i 19131161

STITVTIONES
THMETICAE AD PER-
NDAM ASTROLOGIAM ET
athematicas facultates necessariæ.

AVCTORE

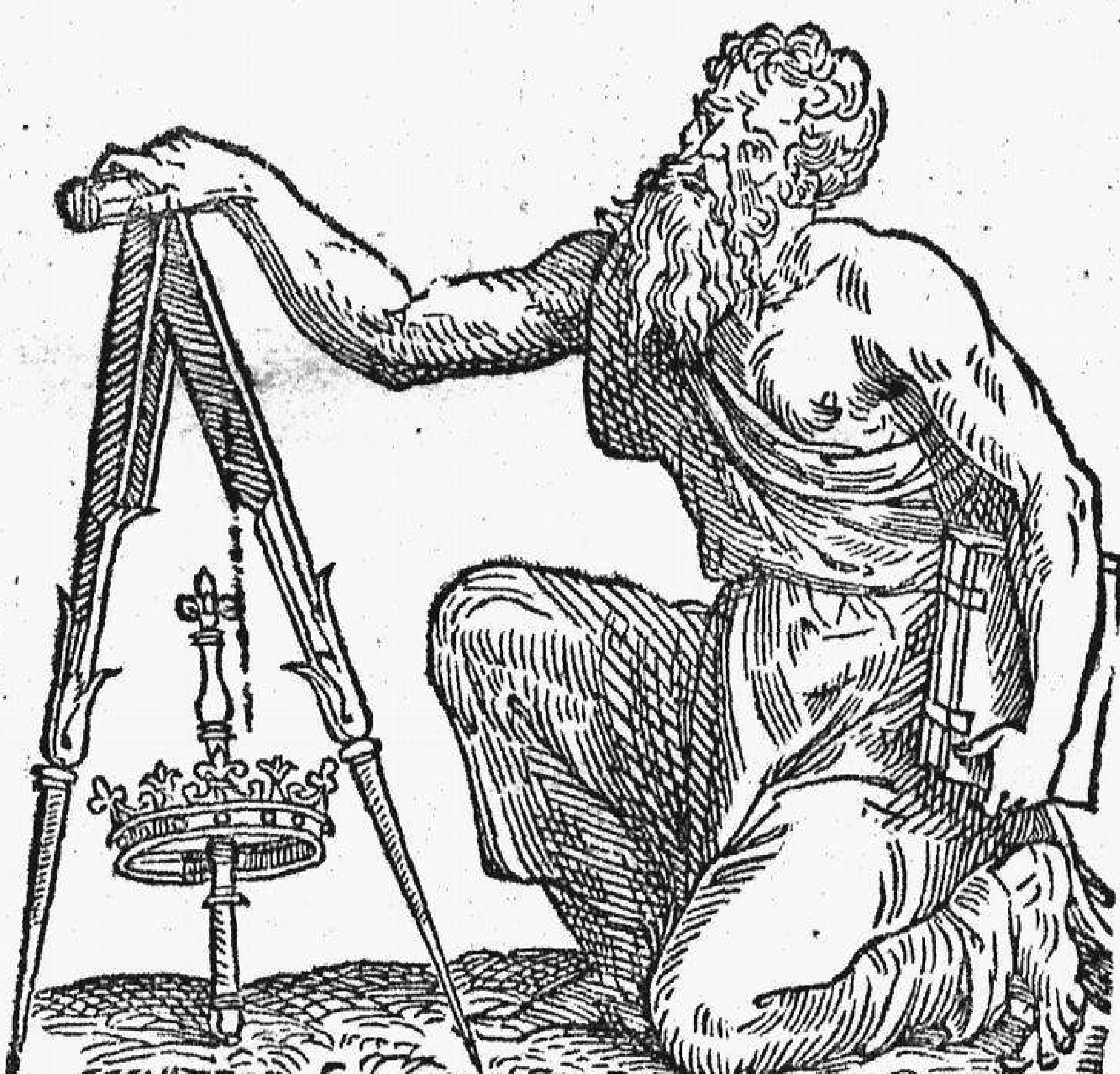
*mo Munyos Valentino Hebraicæ lin-
pariter atq; Mathematum in Gy-
mnasio Valentino publico
professore.*

VALENTIAE.
Ex typographia Ioannis Mey.
Anno 1566.

INSTITVTIONES ARITHMETICAE AD PERCIPIENDAM ASTROLOGIAM ET Mathematicas facultates necessariæ.

AVCTORE

Hieronymo Munyos Valentino Hebraicæ linguæ pariter atq; Mathematum in Gymnasio Valentino publico professore



VALENTIAE.

Ex typographia Ioannis Mey.

Anno 1566.

Impressum cum facultate Illust. ac Reue. domini Archiepiscopi Valentini.

Cautum est Senatus consulto Reipub. Valentinæ, ne quis has institutiones in hoc regno excudere, aut alibi excussas vendere intra quinque annos audeat, sub pœnis in priuilegio contentis. Datum Valentiæ die 21. mens. Martij. Ann. 1566.

Auctor studioso Lectori S. P. D.

SVPPVTANDI facultatem quam Græci ἀριθμητικὴν, atque etiam λογιστικὴν vocant, homini non minùs propriam ratiocinandi facultate, docet primum verborũ affinitas. λογίζειν enim non solùm supputare, verùm etiam putare, nempe ratiocinari significat: vnde λογισμὸς cogitatio, ratiocinatio, & συλλογισμὸς collectio, seu ratiocinium dicitur, atque à Latinis ratiocinatores supputatores dicuntur, quòd perinde sit homini naturale, ratione vti, ac supputatione. Adhæc, qui à natura ad supputãdi facultatem sit cõparatus, idem sit ad scientias omnes & sapientiam & iura populis accuratiùs danda natus: contra verò, qui natura supputandi facultate est destitutus, quales multos passim licet inuenire, ijdem ad functionem intellectus non videãtur apti, cuius rei euidentissimũ stolidi indicium præse ferunt: vnà enim cum ratione facultate supputandi priuantur. Quare meritò Plato Dialogo 7. de Rep. ait.

Cernis igitur amice, reuerà peritiam huius disciplinæ nobis necessariam, quandoquidem, vt apparet, animum ad hoc inducit, vt ipsa intelligẽtia vtatur ad veritatem ipsam percipiendã. An & hoc aduertisti, homines natura Arithmeticos, ad omnes doctrinas, vt ita dixerim, acutos videri? quin etiam si qui ingenio tardiores huius studio se dederint, si nullam vtilitatem aliam susceperint, tamen hoc assequuntur, vt acutiores quàm antea sint. Hanc autẽ facultatem, cùm intelligam ab innumerorum scriptorum stylis appeti, ne dicã lacerari, à paucis verò μεθοδικῶς tradi, plerisque omnibus centones potiùs Arithmetices, quàm præcepta tradentibus. Cùm à teneris annis ad Mathematicas scientias fuerim procliuis, ex quarum professione alibi multis annis, hîc verò plusquam triennium vixerim, ac tandem scholasticorum efflagitationibus, ex priuato professor publicus in hoc gymnasio Valentino fuerim constitutus, non potui iustis eorum precibus non obtemperare, præsertim Mathematicarum scientiarum primam auspicaturus. Cumq; eorum manibus dictata nostra circũferrentur, eò nos adegerunt, vt de Arithmetica ea, quæ ad Mathematicas & Astrologiam percipiendas, necessaria censerentur, excudi permitteremus. Expensis autem pene omnium classicorum auctorum Arithmeticis, cùm paucorum auctorum scripta circa hoc argumentum extent, atque ijdem pauca, atque non satis elaborata, nec ordine

Mathema-

Mathematico composuisse videatur, compulsi fuimus ad Euclidem, Theonem, Proclum, & priscos alios Mathematicos confugere, quorum scripta nostris lucubrationibus multùm profuerunt, ad quæ discenda auditores nostros prouocare desiderantes, ex ipsis nostras Arithmeticas institutiones excerpere decreuimus, ne autem demonstrationum difficultate absterrerentur, paratu facilibus probationibus vsi sumus. Methodum autem Mathematicam delegimus, id vnicè curantes, vt degustata Mathematicorum methodo, eos ad Euclidem omnium bonarum disciplinarum magistrū deduceremus. Quòd si sumptuū in his cudendis iacta alea, feliciter cesserit, sitque par fortuna labori, propediem quicquid restat ex Euclide ad Arithmeticam pertinēs, & alia scripta Mathematica, quæ eorum manibus circumferuntur, ad incudē reuocata auctiora & emendatiora edentur. Vale. Calendis Aprilis, anni M. D. Lxvj.

Prudens lector, quæ in hoc libro contigere errata, boni consule. non enim est, vt ait Salomon, homo qui non peccet, nec vllus est mortalium, teste Plinio, qui omnibus horis sapiat. Acciderunt enim aliquot errata, sed secunda manu operi admota, expurgata iam habes.

ERRATA.

f. folio. p. pagina. v. versu. l. lege.

Emendabis primùm numeros seriei foliorum.

f.4 p.2.v.17.pro 9.l.27. f.5.p.1.v.28.l.tantum. f.5.p.2.v.4. pro 576.l.384. f.7.p.2.v.6.pro Chaldæos, l.Hebræos Samaritanos. f.8.p.2.l.quarta quaq;. f.10.p.2.l.Kænan. f.11.p.1.v.1.dele ad. f.15.p.1.v.2.pro minor, l.maior. f.22.p.1.v.19.l.qui efficiunt. f.23.p.2.v.23.l.pro est, sunt. f.25.p.1.v.19.l.pro duas, tres. f.26.p.1.v.23.l pro sinistro, dextro, & post decussis, adde: deinde ex notis numeri diuidendi reiectis 9, remanent 3 notanda in latere sinistro decussis.quia.&c. f.28.p.1.v.6.l.linea, & dele, duplum 1. f.28.p.2.v.4.l.120. f.32.p.2.v.21 l.cubici. f.34.p.1.v.20.l.digitos. f.35.p.1.v.5.l.95. f.35.p.1.v.17.l pro diuisore, diuidendo. f.43.p.2.v.28.l. $\frac{63}{7}$.f.49.p.2.v.6.pro minor, l.maior.f.50.p.2.v.9.l.ex 71947. f.51.p.1.v.4.pro secundæ.l. quartæ. f.52.p.2.v.16. pro $\bar{3}$ ducta in 3̄, l. 3́ ducta in 1ᵐ. & v.29.pro diuidat, l.diuidatur. f.54.p.1.v.12. pro 1.l.1. f.56.p.2.v.28. l.accepti. f.59.p.2.v.18.l.partiliter. f.71.p.2.v.7.pro antecedentem, l consequentem. v.8.pro consequentem, l.antecedentem. v.9 pro consequentem, l.antecedentem. ducesq; lineolas in tertio schemrte prorsus vt in secundo.

TABVLA ARITHMETICAE.

f. folio, p. pagina.

Primo libro cōtinētur.

Secũd. libro cotinētur.

Libro tertio cõtinẽtur.

TABVLAE FINIS.

INSTITVTIONES

ARITHMETICÆ AD PERCIpiendam Astrologiam, & Mathematicas facultates necessariæ.

EVCLIDES elementorũ libros in Principia, & Problemata, & Theoremata diuisit. Principiorum duo genera sunt. Vnum est ceu pars propositionis, vt definitiones: alterum propositio, quæ cõmunes animi conceptiones, & petitiones continet. Ex his tribus principijs, nempe Definitionibus, communibus animi Conceptionibus, & Petitionibus, Problemata primùm, deinde Theoremata colliguntur, seu demonstrantur. Problema verò vocauit propositionem ad opus pertinentem, scilicet qua aliquid fieri præcipitur, cuius prędicatum latius patet subiecto. Theorema verò propositionem, qua solùm consideratur, seu expenditur aliquid, cuius prædicatum propria quædam passio est subiecti, idcirco cum eo conuertitur. Præcedit opus ordine doctrinæ, inde est operis inspectio. Prius enim scias oportet, triangulorum genera describere, & datæ lineæ æqualem aliam constituere ad datum punctum, & lineas, & angulos bifariam secare, quàm de quantitatibus, & æqualitatibus angulorum, & areæ eorum captu differas. Sic in Arithmetica est faciendum. prius enim scire oportet colligere, subducere seu abstrahere, ducere seu multiplicare, diuidereq; numeros, partem proportionalem, & radices quadratas, ac cubicas colligere, quàm de eorum affectibus seu proprietatibus demonstrationes con nectas. Itaq; Arithmetica est ars supputandi, & affectus atq; proprietates numerorum expendendi.

PRINCIPIA PRIMA.

Ὅροι, vel definitiones.

VNitas est, qua vnumquodque eorum, quæ sunt, dicitur vnum.

Ex cuius compositione omnes numeri fiunt, & in eam tamquam minimam partem omnes numeri resoluuntur.

Numerus est, ex vnitatibus composita multitudo.

Componitur autem numerus bifariam, aut physicè seu per aceruationem, aut Arithmeticè. Compositione autem per aceruationem tria, & septẽ partes sunt denarij, Arithmeticè verò duo, & quinq; decem efficiunt: non autem tria & septem.

Si igitur compositionem physicam seu acerualem numerorum cõtempleris, omnis numerus aut est digitus, ant articulus, aut compositus.

Digitus est, quiuis numerus denario minor.

Vt 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Articulus est numerus in circulum (quem zero aut cifram vulgus appellat) desinens.

Vt 10. 20. 30. 40. 50. 60. 70. 80. 90. 100. &c.

Numerus compositus physicè, per excellentiam dicitur omnis, qui ex articulo & digito constat.

Vt 12. 36. &c. Nam in duodecim sunt 10, qui numerus est articulus, & duo insuper, qui numerus est digitus, compositi omnes desinunt in digitis.

Differentia

Differentia numerorũ est id quo maior numerus minorem superat, qui excessus dicitur.

Si ad Arithmeticam compositionem animum adhibeas,

Pars Arithmetica est numerus maiorem dimetiens.

Scilicet qui à maiore numero, qui & compositus & multiplex dicitur, aliquoties tãtum continetur.

Partes verò quando non dimetiuntur.

Id est, quæ simul sumptæ nullo modo producunt maiorem numerum.

Numerus par est, qui bifariam secatur.

Vtpote qui ex æquo in duo sine vnitatis sectione diuidi potest: vt 4. 6.

Numerus impar est, qui non secatur bifariã, aut qui vnitate differt à numero pari.

Id est, qui ex æquo in duo sine fractione vnitatis diuidi nequit: vt 3. & 5.

Paris numeri membra, secundum Euclidem, pariter par, pariter impar.

At impariter parem reÿcimus ab arte, quòd sit inutile recentiorum Latinorum post Boethium commentum: cuius nec Euclides, nec Aristoteles meminit, sed ab Euclidis interprete adÿcitur.

Pariter par est, qui à pari numero per parem mensuratur.

Qui tantùm ex paris per parem ductu fit, vt 4. 8. 16. &c. duplicando.

Pariter impar est, qui à pari numero per imparem mẽsuratur.

Id est, qui ex pari per imparem fieri potest, vt 12, nam licet fiat ex duobus & sex, qui sunt pares, quia fieri potest ex quatuor & tribus dicetur pariter impar, licet melius vocaretur par impariter: nam est numerus par ex pari numero per imparem procreatus. Euclides tamen hoc genus numeros ἀρτιάκις περισσοὺς, id est, pariter impares, non tam eorum naturas contemplatus, quàm veterum nomenclaturas seruans, appellauit. Non enim sunt hi numeri impares, sed pares.

Imparis numeri membra.

Impariter impar est, qui ab impari numero per imparem mensuratur.

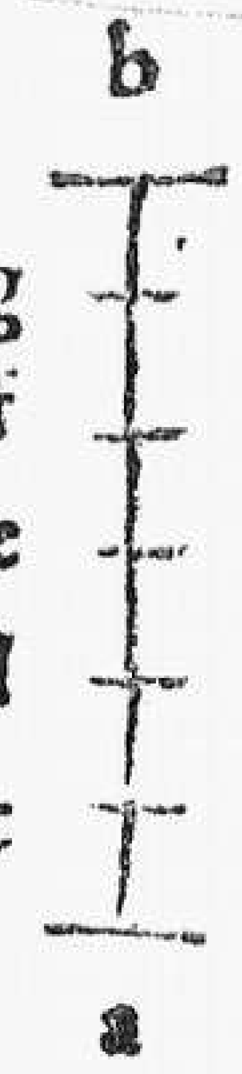
Videlicet qui ex ductu imparis per imparem fit, vt 9. ex 3. in se ducto. Et 15. ex 3. in 5. Semper enim impar per imparem ductus imparem procreat, & impar diuisus per imparem in imparem resoluitur.

Primus numerus, qni aliter incompositus Arithmeticè dicitur, est numerus impar, quem sola vnitas metitur.

Quod idem est ac si dixeris, qui ex solius vnitatis ductu in impares numeros fit, vt 3. 5. 7. Hos enim numeros nunquam effeceris, nisi multiplicando vnitatem in aliquem numerum imparem. At 9 non est numerus primus, fit enim aliter quàm ducta vnitate in nouenarium, nempe ex tribus in sese. Primus dicitur, quod sola vnitate, quæ est numerorum initium, mensuratur: reliqui non secundi, sed compositi dicuntur, alioqui tertios & quartos, & sic in infinitum dicere oportebat.

Obiter nota, apud Euclidem definitiones has efferri per verbum mensurandi, metaphora sumpta à gæodætis seu agrimensoribus, qui agrorum latera podismo seu dodrãte, aut alia minore mensura, ne fractiones inter supputandum

dum obrepant, metiuntur. Numeris instar linearum considerratis, vt sex mensurantur à binario & ternario: sit igitur linea ab sex. a c vna eius pars sexta, a d tertia pars, a e medietas. Dico lineam a b à solis partibus a c. a d. a e, non autem ab a f, nec ab a g mensurari. Nam a c sexies ducta efficit ipsam a b: at a d ter ducta efficit ipsam a b, & a e bis ducta efficit totam a b. At a f neq; sexies, aut ter, aut bis, aut aliter ducta efficit ipsam a b. Quare mensurabitur linea a b à lineis a c, a d, a e: non autem à lineis a f, & a g. Proinde mensurari aliquem numerum ab alio, est ab eo aliquoties ducto procreari.



Primi ad sese mutuò dicuntur numeri, qui sola vnitate mensurantur mensura communi.

Id est, quibus præter vnitatem nulla alia est Arithmetica pars communis, vt 5 & 7. 7 & 8: atq; horum vterq; potest esse impar, vel vnus par, alter verò impar. Par tamen vterq; esse nequit. Tales enim numeri, præter vnitatem, vtriq; communem pari numero, etiam mensura communi mensurantur. Hos nnmeros etiam inter sese mutuò incompositos dixeris.

Compositi ad sese mutuò dicuntur numeri, qui numero aliquo mensurantur communi mensura.

Vt quatuor & sex, quos prẹter vnitatē binarius vtriusque numeri pars Arithmetica atq; cōmunis mensura metitur. Item 2 & 6 sunt compositi inter sese, nam binarius etiā à sese dicitur mensurari: fit enim ex binario in vnitatem ducto.

Numerus numerū multiplicare dicitur, quando quot sunt æquales in eo vnitates, toties compositus fuerit qui multiplicatur, & fit aliquis numerus.

Numerus multiplicans à Latinis aduerbio profertur, multiplicatus nomine numerali, vt ter quatuor sunt 12 ter dicitur numerus multiplicans, quatuor, πολλαπλασιαζόμενος, id est, qui multiplicatur, vel vt recentiores dicunt, numerus multiplicatus. Qui autem ex his duobus fit, productus ex multiplicatione appellatur. Si igitur velis scire quis numerus producatur, multiplicato vno numero in alium, cōpone numerum qui multiplicatur toties quot sunt æquales vnitates in multiplicante, vt in dato exemplo ter quatuor sunt duodecim, compone seu collige in vnum numerum tres quaternarios sic, inueniesq́ʒ 12.

4
4
4
12

Quando duo numeri sese multiplicantes efficiunt aliquem, qui fit, planus nominatur.

Latera verò ipsius dicuntur, numeri qui sese mutuò multiplicant.

Ex definitione Euclidis constat, numerum planum eundem omnino esse, qui hactenus compositus dicebatur, qui & multiplex aliter dicitur. Differunt tamen sola relatione, nam compositus refertur ad partes, planus ad superficiem seu ad figuram: cuius duæ tātum sunt species, scilicet quadratus, & altera parte longior. nullam enim aliam figuram numeri inter sese ducti componere possunt. Vnde non caret reprehensione Boethius, qui planum numerum, neglecto Euclide, aut ignorato, definiuit, esse qui per suas vnitates descriptus, in longum, ac latum porrigitur. quasi velit dicere, qui in descriptione superficiaria, seu figurali duas habet dimensiones, vel duo latera, longitudinem scilicet, & latitudinem: verbis ab Euclide differens, re aut vera consen-

consentiens. Deinde verò numerum planum in triangularem, quadratum, quinquangularem, sexangularem, & in alios infinitos planos pro ratione seriei numerorum diuisit. quum præter quadratum, & quadrangularem, nullus sit numerus alius, qui sit planus. Nam reliqui carent longitudinis & latitudinis lateribus. Dispone enim triangularem & quinquangularem, vt vides. Dico hos numeros nō hobere duo latera, nā ternarij latus non sunt duæ vnitates, alioqui efficerent quatuor: nam quod erit aliud latus nisi duo? Sic in pentagono seu quinquangulari, si demus duo esse vnum latus, aliud latus esse non poterit quicquam præter duo. Iam itaq; duo hæc latera nō efficerēt quinq;, sed quatuor.

o
o o

o
o o
o
o o

Quadratus numerus plani numeri species est, fitque ex aliquo numero in seipsum ducto.

Vt 9 ex 3. & 3. qui sic deliniatur: cuius figuræ vnumquodq; latus est 3. & latera circa eundem angulum inter se ducta numerū nouenarium efficiunt. Quadratus autem numerus vulgaribus dicitur census, & notatur à quibusdam nota □ quadrati Gæometrici, ab alijs verò nota hac ʒ. Eius autē latus dicitur radix quadrata, quæ notatur sic co^a^ cosa, vel sic ℞ vel sic √.

o o o
o o o
o o o

Numerus altera parte longior est, secunda species plani, qui fit ex ductu duorum inæqualium numerorum.

Vt 12. fit enim ex 3 & 4. vel ex 6 & 2. itaq; duobus modis poterit duodenarius in superficie figurari. sic primæ figuræ altera parte longioris latera sunt 4 & 3. secundæ verò figuræ 2 & 6.

o o o o vel sic o o
o o o o o o
o o o o o o
o o
o o
o o

Quan-

Quando verò tres numeri multiplicantes ſeſe mutuò, efficiunt aliquem, qui fit, ſolidus vocatur.

Vt corpora tribus conſtant dimenſionibus, ſic ſolidi numeri ex tribus numeris, tanquam dimenſionibus inter ſeſe ductis producuntur: vt ter quatuor ter ſunt 36. nam ter 4. ſunt 12. at ter 12. ſunt 36. erit itaq; 36. numerus ſolidus.

Latera verò eius, vt in planis numeris, dicuntur numeri qui ſe ipſos multiplicant, vel ex quorum multiplicatione numerus ſolidus fit.

Vt in præcedēti exemplo latera ſunt 3.4.3. quæ efficiūt inter ſe ducta 36. cuius numeri ſolidi alia ſunt latera præter ſuperiora, nempe 3. 3. 4. vel 2. 9. 2. vel 3. 6. 2. his enim numeris inter ſeſe ductis ſemper fiunt 36.

Numerus ſolidus aut omnia latera habet æqualia, & dicitur Cubus, qui ab Euclide dicitur, æqualiter æqualis æqualiter, vel ſub tribus æqualibus numeris comprehenſus. Vt bis duo bis ſunt 8. ter tria ter ſunt 9. &c. numerus autem Cubus notatur charactere $\square\!\square$, vel ſic cœ: cuius latus dicitur radix cubica, quæ notatur ſic ẘ√.

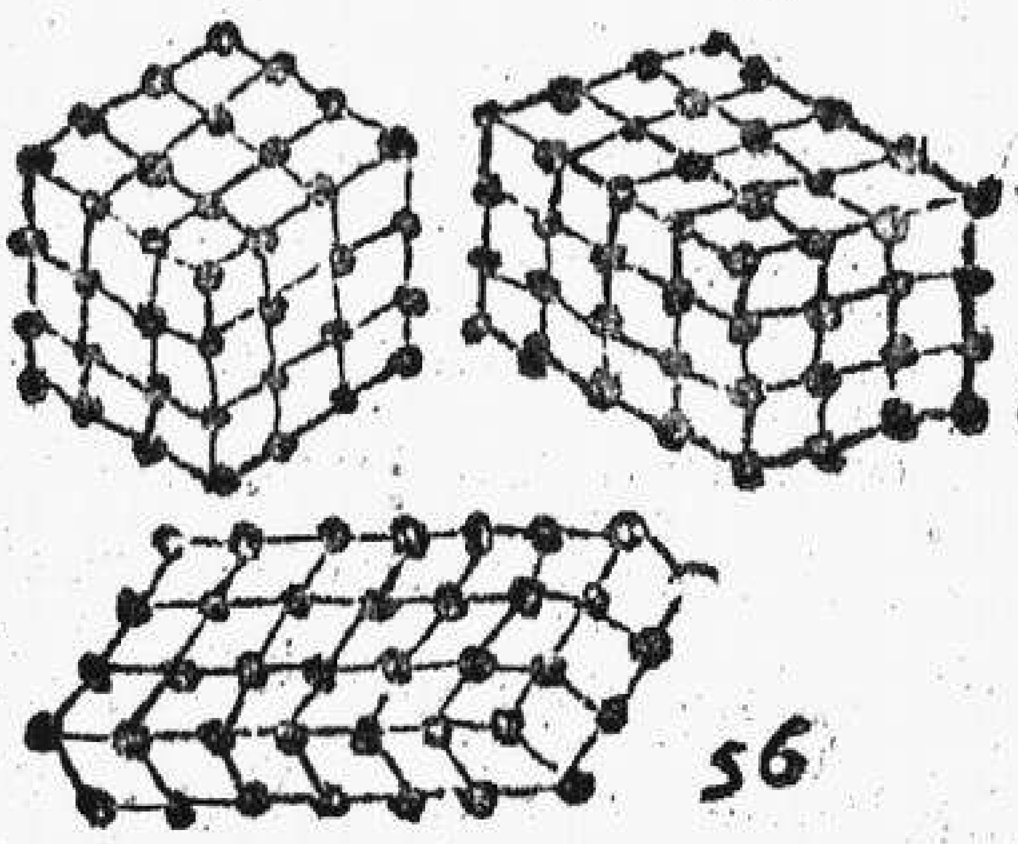
At ſi ſolidi numeri latera omnia fuerint inæqualia vtraque parte longus, ſi verò duobus lateribus exiſtentibus æqualibus tertium fuerit inæquale, altera parte longus dici poterit. Quod ſi ad corpora ſolida conferas, ab eisq́; nomenclaturam hoc genus numeris indere velis, numerus priſmatodis, ſeu ſerratilis dici poterit vterq; ſolidus numerus ex inæqualibus lateribus conflatus. præter Cubici & ſerratilis numeri ſolidi ſpecies, nullam aliam nouit Euclides: ſed nec eſſe poteſt. Nam ſi cōmiſceas tres numeros, id eſt, ſi inter ſe ducas, aut illi omnes ſunt æquales, & fiet ex eorum ductu Cubus, aut inæquales: vel omnes inter ſeſe, vel duo ſunt æquales, & tertius eſt inæqualis. Fietq́; nume

rus

rus solidus lōgus seu serratilis. Quare lapsus est Boethius, qui diffinito numero solido ex tribus dimensionibus, quas in eius vnitatum descriptione habet idem cum Euclide, quoad solidi numeri diffinitionem attinet, sentiens. Postea suis non constans principijs, numerum solidum diuisit in Pyramidem, Cubum, Laterculum, Asserem, Cuneum, & Circularem, & Sphæricum, & Parallelipedum. Cum non possit reperiri numerus pyramidalis, neq; cuneus, neq; circularis (qui non esset solidus, sed planus: nam circulus in plana cōsistit superficie) neq; sphæricus. Tres enim numeri qualescunq; sint inter sese multiplicati, nunquam efficient pyramidem, neq; cuneum, sed tantum ea genera quę recensui.

64

Cubi figuratio.



80

56

Habes figuras omniū numerorū solidorum. Nam 64. est cubus ex 4. 4. 4. At 80. est solidus serratilis descriptus, ex 4. 5, 4. alter verò ex 7. 4. 2.

Numeri proportionales dicuntur, quando primus secundi, & tertius quarti fuerit æqualiter multiplex: aut eadem pars, aut eædem partes.

Nempe qando quā habet rationem primus ad secundum, eandem tertius ad quartum. Vt sicut 4. ad 2. ita 6. ad 3. qui numeri dicuntur discontinuè proportionales: aut vt 4. ad 6. ita 6. ad 9. qui continuè proportionales dicūtur. in quibus tamen sunt tres termini naturâ diuersi.

Similes plani & solidi numeri sunt qui habent latera proportionalia.

Planorum sit exemplum. 12. cùm fit ex. 3 &. 4. similis est 48. cùm fit ex. 6. & 8. nam vt se habent. 3. ad. 4. ita. 6. ad. 8. Solidorum exemplum, ut. 48. cùm fit ex 2. 4. 6. similis est ipsi. 576. cùm fit ex. 4. 8. 12. nā vt 2. 4. 6. ita. 4. 8. 12. Omnes itaq; numeri cubi inter sese sunt similes.

Perfectus numerus est, qui suis partibus æqualis est.

Vt. 6, & . 28. &c. nam partes senarij sunt. 3. 2. 1. quæ efficiunt. 6. partes 28. 14. 7. 4. 2. 1. quæ complent. 28.

Hactenus Euclides & Aristoteles species numerorum pertraxerunt. Boethius verò adiecit numerum diminutū, nempe cuius partes minorem toto efficiunt, vt 8. & redundantem, cuius partes ipsum totum superant, vt 12. quæ definitiones videntur à ratione alienæ. Quì enim dici potest numerus diminutus, si superet suas partes: aut redundans, si suis partibus minor sit? Quæ causa fuit vt ab Euclide 7. lib. Elementorum prætermissi fuerint. Item ab Aristotele 3. Problemate sectionis 15. ait enim à denario contineri omnia numerorum genera, scilicet par & impar, paris species sunt pariter par & (vt ego censeo nominandum) impariter par. Qui si definitur sic nempe cuius media æqualium partitionem admittūt, sed partium in duo æqua partitio citra vnitatē deficit, vt Boethius finiuit, tum primus omniū impariter pariū esset. 12. qui sub denario nō cōtinetur, qua de causa tantū duo membra paris numeri approbauimus. Rursus ait Aristoteles sub denario contineri, numerū quadratum & longū, quem nos altera parte longū diximus. Item cubum & longum, solidum & planum, & primum & compositum: ommisit tamen Aristoteles perfectum numerum. Nusquam tamen apud ipsum, vel antiquum aliquem Mathematicum diminutum, aut redundantem numerum reperies. Nullus enim ex redundatibus numeris sub denario continetur. At omnes numerorum species ab Euclide,

& alijs

& alijs priscis Mathematicis descriptas denarius sub se cō plectitur.

ÆTEMATA,
seu petitiones.
Petatur.

Cuilibet numero quotlibet posse sumi æquales.

Quolibet numero aliquem posse sumi maiorem.

Seriem numerorum in infinitum procedere.

Numerum omnem in vnitatem minimam eius partem resolui.

Vnitatem, vt omne continuum, in infinitū posse secari.

Quæ sectiones fractiones dicuntur, vt $\frac{1}{2}$ medietas, seu semis $\frac{1}{3}$ triens, seu tertia pars $\frac{1}{4}$ quadrās, aut quarta pars. &c.

κοιναὶ ἔννοιαι *communes animi conceptiones.*

Omnis pars minor est suo toto, partes omnes simul iunctæ toti sunt æquales.

Quicunque numeri tertio sunt æquales, sibi inuicem sunt æquales.

Si æqualibus numeris æquales adieceris, qui colligentur erunt æquales.

Si ab æqualibus numeris detraxeris æquales, relinquentur æquales.

Si æqualibus numeris inæquales adieceris, relinquentur inæquales.

Si ab æqualibus numeris inæquales detraxeris, relinquentur inæquales.

Si inæqualibus numeris addideris æquales, remanebunt inæquales: sed sub eadem differentia.

Si ab inæqualibus numeris dempseris æquales, relinquentur inæquales: sed sub eadem differentia.

Quicunque numeri tertio sunt æquè maiores, sibi inuicem sunt æquales.

Aequales sunt numeri, quādo quot sunt vnitates in vno totidem sunt in alio: maior verò in quo plures, minor in quo pauciores existunt.

Omnis pars eiusdem numeri est minor, quæ maiorem habet denominationem: maior verò est, quæ minorem habet denominationem.

Vnitas est cuiuslibet numeri pars ab eo denominata.

Omnis numerus tantus est ab vnitate, quota pars ipsius est vnitas.

Quicunque numerus ducitur in vnitatem, seipsum producit.

Quicunque numerus diuiditur per vnitatem, seipsum relinquit.

Quicunque numerus metitur duos, compositum etiam ex illis metietur.

Quicunque numerus metitur aliquem, omnem etiam numerum ab illo mensuratum metietur.

Quicun-

Quicunque numerus metitur totum, & detractum; metietur etiam residuum.

DE NOTIS SEV CHA-
racteribus numerorum.

Chaldæi, atq; Assyrij, apud quos perpetuas fuisse literas Plinius arbitratur, literarum notas pro numerorum characteribus vsurpant. Quod etiam faciunt Hebræi, qui solis literarum Hebræarum characteribus supputationum regulas omnes expediunt: vt docet Elias Leuites in libro de Hebræorum Arithmetica. Græci verò literarum notas pro numeris vsurpantes seriei literarum aliud genus notas interijciunt, nec continuæ seriei literarum, vt faciũt Hebræi & Chaldæi numerorum ordinem tribuunt. Romani verò ex notis literarum numerorũ notas selegerũt, nulla ordinis literarum habita ratione. Vnitatem signarunt per. I. binarium per. II. ternarium per. III. quaternariũ per. IIII. quinque per V. decem per. X. viginti per XX. triginta. XXX. quadraginta per. XXXX. vel, XL. quinquaginta per. L. cẽtũ per. C. quingẽta per. D. mille per. M. Vnitas proximè præposita notæ denarij sic. IX. ei detrahit vnitatem. Denarius præpositus notæ quinquaginta, vel centũ detrahit decem, vt XL. quadraginta. XC. nonaginta. Nota centenaria proximè antecedens characterẽ quingentorũ demit centum. Itaq; CD. hæ duæ notæ significãt CCCC quadringẽtos. Numerãdi rationem opera harum notarum Ioa. Nouiomagus in sua Arithmetica explicat. Verùm addendi & detrahendi ratio facilis est, ducẽdi verò & diuidẽdi methodus non perinde obuia, imò longè difficilior quàm quæ per notas vulgatas Arith meticis doceri solet. Notæ verò quibus in hac Arithmetica vtemur, neq; Chaldæis, neq; Hebræis, neq; Arabibus, neq; Græcis, neq; Latinis ad numerandum in vsu sunt. Videtur verò potius post Gothos ab Italis, Germanis, Gallis & Hispanis vsurpatæ, quæ sic habent 1, vnum. 2 duo, 3 tria. 4, quatuor, quarta harum notarum etiam apud Chaldæos quatuor significat. Est enim quartum alphabeti elementum. 5, quinque. 6, sex. 7, septem. 8, octo. 9, nouem. Decima nota, 0, ab Hispanis & Arabibus zero, id est, nihil, à quibusdam ciphra: quæ dictio Chaldaicé numerum significat, ab aliis circulus dicitur. Hæc per se nihil significat. Cæterum postposita numeros, quos articulos vocauimus, componit, vt 10, decem. 20, viginti. 30, triginta, &c. præposita verò notis significantibus, nihil efficit, vt ne dicam perperam poni.

DE LIMITIBVS SEV *sedibus numerorum.*

Limites siue sedes, siue situs numerorum sunt ordines quidam, aut series acierum instar, quæ numerorum notas decupla ratione adproximè versus dextrã locatam cõparatæ, augent, ex vno efficientes decẽ, vel centum, vel mille, vel decem millia, &c. ex duobus verò viginti, vel bis centum, vel bis mille, vel viginti milia, &c. Atq; similiter dicendum de aliis notis. Nam eadem ratione crescunt ipsæ series à dextra versus sinistrã pergentes, sic vt sedes quæuis proximè versus dextram præcedentem decupla ratione superet à proximè verò sequenti versus sinistram decupla ratione superetur. In prima sede seu serie notæ numerorum pro digitis, in reliquis verò omnibus pro articulis accipiuntur. Verùm in secũda pro denionibus, tot scilicet,

quot

quot vnitates ipſæ notæ ſignificant: in tertia pro cēturijs: in quarta pro millibus, quo ordine ſemper verſus ſiniſtram augentur. Quinta itaq; ſedes ſubit ratione quartæ ſedis, rationem denionum, ſed ratione ſextæ locum habet digitorum. Sexta ſedes, ſi ad quintam conferatur denionū habet locum: ſi ad quartam, centuriarum: ſi ad tertiā, milliū: ſi ad ſecundam, decem milliū: ſi ad primam conferas, centum millia repræſentat. Septima ſedes millies millia, id eſt millionem vulgarem ſignificat. Caſtellani vocant cuento, quod nomen ſignificat eum numerum, qui fieret ex mille ductis in mille, cuius multiplicationis ſumma collectio ſeptem notas ſedibus totidē locatas deſiderat ſic 1000000. Romani verò ſupra centum mille, repetitis centurijs numerant.

Delineatio ſedium numerorum.

Denio millionū, millio. millies millia, cētū millia, denio milliū, mille, cēturia, denio, digi.

De enumeratione.

Si notis Hebraicis, aut Chaldaicis, aut Græcis ſupputes, non eges hac regula, quandoquidem, quæcunq; nota numerum & ſedem ſecum præſefert, nec ratione ſedis ſignificatum numerum decupla, aut centupla, aut millecupla ratione, aut alia maiore auget. Apud Latinos verò illæ tres notæ, I. X. C. habent peculiarem rationem enumerandi: nam ratione ſedium augent, aut detrahunt. Sed nō amplius quàm ipſæ per ſeſe ſignificāt, quod iam explicauimus. A recentioribus verò, enumeratio dicitur notarum numerorū ſeruata ſediū ratione valoris expreſſio. Quæ non

non ſolùm ad exprimendas vires characterum,& ſedium confert, verùm etiam ad notãdum proprijs characteribus & ſedibus quemcunq; propoſitum numerum. Si igitur velis exprimere quarumcunq; notarum valorem, ſubſcribes ſub quarto quoq; punctum. Primum punctum notat mille: ſecundum, quod ſub ſeptima incidet ſede milies milia: tertium, quod ſub decima ponetur ſede ſignificabit milies milia millies, &c. ſimiliter. Porrò proximi numeri poſt puncta ſiniſtrorſum, deniones: at ſecundi, poſt puncta ſiniſtrorſum centurias ſignificant. Sit exemplum.

8 3 4 5 6 7 9 8 7 5 6 9 8 3 4 0 5.

m.m.m.m.m. | m.m.m.m. | m. m. m. | milies mille. | mille.

Hunc numerum ſic exprimes, octoginta tria milies millia millies milia milies, quadringẽta quinquaginta ſex milies milia milies milia ſeptingẽta nonaginta octo milies milia milies. ſeptingenta quinquaginta ſex milies mille. nongenta octoginta tria milia. quadringenta & quinq;. In qua enumeratione notæ o, &. 8. poſt primum punctum ſiniſtrorſum, & 5 poſt ſecundum punctum, & 9 poſt tertium, & 5 poſt quartum, & 8 poſt quintum ſemper exprimuntur per deniones. o verò quia nihil ſignificat nullo denione expreſſa eſt. At 8 poſt primum punctum per octogĩta, quæ ſunt octo deniones, atq; aliæ notæ in conſimilibus ſedibus, poſt puncta locatæ, per deniones explicantur. Omnes autem tertiæ notæ poſt puncta, per centurias exprimuntur. Quòd ſi Latinè numerorum notas efferre velis ſupra centum mille, omnes notas per aduerbia, ſed replicatis centurijs proferes. Sit numerus Latinè explicandus.

cẽties cẽtena cẽties. | cẽcies cẽtena. | centena. | mille.

5 2 | 3 4 | 8 2 | 7 5 6 3.

Collocabis

Collocabis ſub quarta nota punctum, quod ſignificat mille, ſub ſexta nota aliud, quod ſignificat centena millia, nempe centies mille, ſub octaua ponetur aliud punctum quod ſignificat centies centena millia, ſub decima collocabitur aliud quod ſignificat centies centena centies: itaque dices quinquies centies centena centies, vicies ter centies centena quadragies octies cẽtena, vigintiſeptẽ milia quingenta ſexaginta tria, qui numerus a vulgaribus latinis exprimeretur ſic, quinquies millies millena millia, ducenta triginta quatuor millies millena, octingenta viginti ſeptẽ millia, quingenta ſexaginta tria. Plinius tamen priore modo illas notas exprimeret. Nam de terræ dimẽſione agẽs, ait, pars noſtra terrarum ambiente Oceano velut innatãs longiſsimè ab ortu ad occaſum patet, hoc eſt, ab India ad Herculis colũnas, Gadibus ſacratas, octuagies quinquies centena ſeptuaginta octo millia paſſuum. Quem numerũ ſeptẽ notis exprimes ſic 8 5 7 8 0 0 0, qui numerus ad leucas vulgares reductus, quarum quælibet cõtinet quatuor millia paſſuum Gæometricorum efficiet 2 1 4 4 leucas cũ ſemiſſe. Hæc enumerandi ratio maximopere eſt obſeruanda, vt Latinorum librorum numeri ad noſtros conuerſi, intelligi poſsint. Hactenus de enumeratione.

Lib. 2. cap. 108.

DE NOTATIONE
cuiuſque numeri.

Ex proximè præcedenti capite ſolers lector propoſitũ quemuis numerum ſedibus & characteribus proprijs notare poterit. Sciens enim quid inter ſedem numeri & eius characterem interſit quid per ſedem, quidve per characterem ſit exprimendum facilè conſequetur. Verùm in gratiam tyronum, quibus nos accõmodare cupimus, nonulla ſubijciemus. Sedium vel limitũ nomina ſunt, articuli decupla ratione aucti, vt digitus ſeu vnitas, decem, centum, mille, decies mille, centum mille, millies mille, decem millies millia, &c. Secundùm vulgares Logiſtas: verùm ſecũdum Latinos ſunt, vnitas, decem, centum, mille, decẽ millia, centena millia, decies cẽtena millia, centies cẽtena millia. Re hæ ſedium nomẽclaturæ nequaquam differunt, ſed nominibus ſolis. Sedes non exprimũtur notis, ſed reliquæ partes numerorum. Sit exemplum, datur mihi vulgaribus notandus characteribus numerus, viginti octo millium quingentorum ſeptuaginta ſex. Primum numero huius numeri ſedes, quæ ſunt quinq;, nẽpe digitus, ſenarius, denio ſeptuaginta, centum quingenta, mille octo mille, decem millia viginti. Deinde quæro characteres huius numeri, qui neceſſariò totidem futuri ſunt, quot ſedes. Prima omnium verſum dextram nota eſt. 6. nam ſex vltimi loci præter primam ſedem, ſex continet vnitates. Secunda nota erit. 7. nam ſeptuaginta ſunt 7 denarij. In ſecunda verò ſede quæcunq; nota eſt denionum. Tertia nota eſt. 5. nam in tertia ſede quiſq; numerus hecatontades, nempe centurias ſignificat: quare pro quingentis ſolùm in tertia ſede ponentur. 5. ſic in quarta ſede pro octo millibus ponetur 8. quia ea eſt chiliadibus deſtinata. In quinta ſede denionum poſt chiliades ſeu milliaria ponentur. 2. nam ibi. 2. ſignificat viginti. Notatur itaq; datus numerus his quinq; characteribus 2 8 5 7 6. Cæterum hæc rudibus ſatis eſſe poterunt.

PROBLEMA PRIMVM.

Datos quoſcunque numeros in vnum colligere.

Quatuor problematis omnes ambages, difficileſq; quæſtiones

stiones Arithmeticæ, Gæometriæ, Musicæ, Astronomiæ, Cosmographiæ, extricantur: quæ vsqueadeò sunt necessaria his artibus, vt nullo non momento, aliquid ad eas pertinens meditanti sit cum ijs problematis obl ctandū. Sunt enim velut instrumanta his artibus necessa ia. Ea autem sunt ad additionem numerorum, (quæ aceruatio quædam est,) ad abstractionem ad multiplicationem, ac eorundem diuisionem spectantia. non desunt qui hæc non problemata, sed regulas Arithmeticæ practicæ vocent: qui multis rationibus ab scopo Mathematicarum artium, & à veritate absunt. Primùm Arithmeticam vocantes practicam: existimantes tantum duo esse artium genera, nempe speculatiuum, quod & theoreticum, & quod practicum dicitur. Quum antiquorum omnium suffragiis, nempe Platonis, Aristotelis, Galeni, Quintiliani, artium genera præcipua sunt ars speculatiua, effectiua quæ & ποιτικη, actiua quæ & πρακτικη dicitur: comparatricem verò vt piscatoriam, & venatoriam, & resarcinatricem seu veteramentariam prætermitto. Effectrices post actionem opus ostendere possunt, vt fabrilis: practicæ cessante actione nullum opus relinquunt, vt saltatrix & choreas ducendi ars Quū autem hæc relinquat post actionem opus, nō practica, sed effetrix esset censenda. Deinde aberrant à Mathematicarum artium natura: nam quāuis suapte natura Mathematicæ sint theoreticæ, vt Geometria, habent tamen problemata & throremata: problemate exquiritur aliquid efficiendum, eius tamen opus ad speculationem destinatur, theoremate tantùm proponitur aliquid considerandum. Tanta problematum multitudo, quæ in primo, & quarto, & sexto elementorum Euclidis libris reperiuntur, non euincunt Geometriam esse effectricem, quū omnium calculis sit maximè post Arithmeticam theoretica. Sic quum

Plat, in dia. qui Gorgi. dicitur.
Arist. li. 11 Metaphy. cap. 6.
Galenus. de consti. artis Medi.
Quint. lib. 2. cap. 19.

in Arithmetica reperiantur problemata analoga illis quæ reperiuntur in Gæometria, nullo modo est dicenda, quatenus circa additiones, & abstractiones, & multiplicationes & diuisiones versatur, hæc scientia practica. Alij verò sententiam Platonis imitati Arithmeticam logisticam appellant; sed à Platonis mente aberrant. Si enim doceatur ratio addendi, detrahendi, multiplicandi, diuidendi, in solis numeris, theoreticæ, Arithmeticæ problemata sunt vocāda; verùm si ad mercium, aut aliarum rerum oculis subiectarum, supputationes accommodētur, nō theoretica, sed logistica est censenda.

Dialogo 7. de iusto.

Definitio collectionis.

πρόσθεσις, seu collectio est numerorum cōpositio physica, scilicet qua numeri dati in vnam summam, seu vnicū numerum æqualem datis aceruantur. Quæ ratio numerandi à Vitruuio cōsummatio dicitur.

Diuisio.

Aut igitur proponuntur soli numeri eiusdem generis, vt sunt numeri per se considerati, aut numeri rerum eiusdem generis (vterq; modus eadem ratione expeditur) aut rerum diuersorum generū sint primū numeri rerū eiusdē generis.

Expositio.

a. 130. anni quibus vixerat Adam, cùm ei nasceretur Seth filius. b. 105. anni quibus vixerat Seth, quum ei nasceretur filius Enos. c. 90. anni vitæ Enos nascente filio eius Kænau. d. 70. anni vitæ Kænau nascente filio eius Mahalalhel. e. 65. anni vitæ Mahalalhel nascente eius filio Iered. f. 162. anni vitæ Iered nascente filio eius Hænoch. g. 65. anni vitæ Hænoch quum nascebatur filius eius Methuselah. h. 187. anni vitæ Methuselah nascente Lemech eius filio. i. 182. anni vitæ Lemech nascente filio eius Noah. K. 600. anni elapsi à natiuitate Noah vsq; ad diluuium. Sunt hi numeri colligendi in vnam summam, vt sciamus à mundi origine vsq; ad diluuiū quot peracti fuerint anni.

Apparatus:

Collocabis numeros maiores in superioribus regionibus (hoc enim

enim est cõmodius, etsi ad veritatem non mutat alterius generis collocatio) in prima sede dextra datorũ numerorũ digitos, in secunda deniones, in tertia cẽturias, & cæteros suis sedibus dispones versus sinistrã procedens sic. Collocato primo numero, secundi numeri notas digitorum directè sub digitis primi numeri: & deniones secundi numeri sub denionibus primi, & centurias secundi sub centurijs primi, & millia secundi sub millibus primi, & cæteros numeros simili ratione collocabis similia similibus, velut agmine quodam ordinatissimo à supernis deorsum tendente coaptabis: duasq; parallelas subscribes. Hac methodo omnibus numeris colligendis dispositis, incipies colligere à minimis (parua enim qui despicit, magna non consequetur, atq; ex plurimis insensilibus fit magnum quoddam corpus sensum immutans) eos componendo, aut singulis descendendo aceruatis, aut ascendendo, aut vtroq; modo (quod loco examinis esse poterit) at numeri totius conflati ex digitis (si fuerit compositus aut digitus solùm) digitos scribes inter lineas subscriptas in sede digitorũ: si qui verò fuerint deniones præter digitos, animo retinebis. Si verò numerus aceruatus ex digitis, fuerit articulus, collocabis propriam notam articulorum inter lineas, nempe. o. in digitorum sede: deniones verò eius animo seruatos iunges denionibus secundi limitis seu sedis. Omnibus denionibus secundi limitis collectis aut fit numerus digitus, tumq; illemet inter parallelas notabitur sub denionibus: aut fit articulus, & retentis animo denionibus, o, quæ est articuli nota inter parallelas sub denionibus collocabitur: aut fit numerus com

K.	600.
h.	187.
i.	182.
f.	162.
a.	130.
b.	105.
c.	90.
d.	70.
e.	65.
g.	65.
L.	1656.

positus, & seruatis animo denionibus digitos, notabis inter lineas sub denionum sede, collectos verò deniones iunges tertiæ sedis notis, centuriarum videlicet, persequerisq; eadem methodo, seruãdo semper animo deniones collectos ex notarum limitum singulorum additione, donec vẽtum sit ad postremum limitem sinistrum, ex cuius notarum collectione deniones prouenientes, per suos digitos signabũtur proximè læuorsum inter lineas parallelas, vt in datis numeris. 7.2.2.5.5.5. sunt 26, qui numerus est compositus ex 2 denionibus, & 6 digito, noto proinde 6 inter parallelas sub digitis, & seruo 2 deniones, quos iungo cũ denionum notis, nempe cum 8.8.6.3.9.7.6.6. fiuntq; 55, qui numerus est compositus ex 5 denionibus denionum, (qui sunt 5 centuriæ,) & 5 denionibus, qui pro digitis sumũtur. Noto itaq; hos 5 digitos denionum sub acie denionum, & seruo 5 deniones denionum, id est, 5 centurias, quas iungo cum centurijs. 6.1.1.1.1.1. & proueniunt. 16. ex quibus. 6. digitum centuriarum sub centurijs collocabis: vnum verò denionem centuriarum, id est, mille sub quarta sede inter lineas parallelas. Erũt itaq; omnes illi decem numeri aceruati 1656 anni qui sunt ab orbis constitutione vsq; ad diluuium. Quod sic demõstratur: Illi numeri sunt æquales, quando quot sunt vnitates in vno, totidem reperiuntur in alio: sed quot sunt in. a. b. c d. e. f. g. h. i. K. numeris vnitates, totidẽ reperitunur in L. nam digiti omnes remanẽtes ex prima eorum sede, sunt in prima sede ipsius K, & denionum ex eorum prima & secunda sede collectorum digiti omnes sunt in secunda sede ipsius K. & centuriarum ex secunda & tertia sede eorum collectarum digiti omnes sunt in tertia sede ipsius K, & mille collecta ex tertia sede eorũ sunt in quarta sede ipsius K. Quare quid-

Demonstratio.

quid

quid est in.a.b.c.d.e.f.g.h.i.K.reperitur in L,nec aliquid deest,nec abundat. Quare datos numeros in vnum numerum collegimus,quod erat faciendum. In hoc primo problemate explicando omnes demonstrationis partes in gratiam tyronum Mathematicarũ ad amussim exposuimus: quæ sunt propositio,expositio,diuisio,apparatus, demonstratio, conclusio. De quibus fusissimè Proclus in primũ librum Euclidis scripsit,quæ sunt propria Mathematicorum,non autem Peripateticorum. Nam Aristoteles nusquam suis de Demonstratione libris artificium Mathematicarum demonstrationum explicauit.

Conclusio.

Lib. 3.commenta.

Examen collectionis propositæ.

Si incœpisti colligere sedẽ digitorum sigillatim descẽdendo,proueneruntq; .26.rursus collige sigillatim ascendendo: quòd si rursus 26 proueniant, scito digitos rectè esse collectos,alioqui male. qua etiam ratione examinabis alias sedes. Quam inuersam iterationem loco examinis posse accipi dicebam.

Vulgare examen per nouenarium fit, proceditur enim sigillatim iungendo notas numerorum colligendorum, reiectisq; omnibus nouenarijs, quod reliquũ est,notatur. Deinde ex ipsa summa,collectis notis reijciuntur nouenarij. Quòd si relicta nota ex summa sit æqualis notæ relictæ ex numeris colligendis,existimatur vera collectio, alioqui falsa. Vt in proposito exemplo, reiectis nouenarijs ex numeris colligendis,relinquitur.o. similiter reiectis nouenarijs ex numero collecto,remanet. o. Quare censetur vera collectio. Hoc examen tres errores admittere potest, nempe si pro 9 ponas 0, vel uice versa,vel imprudenter

inici

inijcias nouenarium, vel.o. in numerũ collectum, examen erit verum, collectio verò falsa & erronea. Omnia examina præterquàm quod fit per subſtractionem (de quo sequenti problemate agemus) erroribus sunt obnoxia.

Quid agendum quando res addendæ sunt variorum generum?

Tum conſiderato num habeant communem aliquam menſuram, vt annus, menſis, dies. Nam 30 dies efficiunt menſem Aegyptiacum. 12 menſes annũ. Item libra, quę à noſtris per ₤ notatur, ſolidus ß, denarius ₰ numus. Nã 12 denarij efficiunt ſolidũ, 20 ſolidi librã. Item quintal, id eſt, talentum, arroua nempe harheuij, id eſt quarta pars ſecundum Arabes & Hebræos. & libra, & vncia habent cõmunem menſuram. Nam apud nos 12 vnciæ libram. 30 libræ arrouam, quatuor arrouæ quintal efficiunt. Similiter apud Aſtrologos ſignum, gradus, minutum, ſecundũ, tertium habet menſuram communem. Nam 60 tertia vnũ ſecundum, 60 ſecunda vnum minutum, 60 minuta vnum gradum, 60 gradus vnum ſignum phyſicum efficiunt. aut nullam habent menſuram communem, tum quæ ad idem genus pertinent tradita methodo in prima parte problematis colligentur: reliquæ verò alia collectione in vnum numerum aceruabuntur. Similibus ſemper ſimilia coaptando.

Si verò ſint numeri diuerſorũ generum, habẽtes menſuram communem, tum potentia craſsiores primum locũ tenebunt in ſiniſtra parte, reliqui qui erunt mox poſt eos tenuiores, proximè verſus dexteram diſponentur, atque ſeruato hoc ordine tenuiſsimi omnium primum locum

in dextra

in dextra occupabunt, vt ſint colligendæ tercentum ſexaginta quatuor libræ, quindecim ſolidi, octo denarij. & quingentæ ſeptuagintæ duæ libræ, decem & octo ſolidi, vndecim denarij: & nongentæ quadraginta libræ quindecim ſolidi, decem denarij. Exprimes datos numeros, vt vides in ſchemate. Edoctus primum, inter denarios nõ poſſe collocari numerum 12, aut eo maiorem, quia iam colligeretur ex 12 denarijs vnus ſolidus inter ſolidos collocandus.

2		2				
364	℔	15	ß	8	₰
572	℔	18	ß	11	₰
940	℔	15	ß	10	₰
1878	℔	10	ß	5	₰

Similiter inter ſolidos non poſſe 20, aut plures ſolidos notari. Fieret enim ex illis vna libra inter libras collocanda. Secundò, ex denarijs excerptis ſolidis, & in ſede ſolidorum notatis, remanentes denarios notandos ſub denarijs, & ex ſolidis colligendas libras, notandasq́ſupra primam ſedem librarum: ſolidos verò relictos ſub ſolidis inter lineas fore ſcribendos. His notatis, hanc collectionem ſic abſolues. 8 denarij cum 11, & 10 ſimul iuncti faciunt 29 denarios, ex quibus colligo 2 ſolidos, & 5 denarios: quos noto ſub denarijs in ſede digitorum. Solidos verò duos ſupra 15 ſolidos. Deinde iungo digitos ſolidorum nempe 2. 5. 8. 5 ſolidos fiuntq; 20 ſolidi, quoniã verò libram efficiunt 20 ſolidi qui numerus in o deſinit, noto ſub 5 ipſam o, & duos deniones ſolidorum iungo cũ. 1. 1. 1 colligoq; 5 deniones ſolidorum, quorum bini efficiunt librã, quare noto duas libras ſupra quatuor proxime poſt notam ℔. & 1 denionem qui remanet ex quinq;, noto ſub denionibus ſolidorum. deinde reliquos numeros librarũ quia ſunt eiuſdẽ generis, colligo prorſus, vt in prima parte problematis dictũ eſt: quare illæ tres ſeries numerorũ diuerſorum generum eandem tamen menſuram habentium collectæ efficiunt 1878 ℔ 10 ß 5 ₰.

Nouenarij examen ſolum habet locum in numeris rerum eiuſdem generis, qui naturalem ordinem ſedium ſeruant, id eſt, quando ſedes decupla ratione augentur. quare in ſolidis ac denarijs nullo modo exiges examen per nouenarios, ſed in libris: quandoquidem ſedes librarum decupla ratione augentur.

Prorſus eadem methodo fient mathematicæ atq; aſtronomicæ additiones. Sed priuſquam ad eas expediendas accedamus paucis operę prætium erit ſecandorum corporũ, & magnitudinum mathematicis atq; aſtronomis conſuetum morem explicare. vt Romani aſſem. in 12 vncias, ſic mathematici corpus omne & lineam in 60 partes quæ ἑξηκοσταὶ ſexageſimæ dicuntur: circulum verò in 360 partes diuidunt: circuli partes gradus aut partes ſimpliciter appellãtur. Quiſq; gradus ſimiliter quæq; ſexageſima in 60 minuta, aut minutias ſeu ſcrupulos ſecatur, quæ λεπτὰ πρῶτα minuta prima dicuntur, & per . m̃. ſupra ſcriptum notantur, quodq; minutum in 60 ſecunda diuiditur, notanturq; per . 2̄ . vnum quodq; ſecundũ in 60 tertia, notanturq; per . 3̈ . atq; ſic ſexagecupla ratione vſq; ad decima ſectio continuatur. Si ſexaginta ſexageſimas aut gradus colligas habes vnum ſignum phyſicum, ſeu vnum primùm maius quod Græci ἑξηκοντάδα ſexagenam appellãt at 60 ſigna phyſica vnum ſecundũ maius; 60 ſecũda maiora vnum tertium maius &c.

Collecturus itaq; aſtronomicas fractiones collocabis ſingulas fractiones eiuſdem generis in eadem ſede ſub titulo eius generis, vt ſigna ſub ſignis, gradus ſub gradibus, minuta ſub minutis &c. Notabis prætereà in limitibus numerorũ qui digiti dicũtur, vt in reliquis vulgaribus

ſuppu-

ſupputationibus,colligendos eſſe deniones,reliquos verò digitos qui ſupererunt notandos directè ſub digitis inter parallelas,ſeruatos verò deniones jungendos proximis limitibus denionũ, factaq; collectione eorum pro ſingulis ſex denionibus eſſe accipiẽdam vnam vnitatem, fractioni proxime verſus ſiniſtram ſequenti addendam , nam ſexaginta vnitates,cuiuſcunq; fractionis efficiunt vnum,quod eſt velut integrum ratione partium in quas ſecatur, vt 60 $\bar{3}$ valent 1.$\bar{2}$,60 $\bar{2}$.1 $\bar{m}$,60.$\bar{m}$.1.$\bar{g}$,60.$\bar{g}$.1.ſignũ,&c. At ſex deniones ſunt 60.quare pro 6 denionibus accipietur vnũ, transferendumq; ad ſedem digitorum proximè verſus ſiniſtram ſequentium.

Exemplum.

Secundum.	ſig.	$\bar{g}$	$\bar{m}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
	20.	30.	56.	43.	22.
	12.	48.	37.	50.	48.
	36.	54.	28.	36.	57.
1.	10.	14.	3.	11.	7.

Sub titulo. 3.collecti digiti faciunt 17.noto.7.inter parallelas ſub digitis,& ſeruo.1.denionẽ, quem iungo proximè ſequentibus denionibus,& colligo 12. deniones, id eſt,bis.60.quæ efficiunt.2.$\bar{2}$,nam 60 $\bar{3}$. faciunt. 1. $\bar{2}$. addo itaq; duo digitis ſecundorum,& colligo 11.pono igitur. 1 inter parallelas ſub digitis,& ſeruo 1 denionem,quem addo proximè ſequentibus denionibus ſecundorum,& colligo 13.deniones,nempe bis. 60. quæ ſunt 2 $\bar{m}$. & 1 denionem locandum ſub denionibus. $\bar{2}$. duo verò minuta, quæ collegi addo digitis $\bar{m}$.& fiunt 23 $\bar{m}$:pono itaq; 3 ſub. 8. & duos deniones addo denionibus minutorum,&colligo 12.deniones $\bar{m}$.id eſt,2 $\bar{g}$.nihilq; relinquitur notandũ inter parallelas sub 2. Deinde duos gradus collectos addo digitis graduum,& fiunt 14, noto itaq; inter parallelas 4 sub 4,& denionem collectum addo denionibus g̃.& fiunt 13. deniones g̃, id est, 2. signa, notoq; 1 denionem g̃ remanentem inter parallelas sub 5. iungoq; 2 signa collecta digitis signorum, fiuntq;. 10. scribo. 0. inter parallelas sub 6 & denionem. 1. signorum iungo denionibus sequentibus, & colligo 7 deniones signorum, nempe 1 secũdum maius, & 1. denionem signorum, quem noto inter parallelas sub 3 at 1 secundum maius noto inter parallelas proximè versus sinistram, sub titulo secundor̃. Itaq; tres propositi numeri efficiunt. 1. secundum maius. 10. signa. 14. grad. 3. m̃ 11. 2̃. 7. 3̈.

PROBLEMA SECVNDVM.

A dato numero numerum quemuis minorem subtrahere.

ἀφαίρεσις, quæ subtractio à Latinis dicitur, est collatio minoris numeri cum maiore considerata differentia, qua minor à maiore superatur, quæ subtractione minoris à maiore inuenitur. Itaq; quemadmodum in quantitate continua, dum quæritur quantitatum differentia, verbi gratia, vnius lineę ab alia, vna alteri admota partiliter quoad vnũ vtriusq; latus coaptatur, quæ si æquales sunt, prorsus per omnia latera sibi mutuò respondentes nulla alteram excedit. Si verò coaptatis ipsis ex vno vtriusq; latere, reliqua latera partiliter non cohæreant, sed vnum alteri promineat, illud excessus dicitur, seu earum differentia, sic in numerorum subtractione faciendum est. Maiori enim numero superiore

periore semper loco constituto, minor coaptabitur. Est autem minor numerus ille, cuius nota omnium vltima ad sinistram est maior, aut si illæ fuerint æquales: ille cuius notæ propinquiores postremæ sinistræ sunt maiores.

Si proponantur numeri per se considerati, aut rerum eiusdem generis.

Tum subtrahendus numerus maiori admouebitur, sic vt digiti vnius sub digitis alterius, & deniones vnius sub denionibus alterius, & sedes vnius numeri sub similibus sedibus alterius coaptentur. Deinde subscribes illis tres parallelas, vt inter duas superiores differentia numerorũ, inter duas inferiores examen subtractionis scribatur.

Sit ab a. numero septẽ millium octingentorum & trium subtrahendus b numerus trium milium septingentorũ viginti quinqꝫ. Notetur numerus maior in superiore loco characteribus vulgaribus, cui seruata sedium ratione subcribatur minor, qui & subtrahendus dicitur, vt vides, sub notatis tribus lineis parallelis. Deinde auspicare à digitis, subtrahens 5. à. 3. quod cùm fieri nequeat, nam à minore numero maior subtrahi non potest: quare adde ipsi 3, vnũ denionem, fietq́ꝫ 13. à quibus subtrahe 5. & remanent 8. quæ notabis inter superiores parallelas sub digitis. (potest aliter suppleri seu addi ille denio sic, a. 3. nõ possunt demi 5. at à 5. vsq; ad denionem sunt 5, quæ addita numero superiori efficiunt. 8. notanda sub digitis inter superiores parallelas. Hæc ratio prorsus eadem est cum superiore, sed

a.	7	8	0	3
b.	3	7	2	5
c.	4	0	7	8
d.	7	8	0	3

differt hoc solo, quod primum subtrahitur 5 à decem, & deinde additur numerus superior differentiæ, quæ est inter 5, & 10. Hæc methodus est expeditior: prior tamen est euidentior. Postquam numero maiori addidisti denionem, illum restitues numero subtrahendo: sed tantumodo addita vnitate ipsis. 2. nam cùm .2. sint in sede denionum, si illis addatur vnitas, fient tres deniones. Tantundemq; additum erit maiori, quantũ minori. Rursus subtrahe hos tres deniones à o. quod cùm nequeat fieri, addatur iterum denio numero maiori, à quo subtrahantur 3. deniones, & remanebunt 7, notanda inter parallelas superiores sub duobus in sede denionum. Deinde restituo illum denionem, quem addidi sedi denionum, id est, vnam centuriam numero minori, nempe ipsi 7°. fiuntq; 8. centuriæ: quibus subtractis ab. 8. nihil relinquitur. Quare inter superiores parallelas sub. 7. noto. o. deinde subtraho à 7. ipsa. 3 & relinquũtur 4. notanda inter parallelas superiores in quarta sede, & iã absoluta subtractione remanet numerus c. quatuor milliũ septuaginta octo, qui est differentia inter datos numeros. Quòd autem hæc differentia necessariò debeat remanere, demonstratur sic: tantum additum est numero. a. quãtum numero. b. nam numero. a. quoad sedes digitorum, & denionum addidi duos deniones: vnus qui sedi digitorum adiectus est, tantùm repræsentat decem: alter, qui sedi denionum additus est, denio est denionum, id est, decies decem, nempe 100. Quare adieci numero maiori 110. Numero verò minori totidẽ adieci. Nam notæ 7, quæ est centuriarũ addidi vnitatem, quæ 100. in ea sede repræsentat, notæ. 2. quæ est denionum, addidi vnitatẽ, quæ 10. in ea sede significat, quare totidem 110 addidi numero maiori. Sed ab. a. numero 7823. additis 110. subtracto. b. numero 3725. additis

Demonstratio.

ditis 110. remanet differentia. c. 4078: vt operatione ipsa patuit. Quare si ab. a. numero 7823 subtrahas. b. 3725. remãebit differẽtia. c. 4078. Nam per communem animi conceptionem, si inæqualibus numeris addideris æquales, remanebunt inæquales: sed sub eadem differentia. quare eadem est differẽtia numerorum. a. &. b. siue adieceris vtriq; 110, siue non. Hoc autem confirmatur examine. Differentia duorum numerorum inæqualium addita minori, æquat numerum maiorem: sed si addas. b. numero minori differẽtiã c, id est, colligas 3725 cum 4078, inuenies. d. numerũ 7803 æqualem. a. 7803. Quare à dato numero maiore rectè subtraxi minorem, quod erat faciendum. Examen.

De examine.

Hoc examen vsui esse poterit additionibus, quod à vulgaribus regium dicitur; quòd nullis sit lapsibus obnoxiũ. Ommittitur enim ex numeris colligendis superior numerus, facta principali collectione, quæ est omnium numerorum: deinde colliguntur reliqui numeri præter illum superiorem, numerus verò ex hac secunda additione conflatus subtrahitur ex principali summa: harum verò duarũ summarum differentia debet superiori numero relicto æquari, alioqui error accidit in collectionum aliqua.

Exemplum examinis regii in additionibus.

		3	5	7	6.
		5	8	9	3.
		4	0	8	2.
Summa principalis	1	3	5	5	1.
Summa secunda, quæ demitur à principali		9	9	7	5.
Differentia.		3	5	7	6.

Collígo tres numeros datos in vnũ numerũ 13551.

Volo

Volo examinare num ſint bene collecti, ommiſſo ſupremo numero colligo duos inferiores, qui vidētur efficere 9975. quos demo à priore ſumma, videlicet a 13551. & ſuperſunt. 3576. qui numerus eſt æqualis ſupremo numero ommiſſo, ex quo conſtat vtranq; collectionē eſſe accuratā.

Si verò numeri ſint rerum diuerſorum generum, communem menſuram habentium,

Tum conſtituto maiore numero in ſuprema regione, rerū craſsiorū numeris ad ſiniſtram, tenuiorū verò ad dextram notatis, ſeruato earum ordine, ei ſubſcribes minoris numeri rerum genera ſub ſuperioris ſimilibus generibus, nempe digitos vnius generis inferioris numeri ſub digitis ſuperioris congeneribus, &c. Incipiesq; ſubtractionem à minimis, & quando nota vna ab altera ſubtrahi nō poterit mutuatū vnum integrū proximè craſsioris generis addes tenuioris generis numero, à quo poterit fieri ſubtractio, & ab aggeſto numero ſubtrahes inferiorē, &c.

Exemplum.

A 34.℔.15.ß.6.₰.subtraho.26.℔.17.ß.8.₰.digero hos numeros, vt vides ſubſcriptis tribus parallelis, dico a.6, non poſ-

a numero	34.℔.15.ß. 6.₰
demo	26.℔.17.ß. 8.₰
differētia	7.℔.17.ß.10.₰
examen	34.℔.15.ß 6.₰

ſunt ſubtrahi 8 addo proinde ipſis 6.1 ſolid. fiuntq; 18.₰ à quibus ſubtractis 8. remanent 10 denarij collocandi inter ſuperiores parallelas ſub denarijs (vel quod idem eſt a.6. non poſſunt demi. 8. ſed 8 poſſunt demi ab vno ſolido, id eſt, à 12 denarijs, & remanēt 4. qui iuncti cum 6 effi-

ciunt

ciunt. 10. vt prius) quia verò addidi vnum solidum numero superiori, eũ restituo numero inferiori, & colligo 18. ß quos non possum à 15. ß demere, quare eos demo ab vna libra, id est, à 20. ß & remanent 2. qui iuncti numero superiori efficiunt 17. ß notandos inter supremas parallelas sub solidis, quia verò addidi superiori numero 1. ℔. eã restituo numero inferiori, & ex 26. efficio 27. ℔ quarũ 7. non possunt demi ex 4. superioribus, demãtur proinde ex 10. & remanẽt 3. quibus iungãtur 4. supremæ libræ & remanent 7. notãdæ sub 6. inter superiores parallelas, & restituo 1. denionem, quẽ addidi ipsis 2. fiuntq; 3. quæ si demantur ex 3. superioribus nihil superest. Differentia itaq; datorum numerorum est 7. ℔. 17. ß. 10. đ. quæ si addatur 26. ℔. 17. ß. 8. đ. efficiẽt 34. ℔. 15. ß. 6. đ.

Eodem modo fit substractio Astrologicis supputationibus,

Sint à 6. sig. 28. g̃. 32. m̃. 15. 2̃. 18. 3̃. subtrahenda. 3. 40. 28. 37. 26.

Dispones hos numeros sic.

	signum.	grad.	m̃.	2̃.	3̃.
	6	28	32	15	18.
	3	40	28	37	26.
Incipio à minimis,	2	48	3	37	52.
scilicet à tertijs,	6	28	32	15	18.

atque ab 8. demo 6. & supersunt 2. 3̃. notanda sub 6. 3̃. inter superiores parallelas, deinde subtraho 2. ab 1. quod non possum facere. Quare addo ipsi 1. sex deniones tertiorum, qui efficiunt

F vnũ

vnum 1̄.& à 7.ſubtraho 2.& remanẽt 5.notanda inter ſuperiores parallelas ſub 2.(vel ſic 2. nō poſſum demere ab 1. demam proinde à 6. denionibus mutuatis qui ſunt vnũ 1̄.& relinquũtur 4.quibus addo ſuperiorem numerum 1. & fiunt 5.quod idem eſt) deinde addo 1.1̄. mutuatũ ipſis 7.& fiunt 8. quos cum nequeam demere ex 5. demam ex 10.& remanebunt 2.addenda ipſis 5.fientq́ 7.notãda ſub 7.inter ſuperiores parallelas: & reſtituo denionẽ inferiori numero, & fiunt 4. deniones, quos demo à 6. mutuatis denionibus,& manent 2.quibus addendus eſt numerus ſuperior,& fiunt 3.notanda ſub alijs 3. & reſtituo vnum m̃. ſequenti 8. & fiunt 9.demenda à 10.& manet 1. addendũ ſuperiori numero, & fient 3.notanda ſub 8. reſtituo mox vnum denionem,& ex 2.ſequentibus efficio 3. quæ demo à ſuperioribus 3.& nihil remanet,quare nihil eſt notandũ inter parallelas ſuperiores ſub 2.Deinde ab 8.demo.o. & remanent 8 notanda ſub.o. deniones verò 4.proximè ſequentes ſubtraho à 6. mutuò acceptis, poſtquam à 2.non poſſunt demi,& remanẽt 2.qui ſunt addendi ſuperiori numero,ſcilicet 2.& fiunt 4. notanda ſub 4.inter ſuperiores lineas parallelas,deinde reſtituo 6.deniones, grad.mutuò acceptos,id eſt,1.ſignum ipſis 3.& fiũt 4.quibus demptis à 6.ſuperſunt 2.ſigna ſub 3.notanda. Peractã ſubtractionem collectio differentiæ & numeri ſubtrahendi veram eſſe oſtendit.

Annotatio. In Aſtronomicis ſubtractionibus,ſi præcipiatur numerus maior à minori ſubtrahi(quando hoc manifeſtum eſt fieri non poſſe) addetur minori vnum integrum, nempe totus circulus,id eſt,6.ſigna phyſica,& à toto numero cõflato,fiet ſubtractio.

Pro-

PROBLEMA 3.

Datum numerum per alium quemuis multiplicare.

Multiplicatio à Gręcis πολλαπλασιασμὸς dicitur. Numerus numerum multiplicare dicitur, quando quot sunt ęquales vnitates in ipso, toties cōponitur multiplicandus, & fit aliquis numerus. Quare tres numeri, considerabuntur, quorum primus dicitur multiplicandus, ab Euclide verò multiplicatus, secundus multiplicans, tertius, qui fit ex multiplicatione duorum priorum, qui & productus & procreatus dicitur. Habet se igitur multiplicādus ad productum ex multiplicatione, vt vnitas se habet ad multiplicantem, & permutatim, vt multiplicandus se habet ad vnitatem: ita productus ex multiplicatione ad multiplicantem, vt si ducas 4. per 3. fient 12. quatuor est numerus multiplicandus 3. multiplicans, 12. est productus ex multiplicatione: dico, quam rationem habēt 4. ad 12. eandem habere 1. ad 3. & permutatim, quam habet 4. ad 1. eandem habere 12. ad 3. multiplicās solet per aduerbia efferri, multiplicandus & productus ex multiplicatione per nomina, vt ter, quatuor, sunt duodecim, ter est multiplicās, quatuor multiplicandus, duodecim productus ex multiplicatione.

Primum multiplicaturus, scire debes digitos omnes intersese ducere, hoc est, quem numerum quisq; per alterum ductus efficiat. Quod scies facillimè, si mēte tenueris quadratos omnes, eorumq; radices vsq; ad 100. deinde addendo aut detrahendo interiacentes digitos, inuenies sine calami ope quod desideras.

Exemplum.

Volo ſcire octies nouem, quot efficiãt. Hoc omnino idẽ ſignificat, ac ſi dicas, octo nouenarij, vel octonarij nouem, habes in hac tabella, nouies nouem, ſeu nouem nouenarios efficere numerum quadratum 81, à quibus deme vnum nouenarium, & remanent 72. tot itaq; ſunt octies nouẽ. Quòd ſi inuertas nouies octo, id eſt, nouem octonarij, dices animo ſic, octo octonarij, ſunt 64. quibus adde vnum octonarium & fient 72. quòd ſi recto ordine prolatis, non inuenias quot efficiant, inuertes & tũ fortaſsis commodius inuenies, vt ſi proponatur octies ſeptem, quot ſunt? inuertes ſepties octo, quot ſunt? nam vtroq; modo prolati, idẽ efficiunt, nempe 56. vel ſic facies. Si quæratur, quot efficiãt ſepties octo, ſcribe 7. & 8. in eadem ſede vnum ſupra alterum, deinde dic à 7. vſque ad 10. ſunt 3. notabis itaque 3. ad latus dextrum ipſorum

Radi.	nume.quadr.
1 —	1
2 —	4
3 —	9
4 —	16
5 —	25
6 —	36
7 —	49
8 —	64
9 —	81
10 —	100

7	╳	3
8		2
5		6

7. deinde dices ab 8. vſque ad 10. ſunt 2. quæ notabũtur ad latus dextrum ipſorum 8. ad hæc ducta decuſſe, vt vides. Dices ter duo ſunt 6. quæ notabuntur ſub 2. inter lineas parallelas, deinde ſubtrahes aut 3. ab 8. aut. 2. à 7. & remanebunt 5. notanda ſub 8. quare inuenies ſepties octo effice re 56. Deinde ſciẽdum multiplicatione fieri numeros multiplices planos, & Arithmeticè cõpoſitos, & numerũ multiplicãdũ & multiplicãtẽ eſſe latera numeri producti, qui ante dicebatur multiplex, planus, & Arithmeticè cõpoſitus.

Mul

Multiplicaturus efficies multiplicandum eum,qui fuerit maior,quem in suprema regione collocabis. Ego verò breuitatis causa , solitus sum eum facere multiplicantem, qui in prioribus limitibus dextris circulos seu ciphras habeat,flocci faciens,num sit maior,an minor.Scripto numero multiplicãdo per suos limites,multiplicãtis digitos pones sub digitis multiplicandi,& deniones vnius sub denionibus alterius'& reliquas notas in proprijs sedibus. *Annotatio.*

Aut igitur multiplicas aliquem numerum per digitum, aut per articulum,aut per numerum compositum. *Diuisio.*

Quando fit multiplicatio digitis, quid est agendum?

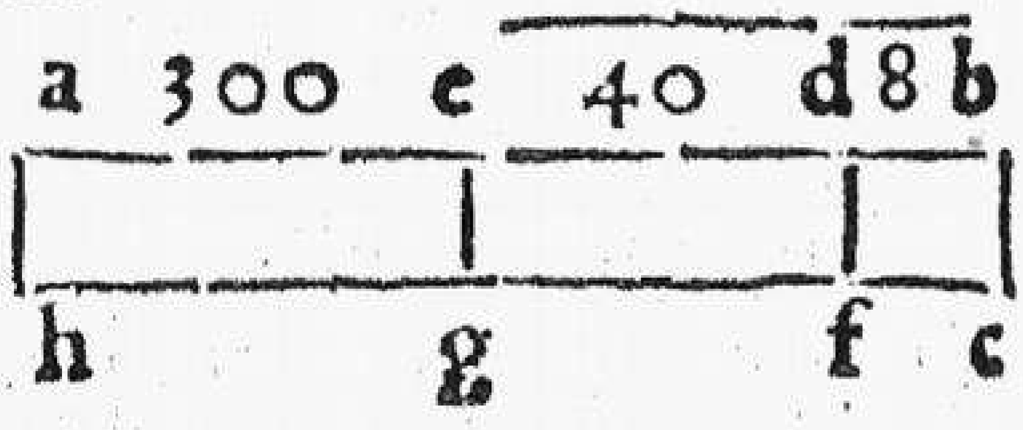
	348
	6
	2088

SInt multiplicandi 348,per 6,qui numerus est digitus, collocabis 348,in superiori regione & 6,sub 8,in sede digitorum , & sub scribes virgulam, cùm itaq; idem sit dicere sexies tercentum quadraginta octo ,ac hæc omnia simul,nempe sexies tercẽtum,& sexies quadraginta,& sexies octo, duces primũ sex per 8, & fiẽt 48,qui numerus est compositus ex 4, denionibus,& 8,digitis notandis sub 6,&animo retinebis 4,deniones:deinde duc sex per 4,& sunt 24,quibus addes 4,alios deniones animo retentos & fiunt 28,ex quibus 8, notabis sub 4, & retinebis animo 2.deniones denionum, id est,duas centurias,deinde duces 6, per 3, & fiẽt 18,quibus addes 2. centurias animo retentas, & colliges 20, qui numerus desinit in ciphram.noto itaque,0, sub 3,& duos deniones centuriarum,id est,2, chiliadas scribo in sequẽti

 sede

sede læuorsum. Quare si ducas 6, in 348, prouenient 2088, nam si ducas sex in 8, sunt 48, si ducas 6, in 4, deniones seu in 40, sunt 24, deniones, id est, 240, si ducas 6, in 3, centurias, sunt 18, centuriæ, id est, 1800, qui numeri collecti efficiunt 2088, æqualem priori, quod sic demōstratur sit, a b linea 348, diuisa in tres partes, scilicet in b d, quæ cōtineat tales 8, partes quales a b, 348, & in d e, quæ cōtineat 40, partes, & in e a, quæ contineat 300, partes, sit b c, linea non diuisa 6, qualium tota a b est 348, dico quod sit rectangulum ex tota a b in b c, nēpe a b c h, æquale est tribus rectangulis factis ex linea b c, in partes tres lineæ totius a b, quæ sunt b d. d e. e a, nempe rectangulis b d f c. d e g f. e a h g, vt patet ex ipsa figura, quemadmodum habet 1, proposito 2, libri elementorum. Nam si fuerint duæ lineæ, quarum vna in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fit, æquum erit, ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in vnamquamq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

48
240
1800
2088



Corolarium

Ex hac demonstratione datis quibuscunq; characteribus numerorum, cuiusuis linguæ, haud erit difficile multiplicationes, quasuis absoluere.

Quando fit multiplicatio articulis, quid est agendum?

OMnino eadem est ratio, sed in gratiam tyronum sint multiplicanda 36, per 10, dispone vt vides datos numeros

meros, duc primum o, per 6, & producitur, o, & rursus duc o, per 3, & producitur o, deinde duc 1. in 6. & producũtur 6. notãda in sede denionũ, nam denio ductus per digitos procreat deniones tot, quot fuerint ipsi digiti, quare 1, denio ductus in 6. digitos, procreat 6, deniones. Ideo 6, notanda sunt in sede denionum, deinde duc 1, in 3, & fiunt 3, eadem ratione notanda in sede centuriarũ. Collecti numeri efficiunt 3 6 o.

	3	6
	1	o
	o	o
3	6	o

Rationes conscindendi has multiplicationes, quæ fiunt per articulos.

SI numerum aliquem duxeris per 1 o, addes illi. o. eritq́; peracta multiplicatio, vt decies 3 6, adde. o. & fiẽt 36o. Si numerum aliquem duxeris per 1 o o, addes illi duas o o, eritq́; facta multiplicatio. Vt centies 3 6, sunt 3 6 o o, similiterq́; quotiescunque duxeris aliquem numerum per articulos, à quibus denominantur limites, additis tot ciphris ad dextram numeri multiplicandi, quot habet articulus à quo fit limitum denominatio, erit peracta multiplicatio.

Si duxeris numerum desinentem in ciphras per alium desinentum in ciphras, multiplica notas significatrices datorum numerorum inter se, & producto numero adde tot ciphras, quot terminãt multiplicandũ & multiplicantem, eritq́; pacta multiplicatio, vt si ducas 3oo, per 3oo, duc 3, in 3, & fiũt 9, cui addes quatuor ciphras sic, 9oooo, quare si multiplices 3oo per 3 oo, fiũt 9oooo. Si numerus multiplicans solùm desinat in ciphram, multiplicabis per notas

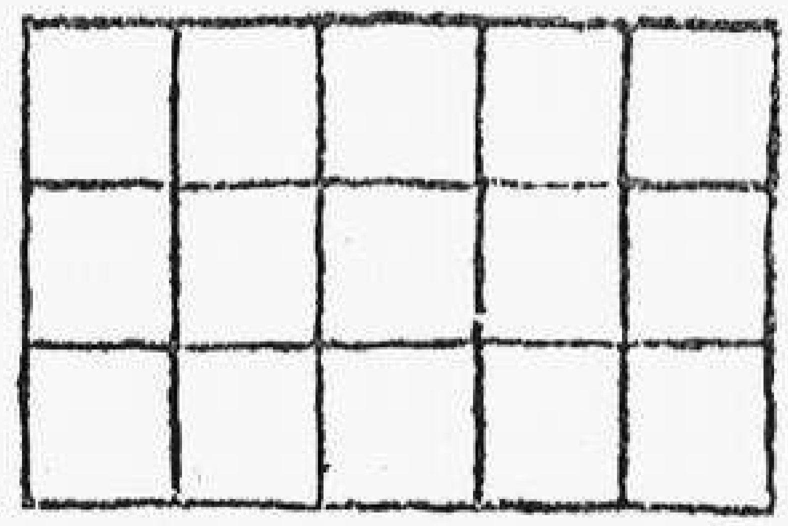
tas significatrices relictis illis, quæ sunt in fine eius dextrorsum, vt si ducas 86, per 300, ducito 3. per 86, fiuntq; 258, quibus adde ciphras multiplicãtis, id est, duas, erũtq; 25800.

Ex prima propositione 2. lib. elementorũ multũ iuuatur animus ad multiplicandũ sine calamo. Nã si nõ potes his regulis animo numerum totũ multiplicare per alium, diuide in partes vel multiplicandũ, vel multiplicantẽ: vt videbitur magis expedire: erit autẽ cõmodius, si resoluatur in articulos, & factis singularũ partiũ multiplicationibus colliges earum summas, habebisq; summam totius multiplicationis. Sunt animo multiplicandi 28, per 35. Commodius resolues 35, in tres deniones & dimidium, dices itaq; decies 28, sunt 280, qui numerus ter accipietur & eius dimidium, & sunt 980. Poterat hæc multiplicatio fieri sic, duc 35, in 30, & per præcedẽtes abbreuiationes sunt 1050, à quibus deme bis triginta quinq;, id est, 70, (quia hoc additum est ob commoditatẽ multiplicationis) & remanent 980. Solers autem lector iuxta præcedẽtes regulas meditatione iugi compendia multa inueniet.

Quando fit multiplicatio per numeros compositos, quid est agendum?

Hæc propositio pẽdet ex. 1. secundi lib. Euc.

Eadẽ est methodus, quæ propositioni huic nititur, scilicet. Si vna linea in alterã ducatur, & vtraq; in quotlibet partes quomodolibet secetur, quod fit ex totis lineis rectangulũ, æquale est tot rectangulis, quot fiẽt ex numero partium vnius lineæ ducto in numerum partium alterius. Vt sit.



ſit a b: linea quæ ducatur in lineam b c. faciet rectangulum a b c d. diuidaturq; a b. in 5. partes & b c. in 3. fient itaq; ducto numero partiũ lineæ a b. in numerum partium lineæ b c. nempe 5. in 3. 15. rectangula, quæ ſimul ſumpta ſunt æqualia toti rectangulo a b c d. vt patet ex ipſo ſchemate. In eo enim ſunt 15. rectangula facta ex ductu partium lineæ a b. vel æqualiũ linearum, in partes lineæ b c. vel in lineas æquales eius partibus per 34. primi. Sic quando multiplicatur aliquis numerus per numerũ cõpoſitũ, collocatis digitis vnius, ſub digitis alterius, & denionibus vnius, ſub denionibus alterius, & cæteris notis ſimili ratione, duces digitum multiplicantis per omnes notas multiplicãdi, primamq; notam ex ductu digiti multiplicantis in digitum multiplicandi collocabis ſub digitis, reliquas verò ſeruato ordine verſus ſiniſtram, vt dictũ eſt. Deinde duces deniones numeri multiplicãtis per omnes notas numeri multiplicandi, & primam notam prouenientem ex denione multiplicantis in digitum multiplicandi ſcribes ſub denionibus (quia denio ductus per digitos procreat ſemper deniones) reliquas verò ſuo ordine verſus ſiniſtram notabis. Deinde centuriam multiplicantis duces per omnes notas multiplicandi, primamq; notam productam ex ductu centuriæ in digitos multiplicantis, notabis ſub centurijs (quia centuria ducta per digitos procreat centurias) reliquas notas ex aliarum notarum ductu per centuriam multiplicatis, ſeruato limitũ ordine, verſus ſiniſtram notabis, &c.

Exemplum.

Sint ducenda——305
per——404

	1220
	1220
	123220

duco 4. per 5. fiunt 20. ſcribo o. ſub 4. in ſede digitorum, & ſeruo duos deniones. Deinde duco 4. per o. & nihil prouenit, ſcribo itaq; 2. deniones ſeruatos ſub o. Deinde duco 4. in 3. & fiunt 12. quæ noto ſic, vt 2. collocentur ſub 4. At 1. in proximè ſequenti limite ſiniſtrorſum. Adhæc duco notam o. per omnes notas numeri multiplicandi, quæ quum nihil procreet, nec ſit in prima ſede, prorſus omittitur, nec opus eſt ciphram aliquã ſcribere. Præterea duco 4. nempe tertiam notã multiplicatis, quæ eſt centuria per 5. digitos, & proueniunt 20. centuriæ, quare ſcribo o. ſub cẽturijs, & ſeruo 2. deniones centuriarum, id eſt, 2. millia. Deinde duco 4. per o. & nihil prouenit, quare addo 2. millia quæ ſeruaui in ſede millium, deinde duco 4. per 3. fiuntq; 12. notanda in proprijs limitibus. Deinde adhibeo duas lineas parallelas, & colligo numeros inter lineas ſuperiores, & inuenio ex ductu 305. in 404. prouenire 123220.

Examen per nouenarium.

Deme nouenarios ex notis numeri multiplicandi, quumq; nullus exiſtat aut conflari poſsit, pone 8. ſupra decuſſem. Rurſus deme ex notis multiplicantis numeri nouenarios, quumq; nullus ſit, in ima decuſſe notabis 8. duc 8. per 8. fiuntq; 64. cuius nouenarios ſi reijcias, reliqua erit 1. notanda in dextro la-

	8	
1	+	1
	8	

tro la-tro latere decussis. Quòd si ex numero producto ex ipsa multiplicatione, remaneat etiam 1. eiectis nouenarijs, vt remanet, multiplicatio est rectè peracta, & 1. ponetur in latere decussis sinistro. Hoc examē totidem modis fallere potest, quot examen per nouenarium in additionibus. Vera ratio examinandi multiplicationes, per diuisionem fieri debet, scilicet, ut diuisa summa multiplicationis per multiplicantem, prodeat numerus multiplicatus, qui & multiplicandus, aut diuisa per multiplicandū, prodeat numerus multiplicans.

Quid agendum quando res diuersorum generum proponuntur multiplicandæ?

Si habeant mensuram communem, resoluantur ad minimum genus, & tum fiet multiplicatio, vt dictū est in hoc tertio problemate: vt si quis comparauit 42. tritici mensuras, singulas 3 ℓ.8 ß.6 denarijs, conuertat 3 ℓ.in 60 ß. quibus addet 8 ß.eruntq́ 68 ß.quos ducet per 12.fientq́ 816.denarij, quibus addet 6 ₰.eritq́ totus numerus prætij singularum mensurarum 822 ₰.per quem multiplicabit 42.mēsuras, eruntq́ 34524 ₰.quæ efficiunt 143 ℓ. 17 ß. pretium, scilicet 42.mensurarū tritici. Idem aliter tribus multiplicationibus. Ducat 42. per 6.denarios, & fient 252 ₰.id est, 1 ℓ.1 ß. Ducat 42. per 8 ß. & fient 336 ß. id est, 16 ℓ.16 ß. Ducat 42.per 3 ℓ.fiuntq́ 126 ℓ.colligat modò 1 ℓ.1 ß. 16 ℓ.16 ß. 126 ℓ.eruntq́ 143 ℓ.17 ß. Idem aliter fieri docebitur, quando de multiplicatione fractionum agemus. Si Astronomicæ fractiones tam multiplicãdi, quàm multiplicantis numeri ad minima genera resoluantur, possent hoc modo multiplicari, si de nomenclatura prouenientis fractionis cõstaret, sed quia hæc denominationum ratio pendet ex multiplicatione fractionum, proinde ad propria loca eas relegamus. Quãdo res multiplicandę diuersorũ generum mensura carẽt communi, tum tot multiplicationibus sunt supputandæ, quot habent genera. Quòd si aliqua fractio multiplicando, aut multiplicanti adhæreat, quando de fractionum multiplicatione agemus, latissimè quid sit agendum explicabitur.

PROBLEMA 4.

Datum numerum quouis alio minore diuidere.

Μερισμός, aut παραβολὴ diuisio à Latinis dicitur. Quẽadmodum compositionem Physicam, quam additionem vocabamus, excepit mox problema subtractionum, quæ ad Physicam resolutionem spectabant: ita post compositionem Arithmeticam, quæ ductu multiplicandi in multiplicantem fit, diuisionis problema (quæ resolutio numeri in suas partes Arithmeticas existit) confestim est tradendum. Et quum corpus aliquod ab anatomicis secatur, in membra maiora primum, vt caput, crura, brachia secatur, deinde hæc membra in partes alias minores, rursus illæ in similares demum diuiduntur: sic numerus Arithmeticæ secandus, primum in partes maiores, deinde in alias aliquantulo minores, demũ in minimas, id est, digitos diuidi debet.

debet. Mutuò autem multiplicatio, & diuisio sibimet respondent. Numerus is qui ex multiplicandi per multiplicantem ductu fit, vices gerit numeri mensurandi ac diuidendi: multiplicandus respondet diuisori, multiplicans verò parti numerali seu metienti, quæ diuisione exquiritur (quam vulgares quotum & quotiẽtem numerum appellant) aut vice versa. Nã multiplicandus & multiplicans sunt numeri metientes numerum diuidendum: quare si diuidas productũ ex multiplicatione per multiplicandũ, proueniet multiplicans: Si verò diuidas eum per multiplicantem, proueniet multiplicandus, vt quotus, seu pars. Quare sicut se habet diuisor ad vnitatem, ita diuidendus ad suam partem: vt si diuidas 12. per 4. prouenient 3, quã itaq; rationem habet 4. ad 1. eandem habent 12. ad 3. Est autem diuisio compendium abstractionis. Nam diuidere 12. per 4. est expendere quoties possint à 12. auferri 4.

Si velis diuidere integra per alia integra æqualia, semper numerus diuidendus debet esse maior, aut æqualis numero diuisori, alioqui nullo modo secari poterit, quod mẽsurari ab Euclide dicitur. Verùm longè aliud est cùm franguntur integra: nam tum non solùm maior à minore, sed & minor à maiore, vt duæ perticæ possunt diuidi à sex digitis, & duæ quintæ à tribus quartis. Tum enim quæritur ratio, quam habet numerus maior, nempe diuisor, ad minorem diuidendum, de quo suo loco dicetur. *Annotatio.*

Aut igitur diuiditur numerus maior per digitum, aut per articulum, aut per numerum compositum. *Diuisio.*

Diuisio per digitos.

Omnis numerus qui diuiditur per vnitatem, seipsum relinquit, vt si diuidas 6. per 1. proueniunt 6. Nã quicunq; numerus ducitur per vnitatem, seipsum producit.

Quicunq; numerus diuiditur per 2. bifariam, id est, in duas æquas partes secatur, quæ medietates, seu semisses dicuntur. Vnde fit vt medietas $\frac{1}{2}$ denominetur à binario.

Quicunq; numerus diuiditur per 3. in trientes, seu tertias partes secatur, vnde triens $\frac{1}{3}$ sic notatur. Similiter dicendum de diuisione per alios digitos.

Sint diuidenda 3 2 8 per 2. dispone, vt vides subscriptis duabus parallelis. Diuisorem verò notabis, vel ad latus 3, vel sub ternario, dicesq; in 3. quoties continentur. 2? & video contineri semel, & remanere 1. noto inter parallelas sub 3. 1. & 1. quod remanet supra 3. & transuersa virgula deleo 3. deinde dico, quoties continentur in 12, 2? & cõtinentur sexies, noto itaq; 6. sub 2. inter parallelas, & quod nihil remaneat ex 12. deleo 12. Deinde dico, quoties continentur 2. in 8? & video cõtineri quater, noto 4. sub 8. inter parallelas, & deleo 8. nihilq; remanet diuidendum. Proinde concludo 3 2 8 si diuidantur per 2. prouenire 1 6 4. nam toties continetur binarius in 3 2 8.

$$\begin{array}{r|l} & 1 \\ 2 & 3\,2\,8 \\ \hline & 1\,6\,4 \\ \hline \end{array}$$

Idem aliter, sint diuidenda 9 0 3 7. per 5. dico quinta pars 9. est. 1. notandum post virgulam, relictis 4. supra 9. notãdis, & deleto 9. Dico quinta pars 40. est 8. notanda mox post 1. & cùm nihil supersit deleo 40. Deinde quinta pars 3. nullum integrum est: quare noto 0. post 8. manentibus 3. intactis. Deinde dico, quinta pars 3 7. est 7. quæ notabuntur post 0. & duo remanentia supra 7. scribentur, & virgula sequestrabuntur, tanquã numerus, qui absq; vnitatũ fractione per 5. nequeat diuidi. Dico igitur, si 9 0 3 7 diuidantur per 5. prouentura 1 8 0 7 integra, relictis 2. integris frangendis, seu secandis in minutias, vt in 5. distribui possint. Notatis

$$\begin{array}{l|l} 4 \quad\quad\; 2 & \\ 9\,0\,3\,7 & 1\,8\,0\,7 \end{array}$$

autem

autem 2. ſupra virgulam, & 5. inferius ſic $\frac{2}{5}$ frangentur illa duo integra relicta, & dabũtur cuiq; ex 5 $\frac{2}{5}$ duæ quintæ partes vnius integri, nã cùm ſint duo integra vnoquoq; ſecto in 5. quintas, colliget quiſq; ex 5. $\frac{2}{5}$

Diuiſio per articulos.

Diuiſurus aliquem numerum per 10. demes ab eo digitum, quem ſuperpones ipſis 10. interiecta linea vt ſi diuidas 368. per 10. reliquentur 36 $\frac{8}{10}$:nam ſi ducas 36. per 10. fient 360. quibus ſi addantur 8. fient 368.

Si diuidas per 100. demes duas vltimas notas dextras, & quod reliquum erit, ipſis 100. interpoſita linea ſupra ſcribetur, vt ſi diuidas 3687. per 100. prouenient 36 $\frac{87}{100}$.

Simili ratione ſi per quemcunq; articulum à quo limites numerorũ denominantur, diuiſeris, à numero diuidendo detrahes tot dextras notas, quot habet diuiſor ciphras, & ſupra poſitis dextris notis diuiſori, interiecta linea erit facta diuiſio.

Si verò diuidas per alios articulos intermedios, vt per 20. 30. 40. 200. 300. &c. Detractis à numero diuidendo tot notis dextris, quot diuiſor habet ciphras, reliquum diuides per notam ſignificatiuam: quòd ſi nihil relinquatur ex ea diuiſione, detractas notas collocabis interpoſita linea ſupra diuiſorem, quòd ſi aliquid ſuperſit, illud iunges detractis notis, ſed ſeruatis limitibus. Vt ſi diuidas 826. per 30. detracto 6. remanent 82. quę diuides per 3. & prouenient 27. relicta 1. ſupra 2. notanda: quæ cum 6 ſequentis limitis efficiunt 16. quare colligo ex diuiſione 826. per 30. prouenire 27. & $\frac{16}{30}$.

De numero limitum quos habiturus est numerus quotus, seu pars dimetiens numeri diuidendi.

Antequam aggrediaris diuiſionem numerorum per numeros compoſitos, conſtare tibi debet, quot notas ſeu limites ſit diuiſor cuiuſq; diuiſionis habiturus. Si duas notas tãtùm habeat numerus diuidendus, & diuiſor tantùm vnam, aut ſingulæ notæ diuidendi numeri ſunt maiores, aut æquales, aut non, nota diuiſoris. Si ſint maiores, aut æquales, conſtat tum numerum quotum duas notas habiturum, vt ſi diuidas 78. per 2. aut 77. per 7. tũc quotus vtriuſq; diuiſionis duas tantùm notas habebit. Nam vnaquæq; ſemel ſecari poteſt per notam diuiſoris, & quoties ſecari poteſt, tot notas quotus numerus eſt habiturus.

Si verò diuidendi numeri notæ omnes non ſint maiores, nec æquales notæ diuiſoris, ſed vna ſit maior, altera verò ſit minor: ſi ea quæ ad ſiniſtram præcedit ſit minor, tum numerus quotus ſolùm habebit vnicam notam. Vt ſi diuidas 69. per 8. numerus quotus erit 8. relictis 5. Si verò quę præcedit ad dextram eſſet ſolùm minor nota diuiſoris, tum quotus habebit duas notas, vt ſi diuidas 96. per 8. quia in 9. ſemel continetur 8. & remanet 1. denio, qui cum ſequenti nota efficit 16. in quibus 8. bis continentur. Quare in 96. continentur 8. duodecies.

Si diuidendus numerus habeat 2. notas, & diuiſor totidem, quia ſemel diuidi poteſt totus diuidendus per diuiſorem, tum quotus habebit vnicam notã. Vt ſi diuidas 96. per 12. prouenient 8. Quòd ſi tres notas habeat diuidẽdus numerus, & diuiſor duas, ſi prima ad ſiniſtram diuidendi numeri ſit maior prima ad ſiniſtram diuiſoris: aut ſi ſit

æqualis

æqualis, dummodo secunda diuidendi numeri non sit minor secunda diuisoris. Tunc diuidendus admittet duas sectiones, & proinde quotus habebit duas notas: si verò quæ secunda est post primam ad sinistram fuerit minor, vt primæ duæ sinistræ diuisoris simul sint maiores primis duabus sinistris numeri diuidendi, tunc vnicam solùm admittet sectionem. Vt si diuidas 825. per 83. tunc quotus habebit vnicam notam, & erit apparatus diuisionis talis, vt 8 diuisoris collocetur sub 2 diuidendi.

825|
83|

Si diuisor habeat tres notas, diuidendus verò quatuor: si tres notæ diuisoris à tribus prioribus sinistris diuidendi possint auferri, tunc quotus numerus habebit duas notas, vt si diuidas 5387. per 459. quòd si nequeant auferri, vt si diuidas 5387 per 541. tunc quotus habebit vnam sectionem, eritq́ collocatio notarum diuisoris sub notis diuidendi talis,

5387
541

Quòd si diuidendus habeat quinq; notas, & diuisor tres, quæ possint demi à tribus prioribus sinistris numeri diuidendi, tunc quotus haberet duas notas, quarum prima, quę per sectionē inueniretur esset cēturia, secūda denio, tertia digitus: alioqui si non possent auferri, tantùm haberet duas notas quotus, vt si diuidas 75765, per 853. tunc disponerentur numeri sic.

75765|
853|

Nam ex hac prima dispositione vna colligitur sectio, quæ per vnam notā signatur: quia verò gradatim notæ diuisoris sunt permutandæ versus dextram, & vsq; ad lineam est tantùm vna sedes, tantùm fiet vna permutatio notarum diuisoris, ex qua colligetur alia nota. Quādo enim nota digitorū diuisoris gradatim per sedes mutati peruenerit ad notam digitorum diuidēdi numeri, tunc nulla alia restat ex diuisione colligenda nota.

Exemplum diuisionis per numeros compositos.

Sint diuidenda 4584 per 63. constat duas notas diuisoris non posse demi à prioribus duabus sinistris diuidendi numeri, & ex prædictis quotum numerum habiturum duas notas, denionum scilicet & digitorum, & priorem futuram notam denionum. quia sectione prius proueniũt partes maiores, deinde minores, contra quam fit in compositione. Dico igitur in 45, quoties continentur 6? & video contineri septies, nam septies 6, sunt 42, & supersunt 3 ex 5. nam totus numerus 42 exhauritur: illa 3, quæ ex 5 supersunt, fingo esse supra 5, quæ cum sequenti nota 8, efficiunt 38. nunc exploro an ex 38 posſint demi septies 3. quare cùm posſint auferri, noto 7. post virgulam qui sunt 7 deniones, quoties continentur 63 in 4584? postquam exploraui tãtùm posse notari 7. duco 7 per 63, & fient 441. quæ demo ex 458, & remanent 17 notanda supra notas, vnde facta est substractio. quare deleo omnes notas nempe 458, & 63. vel sic facies, quod est compendiosius, sed obscurius. Duc 7. in 6. diuisoris, & sunt 42. quæ si demas ex 45, remanebunt 3 supra 5. Deinde duc 7 per 3 diuisoris, & fiũt 21. quod si demas à 38, 21, remanebũt 17. deletis omnibus præcedentibus notis præter 174. muto inde diuisorem gradatim versus virgulam, & 6 noto sub 7 remanentibus. nam sub 1, quæ remãsit non possum collocare 6. quia ab ea nõ possunt demi. Deinde exploro quoties posſim demere ex 17, 6, & video posse demi bis tantùm, & remanere satis magnũ numerum, vt ex eo demi

```
       (4
       15
       37(8
     4584 | 72 48/63
      633
       6
Examen.    0
        3 -+- 3
           0
```

posſint

posſint bis 3. noto 2 poſt 7, & duco 2 per 63, & ſunt 126. quæ ſi demas ex 174 reliqua erunt 48 notanda ſupra, & ductis lineolis ſequeſtrāda. Vel ſic, duco 2 in 6, & ſunt 12, quæ demo ex 17, & remanent 5 ſupra 7. & deletis 1, & 7. duco rurſus 2 in 3, & ſunt 6, quæ non poſſum demere à 4. demam proinde ex 10, & remanent 4. iungenda cum 4, & ſunt 8 notanda ſupra 4. & 1 quod mutuatus ſum demo à 5, & remanent 4, notanda ſupra 5. quare vt antea remanēt 48. quæ per 62. non poſſunt ſecari, quæ ſupra virgulā ſcripta ſubnotatis 63 efficiūt quadraginta octo ſexageſsimas tertias vnius integri.

De examine per 9.

Iuxta diuiſionem deſcribes decuſſem, & iunge notas diuiſoris, & fiūt 9, quæ reijciuntur, & in ima decuſſe pono 0. deinde ex notis numeri quoti compoſitis fiunt 9, quæ reijcio, & noto 0 in ſuprema decuſſe. duco vnam ciphram in alteram & nihil efficitur. (Quod ſi fuiſſent notæ ſignificatiuæ ex eo quod fieret ducta vna in alteram reieciſſem 9, & reliquum iunxiſſem cum numeris relictis, quæ non potuerunt diuidi & reiectis nouenarijs relictum notaſſem ad latus dextrum decuſsis) Nunc verò quia ciphra addita 48. nihil efficit, ideo ex 4 & 8. iunctis reijcio 9, & remanēt 3 notanda in latere ſiniſtro decuſsis. quia verò nota lateris dextri eſt æqualis notæ lateris ſiniſtri, pronuncio diuiſionem rectè factam.

Examen verum.

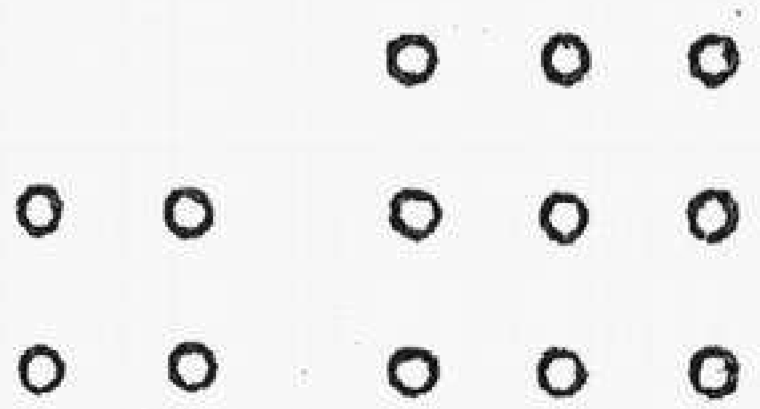
Verum examen fit per multiplicationem. nam diuiſio & multiplicatio ſibi mutuò reſpondent, vt reſolutio & compoſitio. Duc numerum quotum in diuiſorem & producto adde numerum relictum, & si prouenies numerus fuerit æqualis numero diuidēdo, tum absq; dubio erit recta diuisio, vt in dato exemplo duc 72 in 63, & prouenièt 4536, quibus adde 48, quæ remanserunt, & fiunt 4584. qui numerus est æqualis diuidendo.

Demum notandum inter diuidendum, semper numerū relictum post vnamquamq; diuisionem, diuisore futurum minorem. Toties enim à diuidēdo auferendus est diuisor, quoties in eo potest contineri. Proinde relictus numerus ipso diuisore minor debet esse: quòd si contingeret contrarium, scilicet aut eo esset maior, aut æqualis, tunc contingeret vtrumq; examen esse verum, diuisionem verò nō esse accuratam seu præcissam.

PROBLEMA 5.

Dati numeri latus tetragonicum, aut ipsi propinquum inuenire.

Euclidem, qui post numeri plani definitionem quadratum definiuit imitati, mox post multiplicationes, & diuisiones de lateris tetragonici, seu quod idē est, de radicum quadratarū inuentione agemus. Quadrati numeri forma perfectè quadrata delineari possunt, vt 4. 9. 16. qui fiunt ex ductu alicuius numeri in seipsum, vt 4. ex 2, at 9. ex 3. 16. ex 4. numeri ex quibus fiūt per multiplicationem, latera & lineæ & longitudines & radices eorum dicuntur.



Fiunt autem quadrati numeri ex naturali imparium numerorum progressione, ex tot scilicet imparibus simul

iunctis

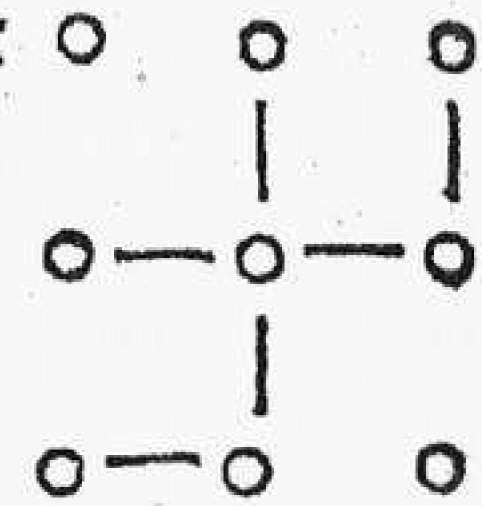
iunctis,quot habent ipsorũ radices vnitates.vt si colligas

impares	1.	3	5	7	9	11	13	15	17
quadrati		4	9	16	25	36	49	64	81
radices		2	3	4	5	6	7	8	9

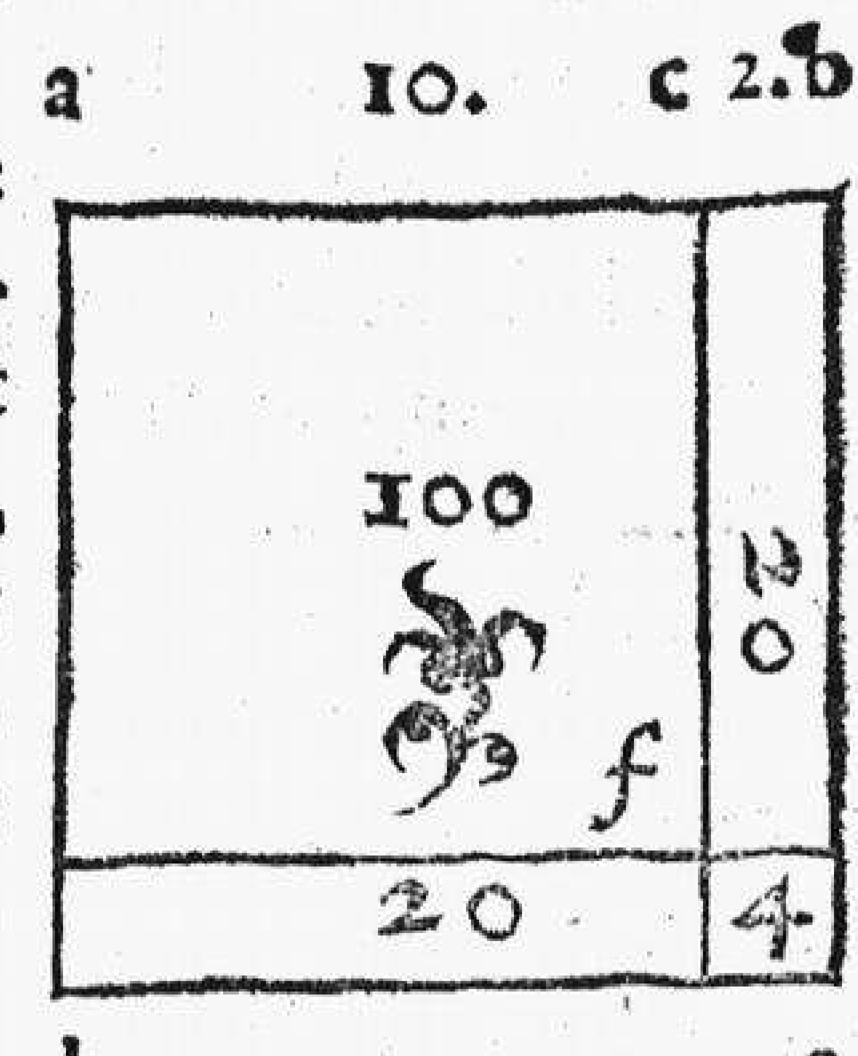
duos priores,impares fiunt 4,qui est quadratus ex 2.si tres priores,fiunt 9,quadratus ex 3.&c.similiter.

Deinde annotandæ sunt omnes radices quadratæ vsq; ad 100,qui numerus quadratus primus est eorum qui radicem seu latus habent duarum notarum,nempe 10.infra 100 omnis numerus latus habet vnius notæ. à 100 vsq; ad 10000 exclusiuè,omnium quadratorum numerorum radices habent duas tantùm notas: at 10000. primus est quadratorum,qui habent radices trium notarum, cuiusmodi sunt omnes quadrati à 10000 vsq; ad 1000000. exclusiuè: ipsius verò 10000 radix est 100,at 1000000 habent radicem quadratam 1000. estq; primus eorum qui habent radicem quadratam quatuor notarum. Ex quo manifestum est omnes numeros scriptos duabus notis habere radicem vnius notæ, omnes verò trium,aut quatuor notarum numeros radicem habere duarum notarum: numerorum verò quinq; aut sex notarum radices esse trium notarum: numeros verò septem,aut octo notarum habere radices seu latera quatuor notarum &c. Proinde inuestigaturus latus tetragonicum alicuius numeri,mox descriptum numerum lineolis à dextra versus sinistram perges, binis quibusq; notis separatis in partes distingues. nam radix seu eius latus tetragonicũ tot habebit notas,quot erũt eius sic distincti interualla,vt proximè ante declarauimus. *Annotatio* *Corollariũ*

Deinde sciendum duplata radice quadrata alicuius numeri,duploq; radicis addita vnitate atq; quadrato eius fieri numerū proxime maiorem quadratū. vt sit 4 numerus quadratus, cuius latus est 2. dupla 2, & sunt 4, quæ vna cum vnitate, & quadrato 4 faciunt 9 proxime maiorem quadratum.



Deinde annotandum inuentionem lateris tetragonici, vt docet Theon in 9. cap. libr. 1. magnæ constructionis, pendere ex 4. propo. 2. li. elemen. Euclidis, quę ita habet. Si recta linea secetur vtcunq;, quadratū quod fit ex tota, æquum est quadratis, quæ fiunt ex segmentis, & ei quod bis sub segmentis comprehenditur, rectangulo. Vt sit a b linea 12, quæ secetur in duas partes a c 10, c b 2. dico quadratum totius lineæ a b nēpe a e 144, esse æquale duobus quadratis, scilicet partis a c, quod est a f 100, & partis c b, quod est 4, & duobus rectangulis, quæ fient ducta a c 10, in c b 2, quorum vnūquodq; est 20. nam si colligas quadrat. 100, & quadr. 4, & duo rectang. 20. habebis 144. cuius numeri latus tetragonicum 12, inquiretur sic. ex ante dictis 144, habebit radicem duarum notarū. Nam est numerus triū notarum, quare eius latus duobus segmētis diuidetur, vnū erit ex denionibus, alterū ex digitis. Dispones ergo numeros, vt vides in sequenti figura interposita virgula inter 1, & 4, & sub scribes duas parallelas, quæresq; latus tetragonicum 1, estq; 1, quod notabis inter parallelas, habebisq; iam primū segmētum maius lateris tetragonici nēpe a c, quod



Quadrat.	100
Quadrat.	4
Rectang.	20
Rectang.	20
Quadrat.	144
√	12

1	44
1 (	2
	2

quod eſt 1 denio. Quærendum reſtat aliud ſegmentum, ſcilicet linea b c, quod ſic explorabitur. Præter quadratũ ſegmenti a c, quod eſt 100, reſtant duo rectangula ex a c, in c b, & quadratum c b inquirenda, vt compleatur quadratũ totius lateris a b, quod eſt 144. explorabitur autẽ quãta eſt lineæ c b, duplicando 1 duplũ 1, & fient 2. quia duo rectangula accipienda ſunt ex a c, in b c, quorum maius latus eſt a c, ſcilicet 1 denio. Diuide itaq; 4 per 2, & proueniẽt 2, & accipe quadratũ 2. qui numerus debet eſſe ſegmẽtum c b, & vide ſi bis duo deniones, id eſt 40, quæ ſunt duo rectangula, vnà cum quadrato ipſorum duorum, id eſt, cum 4. exhauriant ipſa 44, & vides exhaurire: quare ſcribe 2. inter parallelas ſub dextro 4, & duc duo in 2. quæ ſunt infra parallelas, & exhaurient 4. id circo ea delebis. deinde in ſe ducito 2, & fiẽt 4, quæ abſtrahe ex 4, & nihil prorſus manet. Quare concludes numerum 144 eſſe quadratum, & eius latus eſſe 12.

In numeris non quadratis qui inueniatur propinquum latus?

Si numerus non ſit quadratus, non poterit habere latus tetragonicum præciſſum. Nam etſi numerus integrorum in ſe ductus efficiat quadratum numerum, partes tamen in ſe ductæ non explẽt numerum quadratum, ſed partes. Proponatur itaq; numerus 4500. nõ quadratus, cuius latus tetragonicum dicitur à Ptolemæo in magna cõſtructione eſſe 67 partiũ, 4 minutorũ, 55 ſecundorũ. *Li. 1. cap. 9.*

Diſpone numeros vt vides, binos quoſque ſeparãdo virgula, ſubſcribeſq; duas parallelas, quæreſq; latus tetragonicum ipſorum 45, aut numeri quadrati eo proximè minoris, quod erit 6. qui notabuntur

2 (1
9 | 6 (1
4 5 | 0 0
6 | 7
1 | 2

o | o
4

inter

inter parallelas sub 5, cuius quadratum sunt 36, quibus à superioribus 45 abstractis, remanent 9 notanda supra 5. hic primus numerus radicis est denionum: si duplices 6. deniones habebis 12 deniones, id est, 1200. quod segmentum est maximũ totius lateris tetragonici. Quare notabũtur 12 deniones in proprijs limitibus, nempe 2 sub denio nibus, 1 sub centurijs, quia sunt 120. diuide deinde 90 per 12, & curabis vt remaneat numerus vnde lateris tetragonici secundum segmentum in sese ductum posit auferri, eritq; is numerus 7. dic itaq; septies 1, sunt 7. quibus demptis à 9, relinquuntur 2. deinde duc 7 in 2, & fiunt 14, quibus demptis à 20, remanent 6. deinde duc quadrate 7, & fiunt 49, quibus demptis ex 60, remanent 11. quare latus tetragonicum propinqui quadrati est 69. quæ in se ducta faciunt 4489. Recentiores illa 11, relicta supra virgulam scribentes, ei subijciunt duplum lateris inuenti addentes vnitatem ob quadratum gnomonis, vt declaratum est in procreatione numerorum quadratorum. Itaq; dicunt, latus tetragonicum propinquum 4500 erit 67 partiũ $\frac{11}{135}$. Partes enim laterum surdorũ numerorũ sunt denominandæ à differentia, quæ est inter duos quadratos proximos, inter quos ipsi continentur: vt latus tetragonicum 8. est 2 & $\frac{4}{5}$ nam differentia inter 4 & 9 proximos quadratos est 5. Ptolemæus verò & Theon sic reducũt ad sexagesimas. Illa 11 relicta multiplicant per 60, fiuntq; 660 m̃. deinde diuidunt per duplum lateris inuenti, nẽpe per 134, & prouenient 4 m̃, remanentq; 124. quæ rursus ducunt per 60, & fiunt 7440, vnde abstrahũt quadratum ipsorum 4, id est, 16, & remanẽt 7424, quæ rursus diuidunt per 134, nempe duplum lateris inuenti, & proueniunt 55 secunda. quare tota radix 4500 erit 67 partium, 4 m̃. 55. 2̃. verùm si ducas in sese hunc numerum 67. 4. 55. prouenient 4499. partes

Reductio ad partes.

59 m̃.

59 $\overline{m}$. 14. $\overline{2}$. 10. $\overline{3}$. 25. $\overline{4}$. Melius itaq; reduces ad fractiones sic. Duc 11 relicta in 60, & fiunt 660, quæ diuide per duplum radicis, id est per 134, & proueniunt 4 $\overline{m}$, & remanẽt 124. à quibus deme confestim antequam conuertantur ad secunda (nam in hoc lapsus est Theon post Ptolemæum) quadratum ipsorum 4. nempe 16, & remanent 108, quæ duc per 60, & fiunt 6480. $\overline{2}$, quæ diuide per 134, duplum scilicet radicis, & proueniunt 48 $\overline{2}$. Quare propinquum latus tetragonicum 4500 est 67 partium, 4 $\overline{m}$, 48 $\overline{2}$: quod si ducas 67 part. 4 $\overline{m}$, 48 $\overline{2}$. in se se habebis 4499 part. 59 $\overline{m}$. 43. $\overline{2}$. 35. $\overline{3}$. 24. $\overline{5}$. Hæc methodus in numeris surdis, qui sunt minores quadratis sola vnitate fallax est. Nam esset latus quadratum ipsorum. 8. 2, & 60 $\overline{m}$, quæ essent 3, & latus quadratum ipsorum 15. essent 3 & 60 $\overline{m}$. proinde duplatæ radici addetur vnitas, & conflatus numerus erit diuisor. Idẽ aliter & breuius ex Orõtio Finæo. Adde ipsis 4500 duo paria ciphrarũ, vt in latere tetragonico habeas minuta, & secunda, fientq; 4500000, cuius numeri latus tetragonicum est 6708, neglectis alijs, quæ remanẽt, à quo deme duas notas dextras ob duo paria ciphrarum addita. & duc 08 per 60, & fiunt 480, à quibus deme duas notas dextras, & remanent 4 $\overline{m}$, duc duas notas dẽptas 80 in 60, & fiunt 4800, vnde deme duas notas dextras, & colliges 48 $\overline{2}$. & 00 tertia vt prius. *Aliter.* *Aliter.*

Si vt multiplicasti per 60 illa 11 relicta, multiplices per 100, & productum diuidas per duplum radicis addita vnitate, id est 135, inuenies partes centesimas: Si per 1000, & diuidas per eadem 135, inuenies partes millesimas &c. similiter. Hoc aliter fieri poterit, vt docebitur capite de latere cubico inueniendo.

De examine.

Aduerte relictum numerum post extractionem lateris tetragonici nō debere esse plusquam duplo maiorem ipso latere: etsi potest esse duplo maior. vt radix quadrata 8 est 2, & remanent 4. Si itaq; plusquam dupla ratione à relicto numero excedatur latus tetragonicum, extractio lateris tetragonici non erit accurata. Licet ducto latere tetragonico in sese, & producto addito numero relicto (quod est regium examen) confletur datus numerus.

Examen per 9.

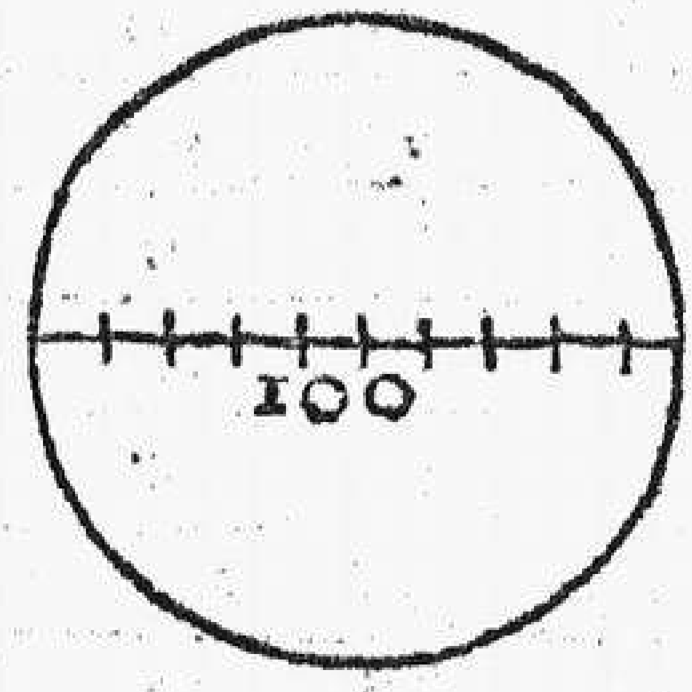
Reijce nouenarios à radice inuenta, & in calce decussis scribe quod remanet. Vt in secundo exemplo collectis 6 & 7 fiunt 13, reiecto verò 9, remanent 4 notanda in calce decussis, duc deinde 4 quadrate, & sunt 16, vnde reiectis nouenarijs remanēt 7, quæ iuncta cum 11 relictis faciunt 9, quæ reije, & in latere decussis dextro scribe 0. deinde ex 4500 reijce nouenarios, & remanet 0. quare æstimatur talis lateris tetragonici extractio vera.

De vtilitatibus extractionis lateris tetragonici.

Ex 17 sexti & 20 septimi, si tres magnitudines aut tres numeri fuerint cōtinuò proportionales, quod fit ex ductu extremorū est æquale quadrato medij, & vice versa. quare medium proportionale inuenietur ductis extremis & producti extrahetur radix quadrata. vt si quæras inter 4 & 9 mediū proportionale, duc 4 in 9, & sunt 36, cuius numeri latus tetragonicum sunt 6. qui numerus est medium proportionale inter 4 & 9. Secundo, ratio inueniēdarum subtensarum linearum angulis rectis, atq; inueniendorum laterum continentium angulum rectum, eget lateris tetragonici extractione, vt constat ex 46 primi. Item vniuersa doctrina inueniēdarum semissium & rectarum in circulo pendet

pendet ab extractione lateris tetragonici. Vt docet Ptolemæus lib. 1. cap. 9. almagesti. Item si cupias multiplicare, aut alia quauis ratione augere quadrata, aut circulos, aut figuras similie, id est, inuenire circulos, aut figuras similes aut quadrata alijs duplo, aut triplo, aut alia quauis ratione maiora, opera lateris tetragonici efficies sic.

Sit a b area circularis, qua cupias inuenire aliam circularem triplo maiorē. Diuide diametrum eius in 10 partes aut plures, vt libuerit, ducesq; 10 quadrate, & fient 100, triplica 100, & fient 300, cuius numeri latus tetragonicum est partiū, 17. m. 19. 2. 12. diameter itaq; circuli triplo maioris erit talium 17 partiū, 19. m. 12. 2, quales habet diameter circuli a b 10. Eadē ratione inuenies alias figuras datæ similes, quacunq; ratione maiores, quod ad diuisionē aquarum & distributionem luminis pro ratione quātitatis cubiculorū non mediocre præstat momentum. Hæc ratio Arithmetica multiplicandi figuras ex 1 duodecimi, & 11 octaui lib. emergit. Iuxta hanc methodum supputata est sequens tabula, in qua extant latera figurarum similium, vsq; ad sexagecuplam quadruplam rationem multiplicatarum. In qua figuræ simplicis latus aut diameter secatur in 10 partes: at duplo maioris latus continebit, vt vides in tabula 14 part. 8. m̄. 2. 24.

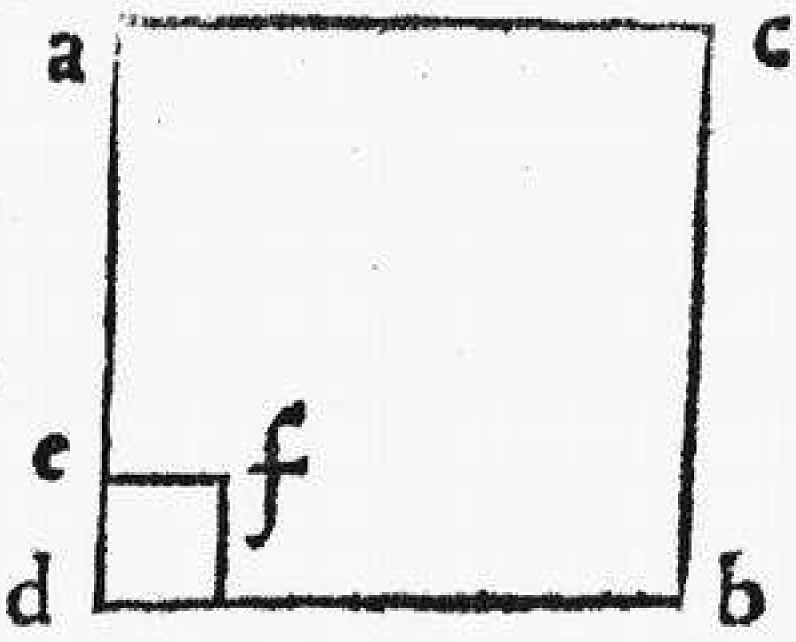
a  b

TABVLA MVLTIPLICATIONIS
Figurarum similium.

	pars.	m.	2.
Latus fig simpl.	10	0	0
latus duplæ	14	8	24
la. triplæ	17	19	12
la. 4.	20	0	0
la. 5.	22	21	36
la. 6	24	29	24
la. 7	26	27	0
la. 8	28	16	48
la. 9	30	0	0
la. 10	31	37	12
la. 11	33	9	36
la: 12	34	38	24
la. 13	36	3	0
la. 14	37	24	36
la. 15	38	43	12
la. 16	40	0	0
la. 17	41	13	48
la. 18	42	25	12
la. 19	43	34	48
la. 20	44	43	12
la. 21	45	49	12
la. 22	46	54	0
la. 23	47	57	0
la. 24	48	58	48
la. 25	50	0	0
la. 26	50	59	24
la. 27	51	57	36
la. 28	52	54	36
la. 29	53	51	0
la. 30	54	46	12
la. 31	55	40	12
la. 32	56	33	36

	pars	m.	2.
la. 33	57	26	24
la. 34	58	18	0
la. 35	59	9	36
la. 36	59	0	0
la. 37	60	49	12
la. 38	61	38	24
la. 39	62	26	24
la. 40	63	14	24
la. 41	64	1	48
la. 42	64	48	0
la. 43	65	34	12
la. 44	66	19	48
la. 45	67	4	48
la. 46	67	49	12
la. 47	68	33	0
la. 48	69	16	48
la. 49	70	0	0
la. 50	70	42	36
la. 51	71	24	36
la. 52	72	6	36
la. 53	72	48	0
la. 54	73	28	48
la. 55	74	9	36
la. 56	74	49	48
la. 57	75	29	24
la. 58	76	9	0
la. 59	76	48	36
la. 60	77	27	0
la. 61	78	6	0
la. 62	78	44	24
la. 63	79	22	12
la. 64	80	0	0

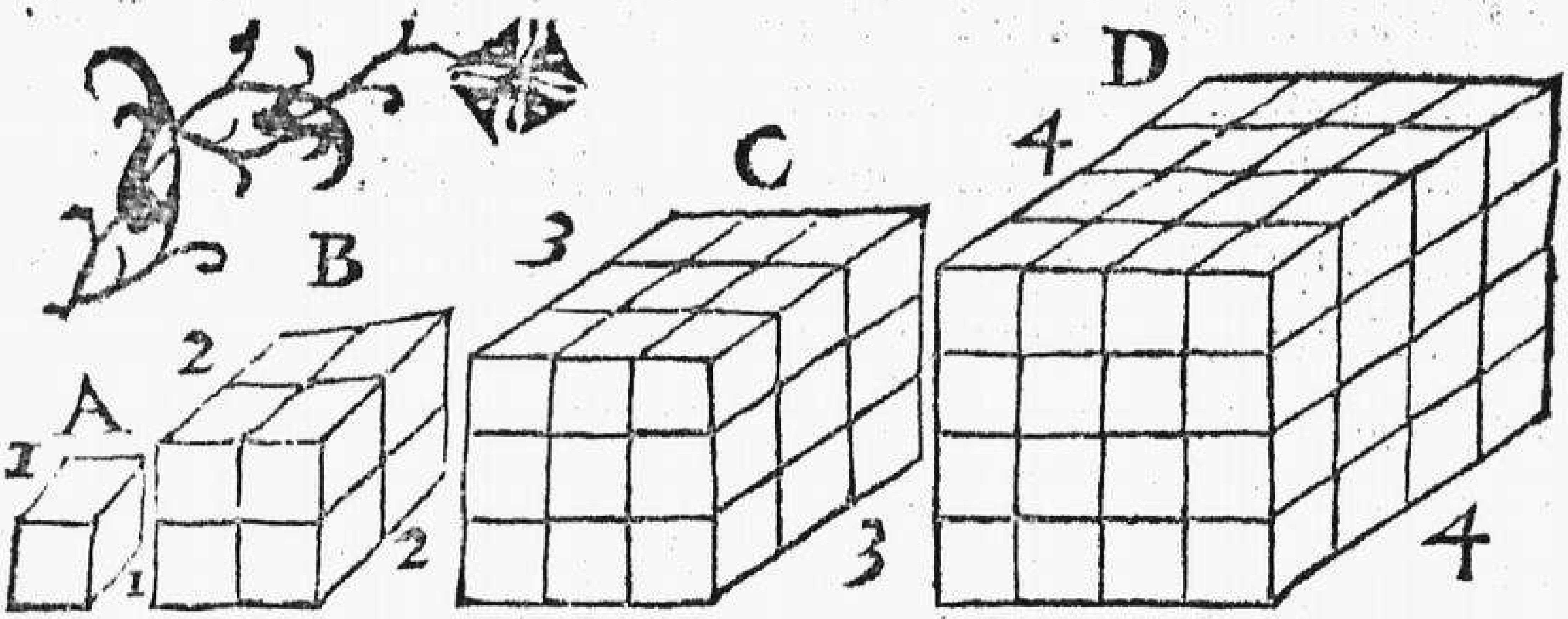
Quod ſi beneficio huius tabulæ velis latera ſubmultiplicium ſimilium figurarum inuenire vſq; ad ſexagies quater minorum, exemplo ſequenti diſces. Sit a b area quadrata, quam expleat aqua fluens, & inſtitutum ſit hanc aquam diſtribuere in 25 partes ęquales. Quęritur quantum futurum ſit latus areæ quadratæ vigeſimam quintā aquæ datæ partem diuiſuræ. Accipe ex præcedenti tabula latus areæ vigecuplo quintuplo maioris, & reperies eſſe 50, qualiū latus ſimplicis eſt 10. ſit latus a c 50, ex quibus accipe 10, id eſt, quintam partē, quæ ſit d e, ſitq; eius quadratum d f. Dico aream d f continere vigeſimam quintā partem areæ a b. Atq; ita de reliquis eſt faciendum: aut beneficio lateris tetragonici, vt docuimus expedietur quacunq; ratione ſit augēda aut minuenda area quæcunq; in aliam ſimilem.



PROBLEMA 6.

Latus cubicum propoſiti numeri aut ei propinquum inuenire.

Latus cubicum ſeu radix, ſeu linea, dicitur numerus qui duplici multiplicatione ſui ipſius efficit numerum cubicum. Prima enim multiplicatione fit quadratus, qui ductus per propriam radicem procreat cubicum. vt bis duo bis, ſunt octo. Nam bis duo ſunt 4, bis 4. ſunt 8. duo igitur latus & radix cubica dicitur ipſorum 8. cuius tres dimenſiones ſeu latera ſunt 2. 2. 2. quæ gemina multiplicatione procreant 8.



Ex quatuor schematis præcedentibus quatuor corporũ cubicorum, similiter & quatuor cubicorum numerorum priorum intelliges rationes pariter & latera: nam si latera cubica se habeant vt 1.2.3.4, corpora cubica & sphęræ, & omnia corpora similia & cubici numeri se habebunt vt 1.8.27.64. quod oculari inspectione ex schematis percipere poteris. Tales enim cubicæ 8 magnitudines paruæ sunt in B, qualis est 1 A, & tales 27 sunt in C, qualis 1 est A, & tales 64 sunt in D, qualis 1 est A. Itaq; cubica multiplicatio corporum solidorum magnitudines prodit. Quemadmodum docet Euclides li. 12. propo. 18. & alijs multis, dicens sphæras & corpora omnia similia, vt sunt cubica & columnæ similes, & prismata similia & reliqua omnia similia solida inter sese triplicatam habere rationē ad eam quam habēt inter sese diametri, aut eorum latera quæ triplicata ratio est cubica multiplicatio diametrorum aut laterum, vt constat ex definitione 11. quinti libri, vbi habet si fuerint quatuor magnitudines vel numeri proportionales, primus ad quartum rationem habet triplicatã, quam ad secundum nempe compositam ex tribus rationibus intermedijs. Et propositione 12. octaui habetur duorum cubicorum numerorum duo sunt medij proportionales, & cubicus ad cubicũ triplicatam rationem habet, quam latus ad latus ad latus,& ex 5. definitione ſexti, ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationum magnitudines in ſeipſas multiplicatæ, efficiũt aliquas, quare ſi velis ſcire, quæ ratio ſit inter cubicum B & C, compone ter eorum latera ſic. & duc 2 in duo fiunt 4, & 4 in 2, & fiunt 8. rurſus duc 3 in 3, & fiunt 9, & in 9 in 3, & fiũt 27. quare inter cubicos B & C eſt ratio qualis 27 ad 8. nam inter 27 & 8. ſunt duo medij proportionales ratione ſeſquialtera, nempe 12, 18. & inter B & D cubicos eſt ratio ſimili methodo inueſtigata, qualis inter 8 & 64, inter quos numeros duo ſunt media proportionalia, ſcilicet 16 & 32.

latus	B.	2.	2.	2.
latus	C.	3.	3.	3.

Extrahere radicem cubicam, ſeu inuenire latus cubicũ alicuius numeri, eſt inuenire numerum qui cubicè ductus efficiat illum, aut proximè minorem. vt ſi quæras radicem cubicam 64, habes in ſequẽti tabella eius latus cubicum 4.

TABELLA.

Latera.	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10.	100.	1000.

Numeri qui habent latera cubica abſq; fractionibus dicuntur cubici, reliqui verò dicuntur ſurdi, quòd nullam vnquã latus perfectũ dari poſsit, quod in ſeſe cubicè ductũ illũ numerum efficiat.

De procreatione numerorum cubicorum.

Fiunt autem numeri cubici ex naturali ſerie imparium, tot

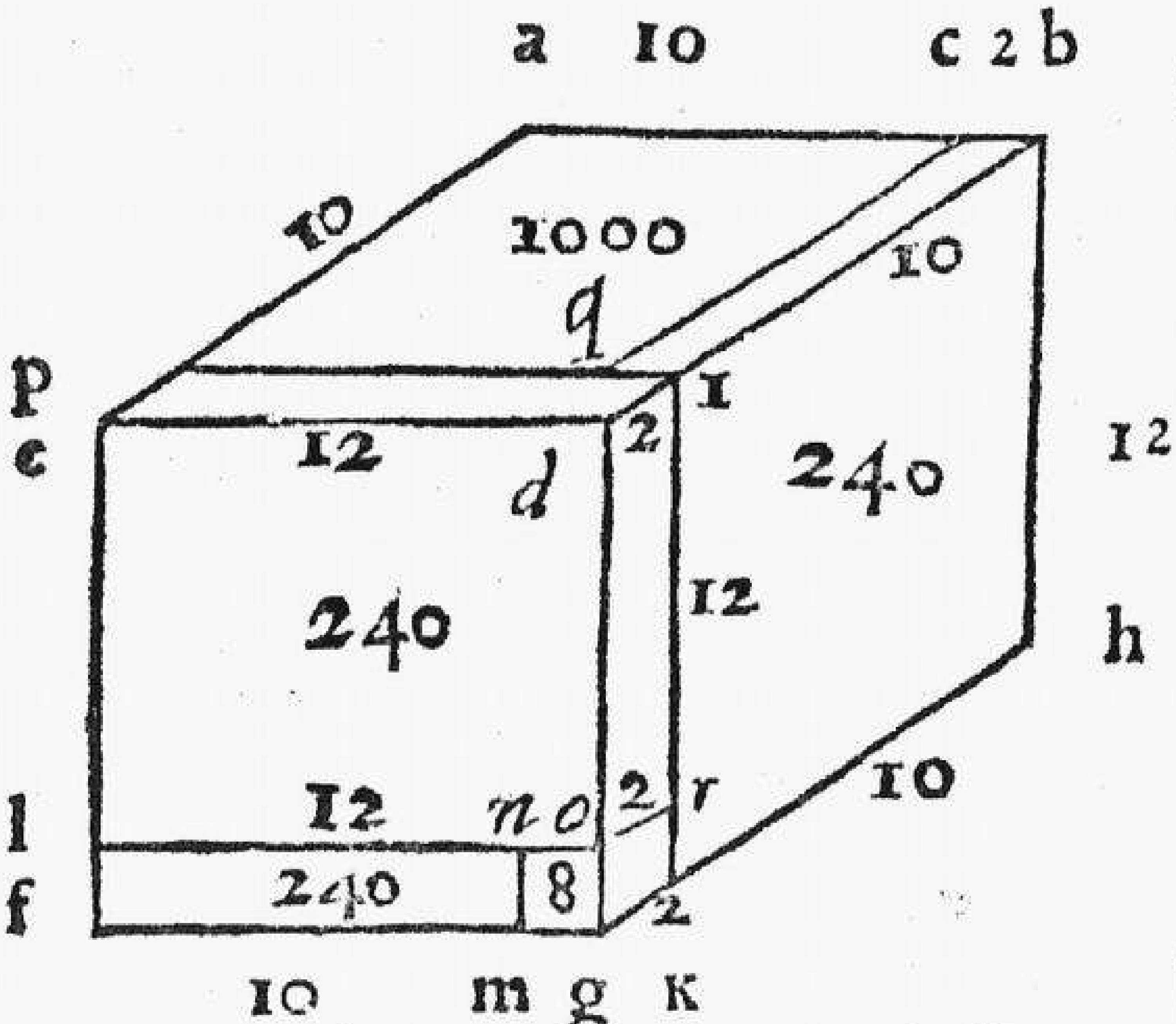
tot ſcilicet imparibus ſimul iūctis, quot vnitates habet ipſa radix. vt patet ex ſequenti tabella.

1	8	27	64	125
1	3. 5.	7.9.11.	13.15.17.19.	21.23.25.27.29.
1	2	3	4	5

Aliter etiam fiunt numeri cubici, nempe ex triplicata radice ſeu latere proximè præcedentis cubici, eaq́ꝫ ducta per ſuum triplum, demum addita vnitate. Collectis itaqꝫ numero cubico proximè minore, & triplo radicis eius, & producto ex triplo per radicem & vnitate, fiet cubicus numerus proximè maior. vt 8 cubica radix eſt 2, cuius triplū eſt 6, quibus ductis per 2, fiunt 12. demum componantur 8. 6. 12. & 1. fient 27. qui eſt cubicus proximè maior, qui modus eſt apprime neceſſarius lateribus cubicis inueniendis. Similiter enim reſoluuntur in ſuas radices cubici numeri, ac componuntur ex præcedentiū radicibus: additur autem illa vnitas, vt præſeferens cubicum minus in quod maius reſoluitur.

Cubicus	8
Radix	2
Rad. triplum.	6
Rad. per tripl.	12
Vnitas	1
Cub. proxime maior	27

Deinde ſciendum, ſi ex aliqua linea vtcunq; ſecta in ſe ducta fiat quadratum, & ex quadrato cubicū corpus, quod ſecetur planis pro ratione ſectionis lineæ cum lateribus cubicis æquidiſtātibus, cubicum corpus reſecari in quinqꝫ corpora, quorum duo ſunt cubica ex ſegmētis datæ lineæ facta: reliqua verò tria ſolida ſunt priſmata, tribus dimenſionibus ſeu lateribus cōſtantia, quorū vnum æquale eſt vni ſegmento lineæ datæ, alterum verò alteri ſegmēto, tertiū verò toti lineæ datæ. vt ſit linea a b 12 ſecta puncto c in ſegmentum a c 10, & ſegmentum c b 2, ex qua in ſe ducta fiat quadratum a b d e & ex quadrato ducto in longitudinem



gitudinẽ lineæ a b fiat cubicũ corpus b e g sectum planis c q, & p i, & l n, æquidistantibus cũ cubici lateribus. dico cubicum corpus b e g secari in cubicum a q, & cubicum m r: cubici verò a q, latus cubicum esse a c: at cubici m r latus esse g k æquale segmento c b. Insuper secatur in tria prismata æqualia, nempe in e i o, & in b q k, & in f n, quod latet. & cuiusq; prismatis latera ita se habẽt, vt maximum sit æquale toti lineæ a b: alterũ æquale segmento a c: tertium æquale segmento c b. Si quis autem voluerit cubũ corpus, vt docet propositio secare, quinq; hæc corpora qualia à nobis descripta sunt, conspiciet. *Sit itaq;* a b tota linea 12, secta in a c 10 & c b 2. erit itaq; quadratũ a b 12, 144. cubicum verò a b 12: erit 1728, cubicum a c 10, erit 1000, cubicum ipsius c b 2, erit 8. si ex 10, & 2, & 12 cõficias prisma erit 240. Si itaq; colligas tria huiusmodi prismata cum duobus cubicis segmentorum inuenies 1728, cuiusmodi erat quantitas cubici ipsorum a b 12.

Cubus 10	1000
Prisma ex 12. 10. 2.	240
Prisma	240
Prisma	240
Cubus 2	8
Summa cubici totius	1728

Annotatio.

Insuper sciendum numero cuiuis tribus notis scripto contingere tantùm vnius notæ cubicum latus: nam infra

1000 omnis numeri latus cubicum eſt tantùm vnius notæ, nam 1000 eſt primus cubicus, cuius latus eſt duarum notarum, ſcilicet 10. infra 1000000 quiuis numerus latere cubico duarum tantùm literarum cōtentus eſt, Nam primus cubicus, cuius radix cubica, eſt trium notarū, videlicet 100 eſt numerus 1000000, quare cuiq; ternario notarum numeri cubici deſtinabitur pro latere cubico vna litera: diſtinguendus ergo erit numerus, cuius quæritur latus cubicum, in terniones notarū à dextra verſus ſiniſtrā, tribus quibuſq; virgula ſeparatis, & quot erunt interualla tot notas habebit latus cubicum.

Exemplo docetur lateris cubici inueſtigatio.

1	7	2	8
1			2
	3	3	

Examen. 0 | 0
3

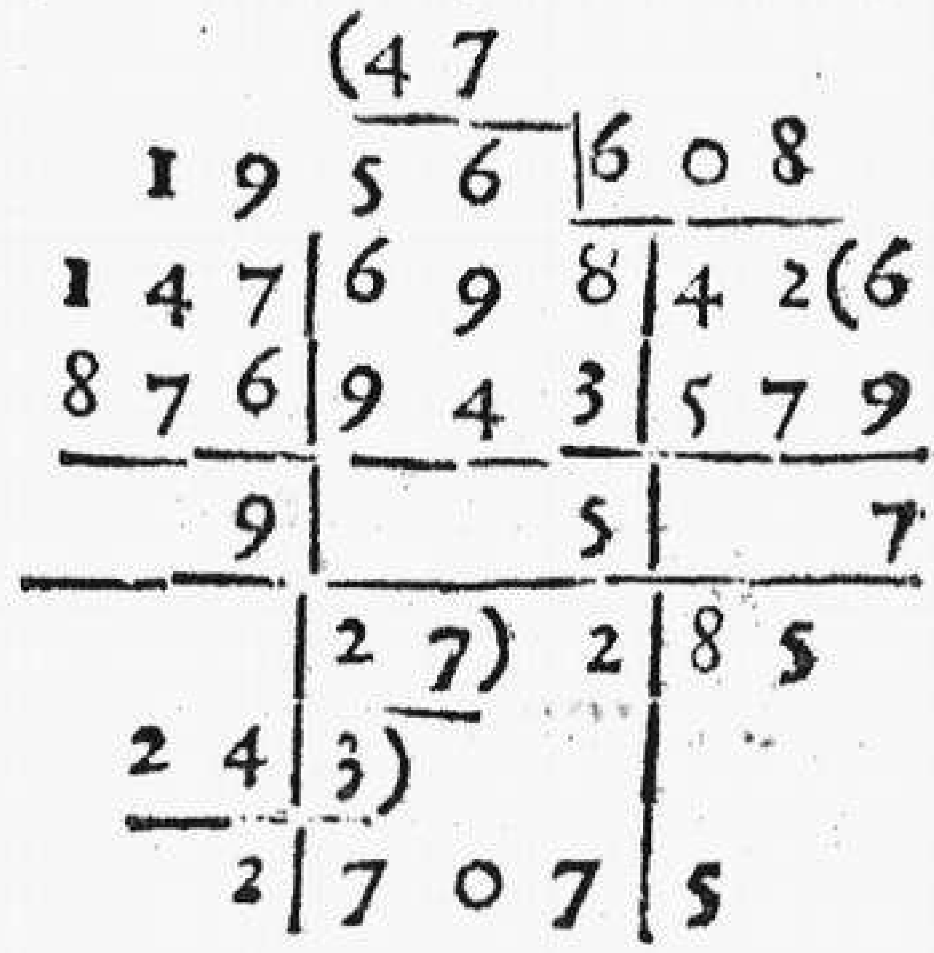
Volo inuenire latus cubicum numeri 1728, ſecerno tres priores notas virgula ſubſcriptis duabus parallelis, dico modò latus cubicum, vt patet ex annotatione, habiturum duas notas, quarū prima erit denionum, ſecunda digitorum. Quæro latus cubicum 1 & eſt 1. hoc idem eſt ac ſi dicas, latus 1000 eſt vnus denio. Habeo iam cubicū ſegmenti a c, cuiuſmodi latus eſt etiā latus trium priſmatum, quorum inueſtiganda ſunt latera duo, quæ deſunt. In numero itaq; 728 debent contineri tria priſmata æqualia, quorum vnum latus ſit 1 denio, & vnum aliud cubicum. Triplo itaq; latus cubicū primo inuentū ob trium illorū priſmatum tria latera æqualia, & efficio 3 deniones, quos noto in ſede denionū, ſcilicet ſub 2. quia verò vnūquodq; priſma habet tria latera & vnum eſt inuentum 1 denionis & maximum latus cuiuſq; priſmatis debet eſſe æquale totius cubici lateri, quod vt minimum eſſe poteſt 1 denionis, duco triplum radicis, nempe 3 deniones in ipſam radicem inue inuētam, nempe in 1 denionem, & fient 3 centuriæ: quare noto 3 centurias in ſede centuriarum, nempe ſub 7 infra parallelas, & pronuncio tria illa priſmata, vt minimum poſſe valere 300. Diuido modò 72 per 33, nempe per triplum radicis, & per productum ex triplo radicis collecta (nam hoc cōmodius eſt ad citius extrahendum, quàm vt per ſolū productū ex triplo lateris primi in latus primū diuidas. nā addendo triplum lateris primi inuenti fiunt 33 deniones, ſcilicet 330, & fingo vnum ex lateribus priſmatum eſſe 11, alterum 10, tertiū 1 & ita vnūquodq; priſma fingo eſſe 110, quod ſi vnitas non poteſt eſſe tertium latus priſmatum, nec alia nota maior eſſe poterit) & inuenio bis tantùm contineri in 72 ipſa 33. fingo itaq; tertium latus cuiuſq; priſmatis eſſe 2, & totum latus cubicū dati numeri 1728 eſſe 12. ſi itaq; 2 eſt ſecūda nota totius lateris cubici, habebit vnumquoq; illorum trium priſmatum tria latera, quorum vnum erit 1 denio, ſecūdum erit 2 digiti, tertium erit 12. Multiplico 12 per 3 deniones laterum priſmatum, & fiunt 36 deniones, qui rurſus ducendi ſunt per 2 igitos, qui ſunt tertiū latus cuiuſq; priſmatis, & fiunt 72 deniones, quibus demptis ex 72 exhauriunt 72 ſuperiores, qui ſunt 720 quæ eſt quantitas trium priſmatū. Nunc videndum, num cubicum 2, (nam hoc reſtat, vt compleantur illa quinq; ſolida, in quæ vnumquodq; cubicū reſoluitur) quod eſt 8 poſsit demi à numero relicto, nempe ab 8, quod cùm poſsit, & nihil remaneat dico latus cubicum 1728 eſſe 12.

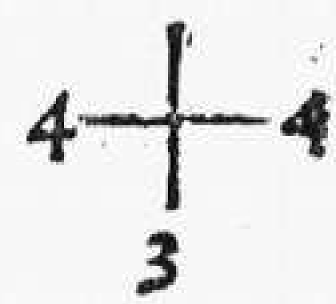
Examen.

Certiſsimum examen fit multiplicato latere cubice, vt ſi ducas 12 in ſe, fiunt 144, rurſus ſi ducas 144 per 12, fient 1728. quare rectè extractum eſt latus cubicum. Aliud per 9, deme 9 quoties fieri poterit à latere cubico, & remanent 3 notanda ſub decuſſe, duc cubicè 3, & fient 27, à quibus deme 9, & nihil remanet, cui est addendum quod remanet facta extractione lateris: & quia nihil remansit, noto in latere dextro decussis o. Deinde aufero 9 quoties possum à numero vnde extractum est latus cubicum & nihil remanet: scribo similiter in latere sinistro decussis o, & conijcio rectam esse extractionem lateris cubici.

Aliud exemplum.

Sit inueniendum latus cubicum 876943579: separo virgulis interpositis tertias quasq; literas, fientq; tria interualla. quare latus cubicum habebit tres notas, quarum prima erit centuriarum, secunda denionum, tertia digitorum. Quæro ex tabella laterum cubicorum cubicum 9 & inuenio esse 729, & demo 729 ex 876, & remanent 147 notãda supra proprias sedes, & noto 9 inter parallelas, quæ erit nota prima, centuriarum, videlicet ipsius lateris cubici, & concludo numeri 729000000 latus cubicũ esse 900. Deinde triplico 9 & 27 eius triplum noto sub 9 & 4: præterea duco 27 per 9, & primam notam productam ex 9 per 7 pono sub 2, scilicet in proxima sede dextrorsum: reliquas verò suo ordine scribo, & sunt 243 quæ seruatis limitibus, collecta cum 27, sunt 2457, per quem numerũ diuido 14794, & prouenient 6. fingo itaq; 6 esse secundã notam lateris cubici. Experiar modò num tria prismata possint demi ex 14794. ducam proinde 96 in 27, & fiunt 2592, quæ rursus ducam per 6, & fient 15552, quæ non possunt demi ex 14794: proinde non potest esse secunda nota lateris. Fingo itaq; esse 5, &





ducam

ducam 95 in 27, & sunt 2565, quæ ducam per 5, & sunt 12825, quæ demo ex 14794, & remanent 1969: deinde ex his demo cubicum ipsorũ 5, id est 125, & remanent 19568 vsq; ad virgulam. Hac methodo extraxisti tria prismata, quorum quodq; habet tria latera, vnum ex 96, alterum ex 90, tertium ex 5, & cuiusq; valor est 42750: at omniũ valor est 128250, & cubicum ipsorum 5, id est 125, quod coniunctum cum 128250, facit 128375, extraxisti, inquam, totum hunc numerum ex relictis 146943, & totidem supersunt, quot ante, nẽpe 19568. Præterea triplica 95, & fiunt 285, & 5 pono sub 7, & alias notas sinistrorsum suo ordine. Deinde duco 95 per 285, & fient 27075, & 5 pono sub 8 triplicati numeri, reliquas notas per ordinem proprium sinistrorsum scribo, & seruatis eorum sedibus colligo hos duos numeros, & fiẽt 271035, per quem numerum diuido 1956857, & proueniunt 7, relicto satis magno numero ex diuisore. quare dico tertiam notã lateris esse 7. duco itaq; 957 per triplum, nẽpe per 285, & fiunt 272745, quæ rursus duco per 7, tertiam notam inuentam, & fiunt 1909215, quæ demo ex 1956857, & remanent 47642, & insuper 9. ex his itaq; sex notis demo cubicum ipsorũ 7, nempe 343, & remanent 476086.

Examen.

Duc 957 per 957, & fiunt 915849, quæ rursus duc per 957, & fiunt 876467493, quibus adde quæ superfuerunt 476086, & prouenit primus datus numerus 876943579. Aliud per 9. reijce 9 quoties potes ex latere cubico, & remanent 3, quæ duc cubicè, & fiunt 27, ex quibus reiectis 9, nihil remanet. ex numero relicto reijce 9 quoties potes, & remanent 4 sub latere dextro decussis notanda. Deinde ex dato numero reijce 9 quoties potes, & remanẽt 4, quæ ponentur in latere sinistro decussis, quare coniicio extractionem lateris cubici rectè factam.

De denominatione, quam habiturus est numerus, qui, extracto latere cubico, relinquitur.

Triplica radicem seu latus cubicũ inuentum (posito primum supra virgulam numero relicto, vt in dato exẽplo $\frac{476086}{}$) duc deinde triplum radicis, scilicet 2871 per radicem cubicã cubici proximé maioris, scilicet 958, & fient 2750419 cum addita vnitate, quæ subscribes tanquã proprium denominatorem numero relicto. Quare cubica radix 876943579 sunt $957\frac{476086}{2750419}$. In numeris surdis denominator partium est differentia inter duos proximos cubicos, inter quos continẽtur. Vt si quæras latus cubicũ 6, est 1 relictis 5, quæ denominabuntur à differentia, quæ est inter 1 & 8 proximos cubicos, inter quos est 6. Itaq; latus cubicum 6, est 1 & $\frac{5}{7}$, quod idem est ac si triplicares 1, & efficeres 3, & 3 duceres per radicem 2, & sunt 6, et adderes vnitatem. nam fierent 7.

Idem aliter fiet, si velis reducere relictum numerum ad fractiones Astronomicas, scilicet ad minuta: duc ipsum per 60, & productum diuide per productum ex triplo radicis in radicem proximi cubici maioris addita vnitate, vt in dato exẽplo per 2750419, & inuenies illi fractioni respondere 10 $\overline{m}$. Si verò velis ad minuta & secunda reducere fractionem, duces relicta 476086 per 3600, & productũ diuides per 2750419, & inuenies 623 $\overline{2}$, id est 10 $\overline{m}$ 23 $\overline{2}$.

Idem aliter, institutũ est inuenire dati numeri surdi latus cubicũ propinquũ quod ad minuta & secunda, vt numeri 26, illi adde duos terniones ciphrarum, & fiunt 26000000, cuius numeri latus cubicum est 296, neglectis quæ supersunt: & quia addidi duos ciphrarum terniones, demo duas notas dextras, & manent 2 integra, duco deinde 96 in 60, in 60,fiuntq́ʒ 5760, à quibus demo duas notas dextras, & manēt 57 $\overline{m}$. rurſus duco 60 per 60, & fiunt 3600, dēptiſq́ʒ duabus notis dextris, manēt 36 $\overline{2}$. quare latus cubicum 26 eſt 2 integrorum 57 $\overline{m}$ 36 $\overline{2}$.

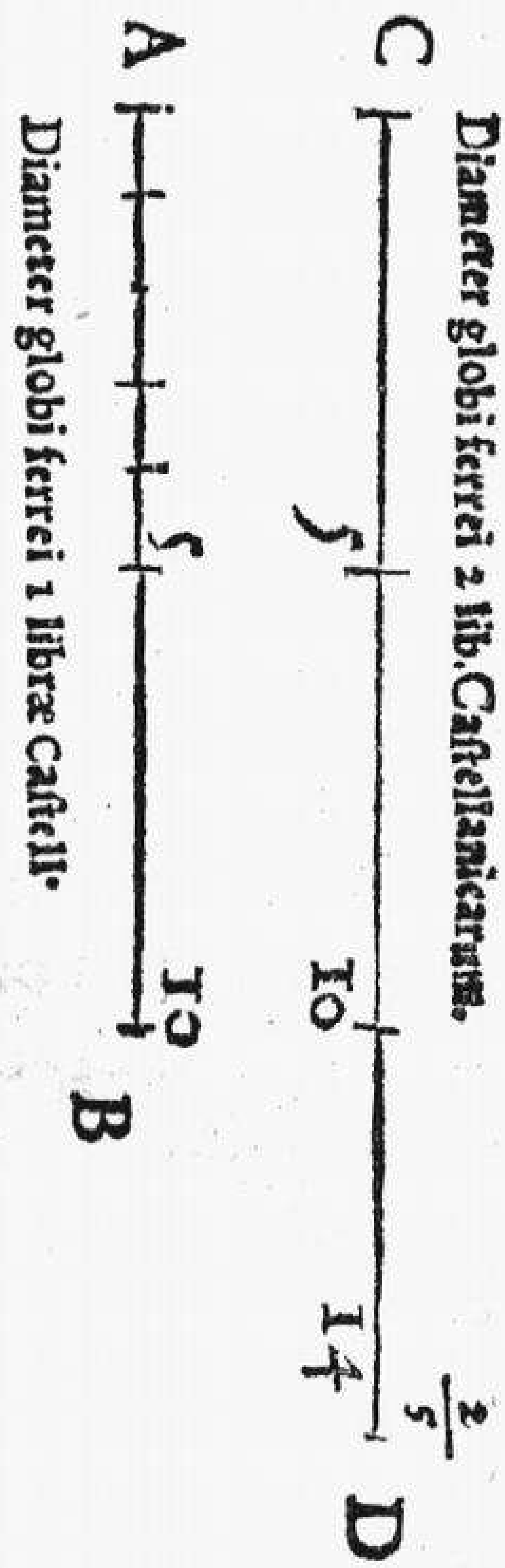
Idem aliter, ſi velis inuenire ſurdi numeri latus cubicum quò ad cẽteſimas, aut milleſimas, aut ſexageſimas primas, aut ſecundas, accipe cubicum numerum ipſorum 100, vel 1000, vel 60, vel 3600, quem numerũ duces per datum ſurdum, & producti numeri latus cubicum erunt vel centeſimæ, ſi per cubicum ipſorum 100 eum duxiſti: aut milleſime, ſi per cubicũ ipſorum 1000 eum duxiſti: vel minuta, ſi per cubicum ipſorum 60 eum duxiſti: vel ſecunda, ſi per cubicum ipſorum 3600 eum duxiſti: vt ſi 26 velis inuenire latus cubicum quò ad minuta, accipies cubicum ipſorum 60, & fiunt 216000, quem duces per 26, & ſunt 5616000, cuius numeri latus cubicum ſunt 177, quę ſunt minuta ſeu $\frac{177}{60}$ quod idem eſt, vtpote 2 integra 57 $\overline{m}$. quare latus cubicũ ipſorum 26 eſt 2 integrorũ 57 $\overline{m}$. *Si* accipias quadratũ ipſorum 100, vel 1000, vel 60, vel 3600, eumq́ʒ ducas per datũ aliquẽ ſurdũ & producti ſumatur latus quadratum, inuenies ſurdi numeri latus quadratũ quò ad centeſimas, vel milleſimas, vel minuta, vel ſecunda. *Annotatio*

De vſu radicis ſeu lateris cubici.

Vt vnus numerus medius proportionalis inter duos extremos inuenitur opera extractionis lateris quadrati: ſic duo medij proportionales inter datos duos extremos inueniũtur extractione lateris cubici. Nã vt inter quadratos tantùm vnus medius exiſtit proportionalis, ſic inter cubicos reperiuntur duo medij proportionales: quî autẽ ſint inueniendi proprio problemate docebimus. *Eucl. pro. 11. & 12. octa. li. el.*

Deinde opera inuentionis lateris cubici inueniuntur quanti-

quantitates diametrorum, & laterum quoruncunq; solidorum, dato aliquo simili quacunq; ratione maiorum. Esto verbi gratia A B linea diameter sphæræ aut latus solidi angulis prædi-ti, quod sit vnius põdo. Si Arithmetica ratione velis inuenire lineã, quæ sit diameter, aut latus solidi similis triũ pondo: diuide lineã A B in partes æquales, quotcunq; libuerit. Sitq; in 10 diuisa, cuius numeri cubicus est 1000, tot itaq; sunt in solido cuius est diameter, aut latus linea A B similia solida prędita diametro, aut latere vnius decimæ partis lineæ A B. Quoniã inquiritur diameter aut latus solidi similis triplo maioris, triplica 1000, & sunt 3000 solida parua lateris aut diametri vnius decimæ ptis lineæ A B, quot cõtinebit solidum triplo maius: huius numeri latus cubicum, scilicet 14 decimæ 25 m. sunt diameter, aut latus solidi similis triplo maioris, cuiusmodi est linea C D. Item si cupias inuestigare cuicunq; prismati cubicũ corpus æquale aut quauis ratione maius, aut cuicunq; columnæ rotundæ longæ columnam æqualem, aut quauis ratione maiorem, quæ sit prædita dimensionibus æqualibus, hoc fiet opera inuentionis lateris cubici. Nam si dimensiones eorum communi aliqua mensura inuestigaueris, & inter sese multiplicaueris, producti latus cubicũ est latus cubici, aut cylindri regularis ęqualis. Si verò productum aliqua ratione auxeris, aucti numeri latus cubicũ erit latus cubici, aut columnæ regularis eadẽ ratione maioris, qua methodo facta est sequens tabula.



TA-

TABULA DOCENS QUOmodo duplicandi, aut triplicandi, aut amplius augendi vsq; ad sexagecuplum quadruplam rationem sint globi & corpora similia.

Latera.	pars.	m̄.	2̄.		pars.	m̄.	2̄.
Lat. corp simp.	10	0	0	la. 23	28	25	48
lat. dupli	12	35	24	la. 24	28	50	24
la. tripli	14	25	12	la. 25	29	14	24
la. 4.	15	55	12	la. 26	29	37	12
la. 5.	17	5	24	la. 27	30	0	0
la. 6	18	11	24	la. 28	30	19	48
la. 7	19	7	12	la. 29	30	41	24
la. 8	20	0	0	la. 30	31	4	12
la. 9	20	48	0	la. 31	31	24	36
la. 10	21	32	24	la. 32	31	44	24
la. 11	22	13	48	la. 33	32	4	12
la. 12	22	52	48	la. 34	32	23	24
la. 13	23	30	36	la. 35	32	42	36
la. 14	24	6	0	la. 36	33	3	0
la. 15	24	39	36	la 37	33	19	12
la. 16	25	11	24	la. 38	33	36	36
la. 17	25	42	36	la. 39	33	54	36
la. 18	26	12	0	la. 40	34	10	48
la. 19	26	40	48	la. 41	34	23	48
la. 20	27	8	24	la. 42	34	45	36
la. 21	27	34	48	la. 43	31	1	48
la. 22	28	1	21	la. 44	35	18	0

	pars.	m.	2		pars.	m.	2.
la. 45	35	33	36	la. 55	38	1	12
la. 46	35	48	48	la. 56	38	15	0
la. 47	36	2	24	la. 57	38	28	48
la. 48	36	20	24	la. 58	38	41	24
la. 49	36	35	24	la. 59	38	55	12
la. 50	36	50	24	la. 60	39	8	24
la. 51	37	4	48	la. 61	39	21	36
la. 52	37	19	12	la. 62	39	29	24
la. 53	37	33	36	la. 63	39	47	24
la. 54	37	47	24	la. 64	40	0	0

Annotatio. Quemadmodum opera extractionis lateris cubici multiplicium globorum, aut corporum solidorum similium diametros & latera vsq; ad 64 maiorũ inuenimus, poterũt etiã quauis alia ratione maiorũ, atq; etiã minorũ diametri & latera inuestigari. Quod etiam, quò ad submultiplicium solidorum vsq; ad sexagies quater minorũ diametros, conuertendo hanc tabulam, fieri poterit. Vt si velis inuenire diametrum globi subdupli ad datum, accipe diametrum globi dupli, nempe 12 part. 35 m. 24 2, & in tot partes & minuta & secunda diuide diametrum dati globi, ex quibus accipies 10 partes, & ex illarum quantitate fiet diameter, aut latus corporis solidi subduplò minoris. Vt autẽ vites difficultatẽ diuidendi diametrũ dati globi in 12 par. 35 m, 24 2, accipies diametrũ globi octupli, qui est 20 part. 0 m 0 2, & diuides in 20 partes diametrum globi dati, ex quibus accipies 15 partes, 55 m, 12 2 diametri quadrupli. Nã quadrupli ad octuplum est ratio subdupla. Quî autem doctrina inuẽtionis laterum cubicorum, ad vsus machinarũ bellicarum, & ad artem militarem pertineat, Superis fortunannantibus, in incæpto à nobis opere de re militari explicabitur.

Lubenter ſubieciſſem mox problema de inueſtigandis lateribus figurarum altera parte longiorum, niſi egeret multiplicatione fractorum.

PROBLEMA 7.

Datis duobus numeris tertium continuò proportionalem inuenire.

Propoſitio 18. libri noni elementorum, quæ colligitur ex 17. libr. 6. & 20. ſeptimi, qua ait Euclides. Si tres numeri proportionales fuerint, qui ſub extremis, æqualis eſt ei, qui fit à medio & vice verſa. Sint dati numeri 4 & 6. Inueniēdus eſt numerus, qui eandem habeat rationem ad 6, quam 6 ad 4. Duc itaq; 6 in ſeſe, & fient 36, quem numerū diuide per primum, nempe 4, & fient 9. quare 9 erit tertius proportionalis. Dentur ſecundo 8 & 11, quibus ſit dādus tertius continuò proportionalis. Duc 11 in ſe, & fient 121, quem numerū diuide per 8, & proueniet tertius numerus continuò proportionalis, ſcilicet $15\frac{1}{8}$. quare 8. 11. $15\frac{1}{8}$ erunt cōtinuò proportionales. Ex hac propoſitione facile poteris, in datis quibuſcunq; numeris, continuare eandem rationem. Nam vt ducto ſecundo in ſe, & eius quadrato diuiſo per primum, inuenitur tertius; Sic ſi quadratū tertij diuidatur per ſecundum, proueniet quartus cōtinuo proportionalis, atq; ita de reliquis erit agendum.

Exemplum *Aliud.* *Corollariū*

PROBLEMA 8.

Tribus numeris datis quartum proportionalem inuenire.

Propositio 19.lib.9. Aut dantur tres numeri continuò proportionales: aut tres numeri diuersas rationes habentes. Si sint continuò proportionales, ex proximè præcedenti problemate quartus in eadem ratione inuenietur. vel quartus poterit inueniri ex propo. 16. libr. 6. vel 19. libr.7. vbi ait Euclides, si quatuor numeri fuerint proportionales, qui ex primo & quarto fit numerus, æqualis est ei qui fit ex secũdo & tertio numero: & si qui fit ex primo & quarto, sit æqualis ei, qui fit ex secundo & tertio, illi numeri sunt proportionales. Duces itaq; secũdum in tertiũ, & numerus productus diuidetur per primum & prodibit quartus numerus proportionalis. Nam si quod fit ex secundo in tertium, est æquale, ei quod fit ex primo in quartum, illud quod fit ex secundo in tertiũ, erit quãtitas plani numeri ex primo in quartũ facti, cuius plani datur vnum latus, nempe primus numerus: quare per primum diuiso plano, prodibit latus alterũ, nempe numerus quartus, qui per dictam propositionem erit proportionalis: vt dentur

Exemplum 2.6.18 continuò proportionales, duc 6 in 18, & fiunt 108. quẽ diuide per 2, & fiunt 54, qui est quartus numerus proportionalis. Omnino eadem ratione colligetur quartus proportionalis, quando tres dati numeri habent diuersas

Exempl. rationes. Vt si 8 dant 12, quot dabunt 20? Duc 20 in 12, & sunt 240, quem numerũ diuide per 8, & prouenient 30. Dico, qualis est ratio 8 ad 12, talis est ratio 20 ad 30: nẽpe subsesquialtera. Hic vsus problematis dicitur rectus, quia recto ordinem dantur tres priores numeri.

Vsus inuersus. Alter vsus huius problematis est inuersus, vtpote quod ordine legitimo non proponãtur tres priores numeri, sed perturbentur: at vbi tres numeri dati ad legitimum ordinem fuerint conuersi, beneficio huius problematis inue-

Exempl. nietur quartus. Vt si quum venditur tritici mensura (quæ

cafiz

cafiz dicitur) 80 ℔ dantur 14 vnciæ panis 4 denarijs: quã-do cafiz venditur 70 ℔, quot vnciæ dandæ erunt 4 dena-rijs? Inuertes sic, si 70 ℔ dant 80 ℔, quot dabunt 14 vnciæ nam ea ratione qua pretium minuitur, vnciæ panis sunt augendæ. duc itaq; 80 in 14, & fiunt 1120, quæ diuide per 70, & prouenient 16 vnciæ panis exhibendæ 4 denarijs: debet enim pretium cum pretio, & vnciæ cum vncijs con ferri. Si, vt proponuntur numeri, velis absoluere quæstio-nem, duces primum in secundum, & productum diuides per tertium, & proueniet quartus, quod idem est: vt si cùm Exemplum venditur amphora vini 5 ℔, dantur pro singulis denarijs 6 vnciç vini: quot dabuntur, cùm amphora vendetur 4 ℔? duc 5 in 6, & sunt 30, quæ diuide per quatuor, & proueniẽt 7 vnciæ cum $\frac{2}{4}$ id est $\frac{1}{2}$ vnciæ exhibendæ denario. Item, si Exempl. 30 fabri conficiunt triremem 40 diebus, 100 fabri quot diebus conficient? duc 30 in 40, & sunt 1200, quæ diuide per 100, & prouenient 12 dies. Vel sic perturbatim pro-pones. 30 fabri faciunt triremem 40 diebus, vt absoluatur triremis 12 diebus, quot fabris est opus? duc 30 in 40, & Exempl. fiunt 1200, quæ diuide per 12, & prouenient 100 fabri. In-numeræ quæstiones huiusmodi contingunt inuersis nu-meris. Ordo autem legitimus est, vt conferas res eiusdem generis inter sese, & quam hæ habent inter sese rationem, Ordo legitimus. talem reliquæ alterius generis inter sese sunt habituræ. Quando partes, seu fractiones adhærebunt integris, absol uetur supputatio per problemata de fractionibus integro rum tradenda.

Examen.

Examinata multiplicatione secundi per tertium, & di-uisione producti per primum, necessariò prodibit verus quartus proportionalis. Examen regium, inuento quarto ex tribus prioribus, quæres eadem methodo ex tribus poſterioribus primū, qui ſi ſit æqualis primo erit recta ſupputatio. Item ſi duxeris primum per quartum, & productum diuiſeris per tertium, prouenire debet ſecundus: & ſi diuiſeris illum productū per ſecundū, prouenire debet tertius. Vſus varios huius problematis, ad innumeras ambages extricandas, quæ emergunt ex mercatorum commercijs, potes ex immenſa turba Arithmeticarum petere: quæ à vulgaribus practicæ dicuntur. Nos enim inſtitutiones ac methodos vniuerſales ſupputandi, futuro Mathematico ac potiſsimum Aſtrologo, tradimus.

PROBLEMA 9.

Numeros gradatim procedentes in vnum unmerum, expeditius quam per primum problema, cōponere.

Recētiores logiſtæ numeros gradatim procedētes, progreſsionem Arithmeticam vocant, qua numeri æquali exceſſu progrediuntur, quæ ratio ſupputandi inutilis eſt futuro Mathematico, quandoquidem raro aut nunquam vſurpatur. Si autē libeat ſcire, quî expediatur huiuſmodi compoſitio: ſic facito, compone primum & vltimum, & producti medietas ducetur per numerum ipſorum: aut medietas numeri ipſorum ducetur per compoſitū ab extremis, & proueniet ſumma totius. Vt ſint numeri gradatim procedentes 1.3.5.7.9.11.13.15. Iungo 1 cum 15, qui ſunt extremi & ſunt 16, cuius numeri medietas ſunt 8, duc 8 in 8, nam octo dati ſunt numeri, & fiunt 64, quanta eſt ſumma datorum numerorum. Vel duc 16 conflatum ab extremis in 4, medietatem 8 numerorum, fiuntq́ue 64.

Exemplum

Pro-

PROBLEMA 10.

Datos quoscunque numeros continuò proportionales, expeditius quam per primum problema, in vnum componere.

Hoc problema non tam vtile est astronomo, quam decorũ, ideo explicatur. Numeros cõtinuò proportionales, recentiores vocant progressionem Gæometricam, vt 1. 3. 9. 27. 81. 243. Primum scies minimos numeros datæ rationis, qui in hoc exemplo sunt 1. 3. Duc numerum minimum eius rationis in minimum eius progressionis, seu continuæ proportionis: Deinde duc numerum maiorem datæ rationis in numerum maiorem datæ continuæ proportionis. Vt in dato exẽplo, duco 1 in 1, & sunt 1: deinde duco 3 in 243, & fiunt 729. Subtrahe productum ex minimo termino rationis in minimum numerum continuæ proportionis, & remanent 728, hanc differentiam diuide per differentiam inter minimos terminos datæ rationis, scilicet per 2, & prouenient 364, summa datæ continuæ proportionis. Idem aliter ex Euclidis 35. propositione 9. libri, quæ ita habet, si fuerint quotcunq; numeri continuò proportionales, auferantur verò à secundo & vltimo æquales primo, vt se habet excessus seu differentia secundi ad primũ, ita differẽtia extremi ad omnes, qui ante ipsum sunt. Vt in dato exemplo differentia secundi ad primum est 2, differẽtia vltimi ad primum sunt 242. itaq; vt 2 ad 1, ita 242 ad omnes numeros, qui sunt ante vltimum. Ergo si diuidas 242 per 2, prouenient 121: omnes itaq; numeri ante 243, efficiunt 121, quibus adde vltimum, id est 243, & fiunt 364, vt prius.

Exemplum (margin, beside "Primum scies minimos numeros datæ")

Aliter. (margin, beside "proportionis. Idem aliter ex Euclidis")

SECVNDVS

LIBER DE PARTIBVS

continuorum(quas fractiones seu segmenta vocãt)supputandis.

VT vnitatum aceruatione in immensum numerus crescit, sic vnitas dum in infi- nitum secatur, semper decrescit. Vnũ enim à Mathematicis dicitur, quod suis terminis cõtinetur, ac proinde quantũ intelligitur, quæ dicitur continua quã- titas. Omne autem continuum secari potest in semper diuidua, nec vnquã deuenietur ad puncta indiuidua, quòd infiniti non sit medietas, nec tertia, nec vlla pars: alioqui si partẽ ab aliquo numero denominatã haberet, iam finiretur illarum partium numero, & quia omne diuiduum constat ex infinitis punctis, ideo non potest diuisio ad indiuidua puncta peruenire. Itaq; si mo- nas seu vnitas in duo æqua secetur, eius vnaquæq; medie- tas dicetur $\frac{1}{2}$ vnum secundum, vel vnum ex duobus, à la- tinis semis. Si in tres partes vnaquæq; tertia pars, vel triẽs $\frac{1}{3}$ vnũ ex tribus dicitur: $\frac{1}{4}$ quarta vel quadrãs: $\frac{1}{5}$ quinta vel quintans, &c. Numerus supra virgulam collocatus numerator, infra virgulam denominator dicitur, vt in $\frac{4}{5}$ 4 dicitur numerator, 5 denominator.

Aristotelis 1. cap. 1. li. de cælo.

Numerator. Denominator.

Partiũ duo sunt genera, quædam simplices, quibus pri mo sectione secatur corpus, aliæ sunt particulæ partium, vt cum post primam sectionẽ vnaquæq; pars in alias par- ticulas secatur, quæ ex prima sectione fiunt μοιριᾶια, aut μοριαὶ partes, verum quæ ex parte in particulas secta fiũt,

μέρη

μέρη à Græcis dicũtur, particulę à nostris dici possũt: à recentioribus quibusdã fractiones compositæ, quæ notãtur sic $\frac{2}{3}\ \frac{1}{5}$ duo trientes quintantis: hæc cum inciderint, confestim ad partes simplices reducentur, cuius reductionis modus ex 5. problemate huius petetur.

Enumeratio. Enumeratio partium est earum valoris expressio, cum obseruatione, num integra contineãt, necne. Quotiescunq; enim numerator partis est æqualis denominatori, vt $\frac{4}{4}$ partes continent vnitatem, & perinde sunt $\frac{4}{4}$ ac $\frac{1}{1}$ nempe 1. Quando numerator partiũ denominatore fuerit maior, tunc continent plusquam vnum. Diuide tum numeratorem per denominatorem, & proueniunt vnitates, vt $\frac{27}{9}$ erunt $\frac{3}{1}$, seu 3.

Annotatio. Deinde sciendũ, existentibus ęqualibus numeratoribus, eam fractionem esse maiorem, cuius denominator est minor, vt dictum est inter communes animi conceptiones, vt $\frac{2}{3}$ maiores sunt $\frac{2}{5}$. Item omnes partes esse æquales, quarum numeratores rationem eandem habent cum suis denominatoribus, vt $\frac{2}{3}\ \frac{4}{6}\ \frac{6}{9}\ \frac{8}{12}$ sunt æquales partes: vt patet ex definitione numerorum proportionaliũ. Item integra reduci ad fractiones, seu ad partes, ducto numero integrorum in denominatorem partiũ, vt si ex 8 integris velis facere septimas, duc 8 in 7, & sunt $\frac{56}{7}$:

PROBLEMA I.

Datarum partium minimos numeros, æquales cum ipsis partes efficientes, inuenire.

De abreuiandis fractionibus. Aut denominator & numerator partium sunt numeri ad inuicem primi, vt $\frac{7}{4}$, & tunc per propo. 23. libr. 7. sunt minimi numeri illarũ partium & omnium cum illis æqualium.

Quî cognoscẽtur numeri ad inuicem primi.

Quî inueniatur maxima mensura cõis.

lium. Si verò primi ad inuicem fuerint, per 1. propo. li. 7. vno ab altero reciprocè ablato semper minore à maiore, qui relinquetur nullo modo metietur præcedẽtem, donec à principio sumpta fuerit vnitas: vt si proponantur 7 & 4 si à 7 demas 4, remanẽt 3: si verò à 4 demas 3, remanebit 1. quare sunt adinuicem primi. Si verò non sint adinuicem primi, vno ab altero reciprocè ablato semper minore à maiore, qui relinquetur vtrunq; metietur, eritq; per 2. septimi, relictus numerus maxima mensura communis vtriusq;, considera tunc quoties in vtroq; maxima mensura communis cõtineatur: nam illi numeri erunt minimi partium æqualium cum ipsis. Vt si proponantur $\frac{8}{12}$: abstrahe 8 à 12, & remanent 4. abstrahe 4 ab 8, & remanẽt 4, qui erit maxima mensura communis 12 & 8. in 12 continentur 4 ter, in 8 bis: quare $\frac{2}{3}$ sunt partium $\frac{8}{12}$ æqualium cum ipsis minimi numeri. Quod erat faciendum.

PROBLEMA 2.

Minimos numeros, quos datæ partes metiuntur inuenire.

Hæc ex 36 & 37 septimi colligitur. *Si denominatores* datarum partium sint numeri ad inuicem primi, duc eos inter sese, & producetur minimus ab eis mensuratus. vt $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ minimum numerum mentiuntur 60. Nam si ducas 3 in 4 sunt 12, & 12 in 5 sunt 60, infra quem numerũ nullus est qui habeat $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$. Si denominatores sint numeri adinuicem compositi, si se metiuntur proportionaliter, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, tum maximus eorũ est minimus mensuratus ab illis. 8 enim habet $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{8}$. Si verò non metiantur se proportionaliter, vt si quæras quis sit minimus numerus mẽsuratus ab $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{6}$: nam 3 me-

tiuntur

tiuntur 6, non autem 4. & 4 & 6 sunt numeri ad inuicem cōpositi, omittes $\frac{1}{3}$ quia omnis numerus habens partem aliquam, habet omnes partes denominatas à sub multiplicibus eius denominatoris, & quæres numeros ad se inuicem primos, per præcedentem, qui metiantur 4 & 6, & sunt 2, & 3, quos ad latus eorum quos mensurāt collocabis sic, decusse interposita, & duces 4 in 3 vel 6 in 2 & sunt 12, qui est minimus mensuratus à $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{6}$: eadē ratione $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ minimum metientur 24. debet enim reijci vna quarta, quia numerus habens $\frac{1}{8}$ necessariò habet $\frac{1}{4}$. Hoc idem est cum ratione inueniendi minimos numeros, qui habeant datas partes. Nota.

$$\begin{matrix}4 & & 2\\ & \times & \\ 6 & & 3\end{matrix}$$

PROBLEMA 3.

Datam, aut datas partes ad alias cuiuscunque denominationis sibi æquales conuertere.

Si denominatores partium sint numeri ad se inuicem compositi, tum ex 8. problemate primi libri inuenietur facillimè. vt dentur $\frac{2}{3}$ conuertendæ ad $\frac{\ }{6}$ dicito si 3 dant 2: quantum dabunt 6? & inuenio 4, locanda supra, sic $\frac{4}{6}$, erunt itaq; $\frac{2}{3}$ quatuor sextæ. Si verò sint numeri ad se inuicem primi, tunc fiet simili modo, sed accident particulæ partium, vt sint $\frac{3}{7}$ conuertendæ ad $\frac{\ }{5}$, dicito si 7 dant 3: quantum dabunt 5? & inuenio respondere $\frac{2}{5}$, & remanet 1, quæ est dicenda $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$. Nam ad quintas conuertis septimas, & illa vnitas, quæ remanet ex 15 diuisis per 7 necessariò est $\frac{1}{7}$, quia per 7 diuidis. Quare $\frac{3}{7}$ idem sunt quod $\frac{2}{5}$ cum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$. Nam vt docebimus problemate 4. $\frac{2}{5}$ cum $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{5}$ efficiunt $\frac{75}{175}$, quæ idem sunt cum $\frac{3}{7}$.

PROBLEMA 4.

Datas quaſcunque partes quarũcunque denominationũ, ad partem vel partes eiuſdem denominationis cum datis æquales, conuertere.

Per ſecundum problema huius inuenies minimum numerum, quem datæ partes menſurãt, & illum diuides per earum partium denominatores, & quoti prouenientes ſupra ſcripti minimo numero ab eis demenſurato, erunt reducti ad partes eiuſdem denominationis, vt per 2. problema, minimus numerus menſuratus à $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ eſt 60. Diuide 60 per 3 & prouenient $\frac{20}{60}$, nẽpe $\frac{1}{3}$, diuide per 4 & proueniẽt $\frac{15}{60}$, id eſt $\frac{1}{4}$, diuide per 5 & proueniẽt $\frac{12}{60}$, ſcilicet $\frac{1}{5}$.

Aliter. Si partes datæ ſint eiuſdem denominationis, non eſt opus problemate: alioqui, ſint verbi gratia $\frac{2}{5}$ & $\frac{3}{7}$ conuertẽdæ ad vnam denominationem, diſpone vt vides, poſita decuſſe inter datas partes.

14	15
$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{7}$
35	35

Duc per 5 denominatorẽ primæ, 3 numeratorem ſecundæ, & ſcribe 15 ſupra 3. deinde duc per 5, 7 denominatorem ſecundæ, & ſunt 35, quæ ſcribe ſub 7. Præterea duc per denominatorem ſecũdæ, ſcilicet 7, ipſa 2 fientq; 14 ſcribenda ſupra 2, & per eadem 7 duc 5, & fient 35 ſcribenda infra 5. Erunt itaq; $\frac{2}{5}$ conuerſæ ad $\frac{14}{35}$, & $\frac{3}{7}$ conuerſæ ad $\frac{15}{35}$.

Quod ſic demõſtratur, 2 & 5 ducta ſunt per 7: habebũt itaq; producta ex 7 in 2 & ex 7 in 5, ſcilicet 14 & 35, per propo. 17. lib. 7. eandem rationem, quam habent 2 & 5: & per eandem propoſitionem 15 & 35, facta ex ductu 5 in 3 & 5 in 7 habebunt eandem rationem, quam habent 3 & 7,

quare

quare ex annotatione tradita in initio huius libri, æquales partes sunt $\frac{2}{5}$ cum $\frac{14}{35}$, & $\frac{3}{7}$ cum $\frac{15}{35}$ quod erat faciendũ.

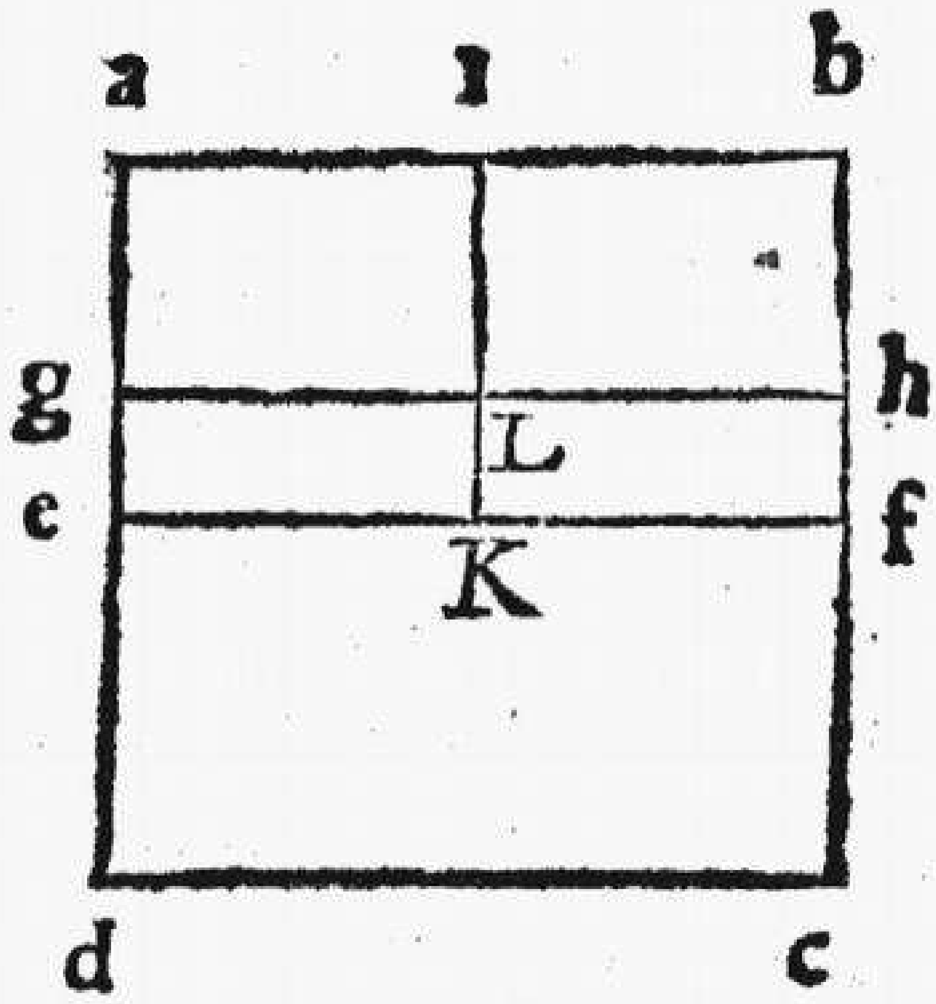
Hinc pronum est cuiuis partes colligere. Nam si sint eiusdem denominationis, colligentur numeratores & sub scribetur denominator, vt $\frac{3}{5}$ & $\frac{4}{5}$ efficiunt $\frac{7}{5}$, scilicet 1 & $\frac{2}{5}$. Si verò fuerint datæ partes diuersarum denominationum per præsens problema reducentur ad eandem denominationem, postea colligentur, vt $\frac{2}{5}$ sunt $\frac{14}{35}$: $\frac{3}{7}$ $\frac{15}{35}$, si iungas $\frac{14}{35}$ cum $\frac{15}{35}$, fient $\frac{29}{35}$. *Additio.*

Deinde facilè vnam partem ab alia subtrahemus. Nam si sint eiusdem denominationis, minor numerator subtrahetur à maiore, & subscribetur denominator. Vt si subtrahas à $\frac{3}{5}$ $\frac{2}{5}$, remanebit $\frac{1}{5}$. Si sint diuersarum denominationum reducentur per præsens problema ad eandem denominationem. vt si subtrahãtur à $\frac{3}{7}$ $\frac{2}{5}$, cõuertentur $\frac{3}{7}$ ad $\frac{15}{35}$ & $\frac{2}{5}$ ad $\frac{14}{35}$, & remanebit, subtractis $\frac{2}{5}$ à $\frac{3}{7}$ $\frac{1}{35}$. *Subtractio*

PROBLEMA 5.

Datas partes in alias quascunque multiplicare.

Dum integra per integra ducuntur, semper fit maior numerus, & vnitates augentur: at dum pars per aliam partem ducitur, semper fit pars denominationis maioris, sed reipsa minor ijs, ex quarum ductu fit. Similiter si vnitas ducatur in quancunq; partem, fit semper eadem pars: vt, quum ducitur vnitas in quemcunq; numerum, fit semper idem met numerus. Quare si multiplices 1 per $\frac{1}{2}$ fit medietas, si per $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{3}$ &c. Et si ducas $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{2}$ fit $\frac{1}{4}$, si $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{6}$, si $\frac{1}{2}$ ducatur per $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{8}$, quod ita demonstratur. Sit a b linea 1, quæ ducatur in sese fiet quadratum a c: sumatur a e medietas ipsius a b. Si itaq; a b, 1 ducas



in a e $\frac{1}{2}$, fiet a f rectangulum, medietas quadrati a c, per 1. propositione 6. quod si ducas a b. 1. in a g eius $\frac{1}{3}$ fiet rectangulũ a h, quod est tertia pars quadrati a c per 1. propositionem 6. vnde patet vnitatem ductam per quamuis partem efficere illammet. Ad hæc si ducas $\frac{1}{2}$ lineæ a b, nempe a 1, in a e, medietatem lineæ a d, æqualis ipsi a b, fiet rectãgulum a k, quod est $\frac{1}{4}$ totius quadrati a c: & si ducas a 1, id est $\frac{1}{2}$ a b, in a g, id est $\frac{1}{3}$, fiet rectãgulum a l, quod est sexta pars quadrati a c. Quare $\frac{1}{2}$ ducta in medietatem procreat $\frac{1}{4}$: & $\frac{1}{2}$ ducta in $\frac{1}{3}$ facit $\frac{1}{6}$. Quod erat demonstrandum.

Canõ multiplicationis partiũ. Ducturus itaq; vnam partem in alteram, multiplica numeratorem vnius, in numeratorem alterius, & fiet numerator: deinde multiplica denominatorem vnius, in denominatorẽ alterius, & fiet denominator partis productæ: vt si ducas $\frac{3}{5}$ in $\frac{4}{7}$, duc 3 in 4 & sunt 12, deinde 5 in 7 & sunt 35, quæ scribe interposita virgula ipsis 12, & fient $\frac{12}{35}$. Ex hoc canone etiam poteris quascunq; partiũ particulas, ad partes cõuertere, vt $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{7}$, est $\frac{1}{14}$: & $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{5}$ sunt $\frac{6}{15}$. Nã canone multiplicationis cõuertũtur ad primas partes. *Particularũ ad ptes conuersio.*

Multiplicatio integrorum in partes. Si integra ducas in partes, dispones integra ad formam partium: vt si ducas 9 integra in $\frac{5}{7}$ subscribes ipsis 9 vnitatem sic $\frac{9}{1}$, & secundum hunc canonem inuenies $\frac{45}{7}$, id est 6 vnitates & $\frac{3}{7}$. Qui modus est expeditior, quàm vt 9 conuertas in $\frac{63}{7}$, & deinde multiplices per hunc canonẽ $\frac{63}{7}$ in $\frac{5}{7}$.

Integra p integra cũ ptibus. Si integra duxeris per integra & partes: vt 8 per 7 cum $\frac{3}{4}$, ex 8 efficies $\frac{8}{1}$, ex 7 cum $\frac{3}{4}$ efficies $\frac{31}{4}$, conuersis 7 ad $\frac{28}{4}$, & additis $\frac{3}{4}$. Ducesq; secundum hunc canonem $\frac{8}{1}$ per $\frac{31}{4}$, & ductis 8 in 31, fiunt 248, & 1 in 4, & fiet 4, id est $\frac{148}{4}$

$\frac{248}{4}$: quod si diuidas 248 per 4, proueniẽt 62. Tot itaq; fiunt ductis 8 in 7 cum $\frac{3}{4}$. Idem aliter more vulgarium. *Aliter.* Dispone numeros quemadmodum in integrorum multiplicationibus, & accipe quartã partem ipsorum 8, & sunt 2: & quia sunt $\frac{3}{4}$ accipies 2 ter, & pones 6. Deinde duc 7 in 8, & sunt 56, & fient 62, vt prius. Vel sic multiplica 3 numeratorem $\frac{3}{4}$ in 8, & fiunt $\frac{24}{4}$, & prouenient 6 integra notanda, vt prius, sub 7 &c. vt proximè ante. Prorsus similiter est agendum, quãdo integra cum partibus, per integra ducuntur.

8 per	3
7	4
6	
56	
62	

Integra cũ partibus p integra cũ partibus.

Si integra cum partibus ducantur in integra cum partibus, integra multiplicandi conuertes ad partes ipsius, & integra multiplicantis ad partes ipsius, & colliges singulas partes multiplicandi, & multiplicãtis, & secundum hunc canonẽ multiplicabis. vt si ducas 8 cum $\frac{1}{2}$ per 7 cũ $\frac{3}{4}$, ex multiplicãdo efficies $\frac{17}{2}$, ex multiplicãte verò $\frac{31}{4}$, quæ ducta secundum canonem efficiunt $\frac{527}{8}$, quæ sunt 65 cum $\frac{7}{8}$. Hoc idem posses efficere, vt diximus solitos facere vulgares.

PROBLEMA 6.

Datam vel datas partes, per aliam vel alias quascunque diuidere.

Diuisio reciproca esse debet multiplicationi: quum itaq; per multiplicationem partium proueniant partes minores, etsi maioris denominationis, diuisione partium prouenient partes illæ, ex quarum multiplicatione ipsæ factæ sunt. Idcirco quia vnitas ducta in medietatem facit medietatem: si medietas diuidatur per medietatem, proueniet vnitas. Si verò medietas diuidatur per vnitatẽ, proueniet medietas: & sic de alijs partibus factis ex ductu vnitatis in ipsasmet. Præterea si ex ductu $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{2}$, fit $\frac{1}{4}$: diuisa $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{2}$, proueniet $\frac{1}{2}$. Atq; si ex ductu $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$ fit $\frac{1}{6}$: diuisa $\frac{1}{6}$ per $\frac{1}{3}$ proueniet $\frac{1}{2}$: si verò eã diuidas per $\frac{1}{2}$ proueniet $\frac{1}{3}$. Et si ex ductu $\frac{1}{2}$ per $\frac{1}{4}$ fit $\frac{1}{8}$, diuisa $\frac{1}{8}$ per $\frac{1}{4}$, proueniet $\frac{1}{2}$: & diuisa $\frac{1}{8}$ per $\frac{1}{2}$, proueniet $\frac{1}{4}$. Ex schemate proximè præcedentis problematis poteris intelligere hæc verissima esse. Nam si diuidas a f rectangulũ, vtpote $\frac{1}{2}$ quadrati a c, in a e $\frac{1}{2}$, proueniet a b vnitas: si verò diuidas per a b vnitatem, proueniet a e $\frac{1}{2}$. At si diuidas a k rectangulum, scilicet quartam partem quadrati a c, per a e medietatem, ex qua factum est, proueniet a r medietas ipsius a b: atq; ita de reliquis.

Annotatio. Non est iam quod miretur tyro, cur diuidatur pars minor per maiorem, nec cur pars ex diuisione proueniens sit maior diuidẽda. Nã si ducta parte in alterã necessario fit pars minor, quum in vnitatum multiplicatione semper proueniat maior numerus, cur non etiam necessario sequetur, vt diuisa illa parte, quæ ex multiplicatione procreata est, per alterã earũ, ex quibus facta est, fiat reliqua, & diuidatur minor pars per maiorem, atq; ex diuisione minoris partis per maiorem proueniat maior pars: quum diuisio necessario respondeat multiplicationi, vt resolutio compositioni. In partium diuisione numerus quotus, seu pars prouenies ex diuisione indicat rationem, quã habet pars, quæ diuiditur ad diuidentem: vt si diuidas $\frac{1}{4}$ per $\frac{1}{2}$ proueniunt $\frac{2}{4}$, nempe medietas. Quam itaq; rationem habet numerator partis prouenientis ad denominatorem, vt in dato exemplo 2 ad 4, eandem habet pars, quæ diuiditur ad diuidentem, nempe $\frac{1}{4}$ ad $\frac{1}{2}$.

Canon diuisionis. Duc numeratorem diuidendæ partis in denominatorem diuidentis, & fiat productũ numerator: duc deinde denominatorem diuidendæ in numeratorem diuidentis, & fiat productum denominator, & interiecta lineola, erit

facta

facta diuisio. Vt si diuidas $\frac{3}{5}$ per $\frac{1}{7}$, fient $\frac{21}{5}$: cuius examen est. Nam si ducas $\frac{1}{7}$ per $\frac{21}{5}$ prouenient $\frac{21}{35}$, quæ per problema 1. huius efficiunt $\frac{3}{5}$. Exemplũ.

Si diuidas integra per partes, vt si sint diuidenda 8 per $\frac{3}{5}$ dispones 8 forma partium, sic $\frac{8}{1}$. Et ducito 8 in 5 & fient 40, scilicet numerator partium prouenientium, duc 1 in 3 & fiunt 3, scilicet denominator prouenientium partium, interiecta verò virgula fiunt $\frac{40}{3}$, nempe 13 integra, & $\frac{1}{3}$. Exempl.

Si diuidas integra per integra cum partibus, integra seorsum data dispones forma partium, integra reliqua conuertes ad suas partes, & colliges omnes partes. Diuidesq; deinde vt iubet canon. Vt si diuidas 9 per 5 & $\frac{1}{3}$. Exempl. Diuides $\frac{9}{1}$ per $\frac{16}{3}$ & prouenīēt $\frac{27}{16}$, id est 1 & $\frac{11}{16}$. Idem aliter ex 9 ductis per 3 fac 27, quæ erunt tertiæ: ex 5 & $\frac{1}{3}$ ductis per 3 fac 16 tertias: diuide modo vt dictum est problemate 4. primi libri, & fient 1 & $\frac{11}{16}$. Hæc ratio diuidendi emergit ex 17 septimi. Eadem methodo diuides integra cum partibus per integra. Aliter.

At si integra cum partibus per integra cum partibus diuidas: integra diuidēda cōuertes ad suas partes & addes partes, integra diuidentia cōuertes ad suas partes & addes partes: facta conuersione vtriusq;, operaberis iuxa canonem. Vt si diuidas duo integra cum $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ per 4 integra & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ conuertes $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ per 4 problema huius ad $\frac{5}{6}$ & ex 2 integris efficies $\frac{12}{6}$, quæ sunt collectæ cum aliis $\frac{17}{6}$. Deinde ex $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ facies $\frac{8}{15}$, ad quas conuertes 4 integra diuisoris, erūtq; omnes $\frac{68}{15}$. Si verò diuidas $\frac{17}{6}$ per $\frac{68}{15}$ prouenient $\frac{255}{408}$, quæ sunt $\frac{85}{136}$. Examen, ducito modo $\frac{85}{136}$ per $\frac{68}{15}$, & fiunt $\frac{5780}{2040}$, quæ sunt $\frac{17}{6}$, nam ex problemate 8. primi libri. Qualis est ratio 5780 ad 2040, eadē est 17 ad 6. quare si 2 integra cum $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ diuidas Exempl. Examen.

per 4 & $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{5}$ prouenient $\frac{85}{136}$, quæ sunt $\frac{5}{8}$.

PROBLEMA 7.

Latus tetragonicum datarum partium inuenire.

Si denominator & numerator datarum partium habeant latera tetragonica, ea suis locis disponentur interposita virgula. Exemplū. Vt latus tetragonicum $\frac{4}{9}$ sunt $\frac{2}{3}$, & latus tetragonicum $\frac{16}{25}$ sunt $\frac{4}{5}$: nam $\frac{2}{3}$ ductæ in se faciunt $\frac{4}{9}$, & $\frac{4}{5}$ ductæ in se faciunt $\frac{16}{25}$. Si verò non habuerint latera quadrata, ex problemate 5. li. 1. accipies numeratoris propinquum latus, & denominatoris similiter, & latus numeratoris constitues supra latus quadratum denominatoris, & interpones virgulam. Vt latus quadratum $\frac{5}{11}$ est Aliud. $\frac{2 \;\&\; \frac{1}{5}}{3 \;\&\; \frac{2}{7}}$. Nam latus quadratum 5 est 2 & $\frac{1}{5}$, & latus quadratum 11 est 3 & $\frac{2}{7}$. *Sed hæc methodus quò propinquior est pars vni integro, tantò est fallacior.* Nam esset latus quadratum $\frac{5}{6}$, $\frac{2 \;\&\; \frac{1}{5}}{2 \;\&\; \frac{2}{5}}$, id est 1 & $\frac{2}{25}$, quod est falsum. Aliter. Aut quod est certius, additis tribus paribus ciphrarum numeratori, & totidem denominatori, erit latus quadratū numeratoris 2236 superponendum lateri quadrato denominatoris, nempe ipsis 3316. *Sic* $\frac{2236}{3316}$, quæ partes erunt latus quadratum $\frac{5}{11}$. Nec opus est hos duos numeros diuidere per 60, vt conuertantur ad minuta & secunda, vt vitetur labyrinthus particularum partium. *Si* Nota. verò datæ partes non habeant latera quadrata: at reducta ad minorem denominationem habuerint, tunc cōuertes ad minorem, & earum quæretur latus. Vt $\frac{8}{18}$ idem sunt, quod $\frac{4}{9}$, quarū latus quadratum erunt $\frac{2}{3}$, quæ etiā sunt latus quadratum $\frac{8}{18}$.

PRO-

PROBLEMA 8.

Latus cubicum datarum partium inuenire.

Si numerator & denominator habent latera cubica, ea dispones in formam partium, & erit peractum. Vt latus cubicum ipsorū $\frac{8}{27}$ est $\frac{2}{3}$: nam si cubicè ducas $\frac{2}{3}$, efficies $\frac{8}{27}$. Si verò non habeant latera cubica, sed conuersa ad minorem denominationem habuerint: tum illarum cubicum latus accipietur pro cubico omnium partiū æqualium cum ipsis. Vt $\frac{16}{54}$ & $\frac{24}{81}$ latus cubicū erunt $\frac{2}{3}$ quia $\frac{16}{54}$ & $\frac{24}{81}$ sunt æquales $\frac{8}{27}$, quarum latus cubicum est $\frac{2}{3}$. Si verò careant latere cubico, inuenies eorum propinqua latera, quemadmodum docuimus problemate 6. primi libr. & latus cubicum numeratoris collocabis supra latus cubicum denominatoris interiecta virgula: atq; illud erit latus cubicum datarum partium. Vt si quæras latus cubicum $\frac{10}{29}$: latus cubicum 10 est 2 & $\frac{2}{19}$, & latus cubicum 29 est 3 & $\frac{2}{37}$: quare erit latus cubicum ipsarum $\frac{10}{29}$ $\frac{2}{3}$ & $\frac{2}{19}$ $\frac{2}{37}$, quę methodus quò pars est propinquior vni integro, tantò est fallacior. Nam esset latus cubicum $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{2}$ & $\frac{1}{19}$ $\frac{2}{19}$, id est 1 $\frac{2}{361}$, quæ cubicè ducta longè superant $\frac{9}{10}$: Vel quod est certius si eorum quærantur lateta cubica, additis ternionibus binis ciphrarum, latus cubicum $\frac{10}{29}$ erit $\frac{215}{307}$. Exempla. Aliud. Aliud. Aliter.

PROBLEMA 9.

Datis duabus partibus tertiam continuò proportionalem inuenire.

Dentur $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{4}$, quæritur pars tertia cōtinuò proportionalis. Quemadmodū docuimus problem. 7. primi lib.

duc $\frac{1}{4}$ in se, & fit $\frac{1}{16}$, quam diuide per $\frac{1}{2}$ & fiũt $\frac{2}{16}$, quæ reductæ ad minorem denominationem efficiunt $\frac{1}{8}$, quæ est pars tertia continuò proportionalis. Sic continuabis in integris & partibus eandem rationem, modo integra conuertas ad suas partes.

PROBLEMA 10.

Datis tribus partibus quartam proportionalẽ inuenire.

Si datæ tres partes sint continuò proportionales, duc quadratè tertiam, & productum diuide per secundam, & habebis quartam proportionalem, vt datis $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$, reperies quartam continuò proportionalem esse $\frac{1}{16}$: aut duc secundã in tertiam, siue sint cõtinuò proportionales, siue non, & productum diuide per primam, & prodibit quarta proportionalis: vt si $\frac{2}{3}$ dant $\frac{1}{7}$: quantã dabit $\frac{1}{5}$? duc $\frac{1}{5}$ in $\frac{1}{7}$, & fit $\frac{1}{35}$, quam diuide per $\frac{2}{3}$, & fiunt $\frac{3}{70}$.

Exemplũ. Aliud.

Lubenter accommodassem problemata progressionũ, & numerorum continuò proportionalium colligendorũ partibus colligendis, si aliquid vtilitatis essent allatura: sed quia non solum non prosunt, verũ etiam obsunt, proinde missa facimus.

PROBLEMA 11.

Numerorum planorum altera parte longiorum latera inuestigare.

Hi numeri fiunt ex ductu duorum numerorũ inæqualium: quum autẽ inæquales contingat esse infinitos, debẽt dari minimi numeri rationis, quã habitura sunt illa latera.

Note-

Noteturq; illa ratio forma partium, & per eam diuidetur datus numerus, cuius quoti accipietur latus tetragonicũ, eritq́; latus minimum dati numeri, vt ſint 48 diſponenda figura plana, cuius vnum latus ad alterũ habeat rationem triplã, diſponentur minimi numeri rationis triplæ forma partium, ſic $\frac{3}{1}$: diuide itaq; 48 per $\frac{3}{1}$ & prouenient 16, cuius numeri latus tetragonicum ſunt 4. qui numerus eſt minimum latus: quod ſi 48 diuidas per 4, prouenient 12, quæ ſunt alterum latus, quod ad 4 habet rationem triplã. *Canon.* *Exemplũ.*

Sit idem numerus diſponendus figura altera parte longiore, & latera ſe habeant in ratione ſeſquitertia, vt eſt 4 ad 3, formetur hæc ratio ſic $\frac{4}{3}$, diuide 48 per $\frac{4}{3}$, fientq́; $\frac{144}{4}$, id eſt 36 vnitates, quarũ latus tetragonicum ſunt 6, quod eſt primum latus dati numeri in data ratione, per quod diuidentur 48, & prouenient 8, quæ ſunt alterum latus in data ratione. Quare ſi 48 ſint diſponenda figura plana, cuius vnum latus ad alterum habeat rationẽ ſeſquitertiã, erunt latera 6 & 8. Horũ laterum inueſtigationes, vt & tetragonici, cõmodæ ſunt ad acies quacunq; figura parallelogramma pro ratione dati loci inſtruendas. *Aliud.*

PROBLEMA 12.

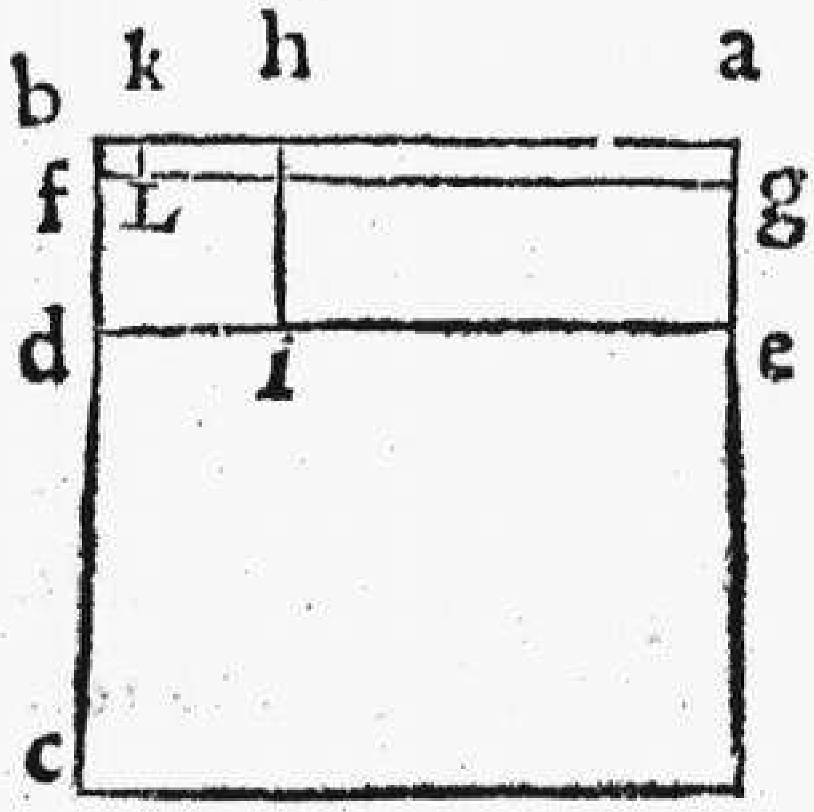
Aſtronomicas partium & ſexageſimarum & ſexagenarũ multiplicationes per alias quaſcunque expedire.

Quandoquidem hæ Aſtronomicarum partium multiplicationes & aliæ ſupputationes nullo modo differunt ab aliarum partium ſupputationibus, hæc cauſa fuit, vt cũ illarum problematis, aſtronomicarum ſupputationum problemata coniungeremus. Circulus diuiditur in 360 μοιριαῖα aut μοίρας, id eſt partes, quod fecerũt Aſtronomi, quia numero dierũ anni, nẽpe 365 nullus numerus, qui poſſet in tot partes ſecari, tã propinquus exiſtit, quàm 360. Nam hic fit ex 6 numero perfecto & 60: At hic habet plurimas partes, atq; etiam fit ex 6 numero perfecto & 10, ſub quo omnium numerorum genera continentur. Habetq́; 60 ſemiſſem 30, triceſimam 2: trientem 20, viceſimam 3, quadrantem 15, quintandecimam 4: quintantem 12, vnciam ſeu duodecimam 5: ſextantem 10, dextantem ſeu decimam 6. Ad hæc præſefert ſemi diametrum circuli. Nam per 16 quarti, ſemidiameter ſubtendit ſextã circuli partem, ſic ſi ſexies ducas 60, inuenies totum circulum continere 360 partes, quæ & gradus. Vnaquæq; verò pars continet 60 particulas, quæ ſexageſimæ primæ vel ternuia prima, ſeu ſcrupuli ſeu minutiæ, aut minuta dicuntur, ſignãturq́; forma partium ſic $\frac{1}{60}$, & per m̄ aut per $\bar{1}$ notãtur. Vnaquæq; prima ſexageſima ſecatur in 60 particulas, quæ ſecundæ ſexageſimæ dicuntur, quare ſecunda ſexageſima erit vna pars termilleſima ſexcẽteſima partis trecenteſimæ ſexageſimæ cerculi, & ſignabitur ſic $\frac{1}{3600}$, aut per $\bar{2}$. vnaquæq; ſecunda continet 60 tertias ſexageſimas, quæ ſignantur per $\frac{1}{216000}$ vel per $\bar{3}$. ſingulæ tertiæ ſecantur in 60 quartas & notabũtur per $\frac{1}{12960000}$ aut per $\bar{4}$. Nam tot quartas continet quæq; pars circuli trecenteſima ſexageſima, atq; ita de cæteris ſexageſimis vſq; ad decimas dici poſſet. Hæ dicuntur ἑξηκοστὰ μέρη. Verum 60 μοίραι, id eſt, partes principes circuli efficiunt vnã ἑξηκοντάδα, id eſt, ſexagenam, quæ ſignũ phyſicum ſeu primũ maius à vulgaribus Mathematicis dici deberet. Si colligas 60 ſexagenas primas, id eſt 3600 partes principes circuli, habebis vnã ſexagenam ſecundã: ſi colligas 60 ſexagenas ſecundas, id eſt 216000 partes principes,

habebis

habebis vnam ſexagenã tertiam: ſi colligas 60 ſexagenas tertias, id eſt 12960000 principes partes circuli, habebis vnam ſexagenam quartam &c. Vnaquæq; pars princeps, quæ & gradus dicitur, vnitati ſimilis eſt, quæ in quencũq; numerum ducta, illummet gignit. *Sic ait Diophantus referente Theone in comment. in 9. caput 1. libr. Magnæ conſtructionis, vnitas in quancunq; ſexageſimam ſiue ſexagenam ducatur, illammet gignit.* Notabitur itaq; vnaquæq; pars princeps circuli per $\frac{1}{1}$, & Prima ſexagena per $\frac{60}{1}$, Secunda ſexagena per $\frac{3600}{1}$. Tertia ſexagena per $\frac{216000}{1}$, Quarta verò ſexagena per $\frac{12960000}{1}$.

Quod autem pars ſeu gradus ductus in primam ſexageſimã faciat primã ſexageſimã, demonſtratur ſic. Sint duæ rectæ a b, & b c, quæ efficiant quadratũ a c & vnaquæq; ſit 1 pars prĩceps circuli, ſecetur b c in 60 primas ſexageſimas, ſeu minuta, & ſit b d prima ſexageſima vnitatis, & per 31 primi ducatur parallela d e.



Demonſtratio Theonis.

Poſtquã igitur, vt ſe habet b c ad b d: ita a c ad a d, per 1. propo. lib. 6: at ſexagecuplo maior eſt b c ipſa b d, erit & ſexagecuplo maius a c ipſo a d, eſt aut a c 1, pars princeps quadrata, ergo & a d erit vna prima ſexageſima, quæ continetur ab a b, 1 pte & b d prima ſexageſima. Quare pars ducta per primam ſexageſimã procreat ſexageſimã primã. Similiter ſi accipiamus ſexageſimam partẽ ipſius b d, quæ ſit b f, & per f ducatur parallela f g, erit f a vna ſecunda ſexageſima contenta ſub a b 1 parte & b f vna ſecunda ſexageſima: itaq; pars ducta in ſecundam ſexageſimam creat ſecũdam ſexageſimam, & ita in tertias ducta creabit tertias &c. Deinde prima ſexageſima in primam ſexage-

ſexageſimam ducta, gignit ſecundam ſexageſimam. Diuidatur a b in 60 æqualia, & ſit ipſius vna ſexageſima prima b h, & ducatur parallela h i, eritq; ipſum b i vna ſexageſima prima ipſius d a; at ipſum d a eſt vna ſexageſima prima ipſius c a, erit itaq; b i ſecunda ſexageſima ipſius c a, & continetur b i ſub b h & b d primis ſexageſimis ipſarum b a vnius & b c vnius partis, quare prima in primam procreat ſecundam. Rurſus prima in ſecundam ducta parit tertiam, poſtquam autem a f eſt vna ſecunda ſexageſima, & eius eſt ſexageſima pars f h: ergo ipſum f h tertia eſt ſexageſima, & cõtinetur ſub b h prima ſexageſima & b f ſecunda: quare prima in ſecundã ducta facit tertiã. Deinde ſecunda in ſecundas ducta facit quartas, ſumatur ex b h pars ſexageſima b k, quæ erit ſexageſima ſecunda, & per k ducatur parallela ipſi b f linea k l: poſtquam autem f h demonſtrata eſt tertia ſexageſima, eſtq; ipſius ſexageſima pars ipſum b l, erit ergo b l quarta ſexageſima & continetur ſub b k & b f vnaquaq; earum exiſtente ſecunda ſexageſima: qnare ſecunda per ſecundã ducta facit quartam. Quod autem pars ducta per ſexagenas procreet ipſaſmet, notum eſt: quia ſexagenæ ſunt ſexagenariæ collectiones vnitatum: & in quencunq; numerum ducitur vnitas illummet procreat.

Poſtquam autẽ pars ducta in ſexageſimas & ſexagenas illammet ſpecie in quam ducitur procreat, reliquum eſt demonſtrare ex analogia ſeu proportione per 16 & 17 ſexti, aut per 19 & 20 ſeptimi, reliquas denominationes ex multiplicatione vnius cuiuſq; in alteram ductu prouenientes.

Sexa-

Sexagenæ. *Sexageſimæ*

μοιρα

quint. quar. tert. ſecũ. prim. pars. $\bar{1}$. $\bar{2}$. $\bar{3}$. $\bar{4}$. $\bar{5}$.

Hæ magnitudines ſunt continuò proportionales ratione ſexagecupla. Sed pars in $\bar{2}$ ducta facit $\bar{2}$, ergo per 17 ſexti $\bar{1}$ in $\bar{1}$ facit $\bar{2}$: ſi pars in $\bar{3}$ facit $\bar{3}$, ergo $\bar{1}$ in $\bar{2}$ facit $\bar{3}$. Item pars, $\bar{2}$, $\bar{4}$, ſunt proportionales, ſed pars in $\bar{4}$ facit $\bar{4}$: ergo per eandem, $\bar{2}$ in $\bar{2}$ ducta facit $\bar{4}$, & $\bar{1}$ in $\bar{3}$ facit $\bar{4}$. Deinde, pars ducta in $\bar{5}$ facit $\bar{5}$: ſed vt ſe habet pars ad $\bar{2}$, ita $\bar{3}$ ad $\bar{5}$: ergo per 16 ſexti, & 19 ſeptimi, $\bar{2}$ ducta in $\bar{3}$ facit $\bar{5}$. Eadem ratione, ſi accipias quatuor proportionales partẽ, $\bar{1}$, $\bar{4}$, $\bar{5}$, colliges ex $\bar{1}$ in $\bar{4}$, fieri $\bar{5}$. Item ſi pars in $\bar{6}$ facit $\bar{6}$, faciet $\bar{1}$ in $\bar{5}$ ducta, $\bar{6}$, & $\bar{2}$ in $\bar{4}$ ducta, $\bar{6}$, & $\bar{3}$ in $\bar{3}$ ducta, $\bar{6}$. Quare addendo numeros denominatores, fiet numerus denominationis partis prouenientis ex multiplicotione, ſiue ſint ſexageſimæ, ſiue ſexagenæ. *Corollarium.*

Si verò ducas ſexagenam per ſexageſimã eiuſdem denominationis, 17 propoſitione 6. probatur prouenire ſemper pars, ſeu vnitas: quia vnitas eſt medio loco proportionalis, vt ex prima ſexagena in $\bar{1}$ ſexageſimam, & ex ſecunda in $\bar{2}$, & tertia in $\bar{3}$, ſemper prouenit vnitas, nempe pars. At ſi ſint diuerſarum denominationum, ex 16 propoſitione ſexti colligetur denominatio prouenieus. Vt ſi ducatur ſecunda ſexagena in $\bar{1}$ ſexageſimã: quia ſecunda, prima, pars, $\bar{1}$, ſunt quatuor proportionales, & ex prima in partem ducta fit prima ſexagena: quare ex ſecunda ſexagena in $\bar{1}$ proueniet prima ſexagena. Sic ſi ducas primam ſexagenam in $\bar{2}$ ſexageſimam: quia ex parte in $\bar{1}$ ſexageſimam, fit $\bar{1}$ ſexageſima, proueniet ex ductu primæ ſexa-

O genæ

genæ in $\bar{2}$ ſexageſimã $\bar{1}$ ſexageſima, & ita de reliquis erit dicendum.

Corollariũ

Ex quo ſequitur, ſi denominatorem minorem ſubtrahas à maiore, remanebit denominatio proueniens ex multiplicatione ſexagenæ in ſexageſimã. Quod ſi maior denominatio ſit ſexageſimæ, proueniet ſexageſima: ſi minor denominatio ſit ſexagenæ, fiet ſexagena.

Ex problemate 5. huius colligẽtur prorſus eædem partiũ denominationes, ex multiplicatione prouenientes.

Diſpone continua proportione ſexagenas, & ſexageſimas vt partes vulgares, vt vides.

quart.	tert.	ſecun.	prim.	pars.	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$
$\frac{12960000}{1}$	$\frac{216000}{1}$	$\frac{3500}{1}$	$\frac{60}{1}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{3600}$	$\frac{1}{216000}$	$\frac{1}{12960000}$

Duc partem, nempe $\frac{1}{1}$ in quancunq; partem, procreabitq́ eandem ſpecie: vt ſi ducas $\frac{1}{1}$ in $\frac{3600}{1}$ fiet neceſſariò $\frac{3600}{1}$, id eſt, ſecunda ſexagena: Duc $\frac{1}{1}$ in $\frac{1}{3600}$ & fiet $\frac{1}{3600}$, quæ eſt $\bar{2}$ ſexageſima. Et ſic de alijs. Deinde duc $\frac{1}{60}$ in $\frac{1}{3600}$, ſcilicet $\bar{1}$ in $\bar{2}$, & fiet $\frac{1}{216000}$, quæ eſt $\bar{3}$ ſexageſima. Sic ſi ducas $\frac{60}{1}$ in $\frac{3600}{1}$, ſcilicet primam ſexagenam in ſecundam ſexagenam, proueniẽt $\frac{216000}{1}$, ſcilicet tertia ſexagena. Præterea ſi $\frac{1}{3600}$, id eſt, ſecundam ſexageſimam ducas in $\frac{3600}{1}$, id eſt, ſecundam ſexagenam, fient $\frac{3600}{3600}$, quæ ſunt $\frac{1}{1}$, id eſt pars. Atq; ita de reliquis. Quòd ſi ducas ſecundam ſexagenam $\frac{3600}{1}$ in $\bar{1}$, id eſt in $\frac{1}{60}$ prouenient $\frac{3600}{60}$, quæ ſunt $\frac{60}{1}$, id eſt vna prima ſexagena. At ſi ducas $\frac{1}{3600}$, nempe $\bar{2}$ ſexageſimam in $\frac{60}{1}$ fiẽt $\frac{60}{3600}$, quæ ſunt $\frac{1}{60}$, ſcilicet $\bar{1}$ ſexageſima. &c. Ex his demonſtrationibus in gratiam tyronum facta eſt ſequens tabella.

Ta

Tabella denominationum ex multiplicatione genitarum.

	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
quint.	deci.	non.	octa.	sept.	sext.	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars
quar.	non.	octa.	sept.	sext.	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$
tert.	octa.	sept.	sext.	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$
secun.	sept.	sext.	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
prim.	sext.	quint.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
pars	quin.	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{1}$	quar.	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$
$\overline{2}$	tert.	secun.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{3}$	secū.	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$
$\overline{4}$	prim.	pars	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$
$\overline{5}$	pars.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{8}$	$\overline{9}$	$\overline{10}$

Vsus tabulæ.

Sexagenæ literis expressæ sunt, sexagesimæ verò characteribus numerorum apice supra scripto. Per prim. intelligitur prima sexagena, quæ signum physicum dicitur. Per $\overline{1}$ intelligitur prima sexagesima, quæ minutū & scrupulus ab alijs dicitur. Accipe in vertice tabulæ denominationem vnam, alteram verò in latere sinistro, & in proselyde, siue angulo communi inuenies denominationem ex multiplicatione genitam.

Quando fit multiplicatio per conuersionem quid est agendum?

Multiplicati numeri partes conuertes ad minimam, resoluendo eas per sexagenariā multiplicationē, & multiplicantis partes similiter conuertes ad minimas. Deinde vnā in alteram duces, & producto denominationē dabis iuxta tabellam denominationū, deinde diuidēdo per 60 reduces ad maiores partes:vt si ducantur 30 secun. 23 primæ sexagenæ,per 39 partes,28 ī. Ducito 30 secun. per 60,& fiunt 1800 primæ sexagenæ,quibus addentur 23 primæ sexagenæ,eruntq́ 1823 primæ. Præterea duc 39 partes per 60, & fiunt 2340 ī : quibus adde 28 ī , fiuntq́ 2368 ī. Duc modo 1823 primas per 2368 ī , & prouenient 4316864, quæ dicendæ sunt partes. Nam primæ in ī ductæ gignũt partes, quas diuide per 60, & fiunt 71947 primæ , relictis 44 partibus . Rursus diuide per 60 , & colliges ex 71747 primis, 1199 secundas , relictis 7 primis. Rursus diuide 1199 secundas per 60 , & fient 19 tertiæ , & remanent 59 secundæ. Quare si ducas 30 secun . 23 primas sexagenas per 39 partes, 28 ī, prouenient 19 tertiæ sexagenæ, 59 secundæ, 7 primæ, 44 partes.

Exemplũ

Quando fit multiplicatio per tabulam proportionalem sexagenariam, quid est agendum?

Tabula proportionalis sexagenaria dicitur , quòd ratione sexagecupla componatur , & nullus numerus in eius area reperiatur maior 60. Sed quando ex ductu vnius numeri in alium proueniret maior , aut æqualis numerus 60,pro singulis 60 accipitur 1 , vt si essent ducenda 20 per 20, fierent 400, quæ si ad sexagenas reducantur , erunt 6, & 40. Proinde in tabula ad proselydẽ 20 in vertice, & 20 in latere sinistro acceptorum,habes 6.40:ex quibus numeris 6 dicitur sinister, 40 dexter . Dextro quidem denominatio præscripta,in tabella denominationum genitarũ,cõferenda est:sinistro verò numero tribuenda est semper denominatio vno ordine proximè maioris partis . Vt si ducas 20 partes per 20 ī. notum est prouenturas ī sexagesimas . Quare quum in tabula proportionali habeas 6 . 40

erunt

erunt 40,Ī sexagesimæ, 6 verò erunt partes. Si rursus ducas 20 Ī sexagesimas in 20 3, prouenient 6 3, 40 4. Si ducas 20 primas sexagenas in 20 secundas sexagenas, prouenient 6 secundæ, 40 tertiæ sexagenæ. Si ducas 20 secundas in 20 2, prouenient 6 primæ, 40 partes, & ita de reliquis est dicendum. Area tabulæ dicitur quidquid est in tabula præter supremam seriē, quæ vertex, caput, & frons dicitur: & præter extimam seriem descendentem ad latus sinistrum.

Dispone numerum multiplicandū cum suis titulis denominationum, seruata analogia denominationum. Similiter dispones multiplicantis numeri singulas particulas sub titulis proprijs, & subscribes virgulam, ducesq́; particulam multiplicantis potentia maiorem, per singulas multiplicandi, & sub titulis denominationum, ex multiplicatione prouenientium genitas, collocabis. Deinde secundam particulam multiplicantis similiter duces per singulas multiplicandi, & prouenientes particulas, sub proprijs titulis dispones, & ita ages de reliquis particulis multiplicandi, si plures habeat. Si multiplicandi numeri particulā accipias in vertice tabulæ, multiplicantis accipies in latere sinistro tabulæ, & in proselyde inuenies particulam prouenientem: toties autem ingredieris tabulam, quoties multiplicabis. Si multiplicādus habeat tres particulas, seu tria segmenta, & multiplicans vnam, ter ingredieris in tabulā. Si verò multiplicans habeat duas, tunc sexies ingrcdieris in tabulam, & ita de alijs. Non refert, num in fronte, an in latere sinistro tabulæ accipias multiplicandum: sed si hunc accipias in fronte, multiplicantē accipies in latere sinistro: quòd si multiplicandū accipias in latere sinistro, tum multiplicantem accipies in fronte tabulæ.

Canon multiplicationū per tabulam proportion.

Exemplum.

Sint multiplicandæ per tabulam 67 partes, 4 $\overline{1}$, 55 $\overline{2}$, per semet. Nam hæ dicuntur à Ptolemæo latus tetragonicum 4500. in tabula non reperies 67. proinde conuerte ad sexagenas & fac 1 primam, 7 partes, 4 $\overline{1}$, 55 $\overline{2}$. Dispone vt vides, duc 1 per 1 & reperio in tabula 0—1, ex quibus 1 est secunda, quia prima ducta per primam creat secūdam: quare erit 0 tertia 1 secunda, duco primam 1 per 7 partes, & inuenio in tabula 0—7, quæ vno interuallo dimisso scribo versus dextram: nam sunt ex ante dictis 0 secundę 7 primæ. Deinde

sec.	prim.	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
	1	7	4	55		
	1	7	4	55		
0—1	7	4	55			
0	0	0				
	0—7	49	28	25		
	0	0	6			
		0—4	28	16	40	
		0	0	3		
			0—55	25	40	25
			6	3	50	
1.	14.	59.	59.	14.	10.	25.

duco 1 in 4, & sunt 0—4, quæ noto vno limite dimisso, deinde duco 1 per 55 & sunt 0—55, quæ noto versus dextram vno limite dimisso. Præterea duco 7 multiplicantis in 1 multiplicandi & fiunt 0—7, quæ sunt 0 secundæ 7 primæ, deinde duco 7 in 7 & sunt 0—49, quæ noto vno limite dimisso. Deinde duco 7 per 4, & sunt 0—28, quæ noto versus dextram vno limite ommisso. Deinde duco 7 per 55 & in tabula inuenio 6—25, quæ noto versus dextram vno limite omisso. Præterea duco 4 multiplicātis per 1, & fiūt 0 primæ, 4 partes, quas noto sub proprijs titulis. Deinde duco 4 per 7 & fiunt 0—28, quæ noto vno limite ommisso, deinde duco 4 per 4, & fiunt 0 — 16, quæ noto vno limite ommisso. Deinde duco 4 per 55, & proueniunt 3—40, quæ noto vno limitæ ommisso. Præterea duco 55 per 1, & fiūt 0—55, quæ sunt 0 pars 55 $\overline{1}$, quas sub proprijs sedibus colloco,

loco, deinde duco 55 per 7, & sunt 6–25, quæ noto versus dextrã vno limite ommisso, deinde duco 55 per 4 & sunt 3–40, quæ noto versus dextrã vno limite ommisso, deinde duco 55 per 55, & inuenio in tabula 50–25, quæ noto versus dextram vno limite ommisso. Factis omnibus multiplicationibus colloco lineam, & colligo omnes numeros & inuenio 1 secun. 14 prim. 59 part. 55 $\bar{1}$, 14 $\bar{2}$, 10 $\bar{3}$. 25 $\bar{4}$. Quod si vni secundæ sexagenæ, quæ est 60 prim. addas 14 prim. facies 74 primas, quæ ductæ per 60 efficiunt 4440 partes, quibus si addas 59 part. 59 $\bar{1}$, 14 $\bar{2}$, 10 3, 25 $\bar{4}$ inuenies ex ductu 1 primæ & 7 partium 4 $\bar{1}$, 55 $\bar{2}$, prouenire 4499 partes 59 $\bar{1}$, 14 $\bar{2}$, 10 $\bar{3}$, 25 $\bar{4}$.

Multiplicare per 60 absque aliqua denominatione, quid sit?

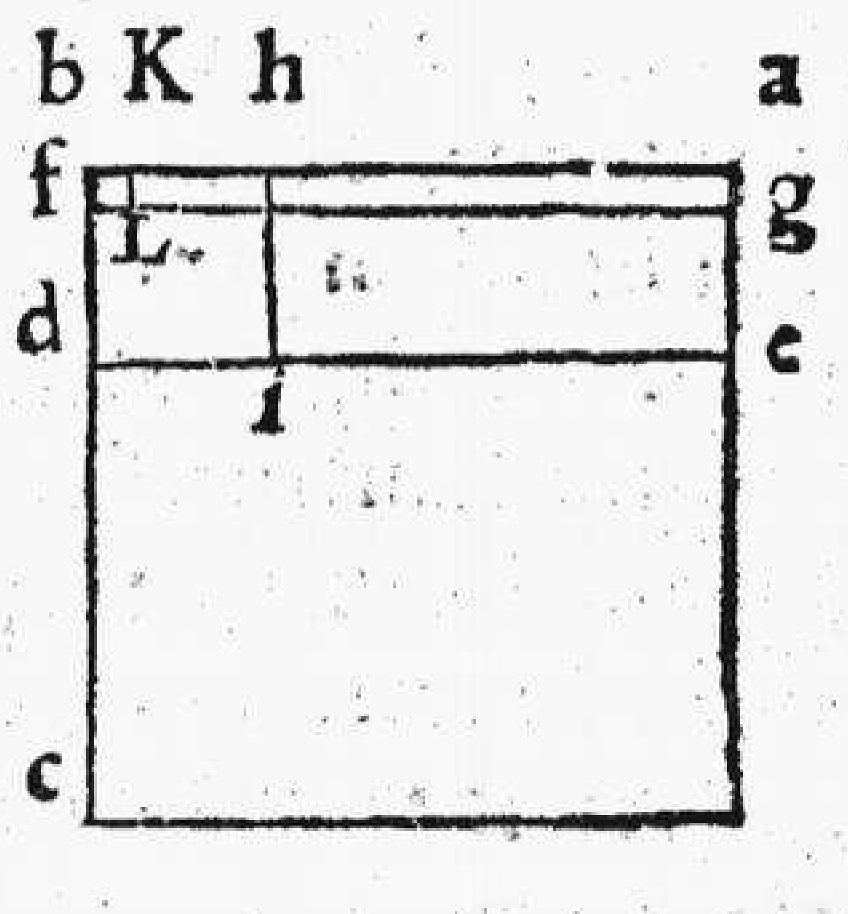
Est datas quascunq; partes vno ordine augere, scilicet ex $\bar{3}$ facere $\bar{2}$, ex $\bar{2}$ facere $\bar{1}$, ex $\bar{1}$ partes, ex partibus primas &c. similiter. Vt si ducas 10 partes per 60, protinus dicito fieri 10 primas sexagenas: quia si ducas 10 per 60, fiũt 660 partes, quæ faciunt per 60 diuisæ 10 primas sexagenas. Si ducas per 60 numerum 15 prim. 23 par. 43 $\bar{1}$, 37 $\bar{2}$, auge vno ordine, & fient 15 secun. 23 prim. 43 part. 37 $\bar{1}$: quãdo enim fit solum per 60 multiplicatio eadem pars sumitur, sexagies absq; mutatione denominationis, quare cum sexagies sumatur, fiet alia vno ordine proximè maior. Quando ex vna parte per reductionem facis 60 alias proximè minores: vt ex 4 partibus multiplicando per 60 fiunt 240 $\bar{1}$: tunc eas resoluis seu secas in alias, non autem propriè multiplicas per 60: id est non aceruas seu cõponis 60 similis denominationis partes, quo fit vt in ea multiplicatione per 60, non proueniant partes maiores, sed minores.

PRO-

PROBLEMA 12.

Datā, aut datas Aſtronomicas partes per alias quaſcunque diuidere.

Diuiſio neceſſariò reſpōdet multiplicationi. Quare notis denominationibus partis multiplicantis, & multiplicandæ, ex quibus facta eſt pars, quæ diuiditur, ſi per vnam, vt verbi gratia multiplicantem, ſumma multiplicationis diuiditur, neceſſariò debet prouenire pars multiplicanda. Vt ſi ex partibus 10, in 5 $\overline{1}$, factæ ſint 50 $\overline{1}$: ſi diuidas 50 $\overline{1}$ per 5 $\overline{1}$, prodibunt 10 partes. Si verò 50 $\overline{1}$ diuidas per 10 partes, neceſſariò prodibūt 5 $\overline{1}$. Si 10 partes ductæ in 5 $\overline{2}$, faciunt 50 $\overline{2}$. Si diuidas 50 $\overline{2}$ per 5 $\overline{2}$, prouenient 10 partes. Quòd ſi diuidas per 10 partes 50 $\overline{2}$, prouenient 5 $\overline{2}$. Itē ex $\overline{1}$ in $\overline{2}$ fit $\overline{3}$: quare diuiſa $\overline{3}$ per $\overline{1}$, prodibit $\overline{2}$: diuiſa $\overline{3}$ per $\overline{2}$ prodibit $\overline{1}$. Item $\overline{4}$ fit ex parte ducta in $\overline{4}$, & ex $\overline{3}$ ducta in $\overline{3}$, & ex $\overline{2}$ in $\overline{2}$. Ergo reſoluendo, ſi $\overline{4}$ diuidatur per partem proueniet $\overline{4}$, ſi diuidatnr $\overline{4}$ per $\overline{4}$ proueniet pars. Si veró diuidatur $\overline{4}$ per $\overline{1}$, proueniet $\overline{3}$: ſi per $\overline{3}$, proueniet $\overline{1}$. Si vero $\overline{4}$ diuidatur per $\overline{2}$, proueniet $\overline{2}$. Hæc, ex ſchemate proximè præcedentis problematis, diuiſis rectangulis per latera ſua, intelligi manifeſtè poſſunt, conuertendo ſcilicet rectangula ex multiplicationibus facta, in ſua latera. Nam ſi rectangulū a d factū eſt ex b a vna parte, b d vna ſexageſima prima. Si a d diuidatur per b d $\overline{1}$, prodibit a b pars: ſi a d diuidat $\overline{1}$, per b a partem, prodibit b d $\overline{1}$.



Item ſi rectangulum h d vna $\overline{2}$ rectanguli a c, diuadatur per b d $\overline{1}$, prodibit b h $\overline{1}$. Et ſi rectangulum f a, quod eſt vna eſt vna $\bar{2}$ æqualis ipſi h d, diuidatur per b f $\bar{2}$, proueniet b a pars ſeu vnitas: Si per b a partem proueniet b f $\bar{2}$ &c.

Cæterum ſi perpendiſti quæ adhuc concluſa ſunt, facile inueneris denominationem ex diuiſione prouenientem, quando ſexageſima, aut ſexagena diuidenda habet maiorem denominationem quàm diuidēs, tunc enim ſubtracta denominatione eius, quæ diuidit à denominatione diuidendæ, remanet denominatio eius, quæ prouenit ex diuiſione: dummodo numerus diuidendus ſit maior aut æqualis numero diuidenti. Nam tum vno interuallo eſt denominatio minuenda in ſexagenis, augenda verò in ſexageſimis: vt ſi diuidas 50 $\bar{5}$ per 10 $\bar{4}$, prouenient 5 $\bar{1}$: quia 10 $\bar{4}$ ductæ per 5 $\bar{1}$, faciūt 50 $\bar{5}$. Verùm ſi diuidas 8 $\bar{5}$ per 10 $\bar{4}$, prouenīēt 48 $\bar{2}$: quia ſi ducas 48 $\bar{2}$ per 10 $\bar{4}$, fient 480 $\bar{6}$, quæ diuiſæ per 60 reddunt 8 $\bar{5}$.

Si verò diuidas ſexagenam per aliam ſexagenā maioris denominationis, ꝓuenit ſexageſima eius denominationis, quam dat ſubtractio vnius denominationis ab altera: vt ſi diuidas 10 ſecundas ſexagenas per 1 quartam ſexagenam prouenient 10 $\bar{2}$ ſexageſimæ. Similis ratio eſt quando diuidis 10 $\bar{2}$ ſexageſimas per 1 $\bar{3}$ ſexageſimam: nam prouenient 10 ſecundæ ſexagenæ: quia ſi ducas 10 ſecundas ſexagenas per 1 $\bar{3}$, prouenient 10 $\bar{2}$ ſexageſimæ: modò numerus diuidendus ſit maior diuidente, alioqui vno ordine prouenit minor pars, vt ſi diuidas 5 $\bar{2}$ per 10 $\bar{3}$ ſexageſimas prouenīēt 30 partes: nam ſi ducas 30 partes per 10 $\bar{3}$, prouenient 300 $\bar{3}$, quæ ſunt 5 $\bar{2}$. Sed in gratiam tyronum hæc luculentius ſequentibus regulis dilucidabuntur. Diuiſionibus aſtronomicis non ſolùm maior numerus per minorem, ſed & minor per maiorem diuidi poteſt. Hæ enim non differunt à diuiſionibus vulgarium partium, vt patebit ex ſequentibus.

Canon generalis prouenientium ex diuisione denominationum.

Quando numerus partiũ astronomicarum diuidendus, fuerit maior diuidente, denominatio ex diuisione proueniens, tantùm distabit ab vnitate, quæ partem principem seu gradum præsefert, quantum denominatio partis diuidendæ distat à denominatione partis diuidentis. Disponantur denominationes partium cõtinua proportione sic.

Sexagenæ								*Sexagesimæ*		
					pars					
quint.	quart.	tert.	secun.	prim.	1	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$

Canon particularis 1. Si pars princeps per partem principem diuidatur, prouenit pars princeps.

Canon 2. Si per partes principes sexagesimæ, aut sexagenæ diuidantur prouenit eadem specie pars. Vt si diuidas per partes principes $\overline{2}$ sexagesimas, prouenient $\overline{2}$ sexagesimæ: nam ex ductu $\overline{2}$ in partẽ fit $\overline{2}$, & tantùm distat $\overline{2}$ ab vnitate, quantum denominatio $\overline{2}$ diuidendarnm abest à denominatione partium principum.

Canon 3. Si partes principes diuidantur per sexagenas aut sexagesimas, prouenit denominatio eiusdem numeri, sed alterius generis: vt si diuidantur per $\overline{2}$ sexagesimas, proueniẽt secundæ sexagenę. Scribe astronomicas partes instar vulgarium partium. Erit itaq; pars princeps $\frac{1}{1}$, & vna $\overline{2}$ erit $\frac{1}{3600}$, iuxta problema 6. huius, si diuidas $\frac{1}{1}$ per $\frac{1}{3600}$ prouenient $\frac{3600}{1}$, nẽpe vna secũda sexagena. Quod si diuidas, $\frac{1}{1}$ per secundã sexagenam, scilicet $\frac{3600}{1}$, proueniet $\frac{1}{3000}$, id est 1 $\overline{2}$ sexagesima: Tantùm enim distat $\overline{2}$ sexagesima proueniens ex diuisione ab 1, quãtum distat $\frac{1}{1}$ diuidenda

à de-à denominatione secundarum sexagenarum, quæ est denominatio diuidens.

Si pars diuidatur per alteram eiusdem generis, alterius tamen denominationis, demes denominationẽ minorem à maiore, & quod remanebit, dabit denominationem prouenienti parti, quæ erit eiusdem generis, si denominatio partis diuidendæ sit maior denominatione diuidẽtis: alioqui erit alterius generis. vt si diuidas $\bar{2}$ per $\bar{1}$ fiunt $\bar{1}$ sexagesimæ, quod si diuidas $\bar{1}$ per $\bar{\bar{2}}$ fiẽt primæ sexagenæ: quia $\bar{1}$ per $\bar{1}$ ductæ faciunt $\bar{2}$: & $\bar{2}$ per primas sexagenas ductæ faciunt $\bar{1}$. Et tantùm distat prima sexagena ab 1 quantum 1 à $\bar{2}$. Ad hæc si diuidas $\frac{1}{60}$ primam sexagesimam, vt diximus problema 6. huius, per $\frac{1}{3600}$, prouenient $\frac{3600}{60}$, quæ sunt $\frac{60}{1}$ nempe vna sexagena. — Canon 4. / Exemplũ

Omnis pars quæ per seipsam diuiditur, procreat partes principes. Vt si diuidas $\bar{1}$ per $\bar{1}$ nempe $\frac{1}{60}$ per $\frac{1}{60}$ fiunt $\frac{60}{60}$, id est $\frac{1}{1}$. *Si diuidas* $\frac{60}{1}$ per $\frac{60}{1}$ fient $\frac{60}{60}$, id est $\frac{1}{1}$. — Canon 5.

Si sexagena diuidatur per sexagesimam, aut vice versa prouenit pars denominata à denominatoribus earum simul iunctis, atq; est semper eiusdem generis cum ea quæ diuiditur. Vt si diuidas $\frac{1}{60}$ per $\frac{60}{1}$ fiẽt $\frac{1}{3600}$, id est 1 $\bar{2}$, quod si primam sexagenam, nempe $\frac{60}{1}$ diuidas per vnam sexagesimam primam, id est $\frac{1}{60}$, proueniẽt $\frac{3600}{1}$, id est vna secunda sexagena. — Canon 6. / Exempl.

Omnes hæ regulæ veræ sunt quando numerus diuidendus est maior, aut æqualis diuidenti, alioqui proueniet pars vno ordine minor: quod antea declarauimus.

Quando fit diuisio per conuersionem quid est agendum?

Cõuertes omnes partes diuidendas ad minimas, pariter & diuidentes, si peracta conuersione diuidendus numerus sit maior, eum diuides per diuisorem, & proueniet pars denominanda secundum traditas regulas, quod ex di-

uiſione remanebit ducetur per 60, & productū diuidetur per primum diuiſorem, & proueniet pars vno ordine minor, &c. ſimiliter. Si peracta cōuerſione ad minimas partes, diuidendus numerus ſit diuiſore minor, eum multiplicabis toties per 60, imminutis vno ordine partibus, donec fiat diuidendus maior, & tunc diuidetur per diuiſorem, vt
Exemplū antea. Vt ſi diuidas 23 partes principes per 8 $\overline{1}$ ſexageſimas, per 3 canonem prouenient 2 primæ ſexagenæ, relictis 7 partibus principibus, quas conuertes, ducendo per 60, ad 420 $\overline{1}$, quæ diuiſæ per 8 $\overline{1}$ relinquunt pro quoto 52 partes principes, per 5 canonem, & remanēt 4 $\overline{1}$, id eſt 240 $\overline{2}$, quæ diuiſæ per 8 $\overline{1}$, creant 30 $\overline{1}$, per 4 canonem, & nihil remanet: quare ſi diuidas 23 partes principes per 8 $\overline{1}$ ſexageſimas, prouenient 2 primæ ſexagenæ, 52 partes prin-
Aliud. cipes, 30 $\overline{1}$ ſexageſimæ. Sint rurſus diuidendæ 7 partes principes per 10 $\overline{2}$. Manifeſtum eſt 7 non poſſe diuidi per 10, quare ex 7 partibus efficio 420 $\overline{1}$, quas diuido per 10 $\overline{2}$, & prouenient 42 primæ ſexagenæ, per canonem 4. Duc
Examen. 42 primas ſexagenas per 10 $\overline{2}$, & fiunt 420 $\overline{1}$, quæ diuiſæ per 60 faciunt 7 partes principes.

Aliud exemplū Rurſus diuidantur 8 primæ ſexagenæ, 15 partes, per 2 $\overline{1}$, 50 $\overline{2}$. ex diuidendo efficio 495 partes, ex diuiſore verò 170 $\overline{2}$. quod ſi diuidas 495 partes per 170 $\overline{2}$, prouenient 2 ſecundæ ſexagenæ, per 3 canonem, & remanent 155 partes, quæ nequeunt diuidi per 170 $\overline{2}$. Quare ex ipſis efficio 9300 $\overline{1}$, quas diuido per 170 $\overline{2}$, proueniuntq́ 54 primæ ſexagenæ, & remanēt 120 $\overline{1}$, quas iterum reſoluo in 7200 $\overline{2}$, quas diuido per 170 $\overline{2}$, & prouenient 42 partes, relictis 60 $\overline{2}$, quæ reſoluentur in 3600 $\overline{3}$, quæ diuiſæ per 170 $\overline{2}$, exhibent 21 $\overline{1}$. Quòd ſi velis vlterius, ſic diuidendo, procedere, inuenies, diuiſis 8 primis ſexagenis, 15 partibus

per

per 2 $\overline{1}$, 50 $\overline{2}$, prouenire 2 secundas sexagenas, 54 primas, 42 partes, 21 $\overline{1}$, 10 $\overline{2}$, 35 $\overline{3}$, &c.

Quis ordo seruandus in diuisione partium Astronomicarum per tabulam proportionalem?

Quò hoc genus diuisionum priore compendiosius, eò tyronibus videtur difficilius: quum veteranis, quorũ sententiæ standum est, videatur facilius. Omnes numeri areæ tabulæ proportionalis sexagenariæ fiunt ex ductu duorũ numerorum, quorum alter extat in fronte, alter verò in latere sinistro, & ad proselydem horum occurrit arealis numerus, qui diuidendum numerum præsefert. Quare diuidendus numerus quæretur in area, quòd si diuisor accipiatur in fronte, quotus ex diuisione reperietur in latere sinistro: & si diuisor accipiatur in latere sinistro, quotus reperietur in fronte, eritq; diuidẽdus proselys, seu angulus cõmunis diuisoris & quoti.

Annotatio

Deinde sciendum, habendam esse rationem numerorũ diuidendi & diuisoris, perinde ac in integris: vt si in 34 nõ continentur 9 plus quàm ter, nec in tabula poterit inueniri alius numerus quotus maior ternario, & iuxta rationem 7 remanentium quæretur deinde pars quota. Atq; quãdo numerus diuidendus est æqualis, aut maior diuisore, habita ratione omnium particularum vtriusq;, tunc diuidẽdus accipietur inter numeros areales dextros: si verò diuidendus sit minor diuisore, tunc quæretur diuidendus inter numeros areales sinistros: alioqui toto errares cœlo. Vt si diuidas 1 $\overline{1}$, per 6 $\overline{1}$, notum est, 1 non posse diuidi per 6: cæterum si ex 1 $\overline{1}$ efficias 60 $\overline{2}$, tunc prouenient 10. Proinde quãdo 1 præcipitur diuidi per 6, debet quæri sexta pars vnius, quam inuenies in tabula proportionali, sic,

Annotatio

Quando diuisor habet vnam particulam, quomodo fiet per tabulam diuisio?

Accipe diuisorem in fronte tabulæ, sub quo rectè descendẽdo inter numeros areales dextros, si diuidendus sit maior aut æqualis diuisori: alioqui si sit minor, inter areales sinistros, quæres diuidendum aut eo proximè minorẽ, è regione verò in sinistro latere inuenies quotum respondentem, qui secundum prædictos canones denominationem accipiet. Notabisq́ꝫ eum inter lineas parallelas sub suo titulo, relictum verò numerum ex diuidendo rursus quæres sub eodem diuisore aut eo proximè minorem, & è regione similiter vt prius, in latere sinistro inuenies alium quotum, qui erit vno ordine minor prius inuẽto, & ita de alijs. Idẽ obtinebis, si diuisor sumatur in latere sinistro, & diuidendus aut eo proximè minor è regione dextrorsum, tunc quotus reperietur in fronte directè supra diuidendum, aut supra eo proximè minorem, &c. similiter.

Exemplũ

Sint diuidendæ 11 $\bar{2}$ per 2 $\bar{1}$, colloca numeros vt vides. Accipe 2 diuisoris in fronte tabulæ, sub quo directè descendendo inter numeros areales dextros, quia maior diuiditur per minorem, quæres 11, quem non inuenies, sed 10, qui numerus est eo proximè minor, quare accipio 10, & è regione in latere sinistro inuenio 5, qui est quotus proueniens ex diuisione 10 per 2: eruntq́ꝫ per canonem 4 sexagesimæ primæ, ideo inter parallelas sub titulo $\bar{1}$ scribo 5 $\bar{1}$, quæ ductæ in 2 $\bar{1}$ faciunt 10 $\bar{2}$, quas demo ex 11 $\bar{2}$, & remanet 1 $\bar{2}$, quæ scribetur supra 11 $\bar{2}$ expun-

$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$
	1	
	11	
5.	30	
2.		

expunctas. Præterea sub 2 diuisoris in fronte acceptis, quære directe descendendo inter areales numeros sinistros, quia minor numerus diuiditur per maiorem, relictã 1 diuidendam, & reperies è regione ad latus sinistrum, respondere 30, quæ vno ordine faciunt particulam minorẽ, nẽpe sexagesimas 2̄, quas noto inter parallelas sub titulo 2̄ & quum nihil remaneat, prorsus est diuisio peracta, & ex diuisione 11 2̄ per 2 1̄ pronunciabo prouenire 5 1̄, 30 2̄.

Quando diuisor habet multas partes, quid est agendum?

Et si possunt omnes partes diuisoris in fronte tabulæ accipi, & sub eius partibus diuidendi partes inquiri, aut eo proximè minores, & è regione in sinistro latere accipi potest numerus quotus, vt dictum est in præcedenti canone: commodius tamen accipiẽtur omnes eius partes in latere sinistro, & è regione primæ partis diuisoris dextrorsum accipies primam partem diuidẽdi numeri, aut ea proximè minorem, & in eadem linea à fronte ad calcem descendente, accipies numeros respondentes reliquis partibus diuisoris in sinistro latere acceptis, & coniunges numeros areales respondentes partibus diuisoris, sic vt numerus arealis dexter respondens vni parti diuisoris iungatur cum numero areali sinistro respondente alteri parti diuisoris: quod si sic coniuncti numeri areales singulis partibus diuisoris in latere sinistro acceptis respondentes, posint demi à numero diuidendo, accipies in fronte tabulæ numerum respondentem omnibus illis arealibus in eadem linea sub se collocatis, pro numero quoto,

qui

qui obtinebit denominationem, qualem prima pars maior diuidendi numeri diuisa per primā partem diuisoris, secū dum præcedentes canones facere nata est. Si abstracto numero coniuncto ex omnibus arealibus à numero diuidendo, aliquid ex diuidēdo remaneat, rursus illud per eosdem diuisores ibidem acceptos simili methodo diuidetur & quotus secunda diuisione proueniens erit pars vno ordine minor, ea quæ primo loco est inuenta: cætera persequeris similiter, donec ex diuidendo nihil remaneat.

Exemplum.

8 primæ sexagenæ, 15 partes diuidendæ sunt per 2 $\overline{1}$ sexagesimas 50 $\overline{2}$. Accipio in latere sinistro 2 & dextrorsum procedēdo, quia numerus maior per minorē diuiditur, inter areales numeros dextros accipio proximè minorem ipsis 8. Nam si accipiam 8, in fronte tabulæ respondent 4 pro quoto: sed in 8, 15 non possunt 2. 50 contineri quater: quare non accipiam lineam, in qua ipsis 2 diuisoris in latere sinistro acceptis è regione dextrorsum respōdēt 0—8: quare è regione 2, accipio 0—6, sub quibus directè descendendo è regione 50 diuisoris in latere sinistro acceptis, inuenio 2—30, quibus iunctis cum 0—6, sicvt dexter vnius iūgatur cum sinistro alterius, fient 0—8—30, quæ nō possunt demi ex 8. 15 diuidendis. Quare è regione 2 in latere sinistro acceptorū non possum accipere 0—6: proinde accipio proximè minorem, scilicet 0—4, cui adnecto, vt dictum

secun.	primæ	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$
		2		
	2	35		
	8	15	1	30
2	54	42	21	10
	5 —	40	2	50
			Diuisor.	

2 — 33

1 — 59

59 — 30

ctum est, sub 0—4 in eadem linea descendēte, è regione 50 in latere sinistro acceptorum, inuentos numeros 1—40, & fiunt 0—5—40, quę demo ex superioribus 8, 15 diuidendis, & remanent 2, 35, notanda supra 8, 15, & in fronte lineæ, vbi reperi 0—4, & 1—40, inuenio 2, qui est quotus, & per 5 canonē, sunt secundæ sexagenę: noto itaq; inter parallelas sub titulo secund. 2 secund. sexagenas.

Præterea è regione 2 diuisoris in latere sinistro acceptorum inter numeros areales sinistros, quia totus diuisor diuidendo numero maior est, quæro 2, 35 diuidenda, vel proximè minores numeros, ea lege, vt cū ijs numeris, vel proximè minoribus, directè subiectos numeros, è regione 50 diuisoris in latere sinistro acceptorum, coniungam dextrum vnius cum sinistro alterius: qua methodo è regione 2 in latere sinistro acceptorum, primus qui occurrit est 1—48: nam si directè sub 1—48, & è regione 50 in latere sinistro acceptorum descēdas, inuenies 45—0, qui numeri iuncti prædicto modò efficiunt 2—33—0, quæ si demas ex superioribus 2, 35, remanent 2 notanda supra 5, & quia numeros, quos cōiunxi, inueni sub 54, quæ sunt in fronte, accipiam 54 pro secundo quoto, quæ vno ordine partes minuendo, erunt primæ sexagenæ: quare eas noto in propria sede inter parallelas, demptisq; 2, 33, à 2, 35, remanent 2 notanda supra 35. Præterea eadē methodo diuidendo 2, quæ supersunt per 2—50, sub 42 in fronte acceptis, reperio è regione 2 lateris sinistri, 1—24, & sub ijs directe è regione 50 lateris sinistri, reperio 35—0, quæ coniuncta prædicto modo efficiunt 1—59, quibus demptis à 2 superioribus relictis ex diuidendo, remanet 1 1, & noto 42 in fronte inuenta insequenti sede inter parallelas. *Lex coniunctionis*

Prętere a si diuidam 1 1 per 2—50, reperio sub 21 in fronte acceptis, è regione 2 lateris sinistri 0—42, & sub eo è

 regione

regione 50 lateris sinistri, inueniam 17—30, quæ iuncta cū 0—40 faciunt 59—30, demenda ab 1 $\overline{1}$, & remanent 30, quæ notabuntur sub $\overline{2}$, & 21 $\overline{1}$ inter parallelas. Præterea si diuidam 30 per 2—50, inueniam quotum esse 10 $\overline{2}$, notandas inter parallelas. Eadem ratione potero totam diuisionem absoluere. Quare si diuidam 8 primas sexagenas, 15 partes per 2 $\overline{1}$, 50 $\overline{2}$, prouenieñt 2 secūdæ sexagenæ, 54 primæ, 42 partes, 21 $\overline{1}$, 10 $\overline{2}$.

De diuisione particularum astronomicarum per 60.

Datam vel datas partes vno ordine minue, & erit peracta diuisio. Vt multiplicatione vno ordine crescunt, sic diuisione vno ordine minuuntur: quare si diuidendæ sunt

Exemplū 10 partes principes per 60, prouenient 10 $\overline{1}$. Nam si ex 10 partibus principibus feceris $\overline{1}$, fient 600 $\overline{1}$, quæ diuisæ per 60, reddunt 10 $\overline{1}$. Adhæc ex canone multiplicationum per 60, si 10 $\overline{1}$ multiplices per 60, efficiunt 10 partes. Item si

Aliud. diuidas 20 partes, 15 $\overline{1}$, 42 $\overline{2}$ per 60, minues partes vno ordine, & prouenient 20 $\overline{1}$, 15 $\overline{2}$, 42 $\overline{3}$.

Vtilitas. Vtilis est hæc diuidendi per 60 ratio ad supputandos

Motus diurnus. motus horarios planetarum, datis diurnis ex ephemeridibus. Subtracto enim loco planetæ initij diei à loco initij proximè sequentis diei, si planeta sit directus, aut vice versa, si sit retrogradus, colligitur motus diurnus planetæ, nempe motus totius diei naturalis, qui constat 24 horis. Iunge itaq; bis 24 & semissem, seu quod idē est, duc 24 per 2 & $\frac{1}{2}$, & proueniunt 60 horæ, qui numerus erit diuisor: & quia per 2 & $\frac{1}{2}$ duxisti 24 horas, ducito motum planetæ diurnum per 2 & $\frac{1}{2}$, eritq; producti ex 2 & $\frac{1}{2}$ horarum ad productum ex 2 & $\frac{1}{2}$ diurni motus planetæ, per 17 in septimi, eadem ratio, qualis est 24 horarum ad diurnum motum planetæ; quare diuiso producto ex 2 & $\frac{1}{2}$ in

$\frac{1}{2}$ in diurnum motum per 60, proueniet idem quotus, qui proueniret ex diuisione diurni motus per 24 horas, vt putet ex definitione proportionalium numerorum. Minues itaq; productum ex 2 & $\frac{1}{2}$ in motum diurnum planetæ vno ordine, & proueniet motus horarius planetæ. Sit motus diurnus lunæ 13 partium, 20 $\overline{1}$, 15 $\overline{2}$: accipe hunc numerum bis, & eius semissem, & colliges 33 partes, 20 $\overline{1}$, 37 $\overline{2}$, 30 $\overline{3}$, quē numerũ si diuidas per 60, proueniet motus horarius lunæ illius diurni, scilicet 33 $\overline{1}$, 20 $\overline{2}$, 37 $\overline{3}$, 30 $\overline{4}$. Quando verbi gratia ex 240 $\overline{1}$ diuidendo per 60, colligis 4 partes, non propriè eas diuidis per 60, sed ex singulis 60 $\overline{1}$ componis vnam partẽ; ideo non debet prouenire pars minor, sed major.

Exemplũ.

Annotatio

	part.	$\overline{1}$	$\overline{2}$	
motus Lunæ	13	20	15	
diurnus	13	20	15	
	6	40	7	50
	33	20	37	30

PROBLEMA 14.

Datarum partium astronomicarum latus tetragonicum, aut ei propinquum inuenire.

Tetragonicum latus per semet ductũ procreare debet datas partes, aut numerum proximum illis: debet itaq; haberi ratio denominationũ ex multiplicatione prouenientium, ita vt denominator partium datarum habeat medietatem, alioqui si careat, reducetur ad denominationem parem, vt medietas eius denominet partes lateris tetragonici. Nam si $\overline{1}$ in $\overline{1}$ faciunt $\overline{2}$, latus tetragonicum $\overline{2}$, erunt $\overline{1}$: & si $\overline{2}$ per $\overline{2}$ faciunt $\overline{4}$, erit latus tetragonicum $\overline{4}$ denominandum à $\overline{2}$. Quod si quæratur latus tetragonicum $\overline{3}$, resolues $\overline{3}$ in sexagesimas quartas, quarum medietas $\overline{2}$ denominabit latus earum tetragonicum.

Denominatio lateris tetragonici

Exemplum inuentionis lateris tetragonici per conuersionem.

Quære latus tetragonicũ 35 part. 16 $\bar{1}$. conuerte 35 partes ad 2100 $\bar{1}$, quibus adde 16 $\bar{1}$, & fiunt 2116 $\bar{1}$, cuius numeri non quæres latus tetragonicum: quia $\bar{1}$ caret medietate, quare cõuertes eas ad 126960 $\bar{2}$, cuius numeri latus tetragonicũ est 356 $\bar{1}$, remanentibus $\frac{224}{713}$, quas ex problemate trium rationaliũ conuertes ad $\bar{2}$ & $\bar{3}$ sic: Si 713 dant 60, quantum dabunt 224? & prouenient 18 $\bar{2}$, 50 $\bar{3}$, &c. Deinde reduc 356 $\bar{1}$ ad partes principes, & proueniet totum latus tetragonicũ dati numeri 35 partium, 16 $\bar{1}$: scilicet 5 part. 56 $\bar{1}$, 18 $\bar{2}$, 50 $\bar{3}$, quem numerum si in semet duxeris, procreabit 35 part. 15 $\bar{1}$, 49 $\bar{2}$: quia datus numerus est surdus.

Latus tetrag.	*quart.*	*secund.*
latus	*secundarum*	*primæ*
latus	*primarum*	*partes*
lat.	*part.*	*partes*
lat.	$\bar{2}$	$\bar{1}$
lat.	$\bar{4}$	$\bar{2}$
lat.	$\bar{6}$	$\bar{3}$

Quæ methodus seruanda ad inueniendum latus tetragonicum per tabulam proportionalem?

Si lineam diagoniã tabulæ, ab angulo sinistro superiori ad dextrum inferiorem obserues, in ea omnes numeros quadratos tabulæ, laterũ verò vnũ in fronte, alterũ verò priori prorsus æquale, in latere sinistro inuenies: quadrati enim numeri in proselydibus duorum æqualium numerorum cõtinentur. Vt si in linea diagonia accipias 10—25 numerum quadratum, in fronte directè habes 25 eius latus tetragonicum, atq; etiam directè ad latus sinistrum pergens reperies 25, alterum latus priori æquale.

Si prima particula sinistra dati numeri denominetur à

numero

numero impari, fruſtra quæres in tabula eius latus tetragonicum, niſi fuerit denominata à prima ſexagena. Tunc enim denominabitur prima particula ſiniſtra lateris tetragonici à partibus principibus. Vt ſi proponatur inueniendum latus tetragonicum 26 primarum ſexagenarum, 40 partium. Quæres hunc numerũ in linea diagonia tabulæ, & ſupra ipſum directe habes 40, nempe partes, quod eſt eius latus tetragonicũ, in alijs verò quæres latera per reductionẽ. *Si* autẽ denominetur prima particula ſiniſtra à numero pari, inuenietur ferè ſimili ratione, ac in integris. Si prima particula dati numeri denominetur à primis ſexagenis, tunc ingredieris in lineam diagoniam cum dati numeri prioribus duabus partibus: in alijs verò numeris, quorũ prima ſiniſtra particula denominatur à pari numero, primæ eius particulæ accipies latus tetragonicum, vel propinqui numeri, vt in integris abſq; tabulæ ſubſidio, quod notabis infra parallelas, & eius quadratum demes à ſuperioribus: deinde duplicabis latus primò inuentum, & per illud diuides, quod remanſit, & illius numeri quoti accipies quadratũ, quod iunges cum producto ex numero quoto ducto in duplum radicis, ea lege, vt dexter vltimus talis producti iungatur cum primo ſiniſtro quadrati facti ex numero quoto, quod ſi poſsint demi à ſuperioribus relictis, rite peracta eſt ſecũdæ particulæ lateris tetragonici inuentio: ſin minus, accipies alium quotũ tantùm vnitate minorem, & tentabis, ſi ita ductus per duplum radicis, & ipſiuſmet quadratum iũcta præſcripta lege poſsint demi à ſuperioribus: quod toties explorabis, donec illa ſimul iuncta poſsint à ſuperioribus auferri. Quibus ablatis, notabitur intra parallelas ſecunda particula lateris tetragonici inuenta, & per ipſas duplicatas quæres tertiam particulã lateris tetragonici, ſimiliter vt inueniſti ſecũdam &c.

Canon extractionis lateris per tabulam.

Exemplū. Sit per tabulam quærendum latus tetragonicum 3 primarū sexagenarum, 50 partium, 1 ī, 40 2̄. diſpono numeros, vt vides. Quæro in linea diagonia, quæ eſt quadratorū, duas priores particulas, nēpe 3, 50, quas nō inuenio: quare accipio 3—45, numeros ipſis proximos, quos protinus demo à 3, 50, & remanent 5 ſupra 50: in fronte verò tabulæ ſupra 3—45, habeo primā particulam lateris tetragonici, ſcilicet 15, quæ ſunt partes, quas duplico, & fiunt 30, per quas diuido 5 partes 1 ī, 40 2̄, accipiens 30 in fronte tabulæ, & deſcendendo per eandem columnā inter numeros ſiniſtros, quia minor diuiditur per maiorē, inuenio 5—0, & è regione in latere ſiniſtro inuenio 10, cuius numeri quadratum eſt 1—40: at productum ex duplo lateris, ſcilicet ex 30 in 10, ſunt 5—0, quæ perſcripta lege cum 1—40 iuncta faciunt 5—1—40, quæ partialiter exhauriunt relictas 5 partes, 1 ī, 40 2̄: quare noto 10 ſub ī inter parallelas, & concludo 3 primarum, 50 partium 1 ī, 40 2̄, latus tetragonicum eſſe 15 partes, 10 ī. Nam ſi ducas 15 partes 10 ī in ſemet, obtinebis 3 primas, 50 part. 1 ī, 40 2̄.

prim. part. ī 2̄
5
3 50 1 40
15 10
30 diuiſor
5—1—40

Examen.

Inueniendum eſt latus tetragonicū 32 part. 45 ī, 36 2̄.

Aliud. Diſpono numeros cū ſuis titulis ſubſcriptis duabus virgulis. Quæro primum latus tetragoni cum 32 part. aut numeri quadrati proximè minoris, & abſq; tabula inuenio primæ particulæ latus tetragonicum eſſe 5, relictis 7: idem inuenirem in tabula proportionali. Cæterùm quia pars ducta per partes ſolum facit partes, non

Annotatio

pars ī 2̄ 3̄ 4̄
7 4 47
32 45 36 59 35
5 43 25 5
10 diuiſor 1.
7—40—49
11—26 diuiſor 2.
4—46—00 25
11—26—50 diuiſor 3.

tes, non egeo tabula, vt in præcedenti exemplo, in quo pars per partem ducta faciebat primũ partes, deinde verò primas sexagenas. Ideo non iunxi 32 partes cum 45 $\overline{1}$ ad inueniendum latus tetragonicum, vt in priore exemplo, quod est solitarium: quia prima particula dati numeri erat primarum sexagenarũ, cuius denominatio est ab vnitate, quæ medietate caret: at in omnibus alijs numeris, qui inchoãtur à particula denominata à numero pari, absq; tabula proportionali possum inuenire primę particulæ latus tetragonicũ. Noto itaq; 5 inter parallelas sub partibus, quia latus tetragonicum partiũ sunt partes. Duplico 5 & fiũt 10 partes, per quas diuido 7 partes, 45 $\overline{1}$, 36 $\overline{2}$, & inuenio ex diuisione posse prouenire quotum 46 & 45 & 44: cæterùm, vt prædictũ est, si iungam 7—20, quæ respondent in area, 44 acceptis in latere sinistro, quadrato ipsorum 44, id est cum 32—16, fient 7—52—16, quæ nõ possum auferre à 7, 45, 36: proinde accipio pro quoto 43, quibus in area sub 10 respondent 7—10, quæ iuncta cum quadrato 43, nẽpe cum 30—49, fient 7, 40, 49, quæ possunt demi à 7, 45, 36, &c. Et proinde demo, & remanent 4 $\overline{1}$, 47 $\overline{2}$, & noto 43 inter parallelas sub $\overline{1}$. Præterea duplico 5—43 & fiunt 11 partes, 26 $\overline{1}$, per quas diuido 4 $\overline{1}$, 47 $\overline{2}$, & proueniũt 25: producto verò ex 25 in 11—26, nempe ipsis 4—45—50, addo perscripta lege quadratum 25, scilicet 10—25 & fiunt 4—46—00—25, quibus demptis à superioribus relictis 4, 47, remanent 59 $\overline{3}$, 35 $\overline{4}$ diuidendæ per duplum lateris inuenti, scilicet per 11—26—50—: quotus autem qui prouenit nẽpe 25 notabitur inter parallelas sub $\overline{2}$. Præterea si diuidas relictas 59—35 per duplum lateris, scilicet per 11, 26, 50, & perstes in explicata methodo, particula quarta lateris tetragonici erũt 53. reliquas particulas lateris tetragonici negligo, quòd hic processus in numeris surdis sit infinitus. Quod si ducas quadratè 5 partes, 43 $\overline{1}$, 25 $\overline{2}$, 53 $\overline{3}$ prouenient 32 partes, 45 $\overline{1}$, 35 $\overline{2}$, 57 $\overline{3}$, 39 $\overline{4}$, 10 $\overline{5}$, 25 $\overline{6}$. ferè idem cum priore. Examen.

PRO-

PROBLEMA 15.

Datarum partium astronomicarum latus cubicum, aut ei propinquum inuenire.

Latus cubicum per se ductum facit quadratum, quod per suum latus ductum facit cubicum numerū: quarè pro ratione harum multiplicationum quæretur denominatio lateris cubici, vt si $\overline{1}$ ducta in $\overline{1}$ facit $\overline{2}$, & hæc ducta in $\overline{1}$ facit $\overline{3}$, latus cubicum $\overline{3}$ erit denominandum à $\overline{1}$, qua ratione facta est hæc tabella.

Quare si numerus denominetur à quintis, aut à quartis, aut à secūdis, aut à $\overline{1}$, aut à $\overline{2}$, aut à $\overline{4}$, aut à $\overline{5}$, non poterit habere latus cubicum, nisi cōuertatur ad denominationes tabulæ: cæterùm ad eas cōuersus poterit habere cubicū latus, vt dictum est de integris.

Sextarum	*latera cubica*	*secundæ*
tertiarum		*primæ*
primarum		*partes*
partium		*partes*
$\overline{3}$		$\overline{1}$
$\overline{6}$		$\overline{2}$
$\overline{9}$		$\overline{3}$

Exemplum per conuersionem.

Quære latus cubicū 37 part. 55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$, 44 $\overline{3}$, 21 $\overline{4}$, 6 $\overline{5}$, 1 $\overline{6}$: has conuertes ad 1769088459961 $\overline{6}$, cuius numeri latus cubicum est 12094 $\overline{2}$, quæ si diuidantur per 60, fient 201 $\overline{1}$, relictis 34 $\overline{2}$: diuisis verò 201 $\overline{1}$ per 60, prouenient 3 partes, 21 $\overline{1}$: itaq; latus cubicum 37 part. 55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$, 44 $\overline{3}$, 21 $\overline{4}$, 6 $\overline{5}$, 1 $\overline{6}$ sunt 3 part. 21 $\overline{1}$, 34 $\overline{2}$.

Idem exemplū per tabulam proportionalem examinatur, quod latus habeat.

Dispono

Inuentio primæ notæ lateris.

Dispono datū numerum vt vides, quæro inter cubicos numeros tabulæ proportionalis 37, vel proximè minorē cubicū, & inuenio 0–27,

pars $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{3}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ 6

10 19 20 23

37 55 3 44 21 6 1

3 21 34

27 9 diuisor

10–35–43–21

33–40–3 ^{3} diuisor

10

& ad frontem tabulæ inuenio eius latus cubicum 3, quæ sunt partes notandæ inter parallelas sub partibus. Demo confestim 0–27 cubicum 3, ex 37, & remanēt 10. triplico 3 & fiūt 9 partes, quas scribo sub 3. Secunda nota radicis quæretur sic, in latere sinistro tabulæ acceptis 37 partiquæro è regione earum in area 10 part. $55\,\overline{1}$, quas non inuenio. Accipio propterea numerum proximè minorem, scilicet 10–29, supra quē in fronte tabulæ habeo 17, quem numerum notabis seorsum exploraturus, num sit secūdus numerus lateris cubici, hoc modo: Duco totum latus inuentum, videlicet 3 partes, $17\,\overline{1}$ per triplum prioris lateris, nempe per 9 part. & fiunt 29 part. $33\,\overline{1}$, quas rursus duco per easdē 17, & fient 8 part. $22\,\overline{1}$, $21\,\overline{2}$, quas si cōnectam cū cubico ipsorum 17, qui est $1\,\overline{1}$, $21\,\overline{2}$, $53\,\overline{3}$, fiet 8 partes $23\,\overline{1}$, $42\,\overline{2}$, $53\,\overline{3}$, quæ non exhauriūt, quam proximè fieri potest, relictas 10 partes, $55\,\overline{1}$, &c. Quomodo nec $18\,\overline{1}$, è regione ipsorum 37 in sinistro latere acceptorum, exhaurient 10 part. $55\,\overline{1}$ relictas: quem ordinem seruans inueni $21\,\overline{1}$ esse secūdam particulam lateris cubici, & proximè exhaurire 10 partes, $55\,\overline{1}$. Nam si 3 part. $21\,\overline{1}$ ducam per 9 partes, scilicet per triplum prioris lateris, & productum ex hac multiplicatione, nempe 30 part. $9\,\overline{1}$, rursus duxero per $21\,\overline{1}$, vt fieri solet in extractione lateris cubici in integris, vt di-

Inuentio secundæ.

ctum est problem.6.primi libri, inueniam 10 partes 33 $\overline{1}$, 9 $\overline{2}$, cui numero si iuxta præscriptã legem coniunctionis numerorum tabulæ proportionalis, adiecero cubicum ipsarum 21 $\overline{1}$, id est, 2 $\overline{1}$, 34 $\overline{2}$, 21 $\overline{3}$, inueniam proximum numerum minorem esse 10 part. 35 $\overline{1}$, 43 $\overline{2}$, 21 $\overline{3}$, quibus subtractis à 10 part. 55 $\overline{1}$, 3 $\overline{2}$, 44 $\overline{3}$, &c. manent 19 $\overline{1}$, 20 $\overline{2}$, 23 $\overline{3}$, &c.

Idẽ aliter.

Cæterùm licet hic modus eodem tendat cum sequenti, tamen quia sequens ad amussim conuenit cum tradito modo, problemate.6.primi libri, proinde hunc sequamur. Triplico 3 latus primo inuentum, & fiunt 9 partes, duco 9 in latus primo inuentum, & sunt 27, quæ vno limite sinistrorsum scriptæ erunt primæ: diuido itaq; per 27 primas cum 9 partibus ipsas 10 part. & 55 $\overline{1}$ relictas, &c. & prouenient 24 $\overline{1}$. Quòd si ducam 3 partes 24 $\overline{1}$ per 9 partes, fient 30 partes 36 $\overline{1}$, quæ rursus ductæ per 24 $\overline{1}$, faciunt 12 part. 14 $\overline{1}$, 24 $\overline{2}$, qui numerus excedit 10 partes 55 $\overline{1}$: quanto magis excederet, si ei coniungeretur præscripta lege cubicũ ipsarum 24 $\overline{1}$, quem ordinem seruans inuenio vt prius, secundam particulam lateris esse 21 $\overline{1}$, &c.

Triplico deinde 3, 21, & fiunt 10 part. 3 $\overline{1}$, quas duco per latus inuentum, scilicet per 3—21, & fiunt (vno limite sinistrorsum promouẽdo, vt fit in integris) 33 secũd. 40 primæ, 3 partes, quibus præscripta lege iungo triplum 10—3, primam particulam huius coniungendo cum vltima particula producti ex triplo per latus inuentum, & fiunt 33 secund. 40 primæ, 13 partes, 3 $\overline{1}$, per quas diuidam 19, 20, 23, &c. & inueniam prouenire 34. si itaq; ducam 3 partes, 21 $\overline{1}$, 34 $\overline{2}$, per triplum duarum priorum particularum lateris, nempe per 10 part. 3 $\overline{1}$, & productum duxero per 34 $\overline{2}$, & adiecero præscripta lege cubicum ipsorum 34, scilicet 10, 55, 4, fient 19 $\overline{1}$, 7 $\overline{2}$, 55 $\overline{3}$, 19 $\overline{4}$, 58 $\overline{5}$, 55 $\overline{6}$, 4 $\overline{7}$, quę si demantur à numero relicto, remanebunt 12 $\overline{2}$, 28 $\overline{3}$, 1 $\overline{4}$, 7 $\overline{5}$, 5 $\overline{6}$, 567.noto itaq; 34 2 inter parallelas. Idem inuenirē, si triplarem 21 1 secundam particulam lateris cubici, & fient 1 pars, 3 1, quæ collectæ cum 9 partibus tripli lateris prioris faciūt 10 partes 3 1: has autem quærerē è regione 37 part. in latere sinistro acceptarum, & secundum priorē methodum quærerem tertiā particulam lateris cubici, quæ laboriosiùs inueniretur. Ex numero relicto quære secundum vtranq; methodum, si vacat, quartam particulā lateris cubici. Cæterùm quia hæc inuentio lateris cubici per tabulā proportionalem sexagenariam nō est vsui omnibus numeris, sed ijs tantū quorū numerus primus sinister est primarum sexagenarum, & aliarum particularum, quæ in tabella notatæ sunt, atq; est longè prolixior & difficilior, quàm quæ fit per reductionem: proinde consultū velim compendia disciplinarum sectantibus, vt omisso tanto temporis dispendio, cōtenti sint tantùm per reductionem latera cubica partium Astronomicarum inuestigare. *Aliter.*

PROBLEMA 16.

Datarum partium numeros proportionales inuenire.

Hoc problema est apprime necessariū futuro Astronomo. non enim omnia possunt in tabulis Astronomorū sigillatim ad 1, vel 2, vel 3 reduci: sed aliquid relinquendum fuit industriæ tabulas versantium. ex problematum 7 & 8 primi libri commodo vsu facilè omnia, quæ quis desiderat quoad 1, & 2, & 3 inuenerit.

Quando ex numeris lateris sinistri, & frontis tabularū, cupis ad communem eorum proselydem respondentes numeros inuenire, tūc hic tabularū vsus dicitur lateralis. At quando ex numeris qui in proselydibus seu areolis tabularum extant, quo ad partes, quæ in area non reperiuntur, quæritur numerus in latere sinistro respōdens, tunc tabulæ vsus dicitur arealis. *Duplex vsus tabularum Astronomicarū.*

Lateralis. In vsu laterali tabularum Primus numerus proportionalis est differentia vnius numeri lateris ab alio eiusdem lateris proximè sequenti, qui interdum est 60 m̃, aut actu vnus gradus, qui & pars principalis dicitur, aut vnus dies naturalis qui cõstat 24 horis, pro ratione cõstructionis tabulæ. Secundus numerus proportionalis est differentia vnius numeri arealis ab altero areali ꝓximo. Tertius proportionalis est differentia dati numeri, qui quæritur in latere sinistro tabulæ: verùm partiliter non reperitur, ab eo qui eo est proximè minor, aut proximè maior in eodem latere. Ex his tribus Quartus inuestigatur, ducẽdo secundum in tertium, & productum diuidendo per primum, cui adhibetur denominatio secundum problemata multiplicationis & diuisionis ipsi competens. Verùm quando

Annotatio. primus numerus proportionalis est 1 pars seu vnus gradus, tunc sufficiet ducere secundum in tertium, nam si diuidas productũ ex secundo in tertiũ p primũ, vt cõstat ex secundo canone denominationum prouenientium in diuisionibus, omnino idem prodibit. Vt si 1 pars dat 6 1̄: quot dabunt 9 1̄? Nam si ducas 6 1̄ in 9, 1̄ prouenient 54 2̄, quod si diuidas 54 2̄ per 1 partem, prouenient 54 2̄. quare sufficit ducere secundum in tertium.

Arealis. In vsu areali Primus numerus proportionalis est differentia inter duos areales proximos, qui numerus dat differentiam, quæ existit inter laterales illis arealibus respondentes, quæ est Secundus numerus proportionalis. Tertius numerus proportionalis est differentia dati numeri in area quęrendi, verùm in ea non extantis, à numero

Annotatio. areali proximo. Obseruabis tamen ordinem numerorũ, an crescant. Et ducto tertio numero proportionali per secundum, productum diuidetur per primum, & prodibit quartus proportionalis, qui erit addendus, si

areales

areales progrediantur crescendo, alioqui si decrescant, auferetur: at quia secundus numerus proportionalis est 1 pars, proinde manet idem met tertius ex multiplicatione ipsius per secundum, vt patet ex 2. canone denominationũ prouenientium ex diuisione: quare sufficiet, vt tertius diuidatur per primum. Vt si 6 $\bar{1}$ dant 1 partem, 9 $\bar{1}$ quantum dabunt? Duc 1 partem per 9 $\bar{1}$ & prodibunt 9 $\bar{1}$, quas si diuidas per 6 $\bar{1}$, prouenient 1 pars 30 $\bar{1}$, quare sufficiebat absq; multiplicatione diuidere 9 $\bar{1}$ per 6 $\bar{1}$.

Motus diurnus lunæ est 13 partium, quæritur 3 horis quot partes peragrabit? Dicito 24 horæ, quibus constat dies naturalis, exhibent 13 partes, 3 horæ quantũ exhibebunt? Duc 13 in 3, & sunt 39, quibus diuisis per 24, prodit 1 pars cum $\frac{15}{24}$, quæ sunt 37 $\bar{1}$ 30 $\bar{2}$. *Exẽplum in laterali vsu*

13 partes conficiuntur à luna 24 horis, 6 partes quot horis peragrabũtur? Duc 6 per 24, & sunt 144, quæ diuide per 13, & prouenient 11 horæ & $\frac{1}{13}$. *Exẽplũ in areali.*

1 pars dat 35 $\bar{1}$, 28 $\bar{1}$ quot dabunt? Duc 35 $\bar{1}$ in 28 $\bar{1}$, & fiunt 980 $\bar{2}$, quæ si diuidantur per 60 $\bar{1}$, prouenient 16 $\bar{1}$ 20 $\bar{2}$: tot igitur dabunt 28 $\bar{1}$. vel sic diuide 980 $\bar{2}$ per 1 partem & prouenient 980 $\bar{2}$, quæ sunt 16 $\bar{1}$, 20 $\bar{2}$, quare sufficiebat secundum ducere in tertium. *Exẽplũ in laterali.*

1 pars, 37 $\bar{1}$, dant 1 partem seu 60 $\bar{1}$, quot dabunt 59 $\bar{1}$? Duc 59 $\bar{1}$ per 1 partem, & fient 59 $\bar{1}$, quas diuide per 1 partem 37 $\bar{1}$, & prouenient 36 $\bar{1}$, 29 $\bar{2}$, 41 $\bar{3}$, &c. *Aliud in areali.*

De parte proportionali per tabulam proportionalem inuenienda.

In hunc vsum potissimum videtur tabula proportionalis instituta, vnde & denominationem obtinuit: quæ vtilis est, quando primus numerus proportionalis in vsu laterali est vnum, quod consideratur in 60 diuidendum, & *Vsus tabulæ potissimus.*

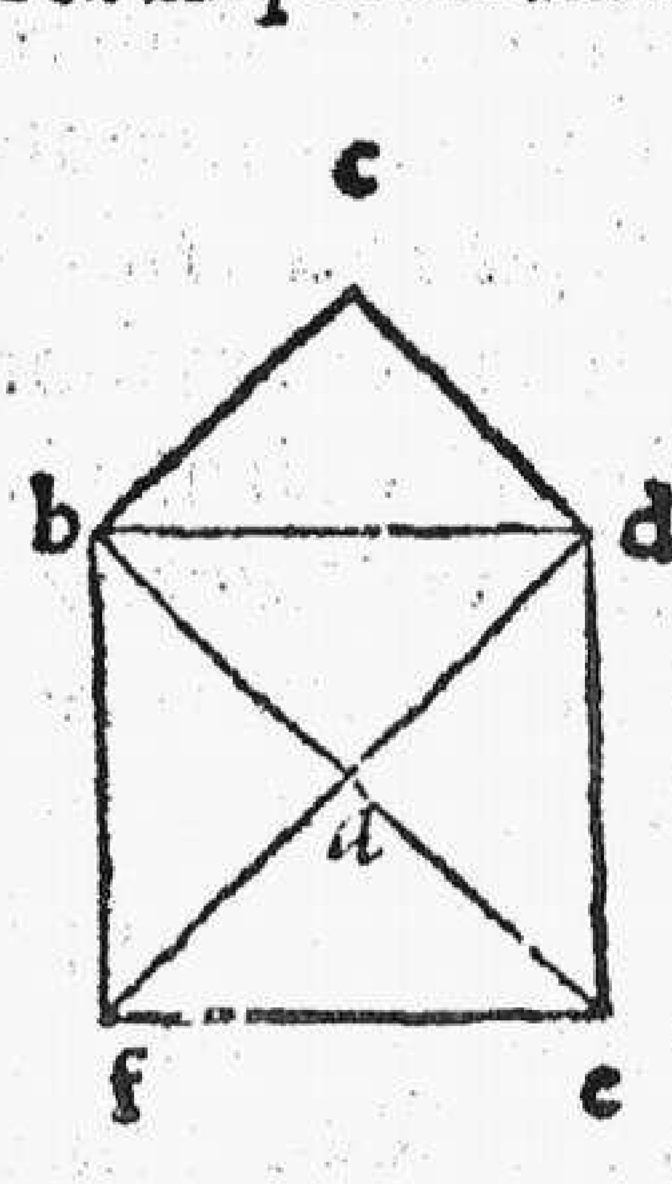
in areali quando secundus numerus proportionalis est 1,
quod cōsideratur in 60 diuidendum. nam si consideretur
diuidendum in 24, vt dies in 24 horas, partem proportio-
nalem non inueneris in tabula, quæ propterea dicitur se-
xagenaria, quia tantū vtilis est ad inueniendas partes pro-
Canon. portionales ratione 60. Quando igitur ingrederis in ta-
bulam per latus sinistrum, aut per frontem ipsius, multipli
catio sola secundi in tertium exhibet partem proportiona
Exemplum lem, vt in tertio exemplo, si vna pars dat 35 1̄, 28 1̄ quot da
bunt? acceptis 35 1̄ in latere sinistro, & 28 1̄ in fronte: vel
vice versa, in proselyde horum duorum numerorum inue
nies 16 1̄, 20 2̄: tot itaque proueniunt in desiderata parte
proportionali. Nam si diuidas 16 1̄, 20 2̄ per primam par-
tem, prouenient tantùm 16 1̄, 20 2̄, quare redundaret ea di
Canon. uisio. At quando ingredieris in tabulam arealiter, quia
secundus arealis est 1 pars, seu 60 1̄, & tertius ductus per
secundum seipsum solum efficit, sufficiet vt tertius diuida-
Exēplum. tur per primum. vt in quarto exemplo, si 1 pars 37 1̄ dant
1 partem, seu 60 1̄, quod idem est: quod dabunt 59 1̄? diui-
de 59 1̄ per tabulam, per 1 partem 37 1̄, & prouenient 36
1̄, 29 2̄, 41 3̄, quanta erit pars proportionalis desiderata.

FINIS SECVNDI LIBRI.

LIBER TERTIVS, DE RATIONIBVS & proportionibus.

Λόγος ratio, eſt duarum magnitudinũ eiuſdẽ generis ſecundum quantitatem inter ſeſe quædam habitudo. Definitio 3 lib. 5.
Conferuntur autem ſecundum quantitatem, id eſt, qua vna alteram quantitate excedit, & eodem genere quantitatis præditæ eſſe debent. quare ratio inter duos terminos verſata, numeros numeris, continua continuis, corpora corporibus, ſuperficies ſuperficiebus, lineas lineis, ſonos ſonis, tempus tempori conferet.

Rationem inter ſeſe habere magnitudines dicũtur, quæ poſſũt multiplicatæ ſeſe inuicẽ excedere. Definitio 5. lib. 5. Etiã ſi nõnullæ incõmẽſurabiles magnitudines ἄλογα μεγέθη irrationales, ſeu ſine ratione, nẽpe effabili, ſeu quę numeris exprimi poſſit, dicãtur ab Euclide li. 10. rationẽ tamẽ inter ſeſe habẽt aliquã. multiplicatę enim ſeſe excedũt nota aliqua mẽſura. vt diameter & latus quadrati. ſit enim quadrati a b c d diameter b d, huius verò quadratũ ſit e f b d. ex 47 primi quadratum e f b d, quod fit ex b d ſubtenſa angulo recto d a b, eſt æquale quadrato lateris a b, & quadrato lateris a d. quare quadratum e f b d eſt duplum ad quadratum a b c d: ergo per 11 propoſitionem octaui, ratio vnius ad alterũ eſt ratio laterum duplicata: quare ratio diametri b d ad latus b a quadrati, eſt me-



dietas

dietas vnius duplæ, & duæ rationes diametri ad latus quadrati component vnam rationē duplam. Erit itaq; aliqua ratio inter diametrum & latus quadrati. Nam multiplicatæ hæ magnitudines sese excedunt aliqua mensura, seu area communi, quod ex schemate est notum. Nam triangulus d a b bis metitur quadratū a b c d productū seu multiplicatum ex a b in se, & quater metitur quadratum e f b d multiplicatum ex diametro b d. Quæ causa est, vt diameter & latus quadrati lib. 10. dicantur lineæ potentia commensurabiles, cùm sint ipsæ per sese incommensurabiles.

Diuisio rationis.

Duplex itaq; erit ratio, vna effabilis, quæ ῥητὸς Græcè dicitur, quæ numeris exprimi poterit, ideo Arithmetica dicitur: alia verò erit ἄῤῥητος ineffabilis, qualis est inter diametrum & latus quadrati, & inter numeros surdos & sua latera. Gæometra circa vtrasq; rationes, Arithmeticus verò tantùm circa effabiles rationes versatur.

Diuisio rationis effabilis.

Ratio effabilis æqualitatis dicitur, cū æqualia inter sese conferuntur: inæqualitatis, cùm inæqualia. Si minor conferatur cum maiore dicitur ὑπολογία, id est, minoris inæqualitatis ratio: si maior cum minore ἐπιλογία, id est, maioris inæqualitatis. Minoris inæqualitatis rationes denominabuntur à maioris inæqualitatis eorundem terminorū rationibus, præponendo ὑπὸ, id est, sub. Vt 2 ad 1 est dupla, at 1 ad 2 subdupla. Rationis maioris inæqualitatis simplicia genera sunt, πολλαπλάσιος multiplex, ἐπιμόριος superparticularis, ἐπιμερὴς superpartiens. Composita genera πολλαπλασιεπιμόριος multiplex superparticularis, & πολλαπλασιεπιμερὴς, id est, multiplex superpartiens.

Diuisio in genera simplicia.

Multiplex est quando maior minorem aliquoties tantum continet. Multiplicis species, διπλάσιος dupla, vt 2 ad 1, τριπλάσιος tripla, vt 3 ad 1: τετραπλάσιος quadrupla, vt 4 ad 1. &c. similiter.

Super-

Superparticularis dicitur, quando maior numerus minorem tantùm semel, & vnam partem tantùm, non autem partes eius continet. Quòd si maior totum minorem & eius medietatem contineat, dicitur λόγος ἡμιόλιος ratio sesqui altera. vt 3 ad 2: si totum & tertiã tantùm contineat, dicitur ἐπίτριτος sesquitertia, vt 4 ad 3: si totum & quartã tantùm, dicitur ἐπιτέταρτος sesquiquarta, vt 5 ad 4, &c.

Superpartiens dicitur, quando maior minorem tantùm semel & eius aliquot partes, quæ nullo modo partem efficiunt, continet. Quòd si contineat semel & duas tertias, erit ἐπιδιμερὴς τριτῶν superbipartiens tertias, vt 5 ad 3. Si semel & duas quintas, ἐπιδιμερὴς πέμπτων superbipartiens quintas, vt 7 ad 5. Si semel & tres quartas ἐπιτριμερὴς τεττάρων, vt 7 ad 4, &c.

Ex simplicibus rationibus fiunt duo genera composita, vtpote multiplex superparticularis, quando numerus maior minorem aliquoties, & eius aliquam partem continet. quòd si bis et medietatem, dicetur dupla sesquialtera, vt 5 ad 2. si ter & medietatem, tripla sesquialtera, vt 7 ad 2, &c. Aliud genus compositum dicitur multiplex superpartiens, quando maior numerus minorem aliquoties & eius aliquot partes continet. quòd si bis & duas tertias eius contineat, dicetur dupla superbipartiens tertias, vt 8 ad 2, &c. Notabis ex hoc sequi nullam rationem vocandam superpartientem, quando partes efficiunt aliquã partem, nec dicendam rationem superbipartientem quartas, quia duæ quartę sunt vna medietas, quare erit sesquialtera. Composita genera. Nota.

Rationis minoris inæqualitatis totidẽ sunt genera quot & maioris.

In eadem ratione numeri esse dicuntur, primus ad secundum, & tertius ad quartum, quando primus secundi, Defini. 21. lib. 7.

& tertius quarti æqualiter fuerit multiplex, aut eadem pars, aut eædem partes.

Hæc est propria definitio Euclidis numerorum proportionalium, nam quæ traditur libr. 5. Eudoxi est Magistri Platonis, non Euclidis, quam iure vt definito longè obscuriorem prætermitto.

7.definit.5 *Numeri eandem rationem habentes proportionales dicuntur.* Ἀναλογία *proportio, est rationum similitudo, seu*
4.definit.5 *comparatio duarum æqualium rationum.*

Quando itaq; primus fuerit secundi æquè multiplex, aut submultiplex, vt tertius quarti, illi numeri sunt proportionales, vt 4 ad 2, ita 6 ad 3, & vice versa. Has duas proportiones significauit Euclides per duas priores partes definitionis. At proportiones quæ fiunt in rationibus superparticularibus & superpartientibus, vltima definitionis parte significatæ sunt. vt sicut 4 ad 6, ita 8 ad 12: nā quæ partes sunt $\frac{4}{6}$, eædem sunt $\frac{8}{12}$: seu quæ partes sunt 4 ipsorum 6, eædem sunt 8 ipsorum 12, nempe duæ tertiæ: & vice versa vt 6 ad 4, ita 12 ad 8. In superpartienti analogia exēplū. Sicut 5 ad 7, ita 15 ad 21: nam quæ partes sunt 5 ipsorum 7 eædem sunt 15 ipsorum 21, nempe quinq; septimæ: & vice versa, vt se habent 7 ad 5, ita 21 ad 15.

9.definit.5 *Proportio in tribus terminis vt minimum existit.*

Hæc dicitur continua, in qua sunt tres termini natura diuersi, vt sicut 4 ad 6, ita 6 ad 9. sed reuerà sunt 4 termini, nam secundus bis sumitur.

Discontinua quatuor terminis natura diuersis constat, vt sicut 4 ad 6, ita 10 ad 15.

Quando tres numeri proportionales fuerint, primus ad
10.defin.5 *tertium duplo maiorē rationem habet quàm ad secundū.*

Nam

Nam ratio extremorum cõposita est ex rationibus medij, quæ sunt duæ æquales.

Quando quatuor numeri fuerint continuo proportionales, primus ad quartum triplo maiorem rationem habet, quàm ad secundum, & ita deinceps vno minus quandiu fuerit proportio.

Nam si sint quinque cõtinuo proportionales, primus ad quintũ quadruplo maiorem rationẽ habet quàm ad secundum: nam proportio primi ad quintum quatuor æqualibus rationibus constat, scilicet primi ad secundum, secundi ad tertium, tertij ad quartum, & quarti ad quintum.

ὁμόλογοι homologi, seu eiusdem ordinis inter sese dicuntur omnes numeri eiusdem proportionis antecedentes, & omnes consequentes inter sese dicuntur etiam homologi. 11. defi. 5.

Ratio ex rationibus componi dicitur, quando rationũ magnitudines in seipsas multiplicatæ efficiunt τινὰ aliquam, non aliquas. 5. definitio 6. libri.

Ita enim censeo legendum, quæ sic composita est componentibus æqualis, id est, quando homologi numeri antecedentes talium rationum multiplicati inter sese efficiunt aliquem antecedentem: & homologi consequentes earundem rationum efficiunt aliquem consequentem. Horum enim qui gignuntur ratio est composita ex datis rationibus. vt si componas sesquialteram $\frac{3}{2}$ cum $\frac{4}{3}$ sesquitertia, fiet vna dupla $\frac{12}{6}$.

S ij Vnde

Corollariũ. Vnde fit vt datis quibuſcũque numeris extremis, ratio vnius ad alterum componatur ex omnibus rationibus intermedijs. vt ſi ſumas 5 & 1, quæ ratio eſt quintupla, ea cõponetur ex ratione ſeſquiquarta, quæ eſt 5 ad 4, & ſeſquitertia, quæ eſt 4 ad 3, & ſeſquialtera, quæ eſt 3 ad 2, & dupla, quæ eſt 2 ad 1. omnes enim hæ rationes compoſitæ, vt docet Euclides, faciunt vnam quintuplam. Vel ſi vnum medium numerum acceperis, ſcilicet 3, ratio quintupla cõſtabit ex ratione 5 ad 3 ſuperbipartiente tertias, & ratione 3 ad 1, quæ eſt tripla. hæ enim duæ rationes component vnam quintuplam: quod non ſolum verum eſt, quãdo medium extremo vno eſt minus, altero verò maius: ſed etiam quando vtroq; extremo maius eſt, vel minus: vt ſi digeras 2.5.3. ratio 3 ad 2 ſeſquialtera, componitur ex rationibus 3 ad 5, & 5 ad 2. nam diſpone $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{2}$, & fiet ratio per 5 definitionem 6 libri, 15 ad 10, quæ eſt ſeſquialtera. Vel ſi ſic digeras 6, 2, 4, ratio 4 ad 2 dupla, & 2 ad 6 ſubtripla, faciunt ſubſeſquialteram, & proinde ratio ſubſeſquialtera componetur ex dupla & ſubtripla.

Modi colligendi ex rationibus.

12.defin.5 Ἐναλλὰξ λόγος *permutatim ratio* (quæ temerè viciſsim à Zamberto interprete dicitur) *eſt acceptio antecedẽtis ad antecedens, & conſequentis ad conſequens.*

Vt ſicut a 2 ad b 4, ita c 3, ad d 6. quare & permutatim, vt a 2 ad c 3, ita b 4 ad d 6.

13.defin.5 Ἀνάπαλιν λόγος *eſt acceptio conſequentis tanquam antecedentis, ad antecedens tanquam conſequens.*

Vt ſicut a 2 ad b 4, ita c 3 ad d 6: ergo vt b 4 ad a 2, ita d 6 ad c 3.

14.defin.5. Σύνθεσις λόγου *compoſitio rationis, eſt acceptio antecedẽ*

tis

tis cum consequente tanquam vnius ad ipsum consequẽs.

Vt sicut a 2 ad b 4, ita c 3 ad d 6: ergo vt a b 6 ad b 4, ita c d 9 ad d 6. Vel aliter

Est acceptio antecedentis cum consequente tanquam vnius ad antecedens.

Vt se habẽt 2 ad 4, ita 3 ad 6: ergo vt 2 & 4, id est 6 ad 2, ita 3 & 6, id est 9 ad 3.

Διαίρεσις λόγου *diuisio rationis, est acceptio differentiæ inter antecedens & consequens ad ipsum consequens, vel ad ipsum antecedens.* 15. defin. 5

Vt se habẽt 4 ad 6, ita 8 ad 12: ergo vt se habent 2 differẽtia inter 4 & 6 ad 6, ita 4 differentia inter 8 & 12 ad 12. vel ita se habebũt 2 ad 4, vt 4 ad 8.

Ἀναστροφὴ λόγου *subuersio, aut euersio rationis, est acceptio antecedentis ad differentiam inter antecedens & consequens. Vel erit acceptio consequentis ad eandem differentiam.* 16. defin. 5

Vt se habent 4 ad 6, ita 8 ad 12: ergo vt se habent 4 ad 2, differentiam inter 4 & 6, ita se habent 8 ad 4 differentiam inter 8 & 12; vel, vt se habent 6 ad 2 differentiam, ita 12 ad 4 differentiam.

Δίίσου λόγος *ex æquo ratio, fit quando plures numeri binatim sumuntur, & alij totidem numero in eadem, vel eisdem rationibus cum prioribus, vt se habet in prioribus numeris primus ad vltimum, ita in secundis primus ad vltimum. Aut aliter, est acceptio extremorum per subtractionem mediorum.* 17. defin. 5

Vt 8, 4, 2, ita 12, 6, 3: ergo vt 8 ad 2, ita 12 ad 3. vel quando

S iij in di-in diuersis rationibus proponuntur priores, vt 8, 6, 4, ita 12, 9, 6: ergo vt se habent 8 ad 4, ita 12 ad 6.

Præter hos modos colligendi simplices, occurrerunt mihi aliquando hi sequentes intricatiores. vt sicut a ad b, ita c ad d: & sicut a ad e, ita c ad f: ergo vt a ad b e, ita c ad d f: quæ est compositio rationis. Cuius diuisio erit huiusmodi. vt se habet a ad b e, ita c ad d f: & vt a ad b, ita c ad d: ergo vt a ad e, ita c ad f. Vel sic, vt a ad b e, ita c ad d f: & vt a ad e, ita c ad f: ergo vt a ad b, ita c ad d.

a 2	e 6	b 4
c 3	d 6	f 9

18. defin. 5 *Ordinata proportio est, quando fuerit vt antecedens ad consequens, ita antecedens ad cōsequens: vel vt consequēs ad aliud quippiam, sic consequens ad aliud quippiam.*

Vt vides in præcedenti exemplo, in quo rectum ordinem seruant termini.

19. defin. 5 *Perturbata proportio est, quando sumuntur tres numeri, atq; alij totidem multitudine, & vt in prioribus numeris antecedens se habet ad consequentem, sic in secundis numeris antecedens se habet ad consequentem: vt verò in primis numeris consequēs se habet ad alium quempiam, ita in secundis alius quispiam numerus se habet ad antecedentem.*

Exemplum. sicut 6 ad 3, ita 8 ad 4. & vt 3 consequēs primæ rationis se habet ad 2 alium quempiam numerum, ita 12 alius quispiam numerus se habet ad 8 antecedentem secundæ rationis. Quare si proponantur perturbatim 6, 3, 2, & 12, 8, 4: vt

6 — 3   2

12   8 — 4

6 ad 3,

6 ad 3, ita 8 ad 4: & vt 3 ad 2, ita 12 ad 8: ergo etiã ex æquo vt se habent 6 ad 2, ita 12 ad 4.

PROBLEMA 1.

Datæ rationis cuiuscunq; speciei ex ipso nomine minimos terminos eius inuenire.

In rationibus multiplicibus denominatio prodit semper terminum maiorem ex minimis terminis eius rationis, alter terminus est semper 1. vt triplæ primus terminus est 3, secundus 1, &c. In superparticularibus postrema pars nominis prodit minimum terminũ eius rationis, cui si addas 1, colliges alterũ terminũ, vt in sesquialtera, altera dicitur de duobus, idcirco 2 est minimus terminus, cui si addas 1, fiunt 3. quare dico 3 & 2 esse minimos terminos sesquialteræ. Similiter in superpartientibus vltima pars nominis significat minimum terminum rationis, cui si addas numerum aduerbij, in medio nominis collocati, habebis alterum terminum eius rationis ex duobus minimis. Vt si quæras minimos numeros rationis supertripartiẽtis quartas, 4 erit minimus terminus, cui adde 3 significata per aduerbium tri. & fiunt 7. dico 7 & 4 esse primos, seu minimos numeros datæ rationis. In multiplicibus superparticularibus rationibus vltima pars nominis significat minimum terminum rationis, qui est multiplicandus per denominationẽ multiplicis, & addẽda vnitas. Vt volo scire minimos numeros rationis triplæ sesquitertiæ: vltima pars nominis, tertia, præsefert 3, qui est minimus

terminus

terminus datæ rationis, qui ducatur per 3 vnde dicitur tri pla, & fiunt 9, cui adde vnitatem, & fiunt 10. dico 10 & 3 esse minimos numeros datæ rationis. Similiter in multiplicibus superpartientibus, vltima pars nominis prodit minimũ terminũ rationis, qui multiplicatus per rationis multiplicis denominatorem, & producto additus numerus partium, qui significatur per aduerbium, produnt alterum terminũ maiorem: vt si velis scire primos numeros rationis quadruplæ supertripartientis quintas: primus numerus eius rationis minimus est 5, qui quadruplicatus facit 20, additis verò tribus, fiunt 23: dico 23 & 5 esse rationis quadruplæ suptripartiẽtis quintas minimos terminos.

Exemplum

PROBLEMA 2.

Datis numeris quomodocunq;, minimos eandem rationẽ cum illis habentes inuenire.

Propositio 35 septimi. Si reciprocè minorem à maiore auferendo, peruenias ad vnitatem, per primam septimi erunt adinuicem primi, & per 23 eiusdem, erunt minimi numeri omnium eandem rationem habentium cum illis. Si reciprocè minorem à maiore auferendo tandem perueniatur ad aliquem numerum alium ab vnitate, ille erit mensura maxima cõmunis vtriusq;, per 2 proposi. eiusdem. Diuide modo per eam mensuram maximam vtrunq; numerum datum, & prouenientes quoti erunt minimi numeri habentes eandem rationem cum illis. Vt dẽtur primũ 19 & 13, deme 13 à 19, & manent 6, quæ deme à 13, & manẽt 7, rursus deme à 7 ipsa 6, & manet 1: quare 19 & 13 sunt primi ad se inuicem, & minimi omnium qui eandem cum illis

Exemplũ.

illis rationem habent. Sint dati numeri 21 & 15, deme 15 à 21, & manent 6, quæ deme à 15, & manent 9, rursus à 9 deme 6, & manent 3, quòd si à 6 demas 3, manent 3, quare 3 est maxima mẽsura communis 21 & 15: diuide 21 per 3, & proueniunt 7, diuide 15 per 3, & proueniunt 5: quare 7 & 5 sunt minimi numeri omnium habentium eãdem rationem cum 21 & 15, cuius causam reddunt duæ sequentes propositiones.

Theorema primum, & propositio 3.

Si aliquis numerus duos multiplicans fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quã multiplicati.

Propositio 17 septimi. multiplicet 5 duos numeros, scilicet 7 & 3, & fient 35 & 15, quorum ex præcedenti problemate minimi numeri eandem rationem cum illis habentes sunt 7 & 3, cuius ratio est: nam si 5 multiplicans 7, facit 35, & multiplicãs 3, facit 15, toties inuenietur 7 in 35, quoties 3 in 15, nempe quinquies: quare qualis pars est 7 ipsorũ 35, talis est 3 ipsorum 15. Vnde per definitionem numerorũ proportionalium, qualis ratio est 7 ad 35, talis est 3 ad 15, quare permutatim, qualis ratio est 7 ad 3, talis est 35 ad 15, quod erat demonstrandum.

Theorema 2, propositio 4.

Si per aliquem numerum duo alij diuidantur, prouenientes ex diuisionibus eandem rationem cum illis habebunt.

Hæc est conuersa per resolutionem, vt si diuidas 35 & 15 per 5, prouenient 7 & 3, qui multiplicati per 5, facient 35 & 15, numeros eiusdem rationis cum 7 & 3 per præcedentem.

T Theo

Theorema 3. propositio 5.

Si duo numeri aliquem multiplicātes, fecerint aliquos, geniti ex eis eandē rationē habebunt, quàm multiplicātes.

Propositio 18 septimi conuersa 17. sint 3 & 2 habentes se in ratione sesquialtera, qui multiplicent 5, & fient 15, & 10, qui se habebunt in eadem ratione cum 3 & 2.

Theorema 4 propositio 6.

Si aliquis numerus per duos diuidatur, geniti ex diuisionibus eandem rationem cum diuisoribus habebunt, sed alterius generis.

Sint 40, quæ diuidantur per 5 & 4, & prouenient 8 & 10, qui habent eandem rationem, sed alterius generis, id est, si data ratio sit minoris inæqualitatis, quæ proueniet, erit maioris inæqualitatis, & contra.

PROBLEMA 3. PROPOSIT. 7.

Datorum numerorum rationes suis nomenclaturis exprimere.

Per secundam huius quære minimos numeros eandem cum ipsis rationem habentes, aut ex illis minimis, minor mensurat maiorem, id est, aut est pars eius, aut non. hoc autem deprehendes diuidendo maiorem per minorem: nam si ex diuisione nihil remaneat, minor mensurabit maiorē,
Multiplex & inter eos erit ratio multiplex: si ex diuisione proueniens sit 2, erit dupla, & minor erit medietas maioris: si quotus sit 3, erit maioris ad minorē tripla, &c. Si verò ex diuisione maioris per minorem prouenìens quotus sit 1,

& rema-

& remaneat 1, inter tales numeros est ratio superparticularis: si diuisor sit 2, erit sesquialtera, vt 3 ad 2. si diuisor sit 3, tunc erit sesquitertia, vt 4 ad 3. semper enim diuisor dabit denominationem relicto ex diuisione. Si verò maiorem diuidẽdo per minorem quotus sit vnitas, & remaneat aliquis numerus alius ab vnitate, ratio erit inter eos numeros superparticns, & diuisor dabit denominationem numero relicto, qui exprimetur per aduerbium: vt si diuisor sit 3, & remaneant ex diuisione 2, nempe $\frac{2}{3}$, quare erit superbipartiens tertias, &c. Si verò maiorem diuidendo per minorem, quotus sit alius numerus ab vnitate, si ex diuisione remaneat 1, ratio erit multiplex superparticularis, denominationem multiplicis dabit quotus: denominationem particulæ dabit diuisor, vt si sit diuisor 3, & quotus sit 3, & relictus ex diuisione sit 1, erit ratio tripla sesquitertia, qualis est inter 10 & 3. Si verò maiorem diuidendo per minorem, quotus sit alius ab vnitate, & remaneat alius numerus ab vnitate, ratio erit multiplex superpartiens: quotus dabit denominationem multiplicis, diuisor denominationẽ partibus, quæ tot erũt, quot significabit numerus relictus ex diuisione, & aduerbialiter efferẽtur. Vt sint minimi numeri 3 & 11, diuide 11 per 3, & proueniũt 3 & $\frac{2}{3}$: quare erit inter 11 & 3 ratio tripla superbipartiẽs tertias.

Superparticularis.

Suppartiẽs

Multiplex superparti.

Multiplex suppartiẽs.

PROBLEMA 4. PROPOSIT. 8.

Datis quibuscunque rationibus, quæ sit altera maior inuenire.

Hoc proposi. 8. li. 5. docet Euclides, dicẽs, inæqualiũ magnitudinũ maior ad eandẽ maiorẽ rationẽ habet, quã minor: & eadẽ ad minorẽ maiorẽ rationẽ habet quã ad maiorem. vt si conferas 6 & 4 ad 2, maior ratio est 6 ad 2, quã 4 ad 2. Similiter si 2 conferantur ad 4 & ad 6, maiorẽ rationem habent 2 ad 4, quàm ad 6: itaq; in cõferẽdis inter sese rationibus, debet esse communis quædam magnitudo antecedens, aut consequens. quare in multiplicium vniuerso genere, quæ maiorem habet denominationem, maior est. omnium enim earum minimus consequẽs est vnitas: vt tripla maior est dupla, &c. in quo genere datur omnium minima, nempe dupla, non autem maxima. Inter superparticulares contra accidit. maior enim est quæ minorem habet denominationem. nam ex 5 communi concepti. 7 libri, pars maior est quę minorem habet denominationem, idcirco omnium superparticularium maxima est sesquialtera: non tamen datur minima superparticularis. Inter superpartientes ea est maior, quæ plures partes eiusdem denominationis continet. vt supertripartiens quintas, maior est superbipartiente quintas. In hypologis rationibus cõtrarium accidit. nam subdupla est omnium submultiplicium maxima, nec datur minima submultiplex. Inter subsuperparticulares minima est subsesquialtera, nec datur aliqua omnium maxima. Reliquas autem atq; etiam prædictas reduces ad alias rationes æquales, quæ habeãt eosdẽ consequentes, quod facito vt problemate 4 secundi libri dictum est, dispone datas rationes formis partium. vt vides supratripartientem quintas, & superbipartientem septimas depictas, quas reduces ad eosdem consequentes, seu denominatores, vt ibi docuimus. Erit itaq; supertripartiens quintas reducta ad rationem, quæ est inter 56 & 35: & superbipartiens septimas reducta ad rationem, quæ est inter 45 & 35, vt probauimus ex 17 septimi.

Exemplum

56	45
8	9
5	7
35	35

Quare maior est ratio supertripartiens quintas ratione superbipartiente septimas $\frac{11}{35}$, is enim est excessus inter $\frac{56}{35}$

&

& $\frac{4:5}{3\ 5}$.hac methodo rationes hypologas conferes inter ſeſe,& cum epilogis rationibus, vt ſcias quæ ſit maior.

PROBLEMA 5. PROPOSIT. 9.

Datas rationes in minimis terminis continuare.

Duæ rationes in tribus terminis:tres,in quatuor termi nis,quatuor in quinq; terminis continuãtur. *Si* duæ ſunt continuandæ,duc antecedentem primæ in antecedentem ſecundæ,& fit primus terminus: duc conſequentem primæ in antecedentem ſecundæ, & fit ſecundus terminus: duc conſequentem primæ in conſequentem ſecundæ, & fit tertius terminus:vt dupla 2 ad 1, & ſeſquitertia 4 ad 3, diſpoſitis terminis,vt vides,continuantur in 8, 4, 3. *Si* tres ſint continuandæ,duc antecedẽtem primæ in antecedentem ſecundæ,productum verò duc in antecedentẽ tertiæ, & fiet primus terminus: duc conſequentem primæ in antecedentem ſecundæ, & productum duc in antecedentem tertiæ, & fiet ſecundus terminus: duc conſequentem primæ in conſequentem ſecundæ, & productum duc in antecedentem tertiæ, & fiet tertius terminus:duc conſequentem primæ in conſequentem ſecundæ,& productum duc in conſequẽtẽ tertiæ,& fiet quartus terminus. Vt tripla & ſeſquitertia & quintupla diſpoſitæ ſic continuãtur. Exemplum

2 — 4
1 — 3

Exemplum

3 — 4 — 5
1 — 3 — 1

3 in 4 ducta faciũt 12,quæ ducta in 5 faciũt 60,ſcilicet primum terminũ.duc 1 in 4, & ſunt 4, & 4 in 5,& ſunt 20, ſecũdus ſcilicet terminus. duc 1 in 3,& 3 in 5,& fient 15,tertius terminus. demum duc 1 in 3, & ſunt 3, & 3 in 1,& ſunt 3,quartus vi

delicet terminus. dico igitur in 60,20,15,3 continuari tres prædictas rationes. Si quatuor sint continuandæ, ducentur omnes antecedentes in sese, & fiet primus terminus. Ducetur deinde consequens primæ in antecedentem secũdæ, & productum iterum in antecedentem tertiæ, & productum in antecedentem quartæ, & fiet secundus terminus. consequens primæ ducetur in antecedētem secundæ, & productum in consequentem tertiæ, & productum in consequentem quartæ, & fiet tertius terminus. consequens primæ ducetur in consequentem secundæ, & productum in consequentem tertiæ, & productum in antecedentem quartæ, & fiet quartus. consequentes omnium ducentur in sese, & fiet vltimus terminus, vt sint continuandæ rationes tripla, dupla, sesquialtera, sesquitertia. dispones eas in minimis terminis, vt vides, &

3 — 2 — 3 — 4
1 — 1 — 2 — 3

inuenies 72,24,12,8, 6 minimos terminos continuatarum rationum datarum.

PROBLEMA 6. PROPOSIT. 10.

Datas quascunque rationes in vnam componere.

Ex 5 definitione sexti ita facito. duc antecedentē vnius in antecedentem alterius, & fiat antecedens: & consequentem vnius in consequentem alterius, & fiat cõsequens. qui duo producti numeri continent datas rationes. vt si componas vnum tonum, qui constat sesquioctaua sonorum ratione, scilicet 9 ad 8 cum alio tono, fit ratio 81 ad 64. quæ est minor consonantia *διατεσσάρων*, id est sesquitertia differentia $\frac{13}{192}$. si componas diatessarωn cum tono, fit diapente. Si verò componas *διαπέντε*, id est, sesquialteram consonantiam ſonantiã cum diateſſarων, id eſt, ſeſquitertia, habebis cõſo nantiam διὰ πασῶν, nempe duplam. Si verò diapaſῶn cõ iungas cum diapente, habebis vnam triplam. Si duas dia paſῶn colligas, fiet diſdiapaſῶn, nempe quadrupla. Quod etiam ex proximè pręcedenti problemate probari poteſt. nam ſi duos tonos in minimis numeris continues, fiẽt 81, 72, 64. quare per vltimæ definitionis corollarium erit ratio 81 ad 64 compoſita ex ratione 81 ad 72, quæ eſt ſeſqui octaua, & ratione 72 ad 64, quæ etiam eſt ſeſquioctaua. Vt compoſuiſti duas, compones quotcunq; alias. *Idẽ aliter.*

PROBLEM. 7. PROPOSI. 11.

Datas quaſcunque rationes inſtar partium vulgarium componere.

Hæc methodus rationes componendi rationum additio dici poteſt. Sæpe accidit, vt inter menſurandum addantur rationes quemadmodum partes, quò fit, vt duæ rationes æqualitatis faciant vnam duplã, vt ſi colligas $\frac{1}{1}$ cum $\frac{1}{1}$ fient $\frac{2}{1}$: ſi colligas $\frac{1}{1}$ cum $\frac{2}{1}$, id eſt dupla, fit $\frac{3}{1}$ tripla. ſi $\frac{3}{1}$ triplam cum $\frac{1}{1}$, fit quadrupla. Quo modo ſi componas vnam ſeſquialteram cum ſeſquitertia, fiẽt iuxta 4 problema 2 libri $\frac{17}{6}$, quod fuſiſsimè ibi quoad partes, eſt declaratum.

PROBLEM. 8. PROPOS. 12.

Rationes datas per alias quaſcunque diuidere.

Hoc genus diuiſionum vocatur rationum ablatio. Sicut in partibus non ſolùm maior per minorem, ſed & minor per maiorẽ diuiditur, ſic in rationibus non ſolùm maior

ior per minorem, ſed & minor per maiorem diuidi ſolet, quod in multiplicibus verum eſt, nedum in ſuperparticularibus & ſuperpartientibus, quarũ nomina prorſus ſunt ſimilia nominibus partiũ, quod ex rationũ nominibus manifeſtũ eſt. vt ſeſquitertia perinde eſt ac ſemel & tertia. Et vt in diuiſione partium quotus numerus continet rationẽ, quam habet diuidenda ad diuidentem, ſic in rationibus. eadem itaque erit methodus diuiſionis rationum cum partium diuiſione. *Canon.* nempe diuidendæ rationis antecedens ducetur in conſequentem diuidentis, & fiet antecedẽs, illius verò conſequens in huius antecedẽtem, & fiet conſequẽs. *Exemplum* vt ſi diuidas duplam per vnam quadruplam, id eſt ſi abſtrahas à dupla quadruplam, diſpones eas vt partes interpoſita virgula, & proueniet vna ſubdupla. atq; quam rationem habet 2 antecedens ſubduplæ ad 4 ſuum conſequẽtem, eãdem habet ratio dupla ad quadruplam.

$$\frac{2}{1} \times \frac{4}{1} \text{ prouenit } \frac{2}{4}.$$

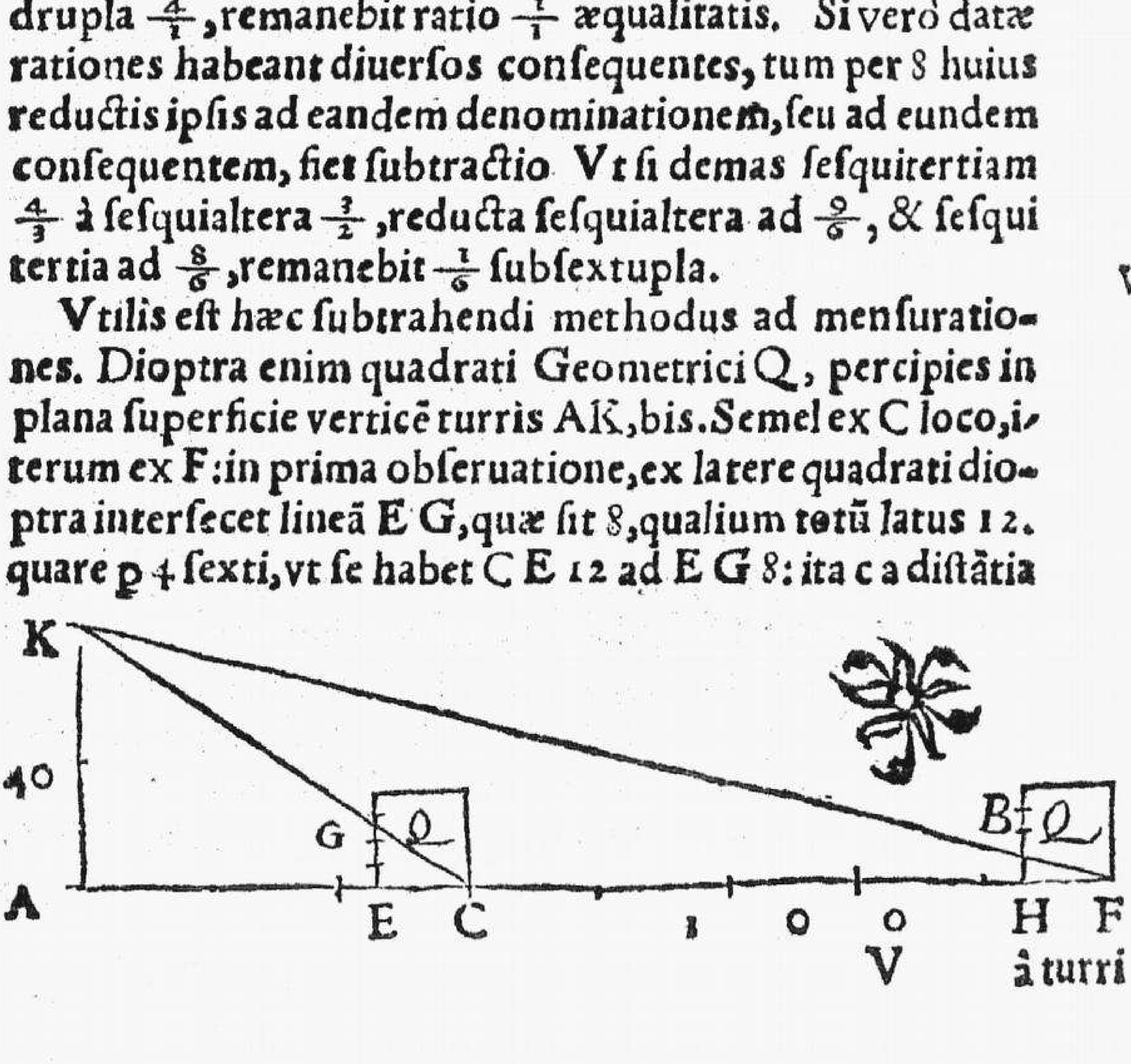
Examen. Quòd ſi ducas quadruplam per ſubduplam, ſeu has duas rationes in vnã cõponas, proueniet dupla, quod examen eſt certiſſimum. Sic ſi diuidas conſonantiam diapente, nempe ſeſquialteram, per tonum, id eſt ſeſquioctauam, proueniet diateſſarων, id eſt ſeſquitertia: ſi diapaſων per diateſſarων, emerget diapente: ſi diapaſων per diapente, fiet diateſſarων: ſi ex diateſſarων demas diapente, remanebit ratio 8 ad 9 ſubſeſquioctaua, hypotonus. Hæc diuiſio mutuo reſpondet compoſitioni propoſit. 10. huius. Quæ alio modo fieri poteſt, nempe ſi inter terminos diui- *Aliter.* dendæ rationis collocaretur numerus, ad quem aliquis terminus diuidendæ rationis ſe haberet in eadem ratione cũ diuidente ſic. Sit diuidenda dupla per ſeſquialteram, accipio duplã inter 4 & 2, inter quæ colloco 3, quæ ſe habent cum 2 in ratione ſeſquialtera: quum itaq; in 4, 3, 2, ratio 4 ad ad 2 dupla, sit composita ex ratione 4 ad 2 sesquitertia, & 3 ad 2 sesquialtera, dempta à ratione 4 ad 2, ratione 3 ad 2 sesquialtera, remanebit ratio 4 ad 3 sesquitertia.

PROBLEMA 9. PROPOSIT. 13.

Vnam rationem ab altera perinde ac partium subtractionem abstrahere.

Aut datæ rationes habent eosdem consequentes, aut non. Si habeant, subtrahe antecedentem minoris ab antecedente maioris manente eodem consequente, & prouemiet differentia inter eas. Vt si demas duplam $\frac{2}{1}$ à quadrupla $\frac{4}{1}$, remanebit dupla $\frac{2}{1}$: si demas triplam $\frac{3}{1}$ à quadrupla $\frac{4}{1}$, remanebit ratio $\frac{1}{1}$ æqualitatis. *Si verò* datæ rationes habeant diuersos consequentes, tum per 8 huius reductis ipsis ad eandem denominationem, seu ad eundem consequentem, fiet subtractio Vt si demas sesquitertiam $\frac{4}{3}$ à sesquialtera $\frac{3}{2}$, reducta sesquialtera ad $\frac{9}{6}$, & sesqui tertia ad $\frac{8}{6}$, remanebit $\frac{1}{6}$ subsextupla. *Vtilitas.*

Vtilis est *hæc* subtrahendi methodus ad mensurationes. Dioptra enim quadrati Geometrici Q, percipies in plana superficie verticē turris AK, bis. Semel ex C loco, iterum ex F: in prima obseruatione, ex latere quadrati dioptra intersecet lineā E G, quæ sit 8, qualium totū latus 12. quare p 4 sexti, vt se habet C E 12 ad E G 8: ita c a distātia

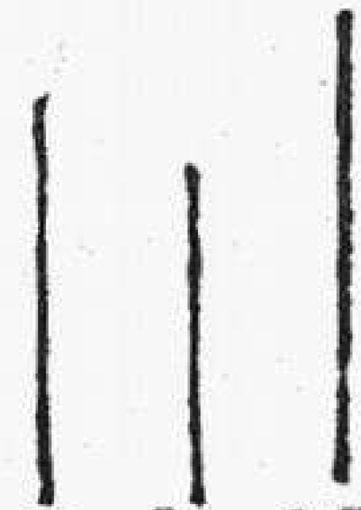


à turri ad A K eius altitudinem, sesquialtera videlicet ratione. Ex F loco cõspecto rursus vertice turris dioptra intercepit lineam H B, quæ sit 3, qualiũ totum latus quadrati est 12. Itaq; per eandẽ sexti, vt ratio F H ad H B est quadrupla, ita distãtiæ F A ad altitudinem A K est quadrupla, at à loco C ad locum F sunt 100 pedes, quæritur quanta sit turris A K altitudo? deme rationem sesquialterã C A ad A K, à ratione quadrupla F A ad A K, vt habetur hoc problemate, & remanebit ratio $\frac{5}{2}$, nempe distantiæ F C ad A K, quæ est dupla sesquialtera. Dic modò 5 dãt 2, quãtum dabunt 100 pedes? & per problema 8 primi, inuenies A K turris altitudinẽ esse 40 pedum. Si verò subtraheres sesquialteram à quadrupla, vt habetur proposit. 12 huius, remaneret ratio distantiæ F C ad A K altitudinem, dupla superbipartiẽs tertias, ex qua nõ posses turris altitudinem inuestigare, nam distantiæ F C ad A K altitudinem est ratio dupla sesquialtera. Vtraq; ergo rationum subtrahendarum methodus est vtilis Geometræ, sed quæ fit per diuisionem partibus consuetam, Musico & Astronomo est peculiaris, qua non solum minor ratio à maiore, sed etiam à minore maior subtrahitur, quod non potest fieri in subtra-

Demonstratio.

ctione quæ hîc traditur. Quòd autem maior ratio à minore subtrahatur, ex 5 definitione lib. sexti necessariò colligitur, atq; ex corollario nostro, & ex 19 definitione li 7. secundum Campanum, & 12 & 13 capite primi libri Almagesti. Nam si ratio 3 ad 2, dispositis sic 3, 5, 2, cõposita est ex ratione 3 ad 5, & 5 ad 2: cùm 5 ad 2 sit dupla sesquialtera: at 3 ad 2 est sesquialtera, necessarium est vt minor ratio cõponatur ex maiore. quare à minore poterit subtrahi ratio maior minorem cõponens. Adhæc, necessariò respõdet diuisio multiplicationi, sed multiplicatio, seu compositio rationũ fit methodo multiplicationis partium, & diuisio

sio rationum, seu abstractio fiet omnino vt fit diuisio partium, qua minor per maiorem diuiditur. Maior ergo ratio à minore abstrahetur, vt docet Theon in 23 proposi. sexti: dicit enim rationem lineæ C ad M componi ex rationibus C ad L, & L ad M, & vicissim ratio M ad C cōponetur ex rationibus M ad L, & L ad C: sed ratio M ad L est maior ratione M ad C, per 8 quinti: quare à ratione M ad C minore, poterit subtrahi ratio M ad L maior, & remanebit ratio L ad C. Errant itaque Io. Buteo, & frater Lucas contra sentiẽtes.



C L M

PROBLEMA 10. PROPOSIT. 14.

Numeros continuò proportionales minimos in data ratione, quotcunque imperauerit quispiam, inuenire.

Propos. 2. lib. 8. Duc antecedentem datæ rationis in se, & in suum cōsequentem: deinde duc consequentem in se, & habebis tres genitos numeros in eadem ratione. Deinde duc antecedentem datæ rationis in hos tres primogenitos, & consequentem datæ rationis in vltimum ex tribus primogenitis, & habebis quatuor in eadem ratione, & cæteros similiter. Vt ratio-

3	9	27	81	243	729
2	6	18	54	162	486
	4	12	36	108	324
		8	24	72	216
			16	48	144
				32	96
					64

Exẽplum.

 nis

nis sesquialteræ, quæ in minimis numeris 3 & 2 existit, omnes numeros proportionales minimos institutum sit inuenire. Dispone eos numeros sic. duc 3 in se, & sunt 9, & in 2, & sunt 6: & 2 in se, & habes 4, 6, 9. rursus duc 3 in 9, & sunt 27: & 3 in 6, & sunt 18: & 3 in 4, & sunt 12: & 2 in 4, & sunt 8, 12, 18, 27, quatuor proportionales minimi in ratione sesquialtera &c. Demõstratur hoc ex 17 propos. li. 7. quia 3 multiplicauit se, nempe 3 & 2: quare producti 9 & 6 se habent in eadem ratione, ac 3 & 2: rursus per eandem propos. li. 7. ipse 2 multiplicauit 3, & se, id est 2: quare producti 6 & 4, similiter se habebunt in eadem ratione cum 3 & 2: ergo per 11 quinti, qualis ratio est 9 ad 6, talis est 6 ad 4, quod erat faciendum.

Demonstratio.

Annotatio.

Quomodo datis quibuscunq; terminis, sit ratio eorum continuãda, docuimus iam lib. 1, proble. 7. atq; quomodo sit inueniẽdũ vnũ mediũ proportionale, proble. 5. Quo inuento, simili ratione inuenientur duo alia: nam si inter A & E ducendo A in E, eius producti radix quadrata C est mediũ proportionale inter A & E: quare si ducas A in C, producti radix quadrata B erit medium proportionale inter A & C. Similiter, inter C & E inuenies D aliud mediũ proportionale, qua methodo inuenta erunt tria. & sic consequenter infinita media proportionalia impari progressione inueniri poterunt.

Theorema 5, Propositio 15.

Si fuerint tres numeri proportionales, cubus medij est æqualis ei, qui fit ex ductu omnium in sese.

Vt sicut 2, 4, 8, cubicus 4 est 64. si ducas 2 in 4, sunt 8, si 8 in 8, sunt 64. Hoc fit quia cubicus ad suã radicem habet rationem duplicatam ex ratione, quam habet ad quadratũ

radicis

radicis: ſicut tertius proportionalis p 10 definitionē quinti, habet rationem duplicatam ex ratione, quæ eſt inter ſecundum & primum.

PROBLEMA 11. PROPOSIT. 16.

Inter datos numeros, duos medios proportionales inuenire.

Si ratio inter datos numeros poſsit in tres æquas rationes diuidi, dabuntur duo medij proportionales abſq; fractionibus ſic. Sint 2 & 16, inter quos eſt ratio octupla, quę componitur ex tribus duplis. duc 2 quadratè, & ſunt 4, quæ duc per 16, & fiūt 64, cuius latus cubicum ſunt 4, qui eſt primus medius minor. deinde duc quadratè 16, & fiūt 256, quæ duc per 2, & ſunt 512, cuius latus cubicum ſunt 8, alter medius proportionalis maior. *Si* ratio inter datos non poſsit diuidi in tres æquas rationes, tum producti ex quadratis datorum numerorum in eos erunt ſurdi, nec habebunt latera cubica. Quare notabis medios proportionales per notam ∿√ abſq; inuentione lateris cubici. vt ſi dandi ſunt duo medij proportionales inter 2 & 10, inter quos eſt ratio ſubquintupla, quæ non poteſt diuidi in tres rationes æquales, quadra 2, & ſunt 4, quæ duc per 10, & ſunt 40. quadra 10, & ſunt 100, quæ duc per 2, & ſunt 200. dico 2 & ∿√40, & ∿√200 & 10 eſſe quatuor numeros proportionales. Accipe enim cubicos extremorum cum eis ſic, 8, 40, 200, 1000, qui numeri ſunt continuò proportionales ratione quintupla: quare & eorum latera erunt proportionalia per 12 propoſitionem 8 libri. Ratio huius propoſitionis ſumitur ex 10 definitione quinti. nam ſi quatuor numeri fuerint proportionales, ratio vnius extremi

Exēplum.

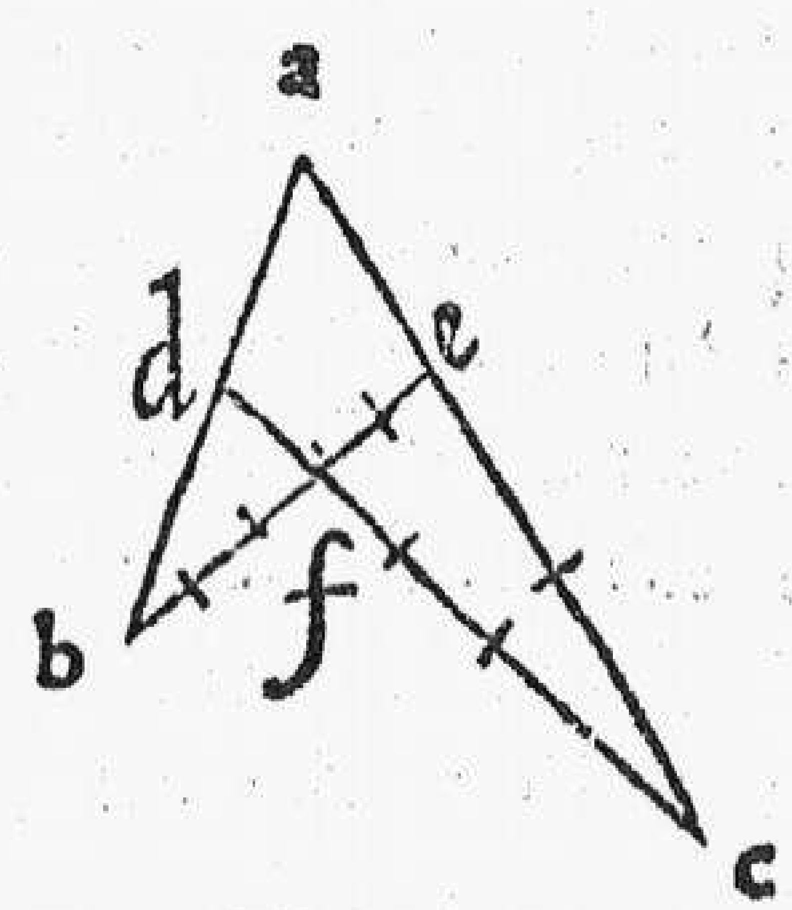
Exēplum.

ad alterum est ratio mediorum triplicata. quare cùm ratio extremorum non posſit ex tribus æqualibus rationibus componi, non poterunt absq; fractionibus dari duo medij proportionales.

PROBLEM. 12. PROPOSI. 17.

Data ratione compoſita ex duabus, ex ſex terminis earum, compoſitas omnes ex illis ſex terminis, & componentes omnes rationes inuenire.

Ptolomæus lib. 1. magnæ constructionis cap. 12. demõstrat, protractis duabus lineis, a b, & a c, à puncto a, & ab extremis earum ductis alijs duabus lineis b e, & c d, secantibus se in puncto f, futuram rationem c a ad a e, compositam ex rationibus c d ad d f, & f b ad b e. Item rationẽ c e ad e a componi ex rationibus c f ad f d, & d b ad b a. Similiter rationem b a ad a d componi ex rationibus b e ad e f, & f c ad c d. Itẽ rationem b d ad d a cõponi ex rationibus b f ad f e, & e c ad c a. Quod ex hoc schemate euidẽtissimum est, in quo c a est 3, qualiũ a e 1, & c d est 5, qualium d f est 1, & f b 3, qualium b e 5. Sit itaq; in prima synthesi c a 3 Primus terminus, a e 1 Secundus, c d 5 Tertius, d f 1 Quartus, f b 3 Quintus, b e 5 sextus. quod de hac synthesi prima quatuor, quæ emergunt ex hoc schemate, dicetur, dicendum est de omnibus rationibus compositis ex alijs duabus: quòd ratio primi 3 ad secundum 1, sit com-



ſit compoſita ex rationibus tertij 5 ad 1 quartũ, & 3 quinti ad 5 ſextum, patet ex 5 definitione ſexti. nam $\frac{3}{1}$ fit ex $\frac{5}{1}$, & $\frac{3}{5}$.

Ratio primi ad ſecundum conſtat ex rationibus tertij ad ſextum, & quinti ad quartũ, nam $\frac{3}{1}$ conſtat ex $\frac{5}{5}$ & $\frac{3}{1}$. 1

Ratio primi ad tertium conſtat ex rationibus ſecundi ad quartũ, & quinti ad ſextũ. nam $\frac{3}{5}$ conſtat ex $\frac{1}{1}$, & $\frac{3}{5}$. 2

Ratio primi ad tertium conſtat ex rationibus ſecundi ad ſextum, & quinti ad quartũ. nam $\frac{3}{5}$ cõſtat ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{3}{1}$. 3

Ratio primi ad quintum conſtat ex rationibus ſecundi ad ſextum, & tertij ad quartum. nam $\frac{3}{3}$ fit ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{5}{1}$. 4

Ratio primi ad quintum conſtat ex rationibus ſecundi ad quartum, & tertij ad ſextum. nam $\frac{3}{3}$ conſtat ex $\frac{1}{1}$ & $\frac{5}{5}$. 5

Ratio ſecundi ad quartum conſtat ex rationibus primi ad tertium, & ſexti ad quintum. nam ratio $\frac{1}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{5}{3}$. 6

Ratio ſecundi ad quartum conſtat ex rationibus primi ad quintum, & ſexti ad tertium. nam $\frac{1}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{5}{5}$. 7

Ratio ſecundi ad ſextum conſtat ex rationibus primi ad tertium, & quarti ad quintum. nam ratio $\frac{1}{5}$ conſtat ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{3}$. 8

Ratio ſecundi ad ſextum cõſtat ex rationibus primi ad quintum, & quarti ad tertium. nam $\frac{1}{5}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{1}{5}$. 9

Ratio tertij ad quartum fit ex rationibus primi ad ſecũdum & ſexti ad quintum. nam $\frac{5}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{5}{3}$. 10

Ratio tertij ad quartum conſtat ex rationibus primi ad quintum, & ſexti ad ſecundum. nam $\frac{5}{1}$ conſtat ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{5}{1}$. 11

Ratio

12 Ratio tertij ad sextum fit ex rationibus primi ad secundum, & quarti ad quintum. nam ratio $\frac{5}{5}$ fit ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{1}{3}$.

13 Ratio tertij ad sextum fit ex rationibus primi ad quintum, & quarti ad secundum. nam $\frac{5}{5}$ fit ex $\frac{3}{3}$ & $\frac{1}{1}$.

14 Ratio quarti ad quintum fit ex rationibus secundi ad primum, & tertij ad sextum. nam ratio $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{1}{3}$ & $\frac{5}{5}$.

15 Ratio quarti ad quintum fit ex rationibus secundi ad sextum, & tertij ad primum. nam ratio $\frac{1}{3}$ fit ex $\frac{1}{5}$ & $\frac{5}{3}$.

16 Ratio quinti ad sextum fit ex rationibus primi ad secũdum, & quarti ad tertium. nam ratio $\frac{3}{5}$ fit ex $\frac{3}{1}$ & $\frac{1}{5}$.

17 Ratio quinti ad sextum fit ex rationibus primi ad tertium, & quarti ad secundum. nam ratio $\frac{3}{5}$ fit ex $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{1}$.

Annotatio. Præter has 17 rationum compositiones, quæ emergunt ex sex terminis compositæ rationis ex duabus, nullæ aliæ sunt vtiles, inter quas plurimas rationes minores reperies à maioribus componi, & proinde per eas poterunt diuidi.

PROBLEMA 13. PROPOSIT. 18.

Datis quinque terminis rationis compositæ & duarum componentium, ex ipsis reliquum ignotum inuenire.

Si sextus fuerit ignotus, inuenietur ducto secundo in tertium, & productum diuidetur per primum, & quotus proueniens ducetur in quintum, & productum diuidetur per quartum. nam si ducas 1 in 5, fiunt 5: quibus diuisis per 3, prouenient $1\frac{2}{3}$, quæ si ducantur per 3, fient 5, sextus scilicet numerus.

Quintus inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per tertium: quotus verò ducitur per sextum, &

tum, & productum diuiditur per secundum, & prouenit quintus. nam si ducas 3 in 1, fiunt 3, quæ si diuidas per 5, fiunt $\frac{3}{5}$, quæ si ducantur per 5, fiunt $\frac{15}{5}$, id est 3, quæ si diuidas per 1, fiunt 3, qui est quintus.

Quartus inuenitur ducto secundo in tertium, & productum diuiditur per primũ: quotus verò ducetur per quintum, & productum diuidetur per sextũ, & prodibit quartus. nam ducto 1 in 5, fiunt 5, quæ si diuidas per 3, fit 1, & $\frac{2}{3}$, quæ si ducas per 3, fient 5, quæ si diuidas per 5, peruenit 1, qui est quartus.

Tertius inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per secundum: quotus verò ducetur in sextum, & productus diuidetur per quintum, & prodibit tertius. nam si ducas 3 in 1, fiunt 3, quæ si diuidas per 1, prouenient 3, quæ si ducas per 5, fiunt 15, quæ si diuidas per 3, fient 5, qui est tertius.

Secundus inuenitur ducto primo in quartum, & productum diuiditur per tertium: quotus verò ducetur in sextũ, & productum diuidetur per quintum, & proueniet secundus. Nam si ducas 3 in 1, fient 3, quæ si diuidas per 5, prouenient $\frac{3}{5}$, quæ si ducas per 5, fient $\frac{15}{5}$, id est 3, quæ si diuidas per 3, proueniet 1, qui est secundus.

Primus inuenitur ducto secundo in tertium, & productum diuiditur per quartum, & quotus ducitur in quintum, & productum diuiditur per sextum, & prouenit primus. Nam si ducas 1 in 5, fiunt 5: quæ si diuidas per 1, prouenient 5, quæ si ducas per 3, fient 15, quæ diuisa per 5, relinquunt 3, scilicet primum.

Cùm autem primus & secundus terminus habeant eandem mensuram communem, tertius verò & quartus aliã mensuram, quintus verò & sextus aliam, vt patet ex sche- Annotatio mate, ex primis duabus rationibus & vno termino alterius, colligetur sextus, qui erit mensuratus eadem mensura communi cum quinto. non erunt itaque hæ mensuræ, binis quibusq; eorum communes, inter sese commiscēdæ. nam alterius mensuræ sunt 3 partes lineæ c a, quàm 5 partes lineæ c d. atque huius 5 partes alterius sunt mensuræ, quàm 5 partes lineæ b e. Cæterùm quando quinq; termini dantur in solis numeris, quia omnes numeri habent vnitatem communem mensuram, protinus colligetur ex his regulis desideratus terminus.

FINIS INSTITVTIONVM ARITHMET.