CÁLCULO MENTAL

TRATADO DE ARITMÉTICA

Y SISTEMA METRICO-DECIMAL

POR

D. PEDRO MARTIN FERNANDEZ

PROFESOR DE PRIMERA ENSEÑANZA NORMAL SUPERIOR.

MADRID
IMPRENTA Á CARGO DE G. JUSTE
Isabel la Católica, 23, 2.º.
1876.

Regº fº 256 Libº 27.

Pedro Martin Fernanz

PRÓLOGO.

El Reglamento para las escuelas de Instruccion primaria de 26 de Noviembre de 1838, en su artículo 84, dice: «Cuidarán mucho los Maestros de ejercitar á los discípulos en el cálculo mental, de memoria, de cabeza, como suele decirse, por las conocidas ventajas de esta práctica.» En vista de esto, de la necesidad de que en las escuelas de primera enseñanza y de adultos hubiese un tratado de *cálculo mental ó verbal* en el que se expusiesen reglas claras, sencillas y concisas para resolver mentalmente problemas del dominio de la aritmética sin necesidad de escribir guarismos numéricos ni signos que representen cantidad alguna, y comprendiendo que este estudio habia de contribuir al desarrollo intelectual de los niños y demás indivíduos que á él se dedicasen, hace tiempo concebí la idea de publicar un tratado de esta clase, á fin de que los alumnos que concurriesen á los referidos establecimientos, y el público en general, adquiriesen facilidad y prontitud en la resolucion mental de cualquier problema (cuenta vulgarmente), y que al terminar la asistencia á las escuelas no tuviesen necesidad de llevar consigo libros de cuentas ajustadas. Hoy me he resuelto á publicar el presente tratado con suma sencillez y claridad, no expresado en un lenguaje sublime, sino en un lenguaje acomodado é inteligible á la capacidad de los niños, á quienes tiernamente amo; amor paternal que me ha movido á emprender este trabajo, para que como tiernas plantas sociales adquieran el desarrollo necesario para la fácil resolucion de aquellos.

He creido oportuno adicionar préviamente á la presente obra varios conocimientos que, áun cuando no sea necesario saberlos todos para la resolucion de problemas de trato comun, es conveniente compendiarlos en un solo volúmen, para que cada uno estudie lo que crea conveniente á sus miras particulares. Con este objeto la divido en tres partes: la primera comprende números enteros y operaciones que con ellos se practican, fracciones decimales, sistema métrico-decimal con tablas de medidas modernas y antiguas, fracciones ordinarias y números complejos; la segunda, que es la más importante, comprende sumar, restar, multiplicar y dividir mentalmente números enteros, números mixtos, hallar el valor de una unidad conociendo el de una de sus fracciones, y conociendo el de una de estas, hallar el de una de aquellas, y la resolucion de problemas de números complejos; y la tercera, razones y proporciones, regla de tres, de compañía, de interés, descuento y aligacion.

Si la segunda parte es importante, no lo es ménos la reduccion del sistema métrico, en el cual he suprimido las tablas ó cuadros que indican en unidades inferiores la equivalencia de cualquier unidad de medidas métricas, difícil de retenerla en la memoria los niños ó cualquier otro indivíduo y que pueden hallarla con suma sencillez y prontitud, teniendo presente el párrafo 34, y practicando lo que prescribe el 55.

Si con publicar el presente tratado consigo el objeto que me he propuesto en beneficio de los niños, del público, y merece la aprobacion de éste, no por el mérito intrínseco de la obra, sino por los buenos deseos que me han animado á publicarla, me daré por muy satisfecho y le quedará sumamente agradecido este

S. S. S.

PEDRO MARTIN FERNANDEZ.

PRIMERA PARTE.

CAPITULO PRIMERO.

1. *Aritmética* es la ciencia que trata de las propiedades de los números y de las operaciones que con ellos se practican.

2. *Número* es el conjunto de varias unidades ó partes de la unidad.

3. *Unidad* es la cantidad que se toma para medir otra de su misma especie.

4. El conjunto de diez unidades se llama *decena*. Veinte unidades son dos decenas (vulgarmente llamadas dieces); treinta son tres, cuarenta son cuatro, cincuenta son cinco, etc. El conjunto de cien unidades ó diez decenas (diez dieces) constituyen una *centena* (vulgarmente llamada ciento.)

5. La numeracion es *verbal* ó *escrita*, segun que nos valgamos de palabras ó de guarismos.

6. Los números se escriben con diez cifras ó guarismos, que son: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Los nueve primeros se llaman *cifras significativas*, y el último *cifra no significativa*.

7. La primera cifra de la derecha de un número son unidades; la segunda, decenas (dieces); la tercera, centenas (cientos); la cuarta, millares (miles); la quinta, decenas de millar (dieces de miles); la sexta, centenas de millar (cientos de miles); la sétima, millones, etc. Una cifra cualquiera representa unidades diez veces menores que su inmediata de la izquierda, y diez veces mayores que su inmediata de la derecha.

8. Para leer un número escrito con varios guarismos, se divide en períodos de seis en seis de derecha á izquierda, y se lee de izquierda á derecha. Este $18^{1}250.312$ se lee: diez y ocho millones, doscientos cincuenta mil, trescientos doce.

9. Los números por su valor son *enteros*, *quebrados ó mixtos*. Número *entero* es el que vale una ó varias unidades enteras, como 1, 5, 8. Número *quebrado ó fraccionario* es el que no llega á comprender una unidad, como medio, tres cuartillos, un octavo. *Número mixto* es el que consta de entero y quebrado, como 6 y medio.

10. Números homogéneos son los de una misma especie, como 20 reales, 28 reales. Números heterogéneos son los de diferente especie, como 12 rs., 6 arrobas, 8 tinteros.

11. Con el fin de simplificar los razonamientos,

algunas veces escribiremos entre los números los siguientes signos:

Este $+$ significa más. Este $:$ significa dividir.
Idem $-$ id. ménos. Idem $=$ igual.
Idem $\times$ id. multiplicar.

CAPITULO II.

12. Para sumar, restar y multiplicar en el cálculo escrito, se empieza por las unidades inferiores, colocando los números de modo que se correspondan las unidades de un mismo órden.

SUMAR.

13. *Sumar* es reunir varios números en uno sólo.

14. El órden de sumandos no altera la suma. Por ejemplo, $3+4=4+3$. Descomponiendo en unidades los sumandos, tenemos que $3+4=1+1+1, +1+1+1+1$; $4+3=1+1+1+1, +1+1+1$. Sumando los segundos miembros de estas dos igualdades, las sumas son iguales; luego el órden de sumandos no altera la suma.

SUMAR.	
80.347 +	Sumandos
2.635	
18 =	
83.000 Suma.	

Se dirá: 7 y 5 son 12 y 8 son 20 que son dos decenas (dieces) y ninguna unidad, escribo cero en la suma frente las unidades, y las dos decenas agrego á las decenas. Del mismo modo se prosigue hasta terminar la operacion.

RESTAR.

15. *Restar* es hallar la diferencia entre dos números de una misma especie.

Minuendo	7.586—	6.054—
Sustraendo	462=	3.508=
Diferencia	7.124	2.546

Cuando alguna cifra de cualquier órden de unidades del sustraendo es mayor que la de igual órden del minuendo, se añaden diez unidades á esta, y al restar la cifra inmediata de la izquierda del sustraendo, se le agrega una unidad.

MULTIPLICAR.

16. *Multiplicar* es tomar un número como sumando ó hacerle mayor tantas veces como unidades tenga otro.

Para ejecutar la operacion de multiplicar es necesario saber de memoria el producto que resulta de multiplicar dos números de una cifra. Esto se consigue estudiando la siguiente *tabla*:

2	por	1	es	2
2	»	2	»	4
2	»	3	»	6
2	»	4	»	8
2	»	5	»	10
2	»	6	»	12
2	»	7	»	14
2	»	8	»	16
2	»	9	»	18
3	por	1	»	3
3	»	3	»	9
3	»	4	»	12
3	»	5	»	15
3	»	6	»	18
3	»	7	»	21
3	»	8	»	24
3	»	9	»	27
4	por	4	»	16
4	»	5	»	20
4	»	6	»	24
4	»	7	»	28
4	por	8	»	32
4	»	9	»	36
5	por	5	»	25
5	»	6	»	30
5	»	7	»	35
5	»	8	»	40
5	»	9	»	45
6	por	6	»	36
6	»	7	»	42
6	»	8	»	48
6	»	9	»	54
7	por	7	»	49
7	»	8	»	56
7	»	9	»	63
8	por	8	»	64
8	»	9	»	72
9	por	9	»	81

Multiplicando	352×
Multiplicador	45=
	1760
	1408
Producto	15840

Se dirá: 5 por 2 son 10 que consta de una decena y ninguna unidad; escribo cero en el lugar de las unidades, y guardo la decena para juntarla al producto de las de-enas. Se continúa del mismo modo hasta terminar la operacion.

17. *Para multiplicar un número por 10, 100, 1000 etcétera,* se escribe á la derecha del número tantos ceros como haya despues de la unidad.

Ejemplos $275 \times 10 = 2750$.

De este modo todo el número 275 se ha hecho 10 veces mayor; pues las unidades han pasado á ser decenas, las decenas á ser centenas, y las centenas á ser millares.

Del mismo modo se demuestra por 100, etc.

18. Para multiplicar un número por otro que concluya en ceros, *se multiplica por las cifras significativas y á la derecha del producto que así resulta se escriben los ceros.*

Ejemplo $28 \times 20 = 560$.

El producto de 28×20 puede obtenerse multiplicando primero 28 por 10 y despues por otras 10 y sumar ambos productos.

Tenemos $28 \times 10 = 280$ (17)
Idem $28 \times 10 = 280$ (17)

Sumando ambos productos resulta 560, igual al del ejemplo propuesto.

19. *El órden de factores no altera el producto;*
Ejemplo $3 \times 4 = 4 \times 3$.

Tenemos, que multiplicar 3 por 4, quiere decir que se ha de tomar al 3 cuatro veces por sumando; esto es, $3 \times 4 = 3 + 3 + 3 + 3$. Multiplicar 4 por 3 quiere decir que se ha de tomar al 4 tres veces por sumando: esto es, $4 \times 3 = 4 + 4 + 4$. Sumando los segundos miembros de estas dos igualdades, las dos sumas son iguales;

luego es evidente que igual producto resulta de multiplicar 3 por 4 que 4 por 3.

20. Cuando haya que multiplicar dos números que terminen en ceros, *se multiplican solo las cifras significativas, y á la derecha del producto que asi resulte, se escriben tantos ceros como haya á la derecha de los dos factores.*

Ejemplo $30 \times 20 = 600$.

Tenemos (17) $30 \times 10 = 300$.

(17) $30 \times 10 = 300$.

Sumando ambos productos resulta 600, igual al producto del ejemplo propuesto.

Ahora (19), multiplico el 20 por 30 y tendré (17),

$20 \times 10 = 200$ Sumando los tres productos
$20 \times 10 = 200$ resulta 600, igual al producto del
$20 \times 10 = 200$ ejemplo propuesto. Luego se ve

que puede prescindirse de los ceros de la derecha de los factores, y el producto no se altera escribiendo los ceros á su derecha.

DIVIDIR.

21. La *division* tiene por objeto hallar las veces que un número contiene á otro. Esta operacion se empieza por las unidades superiores.

Para ejecutar la operacion de dividir es necesario saber de memoria el cociente que resulta de dividir un número de una cifra ó de dos cifras por otro de una cifra. Esto se consigue estudiando de derecha á izquierda la tabla de multiplicar (16).

Dividendo	345	2 divisor.
	145	172 cociente.
Resíduo	001	

Divido las 3 centenas del dividendo por 2, y resulta una centena en el cociente, y queda una centena que vale 10 decenas, que agregadas á las cuatro decenas son 14 decenas. Divido las 14 decenas por el divisor, y resultan 7 decenas en el cociente. Del mismo modo se continúa hasta terminar.

Dividendo	87424	92 divisor.
	0462	950 cociente.
	0024	

Para hallar el cociente en el presente caso, se observará que el divisor tiene dos cifras, por lo que tomaré dos del dividendo. Pero la primera cifra del divisor es mayor que la primera del dividendo; en este caso, tomo tres. Prescindo de una cifra del divisor y de otra del dividendo: en este caso hay que dividir un número de dos cifras por otro de una (como el primer ejemplo). Divido 87 por 9 y veo que el 9 se halla contenido en 87 nueve veces, el cual escribo en el cociente. Puede suceder que esta cifra sea mayor ó menor que la verdadera. Para comprobarla, multiplico por el cociente la primera cifra del divisor, y tendré 9 por 9 son 81, que restadas de 87 resultan 6 de diferencia; estas 6 son millares que valen 60 centenas, que agregadas á las 4 centenas son 64 centenas. Divido las 64 centenas por el 2 del divisor, y veo que éste, no sólo se halla contenido 9 veces en las 64 centenas, sino que pasa de este número: esto indica que la cifra de las centenas del cociente es la verdadera. Si fuese mayor que la verdadera, se pone una unidad ménos en el cociente. Hecha esta comprobacion, multiplico todo el divisor por 9, y el producto le resto del divendo parcial 874. A las 46 centenas que resultan de diferencia, agrego las dos decenas del dividendo, y son 462 decenas. Se prosigue del mismo modo hasta terminar la operacion.

22. *Para dividir por 10, 100, etc., un número que termina en uno ó más ceros, se suprime de la derecha del dividendo tantos ceros como haya despues de la unidad.*

Ejemplo 210 : 10 = 21.

Tenemos, que dividiendo el número 210 por 10, vamos á buscar un número que multiplicado por el divisor dé de producto el dividendo; como el cociente 21 multiplicado por 10 (17) da el producto 210, es evidente que 21 es el cociente. Del mismo modo se demuestra por 100, etc.

23. Se llama número *múltiplo* el que contiene á otro exactamente cierto número de veces. Así 20 es múltiplo de 10, de 5, de 4 y de 2.

24. Un número se llama *submúltiplo ó divisor* de otro, cuando está contenido en este exactamente cierto número de veces. Así 2 y 5 son submúltiplos ó divisores de 10.

25. Número *par* es el número que es divisible

por 2, é *impar* el número que no es divisible por 2.

26. Un número es *divisible* por 2, cuando su primera cifra de la derecha sea *par* ó *cero*. Por 3, cuando la suma de sus cifras sea divisible por 3. Por 5, cuando la primera cifra de la derecha sea 5 ó *cero*

CAPITULO III.

Fracciones decimales.

27. Se llaman *fracciones decimales* las partes de la unidad dividida de diez en diez; ó sea aquellas que tienen por denominador la unidad seguida de ceros. Ejemplos

$$\frac{1}{10}\ \begin{matrix}\text{Numerador}\\ \text{Denominador}\end{matrix}\quad \frac{4}{100}\quad \frac{5}{1000}$$

El denominador indica el número de partes en que está dividida la unidad, y el numerador el número de partes que se han de tomar de la unidad.

Estos quebrados reciben la denominacion de décimas, centésimas, milésimas, etc., segun el número de partes que indican que está dividida la unidad.

Estas fracciones se escriben sin denominador explícito, á la derecha de los números enteros y en la misma forma que estos, poniendo á la derecha de las unidades las *décimas*, á la derecha de las décimas las *centésimas*, á la derecha de las centésimas las *milésimas*, á la derecha delas milésimas las *diezmilésimas*, á la derecha de las diezmilésimas las *cienmilésimas*, á la derecha de las cienmilésimas las *millonésimas*, etc. Se separan de los enteros por medio de una coma, y cada cifra representa unidades diez veces mayores que su inmediata de la derecha y diez veces menores que su inmediata de la izquierda.

Las fracciones decimales se leen como los números enteros, dándolas la denominacion que corresponda á la última cifra. Esta 8503,564972 se lee: ocho mil quinientas tres unidades y quinientas sesenta y cuatro mil nuevecientas setenta y dos millonésimas.

28. *El valor de una fraccion decimal no se altera escribiendo ó suprimiendo uno ó más ceros de su derecha.*

Lo mismo vale la fraccion decimal 0,75 que la fraccion 0,7500: lo mismo vale la fraccion 0,2500 que la fraccion 0,25. Pues las cuatro solo constan de décimas y céntimos.

29. *Una fraccion decimal se hace diez, ciento ó más veces mayor, corriendo la coma uno, dos, ó más lugares á la derecha, y menor si se corre á la izquierda.*

Sea la fraccion mixta 43,85.

Trasladando la coma un lugar á la derecha tenemos 438,5 que es diez veces mayor que la primera, por que las décimas han pasado al lugar de las unidades y las centésimas al lugar de las décimas, etc. Si la trasladamos á la izquierda tenemos 4,385 que es diez veces menor que la primera, porque las unidades han pasado

Pedro Martín Fernandez

al lugar de las décimas, las décimas al lugar de las centésimas, etc.

30. *Para reducir las fracciones decimales á igual denominacion, se escriben ceros á la derecha de la que tenga ménos cifras decimales* (28).

Nota. Las operaciones de sumar, restar, multiplicar y dividir decimales, se practican conforme se dirá en las medidas métricas.

CAPITULO IV.

—

Sistema métrico.

31. Se llama *sistema métrico,* el sistema de medidas que tiene por base fundamental el *metro.*

Las medidas métricas son: *lineales, cuadradas, cúbicas, de capacidad y ponderales.*

Las lineales se emplean para medir la distancia de un punto á otro. Si se emplean para medir caminos, se llaman *itinerarias.* La unidad es el *metro.*

Las cuadradas para medir superficies. Si se emplean para medir la de un reino ó provincia, se llaman *topográficas.* La unidad es el *metro cuadrado.*

Las cúbicas para medir volúmenes. La unidad es el *métro cúbico.*

Las de capacidad para medir áridos y líquidos. La unidad es el *litro.*

Las ponderales para apreciar la cantidad de materia de los cuerpos. La unidad es el *kilógramo.*

32. Las palabras que se emplean para nombrar los múltiplos y submúltiplos de las medidas de este sistema, son:

	MÚLTIPLOS.	
GRIEGAS.	Deca	=10
	Hecto	=100
	Kilo	=1000
	Miria	=10000

	SUBMÚLTIPLOS.	
LATINAS.	Deci	=0,1 décima.
	Centi	=0,01 centésima.
	Mili	=0,001 milésima.

Estas se anteponen al nombre de la medida formando palabras compuestas; v. g. *Decámetro*, está compuesta de *deca* y de *metro*: la primera indica el múltiplo, y la segunda la clase de medida. *Decílitro*, está compuesta de *deci* y de *litro*: la primera indica el submúltiplo, y la segunda la clase de medida.

33. Sabemos que en los números enteros (7) y en los decimales (27) cada cifra representa unidades diez veces mayores que su inmediata de la derecha y diez veces menores que su inmediata de la izquierda. Esto mismo sucede en las cantidades que expresan medidas métricas, y por esto se escriben conforme al siguiente ejemplo:

Miria ...	3	Decena de millar.
Kilo....	2	Millar.
Hecto...	5	Centena.
Deca....	7	Decena.
Unidad.	6,	Unidad.
Deci....	5	Décima.
Centi....	6	Centésima.
Mili.	8	Milésima.

Se leen como los decimales (27).

34. Aun cuando las palabras griegas y latinas del párrafo 32 indican los múltiplos y submúltiplos de las medidas métricas, tenemos que cualquier unidad de estas medidas es múltiplo de las unidades inferiores á ella y submúltiplo de las superiores á la misma. Por ejemplo, el hectómetro es múltiplo del decámetro, del metro, del decímetro, etc., y submúltiplo del kilómetro y del miriámetro. El decálitro es múltiplo del litro, del decálitro, del centílitro, etc., y submúltiplo del hectólitro, del kilólitro, etc.

35. *Para reducir unidades métricas superiores á inferiores ó inferiores á superiores, se traslada la coma á la derecha tantas cifras como denominaciones se quiera descender, y á la izquierda tantas como se quiera ascender.*

Sea la cantidad 1236 metros y 467 milímetros la que queremos reducir á centímetros ó á hectómetros. Para lo primero se coloca la coma tras de los centímetros y tenemos 123.646'7 centímetros, y para lo segundo tras de los hectómetros, y tenemos 12,36467 hectómetros. Estas cantidades no han variado en valor, pero sí en denominacion. Pues las tres constan de 1 kilómetro, 2 hectómetros, 3 decámetros, 6 metros, 4 decímetros, 6 centímetros y 7 milímetros.

36. Segun el párrafo anterior, una cantidad métrica no *varia de valor, aunque se multiplique ó divida por la unidad seguida de uno ó más ceros.*

37. Fijando la atencion en el ejemplo del párrafo 35, veremos que cada órden de unidades métricas lineales se expresa con una sola cifra.

Medidas cuadradas.

38. Empleándose las medidas cuadradas para medir superficies, han de constar de longitud y latitud; deben ser cuadradas cuyas dimensiones han de ser iguales, como la figura 1.ª, a, b, c, d, página 32, que representa un *metro cuadrado* dividido en *decímetros cuadrados* como a, n, o, r.

Si contamos los cuadrados iguales al a, n, o, r, que contiene el a, b, c, d, hallaremos que este equivale á 100 de aquellos.

Ahora, si consideramos que el cuadrado a, b, c, d, es un *decámetro cuadrado,* divididos sus lados en diez partes iguales, el cuadrado a, n, o, r, representará un metro cuadrado. Luego, segun esto, cada unidad cuadrada vale 100 de su inmediata inferior.

39. Los múltiplos y submúltiplos de las medidas cuadradas son los que indican las palabras griegas y latinas del párrafo 32. Las mismas palabras indican la longitud y latitud de estas medidas. Por ejemplo, *decámetro* cuadrado : la palabra *deca* que se une á la palabra *metro* indica que esta medida tiene 10 metros lineales de longitud y 10 de latitud.

El párrafo 34 es tambien aplicable á estas medidas.

40. Al leer cualquier cantidad de medidas cuadradas debe tenerse presente, que las dos cifras inmediatas á la izquierda de una unidad de cualquier órden expresan unidades del órden inmediato superior, y que las dos cifras inmediatas á la derecha expresan unidades del órden inmediato inferior.

Ejemplo.

27	80	56,	16	07	06
Hectométros cuadrados.	Decámetros cuadrados.	Metros cuadrados.	Decímetros cuadrados.	Centímetros cuadrados.	Milímetros cuadrados.

Se lee: doscientos setenta y ocho mil cincuenta y seis metros cuadrados y ciento sesenta mil setecientos seis milímetros cuadrados.

41. Si al leer las fracciones que expresan medidas cuadradas no hubiese el número suficiente de cifras para dividirlas de dos en dos, se escriben á la derecha

de la fraccion los ceros necesarios (28). Sea, por ejemplo, la cantidad 8 hectómetros cuadrados, 56 decámetros cuadrados y 784 milésimas de metro cuadrado. En la parte decimal hay tres cifras; separando dos para los decímetros cuadrados, queda una; pues escribo un cero á la derecha del 4 (28) y tenemos 85600,7840. Al escribir esta cantidad, se han escrito dos ceros en el lugar de los metros cuadrados por no haber unidades de este órden. Se lee: 8 hectómetros cuadrados, 56 decámetros cuadrados, 78 decímetros cuadrados y 40 centímetros cuadrados. Tambien de este modo: ochenta y cinco mil seiscientos metros cuadrados y 7840 diezmilésimas de metro cuadrado ó 7840 centímetros cuadrados.

42. Como cada dos cifras de cantidades de medidas cuadradas representan unidades de un órden (40), la primera cifra expresa décimas de la unidad inmediata de la izquierda, y la segunda, unidades de la especie que representan las dos cifras.

La décima de una unidad de esta clase vale 10 unidades del órden inmediato inferior, y la centésima vale 1.

Sean, por ejemplo, estas dos fracciones 0,1 décima y 0,01 centésima de metro cuadrado. Como el metro cuadrado vale 100 decímetros cuadrados, la décima de metro cuadrado vale 10 decímetros cuadrados y la centésima vale 1.

Si las fracciones propuestas fuesen de decámetro cuadrado, la primera valdría 10 metros cuadrados y la segunda valdría un metro cuadrado.

43. *Para reducir unidades cuadradas superiores á inferiores, ó inferiores á superiores, se traslada la coma á la derecha dos cifras por cada denominacion que se quiera descender, y dos á la izquierda por cada denominacion qne se quiera ascender.*

44. A esta clase de medidas pertenecen las *agrarias*, cuya unidad fundamental es el *área*, que es un *decámetro cuadrado.* El único múltiplo de esta es la hectárea (hectómetro cuadrado), y el submúltiplo la centiárea (metro cuadrado). Por consiguiente, son aplicables á estas medidas las reglas dadas para las cuadradas.

Medidas cúbicas.

45. Empleándose las medidas cúbicas para medir volúmenes, necesariamente han de constar de longitud, latitud y profundidad.

Han de ser un objeto, cuya longitud, latitud y profundidad sean iguales; es decir, el espacio limitado por seis cuadrados iguales, como la figura 2.ª, página 32

En este caso se llama *cubo*, y se le da el nombre de la longitud que tenga cualquiera de sus caras.

Un *dado* tiene la forma de un cubo, cuyas seis caras laterales son cuadrados iguales.

La longitud, latitud y profundidad de estas medidas lo indica la palabra griega ó latina que se antepone á la de la medida.

Por ejemplo, la palabra *deca* que se une á la palabra *metro* (*cúbico*), indica que esta medida tiene 10 metros de longitud, 10 de latitud y 10 de profundidad.

46. Los múltiplos y submúltiplos de las medidas cúbicas son los que indican las palabras griegas y latinas del párrafo 32.

El párrafo 34 es aplicable á estas medidas.

47. Una unidad de cualquier órden de esta clase de medidas, vale 1.000 de su inmediata inferior.

48. Al leer cualquiera cantidad de medidas cúbicas debe tenerse presente, que las tres cifras inmediatas á la izquierda de una unidad de cualquier órden expresan unidades del órden inmediato superior, y que las tres cifras inmediatas á la derecha expresan unidades del órden inmediato inferior.

	Decámetros cúbicos.	Metros cúbicos.	Decímetros cúbicos.	Centímetros cúbicos.
Ejemplo	563	342,	126	251

Se lee: quinientos sesenta y tres mil trescientos cuarenta y dos metros cúbicos y ciento veintiseis mil doscientos cincuenta y un centímetros cúbicos.

49. Si en el número de cifras de una fraccion de esta clase no hubiese bastantes para dividirlas en grupos de tres, se escribe á la derecha uno ó dos ceros (28).

50. Como cada tres cifras de cantidades de medidas cúbicas representan unidades de un órden (48), la primera cifra expresa décimas de la unidad inmediata

de la izquierda, la segunda, centésimas, y la tercera, unidades de la especie que representan las tres cifras. La décima de una unidad cúbica vale 100 unidades del órden inmediato inferior, la centésima vale 10 y la milésima vale 1. Sean, por ejemplo, las tres fracciones 0,3 décimas de métro cúbico, 0,03 centésimas y 0,003 milésimas. Valiendo un metro cúbico 1.000 decímetros cúbicos, la décima son ciento; luego las 3 décimas son 300. Siendo 100 la décima parte de un métro cúbico, la centésima son 10 decímetros cúbicos; luego las 3 centésimas son 30 decímetros cúbicos. La milésima parte de un metro cúbico es 1 decímetro cúbico; luego las tres milésimas son 3 decímetros cúbicos.

51. *Para reducir unidades cúbicas superiores á inferiores, ó inferiores á superiores, se corre la coma á la derecha tres cifras por cada denominacion que se quiera descender, y tres á la izquierda por cada denominacion que se quiera ascender.*

Medidas de capacidad.

52. La unidad de estas medidas es el *litro*, cuya capacidad es la de un decímetro cúbico.

Los múltiplos y submúltiplos del litro, y la reduccion de unas á otras medidas de esta clase, se hace lo mismo que en las lineales; así, pues, cuantas reglas se han dado para aquellas, son aplicables á estas (32 al 37).

Medidas ponderales.

53. La unidad de estas medidas es el *gramo*; pero

siendo este muy pequeño é inmanejable para los usos ordinarios, se toma por unidad el *kilógramo*.

54. Los múltiplos del kilógramo son el *quintal métrico* equivalente á 100 kilógramos, y la *tonelada*, á 1000.

Los submúltiplos son todos los órdenes de medidas inferiores al kilógramo.

Las cantidades de esta clase de medidas se escriben y leen como la siguiente:

Toneladas.	Quintales.	Decenas de kilógramo (miriágramos.)	Kilógramos.	Hectógramos.	Decágramos.	Gramos.	Decígramos.	Centígramos.	Milígramos.
152	8	6	4,	6	0	9	0	7	2

Se lee: 152864 kilógramos y 609072 millonésimas de kilógramo. La parte decimal se puede leer: 609072 milígramos.

Los párrafos 34, 35 y 36 son aplicables á estas medidas.

Modo de hallar el valor de 1 unidad ó número de medidas métricas.

55. *Para hallar el número de unidades inferiores que vale una unidad, ó un número de unidades métricas, se observará los órdenes de unidades ó submúltiplos que hay desde la unidad ó número propuesto hasta el número de unidades que se piden* (34), *y por cada órden ó submúltiplo se escribe un cero á la derecha de la unidad ó*

número si las medidas son lineales, de capacidad ó ponderales; dos ceros si son cuadradas, y tres si son cúbicas.

Por ejemplo, se quiere saber los centímetros que vale un hectómetro: como el centímetro es el 4.° submúltiplo del hectómetro (34), se escriben 4 ceros á la derecha de la unidad si es lineal, 8 si es cuadrada y 12 si es cúbica. Segun esto, el hectómetro lineal vale 10000 centímetros lineales; el cuadrado, 100000000 centímetros cuadrados, y el cúbico 1000000000000 centímetros cúbicos.

¿Cuántos decímetros valdrán 82 decámetros lineales?

CALCULO.

Como el decímetro es el 2.° submúltiplo del decámetro (34), y las unidades son lineales, escribo dos ceros á la derecha del número 82, y estos equivalen á 8200 decímetros lineales. Si los decámetros fuesen cuadrados equivaldrían á 820000 decímetros cuadrados. Si fueren cúbicos, equivaldrían á 82000000 decímetros cúbicos.

¿Cuántos mililitros valen 7 decilitros?

CÁLCULO.

Como el mililitro es el 2.° submúltiplo del decilitro, por cada submúltiplo se escribe un cero á la derecha del 7 y son 700 mililitros. Si el 7 expresase medidas cuadradas se escribirían cuatro ceros y serían 70000 milímetros cuadrados, y seis ceros si expresan cúbicas.

Sistema monetario.

56. Medidas *monetarias* son las que sirven para valorar las cosas.

La unidad de moneda es actualmente la *peseta* para la contabilidad; pero para los contratos comunes es el *real*.

Múltiplos de la peseta.

		Duros.	Escudos.	Pesetas.
DE ORO.	El doblon....... =	5 =	10 =	25
	La de.........	4 =	8 =	20
	La de.........	2 =	4 =	10
DE PLATA	El duro.......	1 =	2 =	5
	El escudo......	$\frac{1}{2}$ =	1 =	$2\frac{1}{2}$
	La doble peseta...	» =	» =	2
	Unidad.......	» =	» =	1

Submúltipos de la peseta.

		Reales.	Cts. de pta.
DE PLATA	La $\frac{1}{2}$ peseta...... =	2 =	50
	El $\frac{1}{4}$ peseta...... =	1 =	25
DE COBRE.	La de $\frac{1}{2}$ real...... =	» =	$12\frac{1}{2}$
	La de 10 en peseta... =	» =	10
	La de $\frac{1}{4}$ de real 16 en peseta.	=	$6\frac{1}{4}$
	La de 20 en peseta......	=	5
	La doble décima de real...	=	5
	La décima de real.......	=	$2\frac{1}{2}$
	La de 50 en peseta.......	=	2
	La de 100 en peseta......	=	1

CAPÍTULO V.

Adiccion de cantidades métricas.

57. *Las cantidades métricas decimales se suman lo mismo que los enteros, colocándolas de modo que se correspondan las unidades de un mismo órden.*

Ejemplo	8305,627 metros +	
	210,023	
	6,807 =	
	8522,457 metros.	

Sustraccion de cantidades métricas.

58. *Se restan las cantidades métricas decimales lo mismo que los números enteros.*

Para mayor facilidad en la ejecucion de esta operacion, se igualan en cifras decimales al minuendo y sustraendo (30).

Ejemplo	85,0000 kilógramos —	65,00 áreas—
	7,0009 =	0,08 =
	77,9991 kilógramos	64,92 áreas—

Multiplicacion.

59. *Se multiplican las cantidades decimales ó métricas, lo mismo que los números enteros; pero de la derecha del producto se separan tantas cifras como cifras decimales haya en el multiplicando y multiplicador.*

La longitud de una habitacion es 16 metros y 4 centímetros, y la latitud es 9 metros y 4 milímetros; ¿cuál es su superficie?

16,04 metros ×
9,004 metros =

6 416
14436 00

144,42416 metros cudrados es la superficie de la habitacion.

60. *Para multiplicar una cantidad decimal por la unidad seguida de uno ó más ceros se traslada la coma á la derecha tantas cifras como ceros haya despues de la unidad* (29).

61. Algunas veces suele tomarse como unidad otra diferente de la unidad tipo. En este caso, *hay que reducir todos los órdenes al órden correspondiente á la unidad elegida* (35), para lo cual se escribe la coma tras la unidad en la cual se ha fijado el precio.

Por ejemplo, si compramos una partida de aceite de 182 litros y 36 centílitros, y fijamos el precio en el decálitro, tras este colocaremos la coma, si en el decílitro, tras este, y si en el centílitro, tras este, etc. Lo mismo se hará con cualquiera otra clase de medidas métricas.

¿Cuánto importan 487 metros y 15 centímetros de paño á 3 rs. el decímetro?

4871,5 decímetros ×
á 3 reales =

Importan 14614,5 reales.

62 *Para valuar las fracciones decimales se multiplican por el número de unidades inferiores que equivalga la unidad á que se refiere la fraccion.*

0,65 de peseta ×	0'56 de duro ×
4 reales =	20 reales =
2,60 reales.	11,20 reales.

Division.

63. *Las cantidades métricas ó decimales se dividen lo mismo que los números enteros.*

28 metros de paño han costado 482 pesetas y 16 céntimos, ¿á cómo ha costado el metro?

```
482,16 | 28
202 1  |------
006 1  | 17,22 pesetas ha costado el metro.
  0 56
    00
```

Terminada la division, como en el presente caso, se separan de la derecha del cociente tantas cifras como cifras decimales tenga el dividendo.

Un comerciante ha entregado 8456 pesetas y 75 céntimos por 8526,8 litros, ¿á cómo ha costado el hectólitro?

Escribiendo la coma tras los hectólitros (61), resultan tres cifras decimales en el divisor y dos en el dividendo; igualándolos en cifras decimales (30) tenemos,

8456,750	85,268 hectólitros.
0782 630	99,17 pesetas ha costado el hectólitro.
015 2180	
06 69120	
0 72244	

Al terminar de bajar la última cifra del dividendo se escribe la coma en el cociente, y si queda resíduo, á la derecha de cada uno se escribe un cero hasta sacar las cifras que se quiere tenga el cociente.

64. *Se divide una cantidad decimal por la unidad seguida de uno ó más ceros, trasladando la coma á la izquierda tantas cifras como ceros haya á la derecha de la unidad* (29).

Reducir fracciones ordinarias á decimales.

65. *Las fracciones ordinarias se reducen á decimales, dividiendo el numerador por el denominador.*

Sea la fraccion veintiseis octavos

26 Numerador.	26	8
8 Denominador.	020	3,25
	040	
	00	

Si al dividir el numerador por el denominador queda resíduo, se escribe un cero á la derecha de este, y lo mismo en cada resíduo para sacar la parte decimal que se quiera.

TABLA 1.ª

de medidas métricas y su valor expresado en las antiguas de Castilla.

Lineales.

Metro.	Decímetros.	Centímetros.	Varas.
1 =	10=	100=	1,1963
	1=	10=	0,11963

Cuadradas y agrarias.

Area ó decámetro cuadrado.	Centiáreas ó metros cuadrados.	Varas cuadradas.
1=	100=	143,115
	1=	1,43 115

De áridos.

Litro ó decímetro cúbico.	Decilitros.	Centilitros.	Fanegas.
1=	10=	100=	0,018018
	1=	10=	0,0018

De líquidos.

Lítro.	Decilitro.	Centilitro.	Cántaras.
1=	10=	100=	0,06198
	1=	10=	0,006198

De aceite.

Litrg.	Decilitros.	Centilitros.	Arrobas.
1=	10=	100=	0,07959
	1=	10=	0,007959

Pesas.

Kilógramo.	Hectógramos.	Decágramos.	Gramos.	Libras.
1=	10=	100=	1000=	2,17347
	1=	10=	100=	0,217347
		1—	10=	0,0217347

TABLA 2.ª

de las medidas antiguas legales españolas y su valor expresado en las métricas.

Lineales.

Vara.	Cuartas.	Pies.	Pulgadas.	Metros
1=	4=	3=	36=	0,8359
	1=	$^3/_4$=	9=	0,2089
		1=	12=	0,2786
			1=	0,0232

Una legua de 20000 pies geométricos vale 5555,55

Agrarias.

Fanega.	Celemines.	Varas cuadradas.	Metros cuadrados.
1=	12=	9216=	6439,5740
	1=	768=	536,6311
		1=	0,698738

De áridos.

Fanega.	Celemines.	Cuartillos.	Litros.
1=	12=	48=	55,5
	1=	4=	4,625
		1=	1,1562

De líquidos.

Cántara.	Azumbres.	Cuartillos.	Litros.
1=	8=	32=	16,132
	1—	4=	2,016
		1—	0,504

De aceite.

Arroba.	Libras.	Cuarterones.	Litros.
1=	25=	100=	12,563
	1=	4=	0,502
		1=	0,125

Ponderales.

Quintal.	Arrobas.	Libras.	Cuarterones.	Kilógramos.
1=	4=	100=	400=	46,00929
	1=	25=	100=	11,50232
		1=	4=	0,46009
			1=	0,11502

Reducir de unas á otras medidas.

66. *Para reducir medidas métricas á medidas antiguas ó antiguas á métricas, se multiplica el número dado por las unidades métricas ó antiguas que valga la unidad de la especie de dicho número.*

Por ejemplo, á *¿cuántas varas equivalen* 85 *metros y* 6 *centímetros lineales?*

```
  85,06× metros
  1,196= vara (1.ª tabla pág. 28)
 ─────────
   51 036
  765 54
  850 6
 8506
 ─────────
 101,731 76 varas equivalen los 85 metros y
```

centímetros.

¿Cuántos kilógramos valen 4 arrobas?

4 × arrobas
11,502 = kilógramos (2.ª tabla pág. 30)

46,008 kilógramos equivalen las 4 arrobas.

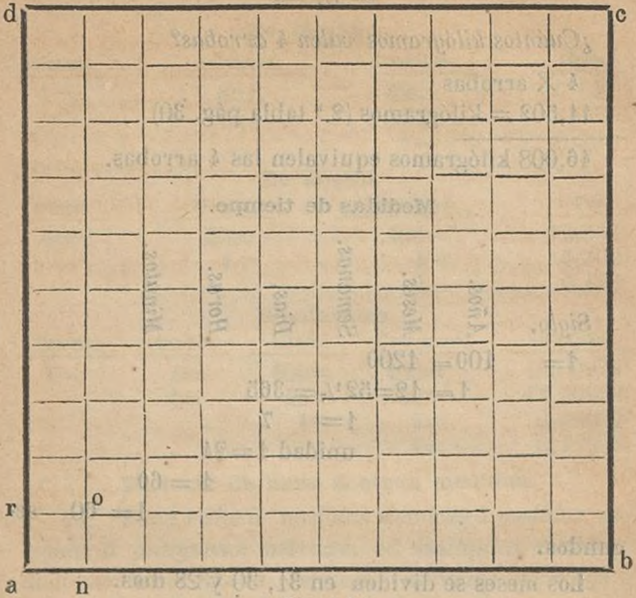
Medidas de tiempo.

Siglo.	*Años.*	*Meses.*	*Semanas.*	*Dias.*	*Horas.*	*Minutos.*	
1=	100=	1200					
	1=	12=	$52^{1}/_{7}$=	365			
			1=	7			
				unidad 1=	24		
					1 =	60	
						1=	60 segundos.

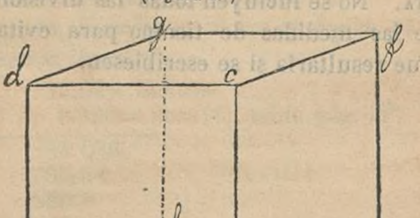
Los meses se dividen en 31, 30 y 28 dias.

Nota. No se incluyen todas las divisiones respectivas de las medidas de tiempo para evitar la confusion que resultaría si se escribiesen.

(Figura 1.ª)



(Figura 2.ª)



CAPITULO VI.

Números fraccionarios.

67. Si una mitad se divide en *dos*, *tres*, *cuatro*, *cinco*, etc., partes iguales, estas se llaman *medios*, *tercios*, *cuartillos*, *quintos*, etc.

Una unidad tiene *dos medios*, *tres tercios*, *cuatro cuartos*, *cinco quintos*, etc.

Los quebrados se escriben así:

$$\frac{1 \text{ Numerador}}{2 \text{ Denominador}}$$

El denomiuador indica (27).

68. *Para reducir un número mixto* (9) *á quebrado, se multiplica el entero por el denominador del quebrado, al producto se añade el numerador, y á la suma se pone por denominador el mismo del quebrado*. Sea $5\frac{2}{3}$

Tenemos $5 \times 3 = 15 + 2 = \frac{17}{3}$

69. *Un quebrado no varia de valor cuando se multiplican ó dividen sus dos términos por un mismo número*. Sea $\frac{4}{8}$

Tenemos $\frac{4 \times 2}{8 \times 2} = \frac{8}{16}$; ó $\frac{4:2}{8:2} = \frac{2}{4}$

Los segundos quebrados son iguales á los primeros, puesto que los numeradores de unos y otros son la mitad de sus denominadores.

70. *Se reducen los quebrados á igual denominador, multiplicando sus dos términos por el denominador de los demás quebrados.*

Sean los quebrados $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

Tenemos $\frac{1}{4} \times 2 = \frac{2}{8} \times 3 = \frac{6}{24}$ (69);

$\frac{1}{2} \times 4 = \frac{4}{8} \times 3 = \frac{12}{24}$ (69); $\frac{1}{3} \times 2 =$

$\frac{2}{6} \times 4 = \frac{8}{24}$ (69).

71. *Simplificar* un quebrado es reducir su numerador y denominador á números más pequeños. Para esto, *se dividen sus dos términos por un mismo número.*

Sea el quebrado $\frac{4}{8}$

Tenemos $\frac{4}{8} : 2 = \frac{2}{4} : 2 = \frac{1}{2}$ (69).

Un quebrado se puede simplificar por 2 cuando su numerador y denominador.....(26)

CAPITULO VII.

Sumar números fraccionarios.

72. *Cuando los quebrados tienen igual denominador,*

se suman los numeradores, y á la suma se pone por denominador el denominador comun. Se sacan los enteros dividiendo el numerador por el denominador comun.

Ejemplo, $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} + 1\,\frac{2}{5}$

Si los quebrados no tienen igual denominador, se reducen á un comun denominador (70), *y despues se suman como en el caso anterior.*

Para sumar números mixtos, se suman los quebrados, y si de esta suma resultan algunas unidades, se agregan á los enteros. Tambien pueden reducirse los números mixtos á quebrados, y sumarlos como estos.

Ejemplo, $186\,\frac{1}{2} + 35\,\frac{3}{4} = 222\,\frac{1}{4}$

Sustraer números fraccionarios.

73. *Si los quebrados tienen igual denominador se restan los numeradores, y á la diferencia se pone el denominador comun.*

Tenemos $\frac{5}{7} - \frac{4}{7} = \frac{1}{7}$

Si los quebrados no tienen igual denominador, se reducen á un comun denominador (70), *y despues se restan como en el caso anterior.*

Para restar números mixtos, se restan los quebrabos, y despues los enteros; ó se reducen los mixtos á que brados, y se restan como estos.

Tenemos $6\frac{3}{4} - 4\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4}$

Para restar un quebrado de un entero, se reduce este á quebrado poniendo por denominador la unidad, y se restan como quebrados.

Ejemplo: $6 - \frac{1}{2} = \frac{6}{1} - \frac{1}{2} (70) = \frac{12}{2} - \frac{1}{2} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$

Multiplicar números fraccionarios.

74. *Los quebrados se multiplican numerador por numerador y denominador por denominador, y se divide el primer producto por el segundo.*

Ejemplos: $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$; $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{6}{24}$

Para multiplicar un entero por un quebrado, ó números mixtos, al entero se le pone por denominador la unidad, y los números mixtos se reducen á quebrados, y despues se multiplican como en el caso anterior.

Sean $8 \times \frac{1}{2}$ y $3\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{4}$

Tenemos $\frac{8}{1} \times \frac{1}{2} = \frac{8}{2}$; $\frac{7}{2} \times \frac{9}{4} = \frac{63}{8} = 7\frac{7}{8}$

Dividir números fraccionarios.

75. *Para dividir quebrados se multiplica el numerador del dividendo por el denominador del divisor, y*

el numerador del divisor por el denominador del dividendo, y se divide el primer producto por el segundo.

Ejemplo: $\frac{3}{4} : \frac{1}{2} = \frac{6}{4}$

Para dividir un entero por un quebrado, ó números mixtos, el entero y los números mistos se reducen á quebrados, y despues se dividen como en el caso anterior.

Sean $6 : \frac{2}{5}$ y $8\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$

Tenemos $\frac{6}{1} : \frac{2}{5} = \frac{30}{2}$; $\frac{35}{4} : \frac{5}{2} = \frac{70}{20}$

CAPÍTULO VIII.

Números denominados.

76. Se llaman *números denominados ó complejos*, los números concretos que constan de varios números de diferente especie, pero de la misma naturaleza, como 6 varas, 1 pié y 5 pulgadas.

En la tabla 1.ª página 29 se verá el valor de las medidas que expresan estos números.

SUMAR.

77. *Para sumar números complejos, se empieza por los de especie inferior.* Si de la suma de cualquier especie resultan unidades de la especie inmediata superior, se añaden á esta, y en la suma se escribe el resíduo.

Ejemplo:	18 arrobas,	7 libras y	8 onzas +
	9 »	5 »	6 »
	13 »	16 »	12 »
	41 »	4 »	10 »

RESTAR.

78. *Para restar números complejos, se empieza por los de especie inferior.* Puede suceder que cualquier número del sustraendo sea mayor que su correspondiante del minuendo; en este caso se añade á este una unidad de la especie superior inmediata, y para que el resto no se altere, se añade otra unidad al sustraendo inmediato de la izquierda.

3 arrobas	6 libs. y	9 onz.—	8 duros	» rs.	» ms.
2.	8	14 =	4	7	28 =
»	22	11	3	12	6 ms.

MULTIPLICAR.

79. *Para multiplicar números denominados, se reducen á quebrados, y se pone por denominador en el multiplicando, el número de unidades inferiores que valga una unidad de la especie á la cual se refiera el precio, y en el multiplicador el número de unidades inferiores que valga una unidad de la especie que se fija el precio.* Se reducen á quebrados conforme el caso siguiente: *A* 6 *rs. y* 8 *maravedises la arroba de carbon, ¿cuánto importan* 3 *arrobas,* 5 *libras y* 8 *onzas?*

3 arrobas ×	6 reales ×
25 libras =	El real 34 maravedises=
75 +	204+
5 =	8=
80 libras ×	212 maravedises.
16 onzas =	
1280 +	
8 =	
1288 onzas.	

$$\frac{1288}{400 \text{ onzas la arroba}} \times \frac{212}{34 \text{ mar. el rl.}}$$

Multiplicando estos quebrados (74), importan 20 reales y 2 maravedises.

DIVIDIR.

80. *Para dividir los números complejos, se reducen á quebrados conforme se ha dicho en la multiplicacion* (79) *y despues se dividen como un quebrado por otro* (75)

3 *arrobas,* 9 *libras y* 4 *onzas de jabon han costado* 8 *duros ¿á cómo ha costado la arroba?*

Reduciéndolos á quebrados (79) tenemos:

$$\frac{8}{1} : \frac{1348 \text{ onzas}}{400 \text{ onzas la arroba.}}$$

Dividiendo estos quebrados (75), resulta que la arroba ha costado dos duros, 7 reales y 16 maravedises.

SEGUNDA PARTE.

CÁLCULO MENTAL.

81. Se llama *cálculo aritmético mental ó verbal* (vulgarmente de memoria), la resolucion de cualquier problema del dominio de la aritmética, sin escribir guarismos numéricos ni signo que represente alguna cantidad.

Se llama *problema* una cuestion en que se trata de hallar algun dato desconocido ó incógnito por medio de otros conocidos que se nos dan.

La resolucion de los problemas mentales se funda en algunos teoremas que se han demostrado en algunos párrafos de la primera parte:

Se llama *teorema* una proposicion en que se trata de averiguar por principios la verdad de una cosa.

CAPITULO I.

Artículo 1.º

Cuanto se ha dicho en el cálculo escrito (13 y 14) respecto á la suma y nombre de sus datos, es aplicable á la suma mental.

82. Para sumar mentalmente es conveniente empezar la operacion por las unidades de órden superior.

Aun cuando es sencilla la suma mental de dos números que sólo consten de unidades (de una cifra), ó de uno de unidades con otro de decenas (de dos ó más cifras), trataremos de los números 8 y 9 por ser los mayores de los que sólo constan de unidades (de una sola cifra).

83. Para adicionar el número 8 á otro que contenga decenas (dieces), se ha de buscar otro número mayor que (la primera cifra de la derecha) *valga dos unidades ménos que el primero.*

Ejemplo. Al número 15 queremos adicionar el número 8, á la suma el mismo 8, y así sucesivamente.

CÁLCULO.

15 y 8 son 23, y ocho son 31, y 8 son 39, y 8 son 47 y 8 son 55, y 8 son 63, y 8 son 71, y 8 son 79 y 8 son 87, y 8 son 95.

Por este ejemplo se ve como descienden de dos en dos las (cifras de las) unidades de las sumas parciales.

Llamamos *sumas parciales*, las que resultan de la reunion sucesiva de los sumandos, y suma total, la que resulta de la agregacion de todos los sumandos.

84. *Para adicionar el número 9 á otro que contenga decenas (dieces) y unidades, se ha de buscar otro número mayor que (la primera cifra de la derecha) valga una unidad ménos que el primero.*

Ejemplo. Al número 12 queremos adicionar el número 9, á la suma otra vez el 9, y así sucesivamente.

CALCULO.

12 y 9 son 21, y 9 son 30, y 9 son 39, y 9 son 48, y 9 son 57, y 9 son 66, y 9 son 75, y 9 son 84, y 9 son 93.

Por este ejemplo se ve como descienden de una en una las (cifras de las) unidades de las sumas parciales, y las (cifras de las) decenas aumentan de una en una.

85. *Para sumar mentalmente números que consten de 10 ó más unidades, se descomponen en decenas (dieces) y unidades, considerando aquellas como sumandos de diez, 20, 30, etc., unidades simples, y como tales se agregan á las sumas parciales ó á la suma general.*

Tres casos pueden ocurrir en la suma mental de números mayores de 10 unidades:

1.° Que un sumando contenga decenas (dieces) y unidades, y todos los demás sólo decenas.

2.° Que dos ó más sumandos contengan decenas (dieces) y unidades, y todos los demás sólo decenas.

3.° Que todos los sumandos contengan decenas y unidades.

86. Primer caso. Cuando un número contenga decenas y unidades y los demás sólo decenas, *se empieza la suma por aquel* (14) *agregando la decena ó decenas á la decena ó decenas de dicho número, y las sumas parciales y la general han de terminar en las mismas (cifras que las) unidades del primer sumando.*

Ejemplos.

1.° Sea el número 14 al que queremos adicionar varios sumandos que sólo contengan decenas, como el número 10, etc.

CALCULO.

14 y 10 son 24, y 10 son 34, y 10 son 44, y 10 son 54, y 10 son 64, y 10 son 74, y 10 son 84.

En este ejemplo se ve que las decenas aumentan de una en una, y las unidades simples de las sumas parciales y de la suma general son las mismas que las del primer sumando.

2.° Al número 16 queremos adicionar varias veces el número 20. Este puede agregarse de 10 en 10 ó de 20 en 20.

CALCULO.

16 y 20 son 36, y 20 son 56, y 20 son 76, y 20 son 96.

En este ejemplo se ve que las decenas aumentan de dos en dos, y con las unidades simples sucede como en el ejemplo anterior.

3.° Al número mixto 15 $^1/_2$ queremos adicionar varias veces los números 10 y 20.

CALCULO.

15 $^1/_2$ y 10 son 25 $^1/_2$, y 10 son 35 $^1/_2$, y 10 son 45 $^1/_2$, y 20 son 65 $^1/_2$, y 20 son 85 $^1/_2$.

En este ejemplo se ve que las decenas (dieces) ascienden de una en una y de dos en dos, y las sumas parciales y la general terminan como el primer sumando.

87. Segundo caso. *Para sumar dos ó más números que contengan decenas (dieces) y unidades, y todos los demás sólo decenas, los primeros se descomponen cada uno en dos sumandos, uno que contenga las decenas y el otro las unidades.* Hecha la descomposicion, el sumando de las decenas se agrega á las decenas, del mismo modo que se ha hecho en los ejemplos anteriores, y el de las unidades se adiciona á las unidades de la suma parcial ó total. Los sumandos iguales que sólo contengan decenas, se adicionan del mismo modo que en el caso anterior.

Ejemplo. Queremos adicionar al número 18 los números 13, 14, 15, 10 y 20.

Tenemos: 13 es igual á 10 más 3; 14 es igual á 10 más 4; 15 es igual á 10 más 5.

CÁLCULO.

18 y 14 es igual á 32, ó 18 y 10 son 28 más 4 son 32;

32 y 13 es igual á 45, ó 32 y 10 son 42 más 3 son 45; 45 y 15 es igual á 60, ó 45 y 10 son 55 más 5 son 60; 60 y 10 son 70, y 20 son 90.

88. Tercer caso. Cuando todos los sumandos tienen una ó dos unidades más de cualquiera decena, es decir, que terminen en una ó dos unidades, no hay necesidad de descomponerlos, porque *se pueden sumar á la vez las decenas y unidades aumentando una ó dos unidades* á (la cifra de) las unidades de las sumas parciales.

Ejemplos.

1.° Al número 13 queremos adicionar el número 11, á la primera suma el mismo 11, y así sucesivamente.

CÁLCULO.

13 y 11 son 24, y 11 son 35, y 11 son 46, y 11 son 57, y 11 son 68, y 11 son 79.

En este ejemplo se ve que las decenas (dieces) y las unidades de las sumas parciales aumentan de una en una. Lo mismo sucedería, si el primer sumando fuese cualquier otro número.

2.° Al mismo número 13 queremos adicionar el número 12, á la suma el mismo 12, y así sucesivamente.

CÁLCULO.

13 y 12 son 25, y 12 son 37, y 12 son 49, y 12 son 51, y 12 son 63, y 12 son 75, y 12 son 87.

En este ejemplo se ve que las unidades de las sumas parciales aumentan de 2 en 2, y las decenas de 1 en 1.

3.° Al número 20 queremos adicionar el número 21, á la primera suma el mismo 21, y así sucesivamente.

CALCULO.

20 y 21 son 41, y 21 son 62, y 21 son 83, y 21 son 104.

En este ejemplo se ve que (la cifra de) las unidades de las sumas parciales aumentan de 1 en 1, y las decenas de 2 en 2.

4.° Al mismo número 20 queremos adicionar el número 22, á la suma el mismo 22, y así sucesivamente.

CALCULO.

20 y 22 son 42, y 22 son 64, y 22 son 86, y 22 son 108.

En este ejemplo se ve que las unidades y las decenas de las sumas parciales aumentan de 2 en 2.

89. Si los números que se han de sumar contienen centenas (vulgarmente cientos), decenas y unidades, *se descomponen en tres sumandos; el 1.° que contenga las centenas, el 2.° las decenas y el 3.° las unidades. Las centenas se agregan á las centenas, las decenas á las decenas y las unidades á las unidades.*

Ejemplo. Al número 26 queremos adicionar los números 14, 24, 30, 120 y 212.

26 y 10 son 36 más 4 son 40; 40 y 20 son 60 más 4 son 64; 64 y 30 son 94, y 120 es igual á 94 y 100 son 194 y 20 son 214; 214 y 212 es igual á 214 y 200 son 414 y 12 son 426.

90. Se ha dicho (85, 87 y 89) la descomposicion que hay que hacer cuando un número conste de decenas y unidades, ó de centenas, decenas y unidades: diremos en general, que cuando un número se haya de adicionar á otro, se ha de descomponer en tantos sumandos parciales como órdenes de unidádes tenga.

91. Cuando los sumandos son crecidos, es difícil sumar mentalmente dos ó más números conforme se ha practicado en los ejemplos anteriores. Para hacerlo con más facilidad, consideraremos los números como si expresasen reales. En este caso, se toma como unidad el duro ó la peseta, segun los casos, y hay que saber de memoria, además de las tablas de multiplicar y dividir (16 y 21), las siguientes que expresan en unidades inferiores el valor de aquellas monedas:

TABLA A.

Pesetas.	Reales.	Pesetas.	Reales.
1	4	3	12
2	8	4	16

Duros.	Pesetas.	Reales.	Duros.	Pesetas.	Reales.
1	5	20	1000	5000	20000
2	10	40	2000	10000	40000
3	15	60	3000	15000	60000
4	20	80	4000	20000	80000
5	25	100	5000	25000	100000
6	30	120	40	200	800
7	35	140	45	»	900
8	40	160	50	250	1000
9	45	180	55	»	1100
10	50	200	60	300	1200
11	55	220	65	»	1300
12	60	240	70	»	1400
13	65	260	75	»	1500
14	70	280	80	400	1600
15	75	300	85	»	1700
16	80	320	90	»	1800
17	85	340	95	»	1900
18	90	360	100	500	2000
19	95	380	150	»	3000
20	100	400	200	1000	4000
25	125	500	300	»	6000
30	»	600	400	2000	8000
35	»	700			

Los números de la segunda columna de la tabla de duros son el producto de multiplicar por 5 los de la primera; los de la tercera son el resultado de multiplicar por 4 los de la segunda, ó el de multiplicar por 20 los de la primera; y los de la cuarta, quinta y sexta son los que resultan respectivamente de multiplicar por 1,000 los de la primera, segunda y tercera.

Desde 6 duros en adelante se han suprimido los productos ó números de la cuarta, quinta y sexta columnas, por ser los mismos de la primera, segunda y tercera multiplicados por 1,000 (17).

Como los números que se han de sumar suelen expresar algunas veces cuartos, céntimos de real ó de peseta, á continuacion se pone la tabla de reales y cuartos, en la cual se indica el valor de dichas monedas.

TABLA B.

Reales.	Cuartos	Décimas.	Céntimos	Céntimos de peseta	Cuartos.	Céntimos de peseta	Céntimos de real.
1	$8\frac{1}{2}$	10	100	25	1	3	12
2	17	20	200	50	2	6	24
3	$25\frac{1}{2}$	30	300	75	3	9	36
4	34	40	400	100	4	12	48
5	$42\frac{1}{2}$	50	500	125	5	15	60
6	51	60	600	150	6	18	72
7	$59\frac{1}{2}$	70	700	175	7	21	84
8	68	80	800	200	8	24	96
9	$76\frac{1}{2}$	90	900	225			
10	85	100	1000	250			
11	$93\frac{1}{2}$	110	1100	275			
12	102	120	1200	300			

92. Al tomar por unidad el duro (91), los sumandos son divididos por 20; luego la suma general queda dividida por dicho número, y para que sea la verdadera hay que multiplicarla por 20. Esto se consigue sabiendo de memoria la tabla *A*, párrafo 91.

Ejemplos.

1.° *Un sugeto ha empleado en un comercio* 40 *reales, en otro* 80, *en otro* 60, *en otro* 50, *y en otro* 120; *¿cuánto suma todo?*

Sabemos (91 tabla *A*) que 40 reales son 2 duros, 80 son 4, 60 son 3, 50 son $2\frac{1}{2}$, y 120 son 6.

CALCULO.

2 duros y 4 son 6, y 3 son 9, y 2 $^1/_2$ son 11 $^1/_2$, y 6 son 17 $^1/_2$, igual á 350 reales.

2.° *Un comerciante ha comprado varios géneros: una pieza de indiana que le ha costado 25 pesetas; una de bayeta, 45; otra pieza de terciopelo, 20, y una gruesa de botones, 5: ¿cuánto importa el coste de todos los objetos?*

25 pesetas son 5 duros (91 tabla *A*), 45 son 9 duros, 20 son 4, y 5 es 1.

CALCULO.

5 duros y 9 son 14, y 4 son 18, y 1 son 19, que son 380 reales.

3.° *¿Cuántos metros de paño serán 42, 64 y 82?*

A los 42 metros les considero como si fuesen 42 reales, que son 2 duros y 2 reales; á los 64 como 3 duros y 4 reales; y á los 82 como 4 duros y 2 reales.

CALCULO.

2 duros y 2 reales y 3 duros y 4 reales son 5 duros y 6 reales, y 4 duros y 2 reales son 9 duros y 8 reales, que son 188 reales. Este número representa los 188 metros de los tres sumandos.

4.° *¿Cuántos litros de aceite serán 24, 68, 86 y 140?*

A los 24 litros les considero como si fueran 24 reales, igual á 1 duro y 4 reales; á los 68 como 3 duros y 8 reales; á los 86 como 4 duros y 6 reales, y á los 140 como 7 duros.

CALCULO.

1 duro y 4 reales y 3 duros y 8 reales son 4 duros y 12 reales, y 4 duros y 6 reales son 8 duros y 18 reales, y 7 duros son 15 duros y 18 reales, igual á 318 reales Este número representa los 318 litros de los cuatro sumandos.

5.° *Un comerciante compró tres partidas de azúcar: una que pesó 68 kilógramos; otra 160 ½, y la otra 223 kilógramos y medio: ¿cuántos kilógramos suman las tres partidas?*

Considerando estos números como en los ejemplos anteriores, tenemos:

CALCULO.

3 duros y 8 reales y 8 duros y medio real son 11 duros y 8 reales y medio, y 11 duros y 3 reales y medio son 22 duros y 12 reales, igual á 452 reales. Este número representa los 452 kilógramos de las tres partidas de azúcar.

6.° *Hemos comprado dos casas: la una ha costado 90,000 reales, y la otra 70,000: ¿cuánto importan?*

Dividiendo por 1,000 ambos sumandos (22), quedan 90 y 70 reales, que son 4 duros y medio el primero, y 3 duros y medio el segundo.

CALCULO.

4 duros y medio y 3 duros y medio son 8 duros: igual á 160 reales.

Al dividir por 1,000 los sumandos, la suma es mil veces menor que lo que debe ser; mas para que sea la verdadera, la multiplico por 1,000 (17) y son 160,000 reales el importe de ambas casas.

7.° *Hemos comprado tres piezas de indiana: la primera de* 57,000 *metros de longitud; la segunda de* 83,000 *y la tercera de* 50,000*: ¿cuántos metros son?*

Considerando los metros como si fuesen reales y dividiendo por 1,000 los sumandos (22), tenemos 57 reales el primero, 83 el segundo, y 50 el tercero.

CALCULO.

4 duros y 3 reales. Estos 3 reales los adiciono á los 57 para completar 3 duros, y entre ambos sumandos son 7 duros, y 2 duros y medio del tercer sumando son 9 duros y medio, igual á 190 reales. Estos 190 reales hay que multiplicarlos por 1,000, como en el ejemplo anterior, y son 190,000 reales. Estos representan los 190,000 metros de las tres piezas de indiana.

ARTÍCULO II.

Sustraccion mental.

93. Restar mentalmente es..... (15).

El número mayor se llama *minuendo*, y el menor *sustraendo*.

94. *Para restar mentalmente, es conveniente empezar las operaciones por las unidades de órden superior.*

95. *Para restar el número 8 de otro que contenga decenas (dieces), se ha de hallar por diferencia otro número menor que (la primera cifra de la derecha) termine en dos unidades simples más que el primero.*

Ejemplo. Del número 81 queremos sustraer el número 8, de la diferencia, otra vez el 8, y así sucesivamente.

CALCULO.

81 ménos 8 quedan 73, ménos 8 quedan 65, ménos 8 quedan 57, ménos 8 quedan 49, ménos 8 quedan 41, ménos 8 quedan 33, ménos 8 quedan 25, ménos 8 quedan 17, ménos 8 quedan 9.

En este ejemplo se ve cómo ascienden de 2 en 2 (la cifra de) las unidades simples de las diferencias parciales. Lo mismo sucedería si el minuendo fuese cualquier otro número.

96. *Para restar el número 9 de otro que contenga decenas, se ha de hallar por diferencia otro número menor que (la primera cifra de la derecha) termine en una unidad simple más que el primero.*

Ejemplo. Del número 90 queremos sustraer el 9, de la diferencia el mismo 9, y así sucesivamente.

CALCULO.

90 ménos 9 quedan 81, ménos 9 quedan 72, ménos 9 quedan 63, ménos 9 quedan 54, ménos 9 quedan 45, ménos 9 quedan 36; ménos 9 quedan 27; ménos 9 quedan 18, ménos 9 quedan 9.

En este ejemplo se ve que ascienden de una en una las unidades simples de las diferencias parciales.

Tres casos pueden ocurrir en los sustraendos que consten de decenas y unidades.

1.° Que todos los sustraendos contengan sólo decenas (dieces).

2.° Que dos ó más sustraendos contengan decenas y unidades, y todos los demás sólo decenas.

3.° Que todos los sustraendos contengan decenas y unidades.

97. Primer caso. *Cuando los sustraendos sólo consten de decenas (dieces), éstas se restan de las decenas del minuendo, y (las cifras de) las unidades de las diferencias parciales han de ser las mismas que las del minuendo.*

Para restar las decenas se las considera como sustraendos de 10, 20, etc., unidades simples.

Ejemplos.

1.° Del número 95 se quiere restar el número 10, de la diferencia el mismo número 10, y así sucesivamente.

CALCULO.

95 ménos 10 quedan 85, ménos 10 quedan 75, ménos 10 quedan 65, ménos 10 quedan 55, ménos 10 quedan 45, ménos 10 quedan 35, ménos 10 quedan 25, ménos 10 quedan 15, ménos 10 quedan 5.

En este ejemplo se ve que las unidades simples de las diferencias parciales son las mismas que las del minuendo, y que las decenas disminuyen de una en una. Lo mismo sucedería si el minuendo fuese cualquier otro número.

2.° *Del número 95 queremos restar el número 20, de la diferencia el mismo 20, y así sucesivamente.*

CALCULO.

95 ménos 20 quedan 75; 75 ménos 20 quedan 55, ménos 20 quedan 35, ménos 20 quedan 15.

En este ejemplo se ve que las decenas de las diferencias parciales disminuyen de dos en dos, y las unidades son las mismas que las del minuendo.

98. Segundo caso. Cuando los sustraendos consten de decenas y unidades, *se descomponen en dos sustraendos; el uno que contenga las decenas, y el otro las unidades; y los que sólo contengan decenas se restan como en el caso primero.*

Ejemplo. Del número 79 se quiere restar el número 13, de la primera resta el número 14, y de la segunda el número 20.

Haciendo la descomposicion, tenemos el número 13 es igual á 10 más 3; el 14 es igual á 10 más 4, y el 20 á 10 más 10.

CALCULO.

79 ménos 13 es igual á 79 ménos 10 quedan 69, ménos 3 quedan 66; 66 ménos 14 es igual á 66 ménos 10 quedan 56, ménos 4 quedan 52; 52 ménos 20 quedan 32.

99. Tercer caso. Cuando todos los sustraendos terminen en una ó dos unidades simples, *se ejecuta la resta sin descomponerlos, teniendo cuidado que (las cifras de) las unidades simples de las restas parciales han de valer una ó dos ménos que las del respectivo minuendo.*

Ejemplos.

1.° Del número 89 queremos sustraer el número 11, de la diferencia el mismo 11, y así sucesivamente.

CALCULO.

89 ménos 11 quedan 78, ménos 11 quedan 67, ménos 11 quedan 56, ménos 11 quedan 45, ménos 11 quedan 34, ménos 11 quedan 23, ménos 11 quedan 12.

En este ejemplo se ve que (las cifras de) las decenas y unidades de las diferencias parciales disminuyen de una en una.

2.° Del mismo número 89 queremos sustraer el número 12, de la primera diferencia el mismo 12, y así sucesivamente.

CALCULO.

89 ménos 12 quedan 77, ménos 12 quedan 65, ménos 12 quedan 53, ménos 12 quedan 41, ménos 12 quedan 29, ménos 12 quedan 17, ménos 12 quedan 5.

En este ejemplo se ve que (las cifras de) las unidades simples de las diferencias disminuyen de dos en dos, y (la de) las decenas (dieces) de una en una.

3.° Del número 88 queremos restar el número 21 de la primera diferencia el mismo 21, y así sucesivamente.

CALCULO.

88 ménos 21 quedan 67, ménos 21 quedan 46, ménos 21 quedan 25.

En este ejemplo se ve que las decenas disminuyen de dos en dos y (la cifra de) las unidades de una en una.

4.° Del mismo número 88 queremos restar el número 22, de la primera diferencia el mismo 22, y así sucesivamente.

CALCULO.

88 ménos 22 quedan 66, ménos 22 quedan 44, ménos 22 quedan 22.

En este ejemplo se ve que (las cifras de) las decenas y (de) las unidades disminuyen de dos en dos.

100. Cuando la diferencia del sustraendo al minuendo es crecida, y las decenas (dieces) de aquel sean dos ó más, es conveniente para hacer la sustraccion tomar el duro por unidad, y en vez de rebajar del minuendo el sustraendo, se puede mirar los duros y reales que faltan á éste para ser igual á aquel, y estos representan ó son la diferencia.

101. Al tomar por unidad el duro, dividimos los datos y la diferencia por 20; luego para que la diferencia exprese el verdadero valor de las unidades que representa, hay que multiplicarla por 20. Esto se consi-

se consigue sabiendo de memoria el valor de uno ó más duros expresado en la tabla *A*, párrafo 91.

Ejemplos.

1.° De 180 metros de paño queremos sustraer 40: ¿cuántos quedan?

A los 180 y 40 metros se les considera como si fuesen reales; y en este caso, los primeros son 9 duros y 2 los segundos.

CALCULO.

De 2 duros á 9 duros van 7 duros, que son 140 reales. Este número representa los 140 metros de diferencia.

2.° De 260 metros de lienzo hemos vendido 80: ¿cuántos quedan?

Considerando los metros como en el ejemplo anterior, son 13 duros los primeros y 4 los segundos.

CALCULO.

De 4 duros á 13 duros van 9 duros, que son 180 reales. Este número representa los 180 metros de diferencia.

3.° De 88 metros de lienzo que habíamos comprado, hemos vendido 60 $^1/_2$, y de la diferencia hemos gastado 10: ¿cuántos han quedado?

CALCULO.

De 3 duros y $^1/_2$ real á 4 y 8 reales van 1 duro y 7 reales y $^1/_2$, que son 27 reales y $^1/_2$. De 27 $^1/_2$ rebajo 10, quedan 17 $^1/_2$. Este número representa los 17 $^1/_2$ metros que han quedado.

102. Si al restar del minuendo los duros y reales del sustraendo, el número de reales de éste fuese mayor que el de aquél, se restan los duros como en los ejemplos anteriores, y la diferencia que haya de los reales del minuendo á los del sustraendo, se rebajan de los duros de la diferencia ó del número de objetos que esta representa.

Ejemplos.

1.° Habíamos comprado 346 litros de aceite, y hemos vendido 268: ¿cuántos han quedado?

Considerando estas cantidades como en los ejemplos del párrafo 101, tenemos:

CALCULO.

De 13 duros del minuendo á 17 del sustraendo van 4 duros. Ahora, segun lo dicho en la presente regla, tenemos de 6 reales del minuendo á 8 del sustraendo van 2, que rebajo de los 4 duros de diferencia, y quedan 78 reales. Este número representa los 78 litros que han quedado.

2.° Un labrador cogió 242 litros y $^1/_2$ de vino, y vendió 185: ¿cuánto le quedó?

CALCULO.

De 9 duros á 12 van 3 duros. Ahora, segun el ejemplo anterior, tenemos de 2 y $^1/_2$ reales del minuendo á

5 del sustraendo van 2 y $^1/_2$, que rebajados de los 60 litros que representan los 3 duros, quedan 57 y $^1/_2$ litros de vino.

3.° Un sugeto debia 94.000 reales, y pagó 55.000: ¿cuánto quedó debiendo?

Dividiendo por 1.000 (22) el minuendo y el sustraendo, quedan 94 y 58, que segun los ejemplos anteriores, tenemos:

CALCULO.

De 2 duros á 4 van 12 duros. Ahora, de 14 reales del minuendo á 15 del sustraendo va 1, que rebajado de los 2 duros de diferencia quedan 39 reales. Como al minuendo y sustraendo se les ha dividido por 1.000, la diferencia es 1.000 veces menor que lo que debe ser; mas para que sea la verdadera, hay que multiplicarla por 1.000 (17)

Quedó debiendo 39.000 reales.

ARTICULO III.

Multiplicacion mental.

103. Multiplicar mentalmente es..... (16).

Para multiplicar mentalmente es necesario saber de memoria la tabla de multiplicar (16), la de duros, pesetas y reales (91), y la siguiente:

TABLA DE MULTIPLICAR.

2	por	10	20	2	»	14	28
3	»	10	30	3	»	14	42
4	»	10	40	4	»	14	56
5	»	10	50	5	»	14	70
6	»	10	60				
7	»	10	70	2	»	15	30
8	»	10	80	3	»	15	45
9	»	10	90	4	»	15	60
10	»	10	100	5	»	15	75
2	»	11	22	2	»	16	32
3	»	11	33	3	»	16	48
4	»	11	44	4	»	16	64
5	»	11	55	5	»	16	80
6	»	11	66				
7	»	11	77	2	»	17	34
8	»	11	88	3	»	17	51
9	»	11	99	4	»	17	68
10	»	11	110	5	»	17	85
2	»	12	24	2	»	18	36
3	»	12	36	3	»	18	54
4	»	12	48	4	»	18	72
5	»	12	60	5	»	18	90
6	»	12	72				
7	»	12	84	2	»	19	38
8	»	12	96	3	»	19	57
9	»	12	108	4	»	19	76
10	»	12	120	5	»	19	95
2	»	13	26	2	»	20	40
3	»	13	39	3	»	20	60
4	»	13	52	4	»	20	80
5	»	13	65	5	»	20	100

2	»	21	42	3	»	23	69
3	»	21	63	4	»	23	92
4	»	21	84	5	»	23	115
5	»	21	105	2	»	24	48
2	»	22	44	3	»	24	72
3	»	22	66	4	»	24	96
4	»	22	88	2	»	25	50
5	»	22	110	3	»	25	75
2	»	23	46	4	»	25	100

La operacion de multiplicar mentalmente se empieza por las unidades de órden superior.

104. Se ha demostrado (19) que *el órden de factores no altera el producto*. De este teorema se deduce que pueden permutarse los datos conocidos considerando el número de medidas ó cosas como precio, y este como aquellas, cuando los números sean concretos.

105. *Cuando haya que multiplicar dos números cuyas unidades no lleguen á 20 (dos decenas), se multiplican conforme se indica en las siguientes tablas:*

TABLA NÚM. 1.

NÚMEROS PARES.	Multiplicado por		Pesetas.
4, 6, 8, 12, 14, 16, 18	8 =	á	2
4, 6, 8, 12, 14, 16, 18	12 =	á	3
4, 6, 8, 12, 14, 16, 18	14 =	á	3 ½
4, 6, 8, 12, 14, 16, 18	16 =	a	4
4, 6, 8, 12, 14, 16, 18	18 =	á	4 ½

Por ejemplo, 16 × 12 segun esta tabla se ha de multiplicar por 3 pesetas. 14 × 16 se ha de multiplicar por 4 pesetas.

TABLA NÚM. 2.

NÚMEROS IMPARES.	Multiplicado por		Pesetas.
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	8 =	á	2
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	12 =	á	3
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	14 =	á	3 ½
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	16 =	á	4
5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19	18 =	á	4 ½

Por ejemplo, 15 × 18 segun esta tabla se ha de multiplicar 15 por 4 pesetas y media. 13 × 14 se ha de multiplicar por 3 pesetas y media.

106. *Si los dos números que se han de multiplicar son impares, uno se le considera como par; y en este caso, se multiplican como comprendidos en la tabla número* 2. Al producto que así resulte, se adiciona ó sustrae lo que resulte de multiplicar el número impar por la diferencia que haya entre el otro impar y el par elegido.

Por ejemplo, sea el número 15 multiplicado por 13. Se multiplica el 15 por 12 y al producto se aumentan 15, porque de 12 (número par elegido) á 13 va 1 que multiplicado por 15 son 15. El mismo 15 multiplicado por 17. Se multiplica el 15 por 16 y al producto se aumentan 17, porque de 16 (número par elegido) á 17 va 1 que multiplicada por 17 son 17.

107. Multiplicando dos números conforme se indica en las precedentes tablas (105), el uno queda dividido por 4, y por consiguiente el producto es 4 veces menor de lo que debe ser; mas para que sea el verdadero, se le multiplica por 4. Esto se consigue sabiendo de memoria el valor de uno ó más duros y pesetas expresado en reales en la tabla *A*, párrafo 91. Estos reales, si los números son concretos, representan las unidades de la misma especie que sea el número que se considere como precio de cada unidad del otro factor.

Problemas que se resuelven conforme se indica en las tablas núm. 1 y 2 (105) y en el párrafo 106.

1.º *¿Cuánto importan* 12 *metros de bayeta á* 16 *reales metro?*

CÁLCULO.

(105) tabla 1) 12 × 4 pesetas son 48 pesetas, que son 9 duros y 3 pesetas, igual á 192 reales (91 tabla *A* es lo que importan 12 metros á 16 rs.

2.º *Costando un metro de bayeta* 12 *reales, ¿cuánto importan* 14?

CALCULO 1.º

(105 tablas 1) 14 × 3 pesetas son 42 pesetas, que son 8 duros y 2 pesetas, igual á 168 reales (91 tabla *A*).

3.º *Si un metro de paño cuesta* 18 *reales, ¿cuánto constarán* 16,5?

CALCULO.

(104 y 105 tabla 1) 18 × 4 = 72 pesetas. Por el medio metro se toma la mitad de 18 que son 9 reales, igual á 2,25 pesetas. Uniendo ambos productos, resultan 74 pesetas y 25 céntimos, que son 14 duros y 4,25 pesetas, igual á 297 reales (91 tabla *A*).

4.° *¿Cuánto importan 15 metros de bayeta á 15 reales metro?*

CALCULO.

(105 tabla 2) 15 × 4 = 60 pesetas, que son 12 duros, igual á 240 reales. De estos hay que rebajar 15 reales (106), y quedan 225 reales que es el importe de 15 metros á 15 reales.

5.° *¿Cuánto importan 120 pañuelos á 14 reales y $^1/_4$ cada pañuelo?*

Aunque en este prolema uno de los factores es mayor que el número 20 (105), se halla comprendido en el párrafo 105, tabla número 1, porque para hacer el cálculo se suprime mentalmente el cero.

CALCULO.

(18,104 y 105 tabla 1) 14 × 3 = 42 pesetas, que son 168 reales. Ahora, por el cuartillo se toma la cuarta parte de 12 y son 3 reales, que adicionados á los 168 son 171, y escribiendo mentalmente el cero que se ha suprimido, son 1710 reales el importe de 120 pañuelos.

6.° *A 12 pesetas metro de paño, ¿cuánto importan 15 metros?*

Las 12 pesetas se consideran como 12 reales.

CALCULO:

(105 tabla 2) 15 × 3 = 45 pesetas, que son 9 duros, igual á 180 reales. Estos 180 reales representan las 180 pesetas que importan los 15 metros á 12 pesetas cada metro.

7.° *Costando 13 duros un hectólitro de aceite, ¿cuánto costarán 16 hectólitros?*

Los 16 hectólitros se les considera como 16 reales.

CALCULO.

(104 y 105 tabla 2) 13 × 4 = 52 pesetas que son 208 reales. Estos 208 reales representan los 208 duros que importan los 16 hectólitros á 13 duros cada hectólitro.

108. *Para multiplicar mentalmente dos números que las unidades del uno ó de los dos sean más de 20 (dos decenas), se toma por unidad el duro y la peseta; y los reales ó unidades ménos de 4 se consideran como fracciones de esta, ó de duro.*

109. Tomando por unidad el duro y la peseta y reduciendo á estas unidades las de cualquier factor, este queda descompuesto en dos factores; el uno cuyas medidas representan duros y las del otro, pesetas.

110. Tomando por unidad el duro, los factores quedan divididos por 20; por consiguiente, el producto queda dividido por el mismo divisor que lo haya sido cualquier factor, ó por el producto que resulte de mul-

tiplicar entre sí los divisores por los cuales hayan sido divididos cada uno de los factores.

111. Al multiplicar por duros el factor que no ha sido descompuesto, sucede al producto parcial cuanto va dicho (110); y al multiplicarle por el de pesetas, se observará cuanto se dice en los párrafos 105, 106 y 107. Los reales del producto total, si los números son concretos, representan unidades de la misma especie que sea el número que se considere como precio de cada unidad del otro factor.

Problemas que se resuelven conforme se indica en el párrafo 108.

1.° *¿Cuánto importan 24 metros de bayeta á 15 reales metro?*

CALCULO.

(104) 15 metros á duro importan 15 duros. Ahora, 15 metros á peseta importan 15 pesetas, que son 3 duros. Adicionando ambos productos son 18 duros, igual á 360 reales. Estos son el importe de los 24 metros á 15 rs.

2.° *Si un metro de paño cuesta 28 reales, ¿cuánto costarán 35?*

Este problema puede resolverse de dos modos:

CALCULO.

35 metros á duro son 35 duros: 35 × 2 pesetas, son 70 pesetas, igual á 14 duros (91 tabla *A*). Uniendo ámbos productos son 49 duros, igual á 980 reales.

CALCULO 2.°

35 metros á peseta importan 35 pesetas, igual á 7 duros; luego si 36 metros á peseta importan 7 duros, á 7 pesetas (igual á 28 reales) importarán $7 \times 7 = 49$ duros, igual á 980 reales.

3.° *A 50 reales un decálitro de aceite, ¿cuánto importan 84 decálitros?*

CALCULO.

(18 y 104) 5 decálitros á duro son 5 duros; luego 5 decalitros á 4 duros son 20 duros. Ahora, 5 decálitros á peseta importan 5 pesetas que son 1 duro, que agregado á los 20 son 21 duros, igual á 420 reales. Colocando mentalmente á la derecha el cero suprimido, son 4.200 reales el importe de 84 decálitros á 50 reales.

4.° *¿Cuánto importan 8 mulas á 55 duros una?*

CALCULO.

45 duros son 900 reales. Ahora bien, si una mula cuesta 900 reales, 8 mulas costarán (18) $8 \times 9 = 7.200$ reales.

5.° *Hemos comprado dos piezas de paño, una de 60 metros y otra de 80: ¿cuánto importan á 41 y ½ reales cada metro?*

Suprimiendo mentalmente el cero de los 60 y 80, y sumándolos, la suma 14 queda dividida por 10 (22); mas como ésta es uno de los factores, el producto es 10 veces menor de lo que debe ser, y para que sea el verdadero hay que multiplicarle por 10.

CALCULO.

14 metros á 2 duros importan 28 duros: 14 metros á real y medio importan 21 reales, que son un duro y un real. Adicionando ámbos productos son 29 duros y un real, igual á 581 reales. Colocando mentalmente á la derecha el cero suprimido, son 5.810 reales el importe de las dos piezas de paño.

6.° *¿Cuánto importan 125 metros de bayeta á 16 reales metro?*

Los 125 metros se les considera como 6 duros y 5 reales, y los 16 reales como cuatro pesetas. En este caso, el primer factor queda dividido por 20 y el segundo por 4; y por consiguiente tambien lo queda el producto total. Para que éste sea el verdadero, hay que multiplicarle por los mismos números que los factores han sido divididos.

CALCULO.

$6 \times 4 = 24$. Ahora, 24×4 (segundo divisor) $= 96$ duros es el importe de 120 metros á 16 reales. Ahora 5 metros á 4 pesetas importan 20 pesetas, igual á 4 duros. Adicionando estos 4 duros á los 96 son 100 duros, que multiplicados por 20 reales (primer divisor) son 2.000 reales (91 tabla *A*).

7.° *A 12 reales metro de bayeta, ¿cuánto importan 150 metros?*

Los 150 metros se les considera como 7 duros y $1/_2$, y el 12 como tres pesetas. En este caso sucede cuanto se ha dicho en el ejemplo anterior.

Este problema puede resolverse de dos modos:

CALCULO 1.°

7 × 3 = 21. Ahora, 21 × 4 (segundo divisor) = 84 duros importan 140 metros á 12 reales. Ahora, 10 metros á 3 pesetas importan 30 pesetas, igual á 6 duros. Adicionando ámbos productos son 90 duros que, multiplicados por 20 (primer divisor) son 1.800 reales (91 tabla *A*).

CALCULO 2.°

(18 y 105 tabla 2) 15 × 3 = 45 pesetas, que son 9 duros, igual á 180 reales. Colocando mentalmente á la derecha el cero suprimido, son 1.800 reales el importe de 150 metros á 12 reales.

8.° *¿Cuánto importan* 1.480 *metros de indiana á* 3 *reales metro*?

Para resolver este problema se prescinde del cero, y quedan 148 metros, que considerados como reales (108) son 7 duros y 2 pesetas.

CALCULO.

(104) 3 metros á 7 duros importan 21 duros. Ahora, 3 metros á 2 pesetas son 6 pesetas, igual á un duro y una peseta. Uniendo ámbos productos son 22 duros y una peseta, igual á 444 reales. Colocando mentalmente el cero á la derecha, son 4.440 reales el importe de 1.480 metros.

Resolucion de varios problemas, que alguno de sus factores consta de más de 20 decenas (más de 200 unidades), y ninguno ménos de 4 decenas (40 unidades).

1.° *¿Cuánto importan 340 metros de paño á 40 reales metro?*

Los 340 metros se les considera como 17 duros, y á los 40 reales, como 2. En este caso, ámbos factores son divididos por 20, y el producto es 20 × 20 (18) = 400 veces menor de lo que debe ser.

CALCULO.

17 duros × 2 duros = 34 × 20 (18) = 680 duros importan los 340 metros á 2 duros metro.

Obsérvese que al multiplicar el número 34 por 20, no se ha hecho más que multiplicarle por uno de los divisores por el cual se dividió un factor; y al reducir á reales los 680 duros, este producto parcial se multiplica por 20 que tambien ha sido divisor del otro factor.

Este problema tambien puede resolverse del modo siguiente:

CALCULO.

17 duros × 2 duros = 34 × 400 (18) = 13.600 reales.

Se ha multiplicado el producto 34 por 400, porque era 400 veces menor de lo que debe ser.

El producto 34 multiplicado por 400 (18) puede hacerse tomando por unidad la peseta, conforme se indica en el párrafo 105.

2.° *A 60 reales el decálitro de aceite, ¿cuánto importan 240 decálitros?*

Haciendo las mismas observaciones que en el ejemplo anterior, tenemos:

CALCULO.

12 duros × 3 duros = 36 × 20 (divisor de los factores) = 720 duros importan los 240 decálitros á 3 duros.

Este problema puede resolverse conforme se ha hecho en el segundo cálculo del ejemplo anterior.

3.° *Costando un metro de paño 45 reales, ¿cuánto importan 160 metros?*

Primero se halla el valor de 160 metros á 2 duros y despues á 5 reales.

CALCULO.

8 duros × 2 duros = 16 × 20 (divisor de los factores) = 320 duros importan los 160 metros á 2 duros. Ahora, 160 metros á duro importarían 160 duros; luego como 5 reales son la cuarta parte de un duro, se toma la cuarta parte de 160, y son 40 duros el importe de los 160 metros á 5 reales. Tambien puede hacerse el siguiente razonamiento para los 160 metros á 5 reales: 160 metros á real son 160 reales, igual á 8 duros; luego si los 160 metros á real importan 8 duros, á 5 reales importarán 8 × 5 = 40 duros. Adicionando ámbos

productos son 360 duros, igual á 7.200 reales el importe de 160 metros á 45 reales.

4.° *¿Cuánto importan 225 hectólitros de trigo á 64 reales el hectólitro?*

Primero se halla el valor de los 225 hectólitros á 3 duros, y despues á 4 reales, igual á una peseta

Los 225 hectólitros se consideran como 11 duros y 5 reales.

CÁLCULO.

11 duros × 3 duros = 33 × 20 (18) = 660 duros importan los 220 hectólitros á 3 duros. Ahora, 5 hectólitros á 3 duros importan 15 duros. Para hallar el valor de 225 hectólitros á 4 reales, se dirá: 225 hectólitros á peseta importan 225 pesetas, que son 45 duros (91 tabla *A*). Adicionando los tres productos parciales, son 720 duros el importe de los 225 hectólitros á 64 reales.

5.° *Se quiere saber ¿cuantos minutos tiene un dia?*

Para esto se consideran como reales los 60 minutos en que se divide la hora, y equivalen á 3 duros.

CALCULO.

24 horas en que se divide el dia multiplicadas por 3 duros son 72 duros, igual á 1.440 reales. Estos representan los 1.440 minutos en que se divide el dia,

112. Cuando alguno de los factores de multiplicar mentalmente termine en cero ó en 5, y el uno ó ámbos sean mayores de 25, de 50, de 75, y menores de 100, puede resolverse el problema conforme se indica en el

párrafo 108, y tambien tomando la $^1/_4$, la $^1/_2$ ó las $^3/_4$ partes del otro factor: las partes que se tomen se multiplican por 100. Si las unidades de un factor, consideradas como reales, constituyen duros completos, se resuelve el problema como se indica en dicho párrafo 108, y los resíduos se multiplican como en los siguientes ejemplos:

1.° *Costando un metro de bayeta 16 reales, ¿cuánto costarán 30?*

Primero hallaremos el valor de 25 metros, y á este agregaremos el de los 5.

CALCULO.

Cuarta parte de 16 son 4 que se multiplican por 100 (17) y son 400 reales el valor de los 25 metros. Ahora, por las 5 unidades se toma la mitad del precio, y tenemos: mitad de 16 son 8 que se multiplican por 10 (17) y son 80 reales el valor de los 5 metros. Uniendo ámbos productos, son 480 reales el valor de los 30 metros.

2.° *A 36 reales el metro de paño, ¿cuánto importan 35?*

Primero hallaremos el valor de 25 metros, y á éste agregaremos el de los 10.

CÁLCULO.

Cuarta parte de 36 son 9 que se multiplican por 100 (17) y son 900 reales el valor de los 25 metros. Ahora, por las 10 unidades se toma todo el precio, y tenemos 36×10 (17) son 360 reales el valor de los 10 metros.

Uniendo ámbos productos, son 1.260 reales el valor de los 35 metros.

Por este problema y el anterior se ve que para hallar el valor de 5 unidades, se toma la mitad del precio y todo para 10, y que por 10 se multiplican uno ú otro.

3.° *¿Cuánto importan* 55 *decálitros de aceite á* 50 *reales el decálitro?*

Primero hallaremos el valor de 50 decálitros, y á éste agregaremos el de los 5.

CALCULO.

Mitad de 50 son 25 que se multiplica por 100 y son 2.500. Ahora, mitad de 50 son 25 que multiplicado por 10 (17) son 250. Adicionando ámbos productos, son 2.750 reales el valor de los 55 decálitros.

4.° *¿Cuánto importan* 85 *y* $^1/_2$ *hectólitros de aceite á* 80 *reales el hectólitro?*

Primero hallaremos el valor de los 75 hectólitros, y despues el de los 10 y $^1/_2$.

Este problema puede resolverse de dos modos.

Tres cuartas partes de 80 son 60 que multiplicados por 100 son 6.000 reales el valor de 75 hectólitros. Ahora, por los 10 hectólitros multiplico el precio 80 por 10 (17) y son 800. Por el medio hectólitro tomo la mitad de 80 y son 40 reales. Uniendo los tres productos, son 6.840 reales el valor de los 85 hectólitros y $^1/_2$.

CALCULO.

Si 80 hectólitros á duro son 80 duros, igual á 1.600

reales (91 tabla *A*), á 4 duros (18) son $16 \times 4 = 6.400$ reales. Tambien puede hallarse el valor de los 80 hectólitros á 80 reales, multiplicando los ochos y colocando mentalmente los ceros á la derecha. Ahora, por los 5 hectólitros tomo la mitad de 80 y son 40 que multiplicado por 10 son 400 reales. Por el medio hectólitro se toma la mitad de 80 y son 40. Uniendo los tres productos, son 6.840 reales como en el cálculo anterior.

5.° *¿Cuánto importan 255 metros de lienzo á 6 reales metro?*

Primero se halla el valor de 200 metros, y despues, del mismo modo que en los problemas anteriores, el de los 55.

CALCULO.

(104) 6 metros á 200 reales importan 12 cientos igual á 1.200 reales. Ahora, mitad de 6 son 3 que multiplico por 100 y son 300 reales el valor de 50 metros. Para los 5 metros tomo la mitad de 6 y son 3 que multiplicado por 10 son 30 reales. Sumando los tres productos, son 1.530 reales.

Algunas veces suele fijarse en cuartos el precio de la unidad de algunos objetos, y para que en este caso se adquiera facilidad en la resolucion de los problemas pondremos algunos ejemplos.

1.° *¿Cuánto importan 34 kilógramos de azúcar á 22 cuartos kilógramo?*

CALCULO.

(104) Un kilógramo á 34 cuartos es lo mismo que un

kilógramo á peseta; luego 22 kilógramos á peseta importan 22 pesetas, que son 4 duros y 2 pesetas, igual á 88 reales.

2.° *¿Cuánto importan 68 pañuelos á 20 cuartos uno?*

CALCULO.

(104) 1 pañuelo á 68 cuartos es lo mismo que 1 pañuelo á 8 reales, igual á 2 pesetas; luego si un pañuelo, cuesta 2 pesetas, 20 costarán $20 \times 2 = 40$ pesetas, que son 8 duros igual á 160 reales.

3.° *¿Cuánto importan 26 docenas y $^1/_2$ de naranjas á 13 cuartos docena?*

CALCULO.

(104) 26 cuartos y $^1/_2$ son tres reales y 1 cuarto. Si una docena cuesta 3 reales, 13 docenas costarán $3 \times 13 = 39$ reales. Ahora 13 docenas á cuarto importan 13 cuartos, que son 1 real y 4 cuartos y $^1/_2$. Uniendo ambos productos, importan 40 reales y 4 cuartos y $^1/_2$.

4.° *Hemos comprado dos piezas de indiana: una de 34 metros, y otra de 51, á 19 cuartos metros, ¿cuánto importan?*

CALCULO.

34 metros á 19 cuartos, es igual (104) á 19 metros á 4 reales; 51 metros á 19 cuartos, es igual (104) á 19 metros á 6 reales. Ahora bien, 19 metros á 4 reales y los mismos 19 metros á 6 reales, es igual á 19 metros

á 10 reales; luego 19 metros á 10 reales (17) importan 190 reales. Estos 190 reales es el importe de las dos piezas de indiana á 19 cuartos metro.

ARTICULO IV.

Division mental.

113. La division mental tiene por objeto... (22)

Son aplicables á la division mental los párrafos 22 al 27.

114. Para dividir mentalmente números mayores de los que contienen las tablas de los párrafos 16 y 103, *se consideran como si fuesen reales*; *en este caso, se reducen á duros y decimal de duro dividiendo por 2 las cantidades que se quieran reducir*. Esta reduccion no altera el cociente (69).

Si al reducir á duros cualquier cantidad que se considere como reales quedase algun real de resíduo, por cada uno se cuentan 5 céntimos de duro.

Por ejemplo, el número 423 considerado como reales y reducido á duros son 21 duros y 3 reales; multiplicando los 3 reales por los 5 céntimos que cada uno vale son 15 céntimos de duro: de modo que el número 423, reducido á duros, equivale á 21 duros y 15 centímos.

Ejemplos.

1.° *Con* 103 *reales hemos comprado* 60 *metros de indiana*, ¿*á cómo ha costado el metro*?

Reduciendo á duros dividendo y divisor, son 5 duros y 3 reales el primero y 3 duros el segundo; ó lo que es igual, 5 duros y 15 céntimos de duro el primero, y 3 duros el segundo.

CALCULO.

5,15 : 3 = 1,71. Dividiendo los 5 duros por 3 duros dan una de cociente y sobran 2. Ahora, valiendo un duro 10 décimas, los 2 duros de resíduo valdrán 20, que adicionadas á la décima son 21 décimas. Se dividen las 21 décimas por los 3 duros y dan 7 décimas de cociente. Del mismo modo se puede continuar hasta terminar la operacion.

2.° *Hemos comprado 24 metros de indiana por 84 reales, ¿á cómo ha costado el metro?*

Reduciendo á duros dividendo y divisor, son 4 duros y 20 céntimos el primero, y un duro y 20 céntimos el segundo; ó lo que es igual 42 décimas de duro el primero, y 12 décimas el segundo.

CALCULO.

4,2 : 1,2 = 3, 5. Dividiendo 4 duros por 1 duro resultan 4 de cociente; pero como al dividir las 2 décimas del dividendo por las 2 del divisor no dan el mismo cociente que los duros, contaré 3 en el cociente. Restando de las 42 décimas del dividendo el producto de las 12 del divisor por el cociente 3, resulta el resíduo 6 décimas que equivalen á 60 céntimos. Dividiendo estos por el divisor 12, dan 5 de cociente. De modo que cada metro ha costado á 3 reales y 5 décimas de real.

3.° *Habiendo costado 172 reales 43 pañuelos de algodon, ¿á cómo ha costado cada pañuelo?*

Reduciendo á duros dividendo y divisor son 8 duros y 60 céntimos el primero, y 2 duros y 15 céntimos el segundo.

CALCULO.

8,60 : 2,15 = 4. Dividiendo 8 duros por 2 duros dan 4 de cociente; y como 60 céntimos divididos por 15 céntimos dan el mismo cociente, tenemos que 4 es el verdadero cociente. De modo que cada pañuelo ha costado 4 reales.

Si los 172 reales fueran pesetas, se procedia del mismo modo, y el cociente serian 4 pesetas. Si el número 172 fueran duros, el cociente serian 4 duros.

4.° *Por 85 litros de aceite se ha entregado 425 reales, ¿á cómo ha costado cada litro?*

Los 425 reales son 21 duros y 25 céntimos, y los 85 litros se les considera como reales y son 4 duros y 25 céntimos.

CALCULO.

21,25 : 4,25 = 5. Procediendo en este problema como en el segundo, resultan ser 5 reales el coste de cada litro.

5.° *Con 90.000 reales hemos comprado 45.000 litros de aceite, ¿á cómo ha costado cada litro?*

Suprimiendo tres ceros del dividendo y del divisor, equivale á dividirlos por 1000; lo cual no altera el cociente (69).

Reduciendo á duros los 90 y 45 que han quedado, tenemos que son 4 duros y 50 céntimos el primero, 2 duros y 5 reales igual á 2 duros y 25 céntimos el segundo.

Se resuelve como en los problemas anteriores.

CALCULO.

4,50 duros : 2,25 duros = 2. Cada litro ha costado 2 reales.

CAPITULO II.

Hallar el valor de una unidad conociendo el de uno de sus submúltiplos.

115. *Para hallar el valor de una unidad métrica de cualquier órden conociendo el de uno de sus submúltiplos* (34), *se observará el número de órdenes que hay desde el submúltiplo cuyo precio se conoce, hasta el de la unidad ó múltiplo cuyo valor se quiere hallar; y por cada órden se traslada mentalmente la coma á la derecha del precio un lugar, ó se imagina escrito un cero si la fraccion es lineal, dos si es cuadrada, y tres si es cúbica.* Esto equivale á multiplicar el precio por 10, 100, etcétera (60).

1.° *Costando 1 decímetro de bayeta 3 reales, ¿cuánto costará 1 decámetro?*

CALCULO.

Como son dos los órdenes desde el decímetro al decámetro, imagino escritos dos ceros á la derecha del precio del decímetro; y el decámetro costará 300 reales.

2.° *Costando un metro de paño 32,5 reales ¿cuánto costará un kilómetro?*

CALCULO.

Como son tres los órdenes desde el metro al kilómetro, traslado mentalmente la coma á la derecha del precio, tres lugares; mas como sólo hay una cifra decimal, se imagina escritos dos ceros, y el kilómetro costará 32 500 reales.

3.° A *2 reales el decímetro cuadrado, ¿cuánto costará un olivar, cuya superficie es 1 hectómetro cuadrado?*

CALCULO.

Como son tres los órdenes desde el decímetro cuadrado al hectómetro cuadrado, imagino escritos seis ceros á la derecha del precio del decímetro cuadrado, y resulta ser el valor del olivar 2.000.000 de reales.

CALCULO.

116. *Para hallar el valor de una unidad de medidas antiguas conociendo el de una de sus fracciones, se multiplica el precio por el número de fracciones de la misma especie que valga la unidad.*

1.° *Costando una tercia de paño 9 reales, ¿cuánto importa una vara?*

CALCULO.

Como la vara equivale á tres tercias, multiplico por 3 el 9 y resulta ser 27 reales el valor de la vara.

2.° *A 2 reales y $^1/_2$ el celemin de trigo, ¿cuánto importa una fanega?*

CALCULO.

Como la fanega de áridos equivale á 12 celemines, multiplico por 12 el precio 2 y $^1/_2$ y resulta ser 30 reales el valor de una fanega.

3.° *A 3 cuartos y $^1/_2$ el cuartillo de vino, ¿cuánto importa una cántara?*

CÁLCULO.

Primero se halla el valor de dos cuartillos y es 7 cuartos. Rebajando de estos un ochavo quedan 6 y $^1/_2$. Ahora se multiplican por 2 los 6 y $^1/_2$, y resulta ser próximamente 13 reales el valor de la cántara.

4.° *A 5 cuartos el cuartillo de vino, ¿cuánto importa una cántara?*

CÁLCULO.

Primero se halla el valor de 2 cuartillos y es 10 cuartos. Rebajando un ochavo quedan 9 cuartos y $^1/_2$. Ahora se multiplican por 2 los 9 y $^1/_2$, y resulta ser próximamente 19 reales el valor de la cántara.

Aun cuando el valor de la cántara no es exacto resolviendo por este procedimiento los problemas de esta clase de medidas, es muy corta la diferencia entre e que así resulta y el verdadero, é insignificante para el gobierno particular de cada indivíduo que comercia en líquidos que se miden de este modo.

5.° *Costando un cuarteron de cera 2 reales, ¿cuánto costará la arroba?*

CALCULO.

Como la arroba equivale á 100 cuarterones, se multiplica por 100 (17) el precio 2, y resulta ser 200 reales el volor de una arroba.

6.° *Costando una libra de aceite 3 rs., ¿cuánto costará un quintal, (4 arrobas)?*

CALCULO.

Como el quintal equivale á 100 libras, se multiplica por 100 el precio 3, y resulta ser 300 reales el valor de un quintal.

Si el precio se fija en la libra y se quiere hallar el de la arroba, se divide aquel por 4 cuarterones que vale la libra y el cociente se multiplica por 100.

7.° *Costando una libra de algodon 16 reales, ¿cuánto costará una arroba?*

CALCULO.

16 reales : 4 cuarterones $= 4 \times 100$ (17) $= 400$ reales costará una arroba.

8.° *A 6 reales la libra de queso, ¿cuanto importa una arroba?*

Procediendo como en el ejemplo anterior, tenemos:

CALCULO

6 reales : 4 cuarterones $= 1{,}5\ (60) \times 100 = 150$ reales costará una arroba.

CAPÍTULO III.

Conociendo el valor de una unidad hallar el de una de sus fracciones.

117. *Para hallar el valor de una fraccion de unidad de medida métrica, se contará una décima de cada unidad del precio al primer submúltiplo de la unidad de medida, un céntimo al segundo submúltiplo, una milésima al tercero, una diezmilésima al cuarto.*

Se cuenta por primer submúltiplo la unidad de medida de órden inmediato inferior al de la unidad en la cual se fija el precio.

1.° *Costando 28 reales un metro de paño, ¿á cómo costará el decímetro, el centímetro y el milímetro?*

Habiendo fijado el precio en el metro, el primer submúltiplo es el decímetro, el segundo el centímetro y el tercero el milímetro.

CALCULO

El decímetro costará 28 décimas, el centímetro 28 céntimos, y el milímetro 28 milésimas.

2.° *Costando un decámetro de bayeta 27 pesetas, ¿cuánto costará el metro, el decímetro, el centímetro y el milímetro?*

Habiendo fijado el precio en el decámetro, el primer submúltiplo es el metro, el segundo, el decímetro, el tercero, el centimetro, y el cuarto, el milimetro.

CALCULO

El metro costará 27 décimas de peseta, el decímetro costará 27 céntimos, el centímetro 27 milésimas y el milímetro 27 diezmilésimas.

3.° *A seis reales el litro de aceite, ¿cuánto costarán el decilitro ó el centilitro?*

CALCULO

El decílitro costará 6 décimas de real, y el centílitro 6 céntimos.

4.° *Costando 21 pesetas un hectólitro de trigo, ¿á cómo costará el decálitro, el litro y el decílitro.*

Habiendo fijado el precio en el hectólitro, el primer submúltiplo es el decálitro, el segundo es el litro, el tercero el decílitro, etc.

CALCULO.

El decálitro costará 21 décimas de peseta, el litro 21 céntimos y el decílitro 21 milésimas.

118. En algunos contratos vulgares suele fijarse el precio á tanto el ciento ó el millar, y quiere saberse lo que cuesta una unidad. Como en estos casos se toma como unidad la centena ó el millar, las unidades inferiores á estas son fracciones de las mismas, y cada una de estas fracciones (unidades) cuesta tantos céntimos ó milésimas de moneda como unidades tenga el precio.

Ejemplos.

1.° *Si 100 naranjas cuestan 12 reales, ¿cuánto costará una?*

CALCULO.

Si 100 naranjas costasen 1 real, una naranja costaria un céntimo de real; luego costando 12 reales el 100, una costará 12 céntimos de real.

2.° *A 8 reales el ciento de pimientos, ¿cuanto costará uno?*

CALCULO.

Segun lo dicho, cada pimiento costará 8 céntimos de real.

Si el precio fuese á 8 pesetas, los céntimos serian de peseta.

3.° *Si 1.000 naranjas cuestan 75 reales, ¿cuánto costará una?*

CALCULO.

Si 1.000 naranjas cuestan un real, una naranja costará una milésima de real; luego costando 75 reales el millar, una costará 75 milésimas de real, igual á 7 céntimos y medio.

119. En el comercio, y entre particulares, en algunos casos, suele tomarse como unidad la docena ó la gruesa, ó sea el número 12, y por consiguiente, cada unidad inferior á dicho número, se considera como fraccion del mismo.

120. *Para hallar el valor de una fraccion de docena ó de gruesa (la gruesa es igual á 12 docenas) conociendo el de una unidad de esta clase, se divide mentalmente el precio por 12, y de cada unidad del precio se cuentan 8 céntimos á cada fraccion (unidad) de docena ó de gruesa y un cuartillo de cada tres unidades.*

Ejemplos.

1.° *A 15 reales la gruesa de botones, ¿cuánto importa una docena?*

CALCULO.

A 12 reales la gruesa, una docena cuesta un real. Ahora, de 12 á 15 van 3 reales, y como cada real vale 4 cuartillos, los 3 reales son 12 cuartillos, que divididos por las 12 docenas de la gruesa, dan un cuartillo de cociente. Adicionando ambos cocientes es un real y $^1/_4$ el valor de la docena.

2.° *Costando 3 reales una docena de botones, ¿cuánto costará un boton?*

CALCULO.

Tres reales valen 12 cuartillos, que divididos por 12 botones, que constituyen una docena, resulta que cada boton cuesta un cuartillo de real.

3.° *A 9 pesetas la docena de pañuelos, ¿cuánto cuesta uno?*

CALCULO.

Costando un pañuelo un cuartillo de cada 3 unidades del precio (120), de 9 pesetas costará 3 cuartillos de peseta, igual á 3 reales.

121. *Para hallar el valor de una tercia ó de una cuarta de unidad de medidas antiguas, se divide mentalmente el precio por 3 ó por 4, y por cada unidad de resíduo se cuentan 33 céntimos á la tercia y 25 á la cuarta.*

Ejemplos.

1.° *A 19 reales vara de bayeta, ¿á cómo costarán la tercia ó la cuarta?*

CALCULO.

19 reales : 3 tercias = 6 reales. Aumentando 33 céntimos por la unidad de resíduo, el valor de la tercia es 6 reales y 33 céntimos.

Divido 19 reales por 4 cuartas = 4 reales. Aumentando 25 céntimos por cada unidad de resíduo, son $25 \times 3 = 75$ céntimos. El precio de la cuarta son 4 reales y 75 céntimos.

2.° *A 13 pesetas vara de paño, ¿cuanto costarán la tercia ó la cuarta?*

CALCULO.

13 : 3 = 4 pesetas. Aumentando 33 céntimos por la unidad de resíduo, el valor de la tercera son 4 pesetas y 33 céntimos.

Divido 13 por 4 = 3 pesetas. Aumentando 25 céntimos por la unidad de resíduo, el valor de la cuarta es 3 pesetas y 25 céntimos.

3.° *Costando una fanega de trigo 28 reales, ¿á cómo cuesta la tercia, la cuarta ó el celemin?*

CALCULO.

La tercia costará 28 : 3 = 9 reales y 33 céntimos.

La cuarta costará 28 : 4 = 7 reales.

Para hallar el valor del celemin se procede como para el de la fraccion de docena ó de gruesa (120). El valor del celemin, en el presente ejemplo, es 2 reales y 33 céntimos.

4.° *A 14 reales la cántara de vino, ¿cuánto costará un cuartillo?*

Primero se hallará el valor de 2 cuartillos. Esto se consigue dividiendo por 2 el precio de la cántara, y al cociente que resulte se añade un ochavo. El valor hallado de este modo no es exacto, pero es muy corta la diferencia é insignificante para el gobierno particular de cada uno.

CALCULO.

14 : 2 = 7. Estos 7 indican que el valor de los 2 cuartillos es 7 cuartos, más un ochavo que debe añadirse son 7 cuartos y $^1/_2$.

5.° *A 11 reales la cántara de vino, ¿cuánto importan 2 cuartillos?*

Procediendo como en el ejemplo anterior, tenemos:

CALCULO.

11 : 2 = 5 y $^1/_2$ + 1 ochavo, son 6 cuartos el valor de 2 cuartillos.

Para hallar el valor de la cuartilla se procede como en los ejemplos anteriores.

6.° *A 56 reales la arroba de jabon, ¿cuánto vale una cuartilla ó una libra?*

Para hallar el valor de la libra, se divide el precio de la arroba por 25 libras que esta vale, y el cociente indica el valor de aquella. Si queda resíduo se multiplica este por 4, y el producto son céntimos de la unidad de moneda.

CALCULO.

La cuartilla vale 56 : 4 = 14 reales.

La libra vale 56 : 25 = 2 reales. Ahora se multiplican por 4 los 6 reales de resíduo y son 24 céntimos, que adicionados á los 2 reales, resulta ser el valor de la libra 2 reales y 24 céntimos.

Como la arroba equivale á 100 cuarterones, uno de estos costará tantos céntimos de unidad como unidades de moneda cueste aquella (118). En el presente caso, el cuarteron costará 56 céntimos de real.

Lo que se dice del cuarteron es aplicable á la libra cuando el precio se fije en el quintal, por este equivaler á 100 libras.

7.° *A 4 reales la arroba de sal, ¿cuánto cuesta la libra?*

CALCULO.

Costando el cuarteron 4 céntimos, la libra costara $4 \times 4 = 16$ céntimos de real.

8.° *A 17 reales el quintal de sal, ¿cuánto cuesta una libra?*

CALCULO.

17 reales : 100 libras = 0,17 céntimos costará la libra (118).

9.° *Un comerciante ha comprado una partida de azúcar que le ha costado á 39 pesetas y $^1/_2$ el quintal, ¿á cómo ha de vender la libra para ganar un 16 y $^1/_2$ por ciento?*

Para esto se adiciona el coste con la ganancia, y se procede como en los ejemplos 7.° y 8.° Tenemos, 39 y $^1/_2$ y 16 y $^1/_2$ son 56.

CALCULO.

56 pesetas : 100 libras = 0,56 céntimos de peseta es á cómo ha de venderse la libra para ganar el 16 y $^1/_2$ por ciento.

CAPITULO IV.

Números complejos.

122. Para resolver los problemas de multiplicar mentalmente números complejos, es conveniente empezar por los de especie superior.

123. Para hallar el valor de cada especie se procede conforme se indica en los párrafos 104 al 113, en el 116 y 118 al 122, y despues se adiciona mentalmente el valor de todas las especies.

Ejemplos.

1.° *A 8 reales vara de lienzo, ¿cuánto importan 6 varas, 2 cuartas y media?*

CALCULO.

$8 \times 6 = 48$ reales las 6 varas.

La cuarta cuesta $8 : 4 = 2$ reales; luego las 2 cuartas cuestan $2 \times 2 = 4$ reales. Costando la cuarta 2 reales la media cuarta cuesta 1 real.

Adicionando los tres productos son 53 reales el valor del número complejo.

2.° *A 15 reales fanega de cebada, ¿cuánto importan 8 fanegas y 2 celemines?*

CALCULO.

(104) 15 fanegas á 2 pesetas importan 30 pesetas, igual á 6 duros (91 tabla *A*). Para hallar el valor de los dos celemines, se halla el de un celemin (121 ejemplo tercero), y este valor se multiplica por los dos celemines, y resulta ser el valor 10 cuartillos de real, igual á 2 reales y $^1/_2$. Sumando los valores de las 8 fanegas y 2 celemines son 122 reales y $^1/_2$.

3.° *A 13 reales cántara de vino, ¿cuánto importan 12 cántaras y una azumbre?*

CALCULO.

(104) 13 cántaras á 3 pesetas (105 tabla núm. 2) importan 39 pesetas. La $^1/_2$ azumbre (dos cuartillos) á 13 reales cántara (121) ejemplo 4,°), importan 7 cuartos.

Ahora, costando 7 cuartos la media azumbre, la azumbre costará 14, que son 1 real y 5 cuartos y $^1/_2$. Uniendo ambos productos son 157 reales, 5 cuartos y $^1/_2$.

4.° *A 31 reales arroba de arroz, ¿cuánto importan 8 arrobas 2 libras y media?*

CALCULO.

(104) 31 arrobas × 2 pesetas = 62 pesetas, igual á 12 duros y 2 pesetas (91 tabla *A*), igual á 248 reales. Ahora, costando una arroba 31 reales, una libra cuesta 1 real y 24 céntimos (121 ejemplo 6.°); luego las 2 libras á real y 24 céntimos una, importan 2 reales y 48 céntimos. Costando una libra 1 real y 24 céntimos, la $^1/_2$ libra cuesta la mitad.

Adicionando los tres productos son 251 reales y 10 céntimos.

5.° *A 2 reales libra de jabon, ¿cuánto importan 4 arrobas, una libra y un cuarteron?*

CALCULO.

El valor de la arroba (116 ejemplo 6.°) es 50 reales. Ahora, costando una arroba 50 reales, las 4 arrobas costarán 4 × 50 (18) = 200 reales. Costando la libra 2 reales, el cuarteron costará medio real.

Adicionando los tres productos son 52 reales y $^1/_2$ el valor de 4 arrobas, 1 libra y un cuarteron.

TERCERA PARTE.

Razones y proporciones.

124. Se llama *razon geométrica* el cociente que resulta de dividir un número por otro.

Tenemos $12 : 6 = 2$. El 12 se llama *antecedente*, el 6, *consecuente*, y el 2, *razon*. Se lee 12 es á 6.

Una razon geométrica puede escribirse así: $\frac{12}{6}$

125. Si á los términos de una razon se les multiplica ó divide por un mismo número, la razon no varía (69).

126. Se llama *proporcion geométrica* la igualdad de dos razones. Así $16 : 8$ y $12 : 6$ ó $\frac{16}{8}$ y $\frac{12}{6}$

Se escribe $16 : 8 :: 12 : 6$ ó $\frac{16}{8} = \frac{12}{6}$

Se lee 16 es á 8 como 12 es á 6, ó 16 dividido por 8 es igual á 12 cividido por 6.

El 16 y el 6 se llaman *extremos*, y el 8 y el 12 se llaman *medios*.

127. En toda proporcion se verifica que el *producto de los extremos es igual al de los medios*.

En la proporcion anterior tenemos $16 \times 6 = 96$ y $8 \times 12 = 96$.

128. Si *cambiamos* los términos de una proporcion, escribiendo por medios los extremos y los extremos por medios, la proporcion siempre existe.

Sea la proporcion anterior $16 : 8 :: 12 : 6$. Cambiando sus términos, tenemos $8 : 16 :: 6 : 12$.

En ámbas resulta que el producto de los extremos y el de los medios es 96.

129. Si *multiplicamos ó dividimos* por un mismo número los antecedentes ó los consecuentes de una proporcion, ésta siempre existe.

Sea la proporcion 16 : 4 : : 12 : 3. Dividiendo por 2 los antecedentes, tenemos 8 : 4 : : 6 : 3. Estos cuatro números forman proporcion (127).

Lo mismo sucedería si se dividiesen los consecuentes.

130. *Para reducir varias proporciones á una sola, se multiplican ordenadamente los antecedentes y los consecuentes, y con los productos se forma proporcion.*

Sean 4 : 2 : : 6 : 3 y 8 : 4 : : 16 : 8.

Tenemos $4 \times 8 : 2 \times 4 :: 6 \times 16 : 3 \times 8$.

Efectuando las multiplicaciones indicadas, resulta 32 : 8 : : 96 : 24. Estos cuatro números forman proporcion (127).

131. Cuando en alguno ó algunos términos de una proporcion hay quebrados, se quitan los denominadores. Esto se hace multiplicando los dos términos de la razon por el denominador del quebrado respectivo (125).

Regla de tres.

132. Se llama *regla de tres simple directa*, aquella en que se nos dan tres términos de una proporcion, y creciendo ó disminuyendo una cantidad homogénea, crece ó disminuye su correspondiente.

Para hallar el extremo incógnito, se multiplican los medios, y el producto se divide por el extremo conocido.

Ejemplo. *Si* 9 *metros de paño cuestan* 300 *reales, ¿cuánto costarán* 18 *de la misma clase?*

Tenemos $9 : 300 :: 18 : x$

$$x = \frac{300 \times 18}{9} = 600 \text{ reales costarán los 18 metros.}$$

133. Cuando creciendo ó disminuyendo una cantidad homogénea, su correspondiente disminuye ó aumenta, se dice que la regla de tres es *inversa*.

Ejemplo. *Si 3 hombres hacen una obra en 4 dias, y 6 hombres ¿en cuántos dias la harán?*

Es evidente que 6 hombres tardarán la mitad de tiempo que 3: luego esta cuestion es inversa.

Tenemos $3 : 6 . : x : 4$ ó (128) $6 : 3 : : 4 : x$

$$x = \frac{3 \times 4}{6} = 2 \text{ dias tardarán los 6 hombres.}$$

134. Se llama *regla de tres compuesta* aquella que nos enseña á resolver los problemas que dependen de dos ó más proporciones.

Ejemplo. *Si 10 sastres han hecho 50 trajes en 8 dias, ¿cuántos dias tardarán 20 sastres para hacer 200?*

Se dirá: si 10 sastres han tardado 8 dias en hacer los 50 trajes, 20 sastres tardarán ménos.

Tenemos $10 : 20 : : x : 8$ (128) $20 : 10 : : 8 : x$

Si 20 sastres hacen 50 trajes en x dias, ¿cuántos dias tardarán en hacer 200? Sea y este número de dias.

Tenemos $50 : 200 : : x : y$

Multiplicando ordenadamente estas dos proporciones (130) y suprimiendo el factor comun x, resulta

$20 \times 50 : 10 \times 200 : : 8 : y$

Luego $y = \dfrac{10 \times 200 \times 8}{20 \times 50} = 16$ dias tardarán en hacer los 200 trajes.

Regla de compañía.

135. Se llama *regla de compañía* la que enseña á dividir una cantidad en partes proporcionales á otros números dados.

1.° *Dos comerciantes juntaron el capital: el primero puso 4.000 pesetas, y el segnndo 6.000; ganaron ó perdieron 8.000 pesetas, ¿cuánto correspondió á cada uno?*

Para cada sócio hay que formar una proporcion.

El primero, 4.000 pesetas +
El segundo, 6.000 =

10.000 pesetas de los dos sócios.

Tenemos 10.000 : 8.000 que ganaron : : 4.000 : x

$x = \dfrac{8.000 \times 4.000}{10.000} = 3.200$ pesetas correspondieron al primero.

Tenemos 10 000 : 8.000 : : 6.000 : y

$y = \dfrac{8.000 \times 6.000}{10.000} = 4.800$ pesetas correspondieron al segundo.

Prueba. Al primero, 3.200 +
Al segundo, 4.800 =

8.000 pesetas, igual á la ganancia ó pérdida total.

2.° *Dos sócios juntaron el capital, para dedicarse al comercio, con la condicion que el primero habia de recibir de las utilidades que hubiese* $^2/_3$ *y el segundo* $^3/_4$*; ganaron 10.00 pesetas, ¿cuánto correspondió á cada uno?*

Para resolver este problema, se reducen los quebrados á un comun denominador, y los nuevos numeradores se consideran como capitales de los respectivos sócios.

Tenemos $\dfrac{2}{3} + \dfrac{3}{4}$ (70) $= \dfrac{8}{12} + \dfrac{9}{12}$

Se suman los numeradores 8 + 9 = 17.

Del primero. 17 : 10.000 : : 8 : x

$x = \frac{10.000 \times 8}{17} = 4.705 + \frac{15}{17}$ pesetas corresponden al primero.

Del segundo. $17 : 10.000 : : 9 : y$

$y = \frac{10.000 \times 9}{17} = 5.294 + \frac{2}{17}$ pesetas corresponden al segundo.

Prueba. Al primero, $4.705 + \frac{15}{17} +$

Al segundo, $5.294 + \frac{2}{17} =$

10.000 pesetas

3.° *Dos comerciantes juntaron el capital: el primero puso 2.000 pesetas por 8 meses, y el segundo puso 1.000 por 4 meses; ganaron ó perdieron 5.000 pesetas, ¿cuánto correspondió á caaa uno?*

Esta cuestion se llama *regla de compañía con tiempo*.

Se resuelve del modo siguiente:

El primero, 2.000 pesetas × 8 meses = 16.000 +
El segundo, 1.000 » × 4 » = 4.000 =

Dinero y tiempo 20.000

Del primero. $20.000 : 5.000 : : 16.000 : x$

$x = \frac{5.000 \times 16.000}{20.000} = 4.000$ pesetas al primero.

Del segundo. $20.000 : 5.000 : : 4.000 : y$

$y = \frac{5.000 \times 4.000}{20.000} = 1.000$ pesetas al segundo.

Prueba. 4000+1000=5000 pesetas.

Reglas de interés.

136. Se llama *regla de interés*, aquella que ense-

ña á determinar la cantidad que produce al prestador la cantidad que prestó.

El tiempo que el capital produce interés es un año, ó diferente de un año.

1.° *¿Cuánto producen* 5.000 *pesetas prestadas por un año á* 4 *por* 100?

Se dirá $100 : 5.000 :: 4 : x$

$$x = \frac{5.000 \times 4}{100} = 200$$ pesetas producen las 5.000.

2.° *Un sugeto cobra* 1.200 *pesetas de interés á* 4 *por* 100: *¿cuál será el capital que ha prestado?*

Llamando c al capital, diremos: si para cobrar 4 ha prestado 100, para cobrar 1 200, ¿cuánto habrá prestado?

$4 : 100 :: 1.200 : c$

$$c = \frac{100 \times 1200}{4} = 30.000$$ pesetas prestó.

Cuando el tiempo es diferente de un año, se multiplica el capital por el tiempo que estuvo prestado. En este caso, el mes se cuenta de 30 dias y el año de 360.

3.° *¿Cuánto producen* 2.000 *pesetas en* 150 *dias al* 5 *por* 100 *anual?*

Diremos. Si 100 en 360 dias producen 5, 2 000 en 150, ¿cuánto producirán?

$100 \times 360 : 2.000 \times 150 :: 5 : x$

$$x = \frac{2.000 \times 150 \times 5}{100 \times 360} = 41\ ^2/_3$$ pesetas producirán los 2.000 en 150 dias.

4.° 2000 *pesetas han producido* 50 *en* 4 *meses: ¿cuál será el tanto por* 100 *anual?*

Llamaremos r al tanto por ciento.

$100 \times 12 \text{ meses} : 2.000 \times 4 \text{ meses} :: r : 50$

$$r = \frac{100 \times 12 \times 50}{2.000 \times 4} = 7{,}5$$ pesetas es el tanto por ciento.

Descuento.

137. Los descuentos de letras suelen hacerse de dos modos: el primero consiste en que el dinero que el tomador ha de entregar al tenedor de la letra, ha de producir al tomador el *interés* de un tanto por ciento al año. El segundo consiste en que de cada 100 unidades del valor nominal de la letra se ha de rebajar un tanto por ciento, llamado *descuento* de la letra.

1.° *¿Cuánto vale una letra ó pagaré de* 4,000 *pesetas, cuyo plazo es de un año, siendo* 5 *por* 100 *el interés que ha de producir al tomador?*

$100 + 5 : 100 : : 4.000 : x$

$$x = \frac{100 \times 4.000}{105} = 3809 \frac{11}{21}$$ pesetas debe recibir el tenedor.

2.° *¿Cuánto valdrá actualmente una letra ó pagaré de* 8.000 *pesetas, cuyo plazo es de* 6 *meses, siendo* 4 *por* 100 *el interés que ha de producir al tomador?*

Primero hallaremos el interés de 100 en los 6 meses.

12 meses : 6 meses : : 4 : x

$$x = \frac{6 \times 4}{12} = 2$$

Ahora, como en el ejemplo anterior.

$100 + 2 : 100 : : 8.000 : y$

$$y = \frac{100 \times 8.000}{102} = 7.843 \frac{4}{51}$$ pesetas debe recibir el tenedor de la letra.

El segundo modo de descontar es rebajando de 100 el tanto de descuento.

3.° *¿Cuál es el valor de una letra de* 6.000 *pe-*

setas, que el plazo es de un año, y 5 por 100 el descuento?

$100 : 6.000 :: 5 : x$

$x = \frac{6.000 \times 5}{100} = 300$ pesetas hay que descontar de la letra, y quedan 5.700 pesetas que debe recibir el tenedor de la letra.

Si el plazo de la letra es diferente de un año, se resuelve el problema por medio de dos proporciones.

4.° *El plazo de una letra es de 6 meses y 4 por 100 el descuento: ¿cuál es el valor actual de la letra de 8.000 pesetas?*

$100 : 8.000 :: 4 : x$. descuento de un año.

12 meses : 6 meses $:: x : z$

Multiplicando ordenadamente estas dos proporciones y suprimiendo el factor comun x, resulta

$100 \times 12 : 8.000 \times 6 :: 4 : z$

$z = \frac{8.000 \times 6 \times 4}{100 \times 12} = 160$ pesetas hay que descontar de la letra, y quedan 7.840 pesetas.

Regla de aligacion.

138. Se llama *regla de aligacion* la que enseña á mezclar varios géneros, con objeto de hallar el precio de la unidad de la mezcla, ó saber qué cantidades han de entrar en dicha mezcla.

1.° *Un labrador tiene 100 decálitros de trigo de á 2 pesetas el decálitro, 200 de á 2 ½ pesetas, y 50 de á 3 pesetas; quiere mezclarlos y saber á cómo ha de vender el decálitro.*

100×2	pesetas	$= 200$	+
$200 \times 2 \frac{1}{2}$	»	$= 500$	
50×3	»	$= 150$	
350 decálitros		850 pesetas	

$$\begin{array}{l|l} 850 & 350 \\ \hline 1500 & 2{,}42 \\ 01000 & \\ \ \ 0300 & \end{array}$$

2,42 pesetas es el precio medio á que debe venderse el decálitro de trigo mezclado.

Cuando conocemos el precio medio y los de las especies, y queremos hallar las cantidades que deben entrar en la mezcla, resolveremos la cuestion conforme los siguientes problemas.

2.º *Un sugeto tiene aguardiente de 26 grados, de 22, de 18 y de 16; quiere formar aguardiente de 20 grados, ¿cuántos litros ha de mezclar de cada clase?*

	GRADOS.	LITROS.
20	26	4 +
	22	2
	18	2
	16	6 =
		14 litros deben entrar

en la mezcla, y conforme indican los números de la derecha para que resulte aguardiente de 20 grados.

Para la resolucion de este problema; y los de iguales condiciones, se toma un precio mayor y otro menor que el precio medio, aunque para ello sea necesario tomar varias veces un mismo precio. Se ve la diferencia de 20 á 26 y esta se escribe á la derecha del 16, la cual indica los litros que han de mezclarse de 16 grados. Se ve la diferencia de 16 á 20, y esta se escribe á la derecha del 26, la cual indica los litros que han de mezclarse de 26 grados. Se prosigue del mismo modo hasta terminar la operacion. Tambien puede mezclarse duplo, triplo, etc , y sin embargo la pérdida que resulta de las especies superiores siempre es igual á la ganancia que producen las inferiores.

3.º *Un comerciante ha pedido á un cosechero*

8.000 *decálitros de aceite de 5 pesetas decálitro; pero éste no se encuentra con género de este precio, y sí de 3 pesetas, de 6 y de 8. Quiere saber cuantos decálitros ha de tomar de cada clase para reunir los 8.000 decálitros del precio de 5 pesetas.*

Primero ejecutaremos la operacion como la anterior.

$$\begin{array}{cc} \text{PRECIO.} & \text{DECALITROS.} \\ \hline 5\left\{\begin{array}{l} 8 \\ 6 \\ 3 \end{array}\right. & \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3+1 \\ \hline 8 \text{ decálitros.} \end{array} \end{array}$$

Ahora continuaremos como en regla de compañía, considerando los 8 decálitros como capital impuesto por los sócios, y las especies como capitales parciales.

$8 : 8.000 : : 2 : x$

$x = \dfrac{8.000 \times 2}{8} = 2.000$ decálitros debe tomar del precio de 8 pesetas.

$8 : 8.000 : : 2 : y$

$y = \dfrac{8.000 \times 2}{8} = 2.000$ decálitros debe tomar del precio de 6 pesetas.

$8 : 8.000 : : 4 : z$

$z = \dfrac{8.000 \times 4}{8} = 400$ decálitros debe tomar del precio de 3 pesetas.

Se suman las tres cantidades

$$\begin{array}{l} 2.000\ + \\ 2.000 \\ 4.000\ = \\ \hline 8\ 000 \end{array}$$

8 000 decálitros, cantidad igual á la que pide de 5 pesetas el decálitro.

ÍNDICE.

Págs.