los pagos iguales que se hacen en cada año, para pagar los intereses de un capital que se toma prestado, amortizando al mismo tiempo el capital.

341. La resolucion de esta clase de cuestiones dá lugar á cálculos demasiado largos y penosos para que nos ocupemos de esplicar ninguna regla general y nos contentarémos con indicar el uso de las tablas que abrevian la operacion.

342. Esta tabla comprende los cáculos de lo que se debe pagar anualmente para amortizar 1000 reales que se toman prestados al interés de 3, 4, 5 y 6 p$\frac{0}{0}$ desde 1 á 35 años.

Valiéndonos pues de dichas tablas, tratarémos de resolver la siguiente cuestion.

Cuestion. Se han tomado prestados 40000 reales al 6 p$\frac{0}{0}$ y se quiere saber qué anualidad se debe pagar para satisfacer en 4 años aquel capital y sus intereses.

Se busca en la tabla en la columna del 6 p$\frac{0}{0}$ y en frente de 4 años lo que se debe pagar anualmente para amortizar 1000 reales y se encuentra que es 288,60 y se hace la siguiente proporcion.

$288,60 : 1000 :: x : 40000$ ó invirtiendo la proporcion

$$1000 : 288,60 :: 40000 : x = \frac{40000 \times 288,60}{1000} = 11544 \text{ rs. a.}$$

Para comprobar esta operacion, esplicando de paso á lo que se reduce esta clase de cuestiones, calcularémos por los medios de la regla de interés, si con 11544 reales anuales se pagarán en 4 años los 40000 reales y sus intereses.

Capital	40000 rs.
Sus intereses de un año al 6 p% $=\dfrac{40000\times6}{100}=$	2400
Capital é intereses al cabo del primer año . .	42400
1.ª anualidad	11544
Capital para el segundo año.	30856
Sus intereses $\dfrac{30856\times6}{100}=$	1851,36
Capital é intereses al cabo del segundo año . .	32707,36
2.ª anualidad	11544
Capital para el tercer año	21163,36
Sus intereses $=\dfrac{21163,36\times6}{100}=$.	1269,80
	22433,16
3.ª anualidad	11544
Capital para el cuarto año	10889,16
Sus intereses $=\dfrac{10889,16\times6}{100}=$	653,35
	11542,51
Anualidad del cuarto año	11544
Diferencia que ha provenido del uso de las decimales	1,49

343. Por medio de la misma tabla se pueden resolver los demas casos que pueden ocurrir en esta clase de cuestiones.

Ejemplo. Qué capital se puede recibir prestado para amortizar en 4 años] con 11544 reales anuales, calculando los intereses al 6 p% ?

Se busca en la tabla la anualidad que amortizará 1000 rs. al 6 p% en 4 años y se hace la siguiente proporcion.

$$288,60 : 1000 : : 11544 : x=\frac{11544000}{288,60}=40000 \text{ reales.}$$

Cuestion. Con 11544 reales anuales se quiere amortizar un préstamo de 40000 reales calculando los intereses al 6 p$\frac{o}{o}$ ¿en cuántos años se amortizará?

Se averigua primero qué renta anual se necesita para amortizar 1000 reales con arreglo á los datos de la cuestion formando la proporcion siguiente.

$$40000 : 11544 :: 1000 : x = \frac{11544 \times 1000}{40000} = 288,60$$

Se busca en la tabla el resultado 288,60 en la columna del 6 p$\frac{o}{o}$ y se encuentra al frente de 4 años.

Cuestion. Con 11544 reales anuales se ha amortizado en 4 años un capital de 40000 reales que se tomó prestado ¿de cuánto p$\frac{o}{o}$ ha sido el interés?

Se hace la misma operacion que en la cuestion anterior y se busca en la tabla en frente de 4 años el número 288,60 que se encuentra en la columna correspondiente al interés de 6 p$\frac{o}{o}$ que es lo que se busca.*

---

* Para tratar las cuestiones de interés compuesto y de anualidades con toda la estension de que son susceptibles, seria preciso tener á la vista tablas mas estensas; y para generalizar aun mas los casos, es indispensable valerse de los logaritmos de que hemos prescindido por su poca aplicacion en las operaciones mas comunes, contentándonos con enseñar el modo de resolver las cuestiones por las reglas que pueden ser objeto de una aritmética elemental dedicada á las escuelas de instruccion primaria y á la generalidad del público.

Los que quieran profundizar mas esta materia, pueden recurrir à tratados especiales.

TABLA del capital é intereses compuestos que producen 1000 reales al 3, 4, 5 y 6 por ciento desde 1 á 35 años.

Años.	3 por 100.	4 por 100.	5 por 100.	6 por 100.
1	1030 rs.	1040 rs.	1050 rs.	1060 rs.
2	1060,90	1081,60	1102,50	1123,60
3	1092,73	1124,86	1157,63	1191,02
4	1125,51	1169,86	1215,51	1262,48
5	1159,27	1216,65	1276,28	1338,23
6	1194,05	1265,32	1340,10	1418,52
7	1229,87	1315,93	1407,10	1503,63
8	1266,77	1368,57	1477,46	1593,85
9	1304,77	1423,31	1551,33	1689,48
10	1343,92	1480,24	1628,89	1790,85
11	1384,23	1539,45	1710,34	1898,30
12	1425,76	1601,03	1795,86	2012,20
13	1468,53	1665,07	1885,65	2132,93
14	1512,59	1731,68	1979,93	2260,90
15	1557,97	1800,94	2078,93	2396,56
16	1604,71	1872,98	2182,87	2540,35
17	1652,85	1947,90	2292,02	2692,77
18	1702,43	2025,82	2406,62	2854,34
19	1753,51	2106,85	2526,95	3025,60
20	1806,11	2191,12	2653,30	3207,14
21	1860,29	2278,77	2785,96	3399,56
22	1916,10	2369,92	2925,26	3603,54
23	1973,59	2464,72	3071,52	3819,75
24	2032,79	2563,30	3225,10	4048,93
25	2093,78	2665,84	3386,35	4291,87
26	2156,59	2772,47	3555,67	4549,38
27	2221,29	2883,37	3733,46	4822,35
28	2287,93	2998,70	3920,13	5111,69
29	2356,57	3118,65	4116,14	5418,39
30	2427,26	3243,40	4321,94	5743,49
31	2500,08	3373,13	4538,04	6088,10
32	2575,08	3508,06	4764,94	6453,39
33	2652,34	3648,38	5003,19	6840,59
34	2731,91	3794,32	5253,35	7251,03
35	2813,86	3946,09	5516,02	7686,09

TABLA que indica la anualidad que se debe pagar desde 1 á 35 años para amortizar 1000 reales con los intereses del 3, 4, 5 y 6 por ciento.

Años.	3 por 100.	4 por 100.	5 por 100.	6 por 100.
1	1030, rs.	1040, rs.	1050, rs.	1060, rs.
2	522,61	530,20	537,81	545,44
3	353,53	360,35	367,21	374,11
4	269,03	275,50	282,01	288,60
5	218,36	224,63	230,98	237,40
6	184,60	190,76	197,02	203,36
7	160,51	166,61	172,82	179,14
8	142,46	148,53	154,72	161,04
9	128,43	134,49	140,70	147,02
10	117,23	123,29	129,51	135,87
11	108,08	114,15	120,39	126,79
12	100,46	106,55	112,83	119,28
13	94,03	100,14	106,46	112,96
14	88,53	94,67	101,02	107,59
15	83,77	89,94	96,34	102,96
16	79,61	85,82	92,27	98,96
17	75,95	82,20	88,70	95,45
18	72,71	78,99	85,55	92,36
19	69,81	76,14	82,75	89,62
20	67,22	73,58	80,24	87,19
21	64,87	71,28	78,00	85,01
22	62,75	69,20	75,97	83,05
23	60,60	67,31	74,14	81,28
24	59,81	65,59	72,47	79,68
25	57,00	64,01	70,95	78,23
26	55,94	62,57	69,56	76,90
27	54,56	61,24	68,29	75,70
28	53,29	60,01	67,12	74,59
29	52,12	58,88	66,05	73,58
30	51,02	57,83	65,05	72,65
31	50,00	56,86	64,13	71,80
32	49,05	55,95	63,28	71,00
33	48,16	55,10	62,50	70,27
34	47,32	54,32	61,76	69,60
35	46,54	53,58	61,07	68,97

Regla de falsa posicion.

344. La regla de *falsa posicion* sirve para resolver una cuestion por medio de un número supuesto.

Si queremos hallar un número cuya mitad, cuarta y quinta parte compongan 456, buscarémos primero un número cualquiera que tenga $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ ó se pueda dividir por 2, 4 y 5, lo que es facil, multiplicando entre si estos números, y tenemos $2\times4\times5=40$.

$$\begin{array}{lr} \text{mitad de } 40 = \ldots & 20 \\ \frac{1}{4} \text{ de } 40 = \ldots & 10 \\ \frac{1}{5} \text{ de } 40 = \ldots & 8 \\ \hline & 38 \end{array}$$

Aunque la mitad, el cuarto y quinto de 40 no suman mas que 38, nos dará sin embargo la relacion que la suma de dichas partes tienen con el 40 y con este dato formaremos la siguiente proporcion.

$$38 : 40 :: 456 : x = \frac{456\times40}{38} = 480$$

PRUEBA.

$$\begin{array}{lr} \frac{1}{2} \text{ de } 480 = & 240 \\ \frac{1}{4} \text{ de } 480 = & 120 \\ \frac{1}{5} \text{ de } 480 = & 96 \\ \hline & 456 \end{array}$$

345. Esta clase de cuestiones se pueden resolver directamente sin el auxilio de ningun número supuesto, pues los datos conocidos son siempre factores y productos, y conociendo estos datos, la cuestion se reduce á buscar el otro factor.

En la anterior cuestion que el número dado 456 es el producto de otro desconocido por $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{5}$, esto es, por $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=\frac{20}{40}+\frac{10}{40}+\frac{8}{40}=\frac{38}{40}=\frac{19}{20}$ no hay mas que dividir dicho producto 456 por el factor conocido $\frac{19}{20}$ y nos dá

$$456 : \frac{19}{20} = 456\times\frac{20}{19} = \frac{456\times20}{19} = 480$$

Cuestion. Tres han formado compañía, poniendo el primero tanto como los otros dos juntos y el segundo doble que el tercero: se han perdido 2400 duros ¿á cuanto corresponde á cada uno en esta pérdida?

Ya que el segundo ha puesto doble que el tercero y el primero tanto como los otros dos pueden estar representadas sus partes como 1, 2 y 3 y la pérdida del tercero multiplicado por $1+2+3=6$ ha de dar el mismo número 2400; luego dividiendo este número por 6 nos dará el resultado que buscamos y en efecto $\frac{2400}{6}=400$ pérdida del 3.°

400	pérdida	del 3.°
800	id.	del 2.°
1200	id.	del 1.°
2400	pérdida total.	

346. A veces vienen en estas cuestiones los productos aumentados con cantidades agregadas por medio de la adicion ó rebajadas por la sustraccion, cuya circunstancia impide que desde luego se conozca el factor ó el producto, pero es facil descartar por la sustraccion ó adicion dejando en claro el producto y el factor conocidos, con cuya preparacion se reduce la operacion á una division como en los casos anteriores.

347. A esta clase de cuestiones se llaman de *falsa posicion doble*, porque hay necesidad de recurrir á dos números supuestos para su resolucion, pero por el método directo que vamos á esplicar, es inútil semejante distincion.

Cuestion. Dividir 414 reales entre tres individuos de modo que el segundo tenga 52 reales mas que el primero y el tercero tanto como los otros dos mas 26 reales.

Si la cuestion se hubiera reducido á dividir el número entre tres, de modo que el primero tubiese tanto como el segundo y el tercero tanto como los otros dos el factor hubiera sido $1+1+2=4$ pero los 52 reales y 26 reales que van agregados en 414 reales hacen que este no se pueda considerar como producto del 4 por la parte de cada uno, sino un producto al que se han agregado 52 y 26, y si rebajamos estas cantidades, quedará el producto neto.

Pondremos pues los factores y las cantidades agregadas para restar de los 414 y hacer la division en la forma siguiente.

El 1.° — 1 . . . . . = 1
El 2.° — 1 + 52. . . = 1 + 52
El 3.° — 2 + 52 + 26 = 2 + 78

4   4 + 130 sumas de los factores y de las cantid. agregadas, que rebajadas de 414 quedan de

diferencia 284 | 4
008   71 parte que corresp. al 1.°

Han correspondido	al 1.°	71 reales . . .	71
Id. id.	al 2.°	71 + 52 = . . .	123
Id. id.	al 3.°	2×71 + 52 + 26 =	220
		Suma	414

Cuestion. Tres socios han formado compañía poniendo en fonde 148000 reales, el primero ha puesto 4000 reales menos que el segundo y el tercero tanto como los dos primeros ¿qué parte de capital ha puesto cada uno?

Los factores son como antes 1 + 1 + 2 y el producto está rebajado en 4000 reales dos veces, por consiguiente hay que añadir y tenemos

El 2.°   1
El 1.°   1 — 4000
El 3.°   2 — 4000

4   8000
148000

156000 | 4
030   39000 puesta del 2.°
0   35000 id. del 1.°
74000 id. del 3.°

Suma 148000

348. La poca aplicacion que tienen en la práctica esta clase de cuestiones, nos dispensa de continuar esplicando las reglas que se pueden seguir en la resolucion de las variadas cuestiones que corresponden á esta regla, siendo por otra parte de una resolucion facilísima por medio del algebra.

TABLAS

de correspondencia recíproca entre las pesas y medidas antiguas de España y las métricas.

Castilla.

1 vara . = 0,835905 metr.	1 metro = 1,196308 varas.
1 libra = 16 onzas.= 0,460093 kilog.	1 kilog. = 2,173474 lib.
1 lib. med.= 12 onzas = 0,345070 kilog.	1 kilogr. = 2,897965 lib. m
1 marco = 8 onzas = 0,2300465 kil.	1 kilogr. = 4,346948 marc.
1 cantara= 32 cuart.= 16,133 lit.	1 litro = 1,983512 cuart.
1 ar. de aceite =25 lib. 12,563 lit.	1 litro = 1,989971 lib.
1 fanega de ár.=48 c.= 55,501 lit.	1 litro de grano. = 0,864849 cuart.
1 fanega = 9216 v. c.=64,395617 areas	1 area = 143,115329 var. c

Alava.

La vara y lib. igual á la de Castilla.

1 cántara = 32 cuart.= 16,365 lit.	1 litro = 1,9554 cuart.
1 fanega de ár.=48 c.= 45,62 lit.	1 litro = 0,863 cuart.
1 fanega de 660 estad. de 49 p. c.= 25,10796 areas.	1 area = 26,28649 estad.

Albacete.

1 vara . = 0,837 metr.	1 metro = 1,1947455 varas.
1 libra = 0,458 kilog.	1 kilóg = 2,1834 lib.
1 arroba de liq.=32 c.= 12,73 lit.	1 litro = 2,514 cuart.

1 fanega de ár.=48 c.= 56,65 lit.	1 litro = 0,847 cuart.
1 fanega de de 10000v.c =70,0569 areas	1 area = 142,7411 var. c.

Alicante.

1 vara - = 0,912 metro.	1 metro = 1,09638 v.
1 libra - = 0,533 kilog.	1 kilógramo 1,8762 libra.
1 ll. de aceit = 0,60 litro.	1 litro = 1,667 libras.
1 cántara = 16 michetas=11,55 litros.	1 litro = 1,385 mich.
1 barchilla =16 cuart. 20,775 litros.	1 litro = 0,77 cuart.
1 jornal de 5776v. c.= 48,041533 ar.	1 area = 120,2295 v. c.

Almeria.

1 vara - = 0,833 metros	1 metro = 1,2004 varas.
1 libra - = 0,46009 kilog.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 arroba de líq.= 36 c, 16,36 lit.	1 litro = 2,2 - cuart.
1 fanega de ár.= 48 c. 55,062 lit.	1 litro = 0,872 cuart.
1 tahulla = 1600 v. c. 11,182336 ar.	
1 fanega de 9216 v. c.= 64,395617 id.	1 area = 143,115329 v. c. de Castilla.

Avila.

1 vara - = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 lib =1 lib de Castilla= 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 cántara =32 cuart. 15,92 lit.	1 litro = 2,01 cuart.
1 fanega de ár.=48 c. 56,4 lit.	1 litro = 0,851 cuart.
1 fanega = 5625 v. c. 39,303966 ar.	
1 id. de puño =6000 id. 41,92423 id.	

1 aranzada =6400 id.=44,71918 ar.	
1 huebra = 3200 id. id. 22,359589 ar.	
1 peonada= 5600 id. id. 39,129281 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Badajoz.

1 vara - = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 libra = 16 onzas = 0,460093 kil.	1 kilóg = 2,173474 lib.
1 ar. de aceite =60 c.= 12,42 lit.	1 litro = 4,831 cuar.
1 arroba de líq.=38 c =16,42 lit.	1 litro = 2,314 cuar.
1 fanega de ár.=48 c.= 55,84 lit.	1 litro = 0,860 cuar.
1 fanega = 9216 v. c.=64,395617 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Baleares. — Palma.

1 cana=8 p.=1,564 met.	1 metro= 5,115 palm.
1 libra - = 0,407 kil.	1 kilóg. = 2,34275 lib.
1 mesura de aceit.=36 l.=16,58 lit.	1 litro = 2,171 lib.
1 cuarta para vino = 0,78 lit.	1 litro = 1,282 cuar.
1 libra para aguardiente= 0,41 lit.	1 litro = 2,439 libr.
1 cuartera de ár.=36 al.= 70,54 lit.	1 litro = 0,512 alm.
1 destre mallorquin= 4,214 met.	
1 id. superfic.=40 v.c. 0,177578 ar.	
1 cuarter.= 400 destres 71,031184 ar.	1 area = 5,6313 dest.

Barcelona.

1 cana=8 p.=	1,555	met.	1 metro	=	5,145	palm.
1 libra -=	0,4	kil.	1 kilóg.	=	2,5	lib.
1 lib. med.=	0,3	kil.	1 kilóg.	=	3,333	l. m.
1 barrilon= 32 mitadell.	30,35	lit.	1 litro	=	1,054	mit.
1 cuartan de aceit.=16 c.=	4,15	lit.	1 litro	=	3,855	cuar.
1 cuarta de ár.=12 c.=	69,518	lit.	1 litro	=	0,173	cuar.
1 mojada = 2025 can.c.	48,965006	ar.	1 area	=	41,356	c. c.

Burgos.

1 vara -=	0,835905	met.	1 metro	=	1,196308	var.
1 libra = 16 onzas=	0,460093	kil.	1 kilóg.	=	2,173474	lib.
1 cántara= 32 cuartill.	14,1	lit.	1 litro	=	2,27	cuar.
1 fanega de ár. =48 c.	54,34	lit.	1 litro	=	0,883	cuar.
1 fan. superfic.=9216 v.	64,395617	ar.	1 area	=	143,115329	v. c.

Cáceres.

La vara es la de Avila y Burgos.

1 libra -=	0,456	kil.	1 kilóg.	=	2,193	lib.
1 cuarto para vino=9 c.=	3,46	lit.	1 litro	=	2,601	cuar.
1 cuarto para aceite=7 p.=	3,2	lit.	1 litro	=	2,187	pan.
1 fanega de ár. = 48 c	53,76	lit.	1 litro	=	0,893	cuar.
1 f. superfic. =9216 v. c=	64,395617	ar.	1 area	=	143,115329	v. c.

Cádiz.

1 vara de Castilla -=	0,835905	met.	1 metro	=	1,196308	var.

1 l. de Cast. =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 arroba de vino=32 c.	15,844	lit.	1 litro =	2,02	cuar.
1 ar. de aceite=25 lib.=	12,52	lit.	1 litro =	1,9968	lib.
1 fanega de áridos =	54,544	lit.	1 litro =	0,88	cuar.
1 f. = 9216 var. cuad =	64,395617	ar.	1 area =	147,115329	v. c.

Canarias.

1 vara - =	0,842	met.	1 metro =	1,18764	var.
1 libra - =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 arroba de liq. de Sta. Cruz de Tenerife=5c =	5,08	lit.	1 litro =	0,984	cuar.
1 a. id. de las Palmas = 5 cuart. =	5,34	lit.	1 litro =	0,936	cuar.
1 cuartill. de la guia de Canarias=	0,995	lit.	1 litro =	1,005	cuar.
1 cuart. del arrecife de Lanzarote=	2,46	lit.	1 litro =	0,407	cuar.
1 fan. de Sta. Cruz de Tener.=48 c.	62,66	lit.	1 litro =	0,766	cuar.
1 almud de las Palmas=	5,5	lit.	1 litro =	0,182	alm.
1 almud de la guia de Canarias=	5,68	lit.	1 litro =	0,176	alm.
1 fanega de $7511\frac{1}{5}$ v. c. cast.=1600 brazas - =	52,482925	ar.	1 area =	30,486	braz.

Castellon.

1 vara - =	0,906	met.	1 metro =	1,1037	var.

1 libra - =	0,358	kil.	1 kilóg. =	2,7933	lib.
1 cántaro = 16 cuartill.	11,27	lit.	1 litro =	1,42	cuar.
1 ar. de aceite=32 lib.	12,14	lit.	1 litro =	2,6359	lib.
1 barchilla=	16,60	lit.	1 litro =	0,241	cel.
1 f. superfic. de 200 b. r.=	8,510964	ar.	1 area =	24,065	braz.

Ciudad-Real.

1 vara - =	0,839	met.	1 metro =	1,1919	var.
1 libra - =	0,460093	met.	1 kilogr. =	2,173474	lib.
1 arroba de liq.=32 c.	16 - -	lit.	1 litro =	2 - -	cuar.
1 arroba para aceite=	12,44	lit.	1 litro =	0,08	ar.
1 fan. de áridos=48 c.=	54,58	lit.	1 litro =	0,879	cuar.
1 f. superfic.	64,395617	ar.	1 area =	143,115329	v. c. de Castilla.

Córdoba.

1 vara - - =	0,835905	met.	1 metro =	1,196308	var.
1 libra - =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 arroba de liq.=32 c.	16,51	lit.	1 litro =	1,962	cuar.
1 fanega de ár.=48 c.=	45,2	lit.	1 litro =	0,87	cuar
1 fanega de 8760$\frac{5}{12}$ v. c.	61,212287	ar.			
1 aranz. de 5256$\frac{1}{4}$ v. c.	36,727372	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Coruña.

1 vara - =	0,843	met.	1 metro =	1,18624	var.
1 libra - =	0,575	kil.	1 kilóg. =	1,739	lib.
1 fer. de trigo = 24 c.	16,15	lit.	1 litro =	1,486	cuar.
1 ferrado de maiz=24c.	20,87	lit.	1 litro =	1,15	cuar.
1 cántara de vino=34 c.	15,58	lit.	1 litro =	2,182	cuar.

1 cántara de aguardiente =34 cuart.	16,43	litros.	1 litro	=	2,069	cuar.
1 ar. de aceite = 25 c =	12,43	lit.	1 litro	=	2,011	cuar.
1 ferrado de 900 v. cuad =	6,395841	ar.				
1 ferrado de 625 v. cuad. =	4,441356	ar.	1 area	=	140,7164	v. c.

Cuenca.

1 vara =	0,835905	met.	1 metro	=	1,196308	var.
1 libra = 16 onzas =	0,460093	kil.	1 kilóg.	=	2,173474	lib.
1 arroba de liq. = 32 c.	15,76	lit.	1 litro	=	2,03	cuar.
1 fanega de ar. = 48 c.	54,2	lit.	1 litro	=	0,886	cuar.
1 fanega = 9216 v. c. =	64,395617	ar.	1 area	=	143,115329	v. c.

Gerona.

1 cana=8 p. =	1,559	met.	1 metro	=	5,13149	pal.
1 libra =	0,4	kil.	1 kilóg.	=	2,5	lib.
1 mallal = 16 porron	15,48	lit.	1 litro	=	1,034	por.
1 cuartan = 6 mesuron.	18,08	lit.	1 litro	=	0,332	mes.
1 vesana de 900 c. c. =	21,874329	ar.	1 area	=	41,145	c. c.

Granada.

1 vara - =	0,835905	met.	1 metro	=	1,196308	var.
1 l. = 16 on. =	0,460093	kil.	1 kilóg.	=	2,173474	lib.
1 arroba de liq. = 38 c.	16,42	lit.	1 litro	=	2,314	cuar.
1 fan = 48 c.	54,7	lit.	1 litro	=	0,878	cuar.
1 fanega de 9216 v. c =	64,395617	ar.	1 area	=	143,113329	v. c.

K

Guadalajara.

1 vara - = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 l.=16 on.=0,460093 kil.	1 kilógramo=2,173474 lib.
1 arroba de liq.= 38 c. 16,42 lit.	1 litro = 2,314 cuar.
1 ar. de aceite= 25 lib. 12,70 lit.	1 litro = 1,9686 lib.
1 f =48 c.= 54,8 lit.	1 litro = 0,876 cuar.
1 fanega de $4444\frac{4}{9}$ v. c. 31,034985 ar.	1 area =143,115329 v. c.

Guipuzcoa.

1 vara - = 0,837 met.	1 metro = 1,19474 var.
1 libra - = 0,492 kil.	1 kilóg. = 2,03252 lib.
1 azumbre= 4 cuartillos=2,52 lit.	1 litro = 1,587 cuar.
1 fanega de ár.=64 ch. 55,3 lit.	1 litro = 1,157 chill.
1 fan. superfic. = 4900 var. cuad.=34,327881 ar.	1 area =142,7411 v. c.

Huelva.

La vara y libra de Guadalajara y Castilla.

1 arroba de liq.=16 ja. 15,78 lit.	1 litro = 1,014 jar.
1 fanega de ár. = 48 c. 55,062 lit.	1 litro = 0,872 cuar.
1 fanega de 5280 v. c.=36,893323 ar.	1 area =143,115329 v. c.

Huesca.

1 vara - = 0,772 met.	1 metro = 1,2953 var.
1 libra - = 0,351 kil.	1 kilóg. = 2,849 lib.
1 cántaro = 8 jarros = 9,98 lit.	1 litro = 0,802 jar.
1 libra de aguardiente=0,36 lit.	1 litro = 2,778 lib.
1 ll. de aceite. 0,37 lit.	1 litro = 2,703 lib.

1 fanega de áridos=12 almudes =	22,46	lit.	1 litro =	0,534	alm.
1 fanega de 1200 v. c.=	7,151808	ar.	1 area =	167,7898	v. c.

Jaen.

1 vara - =	0,839	met.	1 metro =	1,1919	var.
1 libra =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 arroba de vino=32 c.	16,04	lit.	1 litro =	1,995	cuar.
1 ar. de aceite=27 ll.=	14,24	lit.	1 litro =	1,896	libr.
1 fanega de ár.=48 c.=	54,74	lit.	1 litro =	0,877	cuar.
1 fanega de 8963 v. c.	62,627812	ar.	1 area =	143,115329	v. c. de Castilla.

Leon.

La vara y libra de Guadalajara y Castilla.

1 cántara= 32 cuart =	15,84	lit.	1 litro =	2,020	cuar.
1 emina de ár. = 16 c.	18,11	lit.	1 litro =	0,883	cuar.
1 emina de $1344\frac{4}{9}$ v. c.=	9,394133	ar.			
1 id de $896\frac{2}{9}$=	6,262258	id.	1 area =	143,115329	v. c.

Lérida.

1 cana = 8 palmos - =	1,556	met.	1 metro =	5,141	palm
1 libra - =	0,401	kil.	1 kilóg. =	2,494	lib.
1 cántaro de vino=12 p.	11,38	lit.	1 litro =	1,054	por.
1 medida de 3 cuartanes =24 picot.	18,34	lit.	1 litro =	1,309	picot.
1 jornal de 1800 c. c.	43,580448	ar.	1 area =	41,30292	c. c.

Logroño.

1 vara = 0,837 met.	1 metro = 1,19474 var.
1 libra = 16 onz. = 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 cántara = 32 cuart. = 16,04 lit.	1 litro = 1,995 cuar.
1 fanega de ár. = 48 c. = 54,94 lit.	1 litro = 0,874 cuar.
1 fanega de 2722 v. c. = 19,019626 ar.	1 area = 142,7411 v. c.

Lugo.

1 vara = 0,835 met.	1 metro = 1,16959 var.
1 libra = 0,573 kil.	1 kilóg. = 1,7452 lib.
1 cuartillo de líquido. = 0,47 lit.	1 litro = 2,128 cuar.
1 ferrado de áridos = 13,13 lit.	1 litro = 0,076 fer.
1 ferrado de 625 v. c. = 4,367107 ar.	1 area = 143,115329 v. c. de Castilla.

Madrid.

1 vara = 0,843 met.	1 metro = 1,18624 var.
1 libra = 16 onz. = 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 arroba de liq. = 32 c. = 16,3 lit.	1 litro = 1,963 cuar.
1 fanega de ár. = 48 c. = 55,34 lit.	1 litro = 0,867 cuar
1 fanega de 4900 v. c. c. 34,238121 ar.	1 area = 143,115329 v. c. de Castilla.
1 f. de 4900 var. c. de Madrid = 34,821801 ar.	1 area = 140,7165 v. c.

Málaga.

1 vara = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 libra = 16 onz = 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.

1 arroba de liq.=32 c. 16,66 lit.	1 litro = 1,921 cuar.
1 fanega de ár.=48 c.=53,94 lit.	1 litro = 0,89 cuar.
1 fanega de 8640 v. c.= 60,370891 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Murcia.

1 vara - - = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 libra - = 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 arroba de vino=32 c. 15,6 lit.	1 litro = 2,051 cuar.
1 fanega de ár.=48 c.= 55,28 lit.	1 litro = 0,868 cuart.
1 fanega de de 9600 v. c =67,078768 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Orense.

1 vara - = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 libra = 0,574 kil.	1 kilog. = 1,74216 libr.
1 cántara = 36 cuartill. =15,96 litros.	1 litro = 2,256 cuart.
1 fer. de ár. =24 copel.=13,88 lit.	1 litro = 1,729 copelos.
1 fer. colm. de maiz = 24 copelos= 18,79 lit.	1 litro = 1,277 copel.
1 ferrado de 900 var. c.= 6,288635 ar.	
1 cavadura de 625 v. c.= 4,367107 id.	1 area = 143,115329 v. c.

Oviedo.

La vara y la libra de Murcia y Castilla.

1 cántara= 32 cuartill.= 18,41 litros.	1 litro = 1,738 cuar.
1 f. ó 4 emin. ó 128 cuart.=74,44 lit.	1 litro = 1,726 cuar.
1 dia de buey. de 1800 v. c =12,577269 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Palencia.

1 vara =	0,835905	met.	1 metro =	1,196308	var.
1 libra = 16 onzas =	0,460093	kil.	1 kilóg =	2,173474	lib.
1 cántara = 32 cuart. =	15,76	lit.	1 litro =	2,03	cuar.
1 ar. de aceite = 25 ll. =	12,24	lit.	1 litro =	2,042	libr.
1 fanega de ár. = 48 c. =	55,504	lit.	1 litro =	0,864849	cuar.
1 obrada de 7704$\frac{1}{6}$ v. c. =	53,831876	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Pamplona.

1 vara =	0,785	metros	1 metro =	1,273885	var.
1 libra =	0,372	kilog.	1 kilóg. =	2,68817	lib.
1 cántaro = 16 pintas =	11,77	lit.	1 litro =	1,3594	pint.
1 libra de aceite =	0,41	lit.	1 litro =	2,439	lib.
1 robo = 16 almudes =	28,13	lit.	1 litro =	0,569	alm.
1 robada de 1458 v. c. =	8,93456	ar.	1 area =	162,27844	v. c.

Pontevedra.

1 vara =	0,835905	met.	1 metro =	1,196308	var.
1 libra =	0,579	kil.	1 kilóg. =	1,7271	lib.
1 cañado = 68 cuart. =	32,7	lit.	1 litro =	2,08	cuart.
1 fer. de trigo = 12 con.	15,58	lit.	1 litro =	0,77	conc.
1 fer. de maiz = 12 conc.	20,86	lit.	1 litro =	0,575	conc.
1 ferrado de 900 v. c. =	6,288635	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Salamanca.

1 vara . = 0,835905 metr.	1 metro = 1,196308 varas.
1 libra = 0,460093 kilog.	1 kilog. = 2,173474 lib.
1 cántaro = 32 cuart = 15,98 lit.	1 litro = 2,003 cuar.
1 fanega = =48 cuart. 54,58 lit.	1 litro = 0,879 cuar.
1 fanega de 9216 v. c.= 64,395617 ar.	1 area =143,115329 v. c.

Santander.

La vára y libra de Salamanca y Castilla.

1 cántara = 32 cuart.= 15,8 lit.	1 litro = 2,025 cuar.
1 fanega = 48 cuart.= 54,84 lit.	1 litro = 0,875 cuar.
1 fanega de 9216 v. c. 64,395617 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Segovia.

1 vara - = 0,837 met.	1 metro = 1,19474 var.
1 libra - = 0,460093 kil.	1 kilog. = 2,173474 lib.
1 arroba de líq.=32 c. 16 - - lit.	1 litro = 2 - - cuar.
1 fan. de áridos=48 c.=54,6 lit.	1 litro = 0,879 cuar.
1 obrada = 400 est. c.=39,303966 ar.	1 area = 143,115329 v. c. de Castilla.

Sevilla.

La vara y libra de Salamanca y Castilla.

1 ar. de liq. =32 cuar.=15,66 lit.	1 litro = 2,043 cuar.
1 fanega = 48 cuart.= 54,7 lit.	1 litro = 0,878 cuar.
1 fanega de $8507\frac{13}{16}$ v. c. 59,447248 ar.	
1 aranz. de $6806\frac{1}{4}$ v. c. 47,557799 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Soria.

1 vara - =	0,835905	met.	1 metro =	1,196308	var.
1 libra = 16 onzas=	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,137474	lib.
1 cántara = 32 cuart.=	15,8	lit.	1 litro =	2,025	cuar.
1 fanega = 48 cuar.=	55,14	lit.	1 litro =	0,871	cuar.
1 fanega de 3200 v. c.=	22,359589	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Tarragona.

1 cana=8 p.=	1,56	met.	1 metro =	5,128	palm.
1 libra - =	0,4	kil.	1 kilóg. =	2,5	lib.
1 armiña de liq.=32 por.	34,66	lit.	1 litro =	0,923	porron.
1 sinquen.de ac.=5 cuart.	20,65	lit.	1 litro =	0,242	cuartal.
1 cuart. de ar. ó 12 cortan.=	70,8	lit.	1 litro =	0,169	cort.
1 cana de rey =2500 c.c.	60,84	ar.	1 area =	41,0914	c. c.

Teruel.

1 vara - =	0,768	met.	1 metro =	1,302	var.
1 libra - =	0,367	kil.	1 kilóg. =	2,725	lib.
1 cántaro =	21,92	lit.	1 litro =	0,046	cant.
1 fanega =	21,4	lit.	1 litro =	0,047	fan.
1 fanega de =1600 v. c =	11,179795	ar.	1 area =	143,115329	v. c. de Castilla.

Toledo.

1 vara - =	0,837	met.	1 metro =	1,19474	var.
1 libra - =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 cántara = 32 cuart.=	16,24	lit.	1 litro =	1,97	cuart.
1 ar. de aceite =25 lib. =	12,5	lit	1 litro =	2 - -	lib.

1 fanega de ár. = 48 c 55,501 lit.	1 litro = 0,864849 cuar.
1 fanega de $5377\frac{1}{9}$ v. c. cast. = 400 estadales = 37,576532 ar.	
1 fanega de $6722\frac{4}{9}$ v. c. castell. = 46,970665 ar.	1 area = 143,115329 v. c. de Castilla.

Valencia.

1 vara - = 0,906 met	1 metro = 1,1037 var.
1 libra - = 0,355 kil.	1 kilóg. = 2,81687 lib.
1 cántaro = 16 cuart. = 10,77 lit.	1 litro = 1,486 cuart.
1 ar. de aceite = 4 az. = 11,93 lit.	1 litro = 0,335 azum.
1 barchilla = 16 cuart = 16,73 lit.	1 litro = 0,955 cuar.
1 fan. de 200 br. = $1012\frac{1}{2}$ var. cuad. = 8,310964 ar.	1 area = 24,065 v. c.

Valladolid.

1 vara = 0,835905 met.	1 metro = 1,196308 var.
1 libra = 0,460093 kil.	1 kilóg. = 2,173474 lib.
1 cántara = 32 cuart. = 15,64 lit.	1 litro = 2,046 cuar.
1 fan = 48 c. 54,78 lit.	1 litro = 0,876 cuar.
1 obrada de 600 estad. ó $6666\frac{2}{3}$ v. c. 46,582478 ar.	1 area = 143,115329 v. c.

Vizcaya. —Bilbao.

1 vara - = 0,835905 met.	1 kilóg = 2,04918 lib.
1 libra = 0,488 kilog.	1 metro = 1,196308 var.
1 azumbre = 4 cuart. = 2,22 lit.	1 litro = 1,802 cuart.
1 ar. de aceite = 25 lib. = 13,48 lit.	1 litro = 1,8545 lib.

1 fanega = 12 celem.=	56,92	lit.	1 litro =	0,211	celem.
1 peon. de $544\frac{4}{9}$ v. c.=	3,804236	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Zamora.

1 vara - =	0,835905	met.	1 metro =	1,196308	varas.
1 libra - =	0,460093	kil.	1 kilóg. =	2,173474	lib.
1 cántaro= 32 cuart.=	15,96	lit.	1 litro =	2,005	cuar.
1 fanega = 48 cuart.=	55,28	lit.	1 litro =	0,868	cuar.
1 fanega de 4800 v. c.=	33,539384	ar.	1 area =	143,115329	v. c.

Zaragoza.

1 vara - =	0,772	met.	1 metro =	1,29534	var.
1 libra - =	0,35	kil.	1 kilóg. =	2,85714	lib.
1 cántaro = 16 cuart.=	9,91	lit.	1 litro =	1,615	cuar.
1 ar. de aceite=36 ll.=	13,93	lit.	1 litro =	2,584	lib.
1 arroba de guardiente =36 lib.=	13,33	lit.	1 litro =	2,701	lib.
1 fanega = 12 almud.=	22,42	lit.	1 litro =	0,535	alm.
1 cuartal = 4 almud.= 400 v. c.=	2,383936	ar.	1 area =	1,6779	almud.

INDICE

DE LAS MATERIAS QUE COMPRENDE LA ARITMÉTICA.

ERRATAS.

Páginas.	Líneas.	Dice.	Debe decir.
20	18	16	8
23	32	3675	3654
30	3	0,6782	0,6872
id.	10	0,36	0,036
41	28	$\frac{1}{5=5\times5}$	$\frac{1}{5\times5\times5}$
id.	30	$\frac{1}{2=5\times5}$	$\frac{1}{2\times2\times5}$
43	14 y 15	faltan los signos de mas ó +	
44	22	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{16}$
56	31	2 libras	3 libras
64	11	82 × 16 429 24 + 4 13(16	82 × 16 492 82 + 4 13(16
65	9	149,74	139,74
id.	34	13 celemines	12 celemines
76	27	*decámetro*	*decímetro*
82	24	38,84	38,85 resta
95	10	$40^2\times3$	$40^2\times5$
109	18	8	68
id.	22	10	5
114	34	11×9274	119×274
115	35	$\frac{5468{,}33\times63\times4}{368\times100}$	$\frac{5468{,}33\times63\times4}{360\times100}$
123	31	4, 6 y 5	8, 12 y 10
124	7, 8 y 9	4, 6 y 5	8, 12 y 10
131	3	33889,5000	33889500,0
138	8	008	000
139	30	1,197455 varas	1,1974 varas

M. N. Y M. L. PROVINCIA DE GUIPUZCOA.

Circular.

Por el prospecto de que envio á V. adjuntos varios ejemplares, verá V. que la Diputacion de esta Provincia, en virtud del encargo que le dieron las últimas Juntas generales, ha adoptado las disposiciones convenientes para que se publique cuanto antes la obra á que se hace referencia dicho prospecto. Aunque la Diputacion ha celebrado ya el correspondiente convenio con el autor de dicha obra, para que le entregue los ejemplares que sean necesarios para distribuirlos entre los Ayuntamientos y maestros de instruccion primaria de los pueblos, todavia no puede menos de recomendársela á V. eficazmente, por si gusta suscribirse á algunos ejemplares de ella con destino á los niños pobres que no tengan medios para adquririla.

Dios guarde á V. muchos años. De mi Diputacion general en la M. N. y L. villa de Tolosa á 14 de Febrero de 1853.=El Diputado general = Eustasio Amilibia.=Por la M. N. y M. L. Provincia de Guipúzcoa, su Secretario= Ramon de Guereca.

GOBIERNO DE LA PROVINCIA DE GUIPUZCOA.

Circular número 172.

Estimulado por el distinguido celo de la Diputacion de esta M. N. y M. L. Provincia, en virtud del encargo que al efecto le dieron las Juntas generales de la misma, ha escrito D. Policarpo Balzola una ARITMETICA *con la esplicacion del sistema métrico* y TABLAS DE CORRESPONDENCIA *de todas las pesas y medidas de Guipuzcoa y de las principales de las demas provincias y del estrangero, á las del nuevo sistema y viceversa*, como mas detalladamente se esplica en el prospecto que se ha distribuido.

Convencido de la importancia y utilidad de esta obra, próxima como está la época de ponerse en ejecucion el nuevo sistema de pesas y medidas y persuadido de la inteligencia y acierto con que ha sido escrita por su ilustrado autor, recomiendo muy particularmente su adquisicion á todos los profesores de instruccion primaria de esta provincia, asi como á los Ayuntamientos de la misma, á los cuales será de abono en sus cuentas el importe de los ejemplares que adquieran.—Los Señores Alcaldes darán conocimiento de esta circular á dichas corporaciones en la primera sesion, y enterarán tambien de ella á los profesores de sus pueblos respectivos. Tolosa 7 de Marzo de 1853.=Wenceslao Toral.

ADVERTENCIAS.

Tan pronto como estén impresas las tablas de correspondencia recíproca entre las pesas y medidas antiguas de Guipuzcoa y las métricas, se dará á luz un metodo abreviado para hacer las multiplicaciones y divisiones sin auxilio de ninguna tabla, en la misma forma que esta aritmética y como apéndice á ella; obra muy útil para todas las profesiones y empleados que se dedican al cálculo.

A su tiempo se publicará tambien el método de medir las barricas y cubas ó toneles que se anunció en el prospecto, habiéndose encargado ya la construccion de las medidas adecuadas para abreviar el cálculo de la cabida de dichas basijas, y la solidez de las maderas de figura cilíndrica.

Conforme á los deseos manifestados por varios Sres. Profesores de Instruccion primaria, se imprimirán tambien cuadernos de cuentas que contengan una coleccion de cuestiones por el mismo órden que se han tratado en la aritmética, dejando suficiente espacio para su resolucion.

Mas adelante se publicará un compendio de la misma aritmética en forma de diálogo, que comprenda las reglas y definiciones mas principales para los niños de corta edad, con el objeto de preparar de este modo, para que cuando lleguen á mayor edad, les sea mas facil y breve el estudio de la aritmética razonada.

M 18136
R. 9457

TABLAS
DE
CORRESPONDENCIA
DE TODAS LAS
PESAS Y MEDIDAS DE GUIPUZCOA
Y LAS PRINCIPALES DEL ESTRANGERO
CON LAS DEL
SISTEMA MÉTRICO
DISPUESTAS POR ENCARGO
DE LA
DIPUTACION
DE LA M. N. Y M. L.
PROVINCIA DE GUIPUZCOA
POR

Policarpo de Balzola.

SAN SEBASTIAN
Imprenta de Ignacio Ramon Baroja.
1853.

Esta obra es propiedad del autor y no se puede reimprimir sin su consentimiento.

ADVERTENCIAS PRELIMINARES

SOBRE LA FORMACION Y USO

DE LAS TABLAS DE CORRESPONDENCIA

ENTRE LAS PESAS Y MEDIDAS ANTIGUAS DE GUIPUZCOA

Y LAS DEL SISTEMA MÉTRICO.

Las tablas de correspondencia entre las pesas y medidas antiguas de Guipuzcoa y las del sistema métrico, están basadas en los datos oficiales publicados por el Gobierno por Real órden de 9 de Diciembre de 1852, con arreglo al artículo 7.° de la ley de 19 de Julio de 1849.

De aquellos datos aparece que

La vara de Guipuzcoa. . . = 837 milimetros.
El metro . . . . = 1 vara 7 pulgadas y 0,129 de linea.
La libra . . . . = 492 gramos.
El Kilógramo . . . . = 2 ll. y 0,553 de onza de á 17 en lib.
La media azumbre. . . . . = 1,26 litros.
El litro . . . . = 1,587 cuartillos.
La media fanega para áridos = 27,65 litros.
El litro de grano . . . . . . = 1,157 chillas.
La fanega superficial de
4900 varas cuadradas. . = 34,327881 areas.
El area . . . . = 142 varas cuadradas y 6,670 pies cuadrados.

Las demas medidas se han calculado conforme á estos datos con 5, 6, 7 y 8 cifras decimales, segun los casos, y colocando en las tablas las tres primeras cifras decimales, teniendo cuidado de añadir una unidad á la tercera cifra cuando la cuarta llegaba ó pasaba de 5. Las tres cifras decimales se han creido suficientes para la esactitud de los cálculos, pues que en general se cometen mayores errores en la medicion práctica, que los que pueden provenir de esta aproximacion.

Estos errores son menores haciendo uso de las tablas en los casos de reduccion de unas medidas en otras, que haciendo la multiplicacion por la relacion que cada unidad de medida de un sistema tiene con la de otro.

Para hacerse mejor cargo de la equivalencia de las medidas métricas con las antiguas, se han calculado las unidades de diferente especie que cada medida métrica contiene de la antigua, y al mismo tiempo se han colocado á su lado su equivalencia en las unidades de diferente órden para facilitar los cálculos.

Asi es que en la tabla 7.ª, por ejemplo, se hallará la equivalencia del metro en varas, pies, pulgadas y líneas, ó del metro y sus divisiones en varas, en pies, en pulgadas y en líneas y sus fracciones solamente.

Se han calculado las relaciones de 1 á 9 unidades de cada medida con sus equivalentes en el otro sistema, para facilitar el cálculo de las reducciones de unas medidas en otras.

Las primeras tablas dán la correspondencia de las antiguas medidas de Guipuzcoa á las métricas, y las otras la de las medidas métricas con las de Guipuzcoa.

La importancia de las pesas medicinales y su generalidad en toda la España, inclusa esta Provincia, nos ha decidido á colocar las tablas de su reduccion en las del sistema métrico y vice-versa por separado.

Otro tanto hemos hecho con las pesas de los metales ó pastas para la moneda, y despues de estas tablas, se hallarán las de correspondencia de las pesas y medidas mas principales de las Naciones mas comerciales con el sistema métrico y finalmente las de densidad ó de los pesos específicos de varios cuerpos mas usuales en las artes y el comercio.

Las tablas de correspondencia de las pesas y medidas mas principales de las Provincias de España con las del sistema métrico, se han colocado al fin de la aritmética, como indispensables para la resolucion de los problemas que allí se proponen.

Reglas generales para la reduccion de unas medidas en otras y de los precios de las medidas de un sistema en los de otro.

Para reducir las medidas de un sistema en las de otro, se multiplicará por el número que esprese las unidades ó partes de unidad que cada medida de un sistema contiene á la del otro.

Para reducir el precio de las medidas de un sistema en el de las medidas de otro, se multiplica dicho precio por las unidades ó partes de unidad que cada una de las medidas del sistema, cuyo precio se busca, contiene á las de otro.

Estas reglas que son generales para todos los casos, se harán mas comprensibles con los ejemplos que en cada especie de medida se ponen.

DE LAS ANTIGUAS PESAS Y MEDIDAS DE GUIPUZCOA Y SU RELACION CON LAS DEL SISTEMA MÉTRICO.

Medidas longitudinales.

Las medidas longitudinales de Guipuzcoa son las siguientes

estado.	varas.	codos.	pies.	pulgadas.	lineas.	puntos.
1 =	$2\frac{1}{3}$ =	$3\frac{1}{2}$ =	7 =	84 =	1008=	12096
	1 =	$1\frac{1}{2}$ =	3 =	36 =	432=	5184
		1 =	2 =	24 =	288=	3456
			1 =	12 =	144=	1728
				1 =	12=	144
					1=	12

La medida itineraria ó para grandes longitudes es la legua de 20000 pies de Burgos.

Medidas lineales del sistema métrico.

Aquellas medidas deben ser reemplazadas por las siguientes

Miriametro.	Kilometros.	Hectometros.	Decametros.	METROS.	Decimetros.	Centimetros.	Milimetros.
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000
	1	10	100	1000	10000	100000	1000000
		1	10	100	1000	10000	100000
			1	10	100	1000	10000
				1	10	100	1000
					1	10	100
						1	10

El metro que es la unidad principal y la base de todo el sistema, es la diez millonésima parte del cuarto de Meridiano del polo al ecuador

El miriámetro y el kilómetro reemplazan á las medidas itinerarias ó de grande estension.

Reduccion de las antiguas medidas lineales de Guipuzcoa en las métricas.

Uso de la tabla 1.ª

Ejemplo. Reducir 58 varas á metros.

1 vara = 0,837 metros

$$\begin{array}{r} 58 \\ \hline 6696 \\ 4185 \\ \hline 48,546 \end{array}$$ metros.

Esta reduccion se puede practicar por medio de la tabla 1.ª convirtiendo en una suma la multiplicacion que se ha practicado, pues estando hechas las multiplicaciones de 0,837 de 1 á 9, no hay mas que tomar primero en la tabla lo que equivalen las 5 varas ó 50 varas, añadiendo un cero al 5 que espresa las varas y adelantando la coma en una cifra en la fraccion de metros, y despues la equivalencia de 8 varas y sumar ambas partidas del modo siguiente.

Por medio de la tabla 1.ª

50 varas	= 41,85 metros.
8 id.	= 6,696 id.
58 varas	= 48,546 metros.

Para reducir las mismas 58 varas á metros por la relacion aproximada de 6 : 5 harémos la siguiente proporcion.

$$6 \text{ varas} : 5 \text{ metros} :: 58 \text{ varas} : x = \frac{58\times5}{6} = 48\tfrac{1}{3} = 48{,}333$$

y al resultado verdadero hay la diferencia de 0,213 ó 213 milimetros.

Como la relacion verdadera es de 6 : 5,022 faltan en el resultado $\frac{0{,}022}{6}$ de 58 varas ó $3\frac{2}{3}$ por mil.

Ya que 5 es igual á 6 menos su sesta parte, se pueden tambien reducir las varas á metros, rebajando de aquellas la sesta parte y dará el mismo resultado.

	58 varas
su sesta parte	$9\frac{4}{6}$
	$48\frac{2}{6}$ metros $=48\frac{1}{3}=48{,}333$ metros como antes.

El resultado se aproximará mas al verdadero si se agrega el 3 por mil.

Resultado anterior	48,333
0,003×58 = .	0,174
	48,507

Para obtener el verdadero resultado, falta aun que agregar el $\frac{2}{3}$ por mil de 58 ó el 6 por 10 mil, lo que se consigue multiplicando el 3 por mil de 58 por 2 y adelantando á la derecha un guarismo.

	58 varas
su sesta parte	9,667
	48,333
3 por por mil de 58 = . .	0,174
0,174×0,2 = ...	0,0348
	48,5418

Resultado que no discrepa del verdadero mas que en 5 milimetros escasos.

La tabla 1.ª sirve tambien para abreviar la reduccion de las demas medidas lineales antiguas á las métricas, siguiendo el método que vá esplicado. Se pone no obstante un ejemplo de reducir á metros un número de varas, pies, pulgadas y lineas para comprender mejor el uso de las tablas.

EJEMPLO. Reducir á metros y sus divisores 64 varas, 2 pies, 7 pulgadas y 3 lineas.

60 varas = 50,22 metros.
4 idem = 3,348
2 pies = 0,558
7 pulgadas = 0,16275
3 lineas = 0,005813

54,294563 metros = 54 metros y 295 milimetros proximamente.

En esta operacion hay que tener sumo cuidado de colocar en su respectivo lugar las partes ó subdivisiones del metro, teniendo en cuenta las denominaciones que tienen las equivalencias de la pulgada y linea.

Al colocar la equivalencia de las 7 pulgadas que es de 16,275 centimetros, hemos puesto 0,16275 de metro que es igual, para que queden colocados debajo de los centimetros, y al colocar 5,813 milimetros que equivalen á 3 lineas hemos colocado el 5 debajo del tercer guarismo decimal que espresa milimetros.

Para reducir las 64 varas, 2 pies, 7 pulgadas y 3 lineas á metros, valiéndonos solamente de la relacion de la vara con el metro, habria que reducir los 2 pies, 7 pulgadas y 3 lineas á su menor espresion, y poner por denominador el número de veces que la vara contiene á la linea que es 432, y reducir esta fraccion á decimal para multiplicar por 0,837 de metro que tiene la vara del modo siguiente:

2 pies
×12
24
+ 7 pulg.
31
×12
62
313 lineas
3750

3750 | 432
02940 | 0,868
03480
0024

64,868 varas
1 v. = 0,837 de metro
454076
194604
518944
54,294516 = 54 m. y 295 mm. prox. como antes.

Por el método aproximado tendriamos

	64,868 varas
su $\frac{1}{6}$ =	10,814333
Resultado aproximado . .	54,056667 metros
$0,003 \times 64,868$ =	0,194604
Resultado mas aproximado	54,251271
$0,2 \times 0,194604$ =	389208
Resultado mas aproximado	54,2901918

Reduccion de las medidas lineales métricas en las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 7.ª

EJEMPLO. Reducir 97 metros á varas.

1 metro = 1,195 varas
97
8365
10755
115,915 var., y valuando esta fraccion,
3
2,745 pies
12
1490
745
8,940 pulgadas
12
188
94
11,28 lineas

Esto es, 115 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 11,28 lineas.

Esta reduccion se puede abreviar por medio de la tabla 7.ª en que están calculadas las reducciones del metro y partes del metro de 1 á 9 en varas, pulgadas y lineas ó en pies ó varas solamente, para valerse de cualquiera de estos datos, segun el objeto del calculador.

Haciendo pues la reduccion de los 97 metros á varas por medio de dicha tabla dá el resultado siguiente.

90 metros	=	107,53	varas
7 idem	=	8,363	idem
		115,893	varas
Resultado anterior		115,915	id.
		0,022	

Entre este resultado y el anterior hay la diferencia de 0,022 que proviene del uso de las decimales, pues que la verdadera relacion del metro con la vara es de 1 : 1,19474; y habiendo tomado la de 1 : 1,195 en el primer cálculo, se ha obtenido un resultado mayor, aproximándose mas al verdadero el último, que está calculado con 6 decimales, tomando los tres primeros en la formacion de las tablas.

Para obtener en varas, pies, pulgadas y lineas el mismo resultado se toman de las tablas los datos siguientes:

90 metros	=	$\overset{7}{100}$	varas	$\overset{2}{20}$ pies	$\overset{1}{30}$	pulgadas	11,61	lineas.
7 id.	=	8	id.	1 id.	1	id.	0,903	id.
				23	32		12,513	
97 id.	=	115	varas	2 pies	8	pulgadas	0,513	lineas
Result. ant.	.	115	id.	2 id.	8	id.	11,28	
Diferencia que proviene de las decimales . . .							10,767	lineas

Puede hacerse tambien la reduccion multiplicando los 97 metros por 1 vara 7 pulgadas y 0,129 lineas, y haciendo las correspondientes multiplicaciones dá las mismas 115 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 0,513 de linea.

1 vara 0 pies	7 pulgadas		0,129 lineas.
97	97		97
18	679		903
115 var.	1 pulg.		1161
	680 ⌊ 12		12,513
	088 pg. 56 ⌊ 3		0,513 lineas.
	0 22 p. 18 var.		
	0		

Esto es 115 varas, 2 pies, 8 pulgadas y 0,513 de linea, como antes.

Para hacer la reduccion por medio de la relacion aproximada de 5 : 6 basta añadir á los metros la 5.ª parte y resulta

97 metros
$\frac{1}{5}$ de 97 . . 19,4

116,4 varas

Como la relacion verdadera es de 5 : 5,975 sobra en el resultado $\frac{2,5}{5}$ por mil = 5 por mil y rebajando resultará

97 metros.
$\frac{1}{5}$ de 97. 19,4

116,4
5 por mil de 97 485

115,915 igual al primer resultado.

Reduccion de los precios de las medidas lineales antiguas de Guipuzcoa en los del sistema métrico.

Uso de la tabla 7.ª

Ejemplo. A cómo sale el metro, estando la vara á 8 rs.?

1 metro=1,195 varas.
8

9,560=9 rs. y 6 décimas ó 9 rs. y 18 mrs.
$\frac{3}{5}$ de 56 = 18 mrs.

Valiendose de la tabla se obtiene el resultado tomando en ellas la equivalencia de 8 metros en varas que es de 9,558 y este es tambien el precio del metro estando la vara á 8 rs.

Cuando el precio se compone de decenas y unidades, se toma en las tablas el precio correspondiente á las decenas y el de las unidades y se suman.

Ejemplo. ¿Cuánto vale el metro de paño costando la vara á 84 reales?

Por medio de las tablas.	Por medio de la multiplicacion
80 metros = 95,58	1,195
4 id. = 4,779	84
100,359 rs. = 100 rs. 4 dec.	4780
	9560
	100,380 reales.

Empleando la relacion de 6 : 5 que se ha usado para la reduccion aproximada de metros á varas dá

84
$\frac{1}{5}$ de 84 16,8

100,8 reales ó 4 décimas mas que antes.
5 por mil de 84 420

100,380 resultado mas aproximado.

Reduccion de los precios de las medidas lineales métricas en los de las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 1.ª

Ejemplo. A cómo sale la vara de paño estando el metro á 7 reales?

1 vara = 0,837 metros.
7

5,859 reales = 5 reales y 9 décimas = 5 rs. 28 mrs.

Para obtener este resultado por medio de la tabla primera, se mira cuantos metros hacen 7 varas y nos dá 5,859, que son los reales que vale la vara estando el metro á 7 reales: Si hubiese decenas y unidades y alguna fraccion decimal, se toma por separado el precio de cada una de las decenas, unidades y fraccion decimal y se suman.

Ejemplo. A cómo sale la vara de paño estando el metro á 100 reales 4 décimas?

La tabla primera proporciona los datos siguientes:

100 varas = 83,7 metros
0,4 id. = 0,3348

100,4 id. = 84,0348 = 84 reales precio de la vara.

Por medio de la multiplicacion dá

$$\begin{array}{r} 100,4 \\ 1 \text{ vara} = \underline{0,837} \text{ de metro.} \\ 7028 \\ 3012 \\ \underline{8032} \\ 84,0348 \text{ como antes.} \end{array}$$

Por la relacion de 6 : 5 dá

$$\begin{array}{lr} & 100,40 \\ \text{su } \tfrac{1}{6} \ldots\ldots\ldots & \underline{16,73} \\ & 83,67 \text{ reales, resultado aproximado.} \\ 3 \text{ por mil de } 100 & \underline{0,3} \\ & 83,97 \quad \text{id.} \quad \text{id. mas aproximado.} \\ \tfrac{2}{10} \text{ de } 0,3 \ldots\ldots & \underline{0,06} \\ & 84,03 \quad \text{id.} \quad \text{id. mas aproximado.} \end{array}$$

De las medidas superficiales de Guipuzcoa.

Las medidas superficiales que se usan en Guipuzcoa para pequeñas superficies ó sea para la medicion de tablas, tabiques etc. son las siguientes:

Estado cuadrado.		Varas cuadradas.		Codos cuadrados.		Codos reducidos.		Pies cuadrados.		Pulgadas cuadradas.
1	=	$5 \frac{4}{9}$	=	$12 \frac{1}{4}$	=	$18 \frac{3}{8}$	=	49	=	7056
		1	=	$2 \frac{1}{4}$	=	$3 \frac{3}{8}$	=	9	=	1296
				1	=	$1 \frac{1}{2}$	=	4	=	576
						1	=	$2 \frac{2}{3}$	=	384
								1	=	144

Ademas se usa para la piedra sillar de la vara de 3 pies cuadrados.

Se usan diferentes medidas agrarias en los distintos pueblos de la Provincia, por cuya razon se ponen por separado las que se usan en cada grupo de pueblos que tienen igual medida agraria por órden alfabético, con arreglo á los datos oficiales que han suministrado los Ayuntamientos á invitacion de la Diputacion.

La unidad principal es la postura que se compone de 400, 441 y 576 pies cuadrados, y en algunos pueblos se usa ademas la jugada, yugada ó fanegada, cuyos tres nombres corresponden á una misma medida agraria, y por esta razon se usará solamente del primer nombre ó la jugada, que es el mas general, para facilitar mas la formacion de las tablas.

Medidas agrarias de Abalcisqueta, Albistur, Alquiza, Beizama, Cerain, Fuenterrabia, Hernialde, Ichaso, Idiazabal, Irun, Legorreta, Mondragon, Motrico, Olabarria, Oreja, Ormaiztegui, los dos Pasages, Regil y Vidania.

Jugada.	Posturas.	Codos cuadrados.	Pies cuadrados.
1 =	70 =	7000 =	28000
	1 =	100 =	400
		1 =	4

Medidas agrarias de Astigarraga, Orio, Renteria, San Sebastian con Alza, Zubieta, Usurbil y Urnieta.

Jugada.	Posturas.	Codos cuadrados.	Pies cuadrados.
1 =	100 =	10000 =	40000
	1 =	100 =	400
		1 =	4

Medidas agrarias de Andoain, Arama, Ataun, Aya, Azcoitia, Azpeitia, Deva, Oñate, Villabona, Villafranca, Zaldibia y Zarauz.

Jugada.	Posturas.	Varas cuadradas.	Pies cuadrados.
1 =	100 =	4900 =	44100
	1 =	49 =	441
		1 =	9

Medidas agrarias de Anzuola.

Jugada.		Posturas.		Varas cuadradas.		Pies cuadrados.
1	=	70	=	3430	=	30870
		1	=	49	=	441
				1	=	9

Medidas agrarias de Oyarzun.

Jugada.		Posturas.		Codos cuadrados.		Pies cuadrados.
1	=	70	=	10080	=	40320
		1	=	144	=	576
				1	=	4

Medidas agrarias de Elgueta, Escoriaza, Guetaria y Salinas.

Postura.		Estados de 49 pies cuad.		Varas cuadradas.		Pies cuadrados.
1	=	9	=	49	=	441
		1	=	$5\frac{4}{9}$	=	49
				1	=	9

Los pueblos de Alzo, Berrobi, Ibarra, Leaburu, Lizarza y Tolosa no hacen uso de la jugada y tienen por única unidad de medida agraria la postura de 49 varas cuadradas cuya relacion con el pie vá comprendida en las medidas agrarias de los demas pueblos.

Los demas pueblos de Guipuzcoa no han remitido la relacion de sus medidas agrarias.

Medidas superficiales métricas.

Las medidas superficiales métricas para las pequeñas superficies ó medicion de tablas, tabiques etc. que han de reemplazar á las antiguas, son el metro cuadrado y sus divisiones tambien cuadradas, y la relacion que tienen entre si es la siguiente.

Metro cuadrado.		Decimetros cuadrados.		Centimetros cuadrados.		Milimetros cuadrados.
1	=	100	=	10000	=	1000000
		1	=	100	=	10000
				1	=	100

La unidad para la medida agraria es el area, que es un decámetro cuadrado ó cien metros cuadrados y teniendo el area cien centiáreas, la centiarea equivale á un metro cuadrado.

Hectárea.		Areas.		Centiáreas ó metros cuadrados.
1	=	100	=	10000
		1	=	100

Para la medicion de terrenos se usa de una cadena de un decámetro con sus correspondientes divisiones en metros.

Reduccion de las antiguas medidas superficiales de Guipuzcoa en las métricas.

Uso de la tabla 2.ª

La relacion ó equivalencias de las antiguas medidas en las métricas se hallan en la tabla segunda calculadas bajo la relacion de las medidas lineales, esto es, con arreglo á la equivalencia de la vara de Guipuzcoa en metros, que es de 837 milimetros.

Ejemplo. Para reducir 89 codos cuadrados á metros cuadrados, se multiplica el 89 por 0,311 de metro cuadrado que tiene el codo cuadrado, y nos dá

1 codo cuadrado = 0,311 de metro cuadrado.
89
2799
2488
27,679 metros cuadrados.

Para abreviar esta operacion por medio de las tablas, se toma la equivalencia de los 80 codos cuadrados y de 9 por separado y sumando dará el mismo resultado.

80 codos reducidos		=	24,91	metros cuadrados.	
9 id.	id.	=	2,802	id.	id.
89 id.	id.	=	27,712	id.	id.
Resultado anterior . .			27,679		
Diferencia . . .			0.033		

Esta diferencia proviene del uso de las decimales, pero estando calculadas las tablas con mayor número de cifras, se arrima mas el cálculo que se haga por medio de ellas al resultado verdadero.

Si los 27,712 metros cuadrados se quieren espresar en decimetros cuadrados, no hay mas que multiplicar por 100 por otros tantos decimetros cuadrados que tiene el metro cuadrado, ó adelantar la coma dos cifras mas, y resulta que 27,712 metros cuadrados = 2771,2 decimetros cuadrados.

Del mismo modo se pueden reducir las demas medidas superficiales antiguas á las métricas, tomando de la tabla los datos segun el caso que se propoaga.

La fraccion 0,311 se puede convertir en $0{,}2+0{,}111=\frac{1}{5}+\frac{1}{9}$ y haciendo uso de esta fraccion en lugar de 0,311 para reducir los codos cuadrados á metros cuadrados, se puede hacer el cálculo de este modo.

89 codos cuadrados.

su $\frac{1}{5}$ . . . 17,8
su $\frac{1}{9}$ . . . 9,88

27,68 metros cuadrados.

Ejemplo. Reducir 875 posturas de á 49 varas cuadradas ó 441 pies cuadrados á areas.

875 posturas.
0,343 de area cada postura de á 441 pies cuadrados.

2625
3500
2625

300,125 areas.

Por medio de la tabla 2.ª

800 posturas = 274,6
70 id. = 24,03
5 id. = 1,716

300,346 areas.

Se puede abreviar esta operacion calculando del modo siguiente.

$$\begin{array}{rl} & 875 \text{ posturas.} \\ \hline \frac{1}{3} \text{ de } 875 = & 291,666 \\ 1 \text{ p}\frac{0}{0} \text{ de } 875 = & 8,75 \\ \hline & 300,416 \text{ areas.} \end{array}$$

Como $\frac{1}{3}=0,333$, el tomar la tercera parte de 875, equivale á multiplicar por 0,333, y el tomar 1 p$\frac{0}{0}$ es lo mismo que multiplicar por 0,01, y ya que $0,333 + 0,01 = 0,343$, resulta, que al tomar la tercera parte y 1 p$\frac{0}{0}$ de una cantidad, se multiplica por 0,343. La diferencia que se nota en la fraccion decimal proviene de que $\frac{1}{3}=0,33333.....$ y cuantas veces se quiere repetir el 3; y al hacer la multiplicacion por 0,333 solamente, se desprecian los demas guarismos decimales.

Con este proceder se pueden hallar métodos ó reglas que abrevien los cálculos en algunas ocasiones.

Ejemplo. Reducir 43 posturas de á 144 codos cuadrados á áreas.

$$\begin{array}{rr} 1 \text{ postura de } 144 \text{ codos cuadrados}= & 0,448 \text{ áreas.} \\ & 43 \\ \hline & 1344 \\ & 1792 \\ \hline & 19,264 \text{ áreas.} \end{array}$$

Por medio de la tabla.

$$\begin{array}{rcl} 40 \text{ posturas} & = & 17,93 \text{ áreas.} \\ 3 \quad \text{id.} & = & 1,345 \text{ id.} \\ \hline & & 19,275 \text{ id.} \end{array}$$

Ya que $0,448=0,450-0,002=0,200+0,25-0,002=\frac{2}{10}+\frac{1}{4}-0,002$ se puede tambien proceder del modo siguiente.

$$\begin{array}{rl} & 43 \text{ posturas.} \\ \hline \text{su } \frac{2}{10}=\frac{1}{5}= & 8,6 \\ \text{su } \frac{1}{4}= \ldots & 10,75 \\ \hline & 19,35 \text{ áreas, resultado aproximado.} \\ \text{menos } 2 \text{ p}\frac{0}{0} & 0,086 \\ \hline & 19,264 \text{ áreas como al principio.} \end{array}$$

Reduccion de las medidas superficiales métricas en las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de las tablas 8.ª y 9.ª

Ejemplo. Reducir á codos cuadrados 54 metros cuadrados.

3,212 codos cuadrados = 1 metro cuadrado.
54
―――――
12848
16060
―――――
173,448 codos cuadrados.

Por medio de la tabla 8.ª

50	metros	cuadrados	=	160,59	codos cuadrados.
4	id.	id.	=	12,847	
54	id.	id.	=	173,437	codos cuadrados.

Ejemplo. Reducir á posturas de 49 varas cuadradas ó 441 pies cuadrados 34 áreas.

2,913 posturas de á 49 varas cuadradas la área. (Tabla 9.ª)
34
―――――
11652
8739
―――――
99,042 posturas.

Por medio de la tabla 9.ª

30 áreas	=	87,39	posturas de á 49 varas cuadradas.		
4 id.	=	11,652	id.	id.	id.
34 áreas	=	99,042	id.	id.	id.

Las 2,913 posturas que tiene la área son iguales á 2,750 + 0,050 + 0,111 + 0,002 = $2\frac{3}{4} + \frac{1}{20} + \frac{1}{9} + 0{,}002$ y haciendo la multiplicacion por esta fraccion resulta

$$
\begin{array}{rrl}
 & 34 & \text{áreas} \\
 & 2 & \\
\hline
 & 68 & \\
\text{su } \tfrac{1}{2} = . & 17 & \\
\tfrac{1}{4} = . & 8{,}5 & \\
\tfrac{1}{20} = . & 1{,}7 & \\
\tfrac{1}{9} = . & 3{,}777 & \\
\hline
 & 98{,}977 & \text{resultado aproximado.} \\
2 \text{ p}\tfrac{0}{0} = & 0{,}068 & \\
\hline
 & 99{,}045 & \text{resultado mas aproximado.}
\end{array}
$$

Reduccion de los precios de las medidas superficiales antiguas en los de las métricas.

Uso de las tablas 8.ª y 9.ª

Ejemplo. A cómo sale el metro cuadrado valiendo el codo cuadrado 4 rs.?

$$
\begin{array}{l}
3{,}212 \text{ codos cuadrados} = 1 \text{ metro. (Tabla 8.ª)} \\
\quad 4 \\
\hline
12{,}848 \text{ reales} = 12 \text{ rs. y 8 décimas ó 12 rs. y 28 mrs.}
\end{array}
$$

Por medio de la tabla no hay mas que mirar en frente de 4 metros y se halla el mismo número 12,848 que son los reales que vale el metro cuadrado, cuando el codo vale 4 rs.

Como el precio del codo en tablas, ventanas, vidrieras, puertas etc. rara vez puede pasar de 12 reales, se puede adoptar sin temor de mucho error, la relacion de 1 : 3,2 en lugar de 1 : 3,212 para ajustar el precio del metro cuadrado con arreglo al del codo cuadrado, y en este caso, no hay mas que triplicar el precio del codo y añadir el 20 p$\tfrac{0}{0}$ ó añadir la quinta parte.

Ejemplo. A cómo sale el metro cuadrado estando el codo cuadrado á 12 reales?

Por la relacion de 1 : 3,2.

$$\begin{array}{r} 12 \text{ reales.} \\ 3\tfrac{1}{5} \\ \hline 36 \\ 2,4 \\ \hline 38,4 \end{array}$$ precio del metro.

Por la relacion de 1 : 3,212

$$\begin{array}{r} 3,212 \\ 12 \\ \hline 6424 \\ 3212 \\ \hline 38,544 \end{array}$$ precio del metro ó una décima mas que en el resultado anterior.

Ejemplo. A cómo sale la área de un terreno estando la postura de 49 varas cuadradas á 45 reales?

1. area = 2,913 posturas de á 49 varas cuadradas.

$$\begin{array}{r} 2,913 \\ 45 \\ \hline 14565 \\ 11652 \\ \hline 131,085 \end{array}$$ reales precio de cada area.

Por medio de la tabla 9.ª

40 areas = 116,52 posturas.
5 id. = 14,565 id.

131,085 reales precio del area.

Ejemplo. Cuánto vale cada area, costando la postura de 100 codos cuadrados 38 reales.

1 area = 3,212 posturas de 100 codos cuadrados.

$$\begin{array}{r} 3,212 \\ 38 \\ \hline 25696 \\ 9636 \\ \hline 122,056 \end{array}$$ reales.

Por medio de la tabla 9.ª

30 areas = 96,354 posturas.
8 id. = 25,693 id.

122,044

En estos dos ejemplos últimos, se puede tambien hacer uso del método de reducir unas medidas á otras por medio de fracciones comunes en que se han convertido las decimales.

Reduccion del precio de las medidas superficiales métricas al de las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 2.ª

Ejemplo. A cómo sale el codo cuadrado, estando el metro cuadrado á 12 reales y 8 décimas?

12,8
0,311 de metro cuadrado cada codo cuadrado.

128
128
384

3,9808 reales precio del codo cuadrado ó 4 reales muy próximamente.

Por medio de la tabla.

10	codos cuadrados		= 3,11	metros cuadrados.	
2	id.	id.	= 0,623	id.	id.
0,8	id.	id.	= 0,249	id.	id.

3,982 reales precio del codo cuadrado ó 4 reales próximamente.

Por otro método.

12,8 reales.

su $\frac{1}{5}$ = 2,56
su $\frac{1}{9}$ = 1,422

3,982 reales.

Ejemplo. A cómo sale la postura de 49 varas cuadradas, estando el área á 131 reales?

131
0,343 de área cada postura.

393
524
393

44,933 ó 45 reales próximamente.

Por medio de la tabla 9.ª

100	posturas de á 49 v. c.		$=34,3$	areas.
30	id.	id.	$=10,3$	id.
1	id.	id.	$=0,343$	id.
			44,943	reales la postura.

Por medio de la fraccion $\frac{1}{3}+\frac{1}{100}=0,343$ la postura.

131 reales.

su $\frac{1}{3}$ = . 43,666
su 1 p$\frac{o}{o}$ = 1,31

44,976 reales.

Medidas de solidez de Guipuzcoa.

Las medidas cúbicas ó de solidez que se derivan de la vara y sus especies inferiores son las siguientes.

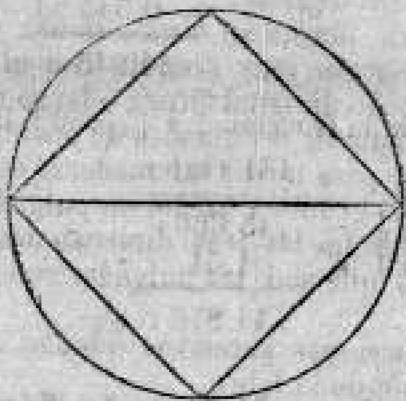
Vara cúbica.		Pies cúbicos.		Pulgadas cúbicas.		Lineas cúbicas.
1	=	27	=	46656	=	80621568
		1	=	1728	=	2985984
				1	=	1728

Ademas de estas medidas se usa del estado que se compone de 98 pies cúbicos que sirve para la medicion de paredes.

Para la medicion de maderas se usa del codo reducido que es un paralelipipedo que tiene 8 pulgadas en cuadro de base y un codo de largo y contiene $24\times8\times8=24\times64=1536$ pulgadas cúbicas, por cuya razon, cuando se hace la medicion de las maderas labradas, se toman en pulgadas los dos gruesos y en codos el largo: se multiplican las tres dimensiones y se divide el producto por 64, en lugar de hacer por 1536 si se midiese el largo en pulgadas.

Cuando el tronco ó árbol que se trata de medir está sin labrar y sin corteza, se cuadra el diámetro tomando en pulgadas y multiplicando por el largo espresado en codos, se divide el producto por 128 ó doble de 64, con cuya operacion se reduce el cálculo á hallar los codos reducidos de la anterior medida de 1536 pulgadas cúbicas que producirá el cilindro ó tronco de árbol despues de labrado á esquina viva.

Para comprender mejor lo que se acaba de manifestar inscribirémos en un circulo un cuadrado.



Ya se sabe que el cuadrado de la diagonal de un cuadrado que en este caso es el diámetro, es el doble del mismo cuadrado; y siendo el cuadrado de dicha diagonal ó del diámetro 128, su mitad 64 será el cuadrado inscrito en el circulo, y su raiz cuadrada 8 es el lado del mismo cuadrado.

De consiguiente, seria lo mismo cuadrar el diámetro del tronco de madera, tomar su mitad y multiplicar por el largo del tronco; y dividiendo el producto por 64, daria por resultado los codos reducidos de madera labrada que produciria dicho tronco.

Cuando la madera ó el árbol está con corteza, se toma por medida un cilindro que tenga 12 pulgadas de diámetro y un codo de largo, y haciendo la medicion del diámetro en pulgadas y el largo en codos, se divide por 144 el producto del cuadrado del diámetro por el largo, dando por resultado los codos reducidos de madera labrada de á 8 pulgadas en cuadro de base y un codo de largo que daria el mismo tronco.

Si se compara el partidor 144 con el 128 se vé que es una novena parte menos, pues que $144-\frac{144}{9}=144-16=128$, de consiguiente, si despues de cuadrar el diámetro de un árbol con corteza tomado en pulgadas, se rebaja la novena parte, dará el cuadrado del diámetro de la misma madera ó árbol descortezado, y tomando de esto la mitad, dará el cuadrado de la base de la madera labrada que resulta del mismo árbol ó tronco.

De modo que estas tres clases de medidas pueden considerarse como una sola, pues las tres tienen por base ó unidad de medida un paralelipípedo de un codo de largo y 8 pulgadas en cuadro de base.

Para la madera puesta en obra, se usa de otra medida que tiene una relacion muy sencilla con la anterior, pues es un paralelipípedo de igual altura ó largo que tiene por base un paralelógramo de 6 pulgadas de ancho y 8 de largo ó $\frac{3}{4}$ del anterior, y para medir las maderas con arreglo á esta medida se toma el grueso y ancho en pulgadas y el largo en codos: se multiplican las tres dimensiones, y se divide el producto por 48 que son las pulgadas cuadradas que tiene la base.

En estas reducciones sucesivas quedan compensadas las mermas y el coste de la labra.

Hay varios pueblos de la Provincia que usan el estado de 7 pies lineales para la medicion de las maderas, dando diferente precio á las maderas segun su grosor, pero este método es muy imperfecto y desaparecerá con la adopcion del sistema métrico que es obligatorio.

Medidas de solidez del sistema métrico.

Las medidas de solidez del sistema métrico son el metro cúbico y sus divisiones, que tienen entre sí la relacion siguiente.

Metro cúbico.		Decímetros cúbicos.		Centímetros cúbicos.		Milímetros cúbicos.
1	=	1000	=	1000000	=	1000000000
		1	=	1000	=	1000000
				1	=	1000

Para acomodarse en cierto modo al uso introducido, acercando cuanto se pueda las nuevas unidades á las antiguas, la vara cúbica y el estado de 98 pies cúbicos deberán ser reemplazados por el metro cúbico, y el codo reducido para la madera con el decímetro cúbico; y ya que no sea permitido elegir en lo sucesivo unidades arbitrarias ni diferentes para las maderas segun su estado, como sucede en el sistema antiguo, conviene esplicar el modo con que podrán medirse las maderas y obtener el resultado en decímetros cúbicos, teniendo en consideracion el estado de la madera ó arbol.

Principiando con el arbol con corteza, se deberá rebajar del cuadrado del diámetro espresado en decímetros, la novena parte y tomar del residuo la mitad, para multiplicar por el largo espresado tambien en decímetros, lo que dará los decímetros cúbicos de la madera cuadrada ó labrada que resultará de dicho arbol.

De modo que si un arbol con corteza tiene por ejemplo 34 centímetros de diámetro ó 3,4 decímetros y 12 metros y 6 decímetros de largo ó sean 126 decímetros, se hará el cálculo de su medicion del modo siguiente

3,4 dm. grueso.	5,138
3,4	126 decímetros largo:
136	30828
102	10276
	5138
$3{,}4^2$ = . . 11,56	
Su 9.ª parte 1,284	647,388 decimet. cúbicos.
Restan . . . 10,276	
Su mitad. . 5,138	

De modo que el árbol que se ha puesto por ejemplo daria 647 decímetros cúbicos y 388 centímetros cúbicos despues de labrado ó escuadreado.

Si el árbol no tiene corteza, se tomará solamente la mitad del cuadrado del diámetro y se multiplicará por el largo.

Ejemplo. Hallar los decímetros cúbicos que contiene un árbol descortezado que tenga 28 centímetros de diámetro y 12 metros y 35 centímetros de largo.

2,8 dm. diámetro.	123,5 decímetros de largo.
2,8	3,92
224	2470
56	11115
	3705
$2{,}8^2$ =. 7,84	
su $\frac{1}{2}$ =. 3,92	484,120 decímetros cúbicos.

De modo que el árbol descortezado puesto por ejemplo daria 484 decimetros cúbicos y 120 centimetros cúbicos de madera labrada.

Si la madera que se trata de medir está labrada ó escuadreada, no hay mas que multiplicar el grueso, ancho y largo espresados en decimetros, sin ninguna rebaja.

Para hallar los decimetros cúbicos que tiene una pieza de madera labrada que tenga 24 centimetros de grueso por un lado y 18 centimetros por otro y 13 metros y 25 centimetros de largo se procede del modo siguiente:

132,5 decimetros de largo.
2,4 id. . de grueso.
5300
2650
318,00
1,8 decimetros de ancho.
2544
318
572,4 decimetros cúbicos.

Cuando la madera que se trata de medir está puesta en obra, lo mas regular es medir del mismo modo que la labrada y aumentar el precio de manufactura segun la labra, y si se quiere acomodar á la actual costumbre, se puede aumentar al precio de la madera labrada la tercera parte, pues es la relacion en que están los actuales partidores 48 y 64 que se usan para la madera labrada y la puesta en obra, y en efecto añadiendo á 48 su tercera parte resulta $48+\frac{48}{3}=48+16=64$.

Para comprender mejor lo que se acaba de manifestar, supongamos que de la multiplicacion de las dimensiones de una pieza de madera haya resultado 192 por producto. Si se considera como madera labrada, daria $\frac{192}{64}=3$ codos reducidos, y considerando como madera puesta en obra, $\frac{192}{48}=4$; y dando el mismo precio á los 3 codos reducidos que han resultado haciendo la division por 64, y á los 4 que han resultado con el partidor 48, resultaria aumentado este último en la tercera parte mas del precio de la labrada.

Pero esta práctica que pudo ser muy fundada en los tiempos anteriores en que la madera estaba mucho mas barata, y en que la labra de la madera gruesa se hacia con mayor esmero, por quedar descubierta en los techos de las habitaciones, ha llegado á ser injusta, pues en el dia apenas se le dá mayor pulimento que el que tiene la madera despues de escuadreada, por quedar cubierta con los cielos rasos; y el aumento de precio de la madera, sin alteracion sensible en los jornales, ha establecido una desproporcion demasiado grande en el precio de la manufactura calculada con arreglo á la relacion de los partidores 64 y 48.

Por todas estas consideraciones, no se han calculado en las tablas mas que la reduccion de los codos reducidos de á 1536 pulgadas cúbicas ó de 64 el partidor á decimetros cúbicos y ademas las de 1152 pulgadas cúbicas ó de 48 el partidor para poder hacer la reduccion de los codos reducidos de la madera puesta en obra, cuya tasacion ó medicion esté hecha anteriormente.

La reduccion de las demas medidas de solidez que se usan para medir las maderas, puede hacerse por la de 1536 pulgadas cúbicas, ya que es una misma cosa, segun se ha manifestado.

En la medicion de la piedra sillar ocurre tambien una anomalia que convendria corregir al establecer las nuevas medidas, haciendo la medicion de la piedra por medidas cúbicas y la labra solamente por las superficiales, como se practica en Francia.

En efecto, por la costumbre actual de medir la piedra sillar por varas de 3 pies cuadrados ocurre, que una piedra que presenta dos ó tres caras tiene un valor proporcionalmente mayor que la que no presenta mas que una cara sola, y no tomando para nada en consideracion el tizon de la piedra ó su grosor, se dá el mismo precio á piedras de diferente dimension; pero si á la piedra bruta se dá un precio con arreglo á la medida cúbica, se toma en consideracion todo su volumen, y graduando despues la labra por las caras que presenta, medidas superficialmente, se atiende con equidad á todas las circunstancias, y los precios ó valores que resulten de este modo de medir, serán mas proporcionados y aproximados al verdadero valor.

Reduccion de las antiguas medidas de solidez á las nuevas métricas.

Uso de la tabla 3.ª

Ejemplo. Reducir 64 codos reducidos de á 1536 pulgadas cúbicas á decimetros cúbicos.

1 codo reducido=19,305 decimetros cúbicos.

$$\begin{array}{r} 64 \\ \hline 77220 \\ 115830 \\ \hline 1235,520 \end{array}$$

Por medio de la tabla.

60 codos	reducidos	= 1158,27	decimetros	cubicos.
4 id.	id.	= 77,218	id.	id.
64 id.	id.	= 1235,488	id.	id.

Si en la práctica se adoptase con preferencia el metro cúbico por unidad, es facil reducir los decimetros cúbicos á metros cúbicos, atrasando la coma 3 cifras hácia la izquierda, y en el caso propuesto, tendriamos, 64 codos reducidos = 1,235488 metros cúbicos.

Ya que el codo reducido tiene 19,305 decimetros cúbicos, se puede tomar sin temor de una diferencia notable en el resultado, 19,3 decimetros cúbicos por el metro reducido ó 20—0,7, y en este caso, el cálculo se reduce á multiplicar los codos reducidos primero por 20 y rebajar sus $\frac{7}{10}$, lo que abrevia la operacion de la reduccion.

$$\begin{array}{r} 64\times 20=1280 \\ 64\times 0,7=44,8 \\ \hline 1235,2 \end{array}$$ decimetros cúbicos.

Este resultado discrepa del anterior en 0,288 que es de poca importancia, atendido al precio de 5 reales que poco mas ó menos vale el codo reducido de madera ó $\frac{5}{19,3}$=0,25 ó 2,5 décimas el decimetro cúbico, y los 288 centimetros cúbicos valen solamente 0,72 de décima de real ó cerca de una décima de diferencia en el valor de los 64 codos reducidos.

Si se quiere un resultado mas esacto, no hay mas que añadir al anterior un 5 por mil por los 0,005 que se han despreciado y tendriamos

$$
\begin{array}{lr}
64\times 20 = & 1280 \\
64\times 0{,}005 = & 0{,}320 \\
\hline
 & 1280{,}320 \\
\text{menos } 64\times 0{,}7 = & 44{,}8 \\
\hline
 & 1235{,}520
\end{array}
$$

1235,520 dm. cúbicos como al principio.

Ejemplo. Reducir 42 varas cúbicas á metros cúbicos.

$$
\begin{array}{r}
1 \text{ vara} = 0{,}586 \text{ metros cúbicos.} \\
42 \\
\hline
1172 \\
2344 \\
\hline
24{,}612
\end{array}
$$

24,612 metros cúbicos.

Por medio de la tabla.

$$
\begin{array}{lr}
40 \text{ varas} = & 23{,}46 \text{ metros cúbicos.} \\
2 \text{ id.} = & 1{,}173 \text{ id. id.} \\
\hline
 & 24{,}633
\end{array}
$$

24,633 metros cúbicos, resultado mas aproximado al verdadero.

Para hallar un método que abrevie esta operacion, tenemos, que 0,586 de metro cúbico que tiene la vara, es igual á $0{,}500 + 0{,}075 + 0{,}01 + 0{,}001 = \frac{1}{2} + \frac{3}{40} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$, tomando pues la mitad, los $\frac{3}{40}$, $\frac{1}{100}$ y $\frac{1}{1000}$ de las varas, y colocando en sus respectivas columnas con arreglo á los denominadores 40, 100 y 1000 dará el mismo resultado.

$$
\begin{array}{lr}
 & 42 \text{ varas cúbicas.} \\
\hline
\text{Su mitad} & 21 \\
\text{Su } \frac{1}{20} \cdot & 2{,}1 \\
\text{Su } \frac{1}{40} \cdot & 1{,}05 \\
\hline
 & 24{,}15 \text{ resultado aproximado.} \\
\text{Su } \frac{1}{100} = & 0{,}42 \\
\text{Su } \frac{1}{1000} = & 0{,}042 \\
\hline
 & 24{,}612
\end{array}
$$

24,612 metros cúbicos como al principio.

EJEMPLO. Reducir 45 estados de á 98 pies cúbicos á metros cúbicos.

$$\begin{array}{r} 1 \text{ estado} = 2,128 \text{ metros cúbicos.} \\ 45 \\ \hline 10640 \\ 8512 \\ \hline 95,760 \text{ metros cúbicos.} \end{array}$$

Por medio de la tabla.

40 estados cúbicos = 85,13 metros cúbicos.
5 id. . id. = 10,642 id. . id.

45 id. . id. = 95,772 metros cúbicos, resultado mas aproximado.

Los 2,128 metros cúbicos que tiene el estado se pueden descomponer en $2 + 0,125 + 0,003 = 2 + \frac{1}{8} + 0,003$ y haciendo la multiplicacion por estas fracciones dará el mismo resultado.

$$\begin{array}{r} 45 \text{ estados.} \\ 2 + \frac{1}{8} + 0,003 \\ \hline 90 \\ \frac{1}{8} \text{ de } 45 = \ 5,625 \\ \hline 95,625 \text{ resultado aproximado.} \\ 45 \times 0,003 = \ 0,135 \\ \hline 95,760 \end{array}$$

95,760 resultado igual al 1.° que se ha obtenido.

De modo que multiplicando por 2 los estados y añadiendo su 8.ª parte dá un resultado bastante aproximado y suficiente en la mayor parte de los casos, pues aun cuando el estado de pared valga 50 reales, el precio del metro cúbico es de $\frac{50}{2,128} = 23,49$ reales y calculando el precio por la relacion de 1 : 2,125 dá $\frac{5}{2,125} = 23,52$ reales y á 23,49 van 0,03 ó 3 centavos de diferencia en el precio.

Reduccion de las medidas cúbicas del sistema métrico á las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 10.ª

EJEMPLO. 1235,5 decimetros cúbicos reducir á codos reducidos de á 1536 pulgadas cúbicas.

1235,5
1 decimetro cúbico = 0,0518 de codo red. de á 1536 pul. c

98840
12355
61775

63,99890 codos reducidos ó 64 proximamente.

Por medio de la tabla.

1000	decimetros	cúbicos	=51,8 codos reducidos.
200	id.	id.	=10,36
30	id.	id.	= 1,554
5	id.	id.	= 0,259
0,5	id.	id.	= 0,0259
1235,5	id.	id.	=63,9989 ó 64 codos reducidos muy próximamente.

Este cálculo sirve de prueba á la cuestion de reducir 64 codos reducidos á decimetros cúbicos.

La fraccion 0,0518 con que se multiplican los decimetros cúbicos para reducir á codos reducidos se puede descomponer en $0{,}05+0{,}0015+0{,}0003=\frac{1}{20}+\frac{3}{2000}+\frac{3}{10000}=\frac{1}{20}+\frac{1}{1000}+\frac{1}{2000}+\frac{3}{10000}$ y valiéndose de estas fracciones se puede hacer la reduccion del modo siguiente.

	1235,5 decimetros cúbicos.
su $\frac{1}{20}$ . . . . =	61,775
su 1 por 1000. . . =	1,2355
su $\frac{1}{2}$ id. ó $\frac{1}{2}$ del anterior=	0,61775
	63,62825 resultado aproximado.
su 3 por 10000. . =	0,37065
	63,99890 id. mas aproximado.

EJEMPLO. Reducir 24,6 metros cúbicos á varas cúbicas.

1 metro cúbico=1,705 varas cúbicas.
24,6 metros cúbicos.

10230
6820
3410

41,9430 var. cúbicas ó 42 proximamente.

Por medio de la tabla.

20 metros=34,11 varas cúbicas.
4 id. = 6,822 id.
0,6 id. = 1,0232 id.

24,6 id. =41,9532 id.

Para hallar un resultado aproximado se puede emplear el método siguiente.

24,6 metros cúbicos.
su $\frac{1}{2}$ = ... 12,3
$\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ = ... 6,15

43,05
menos 5 p$\frac{0}{0}$ de 24,6= 1,230

Resultado aproximado 41,820 varas cúbicas.

Este método se funda en que 1,705=1,75—0,045=$1\frac{3}{4}$—0,045 ó $1\frac{3}{4}$—0,05 proximamente.

EJEMPLO. Reducir 96 metros cúbicos á estados de á 98 pies cúbicos.

1 metro cúbico=0,47 de estado.
96

282
423

45,12 estados.

Por medio de la tabla.

90 metros cúbicos=42,29 estados.
6 id. id. = 2,819 id.

45,109 estados.

Si se quiere, se puede emplear el método siguiente:

$$
\begin{array}{lr}
 & 96 \text{ metros cúbicos.} \\
\hline
\text{su } \frac{1}{10} = \;.\;. & 9{,}6 \\
 & \times\; 4\frac{1}{2} + 0{,}02 \\
\hline
 & 38{,}4 \\
\frac{1}{2} \text{ de } 9{,}6 \;.\; = & 4{,}8 \\
2 \text{ p\% de } 9{,}6 = & 1{,}92 \\
\hline
 & 45{,}12 \text{ estados como al principio.}
\end{array}
$$

Esta regla se funda en que $0{,}47 = 0{,}45 + 0{,}02 = \frac{9}{20} + 0{,}02 = \frac{8}{20} + \frac{1}{20} + 0{,}02 = \frac{4}{10} + \frac{1}{20} + 0{,}002$ y si se toma la décima parte de los metros, la fraccion con que hay que multiplicar se convierte en otra diez veces mayor ó $4 + \frac{1}{2} + 0{,}02$.

Reduccion de los precios de las medidas de solidez de Guipuzcoa en los del sistema métrico.

Uso de la tabla 10.ª

Ejemplo. A cómo sale el decimetro cúbico, estando el codo reducido de 1536 pulgadas cúbicas á 6 reales?

$$
\begin{array}{r}
1 \text{ decimetro cúbico} = 0{,}0518 \text{ de codo reducido.} \\
6 \\
\hline
0{,}3108 \text{ á 3 décimas de real.}
\end{array}
$$

Con mirar en frente de 6 decimetros y en la columna de los codos reducidos de la tabla 10.ª se hubiera hallado el mismo número 0,3108.

Para hallar aproximadamente el precio del decimetro cúbico por el del codo, no hay mas que tomar la mitad de los reales que importa el codo y espresar en décimas.

En el anterior caso se tomaria la mitad de 6 reales que es 3 y haciendo décimas resultan las mismas 3 décimas ó 30 centavos y su tercera parte ó 10 son los mrs. á que sale proximamente cada decimetro cúbico.

Y en efecto, ya que el codo reducido tiene 19,305 decimetros cubicos ó cerca de 20, el precio de este debe ser $\frac{1}{20}$ de a anterior medida proximamente.

De modo que por cada real que se aumente el precio del codo reducido, se aumenta en media décima de real el del decimetro cúbico ó 5 centavos, y por cada centavo que se añada al precio del decimetro cúbico, se aumenta un $\frac{1}{5}$ de real el del codo reducido; y ya que el mrs. tiene tres centavos proximamente, por cada mrs. que se aumenta en el precio de cada decimetro cúbico, se aumenta en $\frac{3}{5}$ de real el del codo reducido.

EJEMPLO. Hallar el precio del metro cúbico, siendo el de la vara cúbica 8 rs.

$$
\begin{array}{lr}
1 \text{ metro cubico} = & 1{,}705 \text{ varas cúbicas.} \\
 & 8 \\
\hline
 & 13{,}640
\end{array}
$$

Con mirar en la tabla 10.ª en frente de 8 metros y en la columna de las varas cúbicas, se hubiera hallado 13,643 por el precio del metro cúbico.

En estas cuestiones se pueden emplear todos los métodos que se han indicado para la reduccion de unas medidas en otras, pues las operaciones son idénticas, sin mas diferencia que tomar los datos en sentido inverso.

$$
\begin{array}{lrl}
 & 8 & \text{reales precio de la vara cúbica.} \\
\text{Su } \frac{1}{2} \ \ . \ \ . & 4 & \\
\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2} \ \ . \ \ . & 2 & \\
\hline
 & 14 & \text{precio aproximado.} \\
\text{menos su 5 p\%} & 0{,}40 & \\
\hline
 & 13{,}60 & \text{precio del metro cúbico.}
\end{array}
$$

EJEMPLO. Hallar el precio del metro cúbico, estando el estado de 98 pies cúbicos á 46 reales.

$$
\begin{array}{lr}
\text{El metro cúbico} = & 0{,}47 \text{ estados.} \\
 & 46 \\
\hline
 & 282 \\
 & 188 \\
\hline
 & 21{,}62 \text{ reales el metro cúbico.}
\end{array}
$$

Por medio de la tabla.

40 met. c. = 18,79 estados.
6 id. = 2,819

21,609 reales el metro cúbico.

Otro método.

46 reales el estado.

Su $\frac{1}{10}$ = . 4,6
× $4\frac{1}{2}$ + 0,02

18,4
2,3
0,92

21,62 precio del metro cúbico.

Se han puesto ejemplos de las medidas de mas uso y por el mismo método se pueden calcular con cualquiera medida de solidez.

Reduccion de los precios de las medidas métricas de solidez en los de las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 3.ª

Ejemplo. A cómo sale el codo reducido de madera, estando el decímetro cúbico á 3 décimas de real?

El codo reducido=19,305 decímetros cúbicos.
3 décimas.

57,915 décimas =
5,7915 reales ó cerca de 6 reales.

Con mirar en frente de 3 codos reducidos en la tabla 3.ª se hubiera hallado el mismo número 57,914 que son las décimas de real que vale el codo reducido.

Ejemplo. A cómo sale la vara cúbica, valiendo el metro cúbico 13 reales y 6 décimas?

1 vara cúbica=0,586 metros cúbicos.
13,6 reales.

3516
1758
586

7,9696 reales ó cerca de 8 reales.

Por medio de la tabla.

10 varas cúbicas=5,86
3 id. id. =1,759
0,6 id. id. =0,3518

7,9708 reales.

Por medio de la fraccion $\frac{1}{2}+\frac{3}{40}+\frac{1}{100}+\frac{1}{1000}$.

13,6 reales.

su $\frac{1}{2}$ = 6,8
su $\frac{1}{20}$ = 0,68
su $\frac{1}{40}$ = 0,34
su $\frac{1}{100}$ = 0,136

7,956 aproximado.
su $\frac{1}{1000}$ = 0,0136

7,9696 reales como antes.

Ejemplo. Valiendo el metro cúbico 21,62 reales ¿á cómo sale el estado de 98 pies cúbicos?

1 estado = 2,128 metros cúbicos.
21,62 reales.

4256
12768
2128
4256

46,00736 reales.

Por medio de la tabla.

20 estados	=	42,57
1 id.	=	2,128
0,6 id.	=	1,277
0,02 id.	=	0,043
		46,018 reales.

Por medio del número misto $2\frac{1}{8} + 0,003$.

$$\begin{array}{r} 21,62 \\ 2\frac{1}{8} + 0,003 \\ \hline 43,24 \end{array}$$

$\frac{1}{8}$ de 21,62 .	=	2,7025
su 3 por 1000	=	0,06486
		46,00736 reales.

Medidas de capacidad de Guipuzcoa para áridos y líquidos.

Medidas para áridos.

Las medidas de capacidad de Guipuzcoa para áridos ó cosas secas son las siguientes.

Fanega.		Cuartales.		Celemines.		Chillas.
1	=	4	=	16	=	64
		1	=	4	=	16
				1	=	4

La fanega de San Sebastian es $\frac{1}{10}$ mayor que la del resto de Guipuzcoa, ó lo que es lo mismo 10 fanegas de San Sebastian equivalen á 11 de Guipuzcoa.

Ademas se usa para el carbon de la carga dividida en dos sacos y cada saco equivale á 13 cuartales y 3 chillas $= 52\frac{3}{4}$ celemines.

La manzana se mide por cargas de á 6 sacos equivaliendo el saco á $35\frac{1}{6}$ celemines.

De donde resulta, que dos cargas ó cuatro sacos de carbon que hacen $52\frac{3}{4} \times 4 = 211$ celemines sou iguales á una carga ó 6 sacos de manzana que hacen $35\frac{1}{6} \times 6 = 211$ celemines, y de consiguiente la carga de manzana es doble de la de carbon.

La única diferencia que se nota en las relaciones que han remitido los pueblos respecto á la medida de la manzana, es, que en algunos pueblos llaman carro á la carga.

Como en los artículos que se miden á colmo como castañas, nueces, manzana etc. puede contener una medida de igual capacidad mayor ó menor cantidad segun su anchura, puede haber alguna diferencia entre ellas aun siendo igual su cabida interior; pero careciendo de datos para apreciar tales diferencias, se prescinde de ellas en la formacion de las tablas para hallar su equivalencia en medidas métricas.

Medidas para líquidos.

Las medidas de capacidad para los líquidos no son unas mismas en todos los pueblos de Guipuzcoa, diferenciándose principalmente en el azumbre, que en algunos contiene 4 libras de vino y en otros 5 libras.

Los pueblos que usan del azumbre de 4 libras segun las relaciones remitidas por los respectivos Ayuntamientos son los siguientes.

Anzuola, Arechavaleta, Elgueta, Escoriaza, Mondragon, Oñate, Salinas y San Sebastian con Alza.

Los pueblos que usan del azumbre de 5 libras son los siguientes.

Abalcisqueta, Albistur, Alquiza, Alzo, Andoain, Arama, Astigarraga, Ataun, Azcoitia, Azpeitia, Beizama, Belaunza, Cerain, Deva, Ezquioga, Fuenterrabia, Guetaria, Hernani, Hernialde, Ibarra, Ichaso, Idiazabal, Irun, Leaburu, Legorreta, Lizarza, Motrico, Olaberria, Oreja, Orio, Ormaiztegui, Oyarzun, los dos Pasages, Regil, Renteria, Tolosa, Urnieta, Usurbil, Vidania, Villabona, Villafranca, Zaldibia, Zarauz y Zubieta.

Los demas pueblos no han enviado las relaciones de sus medidas.

El azumbre tiene las subdivisiones siguientes.

Azumbre.		Cuartillos.		Cuartos de cuartillo ó enchoiers.
1	=	4	=	16
		1	=	4

El vino se vende ademas por mayor por arrobas de peso, y teniendo la arroba 25 libras, resulta, que cada arroba tiene 5 azumbres de á 5 libras y $6\frac{1}{4}$ de á 4 libras ó 25 cuartillos de á 1 libra.

El aguardiente se mide por mayor por arrobas de peso y vergas, que segun unos pueblos es de $11\frac{3}{4}$ cuartillos de á 4 en azumbre de 5 libras ó 14 cuartillos de á 1 libra teniendo la diferencia de $\frac{1}{4}$ de cuartillo entre las relaciones de algunos pueblos y otros; pero esta diferencia insignificante, debe atribuirse á la mayor ó menor esactitud con que se haya hecho el cotejo de la verga.

Para calcular á lo que equivale el peso de una arroba de aguardiente en medida de capacidad, se ha tomado por tipo el aguardiente de 20 grados del areómetro de Cartier que equivale á 53° del alcómetro de Gay-Lussác.

Su densidad es de 0,930 siendo el del agua igual á 1, esto es, un litro de aguardiente de 53° pesa 0,930 de kilógramo ó 93 decágramos.

1 arroba=12,5 kilógramos segun la tabla 6.ª, de consiguiente la arroba tendrá $\frac{12,5}{0,93}$ litros=13,226 litros próximamente, y teniendo el litro 1,587 cuartillos, los 13,226 litros contendrán 13,226×1,587 cuartillos=20,99 cuartillos, de modo que 20,99 cuartillos de aguardiente pesan una arroba.

Calculando ahora el peso del aguardiente de una verga ó de $11\frac{3}{4}$ cuartillos de Guipuzcoa, tenemos

$$20{,}99 \text{ cuart.} : 25 \text{ libr.} :: 11\tfrac{3}{4} \text{ ct.} : x = \frac{11{,}75 \times 25}{20{,}99} = 13{,}99 \text{ lib.}$$

ó 14 lib. proximamente, cuyo resultado está conforme con la relacion que han remitido varios Ayuntamientos.

Por esta razon se ha fijado para la formacion de las tablas la verga=$11\frac{3}{4}$ cuartillos de Guipuzcoa.

Para la sidra se emplea en grandes cantidades ó por mayor de la carga, que es de diferente cabida en distintos pueblos y su uso no es conocido mas que en algunos, en que hay cosecha de manzana.

En algunos pueblos la carga se compone de 50 azumbres, de á 5 libras, y en otros de $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 4 libras, que es igual á la anterior; pues que las 50 azumbres de á 5 libras componen $50 \times 1\frac{1}{4} = 62\frac{1}{2}$ azumbres de á 4 libras.

Se usa tambien de la carga de 60 azumbres de á 5 libras y de 75 de á 4 que tambien son iguales.

En otros pueblos la carga se compone de $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras: en Oyarzun de á $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras: en Fuenterrabia se usa de la de 48 azumbresde á 5 libras: y en Anzuola de 50 azumbres de á 4 libras, que son las menores.

Se ponen á continuacion por órden alfabético los pueblos que usan de estas distintas cargas segun las relaciones remitidas por los respectivos Ayuntamientos.

Los pueblos que usan de la carga de 50 azumbres de á 5 libras ó de $62\frac{1}{2}$ de á 4 libras que es igual, son los siguientes.

Abalcisqueta, Ataun, Azpeitia, Beizama, Cerain, Guetaria, Ichaso, Idiazabal, Irun, Legorreta, Lizarza, Olaberria, Oreja, Ormaiztegui, Regil, San Sebastian y Alza para sidra hecha ó fermentada, Vidania y Villabona.

Los pueblos que usan de la carga de sidra de 60 azumbres de á 5 libras ó de á 75 azumbres de á 4 libras son los siguientes.

Berrobi, Orio, San Sebastian con Alza para el mosto, Zubieta y Usurbil.

Los que usan de la carga de $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras son los siguientes.

Albistur, Andoain, Astigarraga, Aya, Hernani, Hernialde, Ibarra, Leaburu, los dos Pasages, Renteria, Tolosa y Urnieta.

En los demas pueblos que han remitido sus relaciones no se usa de la carga.

Las medidas para el aceite son la arroba en peso por mayor, y por menor la libra, $\frac{1}{2}$ libra, $\frac{1}{4}$ libra y $\frac{1}{8}$ de libra en medidas de capacidad que contienen dicho peso.

Siendo la densidad del aceite de oliva de 0,9158 kilógramos cada litro y la arroba$=$12,5 kilógramos, la arroba de aceite será igual á $\frac{12.5}{0,9158}=13,43$ litros $=1,343$ decálitres y la libra$=\frac{13,43}{25}=0,5372$ de litro.

Medidas de capacidad del sistema métrico para áridos y líquidos.

Las distintas medidas que se acaban de enumerar deben ser reemplazadas en el sistema métrico por una misma clase de medidas de capacidad y son las siguientes.

Hectólitro.		Decálitros.		LITROS.		Decílitros.		Centilitros.
1	=	10	=	100	=	1000	=	10000
		1	=	10	=	100	=	1000
				1	=	10	=	100
						1	=	10

El *litro*, que es la unidad principal de las medidas de capacidad, es igual al volumen de un decímetro cúbico, y de consiguiente el metro cúbico contiene mil litros ó un kilólitro ó 10 hectólitros.

El Gobierno no ha determinado aun la forma que deben tener estas medidas, pero será muy regular que se adopten las de Francia.

La forma adoptada en Francia para las medidas de capacidad es cilindrica de igual diámetro y altura para los áridos ó cosas secas, y de doble altura del diámetro para los líquidos.

Esta circunstancia es sumamente importante para reconocer facilmente si se han alterado las medidas, y fijar de un modo invariable la medida de los artículos que se dán á colmo como sal, castañas, nueces etc. que seria diferente dejando á discrecion la medida del diámetro ó la anchura de las medidas, pues es claro, que entrará mayor cantidad en una medida que tenga mayor anchura que en otra que tenga menor, aun cuando tengan igual capacidad interior ó hasta el borde de la medida.

Reduccion de las antiguas medidas de capacidad en las métricas.

Uso de las tablas 4.ª y 5.ª

EJEMPLO. Reducir á hectólitros 45 fanegas de Guipuzcoa.

1 fanega = 0,553 hectólitros. (Tabla 4.ª)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 2765 \\ 2212 \\ \hline 24{,}885 \end{array}$$ hectólitros.

Por medio de la tabla 4.ª

40 fanegas	=	22,12	hectólitros.
5 id.	=	2,765	id.
45 id.	=	24,885	id.

La fraccion 0,553 se puede descomponer en 0,5 + 0,05 + 0,003 = $\frac{1}{2}+\frac{1}{20}$ + 0,003 y hacer la reduccion del modo siguiente.

		45 fanegas.
$\frac{1}{2}$ de 45	=	22,5
$\frac{1}{20}$ de 45	=	2,25
3 por 1000	=	0,135
		24,885 hectólitros.

Ejemplo. Reducir á hectólitros 45 fanegas de San Sebastian.

1 fanega de San Sebastian = 0,608 hectólitros (Tabla 4.ª)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 3040 \\ 2432 \\ \hline 27{,}360 \end{array}$$ hectólitros.

Por medio de la tabla 4.ª

40 fanegas	=	24,33	hectólitros.
5 id.	=	3,042	id.
45 id.	=	27,372	id.

Ya que la fanega de San Sebastian es $\frac{1}{10}$ mayor que la del resto de Guipuzcoa se puede emplear el método anterior de multiplicar por $\frac{1}{2}+\frac{1}{20}$ + 0,003 y añadir $\frac{1}{10}$ al resultado.

$$
\begin{array}{r l}
 & \text{45 fanegas.} \\
\frac{1}{2} \text{ de } 45 = . & 22{,}5 \\
\frac{1}{20} \text{ de } 45 = . & 2{,}25 \\
0{,}003 \times 45 = & 0{,}135 \\
\hline
 & 24{,}885 \\
\frac{1}{10} \text{ de la suma} = & 2{,}4885 \\
\hline
 & 27{,}3735 \text{ hectólitros.}
\end{array}
$$

Se puede tambien descomponer la fraccion decimal 0,608 en $0{,}5 + 0{,}1 + 0{,}008 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + 0{,}008$ y hacer la siguiente operacion.

$$
\begin{array}{r l}
 & \text{45 fanegas.} \\
\text{su } \frac{1}{2} = . . & 22{,}5 \\
\text{su } \frac{1}{10} = . . & 4{,}5 \\
\text{su 8 p} \frac{0}{0} = & 0{,}360 \\
\hline
 & 27{,}360 \text{ hectólitros como al principio.}
\end{array}
$$

EJEMPLO. Reducir 54 cargas de manzana á hectólitros.

$$
\begin{array}{r}
1 \text{ carga} = 7{,}293 \text{ hectólitros. (Tabla 4.}^a\text{)} \\
54 \\
\hline
29172 \\
36465 \\
\hline
393{,}822 \text{ hectólitros.}
\end{array}
$$

Por medio de la tabla 4.ª

$$
\begin{array}{r l l}
50 \text{ cargas} & = 364{,}63 & \text{hectólitros.} \\
4 \text{ id.} & = 29{,}171 & \text{id.} \\
\hline
54 \text{ id.} & = 393{,}801 & \text{id.}
\end{array}
$$

Descomponiendo la fraccion decimal 0,293 en $0{,}25 + 0{,}025 + 0{,}02 - 0{,}002 = \frac{1}{4} + \frac{1}{40} + 0{,}02 - 0{,}002$ se puede hacer la reduccion del modo siguiente.

$$
\begin{array}{rl}
 & 54 \text{ cargas.} \\
 & \underline{\quad 7 \quad} \\
 & 378 \\
\frac{1}{4} \text{ de } 54 = \ldots & 13{,}5 \\
\frac{1}{40} \text{ de } 54 = . & 1{,}35 \\
2 \text{ p}\% \text{ de } 54 = & \underline{1{,}08} \\
 & 393{,}93 \text{ resultado aproximado.} \\
\text{menos 2 por 1000 de } 54 = & \underline{0{,}108} \\
 & 393{,}822 \text{ hectol. como al principio.}
\end{array}
$$

EJEMPLO. Reducir 162 cargas de carbon á hectólitros.

1 carga de carbon = 3,646 hectólitros (Tabla 4.ª)

$$
\begin{array}{r}
162 \\
\hline
7292 \\
21876 \\
3646 \\
\hline
590{,}652
\end{array}
$$

Por medio de la tabla 4.ª

100 cargas	= 364,6	hectólitros.
60 id	= 218,78	id.
2 id.	= 7,293	id.
162 id.	= 590,673	id.

La fraccion decimal 0,646 se puede descomponer en $0{,}1 + 0{,}5 + 0{,}05 - 0{,}004 = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} + \frac{1}{20} - 0{,}004$ y haciendo la multiplicacion por 3 y estas fracciones tenemos.

$$
\begin{array}{rl}
 & 162 \\
 & \underline{\quad 3 \quad} \\
 & 486 \\
\frac{1}{2} \text{ de } 162 = & 81 \\
\frac{1}{10} \text{ de } 162 = & 16{,}2 \\
\frac{1}{20} \text{ de } 162 = & \underline{8{,}1} \\
 & 591{,}3 \text{ resultado aproximado.} \\
\text{menos 4 por } 1000 = & \underline{0{,}648} \\
 & 590{,}652 \text{ hectólitros como al principio.}
\end{array}
$$

EJEMPLO. Reducir 78 azumbres de á 5 libras á litros.

1 azumbre de 5 libras = 2,52 litros (Tabla 5.ª)

$$\begin{array}{r} 78 \\ \hline 2016 \\ 1764 \\ \hline \end{array}$$

196,56 litros = 196 litros 5 decilitros y 6 centilitros.

Por medio de la tabla 5.ª

$$\begin{array}{ll} 70 \text{ azumbres} = & 176,4 \text{ litros.} \\ \underline{8} \text{ id. } \ . = & \underline{20,16} \\ 78 \text{ azumbres} = & 196,56 \end{array}$$

Como $2,52 = 2,50 + 0,02 = 2\frac{1}{2} + 0,02$, se puede proceder tambien del modo siguiente.

$$\begin{array}{rl} & 78 \\ & 2\frac{1}{2} + 0,02 \\ \hline & 156 \\ \frac{1}{2} \text{ de } 78 = & 39 \\ \hline & 195 \text{ resultado aproximado.} \\ 2 \text{ p}\frac{0}{0} \text{ de } 78 = & 1,56 \\ \hline & 196,56 \text{ como antes.} \end{array}$$

EJEMPLO. Reducir 45 azumbres de á 4 libras á litros.

1 azumbre de 4 libras = 2,016 litros. (Tabla 5.ª)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 10080 \\ 8064 \\ \hline 90,720 \text{ litros.} \end{array}$$

Por medio de la tabla 5.ª

$$\begin{array}{ll} 40 \text{ azumbres de 4 libras} = & 80,64 \text{ litros.} \\ \underline{5} \text{ id. } \ldots\ldots = & \underline{10,08} \text{ id.} \\ 45 \text{ id. } \ldots\ldots = & 90,72 \text{ id.} \end{array}$$

Ya que 2,016 es próximamente igual á 2,02 se pueden reducir los azumbres de á 4 libras á litros para obtener un resultado muy aproximado multiplicando por 2 y añadir el 2 p$\frac{0}{0}$.

$$\begin{array}{r} 45 \\ 2 \\ \hline 90 \end{array}$$

$$\begin{array}{lr} 2\ p\tfrac{0}{0} \text{ de } 45 = \ldots & 0{,}90 \\ \hline & 90{,}90 \text{ litros.} \\ \text{resultado anterior} & 90{,}72 \\ \hline \end{array}$$

Diferencia . . . 0,18 litros=18 centilitros que equivale á cosa de $\frac{1}{4}$ de cuartillo de diferencia en 45 azumbres.

Ejemplo. Reducir 45 arrobas de vino á decálitros.

1 arroba de vino=1,26 decálitros. (Tabla 5.ª)

$$\begin{array}{r} 45 \\ \hline 630 \\ 504 \\ \hline 56{,}70 \text{ decálitros.} \end{array}$$

Por medio de la tabla 5.ª

$$\begin{array}{llll} 40 & \text{arrobas} & =50{,}4 & \text{decálitros.} \\ 5 & \text{id.} & =6{,}30 & \text{id.} \\ \hline 45 & \text{id.} & =56{,}70 & \text{id.} \end{array}$$

1,26=1,25 + 0,01=1$\frac{1}{4}$ + 0,01 , y haciendo con esta fraccion transformada la multiplicacion tenemos.

$$\begin{array}{lr} & 45 \text{ arrobas.} \\ \text{su } \tfrac{1}{4} = \ldots & 11{,}25 \\ \hline & 56{,}25 \text{ decálitros , resultado aproximado.} \\ \text{su } 1\ p\tfrac{0}{0} = & 0{,}45 \\ \hline & 56{,}70 \text{ decálitros, como antes.} \end{array}$$

La carga de sidra de á 50 azumbres de á 5 libras ó 62$\frac{1}{2}$ de á 4 , tiene con el hectólitro la misma relacion que la arroba con el decálitro y es aplicable el método anterior para la reduccion de dichas cargas á hectólitros.

EJEMPLO. Reducir á hectólitros 36 cargas de sidra de $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras.

1 carga de sidra de $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras=1,575 hect.

$$\begin{array}{r} 1,575 \\ 36 \\ \hline 9450 \\ 4725 \\ \hline 56,700 \end{array}$$ hect.

Por medio de la tabla 5.ª

30 cargas=47,25 hectólitros.
6 id. = 9,45 id.
36 id. =56,70 id.

Siendo $1,575=1,500+0,075=1\frac{1}{2}+\frac{3}{40}=1\frac{1}{2}+\frac{1}{20}+\frac{1}{40}$ se puede hacer la multiplicacion del modo siguiente.

36 cargas de á $62\frac{1}{2}$ azumbres de á 5 libras.

su $\frac{1}{2}$ = 18
su $\frac{1}{20}$ = 1,8
su $\frac{1}{40}$ = 0,9

56,7 hectólitros, como antes.

EJEMPLO. Reducir 72 arrobas de aguardiente á decálitros.

1 arroba de aguardiente=1,323 decálitros. (Tabla 5.ª)

$$\begin{array}{r} 1,323 \\ 72 \\ \hline 2646 \\ 9261 \\ \hline 95,256 \end{array}$$ decálitros.

Por medio de la tabla 5.ª

70 arrobas de aguardiente=92,58 hectólitros.
2 id. id. = 2,645 id.
72 id. id. =95,225 id.

El número 1,323 se puede transformar en $1,333-0,01=1\frac{1}{3}-0,01$ y hacer la multiplicacion del modo siguiente.

$$\begin{array}{rl} & 72 \text{ arrobas.} \\ \text{su } \frac{1}{3} = \ldots & \underline{24} \\ & 96 \text{ resultado aproximado.} \\ \text{menos su } 1 \text{ p}\frac{0}{0} = & \underline{0{,}72} \\ & 95{,}28 \quad \text{id.} \quad \text{mas aproximado.} \end{array}$$

Ejemplo. Reducir 84 arrobas de aceite á decálitros.

1 arroba de aceite=1,343 decálitros. (Tabla 5.ª)

$$\begin{array}{r} 84 \\ \hline 5372 \\ 10744 \\ \hline 112{,}812 \text{ decálitros.} \end{array}$$

Por medio de la tabla 5.ª

$$\begin{array}{lcl} 80 \text{ arrobas} & = & 107{,}46 \text{ decálitros.} \\ \underline{4} \quad \text{id.} & = & \underline{5{,}373} \quad \text{id.} \\ 84 \quad \text{id.} & = & 112{,}833 \quad \text{id.} \end{array}$$

El número $1{,}343 = 1{,}333 + 0{,}01 = 1\frac{1}{3} + 0{,}01$ y multiplicando por este número tenemos

$$\begin{array}{rl} & 84 \text{ arrobas.} \\ \text{su } \frac{1}{3} = \ldots & 28 \\ \text{su } 1 \text{ p}\frac{0}{0} = & \underline{0{,}84} \\ & 112{,}84 \text{ decálitros.} \end{array}$$

Reduccion de las medidas de capacidad del sistema métrico en las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de las tablas 11 y 12.

Ejemplo. Reducir 32 hectólitros á fanegas de Guipuzcoa.

1 hectólitro=1,808 fanegas de Guipuzcoa. (Tabla 11.ª)

$$\begin{array}{r} 32 \\ \hline 3616 \\ 5424 \\ \hline 57{,}856 \text{ fanegas.} \end{array}$$

Por medio de la tabla 11.ª

30 hectólitros	=54,23	fanegas.
2 id.	= 3,616	id.
32 id.	=57,846	id.

Se puede si se quiere transformar 1,808 en 1,750 + 0,055 + 0,003 $=1\frac{3}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{200}+0{,}003=1\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{20}+\frac{1}{200}+0{,}003$ y haciendo la multiplicacion con estas fracciones resulta

	32 hectólitros.
su $\frac{1}{2}$ = ...	16
su $\frac{1}{4}$ ó $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ = .	8
su $\frac{1}{20}$ = ...	1,6
	57,6 resultado aproximado.
su $\frac{1}{200}$ = ...	0,16
	57,76 id. mas aproximado.
su 3 por 1000 =	0,096
	57,856 fanegas como antes.

Ejemplo. Reducir 32 hectólitros á fanegas de San Sebastian.

1 hectólitro = 1,643 fanegas de San Sebastian (Tabla 11.ª)

```
 32
----
 3286
4929
----
52,576 fanegas.
```

Por medio de la tabla.

30 hectólitros	=49,30	fanegas.
2 id.	= 3,287	id.
32 id.	=52,587	id.

Transformando el 1,643 en 1,650—0,007=1,100 + 0,550 —0,007=1,100 + 0,5 + 0,05—0,007 y haciendo la multiplicacion con esta fraccion resulta

32 hectólitros.
su $\frac{1}{2}$ = ... 16
su $\frac{1}{10}$ = ... 3,2
su $\frac{1}{20}$ = ... 1,6 fanegas.
52,8 resultado aproximado.
menos su 7 por 1000 = 0,224
52,576 fanegas como antes.

Ejemplo. Reducir 45 hectólitros á cargas de manzana.

1 hectólitro=0,137 cargas de manzana. (Tabla 11.ª)
45
685
548
6,165 cargas de manzana.

Por medio de la tabla 11.ª

40 hectólitros=5,48 cargas.
5 id. =0,686 id.
45 id. =6,166 id.

La fraccion 0,137=0,125+0,010+0,002=$\frac{1}{8}+\frac{1}{100}+\frac{2}{1000}$ y de consiguiente

45 hectólitros.
su $\frac{1}{8}$ = . . . 5,625
su 1 p$\frac{0}{0}$ = . . 0,45
6,075 cargas, resultado aproximado.
su 2 por 1000 = 0,090
6,165 cargas como antes.

Ejemplo. Reducir 45 hectólitros á cargas de carbon.

1 Hl.=0,274 de carga de carbon. (Tabla 11.ª)
45
1370
1096
12,330 cargas de carbon ó doble de las de manzana.

Por la tabla 11.ª

40 hectólitros=10,97 cargas de carbon.
 5 id. = 1,371 id. id.

45 id. =12,341 id. id.

La fraccion $0,274=0,25+0,025-0,001=\frac{1}{4}+\frac{1}{40}-0,001$ y tomando esta fraccion por la otra dará

45 hectólitros.

su $\frac{1}{4}$ = ... 11,25
su $\frac{1}{40}$ = ... 1,125

12,375 resultado aproximado.
menos el 1 por 1000 = 0,045

12,330 carg. de carb. como antes.

Ejemplo. Reducir 82 litros á azumbres de á 5 libras.

1 litro=0,397 azumbres de á 5 libras. (Tabla 12.ª)
82

794
3176

32,554 azumbres.

Por medio de la tabla 12.ª

80 litros=31,74 azumbres de á 5 libras.
 2 id. = 0,794 id. de id.

82 id. =32,534 id. de id.

Siendo la fraccion $0,397=0,400-0,003=\frac{4}{10}-0,003$ se puede hacer la reduccion del modo siguiente.

82 litros.

su $\frac{4}{10}$ = ... 32,8 resultado aproximado.
menos su 3 por 1000= 0,246

32,554 azumbres como en el primer resultado.

EJEMPLO. Reducir 82 litros á azumbres de á 4 libras.

1 litro=0,496 de azumbre. (Tabla 12.)

$$\begin{array}{r} 0{,}496 \\ 82 \\ \hline 992 \\ 3968 \\ \hline 40{,}672 \end{array}$$

40,672 azumbres.

Por medio de la tabla 12.

80 litros	= 39,68	azumbres	de á	4 libras.
2 id.	= 0,992	id.	de	id.
82 id.	= 40,672	id.	de	id.

Siendo 0,496=0,500—0,004=$\frac{1}{2}$—0,004 se puede reducir del modo siguiente.

82 litros.

su $\frac{1}{2}$ = ... 41 resultado aproximado.
menos su 4 por 1000= 0,328

40,672 azumbres como antes.

EJEMPLO. Reducir 43 hectólitros á arrobas de vino.

1 hectólitro=7,935 arrobas. (Tabla 12.)

$$\begin{array}{r} 7{,}935 \\ 43 \\ \hline 23805 \\ 31740 \\ \hline 341{,}205 \end{array}$$

341,205 arrobas de vino.

Por medio de la tabla 12.

40 hectólitros	= 317,4	arrobas de vino.
3 id.	= 23,805	id.
43 id.	= 341,205	id.

Los 7,935 son iguales á 8—0,065 y haciendo con esta fraccion la reduccion se tendrá

43 hectólitros.
× 8

344 arrobas próximamente.
menos su 6 p$\frac{0}{0}$ 2,58

341,42 id. mas próximam.
$\frac{1}{2}$ por mil = . 0,215

341,205 arrobas como antes.

Ejemplo. Reducir 35 hectólitros á cargas de sidra de á 50 azumbres de á 5 libras ó 62$\frac{1}{2}$ de á 4.

1 Hl.=0,794 cargas de á 50 azumb. de á 5 lib. (Tabla 12.)
35

3970
2382

27,790 cargas.

Por medio de la tabla 12.ª

30 hectólitros=23,81 cargas.
5 id. = 3,968 id.

35 id. =27,778 id.

La fraccion 0,794 es igual á 0,8—0,006 y haciendo la multiplicacion con esta fraccion tenemos

35 hectólitros.

producto por 0,8 = 28,0 resultado aproximado.
menos 6 por mil = 0,210

27,790 cargas como antes.

Ejemplo. Reducir 35 hectólitros á cargas de sidra de 60 azumbres de á 5 libras ó 75 de á 4 libras.

1 hectólitro=0,661 cargas.
35

3305
1983

23,135

Por la tabla 12.ª

30 hectólitros=19,84 cargas de á 60 azumbres de á 5 libr.
 5 id. = 3,306 id. id. id.

35 id. =23,146 id. id. id.

La fraccion 0,661=0,55+0,111=$\frac{1}{2}+\frac{1}{20}+\frac{1}{9}$ y multiplicando por esta fraccion

35 hectólitros.

su $\frac{1}{2}$ = 17,5
su $\frac{1}{20}$ = 1,75
su $\frac{1}{9}$ = 3,889

23,139 azumbres.

Ejemplo. Reducir 35 hectólitros á cargas de sidra de á 62½ azumbres de á 5 libras.

1 hectólitro=0,635 cargas. (Tabla 12.ª)
35

3175
1905

22,225 cargas de á 62½ az. de á 5 libras.

Por la tabla 12.ª

30 hectólitros=19,04 cargas.
 5 id. = 3,174 id.

35 id. =22,214 cargas de á 62½ azumbr. de á 5 lib.

La fraccion 0,635=0,500+0,125+0,010=$\frac{1}{2}+\frac{1}{8}+0{,}01$ y haciendo la multiplicacion por esta fraccion resulta

35 hectólitros.

su $\frac{1}{2}$ = . . 17,5
su $\frac{1}{8}$=$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$= 4,375

21,875 azumbres, resultado aproximado.
su 1 p$\frac{0}{0}$ = . 0,35

22,225 azumbres, como al principio.

Ejemplo. Reducir 72 hectólitros á vergas de aguardiente.

1 decálitro=1,351 vergas. (Tabla 12.ª)
1 hectólitro=13,51 id.

$$\begin{array}{r} 72 \\ \hline 2702 \\ 9457 \\ \hline 972,72 \end{array}$$ vergas.

Por medio de la tabla 12.ª

70 decálitros	=94,56 vergas.	
2 id.	= 2,702 id.	
72 id.	=97,262 id.	
72 hectólitros	=972,62 id.	

Transformando la fraccion 1,351 en $1,25 + 0,101 = 1\frac{1}{4} + 0,1 + 0,001$ y haciendo la multiplicacion resulta

72 hectólitros=720 decálitros.
su $\frac{1}{4}$ = 180
su $\frac{1}{10}$ = 72

972 vergas próximamente.
su 1 p$\frac{0}{0}$ = 0,72

972,72 vergas como al principio.

Ejemplo. Reducir 25 hectólitros á arrobas de aguardiente.
1 decálitro=0,757 de arroba de aguardiente. (Tabla 12.)
1 hectólitro=7,57 id. id.

$$\begin{array}{r} 25 \\ \hline 3785 \\ 1514 \\ \hline 189,25 \end{array}$$ arrobas.

Por medio de la tabla 12.ª

20 decálitros	=15,13 arrobas.
5 id.	= 3,783 id.
25 id.	=18,913 id.
25 hectólitros	=189,13 arrobas.

Tomando en lugar de 0,757 la fraccion $0,75 + 0,007 = \frac{3}{4} + 0,007$ tendremos.

	25 decálitros.	
su $\frac{1}{2}$ =. . .	12,5	
su $\frac{1}{4}$ =. . .	6,25	
	18,75	resultado aproximado.
su 7 por 1000 =	0,175	
25 decálitros =	18,925	arrobas.
25 hectólitros =	189,25	arrobas como al principio.

Ejemplo. Reducir á arrobas de aceite 65 hectólitros.

1 decálitro=0,7445 arrobas de aceite.

1 hectólitro=7,445 arrobas. (Tabla 12.ª)

65
37225
44670
485,925 arrobas.

Por medio de la tabla 12.ª

60 decálitros	=44,67	arrobas de aceite.		
5 id.	= 5,7225	id.	id.	
65 id.	=48,5925	id.	id.	
65 hectólitros	=485,925	id.	id.	

Las 7,445 arrobas que tiene el hectólitro se pueden convertir en $7\frac{4}{9} + 0,001 = 7\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + 0,001$ y valiéndonos de este dato la operacion se reduce á lo siguiente.

	65 hectólitros.
su producto por 7 =	455
su $\frac{1}{3}$	21,667
su $\frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ del anterior=	7,222
su 1 por mil . . .	0,065
	485,954 arrobas de aceite.

En todos estos cálculos se ha prescindido de averiguar lo que equivale la fraccion decimal de una medida, y hacer su reduccion á medidas de inferior especie, para no distraer del obgeto principal y por haber esplicado en la aritmética general y en los primeros ejemplos, el proceder que debe seguirse. Se pone sin embargo un ejemplo mas para ampliar las reducciones de unas medidas en otras.

Ejemplo. Reducir á arrobas, azumbres de á 5 libras, y cuartillos, 84 hectólitros de vino.

1 hectólitro=7,935 arrobas de vino. (Tabla 12.ª)
84 hectólitros.

31740
63480

666,540 arrobas.
5

2,70 azumbres.
4

2,8 cuartillos.
4

3,2 choperas.

Esto es, 84 hectólitros = 666 arrobas, 2 azumbres, 2 cuartillos y 3,2 choperas.

Por medio de la tabla 12.ª

80 hect	=800 decál.	=$\overset{56}{600}$ ar.	$\overset{82}{100}$ az.	$\overset{100}{200}$ cuart.	384 chop.
4 id.	= 40 id.	= 30 id.	0 id.	30 id.	19,2 id.
			182 id.	330 id.	403,2 id.
84 id.	=840 id.	=666 id.	2 id.	82 id	3,2 id.

Si se hubiera querido reducir á arrobas, azumbres de á 4 libras y sus divisiones, se hubieran tomado los datos en la tabla correspondiente procediendo del mismo modo.

De la medicion de las barricas, cubas y vasijas destinadas á contener los líquidos.

Ya que el litro es igual al volumen de un decimetro cúbico, bastará averiguar los decimetros cúbicos que contiene una cuba, barrica etc. para saber los litros que contiene.

Ejemplo. Cuántos hectólitros contiene una cuba de 2 metros y 30 centimetros de largo, cuyo diámetro menor sea de 1 metro y 83 centímetros, y el mayor de 1 metro y 95 centimetros?

Diámetro mayor=1,95 metros=19,5 decimetros.

19,5
———
975
1755
195
———
$1,95^2 = 380,25$

D'ám. menor=1,83 m=18,3 decimetros.

18,3
———
549
1464
183
———
$18,3^2 = 334,89$
$19,5^2 = 380,25$
———
Suma 715,14
su $\frac{1}{2}$ = 357,57
11
———
35757
35757
———
3933,27 | 14
113 | 280,94 dc. c. el circ. medio.
00152 | 23 decimetros de largo
0067 | ———
11 | 84282
56188
———
6461,62 decim. cúb. ó litr.=
64,62 hectólitros.

En lugar de cuadrar los dos diámetros, se puede cuadrar la mitad de su suma: añadir á este cuadrado el de la mitad de la diferencia de los diámetros y multiplicar el resultado por $0,786=\frac{11}{14}$ ó multiplicar primero por 11 y tomar la $\frac{1}{2}$ del producto y despues la 7.ª parte.

Diámetro mayor 19,5 decimetros.
Id. menor 18,3 id.

Suma 37,8
su $\frac{1}{2}$ 18,9
18,9

1701
1512
189

357,21
$19,5-18,3=1,2$ y su mitad $0,6^2=0,36$

357,57 como antes.
3575 7

Producto por 11 3933,27
su $\frac{1}{2}$ =. 1966,63
$\frac{1}{7}$ del anterior= 280,94 d. c. el circ. medio
23 decímetr. de largo.

84282
56188

6461,62 dc. cúbicos ó lit.=
64,6162 hectol. ó 64 hectol.
6 decálitros y 2 litros próximamente.

En lugar de figurar la multiplicacion por 11 se ha repetido el 357,57 atrasando un puesto, y aun puede suprimirse esta colocacion sumando los guarismos uno con otro, segun se esplicará en los métodos abreviados para la multiplicacion que se imprimirán por separado. En lugar de dividir por 14 se ha tomado primero la $\frac{1}{2}$ y en seguida la 7.ª parte de la $\frac{1}{2}$.

Para abreviar estos cálculos, hay medidas arregladas de fierro, madera y cinta, de modo que sus divisiones indican el diámetro de 1, 2, 3, 4 etc. litros, y midiendo los dos diámetros con estas divisiones, y multiplicando su semisuma por el largo, dá los litros ó decimetros cúbicos que contiene sin mas operacion que la suma de los diámetros y la multiplicacion por el largo.

Las divisiones de los fierros que se usan para medir las barricas, están arregladas bajo el supuesto de que todas ellas tienen una figura semejante, en cuyo caso es cierto que estarian en razon del cubo de los lados homólogos; pero siendo tan variada la forma de las barricas y mucho mas la de las cubas, no es aplicable el uso del fierro de medir ó de vergar en muchos casos.

Los que quieran enterarse mas á fondo de la medicion de cubas, barricas y figuras cilindricas pueden recurrir al método que se publicará por separado.

De las medidas ponderales ó pesas de Guipuzcoa.

Las medidas ponderales ó pesas son unas mismas en todos los pueblos de la Provincia, con la única diferencia de que la libra se divide en algunos en 16 onzas y en otras en 17.

Su nomenclatura y subdivision en onzas de á 16 en libra se pone á continuacion.

Quintal macho.		Quintales.		Arrobas.		Libras.		Onzas.		Ochavas.
1	=	$1\frac{1}{2}$	=	6	=	150	=	2400	=	19200
		1	=	4	=	100	=	1600	=	12800
				1	=	25	=	400	=	3200
						1	=	16	=	128
								1	=	8

Con la onza de á 17 en libra resulta la relacion siguiente.

Quintal macho.		Quintales.		Arrobas.		Libras.		Onzas.		Ochavas.
1	=	$1\frac{1}{2}$	=	6	=	150	=	2550	=	20400
		1	=	4	=	100	=	1700	=	13600
				1	=	25	=	425	=	3400
						1	=	17	=	136
								1	=	8

Medidas ponderales del sistema métrico.

Las medidas ponderales que han de reemplazar á las antiguas son las siguientes.

Tonelada.	Quintales métricos.	Kilógramos.	Hectógramos.	Decágramos.	Gramos.
1 =	10 =	1000 =	10000 =	100000 =	1000000
	1 =	100 =	1000 =	10000 =	100000
		1 =	10 =	100 =	1000
			1 =	10 =	100
				1 =	10

La unidad fundamental de las medidas de peso en el sistema métrico es el gramo ; pero la unidad efectiva que ha de reemplazar á la libra es el kilógramo , que siendo proximamente igual á dos libras , el medio kilógramo es igual á la libra , y el cuarto de kilógramo , igual á media libra proximamente.

Ademas del gramo hay el decigramo , centigramo y miligramo que son 10 , 100 , 1000 veces menores ; pero rara vez se hará uso sino en operaciones delicadas y en la farmacia , pues que el gramo que es igual á $\frac{1}{4}$ de ochava es suficiente en el comercio y trato comun para apreciar las menores cantidades.

Por esta razon se pone por separado la relacion de las pesas medicinales y de las monedas, en donde se hallará la relacion del gramo y sus divisiones con dichas pesas.

El kilógramo es igual al peso en el vacio de un litro de agua destilada á 4° de temperatura, y siendo el mismo litro igual al volumen de un decimetro cúbico , resulta , que un decimetro cúbico ó un litro de agua y un kilógramo son iguales , cuya circunstancia es muy apreciable para calcular facilmente por medio del volumen ó solidez las medidas de capacidad y el peso ó vice-versa.

Resulta tambien de estas relaciones, que la tonelada que equivale á 1000 kilógramos ó 1000 litros ó 1000 decimetros cúbicos de agua es igual á un metro cúbico de agua.

Reduccion del las antiguas pesas de Guipuzcoa en las del sistema métrico.

Uso de la tabla 6.ª

EJEMPLO. Reducir 42 libras á kilógramos.

1 libra = 0,492 kilógramos.

$$\begin{array}{r} 0,492 \\ 42 \\ \hline 984 \\ 1968 \\ \hline 20,664 \end{array}$$

Por medio de la tabla 6.ª

40 libras	=	19,68	kilógramos.
2 id.	=	0,984	id.
42 id.	=	20,664	id.

La fraccion $0,492 = 0,5 - 0,008 = \frac{1}{2} - \frac{8}{1000}$ proporciona el medio de hacer la reduccion del modo siguiente.

	42 libras.	
Su $\frac{1}{2}$ = . .	21	resultado aproximado
menos su 8 por 1000 =	0,336	
	20,664	kilógramos como antes.

Teniendo el quintal 100 libras, el mismo método se puede seguir para reducir quintales de Guipuzcoa á quintales métricos que se compone de 100 kilógramos, y por consiguiente á kilógramos, pues no hay mas que multiplicar por 100 el resultado ó adelantar la coma dos cifras decimales á la derecha.

Las arrobas se pueden reducir primero á quintales y aplicar la misma regla para reducir á kilogramos.

Los quintales machos se pueden tambien reducir facilmente á libras y estas á kilógramos.

EJEMPLO. Reducir 35 quintales machos y 5 arrobas á quintales métricos.

35 quintales = 3500 libras.
mas su $\frac{1}{2}$ = . . 1750 id.
5 arrobas = . . 125 id.

5375 libras.

Su mitad = ... 2687,5
menos 8 por 1000 = 43,000

2644,5 kilógramos = 26,445 quintales métricos.

Por medio de la tabla 6.ª

30 quintales machos	=	22,14 quintales métricos.		
5 id. id.	=	3,69	id.	id.
4 arrobas=1 qq.	=	0,492	id.	id.
1 id.	=	0,123	id.	id.
35 qq. m. 5 id.	=	26,445 quint. métricos =		

26 quintales métricos, 44 kilógramos y 5 hectógramos.

Reduccion de las medidas ponderales métricas en las antiguas de Guipuzcoa.

Uso de la tabla 13.ª

Ejemplo. Reducir 45 kilógramos y 3 hectógramos á libras.

1 kilógramo=2,0325 libras.
45,3

60975
101625
81300

92,07225 libras.

Por medio de la tabla 13.ª

40 kilógramos =81,301
5 id. =10,1626
3 hectógramos = 0,6098

45,3 kilógramos=92,0734 libras.

El número 2,0325 se puede descomponer en 2,025 + 0,0075=2 $\frac{1}{40}$ + $\frac{3}{400}$ y haciendo la multiplicacion por esta fraccion resulta

$$
\begin{array}{rl}
 & 45,3 \text{ kilógramos.} \\
 & 2\,\frac{1}{40} + \frac{3}{400} \\
\hline
 & 90,6 \\
\frac{1}{40} \text{ de } 45,3 = & 1,1325 = \frac{1}{4} \text{ de } 45,3 \text{ adelantando un puesto.} \\
\hline
 & 91,7325 \text{ resultado aproximado.} \\
\frac{1}{200} \text{ de } 45,3 = & 0,22650 = \text{duplo del anterior adelantando id.} \\
\frac{1}{400} \text{ de id.} = & 0,11325 = \text{el mismo } \frac{1}{4} \text{ adelantando un puesto.} \\
\hline
 & 92,07225 \text{ libras, como al principio.}
\end{array}
$$

Existiendo la misma relacion entre los quintales métricos y antiguos que entre los kilógramos y libras, es aplicable la misma regla para su reduccion.

Ejemplo. Reducir 42 quintales métricos á qq. machos.

$$
\begin{array}{r}
1 \text{ quintal métrico} = 1,355 \text{ quintales machos.} \\
42 \\
\hline
2710 \\
5420 \\
\hline
56,910 \text{ qq. machos.}
\end{array}
$$

Por medio de la tabla.

40	quintales	métricos	=54,201	quintales	machos.
2	id.	id.	= 2,710	id.	id
42	id.	id.	=56,911	id.	id.

Ya que el quintal métrico tiene 1,355 quintales machos = 1,333 + 0,022 = 1$\frac{1}{3}$ + 0,022 se pueden tambien reducir los quintales métricos á quintales machos de á 150 libras usando de la fraccion convertida del modo siguiente.

$$
\begin{array}{lrl}
 & 42 & \text{quintales métricos.} \\
\text{su } \frac{1}{3} = \;.\;. & 14 & \\
\hline
 & 56 & \text{resultado aproximado.} \\
\text{su 2 p}^{o}_{o}\;.\;.\;. & 0,84 & \\
\hline
 & 56,84 & \text{id. mas id.} \\
\text{su 2 por 1000} = & 0,084 & \\
\hline
 & 56,924 & \text{id. mas id.}
\end{array}
$$

Reducir los precios del peso antiguo en los del métrico.

Uso de la tabla 13.ª

EJEMPLO. A cómo sale el kilógramo estando la libra á 4 reales?

$$\begin{array}{r} 1 \text{ kilógramo} = 2{,}0325 \text{ libras.} \\ 4 \\ \hline 8{,}1300 \text{ rs.} \end{array}$$

=8 reales y 1 décima = 8 reales y 4 mrs.

Mirando en la tabla 13.ª en frente de 4 kilógramos se halla el mismo número que espresa el precio de cada kilógramo.

Otro método.

$$\begin{array}{rl} & 4 \text{ reales.} \\ & 2 \\ \hline & 8 \\ \text{su } \frac{1}{40} = & 0{,}1 \\ \hline & 8{,}1 \text{ resultado bastante aproximado.} \\ \text{su } \frac{1}{200} = & 0{,}02 \\ \text{su } \frac{1}{400} = & 0{,}01 \\ \hline & 8{,}13 \text{ reales como antes.} \end{array}$$

Reducir los precios de las medidas ponderales métricas en los de las antiguas.

Uso de la tabla 6.ª

EJEMPLO. A cómo sale la libra valiendo el kilógramo 12 reales?

$$\begin{array}{r} 1 \text{ libra} = 0{,}492 \text{ kilógramos (Tabla 6.ª)} \\ 12 \\ \hline 984 \\ 492 \\ \hline 5{,}904 \text{ rs} \end{array}$$

= 5 rs. y 9 décim = 5 rs. 30 mrs.

Por medio de la tabla 6.ª

10 libras	=4,92	kilógramos.
2 id.	=0,984	
	5,904	reales, como antes.

Tercer método.

	12 reales.	
su $\frac{1}{2}$.	= 6	precio aproximado.
menos 8 por 1000	= 0,096	
	5,904	reales como antes.

Modo de calcular el peso de un cuerpo por medio de su volumen ó solidez.

Ya que el decimetro cúbico es igual al litro, y este lleno de agua es igual á un kilógramo, para saber el peso del agua que hay en una vasija, bastará calcular los decimetros cúbicos que contiene.

Si el cuerpo ó materia que se quiera pesar es distinto del agua, se multiplica el volumen por la densidad del cuerpo, esto es, por el peso de un decimetro cúbico de la misma materia.

Ejemplo. Se quiere saber el peso del aceite de oliva de una barrica que contiene 1235 decimetros cúbicos ó litros.

1 lit. de aceite=0,9518 kilog. (v. la tabla de pesos específicos).

$$
\begin{array}{r}
1235 \\
\hline
47590 \\
28554 \\
19036 \\
9518 \\
\hline
1175{,}4730
\end{array}
$$

1175,4730 kilógramos.

La fraccion 0,9518 es próximamente igual á 0,952 y esta es igual á 1—0,05 + 0,002, y haciendo el cálculo por medio de esta fraccion tendremos

1235 litros.
menos su 5 p% = $\frac{1}{20}$ 61,75
1173,25 kilogramos próximamente.
mas su 2 por 1000 = 2,470
1175,720 kilogr. mas aproximado.
menos su 2 por 10000 = 0,2470
1175,4730 kilógramos como antes.

De las pesas medicinales.

Las pesas medicinales son generales en España y se derivan del peso de Castilla.

La libra medicinal es de 12 onzas de Castilla y teniendo la libra de aquella Provincia 16 onzas, resulta que la libra medicinal es $\frac{3}{4}$ de la libra castellana.

La libra medicinal se halla subdividida del modo siguiente.

Libra.		Onzas.		Dracmas.		Escrúpulos.		Granos.		Equivalencia en peso métrico.
1	=	12	=	96	=	288	=	6912	=	3,4506975 Hg.
		1	=	8	=	24	=	576	=	2,8755813 Dg.
				1	=	3	=	72	=	3,5944766 G.
						1	=	24	=	1,1981589 G.
								1	=	4,9923286 cg.

De las pesas monetarias.

Las pesas monetarias ó de pastas para la moneda de España derivan igualmente del peso castellano.

La unidad principal que es el marco equivale á 8 onzas castellanas ó media libra, teniendo por consiguiente la libra castellana 2 marcos, y se halla subdividido del modo sisiguiente.

Marco.		Onzas.		Ochavas.		Tomines.		Granos.		Equivalencia en peso métrico.
1	=	8	=	64	=	384	=	4608	=	2,3004650 hectógramos.
		1	=	8	=	48	=	576	=	2,8755813 decágramos.
				1	=	6	=	72	=	3,5944766 gramos.
						1	=	12	=	5,9907943 decigramos.
								1	=	4,9923286 centigramos.

Comparando las pesas medicinales con las monetarias se nota, que la onza, dracma y grano medicinales son iguales á la onza, ochava y grano monetarias: que el tomin es igual á la mitad del escrúpulo y que el marco es $\frac{2}{3}$ de la libra medicinal ó media libra castellana.

Pesas del sistema métrico.

Las pesas que han de reemplazar á las anteriores son las siguientes.

Kilóg.	Hectó-gram.	Decá-gram.	Gramos.	Deci-gramos.	Centi-gramos.	Mili-gramos.	Equivalencia en pesas antiguas.
1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	1000000 =	2,897965 ll. m.
	1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	100000 =	3,477558 onzas
		1 =	10 =	100 =	1000 =	10000 =	2,782047 drac.
			1 =	10 =	100 =	1000 =	0,834614 escr.
				1 =	10 =	100 =	0,166923 tom.
					1 =	10 =	0,200307 gran.
						1 =	0,020031 id.

Reduccion de las antiguas pesas medicinales y monetarias en las del sistema métrico.

Uso de las tablas 14 y 15.

Ejemplo. Reducir 6 decágramos y 8 gramos á dracmas ú ochavas y sus divisiones.

1 gramo=0,2782 dracmas.
68 gramos.

22256
16692

18,9176 dracmas.
3

2,7528 escrúpulos.
24

30112
15056

18,0672 granos.

Por medio de la tabla 14.

6 decág.=2 onz.	0 drac.	2 escr.	1,8442 gr.	=	16,692 drac.
8 gram.=» id.	2 id.	0	16,2459 id.	=	2,2256 id.
6,8 decág.=2 id.	2 id.	2 id.	18,0901 id.	=	18,9176 id.

Siendo 2 onzas y 2 dracmas igual á 18 dracmas, este resultado no discrepa del anterior mas que en la fraccion de los gramos, sin que haya resultado mas diferencia que de 0,0229 ó un poco mas de dos centésimas de grano.

La fraccion 0,2782 de dracma que equivale al gramo se puede descomponer en $0,25 + 0,025 + 0,0025 + 0,0007 = \frac{1}{4} + \frac{1}{40} + \frac{1}{400} + 0,0007$; y tomando por consiguiente la cuarta parte de los gramos: repetir la misma cuarta parte tres veces adelantando cada vez un lugar á la derecha, y por último el 7 por 10000 y sumando todo, se pueden reducir los gramos á dracmas.

	68 gramos.
su $\frac{1}{4}$ = . .	17
su $\frac{1}{40}$ = . .	1,7
su $\frac{1}{400}$ = .	0,17
su 7 por 10000 =	0,0476
	18,9176 dracmas como antes.

Reduccion de las pesas métricas en las antiguas medicinales y monetarias.

Uso de las tablas 14 y 15.

Ejemplo. Reducir 18 dracmas, 2 escrúpulos y 18 granos á peso métrico.

18 dr. ×3+2 escr. = 56 escr.	1362 granos.
24	1 grano=4,992 centigramos.
224	2724
112	12258
+ 18 granos.	12258
	5448
1362 granos.	6799,104 centigramos.

Por medio de la tabla 14.

10 dracmas	=	35,945 granos.
8 id. =1 onza	=	28,756 id.
2 escrúpulos	=	2,596 id.
18 granos	=	0,89862 id.

67,99362 gramos= 6,799 decágramos=6 decágramos y 8 gramos próximamente.

Al tomar las equivalencias de la onza y granos en gramos, es preciso tener sumo cuidado en la denominacion que tienen dichas equivalencias en peso métrico, para convertir en el que conviene segun sea el resultado que se busca. En el anterior ejemplo, al tomar la equivalencia de la onza que en la tabla resulta ser de 2,8756 decágramos, hemos colocado 28,756 gramos que es igual, para agregar á los 35,945 gramos que equivalen las 10 dracmas que se han tomado al principio, y al tomar la equivalencia de 18 granos que segun las tablas es de 89,862 centigramos se ha colocado 0,89862 de gramo que tambien es igual.

Los 4,992 centigramos=0,4992 decigramos que equivale el grano, son iguales á 0,5—0,0008, y haciendo el cálculo con esta fraccion tenemos

1362 granos.

su $\frac{1}{2}$ = ... 681 resultado aproximado.
menos 8 por 10000= 1,0896

679,9104 decigramos = 6,799 decágramos como al principio.

Este ejemplo sirve de prueba al anterior; pero habiendo despreciado algunas fracciones decimales, ha salido aproximado el resultado.

Reduccion de los precios de las pesas medicinales y monetarias en los del sistema métrico.

Uso de las tablas 14 y 15.

Ejemplo. Valiendo la onza medicinal 34 rs. ¿á cómo sale el decágramo?

1 decágramo = 0,3478 onzas.
34

13912
10434

11,8252 rs. el decágr. = 11 rs. y 8 décim.

Por medio de la tabla 14 ó 15.

30 decágramos = 10,433 onzas.
4 id. = 1,391 id.

11,824 rs. el decágramo.

La fraccion 0,3478 se puede descomponer en 0,3333 + 0,0125 + 0,002 = $\frac{1}{3}+\frac{1}{80}$ + 0,002 y hacer la operacion por medio de esta fraccion del modo siguiente.

34 rs. precio de la onza.

su $\frac{1}{3}$ = . . 11,333
su $\frac{1}{80}$ = . . 0,425
su 2 por 1000 = 0,068

11,826 rs. precio del decágramo.

Reduccion de los precios del peso métrico en los del antiguo medicinal y monetario.

Uso de las tablas 14 y 15.

Ejemplo. Valiendo el decágramo 11,825 rs. ¿á cómo sale la onza medicinal ó monetaria, ó lo que es lo mismo la castellana?

11,825 rs.
1 onza = 2,8756 decágramos.

70950
59125
82775
94600
23650

34,0039700 rs. la onza.

Por medio de la tabla 13 ó 14.

10 onzas	=	28,756	decágramos.
1 id.	=	2,8756	id.
0,8 id.	=	2,30047	id.
0,02 id.	=	0,057512	id.
0,005 id.	=	0,014378	id.
		34,003960 rs. la onza ó 34 rs. la onza.	

Los 2,8756 decágramos ó 0,28756 hectógramos que equivale la onza se pueden convertir en 0,25 + 0,01 + 0,025 + 0,0025 + 0,0006 = $\frac{1}{4} + \frac{1}{40} + \frac{1}{400}$ + 0,01 + 0,00006 y haciendo la multiplicacion por estas fracciones y multiplicando por 10 el resultado ó multiplicando primero el precio por 10, ó lo que es lo mismo, adelantando la coma un lugar á la derecha en el precio del decágramo y tomando las partes que indican dichas fracciones quedará tambien resuelta la cuestion.

	11,825 rs. precio del decágramo.
Producto por 10 . .	118,25
su $\frac{1}{4}$	29,5625
su $\frac{1}{40}$ ó $\frac{1}{10}$ del anterior	2,95625
su $\frac{1}{400}$ ó $\frac{1}{10}$ del anterior	0,295625
su 1 p$\frac{0}{0}$	1,1825
	33,996875 resultado aproximado.
su 6 por 100000 .	0,0070950
	34,0039700 rs como al principio.

Este ejemplo sirve de prueba al anterior, proviniendo la pequeña diferencia del uso de las decimales.

Segun se vé, los cálculos para la reduccion de los precios de unas medidas en otras, son idénticos á los empleados para la reduccion de unas medidas en otras, y todo cuanto se ha esplicado para un caso, es aplicable al otro, teniendo cuidado de tomar los datos en sentido inverso.

Del nuevo sistema monetario.

Aunque en la aritmética se ha esplicado lo mas importante de esta materia, completarémos ahora lo que se ha omitido en ella.

Segun el Real decreto de 15 de Abril de 1848 la unidad monetaria será el real, moneda efectiva á la talla de 175 en el marco de 4608 granos.

La ley ó mezcla de todas las monedas de plata y oro que se acuñen en lo sucesivo será de 900 milesimos de fino y 100 de liga, con el permiso de dos milésimos en el oro y tres en la plata en mas ó menos.

La nomenclatura y subdivision de las nuevas monedas es la que aparece del siguiente cuadro.

Moneda de oro.	Monedas de plata.						Monedas de cobre.		
Doblon de Isabel.	Duros.	Escudos.	Pesetas.	Medias pesetas.	Rs.	Medios reales.	Dobles décimas.	Décimas.	Medias décimas.
1	5	10	25	50	100	200	500	1000	2000
	1	2	5	10	20	40	100	200	400
		1	2½	5	10	20	50	100	200
			1	2	4	8	20	40	80
				1	2	4	10	20	40
					1	2	5	10	20
						1	2½	5	10
							1	2	4
								1	2

Las monedas que se deberán usar para la contabilidad en las oficinas del Estado y documentos públicos son las siguientes.

Doblon de Isabel.	Escudos.	Reales.	Décimas.
1	10	100	1000
	1	10	100
		1	10

De consiguiente toda cantidad que se haya de espresar en cualquiera documento público ó contabilidad ha de ser en dichas monedas; pero espresando en reales solamente, quedan naturalmente clasificadas las demas ó los doblones, escudosy décimas por el lugar que ocupan en la numeracion, asi es que 456,8 rs. por ejemplo, es lo mismo que 4 doblones, 5 escudos, 6 reales y 8 décimas, esto es, las centenas de real espresan doblones de á 100 rs.; las decenas, escudos de á 10 rs.; las unidades, reales y las décimas tienen el mismo nombre quela fraccion decimal que representan.

Las demas monedas comprendidas en el cuadro anterior son auxiliares.

La talla ó el peso y diámetro de las nuevas monedas es el siguiente

Monedas:	Talla en marco.	Peso en granos.		Peso en miligr.	Diámetro en lineas.		Diámetro en milim.
El doblon de oro	$27\frac{6}{10}$	467	=	8557	$11\frac{1}{2}$	=	22
El duro de plata	$8\frac{3}{4}$	526,6	=	26290	20	=	$38\frac{1}{2}$
El escudo id.	$17\frac{1}{2}$	263,3	=	13145	15	=	29
La peseta id.	$43\frac{3}{4}$	105,3	=	5258	12	=	$23\frac{1}{5}$
La media peseta	$87\frac{1}{2}$	52,6	=	2629	9	=	$17\frac{1}{5}$
El real. . .	175	26,3	=	1314	8	=	$15\frac{1}{2}$

El diámetro de las monedas de cobre será diferente del que tienen las de oro y plata; no tendrán el Real busto y llevarán impreso con letras su valor.

El permiso en el peso para que el Gobierno apruebe ó desapruebe las rendiciones será:

En los doblones de 10 granos mas ó menos por marco.

En los duros y escudos de 15 granos.

En las pesetas y medias de 23 granos.

En los reales de 46 granos.

Con respecto á los particulares y á fin de admitir ó rehusar legalmente las monedas, el permiso será:

En el doblon de un grano ó 5 centigramos mas ó menos.

En el duro 3 granos ó 15 centigramos.

En el escudo 2 id. ó 10 id

En las pesetas y medias $1\frac{1}{2}$ granos ó $7\frac{1}{2}$ centigramos.

En el real 1 grano ó 5 centigramos.

Las monedas de oro y plata se acuñarán en virola cerrada, á escepcion del duro y escudo que continuará con virola abierta, y conservará la leyenda de *Ley, Patria y Rey*.

La posicion del busto Real y los emblemas serán diferentes en cada clase de moneda.

El descuento único que se hará en las casas de moneda para la compra de pastas será de 1 p$\frac{0}{0}$ en el oro y 2 en la plata, pudiendo reducirlo el Gobierno cuando lo crea conveniente. Se publicarán en la Gaceta las tarifas á que se compren los metales preciosos en estas casas, siendo la afinacion y apartado de cuenta del vendedor. Los ensayos se harán por la via húmeda.

Las tarifas no podrán alterarse sin anunciar con 6 meses de anticipacion.

Las monedas actuales de oro y plata inclusas las de 19 rs. continuarán circulando legalmente por su valor nominal.

Se establecerán en los puntos del Reino que el Gobierno estime conveniente casas de moneda provistas de todos los medios necesarios para acuñar con la mayor economia y perfeccion.

Se procederá á la refundicion de las monedas actuales, siempre que el costo medio no esceda de un 10 p$\frac{0}{0}$.

Las monedas actuales de cobre se cambiarán como hasta aquí, esto es, á razon de $8\frac{1}{2}$ cuartos por cada real.

Teniendo el real 34 mrs. cada maravedí viene á ser 3 centésimos de real y de consiguiente para reducir los mrs. á centésimos de real no hay mas que multiplicar por 3.

Para reducir por ejemplo 3 mrs. á centésimos de real nos dá $3\times3=9$ centésimos: y como 0,09 de real es proximamente igual á 0,1 de real ó 1 décima, para reducir los mrs. á décimas, no hay mas que tomar la tercera parte, y por el contrario, para reducir las décimas á mrs. multiplicar por 3.

La verdadera relacion es de 1 mrs $=0,0294$ de real$=0,294$ de décima y la décima $=3,4$ mrs.

PRINCIPALES DISPOSICIONES

DE LA LEY DE PESAS Y MEDIDAS DE 19 DE JULIO DE 1849.

En todos los dominios españoles habrá un solo sistema de medidas y pesas.

La unidad fundamental de este sistema será igual en longitud á la diezmillonésima parte del arco del meridiano que va del polo Norte al ecuador y se llamará *metro*.

El patron de este metro hecho de platina, que se guarda en el Conservatorio de Artes y que fué calculado por D. Gabriel Ciscar y construido y ajustado por el mismo y D. Agustin Pedrayes, se declara patron prototipo y legal y con arreglo á él se ajustarán todas las del reino.

El gobierno, sin embargo, se asegurará prévia y nuevamente de la rigurosa exactitud del patron prototipo el cual se conservará depositado en el archivo nacional de Simancas.

Su longitud á la temperatura cero grados centígrados es la legal y matemática del metro.

El gobierno procederá con toda diligencia á verificar la relacion de las medidas y pesas actualmente usadas en los diversos puntos de la monarquía con las nuevas, y publicará los equivalentes de aquellas en valores de estas. Al efecto recogerá noticias de todas las medidas y pesas provinciales y locales, con su reduccion á los tipos legales ó de Castilla, y para su comprobacion reunirá en Madrid una coleccion de las mismas. La publicacion de las equivalencias con el nuevo sistema métrico, tendrá lugar antes del primero de julio de mil ochocientos cincuenta y uno y en Filipinas al fin del mismo año. Tambien deberá publicar una edicion legal y exacta de la Farmacopea española, en la que las dósis estén espresadas en valores de las nuevas unidades.

Todas las capitales de provincia y de partido recibirán del gobierno antes del primero de enero de mil ochocientos cincuenta y dos, una coleccion completa de los diferentes marcos de las nuevas pesas y medidas.

Las demas poblaciones las recibirán posteriormente y á la mayor brevedad posible.

Queda autorizada la circulacion y uso de patrones que serán el doble, la mitad, ó el cuarto de las unidades legales.

El Gobierno principiará á plantear el nuevo sistema por la clase de unidades, cuya adopcion ofrezca menos dificultad, estendiéndolo progresivamente á las demas unidades, de modo que antes de diez años quede establecido todo el sistema. El 1.° de Enero de 1860 será este obligatorio para todos los españoles.

En todas las escuelas públicas ó particulares en que se enseñe ó deba enseñarse la aritmética ó cualquiera otra parte de las matemáticas, será obligatoria la del sistema legal de medidas y pesas y su nomenclatura científica, desde 1.° de Enero de 1852, quedando facultado el gobierno para cerrar dichos establecimientos siempre que no se cumpla con aquella obligacion.

El mismo sistema legal y su nomenclatura científica deberán quedar establecidos en todas las dependencias del Estado y de la administracion provincial, inclusas las posesiones de Ultramar para 1.° de Enero de 1853.

Este plazo se ha prorogado hasta 1.° de Enero de 1854.

Desde la misma época serán tambien obligatorios en la redaccion de las sentencias de los tribunales y de los contratos públicos.

Los contratos y estipulaciones entre particulares en que no intervenga escribano público, podrán hacerse válidamente en las unidades antiguas mientras no se declaren obligatorias las nuevas de su clase.

Los nuevos tipos ó patrones llevarán grabado su nombre respectivo.

El gobierno publicará un reglamento determinando el tiempo, lugar y modo de procederse anualmente á la comprobacion de pesas y medidas, y los medios de vigilar y evitar los abusos.

Los contraventores á esta ley quedan sujetos á las penas que señalan ó señalaren las leyes contra los que empleen pesas y medidas no contrastadas.

TABLAS

DE

CORRESPONDENCIA

DE TODAS LAS

PESAS Y MEDIDAS DE GUIPUZCOA

CON LAS DEL

SISTEMA MÉTRICO.

TABLA 1.ª

Medidas lineales.

Lineas.	Milímetr.
1	1,938
2	3,875
3	5,813
4	7,750
5	9,688
6	11,625
7	13,563
8	15,500
9	17,438
10	19,375
11	21,313

Pulgadas	Centímet.
1	2,325
2	4,650
3	6,975
4	9,300
5	11,625
6	13,950
7	16,275
8	18,600
9	20,925
10	23,250
11	25,575

Pies.	Metros.
1	0,279
2	0,558
3	0,837
4	1,116
5	1,395
6	1,674
7	1,953
8	2,232
9	2,511

Varas.	Metros.
1	0,837
2	1,674
3	2,511
4	3,348
5	4,185
6	5,022
7	5,859
8	6,696
9	7,533

Estados de á 7 pies.	Metros.
1	1,953
2	3,906
3	5,859
4	7,812
5	9,765
6	11,718
7	13,671
8	15,624
9	17,577

Leguas de á 20000 pies castellan.	Kilómetros.
1	5,573
2	11,145
3	16,718
4	22,291
5	27,864
6	33,436
7	39,009
8	44,582
9	50,154

Leguas de 8000 varas.	Kilómetros.
1	6,687
2	13,374
3	20,061
4	26,749
5	33,436
6	40,123
7	46,811
8	53,498
9	60,185

Leguas de 20 al grado.	Kilómetros.
1	5,556
2	11,111
3	16,667
4	22,222
5	27,778
6	33,333
7	38,889
8	44,444
9	50,000

Millas de á 60 al grado.	Kilómetros.
1	1,852
2	3,704
3	5,556
4	7,407
5	9,259
6	11,111
7	12,963
8	14,815
9	16,667

TABLA 2.ª

Medidas superficiales.

Pulgadas cuadradas	Centimet. cuadrados	Codos cuadrados	Metros cuadrados	Estados de á 49 ps cuadrados	Metros cuadrados
1	5,406	1	0,311	1	3,814
2	10,811	2	0,623	2	7,628
3	16,217	3	0,934	3	11,443
4	21,623	4	1,245	4	15,257
5	27,028	5	1,557	5	19,071
6	32,434	6	1,868	6	22,885
7	37,839	7	2,180	7	26,699
8	43,245	8	2,491	8	30,514
9	48,651	9	2,802	9	34,328
Pies cuadrados	Decimetr. cuadrados	Codos reduc. de á 384 pulg. cuadrados	Metros cuadrad.	Posturas de á 9 est. ó 441 pies cuadrad.	Areas.
1	7,784	1	0,208	1	0,343
2	15,568	2	0,416	2	0,687
3	23,352	3	0,623	3	1,030
4	31,136	4	0,830	4	1,373
5	38,921	5	1,038	5	1,716
6	46,705	6	1,245	6	2,060
7	54,489	7	1,453	7	2,403
8	62,273	8	1,661	8	2,746
9	70,057	9	1,868	9	3,090
Varas cuadradas	Metros cuadrad.	Varas de á 3 pies cuadrados	Metros cuadrad.	Posturas de á 100 codos cuadrados.	Areas.
1	0,701	1	0,234	1	0,311
2	1,401	2	0,467	2	0,623
3	2,102	3	0,701	3	0,934
4	2,802	4	0,934	4	1,245
5	3,503	5	1,168	5	1,557
6	4,203	6	1,401	6	1,868
7	4,904	7	1,635	7	2,180
8	5,605	8	1,868	8	2,491
9	6,305	9	2,102	9	2,802

Sigue la **TABLA 2.ª**

Medidas superficiales.

Posturas de á 144 cod. cuad.	Areas.	Jugadas de á 70 post. de á 100 c. c.	Hectáreas.	Leguas de 8000 var. cast. cuadrad.	Kilómetros cuadrados
1	0,448	1	0,218	1	44,719
2	0,897	2	0,436	2	89,439
3	1,345	3	0,654	3	134,158
4	1,793	4	0,872	4	178,877
5	2,242	5	1,090	5	223,596
6	2,690	6	1,308	6	268,316
7	3,139	7	1,526	7	313,035
8	3,587	8	1,744	8	357,754
9	4,035	9	1,962	9	402,473
Fanegas ó jugadas de á 70 post. de á 441 pies cuad.	Hectáreas.	Fanegas ó jugad. de á 100 pos. de á 100 cod. cuad.	Hectáreas.	Leguas de á 20 al grado cuadrad.	Kilómetros cuadrados.
1	0,240	1	0,311	1	30,864
2	0,481	2	0,623	2	61,728
3	0,721	3	0,934	3	92,593
4	0,961	4	1,245	4	123,457
5	1,201	5	1,557	5	154,321
6	1,442	6	1,868	6	185,185
7	1,682	7	2,180	7	216,049
8	1,922	8	2,491	8	246,914
9	2,163	9	2,802	9	277,778
Fanegas ó jugadas de á 100 post. de á 441 pies cuad.	Hectáreas.	Jugadas de á 70 post. de á 144 codos cuadrados	Hectáreas.	Millas de á 60 al grado cuadrad.	Kilómetros cuadrados
1	0,343	1	0,314	1	3,429
2	0,687	2	0,628	2	6,859
3	1,030	3	0,942	3	10,288
4	1,373	4	1,255	4	13,717
5	1,716	5	1,569	5	17,147
6	2,060	6	1,883	6	20,576
7	2,403	7	2,197	7	24,005
8	2,746	8	2,511	8	27,435
9	3,090	9	2,825	9	30,864

TABLA 3.ª

Medidas cúbicas ó de solidez.

Pulgadas cúbicas.	Centimetr. cúbicos.	Codos reducid. de á 1536 pulgadas cúbicas ó de 64 el partidor.	Decimetr. cúbicos.
1	12,568	1	19,305
2	25,136	2	38,609
3	37,704	3	57,914
4	50,272	4	77,218
5	62,840	5	96,523
6	75,408	6	115,827
7	87,977	7	135,132
8	100,545	8	154,437
9	113,113	9	173,741
Pies cúbicos.	**Decimetr. cúbicos.**	**Codos reducidos de á 1152 pulg. cúbic. de á 48 el partid.**	**Decimetros cúbicos.**
1	21,718	1	14,478
2	43,435	2	28,957
3	65,153	3	43,435
4	86,871	4	57,914
5	108,588	5	72,392
6	130,306	6	86,871
7	152,023	7	101,349
8	173,741	8	115,827
9	195,459	9	130,306
Varas cúbicas.	**Metros cúbicos.**	**Estados de á 98 pies cúbic.**	**Metros cúbicos.**
1	0,586	1	2,128
2	1,173	2	4,257
3	1,759	3	6,385
4	2,346	4	8,513
5	2,932	5	10,642
6	3,518	6	12,770
7	4,105	7	14,898
8	4,691	8	17,027
9	5,277	9	19,155

TABLA 4.ª

Medidas de capacidad para áridos.

Guipuzcoa.		San Sebastian.	
Chillas.	Litros.	Chillas.	Litros.
1	0,864	1	0,950
2	1,728	2	1,901
3	2,592	3	2,851
Celemines	Decálitros.	Celemines	Decálitros.
1	0,346	1	0,380
2	0,691	2	0,760
3	1,037	3	1,141
4	1,383	4	1,521
5	1,728	5	1,901
6	2,074	6	2,281
7	2,419	7	2,661
8	2,765	8	3,042
9	3,106	9	3,422
10	3,456	10	3,802
11	3,802	11	4,182
12	4,148	12	4,562
13	4,493	13	4,942
14	4,839	14	5,323
15	5,184	15	5,703
Fanegas.	Hectólitros	Fanegas.	Hectólitros.
1	0,553	1	0,608
2	1,106	2	1,217
3	1,659	3	1,825
4	2,212	4	2,433
5	2,765	5	3,042
6	3,318	6	3,650
7	3,871	7	4,258
8	4,424	8	4,866
9	4,977	9	5,475

Cargas de manzana.	Hectólitros.
$\frac{1}{6}$—1 saco	1,215
$\frac{2}{6}$—2	2,431
$\frac{3}{6}$—3	3,646
$\frac{4}{6}$—4	4,862
$\frac{5}{6}$—5	6,077
1	7,293
2	14,585
3	21,878
4	29,171
5	36,463
6	43,756
7	51,049
8	58,342
9	65,634
Cargas de carbon.	Hectólitros.
$\frac{1}{2}$=1 saco	1,823
1	3,646
2	7,293
3	10,939
4	14,585
5	18,232
6	21,878
7	25,524
8	29,171
9	32,817
10	36,463
11	40,110
12	43,756
13	47,402
14	51,049
15	54,695
16	58,342

TABLA 3.ª

Medidas de capacidad para líquidos.

Nota. La carga de 50 az. de á 5 libras = 62,5 az. de á 4 libras.

Cuartos de cuart. de á 1 lib. y cuarter.	**Deci-litros.**	**Azumbres de á 4 lib.**	**Litros.**	**Cargas de sidra de á 50 az. de á 4 libras**	**Hectólitros**
1	1,575	1	2,016	1	1,008
2	3,150	2	4,032	2	2,016
3	4,725	3	6,048	3	3,024
Cuartillos	**Litros.**	4	8,064	4	4,032
		5	10,080	5	5,040
1	0,630	6	12,096	6	6,048
2	1,260	7	14,112	7	7,056
3	1,890	8	16,128	8	8,064
		9	18,144	9	9,072
Azumbres de 5 lib.	**Litros.**	**Arrobas de vino de 25 lib ó 5 az. de á 5 libras**	**Decálitros.**	**Id. de á 48 az. de 5 libras.**	**Hectólitros**
1	2,52	1	1,26	1	1,210
2	5,04	2	2,52	2	2,419
3	7,56	3	3,78	3	3,629
4	10,08	4	5,04	4	4,838
5	12,60	5	6,30	5	6,048
6	15,12	6	7,56	6	7,258
7	17,64	7	8,82	7	8,467
8	20,16	8	10,08	8	9,677
9	22,68	9	11,34	9	10,886
Cuartos de cuart. de á 1 lib.	**Decílitros**	**Cántaros de á 8 az. de á 4 lib.**	**Decálitros.**	**Id. de á 50 az. de á 5 libras**	**Hectólitros**
1	1,26	1	1,613	1	1,26
2	2,52	2	3,226	2	2,52
3	3,78	3	4,838	3	3,78
		4	6,451	4	5,04
Cuartillos	**Litros.**	5	8,064	5	6,30
		6	9,677	6	7,56
1	0,504	7	11,290	7	8,82
2	1,008	8	12,902	8	10,08
3	1,512	9	14,515	9	11,34

Sigue la **TABLA 5.ª**

Medidas de capacidad para líquidos.

NOTA. La carga de 60 az. de á 5 libras.=75 az. de á 4 libras.

Cargas de sidra de á 60 az. de á 5 libras	Hectólitros
1	1,512
2	3,024
3	4,536
4	6,048
5	7,560
6	9,072
7	10,584
8	12,096
9	13,608
Id. de á 62 y cuar. az. de á 4 libras.	**Hectólitros**
1	1,569
2	3,137
3	4,706
4	6,275
5	7,844
6	9,412
7	10,981
8	12,550
9	14,118
Id de á 62 y med az. de á 5 libras.	**Hectólitros.**
1	1,575
2	3,150
3	4,725
4	6,300
5	7,875
6	9,450
7	11,025
8	12,600
9	14,175

Vergas de aguardiente.	Decálitros.
1	0,740
2	1,481
3	2,221
4	2,961
5	3,701
6	4,441
7	5,182
8	5,922
9	6,662
Arrobas de aguardiente.	**Decálitros**
1	1,323
2	2,645
3	3,968
4	5,290
5	6,613
6	7,936
7	9,258
8	10,581
9	11,903
10	13,226
11	14,549
12	15,871
13	17,194
14	18,516
15	19,839
16	21,162
17	22,484
18	23,807
19	25,129
20	26,452
21	27,775
22	29,097

Libras de aceite.	Litros.
1	0,537
2	1,075
3	1,612
4	2,149
5	2,686
6	3,224
7	3,761
8	4,298
9	4,835
Arrobas de aceite.	**Decálitros**
1	1,343
2	2,686
3	4,030
4	5,373
5	6,716
6	8,059
7	9,402
8	10,746
9	12,089
10	13,432
11	14,775
12	16,118
13	17,462
14	18,805
15	20,148
16	21,491
17	22,834
18	24,178
19	25,521
20	26,864
21	28,207
22	29,550

TABLA 6.ª

Medidas ponderales ó peso.

Ochavas.	Gramos.
1	3,844
2	7,688
3	11,531
4	15,375
5	19,219
6	23,063
7	26,906
Onzas de à 16 en libra.	**Decágramos.**
1	3,075
2	6,150
3	9,225
4	12,300
5	15,375
6	18,450
7	21,525
8	24,600
9	27,675
10	30,750
11	33,825
12	36,900
13	39,975
14	43,050
15	46,125
16	49,200
17	52,275
18	55,350
19	58,425
20	61,500
21	64,575
22	67,650
23	70,725

Ochavas.	Gramos.
1	3,618
2	7,236
3	10,853
4	14,471
5	18,088
6	21,706
7	25,324
Onzas de à 17 en libra.	**Decágramos.**
1	2,894
2	5,788
3	8,682
4	11,576
5	14,471
6	17,365
7	20,259
8	23,153
9	26,047
10	28,941
11	31,835
12	34,729
13	37,624
14	40,518
15	43,412
16	46,306
17	49,200
18	52,094
19	54,988
20	57,882
21	60,776
22	63,670
23	66,564

Lib.	Kilógr.
1	0,492
2	0,984
3	1,476
4	1,968
5	2,460
6	2,952
7	3,444
8	3,936
9	4,428
10	4,920
11	5,412
12	5,904
13	6,396
14	6,888
15	7,380
16	7,872
17	8,364
18	8,856
19	9,348
20	9,840
21	10,332
22	10,824
23	11,316
24	11,808
Arrob.	**Kilógr.**
1	12,3
2	24,6
3	36,9
4	49,2
5	61,5
6	73,8
7	86,1
8	98,4
9	101,7

Quint. de à 100 ll.	Quintal métrico
1	0,492
2	0,984
3	1,476
4	1,968
5	2,460
6	2,952
7	3,444
8	3,936
9	4,428
De à 150 ll.	**Quintal métric.**
1	0,738
2	1,476
3	2,214
4	2,952
5	3,690
6	4,428
7	5,166
8	5,904
9	6,642
Quint. de à 101 ll.	**Quintal métric.**
1	0,497
2	0,994
3	1,491
4	1,988
5	2,485
6	2,982
7	3,478
8	3,975
9	4,472
10	4,969

TABLAS

DE

CORRESPONDENCIA

DE LAS

PESAS Y MEDIDAS

DEL

SISTEMA MÉTRICO.

CON LAS DE

GUIPUZCOA.

TABLA 7.ª

Medidas lineales.

Milímetros.	Varas.	Pies.	Pulgad.	Líneas.	Pulgadas, y sus frac.
1	.	.	.	0,516	=0,043
2	.	.	.	1,032	=0,086
3	.	.	.	1,548	=0,129
4	.	.	.	2,065	=0,172
5	.	.	.	2,581	=0,215
6	.	.	.	3,097	=0,258
7	.	.	.	3,613	=0,301
8	.	.	.	4,129	=0,344
9	.	.	.	4,645	=0,387
Centímetros.					
1	.	.	.	5,161	=0,430
2	.	.	.	10,323	=0,860
3	.	.	1	3,484	=1,290
4	.	.	1	8,645	=1,720
5	.	.	2	1,807	=2,151
6	.	.	2	6,968	=2,581
7	.	.	3	0,129	=3,011
8	.	.	3	5,290	=3,441
9	.	.	3	10,452	=3,871
Decímetros.					Pies y sus fracciones.
1	.	.	4	3,613	=0,358
2	.	.	8	7,226	=0,717
3	.	1	0	10,839	=1,075
4	.	1	5	2,452	=1,434
5	.	1	9	6,065	=1,792
6	.	2	1	9,677	=2,151
7	.	2	6	1,290	=2,509
8	.	2	10	4,903	=2,867
9	1	0	2	8,516	=3,226

Sigue la **TABLA 7.ª**

Medidas lineales.

Metros.	Varas.	Pies.	Pulgad.	Lineas	Varas, y sus fraccion.
1	1	0	7	0,129	= 1,195
2	2	1	2	0,258	= 2,389
3	3	1	9	0,387	= 3,584
4	4	2	4	0,516	= 4,779
5	5	2	11	0,645	= 5,974
6	7	0	6	0,774	= 7,168
7	8	1	1	0,903	= 8,363
8	9	1	8	1,032	= 9,558
9	10	2	3	1,161	=10,753
Kilómetros.	Leguas de 20.000 pies.	Leguas de 20 al grado	Millas de 60 al grado.	Pies de Burgos.	Varas de Burgos.
1	0,179	0,18	0,54	3588,924	1196,308
2	0,359	0,36	1,08	7177,848	2392,616
3	0,538	0,54	1,62	10766,772	3588,924
4	0,718	0,72	2,16	14355,696	4785,232
5	0,897	0,90	2,70	17944,620	5981,540
6	1,077	1,08	3,24	21533,544	7177,848
7	1,256	1,26	3,78	25122,468	8374,156
8	1,436	1,44	4,32	28711,392	9570,464
9	1,615	1,62	4,86	32300,316	10766,772
Miria-metros.	Id	Id.	Id.	Id.	Id
1	1,794	1,8	5,4	35889,24	11963,08
2	3,589	3,6	10,8	71778,48	23926,16
3	5,383	5,4	16,2	107667,72	35889,24
4	7,178	7,2	21,6	143556,96	47852,32
5	8,972	9,0	27,0	179446,20	59815,40
6	10,767	10,8	32,4	215335,44	71778,48
7	12,561	12,6	37,8	251224,68	83741,56
8	14,356	14,4	43,2	287113,92	95704,64
9	16,150	16,2	48,6	323003,16	107667,72

TABLA 8.ª

Medidas superficiales.

Milimetr. cuadrados	Pies cuad	Pulg cuad	Lineas cuadradas	
1	.	.	0,266	
2	.	.	0,533	
3	.	.	0,799	
4	.	.	1,066	
5	.	.	1,332	
6	.	.	1,598	
7	.	.	1,864	
8	.	.	2,131	
9	.	.	2,398	
Centimet cuadrados				Pulgadas cuadradas y sus frac.
1	.	.	26,639	=0,185
2	.	.	53,278	=0,370
3	.	.	79,917	=0,555
4	.	.	106,556	=0,740
5	.	.	133,195	=0,925
6	.	1	15,833	=1,110
7	.	1	42,472	=1,295
8	.	1	69,111	=1,480
9	.	1	95,750	=1,665
10	.	1	122,389	=1,850
Decimetr. cuadrados				Pies cuad. y sus frac.
1	.	18	71,891	=0,128
2	.	36	143,783	=0,257
3	.	55	71,674	=0,385
4	.	73	143,566	=0,514
5	.	92	71,457	=0,642
6	.	110	143,349	=0,771
7	.	129	71,240	=0,899
8	1	3	143,132	=1,028
9	1	22	71,023	=1,156

Sigue la **TABLA 8.ª**

Medidas superficiales.

Metros cuadrados	Varas cuadrad.	Pies cuadrados.	Pulgadas cuadrad.	Líneas cuadradas.	Varas cuadradas. y sus frac.
1	1	3	121	133,145	= 1,427
2	2	7	99	122,289	= 2,855
3	4	2	77	111,434	= 4,282
4	5	6	55	100,579	= 5,710
5	7	1	33	89,723	= 7,137
6	8	5	11	78,868	= 8,564
7	9	8	133	68,012	= 9,992
8	11	3	111	57,157	=11,419
9	12	7	89	46,302	=12,847
Id.	Codos cuadrad.	Codos reducidos de á 384 pulg. c.	Varas de 3 pies cuadrad.	Pies cuadrados.	Estados de á 49 pies cuadrados.
1	3,212	4,818	4,282	12,847	0,262
2	6,423	9,635	8,565	25,693	0,524
3	9,635	14,453	12,847	38,540	0,787
4	12,847	19,270	17,129	51,387	1,049
5	16,059	24,088	21,411	64,233	1,311
6	19,270	28,905	25,693	77,080	1,573
7	22,482	33,723	29,976	89,927	1,835
8	25,694	38,540	34,258	102,774	2,097
9	28,905	43,358	38,540	115,620	2,360
10	32,117	48,175	42,823	128,467	2,622
11	35,329	52,993	47,105	141,314	2,884
12	38,540	57,810	51,387	154,161	3,146
13	41,752	62,628	55,669	167,008	3,408
14	44,964	67,445	59,952	179,854	3,670
15	48,176	72,263	64,234	192,701	3,933
16	51,387	77,080	68,516	205,548	4,195
17	54,599	81,898	72,798	218,395	4,457
18	57,811	86,715	77,081	231,241	4,719
19	61,022	91,533	81,363	244,088	4,981
20	64,234	96,351	85,645	256,935	5,243
21	67,446	101,169	89,927	269,782	5,506
22	70,658	105,986	94,210	282,628	5,768

TABLA 9.ª

Medidas superficiales agrarias.

Areas.	Jug. de á 70 post.	Post. de á 49 v. c.	Varas cuadrad.	Posturas y sus fracciones.	Areas.	Jug. de á 70 post.	Post. de á 100 c. c.	Codos cuadrad.	Posturas y sus fracciones.
1	.	2	44,741	2,915	1	.	3	21,167	3,212
2	.	5	40,482	5,826	2	.	6	42,335	6,425
3	.	8	36,223	8,739	3	.	9	63,502	9,635
4	.	11	31,964	11,652	4	.	12	84,670	12,847
5	.	14	27,705	14,565	5	.	16	5,837	16,058
6	.	17	23,447	17,479	6	.	19	27,005	19,270
7	.	20	19,188	20,392	7	.	22	48,172	22,482
8	.	23	14,929	23,305	8	.	25	69,340	25,693
9	.	26	10,670	26,218	9	.	28	90,507	28,905
Hectár.	Id.	Id.	Id.	Jugadas y sus fracciones	Hectár.	Id.	Id.	Id.	Jugadas y sus fracciones.
1	4	11	15,110	4,162	1	4	41	16,747	4,588
2	8	22	30,219	8,323	2	9	12	33,494	9,176
3	12	33	45,329	12,485	3	13	53	50,240	13,764
4	16	45	11,439	16,646	4	18	24	66,987	18,352
5	20	56	26,548	20,808	5	22	65	83,734	22,941
6	24	67	41,658	24,969	6	27	37	0,481	27,529
7	29	9	7,768	29,131	7	32	8	17,228	32,117
8	33	20	22,878	33,292	8	36	49	33,974	36,705
9	37	31	37,988	37,454	9	41	20	50,721	41,293
Hectár.	Jug. de á 100 post.	Post. de á 49 v. c.	Varas cuadrad.	Jugadas y sus fracciones.	Hectár.	Jug. de á 100 post.	Post. de á 100 c. c.	Codos cuadrad.	Jugadas y sus fracciones.
1	2	91	15,110	2,915	1	3	21	16,747	3,212
2	5	82	30,219	5,826	2	6	42	33,494	6,425
3	8	73	45,329	8,739	3	9	63	50,240	9,635
4	11	65	11,439	11,652	4	12	84	66,987	12,847
5	14	56	26,548	14,565	5	16	5	83,734	16,058
6	17	47	41,658	17,479	6	19	27	0,481	19,270
7	20	39	7,768	20,392	7	22	48	17,228	22,482
8	23	30	22,878	23,305	8	25	69	33,974	25,693
9	26	21	37,988	26,218	9	28	90	50,721	28,905

Sigue la **TABLA 9.ª**

Medidas superficiales agrarias.

Areas.	Posturas de á 9 estados.	Estados de á 49 pies cuad.	Pies cuadrados.	Posturas y sus fracciones.
1	2	8	10,670	= 2,915
2	5	7	21,340	= 5,826
3	8	6	32,010	= 8,739
4	11	5	42,679	=11,652
5	14	5	4,349	=14,565
6	17	4	15,019	=17,479
7	20	3	25,689	=20,392
8	23	2	36,359	=23,305
9	26	1	47,029	=26,218
Areas.	**Jugadas de á 70 posturas.**	**Posturas de á 144 cod. cuad.**	**Codos cuadrados.**	**Posturas y sus fracciones.**
1	.	2	33,167	= 2,230
2	.	4	66,335	= 4,461
3	.	6	99,502	= 6,691
4	.	8	132,670	= 8,921
5	.	11	21,837	=11,152
6	.	13	55,005	=13,382
7	.	15	88,172	=15,612
8	.	17	121,340	=17,843
9	.	20	10,507	=20,073
Hectáreas.	**Id.**	**Id.**	**Id.**	**Jugadas y sus fracciones.**
1	3	13	4,747	= 3,186
2	6	26	9,494	= 6,372
3	9	39	14,240	= 9,559
4	12	52	18,987	=12,745
5	15	65	23,734	=15,931
6	19	8	28,481	=19,117
7	22	21	33,228	=22,303
8	25	34	37,974	=25,490
9	28	47	42,721	=28,676

TABLA 10.ª

Medidas cúbicas ó de solidez.

Milímetros cúbicos.	Pulg. cúb.	Líneas cúbicas.	
1	.	0,137	
2	.	0,275	
3	.	0,412	
4	.	0,550	
5	.	0,687	
6	.	0,825	
7	.	0,962	
8	.	1,100	
9	.	1,237	
Centimet. cúbicos.			Pulgadas cúbicas y sus frac.
1	.	137,491	= 0,080
2	.	274,982	= 0,159
3	.	412,473	= 0,239
4	.	549,965	= 0,318
5	.	687,456	= 0,398
6	.	824,947	= 0,477
7	.	962,438	= 0,557
8	.	1099,929	= 0,637
9	.	1237,420	= 0,716
Decímetr. cúbicos.	Id.	Id.	Pies cúbicos y sus fracciones.
1	79	979,163	=0,0460
2	159	230,326	=0,0921
3	238	1209,489	=0,1381
4	318	460,651	=0,1842
5	397	1439,814	=0,2302
6	477	690,977	=0,2763
7	556	1670,140	=0,3223
8	636	921,303	=0,3684
9	716	172,466	=0,4144

Sigue la **TABLA 10.ª**

Medidas cúbicas ó de solidez.

Metros cúbicos.	Varas cúbicas.	Pies cúbicos.	Pulgadas cúbicas.	Líneas cúbicas.	Varas cúbicas y sus fracciones.
1	1	19	78	1414,834	= 1,705
2	3	11	157	301,669	= 3,411
3	5	3	235	1616,503	= 5,116
4	6	22	314	1003,338	= 6,822
5	8	14	393	390,172	= 8,527
6	10	6	471	1505,006	=10,232
7	11	25	550	891,841	=11,938
8	13	17	629	278,675	=13,643
9	15	9	707	1393,510	=15,349

Metros cúbicos	Estados de á 98 pies cúbicos.	Pies cúbicos.	Estados y sus fracciones.
1	0	46,046	=0,470
2	0	92,091	=0,940
3	1	40,137	=1,410
4	1	86,182	=1,879
5	2	34,228	=2,349
6	2	80,273	=2,819
7	3	28,319	=3,289
8	3	74,364	=3,759
9	4	22,410	=4,229

Decimetr. cúbicos.	Codos repucidos de á 1536 p. cúb.	Codos reducidos de á 1152 pulgad. cúb.	Pulgadas cúbicas.
1	0,0518	0,0691	79,567
2	0,1036	0,1381	159,133
3	0,1554	0,2072	238,670
4	0,2072	0,2763	318,267
5	0,2590	0,3453	397,833
6	0,3108	0,4144	477,400
7	0,3626	0,4833	556,967
8	0,4144	0,5525	636,533
9	0,4662	0,6216	716,100

TABLA 11ª.

Medidas de capacidad para áridos.

Guipuzcoa.				
Litros.	Fanegas	Celemines.	Chillas.	Chillas y sus fracciones.
1	.	.	1,157	= 1,157
2	.	.	2,314	= 2,314
3	.	.	3,471	= 3,471
4	.	1	0,628	= 4,628
5	.	1	1,785	= 5,785
6	.	1	2,942	= 6,942
7	.	2	0,099	= 8,099
8	.	2	1,256	= 9,256
9	.	2	2,413	=10,413
Decálitros.				Celemines y sus fraccion.
1	.	2	3,57	= 2,892
2	.	5	3,14	= 5,785
3	.	8	2,71	= 8,678
4	.	11	2,28	=11,570
5	.	14	1,85	=14,462
6	1	1	1,42	=17,355
7	1	4	0,99	=20,248
8	1	7	0,56	=23,140
9	1	10	0,13	=26,033
Hectólitros.				Fanegas y sus fraccion.
1	1	12	3,7	= 1,808
2	3	9	3,4	= 3,616
3	5	6	3,1	= 5,423
4	7	3	2,8	= 7,231
5	9	0	2,5	= 9,039
6	10	13	2,2	=10,847
7	12	10	1,9	=12,655
8	14	7	1,6	=14,463
9	16	4	1,3	=16,270
10	18	1	1	=18,078

Sigue la **TABLA 11.ª**

Medidas de capacidad para áridos.

	San Sebastian.			
Litros.	Fanegas.	Celemines	Chillas.	Chillas y sus frac.
1	.	.	1,052	1,052
2	.	.	2,104	2,104
3	.	.	3,155	3,155
4	.	1	0,207	4,207
5	.	1	1,259	5,259
6	.	1	2,311	6,311
7	.	1	3,363	7,363
8	.	2	0,415	8,415
9	.	2	1,466	9,466
Decálitros.	Id.	Id.	Id.	Celemines y sus frac.
1	.	2	2,318	2,630
2	.	5	1,036	5,259
3	.	7	3,555	7,889
4	.	10	2,073	10,518
5	.	13	0,591	13,148
6	.	15	3,109	25,777
7	1	2	1,627	18,407
8	1	5	0,145	21,036
9	1	7	2,664	23,666
Hectólitros.	Id.	Id	Id.	Fanegas y sus frac.
1	1	10	1,182	1,643
2	3	4	2,364	3,287
3	4	14	3,545	4,930
4	6	9	0,727	6,574
5	8	3	1,909	8,217
6	9	13	3 091	9,861
7	11	8	0,273	11,504
8	13	2	1,455	13,148
9	14	12	2,636	14,791

Sigue la **TABLA 11.ª**

Medidas de capacidad para áridos.

Hectólitros.	Cargas de carbon.	Sacos ó medias cargas.	Cargas de carbon y fracciones
1	.	0,548	= 0,274
2	.	1,097	= 0,548
3	.	1,645	= 0,823
4	1	0,193	= 1,097
5	1	0,741	= 1,371
6	1	1,290	= 1,645
7	1	1,838	= 1,920
8	2	0,387	= 2,194
9	2	0,935	= 2,468
Id.	Cargas de manzana.	Sacos ó sesta parte de carga.	Cargas de manzana y sus fraccion.
1	.	0,823	= 0,137
2	.	1,645	= 0,274
3	.	2,468	= 0,411
4	.	3,290	= 0,548
5	.	4,113	= 0,686
6	.	4,935	= 0,823
7	.	5,758	= 0,960
8	1	0,580	= 1,097
9	1	1,403	= 1,234
Kilólitros.	Cargas de manz.	Sacos ó sesta parte de carga.	Id
1	1	2,225	= 1,371
2	2	4,450	= 2,742
3	4	0,675	= 4,113
4	5	2,900	= 5,485
5	6	5,126	= 6,854
6	8	1,351	= 8,225
7	9	3,576	= 9,596
8	10	5,801	=10,967
9	12	2,026	=12,338

TABLA 12.ª

Medidas de capacidad para líquidos.

Decilitros.	Arrobas de 5 azumbres'	Azumbres de 5 lib,	Cuartillos.	Choperas.	Cuartillos y sus fraccion.
1	.	.	.	0,635	=0,1587
2	.	.	.	1,270	=0,3174
3	.	.	.	1,904	=0,4761
4	.	.	.	2,539	=0,6348
5	.	.	.	3,174	=0,7935
6	.	.	.	3,809	=0,9522
7	.	.	1	0,444	=1,1109
8	.	.	1	1,078	=1,2696
9	.	.	1	1,713	=1,4283
Litros.					Azumbres y sus fraccion.
1	.	.	1	2,348	=0,397
2	.	.	3	0,696	=0,794
3	.	1	0	3,044	=1,190
4	.	1	2	1,392	=1,587
5	.	1	3	3,740	=1,984
6	.	2	1	2,088	=2,381
7	.	2	3	0,436	=2,777
8	.	3	0	2,784	=3,174
9	.	3	2	1,132	=3,571
Decálitros.					Arrobas y sus fraccion.
1	.	3	3	3,48	=0,794
2	1	2	3	2,96	=1,587
3	2	1	3	2,44	=2,381
4	3	0	3	1,92	=3,174
5	3	4	3	1,40	=3,968
6	4	3	3	0,88	=4,761
7	5	2	3	0,36	=5,555
8	6	1	2	3,84	=6,348
9	7	0	2	3,32	=7,142

Sigue la **TABLA 12.ª**

Medidas de capacidad para líquidos.

Decilitros	Arrob. de a 25 cuar. de 1 libr	Azumbres de 4 lib.	Cuartillos de a 1 libra.	Cuartos de cuartillo.	Cuartillos y sus fracciones.
1	.	.	.	0,794	=0,198
2	.	.	.	1,587	=0,397
3	.	.	.	2,381	=0,595
4	.	.	.	3,174	=0,794
5	.	.	.	3,968	=0,992
6	.	.	1	0,761	=1,190
7	.	.	1	1,555	=1,389
8	.	.	1	2,348	=1,587
9	.	.	1	3,142	=1,785
Litros.					Azumbres y sus frac.
1	.	.	1	3,935	=0,496
2	.	.	3	3,870	=0,992
3	.	1	1	3,805	=1,488
4	.	1	3	3,740	=1,984
5	.	2	1	3,675	=2,480
6	.	2	3	3,610	=2,976
7	.	3	1	3,545	=3,472
8	.	3	3	3,480	=3,968
9	.	4	1	3,415	=4,463
Decálitros.					Arrobas y sus frac.
1	.	4	3	3,35	=0,794
2	1	3	2	2,70	=1,587
3	2	2	1	2,05	=2,381
4	3	1	0	1,40	=3,174
5	3	6	0	0,75	=3,968
6	4	4	3	0,10	=4,761
7	5	3	1	3,45	=5,555
8	6	2	0	2,80	=6,348
9	7	0	3	2,15	=7,142

Sigue la TABLA 12.ª

Medidas de capacidad para líquidos.

	Hectólitros.	Arrobas.	Cánt. de á 32 cuar. dá á 1 ll	Azumbres de á 5 lib	Azumbres de á 4 lib	Cuartillos de á 1 ll. y cuart.	Cuartillos de á 1 lib.
Para vino.	1	7,935	6,199	39,675	49,594	158,7	198,38
	2	15,870	12,398	79,350	99,188	317,4	396,75
	3	23,805	18,597	119,025	148,781	476,1	595,13
	4	31,740	24,797	158,700	198,375	634,8	793,50
	5	39,675	30,996	198,375	247,969	793,5	991,88
	6	47,610	37,195	238,050	297,563	952,2	1190,25
	7	55,545	43,394	277,725	347,156	1110,9	1388,63
	8	63,480	49,593	317,400	396,750	1269,6	1587,00
	9	71,415	55,792	357,075	446,344	1428,3	1785,38
	Hectólitros.	Carg. de á 30 az. de á 4 ll.	Carg. de á 48 az. de á 5 ll.	Cargas de á 50 azum de á 5 lib.	Cargas de á 60 azum de á 5 lib.	Cargas de á 62 y m. az. de á 5 libras.	Cargas de á 62 y med az. de 5 ll.
Para sidra.	1	0,992	0,827	0,794	0,661	0,637	0,635
	2	1,984	1,653	1,587	1,323	1,275	1,270
	3	2,976	2,480	2,381	1,984	1,912	1,904
	4	3,968	3,306	3,174	2,645	2,549	2,539
	5	4,960	4,133	3,968	3,306	3,187	3,174
	6	5,952	4,959	4,761	3,968	3,824	3,809
	7	6,944	5,786	5,555	4,629	4,461	4,444
	8	7,937	6,613	6,348	5,290	5,099	5,078
	9	8,929	7,439	7,142	5,951	6,736	5,713
	Decálitros	Vergas.	Arrobas.	Azumbres de á 5 lib.	Azumbres de á 4 lib	Cuartill. de á 1 ll. y cuart.	Cuartillos de á 1 lib.
Para aguardiente.	1	1,351	0,757	3,968	4,959	15,87	19,838
	2	2,702	1,513	7,935	9,919	31,74	39,675
	3	4,053	2,270	11,903	14,878	47,61	59,513
	4	5,404	3,026	15,870	19,838	63,48	79,350
	5	6,754	3,783	19,838	24,797	79,35	99,188
	6	8,105	4,539	23,805	29,756	95,22	119,025
	7	9,456	5,296	27,773	34,716	111,09	138,863
	8	10,807	6,052	31,740	39,675	126,96	158,700
	9	12,158	6,809	35,708	44,634	142,83	178,538

Sigue la **TABLA 12.ª**

Medidas de capacidad para aceite.

Decilitros.	Arrobas	Libras.	Cuarterones.	Onzas de á 16 en libra.	Onzas y sus fracciones
1	.	.	.	2,978	= 2,978
2	.	.	1	1,956	= 5,956
3	.	.	2	0,934	= 8,934
4	.	.	2	3,912	=11,912
5	.	.	3	2,890	=14,890
6	.	1	0	1,868	=17,868
7	.	1	1	0,846	=20,846
8	.	1	1	3,824	=23,824
9	.	1	2	2,802	=26,802
Litros	Id.	Id.	Id.	Id.	Libras y sus fracciones.
1	.	1	3	1,780	= 1,861
2	.	3	2	3,559	= 3,723
3	.	5	2	1,339	= 5,584
4	.	7	1	3,118	= 7,445
5	.	9	1	0,898	= 9,306
6	.	11	0	2,678	=11,168
7	.	13	0	0,457	=13,029
8	.	14	3	2,237	=14,890
9	.	16	3	0,016	=16,751
Decálitros:	Id.	Id.	Id.	Id.	Arrobas y sus fraccion.
1	.	18	2	1,796	=0,7445
2	1	12	0	3,392	=1,4890
3	2	5	3	1,388	=2,2335
4	2	24	1	3,184	=2,9780
5	3	18	0	0,980	=3,7225
6	4	11	2	2,776	=4,4670
7	5	5	1	0,572	=5,2114
8	5	23	3	2,368	=5,9559
9	6	17	2	0,164	=6,7004

TABLA 13.ª

Medidas ponderales.

Gramos.	Libras	Onz de á 16 en libra.	Ochav.		Gramos.	Libras.	Onz. de á 17 en libra	Ochav.	
1	.	.	0,260		1	.	.	0,276	
2	.	.	0,520		2	.	.	0,553	
3	.	.	0,780		3	.	.	0,829	
4	.	.	1,041		4	.	.	1,106	
5	.	.	1,301		5	.	.	1,382	
6	.	.	1,561		6	.	.	1,658	
7	.	.	1,821		7	.	.	1,935	
8	.	.	2,081		8	.	.	2,211	
9	.	.	2,341		9	.	.	2,488	
Decágramos.				Onzas y sus fracciones.	Decágramos.				Onzas y sus fracciones.
1	.	.	2,602	0,325	1	.	.	2,764	0,346
2	.	.	5,203	0,650	2	.	.	5,528	0,691
3	.	.	7,805	0,976	3	.	1	0,293	1,037
4	.	1	2,407	1,301	4	.	1	3,057	1,382
5	.	1	5,008	1,626	5	.	1	5,821	1,728
6	.	1	7,610	1,951	6	.	2	0,585	2,073
7	.	2	2,211	2,276	7	.	2	3,350	2,419
8	.	2	4,813	2,602	8	.	2	6,114	2,764
9	.	2	7,415	2,927	9	.	3	0,878	3,110
Hectógr.				Libras y sus fracciones.	Hectógr.				Libras y sus frac.
1	.	3	2,016	0,2033	1	.	3	3,642	0,2033
2	.	6	4,033	0,4065	2	.	6	7,285	0,4065
3	.	9	6,049	0,6098	3	.	10	2,928	0,6098
4	.	13	0,066	0,8130	4	.	13	6,570	0,8130
5	1	0	2,082	1,0163	5	1	0	2,212	1,0163
6	1	3	4,098	1,2195	6	1	3	5,854	1,2195
7	1	6	6,114	1,4228	7	1	7	1,497	1,4228
8	1	10	0,131	1,6260	8	1	10	5,139	1,6260
9	1	13	2,147	1,8293	9	1	14	0,782	1,8293

Sigue la **TABLA 13.ª**

Medidas ponderales.

Kilógramos.	Quintal de á 100 libras.	Libras.	Cuarterones.	Libras y sus fracciones.
1	.	2	0,130	= 2,0325
2	.	4	0,260	= 4,0651
3	.	6	0,390	= 6,0976
4	.	8	0,520	= 8,1301
5	.	10	0,650	= 10,1626
6	.	12	0,781	= 12,1952
7	.	14	0,911	= 14,2277
8	.	16	1,041	= 16,2602
9	.	18	1,171	= 18,2928
Quintal métric.				**Quintales machos.**
1	2	3	1,012	= 1,3550
2	4	6	2,024	= 2,7100
3	6	9	3,035	= 4,0651
4	8	13	0,047	= 5,4201
5	10	16	1,058	= 6,7751
6	12	19	2,070	= 8,1301
7	14	22	3,082	= 9,4851
8	16	26	0,094	= 10,8402
9	18	29	1,105	= 12,1952
Tonela-das.				**Id**
1	20	32	2,118	= 13,5502
2	40	65	0,235	= 27,1004
3	60	97	2,353	= 40,6506
4	81	30	0,471	= 54,2008
5	101	62	2,588	= 67,7510
6	121	95	0,706	= 81,3012
7	142	27	2,823	= 94,8514
8	162	60	0,941	=108,4016
9	182	92	3,059	=121,9518

TABLA 14.ª

Correspondencia recíproca entre las pesas medicinales antiguas y las métricas.

Granos.	Centigramos.
1	4,992
2	9,985
3	14,977
4	19,969
5	24,962
6	29,954
7	34,946
8	39,939
9	44,931
10	49,923
11	54,916
12	59,908
13	64,900
14	69,893
15	74,885
16	79,877
17	84,870
18	89,862
19	94,854
20	99,847
21	104,839
22	109,831
23	114,824
Escrúp.	**Gramos.**
1	1,498
2	2,396

Centigr.	Dracmas	Escrúp.	Granos	Escrúpulos y sus fracciones.
1	.	.	0,2003	=0,0083
2	.	.	0,4006	=0,0167
3	.	.	0,6009	=0,0250
4	.	.	0,8012	=0,0334
5	.	.	1,0015	=0,0417
6	.	.	1,2018	=0,0501
7	.	.	1,4022	=0,0584
8	.	.	1,6025	=0,0668
9	.	.	1,8028	=0,0751
Decigr.				**Id.**
1	.	.	2,0031	=0,0835
2	.	.	4,0061	=0,1669
3	.	.	6,0092	=0,2504
4	.	.	8,0123	=0,3338
5	.	.	10,0154	=0,4173
6	.	.	12,0184	=0,5008
7	.	.	14,0215	=0,5842
8	.	.	16,0246	=0,6677
9	.	.	18,0277	=0,7512
Gramos				**Dracmas y sus fracción.**
1	.	.	20,0307	=0,2782
2	.	1	16,0615	=0,5564
3	.	2	12,0922	=0,8346
4	1	0	8,1229	=1,1128
5	1	1	4,1537	=1,3910
6	1	2	0,1844	=1,6692
7	1	2	20,2151	=1,9474
8	2	0	16,2459	=2,2256
9	2	1	12,2766	=2,5038

Sigue la TABLA 14.ª

Correspondencia recíproca entre las pesas medicinales antiguas y las métricas.

Drac.	Gramos.	Decágr.	Libr.	Onz.	Drac.	Escr.	Granos.	Onzas y sus fracciones.
1	3,5945	1	.	.	2	2	8,3074	= 0,3478
2	7,1890	2	.	.	5	1	16,6147	= 0,6955
3	10,7834	3	.	1	0	1	0,9221	= 1,0433
4	14,3779	4	.	1	3	0	9,2294	= 1,3910
5	17,9724	5	.	1	5	2	17,5368	= 1,7388
6	21,5669	6	.	2	0	2	1,8442	= 2,0865
7	25,1614	7	.	2	3	1	10,1515	= 2,4343
		8	.	2	6	0	18,4589	= 2,7820
Onz.	Decagram.	9	.	3	1	0	2,7663	= 3,1298
1	2,8756	Hectógr.						Id.
2	5,7512							
3	8,6267	1	.	3	3	2	11,0736	= 3,4776
4	11,5023	2	.	6	7	1	22,1473	= 6,9551
5	14,3779	3	.	10	3	1	9,2209	= 10,4327
6	17,2535	4	1	1	7	0	20,2946	= 13,9102
7	20,1291	5	1	5	5	0	7,3682	= 17,3878
8	23,0047	6	1	8	6	2	18,4418	= 20,8653
9	25,8802	7	2	0	2	2	5,5155	= 24,3429
10	28,7558	8	2	5	6	1	16,5891	= 27,8205
11	31,6314	9	2	7	2	1	3,6627	= 31,2980
Libr.	Kilógramos.	Kilógram.						Libras y sus fracciones.
1	0,3451	1	2	10	6	0	14,7364	= 2,8980
2	0,6901	2	5	9	4	1	5,4728	= 5,7959
3	1,0352	3	8	8	2	1	20,2092	= 8,6939
4	1,3803	4	11	7	0	2	10,9455	= 11,5919
5	1,7253	5	14	5	7	0	1,6819	= 14,4898
6	2,0704	6	17	4	5	0	16,4183	= 17,3878
7	2,4155	7	20	3	3	1	7,1547	= 20,2858
8	2,7606	8	23	2	1	1	21,8911	= 23,1837
9	3,1056	9	26	0	7	2	12,6275	= 26,0817

TABLA 15.ª

Correspondencia recíproca entre las pesas monetarias antiguas y las métricas.

Granos.	Centigram
1	4,992
2	9,985
3	14,977
4	19,969
5	24,962
6	29,954
7	34,946
8	39,939
9	44,931
10	49,923
11	54,916

Tomines	Gramos
1	0,5991
2	1,1982
3	1,7972
4	2,3963
5	2,9954

Ochavas	Gramos.
1	3,5945
2	7,1890
3	10,7834
4	14,3779
5	17,9724
6	21,5669
7	25,1614

Centigr.	Ochavas	Tomines	Granos.	Tomines y sus fracciones.
1	.	.	0,2003	=0,0167
2	.	.	0,4006	=0,0334
3	.	.	0,6009	=0,0501
4	.	.	0,8012	=0,0668
5	.	.	1,0015	=0,0835
6	.	.	1,2018	=0,1002
7	.	.	1,4022	=0,1168
8	.	.	1,6025	=0,1335
9	.	.	1,8028	=0,1502
Decigr.				Id.
1	.	.	2,0030	=0,1669
2	.	.	4,0061	=0,3338
3	.	.	6,0092	=0,5008
4	.	.	8,0123	=0,6677
5	.	.	10,0154	=0,8346
6	.	1	0,0184	=1,0015
7	.	1	2,0215	=1,1684
8	.	1	4,0246	=1,3354
9	.	1	6,0277	=1,5023
Gramos.				Ochavas y sus fraccion.
1	.	1	8,0307	=0,2782
2	.	3	4,0615	=0,5564
3	.	5	0,0922	=0,8346
4	1	0	8,1229	=1,1128
5	1	2	4,1537	=1,3910
6	1	4	0,1844	=1,6692
7	1	5	8,2151	=1,9474
8	2	1	4,2459	=2,2256
9	2	3	0,2766	=2,5038

Sigue la TABLA 12.ª

Medidas de capacidad para aceite.

Deci-litros.	Arrobas	Libras.	Cuarterones.	Onzas de à 16 en libra.	Onzas y sus fracciones
1	.	.	.	2,978	= 2,978
2	.	.	1	1,956	= 5,956
3	.	.	2	0,934	= 8,934
4	.	.	2	3,912	=11,912
5	.	.	3	2,890	=14,890
6	.	1	0	1,868	=17,868
7	.	1	1	0,846	=20,846
8	.	1	1	3,824	=23,824
9	.	1	2	2,802	=26,802
Litros	Id.	Id.	Id.	Id.	Libras y sus fracciones.
1	.	1	3	1,780	= 1,861
2	.	3	2	3,559	= 3,723
3	.	5	2	1,339	= 5,584
4	.	7	1	3,118	= 7,445
5	.	9	1	0,898	= 9,306
6	.	11	0	2,678	=11,168
7	.	13	0	0,457	=13,029
8	.	14	3	2,237	=14,890
9	.	16	3	0,016	=16,751
Deca-litros	Id.	Id.	Id.	Id.	Arrobas y sus fraccion.
1	.	18	2	1,796	=0,7445
2	1	12	0	3,592	=1,4890
3	2	5	3	1,388	=2,2335
4	2	24	1	3,184	=2,9780
5	3	18	0	0,980	=3,7225
6	4	11	2	2,776	=4,4670
7	5	5	1	0,572	=5,2114
8	5	23	3	2,368	=5,9559
9	6	17	2	0,164	=6,7004

TABLA 16.

Medidas lineales estrangeras.

	Milímetros.
Amsterdam, el pie	283,056
Amberes, id.	285,588
Berlin, el pie del Rhin, medida legal de Prusia	313,854
Berna, el pie	293,258
Brunswich, id	285,362
Brema, id.	289,197
Cagliari, el palmo { medida del campo	248,367
Cagliari, el palmo { id. de la ciudad	202,573
Calamberg, el pie	293,032
Carlsruhe, el pie nuevo	300,000
Cassel, el pie de construccion	284,914
China, el pie	306,288
Colonia sobre el Rhin (Prusia)	313,854
Constantinopla { el gran pick	669,079
Constantinopla { el pequeño pick, ó draa de Stambul	647,874
Copenhague (Dinamarca), el pie	313,621
Cracovia, el pie	356,421
Darsmtadt, id de construccion	300,000
Dresde, id.	283,260
Durlach, id.	291,002
Egipto, el codo antiguo	525,924
Gotha, el pie	287,618
Hamburgo, id.	286,490
Hannover, id.	291,995
Lisboa { el palmo	281,590
Lisboa { el pie de construccion	338,600
Londres, yarda imperial	914,383
Middelburgo, id.	300,025
Neufchatel, id.	300,025
Nuremberg, id.	303,793
Oldemburgo id.	296,416
Petersburgo, { el pie de Rusia	538,151
Petersburgo, { la archina	711,480
Stockolmo, id.	296,838
Varsovia, id.	297,769
Viena, id.	316,103
Wisbadem, id.	287,844
Zante y Cephalonia, el pie	347,398
Zurich, el pie	301,379

TABLA 17.

Medidas lineales estrangeras del comercio.

		Milímetros.
Amsterdam, el ana		690,3
Amberes	ana de seda	694,3
	« de lana	684,4
Berlin .	ana antigua	667,7
	« nueva	666,9
Berna, el ana		542,5
Cassel, el ana		569,4
Colonia, id		575,2
Constantinopla	la gran medida	669,1
	la pequeña medida	647,9
Copenhague, el ana danesa		627,7
Cracovia, el ana		617,0
Dresde, el ana		566,5
Florencia, la braza		594,2
Génova, el palmo		248,5
Ginebra, el ana		1143,7
Hamburgo.	el ana de Hamburgo	573,0
	id. del Brabante	691,5
Hannover, el ana		584,0
Lisboa, la vara		1092,9
Milan, la braza		594,9
Nápoles, la cana de 8 palmos napolitanos		2096,1
Neufchatel, el ana		1141,1
Nuremberg, id		656,4
Palermo, la cana, dividida en 8 palmos		1942,3
Parma	la braza de lanas, algodon y lencería	645,8
	id de tejidos de seda	594,4
Roma	la cana de comercio, dividida en 8 palmos	1992,0
	la braza id. id. « 4 id.	848,2
	id de tejedores id. « 3 id.	636,1
Stockolmo, el ana de Suecia		593,7
Turin, el raso		599,4
Varsovia, el ana		584,6
Venecia	la braza para tejidos de lana	683,4
	id. » id. de seda	638,7
Viena .	el ana de Viena	779,2
	« id. del Austria alta	799,7
Zurich, el ana		600,1

TABLA 18.

Pesas estrangeras.

100 libras de	Augsburgo	equivalen á	47,971 kilógr.
—	Berlin - -	id. -	36,400
—	Berna - -	— -	51,887
—	Bolonia - -	— -	36,800
—	Brema - -	— -	49,200
—	Brunswick -	— -	46,500
—	Colonia - -	— -	46,992
—	Copenhague	— -	38,290
—	Dantzik - -	— -	43,466
—	Dublin - -	— -	44,750
—	Edimburgo -	— -	50,419
—	Florencia -	— -	33,600
—	Francfort -	— -	48,660
—	Génova - -	— -	54,600
—	Hamburgo -	— -	47,971
—	Leipsick- -	— -	46,500
—	Lisboa - -	— -	43,566
—	Londres (*libra troy*)	-	37,309
—	(*avoir du poids*)	-	50,780
—	Lubeck - -	— -	46,992
—	Lunebourg -	— -	50,461
—	Milan de 12 onzas	-	32,120
—	de 28 id.	-	74,946
—	Nápoles de 12 id.	-	31,920
—	Neuchâtel -	— -	51,912
—	Nuremberg -	— -	50,908
—	Palermo y		
—	Mesina de 12 id	-	34,000
—	de 30 id	-	108,500
—	Petersburgo	— -	40,300
—	Riga - -	— -	41,368
—	Roma - -	— -	35,955
—	Stockolmo -	— -	41,500
—	Turin - -	— -	36,713
—	Venecia peso subtil	-	31,190
—	id. grueso	-	50,300
—	Viena - -	— -	55,100

TABLA 19.

PESOS ESPECIFICOS DE VARIOS CUERPOS.

	Peso de un decimetro cúbico en kilógramos
Aceite de almendras	0,9170
— adormideras	0,9288
— ballena	0,9233
— fabuco	0,9170
— linaza	0,9403
— nabina	0,9193
— nueces	0,9227
— oliva	0,9153
Acero batido sin templar	7,8404
— batido y templado	7,8180
— sin batir id.	7,8163
— id. ni templar	7,8331
Agua de lluvia destilada	1,0000
— de mar	1,0263
— del mar muerto	1,2403
Aguardiente de 18° de Cartier	0,9477
— de 19°	0,9416
— de 20°	0,9300
— de 22°	0,9236
Alcanfor	0,9960
Alcohol puro	0,7930
Antracita	1,8000
Arcilla	1,9300
Arena	1,5430
— de rio	1,8800
Asfalto	1,3360
Asperon ó arenisca	1,9332
— para empedrados	2,4158
Avena	0,4780
Azabache	2,2590
Azucar	1,6060
Azufre nativo	2,0330
Cal viva	0,8400
Carbon vegetal comun	0,2500
Carbon vegetal hecho en retorta cerrada	0,4500
— de piedra compacta (ulla)	1,3292
Cebada	0,6330
Centeno	0,7400
Cera blanca	0,9686
— amarilla	0,9748
Cerveza	1,0200
Ciscon (coke) de gas	0,3400
— de horno	0,4000
Cobre en alambre	8,8785
— fundido	8,7880
Colza (simiente de)	0,6500
Cristal comun	2,4880
— de roca	2,6830
— inglés (flint glass)	3,3730
— francés	3,2000
— aleman (frauenhofer)	3,7790
Cuarzo jaspeado	2,7100
Espiritu de vino de 33° de Cartier	0,8362
— de 36.	0,8400
Estaño inglés batido	7,2904
— — sin batir	7,2914
— de Malaca batido	7,3065
— — sin batir	7,2963
Granito ordinario	2,7165
— gris	2,7279
— rojo de Egipto	2,6541
Granitilo	3,0626
Harina superior	1,0350
Hielo	0,9300
Hierro fundido	7,2070
— forjado en barras	7,7880
Hormigon de guijo	2,4850
— otras piedras (término medio)	2,6500
Laton	8,3950
Ladrillos	1,8120
Leche de burra	1,0355
— cabra	1,0341
— muger	1,0205
— oveja	1,0409

	Peso de un decimetro cúbico en kilógramos
Leche de vaca	1,0324
— yegua	1,0346
Madera de alamo negro	0,3830
— — blanco	0,3290
— alcornoque. .	0,2400
— aliso	0,8000
— arce	0,7750
— aya	0,8420
— boj francés. .	0,9120
— — holandés .	1,3280
— del Brasil . .	1,0310
— campeche (palo)	0,9130
— caoba	1,0600
— cedro	0,5960
— cerezo	0,7150
— cipres	0,6440
— ciruelo	0,7850
— ebano de America	1,3310
— — de las Indias	1,2000
— de fresno verde	0,9040
— fresno seco. .	0,6640
— granado. . . .	1,3540
— guayaco. . . .	1,3330
— manzano . . .	0,7930
— membrillo . . .	0,7050
— naranjo	0,7050
— nispero	0,9440
— nogal	0,6710
— olmo.	0,6710
— peral.	0,6610
— pinabete ó abeto	0,4980
— pino	0,6570
— roble (la albura)	0,5400
— — (el corazon)	1,1700
— — muy seco .	0,7400
— — verde . . .	0,8500
— sauco	0,6950
Manteca de vaca . .	0,9420
Marfil.	1,9170
Marmol verde . . .	2,7417
— de Carrara . .	2,7168
— Páros	2,8376
Mercurio.	13,5980
Mezcla de cal y arena	1,7200

	Peso de un decimetro cúbico en kilógramos
Oro de 833 milésimas y fundido .	15,7090
— — forjado .	15,7746
— de 917— fundido	17,4863
— de — forjado	17,5893
— puro fundido . .	19,2581
— — forjado . .	19,3617
Patatas	0,9400
Pared fresca de ladrillo	1,6270
— seca	1,5320
— fresca de piedra caliza . . .	2,4600
— seca	2,4000
— fresca arenisca	2,1000
— seca	2,0000
Piedra calcárea . . .	2,0770
— de moler grano	2,4835
— pomez	0,9145
— de yeso	2,1679
Pizarra	2,8530
Plata de 951 milésimas y fundida .	10,1752
— forjada	10,3765
— pura fundida .	10,4743
— forjada . .	10,5107
Platino en planchas .	22,6699
Plomo	11,3520
Polvora	0,8580
Sidra	0,9930
Tierra arcillosa . .	1,2400
— comun vegetal.	1,4100
— mezcla con grava	1,6500
— jabonosa . .	1,5780
Vidrio de botellas. .	2,7325
— vidrieras . .	2,6425
Vinagre	1,0190
Vino de Burdeos . .	0,9939
— de Madera . .	1,0300
— de Malaga . .	1,0220
— de Oporto . .	0,9970
— del Rhin . . .	0,9990
— de Navarra. .	0,9890
Yeso	0,9600
Zinc fundido	6,8610

INDICE

DE LAS MATERIAS QUE CONTIENEN LAS TABLAS DE CORRESPONDENCIA.

Páginas.

Obra Social · Caja de Ahorros de Vitoria

TABLAS DE CORRESPONDENCIA DE LAS PESAS Y MEDIDAS DE GUIPUZCOA CON LAS DEL SISTEMA MÉTRICO.

TABLAS DE CORRESPONDENCIA DE LAS PESAS Y MEDIDAS MÉTRICAS CON LAS DE GUIPUZCOA.

Gordon