C-56-31-2-31-6

R. 74
4/23

Contenta hoc Volumine

1 Libro del modo di dividere Le Superficie &c.

2 La Prospettiva di Euclide
La Prospettiva di Eliodoro Lavisseo } Tradott. dal. Egnatio Danti

Manvolyci Photismi de Lumine

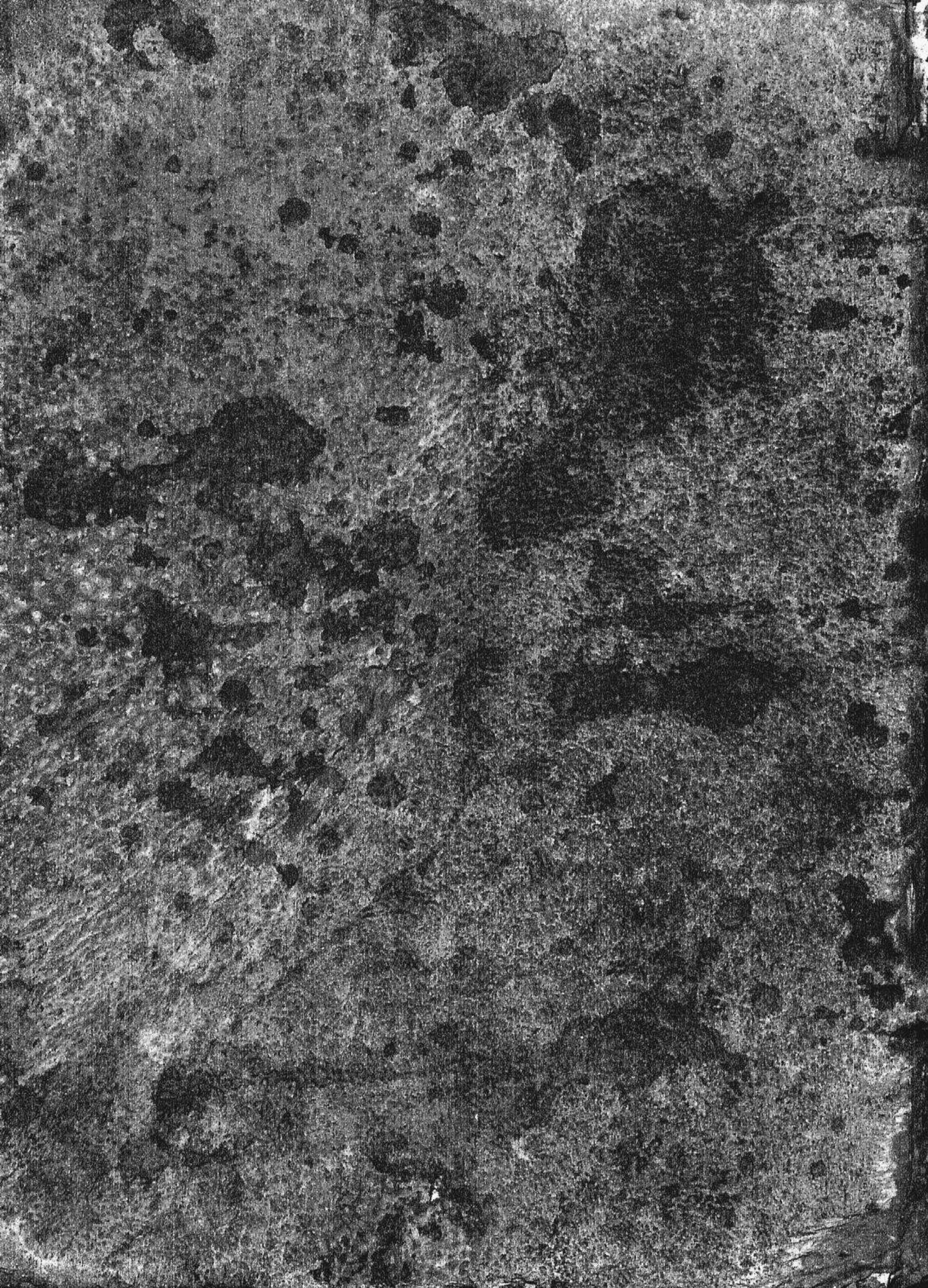
3 ------ Diaphanorum Libri tres
-- ---- Problemata ad perspectivam et Iridem

4 Bartholini (Erasmi) De Naturae mirabilibus Quaestion. Academic.

5 Longomontani Absoluta Circuli Mensura

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA

i20889756
i20889963
i20890035



LA PROSPETTIVA DI EVCLIDE,

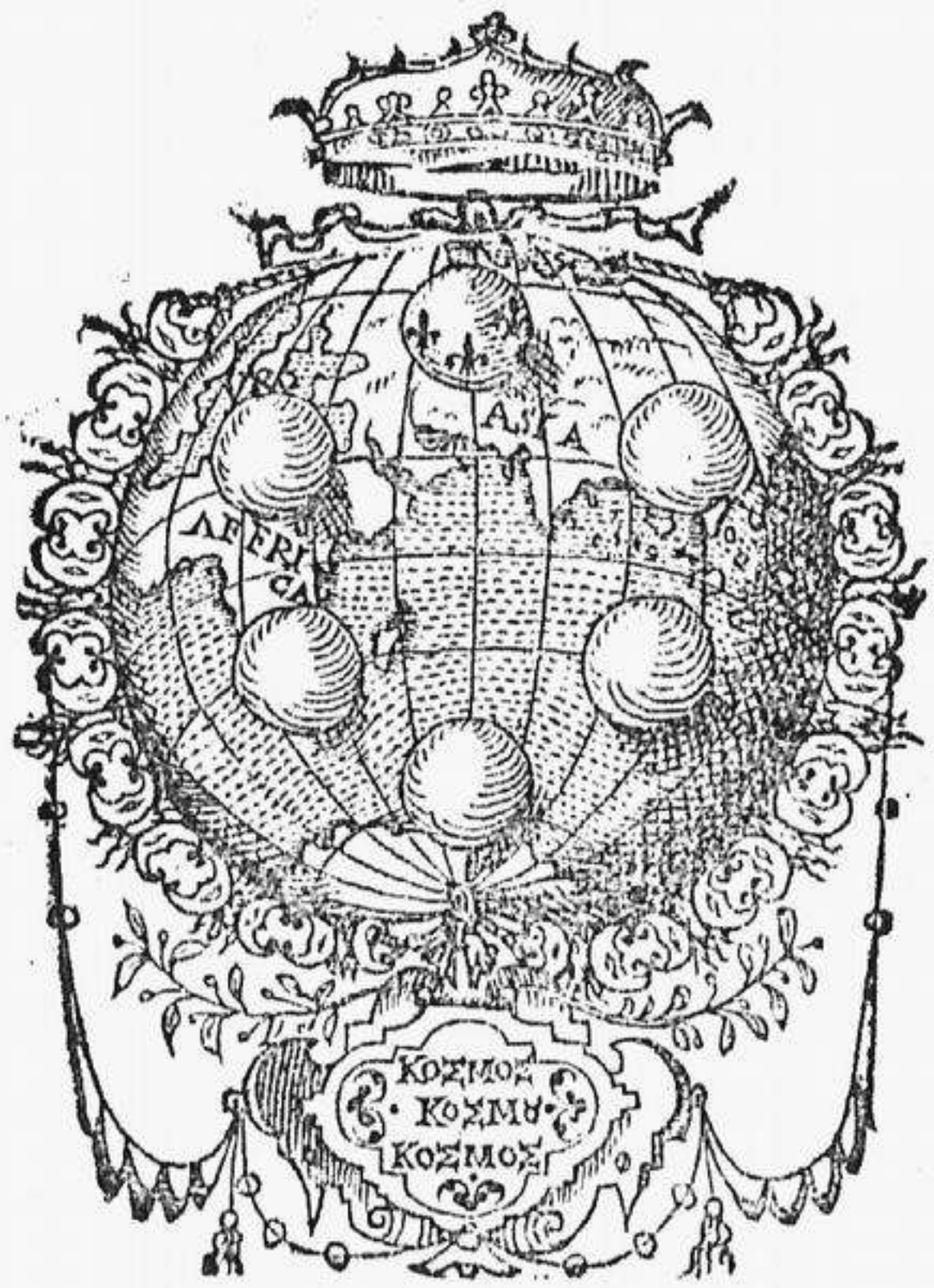
Nella quale si tratta di quelle cose, che per raggi diritti si veggono: & di quelle, che con raggi refleßi nelli SPECCHI *appariscono.*

Tradotta dal R. P. M. Egnatio Danti Cosmografo del Seren. Gran Duca di Toscana. Con álcune sue Annotationi de' luoghi piu importanti.

INSIEME CON LA PROSPETTIVA DI

Eliodoro Larisseo

Cauata della Libreria Vaticana, e tradotta dal medesimo nuouamente data in luce.



IN FIORENZA.
Nella Stamperia de' Giunti.
MDLXXIII.
Con licenzia & Priuilegio.

LA PROSPETTIVA DI EVCLIDE,

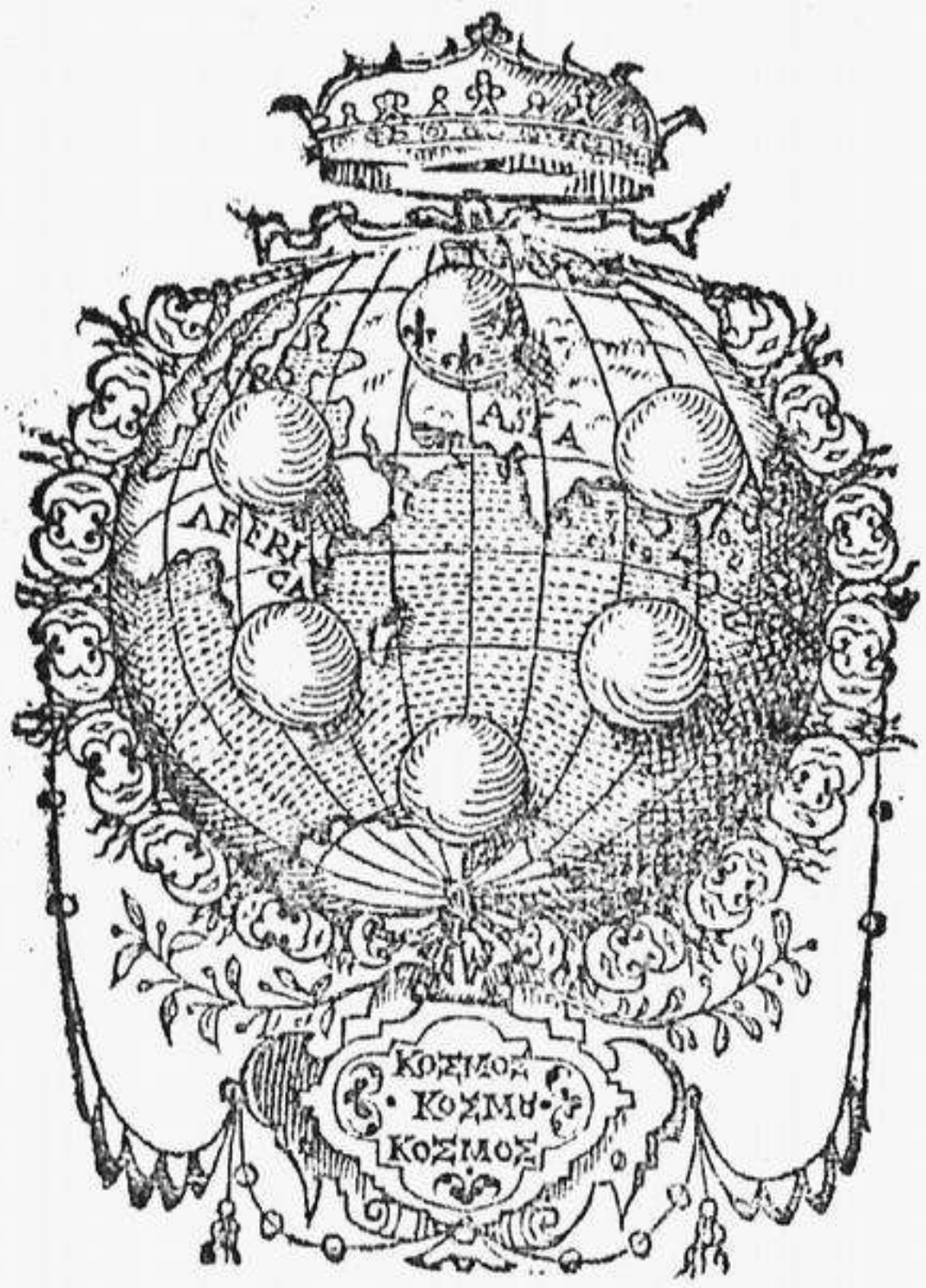
Nella quale si tratta di quelle cose, che per raggi diritti si veggono: & di quelle, che con raggi refleßi nelli SPECCHI *appariscono.*

Tradotta dal R. P. M. Egnatio Danti Cosmografo del Seren. Gran Duca di Toscana. Con álcune sue Annotationi de' luoghi piu importanti.

INSIEME CON LA PROSPETTIVA DI

Eliodoro Larisseo

Cauata della Libreria Vaticana, e tradotta dal medesimo nuouamente data in luce.



IN FIORENZA.
Nella Stamperia de' Giunti.
MDLXXIII.
Con licenzia & Priuilegio.

ALLI MOLTO MAGNI-
FICI NOSTRI OSSER.
Gli Accademici del Disegno
DI PERVGIA.

CONOSCENDO tra tutte l'honorate scienze, che possono render chiaro, & intendente l'animo, quanto sia l'eccellenza delle Matematiche; le quali oltre all'altre, ne sono scala alla contemplatione delle piu alte cose. Et sapendo che il R. M. Egnatio Danti vostro Cittadino haueua tradotto in questa nostra lingua la prospettiua, e Specularia d'EVCLIDE, & ne' luoghi piu importanti fattoui vtili annotationi; desiderosi giouare continuamente, come habbiamo sempre fatto, agli amatori delle virtù; procurammo d'hauerle. Et benche. S. R. le hauesse semplicemente tradotte per commodo della sua scuola; tuttauia per farcene piu grato dono, ui aggiunse in margine quelle propositioni della Geometria usate presupporsi chiare ne' tempi, che l'Autore

queste scrisse; le quali siamo certissimi, scuseranno vn bello, e lungo commẽto. Hora dandole in luce, per conformarci con la volontà di S. R̃, desiderosa mostrar qualche segno di gratitudine alla sua cara Patria, & alla vostra nobilissima Accademia, ci pregò, che douendosi pur stampare, non si mandassino sotto altro nome, che vostro. Parendoli potersi sperare, che tanto honorata professione del disegno fondata sopra le Matematiche, sia per ritonar di nuouo, come già fu, in huomini non solo per chiarezza d'ingegno; ma ancora p̃ nobiltà di sangue illustri: vedendo ne' tẽpi nostri nella Accademia vostra tãte persone nobili cõ ardẽte desiderio attẽdere a cotali studij. Degnin si dunque Vv. Ss. accettar da lei, e da noi questa cortesia, che cõ quella prontezza d'animo gli offeriamo, cõ la quale desideriamo seruirle in maggior cose. Viuino felici. Di Fiorẽza Il di 15. di Giugno. 1573.

D. Vv. Mm. Ss.

Affettionatissimi

Filippo, e Iacopo Giunti.

M. EGNATIO DANTI PERVGINO.

Frate di San Domenico, e Cosmografo del Sereniß. Gran Duca di Toscana,

Delle Lodi della Prospettiua

AGLI ACCADEMICI DEL DISEGNO DI PERVGIA.

VELLE arti fra tutte l'altre debbono essere tenute principalissime, & degne di essere apprese con ogni attentione di animo, le quali dependendo da proprij principij, seruono alla intelligenza, & cognitione dell'altre, tra le quali la Prospettiua tiene vno de' primi luoghi; poiche senz'essa niuna dell'arti liberali puote perfettamente esse re intesa. Onde con gran ragione si può dire, che come il Sole da luce alle stelle, cosi essa apporti luce, & splendore à tutte le scienze. Imperoche imparando noi dalla Prospettiua, che il raggio uisuale, che passa per mezzi diuersi, come per l'aria pura, & per la densa, & per l'aria, & per l'acqua come anco per l'aria, & per il fuoco, rom pendosi, & uscendo del lor diritto ne auuiene, che quelle cose, che si veggono per diuersi mezzi, come è detto, ci appariscono fuori del luo go loro, & uariamente pare che mutino non solo il sito, ma la figura, la grandezza, il colore, & la distanza, come facilmente si può uedere per quelle cose, che si ueggono in diuerse qualità di aria, & per il ueiro, & per l'acqua, ò per simili corpi diafani, & trasparenti. Mostraci anco la Prospettiua, che delle cose, che si muouono, quelle che ci sono piu lontane, appariscono di piu tardo moto, che non fanno quel le, che piu appresso ci sono, & bene spesso auuiene, che quelle, che stanno ferme, ò si muouono lentamente, par che si muouino nella con traria parte. Come potrà adunq; il Filosofo naturale senza la Prospettiua intendere, & conoscere perfettamente il moto, la quiete, il sito, la grandezza, et qualità delle cose naturali intorno alle quali cõ siste tutta la sua speculatione? Et come potranno mai essere conosciu

te, &

te, & intese le Meteore di Aristotile senza l'aiuto della Prospettiua? Essendo, che questa ci insegna come nel concorso de' raggi del Sole rotti si genera il fuoco; il che ci uiene dimostrato dalla sperienza nelle palle di uetro piene di acqua, ò negli specchi cõcaui, oue battendo il Sole & facendo reflettere i raggi, è cagione, che nel punto oue detti raggi reflessi, ò rotti concorrono, essendoui posta materia a cio atta si accende, & arde. Però rompendosi anco i raggi del Sole nell'aria condensata, potrà accendersi quiui il fuoco, & fare ardere le comete, & cosi si uedrà che oltre alla sfera del fuoco, anco i raggi del Sole hauranno forza di farci uedere noui lumi per l'aria, & della luce di Sãto Ermo, et de' fuochi Castori, de' quali alle uolte se ne uede due, et alle uolte un solo, & se ne uãno per l'aria scorrẽdo, & calãdo spesso fino in terra; di donde poi risalgono in alto. Hor quale scienza ci può di tutte queste cose meglio dimostrar la cagione, che la prospettiua, come anco delle piramidi, & delle traui ardenti, che per l'aria di notte si ueggono, & cosi d'ogn'altra Meteora apparente; In oltre questa mirabile sciẽza è cagione, che possiamo sfuggire mille inganni; poiche ella ci insegna, che non solo nelli specchi, & nell'acqua per la reflessione de' raggi si ueggono le imagini delle cose, ma ancora nell'aria condensata caliginosa, & grossa, & ne' uapori, che si lieuano di su la rugiada, da che bene spesso auuiene, che di notte ueggiamo cose strauaganti, quali non sono altro, che la imagine nostra, che si uede nell'aria condensata, & ci apparisce di diuersi colori, hor nera, hor bianca, & taluolta di colore di sangue secondo la qualità de' mezzi per li quali si ueggono. Et molto piu degl'altri restano ingannati, & ueggono queste cose quelli, che hanno la uista alquanto impedita, onde auuiene, che à' uecchi, quali per il piu hanno la uista debole, par uedere cose strane, horribili, & marauigliose, & di tutto la Prospettiua ci rende la ragione, & liberaci ancora dalle fraudi delle sagaci incantatrici, che molte uolte agli huomini ignoranti, & semplici facendoli guardare in uasi di uetro pieni di acqua, ò in specchi di diuerse maniere danno loro à credere le imagini uolar per aria, & simili altre cose, le quali tutte, ci dimostra la Prospettiua essere cagionate dalla Natura, & dall'arte. A ciascuno anco facilmente puo te essere noto quanto, & quale ornamento arrechi la prospettiua alla Geografia, poiche ella sola ci mostra il modo di ridurre in piano, in forma o ouata, ò circulare, & in diuerse altre maniere proportioneuolmente il sito di tutta la terra insieme, & delle prouincie particulari & ci fa hauere perfetta cognitione delle distanze de' luoghi facendoci conoscere chiaramente non solo la proportione, & conuenien

za di

za di sito, che ha una regione con l'altra, ma con il Cielo ancora. Et non minore aiuto dà alla Astronomia essendo cagione, che sappiamo al certo la grandezza delle stelle, & la positura de' Cieli, & conoscia mo mediante essa la Luna essere piu bassa, Saturno piu alto, che il Sole, & piu basso delle stelle fisse, che sono locate nella ottaua sfera. Ci fa anco conoscere ueramente la distantia, che è dall'un Cielo, & l'altro, & dall'una all'altra stella, & ci rende la ragione da che auuenga che le stelle ci appariscono maggiori in un luogo, che in un altro del Cielo; le quali sono tutte cose, che ciascuno douerrebbe disiderare di sapere. Et essendo (come bene disse il diuin Platone) dati da Dio ottimo, & grãdissimo all'huomo gl'occhi per loro natura riuolti in uerso il Cielo, posti in cosi nobil luogo, & simili à' lumi celesti, non pare dice il detto Filosofo, che ad altro effetto ci siano stati dati, che per considerare, & contemplare li moti celesti, & questo cosi bello, & marauiglioso palco fabbricato dalla diuina Maestà cotãto ornato; Et soggiugne, che grande errore fanno coloro, che non si seruono degl'occhi à questo, à che principalmente furono ordinati. Quanto piu grauemente possiamo noi dire, errare hoggi la maggior parte de gl'huomini à non si seruire di questo senso si nobile à quello, che è senza alcun dubbio piu suo proprio, che qual si uoglia altra cosa; poiche non possiamo uolgere gl'occhi in parte alcuna, che non ci scoprino effetti marauigliosi di questa sciẽza. Et lasciãdo da banda il raccõtare il giouamento, & l'utile, che ella arreca, anzi quãto sia necessaria à infinite arti meccaniche, & particularmẽte alla Architettura, & à tutte le altre arti del disegno, si come à uoi nobilissimi ACCADEMICI è notissimo, dirò solo, che non posso se non marauigliarmi grãdemẽte come possa essere, che appresso le persone scientiate, & dotte questa sciẽza della prospettiua sia hauuta in cosi poca stima, anzi, il dirò pure, et cõ molto mio dispiacere, pare che sia da ciascuno tenuta à uile, et che nõ bisogni piu andare à impararla nelle scuole de' Filosofi essendo da essi sbãdita, ma quel poco che ci resta, resta tutto in un poco di pratica appresso à gl'artefici meccanici, di che essendoui giudiciosamẽte accorti uoi, hauete nuouamẽte con bell'ordine instituita la nuoua Accademia dell'arti del Disegno, nella quale seguitando, come hauete cominciato, si può credere anzi tener p fermo, che in breue spatio di tempo, renderete la Città nostra nõ meno adorna di questa sciẽza che ella sia hoggi con molta sua lode, & quanto altra Città di Italia ornata, & della facultà delle Leggi, & dello splendore delle Armi

IL FINE.

LA PROSPETTIVA DI EVCLIDE

Ttradotta, & Illuſtrata con le dichiarationi de' principij, & altri luoghi d'importanza da Maeſtro Egnatio Danti,

Coſmografo del Sereniſsimo Gran Duca

DI TOSCANA.

DICHIARATIONE DI ALCVNE COSE APPARTENENTI Alla Proſpettuia.

ENTRE che quelle coſe, ch'appartengono alla viſta andaua dimoſtrãdo, daua alcuni auuertimenti, con i quali cõcludeua ogni luce eſſer portata per retta linea, della qual coſa adduceua per potiſsimo argumento, è l'ombre, che da corpi ſono gittate, e i raggi, che per le fineſtre, & per le feſſure paſſono, i quali non vedrémo eſſer portati rettamente come ſono, ſe i raggi che eſſcono dal Sole non andaſſero per retta linea. Diceua in oltre che i raggi qua giu del noſtro fuoco erano cagione, che i corpi oppoſtili erano da quelli in parte illuminati, & in parte gittauano ombra, hor equale ad eſsi corpi, hora maggiore, & hora minore. Et diceua ch'eguale a i corpi ſono gittate l'õbre, all'hora che i corpi ſono equali à i luminoſi fuochi che gl'illuminano. A i quali affermaua che interueniua, che gli eſtremi, & vltimi raggi foſſero paralelli, & che ne concorrẽdo inſieme diminui

Raggi del Sole, & della lucerna vanno per retta linea.

La proportione dell'õbra col corpo che la fa.

uano l'ombra, ne manco discostandosi, & allargandosi l'acresceuano, ma che quali erano i proposti corpi in tal misura fosse loro da i raggi conseruata l'ombra. Et all'hora sono minori l'ombre, che non sono i corpi, quando i lumi che gl'illustrano, sono maggiori de gl'illuminati corpi, perche gli estremi raggi concorrendo insieme si congiungono, & per questo fanno l'ombra minore del corpo illuminato. Et finalmente allhora l'ombre sono maggiori de' corpi illuminati quando gl'illustranti lumi sono minori de' corpi illustrati. Perche à questi auuiene che gl'estremi raggi s'allargano, & discostano talmente che la parte luminosa resta minore della oscura. Il che negaua esser possibile ch'accadesse, se i raggi ch'escono dal corpo luminoso, non vscissero per linea retta; ma tutto questo si puo chiarissimamente vedere in quelle cose, che percio artificialmēte si fanno. Imperoche se innanzi a vna accesa lucerna sara collocata vn'asicella, che nel mezzo habbia vna picciola fessura fatta da sottile sega, talmente che la fessura stia giustamēte all'incontro del mezzo della lucerna, di poi adattisi un'altra asicella auanti la prima, nella quale percuota il raggio che per la fessura della prima trapassa, trouerremo detto raggi oessere del tutto contenuto da linee rette. Similmente quello, che dal mezzo della lucerna partendosi si congiugne alla fessura della asicella sarà nella medesima retta linea. Essendo adunque manifesto ad ogn'uno, ch'ogni luce è portata per linea retta, diqui volgēdosi alla dichiaratione delle cose uisibili giudico che se li douesse concedere, ch'ogni raggio ui suale ch'esce dall'occhio, esca & sia portato per linea retta, talmente pero che l'uno dall'altro per qualche spatio & interuallo sia distāte. Dal che diceua nascere, che nessuna cosa visibile si potea tutta insieme in un tratto vedere, adducendo questa ragione, diceua che spesse uolte un Ago, o altra cosi fatta cosa cadendo in terra, non si trouaua, anchor che da molti fosse diligētemēte ricerco con tutto, che non vi fosse impedimento alcuno, che da gl'occhi loro l'occultasse. Et nondimeno poco poi fissando gl'occhi oue era quell'Ago lo veddono. Dal che chiaro si scorge, che non si uedendo quel picciolo corpo, che con tanta attenzione si cerca, non si vede manco il luogo oue egli iace. Onde dall'occhio non sono viste in vn tratto tutte le parti del luogo oue egli mira. Perche se cio fosse, che fissando gli occhi vedesse ogni parte del luogo, che attentamente guarda, vedrebbe an

Gli strumenti fatti dall'arte ci mostrono, che i raggi sō portati per retta linea.

Nessuna cosa visibile si puo tutta in vn tratto uedere.

Esempio del l'Ago.

cho

cho l' Ago, che si accuratamente cerca, & nondimeno non lo vede. Et riuoltatosi a quei che fissamente guardauano sopra i libri aperti, affermò, che ne manco essi poteuano in un tratto vedere tutte le lettere d'una faccia del libro. Et spesse uolte sforzandosi di trouare alcune lettere, che radamente nella detta faccia erano scritte, non poteuano. Et questo auuiene perche i raggi visuali non si gettano in vn tratto à ciascuna lettera del foglio, ne manco sono insieme vniti, & congiunti, ma distinti, & diuisi l'vno dall'altro, p qualche spatio, & interuallo, dal che nasce, ch'ogni lettera del foglio non si può nel medesimo tempo vedere. Et di qui si manifesta, che non si uede in vn tratto tutto il luogo del foglio. Et il medesimo accade d'ogni altra cosa visibile. Onde quelle cose che si veggono non si ueggono tutte in vn tratto, & se bene apparisce, che si veggono, ciò auuiene per la gran prestezza, con la quale si muouono i raggi visuali, i quali discorrono sopra la cosa vista talmente, che non lassono parte di quella che non tocchino. Ma quel che molti dicono che l'immagine esce dalla cosa vista, & uiene all'occhio, dalla quale mosso compréde la cosa veduta, ributtaua in questa maniera. Percio che proponendo in campo il dubbio, & dell' Ago, che cascato in terra non si vedeua, & di colui, che intentamente guardaua sopra il libro, diceua se la visione si fa da' raggi ch'escono dalla cosa vista, & vengono all'occhio, et che da tutti i corpi escono l'immagini, che venendo all'occhio muouono il nostro senso del vedere. Come starà, che quel che cerca l' Ago cascato in terra nõ lo troui? Et colui che con ogni attenzione guarda la faccia del libro non vegga tutte le lettere, che in essa sono? Ma questo forse auuiene, perche nel guardare hanno la mente intenta ad altre cose? Nondimeno alcuni che con attentione cercano la cosa, & nõ la trouano, & spesse volte mentre che con altri ragionano, & hanno la mente distratta, & applicata ad altro con prestezza la trouano. Diranno forse, che non ogni simulacro corre all'occhio. Hora per qual cagione quei che non ui corrono restano esclusi? Al che diceua EVCLIDE che la Natura hauea fatto negl'animali gli strumenti da sentire talmente, che alcuni erano accomodati à riceuere, & alcuni nò. Percioche allo vdito, al gusto, all'odorato gli haue afatti concaui, acciò potessero riceuere i corpi, che di fuori veniuano a muouer detti sensi. Onde la voce applicandosi all'udito, ha bisogno di trouare vn luogo atto oue possa fermarsi

Le lettere di vna faccia dl libro non si vedono tutte in un tratto.

Che i raggi eschino dall'occhio, & che egli non riceue la immagine della cosa veduta.

Quali Organi sẽsitiui sieno dalla Natura fatti per riceuerele cose che di fuori uẽgono & quali no.

marsi al quanto, perche se subito giunta si partisse, lascierebbe il senso senza hauerlo mosso, & la voce portata confusa. Per la medesima ragione, la Natura fece lo strumento dello Odorato concauo; Et percio del gusto ch'accade parlarne? Sono adunque questi sensi stati fatti concaui à guisa di cauerne, accio che i corpi quiui portati, vi potessero dimorare alquanto. Onde se i corpi, che muouono la vista, venissero all'occhio, senza che da esso si partissero i raggi per trouare la cosa veduta, era mestiero nel fabbricare l'occhio di farlo concauo, accio fosse piu commodo à riceuere i simulacri delle cose vedute. Ma questo veggiamo essere in verità altrimenti. Perche piu tosto la figura dell'occhio è tonda, e sferica. Et questo li parue in cio esser bastante a confermare che i raggi visuali, che'l nostro senso muouono al vedere, escono dall'occhio, & vanno alla cosa veduta. In oltre per mostrare che le circōferenze che sono poste nel medesimo piano ch'è posto l'occhio gl'apparisconо li nee rette, adduceua queste ragioni; Perche l'occhio che stà nel medesimo piano ch'è la cosa veduta, sta talmente situato che non è piu alto, ne piu basso, che si sia la cosa vista, & questo vuol dire esser l'occhio nel medesimo piano. Onde se l'occhio non sarà piu alto, ne piu basso, che si sia la circonferenza ch'è descritta nel medesimo piano, non manderà fuori nessun raggio piu alto dell'altro a quelle parti piu alte della circunferenza, ne manco nessuno piu basso alle parti piu basse, ma tutti egualmente nel medesimo piano à tutte le parti della circonferenza, di maniera che questo è causa ancora, che'l piano nel quale è l'occhio c'apparisca una linea retta, come ancho la circunferentia descritta nel medesimo piano. Percioche il piano ch'è posto auanti all'occhio simile à vna linea retta, cio è tirato verso l'occhio sega il suo centro per mezzo ne si può vedere, non cascando sopra di quello raggio alcuno ch'esca dall'occhio, onde si vedrà solamente la sua estremità di uerso l'occhio che è vna retta linea; Et questo diceua perche quella retta linea del piano, che è innanzi all'occhio, coprendo l'altre parti del piano non le lascia vedere. Et la medesima cagione che fa, che il piano che ci è posto innanzi all'occhio per linea retta, ci apparisce vna retta linea, fa ancora che le circunferenze poste nel medesimo piano nel quale è l'occhio, in parte apparisсono maggiori, quando à quelle sono applicati piu raggi visuali, & in parte eguali quando gli sono applicati raggi egua-

Perche l'occhio non sia di forma cōcaua.

Le circunferētie oue apparischino li nee rette.

Superfitie pinnaci apparisce una linea retta.

gi eguali, & in parte minori quando meno raggi gli sono applicati, nello stesso modo, che se questi fossero raggi de gl'angoli, che nell'occhio si fanno.

AVVERTIMENTO DI M. Egnatio Danti.

CHE la presente dichiarazione non sia di EVCLIDE *(poi che egli ui viene citato) non sene deue dubitare. Resta ben dubbio se ella sia di Teone non si trouando in alcuni antichi esemplari Greci della prospettiua, che sono nella libreria de Medici. L'ho ben uoluta por qui tradotta quasi a parola per parola dal libro greco stampato dal Pena à Parigi, per essere molto bella, & degna d'esser ueduta dagli studiosi di questa facultà.*

SVPPOSITIONE PRIMA.

Presuppongasi adunq; che i raggi ch'escano dallo occhio, sieno portati per retta linea, & che con qualche interuallo sieno l'uno dall'altro lontani.

SI DEE tenere per certo, che sia cosa necessaria a chiunq; desidera la vera intelligenza delle scienze persuadersi indubitatamente, che elle non appartengono in alcun modo a i sensi humani, ma solamente s'aspettino allo intelletto, hauendo i sensi per loro oggetto solo le cose particulari, che sono fuori d'ogni intelligenza, ne possono in modo alcuno cascare sotto disciplina, ma tutto quello, che per mezzo loro si ritroua, lo propongono allo intelletto, che lo discerna, & cosi con la mentale intelligenza conosceranno le sciēze hauere origine da certi, & inuiolabili principij, prima de' quali non si può insegnare cosa alcuna, dalla quale le scienze siano prodotte. Onde deuono meritamente essere tenute come principalissime essenze delle discipline, essendo la lor certezza cosi nota, & familiare all'intelletto nostro, che con la sola uoce proferiti (dopo l'intelligentia de' termini, senza cognitione alcuna di cose precedenti) ci appariscono manifesti, & chiari. EV-

M. Egnat. Le scientie non appartēgono a i sensi humani.

Le scientie hanno origine da i loro principij.

CLIDE *adunq; accortamente ci propone nel principio della sua prospettiua queste dodici suppositioni come primi principij di questa facultà, per se stessi talmente chiari, e manifesti, che da essi dependa tutta la dimostratione, che con geometrici elementi si farà nelle sequenti propositioni; e perciò dice.*

Queste cose sono da noi state proposte, accio per il mezzo di esse si dimostrino i sequenti theoremi.

M. Egnat. *Tal differēza è forse fra le comuni sentēze, e le suppositioni, che doue quelle subito proferite sono per se stesse chiare (con la sola cognitione de' termini, come quando diciamo che il tutto è maggiore della parte) le suppositioni hanno di bisogno di qualche picciolo auuertimento, o dichiaratione, che da Greci è chiamata παράμυθια, e perciò nella precedente dichiaratione con quei piaceuoli auuertimenti si uà dimostrando che i raggi uscendo dall'occhio uanno alla cosa vista, e sono portati per retta linea lontani, e distanti l'uno dall'altro; onde non sarà cosa inconueniente, oltre alla dichiarazione de termini porre qualche auuertimento attorno ciascuna suppositione.*

Le suppositioni hanno bisogno della Paramitia

Raggio visuale

M. Egnat. *E una retta linea luminosa che esce dall'occhio, e uà alla cosa uista, la quale se bene è linea Matematica senza larghezza alcuna, è considerata nondimeno dal prospettiuo, come naturale, e sensibile, ch'habbia qualche larghezza nella quale uiene immaginata la linea Matematica simile alla linea per la quale è portata la luce dal corpo luminoso al corpo opposto, che è linea naturale, e sensibile etiandio in larghezza come dimostra Vitellione nel secondo libro alla terza propositione; il che da* ARISTOTILE *fu chiaramente espresso nel secondo della Fisica al secondo capitolo, doue distingue la linea Geometrica dalla linea Prospettiua, dicendo che la Geometria considera la linea Fisica naturale, et sensibile, ma non in quanto ella è naturale, e sensibile; et la Prospettiua considera la linea geometrica non in quanto Geometrica, ma come naturale, e sensibile, perche il termine non essendo parte della cosa terminata, gli ultimi raggi che sono termini del Cono uisuale non saranno parte di quello, e consequentemente saranno linee indiuisibili in larghezza, ma perche il prospettiuo nō considera se non quelle cose, che sensatamente uede, però i raggi, o linee uisuali saranno da lui considerate sensibili, e di qualche larghezza, nelle quali le linee Matematiche uengono immaginate dall'intelletto.*

Dilfinizione del raggio uisuale.

Linea Geometrica

Linea Prospettiua.

Il termine non è parte della cosa terminata.

letto. E questa linea Fisica, et sensibile, hauendo pur la larghezza nella quantità Fisica appresso i Matematici sarà stimata superficie, considerando eglino la linea senza larghezza alcuna nella quantità Matematica astratta dal corpo fisico: Hora se bene la prospettiua considera la linea uisuale contratta in quanto uisuale, e non assolutamente in astratto, come fa la geometria, non si deue perciò dire, che questo sia un' aggregato accidentalmente, e per consequenza non possa essere oggetto scientifico, perche come sanno i Filosofi la uisualità della linea non è differenza accidentale in questa parte; in quanto che constituisce una ragion formale dell'oggetto scientifico della prospettiua, si come la mobilità non è differenza accidentale dell'Ente, ma è ragione formale dell'oggetto della fisica chiamato da' Filosofi Ente mobile.

Che la Prospettiua sia scienza.

La visualita della linea non è differẽza accidentale.

Che i raggi che escono dall'occhio.

Euclide per principalissimo fondamento della prospettiua presuppone, che i raggi uisuali escono dall'occhio, et uanno alla cosa ueduta, e nõ dalle cose vedute escono i raggi, et uanno à trouar l'occhio, il che sufficientemente di sopra si è manifestato esser uero dall'autore della precedente dichiaratione, et perche io intendo con migliore occasione trattare diffusamente questa questione, se il vedere si fa da i raggi mãdati dall'occhio alla cosa veduta, o pur l'occhio riceue quegli, che dalla cosa uista le sono mandati, mi basterà qui hauer tocco solo qual sia l'opinione d'Euclide, alla quale se bene ueggiamo opporsi tutta la squola Peripatetica, noi nondimeno come Matematici supponendo i principij d'Euclide, deuiamo seguire la sua opinione, e di Platone suo maestro, alla quale aderiscono tutti i Matematici antichi, come Alchindo, Eliodoro larisseo, & Teone alessandrino, & Galeno nel settimo libro de' precetti di Hippocrate, & di Platone, & nella seconda parte del trattato de gl'occhi al sesto capo. Non ostante che fra' moderni Vitellione alla proposition quinta del terzo libro, e l'autor della prospettiua comune nel primo libro alla propositione 44. tengano altrimenti. Non lascierò gia di dire che Platone afferma che quei raggi uisuali che escono dall'occhio siano una luce, & uno splendore, che nell'aria giunga fino à un certo spatio determinato, oue si congiugne col lume esteriore, & fassi dell'una, & l'altra una sola luce talmente ingagliardita, & fortificata, che mediante quella si uegga facilmẽte. Ma i Matematici vogliono, che detti raggi che escono dall'occhio uadino fino alla cosa ueduta, ne si fermino nell'aria. A' quali par che aderisca Galeno nel luogo sopradetto, oue presuppone, che i nerui uisuali siano uacui, & bucati à guisa d'una picciola canna (come in

M. Egnat.

Platone.

Matematici antichi.

Galeno.

Vitellione.

Prospettiua commune.

Opinione di Platone.

Opinione di Galeno conforme a i Matematici.

uerità

uerità sono) per iquali passono gli spiriti uisuali, che escono dal Cerebro, & giugnendo all'occhio mandono fuori la lor luce nell'aria, con la quale esce insieme non so che di virtù dall'anima, che giugne fino al la cosa uisibile per il cui mezzo si fa la uisione. Et se bene tal uirtù è portata per l'aria alla cosa ueduta, gli spiriti uisuali rimangono nondimeno nell'occhio. Et l'aria illuminata è il mezzo, per il quale detta uirtù giugne alla cosa uisibile. Non altrimenti auuiene che nella uirtù del tatto, la quale consiste ne' nerui, & nondimeno ancor la carne ritiene detta uirtù che da' nerui gli uien mandata per mezzo de gli spiriti animali, che dal Cerebro come per canali passando per i nerui, uanno à ciascuna parte del corpo, & se la uisione non si facesse da' raggi che escono dall'occhio, non saria possibile che potessimo comprendere la distanza della cosa veduta, ne la quantita, ne la figura, ne il luogo, ne la sustanza di quella, perche essendo l'occhio di si picciola quantità, non è capace di riceuere cose si grandi, che di fuori gli Venissero portate. Questa è in somma il parere di Galeno conforme alla suppositione di Euclide. La quale ò sia uera ò sia falsa; nulla ò poco importa alle operazioni della prospettiua, percioche ò eschino i raggi visuali dall'occhio alla cosa ueduta, o non eschino, riceuendo egli quei che dalla cosa uista gli sono mandati; tanto l'una come l'altra suppositione serue nell'istesso modo alle dimostrazioni de' Theoremi della prospettiua.

Similitudine del tatto.

L'una & l'altra suppositiõe serue alle dimostratiõi dla prospettiu,a

Siano portati per retta linea

M. Egnat.

Che i raggi uisuali sieno portati per retta linea nõ si può dimostrare, ma si bene dichiarare con cose artifitiali. Diottra, Alli dada linda, o Mira.

Vitellione nella prima propositione del secondo libro, apertamente afferma non si potere dimostrare matematicamente, che i raggi uisuali sieno portati per retta linea, ma si bene con istrumenti fabbricati dall'arte, questo potersi pienamente dichiarare. Per il che (oltre alle ragioni poste di sopra de' raggi del sole; & di quei della lucerna, che passando per le fessure, chiaramente si ueggono essere portati per linea retta) si addurrà anchora quanto ci dimostra la sperienza ne' traguardi della Diottra dello Astrolabio, percioche drizzando un Ago nel centro dell'Astrolabio perpendicularmente, di maniera che il raggio del sole che passa per il bugio d'un de traguardi della Diottra, si riscontri, & passi per il bugio dell'altro traguardo, uedrai che il detto raggio del sole sgherà l'Ago, & passerà giustamente sopra la retta linea della Diottra. Il medesimo auuerrà, se ponendo l'occhio al bugio di un de traguardi, mirando il bugio dell'altro traguardo, uedrai che il tuo raggio uisuale passerà per l'Ago, & con-

et consequentemente per la retta linea della Diottra, dal che rimarrà chiaro che i raggi uisuali sieno portati per retta linea.

E che con qualche interuallo siano l'uno dall'altro lontani.

Questa lontananza de' raggi uisuali si intende essere nella cosa uedu ta doue i detti raggi giungono, perche nel centro dell'occhio facendo angolo l'un raggio con l'altro si toccano nelle loro estremità, non essendo altro l'angolo che la inclinazione d'una linea con l'altra, nelle punte oue si congiungono. Per il che facendo angolo i raggi uisuali nel centro dell'occhio (come di sotto si dirà) è forza che giungano al la cosa ueduta, l'un dall'altro lontani, non si toccando insieme le linee rette, che comprendono l'angolo, se non doue lo constituiscono. Senza che se raggi uisuali percotessero sopra la cosa ueduta uniti, & congiunti insieme l'uno all'altro si vedrebbe lo spatio che si mira tutto in un tratto, cosa impossibile come di sopra si è mostrato con l'esempio di quello, che cercando l'Ago non lo troua. M. Egnat.

Diffinitione dell'angolo.

SVPPOSITIONE SECONDA.

La figura compresa da' raggi uisuali, è vn Cono, la cui punta è nell'occhio, & la basa è nella estremità della cosa ueduta.

IL CONO *è una piramide rotonda. Questa è la difinizione del Cono che Vitellione ci assegna nel libro quarto, & che si caua dalla diffinizione. 18. del XI. libro di Euclide, & dalla descrittio ne della superficie conica, & dalla quarta diffinizione del primo libro de' Conici di Appollonio Pergèo. Hauendo adunq; il Cono per basa un cerchio pare che sia difficile quel che qui da Euclide si suppo ne, auuenga che, quando si mira una figura retti linea, andãdo i raggi uisuali à trouare tutti gl'angoli, & tutti i lati di quella constituiranno una piramide di tante faccie quanti sono i lati della cosa uedu ta, onde si uerificherà, che i raggi uisuali faccino un Cono, solamente quando si mira un cerchio ò qual si uoglia cosa sferica. Et perciò hanno detto alcuni che l'autore sotto nome di Cono comprende ogni sorte di piramide, cosa certamente dura a' periti della Geometria, i* M. Egnat.

Diffinitione del Cono.

Dubitazione.

quali sanno molto bene che esso nelle diffinizioni dello x I. *libro della Geometria seppe mostrare qual fosse la differenza, che è fra la piramide, e'l Cono. Si che si può indubitatamente credere, che Euclide nella presente suppositione intẽdesse quello, che poi Heliodoro Larissèo piu apertamente esplicò in un discorso che fece sopra la prospettiua, dicendo che quando apriamo gl'occhi per mirare qualche cosa, noi non uediamo solamente la cosa intenta, ma molto maggiore spatio intorno à quella à guisa d'un cerchio, il quale uuole che sia la basa del Cono la cui punta (come l'autore dice) uiene à essere nel centro dell'occhio. Et si sforza il Larisseo di mostrare che questo Cono è pieno d'una luce e splendore che dall'occhio uscendo ua fino alla cosa ueduta, & di qui dice nascere che molti huomini si sono trouati (tra' quali fu Tiberio Imperatore) che hanno ueduto lume, ne' luoghi tenebrosi e senza aiuto di luce esteriore, come si vede accadere à molti animali, che di notte ueggono lume come di giorno. Ma essendo questo risplendente Cono pieno di raggi uisuali quando fissiamo le luci alla cosa, che nel mezzo della basa di detto Cono attentamente miriamo, si applicano detti raggi alla cosa veduta, & ce la fanno scorgere distintamente. Et perciò quelle cose che sotto maggiori angoli sono uiste, si ueggono piu distintamente, perche gl'angoli maggiori comprendono maggior parte della luce del Cono, che non fanno gl'angoli minori; Ne di qui segue, che lo spatio della basa del Cono si uegga tutto in un tratto, perche uolgẽdo gl'occhi per cercare l'Ago cascato in terra, & discorrendo diligentemente co i raggi uisuali sopra la basa del Cono difficilmente si ritroua, il che è manifesto inditio che non si veda la basa del Cono tutta in un tratto. Et oltre che la sperienza ci mostra, che aprendo gl'occhi sempre uediamo uno spatio circulare attorno la cosa uista, che è la basa del Cono; questo ci uiene anche accompagnato dalla ragione, perche essendo il cerchio piu capace d'ogni altra figura di eguale circonferenza, sarà anche piu capace la basa del Cono, che non sarà quella della piramide à contenere in se qual si voglia figura uisibile. Senza che formandosi la punta del Cono nel centro dell'occhio, et uscendo lo splendore et i raggi uisuali per la pupilla che è rotonda uengono à pigliare forma di Cono, & nel medesimo modo si uanno stendendo fino alla cosa ueduta.*

Heliodoro Larissèo.

Cono è vna luce, & splendore che esce dall'occhio.

Tiberio Impe.

Animali che di notte ueggono lume

Angolo maggiore coprende maggiore parte della luce del Cono.

SVPPOSITIONE TERZA.

Quelle cose si ueggono, alle quali arriuono i raggi uisuali.

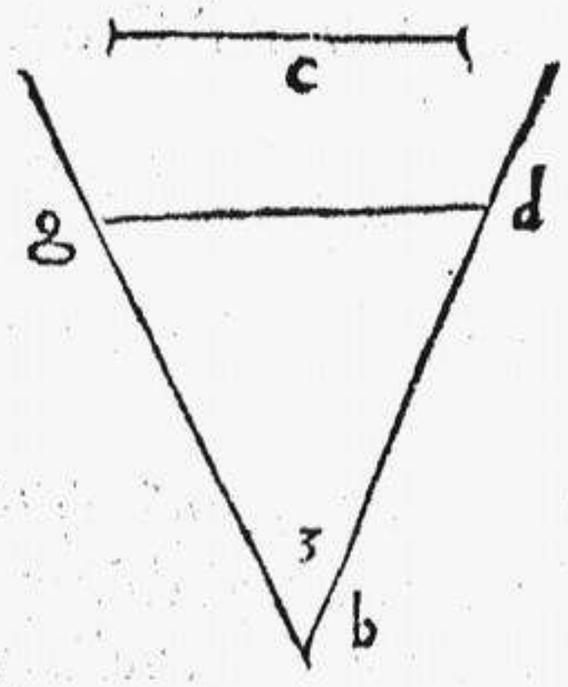
NON

NON PAR *possibile, che si dia cosa nessuna in questo mondo, alla quale non possino arriuare i raggi uisuali. Perche non essendo il diametro dell'Orizonte piu che. 250. miglia (come afferma Proclo Liceo) et stando l'occhio nostro sempre nel centro di essò Orizōte, la maggiore distanza che possa uedere, sarà di miglia. 125. alla quale senza alcun dubbio giugneranno sempre i raggi uisuali, poiche arriuano fino all'ottaua Sfera à uedere le Stelle fisse. Onde nasce adunque, che in terra molte cose (eziandio per non molta distanza lontane) non si ueggono? Si risponde che non basta, perche una cosa si possa uedere, che à quella giunghino i raggi uisuali, ma bisogna, che ui giunghino per linea retta (come si afferma nella prima supposi tione) perche se la cosa da uedersi non sarà posta all'incontro dell'occhio nostro à retta linea, non si potrà uedere da' raggi uisuali, che sempre à retta linea sono portati. In oltre bisogna che detti raggi uisuali siano l'un dall'altro lōtani per qualche spatio et interuallo; accio nel centro dell'occhio possino formare un angolo di tale grandezza, che per quello possa discernere le qualità della cosa ueduta. Come nelle due grandezze eguali.* C. *&* .G.D. *si scorge, supponendo che l'angolo.* B. *sia il minore angolo, per il quale le dette grandezze si possono distintamente uedere, dal quale angolo giugneranno le linee uisuali alla grandezza.* G D. *distinte, & lontane l'una dall'altra, le quali linee ò raggi uisuali uolendo poi giugnere alla grandezza.* C. *piu lontana della.* G. D. *sarà forza che l'angolo.* G B D. *si diminuisca talmente, che l'occhio non possa comprendere sotto quel piccolo angolo (che in se contiene poca parte dello splendore, & luce del Cono) la grandezza.* C. *Et di qui nasce, che le cose picciole come si allontanano punto dall'occhio, non si ueggono, perche à quelle non possono peruenire i raggi uisuali, lontani, & distinti l'uno dall'altro sufficientemente. Onde diremo, che quelle cose si ueggono, alle quali arriuano i raggi uisuali per retta linea, & distinti, & lontani l'uno dall'altro di maniera che nel cētro dell'occhio formino un angolo, per il quale si possa comprendere la grandezza, & qualità della cosa ueduta.*

M. Egnat.

Il diametro dell'Orizonte è miglia 225.

Come si intende che i raggi uisuali giunghino alla cosa ueduta.



SVPPOSITIONE QVARTA.

Quelle cose non si possono uedere, alle quali non arriuono i raggi uisuali.

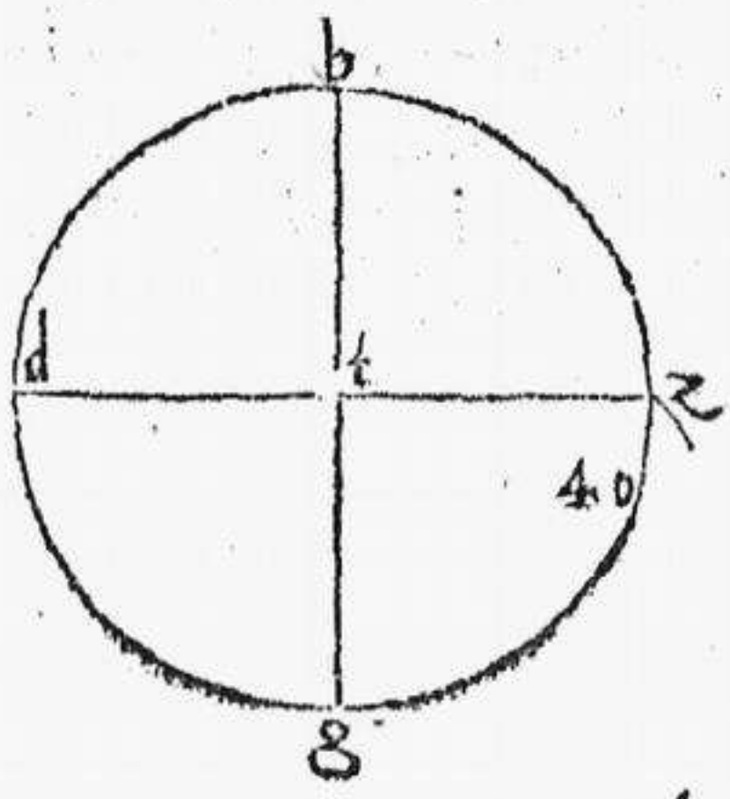
M. Egnat. QVESTA *suppositione resta chiara per la superiore annotazione, perche se dal punto.* B. *(della figura di sopra.) hanno à uscire i raggi uisuali alla grandezza.* C. *formeranno un angolo tanto piccino (che comprendendo si piccola parte della luce e splẽdore del Cono) non potrà l'occhio in esso angolo discernere le qualità della grandezza.* C. *Però diremo, che quelle cose non si possono uedere alle quali nõ arriuano i raggi uisuali per retta linea distanti, & lontani l'uno dall'altro, talmente che possino formare nell'occhio un angolo sufficientemente grande.*

SVPPOSITIONE QVINTA.

Quelle cose che sotto maggiore angolo si ueggono, ci appariscono maggiori.

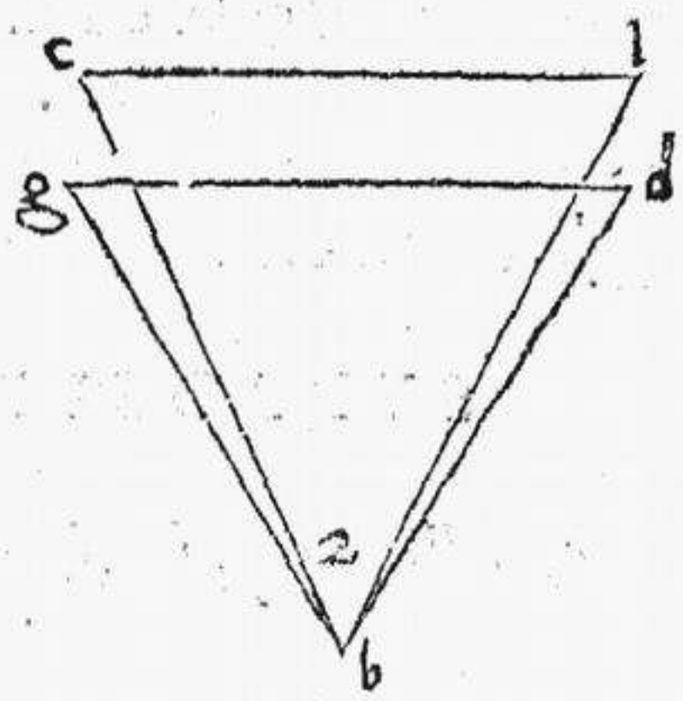
M. Egnat. TVTTE *le cose uisibili si veggono sotto qualche angolo, poiche la figura compresa da' raggi uisuali è un Cono, che ha la punta sua nel centro dell'occhio, nella quale essi raggi uisuali formano diuersi angoli secondo la diuersità delle cose uedute. Ma acciò questa con le due suppositioni se questi sieno piu chiaramente intese, è da sapere, che la grandezza degl'angoli, & la ragione, che è fra l'un angolo, & l'altro, si caua dalla grandezza de' pezzi delle circonferenze, de i cerchi, che sono abbracciate da quelle linee, che formano gl'angoli. Perche al lo'ncontro di eguali parti delle circonferẽze de' cerchi sono cõstituiti eguali angoli per la. 26. propositione del terzo libro degl'elemẽti di Euclide. Onde essendo la circonferenza del cerchio.* B D G Z. *tagliata in quattro parti eguali dalli diametri.* B G. *&.* D Z. *ueggiamo che all'incontro delle quattro par*

Onde si caui la ragione che e fra vn angolo et l'altro.



ti,

ti eguali della circonferenza B D. D G. G Z. Z B. *sono da' diametri con stituiti quattro angoli eguali, che sono li quattro angoli retti attorno il centro.* T. *& in somma la ragione che haranno le parti della circonferenza fra di loro, haranno ancora fra loro gl'angoli, che sono formati adirimpetto delle dette parti della circonferenza del cerchio. Hora, che quelle cose che sotto maggiore angolo si ueggono ci apparischino maggiori, si dichiara nella presente figura, oue sono poste due grandezze eguali.* C L. *&.* G D. *uedute sotto diuersi angoli delle quali l'una apparirà maggiore dell'altra cio è la.* G. D. *apparirà maggiore della.* C. L. *perche l'angolo sotto al quale si vede la.* G D. *che è.* G B D. *è maggiore dell'angolo sotto il quale si uede la.* C L. *piu lontana dall'occhio che la.* C B L.



SVPPOSITIONE SESTA.

Quelle cose che sotto minori angoli si ueggono ci appariscono minori.

QVANTO *in questa sesta suppositione dall'autore si afferma, resta chiaro con l'esempio della superiore figura. Perche la grandezza.* C L. *apparisce minore della.* G D. *con tutto che siano eguali essendo che la.* C L. *è piu lontana dall'occhio che non è la.* G D. *& per consequenza è uista sotto l'angolo.* C B L. *che è minore dell'angolo.* G B D. *sotto il quale si uede la grandezza.* G D. M. Egnat.

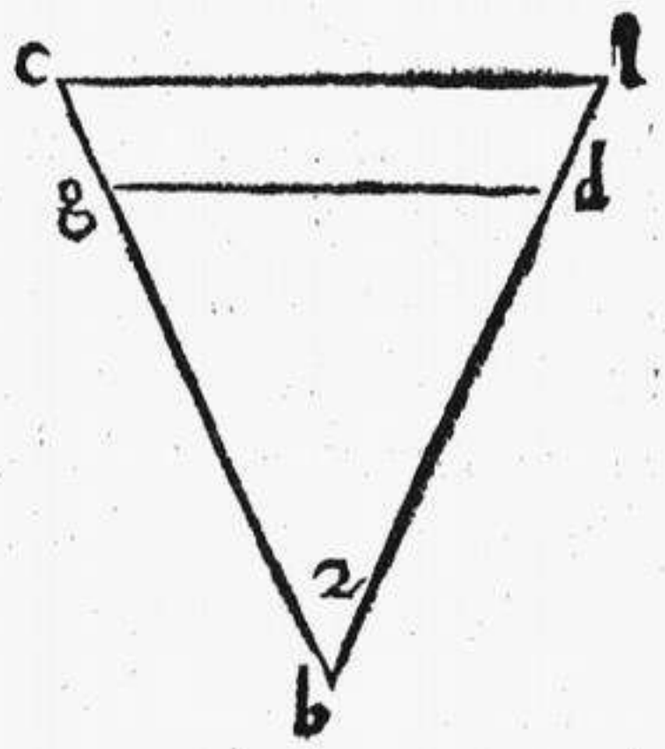
SVPPOSITIONE SETTIMA.

Quelle cose che sotto eguale angolo si ueggono ci appariscono eguali.

PERCHE *quanto l'angolo sarà maggiore, ò minore, tanto piu ò meno, comprenderà dello splendore del Cono formato da' raggi uisuali,* M. Egnat.

onde

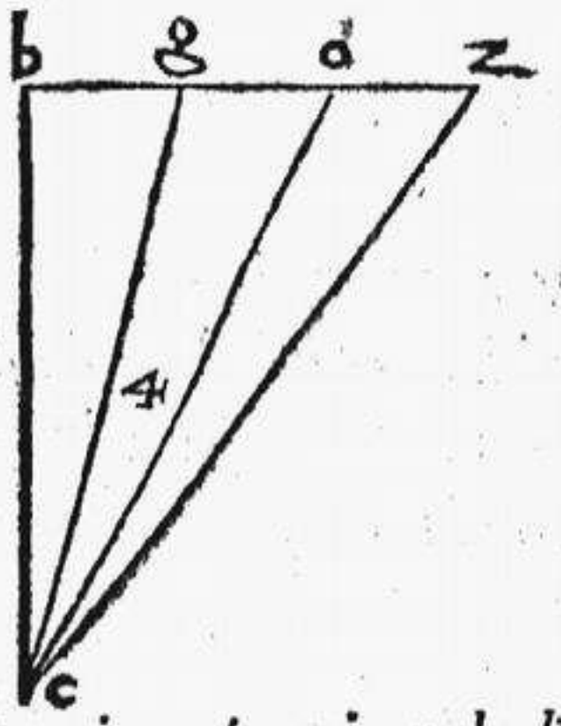
onde quelle cose, che saranno uiste con eguale lume, e splendore, cio è sotto eguale angolo ci appariranno eguali, non ostante che l'una delle grandezze sia maggiore dell'altra come si uede delle grandezze. C L. *&.* G D. *che essendo uiste sotto il medesimo angolo.* C B L. *appariscono eguali, con tutto che la.* C L. *(che è piu lontana dall'occhio.* B. *che non è la.* G D*) sia maggiore della* G. D.



SVPPOSITIONE OTTAVA.

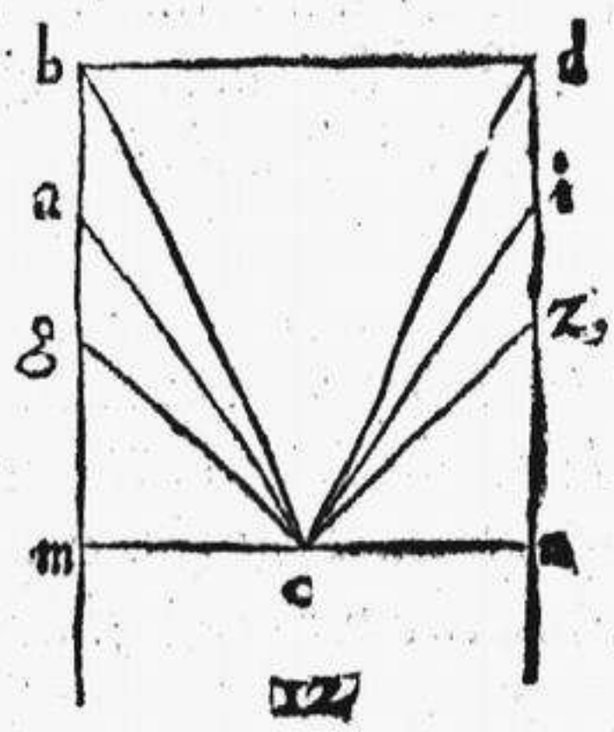
Quelle cose, che da piu alti raggi sono viste, piu alte ci appariscono.

M. Egnat. *L'*OCCHIO *discerne la differenza dell'altezza delle cose, secondo la differenza dell'altezza de' raggi uisuali, come nella presente figura si scorge, oue sieno le tre altezze differenti.* G. D. Z. *nella linea.* B Z. *eleuata ad angoli retti sopra il piano.* B C. *dico, che l'altezza.* Z. *ci apparirà maggiore che la.* D. *& la.* D. *maggiore della.* G. *essendo che il raggio uisuale.* C Z. *che esce dall'occhio.* C. *è piu alto che non è il raggio.* C D. *&.* C D. *parimente è piu alto che.* C G. *adunq; quelle cose che da piu alti raggi son uiste, piu alte ci appariscono. Et di qui auuiene, che stando l'occhio nel mezzo della testa d'una loggia, & mirando l'altra testa, li parrà che la volta si abbassi, & che il pauimento si innalzi, à poco à poco quanto piu si allontana dall'occhio; di modo che le cose alte par che si abbassino, & le basse si innalzino per rispetto de' raggi uisuali, che percuotono nella loggia piu alti, ò piu bassi, come si uede in questa figura, nella quale l'occhio è nel punto.* C. *& la linea.* M B. *rappresenta il pauimento, & la.* N D. *la uolta della loggia, nella quale giugnendo i raggi uisuali.* C Z. C I. C D. *che escono dall'occhio.* C. *dico che quella parte della uolta che è nel punto* Z. *apparirà piu alta che quella del punto.* I. *& quella del punto.* I. *piu alta di quella della.* D. *essendo il raggio uisuale.* C Z. *piu alto del.* C I. *& il.*



C I.

C I. *piu alto del.* C D. *Onde il punto.* D. *apparirà piu basso del punto.* N. *il medesimo si dice del pauimento.* M B. *che essendo uisto il punto.* G. *dal raggio.* C G. *piu basso del raggio.* C A. *apparirà piu basso, & la.* A. *uedendo si dal raggio.* C A. *piu basso del raggio.* C B. *apparirà piu bassa della.* B. *Onde il punto.* B. *apparirà piu alto del punto.* A. *& l'* A. *piu alto del.* G. *& il pũto.* G. *piu alto del punto.* M. *la onde quelle cose che sono uiste da' raggi piu alti, piu alte ci appariscono.*



SVPPOSITIONE NONA.

Quelle cose che da' raggi piu bassi sono viste, piu basse ci appariscono.

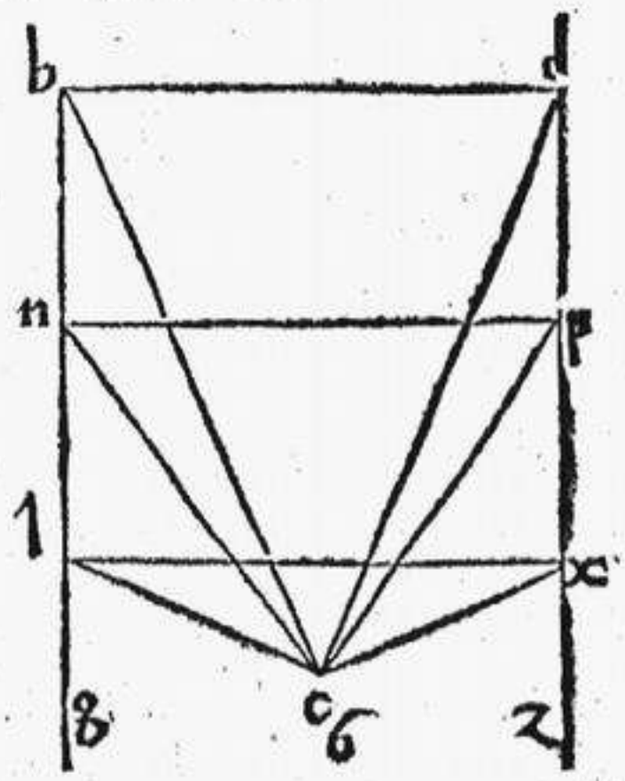
NELLA *figura precedente il raggio.* C G. *essendo piu basso del raggio.* C B. *nel pauimento della loggia.* M B. *& mostrandoci la sperienza che il punto.* B. *ci apparisce essere piu alto, che non è il punto.* G. *(come di sopra si è detto) resterà chiaro, che quelle cose che si uedono da' raggi piu bassi ci appariscono piu basse. Il medesimo si scorge nella linea.* N D. *figurata per la uolta della loggia, nella quale il punto.* D. *apparisce piu basso, del punto.* Z. *che è uisto con il raggio.* C D. *piu basso del raggio.* C Z. *Auuertendo che l'altezza, & la bassezza de' raggi si piglia rispetto al pauimento, o all'Orizonte (che uolian dire). Onde il raggio.* C G. *essendo piu uicino al pauimento:* M B. *degl'altri due sarà ancho piu basso di nessuno di loro, come etiandio* C D. *che è piu uicino al pauimẽto degl'altri due superiori, & il piu basso. Dell'altezza si intende nel medesimo modo auuenga, che essendo il raggio.* C Z. *piu lontano dal pauimento degl'altri due superiori sarà anco piu alto, & il raggio.* C B. *essendo piu lontano dal pauimento.* M B. *sarà piu alto degli altri due inferiori.* M. Egnat.

SVPPOSITIONE DECIMA.

Quelle cose che sono viste da' raggi, che piu piegono dalla mano destra, ci appariscono piu destri.

SVP-

M. Egnat. SVPPONGASI, che la linea. GB. sia il lato sinistro d'una lunga strada, & che la. ZD. sia il lato destro, & l'occhio stia nel punto. C. dal quale si uedino li punti. B. N. L. Dico che nel lato sinistro, il punto. B. apparirà piu destro, cio è, che pieghi piu uerso la destra. Z D. che non farà il punto. N. et la. N. piu della. L. Ma perche il punto. B. è uisto sotto il raggio. C B. che è piu destro, cio è che piega, & si accosta piu alla. Z D. parte destra, che non fa il raggio. C N. &. C N. piu che non fa. C L. seguirà che quelle cose, che sono uiste da' raggi piu destri, ci apparischino piu destre.



SVPPOSITIONE VNDECIMA.

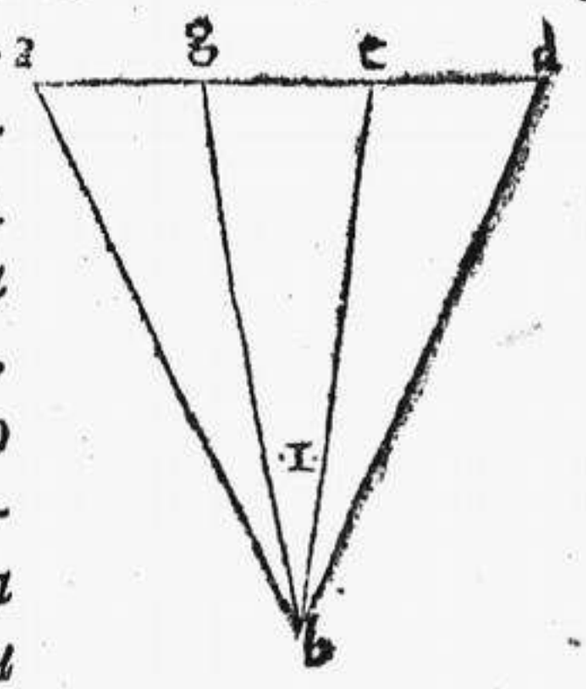
Quelle cose, che sono viste da raggi che piu piegano alla sinistra, ci appariscono piu sinistri.

M. Egnat. DELLI punti. Z. X. P. D. posti nella parte destra della superiore figura il D. par che declini piu verso la sinistra parte, che non fa il punto P. & il P. piu dell' X. & l' X. piu del Z. ma essendo che il punto D. è visto con il raggio. C D. che piu piega verso la sinistra, che non fa il raggio. C. P. & il raggio. C P. piu del. C X. resterà chiaro, che quelle cose, che sono viste da raggi che piu piegono verso la sinistra, ci appariscono piu sinistre.

SVPPOSITIONE DVODECIMA.

Quelle cose che si vedono sotto piu angoli, si vedono piu distintamente.

M. Egnat. LA verità della presente suppositione, cosi si manifesta, supponẽdo che nella presente figura l'occhio sia nel punto. B. & la cosa veduta sia la. A D. la quale essendo vista sotto li tre angoli. A B G. G B C. & C B D. dico che sarà vista piu distintamente che non si vedria solamente sotto l'angolo. A B D. percioche vedendosi sotto vn angolo solo, li raggi visuali. A B. & B D. cascheranno solamente sopra li due punti.

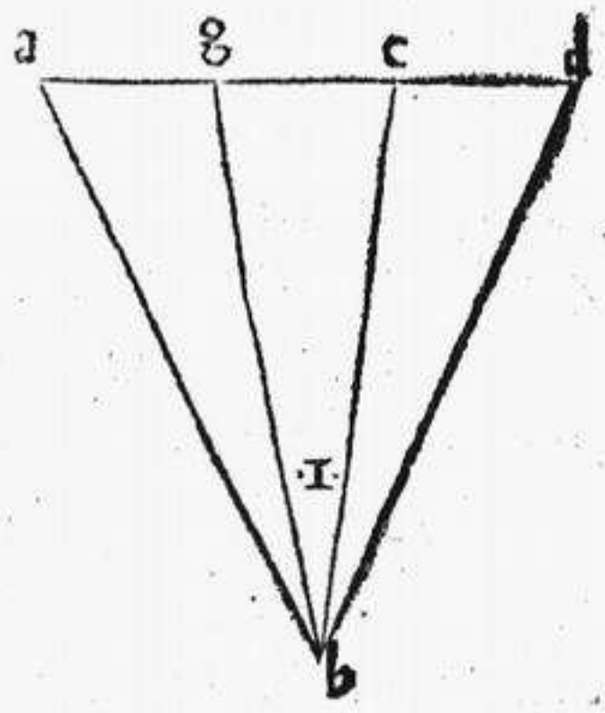


punti. A. *et* D. *Ma vedendosi sotto li tre angoli predetti, li raggi visuali cascherãno nelli punti.* A. G. C. D. *& cosi la grandezza.* A D. *essendo vista sotto piu angoli sarà vista piu distintamente, vedẽdosi le tre parti* A G. G C. *&* C D. *della,* A D. *distinte all'incontro de suoi angoli, il che non faria essendo vista solamente sotto l'angolo.* A B D. *Ma quelli che dicono, quelle cose vedersi piu distintamente, che si vedono sotto piu angoli non attualmente ma in potenza, dicendo, che l'angolo.* A B D. *si puo diuidere in piu angoli che l'angolo.* G B C. *non so come si possino fuggire di non confondere questa suppositione con la quinta precedente. Senza che l'autore haria saputo molto ben' dire nella quinta suppositione, che quelle cose, che si vedono sotto maggiore angolo, ci appariscono maggiori, & in oltre si vedono piu distintamente, senza hauere di nuouo superfluamente à rittrattare la medesima quinta suppositione qui nell'ultimo luogo, et poi l'Autore apertamẽte se ne serue a questo senso nel 2. Theorema.*

Il Fine delle Suppositioni.

THEOREMA PRIMO.

Nessuna cosa visibile si vede tutta in vn tratto.



IA LA cosa da ueder si. a d. & l'occhio sia il punto b., dal quale eschino i raggi. b a. b g. b c. b d., Et perche i raggi che escono dal l'occhio sono talmente portati(p la prima Suppositione) che l'vno, dall'altro per qualche determinato interuallo sono lõtani. Onde non percuoteranno nella quantità a d. continuatamente, essendo qualche spatio, & interuallo nella quantità a d., nel quale non cascano i raggi uisuali. Per il che lo spatio a d. non si uede tutto in vn tratto, & se bene par che si vegga, questo auuiene per la velocità de' raggi visuali che sopra quello scorrono.

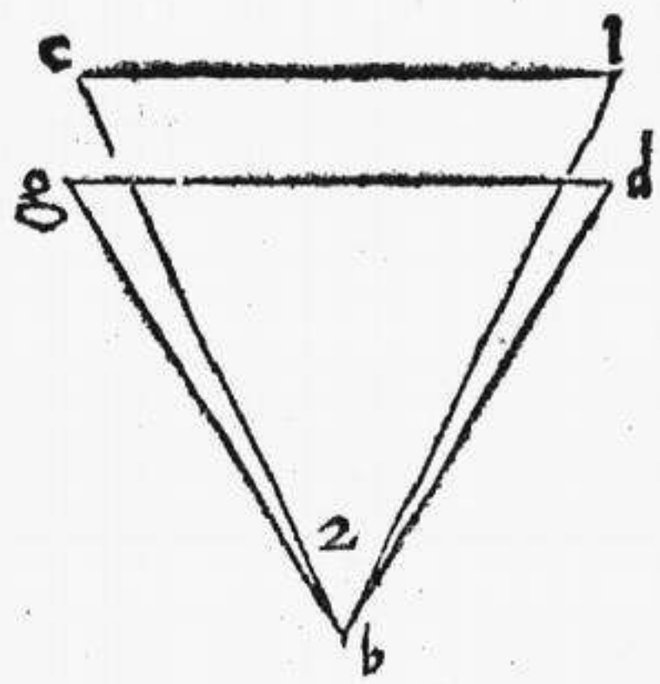
ANNOTAZIONE.

M. Egnat. THEOREMA *appresso i matematici è vna proposta, nella quale si dimostra se le cose gia constituite, & fatte stanno in verità come ci sono proposte, & è tal voce hoggi fatta nostra, tolta interamente dalla Greca* θεώρημα, *& viene nella nostra lingua detta speculatione, percioche ci propone à speculare, & disputare le cose, che ella contiene. Et ogni Theorema, come anco ogni Problema, che sia perfettamente composto delle sue conueneuoli parti contiene le infrascritte cose. Prima la Propositione, nella quale è il Dato (cio è il soppostо) & il quesito, Secondo è la esplicatione del Dato, Terzo quella del quesito. Quarto è la Delineatione della figura. Quinto la Dimostratione. Sesto, & vltimo ha la conclusione del tutto. Imperciochè nella propositione ci si propone quel che cerchiamo della cosa proposta. Onde la perfetta propositione ha il Dato, & il Quesito, se bene alcune ne sono, che mancano, ò dell'vno, ò dell'altro. La esplicatione considera il Dato, separatamente, & viene aprendo la strada al Quesito. Il Quesito ci mostra quel, che cerchiamo dalla cosa proposta. Ma la Delineatione aggiugne quelle cose, che s'appartengono alla cognitione del quesito Et la dimostratione hauendo prese alcune cose gia concesse, ò dimostra-*

te conferma esser vero quel tanto, che nella cosa proposta si dimãda. Finalmente fatta la dimostratione, la conclusione ritorna alla propositione, & che ella sia dimostrata, & confirmata conclude. Ma delle parti sopradette, si ritrouerranno sempre necessariamente in qual si voglia Theorema, o Problema queste tre, cio è la propositione, la dimostratione & la conclusione, ma l'altre tre se bene per il piu vi si trouano alle volte non di meno vi mancano come interuiene nelle propositioni Aritmetici, & in alcune del decimo libro di Euclide.

THOREMA SECONDO.

Delle grandezze eguali, la piu vicina all'occhio piu distintamente si vede.



SIA l'occhio il punto. b. & le cose da vedersi siano. c l. g. d. le quali si presuppongono fra di loro eguali, & paralelle, & sia la grandezza. g. d. piu vicina all'occhio che non c l. vscendo dall'occhio. b. i raggi visuali. b c. b l. b g. b d. non diremo mai, che sia possibile, che i raggi ch'escono dall'occhio. b. & vanno al punto. c. & al punto l. passino per il punto g. & d. per il che se cosi fosse seguirebbe che'l. c. l. lato del triangolo. c. b. l. forse maggiore del lato. g. d. del triangolo g. b. d. ma la. c l. s'è posta eguale alla. g d. adunq; . g d. è uista da piu raggi visuali, che non è vista la. c l. per il che la grandezza. g d. piu distintamente si vede che non fa la. c l. †

† Per la. 12. Supp.

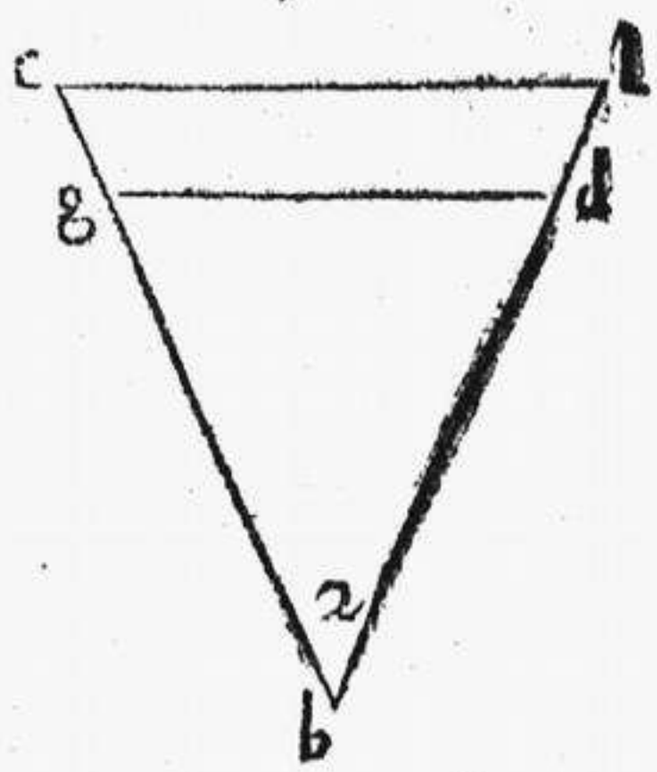
ANNOTATIONE.

QVI si vede che l'autore nell'vltima Suppositione voleua dire, che quelle grandezze si veggono piu distintamente, che son viste da piu raggi visuali, attualmente, come qui accade, che la. G D. è vista da quattro raggi visuali, & la. C L. solamente da due C B. & . L B. come si è annotato di sopra. M. Egnat.

ANNOTATIONE.

ET CHE sia necessario che'l lato. c l. sia maggiore del lato.

g d .tutte le uolte che i raggi uiſuali.b c. &.b l. paſſerãno p i pũti . g. &. d. ſi dimoſtrerà in queſta maniera. Sia adunque come nel preſente triangolo ſi uede, che nelle due rette paralelle. c l. &. g d. caſchino le due linee rette. b c. &. b l. ſeguirà che eſſendo li due angoli. b c l. &. b l c. eguali alli due. b g d. & b d g (per la. 29. del primo) ſaranno li due triangoli. b c l. &. b g d. equiangoli, adunq; (per la quarta del ſeſto) la ragione che haurà. b c. alla. c l. harà anco. b g. alla. g d. & ſcambieuolmente come ſi harà. b c. à b g. coſi ſi harà. c l. alla. g d. (per la. 16. del quinto) ma. b c. è maggiore di. b g. adunq; . c l. ſarà maggiore che non è .g d.



ANNOTATIONE.

M. Egnat. PER *non hauere in ogni propoſitione a replicare ſuperfluamente il libro degl'elementi di Euclide, ſi porrà ſolo il libro, & la propoſitione come qui ſopra ſi è fatto però quãdo ſi dirà (verbigratia) per la 29. propoſitione del primo, intendeſi che voglia dire del primo libro degl'elementi di Euclide. Il ſimile ſi dice di ciaſcuno altro libro, che ſi allegherà della Geometria di Euclide. Et le* ANNOTATIONI *oue non ſarà poſto in margine il nome del traduttore, ſi intenderanno ſempre eſſere di Euclide ſteſſo, ò di Teone ritrouandoſi in tutti gl'eſemplari Greci che alle mie mani ſon peruenuti, le quali l'autore ha poſte da ſe ſeparate dal comento delle propoſitioni per non confondere le dimoſtrationi de' Teoremi.*

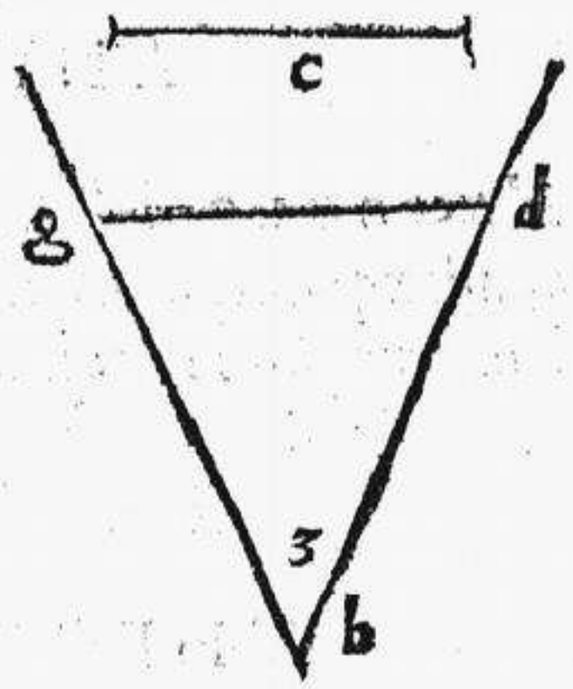
THEOREMA TERZO.

Ciaſcuna coſa uiſibile ha una determinata lunghezza d'interuallo, il quale finito, non ſi può piu uedere.

SIA l'occhio nel punto. b. & la coſa da uederſi ſia. g d. dico, che la. g d. ſi potrà mettere in tal diſtanza lontana dall'occhio. b. che da eſſo non ſi potrà piu vedere. Sia adunq; la. g d. nell'interuallo ch'è fra' raggi. b g. &. b d. ſopra la quale ſia la c. ſeguirà che neſſun raggio, che ſi parta dal. b. punto dell'occhio giunga alla. c. MA quella coſa oue non giungano i raggi

uiſuali

visuali nõ si puo vedere (per la quarta suppositione) adũq; ciascuna cosa visibile ha vna determinata distanza, la quale passata non si puo piu vedere. Massimamente essendo necessario, che fra la cosa visibile, & l'occhio sia qualche interuallo, perche altrimenti non si potrebbe vedere.



ANNOTATIONE.

Potrebbe forse alcuno opporre, che non solamente i raggi visuali. b g., & b d. uadino alla grandezza. g d. ma siano molti piu raggi che fra i punti. g. &. d. vanno alla. g d. adunque alla detta grandezza. g d. (essendo rimossa assai piu lontano dall'occhio che ella non è) se bene non giungono i raggi. b g. & b d. vi giugneranno nondimeno i raggi intermedij. Alla quale difficultà in questa maniera risponderemo. Se bene la grandezza. g d. sia tanto rimossa dall'occhio che non vi giunghino i raggi. b g. &. b d. ma i raggi intermedij, solamente si potrà nondimeno discostar tanto dall'occhio, che non vi giugneranno manco i raggi intermedij in modo alcuno

Un'altra differente dimostratione del medesimo terzo Theorema.

Sia l'occhio nel punto. b. & la cosa da uedersi sia la .g d. la quale sia uista sotto il minore angolo. g b d. che si possa uedere, dico che la grandezza. g d. scostandosi piu dall'occhio non si potrà uedere. Ma dato che si scosti piu dall'occhio, & uadia nel punto. c. sarà uista senza dubbio con manco raggi uisuali, che prima non si uedeua, ma gia si uedeua sotto i meno raggi, che posibil sia uedersi, perche l'angolo. g b d. è il minore angolo, adunq; sarebbe posibile trouare un angolo minore del minore; il che non si concede.

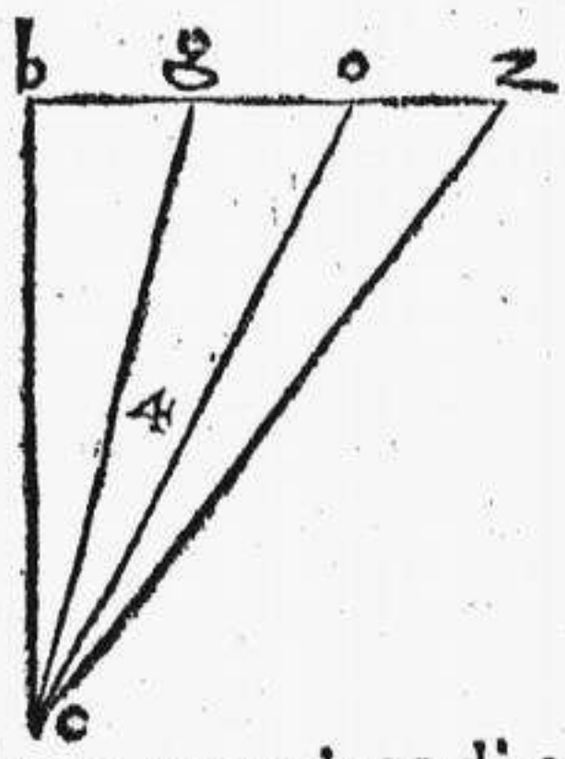
ANNO-

ANNOTATIONE.

L'ANGOLO del contatto è indiuisibile, per la..IG. del terzo libro; adunq; quella grandezza, che si uede sotto questo angolo non si può uedere sotto angolo minore. Di qui ancora procede che il punto nelle prospettiue è posto determinatamente tanto lõtano dall'occhio, che possa capire le minori grandezze, che in essa si hanno à uedere.

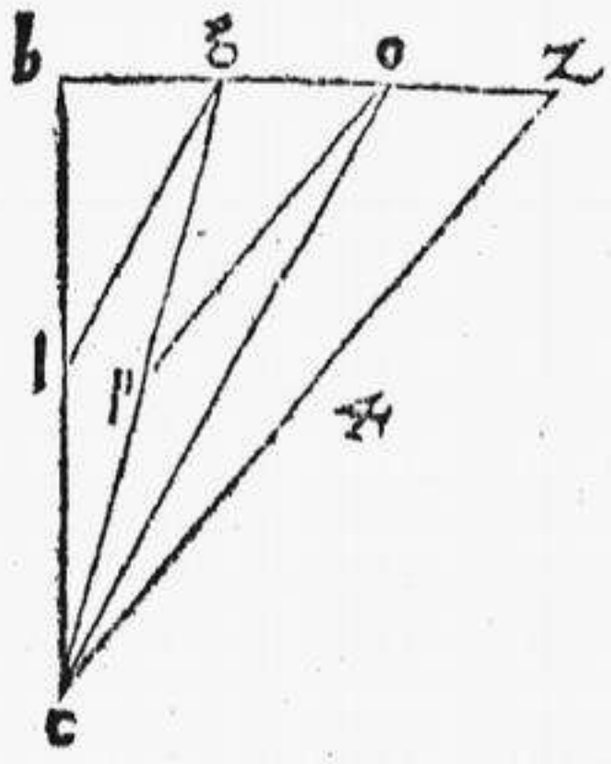
THEOREMA QVARTO.

Se saranno eguali interualli sopra la medesima retta linea, quello che piu da lontano sarà uisto, apparirà minore.



SIANO adunque eguali interualli. b g. g o. d z. & l'occhio sia nel punto. c. dal quale eschino i raggi visuali. c b. c g. c o. c z. & sia la c b. ad angoli retti con la b z. Et pche nel triãgolo rettangolo. c b z. sono eguali. b g. g o. o z. sarà maggiore l'angolo b c g. del l'angolo g c o. & l'angolo g c o del l'angolo o c z adũq; l'interuallo. b g. apparirà maggiore dell'interuallo. g o. & g o. maggiore di. o z.

ANNOTATIONE.



SIA IL triangolo. c b z. del quale l'angolo. b. sia retto, & siano fra loro eguali gli spazij. b g. g o. o z. & tirisi la. g c. &. o c. dico che l'angolo. b c g. è maggiore dell'angolo. g c o. & l'angolo. g c o. è maggiore del angolo. o c z. Dal punto. g. tirisi una linea retta che sia paralella alla. o c. per la. 31. del primo la ragione adunq; che hà. o g. à. g b. haurà anche la. c l. alla. l b. (per la. 5da del sesto) ma. o. g. è eguale. a. g b. adunque. c l. sarà eguale. a. l b. & perche l'an-

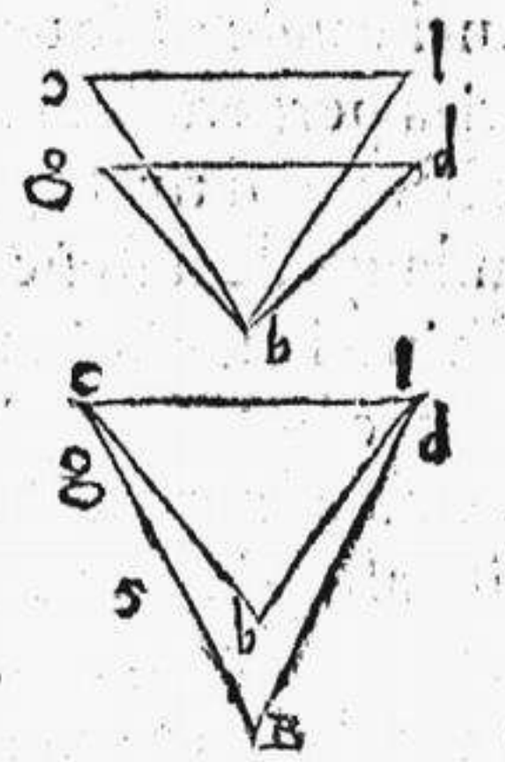
l'angolo. b. è retto, la linea. l g. sarà maggiore della. l b. (per la 19. del primo) Ma la. l b. è eguale alla l c. adunque l g sarà maggiore di l c. per il che l'angolo l c g sarà maggiore dell'angolo l g c. (per la 18. del primo) ma all'angolo l g c. è eguale l'angolo. c g o. (per la 29. del primo) essendo angoli alterni adunque l'angolo l c g. è maggiore dell'angolo g c o. Tirisi ancora dal punto o la linea retta. o p. paralella alla. z c. la quale sara maggiore della. p c. per il che † l'angolo. p c o. sarà maggiore dell'angolo. p o c. & l'angolo p o c. essendo eguale all'angolo o c z (per la 29. del primo) seguirà che l'angolo. p c o. sia maggiore dell'angolo. o c z.

† per la seconda del sesto, & la 19. del primo come disopra si è dimostrato.

THEOREMA QVINTO.

Le grandezze eguali, che inegualmente sono lontane dall'occhio, appariscono ineguali, & quella grandezza sempre apparisce maggiore, ch'è piu uicina all'occhio.

SIA la grandezza. g. d. eguale alla c l. e l'occhio sia'l punto. b. dal quale eschino i raggi visuali. b d. b l. b g. b c. & vedendosi la grandezza. g d. sotto maggior angolo che la. c l. apparirà anco maggiore la. g d. che la gia detta. c l. per la quinta suppositione.



ANNOTATIONE.

LA grandezza. g d. sotto maggiore angolo si uede che la. c l. percio che se la grandezza. g d. &. c l. saranno talmente l'una con l'altra congiunte, che'l punto. c. caschi sopra il punto. g. & l'l. sopra il punto. d. seguirà che essendo la. B c. &. B l. maggiori della. b g. &. b d. che'l triangolo. b g d. cascherà dentro al triangolo. B c l. onde i lati. b g. &. b d. conterrãno l'angolo. g. b. d. maggiore dell'angolo. c B l. per la. 21. del primo.

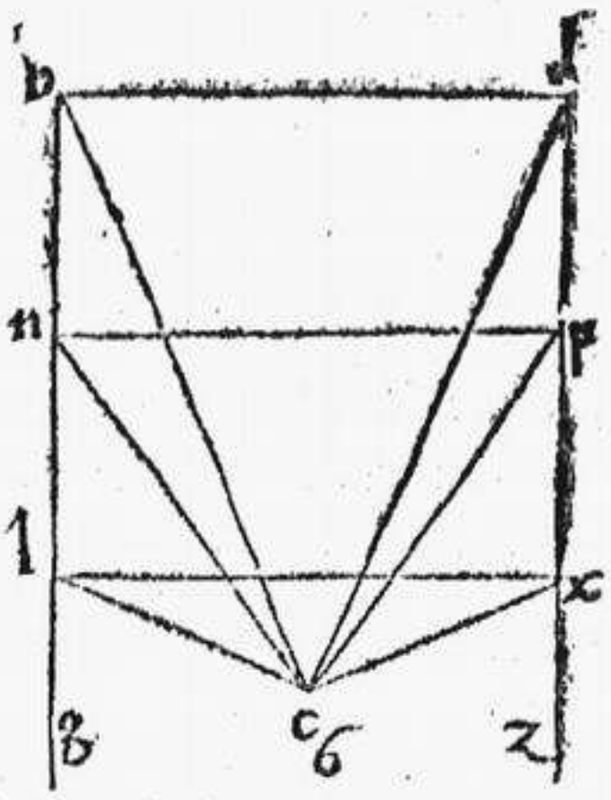
THEOREMA SESTO.

Gli interualli paralelli, che da lontano son uisti, appariscono

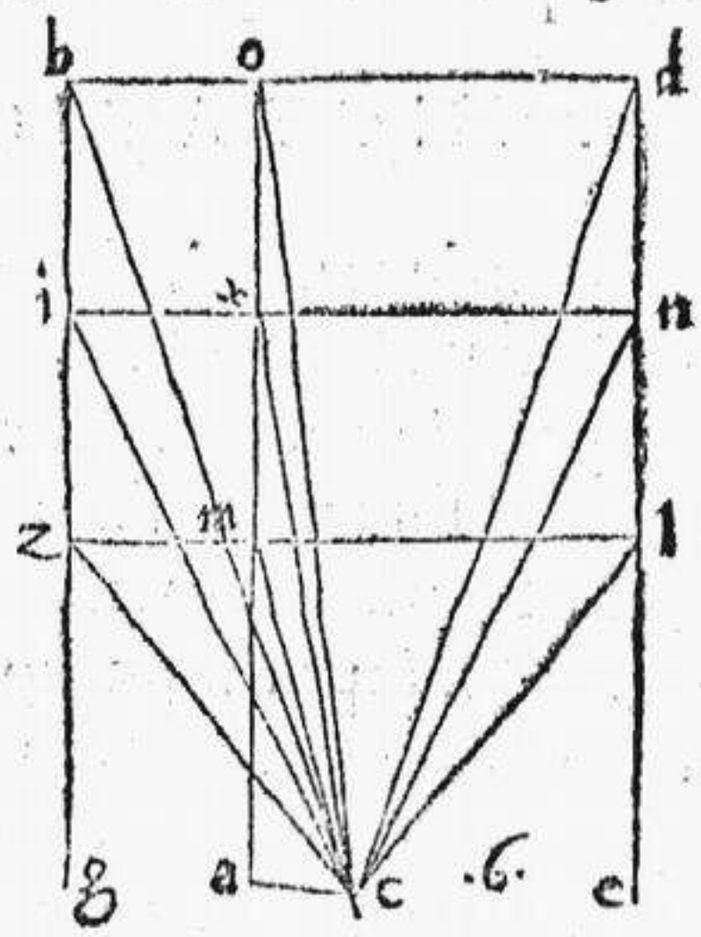
riſcono d'ineguale larghezza.

Quãto nella ſuppoſitione 10. & 11. s'è detto ſi puote applicare a queſto Theorema.

SIA la.b g. paralella alla. d z. & l'occhio ſia nel punto.c.dico che le due grãdezze.b g.&.d z.con tutto che fra di loro ſiano equidiſtanti, appariſcono non dimeno l'una dall'altra inegualmente lontane, & l'interuallo piu vicino appariſce ſempre maggiore del piu lontano. Eſchino dal punto. c. i raggi uiſuali. c x. c p.c d. &.c b. c n. c l.& congiũghin ſi le linee rette. x l, p n, &. b d. Et per che l'angolo. x c l.è maggiore dell'angolo.p c n.la linea.x l. apparirà maggiore della. p n. (per la quinta ſuppoſitione) & per la medeſima ragione la retta linea. p n. apparirà maggiore della. b d. Detti interualli adunq; non appariſcono paralelli anzi pare, che ſempre ſi uadino riſtringendo, & fra lor ſieno inegualmente lontani. In queſto modo ſi dimoſtra quanto fin qui s'è detto, tutte le uolte che l'occhio è nel medeſimo piano, che l'interuallo ueduto, il quale ſe non ſarà nel medeſimo piano ſi prouerà nel modo che ſegue.



SIA adunq; l'occhio nel punto. c. & ſia piu alto che'l piano, nel quale è l'interuallo, & dal punto. c. fino al detto piano ſi tiri la perpendiculare.c a. & dalla .a. alla. z l. ſi tiri la perpendiculare .a m.la quale ſi ſtenda uerſo la.o.& caſchino i raggi uiſuali. c z. c i. c b. c d.c n. c l.& ſi congiunghino.c m. c x. c o. Et perche dal punto. c. poſto in alto s'è tirata fino al punto .m.la retta linea.c m. ſarà perpendiculare la linea retta.c m. ſopra la. z l. & nel medeſimo modo la. c x. ſarà ſopra la. i n. &. c o. ſopra la. b d. Per il che ſono triangoli rettãgoli. c m l. c x n. &. c o d. ma. x n. è eguale alla. m l. onde. m n. ſarà paralellogramo, & l'una, & l'altra cio è. c x.&. c n. ſarà † maggiore di. c m.&.c l. adunque maggiore è l'angolo. m c l. dell'angolo. x c n. † per il che tutta la. z l. apparirà maggiore di tutta la.i n. & per la medeſima ragione,



†Si dimoſtra nella annotatione.

† Cio ſi è prouato nella annotatione del quinto Theorema.

gione, tutta la. i n. apparirà maggiore della. b d. Per il che le due grandezze. b g. &. d e. con tutto che siano equidistanti apariscono esser l'una dall'altra inegualmente lontane.

ANNOTATIONE.

La Seconda parte della dimostrazione di questo quinto Theorema, per dimostrarsi con linee parte descritte nel piano, et parte in aria, sarà utile per maggiore intelligenza, di fare detta dimostratione con fili di ferro, ò altre simili cose con le quali si possino fare stare in aria dette linee, & si possino uedere quegl'angoli precisamente come stanno, il che non si può così esattamente fare con linee descritte sopra il piano. Et il medesimo si dice quasi di tutte le propositioni, che seguono dalla. 33. fino all'ultimo del libro. M. Egnat.

ANNOTATIONE.

Che la. c m. sia perpendicolare alla. z l. si puo dimostrare in questa maniera. Essendo tirata la perpendiculare. c a. dall'occhio. c. posto in alto, fino al punto. a. nel sottoposto piano, fa angoli retti con tutte le linee del piano, che la toccano, & perche la. m a. si è tirata à piombo sopra la. z l. la. c. a. farà un angolo retto con la. a m. Tirisi in oltre una linea dall'. a. all'. l. è sia. a l. farà con l'. a c. la detta. a. l. un angolo retto Ma essendo il triangolo. c a m. rettangolo, che ha l'angolo. a. retto Seguirà, che'l quadrato della. c m. posta all'incontro dell'angolo retto. a. sia eguale al quadrato della. c a. &. a m. † In oltre per che il triangolo. a. m. l. è rettangolo, che ha l'angolo. m. retto ne segue che'l quadrato. a l. è eguale alli quadrati della. a m. & della. m l. Et il quadrato, che si fa dalla. c l. † è eguale alli quadrati della. c a. a m. &. m l. † Ma i quadrati che si fanno dalla .c a. &. a m. sono eguali al quadrato della. c m. essendo il triangolo. c a m. rettãgolo, che ha l'angolo. a. retto, per il che il quadrato della. cl. sarà eguale al quadrato della. c m. &. m l. onde (per la 48 del primo) l'angolo. c m l. sarà retto, che è quanto si douea prouare.

† *per la. 47. del primo.*

† *per la 47. del primo.*

† *Perche. c. è opposta all'angolo .c a l. retto, & la. a l. contiene la. a m. et. m l.*

VN'ALTRA ANNOTATIONE.

Che l'angolo. m c l. sia maggiore dell'angolo. x c n. così

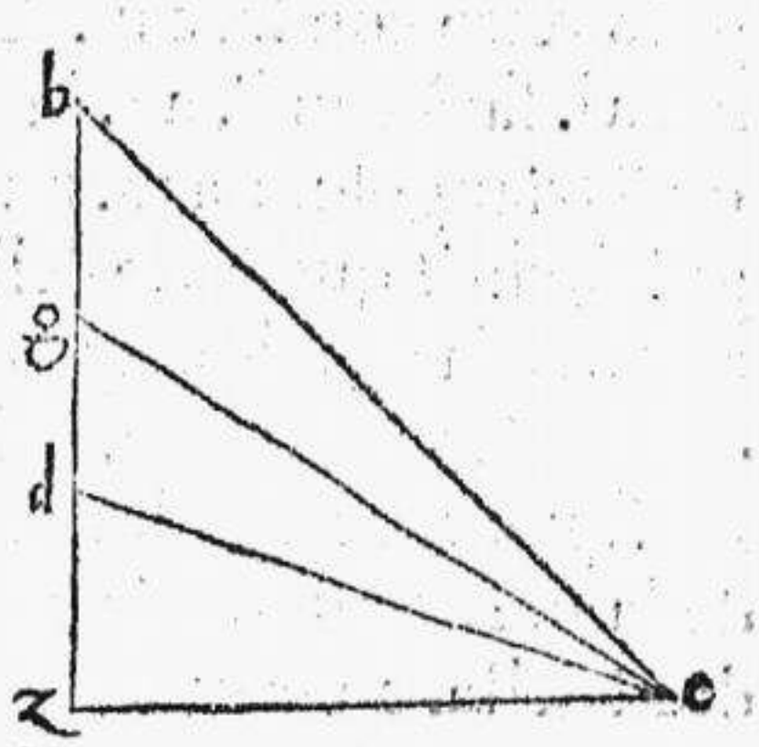
chiaramẽte si dimostra; conciosia cosa che'l triangolo c.a.m. sia rettangolo, hauendo l'angolo. a. retto seguirà che l'angolo.c m a. sia acuto † per il che.c m x. sarà ottuso, adunq; il lato.c x. del triangolo. c x m. che è all'incontro dell'angolo. m. ottuso, sarà maggiore del lato.c m. Ma perchè i triangoli. c x n. & c m l. sono rettangoli hauendo gl'angoli.x.&.m. retti; il quadrato che si fa dalla.c n. sarà eguale à i quadrati della. c x. &. x n. per la. 47. del primo, & per la medesima ragione il quadrato della. c l. sarà eguale a i quadrati della.c m. &. m l. Ma i quadrati che si fanno dalla. c x. & x n. sono maggiori de' quadrati della. c m, &. m l. perche il lato. x n. è eguale al lato. m l. † essendoli opposto nel paralello gramo. m n. & la linea. c x. è maggiore della. c m. per il che il quadrato che si fa dalla. c n. è maggiore del quadrato della. c l. onde la.c n. sarà maggiore della.c l. ma essendosi mostrata la. c x. maggiore della.c m. & la. x n. eguale alla. m l. Se adunq; applicheremo la. m l. alla. x n. talmente che gli estremi loro conuenghino per l'appunto, cascherà il triangolo rettangolo. c m l. dentro al triangolo rettangolo.c x n. adunq;, per la. 21. del primo, l'angolo. m c l. sarà maggiore dell'angolo. x c n. che è quanto doueuamo dimostrare.

† per la 17. del primo auuenga che due angoli di ogni triangolo sono minori di due retti.

† per la 34. del primo libro.

THEOREMA SETTIMO.

Le grandezze eguali, che nella medesima retta linea son poste lontane l'una dall'altra, appariscono ineguali.



SIENO le grandezze eguali.b g. &. d z. & l'occhio sia il punto. c. dal quale eschino i raggi. c b. c g. c d.c z. & l'angolo.b z c. sia retto, dal che seguirà, che l'angolo. z c d. sarà maggiore, che l'angolo. g c b. onde la grandezza. d z. apparirà maggiore della.b g., per la quinta suppositione adunque la. b g. &. d z.grandezze eguali appariscono ineguali.

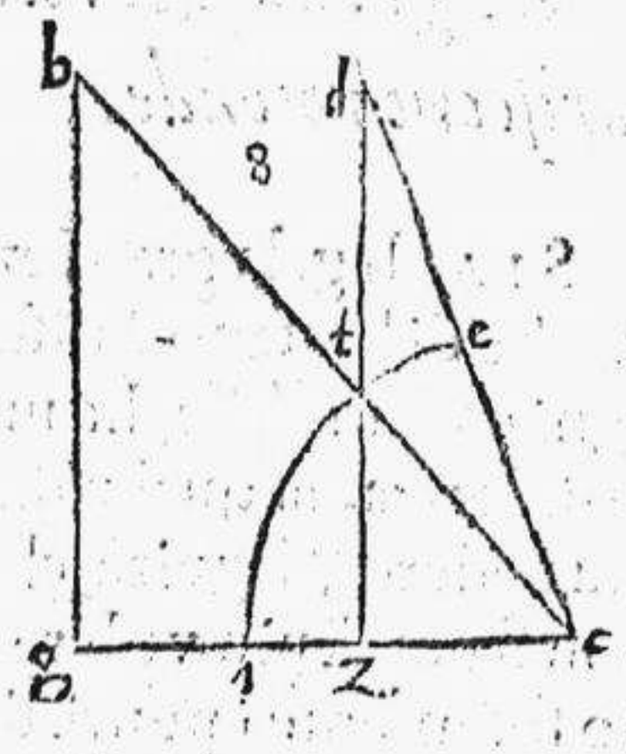
ANNOTATIONE.

M. Egnat. CHE *l'angolo.* B C G. *sia minore dell'angolo.* D C Z. *si dimostra cosi.*

cosi. Perche l'angolo. C D G. *è maggiore dell'angolo.* C Z D. *(per la 32. del primo essendo l'angolo esteriore del triangolo eguale a i due opposti interiori) & l'angolo.* C G D. *è maggiore dell'angolo.* C D Z. *essendoli opposto il lato.* C D. *che è maggiore del lato.* C Z. *per la 19. del primo; essendo adunque li due angoli.* C D G. *&.* C G D. *maggiori delli due angoli.* C D Z. *&.* C Z D. *seguirà che la'ngolo.* D C Z. *sia maggiore dell'angolo.* G C D. *per la 32. del primo (essendo li tre angoli del triangolo eguali a due retti) Hora nel medesimo modo si prouerrà, che li due angoli.* C B G. *&.* C G B. *sieno maggiori delli due.* C G D. *&.* C D G. *onde l'angolo.* B C G. *sarà minore dell'angolo.* G C D. *per la 32. del primo; il quale essendosi dimostrato minore dell'angolo.* D C Z. *molto piu l'angolo.* B C G. *sarà minore dell'angolo.* D C Z. *che è quanto si è proposto di prouare.*

THEOREMA OTTAVO.

Le grandezze eguali, che inegualmente sono lontane dall'occhio, non osseruano la medesima ragione negl'angoli, che nelle distantie.



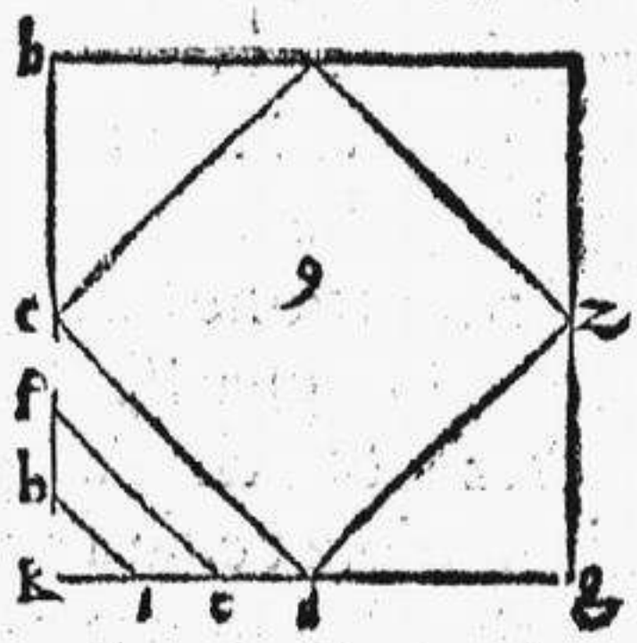
LA grandezza. b g. sia eguale, & paralella alla grandezza. d z. & l'occhio sia nel pũto. c. dal quale eschino i raggi. c g. c t b. &. c z. c e d. & il raggio. c g. caschi ad angoli retti sopra la b g. dico, che non apparirà la medesima proportione fra le grãdezze. b g. &. d z. che apparisce fra gl'interualli. g c &. z c. & pche l'angolo. d z c. è retto l'angolo. z t c. sarà acuto (per la 17. del primo) adunq; la. t c. sarà maggiore della. z c. (p la 19. del primo) onde se col centro. c. & l'interuallo. c t. si descriuerrà vn cerchio, cascherà fuori della. c z. cio è la. c z. sarà minore del mezzo diametro del detto cerchio. Sia descritto adunq; il pezzo di cerchio. e t i. & perche il triangolo. d t c. ha maggiore ragione al pezzo di cerchio. e t c. che non ha il triangolo. z t c. al pezzo di cerchio. i t c. † scambieuolmente (per la 16. del quinto) il triãgolo. t d c. harà maggior ragione al triangolo. z t c. che non harà il

† *per l'ottaua diffinitione del quinto libro.*

rà il pezzo di cerchio. e t c. all'altro pezzo. i t c. adunq; per la composta ragione (della. 18 del quinto) il triangolo. z d c. ha maggior ragione, al triangolo. z t c. che non ha il pezzo di cerchio. i e c. al pezzo. i t c. ma come se ha il triangolo. z d c. al triangolo. z t c. cosi se ha la. d z. alla. t z. (per la prima del sesto) & come se ha il pezzo di cerchio. i e c. all'altro pezzo. i t c. cosi se ha l'angolo. d c z. all'angolo. t c z. p il corelario della. 33. del sesto adunq; .d z. à. t z. ha maggior ragione, che non ha l'angolo. e c z. all'angolo. t c z. & come se ha. d z. alla. t z. cosi se ha. g c. alla. z c. adunq; . c g. alla. c z. ha maggiore ragione, che non ha l'angolo. e c z. all'angolo. t c z. Ma sotto l'angolo. e c z. si uede la grãdezza. d z. & dall'angolo. b c g. si uede la grandezza .b g. adunq; le grandezze non si uedono nella medesima ragione, che gli interualli, anzi è maggiore la ragione del maggiore interuallo al minore, che nõ è quella del maggiore angolo sotto il quale si uede la grãdezza piu uicina al minore angolo, sotto il quale si uede la grandezza piu lontana.

THEOREMA NONO.

Le grandezze rettangole, che di lontano sono uiste, apparisconо rotonde.



SIA. b g. la grandezza rettangola, che di lontano è uista, & perche ogni cosa uisibile, ha una determinata distanza, la qual passata nõ si può piu uedere.† seguirà, che l'angolo. g. non si potrà piu vedere ma si uedranno solamente i punti. d. &. z. Il medesimo auerra a ciascuno degl'altri ãgoli, onde tutta la figura rettangola apparirà rotonda.

† p il terzo theorema.

ANNOTATIONE.

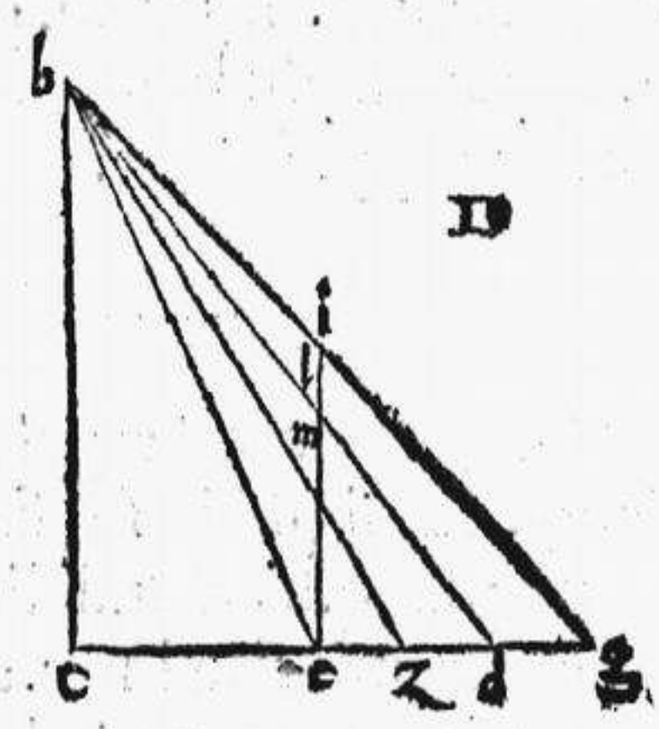
L'ANGOLO .g. non si uedrà, perche la larghezza delle figure rettangole, è minore appresso gl'angoli, che nõ è altroue, onde le parti che sono uicine agl'angoli, spariranno prima dalla

vista

vista che non faranno le parti che sono attorno il mezzo della figura.

THEOREMA DECIMO.

Le parti piu lontane delle superficie piane, che sono inferiori all'occhio, appariscono piu alte.



SIA l'occhio il punto. b piu alto del piano. c g. & dall'occhio. b. eschino i raggi. b c. b e. b z. b d. b g. de' quali la. b c. sia perpendiculare sopra la. c g. che è il piano sottoposto all'occhio, dico che la. g d. piano apparisce piu alto della. d z e. perche i raggi. b g. &. b d. sotto i quali si uede. g d. piano sono piu alti, che li raggi. b z. &. b e sotto i quali si uede il piano. e z. Apparisce adunq; piu alto il piano. g d. che'l piano. z e. & per la medesima ragione il. z e. apparirà piu alto del piano. e c. auuenga che, quelle cose, che son uiste con raggi piu alti, appariscono ancho piu alte, per l'ottaua suppositione.

ANNOTATIONE.

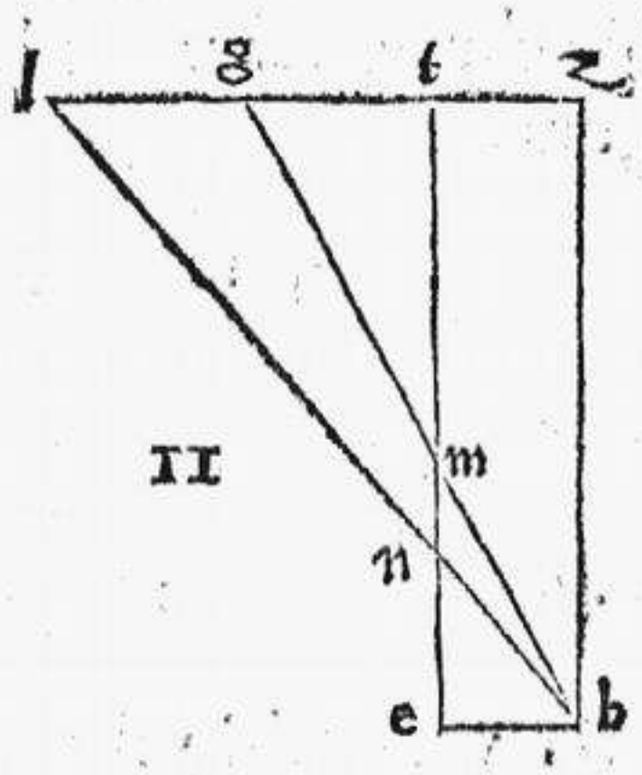
CHE i raggi. b g. &. b d. sieno piu alti de' raggi. b z. &. b e. cosi si manifesta. Tirisi la linea. i e. che sia a piombo sopra la. c g. dico che'l punto. i. è piu alto del punto. l. & il punto. l. piu alto del punto. m. Ma il raggio. b g. passa per il punto. i. & il raggio. b d. per il punto. l. & il raggio. b z. per il punto. m. adũq; il raggio. b g. è piu alto del raggio. b d. & il. b d. del. b z. & il. b z. del. b e. onde i raggi. b g. &. b d, sono piu alti che non sono i raggi. b z. &. b e.

THEOREMA VNDECIMO.

Le parti piu lontane delle superficie piane, che sono superiori all'occhio, appariscono piu basse.

SIA

SIA l'occhio il punto.b. piu basso del piano. l. z. & dall'occhio. b.eschino i raggi. b l. b g. b z. Et perche fra tutti i raggi che escono dall'occhio. b. & uanno al piano. l z. il piu basso è il. b . l & il . b g. è piu basso di. b z. & per i raggi. b l. & b g. si uede il piano. l g. & per i raggi. b g. & b z. si uede il piano. g z. adunq;. g l. apparirà piu basso, che. g z. per la nona suppositione.



11

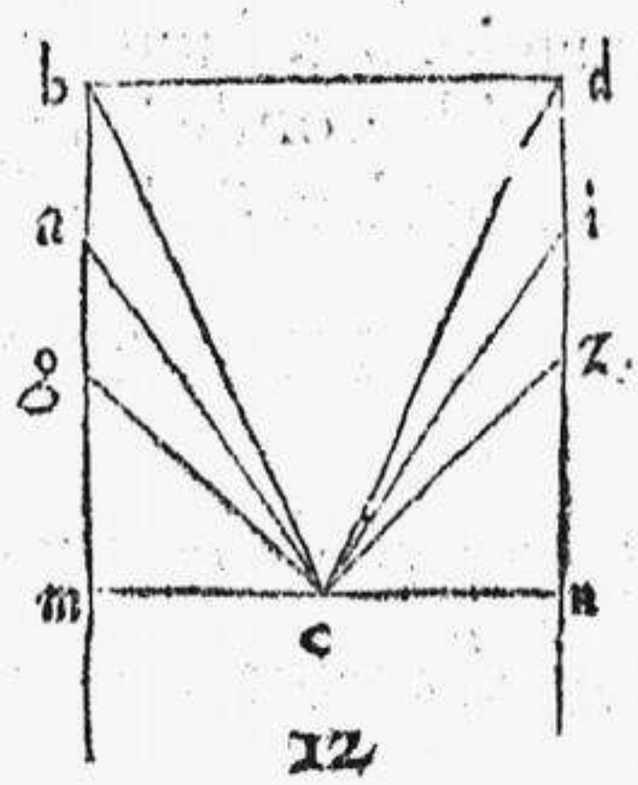
ANNOTATIONE.

CHE fra tutti i raggi, che escono dall'occhio.b.& uãno al piano . l z . il piu basso sia il. b l. si dimostra in questa maniera. Sia un piano.b e.paralello al piano. l z. & sia piu corto del. l z. donde tirandosi la linea.e t.che sia a piombo sopra la. e b.si uedrà il pũto.n.essere piu basso del pũto.m. ma il raggio. b l. passa per il punto. n. & il. b g. per il punto. m. adunq; il raggio. b l. sarà piu basso del raggio. b g. & questa medesima dimostratione seruirà ad ogn'altro raggio, che ui fosse.

THEOREMA DVODECIMO.

Le parti destre di quelle grandezze, che si stendono in lungo innanzi all'occhio, appariscono piegarsi uerso la sinistra, & le parti sinistre, uerso la destra.

SIANO le grandezze uedute .b g. &. d z. distese in lunghezza auanti all'occhio.c. dal quale eschino i raggi. c g. c a. c b. &. c z. c i. c d. apparirà, che'l. d. punto declini piu uerso la sinistra, che non fa l'.i.Nel medesimo modo pare chel' b. declini piu uerso la destra, che non fa l'. a.† per il che quelle cose, che hanno lunghezza nella parte anteriore



12

† Per la.10.& 11. suppositione.

nteriore, par che le destre declinino verso la sinistra, & le sinistre uerso la destra.

ANNOTATIONE.

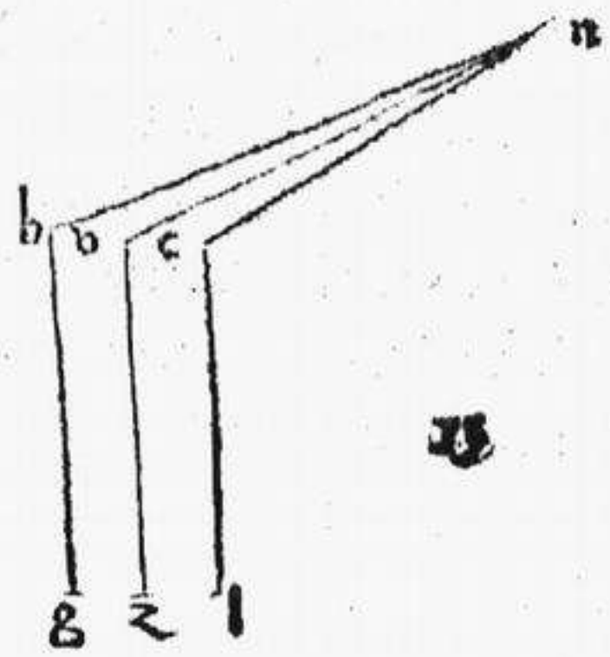
ET CHE apparischi che la. d. pieghi piu uerso la sinistra, che non fa la. i. & la. i. piu della. z. & che la. b. declini piu alla destra, che non fa la. a. & la. a. piu della. g. in questa maniera si dimostra. Sia la linea retta. c n. posta ad angoli retti con la. d n. & la retta. c m. stia ad angoli retti con la. b m. Di tutti i raggi, che uscendo dall'occhio uanno alla. d n. il piu corto sarà il. c n. raggio perpendiculare. † Per il che piu d'ogn'altro, il punto. n. si uolge alla destra, & il raggio. c n. declina piu alla destra, che non fa il. c z. & il. c i. piu che'l. c d. Hor perche il. c z. è piu uicino al. c n. che non è il raggio. c d. adunq; apparirà, che il raggio. c d. piu declini alla sinistra, che il raggio. c i. & il raggio. c i. piu che'l raggio. c z. Onde apparisce che la. d. si pieghi piu alla sinistra, che non fa l'. i. & l'. i. piu che la. z. Nõ altrimenti mostreremo che anchora la. b. declina piu alla destra, che non fa l'. a. & l' a. piu della. g.

† Per la 19. del primo, perche il lato. c z. essendo all'incontro dell'angolo retto sarà maggiore di .c n. & il simile si dirà degl' altri. c i. & .c d.

THEOREMA TERZODECIMO.

Delle grandezze eguali, che sono inferiori all'occhio, quelle, che da esso sono piu lontane, appariscono piu alte.

SIANO le grandezze eguali. b g. d z. c l. poste piu basse dell'occhio, il quale sia nel pũto. n. & da esso eschino i raggi. n b. n d. n c. de' quali il piu alto è il raggio. n b. onde il punto. b. apparirà piu alto, che'l punto .d. † & il. d. piu del punto. c. Adunq;. b g. apparisce piu alta, che non fa. d z. &. d z. piu di. c l. Si che delle grandezze eguali, che sono inferiori all'occhio, quelle, che da esso sono piu lontane, appariscono piu alte.



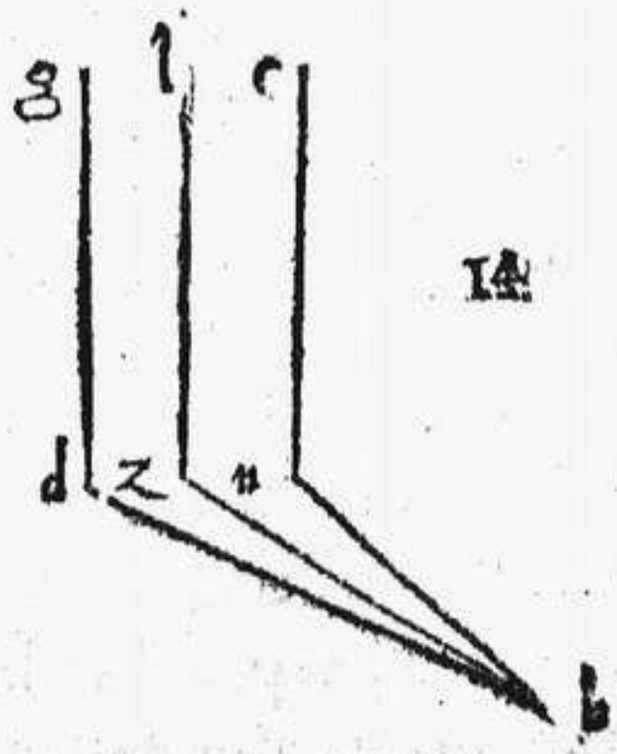
† Per la 8. suppositione.

THEOREMA QVARTODECIMO.

Delle grandezze eguali, che sono più alte dell'occhio, quelle,

quelle, che ſono piu lontane, appariſcono piu baſſe.

SIENO le grandezze eguali. c n. l z. g d. poſte piu alte, che non è l'occhio. b. dal quale eſchino i raggi. b n. b z. b d. Piu baſſo di ciaſcun altro ſarà il raggio. b d. per il che, & il punto. d. ſarà piu baſſo degli altri. † Onde. g d. apparirà piu baſſa di. l z. & per la medeſima ragione. l z. apparirà piu baſſa di. c n.

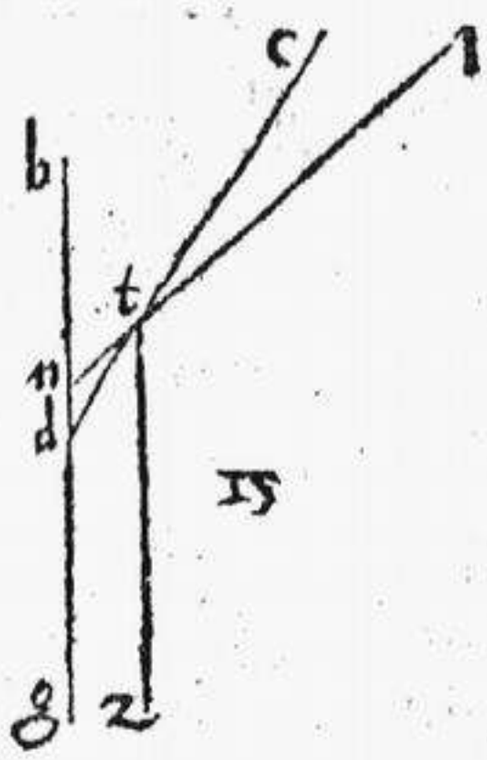


† Per la 9. ſuppoſitione.

THEOREMA QVINTODECIMO.

Quelle grandezze inferiori all'occhio, delle quali l'una eccede l'altra, quando l'occhio à quelle ſi accoſterà, l'eceſſo, con che la maggiore eccede la minore, apparirà maggiore; & diſcoſtandoſi apparirà minore.

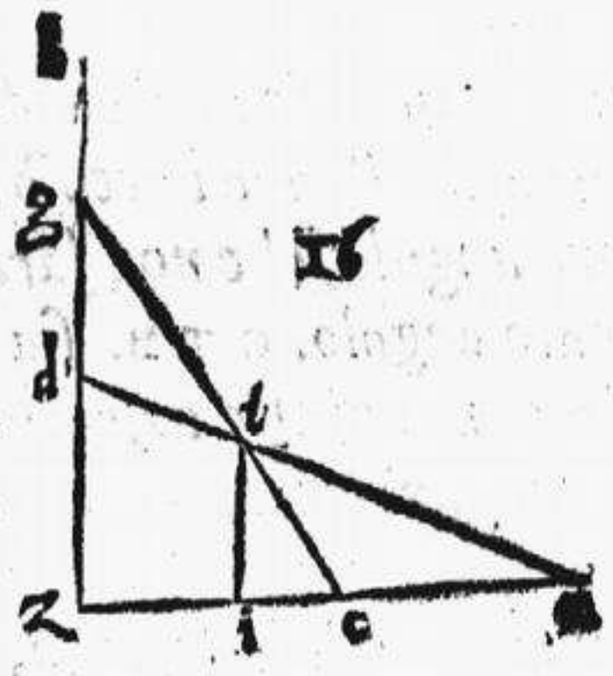
SIA la. b g. maggiore di. t z. & pongaſi l'occhio nel punto. c. piu alto della. b g. & .t z. & per il punto. t. paſsi il raggio. c d. apparirà, che la. b g. ecceda la. t z. di tutta la grandezza. d b. peroche appariſce eguale la .d g. alla. t z. poiche dal medeſimo occhio. c. & col medeſimo raggio uiſuale. c d. ſono uiſte. Mutiſi hora l'occhio. c. & uadia al punto. l. & per il punto. t. paſsi il raggio. l. n. apparirà di nuouo maggiore la. b g. che la. t z. di tãto, quãto è la grãdezza. n b. Diſcoſtãdoſi adunq; l'occhio pare, che la maggiore grandezza ecceda la minore di minore eceſſo, che non fa accoſtandouiſi.



THEOREMA SESTODECIMO.

Quelle grandezze ſuperiori all'occhio, delle quali l'una eccede l'altra, quando l'occhio à quelle ſi accoſta, l'eceſſo

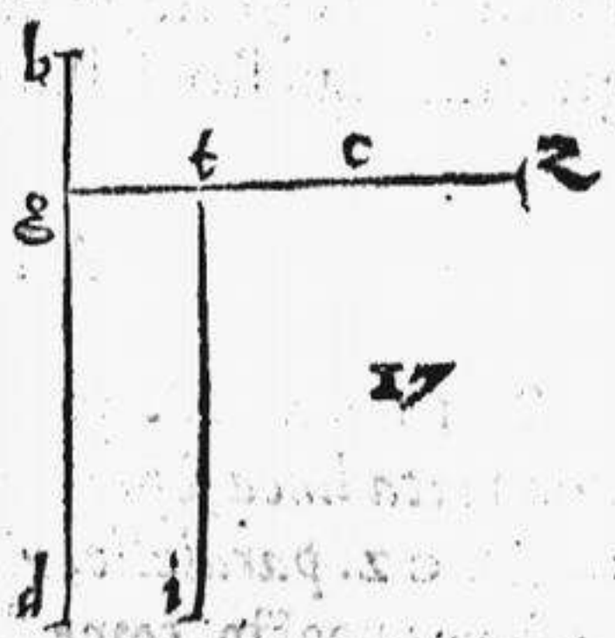
cesso, con che la maggiore eccede la minore, apparisce minore, & discostandosi, maggiore.



SIA la grandezza. b z. maggiore della. t i. & dall'occhio. c. (posto in luogo inferiore) eschi il raggio. c g. & passi per il punto. t. apparirà, che la grandezza. b z. ecceda la. t i. di tanta quantità quanta è la. b g. Mutisi hora l'occhio. c. & uadia al punto. n. & eschi il raggio. n d. passando per il punto. t. apparirà di nuouo, che la grandezza. b z. ecceda la. t i. di tutta la. b d. Onde accostandosi l'occhio apparirà, che la maggior grandezza ecceda la minore di minore eccesso, che non fa discostandosi.

THEOREMA DECIMOSETTIMO.

In quelle grandezze, delle quali l'una eccede l'altra, cadendo il raggio dell'occhio ad angoli retti sopra la sommità della minore, apparirà sempre, che la maggiore ecceda la minore di eguale eccesso tanto nell'accostarsi, come nel discostarsi dell'occhio.



Ecceda adunq;. b d. la. t i. quanto è la grandezza. b g. & congiugnẽdo. g t. stendisi sino alla. z. nel qual punto sia l'occhio Adunq; il raggio, che dalla. z. esce, caminerà per la linea retta. z g. Mutisi hor l'occhio, & uadia al punto. c. seguirà per la medesima ragione, che il raggio uadia sopra la linea retta. c g. Per il che, ò accostisi l'occhio, ò si discosti, sempre la. b d. maggior grandezza eccederà la minore. t i. del medesimo eccesso. b g.

ANNOTATIONE.

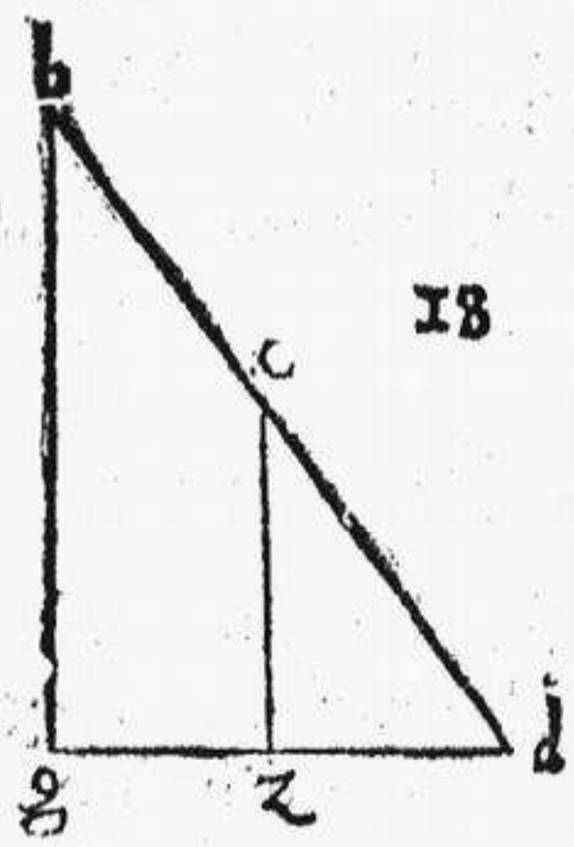
M. Egnat. CON *tutto, che la maggiore grandezza.* B D. *ecceda sempre la minore.* T I. *di eguale eccesso, tanto accostandosi l'occhio à quelle, come anco discostandosi, nõdimeno apparirà sempre detto eccesso di ineguale grandezza, secondo che l'occhio piu, o meno se gli accosterà. Percioche stando l'occhio nel punto.* T. *uedrà l'eccesso.* G B. *sotto maggiore angolo, che non farà stando nel punto.* C. *auuenga, che lo imaginato angolo.* G T B. *sia maggiore dell'angolo.* G C B. *per la* 21. *del primo, ma quelle cose, che si ueggono sotto maggiore angolo, maggiori ci appariscono, per la quinta suppositione, adunq; la.* G B. *apparirà maggiore uista dal punto.* T. *che non farà dal punto.* C *benche sia sempre eguale in se stessa, & la medesima.*

THEOREMA DECIMOTTAVO.

Si può conoscere quanta sia, la proposta altezza.

SIA l'altezza. b g. della quale ci bisogni conoscere la quantità; & caschi per il punto.b. il raggio del sole.b d.l'ombra, che sarà la proposta altezza, sarà. g d. Onde pigliando una grandezza certa come. c z. l'acconcerai talmente, che stia paralella alla. b g. & seguirà, che la ragione, che ha. d g. à. g b. haurà. d z. à. z c. † Ma la ragione, che ha. d z. alla. z c. è già cognita, sarà cognita ancora la ragione, che la. d g. ha alla. g b. & perche l'ombra. d g. è cognita, ci farà uenire in cognitione ancho della. g b.

† *per la* 4. *del sesto.*



18

ANNOTATIONE.

M. Egnat. NELLA 28. *propositione del primo si dimostra, che cascando vna retta linea sopra due paralelle, come fa la linea.* B D. *sopra la.* B G. *&.* C Z. *paralelle, uiene à fare l'angolo esteriore, eguale allo interiore opposto, come l'angolo.* D C Z. *esteriore è eguale allo.* C B G. *interiore. Il medesimo si dirà, che facci la linea.* G D. *& che l'angolo.* D Z C. *esteriore, sia eguale all'angolo.* B G Z. *interiore, ma l'angolo.* Z D C.

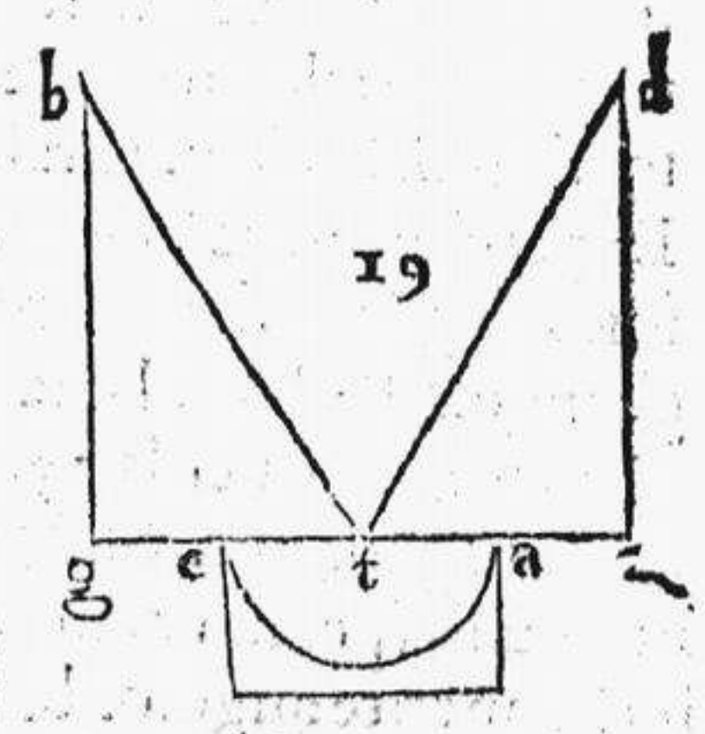
lo. Z D C. *è commune tanto al triangolo maggiore.* B G D. *come anco al triangolo.* C Z D. *minore. Adunq; li due triangoli detti saranno di angoli eguali. Et perche nella 4. del sesto si dimostra, che i triangoli di eguali angoli, hanno i lati, che sono attorno gl'angoli eguali, proportionali, seguirà essere, uero quel, che dall'autore ci è proposto; che tal ragione habbino li due lati.* D G. *&.* G B. *fra di loro, quale hãno gl'altri due del triangolo minore.* D Z. *&.* Z C. *essendo detti lati in ciascuno de' triangoli descritti intorno all'angolo retto.* G. *&* Z. *&* C. *Ho addotte queste due propositioni, dall'autore tralasciate, come spesso fa anco dell'altre simili à queste chiare, & manifeste, massime in quei tempi, che egli scrisse; per manifestare la bellezza di questa dimostratione ueramente Geometrica, dalla quale dipendono quasi tutte le misure, che si fanno per retta linea, tanto in altezza, come in lunghezza, ò in profondità. Vscendo la notitia delle misure dalla proportione de' lati del triangolo grande descritto nella cosa, che si misura, con i lati del piccolo triangolo, che uien descritto dalla linea, oue si mira, & da lati della scala † Altimetra ò della squadra zoppa, ò qual si uoglia altro strumento, con cui si misura.*

† *Scala Altimetra cioè Quadrato da misurare.*

THEOREMA DECIMONONO.

Si può conoscere quanta sia la proposta altezza altrimente, che con il raggio del Sole.

SIA. b g. l'altezza, la cui quantità si desideri sapere. Et si ponghi nello spazzo lo specchio. c a. & l'occhio sia il punto. d. dal quale esca il raggio. d t. & si riflet ta dal punto. t. uerso il. b. che è la estrema parte della altezza, per la linea. t b. poi misurisi la perpendicula re. d z. che esce dall'occhio. d. & per che gli angoli. b t g. &. d t z. sono eguali (come si dimostra nel primo Theorema degli specchi) & l'angolo. g. è eguale all'angolo. z. essendo l'uno, & l'altro retto, il rimanente



angolo. b. sarà eguale all'altro angolo. d. (per la. 32. del primo) Adunq; il triangolo. b g t. sarà simile (per la. 4. del sesto) al triangolo. d z t. la onde come si ha. t g. à. g b. così si haurà. t z. à z d.

z. à z d. Ma si presuppone essere cognita la ragione di. t z. à. z d. per il che sarà cognita anco, quella di. t g. à. g b. Et di gia essendoci nota la quantità. t g. ci sarà nota anco la quantità del l'altezza. g b.

ANNOTATIONE.

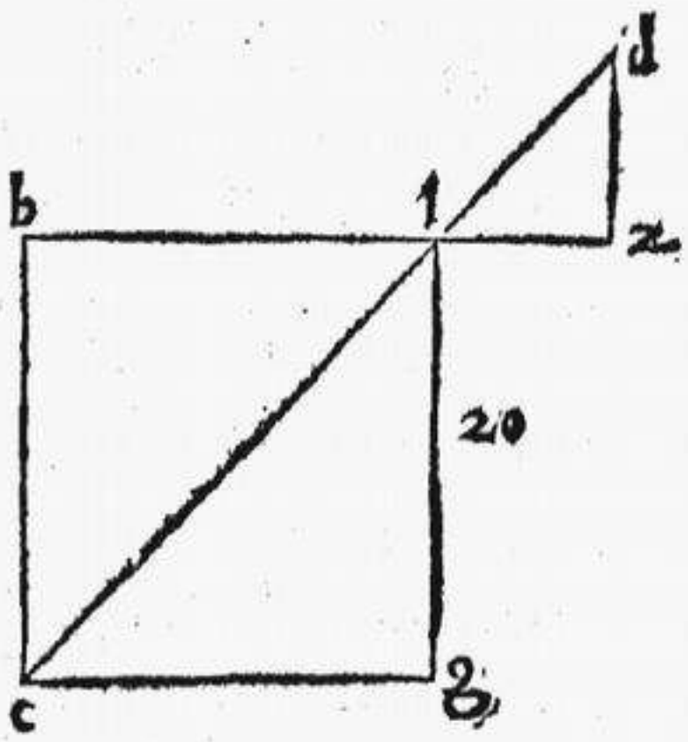
La dimostratione di questo, & delli due seguenti Theoremi dipende dalla proportione, & ragione de' lati de due triangoli, come nella precedente annotatione si è dimostrato. Si deue bene auuertire, che ẕsto Theorema è piu tosto appartenẽte al trattato degli specchi, che à questo della Prospettiua, dipendendo la sua dimostratione dal primo Theorema degli specchi. Onde hanno pensato alcuni, che si douesse (quanto all'ordine) por prima il trattato degli specchi, che questo della Prospettiua; Ma quegli, che piu diligentemente hanno cio considerato, giudicorno la Prospettiua, douer precedere à gli specchi, come precede il Genere, alla specie sua. Et se bene questo Theorema è appartenente al trattato degli specchi, si troua nondimeno negli esemplari antichi posto in questo luogo per trattare della medesima cosa, che tratta il precedente, & li due seguenti Theoremi suoi.

M. Egnat.

La prospettiua precede alla specularia come il genere nonere alla specie.

THEOREMA VENTESIMO.

Si può conoscere quanta sia qual si uoglia profondita.

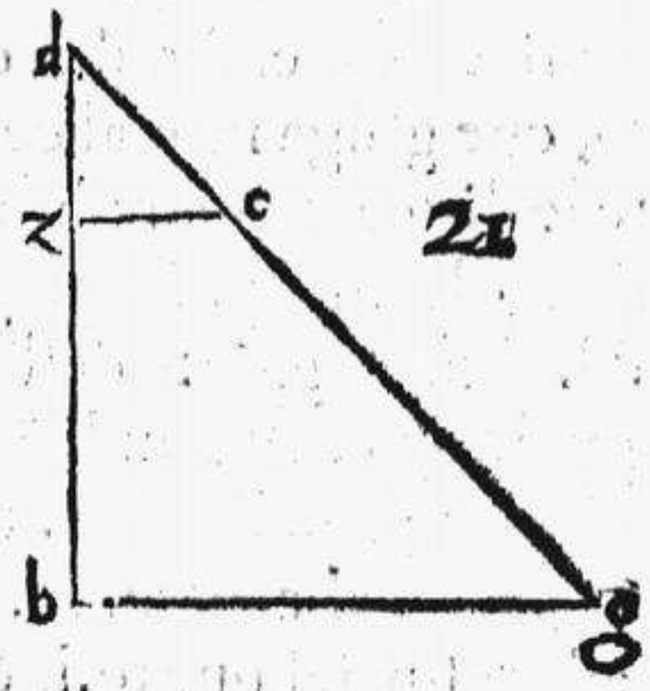


SIA. b c. la profondità da conoscersi, & l'occhio sia posto nel punto .d. dal quale esca il raggio. d l c. & vadia fino alla profondità; Et dal pũto. d. si tiri la. d z. paralella alla. b c. Et perche le due linee rette paralelle sono tagliate dalla linea retta. d c. gl'angoli. b c l. &. l d z. saranno fra di loro eguali per la 29. del primo, & gli angoli. b l c. &. d l z. alterni sono eguali (per la 15. del primo) saranno anco eguali fra di loro il rimanente angolo. b. & il rimanente angolo. z. (per la 32. del primo). Sono adunq; li due triangoli. b l c. &. d l z. di angoli eguali; la onde (per la 4. del sesto) si haurà la. z l. alla. z d. come la. b l. alla, b c. Ma è gia cognita la ragione della. z l. alla. z d.

la. z d. sarà cognita ancora quella, della. b l. alla. b c. & essendo nota la. d l. ci darà cognitione della. b c. profondità.

THEOREMA VENTESIMOPRIMO.

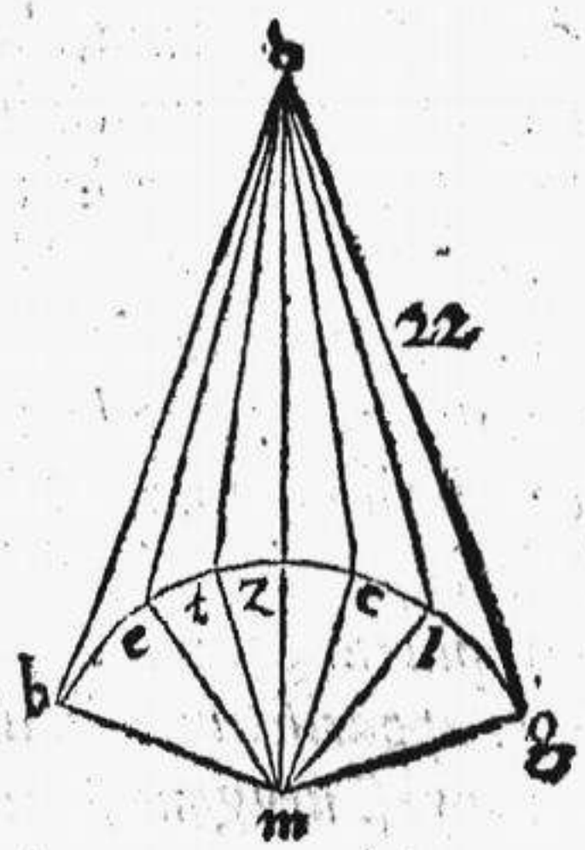
Si può conoscere la quantità, della proposta lunghezza.



SIA. b g. la lunghezza, della quale cerchiamo sapere la quantità, & pōgasi l'occhio nel punto. d. dal quale eschino i raggi. d b. &. d g. & dal punto. z. si tiri la. z c. paralella alla .b g. la onde la ragione, che ha. z c. alla. c d. ha parimente la. b g. alla. g d. (per la 29. del primo, & per la 2. & 4. del sesto) Ma la ragione della. z c. alla. c d. supponghiamo che sia nota, adunq; ci sarà nota anco quella della. b g. alla. g d. Et la. g d. essendoci nota ci farà uenire in cognitione anco della quantità della lunghezza. b g.

THEOREMA VENTESIMOSECONDO.

Se nel medesimo piano, nel quale è l'occhio, sarà posta una circonferenza del cerchio, apparirà vna linea retta.



SIA LA circunferenza. b z g. & l'occhio sia la. d. posto nel medesimo piano, che è posta la circonferenza. b z g. & dall'occhio. d. eschino i raggi. d b. d z. d g. & perche, nessuna cosa uisibile si puo tutta in un tratto uedere (per il primo Theorema) seguirà, che la circonferēza. b z. non si scorgerà ma solamente li suoi estremi punti. b. &. z. Onde la circonferenza. b z. apparirà una retta linea, & nello stesso modo apparirà ancora la circonferenza. z g. per il che

tutta

tutta la circonferenza, b g. si uedrà simile à una linea retta.

Un altra dimostratione tratta dal PAPPO Alessandrino.

DAL punto. d. nel quale è l'occhio posto nel medesimo piano, che è la circonferenza. b z g. eschino i raggi uisuali. d b. d e. d t. d c. d l. d g. & il raggio. d z. si estenda tanto, che giũga fino al centro. m. dal quale si congiunghino tutte le linee rette. m b. m f. m t. m c. m l. m g. & seguirà, che l'angolo. m d g. sia maggiore dell'angolo. m d l. & l'angolo. m d l. sarà maggiore dell'angolo. m d c. Onde la. m c. † apparirà piu lunga della. m l. & la. m l. piu lunga della. m c. & la. m c. piu lunga della. m z. tal che apparirà, che il punto. z. sia piu appresso al centro. m. che non è il punto. c. & il punto. c. piu appresso del punto. l. & la. l. piu appresso del. g. Adunq; la circonferẽza. z c. l g. pare alla uista una linea retta. Dimostrerrasse parimente, che la circonferenza. z t e b. paia una linea retta. Per il che tutta la circonferenza. b g. apparirà simile à una linea retta.

† *per la quinta supp. essendo vista sotto maggiore angolo.*

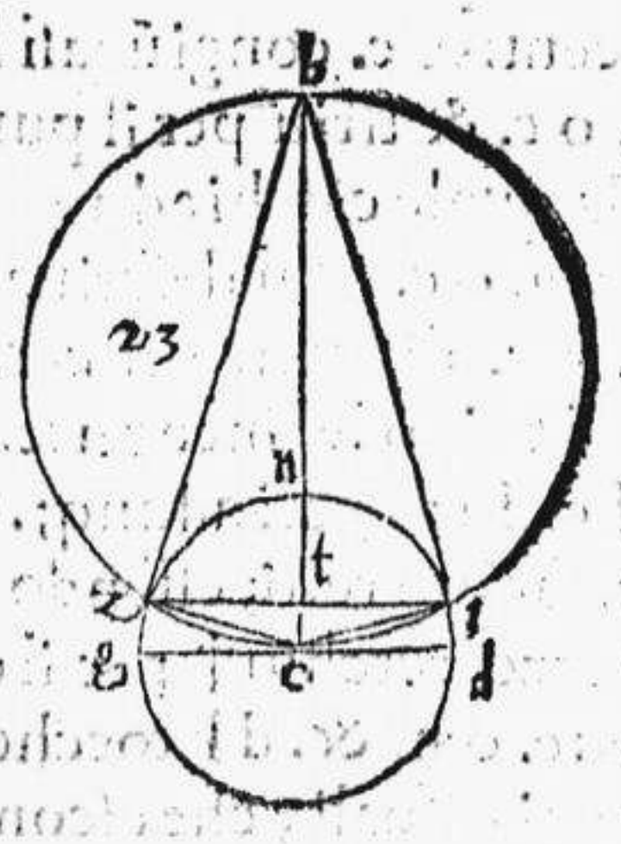
ANNOTATIONE.

M. Egnat. *CHE quelle circonferenze, che sono nel medesimo piano, che è il centro dell'occhio, apparischino liene rette, ciuiene pienamente dimostrato nella presente propositione, ne so uedere con qual fondamento Vitellione le contradica nella propositione 50. del quarto libro. Oue afferma, che dette circonferenze non appariscono linee rette, ma che si auuicinino quasi alle linee rette. Fondatosi sopra la ottaua propositione del terzo libro di Euclide, nella quale si dimostra, che la linea. D Z. è la piu corta di tutte l'altre linee, che dal punto. D. uadino alla circonferenza. B G. la onde essendo piu lunga la. D G. della. D L. & la. D L. piu che non è. D C. &. D C. piu di. D Z. dice, che il punto. Z. essendo uisto dal raggio. D Z. piu corto di tutti gl'altri apparirà piu uicino alla. D. che il punto. G. uisto dal raggio. D G. piu lungo, come se quelle cose, che da' raggi piu corti sono uiste, ci apparischino piu uicine, & quelle piu lontane, che con piu lunghi raggi si ueggono, Hauendo pure detto esso Vitellione nella prop. quarta del quarto. L. che l'occhio non può uedere quelle linee, che stanno à piombo sopra la superficie di esso come fanno i raggi uisuali,*

che uscendo dal centro della sfera dell'occhio, stanno à piombo sopra la superficie di quello: onde l'occhio non potendo uedere la lunghezza de' raggi suoi, resterà uero, che delle cose eguali quelle apparirãno piu uicine, che sotto maggiore angolo sono uedute come anco afferma Vitellione nella conuersa propo. del quarto. L. & non quelle, che con piu corti raggi si uedono.

THEOREMA VENTESIMOTERZO.

In qualunq; modo la palla sia uista, con un solo occhio, sempre ne sarà uista meno della metà; & quella parte della palla, che si uede, apparisce essere contenuta dal cerchio.



SIA la palla, che habbia il centro. c. & l'occhio sia nel punto. b. & si congiunga la linea retta. b c. & nella estremità di essa nel punto .c. si tiri à angoli retti la. g c d. & per la linea. b c. &. g c d. diametro della palla si tiri un piano il quale faccia nella palla un cerchio. & sia .g z n l d. & si descriua il cerchio. z b l. d'intorno alla. b di diametro, & congiunghinsi le linee rette. c z. &. c l. b z. b l. &. l z. Et perche gli angoli. c z b. &. c l b. sono angoli del mezzo cerchio, sono retti (per la 31. del terzo libro) onde la. b z. &. b l. linee rette toccheranno la. c z. &. c l. che escono dalla. c. centro della palla, in un sol punto di detta palla. † Onde i raggi, che escono dall'occhio. b. cascheranno sopra le rette linee. b z. &. b l. Et perche tutti gl'angoli che sono intorno il punto. t. sono retti, conciosia cosa che la. z t l. è paralella alla. g c d. & la. z t. è eguale alla. t l. Se adunq; stando fissa la. t b. sarà girato il triangolo. t b z. fino a tanto che ritorni nel punto, oue cominciò à muouersi; seguirà, che la. b z. girando toccherà la superficie della palla cõ un sol punto; cio è con il punto. z. & descriuerrà un cerchio per i punti. z. l. Onde quella parte della palla, che si uede, sarà compresa dal cerchio,

† per la 18. del terzo.

chiò, la quale è minore della mezza palla, conciosia che la parte. z n l. è minore del mezzo cerchio.

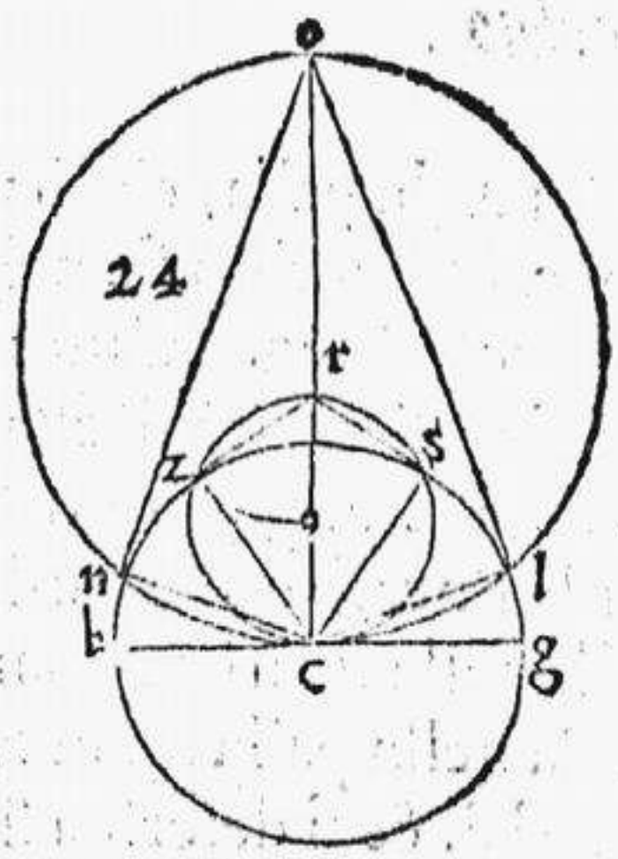
ANNOTATIONE.

HOR che la commune setione † della palla, & del piano, che la segha, sia il cerchio, si è sopposto come cosa certa nel libro delle apparẽtie, il che in q̃llo degli sferali si è dimostrato.

†Tagliamento.

THEOREMA VENTESIMOQVARTO.

Quanto piu l'occhio si appressa alla palla, manco ne uede, & piu li par uederne.



SIA la palla, che habbia il centro nel punto. c. & dall'occhio. o. al centro. c. congiũgasi la linea retta. o c. & tirisi per il punto. c. la. b c. la quale caschi ad angoli retti sopra la. o c. & si descriua intorno al la. o c. diametro il cerchio. o n l. & si tirino le linee rette. o n. n c. o l. l c. Li angoli adunq;. o n c. &. o l c. sarãno retti; essendo angoli del mezzo cerchio † per il che le linee rette. o n. &. d l toccheranno la palla in un sol punto; onde i raggi uisuali, che escono dall'occhio. o. cascheranno sopra la palla nella linea. o l. &. d n. Mutisi hora l'occhio dal punto. o. & uada al punto. r. & si descriua un cerchio attorno la linea. r c. & congiungansi le linee. r z. z c. r s. s c. Per il che le linee. r z. &. r s. toccheranno in un punto la palla. g l s z n b. Et anco ra i raggi, che escono dall'occhio. r. cascheranno sopra la palla secondo le linee rette. r z. &. r s. Adunq; dall'occhio. r. si uede la. z s. & dall'occhio. o. la. n z s c. La onde la. n z r s. parte della palla, che si uede dal punto. o. è maggiore della. z s. con tutto che apparisca minore, conciosia che, l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. o. ma quelle cose, che sotto maggiore angolo si uedono, appariscono maggiori, (per la quinta suppositione) adunq; apparirà maggiore la parte della palla. z s. che la parte. n z. s l. con tutto che sia minore.

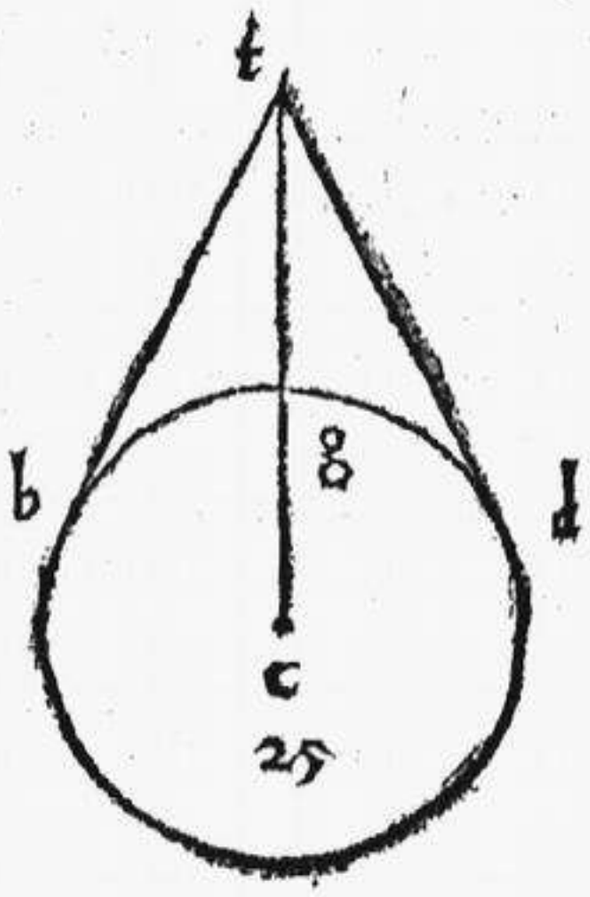
†per la 31. propositione del terzo.

THEO-

THEOREMA VENTESIMOQVINTO.

La palla, che di lontano è uista, apparisce all'occhio un cerchio.

SIA il punto. c. cẽtro della palla, nella quale sia il maggiore cerchio. b g d. oue giunghino i raggi, che escono dall'occhio. t. & sieno .t b. t g. t d. seguirà, che la. b g d. circonferenza apparirà una retta linea. † Et similmente tutti gl'altri cerchi, descritti nella superficie della palla, appariranno all'occhio linee rette, la onde tutta la palla, che lontana dall'occhio è posta, apparirà simile ad un cerchio.



† *per il Theorema. 22.*

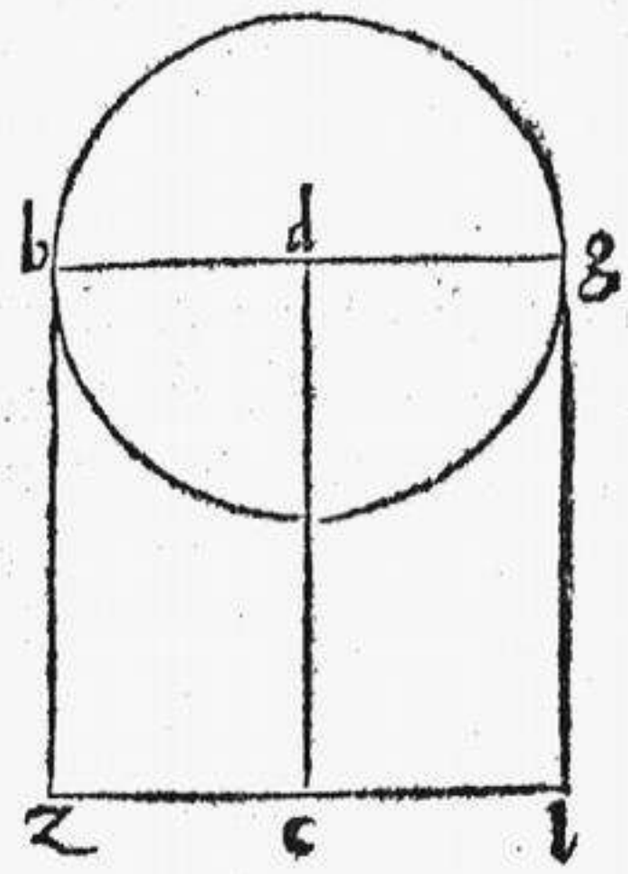
ANNOTATIONE.

NEL *medesimo modo, che si è dimostrato, che la superficie conuessa di una palla uista di lontano, apparisce una superficie piana, si può dimostrare anco della superficie deuessa, ò concaua di essa palla; perche come i cerchi, che uengono descritti nella superficie conuessa della palla, ci appariscono linee rette p il 22. Theorema, cosi anco i cerchi, che uenissero descritti nella superficie deuessa apparirieno linee rette, per il che l'una, & l'altra superficie della palla; cio è la Conuessa, & la deuessa appariranno all'occhio una superficie piana a guisa di cerchio. Il che chiaramente si uede essere uero nel Sole, nella Luna, & nelle Stelle, che essendo di forma sferica, & rotonda, ci appariscono superficie piani.* M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMOSESTO.

Se la palla, che da tutti due gli occhi è uista, haurà il diametro suo eguale alla distanza, che è fra'l centro del l'uno, & dell'altro occhio, sarà uista mezza.

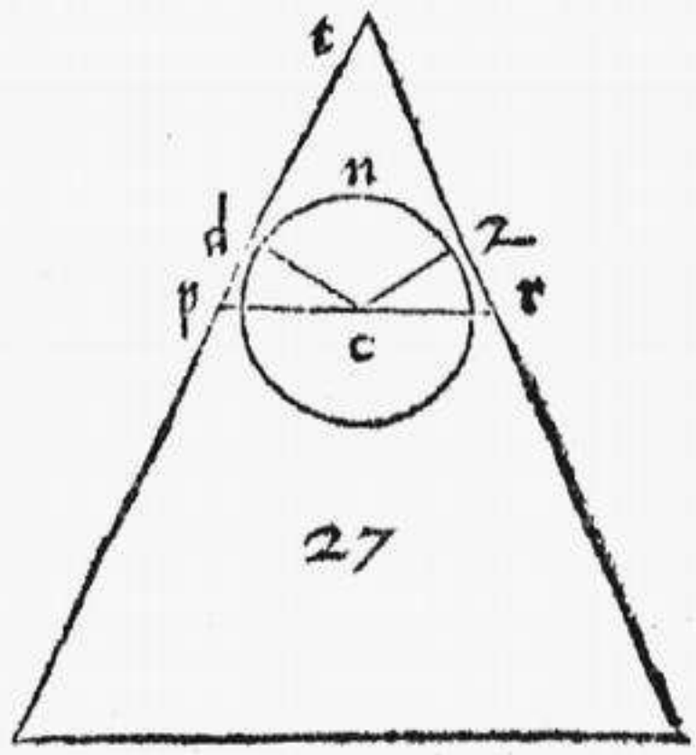
SIA una palla, che habbia il diametro. b g. & da i punti. b. g. tirinsi le linee. b z. &. g l. le quali faccino angoli retti con la. b g. & dal punto. z. si tiri la. z l. paralella alla. b g. & gli occhi stieno uno nel punto. z. & l'altro nel punto. l. & dal centro. d. si tiri la. d c. paralella alla. b z. Se adunq; si girerà all'intorno il paralello gramo. b c. (stando fermo il suo lato. d c.) tanto che ritorni al punto; onde egli si partì; la figura, che nel girare descriuerrà i l lato. b d. sarà uno de' cerchi maggiori, che passano per il centro della palla. Per il che da gl'occhi. z. l. sarà uista solamente la metà della palla.



THEOREMA VENTESIMOSETTIMO.

Se l'interuallo, che è fra l centro dell'uno, & dell'altro occhio, sarà maggiore del diametro della palla, se ne vedrà piu della metà.

SIA una palla, che habbia il centro. c. & l'interuallo, che è fra l'uno, & l'altro occhio, sia la. b g. maggiore del diametro della palla. p c r. Et per la. b g. & per il. c. centro della palla si distenda un piano, che faccia nella palla un cerchio. p d n z r. & da gli occhi. b. &. g. eschino i raggi. b d. &. g z. che tocchino la palla nel pũto. d. &. z. dico che' detti raggi essendo distesi rettamente, si uniranno, & congiugneranno insieme nel punto. t. essendo che la. b g. è maggiore della. p r. † Hora perche dal punto .t. cascono sopra la palla. p d n z r. le linee. t z. t d. che toccono la palla nelli pũti. d. z. seguirà, che la. d n z. sia minore del mezzo cerchio, perche gl'angoli. t d c. &. t z c. sono retti. † Onde il restãte della palla, che da' raggi. b d. &. g z. è uista, è maggiore della metà di essa palla.



† *non essendo paralelle le linee. b t. & t g.*

† *per la 18. del terzo.*

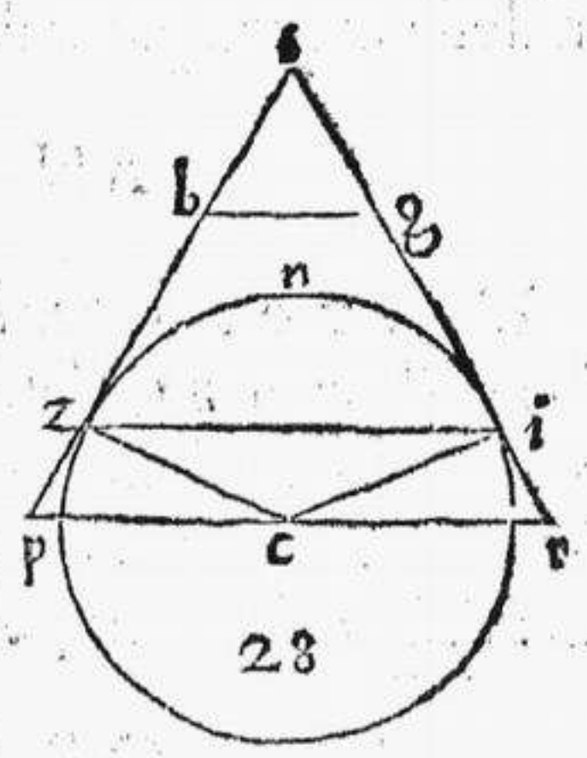
ANNO-

ANNOTATIONE.

CHE *il pezzo d'arco.* D N Z. *sia minore del mezzo cerchio, si dimostra: perche essendo gli angoli.* T D C. *&.* T Z C. *retti (per la* 18. *del terzo) l'angolo.* D C Z. *sarà tanto minore di due retti, quanto è grā de l'angolo.* T. *perche per la* 32. *del primo, ogni triangolo ha tre angoli eguali à due retti, & il quadrilatero.* T D C Z. *si puo diuidere in due triāgoli, onde haurà quattro angoli eguali à quattro angoli retti, Ma il mezzo cerchio è posto all'incontro di due angoli retti, contenendosi attorno il centro del cerchio* 4. *angoli retti, adunq; l'arco.* D N C. *posto all'incontro dell'angolo.* D C Z. *minore di due angoli retti, sarà minore del mezzo cerchio.* M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMOOTTAVO.

Se l'interuallo, che è fra'l centro dell'uno, & dell'altro occhio, sarà minore del diametro della palla; se ne uedrà meno della metà.



SIA la palla, che habbia il centro. c. & l'interuallo, che è fra l'uno, & l'altro occhio, sia la. b g. che sia minore, che non è il diametro della palla. p c r. & per la. b g. &. c. si distenda un piano, che nella palla faccia il cerchio. z n i. & dagl'occhi. b. g. eschino i raggi. b z. & g i. che tocchino la palla nel punto .z. &. i. & si cōgiugnerāno insieme nel punto. t. conciosia che il. b g. interuallo degli occhi, non è eguale alla. p r. diametro della palla. Adunque i raggi, che usciranno dal punto. t. & cascheranno sopra la palla, ne comprenderanno manco della metà, † pche la. z n i. è meno di mezza la palla, onde quella parte della palla, che è uista da gli occhi. b. &. g. è manco che mezza. † *per la precedente annotatione.*

THEOREMA VENTESIMONONO.

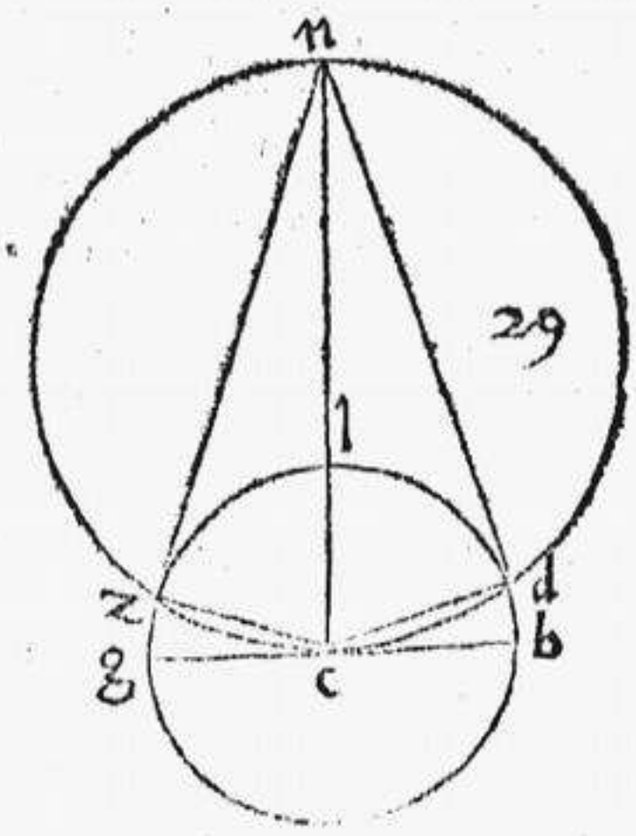
In qualunque modo una colonna sia uista con un so-

lo occhio, ne sarà uista manco della metà.

SIA il. c. centro del cerchio, che è basa della colonna, & dall'occhio. n. si tiri la. n c. retta linea fino al punto. c. dal quale si tiri la linea. g c b. che caschi à piombo sopra la. c n. & intorno la. c n. si descriua un cerchio. z n d. & si congiunghino le linee rette. n z. z c. n d. d c. Et perche gli angoli n z c. &. n d c. sono retti.† n z. &. n d. toccherãno la colonna in un solo punto, Et i raggi, che escono dall'occhio. n. caderanno nella colonna sopra le linee. n z. &. n d. Onde si uedrà solamente la. z l d. la quale è minore del mezzo cerchio †. g l b. per il che la. z l d. apparirà minore del mezzo cerchio, cio è sempre si uedrà meno della metà della colonna; Et quanto si è dimostrato della basa della colonna, si può ancora dimostrare, di qual si uoglia parte della superficie di essa. Si che sempre si uedrà meno della mezza parte della colonna.

† per la 32. del terzo.

† per l'annotatione della. 27.



ANNOTATIONE.

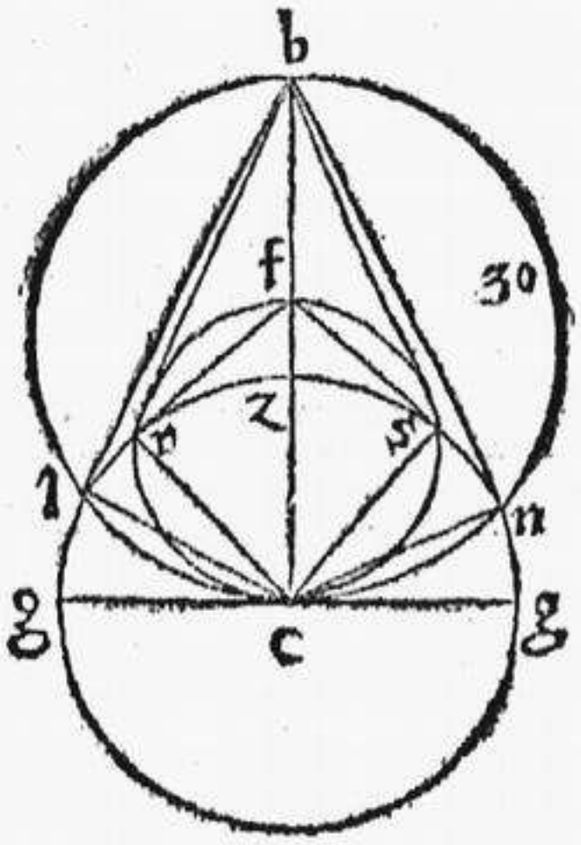
M. Egnat. L'AVTORE *per la Basa della colonna intende il cerchio del fuso della colonna, che uà posato sopra di essa basa, & quanto dimostra della superficie delle colonne, si deue intendere di quelle, che non sono istriate, ò scanalate; perche entrando i raggi uisuali nelle istriature della colonna ne potrieno uedere facilmente la metà.*

THEOREMA TRENTESIMO.

La parte della colonna, che si uede accostandosi à quella, è minore della parte, che si uede nel discostarsi, & apparisce maggiore.

SIA. c. il centro del cerchio basa della colonna. Et dall'occhio. b. si tiri la. b c. fino al centro. c. & per il punto. c. si tiri la. g c d.

la. g c d. che faccia angoli retti con la. b c. & si descriua un cerchio intorno alla. c b. & poi si congiunghino le linee rette. b n .n c. b l. l c. Onde per la propositione precedente la circonferenza. l z n. sarà minore del mezzo cerchio. Et come si uede meno di mezza la basa: cosi anco si uedrà meno di mezza la colõna. Accostisi hora l'occhio piu presso nel punto. f. & si descriua un cerchio. f r c s. intorno alla. f c. tirando le linee rette. f r. r c. f s. s c. Onde i raggi, che escono dall'occhio. f. passeranno sopra le linee. b l. b n. & la circonferenza. l z n. sarà maggiore, della circonferenza. r z s. & nondimeno alla uista apparisce essere maggiore la circonferenza. r z s. che la. l z n. essendo l'angolo. r f s. maggiore dell'angolo. l b n. † Onde si uedrà la minor parte della colonna, & apparirà la maggiore parte.



† *per la 21. del primo.*

ANNOTATIONE.

LA *medesima ragione è della colonna, che era della palla, di sopra nella propositione. 24. Et il medesimo auuerrà d'ogni altro corpo rotondo, come nelle due seguenti propositioni si uede del Cono.* M. Egnat.

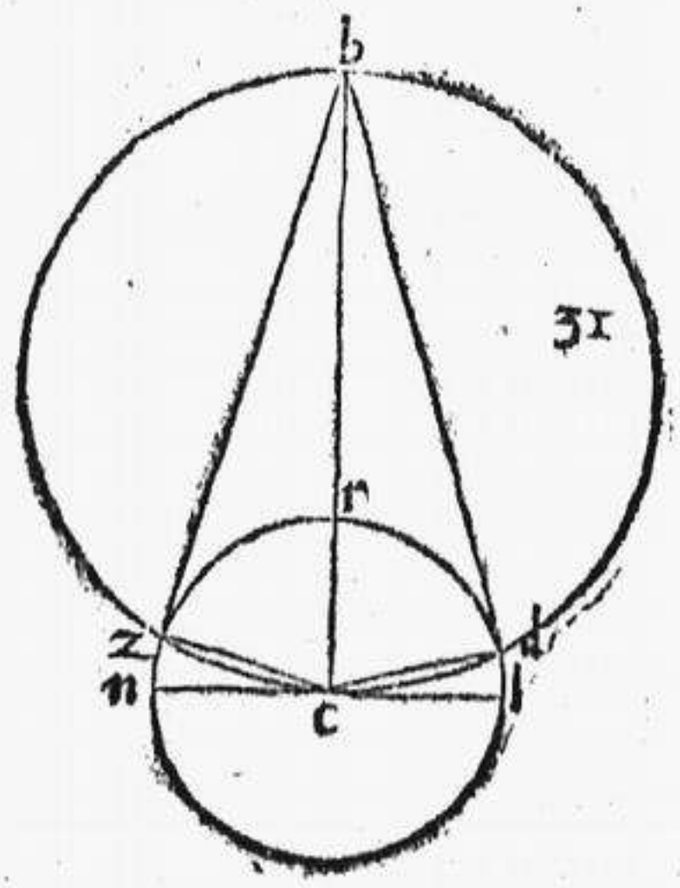
THEOREMA TRENTESIMOPRIMO.

Uedendosi con un solo occhio il Cono di basa circulare, se ne uede meno della metà.

SIA la. c. centro del cerchio basa del Cono, & dall'occhio .b. fino al detto centro si tiri la. b c. & per il punto. c. si tiri la. n c l. che stia ad angoli retti con la. b c. attorno la quale si descriua il cerchio. z b d. congiugnendo le linee rette. b z. z c. b d .d c. onde gl'angoli. b z c. &. b d c. essendo angoli del mezzo cerchio saranno retti; † per il che le due linee. b z. &. b d. toccheranno il cerchio ne' punti. d. z. & i raggi, che escono dall'occhio. b. & uanno alla circonferenza del cerchio, caderanno sopra le linee, b z. &. b d. onde la parte del cerchio. z r d. che si uedrà;

† *per la 31. del terzo.*

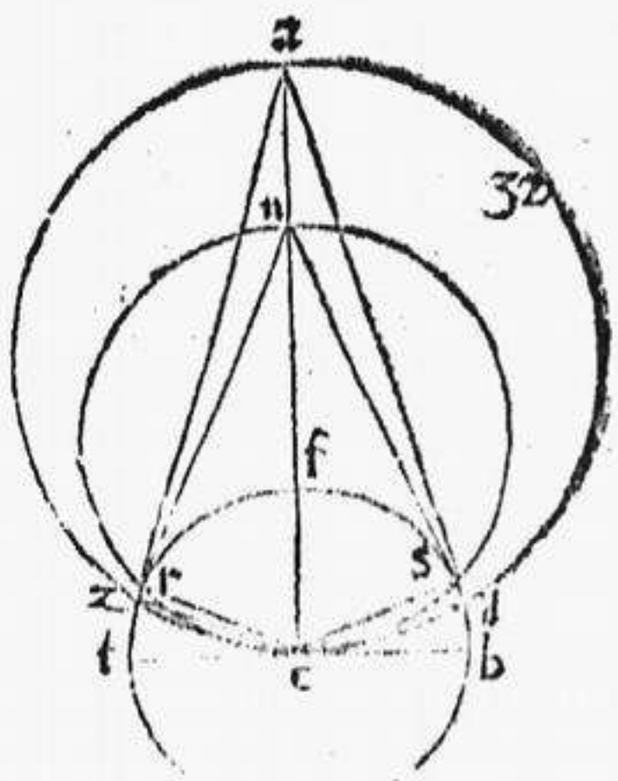
si uedrà; sarà minore della. n r l· che è la metà del cerchio; adunq; la. z r d. sarà meno del mezzo cerchio; Tal che del Cono se ne uede manco della metà. Et quanto quì s'è dimostrato, si dimostrerrà anco ra d'ogn'altro cerchio, che nella superficie del Cono sarà descritto.



THEOREMA TRENTESIMO SECONDO.

Quanto piu l'occhio nel medesimo piano s'accosta al Cono, tanto meno ne uede, & tanto piu glie ne par uedere.

SIA la. c. centro del cerchio della basa del Cono, & l'occhio sia nel punto. a. dal quale fino alla. c. si tiri la retta linea. a c. & si cõgiunghi la. a z. z c. a d. d c. Et poi si muti l'occhio dal punto. a. al punto. n. & si descriua un cerchio d'intorno alla linea. c n. congiugnendosi la linea retta. n r. & la. r c. la. n s. & la. s c. Onde i raggi, che escono dall'occhio. a. cascheranno sopra le linee. a z. & .a d. & dal punto. a. si uedra la. z f d. Hora per la medesima ragione, i raggi, che escono dall'occhio. n. caderanno nella circonferenza del cerchio sopra le linee. n r. &. n s. onde dal punto. n. si uedrà la circonferenza. r f s. minore della. z f d. con tutto, che apparisca maggiore, essendo che l'angolo. r n s. è maggiore dell'angolo. z a d.



THEOREMA TRENTESIMOTERZO.

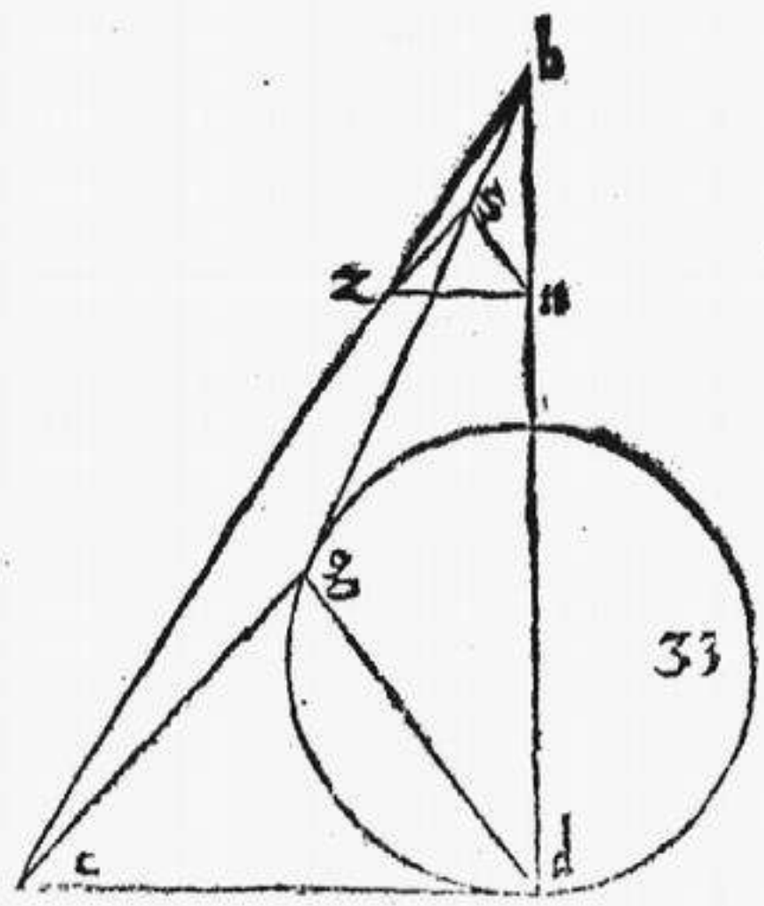
Se fino alla basa circulare del Cono, si tirino i raggi uisuali, che la tocchino, & da questi punti si tirino le li-

nee rette

nee rette sopra la superficie del Cono, fino alla sua punta, per le quali, & per i raggi che escono dall'occhio, & toccono la basa del Cono, si stendino due piani, & l'occhio stia nella loro commune † settione, la parte del Cono, che si vede apparirà sempre eguale.

† *tagliamẽto nel quale l'una si taglia con l'altra.*

SIA un Cono, che habbia per basa il cerchio. g d. & la pũta sia nella. b. & l'occhio nel punto. c. dal quale eschino i raggi. c d. &. c g. che tocchino la. g d. cerchio ne' punti. g. &. d. & da questi due punti fino alla. b. punta del Cono si tirino le rette linee. d b. &. g b. & si distendino due piani, uno sopra la linea. b g. & il raggio. g c. & l'altro nel medesimo modo sopra la linea. d b. & il raggio. d c. Questi due piani si congiugneranno insieme, poiche le linee rette. d b. &. g b. si congiungono, & anco i raggi visuali. c g. &. c d. si congiungono nel punto. c. Congiunghinsi adũq;, & si taglino insieme questi due piani, & sia la loro commune settione, la linea. b c. † Dico, che l'occhio, che è collocato in qual si uoglia punto della linea. b c. uedrà sempre la medesima parte del Cono. Pigliasi nella linea. b c. un punto, & sia la. z. nel quale stia l'occhio; & da esso si tiri la. z n. paralella alla. c d. Et alla. c g. si tiri la paralella la. z s. per il che le linee rette. z n. &. z s. toccheranno la superficie del Cono ne' punti. n. &. s. & perche le settioni de' cerchi paralelli, nella superficie del cono. b g d. sono simili; gl'interualli che si uedono nella. b g d. superficie del Cono appariscono eguali; conciosia che l'angolo. s z n. (che è compreso da' raggi. z s. &. z n.) è eguale all'angolo. g c d. che è compreso da' raggi. c g. &. c d. † adunq; l'interuallo. s n. della superficie del Cono, apparirà eguale all'interuallo. g d. † Onde ponendosi l'occhio in qual si uoglia luogo della linea retta. c b. la parte del Cono che si uede, apparirà sempre eguale.



† *per la 3. pro. dell' 11.*

† *per la 29. del primo, & per la 10. pro. dell' 11.*

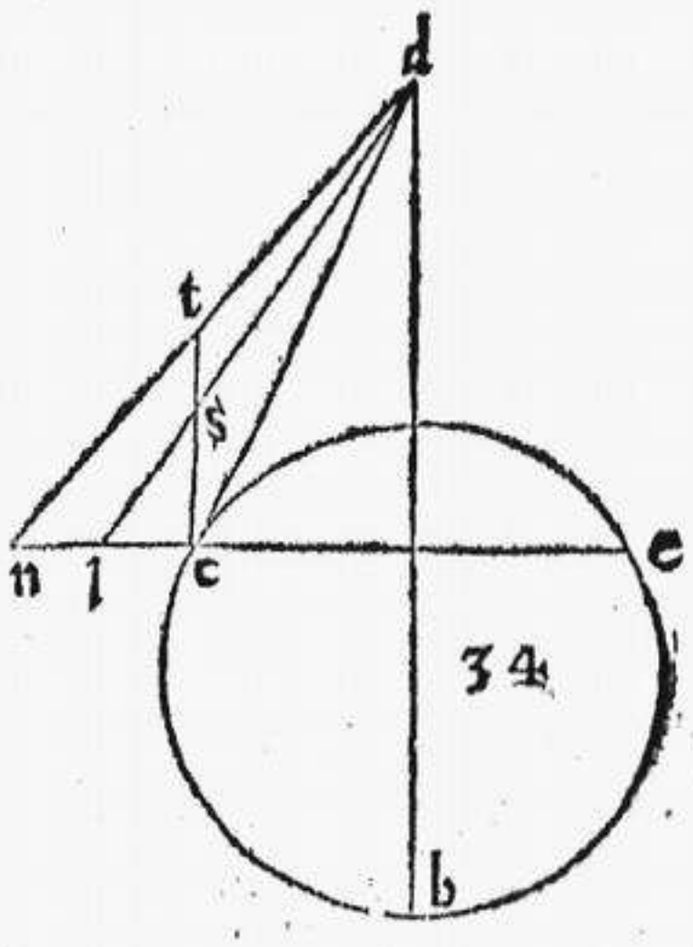
† *per la 7. supp.*

THEO-

THEOREMA TRENTESIMOQVARTO.

Se si muouerà l'occhio sopra una linea retta equidistante alla superficie del Cono, & s'innalzerà; quella parte del Cono, che si uede, apparirà minore, ma se l'occhio si abbasserà, apparirà maggiore.

SIA la punta del Cono la. d. & la basa sia il cerchio. c b e. & tirisi la. t c. paralella alla. b d. & l'occhio stia nel punto. t. Dico, che la parte del Cono ueduta, apparisce minore, quando l'occhio è nel punto. t. che quãdo egli è nel punto. s Tirinsi adunque dal punto. d. fino al punto. t. & al punto. s. le linee rette. d t. & .d s. & si stendino fino alla. n. &. l. le parti del Cono che si uedranno appariranno ineguali, stando l'occhio hora nel punto. n. & hora nel punto. l. & dalla. n. la parte del cono uista apparisce minore, & dalla. l. maggiore †. Essendo che l'angolo. d n c. è minore dell'angolo. d l c. † Hor perche la parte del Cono, che si uede dal punto. n. è eguale alla parte, che si uede dal punto. t. & quella parte, che si uede dal punto l. è eguale a quella, che si uede dal punto. s. come nel precedente Theorema si è dimostrato, segue, che all'occhio posto nel punto. t. parrà di uedere minore parte del Cono, che non parrà di uedere all'occhio posto nel punto. s.



† *per la 5. et 6. suppositione.*

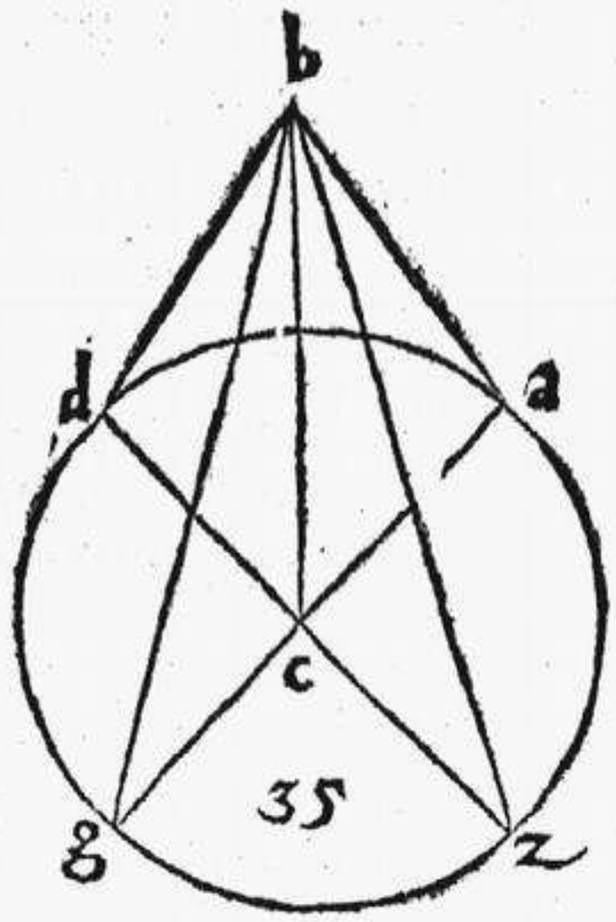
† *per la 32. del terzo.*

THEOREMA TRENTESIMOQVINTO.

Se sopra il centro del cerchio si innalzerà una linea retta, che col suo piano faccia angoli retti, & l'occhio stia nella detta linea, i diametri del cerchio gl'appariranno eguali.

SIA

SIA il centro del cerchio il punto. c. dal quale s'innalzi la linea retta. c b. che faccia angoli retti col piano del cerchio. d g z a. & l'occhio ſtia nel punto. b. & ſi tirino i diametri. g a. &. d z. Dico che il diametro. g a. apparirà eguale al diametro. d z. Tirinſi le rette linee. b a. b z. b g. b d. le due linee rette. b c. &. c z. ſaranno eguail alle due. b c. &. c g. cia ſcuna alla ſua, cio è. c z. alla. c g.† & la. b c. è commune. Et l'angolo .b c g. è eguale all'angolo. b c z. la baſa. b z. ſarà eguale alla baſa. b g. †. & per la medeſima ragione la .b d. ſarà eguale alla. b a. Per il che le due rette linee. d b. &. b z. ſaranno eguali alle due. a b. & .b g. & la. d z. è eguale alla. g a. †. adunq; l'angolo. d b z. ſarà eguale all'angolo. g b a.† Ma quelle coſe che ſotto eguali angoli ſono uiſte appariſcono eguali (per la 7. ſuppoſitione) adunque la. g a. diametro apparirà eguale all'altro diametro. d z.



† per la 15. diff. del primo.

† per la quarta del primo.

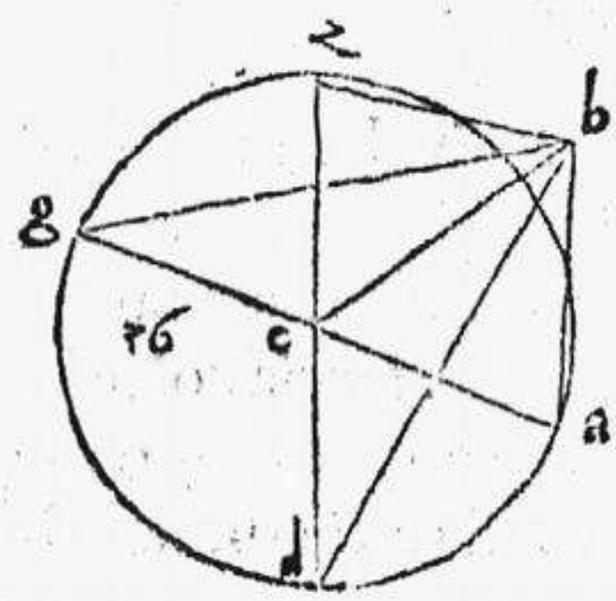
† per la 15. diff. del primo.

† per la 8. del primo.

THEOREMA TRENTESIMOSESTO.

Se l'occhio ſi porrà nella punta d'una linea, che eſca dal centro del cerchio, & ſia eguale al mezzo diametro di eſſo, ne faccia angoli retti con il piano del cerchio, i diametri gli appariranno eguali.

SIA il punto. c. centro del cerchio, dal quale ſi tiri in alto la. c b. che non faccia angoli retti col piano del cerchio, & ſia eguale al mezzo diametro di eſſo, & dal punto. b. oue è l'occhio ſi tirino le linee rette (come nella precedẽte s'è fatto). b d. b z. b g. b a. Ma eſſendo fra di loro eguali la. d c. c b. c z. ſarà retto l'angolo. z b d.† & anco l'angolo. a b g. ſarà retto per la medeſima ragione. Onde queſti due an

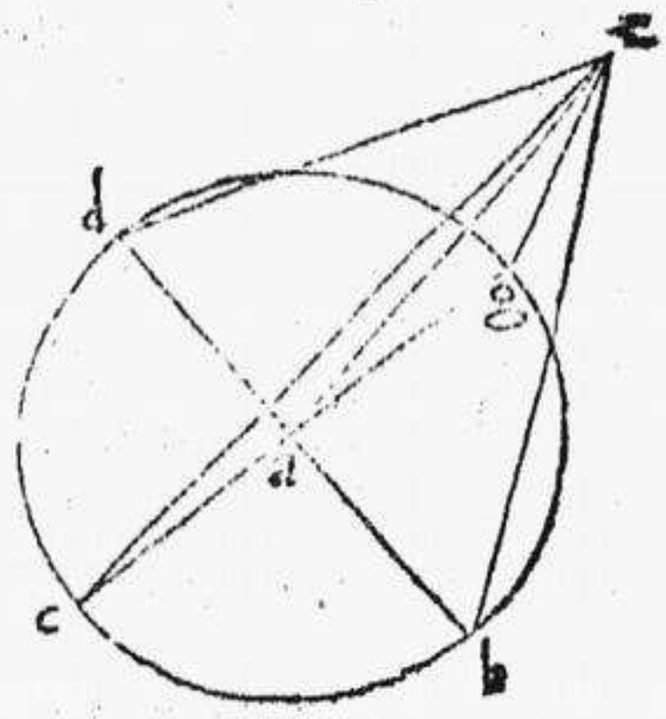


† per la 31. del terzo.

goli ſaranno fra di loro eguali, ma quelle coſe, che ſotto egua li angoli ſono uiſte, appariſcono eguali (per la 7. ſuppoſitione) adunq; il diametro. d z. apparirà eguale al diametro. a g.

Hora ſia centro d'un altro cerchio il punto. a. dal quale ſi innalzi la linea. a z. che non ſia eguale al mezzo diametro, ne meno faccia angoli retti ſopra il piano del cerchio, ma ſolamẽte faccia l'angolo. d a z. eguale all'angolo. z a g. & l'angolo. c a z. eguale all'angolo. z a b. Dico, che ancora in queſto modo i diametri del cerchio appariranno eguali all'occhio, che dal punto. z. gli mira. Et perche la. d a. è eguale alla. a g. & la .a z. è commune all'una, & l'altra di loro, & fa con eſſe angoli eguali, ſeguirà, che la baſa. d z. ſia eguale alla baſa. z g. † & l'angolo. d z a. ſia eguale all'angolo. a z g. & nel medeſimo modo ſi moſtrerrà l'angolo. c z a. eſſere eguale all'angolo. a z b. per il che tutto l'angolo. d z b. ſarà eguale à tutto l'angolo. c z g. & coſi i diametri. d b. &. c g. appariranno fra di loro eguali, ogni volta che il raggio, che uſcẽdo dall'occhio ua al centro, farà (come s'è detto) co' diametri angoli eguali, ò faccia il detto raggio con il piano del cerchio angoli retti, ò non faccia.

† *per la 4. del primo.*

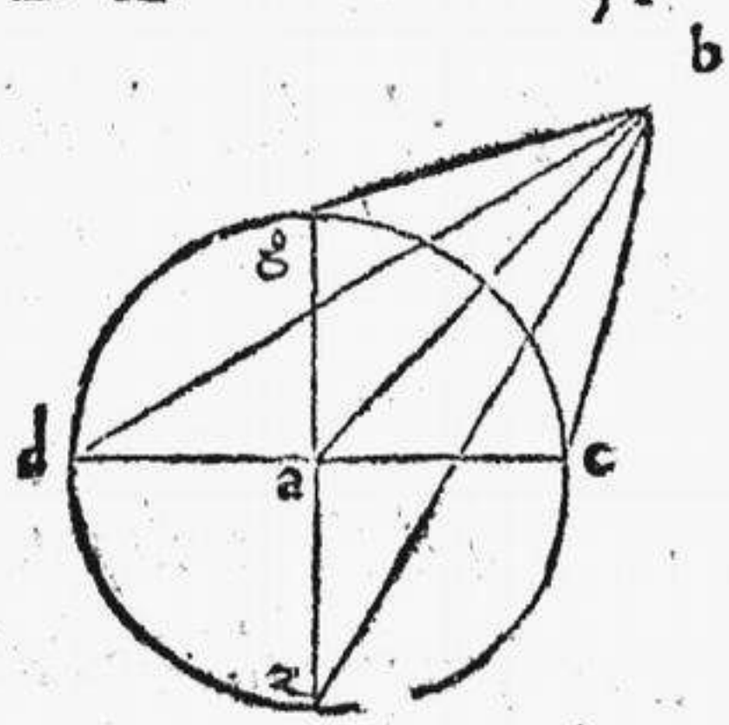


THEOREMA TRENTESIMOSETTIMO.

Se il raggio uiſuale, che uſcendo dall'occhio ua al centro del cerchio, non farà angoli retti co'l piano del cerchio, ne meno ſarà eguale al mezzo diametro, ne farà angoli eguali colli mezzi diametri, i diametri appariranno ineguali.

SIA la. a centro del cerchio, & da eſſo fino all'occhio. b. ſi tiri la linea retta. b a. la quale non faccia angoli retti co'l piano del cerchio, ne manco ſia eguale al mezzo diametro di eſſo cerchio, ne faccia co' mezzi diametri angoli eguali; dico che i diametri appariranno ineguali. Tirifi la. g z. diametro, che faccia angoli retti con la. a b. & la. d c. ſi tiri in modo, che faccia angoli ine-

goli ineguali con la detta. a b. & si congiunghino le linee rette. b g. b z .b c. b d. & sia la. b a. maggiore del mezzo diametro. a c. adunq; l'angolo. g b z. sarà maggiore dell'angolo .c b d. (come nel Theorema si dimostra) ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uiste, appariscono maggiori, adunq; il diametro. g z. apparirà maggiore del diametro. d c.

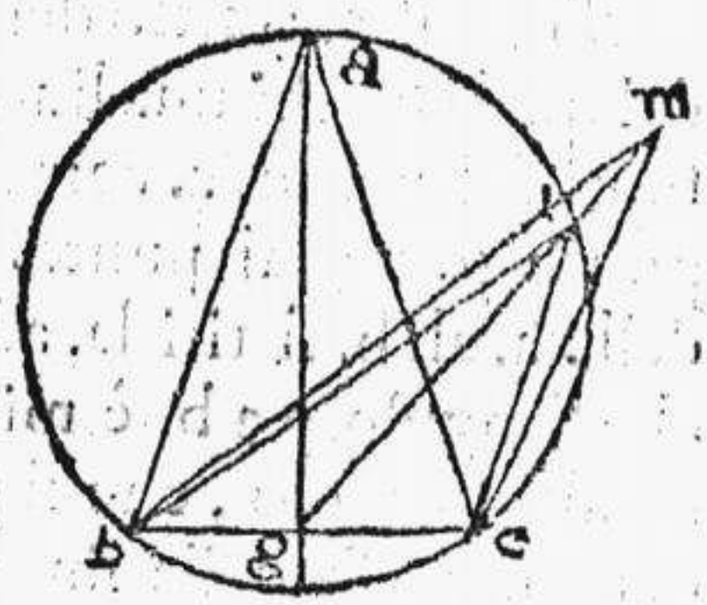


Hora se la. b a. sarà minore della. a c. apparirà maggiore la. d c. che la. g z.

ANNOTATIONE.

CHE *l'angolo.* G B Z. *sia maggiore dell'angolo.* C B C. *stando la linea.* A B. *à piombo sopra la.* G Z. *& non sopra la.* C D. *si puo dimostrare in questa maniera.* M. Egnat.

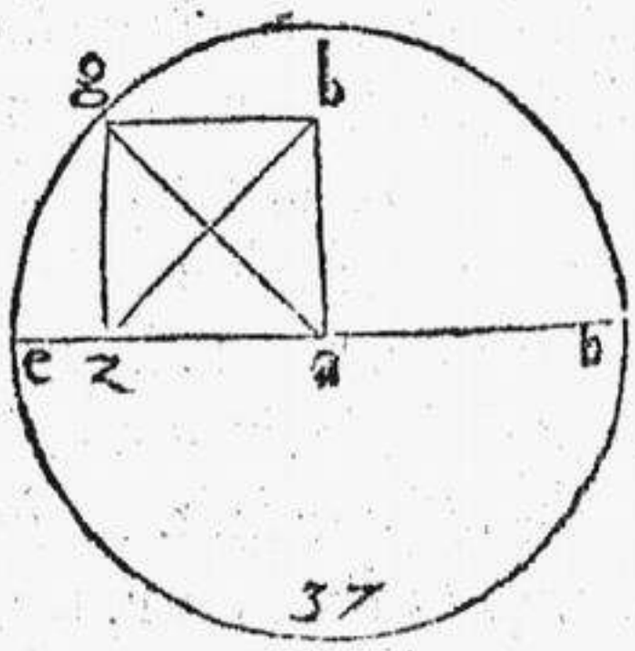
Facciasi attorno il triangolo. A B D. *un cerchio per la 5. del quarto, & tirisi la linea.* A G. *à piombo sopra la.* B C. *che passi per il centro del cerchio per la.* 1. *del 3. Et cosi la linea.* A G. *sarà la piu lunga linea, che esca dal punto.* G. *& uadia alla circonferentia del cerchio per la 7. del 3. Facciasi ancora sopra il punto.* G. *per la. 23. del primo un angolo eguale all'angolo.* C A B. *il quale sia.* B G. M. *& si tiri la linea.* G L. *fino alla circonferentia del cerchio. Dico hora, che essendo la.* G A. *piu lunga della.* G L. *per la 7. del 3. seguirà che anco la linea.* A B. *(la quale supponiamo eguale alla.* A G.*) sia maggiore della.* G L. *stendasi la linea.* G L. *tanto, che sia eguale alla.* A B. *(per la 3. del primo) & sia la* G M. *& si tirino le linee.* B M. *&* .C M. *onde l'angolo.* B M C. *sarà eguale all'angolo.* D B C. *per l' 8. del primo. Ma l'angolo.* B A C. *è maggiore dell'angolo.* B M C. *perche l'angolo.* B L C. *(che è eguale all'angolo.* B A C. *per la 21. del 3.) è maggiore dell'angolo.* B M C. *per la. 21. del primo La onde l'angolo.* G B Z. *che è eguale all'angolo.* B A C. *sarà maggiore dell'angolo.* D B C. *che eguale all'angolo.* B M C.



Per la dimostratione di queste cose è necessaria la cognitione di quanto segue.

Se dall'occhio posto in aria cascheranno due linee rette, una delle quali uadia al centro del cerchio, doue faccia angoli ineguali, & l'altra cascando à piombo, faccia angoli eguali sopra la sperficie del cerchio, & dal punto oue casca la linea à piombo si tiri una retta linea fino al centro del cerchio; L'angolo compreso da questa linea, et quella, che esce dal centro, & ua all'occhio, è minore d'ogn'altro angolo, compreso sotto la detta linea, che dal centro ua all'occhio, & dalle linee che passono per il centro del cerchio.

SIA l'. a. centro del cerchio, & l'occhio stia nel punto. b. dal quale caschi una linea à piombo sopra il piano del cerchio fuori del centro. a. come dire nel punto. g. & sia la. b g. & dal punto. g. fino al punto. a. si tiri la retta linea. g a. & in oltre dall'. a. al. b. si tiri la. a b. Dico, che l'angolo. g a b. è minore d'ogn'altro angolo, che si possa fare dal concorso della linea. b a. con ogni altra linea che passi per il centro. a. Tirisi per il punto. a. la retta linea. h a z e. & dal punto. g. sopra la linea. h e. si tiri à piombo la .g z. che sia nel medesimo piano che è la. h e. & si congiunghi la linea retta. b z. * La. b z. adunque sarà perpendiculare sopra la. h e. Hor essendo retto l'angolo. g z a. l'angolo. a g z. sarà minore del retto, † per il che, il lato. a g. sarà maggiore del lato. a z. † Onde la. a b. harà maggiore ragione alla. a z. che non harà alla. a g. † Ma li due angoli. a g b. &. b z a. sono retti, & le linee rette. g a. &. a z. sono ineguali, * adunque il rimanente angolo, z a b. è maggiore del-



* Lemma pri.

† per la 32. del primo.

† per la 19. del primo.

† per l'8. diff. del quinto.

* Lemma. 2.

l'altro

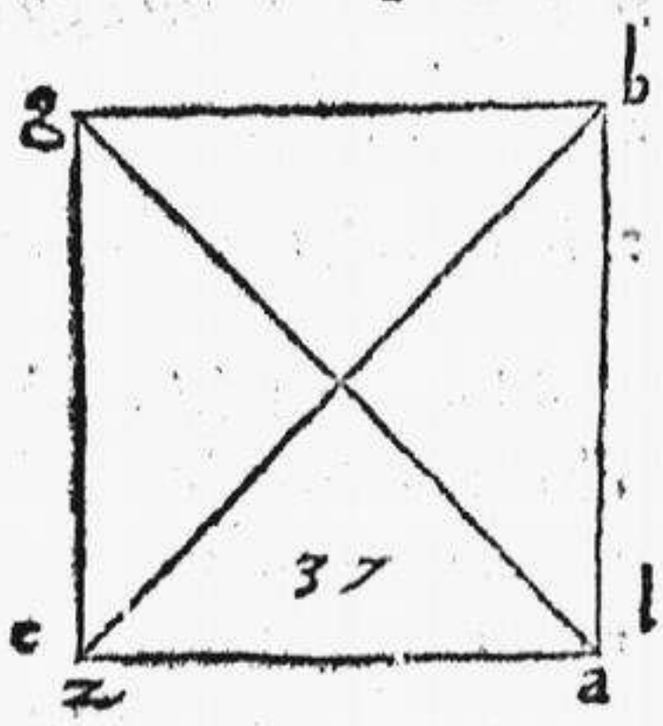
l'altro. g a b. Nel medesimo modo mostrerremo, che l'angolo .g a b. sarà minore d'ogni altro angolo fatto dalla linea. a b. da qual si uoglia altra linea che passi per il centro. a.

LEMMA PRIMO.

Lemma cioè assunto,

Che la linea retta. z b. caschi à angoli retti sopra la. l e. dimostreremo in questa maniera.

PERCHE la linea. b g. fa angoli retti sopra il piano del cerchio seguirà, che tutti i piani, che passono per la linea. b g. faranno angoli retti con il piano del cerchio. Ma il triangolo. b g z. è uno de' piani tirati per la linea. b g. adunq; il triangolo .b g z. sta à angoli retti sopra il piano del cerchio; Et perche li due piani, cio è il piano del cerchio. e l. & il piano del triangolo. b g z. l'un l'altro si segono, & la loro commune settione è la. g z. sopra la quale sta à angoli retti la. l e. nel piano del cerchio (essendo che la. g z. fu tirata à piombo sopra la. e l.) adunque la .e l. fa angoli retti co'l piano del triãgolo. b g z. Onde sarà anco angoli retti con tutte le linee, che la toccono nel medesimo piano del triangolo. g z b. per il che la. l e. con la. z b. fa angoli retti, & al contrario anco la. z b. farà angoli retti con la. l e. diametro del cerchio.



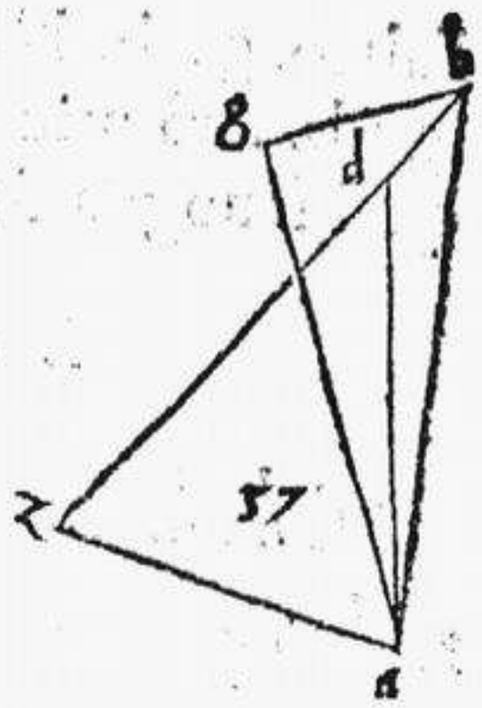
LEMMA SECONDO.

Inoltre dimostrerremo, che l'angolo. z a b. è maggiore dell'angolo. g a b.

SIANO due triangoli. b g a. &. b z a. che habbino gl'angoli. g. &. z. retti, & la. b a. habbia maggiore ragione alla. a z. che non ha alla. a g. Dico che l'angolo. z a b. è maggiore dell'angolo. g a b. Et essendo, che la. b a. ha maggiore ragione alla. z a. che alla. g a. al rouerscio la. z a. harà minore ragione al la. b a. che nõ ha la. g a. alla. a b. Onde la. g a. harà maggiore

ragione

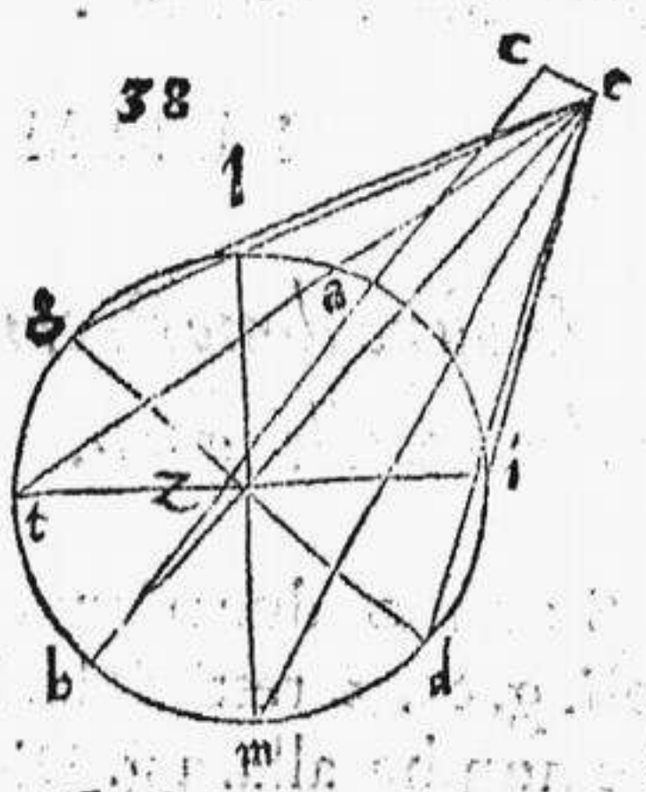
ragione alla. a b. che non harà la. z a. alla. a b. Facciasi adunque, che sia, come è la. g a. alla. a b. così la. z a. alla. a d. la quale sia minore della. a b. Et così i triangoli. b g a. & .d z a. saranno equiangoli; Onde l'angolo .g a b. è eguale all'angolo. z a d. & perciò l'angolo. z a b. sarà maggiore dell'angolo. g a b. & di quì si dimostrerrà la propositione seguente.



THEOREMA TRENTESIMOTTAVO

Se il raggio, che esce dall'occhio, cascando nel centro del cerchio, farà angoli ineguali con diuersi diametri, & non starà à piombo sopra il piano del cerchio, & sarà maggiore del mezzo diametro, i diametri uisti appariranno ineguali, & quel diametro apparirà maggiore, col quale la linea, che dall'occhio ua al centro, sta à piombo.

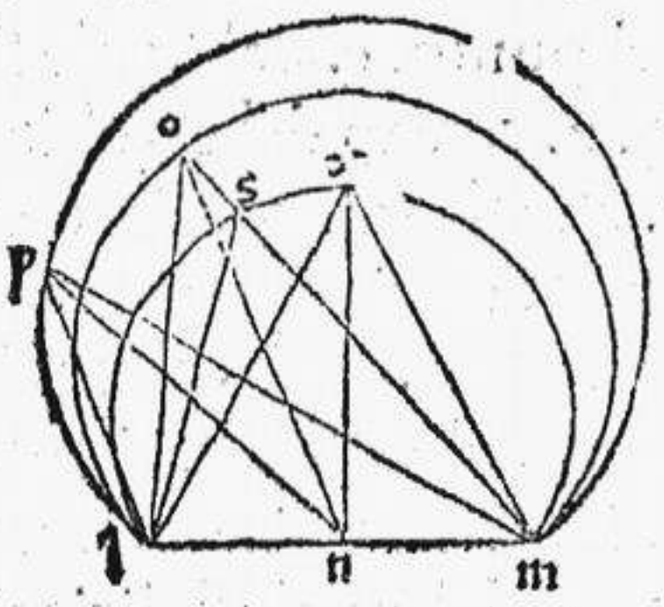
Nel cerchio. a b g d. tirinsi li due diametri. a b. &. g d. che si taglino insieme ad angoli retti, & l'occhio stia nel punto. e. dal quale esca una linea retta, & uadia fino al centro. z. talmente che faccia angoli retti con la. g d. & con la. a b. faccia angoli di qual si uoglia grandezza; Ma la. e z. sia maggiore del mezzo diametro del cerchio. Et perche la. g d. sta ad angoli retti con la. a b. & con la. e z. adunq; tutti i piani distesi per la linea. g d. saranno ad angoli retti con i piani distesi, & tirati per le linee. e z. & .a b. Hora dall'. e. punto si tiri à piombo la. e c. linea fino al sottoposto piano, la quale cascherà sopra la. a b. commune settione de' piani. Et si tiri il diametro. i t. Appresso si deue pigliare la linea. m l. che sia eguale al diametro del cerchio, & si seghi in due parti nel punto. n. dal quale si drizzi in alto la linea. n x.



che

che ſtia ad angoli retti con la. l m. Et ſia la. n x. eguale alla. e z. Et coſi il pezzo del cerchio gia deſcritto che paſſa per i punti .m x l. ſarà maggiore del mezzo cerchio, perche la linea. n x. è maggiore, di ciaſcheduna delle due linee. l n. &. n m. Hora congiũghinſi nel pezzo del cerchio. l x m. le linee. x l. &. x m. & ſi uedrà, che lo angolo. x. che è contenuto dalla. x l. & dalla. x m. è eguale all'angolo poſto nel punto. e. contenuto dalle linee. e g. &. e d. che è l'angolo. g e d.† In oltre ſi farà l'angolo. l n o. eguale all'angolo. e z i. † & piglisi la. n o. eguale alla. e z. tirando le linee. l o. &. m o. Et attorno il triangolo. l o m. ſi deſcriua il pezzo di cerchio. l o m.† Onde l'angolo contenuto ſotto le linee. l o. &. o m. ſarà eguale all'angolo. i e t. Facciaſi di nuouo ſopra il punto. n. l'angolo. l n p. eguale all'angolo. e z a. & tagliſi. n p. eguale alla. e z. congiugnẽdo le linee rette. l p. &. p m. & attorno il triangolo. l p m. ſi deſcriua il pezzo di cerchio. l p m. & coſi ſarà l'angolo. l p m. eguale all'angolo. a e b. contenuto dalle linee. a e. &. e b. Hora perche l'angolo. l x m. è maggiore dell'angolo. l o m. (perche l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. l s m. perche l'uno, & l'altro ſono nel medeſimo pezzo di cerchio, † & l'angolo. l s m. è maggiore dell'angolo. l o m. perche è lo eſteriore angolo del triangolo. l o m.) ma l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. g e d. & l'angolo. l o m. è eguale all'angolo. i e t. Per il che l'angolo. g e d. è maggiore dell'angolo. i e t. Onde il diametro. g d. apparirà maggiore del diametro. i t.† In oltre perche l'angolo. l o m. è eguale all'angolo. i e t. & l'angolo. l p m. è eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. l o m. è maggiore dell'angolo. l p m. ſeguirà che l'angolo. i e t. ſia maggiore dell'angolo. a e b. per il che il diametro. i t. apparirà maggiore del diametro. a b.†

38



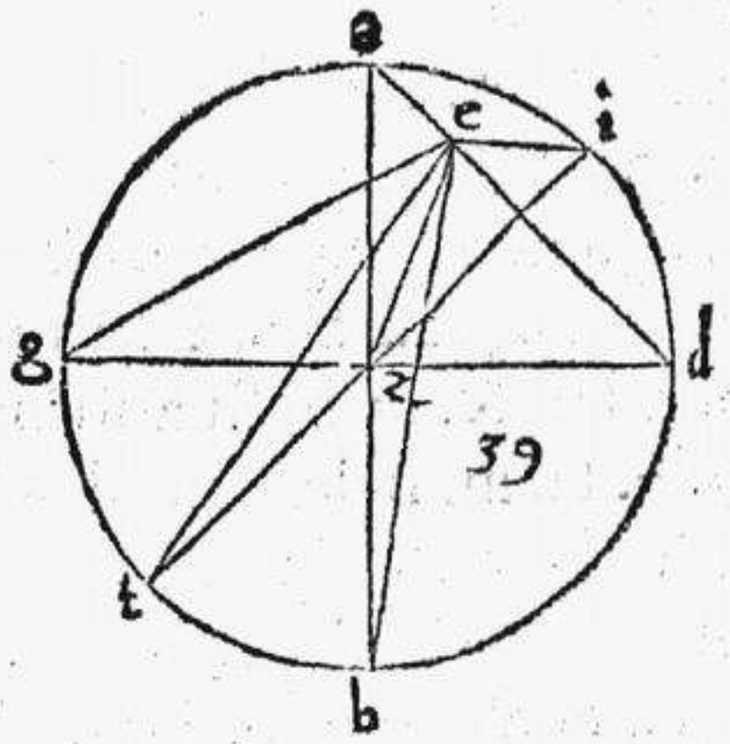
† per la prima del ſeſto.
† per la 23. del primo.
† per la 5. del 4.
† per la 21. del 3.
† per la 32. del primo.
† per la 5. ſupp.
† per la 5. ſupp.

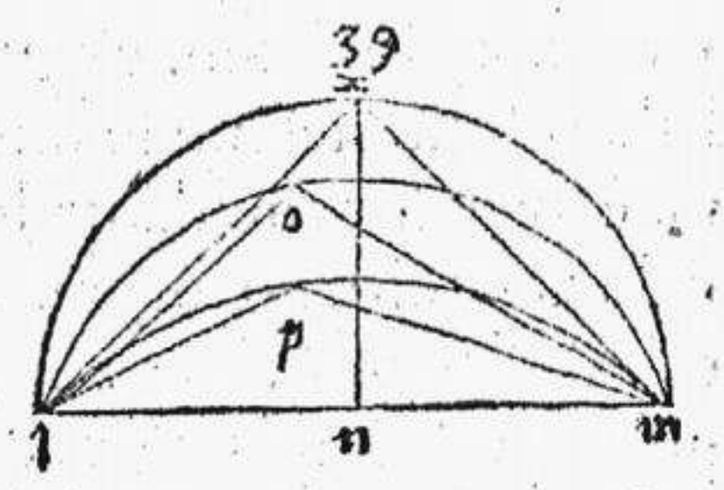
THEOREMA TRENTESIMONONO.

Se la retta linea, che uſcendo dall'occhio, ſi congiugne al centro del cerchio, non ſarà maggiore del mezzo diametro, ma minore, interuerrà à' diametri il contrario, perche quello

che quello, che nel precedente Theorema appariua maggiore, qui apparirà minore, & quello, che appariua minore, apparirà maggiore.

SIA il cerchio. a b g d. nel quale tirinsi due diametri, che si taglino insieme ad angoli retti, & siano. a b. &. g d. in oltre tirisi l'altro diametro. i t. & l'occhio stia nel punto. e. dal quale fino al punto. z. centro del cerchio si tiri la. e z. che sia minore del mezzo diametro, & faccia angoli retti cō la. g d. diametro. Hora pongasi la linea. l m. eguale alla. a b. diametro del cerchio, & si tagli per il mezzo nel pūto. n. dal quale si dirizzi ad angoli retti la linea. n x. che sia eguale alla. e z. & attorno i punti. l x m. si descriua il pezzo di cerchio. l x m. il quale sarà minore del mezzo cerchio, poiche la. n x. è minore del mezzo diametro. Congiunghinsi hora in questo pezzo di cerchio le linee .x l. &. x m. & uedrasi l'angolo. l x m. essere eguale all'āgolo. g e d. † In oltre sopra il punto. n. facciasi uno angolo. l n o. eguale all'angolo. e z i. & seghisi la. n o. eguale alla. e z. congiugnendo le linee. l o. &. o m. & attorno la linea. l m. per il punto. o si descriua il pezzo di cerchio. l o m. Per il che l'angolo posto nel punto. o. contenuto dalle linee. l o. &. o m. è eguale all'angolo. t e i. Finalmente sopra il punto. n. ponghisi l'angolo. l n p. eguale all'angolo. a z e. & taglisi la. n p. eguale alla. z e. & si congiunghino le linee rette. l p. &. p m. & attorno il triangolo. l p m. si descriua il pezzo di cerchio. l p m. sarà adunq; l'angolo. l p m. eguale all'angolo. a e b. Et essendo che l'angolo. l x m. è minore dell'angolo. l o m. che è eguale all'angolo. t e i. & l'angolo. l x m. è eguale all'angolo. g e d. apparirà minore il diametro. g d. del diametro. i t. Nel medesimo modo, perche l'angolo. t e i. è minore dell'angolo. a e b. apparirà minore il diametro. i t. del diametro. a b.





† per la 10. diff. del terzo.

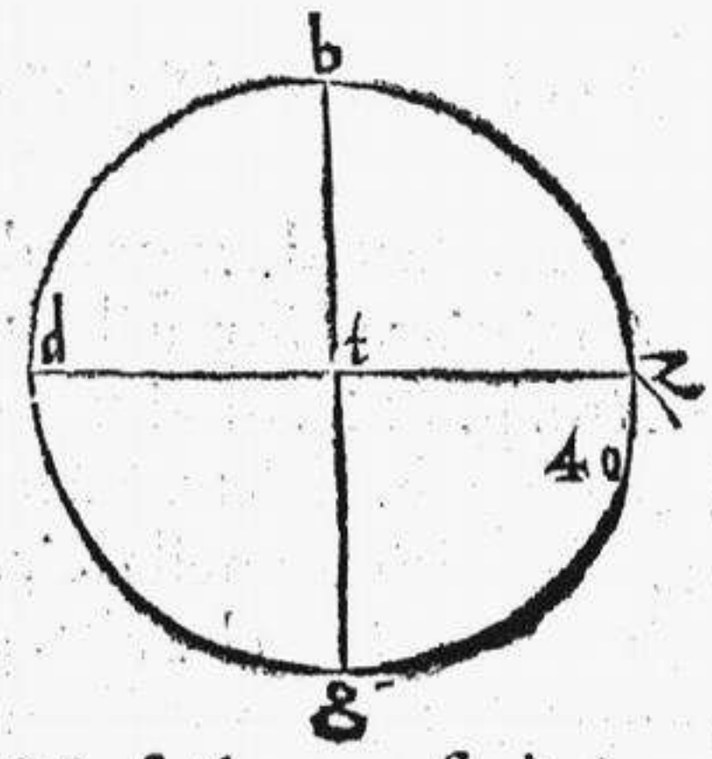
ANNO-

ANNOTATIONE.

PER CHE *nel margine del Theorema superiore si sono addutte le propositioni 21. del terzo & 23. & 32. del primo, & la quinta del quarto con la prima del sesto & la quinta suppositione per dimostrare la prima & seconda parte di quel Theorema; però le medesime propositioni seruiranno alla dimostratione del presente 39. Theorema applicãdole doue si uedrà il segno.† per non hauere à riempiere il margine superfluamente.* M. Egnat.

THEOREMA QVARANTESIMO.

Le ruote del carro appariranno alle volte rotonde, & alle volte ouate.



SIENO la. b g. &. d z. diametri della ruota. b z n d. Hora essendo, che il raggio uisuale, che dall'occhio ua al centro della ruota, sopra la quale cascando à piombo, & essendo eguale al mezzo diametro della ruota, i diametri di essa appariranno eguali, come nel Theorema precedente si è dimostrato; Onde la ruota del carro essendo uista in questa maniera, apparirà rotonda. Ma se il carro sarà tirato con uelocità, & inordinatamente, il raggio dell'occhio, che va al centro, none starà à piombo sopra il piano della ruota ne mãco sara eguale al mezzo diametro di quella, i suoi diametri appariranno ineguali per il precedente Theorema. Per il che la ruota apparirà ouata, & lunga.

ANNOTATIONE.

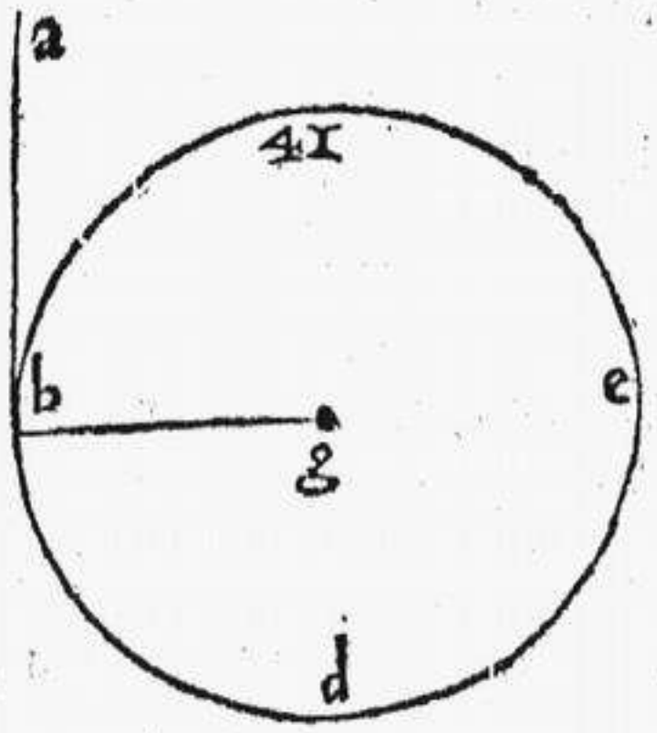
SE *il raggio, che esce dall'occhio, & ua al cẽtro della ruota* T. *nõ farà angoli retti con il piano della ruota, ne meno sarà eguale al mezzo diametro di quella; i diametri della ruota appariranno ineguali (per il precedente Theorema) de' quali uno apparirà maggiore, & l'altro minore, di ogn'altro diametro, ma degli intermedij, quelli che* M. Egnat.

saranno piu uicini al minore diametro, appariranno minori di quelli, che li saranno piu lontani. Et ogni due diametri, che egualmente sarãno lontani, ò dal maggiore, ò dal minore diametro, apparirãno eguali, dal che chiaro si scorge, che le ruote del carro, appariscono di forma ouale perfetta, tanto piu, ò meno lunga, quanto piu, ò meno starà obliquo il raggio uisuale sopra il piano della ruota. Il medesimo effetto fãno ancora le macine de' molini, & qual si uoglia altra ruota, che cõ prestezza si muoua circularmente. Onde quì si uiene à mostrare de' corpi quel, che delle superficie piane si è mostrato nel Theo. 38. et 39.

THEOREMA QVARANTESIMOPRIMO.

Se una grandezza posta in alto stia à piombo sopra il sottoposto piano, & l'occhio stia in qual si voglia punto del piano, attorno il quale, come attorno il centro del cerchio, si giri la gia detta grandezza, apparirà sempre eguale.

SIA la ueduta grandezza, la. a b. piu alta del piano, che sotto li giace, sopra il quale stia à piombo, & l'occhio sia nel punto. g. & si congiunghi la. g b. & con il centro. g. & lo interuallo. g b. si descriua il cerchio. bd e. dico, che se la grandezza. a b. si girerà nella circonferenza del cerchio, che alla. g. occhio apparirà sempre della medesima grandezza. Hora perche la. a b. sta à piombo sopra il piano, farà con la. g b. un angolo retto, essendo che la. g b. è descritta sopra il medesimo piano, col quale la. a b. fa angoli retti; per il che tutte le linee che dal centro. g. saranno tirate fino alla. a b. fanno angoli eguali. Onde la. a b. sarà ueduta, & apparirà sempre della medesima grandezza. † Nel medesimo modo accaderà ogni uolta, che dal centro. g. si innalzerà una linea, che sia paralella alla. a b. & l'occhio stia nella sommità di detta linea, & la grandezza. a b. si giri attorno per la circonferenza del cerchio, apparirà sempre eguale à se stessa.



† per la 7. supp.

ANNO-

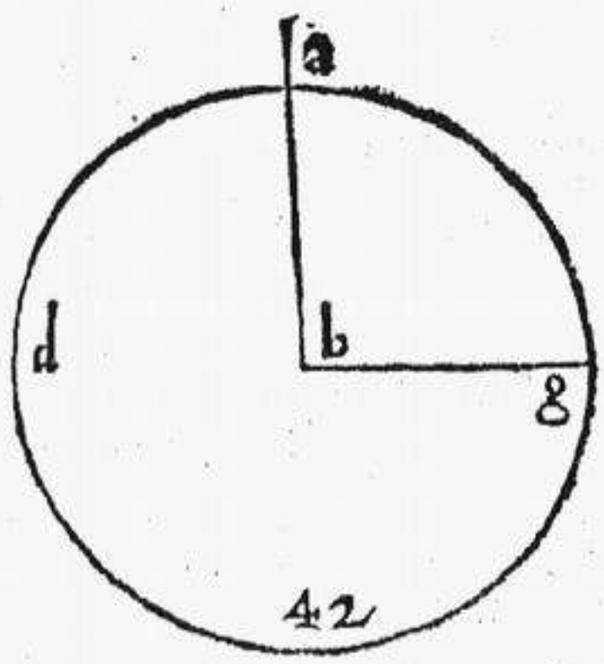
ANNOTATIONE.

CHE *la grandezza.* A B. *apparisca all'occhio.* G. *sempre eguale è manifesto, perche se si tira una linea dal punto.* A. *al punto.* G. *l'angolo.* A G B. *sarà sempre eguale à se stesso, perche la.* G B. *mezzo diametro del cerchio è sempre la medesima, & cosi la.* A B. *perpendicu lare; ma quelle cose, che sotto eguali angoli sono uiste, sono eguali per la settima suppo. adunq; la.* A B. *che è uista sempre sotto l'angolo.* A G B. *eguale à se stesso, apparirà sempre eguale. Et quando l'occhio starà nella sommità della linea, che sta à piombo sopra il centro del cerchio, la.* A B. *gl'apparirà sempre eguale, perche la.* A B. *per la.6. dell'undecimo sarà paralella alla linea, sopra la quale sta l'occhio, & se dall'occhio al punto.* A. *si tirerà una linea, & l'altra dall'occhio alla.* B. *si uedrà, che l'angolo, che è costituito dalle linee, che escono dalli punti.* A. *&.* B. *& uanno à congiugnersi nell'occhio, sarà sempre eguale à se stesso, per il che la grandezza.* A B. *apparirà sempre eguale; per la 7. suppositione.* M. Egnat.

THEOREMA QVARANTESIMO SECONDO.

Se la grandezza veduta starà à piombo sopra il centro del cerchio, attorno la cui circonferenza uadia girando l'occhio, apparirà sempre eguale.

SIA la ueduta grandezza. a b. la quale stando ad angoli retti sopra il centro del cerchio, sia ueduta dall'occhio, che è nel punto. g. & con il centro. b. & lo interuallo. b g. si descriua il cerchio. g d. Dico che se l'occhio. g. si girerà per la circonferenza del cerchio, che la grandezza. a b. apparirà sempre eguale. Il che si dimostrerrà in questa maniera. Essendo che tutti i raggi uisuali, che dall'occhio. g. andranno alla grandezza. a b. saranno con essa angoli retti, poi l'angolo posto nel pũto. b. è retto, onde la ueduta grandezza apparirà perpetuamente eguale à se stessa. †

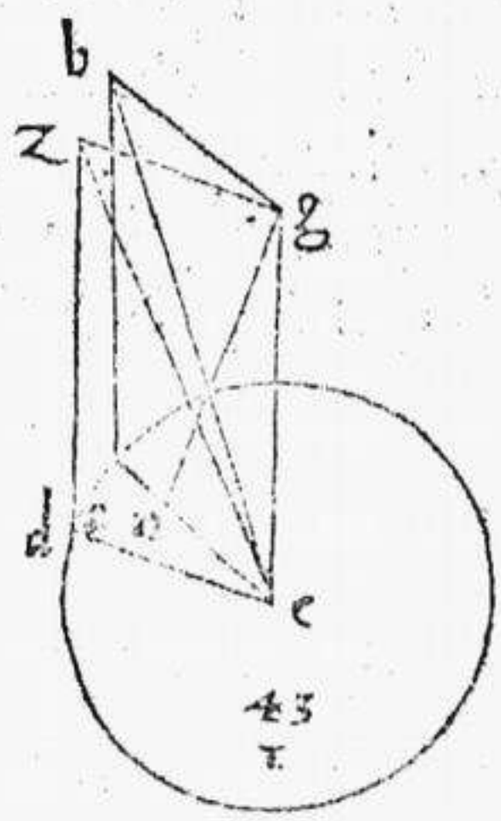


† *come è la annotatione del precedente Theo. si è dimostrato.*

THEOREMA QVARANTESIMOTERZO.

Se l'occhio, che è nel centro del cerchio, uedrà una grãdezza, che si gira nella circonferenza, & non fa angoli retti col piano del cerchio, gli apparirà sempre ineguale.

SIA il cerchio. d a. nella cui circonferenza si pigli il punto. d. dal quale eschi in alto la linea retta. d z. che non faccia angoli retti col piano del cerchio, & l'occhio stia nel punto. e. cẽtro del cerchio; dico, che se la. d z. si andrà mutando attorno la circonferenza del cerchio, che hora apparirà maggiore, & hor minore. La. d z. sarà necessariamente, ò maggiore, ò minore, ò eguale al mezzo diametro del cerchio; Sia la prima cosa maggiore la. d z. che non è la d e. mezzo diametro del cerchio, & dal centro del cerchio si tiri la. e g. che sia eguale, & paralella alla. d z. & dal punto. g. sopra il piano del cerchio si tiri à piombo la. g n. † che tocchi il piano del cerchio nel punto. n. & si tiri la retta linea. e n. che si stenda, & si congiunga alla circonferenza del cerchio nel punto. a. dal quale si tiri la. a b. paralella alla. e g. † & eguale alla. d z. dico che di tutte le linee, che si muoueranno attorno la circonferenza del cerchio, la. a b. apparirà minore. Tirinsi adunq; la. g z. e z. b g. &. b e. Et perche habbiamo nel Theorema opposto al The. 37. che di tutte le linee, che sono tirate per il punto. e. & fanno angoli con la. e g. che l'angolo. g e a. fatto dalla. g e. &. a e. è minore d'ogni altro angolo. Et essendo, che la. g e. è paralella, & eguale alla. a b. seguirà che la. e a. sia eguale, & paralella alla. g b. † la onde. e b. sarà paralello gramo, † & per la medesima ragione, anco. z e. sarà paralello gramo. Et perche si deue dimostrare, che la. a b. è minore della. d z. non è dubbio, che bisogna dimostrar prima, che l'angolo. b e a. è minore dell'angolo. z e d. il che si farà in questa manierà. Conciosia che gia è dimostrato,



† *per la* 11. *dell* 11.

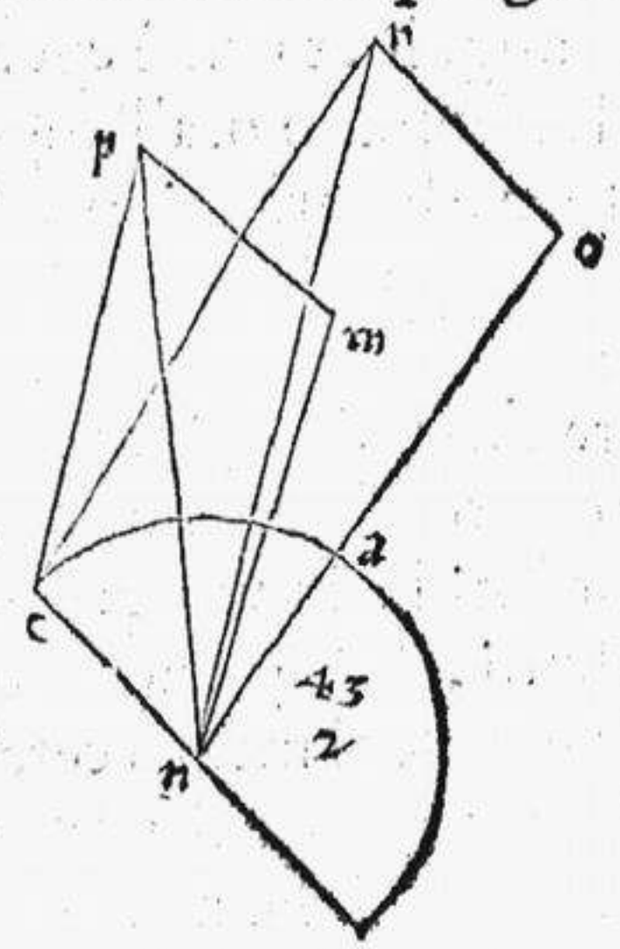
† *per la* 31. *del primo.*

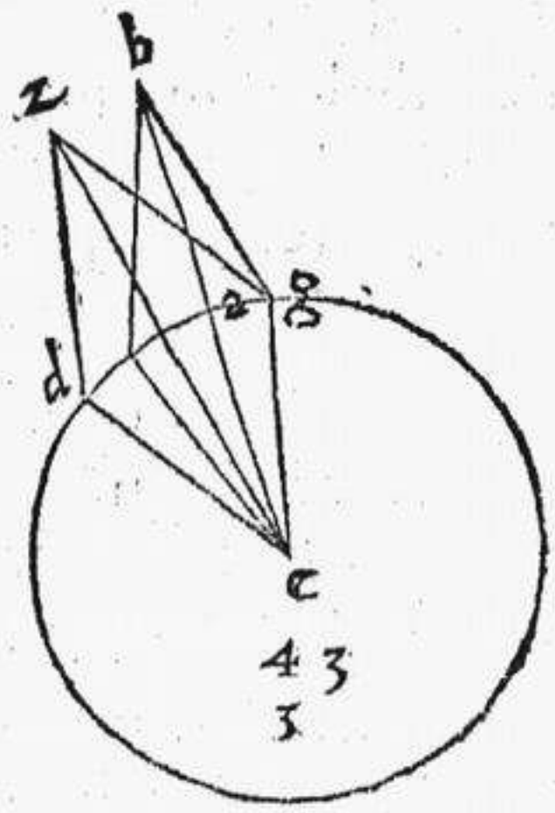
† *per la* 33. *del primo.*

† *per la* 34. *del primo.*

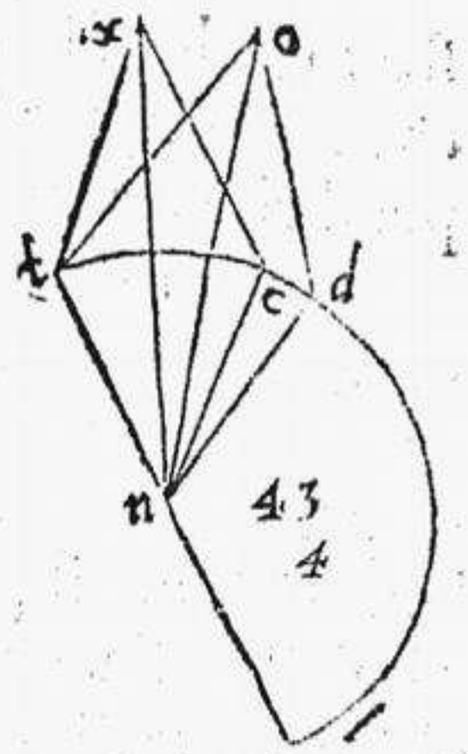
ſtrato, che di tutti gl'angoli, che uengono fatti dalle linee che paſſono per il punto. e. & dalla. e g. lo. g e a. è il minore, per il che ſarà minore dell'angolo. g e d.

Pongaſi hora il pezzo di cerchio. c a l. eguale al mezzo cerchio il cui centro ſia la. n. & facciaſi l'angolo. c n m. eguale all'angolo. g e a. ma l'angolo. c n o. ſia eguale all'angolo. g e d. & ſia ciaſcuna delle due linee. m n. &. o n. eguale alla. z d. & per il punto. m. ſi tiri la linea retta. m p. eguale, & paralella alla. c n. & ſi congiunghi la retta linea. p c. & coſi il. p n. ſarà paralello gramo, eguale, & ſimile al paralello gramo. b e. In oltre per il punto. o. tiriſi la linea. o r. eguale & paralella alla. c n. & ſi tiri la retta linea. p c. onde il paralellogramo. r n. ſarà eguale, & ſimile al paralellogramo. z e. Tirinſi poi i diametri. r n. &. p n. & ſi uedrà, che l'angolo. c n p. è minore dell'angolo. c n r. † Ma l'angolo. c n r. è eguale all'angolo d e z. per il che l'angolo. a e b. è minore dell'angolo. d e z. Onde la grandezza. a b. apparirà minore della grãdezza. d z. laquale ſe ſarà eguale, ò minore del mezzo diametro. d e. ſi dimoſtrerrà nõ di meno; che la. b a. è minore della. z d. Sia nella preſente figura la. z d. eguale alla. d e. mezzo diametro, & il reſtante ſi conſtituiſca come nella precedente figura ſi è fatto, & pongaſi il mezzo cerchio. t d l. che ſia eguale al mezzo del precedente cerchio, & il ſuo centro ſtia nel punto. n. & perche la .d z. ſi è poſta eguale al mezzo diametro del cerchio, ſarà eguale alla. t n. Hor põgaſi l'angolo. t n c. eguale all'angolo. g e a. tirando la. c x. paralella, & eguale alla. t n. & ſi congiunga la .x t. facendo ancora, l'angolo. t n d. eguale all'angolo. g e d. & ſi tiri la. d o. eguale, & paralella alla. t n. & la. o d. paralella alla, t n. & coſi ſaranno paralellogrami. t c. &. t d. & ſaranno ſimi-



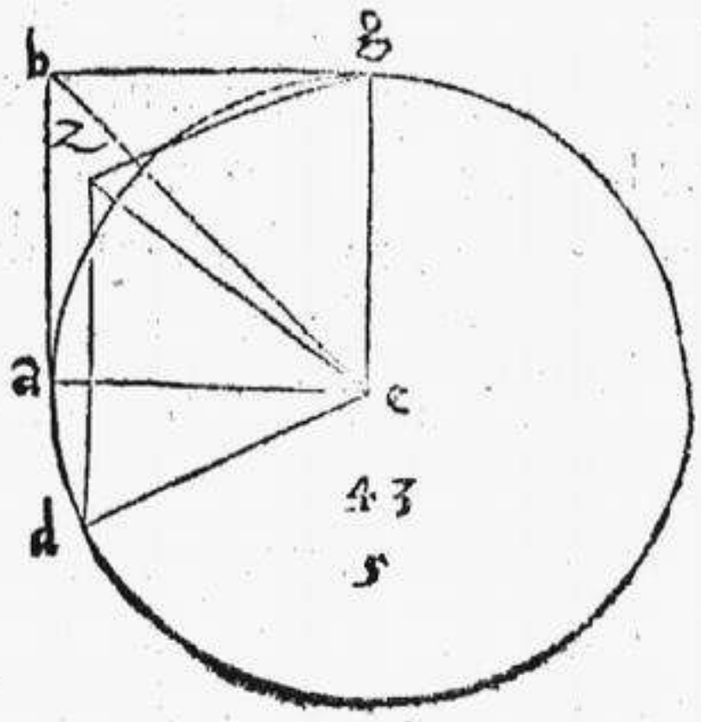


† cioè la parte, che nõ è il tutto.

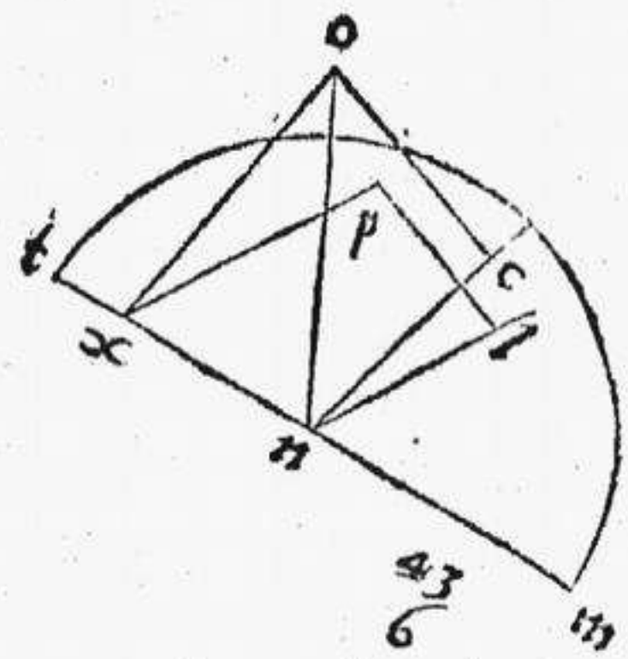


no ſimili, & eguali alli paralellogrami. e z. & e b. onde l'angolo. t n d. ſarà eguale all'angolo. g e d. & l'angolo. t n c. all'angolo . g e a. Ma l'angolo. g e a. è minore dell'angolo. g e d. eſſendo, che l'angolo. t n c. è minore dell'angolo. t n d. Congiunghinſi hora i diametri, de' paralellogrami. x n. &. o n. l'angolo. t n x. ſarà minore dell'angolo. t n o. † & l'angolo. t n x. è eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. t n o. all'angolo. d e z. Onde l'angolo. a e b. ſarà minore dell'angolo. d e z. per il che la grãdezza. a b. apparirà maggiore della grandezza. d z. che è quello, che ſi douea dimoſtrare.

† *la parte del tutto*



Hora ſia la. d z. minore del mezzo diametro del cerchio, & nel reſto ſi ordini la figura come nelle precedenti, & il pezzo di cerchio . t m. ſia eguale al mezzo cerchio; & habbia il centro nel punto. n. & dalla. t n. ſi tagli la. n x. eguale alla . d z. & ſi faccia l'angolo. t n c. eguale all'angolo. g e a. & l'angolo. t n l. eguale all'angolo. g e d. & l'una, & l'altra delle linee. n c. &. n l. ſia eguale alla. d z. & per il punto. c. ſi tiri la. c o. paralella, & eguale alla. n x. & ſi congiunghi la. o x. & per il punto. l. ſi tiri la. l p. paralella alla. x n. cõgiugnẽdo la retta linea. p x. per il che. c x. &. x l. ſarãno due paralellogrami, de' quali. x c. ſarà eguale, & ſimile al paralellogramo. e b. &. l x. ſarà eguale, & ſimile al paralellogramo. e z. Onde l'angolo. t n c. è eguale all'angolo. g e a. † & l'angolo. t n l. all'angolo. g e d. per il che l'angolo. g e d. è maggiore dell'angolo. g e a. & di quì ſi uede, che l'angolo. t n l. è maggiore dell'angolo. t n c. Hor tirinſi i diametri de' paralellogrami. n o. &. n p. & ſeguirà, che l'angolo. x n o. ſarà eguale all'angolo. a e b. & l'angolo. x n p. all'angolo. d e z. Onde l'angolo. a e b. ſarà minore dell'angolo . d e z. ma la grandezza. a b. ſi uede dall'angolo. a e b. & la. d z.



† *per la prima diff. del ſeſto.*

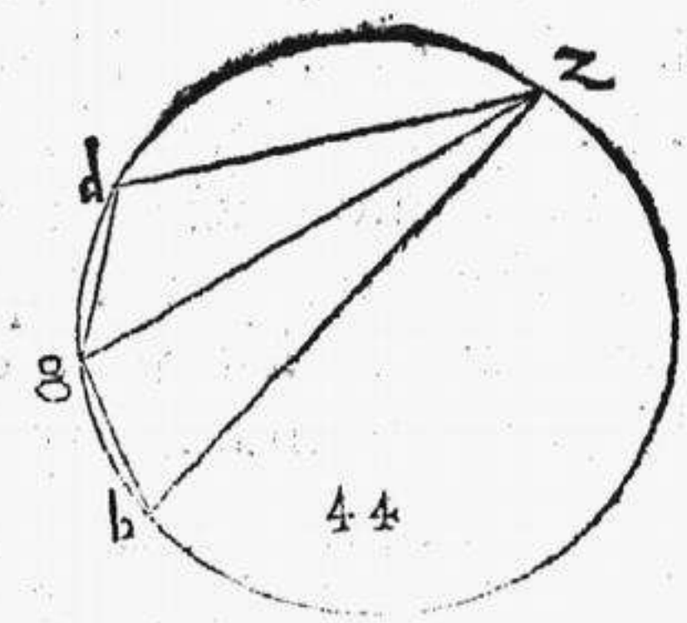
dall'ango-

dall'angolo. d e z. per il che la. a b. apparirà minore della. d z. † che è quanto si douea dimostrare. † per la 6. suppositione.

THEOREMA QVARANTESIMO QVARTO.

L'occhio si può fermare in un luogo talmente, che la cosa ueduta, mutandosi da un luogo all'altro, gl'apparisca sempre della medesima grandezza.

SI A. b g. la ueduta grandezza, & l'occhio stia nel pũto. z. dal quale eschino i raggi uisuali. z b. &. z g. & faccino il triangolo. z b g. attorno il quale si descriua il cerchio .b g d z † dico, che la grandezza. b g. portata in qual si uoglia luogo della circonferenza del cerchio, apparirà sempre della medesima grãdezza. Tramutisi la grandezza. b g. nella. g d. & si tiri la. d z. sarà eguale la circonferenza. b g. alla. g d. † & l'angolo. b z g. all'angolo. g z d. † ma quelle cose, che si uedono sotto eguali angoli, appariscono eguali. † Adunq; la grandezza. b g. apparirà eguale alla grandezza. g d.



† per la 5. del 4.

† p la 28. del 3.
† p la 27. del 3.
† per la 5. supp.

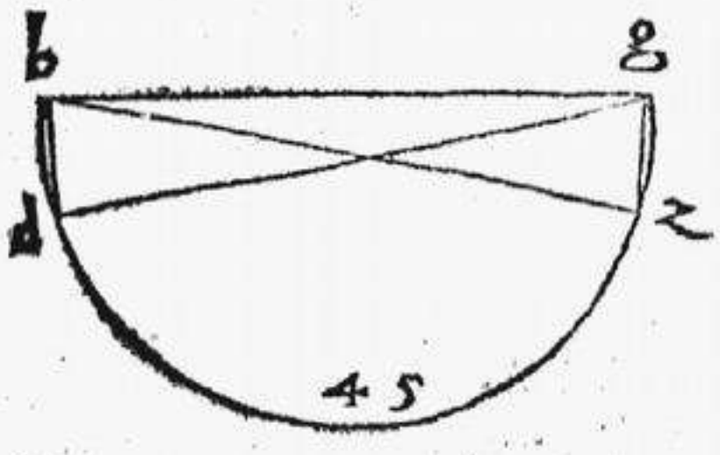
ANNOTATIONE.

IL medesimo acaderia ancora quando l'occhio stesse nel centro del cerchio, & la grandezza. B G. si andasse mutando attorno la circonferenza del cerchio, perche la. B G. sempre taglierebbe eguali archi del cerchio per la. 28. del terzo. & per la 27. del 3. gl'angoli, che nel cerchio sono all'incontro di eguali pezzi di archi, sono eguali. Onde la grandezza. B G. posta in qual si uoglia luogo della circonferenza del cerchio, & l'occhio posto nel centro sempre apparirà di eguale grandezza, essendo uista sotto angoli eguali per la 7. suppositione. M. Egnat.

THEO-

THEOREMA QVARANTESIMOQVINTO.

Si può trouare un luogo, doue stando fissa la cosa ueduta, & mutandosi l'occhio, gl'apparirà sempre eguale.



SIA. b g. la cosa ueduta, & dall'occhio che è nel punto. z. eschino i raggi uisuali. z g. &. z b. & attorno il triangolo. b g z. si descriua il pezzo di cerchio. b d z g. † & transferiscasi l'occhio dal punto. z al punto .d. dal qual quale eschino i raggi. d b. &. d g. l'angolo. g d b. sarà eguale all'angolo. b z g. essendo nel medesimo pezzo di cerchio. † Ma quelle cose, che sono uiste sotto angoli eguali ci appariscono eguali; † Onde la grãdezza. b g. apparirà sempre della medesima grandezza, all'occhio, che si ua mutando per la circõferenza del cerchio. g z d b.

† per la 5. del 4.

† per la 21. del 3.

† per la 7. supp.

THEOREMA QVARANTESIMOSESTO.

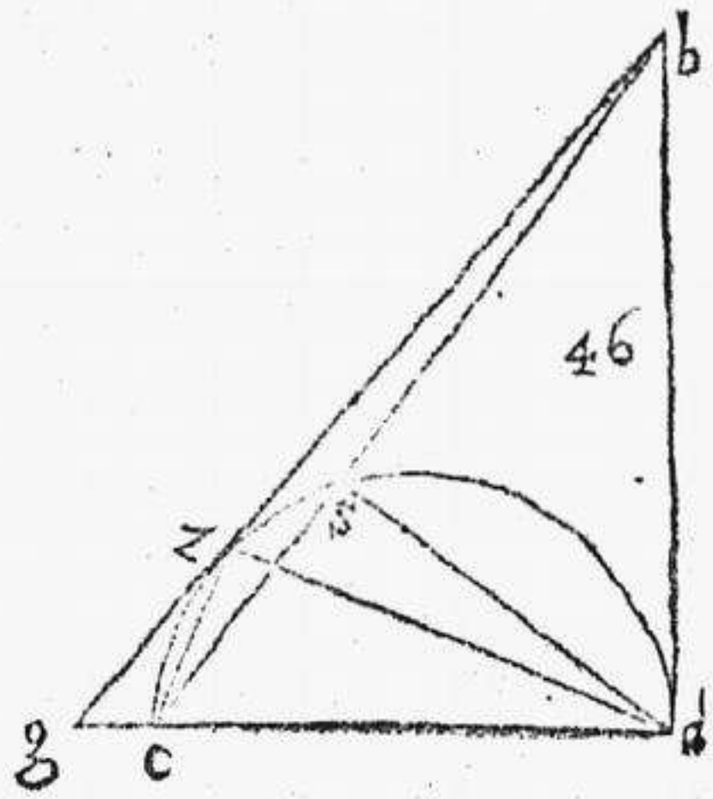
Si può trouare un luogo, nel quale se si transmuta l'occhio, & la cosa ueduta stia ferma, gl'apparisca hor maggiore, & hor minore.

SIA. c d. la ueduta grãdezza, & facciasi, che la linea. b g. si congiunghi con la. c d. stendendola fino al punto. g. & trouaremo la linea mezza proportionale, fra la. d g. &. g c. † & sia la. d z. tirando le rette linee. z l. &. z d. di poi attorno la retta linea. d c. si descriua il pezzo di cerchio, che contenga l'angolo acuto. c z d. per la 33. del terzo. Onde la. b z g. toccherà il pezzo di cerchio nella circonferenza per la 37. del terzo, essendo la. d g. alla. g z. come la. g z. alla. g c. Pongasi hora l'occhio nel punto. b. dal quale eschino i raggi uisuali. b d. &. b c. & si congiunghi la retta linea. s c. l'angolo. c z d. sarà eguale all'angolo. c s d. per la 21. del 3. essendo nel medesimo pezzo di

† pl. 13. del 6.

zo di

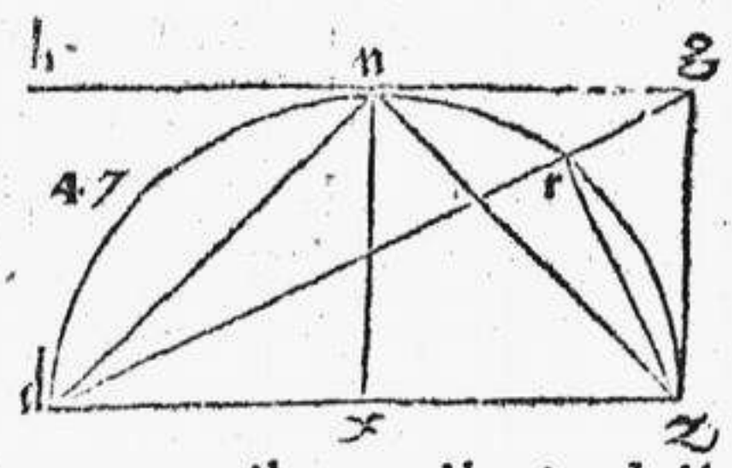
zo di cerchio. Ma l'angolo. c s d. è maggiore dell'angolo . c b d. per la 16. del primo, per il che l'angolo. c z d. sarà maggiore dell'angolo. c b d. Onde l'occhio guardando la grandezza. c d. dal punto. z. gli apparirà maggiore, che dal punto. b. per la quinta suppositione.



THEOREMA QVARANTESIMOSETTIMO.

Interuerrà il medesimo, che nella precedente, se l'occhio si muouerà sopra una linea paralella alla cosa uedut a.

SIA la linea. b g. paralella alla. d z. ueduta grandezza. La quale sia tagliata per il mezzo (per la 10. del primo) nel punto .x. & da esso si drizzi la. x n. tirando le linee. n d. &. n z. & attornò la retta linea. d z. si descriua il pezzo di cerchio, che capisca l'angolo. d n z. per la 33. del 3. Et perche nella linea. x n. è il diametro di quel cerchio, la cui parte è la. d n z. (per il corellario della prima del terzo). Et sopra la estremità della. x n. cio è per il pũto. n. si è tirata la. b g. à piombo con la. x n. la. b g. toccherà la circonferenza del pezzo di cerchio. d n z. per il corellario della 16. del terzo. Tramutisi hora l'occhio nel punto. g. donde eschino i raggi. g z. &. g d. & tirisi la linea retta. r z. l'angolo. d n z. sarà eguale all'angolo. d r z. per la 21. del 3. ma l'angolo d r z. è maggiore dell'angolo. d g z. per la 16. del primo, onde l'angolo. d n z. sarà maggiore dell'angolo. d g z. Ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uiste appariscono maggiori. † Adunq; la grandezza. d z. apparirà maggiore stando l'occhio nel punto. n. che quando sta nel punto. g. Discorrendo adunq; l'occhio per la linea. b g. paralella alla grandezza. d z. essa gl'apparirà hor maggiore, & hor minore.



† per la 5. supp.

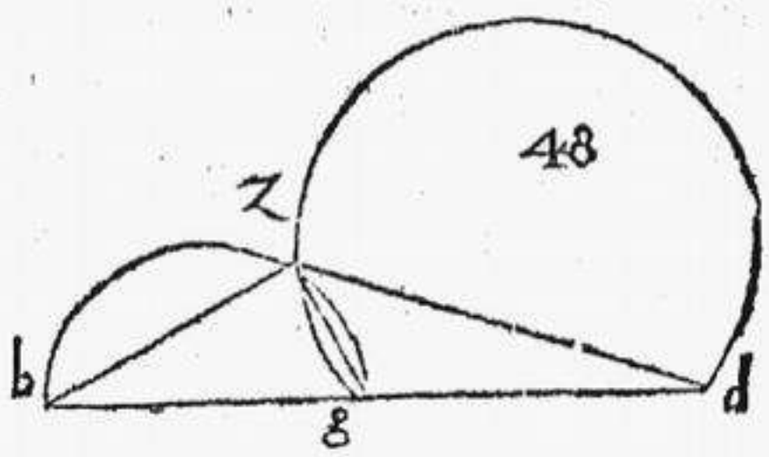
ANNOTATIONE.

M. Egnat. L'ANGOLO. DNZ. *è il maggiore, che si possa fare dalle linee, che escono da' punti.* D. *&.* Z. *& si congiungano nella linea.* B G. *perche tutti gl'angoli, che si fanno nella circonferenza del cerchio sono fra di loro eguali per la* 21. *del* 3. *& l'angolo.* N. *essendo eguale all'angolo.* R. *sarà maggiore dell'angolo.* G. *per la* 16. *del primo, & d'ogni altro angolo che si constituisca fra il pũto.* N. *& il punto.* G. *& quanto piu gl'angoli saranno uicini al punto.* N. *ò dalla destra, ò dalla sinistra, tanto saranno maggiori, & quãto piu sarãno lontani, tanto saranno minori. Onde l'occhio stando nel punto.* N. *uedrà la grandezza.* D Z. *maggiore, che da qual si uoglia altro punto della linea.* B G. *& da' punti equidistanti dalla.* N. *uedrà la.* D Z. *di eguale grandezza.*

THEOREMA QVARANTESIMOTTAVO.

Si troua qualche luogo talmente commune, che da esso essendo uiste le grandezze eguali, appariscono ineguali.

SIA la grandezza. b g. eguale alla. g d. & si descriua il mezzo cerchio. b z g. attorno la. b g. descriuendo il pezzo di cerchio. g z d. attorno la. g d. che sia maggiore del mezzo cerchio, per la 31. & 33. del terzo, & si congiunghino le linee rette. z b. z g. & .z d. l'angolo. b z g. posto nel mezzo cerchio sarà maggiore dell'angolo. g z d. del maggiore pezzo del cerchio, per la 31. del terzo, ma quelle cose che si uedono sotto maggiore angolo, appariscono maggiori per la quinta suppositione, adunq; apparirà maggiore la. b g. che la. g d. all'occhio, che sta nel punto. z. Ma la. b g. si è posta eguale alla. g d. per il che si darà qual che luogo commune, dal quale essendo uiste le grandezze eguali, ci appariscono ineguali.

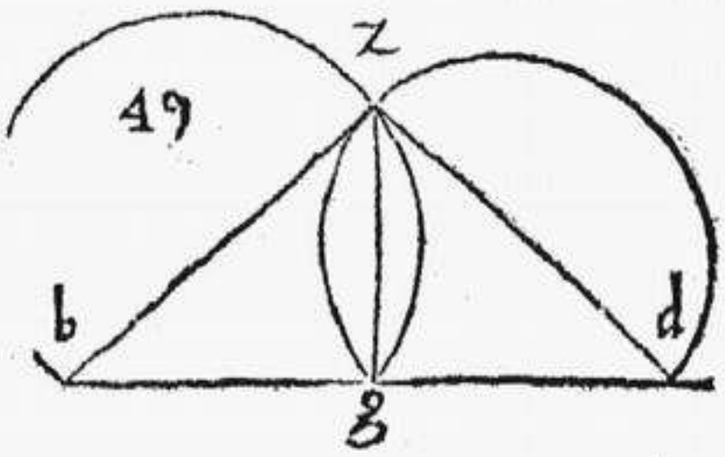


THEOREMA QVARANTESIMONONO.

Si troua qualche luogo talmente commune, che da esso es-

ſo eſſendo uiſte le grandezze ineguali, ci appariſcono eguali.

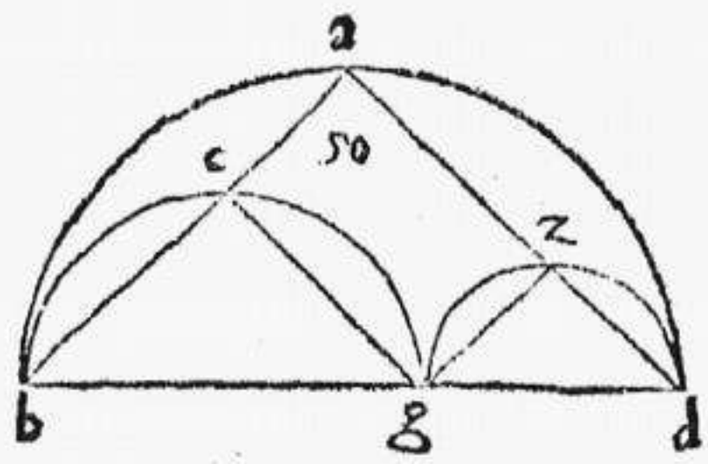
SIA la grandezza. b g. maggiore della. g d. attorno la qua le ſi deſcriua il pezzo di cerchio. b z g. che ſia maggiore del mez zo cerchio, & attorno la. g d. ſi de ſcriua parimente il pezzo di cerchio. g z d. che ſia ſimile all'altro pezzo cio è, che contenga l'angolo. g z d. eguale all'angolo. g z b. per la 33. del terzo, & ſi congiunghino le linee rette. z b. z g. z d. & perche gl'angoli, che ſono ne' peazi di cerchi ſimili, ſono fra di loro eguali, per la 10. diffinitione del terzo. Adunq; gl'angoli .b z g. &. g z d. ſono eguali fra di loro; eſſendo deſcritti in ſimili pezzi di cerchio, Ma quelle coſe che ſotto angoli eguali ſono uiſte, appariſcono eguali, per la 7. ſuppoſitione; adunq; all'occhio collocato nel punto. z. apparirà la grandezza. b g. eguale alla. g d. non oſtante, che la. b g. ſia maggiore della. g d. Onde ſi da un luogo commune dal quale uiſte le grãdeyze ineguali, appariſcono eguali.



THEOREMA CINQVANTESIMO.

Sono alcuni luoghi, da' quali uedendoſi una grandezza compoſta di due grandezze ineguali, appariſce ciaſcuna di loro eguale.

SIANO due grandezze ineguali, &. b g ſia la maggiore, &. g d. la minore, & ſi deſcriuino attorno ciaſcuna di eſſe i mezzi cerchi. b c g. &. b z d. Et anco attorno tutta la. b d. compoſta da amendue le linee. b g. &. g d. ſi deſcriua il mezzo cerchio. b a d. & perche l'angolo, che è nel mezzo cerchio .b a d. è eguale all'angolo, che è nel mezzo cerchio. b c g. † & l'uno, & l'altro è retto (per la 31. del terzo) Adunq; apparirà

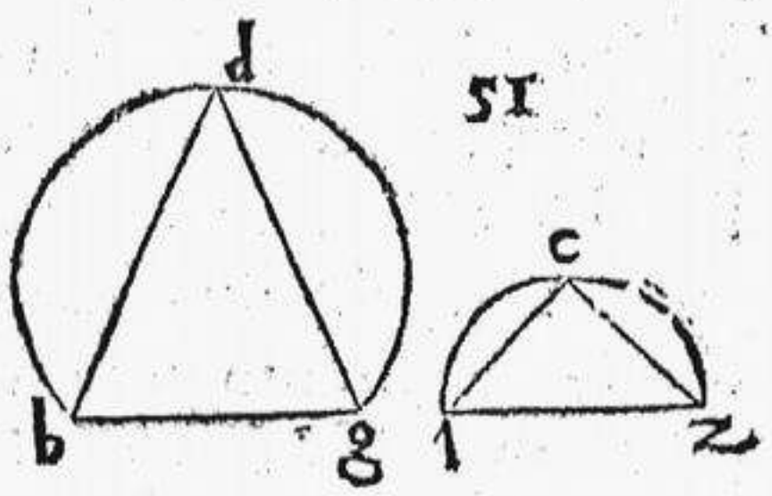


† *per la 10. diff. del terzo*

† per la 7. sup. eguale la. b g. alla b d. † similmente la. g d. alla: b d. apparirà eguale, stando l'occhio ne' punti. a. &. z. de due mezzi cerchi .b a d. &. g z d. Onde si trouerranno alcuni luoghi, da' quali uista una grandezza, composta di due grandezze ineguali, ciascuna delle due ineguali apparisce eguale.

THEOREMA CINQVANTESIMOPRIMO.

Si possono trouare luoghi, da' quali la medesima grandezza apparisca la metà, ò la quarta parte minore di quel, ch'ella è, & precisamente nella medesima ragione, con la quale uiene diuiso l'angolo.



SIA la linea retta. l z. attorno la quale si descriua un pezzo di cerchio come si pare, & in esso si faccia l'angolo. l c z. Et pongasi la. b g. eguale alla. l z. descriuendoli attorno il pezzo di cerchio. b d g. che capisca un angolo la metà minore, dell'angolo. l c z. per la 33. del terzo. Onde l'angolo. l c z. essendo la metà maggiore dell'angolo. b d g. seguirà, che la grandezza. l z. apparisca la metà maggiore della. b g. (ancorche gli sia eguale) stãdo l'occhio nella circonferẽza. b d g. &. l c z.

ANNOTATIONE.

M. Ignat. L'OPERATIONE *di questa propositione consiste tutta nel diuidere l angolo.* C. *& torne quella parte, che uorrai, che la grandezza.* L Z. *apparisca, uerbigratia, se si uorrà che la grandezza.* L Z. *apparisca all'occhio la metà, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, di ch'ell'è, si torrà dall'angolo.* C. *la metà, ò il terzo, ò il quarto, ò il quinto, ò qual si uoglia parte (per la 23. del primo) & sopra la linea.* B G. *si descriuerà un pezzo di cerchio (per la 33. del terzo) che capisca quella parte dell'angolo.* C. *che deue apparire all'occhio, la.* L Z. *la quale stando nella.* B G. *apparirà sempre all'occhio, che habbia quella ragione alla.* L Z. *che l'angolo.* D. *(dal quale si uede la.* B G.*) ha all'angolo.* C. *dal quale si uede la.* L Z. *Non osseruerà gia la medesima ragione*

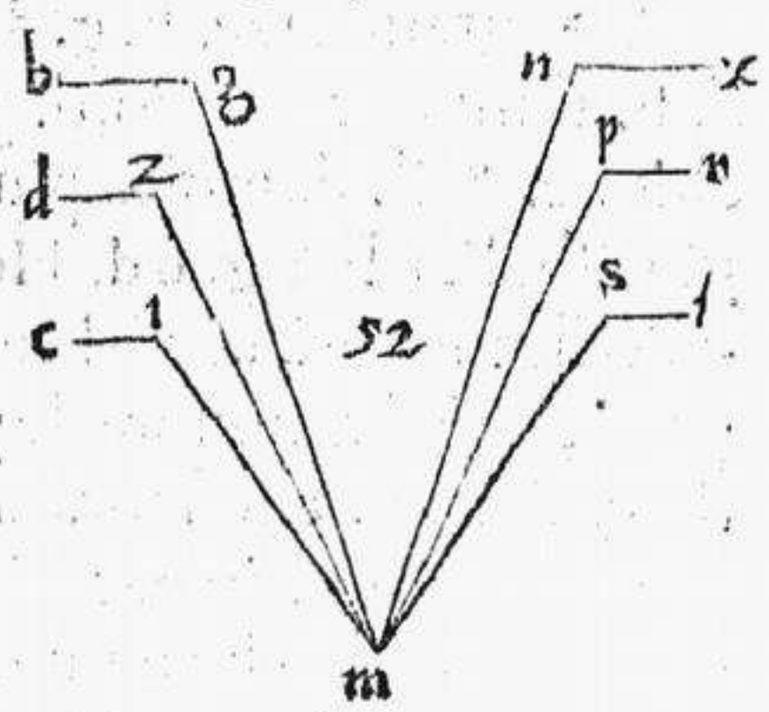
gione la lontananza del punto. D. *dalla.* B G. *alla lontananza del punto.* C. *dalla.* L Z. *come si è dimostrato nell'* 8. *Theorema.*

THEOREMA CINQVANTESIMO SECONDO.

Se parecchie grandezze, essendo poste uicine all'occhio nella medesima linea retta, si muoueranno con eguale prestezza, l'ultima parrà che preceda tutte l'altre. Ma se si muoueranno in contraria parte, quella, che precedeua l'altre, parrà, che resti addietro, & quella, che era l'ultima parrà che preceda tutte l'altre.

SIANO portate con la medesima prestezza la. b g. d z. c i. & dall'occhio. m. eschino i raggi. m g. m z. m i. & si uedrà che il raggio. m g. è il piu destro, & il piu alto, che esca dall'occhio .m. Onde parrà, che. b g. preceda tutte l'altre grandezze. † Ma se si muoueranno nella contraria parte, cioè, che la. b g. d z. c i. si trasportino sopra la. n x. p r. s t. & eschino i raggi. m n. m p. m s. & si uedrà, che il raggio. m s. è piu destro di tutti gl'altri. Adunq; parrà che la. s t. preceda l'altre grandezze, †& parrà che la. n x. sia l'ultima. Per il che la. b g. che prima parea, che andasse innanzi all'altre, essendo trasmutata nella. x n. parrà, ch'ella resti da ultimo, † & la grandezza. i c. che prima parea, che fosse l'ultima hora parrà, che preceda l'altre, † essendo trasmutata nella. s t.

† *p la supp.* 10.



† *p la* 10. *supp.*

† *per la* 11. *supp.*

† *p la* 10. *supp.*

ANNOTATIONE.

QVANDO *l'autore dice, che le tre grandezze.* B G. D Z. C I. *essendo trasportate nelle tre.* N X. P R. S T. *si muoueranno in contraria parte; essendo che le prime si muouono dal punto.* G. *uerso il punto.* N. *& le seconde dal punto.* N. *uerso il punto.* X. *& l'une, & l'altre si muouono dalla sinistra, & uanno uerso la destra; come sarà* M. Egnat.

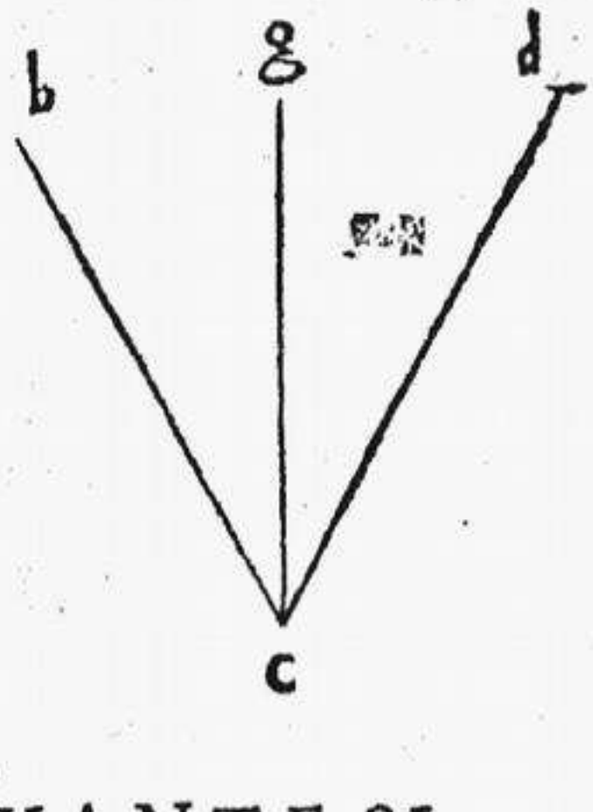
adunq;

adunq;,che le ſeconde grandezze ſi muouino in contraria parte delle prime, ſi deue intendere, che dal punto. M. *eſca una linea, che tagli per il mezzo l'angolo.* G M N. *hor dico che le tre prime grandezze* .B G.D Z. C L. *mouendoſi uerſo la deſtra, ſi accoſtano alla linea, che taglia l'angolo.* M. *& fin, che ſopra detta linea non ſi ritroua la linea.* G M. *ell'è ſempre piu deſtra, & precede l'altre due.* M Z. *&.* M L. *Ma poiche la.* M G. *paſſa la linea, che taglia l'angolo.* M. *mouendoſi uerſo la.* N X. *all'hora ſi comincia à muouere in contraria parte, cioè doue prima ſi accoſtaua alla linea, che taglia l'angolo.* M. *ſi comincia à diſcoſtare, & queſto uuol dire muouerſi in contraria parte, & percio la.* M L. *tramutata nella.* M G. *precede, & la.* M G. *nella.* M N. *reſta à dietro.*

THEOREMA CINQVANTESIMOTERZO.

Delle grandezze inegualmente moſſe per il uerſo, che ſi muoue l'occhio, quelle che ſi muouono egualmente con l'occhio, par che ſtieno ferme, & quelle che ſi muouono piu tardi, par che tornino in dietro, & quelle che ſi muouono piu preſto, par che uadino innanzi.

LE grandezze. b. g. d. muouinſi con ineguale uelocità; ma il. b. ſi muoua adagio, il. g. con la medeſima preſtezza, che l'occhio. c. & il. d. molto piu preſto, Et dall'occhio eſchino i raggi uiſuali. c b. c g. c d. Hor ſe l'occhio ſi muouerà uerſo le medeſime parti, che ſi muouono le grãdezze .b. g. d. la. g. che ſi muoue egualmẽte con l'occhio parrà, che ſtia ferma, & la. b. che ſi muoue piu adagio parrà, che torni in dietro, & la. d. che corre piu uelocemẽte, parrà che uadia all'innanzi, perche ſi ſcoſterà grandemente dalla. g. che cammina con l'occhio. c. egualmente.

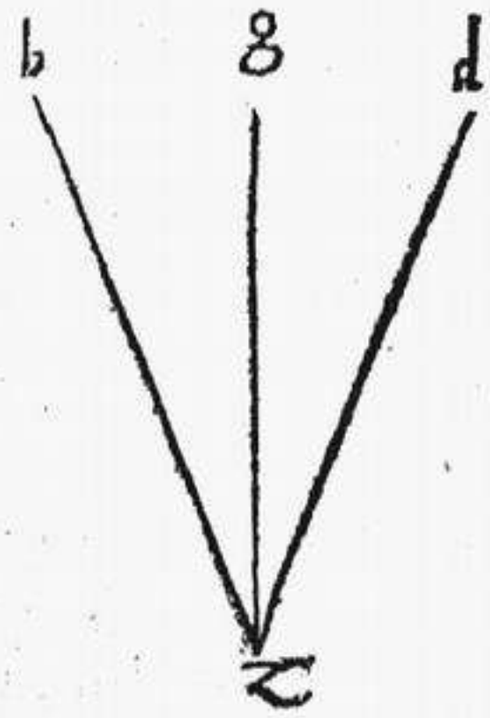


THEOREMA CINQVANTESIMOQVARTO.

Se parecchie grandezze ſi muoueranno per il medeſimo uerſo,

mo uerſo, & una ſtia ferma, quella che ſta ferma parrà, che ſi muoua nella contraria parte.

MVOVINSI le grandezze. b d. & la. g. ſtia ferma, & dal l'occhio. z. eſchino i raggi. z b. z g. z d. Hor ſe le grandezze ſi muoueranno (ponian caſo) uerſo la deſtra, la. b. s'accoſterà piu appreſſo alla. g. & la. d. ſe ne diſcoſterà. Onde la grandezza. g. parrà, che ſi muoua uerſo la contraria parte, cioè uerſo la ſiniſtra.



M. Egnat.

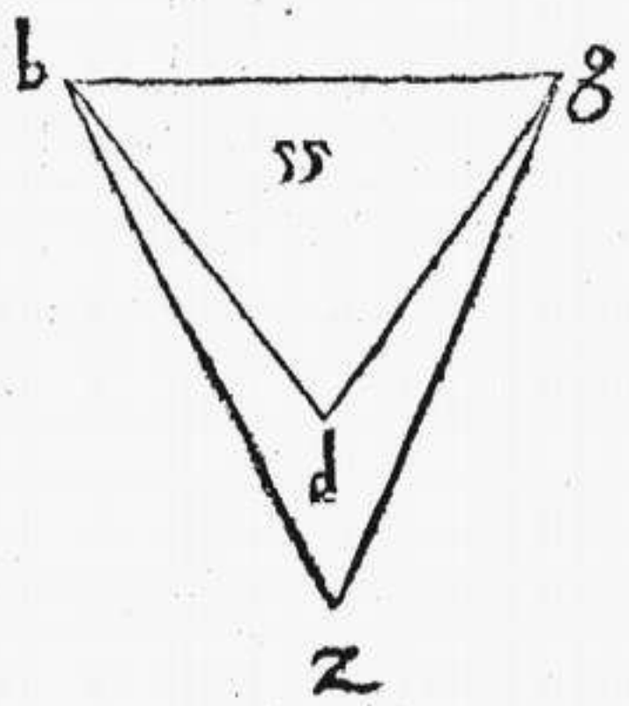
ANNOTATIONE.

PERCHE *le grandezze.* B. *&.* D. *ſi muouono uerſo qualche luogo, ſi accoſteranno à quello tuttauia piu, che non ſarà la grandezza.* G. *che ſta ferma, & la.* B. *&.* D. *mouendoſi egualmente, non muteranno ſito di lontananza l'una dall'altra, ma la.* G. *che ſta ferma lo muterà; per il che parrà che ella cãmini in contraria parte. Il che chiaro ſi ſcorge nella Luna, la quale per la gran lontananza pare agl'occhi noſtri che ſtia ferma, ne ſi conoſce il moto ſuo in piccolo ſpatio di tempo; Onde quando uediamo le nugole, che con gran uelocità ſi muouono ſotto la Luna, ci pare che eſſa corra uelocemente nella contraria parte.*

THEOREMA CINQVANTESIMOQVINTO.

All'occhio, che ſi accoſta alla coſa ueduta, gli pare, che ella tuttauia creſca.

DALL'OCCHIO poſto nel punto. z. ſia ueduta la grandezza. b g. per i raggi. z b. &. z g. accoſtiſi hora l'occhio alla grandezza. b g. & ſi ponga nel punto. d. & ueda la. b g. per i raggi. d b. &. d g. & eſſendo maggiore l'angolo. d. dell'angolo. z. † ſeguirà che la grandezza. b g. apparirà mag-



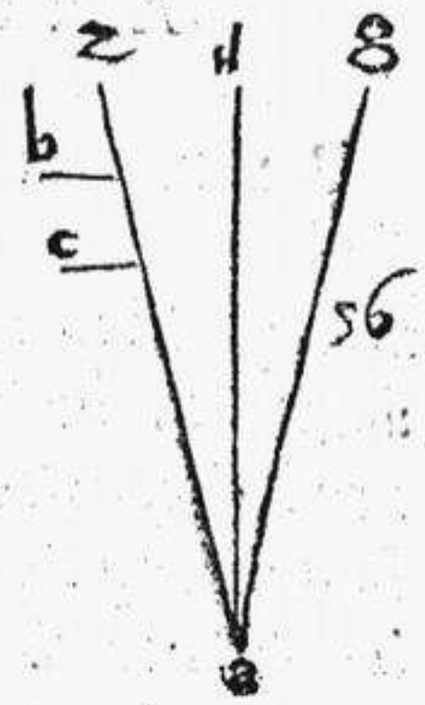
† *per la 21. del primo.*

giore,

giore, uista dal punto. d. angolo maggiore che dal. z. angolo minore; Perche quelle cose, che sotto maggiore angolo si uedono, ci appariscono maggiori per la 5. suppositione.

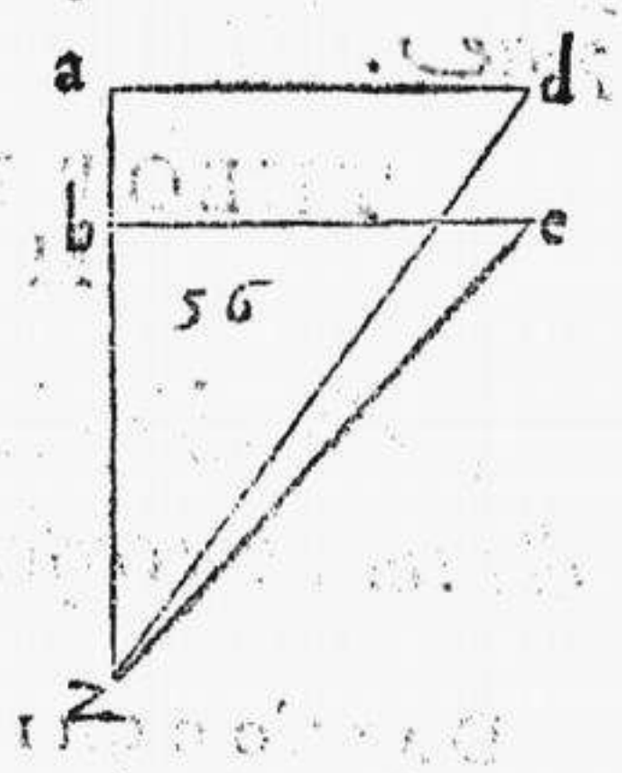
THEOREMA CINQVANTESIMOSESTO.

Delle grandezze, che egualmente si muouono, quelle, che sono piu lontane, par che piu tardi si muouino.



MVOVINSI egualmente con la medesima prestezza le grandezze. b. &. c. uerso la .z. & eschino dall'occhio. a. i raggi. a g. a d. a z. & uedrassi che i raggi, ch'escono dall'occhio. a. & uanno alla grandezza. c. sono minori di quelli, che uanno alla grãdezza. b. Onde la. c. caminerà minore interuallo, & parrà che camini piu presto, perche piu presto giugnerà all'. a z. raggio uisuale.

VN'ALTRA DIMOSTRATIONE DEL THEOREMA. 56.



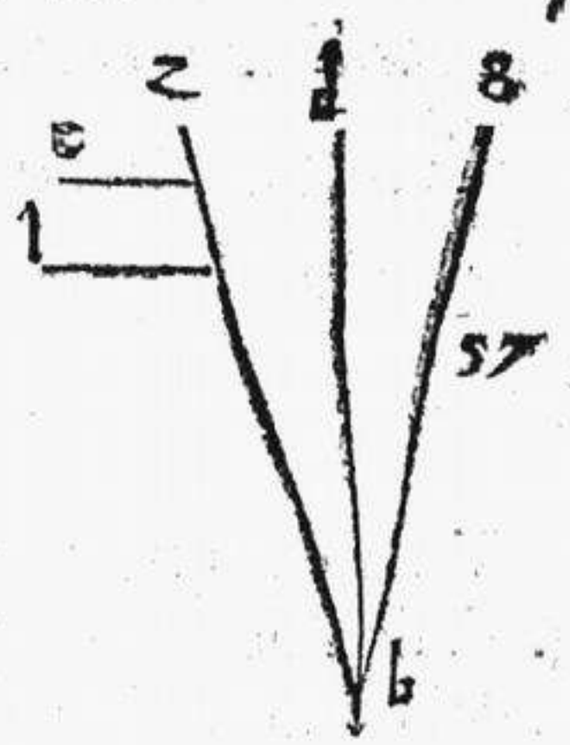
MVOVINSI li due puti. a. &. b. di eguale mouimẽto, per le due linee parallelle. a d. &. b e. & passerãno per le dette linee rette in eguale spatio di tempo. Siano adunque egualile. a d. &. b e. & dall'occhio eschino i raggi uisuali. z a, z d. z b. z e. hor perche l'angolo. b z d. è minore dell'angolo. b z e. apparirà minore l'interuallo. a d. dell'interuallo. b e. Onde apparirà che l'. a. si mouua piu tardi che la. b.

THEOREMA CINQVANTESIMOSETTIMO.

All'occhio, che uelocemente si muoue, pare che le cose, che ei mira da lontano, rimanghino addietro.

SIA

SIA l'occhio il punto.b. dal quale e-
ſchino i raggi uiſuali. b g. b d. b z. & le
coſe uedute ſiano le. c. &. l. Eſſendo adũ
q; l'occhio portato uelocemente, i raggi
che da eſſo uſcendo ſon diſteſi uerſo la.z.
trapaſſeranno la grandezza. c. piu preſto
che la.l.† Onde parrà, che la. c. rimanghi
addietro, & la. l. ſi muoua nella cõtraria
parte, cioè alla deſtra uerſo la. g.



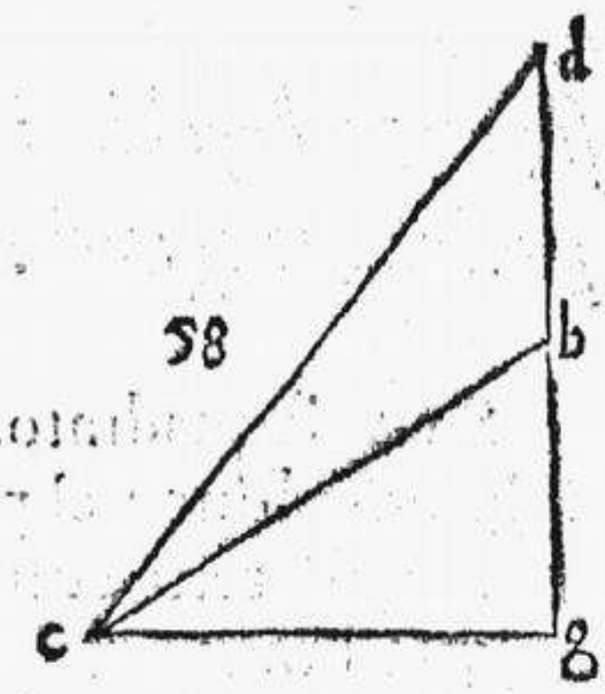
† *per la minorità dell'angolo ſotto il quale è uiſta la. c.*

COME *ſi uede accadere à quelli, che nella barca ſono con uelocità portati per il fiume a' quali pare che i monti, che da lõtano uedono, rimanghino addietro, & quegl'arbori che ſono nella ripa del fiume, ò quiui appreſſo, ſi muouino nella contraria parte.* M. Egnat.

THEOREMA CINQVANTESIMO OTTAVO.

Le grãdezze accreſciute, par che ſi accoſtino all'occhio.

LA. g b. grandezza ſia ueduta da' raggi. c g. &. c b. Accreſchiſi hora la. b g. di tanta grandezza, quanta è la. b d. & dal l'occhio. c. eſca il raggio. c d. ſarà adũq; maggiore l'angolo. d c g. dell'angolo. b c g. † Onde apparirà maggiore. g d. che g b. eſſendo, che quelle coſe, che ſotto maggiore angolo ſono uiſte, ci appariſcono maggiori. † Ma quelle coſe, che ci appariſcono maggiori, che prima non appariuono, par che ſieno accreſciute. Adũq; le grandezze accreſciute par che ſi accoſtino all'occhio.



† *il tutto della parte.*

† *per la 5. ſupp.*

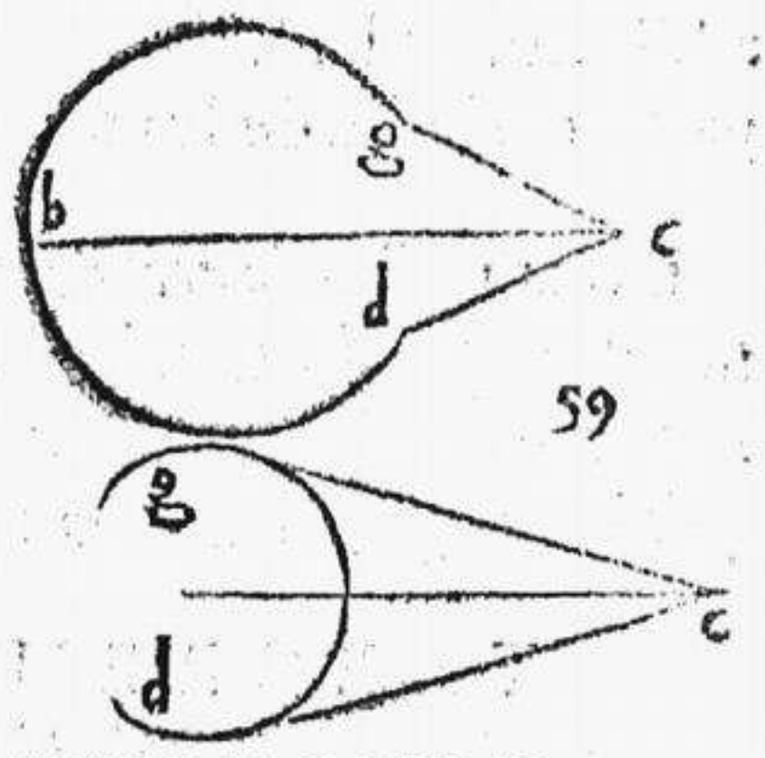
LE *grandezze accreſciute par che ſi accoſtino all'occhio, perche l'occhio le uede diuẽtare, maggiori credendo, che in ſe ſteſſe ſieno della medeſima grandezza, però pẽſa, che ſe li ſieno accoſtate, eſſendo, che delle coſe eguali quelle, che ſono piu uicine all'occhio, ci appariſcono maggiori, per il ſeſto Theorema.* M. Egnat.

THEOREMA CINQVANTESIMONONO.

Quelle coſe, che inegualmente ſono lontane dall'occhio,

delle quali le estreme, non sono parallelle alle estreme, ne quelle di mezzo à quelle di mezzo, ne meno sono nella medesima rettà linea, fanno tutta la figura, hor concaua, & hor rotonda.

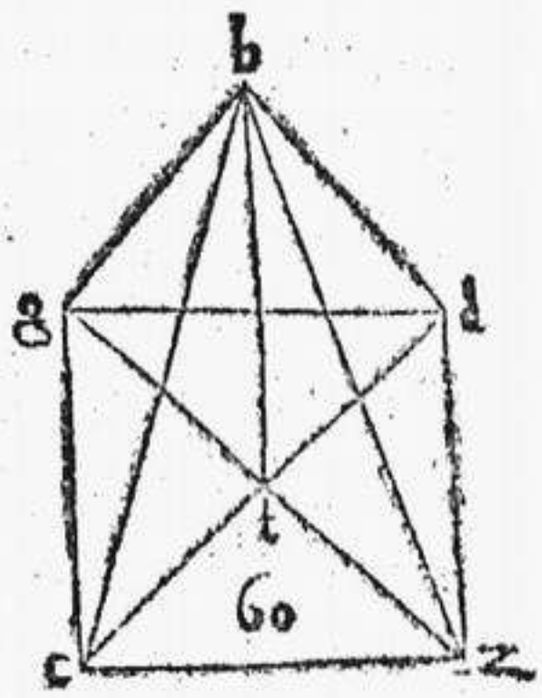
VEGGHINSI adunq;, le. b .g. d. dall'occhio posto nel punto .c. dal quale eschino i raggi. c b. c g. c d. & uedrassi, che tutta la figura apparisce concaua. Pongasi hor la cosa ueduta talmente, che la. b. sia piu appresso all'occhio. c. che non è la.d. ò la. g. & cosi la figura .d b g. apparirà rotonda.



THEOREMA SESSANTESIMO.

Se dalla intersegatione de' diametri del quadrato s'innalzerà una linea retta, sopra il piano di esso, nella quale si ponga l'occhio, i diametri, & i lati del quadrato appariranno eguali.

SIA il quadrato. g z. & si tirino i diametri. g z. &. c d. che si interseghino nel punto. t. dal quale si innalzi la. t b. che stia ad angoli retti con il piano del quadrato,† & l'occhio stia nel punto. b. dal quale eschino i raggi. b c. b d. b g. b z. le due rette linee. t z. &. t b. saranno eguali alle due rette. t g. &. t b. sono ancora eguali fra di loro gl'angoli, che da esse linee sono cõtenuti attorno il pũto. t. Per il che la basa .z b. sarà eguale alla basa. g b. & la basa .c b. alla basa. d b. † Onde le due linee rette .z b. &. b g. sono eguali alle due linee rette. c b. &. b d. Et essendo eguali fra di loro anco i diametri, seguirà, che gl'angoli, che sono alla. b. sieno eguali.† Ma quelle cose, che sotto eguali angoli sono uiste, appariscono eguali, adunq;



† per la 12. del l. 11.

† per la 4. del primo.

† p la 8. del pri.

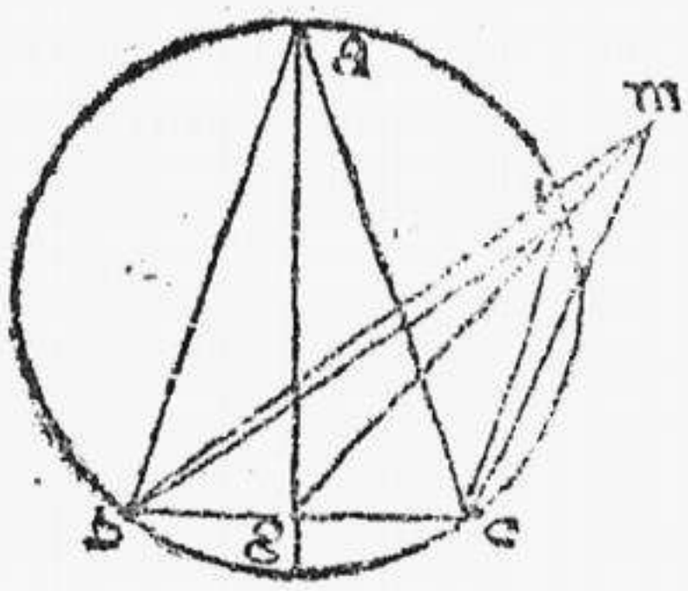
adunq; i diametri, & i lati del quadrato appariranno fra di loro eguali. † † per la 7. supp.

THEOREMA SESSANTESIMOPRIMO.

Se'l raggio, che uscendo dall'occhio, casca sopra la intersegatione de' diametri, non farà angoli retti sopra il piano del quadrato, ne meno sarà eguale à qual si uoglia de' mezzi diametri, co' quali anco non faccia angoli retti, i diametri appariranno ineguali.

SIA *nella figura superiore il punto.* T. *la intersegatione de' diametri del quadrato, & dall'occhio.* B. *fino al punto.* T. *si tiri la linea* .B T. *che non faccia angoli retti col piano del quadrato, ne manco co' mezzi diametri di quello, faccia angoli eguali, & non sia eguale al mezzo diametro, ma sia ò maggiore, ò minore; Dico che i diametri appariranno ineguali. Tirisi il diametro.* G Z. *che faccia angoli retti con la.* B T. *con la quale non faccia angoli retti la.* D C. *& si tirino le linee rette.* B G. B D. B C. B Z. *Et sia la prima cosa, la.* B T. *maggiore del mezzo diametro.* T C. *seguirà, che l'angolo.* G B Z. *sarà maggiore dell'angolo.* C B D. *(come si è dimostrato nella annotatione del Theorema 37). Ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uedute, appariscono maggiori, p il che il diametro.* G Z. *apparirà maggiore del diametro.* D C. *per la. 6. supp. Ma se la.* B T. *sarà minore della.* T C. *mezzo diametro del quadrato, la.* D C. *apparirà maggiore della.* G Z. *Perche se il segamento del cerchio.* B A C. *sarà minore del mezzo cerchio la linea.* G A. *sarà piu corta di tutte l'altre linee, che uscendo dal punto.* G. *uanno alla circonferenza.* B A C. *per la 7. del 3. Onde la linea.* G L. *sarà piu lunga della linea.* G A. *& tagliando dalla.* G L. *un pezzo eguale alla.* G A. *sopra la quale facendoui uno angolo cascherà dentro all'angolo.* B L C. *del quale essendo maggiore, per la 21. del primo sarà anco maggiore dell'angolo.* B A C. *che è eguale all'angolo.* B L C. *per la 21. del 3. La onde*

M. Egnat.



se la linea. B T. *nella superiore figura sarà minore del mezzo diametro.* T C. *& starà ad angoli retti, non sopra la* D C. *ma sopra la.* G Z. *l'angolo.* C B D. *sarà maggiore dell'angolo.* G B Z. *Ma quelle cose, che sotto maggiore angolo sono uedute, appariscono maggiori, per la. 6. supp. adunq; il diametro.* D C. *apparirà maggiore del diametro.* G Z. *che è quanto si douea dimostrare, conforme alla dimostratione del Theorema 37. Il medesimo si può dimostrare anco di ogn'altra figura rettilinea di angoli pari come delli quadrangoli, de' sest'angoli, degl'ottangoli, & uniuersalmente tutto quello, che si.è detto de' cerchi, si puote applicare alle figure Poligonie di angoli pari.*

Il Fine della Prospettiua di Euclide.

GLI SPECCHI DI EVCLIDE;

Cioè quella parte della Prospettiua, che dimostra i varij effetti degli specchi.

Tradotta da Maestro Egnatio Danti, Cosmografo del Gran Duca di Toscana.

SVPPOSITIONE PRIMA.

Presuppongasi, che il Raggio uisuale sia una linea retta, della quale i mezzi cuoprono gli stremi.

ELLA *prima suppositione della prospettiua si è detto che cosa sia raggio uisuale. Hor che i suoi mezzi cuoprino le sue estremità, resta chiaro; poiche la linea uisuale appresso de' prospettiui ha larghezza, & grossezza, non considerando eglino, se non quelle cose, che sensatamente uedono, come nella prima suppositione della prospettiua si è dichiarato. Oue si mostrò anco, che le cose uisibili si uedono per retta linea, che è quanto nella seconda suppositione si contiene.* M. Egnat.

SVPPOSITIONE SECONDA.

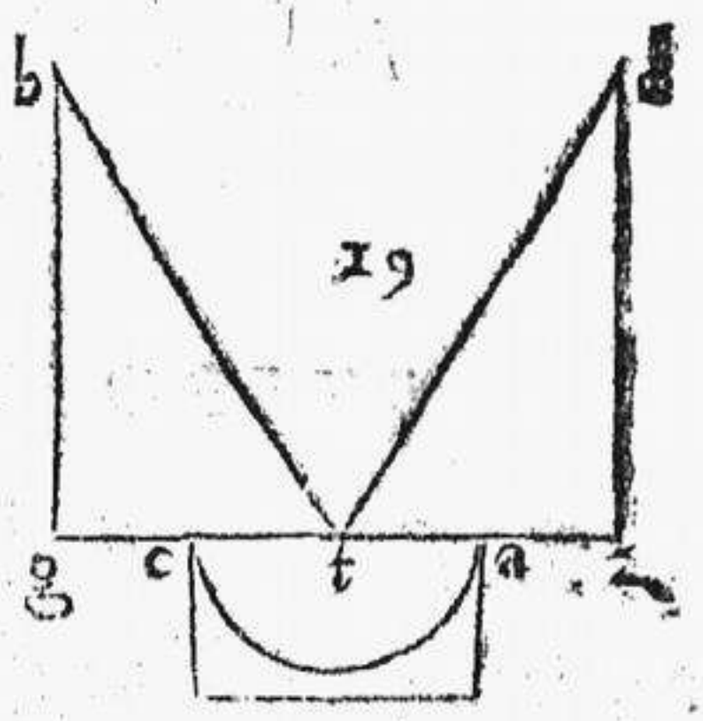
Ogni cosa uisibile, si uede per retta linea.

SVPPOSITIONE TERZA.

Se lo specchio si collocherà in un piano, sopra il quale

ſtia à piombo qualche altezza, la ragione, che harà la linea intrapreſa fra quel, che mira, & lo ſpecchio, alla linea, che è fra lo ſpecchio, & la gia detta altezza, harà anco l'altezza di quel, che mira, all'altezza della coſa elevata à piombo, ſopra il piano, nel quale è lo ſpecchio.

M. Egnat. PER *dichiaratione di queſta ſuppoſitione intendaſi, che il piano ſia la.* G Z. *nel quale ſtia lo ſpecchio.* C A. *et la.* B G. *ſia l'altezza, che ſta à piombo ſopra il piano.* G Z. *& l'altezza di quel, che mira ſia la* .D Z. *Si ſuppone, che la ragione, che ha la.* Z T. *diſtantia, che è fra i piedi di quel che mira, & lo ſpecchio; alla.* T G. *diſtantia, che è fra lo ſpecchio, & la detta altezza, harà anco la.* D Z. *altezza di quel che mira, alla.* G B. *altezza, che ſta à piombo ſopra il piano.* G Z. *Queſta ſuppoſitione è neceſſaria, al primo Theorema nel quale ſi dimoſtra, che l'angolo della incidẽtia è eguale all'angolo della reflessione. Il che fino à hora non ſi uede eſſere ſtato dimoſtrato da neſſuno, ſenza ſupporre la proportionalità delle ſopradette linee. Se bene il Lariſſeo dice, ciò dimoſtrarſi da Herone, non è perciò tal dimoſtratione peruenuta alla notitia de' noſtri tempi, Bene è uero, che da Tolomeo nel Theorema 45. del primo lib. degli ſpecchi, & Alazeno nella prop. 10. & 18. del 4. libro, & Vitellione nella propoſitione 12. 13. 14. 15. 16. 17. & 20. del quinto libro uadino coniſtrumenti, & ragioni naturali piu toſto dichiarando, che dimoſtrando cio eſſere uero. La onde Euclide principe de' Geometri, conoſcendo con la ſperienza degli ſtrumenti eſſer uero, che i raggi ſi reflettono negli ſpecchi ad angoli pari, et non ſi potere ciò dimoſtrare. Geometricamente, uolſe, che ſi ſupponeſſe come principio certo, et indemoſtrabile, la egualità della ragione, che è fra le linee.* Z T. *&* .T G. *& le.* D Z. *&.* B G.



S. 4. APPARENZA PRIMA.

Se l'occhio ſi porrà in quel punto dello ſpecchio piano

oue per-

one percuote à piombo la linea, che uiene dalla cosa uisibile, detta cosa non si potrà uedere.

APPARENZA *da' Greci è detta* Τὸ φαινόμενον. *Et perche in questa quarta suppositione, & nelle tre seguenti si suppone quel, che si uede apparire à gl'occhi nostri, però dall'* Autore *sono chiamate apparenze; Delle quali questa prima, con la seconda, & la terza sono per se stesse chiare. Cõciosia che, se l'occhio sarà posto in quel pũto oue casca la linea, che dalla cosa ueduta ua allo specchio piano perpendicularmẽte (che è la medesima che quella, che dalla cosa ueduta ua al centro dello specchio tondo, ò concauo) non si potrà uedere, perche l'occhio terrà, che nõ si impronti nello specchio occupandoli il luogo, poiche le cose che si uedono negli specchi, non si uedono per quella linea, con la quale si improntono, ma nel concorso di detta linea et del raggio, che esce dall'occhio per il Theo. 16. eccetto però quãdo il raggio, si riflette in se stesso, come si uedrà nel Theorema secondo, perche in quel caso la linea della incidentia, & della riflessione è tutt'una.* M. Egnat. †p la 16. del 3.

S. 5. APPARENZA SECONDA.

Negli specchi rotondi, se l'occhio si porrà in quel luogo oue passa la linea, che partendosi dalla cosa uisibile, ua al centro dello specchio, detta cosa, non si potrà uedere.

DI *questa, & della seguente apparenza è la medesima ragione, che della precedente, perche quella linea, che ua al centro della palla fa sopra la superficie di quella angoli pari, tanto nella parte rotonda, quanto che nella concaua, per la 16. del terzo essendo gl'angoli del contatto tutti eguali.* M. Egnat.

S. 6. APPARENZA TERZA.

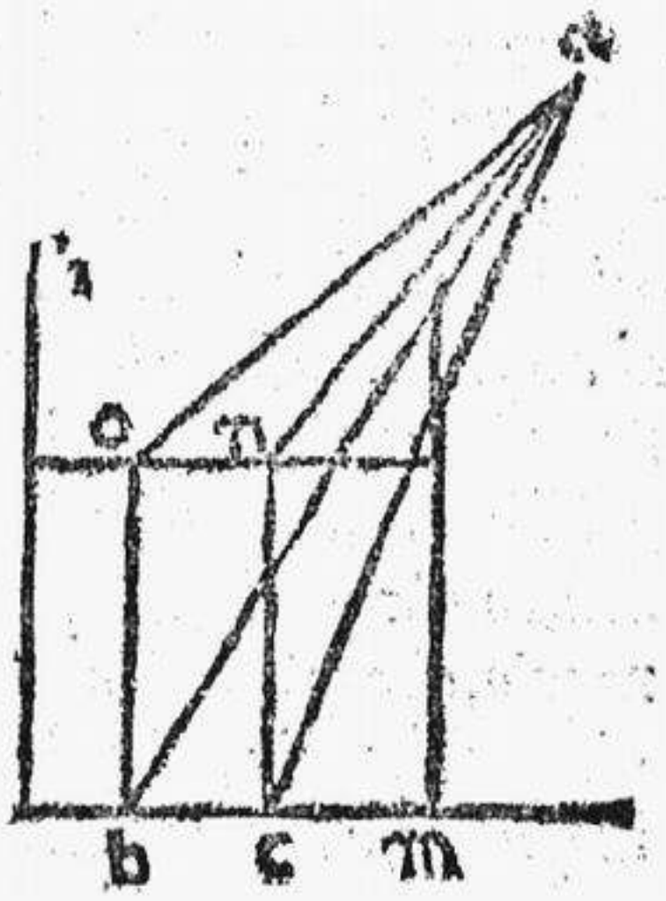
Il medesimo auuiene negli specchi concaui, che auuenirà ne' conuessi, ò rotondi, che dir uogliamo.

S. 7. APPARENZA QVARTA.

Se si porrà qual si uoglia cosa, nel fondo d'un uaso, & poi si

poi si discosti tanto dall'occhio, che la cosa gia detta non si ueda piu, dico che tal cosa si potrà uedere in questo luogo, se il uaso si empierà d'acqua.

QVANTO la sperienza ci propone nella presente apparenza, si manifesta in questa figura, nella quale. i m. sia il uaso, &. b c. sia la cosa, che è posta nel fondo di quello, & si discosti tãto dall'occhio. a. che i raggi uisuali. a b. &. a c. impediti dal uaso, non la possino uedere; Poi empisi il uaso d'acqua fino alla. o n. & cosi la. b c. si uedrà per i raggi rotti. a n c. &. a o b. che si rompono nella superficie dell'acqua. o n. che prima p i raggi retti. a b. &. a c. nõ si potea uedere.

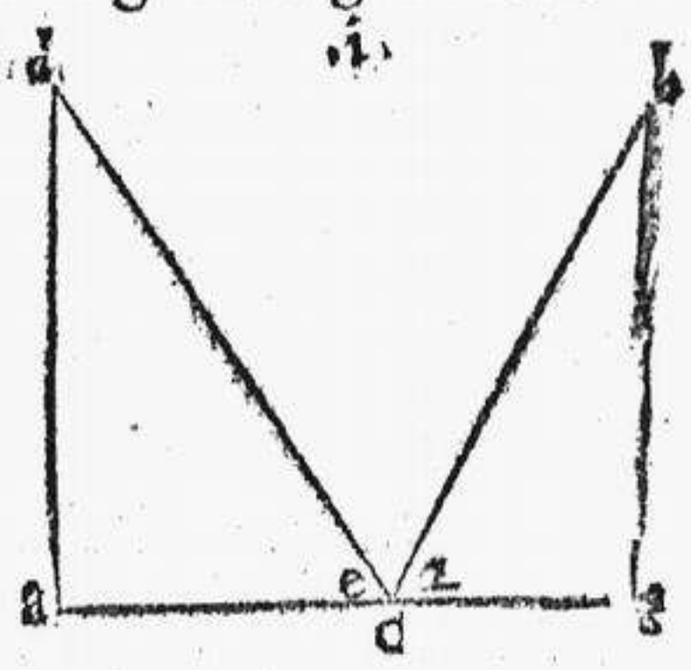


Il Fine delle suppositioni.

THEOREMA PRIMO.

I raggi uisuali si riflettono ad angoli pari, tanto negli specchi piani, come anco ne' rotondi, & ne' concaui.

SIA l'occhio nel punto. b. & lo specchio piano sia. a g. & esca dall'occhio il raggio. b c. che si rifletta nel punto. d. dico che l'angolo della reflessione. e. è eguale all'angolo della incidenzia. z. Imperoche, tirinsi le due linee à piombo. b g. & .d a. sopra lo specchio. a g. Et sarà la. b g. alla. g c. come è la .d a. alla. a c. (per la terza suppositione) per il che il triangolo. b g c. sarà simile al triangolo. d a c. tal che l'angolo. e. sarà eguale all'angolo. z. essendo i triangoli simili di angoli eguali. †



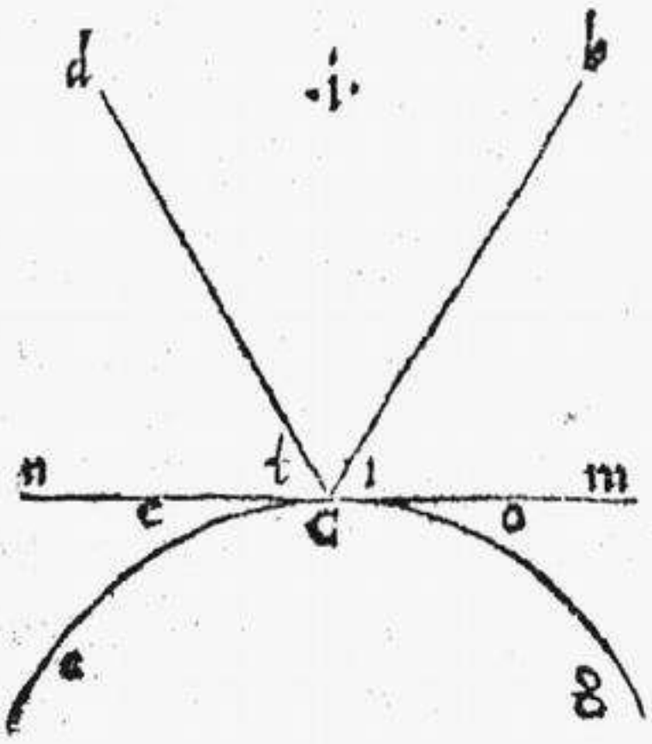
† *per la prima diff. del sesto.*

ANNOTATIONE.

M. Egnat. L ANGOLO *della* INCIDENTIA *è quello, che è compreso dalla*

dalla superficie dello specchio. A G. *& dalla linea, che esce dall'occhio.* B. *& ua à ferire nel punto.* C. *dello specchio, che sarà l'angolo* .B C G. *& quello della reflessione è.* D C A. *compreso dalla superficie dello specchio.* A G. *& dalla linea, che dal punto.* C. *si reflette nel punto.* D. *Il punto della incidentia è la.* C. *doue percuote il raggio.* B C. *& q̃llo della reflessione è la.* D. *pũto doue si reflette il raggio.* C D.

DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO ROTONDO.

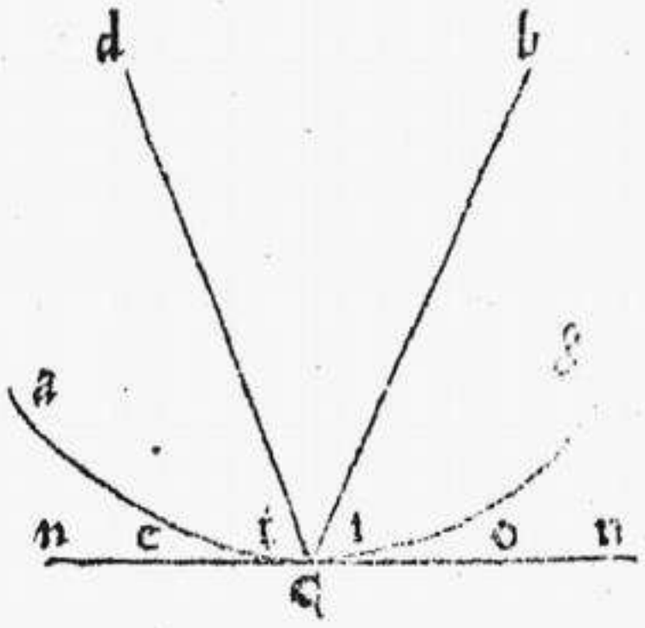


SIA lo specchio rotondo la. a c g. & il raggio uisuale sia. b c. che si rifletta nel punto. d. dico che l'angolo della incidẽtia. o l. è eguale all'angolo della reflessione. e t. perche se io porrò uno specchio piano nella linea. n m. di maniera, che tocchi lo specchio tondo nel punto. c. l'angolo. t. sarà eguale all'angolo. l. † Ma l'angolo. e. è eguale all'angolo. o. † perche lo specchio, n m. piano tocca lo specchio. a c g. rotondo; Onde tutto l'angolo. t e. sarà eguale à tutto l'angolo. l o.

† *p la precedẽte*

† *p la 16. del 3.*

DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO CONCAVO.



SIA lo specchio concauo. a c g. & il raggio uisuale sia. b c. che si riflet ta nel punto. d. dico, che l'angolo. t. è eguale all'ãgolo. l. Imperciochè, ponendoui lo specchio piano. m n. sarà eguale l'angolo. t e. all'ãgolo. l o. † Ma l'angolo. e. è eguale all'angolo. o. † Onde il rimanente angolo. t. sarà eguale al rimanente angolo. l.

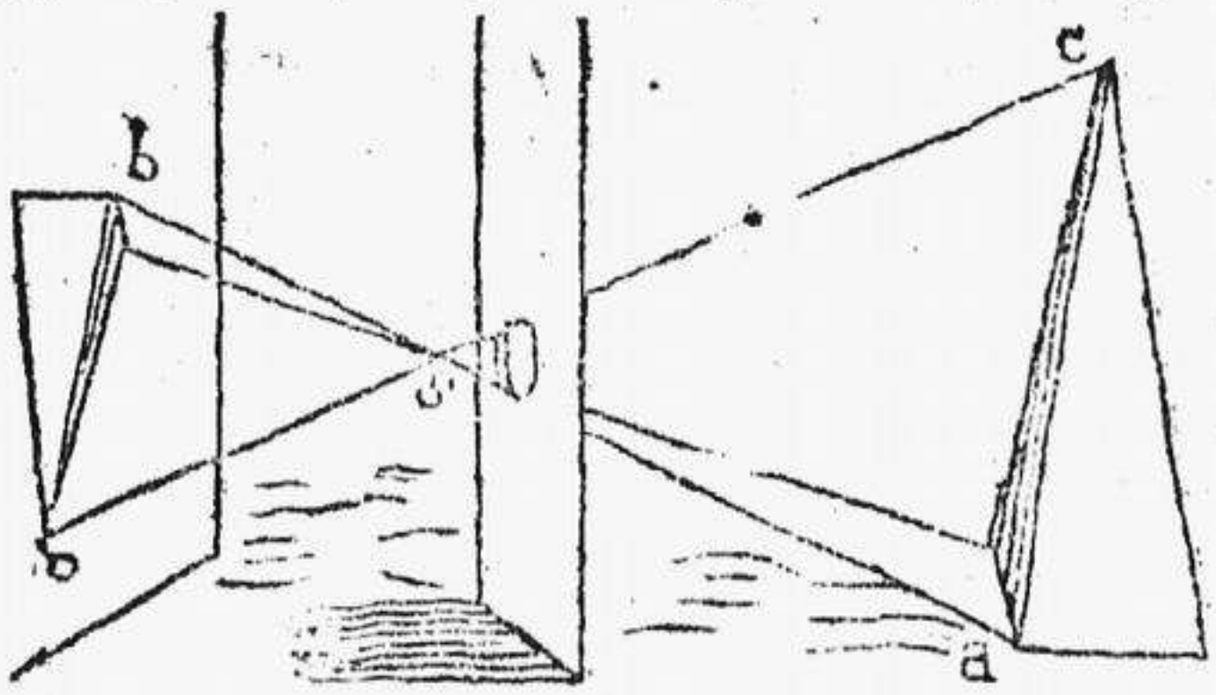
† *per la prima parte di questa.*

† *p la 16. del 3.*

ANNOTATIONE.

PER *maggiore chiarezza di questo primo Theo. uoglio addurre una mirabile sperienza, che si uede della reflessione de' raggi negli* M. Egnat.

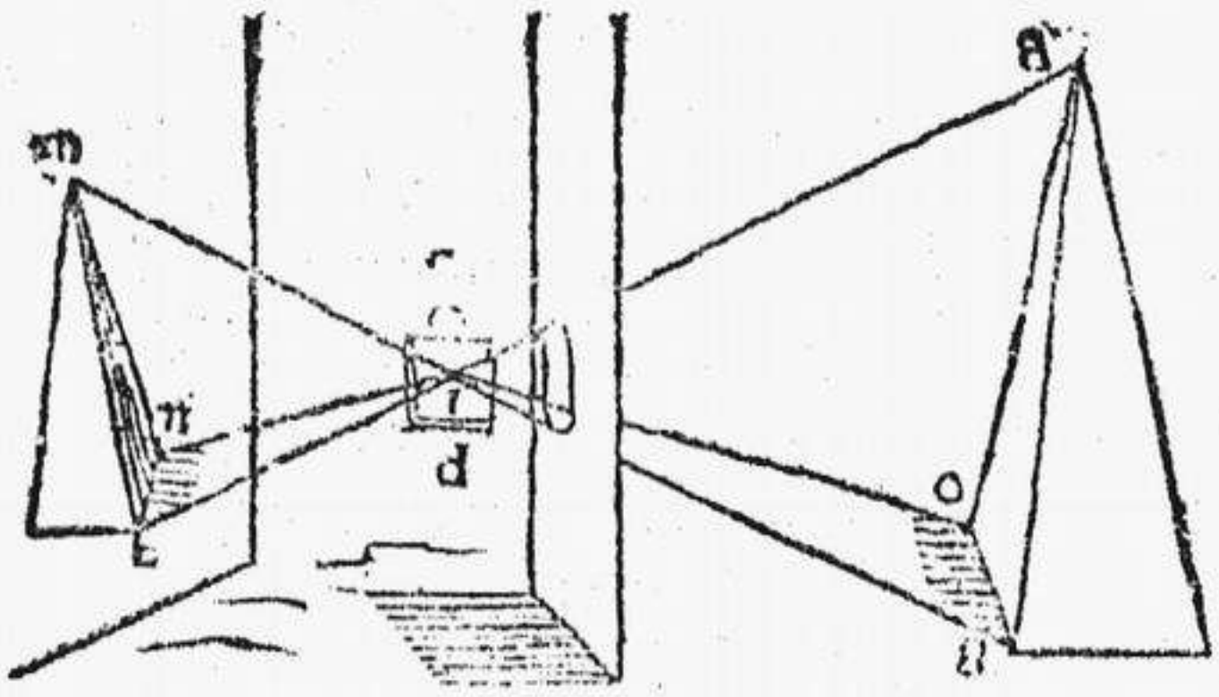
specchi piani, & insieme mostrare il modo di fare uno strumento per uedere stãdo serrato in camera tutto quello, che si fa fuori in piazza. Si deue adũq; fare un bugio rotõdo nel legno della finestra della camera, che sia grande quãto una cratia poco piu, ò meno, et tal grãdezza si osserui dalla banda di dentro, perche di fuori di uerso la piazza, ò strada questo bugio si deue ire allargando nella grossezza del legno in forma di piramide, & quanto piu sarà smussato, & allargato, tanto piu cose si potranno per quello uedere. Fatto questo serrisi questa, & ogni altra finestra della camera di maniera, che in q̃lla nõ entri altra luce, che per q̃l picciol bugio. Et subito uedrai nella facciata del muro, che è all'incontro della finestra, dipinto di colori proprij tutto quello, che di fuori si può uedere per quel bugio, & è cosa marauigliosa che si uedrãno anco gli uccelli uolar per l'aria, & le nugole dipinte caminare nella dipintura, come fanno in cielo, & le imagini delle persone, che passono per la piazza. Si deue auuertire, che all'incontro della finestra fa mestieri, che il muro sia bianco, & pulito, acciò ui si possino improntare le imagini, che uengono di fuori per il picciolo bugio dalle cose uedute, ma quando il muro fosse impedito, si potrà stenderui un lenzuolo bianco, che farà il medesimo effetto; Inoltre bisogna che il Sole non percuota nel detto bugio, perche disgregheria i raggi uisuali, ma si bene percuota nelle cose da uedersi, acciò i raggi imprimino i colori piu gagliardamente dentro nel muro della stanza. Terzo si deue auuertire che tutte le cose, che si uedranno riflesse nel detto muro saranno uolte sotto sopra; del che ne sono cagione i raggi, che uanno à percuotere nel muro à retta linea, & quelli che si muouono di sotto percuotono da capo il muro, & quelli di sopra da' piedi, & li destri alla sinistra, & li sinistri alla destra, come si scorge nella presente figura, nella quale si uede la piramide, che è fuori, riportata da' raggi per il bugio nella parte del muro sotto sopra, perche il raggio, che esce dalla punta della piramide. C. et passa per il bugio riporta la punta di detta piramide



nel muro nel punto. O. & cosi li raggi, che escono dalla basa. A. caminando per retta linea, la riportono nel punto. B. & il medesimo auuiene di tutte l'altre cose, che per i raggi, che passono per il bugio

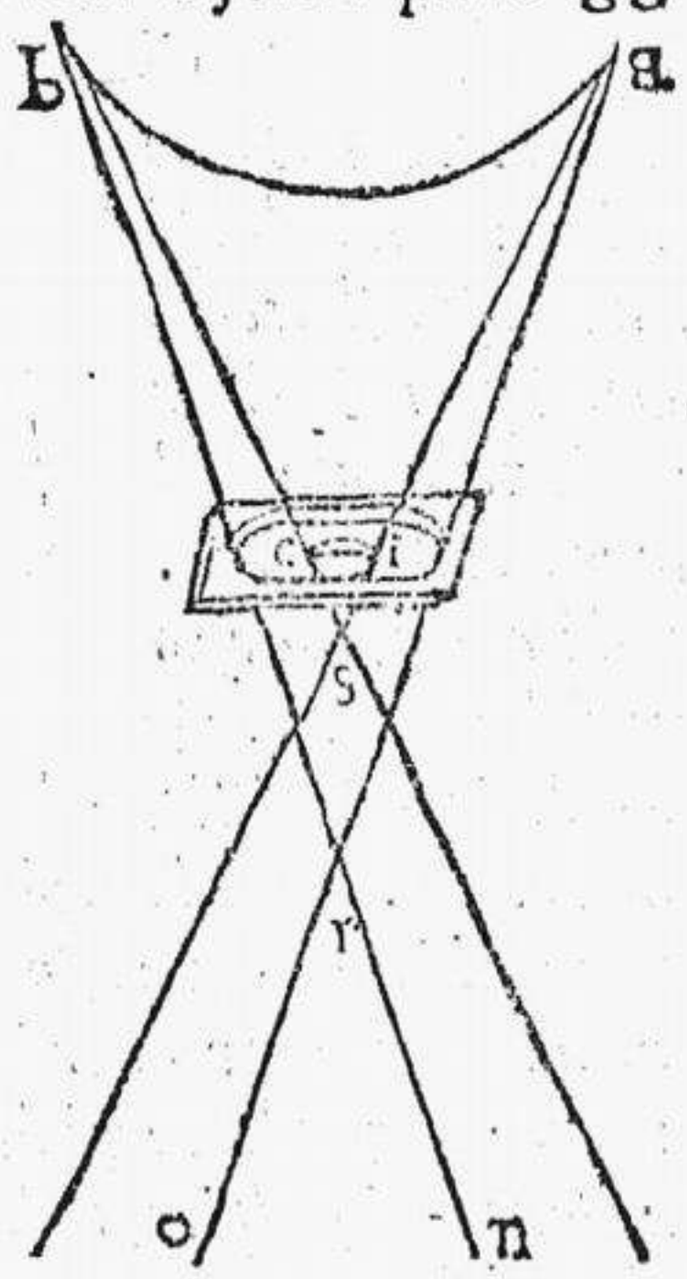
sono

ſono riportate ſotto ſopra. Hor ſe uorremo, che l'imagini tornino per il uerſo loro, metteremo uno ſpecchio ſotto il bugio dentro alla fineſtra come nella preſente figura ſi uede lo ſpecchio. C D. *auanti il bugio, nel quale percuotẽdo il raggio.* A C. *che eſce dalla punta della piramide ſi riflette ad angoli pari, & riporta detta punta nel muro al punto.* M. *coſi i raggi, che eſcono da' punti.* G. *&*



.O. della baſa riflettendoſi ad angoli pari ſi improntono ne' punti del muro. N L. *La onde la piramide.* L N M. *cagionata da' raggi, che nello ſpecchio percuotendo ſi riflettono, & non caminono rettamente, uien figurata per il uerſo ſuo come ſta quella, che la cagiona. E ben uero, che queſte imagini, che ſono cagionate da' raggi refleſſi non ſi uedono coſi ſcolpite, ne di ſi uiui colori, come fanno quelle, che da' raggi retti ſono cauſate. Perche i raggi uiſuali refleſſi, ſono piu debili, che non ſono i retti; Et di qui naſce, che noi non ci ricordiamo dell'imagine del noſtro uiſo, che uediamo nello ſpecchio, come ci ricordiamo delle imagini degl'altri, perche la noſtra la uediamo co' raggi refleſſi, che non imprimono nella memoria, come fanno i raggi retti, co' quali uediamo il uiſo degl'altri. Et queſto inteſe S. Iacopo nel primo cap. della ſua Epiſtola quando diſſe. Si quis auditor eſt uerbi, & non factor: hic comparabitur uiro conſideranti uultum natiuitatis ſuæ in ſpeculo; conſiderauit enim ſe, & abiit, & ſtatim oblitus eſt, qualis fuerit. Reſta hor ſolo à dire, che quanto il muro ſarà piu uicino ò lontano dal bugio tanto ſarà maggiore, ò minore la coſa rappreſentata, perche ſe il muro foſſe tanto lontano dal bugio, quanto di fuori è lontana la piramide, quella rappreſentata ſaria eguale alla uera, & ciò ſi proua per la 15. del primo, perche gl'angoli oppoſti nelle punte, che percuotono nello ſpecchio ſono eguali, hor ſe i due lati di un triangolo ſono eguali à due lati dell'altro triangolo, anco la baſa, che è l'altezza d'una piramide ſarà eguale all'altra baſa, che è l'altezza dell'altra piramide, per la quarta del primo; Da queſta ſperienza, ſi ſcuopre anco la cagione, onde proceda, che i raggi del Sole, che entrono per i bugi delle fineſtre, che hanno piu faccie, & piu angoli, gli uediamo in terra di forma rotonda. Perche tale è la natura delle coſe, che da' raggi ſono riportate ſecondo la forma loro come*

appare nella piramide, che essendo di figura lunga è riportata per quel bugio tondo; Il medesimo accade al Sole, perche partendo i raogi, da ogni punto della sua circonferenza, uanno à ferire quel bugig in forma di piramde, come nella presente figura si uede, supponendo, che la circonferenza. A B. sia il sole dalla quale escono i raggi, che in forma di piramide uanno à ferire il bugio angolare, intersegãdosi insieme nel punto. R. cominciono poi ad allargarsi, & uanno à percuotere in terra facendo un cerchio, che è basa del Cono. O R N. Et con tutto, che il bugio per il quale passa il sole, sia di figura quadra, egli non dimeno percuote in terra di figura rotonda. Et quanto il bugio è minore tanto il sole fa in terra maggior raggio, perche i raggi. A O. &. B L. che passono per il maggior bugio, & si intersegono insieme nel punto. R. fanno in terra il raggio. O L mi nore del raggio, che fanno quei, che passono per il bugio piccolo, & si intersegono nel punto. S. il quale essendo piu lontano dal pauimento, che non è l'angolo. R. seguirà, che i lati. R O. &. R N. saranno minori degl'altri due lati, che uscendo dal punto. S. uanno al pauimẽto. Ma l'angolo. R. è eguale all'angolo. S. (pche gl'angoli opposti nel rombo sono eguali, & cosi quelli, che si toccono nelle punte per la 15. del primo) onde la basa. O L. sarà minore della basa fatta dall'altre due linee. Et questo ci ha dimostrata la sperienza in un bugio fatto nel la soglia della finestra di uerso mezzo dì della lanterna, della cupola di santa Maria del Fiore di Firenze da M. Paolo Toscanella, per il qual bugio passando il sole il giorno del solstitio, fà nel pauimento un raggio d'una certa quantità; Hor uolendo alcuni far, che quel raggio in terra fosse minore, feciono il bugio minore assai di quel che egli era, & ueddono, che fece contrario effetto, perche faceua maggior raggio assai, che prima, per le ragioni sopradette.

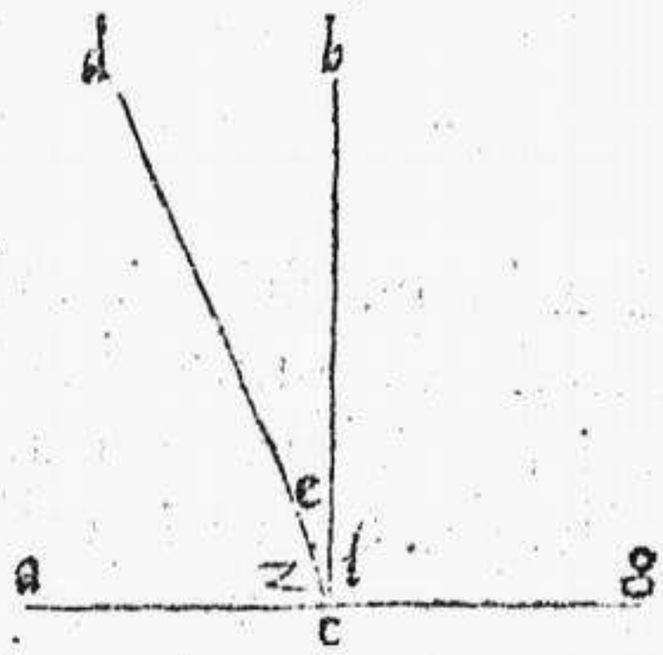


THEOREMA SECONDO.

Se il raggio uisuale cascando sopra qual si uoglia specchio, nel punto della incidentia farà angoli pari, si refletterà

fletterà in se stesso.

SIA la. a c g. lo specchio stia nel piano, & l'occhio stia nel punto. b. dal quale esca il raggio. b e. che faccia sopra lo specchio angoli eguali, cioè l'angolo. z e. eguale all'angolo. l. Dico che riflettendosi il raggio. b c. si riflettera, & ritornerà in se stesso, cioè nel. b. punto dell'occhio. Il che non essendo cosi riflettisi se è possibile nel punto. d. Hor perche i raggi si riflettono ad angoli eguali, † l'angolo. z. sarà eguale all'angolo. l. ma gia si è detto che l'angolo. z e. è eguale all'angolo. l. adunq; l'angolo. z e. sarà eguale all'angolo. z. il maggiore al minore, il che è impossibile. Adunque il raggio. b c. si riflette in se stesso. Questa medesima dimostratione si puote accomodare ancora à gli specchi rotondi, & concaui.

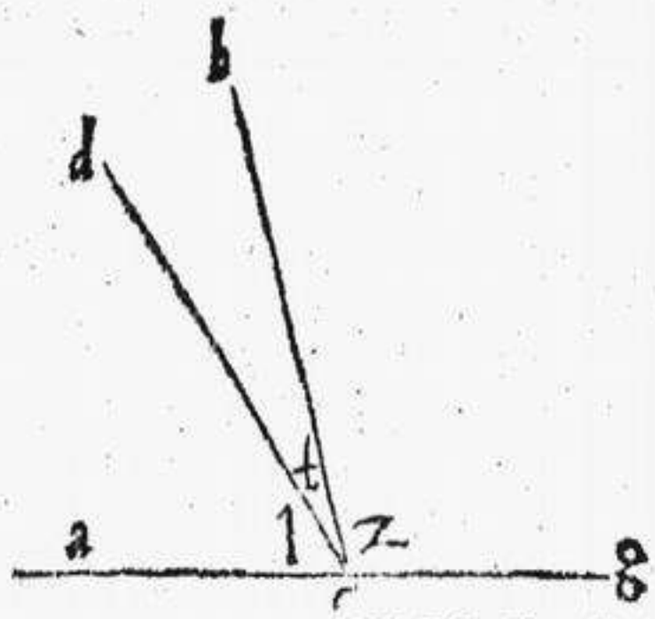


† *per la precedẽte.*

THEOREMA TERZO.

Il raggio uisuale, cascando sopra qual si uoglia specchio, & facendo angoli ineguali, non si riflette in se stesso, ne manco uerso il minore angolo.

SIA lo specchio piano la. a c g. & il raggio. b c. percuotendoui sopra, faccia l'angolo. z. maggiore dell'angolo. l t. Dico, che riflettendosi il raggio. b c. non si riflette in se stesso ne mãco di uerso l'angolo. l t. Perche riflettendosi in se stesso cioè nella. b c. l'angolo. z. sarà eguale all'angolo. l t. il che è falso, perche l'angolo. z. si è posto maggiore dell'angolo. l t. Ma se si rifletterà nel punto. d. l'angolo. z. sara eguale all'angolo. l. che gia si è posto maggiore. Per il che il raggio. b c. si reflettera uerso l'angolo maggiore, che è nella. z. auuenga, che dall'angolo maggiore, si potra tagliare vn angolo eguale al minore. † Nel medesimo modo si può dimostrare negli specchi rotondi, & concaui.

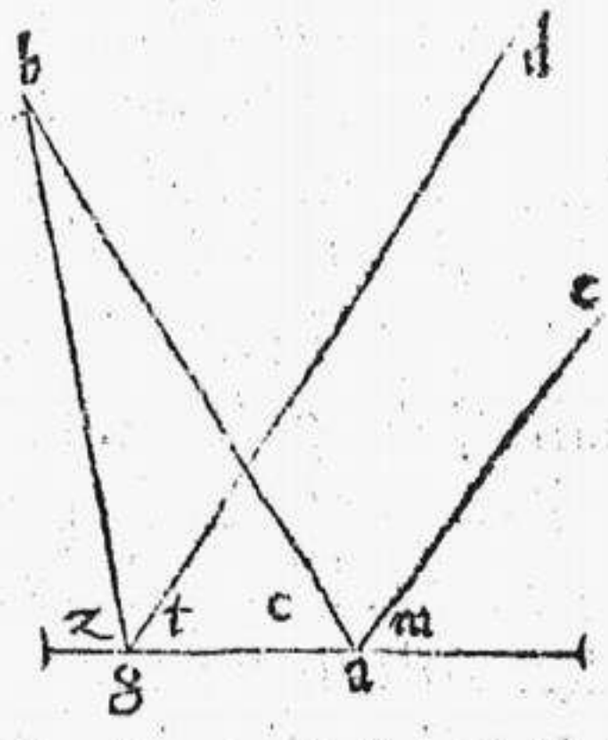


† *per la 23. del primo.*

THEO

THEOREMA QVARTO.

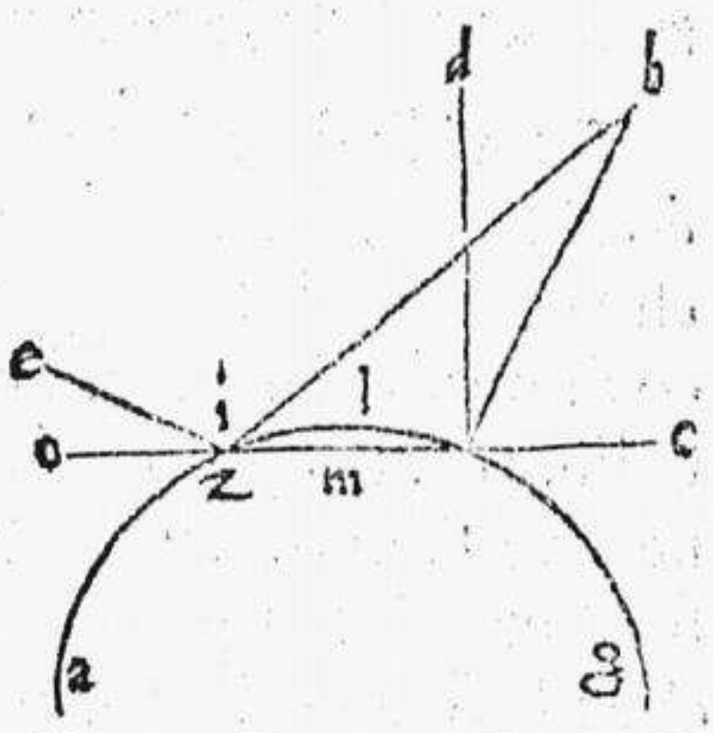
I raggi, che si riflettono negli specchi piani, & tondi, non concorrono insieme, ne manco sono paralelli.



SIA lo specchio piano la.a g.& l'occhio stia nel punto. b. dal quale uscẽdo i raggi. b g. &. b a. si riflettino nella. g d. &. a e. i quali due raggi dico, che non saranno paralelli, ne mãco distesi diuerso le parti. d e. si congiugneranno insieme. Et essendo eguale l'angolo. z. all'angolo. t. & l'angolo. c. all'angolo. m. & l'angolo. z. essendo maggiore dell'angolo .c. perche è l'angolo esteriore del triãgolo. b a g. † seguirà che l'angolo. z. sia maggiore anco dell'angolo. m. che è eguale all'angolo. c. Per il che i raggi reflessi. g d. &. a e. non sono paralelli, ne meno concorrono insieme, uerso le parti. d e.

† *per la 32. del primo.*

DIMOSTRATIONE NELLO SPECCHIO ROTONDO.



SIA lo specchio rotondo. a i z g. & l'occhio stia nel punto. b. dal quale uscendo i raggi. b z. &. b l. si riflettino nelle. z d. &. i e. i quali dico, che non sono paralelli, ne meno si possono congiugnere nelle parti. e d. Tirisi la linea. i z. & si distenda da ogni banda fino à' punti. o c. HOr per che l'angolo. b z g. è eguale all'angolo. d z l.† perche gl'angoli si riflettono ad angoli pari, seguirà, che l'angolo. d z m. sarà maggiore dell'angolo. b z c. & l'angolo. b z c. sarà maggiore dell'ãgolo. b i m. & l'angolo. b i m. è maggiore dell'angolo e i a. perche l'angolo. b i l. è eguale all'angolo. e i a.† Onde l'angolo. d z m. sarà molto maggiore del l'angolo. e i o. p il che i raggi. z d. &. i e. nõ sarãno paralelli, ne meno concorrerãno congiugnẽdosi insieme nelli pũti. e d.

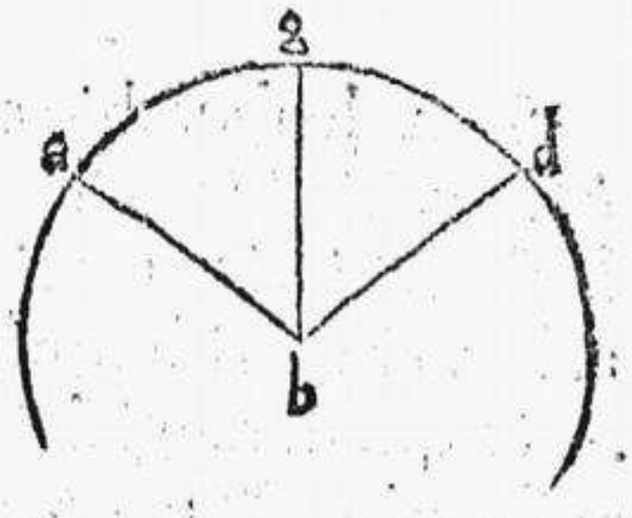
† *per il pri. The.*

† *p il pri. Theo.*

THEO

THEOREMA QVINTO.

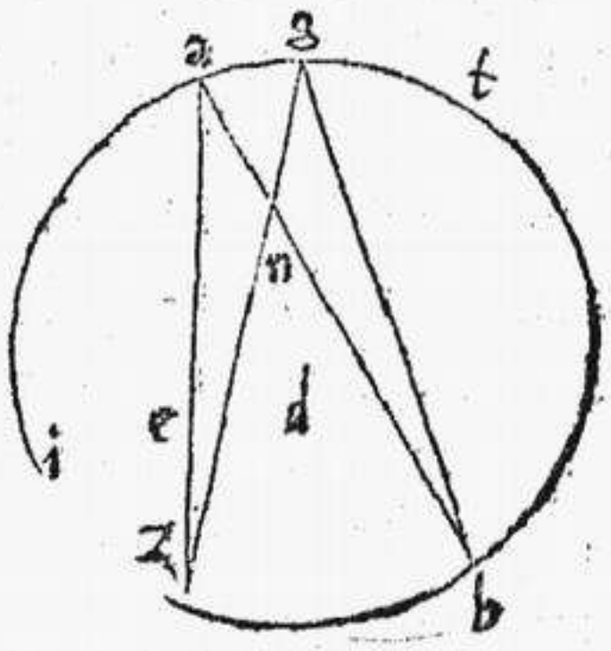
Se nello specchio concauo l'occhio sarà collocato nel centro, ò nella circonferenza, ò uero fra il centro, & la circonferenza, i raggi reflessi concorreranno, & si congiugneranno insieme.



SIA lo specchio concauo. a g d. & il centro della palla della quale è parte lo specchio concauo sia la. b. nel qual punto stia l'occhio, & da esso eschino i raggi. b a. b g. b d. che uadino fino alla circonferenza, & gl'angoli fatti da detti raggi, & dalla circõferenza ne' punti. a g d. saranno eguali essendo angoli de' mezzi cerchi. † Onde i raggi. b a. b g. b d. che dall'occhio uanno allo specchio si rifletterãno in se stessi, come si è dimostrato, † per il che concorreranno nel punto. b. † *p la 16. del 3.* † *nel Theo. 3.*

SE L'OCCHIO STARA NELLA CIRCONFERENZA DELLO SPECCHIO.

SIA lo specchio concauo. a g t b. & l'occhio sia il punto .b. nella circonferenza dello specchio, & dall'occhio. b. eschino i raggi. b a. &, b g. che si riflettino ne' punti. d. e. Et perche il pezzo di cerchio. a g b. è maggiore del pezzo. b t g. l'angolo. b a g. sarà maggiore dell'angolo. b g t. † Per il che l'angolo. e a i. sarà maggiore dell'angolo .d g a. per il primo Theorema. Et li due angoli. b a g. &. e a l. sono maggiori delli due angoli. b g t. &. d g a. Onde il rimanente angolo. b a e. sarà minore dell'altro angolo. d g b. & molto minore dell'angolo. d n b. La onde i raggi reflessi. g d. &. a e. concorreranno uerso il punto, z. & il medesimo



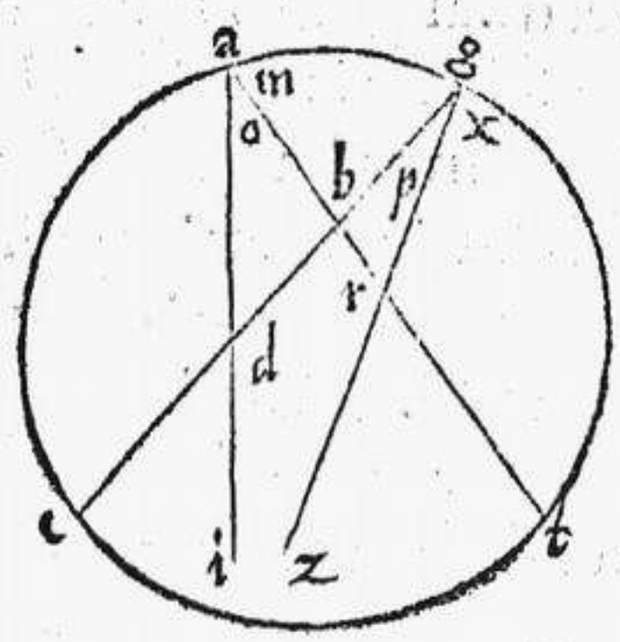
† *p la 31. del 3.*

desimo si mostrerrà stando l'occhio fuor della circonferenza, come si uede nel seguente Theorema.

THEOREMA SESTO.

Se l'occhio sarà posto fra'l centro, & la circonferenza dello specchio concauo, i raggi reflessi alle uolte concorreranno, & alle uolte no.

SIA lo specchio concauo. a g. il cui centro sia il punto. d. & l'occhio stia nella. b. infra'l centro, & la circonferenza dello spcechio, & i raggi uisuali sieno. b a. b g. che si riflettino ne' punti. i. & .z. & questi raggi si stendino fino allo specchio & sieno. a t. g c. Et sarà il raggio. a t. ò maggiore, ò minore, ò eguale al raggio. g c. Hor se il raggio. a t. sarà eguale al raggio. g t. anco la circonferenza. a g t. sarà eguale alla circonferẽza. g a c. Per il che l'angolo. m. sarà eguale all'angolo. x. essendo, che gli angoli, che sono ne' pezzi de' cerchi eguali, sono fra di loro eguali† Et anco i due angoli. m. & l. saranno eguali a' due angoli. n. &. x. per conto della egualità degli angoli della reflessione, & della incidentia† Per il che & il rimanente angolo. o. sarà eguale al rimanente angolo. p. Adunq; l'angolo. r. sarà maggiore dell'angolo. o. Er perche l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. p. (essendo l'. r. angolo esteriore del triangolo. b g r.†) & l'angolo. p. è maggiore dell'angolo. o. adunq; l'angolo. r. sarà maggiore dell'angolo. o. Aggiunghisi hora. o r z. angolo comune, & uedrassi che i raggi. g z. &. a i. concorreranno uerso le parti .i. &. z. Il medesimo auuerrà se il raggio. a t. sarà maggiore del raggio. g c. perche i due angoli. l. &. m. saranno maggiori de' due angoli. n. &. x. Et per questo l'angolo. p. sarà maggiore dell'angolo. o. & anco l'angolo. r. sarà maggiore del detto angolo. o. Ma se il raggio. a t. sarà minore del raggio. g c. per la medesima ragione, l'angolo. o. sarà maggiore dell'angolo .p. perche l'angolo. r. è maggiore dell'angolo. p. † perche nessuna co-



† per la 10. diffinitione del 3.

† per il pri. The.

† per la 16. del primo.

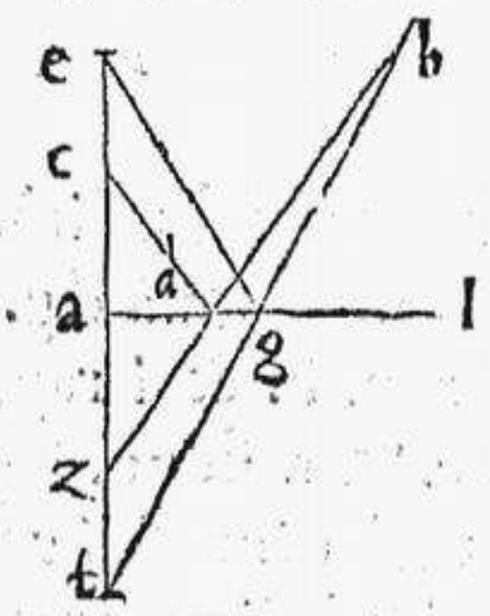
† per la 26. del pri.

una cosa prohibisce, che l'angolo. r. non possa essere e guale, ò minore all'angolo. o. Il che essendo cosi, i raggi. g z. &. a i. non concorreranno, ò sia la circonferenza. a g t. maggiore della circonferenza. g a c. ò gli sia eguale in ogni modo i raggi reflessi concorreranno fra la circonferenza, & il centro, & non di fuori, ò in essa circonferenza.

THEOREMA SETTIMO.

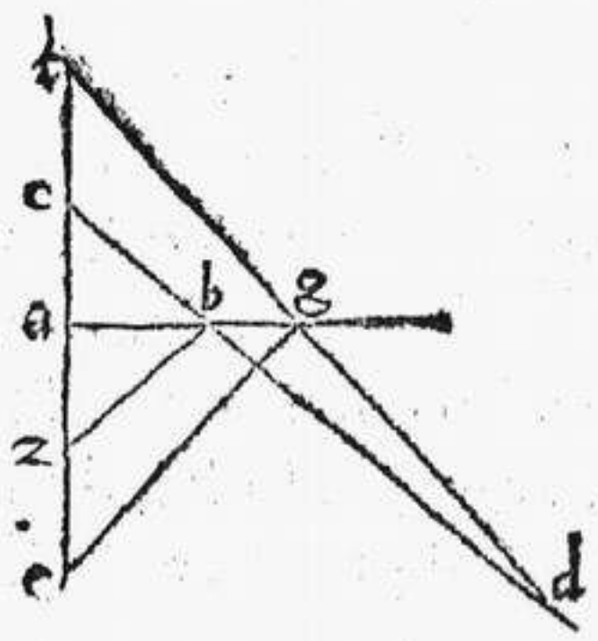
Negli specchi piani l'altezze, & le profondità appariscono al contrario.

SIA l'altezza. a e. & lo specchio piano. a l. & l'occhio nel punto. b. dal quale eschino i raggi. b g. & b d. & si riflettino ne' punti. e. &. c. & uedrassi, che se i raggi. b d. &. b g. si stenderanno in lungo, che il pũto. e. che è su alto, apparirà giu à basso nel punto. t. & la. c. che è giu à basso apparirà sù alto, nel punto. z. Per il che appariranno al contrario.



DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITA.

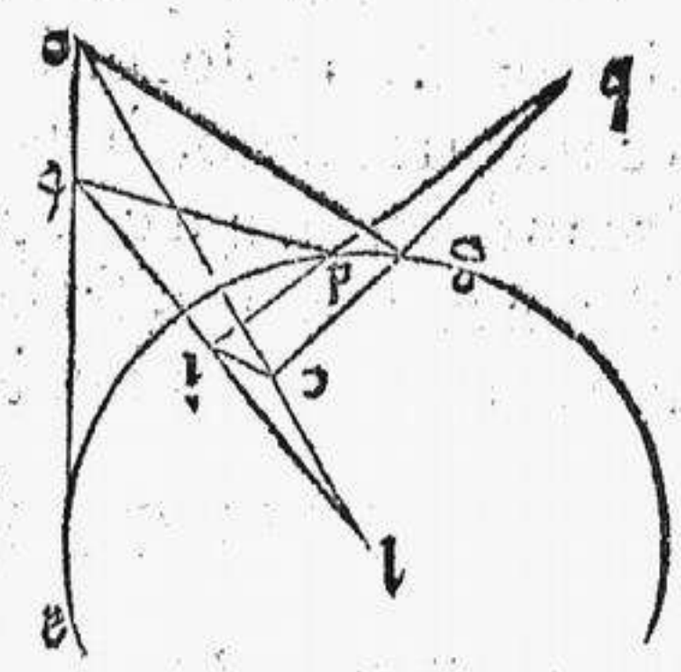
SIA di nuouo la profondità. e a. & lo specchio piano sia. a g. & l'occhio il punto. d. & i raggi, che escono dall'occhio sieno. d g. d b. & si riflettino ne' punti. e. &. z. & uedrassi come nella precedente si è dimostrato, che essendo allungati i raggi .d b. &. d g. fino à punti. t. &. c. che il punto. e. che è nel profondo, apparirà il piu alto nel punto. t. & il punto. z. che era piu alto, apparirà piu basso nel punto. c.



THEOREMA OTTAVO.

L'altezze, & le profondità negli specchi rotondi, apparisco

pariſcono à roueſcio.

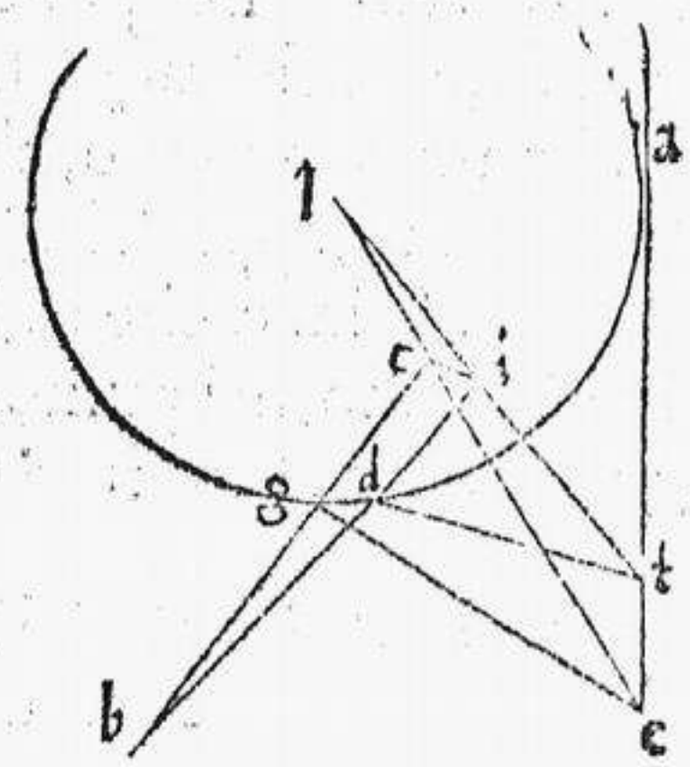


SIA l'altezza la.t e.& lo ſpecchio rotondo, ſia. a d g. & i raggi. b d. & .b g. che ſi riflettino ne' punti. e. & .t. Et perche gia ſi è dimoſtrato† che i raggi refleſsi. g e. &. d t. non poſſo no concorrere di uerſo i punti. e. & .t. il reſto dimoſtriſi come negli ſpec chi piani ſi è dimoſtrato. †

† nel theore. 3.

† nella pcedẽte.

DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITA

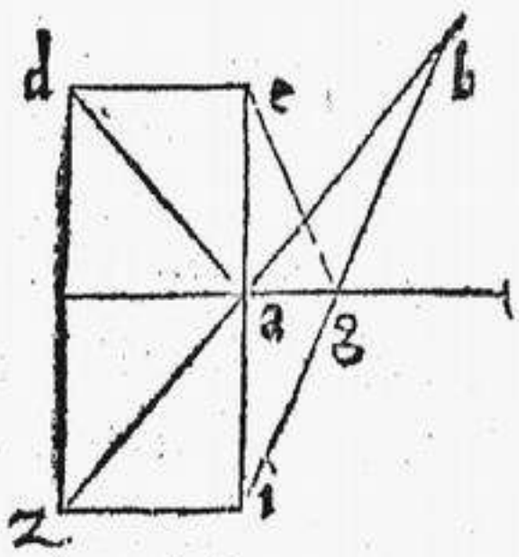


SIA la profondità. t e. & lo ſpec chio rotondo ſia.a d g.& l'occhio ſia nel punto. b. & i raggi refleſsi ne' punti. e.&. t. ſieno. b g e. &. b d t.& il reſtãte ſi dimoſtri come degli ſpec chi piani ſi è dimoſtrato. †

† nella pcedẽte.

THEOREMA NONO.

Le lunghezze oblique, appari ſcono negli ſpecchi piani, come ſono in uerita.



SIA l'occhio nel punto. b. & la lunghezza poſta obliquamente, cioè paralella all' Orizonte, ſia. d e. & lo ſpecchio piano. a g. & uedraſsi, che per i raggi refleſsi, il punto. d. appa-riſce nel punto. a. & il punto. e. nel punto. g. nel medeſimo ſito nel qua le ſtanno ueramẽte, perche quello, che è piu uicino, appariſce piu appreſſo, & il piu remoto appariſce piu lontano.

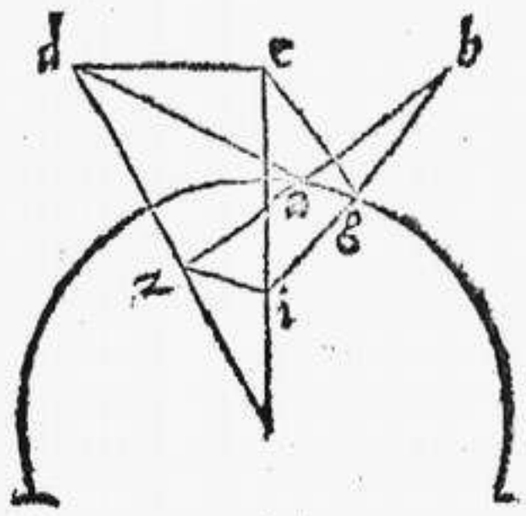
THEOREMA DECIMO.

Le lunghezze oblique negli ſpecchi rotondi appariſco-

no nel

no nel medeſimo ſito, come in uerità ſono.

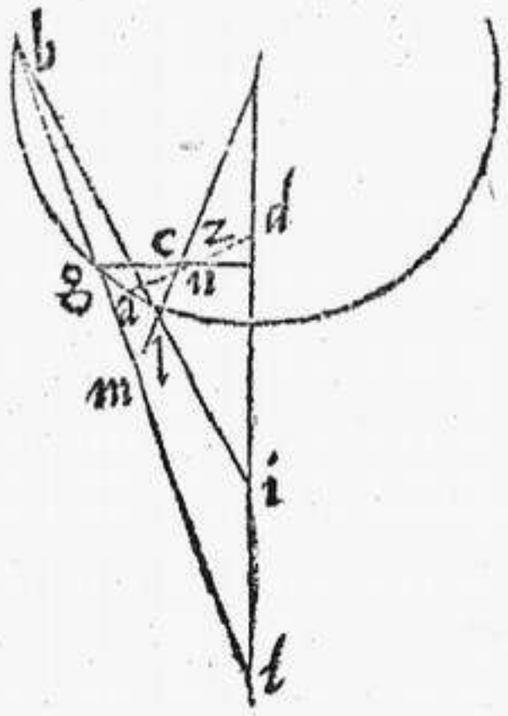
SIA la lunghezza obliqua, cioè paralella all'Orizõte. e d & l'occhio ſia nel punto. b. & lo ſpecchio rotondo ſia. a g. & i raggi b g. &. b a. ſi riflettino ne' punti. e. &. d. & il reſtãte ſi concluda nel medeſimo modo, come ſi è fatto nella precedente dimoſtratione.



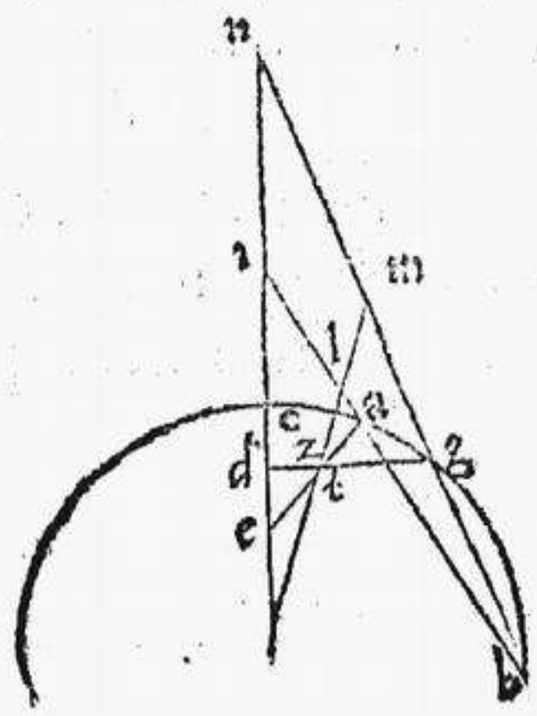
THEOREMA VNDECIMO.

L'altezze, & le profondità, che negli ſpecchi concaui ſtanno dentro al concorſo de' raggi, appariſcono à rouescio, come negli ſpecchi piani. Ma quelle, che ſono fuori del detto concorſo, appariſcono come ueramente ſono.

SIA lo ſpecchio concauo. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi refleſſi ſieno. b a. &. b g. che concorrino nel punto. z. & ſieno due altezze. c n. &. d e. delle quali la. c n. ſia dentro al concorſo de' raggi, che fanno nel punto. z. cioè la. c n. ſia fra il punto. z. & la circonferenza dello ſpecchio concaua, & l'altezza. d e. ſia fuora del detto concorſo de' raggi. Onde allungando i raggi uiſuali come negli ſpecchi piani, & rotondi ſi è fatto, apparirà il punto. c. nel punto. m. & il punto. n. nel punto. l. Per il che ſi uedranno à rouescio. Ma interuiene al contrario quando l'altezza. d e. è fuori del concorſo de' raggi, perche appariſce il punto. d. nel punto. i. & il punto. e. nel punto. t. nel medeſimo modo, che ueramente ſtanno.



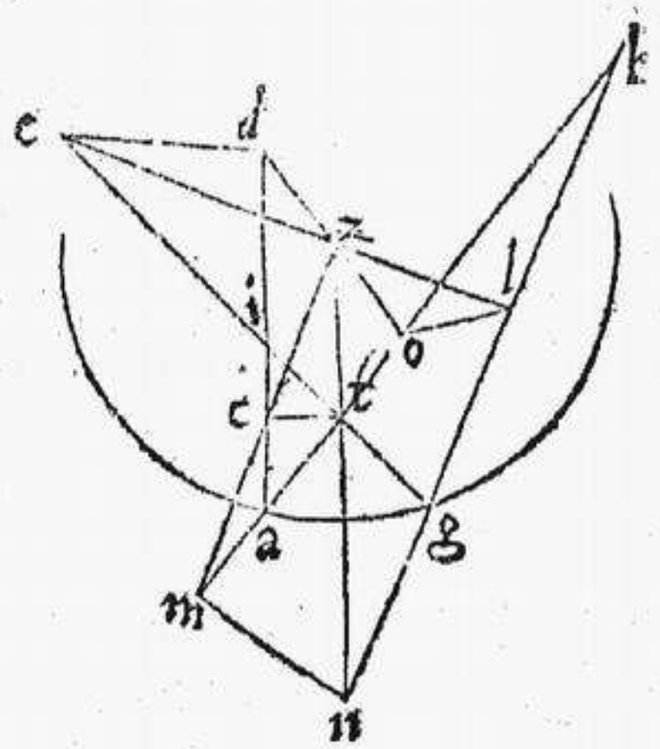
DIMOSTRATIONE DELLA PROFONDITA.



PIGLINSI di nuouo due profondità. d e. &. c t. & lo ſpecchio concauo ſia. a g. & l'occhio il punto .b. & i raggi reflesſi ſieno. b g d. & .b a e. che concorrino nel punto. z. i quali ſe ſaranno allungati, i punti .t. &.c. appariranno al rouesſcio, per che il punto. c. apparirà nel punto. l. & il punto. t. nel punto. m. come apparirà negli ſpecchi piani, & ne' tondi. Ma al contrario li punti. d e. appariranno nel medesimo modo, che ſtanno, perche il punto .e. inferiore apparirà nel punto. i. & il punto. d. ſuperiore apparirà nel punto. n.

THEOREMA DVODECIMO.

Le lunghezze oblique poste infra'l concorso de' raggi negli specchi concaui, appariscono come sono. Ma quelle che son fuori del concorso, appariscono à rouescio.



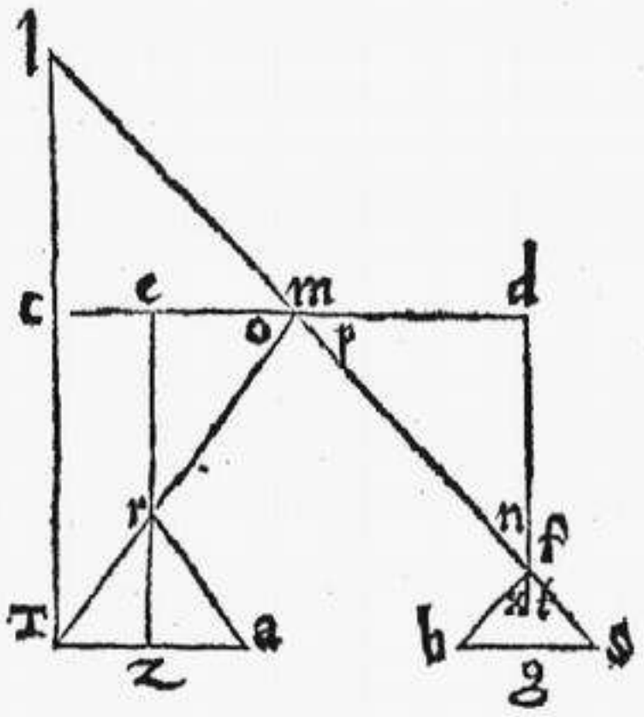
SIANO le lunghezze oblique. e d. &. t c. lo ſpecchio concauo ſia. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi reflesſi. b a d. &. b g e. che concorrino nel punto. i. & ſia la lunghezza obliqua. c t. dentro al concorſo de' raggi nel pũto. i. ma l'altra lũghezza obliqua. d e. ſia fuori del detto concorſo; & coſi i punti. t c. ſi uedrãno nel lor natural ſito, come negli ſpecchi piani, & rotõdi ſi uedeuano. Ma li punti. d e. ſi uedranno à rouesſcio, perche il punto. d. apparirà nel punto. a. & il punto. e. nel punto. g.

THEO

THEOREMA TERZODECIMO.

La medesima cosa si puo uedere con piu specchi piani.

SIA la cosa uisibile il punto. a. & l'occhio il punto. b. & le. g d. d e. &. e z. sieno tre specchi, & si tiri una linea perpendiculare dal punto. b. fino allo specchio. g d. che sia la. b g. alla quale si facci eguale la. g s. In oltre tirisi dal punto. a. fino allo specchio. z e. la perpendiculare. a z. alla quale si facci eguale la. z t. & dal punto. t. si tiri la perpendicolare. t c. fino allo specchio. d e. & la. c l. sia eguale alla. t c. & dal punto. l. fino al punto. s. si tiri la linea retta. l m s. & dal punto. m. fino al punto. t. si tiri la linea retta. m r t. tirando le linee rette. a r. &. b f. Hor perche la retta linea. b g. è eguale alla linea retta. g s. & gli angoli che sono al pũto. g. sono posti retti



& le due linee. b g. &. g f. sono eguali alle due linee. s g. &. g f. ciascuna alla sua. In oltre l'angolo retto. b g f. è eguale all'angolo retto. s g f. onde gli altri angoli saranno eguali agli altri angoli rimanenti, cioè l'angolo. b. all'angolo. s. & l'angolo. x. all'angolo. t. † Ma l'angolo. t. è eguale all'angolo. n. perche ciascun di loro è attorno la punta de' triangoli † onde l'angolo. n. sarà eguale all'angolo. x. dal che nasce che il raggio. b x. si refletterà uerso il punto. m. In oltre perche la. t c. è eguale alla. c l. & gli angoli, che sono nel pũto. c. son posti retti l'angolo. o. sarà eguale all'ãgolo. p. † Adunq; il raggio. b x m. si riflette al punto. r. & per la medesima ragione il medesimo raggio dal punto. r. si riflette al punto. a. essendo che l'angolo. z r a. è eguale all'angolo. e r m. Il che si può dimostrare nel medesimo modo, che degli altri angoli si è dimostrato. La onde il raggio che esce dall'occhio. b. uede il punto. a. con li tre specchi piani. g d. d e. &. e z.

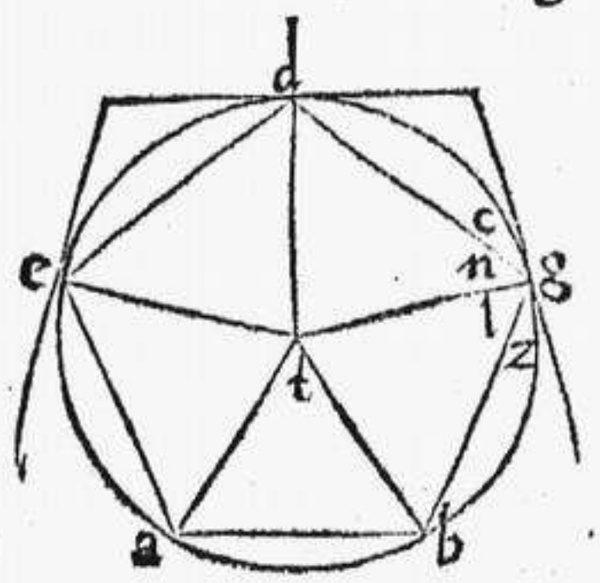
† p la 4. del pri.
† p la 15. del pri.
† per la 4. & p la. 15. del pri.

THEOREMA QVARTODECIMO.

Accio si possa uedere la medesima cosa per quanti si uoglia

ſi uoglia ſpecchi piani fa meſtieri deſcriuere una figura rettilinea di lati, & di angoli eguali, che ecceda il numero degli ſpecchi di due lati.

SIA la coſa uiſibile il punto. a. & l'occhio ſtia nel punto .b. & ſi tiri la retta linea. a b. ſopra la quale ſi deſcriua la figura rettilinea equilatera, & equiangola, che habbi due lati piu, che non è il numero degli ſpecchi, & ſia la figura. a b g d e. attorno la quale ſi deſcriua un cerchio † il cui centro ſia il pũto. t. dal quale ſi tirino le linee rette .t g. t e. t d. t b. t a. che uſcendo dal centro uadino à gli angoli della figura; & ſi ponghino gli ſpecchi piani talmente, che faccino angoli retti con le linee, che eſcono dal centro. HOR perche l'angolo. z l. è eguale all'angolo. c n. eſſendo l'uno, & l'altro retto, & l'angolo. n. è eguale all'angolo. l. † ſeguirà, che l'angolo. z. ſia eguale all'angolo. c. Per il che la reflesſione del raggio. b g. ſi farà dal punto. g. al punto. d. perche le reflesſioni ſi fanno con angoli eguali. † Nel medeſimo modo ſi dimoſtrerrà, che gli angoli, che ſono ne' punti degli ſpecchi. d e. ſon tra di loro eguali. † Onde il raggio, che eſce dall'occhio. b. poiche harà percoſſo in ciaſcuno degli ſpecchi reflettendoſi, tornerà nel punto. a.



† p la 14. del 4.

† perche il pentagono è equiãgolo.

† p il pri. Theo.

† p la 18. del 3.

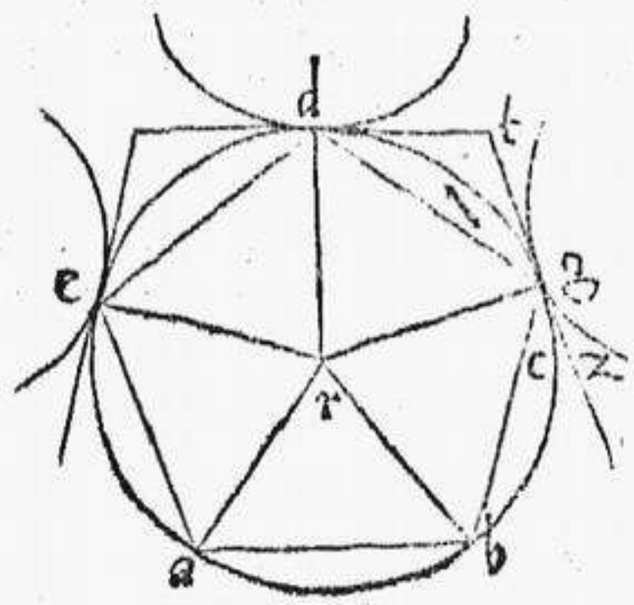
THEOREMA QVINTODECIMO.

La medeſima coſa ſi può uedere per quanti ſi uoglia ſpecchi rotondi, ò concaui.

SIA la coſa uiſibile il punto. a. & l'occhio il punto. b. & ſi deſcriua, come ſi è fatto nella precedente, la figura rettilinea di lati, & di angoli eguali. a b g d e. & ne' punti. g. d. e. ſi ponghino gli ſpecchi in que' luoghi ne' quali e' raggi, che eſcono dall'occhio, percuotono nelli ſpecchi. Eſſendo adunq; eguale l'angolo. z. all'angolo. t. † & l'angolo. c. all'angolo. l. tutto l'angolo. c z. ſarà eguale à tutto l'angolo. t l, onde il raggio. b g. ſi

† p la 16. del 3.

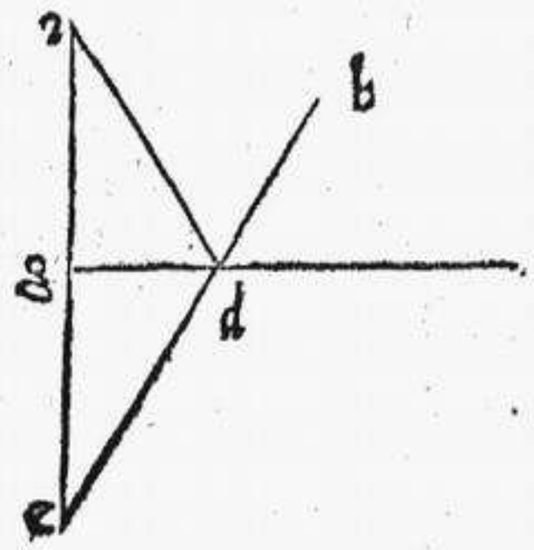
g. si rifletterà dallo specchio rotondo. g. nello specchio rotondo. d. & dallo specchio. d. allo specchio rotõ do. e. & dallo specchio. e. nel punto .a. che è la cosa visibile. Dal che è manifesto esser possibile, che la medesima cosa si uegga per quãti si uoglia specchi, ò sieno tutti rotondi, ò tutti concaui, ò mescolati insieme.



THEOREMA SESTODECIMO.

Ciascuna cosa uisibile negli specchi piani, si uede nella linea perpendicolare, tirata dalla cosa uisibile, fino allo specchio.

SIA lo specchio piano. g d. & l'occhio sia il punto. b. & la cosa uisibile il punto. a. & dalla. a. cosa uisibile si tiri fino allo specchio la perpendicolare. a g. HOR perche nella prima apparenza si è posto, & cõcesso, che il punto. a. nõ si possa uedere dall'occhio posto nel punto. g. seguirà che il punto. a. si uegghi in qualche pũto della linea. a g. tirata, & distesa in lungo, si uedrà anco da qualche punto del raggio uisuale. b d. tirato, & disteso fino al punto. e. dal qual punto si uedrà la cosa uisibile. a. Et perche si è posto nella prima suppositione di questo libro, che quel raggio è retto, del quale i mezzi cuoprono gli estremi, i raggi. a e. &. b e. saranno retti.



ANNOTATIONE.

LA grandezza. A. dall'occhio. B. non puote essere uista se non nel punto. E. perche douendo essere uista con il raggio. B D. retto, & douendo essere uista in un punto, che stia à piombo sotto la linea. A. dico, che bisognerà, che l'imagine dell'. A. sia uista nel concorso delle due linee rette. A G. &. B D. che sarà il punto. E. il quale sarà tanto M. Egnat.

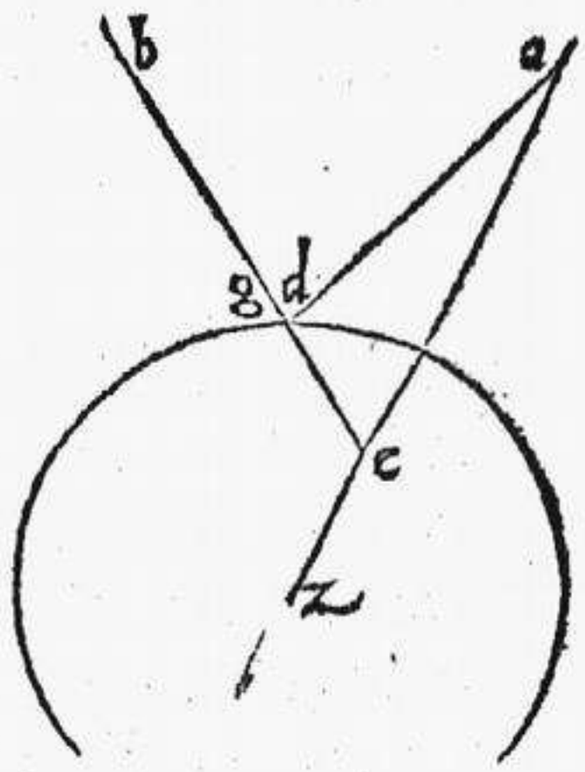
lontano

lontano dietro allo ſpecchio quanto la coſa uiſibile. A. *è lontana dallo ſpecchio dalla banda dinanzi, come ſi dimoſtra nel Theorema decimonono.*

THEOREMA DECIMOSETTIMO.

Negli ſpecchi rotondi qual ſi uoglia coſa uiſibile ſi uede nella linea retta, che dalla coſa uiſibile ua al centro dello ſpecchio.

SIA lo ſpecchio rotōdo. g d. & l'occhio ſia il punto. b. e'l raggio, che eſce dall'occhio. b d. il quale ſi rifletta nel punto .a. che è la coſa uiſibile, & la. z. ſia il cētro dello ſpecchio, del quale è parte. g d. & congiungaſi la retta linea .a z. ſtendendo il raggio uiſuale. b d. fino al punto. e. Hor perche nella ſeconda apparenza ſi è poſto che la. a. non ſi può uedere dall'occhio, che ſta nel punto. g. adunque la coſa uiſibile. a. ſarà uiſta in qualche punto della linea. a g. tirata, & diſteſa in lungo, cioè in quel punto oue il raggio .b d. diſteſo, & allungato rettamente, ſi congiugne con la linea. a g. che ſarà(come negli ſpecchi piani) il punto. e.



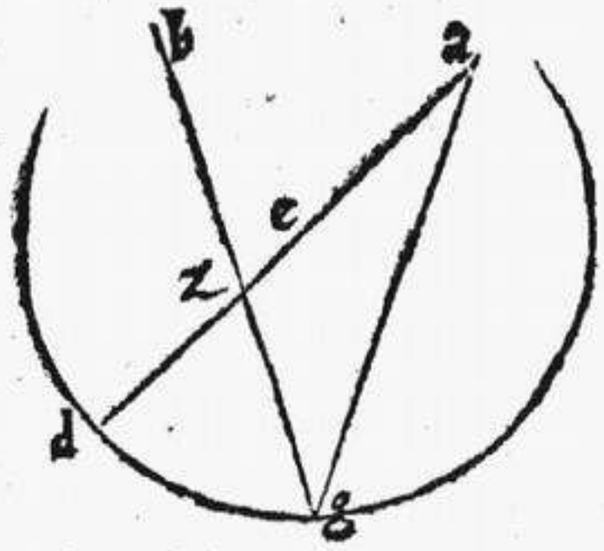
THEOREMA DECIM'OTTAVO.

Negli ſpecchi concaui, qual ſi uoglia coſa uiſibile ſi uede nella linea retta, che dalla coſa uiſibile ua al centro dello ſpecchio.

SIA lo ſpecchio concauo. g d. e'l raggio uiſuale che eſce dall'occhio. b g. che ſi rifletta alla coſa uiſibile. a. & il centro dello ſpecchio concauo ſia il punto. e. del quale è parte lo ſpecchio. g d. & congiunghiſi la linea. a e. ſtendendola à dirittura, hor perche nella terza apparenza ſi è poſto, che il punto .a. non ſi può ueder dall'occhio che ſtà nel punto. d. adunq;

l'imagine

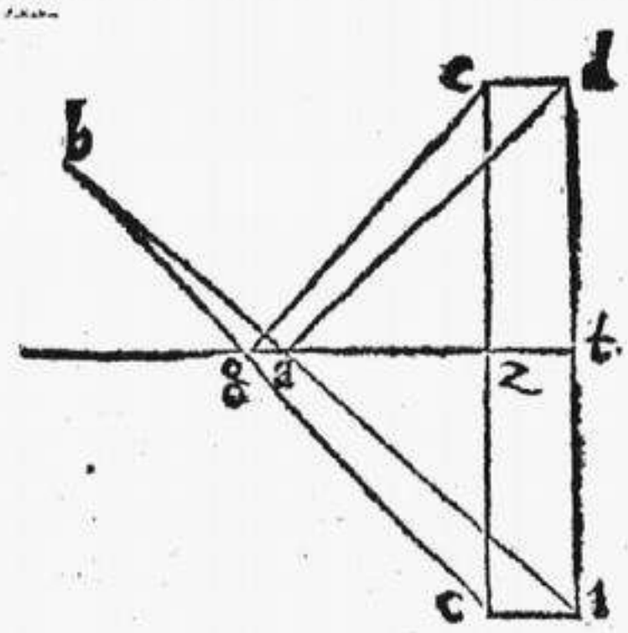
l'imagine della cosa uisibile. a. si uedrà in qualche punto della linea.a e. distesa, & allungata à dirittura il qual sarà il punto. z. oue la linea. a d. concorre,& si taglia col raggio.b g.



THEOREMA DECIMONONO.

Negli specchi piani le cose,che sono dalla destra, appariscono dalla sinistra, & le sinistre dalla destra, in oltre il simulacro apparisce eguale alla cosa uisibile, & è tanto lontano dallo specchio quanto è la cosa uisibile.

SIA lo specchio piano. a g. & l'occhio il punto. b. & i raggi uisuali siano. b a. &. b g. che si riflettino alla cosa uisibile.e d. dalla quale fino allo specchio si tirino le perpendicolari. e z. &. d t. & si distendino tanto che concorrino co' raggi uisuali. b g. &. b a. distesi, ne' punti.c. &. l. congiugnendo la linea retta. c l. & cosi il punto .e. apparirà nella.c. & la. d.nella. l. come si è mostrato nel sestodecimo Theorema, onde le cose sinistre appariranno destre, & le destre sinistre. Hor perche l'angolo. c g z. è eguale all'angolo. z g e. & gli angoli che son nel punto .z. sono retti, seguirà che la linea.c z. sarà eguale alla. e z.† & per la medesima ragione la linea retta. d t. sarà eguale alla. t l.† la onde la distanza che è fra la.e d. & lo specchio, è eguale alla distanza che è fra'l simulacro. c l. & lo specchio, in oltre la. e d. cosa uisibile è eguale al simulacro. c l.† essendo che la. e z. è eguale alla. z c. &. d t. alla. t l. alle quali stà ad angoli retti la. t z g.



† *per la 26. del primo.*

† *per la 34. del primo.*

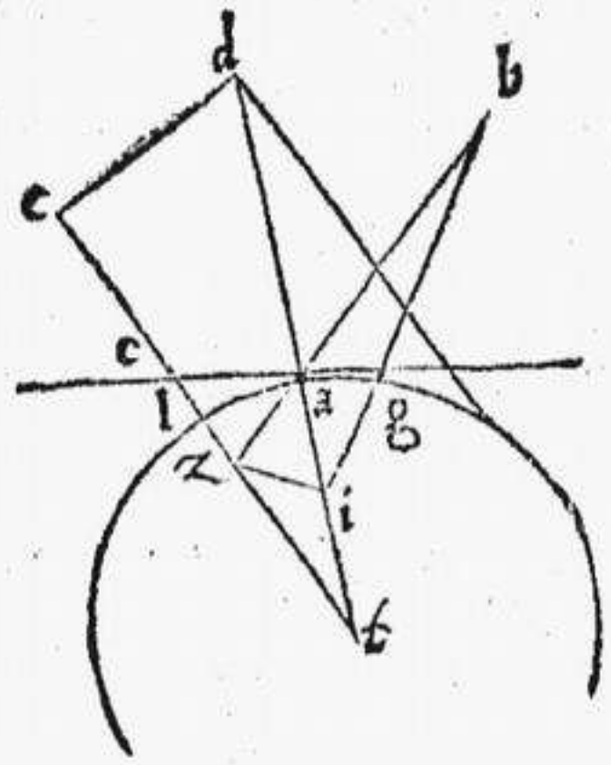
† *per la 34. del primo.*

THEOREMA VENTESIMO.

Negli specchi rotondi, le cose che sono dalla sinistra

apparisсono dalla destra, & le destre dalla sinistra, & l'imagine è piu uicina allo specchio, che non è la cosa visibile.

SIA lo specchio concauo. l a g. & il punto. t. sia centro del la palla della cui è parte lo specchio. l a g. & l'occhio sia la. b. dal quale eschino i raggi. b a. &. b g. che si riflettino nella cosa uisibile. d e. & dal centro. t. fino alle. d e. si tirino le rette linee. t d. &. t e. & si stendino i raggi .b a. &. b g. fino a'pũti. z. &. i. & si tiri la retta linea. z i. che sarà l'imagine della cosa uisibile. d e. Onde la. d. apparirà nel punto. i. & la. e. nel pũto. z. & cosi le cose destre appariranno sinistre & le sinistre destre. Dico in oltre, che è maggiore la. e l. che la .l z. Percioche tirisi per il punto. a. la linea retta. c a n. che tocchi il cerchio nel punto. a.† & perche la. b a. &. a e. fanno angoli eguali con la circonferenza del cerchio, per conto della egualità de, gl'angoli della reflessione; † & la detta linea. c a n. tocca il cerchio, adunq; taglierà l'angolo. e a z. per il mezzo *, & l'angolo .c. essendo ottuso, seguirà che la. e c. sia maggiore della. c z. per il che sarà molto maggiore la. e l. che non è la. c z. onde il simulacro. z i. sarà piu presso allo specchio che non è la cosa uisibile. e d. come anco nelli seguenti Theoremi si dimostrerrà.



† p la 17. del 3.

† p il pri. Theo.

ANNOTATIONE.

M. Egnat.

CHE la linea. C N. che tocca il cerchio nel punto. A. tagli lo angolo. E A Z. per il mezzo, si proua cosi. Lo angolo. E A Z. & l'ãgolo. B A N. sono eguali p il primo Theorema ma lo angolo. B A N. è eguale all'angolo. C A Z. per la 15. del primo, adunq; lo angolo. C A E. sarà eguale all'angolo. C A Z. per la prima commune sentenza del primo.

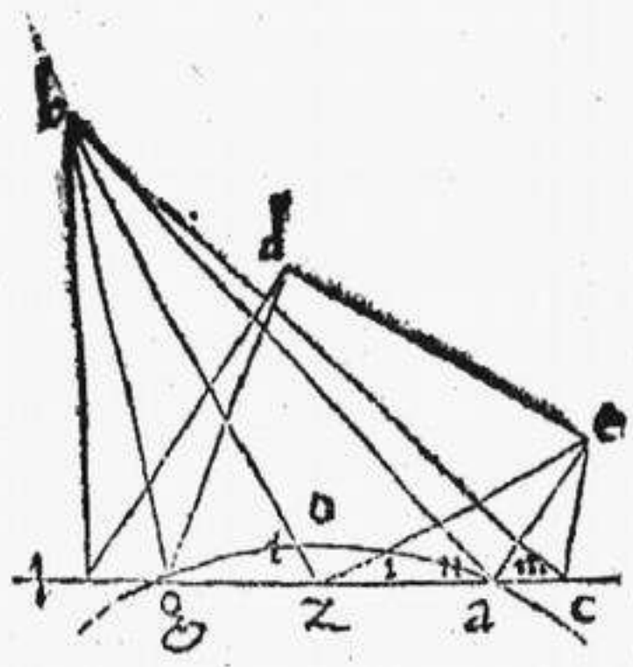
In oltre lo angolo. E C A. è ottuso adunq; la linea. E C. è maggiore della. C Z. della qual cosa questa è la pruoua. Lo angolo. E C A. è ottuso adunque lo angolo. Z C A. sarà acuto per la 13. del primo. Per il che la linea. E A. sarà maggiore della. A Z. essendo all'incontro del maggiore angolo, per la 18. del primo. Hor la. E C. ha tal ragione à .C Z. qua-

.c z. *quale ha.* E A. *alla.* A z. *per la* 3. *del sesto, ma.* E A. *è maggiore di.* A z. *adunq;* .E c. *sarà maggiore di.* c z..

THEOREMA VENTESIMOPRIMO.

Negli specchi rotondi, l'imagini sono minori delle cose uisibili.

SIA lo specchio rotondo. a o g. & l'occhio il punto. b. dal quale eschino i raggi. b a. b g. che si riflettino ne' punti. d. e. & cosi la cosa uisibile si uedrà nello specchio rotondo, sotto l'angolo. a b g. Pongasi hora sopra lo specchio rotõdo, lo specchio piano. g a. che tocchi i raggi. b a. &. b g. ne' punti. g. & .a. Il raggio, che si riflette sopra lo specchio piano per il quale si ha da uedere il punto. e. non sarà il. b a e. non facendo angoli eguali sopra lo specchio piano; ne manco si rifletterà al punto. e. da nessuno più to, che sia fra'l punto. a. &. g. Reflettisi se è possibile, & sia il raggio. b z. sarà l'angolo. t. eguale all'angolo .i. della reflessione. † Ma l'angolo. t. è maggiore dell'angolo. n. & l'angolo .m. dell'angolo. i. † Per il che l'angolo. m. sarà maggiore dell'angolo. n. che è impossibile, essendo l'angolo. n. maggiore dell'angolo. m. perche l'angolo. n. è eguale à tutto l'angolo posto nella circonferenza, del quale è parte l'angolo. m. Onde il raggio che dallo specchio si riflette al punto. e. si rifletterà da qualche punto posto fuor della. a g. Riflettasi, & sia il raggio. b c e. & nel medesimo modo, il raggio. b l d. reflesso dallo specchio piano sarà fuori della. a g onde la imagine della. e d. si uede nello specchio piano sotto l'angolo. c b l. che è maggiore dell'angolo. a b g. sotto il quale si uede la medesima imagine nello specchio rotondo. Ma si è mostrato nel Theo. 19. che la imagine nello specchio piano si uede eguale alla cosa uisibile. Per il che resterà chiaro, che negli specchi rotondi la imagine si uedrà minore di qualla cosa uisibile dalla quale esce la imagine.



† *p il pri. Theo.*

† *per la 16. del primo.*

ANNOTATIONE.

M. Egnat. * CHE *il raggio.* B A E. *non faccia angoli pari ſopra lo ſpecchio piano.* L C. *è manifeſto; perche l'angolo.* B A I. *è maggiore dell'angolo.* B A O. *& l'angolo.* B A O. *è eguale all'angolo.* M. *&.* C. *del quale l'angolo.* M. *(eſſendo parte) ſarà minore, & molto minore dell'angolo.* B A L. *che gli douria eſſere eguale. Onde il raggio.* B A E. *che nello ſpecchio tondo fa angoli pari nel punto.* A. *nello ſpecchio piano farà angoli ineguali ſopra il punto.* A. *& eguali nel punto.* C.

THEOREMA VENTESIMOSECONDO.

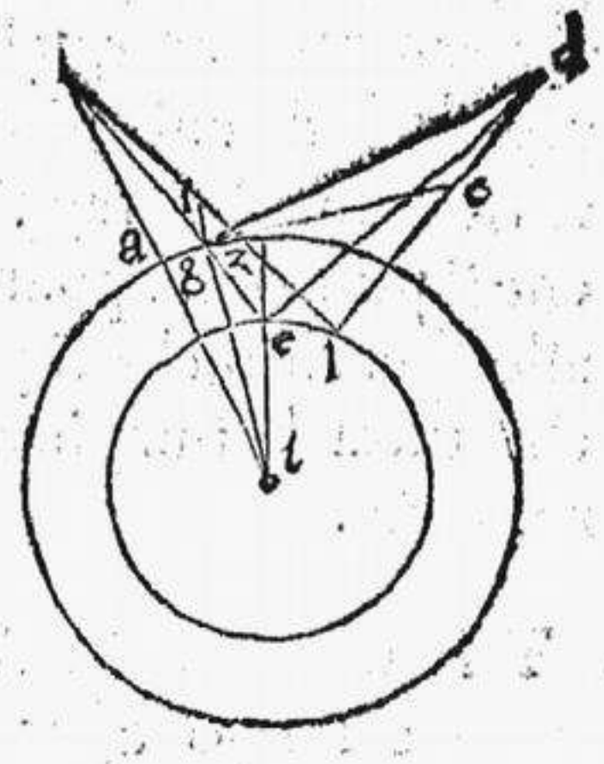
Negli ſpecchi rotondi minori appariſcono minori imagini.

SIENO due ſpecchi rotondi attorno il medeſimo centro. t. de' quali lo. a g. ſia il maggiore, &. e l. ſia il minore, & l'occhio ſtia nel punto. b. & ſi congiunghi la linea retta. b a t. & nel punto. g. dello ſpecchio rotondo ſi rifletta il raggio. b g d. alla. b. coſa uiſibile. Dico, che non è poſsibile, che il raggio, che dal minore ſpecchio ſi riflette al punto. d. paſsi per il punto. g. del maggiore ſpecchio, ne manco per neſſuno altro punto poſto fra la. g. &. z. Il che eſſendo poſsibile, caſchi prima per il pũto. g. ſopra il pũto. e. del minore ſpecchio, & ſia il raggio. b e d. Tiriſi adunque la retta linea. t g. fino al punto. t. la qual linea ſegherà per il mezzo l'angolo. b g d. eſſendo che la .b g. &. g d. fanno ſopra il punto. g. della circonferenza angoli pari per conto della reflesſione † & per la medeſima ragione la linea. t e z. taglierà per il mezzo l'angolo. b e d. Hor per che l'ãgolo. b g d. è maggiore dell'ãgolo. b e d. † & il ſuo mezzo angolo è maggiore del mezzo di queſto. Onde l'angolo. b g i. ſarà maggiore dell'angolo. b e z. del quale è anco minore, che è coſa impoſsibile. * Per il che nõ ſarà mãco poſsibile, che il raggio, che dall'occhio ua allo ſpecchio minore, & ſi riflette al punto. d. paſsi per il punto. g. Caſchi hora il raggio. b l. fuori del punto. g. ſopra il minore ſpecchio, & ſi rifletta al punto. d. coſa uiſibile, & ſeghi il detto raggio il maggiore ſpecchio nel punto. z & il raggio, che eſce dal punto. b. & percuote ſopra lo ſpecchio grande nel punto. z. & ſi riflette, ſia il raggio

† *p il pri. Theo.*

† *p la 16. del pri.*

.b z c. il



.b z c. il quale non cõcorrerà col raggio. g d. (come si è dimostrato nel Theorema 4.) ma col raggio. l d. nel punto. c. Per il che il raggio. b z c. reflesso da l maggiore specchio guarda il pũto. c. & anco il raggio. b l c. reflesso dal minore specchio guarda il medesimo punto. c. il che si è mostrato di sopra nõ essere possibile. † Onde il raggio, che uscendo dall'occhio casca sopra lo specchio minore, & si riflette nel punto d. passerà per qualche punto posto fra la. g. & la. a. Et nel medesimo modo si dimostrerrà, che il raggio, che uscendo dall'occhio, & percuote nel minore specchio, & si riflette nel punto. d. non potrà cascare nel punto. g. ne meno fra il punto. g. & la. z. ma in qualche punto contenuto fra la. g. & la. a. la onde l'angolo. b. sotto il quale si uede la. d. cosa uisibile, è fatto minore dallo specchio minore, che dal maggiore, per il che la imagine della cosa uisibile nello specchio minore apparirà minore, che nel maggiore. †

† nasceria il medesimo incõueniẽte che de' mezzi angoli si è dimostrato.

† per la 6. supp. della prospet.

ANNOTATIONE.

L'ANGOLO. BGI. sarà maggiore dell'angolo. BEZ. del quale è anco minore. E minore perche l'angolo. BGI. è eguale all'angolo. TGE. per la 15. del primo. Ma l'angolo. BEZ. (per la 16 del primo) è maggiore dell'angolo. TGE. et però l'angolo. BGI. che è eguale all'angolo. TGE. sarà minore dell'angolo. BEZ. che è quello che uoleuamo prouare. M. Egnat.

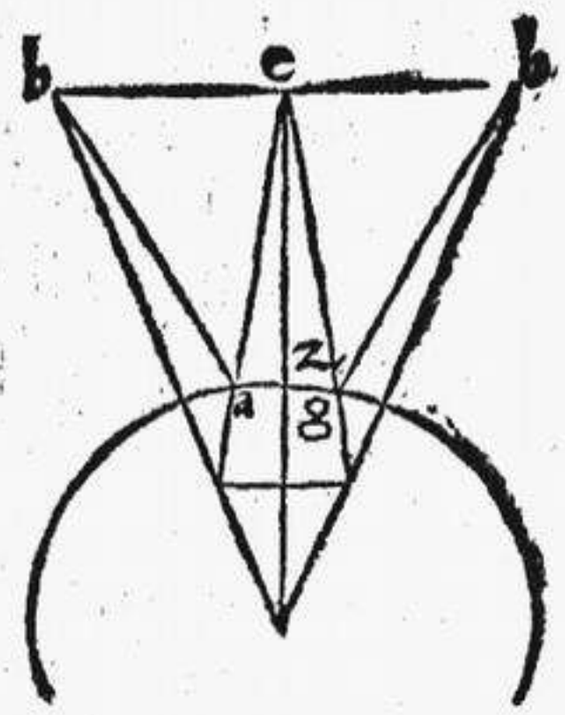
THEOREMA VENTESIMOTERZO.

Negli specchi rotondi le imagini delle cose uisibili il piu delle uolte appariscono rotonde.

SIA lo specchio rotondo. a g. & l'occhio il punto. e. dal quale eschino i raggi. e a. &. e g. che si riflettino ne' punti. b. d. & il raggio. e z. si rifletta in se stesso, & ritorni all'occhio. e. Et perche i piu lunghi raggi sono quelli, che uanno alle parti

piu re-

piu remote, & quei, che uanno al mezzo della cosa uisibile, sono i piu corti come è il raggio. e z. seguirà, che il punto. e. apparischi piu uicino allo specchio, che li punti. b. &. d. & che tutta la imagine. b d. apparisca rotonda.



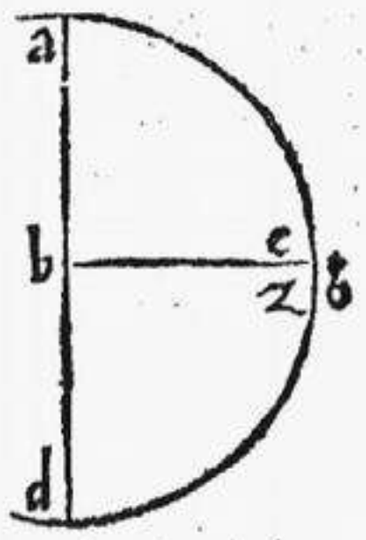
THEOREMA VENTESIMO QVARTO.

Se l'occhio sarà posto nel centro dello specchio concauo, uedrà solamente se stesso.

SIA lo specchio concauo. a g d. & il suo cẽtro sia il punto. b. & i raggi, che dall'occhio uscendo uanno allo specchio siano. b a. b g. b d. & cosi l'angolo. e. sarà eguale all'ãgolo. z. † Per il che il raggio, che dall'occhio. b. uscendo ua al punto. g. dello specchio, si rifletterà in se stesso, & ritornerà all'occhio. b. † & il medesimo faranno gl'altri raggi, onde essendo posto l'occhio nel punto. b. centro dello specchio, uedrà solamente se stesso.

† p la 16. del 3.

† per il 2. The.



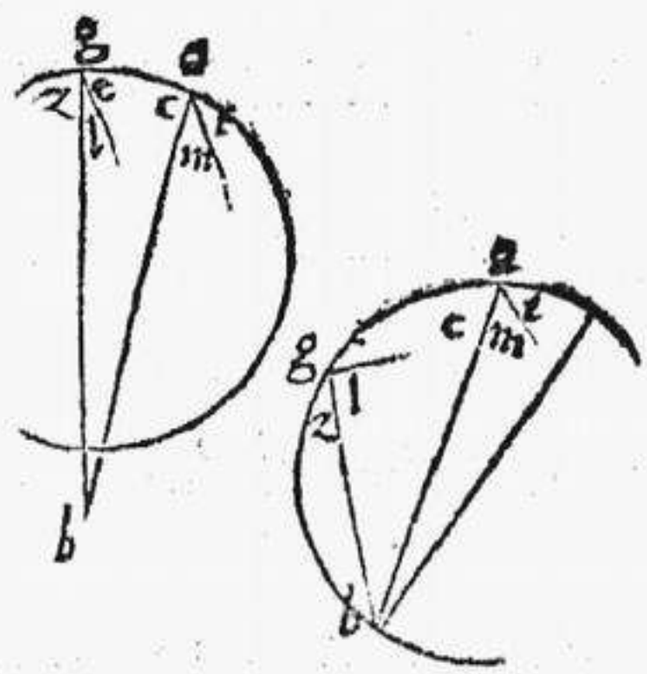
THEOREMA VENTESIMO QVINTO.

Negli specchi concaui, se l'occhio si porrà nella circonferenza, ò fuori di essa circonferenza, l'occhio non si uedra.

SIA lo specchio concauo. a g b. & l'occhio sia nel punto. b. della circonferenza dello specchio, dal quale eschino fino allo specchio i raggi. b a. &. b g. & si riflettino. Hor perche l'angolo. m t. è maggiore dell'angolo. c. † & l'angolo. e l. è maggiore dell'angolo. z. Adunque i raggi. b a. &. b g. non si rifletteranno all'occhio. b. Perche se si riflettessero all'occhio. b. gl'angoli fatti da' raggi ne' punti della circonferenza. a. g. sarieno

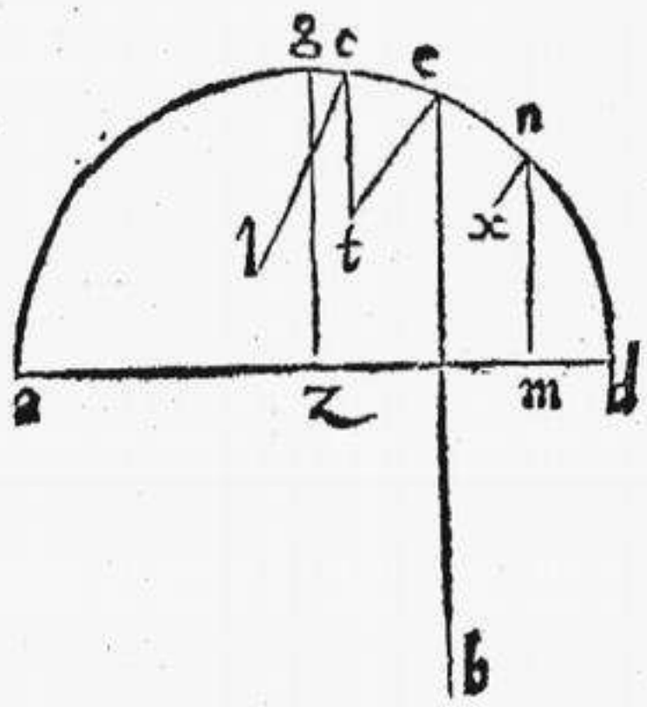
† per il pri. Theo.

rieno eguali. Ma se l'occhio si porrà fuori della circonferenza dello specchio si dimostrerrà, che li interuiene il medesimo, perche l'imagine sua nõ si uede nello specchio, non si riflettẽdo in esso i raggi uisuali.



THEOREMA VENTESIMOSESTO.

Se dal centro dello specchio concauo, si tirerà una retta linea fino alla circonferenza, che faccia angoli retti col diametro del detto specchio concauo, & l'occhio stia, ò di qua, ò di la dal diametro, ò nel diametro stesso non uedrà cosa nessuna, che sia dalla banda, che egli è, cioè nessuna di quelle cose, che sono, ò dentro al diametro, ò fuori, ò in esso diametro.



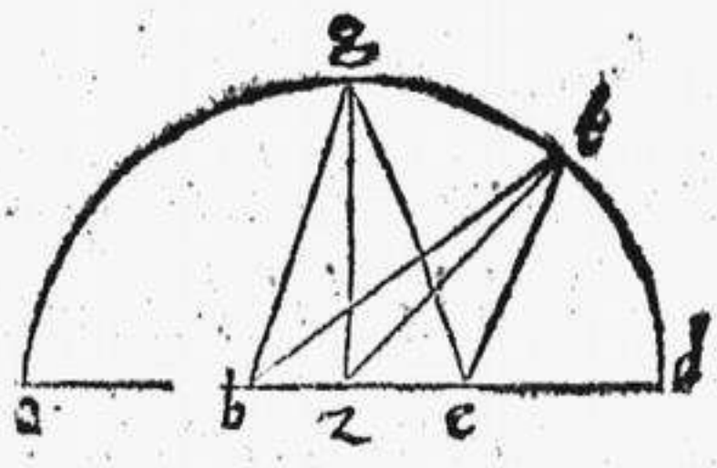
SIA lo specchio concauo. a g d. & il diametro della sfera, della quale lo specchio è parte, sia. a d. nella quale sia il centro. z. dal quale si tiri la. z g. che stia ad angoli retti con la. a d. & l'occhio sia nel punto. b. fuori del diametro dal quale esca il raggio. b e. che riflettendosi non si rifletterà ne al punto. b. ne manco al punto. z. perche riflettendosi ad angoli pari si rifletterà nella linea. e t. Nel medesimo modo se l'occhio si porrà dentro al diametro nel punto. t. ò ueramente nel diametro nel punto. m. i raggi. t c. &. m n. si rifletteranno nelle. c l. &. n x. Onde l'occhio non uedrà imagine ueruna di quelle cose, che sono nella medesima parte del mezzo diametro oue egli è, ne manco di quelle, che sono nello stesso diametro, ne di quelle, che sono fuori, ne manco di quelle, che sono dentro al diametro dello specchio.

THEO

THEOREMA VENTESIMOSETTIMO.

Se si porranno gl'occhi dentro allo specchio concauo nel diametro talmente, che l'uno, & l'altro siano egualmente distanti dal centro, non si uedrà nessuno degl'occhi.

SIA lo specchio concauo. a g d. il cui diametro sia. a d. & il centro sia il punto. z. dal quale si tiri la. z g. che faccia con la .a d. angoli retti, & gl'occhi siano. b e. egualmente distanti dal centro. z. & sia il raggio la. b g. che si rifletta al punto. e. & perche i raggi si riflettono ad angoli pari † nessuno altro raggio, che esca dall'occhio. b. si potrà riflettere al punto. e. Ma se è possibile, che nessuno si rifletta sia questo il raggio. b t. che si rifletta al punto. e. & si tirino le linee rette. t e. &. t z. & uedrassi, che l'angolo. b t e. sarà tagliato per il mezzo dalla linea. t z. * onde la. b t. alla. t e. harà la medesima ragione, che ha la. b z. alla. z e. per la 3. del sesto; il che non saria uero essendo che la. b t. è maggiore della. e t. † & la. b z. è eguale alla. z e. per il presupposto. Adunque nessuno raggio, che esca dall'occhio. b. si rifletterà al punto. e. fuor, che'l raggio. b g. onde un sol raggio si rifletterà all'uno, & all'altro occhio, & il punto. e. non si uedrà. Imperoche il raggio. b g. essẽdo lũgamẽte disteso, nõ concorrerà mai col raggio. b d. diuerso le parti. g. &. d. Essẽdo che di gia si è dimostrato, † che le imagini delle cose uisibili, si uedono in quel luogo, oue concorre il raggio, che esce dall'occhio, con la linea, che dalla cosa uisibile è tirata fino al centro dello specchio concauo. Et il raggio. e g. non concorrerà egli manco con la. e a. di uerso quelle parti oue è la. a. & la. g. perche nelli specchi cõcaui la cosa uisibile si uede in quella linea, che dalla cosa uisibile ua al centro dello specchio.



† per il pri. The.

† p la 7. del 3.

† nel Theo. 18.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *CHE *l'angolo.* B T E. *sia tagliato per il mezzo dalla linea.* T Z. *si dimostra cosi, supponendo, che l'angolo.* B T G. *della incidentia sia*

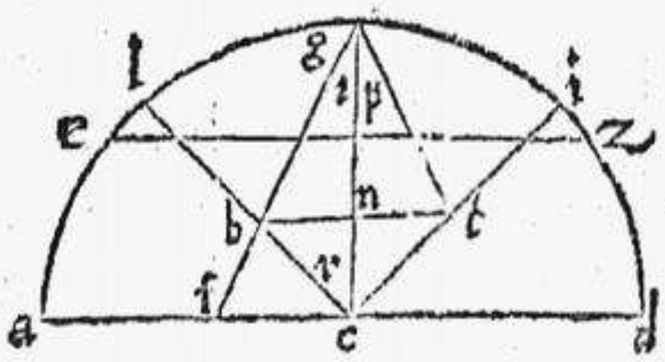
eguale

eguale all'angolo. E T D. *della reflessione per il primo Theo. Et la linea.* Z T. *che dal centro del cerchio uscendo, ua alla circonferenza fa angoli pari nella detta circonferenza per la* 16. *&* 18. *del* 3. *Onde l'angolo.* Z T D. *sarà eguale all'angolo.* Z T G. *da' quali angoli eguali, cauandone i due angoli eguali.* B T G. *&.* E T B. *i rimanenti angoli.* B T Z. *&.* Z T E. *saranno eguali per la terza commune sentenza del primo. Adunq; la linea.* Z T. *taglia per il mezzo l'angolo* .B T E. *Ma il supposto è falso, che l'angolo.* B T G. *sia eguale all'angolo.* E T D. *onde seguirà esser uero quanto da Euclide si dimostra nel Theorema.*

THEOREMA VENTESIM'OTTAVO.

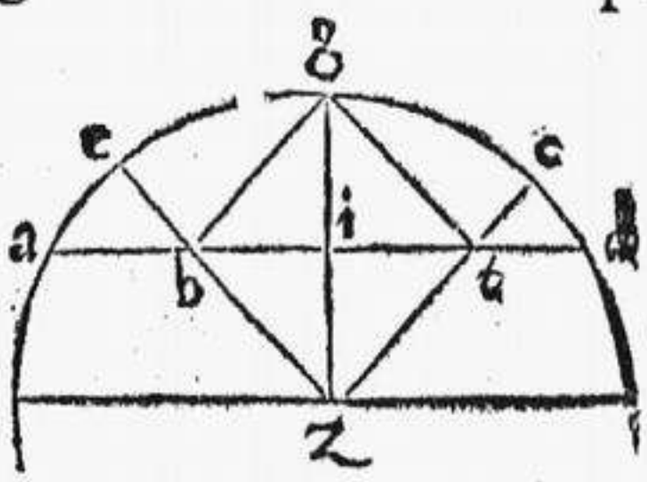
Se il mezzo diametro dello specchio concauo, si taglierà in due parti eguali, & sopra il punto della settione, si tireranno due linee di qua, & di la, ad angoli retti, et gl'occhi stieno talmente, che siano egualmente lontani dal mezzo diametro, non se ne uedrà nessuno di loro, ò si ano gl'occhi fra il diametro, & la linea, che fu tirata ad angoli retti col mezzo diametro, ò siano nella stessa linea.

SIA lo specchio concauo. a g d. del quale sia il diametro .a d. il centro sia il punto. o. dal quale si tiri il mezzo diametro ad angoli retti. o g. il quale si tagli per il mezzo nel punto. p. & si tiri per questo punto la. e p z. che stia ad angoli retti con la. g o. & gl'occhi sieno. b. &. t. che stieno fra il diametro. a d. & la linea. e z. alla quale sia paralella la. b t. & gl'occhi. b. &. t. siano equidistanti dal mezzo diametro. o g. & sia il raggio uisuale. b g. che si rifletta dal punto. g. al punto. t. per il che farà angoli eguali nella circonferenza,* essendo, che la linea. z e. è paralella alla linea. b t. & la linea. b n. è eguale alla linea. n t. Congiunghinsi hora le linee .o b. &. o t. & si stendino fino a' punti. l. &. i. & si allunghi la linea. g b. fino al punto. f. & perche è maggiore la. b g. che non è la b o. sarà maggiore l'angolo. r. che non è l'angolo. i.†



† *per la* 19. *del primo.*

onde l'angolo. g b t. è maggiore dell'angolo.t b o. cioè dell'angolo. b t o.† Adunq; . b g. &. o t. non concorreranno, & il punto. t. non si uedrà, perche si douria uedere nel concorso delle linee. b g. &. o t.† Sia di nuouo ogni cosa come nella precedente figura, & gl'occhi. b. &. t. siano in quella linea, che dal mezzo diametro è tagliata per il mezzo ad angoli retti cioè nella linea. a d. Hor perche la. b g. è eguale alla. b z. & la .g t. alla. t z. seguirà che la. b g. sia paralella alla. t z.† per il che il raggio. b g. non concorrerà con la linea, che dalla cosa uisibile. t. ua al centro. z. diuerso le parti. g. &. t. onde l'occhio. t. non si uedrà, perche se si uedesse si douria uedere nel concorso delle linee. b g. &. z t.

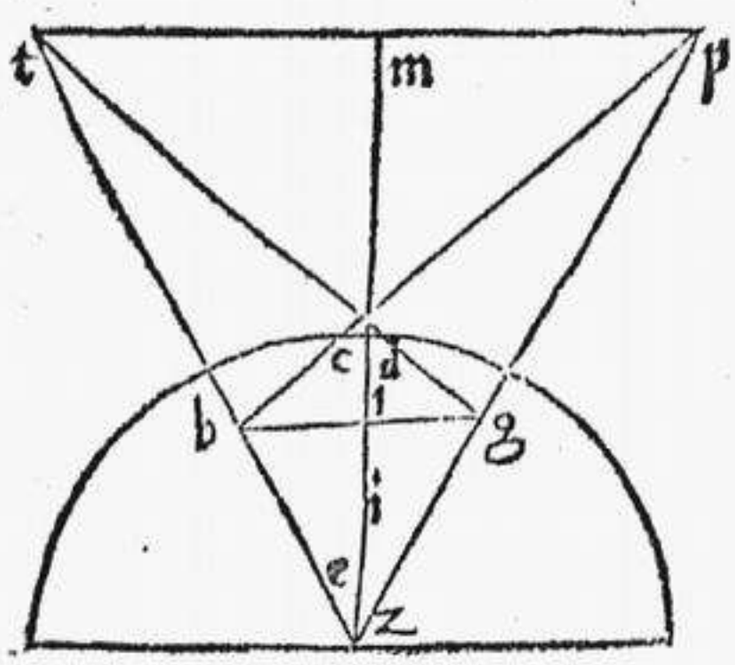


†per la 19. del primo.

†p il 18. The.

†per la conuersa della 34. del pri.

Sia di nuouo ogni cosa come nella precedēte figura, & gl'occhi. b. g. si ponghino in un luogo piu alto, che non è quel pūto, nel quale il mezzo diametro è tagliato in due parti eguali, & siano equidistanti dal mezzo diametro. Di co che il punto. b. &. g. si uedrāno, & che .l. destro apparirà sinistro, & il sinistro destro, & che l'imagine della faccia apparirà maggiore di essa faccia, & sarà piu lōtana dallo specchio, che non è la faccia. Sia adunque la. b c. il raggio, che si reflettа al punto. g. & dal centro. z. fino à' punti. b. &. g. si tirino le linee. z b. &. z g. & si allunghi la. b c. Hor perche il mezzo diametro. z c. si è tagliato in due parti eguali nel punto. i. Sarà maggiore la. b z. che non è la. b c. & per questo l'angolo. c. sarà maggiore dell'angolo. e. † ma l'angolo. c. è eguale all'angolo. d.† adunq; l'angolo. d. sarà maggiore dell'angolo. e. & perciò le linee. z b. &. g d. essendo allungate concorreranno nel punto. t.† & per la medesima ragione le linee. b c. &. z g. concorreranno nel punto. p. per il che il punto. g. apparirà nel punto. p. & il. b. nel punto. t. & le cose destre apparirāno sinistre, & le sinistre destre, & la imagine. p t. apparirà maggiore che la faccia. b g. imperoche, le linee. p t. &. b g. sono paralelle, onde la faccia come si è detto apparisce maggiore, & è piu lontana dallo specchio essendo la linea. m a. piu lunga della. a l.



†per la 19. del primo.

†p la 8. del pri.

†per la conuersa della 29. del pri.

ANNO

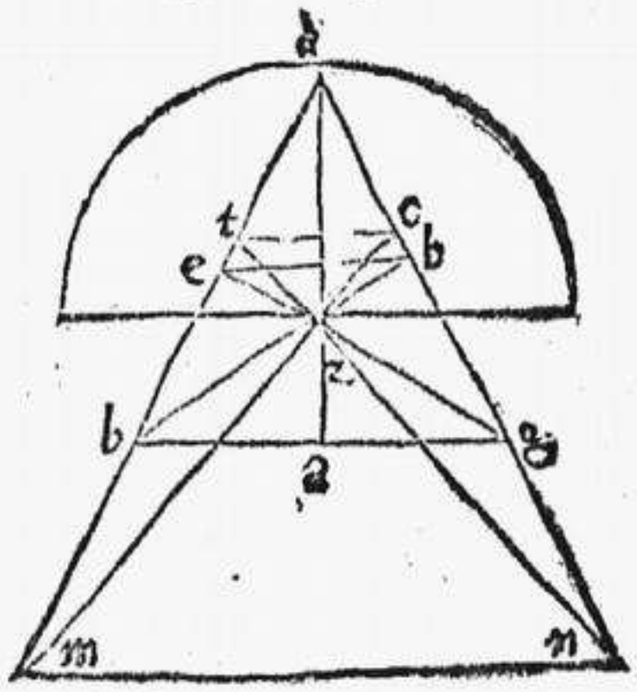
ANNOTATIONE.

CHE *il raggio.* B G T. *della prima figura faccia angoli eguali nel la circonferenza, reflettendosi dal punto.* G. *al punto.* T. *si dimostra cosi. Essendo la linea.* Z E. *paralella alla.* B T. *seguirà, che l'angolo* .B N G. *sia eguale all'angolo.* E I G. *et cosi.* T N G. *sia eguale all'ango lo.* Z P G. *per la 28. del primo, ma essendo gl'angoli.* I. *et.* P. *retti (per il presupposto del Theo.) sarãno anco retti gl'angoli, che sono attorno la.* N. *& il lato.* B N. *è eguale al lato.* N T. *& il lato.* N G. *è cõmune all'uno, & all'altro triãgolo, per il che il lato.* B G. *sarà eguale al lato* .T G. *& l'angolo.* B G N. *sarà eguale all'angolo.* T G N. *per la 8. del primo; onde il raggio.* B G. *reflettẽdosi nella circonferenza dello spec chio ad angoli eguali, dal punto.* G. *si rifletterà nel punto.* T. M. Egnat.

THEOREMA VENTESIMONONO.

Ma se gl'occhi si porranno fuor del diametro dello specchio concauo, le cose, che sono dalla destra appariranno destre, & quelle, che sono dalla sinistra, appariranno sinistre; Et il simulacro apparirà minore, che non è la faccia stessa, nel mezzo fra la faccia, & lo specchio.

SIANO gl'occhi ne' punti. b. &. g. & il centro dello spec chio sia il punto. z. per il quale si tiri la linea. a z d. che faccia angoli retti col diametro dello specchio, & per il punto. a. si tiri la. b a g. ad angoli retti con la. a z d. & sia la. a g. eguale alla. a b. & il raggio. b d. si rifletta al punto. g. & per il centro. z. si tirino le. b z h. &. g z e. & dal punto. e. fino al punto. h. si tiri la. h e. & cosi il punto. g. appa rirà nel punto. e. & il. b. nel punto .h. Onde le cose destre appariscono destre, & le sinistre sinistre. Et il simulacro. e h. apparisce minore della faccia. b g. & essendo la. e h. parelella alla. b g. apparirà il simulacro nel luogo, che è in mezzo fra lo specchio, & la



faccia. Hor se la faccia si scosterà dallo specchio l'imagine apparirà ancor minore. Sia. m n. la faccia medesima che era nella .b g. ma piu lontana dallo specchio, che non è la. b g. & stia nel medesimo sito respetto allo specchio. Et seguirà, che la linea retta tirata dal punto. m. per il centro. z. & allungata cascherà nel punto. c. piu alto del punto. h. oue cascaua prima, & la linea, che dal punto. n. è tirata per il centro. z. cascherà medesimamẽte nel punto. t. piu alto del punto. e. & cosi l'imagine della. m n. è nella. t c. ma la. t c. è minore della. e h. & è piu presso allo specchio concauo.

† perche le linee .m d. &. n d. si congiungono dal la bãda della. t c.

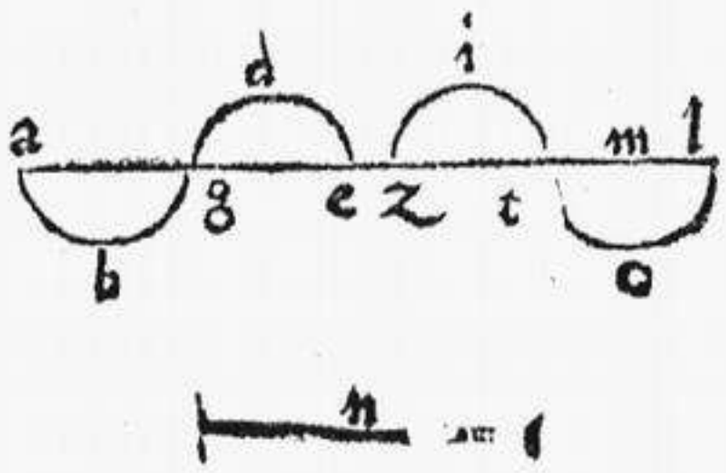
ANNOTATIONE.

M. Egnat. PERCHE *la linea.* E H. *è paralella alla.* B G. *perciò la imagine della.* B G. *apparisce fra lo specchio, & la.* B G. *che fa la imagine, perche se la linea.* E H. *fosse nello specchio non saria retta, ne paralella alla.* B G. *essẽdo lo specchio sferico la imagine.* E H. *si uedrà in aria fra il uiso.* B G. *& lo specchio, & cosi essendo la imagine.* T C. *minore della.* E H. *si potrà accostare allo specchio concauo piu, che non si accosta la.* E C. *maggiore. Il che la esperientia chiaro lo mostra, che mettendo uno specchio concauo in terra, & poi guardandoui sopra si uede, che quanto piu la faccia ui si accosta, tanto piu la imagine nell'aria si scosta dallo specchio, come nel Theorema si è dimostrato.*

THEOREMA TRENTESIMO.

Si può fare uno specchio talmente che in esso apparischino piu faccie, alcune maggiori, & alcune minori, & alcune piu appresso, & alcune piu lontane, & le loro parti destre si uedino dalla destra, & le sinistre dalla sinistra.

NEL piano. a m. possono stare gli specchi tondi come sono. a b g. &. t c l. & i concaui come sono. g d e. &. z i t. & gli specchi piani. e z. &. l m. Hor ponendosi la faccia nel punto. n. appariranno negli specchi piani le sue imagini eguali, & egualmente distanti da quelli; Et ne' rotondi appariranno minori, &

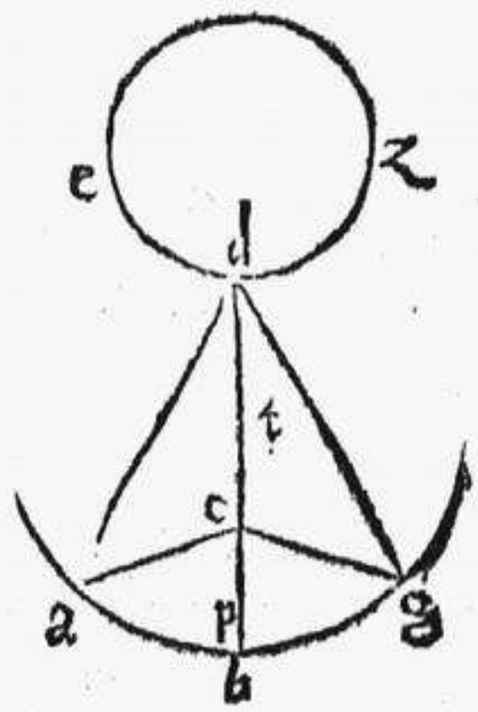


meno

meno diſtanti; Ma ne concaui appariranno minori, ò maggiori, & piu, ò meno diſtanti, come ſi è dimoſtrato. † † *nelle due precedenti.*

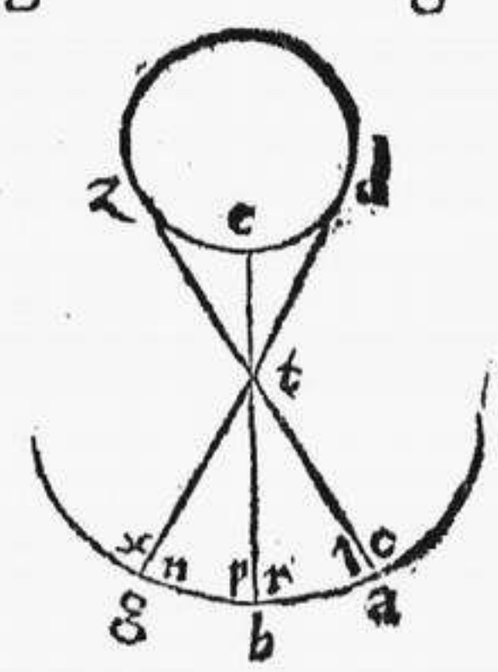
THEOREMA TRENTESIMOPRIMO.

Da gli ſpecchi concaui oppoſti al Sole ſi accende il fuoco.



Sia lo ſpecchio concauo. a b g. & il Sole e d z. & il centro dello ſpecchio ſia il punto. t. et dal punto. d. del Sole fino al centro. t. dello ſpecchio ſi tiri la. d t. fino al pũto. b. dello ſpecchio, & il raggio. d g. percuota nello ſpecchio, & ſi rifletta al punto. c. il qual punto caſcherà fra il centro. t. & la circonferenza dello ſpecchio, eſſendo, che l'angolo. p. poſto nella circonferenza è minore dell'angolo. b g d. della circonferenza. Sia adunque la circonferenza. b a. eguale alla circonferenza. b g. & dal punto. d. caſchi un altro raggio fino allo ſpecchio, che ſia .d a. & ſarà chiaro, che il raggio. d a. riflettendoſi caſcherà nel pũto. c. eſſendo che la circõferenza. a b. è eguale alla circonferẽza. b g. † Et nel medeſimo modo ſi moſtrerrà, che tutti i raggi che dal pũto. d. caſcano nello ſpecchio, & cõprendono eguali circõferentie, concorrono con la linea. b t. in un pũto piu alto del punto. t. † *per il pri. The.*

Sia di nuouo lo ſpecchio concauo. a b g. & il Sole ſia. d e z. & dal punto. e. ſi tiri la linea retta. e t b. & da' punti. z d. ſi tirino per il centro. t. le. d t g. & . z t a. & gia ſi è dimoſtrato, † che il raggio, che dal punto. e. caſca nello ſpecchio ſi riflette in ſe ſteſſo, poiche gl'angoli. p. & .r. ſono eguali, eſſendo angoli del mezzo cerchio † ſimilmente il raggio .z t a. ſi rifletterà in ſe ſteſſo perche gl'angoli. c. &. l. ſono eguali, & nel medeſimo modo il raggio. d t g. ſi rifletterà in ſe ſteſſo, eſſendo l'angolo n. eguale all'angolo. x. Et che tutti queſti raggi ſi riflettino in ſe ſteſ- † *nel 2. et 5. T.* † *p la 16. del 3.*



se stessi, è manifesto, poiche passono per il centro dello specchio, & lo diuidono in mezzi cerchi, & gl'angoli del mezzo
†p la 16.del 3. cerchio sono fra di loro eguali.† Onde tutti questi raggi si rifletteranno ad angoli pari, per il che in se stessi ritornano. La onde tutti i raggi, che dal sole sono mandati per il centro dello specchio, da ciascun punto di esso ritorneranno nel centro concorrendo insieme, nel qual punto riscaldandosi i detti raggi genereranno il fuoco, onde, se nel detto punto, che è centro dello specchio si porrà della stoppa si accenderà.

ANNOTATIONE.

M. Egnat. *IL fuoco si genera dagli specchi nel concorso de' raggi reflessi, come si è detto di sopra nel Theorema, ma perche detti raggi sono debili, fa mestieri di tenere cosi un pochetto ferma la cosa combustibile nel cẽtro dello specchio, acciò si disponga, et si accenda. Nondimeno questo specchio ha piu forza nello accendere, che non ha quello, che è composto da' specchi piani, in forma esagona, e triangolare, perche in questi specchi concaui, i raggi si riflettono piu unitamente, che non fanno riflettendosi da quegli specchi piani. Si può bene fare uno specchio composto di questi specchi concaui talmente, che quei raggi si unischino tutti insieme cioè le punte delle riflessioni, & habbino maggior forza nell'accendere il fuoco. La cui fabbrica si serba à dirla con piu opportuna, occasione la quale ancor si sarià posta in questo luogo se la incommodità delle figure per dimostrarla, non l'hauesse uietato.*

Il Fine degli Specchi di Euclide.

LA PROSPETTIVA DI ELIODORO LARISSEO,

TRADOTTA DAL REVERENDO Padre M. Egnatio Danti Cosmografo del Serenissimo Gran Duca di Toscana,

Con alcune breui annotationi del medesimo,

Et di nuouo data in luce.

IN FIORENZA,
Nella Stamperia de' Giunti.
MDLXXIII.

ALL'ILL. ET REVER. SIG. MIO COLENDISS.

Il Cardinal di Loreno.

QVANDO. V. S. Illustriß. paßò vltimamente per Firenze, & con la presenza sua si degnò fauorire queste stanze, & ueder l'opere mie: mostrò di desiderare il trattato della prospettiua di Eliodoro Larisseo. Percio lo mando hora à lei tale quale io l'hebbi dalla Libreria Vaticana, et la traduttione appresso, che io ne ho fatta per accompagnare la Prospettiua di Euclide tradotta similmente da me. Et se bene il dono è piccolo, spero che non sarà sprezzato da lei, si come quella, che conoscerà molto bene la bellezza, & eccellenza di esso, poiche non solo ella ottimamente possiede la nobilißima scienza della Theologià, ma fra l'altre parti della Filosofia, questa delle Matematiche. Degnisi adunq; di acettarlo riguardando al buono animo mio, che è di seruirla in tutto quel poco ch'io posso & senza piu le bacio humilmente le mani pregandole da N. S. Dio ogni maggiore felicità & contento. Di Firenze alli 11. *di Giugno.* 1573.

Di V. Illustriss. & Reuerendiss. Sig.

Humilissimo Seruitore.

F. Egnatio Danti.

CAPITOLI DELLA PROSPETTIVA DI ELIODORO LARISSEO.

HE con alcuni raggi, che si partono dagli occhi nostri andiamo à trouare le cose, che noi ueggiamo. *Euclide nella prima suppositione della prospettiua.* Cap. 1

Che que' raggi che si partono dagli occhi sono luce. 2

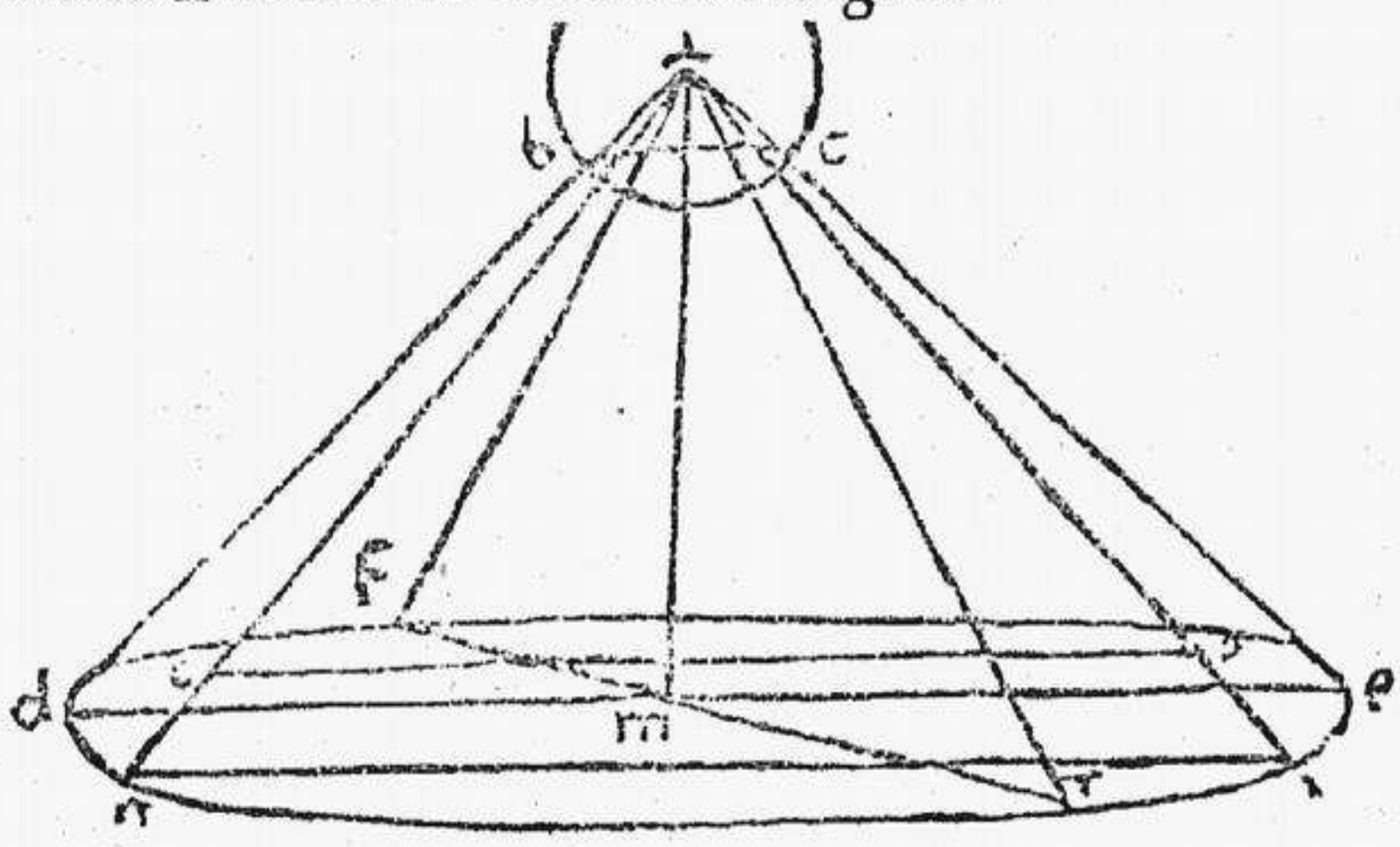
Che questa luce è portata per linea retta. 3

Euclide nella prima suppositione della prospettiua.

Che ella è portata in figura di Cono. *Euclide nella seconda suppositione.* 4

Che ella è portata in forma di Cono rettangolo. 5

SIA *nella presente figura l'occhio* .A B C. *& il suo cẽtro sia il punto.* A. *dal quale esce la luce & lo splendore, che forma il cono.* D A E.



& è rettangolo perche l'angolo. D A E. *è retto, & ha la basa.* D N R E F. *circulare.*

Che'l Cono del nostro uedere non è pieno di luce simile. 6

Che quelle cose, che si ueggono, o si ueggono sotto angoli retti, o sotto angoli acuti. *Come nella superiore figura la.* D E. *&* .R F. *si ueggono sotto angoli retti, & la.* O P. *&.* N I. *sotto angoli acuti perche sotto maggiore angolo che il retto non si può uedere nulla non essendo la pupilla dell'occhio se non la quarta parte di esso.* 7

Donde nasce, che le cose, che si ueggono sotto maggiore angolo apparischino maggiori. *Euclide nella supp. 5. della pro-* 8

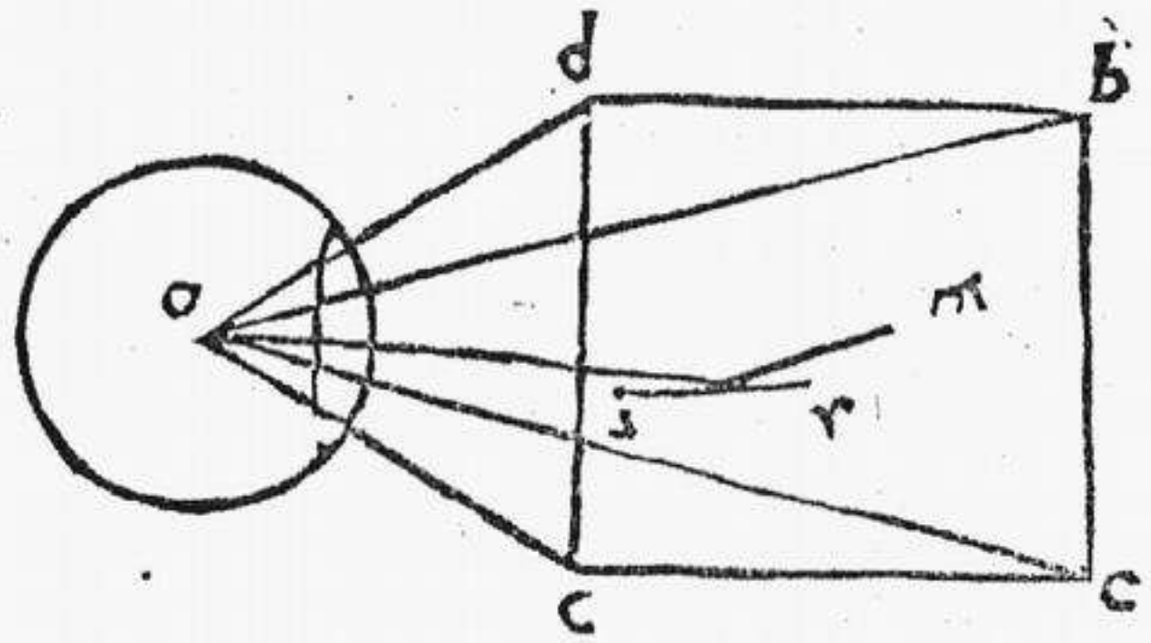
ſpettiua & la. D E. *che ſi uede ſotto l'angolo retto.* D A E. *appariſce maggiore della.* N I. *che ſi uede ſotto l'angolo.* N A I. *minore del retto.*

9 Che noi ueggiamo principalmente con quella luce, che è dintorno all'aſſe del Cono. *Nella figura di ſopra la linea.* A M. *è l'aſſe del Cono.*

10 Che la virtù, & potenza uiſiua opera principalmente inuerſo quelle coſe che gli ſono dauanti. *Cioè à dirittura della linea* .A M. *aſſe del Cono.*

11 Che la punta del Cono del ueder noſtro è dentro alla pupilla, & è centro della sfera dell'occhio; poiche'l cerchio della pupilla ne taglia la quarta parte. *Nella figura di ſopra la punta del Cono è nel punto.* A. *centro dell'occhio, & la pupilla è la.* B C. *& è la quarta parte del cerchio.* A B C.

12 Che le coſe che ſi ueggono, ò ſi ueggono con uedere diritto, ò rotto, ò refleſſo.



D A L *centro dell'occhio.* O. *eſcono i raggi.* O B. *&.* O E. *che ueggono la.* B E. *con raggi retti, ma poi la.* B E. *entrando ſotto vn corpo diafono differente dall'aria i raggi ſi rompono nella ſuperficie.* D E. *& coſi la grandezza.* B E. *è uiſta da' raggi.* O D B. *&* O C E. *rotti. Ma la grandezza.* M. *ſi uede col raggio.* O M. *che ſi riflette nello ſpecchio.* I R. *Et i raggi.* O B. *&.* O E. *ſi rompono ne' punti.* D. C. *ad angoli pari ſopra la ſuperficie del ſecondo diafono.* D C. *che è quel che dice il ſeguẽte capitolo. Il che ſi dimoſtra per la 5. del primo eſſendo il lato.* O D. *eguale al lato.* O C.

13 Della ſimilitudine, che ha il ueder noſtro col Sole.

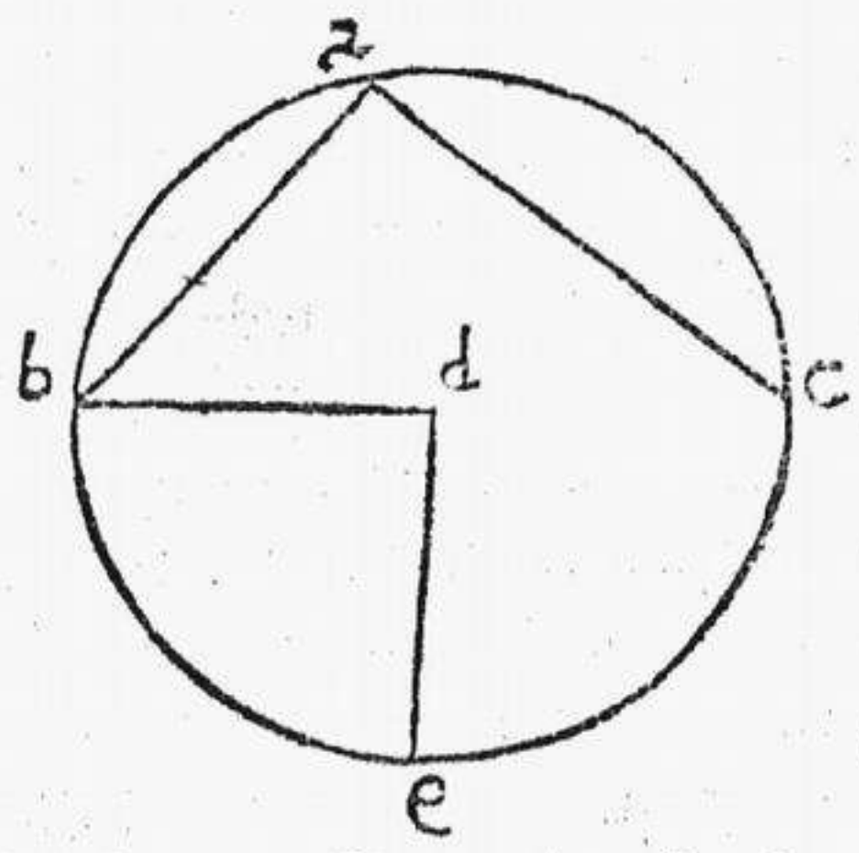
14 Che il ueder noſtro rompendoſi fa angoli pari in quel luogo oue ſi rompe, come anco fa il Sole.

1 Che noi andiamo adunq; à trouare quelle coſe, che noi ueg-
giamo con alcuni raggi che ſi partono dagli occhi noſtri, ce lo
dichiara la figura degli occhi, la quale non è concaua, ne ac-
2 comodata à riceuere coſa alcuna, come quella degli altri ſen-
ſi, ma tonda à guiſa d'una palla. Et che quei raggi, che ſi par
tono dagli occhi, ſieno luce, ce lo dimoſtra lo ſplendore degli
occhi,

occhi, & quello, che auuiene ad alcuni, che di notte ueggono
ſenza aiuto di luce eſteriore, come ſono glianimali, che di not
te uanno paſcendo; & come era Tiberio Imperadore de' Ro-
mani, & anco gli occhi degli animali notturni riſplendono di
notte come il fuoco; Ma che noi andiamo à trouar le coſe, che
noi ueggiamo con la luce, & ſplendore, che dagli occhi man-
diamo fuori, dalle coſe già dette reſta aſſai chiaro; & ſarà an-
co piu apertamente conoſciuto allhora, quando dimoſtrerre-
mo la ſomiglianza, che è tra il ueder noſtro, & il ſole. Et che 3
quella luce, che da noi è mandata fuori, che ſogliamo chiama-
re, uiſta, ſia portata rettamente, & in forma d'un Cono rettan
golo, oltre à che Tolomeo nel ſuo trattato della Proſpettiua
lo ha dimoſtrato con gli inſtrumenti, ſi può anco prouare, &
dimoſtrare con ragioni: Perche ſe la uiſta debbe andare quan
to piu preſto ſia poſsibile alla coſa da uederſi, è neceſſario, che
uadia per linea retta, eſſendo, che queſta è la minore di tutte le
linee, che hanno i medeſimi termini; & in oltre ſe di quelle co
ſe, che ſi hanno à uedere, gli occhi ne debbono pigliare la mag
gior parte, che ſia poſsibile; fa meſtiere, che ui guardino con
figura circulare eſſendo, che queſta è maggiore, & piu capace
di ogni altra figura piana di eguale circonferenza, come è di-
moſtrato. † E neceſſario adunq; al uedere noſtro, & che con † *da Archimede, & Maurolitio, & dal Clauio.*
grã preſtezza appréda la coſa da uederſi, & che in un tratto ne
ue ga quãto piu ſia poſsibile, pche coſi è utile all'animale, &
la natura ſuole abbracciare, & procurare tutto quello, che gl'è
eſpediente, & buono. Per il che con ragione il noſtro uedere
ua per linea retta, & ſi conduce alle coſe da uederſi in figura
circulare. Et eſſédo così portato il noſtro uedere, & andan 4
do in queſta maniera a trouare le coſe da uederſi, harà figura,
ò di Cilindro, ò di Cono, hauendola maſsime diſteſa, & al-
lungata, come è coſa ragioneuole, che l'habbia. Hora egli non
ha figura di Cilindro perche ſe queſto fuſſe, non potrebbe in
un ſubito uedere q̃lle coſe, che ſono maggiori della pupilla † † *pche il cerchio della pupilla ſaria baſa del cilindro.*
ſenza che tutte le coſe, che ſi ueggono apparirebbono all'oc-
chio di eguale grandezza; La onde è neceſſario, che il ueder
noſtro habbia figura di Cono, & cotal figura hauendo, potrà
andare à trouare diuerſe grandezze di coſe uiſibili ſecondo la
grandezza della lor baſa; hor che il uedere ſia di figura Conica
ſi può confermare con le gia dette ragioni. Et è chiaro che il 5
Cono è rett'angolo di ſpecie terminato, percioche è ſpecie in-

ſima

ſima come è l'angolo retto. Ma gl'angoli ottuſi, & acuti ſon o di ſpecie indeterminati, & infiniti perche tali angoli poſſon o eſſere accreſciuti, et diminuiti in infinito. Et la natura ſuole anteporre alle coſe infinite le finite come piu nobili, & meglio accomodate all'animale, che ſi ſerue della ragione. Adunq; il Cono del noſtro uedere ſarà rettangolo, come è conforme alla ragione, & ci uiene ancora confermato dall'apparenze, conciosia che eſſendo'l Cielo rotondo ne ueggiamo con un ſolo ſguardo la quarta parte, & anco della circonferenza dell'Orizonte ne ueggiamo la medeſima parte, & ſe noi ſiamo in ſu la circonferenza d'un cerchio ne ueggiamo in un occhiata intera mente la metà, il che non uedremmo eſſer coſi, ſe il cono del ueder noſtro non foſſe rettangolo. *Che il Cono del noſtro uedere ſia retttangolo l'Autore lo dimoſtra con tre eſempi apparenti, i quali nella preſente figura ſi ſcorgono chiaramẽte, perche eſſendo la quarta parte del cerchio compreſa dall'angolo retto, & l'occhio ſtando nel cẽtro dell'Orizõte .D. uede la quarta parte del cerchio che è. B E. ſeguirà che l'angolo del noſtro uedere nel punto. D. ſia retto, & il medeſimo, che ſi di*



ce dell'Orizonte, ſi intende anco del Cielo non eſſendo altro l'Orizonte che una ſuperficie, che ſi immagina, che paſsi per il cẽtro della terra, & uadia fino all'ultima ſuperficie del Cielo; di maniera che il medeſimo ſarà la quarta parte dell'Orizonte, & quella del cielo. Coſi parimente ſtando l'occhio nella circonferenza d'un cerchio, uede la intera metà di eſſa circonferenza, cioè ſtando l'occhio nel punto. A. uede co' raggi. A B. & . A C. la metà della circonferenza del cerchio che è. B L C. eſſendo retto l'angolo del mezzo cerchio, per la 31. del terzo. Et ogni uolta che l'occhio ſtarà dentro al cerchio cioè nell'area ſua fuori della circonferẽza uedrà meno di mezza la circonferẽza, & tal uolta piu del mezzo cerchio, come auuiene qñ ſta nella circonferẽza, oue dal pũto. A. uede tutta l'area del cerchio. A B E C A. che è piu della metà del cerchio. Ma à quel che dice Euclide, che neſſuna coſa uiſibile ſi puo tutta in un tratto uedere, ſi riſponde, che la quarta parte del Cielo ſi rappreſenta à gl'occhi tutta in un tratto. E da ſapere adunq; che noi quelle coſe,

le cose, che uediamo, alle uolte le apprendiamo tutte in un tratto, & alle uolte non le uediamo cosi esattamente, & sottilmẽte. Perche se bene affermiamo di uedere le cose tutte in un tratto, non diciamo di ueder nulla sottilmente, & perfettamente. Essendo che a uolere esattamente risguardare qual si uoglia cosa, bisogna, che apprendiamo tutte le parti suele, quali restano in mezzo fra gli estremi raggi, che escono dagli occhi; perche quelle cose, che nella prima occhiata non si potettero uedere, con il nuouo discorrere degl'occhi, uengono poi uedute. Fa ben mestieri d'intendere, che questa figura Conica del ueder nostro, che passa per le parti oscure della pupilla uien diuisa, & distinta in raggi uisuali, che necessariamente sono l'uno dall'altro separati, accioche abbraccino & comprendino tutto lo spatio, che è fra loro, cioè tutta la supficie del cerchio, che è basa del Cono. Et q̃lle cose che si veggono ò si ueggono sotto angoli retti, ò sotto angoli acuti, essendo, che sotto gli angoli ottusi, non si uede nulla; imperoche quegli angoli, sotto i quali ueggiamo si congiungono, & conuengono insieme nella punta del Cono del ueder nostro, & gli angoli retti stanno sopra il diametro della basa del Cono. Ma gli angoli acuti stanno sopra certe linee rette, le quali sono anco esse nella basa del Cono, ma minori del diametro, o giunghino, o non giũnghino alla circonferenza del cerchio. *Nella figura superiore del Cono gl'angoli.* D A E. *&.* F A R. *retti stanno sopra i diametri del Cono.* D E. *&.* F R. *Et l'angolo acuto.* N A I. *sta sopra le linee.* O P. *&.* N I. *che sono minori de' diametri di esso Cono, delle quali la.* N R. *è congiunta alla circonferenza del Cono, ma la.* O P. *sta bene nella basa del Cono, ma non è gia congiunta alla sua circonferenza.* 7

Hora quelle cose, che sotto maggior angolo sono uiste ci appariscono maggiori, perche le ueggiamo con maggior copia di luce, il che chiunq; pur mediocremente lo considera, apertamente l'intende. Essendo, che chiaramente conosciamo, che ueggiamo qual si uoglia cosa meglio con quella luce, che è attorno all'asse† del ueder nostro. Onde uolendo noi qualche cosa accuratamente uedere, uoltiamo l'occhio di maniera, che con la parte intima, che è nel mezzo del cono del ueder nostro, comprendiamo guardando la cosa che uogliamo uedere. Et di qui nasce, che se sarà un ago posto innanzi agli occhi nostri, & riguardiamo oue egli è posto, non lo ueggiamo fino à tanto, che non lo guardiamo con l'asse del Cono, o ueramente con 8 9

† *Asse è la linea a m. nella figura pre.allegata.*

10 te con quei raggi, che gli ſono dintorno. Et per queſto la uirtù & potenza uiſiua opera principalmente in uerſo di quelle coſe, che gli ſono dauanti per linea retta, & quelle che gli ſono poſte per obliquo, non comprende coſi perfettamente. La onde ſe dirizzeremo il ueder noſtro (ſeguitando la natura) nella parte dinanzi, ſarà del tutto l'aſſe del cono innanzi agli occhi noſtri, & gl'altri raggi, che gli ſono uicini, andranno chi di ſopra, chi di ſotto, chi alla deſtra, & chi alla ſiniſtra parte; Et è di tal natura la potenza uiſiua, che uedendo in uno ſpecchio quelle coſe, che ci ſon dietro alle ſpalle, gli appariſcono eſſere dinanzi, & eſſere in quelli che guardano nello ſpecchio.

11 E ben coſa manifeſta, che la punta del cono del ueder noſtro non è nella ſuperficie della pupilla, perche ſe queſto fuſſe, noi non uedrémo da ogni parte della pupilla. Ma è dentro à quella, & è nel centro dell'occhio. Perche la prima, & minor baſa del Cono è l'ultima ſuperficie, che rinchiude, & circunſcriue la pupilla dell'occhio. Auuenga che la pupilla non è un cerchio ma una ſuperficie, che è la quarta parte della palla dell'occhio; imperoche il Cono del ueder noſtro è rettangolo.

12 Ma quelle coſe, che noi ueggiamo, o le veggiamo col uedere diritto, che ua intero, & ſenza rompersi fino al termine della coſa ueduta, ò ueramente le ueggiamo col ueder rotto, & ſpezzato. Imperoche quando guardiamo nell'acqua uediamo la ſua ſuperficie col uedere diritto, & non rotto. Et quelle coſe, che nell'acqua nuotano, ò nel profondo di quella ſon poſte, quando le guardiamo, paſſa il ueder noſtro fino al fondo, ma per la reſiſtenza dell'acqua ſi rompe. Et di qui è che ſe ſarà meſſo in un uaſo qualche coſa, che da una certa diſtanza non ſi ueda, & meſſa poi l'acqua nel uaſo, ſi uedrà detta coſa, che prima nõ ſi uedeua, da quella medeſima diſtanza. Et in queſto modo ueggiamo le coſe che ſono nell'acqua. Ma quelle coſe che ſono fuori della ſuperficie dell'acqua (& gl'ãtichi uſorono di dire) ogni coſa, che col uedere intero per l'aria ueggiamo; noi ueggiamo cõ uedere diritto. Ma quelle coſe, delle quali noi ueggiamo le imagini nell'acqua, ò nello ſpecchio, le ueg

13 giamo refleſſe. Hor queſte coſe che per l'acqua, ò altre coſe lucide uediamo, & queſto moto del ueder noſtro diritto, & refleſſo, come anco il lũghiſsimo, & preſto progreſſo, che egli fa, ſi può chiaramente uedere, che il medeſimo accade anco a' raggi del ſole; accioche da queſto ſi confermi quanto da

princi-

principio si è detto, & si conosca, che la luce esce dagli occhi nostri indubitatamente, perche ueggiamo, che interuiene al sole il medesimo, che al ueder nostro. Essendo che quanto la luce del sole cammina, partendosi da esso per uenir fin sopra alla superficie della terra, tanto cãmina anco il ueder nostro, quando noi risguardiamo il cielo. In oltre si uede, che tanto la luce del ueder nostro come quella del sole si fa in instante. Essendo, che nel medesimo modo, quando la nugola che ci era sopra si parte, siamo aggiunti, & illuminati da' raggi del sole in uno instante; così ancor noi alzando gli occhi al cielo ui giugniamo col uedere in un tratto. In oltre, perche ueggendo noi i raggi del sole cãminare rettamente, & anco rompersi, come si uede nell'acqua, nel uetro, nell'osso, & in simili altre cose, così anco al ueder nostro per simili cose passando interuiene. Et dalle medesime cose, da che i raggi del sole sono rotti, è rotto anco il uedere nostro. Et questo rompimento si fa ad angoli eguali. Il che da questo si può conoscere esser uero, che se dall'acqua, o da qual si uoglia altra cosa densa, & leggieri si fa la reflessione de' raggi del sole, noi per uederli di maniera accõciamo gli occhi, che stieno ne' raggi reflessi, & guardino in quel luogo dell'acqua, oue i raggi del sole son rotti, accio in essa uegghino la imagine del sole come in uno specchio, essendo che i raggi del sole conuengono, son simili, & corrispondono a i raggi del ueder nostro, poiche si riflettono à' medesimi angoli, & eguali, la quale reflessione (come poi mostrer remo) si fa nel medesimo modo nel ueder nostro, & ne' raggi del sole. Et perche anco interuiene tãto alla luce del sole, come al ueder nostro, che da quelle cose piglino il colore, nelle quali si rompono, ò si reflettono, per dare esempio tanto di quelle cose, che da noi son uiste, come di quelle, che dal sole sono illuminate. Imperoche, ò nascendo, ò tramontando il sole se passerà co' raggi per qualche nugola rossa, apparirà, che la terra, il mare, & ogni altra cosa che dal sole è illuminata, sia di colore rosso: il che parimente ciascuno potrà conoscere, che interuiene al uedere nostro. Imperoche del colore che è il mezzo per il qual ueggiamo, apparisce la cosa uedu ta. Adunque ogn'uno, che piglierà uno specchio di qual si uoglia colore, considererà le cose, che in esso si ueggono col uedere rotto, & reflesso essere del medesimo colore, che è lo specchio, nel quale le cose si ueggono. Il che dicia- 14

mo, che nel medesimo modo interuengono tanto a' raggi del sole, come anco al ueder nostro. Ma se la reflessione si fa negli specchi di argento, ò ueramẽte nell'acque limpide, & quiete; ne il raggio del sole, ne il ueder nostro ne ritrarrà colore nessuno, & senza dubbio saranno senza colore alcuno. Quelle cose adunque, nelle quali cascono i raggi, che si rompono nelle cose predette, che non hanno colore nessuno, appariranno del medesimo colore che elle in uerità sono. Le quai cose stando cosi, non credo che nessuno si uergognerà di affermare, che la luce esca dagli occhi nostri uedendo cosi gran somiglianza, & conuenienza, che è fra il ueder nostro & il sole. Laonde il gran Platone disse, che fra tutti gli strumenti de' sensi, solamente quel del uedere era similissimo al sole, & che rappresentaua principalmente la figura & imagine sua. Egli è ben da sapere, che queste reflessioni, ò rompimenti de' raggi del ueder nostro, si fanno, con ordine, ò ragione certa; Imperciochè si fanno ad angoli pari, & in quei punti si congiungono, ne' quali si riflettono. Essendo che ha dimostrato il Mecanico Herone, nel libro degli specchi, che quelle rettilinee, che ad angoli eguali si rompono, sono minori di tutte l'altre linee, che dalle medesime simili parti uengono, & si rompono alle parti medesime ad angoli ineguali. Il che hauendo dimostrato disse: Se la natura non ha in dargno operato intorno al uedere nostro, il rompimento del uedere si fa con angoli pari. Et questo si uede chiaro, poiche i raggi del sole si rompono ad angoli pari. Ne bisogna dire, che al ueder nostro interuenghi questa inegualità, & che à' raggi del sole auuenga di reflettersi ad angoli eguali, & pari. Et di sopra habbiamo insegnato che ne' rompimenti de' raggi del sole si fanno angoli pari, & eguali agli angoli del ueder nostro. Il quale si è dimostrato, che si rompe cõ angoli eguali.

IL FINE.

Dominici Boninſignii Flo.

SOMNIVM.

AD EGNATIVM DANTEM.

VA gelidi Arctous plauſtrum boreale Bootæ,
Anguiferamq; Helicen tua quondam membra Lycaon
Aſpicit, aſtriferi illuſtrant quæ limina Cæli,
Eſt locus ignaui domus & penetralia Somni;
Qui prope Cimmerios habitat, quà flumina ſenſim
Labuntur lethes, circumq; papauera florent;
Phœbus adire poteſt quo nunquam luce diurna:
Sed nox, & nebulæ, dubiæq; crepuſcula lucis
Ante fores antri, volitant in limine primo
Somnia nata Deo totidem, quot gramina terris;
Somnia terrificis curis turbantia mentes.
Huc inter ſyluis frondentia culmina, & inter
Saxea teſqua feror, loca fœta nigrantibus umbris;
Et ſimul in ſomnis, dum linqueret aſtra, tenebris
Nox adoperta caput, mihi uiſus adeſſe ſenectus
Quidam cui triſtis ſpargebat tempora canis,
Continuo aggredior quem ſic affarier orſus.
Quisquis es, o uenerande ſenex qui talibus oris
Hæc loca ſenta ſitu, quæ non uestigia ſignant
Incolis, unde domo (haud noſtri te tædia tangant)
Fare age, & optatam temnas ne rumpere uocem.
Ille reſert; noſtris ſuccede penatibus hoſpes,
Non iniuſſus ades; patrijs nam ducier oris
Huc ego te uolui; referas quo dicta per urbem hæc
Ille ego, qui quondam docui dum uita maneret,
Dicerer & patriæ Alcathoes dum gloria noſtræ
Vnica cui, duplex'ue foret, ſeu manſio triplex;
Et maiora oculis nobis propiora remotis

Corpo-

Corpora, cur soleant, & qua ratione uideri,
Et speculi tandem qui mille arcana reclusi;
Pro pudor in tenebris fœde sic uindice nullo,
Et lacer ora diu per tot iam secla iacerem;
Ni foret ignotus nullis EGNATIVS *oris,*
(Vnde honor Arne tibi) uentura in tempora cui nunc
Immortale decus fama haud moritura propagat,
Me Floram Arguum ducit qui gente Pelasga
Eois clarus, claros tibi pinifer Atlas,
Clarus utriq; polo, & gelidas quâ dimouet Arctos,
Territat & medius sinuoso corpore serpens;
Et quâ nubigenas Cœlum mihi parturit imbres
Ignotum, aduerso pascit quaq; astra sub axe.
Et quâ Nile caput multos obscure per annos
Occulis; & nitidas Ponto uehit Ister arenas.
Hic inter centum quæ non peritura peregit
Clara opera, & peraget quoq; (sit modo uita superstes)
Præstitit hoc etiam quod me caligine tanta
Eruit, unde dies precor hoc non deleat ulla.
Hæc illi (quoniam tuus est) mea dicta referto.
Non ego nunc optem grates persoluere dignas
Quamquam ŏ: sed superi hoc faciant, & Iuppiter ipse,
Iuppiter ipse faue; atq; illi fac omnia cedant,
Omnia sint illi nunc, & post fata secunda:
Tunc bene quæ nouit felix referatur ad astra,
Clarius, & clarum illustrent sua sydera Cœlum.
Tu quoq; COSME *faue, magnis atq; annue cœptis.*
Pluraq; dicebat, somnus sed liquit inertem;
Aureum reddiderant namq; orbem tela diei,
Dispuleratq; polo stellarum lucifer agmen.

A' LETTORI.

OLEVA il P. M. Egnatio dietro a questa prospettiua di Euclide aggiugnerui la pratica per sodisfatione degli artefici, ma sapendo, che il Gētilissimo, et Illustre Barone Bernardino Martirano è per dar fuori in breue la pratica, che egli ha fatta in tanta eccellenza, che in tal genere non si puo desiderare meglio, se ne rimette a quella, la quale si potra accompagnare con questa di Euclide, & di Eliodoro Larisseo, la quale per piu uostra cōmoditâ habbiamo uolsuto stampare non solo tradotta in Tosca no, ma Greca, & Latina.