2009 Ministerio de Cultura

ARCHIVO FACULTATIVO DE ARTILLERIA.

Indice por orden { alfabético.... C
de materias.. 5º }

Estante........ 2

Tabla........... 9

Nº 11

MUSEO·DE·LITERATURA·MILITAR

ESTADO·MAYOR

SERVICIO·HISTORICO

EJERCITO·ESPAÑOL

Inscripción..........

Clasificación........

Colocación { Sala.......... Estante 3 Tabla 1 Núm. 1546 -1- }

C

Inscripción.... { Folio.. Número.... }

Clasificación... { División.... Subdivisión }

Colocación IV.. { Estante.... 21 Tabla ...... 8 Número.... 25 }

32133

2009 Ministerio de Cultura

1576

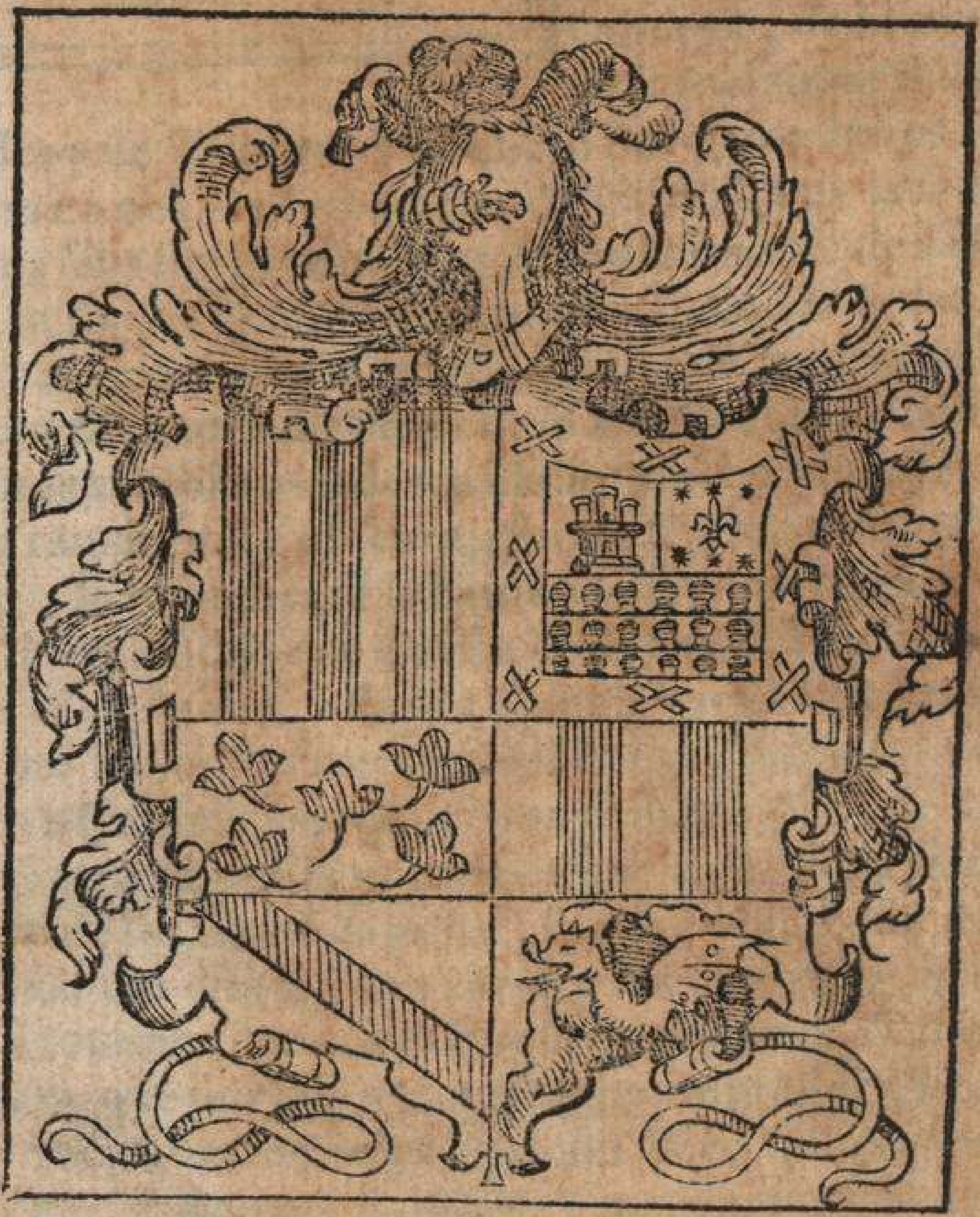
1

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

LOS SEIS LIBROS PRIMEROS DELA GEOMETRIA DE EVCLIDES.

Traduzidos en lẽgua Española por Rodrigo çamorano Astrologo y Mathematico, y Cathedratico de Cosmographia por su Magestad en la casa de la Contrataciõ de Seuilla Dirigidos al jllustre señor Luciano de Negrõ, Canonigo dela sancta yglesia de Seuilla.



ARCHIVO FACULTATIVO DE ARTILLERIA

Con licencia del Consejo Real.
En Seuilla en casa de Alonso de la Barrera.
1576.

S. 224

Esta tassado en cinq.s mil maravedis.

Cap. Diego Gonzalez de silva

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

DON PHILIPPE. Por la gracia de Dios Rey de Castilla, de Leon, de Aragon de las dos Sicilias de Ieruſalen, de Nauarra, de Granada, de Toledo, de Valencia, de Galizia, de Mallorcas de Seuilla, de Cerdeña, de Cordoua, de Corcega, de Murcia, de Iaen, Duque d̃ Milã Cõde d̃ Flãdes y de Tirol. ect. Por quãto por parte de vos Rodrigo çamorano nos fue fecha relaciõ diziẽdo q̃ vos auiades traduzido los ſeys libros primeros de la geometria de Euclides en nueſtra lẽgua eſpañola porque hauian ſido muy deſſeados de muchas gentes por la gran vtilidad que trayan aſſi a los que ſiguen las mathematicas como a todos los artifices, y en traduzir le no ſolo auiades paſſado mucho trabajo en que materia tan difficil y obſcura, eſtuuieſſe clara en nueſtra lengua, pero a la republica ſe le hauia hecho no pequeño beneficio por la neceſſidad que de eſta obra tenia. Suplicando nos lo mandaſſemos veer y dar os licencia para lo poder imprimir, o como la nueſtra merced fueſſe. Lo qual viſto por los del nueſtro Conſejo, por quanto en el dicho libro ſe hizieron las diligencias que la prematica por nos hecha ſobre la ympreſſion de los libros diſpone, fue acordado que deuiamos mandar dar eſta nueſtra carta para vos en la dicha razon & nos touimos lo por biẽ. Por la qual damos licencia y facultad para que por eſta vez qualquier ympreſſor deſtos nueſtros reynos pueda imprimir el dicho libro ſin que por ello cayga ni yncurra en pena alguna. Y mandamos que deſpues de ympreſſo no ſe pueda vender ni venda ſin que pri-

2009 Ministerio de Cultura

mero se traya al nuestro Consejo juntamente con el original que fue visto, que va rubricado y firmado de Iuan gallo de Andrada nuestro scriuano de camara de los que residen en el nuestro Consejo, para que la dicha impression se vea si esta conforme al original y se de licencia para lo poder vender, y se tasse el precio a que se huuiere de vender cada pliego del, sopena de caer & incurrir en las penas contenidas en la dicha pregmatica y leyes de nuestros Reynos y mas de la nuestra merced y de diez mill marauedis para la nuestra camara. Dada ẽ Madrid a veynte y quatro dias del mes de março de mill & quinientos y setenta y quatro años.

D. Eps Segobieñ.	El Licenciado Pero gasco.	El doctor Francisco hernãdez de lieuana
El Licenciado Contreras.	El doctor luys de molina.	El Doctor Aguilera,

Yo Iuan gallo de Andrada scriuano de camara de su Magestad la fize screuir por su mandado con acuerdo de los del su Consejo.

Alonso de Vargas
Pecellin

Por chanciller

Alonso de Vargas
Pecellin

2009 Ministerio de Cultura

AL ILLVSTRE SE ÑOR LVCIANO DE NEGRON canonigo dela ſancta ygleſia de Seuilla.

(.*.)

OBLIGAME (Illuſtre ſeñor) lo mucho que. V.M. merece, y la deuda particular en que todas las buenas artes a. V.M le eſtá, a dedicarle como a patron y tan eſtudioſo de todas ellas, eſtos ſeys libros de la Geometria de Euclides traduzidos en nueſtra lengua Eſpañola, para començar con eſto a ſeruir alguna parte de lo mucho q̃ a. V.M. deuo y deſſeo: como a perſona que no ſolo en ſus principales eſtudios delas letras ſagradas, pero aun en eſte genero de profeſsion tiene tambuena parte, que baſtarà dar nombre no ſolo a eſte, pero a otros mas Illuſtres trabajos. El qual confio que ſera gratamente recebido de todos los curioſos de las Mathematicas, tanto por yr debaxo de tal protection y amparo, quanto

por

09 Ministerio de Cultura

por el titulo de ſu proprio author principe de
la Geometria, tan celebrado en todas las he-
dades. El qual ſi en nueſtra lengua a. V.M. die
re alguna ſatisfacion, eſtare cierto que podra
contentar a todos los que guſtan de tan loa-
bles eſtudios. Suplico a. V.M. le admita, que
aunquepara el merecimiento de. V.M. el don
ſea pequeño, le ofrece vna voluntad muy grã
de para ſeruirle en coſas mayores.

Illuſtre ſeñor.

Beſa las manos de. v.m. ſu ſeruidor

Rodrigo
çamorano.

2009 Ministerio de Cultura

PRimero q̃ la Geometria(curioſo lector)ſe reduxeſe al ſer q̃ aora tiene,anduuo ẽ vſo entre las gẽtes.Cuyos inuẽtores dizẽ hauer ſido los Egyptios por la grã de neceſsidad q̃ đ ella teniã.Porq̃ como el rio Nilo enel eſtio crecia tãto q̃ ſu creciẽte les regaſſe y aun anegaſſe todos los cãpos , venia a deshacer y borrar los terminos y linderos delas heredades de toda la tierra. Y aſsi ſobre la aueriguacion de lo q̃ a cada vno deſpues de la mẽguante le pertenecia, auia ordinariamẽte, no pequeños pleytos y cõtiendas entre los vnos y los otros , eſcogiendo cada vno para ſi lo mas y mejor.Por lo qual les era forçado cada año acudir de nueuo a los juezes y gouernadores dela tierra,para q̃ los concertaſſen . De aqui vino q̃ los juezes median por las reglas que cada vno hallaua mas ciertas yverdaderas lo que a cada vno le pertenecia . De los quales el primero que ſe lee hauer dado reglas para la medida fue Meris Rey de Egypto al qual ſe atribuyela inuencion de la Geome-

2009 Ministerio de Cultura

tria. Desde este vino la facultad del medir poco a poco cresciendo ennueuas inuenciones hasta los tiempos de Pythagoras philosopho natural de la Isla de Samo: el qual despues dicen haber inuentado enella las delineationes las formas, los interuallos, las distantias y las quantidades. Y acabò muchas cosas de esta scientia, entre las quales hallò la virtud o potencia del triangulo rectangulo, con tanto contentamiento y satisffaction de haberle hallado, que se dice del, en pago de la merced recebida haber offrecido a la Diosa Minerua el sacrificio Hecatombe que entonces llamaban, enel qual sacrificò cien vacas. Despues de Pythagoras hubo muchos hombres excelentes enesta facultad y professíon dela Geometria. Delos quales fue vno excelentissimo entre todos Archimedes natural de Saragoça en Sicilia. Fueron tãbien principales eñlla Anaximãdro Milesio y Parmenides, el q̃l por razõ Geometrica affimò q̃ la tierra era redonda y de figura spherica, y que estaua asentada en el medio del vniuerso. LLego el negocio de la Geometria entonces a tanta cumbre, que entre los antiguos

pares-

2009 Ministerio de Cultura

parecia que ẽ competencia por general inclinacion se mouian todos a tratar dela medida y assivnos a otros se poniã diuersas preguntas y difficultades:y qualquiera cosa que les parecia q̃ estaua bien hallada,la guardauã en escripto,y assi la comunicauã no solamẽte enEgipto,pero poco a poco se vino tãbiẽ a tratar entrelas gẽtes assi apartadas,comovezinas.Asta q̃ entre todos Euclidesphilosopho natural de Megara ẽ Grecia,que fue el que masflorecio, tomando muy muchas de aquellas inuenciones antiguas,les añadio cõ su agudeza y subtileza de ingenio otras muchas.Yporque no se perdiessen los trabajos y estudios delos antiguos:las junto todas en quinze libros,los quales llamo Elemẽtos porque siendo estas figuras de esta obra las primeras demõstrationes que de Geometria se hazen, todas las de mas que desta y de las otras scientias proceden, se hã de reduzir a estas como a principios:oporque assi como de los quatro elementos se hazen y penden todas las cosas assi de aqui pendẽ todas las artes y sciencias.Enlas quales clarissimamente se vee la necessidad q̃ tienen de la Geometria.Porq̃ si procedemos de vna en

2009 Ministerio de Cultura

otra hallaremos que lo principal que tiene en
las artes la Architectura eñl deseñar de las plã
tas y constitucion de los alçados de los hedifi
cios, y de donde mas se ayuda, es dela Geome
tria. Y assi seve claro que por falta de esta sc
encia se han caydo muchos hedificios, por no
les hauer dado la forma deuida y que les er
necessaria. La pintura y esculptura en sus des
ños y debujos (como parece por Alberto Di
rero en el libro de Symmetria corporis huma
ni, y por Leon Baptista Alberto en los de pin
tura) tienen tanta necessidad de ella, que lo
principal de su arte esta puesto, y cõsiste en e
buen conoscimiento de la Geometria, sin la
qual a ninguna cosa de las que hazen se le pu
de dar buena proportion y medida. Muy ma
puede el Nibelador de aguas traerlas bien a
lugar dõde dessea, sin ayuda de la Geometria
Ni el Ingeniero assi enla guerra como ẽla pa
dara bien sin Geometria la proportion que
sus machinas se deue. El capitan y el soldado
fuera de otras muchas cosas en que cada di
experimentã esto, lo echan de ver, en quanto
haze la figura para la fortaleza del esquadrõ
El artillero tambiẽ cõ la Geometria mide la
dist

2009 Ministerio de Cultura

distãtias o interuallos ſegun la potentia delas pieças cõ que tira y haze las minas para volar los fuertes. Pero mucho mas ſe echa de ver eſto enlas ſcientias: delas quales la Aſtronomia podria muy mal probar y demonſtrar las quãtidades y proportiones delos cuerpos celeſtiales y de la tierra para el conoſcimiento de los mouimientos y eclipſes del Sol y Luna, ſi todas ſus demonſtrationes no las hizieſe ẽ Geometria: de la qual en la Aſtronomia ſe han ſacado tanta multitud de coſas dignas de admiracion y ſubtileza que parecen trãſcender la capacidad humana. La Coſmographia biẽ claramente da a entender quanto ſe aproueche de eſta ſcientia enla deſcription de las prouincias y ſitio de los lugares, y ambas a dos en la compoſicion de tantos inſtrumẽtos como tienen por medio e interceſſiõ dela Geometria. La ſcientia de la Perſpectiua con Geometria prueua todas ſus cõcluſiones, y por medio della no ſolo inueſtiga y eſcudriña los interiores ſecretos de las obras de natura, pero tambien ſaca aquella ſubtil inuention de los eſpejos vſtorios o cõburẽtes. La philoſophia natural q̃ eſcriuierõ Platõ, Ariſtoteles y todos los

2009 Ministerio de Cultura

antiguos esta tá llena de exemplos Geometri cos, q̃ sin esta sciétia es impossible poder ẽ phi losophia saber el dia de oy cosa alguna. Tábié la philosophia moral es cosa clara la necessi-dad de Geometria q̃ tiene, pues Aristoteles ẽ las Eticas cõpara las dos partes dela justicia di stributiua y Cõmutatiua a las dos proportio nes, Geometrica y Arithmetica, Quintiliano haze la Geometria necessaria al Orador, y Bar tolo al Iurisperito. Y generalmẽte a todas las demas artes y sciencias se les hecha de ver la necessidad, pues vnas sin ella no puedẽ passar, y a las demas les es vtil en grande manera. co mo lo vera quien a ello vn poco atender qui-siere. Ha sido siempre tan tenida y estimada esta scientia que Platon mãdaua ninguno de sus discipulos entrase a oyr le philosophia sino supiese primero Geometria. Hyppocrates es-criuio vn libro de el quadrar el circulo, Auice na otro de lineas y numeros, Archimedes mu chos, delos quales algunos se han perdido cõ la injuria del tiempo, y otros andan aun el dia de oy entre las manos delos curiosos. Hypsi-cles scriuio dos libros de Geometria que tra-tan de la proporcion de los cinco cuerpos re

gulares

2009 Ministerio de Cultura

gulares,los quales con algunos de los quince de Euclides traduxo en latin Seuerino Boetio Apollonio Pergeo ſolia ſer llamado diuino por los ocho libros que eſcribio de las ſectiones Conicas, de los quales ſalen tanta diuerſidad de ſubtilezas en los Reloges ſolares, en los inſtrumentos Mathematicos, y principalmente en aquella delicada y admirable inuẽtion de el Aſtrolabio. Y finalmente a nadie podemos juzgar por docto, a nadie por perito y exercitado en ſu ſcientia o en arte alguna: ſi carece del conocimiento de la Geometria baſis y fundamento de todas ellas. Por lo qual ſiendo eſta ſciẽtia tan antigua, neceſaria y noble ꝓcure de comunicar la a todos para que ſe puedan vniuerſalmente aprouechar della en todas las artes y ſcientias. Y no me ha parecido ſacar aora a luz mas de los primeros ſeys libros por ſer eſtos mas neceſſarios que los otros. Ni he querido poner en ellos cõmentarios, ſcholios, ni additiones (que pudiera) porque el auctor fue en eſto ran ingenioſo que el que quiſiere, con facilidad puede, atendiendo bien a la letra, percebir el ſentido y demonſtracion de lo que el enſeña. Y aunque eſte

2009 Ministerio de Cultura

mi pequeño trabajo entiendo ha de ser agradable a muchos, pero a otros no les parecera tambien, porque aun no le hauia biencomençado quando me dixeron vnos bien y otros mal de mi diligẽcia. Mas despues persuadido por ruegos de algunos amigos, y de la necessidad que de andar este libro en nuestra lẽgua vulgar hauia: teniendo ya alçada la mano dela traduction quise voluer a ella, asta acabar los seys primeros libros, que son los mas necessarios de todos losqueEuclides escribio Pareciendo me mejor el prouecho que a los vnos hazia que no la murmuracion que por fuerça tengo de sufrir de los demas, que lespa rece, que el andar las scientias en lengua vulgar es hazer las Mechanicas, no mirando que los authores que al principio las scribieron, las dexaron scriptas en lengua que entonces era tan vulgar como aora lo es la nuestra, y que no buscaron otras agenas en que screbir porque su intencion fue mas de aprouechar a todos que no de encubrir a nadie la sciẽtia. Pero porque estas gentes me parece que van fuera de buen camino, no curare de gastar palabras en esto, mas de encomendar al curioso

lector

2009 Ministerio de Cultura

lector, tenga por bueno mi trabajo, el qual si yo entendiere que le es acepto sacare breuemente lo que falta de Euclides, con otras cosas tocantes a la Astronomia, Astrologia y Cosmographia, q̃ entiẽdo aplacerá a los curiosos.

Vale.

(.:.)

Me le embio de Napoles mi H.º

009 Ministerio de Cultura

LIBRO PRIMERO DE

LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES PHILOSOPHO Megarenſe.

De tres generos de principios El primero las difinitiones.

Linea recta

1. Punto es, cuya parte es ninguna.

Linea curua,

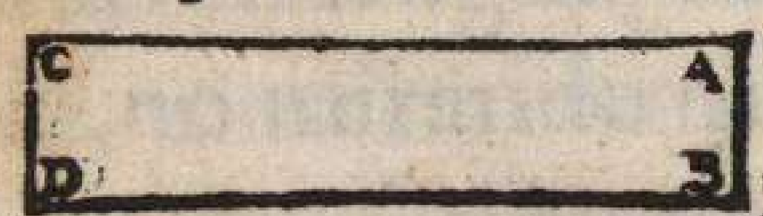
2 Linea es lõgitud que no ſe puede enſanchar.

3 Los terminos dela linea ſon punctos.

Linea tortuoſa.

4 Linea recta es la que ygualmẽte eſta entre ſus puntos.

Super ficie llana.

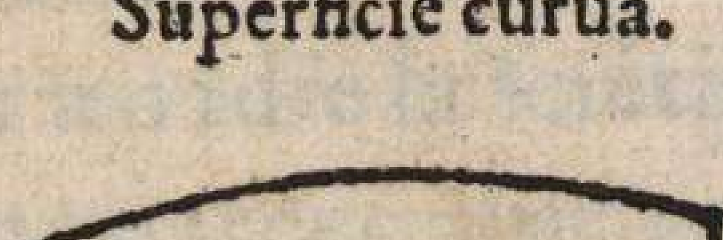


5 Superficie es lo que ſolamente tiene lõgitud y anchura.

6 Los terminos dela ſuperficie ſon lineas.

7 Superficie llana es, la que ygualmente eſta entre ſus lineas.

Superficie curua.



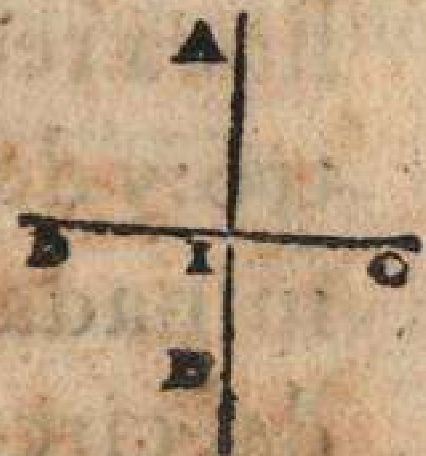
8 Angulo llano es, la inclinaciõ de dos lineas q̃ ſe tocã en vn plano y no eſtã en derecho

Angu

9 Angulo rectilineo ſe llama quando las li-
neas que cõtienen el angulo fueren rectas

10 Quando eſtando vna linea re
cta ſobre otra linea recta hi-
ziere angulos de ambas par-
tes yguales entre ſi, es recto
cada vno delos angulos ygua
les, y la linea que ſobre eſta,
ſe dize perpendicular ſobre
la que eſtuuiere.

Angulorecto



Obtuſo agudo

11 Angulo obtuſo es el mayor
que recto.
12 Angulo agudo es el menor que recto.

13 Termino es, lo que es fin de cada coſa.

14. Figura es la que es contenida de alguno, o
de algunos terminos.

Circulo.

15 Circulo es vna figurallana
cõtenida devna linea, que
ſe llama circũferẽcia, aſta
ala qual todas las lineas q̃
ſalieren devn punto q̃ eſte

2009 Ministerio de Cultura

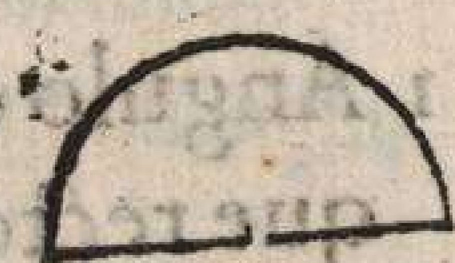
dentro cayendo enlacircũferentia del miſmo circulo ſon entre ſi yguales.

16 Centro del miſmo circulo ſe llama aquel puncto.

Diametro.

17 Diametro dl circulo es vna linea recta tirada por el cẽtro: y de ambas partes terminada ẽla circunferencia del circulo. la qual diuide al circulo, por medio.

Medio circulo



18 Medio circulo es la figura cõtenida del diametro y de la circũferẽtia que con el es cortada.

Segmento.

19 Segmẽto de circulo, es la figura contenida de vna linea recta y de vna circunferencia de circulo mayor o menor q̃ medio circulo.

20 Figuras rectilineas ſon las que ſon contenidas de lineas rectas.

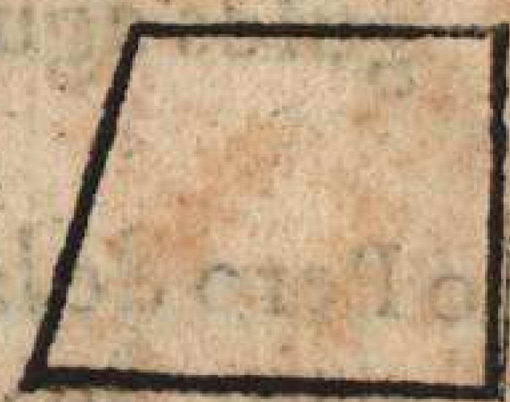
Trilatera.

21 Figuras de tres lados ſon las cõtenidas debajo de tres lineas rectas

2009 Ministerio de Cultura

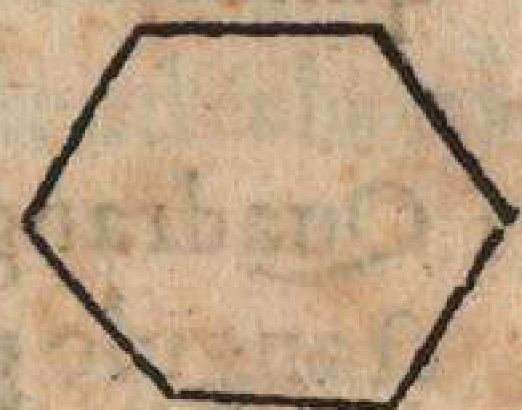
22 Figuras quadrilateras ſon las queſe comprehenden debajo de quatro lineas rectas.

Quadrilatera.



23 Figuras de muchos lados ſõ las q̃ ſe cõprehẽden debajo de mas que quatro lineas rectas.

De muchos lados.



24 Otroſi delas figuras de tres lados triangulo equilatero es el q̃ ſe cõtiene debajo de tres lados yguales.

Equilatero.

25 Yſoſceles es el q̃ es cõtenido ſolamẽte debajo de doslados yguales.

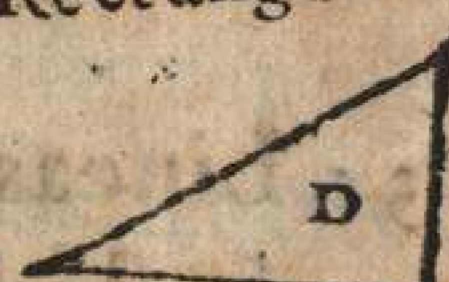
Yſoſceles.

26 Eſcaleno es el que es contenido debajo de tres lados deſiguales.

Eſcaleno.

27 Demas deſto delasfiguras de tres lados triãgulo rectãgulo es el que tiene angulo recto.

Rectangulo.



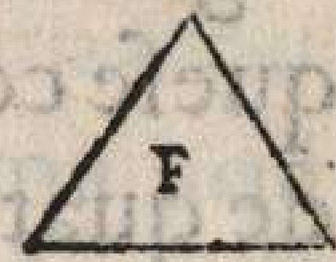
28 Pero amblygonio es el queti ene angulo obtuſo, yagudos dos.

Ambligonio.

2009 Ministerio de Cultura

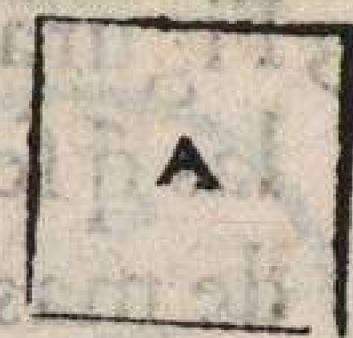
29 Oxigonio el que tienetres angulos agudos.

Oxigonio.



30 Pero de las figuras quadrilateras, quadrado es elque es equilatero y rectangulo.

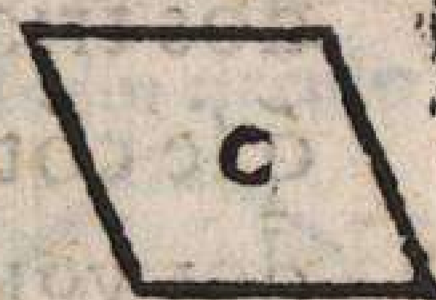
Quadrado.



31 Quadrangulo es, el que es rectangulo p̃o no es equilatero

Quadrãgulo.

Rombo.



32 Rombo es la figura q̃ es equilatera, pero no es rectãgula.

33 Romboyde es la figura q̃ tiene los lados y angulos contrarios yguales, pero ni es equilatera ni rectangula.

Romboyde.

34 Los demas quadrilateros fuera deſtos llamanſe trapezias.

Trapezias.

35 Lineas rectas parallelas ſolas q̃ eſtãdo ẽ vn miſmo llano, y eſtẽdidas de ãbas partes ẽ infinito, ẽ ningũa parte cõcurrẽ

Paralelas

El

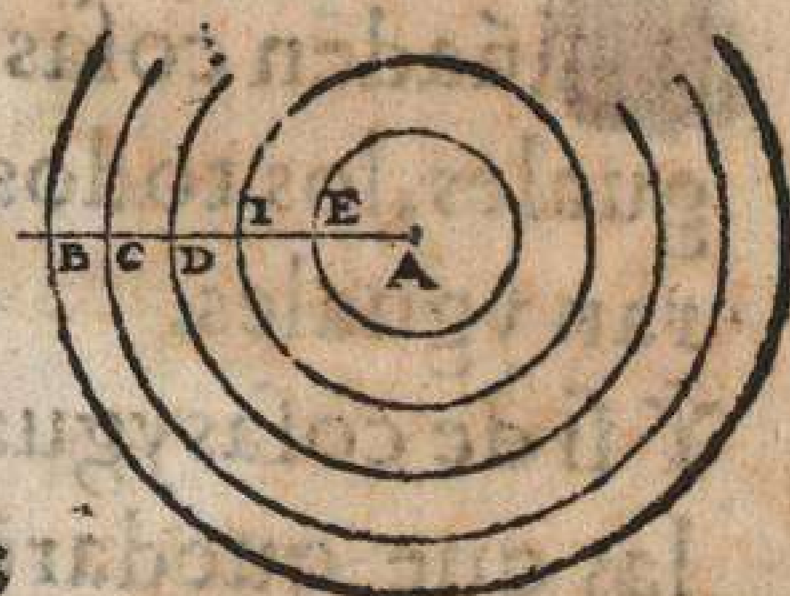
2009 Ministerio de Cultura

¶ El ſegundo genero de principios las peticiones.

1. Tirar vna linea recta deſde qualquier puncto aſta qualquier puncto.

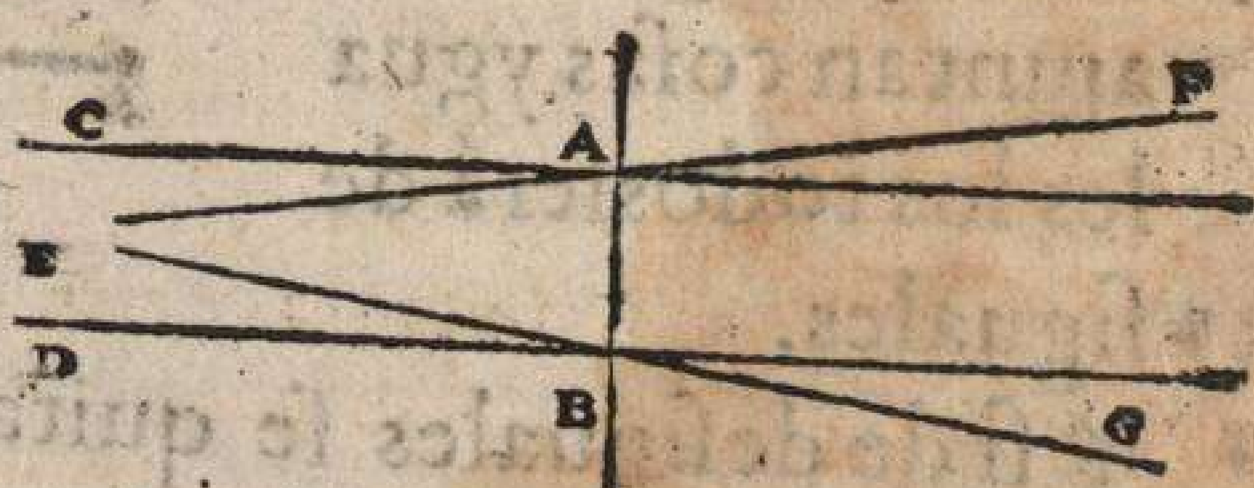
2 Vna linea recta termina da eſtenderla cõtinua y derechamente.

3 Sobre qualquier centro y diſtancia deſcribir vn circulo.



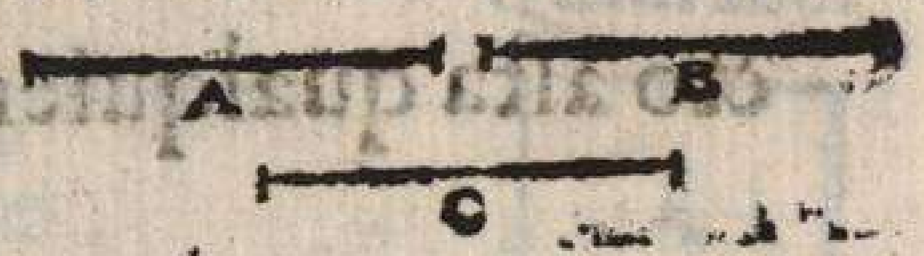
4 Todos los angulos rectos ſer entre ſi yguales.

5. Si cayẽdo vna linea recta ſobre dos lineas rectas hiziere los angulos interiores y de vna miſma parte menores que dos rectos, aquellas lineas rectas eſtendidas en infinito, es neceſſario que concurrã azia aquella parte en la qual eſtã los angulos menores que dos rectos

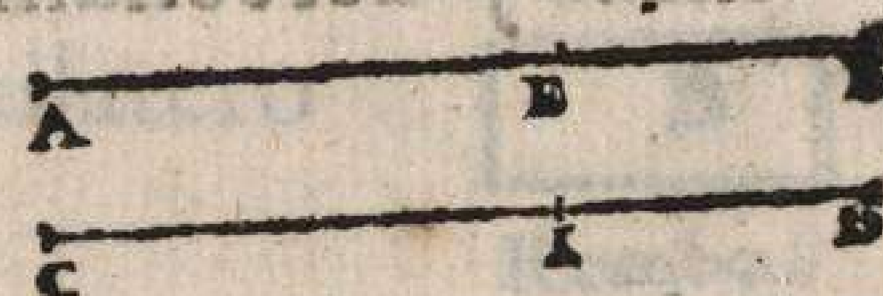


El tercero genero de principios las comunes ſentencias.

1 Las coſas que a vna miſma ſon yguales tambié entre ſi ſon yguales.

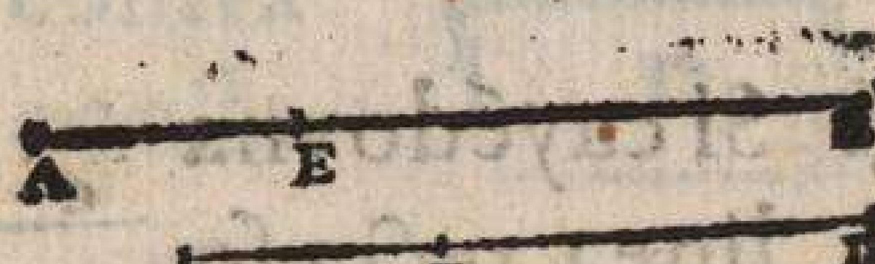


2 Si a coſas yguales ſe les añaden coſas yguales, los todos ſeran yguales.



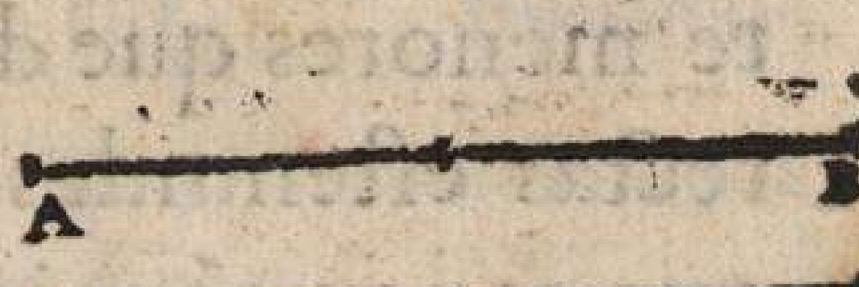
3 Y ſi de coſasyguales, ſe quitá coſas yguales las que quedaré ſeran yguales.

4 Y ſi a deſiguales ſe ajuntan coſas yguales los todosſerá deſiguales.



5 Y ſi de deſiguales ſe quitan coſas yguales las reſtas ſeran deſiguales.

6 Las coſas q̃ ſon dobladas avna miſma ſon yguales entre ſi



2009 Ministerio de Cultura

7 Las cosas que son de vna misma son mitad son yguales entre si.

8 Las que entre si conuienen son yguales entre si.

9 El todo es mayor que su parte

10 Dos lineas rectas no cierran superficie.

2009 Ministerio de Cultura

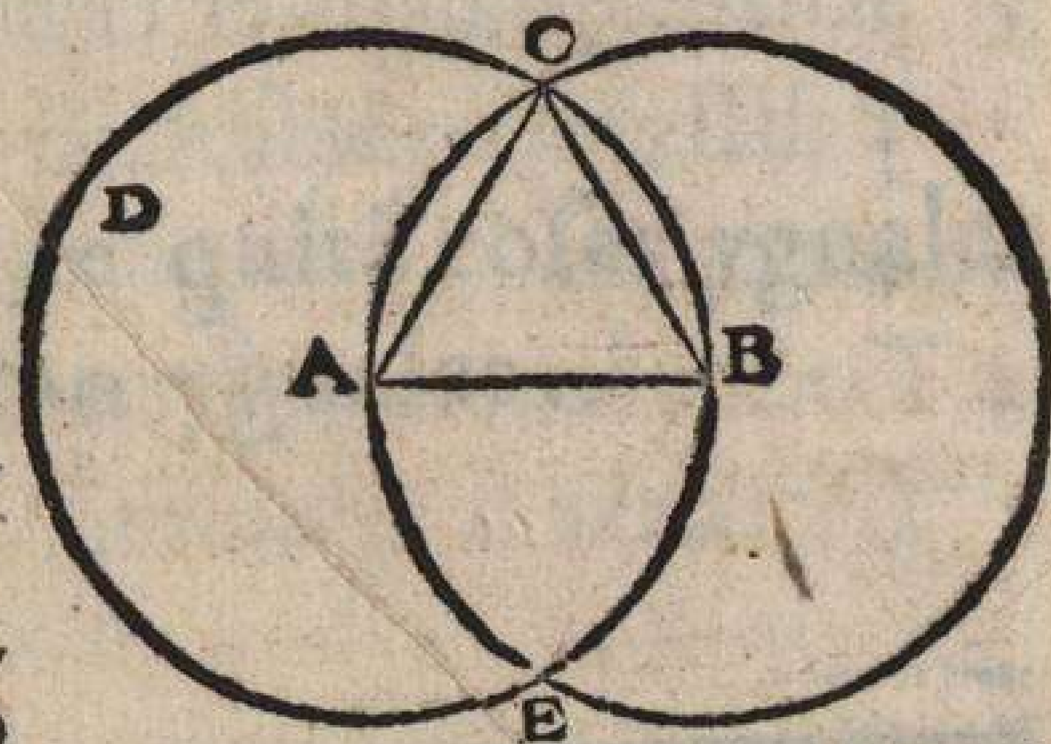
LIBRO PRIMERO DE

LOS ELEMENTOS GEOMETRICOS DE EVCLIDES philoſopho Megarenſe.

Problema primero, propoſition primera.

Sobre vna linea recta dada terminada hazer vn triangulo equilatero.

Sea la linea recta dada terminada. A B. cõuiene deſcreuir ſobre A B. vn triãgulo equilatero. Sobre el cẽtro. A. y ſegũ el eſpacio. A. B. deſcribaſe el circulo. B. C. D. (por la tercera petitiõ) Y tambiẽ (por la miſma) ſobre el centro. B. y eñl eſpacio. B A. deſcriuaſe el otro circulo. A. C. E. Y (por la primera petitiõ)



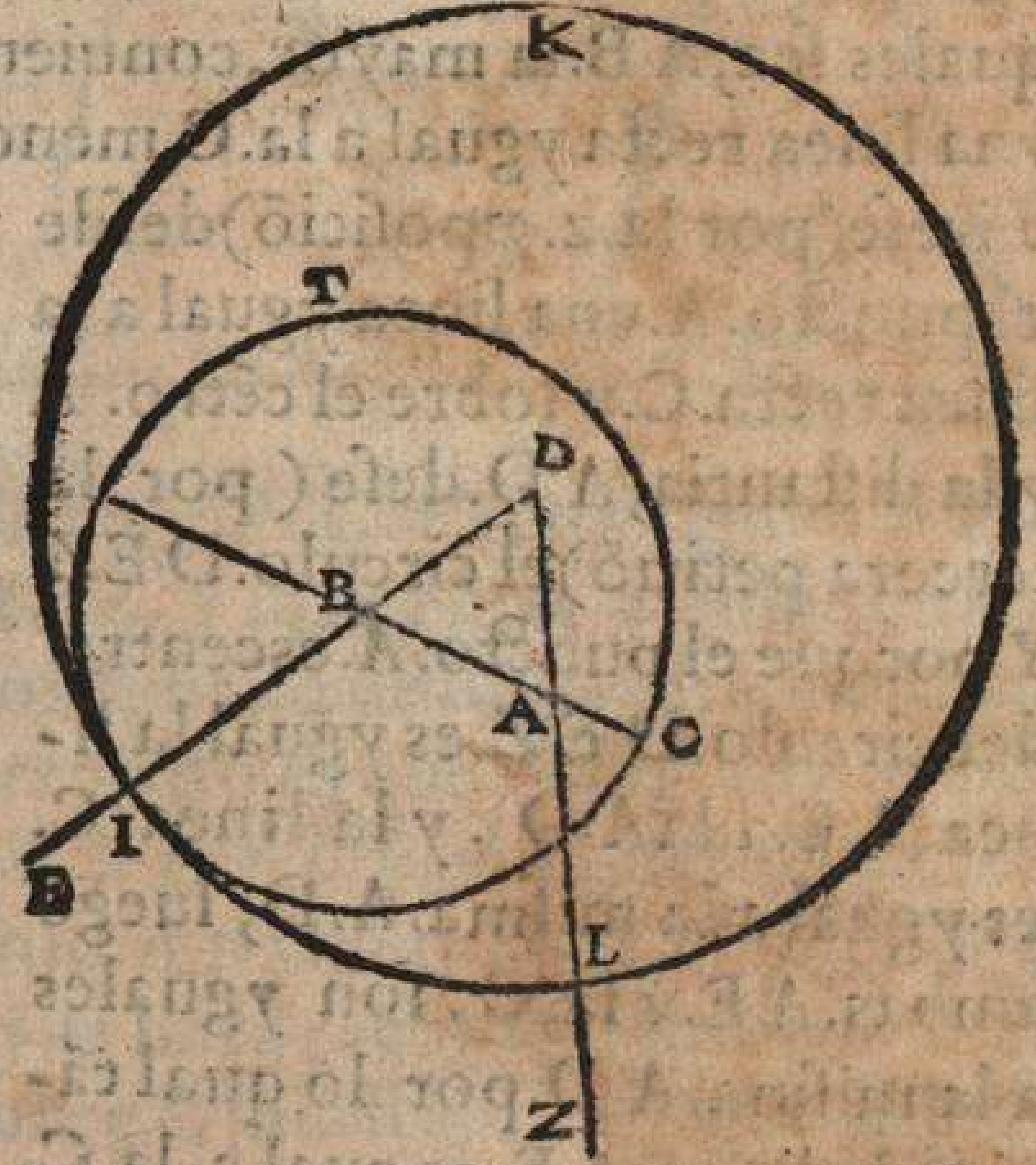
deſde el puncto. C. donde los circulos ſe cortan, tirenſe las lineas rectas, C A, C B. aſta los punctos. A. B. Y porque el puncto. A. es centro del circulo. C. B. D. ſera ygual la linea. A. C. a la linea. A. B. (por la decima quinta definitiõ) Itẽ porque el punto. B. es centro del circulo. C A E. ſera ygual la linea. B C a la linea. A B. luego ambas. C A. y la. C B. ſon Yguales a la linea. A. B. Y las coſas que a vna ſon Yguales, ẽtre ſi ſon yguales (por la primera comun ſentencia) luego la linea. A C. es ygual a la linea. C B. luego las tres lineas C A. A B. B C. ſon yguales entre ſi. Sera pues equilatero el triangulo. A B C. y ſabricado ſobre la linea recta dada terminada. A B. lo qual conuino hazerſe.

2009 Ministerio de Cultura

Problema ſegundo. Propoſition ſecunda.

Hazer vna linea recta ygual a otra linea recta dada, deſde vn puncto ſeñalado.

Sea el puncto ſeñalado.A.y.la linea recta dada.B C. es meneſter deſde el punto.A.tirar vna linea recta ygual a la linea recta.B C.



Tireſe deſde el puncto.A. aſta el puncto.B.la linea recta.A B. (por la primera petition) y haga ſe ſobre ella(por la primera propoſicion) vn triangulo equilatero, Y ſea.D A B, y eſtiendanſe les a la D A . y a la. D B.las lineas. A Z. B E. Derechamente(por la ſegunda petition)y ſobre el centro .B. y en el eſpacio. B C.deſcribaſe por la tercera petition) el circulo. C I T Y tambié(por la miſma) ſobre el cétro.D.y é el eſpacio D I.deſcribaſe el circulo.I K L. Pues porque el puncto. B. es centro del circulo.C I T. ſera (por la decima quinta definition)la linea.B C.ygual a la linea.B I.y porque el puncto. D. es centro del circulo.I K L.ſera(por la miſma)ygual la linea.D L. a la linea.D I.de las quales.D A.es ygual ala miſma D B.(por la propoſition precedente)luego la linea reſtante. A L.es ygual a la linea. B I. que reſta(por la tercera comun ſententia)y eſta demoſtrado que.B C.es Ygual a la.B I.luego la vna y la otra.A L. y B C.es ygual a la.B I. y las coſas que a vna miſma ſon Yguales(por la primera comun ſententia)

ARCHIVO FACULTATIVO

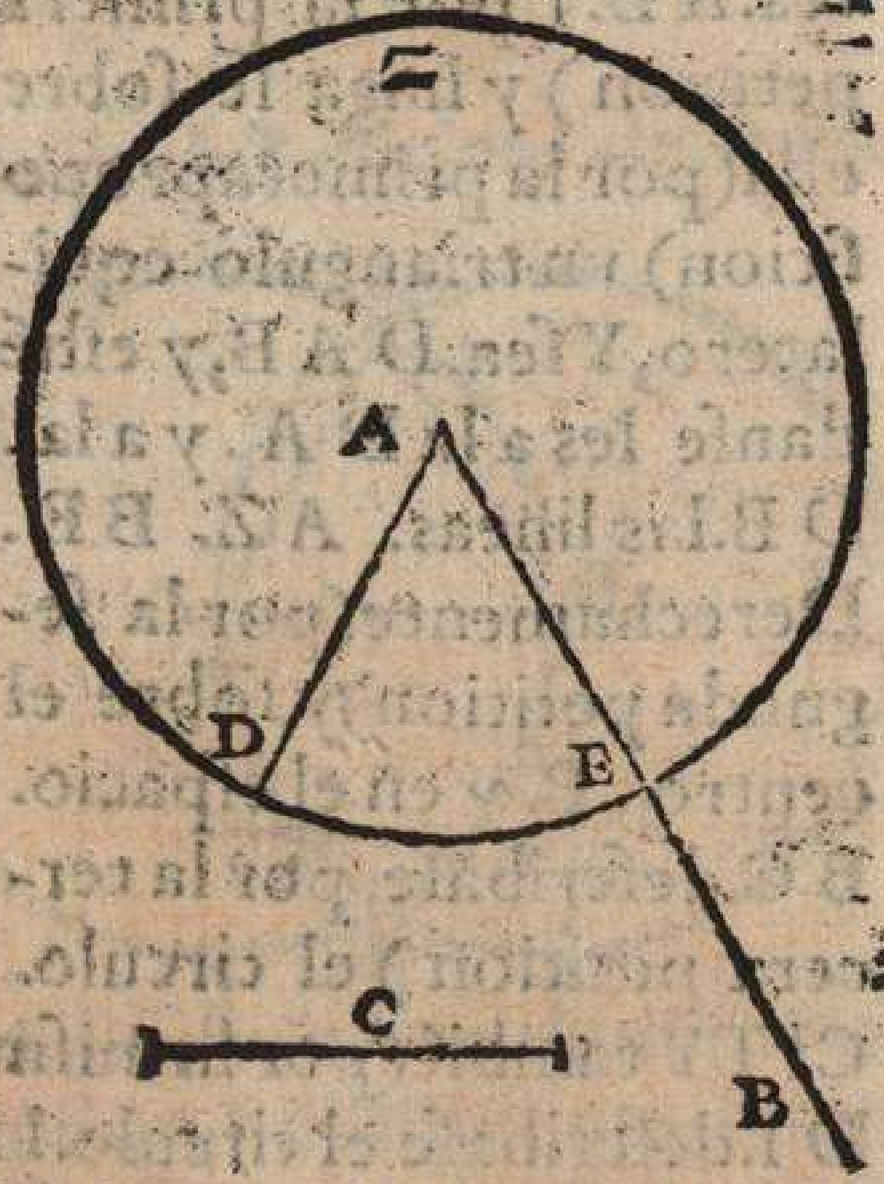
2009 Ministerio de Cultura

ſon tambien entre ſi yguales, luego la linea. A L. es ygual a la B C. Ha ſe pues tirado deſde el punto dado. A. la linea recta. A L. ygual a la linea recta dada. B C. Lo qual cõuino hazerſe

Problema tercero, Propoſicion tercera.

¶ Dadas dos lineas rectas deſiguales, cortar dela mayor vna linea recta ygual a la menor.

Sean dos lineas rectas dadas deſiguales. A B. y. C. de las quales ſea, A B. la mayor, conuienẽ cortar de la, A B. mayor vna linea recta ygual a la. C. menor.



Tireſe (por la. 2. ꝑpoſiciõ) deſde el puncto. A. vna linea ygual a la linea recta. C. y ſobre el cẽtro. A y la diſtantia, A D. deſe (por la tercera petitiõ) el circulo. D E Z Y porque el puncto. A. es centro del circulo. D E Z. es ygual la linea. A E. a la A D. y la linea. C. es ygual a la miſma. A. D, luego ambas. A E. y la, C. ſon yguales a la miſma. A D. por lo qual tã bien la linea, A E. es gual a la. C. Dadas pues las dos lineas rectas deſiguales. A B. C. ſe ha cortado dela. A B. mayor, la. A E. ygual a la. C. menor lo qual cõuenia hazerſe.

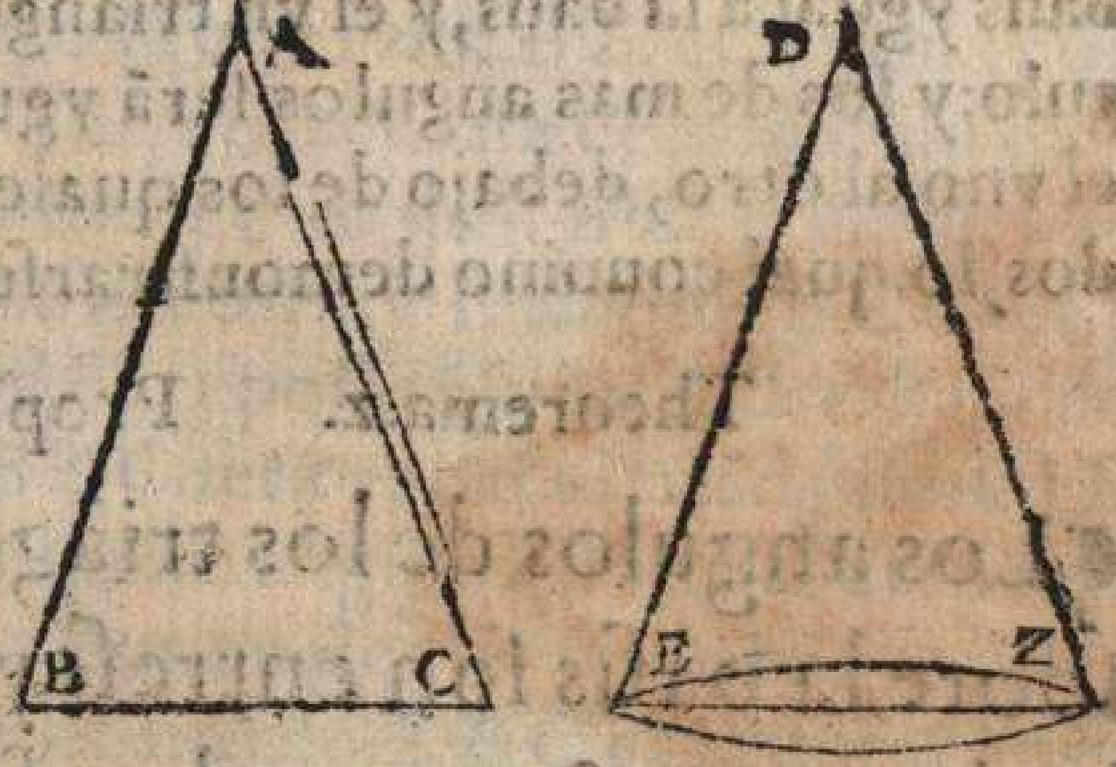
Thorema primero, Propoſition quarta.

Si dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno y el otro al otro y al otro, y el angulo ygual al angulo cõtenido debajo de yguales lineas rectas, tendran la baſis ygual ala baſis, y el vn triãgulo ſera ygual al otro

2009 Ministerio de Cultura

tro triágulo: y los de mas águlos será yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo de los q̃les se estienden yguales lados.

Sean dos triágulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados, conuiene a saber. A B. A C. Yguales a los dos lados q̃ son. D E. D Z. el vno al otro, esto es, A B. a la. D E. Y A C. a la D Z. y el águlo B A C. ygual al angulo. E D Z. Digo que tambiē



la basis. B C. es ygual a la basis. E Z. Y el triangulo. A B C. sera ygual al triangulo. D E Z. Y los de mas angulos seran yguales a los demas angulos debaxo de los quales se estiendē yguales lados, el vno al otro. esto es que el angulo. A B C, sera ygual al angulo. D E Z. Y el. A C B. al angulo. D Z E. Porque sobrepuesto el triangulo. A B C al triangulo. D E Z. y puesto el punto. A. sobre. D. y la linea recta. A B. sobre D E. caera el puncto. B. tambien sobre el puncto. E. porque la linea. A B. es ygual a la. D E. (por la suposiciō) y poniendo la linea A B. sobre la linea. D E. caera tambien la linea recta. A C. sobre la linea. D Z. porq̃ el angulo. B A C. es ygual al angulo. E D Z (por la supposiciō) Y porq̃ la linea. A C. es ygual a la D Z (por la su•posicion) caera pues el puncto. C. sobre el pūto Z Iten porq̃ el pūcto. C. cae sobre el pūcto. Z. y el puncto. B. sobre el pūcto. E. luego la basis. B C. cae sobre la basis. E Z. porq̃ si cayēdo. B. sobre. E. y. C. sobre. Z. la basis. B C. no cayese sobre la basis. E Z. dos lineas rectas cerrariā superficie: lo qual (por la. 10. comū sentētia) es imposible, luego cae la basis. B C. sobre la basis. E Z. y le es ygual, por lo qual todo el triágulo A B C. cae sobre todo el triágulo. D E Z. (por la. 8. comū sen

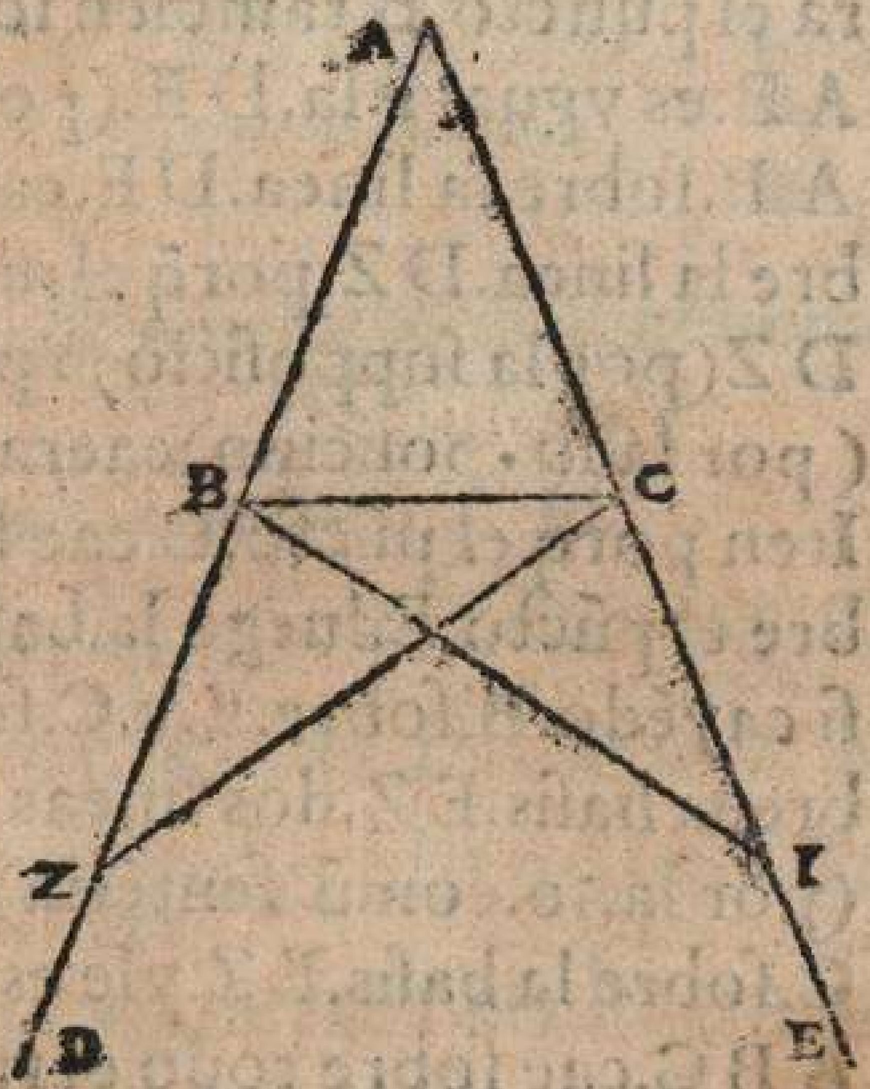
2009 Ministerio de Cultura

tecia) y le es ygual, y caeran tãbien los de mas angulos (por la misma) sobre los de mas angulos y les será yguales, esto es el angulo. A B C. al angulo. D E Z. y el angulo. A C B. al angulo D E Z. Luego quando dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y el angulo ygual al angulo contenido de yguales lineas rectas, tendran tambien la basis ygual a la basis, y el vn triangulo sera ygual al otro triã gulo: y los de mas angulos será yguales a los de mas angulos el vno al otro, debajo de los quales se estienden yguales lados, lo qual conuino demonstrarse.

Theorema. 2. Propofition. 5.

¶Los angulos de los triãgulos ysosceles q̃ está sobre la basis son entresi yguales. Y estẽdidas las lineas rectas yguales, seran tãbien yguales entre si los angulos q̃ estan debajo de la basis

Sea el triãgulo ysosceles. A B C. que tenga el lado. A B. ygual al lado. A C. y estiendanse derechamẽte (por la secũda petition) las lineas. B D. C E. a las lineas. A B. A C. digo que el angulo. A B C. es ygual al angulo. A C B. y el angulo. CB D al angulo. B C E. Tomese en la linea. B D. vn pũto a caso y sea. Z. y cortese dela linea. A E mayor (por la tercera proposició) vna ygual a la. A Z. menor y sea. A I. y juntense. Z. C y I B. y porque. A Z. a la. A I. y A B. a la. A C. son yguales, luego las dos Z A. A C. sõ yguales a las dos. I A. A B. la vna a la otra, y cierran el angulo comun que es cõtenido debajo de. Z A I. luego la basis Z C.



es por

2009 Ministerio de Cultura

es(por la.4.propoſiciō)ygual a la baſis.I B.y el triangulo. A Z C.ſera ygual al triangulo.A I B.y los demas angulos a los de mas angulos elvno al otro ſerā yguales ,debajo delos quales ſe eſtienden yguales lados,eſto es el angulo.A C Z. al angulo.A B I,y el angulo.A Z C.al angulo.A I B.y porq̄ toda la.A Z.es ygual a toda la.A I.de las.quales la linea . A B . es ygual ala linea.A C.luego la que reſta.B Z. es ygual (por la.3.comū ſentencia)ala. C I.q̄ reſta.Y eſta demoſtrado que. Z C.es ygual ala miſma.B I.luego las dos. B Z. Z C.ſon yguales alas dos.C I. I B.la vna ala otra,y el angulo.B Z C. es ygual alangulo.C I B.(por la.4.ꝓpoſiciō)y la.B C. esbaſis comun,luego el triangulo.B Z C.ſera ygual al triangulo.C I B y los demas angulos alos demas angulos el vno al otro ſerā tambien yguales debaxo delos quales ſe eſtienden yguales lados(por la miſma)luego el angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B.y elangulo. B C Z al angulo C B I.ſon yguales.Pues porq̄ todo el āgulo.A B I.como eſta demoſtrado es ygual a todo el āgulo.A CZ.delos quales.CB I.es ygual al angulo,B C Z.luego el angulo.A B C.q̄ reſta es ygual (por la.3.comū ſentēcia) al angulo reſtāte.A C B.y ſon ſobre la baſis del triangulo.A B C.pero eſta demoſtrado,queel angulo.Z B C.es ygual al angulo.I C B,y eſtā debaxo dela baſis .Luego delos triangulos y ſoſceles los angulos que eſtan ſobre labaſis ſon yguales entre ſi,y eſtendidas las lineas rectas y guales ſeran tambien iguales entre ſi los angulos que eſtan debaxo de la ba s lo qual ſe auia de demoſtrar.

Theorema.3. Propoſiciou.6.

¶ Si los dos angulos del triāgulo fuerē yguales entreſi,tambien los lados q̄ eſtan debaxo de yguales angulos ſerā yguales entre ſi,

❧ Sea el triangulo.A B C.q̄ tenga al angulo.A BC.ygual al angulo.A CB.Digo q̄ tambien el lado. AB. es ygual al lado. A C.porq̄ ſino es ygual el lado.A B.al lado.A C.elvno dellos ſera mayor,ſea.AB.mayor(Y por la. 3. propoſicion)corteſe

2009 Ministerio de Cultura

del mayor. AB. vna linea ygual a la. AC. y esta sea. D B. y tirese la linea. D C (por la. 3. petitiõ) Pues porq̃ el lado. DB. es ygual al lado. AC. y comũ la linea, B C. luego los dos lados. D B. B C. son yguales a los dos lados. A C. C B. el vno al otro, y el angulo. DBC. al ãgulo. ACB. por la supposiciõ, luego la basis D C (por la. 4. proposicion) es ygual a la basis. AB. y el triãgulo. DBC, sera ygual, por la misma, al triangulo. ACB. es a saber el menor al mayor, lo qual es impossible. Luego el lado. AB, no es desigual al lado. A C. Sera pues ygual. Luego si los dos angulos de vn triangulo fuerẽ yguales entre si, tambiẽ seran yguales los lados entre si, que se estienden debaxo de yguales angulos, lo qual se hauia de demostrar.

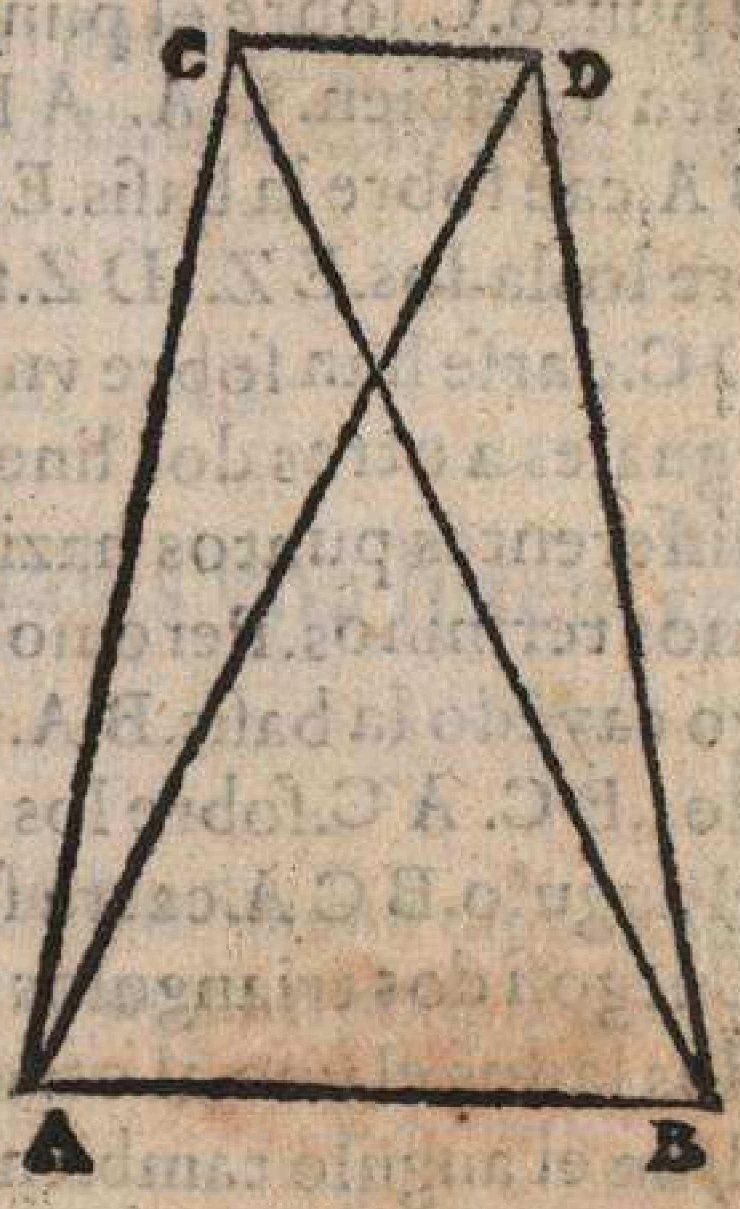
Theorema. 4. Proposition. 7.

Sobre vna misma linea recta no se daran dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas, la vna a la otra q̃ concurrã en otro puncto diuerso, teniendo vnos mismos terminos cõ las primeras lineas rectas.

¶ Porq̃ si es possible, dẽse sobre vna misma linea recta. A B. a las dos lineas rectas. AC. CB. otras dos lineas rectas. AD. D B yguales la vna a la otra q̃ cõcurrã en diuersos pũctos q̃ sean C. D. hazia vnas mismas partes cõuiene a saber hazia. CD. teniẽdo vnos mismos terminos q̃ son. AB. De mãera q̃. CA. sea ygual a la. D A. teniẽdo el mismo termino q̃ es. A. y la CB. ala DB. teniẽdo el mismo termino q̃ es. B. jũte se. CD (por la. 1. peticiõ

2009 Ministerio de Cultura

tició)Pues porq̃.A C es ygual a la . A D . sera tãbien ygual el angulo.ACD al angulo.ADC.Es pues el ãgulo AD C.menorq̃ el angulo.BDC. luego menor es el angulo ACD. q̃ el ãgulo.BD C.Sera pues mucho menor el angulo BCD,q̃ el ãgulo. BDC. luego mucho es menor el angulo.BCD. q̃ el angulo BDC.De mas desto porque.BC.es ygual a la,DB,Es luego ygual tãbien el angulo,B CD,al angulo.CDB,Y esta ya demostrado q̃ es mucho menor, lo qual es impossible,Luego sobre vna misma recta linea,a dos mismas li

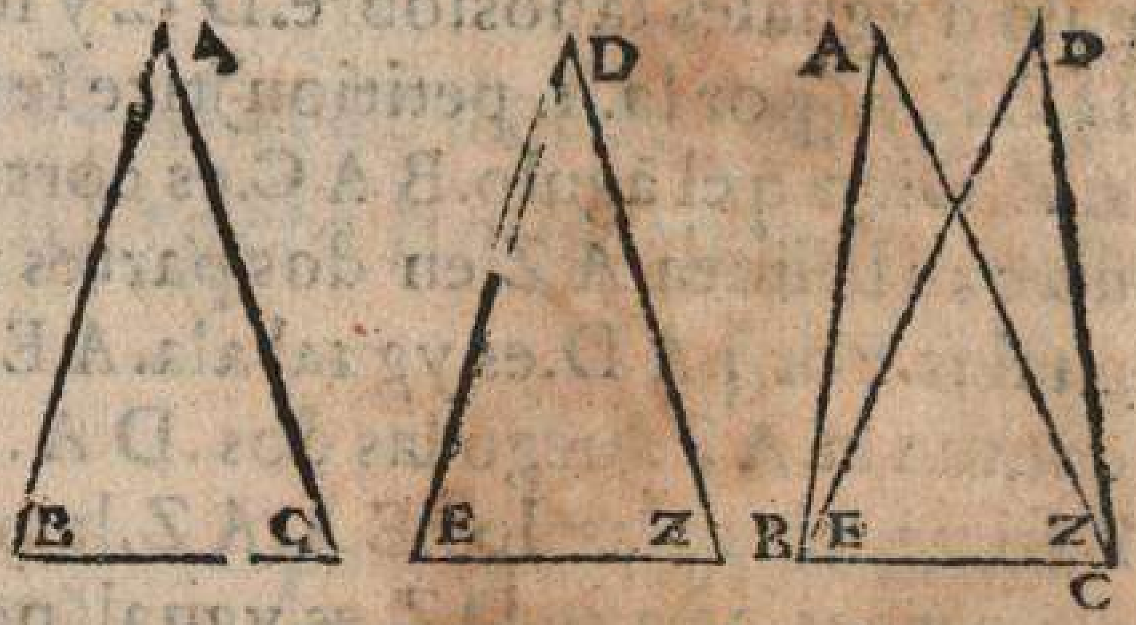


neas rectas no se darã otras dos lineas rectas yguales la vna a la otra q̃ cõcurrã en diuersos pũctos hazia vnas mismas partes,teniẽdo los mismos terminos con las primeras lineas rectas.Lo qual conuino demonstrarse,

Theorema.5. Proposicion.8.

¶ Si dos triãgulos tuuierẽ los dos lados yguales a los dos lados,el vno al otro:y la basis tãbiẽ ygual a la basis,tẽdran tãbiẽ el angulo cõtenido de yguales lineas rectas ygual al ãgulo

¶Sean dos triangulos. A B C. D E Z.que tẽga los dos lados B C. A C.yguales a los lados.E Z· D Z.el vno al otro esto es.C B.ala Z E.y A C.ala D Z. y tengan la basis.B A,ygual a la basis C D,digo quel angulo.B C A.es ygual al angulo.E Z D.porque puesto el tri



angulo.A B C.sobre el triangulo.D E Z.y puesto el punto.B sobre el punto.E.y la linea rect a.B A.sobre.E D.cae tambien

 el punto

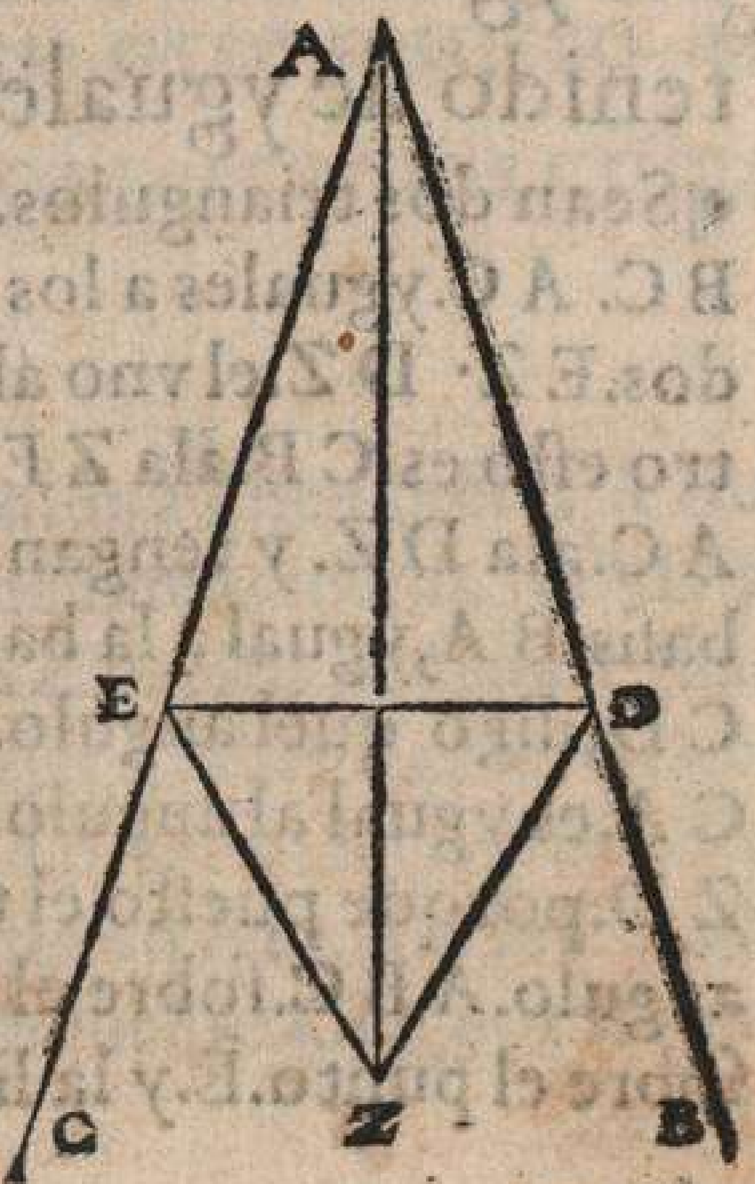
2009 Ministerio de Cultura

el punto.C.sobre el punto.Z.porque.B C.es ygual a la.E Z. caen tambien. C A. A B. sobre.E Z. D Z.porque si la basis B A.cae sobre la basis.E D.pero los lados.B C. A C.no caē so bre los lados.E Z. D Z.sino q̄ si difieren como.E Z. E C.D Z. D C.darse han sobre vna misma linea recta dos lineas rectas yguales a otras dos lineas rectas la vna ala otra q̄ cōcurrā ē differentes puntos hazia vna misma parte teniēdo vnos mismos terminos. Pero no se dan estas(por la.7.proposiciō)luego cayēdo la basis.B A.sobre la basis.E D caerā tābien los lados.B C. A C.sobre los lados.E Z. D Z.por lo qual tambien el angulo.B C A.caera sobre el āgulo. E Z D. y le sera ygual. Luego si dos triangulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro y la basis tābien ygual ala basis, tendran el angulo tambien ygual al angulo cōtenido de yguales rectas lineas, que era lo q̄se auia de demostrar.

Problema.4. Proposition 9.

¶ Diuidir vn angulo dado recti lineo en dos partes yguales.

¶Sea el angulo recti lineo dado.B A C.conuiene diuidirle en dos partes yguales. Tomese enla linea.A B.vn pūcto a caso y sea.D.Y dela linea. A C.(por la.3.proposiciō) cortese. A E.ygual ala. A D. y(por la.1.peticiō)tirese la linea. D E y haga se(por la.1.proposiciō)vn triāgulo d yguales lados sobre.D E. y sea D Z E.y (por la. 1. petition)tire se la A Z.Digo q̄ el āgulo.B A C.es cortado con la linea.A Z.en dos partes yguales.Porq̄. A D.es ygual ala. A E.y comun la.A Z.luego las dos.D A. A Z sō yguales alas dos.E A. A Z.la vna ala otra,y la basis, D Z.es ygual(por la.1,proposiciō)a la basis,E Z,luego (por la,8)el āgulo,D A Z es ygual al



angulo

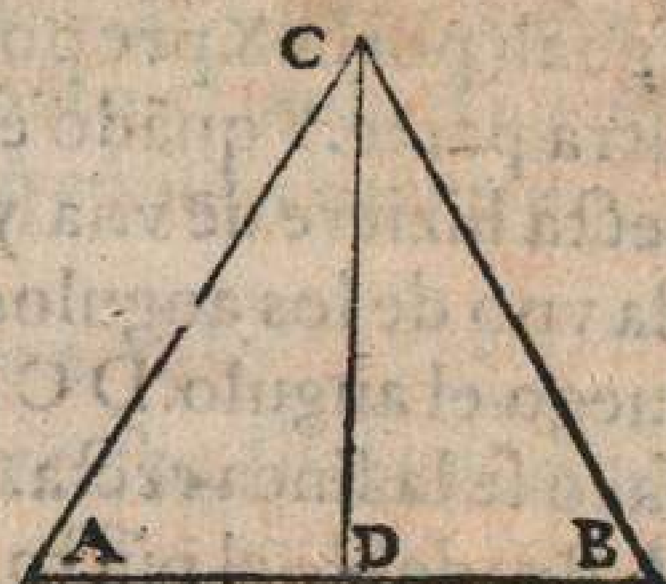
2009 Ministerio de Cultura

gulo, Z A E. Esta luego cortado en dos partes yguales con la linea. A Z. el angulo dado de lineas rectas. B A C. lo qual conuino assi hazerse.

Problema. 5. Proposicion. 10.

¶ Diuidir en dos partes yguales vna linea recta dada terminada,

❧ Sea dada la linea recta terminada. A B. cõuiene diuidir la linea. A B. ẽ dos partes yguales, hagase (por la. 1. proposiciõ) sobre ella el triãgulo de yguales lados A B C (y por la. 9. ꝑposiciõ) cortese ẽ dos partes yguales el angulo. A C B. cõ la linea recta, C D, digo q̃ la linea recta, A B, es cortada en dos partes yguales enel puncto, D, porq̃ (por la. 1. proposiciõ) A C. es ygual a la. C B. y la C D es comun, luego las dos A C. C D son yguales a las dos B C. C D. la vna a la otra, y el ãgulo A C D. es ygual al ãgulo B C D. Luego (por la. 4.) la basis A D es ygual a la basis. D B Esta pues cortada la linea A B. recta dada terminada ẽ dos yguales partes enel puncto. D. que era lo q̃ se hauia de hazer.



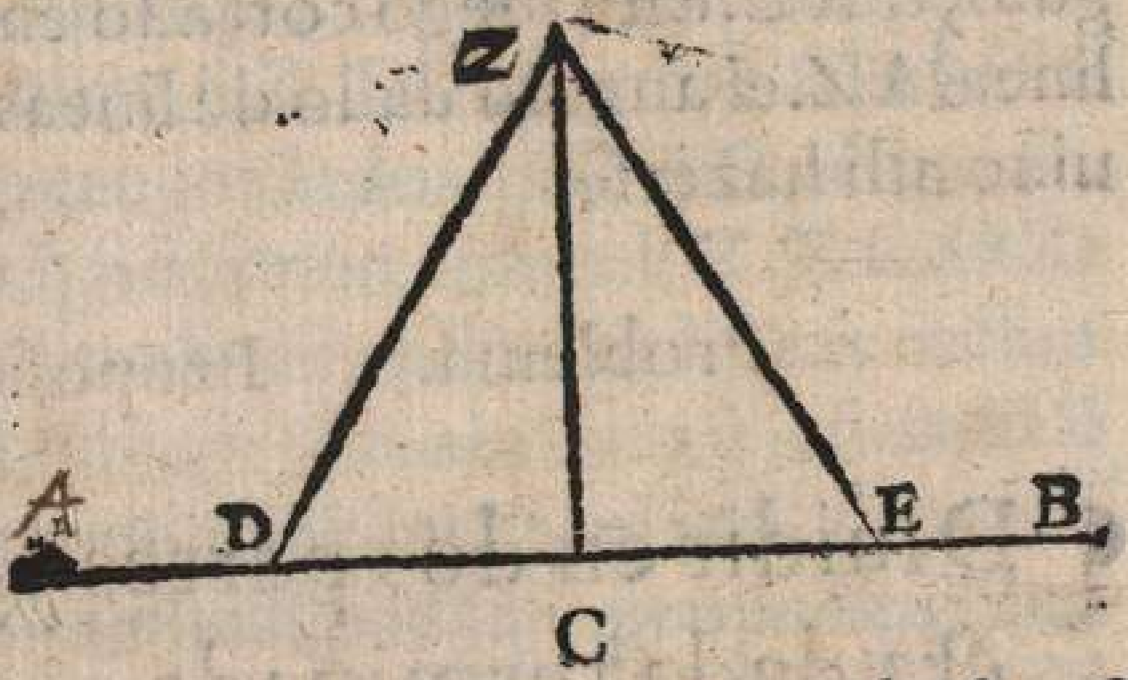
Problema. 6. Proposiciõ. 11.

¶ Dada vna linea recta, sacar desde vn pũto en ella señalado vna recta linea en angulos rectos.

❧ Sea la linea recta dada. A B. y el puncto señalado en ella sea. C. conuiene desde el mismo puncto. C. de la misma linea recta. A B. sacar vna linea recta en angulos rectos. Tome se en la misma. A B. vn puncto a caso y sea. D. y pongase (por la

tercera

2009 Ministerio de Cultura



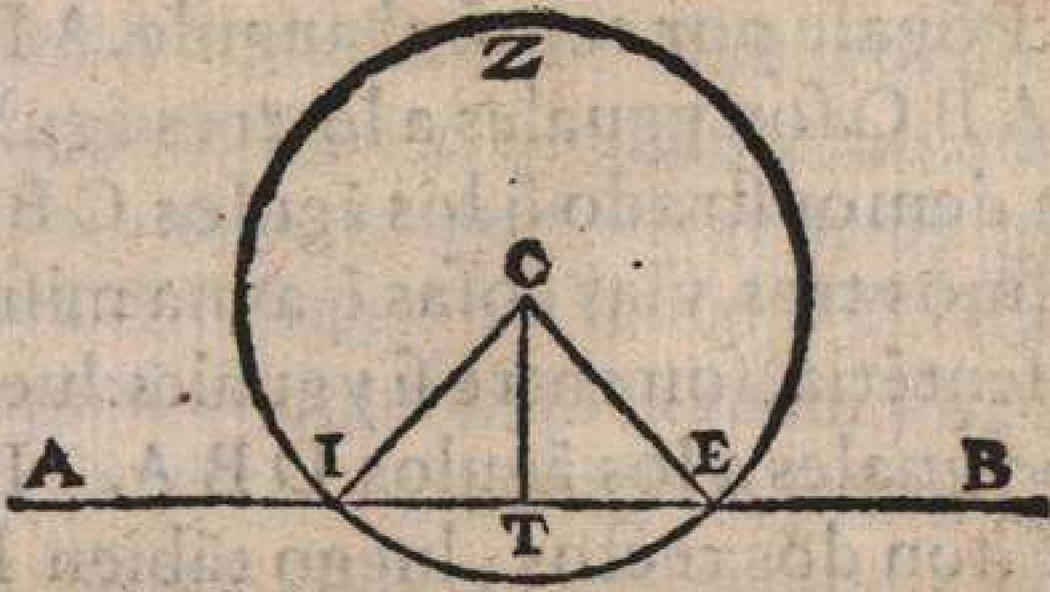
tercera proposiciõ)la linea C E.ygual a la. D C.y sobre D E(por la.1. proposicion) haga se el triãgulo de lados yguales.Z D E,y tirese la linea,Z C. Digo q̃ la linea recta.Z C.sale dela linea.A B en angulos rectos desde el puncto señalado en ella que es.C.Porq̃.D C.es ygual a la . C E.y la linea.Z C.es comũ luego las dos.D C.C Z.son yguales a los dos. E C. C Z. la vna a la otra y la basis. D Z(por la . 1. proposiciõ) es ygual a la basis.EZ.luego el angulo.D C Z. es ygual(porla.8.proposiciõ)al angulo.E C Z . y estan de vna y otra parte.Y quãdo estando vna linea recta sobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre si yguales,cada vno de los angulos yguales es recto(por la.10.definicion) luego el angulo.D C Z.y el angulo,Z C E.son rectos. Luego saco se la linea recta. Z C.ẽ angulos rectos de la linea recta . A B.y desde el pũcto.C.señalado en ella,q̃ conuino hazer se.

Ploblema.7. Proposicion.12.

¶ Tirar vna linea recta perpendicular sobre vna linea recta dada infinita desdevn puncto que no este en ella ,

Sea vna linea recta infinita,y sea esta.A B. y el puncto dado que no este en ella sea.C.conuiene sobre la linea recta dada infinita.A B.desde el puncto,C.q̃ no esta en ella tirar vna linea recta perpẽdicular .Tomese enlavna parte dela misma linea recta.A B.vn puncto a caso y sea.E.y sobre la.C. como centro.Y segun la distancia.C E.desse(por la.3.peticiõ) el circulo.E Z I.y cortese(porla.10.proposicion) E I.ẽ dos partes yguales en el puncto.T.y tiren se (porla.1.peticiõ)las lineas rectas.C I. C E.C T.Digo q̃ la linea recta.C T.esta tirada perpẽdicular sobre la linea recta dada infinita.A B. desde el pũcto

2009 Ministerio de Cultura

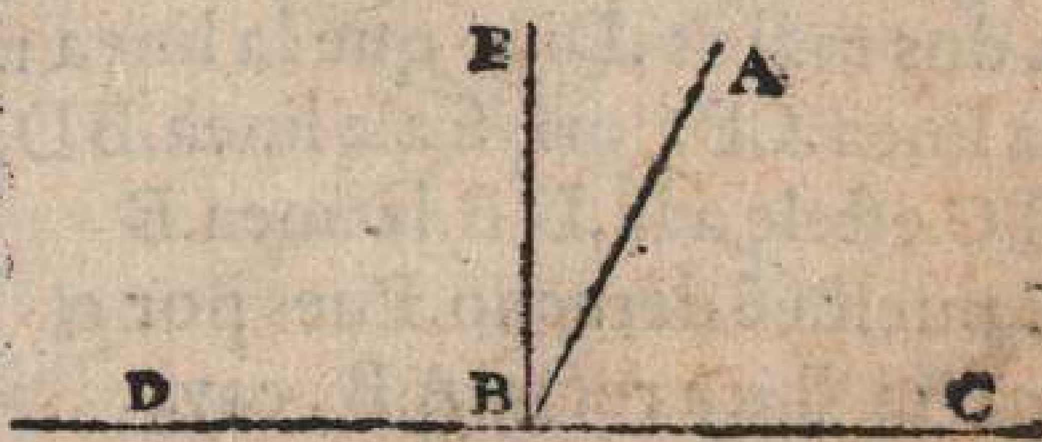


cto dado. C. q̃ no eſta en ella. Porque. l'T. es ygual ala. T E. y la. T C. es comũ luego las dos. I. T. C T. ſõ yguales a las dos. ET. CT la vna a la otra, Y la baſis C I. ala baſis. CE. es ygual (por la difinicion quinze) luego el angulo. C T I. es ygual (por la. 8. propoſiciõ) al angulo. C T E. Y eſtan de vna y otra parte. Y quãdo eſtãdo vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere de vna y otra parte angulos entre ſi yguales, cada vno delos yguales angulos es recto (por la. 10. difinició) y la linea recta q̃ eſta encima ſe llama pepẽdicular. Luego ſobre la linea recta dada infinita. A B. deſde el pũto. C. dado q̃ no eſta ẽ ella, eſta tirada la perpẽdicular. C T. q̃ cõuino hazerſe.

Thorema. 6. Propoſition. 13

Quando eſtãdo vna linea recta ſobre otra linea recta hiziere angulos, o hara dos rectos o yguales a dos rectos.

¶ Eſtando vna linea recta. A B, ſobre la linea recta, C, D, haga los ãgulos, C B A, A B D. digo q̃ los angulos. C B A. A BD. o ſon dos rectos, o yguales a dos rectos. Si el angulo. C B A. es ygual al angulo A B D. ſerã ya dos rectos.



Pero ſino ſaqueſe (por la. 11. propoſicion) deſde el puecto. B. dado en la linea. C D, la linea. B E. en angulos rectos. Aſſi que los angulos. C B E. E B D (por la difinition. 10) ſeran rectos. Y porq̃ el angulo. C B E. es ygual a los dos angulos. CB A. A B E, pongaſe por comun el angulo. D B E. luego los angulos C B E. E B D. ſon yguales a los tres angulos q̃ ſon. C B A. A BE. EBD. De mas deſto porq̃ el ãgulo. D BA. es ygual a los dos

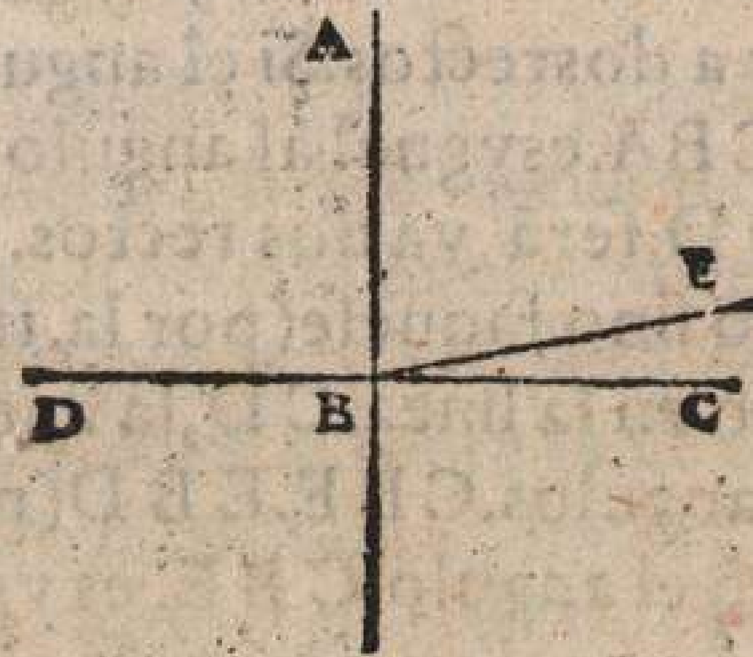
2009 Ministerio de Cultura

dos angulos D B E.E B A.Pōgase por comū el angulo. A BC luego los angulos.D B A.A B C.son yguales a lostres āgulos D B E. E B A.A B C.Y esta demonstrado q̄ los āgulos.C B E. E B D.sō yguales a los mismos tres,ylas cosas q̄ avna misma sō yguales(por la.1.comūsentētia)son entre si yguales:luego los āgulos.C B E.E B D.sō yguales a los āgulos.D B A.A B C y los angulos D B E.C B E.son dos rectos, luego tābien los angulos.D B A.A B C.son yguales a dos rectos.Luego quan do estādo vna linea recta sobre otra linea recta hiziere angu los,o hara dos rectos o yguales a dos rectos,lo qual fue con ueniente demonstrarse.

Thorema.7. Proposiciō. 14.

¶Si de alguna linea recta:y devn puncto suyo tiradas doslineas rectas hazia diuersas partes de vna y otra parte hizierē angulos yguales a dos rectos, ellas entre si seran en derecho de linea recta.

De alguna linea recta. A B. y de vn punto en ella. B. las dos lineas rectas.B C.B D.no tiradas hazia vna misma parte hagan de vna y otra parte los angulos.A B C.A B D.yguales a dos rectos.Digo que la linea recta.B D.esta en derecho de la linea.CB.porq̄ si ala linea.B D.no le esta ē derecho la linea B C.estele a la.D B.la linea.B E puesta ē derecho.Pues por que la linea recta.A B. cayo sobre la linea recta.DBE.lue go los angulos.A B D.A B E. son yguales a dosrectos(por la.13. proposicion) po los an gulos.A B C.A B D.son ygua les ados rectos,luego las angulos.D B A.A B E. son yguales a los angulos. C B A. A B D. y quitado el angulo comun A B D.luego el angulo que resta.A B E.es ygual al angulo que



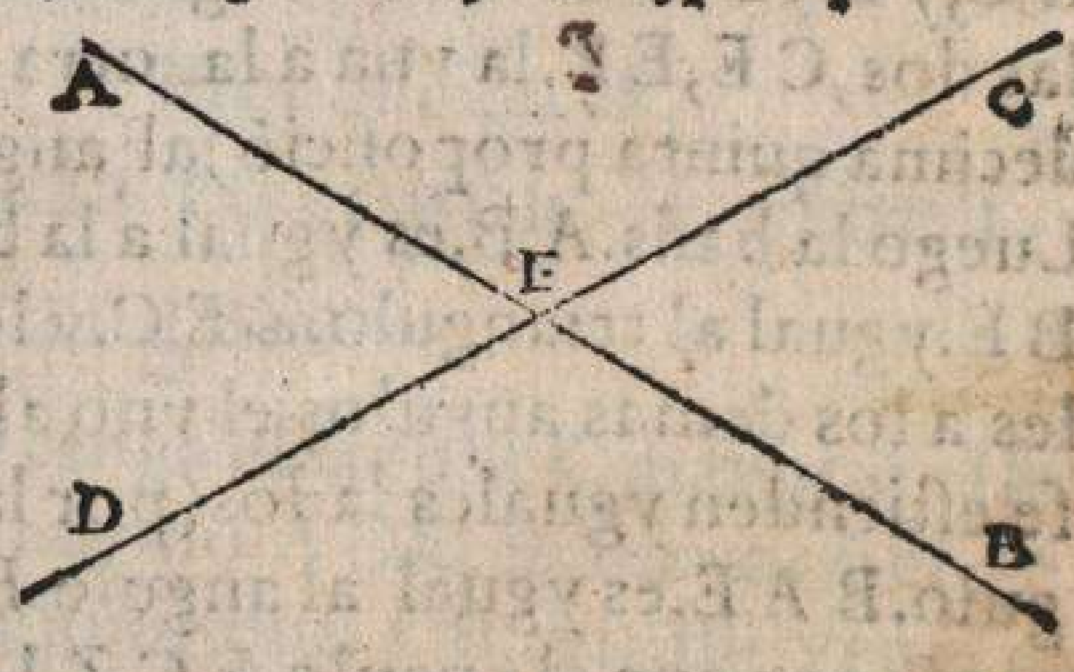
resta

resta. A B C. el menor al mayor, lo qual es impossible. Luego la linea. B E. no esta en derecho ala linea. B D. Tambien de la misma manera demostraremos que ni otra linea fuera de la linea. B C, luego ala linea. D B. estale en derecho la linea. B C luego si de alguna linea recta y de vn pũto suyo, tiradas dos lineas rectas acia diuersas partes, hizierẽ angulos devna y otra partey guales a dos rectos, ellas entre si estaran en derecho de linea recta, que conuino demostrarse.

Thorema. 8, Proposiciõ. 15.

¶Si dos lineas rectas se cortaren entre si, harã los angulos contrarios yguales entre si.

Cortense entre si las dos lineas rectas. A B. C D. enel pũto E. digo q̃ el angulo. A E C. es ygual al angulo. D E B, porque cayendo la linea recta. A E. sobre la linea recta. C D. haze los angulos. C E A. A E D. luego los angulos. C E A. A E D. son yguales a dos rectos (por la. 13. Proposiciõ) Item, porq̃ la linea recta D E. cae sobre la linea recta. A B. haziẽdo los angulos. A E D. D E B. luego los angulos. A E D. D E B. son yguales a dos rectos (por la misma. 13. proposiciõ) y esta demostrado q̃ los angulos. C E A A E D. son yguales a dos rectos, luego los angulos, C E A. A E D. son yguales alosangulos. A E D. D E B. quitado pues el comun. A E D. el angulo. C E A. que resta, es ygual al angulo que resta. D E B. dela misma forma se demostrara q̃ tãbien los angulos. C E B. D E A. son yguales, Luego si dos lineas rectas se cortarẽ entre si, haran los angulos contrarios yguales entre si, que conuino demostrarse.



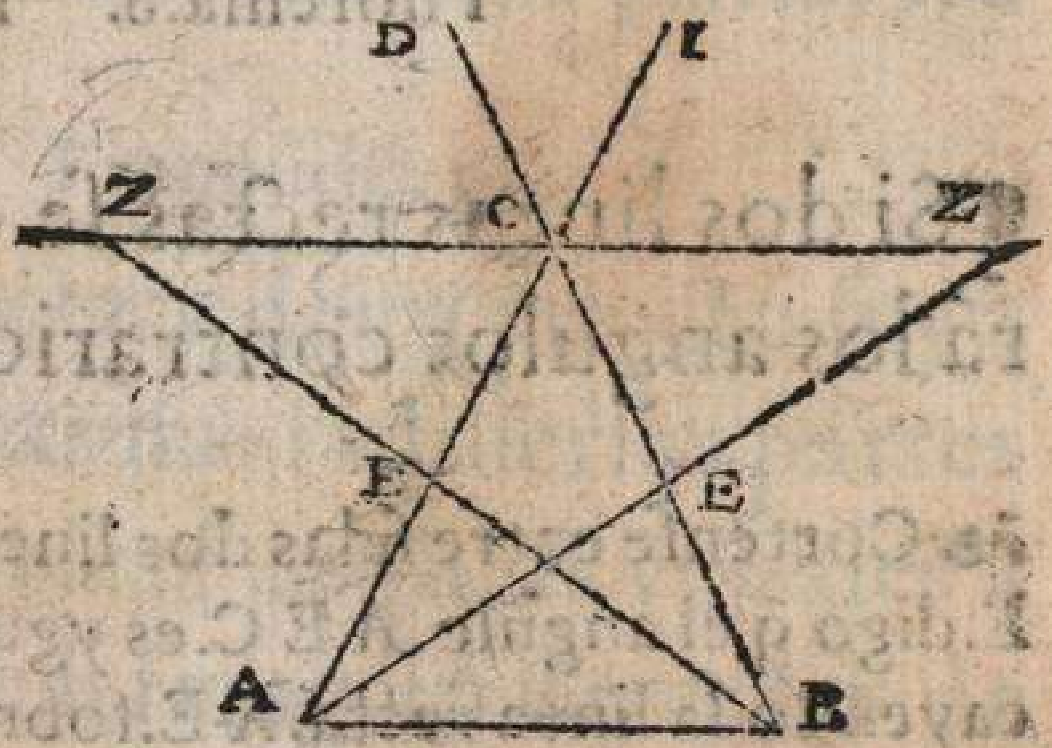
Theorema

2009 Ministerio de Cultura

Theorema. 9. Proposicion. 16.

¶ Estendido vn lado de qualquier triangulo el angulo exterior es mayor que qualquiera de los angulos interiores oppuestos.

Sea el triãgulo. A B C. y estiẽda se vn lado suyo y sea. B C hasta en. D. digo q̃ el angulo exterior. A C D. es mayor q̃ qual quiera interior que este puesto en la parte contraria, esto es, que el angulo. C B A. o, B A C. cortese la linea. A C. ẽ dos partes yguales (por la. 10. proposicion) en el puncto. E. y estendida la linea. B E. por la. z. peticiõ) tirese asta el pũcto. Z. y (por la. z. proposiciõ) desse la linea E Z. ygual a la B E, y tirese. Z C (por la primera peticiõ) y estiẽdase (por la. z. peticiõ la linea. A C. asta en. I.



Pues porq̃. A E. es ygual a la E C, y la. B E. a la. E Z. luego las dos. A E. E B. son yguales a las dos, C E, E Z. la vna a la otra, y el angulo A E B. (por la decima quinta proposiciõ) al angulo. Z E C. por ser opuestos Luego la basis. A B. es ygual a la basis. Z C. y el triangulo. A B E. ygual al triangulo. Z E C. y los de mas angulos son yguales a los demas angulos el vno al otro debajo de los quales se estienden yguales lados (por la, 4. proposicion) luego el angulo. B A E. es ygual al angulo. E C Z. pero el angulo. E C D. es mayor que el angulo. E C Z. Luego mayor es el angulo. A C D. que el angulo. B A I. De la misma forma si se corta ẽ dos partes yguales la linea. B C. se demostrara q̃ el angulo. B C I. conuiene a saber q̃ el angulo. A C D. es mayor q̃ el angulo. A B D. luego estẽdido el vn lado de qualquier triangulo, es mayor el angulo exterior q̃ qualquiera de los interiores opuestos, que es lo que se hauia de demostrar.

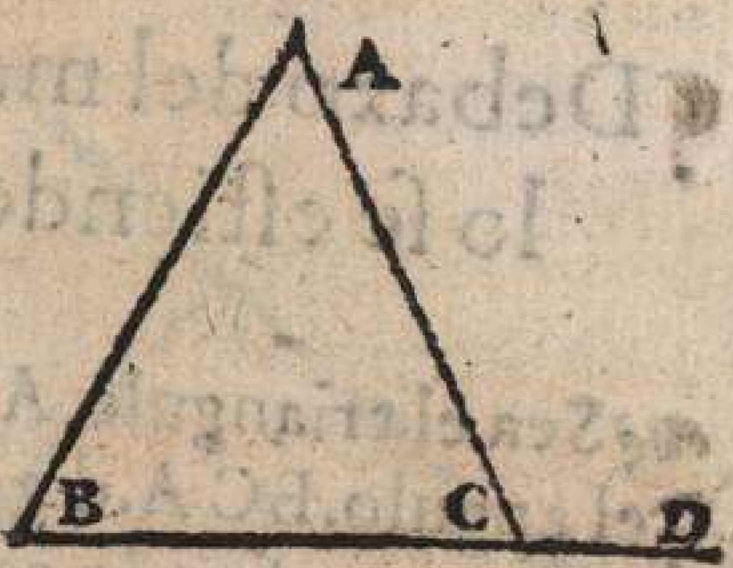
Theorema. 10. Proposicion. 17.

Tomados

2009 Ministerio de Cultura

Tomados de qlquiera suerte los dos angulos de qlquier triãgulo son menores q̃ dosrectos

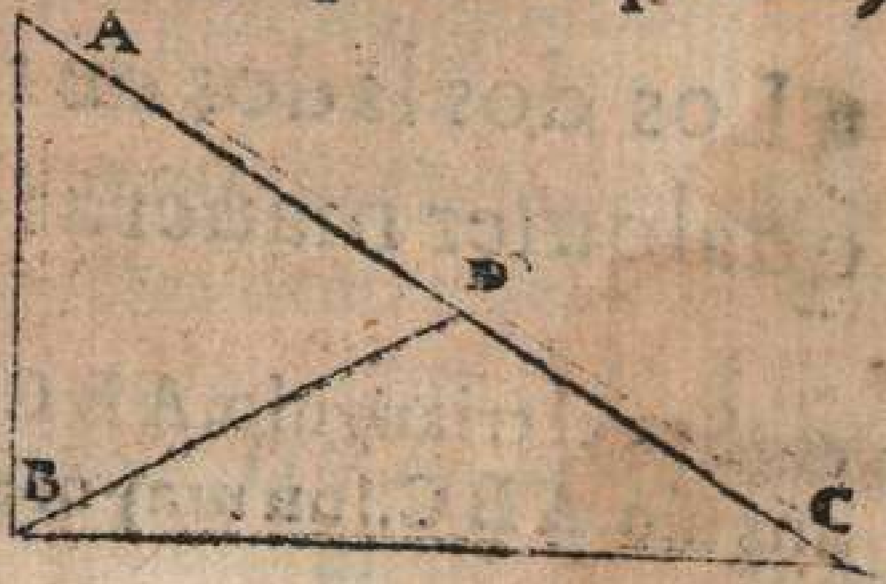
Sea el triangulo. A B C. digo que los dos angulos del mismo triangulo. A B C. tomados de qualquier manera, son menores que dos rectos. Porque estiendase (por la. 2. petition el lado. B C. asta en. D, Y porq̃ del triãgulo. A B C (por la precedente) el angulo exterior que es. A C D. es mayor que el angulo. A B C. interior. Admitase el angulo comũ. A C B. son pues los angulos. A C D. A C B. mayores q̃ los ãgulos. A B C. B C A. Y (por la. 13. proposition) los angulos. A C D. A C B son yguales a dos rectos Luego los angulos. A B C. A C B. son menores q̃ dos rectos. Dela misma forma mostraremos tambien que los angulos. B A C. A C B. son menores q̃ dos rectos, y tambien los angulos. C A B. A B C. Luego tomados de qualquiera suerte los dos angulos de qualquier triangulo son menores que dos rectos. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema. 11. Proposicion. 18.

¶El mayor lado de todo triangulo se estiende debaxo del mayor angulo.

Sea el triãgulo. A BC que tenga el lado. A C mayor q̃ el lado. A B. digo que tambien el angulo. A B C. es mayor q̃ el angulo. B C A. porque. A C. es mayor que. A B. hagasse ygual la linea. A D. ala. A B (por la. 3. proposiciõ) y (por la. 1. peticiõ) tirese la linea. B D. y porq̃ del triangulo. B D C. el angulo exterior A D B. (por la ꝓposiciõ 16) es mayor que el angulo oppuesto y interior. D C B. y es ygual (por la. 5 proposicion) el angulo. A D B. al angulo. A B D. porq̃ el lado. A B.



es ygual

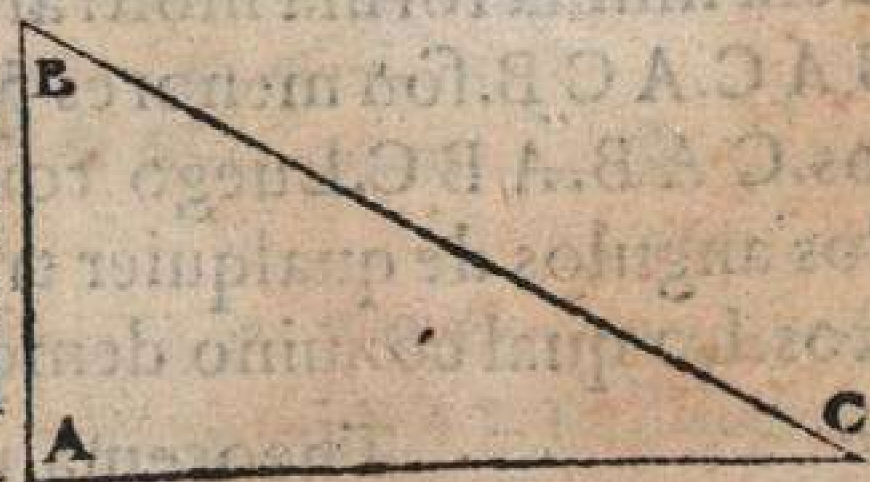
2009 Ministerio de Cultura

es ygual al. A D. luego mayor es el angulo. A B D. que el angulo. A C B. luego mucho mayor es el angulo. A B C. que el angulo. A C B. luego el mayor lado de todo triangulo ſe eſtiẽ de debaxo de mayor angulo, que conuino demoſtrarſe.

Thorema.12. Propoſicion. 19.

¶Debaxo del mayor angulo de todo triangulo ſe eſtiende mayor lado.

¶Sea el triangulo. A B C. que tẽga el angulo. A B C. mayor q̃ el angulo. BC A. digo que el lado. A C. es mayor q̃ el lado. A B. porque ſino lo es, o ſera el lado. A C. ygual al lado. A B. o menor que el. Ygual no lo es el lado. A C. al lado. A B. que ſeria (por la. 5. propoſiciõ) ygual el angulo. A B C. al angulo A C B. no es ygual, luego el lado. A C. en ninguna manera es ygual al lado. A B. Tãpoco el lado. A C es menor que el lado. AB. porque el angulo. A B C. ſeria menor q̃ el augulo. A C B. pero no lo es, luego el lado. A C. en ninguna manera es menor que el lado. A B Luego mayor es el lado. A C. q̃ el lado. A B. luego debaxo del mayor angulo de todo triangulo ſe eſtiende mayor lado. Lo qual conuino demoſtrarſe.



Theorema.13. Propoſiciõ. 20.

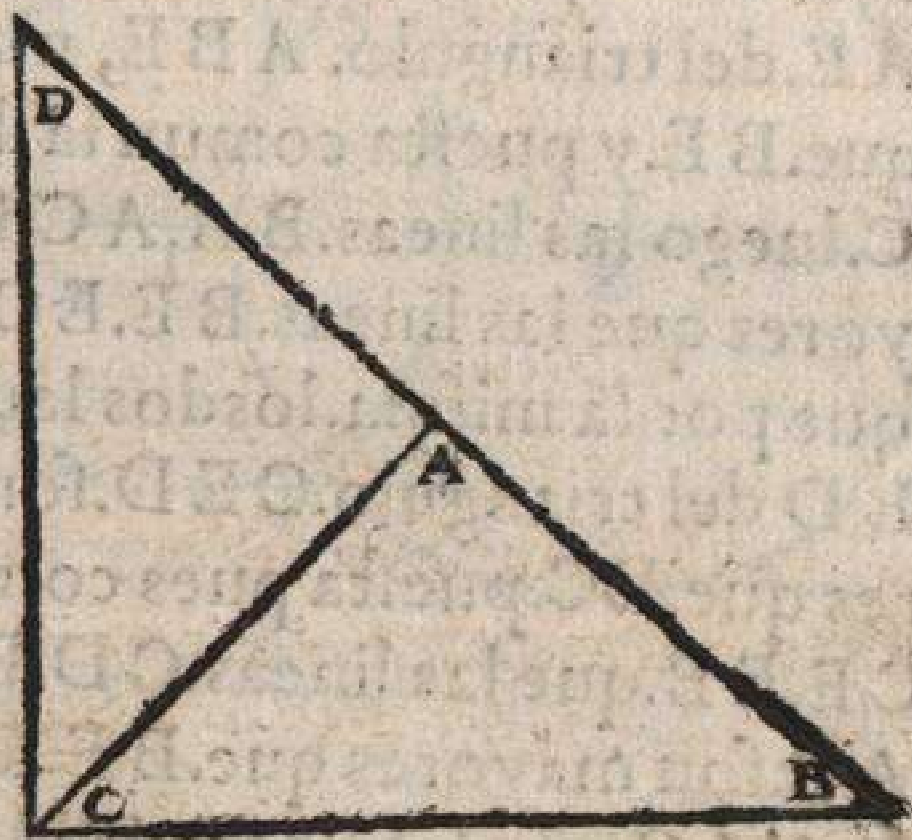
¶Los dos lados de todo triãgulo tomados ẽ qualquier manera ſon mayores q̃ el q̃ reſta.

¶Sea el triangulo. A B C. Digo que los lados del miſmo triangulo. A B C. ſon mayores que el que reſta de qualquierma

nera

2009 Ministerio de Cultura

nera que se tomen, es a saber. B A. A C.mayores que. B C. y B C. A B. que.A C. y B C. C A.que el mismo.A B.tienda se (por la,2, petitiõ),B A,hasta el punto,D,y (por la.2,propositiõ)pongase,A D,ygual ala,A C.y tirese.D C.Pues porque D A.es ygual ala.AC.esygual,el ãgulo.A DC.(por la.5.propositi on)al angulo.A C D y el angulo.B C D.es mayor que el angu lo.ACD.luego el angulo. BCD es mayor que el angulo.A.DC y porq̃ es el triangu lo . D C B. que tiene mayor el angulo.B C D.q̃ el angulo.A D C. y al mayor angulo se le estiẽde mayor lado(por la.18.proposiciõ)luego.DB.es mayor q̃ B C.&po es ygual.D B alas dos.A C.AB.luego mayores sõ los lados.B A AC q̃ el mismo.B C.De la misma forma demostraremos q̃ tã bien los lados.A B. B C.son mayores q̃ C A. y tambien . B C C A.q̃ A B. luego los dos lados de todo triangulo tomados en qualquier manera son mayores que el que resta, lo qual conuino demostrarse



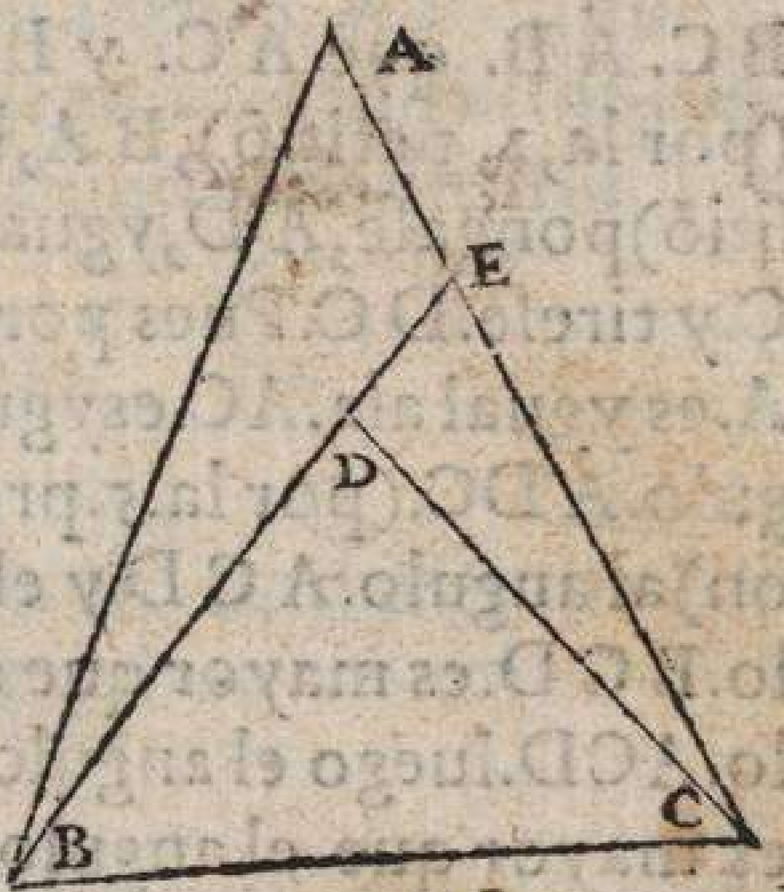
Theorema. 14. Proposicion.21.

¶Si delos terminos del vn lado de vn triãgulo se dierẽ dentro del dos lineas rectas:las que se dierẽ seran menores que los dos lados del triangulo y contendran mayor angulo.

☞Sobre el lado.B C.del triãgulo. A BC.desde los terminos dela misma.B C dense dos lineas rectas dentro del.B D. C D digo que.B D. C D.son menores que los lados. B A. A C. q̃ restan del triangulo,y que el angulo.B D C.es mayor que.B

D A C.

2009 Ministerio de Cultura



porque eſtiēdaſe(por la. 2. peticiō) la linea.B D.aſta.E. y porque (por la.20.propoſiciō) los dos lados de todo triangulo ſon mas largos que el reſtante,ſeran los dos lados.A B A E.del triangulo. A B E, mayores que.B E.y pueſta comun la linea.E C.luego las lineas.B A.A C.ſon mayores que las lineas.B E.E C.Y porque por la miſma.losdos lados.CE E D del triangulo.C E D.ſonmayores que.DC.pueſta pues comū.B D.ſerā mayores las lineas. C E.E B.que las lineas.C D.DB.y eſta demoſtrado que B A. A C.ſon mayores que.B E.E C. Luego mucho mayores ſon B A.A C.que las lineas.B D.D C. Demas deſto porq̄(por la 16.propoſicion)el angulo exterior de qualquiera triangulo es mayor que el opueſto interior,luego el angulo.B D C.exterior del triangulo . CD E. es mayor que el angulo . CE D. Por lo qual tambien el angulo exterior.C E B.del triangulo A B E. es mayor que el angulo.B A C.Pero eſta demoſtrado que el angulo.B D C.es mayor que.C E B.Luego mucho mayor es el angulo.B DC.que el angulo.B A C . Luego ſi de los terminos del vn lado de vn triāgulo ſe dieren dentro del dos lineas rectas las que ſe dieren ſeran menores que los dos lados que reſtan del triangulo , y contendran mayor angulo. Lo qual conuino demoſtrarſe.

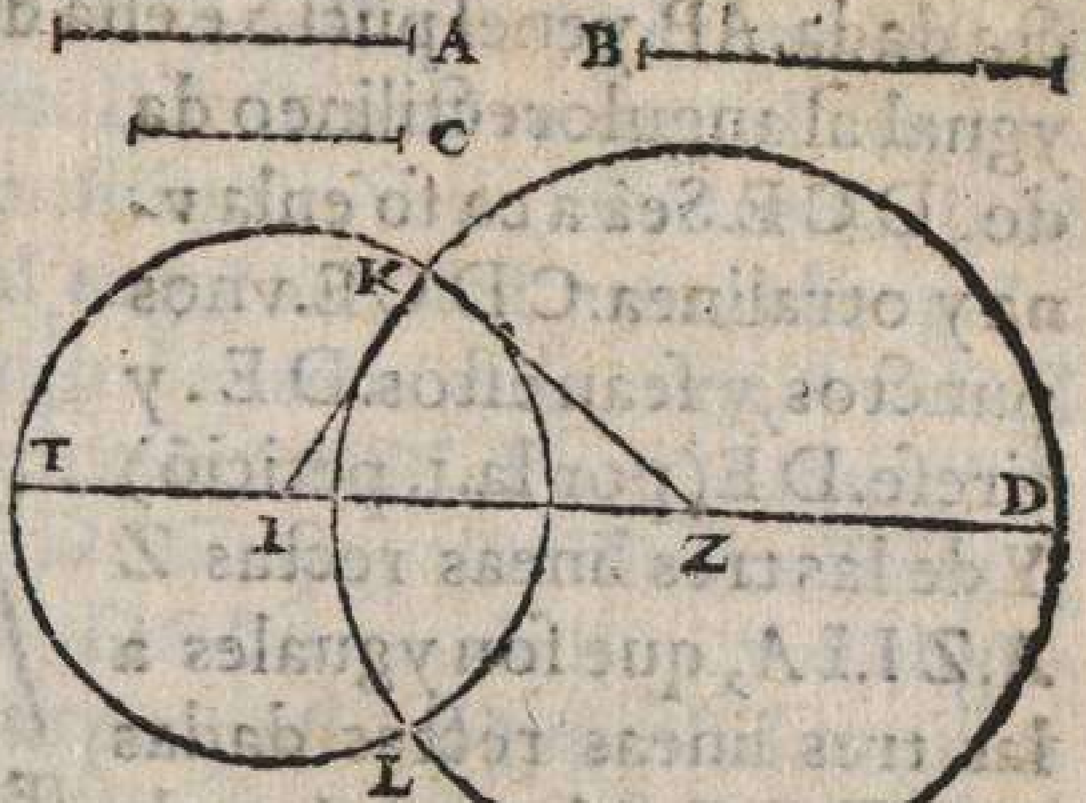
Problema.8. Propoſicion. 22.

¶Hazer vn triangulo de tres lineas rectasque ſeanyguales a tres lineas rectas dadas:perocō uiene que las dos lineas ſean mayores que la que reſta tomadas de qualquier manera,por que los dos lados de todo triangulotomados

de

de qualquier manera son mayores q̃el restãte

❧Seã tres lineas rectas da das. A. B. C. dos delas quales tomadas en qualquier ma nera seã mayores q̃ la restã te, es a saber. A. B. mayor q̃ C. y A. C. mayor q̃. B. y C B, mayor q̃. A. cõuiene de tres lineas rectas yguales a las tres. A. B. C. hazer vn triãgu lo. Desse vna linea termina da đla parte. D. pero no ter minada por la parte. T. y (por la. 3. proposiciõ) ponga se la linea. D Z. ygual a la. A. y ala. B. la linea. Z I. Pero ala. C. la linea T I, y sobre el cẽtro. Z. y espacio. Z D (por la. 3. peticiõ) descri base el circulo. L K D. y tãbien sobre el centro. I. y el espacio. I T (por la misma peticiõ) desse el circulo T L K. y tirese (por la primera peticiõ) Z K. I K. Digo q̃ el triãgulo. K Z I. se ha hecho de tres lineas rectas yguales a las tres. A. B. C. Porque el pũcto. Z. es cẽtro del circulo. D K L. es ygual (por la. 15. definiciõ) Z D. ala. Z K. y la A. es ygual a la. Z D. luego tãbien. Z K. es ygual (por la. 1. comũ sentẽcia) a la. A. Itẽ porq̃ el pũcto. I, es cẽtro del circulo. L K T. es ygual. I K a la. I T. y la. C. es ygual a la. I T. luego la. I K. es ygual (por la. 1. comũ sẽtẽcia) ala C. y la Z I. es ygual a la. B. (por la suppósiciõ) luego las tres lineas rectas. I Z. Z K. K I. son yguales a las tres A. B. C. luego de tres lineas rectas q̃ son. I Z. Z K. K I. q̃ sõ yguales a las tres lineas dadas A. B. C. esta hecho el triãgulo. K Z I. lo qual fue cõueniẽte hazerse.



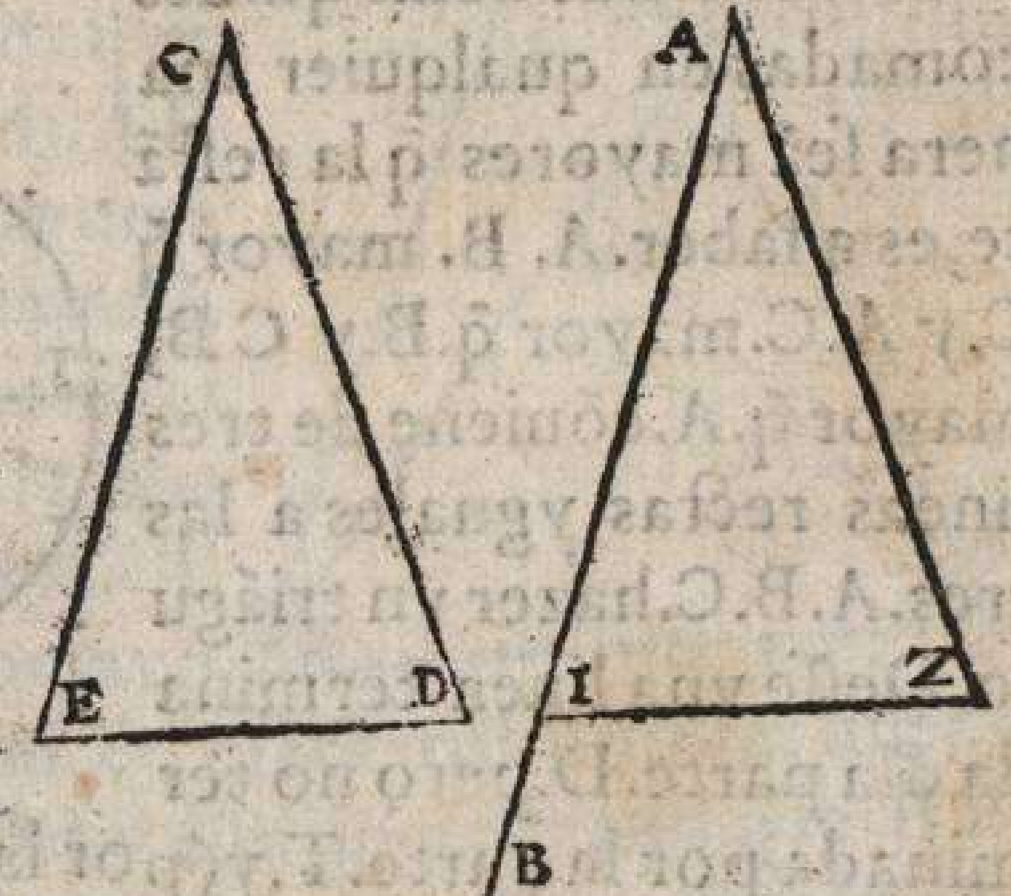
Ploblema. 9. Proposicion. 23.

❡Sobre vna linea recta y en vn puncto enella señalado hazer vn angulo de lineas rectas ygual a vn angulo dado de lineas rectas,

D Z Sea

2009 Ministerio de Cultura

Sea la linea dada. A B.y.el puncto dado en ella sea. A. y el angulo dado rectilineo sea. D C E. cõuiene poner éla linea recta dada. AB.y enel pũcto ẽ ella dado. A. vn angulo rectilineo ygual al angulo rectilineo dado. D C E. Seã a ca so enla vna y otra linea. C D C E. vnos punctos, y sean estos. D E. y tirese. D E (por la. 1. peticiõ) Y de las tres lineas rectas Z A. Z I. I A, que son yguales a las tres lineas rectas dadas C D. D E. E C. haga se (por la precedente vn triangulo , y sea A Z I. De manera que la linea. CD. sea ygual a la linea. A Z. y. C E. a la linea. A I. Y tambien. D E. a la, Z I. y porque las dos lineas D C. C E. son yguales a las dos lineas . Z A A I, la vna a la otra, y la basis . D E. (por la suppositiõ) a la basis. Z I. Luego el angulo. D C E. es ygual al angulo. Z A I (por la. 8. proposicion) luego enla linea recta dada. A B. y enel puncto en ella señalado. A. esta dado el angulo rectilineo. Z A I. ygual al angulo rectilineo. D C E. que conuino hazerse.

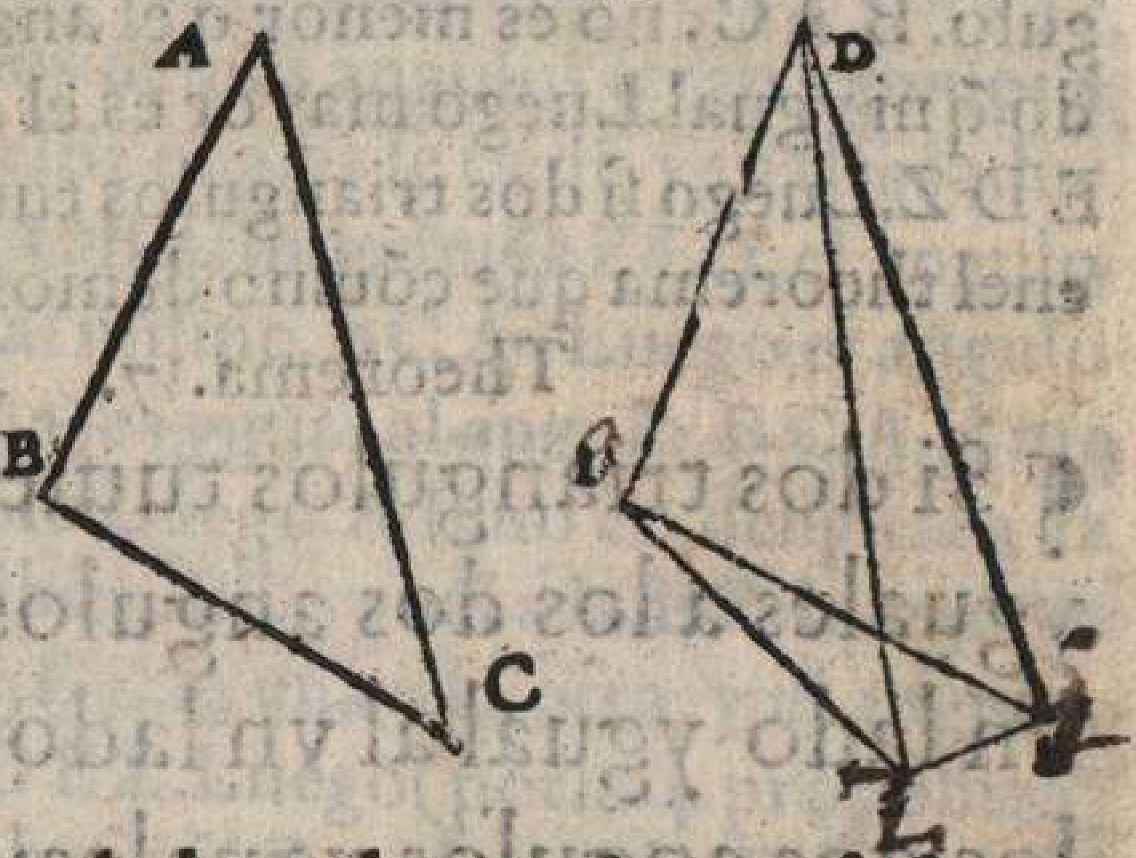


Problema. 15 Propositiõ. 24

¶ Si dos triãgulos tuuieren los dos lados yguales a los dos lados, el vno al otro, pero mayor el vn angulo contenido de yguales lineas rectas que el angulo, tendran tambien la basis mayor que la basis.

Sean los dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos lados. A B. A C. yguales a los dos lados. D E D Z. el vno al otro

otro,conuiene saber,el lado.A B.al lado.D E.y el lado. A C. al lado.D Z.pero el angulo.B A C.sea mayor que el angulo E D Z.Digo que tambien la basis. B C.es mayor que la basis E Z.porque siendo el angulo. B A C. mayor que el angulo. E D Z·pongase(por la proposicion.23)enla linea recta. D E. y en el puncto. D. en ella el angulo. E D I.ygual al angulo. B A C. y ponga se la. D I. ygual a lavna de las dos.A C.D.Z .y tirense(por la priBera peticion. I E.Z I.Pues porque.A B es ygual a la.D E.y A C.a la.D I·son yguales las dos lineas, B A.A C. a las dos lineas.E D.D I. la vna ala otra,y el angulo.B A C(por la veynte y tres proposicion)ygual al angulo. ED I.Luegola basis.B.C.(por la quarta proposiciõ) es ygual a la basis.E I. Iten porq̃ es ygual.D I.a la.D.Z. luego el angulo.D I Z.es ygual al angulo.D Z I.Luego el angulo.D Z I. es mayor que el angulo.E I Z.es pues mucho mayor el angulo E Z I que el angulo.E I Z.Y porque es el triangulo E Z I.que tiene el angulo. E Z I. mayor el ãgulo.E I Z.Y el mayor angulo tiene opuesto mayor lado(por la.18.proposicion) luego mayor es el lado,E I.que el lado E Z y es ygual el lado.E I. al lado B C.luego el lado·B C. mayor es q̃ el lado.E Z.luego si dostriangulostuuierẽ



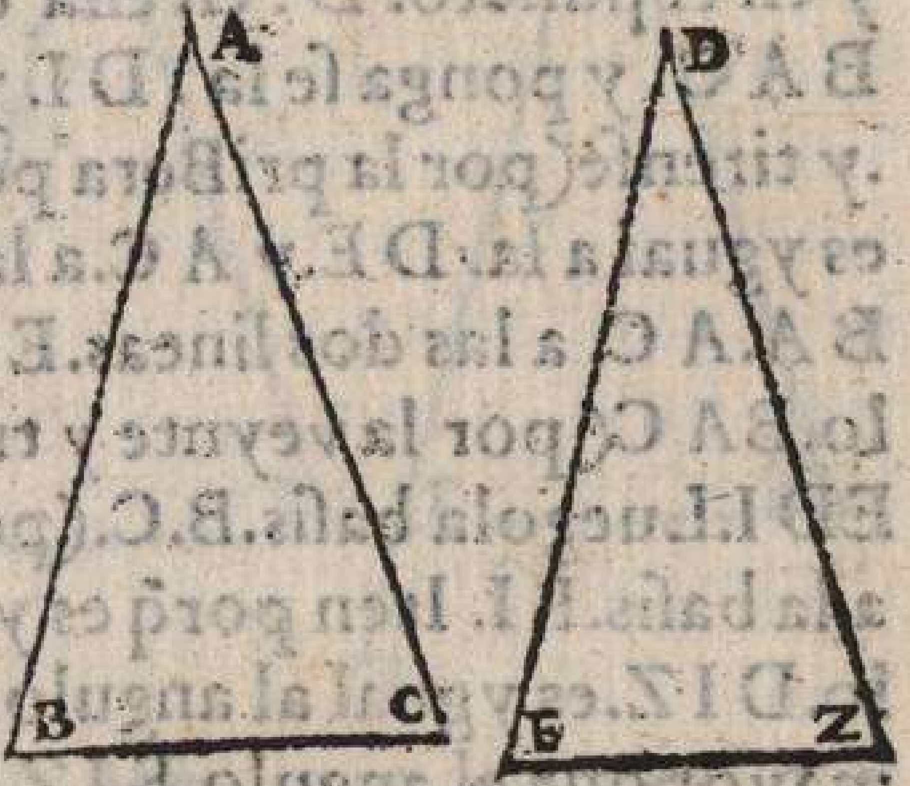
losdos lados yguales a los dos lados,y lo que de mas se sigue como en la proposicion.Lo qual conuino demostrar.

Theorema.16. Proposicion.25.

¶Si dos triãgulos tuuierẽ los dos lados yguales a los dos lados el vno al otro: pero la basis mayor q̃ la basis tẽdrá tãbiẽ el angulo cõtenido de yguales lineas rectas mayor q̃ el ãgulo.

2009 Ministerio de Cultura

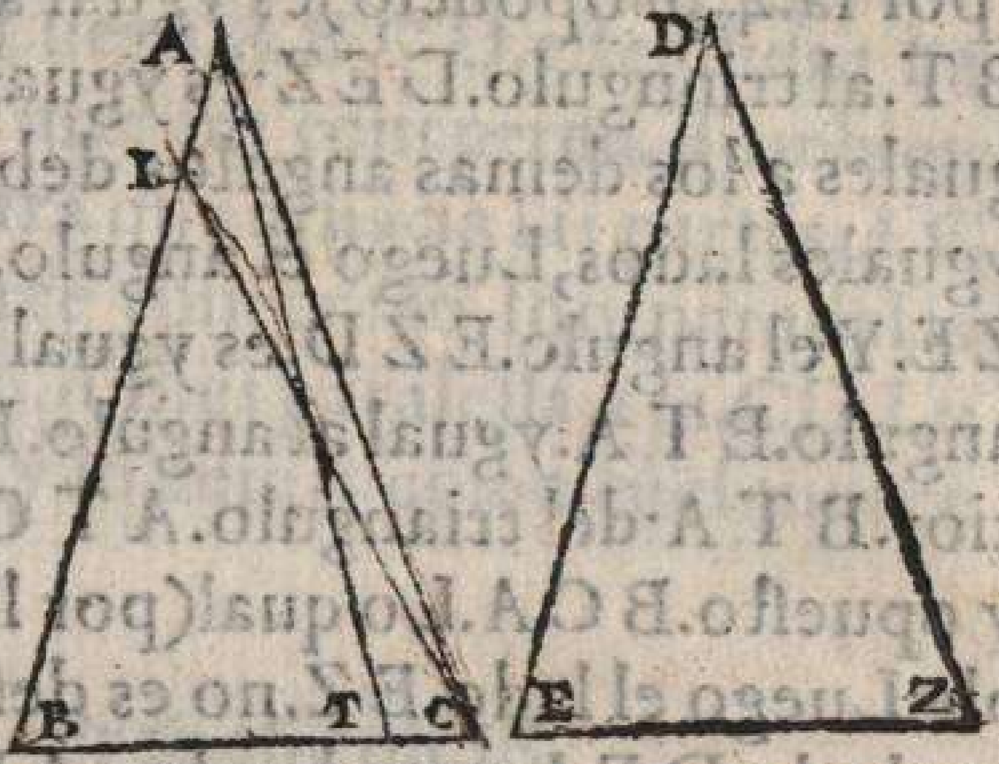
Siẽdo dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos la dos. A B. A C. yguales a los dos lados. D E. D Z. el vno al otro esto es: A B, al mismo. D E. y A C. al mismo. D Z. pero la basis B C. sea mayor que la basis. E Z. Digo q̃ el ãgulo. B A C. es mayor q̃ el angulo. E D Z. porq̃ sino, o es ygual a el, o menor que el, ygual no lo es el angulo. B A C. al angulo. E D Z. Porque si fuesse ygual, la basis tambien B C (por la. 4. proposicion) seria ygual a la basis. E Z. pero no lo es, luego el angulo. B A C. en ninguna manera es ygual al angulo. E D Z. ni tã poco es menor el angulo. B A C. que el angulo E D Z. Por que la basis. B C. seria menor q̃ la basis. E Z. Pero no lo es. luego el angulo. B A C. no es menor q̃ el angulo. E D Z. Y esta demostrado q̃ ni ygual. Luego mayor es el ãgulo. B A C. que el angulo E D Z. Luego si dos triangulos tuuierẽ y lo que se sigue como enel theorema que cõuino demostrar.



Theorema. 17. Propositio. 26.

¶ Si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos: el vno al otro: y el vn lado ygual al vn lado: aora el q̃ esta entre los dos angulos yguales: o el que se opone al vno delos yguales angulos tendran tambien los demas lados yguales a los demas lados el vno al otro: y el ãgulo restãte al ãgulo restãte.

Sean los dos triangulos. A B C. D E Z. que tengan los dos angulos. A B C. B C A. yguales a los dos angulos D E Z. E Z D el vno al otro, es a saber, el angulo. A B C. al angulo. D E Z. y el angulo. B C A. al ãgulo. E Z D. y el vn lado ygual al vn lado y quanto a lo primero sea el que esta entre los dos angulos, esto es esto es, el lado. B C. al lado. E Z. Digo q̃ los demas lados los tẽdran tãbien yguales a los demas lados, el vno al otro, esto es el lado. A B. al lado D E. Y el lado. A C. al lado. D. Z. y el angulo q̃ resta ygual al angulo q̃ resta, es a saber. B A C. al mismo. E D C. Porq̃ si. AB. no es ygual a D E. sera la vna mayor, sea mayor. A B. y pongase (por la. 3. proposiciõ) la linea. I B. ygual a la linea. D E. y tirese. I C. pues porq̃. I B. es ygual a la. D E. Y la. B C. a la. E Z, luego las dos lineas. I B. B C. son yguales a las dos. D E. E Z. la vna a la otra, y el angulo. I B C. al angulo. D E Z. es ygual, luego la basis. I C (por la. 4. proposiciõ) es ygual a la basis. D Z. y el triangulo. I B C. es ygual al triangulo. D E Z. Y los demas angulos seran yguales a los demas ãgulos debajo delos quales se tiẽdẽ yguales lados Luego ygual es el angulo. I C B. al angulo. D Z E. Y el angulo D Z E. se supone ser ygual al mismo. B C A. Luego el angulo B C I (por la. 1. comũ sentẽcia) es ygual al angulo. B C A. el menor al mayor, q̃ es impossible. Luego. A B. no es desigual a la D E. sera pues ygual. y es tãbien. BC. ygual a la. E Z. Luego ya A B. B C son yguales a. D E, E Z. la vna a la otra, y el angulo. A B C. es ygual al angulo. D E Z. Luego (por la. 4. propositiõ) la basis. A C. sera ygual a la basis. D Z, y el angulo. B A C. restãte ygual al angulo. E D Z. restante. Demas desto seany guales los lados q̃ se estiẽdẽ a yguales angulos, y sean. A B DE. Digo otra vez que los demas lados serã yguales a los demas lados, es a saber, el lado. AC al lado. DZ. y el lado. BC. al lado E Z, y demas desto el ãgulo restãte. B AC. al ãgulo q̃ resta. E D Z. sera ygual. Porq̃ si. BC. no es ygual. a E Z. el vno. dellos sera mayor. Sea pues mayor si es possible el lado. B C, y (por la. 3. ꝓposiciõ) põgase ygual la linea. BT. a la linea, EZ. Y tirese (por la. 1. peticiõ) A T. Y por q̃. B T. es ygual a la. E Z. y AB a la DE.



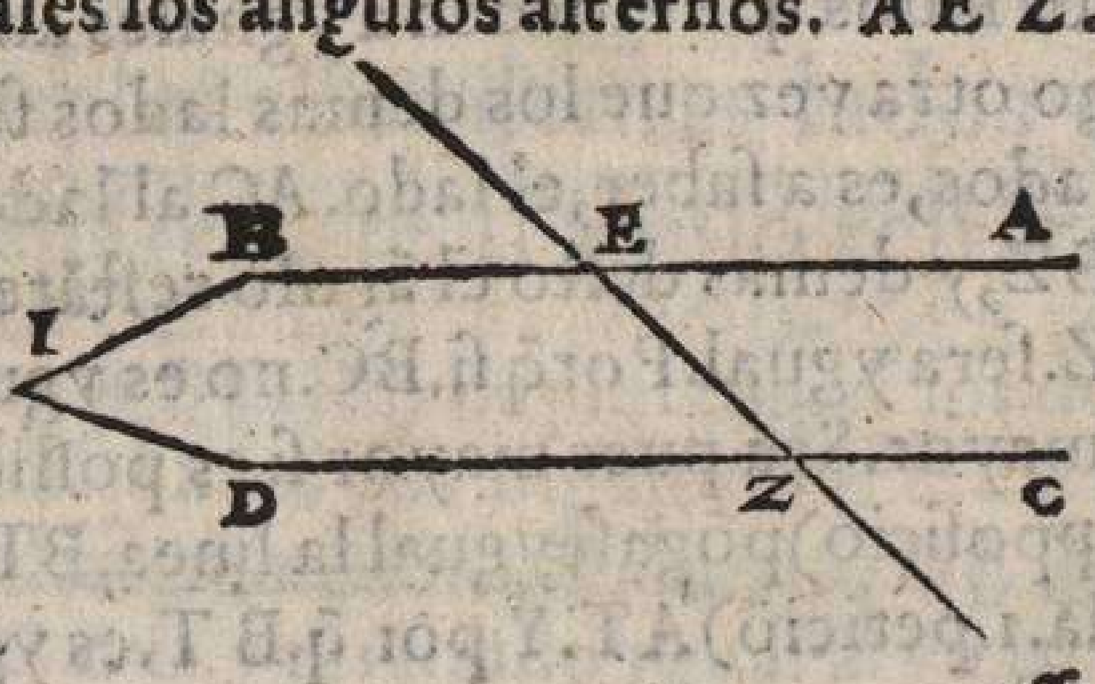
2009 Ministerio de Cultura

luego las dos· A B.B T.son yguales a las dos.D E.E Z. la vna a la otra, y contiené yguales angulos. Luego la basis. A T. (por la.4.proposició)es ygual a la basis.D.Z.y el triágulo. A B T.al trinngulo.D E Z·es ygual.Y los de mas angulos son yguales a los demas angulos debajo delos quales se estienden yguales lados,Luego el angulo.B T A.es ygual al angulo. D Z E.Y el angulo.E Z D.es ygual al angulo·B C A.sera pues el angulo.B T A.ygual al angulo.B C A.luego el angulo exterior.B T A:del triangulo.A T C.es ygual al angulo interior y opuesto.B C A.Lo qual(por la.16.proposicion)es impossible·Luego el lado.E Z.no es desigual al lado.B C, y es.A B.ygual a la.D E.Luego las dos.A B.B C. son yguales a las dos D E.E Z.La vna a la otra y contienen yguales angulos,luego la basis.A C(por la.4.proposicion)es ygual a la basis.D Z. Y el triangulo.A B C.al triangulo.D E Z.y el angulo que resta. B A C.es ygual al angulo.E D Z.que resta.Luego si dos triangulos tuuieren los dos angulos yguales a los dos angulos, y lo de mas como eñl theorema.Lo qual cóuenia demostrarse.

Theorema.18. Proposició.27.

¶Si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas hiziere los águlos alternos entre si yguales lasmismas lineas rectas será entre si parallelas.

❧Porque cayendo la linea·E Z.sobre las dos lineas rectas. A B.C D.haga entre si yguales los angulos alternos. A E Z. E Z D.Digo que es paralella.A B. a la.C D. por que sino,estendidas se juntará, o hacia las partes. B D. o hacia.A·C.estiendá se pues y concurran hacia las partes.B D.enelpuncto.I.si es



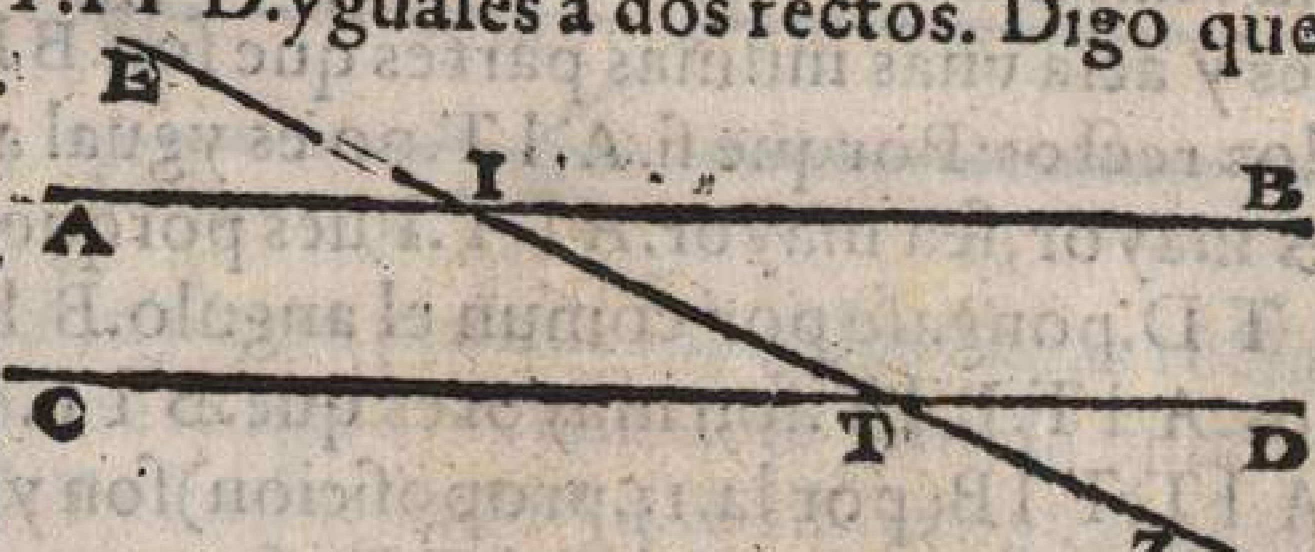
possi

possible.Luego el angulo exterior.A E Z.del triangulo.I EZ es ygual al angulo.E ZI.interior,y oppuesto.Lo qual(por la 16.proposicion)es impossible.Luego.A B.C D.estendidas hacia las partes,B D.en ninguna manera concurren. Tambien de la misma suerte se demostrara que ni hacia las partes.A C y las lineas que en ninguna parte concurren son parallelas (por la vltima difinicion)luego.A B.es paralella a la.CD.Luego si cayendo vna linea recta,y lo demas como enel theorema que se hauia de demostrar.

Theorema. 19. Proposicion.28.

¶Si cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas hizieren el angulo exterior ygual al interior y oppuesto haciavnas mismas partes,o los interiores hacia vnas mismas partesygualee a dos rectos,será paralellas entre si las mismas lineas rectas.

Si cayendo la linea recta.E Z . sobre las dos lineas rectas A B.C D.hicieren el angulo exterior,E I B . ygual al angulo interior y oppuesto.I T D.o los interiores hacia vna misma parte,es a saber.B I T.I T D.yguales a dos rectos. Digo que es paralella la linea. A B.a la linea . C D. Porque el angulo. E I B(por lasuposiciõ) es ygual al angulo. I T D.y el angulo. E I B(por la·15)es ygual al angulo.A I T.luego el angulo· A I T. es ygual al angulo.I T D.y son alternos(por la veynte y siete



proposi

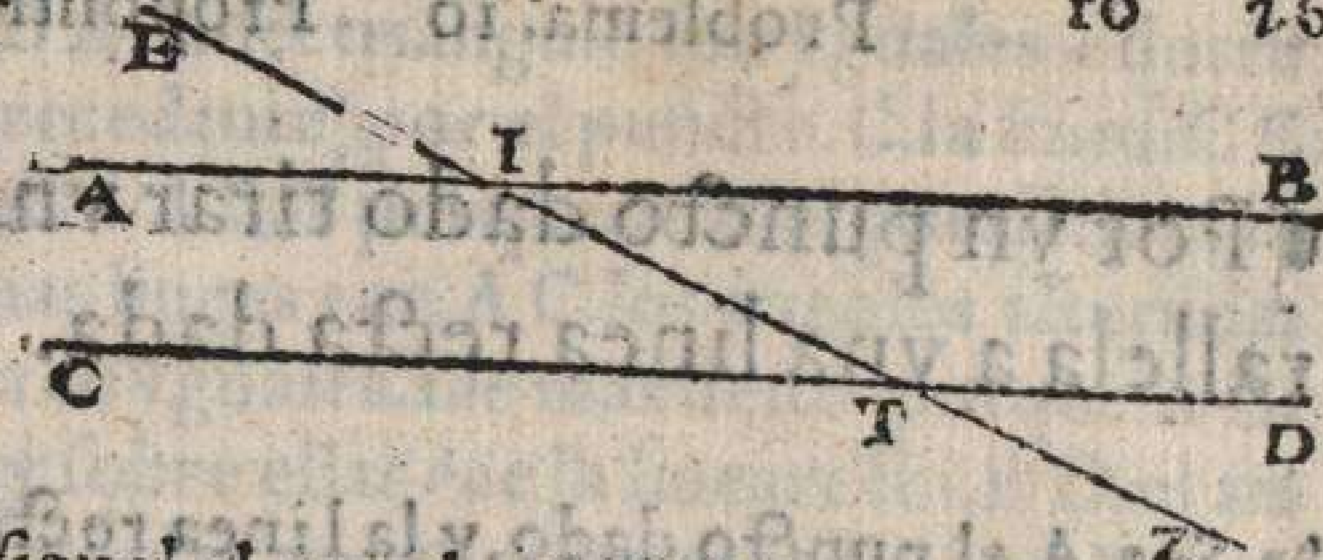
propoſicion) luego les paralella. A B. a la. C D. Demas deſto porque los angulos. B I T, I T D. ſon yguales a dos rectos. (por la ſuppoſicion) y los angulos. A I T, B I T (por la treze propoſicion) ſon yguales a dos rectos. Luego los angulos. A I T, B I T. ſon yguales a los angulos. B I T, I T D. Quite ſe el angulo comun. B I T. luego el reſtante. A I T. es ygual al reſtante. I T D. y. ſon alternos. Luego parallela es. AB. a la. CD. luego ſi cayendo vna linea recta ſobre dos lineas rectas, y lo demas como en la propoſicion, que es lo q̃ ſe auia de demoſtrar.

Theorema. 20. Propoſicion. 29.

¶ Cayendo vna linea recta ſobre dos lineas rectas paralellas, hara los angulos alternos entre ſi yguales: y el exterior ygual al interior y opueſto hacia vnas miſmas partes: y los dos interiores hacia vnas miſmas partes yguales a dos rectos.

Caya ſobre las lineas rectas parallelas. A B. C D. la linea recta. E Z. Digo, que hace yguales los angulos alternos. A I T y I T D, y el angulo exterior. E I B. al interior y opueſto hacia vnas miſmas partes, eſto es, al angulo. I T D, y los interiores y acia vnas miſmas partes que ſon. B I T. I T D. yguales a dos rectos. Porque ſi. A I T. no es ygual a. I T D. el vno dellos es mayor, ſea mayor. A I T. Pues porque. A I T. es mayor q̃ I T D. pongaſe por comun el angulo. B I T, luego los angulos. A I T. B I T. ſon mayores que. B I T. I T D. y los angulos. A I T. T I B (por la. 13. propoſicion) ſon yguales a dos rectos, luego los angulos. B I T. I T D. ſon menores que dos rectos: y (por la quinta peticion) las lineas que haziendo menores que

2009 Ministerio de Cultura

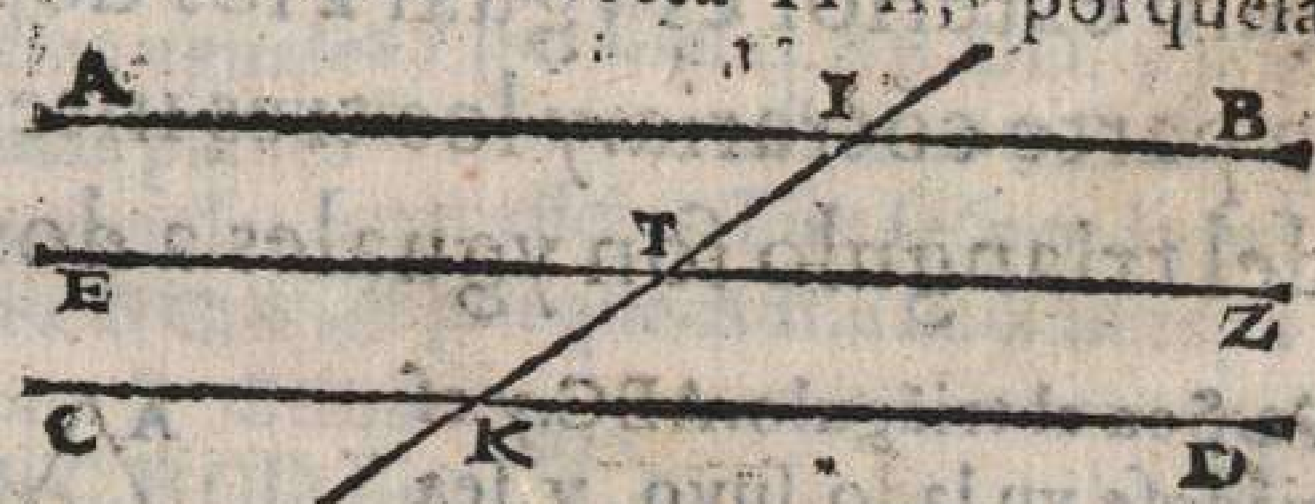


que dos rectos se estienden en infinito, concurren, y estas por ser paralellas no concurren (por la suposiciõ) luego el angulo. A I T. no es desigual al angulo. I T D. Luego sera ygual Y el angulo. A I T (por la. 15. proposicion) es ygual al angulo E I B. Luego el angulo. E I B (Por la. 1. comun sentencia) es ygual al angulo. I T D. Pongase por comun. B I T. Luego los angulos. E I B. B I T son yguales a los angulos. B E T. I T D. y los angulos E I B. B I T. son yguales a dos rectos (por la. 13. proposicion) luego los angulos. B I T. I T D. son yguales a dos rectos. Luego cayendo vna linea recta sobre dos lineas rectas paralellas, y lo de mas como en la proposicion, que cõ u enia demostrar.

Theorema. 21. Proposition. 30.

¶ Las lineas rectas que a vna misma son paralelas entre si son paralellas.

Sean. A B. C D. paralellas a la. E Z. digo que. A B. es paralella a la. C D. caya sobre ellas la linea recta I T K, y porque la linea recta. I T K. cae sobre las lineas rectas paralelas. A B. E Z. luego sera ygual el ãgulo. A I T. al angulo. I T Z. (por la. 29. proposicion) Item porque sobre las lineas rectas paralellas. E Z. C D. cae la linea recta. I K. es, por la misma, ygual. I T Z. al. I K D. Y esta declarado q̃. A I T. es ygual al angulo. I T Z. y que I K D. es ygual al I T Z. luego. A I K, es ygual al K D. y son alternos, luego paralella es. A B. a la C D. que es lo que se auia de demostrar.

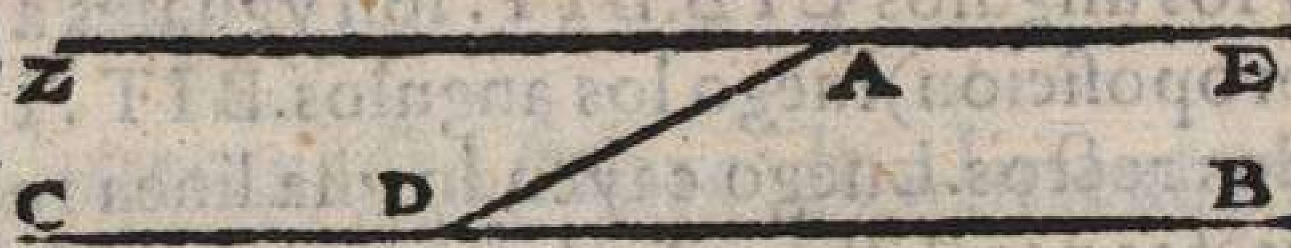


Problema

2009 Ministerio de Cultura

¶Por vn puncto dado tirar vna linea recta pa rallela a vna linea recta dada.

Sea. A. el puncto dado, y la linea recta dada sea. B C. conuiene por el puncto dado. A. tirar vna linea recta paralella a la linea recta. B C. Tomese vn puncto a caso en la misma linea recta. B C. y sea, D. y tirese (por la .1. peticion) la linea. A D (y por la proposicion. 23) hagase sobre la linea recta dada A D, y enel puncto. A. señalado ẽ ella, el angulo. D A Z. ygual al angulo dado. A D B y estiẽda se le la linea A Z. derechamente a

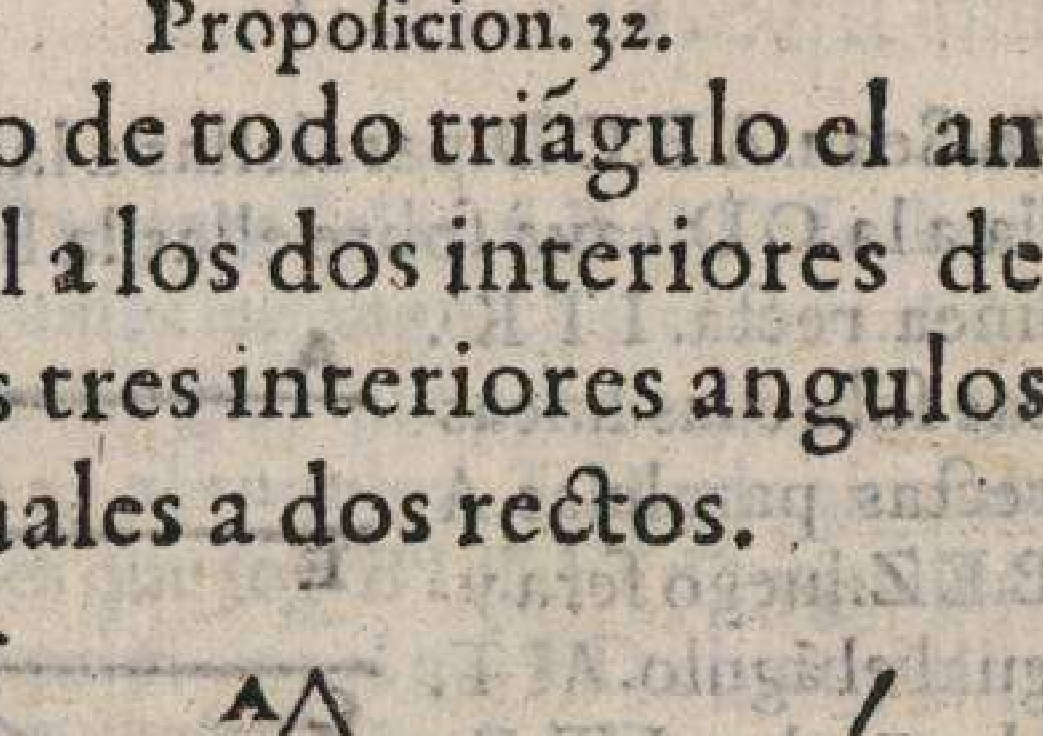


la linea A E (por la. 2. peticion) Y porque cayendo la recta linea. A D. sobre las lineas rectas. B C. E Z. hizo entre si yguales los angulos alternos. E A D. A D C. sera pues. E Z. paralella a la. B C. (por la proposiciõ. 27) luego por el puncto dado. A. se tiro la linea recta. E A Z. paralella a la linea recta. B C. Lo qual conuino hazerse.

Theorema. 22. Proposicion. 32.

¶Estendido el vn lado de todo triãgulo el angulo exterior es ygual a los dos interiores de la parte cõtraria: y los tres interiores angulos del triangulo son yguales a dos rectos.

Sea el triãgulo. ABC. y estiẽdase vn lado suyo, y sea B C. asta ẽ. D. digo que el angulo. A C D. exterior es ygual a los dos. C A B. A B C. interiores dela parte cõtraria: y los tres angulos inte-



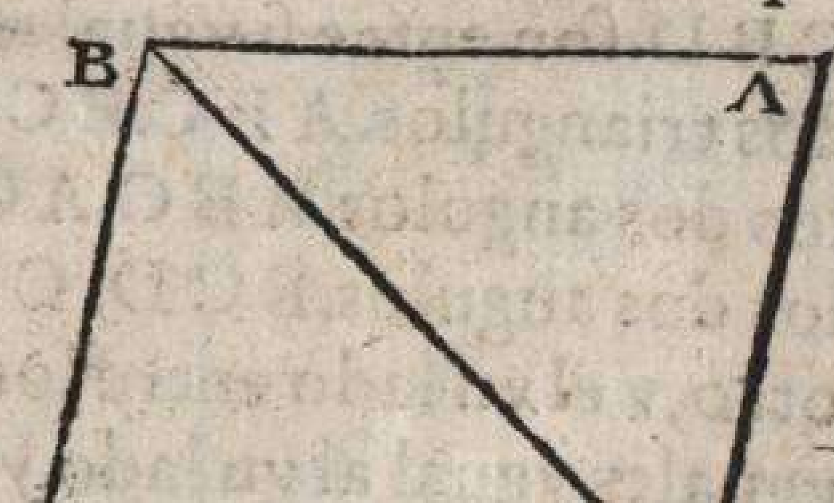
riores

riores.A B C.C B A.B A C.del triangulo ſon yguales a dos rectos. Tireſe(por la precedente)por el puncto.C.la linea.C E parallela a la linea recta.A B.Y porque.A B.es parallela a la C E.Yſobre las miſmas lineas cae.A C.los angulos alternos. B A C.A C E.ſon entreſi yguales.De mas deſto porque A B. es parallela a la.C E.y ſobre ellas cae la linea recta.B D.el angulo exterior,E CD(por las.27. 28. 29. propoſiciones) es ygual al angulo interior.A B C.oppueſto . y demoſtroſe , que A C E,es ygual al angulo.B A C.Luego todo el angulo exterior.A C D.es ygual a los dos interiores y opueſtos,que ſon B A C.A B C,Y pongaſe por comun el angulo.A C B. Luego A C D.A C B.ſon yguales a los tres angulos.A B C.B C A . C A B.Pero A C D.A C B(por la.13. propoſicion) ſon yguales a dos rectos,luego los angulos.A C B.C A B.C B A.ſon yguales a dos rectos.Luego eſtendido el vn lado de todo triangulo,y lo de mas que ſe ſigue como enel theorema , q̃ conuino demoſtrarſe

Theorema.23 Propoſiciõ.33.

¶Las lineas rectas que juntan a yguales lineas rectas y parallelas hacia vnas miſmas partes , ellas miſmas tambiẽ ſon yguales y parallelas.

Sean las lineas rectas yguales y parallelas. AB.CD. y juntẽ las hacia vnas miſmas partes las lineas rectas.A C.B D.digo que.AC.y BD.ſon yguales y parallelas.Tire ſe(por la primera peticion) la linea.B C.Y aſſi porque.A B.a la.C D.es parallela y ſobre ellas cae. B C.los angulos alternos.A B C.B CD.ſõ entre ſi yguales(por la.29. propoſicion)y porque.A B.es ygual ala C D.y comun.B.C. luego las dos A B.B C. ſon yguales a las dos. B C.C D.Y el ãgulo.A B C. es ygual



al

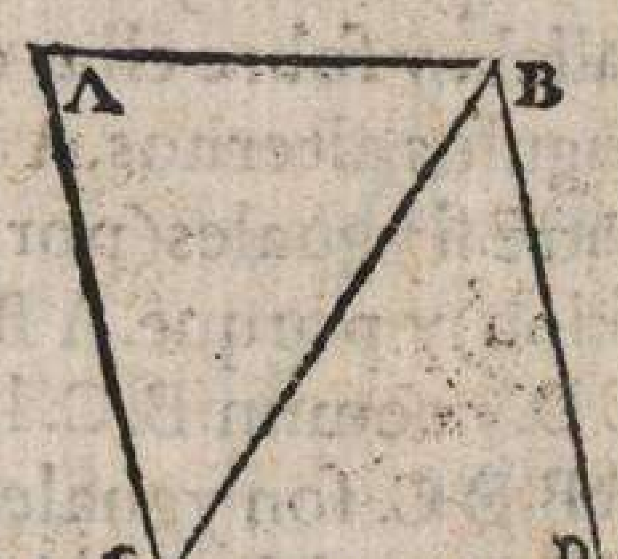
2009 Ministerio de Cultura

al angulo.B C D.luego la basis.D B(por la.4.proposició) es ygual a la basis.A C.y el triangulo A B C.es ygual al triãgulo B C D.y los de mas angulos son yguales a los de mas angulos el vno al otro debajo delos quales se tienden yguales lados.Luego el angulo.A C B.es ygual al angulo C B D.y el angulo.B A C al angulo.B C D..Y porq̃ sobre las dos lineas rectas.A C.BD.cae la linea recta.B C.haziendo yguales los angulos alternos A C B.C B D.entresi,luego.A C.parallela es a la.BD(por la.27.proposicion)y esta demostrado q̃ tambiẽ le esygual.Luego las lineas rectas q̃ juntã a yguales lineas rectas y parallelas hacia vnas mismas partes,ellas mesmas tãbien son yguales y parallelas,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.24. Propositio.34.

¶Los lados oppuestos y los ãgulos delos espacios de lados parallelos,sõ yguales entre si: y la diagonal los corta en dos partes yguales,

Sea el espacio de lineas parallelas.A C D B.y su diagonal sea.B C.digo que los lados y los angulos contrarios del espacio A C D B de lados parallelos son entre si yguales, y la diagonal.B C.le diuide en dos yguales partes.Porq̃ por ser. A B parallela a la.C D,y sobre ellas cae la linea recta.B C(por la 29.proposiciõ)los angulos alternos.A B C.B C D.son entre si yguales,Demas desto porque.A C.es parallela a la.B D.y sobre ellas cae la linea recta.B C.los angulos alternos.AC B C B D.son entre si yguales.Luego sõlos dos triangulos.A B C.B C D.que tienen los dos angulos.A B C.A C B.yguales a los dos angulos.B C D. C B D el vno al otro,y el vn lado entre los dos angulos yguales ygual al vn lado y comun . B C. a entrambos,luego(por la,26.proposi-



cion

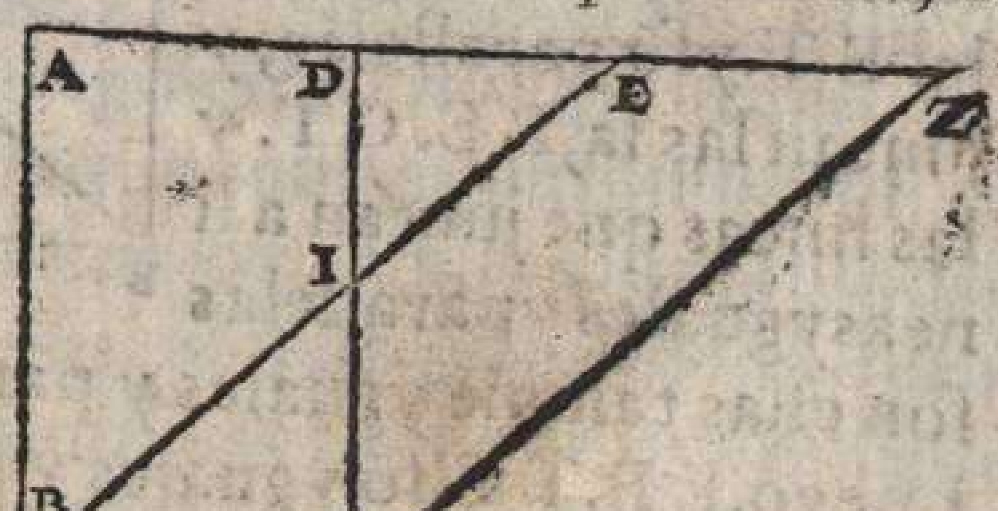
2009 Ministerio de Cultura

cion) los lados restantes seran yguales a los lados restantes el vno al otro, y el angulo que resta ygual al angnlo que reste. Luego el lado. A B. es ygual al lado. C D. y el lado. A C. al lado. B D. y el angulo. B A C. es ygual al angulo. B D C. Y porque el angulo A B C. es ygual al angulo B C D. y el angulo. C B D. al angulo. A C B. Luego todo el angulo. A B D. es ygual a todo el angulo A C D (por la. z. comun sentencia) y esta demostrado que el angulo. B AC. es ygual al angulo. CDB luego los lados oppuestos y los angulos delos espacics de los dos paralelos son yguales entresi. Digo tābien que la diagonal le diuide en dos partes yguales. Porque. A B. es ygual a la C D. y la. B C. es comun, luego las dos. A B. B C. son yguales a las dos. B C. C D. la vna a la otra, y el angulo. A B C. es ygual al angulo. B C D. luego (por la. 4 proposiciō) la basis. A C. es ygual ala basis. BD. y el triangulo. A B C. es ygual al triāgulo BCD. luego la diagonal. B C. en dos partes yguales diuide al parallelogramo. A B D C. q̄ era lo que se hauia de demostrar

Theorema. 25. Proposition. 35.

¶Los parallelogramos que estan en vna misma basis y en vnas mismas lineas parallelas son yguales entre si,

❧ Seā los parallelogramos. A B C D. E B C Z. que estan en vna misma basis, esto es, B C. y en vnas mismas parallelas, es a saber. A Z. B C. Digo que el paralelogramo. ABC D es ygual al parallelogramo E B C Z. Por que es parallelogramo, A BCD. es ygual AD. ala. B.C. (por la. 34. proposicion) y por la misma ra



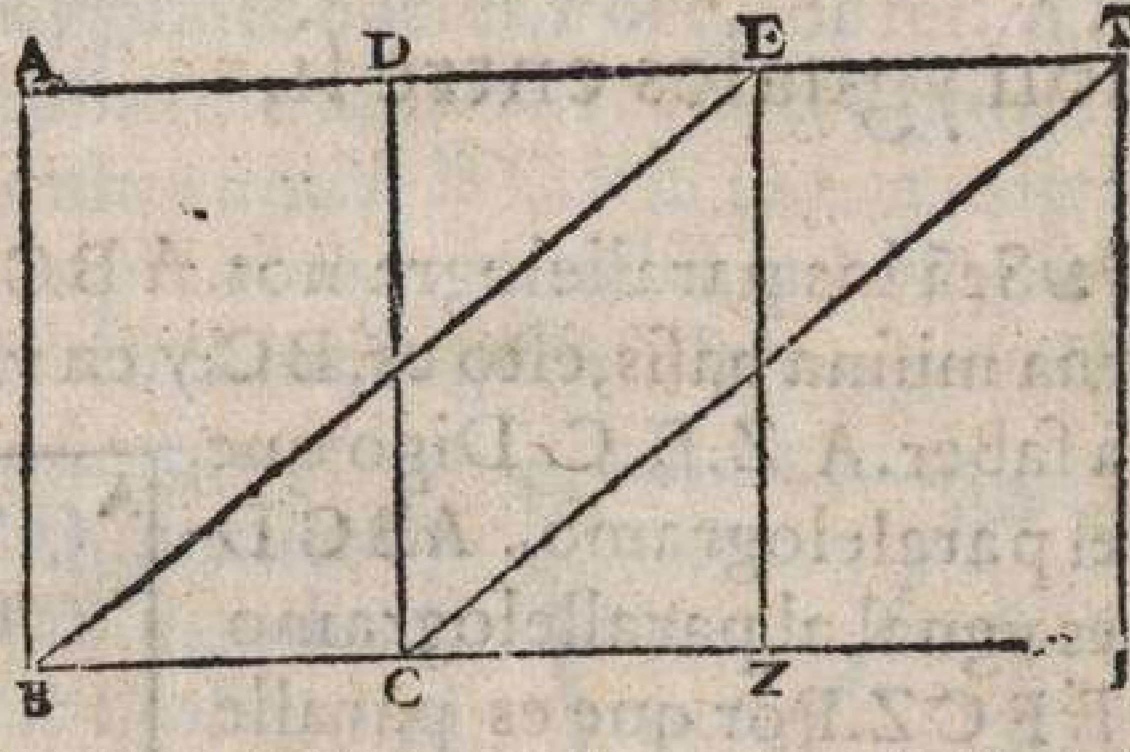
zon

zon tambien.E Z.es ygual a la,B C.y assi tambien A D.es ygual a la.E Z.y es comun la.D E.luego toda la. A E es ygual a toda la.D Z.Y la.A B.es ygual a la.D C.luego las dos. E A, A B.son yguales a las dos.Z D.D C.la vna ala otra,y el angulo.Z D C.es ygual al ãgulo.E A B.el exterior al interior. luego(por la.4.proposicion)la basis.E B.es ygual a la basis.Z. C y el triangulo.E A B.es ygual al triangulo.Z D C. quite se el comun triangulo.D I E.Luego el trapezio.E I C Z. es ygual al trapezio.A B I D.Pongase pues comun el triangulo.I B C. Luego todo el parallelogramo. A B C D.es ygual a todo el parallelogramo. E B C Z.Luego los parallelogramos que estan en vna misma basis,y lo de mas que se sigue,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.26. Proposicion.36.

¶Los parallelogramos que estan en yguales basis y en vnas mismas parallelas son yguales entre si.

Sean los parallelogramos. A B C D.E Z I T.Puestos ẽ las yguales bases.B C. Z I.y en vnas mismas parallelas.A T.B I. digo que el parallelogramo. A B C D . es ygual al parallelogramo.E Z I T. Tirense. B E.T C. Y porque es ygual.B C ala Z I.Y la Z I es ygual a la.E T.Luego tambien.B C . es ygual a la. E T.y sõ parallelas, y juntan las la,B E. C T. y las lineas que juntan a lineas yguales y parallelas



son ellas tambiẽ yguales y parallelas(por la proposiciõ, 33) Luego.E B.T C.sõ yguales y parallelas.Es pues el parallelogramo.E B C T. ygual al parallelogrãmo . A B C D . porq

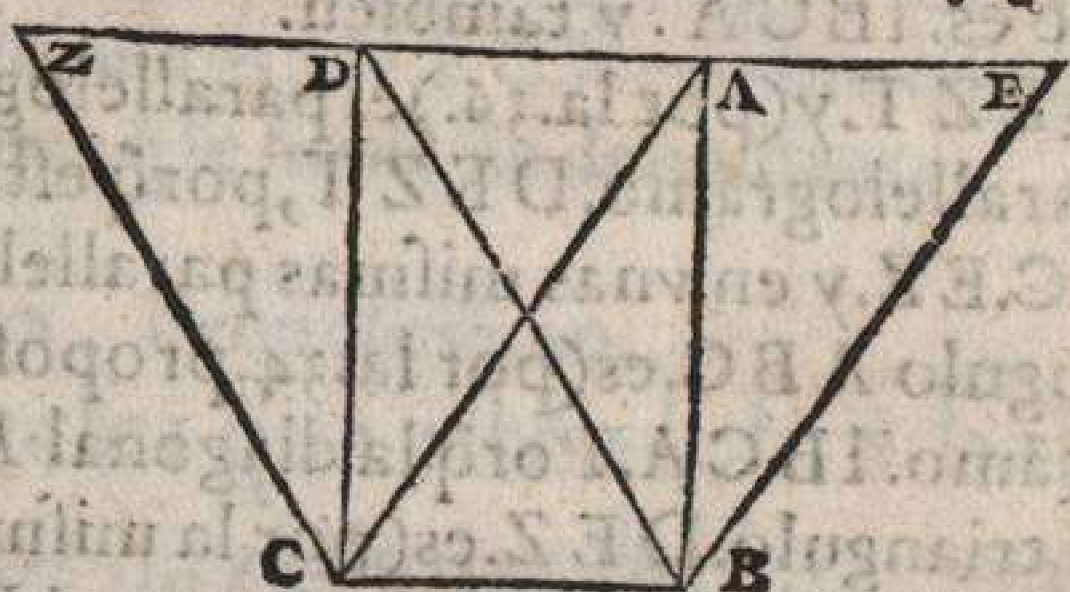
tiene

tiene la misma basis, esto es.B C.y en vnas mismas paralellas es a saber.B C.E T.y tambien por esto.E Z I T.es ygual a.E B C T,por lo qual el paralelogramo.A B C D.es ygual al parallelogramo.E Z I T.luego los parallelogramos que estã en yguales bases,y lo de mas que se sigue como en el theorema que era lo que se hauia de demostrar.

Theorema.27. Proposicion. 37.

¶Los triangulos que estã en vna misma basis y ẽvnas mismas paralelas:son yguales entre si.

Esten los triangulos.A B C.D B C.puestos en vna misma basis.B C.y ẽ las mismas lineas parallelas.A D.B C.digo que el triangulo.A B C.es ygual al triangulo.D B C. estienda se (por la.2.peticiõ) A D.de vna y otra parte asta en.E.Z.y por el puncto.B.tirese la linea B E.paralella a la.C A. (por la proposicion.31.)y por el puncto.C.tirese.C Z.(por la misma)q̃ sea parallela a la.BD. Son pues parallelogramos.E B C A D B C Z.(y por la.35.proposicion)es ygual el parallelogrãmo.E B C A.al paralelogrã mo.D B C Z.porque estan en vna misma basis.B C.y ẽlas mismas parallelas.B C.E Z.y el triangulo.A B C.es la mitad del parallelogrãmo.E B C A.(por la.34.proposicion)porq̃ la diagonal.A B.le diuide por medio,y el triangulo.D B C.es (por la misma)la mitad del parallelogrãmo.D B C Z.porq̃ la diagonal.D C.le diuide por medio y las cosas que son mitad de cosas yguales,entre si son yguales(por la.7,comun sentẽcia) luego el triangulo.A B C.es ygual al triangulo.DB C.Luego los triangulos que estã en vna mismas basis,y lo que se sigue como en el theorema q̃ era lo que se hauia de demostrar.

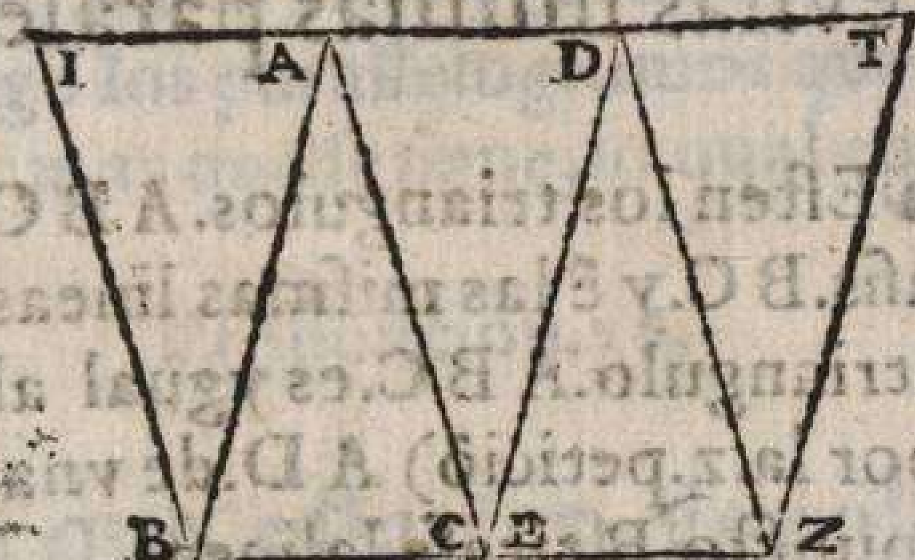


2009 Ministerio de Cultura

Theorema.28 Proposiciō.38.

¶Los triangulos que estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entresi

Esten los triangulos.A B C.D E Z.en bases yguales, es. es,en.B C.E Z.y en vnas mismas parallelas,es a saber .B Z. A D. Digo que el triangulo.A B C.es ygual al triangulo. E D Z. estienda se(por la.2.peticion)A D.de vna y otra parte asta ē I,T.ypor el puncto,B.tire se B I. parallela a la C A. (por la.31. proposicion) y porel puncto.Z.tirese.Z T parallela a la.D E (por la misma)luego parallelograma mo es. I B C A. y tambien.



D E Z T.y(por la.36.)el parallelogrãmo.I B C A. es ygual al parallelogrãmo.D E Z T,porq̄ estan ē yguales bases,esto es, B C.E Z.y en vnas mismas parallelas que son.B Z. I T.y el triangulo A B C.es(por la.34.proposicion)mitad del parallelogrãmo. I B C A.Porq la diagonal A B.le diuide por medio, y el triangulo.D E Z.es(por la misma)mitad del parallelogrãmo.D E Z T.Porque la diagonal D Z.le diuide por medio,y las cosas que son mitad de cosas yguales,son yguales entresi (por la.7.comun sentencia)luego el triãgulo.A B C. es ygual al triangulo.D E Z.Luego los triangulos q̄ estan en yguales bases y en vnas mismas parallelas son yguales entre si, q̄ conuino demostrarse.

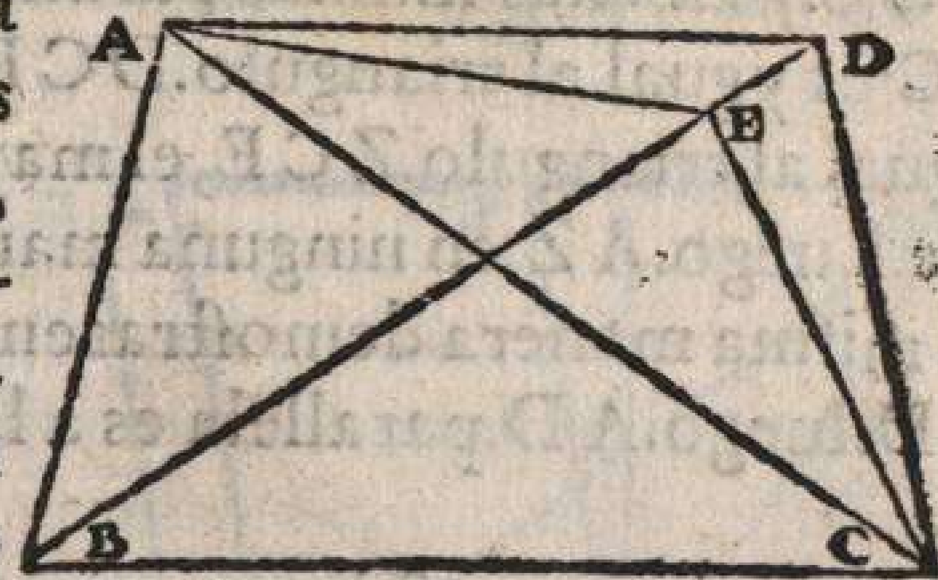
Theorema.29. Proposicion.39.

¶Los triangulos yguales que estan ē vna misma basis:y hacia vnas mismas partes estan en vnas mismas parallelas.

Esten

2009 Ministerio de Cultura

Esten los dos triãgulos yguales. A B C. D C B en la misma basis. B C. y hacia vna mismas partes. Digo que estan ẽ vnas mismas parallelas, Tirese la linea. A D. digo que, A D es parallela a la. B C, porq̃ sino, tire se por el punto, A, la linea. A E. paralela a la. B C. (por la proposicion. 3 1) y tirese. E C. luego el triangulo

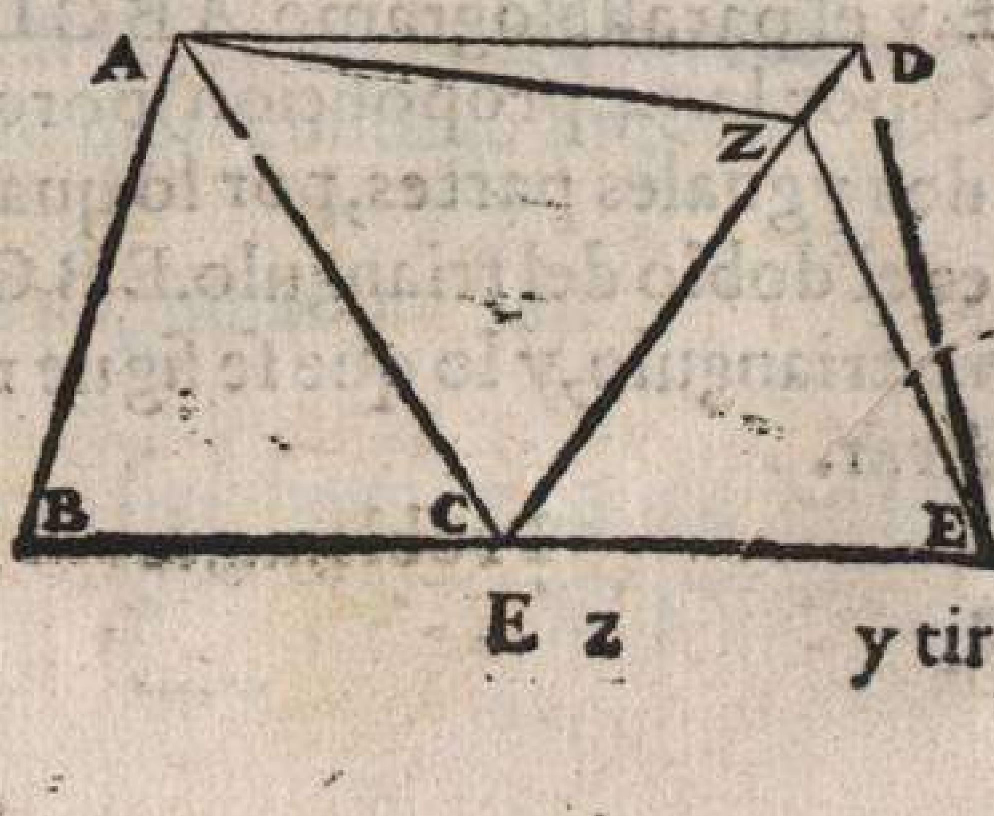


E B C. (por la. 37. proposicion) es ygual al triangulo. A B C. porque estanen vna misma basis. B C. y en vnas mismas parallelas. A E. B C. y el triangulo. D B C. es (por la supposicion) ygual al triangulo. A B C. luego el triangulo. D B C. es ygual al triangulo. E B C. conuiene saber el mayor al menor, que es impossible, luego. A E. en ninguna manera es paralella con la B C. De la misma manera demostraremos q̃ ningũa otra fuera de. A D. luego. A D. parallela es a la. B C. luego los triangulos yguales, y lo que se sigue q̃ se hauia de demostrar.

Theorema. 30 Propositiõ. 40.

Los triãgulos yguales que estan sobre basis yguales: y fabricados hazia vnas mismas partes, estan en vnas mismas parallelas.

Sean yguales los triangulos. A B C. C D E. esten en bases yguales que es en. B C. C E. y hacia las partes. A D. Digo que estan en vnas mismas parallelas tirese. A D, por la. 1. peticiõ, . Digo que. A D. es parallela a la. B E. Porque sino tirese por el pũcto. A. la linea. A Z. parallela a la B E. , por la. 31. proposiciõ,



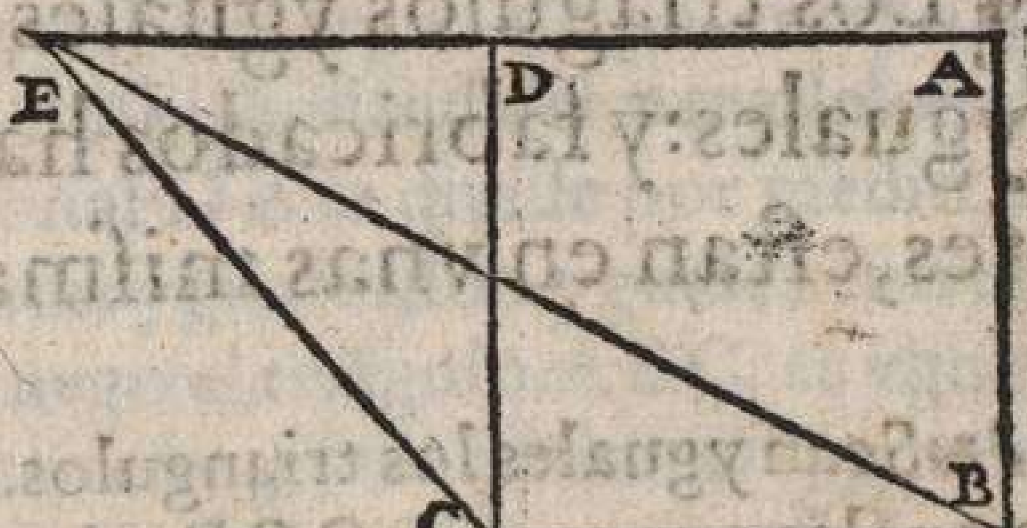
y tire

y tire se.Z E.luego el triangulo.A B C, es ygual al triangulo Z C E(por la.38)porq̃ estan en vnas mismas basis yguales . B C.C E.y en vnas mismas parallelas.B E.A Z.Y el triangulo.A B C·es ygual al triangulo.D C E.luego el triangulo.D C E.es ygual al triangulo.Z C E, el mayor al menor que es impossible.Luego.A Z.en ninguna manera es parallela a la.B E·y de la misma manera demostraremos que otra ningunafuera de A D.luego.A D.parallela es a la.B E.q̃ cōuenia demostrarse.

Theorema.31. Proposicion.41.

¶ Si vn parallelogramo y vn triangulo tuuieren vna misma basis: y estuuieren en vnas mismas parallelas: el parallelogrāmo sera el doblo del triangulo,

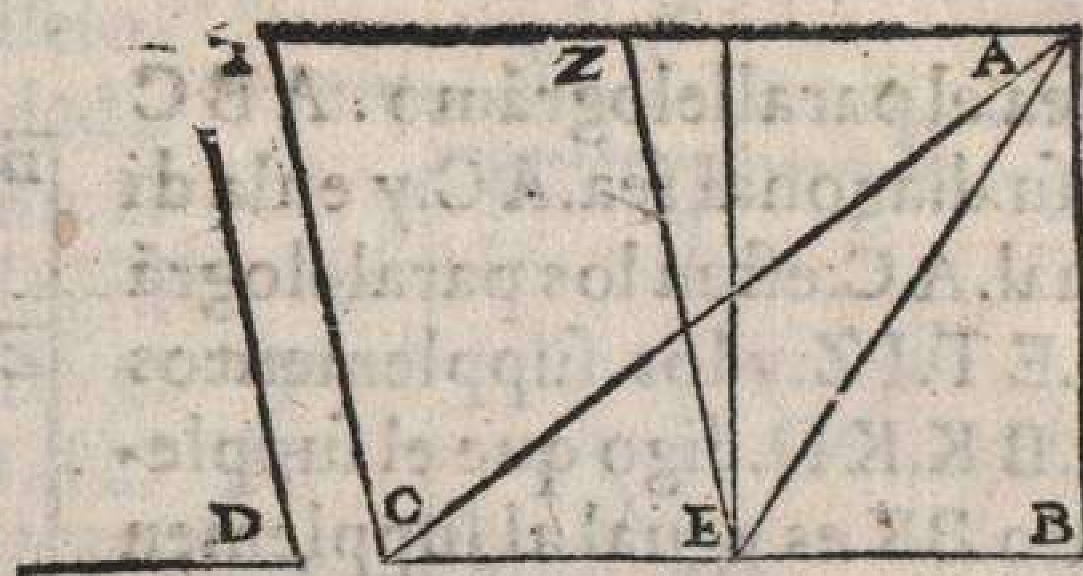
El parallelogrāmo.A B C D.y el triangulo.E B C.tengā la misma basis.B C.y esten en las mismas parallelas.B C.A E. Digo que el parallelogramo.A B C D.es el doblo del triangulo E B C.tirese(por la.1.peticion)la linea . A C. Luego el triangulo.A B C (por la 37)es ygual al triangulo. E B C. Porque estan en la misma basis.B C, y en las mismas parallelas. B C. A. E.y el parallelogramo.A B C D.es doblado al triangulo. AB C(por la.34.proposicion)porque la diagonal.A C.le diuide ē dos yguales partes,por lo qual el parallelogrāmo. A B C D. es el doblo del triangulo.E B C.luego si vn parallelogrāmo y vn triangulo,y lo que se sigue restante, que se auia de demostrar..



Problema.11. Proposiciō.42.

2009 Ministerio de Cultura

¶Sobre vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelográmo ygual a vn triangulo dado,



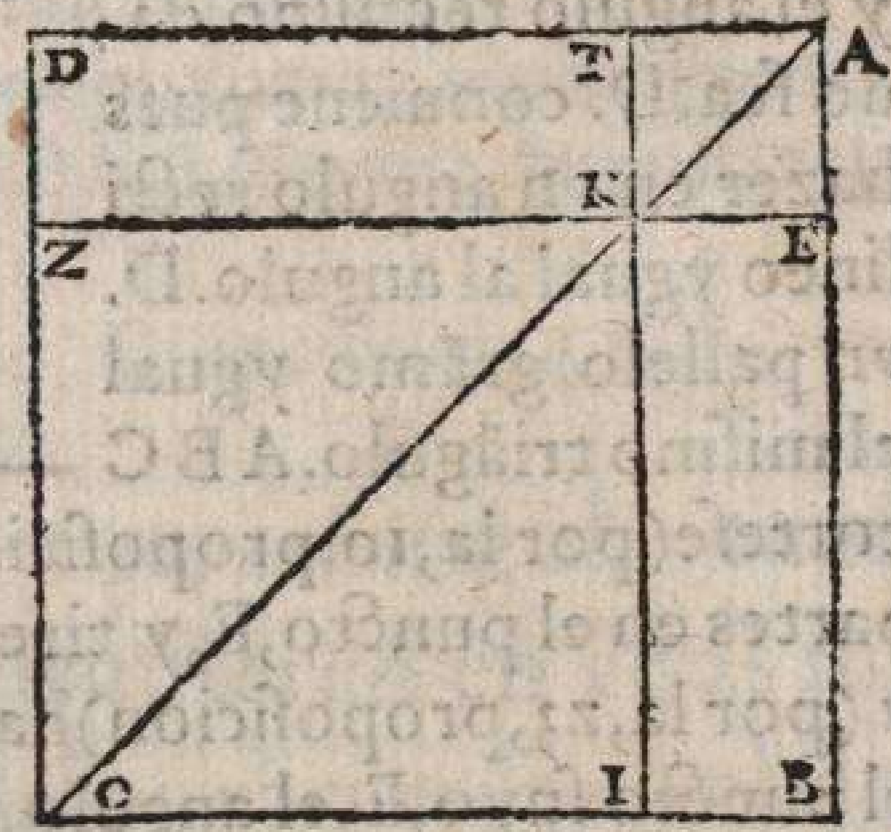
❧Sea el triãgulo.A B C y el angulo rectilino dado sea.D. conuiene pues hazer en vn angulo recti lineo ygual al angulo.D. vn pallelo grãmo ygual al mismo triãgulo.A B C cortese(por la,10.proposicion) la linea, B C, en dos yguales partes en el puncto,E,y tirese(por la,1,peticiõ)la linea, A E y (por la,23,proposicion)hagase sobre la linea recta, E C,en el puncto suyo,E,el angulo,C E Z,ygual al angulo,D,y (por la proposiciõ,31)por el puncto,A.tirese , A I,parallela a la, E C,y ,por la misma,por el puncto,C,tirese,C I,parallela ala iinea .E Z , Sera pues parallelogramo,Z E C I,y doblo del tri angulo,A E C,por la precedente,y porq̃ es ygual,B E,a la , E C,el triangulo,A B E,por la,38,es ygual al triangulo , A E C, porq̃ estan ẽ las bases yguales.B E,E C,y enlas mismas para- llelas,B C,A I,luego el triangulo,A B C,es el doblo del trian gulo,A E C,Y porq̃ el parallelogrãmo,E C I Z,y el triangulo A EC,estã sobre vna misma basis,E C, y entre vnasmismas pa rallelas,EC,A I,es doblado el parallelogrãmo,E C I Z,al triã gulo,A E C,por la precedente)Luego el parallelogrãmo . Z E C I.es ygual al mismo triangulo.A B C.y tiene el angulo. C E Z.ygual al angulo dado·D,Luego diose el parallelogrãmo Z E C I. ygual al triangulo.A B C.sobre el angulo rectilineo. CEZ.q̃ es ygual al angulo.D.lo qual conuino hazerse.

Theorema.32. Proposicion. 43.

¶Sõ yguales entre si los suplemẽtos de aq̃llos

2009 Ministerio de Cultura

parallelogramos que estan en la diagonal de todo parallelogrāmo,



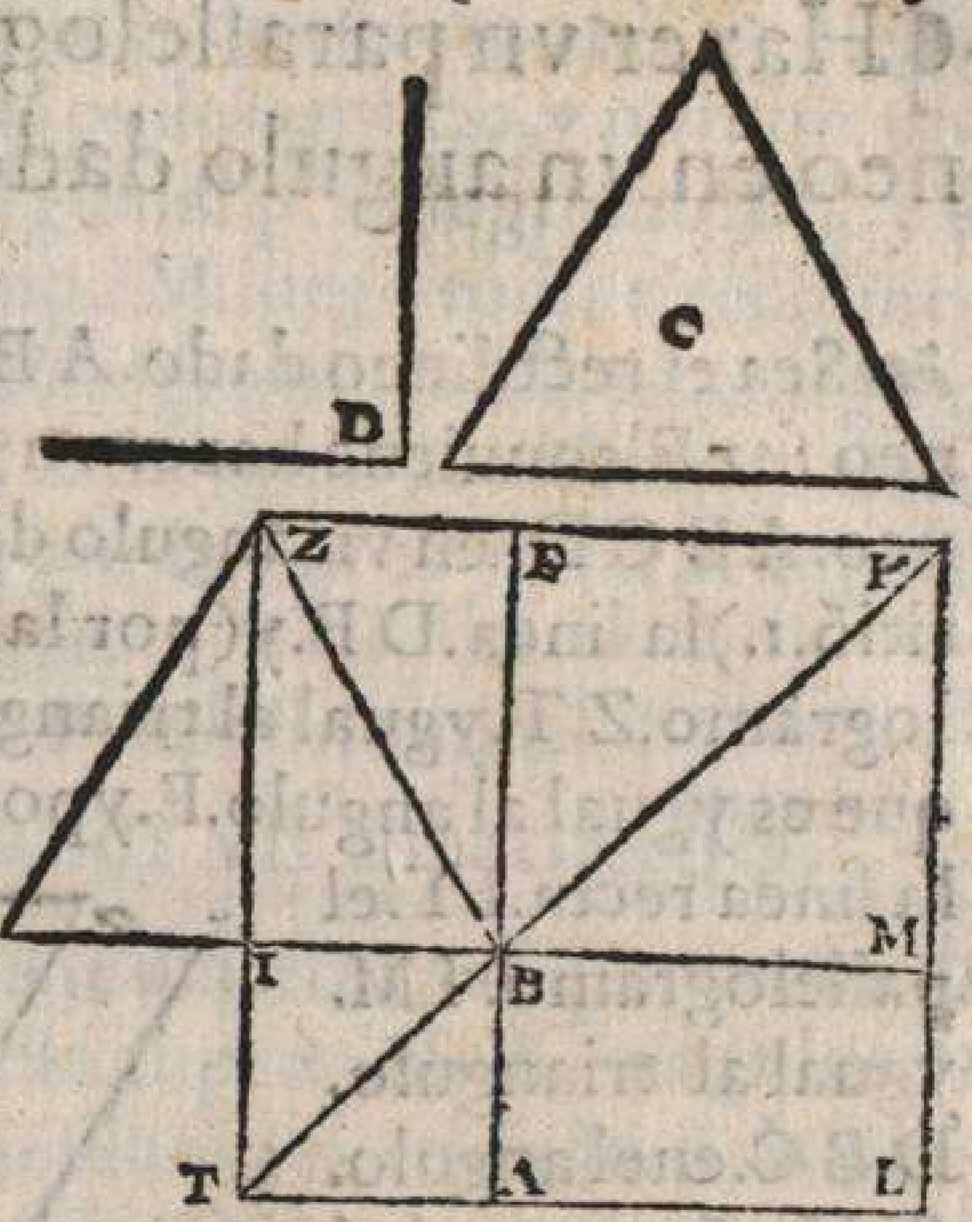
❧Sea el parallelogrāmo . A B C D.y su diagonal sea.A C.y enla diagonal. A C.esten los paralelogrāmos.E T.I Z.y los supplementos sean.B K.K D.digo que el supplemento.BK es ygual al supplemento,K D.Pues porq̄ es el parallelogrāmo.A B C D.y su diagonal . A C el triangulo.A B C (por la. 34. proposiciō)es ygual al triangulo A D C.Itē porq̄.A E K T.es parallelogrāmo y su diagonal es.A K.Luego el triangnlo. A E K. es por la misma,ygual al triangulo.A T K.y por esto tambiē el triangulo.K Z C.es ygual al triāgulo.K I C.yporque el triāgulo.A E K.es ygual al triangulo.A T K.y el triangulo.K Z C es ygual al triangulo.K I C.Luegolos triangulos.A E K.K I C son yguales a los triangulos.A T K.K Z C.Y todo el triāgulo A B C.es ygual a todo el triangulo. A D C . Luego el supplemento.B K.que resta(por la.3.comun sentencia) es ygual al supplemento.K D.q̄ resta.Luego son yguales entre si los supplementos de aquellos parallelogrāmos q̄ estan en la diagonal de todo parallelogrāmo.Lo qual conuino demostrar.

Problema. 12. Proposicion. 44.

¶Sobre vna linea recta dada en vn angulo dado rectilineo hazer vn parallelogrāmo ygual a vn triangulo dado,

Sea

2009 Ministerio de Cultura



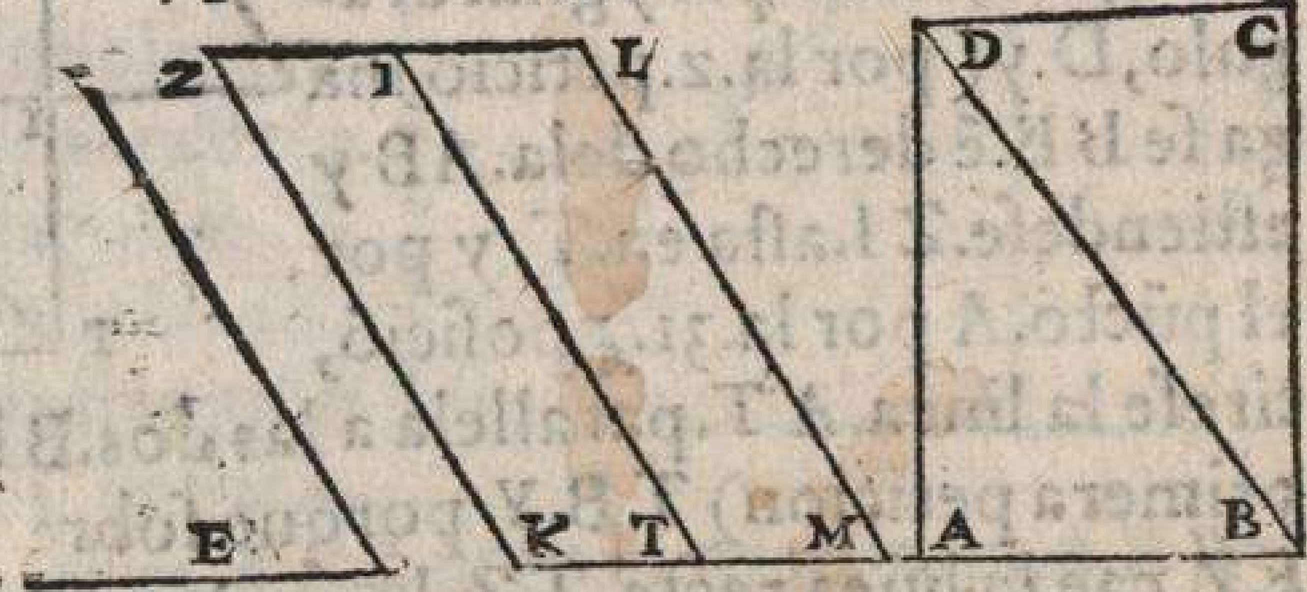
Sea. A B. la linea rectadada y sea. C. el triãgulo dado, pero el angulo dado rectilineo sea. D. cõuiene pues sobre la linea recta. A B. hacer vn parellelogrãmo ygual al triãgulo dado C. ẽ vn ãgulo ygual al ãgulo. D Hagase (por la. 42) el palelogrã mo. B E Z I. ygual al triãgulo. C eñl ãgulo, E B I. q̃ es ygual al ãgulo, D. y (por la. 2. peticiõ) haga se B E. ẽ derecho dela. A B. y estiendese. Z I. asta en. T. y por el pũcto. A por la. 31. ꝓposiciõ, tirese la linea. A T. parallela a las dos. B I. E Z. y tirese (por la primera peticion) T B. Y porque sobre las parallelas. A T, E Z. cae la linea recta, T Z, luego los angulos, A T Z, T Z E, (por la. 29. proposicion) son yguales a dos rectos, y los angulos. B T I. I Z E. son menores q̃ dos rectos, y las lineas q̃ haziẽdo menores que dos rectos, se estiẽden en infinito concurren (por la. 5. peticiõ) Luego las. T B. Z E. estẽdidas en infinito cõcurrã, Estiendanse pues y concurran en. K. y, por la proposicion. 31. por el pũcto. K. tirese K L. parallela a las dos. E A. Z T y estiendãse, por la. 2. peticiõ las lineas. T A. I B. asta en los pũctos. L. M. luego es parallelogrãmo. T L K Z. y su diagonal es K T. y ẽ la misma diagonal. K T. estã los parallelogrãmos. A I M E. y los supplemẽtos son. L B. B Z. Luego, por la. 43. L B. es ygual A B Z. y B Z, por la. 42. es ygual al triãgulo. C. luego tãbiẽ. L B. es ygual al triãgulo. C. y porq̃ el angulo. I B E. por la. 15. es ygual al angulo. A B M, y el angulo. I B E. es ygual al angulo. D. luego el angulo A B M. es ygual al mismo. D. Luego sobre la linea recta dada. A B. esta hecho el pallelogrãmo. A M. ygual al triãgulo dado. C. enel angulo. A B M. que es ygual al angulo. D. lo qual conuino hazerse.

Problema. 13. Proposicion. 45.

2009 Ministerio de Cultura

¶Hazer vn parallelográmo ygual a vn rectili neo en vn angulo dado rectilineo.

Sea el rectilineo dado.A B C D. y el angulo dado rectili neo sea.E.conuiene hazer vn pallelogrāmo ygual al rectili- neo.A B C D. en vn angulo dado rectilineo,tirese (por la pe titiō.1.)la linea.D B.y(por la proposiciō.4 2.)hagase el palle logrāmo.Z T.ygual al triangulo.A B D.enel angulo.I T K. que es ygual al angulo.E.ypor la.4 4.ꝑposiciō, haga se sobre la linea recta.I T.el pallelogrāmo. I M. ygual al triangulo. D B C.enel angulo. T I L.q̄ es ygual al angulo.E. yporque al angulo. E es ygu al el angulo.I T K.y el angulo.I T L.luego el angulo.I T K es ygual al angulo.T I L.pongase comū el āgulo.M T I.luego los angulos.L I T.I T M.son yguales a los angulos.K T I.I T M.y los angulos.L I T.I T .M sonpor la.29.yguales a dos re ctos,luego los angulos.K T I.I T M.son yguales adosrectos luego desde vna linea recta.I T(por la.14.proposiciō) y des- de vnpunto enella.T estan lasdos lineas rectas.K T .T M no azia vnas mismas partes que hacen de vna y otra parte an- gulos yguales a dos rectos.Luegoen vna linearecta esta.K T con.T M.y porque sobre las pallelas.K M. Z I.cae la linea re cta.T I.son yguales entresi porla.29.proposiciciō,los āgulos alternos.M T I.T I Z.pongase comun elangulo.T I L.luego los angulos.M T I.T I L.son yguales alos angulos.T I Z. T I L.y los angulos.M T I.T I L.por la misma,sonyguales a dos rectos,luego en derecho esta la linea.Z I.dela linea.IL.y por que.K Z.(por la.34)es ygual y palela ala.T I.y la.M L.ala T I luego por la.1.comū sentēcia.Z K.es ygual ala.M L.y pallela por la.30 ꝑposiciō. Y jūtā las las dos lin eas rectas.K M.Z L. luego



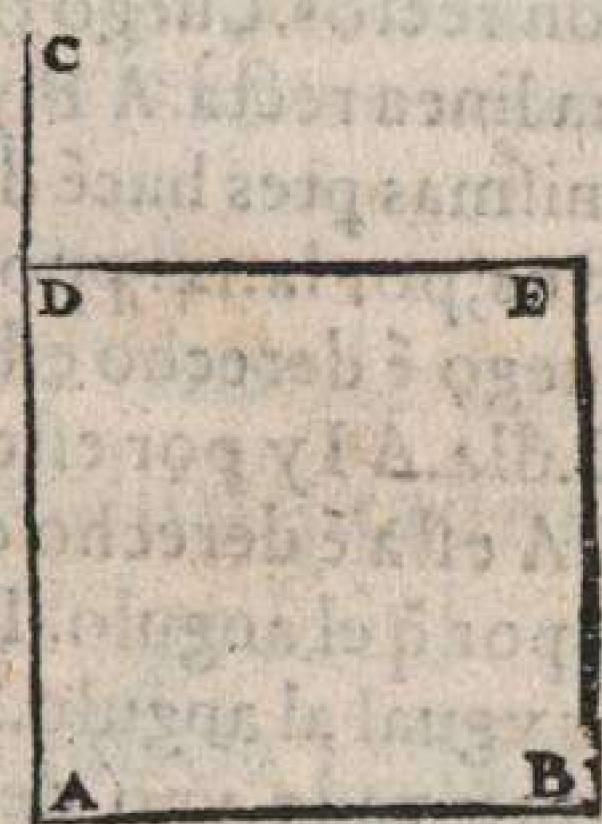
2009 Ministerio de Cultura

luego las lineas.K M.Z L.(por la proposicion.33.)son yguales y palelas.luego.K Z.L M.es pallelogramo,y porque(por la.42.)el triangulo.A B D.es ygualal pallelogramo.Z T.y el triãgulo.D B C.al pallelogramo.IM.luego todo elrectilineo A B C D.es ygual a todo el pallelogramo.K Z L M.Luego esta hecho el pallelogrãmo.K Z L M.ygual al rectilineo dado A B C D.enel angulo. KML.q̃ por la. 34. es ygual al angulo dado.E.lo qual conuino hazerse.

Problema 14. Proposicion.46

¶De vna linea recta hazer vn quadrado.

¶Sea la linea recta.A B.conuiene describir vn quadrado de la linea recta.A B.saquese,por la.11.proposiciõ,ẽ angulos rectos sobre la linea recta.A B.desde el punto dado.A.la linea A C.y cortese (por la.3.proposicion) la linea.A D.ygual ala.A B.y (por la proposiciõ.31)porel punto.D.tirese.D E.pallela ala.A B.y por la misma, por el punto.B.tiresse.B E.palela ala.A D.luego es pallelogramo.A D E B.luego esygual la A B.ala.D E.y la A D.ala.B E.por la. 34 y la.A B.es tambien ygual ala.A D. luego las quatro.A B.A D.D E.E B.son entresi yguales luego el pallelogramo.A D E B.es equilatero.



Digo que tambiẽ es rectangulo , porque ẽ las pallelas.A B.D E.cae la linea recta.A D.luego los angulos.B A D.A D E.por la proposiciõ,29.son yguales a dos rectos,y el angulo.B A D.es recto.luego el angulo.A DE.tambien es recto,y los lados y los angulos opuestos de los espacios palelogramos sonyguales entre si(por la.34.proposiciõ luego los angulos contrarios.A B E.B E D. ãbos tambiẽ son rectos.luego.A B E D.es rectangulo,y esta demostrado que tambien equilatero,luego es quadrado,y hecho dela linea. A B.que conuino hazerse.

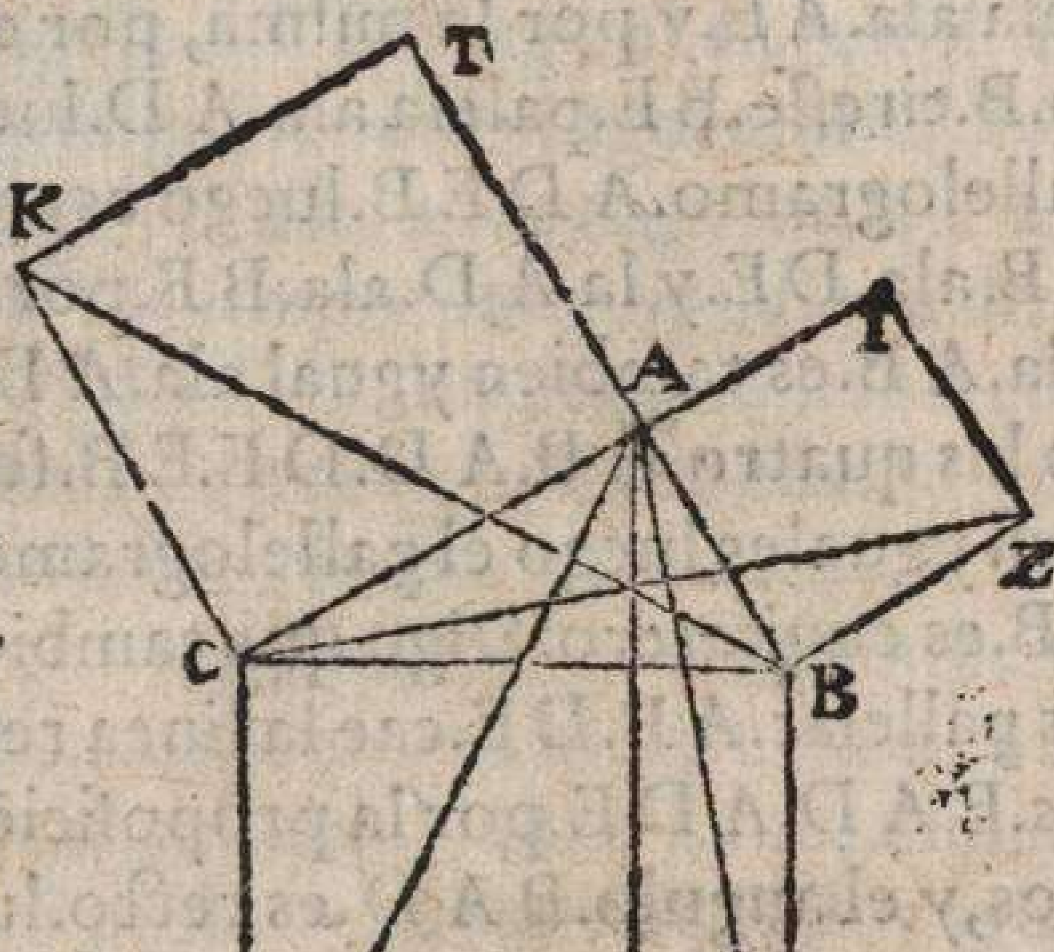
Theorema.33. Propositio. 47.

En los

2009 Ministerio de Cultura

¶En los triangulos rectangulos el quadrado que es hecho de el ladoq̃ esta opuesto al angulo recto es ygual a los dos quadradosq̃ son hechos de los lados q̃ cõtienen el angulo recto,

❧Sea el triangulo rectãgulo. A B C.q̃ tenga recto el angulo B A C.digo que el quadrado q̃ es hecho del lado.BC.esygual a los quadrados q̃ se hazen de B A.y de.A C.Describase, por la.46.dela.B C.el quadrado.B D C E,y por la misma, de la B A.y dela, A C.los quadrados.A B Z I.A C K T.y por el pũto A.tirese.A L.parallela cõ la.B D.C E,por la proposiciõ.31,y por la.1.peticiõ tirese A D.C Z.yporq̃ los ãgulos.B A C.B AI son rectos.Luego tiradas dos lineas rectas.A C.A I.desde vna linea recta.A B.y desde vn pũcto en ella.A. no hacia vnas mismas ptes hacẽ de vna y otra pte ãgulos yguales a dos rectos,por la.14.pposiciõ) luego ẽ derecho esta la.A C.d̃la.A I y por esto tãbiẽ BA esta ẽ derecho de.AT y por q̃ el angulo. D B C. es ygual al angulo.ZB A. porq̃ cada vno dellos es recto:põgase comũ el angulo A B C. Luego todo D B A es ygual a todo el angulo Z B C. y porq̃ las dos.A B.B D.son yguales a las dos B Z.B C.la vna a la otra,y el ãgulo. D B A es ygual al angulo.Z B C.



luego la basis, A D,por la.4.pposiciõ,es ygual a la basis.Z C. y el triangulo.A B D.al triangulo.Z B C.es tãbien ygual.Y el parallelogramo.BL,por la.41,es doblo del triangulo.A B D

por

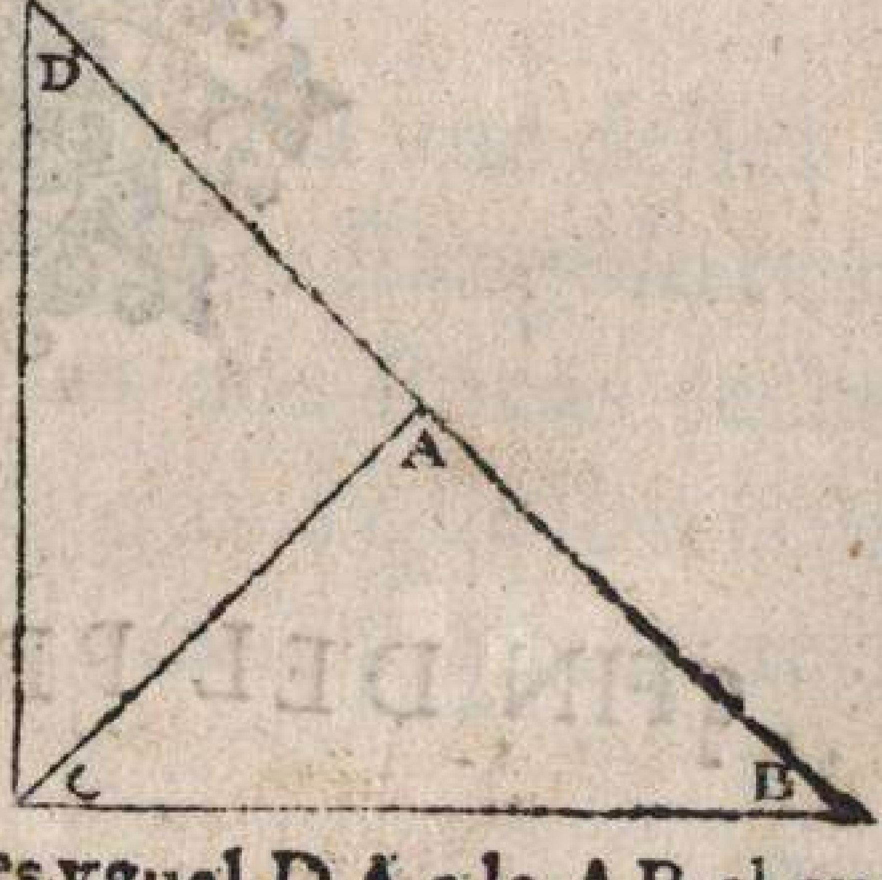
2009 Ministerio de Cultura

porq̃ tiene vna miſma baſis q̃ es. B D . y eſta en vnas miſmas parallelas, es a ſaber.D B.A L.y tãbiẽ el quadrado·I B.por la miſma,es doblo del triãgulo.Z B C.porq̃ tiene la miſma baſis q̃ es.B Z.y eſta en vnas miſmas parallelas,es a ſaber.Z B. I C. y las coſas q̃ ſon doblo de coſas yguales,por la.6.comun ſentẽcia,entre ſi ſon yguales,Luego el parallelogrãmo.B L. es ygual al quadrado.I B.Semejãtemente ſi,por la.1.peticion , ſe tirã.A E.B K.ſe demoſtrara el parallelogrãmo.C L.ſer ygual al quadrado,T C, Luego todo el quadrado.B D E C,es ygual a los dos quadrados,I B ,T C, Y el quadrado,B D E C, es hecho de la,B C,y los quadrados,I B,C T,ſon hechos de la,B A A C, Luego el quadrado q̃ de el lado.B C . ſe hizo es ygual a los quadrados q̃ ſon hechos de los lados,B A,A C , luego en los triangulos rectangulos el quadrado q̃ es hecho del lado q̃ eſta oppueſto al angulo recto y lo que mas ſe ſigue como ẽ el theorema,que ſe hauia de demoſtrar,

Theorema.34. Propoſicion.48.

¶Si el quadrado que es hecho de vno de los lados del triãgulo fuere ygual a aq̃llos quadrados que de los demas lados del triãgulo: el angulo comprehendido de los dos lados reſtantes del triangulo, ſera recto.

El quadrado que es hecho del vn lado.B C.del triangnlo. A B C. ſea ygual a aq̃llos quadrados que ſon hechos de los lados.B A. A C.digo que el angulo.B A C . es recto . Saqueſe (por la.11.propoſitiõ)deſde el puncto. A. la. A D. en angulos rectos con la linea recta . A C. y(por la.3.propoſicion) pongaſe.A D.ygual a la. A B,y(por la .1.peticiõ)tire ſe.D C.y porque



es ygual.D A.a la.A B.el quadrado

2009 Ministerio de Cultura

drado que es hecho de. D A. es ygual al quadrado de la. A B. pongaſe comun el quadrado dela. A C. Luego los quadrados dela. D A. y de la. A C. ſon yguales a los quadrados dela. B A. y de la. A C. y (por la precedente) a los quadrados dela. D A. y de la. A C. es ygual el quadrado dela. D C. porque es recto el angulo. D A C. y a los quadrados dela. A B. y dela. A C (por la ſuppoſiciõ) es ygual el quadrado dela. B C. porque eſto aſſi ſe admitio. Luego el quadrado de la. D C. es ygual al quadrado de la. B C. por lo qual el lado. D C. es ygual al lado. B C. Y porque. A D. es ygual a la, A B. y comun la. A C. luego las dos D A, A C. ſon yguales a los dos. B A. A C. y la baſis. B C. a la baſis. D C. es ygual. Luego el angulo. D A C (por la octaua propoſicion) es ygual al angulo. B A C, y el angulo. D A C. es recto, luego tãbien el angulo B A C. es recto, Luego ſi el quadrado que es hecho de vno de los lados dos del triãgulo, fuere ygual a aquellos quadrados q̃ de los de mas lados del triangulo, el angulo cõprehendido delos dos lados reſtantes del triangulo, ſera recto, que ſe auia de demoſtrar.

(.:.)

FIN DEL PRIMER LIBRO.

2009 Ministerio de Cultura

LIBRO SEGVNDO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho, Griego.

Parallelográmo rectangulo.

¶Todo parallelográmo rectangulo se dize estar contenido debajo de las dos lineas rectas que comprehenden el angulo recto.

Que sea gnomon,

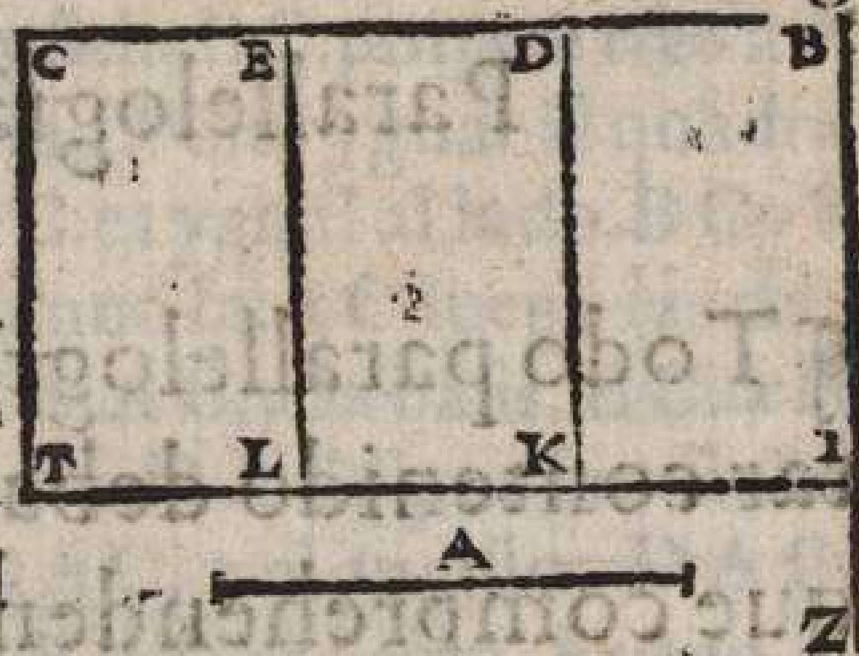
¶Cada vno de aquellos parallelográmos de todo parallelográmo que está en la diagonal suya: có los dos supplemétos se llama gnomō

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶Si fueren dos lineas rectas: y la vna dellas se cortare en algunas partes, el rectangulo comprehendido debajo de las dos lineas rectas es ygual a aquellos rectangulos que son comprehédidos de ella no cortada y qualquiera parte.

2009 Ministerio de Cultura

Sean las dos lineas rectas. A. y la. B C. y corte se la vna dellas. B C. como quiera, esto es, enlos pũtos. D. E. digo que elrectangulo cõprehendido dela. A. y dela. B C. es ygual al rectangulo cõprehendido dela. A. y dela. B D. y a a quel que dela. A. y de la. D E, y tambien a aquel que dela. A. y de la. E C. Porq̃, (por la. 11. proposicion del. 1) saquese desde. B. la. B Z. en angulos rectos con la. B C. (y por la. 3. del. 1.) põgase tambien la. B I. ygual a la. A. y por. I. tirese lalinea. I T. parallela a la. B C (por la. 31. del primero y (por la misma) por los punctos. D. E, C. tirense a la. B I. las parallelas. D K, EL. CT. espues ygual BT. al. B K. D L. E T. y el. B T. es ygual al que de. A. y dela. B C· Porque es comprehendido dela I B. y de la, B C. y es ygual. B I. a la. A. y B K. es ygualal que de la. A. y dela. B D. porque es comprehendido de la. B I. y de la B D. y es ygual. B I. a la. A. Pero. D L. es ygual al que de la. A. y dela. D E. porque. D K, esto es, B I. es ygual a la. A. Y de mas desto dela misma manera. E T. es ygual al que de la. A. y de la E C. Luego el que es comprehendido de la. A, y de la. B C. es ygual al que dela. A. y dela. B D. y al que dela. A. y de la. E D. y tambien a aquel que dela. A, y dela. E C. Luego si fuerẽ dos lineas rectas y la vna de ellas se cortare, y lo que de mas se sigue, que se hauia de demostrar.

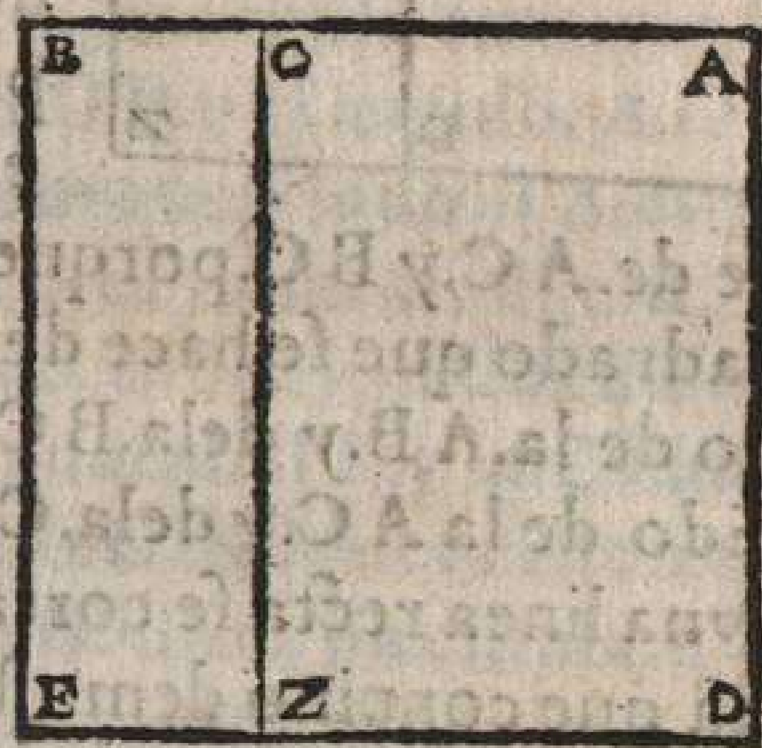


Theorema. 2. Proposicion. 2.

¶ Si vna linea recta se cortare como quiera: los rectangulos que de toda ella y qualquiera de sus partes son comprehendidos: son yguales a aquel quadrado que es de toda ella.

2009 Ministerio de Cultura

❧ Cortese la linea recta. A B. como quiera enel punto. C. Digo que el rectangulo comprehendido de. A B. B C. con el rectangulo contenido de la. B A. A C. es ygual al quadrado de la. A B. Describase (por la. 46. del. 1.) dela A B. el quadrado. A D E B. y saquese (por la. 31. del 1.) por el puncto. C. la C Z. paralela a las dos. A D. B E. Es pues ygual. A E. con. A Z. y con. C E. y. A E. es el quadrado dela A B y A Z. el rectangulo contenido de la. B A. y dela. A C. porque es comprehendido de la. D A. y de la. A C. y es ygual. A D. ala. A B. y C E. a aquel que de. A B. B C. porque es ygual. B E. a la. A B. Luego el que de. B A. A C. con aquel que de. A B. B C. es ygual al quadrado que de. A B. Luego si vna linea recta. Y lo que de mas se sigue como enel theorema, lo qual conuino demostrar.

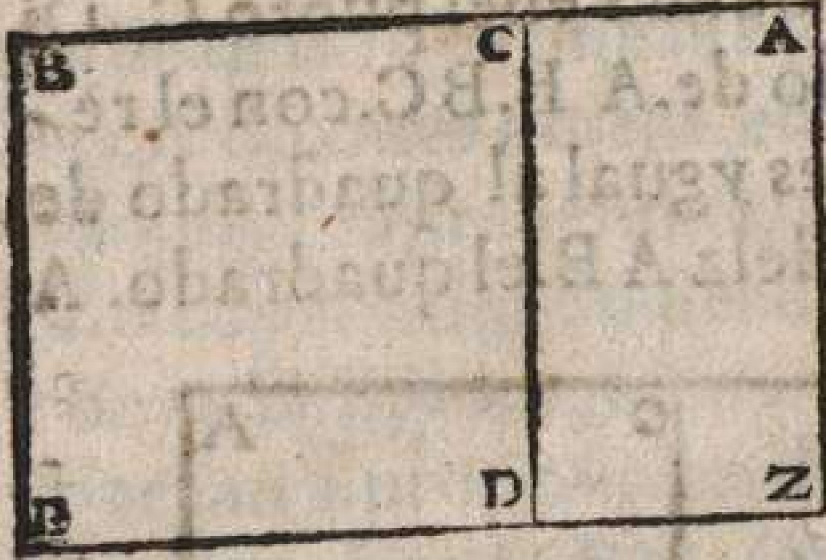


Theorema. 3. Proposicion. 3.

¶ Si vna linea recta se corta comoquiera el rectangulo comprehendido de ella toda: y de vna de sus partes es ygual al rectangulo comprehendido de sus partes y a aquel quadrado que se hace dela dicha parte,

¶ Cortese la linea recta. A B. comoquiera en el puncto. C. digo que el rectangulo comprehendido dela A B. y de la. B C es ygual al rectangulo comprehendido de la. A C. y de la C B. con el quadrado que se haze de la. B C. Describase (por la. 46. del. 1.) el quadrado dela. B C. que sea. C D E B. y estiendase. E D. asta en. Z (por la. 2. peticion. y por el puncto. A. tire se, por

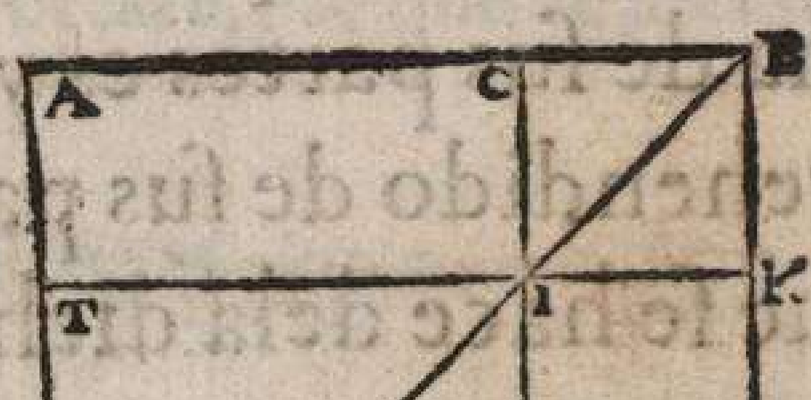
2009 Ministerio de Cultura



se(por la.31.del.1.la. A Z.parallela a las dos C D,B E.Es pues aora ygual. A E.a los dos. A D. CE.y A E. es el rectangulo comprehendido de. A B.y B C. porque se comprehende de la. A B.y de la.B E. y es ygual a la.B C.la.B E.y A D. es el que de.A C.y B C.porque es ygual. D C.a la.C B.y D B.es el quadrado que se hace de la.C B. Luego el rectangulo contenido de la.A B.y dela.B C. es ygual al rectangulo comprehendido de la A C.y dela.C B. cō el quadrado de la.B C.Luego si vna linea recta se corta,y lo demas que se sigue enel theorema que conuino demostrarse.

Theorema.4. Proposicion.4.

¶ Si vna linea recta se corta como quiera, el quadrado que es hecho de ella toda es ygual a los quadrados que se hacē de sus partes: y a aquel rectangulo que dos vezes se comprehē de debajo de sus partes.



Corte se la linea recta.A B.en el puncto.C.como quiera, Digo que el quadrado dela. A B. es ygual a los quadrados que se hazen dela.A C.y de la.B C. Y al rectangulo que dos vezes es contenido dela.A C.y dela.C B. Describase(por la.46.del.1) el quadrado.A D E B.dela linea.A B.y tirese.B D.Y (por la.31.del.1)por el puncto.C.tirese la linea.Z C parallela a ambas,A D,B E.que diuide a la diagonal,B,D,en el puncto ſe.B D.y(por la.treynta y vnadel. 1,) por el punto ,C,tireſe la linea.Z D.pallela a ambas.A D.B E.que diuidida ala diagonal.B D.enel pũto.I,y(por la miſma)por.I.tireſe.T K.pallela a ambas.A B.D E.y porque.Z C.es palela ala. A D.y ſobre ellas cae.B D.(por la.29.del. 1.)el angulo exterior.C I B es ygual al interior y oppueſto.A D B.y el angulo. A D B. es ygual al .A B D.,por la.5.del.1.porqueel lado.B A.es ygual al lado.A D.luego el angulo.C I B.es ygual al angulo . I B C por lo qual(porla.6.del.1.)el lado.B C es ygual al lado. C I. y.C B.por la.34.del primero es ygual ala.I K.y la.C I.ala KB luego la.I K.es ygual ala.K B.luego.C IKB.esequilatero.. Digo que tanbiẽ es rectangulo porq̃ la.C I.es palela ala.B K . y cae ſobre ellas la linea.B C.luego los angulos . K B C. I C B. (porla.29.del.1.)ſon yguales a dos rectos y el angulo.K BC, es recto,luego tambiẽ es recto el angulo.B C I. por lo qual. (por la.34.del. 1,)tambien los angulos oppueſtos.C I K.I KB ſon rectos.Luego.C B K I.es retangulo:y eſta demoſtrado q̃ tambien es equilatero,luego es quadr ado,Y es dela. B C. Y por eſto miſmo tambien.T Z.es quadrado y es dela.T I.eſto es dela.A C.por lo qual los quadrados.T Z .C K.ſon delas lineas.A C.CB.y porque.A I.es ygual a.I E.y.A I.es el que dela A C.y dela.C B.porque.I C.esygual ala.C B.luego.I E.(porla 43.del. 1.)es ygual al que es dela.A C.y dela.C B.luego.A I.I E.ſon yguales al q̃ es dosvezes dela.A C.y dela CB.y los quadrados.TZ.CK.ſon dela.A C.y dela.CB.Por loq̃l los quatro A I.B I.T Z.I E.ſon yguales alos quadrados que ſe hazen de la.A C.y dela.C B.y aquel rectãgulo que dos vezes es hecho dela.A C.y dela.B C.y el.T Z.I A.C K.I E.ſon todo. A D E B. ques el quadrado hecho dela.A B.luego el quadrado q̃ es hecho dela.A B.es ygual alos quadrados que ſehazen dela.A C y dela.C B.y al rectãgulo que dos vezes es comprehẽdidode baxo de.A C.y dela.C B.Luego ſi vna linea recta ſe corta como quiera el quadrado que es hecho de ella toda,es ygual a los quadrados que ſe hacen de ſus ptes y a aquel rectãgulo que dos vezes ſe comprehende debaxo de ſus partes.

2009 Ministerio de Cultura

¶De otra manera de moſtrar lo miſmo

Digo q̃ el qnadrado. A B. es ygual a aquellos quadrados q̃ ſe hacen dela. A C. y de la. C B, y a aquel rectangulo que dos vezes es cõprehendido debajo dela. A C. y dela. C B. Porq̃ en la miſma deſcription, porq̃ es ygual. A B. a la. A D. es ygual el angulo. A B D. al angulo. A D B (por la. 5. del. 1.) Y porque de todo triangulo los tres angulos ſon, por la. 32. del. 1. yguales a dos rectos. los tres angulos. A D B. D B A. B A D. del triangulo. A B D. ſon yguales a dos rectos por la miſma. Y el angulo B A D. es recto, Luego los otros angulos. A B D. A D B. ſon yguales a vn recto. Y ſon yguales el vno al otro. Luego cada vno de los dos. A B D. A D B. es la mitad de recto. Y el angulo B C I. es recto, porque es ygual al angulo, A. opueſto, por la veynte y nueue del primero. Luego el angulo. C I B. que reſta es la mitad de recto, Luego el angulo. C I B. es ygual al angulo. C B I. por lo qual tambien el lado. B C. es ygual a C I. B C. es ygual a. I K. y. C I. a la. B K. es tambien ygual, por la 34. d̃l. 1. Luego equilatero es. C K. y tiene el angulo. C B K. recto. Luego. C K, es quadrado, Y es dela, B, C, y por eſto miſmo tãbien. T Z, es quadrado. Y ygual al que de la. A C. luego. C K T Z, ſon quadrados y ſon yguales a aq̃llos quadrados que ſe hazen dela. A C. y dela. C B, Y porque. A I. es ygual al. E I, y A I es ygual al que dela: A C, y dela. C B. Porq̃. I C. es ygual a la. C B. Luego tãbien. E I. es ygual al que es hecho dela. A C. y dela C B. luego. A I. E I. ſon yguales al que dos vezes es hecho de la. A C, y dela, C B, y, C K, T Z, ſon yguales a los quadrados q̃ ſon hechos dela. A C. y dela. C B. Luego. C K. T Z. A I, I E ſon yguales a aquellos que ſon hechos dela, A C, y de la. C B. y a aquel que dos veces eſta debajo de. A C. y de. C B. y el. C K. T Z. A I. I E. ſon todo el quadrado que es hecho dela. A B. luego el quadrado que ſe hace dela. A B, es ygual a los quadrados que ſe hacen dela, A C. y dela, C B. y a aquel rectangulo que dos veces es comprehẽdido debajo dela, A C, y dela. B C, Lo qual conuino demoſtrarſe

Corolario, o illacion.

De aqui

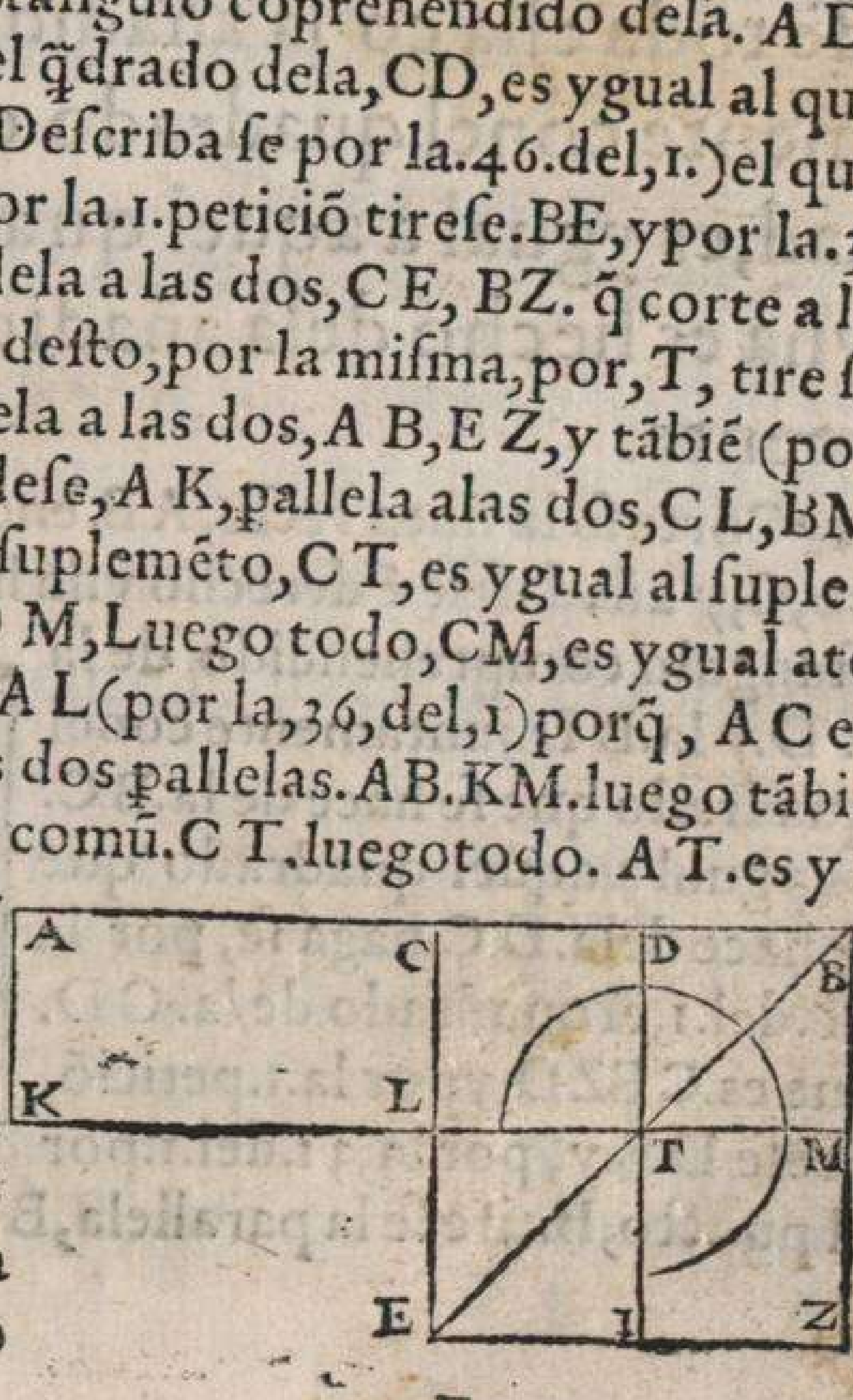
2009 Ministerio de Cultura

¶De aqui es manifiesto q̃ en los espacios quadrados, los parallelográmos que estan en la diagonal son quadradas,

Theorema. 5. Proposicion. 5.

¶Si vna linea recta se corta en partes yguales y en desiguales el rectangulo que se comprehende delas partes desiguales de ella toda, iũtamente con el quadrado dela parte de ẽ medio delas diuisiones es ygual al quadrado que es hecho dela mitad,

Cortese la linea recta. A B, en partes yguales en, C, y ẽ desiguales en, D. digo q̃ el rectangulo cõprehendido dela. A D, y dela, D B, iuntamẽte cõ el q̃drado dela, CD, es ygual al quadrado q̃ se hace dela, C B (Describa se por la. 46. del, 1.) el quadrado, CEZB: dela, CB. y por la. 1. peticiõ tirese. BE, y por la. 31 del, 1, por. D. tirese, D l. pallela a las dos, C E, BZ. q̃ corte a la B E. enl pũcto, T, Y demas desto, por la misma, por, T, tire se K M, ygual a la, A B, y pallela a las dos, A B, E Z, y tãbiẽ (por la misma) por el pũcto. A, dese, A K, pallela alas dos, C L, BM y porq̃ (por la, 43, del, 1) el suplemẽto, C T, es ygual al suplemẽto. T Z, põgase comũ, D M, Luego todo, CM, es ygual ato do, D Z, y, C M, es ygual a, A L (por la, 36, del, 1) porq̃, A C es ygual a, C B. y estã entre las dos pallelas. AB. KM. luego tãbiẽ A L. es ygual a D Z. põgase comũ. C T. luegototodo. A T. es ygual a. D L. D Z. y. A T. es ygual al q̃ debaxo de. A D. D B, porque, D T, es ygual a, D B, Y, Z D L, es gnomon de, L I, luego el gnomon, C M M I, es ygual al que debaxo de, A D, DB, pongase co



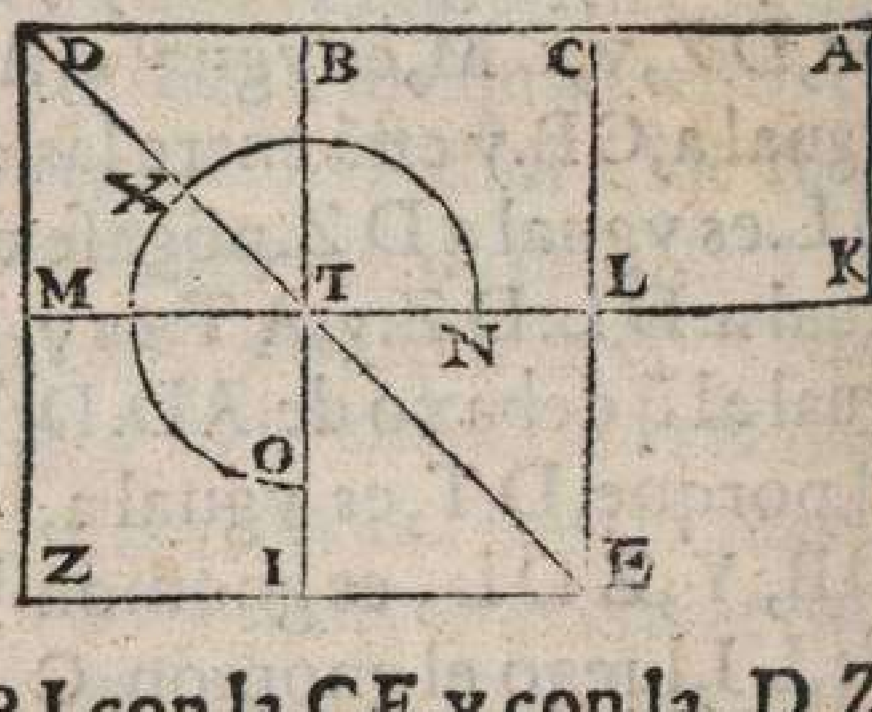
2009 Ministerio de Cultura

mun, L I, ques ygual al que se haze de, C D, luego el gnomō C M I, y, L I, son yguales al rectangulo cōprehendido debaxo dela, A D, D B, y al quadrado que se haze de, C D, y el gnomon. C M I, y el, L I. son todo el quadrado, C E Z B, ques dela, B C, luego el rectāgulo cōprehēdido debaxo dela, A D y dela: D B, juntamēte con el quadrado q̄ se hace dela, C D, es ygual al quadrado que se haze dela, CB, luego si vna linea recta y lo demas que se sigue como en el theorema lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 6. Proposicion. 6.

¶ Si vna linea recta se diuide en dos partes yguales y se le añade en derecho alguna linea recta el rectangulo comprehendido debaxo de toda ella cō la añadida, y de la añadida, jūtamente conel quadrado que se haze de la mitad, es ygual a aquel quadrado que como de vna es hecho dela añadida y dela mitad jūtamente.

¶ Corte se la linea recta, A B. en dos yguales partes en el pūto, C, y añadasele ē derecho vna linea recta, B D, digo quel rectangulo comprehendido de la A D. y la. B D. juntamente conel quadrado que se hace de la. B C. es ygual a aquel quadrado que se hace dela. D C. haga se, por la 46. del. 1, el quadrado de la. C D. que es. C E Z D, y por la. 1. peticiō, tirese D E. y, por la, 31. del. 1. por el puncto, B. tire se la parallela, B I. con la. C E. y con la. D Z. que



2009 Ministerio de Cultura

corte a la.D E.en el puncto.T.y(por la mifma)por el punto. T.tirefe.K M.parallela a cadavna de las dos.A D.E Z.Y tãbiẽ por la mifma,por el pũcto.A.tirefe.A K parallela a cada vna de las dos.C L.D M.luego porq̃(por la.36.del.1.A C.es ygual a la.C B.es ygual.A L.al.C T.Y por la(43.del.1)C T es ygual a.T Z.luego A L.a la.T Z (por la.1.comũ fentẽcia)es tãbien ygual.Pongafe comnn.C M.luego todo.A M.es ygual al gnomon.N XO.y A M.es el q̃ fe hace de.AD.y de.D B.porq̃ es ygual.D M .a la,D B.por elcorolario dela.4.del 2)Luego tambiẽ el gnomõ.N XO.es ygual al rectangulo cõprehendidode la.A D.y de la.D B.Põgafe comũ.L I.q̃ es ygual al quadrado q̃ fe hace dela.C B.luego el rectãgulo cõprehẽdido dela.A D y de la.DB.iũtamẽte cõ aq̃l quadrado que de la.B C.es ygual al gnomon.N X O. y al.L I.y el gnomõ.NXO.y el.L I. fon todo elquadrado.C E Z D.q̃ fe hace dela.C D.Luegoel rectãgulo cõprehẽdido dela.AD.y dela.DB.iuntamẽte cõ el quadrado q̃ es dela.B C.es ygual al quadrado que es dela.C D. Luego fi vna linea recta,y lo de mas que fe figue.Lo qual cõuino demoftrar,

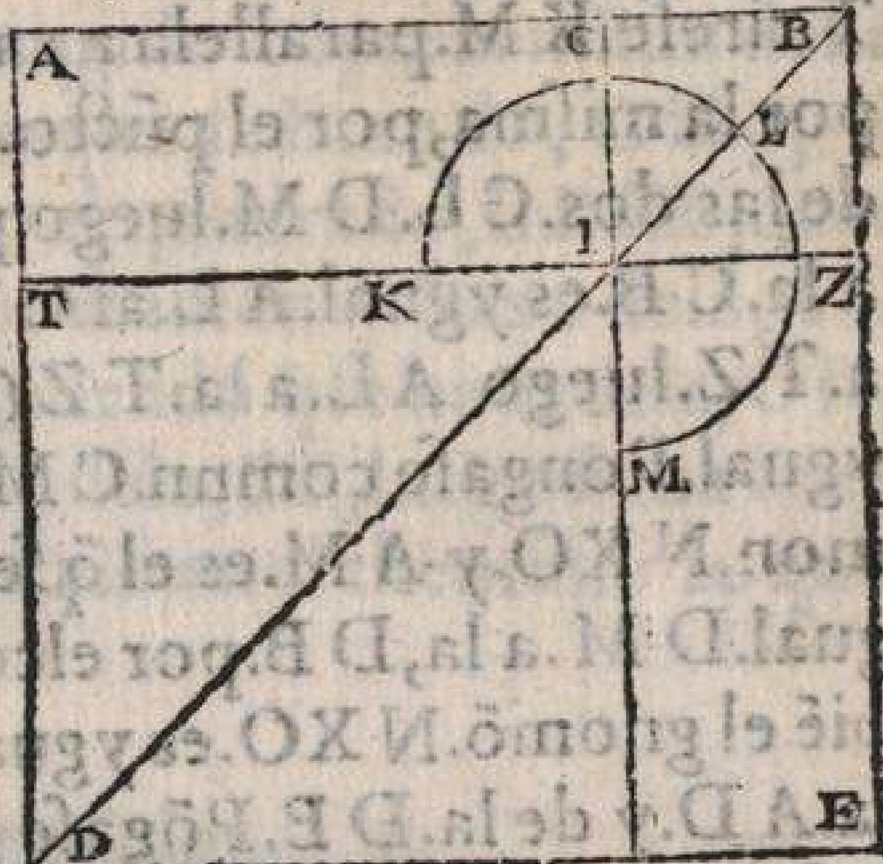
Theorema.7. Propoficion.7.

¶Si vna linea recta fe corta comoquiera,el q̃ fe hace de toda ella,y el q̃ de vna de fus partes ãbos quadrados,fon yguales al rectãgulo cõprehendido dos veces de toda ella,y la dicha parte,y al quadrado que fe hace de la parte q̃ refta.

Cortefe como quiera la linea recta,AB.ẽnl pũcto.C. digo q̃ los quadrados q̃ fe hacen dela.A B.y dela.B C. fon yguales al rectãgulo cõtenido dos veces dela.A B.y de la.B C.y a aq̃l quadrado q̃ fe hace dela.A C.Hagafe(por la.46.del.1)de la A B.el quadrado.A D E B.y defcribafe la figura . Y porq̃ por la (43.del,1)es ygual,A I.al.I E.Põgafe comun.C Z. porq̃ todo

2009 Ministerio de Cultura

A Z. es ygual a todo. C E. Luego. A Z. y C E. son el doblo de A Z y. A Z. y C E. sõ el gnomõ. K L M. y el q̃drado. C Z. Luego el gnomõ. K L M. y el quadrado. C Z. es el doblo. D E. A Z, y es tambien el doblo de. A Z. lo q̃ dos veces se hace de. A B. en B C. porq̃ es ygual. B Z. a la, B C Luego el gnomon. K L M. y el quadrado. C Z. es ygual al rectã gulo cõtenido dos veces de la. A B. y de la, B C. Põgase comũ. D I. q̃ es el quadrado de. A C. Luego el gnomon. K L M. y los quadrados, D I. I B. son yguales al rectangulo q̃ se cõtiene dos veces de la. A B. y de la. B C y al quadrado q̃ se hace de la. A C. el Ygnomõ K L M. y los quadrados. B I. D I. son todo. B A D E. y. C Z. q̃ sonlos quadrados de la. A B. y de la. B C. Luego los quadrados de la. A B. y de la. B C. son yguales al rectãgulo cõprehendido dos veces debajo de. A B. B C. con aq̃l quadrado q̃ se hace de la, AC. Luego si vna linea recta, y lo que mas se sigue como enel theorema, que conuino demostrarse.



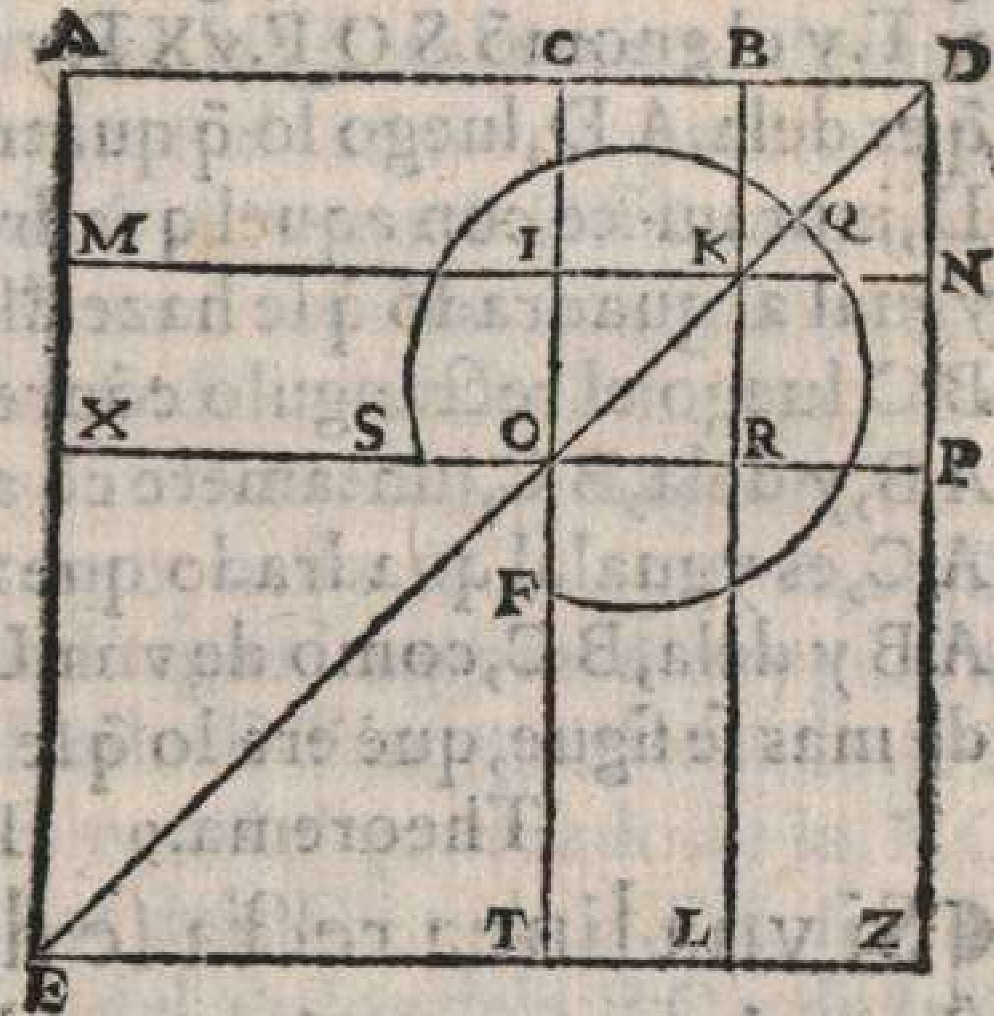
Theorema. 8. Proposicion. 8.

¶ Si vna linea recta se corta comoquiera, el rectãgulo q̃ se cõprehẽde quatro veces debajo de toda ella y de vna de sus partes con el quadrado que es de la parte q̃ resta, es ygual al quadrado q̃ se hace de toda ella y de la dicha parte como de vna.

¶ Cortese la linea recta. A B. como qniera enel pũcto. C, digo q̃ el rectangulo q̃ quatro vezes se cõprehẽde debajo de. A B. y de la. B C. iuntamẽte con el quadrado de la. A C. es ygual al

qua-

quadrado q̃ se describe de la. A B,y dela. B C.como de vna. Por la,2.peticiõ,estiẽdase en derecho a la linea. A B. la linea B,D. y põgase le ygual la. B D.a la C B(por la.3.del.1.)y por la.46.del,1,describase el quadrado. A E Z D. de la. A D.y hagase la figura doblada. Pues porq̃ es ygual. C.B. a la,B D.y C B.a la.I K. es ygual. Luego(por la.34.del.1) B D.es ygual a la.K N, Luego tãbiẽ. I K.es ygual a la. K N·Y tãbien·P R.a la. R O.es ygual,Y porq̃.B C. es ygual a la,B D, y la. I K. a la.K N



Luego ygual es.C K.a K D.y el.I R.a.RN(por la. 36. del.1)y por la.43.del.1.)C K.es ygual a.R N,porq̃son supplementos del parallelogrãmo,C O P D.luego,K D.es ygual a.R N.luego.C K,D K.I R RN.son entresi yguales.Luego todosquatro son quatro veces tãto que,C K, Iten porq̃ es ygual. C B.a la B D,y la.B D.es ygual a la.B K.esto es a la.C I.Luego.C B. esto es.I K.es ygual a la.R P.luego.C I.es ygual a la.R P.y porque yguales.C K.al.K P.y.P R.a la.R O,es ygual,A I, a,L P. y,L P,al,R T,y,M O(por la, 43, del,1) es ygual a,O L,porq̃ son supplemẽtos del parallelogrãmo,M L.luego tãbien, A I. es ygual al.R Z,por la,43,del mismo,Luego los quatro,A I, M O.P L,R T,son yguales entre si,Luego todos quatro son el quadruplo,de A I,Y esta demostradoque los quatro,C K, K D,I R.RN,son el quadruplo de,CK,Luegolos ocho q̃ abraçan al gnomõ.S Q F,son el quadrupulo de,A K,Y porq̃ A K, es el q̃ dela,A B,y dela,B D,por que, B K , es ygual a la.B D Luego el q̃ quatro veces es dela,A B,y de la,B D , es el quadrupulo de,A K,Pero esta demostrado q̃ el gnomõ,S Q F,es quadruplo de,A K quatro doblado,Luego lo q̃ quatroveces es hecho de,A B,y de,B D,es ygual al gnomõ,S Q E,põga se

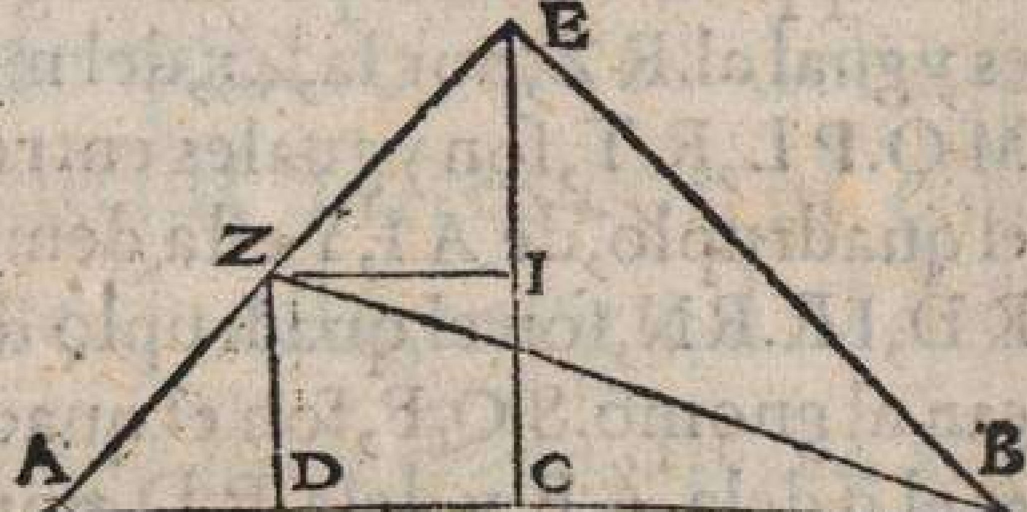
2009 Ministerio de Cultura

pues comũ, X T, q̃ es ygual al quadrado dela, A C, Luego el quatro vezes comprehendido de la. A B. y de la. B D. con el quadrado dela. A C. es ygual al gnomõ. S Q F. y al quadrado X T. y el gnomõ. S Q F. y X T. y sõ todo el quadrado. AE ZD. q̃ es dela. A D, luego lo q̃ quatro vezes es dela, A B, y đla, B D, juntaméte con aquel quadrado que se hace dela, A C, es ygual al quadrado q̃ se haze đla, A D, Y la, B D, es ygual ala B C, luego el rectangulo cõprehendido quatro vezes de la, A B, y dela, B C, juntaméte cõ aquel quadrado q̃ se haze đla A C, es ygualal quadrado que se haze de la, A D, esto es dela A B y dela, B C, como de vna. Luego si vna linea recta, y lo q̃ de mas se sigue, que era lo q̃ se auia de demostrar.

Theorema. 9 Proposiciõ. 9.

¶ Si vna linea recta se diuide ẽ yguales y en desiguales partes, los quadrados q̃ se hazen de las partes desiguales đ toda ella, son el doblo de aquel quadrado que se hace dela mitad, y del que dela q̃ esta en medio delas diuisiones

❧ Vna linea recta. A B. cortese en yguales ptes en el punto. C. y en desiguales en. D. digo que los quadrados de la. B D. y dela. D A. son el doblo de aquellos quadrados que son de la. B C. y dela. C D. Saquese desde el pũto. C. sobre la. AB. vna en ãgulos rectos q̃sea. CE (por la. 11. del. 1) y haga se ygu al a cada vna de las dos. C A. CB. (por la. 3, đl. 1, y (por la. 1. peticiõ, tirense, A E. EB y por la. 31. del. 1.) por el punto. D. saq̃se. DZ. pallela ala. E C (y por la mesma) por el pũto. Z. tirese, Z I. palela ala. A B. y por la. 1. peticiõ, tirese. B Z. y porque. B C. es ygual a la. C E. por la quinta del. 1. el angulo. E BC. es ygual al angulo. C E B. y porq̃l angulo de junto, a, C. es recto, luego los demas angulos. E B



C, CEB

2009 Ministerio de Cultura

C.C E B.son yguales a vn recto,luego cada vno delos angulos.B E C.E B C.es la mitad de vn recto,y por lo mismo cada vno delos dos.E A C.C E A.es la mitad de vn recto,luego todo.A E B es vn recto.Y porque.I E Z. es la mitad de vn recto,y es recto.E I Z.porq̃ es ygual al interioryopuesto (por la.29.del.1.,esto es al angulo.E C A.luego.E Z I. q̃ resta es la mitad derecto,luego por la.6.comũ sentẽcia,el angulo.IEZ. es ygual al.E ZI,por lo q̃l por la.6.đl.1.el lado.Z I,es ygual al lado I E.Itẽ porq̃ el ãgulo.A.es medio recto,y el ãgulo.ZD A es reto,porq̃s ygual al interiory opuesto.ECA,(por la,29,đl .1)luego.AZD.es medio recto,luego el angulo.A.es ygual al D Z A y assi(por la.6.del.1.)el lado.D Z.es ygual al lado.DA y porq̃ B C.es ygual a.CE.y es ygual el quadrado de la. E C. al dela.C E.luego los quadrados dela.CB.y de la.C E. son doblados al dela.B C.y(por la.47.del,1)alos dela.B C.y de la.C E.es ygual el quadrado q̃ se hace de la.E B,porq̃ el angulo,B C E, es recto,luego el quadrado dela,B E,es el doblo đl de la,B C,Itẽ porq̃, E I,es ygual ala,I Z,sera ygual el que dela, Z I, alque dela,I E, luego los quadrados que son dela,I E, y dela, I Z,son el doblo del quadrado de la,IZ,y alos quadrados q̃ se hazẽ de la E I,y dela,I Z,es ygual el q̃ de la,EZ,por la,47,del,1,luego el quadrado dela,E Z,es doblado al de la IZ,yes ygual,IZ,ala,C D,luego el dela,E Z,es eldoblo de el dela,CD,yes el q̃ se haze dela,B E,el doblo đl q̃ se hace dela B C.luego los q̃drados dela,BE,y dela,E Z, son el doblo de los q̃dradosq̃ se hacẽ đla, B C,y C D, y alos q̃ se hacẽ dela,B E,y đla,E Z,esygual el q̃ se hace đla,B Z,porla.47 đl.1.porq̃ el ãgulo.B EZ.es recto,luego el q̃drado de la.B Z.es el doblo delos q̃ se hazẽ dela,B C,y dela.C D.Y al q̃ se hace dela. B Z.son yguales los q̃ se hacẽ dela.B D.y dela.D Z. (por la. 47,del.1.)porq̃ es recto el angulo.B D Z.luego losq̃ se hacẽ dela,B D.y dela.D Z. son el doblo đ aq̃llos q̃dradosq̃ se hacen dela.B C.y dela C D.y es ygual la,D Z,ala, D A. Luego los quadrados dela,B,D,y dela,D A,son el doblo delos quadrados dela,EC,y dela,CD,luegosi vna linea recta se corta ẽ

partes

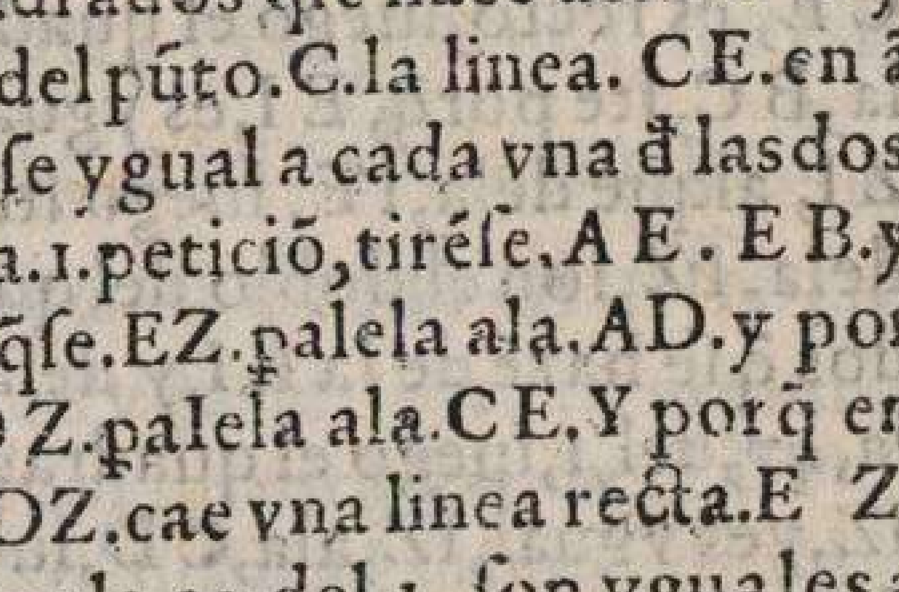
2009 Ministerio de Cultura

partes yguales y en desiguales los quadrados q̃ se hacē de las partes desiguales de toda ella, son el doblo de aquellos q̃dra dos q̃ e haze dela mitad, y del q̃ de la pte q̃ esta en medio de las diuisiones lo qual conuino demostrar.

Theorema.10. Proposition.10

¶ Si vna linea recta se diuide en partes yguales, y se le ajunta en derecho vna linea recta, el quadrado đ toda ella cō la añadida, y el de la añadida, ambos a dos, son el doblo del quadrado q̃ se describe dela mitad, y del q̃ de la otra mitad y dela añadida como de vna.

Vna linea recta. A B. cortesepor medio ē. C. y ajūtesele en derecho vna linea recta. B D. digo q̃ los q̃drados dela. A D. y dela. D B. son el doblo delos quadrados q̃se hacē dela. A C. y dela. C D. Saq̃se (por la. 11. del. 1.) del pūto. C. la linea. C E. en ā gulos rectos cō la. A BD. y pōgase ygual a cada vna đ las dos A C. C B. (por la. 3. del. 1.) y por la. 1. peticiō, tirése. A E. E B. y (por la. 31. đl. 1.) por el pūto. E. saq̃se. EZ. palela ala. AD. y por la misma, por el pūto. D. saq̃se. D Z. palela ala. C E. Y porq̃ en las lineas rectas parallelas. C E. DZ. cae vna linea recta. E Z. luego los āgulos. C E Z. E Z D, por la. 29. del. 1., son yguales a dos. rectos, luego los āgulos. Z EB. EZ D. son menores q̃ dos rectos, por la misma. Y las q̃haziēdo menores q̃ dos rectos se estiēdē, por la. 5. peticiō, cōcurrē, luego. EB. Z D. estēdidas ha cia las ptes. B D, cōcurrē, Estiēdāse y cōcurrā en. I. y por la. 1. peticiō, tirese. A I. y porq̃. A C. es ygual ala. C E. tābien el āgu lo. A E C. es ygual al āgulo. E AC por la. 5. đl. 1., y es recto el āgulo. A C E. luego mitad đ recto sera cada vno đlos. E A C. A E C. y por la misma razō es tābiē mitad de recto cada vno delos. C E B. C B E. luego recto es. A E B. y porq̃ el an



gulo

2009 Ministerio de Cultura

gulo.E B C.es medio recto,y por la.15.del.1.,tābiē el angulo D B I.sera mitad de recto,y el angulo.B D I es recto porq̃es ygual al angulo.D C E.porque son alternos,luego el angulo D I B.q̃ resta es medio recto.Luego,por la.6 comū sentēcia el angulo.D I B.es ygual al angulo.D BI.por lo qual el lado B D.es ygual al lado.I D.Itē porq̃ el angulo.E I Z .es medio recto y el āgulo.Z.es recto,porque,por la treyntay quatro, del.1.es ygual al āgulo.E C D.luego el āgulo que resta.Z E I. es medio recto.Luego el angulo.E I Z.es ygual al angulo.IE Z.Y assi por la.6.del,1.el lado,ZE,es ygual al lado,ZI,Y por que,E C,es ygual,a C A, sera ygual el quadrado đla,E C, al quadrado dela,CA,luego los quadrados đla.C E,y dela,CA son el doblo de aquel quadrado que se haze dela,A C,Y a aquellos que se hazē dela,E C,y dela,CA es ygual por la, 47 del,1,el que dela,E A,luego el quadrado dela,E A, es doblado del que se haze de la.A C,Item porque es ygual,IZ,ala,E Z,el quadrado que se haze de la,IZ.es ygual a aquel quadrado,que se haze dela.E Z.luego los quadrados que se hazen dela,I Z,y de la , E Z,son el doblo del que se haze dela , E Z Y a aquellos que se hazen dela I Z,y dela ,E Z,por la,47 del 1,es ygual el quadrado que se haze dela, E I : luego el que se haze dela,E I,es el doblo del que se haze dela,E Z, Yesygual E Z,ala,C D,luego elque se haze dela.E I,es eldoblo del que se haze dela,CD.Y estuuo claro que el que se hace dela,E A. es el doblo đl q̃ se hace de la, A C. Luego los quadrados que se hazen dela.A E,y dela,E I,son el doblo de aquellos quadrados que se hazen dela,A C,y dela,C D.Y alos quadrados que se hazen dela,A E.y dela ,E I,es ygual el quadrado que se haze dela.A I,(por la,quarenta y siete,del.1.)luego el quadrado que se hace dela, A I . es el doblo delos que se hazen dela,A C,y dela,C D. Y al que se haze dela. A I,son yguales los quadrados que se hazen dela.A D.y de la,D I,Luego los quadrados que se hazen dela, A D,y dela , D I, son el doblo de aquellos que se hazen dela,A C,y de la,C D. Y a la,D I es gual.D B,Luego los quadrados que se hacen dela.A D, y de

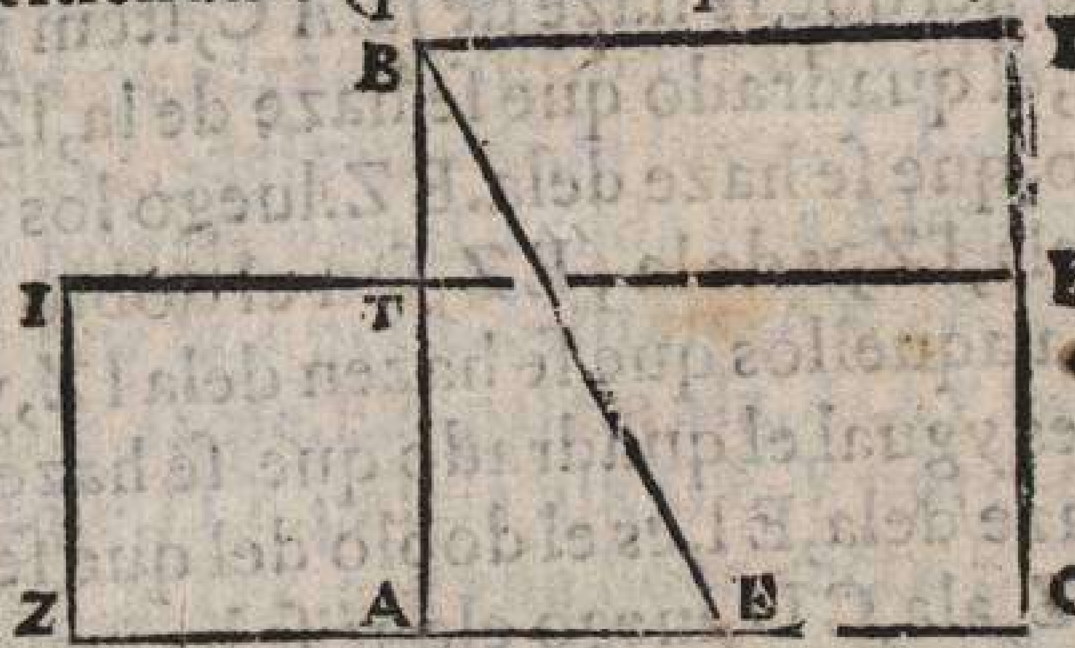
la

la.D B.ſon el doblo de aq̃llos quadrados q̃ ſe hazẽ dela.A C. y dela.C D.Luego ſi vna linea recta ſe corta en partes yguales y lo que mas ſe ſigue como en el theorema que conuino demoſtrarſe.

Problema.1. Propoſiciõ.11.

¶Diuidir vna linea de manera que el rectãgulo de toda ella y vna de ſus partes ſea ygual a aquel quadrado q̃ ſe haze de la parte q̃ reſta.

¶Sea la linea recta dada.A B.conuiene diuidir la miſma.A B de ſuerte que el rectangulo comprehendido de ella toda y vnade ſus partes ſea ygual a aq̃l quadrado q̃ ſe hace dela parte reſtante. Deſcribaſe por la.46.del.1.el quadrado.B A C D dela.A B.y corteſe(por la.10.del.1.)la.A C. por medio en el puncto.E.y tireſe.B E. y eſtiendaſe (por la. 2 . peticion)C A. aſta en.Z(y por la.3. del .1.)hagaſe.EZ.ygual a la BE.y por la.46.del.1,deſcribaſe el quadrado. Z I T A.de la. A Z.y eſtiẽdaſe,por la.2.peticion.I T. aſta en.K.Digoq̃,A B .ſe corta en . T . de manera



q̃el rectangulo comprehẽdido dela,AB.y dela.B T. es ygual al quadrado de.AT.Porq̃ la linea recta A C.eſta cortadapor medio ẽ.E,yſe le añade la,AZ,luego(por la.6.del.2.)el rectãgulo cõprehẽdido dela.C Z.y de la,Z A. juntamẽte cõ el quadrado q̃ ſe hace dela.EA.esygual al q̃drado q̃ ſe hace dela EZ y la.E Z,es ygual a la.E B.Luego el rectangulo cõprehẽdido de la.C Z.Z A.juntamẽte cõ el quadrado q̃ ſe hace de la E A. es ygual al quadrado q̃ ſe hace de la.E B.y al q̃ ſe hace dela.E B(por la.47. del primero) ſon yguales los que ſe hacen dela B A.A E.porque es recto el angulo.A.luego el que es de la,C Z.y de la.Z A.con el que ſe hace de la,A E,es ygual a aq̃llos que ſe

2009 Ministerio de Cultura

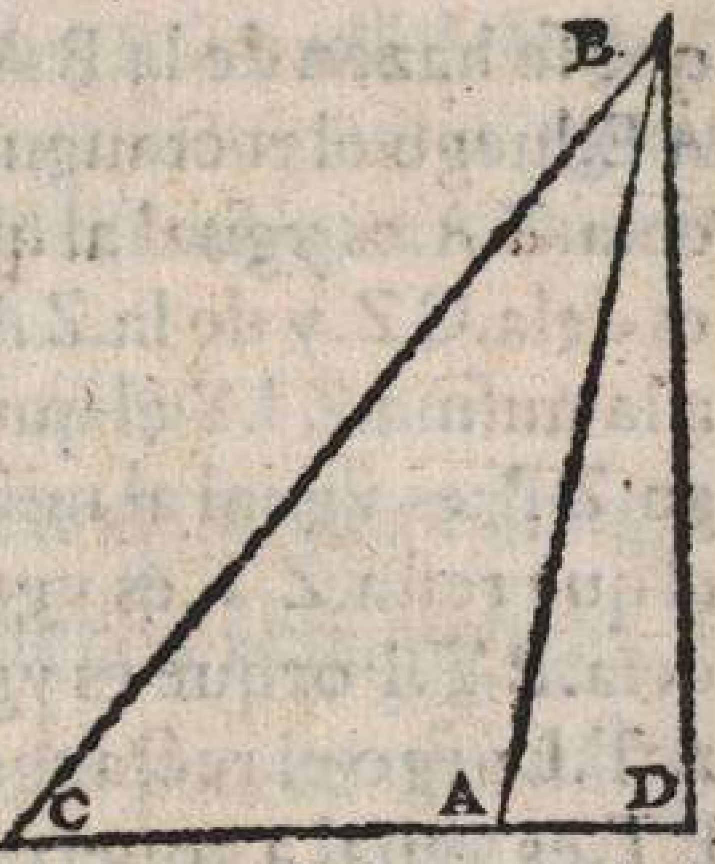
que se hazen de la.B A.y dela.A E. quitese por comũ el de la A E.luego el rectangulo que resta cõprehendido dela.C Z, y dela.Z A.es ygual al quadrado que sehace de la.A B.Y el que es dela.C Z.y de la.Z A.es el mismo.Z K.porque.Z A.esygual a la misma.Z I.Y el que se hace dela.A B .es el mismo.A D.luego.Z K.es ygual al mismo.A D , Quitese el comũ.A.K. luego el que resta.Z T.es ygual al.T D.y T D.es el que de la.A B. y dela.B T.Porque es ygual,A B.a la.B D.y el.ZT.es el que de A T.Luego el rectangulo comprehendido de la.A B. y de la B T.es ygual a aquel quadrado q̃ se hace dela.T A.Esta pues la linea recta dada.A B.diuidida en.T.de manera q̃ el rectangulo cõprehendido dela.A B.y dela,B T.sea ygual a aq̃l quadrado que se hace dela.A T.lo qual conuino hazerse.

Theorema.11. Proposicion.12.

¶Enlos triangulos de angulo obtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso tanto es mayor que aquellos quadrados q̃ se hacen delos lados quecompreheden el ãgulo obtuso,quanto es el rectangulo comprehendido dos veces debajo de vno de los que comprehenden el angulo obtuso (sobre el qual estendido cae vna perpẽdicular) y del que es tomado fuera debajo de la perpẽdicular asta el angulo obtuso.

Sea el triangulo de angulo obtuso.A B C. que tenga el angulo.B A C.obtuso y tirese desde el pũcto,B.la linea.BD.perpendicular sobre la,C B.estendida,por la.12.del.1.) Digo q̃ el quadrado dela.B.C.es mayor que los dela.B.y dela.A C. por el rectãgulo cõprehendido dos vezes debaxo dela C A. y de la.A D.Pues porq̃ la linea recta.C D.es cortada comoquiera enel

2009 Ministerio de Cultura



en el puncto.A. luego por la.4.del.2, el q̃ se hace d̃la.CD.es ygual a los quadrados que se hacen dela.C A.y de la A D.y al rectangulo dos veces cõprehendido debajo dela.C A.y dela A D pongase por comũ el dela.DB.luego los que se hazen dela,C D.y de la . D B.son yguales a los quadrados quese hacen de la.C A.y dela.A D.y dela.D B.y al rectangulo cõprehendido dos vezes debajo dela.C A.y dela.A D.y a los que se hacen de la C D.y de la.D B.es ygual el que dela.C B(por la . 47 . del. 1) porque es recto el angulo.D.y a los que se hacen de la. A D. y de la.D B(por la misma)es ygual el que se hace de la . A B. luego el quadrado que se hace dela.CB,es ygual a losquadrados que se hacen dela,C A.y dela,A B.por la misma,y al rectangulo contenido dos vezes debajo dela,C A,y dela. A D. Por lo qual el quadrado que se hace d̃ la.C B.es mayor q̃ los que se hacen de la.C A,y dela,A B,quanto es el rectangulo comprehendido dos vezes debajo de la.C A.y dela,A D, luego en los triãgulosde anguloobtuso el quadrado que se hace del lado opuesto al angulo obtuso es mayor.Ylo de mas que se sigue que conuino demostrar.

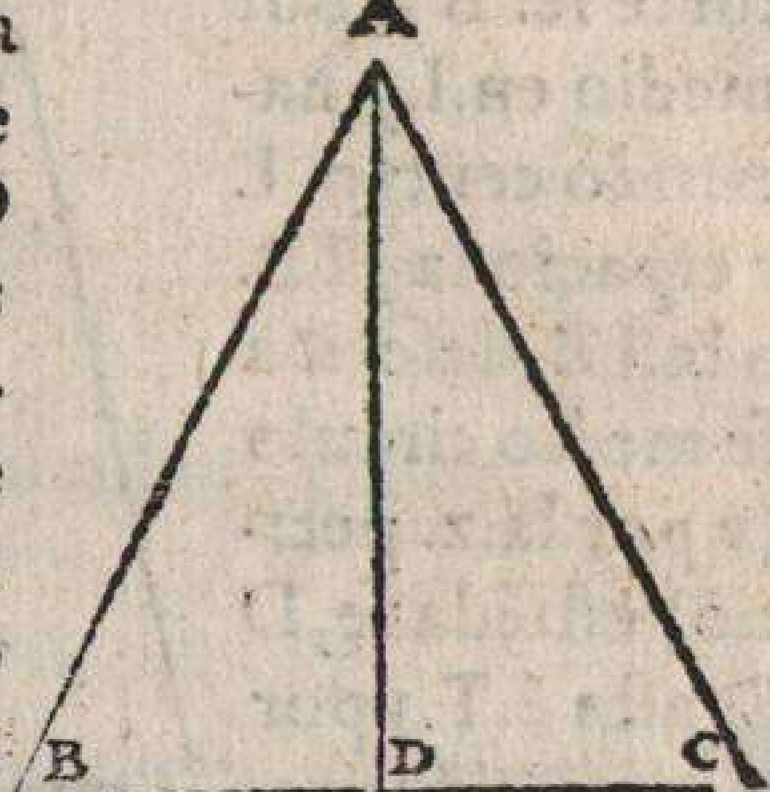
Theorema.12. Proposition.13

¶Enlos triãgulos oxigonios el quadrado q̃ se hace d̃l lado oppuesto al ãgulo agudo es tãto menor q̃ los quadrados delos lados q̃ cõprehendẽ el angulo agudo, quãto es el q̃ secõprehende dos vezes debajo devno de aquellos q̃ estã cerca del angulo agudo sobre quiẽ cae la perpendicular , y del tomado dentro debajo dela perpendicular asta el angulo agudo,

Sea

2009 Ministerio de Cultura

❧Sea el triangulo oxigonio, A B C, q̃ tẽga agudo el angulo B, y por la, 12, del, 1, tirese desde, A, sobre, B C, la perpendicular, A D, Digo q̃ el quadrado dela. A C, es menor q̃ los quadrados q̃ se hacẽ de la, C B, y de la. B A. quãto es el rectãgulo dos veces cõprehendido debajo de la C. B, y dela, B D, Pues porq̃ la linea recta, BC, esta cortada comoquiera ẽ. D luego (por la, 7, del. z) los quadrados la, C B. y dela, B D. son yguales al rectãgulo dosveces cõtenido debajo de la, C B. y dela, BD, y al q̃drado q̃ se hace d̃la, CD. põgase comũ el quadrado dela, DA, luego los q̃drados dela, C B



y dela. B D, y dela, DA (por la, 7, del, z) son yguales al rectãgulo cõprehendido dos vezes, debajo dela, C B, y dela, B, D, y a aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela, A D, y dela D C, Y a los q̃ se hacen dela, B D, y dela, D A, es ygual el q̃ se hace de la, A B porq̃ el angulo, D, es recto, y a los q̃ se hacen dela, A D, y de la, D C, es ygual el dela, A C (por la, 47, del, 1.) luego los q̃ se hacen dela, C B, y dela, B A, son yguales al q̃ se hace dela, AC y a aq̃l que dos vezes el hecho debajo de la, C B, y dela, B D, por lo qual solo el q̃ se hace de la, A C, es menor q̃ aquellos quadrados que se hacen dela, C B. y dela, B A, quanto es el rectangulo dos vezes comprehendido debajo de C B, B D, Luego en los triangulos oxigonios, y lo que mas se sigue, lo qual conuenia demostrar.

Poblema z. Proposicion. 14.

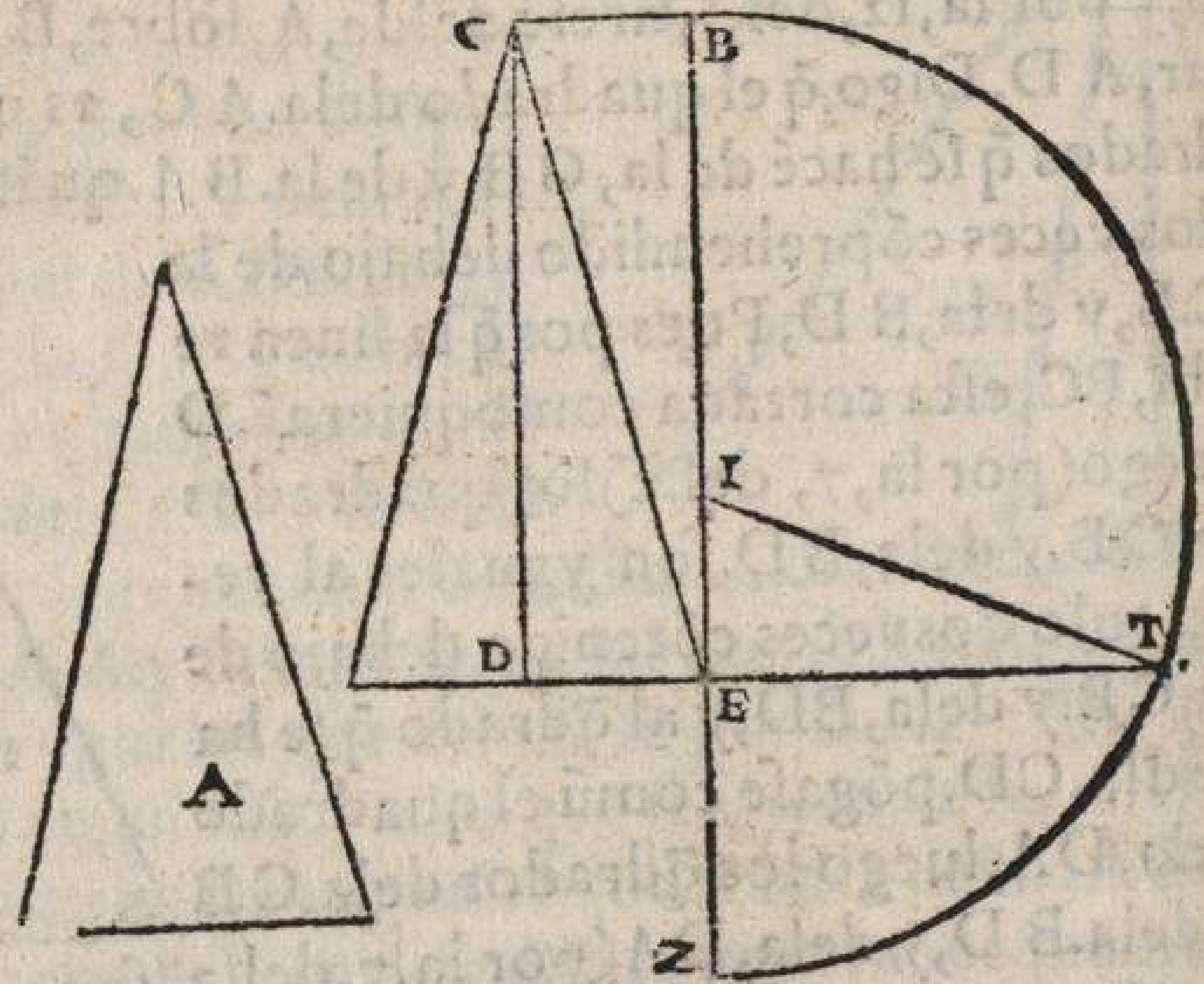
Hazer vn q̃drado ygual a vn rectilineo dado

❧Sea el rectilineo dado. A. cõuiene dar vn quadrado ygual a este rectilineo, Dese vn pallelogrãmo rectãgulo ygual al rectilineo. A (por la. 45. del. 1.) y sea. B C D E. y si es ygual. B E. a la ED. Ya esta hecho el problema, porq̃ se da el quadrado B D. ygual al rectilineo. A. pero sino sera de las dos. B E. E D.

La

2009 Ministerio de Cultura

La vna mayor, sea la mayor.B E.y estiẽdase asta.Z. y põga se E Z, ygual a la, E (por la tercera del primero) y corte se. B Z por medio en.I.y haciendo centro. I. y espacio la, I B. o la.I Z, describa se medio circulo (y por la.z. petició) estiẽda se, D E, asta ẽ.T.y por la.1.petició) tirese.I T.Pues porq̃



la recta linea.Z B.es cortada en.I.en partes yguales y en desiguales en.E.luego, por la.5.del.z.) el rectangulo cõprehendido dela.B E.y dela.E Z.cõ el quadrado q̃ se hace de la . ET. es ygual a aq̃l quadrado q̃ es dela.I Z.y la. I Z.es ygual a la. I T.luego el rectãgulo cõprehendido dela.B E.y de la.E Z.por la.5.del.z, cõ el quadrado dela.I E.es ygual al q̃ se hace de la I T.y al q̃ se hace dela.I T.son yguales los quadrados q̃ se hacen dela.T E, y dela.I E, por la.47. del.1, Luego el q̃ se cõprehẽde debajo de.B E.y de.E Z.cõ el q̃ se hace dela.E I.es ygual a aq̃llos quadrados q̃ se hacen dela.T E.y de la.E I.quitese el quadrado dela.I E.comũ, luego el rectãgulo q̃ resta cõprehẽdido debajo de.B E, y de, E Z.es ygual al quadrado de la.E T y el q̃ se cõtiene debajo de.B E.y de. E Z.es lo mismo q̃. B D. porq̃.E Z.es ygual a la.E D.luego el parallelogrãmo.B D. es ygual a aq̃l quadrado q̃ se hace de la. TE.y el.BD.es ygual al mismo rectilineo, A, Luego tãbien el rectilineo, A, esygual al q̃drado hecho dela, T E, luego al dado rectilineo, A, hase dado ygual el quadrado dela.ET, descrito, lo q̃l cõuino hazerse

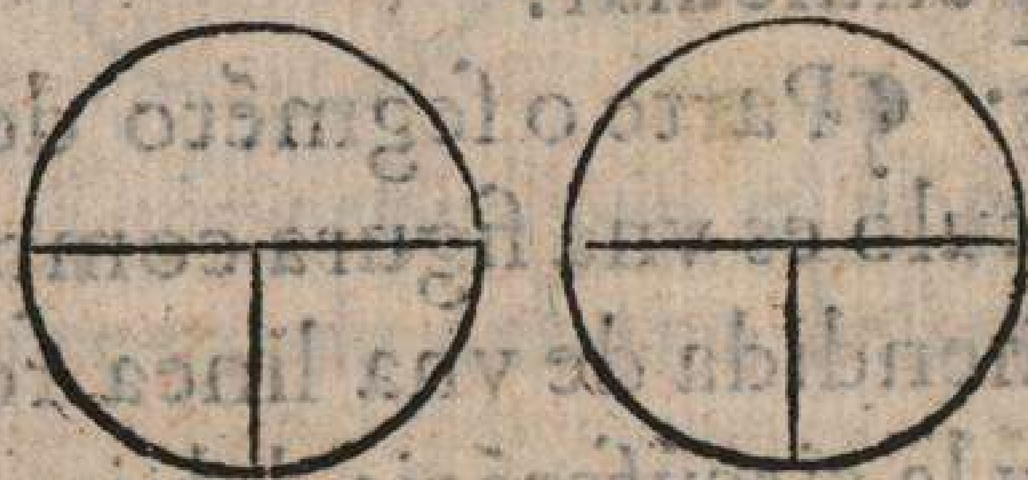
Fin del libro segundo,

2009 Ministerio de Cultura

LIBRO TERCERO DELOS ELEMENTOS GEOmetricos de Euclides Megarenſe Philoſopho.

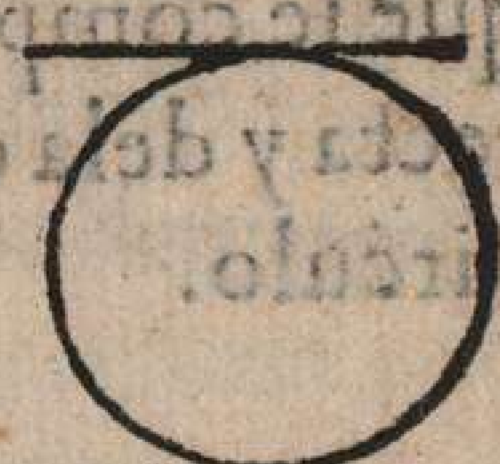
Definiciones.

Circulos yguales,



1. ¶Yguales circulos ſon cuyos diametros ſon yguales, o cuyos ſemidiametros ſon yguales.

Linea q̃ toca al circulo,



2. ¶La linea recta ſe dize tocar al circulo que tocandole eſtendida no corta el circulo.

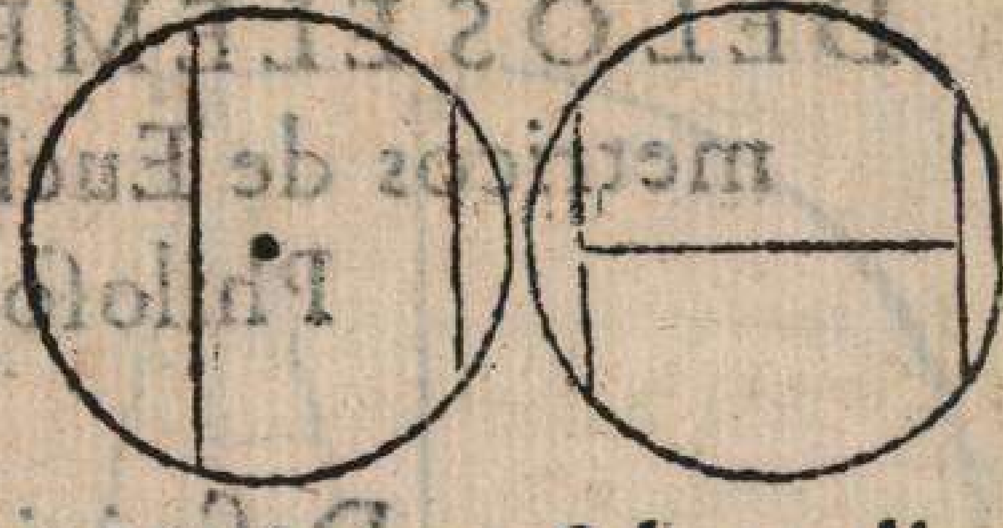
Circulos que ſe tocan,

3. ¶Los circulos ſe dizẽ tocar ſe entre ſi, que tocando ſe entre ſi no ſe cortan.

2009 Ministerio de Cultura

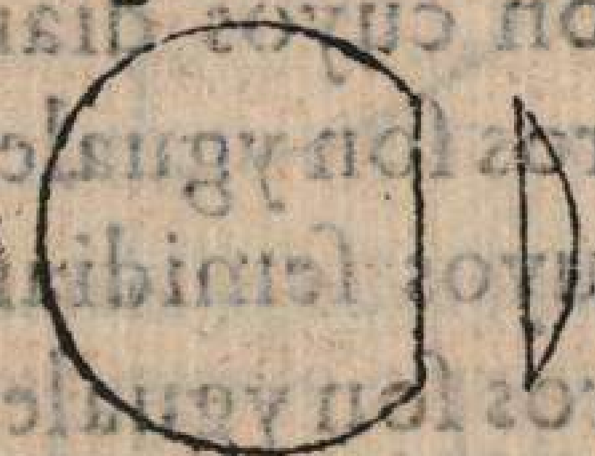
4. ¶Las lineas rectas se dizen ygualmente distar del cẽtro en el circulo, quãdo son ygu-
uales las perpẽdicu lares, que tiradas del centro caen sobre ellas. Y dizese distar mas la ẽ quien cae mayor perpendicular.

Circulos yguales.



5. ¶Parte o segmẽto de circulo es vna figura comprehendida de vna linea recta y la circũferẽcia del circulo.

Segmẽtos de circulo.



6. ¶Angulo del segmento es el que se comprehẽde de la linea recta y dela circunferencia del circulo.

Angulo de segmento.

7. ¶El angulo esta en el segmẽto quando se toma vn puncto en la circunferencia del segmẽto, y dessde el se tirã lineas rectas alos terminos de la linea recta. q̃ es basis del segmento, es el angulo elq̃ es cõtenido debaxo de las lineas rectas tiradas.

Angulo enel segmento

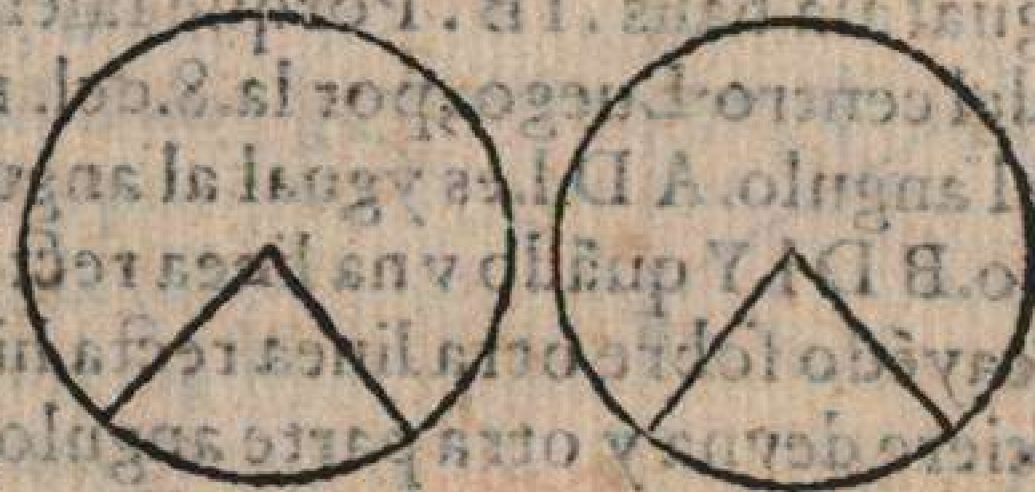
Pero

2009 Ministerio de Cultura

8. ¶Pero quando las lineas rectas que cõprehenden el angulo toman alguna circunferencia en aquella ſe dize eſtar el angulo.

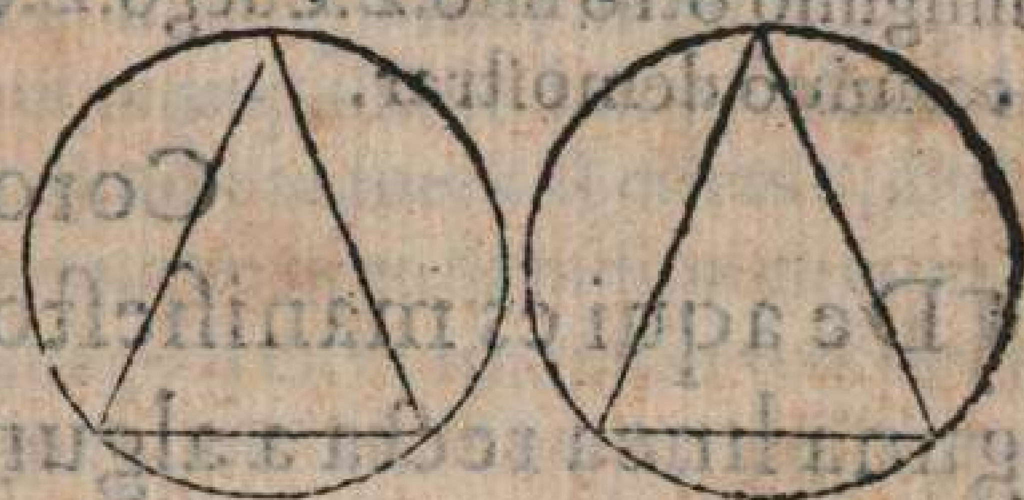
9. Sector đ circulo es quando el angulo eſtuuiere ſobre el cẽtro del circulo) la figura comprehẽdida debaxo delas lineas rectas q̃ cõprehenden el angulo, y de la circũferẽcia tomada debaxo dellas.

Sector.



10. Semejãtes ſegmẽtos de circulo ſon los que reciben yguales angulos: o aq̃llos cuyos angulos entre ſi ſon yguales.

Semejantes ſegmentos.



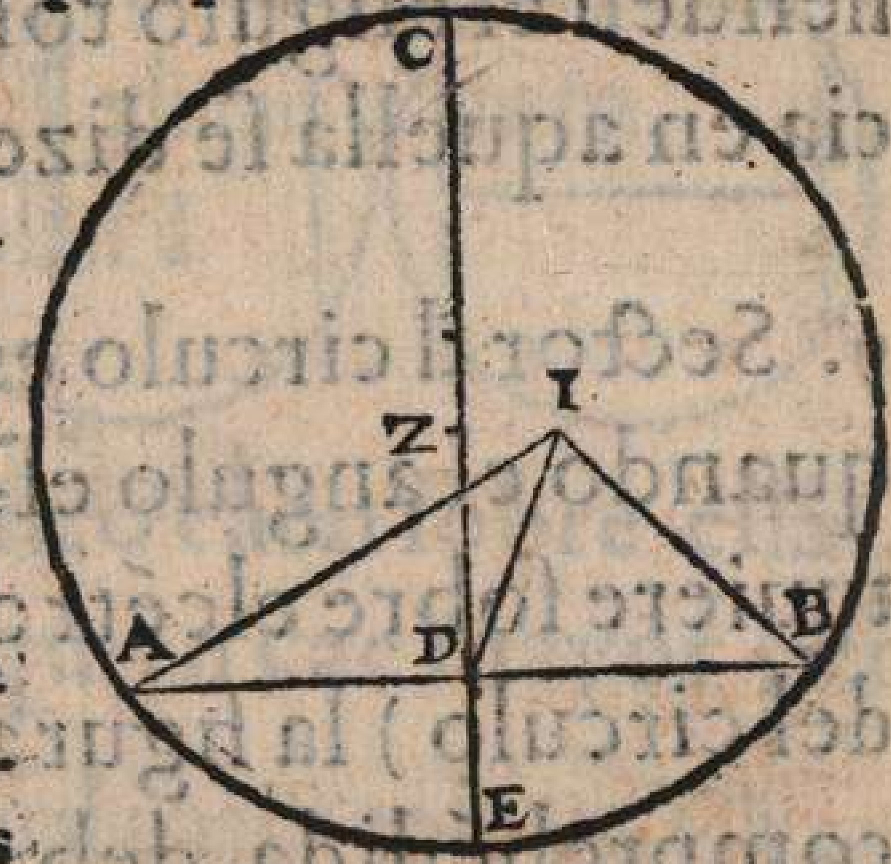
Poblema. 1. Propoſicion. 1.

¶Hallar el centro de vn circulo dado.

❧Sea el circulo dado. A B C. conuiene hallar el centro del circulo. A B C. Tireſe eñl vna linea recta como quiera, y ſea. A B, y (por la. 10. del. 1. corteſe por medio enel pũcto. D. (y por la. 11. del miſmo) ſaqueſe. D C. deſde el puncto. D. en angulos rectos con la, A B. (y por la. 2. peticion) eſtiẽdaſe aſta en. E. y corteſe (por la 10. del. 1). C E. por medio en. Z. digo q̃. Z. es cẽ

2009 Ministerio de Cultura

tro del circulo. A B C.porque si no.si es possible sea. I.(y por la.1,peticion) tirense. I A.I D.I B.y porque es ygual.A D.a la D B.y comun.D I.Luego las dos A D.D I son yguales a las dos.I D D B.la vna a la otra, y por la. 15. definicion del.1,la basis.I A, es ygual ala basis . I B . Porque salen del centro.Luego ,por la.8.del. 1. el angulo.A D I.es ygual al angulo.B D I.Y quãdo vna linea recta cayẽdo sobre otra linea recta hiciere devna y otra parte angulos yguales cada vno de aquellos angulos sera recto (por la.10, definicion del,1.luego el angulo.B D I.es recto ; y el angulo Z D B,es recto.Luego el augulo.Z D B. es ygual al angulo. B D I.el mayor al menor,que es impossible.luego.I.no es centro del circulo. A B C.dela misma manera demostraremos q̃ ninguno otro sino.Z.Luego.Z.es centro del circulo.A B C,q̃ conuino demostrar..



Coroiario

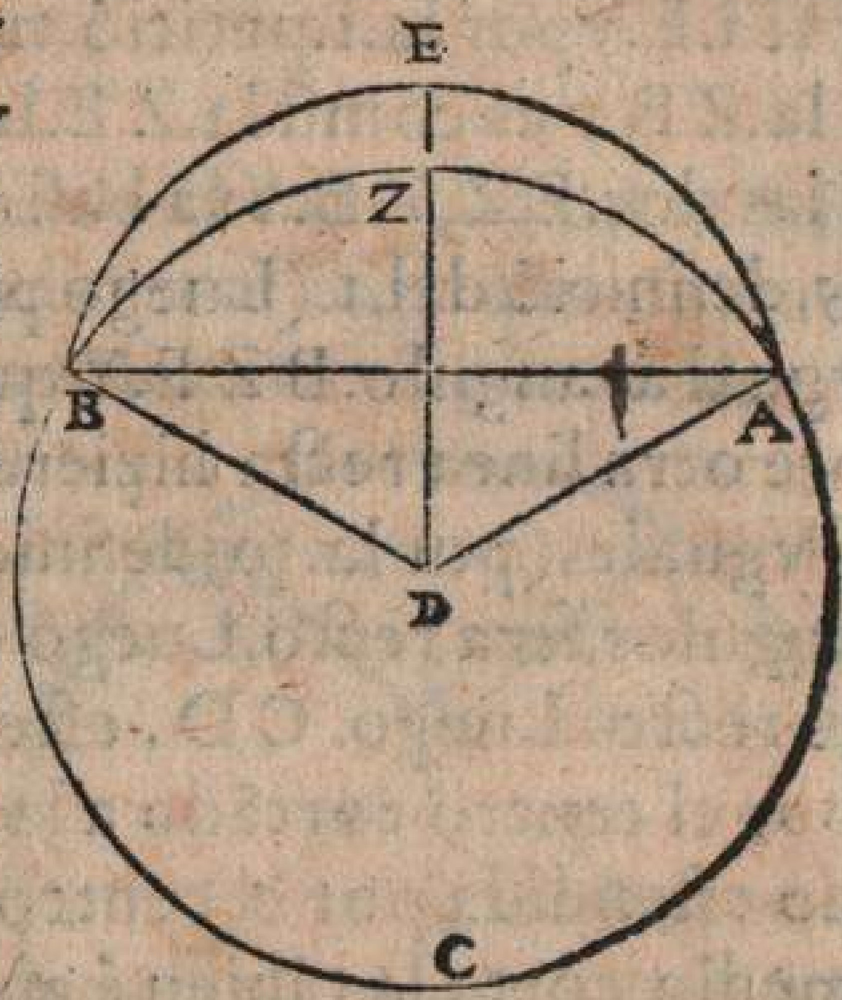
¶De aqui es manifiesto que si en el circulo alguna linea recta a alguna linea recta la corta por medio y en angulos rectos, enla que corra esta el centro del circulo.

Theorema.1, Proposicion. 2.

¶Si en la circunferencia de vn circulo fueren tomados dos pũctos como quiera, la linea recta que junta aquellos dos punctos, cae dentro del circulo..

2009 Ministerio de Cultura

Sea el circulo. A B C. y en ſu circunferécia ſean como quiera dos punctos. A B. digo que la linea recta tirada deſde. A. aſta. B. cae dẽtro del miſmo circulo. A B C. Porque ſino, ſi es poſsible caya fuera, como. A E B. y tomeſe el centro del circulo y ſea (por la precedente) D, y por la, 1, peticion) tirenſe, D A, D B, y eſtiẽdaſe, D Z, aſta en, E, Pues porque es ygual, D A (por la, 15, difinició del, 1, a la. D B, ſera ygual el angulo, D A E, al ãgulo, D B E. y porque el lado, A E B, del triãgulo, D A E, ſe eſtiende, (luego por la, 16, del, 1.) el angulo. D E B, es mayor q̃ el angulo, D A E, Yes ygual el angulo, D A E, al angulo, D B E, Luego mayor es el angulo, D E B, q̃ el angulo. D B E, y a mayor angulo mayor lado le eſta opueſto (por la. 18, del, 1, Luego mayor es, D B, q̃ no D E, y por la, 15, definicion) es ygual, D B. a la D Z, Luego mayor es: D Z, q̃ no D E, la menor q̃ la mayor que es impoſsible. Luego eſtẽdida vna linea recta deſde, A, aſta. B, no cae fuera dl circulo, Dela miſma manera demoſtraremos, que ni en la miſma circunferencia, luego caera dentro. Luego ſi en la circunferécia devn circulo. y lo de mas que ſe ſigue como enel theorema, loqual conuino demoſtrar,

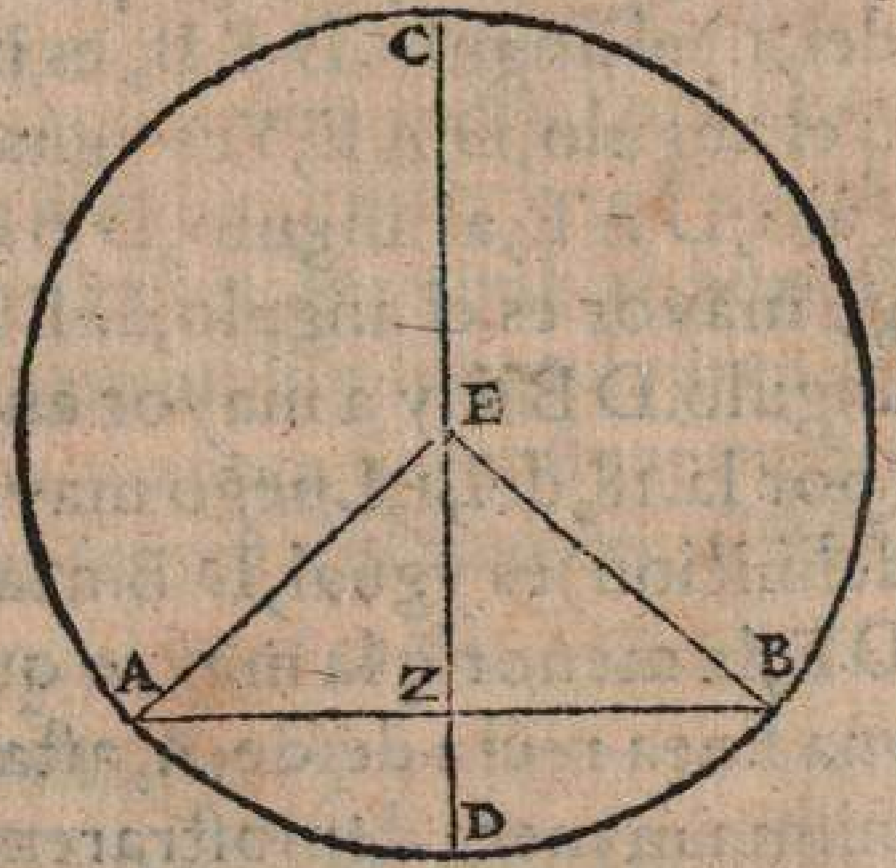


Theorema, 2, Propoſicion. 3.

¶Si enel circulo vna linea recta tirada por el cẽtro, cortare por medio a otra linearecta no tirada por el centro, cortar la a en angulos rectos, y ſi la cortare en angulos rectos, tambiẽ la cortara por medio.

2009 Ministerio de Cultura

¶ Sea el circulo. A B C. y enel vna linea recta tirada por el cẽtro. C D. corte por medio a la linea. A B. no tirada por el centro, enel pũcto, Z. Digo q̃ tambiẽ la corta en angulos rectos: Ofrezcase o tomese el cẽtro del circulo. A B C. por la. 1. del. 3, y sea. E. y por la. 1. peticiõ. tirẽse. E A. E B. y porq̃. A Z. es ygual a la. Z B, y es comũ la. Z E. luego las dos, E Z, Z A son yguales a las dos. E Z, Z B. Y la basis. E A es ygual a la basis, B E (por la 15. definiciõ del. 1. (Luego por la. 8. del. 1.) el angulo. A Z E. es ygual al angulo. B Z E. Y quãdo vna linea recta cayendo sobre otra linea recta hiziere angulos d̃ vna y otra parte entre si yguales (por la. 10, definiciõ del. 1.) cada vno delos mismos angulos sera recto. Luego cada vno de los dos. A Z E. B Z E. es recto. Luego. C D. estendida por el centro cortãdo a la. A B. no estendida por el centro, por medio, corta la tãbien ẽ angulos rectos. Pero corte la. C D. a la A B. en angulos rectos. Digo q̃ tambien la corta por medio, esto es, que. A Z es ygual a la, Z B. porq̃ dispuestas las mismas cosas y fabricadas dela misma manera por que es ygual. E A, a la, E B (por la. 15. d̃l. 1.) sera ygual el angulo E A Z, al alguno. E B Z. Y el angulo. A Z E recto es ygual (por la. 4, peticion, al angulo recto. B Z E. Luego son dos triangulos. E A Z, E B Z, que tienẽ los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado que es. E Z, es a saber que siendo comun (por la. 26. del. 1) se oppone en ellos a vno de los yguales angulos. Luego tambien los de mas lados tendran yguales a los de mas lados. Luego ygual es. A Z. a la. Z B Luego si vna linea recta, y lo de mas que se sigue como en el theorema, lo qual conuino demostrarse.

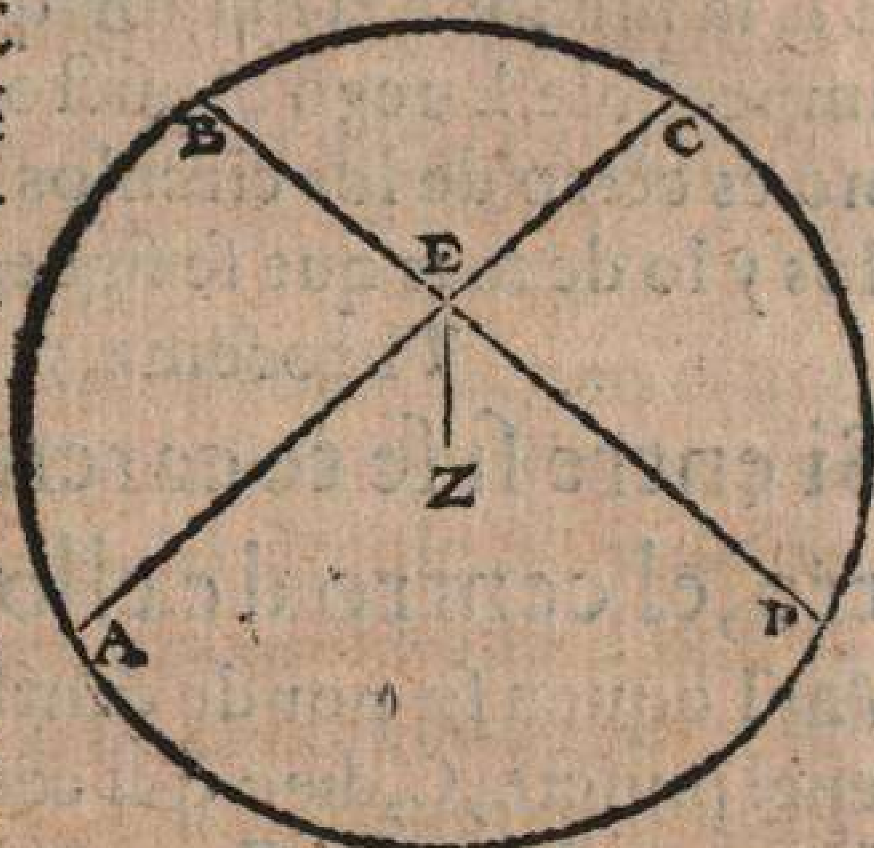


Theorema. 3. Proposicion. 4.

Si en

¶Si en el circulo dos lineas rectas ſe cortaren entre ſi no tiradas por el centro, no ſe cortaran por medio.

❧Sea el circulo. A B C D. y en el dos lineas rectas. A C. B D. cortenſe en, E, no eſtendidas por el cētro. Digo q̃ no ſe cortã por medio. Porq̃ ſi es poſſible cortenſe entre ſi por medio de tal manera q̃, A E, ſea ygual a la E C, y la. B E. a la. E D. Tomeſe el cētro del circulo. A B C D, y ſea por la. 1. del. 3. Z, y por la. 1. peticion, tireſe, Z E. Pues porq̃ vna linea recta, Z E, tirada por el cētro, corta por medio a la linea, A C, no tirada por el centro, corta la tãbiē en angulos rectos, por la. 3. del. 3. Luego el angulo, Z E A, es recto. Yten



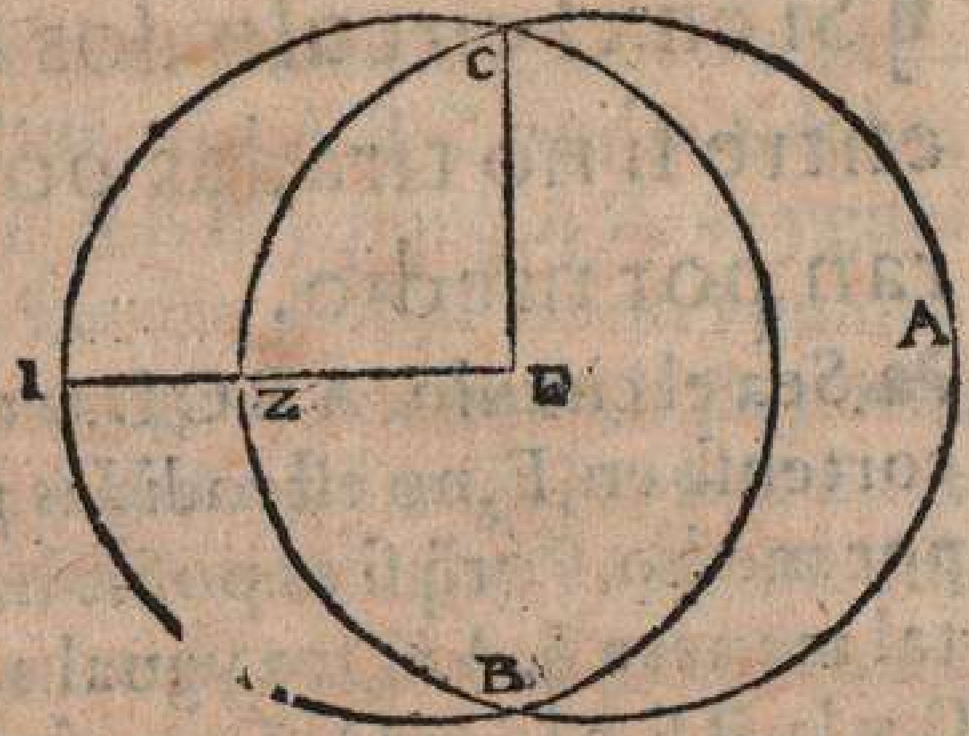
porq̃ vna linea recta, Z E, corta tambien por medio a la linea B D. no tirada por el centro tambien (por la. 3. del. 3) la corta en angulos rectos. Luego el angulo. Z E B, tãbien es recto y proboſe que el angulo, Z E A, es recto, luego el angulo. Z E A, por la. 4. peticiō, es ygual al angulo, Z E B, el menor al mayor que es impoſſible. Luego las lineas rectas, A C, B D. ē ninguna manera ſe cortan por medio. Luego ſi en vn circulo, y lo que mas ſe ſigue que conuino demoſtrarſe.

Theorema. 4. Propoſicion. 5.

¶Si dos circulos ētre ſi ſe cortarē, no ſera vno meſmo el centro dellos.

❧Cortēſe los dos circulos, A B C, C B I, entre ſi ē los pūctos C, B, digo q̃ ſu cētro no es vno meſmo. Porq̃ ſi es poſſible ſea E, y por la, 1, peticiō, tireſe, E C. y tireſe tãbiē, E Z I, como quiera, y porq̃ el pūcto, E, es cētro del circulo, A B C, ſera ygual

2009 Ministerio de Cultura

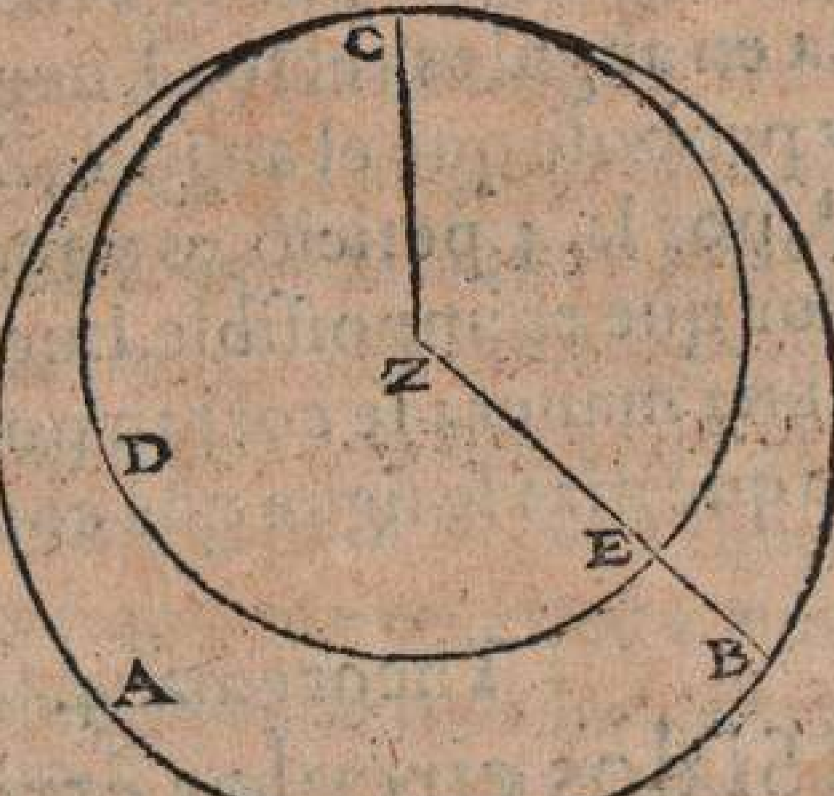


E C,a la,E Z,por la,15, definició del,1,) Ytẽ porq̃ el puncto E.es cẽtro del circulo, C B I, es ygual por la misma dificiõ,E C,a la,E I, y esta demostrado q̃,E Z,es ygual a la,E C luego tãbien,E Z,es ygual ala E I, la menor a la mayor q̃ es impossible. Luego el pũcto,E no es cẽtro de los circulos, A B C,C B I, Luego si dos circulos y lo demas que se sigue, lo qual conuenia demostrar,

Theorema. 5. proposiciõ. 6.

Si entre si se tocaren dos circulos por de dentro, el centro de ellos no serã vno mesmo.

Toquen se por de dentro los dos circulos, A B C,C D E. enel puncto, C, digo q̃ el centro dellos no es vno mismo, Por q̃ si es possible sea,Z,y por la,1,petitiõ,tirese, Z C, y tambien tirese como quiera,Z B,Pues porq̃ el puncto.Z. es cẽtro del circulo, A B C, es ygual, Z C,(por la,15,) definiciõ del.1,a la,Z B, Ytẽ porq̃ el puncto Z,es centro del circulo,C D E,es ygual,Z C,a la,Z E por la misma definiciõ: y esta sabido q̃,Z C.es ygual a la,Z B, luego Z E,es ygual a la, Z B, la menor a la mayor, lo qual es impossible, Luego el pũcto,Z, no es cẽtro de los circulos,A B C,C D E, luego si entre si se tocaren dos circulos: y lo q̃ mas se sigue: como ẽ el theorema que se hauia de demostrar.



Theorema.6. proposicion, 7,

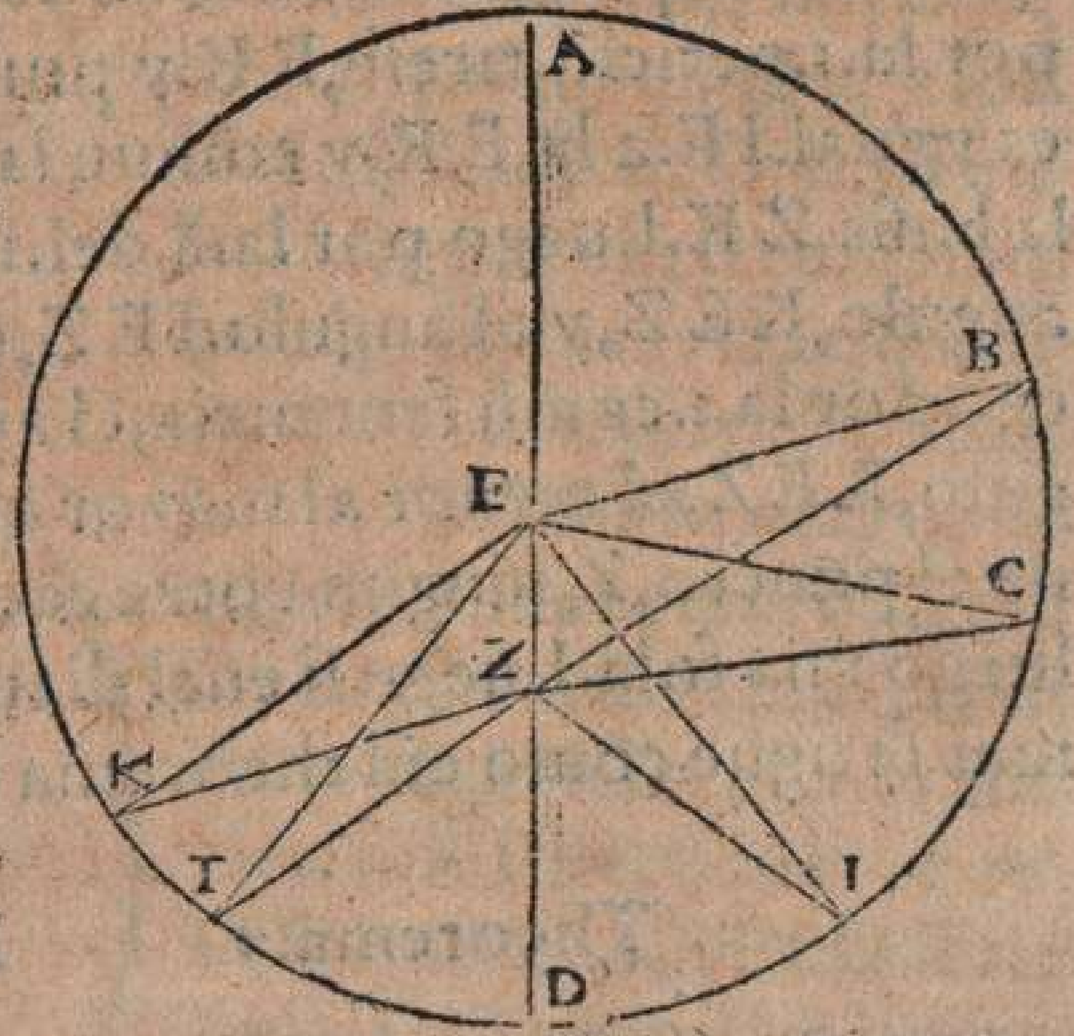
Si enel diametro de vn circulo se tomare algun pũcto q̃ en ningũa manera sea el centro

del

2009 Ministerio de Cultura

del circulo:y desde aq̃l pũcto al circulo salieré algunas lineas rectas:la mayor sera en la q̃ esta el cẽtro:pero la mas pequeña la q̃ resta,y delas otras siẽpre la mas cercana a aq̃lla que passa por el centro,es mayor que la mas apartada, mas solamente caen dos yguales lineas rectas desde el mismo puncto asta el circulo. a ambas partes dela menor.

Sea el circulo.A B C D,y su diametro sea.A D.y en el mismo.A D. tome se vn pũcto y sea.Z.el qual no sea el cẽtro del circulo:y sea(por la.1.del.3,)el centro del circulo.E. y desde Z.asta el circulo.AB C D,cayã algunas lineas rectas.Z B.Z C Z I.Digo q̃ la.Z A.es la mayor:y la.Z D. es la menor:pero de las otras la,Z B.es mayor que la.Z C.y la.Z C.mayor q̃ la.ZI Tirẽ se.B E.C E.I E, por la. 1.peticiõ.Y porq̃(por la.20. del.1.)de todo triãgulo los dos lados son mayores q̃ el q̃ resta,luego.EB.EZ.sõ mayores q̃ el restãte. Z B. y la A E.es ygual a la.B E.porla 15.dificiciõ del.1.Luego.BE E Z.son yguales a la.A Z.luego mayor es. A Z, que B Z. De mas desto porq̃. B E es ygual a la.C E.por la.15. di-



finiciõ del.1.y es comũ la.Z E.luego las dos B E,E Z.son yguales a las dos.C E.E Z.y el angulo.B E Z.es mayor q̃ el angulo C E Z.luego la basis.B Z(por la.24.del.1.)es mayor q̃ la basis C Z.y por esto.C Z.es mayor q̃.Z I.Ytẽ porq̃. I Z.Z E. por la. 20.del.1.)son mayores q̃. E I. y (por la.15. definiciõ del,1.)es ygual

2009 Ministerio de Cultura

ygual.E I,a la.E D.Luego,I Z,Z E son mayores q̃.E D.Quite se la comũ,E Z,luego la q̃ resta.I Z,es mayor que la restante Z D.Luego la mayor de todas es,Z A,y la menor . Z D. y es mayor,Z B. que,Z C y la.Z C,que la.Z I.Digo tambien q̃ desde el puncto,Z,solamente dos lineas rectas yguales caen en el circulo,A B C D,a ambas partes dela menor.Haga se(por la.23.del.1.)sobre la linea recta,E Z,y enel puncto.E. dado ẽ ella el angulo,Z E T.ygual al ãgulo.I E Z (y porla.1.petició, tirese.Z T.Pues porq̃ es ygual.I E,a la,E T,porla.15.definició del.1.y la.E Z.es comun,luego las dos,I E,E Z, son yguales a las dos.T E,E Z.Y por la.23.del.1,el angulo,I E Z.es ygual al angulo.T E Z.Luego por la.4 .del.1,la basis.Z I.es ygual a la basis,T Z.Digo tambien q̃ a la linea, Z I. ninguna otra le cae ygual enel circulo desde el puncto,Z.porque si es possible caya.Z K.Y porque.Z K,es ygual a la,Z I,y la.Z T,es ygual ala Z I. Luego.Z K.es ygual a la,Z T,luego la que esta mas propinqua a la que passa por el cẽtro es ygual a la mas apartada que por lo q̃ esta demostrado es impossible. O desta manera por la.1.petició,tirese,E K.y porq̃ (por la.15.definició del.1.) es ygual.I E.a la,E K,y comun la,Z E,yla basis.I Z.es ygual a la basis,Z K.Luego por la.8.del.1.el angulo,I E Z, es ygual al angulo,K E Z,y el angulo.I E Z,es ygual al angulo,T E Z.Luego por la.1.comũ sentencia,el angulo.T E Z.es ygual al angulo,K E Z,el menor al mayor que es impossible. Luego desde el puncto,Z,ninguna otra cae enel circulo ygual a la. I Z. luego vna sola.Luego si enel diametro de vn circulo,ylo que mas se sigue como eñl theorema q̃ eslo q̃ se auia ꝗ demostrar

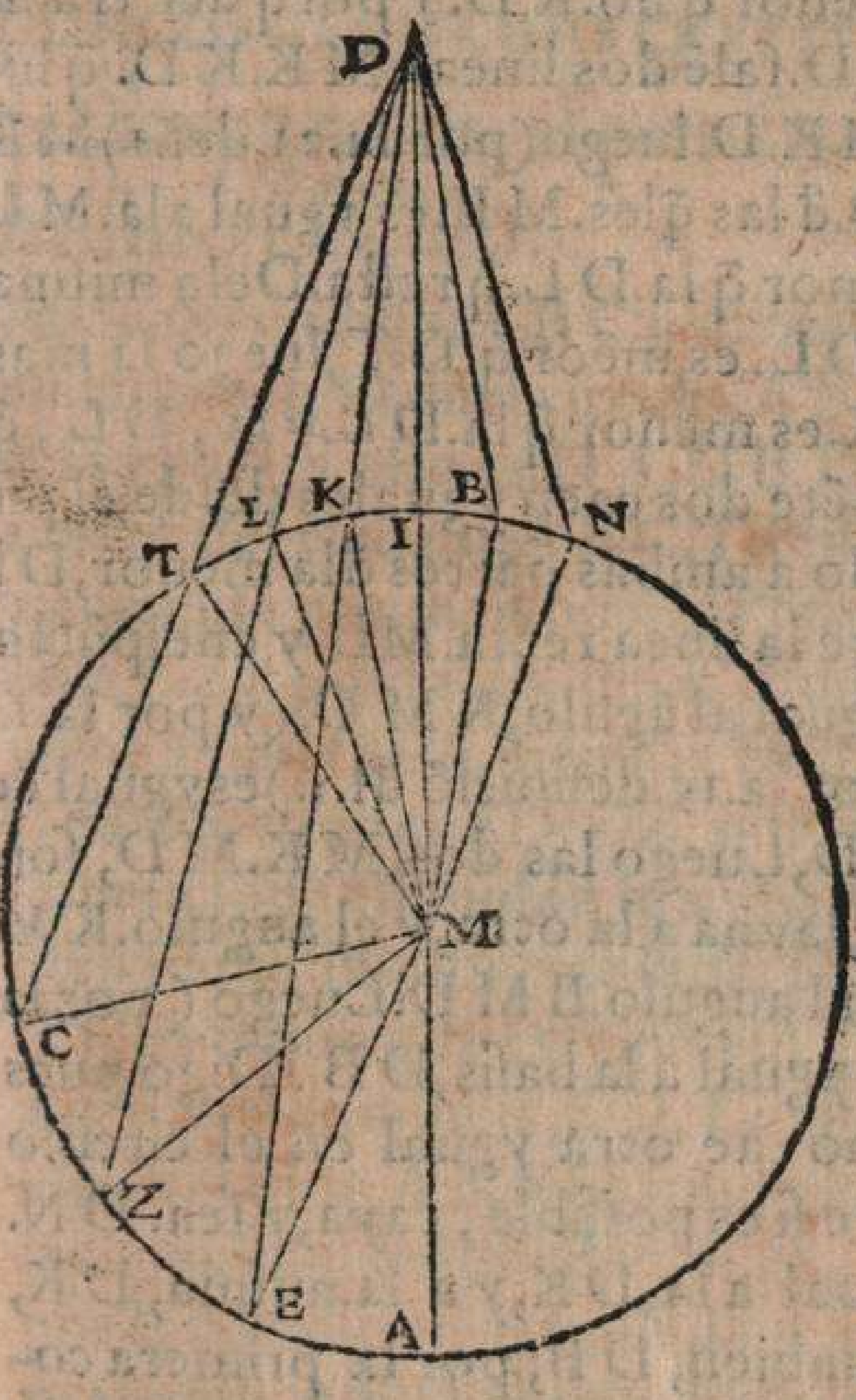
Theorema.7 Proposicion. 8.

¶ Si fuera de vn circulo se toma algũ pũcto y desde aq̃l pũto al circulo se tirã algũas lineas rectas de las quales la vna se estiẽda por el cẽ

tro

2009 Ministerio de Cultura

tro, y las demas como quiera, de las lineas rectas q̃ caen en la circunferencia conuexa es la mayor la q̃ se tiro por el cẽtro: y đ las otras siẽpre la mas propinqua a la q̃ passa por el cẽtro es mayor q̃ la mas remota. Pero delaslineas rectas q̃ caen ẽla circũferẽcia curua es la menor la q̃ esta entre el pũcto y el diametro: y la mas propinqua a la menor siẽpre es menor que la mas apartada y solamẽte dos lineas rectas caẽ yguales eñl circulo a ãbas partes đ la menor,



Sea el circulo. A B C. Y fuera del mismo. A BC. Tomese el puncto. D. y desde el tirense algunas lineas rectas al mismo cirulo, y seã D A. D E. D Z. D C. y tirese. D A. por el cẽtro. Digo q̃ de las lineas rectas, q̃ caẽ en la circũferẽcia del circulo. A E Z C. Es la mayor la q̃ passa por el centro, q̃ es. D A. y la menor la q̃ esta entre el puncto. D y el diametro. A I. Pero mayor es D E. q̃ no D Z, y la D Z. q̃ no la. D C. pero đlas lineas rectas q̃ caen enla circũferẽcia curua. T L K I. siẽpre la mas llegada a la menor D I. es menor q̃ no la mas apar-

2009 Ministerio de Cultura

apartada,esto es la. D K. q̃ no la. D L.y la. D L. q̃ no la D T. Tomese(por la.1.del.3)el centro del circulo. A B C.y sea . M. y por la. 1. peticion) tiren se. M E. M Z.MC.M T,M L. M K. (y porq̃ por la.15.difini.d̃l.1.) es ygual la.A M.a la.E M,põga se comun.M D.Luego A D.es ygual a la dos.E M.M D.Pero la.E M.y la.M D, son mayores q̃ la.E D(por la.20.del.1)Luego tãbiẽ.A D.es mayor q̃ la.E D.Ytẽ porq̃ (por la.15.difinició del.1.)la. M E.es ygual a la.M Z.põga se.M D.comũ, luego la E M.y la.M D.son yguales a la.Z M.y a la.M D.y el ãgulo, E M D.es mayor q̃ el angulo.Z M D.Luego por la.24,del,1).la basis.E D.es mayor q̃ la basis.Z D. Dela misma suerte demostraremos q̃.Z D.es mayor q̃.C D.luego la mayor es . D A . y mayor. D E.q̃ no.D Z.y la.D Z.q̃ no la. D C. Y (porq̃ por la 20.del,1)M K.y la,K D.son mayores q̃.M D,(y por la.15.definició del.1,)es ygual.M I.a la.M K.luego la.K D . es mayor q̃ la.D I.Por lo qual.I D.es menor q̃ no.K D.Y porq̃ del triangulo.M D L.del vn lado.M D.salẽ dos lineas.M K.K D. q̃ hizierõ dentro el triangulo.M K D.luego(por la.21.del.1)M K K D.sõ menores q̃.M L.L D.d̃ las q̃les.M K.es ygual ala.M L Luego la,K D,q̃ resta es menor q̃ la.D L.q̃ resta.Dela misma manera demostraremos q̃.D L.es mẽor q̃.D T,luego la mas pequeña es.D I. Pero la.D K.es menor q̃ la.D L.y la , D L , q̃ la.D T.Digo tãbien q̃ solamẽte dos caen yguales desde el pũcto.D,sobre el mismo circulo a ambas partes d̃la menor,D I Hagase(por la.23.del.1)sobre la linea recta.MD.y enel pũcto M.suyo el angulo,D M B.ygual al ãgulo,K M D,(y por la.1. peticiõ)tirese.DB.y porq̃(por la.15.definició d̃l.1.)es ygual la M B.a la M K,y comũ la.M D,Luego las dos,M K.M D, son yguales a las dos.B M,M D,la vna a la otra,y el angulo.K M D(por la.23.del.1.)es ygual al angulo.B M D.Luego (por la 4 . del . 1 ,) la basis , D K, es ygual a la basis,D B . Digo pues que a la linea recta , D K , no cae otra ygual en el circulo desde el puncto , D , Porque si es possible , caya,y sea. D N. Pues por que la,D N,es ygual a la,D K,y a la misma, D K, le es ygual D B , Luego tambien, D B, por la primera comun sentẽcia)es ygual a la.D N,Luego la maspropinqua ala

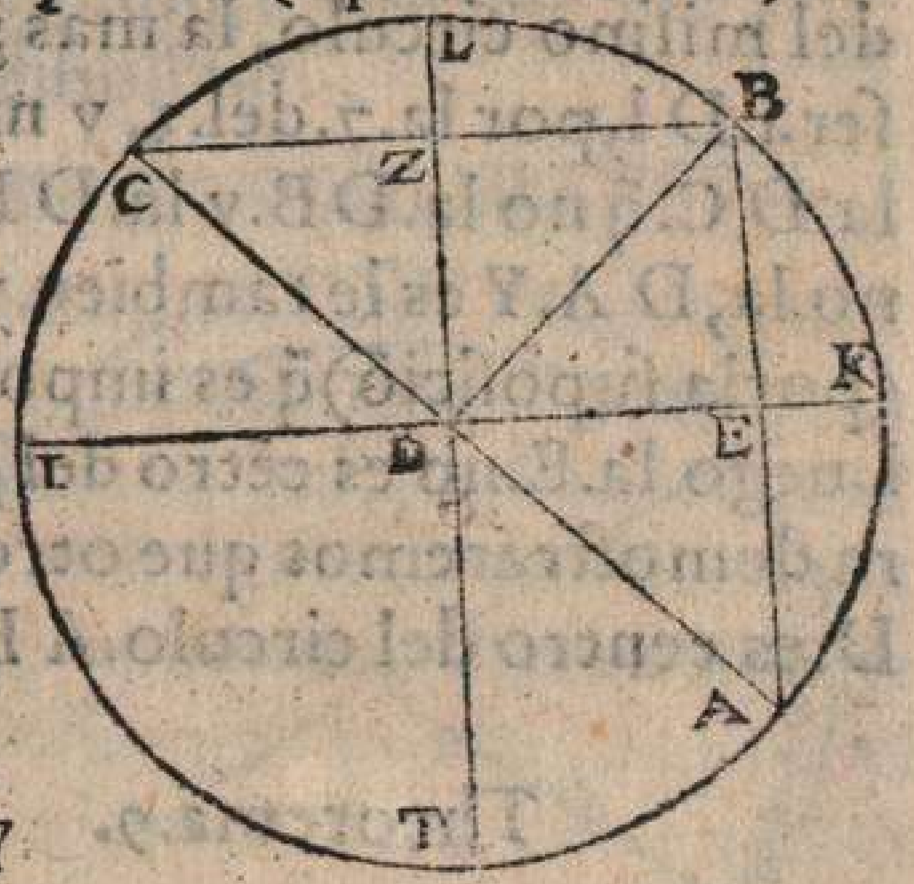
2009 Ministerio de Cultura

menor.D I.es ygual a la mas apartada,lo qual ya esta demostrado por impossible.O tābiē desta manera(Tirese por la.1. peticiō)M N.y porq̄(por la.15.difiniciō)es ygual la.K.M.a la M N.y comun la.M.D.y la basis.D K.es ygual a la basis,D N por la supposicion,luego por la,8,del.1,el angulo.K M D.es ygual al angulo.D M N.y el angulo.K M D,es ygual al angulo.B M D.Luego el angulo.B MD.es ygual al angulo.N MD es a saber el menor al mayor,que es impossible,Luego desde el puncto.D.enel circulo.A B C.no caen mas de dos lineas rectas yguales a ambas partes dela menor. D I. Luego si fuera de vn circulo se toma vn pūcto.Y lo de mas como en el theorema,lo qual conuino demostrar.

Theorema. 8. Proposicion.9.

¶Si enel circulo se toma vn puncto.y desde el puncto al circulo cayeren mas que dos lineas rectas yguales,el puncto tomado es dētro del mismo circulo.

Sea el circulo,A B C.y dentro del este el puncto.D,y desde el mismo.D.enel circulo.A B C.cayan mas q̄ dos lineas rectas yguales,esto es.D A.D B.D C.digo que el puncto.D.es centro del circulo,A B C.Tirense por la.(1.peticion.AB,BC y cortense por medio en los punctos.E Z.(por la, 10. del.1.)Conuiene a saber la.A B.en.E.y la.B, C en.Z.y tiradas.ED.DZ. por la (1.peticion) estiendan se a vna y otra parte asta los punctos, I K. L T.Pues porque es ygual A E. a la E B.y comun la,E D, Luego los dos lados,A E,E D,son yguales a los dos lados,B E,E D, Y

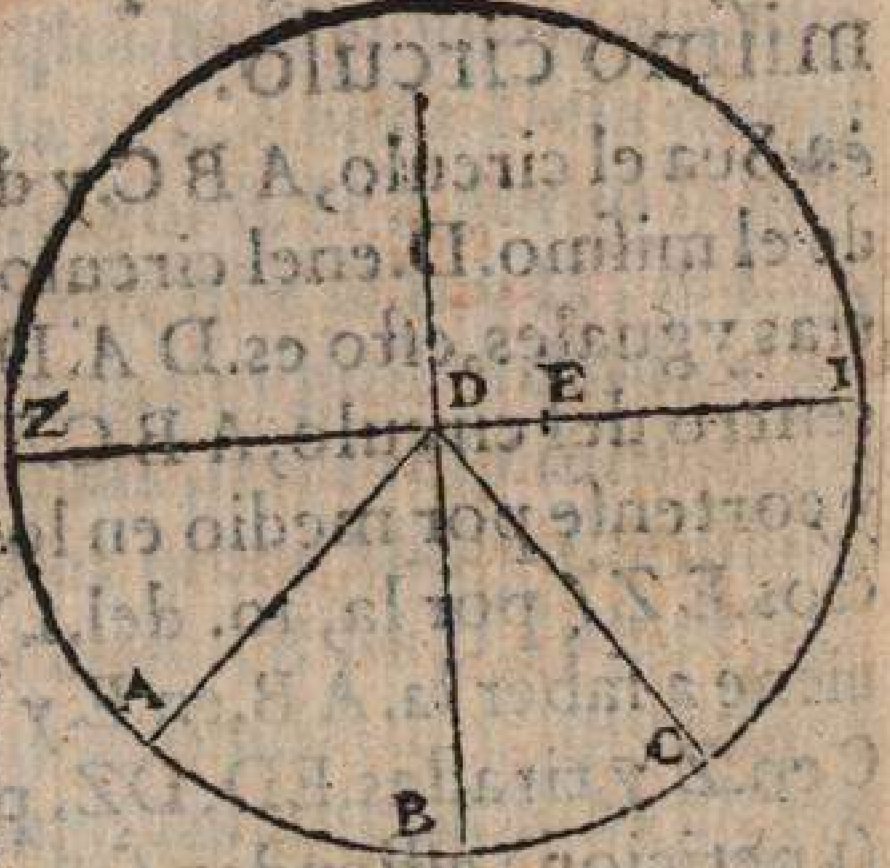


por la suposicion,la basis,D A,a la basis,D B,es ygual.Luego el angulo,A E D,es ygual al angulo,B E D,(por la,8,del,1) luego

luego cada vno delos angulos.A E D.B E D.es recto. Luego
I K, corta por medio a la, A B.y ẽ angulos rectos, por la.3. dl
3.)y porq̃ si enel circulo algũa linea recta corta por medio y
en angulos rectos a algũa linea recta(por el corolario dla,1.
del.3.)enla q̃ corta esta el cẽtro delcirculo, luego ẽla.I K(por
el mismo corolario, esta el cẽtro del mismo circulo.A B C, Y
por lo mismo tãbien enla.T L.esta el cẽtro del circulo, A B C
y ningũo otro tienẽ comũ la.I K.y la.T L.sino el pũcto.D.lue
go el pũcto.D.es cẽtro del circulo. A B C. Luego si dẽtro de
vn circulo se toma algũ pũcto, y desde el pũcto en el circulo
cayerẽ mas q̃ dos lineas rectas yguales, el puncto tomado es
centro del circulo que cõuenia demostrarse.

¶Lo mismo se demuestra de otra manera.

Porq̃ dẽtro del circulo.A B C.Tomese el pũcto.D.y des
de el mismo.D.al circulo cayan mas q̃ dos lineas rectas ygua
les.D A.D B, D C.Digo q̃ el pũcto.D, tomado es cẽtro del cir
culo.A B C.Porq̃ sino, si es possible sea.E.y tirada.D E.estien
dase asta ẽ los pũctos.Z I.Luego
la.Z I.es diametro del mismo cir
culo.A B C.Pues porq̃ en el dia
metro. Z I. del circulo. A B C.se
tomo el pũcto.D.q̃ no es centro
del mismo circulo, la mas grãde
sera.D I, por la.7.del.3, y mayor
la.D C.q̃ no la.D B.y la.D B.que
no la, D A.Y es le tambien ygual
(por la suposiciõ)q̃ es impossible



Luego la.E.no es cẽtro del circulo.A B C.de la misma mane
ra demostraremos que otro ninguno sino.D.Luego el pũcto
D.es centro del circulo.A B C.

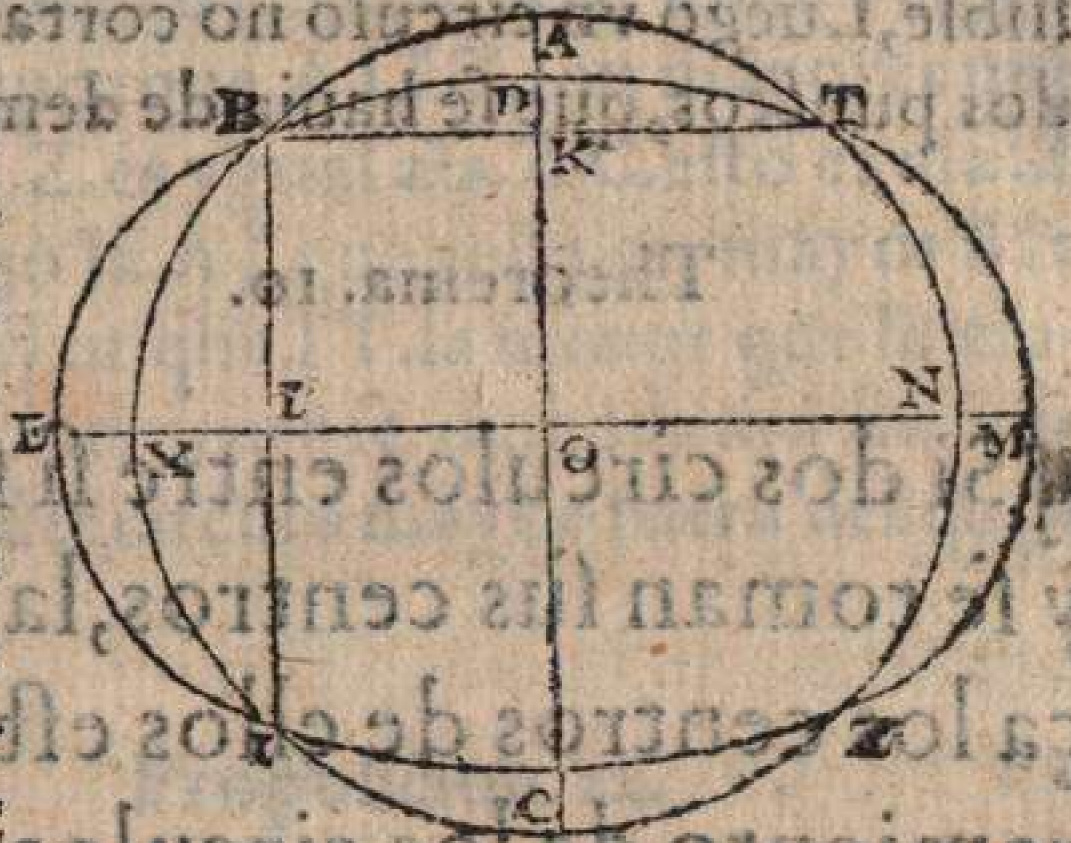
Theorema.9. Proposicion. 10.

¶Vn circulo no corta a otro circulo en mas punctos que dos.

Porq̃

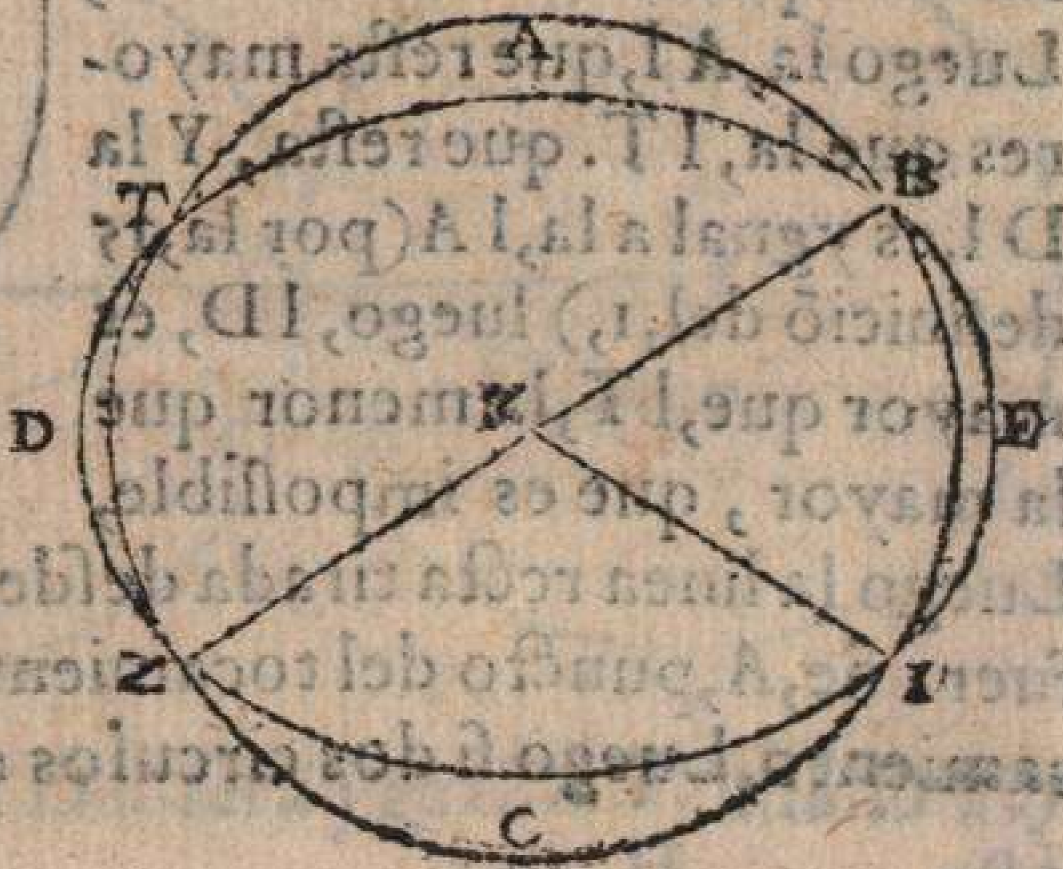
2009 Ministerio de Cultura

Porq̄ ſi es poſſible, el circulo. A B C. corte al circulo, DEZ en mas pūctos que dos, eſto es, en, B. I. T. Z. y tiradas, B I. B T, cortenſe por medio (por la, 10. del. 1.) en los punctos. K. L., y por la. 11. del. 1.) deſde los miſmos. K. L. tiradas ſobre. B I. B T. ē angulos rectos. K C. L N M eſtiendanſe aſta los pūctos A. X. E. Pues por q̄ en el circulo. A B C, la linea recta. A C, corta por medio y en angulos rectos ala linea recta B T (por la. 3. del. 3.) luego ē la miſma. A C. eſta el cētro del circulo. A B C, Yten por q̄ en el miſmo circulo, A B C la linea recta. N X. q̄ es la. M E, corta a la linea. B I. por medio y en angulos rectos, por la. 3. del. 3.) luego en la. N X. eſta el cētro del circulo. A B C, por la miſma) y eſta demoſtrado que tābien en la. A C, y en ningūo otro concurren las lineas rectas A C. N X. entre ſi ſino ē. O. luego. O. es cētro del circulo. ABC Dela miſma manera demoſtraremos q̄ tābiē. O. es el cētro dl circulo. D E Z. luego delos dos circulos. AB C. D E Z. q̄ entre ſi ſe cortā, es vn miſmo el cētro, lo qual, por la, 5. del. 3.) es impoſſible. Luego vn circulo a otro circulo, ē mas que dos punctos no le corta, que ſe hauia de demoſtrar.



¶ Lo miſmo ſe demueſtra de otra manera.

¶ Corte otra vez el circulo A B C, al circulo, D E Z, en mas que dos punctos q̄ es en, B, Z, T. I, (y por la, 1, del 3,) tome ſe el centro delcir culo, A B C, y ſea, K, y tire ſe, K B, K I, K Z, Pues porq̄ dentro del circulo, D E Z, ſe toma vn puncto, K, y en el miſmo circulo caen mas



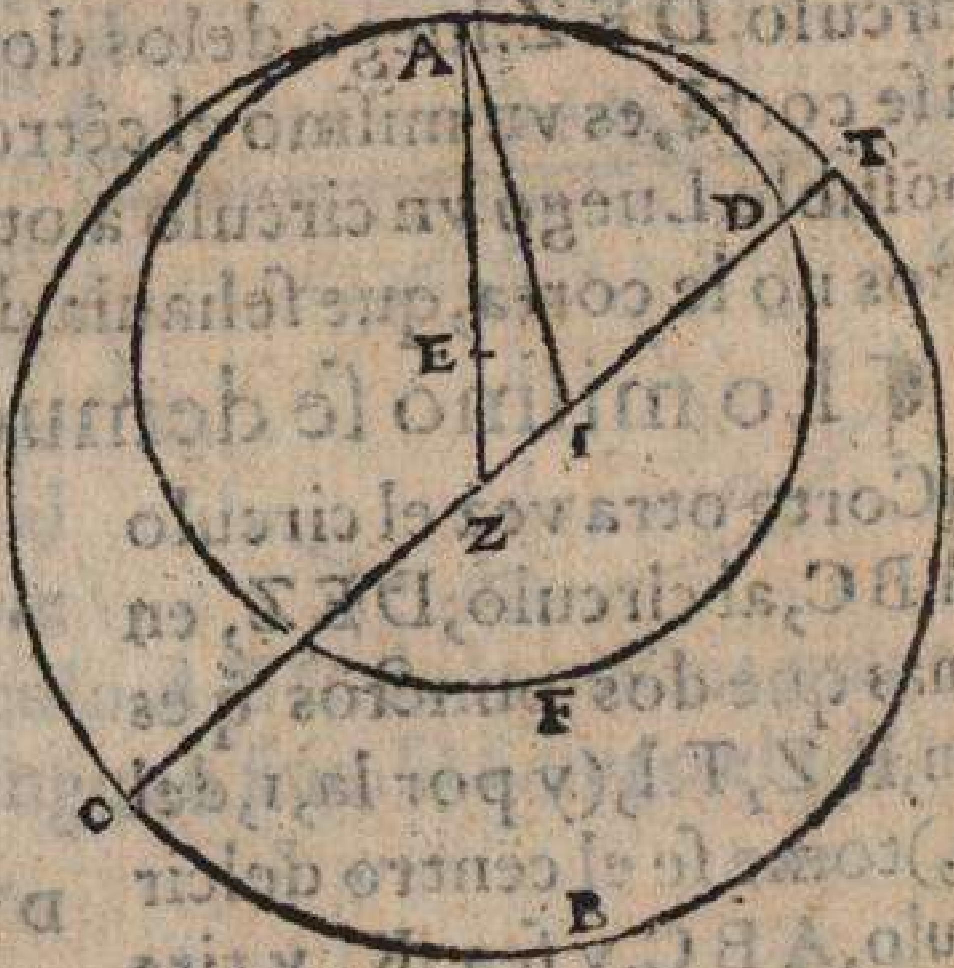
que dos

que dos lineas rectas, K B. K I, K Z, luego (por la. 9, del, 3,) el puncto, K, es centro del circulo, D E Z, y del circulo, A B C, es centro el mismo, K, Luego de los dos circulos que entre si se cortan es vno mismo el cẽtro, K. q̃ (por la, 5, del, 3) es impossible, Luego vn circulo no corta a otro circulo en mas que ẽ dos punctos, que se hauia de demostrar,

Theorema. 10. Proposicion. 11.

¶ Si dos circulos entre si se tocaren por dẽtro y se toman sus centros, la linea recta que abraça los centros de ellos estendida cae en el tocamiento de los circulos.

Los dos circulos, A B C, A D F. Toquense entre si por dẽtro enel pũcto, A, y tomese (por la, 1, del, 3,) el centro del circulo, A B C, y sea, Z, y el del circulo, A D E, sea, E, digo que la linea recta tirada desde, Z, asta en. E. y estendida, cae en el pũcto, A. porque sino, si es possible caya como, Z I D T. y tirese. A Z. A I. Pues porque. A I. y la. I Z, por la (zo. del. 1) sõ mayores que la. Z A. esto es, que la. Z T. quitese la comun. I Z, Luego la, A I, que resta mayores que la, I T. que resta, Y la D I. es ygual a la, I A (por la, 15 definiciõ del, 1,) luego, I D, es mayor que, I T, la menor que la mayor, que es impossible,



Luego la linea recta tirada desde, Z, asta el puncto. I. no cae fuera de, A, puncto del tocamiento, luego cae en el mismo tocamiento, Luego si dos circulos entre si se tocarẽ por dẽtro y se

2009 Ministerio de Cultura

y se toman sus centros la linea recta que abraça los centros d̃ llos estendida cae enel tocamiento dellos.

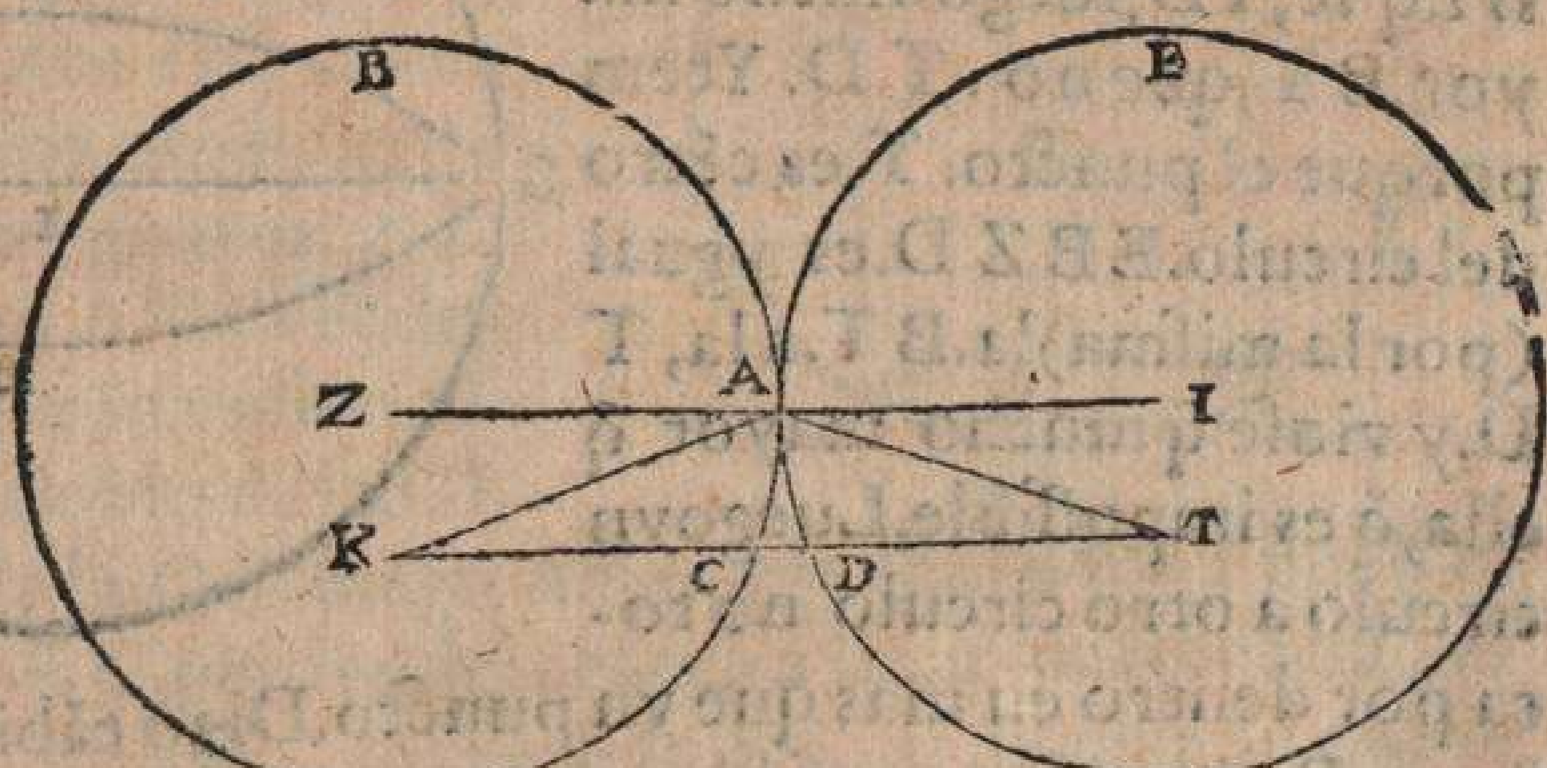
¶Lo mismo se demuestra de otra manera.

Caya como . I Z C. y estiendase en derecho.C Z I.hasta en̄lpũ to.T.y tirense.A I.A Z.puesporque.A I.I Z.son mayores que A Z.(por la.20.del.1.)y la.A Z.es ygual ala.Z C.esto es ala .Z T.quitese la comun.Z I.luego la.A I.que resta es mayor q̃ la I T que resta,esto es.I D.mayor que.I T.la menor que la mayor ques impossible.Semejantemente se demostrara ser impossible aunq̃ este el centro del circulo mayor fuera del circulo pequeño.

Theorema.11. Proposicion. 12.

¶Si dos circulos entre si por de fuera se tocaren,la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Los dos circulos.A B C.A D E.toquense por de fuera enel puncto.A.y tomese por la.1.del.3.el centro del circulo.A BC y sea.Z.y el del circulo.A D E.sea.I.digo que la linea recta tirada desde.Z.hasta.I.passa por el tocamiento.A. porque sino passe como.K C D T.si es possible, y tirē se A K.A T.Pues por que.K. es centro del circulo. A B C.sera ygual. K A. ala.K C. Item porque el puncto.T es centro del circulo.A D E.sera ygual.A T. a la.D T.y



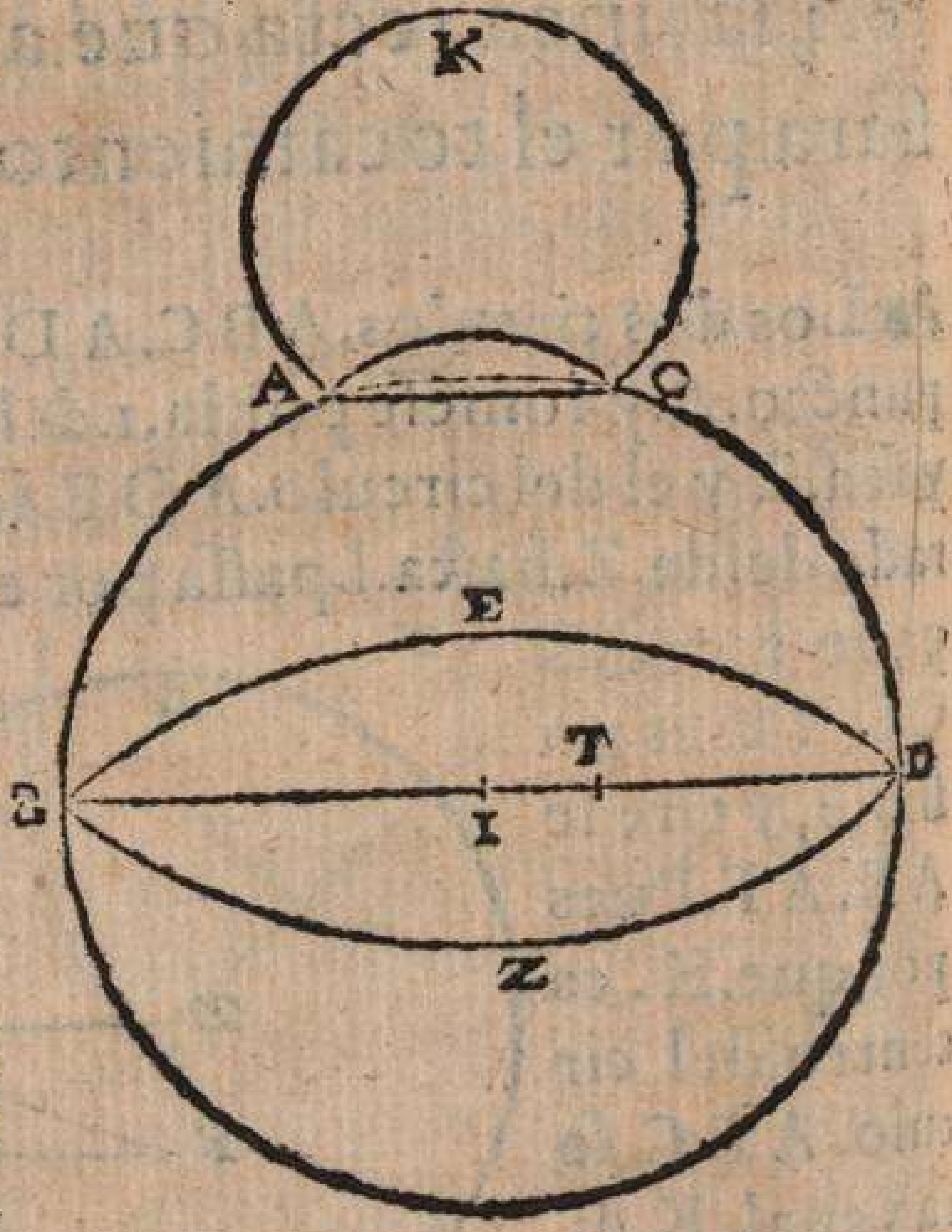
esta

y esta demostrado q̃.K A.es ygual ala.KC.luego.K A.y la AT. son yguales a la.KC.y ala.TD.por lo qual toda la.KT.es mayor que las dos.K A.A T.y es menor por la.20.del.1, lo qual es impossible.Luego la linea recta tirada del cẽtro del vno al del otro passa por el puncto.A.del tocamiento. Luego si dos circulos se tocaren entre si por de fuera la linea recta que abraça sus centros passara por el tocamiento.

Theorema.12. Proposicion.13.

¶ Vn circulo no toca a otro circulo en mas pũctos que vno, aunque le toque por de fuera y aunque por dentro.

Porq̃ si es possible toque el circulo.A B C,al circulo. E B C D,lo primero por dentro en mas que vn puncto, que es ẽ D.B.y tomese el centro del mismo circulo. A B C D. y sea. I. (por la.1.del.3.) y el del circulo. E B Z D.sea. T. luego por la.11.del mismo)la linea recta tirada desde.I.asta. T.Cae en los punctos.B D.como.B I T D.y porque el puncto.I.es cẽtro del circulo A B C D. por la.15.definicion del.1,es ygual B I. a la.D I.Luego mayor es B I.que,T D,luego mucho mayor,B T,que no. T D. Ytem porque el puncto. T.es cẽtro del circulo.E B Z D.es ygual (por la misma)la.B T.a la, T D.y viose q̃ mucho mayor q̃ ella, q̃ es impossible.Luego vn circulo a otro circulo no toca por dentro en mas que vn puncto.Digo tãbien que ni por fuera.Porque si es possible,toque el circulo.A C K.al circulo A B C D.por defuera en mas punctos q̃ vno,cõuiene a saber



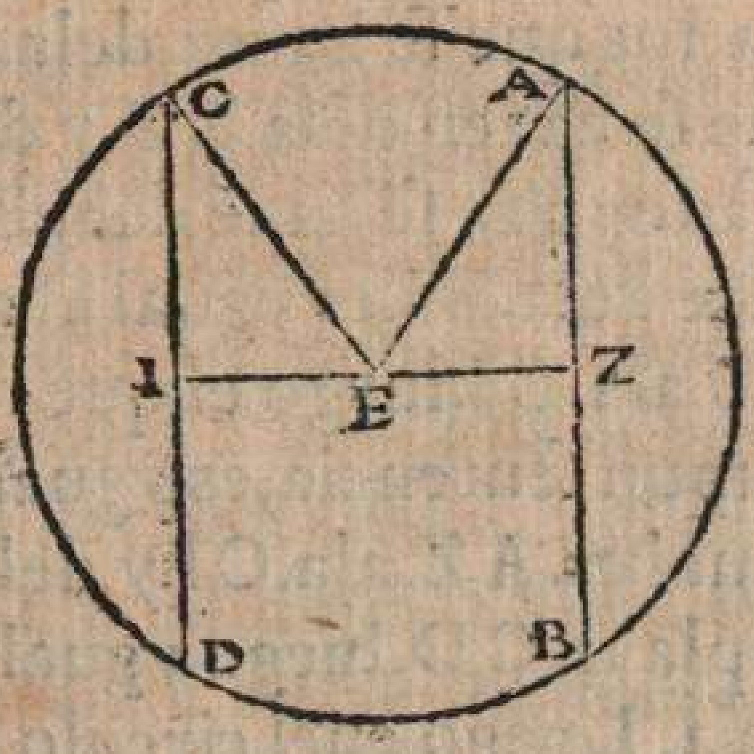
2009 Ministerio de Cultura

en A,y en.C,y tirese, A C,por la.1.petició)Pues porque en la circūferécia de ambos circulos.A B C D,A C K,sean tomado dos pūctos,a caso A.C,cae détro de ambos(por la.2.del.3.)la linea recta que los abraça,y cae dentro del circulo. A B C D y fuera del circulo.A C K,lo qual es impossible.Luego vn circulo a otro circulo no le tocara por de fuera é mas punctos q̄ en vno.Y esta demostrado que ni por dentro.Luego vn circulo no toca a otro circulo en mas punctos que vno aunq̄ por fuera y aunque por dentro le toque,lo qual conuino demostrarse.

Theorema.13. Proposicion.14.

¶En el circulo yguales lineas rectas, ygualmēte distā del centro,y las que ygualmente distā del centro son yguales entre si.

Sea el circulo.A B C. y esté en el las lineas rectas, A B C D Digo q̄ ygualméte distā del cētro,Tomese por la.1,ð͂l,3. el cētro del circulo. A B C D.y sea.E.y desde el pūcto,E.sobre las mismas.A B.C D(por la.12.del.1.) tiresé las perpendiculares E Z.E I.y tirense por la.1. peticion,A E,E C . Pues porq̄ por la.1.del.3.la lin ea recta.E Z.tirada por el cétro corta por el medio y é angulos rectos vna linea recta.AB.no estédida por el centro,luego ygual es. A Z. a la.B Z.Luego, A B. es el doblo de.A Z,y por lo mismo tābien.C D.es el doblo de la.C I.



y es ygual.A B a la.C D.luego AZ.es ygual a la.C I.Y porq̄ es ygual.A E.a la.E C.por ser del centro a la circunferencia, es ygual el quadrado que se haze de la. E C. al quadrado que se haze de la.A E ,y por la.47.del.1.al quadrado que se haze de la.A E.son yguales los quadrados que se hazen de la. A Z. y

2009 Ministerio de Cultura

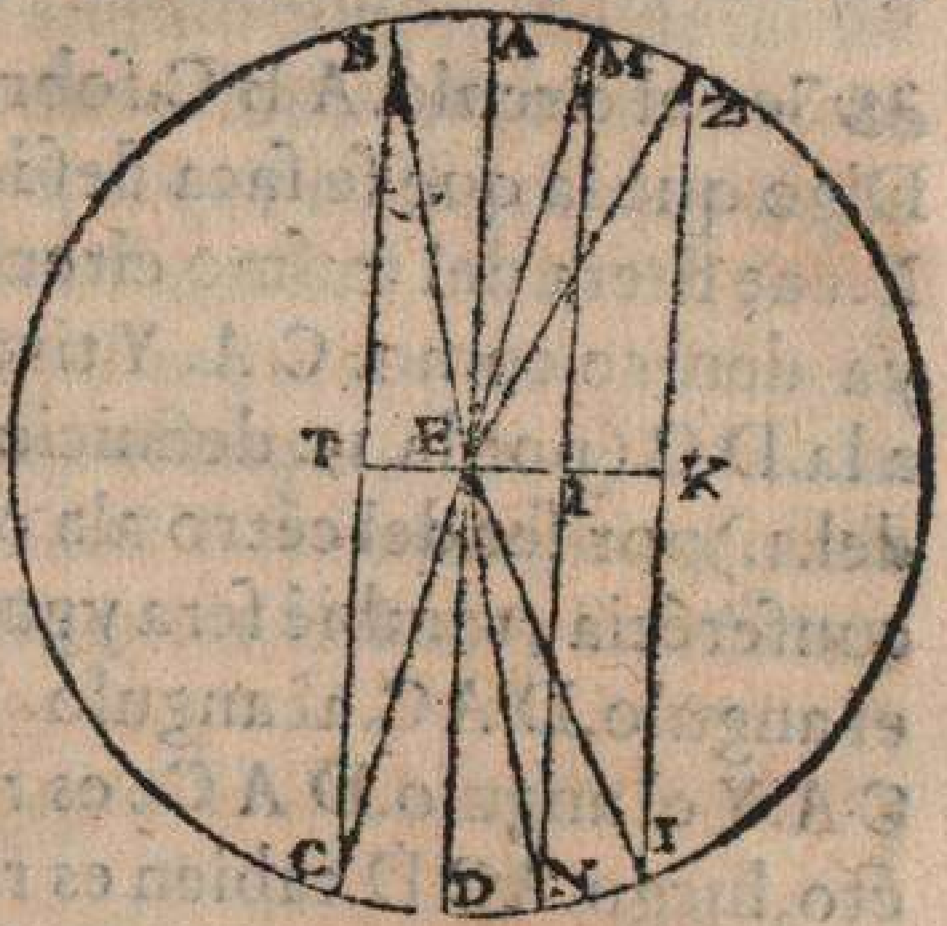
de la .Z E porque es recto el angulo . Z.y a aquel que ſe haze dela.E C. (por la miſma) ſon yguales los que ſe hazen de la,E I. y de la. I C. porque es recto el angulo.I. luego losquadrados que ſe hazen dela.A Z.y dela Z E.ſon yguales a los q̃ ſe hacen dela.C I,y dela.I E.delosquales aquel qu eſe hacede la.A Z.es ygual al que ſe hace dela,C I.porque es ygual.A Z. ala.C I.luego el reſtante que ſe haze dela.Z E.es ygual alque reſta que ſe haze dela.E I.(por la.3.comun ſentencia) luego E Z.es ygual ala.E I,y enel circulolas lineas rectas ſe dizen ygualmente diſtar del centro quando las perpẽdiculares tiradas del centro haſta ellas ſon yguales(por la definiciõ.4.del. 3.)luego.A B.C D.ygualmente diſtan del centro. Pero põgo que.A B.C D.ygualmente diſtan del centro,eſto es q̃.E Z, ſea ygual ala.E I.Digo ques ygual.A B.ala.C D. Porque pueſtas las miſmas coſas demoſtraremos dela miſma ſuerte que A B.es el doblo dela miſma.AZ.y la C D.dela.C I. Y porques ygual.A E.ala.C E.por ſalir del centro a la circunferentia, es ygual el quadrado que ſe haze dela.A E.al quadrado que ſe hace dela.C E. Y a aq̃l quadrado que ſe haze dela.A E.ſon yguales los quadrados que ſe hazen dela.E Z.y đ la.Z A. (por la.47.del.1.)y al que ſe haze dela.C E.ſon yguales,por la miſma,los que ſe hacen dela.E I.y dela.I C.Luegolosquadrados que ſe hazen dela.E Z.y dela.Z A.ſon yguales a aquellosquadrados que ſe hazẽ dela.E I.y dela.I C.Delos quales el queſe haze dela.E I.es ygual al que ſe haze dela.EZ.porques ygual E Z.ala.E I.luego el que reſta que ſe haze dela.A Z, por la.3. comun ſentencia,es ygual a aquel que ſe hace dela.C I,luego ygual es.A Z.ala.C I.y dela.A Z.es dupla la.A B.ydela.C I.es dupla la.C D.luego ygual es.A B.ala.C D,por la 6. comun ſẽtẽcia, Luego enel circulo yguales lineas rectas ygualmente diſtan del centro.Y las que ygualmente diſtan del centro ſon yguales entre ſi.Lo qual ſe auia de demoſtrar.

Theorema.14 Propoſicion,15,

2009 Ministerio de Cultura

Enel circulo la mayor es el diametro, y de las otras siempre la mas propinqua al centro, es mayor que la mas apartada.

❧ Sea el circulo, A B C D. y el diametro suyo sea. A D. y el cētro sea. E. y la mas llegada al diametro. A D. sea. B C, y la mas apartada sea. Z I, digo que. A D. es la mayor, y mayor es. BC. que no. Z I. Tirese (por la. 12. del. 1.) desde el cētro. E, sobre las dos, B C. Z I, las perpendiculares. E T. E K. y porq̄ la mas llegada al centro es. B C. y la mas apartada, Z I. Luego por la. 4. difinicion del. 3. mayor es. E K, q̄ la, E T. pongase (por la. 4. del. 3.) la. E L. ygual ala. E T. y por la. 11. del, 1. tirada. L M. por el puncto. L, en angulos rectos con, E K. estiendase hasta. N. y por la. 1, peticion, tirense. E M. E N. E Z. E I. Y porque. E T. es ygual ala. E L, (y por la, 14. del 3.) y difinicion, 4. del mesmo, es ygual. B C. ala. M N. yten por que es ygual. A E. ala, E M, y la. E D, ala. E N. luego, A D. es ygual ala, E M, y ala. E N. Y la M E, y la. E N. por la, 20. del. 1. son mayores que. M N. luego. A D. es mayor que. M N. Y porque las dos. M E, E N, son yguales alas dos. Z E. E I. (por la. 15. definicion del. 1., por ser del centro ala circunferencia. Y el angulo. M E N. es mayor que el angulo. Z E I. Luego la basis. M N. por la. 24. del. 1. es mayor que la basis. Z I. Y esta mostrado. M N, ser ygual, ala, B C. luego, BC. es mayor que, ZI, Luego la mayor es el diametro. A D. y mayor la, BC, que la. ZI. Luego eñl circulo la mayor es el diametro. Y delas otras siempre la mas propinqua al centro es mayor que la mas apartada, que convino demostrarse.

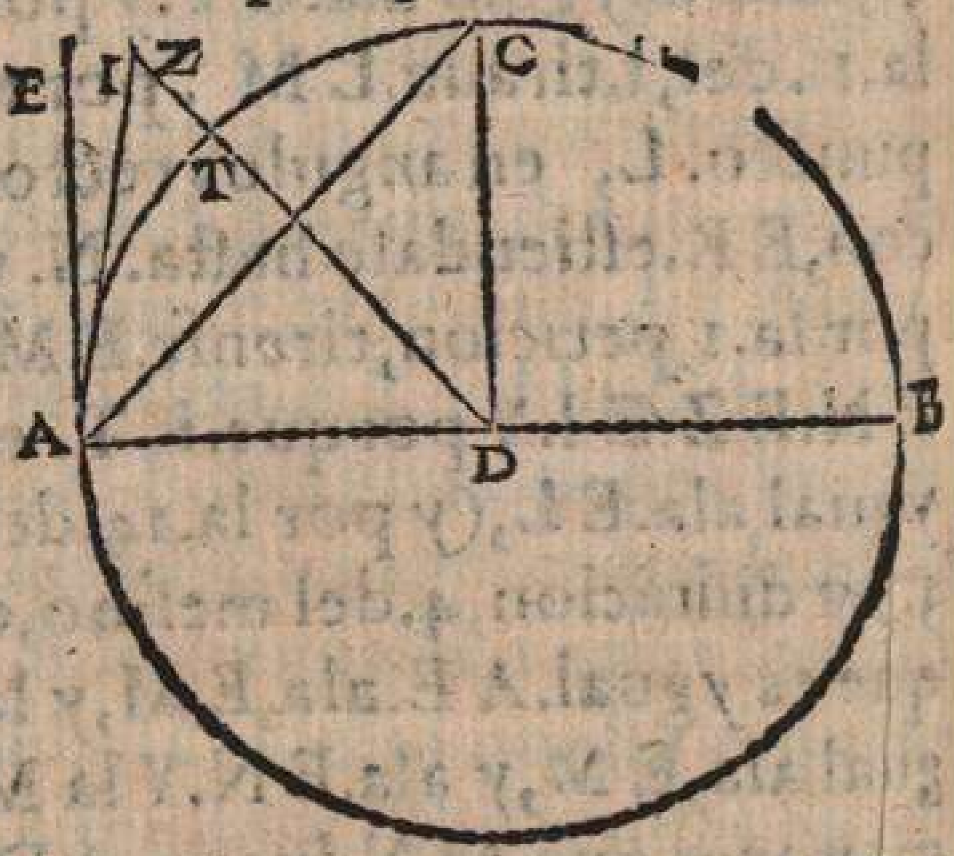


Theorema. 15. Proposicion. 16.

2009 Ministerio de Cultura

¶La que ſe ſaca dela extremidad del diametro del circulo en ãgulos rectos cae fuera del miſmo circulo: y en el lugar de entre la miſma linea recta y la circunferẽcia del circulo no caera otra linea recta, y el angulo del ſemicirculo es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y menor el que reſta.

Sea el circulo. A B C. ſobre el centro. D. y el diametro. A B Digo que la que ſe ſaca deſde. A. en angulos rectos con la. A B. cae fuera del miſmo circulo, Porque ſino, ſi es poſſible caya dentro como. C A. Y tire ſe. D C. Y porque. D A. es ygual a la. D C. (por la. 15. definicion del. 1.) por ſer del cẽtro ala circunferẽcia, tambiẽ ſera ygual el angulo. D A C. al angulo. D C A. Y el angulo. D A C. es recto, luego. A C D. tãbien es recto, Luego los angulos. D A C A C D. ſõ yguales a dos rectos Lo qual, por la. 32. del. 1, es impoſſible. Luego la ſacada del



pũcto. A. en angulos rectos con. A B. no cae dẽtro del circulo Tãbien dela miſma manera demoſtraremos q̃ ni en la miſma circũferencia. Luego cae fuera como. A E. Digo q̃ en el lugar entre la linea. A E. y la circũferẽcia. B C A. no cae otra linea recta. Porq̃ ſi es poſſible caya como. Z A. y ſaqueſe (por la. 12. del. 1.) del puncto. D. ſobre la. Z A. la perpendicular. D I. Y porq̃ es recto el angulo. A I D. y menor q̃ recto el angulo. D A I. Luego mayor es. A D. q̃ no. D I. Y es ygual la. D A. a la. D T. por ſer del cẽtro a la circũferencia. Luego por la. 19. del. 1. mayor es. D T. que no. D I. la menor q̃ la mayor, q̃ es impoſſible.

Luego

2009 Ministerio de Cultura

Luego enel lugar entre la linea recta y la circũferẽcia no cae otra linea recta. Digo tãbien q̃ el angulo del semicirculo contenido dela linea recta. A B. y dela circũferencia. C T A. es mayor que todo angulo agudo rectilineo, y el que resta contenido dela circũferencia. C T A. y dela linea recta. A E, es menor q̃ todo angulo agudo rectilineo. Porq̃ si hay algun angulo rectilineo mayor q̃ el angulo que es contenido dela circunferẽcia. C T A. y dela linea recta. B A. pero menor q̃ el que es contenido dela circunferẽcia. C T A. y de la linea recta. A E. caera enel lugar entre la circunferẽcia. C T A. y la linea recta. A E. linea recta, la qual hara mayor el angulo contenido de las lineas rectas que el q̃ es contenido de la linea recta. B A. y la circunferẽcia. C T A. pero menor q̃ el que es contenido de la circunferencia. C T A. y dela linea recta. A E. Y no cae. Luego por la possibilidad ya demostrada, el angulo agudo contenido de lineas rectas, no es mayor que el angulo cõtenido dela linea recta, B A. y dela circunferẽcia. C T A. ni tampoco menor que el contenido dela circunferencia. C T A. y dela linea recta, A E.

¶ Corolario.

¶De aqui es manifiesto que la sacada dela extremidad del diametro de vn circulo en angulos rectos toca al mismo circulo. Y que la linea recta, solamente en vn puncto solo toca a vn circulo.

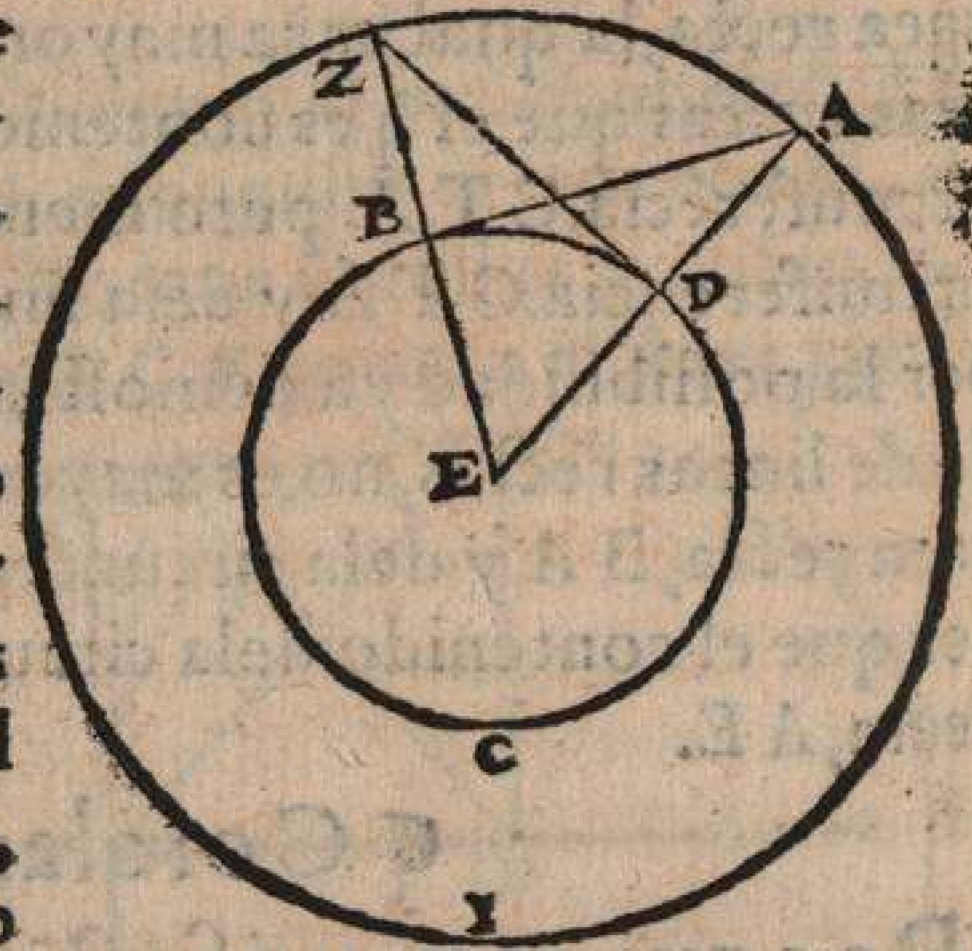
Porque esta demostrado (por la. 2, del. 3.) que la que en aquellos dos punctos cae, cae dentro del, Lo qual conuino demostrarse.

Problema. 2, Proposicion. 17.

¶De vn pũcto dado tirar vna linea recta que toque a vn circulo dado.

2009 Ministerio de Cultura

Sea el punto dado. A. y el circulo dado sea. B C D. cõuiene pues desde el pũcto dado, A, tirar vna linea recta q̃ toque al circulo, B C D, Tomese por la, 1. del, 3. el centro del circulo y sea, E. y tirese por la. 1. peticiõ. A D E. y haciendo centro. E. segun la distancia. E A. por la. 3, peticion, describase el circulo. A Z I. y desde el mismo. D. tirese. D Z. en ãgulos rectos sobre E A. por la. 11. del, 1, y por la. 1, peticion. tiresse. E B Z, y. AB. Digo que desde el puncto. A. se tiro la linea. AB. que toca al circulo. B C D. Porque el punto, E, es centro del circulo, B C D, y del, A Z I, es ygual la, E A, ala, E Z, y la E D, ala, EB, por ser dl centro ala circunferencia, Luego las dos, A E, E B, son yguales alas dos, EZ, ED, y tienẽ comun el angulo, E, luego la basis, D Z, por la, 4, del, 1, es ygual ala basis. A B, y el triangulo D E Z, al triangulo, E B A, es ygual, y los de mas ãgulos a los de mas angulos, Luego ygual es el angulo, E D Z, al angulo, E B A, y es recto, E D Z, luego



tambien es recto, E B A, Y la, EB, es desde el centro, y la que en angulos rectos se saca dela extremidad del diametro del circulo, toca al mismo circulo por el corolario dela, 16, del, 3 luego. A B, toca al circulo, B C D, luego del puncto dado, A, se tiro la linea, A B, tocando al circulo dado, D B C. Lo qual conuino hazerse,

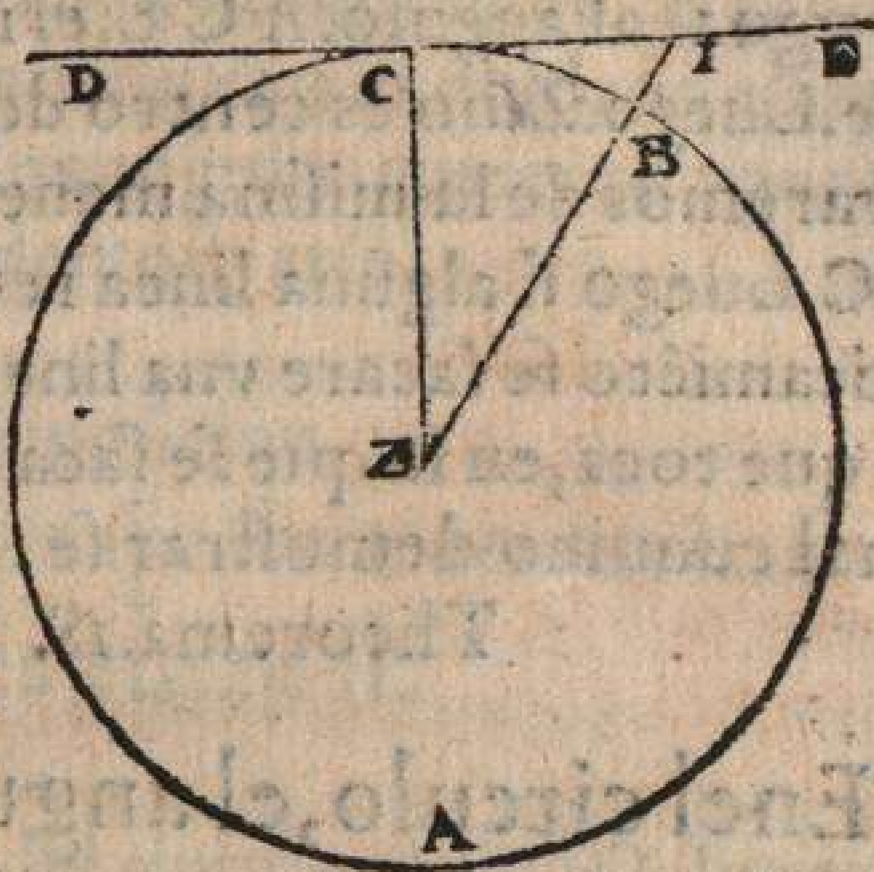
Theorema. 16. Proposicion. 18.

¶ Si alguna linea recta tocare al circulo y desde el centro al tocamiẽto se tirare algũa linea recta, la tirada sera perpẽdicular a la q̃ toca.

¶ Al circulo. A B C. toque se alguna linea recta. D E. enel puncto. C. y tomese por la. 1. del. 3. el cẽtro del circulo. A B C. y sea

2009 Ministerio de Cultura

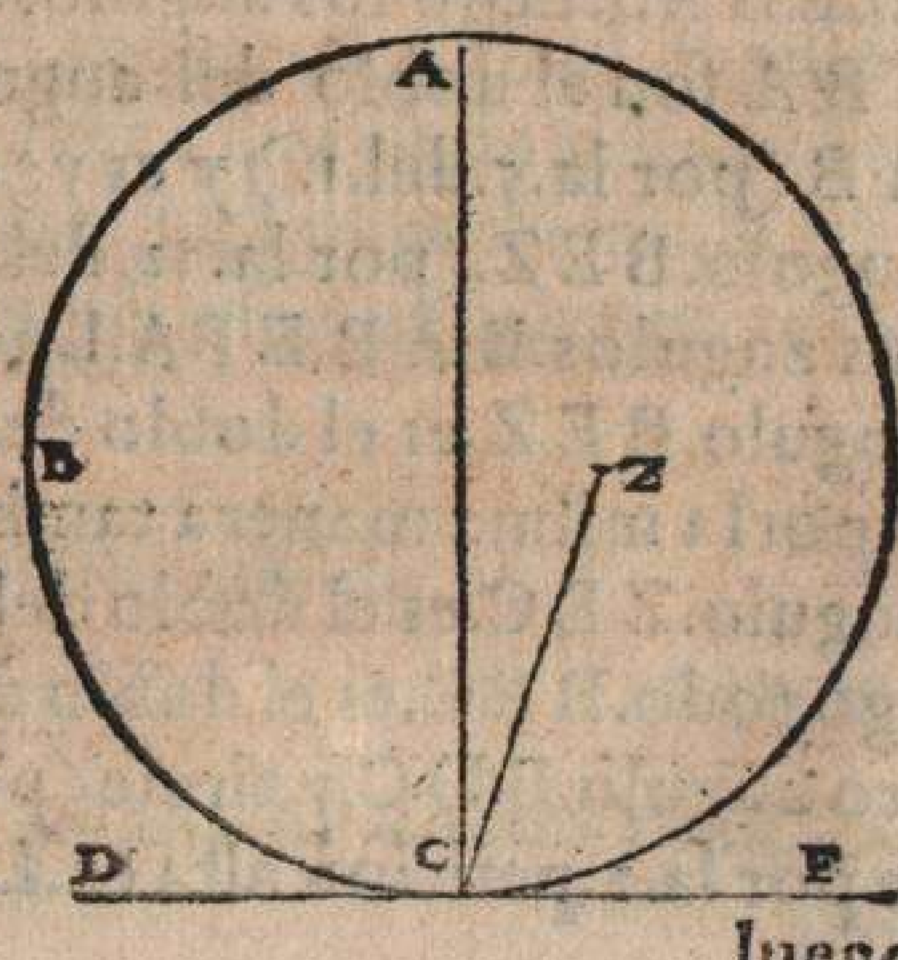
Z.y desde.Z.asta en.C.tirese por la.1.peticion,Z C.digo q̃ Z C es perpẽdicular sobre la.D E. Porque sino,tiresepor la.12.đl primero desde.Z.sobre. D E. la perpendicular.Z I.Pues porque el angulo.Z I C.es recto,luego el ãgulo.I C Z.es agudo.Luego mayor es el angulo.Z I C.q̃ el angulo.Z C I.ydebajo de mayor angulo(por la.19.del.1.) se estiẽde mayor lado,luego mayor es. Z C.q̃ no.Z I.y es ygual la.Z C.a la.C B por ser del cẽtro a la circunferẽcia,luego mayor es.Z B.que .Z I. la menor q̃ la mayor,q̃ es impossible.Luego.Z I.no es perpendicular sobre. D E. Luego si alguna linea recta tocare al circulo,y lo q̃ mas se sigue.Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.17. Proposicion.19.

¶Si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiento se le sacare alguna linea recta en angulos rectos,enla que es sacada estara el centro del circulo,

Al circulo.A B C.toquelevna linea recta.D E.enel puncto . C. y desde.C.por la.11. del.1. Tire se C A.en angulos rectos.Digoque enla misma.C A.esta el centro đl circulo,Porq̃ sino, si es possible este en.Z.y por la.1.,peticion tire se.C Z. Pues porq̃ la linea . D E. toca al circulo.A B C. y desde el centro al tocamiento se tiro.Z C



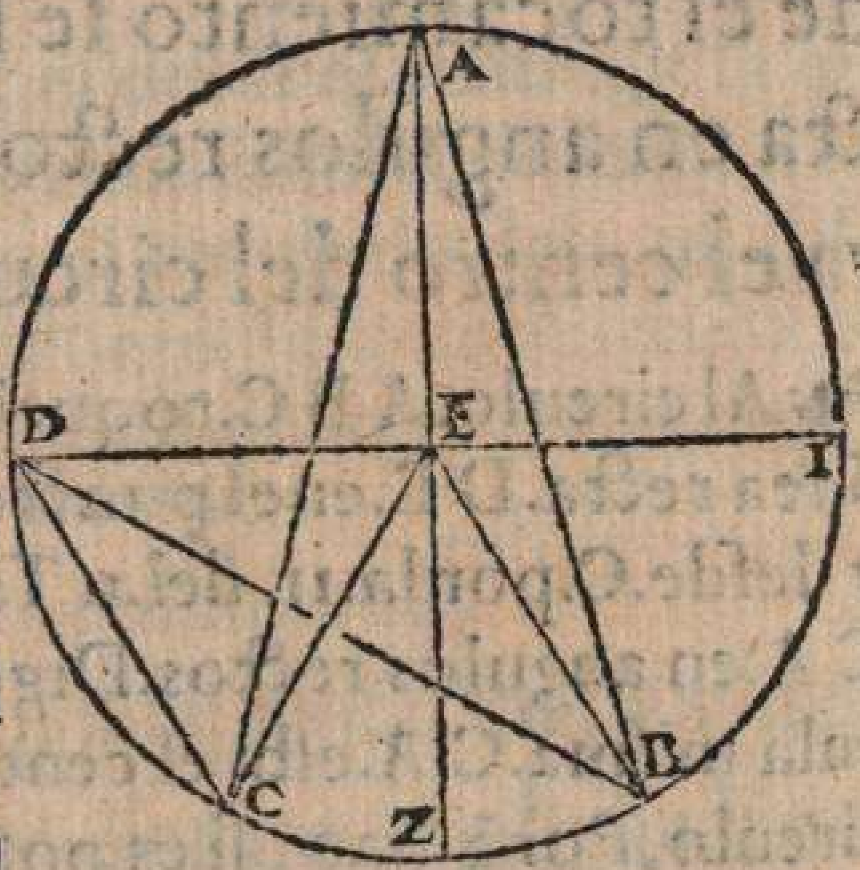
luego

luego por la.18.es perpendicular a la D E.y es recto el angulo.Z C E,y el angulo.A C E.es recto.Luego el angulo.Z C E. es ygual al angulo.A C E.el menor al mayor,que es impossible.Luego.Z.no es centro del circulo.A B C.Tambien demostraremos de la misma manera q̃ ni en otra parte fuera del A C,Luego si alguna linea recta tocare al circulo, y desde el tocamiẽto se sacare vna linea recta en angulos rectos sobre la que toca,en la que se saca estara el centro del circulo. Lo qual conuino demostrar se.

Theorema.18. Proposicion.20

¶Enel circulo,el angulo sobre el cẽtro, es doblado al de sobre la circunferẽcia, quandolos angulos tuuieren ygual circunferencia.

Sea el circulo,A B C.y sobre su centro este el angulo. B E C.pero sobre la circunferencia el angulo.B A C,y tengã por vna misma basis a la circunferencia.B C. Digo que el angulo B E C.es doblado al angulo.B A C.Porque tirada.A E.(por la.2.peticion)estiendase asta en.Z.



Pues porque es ygual ala.E B.por ser del centro a la circunferencia, es ygual el angulo.E A B. al angulo.E B A.Luego los angulos.C AB E B A.son el doblo del angulo. E A B (por la.5.del.1.) y es ygual el angulo.B E Z.(por la.32.del. 1.) a los angulos.E A B.E B A.Luego el angulo.B E Z.es el doblo de.E A B y porla misma manera tambien el angulo.Z E C.es el doblo del angulo.E A C.por la misma.Luego todo.B E C.es el doblo de todo.B A C.Yten pongase otro angulo.B D C.y tirese (por la.1.peticion. D E. y estiendase por la.2.peticion asta en.I. Demostraremos tambien de la

misma

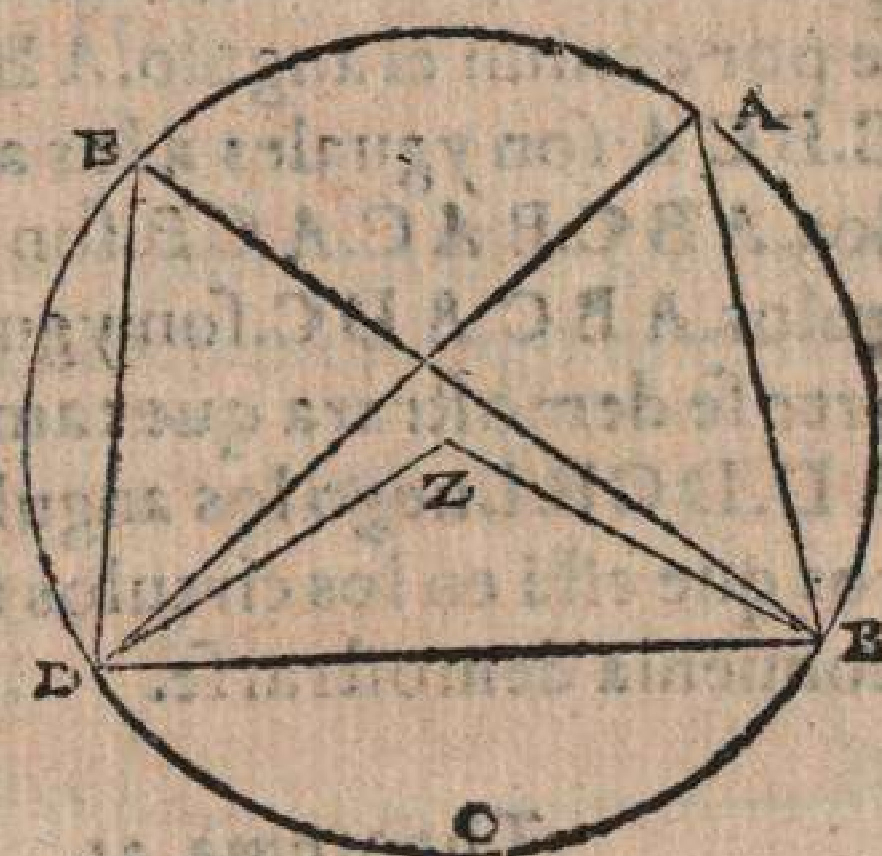
2009 Ministerio de Cultura

mifma manera,que el angulo.I E C.es doblado al angulo . C D E.Delos quales el que debaxo de.I E B.es el doblo del angulo.E D B.Luego el que refta.B E C.es el doblo de . B D C. Luego eñl circulo el angulo fobre el centro es doblado al de fobre la circunferencia, quando los angulos tuuieren ygual circunferencia.Lo qual conuino demoftrarfe.

Theorema.19. Propoficion,21.

¶En el circulo,los angulos q̃ eftan en vn mifmo fegmento,fon yguales entre fi.

Eften enel fegmento.B A E D.del circulo.A B C D. los angulos.B A D.B E D.digo que los angulos. B A D.B E D . fon entre fi yguales. Tome fe por la .1.del.3.)el centro del circulo.A B CD.y fea.Z.y tirenfe por la.1. peticion. B Z.Z D . y porque el angulo.B Z D.efta fobre el centro,y el angulo.B A D. fobre la circunferencia,y tiené por bafis la mifma circunferencia. B C D Luego el angulo,B Z D , por la precedente, es doblado al angulo.B A D.Y por efto el angulo. B Z D . es tambien doblado al angulo.B E D.Luego ygual es el angulo.B A D. al angulo B E D(por la comun fentécia que dize,Las cofas que devna mifma fon mitad entre fi fon yguales,Luego enel circulo los angulos que eftan en vn mifmo fegméto fon yguales entre fi. Lo qual conuino demoftrarfe.



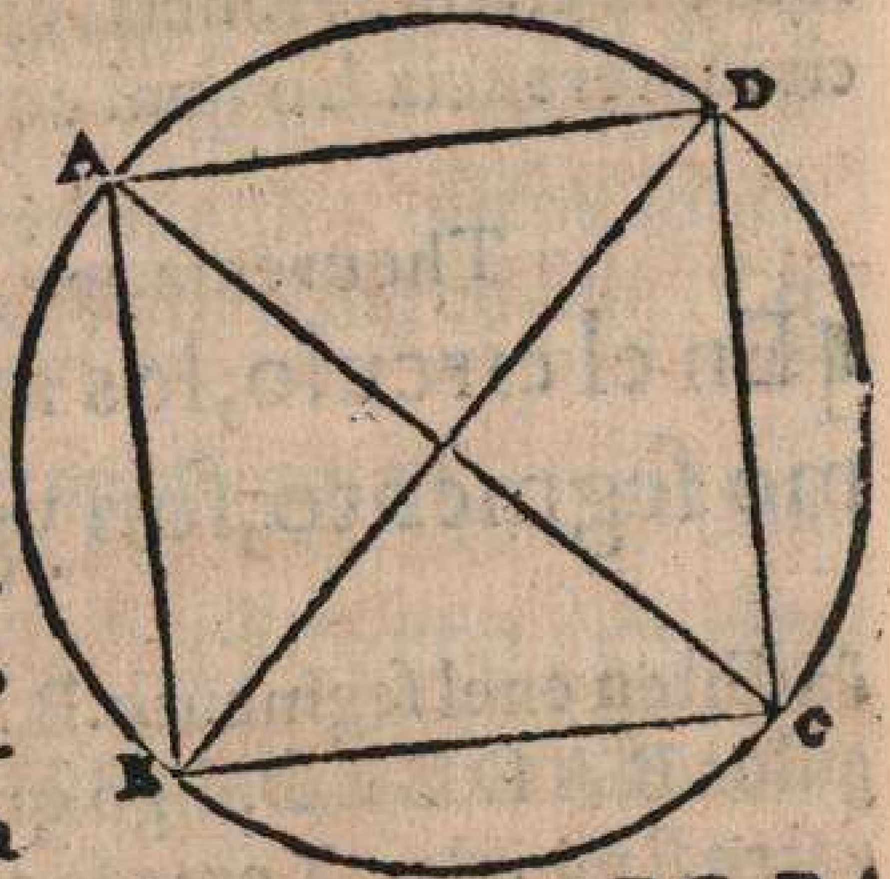
Theorema.20. Propoficion.22.

¶Los angulos oppueftos d̃ los quadrilateros q̃ eftá en los circulos fon yguales a dos rectos

Sea

2009 Ministerio de Cultura

Sea el circulo.A B C D.y este enel el quadrilatero.ABCD Digo que los angulos oppuestos son yguales a dos rectos. Tiren se(por la.1.peticion)A C.B D.Puesporq̃(por la,32.del.1) los tres angulos de todo triangulo son yguales a dos rectos, luego del triangulo.AB C.los tres angulos C A B.A B C.B C A,son yguales a dos rectos,y el angulo.C A B.es ygual al angulo.B D C.por la 21.del.3.por estar eñl mismo segmento.B A D C.Y el angulo.ACB (por la misma) al angulo . A D B. por estar en vn mismo segmento, A D C B. luego todo. A D C.es ygual a los dos.B A C. ACB.Pongase por comun el angulo.A B C.luego los angulos. A B C, B A C.B C A son yguales a los angulos.A B C.A D C.y los angulos.A B C.B A C.A C B.son yguales a dos rectos,luegolos angulos.A B C.A D C.son yguales a dos rectos.Dela misma suerte se demostrara que tambien son yguales a dos rectos . B A D.D C B.Luego los angulos oppuestos de los quadrilateros que estã en los circulos son yguales a dos rectos.Lo qual conuenia demostrarse.



Theorema. 21. Proposicion.23.

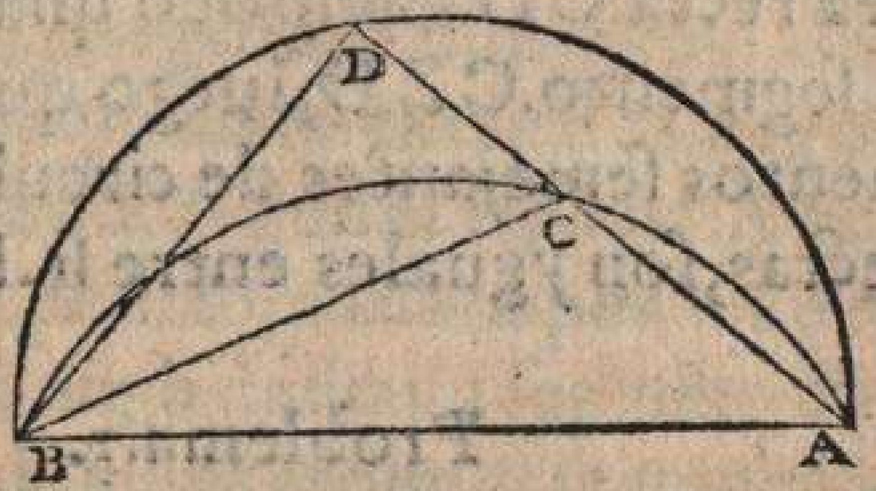
Sobre vna misma linea recta dada, no se dará hazia vnas mismas partes,dos segmẽtos de circulos semeiantes y desiguales.

Porque si es possible,haganse sobre vna misma linea recta.A B.dos segmentos de circulos semejantes y desiguales ACB. ADB. hazia vnas mismas partes , y tire se . A C D. (por la primera peticion) y despues tiren se . C B. D B. Pues por que el segmento.A CB.es semejante al segmento

A DB.

2009 Ministerio de Cultura

ADB.y ſon ſemejantes ſegmentos de circulos los que recibẽ yguales angulos,por la definiciõ. 10.del.3,luego elangulo.A C B,es ygual al angulo.A D B. el exterior al interior.Lo qual,por la. 16. del.1.es impoſsible. Luego ſobre vna miſma linea recta dada no ſe

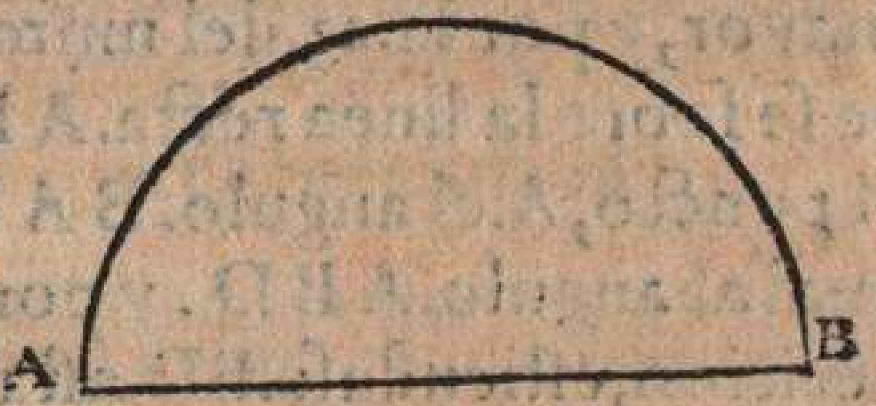


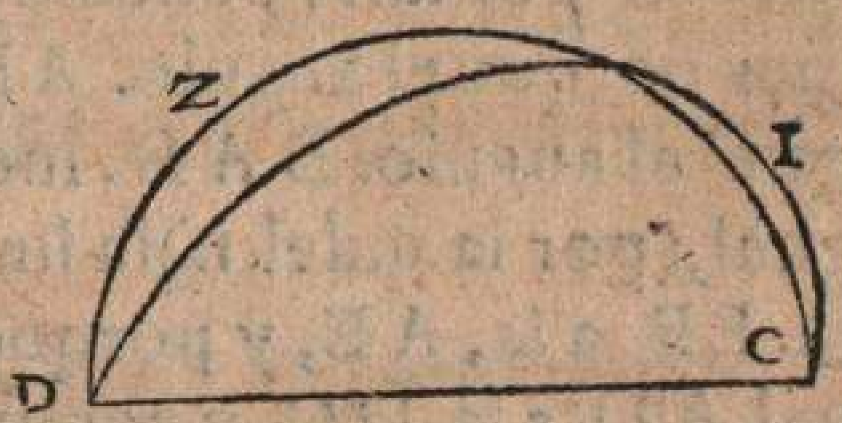
daran hazia vnas miſmas partes dos ſegmẽtos de circulos ſemejantes y deſiguales.Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.22. Propoſicion.24.

¶Los ſegmentos ſemejantes de circulos,pueſtos ſobre yguales lineas rectas ſon yguales entre ſi.

Pongã ſe ſobre las lineas rectas yguales.A B.C D. los ſegmentos de circulos.A E B.C Z D,ſemejantes.Digo quel ſegmento.A E B.es ygual al ſegmento.C Z D.porque ſobre pueſto el ſegmento.A E B.al ſegmento. E Z D.y pueſto el punto.A.ſobre elpũto.D. y la linea recta.A B. quadrã do ſobre la linea recta.D C.tambien el punto, B. quadrara ſobre el puncto.C.Porque es ygual, A B, a la,C D,y quadrãdo la linea recta A B,ſobre la linea recta,C D, quadra tambien el ſegmento,A E B, al ſegmento.C Z D.Porque ſi la linea recta,A B, quadra ſobre la linea recta,C D,pero el ſegmento,A EB.no quadra ſobre el ſegmento,C Z D,ſino que difiere,como,C I D,Y vn circulo a otro circulo,por la,20,del,3,no le corta en mas q̃ dos puntos,y el circulo,C I D,corta al circulo,C ZD,en mas que en dos punctos que es en,C.I,D,lo qual por la miſma es impoſſi-





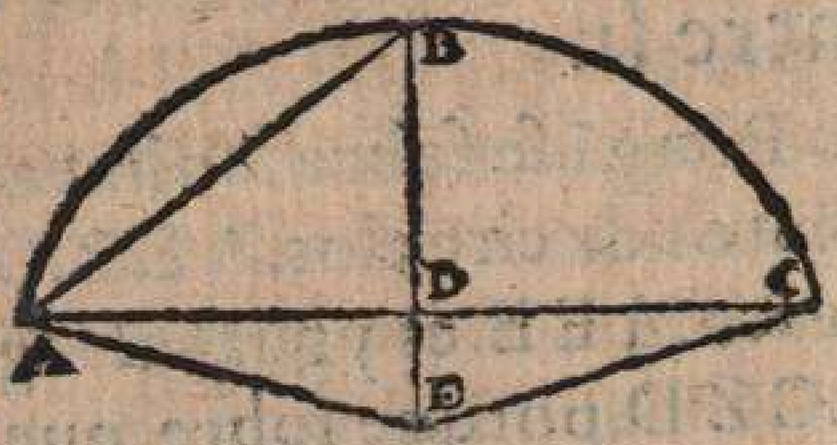
2009 Ministerio de Cultura

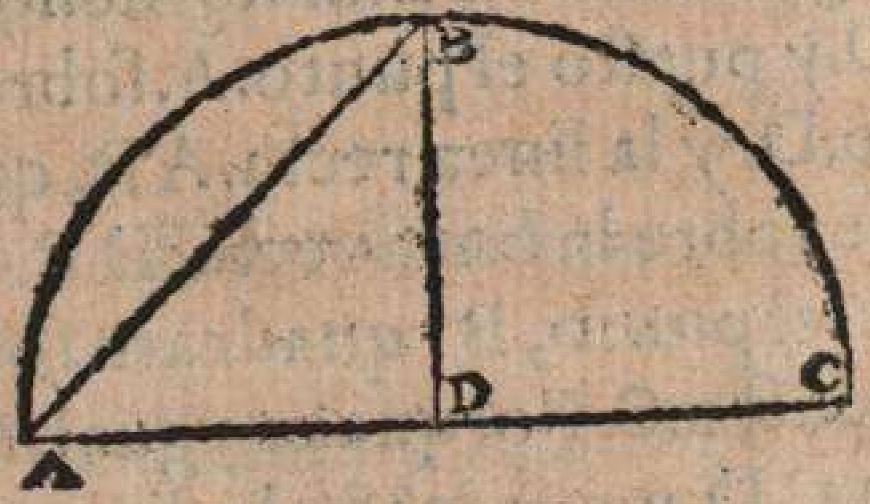
poſſible,Luego no quadrando la linea recta.A B. ſobre la linea recta.C D.tampoco quadrara el ſegmento.A E B . ſobre el ſegmento.C Z D,luego quadra y es le ygual.Luego los ſegmentos ſemejantes de circulos,pueſtos ſobre yguales lineas rectas,ſon yguales entre ſi.Lo qual ſe hauia de demoſtrar.

Problema.3. Propoſicion.25.

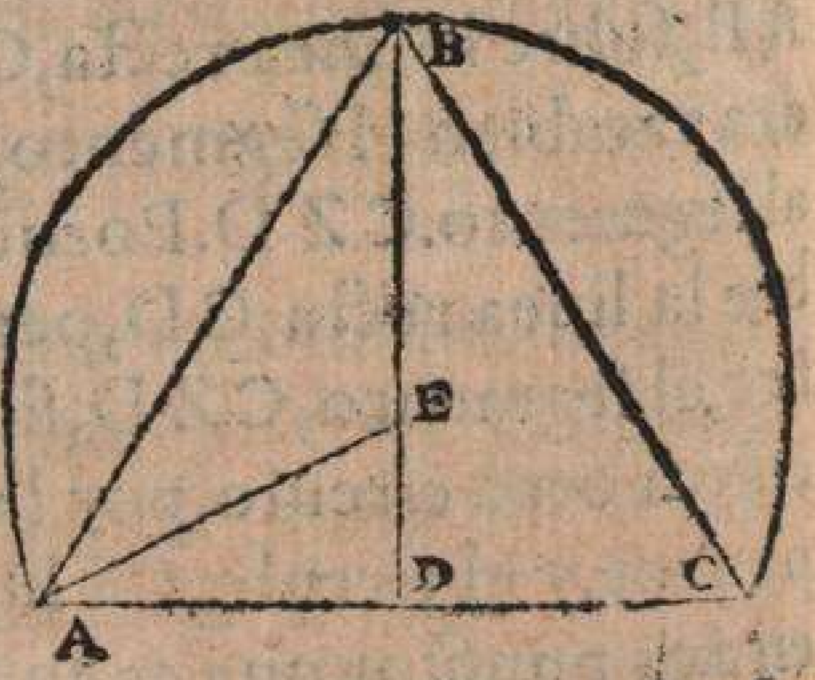
¶Dado vn ſegmento de circulo: deſcribir el circulo cuyo ſegmento es.

Sea el ſegmento del circulo dado.A B C. conuiene deſcribir el circulo del qual es ſegméto.A B C,Corteſe(por la.10, del.1.)la.A C.por medio e nel puncto.D.y deſde . D . ſaqueſe (por la.11.)del miſmo)la. B D.en angulos rectos ſobre A C,y tireſe.A B(por la.1.peticion).Cõparado pues el angulo.A B D.cõ el ãgulo.B A D.o es mayor que el o ygual,o menor.Sea lo primero mayor,y por la.23.del miſmo,haga ſe ſobre la linea recta.A B. y ẽ el puncto,A.el angulo. B A E . ygual al angulo.A B D . y por la.2. peticion,eſtiendaſe.BD.aſta en E y tire ſe(por la.1 . peticion) E C.





Pues porque el angulo. A B E. es ygual al angulo. B A E . luego es ygual,(por la.6.del.1.)la linea recta. E B. a la, A E, y porque es ygual. A D. a la, D C, y comun la. D E.luego las dos. A D. D E, ſõ yguales a las dos.C D. D E.la vna a la otra,y el angulo, A D E,por la.4.peticion , es ygual al angulo. C D E. porq̃ es recto cada vno. Luego la



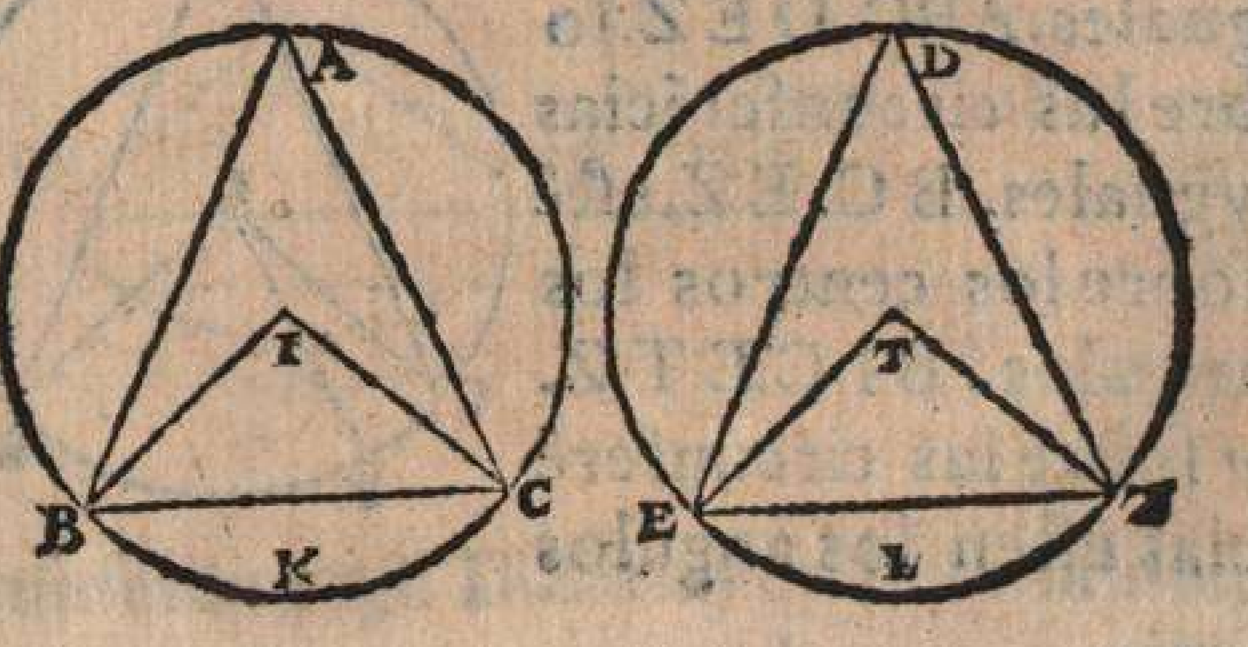
2009 Ministerio de Cultura

basis.A E,por la.4.del.1,es ygual a la basis. C E. y esta demostrado que la.A E,es ygual a la.B E,luego la.B E,es ygual ala C E,luego las tres.A E,E B,E C,son yguales entre si, Luego descripto vn circulo sobre el puncto.E.segun el espacio.A E. o el,E B,o el espacio.E C(por la.3.petició,passara por los de mas punctos y quedara descrito.Luego dado vn segméto de circulo describiose el circulo. Y cosa clara esque el segmento A B C.es menor que medio circulo,porque el centro. E, cae fuera del.Tambien de la misma manera demostraremos que aunque el angulo,A B D,sea ygual al angulo.B A D.Porque siendo ygual.A D,a cada vna de las dos .B D. D E,luego las tres,D A,D B,D C son yguales entre si,y sera centro el mismo.D.del circulo cumplido.Y tambien.A BC.sera medio circulo.Pero si el angulo,A B D.fuere menor que el angulo.BA D,haremos por la, 23.delprimero,sobre la linea recta. A B. enel puncto, A,vn anguloygual al angulo,A B D,dentro del segmento.A B C.yel centro del circulo caera sobre la,D B.y sera el segméto,A B C.mayor que medio circulo,Dado pues vn segmento se describe el circulo cuyo es segmento,lo qual conuino hazerse.

Theorema.23. Proposicion.26

¶Los angulos yguales en yguales circulos estan sobre yguales circunferencias, aora esten sobre los centros o sobre las circunferencias.

❧ Sean yguales los circulos. A B C.D E Z y en ellos sean yguales los angulos sobre los centros.B I C.E T Z, y sobre las circunferencias,B A C. EDZ Digo que la circunfe-

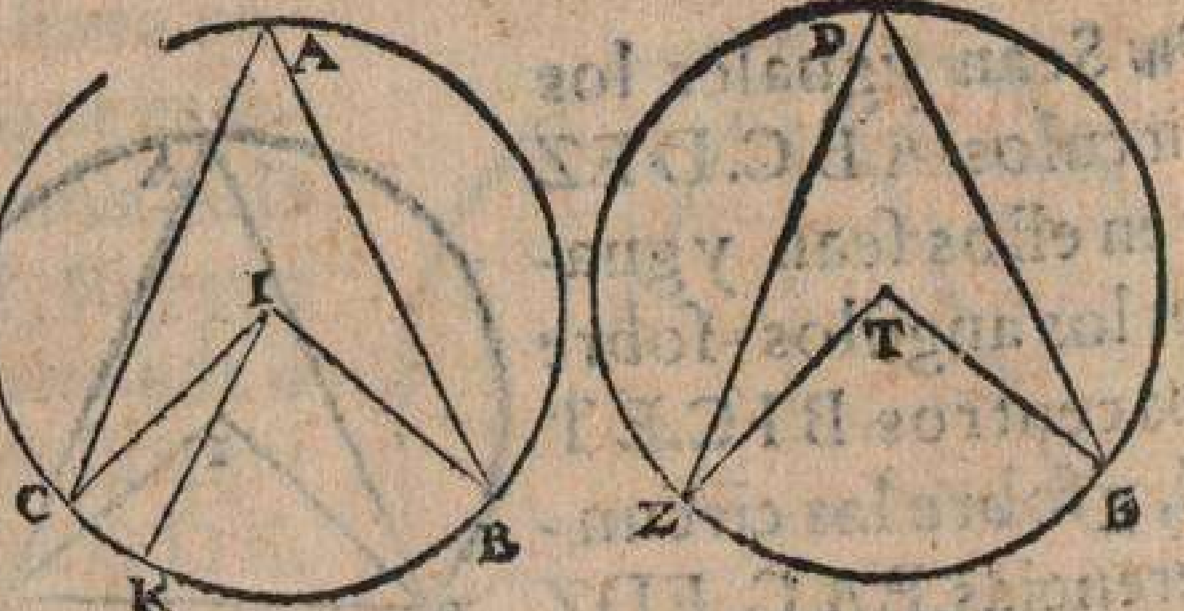


rencia

rencia.B K C .es ygual a la circunferencia.E L Z . Tire se por la.1,peticion.B C.E Z , y porque los circulos , A B C , D E Z. son yguales,tambien lo seran las lineas que salen delos centros(por la. 1.definiciō del.3)Luego las dos,B I,IC.son yguales a las dos, E T.T Z.Y el angulo.I.es ygual al angulo.T.Luego por la.4,del.1,la basis.B C. es ygual a la basis,E Z . Y porque el angulo.A.es ygual al angulo,D, luego el segmento. B A C.por la.24.del, 3.)es semejante al segmento,E D Z . y estan en yguales lineas rectas,B C,E Z, y los segmentos semejantes de circulos que estan sobre yguales lineas rectas (por la misma.24)son yguales entre si.Luego el segmento , B A C es ygual al segmēto, E D Z,y todo el circulo.A B C es ygual a todo el circulo,D E Z,Luego la circunferencia,B K C, que resta es ygual(por la.3.comun sentencia)a la circunferencia E L Z.que resta.Luego ē yguales circulos,yguales angulos estā en yguales circunferencias,aora esten sobre los cētros,aora sobre las circunferencias.Lo qual convino demostrarse.

Theorema.24. Proposicion .27.

¶En yguales circulos los angulos que estā sobre yguales circunferencias son yguales entre si:aora esten hechos sobre los centros,aora sobre las circunferencias.



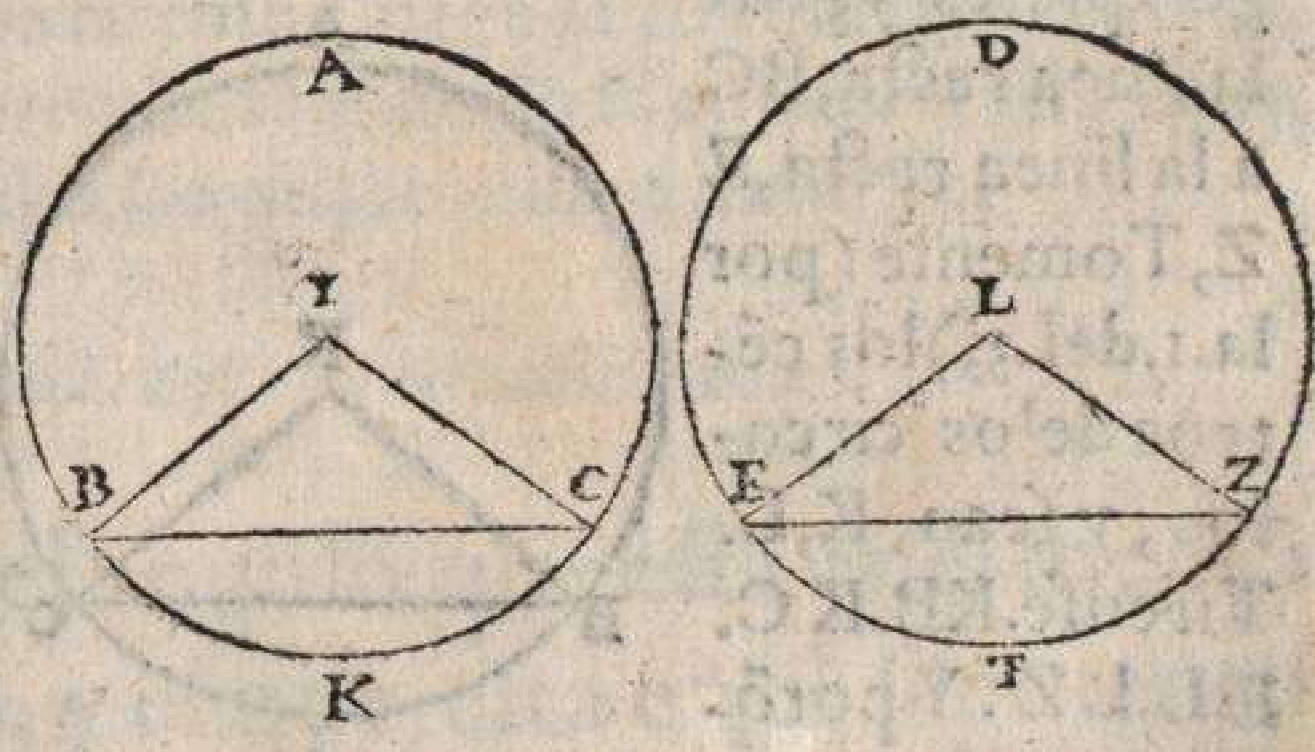
En los circulos yguales.ABC.D E Z.sobre las circunferēcias yguales, B C. E Z.estē sobre los centros los angulos . B I C.E T Z. y sobre las circunferēcias esten los angulos B A C.

B A C.E D Z.digo que elangulo.B I C.es ygual al angulo.E T Z,y el angulo.B A C.es ygual al ãgulo.E D Z.Puesſiel angulo B I C es ygual al angulo.E T Z. claro es que tambien el angulo.B A C.es ygual al angulo.E D Z.por la.20.del.3.Pero ſino el vno dellos ſera mayor.Sea mayor el angulo.B I C.y por la 23.del.1,hagaſe ſobre la linea recta,BI.y eñlpũcto.I.el angulo B I K. ygual al angulo.E T Z.y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias (porla.26.del.3.)quando fueren enlos centros,luego ygual es la circunferencia.B K.a la circũferencia.E Z.y la.E Z.es ygual ala.B C.luego la,B K. es tãbié ygual ala,B C.la menor ala mayor ques impoſſible.Luego el angulo.B I C.no es deſigual al angulo,E T Z.ſera pues ygual Y el angulo.A. es la mitad de el angulo.B I C.(por la.20.del.3 y por la miſma)el angulo.D.es mitad del angulo.E T Z. luego ygual es el angulo.A.al angulo.D.Luego en circulosyguales,los angulos que eſtan ſobre yguales circunferencias ſon yguales entre ſi aora eſten hechos ſobre los centros aora ſobre las circunferencias,lo qual conuino demoſtraſe.

Theorema.25. Propoſicion.28.

¶Enlos circulos yguales,laslineas rectasyguales cortan yguales circunferencias,mayor ala mayor ,y menor ala menor.

¶Sean los circulos yguales.A B C.D E Z.y enellos eſté las lineas rectas yguales.BC.EZ.que corten las circunferencias mayores,BAC E D Z.y lãs menores, B K C . E T Z. Digo que la circunferencia.B A C.mayor,es ygual a la circunferencia,E D Z mayor.Pero la circũ-



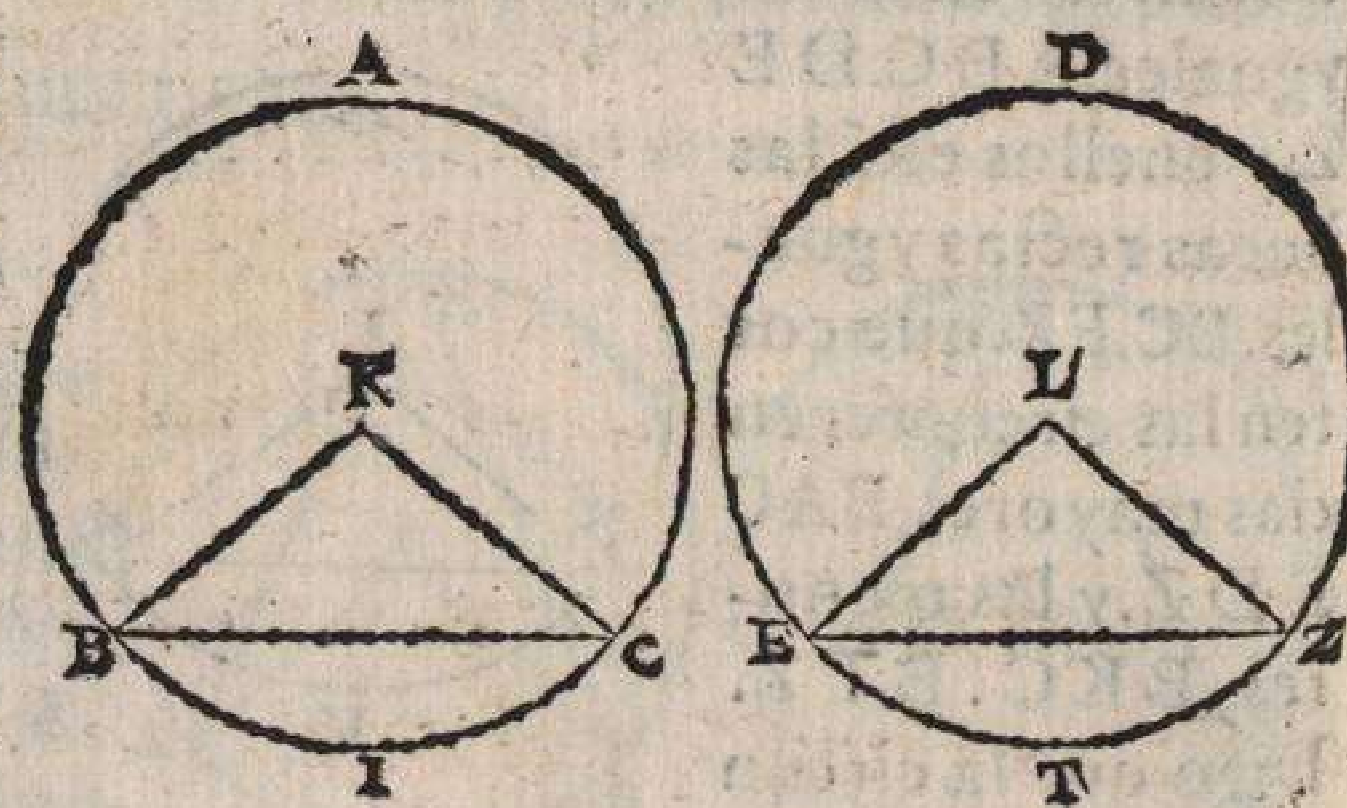
2009 Ministerio de Cultura

ferēcia,B K C.menor es ygual a la circūferēcia.E T Z.menor. Por la.1.del.3. tomen ſe los centros delos circulos y ſean. I L y tiren ſe.I B.I C.L E.L Z.Y porque los circulos ſon yguales, ſon tābien yguales las lineas que ſalen de los centros (por la 1.definiciō del.3.)luego las dos.B I.I C. ſon yguales a las dos L E.L Z. y la baſis.B C(por la ſupoſicion)es ygual a la baſis. E Z.Luego el angulo.B I C.es ygual al angulo.E L Z.por la.8. del.1.Ylos angulos yguales ē circulos yguales(por la.26.dl.3) eſtan ſobre yguales circūferencias,quando fueren hechos ſo bre los centros. Luego la circunferencia.B K C.es ygual a la circunferencia.E T Z.Y es todo el circulo.ABC.ygual a todo el circulo.E D Z,Luego la circunferencia.B A C.que reſta ſera ygual a la circunferencia,E D Z.q̃ reſta(por la.3.comū ſen tencia.)Luego en los circulos yguales,las lineas rectas yguales cortan yguales circunferencias,mayor a la mayor, y menor a la menor.Lo qual conuino demoſtrar ſe.

Theorema.26. Propoſicion.29

¶En los circulos yguales debaxo de yguales circūferēcias ſe eſtiēden yguales lineas rectas

Sean yguales los circulos.A B C.D E Z.y en ellos tomē ſe las yguales circunferencias.B I C.E T Z.Tirenſe las lineas rectas.B C.E Z,Digo que es ygual la linea recta,BC a la linea recta,E Z,Tomenſe (por la.1.del.3,)los cētros delos circulos, y ſean, K,L. Tirenſe.KB.K C. E L.L Z. Y porq̃ la circunferencia B I C.es ygual a la.E T Z.es ygual el angulo.B K C. al angulo



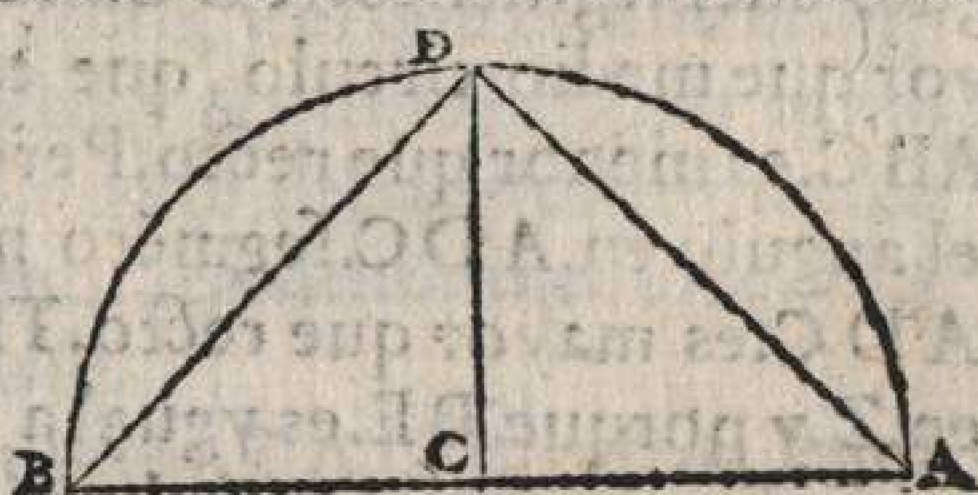
ELZ

E L Z.por la.27.propoſicion del.3.)y porq̃ los circulos. A B C D E Z.ſon yguales, ſeran tambien yguales las que ſalé de los cẽtros (por la.1. definicion del miſmo) Luego las dos. B K. K C ſon yguales a las dos. L E. L Z.y comprehenden angulos y-guales, luego la baſis. B C (por la.4. del. 1.) es ygual a la baſis E Z. Luego en los circulos yguales debaxo de yguales circun ferencias ſe eſtienden yguales lineas rectas, lo qual conuino demoſtrarſe.

Problema.4. Propoſicion. 30.

¶Diuidir por medio vna circunferẽcia dada.

¶Sea la circunferencia dada. A D B. cõuiene aora diuidir por medio la miſma circunferencia. A D B. Tireſe. A B, y por la.10 del.1.) diuidaſe por medio en el puncto, C. y deſde. C, (por la 11. del. 1,) ſaqueſe. C D. en angulos rectos ſobre la linea recta A B. y tirẽſe. A D. B D. Y porque la. A C. es ygual a la, C B. y comun la. C D. Luego las dos, A C C D. ſon yguales a las dos, B C. C D. y el angulo. A C D. por la.4 petició, es ygual al angulo. B C



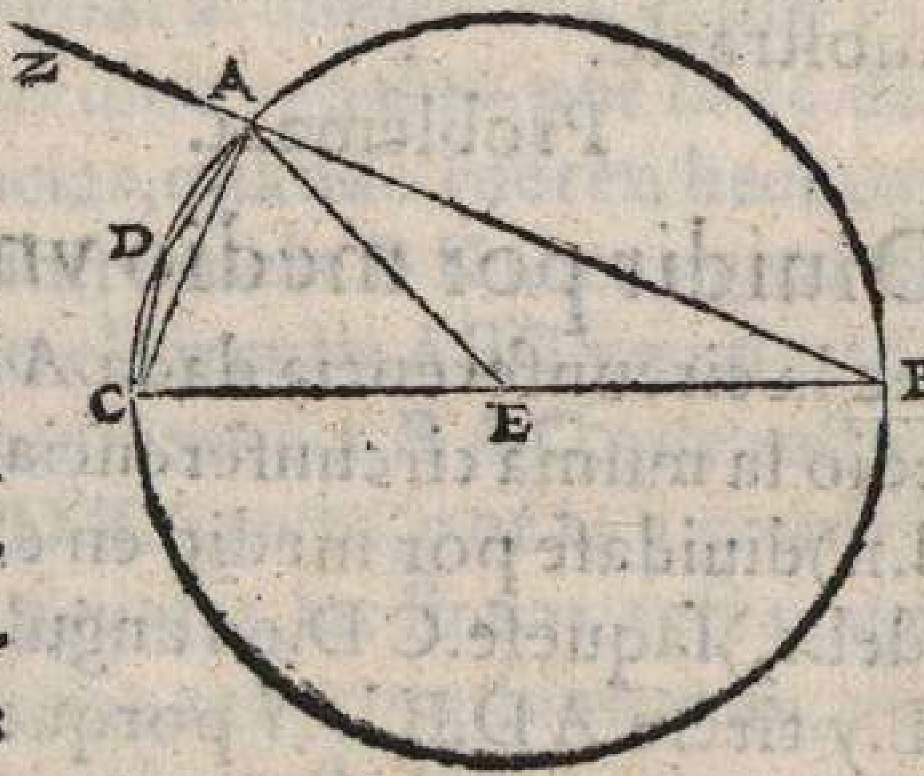
porque cada vno dellos es recto. Luego la baſis. A D. (por la 4. del. 1,) es ygual a la baſis. D B. Y yguales lineas rectas cortã yguales circunferencias, mayor a la mayor, y menor a la menor (por la.28. del.3.) y cada vna de las circunferencias. A D. D B. es menor q̃ medio circulo. Luego la circunferencia. A D. es ygual a la circunferencia. D B. luego la circunferẽcia dada eſta diuidida por medio. Lo qual conuino hazer ſe.

Theorema. 27. Propoſicion. 31.

¶En el circulo, el angulo que eſta en el medio circulo es recto, y el que eſta en el ſegmento mayor, es menor q̃ recto, y el q̃ en el menor ſeg

2009 Ministerio de Cultura

mento, es mayor que recto. Y de mas desto el angulo del mayor segmento es mayor que recto: y el angulo del menor segmẽto es menor que recto.



Sea el circulo. A B C D, y su diametro sea. B C. y el cẽtro sea E. y tome se enel medio circulo vn pũcto como quiera y sea. D. y tirense. B A. A C. A D, D C. Digo que el angulo. B A C. en el medio circulo es recto. Y el angulo enel segmento. A B C. mayor que medio circulo, que es A B C. es menor que recto. Pero el angulo en. A D C. segmẽto menor que medio circulo, ques A D C. es mayor que recto. Tirese. A E. y estiendase. B A. asta en. Z. y porque. B E. es ygual a la. E A. por ser del cẽtro asta la circunferencia, es ygual el angulo. E A B. Por la. 5. del. 1. al angulo. E B A. Ytem porque es ygual la. A E. a la. E C. es ygual por la misma) el angulo. C A E. al angulo. A C E. Luego todo el angulo. B A C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B. Y el angulo. Z A C. fuera del triangulo. A B C. es ygual a los dos angulos. A B C. A C B. (por la. 32. del. 1.) Luego el angulo. B A C es ygual al angulo. Z A C. Luego cada vno dellos es recto. Luego eñl medio circulo. B A C. El angulo. B A C. es recto. Y porque los dos angulos. A B C. B A C. del triangulo. A B C. por la 17. del. 1.) son menores que dos rectos. Y el angulo. B A C. es recto, luego el angulo. A B C. es menor que recto, y esta en el segmento. A B C. mayor que medio circulo. Y porque el quadrilatero. A B C D. esta enel circulo, y los angulos opuestos delos quadrilateros que estã en los circulos (por la. 22. del. 3) son yguales a dos rectos. Luego los angulos. A B C. C D A (por la misma) son yguales a dos rectos, y el angulo. A B C es menor.

es menor que recto,luego el angulo.A D C. que resta es mayor que recto,y esta enel segmento menor que mediocirculo.Digo pues tambien quel angulo del segmento mayor cõprehendido dela circunferencia.A BC.ydela linea recta.AC es mayor que recto.Pero el angulo del menor segmento cõprehendido dela circunferencia.A DC.y dela linea recta.A C.es menor que recto.Yesta manifiesto.Porque el angulocõprehẽdidodelas lineas rectas.BA.A C.esrecto:luego el angulo comprehendido dela circunferẽcia.A B C,y de la liuea recta.A C.es mayor que recto,porque eltodo es mayor quesu parte (por la.9.comun sentencia) Yten porque el angulo cõprehendido delas lineas rectas.A C.A Z.esrecto:luego elangulo comprehendido dela lmea recta.C A.y dela circunferẽcia.A DC.es menor que recto.Luego en el circulo el angulo que esta en el medio circulo es recto, y el que esta en el segmento mayor es menor que recto,y el que eñl menor es mayor que recto,y demas desto elangulo del mayor segmento es mayor que recto,y el del menor segmento menor que recto.Lo qual conuino demostrarse.

❧ Otra demostracion que el angulo.B A C. es recto . Porq̃ el angulo.A E C.es doblado al angulo.B A E.(por la.32. del.1,porq̃s ygual a los dos interiores y oppuestos ,y los interiores(por la.5.)son yguales:y el ãgulo.AE B.es doblado al angulo.E A C.luego los angulos.A E B.AE C.sonel doblo delãgulo.B A C.y los angulos.A E B.A E C.son yguales a dos rectos,luego el ãgulo.BAC es recto,lo q̃l se auia de demostrar

Corolario.

¶De aqui es manifiesto que si el vn angulo de vn triangulo fuere ygual a los dos que restan,que sera recto.Porque el que le esta pegado,conuiene a saber el que es hecho estendido el lado fuera deltriangulo,es ygual alos

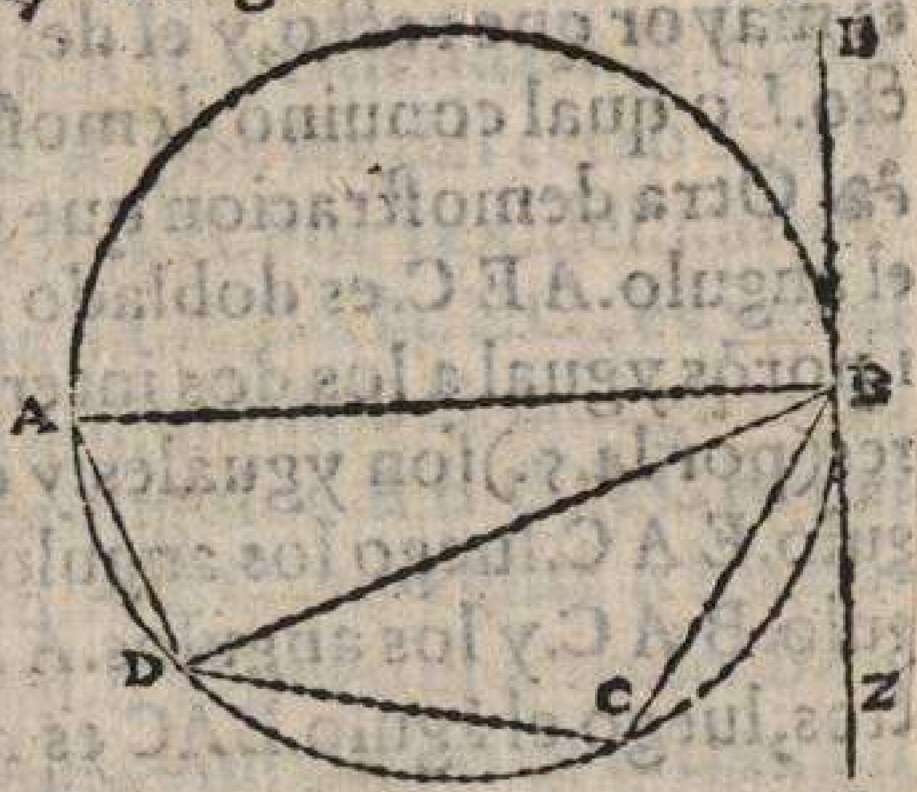
2009 Ministerio de Cultura

miſmos:y quando de vna y otra parte fueren yguales ſon rectos.

Theorema.28. Propoſició.32.

¶ Si algũa linea recta tocare al circulo,y deſde el tocamiẽto fuere tirada vna linea recta q̃ cor te al circulo,los angulos q̃ hace con la q̃ toca ſon yguales a aquellos angulos que eſtá enlos ſegmentos alternos del circulo.

¶ Al circulo.AB C. toq̃ le la linea recta.E Z. eñl pũcto B.Y deſ de el pũcto.B.ſaq̃ſe vna linea recta dẽtro d̃l circulo A B CD. q̃ le corte y ſea.B D.digo q̃ los ãgulos q̃ la.B D.haze jũtamẽte cõ la.E Z.q̃ toca,ſon yguales a los angulos q̃ eſtã ẽ los ſegmẽ tos alternos del circulo,eſto es,q̃ el ãgulo.Z B D. es ygual al angulo q̃ eſta eñl ſegmẽto.B A D.y el angulo.EB D.es ygual al angulo q̃ eſta enel ſegmẽto BCD, Saq̃ ſe (por la.11.del.1,) deſde el pũcto.B.la B A.ẽ ãgu los rectos ſobre. E Z. Y tome ſe comoquiera vn pũcto enla circũferencia.B D.y ſea.C.y ti re ſe.AD.DC.CB. Y porq̃ al circulo. A B C D. le toca vna linea recta.E Z.ẽ.B.y deſde el tocamiẽto.B. ſe ſaco la.B A.ẽ angulos rectos cõ la q̃ toca.Lu ego ẽ la miſma.BA.eſta el cẽtro del circulo.A BCD,por la.19 del.3.y el ãgulo.A D B.q̃ eſta eñl medio circulo es recto(por la.31.del.3.)luego los ãgulos q̃ reſtã.B AD.A BD.ſon yguales a vn recto,y el angulo.A B Z.es recto.Luego el angulo.ABZ. es ygual a los angulos.B A D.A B D.quiteſe el angulo comũ. A BD.luego el angulo.DB Z.q̃ reſta es ygual al angulo.B AD q̃ eſta enel ſegmẽto alterno del circulo.Y porq̃ eñl circulo eſta el quadrilatero.A B C D.los angulos oppueſtos ſon yguales a dos rectos(por la.22.del.3)luego los angulos.D B Z.D B E



ſon ygua

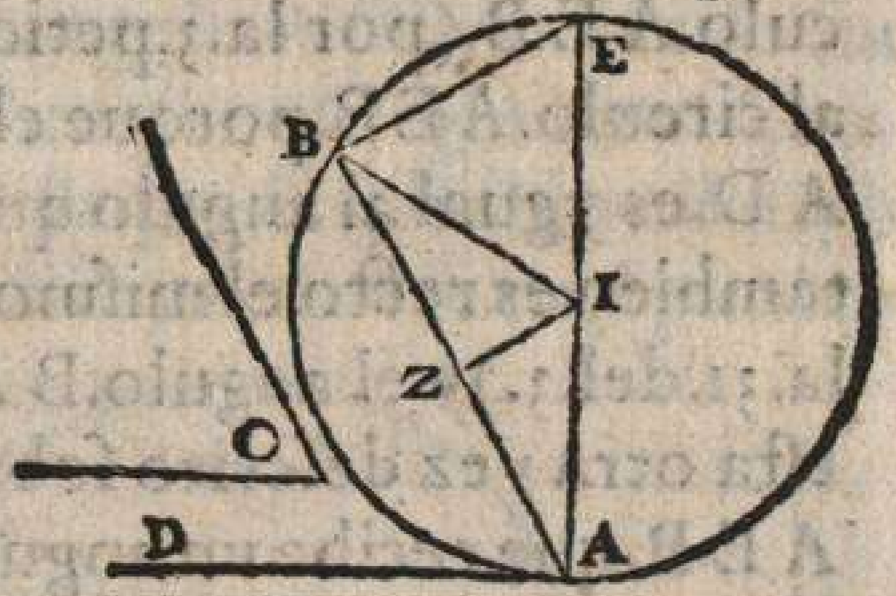
2009 Ministerio de Cultura

sõ yguales a los angulos.BAD.BCD,de los quales el angulo. BAD.esta demostrado q̃ es ygual al angulo.DBZ.Luego el ãgulo.DBE.q̃ resta es ygual al angulo.DCB.q̃ esta eñl segmẽto alterno.Luego si al circulo le tocare alguna linea recta, y desde el tocamiẽto fuere tirada alguna linea recta q̃ corte al circulo, los angulos q̃ hace con la q̃ toca son yguales a aq̃llos augulos q̃ estan en los segmẽtos alternos del circulo, que se auia de demostrar.

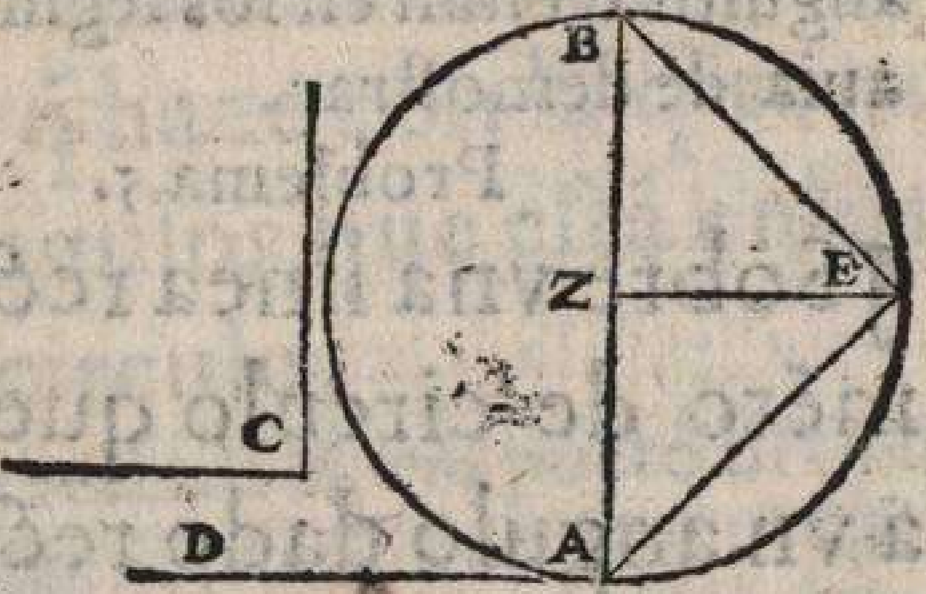
Problema.5. Proposicion.33.

¶Sobre vna linea recta dada describir vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual a vn angulo dado rectilineo.

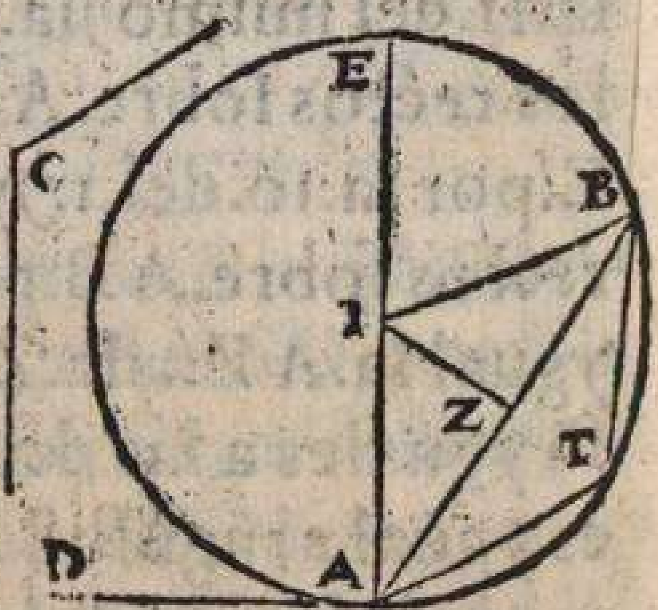
¶Sea la linea recta dada.AB.y el angulo rectilineo dado sea C.conuiene sobre la linea recta dada.AB.describir vn segmẽto de circulo que recibavn angulo ygual al mismo angulo.C Es pues el angulo.C.o agudo, o recto, o obtuso.Sea lo primero agudo, como en la primer figura, Y por la.23.del.1.hagase sobre la linea recta.AB.y sobre el pũcto suyo.A.el angulo.DAB ygual al angulo.C.es pues el angulo·DAB.agudo.Saquese por la.11.del mismo)la.AE.en angulos rectos sobre.AD.y cortese la.AB.por medio en el pũcto Z.por la.10.del.1.)y desde el pũcto.Z.saquese.ZI.en angulos rectos sobre.AB.por la.11.del mismo y tirese la.IB.Y porq̃ es ygual la.AZ.a la.ZB.y comũ la.ZI.Luego las dos.AZ.ZI. sõ yguales a las dos.ZB.ZI.y el ãgulo.AZI,por la.4.peticiõ es ygual al ãgulo.IZB,Luego la basis.AI.por la.4.del.1.es ygual ala basis.IB.Luego sobre el cẽtro.I.y el espacio.IA(por la.3.peti.descrito vn circulo passara tãbiẽ por.B.Describa se y sea.ABE.y tirese.EB.Pues porq̃ đ la extremidad đl diametro.AE.đsde el pũcto.A.sale.AD.ẽ ãgulos rectos sobre.AE. Luego la.AD.toca al circulo.ABE.por el corelario de la.16. đl.3.y porq̃ el circulo.ABE.le toca la linea recta.AD.y des-



del tocamiento. A. dentro del mismo circulo se saco la linea recta. A B. luego el angulo. D A B, por la. 32, del mismo. es ygual al angulo. A E B. que esta enel segmento alterno del circulo. Y el angulo. D A B. es ygual al angulo. C. luego el angulo. C. es ygual al angulo. A E B. luego sobre la linea recta dada. A B. esta descripto el segmẽto de circuloque recibe el angulo. A E B. ygual al angulo dado. C. Pero sea recto el angulo C. y sea menester otra vez descrebir sobre la. A B. vn segmẽto de circulo que reciba vn angulo ygual al angulo recto. C, hagase otra vez sobre la linea



recta. A B. y sobre el puncto. A el angulo. B A D. ygual al angulo rectilineo dado. C. por la. 23. del. 1. como en la. 2. descriptiõ. y por la. 10. del. 1. cortese por medio la. A B. enel puncto. Z y sobre el centro Z. y el espacio. Z A. o. Z B. describa se el circulo. A E B. (por la. 3. peticion.) Toca pues la linea recta. A D al circulo. A E B. porque el angulo. A. es recto. y el angulo. B A D. es ygual al angulo que esta enel segmento. A E B. porq̃ tambien es recto el mismo que esta enel medio circulo (por la. 31. del. 3.) y el angulo. B A D. es ygual al angulo. C. Luego esta otra vez descrito sobre la. A B. el segmento del circulo A E B. que recibe vn angulo ygual al angulo. C. Pero sea el angulo. C. obtuso, y haga se le ygual el angulo. B A D. sobre la linea recta. A B. y sobre el puncto. A. (por la. 23. del primero) como esta en la tercera descripcion) y sobre la. A D. saquese en angulos rectos la, A E (por la 11. del mismo) y corte se la. A B. por medio enel pũcto. Z, por la. 10. del mismo, y sobre la. AB. saque se ẽ angulos rectos. Z I. por la. 11. del mismo. Y tirese la. I B. Y assi porq̃ es ygual la. A Z. a la. Z B. y comun la. Z I. Luego las dos A Z. Z I. son yguales a las dos. B Z. Z I. y el angulo. A Z I. por



la. 4.

2009 Ministerio de Cultura

la.4.peticiõ,es ygual al angulo.B Z I.Luego la basis.A I. por la.4.del mismo es ygual a la basis.I B.Pues sobre el centro. I. y el espacio.I A.(por la.3.peticiõ)descrito vn circulo passara por.B.Passe como.A B E.Y porq̃ dela extremidad del diametro.A E.en angulos rectos se saco la.A D·Luego(por el corolario dela.16.del 3). la.A D. toca al circulo. A E B.Y desde el tocamiẽto.A.se estiẽde la.A B.Luego el angulo.B A D(por la 32.del mismo)es ygual al angulo. A T B.q̃ esta en el segmẽto alterno del circulo.Y el angulo.B A D.esygual al angulo . C. Luego el angulo q̃ esta enel segmento.A T B.es ygualal angulo.C.Luego sobre la linea recta dada.A B.esta descrito el segmento de circulo.A T B.que recibe vn angulo ygual al ãgulo C.que conuino hazer se.

Problema.6. Proposicion.34.

¶De vn circulo dado cortarvn segmẽtoq̃reciba vn ãgulo ygual avn ãgulo dado rectilineo.

Sea el circulo dado.A B C.y el angulo rectilineo dado sea D.cõuiene aora del circulo.A B C.cortar vn segmento q̃ reciba vn angulo ygual al angulo.D.Saque se (por la.17.del.3.) vna linea q̃ toque al circulo y sea.E Z.y toque le enel puncto B.y haga se(por la.23. del. 1.) sobre la linea recta.E Z.y enel pũto.B.el angulo.Z B C.ygual al angulo. D. Pues porq̃ al circulo.ABC.le tocavna linea recta.E Z.enel pũcto.B. y desde el tocamiento.B. se saco.B C. Luego el angulo.Z B C.por la

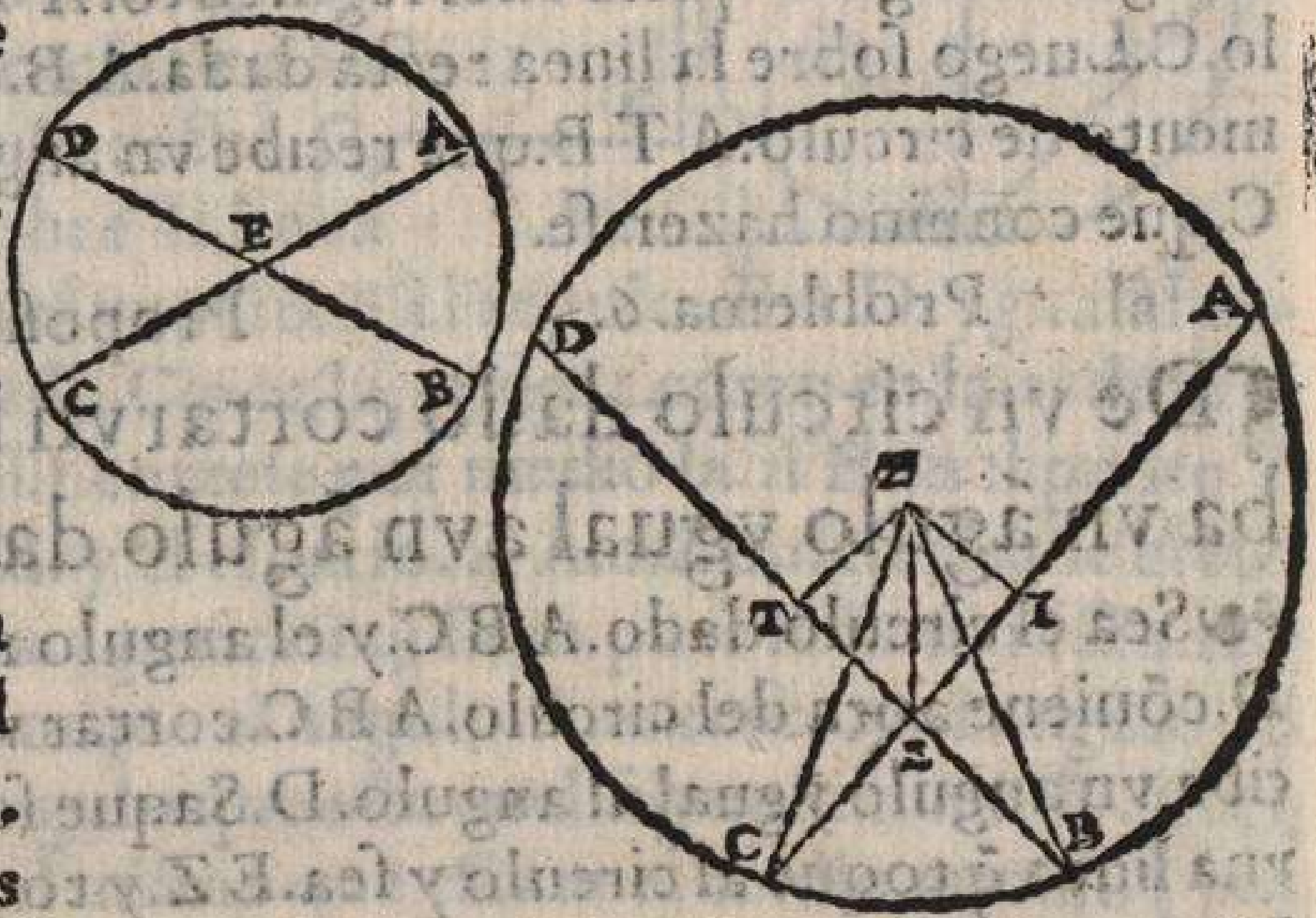
32.del.3.es ygual al angulo.B A C.que esta enel segmento alterno,y el angulo.Z B C.es ygual al angulo. D. Luego el angulo q̃ esta enel segmento.B AC.es ygual al angulo.D.Luego de el circulo dado.A B C.se corto el segmento,B A C. que recibe vn angulo ygual al angulo rectilineo dado. Lo qual conuino hazerse.

Theo-

2009 Ministerio de Cultura

¶Si enel circulo se cortaré entre si dos lineas rectas: el rectangulo comprehendido debaxo de las partes de la vna, es ygual al rectangulo q̃ se cóprehéde debaxo delas partes dela otra

En el circulo. A B C D, cortense entre si las dos lineas. A C B D. enel puncto. E. Digo que el rectangulo cóprehendido debaxo dela. A E. y de la. E C. es ygual al rectangulo cópre-hédido debaxo de la. D E. y de la. E B Pues si la. A C. y la D B. passan por el centro de manera q̃. E. sea centro del circulo. A B C D. Mãifiesto es q̃pues



A E. E C. D E. E B. son yguales, que el rectangulo comprehendido debaxo de la. A E. y dela. E C. es ygual al rectanguloque se comprehende debaxo dela. D E. y de la. E B. Esten pues la A C. y la. B D. no estendidas por el centro, y tomese el centro del circulo. A B C D. y sea. Z. (por la. 1. del. 3.) y desde. Z. sobre la. A C. y sobre la. D B. lineas rectas tirense por la. 12. del. 1. las perpédiculares. Z I. Z T. y tirése. Z B. Z C. Z E. Y porq̃ por la. 3. del. 3. la linea recta. Z I. tirada por el cétro corta ala linea recta. A C. q̃ no passa por el cétro, é angulos rectos, cortar la a tábien por medio, luego ygual es. A I. a la. I C. Y porq̃ la linea recta. A C. esta cortada en partes yguales enel púcto. I. y en desiguales en. E. luego el rectágulo cóprehendido debaxo de la. A E, y dela. E C. juntaméte cõ aq̃l quadrado q̃ se haze de la E I. (por la. 5. del. 2. es ygual al q̃ se haze dela. I C. Pongase comun el q̃ se haze dela. I Z. Luego el q̃ se cóprehéde dela. A E. y de la y dela.E C.jũtamente con los quadrados delas dos.E I.I Z.es ygual a los q̃ se hazẽ dela.C I.y dela.I Z.Y a los q̃ se hazen de la.E I.y dela.I Z.es ygual el q̃ se haze dla.Z E(por la.47.del.1. Pero a los q̃ se hazẽ dela.C I.y dela. I Z. es ygual el q̃ se haze dela.Z C.(por la misma. Luego el q̃ se contiene debaxo de la A E.y dela.E C.iuntamẽte con el q̃ se haze dela.Z E. es ygual al q̃ se haze dela.Z C.y es ygual la.Z C.a la,Z B.por ser desde el centro a la circunferẽcia. Luego el q̃ se cõtiene debaxo de la.A E.y dela.E C.juntamẽte con el q̃ se haze de la.E Z. es ygual al q̃ se haze dela.Z B.Y por esto el q̃ se contiene debaxo dela.D E.y dela.E B.juntamente con el q̃ se haze dela.Z E.es ygual al q̃ se haze de la.Z B . Luego el que se cõtiene debaxo dela.AE.y ꝺla.E C.jũtamẽte cõ el q̃ se haze dela.Z E.es ygual al q̃ se haze de la. Z B. luego el que se contiene debaxo de la A E,y de la.E C.juntamente cõ el que se haze de la.Z E. es ygual al q̃ se cõtiene debaxo dela.ED.y dela.E B.jũtamẽte cõ el q̃ se haze dela.Z E.quitese por comũ el q̃ se haze de la.Z E. Luego el rectangulo q̃ resta cõprehendido debaxo dela.AE y dela.E C.es ygual al rectágulo cõprehendido debaxo dela D E.y de la.E B.luego si enel circulo se cortarẽ. Entresi dos li neas rectas,el rectangulo cõprehẽdido debaxo de las partes dela vna es ygual al rectangulo q̃ se comprehẽde debaxo de las partes dela otra. Lo qual conuino demostrar se.

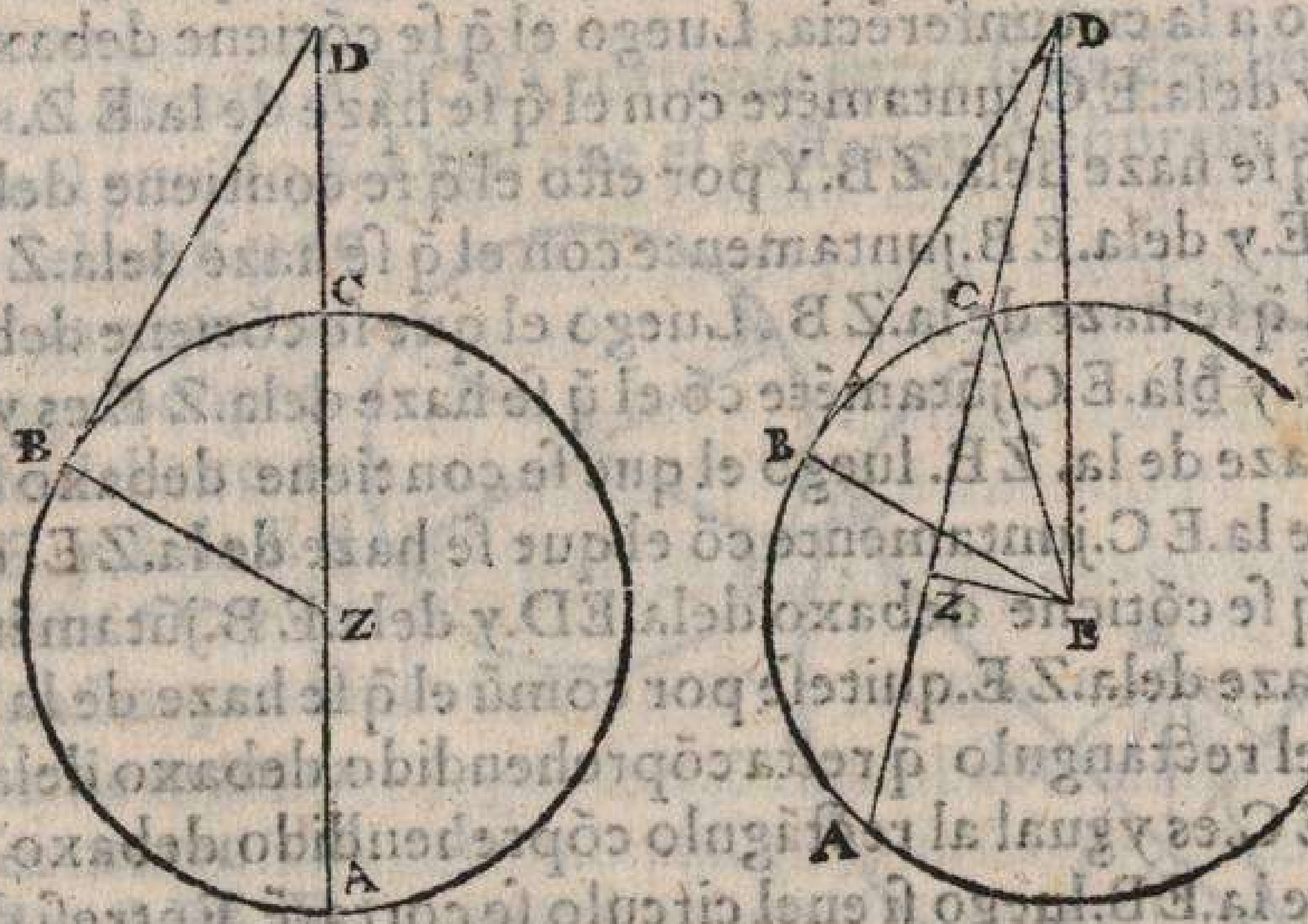
Theorema.30. Proposicion.36.

¶ Si fuera del circulo se toma algun puncto: y desde el asta el circulo cayeren dos lineas rectas,y la vna dellas cortare al circulo,y la otra le toca,el rectangulo que es comprehendido debaxo de toda la que corta,y la q̃ es tomada de fuera entre el puncto y la circunferẽcia curua es ygual al quadrado q̃ se haze dela q̃ toca

Fuer

2009 Ministerio de Cultura

❧ Fuera del circulo. A B C. tome se algun puncto y sea, D. y desde el mismo. D. asta el circulo. A B C. cayan las dos lineas rectas, D C A. D B. y corte al circulo. A B C. la linea recta. D C A. y la. B D. toquele. Digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela. A D. y de la. D C. es ygual al quadrado quese haze dela. B D, La linea recta. DCA. o esta tirada por el cētro



o no, Este lo primero tirada por el cētro, y (por la. 1. dl. 3.) sea Z. el cētro del circulo. ABC. y tirese. ZB. Luego el āgulo. ZBD es recto. Y porque la linea recta. A C. esta diuidida pormedio en. Z. y le esta pegada la linea recta. C D. el que es contenido debaxo dela. A D. y dela. D C. juntamente con el que se haze dela. Z C. es ygual al que se haze dela. Z D. (por la. 6. del. 2.) y es ygual la. Z C. a la. ZB. por ser del centro a la circunferencia, Luego el que se contiene debaxo de la. A D. Y de la. D C. juntamente con el que se haze dela. Z B. es ygual al que se haze dela. Z D. y es ygual el que se hace de la. Z D. a los que se hazen dela. Z B. y de la. B D (por la. 47. del. 1.) porq̄ el angulo, Z B D. es recto. Luego el q̄ se cōtiene debaxo de. A D. y de la. D C. juntamēte cō el q̄ se haze dela. Z B. es ygual a los q̄ se hazen dela. Z B. y de la. BD. Quite se por comū el q̄ se haze de la

ZB.

2009 Ministerio de Cultura

Z B.luego el q̃ resta debaxo dela. A D.y dela. D C.es ygual al q̃ se haze d̃la.D B.q̃ toca. Pero la linea recta.D C A. No sea tirada por el centro del circulo.A B C,y por la.1. del. 3.sea.E, centro del circulo.A B C,y desde.E.sobre.A C.por la.12.del.1 tirese la perpendicular.E Z.y tirense.E B.E C.E D.E s pues recto el angulo..E Z D.y porque la linea recta.E Z. tirada por el centro(por la.3.del.3)corta en angulos rectos ala linea. A C,no tirada por el centro, corta la tambien por medio, luego.la. A Z.es ygual ala.Z C. Y porque la linea recta. A C.es diuidida por medio enel puncto.Z.y le esta pegadala linea.C D luego el que es contenido debajo dela. A D.y dela.D C.juntamente con el que se haze dela.Z C.es ygual al que se haze de la.Z D.(por la.6.del.2 .Pongase por comun el que se haze de la.Z E.luego el que es contenido debaxo dela.D A.y dela. D C.juntamente con los que se hazen dela.E Z.y dela.Z C. son yguales alos q̃ se hazen dela.ZDy dela.ZE. Y alos q̃ se hazẽde la.ZD.y dela ZE es ygual el q̃ se haze dela.DE.por la.47.del.1 porque es recto el angulo.E Z D.y alos que se hacen dela. C. Z.y dela Z E.por la mísma es ygual el q̃ se haze dela.C E.luego el que se contiene debaxo dela. A D.y dela. DC.juntamente con el que se haze dela.E C.es ygual al que se haze dela .E D.y es ygual la.E C.ala.E B.por ser del centro ala circunferẽcia.Luego el que es contenido debajo dela. A D.y dela. D C. juntamente con el que se haze dela.E B.es ygual al que se haze dela.ED. Y al que se haze dela.E D,por la.47.del .1 . son yguales los que se hazen dela.E B.y dela.B D.porque el angulo.E B D.es recto.Luego el que es contenido dela.AD.y dela D C.juntamente con el que se haze dela.E B es ygual a los q̃ se hazen dela.E B.y dela.B D.Quitese por comũ el que se hace dela.E B.luego el restante que se contiene debaxo dela. A D.y dela.DC.es ygual al que se haze dela,DB,Luego si fuera del circulo se toma algun puucto. Y lo demas que se sigue, lo qual conuino demostrase.

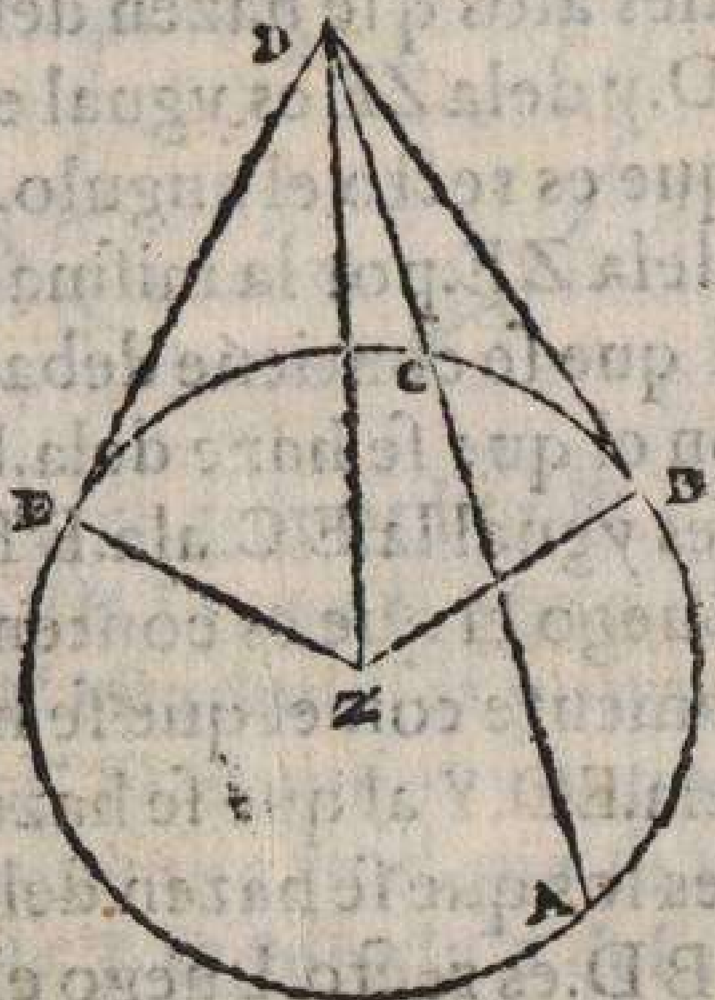
Theorema.31. Proposiciõ. 37.

Si fuera

2009 Ministerio de Cultura

¶ Si fuera del circulo se toma algũ pũcto, y desde aquel punto al circulo cayeren dos lineas rectas, que la vna dellas corte el circulo, y la otra caya, y sea el que se haze de toda la q̃ corta, y de la que fuera es tomada entre el pũcto y la circunferencia curua, ygual al que se haze de la que cae, la que cae tocara al circulo.

Fuera del circulo. A B C. Tomese vn puncto y sea. D. y desde. D. al circulo. A B C. cayan las dos lineas rectas. D C A. D B. y la. D C A. corte al circulo y la. D B. caya. Y el que es cõtenido debaxo dela. A D. y dela. D C. sea ygual al que se haze dela. B D. Digo que. D B. toca al circulo. A B C. Saquese (por la, 17. del. 3. vna linea recta que toque al circulo. A B C. y sea. D E, y sea. Z. el centro del circulo. A B C (por la. 1. del. 3.) y tirense. Z E. Z B. Z D, Luego el angulo. Z E D. es recto. y porque la linea recta, D E. toca al circulo. A B C. y la linea recta D C A. le corta. Luego el que se contiene debaxo de la. A D. y dela. D C. es ygual al que se haze de la. D E. Y suponese que el que se contiene debaxo dela. A D, y dela. D C. es ygual al que se haze de la, D B. Luego el que se haze de la. D E, es ygual al que se haze de la. D B. Luego la. D E. es ygual a la. D B y es tãbien la. Z E. ygual a la. Z B. Por ser desde el centro a la circunferencia. Luego las dos. D E. E Z, son yguales a los dos. D B. B Z. y la basis dellas es comun. Z D. Luego el angulo. D E Z. (por la octaua del primero) es ygual al angulo



2009 Ministerio de Cultura

al angulo. D B Z. y el angulo. D E Z. es recto. Luego tambien es recto. D B Z. Y la. Z B. eſtendida es diametro y la que de la extremidad del diametro del circulo ſe ſaca en angulos rectos, to ca al circulo (por la. 16. del. 3.) luego la linea recta. D B. toca al circulo. A B C. Dela miſma ſuerte ſe demoſtrara ſi eſtuuiere el centro ſobre la. A C. Luego ſi fuera del circulo ſe tomare algun puncto. Y lo de mas que ſe ſigue.

Lo qual conuino demoſtrarſe.

(*)

¶ Fin del tercero libro.

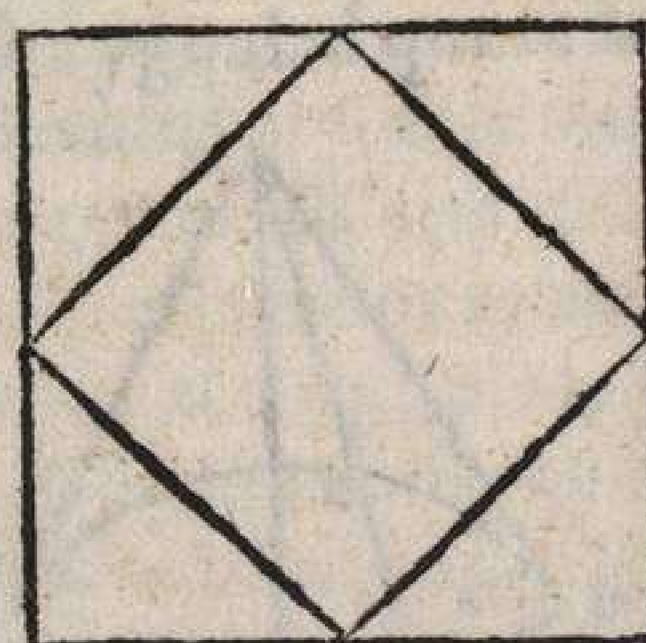
2009 Ministerio de Cultura

LIBRO QVARTO DELOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarenſe philoſopho griego.

¶Definiciones.

1. ¶Dizeſe deſcribir ſe vna figura rectilinea ẽ
otra figura rectilinea quando cada angulo
dela figura inſcripta toca a cada lado de la
figura en la qual ſe deſcribe.

2. ¶Dela miſmamane
ravna figura ſe dize
deſcribirſe a otra fi
gura quãdocada vn
lado de la deſcripta
a la redonda toca a
cada angulo de aquella en cuyo derredor
ſe deſcribe.



3. ¶Vna figura rectilinea ſe dize deſcribirſe ẽ
vn circulo quãdo cada angulo de la figura
inſcripta toca a la circũferẽcia del circulo

4 ¶Vn circulo, ſe dize đſcribirſe al derredor
de vna figura rectilinea quando la circun-
ferencia del circulo toca a cada angulo de
aquella en cuyo derredor ſe deſcribe.

El

2009 Ministerio de Cultura

5. ¶El circulo ſe dize deſcribirſe ẽ vna figura rectilinea quando la circũferẽcia del circulo toca a cada lado de aquella en la qual ſe deſcribe.

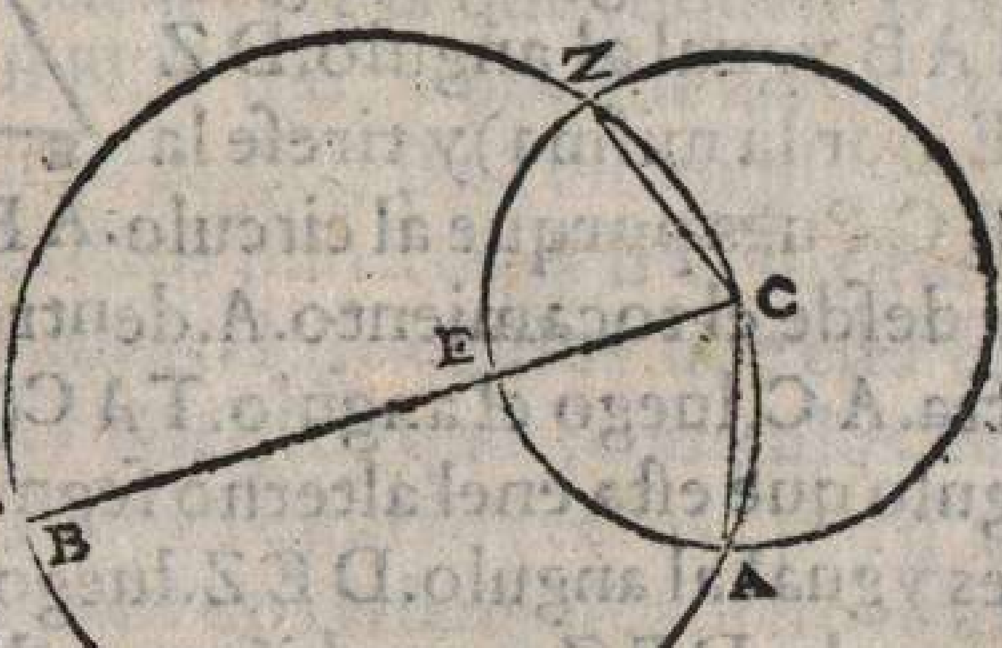
6. Dizeſe deſcrebirſe vna figura rectilinea al derredor de vn circulo quando cada lado dela que ſe deſcribe al derredor toca en la circunferencia del circulo.

7. ¶Vna linea recta ſe dize aſſentarſe, quando ſus extremidades caen en la circunferẽcia del circulo.

Problema.1. Propoſicion.1.

¶En vn circulo dado aſſentar vna linea recta ygual a vna linea recta dada, que no es mayor que el diametro del circulo.

Sea el circulo dado. A B C. y la linea recta dada que no es mayor que el diametro ſea. D. Conuiene aora en el circulo. A B C. aſſentar a vna linea recta ygual a la linea recta. D. Tireſe el diametro del circulo. A B C. y ſea. B C. Si la, B C. es ygual a la. D. ya eſta hecho lo que ſe propone. Porque en el circulo dado. A B C. Eſta aſſentada la linea. B C. ygual a la miſma. D. Pero ſino mayor es la. B C. que no la. D. Pongaſe por la. 3. del. 1.) la. C E. ygual ala. D. y ſobre el centro. C. y el eſpacio. C E (por la tercera peticion.) deſcribaſe el circulo.



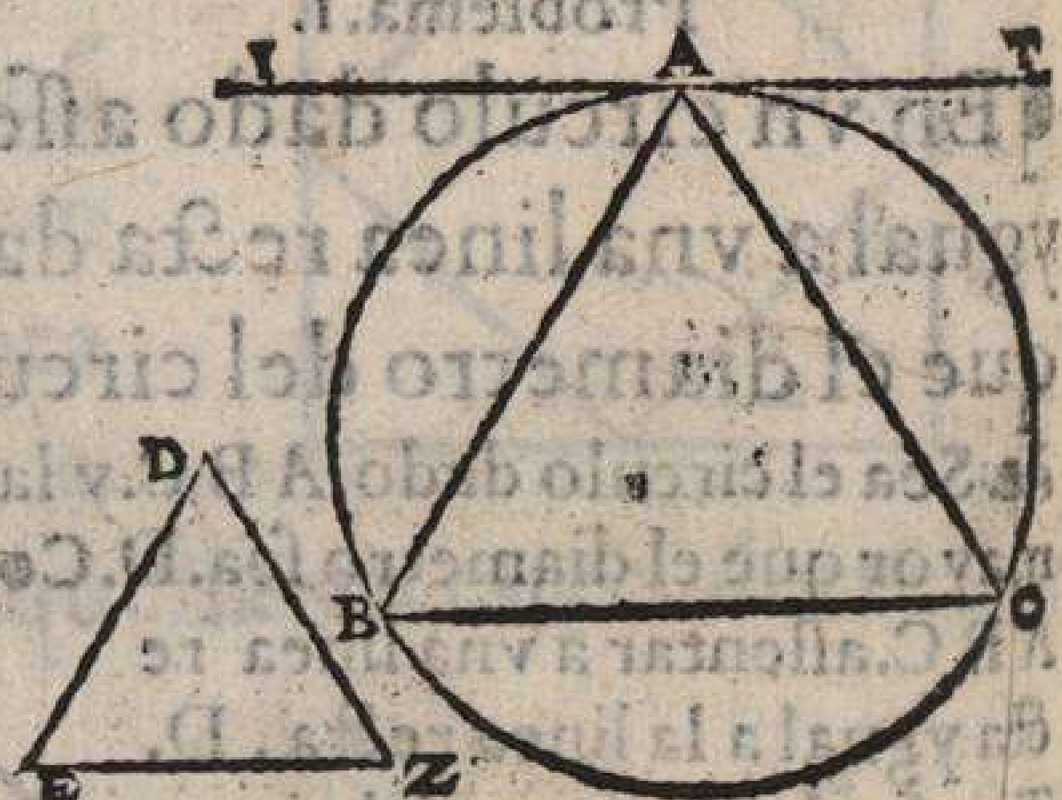
2009 Ministerio de Cultura

E A Z. y tire se la. C A. Pues porque el centro del circulo. E A Z. es el puncto. C. (por la quinze definicion del. 1.) es ygual la C A. a la. C E. y a la misma. D. es ygual la. C E. luego (por la. 1. comun sentencia) tambien la. D. es ygual a la. A C. luego ē vn circulo dado. A B C. esta assentada la. C A. ygual a la linea recta dada. D. lo qual conuenia hazerse.

Problema. 2. Proposicion. 2.

¶ En vn circulo dado describir vn triangulo de angulos yguales a los de vn triágulo dado.

Sea el circulo dado. A B C. y el triangulo dado sea. D E Z. conuiene pues en el circulo dado. A B C. describir vn triangulo de angulos yguales a los del triágulo. D E Z. Saque se (por la. 17. del. 3.) vna linea recta] que toque al circulo. A B C. y sea I A T. y toque le en. A. (y por la. 23. del. 1.) hagase sobre la linea recta. A T. y sobre el puncto en ella. A. el angulo. T A C. ygual al angulo. D E Z. y sobre la linea recta. A I. y sobre el púcto en ella. A. hagase el angulo I A B. ygual al angulo. D Z E, por la misma) y tirese la



B C. Pues porque al circulo. A B C. le toca la linea recta. I A T y desde el tocamiento. A. dentro del circulo se saca la linea recta. A C. luego el angulo. T A C (por la. 31. del. 3) es ygual al angulo que esta enel alterno segmento. A B C. y el angulo. T A C es ygual al angulo. D E Z. luego el angulo. A B C. es ygual al angulo. D E Z. y tambié por esto el angulo. A C B. es ygual al angulo. D Z E. luego tambien el anguloque resta. B A C, es ygual al que resta, E D C, luego el triangulo, A B C, es de angulos yguales al triangulo, D E Z, y esta descrito el triangulo,

CAB

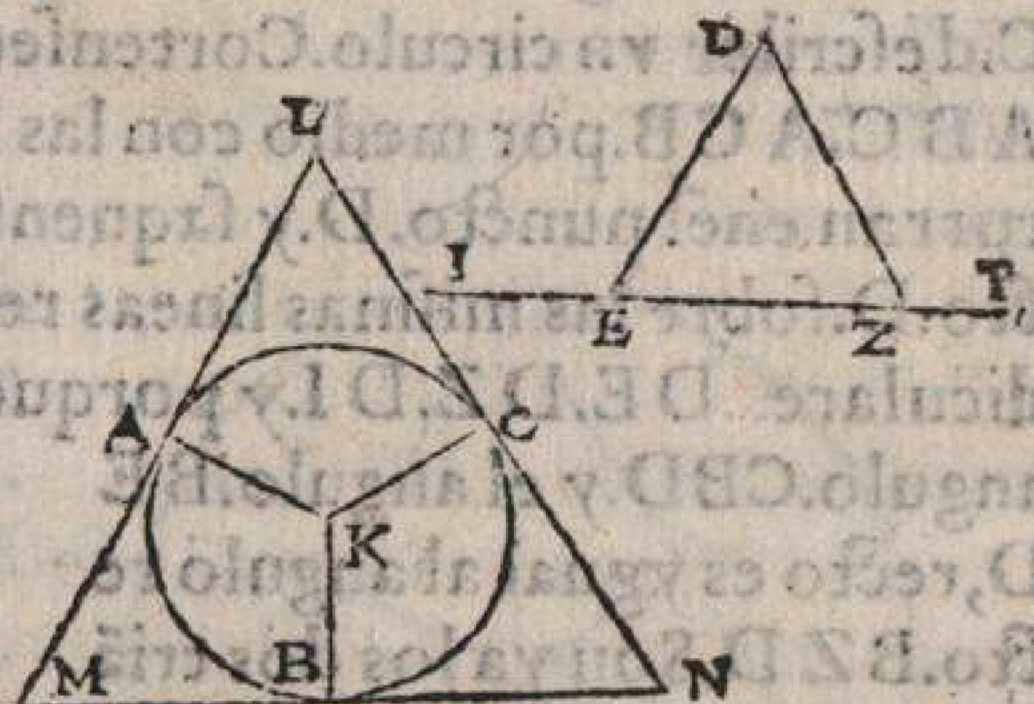
2009 Ministerio de Cultura

A B C.en el circulo dado, A B C, luego en vn circulo dado se ha descrito vn triangulo de angulos yguales a los de vn triangulo dado.

Problema. 3. Proposicion. 3.

¶Al derredor đ vn circulo describir vn triágulo de águlos yguales a los devn triágulo dado

Sea el circulo dado. A B C. y el triangulo dado sea. D E Z conuiene describir al derredor del circulo A B C. vn triangulo equiangulo al triangulo. D E Z. estiendase la. E Z. por vna y otra parte asta los punctos. I. T. y tomese (por la. 1. del. 3.) el centro del circulo. A B C. y sea. K. y tire se como quiera la linea recta. K B. y hagase (por la. 23. del. 1.) sobre la linea recta. K B. y en el puncto en ella. K. el águlo. B K A ygual al angulo. D E I. y el angulo. B K C. ygual al angulo. D Z T. y por los pũtos A B C (por la. 17. del. 3.) tirése lineas rectas que toquen al circulo. A B C. y sean. L A M. M B N. N C L. y porque las lineas rectas. L M. M N. N L. tocan al circulo. A B C. en los punctos A B C. y desde el centro. K. sobre los punctos. A B C. se tirarõ las lineas rectas. K A. K B. K C. luego los angulos que está en los punctos. A B C. son rectos, y porq̃ los quatro angulos del quadrilatero. A M B K. son yguales a quatro rectos, porq̃ el quadrilatero. A M B K. se diuide en dos triangulos, delos quales los dos angulos. K A M. K B M. son dos rectos. Luego los angulos que restan. A K B. B M A. son yguales a dos rectos. Y los angulos. D E I. D E Z. por la treze del primero, son yguales a dos rectos, luego los angulos. A K B. A M B. son yguales a los angulos, D E I. D E Z. de los quales el angulo



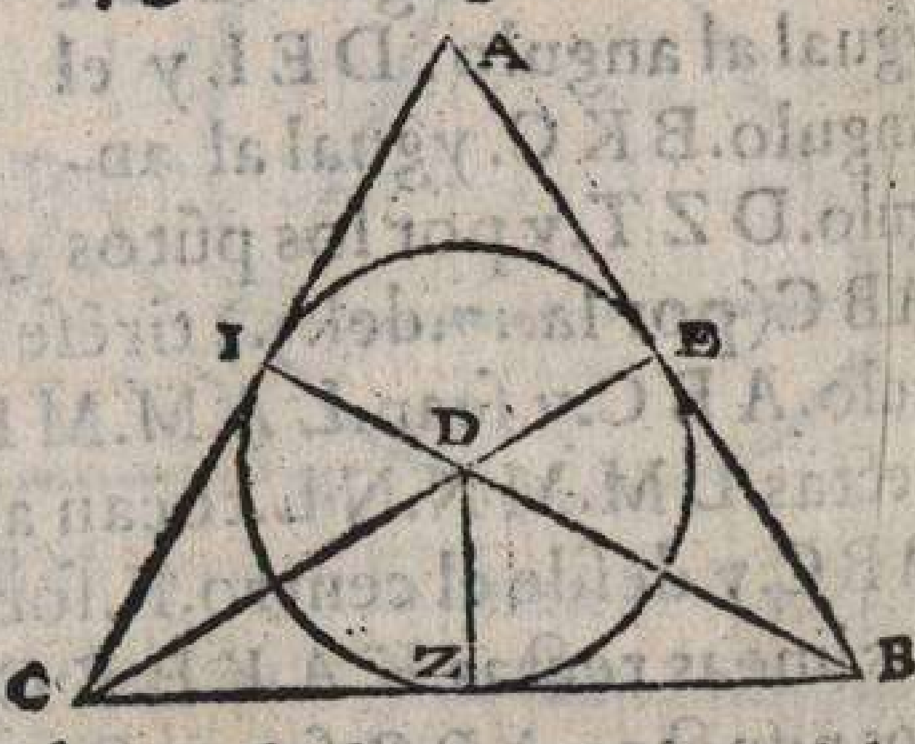
2009 Ministerio de Cultura

A K B.es ygual al angulo.D E I.luego el angulo . A M B.que rest a es ygual al angulo que resta.D E Z.De la misma manera se demostrara qne tambien el angulo L N M. es ygual al ãgulo .D Z E.luego el angulo que resta.M L N.es ygual al angulo que resta.E D Z.luego el triangulo.L M N. es el equiangulo al triangulo.D E Z.y describese al derredor del circulo A B C.luego al derredor de vn circulo dado esta descrito vn triangulo æquiangulo a vn triangulo dado.Lo qual cõuenia hacerse..

Problema.4. Proposiciõ. 4.

¶En vn triangulo dado describir vn circulo.

Sea el triãgulo dado.A B C.es menester enl triãgulo. A B C.describir vn circulo.Cortense(por la.9.del.1.)los angulos A B C.A C B.por medio con las lineas rectas.B D.D C.q̃ con curran enel puncto.D.y saquense por la.12.del,1,desde el pũcto.D.sobre las mismas lineas rectas.A B.B C.C A. las perpẽdiculares.D E.D Z.D I.y porques ygual el angulo.A B D, al angulo.CBD.y el angulo.B E D,recto es ygual al angulo recto.B Z D.Son ya los dos triãgulos.E B D.Z B D,que tienẽ los dos angulos yguales a los dos ãgulos,y el vn lado ygual al vn lado es a saber.B D.el q̃l es comun a ellos y oppuesto a los angulos yguales.Luego los demas lados(por la.26.del.1. tendran yguales a los demas lados.Luego la,D E. es ygual a la.D Z.y por esto tambien la.D I.es ygual ala.D Z.por lo q̃l tambien la.D E.es ygual ala.D I.luego las tres.D E.D Z. D I. son yguales entre si(por la primera comun sentencia) luego descripto vn circulo sobre el centro.D.segun el espacio.D E o.D Z.o D I.passara por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B.B C. C A. porque los angulos que estan en los



2009 Ministerio de Cultura

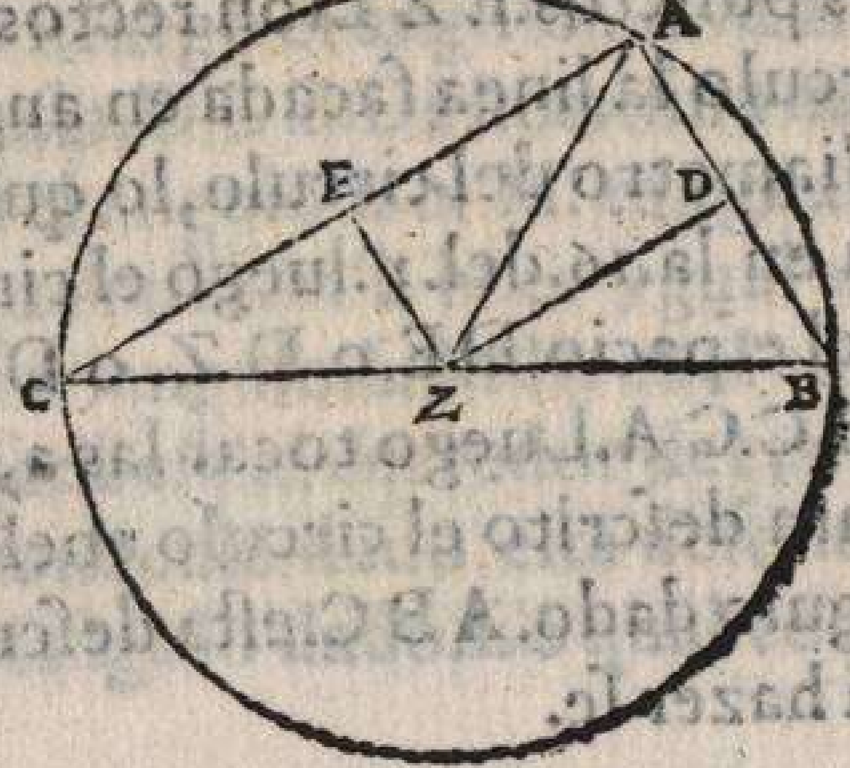
enlos punctos.E Z I.son rectos.Porque si las corta, caera en el circulo la linea sacada en angulos rectos dela extremidad del diametro del circulo,lo qual ser imposible se vio claro a rriba en la.16.del.3.luego el circulo descrito sobre el centro D.y el espacio.D E. o D Z. o D I. no corta a las lineas rectas A B.B C.C A.Luego tocar las a,por el corelario de la misma, y estara descrito el circulo enel triangulo. A B C.Luego en el triangulo dado. A B C.esta descrito el circulo.E ZI.lo qual cõuenia hazer se.

Problema.5. Proposicion.5.

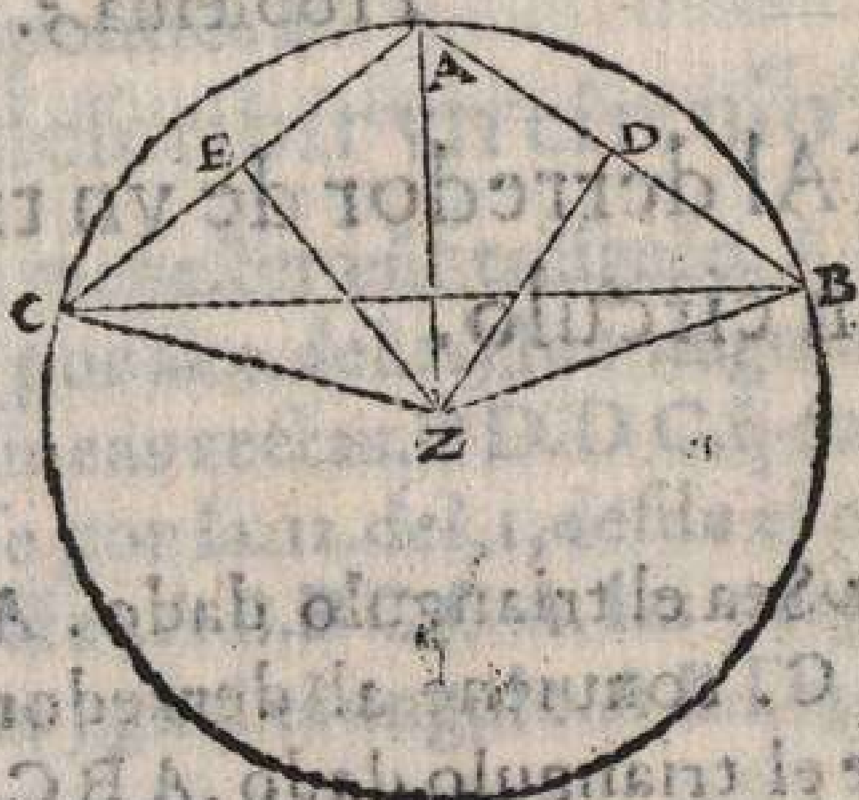
¶Al derredor de vn triangulo dado describir vn circulo.

Sea el triangulo dado. A B C. conuiene al derredor de el triangulo dado.A B C. describir vn circulo, Corten se las lineas rectas. A B.A C. por medio enlos punctos.D E(por la decima del primero y desde los punctos.D E. saquen se(por la.11. del primero) D Z.E Z. en angulos rectos sobre.A B.A C.y estas concurren,o dentro del triangulo.A B C.o en la linea recta.B C.o fuera de la linea recta. B C Concurran pues lo primero dentro del mismo triangulo en el puncto.Z.y tiren se(por la primera peticion).Z B.Z C.Z A y porque es ygual la,A D.a la,B D,y comun la.D Z.y en angulos rectos.Luego la basis.A Z(por la quarta del primero) es ygual a la basis.Z B,de la misma manera demostraremos que tambien la.C Z,es ygual a la.A Z, por lo qual la. Z B. es

2009 Ministerio de Cultura



ygual a la.Z C. luego las tres Z A.Z B.Z C. son yguales entre si.luego sobre el centro.Z. y el espacio.Z A.o.Z B.o.Z C. descrito vn circulo passara por los de mas punctos:y estara descrito el circulo al derredor del triangulo. A B C. describase ya como. A B C. Pero concurran las lineas rectas.D Z.EZ.sobre la linea recta.B C.en el puncto. Z. como esta en la segunda descripcion,y tire se la.A Z. y demostraremos tambien de la misma suerte que el puncto Z.es el centro del circulo descripto al derredor del triágulo.A B C.Concurranpues las lineas rectas. D Z. E Z. fuera del mismo triangulo.A B C.en el puncto.Z.otravez,como esta en la tercera descripcion.tiren se las lineas rectas. A Z.Z B.Z C. Y porque tambien es ygual la. A D.a la.D B, y comun y en angulos rectos la. D Z.luego la basis. A Z.(por la quarta del primero es ygual a la basis. BZ. De la misma manera demostraremos tambien que la,C Z.es ygual a la. A Z.luego otra vez sobre el centro.Z,y el espacio. Z A.o.Z B.o.Z C. descrito vn circulo passara por los de mas punctos, y estara descrito al derredor del triangulo. A B C.describase pues,como.A B C.luego al derredor de vn triangulo dado esta descrito vn circulo,lo qual conuenia hazerse.



Corolario

Y es manifiesto que quando dentro del triangulo cae el centro del circulo, el angulo.B A C. que esta en mayor segmento de circulo,es menor que recto y quando

cae

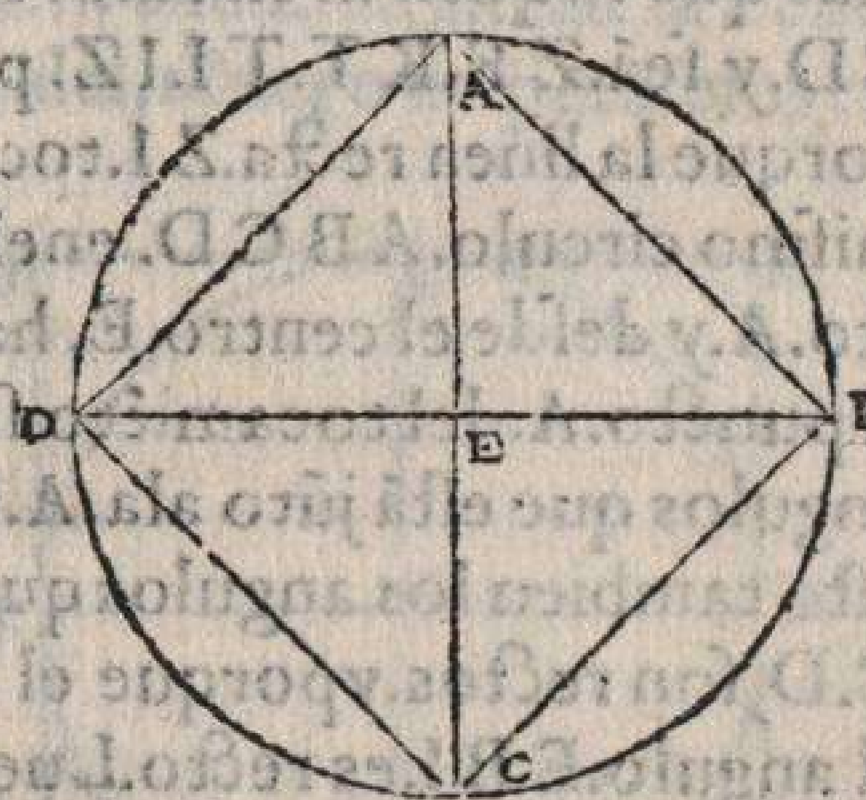
2009 Ministerio de Cultura

cae en la linea recta. B C. el angulo estando en medio circulo es recto. Pero quando cae el centro fuera de la linea recta. B C. el angulo. B A C. estando en menor segmento de circulo, es mayor que recto. Por lo qual tambien quando el angulo dado fuere menor que recto, las lineas rectas. D Z. E Z concurren dentro del mismo triangulo, y quando es recto, sobre la. B C. Pero quãdo mayor que recto concurren fuera de la misma. B C. lo qual conuino hazerse.

Problema. 6. Proposicion. 6.

¶ En vn circulo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D. es menester en el circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquen se los diametros del mismo circulo. A B C D. en angulos rectos entre si, y sean. A C. B D. y tiren se A B. B C. C D. D A. Y porque es ygual la. B E. a la. D E. (por la decima quinta definicion del primero). Porque. E. es el centro, y comun y en angulos rectos la. E A. Luego la basis. A B. (por la quarta del primero) es ygual a la basis. A D. y por esto tambien cada vna de las dos. B C. C D. es ygual a cada vna de las dos. A B. A D. Luego es equilatero el quadrilatero. A B C D. Digo que tambien rectangulo. Porque la linea recta. B D. es diametro del circulo. A B C D. Luego el angulo es de medio circulo. Luego el angulo. B A D. es recto (por la 31. del tercero) y por esto tambien cada vno de los angulos contenidos debaxo de. A B C. B C D. C D A. es recto. Luego



2009 Ministerio de Cultura

es rectangulo el quadrilatero. A B C D. y esta demostrado q̃ tambien equilatero, luego es quadrado (por la. 30. definicion del. 1.) y descripto enel circulo. A B C D. lo qual conuino hazerse.

Problema. 7. Proposicion. 7.

¶Al derredor de vncirculo dado describir vn quadrado.

Sea el circulo dado. A B C D. es menester al derredor del circulo. A B C D. describir vn quadrado. Saquẽse dos diametros del circulo. A B C D. en angulos rectos entre si, y sean. A C B D. y por los punctos. A. B. C. D por la. 17. del. 3. tirense lineas rectas que toquen al circulo. A B. C D. y seã. Z K. K T. T I. I Z. pues porque la linea recta. Z I. toca al mismo circulo. A B C D. enel pũcto. A. y desde el centro. E. hasta el puncto. A. del tocamiẽto sale la linea recta. E A. luego los angulos que estã jũto ala. A. son rectos, por la. 18. del. 3. y por esto tambien los angulos que estan cerca de los punctos. B. C. D, son rectos. y porque el angulo. A E B. es recto, y tambiẽ el angulo. E B I. es recto. Luego. I T. es palela ala. A C. por la. 28. del. 1. y por esto tambien la. A C. es parallela ala. Z K. dela misma manera tambien demostraremos que cada vna delas dos, I Z. T K. es parallela ala, B E D, luego son paralelogramos, I D, I C. A K, B K. luego ygual es la. I Z. ala, T K. y la. I T. ala. Z K. por la. 34. del. 1. y porques ygual la. A C, ala, B D. y la A C. es ygual a cada vna d̃las dos, I T. Z K. y la. B D. es ygual a cada vna de las dos. I Z. T K. luego cada vna de las dos. I T Z K. es ygual a cada vna delas dos. I Z. T K. luego el quadrilatero

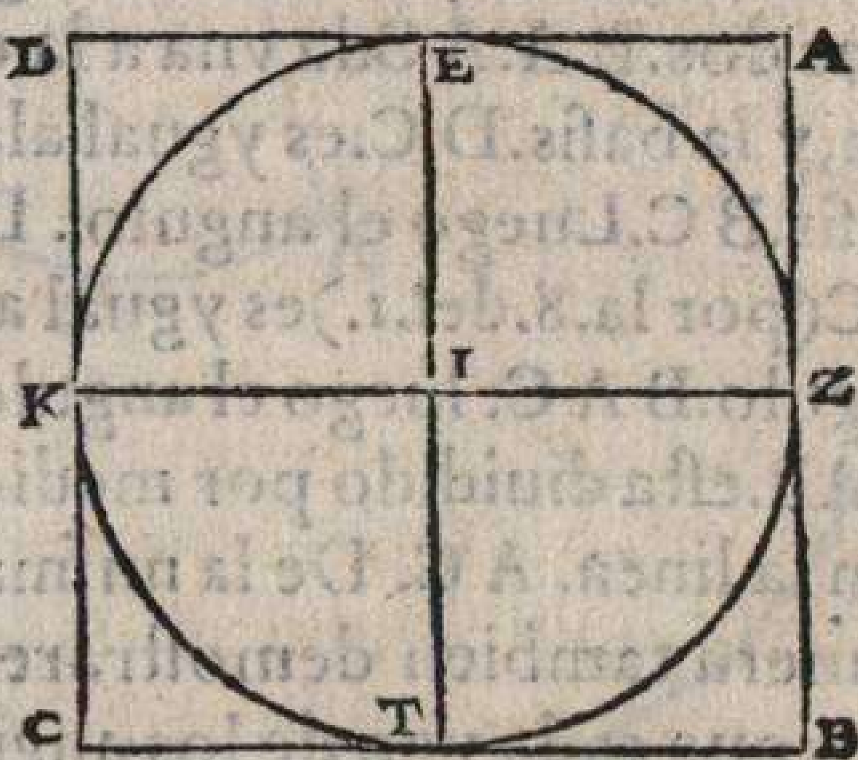
2009 Ministerio de Cultura

tero.Z I.T K.es equilatero. Digo que tambien rectangulo Porque.I B E A.es parallelogramo,y el angulo. A E B. es recto,luego tambien es recto el angulo.A I B.por la. 3 4.del.1. dela misma manera tambien demostraremos que los angulos.T.K.Z. son rectos,luego es rectangulo el quadrilatero.Z I T K.y esta demostrado que tambien æquilatero,luego es quadrado:y al derredor del circulo.A B C D.esta descripto. Luego al derredor de vn circulo dado esta descripto vn quadrado,lo qual conuenia hazerse.

Problema.8. Proposicion.8,

¶En vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado.A B C D.conuiene.enel quadrado. A B C D.describir vn circulo,cortese,por la.10.del.1. cada vna đ las dos.A B.A D.por medio enlos punctos.E.Z.y por el puncto,E.tiresse.E T.parallela a cada vna delas dos.A B. D C. porla.3 1.del.1,y por elpuncto.Z.tiresse.Z.K,paralela a cada vna delas dos.A D.B C.porla.31.del,1.luego es paralelogramo cada vno destos,A K,K-B.A T.T D.A I.I D.B I,I C,Y los ladossuyos conuiene asaber los opuestos sonyguales por la.34.del primero y por que A D. es ygual a la. A B,y la. A E,es la mitad de la A D,y la,A Z.es la mitad de la,A B,luego ygual es la A E a la, A Z, por lo qual tambien las oppuestas(por la misma)son yguales. Luego la,Z I. es ygual ala.E I,Semejantemente tambien demostraremos que cada vna delas dos,I T.I K,es ygual a cada vna đlas dos Z I,I E,luego las quatro,I E,I Z,I T,I K,son yguales entre si, por la,1,comun sentencia) luegodescripto vn circulo sobre el centro,I,segun el espacio,I E,o,I Z,o,I T,o,I, K, passara



tam

2009 Ministerio de Cultura

tambien por los demas punctos y tocara a las lineas rectas. A B.B C.C D.D A.porque los angulos q̃ estan en los pũctos. E.Z.T.K.son rectos.Porque si el circulo corta alas lineas.AB BC.CD·D A.la linea q̃ se tira ẽ angulos rectos desde la extremidad del diametro caeria dentro del mismo circulo,loqual (por la.16.del.3.)es impossible.Luego sobre el cẽtro.I. y el espacio. I E.o.I Z.o·I T.o I K.descrito vn circulo no corta alas lineas rectas.A B.B C.D C.D A.luego toca las,y esta ẽnl quadrado.A B C D.luego en vn quadrado dado y lo que de mas se sigue.Lo qual conuenia hazerse.

Problema.9. Proposiciõ.9.

¶Al derredor de vn quadrado dado describir vn circulo.

Sea el quadrado dado.A B C D.conuiene al derredor del quadrado.A B C D.describir vn circulo.Tiradas las lineas rectas.A C.B D.corten se entre si en.E.y porque es ygual la.DA a la.A B.y comun la.A C.luego las dos.D A.A C. son yguales a las dos.B A.A C.la vna a la otra,y la basis.D C.es ygual ala basis.B C.Luego el angulo.D A C(por la.8.del.1.)es ygual al angulo.B A C. luego el angulo DAB.esta diuidido por medio con la linea. A C. De la misma manera tambien demostraremos que cada vno de los angulos.A B C.B C D.C D A.esta diuidido por medio con las lineas rectas.A C.D B. y porque el angulo.D A B.es ygual al angulo.A B C.y el angulo.E A B.es mitad del angulo.D A B.y el angulo.A BE.es mitad del angulo.A B C. luego el angulo.EAB.es ygual al angulo.E B A.por lo qual(por la.6.del.1.el lado.E A.es ygual al lado.B E.De la misma manera demostraremos q̃ cada vna de las dos lineas

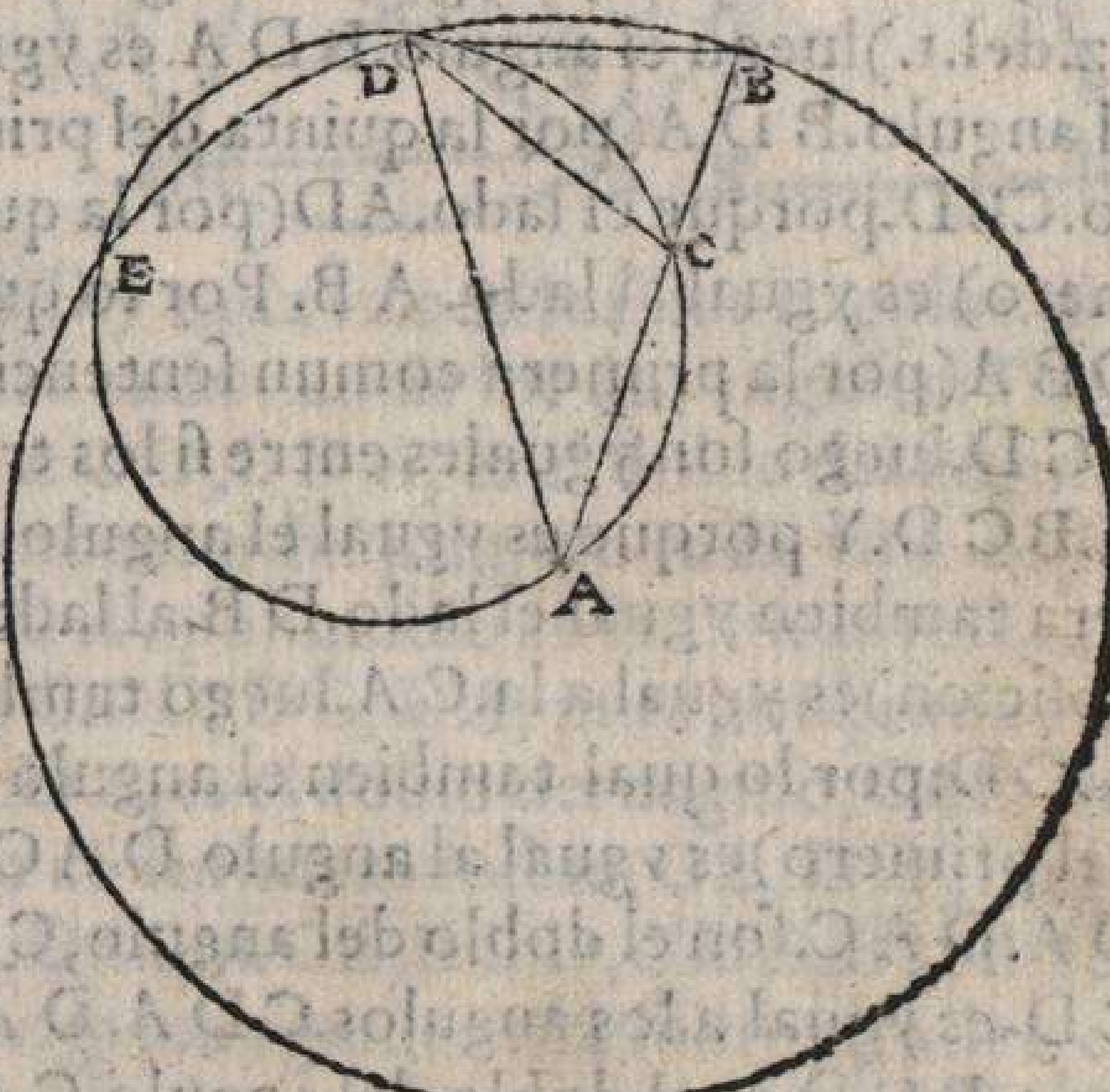
rectas

2009 Ministerio de Cultura

rectas.E A.E B.es ygual a cada vna de las dos.E C.E D. Luego las quatro.E A.E B.E C,E D.son yguales entre si. Luego sobre el centro.E.y el espacio,E A.o.E B.o.E C,o.E D. descrito vn circulo passara por los de mas punctos y sera descrito al derredor del quadrado.A B C D.Describase como, A B C D.Luego al derredor de vn quadrado dado esta descrito vn circulo.Lo qual conuino hazerse.

Problema.10. Proposicion.10.

¶Hazer vn triangulo ysosceles que tenga cada vno de los angulos de sobre la basis doblado del que resta.



Tirese vna linea recta.AB.y diuidase(por la vndecima del.2.) en el puncto.C. de manera que el rectágulo cõprehẽdido debaxo de la.A B.y de la.B C. sea ygual al quadrado que se haze de la.C A,y sobre el centro,A. y el espacio,A B.(por la tercera peticion) describase el circulo.B D E. y assientese ẽ el circulo B D E.la linea recta.B D.ygual a la recta linea. A C. la qual no es mayor que el diametro del circulo,B D E.(por la primera del quarto)y tiren se.A D.D C,y (por la quinta del.4.) describase el circulo.A C D E.al derredor del triangulo. A C D.Y porque el rectangulo que se contiene debaxo dela, A B. y de la.B C.es ygual al quadrado que se haze de la. A C. Porque

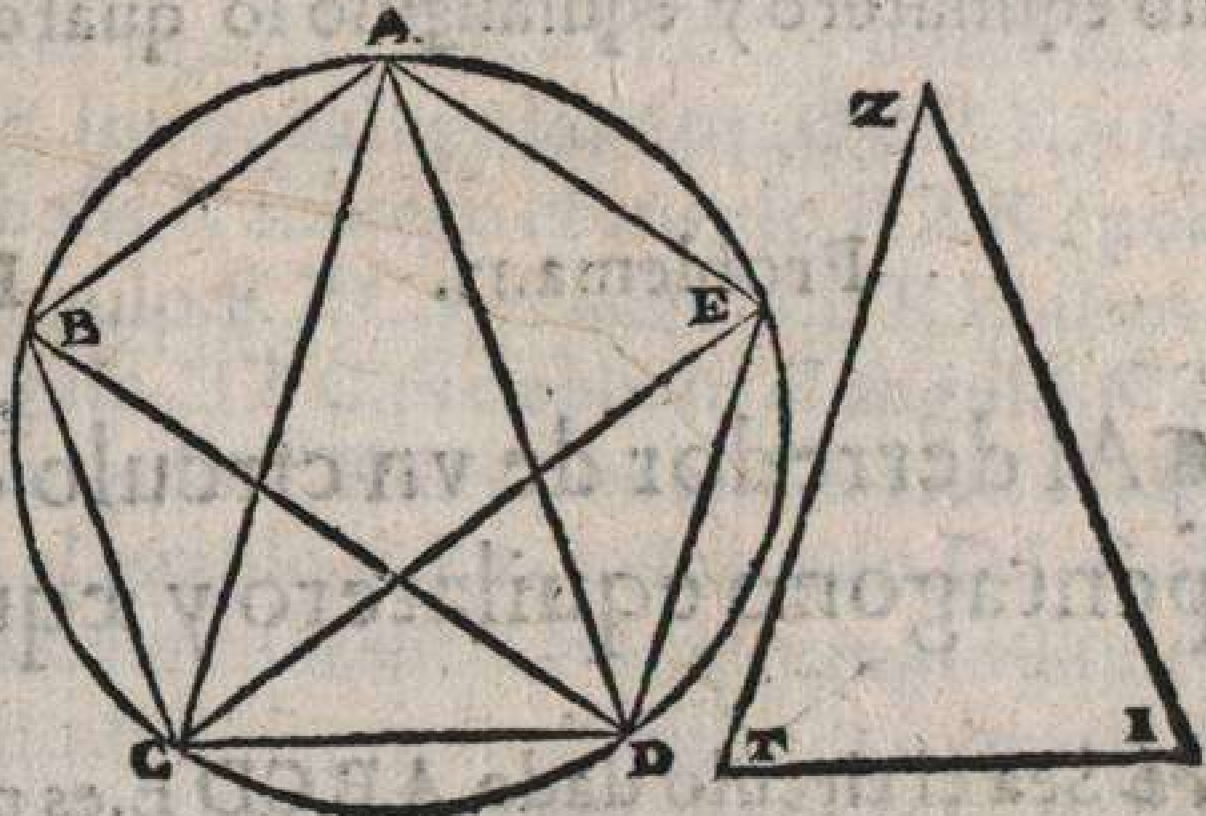
que assi se admitio esto, y la. A C. es ygual a la. B D. luego el q̃ se contiene debaxo de la. A B. y de la. B C. es ygual al quadrado que se haze de la. B D. Y porque fuera del circulo. A C D E se toma vn puncto. B. y desde el mismo puncto. B. sobre el circulo. A C D E. cayeron las dos lineas rectas. B C A. B D. y la vna dellas le corta y la otra cae, y el contenido debaxo de la A B. y de la. B C. es ygual al quadrado de la. B D. luego (por la 37. del. 3. la, B D. toca al circulo. A C D E, Pues porque. B D. le toca en el puncto. D. y desde el puncto. D. del tocamiento se tiro la. D C. luego el angulo. B D C. (por la. 32. del mismo) es ygual al que esta en el segmento alterno del circulo, que es al angulo. D A C. Pues porque es ygual el angulo. B D C. al angulo. D A C. pongase comun el angulo. C D A. luego todo el angulo. B D A. es ygual a los dos ãgulos. C D A. D A C. y a los dos, C D A. D A C, es ygual el angulo exterior. B C D (por la 32. del. 1.) luego el angulo. B D A. es ygual al angulo. B C D. y el angulo. B D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. C B D. porque el lado. A D (por la quinze definicion del primero) es ygual al lado. A B. Por lo qual tambien el angulo D B A (por la primera comun sentencia) es ygual al angulo. B C D. luego son yguales entre si los tres angulos. B D A. D B A. B C D. Y porque es ygual el angulo. D B C. al angulo. B C D sera tambien ygual el lado. D B. al lado. D C. y B D (por la suposicion) es ygual a la. C A. luego tambien la, C A. es ygual a la. C D. por lo qual tambien el angulo. C D A (por la quinta del primero) es ygual al angulo. D A C. Luego los angulos. C D A. D A C. son el doblo del angulo, C A D. pero el angulo. B C D. es ygual a los angulos. C D A. D A C. luego tambiẽ el angulo. B C D. es el doblo del angulo. C A D. y es ygual el angulo. B C D. a cada vno delos dos angulos. B D A. D B A. Luego tambien cada vno de los angulos. B D A, D B A. es el doblo del angulo. D A B. luego esta hecho el triangulo y sosceles. A B D. que tiene cada vno de los angulos de sobre la basis. D B doblado del que resta. Lo qual conuino hazerse.

Proble

2009 Ministerio de Cultura

¶En vn circulo dado describir vn pentango no æquilatero y æquiangulo.

☙ Sea el circulo dado, A B C D E. es menester en el circulo. A B C D E. describir vn pentagono æquilatero y equiangulo, tomese (por la.10.deste) vn triangulo ysosceles, y sea. Z I T. que tenga el angulo qualquiera desobre la basis doblado al q̃ resta, ques. Z. y describase por la.2.del, 4, en el circulo. A B C D. el triãgulo, A C D. ygual en angulos al triangulo, ZIT, de tal manera q̃ al angulo. Z. se le haga ygual el angulo. C A D. y cada vnode los dos angulos. A C D, C D A, se haga ygual a cada vno de los dos angulos. T. y assi cada vnode los dos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, C A D, Cortesse, por la nouena del primero cada vno de los dos angulos. A C D. C D A. por medio cõ las lineas rectas. C E, D B. y tirense, A B, B C. CD, D E, E A, pues porq̃ cada vno delos ãgulos, A C D, C D A, es el doblo del angulo, CAD, y estã diuididos por medio cõ las lineas rectas, C E, D B, luego los cinco ãgulos q̃ son, DAC, ACE, E C D, C D B, B D A, son yguales entre si, y los angulos yguales estã sobre yguales circunferẽcias, por la, 26, del, 3, luego son yguales entre si lascinco circunferencias, A B, B C, C D D E, E A, y a yguales circũferentias, por la, 29, del mismo se estienden yguales lineas rectas. Luego las cinco lineas rectas. A B. B C. C D. D E. E A. sõ yguales entre si. Luego equilatero es el pẽtagono. A B C D E. Digo ya que tambien equiangulo, porque la circunferencia. A B. es ygual a la circunferencia. D E. Pongase comun. B C D.



Luego

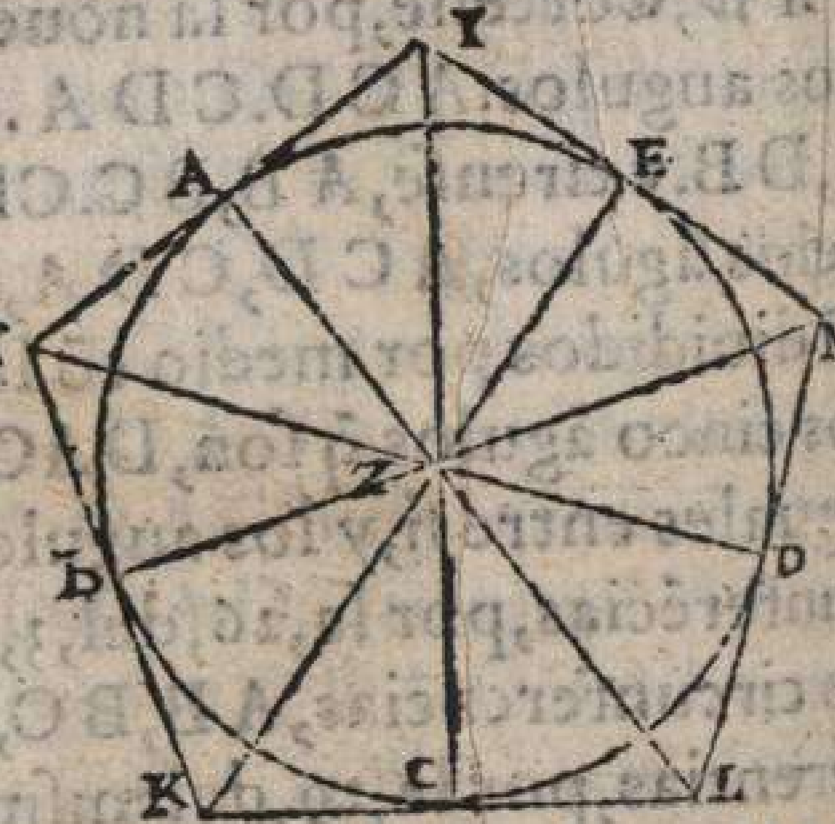
2009 Ministerio de Cultura

Luego toda la circunferencia. A B C D. es ygual a toda la circunferencia: E D C B. y esta sobre la circunferencia. A B C D, el angulo. A E D. Y sobre la circunferecia. E D C B. esta el angulo. B A E. luego tãbien el angulo. B A E. es ygual al angulo A E D. y por esso cada vno delos angulos. A B C. B C D. C D E es ygual a cada vno delos angulos. B A E. A E D. luego el pentagono. A B C D E. es equiangulo, y esta demostrado q̃ tãbiẽ equilatero, luego ẽ vn circulo dado esta descrito vn pentagono equilatero y equiangulo lo qual conuenia hazer se.

Problema. 12. Proposicion. 12.

¶ Al derredor de vn circulo dado describir vn pentagono equilatero y æquiangulo.

Sea el circulo dado. A B C D E. es menester al derredor dl circulo. A B C D E. describir vn pentagono equilatero y equiangulo. Entiendanse los punctos. A. B. C. D. E. de los angulos del pentagono descripto (por la. 11. del. 4.) de tal manera que (por la precedẽte) sean yguales las circunferencias. AB. B C. CD D E. E A. Y por los punctos. A B C D E. sean tiradas (por la. 17. dl. 3) las lineas rectas. I T. T K. K L L M. IM. que toquen al mismo circulo. y tome se el centro del mismo circulo. A B C D E. y sea Z. (por la. 1. del. 3.) y tirense las lineas rectas. Z B. Z K. Z C. Z L. Z D



y porque la linea recta. K L toca enel puncto. C. al circulo. A B C D E. y desde el centro. Z. sobre el mismo tocamiento se tiro la. Z C. luego (por la. 18. del. 3. la. Z C. sobre la. K L. es perpẽdicular, luego es recto cada vno delos angulos q̃ estan en. C. Y

por

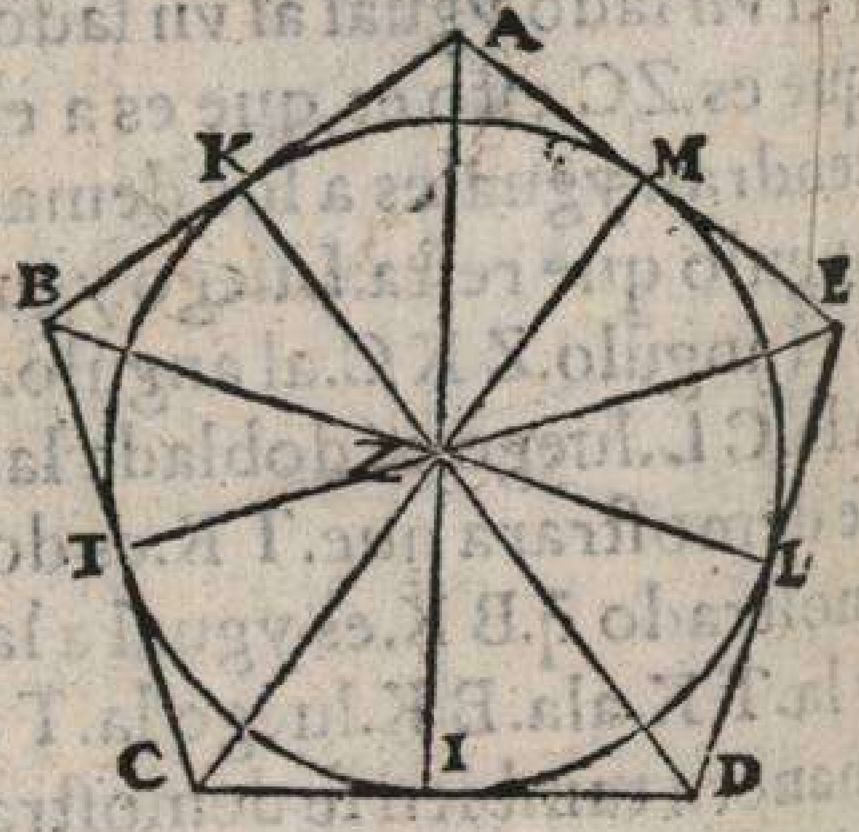
2009 Ministerio de Cultura

por esto los angulos que estan en los pũctos.B.D. son rectos Y porque el angulo.Z C K.es recto.luego el quadrado de la. Z K.es ygual a los que se hazen dela.Z C.y dela.C K (por la. 47.del.1.)y por esto a los que se hazen de la.Z B.y de la. B K. es ygual el que se haze dela.Z K . (por la misma .) luego los que se hazen de la.Z C.y dela.C K.son yguales a los que seha zen dela.Z B.y dela.B K.de los quales el q̃ se haze dela.ZC es ygual al q̃ se haze dela.Z B.luego el q̃ resta que se haze de la C K.es ygual al q̃ resta que se haze de la.B K . luego ygual es la.C K.a la.K B·Y porques ygual la.Z B.a la Z C.y comũ la. Z K luego las dos.B Z.Z K.son yguales a las dos . C Z.Z K.y la basis.B K.es ygual a la basis.C K.luego el angulo.B Z K.(por la·8.del.1.)es ygual al angulo.K Z C.y el angulo.B K Z.al angulo.Z K C.luego el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C.y el angulo.B K C.al angulo.Z K C.y por esso tãbien el angulo.C Z D.es doblado al angulo.C Z L.y el angulo.D L C.al angulo.Z L C·Y porq̃ la circunferencia.B C.es ygual a la circunferécia.C D.el angulo.B Z C(por la.27.del.3.)es ygual al angulo.C Z D.y el angulo.B Z C.es doblado al angulo.K Z C y el angulo.D Z C.al angulo.L Z C.luego el angulo.K Z C. es ygual al angulo.L Z C.luego ya son los dos triangulos.Z KC Z L C.que tienen los dos angulos yguales a los dos angulos, y el vn lado ygual al vn lado(por la.26.del.1.)y comũ deellos que es.ZC.esto es,que es a ellos comũ.luego los demas lados tendran yguales a los demas lados , y el angulo que resta al angulo que resta.Luego ygual es la linea recta.K C.a la.C L. y el angulo.Z K C.al angulo.Z L C.y porque es ygual la.K C. a la.C L.luego es doblada la.K L.a la.K C. y por esto tambié se demostrara que.T K.es doblada a la.B K. y porque esta de mostrado q̃.B K.es ygual a la.K C.y la.KL.es doblada ala.KC y la.T K.ala.B K.luego la.T K.es ygual a la.K L.De la misma manera tambien se demostrara que cada vna delas lineas.I T I M.ML .es ygual a cada vna delas lineas.T K. K L. luego es equilatero el pentagono.I T K L M.Digo q̃ tãbien equiãgulo Porque el angulo.Z K C.es ygual al angulo. Z LK.y esta demostra demostrado que el angulo.T K L.es doblado al angulo.ZKC y el angulo.K L M.es doblado al angulo.Z L C.luego elangulo.T K L.es ygual al angulo.K L M.Semejãte mente se demostrara tambien que cada vno de los angulos.K T I.T I M.I M L.es ygual a cada vno de los angulos.T K L.K L M.luego los cinco angulos que son.I T K.T K L.K L M.L M C.M I T. son yguales entre si.luego es equiangulo el pentagono.I T K L M y esta demostrado que tambien equilatero,y esta descrito al derredor del circulo. A B C D E.lo qual conuino hazer se.

Problema.13. Proposicion.13.

¶En vn pentagono dado equilatero y equiangulo describir vn circulo.

Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo.A B C D E.es menester enel pentagono.A B C D E.describir vn circulo.Corte se(por la.9.del.1.)por medio cada vno de los angulos. B C D.C D E.con las lineas rectas.C Z.Z D.y desde el pũcto.Z. en el qual concurren entre si las lineas rectas.C Z.D Z Tiren se las lineas rectas.Z B.Z A.Z E . Y porque es ygual la B C.a la.C D.y comun la.C Z.luego las dos.B C.C Z.son yguales a las dos.D C.C Z , y el angulo.B C Z.es ygual al angulo.D CZ.luego la basis.B Z(por la.4.del.1.) es ygual a la basis.D Z. y el triangulo B C Z.al triangulo.D C Z.ylos demas angulos son yguales a los demas angulos debaxo de los quales se estiendenyguales lados.luego ygual es el angulo.CB Z.al angulo.C D Z.Y porque el angulo.C D E.es el doblodel angulo C D Z.y el angulo. C D E.es ygual al angulo.A B C.y el ãgulo



C D Z

C D Z.al angulo,C B Z,luego el angulo.CB A.es doblado al angulo.C B Z.luego el angulo, A B Z.es ygual al angulo. Z B C.Luego el angulo.A B C.esta diuidido por medio con la linea recta.B Z.de la mísma manera tambien se demostrara q̃ tambien cada vno de los angulos.B A E.AE D.esta diuidido por medio conlas dos lineas rectas.AZ.Z E.Saquense,por la .12.del.1.)desde el pũcto.Z. sobre las lineas.A B.B C.CD.D E E A, las perpẽdiculares, Z K.Z T.Z I.Z L. Z M. y por que es ygual el ãgulo.T C Z.al angulo.I C Z.y el angulo rectoZ T C ygual al angulo recto.Z I C.son ya los dos triangulos.Z T C. Z I C.q̃ tienẽ los dos angulos yguales a los dos ãgulos el vno al otro y el vn lado ygual al vn lado,porq̃, C Z.es comun de llos estẽdido debajo de vno delos yguales angulos.luego ten drã los demas lados yguales a los demas lados(por la.26.el.1 luego es ygual la perpendicular.Z T.alaperpendicular,Z I.d̃ la mísma manera tãbiẽ se demostrara q̃cada vna delas lineas ZL.ZM.ZK.es ygual a cada qual delas dos.Z T.Z I,luego las cinco lineas rectas.Z I.Z T.Z K.Z L.Z M.son yguales entresi luego sobre el centro.Z.y el espacio.Z I.o,Z L.o,Z M.o Z K. o.Z T.descripto vn circulo por la.3.peticion vendra por los demas punctos,y tocara alas lineas rectas. AB.B C.C D.D E E A.(por el corolario dela.16.del.3.)porque los angulos que estan junto alos punctos.K.T.I.L,M,son rectos,porque sino las tocare,sino que las corta acontecera que la linea tirada dela extremidad del diametro en angulos rectos caera dentro del circulo,lo qual ser imposible esta demostrado (por la.16.del.3)luego sobre el centro.Z.y el espaciovno de los pũ ctos.K.T.I.L.M.descripto vn circulo,en ningũa manera cor tara alas lineas rectas,A B.B C.C D.D E.E A. luego tocara las(por el corolario dela.(16.del.3.)describase como. K T I L M.luego enel pentagono dado equilatero y equiangulo esta descrito vn circulo.Lo qual conuenia hazerse.

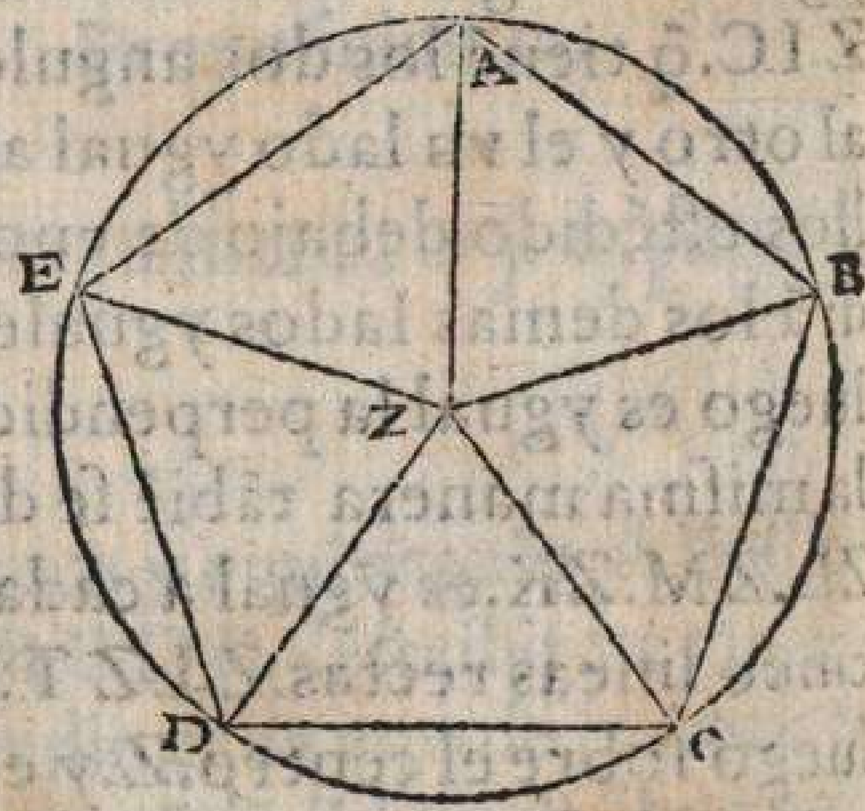
Problema.14. Proposicion.14

L Al der

2009 Ministerio de Cultura

¶ Al derredor de vn pentagono dado æquilatero y equiangulo describir vn circulo.

¶ Sea el pentagono dado equilatero y equiangulo. A B C D E conuiene al derredor del pentagono. A B C D E. describir vn circulo. Corte se (por la. 9. del, 1.) por medio cada vno de los angulos. B C D. C D E. con las dos lineas. C Z. D Z. y desde el puncto. Z. en que concurren las mismas lineas rectas asta los punctos. B. A. E. tiren se las lineas rectas. Z B. Z A. Z E. Semejantemente a la precedente se demostrara que cada vno de los angulos. C B A. B A E. A E D. es diuidido por medio, con cada vna de las lineas rectas. Z B Z A. Z E. Y porque es ygual el angulo. B C D. al angulo C D E (por la supposicion) y el angulo. Z C D. es la mitad del angulo. B C D. y el angulo. C D Z. es mitad del angulo. C D E. Luego (por la. 7. comun sentēcia) el angulo. Z C D. es ygual al angulo. Z D C. Por lo qual tābiē el lado. Z C. es ygual al lado. Z D. (por la. 6, del. 1.) De semejāte manera se demostrara que tambien cada vna de las lineas Z B. Z A. Z E. es ygual a cada vna de las lineas. Z C. Z D. luego las cinco lineas rectas. Z A. Z B. Z C. Z D. Z E. son yguales entre si. Luego sobre el centro. Z. y el espacio. Z A. o. Z B. o. Z C. o. Z D, o, Z E, descrito vn circulo (por la. 3, peticion) passara por los de mas punctos, Y estara descrito al derredor del pētagono, A B C D E, que es equilatero y equiangulo. Describase y sea, A B C D E. luego al derredor del pentagono dado q es quilatero y equiangulo esta descrito vn circulo, Lo qual conuenia hazerse,

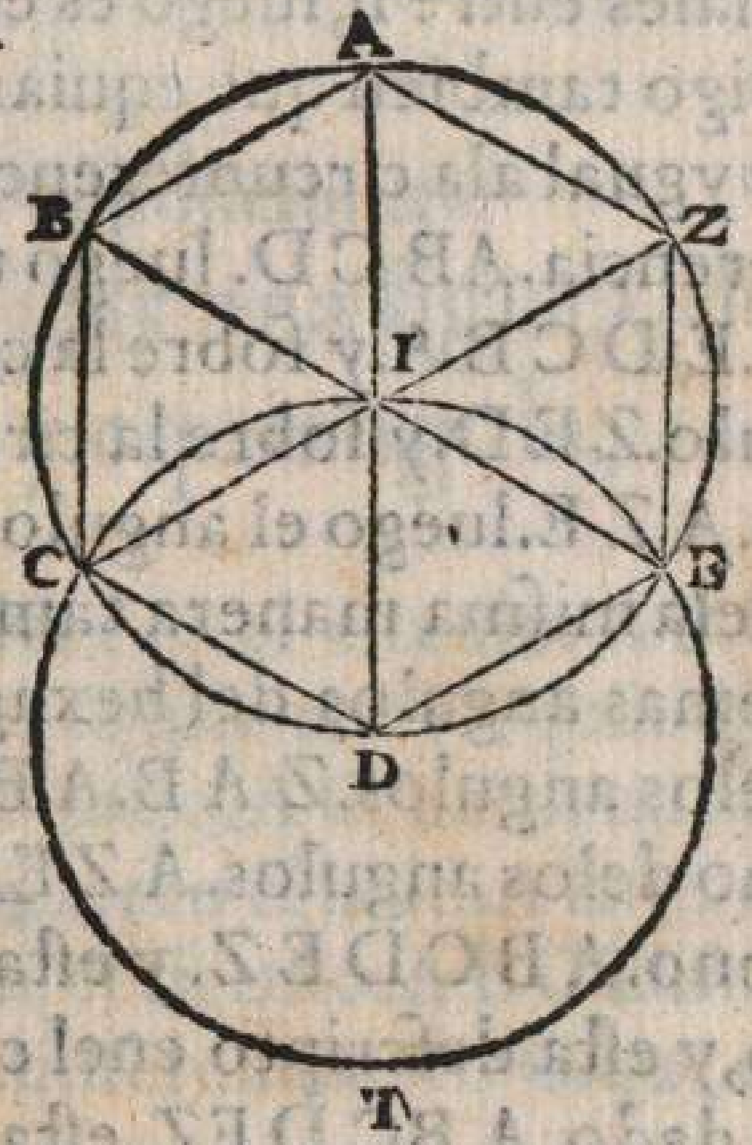


Problema. 15. Proposicion. 15.

2009 Ministerio de Cultura

¶En vn circulo dado describir vn hexagono æquilatero y equiangulo.

❧Sea el circulo dado. A B C D E Z, conuiene enel circulo dado, A B C D E Z, describir vn hexagono equilatero y equi angulo. Saque se el diametro del circulo mismo. A B C D E Z, y sea, A D, y tomese (por la primera del tercero) el cẽtro del circulo y sea. I, y sobre el centro, D, y el espacio, D I, por la, 3, peticiõ des cribase el circulo, C I E T, y tiradas las lineas rectas, E I, I C, Estiendanse asta los punctos, B, Z, y tirense, A B. B C, C D, D E, E Z, Z A, Digo que, A B C D E Z, es hexagono equilatero y equiangulo, Porque el puncto, I, es centro del circulo, A B C D E Z, es ygual (por la quinze definiciõ del primero) la, I E, a la, I D, Yten porq̃ el puncto, D, es centro del circulo, C I E T, es ygual (por la misma) la D E, a la, D I, y la, I E, esta demostrado que es ygual a la, I D, luego la, I E, es ygual a la, E D (por la primera comun sentencia) luego es equilatero el triangulo, E I D, Luego los tres angulos suyos, esto es. E I D. I D E. D E I son yguales entre si. Porque por la quinta del primero) los angulos de sobre la basis delos triangulos y sosceles, son yguales entre si, y los tres angulos del triangulo (por la, 32. del primero) son yguales a dos rectos. luego el angulo, E I D. es el tercio de dos rectos. Semejantemẽte tãbiẽ demostraremos que el angulo, D I C. es el tercio de dos rectos, y porq̃ la linea recta, C I, estãdo sobre la. E B (por la, 13, del, 1, de ambas partes haze los ãgulos, E I C, C I B, yguales a dos rectos luego tã biẽ el angulo que resta, C I B, es el tercio de dos rectos, luego los angulos. E I D. D I C. C I B. son yguales entre si, porlo qual

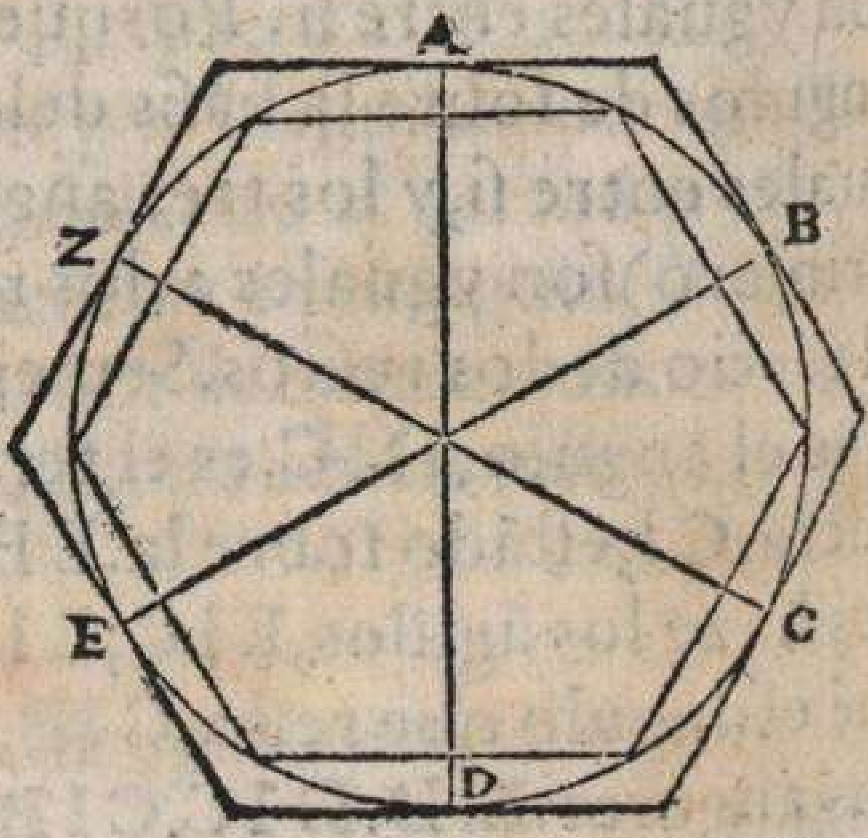


2009 Ministerio de Cultura

los angulos opueſtos q̃ ſon.BIA.AI Z.Z IE.ſon yguales a los miſmos,E I D.D I C.C I B. por la.15.del.1.luego los ſeys angulos.E I D.D I C.C I B.B I A,A I Z.Z I E.ſon yguales entre ſi,y los angulos yguales eſtan ſobre yguales circunferencias,por la.26.del.3.luego las ſeys circunferēcias.A B.B C.C D.D E.E-Z.Z A.ſon yguales entre ſi.y debaxo de yguales circunferencias ſe eſtienden yguales lineas rectas(por la.29.del miſmo). Luego las ſeys lineas rectas.A B.B C.C D.D E.E Z.Z A.ſon yguales entre ſi,luego es equilatero el hexagono.A BCDE Z. Digo tambien que equiangulo. Porque la circunferēcia.A Z es ygual ala circunferencia.E D.juntese por comun la circunferencia.AB C D. luego toda la. Z A B C D . es ygual a toda la.E D C B A.y ſobre la circunferencia.Z A B C D. eſta el angulo.Z E D.y ſobre la circunferencia.E D C B A.eſta el angulo. A Z E.luego el angulo.A Z E.es ygual al angulo. D E Z. Dela miſma manera tambien ſe demoſtrara que tambienlos demas angulos del hexagono.A B C D E Z,eſto es,cada vno delos angulos.Z A B.A B C.B C D.C D E.ſon yguales a cada vno delos angulos.A Z E.Z E D,luego equiangulo es el hexagono.A B C D E Z. y eſta demoſtrado que tambien equilatero,y eſta deſcripto enel circulo,A B C D EZ,luego enel circulo dado,A BC D EZ,eſta deſcripto vn hexagono equilatero y equiangulo,lo qual conuenia hazerſe,

Corolario.

¶De aqui es manifieſto que el lado del hexagono es ygual al ſemidiametro d̃l circulo.y ſi por los punctos. A.B.C.D.E Z.tiramos lineas que toquen al circulo,ſe deſcri



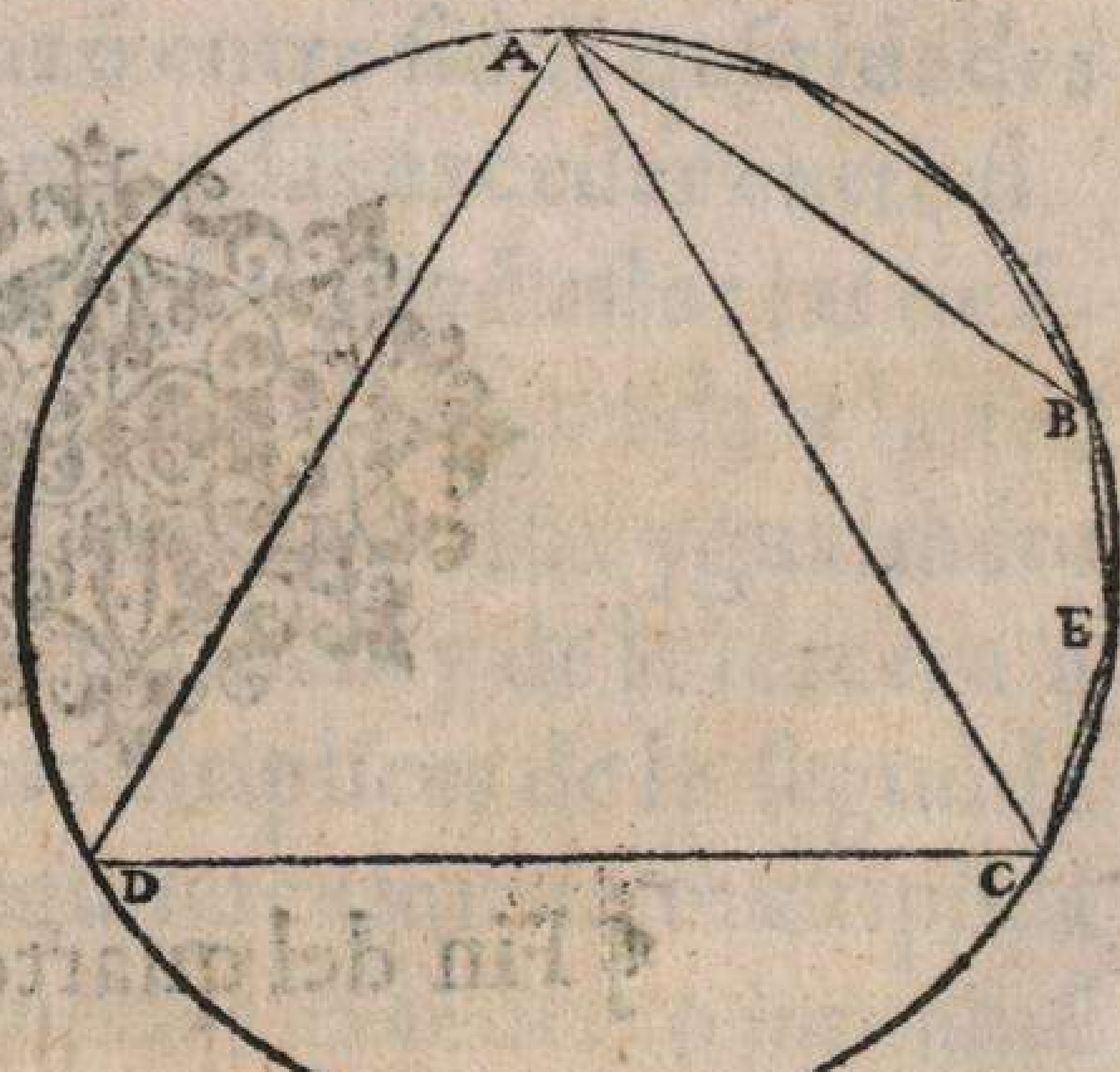
bira

bira al derredor del circulo vn hexagono æquilatero y equiangulo, lo qual se seguira de lo dicho enel pentagono. Y demas desto por lo que semejantemente esta dicho en el penthagono inscribiremos vn circulo en el hexagono dado, y le describiremos al derredor, lo qual conuenia hazer se.

Problema.16. Proposicion.16.

¶En vn circulo dado descr ibir vna figura de quinze angulos equilatera y equiangula,

¶Sea el circulo dado. A B C D. conuiene en el circulo. A B C D. describir vna figura de. 15. angulos equilatera y equiangula. describase en el circulo. A B C D. el lado. A C. de vn triangulo equilatero, y del pẽtagono equilatero el lado. A B. en el arco. A C. luego de los segmentos que el circulo. A B C D. fuere quinze yguales, de los tales la circunferencia. AB C. que es el tercio del mismo circulo sera cinco, y la circũferencia. A B. que es la quinta parte del circulo sera đ tres. Luego la restante. B C. sera de dos yguales. Cortese la B C. (por la treynta del tercero) por medio en E. luego cadavna delas dos circũferẽcias. B E. E C, sera la quincena p̃te del mismo circulo. A B C D. Luego si assentare



2009 Ministerio de Cultura

mos ẽ el circulo. A B C D. las lineas rectas. B E, C E. o yguales
a ellas (por la primera del quarto) estara en el descrita
vna figura de quince angulos equilatera y equian
gula. Lo qual cõuenia hazerse. Dela mismasuer
te como en el pentagono, si por la diuision
del circulo tiraremos lineas que toquẽ
al circulo, se describira al derredor
del circulo vna figura de quinze
angulos equilatera y equian
gula. Y por la demostra
cion como enlos pen
tagonos describi
remos dentro
y al derre-
dor de
vna
figura de quinze angulos
equilatera y equian
gula vn circulo.
(*)

¶ Fin del quarto libro.

Libro

LIBRO QVINTO DELOS ELEMENTOS DE EVCLIDES Megarense philosopho griego.

¶ Definiciones.

1. ¶ Parte es quantidad de quantidad, menor dela mayor, quãdo la menor mide a la mayor.
2. Multiplice es mayor de la menor, quãdo la mide la menor.
3. Razon es vn cierto respecto que tienẽ dos quantidades de vn mismo genero entre si en alguna manera.
4. Proporcion es la semejãça de las razones.
5. Dizẽ se tener razõ entre si dos quãtidades q̃ se puedẽ multiplicadas exceder entre si.
6. En vna misma razõ se dizẽ estar las quãtidades, la primera con la segunda y la tercera con la quarta, quando los ygualmẽte multiplices de la primera y de la tercera a los ygualmente multiplices de la segunda y dela quarta, segun qualquier multiplicacion, o juntamente los exceden, o juntamẽte son yguales, o juntamente son menores tomados entre si el vno al otro.

2009 Ministerio de Cultura

7. Llaméſe proportionales las cãtidades que tiené vna miſma razon.
8. Quando el ygualmente multiplice de la primera excediere al multiplice de la ſegũda, y el multiplice de la tercera no excediere al multiplice de la quarta, entonces la primera ſe dira tener mayor razon cõ la ſegunda, que no la tercera con la quarta.
9. La proporcion por lo menos es ẽ tres terminos.
10. Quando tres quantidades fueren proporcionales la primera con la tercera ſe dira tener doblada proporcion que con la ſegunda. Pero quando quatro quantidades fueren proporcionales la primera con la quarta ſe dira tener tres dobladapropor cion que con la ſegunda, y ſiempre de ay adelante vna mas mientras la proporcion fuere.
11. Las quantidades ſe dizen de ſemejante razon, las antecedentes a las antecedentes, y las, conſequentes a las conſequentes.
12. Permutadarazon es el tomar del antecedẽte con el antecedente: y del conſequente con el conſequente.
Con
2009 Ministerio de Cultura

13. Conuersa razon es, el tomar del consequẽte con el antecedente, como del antecedẽte al consequente.
14. Composicion de razon es, el tomar del antecedente con el consequente, como de vno al mismo consequente.
15. Diuision de razon es, el tomar del excesso en que excede el antecedente al consequẽte, a el mismo consequente.
16. Conuersion de razon es, el tomar del antecedente al excesso en que excede el antecedente al mismo consequente.
17. Ygual razon es, siendo muchas cãtidades y otras yguales a ellas en numero tomadas juntamente y en vna misma razõ, quando fuere como en las primeras cantidades la primera a la vltima, assi en las segundas cãtidades la primera a la vltima, O ẽ otra manera, el tomar de las extremas por quitamiento de las de en medio.
18. Ordenada proporcion es, quando fuere el antecedente al consequente, y el consequente a otra cosa, como el consequente a otra cosa.

Desor-

2009 Ministerio de Cultura

19. Desordenada proporcion es quando fuere el antecedente al consequente, como el antecedente al consequente, y el consequente a otra cosa, como otra cosa al antecedente.

20. Estendida proporcio͂ es qua͂do fuere como el antecedente al consequente, assi el antecedente al consequente: y fuere tambien como el consequente a otra cosa, assi el consequente a otra cosa.

21. Perturbada proporcion es quando sie͂do tres cantidades: y otras yguales a ellas en numero y fuere q̃ como en las primeras ca͂tidades el antecedente al consequente, assi en las segundas cantidades el antecedente al consequente: y como en las primeras cantidades el consequente a otra cosa, assi en las segundas otra cosa al antecedente.

Theorema. 1. Proposicion. 1.

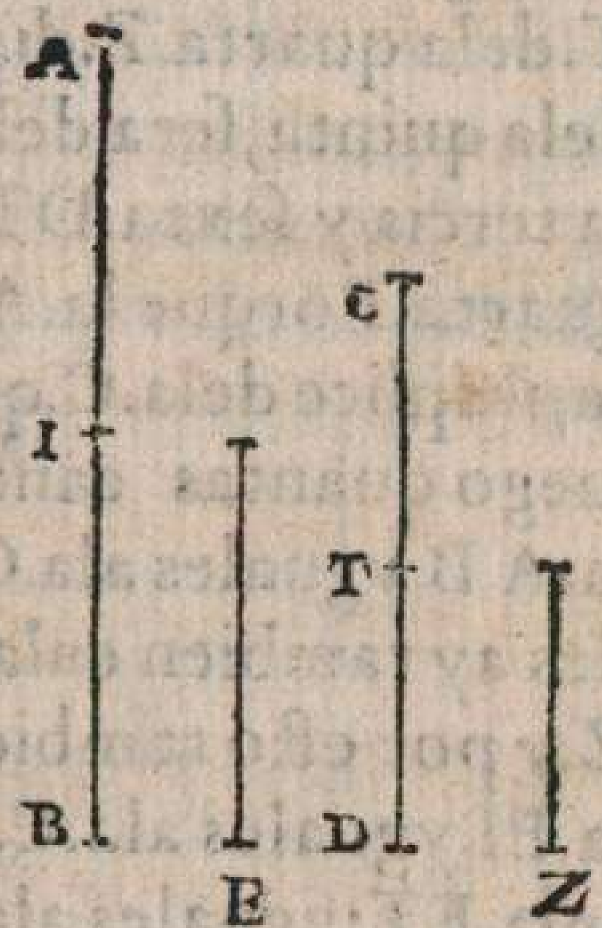
¶ Si fueren algunas quantidades, de otras algunas quantidades yguales en numero cada quales de cada quales ygualmente multipli-

ces

2009 Ministerio de Cultura

ces, quan multiplice de la vna es la vna quãti
dad tan multiplices de todas ſeran todas.

❧Sean algunas quantidades. A B. C D. de otras algũas quã
tidades yguales en numero. E. Z. ygualmente multiplices ca
da quales de cada quales. Digo que quan multiplice es la. A
B. de la. E. tan multiplices ſeran la. A B. y la. C D. de las dos.
E. Z. Porque es ygualmente multiplice la
A B. de la. E. y la. C D. de la. Z. luego quan
tas quantidades ay enla. A B. yguales ala
E. tantas ay enla. C D. yguales a la. Z. Di
uidaſe pues la. A B. en quantidades ygua
les a la. E, eſto es, A I. I B. y tambien la. C
D. en quantidades yguales a la. Z. eſto es
C T. T D. luego el numero delas. C T. T
D. ſera ygual al numero de las. A I. I B. Y
porque es ygual la. A I. a la. E. y la. C T. ala
Z. luego la. A I. y la. C T. ſon yguales a las
dos. E. Z. y por eſto porque tambien es y
gual la. I B. a la. E. y la. T D. a la. Z. tambiẽ
la. I B. y la. T D. lo ſeran a las dos E. Z. luego quantas ay en la
A B. yguales a la. E. tantas tambien enla. A B. y enla. C D. ay y
guales a las dos. E. Z. luego quan multiplice es la. A B. de la. E.
tan multiplices ſon. A B. C D. delas dos. E. Z. luego ſi fueren al
gunas quantidades de otras algunas quantidades yguales ẽ
numero cada quales de cada quales ygualmente multiplices
quan multiplice es la vna quantidad de la vna, tan multipli-
ces ſeran todas de todas, lo qual conuino demoſtrarſe.



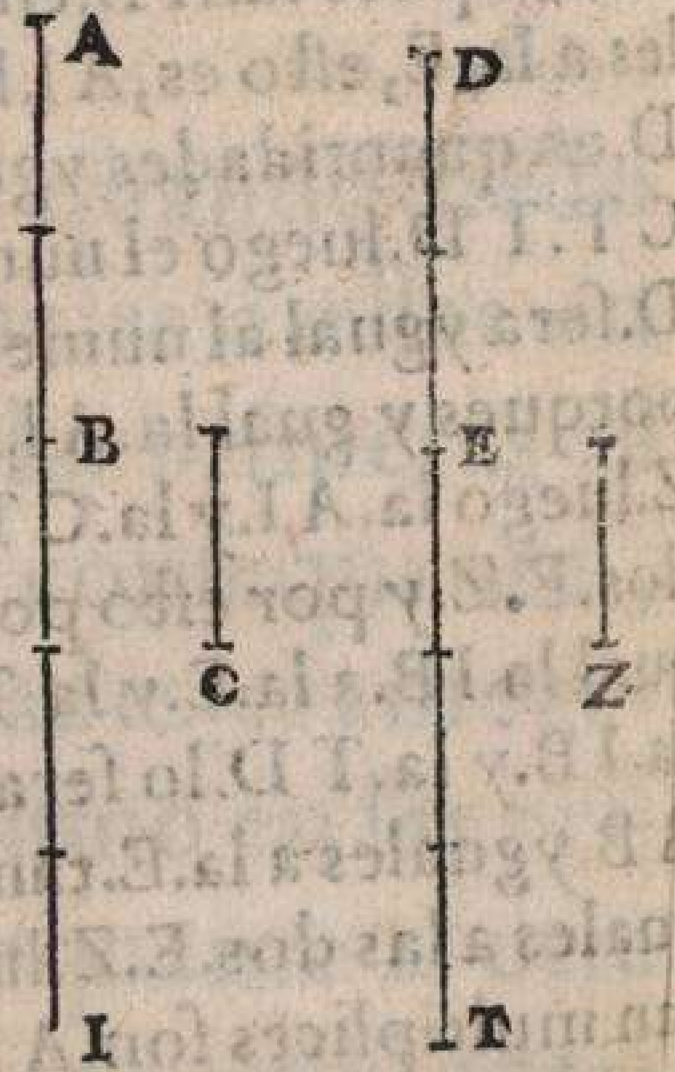
Theorema. 2. Propoſicion. 2.

¶Si la primera fuere ygualmente multiplice
de la ſegunda, que la tercera de la quarta, y la
quinta

2009 Ministerio de Cultura

quinta de la ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta de la quarta, tambien compueſta la primera y la quinta, ſera de la ſegunda ygualméte multiplice, que la tercera y la ſexta de la quarta.

Sea la primera. A B. ygualmente multiplice dela ſegunda C. que la tercera. D E. dela quarta. Z. Y ſea tambien la quinta B I. ygualmente multiplice dela ſegunda. C. como la ſexta. E T. dela quarta. Z. digo que la. A I. compueſta dela primera y dela quinta, ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la tercia y ſexta. DT. dela miſma. Z. quarta. Porque la. AB. es ygualmente multiplice dela. C. que la. D E. dela. Z luego quantas cantidades hay en la. A B. yguales ala. C. tantas cantidades ay tambien enla. D E. yguales ala Z. y por eſto tambien quantas ay en la. B I. yguales ala. C. tantas tambiē ay enla. E T. yguales ala. Z. luego quātas ay en toda la. A I. yguales ala. C. tātas ay en toda la, D T. yguales ala. Z. luego quan multiplice es la. A I. de la. C. tan multiplice es la. D T. dela. Z. luego tambien compueſta. A I. dela primera y dela quinta ſera dela ſegunda. C. ygualmente multiplice que la. D T. tercera y ſexta dela. Z. quarta, Luego ſi la primera dela ſegũda fuere ygualmente multiplice que la tercera dela quarta, y la quinta dela ſegunda ygualmente multiplice que la ſexta dela quarta, tambien compueſta la primera y la quinta ſera de la ſegũda ygualmente multiplice que la tercera y la ſexta dela quarta, lo qual conuino demoſtrarſe,



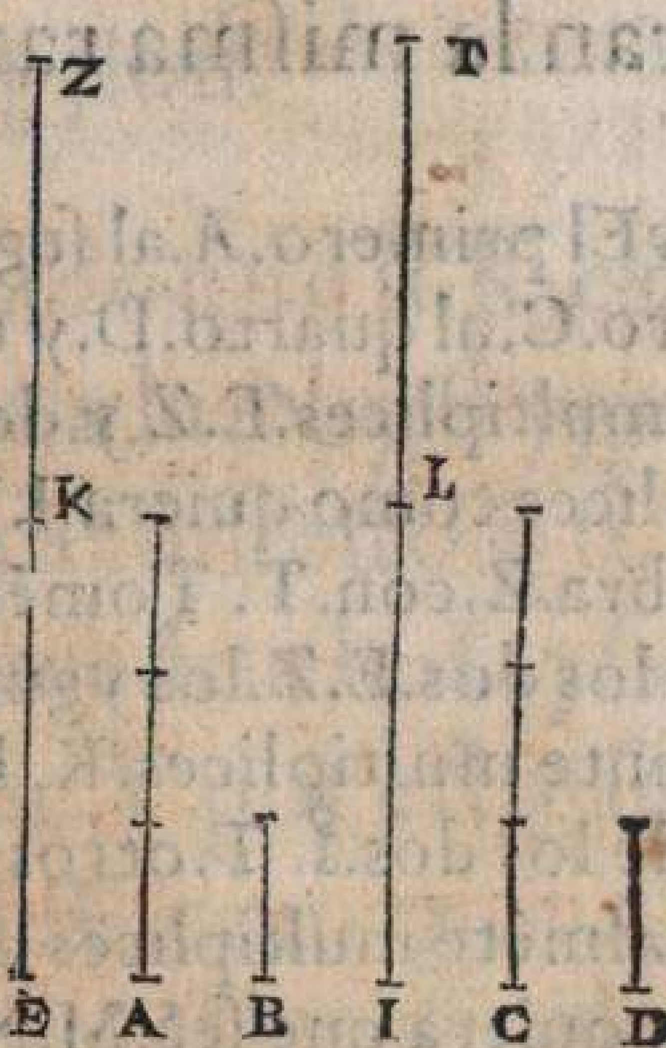
Theorema. 3. Propoſicion. 3.

Si el

2009 Ministerio de Cultura

¶Si el primero del ſegundo fuere ygualmente multiplice que el tercero del quarto:y ſetomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices:tambiẽ por ygual el vno y el otro de los que fueren tomados ſera ygualmente multiplice del vno y del otro,el vno del ſegũdo y el otro del quarto.

Sea.A.el primero de.B.ſegũdo ygualmẽte multiplice que el tercero.C.de el quarto.D,y tomenſe delos miſmos. A C. los ygualmente multiplices.E Z.I T. Digo que de. B. es.E Z. ygualmente multiplice que.I T.de.D. porque.E Z.de.A. es ygualmente multiplice que.I T.de.C.Luego quantascã tidades ay en.E Z.yguales ala.A.tãtas quantidades ay tambien en.I T. yguales a la.C.Diuidaſe.E Z.en quãtidades yguales a la.A.que ſean. E K.K Z .y la I T.en yguales a la.C.que ſean I L.L T y aſſi ſera ygual el numero de.E K.KZ al numero de.I L·L T.Y porque. A. de B.es multiplice ygualmente que. C.de D.y es ygual.E K.a la.A.y la.I L.a la.C luego.E K.de la. B es multiplice ygualmente que.I L.de la.D,y por eſto tan ygualmente multiplice es.KZ de la.B.como.L T.de la.D.Luego porque el primero E K.del ſegundo.B.es multiplice ygualmente que el tercero, I L.del quarto,D.y es el quinto.K Z.de.B.ſegũdo ygualmẽte multiplice q̃ el ſexto.L T.del quarto.D.luego(por la.2.del.5. el cõpueſto primero y quinto.E Z.del miſmo. B. ſegundo es multiplice ygualmente que el tercero y ſexto.I T.de el quarto.D.Luego ſi el primero de el ſegundo fuere ygualmẽte multiplice



tiplice

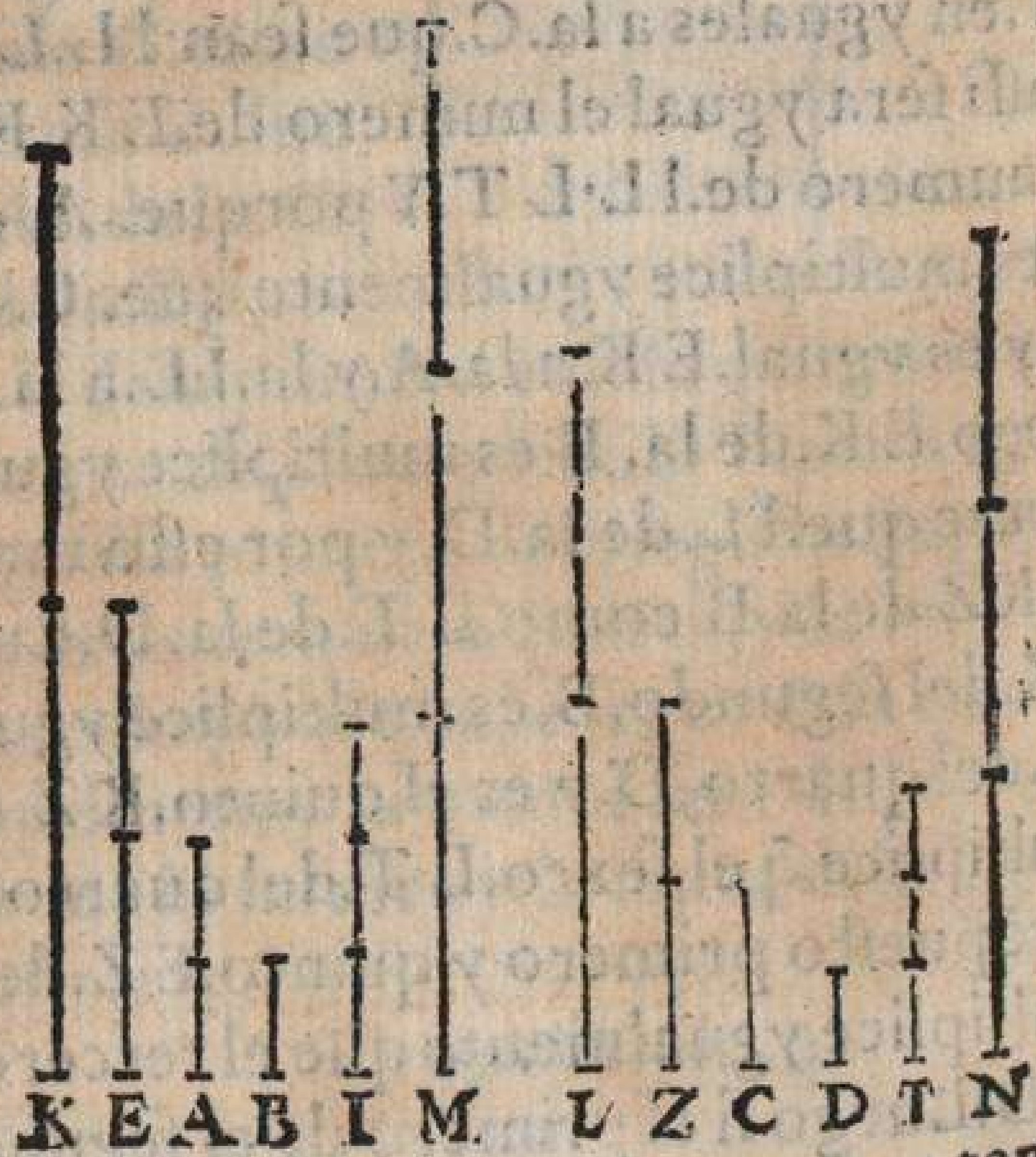
2009 Ministerio de Cultura

tiplice que el tercero de el quarto, y se tomaren del primero y del tercero ygualmente multiplices tambien por ygual el vno y el otro de los q̃ fuerõ tomados sera ygualmẽte multiplice del vno y del otro, el vno d̃l segũdo y el otro del quarto

Theorema.4. Proposiciõ.4.

¶ Si el primero al segũdo tuuiere la misma razon que el tercero al quarto, tãbien los ygualmẽte multiplices del primero y del tercero a los ygualmente multiplices del segundo y del quarto, segun qualquiera multiplicaciõ, tendran la misma razon, tomados entre si.

El primero. A. al segundo. B, tenga la mismarazon q̃ el tercero. C. al quarto. D. y tomense delos dos. A. C. los ygualmente multiplices. E. Z. y de los dos. B. D. otros ygualmente multiplices como quiera. I. T. Digo que como se ha. E. con. I. assi se habra. Z. con. T. Tomẽse de los dos. E. Z. los ygualmente multiplices. K. L. y de los dos. I. T. otros ygualmẽte multiplices como quiera que seã. M. N. y porq̃. E. es multiplice d̃ A. ygualmẽte q̃. Z. de. C. y de los dos. E. Z. se tomaron los ygualmẽte multiplices. K. L. luego. K. por la. 3. del. 5. es de. A. multiplice ygualmẽte q̃. L. de C. y por la misma causa



es tam

es tãbien.M.multiplice de.B.ygualmente que.N.de.D. y por que es como. A.a la.B.assi la.C.a la.D. y se tomarõ delas dos A.C.los ygualmente multiplices.K.L.y delas dos.B.D.otros ygualmente multiplices comoquiera,esto es.M.N.luego si.K excede a.M.tambien excede.L.a la.N.y si es ygual ygual,y si menor,menor por la.6.difinicion del.5.)y son.K.L.delos dos E.Z.ygualmente multiplices.y son.M.N.delos dos.I.T.otros ygualmente multiplices como quiera.Luego como se ha. E. con.I,Assi.Z.con.T.luego si el primero con el segundo tuuiere la misma razon que el tercero con el quarto tambien los ygualmente multiplices del primero y del tercero con los ygualmente multiplices del segundo y del quarto segun qualquiera multiplicacion,tendran la misma razon , tomados entre si(por la.6.definiciõ)lo qual conuenia demostrarse.

Lemma,o assumption.

¶Pues porque esta demostradoque si.K.excede a la.M.tambien.L.excede a la.N.y si ygual ygual.y si menor menor.Es manifiesto q̃ si.M excede a la.K.tambien.N.excede a la.L.ysi ygual ygual,y si menor menor.Y por esto sera que como se ha.I.con.E assi.T.con. Z.

Corolario.

De aqui es manifiesto que si quatro quãtidades fuerẽ proporcionales,a la contra tambiẽ seran proporcionales.

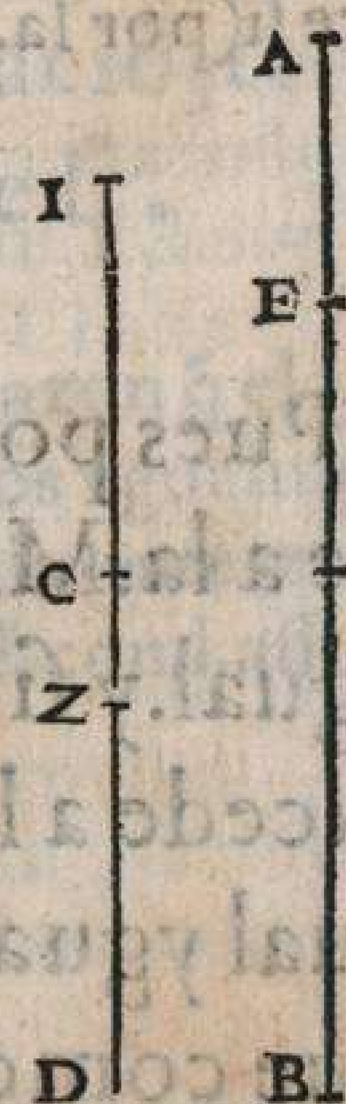
Teore

2009 Ministerio de Cultura

Theorema. 5. Propoſicion. 5.

¶Si vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmẽte multiplice que la cortada dela cortada, tambien la que reſta de la que reſta ſera ygualmẽte multiplice q̃ la toda dela toda.

❧La quantidad, A B. de la quantidad. C D. ſea ygualmente multiplice q̃ la cortada. A E. de la cortada. C Z. Digo q̃ tãbien la. E B. q̃ reſta de la q̃ reſta. D Z. es multiplice ygualmẽte q̃ toda la. A B. es multiplice de toda la. C D. hagaſe la, E B. tã multiplice de la. C I. quan multiplice es la. A E. dela C Z. y porque (por la ſuppoſicion) la. A E. es de. C Z. ygualmente multiplice que. A B. dela C D. y poneſe que. A E. es de. C Z. ygualmẽte multiplice que. E B. de. C I. Luego. A B. es de las dos. I Z. C D. ygualmente multiplice. Luego la. I Z. es ygual a la. C D. quite ſe la comun C Z. Luego la. I C. que reſta es ygual a la. D Z que reſta. Y porque. A E, es dela. C Z. ygualmente multiplice que la. E B. dela. I C. y es ygual la. C I. a la. D Z. luego la A E. es dela C Z ygualmente multiplice que la. E B. de la Z D y pone ſe la. A E. de la. C Z. por ygualmente multiplice que la. A B. de la. C D. luego la. E B. de la. Z D. es ygualmẽte multiplice que la. A B. de la. C D. luego la. E B. que reſta ſera ygualmente multiplice de la. Z D. que reſta, quan multiplice es toda la. A B. de toda la. C D. Luego ſi vna quantidad fuere de otra quantidad ygualmente multiplice que la cortada de la cortada, tambien la que reſta de la que reſta ſera ygualmente multiplice que la toda de la toda. Lo qual cõuino demoſtrarſe.



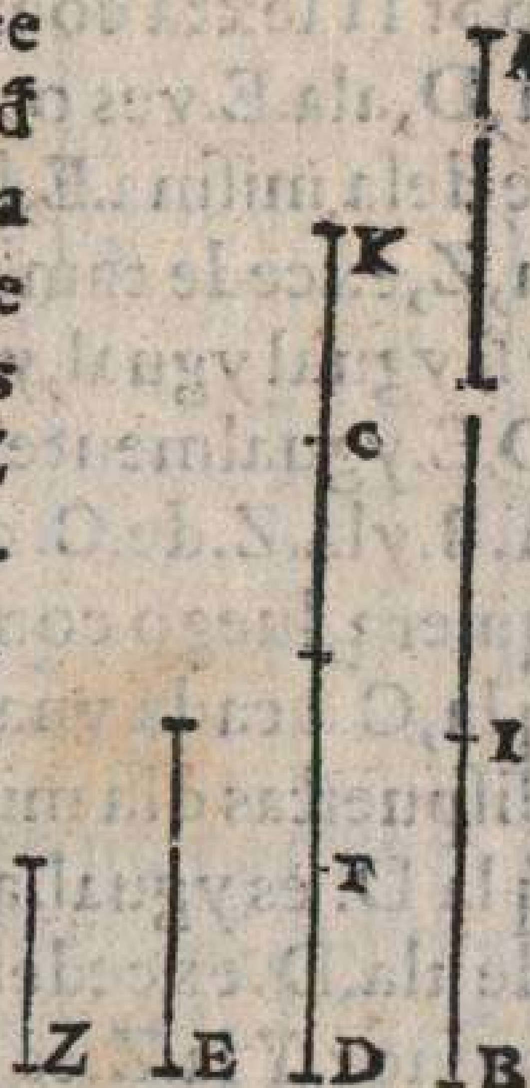
Theorema. 6. Propoſicion. 6.

Si dos

2009 Ministerio de Cultura

¶Si dos quantidades fueré de otras dos quá tidades ygualmentemultiplices, y algũas cor tadas fueren ygualmente multiplices de las miſmas, tambien lasreſtátes ſeran o a las miſ mas yguales,o ygualmente multiplices delas miſmas .

Las dos quantidades.A B.C D.delas dos quãtidades.E.Z ſean ygualmente multiplices y algunas cortadas A I.C T.ſeã tambien ygualmente multiplices delas miſmas.E. Z. Digo q̃ tambien las reſtantes.I B,T D.alas miſmas.E.Z . o les ſon yguales,o ygualmente multiplices dellas.Sea lo primero. I B. ygual ala.E digo que tambien.T D.es ygual ala.Z. põgaſe la C K.ygual ala.Z.y porque.A I.es de.E.ygualmente multiplice que,C T.de. Z.y la.I B.es ygual ala.E.y la.K C.ala.Z. luego . A B. de la.E. es ygualmente multiplice que la.K T.de la miſma.Z,y poneſe la. A B.d̃ la.E.ygualmente multiplice que la.C D.dela Z.luego,K T.de.Z.esygualmente multiplice que,C D.de. Z. pues porque cada vna de las dos.K T.C D. es ygualmente multiplice d̃.Z luego(por la.1.comun ſentécia)la.K T.es ygual ala.C D.quiteſe la comun.C T.luego la K C.que reſta es ygual ala.T D.que reſta.Yla Z,es ygual ala.K C.luego tambien la.Z.es ygual ala. T D.por lo qual ſi la.I B.es ygual a la.E.ſera tambié.DT.ygual ala.Z.Dela miſ ma ſuertetambiẽ demoſtraremosque ſifue re.I E.multiplice de.E.tan multiplice ſera.T D.dela.Z.luego ſi dos quantidades fueren de otras dos quantidades ygualmente multiplices y algũas cortadas fueren ygualméte multiplices delas miſmas.Tambien las reſtas ſeran a las miſmas

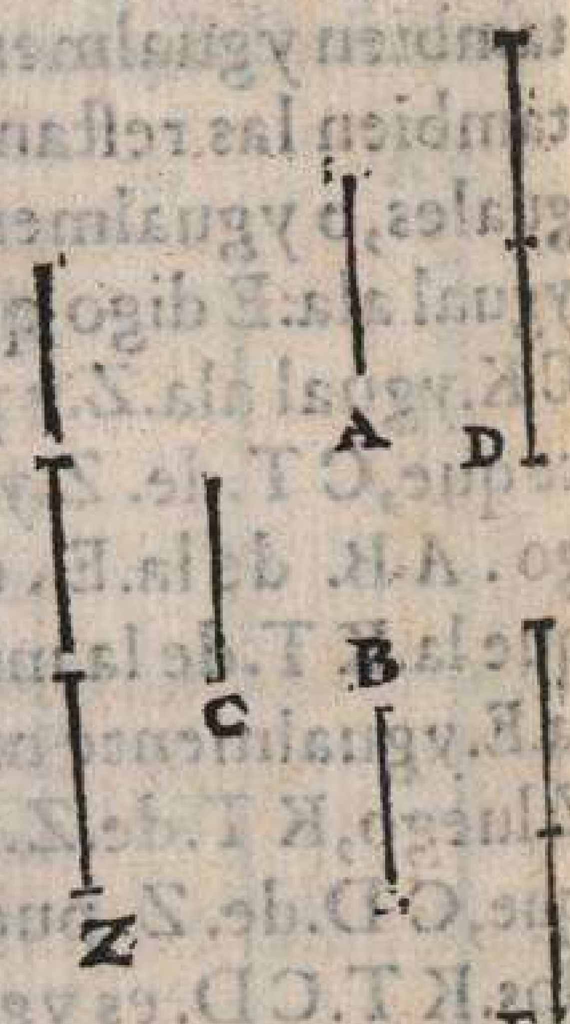


o yguales, o ygualmente multiplices delas mismas lo qual cõ uino demostrarse.

Theorema.7. Propositiõ.7.

¶Las yguales tienen vna misma razon a vna misma, y la misma alas yguales.

¶Seã yguales las quãtidades, A.B. y sea otra cãtidad.C, como quiera. Digo que qualquiera de las dos. A.B, tiene vna misma razõ ala misma.C. y la.C. a cada vna đ las mismas, A.B. Tomense por la.3. del.5,) las ygualmente multiplices delas dos. A B. y sean. D.E, y dela. C, sea otra como quiera multiplice y sea. Z. pues porque D. es ygualmente multiplice dela. A. que la. E. dela. B. y la. A, es ygual ala. B. luego, (por la sexta comun sentẽcia) yguales la, D, ala. E. y es otra q̃lquiera. Z. multiplice dela misma. E, luego si excede la. D. a la, Z, excede tambien la. E. ala misma. Z, y si ygual ygual, y si menor menor. Y son D.E. ygualmente multiplices de las dos A.B. y la. Z. de. C. otra multiplice como quiera, luego como es la. A. ala, C. assi la. B. a la. C. Digo tãbiẽ q̃ la, C. a cada vna de las dos. A.B. tiene la misma razon. Porq̃ dispuestas đla misma manera demostraremos semejãtemẽte q̃ la D. es ygual. ala. E. y es otra q̃lquiera, Z. luego si la. Z. excede ala. D. excedera tãbien a la. E, y si ygual, ygual, y si menor menor. Y la. Z. es multiplice de la. C. y la. D. E. de las dos. A.B. son otras multiplices qualesquiera. luego como se ha. C, cõ. A assi tãbien. C. con. B. luego las yguales tienen vna misma razõ a vna misma: y la misma alas yguales, lo qual se auia de demostrar.

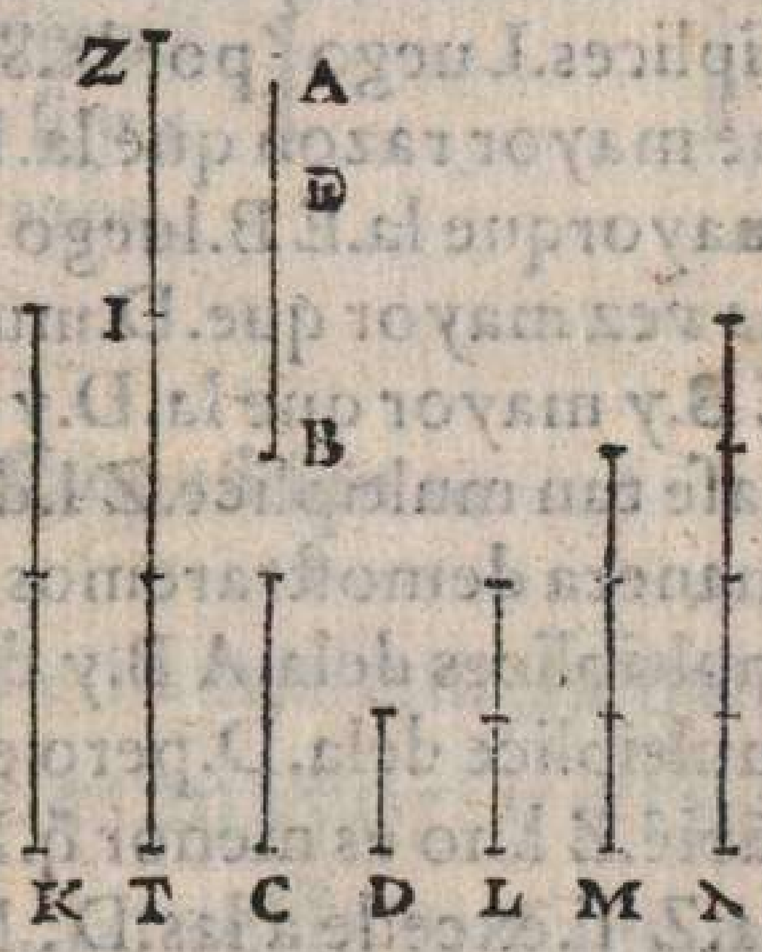


2009 Ministerio de Cultura

Theorema.8. Proposicion .8.

¶ De las quantidades desiguales, la mayor a vna misma tiene mayor razon que la menor y la misma a la menor tiene mayor razonque a la mayor.

¶ Sean las quantidades desiguales. AB . C.y sea mayor la. A B.que la.C.y sea otra como quiera como.D.digo que la. A B a la.D. tiene mayor razon que no.C.cō la.D.y la.D.cō la . C tiene mayor razon que no cō la.A B.Porque es mayor la.A B.que no la. C. pongase la.B E. ygual a la misma .C, y assi la menor de las dos. A E.E B.multiplicada,vendra a ser mayor que no la.D.Sea lo primero.A E.menor que no.E B.y multipliquese. A E asta que lo que sehiziere,venga a ser mayor que . D . y sea su multiplice. Z I.el qual es mayor que,D. y quan multiplie es.Z I.de. A E.sea tan multiplice,I T.de la.E B.y la.K. de la.C. ytomese el doblo dela D. y sea. L.y despues el tres doblo y sea.M. y despues assi vno mas,asta que el tomado venga a ser hecho multiplice de la.D.y primero mayor que. K.y tomese y sea,N,el quadrupulo de,D.y primero mayor que . K. pues porque,K,es primero menor que.N.luego.K, no es menor que,M.Y porque ygualmente multiplice es , I T, de la E B, como es ygualmente multiplice, Z I, de la , A E . Luego (por la primera del .5.)la.Z T.es de la.A B , ygualmēte multiplice que la.K.de la.C.luego la.Z T.y la.K. son ygualmente multiplices de la.A B.y de la.C.(por la misma). Otrosi por q̄ I T.es dela.E B. ygualmente multiplice que la.K.de la.C.y es



ygual la.E B.a la.C.luego la.I T.es ygual a la.K.y la.K . no es menor que la.M. luego tampoco la.I T.es menor que la . M. Pero es mayor la.Z I.que la.D.luego toda la.Z T.juntaméte es mayor que las dos.D.M.Y son yguales las dos.D.M.a la.N porque.M.es el triplo de.D.y las dos.M,D.son el quadruplo de.D.y es.N.el quadruplo de.D.luego las dos.M.D.son yguales a la.N.y es mayor.Z T.que.M.D.Luego la.Z T. excede a la.N.y no excede la.K.a la,N.y só la.ZT.y la.K.dela.A B.y de la.C.multiplices ygualmente y la.N.dela.D.es otra qualquiera multiplice,luego la.A B.con la.D.mayor razon tiene que no la.C.con la.D.(por la.8.definicion del.5.) Digo pues que tambien la.D.con la.C.tiene mayor razon que la.D.con la.A B.Porque descritas aquellas assi,de la misma manera demostraremos que la.N.es mayor que la, K. pero no mayor que la.ZT.y la.N.es multiplice de la.D. pero las dos.Z T.y la.K. de las dos.A B.y de la.C.otras qualesquiera ygualmentemultiplices.Luego (por la.8.difinicion de el.5.)la.D.con la. C.tiene mayor razon que la.D.con la.A B.¶Pero aora la. A E. es mayorque la.E B.luego multiplicada la menor.E B.sera alguna vez mayor que.D.multipliquese y sea.I T.el multiplice de E B.y mayor que la.D.y quan multiplice es.I T.de la.E B.hagase tan multiplice.Z I.dela.A E,y la.K.de la.C. De la misma manera demostraremos que la.Z T.y la, K . son ygualmente multiplices dela.A B.y de la.C.Tomese de la misma suerte el multiplice dela.D.pero el primero mayor q̃ . Z I.por lo qual tābiē.Z I.no es menor q̃.M.y es mayor,I T.q̃ no.D.luego toda.Z T.excede a las.D. M. esto es,a la.N.y la.K.no excede a la.N,porq̃ tāpoco.Z I.q̃ es mayor q̃.I T,esto es,q̃.K. no excede a la.N.y de la misma forma repitiédo lo d̃ arriba haremos la demostració.Luego delas quātidades desiguales la mayor a vna misma tiene mayor razon q̃ la menor , y la misma a la menor tiene mayor razon q̃ a la mayor,lo qual cōuino demostrar se.

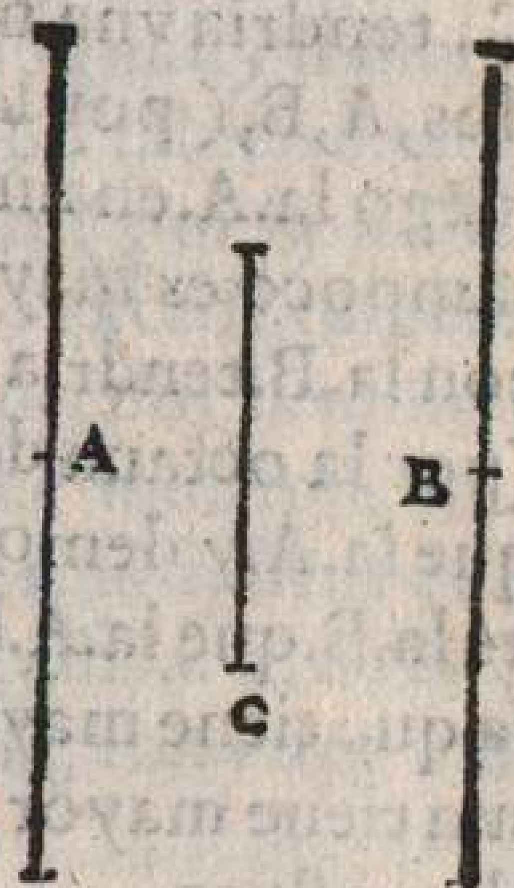
Theorema.9. Proposicion.9.

Las

2009 Ministerio de Cultura

¶Las que a vna miſma tienen vna miſma razon,ſon ygnales entre ſi:y a las que la miſma tiene vna miſma razon,ellas miſmas ſonyguales.

❧Tenga cada vna de las dos.A.B.con la.C.vna miſma razon. Digo que es ygual la A.a la.B. porque ſino cada vna de las dos A.B. no tendria con la.C. la miſma razon. (por la octaua del quinto) tiene la, luego ygnal es la.A.a la.B. Tenga pues la.C. vna miſma razon a cada vna de las dos. A.B. digo que es ygual la,A,a la.B,porque ſino la,C,a cada vna de las dos, A, B,no tẽdria la miſma razon, tiene la,luego ygual es la A,a la,B,luego las que avna miſma tienen vna miſma razon ſon yguales, entre ſi,y a las que la miſma tiene vna miſma razon, ellas miſmas ſon yguales.



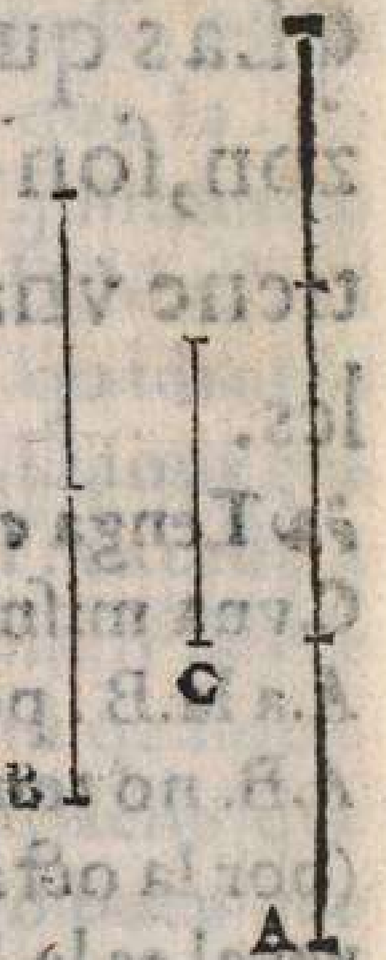
Theorema.10. Propoſicion.10

¶De las que tienen razon avna miſma,la que tiene mayor razon,aquella es mayor: y a la q̃ la miſma tiene mayor razõ,aquella es menor

❧Tenga la.A.con la.C.mayor razon que la.B.con la.C. digo que la.A.es mayor que la.B.porque ſi no,o la.A. es ygual a la.B.o menor que ella.Ygual en ninguna manera es la. A. a la.B.porque cada vna de las dos.A.B.tendria la miſma razon con la.C.por la nona del quinto)no la tiene,luego.A.en ninguna manera es ygual a la.B.Ni tampoco es menor.A.que la B.porque la.A.tendria con la.C.menor razon que la. B. con

2009 Ministerio de Cultura

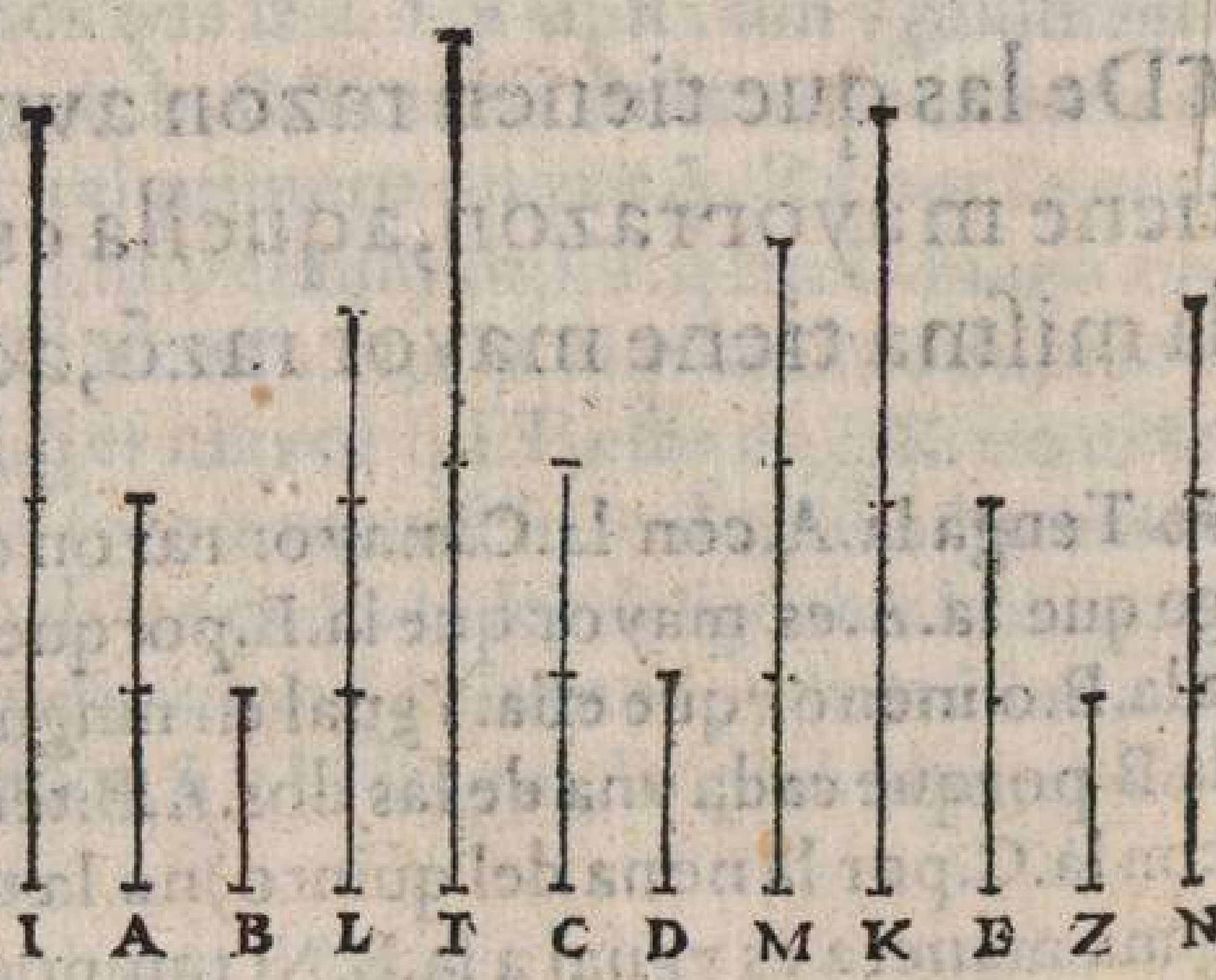
la.C.(por la octaua del quinto)no la tiene, luego la.A, no es menor que la.B.y esta demostrado que tampoco es ygual. Luego mayor es la A, que la.B, Tenga pues la, C, con la, B, mayor razon que la, C, con la.A. Digo que es menor. B, que no. A, porque si no, o le es ygual o menor que ella. ygual no lo es la, B, a la, A, porque la C. tendria vna misma razon a cada vna de las dos, A, B, (por la nona del quinto) no la tiene, luego la.A.en ninguna manera es ygual a la.B.ni tampoco es mayor la.B.que la.A. porque la. C. con la.B.tendria menor razon que no con la. A. (por la octaua del quinto)no la tiene, luego mayor es la. B. que la.A.y demostrose que tampoco es ygual, luego menor es la.B.que la.A.luego de las que tienen razon a vna misma, la que tiene mayor razon aquella es mayor, y a la que la misma tiene mayor razon aquella es menor. Lo qual se auia de demostrar.



Theorema.11. Proposicion, 11.

¶ Las razones que son vnas a vna misma, son vnas mismas entre si.

❧ Sean como la.A con la.B. assi la.C.cō la.D.y como la. C. con la. D. assi la. E. con la.Z.digo q̄ como se ha la. A.cō la B.assi la.E. con la.Z Tomése de las tres A.C.E. las ygualmēte multiplices y seā I.T. K.y de las tres B.D.Z.otras quales quiera ygualmente multiplices, y sean.L.M.N. y porque co-



mo se

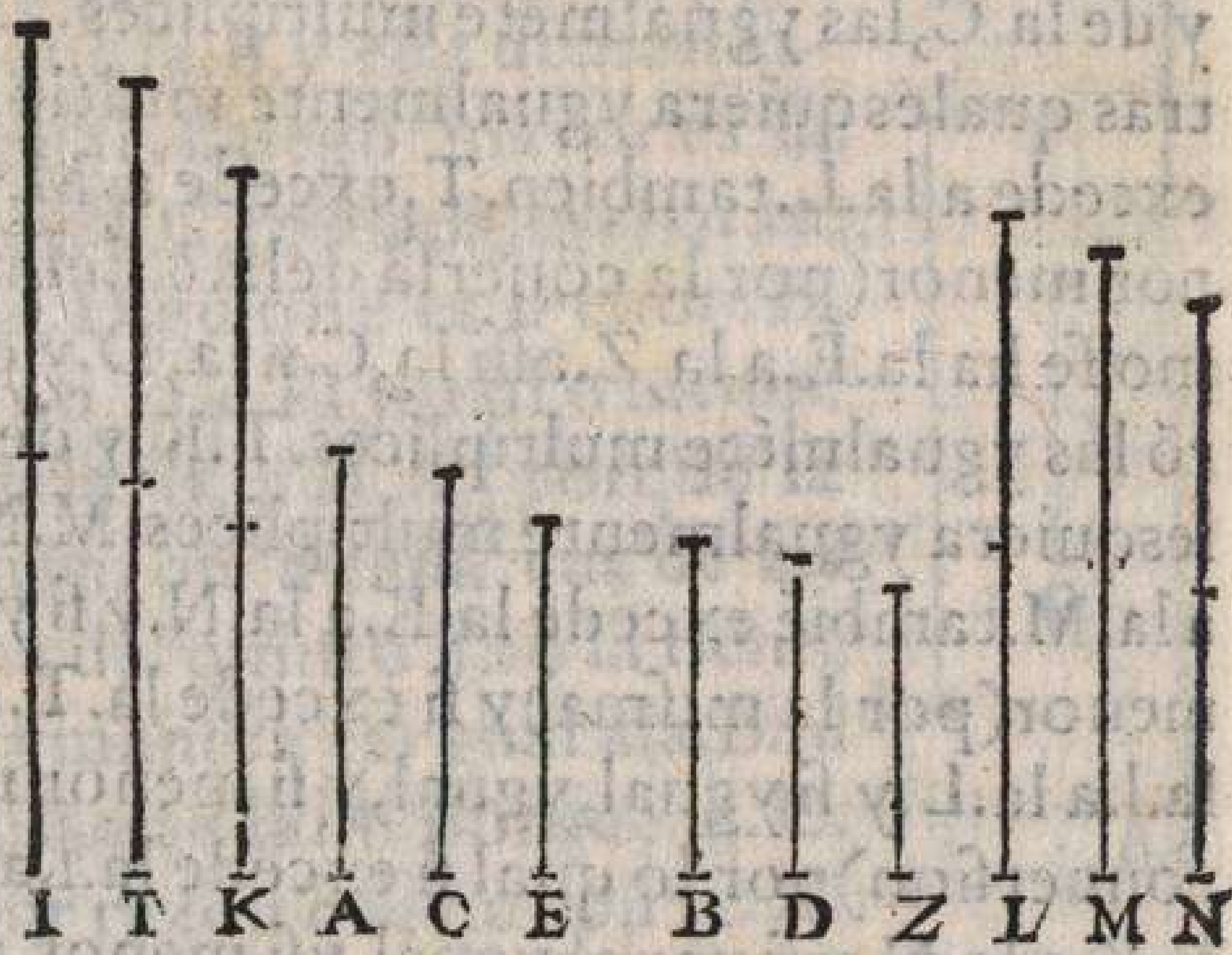
mo se ha la.A.cō la,B.assi la.C.con la.D.y tomaron se dela.A,
y de la.C,las ygualmēte multiplices.I.T.y de las dos.B. D.o
tras qualesquiera ygualmente multiplices.L.M.luego si la.I.
excede a la.L.tambien.T.excede a.M.y si ygual ygual,y si me
nor menor(por la cōuersa dela.6.defini.dl.5.)Otrosi porq̄ co
mo se ha la.E.a la,Z.assi la,C.a la,D.y de las dos.C.E.se toma
rō las ygualmēte multiplices.T.K,y delas dos.D.Z,otras qua
lesquiera ygualmente multiplices.M.N.luego si excede la.T
a la.M.tambiē excede la.K.a la.N.y si ygual ygual,y si menor
menor(por la misma)y si excede la.T.a la.M.tābien excede
la.I.a la.L.y si ygual,ygual,y si menor menor (por la misma
conuersion)por lo qual si excede la.I.a la.L.excede tambien
la.K.a la.N.y si ygual ygual,y si menor,menor(por la misma)
y son la.I.y la.K.dela.A.y dela.E.ygualmente multiplices. Y
las dos. L.N.otras qualesquiera ygualmēte multiplices de la
B.y dela,Z.luego como se ha la.A,con la.B.assi la.E.cō la.Z.
Luego las razones que son vnas a vna misma, son vnas mis-
mas entre si.lo qual cōuino demostrar se.

Theorema. 12 Proposicion.12.

¶Si fueren qualesquiera quantidades que tē
gan proporcion,sera que como la vna de las
antecedentes a vna de las consequētes,assi to
das las antecedentes a todas las consequētes.

☙ Sean algunas quātidades que tengan proporcion.A.B.C
D,E,Z,como la,A,a la,B,assi la,C,a la,D,y la,E,a la.Z, Di-
go que como se ha la,A.a la,B,assi se han las. A C E , con las
B D Z, Tomense las ygualmente multiplices de las,A.C,E,y
sean,I,T,K,y delas,B,D,Z,otras qualesquiera ygualmente
multiplices y sean,L,M,N,Y porque como se ha la.A.a la,B
assi la,C,a la,D.y la,E,a la,Z,y de las,A,C,E.se tomaron las
ygualmente multiplices,I T,K,y de las, B,D,Z. otras qua-

2009 Ministerio de Cultura



les quiera ygualmẽente multiplices y sean.L.M.N. y porque como se ha la.A ala.B.asi la. C. a la D.y la,E.ala.Z,y de las.A.C.E. se tomaron las ygualmente multiplices.I.T , K. y delas.B.D.Z.otras qualesquiera ygual mente multiplices q̃ son L,M.N.luego si la.I. excede a la.L.excede tãbien la.T.a la.M,y la.K.ala.N. Y si ygual ygual,y si menor menor.(por la conuersa dela.6.de finicion del.5.)por lo qual tambien si excede la.I.ala.L. exceden tambien las.I.T.K.alas.L,M,N,y si yguales yguales,y si menores menores (por la misma) y son la.I.y las.I T.K. ygualmente multiplices dela.A.y delas. A.C.E.porq̃ (por la.1.del 5.)si fueren quales quiera quãtidades de otras quales quiera cãtidades yguales ẽ numero cada quales d̃ cada quales ygual mente multiplices,qua n multiplice de la vna es la vna,tã mul tiplices seran todas de todas. Y por esto tambien la.L.y las.L M.N.dela.B.y delas.B.D.Z,son ygualmente multiplices,luego como se ha la.A.con la.B.asi la.A,C.E.alas.B.D.Z.(por la 6.definicion del.5.)luego si fueren quales quiera quãtidades que tengan proporcion,sera que como vna delas antecedentes a vna delas consequentes asi todas las antecedentes a todas las consequentes.Lo qual se hauia de demostrar.

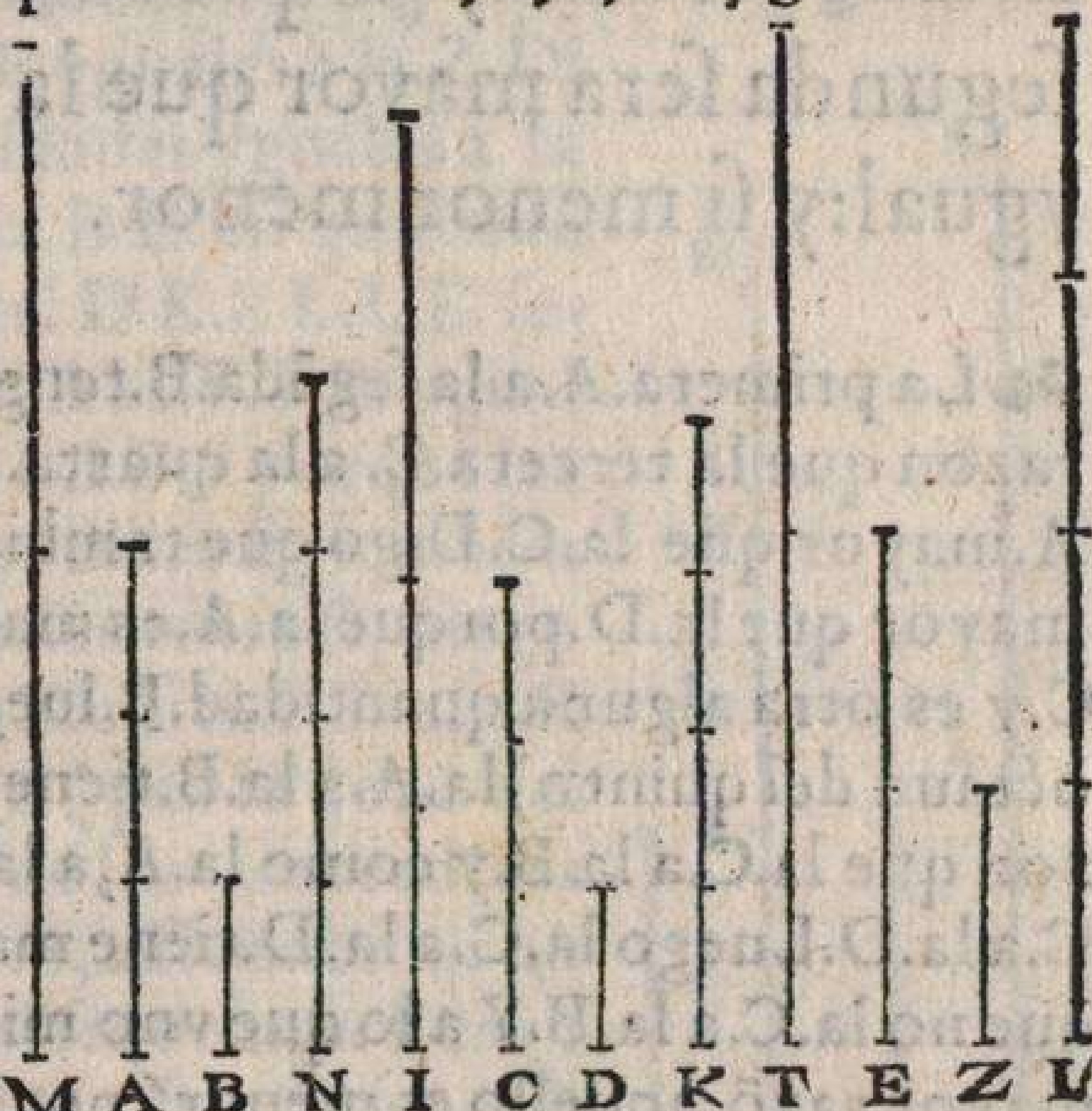
Theorema.13. Proposicion. 13.

¶Si la primera ala segũda tuuuiere la misma razon que la tercera ala quarta, y tenga la ter

2009 Ministerio de Cultura

cera ala quarta mayor razon que la quinta a la ſexta, tambien la primera ala ſegunda tendra mayor razon que la quinta ala ſexta.

La primera. A. ala ſe gunda. B. tenga la miſma razon que la tercera. C, al a quarta. D, perola tercera. C, alaquarta. D. tẽga mayor razon que la quinta. E. ala ſexta, Z, Digo que tambien la primera, A, ala ſegunda. B, tendramayor razon quela quinta, E, ala ſexta. Z. porque la. C. ala. D, tiene mayor razon que la, E, ala. Z, tomenſe pues delas dos, C, E, las ygualmente multiplices. I. T, y delas dos. D, Z. otras quales quiera ygualmẽte multiplices, K. L. đ tal manc raque. I, exceda ala, K, y la. T. ala. L, nola exceda Y quan multiplice es, I, dela, C, tã multiplice tã bien ſea la, M, dela, A, y y quan multiplice es la K. de la, D, tan multipli ce ſea tambien. N. de la, B, Y porq̃ como ſe ha la A, a la, B. aſsi la, C, a la, T. y ſe tomarõ dela. A.



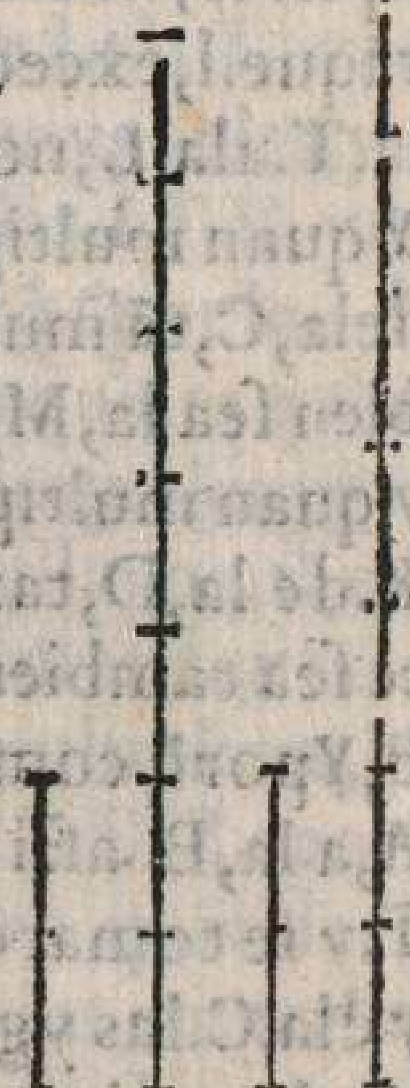
y đla. C. las ygualmẽtemultiplices. M, I, y delas dos, B, D, otras quales quiera ygualmente multiplices. N, K. luegoſi excede la M. ala. N. excede tãbien la. I, ala, K, y ſi ygual, ygual, y ſi menor menor (por la conuerſa de la, 6. definicion del. 5,) y excede (por la conſtrucion) la. I. a la, K, luego excede tambien la. M. ala. N, y no excede la, T, ala L. y ſon. M, T. las ygualmente, multiplices de las dos. A. E. y las. N L. delas. B Z. otras qualeſ quiera ygualmente multiplices. Luego la. A, ala. B, tiene mayor razon que la. E. ala. Z. por la. 8, definicion del. 5, luego ſi la pri-

2009 Ministerio de Cultura

primera a la segunda tuuiere la misma razon q̃la tercera a la quarta,y tenga la tercera a la quarta mayor razon q̃ la quinta a la sexta,tambien la primera a la segunda tendra mayor razon que la quinta a la sexta.Lo qual cõuenia demostrarse

Theorema.14. Proposicion.14.

¶ Si la primera a la segunda tuuiere la misma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera, tambien la segunda sera mayor que la quarta: y si ygual ygual:y si menor menor.


D C B A

La primera.A.a la segũda.B.tenga la misma razon que la tercera.C. a la quarta.D. y sea la A.mayor que la.C.Digo que tambien la.B. es mayor que la.D.porque la.A.es mayor que la C.y es otra alguna quantidad.B.luego(por la octaua del quinto)la.A.a la.B.tiene mayor razon que la.C.a la.B.y como la.A,a la.B. assi la C.a la.D.Luego la.C.a la.D.tiene mayor razõ que no la.C.a la.B.Y a lo que vno mismo tiene mayor razõ,aquello es menor(por la decima del quinto)luego menor es la.D. que no la.B. por lo qual mayor es la.B.q̃ no la.D.Dela misma manera tambien demostraremos que si fuere ygual la.A.a la.C.sera tambien ygual la.B. a la.D.y si fuere menor la.A.que la.C.sera tambien menor la B.que la.D.Luego si la primera a la segũda tuuiere la misma razon que la tercera a la quarta, pero la primera fuere mayor que la tercera,tambien la segũda sera mayor que la quarta,y si ygual ygual,y si menor menor. Lo qual conuenia demostrarse.

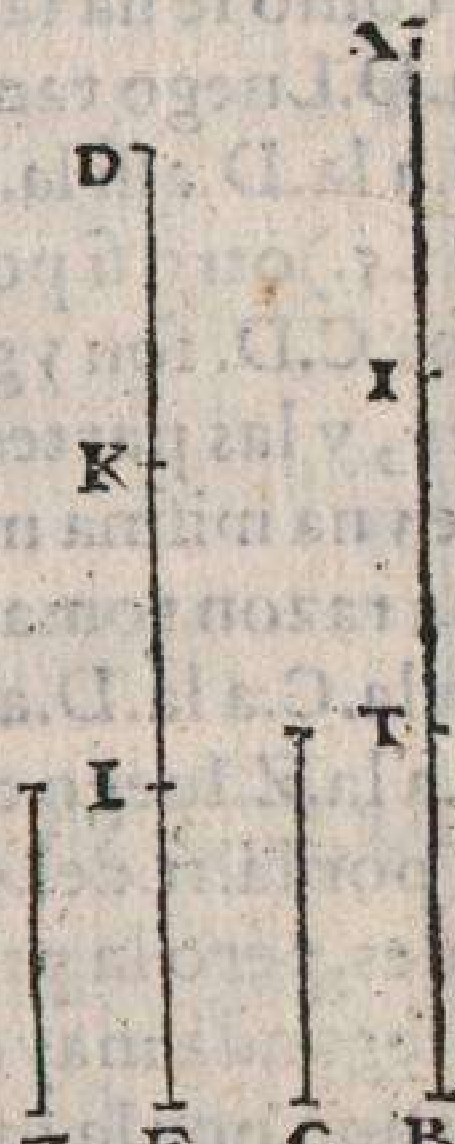
Theo

2009 Ministerio de Cultura

Theorema.15. Propoſicion.15,

¶ Las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen vna miſma razon tomadas entre ſi.

❧Sea la. A B. de la. C. ygualmēte multiplice que la. D E. dela Z. Digo que como ſe ha la. C. con la. Z. aſſi la, A B. con la. D E. porque la. A B. es de la. C. ygualmente multiplice que la. D E. de la. Z. luego quantas quantidades hay en la. A B . yguales a la. C, tantas hay en la. D E. yguales a la. Z. Diuida ſe la. A B. en quantidades yguales a la C. eſto es. A I. I T. T B. y la. D E. en quantidades yguales a la. Z. eſto es. D K. K L. L E. ſera pues el numero de las. A I. I T. T B. ygual al numero de las. D K. K L. L E. Y porque las A I. I T. T B , ſon yguales entre ſi, tambien D K. K L. L E . ſeran yguales entre ſi, luego como ſe ha la. A I. a la. D K. aſſi la. I T. a la. K L. y la. T B. a la. L E. luego (por la doze del quinto) como ſe ha vno de los antecedētes a vno de los conſequentes, aſſi todos los antecedentes a todos los cõſequentes. Luego como ſe ha la. A I. a la. D K. aſſi ſe ha la. A B. a la. D E. y es ygual la. A I. a la. C. y la. D K. a la. Z. luego como ſe ha la. C. a la. Z. aſſi ſe ha la. A B. a la. D E. Luego las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen vna miſma razon tomadas entre ſi . lo qual conuino demoſtrarſe.



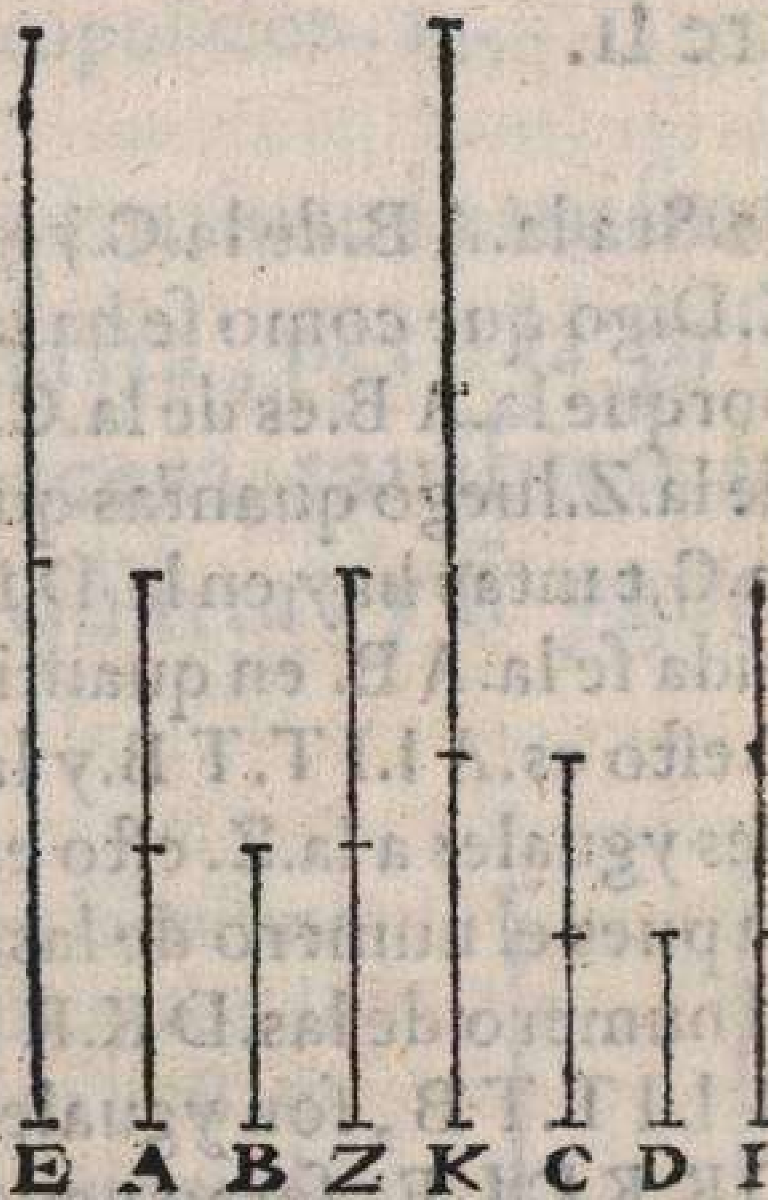
Theorema. 16. Propoſicion . 16 .

¶Si quatro quantidades fueren proporcionales tambiē traſtrocadas ſerā proporcionales.

Sean

2009 Ministerio de Cultura

¶Sean las quatro quãtidades proporcionales.A.B.C.D. que como la.A.a la.B.aſſi la.C.a la.D.Digo que traſtrocadas ſerã proporcionales,que como la.A.a la.C.aſſi la.B.a la.D.tomen ſe de las dos.A.B.las ygualmente multiplices. E, Z. y de las dos.C.D otras qualesquiera ygual mente multiplices.I.K. y porqne la E.de la.A.es ygualmentemultiplice que la.Z.de la.B.y las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen la miſma razon tomadas en tre ſi(por la precedente) luego como ſe ha la.A.a la.B.aſſi la.E.a la.Z. Y como ſe ha la.A.a la.B.aſſi la.C.a la.D.Luego tambien como ſe ha la C.a la.D.aſſi la.E.a la.Z. (por la.11. del.5.)otro ſi porque las.I. K. de las dos.C.D. ſon ygualmente multiplices, y las partes de las multiplices de vna miſma manera tienen la miſ



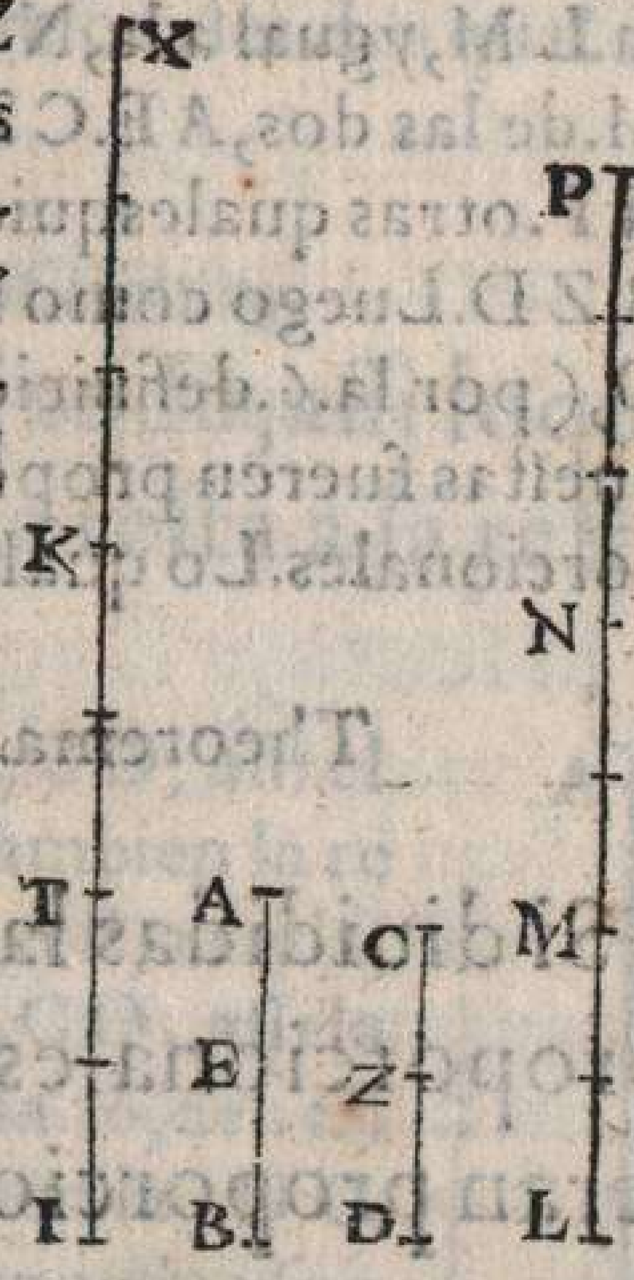
ma razon tomadas entre ſi (por la.15.del.5.) luego como ſe ha la.C.a la.D.aſſi la.K.a la.I.y como ſe ha la.C.a la.D. aſſi la E.a la.Z.luego tambien como ſe ha la.E.a la.Z. aſſi la.K.a la. I.(por la.11.del.5.)Y ſi quatro quantidades fueren proporcionales,pero la primera ſea mayor que la tercera, ſera tambiẽ la ſegunda mayor que la quarta,y ſi ygual ygual, y ſi menor menor,por la catorze del quinto.luego ſi la.E.excede a la.K tambien excede la.Z.a la.I.y ſi ygual ygual, y ſi menor menor,y ſon las dos.E.Z. ygualmente multiplices de las dos. A B. y las dos.K I.de las dos.C, D. otras qualesquiera ygualmente multiplices.Luego (por la ſexta definiciõ del quinto) como ſe ha la.A.a la. C. aſſi es la. B. a la. D. Luego ſi quatro quantidades fueren proporcionales tambiẽ traſtocadas ſeran proporcionales.Lo qual conuino demoſtrar ſe.

Theo

2009 Ministerio de Cultura

¶Si las quantidades compuestas fueren proporcionales, tambien diuididas seran proporcionales.

☞ Sean las quantidades cõpuestas proporcionales. A B. B E C D. D Z. y como se ha la. A B. a la. B E. assi la. C D. a la. D Z. Digo que tambien diuididas seran proporcionales que como la. A E. se ha con la. B E. Assi la. C Z. con la. D Z. tomense las ygualmẽte multiplices de las. A E. E B. C Z Z D. y sean. I T, T K. L M. M N. y de las dos. E B. Z D. otras qualesquiera ygualmente multiplices, esto es. K X. N P. Y porque. I T. dela. A E. es ygualmẽte multiplice que la. T K. dela. E B. luego ygualmente multiplice es. I T. dela. A E. que la I K. dela. A B (por la. 1. del. 5.) y es. I T, ygualmente multiplice dela. A E. que la. L M. la. C Z. luego la. I K. ygualmente multiplice es dela. A B. que la. L M. dela. C Z. (por la. 2. del mismo.) Otrosi porq̃. L M. es ygualmente multiplice de. C Z. que la M N. dela. D Z. luego la. L M. dla. C Z. es ygualmente multiplice que la. L N. de la C D (por la. 1. del mismo) y era la. L M. ygualmẽte multiplice de la. C Z. que la. I K. dela. A B. luego la. I K. dela. A B. es ygualmente multiplice que la. L N. dela. C D. Luego la. I K. y la. L N son ygualmente multiplices de las dos. A B. C D. Ytem porq̃ la. T K, de la. E B, es ygualmente multiplice q̃ la, M, N, de la, Z D. y es la. K X. dela. E B. ygualmente multiplice que la. N. P, de la, Z D. Luego (por la segunda del mismo) compuesta la. T X dela. E B, es ygualmente multiplice que la, M P. de la, Z D. Y porque como se ha la, A B. a la, B E, assi es la, C D. a la. D Z. y



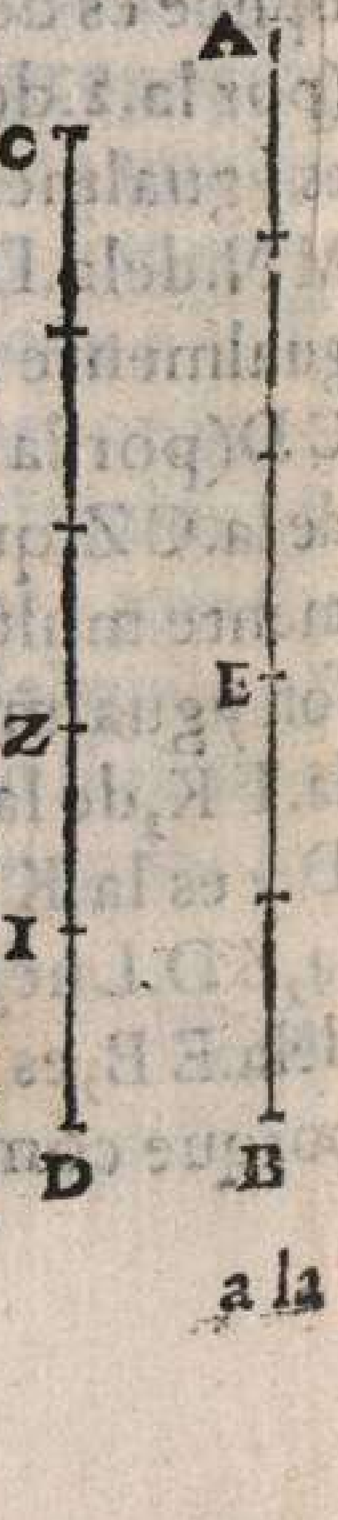
se

2009 Ministerio de Cultura

ſe tomaron delas dos. A B. C D. las ygualméte multiplices. I K L N, y delas dos. E B, Z D. otras qualesquiera ygualmétemultiplices, eſto es, T X. M P. Luego ſi la. I K. excede a la. T X. tambien la. L N. a la. M P, y ſi ygual, ygual, y ſi menor, menor (por la conuerſa dela, 6. definicion del. 5.) exceda pues la. I K. a la T X. luego tambien quitada la comun. T K. excede la. I T. a la K X. y ſi excede la. I K, a la, T X. excede tambiẽ la. L N. a la. M P. exceda pues la, L N. a la. M P. y quitada la comũ. M N, excede tambien la, L M. a la, N P. por lo qual ſi excede la, I T. a la K X. excede tambien la, L M. a la. N P, De ſemejante manera demoſtraremos que ſi fuere la, I T. ygual a la. K X. ſera tãbiẽ la. L M, ygual a la, N P, y ſi menor menor, y ſon la, I T, y la. L M. de las dos, A E. C Z, ygualmente multiplices, y la. K X. y la N P. otras qualesquiera ygualmente multiplices delas dos. E B. Z D. Luego como ſe ha la, A E, a la, E B, aſſi es la. C Z. a la. Z D, (por la. 6. definicion de el. 5.) luego ſi las quantidades compueſtas fueren proporcionales, tambien diuididas ſeran proporcionales. Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema. 18. Propoſicion. 18.

¶ Si diuididas las quantidades fueren proporcionales, tambiẽ compueſtas ſeran proporcionales.



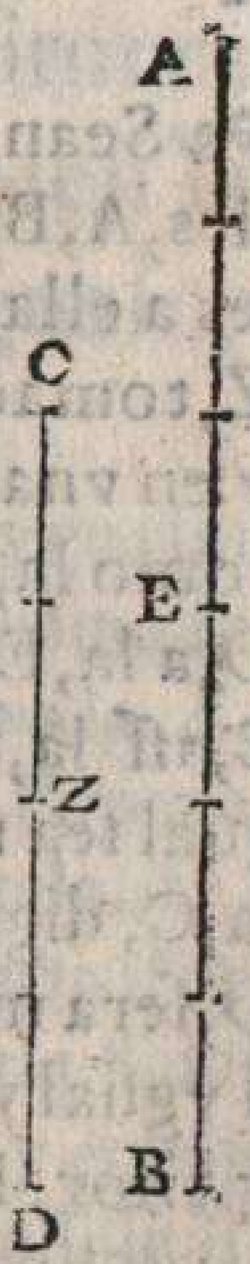
Sean las diuididas quantidades proporcionales. A E, E B. C Z. Z D. que como ſe ha la, A E, a la, E B. aſſi ſea la, C Z a la. Z D, digo que tambien compueſtas ſeran proporcionales, que como la. A B, a la. B E, aſſi la, C D. a la, D Z. Porque ſino ſe han q̃ como la, A B. a la. B E, aſſi la. C D, a la. Z D, ſera q̃ como la, A B, a la. B E. aſſi la. C D, a otra menor q̃ la. Z D, o mayor. Sea lo primero a la menor, D I y porque como ſe ha la. A B, a la, B E, aſſi la, C D.

2009 Ministério de Cultura

a la. D I, y las compuestas quantidades son proporcionales, por lo qual tambien diuididas seran proporcionales (por la 17. del quinto) luego como se ha la, A E, a la, E B. assi la. C I. a la. I D. y presuponese que como la, A E, a la, B E, assi la, C Z, a la. Z D. luego (por la. 11. del. 5.) como la, C I. a la. I D, assi la C Z. a la, Z D, y es mayor la primera, C I, q̃ la tercera. C Z. luego (por la. 14, del 5.) mayor es la segunda, I D. que la quarta, Z D. y es menor. que es impossible, luego no es q̃ como la, A B. a la, B E. assi la. C D, a la menor que la. Z D. De la misma suerte tambien demostraremos que ni a la mayor, luego a la misma. luego si diuididas las quantidades fueren proporcionales, tambien cõpuestas seran proporcionales. Lo qual cõuino demostrarse.

Theorema. 19. Proposicion. 19.

¶ Si fuere que como el todo al todo, assi lo quitado a lo quitado, tambien la resta a la resta sera como el todo al todo.



Sea que como toda la. A B, a toda la, C D, assi el pedaço. A E, al pedaço, C Z, Digo que tambien la resta. E B, a la resta, Z D. sera como toda, A B, a toda, C D, Porque es como toda, A B, a toda. C D, assi la A E. a la. C Z. tambiẽ trastrocadas (por la. 16, del. 5.) sera que como, A B, a la, A E, assi tambien la, D C. a la, C Z, y porque las quantidades compuestas son proporcionales (por la. 17, y, 18, del, 5,) tambien diuididas seran proporcionales, luego como la, B E, a la. E A, assi la, D Z, a la, C Z, luego tambien trastrocadas (por la dezíseys del quinto) sera que como la, B E. a la. D Z, assi la, E A, a la, Z C, y supone se que como la. A E, a la, C Z, assi toda, A B, a toda, CD. luego la resta, E B, a la resta, Z D, sera como toda, A B a toda, CD, luego si fuere como el todo al todo, assi lo quitado a lo quitado, tambien la resta a la resta sera

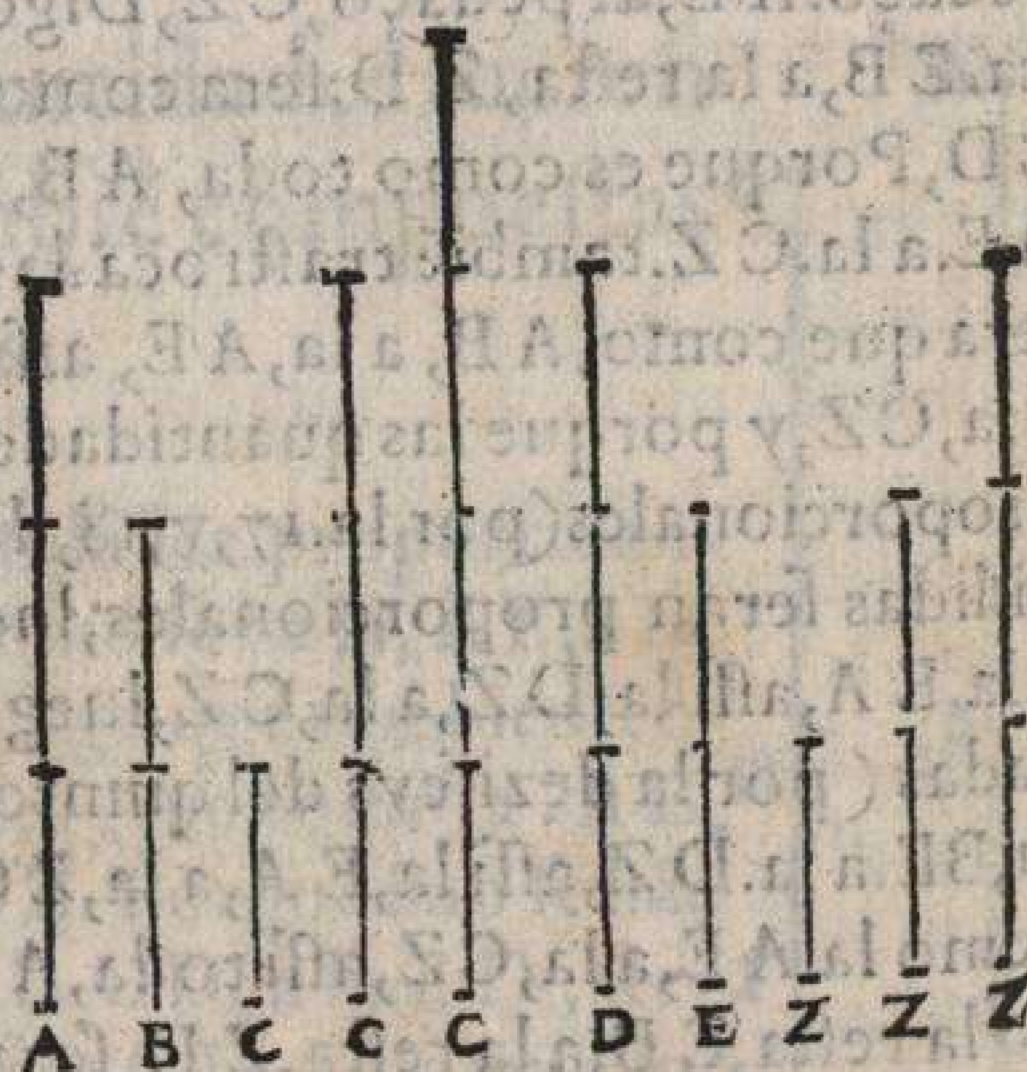
como

2009 Ministerio de Cultura

fera como el todo al todo, lo qual se auia de demostrar. Y porque esta demostrado que como es la, A B. a la, CD, assi es la, E B, a la, Z D. Tambien al trocado como la, A B, a la, B E, assi la, C D, a la, DZ, luego las quātidades compuestas son proporcionales (por la. 18, proposiciō del, 5) y esta demostrado que como la, B A, a la, A E. assi la, D C, a la. C Z, y es conuertiendo. De aqui es manifiesto que si las quantidades compuestas fueren proporcionales, tambiē conuertiendo seran proporcionales. Lo qual se hauia de demostrar,

Theorema. 20. Proposicion. 20.

¶ Si fuerē tres quātidades, y otras ē numero yguales a las mismas, tomadas de dos ē dos vna misma razō, po por ygual la primera fuere mayor q̃ la tercera, sera tambiē la quarta mayor q̃ la sexta, y si ygual ygual. y si menor menor.



Sean las tres quantidades, A, B, C, y otras yguales a ellas en numero, D. E Z, tomadas de dos en dos y en vna misma razō que como la, A, a la, B, assi la, D, a la, E, y como la. B, ala C, assi la, E, a la, Z, y por ygual sea mayor la, A, que la, C, digo que tambien la D, sera mayor que la, Z. y si ygual ygual, y si menor, menor, Porque es mayor la, A, que la, C, y es vna otra, B, y la mayor a vna misma, por la octaua del quinto, tiene mayor razon que la menor, luego la, A la.A,ala.B.mayor razon tiene que la.C,ala.B. y como se ha la.A,ala.B,asi es la.D.ala,E.y como la.C.ala,B.otro si, tambien la.Z.ala,E.luego tãbien la. D . ala.E.tiene mayor razon que la.Z.ala.E.(por el corolario dela.4.del.5.)y delasquetienen razon a vna misma,la que tiene mayor razon,esmayor (por la decima del.5.)luego mayor es la.D. que la.Z. Tambien dela misma forma demostraremos que si es ygual la.A. ala.C.tambien sera ygual la,D.ala.Z.y si menor,menor , luego si fueren tres quãtidades y otras a ellas yguales en numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon,pero por ygual,la primera fuere mayor que la tercera,sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual : y si menor menor,loqual conuenia demostrar.

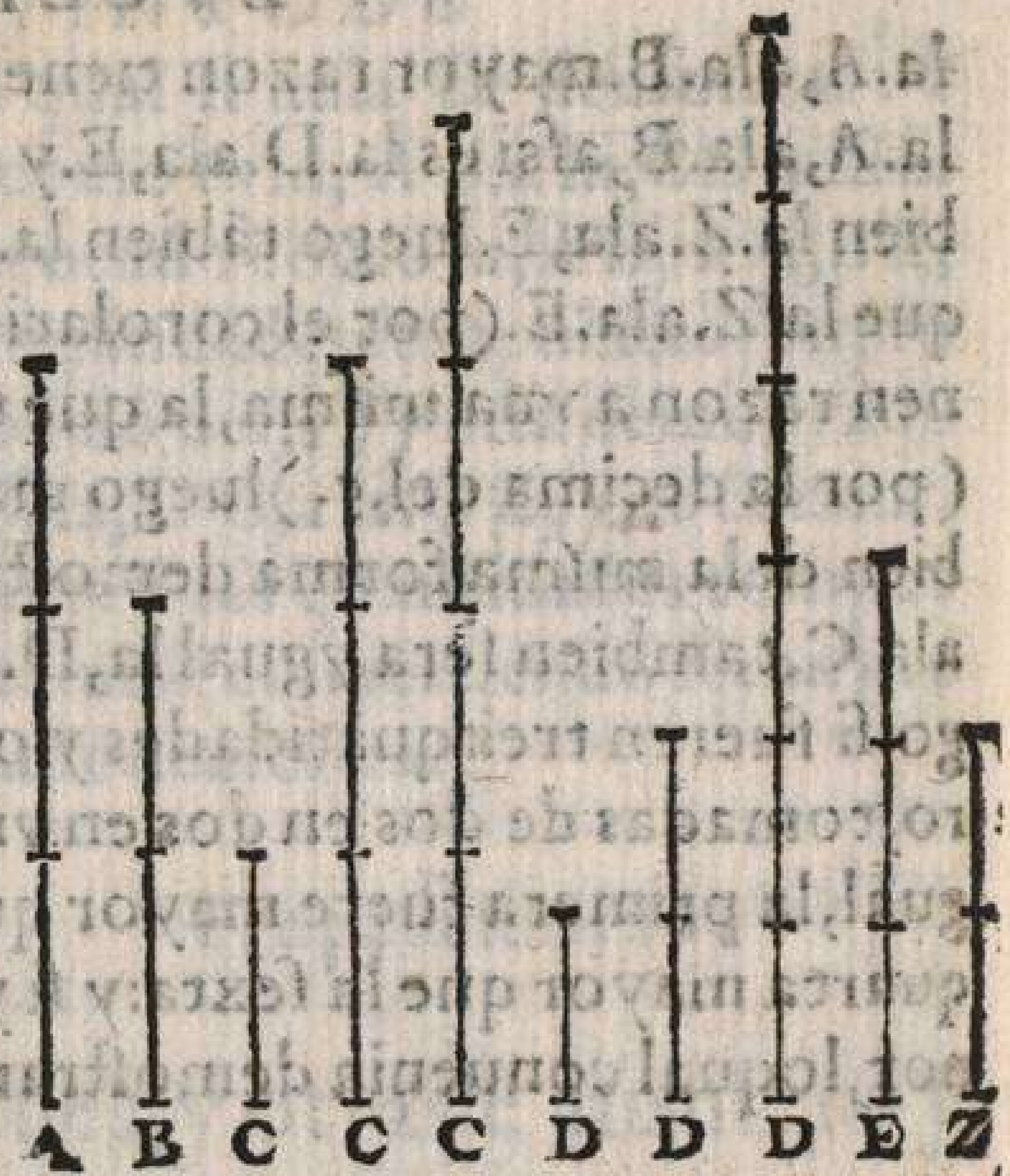
Theorema.21. Proposicion.21.

¶Si fueren tres quantidades , y otras a ellas yguales en numero , tomadas de dos en dos y en vna misma razon , y fuere la proportiõ de ellas perturbada , pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera , sera tambien la quarta mayor que la sexta:y si ygual,ygual: y si menor,menor.

❧ Sean las tres quantidades.A B C. y otras a ellas yguales en numero.D EZ.tomadas de dos en dos, y envna misma razon,y sea la proporcion dellas perturbada,que como la. A, ala.B.asi la.E.ala.Z.y como la.B.ala.C.asi la.D.ala.E. pero por ygual la.A.sea mayor que la.C.digo que tambien la . D. sera mayor que la.Z.y si ygual, ygual:y si menor,menor.Porque es mayor la.A.que la.C.y vna otra.B.luego (porla.8.del quinto)la.A.ala.B,tiene mayor razõ que la.C.ala.B.y como la,A.a la,B,assi la.E a la.Z. otro si como la, C,a la.B.assi la.E. a la.D.Luego tãbien la.E.a la.Z.tiene mayor razon que la.E.

2009 Ministerio de Cultura

ala,D,por el corolario de la,4,del,5,y a la q̃ vna misma tiene mayor razon, aquella es menor,por la.10. del.5.luego menor es la,Z. que la.D.luego mayor es la D,que la.Z. Tambiẽ demostraremos dela misma suerte que si la.A, es ygual a la C.sera tābien la.D. ygual a la.Z.y si menor menor.Luego si fueren tres quantidades, y otras a ellas yguales ẽ numero,tomadas de dos en dos y ẽ vna misma razõ y fuere la proporcion de ellas perturbada,pero por ygual la primera fuere mayor que la tercera:sera tambien la quarta mayor q̃ la sexta,y si ygual ygual,y si menor menor, lo qual conuenia demostrar se.



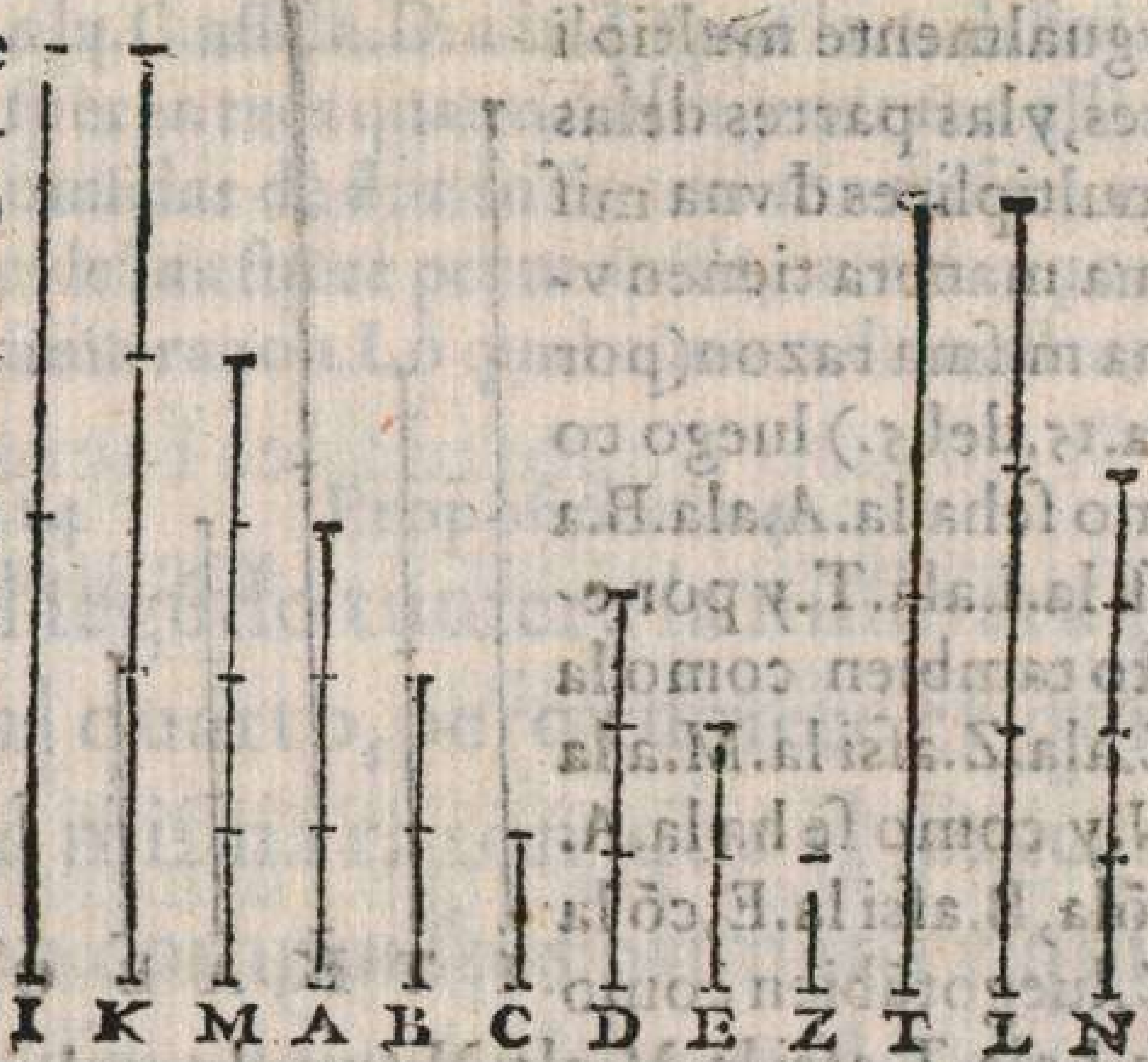
Theorema.22. Proposicion. 22.

Si fueren qualesquiera quantidades, y otras a ellas yguales ẽ numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon, tambien por ygual estará en la misma razon.

Sean qualesquiera quantidades. A B C. y otras a ellas yguales en numero.D.E.Z.tomadas de dos en dos en vna misma razõ,q̃ como la.A.ala.B.assi la.D.a la.E.y como la.B. a la C assi la.E.a la.Z.Digo que tambien por ygual estaran en la misma razon,que como la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z. Tomen se de las dos.A.D.las ygualmente multiplices.I.T.y delasdos B.E.otras quales quiera ygualmente multiplices.K.L. y tambiẽ delas dos.C.Z.otras qualesquiera ygualmente multiplices.M.N.y porq̃ como se ha la.A.a la.B assi la. D, a la. E.y de las dos.A. D.se tomaron las ygualmẽte multiplices.I.T.y de

2009 Ministerio de Cultura

las dos.B.E.otrasqua lesquiera ygualmẽte multiplices.K.L.luego(por la, 4. del, 5.) como ſe ha la. I. a la. K.aſſi la. T. a la. L. y por eſto como la. K. a la.M.aſſi la.L.ala.N luego porque ſõ tres quãtidades.I.K.M. y otras a ellas yguales en numero. T.L.N. tomadas de dos ẽdos y en vna miſma razõ luego por ygual(por la. 20. del. 5.)ſi excede la. N.a la.M. excede tambien la. T. a la.I.y ſi ygual ygual,y ſi menor menor.Y las dos.I T.ſon de las dos.A.D.ygualmẽte multiplices,y las dos.M.N. de las dos.C Z.otras qualesquiera ygualmẽte multiplices,luego(por la.6. definiciõ del.5.)como ſe ha la.A.a la.C.aſſi la.D.a la.Z. luego ſi fuerẽ q̃lesquiera cãtidades y otras a ellas yguales ẽ numero tomadas de dos ẽ dos ẽ vna miſma razõ tãbiẽ por ygual eſtarã en la miſma razon.Lo qual conuino demoſtrarſe.



Theorema.23. Propoſicion.23.

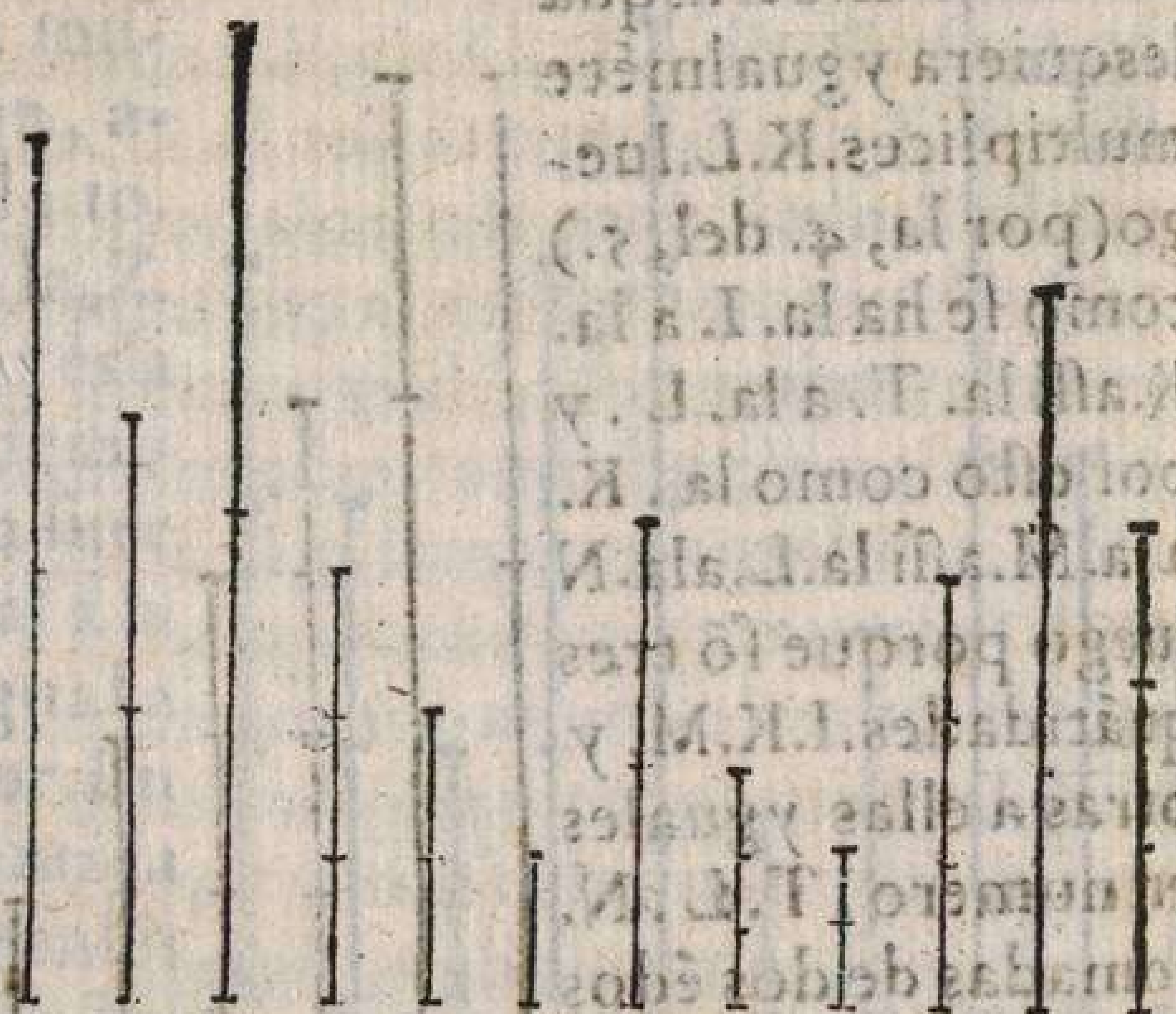
¶ Si fuerẽ tres quãtidades,y otras a ellas yguales ẽ numero tomadas de dos ẽ dos ẽ vna miſma razõ,y la proporciõ dellas fuere perturbada tãbien por ygual eſtarã en la miſma razõ.

☞ Sean las tres quantidades.A B C.y otras a ellas yguales en numero tomadas de dos en dos ẽ la miſma razon.D.E.Z y la proporciõ dellas ſea perturbada,que como la.A,ala. B. aſsi la.E.ala.Z,y como la,B.ala,C,aſsi la,D.ala.E. Digo que ſera tambien como la.A.ala.C.aſsi la.D.ala.Z, Tomenſe delas.A B D.las ygualmente multiplices.I,T.K.y delas. C E Z. otras qualeſquiera ygualmente multiplices.L.M. N,y porq̃

 las

2009 Ministerio de Cultura

las.I T.delas.A B.son ygualmente multiplices,ylas partes delas multiplices đ vna misma manera tienen vna misma razon(por la.15.del.5.) luego como seha la.A.ala.B.assi la.I.ala.T.y por esto tambien como la E.ala.Z.asi la.M.a la N.y como se ha la.A.cõla,B.asi la.E,cõ la Z,luegotãbien como



la.I.ala.T.asi la.M.ala.N.(por la.11.del.5.)Y porq̃ como se ha la.B.con la.C.asi es la.D.ala,E,yestan tomadas delasdos B.D.las ygualmente multiplices.T K.ydelas dos.C,E,otras algunas ygualmente multiplices.L,M, luego como se ha la T.ala.L.asi la,K,ala,M,y al trastrocado,por la,16, del.5,como la,B.a la,D,asi la,C,a la,E,y porque las ,T.K, de las,B, D,son ygualmente multiplices,y las partes de las ygualmẽte multiplices tienen la misma razon,por la,15,del, 5, luego como se ha la B,ala, D,asi la, T,ala.K.y como la.B,ala D,assi la,C,ala,E,luegotãbiẽ como la, T,ala.K.assi laC,ala,E,por la,11, del quinto.Otro si porque.L.M.delas.C, E, son ygualmente multiplices,luego como la,C,a la,E,assi la.L.a la,M,y como la,C,a la.E,assi la, T,a la,K.luego como la, T,ala,K,assi la.L,a la,M,y tambiẽ al trastrocado,por la.16.del,5.como la T.a la,L,tambien la,K,a la,M,Y esta demostrado que como la,I,a la,T,assi la,M,a la,N.Pues porque tres quãtidades son proporcionales,I,T,L,y otras a ellas yguales en numero,K, M,N,de dos en dos tomadas en vna misma razõ,yla proporcion de ellas es perturbada,luego por ygual,por la,21, del,5, si excede la,I,a la,L,tambiẽ excede,K,a la,N,y si ygual ygual y si menor menor, Y son, I,K, ygualmente multiplices de las A,D,

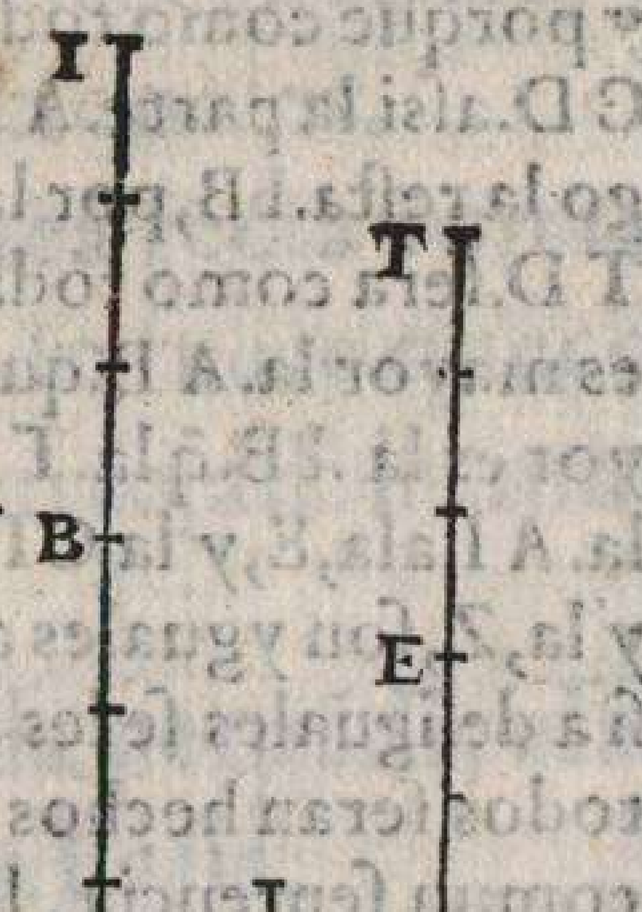
2009 Ministerio de Cultura

A.D.y las.L.N.de las.C.Z. son ygualmente multiplices. Luego como se ha la.A.a la.C.assi la.D.a la.Z.(por la.6. definiciõ del quinto)luego si fueren tres quantidades,y otras a ellas ygualesen numero,tomadas de dos en dos en vna misma razon,y la proporcion dellas fuere perturbada,tambien por ygual estaran en la misma razon.Lo qual cõuino demostrarse

Theorema.24 Proposicion.24.

Si el primero al segũdo tuuiere la misma razõ que el tercero al quarto,pero tuuiere el quinto al segundo la misma razon que el sexto al quarto,tambien compuestos primero y quinto tendran la misma razon al segundo,que el tercero y el sexto al quarto.

El primero. A B.al segundo. C. tenga la misma razon que el tercero.D E.al quarto.Z.y tenga tambien el quinto. B I. al segundo. C.la misma razon que el sexto E T.al quarto.Z. Digo q̃ tambien cõpuestos primero y quinto.A I.al segundo.C. tendrã la misma razon q̃ el tercero y sexto.D T,al quarto.Z. porque como se ha B I.a la.C .assi es.E T. a la.Z . luego tãbiẽ conuertiendo,como se ha la.C.a la.B I.assi la.Z,a la.E T, Pues porque como la.A B.a la.C.assi la,D E.a la.Z. y como la.C.a la,B I.assi la.Z.a la.E T.Luego porygual (por la.22.del.5.)seraque como.A B.ala B I,assi la.D E.a la,E T. y porque diuididas las quantidades son proporcionales tambien cõpuestas serã proporcionales (por la.18.del.5.) luego como la. A I.a la I B.assi la.D T.a la.T E.y como la.B I.a la.C. assi tãbiẽ la, E T. ala.Z,luego por ygual (por la.22,del.5.)sera que como. A I.



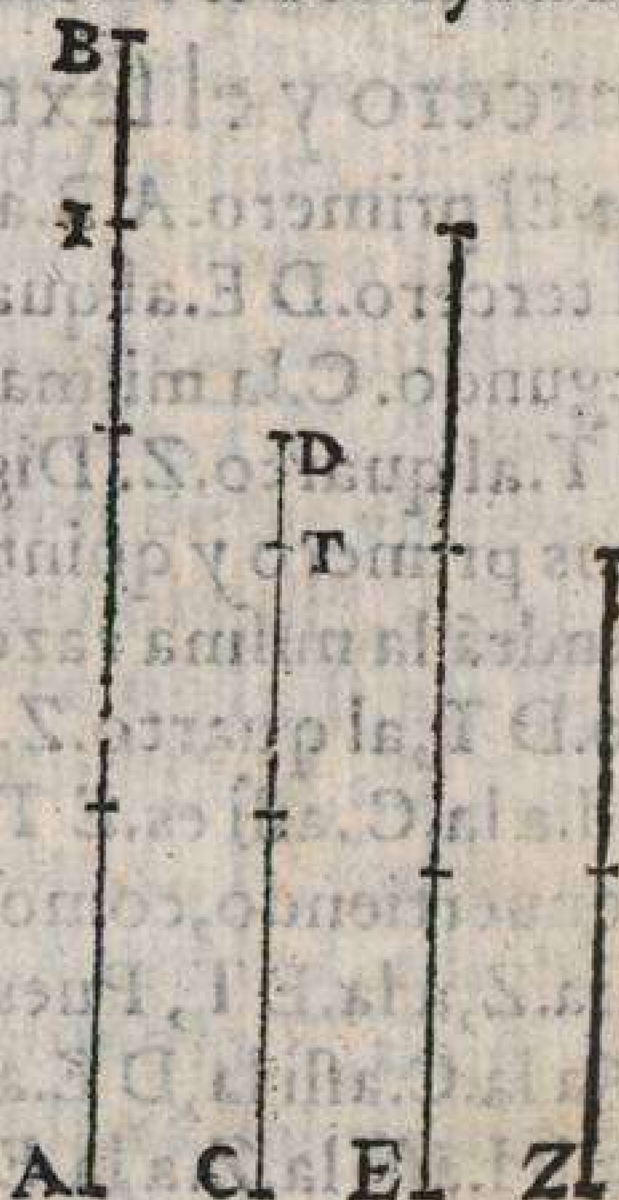
2009 Ministerio de Cultura

ala.C.asi la.D T.ala.Z.luego si el primero al segūdo tuuiere la misma razō q̄ el tercero al quarto, pero tuuiere el quinto al segundo la misma razō q̄ el sexto al quarto, tābien cōpuestos primero y quinto al segūdo tendrā la misma razon quel tercero y sexto al quarto, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 25. Proposicion. 25.

¶ Si quatro quantidades fueren proportionales, la mayor dellas y la menor seran mayores que las que restan.

Seā quatro cātidades proportionales. A B. C D. E. Z. q̄ como la. A B. a la. C D. asi la. E. a la Z. y sea la. A B. la mayor dellas, y la menor sea. Z. digo q̄ las dos. A B. Z. sō mayores q̄ las dos. C D. E. pongase, por. la. 3. del. 1, la. A I. ygual ala. E. y la. C T. ygual a la. Z. pues porque como se ha la. A B. ala. C D. asi la. E, ala. Z. y es ygual la. E. ala. A I. y la. Z. ala. C T. luego como la. AB. ala. C D. asi la, A I. ala. CT y porque como toda la. A B. a toda la. C D. asi la parte. A I. ala parte. C T. luego la resta. I B, por la. 19. del. 5. a la resta. T D. sera como toda. A B. a toda. C D. y es mayor la. A B. que la. C D. luego mayor es la. I B. q̄ la. T D. Y porq̄ es ygual la. A I. ala, E, y la. CT. ala, Z, luego la. A I y la, Z, son yguales a las, C T, E, y porq̄ si a desiguales se les añaden yguales, los todos seran hechos desiguales, por la. 4. comun sentencia, luego como la. I B, y la. T D, seā desiguales y la, IB, sea mayor, y ala I B, se le añada la. A I, y la, Z, y ala, T D. se le añadā la. C T. y la E. producirāse la. A B. y la. Z. mayores q̄ las dos. C D. y la. E. luego si quatro quātidades fuerē proporcionales, la mayor dellas y la menor serā mayores q̄ las que restā. Lo qual cōuenia demostrar se.



¶ Fin del quinto libro

2009 Ministerio de Cultura

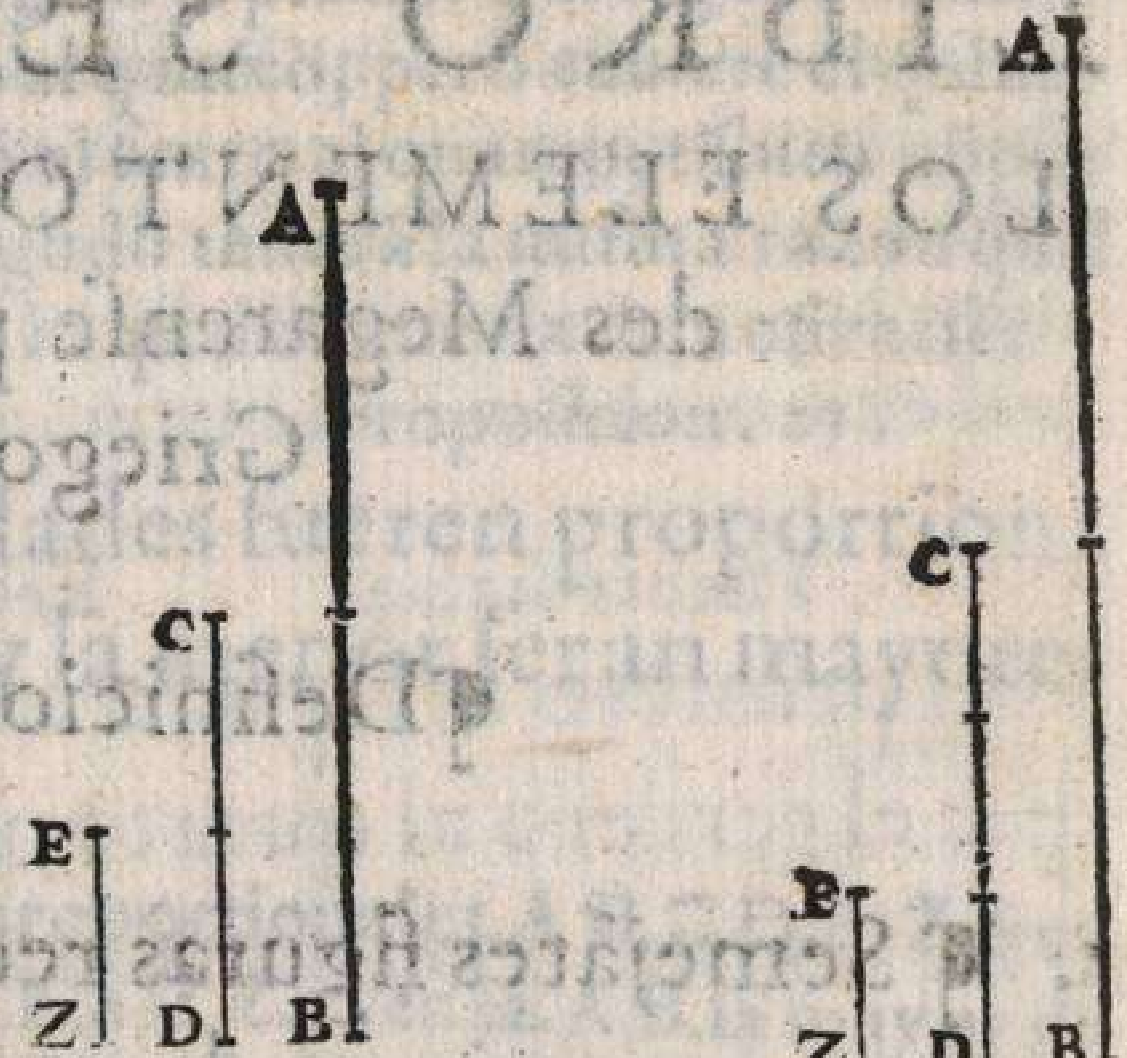
LIBRO SEXTO DE LOS ELEMENTOS DE EVCLIdes Megarense philosopho Griego.

¶Definiciones.

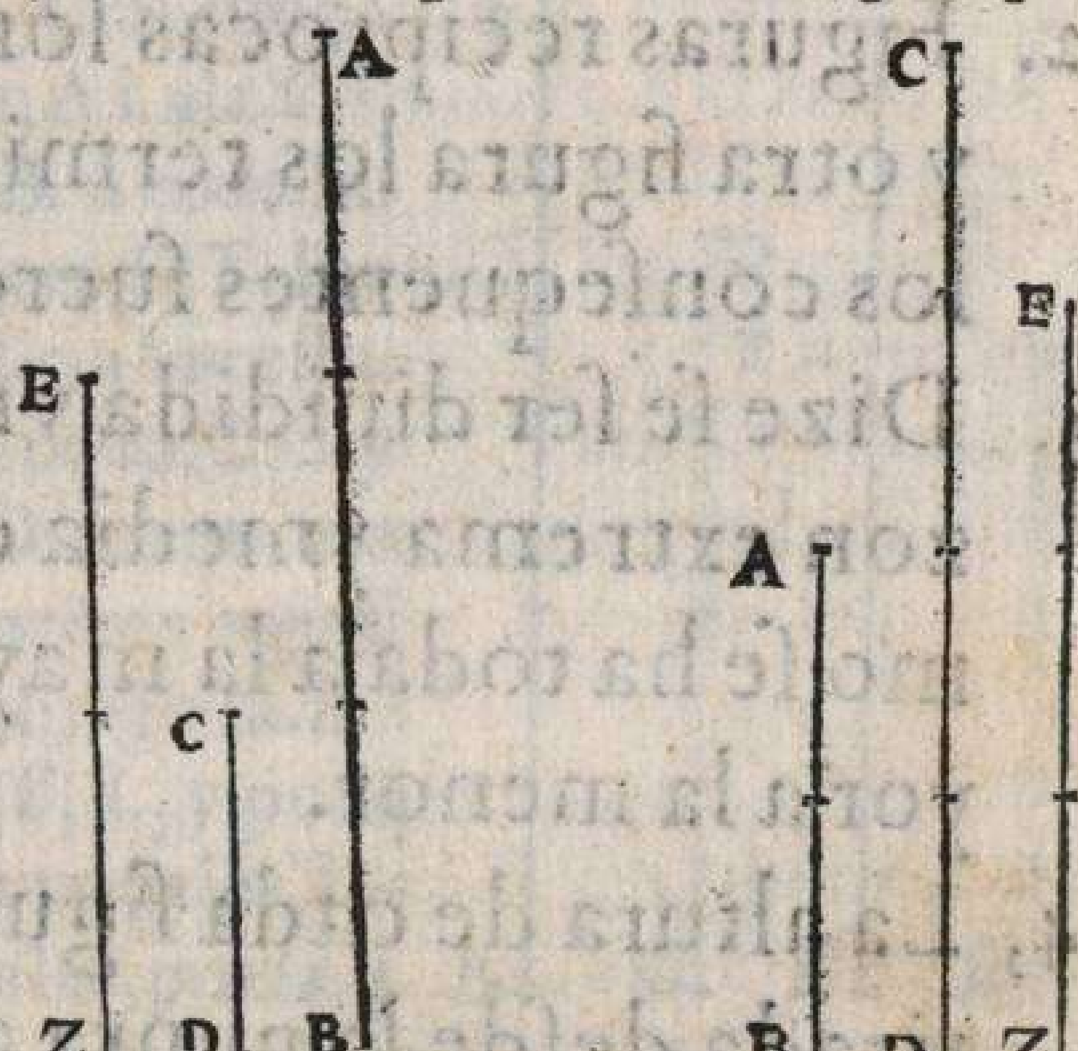
1. ¶ Semejātes figuras rectilineas son las que vno a vno tienen los angulos yguales, y los lados que contienen a los angulosyguales son proporcionales.
2. Figuras reciprocas son, quando en la vna y otra figura los terminos antecedentes, y los consequentes fueren racionales.
3. Dize se ser diuidida vna linea recta con razon extrema ymedia quando fuere queco mo se ha toda a la mayor parte, assi la mayor a la menor.
4. La altura de cada figura es la perpēdicular tirada desde la punta asta la basis.
5. La razon se dize constar de dos o masrazones quando las quātidades de las razones multiplicadas hazen alguna quantidad.

2009 Ministerio de Cultura

¶Sea la, A B. que tenga dada la razon a la C D. como doblada o tres doblada o otra qualquiera, y la. C D. a la. E Z. tambien tenga la misma dada. Digo que la razon de la misma. A B. y de la, E Z. consta de la, A B. a la. C D. y de la. C D. a la E Z. o que la quantidad de la razō. A B



a la. C D. multiplicada por la quantidad de la razon dela. CD a la. E Z. haze la razon dela. A B. a la, E Z. y sea lo primero la A B. mayor que la. C D. y la. C D. que la, E Z. y sea la. A B. doblada a la. C D. luego la. A B, sera seyscupla de la. E Z, porque si doblamos el triplo de alguna cosa, haze se seyscuplo, porque esto es propriamēte composicion, O desta manera, porque la. A B, es doblo dela. C D diuidase la. A B. en yguales a la, C D. que seā. A I. I B, y porque C D. es tripla de la. E Z, y es ygual la. A I, a



la. C D. luego tambien la. A I, es tripla a la. E Z. y por esso la I B. es tambien tripla a la. E Z. luego toda la. A B. es seys cupla dela. E Z. luego toda la razon de la. A B. a la. E Z. se junta por la. C D. termino medio, compuesta dela razon dela. A B, a la, C D. y de la. C D, a la, E Z. Dela misma manera tambien si fuere menor la. C D. que cada vna delas dos. A B. E Z. se collegira

2009 Ministerio de Cultura

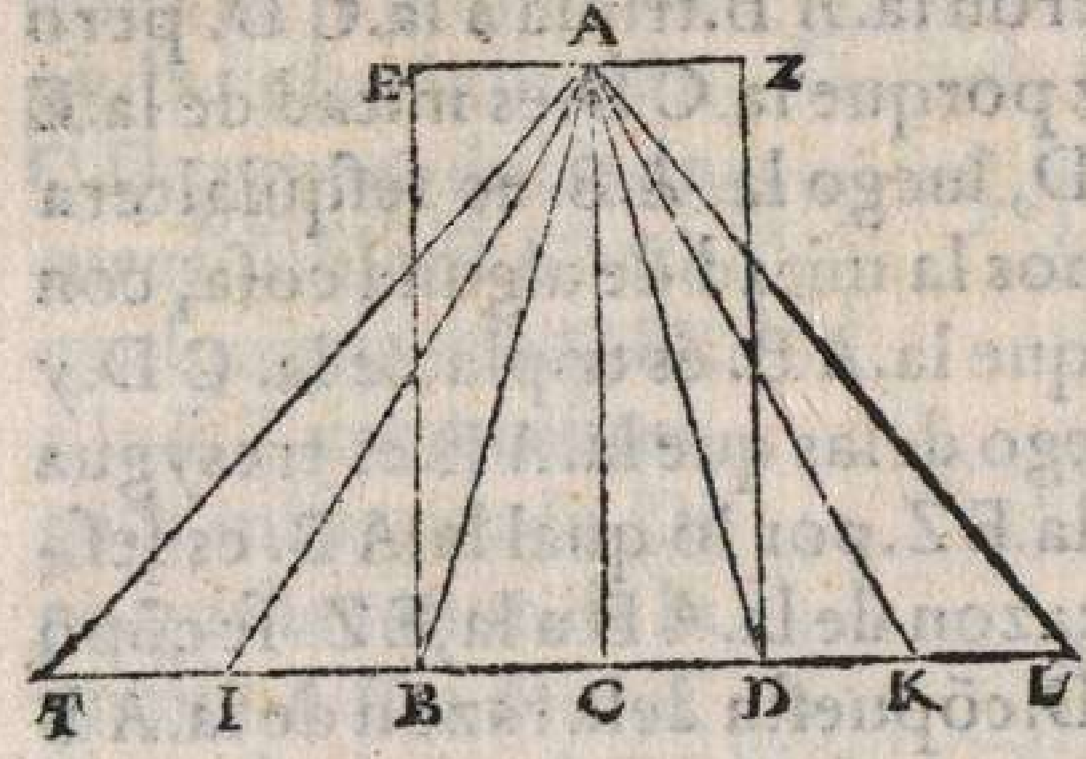
gira lo mismo. Porque sea otrosi la. A B. tripla a la. C D. pero la, C D. sea mitad de la. E Z. y porque la. C D. es mitad de la. E Z. y la, A B. es tripla de la, C D, luego la. A B. es sesquialtera de la. E Z. porque si triplicamos la mitad de alguna cosa, con tendra la vez y media. y porque la. A B. es tripla de la. C D. y la, C D. es mitad dela. E Z. luego delas que la. A B. es tresygua les dela. C D. de tales es dos la. E Z. por lo qual la. A B. es sesquialtera dela. E Z. luego la razon de la. A B. a la, E Z. se cōpone por el termino medio. C D. cōpuesta dela razon de la. A B a la. C D. y dela, C D. a la. E Z. Pero sea ya la. C D. mayor que cada vna de las dos. A B. E Z. y sea la. A B. mitad de la. C D. y la. C D. sesquitercia dela. E Z. Pues porque delas q̃ la. A B. es dos de tales la. CD. quatro, y de quales la. CD. es quatro deta les la, EZ. tres. Luego de quales la. A B. es dos de tales la. E Z. tres, luego cōponense la razon dela. A B. a la. E Z. por el termino medio. C D, que es de dos a tres. De la misma manera tambien en mas, y en los casos q̃ restan. Y manifiesta cosa es que si de vna razon compuesta se quita vna qualquiera delas cōpuestas, echado vno de los simples se tomara la que resta de las compuestas.

Theorema. 1. Proposicion. 1.

¶Los triangulos y los parallelogramos que estan debaxo de vna misma altura se han entre si como las bases.

Sean los triangulos. A B C. A C D. y los parallelogramos. E C. C Z. que esten debaxo de vna misma altura conuiene a saber, q̃ la perpēdicular tirada desde la. A. asta la. B D. digo que como se ha la basis. B C, con la basis. C D. assi se ha el triangulo. A B C, al triangulo. A C D, y el parallelogramo. E C. al parallelogramo. C Z. Estiendase (por la, 2. peticion) la. D B. de vna y otra parte asta en los punctos. T. L, y (por la. 2. del primero) ponganse yguales ala basis. B C. algunas. B I, I T, y a la basis

2009 Ministerio de Cultura



basis.C D.otras tantas yguales.D K.K L.y tiren se las lineas.A I.A T.A K.A L.y porque,C B.B I,I T.sonyguales entre si,seran yguales tambien entre si los triangulos. A T I.A I B.A B C.(por la,38 dl.1.)luego q̃n multiplice es la basis T C.dela basis.B C.tã multiplice es el triangulo,A T C.del triãgulo.A B C.y por lo mismo quan multiplice es la basis.L C.dela basis.D C.tã multiplice es tãbien el triãgulo.A L C.del triangulo,A D C,y si es ygual la basis . T C. a la basis C L.tambien(por la,38,del.1.)sera ygual el triangulo.A T C. al triangulo.A L C,y si la basis,T C,excede ala basis,C L.tambien el triangulo.A T C.excede al triãgulo. A C L.y si menor menor(por la.6.definiciõ del.5.)luego a las quatro quantidades,dos bases,esto es.B C.C D,y dos triangulos esto es,A B C A C D.estã tomadas las ygualmẽte multiplices dela basis,B C y del triãgulo,A B C,la basis,T C,y el triãgulo,A T C,pero d̃ la basis.C D,y del triãgulo,A C D, otras algunas ygualmẽte multiplices q̃ esla basis,C L,y eltriãgulo,A L C,y estad̃mostrado q̃ si excede la basis,T C,a la basis,C L,excede tãbien el triangulo,A T C,al triãgulo,A L C,y si ygual ygual , y si menor menor,Luego como se ha la basis,B C,ala basis,C D,assi el triangulo , A B C,al triãgulo,A D C (por la,6,d̃finiciõ del,5,)y porq̃ (por la,41,del,1,el parallelogramo,E C,es duplo al triãgulo,A B C,y del triãgulo,A C D,es,por la misma , duplo el parallelogrãmo,C Z,y las partes de las ygualmẽte multiplices,por la,15,del,5,tienẽ la misma razon,luego como se ha el triangulo,A B C,al triangulo,A C D, assi el parallelogrãmo E C,al parallelogrãmo,C Z,Pues porque estuuo claro que como la basis,B C,a la basis ,C D ,assi el triangulo , A B C,al triangulo,A C D,y como el triãgulo,A B C,al triãgulo.A C D assi elparallelogrãmo,E C, al pallelogrãmo,Z C ,luego tãbiẽ

por

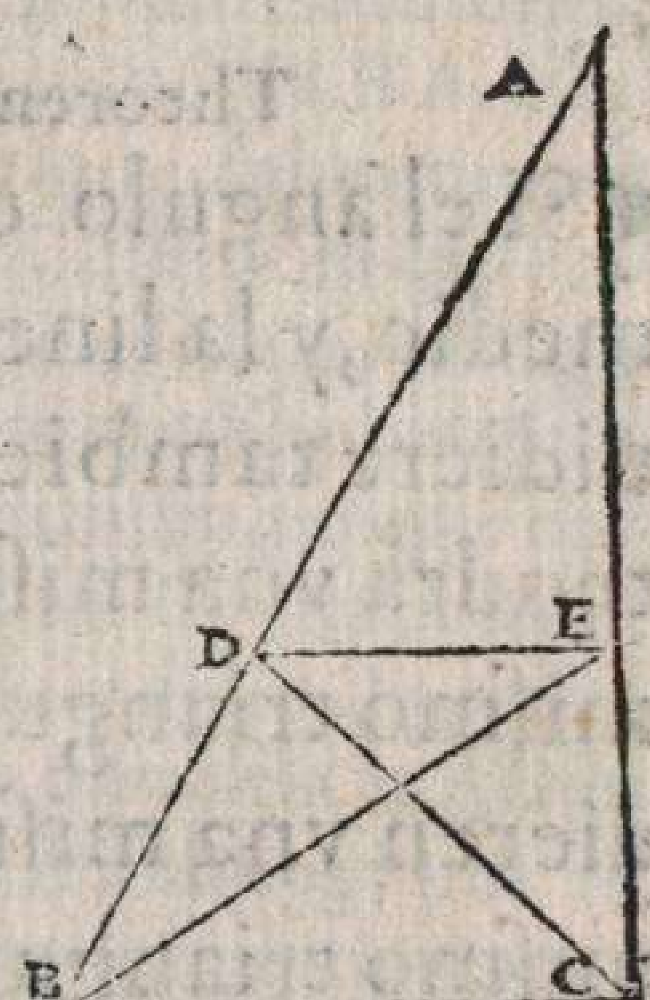
2009 Ministerio de Cultura

(por la.11.del.5.)como la basis.BC.a la basis.C D.asi el para lelo gramo,E C.al pallelogramo.Z C.luego los triangulos y los paralelogrãmos que está debaxo de vna misma altura se hã entre si como las bases, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.2. Proposicion.2.

¶Si fuere tirada algũa linea recta equidistãte a vno delos lados del triãgulo,corta ꝓportio nalmẽte los lados del triangulo.Y si los lados del triãgulo fuerẽ cortados proportionalmẽ te,la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera e quidistãte al lado q̃ resta del mismo triãgulo

Tirese la linea.D E.palela al lado.B C.del triãgulo.A B C Digo q̃ como se ha la.BD.ala.D A.asi es la.CE.ala.EA.tirẽse B E.C D.luego(por la.37.dl.1.) ygual es el triãgulo.BDE al triãgulo.C DE.por q̃ están enla misma basis.DE.y ẽ vnasmis mas palelas.D E.BC.y es otro triãgulo ADE.ypor la.7.dl.5.las yguales tiene v namismarazõ avna misma, luegocomo se ha el triãgulo.B D E.al triãgulo. A D E.asi el triãgulo.C DE.al triãgulo.A D E.y como el triãgulo.B D E.al triãgulo A D E.asi es la.B D.ala. D A. porq̃ co mo estẽ dbaxo d vna misma altura,per pẽdicular esa saberdsde. E.sobre.AB.se ran entre sicomo las bases,por la,1.del.6. y por tãto como el triangulo. CDE.al triangulo.A D E.asi.la.C E.ala.E A. luego.tambien (por la.11.del.5.) como.B D.ala,D A.asi la. C. E.a la.E A. Pero cortense aora los lados. A B. A C.del triangulo. A B C. proportionalmente que como la.B D. ala. D A.asi la.C E.ala.E A.y tirese.DE. digo que es parallela la



DE.

2009 Ministerio de Cultura

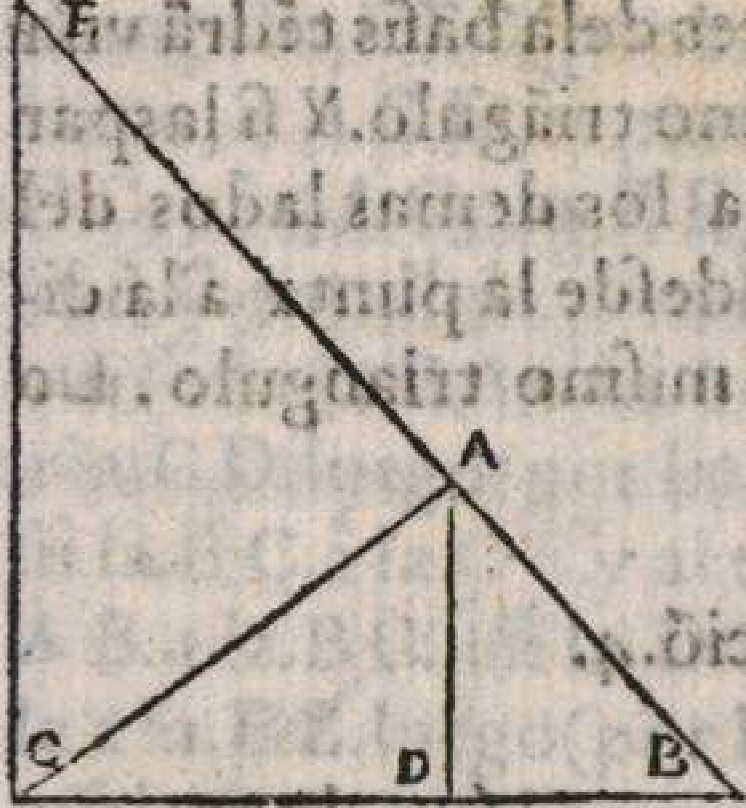
DE.a la. BC, porque dispuesto como antes, porque como la.BD.se ha cõ la.DA.assi la.CE.cõ la.EA.y como la.BD.a la.DA, assi el triãgulo.BDE.al triãgulo.ADE(por la.1.del.6.) y como la.CE.ala.EA.assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE (por la misma) (luego tãbiẽpor la.11.del.5)como el triãgulo BDE.al triãgulo.ADE.assi el triãgulo.CDE.al triãgulo.ADE luego cada vno delos dos triangulos.BDE.CDE. tiene vna misma razõ con.ADE.(por la.9,del.5.)luego(por la misma) ygual es el triãgulo,BDE.al triangulo.CDE. y estan en vna misma basis.DE.y los triãgulos yguales y q̃ estan en vna misma basis, tambien estã en vnas mismas parallelas (por la.39. del.1. luego.DE.parallela es a la.BC. luego si fuere tirada alguna linea recta parallela avno delos lados deltriãgulocorta proporcionalmẽte los lados del triãgulo, y si los lados del triangulo fuerẽ cortados proporcionalmente la linea recta q̃ abraça las diuisiones sera equidistante al lado que resta del mismo triangulo. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 3. Proposicion. 3.

¶Si el angulo de vn triãgulo se diuidiere por medio, y la linea recta que diuide el angulodiuidiere tambien la basis, las partes de la basis tendrã vna misma razon a los demas lados d̃l mismo triangulo: y si las partes dela basis tuuieren vna misma razõ a los de mas lados del mismo triangulo, la linea recta tirada desdeel puncto a la diuision diuide por medio el angulo del mismo triangulo.

Sea el triangulo.ABC.y(por la nona del primero) cortese por medio el angulo.BAC.con la linea recta, AD. digo q̃ como

2009 Ministerio de Cultura



como se ha la.B D.con la.C D. assi es la,B A.cõ la,A C.Saquese(por la. 31. del.1.) por el puncto.C.la. C E.parallela a la.D A,y estendida la.B A.concurra con ella en.E.Y porq̃ sobre las parallelas.A D,C E,cayo la linea recta.A C.luego el angulo . A C E (por la.29.del,1.)es ygual al angulo.C AD y suponese que el angulo. B A D.es ygual al angulo,CAD,luego el angulo B A D,es ygual al angulo,A C E,Otrosi porq̃ sobre las parallelas.A D.E C.cayo la linea recta.B A E,(por la,28,del.1.)el angulo exterior.B A D.es ygual al angulo interior. A E C.y esta demostrado q̃ el angulo.A C E.es ygual al angulo.B A D luego tãbiẽ el angulo.A C E,es ygual al angulo.A E C. por lo qual tambiẽ el lado.A E.es ygual al lado.A C(por la.6.del.1.) y porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E.se tiro parallela la.A D,luego corta los lados.B E. B C.proporcionalmente(por la,2.del.6.)luego como.B D.a la.D C.assi la.B A. a la A E.y es ygual la.A E.a la.A C.luego(por la.11.del.5.como se ha la.B D.a la.D C.assi se ha la.B A.a la.A C.Pero sea que como la.B D.a la.D C.assi la.B A·a la.A C,y tire se la. A D. digo que con la linea recta. A D.es diuidido por medio el angulo B A C.Porq̃ dispuesto todo de la misma manera,porque como se ha la.B D.a la.D C.assi es la,B A.a la.A C. y assi como. D B.con.D C.assi la.B A.con la.A E(por la.2.del, 6.) porque al vn lado.E C.del triangulo.B C E,se tiro parallela la.AD.luego como la.B A.a la. A C.assi la.B A.a la.A E. Luego por la. 9,del.5.)la.A C.es ygual a la.E A.por lo qual tambien el angulo.A E C.(por la quinta del primero)es ygual al angulo,A C E.y por la.29,del.1.)el angulo.A E C.es ygual al exterior. B A D.y el angulo.A C E.es ygual al angulo.C A D.Luego.B A D.es ygual al angulo.C A D.luego el angulo.B A C. es diuidido por medio con la linea recta.A D.luego si el angulo de vn triãgulo se diuidiere por medio y la linea recta q̃ diuide al an

gulo

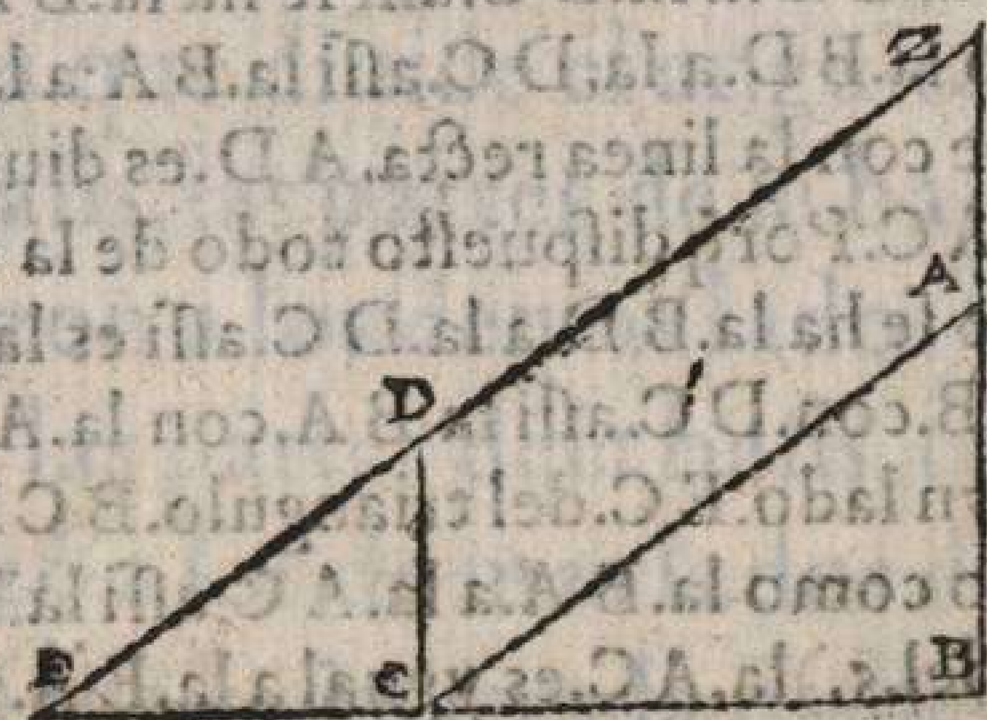
2009 Ministerio de Cultura

gulo diuidiere tábien la basis, las partes dela basis tẽdrã vna misma razõ a los demas lados del mismo triãgulo. Y si las partes dela basis tuuierẽ vna misma razõ a los demas lados del mismo triangulo, la linea recta tirada desde la punta a la diuision, diuide por medio el angulo del mismo triangulo. Lo qual se hauia de demostrar.

Theorema. 4. Proposiciõ. 4.

¶ Los lados de los triangulos equiãgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales: y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos.

¶ Sean los triãgulos de yguales angulos. A B C. D C E. q̃ tengã ygual el ãgulo. A B C, al angulo. D C E. y el ãgulo, B A C, al angulo, C D E, y el angulo, A C B, al ãgulo, D E C, Digo que son proportionales los lados delos triangulos, A B C, D C E, que abraçan yguales angulos, y que son de vna misma razõ los lados que estã opuestos a yguales angulos. Ponga se en linea recta la, B C. con la, C E, y porque los ãgulos A B C, A C B, son menores q̃ dos rectos (por la, 17, del, 1) y es ygual el angulo, A C B, al angulo, D E C. luego los angulos, A B C, D E C, son menores que dos rectos. luego produzidas la, B A, y la, E D. vẽdrã a juntarse. juntense y vengan a tocarse enel puncto, Z, y por que (por la supposicion) es ygual el angulo, D C E, al angulo A B C. luego (por la, 28, del, 1,) es parallela la, B Z, a la. C D, Otrosi porque (por la supposicion) el angulo, A C B. es ygual



al an

2009 Ministerio de Cultura

al angulo, DEC(por la,28,del,1,sera parallela la, A C, ala, Z E luego, Z A C D, es parallelogrāmo, luego yguales la, Z A, ala D C, y la, A C, ala, Z D, y porque(por la segūda del,6,)se tiro la. A C. parallela al vn lado. Z E. del triangulo. Z B E. luego como se ha la. B A. a la. A Z. assi la. B C, a la. C E. y es ygual la. A Z a la. C D. luego(por la. 11. del. 5.)como se ha la. B A. a la. C D. assi la. B C. a la. C E. y al trastrocado(por la. 16. del. 5.)como la. A B. a la. B C. assi la. D C. a la. C E, Yten porque. C D. es parallela a la. B Z. luego(por la. 2. del. 6.)como se ha la. B C. a la, C E. assi la. Z D. a la. D E. y es ygual la. Z D. a la, A C. luego como la B C. a la. C E. assi la. A C. a la. D E. luego al trastrocado(por la 16. del. 5. como la. B C. a la. C A. assi la. C E. a la. E D. pues porq̃ esta demostrado q̃ como la. A B. a la. B C. assi la. D C. a la. C E y como la. B C. a la. C A. assi la. C E. a la. E D. luego por ygual (por la. 22. del. 5.)como la. B A. a la. A C. assi la, C D. a la. D E Y por tanto los lados de los triangulos equiāgulos que abraçan yguales angulos son proporcionales, y son de semejante razon los lados que se oponen a yguales angulos. Lo qual se huuo de demostrar.

Theorema. 5. Proposicion. 5.

¶ Si dos triangulos tuuieren proporcionales los lados, seran triangulos equiangulos. y tendran yguales los angulos, a los quales se oponen lados de vna misma razon.

Sean los angulos. A B C, D E Z. que tengan los lados proporcionales, q̃ como se ha la. A B. cō la. B C, assi la. D E. con la E Z. y como la. B C. cō la. C A. assi la. E Z. cō la. Z D, y tābiē como la. B A. cō la. A C. assi la. E D. cō la. D Z. Digo q̃ el triāgulo A B C. es equiangulo al triāgulo. D E Z. y tendrā yguales los angulos a los quales se oponen lados de vna misma razon, esto es, el angulo. A B C. con el angulo, D E Z. y el angulo

BCA

2009 Ministerio de Cultura

BCA.con el angulo.E Z D.y de mas desto el angulo . B A C. con el angulo. E D Z.hagase pues,por la.23.del.1, sobre la linea recta.E Z.y en el puncto suyo.E.el angulo. Z E I . ygual al angulo. A B C.y sobre el puncto.Z.el angulo.EZ I.ygual al angulo.A C B.luego(por la.32.del.1.)el angulo. B A C.que resta es ygual al angulo.E I Z.que resta.Luego es equiãgulo el triangulo. ABC.al triãgulo Z E I.luego los lados delos triangulos.A BC.E I Z.que comprehenden yguales angulos son proporcionales (por la.4. del. 6.) y son de vna misma razon los lados que se opponen a yguales

angulos.Luego como se ha la.A B.con la.B C.assi la. I E. con la·E Z.y como la.A B.con la.B C.assi se presupone la.D E. cõ la.E Z.luego como la.D E.con la.E Z.assi la,I E.con la.E Z.luego cada vna de las dos. D E.I E.con la.E Z.tienẽ vna misma razon.luego(por la.9.del.5.)la.D E.es ygual a la . E I. y por tanto tambien la.D Z.es ygual a la.Z I. pues porque la. D E, es ygual a la.E I.y comun la.E Z.luego las dos. D E.E Z . son yguales a las dos.I E.E Z.y la basis.D Z.es ygual a la basis. Z E.luego el angulo.D E Z,por la.8.del.1.es ygual al angulo.IE Z.y el triangulo.D E Z,por la.4.del. 1.,es ygual al triangulo. I E Z.y los de mas angulos serã yguales a los de mas angulos debaxo delos quales se estiẽdẽ yguales lados.Luego el ãgulo D Z E.es ygual al ãgulo.I Z E.y el ãgulo.E D Z. al ãgulo.E I Z y porq̃ el ãgulo.Z E D.es ygual al ãgulo. I E Z.y el ãgulo.I EZ al angulo.A B C.luego tãbiẽ el ãgulo.A B C.es ygual al ãgulo. ZED.y por el tãto tãbiẽ el ãgulo.A C B.es ygual al angulo,D Z E.Y demas desto el ãgulo del pũcto.A.y el del pũcto,D.luego el triãgulo.A BC.es equiãgulo al triãgulo. D E Z. luego si dos triãgulos tuuierẽ los lados proporcionales serã los triãgulos equiãgulos y tẽdrã yguales los angulos,a los quales se les oponen lados devna misma razõ, lo qual se auia de demostrar.

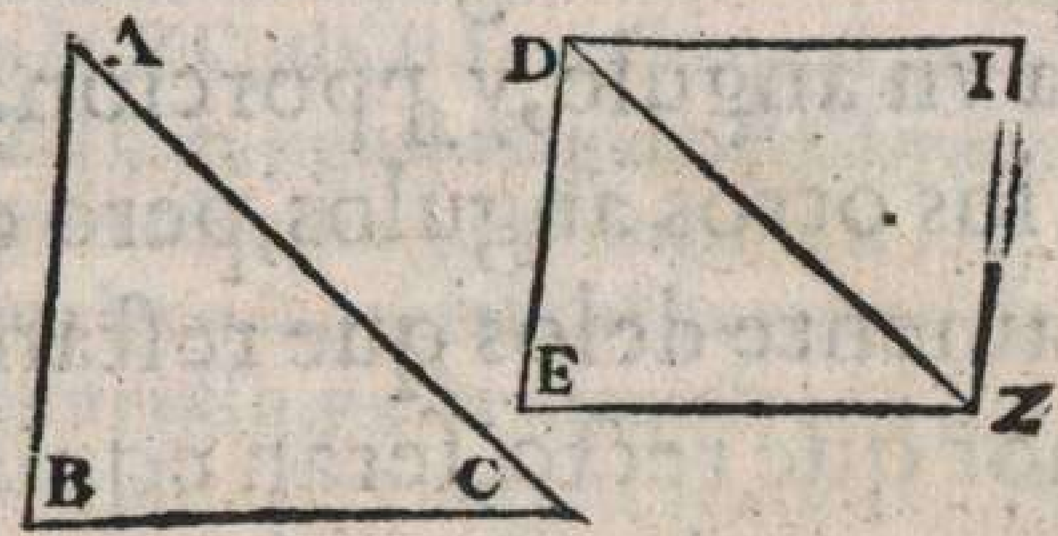
Theo-

2009 Ministerio de Cultura

Theorema.6. Proposicion. 6.

¶ Si dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo, y proporcionales los lados de junto a yguales angulos, seran equiãgulos los triangulos, y tendran yguales los angulos debaxo de los quales se estiendẽ lados de vna misma razon.

Sean los dos triangulos, A B C, D E Z, que tẽgan ygual el vn angulo, B A C, al vn angulo. E D Z, y los lados de junto a yguales angulos, proporcionales que como B A, cõ, A C, assi E D, con, D Z, Digo que el triangulo, A B C, es equiangulo al triangulo, D E Z, y tendra el angulo, A B C, ygual al angulo D E Z, y el angulo, A C B. al angulo, D Z E, Hagase, por la, 23, del, 1, sobre la linea recta, D Z, y sobre el puncto, D, el angulo. Z D I, ygual a cada vno delos dos, B A C, E D Z, y el angulo, D Z I, ygual al angulo, A C B, luego el angulo, B, que resta es ygual al angulo. I. que



resta. Luego el triangulo. A B C. es equiangulo al triangulo. D I Z. luego han se proporcionalmente que como la. B A. con la. A C. assi la. I D. con la. D Z (por la. 4. del. 6.) y esta recebido que como la. B A. con la. A C. assi la. E D. con la. D Z. luego tambien (por la. 11. del. 5.) como la. E D. con la. D Z. assi la I D. con la. D Z. luego (por la. 9. del. 5. la. E D. es ygual a la. D I. y comũ la. D Z. Son pues yguales las dos. E D. D Z, a las dos I D. D Z y (por la suposiciõ) el ãgulo. E D Z. es ygual al ãgulo I D Z, luego la basis. E Z (por la. 4. del. 1.) es ygual a la basis. I Z

O y el

2009 Ministerio de Cultura

y el triangulo.D E Z.es ygual(por la misma)al triangulo.ID Z.y los demas angulos seran yguales a los demas angulos de bajo delos quales se estienden yguales lados,luego el angulo D Z I. es ygual al angulo.D Z E . y el angulo . I . ygual al angulo. E . Pero el angulo.D Z I.es ygual al angulo.A C B.luego el angulo.A C B.es ygual al angulo.D ZE.y esta admitido quel angulo,B A C.es ygual al angulo.ED Z.luego el angulo B.que resta es ygual alangulo.E.que resta,luego el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo. DEZ,Luegosi dos triangulos tuuieren el vn angulo ygual al vn angulo,y proporcionales los lados de junto a yguales angulos , seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos , debaxo delos quales se estienden lados devna misma razon,lo qual se ofrecio demostrarse.

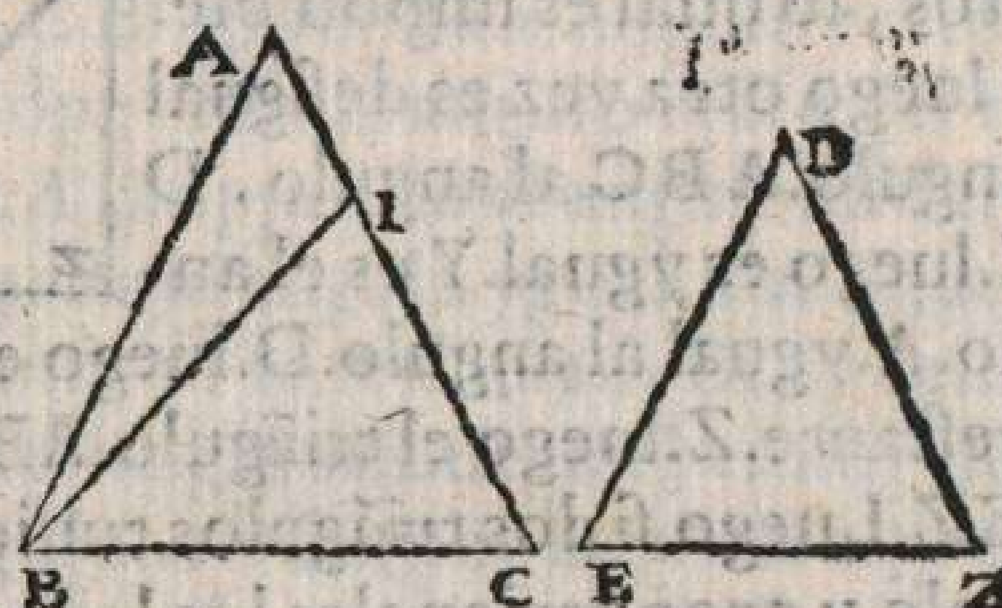
Theorema.7. Proposicion.7.

¶ Si dos tria ngulostuuieré elvn angulo ygual la vn angulo,y ꝓporcionales los lados dejũto a los otros angulos,pero el vno y el otro juntamente delos que restan o menor ,o no menor que recto,seran equiangulos los triangulos y tendran yguales los angulos, junto a los quales los lados son proporcionales.

Sean los dos triangulos.A B C.D E Z.que tengan el vnangulo ygual a vn angulo,conuiene a saber, el angulo.BAC. al angulo.E D Z.pero proporcionales los lados de junto a los otros angulos. A B C.D E Z.de manera que como se ha.A B. con.B C.assi.D E.con E Z.y ambos a dos juntamẽte los que estan enlos punctos.C.Z,quanto a lo primero mayores que recto.Digo quel triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo

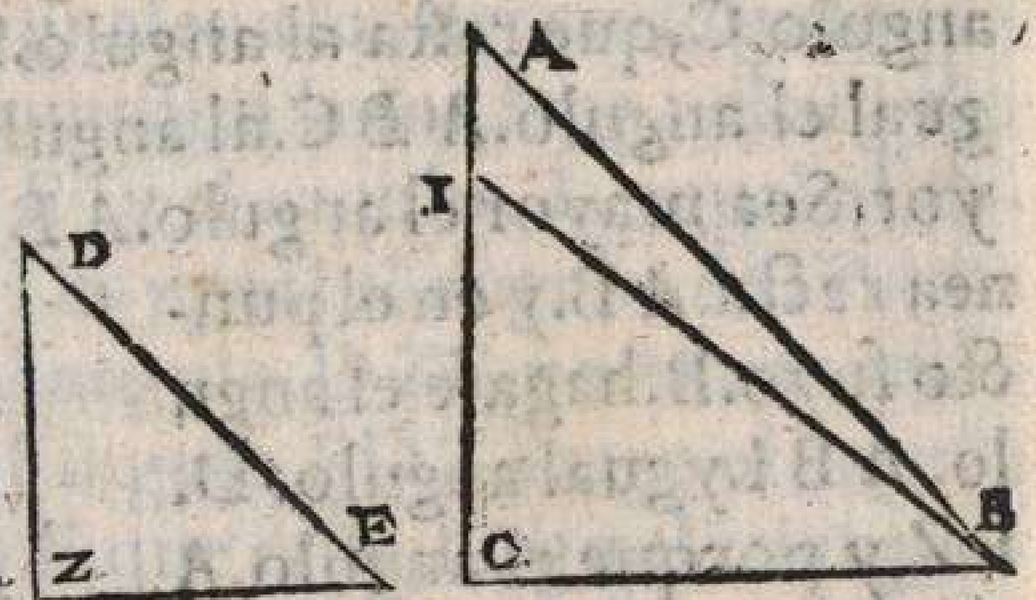
DEZ

D E Z.y que ſera ygual el angulo.A B C.al angulo.D EZ.y el angulo.C,que reſta al angulo.Z.que reſta Porque ſi es deſigual el angulo.A B C.al angulo .D E Z . el vno dellos es mayor,Sea mayor el argulo.A B C.y por la.23. del.1. ſobre la linea recta.A B.y en el puncto ſuyo.B.hagaſe el angulo. A B I.ygual angulo. D. E Z.y porque el angulo.A es ygual angulo.D.y el angulo.A B I.al angulo. D E Z.luego el angulo.A I B,q̃ reſta es ygual al ãgulo.D Z E.que reſta,luego el triangulo.A B I.es equiangulo al triãgulo.D E Z.luego por la.4.del.6.como ſe ha la.AB.con la BI aſsi ſe ha la.D E. con la.E Z.y eſta admitido q̃ como la. D E. con la.E Z.aſsi la.A B.con la.B C.luego por la.1 1. del quinto, como ſe ha la.A B,con la.B C.aſsi la.AB.cõ la,B I.luego, por la.9.del.5,la.A B,tiene vna miſma razon con cada vna de las dos.B C.B I.luego ygual es la.B C,ala.B I.por lo qual, por la 5.del.1.tambien el angulo.B I C.es ygual alãgulo.B CI.y ſupõgaſe el angulo.C.menor que recto,luego el angulo.B I C. es menor que recto.Por lo qualpor la.13.del.1.el angulo dela otra parte.A I B,es mayor que recto,y eſta demoſtrado q̃ es ygual al angulo.Z.luego el angulo. Z.es mayor que recto,Pero ſupponeſe por menor querecto,lo qual es abſurdo,luego el angulo.A B C.en ninguna manera es deſigual al angulo. D E Z.yes ygual el angulodel punto.A.al angulo.D. luego tambien el angulo,C.que reſta es ygual al ãgulo.Z.que reſta,por la.32.del,1.luego el triãgulo.A B C.es equiangulo al triãgulo DEZ.Otro ſi preſupongaſe que el vno y el otro de los angulos.C,Z,no es menor que recto.Digo otra vez q̃ es tãbien equiãgulo el triãgulo.A BC.al triangulo.D E Z.porque eſtando diſpueſto todo dela miſma manera, ſemejãtemẽte demoſtraremos q̃.B C.es ygual ala.BI.por lo q̃l tãbiẽ el ãgulo.C.es ygual al ãgulo.BIC,y el ãgulo.C.noes menor q̃ recto luego ni



2009 Ministerio de Cultura

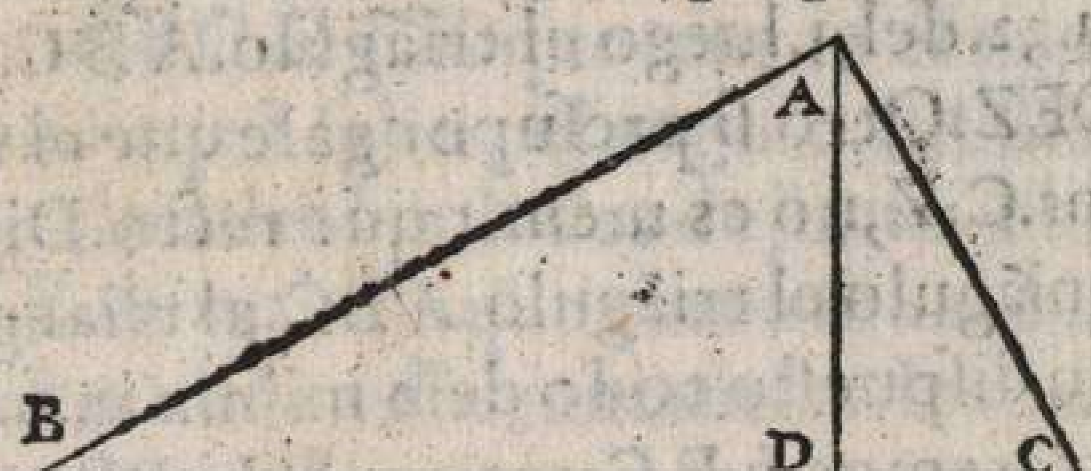
tápoco es menor q̃recto el angulo.B IC.luego(por la.17.del .1.)los dos angulos del triãgulo.B I C.no son menores q̃dos rectos, lo qual es impossible. No luego otra vez es desigual el angulo.A B C.al angulo . D E Z.luego es ygual. Y es el angulo.A.ygual al angulo.D.luego el angulo.C.q̃resta es ygual al restante.Z.luego el triãgulo.ABC.es equiãgulo al triãgulo D E Z.Luego si dos triãgulos tuuierẽ el vn ãgulo ygual al vn angulo y proporcionales los lados de junto a los otros angulos, pero el vno y el otro delos q̃ restã juntamente o menor, o no menor que recto, serã equiãgulos los triãgulos, y tẽdrã yguales los angulos, jũto a los quales los lados son proporcionales. Lo qual conuino demostrarse.



Theorema.8. Proposicion . 8.

¶Si enel triangulo rectãgulo se tirare vna perpendicular sobre la basis, desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular, son semejantes al todo, y entre si.

Sea el triãgulo rectãgulo. A B C. q̃ tiene recto el ãgulo.B A C. y tirese(por la.12.del.1.)desde.A.sobre.B C. la perpendicular A D. Digo q̃ cada vno de los dos triangulos. A B D. A D C. es semejante a todo el triãgulo. A B C. y tãbien entre si. Porq̃ es(por la. 4.peticion)ygual el angulo.B AC.al angulo. A D B.porque el



2009 Ministerio de Cultura

vno y el otro es recto, y el angulo. B. es comun delos mismos dos triangulos. A B C. A B D. luego el angulo que resta. A CB es ygual al angulo que resta. B A D (por la. 32. del. 1.) luego el triangulo. A B C. es equiãgulo al triangulo. A B D. luego (por la. 4. del. 6.) como se ha la. C B. oppuesta al angulo recto del triangulo. B A C. a la. B A. oppuesta al angulo recto del triangulo. B A D assi la misma. A B. oppuesta al angulo. C. del triãgulo. A B C. a la. B D. oppuesta al angulo ygual. B A D, del triangulo mismo. A B D. y tambien la. A C. a la. A D. opuesta al angulo. B. comũ delos dos triangulos. Luego el triangulo. A B C. es equiangulo al triãgulo. A B D. (por la. 7. del 6.) y tiene proporcionales los lados que estan junto a yguales angulos Luego el triangulo. A B C. es semejante al triangulo. A B D. (por la primera difinicion del sexto) Dela misma suerte demostraremos tambien que el triangulo. A D C. es semejante al triangulo, A B C. luego cada vno de los dos triãgulos. A B D. A D C. es semejante a todo. A B C. Digo tambien que aun entre si son semejantes los triangulos. A B D. A D C, porque el angulo recto. B D A. es ygual al angulo recto. A D C (por la quarta peticion) y esta demostrado que tambien es ygual el angulo. B A D al angulo. C. Luego el angulo. B. que resta es ygual al angulo q̃ resta. D A C. luego el triangulo. A B D. es equiangulo al triangulo. A D C. luego como se ha la. BD. opuesta al angulo. B A D. del triangulo. A B D, cõ la. D A. opuesta al angulo. C. del triangulo. A D C. ygual al angulo. B A D. assi la. A D. opuesta al angulo. B. del triangulo. A B D. con la. D C oppuesta al angulo. D A C. del triangulo. A D C. ygual al angulo, B. y demas desto la. B A, con la. A C. que estã oppuestas a los angulos rectos. Luego el triangulo. A B D. es semejante al triangulo. A D C. Luego si enel triangulo rectangulo se tirare vna perpendicular sobre la basis desde el angulo recto, los triangulos de sobre la perpendicular son semejãtes al todo, y entre si. Lo qual conuino demostrarse.

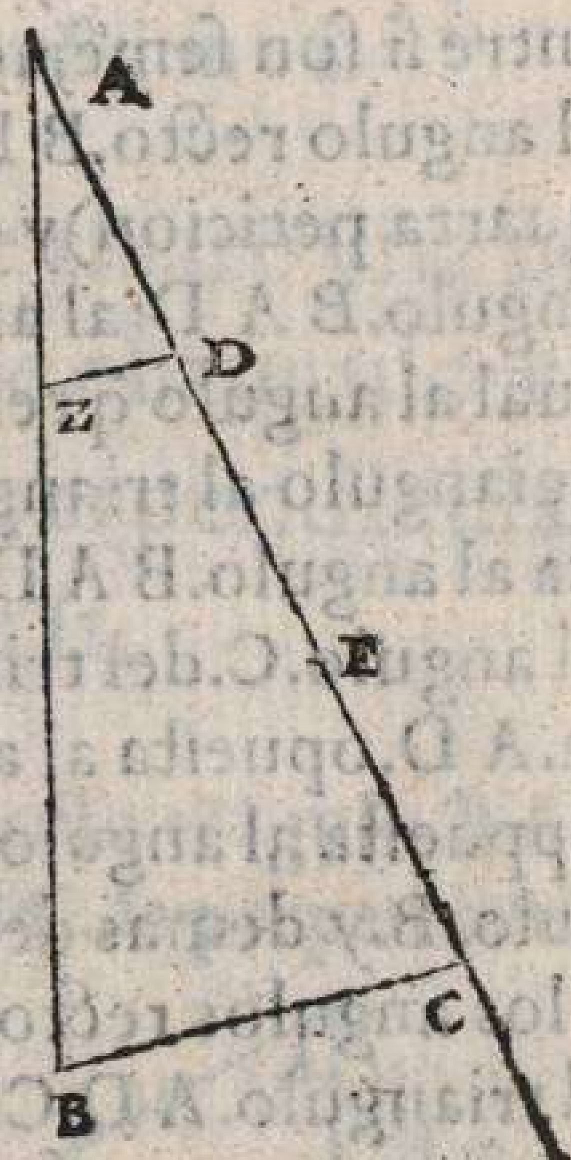
Corelario.

2009 Ministerio de Cultura

¶ De aqui es manifiesto que si en el triangulo rectangulo desde el angulo recto se tira vna perpendicular sobre la basis, la que es tirada es media proporcional a las partes dela basis: y de mas desto el lado de jũto a la parte es medio proporcional entre toda la basis y la misma parte: que se hauia de demostrar.

Problema.1. Proposicion. 9.

¶ Dada vna linea recta, cortar vna parte que nos mandan.



❧ Sea la linea recta dada. A B. conuiene de la misma. A B. cortar vna parte q̃ nos mandan. Mandese vna tercera parte, y tire se desde. A. la linea recta. A C. que haga con la. A B. angulo, y tomese en la. A C. vn puncto a caso, y sea. D. y hagase (por la. 2. del. 1.) la. D E. ygual a la. A D. y tambien la E C. y tirese. B C. y por el puncto. D. (por la, 31. del. 1.) tirese la. D Z. parallela ala. B C Pues porque al vn lado. B C. del triãgulo A B C. se tiro la. Z D. parallela, luego es proporcionalmẽte (por la. 2. del. 6.) q̃ como la. C D. cõ la. D A. assi la. B Z. cõ la. Z A y la. C D. es dupla a la. D A. luego tãbien es dupla la. B Z. a la. Z A. luego la. B A. es tripla a la. A Z, luego dada la linea recta. A B. se corto la tercera parte. A Z. que se mando. Lo qual conuino hazerse.

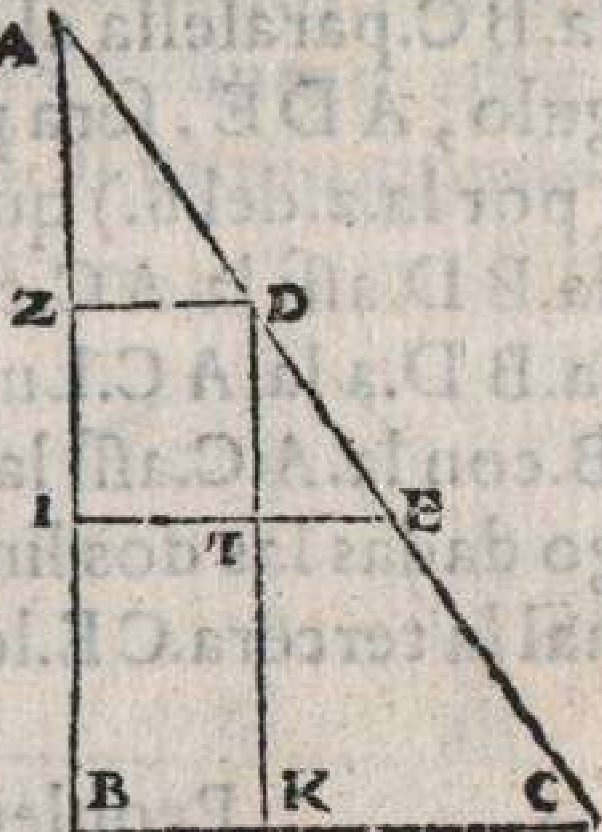
Pro-

2009 Ministerio de Cultura

Problema. 2. Propoſicion. 10.

¶Dada vna linea recta no diuidida, diuidirla ſemejãtemẽte a vna linea recta dada cortada

☙Sea la linea recta dada no cortada. A B. y la cortada ſea. A C, conuiene cortar la linea recta. A B. ſemejantemente a la linea recta cortada. A C. Sea la linea. A C. diuidida en los pun ctos. D. E. y eſten pueſtas de ſuerte que hagã angulo qualquie ra, y tire ſe. B C. y por los punctos. D E. tiren ſe. D Z. E I. parallelas. a la. B C (por la treynta y vna del primero) y por. D. ſaque ſe. D T K. parallela a la. A B. (por la miſma) ſera pues parallelogramo cada vno de los dos. Z T. T B. luego. D T. es ygual a la. Z I. y la. T K. a la. I B. Y por que al vn lado. K C. del triangulo. D K C ſe tiro parallela la linea recta. T E. luego (por la ſegunda del. 6.) ſera proporcionalmente, que como la. C E. con la. E D. aſſi la. K T. con la T D. y la. K T. es ygual a la. B I. y la. T D. a la. I Z. Luego ſera (por la ſegunda del quinto) que como. C E. con la. E D, aſſi la B I, con la. I Z. Otro ſi porque ſe tiro la. Z D. parallela al vn lado. I E. del triangulo. A I E. luego es proporcionalmẽte (por la primera del. 6) que como la. E D. con la, D A. aſſi la. I Z. con la. Z A. y demoſtroſe que como la. C E. con la. E D. aſſi la. B I. con la. I Z. luego ſera que como la. C E. con la. E D. aſſi la. B I. con la. I Z. y como la. E D. con la. D A. aſſi la. I Z. con la. Z A. luego dada la linea recta no cortada. A B. cortoſe ſemejante mente a la linea recta dada cortada. A C, Lo qual conuenia hazerſe,

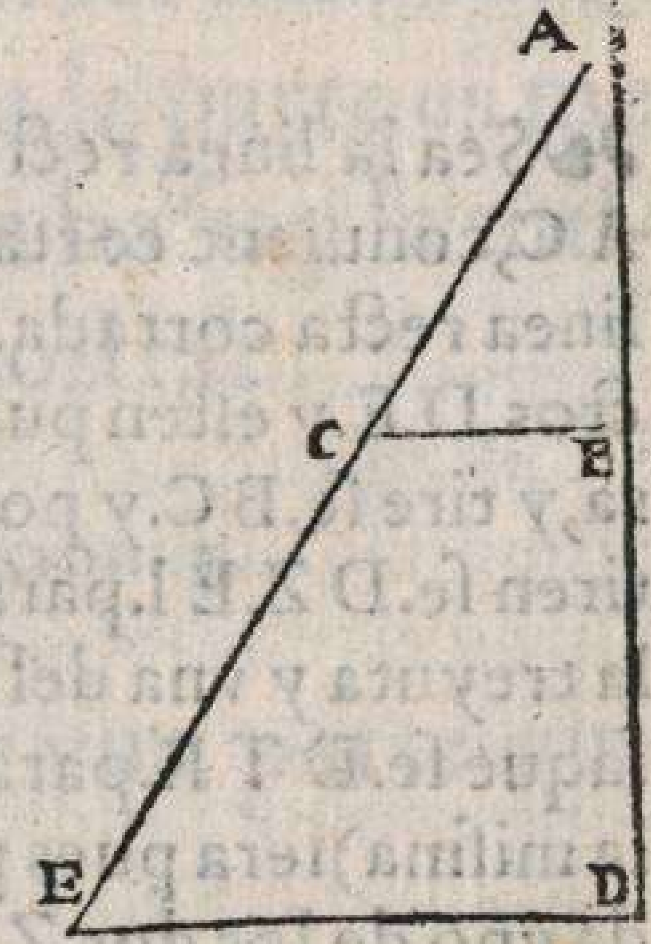


Problema. 3. Propoſicion. 11.

2009 Ministerio de Cultura

¶Dadas dos lineas rectas, hallar otra tercera proporcional.

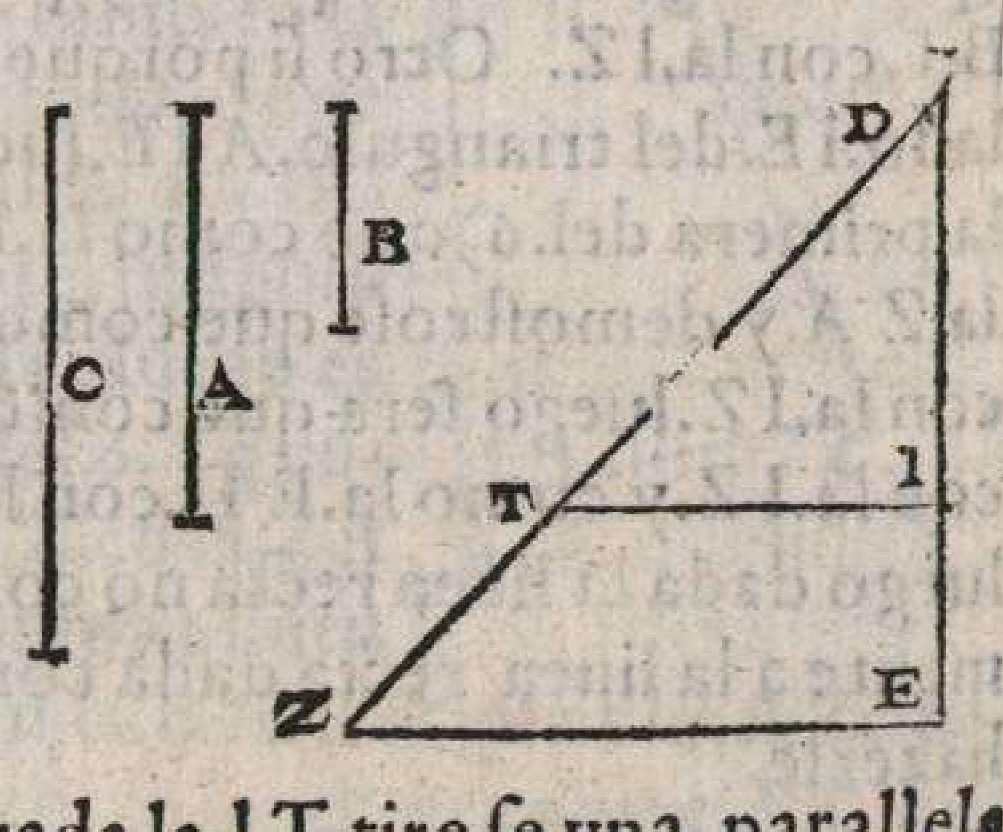
❧Sean las dos lineas rectas dadas.B A.A C.yesten de manera que hagan angulo a caso.conuiene a las dos.B A.A C. hallarles vna tercera proporcional. Estiēdanse la.B A.y la.A C. asta los punctos D.E.y ponga se la·B D(por la.2. del.1.) ygual a la.A C.y tirese.B C.y saque sela D E,por el puncto.D.(por la.31. del.1.) parallela con.B C.Pues porque se tiro la.B C.paralella al vn lado.D E.del triãgulo, A D E. sera proporcionalmente (por la.2.del 6.) que como la.A B, con la.B D.assi la.A C.con la.C E.y es ygual la.B D.a la.A C.Luego como se ha la.A B.con la.A C.assi la.A C.con la. C E.luego dadas las dos lineas rectas.A B.A C.se leshallo proporcional la tercera.C E.lo qual conuenia hazerse.



Problema. 4. Proposicion.12.

Dadas tres lineas rectas hallarvna quarta proporcional.

❧Seã tres lineas rectas dadas.A.B.C·conuiene a estas A.B.C.hallarles vna quarta proporcional.Pongãse dos lineas rectas. D E.D Z.que contenganvn angulo a caso y sea.E D Z.y pongase(por la.2.del.1.)la. D I.ygual a la A.y la,I E ygual a la.B. y tãbien la,D T.ygual a la.C. y tirada la.I T.tire se vna parallela a ella por el pũcto.E.y sea.E Z.(por la.31.del. 1.)Pues porque se tiro

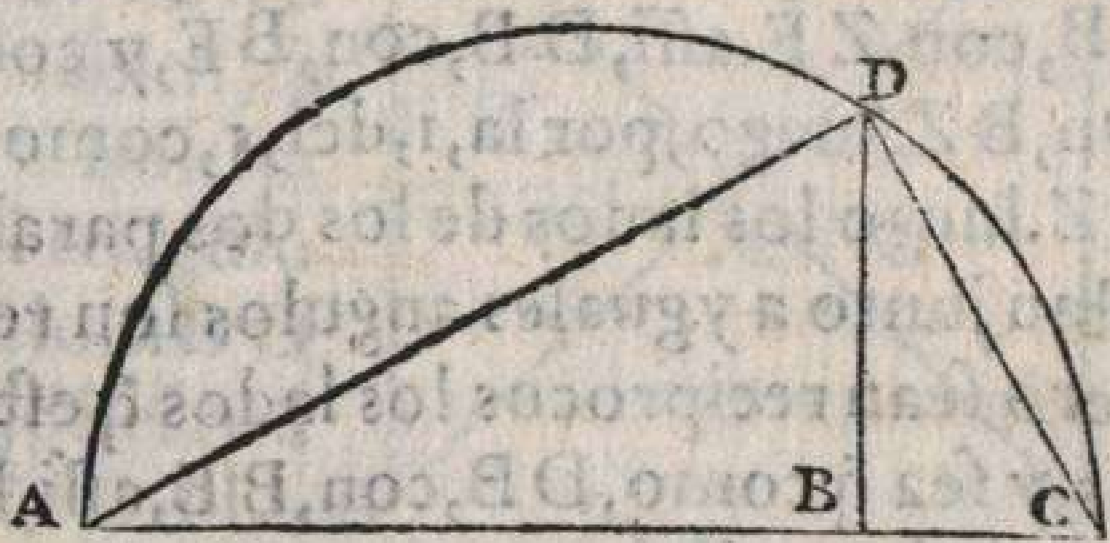


se tiro la.I T.prallela alvn lado.E Z. del triãgulo.DEZ.luego (por la.2.del.6.)como se ha.D I.cõ la.I E,assi la.D T.cõ la.T Z y es ygual la.D I.a la.A.y la.I E.a la.B.y la,D T.a la. C.luego como la.A.cõ la.B.assi la.C.con la.T Z.Luego hallose la quarta linea.T Z.proporcional a las tres lineas rectas dadas.A.B C.Lo qual conuenia hazer se.

Problema.5. Proposiciõ.13.

¶ Dadas dos lineas rectas hallar vna media proporcional.

Seã dos lineas rectas.A B.B C.conuiene delas dos.AB BC hallar vna media proportional.Disponganse en lineas rectas (por la.14.del.1.)y describase sobre la. A C. el medio circulo A D C.y saquese,por la onze del.1.desde el puncto,B, la linea,B D,en angulos rectos sobre la linea,A C,y tiré se,A D D C.Porque, por la.31. del, 3, el angulo q̃ esta



enel medio circulo que es.A D C.es recto, y porq̃ enel triãgulo rectangulo,A D C,desde el angulo recto sobre la basis se tiro la perpdicular,D B,luego,por el corelario de la,8.d̃l,6, la linea.D,B,es media proporcional a las partes dela basis.A B,B C,luego dadas dos lineas rectas,A B.B C, se les hallo la media proporcional,D B,Lo qual conuino hazerse,

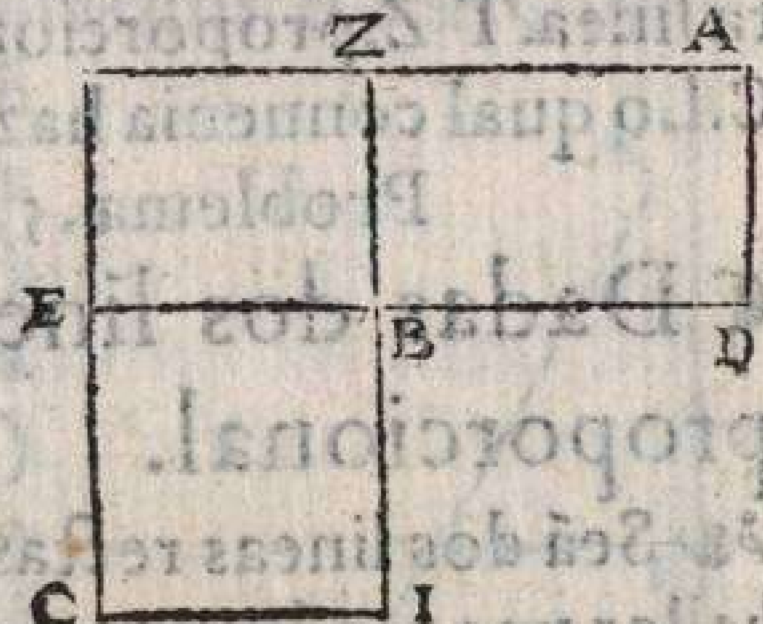
Theorema.8, Proposicion.14

¶ Son reciprocos los lados que estan junto a yguales angulos delos parallelogrãmos yguales y q̃ tienen el vn angulo ygual alvn angulo: y en los parallelogramos que tienẽ elvn angulo ygual al vn angulo y sus lados son reciprocos,tambien ellos son yguales entre si.

Sean

2009 Ministerio de Cultura

Sean los parallelogrãmos yguales, A B, B C, que tengan yguales los angulos de junto a la, B. y ponganse, por la. 14, del primero, en lineas rectas. D B. B E. luego tambien estan en lineas rectas. Z B. B I, por la, 15. del, 1, Digo que son reciprocos los lados de los dos. A B, B C, que estan junto a yguales angulos, esto es, q̃ como se ha la. B D con la. B E, assi es la, I B, con la B Z. cũpla se el parallelogrãmo Z E, pues porq̃ (por la supposiciõ) es ygual el pallelogrãmo. A B, al parallelogrãmo, B C, y es vn otro, Z E, luego, por la, 7 del, 5, sera que como, A B, con, Z E, assi, BC, con, Z E, y como A B, con, Z E. assi, D B, con, B E, y como, B C, con, Z E, assi, I B con, B Z, luego, por la, 1, del, 5, como, D B, con, B E, assi, I B, cõ B Z. luego los lados de los dos parallelogramos, A B, B C, q̃ estan junto a yguales angulos son reciprocos,



Pero sean reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos, y sea q̃ como, D B, con, B E, assi, I B, con, B Z, Digo que es ygual el parallelogramo, A B. al parallelogrãmo, B C, Porq̃ como se ha, D B, con, B E, assi, I B, con, BZ, y tãbiencomo, DB cõ, B E, assi, por la, 1, del, 6, el parallelogramo, AB, con el parallelogramo. Z E, y como, I B. cõ. B Z. assi el parallelogramo. B C. cõ el pallelogramo. Z E, luego (por la. 11. del, 5.) como. A B. cõ. Z E. assi. B C, con Z E. luego ygual es el pallelogrãmo. A B al pallelogrãmo. B C. luego los lados de yguales y equiangulos parallelogrãmos son reciprocos, los quales estan junto a yguales angulos. Y los parallelogramos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo y sus lados son reciprocos tambien ellos son yguales entre si. Lo qual conuino demostrarse.

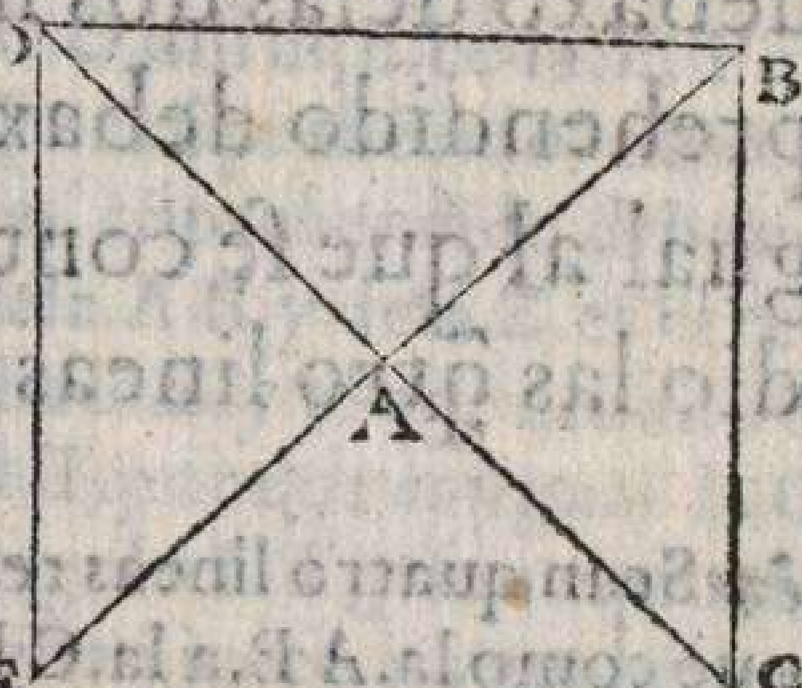
Theorema. 10 Proposicion. 15,

¶ Son reciprocos los lados q̃ estã jũto a yguales ãgulos delos triãgulos yguales y q̃ tienẽ el

vn

vn angulo ygual al vn ãgulo: y los triãgulos q̃
tienẽ el vn angulo ygual al vn angulo, y ſus la
dos ſõ reciprocos, tãbiẽ ellos ſõ yguales ẽtre ſi

Seã yguales los triãgulos. A B C. A D E. y q̃ tẽgã el vn angu
lo ygual al vn ãgulo, eſto es, el angulo. B A C. ygual al angulo
D A E. Digo q̃ los lados q̃ eſtã junto a yguales angulos de los
dos triãgulos. A B C. A D E. ſon reciprocos, cõuiene a ſaber q̃
como ſe ha. C A. cõ A D. aſsi. E A. cõ. A B. Põgãſe, por la. 14. del
1, en lineas rectas. C A. cõ. A D. Luego en derecho eſta. E A. cõ
A B. y tireſe la linea. B D. Pues porq̃
(por la ſuppoſiciõ) el triãgulo. ABC
es ygual al triãgulo. A DE. y es vn o
tro. BAD. Luego (por la. 7. del 5.) ſe
ra q̃ como el triãgulo. A C B. ſe ha
cõ el triãgulo. ABD. aſsi el triãgulo
A E D. cõ el miſmo triãgulo. AB D
y como el triãgulo. A BC, cõ el triã
gulo. A B D. aſsi la. C A. cõ la. A D.



por la. 1. d̃l. 6, y tãbiẽ, por la miſma
como el triãgulo. E A D. con. B A D. aſsi la. E A. cõ la. A B. lue
go (por la. 11. del. 5.) como la. C A. a la. A D. aſsi la. E A. a la. B A
luego ſon reciprocos los lados q̃ eſtan junto a yguales angu-
los de los triangulos. A B C. A D E. Pero ſean reciprocos los
lados de los dos triangulos. A B C. A D E. y ſea que como ſe
ha. C A. con. A D. aſsi la. E A. con la, A B. digo que es ygual el
triangulo, A B C. al triangulo. A D E. Porque tirada otra vez
B D. porque como ſe ha la. C A. con la. A D. aſsi la. E A. con la
A B. Y como ſe ha la. C A. con la. A D, aſsi el triangulo. A B C.
con el triangulo. B A D. y como la. E A con la. A B. aſsi el tri
angulo. E A D. con el triangulo. B A D. luego como el trian-
gulo. A B C. con el triangulo. B A D. aſsi el triangulo. E A D.
cõ el triãgulo. B A D, luego cada vno delos dos. A B C, E A D
tiene vna miſma razõ cõ, B A D, luego, por la. 9, d̃l, 5, ygual es
el triãgulo. A B C, al triãgulo. E AD, Luego ſon recipocos los
lados

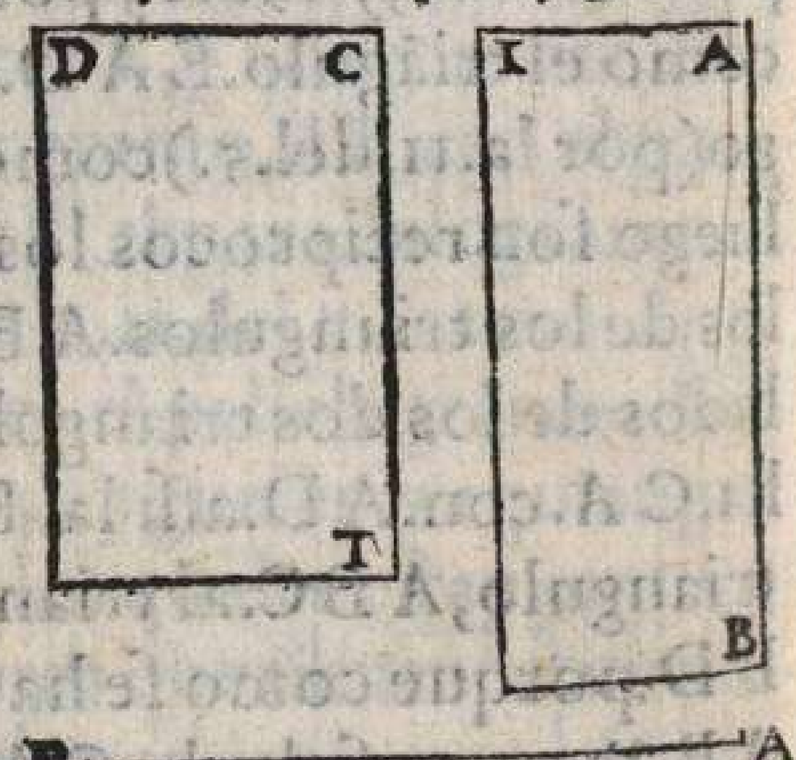
2009 Ministerio de Cultura

lados q̃ eſtan junto a yguales angulos delos triangulos yguales y que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y los triãgulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y ſus lados ſõ reciprocos, tambien ellos ſon yguales entreſi. Lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.11. Propoſicion.16

¶Si quatro lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo comprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al comprehendido debaxo delas dos medias: y ſi el rectangulo cõprehendido debaxo de las extremas fuere ygual al que ſe contiene debaxo delas de ē medio las q̃tro lineas rectas ſerã proporcionales

Sean quatro lineas rectas proporcionales, B A. C D. E, Z. que como la. A B. a la. C D, aſſi la. E. a la. Z. digo que el rectangulo comprehendido debaxo dela. A B. y dela. Z, es ygual al rectangulo que ſe contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Porq̃ ſaquenſe (por la. 11. del. 1.) deſde los punctos. A, C, en angulos rectos ſobre, A B. CD. lineas rectas las dos. A I, C T. y pongaſe (por la. 2, del. 1.) la. A I. ygual a la. Z. y la. C T. ygual a la. E. y cunplanſe los parallelogrammos, I B. T D. y porque como ſe ha la A B. cõ la. C D. aſſi es la, E. cõ la, Z. y es ygual la, E. a la, CT y la. Z. a la. AI. luego ſera q̃ como la A B, cõ la. C D. aſſi. CT, cõ la. A I, luego (por la. 14. del. 6.) los lados delos parallelogrãmos. B I. D T. ſon reciprocos, q̃ eſtan junto a yguales angulos, y de los parallelogrammos equiangulos



2009 Ministerio de Cultura

angulos cuyos lados son reciprocos q̃ estan jũto a yguales angulos, ellos tãbien son yguales, luego el parallelogramo. B I. es ygual al parallelogramo. D T. y es el parallelogramo. B I. el q̃ se comprehende debaxo dela. A B. y dela. Z. porq̃ la. A I. es ygual a la. Z. y el parallelogramo. D T, es el que se cõprehẽde debaxo dela. C D. y dela. E. porq̃ es ygual la. C T. a la. E. luego el rectãgulo cõtenido debaxo dela. A B. y dela. Z. es ygual al rectangulo q̃ se contiene debaxo dela. C D. y de la. E. Pero sea ygual el rectangulo q̃ se comprehende debaxo de la. A B y de la. Z. al rectangulo q̃ es cõprehendido debaxo de la. C D y de la. E. Digo que las quatro lineas rectas seran proporcionales, que como se ha la, A B. cõ la. C D. assi la, E. cõ la. Z. Porq̃ hechas las mismas cosas por q̃ el q̃ es cõprehẽdido d̃baxo de la. A B. y dela. Z. es ygual al que es cõprehendido debaxo de la. C D. y dela. E. y el q̃ debaxo dela. A B. y dela. Z. es el rectangulo. B I. porque la. A I. es ygual a la. Z. y el que debaxo d̃ la. C D. y dela. E. es el rectangulo. D T. porque es ygual la. C T. a la. E. luego. B I. es ygual al rectangulo. D T, y son equiangulos. Y son reciprocos los lados q̃ estan junto a yguales angulos de los parallelogramos yguales y equiangulos (por la 14. del. 6.) luego sera (por la. 10. del, 5.) q̃ como la. A B. a la. C D. assi la. C T. a la. A I. y es ygual la. C T. a la. E. y la. A I. a la. Z, luego sera que como la. A B. con la. C D. assi la. E. cõ la. Z, Luego si quatro lineas rectas fueren proportionales, el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo cõprehendido debaxo delas dos de en medio. Y si el rectangulo cõprehendido debaxo de las dos extremas es ygual al rectangulo comprehendido debaxo de las dos de en medio, las quatro lineas rectas serã proporcionales, lo qual conuenia demostrarse.

Theorema. 12. Proposiciõ. 17.

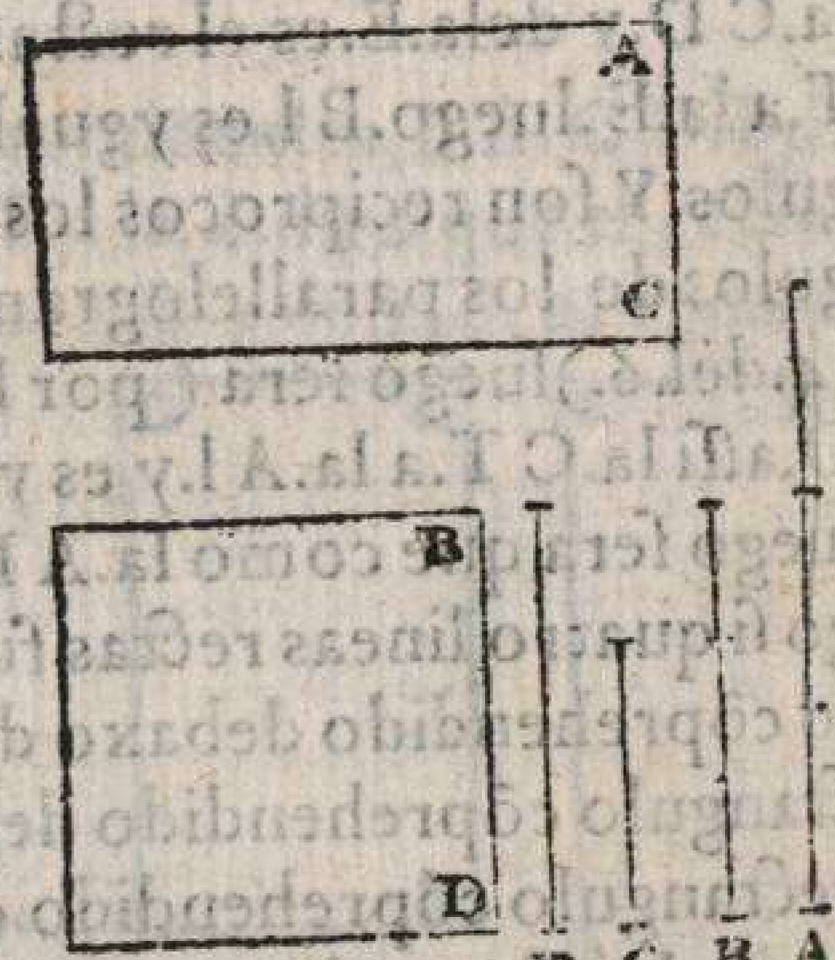
¶Si tres lineas rectas fueren proporcionales, el rectangulo q̃ es comprehẽdido debaxo de

las

2009 Ministerio de Cultura

las extremas es ygual al quadrado que se haze dela de en medio: y si el rectangulo que es cõtenido debaxo de las extremas fuere ygual al quadrado dela de en medio, las tres lineas rectas seran proporcionales.

Sean tres lineas rectas proporcionales. A.B.C. que como la.A.con la.B.assi la.B.con la.C.Digo que el rectangulo comprehendido debaxo de las dos, A.C, es ygual al quadrado de la.B. Põgase(por la.2.del.1.)la linea.D.ygual ala.B.y porque (por la supposicion)como se ha la.A.con la.B.assi la.B.conla C, y es ygual la.B.a la.D.luego(por la.7.del.5.)como la.A.cõ la.B.assi la.D.con la, C.Y si quatro lineas rectas fuerẽ proporcionales el rectangulo comprehendido debaxo de las extremas es ygual al rectangulo que se contiene debaxo de las de en medio(por la, 16.del, 6.)luego el que se comprehende debaxo de.A.C. ygual es al que debaxo de las. B. D.y el que debaxo de las.B. D. es el quadrado dela.B. porque la.B. es ygual a la.D.luego el rectangulo comprehendido debaxo de.A. C es ygual al quadrado que se haze de la.B. Pero sea que el que es debaxo de.A.C. comprehendido



sea ygual al quadrado de la.B.Digo que sera qne como la. A ala.B.assi la.B.a la.C. Porque hechas las mismas cosas, porq̃ el rectangulo de la.A.y de la.C.es ygual al quadrado de la.B. y el quadrado de la.B.es el que debaxo d̃ la.B.y de la.D.porq̃ es ygual la.B.a la.D.luego el q̃ es cõtenido debaxo de la, A.y de la.C.es ygual al q̃ debaxo dela.B.y dela.D.y si el q̃ debaxo delas extremas fuere ygual al que debaxo delas de en medio

las qua

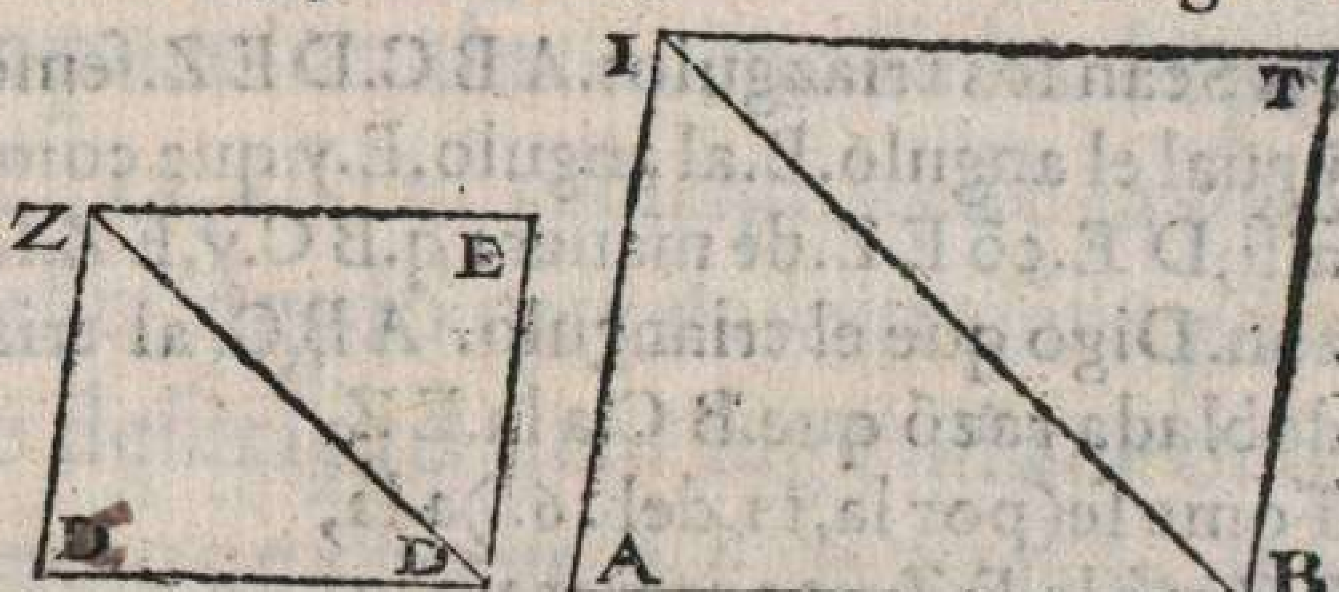
2009 Ministerio de Cultura

las quatrolineas rectas sonproporcionales(por la.16.del.6.) luego como se ha la.A.con la.B.assi la.D.con la.C,y es ygual la.B,a la.D.luego como la.A.cō la.B.assi la.B.cō la.C. Luego si tres lineas rectas fuerē proporcionales el rectāgulo cōprehendido debaxo de las extremas es ygual al quadrado de la de en medio,y si el rectāgulo que es comprehēdido debaxo delas extremas esygual al quadradodela de ē medio,las tres lineas rectas serā ꝓporcionales.Lo qual cōuenia demostrar.

Problema.6. Proposicion.18,

¶De vna linea dada recta describir vn rectilineo semejante y semejantemente puesto a vn rectilineo dado.

❧Sea la linea recta dada.A B.y el rectilineo dado.C E.conuiene hazer de la linea recta dada.A B.vn rectilineo semejante al rectilineo.C E.y semejantemente puesto. Tirese la linea D Z.y hagase(por la.23.del.1.)sobre la linea recta.A B.y sobre los punctos en ella.A .B.el angulo. A I B . ygual al angulo.C Z D.y el angulo.A B I.ygual al angulo · C D Z. luego el angulo.D C Z.q̄ resta es ygual al angulo. A B I. luego el triangulo.C Z D es equiāgulo al triangulo.I A B (por la.4.del. 6.) luego



es proporcionalmente,que como se ha.Z D.con la.I B.assi. Z C.con la.I A.y la.C D.cō la. A B.Otro si hagase(por la.23.dl.1. sobre la linea recta.B I.y sobre los punctos en ella.B.I. el angulo.B I T.ygual al angulo.D Z E.y el angulo.I B T.ygual al angulo.Z D E.luego el angulo.E.q̄ resta es ygual al āgulo. T. que resta,luego el triāgulo.Z D E.es equiangulo al triangulo

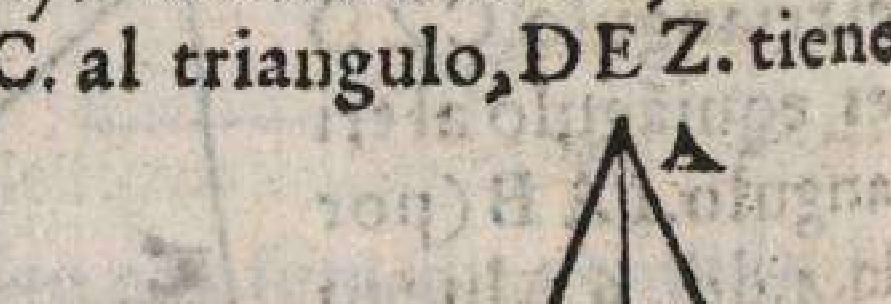
2009 Ministerio de Cultura

I B T.luego sera proporcionalmente q̃ como se ha la.Z D.cõ I B.assi la.Z E.con la.I T.y la.E D.con la.T B.(por la.4.del.6) y esta demostrado que como la.Z D,cõ la.I B.assi la.Z C.con la.I A.y la.C D.cõ la.A B.luego(por la.11. del,5.) como se ha C Z.con la.A I.assi la.C D.con la.A B.y la.Z E.cõ la.I T.ytam bien la.E D.con la,T B.Yporque es ygual el angulo.C Z D.al angulo.A I B,y el angulo.D Z E.al angulo.B I T. luego el angulo todo.C Z E.es ygual al angulo todo.A I T·y por lo mismo tãbien el angulo.C D E.es ygual al angulo. A B T.y es tã bien el angulo.C.ygual al angulo.A.y el angulo . E .al angulo T.luego.A T.es equiangulo al mismo.C E. y tiene proporcionales a el los lados que estan junto a yguales angulos.Luego (por la.1.definiciõ del,6.)el rectilineo.A T.es semejante al rectilineo.C E.luego de vna linea recta dada.A B. esta descrito el rectilineo.AB.semejante y semejãtemente puesto al rectilineo.C E.lo qual conuenia hazer se.

Theorema.13 Proposicion. 19

¶Los triangulos semejãtes entre si estã en dupla razon de los lados de semejante razon.

❧Sean los triangulos.A B C.D E Z.semejantes,y que tégan ygual el angulo.B.al angulo.E,y que como se ha.A B.con.BC assi,D E.cõ E Z.de manera q̃.B C.y.E Z.sean de semejante razon.Digo que el triangulo. A B C. al triangulo,D E Z. tiene doblada razõ que.B C.a la.E Z. Tome se(por la.11.del . 6.)a la, B C,y a la.E Z.vna tercera proporcional.B I. de suerte q̃ se hayan q̃ como la. B C. con la.E Z. assi la.E Z . con la.B I.y tire se la A I.Pues porque se han q̃ como la, A B.con la,B C,assi la.D E cõ



la.EZ

2009 Ministerio de Cultura

la.E Z.luego al traſtrocado(por la.16.dl.5.)como la,AB cōla D E.aſsi la.B Ccōla ,E Z.y como la.B C.cō la.E Z. aſſi es,E Z. cōla.B I.luego(por la.11.del.5)como la.A B.cō la.D E,aſsi la. EZ.cōla.B I.luego.(por la.15.del.6.)los lados delos triāgulos A BI.D E Z. ſon reciprocos q̃ eſtā junto a yguales angulos. Y los triangulos que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y ſus lados ſon reciprocos,tambien ellos ſon yguales entre ſi por la miſma.)luego el triangulo.A B I.es ygual al triangulo D E Z.Y porque es que como ſe ha.BC.con la.E Z.aſsi la.E Z con la.B I.y ſi tres lineas rectas fuerē proportionales. La primera ala tercera tendra doblada razon que ala ſegunda,luego la.B C.ala.B I.tiene doblada razon que ala E Z.(por la.10 definiciō del.5.)y como ſe ha la.B C.con la.B I.aſsi el triangulo.A B C.con el triangulo.A B I.(por la.1.del.6.)luego el triāgulo.A B C.tiene al triangulo.A B I.por la miſma definicion doblada razon que la.B C.ala.E Z.y es ygual el triangulo.A-B I.al triangulo.D E Z.luego tambien el triangulo,A B C. al triangulo.D E Z.tiene doblada razon que la.B C.ala.E Z.luego los triangulos ſemejantes entre ſi.eſtan en doblada razon delos lados de ſemejāte razon,lo qual cōuenia demoſtrarſe.

Corolario.

¶ De aqui es manifieſto que ſi tres lineas rectas fueren proporcionales como ſe ha la primera cō la tercera,aſsi el triangulo de la primera con aquel triāgulo que es ſemejāte y ſemejantemente deſcripto dela ſegunda. Porq̃ eſta demoſtrado que como la.C B.con la. B I aſsi eltriangulo.A B C.con el triangulo. D E, Z.lo qual conuenia demoſtrarſe.

Theorema.14. Propoſicion.20.

2009 Ministerio de Cultura

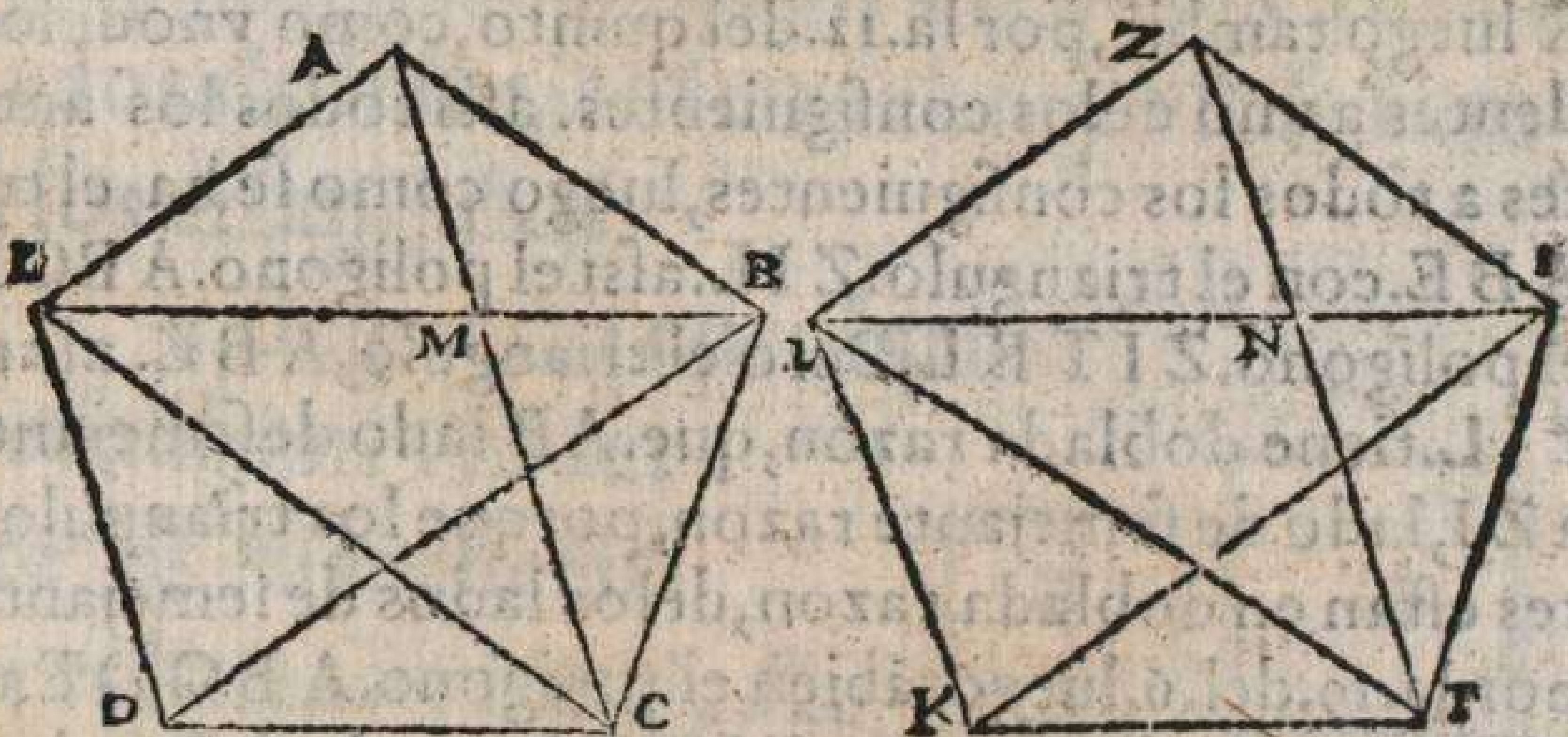
¶Semejantes poligonos se diuiden en semejá tes triágulos y yguales en numero, y en semejá te razon con los todos, y el poligono al poligo no tiene doblada razon que el lado de semejá te razõ allado de semejante razon.

❧ Sean semejantes los poligonos. A B C D E. Z I T K L. y sea A B. de semejante razõ a la. Z I, Digo q̃ los poligonos. A B C D E. Z I T K L. se diuiden en triangulos semejantes y yguales en numero, y en semejante razõ con los todos, y el poligono A B C D E. tiene doblada razõ al poligono. Z I T K L, de la q̃ tiene. A B. a la. Z I. Tirense. B E. E C. I L. L T. Porq̃ el poligono A B C D E (por la suposicion) es semejante al poligono. Z I T K L. es ygual el angulo. B A E. al angulo. I Z L. y habranse que como la. B A. con la. A E. assi la. I Z. con la. Z L. Pues porq̃ son los dos triangulos. A B E. Z I L. que tienen el vn angulo ygual al vn angulo, y proportionales los lados de junto a yguales angulos. Luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo. A B E. es equia n gulo al triangulo. Z I L. por lo qual tambien semejante. y es y gual tambien el angulo. A B E. al angulo. Z I L. y todo el angu gulo. A B C. es ygual a todo el angulo. Z I T. por la semejança de los poligonos. Luego el angulo que resta. E B C. es ygual al angulo que resta. L I T. Y porque por la semejança de los dos triangulos. A B E. Z I L. es que como se ha la. E B. con la. B A. assi la. L I. con la. I Z. y tambien por la semejança de los poligo nos es que como se ha la. A B. con la. B C. assi la. Z I. con la. I T luego por ygual (por la, 22. del. 5) sera que como la. E B. con la B C. assi la. L I. con la. I T. y los lados son proportionales que está júto a los yguales águlos. EBC. LI T. luego, por la. 6. del. 6 es equiangulo el triangulo. E B C. al triangulo. L I T, por lo q̃l tambien el triangulo, E B C, es semejante al triangulo, L IT, y por esso tambien (por la. 1, difinicion del, 6,) el triágulo, ECD, es semejante al triangulo. L T K. luego los poligonos. A B C D E. Z I T K L. estan diuididos en semejantes triangulos y y-

guales

2009 Ministerio de Cultura

guales en numero. Digo otrosi que son de semejante razon con los todos, esto es, que son proporcionales y antecedentes. A B E. E B C. E C D. pero cõsequentes de ellos. Z I L. L I T I T K. y que el poligono. A B C D E. con el poligono. Z I T K L tiene doblada razon que el lado de semejante razon con el lado de semejante razon, esto es, que. A B. con. Z I. Tirese. A C Z T. y porque por la semejança de los poligonos es ygual el angulo. A B C. al angulo. Z I T. y es que como se ha. A B. con B C. assi la. Z I, con. I T, luego el triangulo. A B C. (por la. 6. del 6.) es equiangulo al triangulo. Z I T. luego es ygual el angulo B A C. al angulo. I Z T. y el angulo. B C A. al angulo. I T Z. y por que es ygual el angulo. B A M, al angulo. I Z N. y esta demostrado que el angulo. A B M. es ygual al angulo. Z I N. luego el angulo que resta. A M B. es ygual al angulo que resta, Z N I luego (por la. 6. del. 6.) el triangulo, A B M. es equiangulo al triãgulo Z I N. De la misma manera tãbiẽ demostraremos q̃ el triangulo. B M C. es



equiangulo al triangulo. I N T, luego es proporcionalmente (por la. 3. del. 6.) que como se ha la. A M. con la. M B. assi la. Z N. con la. N I. Pero como. B M. con, M C. assi. I N. con N T. por lo qual por ygual (por la, 22. del. 5.) como se ha la. A M. cõ. M C. assi. Z N. cõ. N T. y como la. A M. cõ la. M C. assi el triãgulo A B M. cõ el triangulo. M B C. y el. A M E. cõ el. E M C, porque son entre si mismos como las bases (por la. 1. del. 6.) y como vno d̃ los antecedẽtes a vno delos cõsequẽtes (por la. 12. del. 5 assi todos los antecedẽtes a todos los cõsequẽtes. Luego por la cõuersiõ dela. 1. definiciõ del. 6. como se ha el triãgulo. A M B

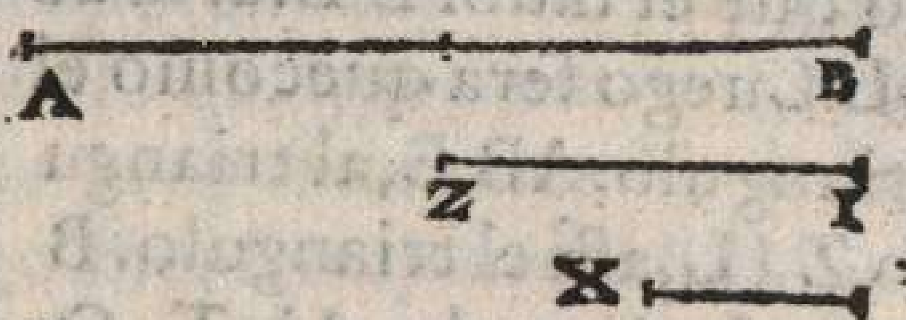
2009 Ministerio de Cultura

cõ el triãgulo.B M C.assi.A E B.con.C B E.y assi como.A MB con.B M C.asi.A M.con,M C,luego,por la.11.del.5.comola A M.con la.M C.asi el triangulo.A B E.con el triangulo.EB C.y por tanto como.Z N cõ.N T.asi el triangulo.Z I L,con el triangulo.I L T.luego es que como se ha la.AM.con la.M C.asi.Z N.con.N T.luego tãbiẽ,por la.11.del.5.como el triã gulo.A B E.con el triãgulo.B E C.asi el triãgulo.Z I L.cõ el triãgulo.I L T,y al trastrocado,por la.16.del.5.como el triã gulo.A B E.con el triangulo.Z I L.asi el triangulo.B E C.cõ el triangulo.I L T.Tambien demostraremos dela misma ma nera,tiradas.BD.I K.que tambien como el triangulo.E B C. con el triangulo.L I T.asi el triangulo.E C D. con el trian- gulo,L T K.Y porque es que como se ha el triangulo.A B E, con el triangulo,Z I L.asi el triangulo.E B C.con el triangu lo.L I T.y tambien el triangulo,EC D.con el triangulo.L T K luego tambiẽ,por la.12.del quinto,como vno delos antece dentes a vno delos consiguientes. asi todos los anteceden- tes a todos los consiguientes,luego como se ha el triangulo A B E.con el triangulo.Z I L.asi el poligono.A BC D E.con el poligono.Z I T K L.Pero el triangulo,A B E. al triangulo Z I L.tiene doblada razon,que.AB.lado de semejante razon a Z I,lado de semejante razon,porque los triangulos semejã tes estan en doblada razon,delos lados de semejante razon por la.19.del.6.luegotãbien el poligono.A B C D E.tiene do blada razon al poligono.Z I T K L.que la.A B.lado de seme jante razon a la,Z I. lado de semejante razon,Luego semejã tes poligonos se diuiden en semejantes triangulos,y yguales en numero,y en semejante razon con los todos, y el poligo no al poligono tiene doblada razon que el lado de semejãte razõ al lado de semejãte razõ,lo qual cõuenia demostrar se.

Primer corelario.

Por tanto vniuersalmente es manifiesto q̃ las figuras semejantes rectilineas entre si estã en du-

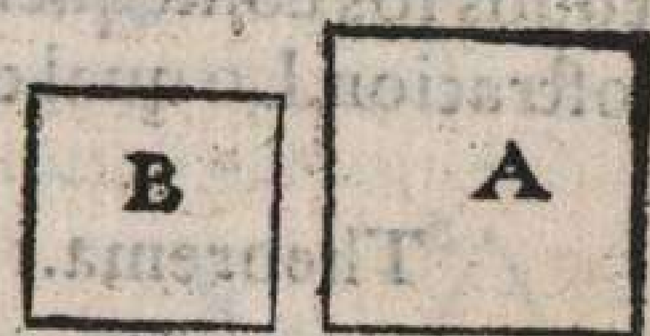
dupla razon de los lados de ſemejante razon
Y ſi de las dos.A B.Z I.tomamos otra propor
tional.x.lamiſma.AB
a la..X.tiene dupla ra
zon q̃ la.A B. a la. ZI,



pero tiene tambien el poligono o quadrilate
ro al quadrilatero dupla razon q̃ el lado de ſe
mejante razon al lado de ſemejãte razõ, eſto
es.A B,a la.Z I.y eſto vioſe enlos triãgulos. Y
tambien ſemejantemẽte ſe demoſtrara enlos
quadrados ſemejantes q̃ ſon en dupla razon
de los lados de ſemejante razon:y vioſe tam-
bien en los triangulos.

Segundo corolario.

Por tanto tãbien vniuer
ſalmente es manifieſto
que ſi tres lineas rectas, C,

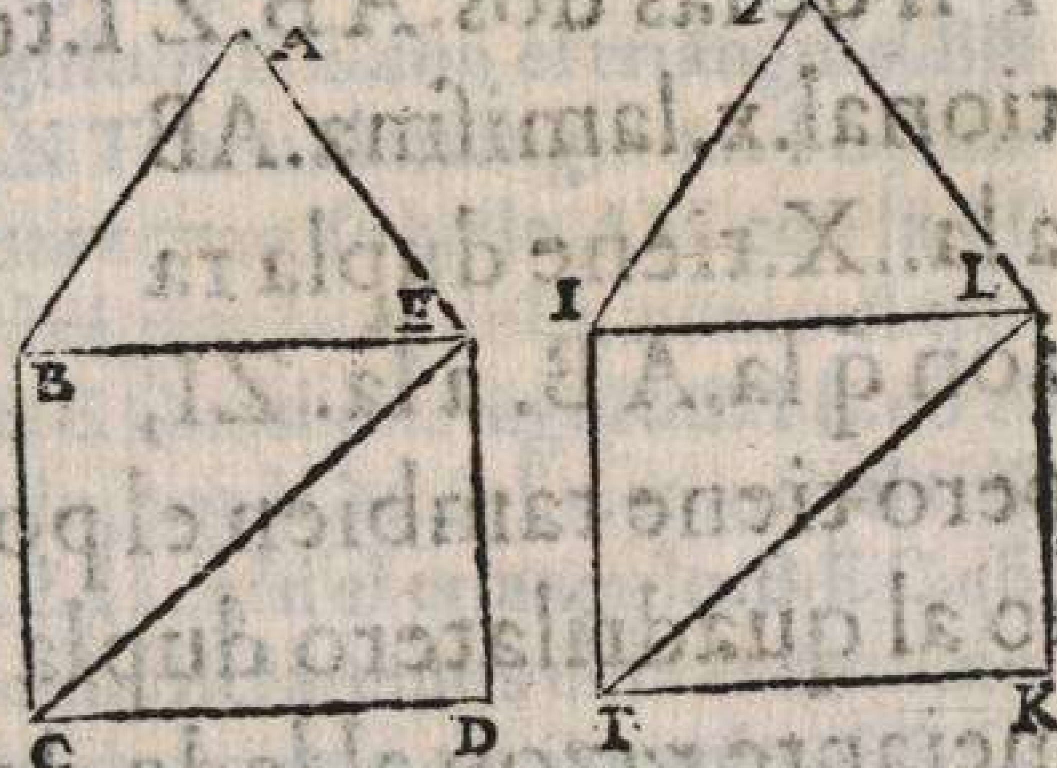


fueren proporcionales ſera que como la pri-
mera a la tercera,aſſi la figura que es deſcrita
dela primera a la q̃ de la ſegunda ſemejante,
y ſemejantemente.

En otra manera y mas facilmente demoſtraremos ſer los tri
angulos de ſemejante razon.Haganſe otra vez los poligonos
A B C D E.Z I T K L. y tiren ſe.B E.E C.I L.L T. digo que co
mo ſe ha el triangulo,A B E.con.Z I L,aſſi,E B C.con . L I T.
y tambien.C D E.con.T K L.porque es ſemejante el triangu-
lo.A B E.al triangulo.Z I L.luego(por la dezinueue del.6.) el

2009 Ministerio de Cultura

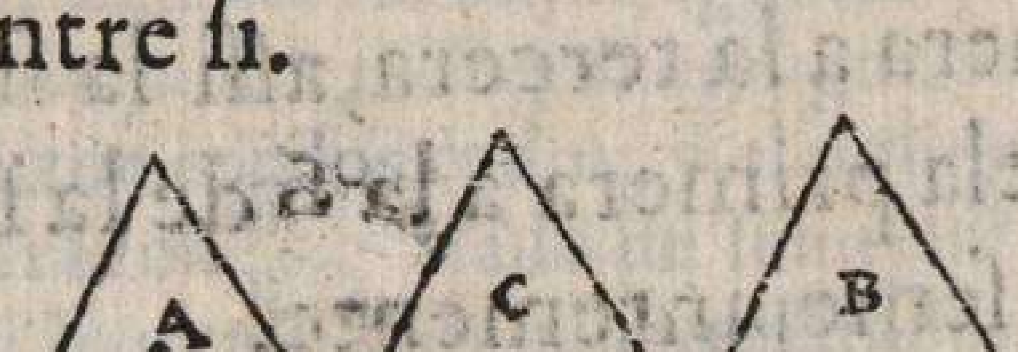
triangulo. A B E. tiene dupla razon al triangulo. Z I L. que la B E. a la. I L. y por tanto tambien el triangulo, B E C. al triangulo, I L T. tiene dupla razõ que el lado. B E. al lado I L. Luego ſera quecomo el triangulo. AB E, al triangulo, Z I L, aſſi el triangulo. B E C. al triangulo. I L T. Otroſi porque el triãgulo. E B C. es ſemejante al triãgulo. L I T. luego. E B C. tiene al triangulo. L I T. dupla razon que la recta linea C E. a la recta linea. T L. y por eſta cauſa tambien el triangulo. E C D. tiene doblada razon al triangulo. LTK que la. C E. a la. T L luego ſera que como el triangulo. B E C. al triangulo. I L T. aſſi. C D E. al triangulo. LTK. y vioſe que como. E B C. con. LIT. aſſi A B E. con. Z I L. luego tambien por la. 11, del. 5. como, A B E, con Z I L, aſſi, B E C, cõ I L T, luego tambiẽ (por la. 12. del. 5.) como vno de los antecedentes a vno de los cõſequentes, aſſi todos los antecedentes a todos los conſequentes, y lo de mas como en la primera demoſtracion. Lo qual conuenia demoſtrar.



Theorema. 15. Propoſicion. 21.

¶ Los que a vn miſmo rectilineo ſon ſemejantes, ſon ſemejantes entre ſi.

Sea el vno y el otro delos dos rectilineos. A B. ſemejãte al rectilineo C. digo que tambiẽ, A. es ſemejante a. B. porque es ſemejãte el rectilineo, A al rectilineo. C, ſera le tãbien equiãgulo (por la cõuerſion dela. 1. definicion del. 6.) y tendra proporcionales los lados q̃ eſtan jũto a yguales angulos, Yten porq̃



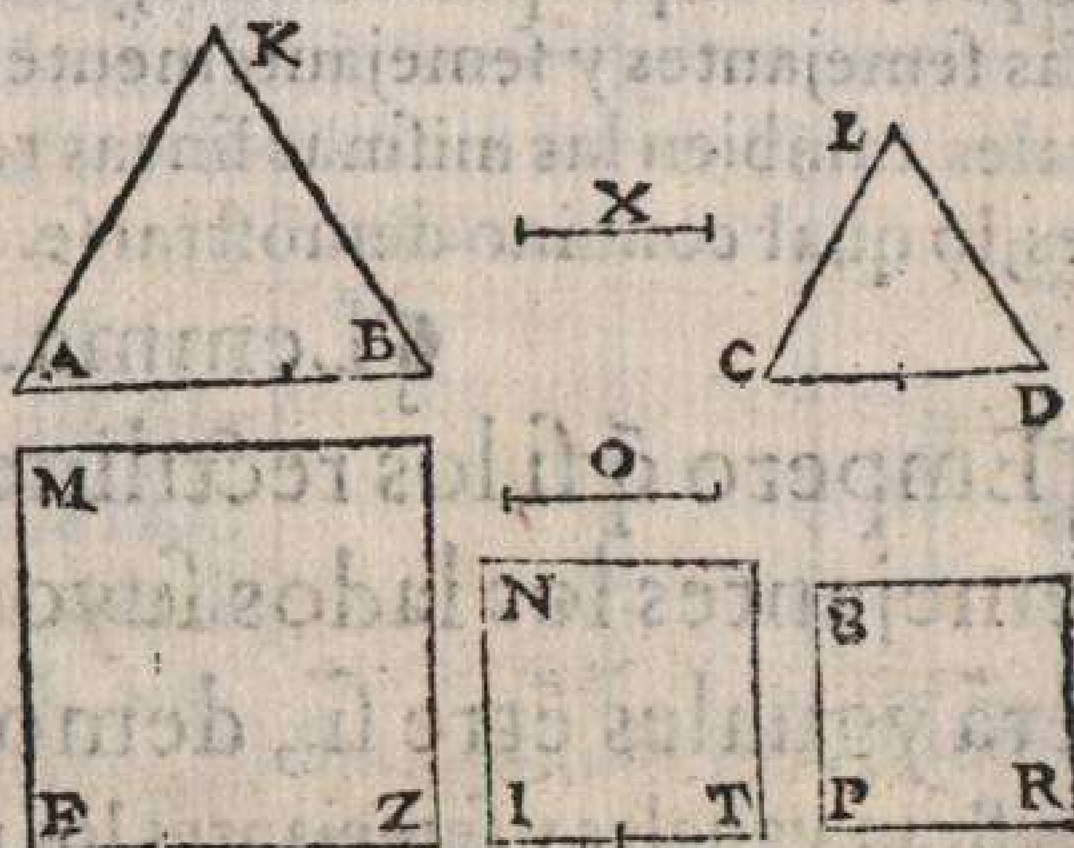
2009 Ministerio de Cultura

B.es ſemejante al rectilineo.C.luego es equiágulo a el,por la miſma,y tiene proporcionales los lados que eſtan junto a yguales angulos.Luego cada vno de los dos,A.B. es equiangulo a. C,por la.6.del.6, y tiene proporcionales los lados que eſtan junto a yguales angulos.Por lo qual,porla miſma,tambien.A.es equiangulo. a B.y tiene proporcionales los lados de junto a yguales angulos.luego.B.es ſemejante a. A.loqual conuenia demoſtrar.

Theorema. 16. Propoſicion.22.

¶Si quatro lineas rectas fueren proporcionales,tambien los rectilineos que ſe hazẽ de ellas ſemejantes y ſemejantemente deſcritos, ſeran proporcionales:y ſi los rectilineos de ellas fueren proporcionales, tambien las miſmas lineas rectas ſeran proporcionales.

Sean quatro lineas rectas. A B.C D.E Z.I T. que como la A B.con la,C D.aſſi la.E Z.con la.I T.y haganſe,por la.18, del ſexto,dela.A B.y dela.C D los rectilineos. K A B. L C D.ſemejantes,y ſemejantemente pueſtos,y delas dos E Z.I T, por la miſma, los rectilineos, M Z,N T, ſemejãtes y ſemejãtemẽte pueſtos Digo q̃ como ſe ha,K A B,cõ.L C D aſſi es, M Z. con. N T.Porque tome ſe, por la,11,del.6.vna tercera ꝓporcional.X. de las dos,



A B. C D. y vna tercia proporcional. O. de las dos.E Z, I T. y porque es que como la. A B. cõ la.C D.aſſi la.E Z.cõ la, I T y como la.C D.a la.X.aſſi la.I T .cõ lã.O.luego porygual,por la.22.del.5.)como la.AB.ala.X,assi la.E Z.ala.O. Pero como la A B,ala.X.assi. K A B.cõ,LCD(por el corelario.2.dela.20. del.6.)luego como la.E Z.ala.O.assi.M Z.cõ.N T.Pero sea q̃ como.K A B.cõ.LCD.assi.M Z.cõ.NT.digo q̃ sera q̃ como. A B.cõ CD.assi.E Z,con,l T.porq̃ hagase (por la.22.del.6.)q̃co mo la.A B.cõ la.C D.assi la.E Z.con.P R.y describase (por la 8,del.6.)dela linea P R.el.S R.semejante y semejantemẽte d̃s cripto a cada vno delos dos.MZ.NT.Pues porque es que co mo,A B,con C B.assi.E Z.con.P R.y se han hecho de las dos A B.C D.los,K A B.L C D.semejantes y semejantemẽte pue stos,y delas dos.E Z. P R, los semejantes y semejantemente puestos,M Z.S R.luego sera que como.K A B.con.LC D.assi M Z.cõ.S R.y como K A B.cõ.L C D.assi.M Z.cõ.N T. luego tãbiẽ(por la.11.del.5.como,M Z.cõ.S R,assi.M.Z.cõ.N T.lue go (por la.9.del.5.)Z M,tiene vna misma razõ con cada vno delosdos.N T.S R.luego ygual es.N T.a.S R.y es le semejãte y semejantemẽte puesto,luego.I T.es ygual a.P R.Y porq̃ es como. A B.ala,C D.assi.E Z.cõ.PR,yes ygual.P R,ala.I T.lue go sera que como.A B.cõ. C D.assi.E Z.con.l T.Luego si qua tro lineas rectas fuerẽ proportionales,tambien los rectiline os que son hechos dellas semejantes y semejantemente des criptos seran proportionales,y si los rectilineos hechos de llas semejantes y semejantemente hechos fueren proportio nales,tambien las mismas lineas rectas seran proportiona les,lo qual conuino demostrarse.

¶Lemma.

¶Empero q̃ si los rectilineos fueren yguales y semejantes los lados suyos de semejante razõ serã yguales ẽtre si, demostrarlo hemos assi.

Sean yguales y semejantes los rectilineos.N T .S R.y sea que como. T I.cõ.I N,assi,P R.con.P S.digo que es ygual la. R P.ala.I T.porque si son desiguales, la vna dellas sera ma yor,sea mayor.P R.que.T I.y porque es como.R P.con. P S

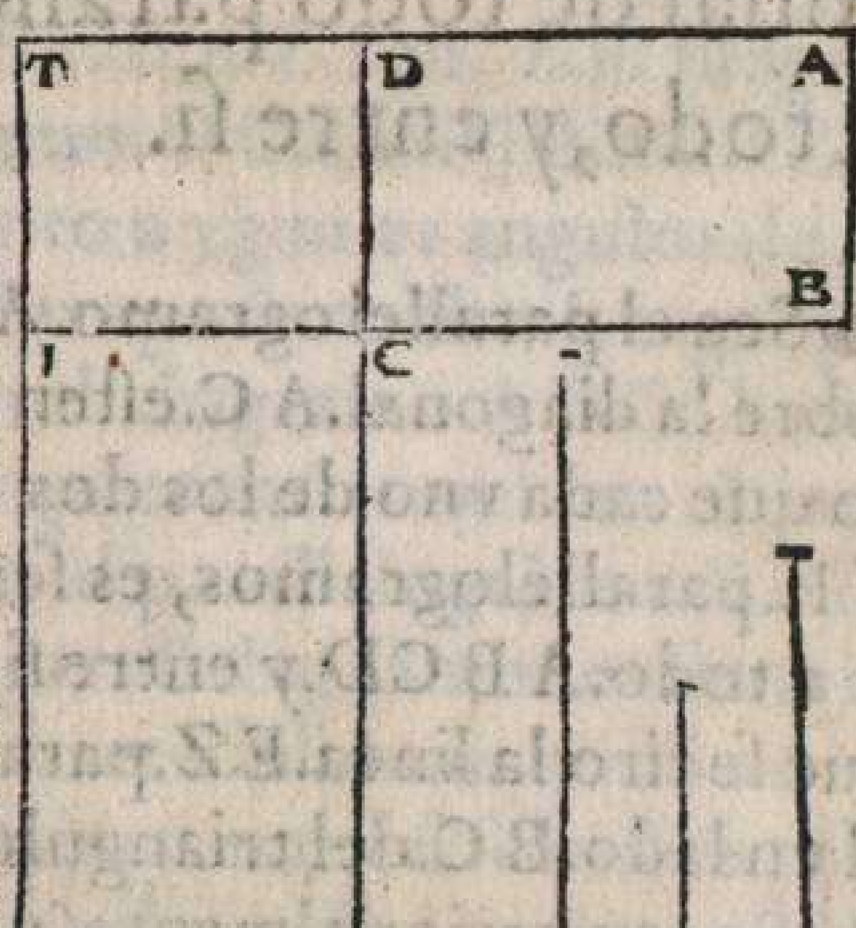
assi

asſi.T I.con.I N.luego tābien al traſtrocado,por la.16. del. 5, como.R P.con.T I.aſsi.P S.con.I N y es mayor la.P R.que la T I.luego mayor es.P S.que la.I N.por lo qual tambien.R S. es mayor que.T N,y es tambien ygual,por la ſuppoſicion,lo qual es impoſſible.Luego.P R. en ningũa manera es deſigual a la.T I.Luego ſera ygual,lo qual conuino demoſtrarſe.

Theorema.17. Propoſicion.23,

¶Los parallelogramos equiágulos tienen entre ſi la razon compueſta delos lados.

❧Sean los paralelogramos equiangulos.A C.C Z, que tengan ygual el angulo B C D.al angulo.E C I.digo que el paralelogramo.A C al paralelogramo.C Z . tiene la razon compueſta delos lados,eſto es de aquella que tiene.B C.con C I.y de aquella que tiene.DC.con.C E.porque pongaſe,por la.14 del.1.de manera que eſte en linea recta.B C.cõ.C I.luego,por la miſma.D C.eſta con.C E.en linea recta,Cumpla ſe el parallelogrāmo,D I.y pongaſe vna linea recta.K.y hagaſe,(por la.12.del.6.) que como la.B C.ala.C I.aſsi la.K. ala.L.y que como la.D C.ala. C E aſsi la.L.ala.M.luego las razones de la.K.ala.L.y dela.L.ala.M. ſon vnas miſmas alas razones deloslados,B C.ala.C I.y dela.D C.a la.C E.Pero la razon dela,K,ala,M, ſe compone dela razon dela.K, ala, L.y dela.L,ala,M,porlo qual tambien la,K,ala M,tiene la razon compueſta delos lados,y porque es que como,B C,con,C I,aſsi el paralelogramo, A C,al parallelogramo,C T,por la,1,de,6,y como.B C. con. C I.aſsi K.con.L,Luego tambien(por la onze del.5.)como la.K.cõ la



L . aſsi

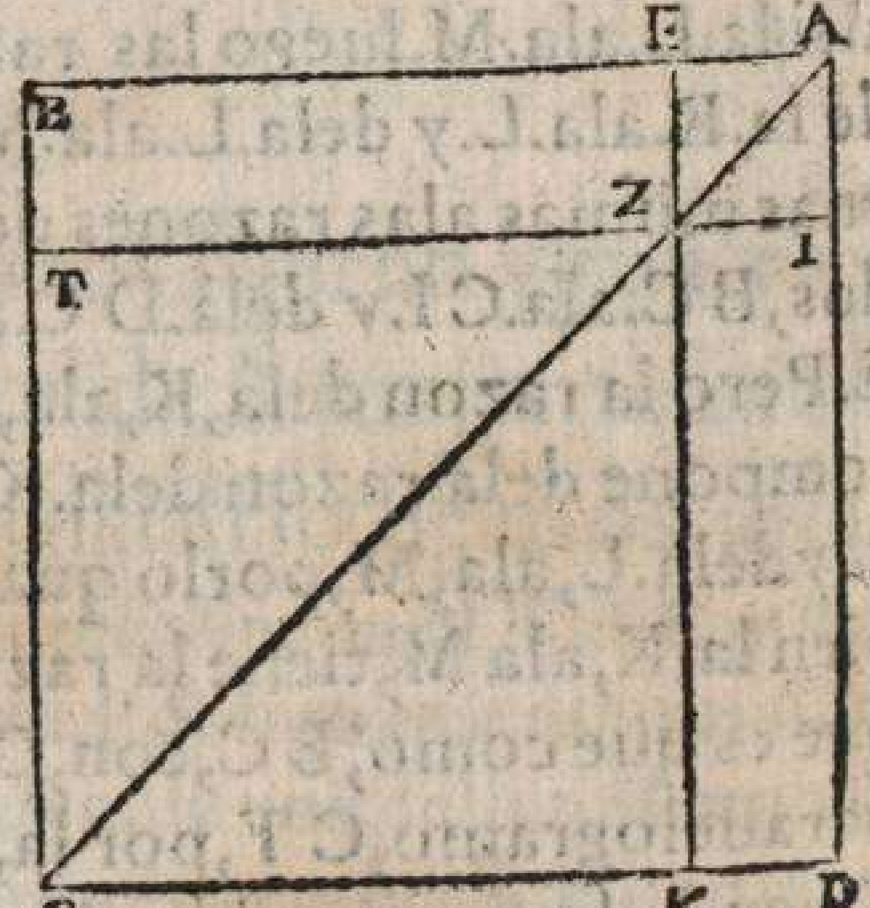
2009 Ministerio de Cultura

L.assi. A C.con C T. Otro si porque es que como. D C.cõ. C E. assi el parallelogrãmo. C T.con el parallelogramo. C Z.y assi como, D C.con. C E.assi. L.cõ. M. Luego (por la misma) como L.con. M.assi el parallelogrãmo. C T.con el parallelogramo. C Z. Pues porq̃ esta demostrado que como la. K.con la. L. assi el parallelogramo. A C.con el parallelogrãmo. C T. Y como la. L. con la. M.assi el parallelogrãmo. C T.con el parallelogrã mo. C Z. luego por ygual (por la. 22. del. 5.) como la. K. con la M.assi el parallelogramo. A C.con el parallelogrãmo. C Z. y la. K.con la. M, tiene la razon compuesta de los lados. Luego el parallelogramo. A C.con el paralelogramo. C Z. tiene la ra zon compuesta de los lados, luego los parallelogramos equi angulos tienen entre si la razon compuesta de los lados. Lo qual conuino demostrarse.

Theorema. 18. Proposicion. 24.

¶ Los parallelogramos que estan sobre la dia gonal de todo parallelogrãmo son semejãtes al todo, y entre si.

❧ Sea el parallelogramo. A B C D. y sea su diagonal. A C, y sobre la diagonal. A C. esten los parallelogramos. E I. T K. Di go que cada vno de los dos, E I. T K. parallelogramos, es semejã te a todo. A B C D. y entre si, Por que se tiro la linea. E Z. parallela al vn lado. B C. del triangulo. A B C. es proporcionalmente (por la segunda del, 6.) que como. B E. con. E A. assi. C Z. con. Z A. Otrosi porque se tiro la linea. I Z, para lela al vn lado. D C. del triangulo A D C. es proporcionalmente (por la segunda del. 6.) que como



CZ.

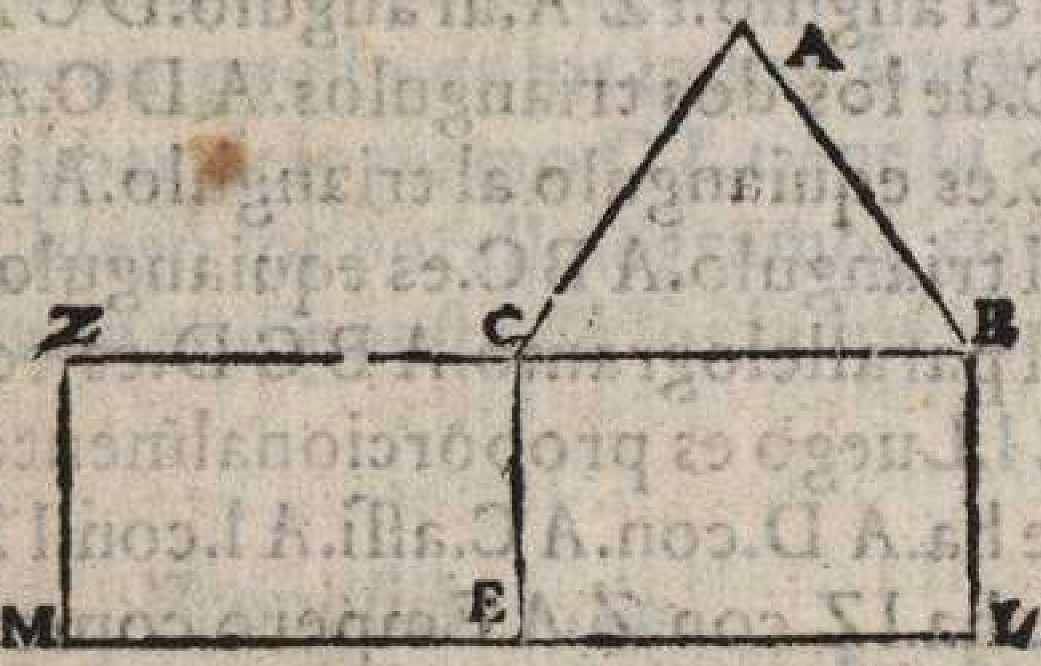
CZ.con.Z A.assi.D I.con.A I.y assi como la.C Z. con la.Z A. assi esta demostrada la,B E.con la.E A.luego tambien(por la onze del.5.)como la.B E.con la.E A,assi la.D I.con la.I A.luego tambien componiendo(por la.18.del.5.)'que como . B A. con.A E.assi.D A. con. A I .y trastrocando(por la.16.del, 5.) que como.B A.con.A D.assi.E A.con.A I.Luego son proporcionales los lados que estã jũto al angulo comũ B A D.delos parallelogramos.A B C D. EI.y porque.I Z. es parallela a la D C.es ygual(por la.29.del.1.el angulo.A I Z.al angulo.A D C y el angulo.I Z A.al angulo.D C A,y es comun el angulo.D A C.de los dos triangulos.A D C.A Z I.luego el triangulo.D A C.es equiangulo al triangulo.A I Z.y por lo mismo tambien el triangulo.A B C.es equiangulo al triangulo.A E Z. y todo el parallelogramo.A B C D.es equiãgulo al parallelogramo E I.Luego es proporcionalmente(por la.4,del.6.)que como se ha.A D.con.A C.assi.A I.con.I Z.y como.D C.con.C A. assi se ha.I Z.con.Z A.Empero como se ha.A C.con.C B.assi se ha A Z,con.Z E.y otrosi como.C B.con.B A.assi.Z E.con.E A. y porque esta demostrado que como.D C.con.C A.assi.Z I.con Z A . empero como.A C,con.C B.assi,A Z.con, Z E. luego es por ygual,por la.22.del.5,que como.D C.con.C B.assi.I Z.cõ Z E.luego los lados que estan junto a yguales angulos de los parallelogramos.A B C D.E I.sõ proporcionales.Luego,por la primera definicion del.6,el parallelogramo.A B C D. es semejante al parallelogrãmo.E I.y por tanto tambien el parallelogramo.A B C D.es semejante al parallelogrãmo.KT.luego cada qual de los dos.E I,T K.parallelogramos es semejante al parallelogramo.A B C D.y los rectilineos que a vn mismo rectilineo son semejantes tambien entre si son semejãtes (por la ,21, del. 6.)Luego tambien el parallelogrãmo. E I. es semejante al parallelogramo.T K.luego los parallelogrammos que estan junto a la diagonal de todo parallelogrammo son semejantes al todo,y entre si.Lo qual se hauia de demostrar.

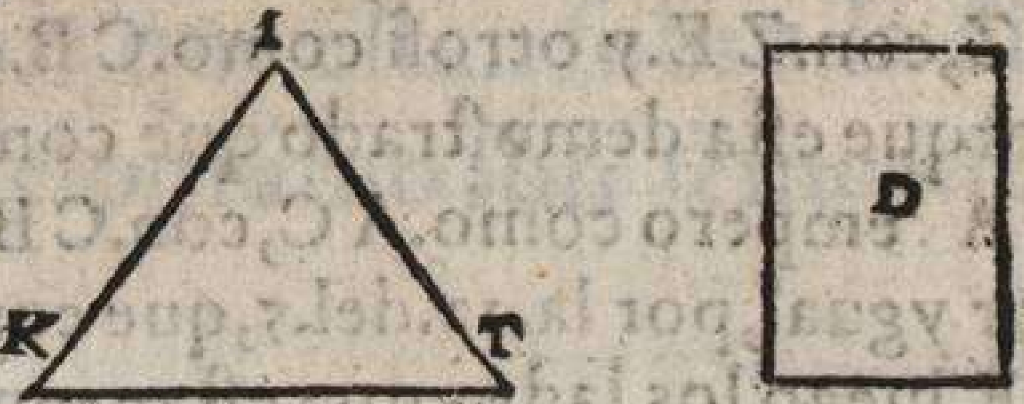
Problema.7. Proposicion,25.

Hazer

¶Hazer vn ſemejante a vn rectilineo dado, y ygual a otro dado

Sea el rectilineo dado, al qual conuiene hazer otro ſemejante. A B C. y aquien es meneſter hazerle ygual, ſea, D, conuiene hazer vn ſemejãte al miſmo. A B C. y ygual al miſmo. D (por la. 44, del, 1,) hagaſe ſobre la, B C, el parallelogrãmo. B E ygual al triangulo. A B C, y ſobre la. C E. el parallelogrãmo. C M. ygual al parallelogrãmo. D, enel angulo. Z C E. que es ygual al angulo. L E C, luego (por la. 14, del, 1) la, B C, eſta en la linea recta con, C Z, y la, L E, con la, E M, Y tome ſe (por la, 13, del. 6,) la, I T. media proporcional de las dos, B C, Z C, y deſcribaſe (por la, 18, del, 6,) de la, I T, vn ſemejante al miſmo, AB C, y ſemejantemẽte pueſto K I T, y porque es q̃ como B C, con, I T, aſſi, I T, con C Z. y ſi fueren tres lineas





rectas proporcionales, como ſe ha la primera con la tercera aſſi la figura que ſe haze de la. 1, con la figura que ſe haze de la ſegunda ſemejante y ſemejantemente deſcripta, Luego (por el corelario, 2, de la, 20, del, 6,) como la, B C, con la, C Z, aſſi el triangulo, A B C, con el triangulo, K I T. Pero como la, B C, con la, C Z. aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelogrãmo E Z, luego tãbien (por la. 1, del, 6) como el triangulo, AB C, cõ el triangulo, K I T, aſſi el parallelogrãmo, B E, cõ el parallelo gramo, E Z, luego traſtrocãdo (por la, 16. del, 5, q̃ como el triangulo, A B C, cõ el parallelogrãmo, B E, aſſi el triangulo, K I T, con el parallelogramo, E Z, y es ygual el triangulo, A B C. al parallelogrãmo, B E, luego el triangulo, K I T, es ygual al parallelogrammo, E Z, Pero el parallelogrammo, E Z, es ygual al miſmo, D, luego tambien, K I T, es ygual al miſmo,

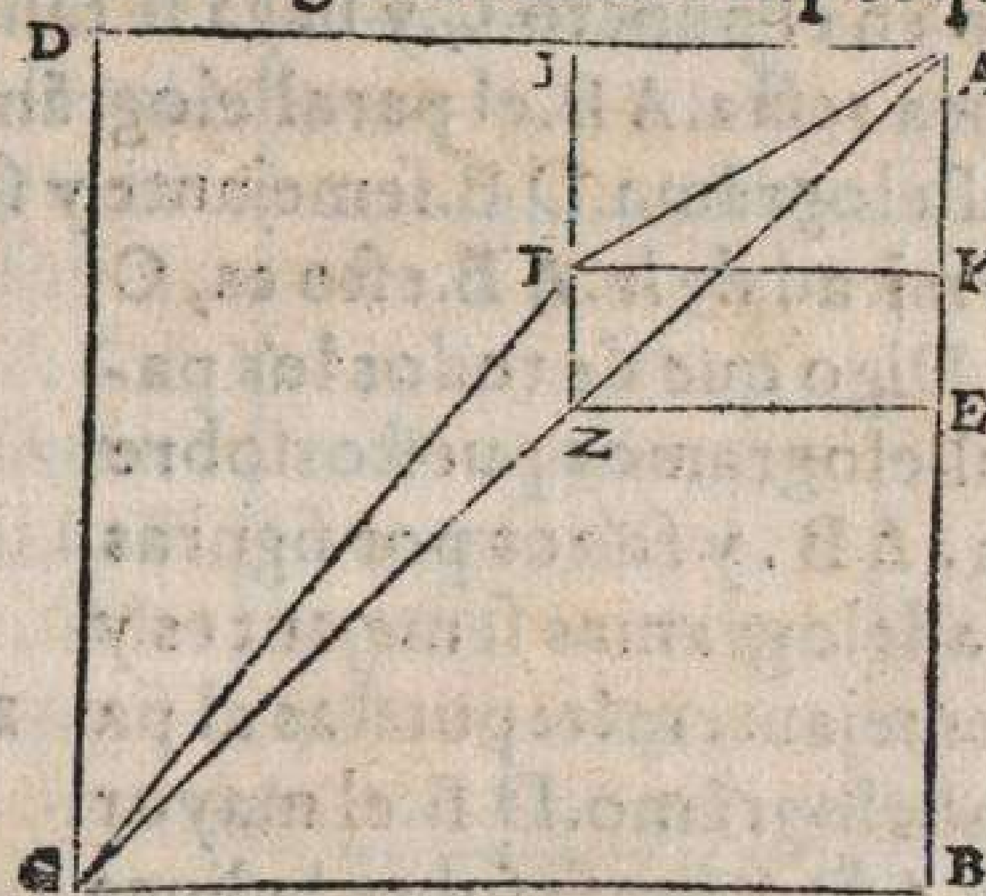
2009 Ministerio de Cultura

mo.D.y es.K I T.ſemejante al miſmo, A B C. luego hizo ſe el miſmo.K I T.ſemejante al rectilineo dado.A B C.y ygual avn otro.D.lo qual conuenia hazerſe.

Theorema.19. Propoſicion.26.

¶Si de vn parallelogramo ſe quita otro parallelogramo ſemejante al todo y ſemejantemẽte pueſto teniendo con el vn angulo comun, eſta ſobre la miſma diagonal con el todo.

De el parallelogrãmo.A B C D. quite ſe el parallelogrammo.A Z.ſemejante al miſmo.A B C D.y ſemejantemẽte pueſto teniendo comun con el el angulo D A B.Digo que el miſmo.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con.A Z.porque ſi no,ſi es poſſible ſea ſu diagonal.A T C.y ſaqueſe, por la.31.del.1,deſde. T. la linea T K.parallela a cada vna de los dos.A D.B C.Pues porque.A B C D.eſta ſobre vna miſma diagonal con . I K.es ſemejante,por la. 24. del.6. AB CD.al miſmo.I K.luego es que como.D A.con.A B.



aſſi.I A.con.A K,por la cõuerſion dela.1.dificiõ del.6, y por la ſemejança de los dos. C B A D.E I.es que como.D A.cõ. A B.aſſi.I A.con.A E.Luego,por la.9.del.5.I A.tiene vna miſma razon con cada qual de las dos.A K.A E.luego la linea. A K. es ygual a la linea.A E.la menor a la mayor,lo qual es impoſſible.Luego.A B C D.no eſta ſobre la miſma diagonal que.K I, luego el parallelogrãmo.A B C D.eſta ſobre la miſma diagonal que el parallelogrãmo.A Z.luego ſi de vn parallelogra

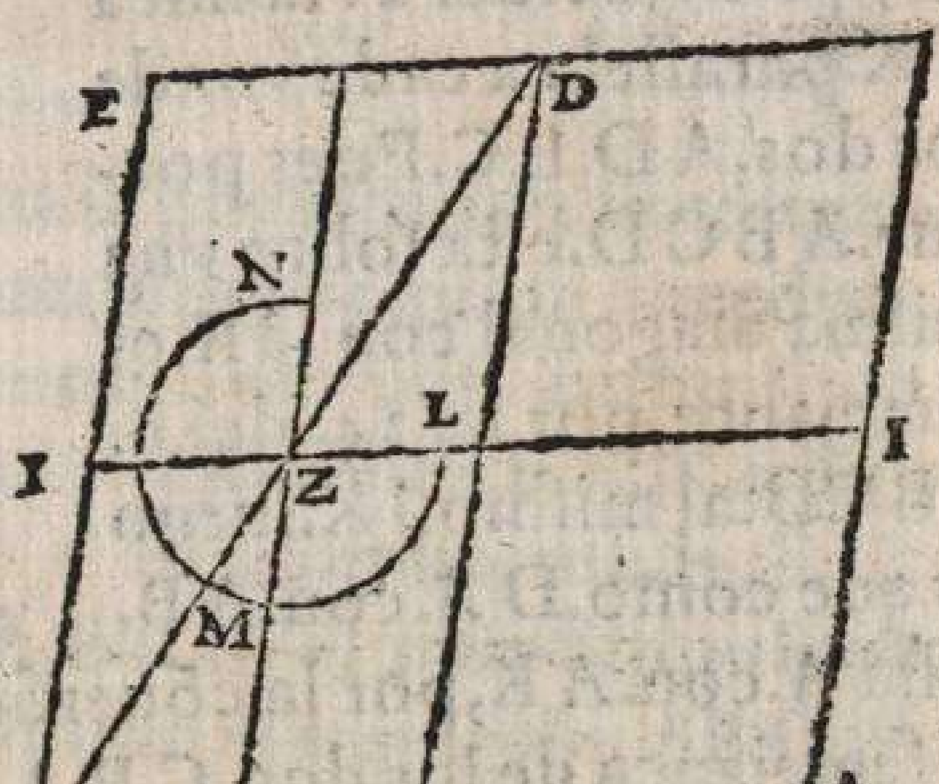
mo

mo se quita otro parallelogrãmo semejante al todo, y semejantemente puesto, teniendo con el vn angulo comun, esta sobre la misma diagonal con el todo. Lo qual conuenia demostrarse.

Theorema.20. Proposicion.27.

¶ De todos los parallelogrãmos puestos sobre vna misma linea recta y faltos por figuras pa llelogramas semejantes y semejantemẽte pue stas a aquel que es descrito de la media, el ma yor parallelogramo es el q̃ esta puesto sobre la media, siendo semejante al tomado.

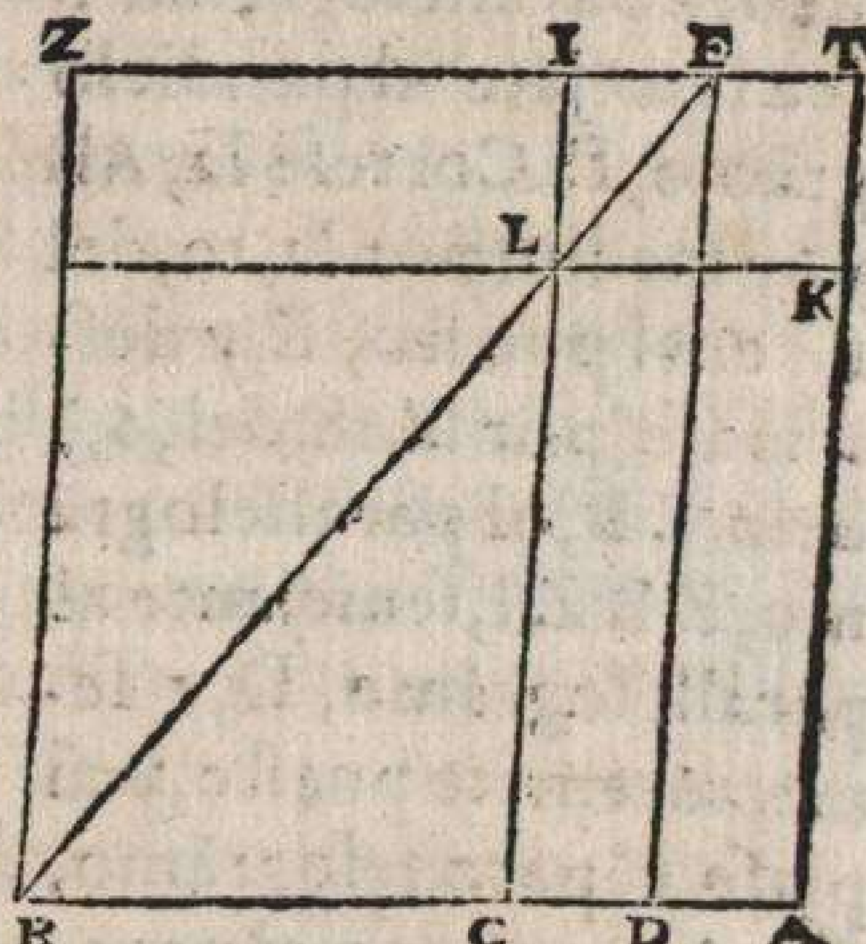
☞ Sea la linea recta. A B. y corte se, por la. 10. del. 1. por medio en el puncto. C. y haga se tambien, por la. 18. del. 6, sobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo, A D. falto por la figura parallelogrãma. D B. semejante y semejantemente puesta al de la mitad de la. A B. esto es, C B. Digo que de todos los parallelogramos puestos sobre la. A B. y faltos por figuras pallelogramas semejantes y semejantemẽte puestas al parallelogrãmo. D B. el mayor es. A D. Põgase sobre la linea recta. AB. el parallelogrãmo A Z. falto por la figura pallelogrãma, Z B. semejante y semejantemente puesta al. D A. Digo que mayor es, A D. que no. A Z, Porque es semejante. D B, parallelogrãmo al parallelogrãmo. Z B. luego estan sobre la misma diagonal (por la. 36 del sexto) Saque se su diagonal. D B. y hagase la figura. Pues por



2009 Ministerio de Cultura

porque(por la.42.de el.1.)es ygual.Z C.al mismo. Z E, ponga se comun.Z B,luego todo.C T.es ygual a todo . K E, pero C T.esygual al.C I(por la.36.del.1.)porque la linea recta.AC es ygual a la linea recta.C B.luego.I C.es ygual al.E K.ponga se comun.C Z.luego todo.A Z.es ygual a todo el gnomon. L M N.por lo qual el parallelogrãmo.D B,esto es,A D. es mayor que el parallelogrãmo.A Z.Luego de todos los parallelogrãmos que estan sobre vna misma linea recta,y faltos por figuras parallelogrãmas,semejantes y semejantemente puestas a aquel que es descrito de la media el mayor parallelogrãmo es el que esta puesto sobre la media, siendo semejãte al tomado.Lo qual conuenia demostrarse.

De otra manera. Sea otra vez.A B. diuidida por medio en el puncto.C.y sea el applicado .A L. falto por la figura . L B.y apliquese otra vez sobre la. A B.el parallelogrãmo. A E. falto por la figura parallelogrãma.E B.semejante y semejantemente puesta al mismo . L B.el qual es hecho de la mitad de la. A B.Digo que.A L. aplicado a la mitad es mayor que.A E. Porque es semejante.E B.al.L B. estan sobre la misma diagonal(por la. 26. del 6.)sea su diagonal.E B. y describa se la figura y porque es ygual.L Z al.L T.porque la linea recta . Z I. es ygual a la linea recta.I T.luego mayor es.L Z.que no,K E. y es ygual.L Z.al mismo.D L.luego mayor es.D L.que no.K E.sea comũ.KD.luego todo. A L.es mayor que todo.A E,lo qual conuenia demostrarse.



Problema. 8, Proposicion.28.

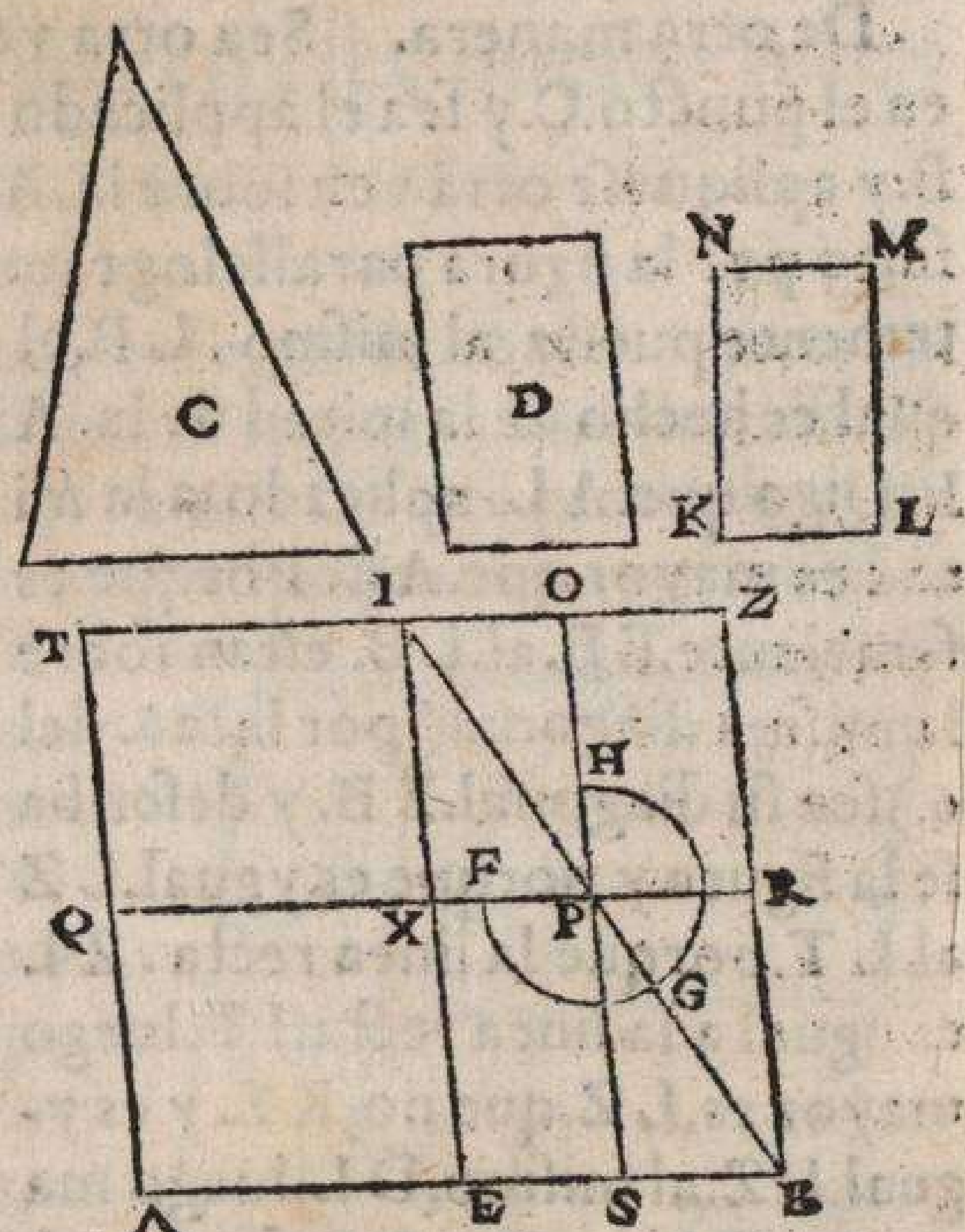
¶Sobre vna linea recta aplicar vn parallelogrãmo falto en figura parallelograma semejãte a vno dado ,y ygual a vn rectilineo dado

Pero

2009 Ministerio de Cultura

Pero conuiene que el rectilineo dado a quien conuiene dar otro ygual, no sea mayor que el hecho dela mitad, siendo semejãtes los tomados, a aquel que de la mitad, y semejãte al que conuiene que falte.

Sea la linea recta dada. A B . y el rectilineo dado a quien conuiene assentar otro ygual sobre la. A B. sea. C, que no sea mayor q̃ aquel que se hizo de la mitad, siendo tomados semejantes al que es necessario q̃ le falte vn semejãte al parallelogrãmo. D. Cõuiene pues sobre la linea recta dada A B. hazer vn parallelogrãmo ygual al rectilineo dado, C, y q̃ falte por vna figura parallelogrãma q̃ sea semejãte al parallelogrãmo, D. Cortese la, AB por medio (por la, 10, del 1,) enel puncto, E, y describase (por la. 18, del, 6,) dela, E B, el parallelogrãmo, E B Z I, semejante al parallelogrãmo, D, y semejantemẽte puesto, y cũplase el parallelogrãmo, A I, Aora pues o el parallelogrẽmo, A I. es ygual al rectilineo. C. o mayor q̃ el (por la determinaciõ. y si, A I, es ygual al, C, ya esta echo lo q̃ buscamos, porq̃ estaria assẽtado sobre la linea recta. A B. el parallelogrãmo. A I. ygual al rectilineo dado. E. y falto por la figura parallelogrãma . I B. semejante al parallelogramo. D. Pero si es mayor. E T. que no. C. y el parallelogrãmo. T E. es ygual al parallelogra mo. I B. luego



I B.

2009 Ministerio de Cultura

I B.es mayor que.C.Y en quanto es mayor.I B.que no. C.en tal excesso se hara el paralelogrãmo.K L M N.(por la.25.del 6.)ygual al parallelogrãmo.D.y semejante y semejantemente puesto.Y porque el paralelogrãmo.D.es semejante a. I B. luego tambien.K M. es semejante al mismo.I B. Sea pues de semejante razon.K L,con.I E.y.L M.cõ . I Z , y porque es ygual.I B.alos dos.C.K M.luego.I B.mayor es que.K M.luego mayor es.I E.que no.K L.y.I Z.que no.L M.põgase pues por la,3.del.1.)la.I X.ygual ala.K L.y la.I O.ygual ala L M,y cumplase el paralelogrãmo.X I O P.luego.I P.es ygual y semejãte ala.K M.Pero.K M.es semejante a.I B.luego tambien.I P. es semejante al.I B.luego (por la.26.del.6,)I P.esta con.I B.sobre vna misma diagonal,sea su diagonal.I P B.y hagase la figura.Pues porque.B I.es ygual a los dos.C,K M.de los quales.I P.es ygual con.K M.luego el gnomõ.F G H.es ygual cõ C.que resta.Y porque.O R.es ygual con.X S.luego todo.O B es ygual con.X B.pero.X B.es ygual con.Q E. Porque el lado.A E.es ygual al lado.E B.luego Q E.es ygual con.O B.põgase por comun.X S.luego todo.Q S,es ygual a todo el gnomon.F G H.y esta demostrado q̃ el gnomõ.F G H.es ygual al rectilineo.C.luego.Q S.es ygual al rectilineo.C. luego sobre la linea recta dada.A B.se asento el palelogramo.Q S.ygual al rectilineo,C.y falto por vna figura paralelograma. P B. q̃ es semejante al paralelogramo.D. porque el paralelogramo P B,es semejãte al parallelogramo.K M, q̃ era lo propuesto.

Problema.9. Proposicion. 29.

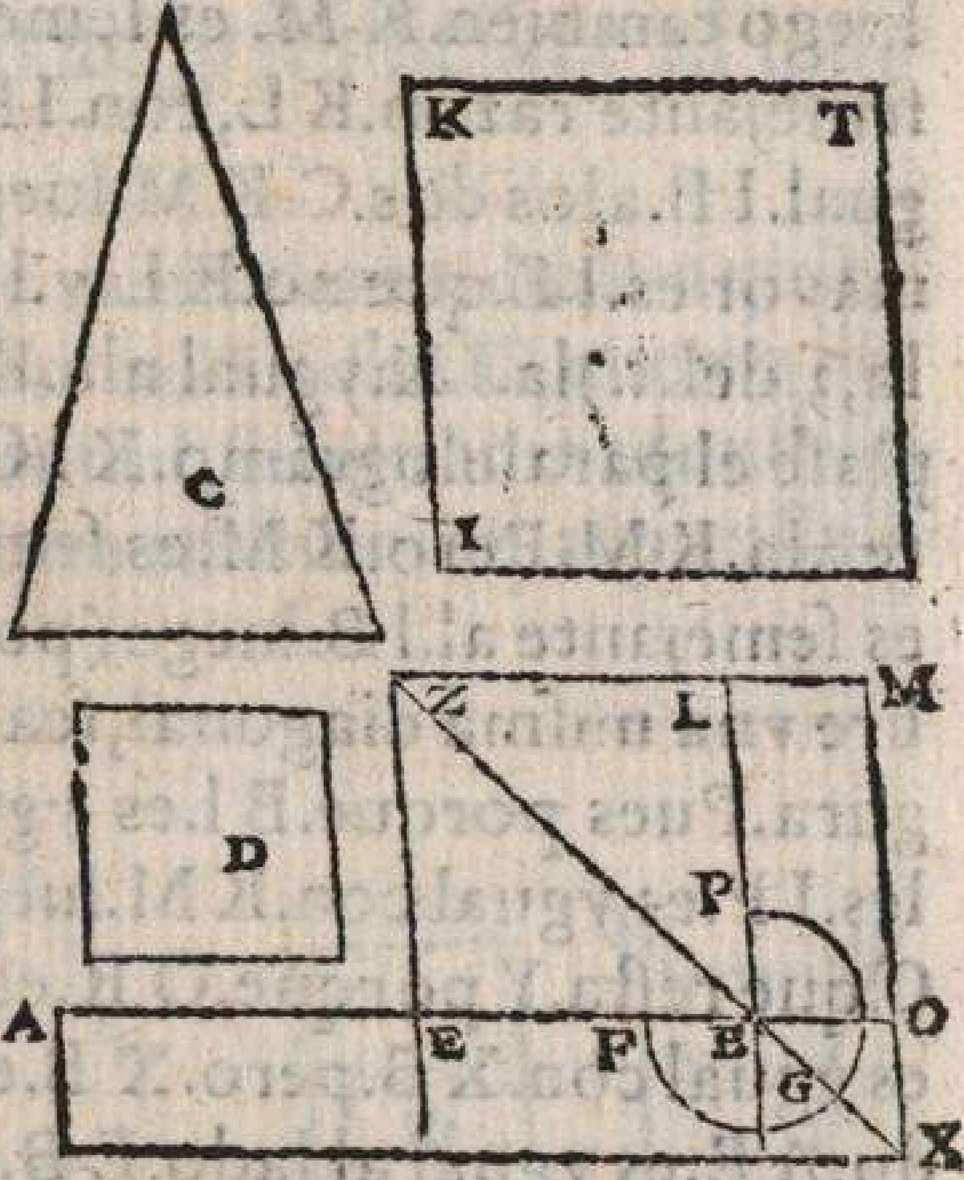
¶ Sobre vna linea recta dada acommodar vn parallelogrãmo ygual a vn rectilineo dado,y que exceda en vna figura parallelograma semejante a vno dado.

☙ Sea la linea recta dada . A B . y el rectilineo dado a cuyo

Q ygual

2009 Ministerio de Cultura

ygual conuiene acõmodar vn otro parallelogramo sobre. A B. sea. C. y semejante al qual conuiene acõmodar le, sea. D. cõ uiene aora sobre la linea recta. A B. acõmodar vn parallelogramo ygual al rectilineo. C. y q̃ exceda ẽvna figura parallelagrãma semejante al mismo. D cortese (por la. 10 d̃l. 1.). la. AB pormedio ẽ. E. y hagase (porla 6. del. 6.) de la. E B. el parallelogrãmo. B Z. semejante al, D. y semejãtemẽte puesto, y hagase el pallelogrãmo. I T. ygual a los dos. B Z. C. y semejãte a D. y semejantemente puesto Luego. I T. semejante es a. BZ y sea. K T. de semejante razõ cõ la linea, Z L. q̃ la. K I. cõ la Z E. Y porque es mayor. I T. que no. Z B. luego mayor es.



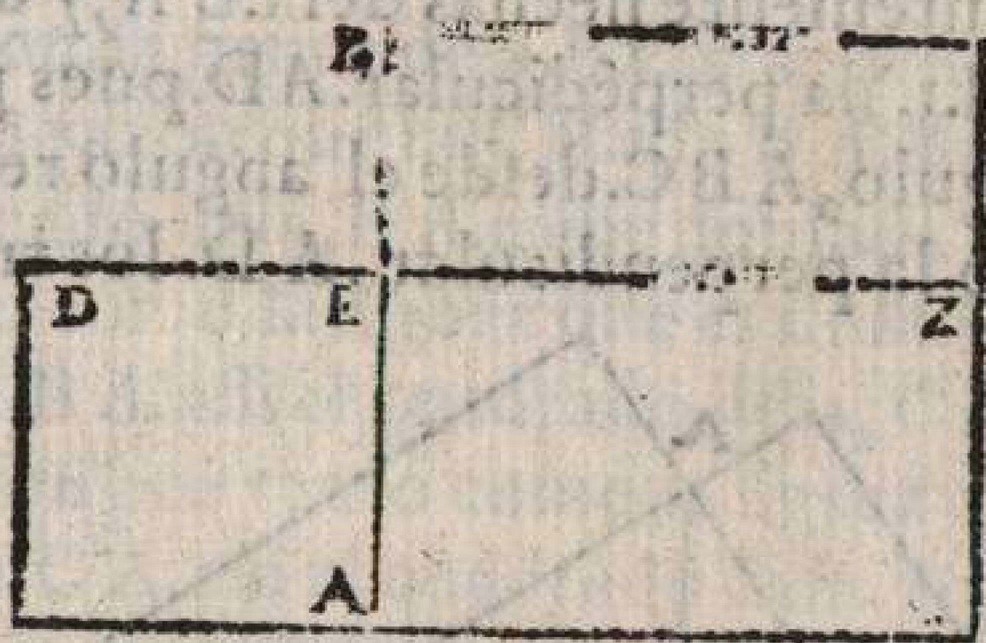
K T. q̃. Z L. y la. K I. que la. Z E. Estienda se. Z L. Z E, y sea. Z L M. ygual a la. K T. y tãbien. Z E N. sea ygual a la. K I. y cumpla se. M N, luego. M N. es ygual y semejante al. I T. pero. I T. es semejante a. E L. luego (por la. 26. del. 6.) M N. es semejãte a. E L luego sobre vna misma diagonal estã. E L. M N. Saque se su diagonal. Z X. y describase la figura. Pues porq̃ es ygual. I T. a los dos. E L C. pero I T. es ygual a. M N. luego tãbien. M N. es ygual a los mismos. E L C. quitese el comũ. E L. luego el gnomon q̃ resta. F G P. es ygual al mismo. C. y porque la. A E. es ygual a la. E B. tãbien es ygual (por la. 36. del primero). A N. al mismo. N B. esto es (por la. 43. del. 1.) al parallelogrãmo. L O. pongase comun. E X. luego todo. A X. es ygual al gnomõ. P G F. y el gnomõ. P G F. es ygual al mismo. C. luego. A X. es ygual al mismo. C. luego sobre la linea recta dada. A B. se acõmodo el parallelogrãmo. A X. ygual al triangulo dado. C. y q̃ excede porla figura pallelogrãma. B X. q̃ es semejãte almismo D porq̃. D. es semejante al mismo. BZ. y B Z. es semejãte a. BX por q̃ estã sobre vna mismadiagonal. Lo qual cõuino hazerse.

Proble

Problema.10. Proposicion,30.

¶Diuidir vna linea recta dada terminada cō extrema y media razon.

Sea la linea recta dada terminada.A B.cōuiene diuidir cō extrema y media razō la linea recta.A B.hagase el q̄drado de la. AB(por la.46.del.1.)y sea.BC.y(por la.29,del.6)assiēte se sobre la.A C.el parallelogrāmo.C D.ygual al mismo.B C.y q̄ ē figura parallelograma exceda porel.A D.seme jante al quadrado.B C, y es quadrado.B C. luego tābien es quadrado. A D. y porque,B C.es y gual al mismo.C D. quite se el comū C E. luego el B Z.q̄ resta es ygual al que resta. A D.y es tambien equiangulo,luego(por la.14.del sexto)son reciprocos los lados de los mismos.B Z.D A.que estā junto a yguales angulos. Luego es que como se ha. Z E. con.D E.assi se ha.A E. con. E B.y esZ E.ygual a la,A C. esto es ala misma, A B.y la linea. E D. a la linea. A E. luego es que como.B A. con. A E. assi la,A E.con la, E B. y es mayor la.A B.que la,A E.luego mayor es la. A E. que la. E B, luego la linea recta.A B.es diuidida en el puncto.E.con razō extrema y media y su mayor parte es.A E.lo q̄l cōuino hazerse



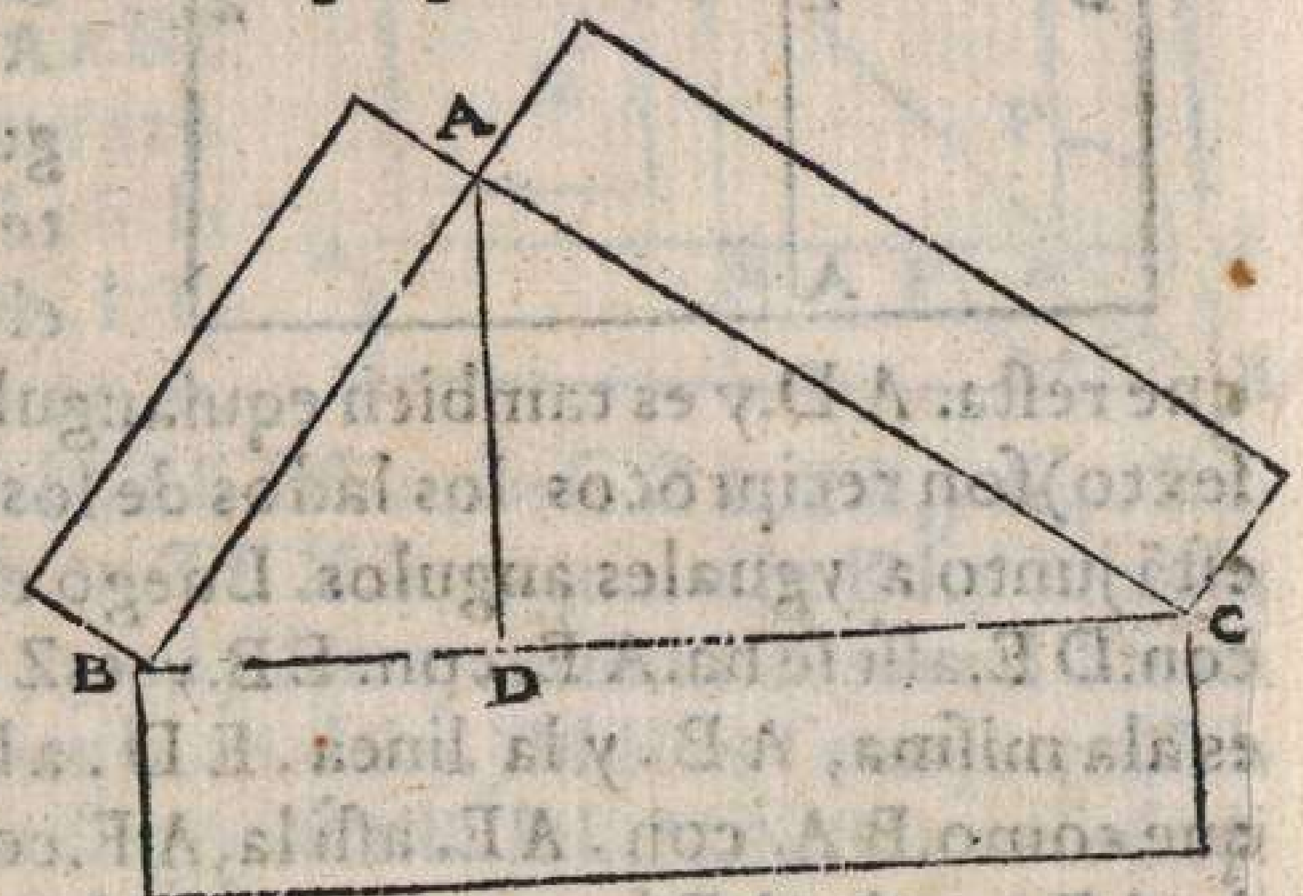
¶De otra manera. Sea la linea recta dada.A B. cōuiene diuidir la misma, A B,cō razō extrema y media,Cortese la, A B,en,E(por la,11,del,2.)de manera q̄ el rectangulo comprehendido debaxo dela,A B,y dela,B E,sea ygual al quadrado de la,E A,Pues porq̄ el rectangulo que es contenido debaxo dela,A B,y dela,B E,es ygual al quadrado de la, E A, luego (por la.17,de este)como la B A.cō la,A E, assi la, A E,con la E B.luego la,A B,es diuidida con razon estrema y media, Lo qual conuenia hazerse.

2009 Ministerio de Cultura

Theorema.21. Propoſicion. 31.

¶En los triágulos rectágulos la figura q̃ ſe haze del lado opueſto al angulo recto es ygual a las figuras ſemejátes y ſemejátemente hechas delos lados que cóprehé den al angulo recto

❧Sea el triangulo. A B C, que tiene el angulo recto, B A C. digo que la figura que ſe haze dela. B C. es ygual a aquellas figuras ſemejantes y ſemejantemente hechas dela. B A, y dela A C. Saqueſe. (por la. 12. del. 1.) la perpédicular. A D. pues porque enel triangulo rectangulo, A B C. deſde el angulo recto A. ſobre la baſis. B C. ſe tiro la perpendicular. A D. los triangulos. A B D. A D C dejunto a la perpé dicular ſon ſemejá tes al todo. A B C. y tãbien entre ſi (por la. 8. d̃l. 6). Y porq̃s ſemejante. A B C. al miſmo. ABD. luego es q̃ como. C B. con B A. aſsi. A B. có. B D y porq̃ tres lineas rectas ſon proporcionales luego (por el corelario. 2, dela. 20 del. 6.) es que como la, primera con la tercera aſsi la figura que es deſcripta dela primera có aquella que dela ſegũda, ſemejante y ſemejantemente. Luego como. C B. cõ, B D. aſsi la figura que dela. B C, con la que es deſcripta de la. B A. ſemejante y ſemejantemente, Y tambien por lo miſmo como. B C con. C D. aſsi la figura que es dela, B C, con la que de la. C A, Por lo qual como la, B C, con la, B D, y la, D C, aſsi la figura que ſe haze dela, B C, con aquellas que debajo de, B A, y de, A C, ſon deſcriptas ſemejantes y ſemejantemente, Pero es ygual la, B C. a, B D, y, D C, luego es ygual la figura que ſe ha



2009 Ministerio de Cultura

ze de la.B C.a aquellas figuras semejantes y semejantemente hechas de la,B A,y de la,A C.Luego en los triangulos rectangulos la figura que se haze de el lado opuesto al angulo recto es ygual a las figuras semejantes y semejantemente hechas de los lados que comprehenden al angulorecto,lo qual conuino demostrarse,

De otra manera,

Porque por el corelario primero de la,20.del.6.) semejantes figuras estan en doblada razon de los lados de semejante razon,la figura dela.B C.a aquella que es de la,B A.tiene doblada razon que la.C B.a la B A.Y el quadrado đ la. B C. al quadrado dela,B A.tiene doblada razon que la.C B.a la.B A.luego como la figura que es de la.C B,a aquella figura que es de la,B A.assi el quadrado dela, C B,al quadrado de la.B A.y tābien por tanto como la figura que es de la, B.C.a la figura de la,C A.assi el quadrado dela. B C.a los quadrados de la. B A. y de la.A C,Pero el quadrado de la, B C. es ygual a los quadrados de la.B A.y dela.A C(por la.47.del.1.)luego la figura de la.B C.es ygual a aquellas figuras que son semejantes y semejantemente hechas dela.B A.y de la .A C.

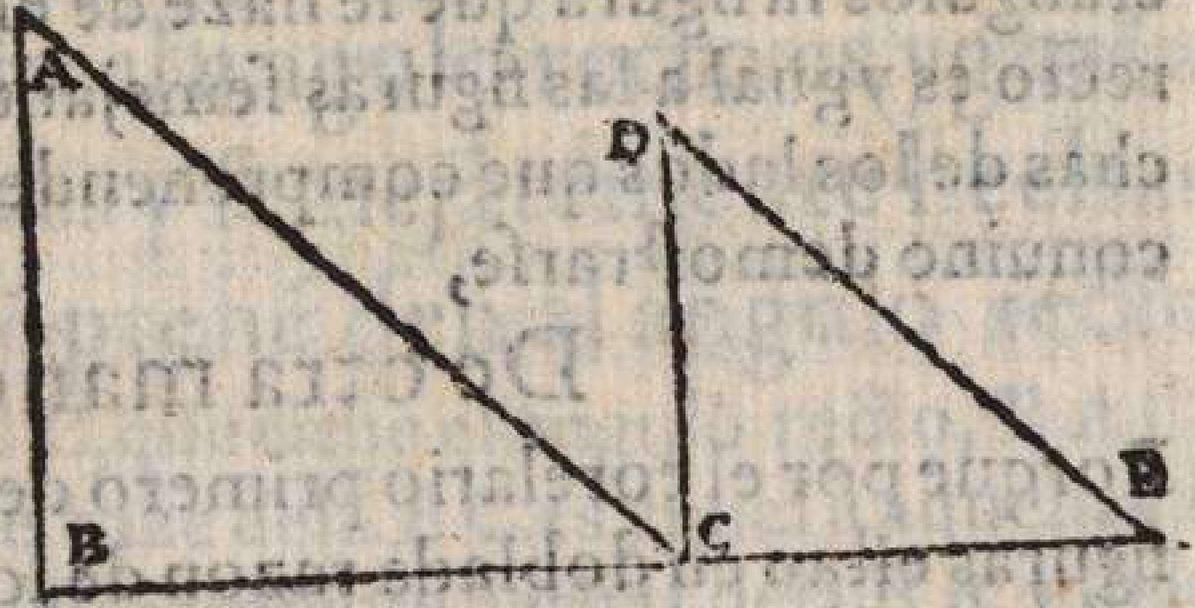
Theorema.22. Proposicion.32,

¶Si dos triangulos se cōponen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados,en manera que los lados que sonde semejante razon sean tambienparalellos,estaran en linea recta los de mas lados de los mismos triangulos.

Sean los dos triāgulos.A B C.D CE.q̃ tengā los dos lados B A.A C.proporcionales a los dos lados.D C,D E.q̃ como se ha la.A B.cō la.A C.assi la.D C,cō la.D E.y parallel a la. A B.

2009 Ministerio de Cultura

a la.D C.y la.A C.a la.D E.Digo que. B C. esta en linea recta cõ.CE.porque la.A B.es parallela a la. D C. y sobre ellas cae la linea recta.A C.luego (por la.29.del.1.) los angulos alternos.B A C. A C D.son yguales entre si Y por tanto tambien el angulo, C D E, es ygual al angulo,A C D,por lo qual el angulo. B A C. es



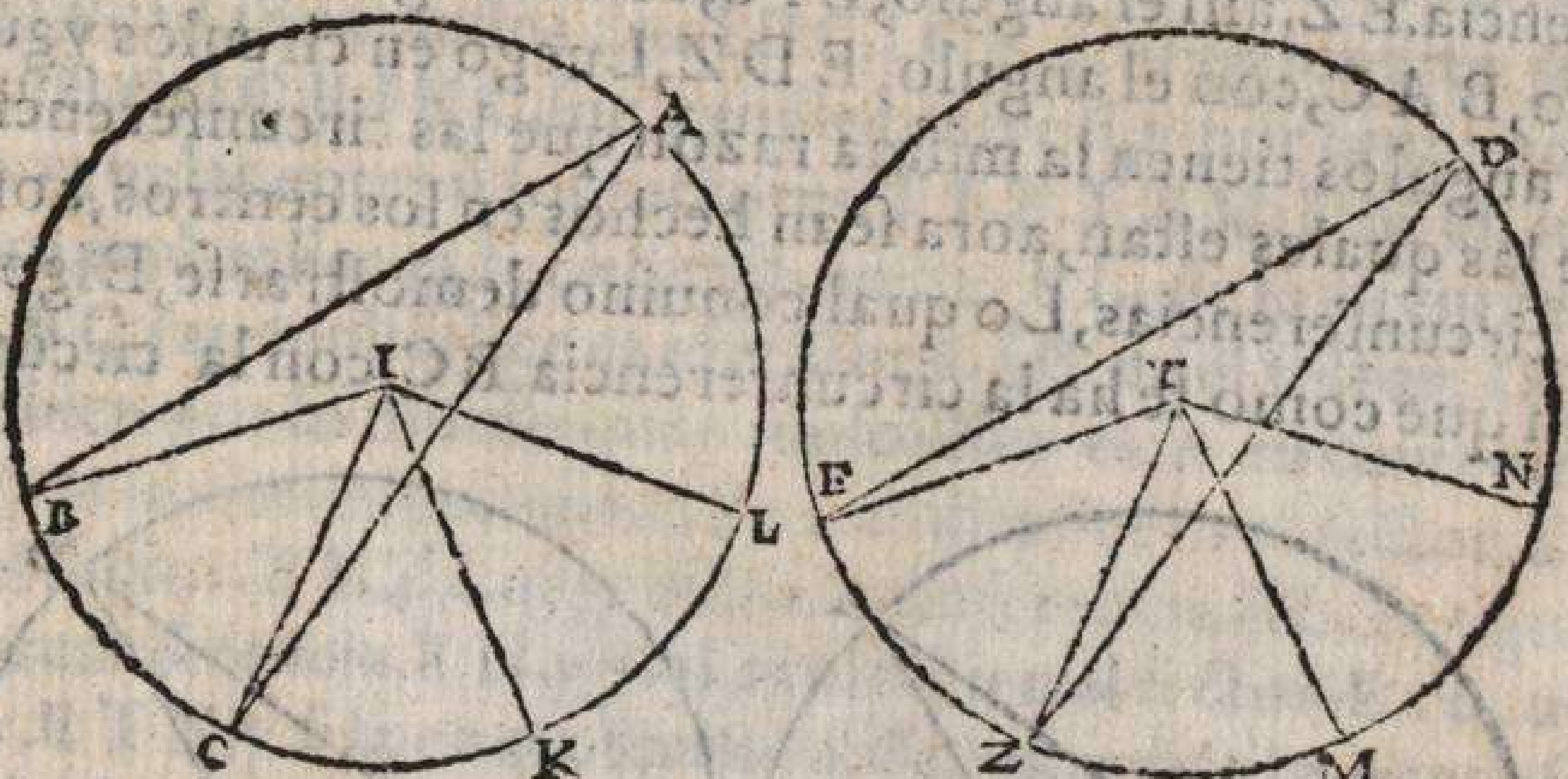
ygual al angulo,C D E.y porque son dos triãgulos, A B C. C D E.q̃ tienen elvn angulo. A,ygual al vn angulo.D.y los lados de junto a yguales angulos proporcionales que como. B A. con. A C.assi,C D.con.D E.luego(por la.6.del,6.)el triangulo A B C.es equiangulo al triangulo.D C E, Luego el angulo. A B C.es ygual al angulo, D C E,y demostrose el angulo.A C D ser ygual(por la.29.del.1.)al angulo.B A C.luego todo el angulo.A C E.es ygual a los dos.A B C.B A C.pongase comũ el angulo.A C B.luego los angulos,A C E. A C B. son yguales a los angulos.C A B.A C B.C B A.pero los angulos.B A C.CB A A C B(por la.32.del.1.)son yguales a dos rectos,luego los angulos.A C E.A C B.son yguales a dos rectos. Y desde vna linea recta,A C.y de vn puncto en ella,C. tiradas dos lineas.B C.C E.no hazia vnas mismas partes,devn cabo y otro hazen los dos ãgulos.A C E.A C B.yguales a dos rectos, luego(por la.14.del.1,)en vna linea recta esta la,B C,con la,C E.luego si dos triangulos se componen en vn angulo, teniendo los dos lados proporcionales a los dos lados, en manera que los lados que son de semejante razon sean tambiẽ parallelos, estaran en linea recta los demas lados de los mismos triangulos lo qual conuino demostrarse,

Theorema.23. Proposicion.33

2009 Ministerio de Cultura

¶En circulos yguales los angulos tienẽ la miſma razon que las circunferẽcias ſobre lasquales eſtan, aora ſean hechos en los centros aora en las circunferencias: y tambien los ſectores que ſon los hechos en los centros.

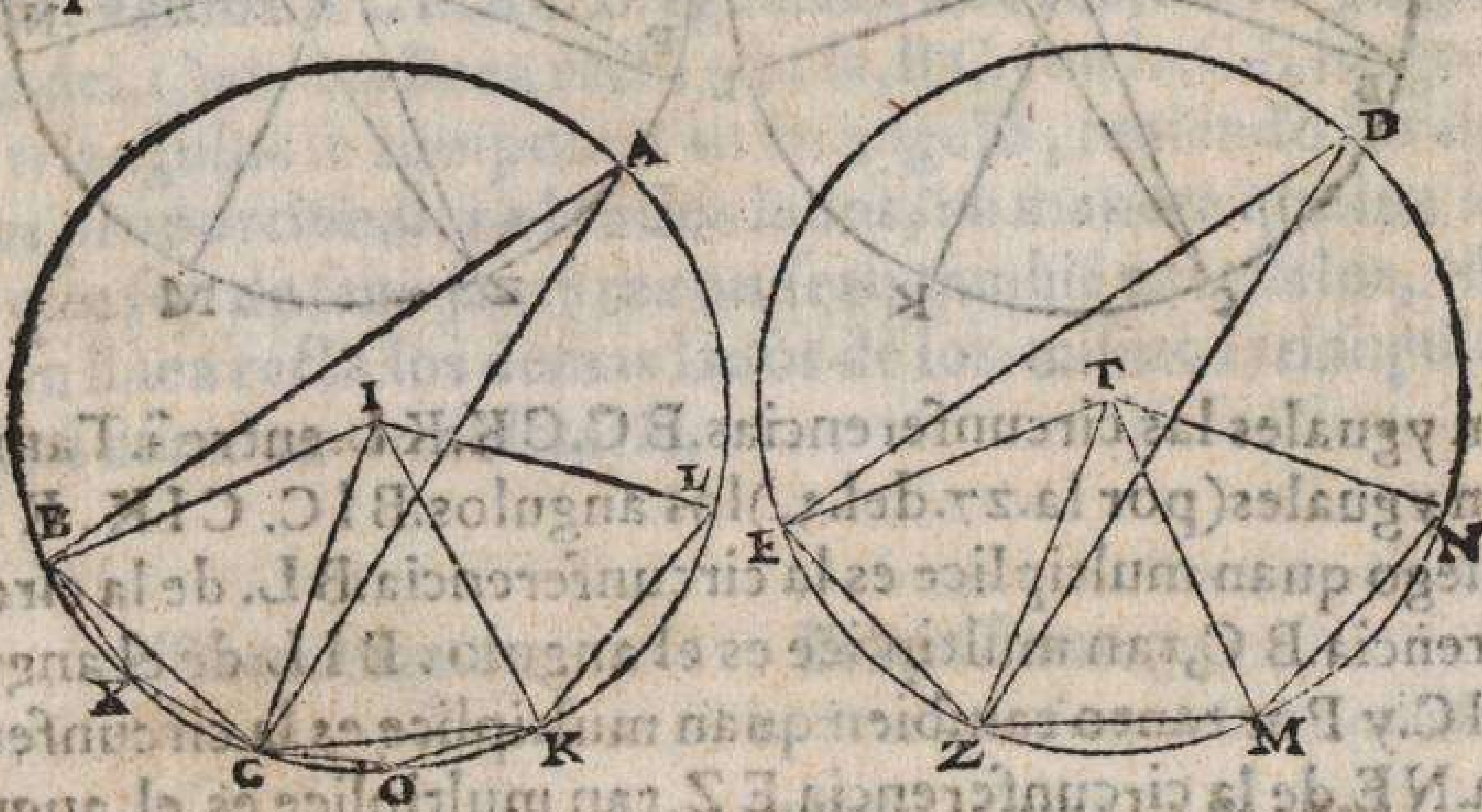
Sean los circulos yguales. A B C.D E Z, y en ſus centros. I.T, eſten los angulos.B I C, E T Z.y en ſus circunferencias eſten los angulos.B A C.E D Z.Digo que como ſe ha la circunferencia.B C.con la circunferencia.E Z.aſſi es el angulo.B I C con el angulo.E T Z y el angulo, B A C.con el angulo.E D Z y de mas deſto el ſector.I B C.con el ſector. T E Z.pongan ſe (por la veynte y ocho del.3.) por orden algunas circunferencias yguales a la circunferencia.B C.y ſean.C K.K L. y algunas circunferencias.Z M.M N, yguales a la circunferencia E Z.y tiren ſe las lineas rectas, I K.I L. T M.T N.Pues porque



ſon yguales las circunferencias.B C.C K.K L.entre ſi. Tambiẽ ſon yguales(por la.27.del.3,)los angulos.B I C. C I K. K I L Luego quan multiplice es la circunferencia.B L. de la circunferencia.B C, tan multiplice es el angulo. B I L.de el angulo B I C.y Por tanto tambien quan multiplice es la circunferencia.N E.de la circunferencia.E Z, tan multiplice es el angulo

2009 Ministerio de Cultura

NTE.del angulo.E T Z,Luego ſi la circũferécia.B L.es ygual a la circũferencia. E N.ygual es tambien el angulo,B I L.al angulo.E T N,y ſi la circunferencia. B L.es mayor que la circũferencia.E N.tãbien es mayor el angulo.B I L.q̃ el angulo . E T N.y ſi menor menor.Luego ſiẽdo quatro quantidades,dos circunferencias,B C.E Z.y dos angulos que ſon.B I C. E T Z. ſe toman de la circunferencia.B C.y del angulo.B I C. los ygualmente multiplices que ſon la circũferécia,B L . y el angulo B I L.y dela circũferencia.E Z.y del ãgulo.E T Z.la circũferécia.E N.y el angulo.E T N,y eſta demoſtrado que ſi la circunferencia.B L,excede a la circunferécia. E N,tãbien el angulo B I L .excede al angulo,E T N, y ſi ygual , ygual , y ſi menor menor,luego ſera,por la.6.definicion del.5,q̃como la circunferencia.B C,ſe ha con la circunferencia.E Z.aſſi el angulo.B I C.con el angulo,E T Z, Pero como ſe ha el angulo.B I C. cõ el angulo,E T Z,aſſi el angulo.B A C, con el angulo, E D Z, porque cada vno(por la,20,del,3,)es duplo de cadaqual,luego ſera que como ſe ha la circunferencia,B C,con la circunferencia.E Z.aſſi el angulo,B I C,con el angulo,E T Z,y el angulo,B A C,con el angulo, E D Z,Luego en circulos yguales los angulos tienen la miſma razon que las circunferencias ſobre las quales eſtan,aora ſean hechos en los centros,aora en las circunferencias,Lo qual conuino demoſtrarſe,Digo tambien que como ſe ha la circunferencia.B C,con la circunferé



cia

cia.E Z.assi el sector.I B C,con el sector,T E Z,Tiren se las lineas,B C,C K,y tomados sobre las circunferencias, B C,C K los punctos, X.O,tirense las lineas,B X, X C,C O,O K,y porque(por la.15,definicion del,1.)las dos,B I,I C,son yguales a las dos,C I,I K,y abraçan yguales angulos,Luego(por la, 4, del,1,)la basis,B C,es ygual a la basis,C K, y el triangulo , I B C.es ygual al triãgulo,I C K,y porque es ygual la circunferencia.B C.a la circunferencia. C K. luego la circunferencia que resta,y cumple todo el circulo.A B C.es ygual a la circunferẽcia que resta,y cumple todo el circulo mismo. A B C.Por lo qual tambien el angulo.B X C.es ygual al angulo.C O K.Luego(por la.10.difinicio del.3.)el segmento.B X C. es semejãte al segmento.C O K.y estan en la s lineas rectas yguales . B C K C.y los segmentos de circulos semejantes que estan ẽyguales lineas rectas,ellos entre si son yguales(por la,24.del. 3 .) luego el segmento.B X C.es ygual al segmento.C O K. Pero el triangulo.I B C.es ygual al triangulo .I C K, luego todo el sector.I B C.es ygual a todo el sector.I C K , (por la primera comun sentencia)y por tanto tambien el sector. I K L . es ygual a cada vno de los dos.I B C.I C K. Luego los tres sectores.I B C, I C K.I K L.son yguales entre si,y por tanto tãbien son yguales entre si los sectores.T E Z.T Z M.T M N. luego quan multiplice es la circunferencia . B L. de la circunferencia.B C.tan multiplice es el sector.L I B. de el sector. I B C. y tambien por lo mismo quan multiplice es la circunferencia. N E.de la circunferencia.E Z.tã multiplice es el sector.T FN de el sector.T E Z,Luego si la circunferencia.B L. es ygual a la circunferencia.E N.ygual es tambien el sector.B I L, al sector.E T N.y si la circunferencia.B L.excede a la circunferẽcia.E N.excede tambien el sector.B I L.al sector . T E N. y si falta,falta.luego siendo quatro quantidades,dos circunferẽcias.B C.E Z.y dos sectores.I B C,E T Z.son tomados los ygualmente multiplices de la circunferencia.B C.y del sector I B C.la circunferencia.B L.y el sector.I B L.y de la circunferencia.E Z.y de el sector,T E Z. la circunferencia . E N . y el

R sector

2009 Ministerio de Cultura

sector. T E N. y esta demostrado que si la circunferencia, B L excede a la circunferencia. E N. que tambien excede el sector B I L. al sector. E T N. y si ygual, ygual, y si falta, falta. Luego sera (por la conuersion de la primera definicion del sexto) q̃ como se ha la circunferencia. B C. con la. E Z. assi el sector. I B C. con el sector. T E Z. Lo qual se auia de demostrar.

Corelario.

Y manifiesta cosa es que como se ha el sector con sector, assi el angulo con el angulo,

¶ Finis.

¶ Fin del libro sexto.

2009 Ministerio de Cultura

Folio.	Plana,	Ringlon.	Quiteſe	Ponga ſe
7	1	22	ran	tan
7	2	12	pareeiédo	pareciendo
10	1	21	8	28
12	1	1	ſon	
12	2	27	ſabricado	fabricado
13	2	6	meuor	menor
14	1	19	triaugulo	triangulo
14	2	4	DEZ	DZE
15	1	26	baſ	baſis
16	2	2	EZ	ZD
17	1	10	corte ſe	corteſe en
19	2	13	2	3
23	1	8	pribera	primera
23	1	28	yor el	yor q̃ el
24	1	11	FZ	EZ
24	1	8	EDC	EDZ
26	1	11	BET	BI T
26	2	15	EAD. ADC	ZAD, ADB
27	2	6	BCD	BDC
29	2	1	y en	y eſtan en
30	1	23	eſten	y eſten
31	1	16	ZECl	ZElC
32	1	13	eſtiendeſe	eſtiendaſe
32	2	16	ITL	TIL
33	1	2	KZ.LM	KZML
33	2	8	BDCE	BDEC
34	1	1	y eſta	y eſtan
34	2	16	dos del	del
36	2	29	ZD	ZC
37	1	1	ſe BD etc. haſta do dize gonal BD. en, quiteſe todo eſto.	
37	2	17	BC	y BC

2009 Ministerio de Cultura

Folio	Plana	Ringlon.	Quite ſe	Pongaſe
40	1	35	S Q E	S Q F
40	2	4	y ſon	ſon
42	1	35	gual	ygual
43	1	27	C B	C A
43	1	28	de la.B.	dela B A
44	2	2	a la.E	a la.E D
50	1	15	cirulo	circulo
53	2	13	C D	Z D
55	1	19	y por la	por la
57	2	22	C A B	E A B
60	1	11	D E	D C
62	1	20	B C	B C D
66	1	13	y q̃ la	y dela
69	1	18	tar a vna	tar vna
69	2	31	E D C	E D Z
75	1	18	T	T I
76	2	6	L M C	L M I
82	1	18	F Z	E Z
91	1	18	M.la.	M.de la
92	2	12	dos vna,	dos envna
96	1	8	la punta	ſu punto mas alto
99	2	4	la punta	el punto
107	1	13	el porq̃ es q̃ es.	porq̃ el q̃ es
108	1	17	A I B	I A B
108	1	18	C Z D	Z C D
108	1	19	D C Z	D Z C
110	1	4	I T K	L T K

Eratas delas figuras

en la figura dela.27.del.1.enla linea.A E E diga.A E B.enla figura dela.41.tire ſe vna linea dela A.haſta la.C.enla.24,del.3 en el circulo.A B.pongaſe vna.E.enla.18.del.6.enla figura.E Z DD.pon EZ CD.

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

/

ARCHIVO FACULTATIVO DE ARTILLERIA.

Indice por orden { alfabético....
de materias..

Estante....................

Tabla....................

2009 Ministerio de Cultura

2009 Ministerio de Cultura

8ª

GEOMET DE EUCLIDE

1576
1

1

2009 Ministerio d