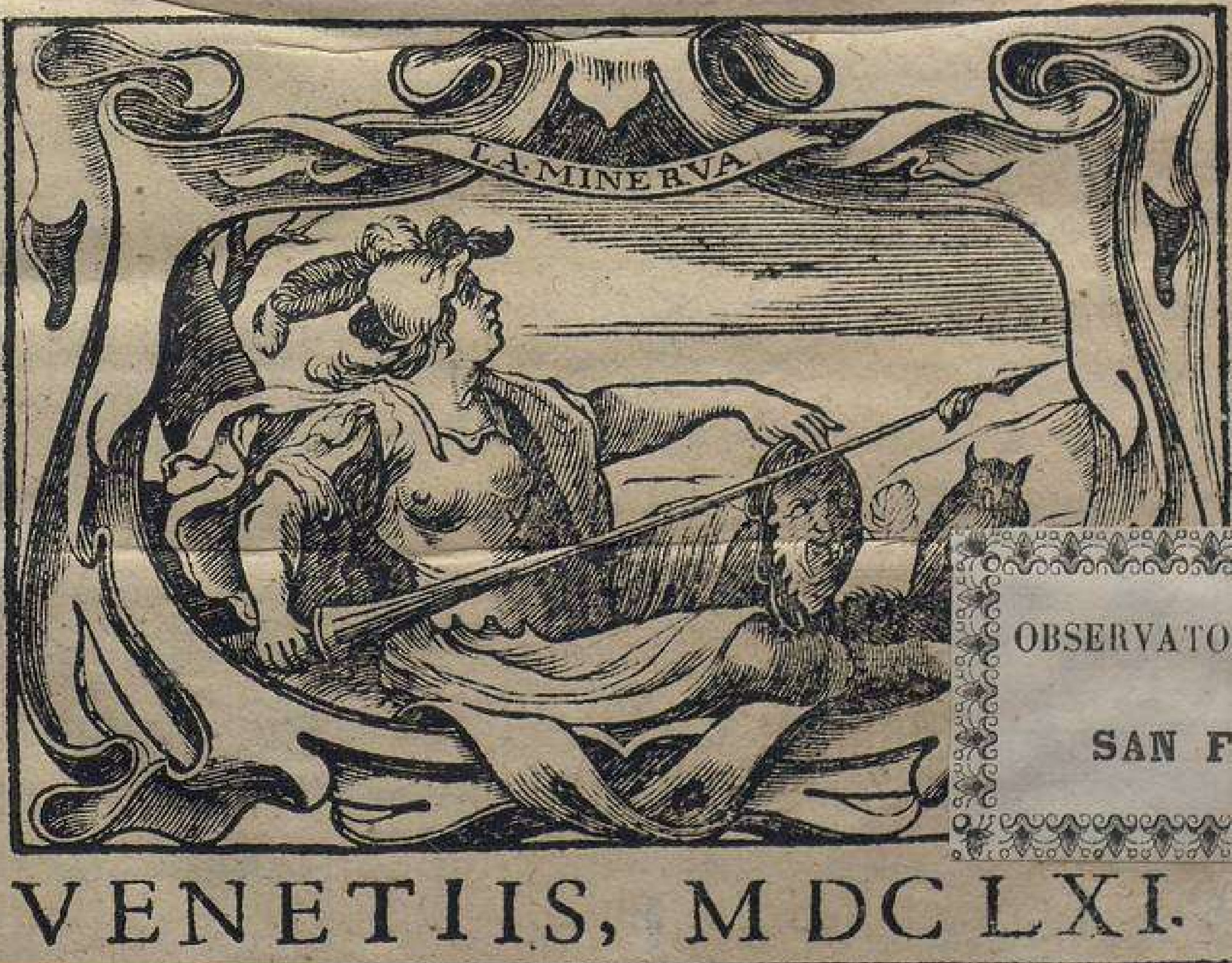
DE INFINITARUM COCHLEARUM MENSURIS,

AC CENTRIS GRAVITATIS.

QUIBUS ACCESSIT CONSTRUCTIO
Quorundam Problematum Geometricorum.

AUTHORE
F. STEPHANO DE ANGELIS
VENETO,
*Ordinis Iesuatorum S. HIERONYMI, in Veneta Prouincia
Definitore Prouinciali.*



VENETIIS, MDCLXI.

Apud Ioannem La Noù.
SUPERIORUM PERMISSU.

SERENISSIMO PRINCIPI LEOPOLDO AB HETRVRIA.

F. STEPHANVS ANGELI VENETVS, Ord. Iesuat. S. HIERONYMI, & in Veneta Prouincia Prouincialis Definitor P.P.P.

TVO Regio nomine (Serenissime Princeps) ac Maiestate celsissima feliciter insignita mea Mathesis, ceruicem adeò extollit gloriosè, & elatè se effert, vt Te vno Atlante suffulta, Herculis cuiusuis opem spernat, atque iuuamen refellat. Ducent ipsam sanè ad æternitatis limina ouanter rotantes tui Globi, ac gentilitia Lilia inaurabunt, ità vt omnibus numeris sit euasura venustissima, & firma. Optimum profectò mihi consilium incidit, vt has, quæ de Infinitis Cochleis, sum meditatus elucubrationes Tibi inscriberem; etenim si de sui tenuitate forsan vilescunt, de tui patrocinio iure superbient, & fulcimen sortientur præclarissimum. Habuit vnicè de tribus ipsarum appendicem eruditissimus Torricellius, quam Tibi Mecenati omnium am-

plissimo, ac Geometris gratissimo libauit. Eius studiorum sum subsecutus dictamen, & obsequentissimi ergà te ipsum animi vestigijs adhæsi: Tibiquè ideò, & quæ de Superficie Vngulæ à me prodierunt, & iterum hęc, quę de Infinitis Cochleis pertracto, dicata Munuscula exhibeo. Ipsis spondeo faustitatem eximiam, àc sortem optimam: eundem namquè Serenisſ. Leopoldum, *qui fronte hilari mea aliàs vota excepit: hæc humillimæ obseruantiæ monimenta denuò non aspernaturum mihi polliceor. Te vnum sibi auspicatissimum Numen Geometria veneratur, Tutelaremque colit: & quamquam seculi huius incuria, àc ingeniorum inertia paucis comitata asseclis procedat, & penè spreta gradiatur; cum tamen Te Patronum selegit, Iouem beneficentissimum nanciscitur, qui, & aureos gratiarum imbres pluat ad eius dignitatem decorandam, & fulmina acuat, vt quotquot in ipsam insurgunt terreantur. Ergò exantlati labores isti se Tuis obuoluunt pedibus (Serenissime Princeps) ac sistunt obtutibus, quò ipsis generosè conferras aligeras vires, sisquè ijsdem Dędalus, à quò non cereas plumas, sed sumant radiantia præsidia tutè ad apicem felicitatis euolaturi. Valeas ad Nestoris annos incolumis, vt inocciduè Mathesis decor splendescat, Principis optimi specimen micanter eniteat, numquam litterarius fulgor pallescat, suumquè semper efferrant Gloria, & Virtus Apollinem.*

Scribebam Venetijs 3. Idus Septembris 1661.

I. E.

LECTORI BENEVOLO.

QVANTVM, Methodi indiuisibilium ope, ab eximio Bonauentura Caualerio excogitatæ, geometria profecerit, haud obscurè fas tibi (Mi Lector) erit prælibare, si percurras dumtaxat, quæ per celebris Euangelista Torricellius, testis omni exceptione maior, veridicè aliquando deposuit. *Miseret* (inquit ipse in proëmio ad Lectorem problematis acuti hyperbolici infinitæ longitudinis) *me veteris geometriæ, quæ cum indiuisibilium doctrinam, siuè non nouerit, siuè non admiserit, circa dimensionem solidorum adeò paucas veritates inuenit, vt ipsa penuria infelix ad ætatem nostram peruenerit. Antiquorum etenim Theoremata, circa doctrinam solidorum, quota pars sunt contemplationum, quas mirabilis nostro æuo Caualerius (omissis alijs) instituit, circa tot classes solidorum, specie differentium, multitudine*

abun-

abundantium? Quod si non satis methodi huiusce oras circumire, ast potius, quæ arcana, & recondita, ipsa media, celebriores geometræ detexere, penetrare delectat: non tantum medius fidius assertis Torricellianis subscribes, quin potius admirari haud desines, in virorum specie vnquam extitisse, qui sterilem geometriæ plantam hoc vegeto, fæcundoque humore carere curauerint. Veruntamen obstupescentia hæc ad summum attolletur fastigium, dùm occurrerit solidum quoddam, non rectum, neque rotundum, sed spirali reuolutione contortum, cuius mensura in æternis ignorantiæ abyssis fortè latitasset, nisi indiuisibilium splendor geometris affulsisset. Per hoc, Cochleam subintellige, solidum equidem vulgatum, at antiquissimum, & quod tantammodo nostris temporibus ab antedicto famosissimo Torricellio, prorogatis Caualerianis indiuisibilibus ad curua, ipsis, figuræ iam notæ magnitudinis, æquale mirabiliter patefecit. Porrò solida sic contorta ad mensuram determinatam redacta, non modò ad infinita, quin potius ad multipliciter infinita relata, pauca admodum extant, quippè trium numerum non excedentia. Quorum vnum à triangulo gignitur: duo verò reliqua à rectangulo, & circulo, vt videre est in appendice Cochleæ ipsiusmet Torricellij in problem: & in schol. eiusdem. Sed nec de ipsarum Cochlearum grauitatis centris visus fuit Torricellius valdè sollicitus: nimium namque ieiunè, & absque demonstratione centrum grauitatis

Cochleę

Cochleæ ex triangulo ortum ducentis solummodo tetigit. Non ignoramus attamen in votis Torricellij extitisse, permittente Parca, iam impressis alia subinde adnectere. Ità quippè in schol. citat. pollicitus. *Fortasse etiam fiet, nisi vniuersa hæc, quæ in istis libellis continentur, tibi displicuisse comperiam, vt ea, quæ hìc desiderantur, & multo plura circa grauitatem, ipsiusque centrum peculiari libello geometricè comprehendam.* Ast fato subreptus, propè diuinum illius ingenium nequiuit promissa persoluere. Hæc nos aliquando recogitantes, summopere optabamus, pro conatu nostro, mortis inuidiæ aduersari; & quæ ob istius falcis immanitatem explere Torricellius non valuit, tenuitate nostra supplere. Et quidem non euentu infelici. Quippè haud multis propositionibus, quasdam, simplicissimasq; generales regulas animaduertimus, quibus & mensuræ, & centra grauitatis non trium, ter centum, aut ter millium; sed multipliciter infinitarum Cochlearum manifestantur. Quæ omnia præsenti libello Tibi communicata fore decreuimus.

Porrò, cum Illustrissimus Renatus Franciscus Slusius Leodiensis vir in omni disciplinarum genere peritissimus, ast apprimè geometra celsissimus, Epistolis suis Leodij datis sub die 8, Iulij proximè præteriti, exercitationis gratia proposuerit Problema quoddam soluendum: & cum non modò hoc quinque diuersis medijs, sed, ex ipso arrepta occasione, alia construxerimus: determinauimus hæc

sub-

ſubnectere. Quamuis namque parum videantur ſuſceptæ Prouinciæ inſeruire: nihilominus haud totaliter ſunt aliena, vt ſuis apparebit in locis. Hoc autem eò libentius exequimur, quia quamuis nugæ, attamen non niſi geometricæ; proindeque non ſpernendæ: & Deus ſcit ſi opportunior occaſio, ipſa imprimendi aliquando ſuppeditabitur. Suſcipe ergo, Benignè Lector, quæ nunc tenuis noſter exarauit calamus. Quod ſi hæc cum ijs aliàs promulgatis haud diſplicuiſſe erit compertum; fortaſſis alia moliemur. Vale.

DE

DE INFINITARVM COCHLEARVM MENSVRIS,

AC CENTRIS GRAVITATIS.

MAGNVS ille Geometra Euangelista Torricellius de Cochlea pertractaturus, ante cætera, quid Cochlea sit, præmittit. Ast, quoniam vnicum dumtaxat genus Cochleę sua explicatione fuit amplexus; quum nos ipsius genera bina simus explanaturi; idcirco Torricellij definitio haud debet sola consistere: sed ipsi proprias associabimus. Inquit ergo Torricellius, & sit.

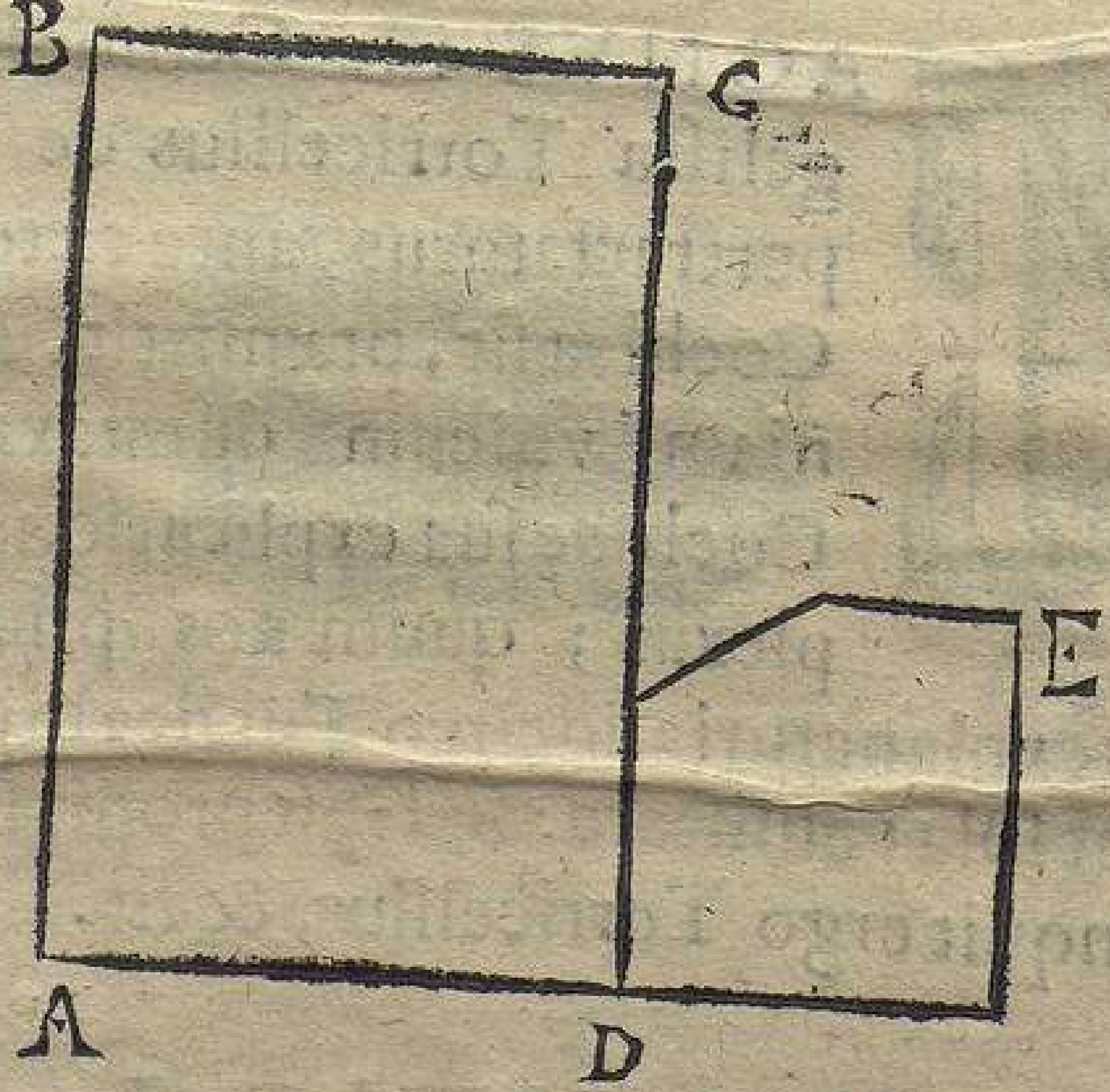
DEFINITIO I.

Si eodem tempore moueantur duæ planæ figuræ, quæ semper in eodem plano consistant, nempe rectangulum ABCD, *circa axem A B, motu circulari æquabili, & figura quæcunque D E, motu progressiuo super latere D C. Solidum quod à figura genitrice D E, describitur, Cochleam appello.*

Definitiones propriæ sunt.

DEFINITIO II.

Si eodem tempore moueatur plana quęlibet figura D E, duplici motu ęquabili, nempe circulari circa D C, & progressiuo per D C, donec redierit ad eandem plagam, à qua cæpit moueri. Solidum, quod à figura D E, generatur vocemus cochleam strictam.



Cochleam, secunda hac definitione expositam, strictam nuncupauimus, ad distinctionem Cochleæ

Torricellij in prim. def. traditæ, quæ consequenter Cochlea lata appellitari poterit.

DEFINITIO III.

Linea DC, in nostra definitione, & AB, in Torricellij, dicentur, Lineæ directionis.

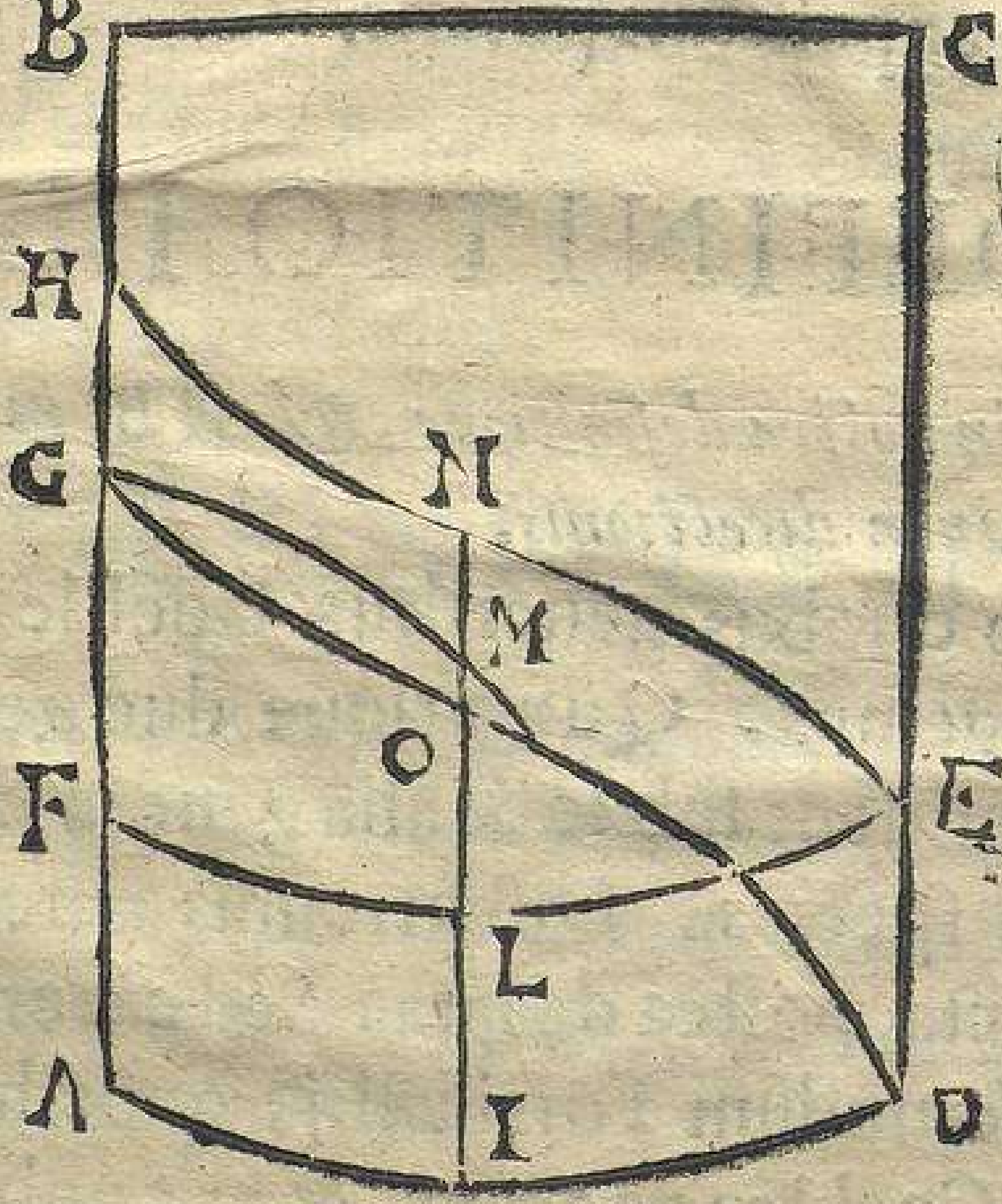
De his ergo duobus generibus Cochlearum in sequentibus agemus. Quæ vtique duo genera generalissima continent sub se & alia genera, & infinitas Cochlearum species. Discurremus autem prius de Cochlea stricta, postea de lata. Sed cætera præcedebit lemma secundum Torricellij, quod habet in appendice de Cochlea pag. 145. & erit nobis.

PROPOSITIO I.

Esto cylindrus rectus ABCD, & ex recta ED, tamquam termino duæ rectę lineę in superficie cylindrica ęquales ipsi ED, moueantur quarum altera puro circulari motu zonam EFAD, describat, altera vero quocunque motu zonam EHGOD, designans, moueatur donec ambæ ad vnum, idemque latus cylindri, puta AB, peruenerint. Dico huiusmodi zonas, siue zonarum portiones inter se esse ęquales.

Concipiatur enim trigonus cylindricus superior HFE, transferri, & supra inferiorem GAD, collocari, ita vt peripheria FE, ipsi AD, super ponatur, quę necessariò con-

 gruent,



gruent, cum sint arcus ęqualium circulorum, & rectæ siue chordę FE, AD (si ducantur) ęquales sint per propositionem 33. Primi, Elementorum Euclidis.

Ipsa etiam recta FH, congruet cum recta sibi ęquali AG, aliàs duę rectę se intersecarent in superficie cylindrica, quod esse non potest. Ipsa tandem curua HNE, qualiscunque sit, congruet cum curua GOD. Nisi enim congruat; esto: Et sit GMD, translata curua HNE, quę non congruit cum GOD. Ductaque in superficie cylindri, erit MI, inęqualis ipsi IO; ergo etiam NL, cum ęqualis sit MI, erit inęqualis ipsi IO, quod eße non potest; cum enim per suppositionem ęquales sint IL, ON, additaque siue ablata communi LO, erit tota IO, ęqualis toti NL. Propterea totum

trian-

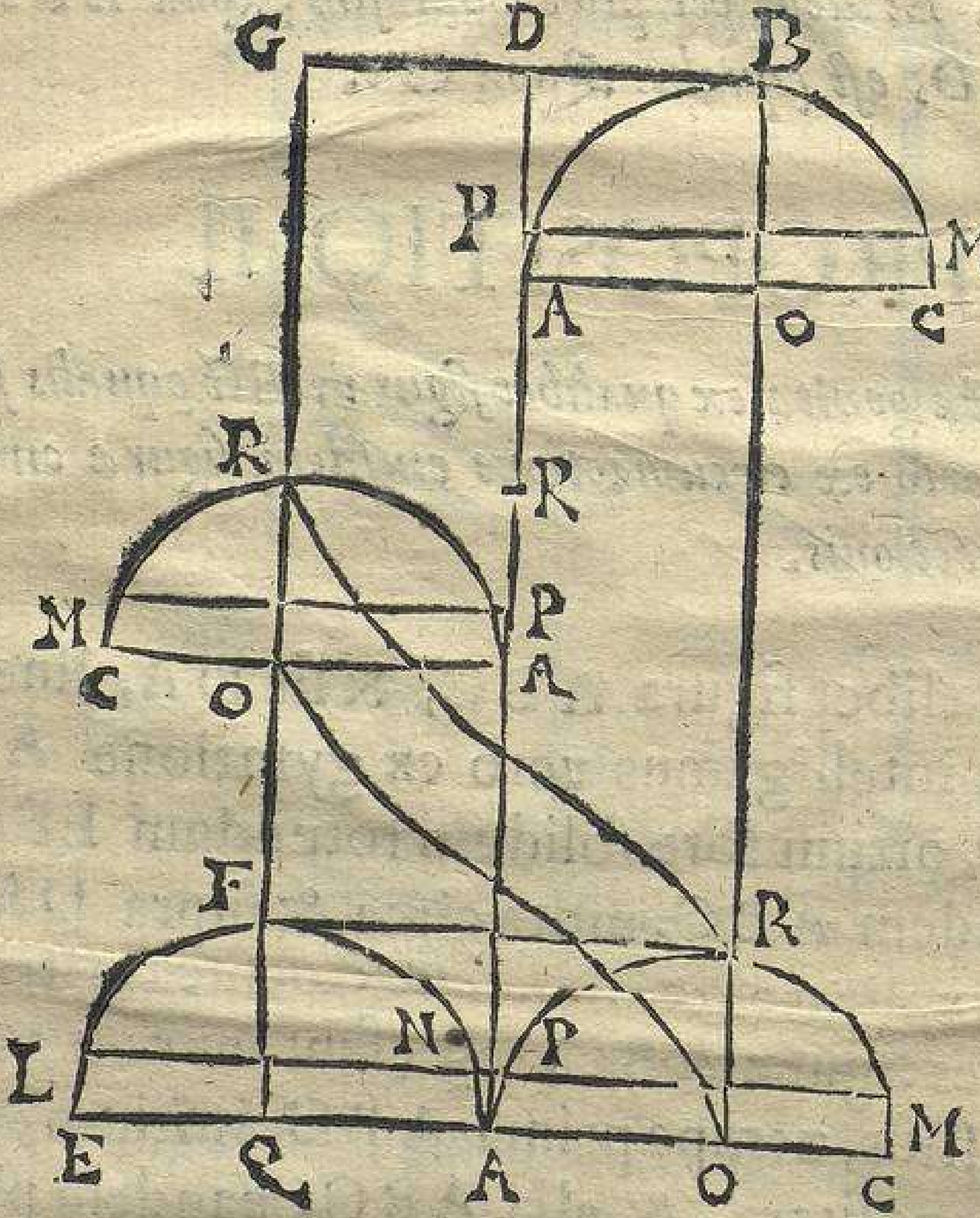
triangulum cylindricum HFE, ęquale eſt triangulo cylindrico GAD. Et ideo, per proſtaphęreſim, zona EFAD, zonæ EHGD, eſt ęqualis. Quod &c.

PROPOSITIO II.

Cochlea ſtricta genita ex qualibet figura. Eſt ęqualis ſolido rotundo orto ex circumactione eiuſdem figuræ circa lineam directionis.

Eſto quælibet figura ABC, & ſit DA, linea directionis; intelligamus verò ex gyratione ABC, circa AD, ortum fore ſolidum rotundum EFABC: item ex eadem ABC, mota circa, & ſupra DA, modo ſupra explicato, genitam eſſe Cochleam ſtrictam, adeò vt tres figuræ ABC, repręſentent nobis diuerſos ipſius ſitus, nempe prima ABC, initium, CBA plagam oppoſitam, & alia ABC, eandem plagam cum initio. Dico ſolidum EFABC rotundum, ęquale eſſe cochleæ ſtrictæ genitæ ex ABC. Sumatur in AC, arbitrariè punctum O, per quod ducatur OB, parallela DA, & fiat rectangulum DO, quod intelligatur rotari circa DA, ita vt fiat cylindrus GO. Ergo ex rotatione figuræ ABC, circa DA, generabitur in ſuperficie cylindri GO, à linea BO, zona cylindrica FO: & ex generatione cochleæ ex eadem figura ABC, generabitur ab eadem BO, in eadem ſuperficie cylindrica faſcia cochlearis OOOBBB. Ergo ex propoſit. antec.

zona



zona cylindrica FO, erit æqualis fasciæ cylindricæ OOOBBB. Sed punctum O, sumptum fuit arbitrariè, pariterque OB, arbitrariè ducta fuit. Ergo omnes zonæ cylindricæ solidi EFABC, ortæ ex rotatione figuræ ABC, circa DA, æquales erunt omnibus fascijs cylindricis cochleæ ex figura ABC. Ergo & solidum rotundum EFABC, erit æquale cochleæ ex figura ABC. Quod erat ostendendum.

CO-

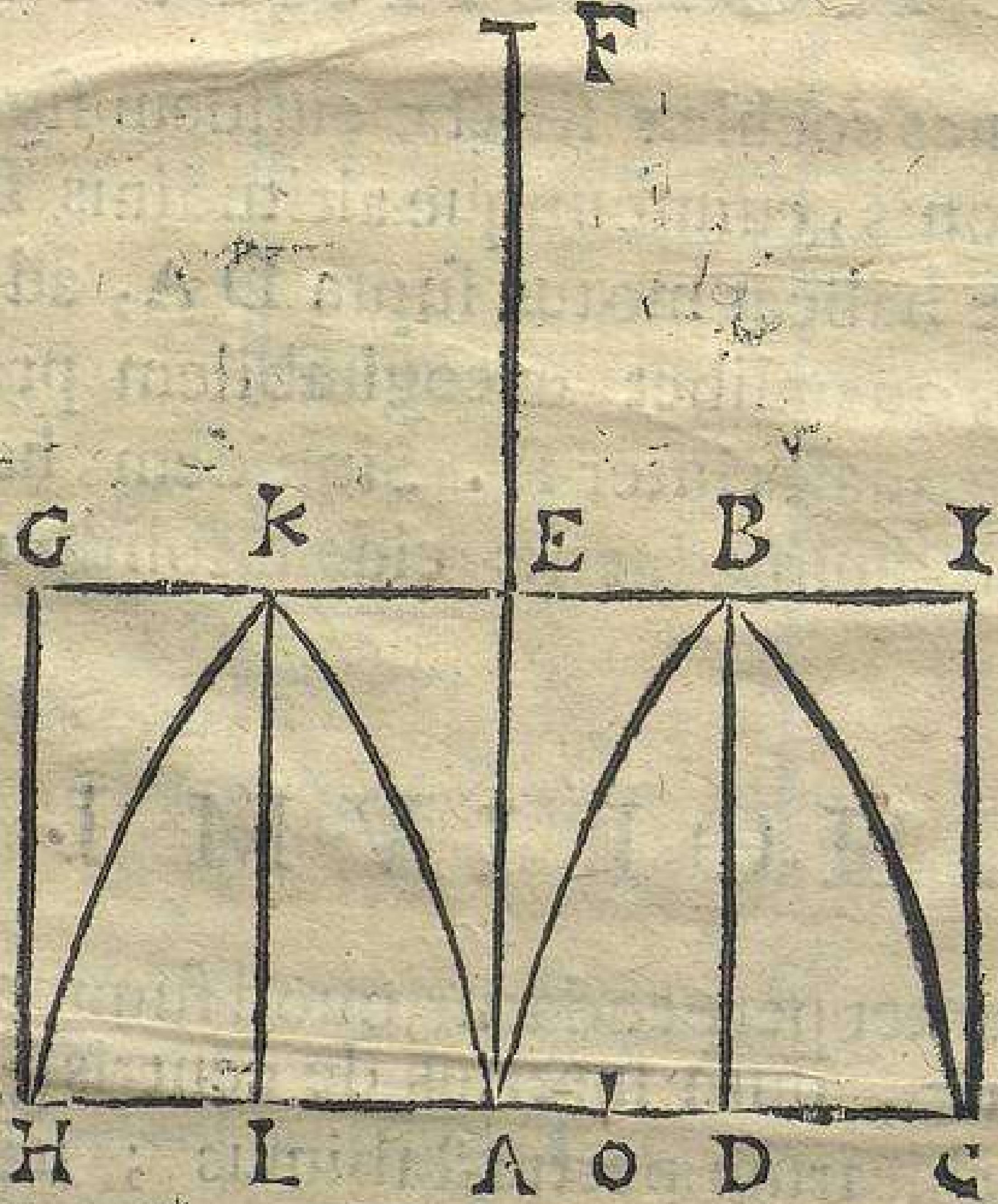
COROLLARIVM.

Ergo omnes cochleæ strictæ eiusdem figuræ primæ reuolutionis, cuiuscunque altitudinis D A, extent, nempe habeat motus supra D A, ad motum circa ipsam, quamlibet excogitabilem proportionem, erunt æquales inter se. Siquidem, hæ omnes æquales sunt animaduersæ eidem solido rotundo E F A B C.

SCHOLIVM I.

Ast diligenter perpendatur, quod summopere necessarium erit, dum inferius de centris grauitatis omnium cochlearum pertractabimus; nempe cochleam dictam ex figura, & solidum rotandum ex ipsa, non modò æqualia fore secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales; quando nimirum eadem pars figuræ vtrorumque solidorum est generatrix. V. g. si figura genitrix A B C, sit secta linea P M, A C, parallela, & intelligamus ex A P M C, mota circa, & supra D A, & gyrata circa A D, gigni, & partem cochleæ, & E L N A P M C, frustum solidi rotundi: nihilominus hæc solida erunt ęqualia. Pari passu, solidum L F N P B M, & cochlea genita ex P B M, circa D A, & supra D A, parallelam ductam per P, ęqualia erunt, ex vi antecedentis propositionis.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Amplitudo, ac vniuersalitas propositionis præsentis sic extenditur, vt comprehendat cochleas infinitas, infinitisque modis diuersificatas. Verum diuersæ infinitæ hæ cochleæ ad tria rediguntur capita (semper de his fando, regularitatem aliquam præseferentibus, & quarum vt plurimum, mensura aliqua est reperibilis:) nempe ad cochleam genitam ex figura circa axim: ad cochleam genitam ex dimidia figura circa axim, cuius linea directionis sit axis ipsemet

met

met productus: & ad cochleam genitam ex eadem dimidia figura circa axim, cuius linea directionis ſit linea parallela axi ducta per extremitatem baſis ſemifiguræ. Primi generis. Supponamus in antecedenti diagrammate, ABC, eſſe quamlibet figuram circa diametrum DB, lineam directionis eſſe FA, & ex gyratione circa, & ſupra FA, genitam eſſe cochleam, modo in definitione explicato. Secundi generis, putandum eſt, ſemifiguram genitricem eſſe ABD, & lineam directionis eſſe DB, productam. Tertij generis, ſemifiguram eſſe eandem ABD, & lineam directionis eſſe AF, parallelam axi DB. Omnium cochlearum, his tribus generibus comprehenſarum, licet aſſignare menſuras determinatas, quotieſcunque etiam ſolidorum rotundorum ex ipſis figuris genetricibus menſurę ſunt aſſignabiles. Puta, ſi intelligamus ABC, eſſe quamlibet ex infinitis parabolis, de quibus & conſcripſimus aliquandò 4, libros, & loquuti ſumus paſſim in illis operibus, quas ante hac elaborauimus; quia putantes ipſam rotari circa AE, ad generandum annulum, HKABC: omnium dictorum annulorum aſſignauimus menſuras in 2. lib. propoſit. 11. & in propoſit. 29. Miſcell. Hyperb. & Parab. ideo conſequenter habebimus menſuras omnium cochlearum ex infinitis parabolis ABC, circa, & ſupra FA, motis. Sic, quia ſemiparabola ABD, rotata vel circa EA, vel circa BD, ſolidorum LkABD, ABC, genitorum, traditæ fuere menſuræ in propoſit. 15. dicti libri ſe-

B cundi:

cundi : pariter erunt traditæ mensuræ cochlearum genitarum ex infinitis semiparabolis motis iuxta antecedentes explicationes.

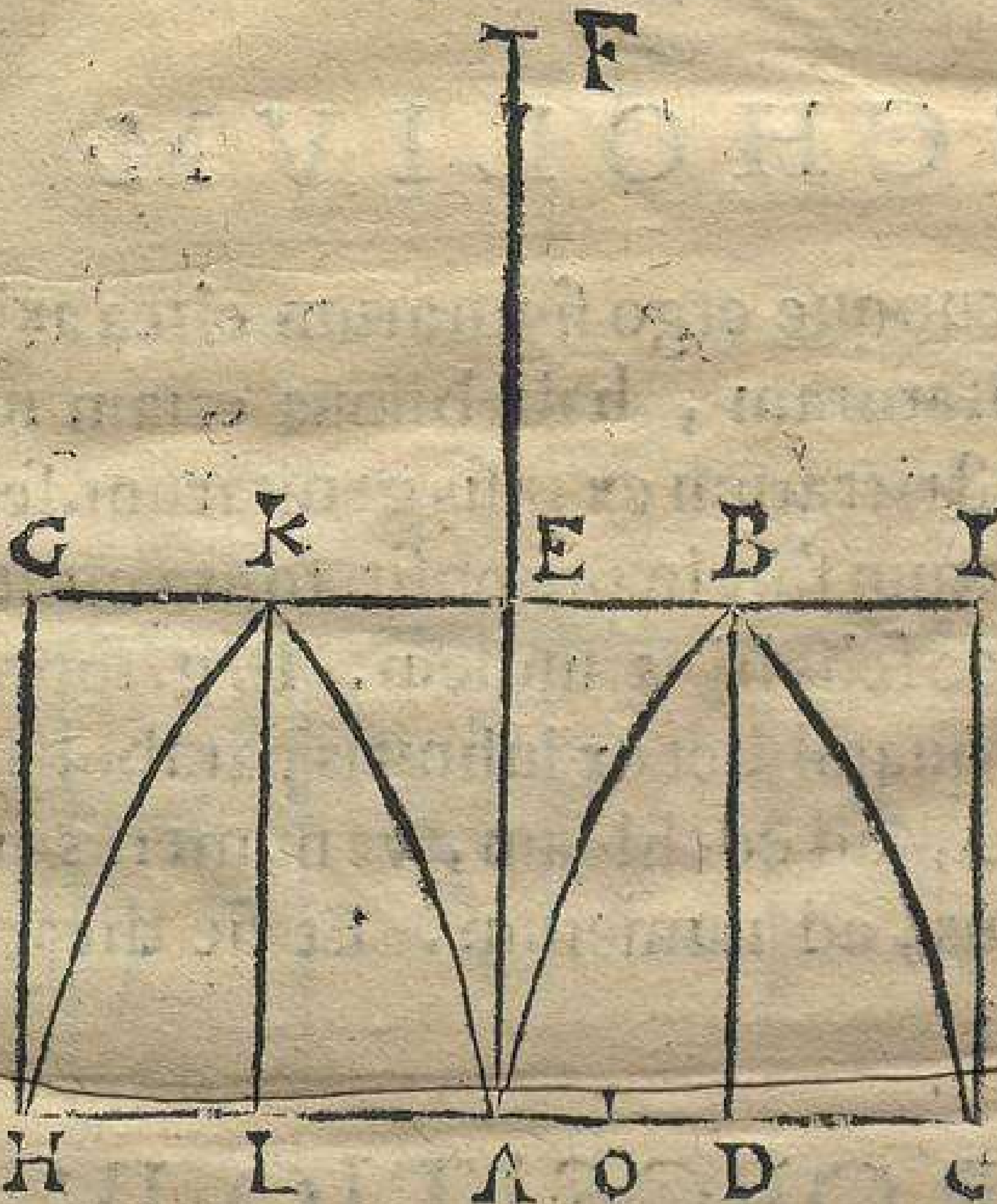
Quot igitur cochlearum particularium, & quot modis diuersificatarum, fas esset mensuras reperire, relinquimus lectori considerandum. In nostro opere de Infinitis Parabolis; in Miscellaneis Hyperbolico, & Parabolico, ac in Geometrico; in tractatibus de Superficie Vngulæ, & de Quartis Liliorum Parabolicorum, & Cycloidalium, innumera mensurauimus solida rotunda orta ex rotatione vel figurarum, vel semifigurarum circa axim: Ergo, ex his, licebit colligere mensuras innumerabilium cochlearum. Sed quæ sint hæ, eruat lector ex dictis operibus: nobis namque sufficit hęc vniuersaliter insinuasse.

PROPOSITIO III.

Si cuilibet figuræ circa axim sit circumscriptum rectangulum, quod reuoluatur circa latus, quod sit linea directionis cochleæ strictę genitę ex figura. Cylindrus ex rectangulo erit ad cochleam ex figura, vt rectangulum ad figuram.

Sit quælibet figura ABC, circa axim BD, & sit ipsi circumscriptum rectangulum EC, quo reuoluto circa FA, fiat cylindrus GC: mente autem intelligamus ex figura ABC, mota circa, & supra lineam directionis FA, genitam esse cochleam

(sem-



(ſemper ſubintellige vnius reuolutionis.) Dico cylindrum G C, eſſe ad cochleam genitam ex A B C, vt rectangulum E C, ad figuram A B C. Nam, intelligamus ex eadem figura A B C, reuoluta circa FA, genitum eſſe ſolidum rotundum H K A B C, quod vtique perſtringetur à cylindro G C. Cumque ſolidum rotundum H K A B C, ſit ex propoſit. anteced. ęquale cochleę ſtrictę ex figura A B C. Ergo cylindrus G C, ad hęc ſolida habebit eandem rationem. Sed ex propoſit. 15. lib. 2. de Infin. Parab. & ex propoſit. 29. noſtri Miſcell. Hyperb. cylindrus G C, eſt ad ſolidum H K A B C, vt rectangulum

EC, ad figuram ABC. Ergo & sic ad cochleam strictam ex ABC. Quod &c.

SCHOLIVM.

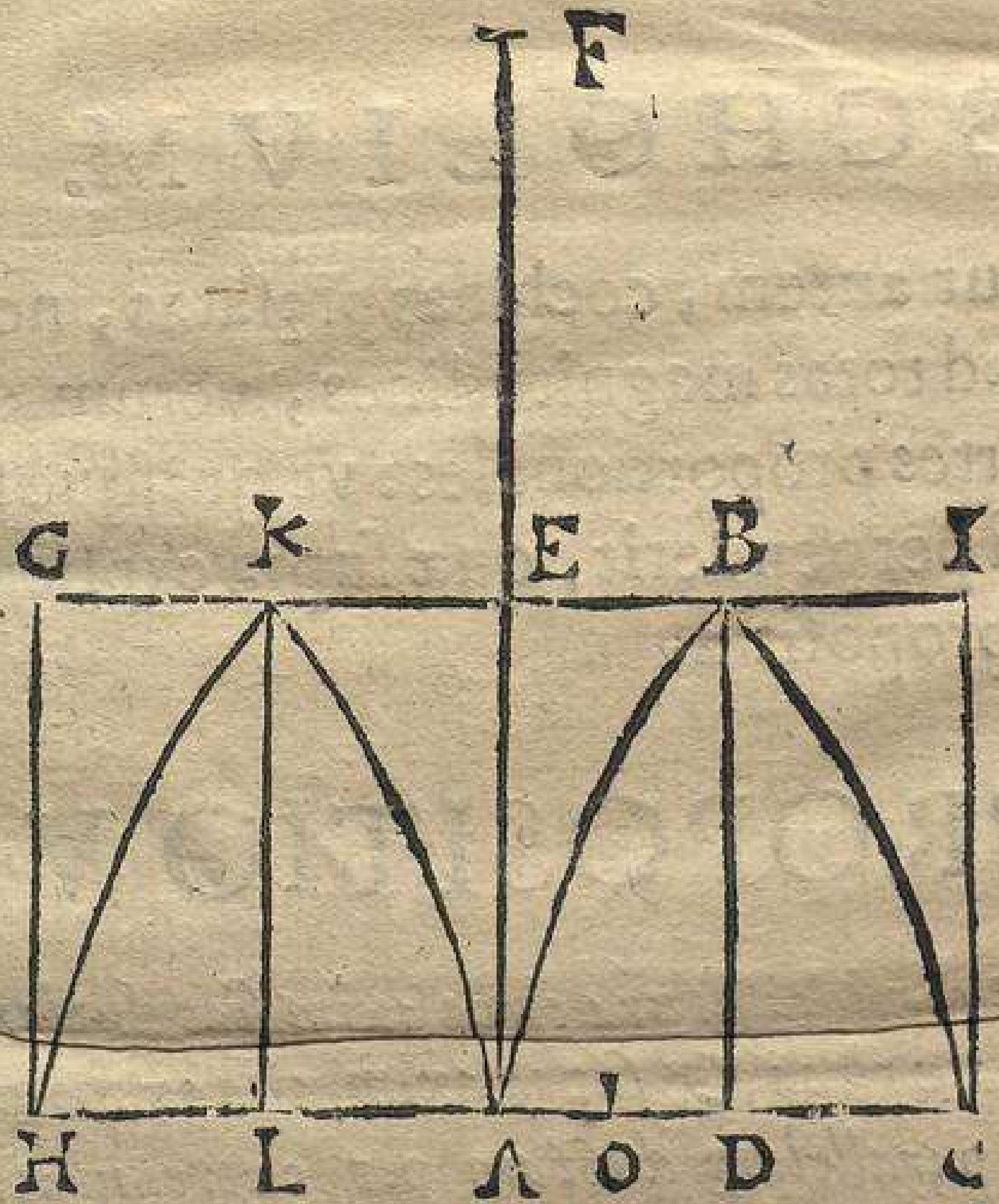
Quarumcunque ergo figurarum circa axim habebimus quadraturam, habebimus etiam mensuras cochlearum strictarum ex ipsis genitarum, secundum quod assignatum fuit in proposit. supra citatis, & in corollarijs, ac scholij earundem. E. g. supponentes ABC, esse quamlibet ex infinitis parabolis: erit cylindrus GC, ad cochleam, vt numerus parabolæ vnitate auctus, ad numerum. Et sic dicatur de cæteris.

PROPOSITIO IV.

Si ex qualibet figura circa axim fiat cochlea stricta. Hęc erit ęqualis quatuor cochleis strictis ex dimidia figura, duarum quarum sit linea directionis axis ipsemet; aliarum verò linea parallela axi ducta per extremitatem basis.

Vt in proposit. antec. sit quęlibet figura ABC, circa axim BD, ex qua mota circa, & supra FA, intelligamus genitam cochleam: pariter intelligamus semifiguram ABD, duabus vicibus moueri circa, & supra BD, productam, & duabus vicibus circa, & supra FA. Dico cochleam strictam ex

ABC,



ABC, æqualem fore dictis quatuor cochleis ex ABD.

Nam, ſi intelligamus ABC, rotari circa EA, & ABD, pariter rotari circa EA, BD: ex propoſit. 30. Miſcell. Hyperb. ſolidum HKABC, erit ęquale duobus ſolidis LkABD, & duobus ABC. Sed ex propoſit. 2. ſolidum HkABC, ęquatur cochleę ex ABC, mota circa, & ſupra FA: & pariter duo ſolida LkABD, ęquantur duabus cochleis ex ABD, circa, & ſupra FA, & duo ſolida ABC, ſunt æqualia duabus cochleis ex eadem ABD, mo-

ta

ta circa, & supra B D, productam. Quare facilè patebit propositum.

SCHOLIVM.

Adnotetur autem, cochleas prefatas, non modò equari quoad totas magnitudines, verum etiam secundum partes proportionales: vt quisque facile assequetur, si perpenderit, quæ supra explicata fuere in schol. 1. proposit. 2.

PROPOSITIO V.

Si ex qualibet dimidia figura circa axim fiat duplex Cochlea, vna ex motu circa, & supra axim, alia ex motu circa, & supra axi parallelam ductam per extremitatem basis. Erunt hæ Cochleæ ad inuicem in ratione, in qua secatur basis semifiguræ à centro æquilibrij ipsius secundum basim appensæ, vt homologi termini sint, qui terminantur ad lineas circa, & supra quas fiunt motus.

Esto, vt prius, A B D, quælibet semifigura circa axim B D, & esto O, centrum equilibrij ipsius secundum A D, appensæ; & intelligamus ex motibus A B D, circa, & supra F A, & circa, & supra B D, fieri Cochleas. Dico, eam ex motu circa, & supra F A, esse ad eam ex motu circa, & supra B D, vt A O, ad O D. Siquidem, si intelligamus A B D, rotari circa E A, & B D, Cochleę eius genitæ erunt ęquales singilla-

gilla-

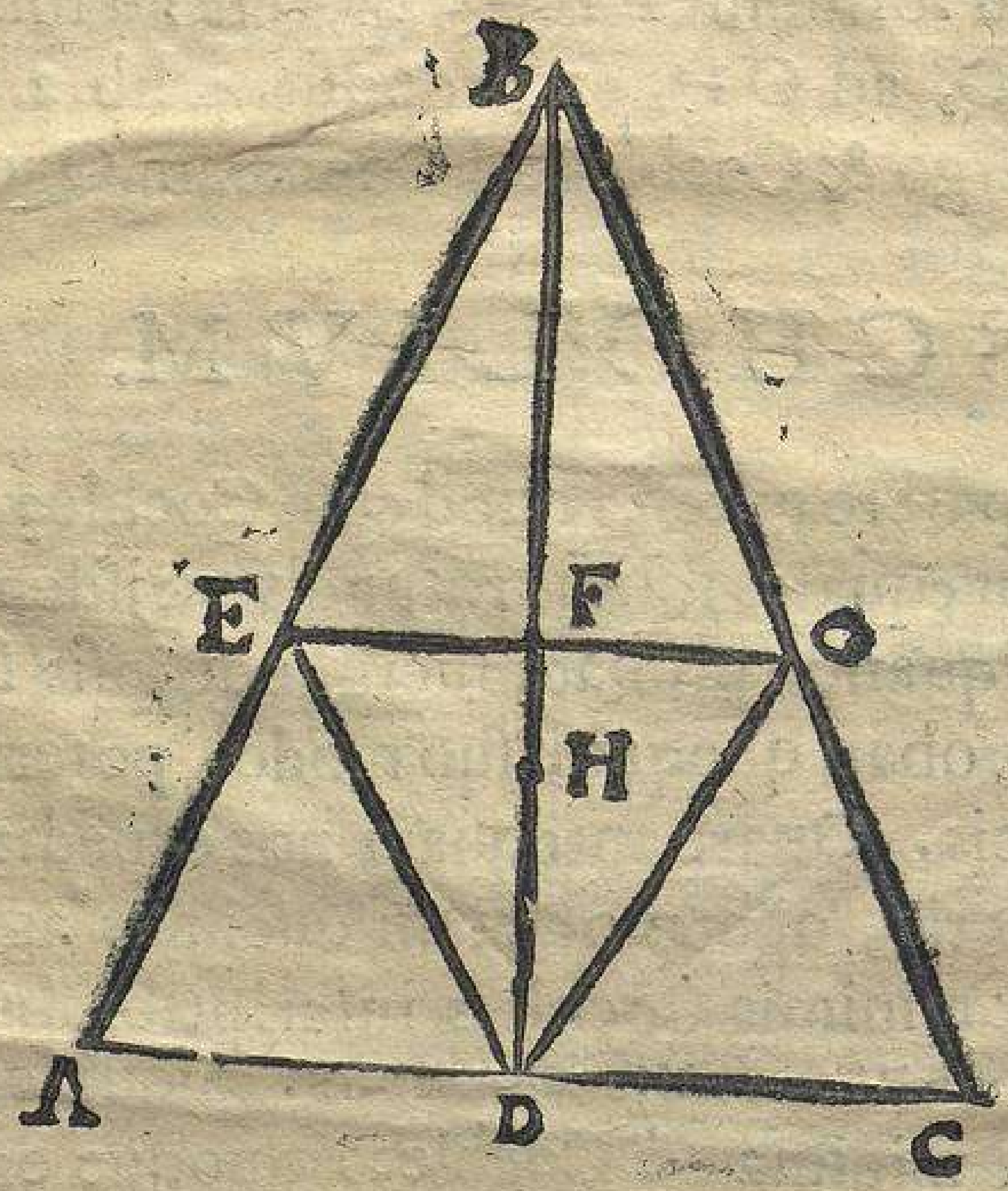
gillatim ſolidis rotundis LKABD, ABC, ex propoſit. 2. Sed ſolidum LKABD, eſt ad ſolidum ABC, vt AO, ad OD, ex propoſit. 4. lib. 2. de Infin. Parab. Ergo & Cochlea ad Cochleam. Quod &c.

SCHOLIVM.

Ex dictis patere poteſt, quod cum Cochleę ſtrictę ex figuris ſint ęquales ſolidis rotundis ex ijſdem; omnia, quę aliquando probata fuerunt de ipſis ſolidis rotundis, probari quoque, ſuo modo, poterunt de ipſis Cochleis. Quare antequam nos expediamus à cochleis ſtrictis, operæ pretium ducimus agere de maximis, & minimis Cochleis inſcriptibilibus, & circumſcriptibilibus alijs Cochleis. Siquidem hęc maxima, & minima ad Cochleas quoque extendi poſſunt.

Qua in re attamen pręſciendum eſt, quod motus figurarum genitricium ſupra lineas directionum, non modò debent eſſe ęquabiles, verum etiam ęque veloces inter ſe. V. g. eſto DBC, triangulum, & DFO, aliud triangulum in ipſo inſcriptum, vt ex rotatione ipſorum circa BD, ortis conis ABC, EDO, hic ſit maximus conus in ipſo inſcriptus: Cogitemus dicta duo triangula moueri circa, & ſupra BD, productam, veluti circa lineam directionis. Manifeſtum eſt, genitas fuiſſe duas cochleas ſtrictas ęquales conis ABC, EDO. Quod ſi motus duorum triangulorum DBC, DFO, ſupra BD, non

modò



modò erunt ęquabiles, ſed etiam ęque veloces inter ſe: differentia altitudinum cochlearum ſemper erit æqualis ipſi BF: & cochlea genita à triangulo DFO, erit inſcripta in cochlea genita à triangulo DBC. Siquidem, nec ipſam ſcindet, nec ipſam non tanget. Nam circulus flexuoſus (ſic enim liceat ipſum appellare) qui genitus fuit à linea FO, mota circa, & ſupra BD, qui etiam erit baſis cochleæ inſcriptæ, eſt etiam vnus circulus flexuoſorum cochleę ex DBC. Namque, cum motus vtrorumque triangulorum ſint ęque veloces inter ſe; FO, & prout eſt vna linearum trianguli DBC, & vt baſis trianguli

guli

guli FDO, faciet vnum, idemque motum numero. His aliqualiter prælibatis, proferemus duas sequentes, & vniuersalissimas propositiones.

PROPOSITIO VI.

Si in qualibet semifigura circa axim sit inscriptum triangulum, vt reuolutis ambobus circa axim, conus genitus ex triangulo sit maximus inscriptibilium in solido genito ex semifigura; & semifigura cum triangulo moueantur circa, & supra axim productum ad generandas Cochleas, sic, vt motus vterque supra axim sit etiam æque velox. Cochlea genita ex triangulo, erit maxima inscriptibilium in Cochlea genita ex semifigura.

Esto DBC, semifigura quælibet circa axim BD, & esto triangulum DFH, vt FH, sit parallela DC, & sit triangulum talis conditionis, vt facta rotatione circa DB, conus GDH, ortus ex triangulo, sit maximus inscriptibilium intra solidum ABC. Dico, quod si ex motibus circa, & supra DE, productam etiam, DBC, DFH, intelligamus productas duas cochleas, sed sic, vt vterque motus per DE, sit ęque velox: Cochlea ex DFH, erit maxima inscriptibilium intra cochleam ex DBC, semifigura. Quod enim cochlea ex triangulo sit inscripta in cochlea ex semifigura, percipiet lector ex dictis in scholio ant. Quod verò sit maxima, faciliter fiet palam. Nam, si non est maxima, sit aliud triangulum IPD, vt co-

C chlea

chlea ex ipso sit maxima, & intelligamus ex gyratione ipsius circa BD, genitum esse conum ODP, qui, ex hypothesi, minor erit cono GDH, maximo inscriptorum intra solidum ABC. Cum verò conis ODP, GDH, sint ex proposit. 2. æquales cochleę ex triangulis IDP, FDH. Ergo cochlea ex triangulo IDP, minor erit ea ex triangulo FDH. Non ergo maxima. Quare maxima ea, quæ ex triangulo FDH. Quod &c.

PROPOSITIO VII.

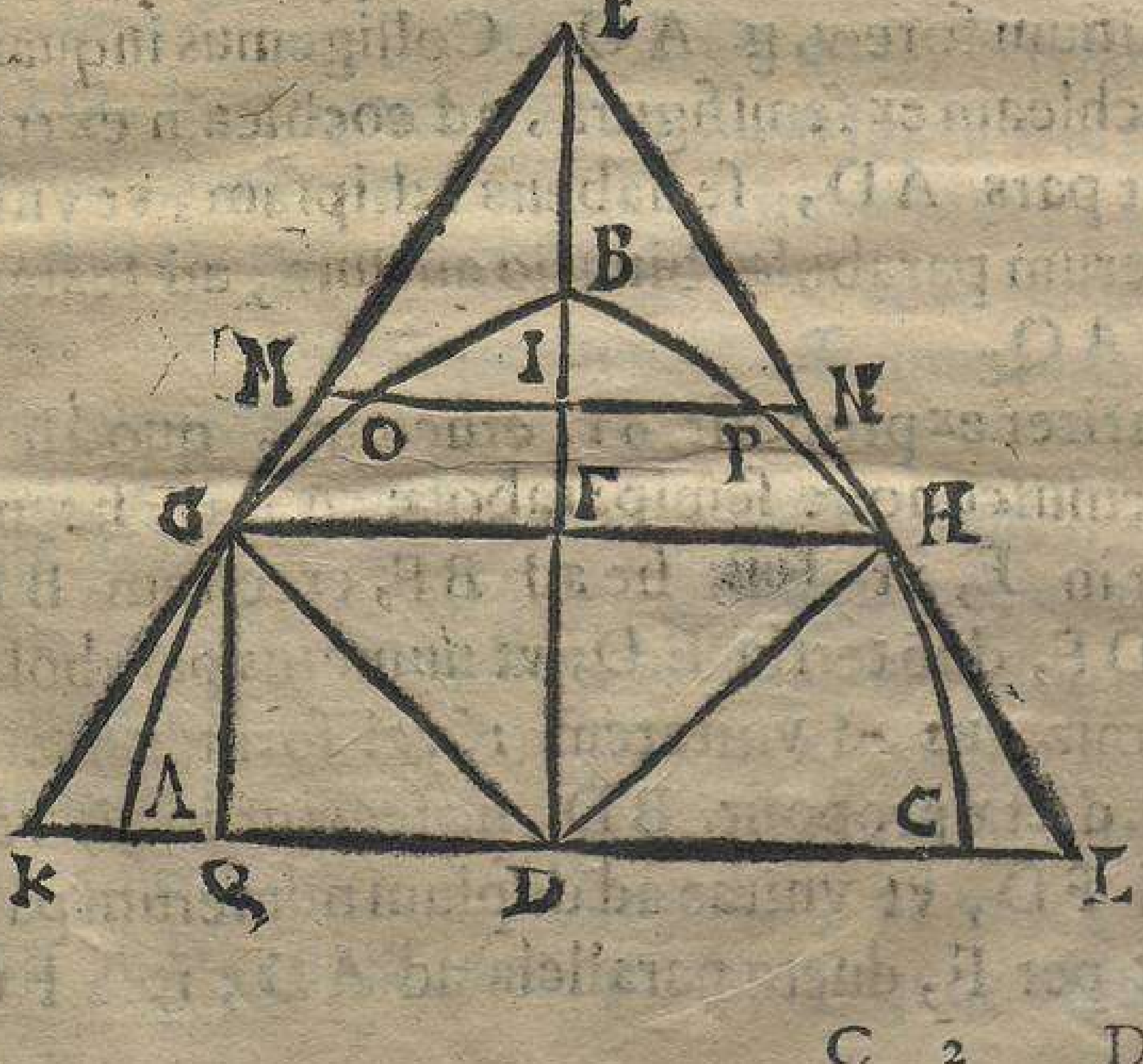
Si cuilibet semifiguræ circa axim sit circumscriptum triangulum, vt reuolutis ambobus circa axim, conus genitus ex triangulo sit minimus circumscriptibilium solido genito ex semifigura, & semifigura cum triangulo moueantur circa, & supra axim productum ad gignendas cochleas, sic, vt motus vterque supra axim sit etiam æque velox. Cochlea genita ex triangulo, erit minima circumscriptibilium Cochleæ genitæ ex semifigura.

Sed semifiguræ DBC, sit circumscriptum triangulum DEL, vt propositio exigit: nimirum, vt rotatione peracta circa ED, conus KEL, sit minimus circumscriptibilium solido ABC. Dico, quod factis cochleis, &c. illa ex DEL, erit minima circumscriptibilium cochleæ ex DBC. Res est facilis probatu, deducendo ad absurdum, vt in proposit. antecedent.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Manifestum est ergo, quod, ex ijs, quæ tradita fuere à quibusdam eximijs geometris in materia maximorum, minimorumque, fas erit varia colligere pro nostro instituto, ac assignare quænam sint cochleæ vel maximæ inscriptibiles in alijs cochleis, vel minimæ alijs itidem circumscriptibiles. Qua in re, nec etiam nostræ elucubrationes aliàs habitæ omnimoda vtilitate carent. Siquidem, in Miscellaneis nostris Hyperbolico, & Parabolico, ac in geometrico, de aliquibus maximis, & minimis peregimus.

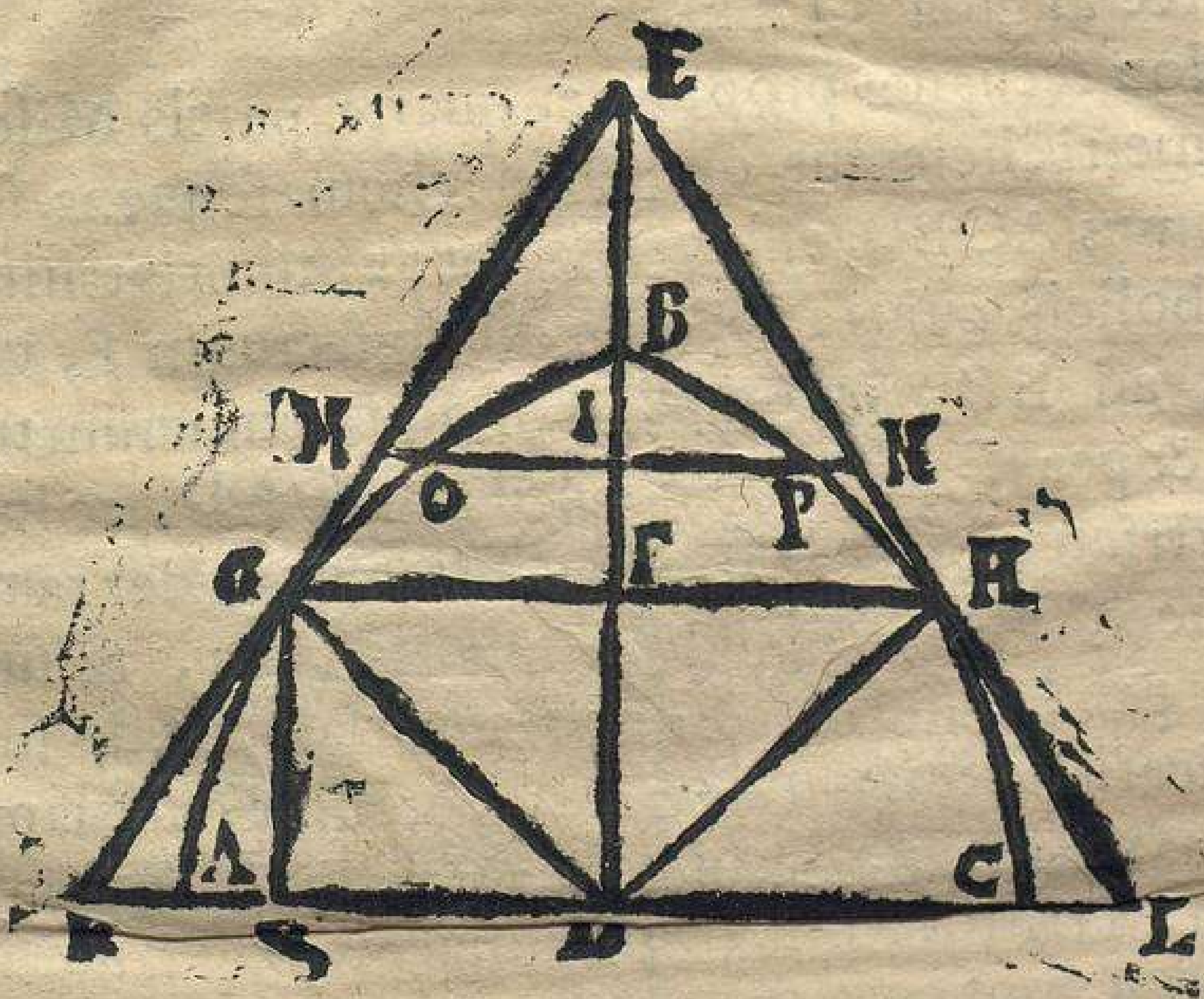


Deducemus enim ex proposit. 58. Miscell. Hyperbol. quod si DB, axis cuiuscunque ex infinitis semiparabolis DBC, sic sit productus in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, tertiam partem DE, vt numerus parabolæ vnitate minutus, ad vnitatem: vel compendiosius ex schol. dictæ propos. axis DB, sic secetur in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad dimidium numeri parabolæ: & ducta FH, parallela DC, & facto triangulo DFH, intelligamus ex semifigura, & triangulo cochleas, iuxta quod explicatum fuit. Cochleam ex triangulo maximam esse inscriptibilium in cochlea ex semifigura.

Quemadmodum ex propos. 65. colligemus, quod si ratio DC, ad FH, seù AD, ad GF, continuetur ad tot terminos, vt eorum numerus excedat numerum parabolæ ternario, & supponamus vltimum terminum fore v. g. AQ. Colligemus inquam, esse cochleam ex semifigura, ad cochleam ex triangulo, vt pars AD, se habens ad ipsam, vt vnitas ad numerum parabolæ binario auctum, ad sextam partem AQ.

Pariter ex proposit. 61. eruemus, quod si DB, axis cuiuscunque semiparabolæ ABD, sic protrahatur in E, vt EB, sit ad BF, excessum BD, supra DF, duo tertia ED, vt numerus parabolæ vnitate minutus ad vnitatem: vel forsitan melius ex schol. dictæ proposit. BD, sic secetur in F, vt BF, sit ad FD, vt vnitas ad duplum numerum parabolæ: & per F, ducta parallela ad AD, ipsa FG, ac

per



per G, ipſa GQ, parallela BD, ac facto triangulo GQD, intelligamus ex motibus ſupra, & circa AD, productam, genitas eſſe cochleas tam ex ſemifigura ABD, quam ex triangulo GQD: eruemus inquam, cochleam ex triangulo eſſe maximam inſcriptam in cochlea ex ſemifigura.

Veluti ex propoſit. 66. aperiemus, quod ſi ratio AD, ad DQ, intelligatur continuata ad tot terminos, vt numerus eorum ſit excedens numerum parabolæ binario, intelligamuſque pariter duos vltimos terminos eſſe v. g. QA, Ak: eſſe cochleam ex ſemifigura ad cochleam ex triangulo, vt vnica pars quadrati AD, diuiſi in tot partes, quot vnitates

con-

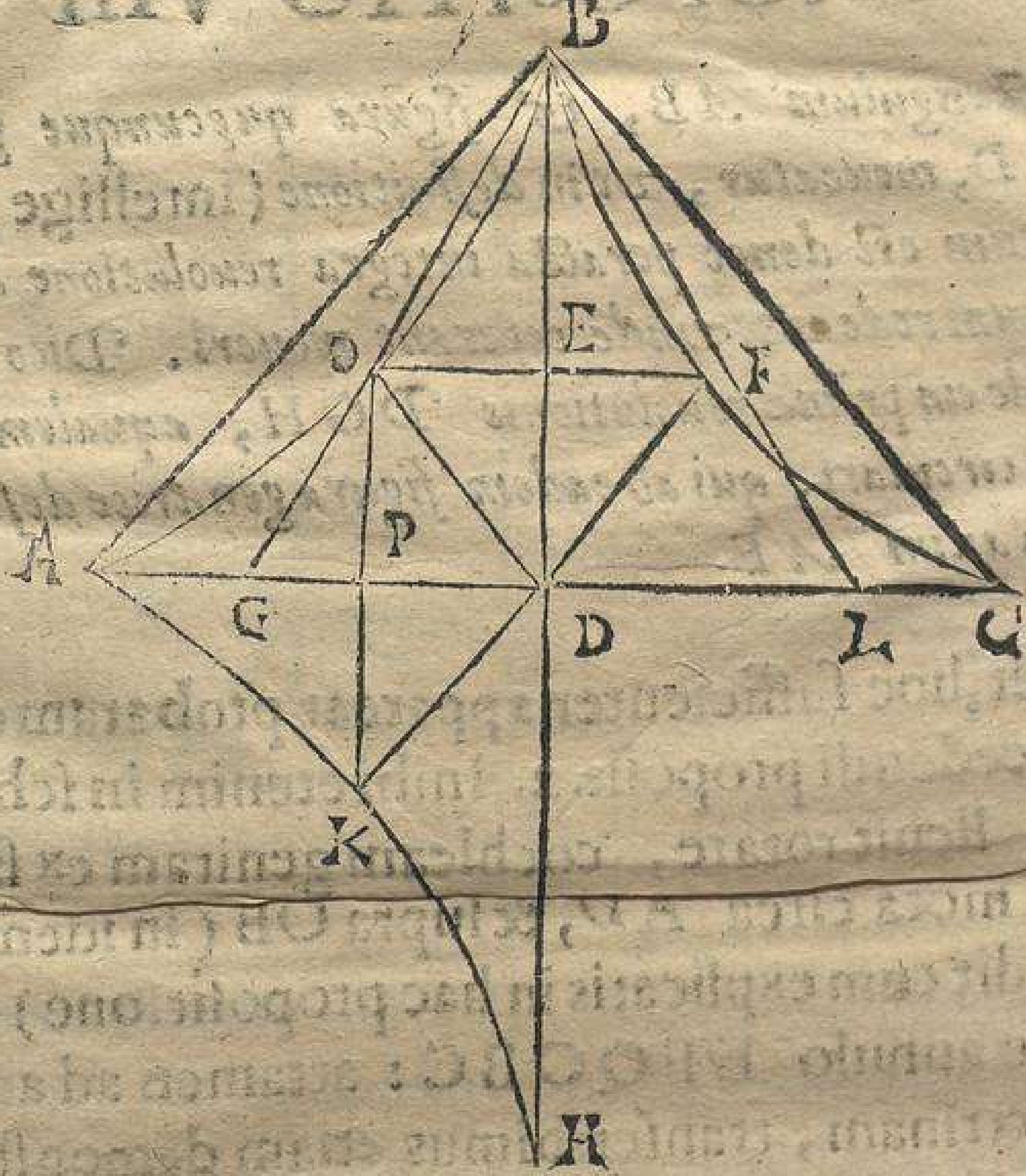
continet tertia pars rectanguli ſub numero parabolæ vnitate aucto, & ſub duplo numero vnitate aucto, ad duo rectangula QAk.

Non ſecus ex propoſit. 2. quartæ partis Miſcell. Geometri eliciemus, quod ſi in ſchem. ſequent. ſupponamus AOBD, eſſe quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis, cuius axis BD, ſit ſic, ſectus in E, vt ſit DE, ad EB, vt vnitas ad duplum numerum trilinei; & per E, ducta EO, parallela AD, ac intellecto triangulo ODE, intelligamus pariter tam ex trilineo, quam ex triangulo motis circa, & ſupra BD, productam, genitas eſſe cochleas, modis ſupra explicatis: eliciemus inquam, cochleam ex triangulo, maximam eſſe cochlearum inſcriptibilium in cochlea ex trilineo.

Quod tandem, ſi ſupponamus AOBD, fore quodlibet ex infinitis trilineis parabolicis vtique, aſt AD, eſſe diametrum, & DP, eſſe ad PA, vt binarium ad numerum trilinei, & per P, eſſe PO, parallelam baſi DB, & per O, OE, parallelam axi AD, & OPD, eſſe triangulum, & ex motibus trilinei, & trianguli circa, & ſupra BD, productam ortas eſſe cochleas: emanabit quidem ex propoſit. 3. cochleam ex triangulo maximam fore cochlearum inſcriptibilium in cochlea ex trilineo.

In ſcholijs autem duarum propoſitionum, traduntur rationes cochlearum ex trilineis, ad cochleas ex triangulis.

SCHO-



SCHOLIVM II.

Explosis autem attinentibus ad cochleas strictas, nunc ad cochleas latas properandum. Cum verò Torricellius de his dumtaxat peregerit, tradideritque necessaria, & fundamentalia pro ipsarum intelligentia: necesse ducimus transcribere ex ipso lemma 3. append. de cochl. quod tamen parum discrepat à prop. nostra 2. sit ergo.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

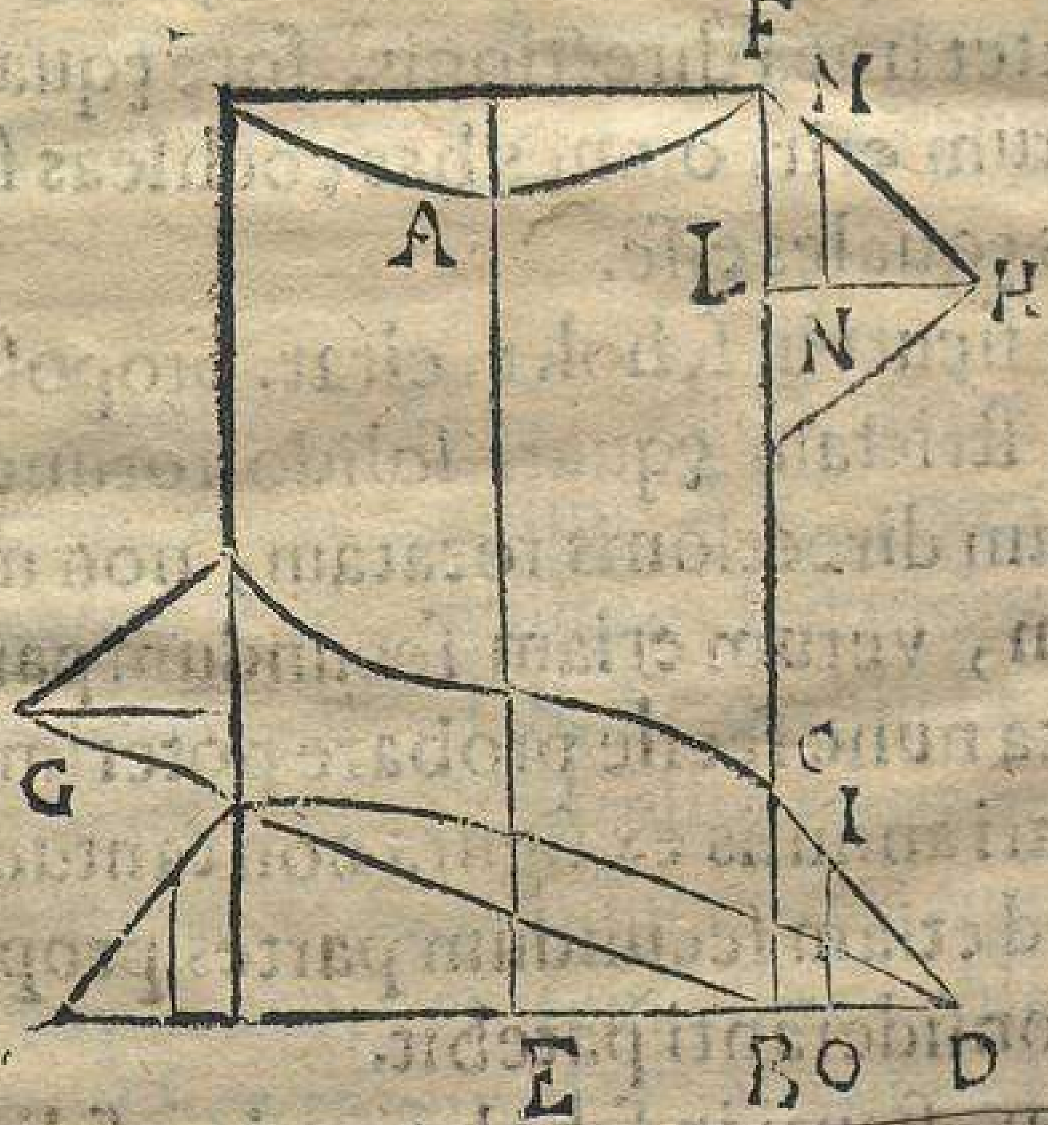
Sit rectangulum AB, & figura quæcunque genetrix BCD, moueatur, vt in definitione (intellige prima) *positum est donec peracta integra reuolutione ad idem planum redeant vnde ceperant moueri. Dico factam cochleam primæ reuolutionis DGH, æqualem eße annulo circulari, qui ab eadem figura genitrice describetur circa axim AE.*

Licet hoc sufficienter appareat probatum ex modo procedendi proposit. 2. Inibi etenim in schemate ipsius, licuit rotare, cochleam genitam ex figura OBC, mota circa AD, & supra OB (in idem namque redit cum explicatis in hac propositione) æqualem esse annulo EFQOBC: attamen ad ampliorem doctrinam, transcribimus etiam demonstrationem Torricellij. Inquit ergo.

Concipiatur enim figura BCD, describere primum Cochleam primæ reuolutionis DGH, quæ initium habeat à figura BCD, & finem figura LFH. Deinde intelligatur describere annulum circularem in se redeuntem, qui habeat initium, & finem in figura eadem BCD.

Accipiatur in figura BCD, quælibet recta IO, parallela axi AE, quę quidem recta IO; in reuolutione duas zonas cylindricas, & æquales (per proposit. pri.) *describet, in vna eademque cylindrica superficie, alteram quidem in cochlea, alteram verò in annulo. Et æquales semper erunt,*

vbi-



vbicunque ſumatur recta 10. Ergo omnes ſimul zonæ cylindricæ quę ſunt in cochlea, ęquales erunt omnibus ſimul zonis cylindricis quę ſunt in annulo, propterea & ipſa cochlea ęqualis erit ipſi annulo. Quod &c.

COROLLARIVM.

Hinc manifeſtum eſt omnes cochleas primæ reuolutionis eſſe inter ſe ęquales, quandoquidem ſingulæ eidem annulo circulari ęquales ſunt.

SCHOLIVM.

Hæc quidem Torricellius. Cum vero ſupra in

D coroll.

coroll. proposit. 2. deductum sit, etiam omnes cochleas strictas primæ reuolutionis, cuiuscunque altitudinis extet linea directionis, fore ęquales: vniuersaliter verum erit, omnes has cochleas siue latas, siue strictas ęquales esse.

Pariter sicuti in schol. 1. citat. proposit. 2. patuit, cochleam strictam ęquari solido rotundo ex figura circa lineam directionis rotatam, non modò secundum totum, verum etiam secundum partes proportionales: ita nunc facile probare poterimus, cochleas latas æquari annulis ex figura non tantum secundum totum, sed etiam secundum partes proportionales, vt facilè consideranti patebit.

Tandem, sicuti in schol. 2. vniuersalitas omnium cochlearum strictarum redacta fuit ad tria genera: nimirum ad cochleas ex figura circa axim: ad cochleas ex dimidia figura circa axim, cuius linea directionis sit axis: & ad cochleam ex eadem semifigura, cuius linea directionis sit parallela axi ducta per basis extremitatem. Sic nunc cochlea lata his tribus generibus comprehendetur. Alia quippe erit ex integra figura circa axim. Alia ex dimidia figura, cuius axis respiciat lineam directionis. Alia tandem ex eadem dimidia inuersè posita. Sed hęc clarius percipientur inferiùs.

PROPOSITIO IX.

Si cuilibet figuræ circa axim, sit circumscriptum rectangulum

lum, quod reuoluatur circa lineam, extra ipsum vtcunque positam, parallelam axi, quæ etiam sit linea directionis cochleæ latæ ex figura. Tubus cylindricus ex rectangulo, erit ad cochleam ex figura, vt rectangulum ad figuram.

Cuilibet figuræ ZHG, circa axim H℞, sit circumscriptum rectangulum ZY, quo reuoluto circa TS, extra ZY, positam secundum arbitrariam distantiam, sic, vt TS, sit parallela H℞, fiat tubus cylindricus ECY: intelligamus autem mente circa cylindrum FZ, productum, à figura ZHG, modo supra explicato, genitam esse cochleam primæ reuolutionis. Dico tubum ECY, esse ad cochleam ex figura, vt ZY, ad ZHG. Res est facili probatu. Nam, reuoluta figura ZHG, circa TS, ac genito annulo ABCZHG, præstricto à tubo cylindrico ECY: hic annulus, ex proposit. anteced. erit æqualis cochleæ latæ ex figura. Quare, tubus ad ambo hæc solida erit in eadem ratione. Sed ex proposit. 15. lib. 2. de Infinit. Parab. & 29. Miscell. Hyperb. tubus est ad annulum, vt ZY, ad ZHG. Ergo & sic ad cochleam. Quod &c.

SCHOLIVM.

Etiam ergo in præsenti, quarumcunque figurarum circa axim habebimus quadraturas, tenebimus etiam mensuras cochlearum latarum ex ipsis genitarum, vt patet.

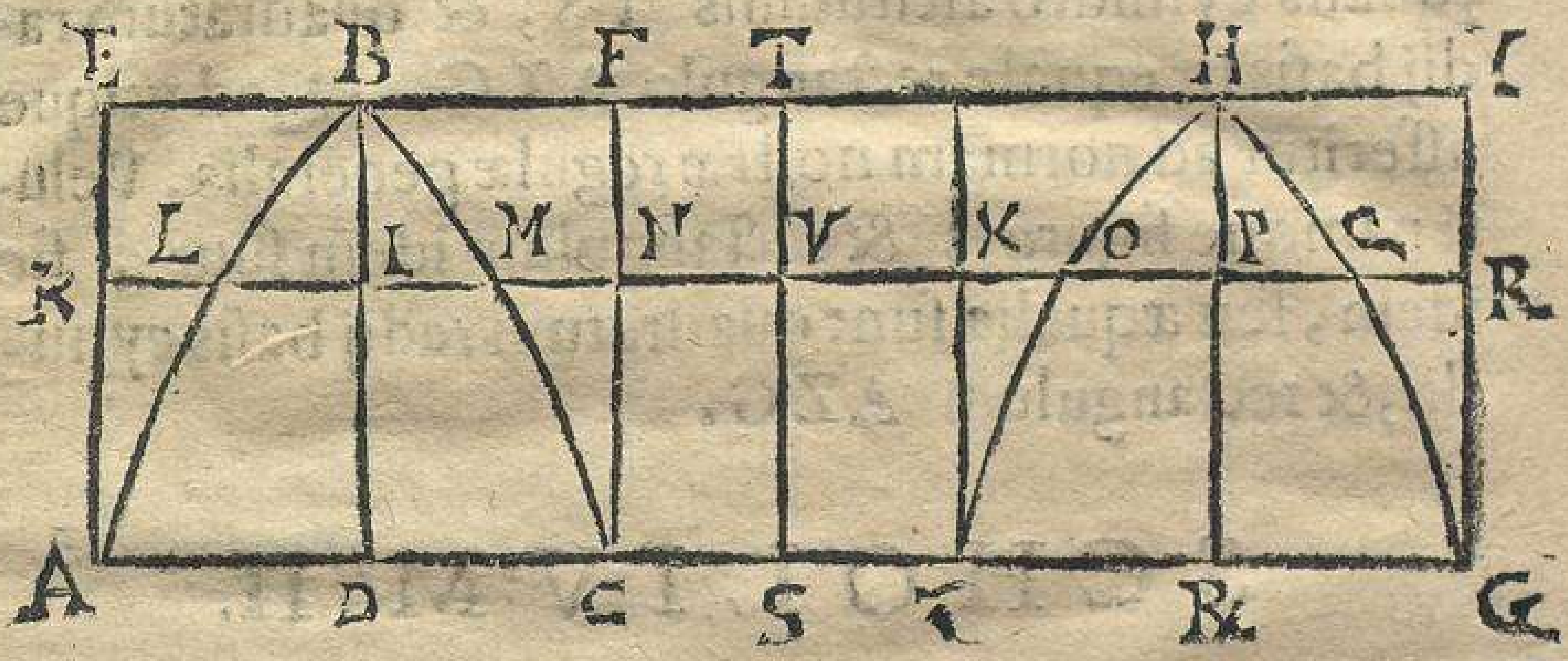
PROPOSITIO X.

Si ex qualibet figura proposit. antecedent. fiat cochlea lata, &c. Hęc erit ęqualis cylindro, cuius altitudo ęqualis axi figuræ, quadratum verò radij basis, sit ad rectangulum sub basi figuræ, & sub composita ex hac, & ex duplici distantia lineæ directionis, à figura, vt figura ad rectangulum sibi circumscriptum.

Ex ZHG, circa cylindrum FZ, productum, intelligamus cochleam primæ reuolutionis, & intelligamus cylindrum, cuius axis TS, quadratum verò semidiametri basis, sit ad rectangulum AZG, vt figura ZHG, ad rectangulum ZY. Dico, cochleam ęqualem fore cylindro. Nam tubus cylindricus ECY, erit ad illum cylindrum (quia eadem altitudo TS) vt basis ad basim. Nempe, vt rectangulum AZG, ad quadratum radij basis. Nempe conuertendo, vt rectangulum ZY, ad figuram ZHG. Nempe ex proposit. anteced. vt idem tubus ad cochleam. Quare cylindrus, & cochlea ęquales. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Quantis autem cochleis vnica vice, & regula genera-



neraliſſima, aſſignati ſint cylindri ęquales, poteſt lector conſiderare. V. g. enim, ſi ſupponamus ZHG, eſſe quamlibet ex Infinitis Parabolis. cylindrus cuius axis TS, quadratum vero radij baſis ſit ad rectangulum AZG, vt numerus parabolæ, ad numerum vnitate auctum erit æqualis cochleæ ex parabola.

Sic ſi ZHG, ſit cyclois. Cylindrus altitudinis TS, cuius quadratum radij baſis ſit $\frac{3}{4}$ rectanguli AZG, erit ęqualis cochleæ ex cycloide.

Immo ex hac regula generali patet id, quod particulariter ait Torricellius in ſchol. ad Theorema in appendice de cochlea. inquiens. *Cochlea verò cuius figura genitrix parallelogrammum rectangulum ſit, ęqualis eſt cylindro cuius altitudo ſit EB, eadem cum altitudine figurę genitricis, ſemidiameter vero baſis media proportionalis ſit inter FB, & rectam compoſitam ex FA, AB.* Quibus verbis ait, quod ſi in ſchemate noſtro figura

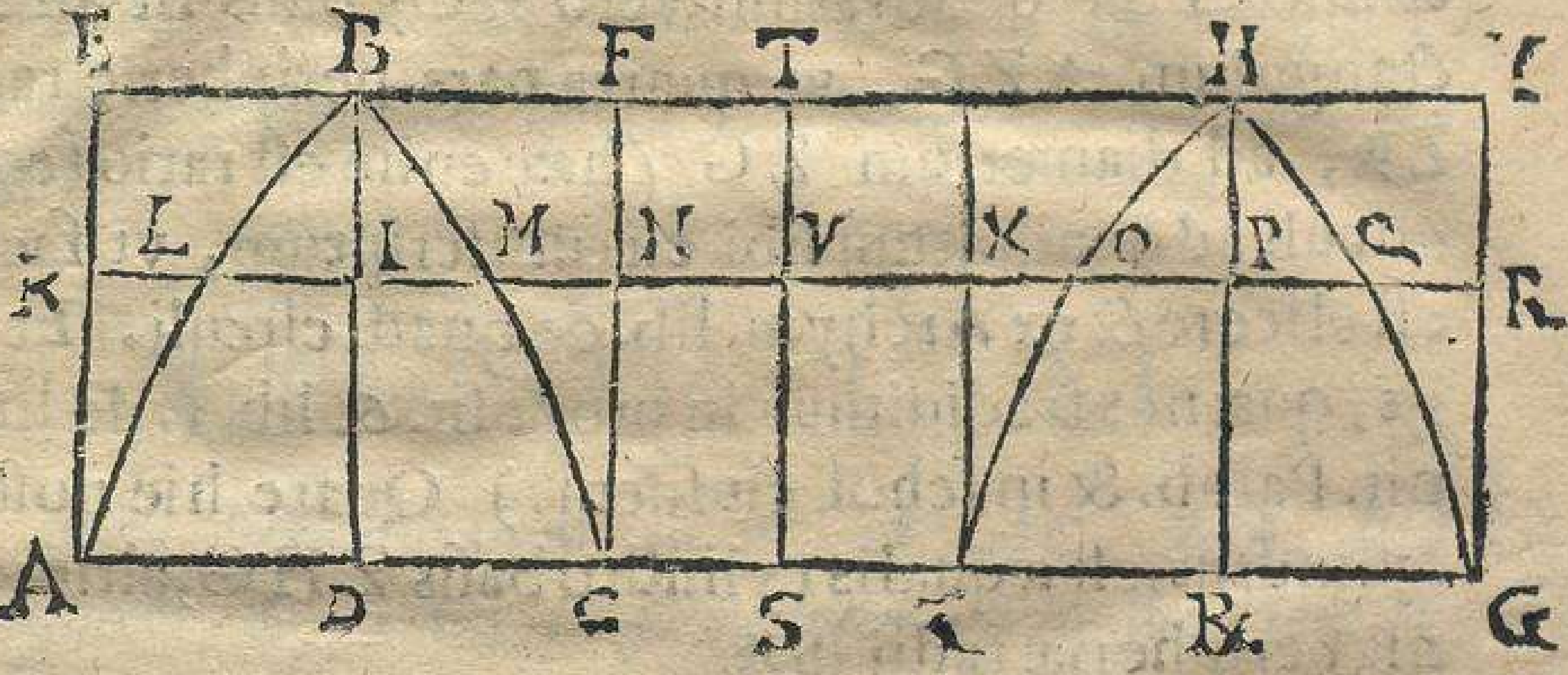
geni-

genitrix cochleæ ſit rectangulum ZY. Cochlea erit ęqualis cylindro altitudinis TS, & quadratum radij baſis ſit ęquale rectangulo AZG. Quod vtique aſſeritur ad normam noſtræ regulæ generalis. Veluti namque figura , & rectangulum idem ſunt , ſic idem, ſeù æqualia ſunt quadratum radij baſis cylindri, & rectangulum AZG.

SCHOLIVM II.

Pariter illud, quod ſubiungit in eodem ſcholio, haud diſcrepat à noſtra regula generali. Inquit enim. *Si verò figura genitrix circulus fuerit, erit facta cochlea primę reuolutionis ad ſphęram circuli genitoris, vt peripheria quę deſcribitur à radio, qui ſit ęqualis vtrique, nempe rectę AB, in pręcedenti figura, ſemidiametroque circuli genitoris, ad duas tertias diametri eiuſdem circuli genitoris.* Quibus pariter verbis ait, quod ſi in ſchemate noſtro figura ZHG, ſit circulus (nos ſupponamus ſemicirculum idem enim erit) ex quo fiat cochlea , & ex quadrante ZH℞, reuoluto circa H℞, fiat hemiſphęrium: erit cochlea ad hoc, vt circunferentia circuli radij S℞, ad duo tertia diametri ZG. Quod facile probabimus ſi ſupponamus propoſit. 5. lib. 3. Tacquet cylindricorum, & annularium part. 1. vbi generaliter oſtendit. *Omnis annulus, qui à figura plana quacunque, axem habentem diametro reuolutionis perpendicularem, producitur, æqualis eſt cylindro cuius baſis eſt figura, annulum deſcribens, altitudo autem par circumferentiæ*

mediæ.



mediæ. Quæ propositio, ad nostrum negotium contracta, est. Quod annulus ABCZHG, & consequenter cochlea ex semicirculo ZHG, dicta, est æqualis cylindro recto, cuius basis semicirculus ZHG, altitudo verò æqualis circumferentiæ radij S℞. Cum ergo hemisphærium ZHG, sit $\frac{2}{3}$ cylindri, cuius basis semicirculus ZHG, altitudo diameter ZG, nempe cylindri eiusdem basis cum priori. Sequitur nullo negotio, cum prior cylindrus sit ad posteriorem, propter eandem basim, vt altitudo ad altitudinem: sequitur, inquam, esse cylindrum basis semicirculi ZHG, altitudinis peripheriæ radij S℞, ad cylindrum eiusdem basis, & altitudinis diametri ZG, vt dicta peripheria ad ZG: & consequenter ad hemisphęrium ZHG, vt eadem peripheria ad $\frac{2}{3}$ diametri ZG.

Ex nostra autem regula generali elicitur, quod annulus ABCZHG, & consequenter cochlea ex semi-

ſemicirculo ZHG, eſt ęqualis cylindro, cuius altitudo TS, quadratum verò radij baſis ſit ad rectangulum AZG, vt quarta pars peripherię radij Z℞, ad diametrum ZG (hæc enim eſt ratio ſemicirculi ad quadratum ſibi circumſcriptum, vt facile eſt elicere & ex Archym lib. de quad. circuli. Et ex ijs, quæ nos tradidimus in propoſit. 6. lib. 2. de Infinit. Parab. & in ſchol. eiuſdem.) Quare hic noſter cylindrus, eſt æqualis cylindro baſis ZHG, altitudinis peripheriæ radij S℞.

Noſter verò cylindrus, eſt ad hemiſphęrium ZHG, vt quadruplum quadrati ſe habentis ad rectangulum AZG, vt quadrans peripheriæ circuli radij Z℞, ad diametrum ZG, ad $\frac{2}{3}$ quadrati diametri ZG. Quod facilè patebit. Quia noſter cylindrus, eſt ad cylindrum ZY, circumſcriptum hemiſphęrio ZHG, ob ęquales altitudines TS, H℞, vt baſis ad baſim. Nempe vt quadratum radij, ad quadratum radij. Nempe, vt quadruplum quadratum radij, ad quadruplum quadratum radij: nempe ad quadratum diametri ZG. Quare noſter cylindrus erit ad hemiſphærium ZHG, duo tertia cylindri ZY, vt quadruplum quadrati radij prædicti, ad duo tertia quadrati ZG.

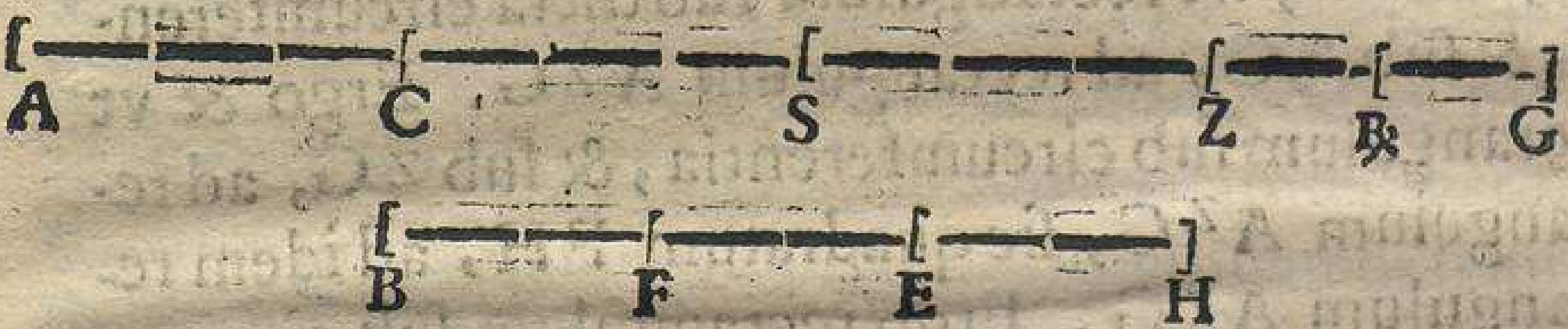
Si ergo noſtra regula generalis debet concordare cum ijs, quæ tradidit Torricellius: ratio circumferentiæ ſemidiametri S℞, ad duo tertia diametri ZG, debet eſſe eadem cum ratione quadrupli quadrati, ſe habentis ad rectangulum AZG, vt quadrans

drans

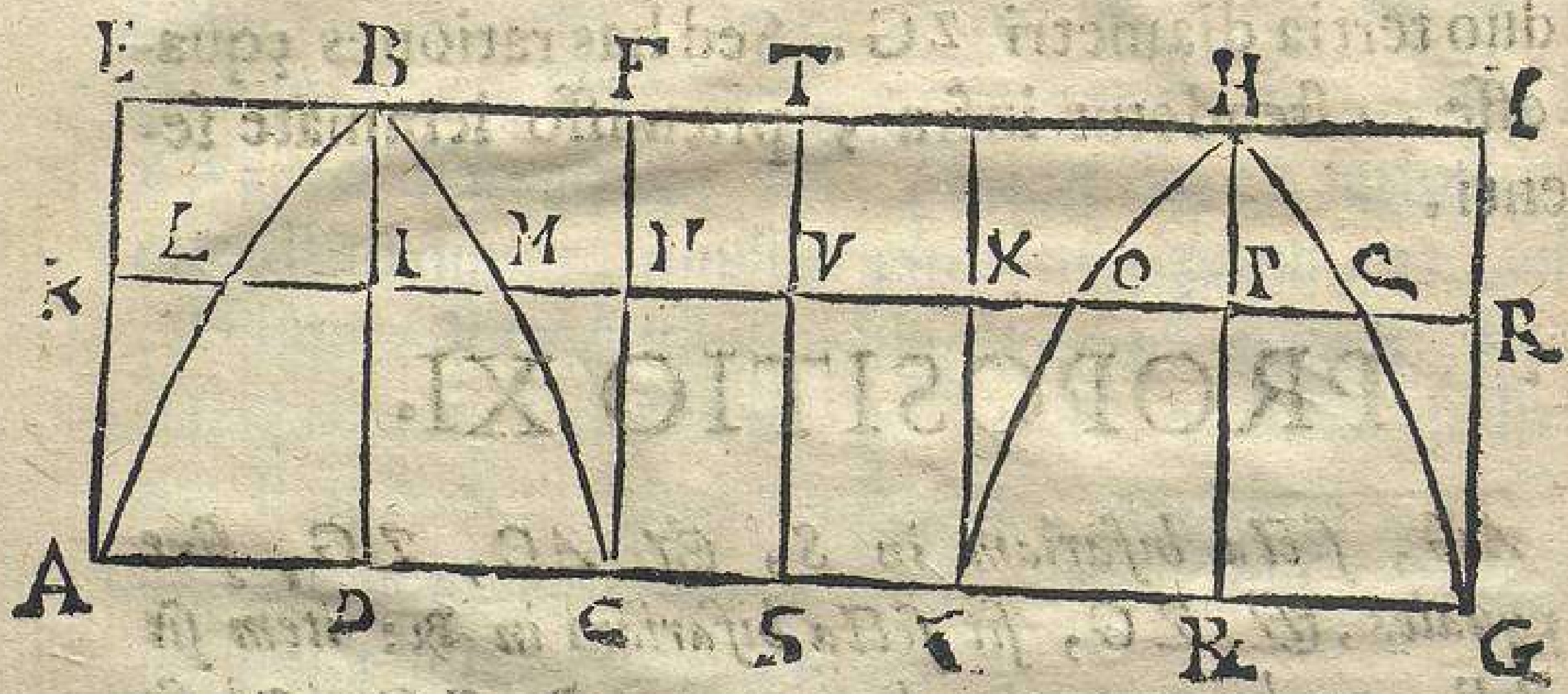
drans circumferentiæ radij Z℞, ad diametrum ZG, ad duo tertia diametri ZG. Sed has rationes æquales esse, ostendetur infra, præmisso lemmate sequenti.

PROPOSITIO XI.

Sit AG, secta bifariam in S, & AC, ZG, sint æquales, & ZG, sit secta bifariam in ℞: item sit BE, media proportionalis inter AZ, ZG; & sit quadratum EF, ad quadratum EB, vt quadrans circumferentiæ radij Z℞, ad ZG, & sit FH, dupla FE. Circumferentia radij S℞, FH, & ZG, erunt continuè proportionales.



Nam cum sit ex hypothesi, quadrans circumferentiæ radij Z℞, ad diametrum ZG, vt quadratum FE, ad quadratum BE: & cum vt quadrans circumferentiæ radij Z℞, ad diametrum ZG, sic quadrans circumferentiæ radij S℞, ad diametrum CG (CG, enim dupla est S℞.) Erit etiam quadrans circumferentiæ radij S℞, ad CG, vt quadratum FE, ad quadratum BE: nempe ad rectangulum AZG, ei æquale. Quare



& antecedentium quadrupla. Erit ergo, vt circumferentia radij S℞, ad C G, seù ad A Z, ei æqualem, sic quadratum F H, quadruplum quadrati F E, ad rectangulum A Z G. Sed vt circumferentia radij S℞, ad A Z, sic rectangulum sub dicta circumferentia, & sub Z G, ad rectangulum A Z G. Ergo & vt rectangulum sub circumferentia, & sub Z G, ad rectangulum A Z G, sic quadratum F H, ad idem rectangulum A Z G. Ergo rectangulum sub circumferentia radij S℞, & sub Z G, erit æquale quadrato F H. Ergo circumferentia radij S℞, F H, & Z G, erunt continuè proportionales. Quod &c.

SCHOLIVM.

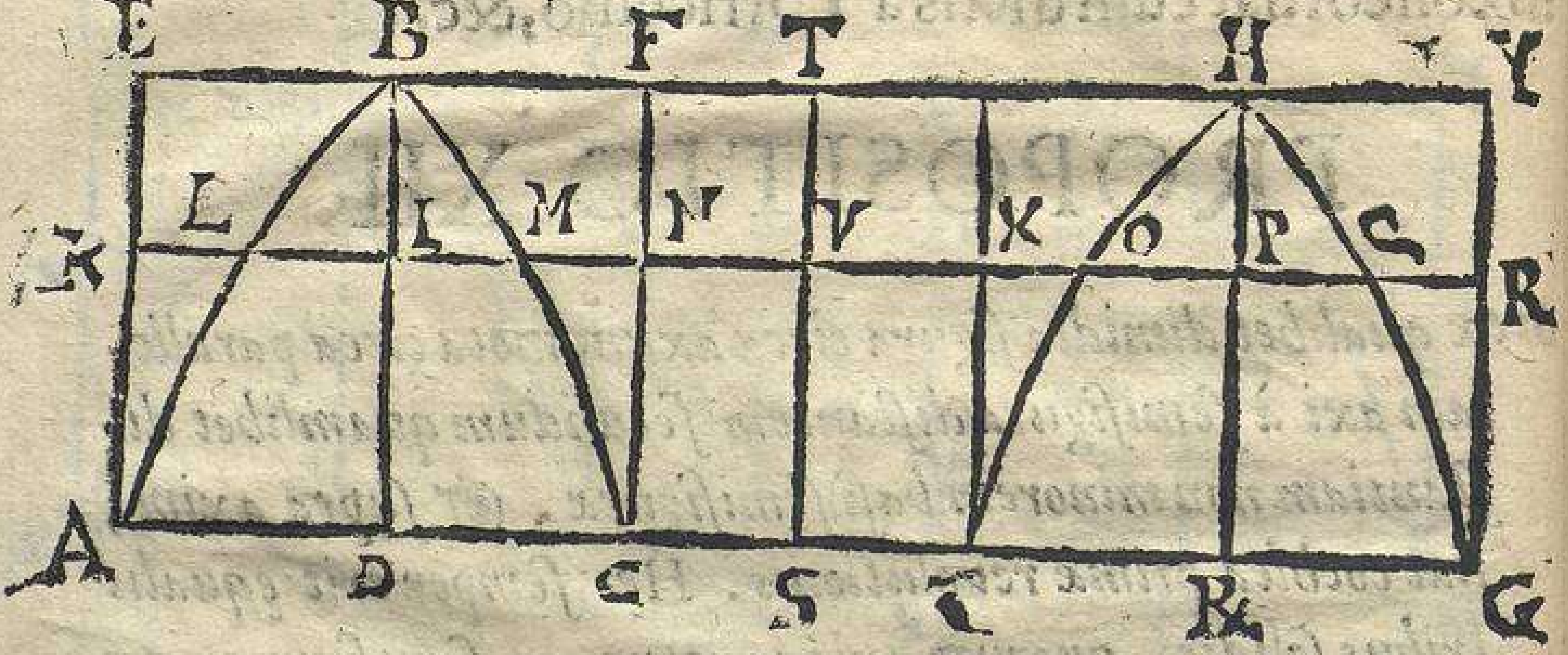
Erit ergo etiam, vt circumferentia radij S℞, ad duo tertia diametri Z G, sic quadratum F H, ad duo tertia quadrati Z G, vt erat probandum in calce schol.

schol. 2. propos. anteced. Ergo nostra regula generalis concordat cum dictis à Torricellio, &c.

PROPOSITIO XII.

Si ex qualibet dimidia figura circa axim, mota circa parallelam axi à semifigura distantem secundum quamlibet distantiam non minorem basi semifiguræ, & supra axim, fiat cochlea primæ reuolutionis. Hęc semper erit ęqualis tribus solidis, quorum axis ęquetur axi semifiguræ, & quorum duo orientur ex reuolutione semifigurę circa axim, reliquum vero sit annulus ex semifigura inuersè posita reuoluta circa lineam directionis.

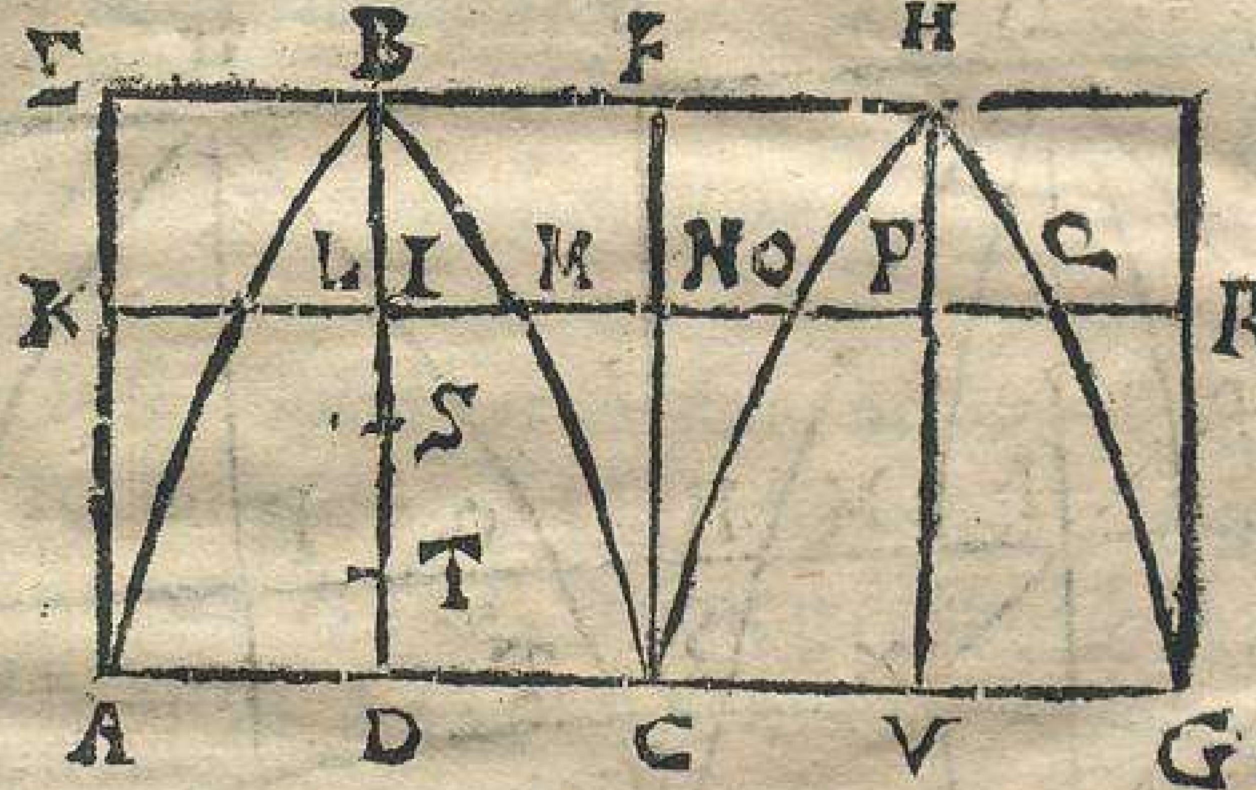
℞HG, sit quælibet semifigura circa axim H℞, & TS, sit linea directionis distans ab H℞, secundum S℞, non minorem ℞G, & ex semifigura ℞HG, mota circa TS, & supra H℞, productam, intelligatur cochlea primæ reuolutionis: item intelligamus semifiguram duplatam esse in ZHG. Dico, quod cochlea genita, erit ęqualis tribus solidis, nempe duobus ZHG, ortis ex reuolutione ℞HG, circa H℞, & annulo DBCZH℞, orto ex reuolutione semifiguræ ZH℞, circa TS. Nam, cochlea est ęqualis annulo ABD℞HG, orto ex reuolutione ℞HG, circa TS, ex proposit. 8. Sed dictus annulus, ex proposit. 6. pri. part. Miscell. geomet. est ęqualis duobus solidis ZHG, & annulo DBCZH℞. Ergo etiam cochlea erit ęqualis dictis solidis.



SCHOLIVM.

Quod, cum vt in ſequenti ſchemate, ſupponendo ſemifiguram fore VHG, & lineam directionis FC, diſtantem ab axi HV, ſecundum CV, æqualem VG, ſit annulus ABDVHG, & conſequenter cochlea ex VHG, ęqualis duobus ſolidis CHG, & annulo DBCHV; & cum multorum horum ſolidorum aſſignata fuerit ratio in noſtris operibus, præcipuè in dicta prima parte Miſcell. geomet. aſſignata pariter erit ratio ipſius cochleæ. V. g. ſupponamus VHG, fore quamlibet ex infinitis ſemiparabolis, & HG, eſſe rectangulum ipſi circumſcriptum. In propoſit. 7. & 9. dictæ primæ partis, aſſignata fuit ratio tubi cylindrici EDY, ad annulum ABDVHG: ergo pariter erit aſſignata ratio eiuſdem tubi ad cochleam ex ſemifigura. Hæ rationes ſunt innumeræ in noſtris operibus.

PRO-

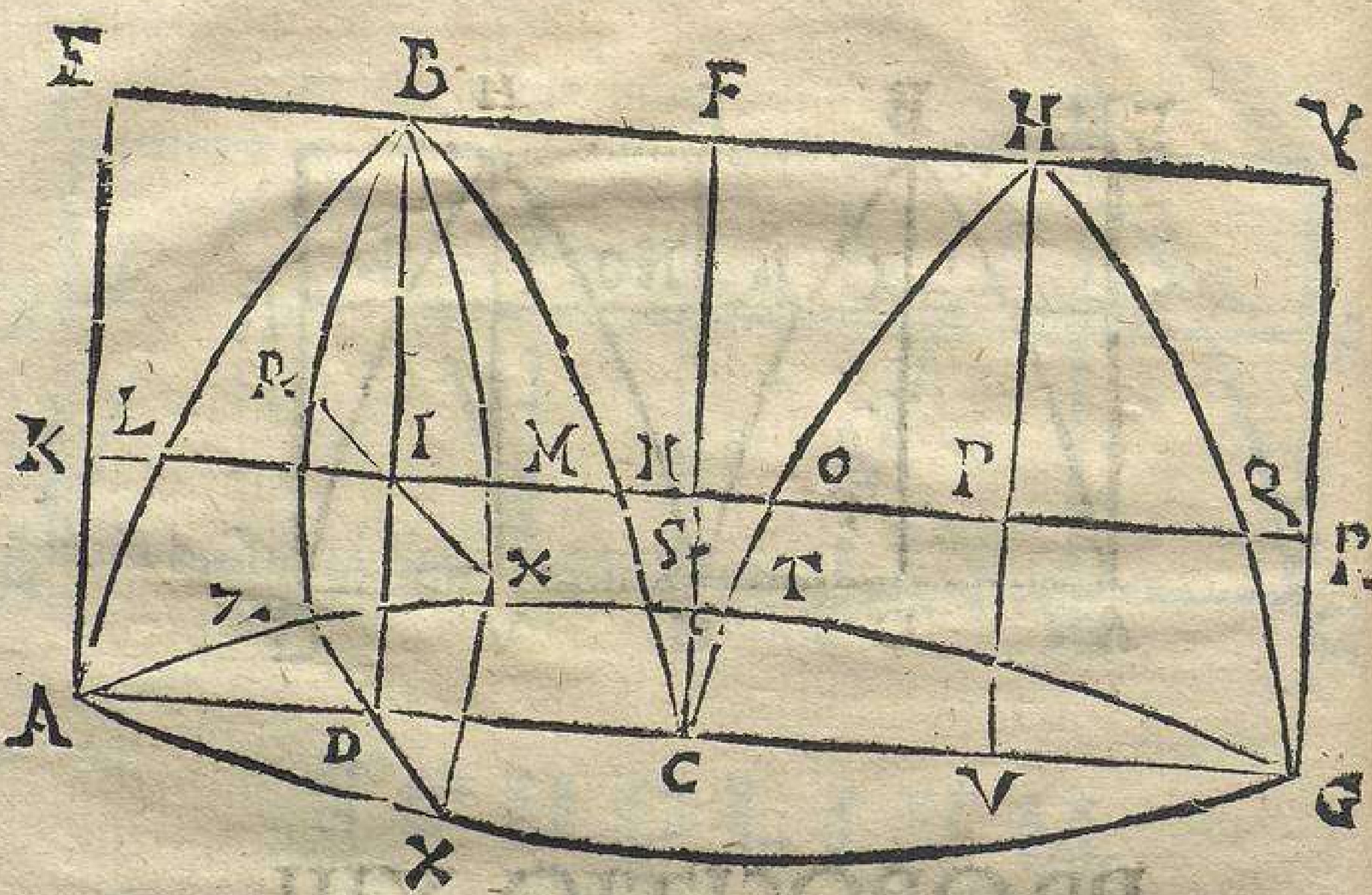


PROPOSITIO XIII.

Si quælibet semifigura propositionis antecedent. rotetur circa lineam directionis, & annulus genitus secetur plano erecto ipsi semifiguræ transeunte per ipsius axim æquidistanter lineæ directionis, & ex gyratione huius plani secantis circa axim fiat solidum rotundum, ex motibus verò semifiguræ circa lineam directionis, & supra axim fiat cochlea. Hæc erit ęqualis ipsi solido rotundo.

ABD, sit quælibet semifigura circa axim BD, distantem ab FC, BD, parallela secundum quamlibet distantiam DC, ex rotatione autem ABD, circa FC, sit genitus annulus ABDVHG, qui sit sectus plano DBX, transeunte per DB, & erecto ipsi ABD, & paralleliter FC: cogitemus autem ex gyratione DBX, circa BD, genitum esse solidum

rotun-



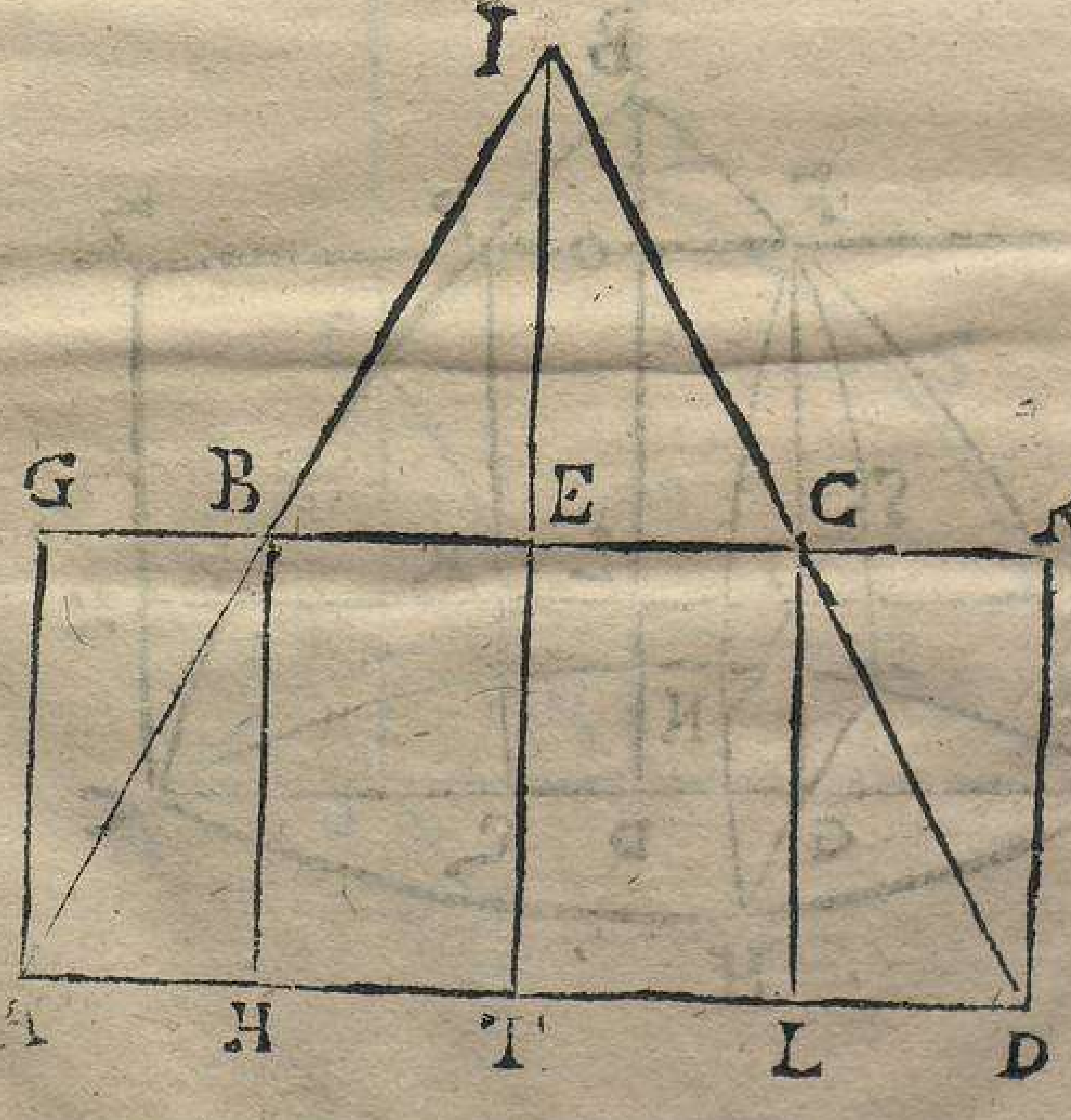
rotundum Z B X, & ex motibus ipsius A B D, circa F C, & supra D B, protractam, genitam esse cochleam quamlibet ex prima reuolutione. Dico hanc esse æqualem solido rotundo Z B X. Namque, existente cochlea æquali annulo A B D V H G, ex proposit. 8. & annulo æquali solido rotundo Z B X, ex proposit. 1. prim. part. Miscellanei geometrici. Erit etiam cochlea æqualis solido rotundo. Quod &c.

SCHOLIVM I.

Sub hac propone vniuersali continetur, quod particulariter docuit Torricellius in Theoremate in appendice de cochlea. Nimirum. *Cochlea primæ reuolutionis, quę describitur à triangulo E B F, in præcedenti*

figu-

figura, æqualis eſt conoidi cuidam hyperbolico, cuius altitudo ſit E B; latus rectum ſit quarta proportionalium ſi fiat vt E B, ad B F, ita dupla B A, ad aliam. Verſum verò latus ſit quarta proportionalium, ſi fiat vt F B, ad B E, ita dupla B A, ad aliam. Quibus verbis nil aliud intelligit, niſi quod in ſchemate antecedenti, ſi in triangulo rectangulo T I D, ſit C L, parallela I T, & ſit conus A I D, necnon ex motibus trianguli L C D, circa I T, & ſupra C L, productam, genita ſit cochlea; quod ipſa erit æqualis conoidi hyperbolico. Manifeſtum namque eſt ex prim. conic. propoſit. 12. quod cono A I D, ſecto plano tranſeunte per C L, vt in hac propoſitione explica-

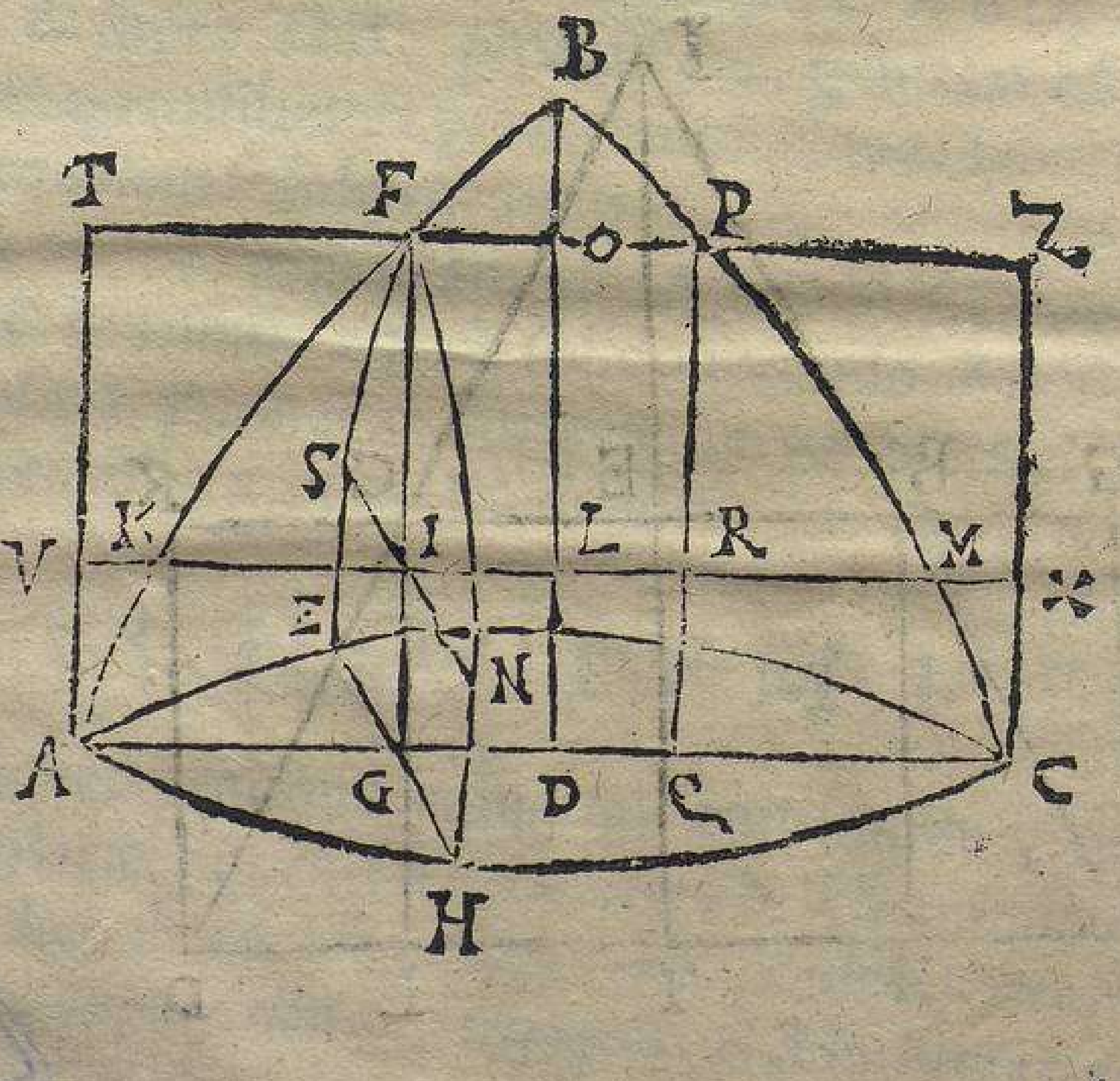


tum

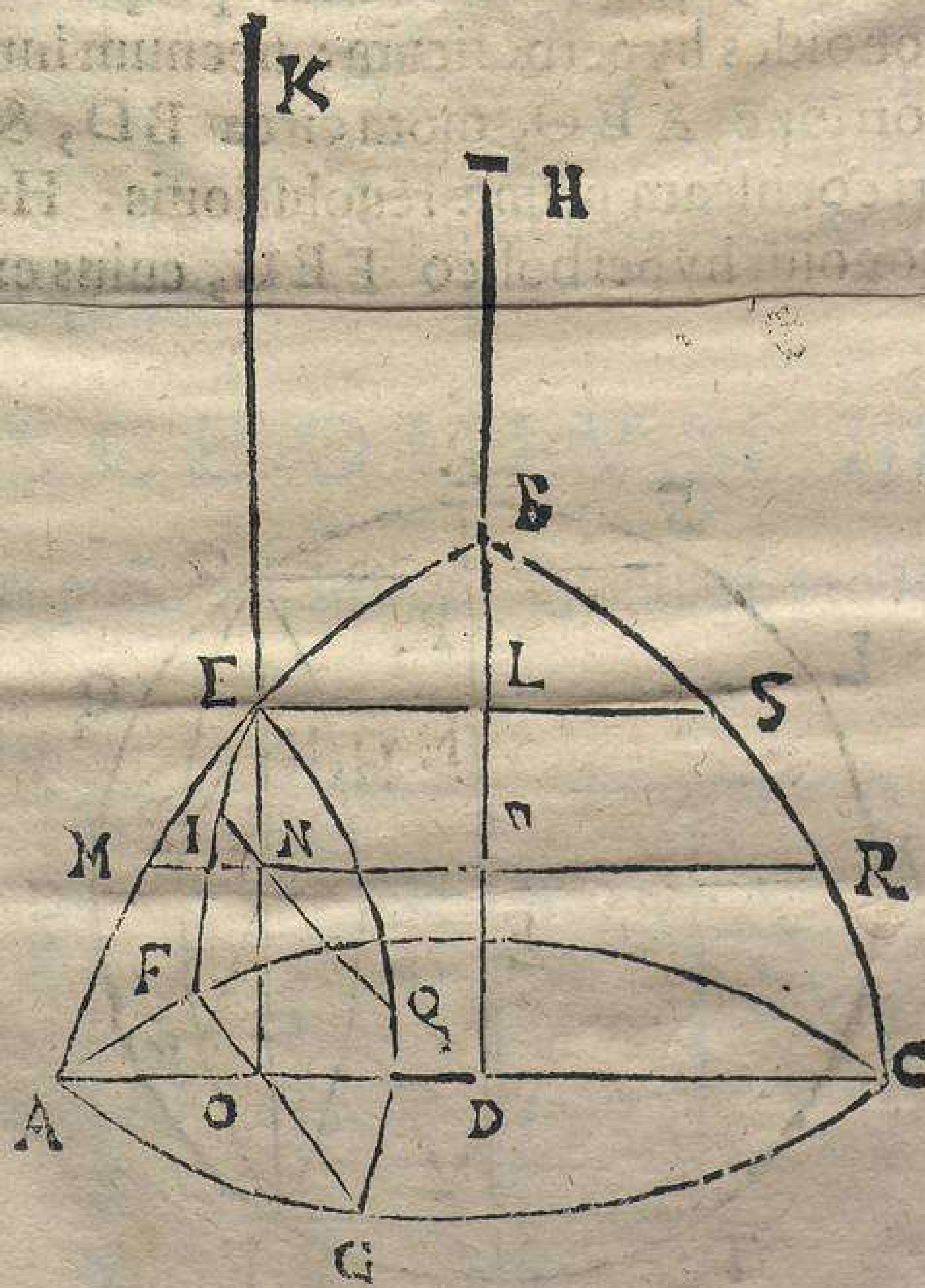
tum fuit, planum esse hyperbolam: ac proinde ex gyratione ipsius circa CL, generari conoides hyperbolicum. Cui, vigore præsentis proposit. est æqualis cochlea dicta ex triangulo LCD.

SCHOLIVM II.

Sed etiam alia continentur sub hac propositione vniuersali, quorum aliqua particularia sunt. Quod si ex semiparabola ABD, quadratica, cuius axis BD, fiat conoides ABC, quod sit sectum plano vbilibet FGH, erecto semiparabolæ; & æquidistanter BD, & hoc rotato circa FG, fiat EFH,



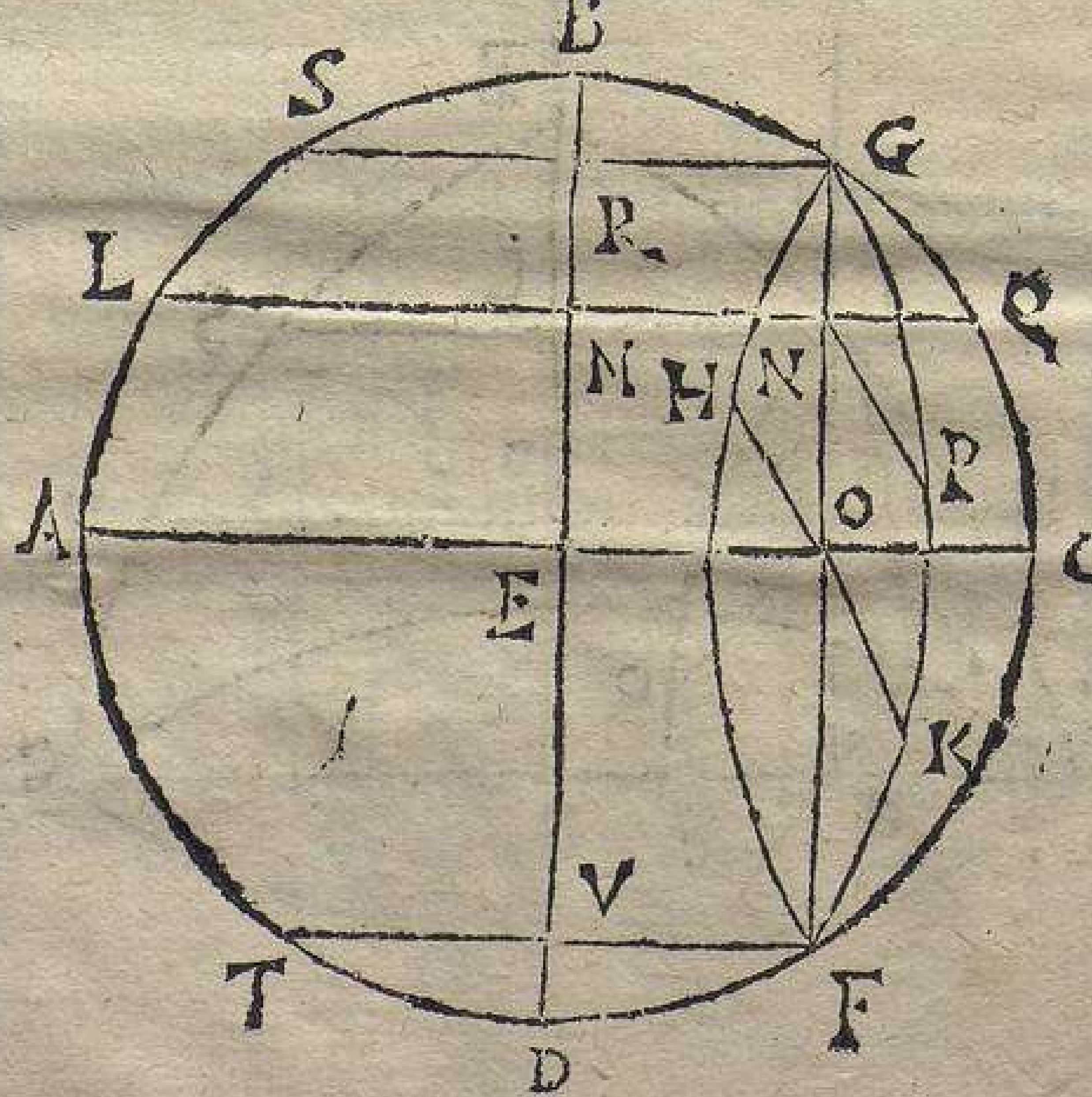
solidum rotundum, quod ex schol. 2. proposit. 2. pri. part. Miscell. Geom. constat esse conoides parabolicum, & quidem idem cum ABC, nempe eiusdem lateris recti, vt explicatum fuit ex Torricellio in schol. 2. proposit. 25. cit. pri. part. item intelligamus ex portione AFG, parabolæ mota circa BD, & supra FG, productam, fieri cochleam primæ



F reuo-

reuolutionis. Hæc erit æqualis conoidi parabolico EFH.

Item, quod si supponamus in antecedenti schem. ex ABD, semihyperbola cuius axis DB, latus transuersum HB, fieri conoides hyperbolicum ABC, & hoc sectum fore semiplano OEG, vt dictum est in conoide parabolico; & hoc pariter rotato circa EO, fiat solidum rotundum FEG, quod ex loc. citat. proposit. 4. erit pariter conoides hyperbolicum: necnum intelligamus ex portione AEO, mota circa BD, & supra OK, fieri cochleam primæ reuolutionis. Hæc erit æqualis conoidi hyperbolico FEG, cuius ex citat.

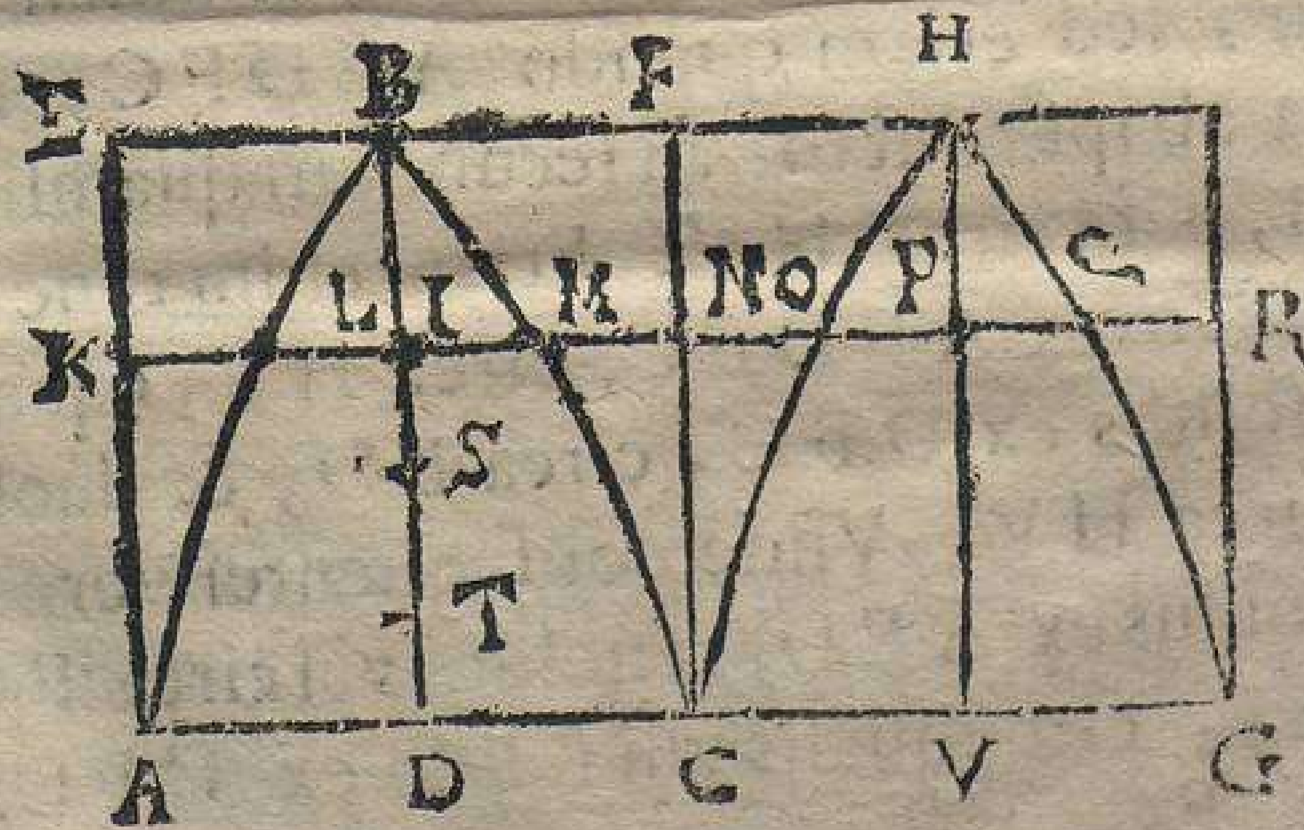


proposit. latus transuersum erit KE, æqualis HB, & duplæ BL.

Pariter, supponentes BCD, esse semicirculum, vel semiellipsim, & ABCD, esse sphæram, vel spheroides ex reuolutione circa diametrum BD, & hęc solida secta fore semiplano GKF, quod in loc. cit. proposit. 5. probatum est in sphæra quidem semicirculum, in sphæroide vero semiellipsim; intelligamus hoc rotari circa GF, ad generandam spheram, vel spheroides HGKF: item intelligamus portionem GCF, semicirculi, vel semiellipsis moueri circa BD, & supra GF, vt consurgat quęlibet cochlea primæ reuolutionis. Hęc ęqualis erit spherę, vel spheroidi HGKF.

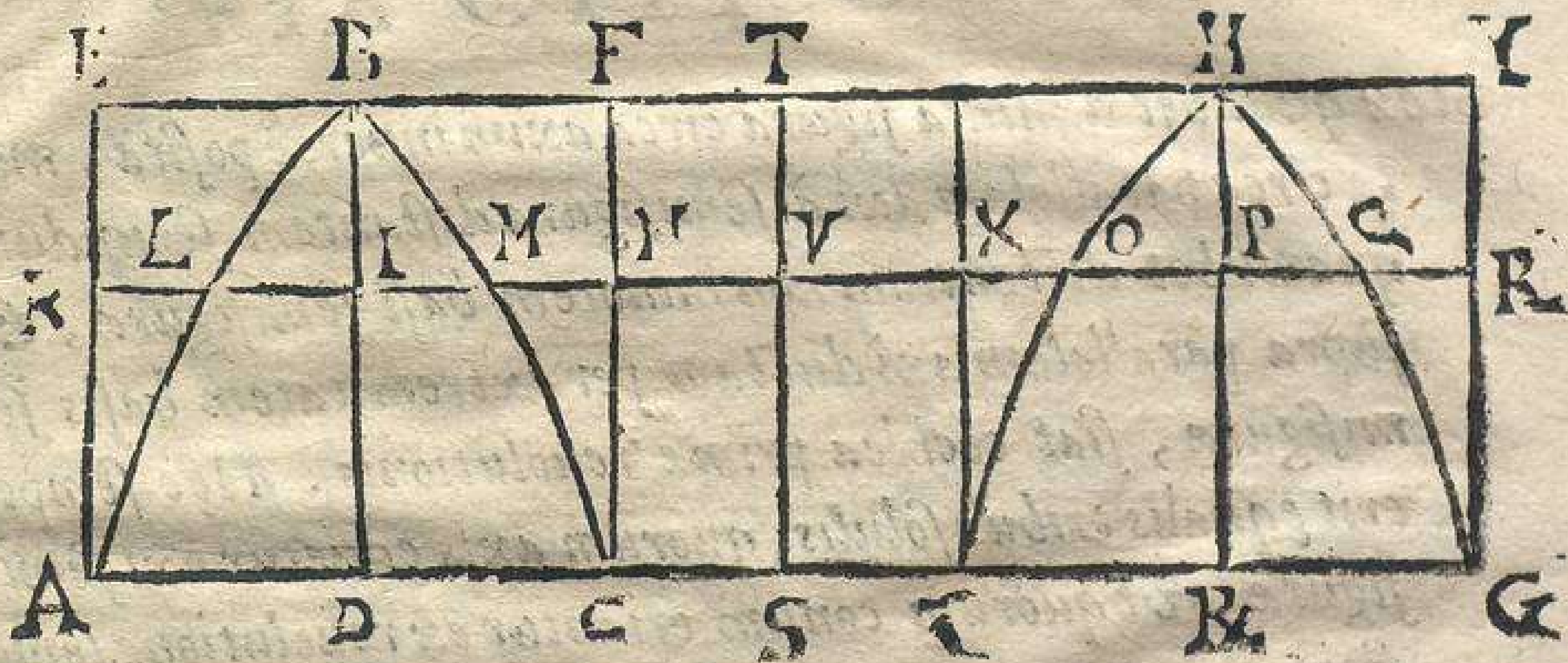
SCHOLIVM III.

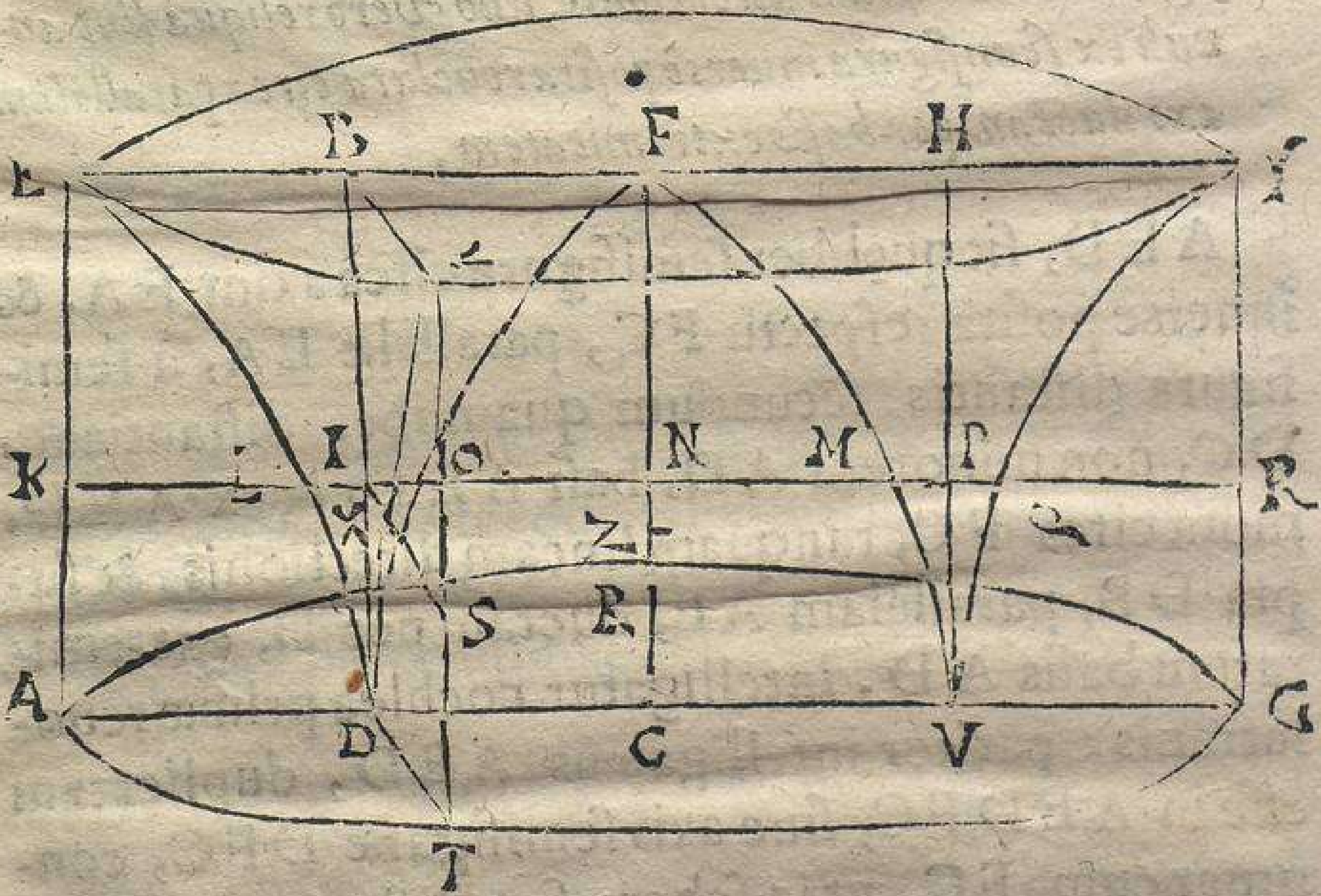
In proposit. 30. Miscell. hyperbol. probauimus,



quod si quelibet figura ABC, circa diametrum BD, rotetur circa FC, axim parallela: annulum strictum ABCHG, esse equalem duobus solidis ex ABD, circa DB, & duobus ex DBC, circa CF. Item quod si rotetur circa TS, in pri. seq. figura, annulus latus ABCZHG, erit equalis duobus solidis ex ABD, circa BD, & duobus annulis ex DBC, circa TS. Verum inibi semper considerauimus figuram ABC, circa diametrum esse rectè positam, non inuersè, vt est figura DBCHV, circa diametrum FC. Et licet in sectione quarta tractatus nostri de superficie vngulæ, passim vsurpauerimus, quod, si in sec. seq. schemate, figura AEDFC, circa diametrum BD, rotetur circa FC, solidum AEDFVYG, equale esse duobus solidis ex DFC, reuoluta circa BD, & duobus ex eadem circa FC: attamen ibidem non fuit exemplificatum. Verum tamen est, quod facillissimè probari potest, vt factum est illic, hoc verum esse; & non modò in hoc casu, sed etiam quando AEDFC, rotaretur circa ab ipsa distantem secundum quamlibet distantiam, puta circa HV. Etiam enim tunc verum erit, solidum ex AEDFC, circa HV, equale esse duobus solidis ex DFC, circa BD, & duobus ex eadem circa HV. Vnde consequenter verum erit, quod annulus ex AED, reuoluta vel circa FC, vel circa HV, erit equalis vni solido ex DFC, circa HV, vel FC, & duobus ex eadem circa BD, secundum quod deductum fuit in altero casu in prop.

6.pri.





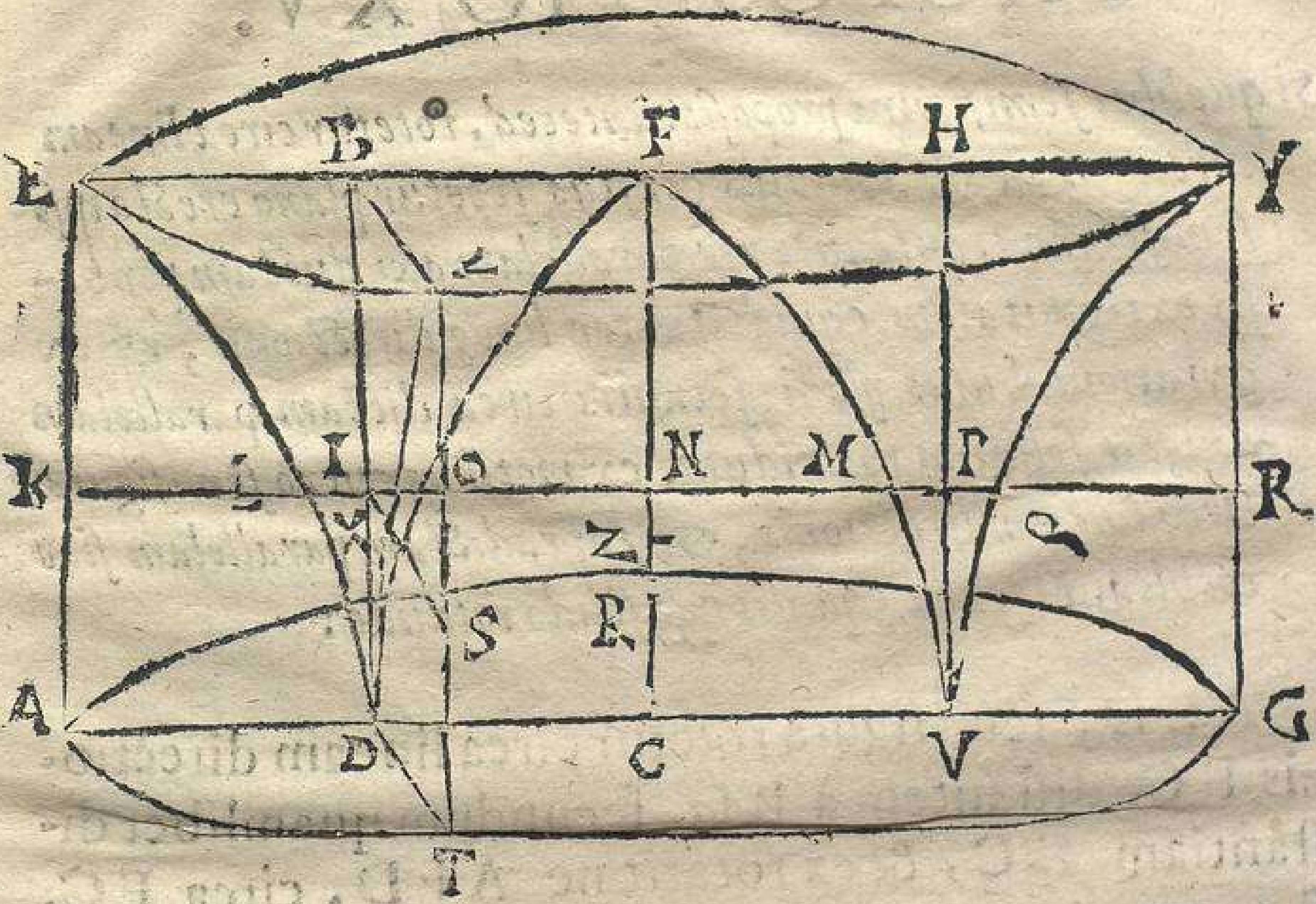
6. pri.part. Miſcell. geometrici. Hæc diffuſius haud ſunt explicanda, quia facile percipientur ex doctrina vniuerſaliter probata in citata propoſit. 30. Miſcell. hyperbol. licet non ſecundum omnes numeros exemplificata.

PRO-

PROPOSITIO XIV.

Si ex qualibet dimidia figura circa axim inuersè posita, mota circa parallelam axi à semifigura distantem secundum quamlibet distantiam non minorem basi semifiguræ, & supra parallelam axi ductam per extremitatem basis semifiguræ, fiat cochlea primæ reuolutionis. Hęc semper erit ęqualis tribus solidis, quorum axis ęquetur axi semifiguræ; vt quorum conum oriantur ex reuolutione semifiguræ circa lineam directionis, duo verò reliqua sint annuli ex semifigura inuersè posita reuoluta circa parallelam axi ductam per basis extremitatem.

A E D, sit quęlibet semifigura circa axim E A, & inuersè posita respectu F C, parallelæ E A, à semifigura distantis secundum quamlibet distantiam D C, non minorem A D, basi A E D; & ex A E D, mota circa F C, tanquam lineam directionis, & supra D B, parallelam A E, ductam per D, extremitatem basis A D, intelligatur cochlea primæ reuolutionis: pariter intelligamus A E D, duplicatam esse in A E D F C, siue axis semifiguræ D F C, congruat cum F C, vt in schem. siue distet, quandò nimirum D C, maior erit D A. Dico, quod cochlea genita, erit ęqualis tribus solidis, nempe duobus annulis ex A E D, reuoluta circa B D, & solido orto ex rotatione D F C, circa F C. Nam ex prop. 8. cochlea ęquatur annulo A E D V Y G, orto ex rotatio-



ratione AED, circa FC. Sed dictus annulus, ex dictis in ſchol. 3. anteced. eſt ęqualis duobus ſolidis ex DFC, circa BD, & vni ex eadem circa FC. Quare patet propoſitum.

SCHOLIVM.

Quod, ſupponentes lineam directionis FC, diſtare à BD, ſecundum DC, æqualem AD, vt etiam ſchema exprimit; & cum quamplurium annulorum AEDVYG, ſit aſſignata ratio in noſtris operibus; aſſignata erit conſequenter ratio cochlearum, &c.

PRO-

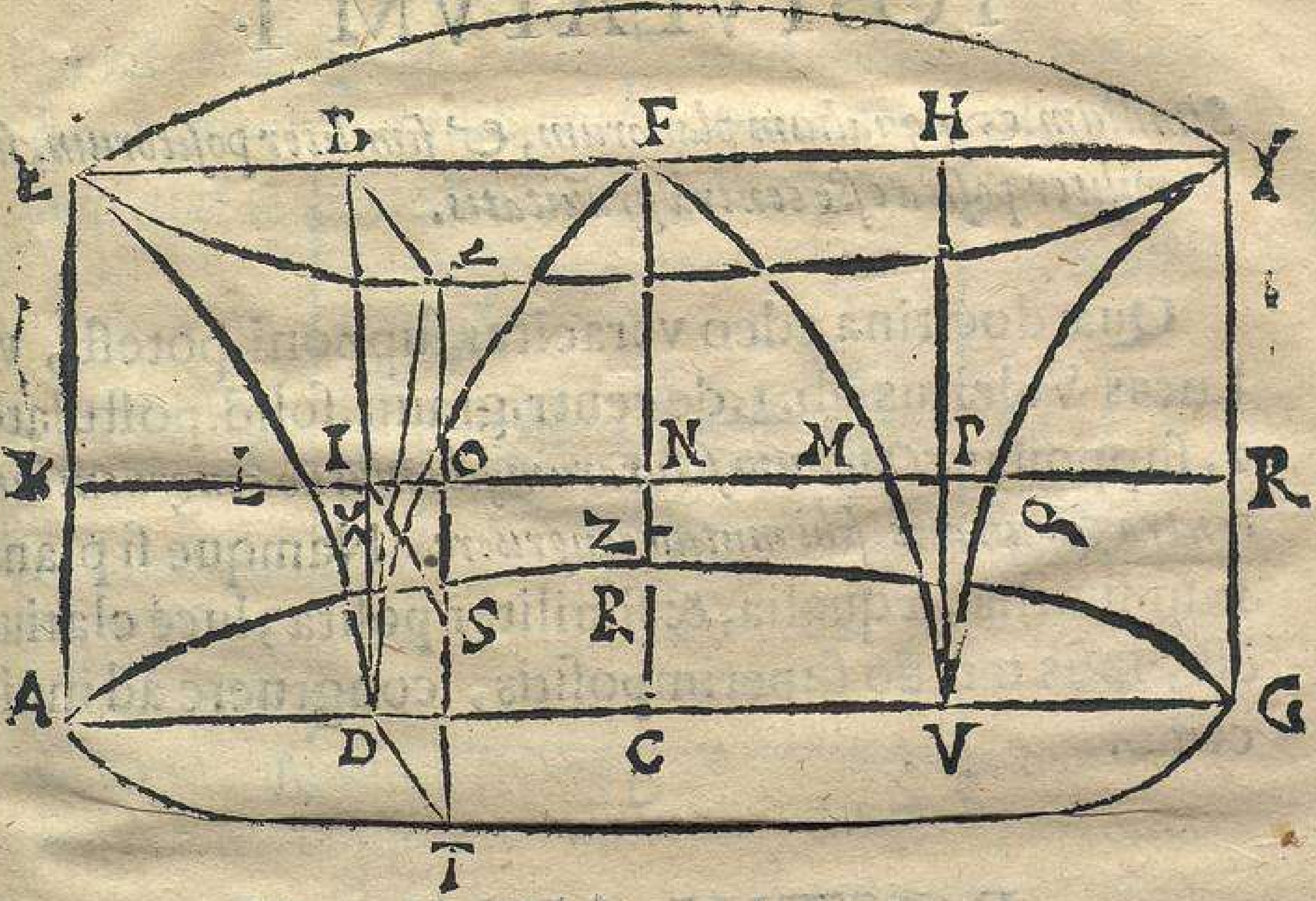
PROPOSITIO XV.

Si quęlibet semifigura proposit. anteced. rotetur circa lineam directionis, & annulus genitus secetur plano erecto ipsi semifiguræ transeunte per parallelam axi ductam per basis extremitatem ęquidistanter lineę directionis, & ex gyratione huius plani secantis circa dictam parallelam axi fiat solidum rotundum, ex motibus verò semifiguræ circa lineam directionis, & supradictam parallelam fiat cochlea. Hęc erit ęqualis ipsi solido rotundo.

A E D, semifigura rotetur circa lineam directionis F C, distantem à B D, secundum quamlibet distantiam D C, & ex rotatione A E D, circa F C, fiat annulus A E D V Y G, qui sit sectus plano D 2 T, erecto A E D, & ęquidistanter F C; & cogitemus ex gyratione D 2 T, circa B D, fieri solidum rotundum; & pariter ex motibus A E D, circa F C, & supra B D, genitam esse cochleam. Dico hanc æqualem esse solido rotundo. Cum enim ex proposit. anteced. sit cochlea ęqualis annulo; & annulus ęqualis solido, ex explicatis in proposit. 57. tractat. de superf. vngul. etiam cochlea erit æqualis solido rotundo.

SCHOLIVM.

Ijs explosis, quę ad mensuram cochlearum videban-



bantur attinere, consultò subeunda veniunt, quæ circa ipsarum centra grauitatis symptomata enucleari possunt. Qua in re potius in modo explicandi, & in schematismis repręsentando, quam in doctrinis ipsismet laborandum erit. Putamus enim fore futurum, vt doctrinas generalissimas exponentes, vnica vice ea fundamenta sternamus, quibus possit superimponi doctrina omnis circa pręsentem materiam versans. Ast in primis supponere debemus ea omnia , quæ ab alijs in materia centrorum grauitatis magnitudinum tradita fuerunt. Poterunt autem nobis veluti Postulata fore.

POSTVLATVM I.

Similium, & æqualium planorum, & similiter positorum, similiter posita esse centra grauitatis.

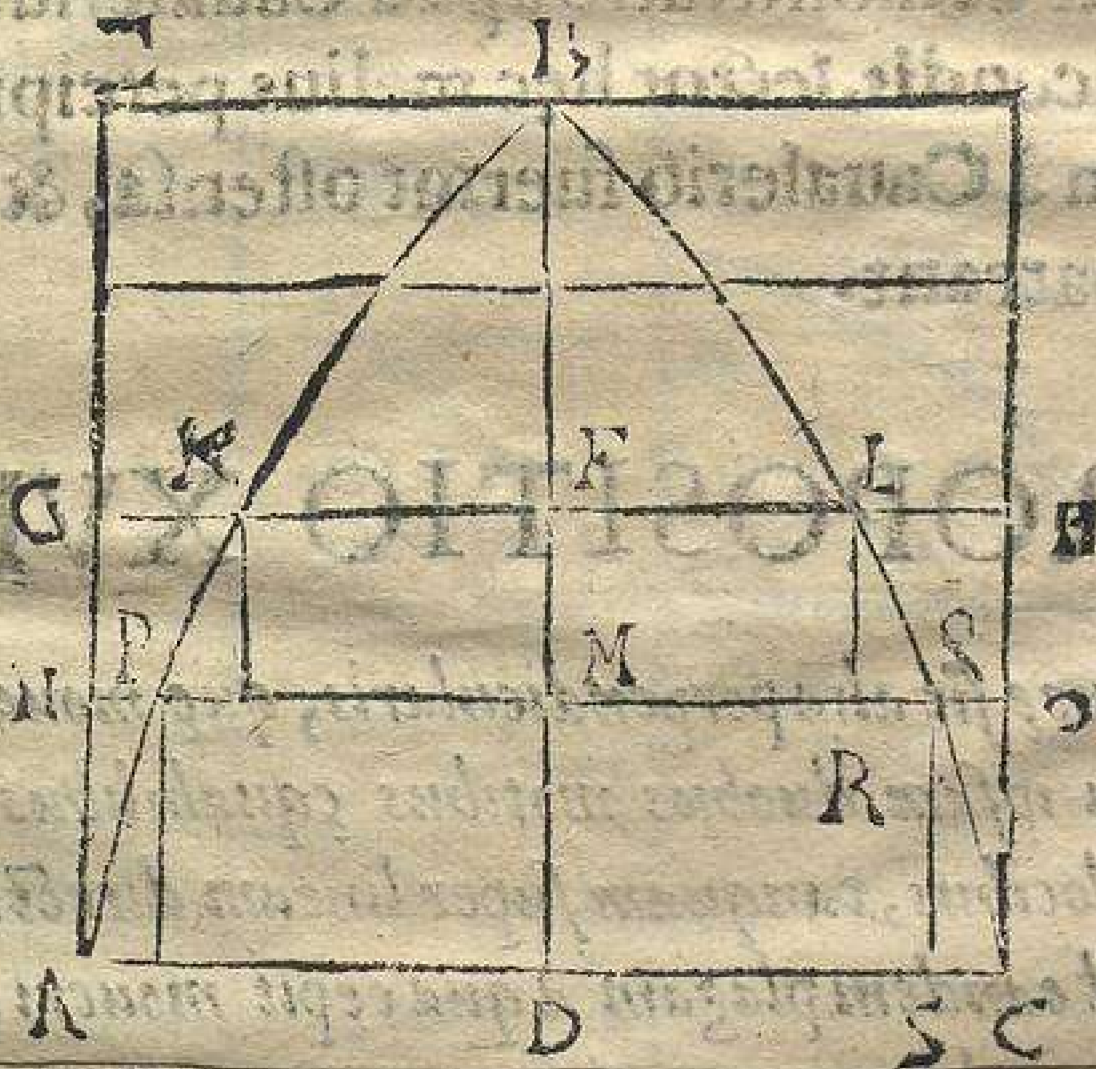
Quæ doctrina adeo veraciter supponi potest, vt Lucas Valerius lib. 1. de centr. grauit. solid. postulato 2. supponat. *Omnium figurarum sibi mutuo congruentium centra grauitatis sibi mutuo congruere.* Namque si plana sunt similia, æqualia, & similiter posita; luce clarius est, ipsis mutuo superimpositis, congruere ad inuicem.

POSTVLATVM II.

Idem esse centrum grauitatis cuiuscunque figuræ planæ, & omnium linearum eiusdem; ac cuiuscunque figuræ solidæ & omnium planorum eiusdem regula quauis assumpta.

Hoc est postulatum 5. Caualerij, quod supponit in exercit. 5. quod multum etiam nobis inseruiet, cum in præsenti vniuersalissima materia, nequeamus nisi per indiuisibilia procedere. Eiusque sensus est, quod si in figura ABC, lineæ AC, intelligantur parallelæ PQ, kL, cum omnibus alijs figuræ ABC. Idem erit centrum grauitatis figurarum, ac omnium dictarum parallelarum. Idem dicatur si

ADC,



ADC, PMQ, KFL, &c. ſint omnia plana ſolidi ABC.

Pariter ſupponere debemus propoſitionem 8. Caualerij in citat. exercit. 5. nimirum. *Si recta linea indefinita tranſeat per centrum grauitatis cuiuſcunque omnium linearum figuræ planæ, vel cuiuſcunque omnium planorum ſolidæ, regula quauis aſſumpta: in eius portione in figura comprehenſa, erit ipſius figuræ centrum grauitatis. Dicatur autem talis recta axis grauitatis eiuſdem figuræ.* Nimirum in caſu noſtro, ſit ABC, ſolidum quodlibet, cuius baſis ADC, & cui ſint ducta parallela plana PMQ, kFL, & reliqua ipſius, & BD, tranſeat per F, M, &c. centra grauitatis omnium planorum dicti solidi. In aliqua portione ipsius B D, erit centrum grauitatis solidi A B C.

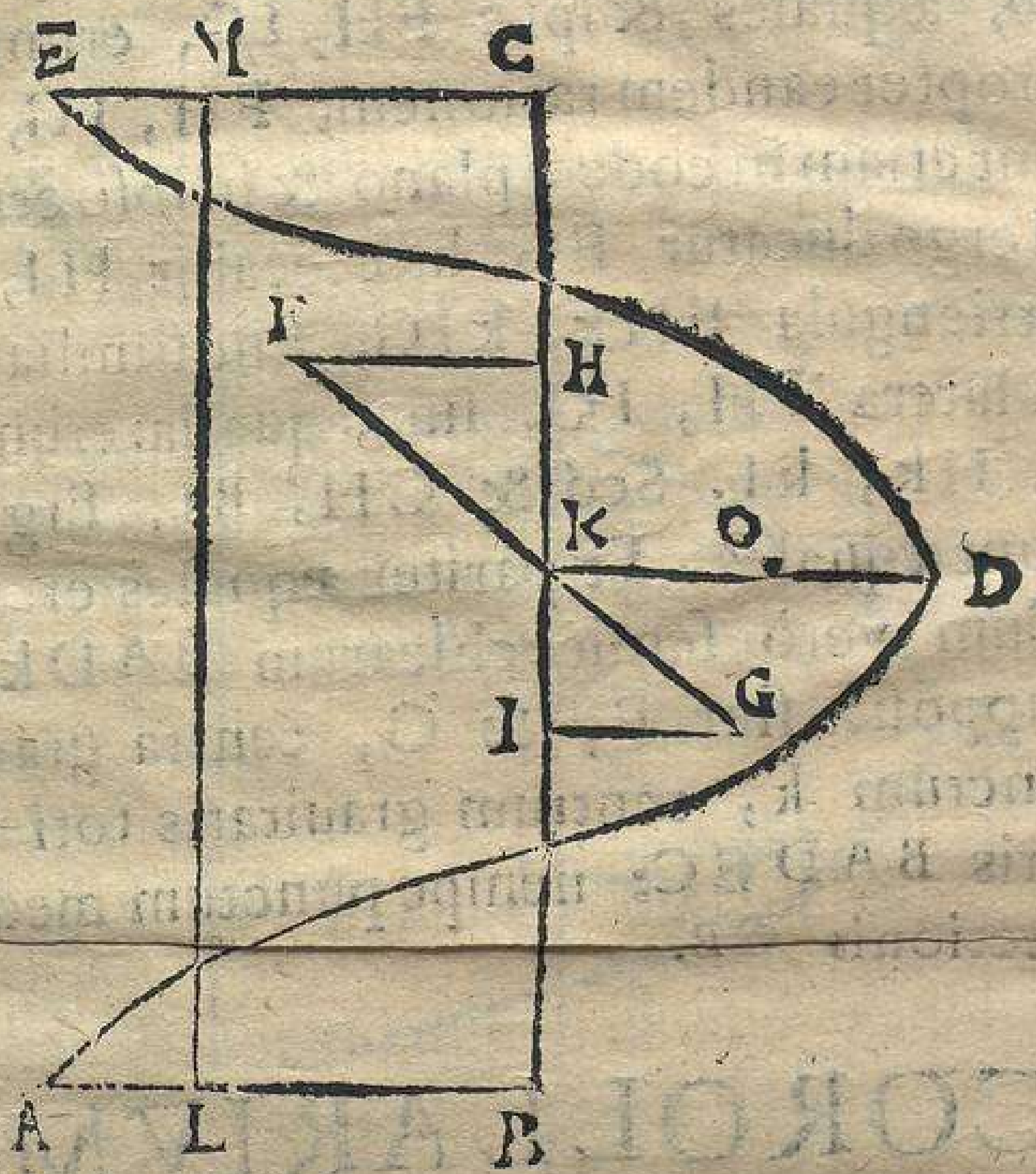
Videatur demonstratio apud Caualerium. Ex infra enim dicendis, lector hęc melius percipiet, & admittet, cum à Caualerio fuerint ostensa, & non multo labore pateant.

PROPOSITIO XVI.

Si cuilibet lineę sit alia perpendicularis, quę moueatur circa, & supra ipsam duobus motibus ęquabilibus, licet non ęque velocibus, tanquam super lineam directionis, donec redeat ad eandem plagam à qua cępit moueri. Plani flexuosi, seù cochlearis geniti centrum grauitatis erit in puncto medio lineæ directionis.

Esto linea C B, cui sit normalis A B, quæ moueatur duplici motu ęquabili circa, & supra B C, lineam directionis donec linea A B, redierit ad eandem plagam in C E, & describat planum flexuosum B A D E C. Dico huius plani centrum grauitatis esse K, medium punctum B C. Nam hoc planum esse sibi vniforme patet, cum oriatur ex duplici motu æquabili, & circa C B, & supra C B: vndè duę eius medietates B A D K, & k D E C, sunt similes, ęquales, & similiter positæ, adeo vt homologi termini sint, qui ad extremitates C E, A B, habent eundem respectum, & pariter quæ ad K D, vt attentè consideranti patebit. Hęc nàmque melius possunt mente per-

te per-



re percipi, quam schematibus exprimi. Ergo cum dictæ duæ semicochleę, sint similes, æquales, & similiter positæ, & ad Ck, kB, medietates lineæ directionis eundem respectum habentes; centra grauitatis dictarum semicochlearum erunt in ipsis similiter posita, & ad lineam directionis eundem respectum habebunt. Sint talium semicochlearum centra grauitatis F, & G, vbicunque sint, & ducantur FH, GI, normales CB, in ipsam incidentes in punctis H, & I. Cum ergo FH, GI, habeant eundem respectum, & eandem positionem erga lineam CB, abscindent versus homologos terminos C; & B, CH, IB, æquales, & ipsæ FH, IG, erunt æquales; & propter eandem rationem, FH, IG, parallelæ erunt etiam in eodem plano, & in ipso erit etiam HI. Si ergo ducatur FG, hæc secabit HI, in K. Et cum triangula FHk, kIG, sint similia, & homologa latera FH, IG, sint æqualia: erunt etiam æqualia Hk, kI. Sed & CH, BI. Ergo Ck, kB, erunt æquales. Et pariter æquales erunt Fk, kG. Cum verò semicochlearum BADk, DkEC, supposita sint F, & G, centra grauitatis. Erit punctum k, centrum grauitatis totius plani cochlearis BADEC: nempe punctum medium lineæ directionis CB.

COROLLARIVM.

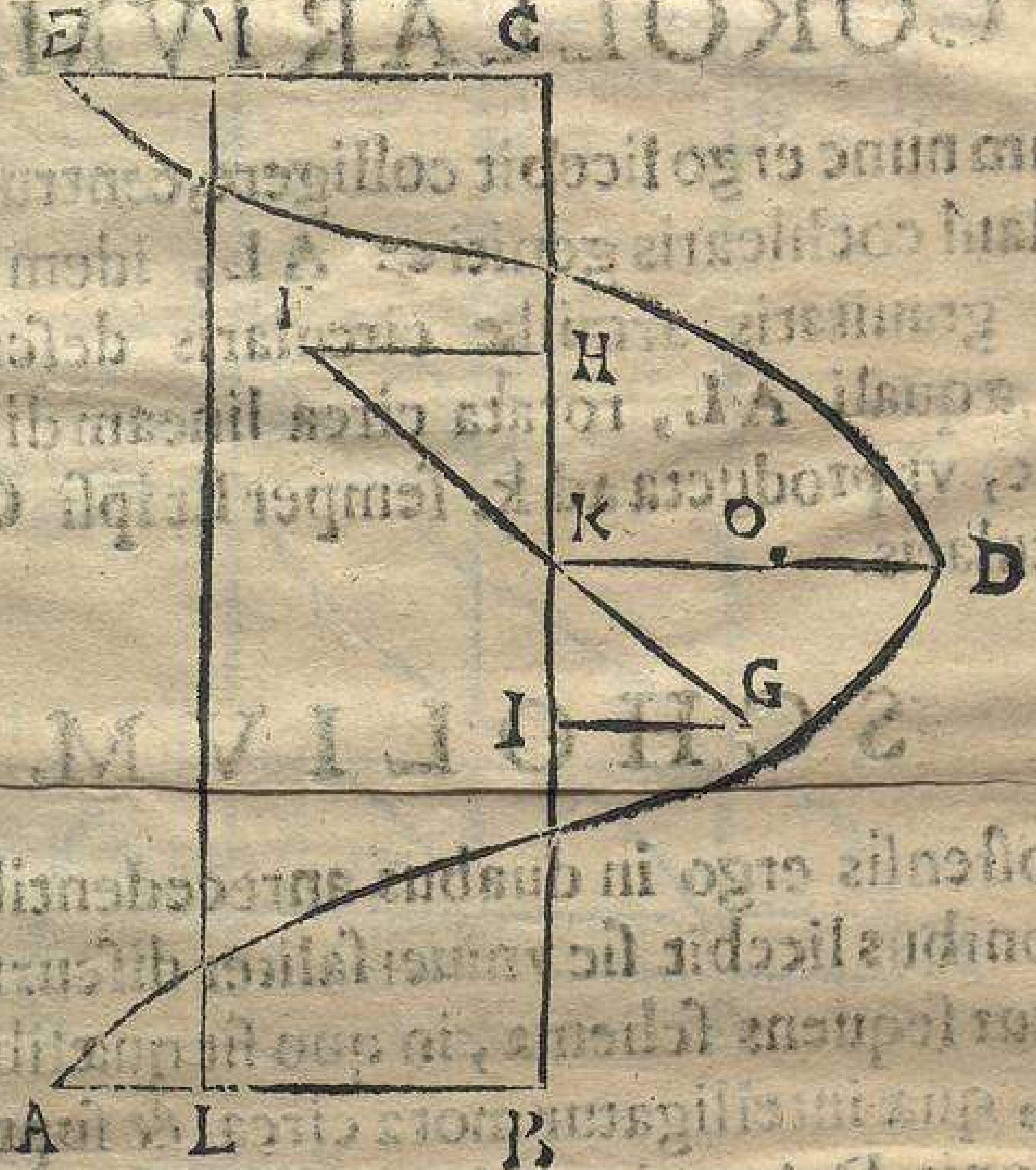
Ergo centrum grauitatis huius plani cochlearis est idem cum centro grauitatis circuli, qui describitur centro k, à radio kD, normali CB, rotato circa CB. Quæ omnia summopere perpendantur, & intelligentia percipiantur.

PROPOSITIO XVII.

Si linea, quæ mouetur circa lineam directionis, vt in proposit. anteced. non sit tota, sed aliqua ipsius pars non pertingens ad ipsam, quæ mouetur supra parallelam lineæ

dire-

directionis. Plani flexuosi, seù cochlearis geniti erit pariter in medio lineę directionis centrum grauitatis.



A L, pars lineæ A B, moueatur circa lineam directionis C B, & alio motu æquabili super M L, parallelam C B. Dico plani flexuosi ab ipsa descripti esse k, centrum grauitatis. Res est facilis probatu, & potest probari modo antecedentis proposit. Sed etiam patebit. Quia si moueatur illo duplici motu linea tota A B, constat ex proposit. antecedent. illius plani flexuosi esse k, centrum grauitatis. Item si sic moueatur L B, plani pariter flexuosi erit k, centrum

trum grauitatis. Ergo k, erit pariter centrum grauitatis reliqui plani flexuosi geniti ex A L.

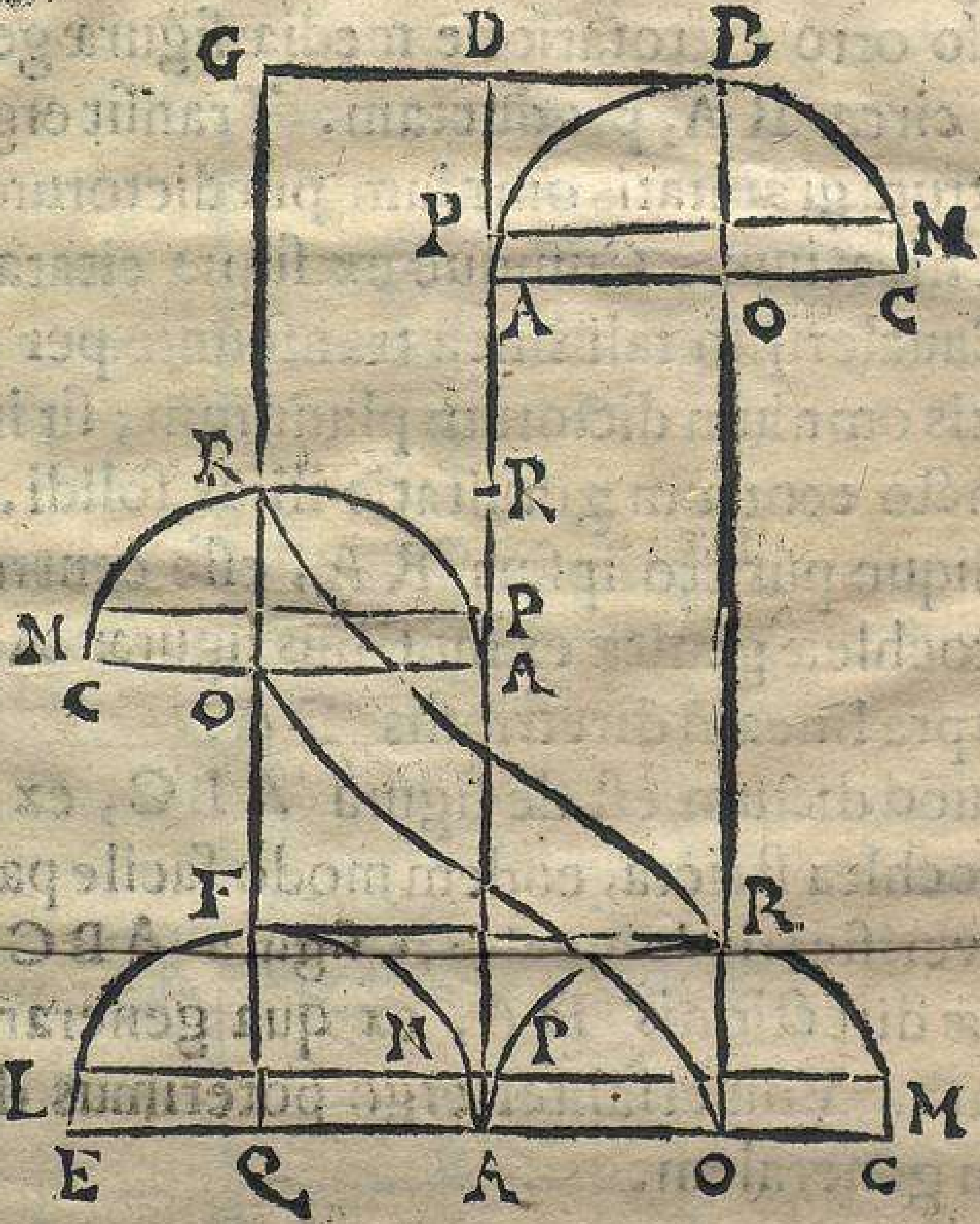
COROLLARIVM.

Etiam nunc ergo licebit colligere, centrum grauitatis plani cochlearis geniti ex A L, idem esse cum centro grauitatis armillæ circularis descriptæ ab O D, æquali A L, rotata circa lineam directionis C B, sic, vt producta ad k, semper sit ipsi C B, perpendicularis.

SCHOLIVM.

Ex ostensis ergo in duabus antecedentibus propositionibus licebit sic vniuersaliter discurrere. Inspiciatur sequens schema, in quo sit quælibet figura A B C, quæ intelligatur mota circa, & supra lineam directionis D A, ad cochleam strictam gignendam. Iam centrum grauitatis plani cochlearis descripti ex motu lineæ A C, circa, & supra A D, est medium A, inter duo A, extrema, quia A A, diuiditur in A, bifariam; & est idem cum centro grauitatis circuli ex media linea C A, rotata circa D A. Ipsi A C, in figura genitrice ducatur P M, parallela, quæ in illis motibus totius figuræ A B C, mouebitur circa A D, & supra P P, ipsi parallelam, & generabit suum planum cochleare, cuius centrum grauitatis erit in medio partis A D, correspondentis P P, & erit idem

cum



cum centro grauitatis armillæ ortæ ex rotatione MP, mediæ, circa DA. Et quod dictum eſt de MP, intelligendum eſt de omnibus alijs parallelis. Ergo ſi ex DA, auferantur hinc inde æquales DR, AA, vt relinquant mediam RA, æqualem altitudini figuræ genitricis ABC, in ipſa RA, erit centrum grauitatis omnium planorum cochlearium deſcriptorum ab omnibus lineis figuris ABC, parallelis AC, motis circa lineam directionis DA, & vel ſupra ipſam, vel ſupra illi parallelas. Et cuiuslibet horum planorum centrum grauitatis erit idem cum centro grauitatis vel circuli, vel armillæ circularis, in solido orto ex rotatione mediæ figuræ genitricis C B A, circa R A, productam. Transit ergo R A, per centrum grauitatis omnium prædictorum planorum cochlearium. Cumque ex supra citata proposit. 8. Caualerij, in tali linea transeunte per centra grauitatis omnium dictorum planorum, sit in aliquo eius puncto centrum grauitatis illius solidi. Sequitur in aliquo puncto ipsius R A, esse centrum grauitatis cochleæ genitæ ex motibus figuræ ABC, circa, & supra lineam directionis D A.

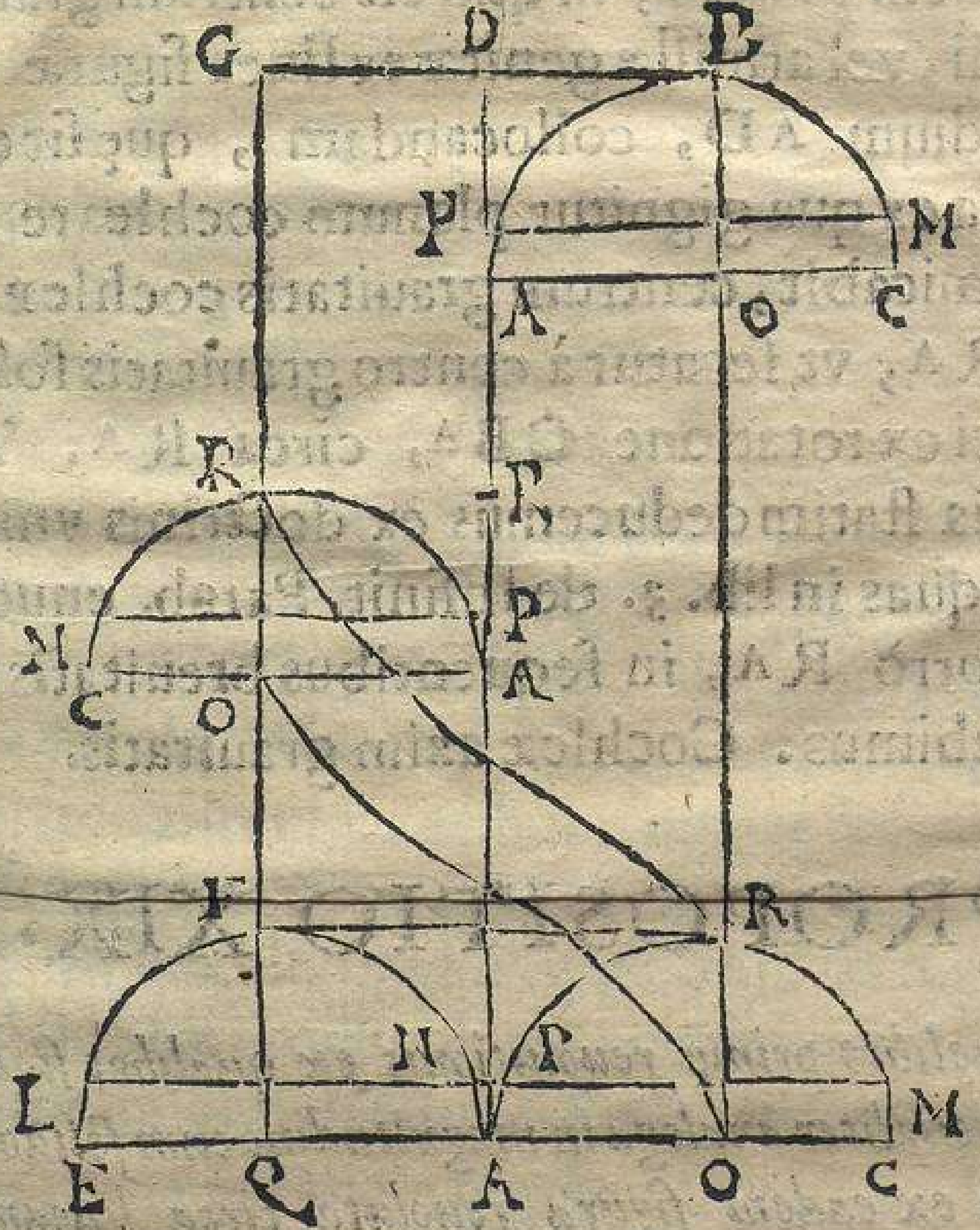
Et quod dictum est de figura A B C, ex qua gignitur cochlea stricta, eodem modò facile patebit, ex dictis, verificari de qualibet figura A B C, respectu lineæ directionis D A, ex qua generaretur cochlea lata. Vniuersaliter ergo poterimus deducere regulam generalem.

PROPOSITIO XVIII.

Centrum grauitatis cuiuscunque cochleæ siue strictæ, siue latæ, est in aliquo puncto partis lineæ directionis circa medium ipsius collocandam, quæ sit æqualis altitudini figuræ genitricis cochleæ.

Hæc propositio, seù regula generalis patet manifestissimè ex superioribus.

SCHO-



SCHOLIVM.

Quamuis autem ex ſuperius dictis, palam ſit, centrum grauitatis eſſe in aliquo puncto ipſius RA; nondum attamen eſt euidens quodnam ipſius RA, punctum hanc prerogatiuam obtineat, vt ipſius cochleæ centrum grauitatis exiſtat. Verum tamen eſt, quod medullitùs conſideranti, etiam punctum hoc aliqualiter ex dictis ſplendeſcet. Quippè, cum ſupra deductum fuerit, non modò centrum grauitatis cuiuslibet plani cochlearis esse in puncto ipsius RA, sed in eodem puncto, in quo est centrum grauitatis vel circuli, vel armillæ genitæ ex linea figuræ CBA, circa medium AD, collocandam, quę sit eadem cum linea ex qua gignitur planum cochleare: non obscure micabit, centrum grauitatis cochleæ sic diuidere RA, vt secatur à centro grauitatis solidi rotundi orti ex rotatione CBA, circa RA. Verum hęc omnia statim deducemus ex doctrinis vniuersalissimis, quas in lib. 3. de Infinit. Parab. enucleauimus. Porrò RA, in sequentibus breuitatis gratia appellitabimus. Cochleæ axim grauitatis.

PROPOSITIO XIX.

Cochlea quęlibet primę reuolutionis ex qualibet figura, est proportionaliter analoga in magnitudine cum solido rotundo orto ex eadem figura reuoluta circa lineam directionis.

Esto quęlibet figura ABC, quę moueatur circa, & supra lineam directionis DA, ad gignendam cochleam quamlibet primæ reuolutionis vel strictam, vel latam; & pariter ex ipsa figura ABC, mota circa DA, generetur solidum rotundum EFABC. Dico cochleam, & solidum esse quantitates proportionaliter analogas in magnitudine. Nam ex schol. 1. proposit. 1. constat quod cochlea, & solidum rotundum non modò sunt quantitates æquales secundum

dum totum, sed etiam secundum partes proportionales. Etiam namque cochlea genita ex parte APMC, est æqualis solido ELNAPMC, ex eadem parte APMC, genito. Et sic intelligendum venit de quibusuis partibus proportionalibus. Hæc ergo solida erunt quantitates proportionaliter analogæ in magnitudine secundum sensum definitionis 1. lib. 3. de Infinit. Parab. dicentis. Plana, vel solida proportionaliter analoga in magnitudine dicentur, in quibus ductis lineis, vel planis, lineæ, vel plano pro regula inseruiente parallelis, & lineam quandam, quæ sit vel altitudo, vel veluti altitudo figurarum proportionaliter secantibus, semper secabunt plana, vel solida proportionaliter, seù in partes proportionales. In cochlea enim, planum pro regula inseruiens erit planum cochleare, vel flexuosum genitum ex motibus æquabilibus AC, cui erunt parallela omnia plana parallela genita à lineis parallelis AC, v. g. à PM. Ast linea inseruiens veluti cochleæ altitudo, erit eius axis grauitatis RA, quæ sic secabitur à quolibet plano cochleare genito ex motibus PM, sicuti ab eadem PM, secatur altitudo ABC.

SCHOLIVM.

Consequenter ergo ad ea, quę diximus in citato lib. 3. patebit manifestè, verificari etiam proposit. 12. eiusdem lib. nempe. Magnitudines proportionaliter analogæ secundum sensum definitionis supraprædictæ, esse etiam proportionaliter analogas in grauitate secundum sensum definitionis secundæ asserentis. Plana, vel solida proportionaliter analoga in grauitate dicentur, in quibus ductis lineis, vel planis lineę, vel plano pro regula inseruiente parallelis, & lineam quandam, quæ sit vel altitudo, vel veluti altitudo proportionaliter secantibus, semper secabunt plana, vel solida proportionaliter in grauitate, seù in partes proportionaliter graues. Hoc enim assertum probabitur eodem modo, ac factum fuit in citata proposit. 12. considerando semper planum pro regula inseruiens esse genitum à linea AC, mota illis duobus motibus ęquabilibus, &c. vt supra dictum fuit. Vnde consequenter iuxta sensum prop. 13. eiusdem libri statuentis. Si duo quęcunque grauia fuerint proportionaliter analoga in grauitate, eorum centra grauitatis aberunt proportionaliter ab homologis terminis ipsarum: poterimus pronunciare sequentem regulam generalissimam.

PROPOSITIO XX.

Centrum grauitatis cuiuslibet cochleę primę reuolutionis ita secat eius axim grauitatis, sicuti secat suum axim centrum grauitatis solidi ex figura genitrice cochleę rotata circa lineam directionis.

Nam appensis ad libram & cochlea, & solido rotundo; licebit argumentari, vt factum fuit in cit. prop.

SCHO-

SCHOLIVM I.

Quot igitur cochlearum habeamus vnica vice centra grauitatis, poterit lector proprio Marte excogitare. Quum ergo in noſtris operibus antea impreſſis, notauerimus centra grauitatis variè infinitorum ſolidorum ex rotationibus infinitarum figurarum genitorum: conſequenter ex dictis operibus licebit colligere centra grauitatis variè infinitarum cochlearum.

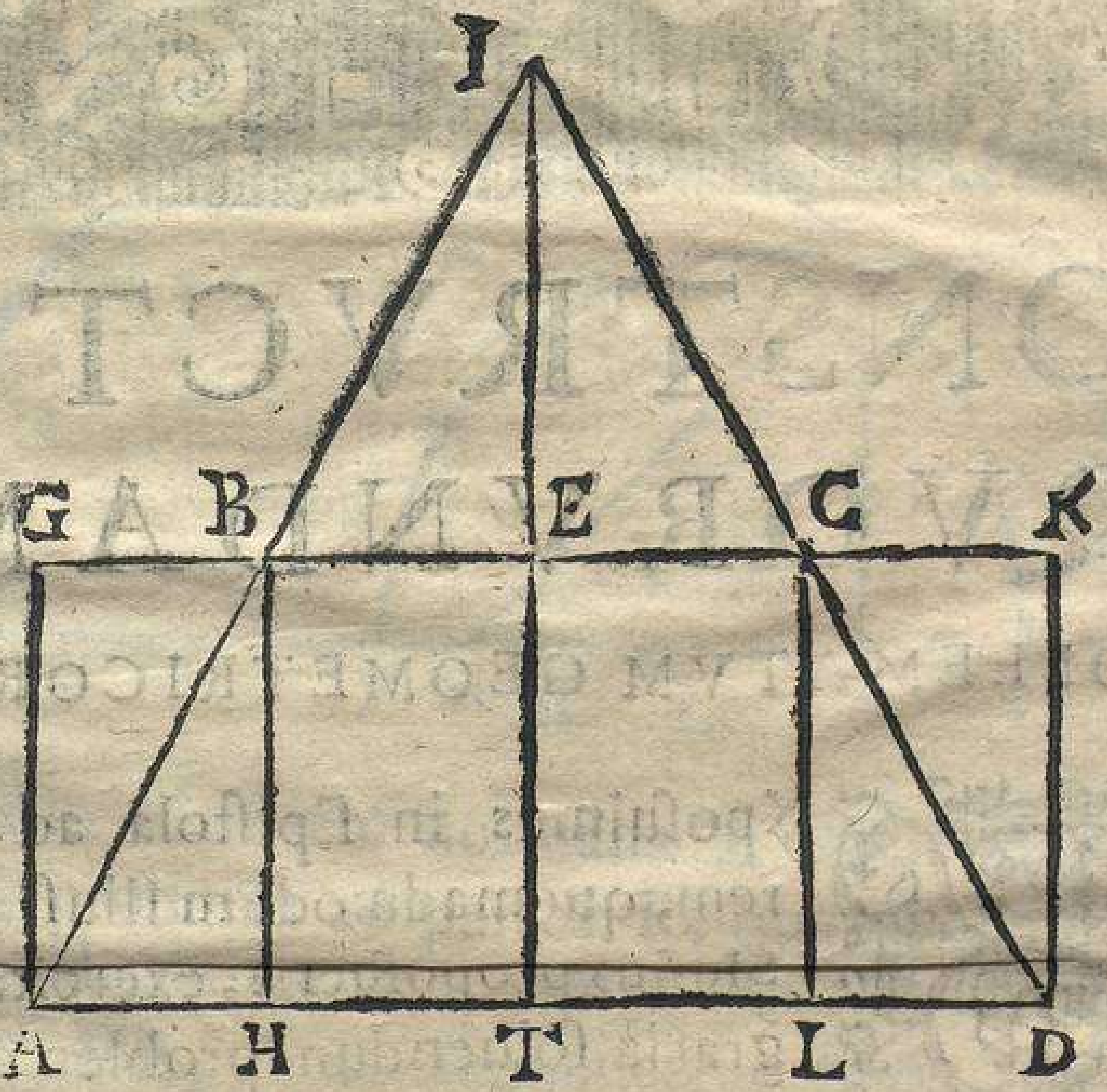
SCHOLIVM II.

Ex tradita autem regula generaliſſima, patere poteſt, quod particulariter ait Torricellius in ſchol. appen. *Reliquum eſſet vt Mechanica etiam Theoremata horum ſolidorum exequeremur, præſertim quando cochlea gignitur à triangulo. Centrum enim grauitatis in axe eſt, diuiditque particulam quandam ipſius axis (æqualem abſcindenda lateri EB, & circa punctum medium ipſius axis collocandam) veluti conoidis cuiuſdam hyperbolici centrum ſecat propriam diametrum.* Quibus verbis aſſerit, quod ſi in diagrammate ſequenti, triangulum LCD, moueatur circa IT, lineam directionis, & ſupra LC, parallelam, quod centrum grauitatis cochleæ genitæ ſecabit eius axim grauitatis, quæ erit æqualis CL, ſicut ſecatur diameter cuiuſdam conoidis hyperbolici ab eius centro grauitatis. Quod vtique verum eſt.

est. Nam ex regula generali, sic secatur axis grauitatis cochleę ab eius centro grauitatis, sicuti secaretur ET, à centro grauitatis solidi rotundi ABHLCD, geniti ex rotatione trianguli LCD, circa ET. Sed vt explicatum fuit in schol. 1. proposit. 13. intellecto cono AID, secto plano transeunte per CL, erecto triangulo TID, & plano reuoluto circa CL, solidum genitum est conoides hyperbolicum. Quod cum sit proportionaliter analogum tam in magnitudine, quam in grauitate cum solido rotundo ABHLCD; ac proinde ita secetur CL, à centro grauitatis conoidis, sicuti secatur ET, à centro grauitatis solidi. Ita etiam secabitur axis grauitatis cochleæ ex triangulo LCD, sicuti secatur CL, à centro grauitatis conoidis hyperbolici.

Illud verò, quod subnectit Torricellius, nimirum. *Siuè prędictę portiunculę semissem ita diuidit, vt eandem secaret centrum grauitatis cuiusdam segmenti sphęrici duplam habentis altitudinem, basimque dato cuidam circulo ęqualem.* Nescimus de quo sphęrę segmento verificetur. Forsitan de aliquo, quod erit proportionaliter analogum cum conoide hyperbolico. Solum scimus, & infra aliquando patebit, ita secari axim grauitatis prędictę cochleę, vt secatur axis cuiusdam portionis minoris sphęrę vel sphęroidis, cuius portionis axis ęquetur CL, seu axis grauitatis cochleę, reliquum vero ad semiaxim ęquetur IE, à centro grauitatis excessus cylindri portioni circumscripti supra ipsam portionem. Vel vt secatur axis cuiusdam

annuli



annuli lati ex ſegmento ſphęrę, vel ſphęroidis à cẽntro grauitatis exceſſus tubi cylindrici ſegmento circumſcripti ſupra ipſum. Sed hęc infra explicabuntur.

Et hęc quidem ea ſunt, quę circa hanc materiam infinitarum cochlearum occurrerunt. Quibus traditis, fas eſt, vt pręſenti tractatui imponatur.

FINIS.

CONSTRVCTIO QVORVNDAM

PROBLEMATVM GEOMETRICORVM.

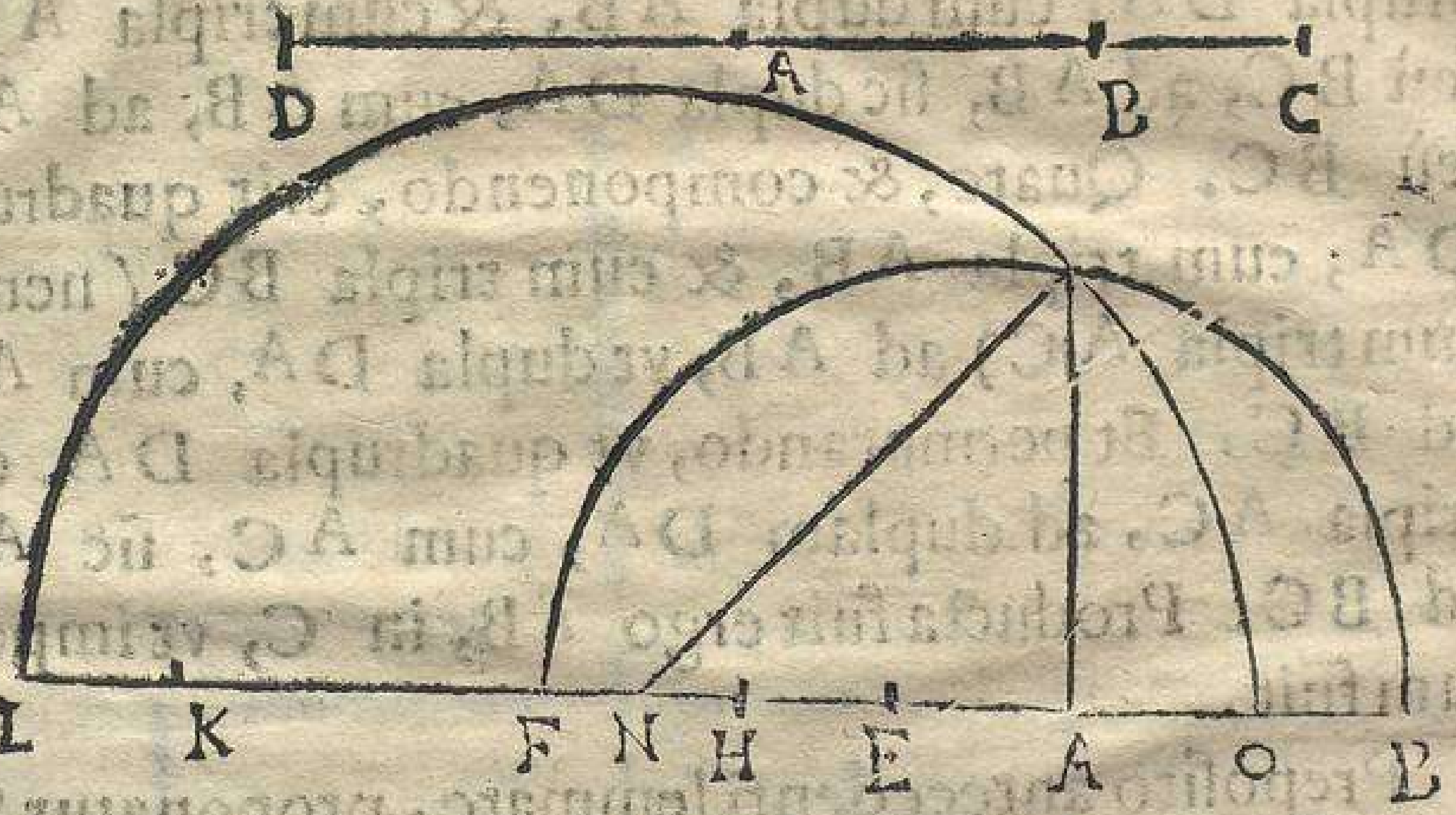
EXposuimus in Epistola ad Lectorem, quemadmodum Illustrissimus Slusius proposuerit, exercitationis gratia, soluendum problema quoddam geometricum, quod, cum alijs hac occasione enodauimus: Hæc nunc conscribimus. Sit ergo.

PROPOSITIO I.

Datam AB, cui sit adiuncta quælibet AD, ità producere in C, vt AB, sit ad BC, vt quadrupla DA, cum tripla AC, ad duplam DA, cum AC.

Exponatur ipsa BA, solitariè, quę sic producatur in E, vt AE, sit $\frac{1}{3}$ AB; & rursus BE, sic producatur in F, vt EF, sit $\frac{2}{3}$ DA. Tunc, super diametro FB, fiat semicirculus FGB, & à puncto

A, eri-



A, erigatur diametro normalis A G. Accipiantur in A F, producta ad partes F, quantum sufficit, A H, æqualis duplæ A E, seu $\frac{2}{3}$ A B, & H k, æqualis duplæ F E, & consequenter $\frac{4}{3}$ D A: sectaque k A, bifariam in N, iungatur N G, & centro N, interuallo N G, fiat semicirculus L G O, secans A B, in O, & ipsi A O, fiat æqualis B C. Quæ erit quæsita. Nam duo rectangula L A O, F A B, sunt æqualia, quia æqualia eidem quadrato G A. Ergo erit vt L A, seù k O, ei æqualis, ad A B, sic F A, ad A O. Et antecedentium tripla. Erit ergo tripla k O, ad A B, vt tripla F A, ad A O. Sed tripla k O, est tripla A O, cum tripla k A: tripla K A, est tripla K H, cum tripla H A: tripla H A, est dupla A B (quia supra facta est H A $\frac{2}{3}$ A B:) pariter tripla K H, est quadrupla D A (quia supra k H, facta est $\frac{4}{3}$ D A.) Pariter tripla F A, est A B, cum dupla D A (quia tripla A E, est A B, & tripla FE, est dupla DA.) Ergo erit etiam, vt quadrupla DA, cum dupla AB, & cum tripla AO, seù BC, ad AB, sic dupla DA, cum AB, ad AO, seù BC. Quare, & componendo, erit quadrupla DA, cum tripla AB, & cum tripla BC (nempe cum tripla AC) ad AB, vt dupla DA, cum AC, ad BC. Et permutando, vt quadrupla DA, cum tripla AC, ad duplam DA, cum AC, sic AB, ad BC. Producta fuit ergo AB, in C, vt imperatum fuit.

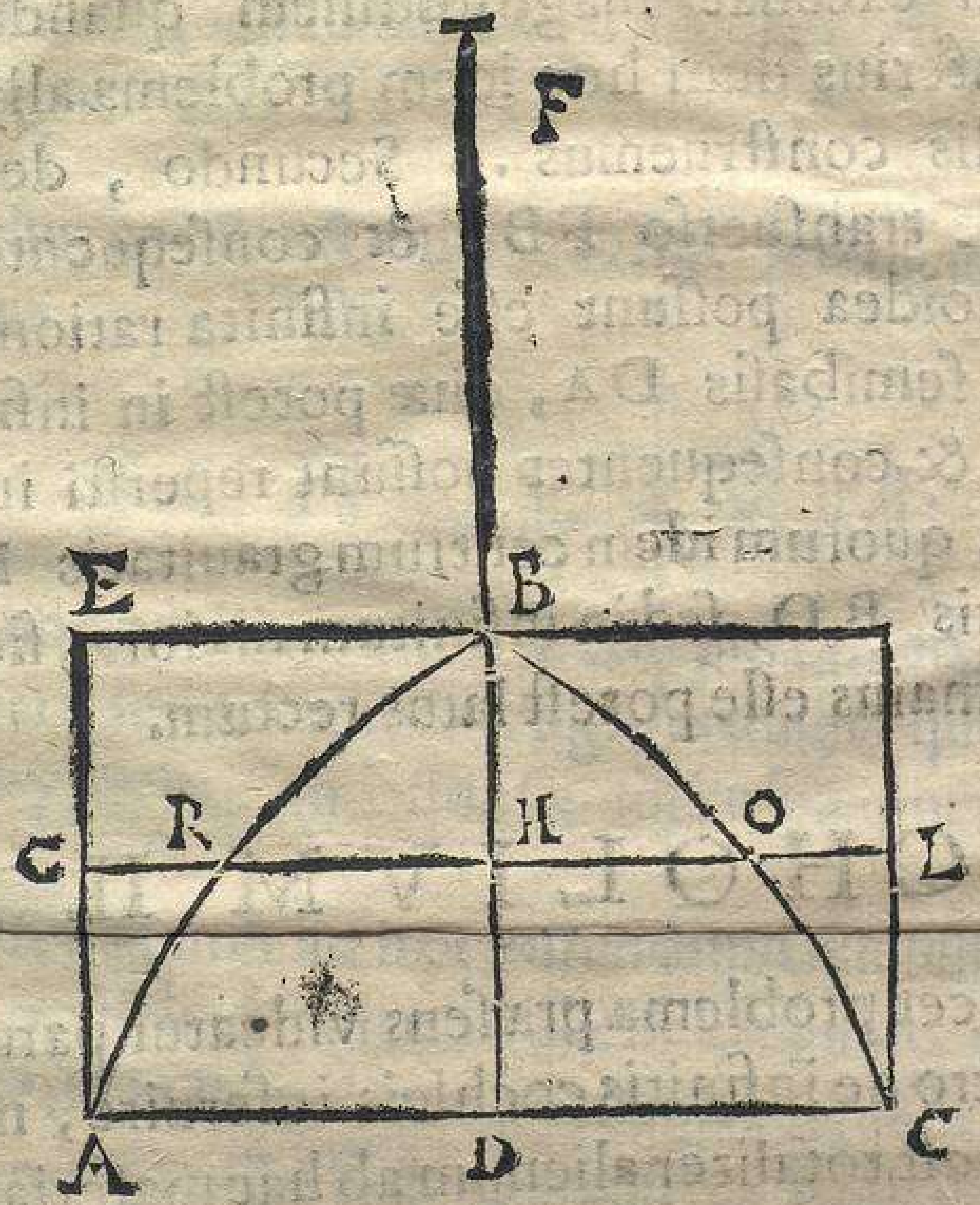
Preposito antecedenti lemmate, proponatur Slusij Problema.

PROPOSITIO II.

Datam lineam BH, ità producere in D, vt vertice B, axe BD, facto conoide hyperbolico, punctum H, sit eius centrum grauitatis. Vel si problema indeterminatum deprehendatur, illud determinare, & soluere, ac determinationes omnes ad aliquem locum siuè planum, siuè solidum adstringere.

Ipsi HB, ponatur quęlibet in directum FB, & FH, sic producatur in D, vt sit BH, ad HD, vt quadrupla FB, cum tripla BD, ad duplam FB, cum BD, vt traditum fuit in proposit. anteced. & diametro transuersa FB, axi BD, describatur conoides hyperbolicum ABC. Huius, dico, esse H, centrum grauitatis. Nam ostendimus in calce schol.

pro-



proposit. 13. nostri Miscell. Hyperb. centrum grauitatis conoidis hyperbolici diuidere axim in prędicta ratione. Videatur locus citatus.

SCHOLIVM I.

Patet ergo ex dictis, problema esse indeterminatum, & infinitum duplici ratione. Primo, ratione diametri transuersæ F B, quæ cum possit in infinitum augeri, infinita etiam erunt conoidea hyperbolica habentia idem centrum grauitatis H, & quorum

rum

rum diuersi axes in infinitum BD (quamuis BD, non excedat magnitudinem quandam vt patebit inferius dum hoc idem problema alijs quatuor modis construemus.) Secundo, determinato latere transuerso FB, & consequenter axi BD, conoidea possunt esse infinita ratione amplitudinis semibasis DA, quæ potest in infinitum ampliari: & consequenter possunt reperiri infinita conoidea, quorum idem centrum grauitatis H, & quorum axis BD, sed in infinitum maiora, sicuti in infinitum maius esse potest latus rectum.

SCHOLIVM II.

Porrò licet problema præsens videatur parum instituto nostro de infinitis cochleis inseruire, nihilominus non est totaliter alienum ab hac materia. Etenim, cum constet ex proposit. vniuersalissima, sic diuidi DB, à centro grauitatis conoidis hyperbolici ABC, sicuti diuidetur æqualis DB, locanda circa medium punctum lineæ directionis cochleæ strictæ genitæ ex motibus semihyperbolæ DBC, circa, & supra lineam directionis FD: patet proponi posse problema.

PROPOSITIO III.

Data BH, producere ipsam in D, vt facta semihyperbola DBC, cuius axis BD, ac ex motibus ipsius circa & su-

& ſupra DB, genita cochlea primæ reuolutionis: punctum eius axis grauitatis correſpondens H, ſit eius centrum grauitatis.

Modus conſtructionis hauriat lector ex antecedentibus.

SCHOLIVM.

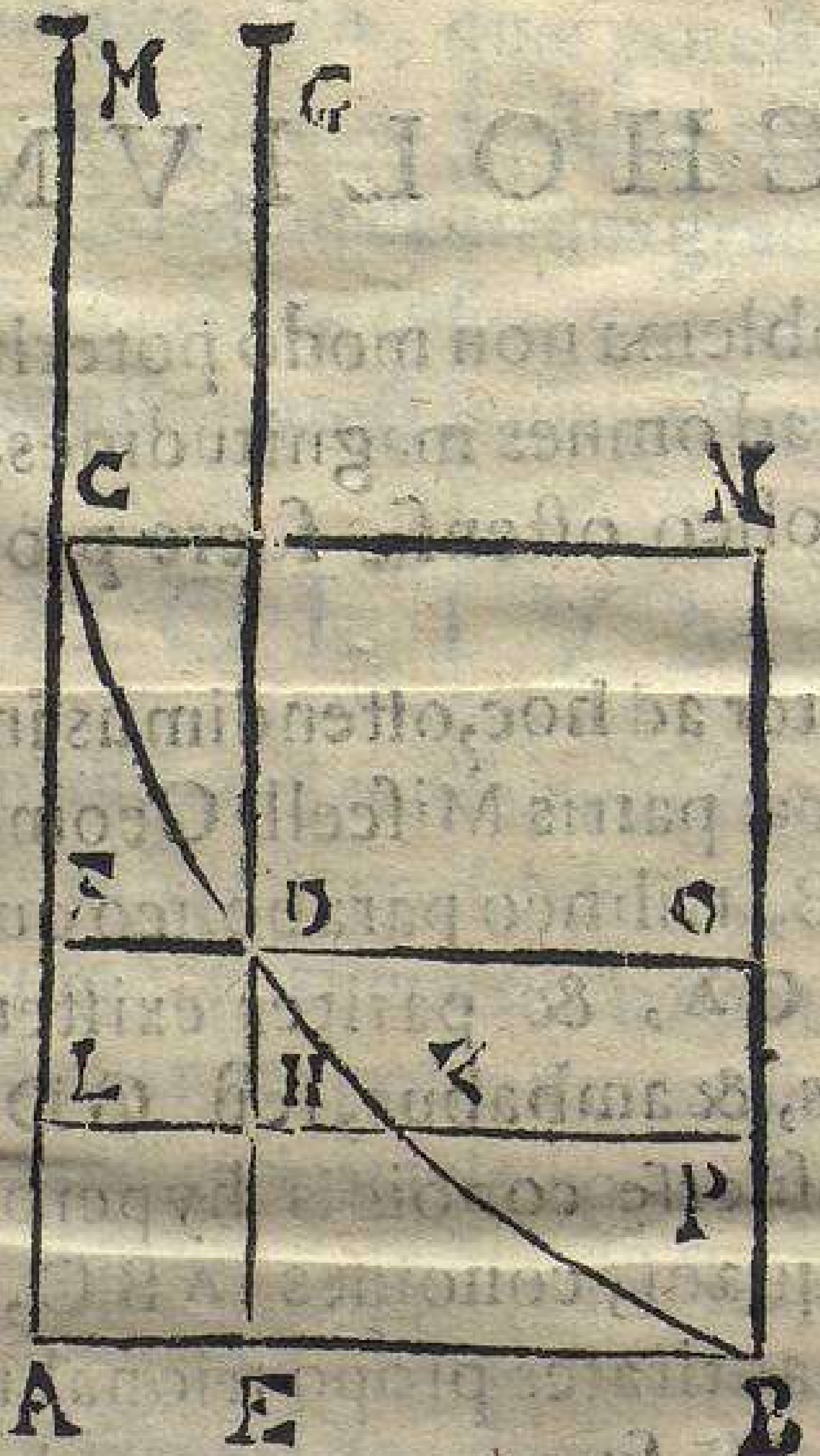
Sed hoc problema non modò poterit ad cochleam transferri; ſed ad omnes magnitudines, quæ cum conoide hyperbolico oſtenſæ fuere proportionaliter analogæ.

Conſequenter ad hoc, oſtendimus in ſchol. 1. propoſit. 17. primæ partis Miſcell. Geomet. quod exiſtente ACDB, trilineo parabolico quadratico, cuius diameter CA, & pariter exiſtentibus MC, CF, æqualibus, & ambabus, ſeù GD, æquali FB, diametro tranſuerſę conoidis hyperbolici ABC: oſtendimus inquam, conoides ABC, & trilineum EDB, eſſe quantitates proportionaliter analogas: ac proinde (ſi H, ſit centrum ęquilibrij ipſius trilinei EDB) eſſe DH, ad HE, vt quadrupla GD, cum tripla DE, ad duplam GD, cum DE. Quare Problema poſſet proponi ſic.

PROPOSITIO IV.

Datam DH, producere in E, & inuenire trilineum para-

rabolicum quadraticum ACB, cuius diameter CA, ut H, sit centrum æquilibrij trilinei EDB, appensi secundum DE.



FL, enim ęquali DH, esset adiungenda FM, & ML, esset producenda in A, secundum exigentiam propositionis 1. sectaque MF, bifariam in C, ductaque qualibet AB, normali AM, completo rectangulo AN, descriptaque semiparabola BCN, semibasi BN, axi CN, & per F, ducta

FD,

FD, parallela AB, occurrens parabolæ in D, ac per D, ducta DE, parallela CA. Ipsius punctum H, esset centrum æquilibrij quæsitum.

SCHOLIVM.

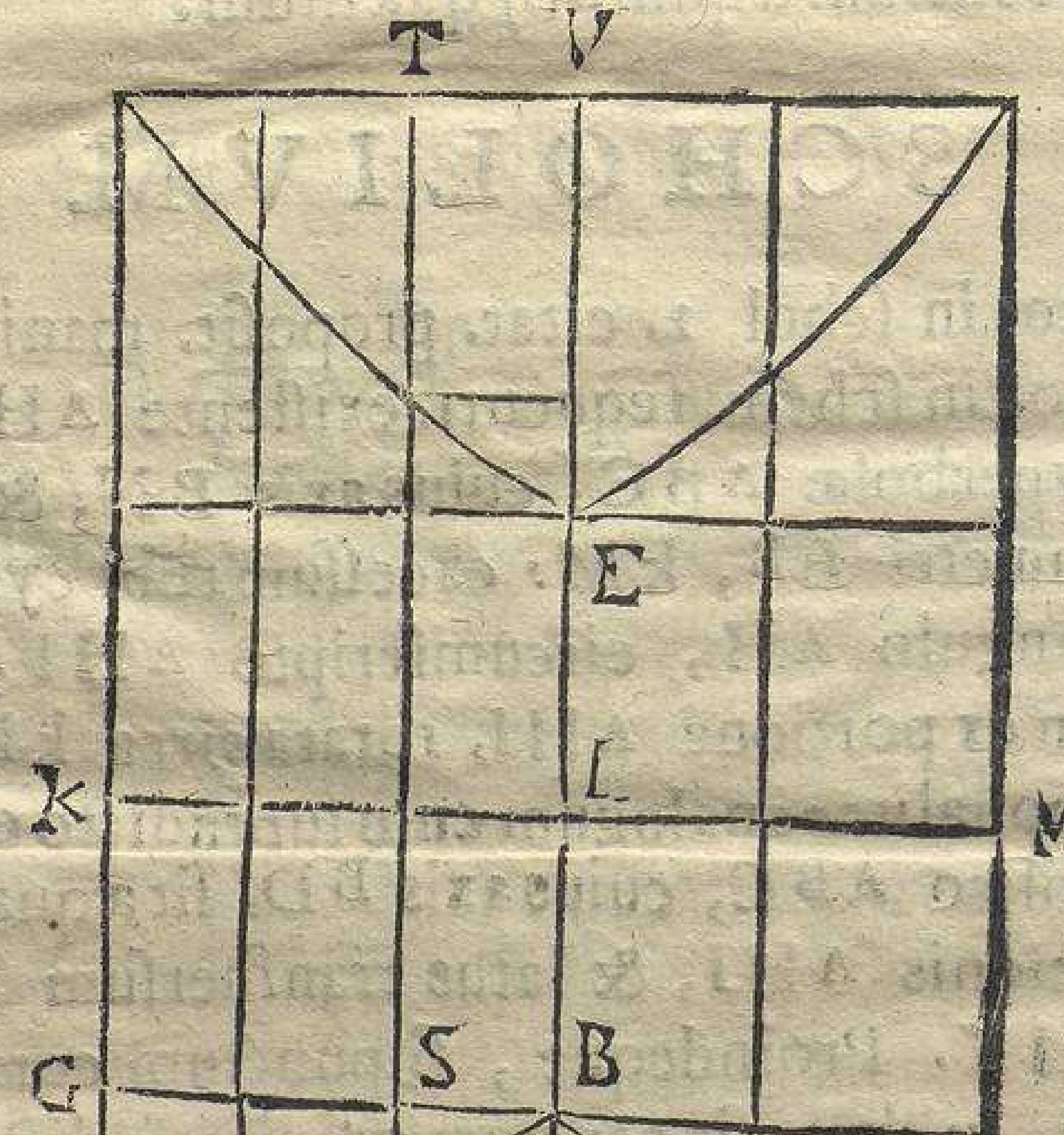
Pariter in schol. 2. citat. proposit. manifestauimus, quod in schem. sequenti, existente AHI, portione hyperbolæ ABC, cuius axis BN, & coniugatæ diametri EB, kM: excessum tubi cylindrici ex rectangulo AH, circumscripto AHI, supra annulum ex portione AHI, rotata circa kM, esse proportionaliter analogum cum supradicto conoide hyperbolico ABC, cuius axis BD, sit æqualis AI, basi portionis AHI, & latus transuersum FB, sit æquale IY. Proindeque, si punctum correspondens Q, in kL, sit centrum grauitatis dicti excessus, licet deducere id, quod inibi minimè animaduersum fuit. Nimirum, esse in kM, partem correspondentem IQ, ad correspondentem QA, vt quadrupla correspondens IY, cum tripla correspondente IA, ad duplam correspondentem IY, cum correspondente IA. Quapropter, etiam sequens problema erit facilè solubile, nempe.

PROPOSITIO V.

Datam IQ, producere in A, & inuenire minorem portionem AHI, hyperbolæ, vt ipsi circumscripto rectan-

K gulo

gulo AH, & hoc rotato circa KM, secundam coniugatam diametrum hyperbolæ: punctum correspondens



Q, in

Q, in ipsa, sit centrum grauitatis excessus tubi cylindrici ex AHI, supra annulum ex portione AHI.

Nam, adiuncta QI, qualibet IY, & producta YQ, in A, vt imperatum est in proposit. pri. & secta IY, bifariam in N, & à puncto N, erecta normali qualibet NB, ac producta arbitrariè in E; diametro transuersa EB, axi NB, inueniatur semihyperbola ABN, cuius portio AHI, erit quæsita.

SCHOLIVM.

In calce schol. citat. est error in ipsa impressione. Vbi enim dicitur. *Conoides hyperbolicum ABC, esse proportionaliter analogum cum annulo ex portione, seu segmento NGQ reuoluto circa BE*, in schem. seq: legendum est sic. Conoides hyperbolicum ABC, esse proportionaliter annalogum vel cum excessu tubi cylindrici circumscripti annulo ex NGQ, circa BE; supra ipsum vel excessui cylindri circumscripti portioni ex NGP, reuoluta circa OG. Supra ipsam consequenter ergo ad hæc affirmare poterimus, quod ibidem non fuit adnotatum, nimirum. Quod centrum grauitatis excessus tubi cylindrici circumscripti annulo ex NGQ, segmento, rotato circa BE, supra ipsum annulum, sic diuidet MR, vt pars terminata ad M, sit ad reliquam, vt octupla EM, cum tripla MR, ad quadruplam EM, cum MR. Item, si vice portionis ex NGP, accipiamus portionem minorem spherę, vel sphęroidis L B Q, licebit pronunciare. Quod existente R, centro grauitatis excessus cylindri circumscripti ipsi portioni, supra ipsam, erit M R, ad R B, vt octupla E M, cum tripla M B, ad quadruplam E M, cum M B. Consequenter ad hęc solui poterunt duo sequentia Problemata.

PROPOSITIO VI.

Datam M R, ita producere in B, & inuenire portionem sphęrę, vel sphęroidis, vt R, sit centrum grauitatis excessus cylindri circumscripti portioni, supra ipsam.

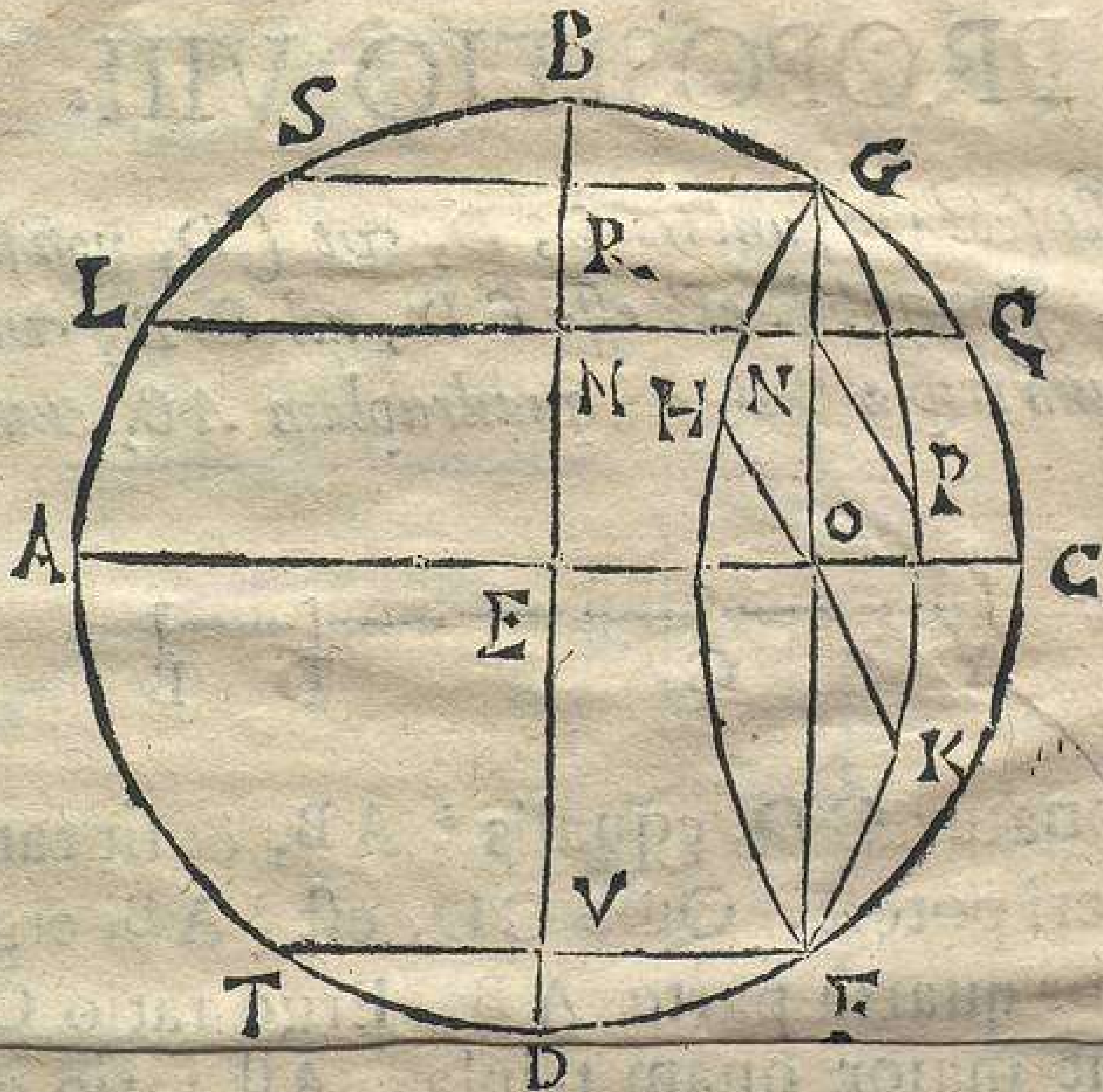
Ipsi namque M R, adiuncta quauis E M, producatur, vt sit M R, ad R B, vt octupla M E (nempe quadrupla duplæ M E,) cum tripla M B, ad quadruplam M E (nempe ad duplam duplæ M E) cum M B. Et duplata B E, fiat vel sphęra, vel quodlibet sphęroides A B C D. Portio L B Q, erit quæsita.

PROPOSITIO VII.

Datam M S, ita producere in R, & inuenire sphęram, vel sphęroides, vt S, sit centrum grauitatis excessus tubi cylindrici circumscripti annulo ex G Q N, reuoluto circa B E, supra ipsum.

Pariter enim adiuncta E M, arbitraria, esset producenda in R, vt sit M S, ad S R, vt octupla E M,

cum



cum tripla M R, ad quadruplam E M, cum M R, & E R, esset producenda pariter arbitrariè in B, & duplata B E, in B D, facienda esset axis sphęrę, vel sphęroidis &c. & obtineretur intentum.

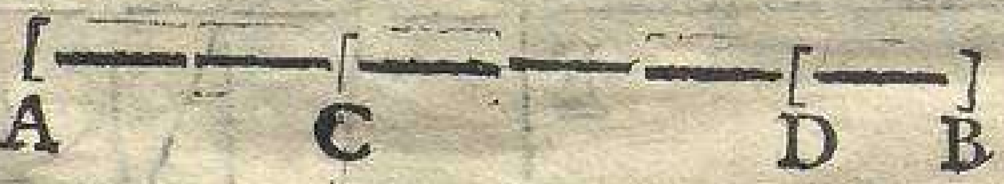
SCHOLIVM.

Soluta sunt hæc omnia problemata non totaliter abs re intenta. Siquidem, quum omnibus prædictis solidis sint dabiles cochleæ ęquales ex figuris genitricibus ipsorum congruenter motis illo duplici motu ęquabili : ideo possunt ad cochleas reduci. Quod etiam intelligendum venit de sequentibus: non enim intelligimus hìc desinere.

PRO-

PROPOSITIO VIII.

Si AB, sit secta in punctis C, D, ut CD, non sit minor $\frac{3}{4}$ AB. Impossibile est esse CD, ad DB, ut octupla AC, cum tripla CB, ad quadruplam AC, cum CB.



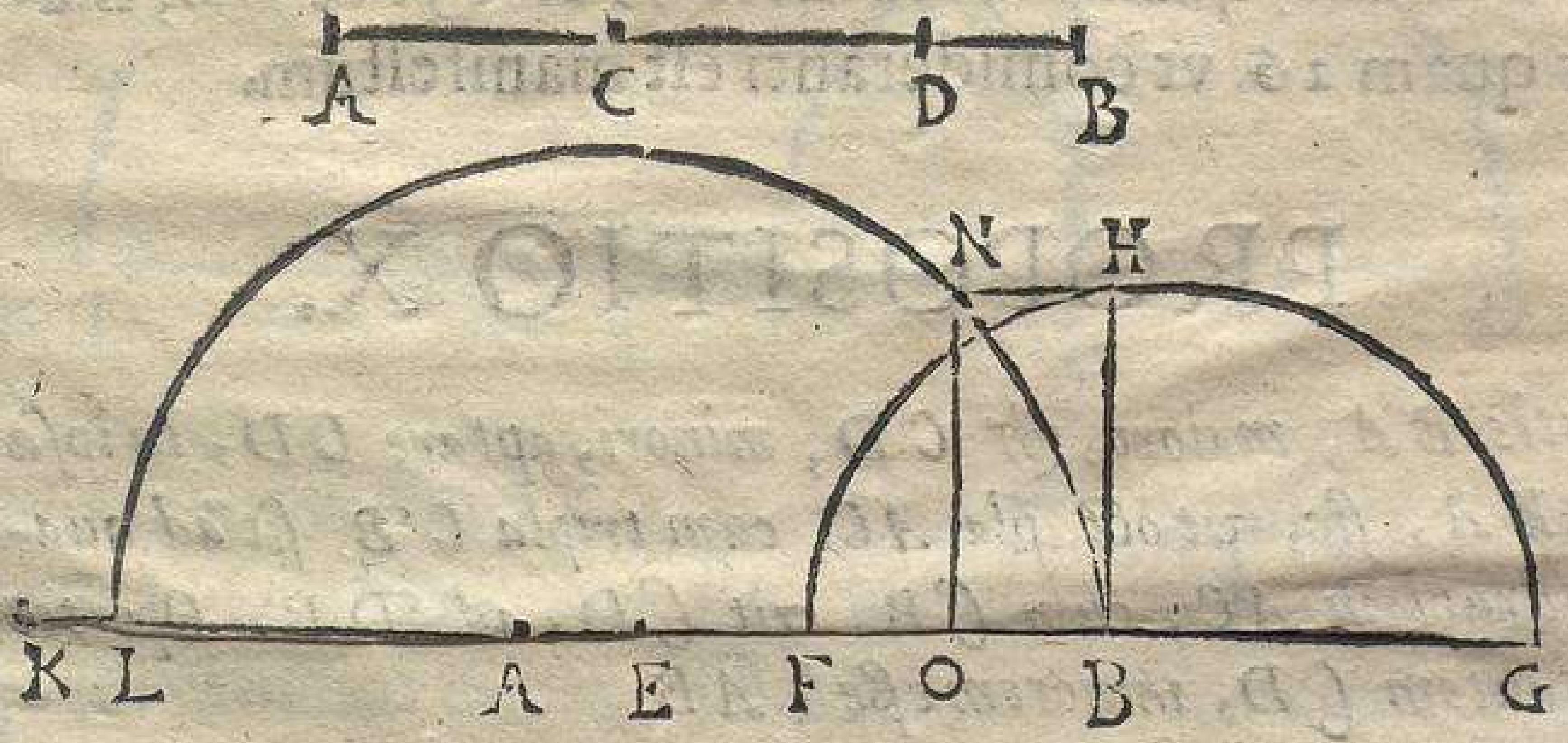
Supponatur CD, ęqualis $\frac{3}{4}$ AB, & sit ratio prædicta si fieri potest. Quia CD, est $\frac{3}{4}$ AB, ergo DB, erit minor quarta parte AB. Ergo ratio CD, ad DB, erit maior quam tripla. Ast ratio octuplæ AC, cum tripla CB, ad quadruplam AC, cum CB, est minor quam tripla. Quia octupla AC, cum tripla CB, est ęqualis quintuplæ AC, cum tripla AB: & quadrupla AC, cum CB, est tripla AC, cum AB. Quintupla autem AC, non est tripla triplæ AC. Patet ergo propositum. Idem absurdum multo magis concluderetur si CD, esset maior quam $\frac{3}{4}$ AB. Ergo patet propositum quoadomnia.

PROPOSITIO IX.

Si AB, sit data linea, cuius BG, sit $\frac{3}{4}$, & BE, sit $\frac{4}{5}$ & EF, sit $\frac{3}{5}$ BG, & HB sit media proportionalis inter FB, BG: item sit BK, dupla BE, & KL, sit $\frac{2}{5}$ BG. Dico, quod si data media HB, aggregato

extre-

extremarum L B, in ordine trium continuè proportionalium, distinguantur extremæ, quarum minor B O: erit ipsa quarta pars A B.



Nam B E $\frac{4}{5}$ A B, erit quorum A B, 20, talium 16. & B G, eius $\frac{3}{4}$. talium 15. Sed E F, $\frac{3}{5}$ B G, talium 9. Ergo reliqua F B, erit talium 7. Quare H B, erit media inter 7. & 15. talium partium, quarum A B, est 20. Item K B, quia dupla E B, erit talium 32, & K L, $\frac{2}{5}$ B G, est talium 6; ergo reliqua L B, erit 26. Ergo summa extremarum est 26. Quę si distinguantur, erit L O, maior 21, O B, vero 5. Nam tunc rectangulum L O B, erit ęquale rectangulo F B G, quia ambo ęqualia eidem quadrato B H. Erit ergo G B, ad O B, nempe 15. ad 5. vt L O, ad F B; nempe 21. ad 7. Ergo O B, quia 5. erit quarta pars A B, quæ 20. Quod &c.

CO-

COROLLARIVM.

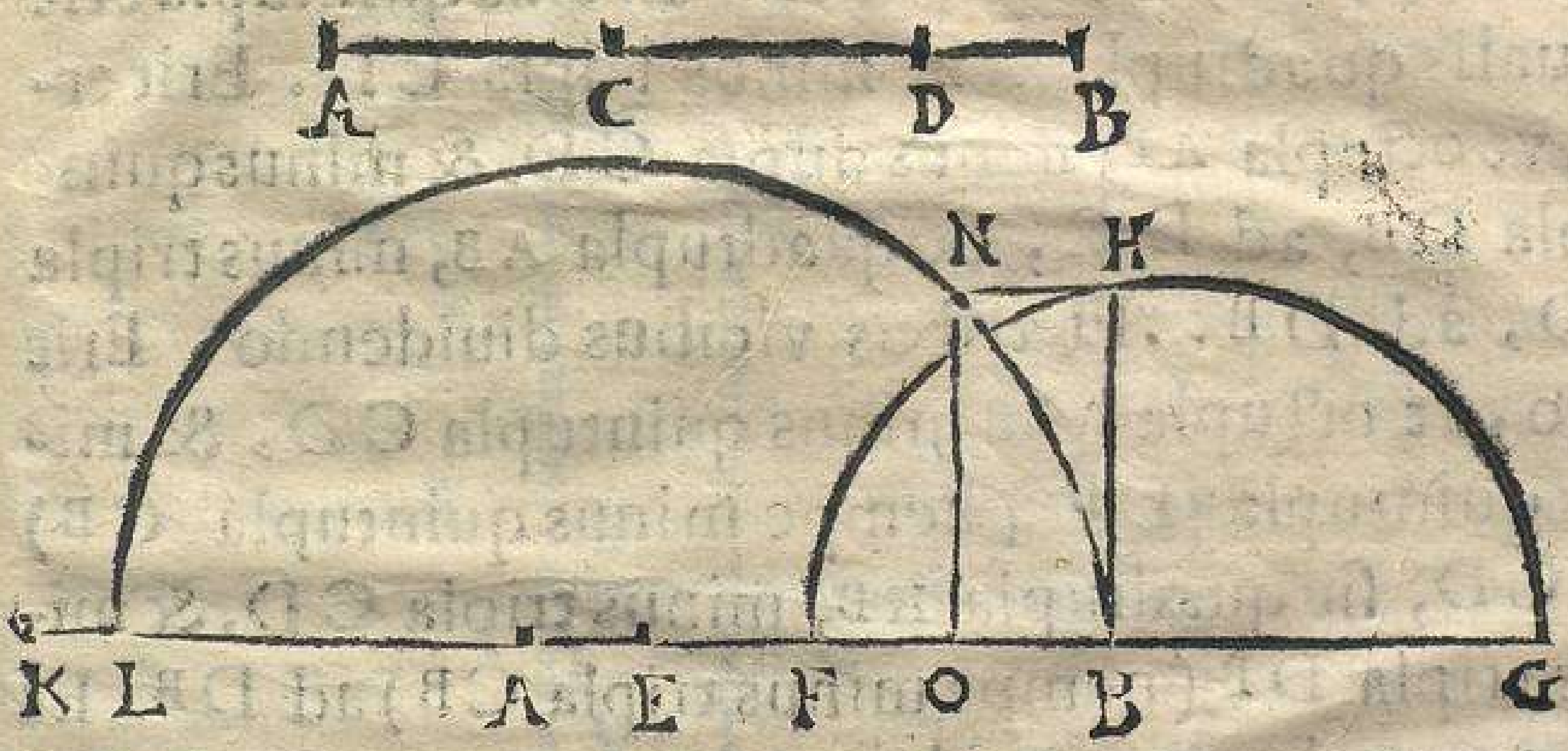
Ergo si BG, sit minor $\frac{3}{8}$ BA, & fiant reliqua vt prius, BO, erit minor quarta parte AB. Quia tunc HB, minor, quam media inter 7, & 15. & BL, maior quam 26. vt consideranti est manifestum.

PROPOSITIO X.

Datis BA, maiori, & CD, minori, aptare CD, in ipsa BA, sic, vt octupla AC, cum tripla CB, sit ad quadruplam AC, cum CB, vt CD, ad DB. Oportet autem CD, minorem esse $\frac{3}{4}$ AB.

Determinatio patet ex proposit. 8. Exponatur AB, seorsim, & sit ipsius EB, $\frac{4}{5}$ EF, verò sit ęqualis $\frac{3}{5}$. CD, & ipsi FB, ponatur in directum BG, æqualis CD, & super FG, sit semicirculus FHG, & BH, sit FG, perpendicularis. Producatur BE, in k, vt Bk, sit dupla BE, ac proinde ęqualis $\frac{8}{5}$ AB, & ex ipsa auferatur kL, æqualis $\frac{2}{5}$ CD, & super LB, fiat alius semicirculus ad eandem partem cum FHG, & per H, ducatur HN, parallela KG, occurrens peripherię LNB, in N. Occurret enim. Nam, cum FB, sit $\frac{4}{5}$ AB, minus $\frac{3}{5}$ CD; & cum BG, sit æqualis CD: erit tota FG, æqualis $\frac{4}{5}$ AB, cum $\frac{2}{5}$ CD. Cum verò CD, sit minor BA: erit FG, minor $\frac{6}{5}$ AB. Quare HB, non maior medietate FG, erit

minor



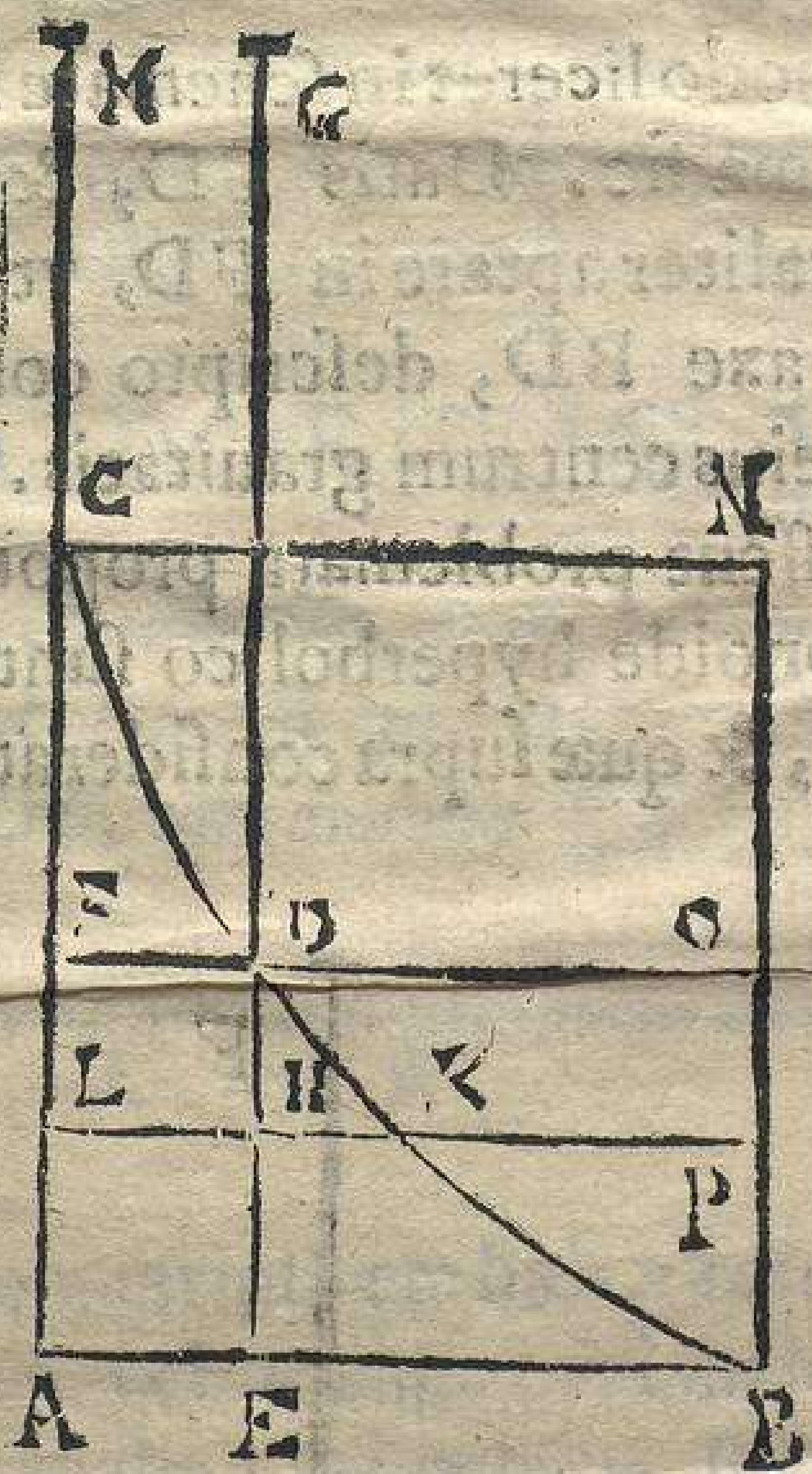
minor $\frac{5}{5}$ AB. Rursus, quoniam KB, æquatur $\frac{8}{5}$ AB, & kL, $\frac{2}{5}$ CD: erit LB, maior $\frac{6}{5}$ AB. Et consequenter maior dupla HB. Quare HN, occurret peripheriæ LNB. Demittatur NO, normalis LB. Et ipsi BO, quæ ex coroll. prop. ant. erit minor quarta parte BA, fiat æqualis BD, & aptetur DC. Dico CD, aptatam esse in AB, vt sit octupla AC, cum tripla CB, ad quadruplam AC, cum CB, vt CD, ad DB. Quoniam enim quadrata NO, HB, sunt æqualia, erunt etiam æqualia rectangula LOB, FBG. Erit ergo LO, ad BG, vt FB, ad BO. Et antecedentium quintupla. Erit ergo, vt quintupla LO, ad BG, sic quintupla FB, ad BO. Sed quoniam, ex constructione, erat tota KB, æqualis $\frac{8}{5}$ AB, & kL, æqualis $\frac{2}{5}$ CD: ergo LO, erit $\frac{8}{5}$ AB, minus $\frac{2}{5}$ CD, & minus OB, seù DB. Et eius quintupla erit æqualis octuplæ AB, minus duabus CD, & minus quintupla DB. Pariter, quoniam ex constructione erat EB, æqualis $\frac{4}{5}$ AB, & EF, $\frac{3}{5}$ CD: erit FB, $\frac{4}{5}$ AB, minus $\frac{3}{5}$ CD. Et eius quintupla erit æqualis quadruplæ AB, minus tripla CD. Erit ergo, vt octupla AB, minus dupla CD, & minus quintupla DB, ad DC, sic quadrupla AB, minus tripla CD, ad DB. Et tribus vicibus diuidendo. Erit ergo, vt octupla AB, minus quintupla CD, & minus quintupla DB (nempe minus quintupla CB) ad CD, sic quadrupla AB, minus tripla CD, & minus tripla DB (nempe minus tripla CB) ad DB. Et permutando, vt octupla AB, minus quintupla CB (nempe octupla AC, cum tripla CB) ad quadruplam AB, minus tripla CB (nempe ad quadruplam AC, cum CB, sic CD, ad DB. Quod erat ostendendum. Factum est ergo &c. Quod &c.

PROPOSITIO XI.

Dato CAB, trilineo parabolico quadratico, cuius diameter CA, & data DH, minori $\frac{3}{5}$ CA. Ducere DE, parallelam CA, vt H, sit centrum ęquilibrij trilinei DBE, appensi secundum DE.

Aptetur in CA, FL, æqualis DH, sic, vt eadem sit ratio FL, ad LA, quæ est octuplæ CF, cum tripla FA, ad quadruplam CF, cum FA; & agatur FD, parallela AB, & DE, parallela FA. Dico H, esse centrum quæsitum. Nam facta FM, dupla FC, & DG, ei æqualis, si H, sit centrum

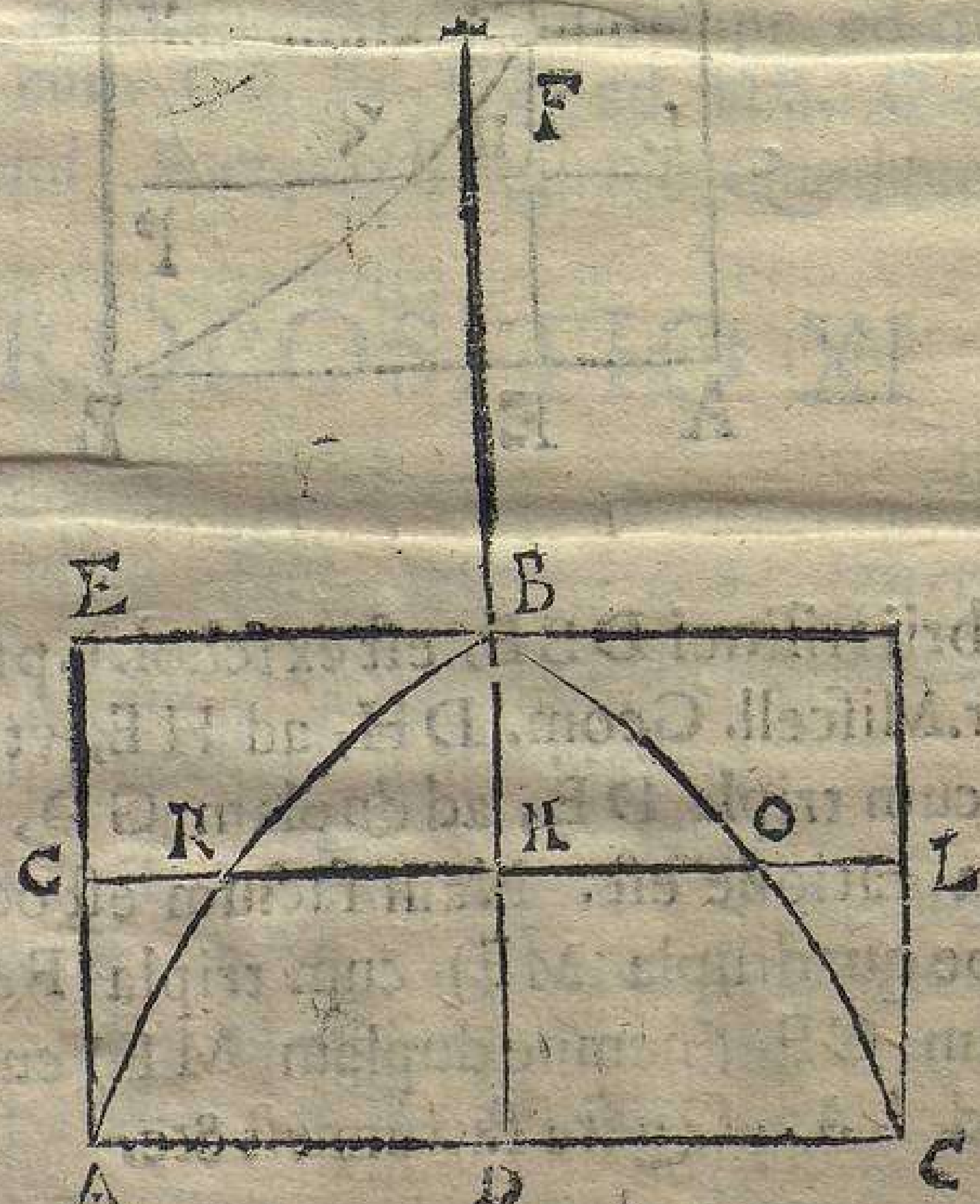
æqui



æquilibrij trilinei DBE, est ex schol. 1. proposit. 17. pri. par. Miscell. Geom. DH, ad HE, vt quadrupla GD, cum tripla DE, ad duplam GD, cum DE. In qua ratione est. Nam factum est octupla CF (nempe quadrupla MF) cum tripla FA, ad quadruplam CF (nempe duplam MF) cum FA, vt FL, ad LA. Quare factum est &c.

SCHOLIVM.

Eodem modo liceret in ſchemate ſequenti proponere problema ſic. Datis FD, & BH, minori ½ FD, ipſam taliter aptare in FD, vt diametro tranſuerſa FB, axe BD, deſcripto conoide hyperbolico. H, ſit eius centrum grauitatis. Et non diſſimili modo poſſent problemata proponi in ijs ſolidis, quæ cum conoide hyperbolico ſunt proportionaliter analoga, & quæ ſupra conſiderata fuere. Sed ſi-



cuti conoides hyperbolicum eſt proportionaliter analogum cum quibuſdam ſolidis, ſic eſt proportionaliter analogus cum alijs ſolidis exceſſus cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra ipſum. Vnde non erit totaliter inutile, ac iniucundum proponere etiam de ipſo aliqua alia problemata.

PROPOSITIO XII.

Datam AB, cui adiuncta DA, taliter producere in C, vt AB, ad BC, ſit vt DC, cum dimidia CA, ad duplam DC, cum dimidia CA.

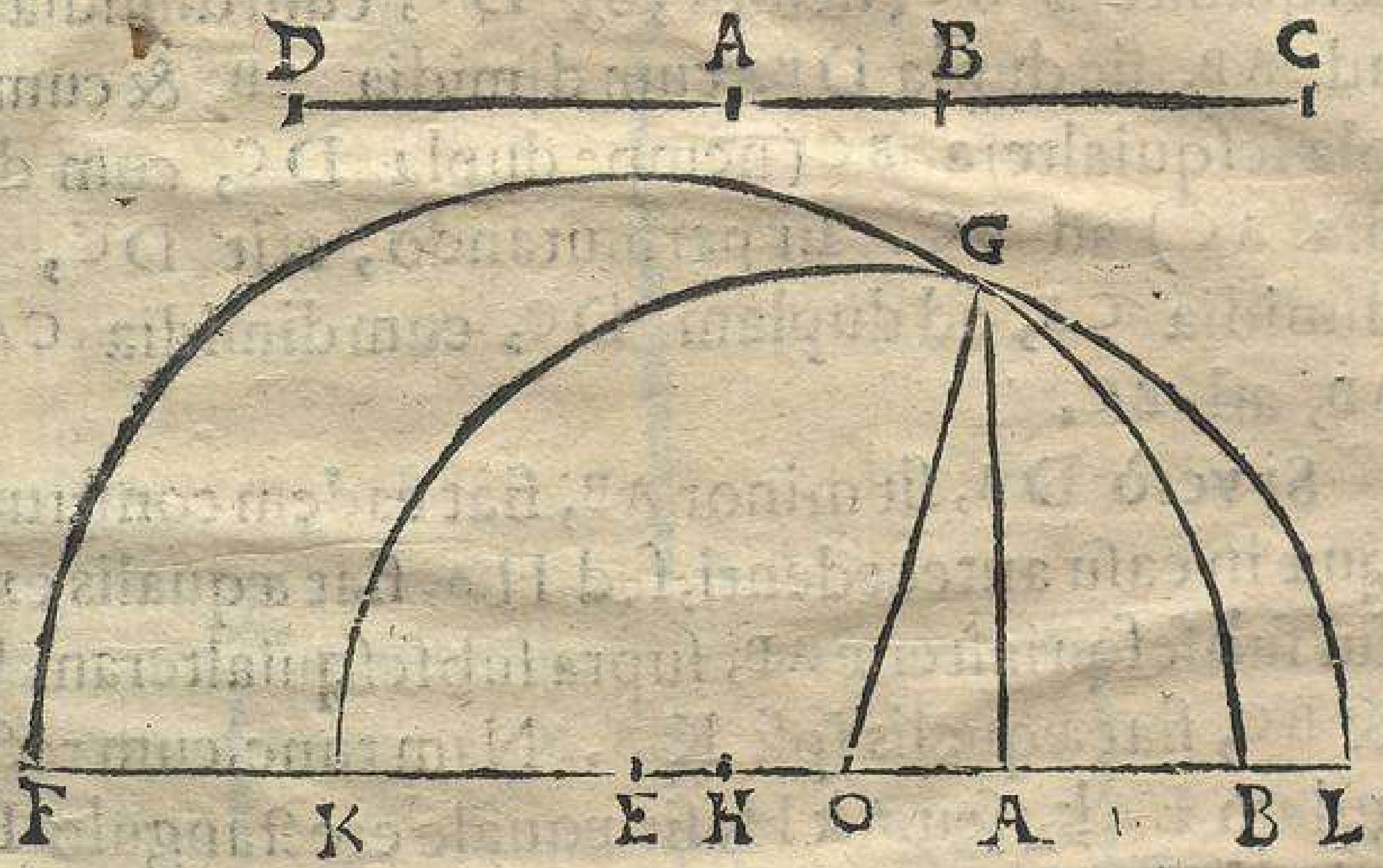
Hoc problema triplicem habet caſum, ſecundum quod DA, eſt vel æqualis, vel maior, vel minor AB. Si ſit æqualis. Inueniatur BC, media proportionalis inter AB, & eius triplam, & erit quæſita. Nam ſic erit AB, ad BC, vt BC, ad triplam AB. Sed eſt etiam, vt AB, ad BC, ſic dupla cum dimidia AB, ad duplam cum dimidia BC: & pariter, vt BC, ad triplam BA, ſeù vt AB, ad BC, ſic ſeſquialtera BC, ad quadruplam cum dimidia BA. Erit ergo, vt AB, ad BC, ſic tam dupla cum dimidia AB, ad duplam cum dimidia BC, quam ſeſquialtera BC, ad quadruplam cum dimidia BA. Quare & vt AB, ad BC, ſic duo

vlti-

vltima antecedentia simul (nempe dupla cum dimidia AB, & sesquialtera BC) ad duo vltima consequentia simul (nempe ad duplam cum dimidia BC, cum quadrupla cum dimidia AB.) Sed dupla cum dimidia AB, simul cum sesquialtera BC, facit DC, cum dimidia AC: pariter dupla cum dimidia CB, cum quadrupla cum dimidia AB, faciunt duplam DC, cum dimidia AC, vt consideranti patet, quia DA, æquatur AB. Ergo & vt AB, ad BC, sic DC, cum dimidia CA, ad duplam DC, cum dimidia CA.

Si verò DA, sit maior AB. Exponatur AB, quæ sic producatur in E, vt EA, sit $\frac{5}{3}$ AB, & denuo sic in F, vt FE, sit $\frac{4}{3}$ DA, & super FB, fiat semicirculus FGB, & à puncto A, erigatur normalis AG. Pariter accipiatur HA, æqualis excessui subsesquialteræ DA, supra subsesquialteram AB, & diuisa HA, bifariam in O, & iuncta OG, ipsa semidiametro, fit alius semicirculus kGL, & ipsi AL, fiat æqualis BC. Dico BC, esse quæsitam. Nam rectangula kAL, FAB, quia æqualia eidem quadrato GA, sunt etiam æqualia inter se. Ergo, vt KA, seu HL, ei æqualis, ad AB, sic FA, ad AL. Sed HA, est æqualis excessui subsesquialteræ DA, supra subsesquialteram AB, AL, est æqualis BC, & FA, est æqualis, ex constructione, $\frac{5}{3}$ AB, & $\frac{4}{3}$ DA. Ergo erit etiam vt excessus subsesquialteræ DA, supra subsesquialteram AB, vna cum BC, ad AB, sic $\frac{4}{3}$ DA, cum

$\frac{5}{3}$AB,



$\frac{2}{3}$ AB, ad BC. Et vt antecedentium ſeſquialtera. Erit ergo, vt exceſſus DA, ſupra AB, vna cum ſeſquialtera BC, ad AB, ſic ſextertia DA (nempe dupla DA) vna cum ſeſquialtera $\frac{5}{3}$ ſeu $\frac{10}{6}$ AB (nempe cum dupla cum dimidia AB) ad BC. Et componendo, vt DA, cum ſeſquialtera BC, ad AB, ſic dupla DA, vna cum dupla cum dimidia AB, (nempe dupla DB, cum dimidia AB) & cum BC, ad BC. Et ad conſequentium ſeſquialtera. Ergo DA, cum ſeſquialtera BC, ad ſeſquialteram AB, vt dupla DB, cum dimidia AB, & cum BC, ad ſeſquialteram BC. Et componendo, vt DA, cum ſeſquialtera AB, BC, ſeù AC, ad ſeſquialteram AB, ſic dupla DB, cum dimidia AB, & cum dupla ſeſquialtera BC, ad ſeſquialteram BC. Et ad conſe-

quen-

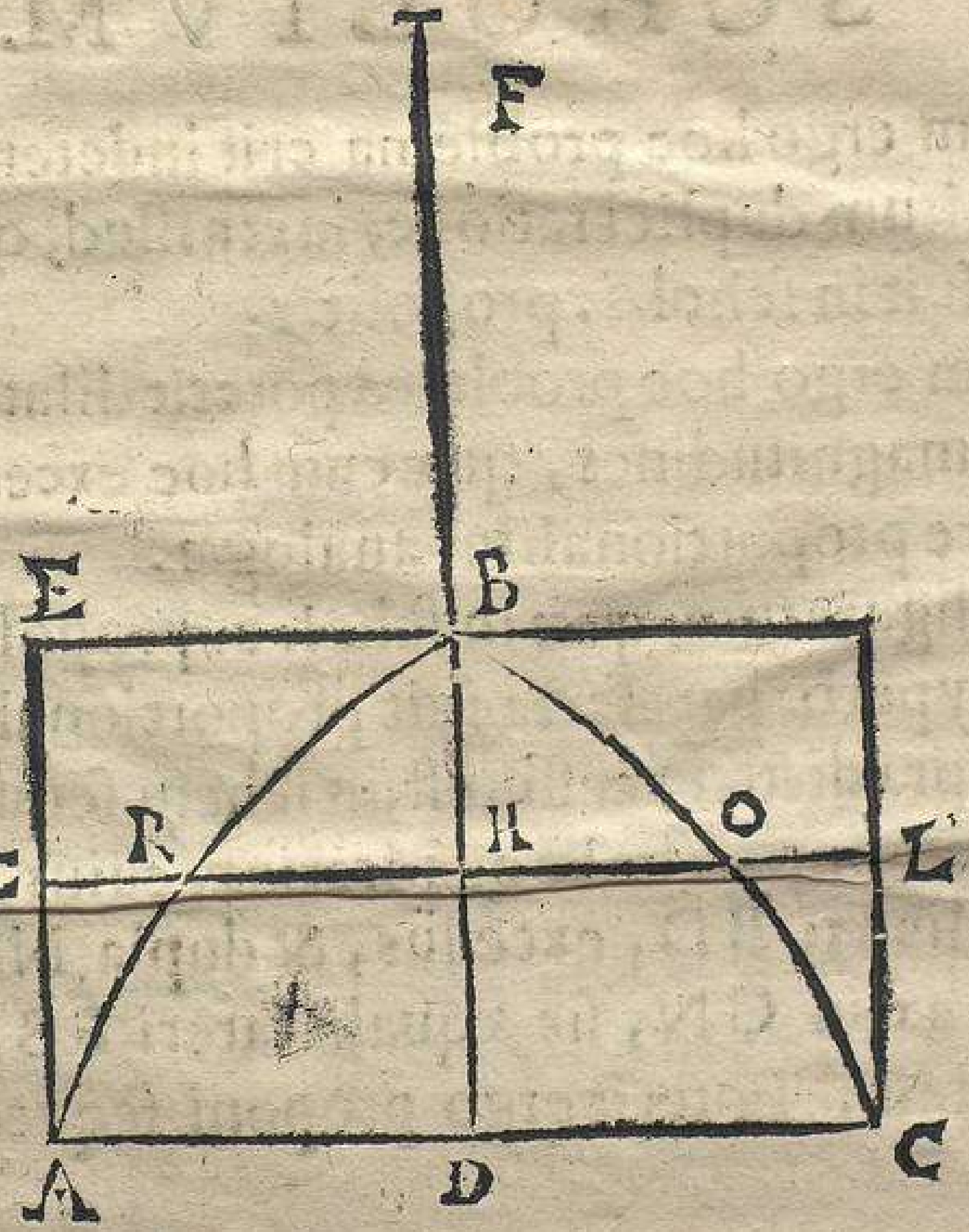
quentium ſubſeſquialtera. Erit ergo vt DA, cum ſeſquialtera AC (nempe, vt DC, cum dimidia CA) ad AB, ſic dupla DB, cum dimidia AB, & cum dupla ſeſquialtera BC (nempe dupla DC, cum dimidia AC) ad BC. Et permutando, erit DC, cum dimidia CA, ad duplam DC, cum dimidia CA, vt AB, ad BC.

Si verò DA, ſit minor AB, fiat eadem conſtructio, quæ in caſu antecedenti, ſed HA, fiat æqualis exceſſui ſubſeſquialteræ AB, ſupra ſubſeſquialteram DA, & BC, fiat æqualis ipſi KA. Nam tunc, cum rectangulum LAk, ſeu AkH, ſit æquale erectangulo FAB, erit KH, ad AB, vt FA, ad Ak. Nempe, ſic BC, minus exceſſu ſubſeſquialteræ AB, ſupra ſubſeſquialteram DA, ad BA, vt $\frac{4}{3}$ DA, cum $\frac{5}{3}$ AB, ad BC. Et antecedentium ſeſquialtera. Erit ergo, vt ſeſquialtera BC, minus exceſſu BA, ſupra DA, ad AB, ſic dupla DA, cum dupla cum dimidia AB, ad BC. Et componendo, vt ſeſquialtera BC, cum DA, ad AB, ſic dupla DB, cum dimidia AB, & cum BC, ad BC. In reliquis ſequatur eadem demonſtratio, quæ in antecedenti caſu. Factum eſt ergo &c. Quod &c.

PROPOSITIO XIII.

Datam BH, ita in D, producere, vt vertice B, axi BD, facto conoide hyperbolico, ſit H, centrum grauitatis exceſſus cylindri ipſi circumſcripti ſupra ipſum.

BH,



BH, adiungatur quælibet FB, & FH, ſic producatur in D, vt ſit BH, ad HD, vt FD, cum dimidia DB, ad duplam DF, cum dimidia BD; & diametro tranſuerſa FB, axi BD, inueniatur conoides ABC, cum cylindro EC, ſibi circumſcripto. Dico, H, eſſe illius centrum grauitatis. Nam, ex ijs, quæ probauimus in calce ſchol. 1. propoſit. 17. Miſcell. Hyperb. patet, quod existente H, centro grauitatis dicti exceſſus, eſt BH, ad HD, vt FD, cum dimidia BD, ad duplam FD, cum dimidia BD. Quare &c.

SCHOLIVM.

Etiam ergo hoc problema erit indeterminatum, ac infinitum duplici ratione, iuxta illud, quod explicatum fuit in schol. 1. proposit. 2.

Etiam ergo hoc problema poterit dilatari ad omnes eas magnitudines, quæ cum hoc excessu patefactæ fuere proportionaliter analogæ.

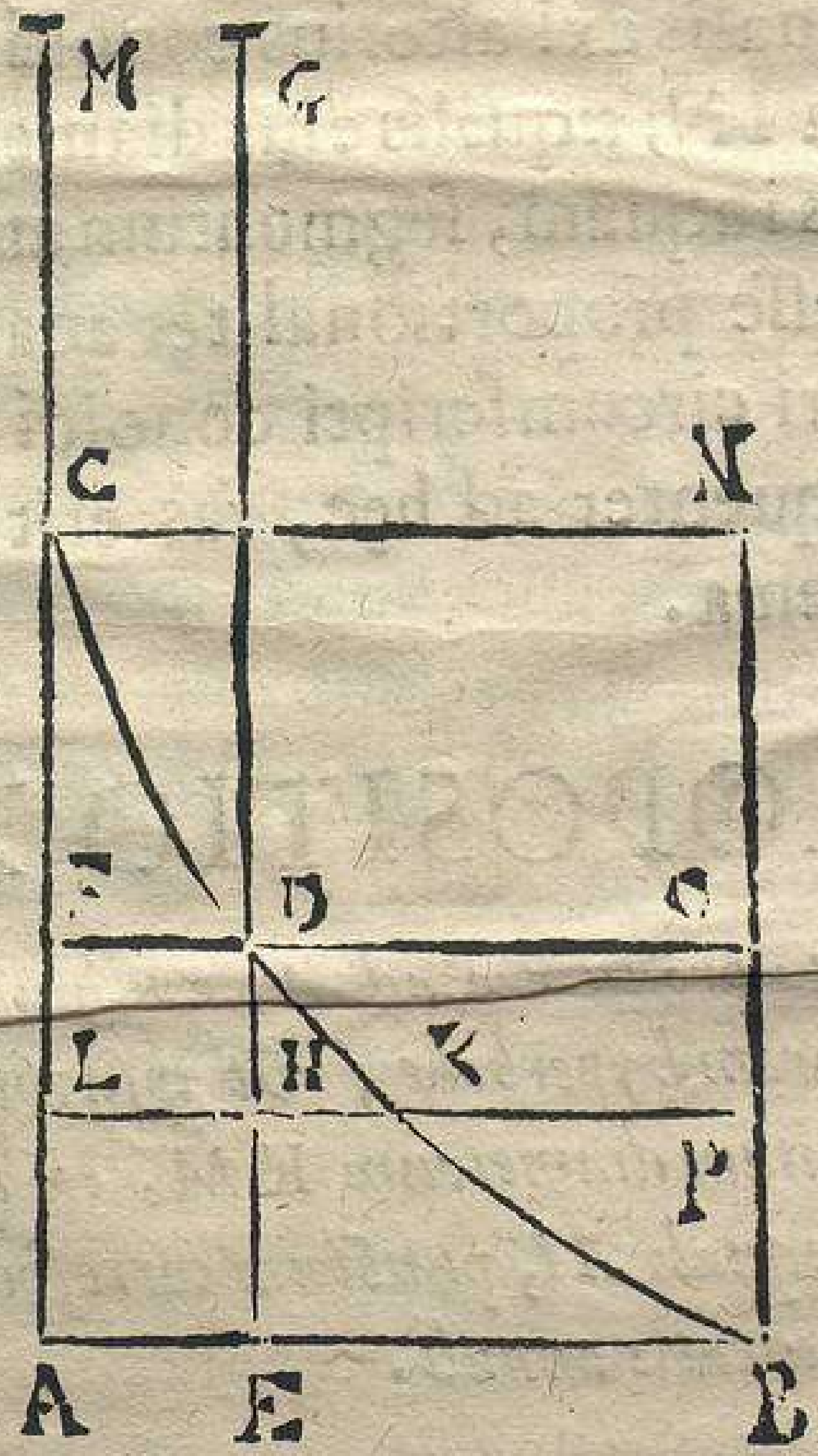
Vna figurarum, quæ in schol. 1. proposit. 17. Miscell. Hyperb. patefacta fuit proportionaliter analoga cum prædicto excessu, est, in schem. sequen. DBO, portio minor parabolæ quadraticæ, cuius OB, basis sit æqualis axi BD, excessus, & dupla NO, pertingens ad axim CN, sit æqualis lateri FB, transuerso conoidis. Poterit ergo proponi sequens problema.

PROPOSITIO XIV.

Datam OP, producere in B, & inuenire DBO, portionem minorem parabolæ quadraticæ, vt P, sit centrum æquilibrij ipsius secundum OB, appensæ.

OP, adiungatur quælibet NO, & NP, sic producatur in B, vt dupla NO, cum sesquialtera BO, sit ad quadruplam NO, cum dupla sesquialtera OB, vt OP, ad PB, & à puncto N, erigatur arbitraria normalis CN, ipsi NB; & axe CN, base NB, fiat

semi-



ſemiparabola quadratica CDBN. Cuius portionis DBO, erit P, centrum æquilibrij quæſitum.

SCHOLIVM.

Secunda figurarum proportionaliter analogarum cum exceſſu cylindri circumſcripti conoidi hyperbolico ſupra ipſum, eſt in ſchem: prop. 5. quæ explicatur in ſchol. 2. citat. propoſit. 17. Miſcell. Hyperb. Ibi enim explicauimus, quod ſi ABC, ſit quælibet hyperbola, quæ rotetur circa KM, secundam coniugatam diametrum, & AI, basis portionis minoris AHI, sit æqualis axi alterius conoidis hyperbolici, & IY, dupla IN, æqualis eius diametro transuersæ: explicauimus inquam, segmentum annuli ex AHI, circa kM, esse proportionaliter analogum cum excessu cylindri circumscripti conoidi supra ipsum. Vnde consequenter ad hęc, fas erit proponere sequens problema.

PROPOSITIO XV.

Datam IQ, ita producere ad A, & inuenire AHI, portionem minorem hyperbolæ, vt ipsa rotata circa secundam coniugatam diametrum KM, ex qua, incipiendo à K, abscissa æquali AI, punctum correspondens ipsi Q, sit centrum grauitatis annuli.

Nam QI, producta quomodocunque in Y, diuisaque IY, bifariam in N, producatur per proposit. 12. sic YQ, in A, vt YA, cum dimidia IA, sit ad duplam YA, cum dimidia IA, vt IQ, ad QA: & erecta arbitraria NB, normali AN, productaque quomodocunque in E, diametro transuersa EB, axi BN, inueniatur semihyperbola ABN, cuius AN, sit vna ordinatim applicatarum. Portio AHI, erit quæsita.

SCHO-

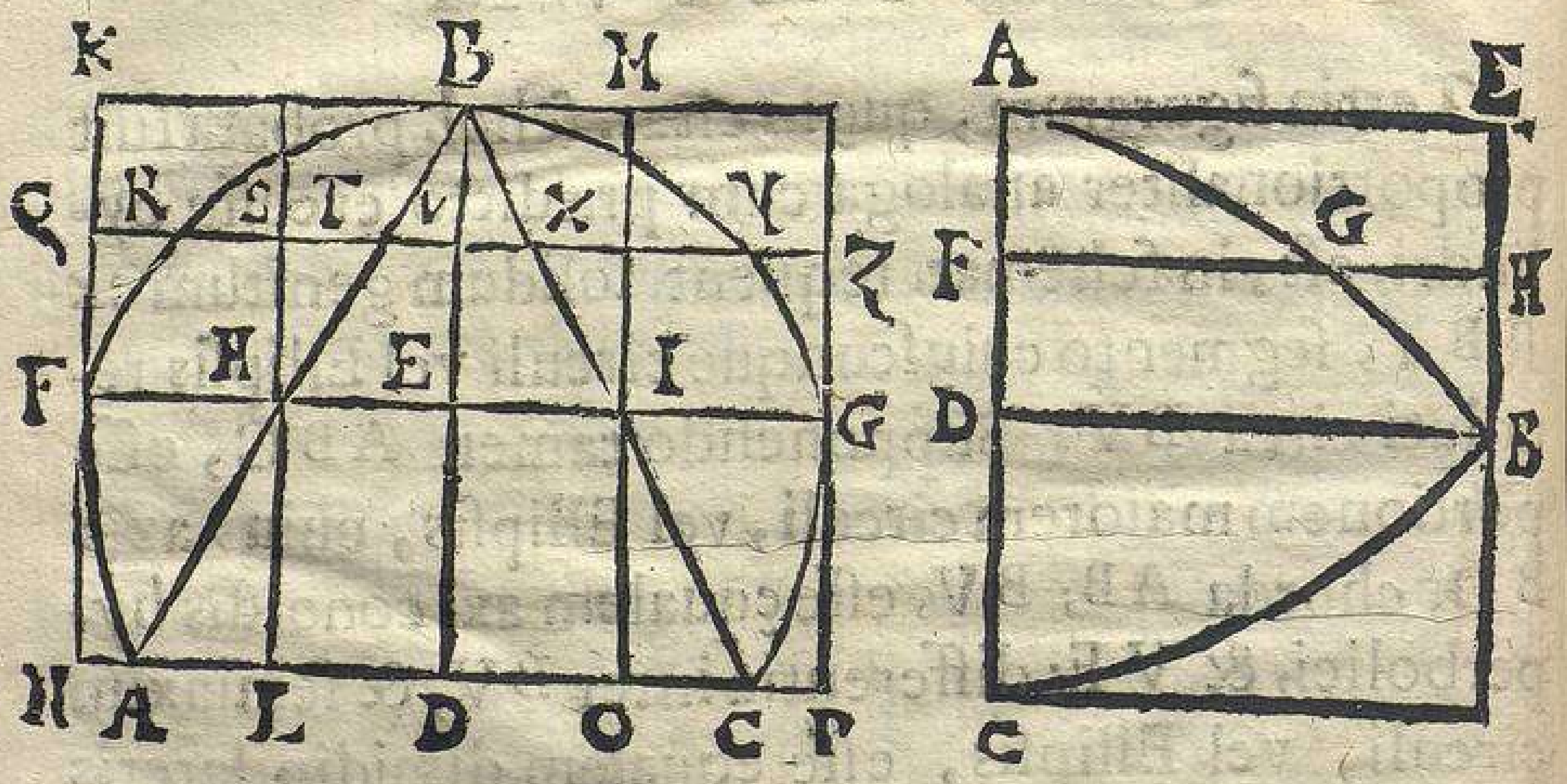
SCHOLIVM.

Tertia figurarum, quę in citat. schol. probata fuit proportionaliter analoga cum prædicto excessu cylindri, est, in schemat. sequent. solidum genitum ex R B T, segmento cuiuscunque circuli vel Ellipsis reuoluti circa B V. Supponendo tamen A B C, esse portionem maiorem circuli, vel Ellipsis, cuius axis B D, chorda A B; B V, esse ęqualem axi conoidis hyperbolici, & V E; differentia inter B V, & semiaxim circuli, vel Ellipsis, esse ęqualem dimidio lateris transuersi conoidis. Vnde consequenter proponi poterit sequens Problema.

PROPOSITIO XVI.

Datam minorem V B, ita ad B, producere, & inuenire portionem maiorem A B C, circuli, vel Ellipsis, vt ductis B A, & R T, normali B D, & reuoluto segmento R B T, circa B D, sit punctum in B V, terminans portionem ipsius datam, centrum grauitatis illius solidi.

Adiuncta namque ipsi lineæ datæ qualibet V D, diuidatur bifariam in E, & producatur sic in B, vt sit D B, cum dimidia B V, ad duplam D B, cum dimidia V B, veluti segmentum V B, datum, ad reliquum: & ipsi B E, ad rectos angulos erigatur quælibet E G, & duplatis B E, E G, ipsis coniugatis axibus



bus inueniatur circulus, vel Ellipsis, secundum quod BE, EG, erunt vel ęquales, vel inęquales: per D, autem ducatur chorda AC, iungatur BA, & ordinatim applicetur ad BD, RY. Dico, segmentum RBT, esse quęsitum.

SCHOLIVM.

Quarta magnitudo proportionaliter analoga cum excessu prædicto, est ex citat. schol. 2. in calce, in schem. sequent. portio minor LBQ, sphęrę, vel sphęroidis, si axis BM, portionis sit ęqualis axi conoidis hyperbolici, dupla verò NE, (existente NE, ęquali reliquo EB, ad semiaxim) sit ęqualis diametro transuersę conoidis. Quare erit Problema.

PRO-

PROPOSITIO XVII.

Datam MR, taliter producere in B, & inuenire LBQ, portionem minorem sphęrę, vel sphęroidis, vt R, sit ipsius centrum grauitatis.

RM, adiungatur quęlibet ME; & ER, sic producatur ad B, vt sit MR, ad RB, vt dupla EM, cum sesquialtera MB, ad quadruplam EM, cum dupla sesquialtera MB; & sit BE, normalis quęlibet EC; & BE, EC, semiaxibus sit sphęra, vel sphęroides ABCD, cuius portio LBQ, erit quęsita.

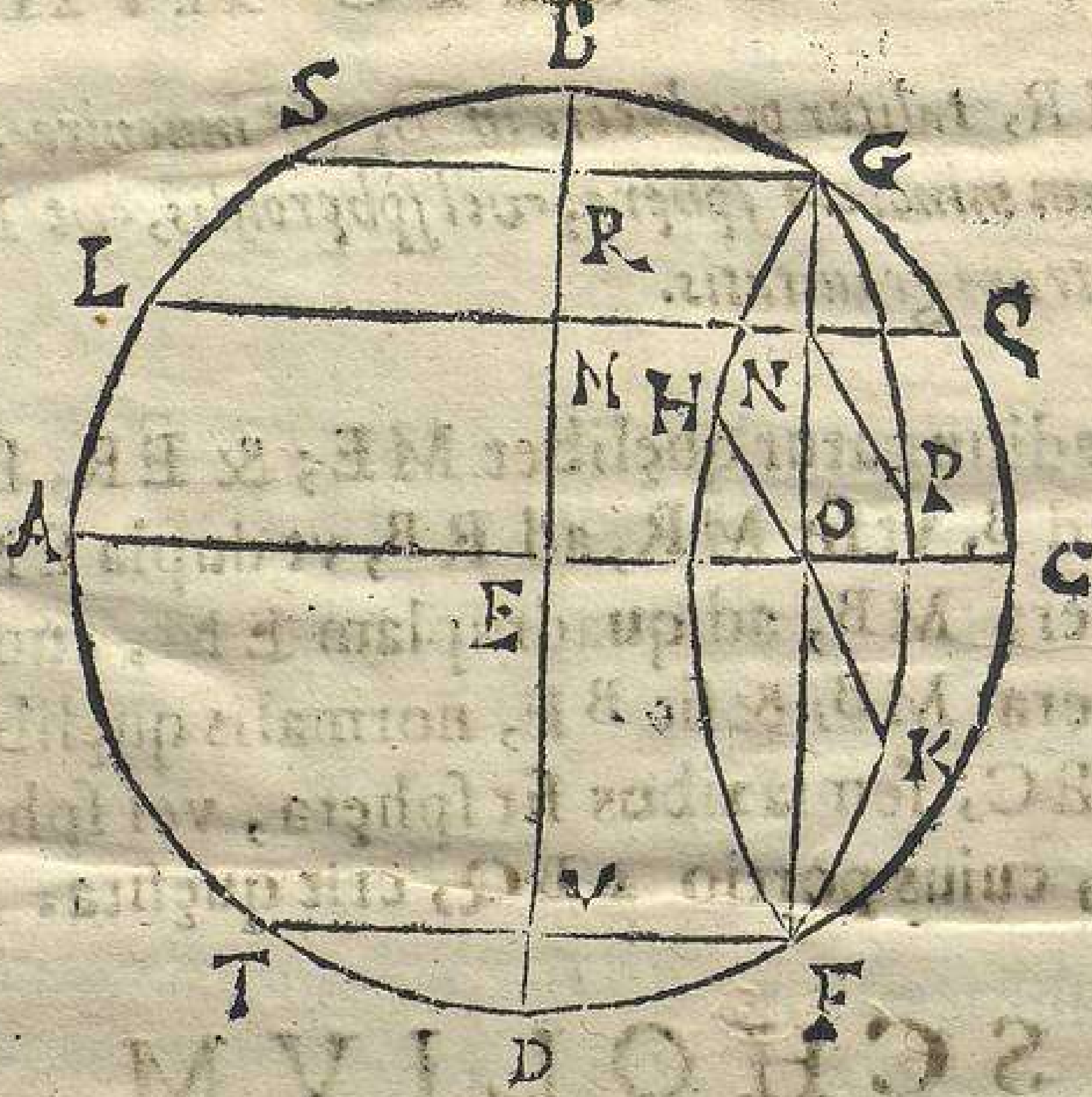
SCHOLIVM.

Quinta demum magnitudo, quæ dicto excessui in citat. schol. in fine fuit ostensa proportionaliter analoga, est, in eodem schem. annulus genitus NGQ, segmento circuli, vel Ellipsis moto circa BE. Existentibus RM, ęquali axi conoidis, & ME, ęquali dimidio lateris transuersi. Vnde erit.

PROPOSITIO XVIII.

Datam MS, ita producere ad R, & inuenire circulum, vel Ellipsim, in quo ducta GF, parallela axi BD, & segmento GNQ, reuoluto circa BD, sit S, annuli geniti centrum grauitatis.

SM,



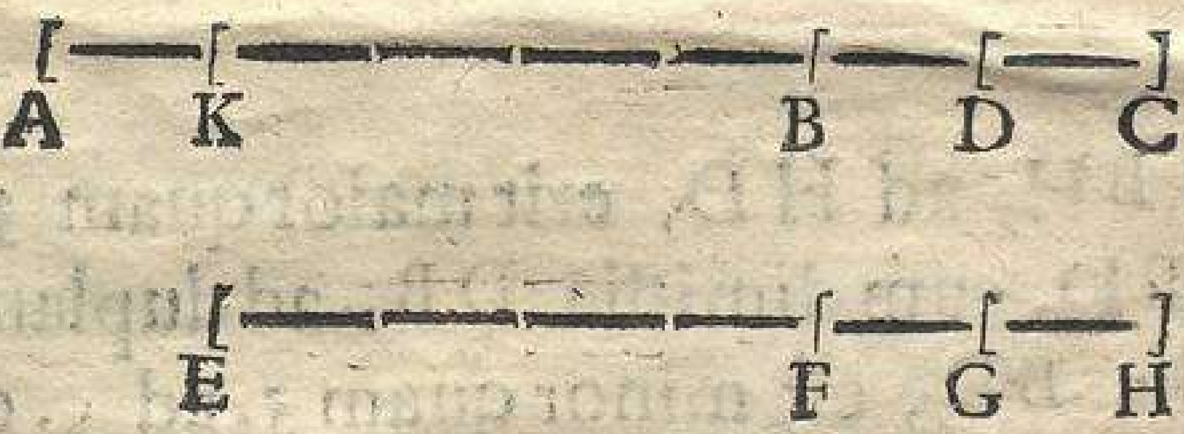
SM, adiuncta arbitraria ME, esset ES, producenda ad R, vt dictum est in proposit. anteced. Pariter arbitraria EC, esset erigenda normalis ER, quæ ER, esset producenda arbitrariè ad B, & semiaxibus BE, EC, inuento circulo, vel Ellipsi, ductisque RG, MQ, & GO, axibus parallelis; erit NGQ, segmentum quęsitum.

PROPOSITIO XIX.

Si magnitudinib⸗s inęqualibus addantur ęquales maiores, & ęquales minores. Minor erit ratio minoris cum minori

addi-

addita, ad maiorem cum minori addita, quam minoris cum maiori addita, ad maiorem cum maiori addita.

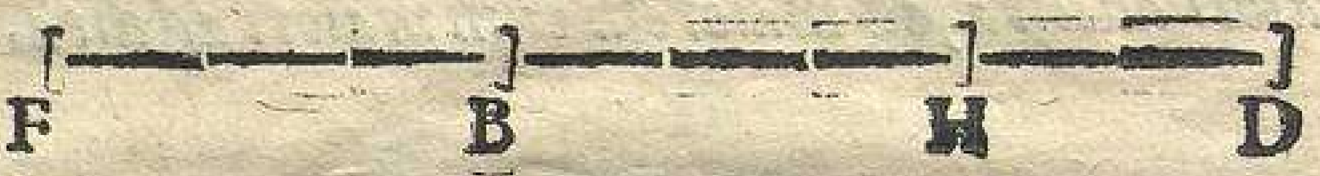


Magnitudinibus AB, maiori, & EF, minori addantur BC, FH, ęquales maiores, & BD, FG, ęquales minores. Dico habere minorem rationem EG, ad AD, quam EH, ad AC. Fiat CK, ęqualis EH. Ergo maior erit ratio Ak, ad EG, quam ad EH. Ergo componendo, maior erit ratio Ak, cum EG, (nempe AD) ad EG, quam Ak, cum EH, (nempe AC) ad EH. Quare conuertendo, minor erit ratio EG, ad AD, quam EH, ad AC. Quod &c.

PROPOSITIO XX.

Si FD, sit secta in punctis B, H, & BH, non sit minor $\frac{3}{8}$ FD: impossibile est esse BH, ad HD, vt FD, cum dimidia DB, ad duplam DF, cum dimidia DB.

Supponatur BH, æqualis $\frac{3}{8}$ FD, & sit ratio prædicta si fieri potest. Ergo HD, erit minor $\frac{5}{8}$ FD.

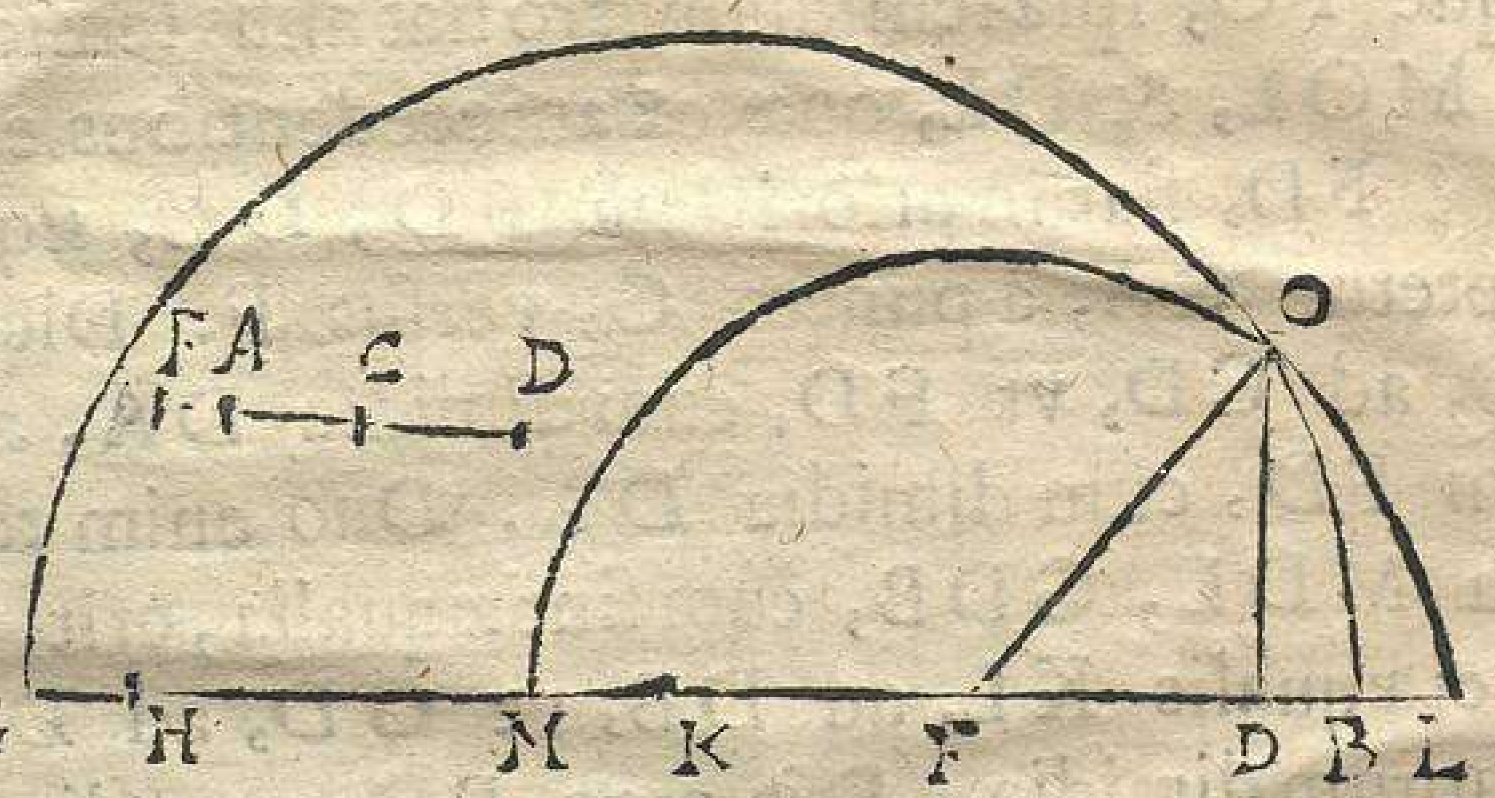


Ergo ratio BH, ad HD, erit maior quam 3. ad 5. Sed ratio FD, cum dimidia DB, ad duplam FD, cum dimidia BD, est minor quam 3. ad 5. ex proposit. anteced. Quia ratio FD, cum dimidia DF, ad duplam DF, cum dimidia DF, est 3. ad 5. Ergo patet propositum.

PROPOSITIO XXI.

Si FD, sit data linea, cuius dupla KD, quadrupla HD, & GH, $\frac{3}{8}$, sicuti & DB, & OD, sit media proportionalis inter GD, DB. Dico, quod si data media OD, & differentia extremarum KD, in ordine trium continuè proportionalium inueniantur extremæ: minorem ipsarum DL, æqualem fore $\frac{5}{8}$ FD.

Nam, sint extremæ MD, DL. Quoniam HD, est quadrupla DF, erit 32, quorum FD, est 8. Quare existente GH, talium 3: erit tota GD, 35. Sed talium DB, 3: ergo rectangulum GDB, seù quadratum DH, erit 105. Cum vero FD, sit 8. ac proinde eius quadratum 64. Erit quadratum FO, ęquale duobus quadratis FD, DO, 169. Quare radix quadrata FO, seù FM, erit 13. talium,



lium, qualium FD, seu FK, 8. Ergo reliqua Mk, seu DL, erit talium 5. Quod &c.

COROLLARIVM.

Ergo si DB, sit minor $\frac{3}{8}$ FD, & fiant reliqua: DL, erit minor $\frac{5}{8}$ FD. Quia OD, minor media inter 35, & 3.

PROPOSITIO XXII.

Datis FD, maiori, & AC, minori, aptare AC, inter F, D, vt eadem sit ratio AC, ad CD, quam FD, cum dimidia DA, ad duplam FD, cum dimidia DA. Oportet autem AC, minorem esse $\frac{3}{8}$ FD.

Determinatio patet ex proposit. anteced. Exponatur FD, seorsim, & fiat ipsius dupla Dk, quadrupla HD, & GH, DB, æquales AC: & supra

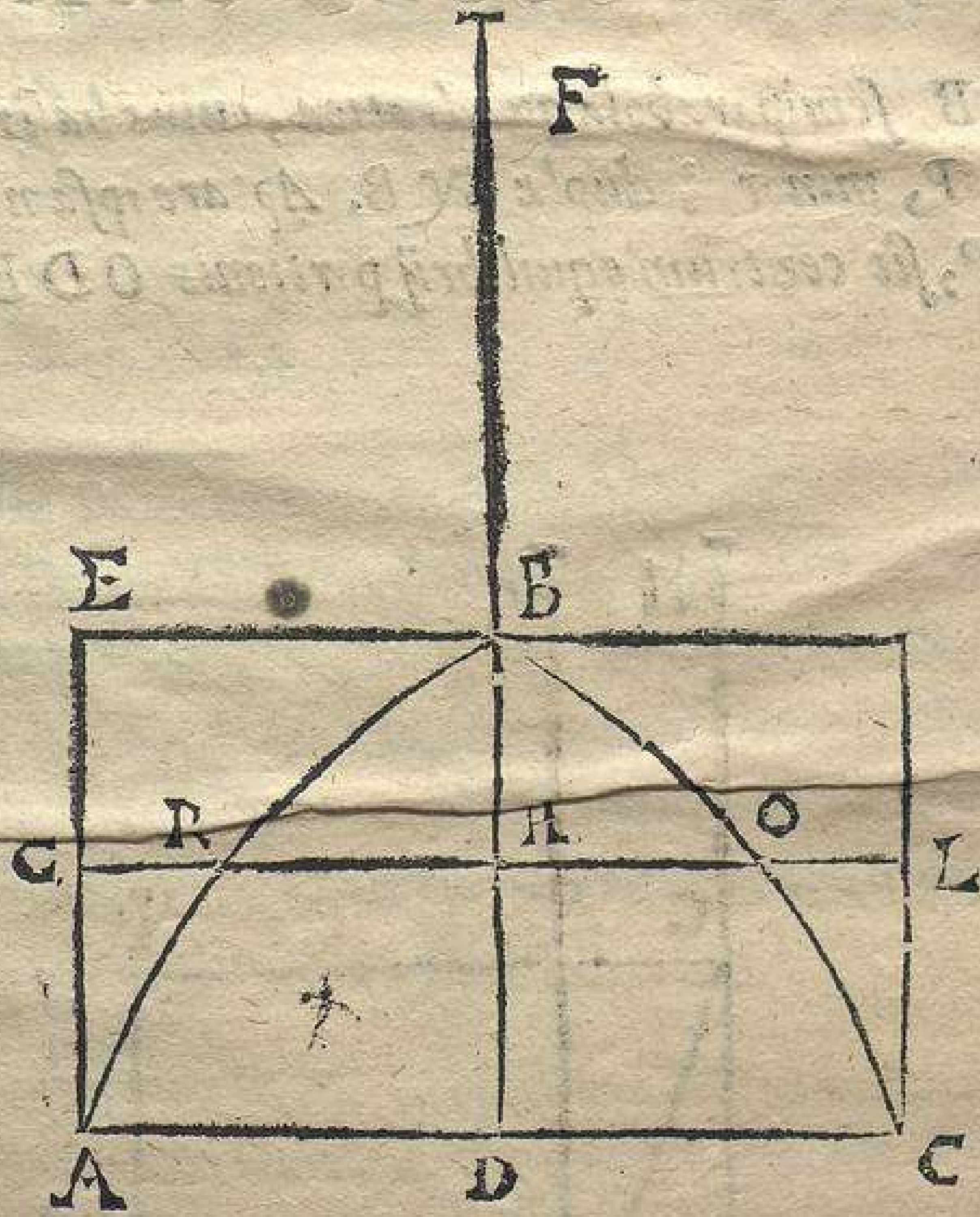
GB, facto semicirculo, erigatur normalis DO, iunctaque FO, ipsa semidiametro fiat alius semicirculus MOL, & DL, quæ, ex antecedentibus, est minor $\frac{5}{8}$ FD, fiat in priori data FD, DC, æqualis, & aptetur CA, à puncto C, versus F. Dico esse AC, ad CD, vt FD, cum dimidia DA, ad duplam FD, cum dimidia DA. Duo enim rectangula MDL, GDB, cum sint æqualia, erit MD, seù ei æqualis KL, ad DB, vt GD, ad DL. Et vt horum dimidia. Erit ergo FD, cum dimidia DL, seù DC, ad dimidiam DB, seù AC, vt dupla FD, cum dimidia DB, seù AC, ad CD dimidiam. Et componendo, FD, cum dimidia DA, ad dimidiam AC, vt dupla FD, cum dimidia DA, ad dimidiam DC. Et ad consequentium dupla, & permutando, erit FD, cum dimidia DA, ad duplam FD, cum dimidia DA, vt AC, ad CD. Quod &c.

PROPOSITIO XXIII.

Datis FD, maiori, BH, minori $\frac{3}{8}$ FD, aptare BH, inter F, D, vt diametro transuersa FB, axi BD, facto conoide hyperbolico, sit H, centrum grauitatis excessus cylindri conoidi circumscripti supra ipsum.

Per proposit. anteced. aptetur BH, vt sit BH, ad HD, vt FD, cum dimidia BD, ad duplam FD, cum dimidia BD; & fiat conoides, &c. Dico &c.

Nam



Nam H, centrum grauitatis excessus diuidit B D, in dicta ratione, ex schol. 1. prop. 17. Miscell. hyperb.

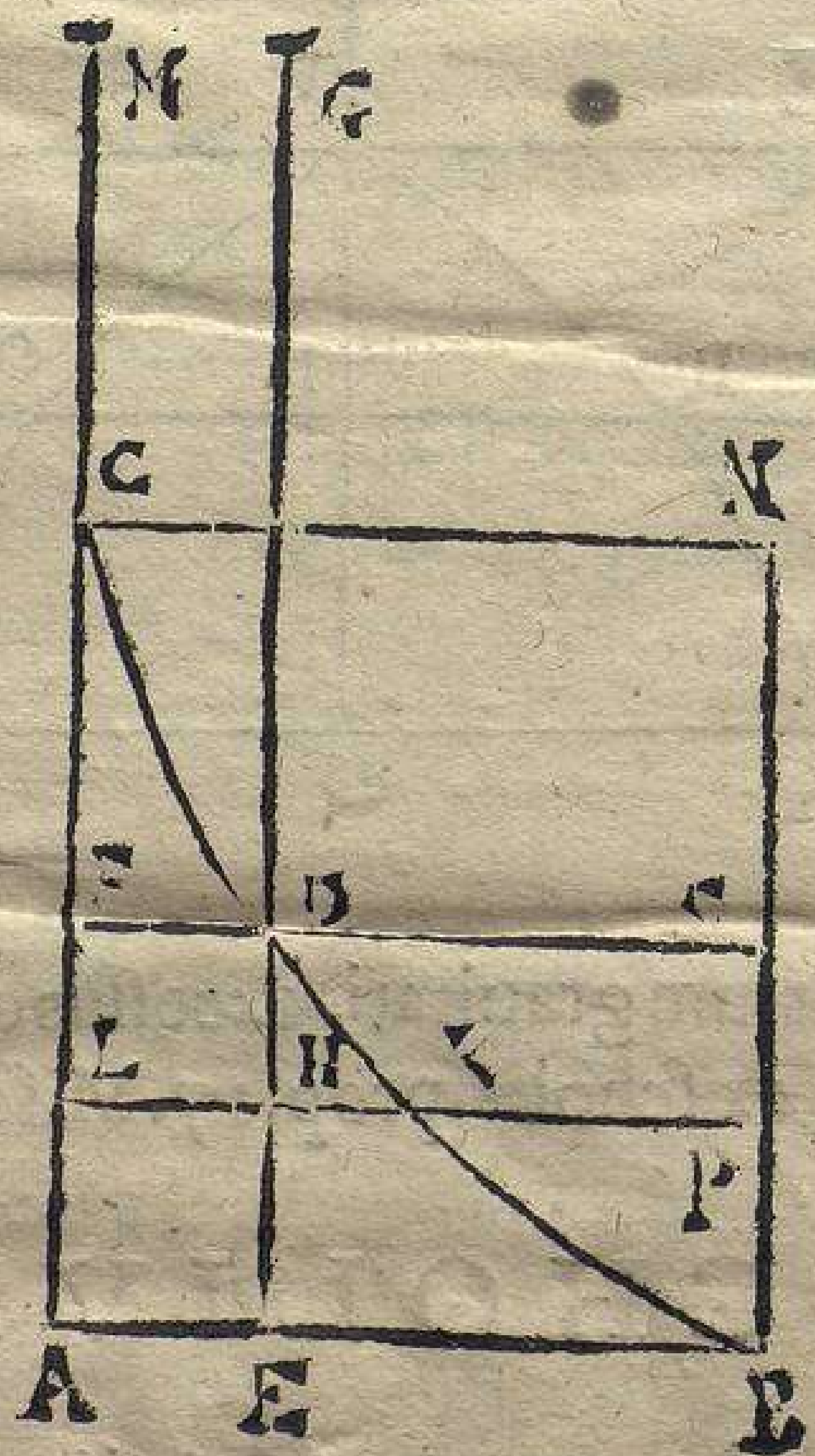
SCHOLIVM.

Eodem modo poterunt solui alia problemata in alijs solidis, quæ cum excessu prædicto sunt proportionaliter analoga. V. g.

PRO-

PROPOSITIO XXIV.

Sit CNB, semiparabola quadratica, cuius basis BN, & sit OP, minor $\frac{3}{5}$ duplæ NB. Aptare ipsam sic in NB, vt P, sit centrum æquilibrij portionis ODB.



Producta sit AC, v. g. æquali NB, ad M. vt MA, sit ad OP, in maiori ratione, quam 8, ad 5. sed MA, sit minor dupla CA. Aptetur FL, æqualis OP, vt sit FL, ad LA, vt MA, cum dimidia AF, ad duplam MA, cum dimidia FA, & OB, fiat æqualis FA. Erit punctum P, quæsitum.

Hæc omnia sunt nimis clara, sicuti clarum erit in reliquis.

SCHOLIVM.

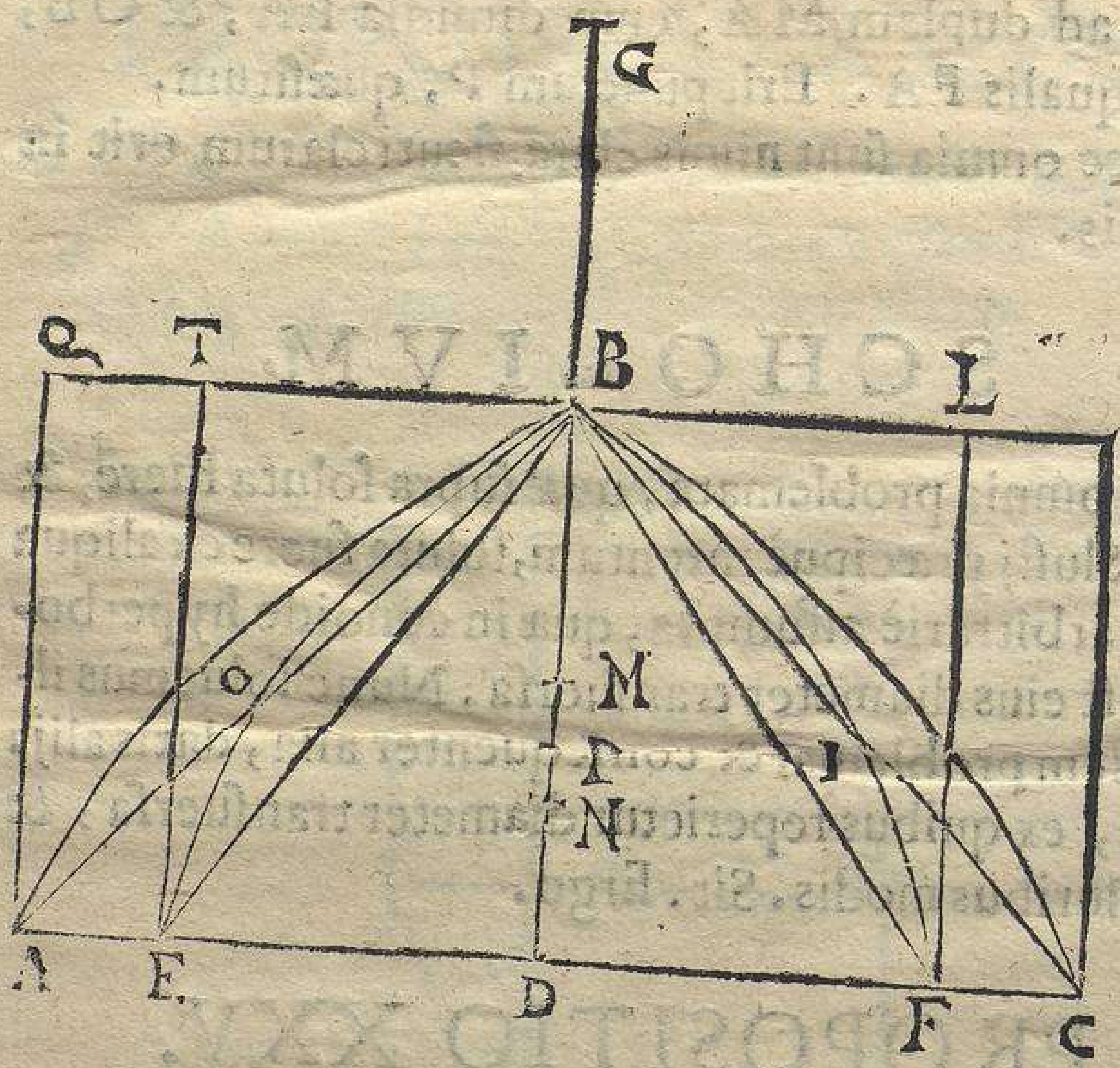
At omnia problemata, quæ supra soluta fuerẽ, & illud Slusij præcipuè intentum, soluta fuere ex aliqua linea arbitrariè assumpta, quæ in conoide hyperbolico est eius diameter transuersa. Nunc soluemus illud idem problema, & consequenter alia, datis alijs lineis, ex quibus reperietur diameter transuersa, & hoc pluribus modis. Sit. Ergo.

PROPOSITIO XXV.

Si intra conoides hyperbolicum, & circa eundem axim inscribatur conoides parabolicum sic, vt basis hyperbolici sit ad basim parabolici vt composita ex axi, & diametro transuersa ad diametrum transuersam. Erit differentia conoideorum ad parabolicum, vt tertia pars axis, ad dimidium diametri transuersæ.

Esto conoides hyperbolicum ABC, cuius latus transuersum GB, axis BD, & esto conoides parabolicum EOBF, sic, vt basis ad basim, seù quadratum AD, ad quadratum DE, sit vt DG, ad GB,

ac



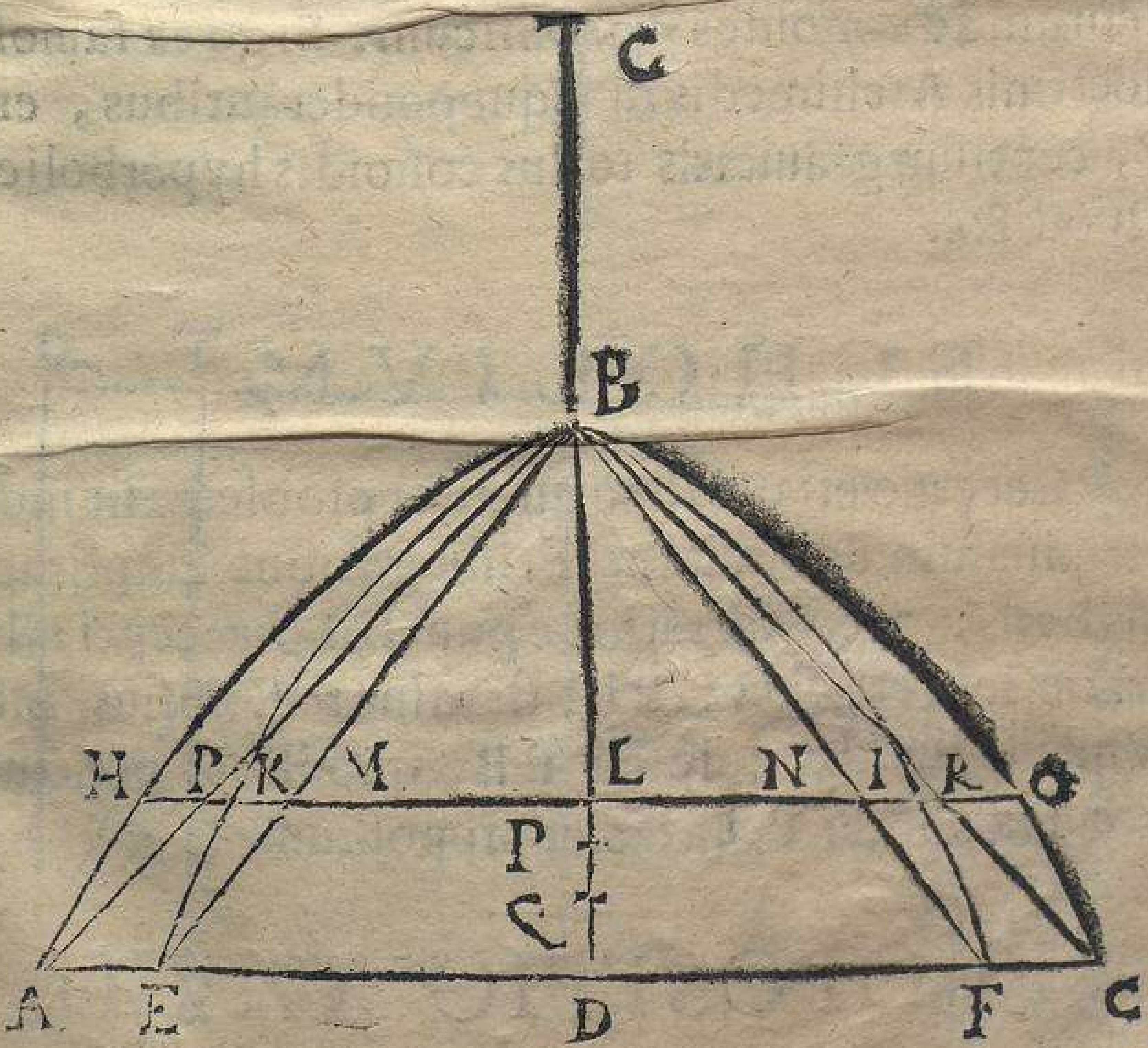
ac proinde ex proposit. 1. Miscell. hyperb. totum conoides parabolicum cadat intra hyperbolicum. Dico differentiam horum conoideorum esse ad conoides EOBF, vt tertia pars DB, ad dimidiam BG. Hæc propositio facile patet ex progressu proposit. 5. citat. Miscell. Circumscripto enim conoidi hyperbolico cylindro QC, ibi ostensum fuit, esse dictum cylindrum ad differentiam conoideorum, vt GD, ad ⅓. DB. Et pariter ostensus fuit idem cylindrus ad conoides EOBF, vt DG, ad dimidiam BG. Quare facilè elicietur propositum.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Datam BP, ità producere ad D, & inuenire conoides hyperbolicum cuius axis BD, vt P, sit eius centrum grauitatis.

Accipiatur inter BP, quodlibet punctum L, sed sicvt PL, sit minor $\frac{1}{8}$ ipsius BL. Fiat LQ, $\frac{1}{8}$ ipsius BL, & sic producatur ad D, vt QD, sit quarta pars BD. Tunc fiat vt LP, ad PQ, sic tertia



O pars

pars DB, ad aliam, cuius dupla sit CB. Et diametro transuersa CB, axi BD, fiat conoides hyperbolicum AHBC, cuiuscunque basis ADC. Dico P, esse eius centrum grauitatis. Intelligatur intra ipsum conoides parabolicum EkBF, vt sit quadratum AD, ad quadratum DE, vt DC, ad CB. Ex schol. ergo 2. proposit. 4. citat. Miscell. erit Q, centrum grauitatis differentiæ horum conoideorum. Sed L, centrum grauitatis conoidis parabolici, quia, ex constructione, BL, est dupla LD: & est vt LP, ad PQ, sic tertia pars DB, ad dimidiam BG: nempe ex proposit. anteced. reciprocè, differentia conoideorum ad conoides parabolicum. Ergo ex famosis doctrinis Archimedis in æqueponderantibus, erit P, centrum grauitatis totius conoidis hyperbolici. Quod &c.

SCHOLIVM.

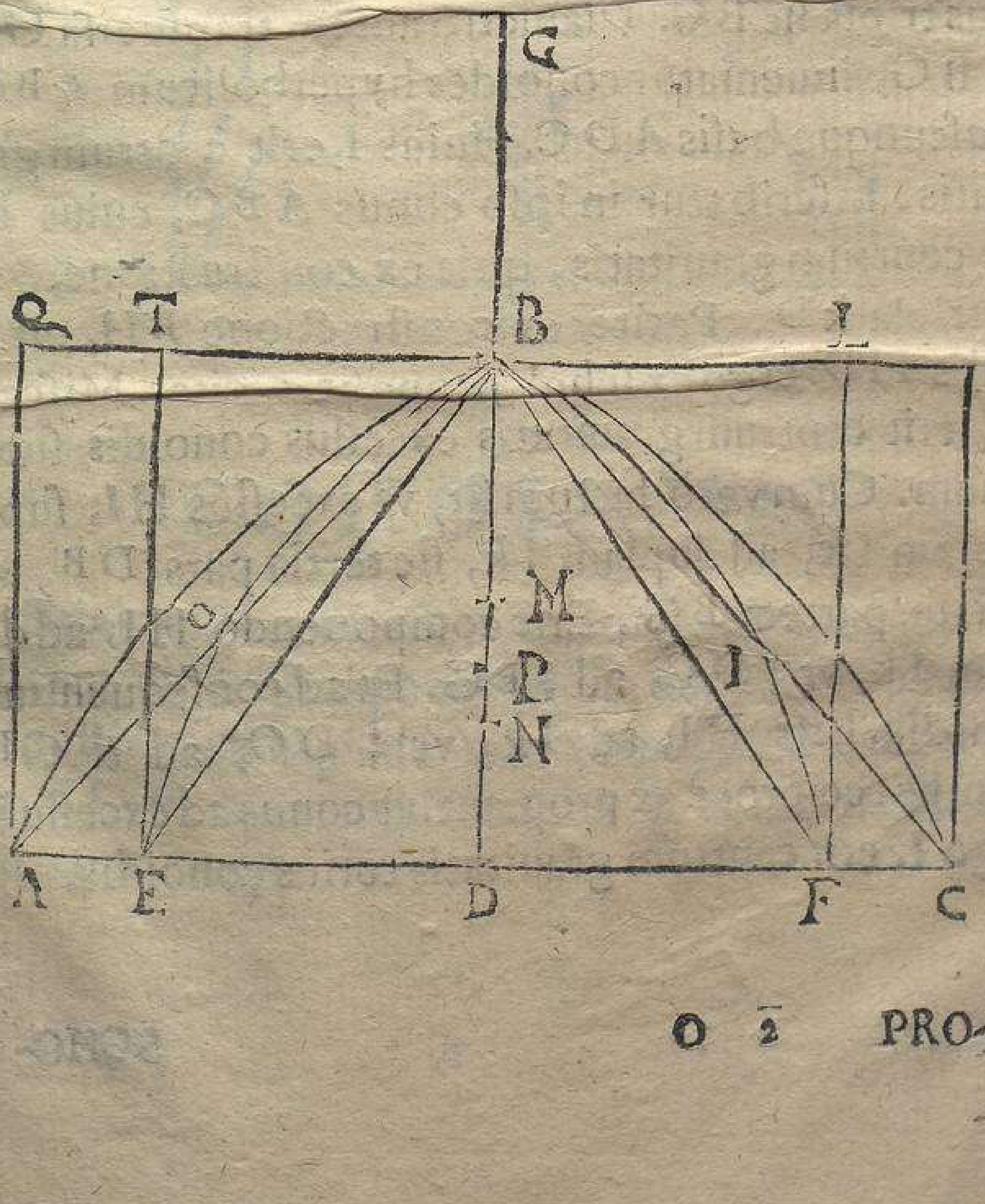
Patet ergo etiam nunc qualiter problema sit indeterminatum dupliciter. Primò ratione amplitudinis basis. Secundò ratione puncti L, accepti arbitrariè in BP, sic vt PL, sit minor $\frac{1}{8}$. ipsius LB. Vnde si PL, sit $\frac{1}{9}$ ipsius PB, quodlibet punctum acceptum inter P, L, faciet propositum.

PROPOSITIO XXVII.

Conus ad excessus conoidis hyperbolici sibi circumscripti supra

pra se ipsum, est vt tertia pars compositæ ex axi, & latere transuerso, ad sextam partem lateris transuersi.

In conoide hyperbolico A B C, cuius latus transuersum G B, axis B D, sit inscriptus conus A B C. Dico hunc esse ad excessum conoidis supra sè, vt tertia pars D G, ad sextam partem G B. Patet ex progressu proposit. 7. cit. Miscell. Nam cylindrus Q C, est ad conum, vt D G, ad sui tertiam partem. Et ad excessum conoidis supra conum, vt D G, ad $\frac{1}{6}$ G B. Quare patet propositum.

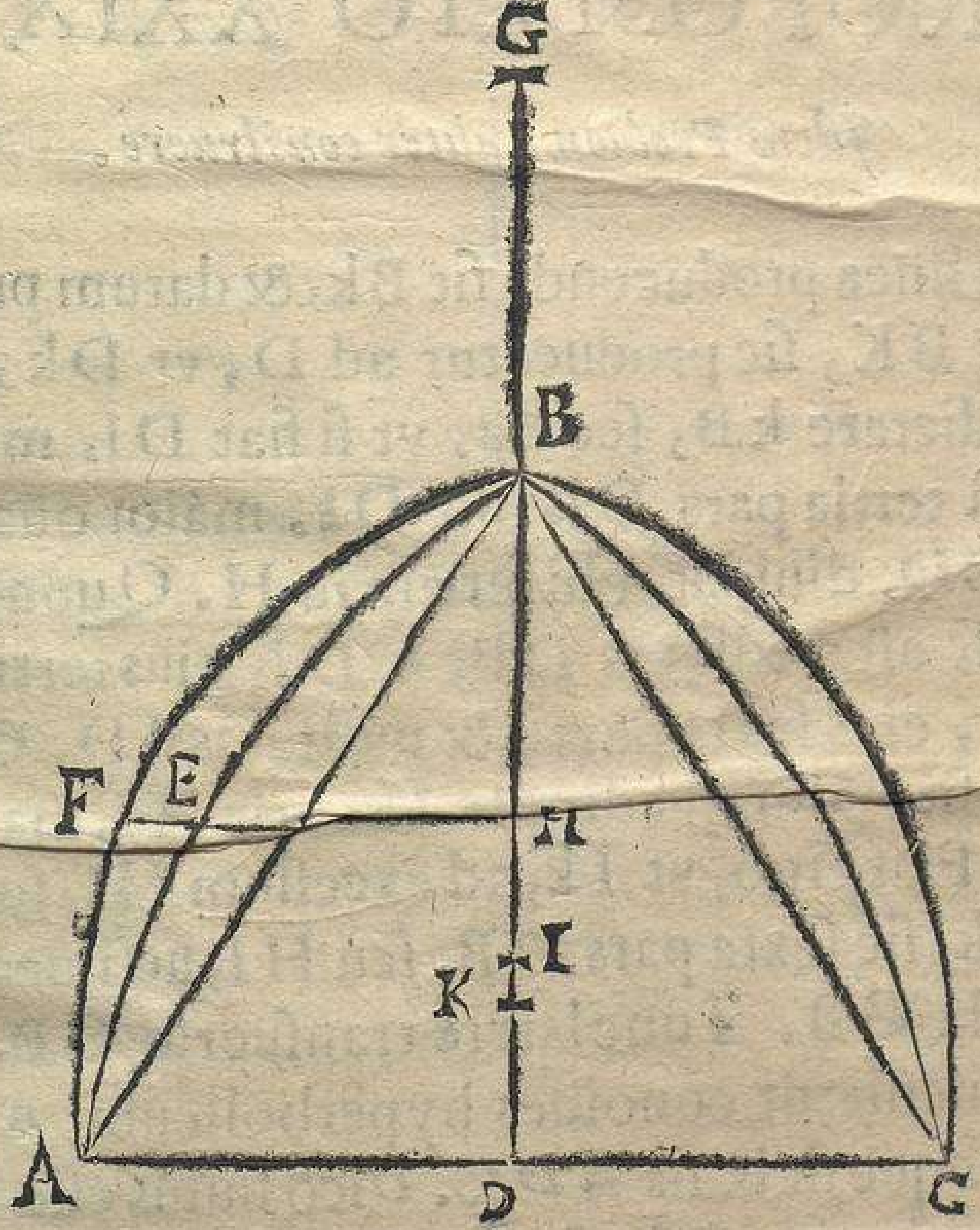


PROPOSITIO XXVIII.

Datam BI, producere ad D, & inuenire conoides hyperbolicum cuius axis BD, & centrum grauitatis I.

Accipiatur in BI, arbitrariè punctum H, vt IH, sit minor medietate BH, sed maior tertia ipsius parte: & fiat HK, æqualis medietati BH, quæ producatur ad D, vt Dk, sit ęqualis Hk. Ergo KI, erit minor subdupla IH. Fiat ergo vt excessus HI, supra duplam Ik, ad duplam Ik, sic tertia pars DB, ad aliam, cuius tripla sit BG. Diametro autem transuersa GB, axi BG, inueniatur conoides hyperbolicum ABC, cuiuscunque basis ADC. Huius I, erit centrum grauitatis. Inscribatur in ipso conus ABC, cuius K, erit centrum grauitatis, quia ex constructione, Bk, est tripla kD. Pariter ex constructione BH, est æqualis HD: ergo ex schol. proposit. 6. citat. Miscell. H, erit centrum grauitatis excessus conoidis supra conum. Cum verò factum sit, vt excessus HI, supra duplam Ik, ad duplam Ik, sic tertia pars DB, ad tertiam partem BG. Erit componendo HI, ad duplam Ik, vt $\frac{1}{3}$ DG, ad $\frac{1}{3}$ BG. Et ad consequentium dimidia. Erit HI, ad Ik, vt $\frac{1}{3}$ DG, ad $\frac{1}{6}$. GB. Nempe reciprocè ex prop. ant. vt conus ad excessum. Ergo I. erit centrum grauitatis totius conoidis.

SCHO-



SCHOLIVM.

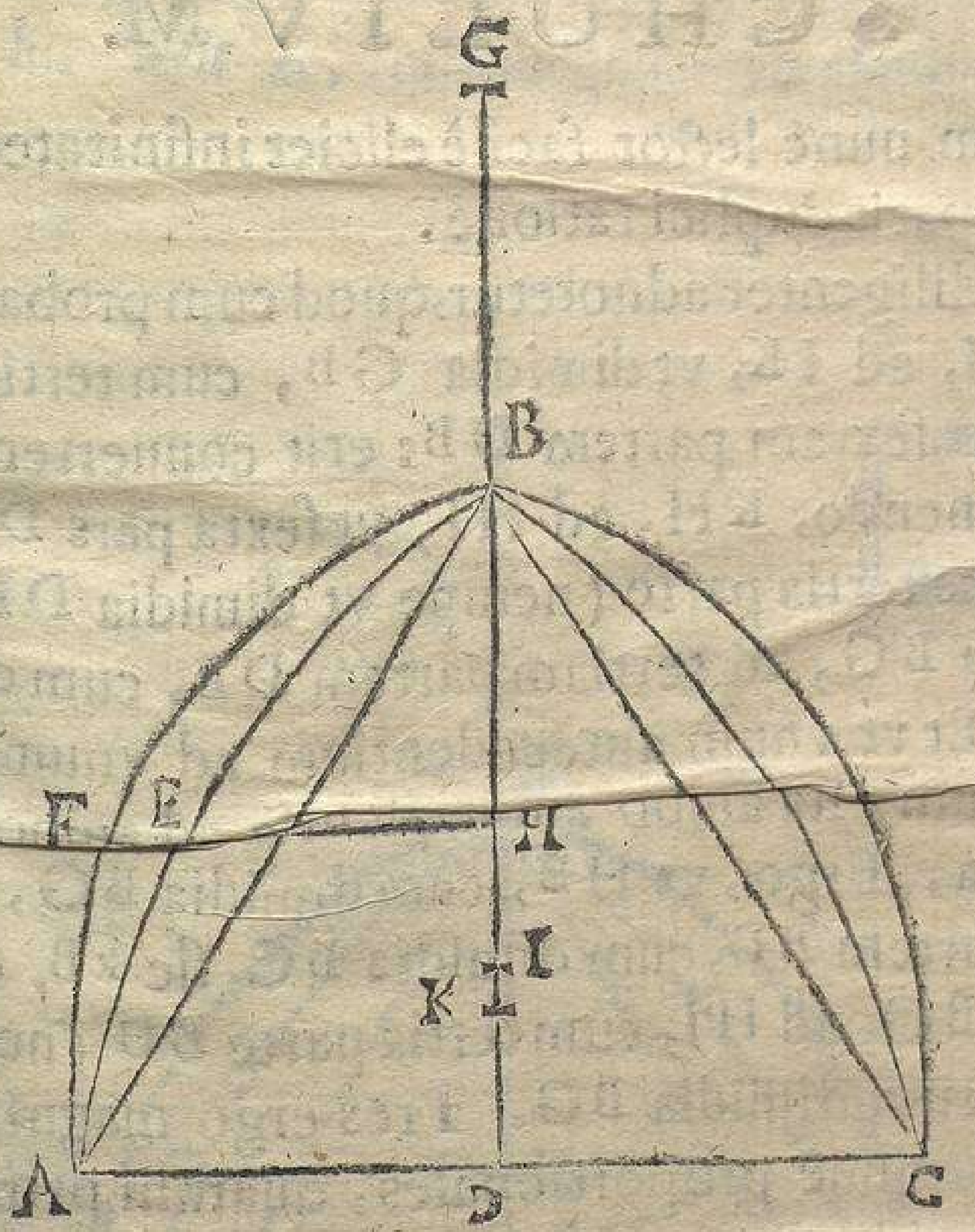
Etiam nunc patebit infinitas problematis ex duplici capite. Nempe ex infinita amplitudine basis: & ex libertate capiendi punctum H; sed semper sic vt HI, sit minor medietate BH, & maior eius tertia parte.

PROPOSITIO XXIX.

Idem Problema aliter construere.

Data linea producenda sit Bk, & datum punctum sit k, & BK, sic producatur ad D, vt Dk, sit minor medietate kB, sed sic, vt si fiat DI, medietas IB, seù tertia pars DB, sit DI, maior quadrupla Ik; & BD, diuidatur bifariam in H. Quoniam ergo DH, est medietas DB, & DI, eius tertia pars, erit HI, eius sexta pars, & medietas ID. Cum ergo DI, sit maior quadrupla Ik: erit HI, maior eius dupla. Fiat ergo, vt Ik, ad excessum HI, supra duplam Ik, sic sexta pars DB, seù HI, ad lineam, cuius dupla GB. Tunc latere transuerso GB, & axi DB, inueniatur conoides hyperbolicum AEBC, cuiuscunque sit basis ADC. Dico huius esse k, centrum ~~grauitatis~~. Esto super eandem basim, & circa eundem axim conoides parabolicum AFBC. Quod ex schol. proposit. 41. cit. Miscell. hyperb. totum cadet extra conoides hyperbolicum: Et ex proposit. 42. erit H, centrum grauitatis differentiæ horum conoideorum. Et pariter quia BI, dupla ID, erit I, centrum grauitatis totius conoidis parabolici AFBC. Cum verò factum sit vt Ik, ad excessum HI, supra duplam Ik, sic sexta pars DB, ad dimidiam BG: erit etiam vt antecedentium dupla. Erit ergo kI, dupla, ad excessum HI, supra ipsam, sic

tertia



tertia pars DB, ad dimidiam BG. Et conuertendo, & componendo, erit HI, ad duplam IK, vt dimidia GB, cum tertia parte DB, ad tertiam partem DB. Et ad consequentium dimidia. Erit ergo vt HI, ad Ik, sic dimidia GB, cum tertia parte BD, ad sextam partem DB. Nempe ex proposit. 45. cit. Miscell. reciprocè, vt conoides hyperbolicum ad excessum conoidis parabolici supra ipsum. Quare k, erit centrum grauitatis dicti conoidis hyperbolici. Quod &c.

SCHO-

SCHOLIVM.

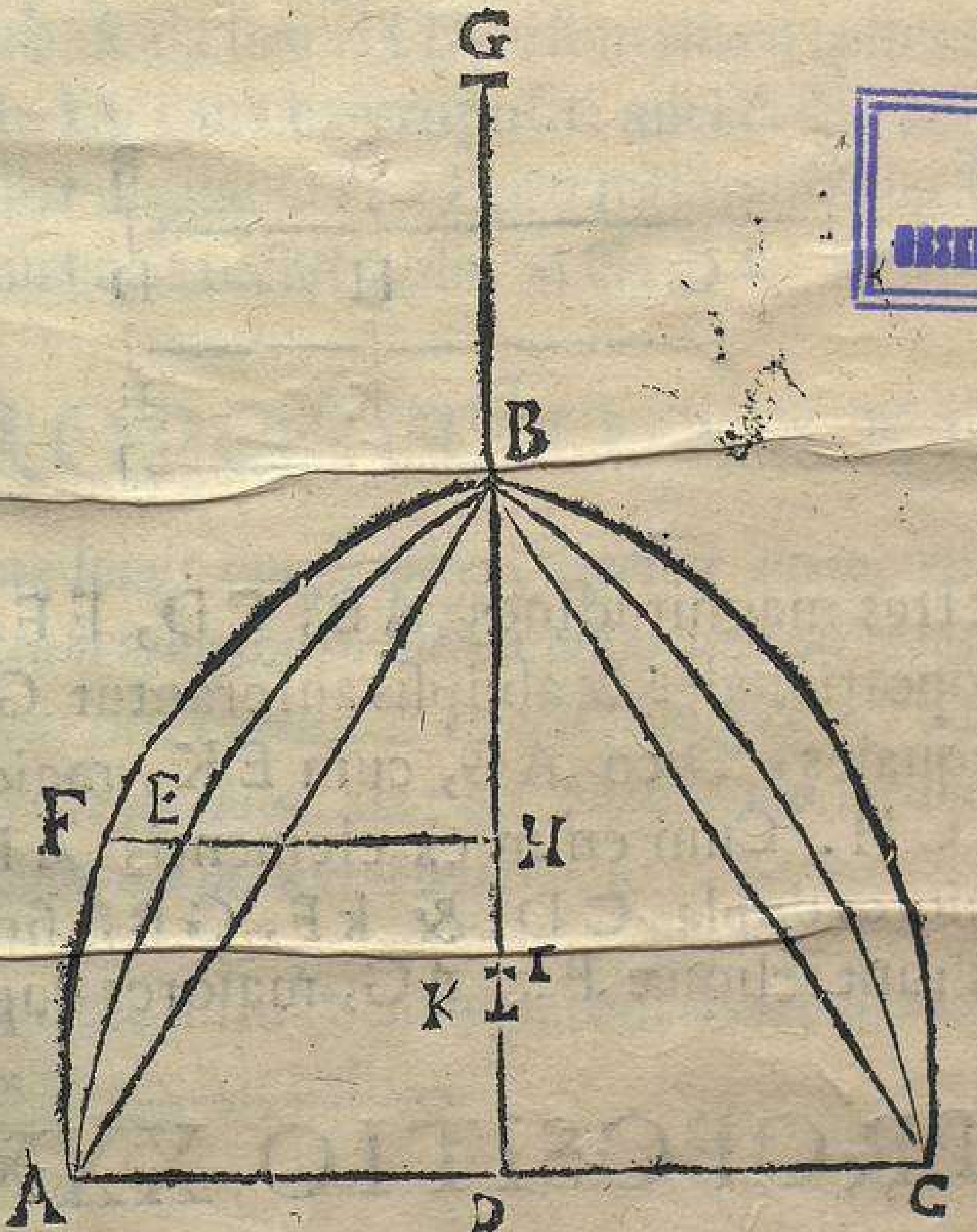
Etiam nunc lector facilè eliciet infinitatem dicti problematis duplici ratione.

Sed diligenter adnotetur, quod cum probatum sit esse HI, ad IK, vt dimidia GB, cum tertia parte DB, ad sextam partem DB: erit conuertendo, & componendo, KH, ad HI, vt sexta pars DB, vna cum eius tertia parte (nempe vt dimidia DB) cum dimidia BG, ad tertiam partem DB, cum dimidia BG. Et vt vnum antecedentium ad vnum consequentium, ita ambo antecedentia ad ambo consequentia. Ergo, vt HB, cum dimidia BG, ad tertiam partem BD, cum dimidia BG, sic kB, cum dimidia BG, ad HI, cum tertia parte BD (nempe ad HB,) cum dimidia BG. Tres ergo magnitudines sunt continuè proportionales, quarum prima KB, cum dimidia BG; HB, cum dimidia BG; & tertia pars DB, cum dimidia BG.

Ex quibus patet veram esse quandam pulcherrimam regulam reperiendi centrum grauitatis conoidis hyperbolici, quam nobis communicauit absque demonstratione Illustrissimus Slusius sub die 8, Iulij proximè præteriti. Nempe.

PROPOSITIO SLVSII.

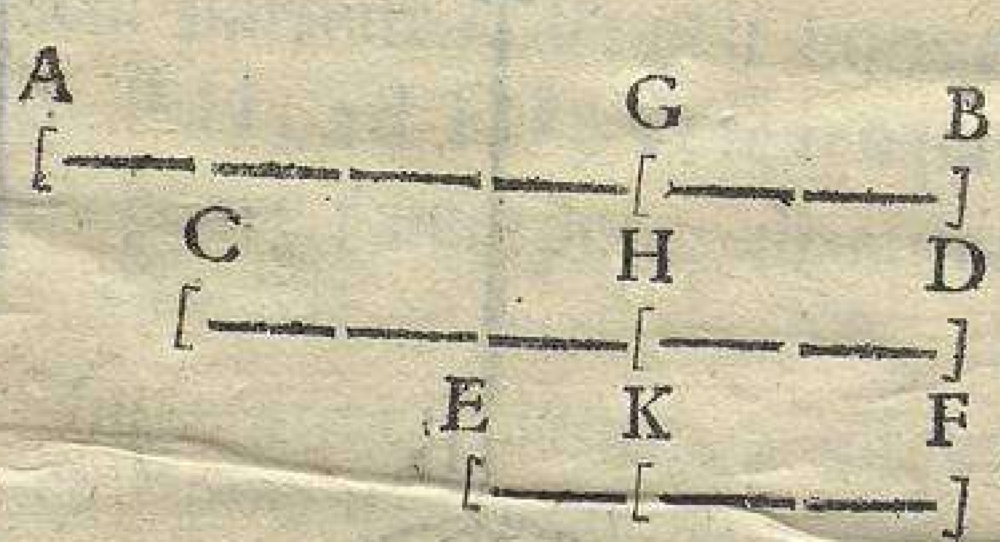
Datum sit quodlibet conoides hyperbolicum AEBC, axis BD, *BD, vertex B, centrum G; sumpta HB, tertia parte DB, IB, dimidia, fiat vt HG, ad GI, sic hæc ad GK. Erit K, centrum grauitatis conoidis hyperbolici.*



Veritas, vt diximus, huius propositionis patet ex superius dictis. Sed ex hac construemus supradictum problema alio modo, præmissis lemmatibus sequentibus.

PROPOSITIO XXX.

Si sint tres magnitudines continuè proportionales, à quibus æquales demantur: maximę, & minimæ residua, erunt maiora duplo residuo mediæ.



Sint tres magnitudines AB, CD, EF, continuè proportionales, & ab ipsis auferantur GB, HD, KF, æquales. Dico AG, cum EK, maiores esse dupla CH. Cum enim ex elementis AB, EF, sint maiores dupla CD: & kF, GB, sint duplæ HD. Erunt reliquæ Ek, AG, maiores dupla CH.

PROPOSITIO XXXI.

Datis ijsdem, quæ in proposit: antec: Erit quadratum CH, maius rectangulo sub AG, EK.

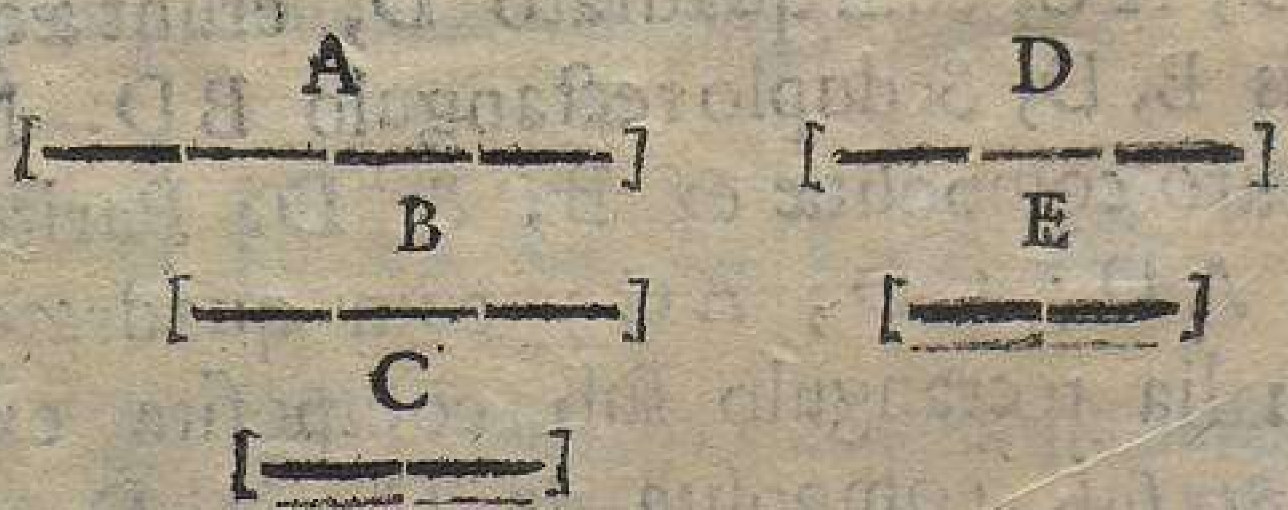
Nam quadratum CD, est æquale rectangulo AB, EF. Sed quadratum CD, est æquale quadratis CH, HD, & duobus rectangulis CHD: & pa-

& pariter rectangulum sub AB, EF, est æquale rectangulo sub AG, EK: rectangulo sub composita ex AG, EK, in KF: & rectangulo GB, kF. Ergo hæc erunt æqualia. Et ablatis ęqualibus rectangulo GB, KF, & quadrato HD, reliqua erunt æqualia. Sed rectangulum sub composita ex AG, Ek, & sub kF, seù HD, est maius duplici rectangulo CHD, quia ex proposit: antec: illa composita est maior dupla CH. Ergo reliquum quadratum CH, maius erit rectangulo AG, EK. Quod &c.

PROPOSITIO XXXII.

Datis tribus lineis inæqualibus, reperire aliam, vt media harum cum inuenta sit media proportionalis inter extremas datas cum inuenta. Oportet autem extremas datas maiores esse dupla media: & quadratum mediæ maius esse rectangulo sub extremis.

Ambæ determinationes patent ex duabus propositionibus antecedentibus.



Sint datæ tres lineæ A, B, C, inæquales, vt A, sit maxima; C, minima: A, & C, verò sint maiores dupla B, & quadratum B, maius sit rectangulo AC. Oportet inuenire lineam D, vt A, & D; B, & D; C, & D, sint tres continue proportionales. Exponatur E, potens excessum quadrati B, supra rectangulum AC, & fiat vt excessus A, cum C, supra B, ad E, ita E, ad D. Dico D, esse quæsitam. Nam, cum sit vt excessus A, & C, supra B, ad E, sic E, ad D. Erit rectangulum sub illo excessu, & sub D, æquale quadrato E. Et addito communi duplici rectangulo BD: erit rectangulum sub illo excessu, & sub D, vna cum duplo rectangulo BD (nempe rectangula AD, CD) æqualia quadrato E, & duplici rectangulo BD. Et rursus addito communi rectangulo AC: rectangula AD; CD; & AC, erunt æqualia quadrato E, rectangulo AC, & duplo rectangulo BD. Sed quadratum E, cum rectangulo AC, sunt æqualia quadrato B. Ergo rectangula AD; CD; AC; erunt æqualia quadrato B, & duplo rectangulo BD. Et tandem addito communi quadrato D: rectangula AD; CD; AC, cum quadrato D, erunt æqualia quadratis B, D, & duplo rectangulo BD. Nempe quadrato compositæ ex B, & D. Pariter rectangula AD; CD; AC; cum quadrato D, sunt æqualia rectangulo sub composita ex A, & D, & sub composita ex C, & D. Ergo tres A, & D; B, & D; C, & D, sunt con-

tinuè

tinuè proportionales. Inuenta est ergo D, &c. Quod &c.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema Slusij aliter construere.

Data linea sit BK (in schemate paginæ 113.) quam ità oporteat producere ad D, vt k, sit centrum grauitatis conoidis hyperbolici cuius axis BD. Sumatur punctum I, inter k, B, sed sic, vt facta HB, ; BI, duæ KB, BH, sint maiores dupla BI; & vice versa quadratum BI, maius sit rectangulo kBH. Tunc, tribus datis rectis lineis kB, BI, BH, inueniatur GB, vt kG, IG, HG, sint continuè proportionales; & fiat DB, dupla BI. Cum ergo HB, sit duo tertia BI, erit tertia pars DB: centro ergo G, vertice B, axi BD, fiat conoides hyperbolicum AFBC. Huius erit K, centrum grauitatis. Demonstratio patet ex superioribus. Sicuti ex superioribus liquet infinitas problematis duplici ex causa.

SCHOLIVM.

Ast vrget, Mi Lector, ijs finem imponere, quæ tibi pro septima vice legenda proponuntur. Vt autem de more nostro agamus, tabellam errorum non apponimus.

mus. Quippè quamplurimis de causis impossibile, aut saltem difficillimum omnia animaduertere putamus. Idcirco lubet omnia prætermittere; Is fruere. Alia forsitan expecta. Vale.

FINIS.

Noi Reformatori dello Studio di Padoa.

HAuendo osseruato per fede del P. Inquis. non esserui nel Libro intitolato De Infinitarum Choclearum Mensuris, del P. F. Steffano de Angelis de Gesuati cosa contro la Santa Fede, e parimente per attestato del Segretario nostro niente contro Prencipi, ò buoni costumi, concedemo licenza, che possi essere stampato, douendo osseruarsi gl'ordini, & esserne presentate due copie per le presente Librarie di Padoa, e di questa Città.

Dat. dal Magist. nostro li 17. Settembre 1661.

{ Giouanni Donato Ref.

Alemante Angelo Donini Segr.

FA-

F A C V L T A S

Reuerendiſſimi Patris Generalis.

LAVDETVR IESVS CHRISTVS.

O*PVS inſcriptum*, De Infinitarum Cochlearum Menſuris, &c. *compoſitum ab Admodum Reuer. P. Stephano de Angelis Veneto profeßo Noſtri Ordinis Ieſuatorum, ac in Prouincia Veneta Definitore, concedimus Typis demandari: dummodo habeat neceſſarias licentias, &* approbationes*, quæ de iure ſunt neceſſariæ &c. In quorum fidem præſentes manu propria ſubſcripſimus, ac proprio Noſtri Officij ſigillo muniuimus.*

Datum Florentiæ, in Noſtro Conuentu Sancti Joannis, Die 2. Septemb. 1661.

Fr. Antonius Nouellus Gen. Ieſuat.

Locus Sigilli.

426

MENSUR