BREVES NOCIONES

# DE ÁLGEBRA,

PARA EL EXAMEN DE INGRESO

EN LAS ESCUELAS DE VETERINARIA,

POR

un profesor de enseñanza doméstica.

**MADRID, 1865.**

Imprenta de D. Manuel Minuesa,
*Juanelo*, 19.

BREVES NOCIONES

# DE ÁLGEBRA,

## PARA EL EXAMEN DE INGRESO

## EN LAS ESCUELAS DE VETERINARIA,

POR

un profesor de enseñanza doméstica.

Eduardo Custodio y Ruiz.

**MADRID, 1865.**

Imprenta de D. Manuel Minuesa,
*Juanelo*, 19.

Los ejemplares que no lleven la rúbrica del autor se considerarán como furtivos.

# NOCIONES DE ÁLGEBRA.

## Definiciones.

P. Qué es álgebra?

R. La parte de las matemáticas que se ocupa del cálculo de la cantidad en general.

P. Qué quiere decir esto?

R. Que así como la aritmética ejecuta operaciones con cantidades conocidas, el álgebra opera con cantidades desconocidas.

P. Cuál es el objeto del álgebra?

R. Hacer aplicacion á todas las cantidades imaginables de las propiedades que ella descubre en sus operaciones.

P. Cuáles son los signos de las operaciones algebráicas?

R. Los mismos que se usan en aritmética, y son los siguientes:

| | | |
|---|---|---|
| $+$ | significa | *mas.* |
| $-$ | | *menos.* |
| $\times$, ó $.$, ó $(\ )$ | | *multiplicado por.* |
| $:$ ó —— | | *dividido por.* |
| $=$ | | *igual á* |
| $(\ )^{n}$ | | *elevado á la potencia n.* |
| $\sqrt[n]{m}$ | | *raiz n de m,* etc. |

P. Cómo espresa el álgebra sus cantidades?

R. Por medio de las letras del alfabeto, ya mayúsculo, ya minúsculo. Cuando no son suficientes estos dos alfabetos, pone á la derecha ó á la izquierda de las letras, y en la parte superior, una, dos, tres, etc., comillas, espresándose y leyéndose de la manera siguiente:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a'$ | léase | *a prima* | $'a$ | léase | *prima a* |
| $a''$ | | *a segunda* | $''a$ | | *segunda a* |
| $a'''$ | | *a tercera,* etc. | $'''a$ | | *tercera a,* etc. |

P. Qué es coeficiente?

R. Una cifra que va delante de una ó varias letras, é indica el número por quien ha de multiplicarse esa ó esas letras.

P. Ponga V. un ejemplo:

R. Aquí lo tiene V.:

$$3a \qquad 5abc.$$

P. Cómo se leen y qué quieren decir estas cantidades?

R. Se leen *tres a*, *cinco a b c*, y quieren decir: la primera cantidad que la cifra 3 se ha de multiplicar por $a$, y la segunda que la cifra 5 ha de multiplicarse por $abc$.

P. Qué significa en álgebra la reunion de dos ó mas letras sin signos intermedios?

R. Que unas han de multiplicarse por otras: así, en el ejemplo último, $5abc$ quiere decir que 5, $a$, $b$ y $c$, tienen que multiplicarse entre sí.

P. Qué es esponente?

R. Una cifra que se coloca á la derecha y en la parte superior de una letra, é indica la potencia á que esta letra ha de elevarse, ó, lo que es lo mismo, el número de veces que ha de tomarse por factor.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aquí lo tiene V.

$$a.^3$$

P. Cómo se lee esta cantidad?

R. Se lee diciendo *a tres*.

P. Qué diferencia hay, pues, entre el coeficiente y el esponente?

R. El coeficiente se lee y se escribe antes de la letra, y el exponente despues.

P. Qué ventajas reportan en álgebra los coeficientes y esponentes?

R. La simplificacion en la espresion, tanto hablado como escrita, de las cantidades algebráicas: así 3 $a$ es simplificacion de $a+a+a$, y $a^3$ lo es de $a\times a\times a$, en términos que de no existir coeficientes ni esponentes, la espresion

$2a^3b^3$

se escribiría de esta manera:

$a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b + a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b.$

P. Qué es cantidad algebráica?

R. Cantidad algebráica ó espresion algebráica es aquella en que entran una ó mas letras.

P. Cómo se escriben las cantidades algebráicas?

R. Del mismo modo que se pronuncian, teniendo en cuenta que toda cifra que vá al principio, ó despues de un signo, es coeficiente, y la que va despues de una letra, es esponente de la misma.

P. Póngame V. un ejemplo.

R. Si quisiéramos escribir la espresion algebráica

*Cinco a dos b mas nueve a cuatro m seis menos ocho b siete zeta cuatro*

lo hariamos de este modo:

$$5a^2b+9a^4m^6-8b^7z^4.$$

El 5 es coeficiente porque se pronuncia al principio; el 9 y el 8 son tambien coeficientes porque se pronuncian despues de los signos + y —, y el 2, 4, 6, 7 y 4 son esponentes porque se pronuncian inmediatamente despues de las letras $a$, $a$, $m$, $b$ y $z$.

P. Qué es término en Algébra?

R. Toda espresion algebráica no interrumpida por los signos + y —.

P. En qué se dividen las cantidades algebráicas?

R. En monomios y polinomios, y en positivas y negativas.

P. Qué es monomio?

R. La espresion algebráica que consta de un solo término, como $a^2b^4$.

P. Qué es polinomio?

R. La espresion algebráica que consta de dos ó mas términos; si tiene dos se llama *binomio*, como $7\,a^3b-5b^2m^4$; si tiene tres, *trinomio*, como $8\,a^2b^5+7\,b^3-2\,a^4m^2$; y asi sucesivamente.

P. Qué es cantidad positiva?

R. La que lleva delante el signo $+$.

P. Y negativa?

R. La que lleva delante el signo $-$.

P. Qué valor tienen las cantidades positivas y negativas?

R. Las cantidades positivas valen mas que *cero*, y las negativas menos que *cero*.

P. Cómo se concibe que una cantidad valga menos que *cero*?

R. Teniendo en cuenta la relacion que hay entre dos sugetos, de los cuales el uno no tiene nada, y el otro, además de no tener nada, debe cierta cantidad, en cuyo caso es mas pobre que el primero, ó tiene un capital menor que el del primero, cuyo capital es *cero*.

P. Qué advertiremos respecto de los coeficientes, esponentes y signos?

R. 1.° Que toda cantidad que no lleva *coeficiente*, se supone que tiene por tal á la unidad; 2.° que toda letra ó cantidad que no lleva *esponente*, se supone que tiene por tal á la unidad; y 3.° que toda cantidad que no lleva signo $+$ ó $-$ delante de si, se supone que tiene el signo $+$, y por consiguiente es positiva.

P. Qué son términos semejantes?

R. Los que tienen las mismas letras y los mismos esponentes en cada una de ellas, aunque los coeficientes y signos sean desiguales.

P. Qué operacion conviene hacer con los términos semejantes?

R. El reducirlos que es convertirlos en uno solo que valga tanto como todos ellos.

P. Cómo se reducen los términos semejantes á uno solo?

R. Distinguiremos dos casos: que los términos semejantes sean dos, ó que sean mas de dos.

P. Cómo se reducen cuando son dos?

R. Se atiende á los signos; si estos son iguales, se suman los coeficientes, se copian una vez las letras con sus esponentes, y al resultado se pone el signo comun. Si tienen signos contrarios, se restan los coeficientes, se copian una vez las letras con sus esponentes, y al resultado se pone el signo del mayor coeficiente.

P. Ponga V. ejemplos.

R. Aquí los tiene V.

$$\left.\begin{matrix}+5a^2b^3\\+7a^2b^3\end{matrix}\right\}\text{reducidos dan}+12a^2b^3$$

$$\left.\begin{matrix}-5a^2b^3\\-7a^2b^3\end{matrix}\right\}\text{reducidos dan}-12a^2b^3$$

$$\left.\begin{matrix}+5a^2b^3\\-7a^2b^3\end{matrix}\right\}\text{reducidos dan}-2a^2b^3$$

$$\left.\begin{matrix}-5a^2b^3\\+7a^2b^3\end{matrix}\right\}\text{reducidos dan}+2a^2b^3.$$

P. Cómo reduciremos los términos semejantes cuando sean mas de dos?

R. Fundándonos en el caso anterior: de manera que reduciremos dos cualesquiera de ellos, despues el resultado con el tercero, este último resultado con el cuarto, y así sucesivamente.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Sea el polinomio.

$5a^2b^4m - 2a^2b^4m - 9a^2b^4m + 3a^2b^4m - 7a^2b^4m$, y digo: $5a^2b^4m$ y $-2a^2b^4m$ dan $+3a^2b^2m$; $+3a^2b^4m$ y $-9a^2b^4m$ dan $-6a^2b^4m$; $-6a^2b^4m$ y $+3a^2b^4m$ dan $-3a^2b^4m$; finalmente, $-3a^2b^4m$ y $-7a^2b^3m$ dan $-10a^2b^4m$, que es el resultado pedido.

P. Qué debemos advertir sobre la reduccion?

R. Que en el momento en que se nos presente un nuevo polinomio, lo primero que debe hacerse es ver si hay términos semejantes para reducirlos á uno solo.

P. Qué es fórmula?

R. Una espresion algebráica que traducida al lenguaje vulgar nos dá reglas para resolver todos los problemas particulares comprendidos en el general de que se trate.

## OPERACIONES PRINCIPALES CON LAS CANTIDADES ALGEBRÁICAS ENTERAS.

### Adicion ó suma.

P. Qué es sumar en álgebra?

R. Hallar un polinomio que valga tanto como los monomios ó polinomios que se nos dán, y que en esta operacion se llaman sumandos.

P. Cómo se suman las cantidades algebráicas?

R. Colocando los sumandos en un mismo polinomio, unos á continuacion de otros, con los signos que tienen.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aquí lo tiene V.

1.er sumando. . . . $5a^2b-7a^3b^4+8a^4m^5$
2.° sumando. . . . $-3a^3b^4-2ab+6a^2b$
3.er sumando. . . . $4a^4m^5+8a^3b^4$
Suma. . . . . . . . . $5a^2b-7a^3b^4+8a^4m^5-3a^3b^4-2ab+6a^2b+4a^4m^5+8a^3b^4$
que reducido dá. . . $11a^2b-2a^3b^4+12a^4m^5-2ab$

## Sustraccion ó resta.

P, Qué es restar en álgebra?

R. Hallar un monomio ó polinomio que sumado con el sustraendo algebráico dé el minuendo. Llámase *minuendo* la cantidad de que se resta ó quita, y *sustraendo* la que se resta ó quita de la primera; el resultado toma el nombre de *resíduo*.

P. Cómo se ejecuta esta operacion?

R. Se escribe el minuendo, y á su continuacion el sustraendo, cambiando los signos á los términos de este.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aquí lo tiene V.

Minuendo. . . . $5a^2b-7a^3b^4+8a^4m^5$
Sustraendo. . . $-3a^3b^4-2ab+6a^2b$
Resíduo.. . . . . $5a^2b-7a^3b^4+8a^4m^5+3a^3b^4+2ab-6a^2b$
que reducido dá. . . . $-a^2b-4a^3b^4+8a^4m^5+2ab$

P. Cómo se indica esta operacion?

R. Colocando el sustraendo despues del minuendo, encerrado aquel en un paréntesis precedido del signo—, v. gr.:

$$5a^2b-7a^3b^4+8a^4m^3-(-3a^3b^4-2ab+6a^2b).$$

## Multiplicacion.

P. Qué es multiplicar en general?

R. Hallar un tercer número que sea respecto del primero lo que el segundo es respecto de la unidad. Esta definicion conviene tambien al álgebra. Las cantidades dadas se llaman *multiplicando* la una, y *multiplicador* la otra, y el resultado *producto*. Las dos primeras se llaman tambien *factores*.

P. ¿Cuántos casos distinguiremos en la multiplicacion algebráica?

R Tres: 1.° multiplicar un monomio por otro; 2.° un polinomio por un monomio; y 3.° un polinomio por otro polinomio.

### Primer caso.

P. Cómo se multiplica un monomio por otro?

R. Hay que atender á cuatro cosas: signos, coeficientes, letras comunes y letras diferentes.

P. Cómo se multiplican los signos?

R. Teniendo en cuenta los siguientes productos:

$$+\times+=+ \qquad -\times+=-$$
$$+\times-=- \qquad -\times-=+,$$

lo cual queda reducido á la siguiente regla: *signos* *iguales dan +, y signos contrarios dan —.*

P. Cómo se multiplican los coeficientes?

R. Lo mismo que en aritmética.

P. Cómo se multiplican las letras comunes?

R. Escribiendo una sola y poniendo por esponente la suma de los esponentes de los factores; así, $a^4 \times a^3 = a^7$, $a^2 \times a = a^3$, $a \times a = a^2$.

P. Cómo se multiplican las letras diferentes?

R. Escribiéndolas en el producto del mismo modo que están en los factores.

P. Ponga V. ejemplos.

R. Aquí los tiene V.

$7a^3b^2 \times 5a^4m = 35a^7b^2m$; $4a^2b^3n \times -2ab^2m = -8a^3b^5mn$; $-4a^3bz \times -7a^5b = 28a^8b^2z$.

### Segundo caso.

P. Cómo se multiplica un polinomio por un monomio?

R. Se multiplica cada término del polinomio por el monomio, y los productos parciales se escriben unos á continuacion de otros con los signos que tienen.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aqui lo tiene V.

| | |
|---|---|
| Multiplicando. . . | $-5a^3b^2m + 8a^7b^4 - 2a^2b^5$ |
| Multiplicador. . . | $-3a^2bn$ |
| Producto. . . . . | $15a^5b^3mn - 24a^9b^5n + 6a^4b^6n$. |

### Tercer caso.

P. Cómo se multiplica un polinomio por otro?

R. Se multiplica todo el *multiplicando* por cada término del *multiplicador*, escribiendo todos los productos unos á continuacion de otros con los signos que tienen.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aquí lo tiene V.

Multiplicando. . . $7a^3b^2m - 5a^2b^4 + 8ab^6$

Multiplicador. . . $3a^2b^3 + 4a^5m$

Producto. . . . . $21a^5b^5m - 15a^4b^7 + 24a^3b^9 +$
$28a^8b^2m^2 - 20a^7b^4m + 32a^6b^6m.$

## Division.

P. Qué es dividir en álgebra?

R. Hallar una tercera cantidad, llamada *cociente*, que multiplicada por el *divisor* dé el *dividendo*.

P. A qué llamamos *dividendo y divisor*?

R. A las cantidades que se nos dán.

P. Cuántas clases hay de division?

R. Dos: exacta é inexacta.

P. Qué es division exacta?

R. Aquella en que el *cociente* es entero.

P. Qué es division inexacta?

R. Aquella en que el cociente es fraccionario.

P. Qué casos mas principales consideramos en la division algebráica?

R. Tres: 1.° dividir un monomio por otro; 2.° dividir un polinomio por un monomio, y 3.° dividir un polinomio por otro.

### Primer caso.

P. Cómo se divide un monomio por otro?

R. Hay que atender á cuatro cosas: signos, coeficientes, letras comunes y letras diferentes.

P. Cómo se dividen los signos?

R. Teniendo en cuenta las reglas dadas para su multiplicacion.

P. Cómo se dividen los coeficientes?

R. Lo mismo que en aritmética.

P. Cómo se dividen las letras comunes?

R. Escribiendo una sola y poniendo por esponente la diferencia de los esponentes del *dividendo y divisor*; asi, $a^5 : a^2 = a^3$, $a^4 : a = a^3$. Si el esponente del *divisor* es mayor que el del *dividendo* se pone el resultado en el *cociente* en forma de denominador, en cuyo caso el cociente es fraccionario Si el esponente del *dividendo* y *divisor* son iguales, se omite la letra en el *cociente*.

P. Cómo se dividen las letras diferentes?

R. Si están en el *dividendo* se colocan en el *cociente* en forma entera; si están en el *divisor* se ponen en el *cociente* por denominador.

P. Ponga V. ejemplos.

R. Aqui los tiene V.

1.º. . . . . $18a^6b^3 : 2a^2b = 9a^4b^2$

2.º. . . . . $7a^3b^2m : -a^2b^5 = -\dfrac{7am}{b^3}$

3.º. . . . . $-12a^3b^2m^2 : 7a^3b^3 = -\dfrac{12m^2}{7b}$

4.º. . . . . $-15a^7b^5m^3 : -3a^4b^2 = 5a^3b^3m^3$

5.º. . . . . $-13a^5b^2c^3 : 8a^2b^2c^5m = -\dfrac{13a^3}{8c^2m}$

### Segundo caso.

P. Cómo se divide un polinomio por un monomio?

R. Se divide cada término del polinomio por el monomio, y los cocientes parciales se escriben unos á continuacion de otros con los signos que tienen.

P. Ponga V. un ejemplo.

R. Aquí lo tiene V.

$$\frac{12a^3b^2m-5a^2b^7+a^7b^4c}{6a^2b^4n}=\frac{2am}{b^2n}-\frac{5b^3}{6n}+\frac{a^5c}{6n}$$

### Tercer caso.

P. Qué division estudiaremos en este tercer caso?

R. Solamente la exacta.

P. Cómo se divide un polinomio por otro?

R. Antes de todo se ordenan con respecto á una misma letra; despues se divide el primer término del *dividendo* por el primero del *divisor*, y el resultado será el primer término del *cociente*; se multiplica este *cociente* por todo el *divisor* y se resta el producto de todo el *dividendo*; se divide el primer término del resíduo por el primero del *divisor*, cuyo resultado será el segundo término del *cociente*; se multiplica este nuevo *cociente* por todo el *divisor*, y el producto se resta del resíduo últimamente hallado, continuando de este modo la operacion hasta llegar á un resíduo *cero*.

P. Y qué es ordenar un polinomio con respecto á una letra?

R. Repetir todos sus términos con los signos que antes llevaban, colocándolos de manera que el término en que dicha letra lleve mayor esponente sea el primero, luego el que le sigue en magnitud, y así sucesivamente hasta haber escrito todos. La letra que nos rige para la ordenacion se llama *ordenatriz* ó *principal*.

P. Ponga V. un ejemplo de ordenacion y division.

R. Si quisiéramos dividir el polinomio $6a^3b^6—a^2b^7+6a^5b^4—11a^4b^5$ entre el polinomio $b^3+3a^2b—4ab^2$, despues de ordenados con respecto á la letra $a$ dispondríamos la operacion del modo siguiente:

$$
\begin{array}{r|l}
6a^5b^4—11a^4b^5+6a^3b^6—a^2b^7 & 3a^2b—4ab^2+b^3 \\
\cline{2-2}
—6a^5b^4+\ 8a^4b^5—2a^3b^6\qquad\quad & 2a^3b^3—a^2b^4 \\
\cline{1-1}
—\ 3a^4b^5+4a^3b^6—a^2b^7 & \\
+\ 3a^4b^5—4a^3b^6+a^2b^7 & \\
\cline{1-1}
0\qquad\qquad & 
\end{array}
$$

## Casos particulares de la multiplicacion y division algebráicas.

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2.$
$(a—b)^2=a^2—2ab+b^2.$
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3.$
$(a—b)^3=a^3—3a^2b+3ab^2—b^3.$
$(a+b)(a—b)=a^2—b^2.$

$$\frac{a^7—b^7}{a—b}=a^6+a^5b+a^4b^2+a^3b^3+a^2b^4+ab^5+b^6.$$

El profesor cuidará de esplicar y de hacer aplicaciones de los anteriores casos á varios ejemplos.

Véndese en la Escuela de Veterinaria, Carrera de S. Francisco, núm. 13, dirigiéndose los pedidos al Director de la academia preparatoria. *La jóven España*, calle de S. Onofre, núm. 6, cuarto principal.