SUPPLÉMENT
A L'OPTIQUE
DE SMITH,

CONTENANT UNE THÉORIE GÉNÉRALE
des Instrumens de Dioptrique.

A BREST,

Chez R. MALASSIS, Imprimeur ordinaire du Roi & de la Marine.

A PARIS,

Chez { DURAND, neveu, Libraire, rue Galande.
JOMBERT, jeune, Libraire, rue Dauphine.

M. DCC. LXXXIII.

Avec Approbation & Privilege.

AVERTISSEMENT.

CE petit Ouvrage eſt une eſpece d'abrégé de la Dioptrique de Mr. Euler, & d'un Mémoire de ce grand Géometre, contenu dans le 18ᵉ. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg, formant originairement une douzaine d'articles, environ, d'un Dictionnaire très-étendu des Sciences Phyſico-Mathématiques, entrepris il y a ſept à huit ans, & que des circonſtances imprévues me firent abandonner, en m'obligeant de paſſer d'un lieu où j'avais toutes les reſſources poſſibles pour mon travail, dans un autre où je n'en avais aucune, & où j'ai demeuré trop de tems, pour qu'une auſſi longue interruption m'ait laiſſé le courage de le reprendre & de le continuer. Je crus qu'on me ſaurait gré de renfermer dans ces articles une Théorie vaſte & lumineuſe, que tout le monde n'eſt pas à portée de connaître. Cette raiſon m'a déterminé depuis à en compoſer le petit ouvrage que je publie aujourd'hui, ce qui n'a exigé que quelques légers changemens dans la forme.

J'ai diviſé cet Ouvrage en deux parties. J'ai renfermé dans la premiere, les principes que donne Mr. Euler pour la conſtruction des Inſtrumens de Dioptrique. Je me ſuis permis ſeulement de retrancher de cette Théorie, tout ce qui n'eſt pas d'une utilité abſolue, tout ce qu'il n'emploie pas lui-même dans les applications nombreuſes qu'il en fait.

La ſeconde Partie renferme les applications de cette

Théorie à la conſtruction des Inſtrumens de Dioptrique. Je me ſuis borné à celles qui donnent les Lunettes & les Microſcopes qui réuniſſent le plus de qualités. Elles ſont cependant en aſſez grand nombre pour ne rien laiſſer à deſirer ſur la maniere dont il faudra employer la Théorie, lorſqu'on voudra conſtruire d'autres inſtrumens de cette eſpece. Elles comprennent, non ſeulement ceux dont Mr. Fuſſ enſeigna, il y a quelques années, la conſtruction aux Artiſtes, en leur donnant les courbures, les foyers, les ouvertures, les diſtances reſpectives, &c. des verres qui les compoſent, mais encore beaucoup d'autres, parmi leſquels on doit diſtinguer la derniere eſpece de Lunettes pour la terre, dont je parle à la fin du troiſieme Chapitre, laquelle eſt très-ſupérieure à toutes les autres par la grandeur de ſon champ.

Soit dans l'expoſition des principes, ſoit dans les applications, j'ai très-ſouvent ſuivi Mr. Euler pas à pas. Mais ſouvent auſſi je me ſuis permis de m'en écarter, lorſqu'en prenant une route différente, il m'a ſemblé pouvoir arriver plus aiſément & plus vîte. J'ai multiplié les applications numériques, & j'ai ajouté tout ce que j'ai cru pouvoir contribuer à l'intelligence du ſujet.

Ce petit Ouvrage ſera ſuivi de près, d'un Traité d'Aſtronomie, dans lequel j'eſſaierai de donner de nouvelles preuves des avantages que cette ſcience peut retirer de l'Analyſe.

THÉORIE
GÉNÉRALE
DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

PREMIERE PARTIE,

Dans laquelle on expoſe les Principes d'où ſe tire la conſtruction des inſtrumens de Dioptrique.

CHAPITRE PREMIER.

Du Foyer, & de l'Aberration de ſphéricité des rayons de lumiere qui traverſent une ou pluſieurs lentilles.

1. NOus nommerons foyer, le point où les rayons partis d'un point lumineux ſitué dans l'axe d'une ou de pluſieurs lentilles, rencontrent l'axe, ou tendent à le rencontrer, eux ou leurs prolongemens, après avoir été rompus.

2. Nous nommerons aberration de ſphéricité, la partie de cet axe compriſe entre le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, & celui des rayons qui tombent à une diſtance finie de cet axe.

3. Suppoſons d'abord une ſurface ſphérique réfringente, ſur l'axe de laquelle ſoit ſitué le point lumineux, & commençons par chercher le point où un rayon qui la traverſe à une diſtance finie de ſon axe, rencontre cet axe, après avoir été rompu.

Soit E (*fig. 1*) le point lumineux, AB la ſurface qui ſépare le milieu d'où partent les rayons, que nous ſuppoſerons être l'air, & celui où ils entrent, EB un rayon incident, BF ce même rayon rompu par la ſurface AB, lequel va couper l'axe EF de cette ſurface en f, F le foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, P le rapport de réfraction, en paſſant de l'air dans le milieu terminé par AB. Soient abaiſſés BD perpendiculaire ſur l'axe, & du centre C de la ſurface réfringente AB, des perpendiculaires CH & CG ſur le rayon incident & ſur le rayon rompu. On obſervera que la diſtance BD du point d'incidence à l'axe, eſt toujours aſſez peu conſidérable pour qu'on puiſſe en négliger les puiſſances qui paſſent la troiſieme.

On aura $Bf = \sqrt{(BD^2 + Df^2)} = \frac{Cf.BD}{GC}$, ce qui donne $Cf^2 - \frac{2\,GC^2.DC}{BD^2 - GC^2}.Cf = \frac{BC^2.GC^2}{BD^2 - GC^2}$, & par conſéquent
$Cf = \frac{GC^2.DC + \sqrt{(BD^2.GC^2(BC^2 - GC^2))}}{BD^2 - GC^2}$; & enfin,
$Af = \frac{BD^2.BC - GC^2.AD + BD.GC\sqrt{(BC^2 - GC^2)}}{BD^2 - GC^2} =$
$\frac{BD^2.BC - GC^2.AD + BD.GC.BC - \frac{BD.GC^3}{2\,BC}}{BD^2 - GC^2}$ à cauſe que
$\sqrt{(BC^2 - GC^2)} = BC - \frac{GC^2}{2\,BC}$, à très-peu près.

Soient $EA = a$, $BC = b$, $BD = k$. On aura $AD = \frac{k^2}{2\,b}$, à très-peu près, $EB = a + \frac{mkk}{2\,ba}$, en négligeant les quatriemes puiſſances de k, & faiſant $a + b = m$. Ainſi $CH = \frac{mk}{a} - \frac{m^2k^3}{2\,ba^3}$, & par conſéquent $CG = \frac{mk}{Pa} - \frac{m^2k^3}{2\,P^2a^3b}$, & $CG^2 = \frac{m^2k^2}{P^2a^2} - \frac{m^3k^4}{P^2a^4b}$. Donc $Af = (b + \frac{mb}{Pa} - \frac{m^2k^2}{2\,Pa^3} - \frac{m^2k^2}{2\,P^2a^2b} - \frac{m^3k^2}{2\,P^3a^3b}) : (1 - \frac{m^2}{P^2a^2} + \frac{m^3k^2}{P^2a^4b})$, ou $Af = 1 : (\frac{1}{b} - \frac{m}{Pab} + \frac{m^2k^2}{2\,Pb^2a^3} + \frac{m^2k^2}{2\,P^2b^3a^2} - \frac{m^3k^2}{2\,P^3a^3b^3})$, en négligeant les quatriemes puiſſances de k.

4. Si, pour les rayons qui tombent infiniment près de l'axe, on représente par f, la distance AF à laquelle ils vont couper l'axe, après avoir été rompus, on aura, à cause que k est alors infiniment petite, $f = \frac{1}{\frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}}$, & par conséquent $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} - \frac{m}{Pab}$. Substituant dans l'expression de AF, divisant ensuite, on aura, en remettant pour m sa valeur $a+b$,

$$Af = f - \tfrac{1}{2} ffkk \left(\frac{(a+b)^2}{P a^3 b^2} + \frac{(a+b)^2}{P^2 a^2 b^3} - \frac{(a+b)^3}{P^3 a^3 b^3} \right),$$

ou $Af = f - \frac{1}{2} ffkk \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right)$;

& $\frac{1}{f} = \frac{P-1}{Pb} - \frac{1}{Pa}$.

Faisons $\frac{1}{2} kk \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P^2} \right) \left(\frac{1}{P} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^3 + \frac{1}{a} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)^2 \right) = M$, on aura $Af = f - ffM$, & ffM est l'aberration de sphéricité, produite par la surface réfringente AB.

5. Supposons que le rayon rompu Bf (*fig.* 2) rencontre une seconde surface réfringente GC, un peu au delà de la premiere, au sortir de laquelle les rayons repassent dans le milieu d'où ils viennent, en sorte que $ABGC$ représente une lentille, & soit f' le point où le rayon Bf va couper l'axe de cette lentille, après la nouvelle réfraction qu'il éprouve en G. Nommons e l'épaisseur AC de la lentille, & c le rayon de la seconde surface GC. Comme on suppose très-petite l'épaisseur, GD' abaissée perpendiculairement sur l'axe, ne différera pas sensiblement de BD; ainsi on pourra la représenter aussi par k. Il est évident que Cf est pour la seconde surface ce qu'est a par rapport à la premiere. Soit $Cf = f - ffM - e = F$, & $\text{ſ}'$ la distance à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par la lentille; on aura, F & c étant négatifs, & observant de mettre $\frac{1}{P}$ à la place de P,

$\frac{1}{\text{ſ}'} = \frac{P-1}{c} + \frac{P}{F}$, & $Cf' = \text{ſ}' - \frac{1}{2} \text{ſ}' \text{ſ}' kk (P^2 - P) \left(P \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^3 + \frac{1}{F} \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{F} \right)^2 \right)$.

Comme ce second terme est fort petit, on peut mettre à la place de $\text{ſ}'$, f' distance à laquelle les rayons infiniment voiſins de l'axe, coupent cet axe, en conſidérant comme nulle l'épaiſſeur de la lentille, & f à la place de F; on aura $Cf' = \mathrm{f}' - \frac{1}{2} f' f' kk (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^3 + \frac{1}{f} (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^2 \right)$.

Quant au premier terme f', on remarquera que $\frac{1}{\mathrm{f}'} = \frac{P-1}{c} + \frac{P}{f}$, en ſorte qu'on aura $f' - \mathrm{f}' = \frac{Pef'f'}{ff} + Pf'f'M$; faiſant donc $\frac{1}{2} kk (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^3 + \frac{1}{f} (\frac{1}{c} + \frac{1}{f})^2 \right) = M'$, on aura $Cf' = f' - \frac{Pef'f'}{ff} - (PM + M') f'f'$, $f' - \frac{Pef'f'}{ff}$ eſt la diſtance du foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, en ayant égard à l'épaiſſeur de la lentille, & $(PM + M') f'f'$ eſt l'aberration de ſphéricité, produite par la lentille. Subſtituant dans M' à la place de $\frac{1}{f}$, ſa valeur $\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb}$, & faiſant $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{q}$, on aura pour M', $\frac{1}{2} kk (P^2 - P) \left(P (\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb})^3 + (\frac{1}{b} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb}) (\frac{1}{q} - \frac{1}{Pa} - \frac{1}{Pb})^2 \right)$. Si l'on ſubſtitue cette valeur de M' & celle de M, dans la quantité $(PM + M') f'f'$, elle deviendra $\left((P^3 - P^2) \frac{1}{2q^3} + (1 + P - 2P^2) \frac{1}{2bq^2} + (P + 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2b^2q} + (1 + 2P - 3P^2) \frac{1}{2aq^2} + (4P - \frac{4}{P}) \frac{1}{2abq} + (3P - 1 - \frac{2}{P}) \frac{1}{2a^2q} \right) . kkf'f'$, expreſſion de l'aberration de ſphéricité d'une lentille dont b & c ſont les rayons des ſurfaces, a la diſtance de l'objet, k le demi-diametre de l'ouverture, &c.

6. L'angle $Gf'D'$ que le rayon rompu Gf' fait avec l'axe de la lentille, $= \frac{GD'}{D'f'}$, parce que cet angle eſt petit, & par conſéquent, comme $D'f'$ differe peu de $D'F'$, & qu'on peut prendre $D'F' = f'$, ſans craindre d'erreur, cet angle $= \frac{k}{f'}$.

7. Si les rayons viennent d'un point e (*fig. 3.*) qui n'eſt pas dans l'axe de la lentille, le rayon eg qui paſſe par le centre de la lentille & forme comme l'axe du faiſceau de ces rayons, traverſe la lentille, ſans ſouffrir de réfraction ſenſible, la lentille ayant toutefois peu d'épaiſſeur, & les

rayons infiniment proches de ce rayon ou de cet axe ſe réuniſſent, après avoir traverſé la lentille, en un point g de cet axe, qui eſt à la même diſtance de la lentille que le foyer F des rayons infiniment proches de l'axe de la lentille, partis du point E, ſi le point e eſt à la même diſtance de la lentille que le point E. Conſidérant donc que ces points F, g & tous les points ſemblables, ſont les images des points de la ſurface de l'objet d'où ſont partis les rayons qui s'y réuniſſent, on voit que ſi tous les points de cette ſurface ſont également éloignés de la lentille, l'image Fg que forment les points F, g & les autres points pareils, eſt ſemblable à l'objet; on voit même qu'elle lui eſt encore ſemblable, du moins à peu de choſe près, ſi les points d'où partent les rayons qui rencontrent la lentille, ne different pas trop d'être à la même diſtance de la lentille; & il eſt évident, à cauſe des ſecteurs ou triangles ſemblables FAg, EAe, que la grandeur de l'image eſt à celle de l'objet, en raiſon inverſe de leurs diſtances à la lentille. Donc ſi on nomme z le diametre de l'objet Ee, le diametre de l'image $Fg = \frac{f'z}{a}$.

8. Si l'on veut déterminer l'aberration de ſphéricité la plus petite, ou n'aura qu'à différencier l'expreſſion ci-deſſus, en faiſant varier le rayon b & égaler la différentielle à zéro, ce qui donnera $\frac{1}{b} = \frac{P(2P+1)}{2(P+2)} \cdot \frac{1}{q} - \frac{2P+2}{P+2} \cdot \frac{1}{a}$. Subſtituant cette valeur de $\frac{1}{b}$ dans l'expreſſion de l'aberration, elle devient

$$\left(\frac{4P^3 - 5P^2 + P}{4(P+2)} \cdot \frac{1}{2q^3} + \frac{P^3 - 2P^2 + P}{P+2} \cdot \frac{1}{2aq^2} + \frac{P - P^2}{P+2} \cdot \frac{1}{2a^2 q}\right) kkf'f',$$

& c'eſt là l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité la plus petite.

Si l'on néglige l'épaiſſeur de la lentille, ce que ſa petiteſſe permet, on a, pour le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}$; donc $q = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$; l'expreſſion précédente deviendra donc $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)\left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}\right)$. Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, ſeront $b = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{P(2P+1)a + (4+P-2P^2)f'}$, $c = \frac{2(P+2)(P-1)af'}{P(2P+1)f' + (4+P-2P^2)a}$.

9. On pourrait, a & f' étant données, demander la lentille qui produit, pour une ouverture donnée, une aberration de ſphéricité donnée.

On n'aura qu'à ſuppoſer que cette aberration eſt exprimée par $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}+A\right)$, ou par $\left(\frac{P(4P-1)(P-1)}{4(P+2)}\cdot\frac{1}{2q^3}+\frac{4P(P-1)}{4(P+2)}\cdot\frac{1}{2af'q}+\frac{P(4P-1)A}{4(P+2)(P-1)}\cdot\frac{1}{2q}\right)kkf'f'$ & l'égaler à l'expreſſion générale de l'aberration donnée ci-deſſus; on trouvera, après les réductions convenables, $\frac{1}{b}=\frac{4+P-2P^2}{2(P+2)(P-1)a}+\frac{P(2P+1)}{2(P+2)(P-1)f'}$ $\pm\frac{P\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)}=\frac{(4+P-2P^2).f'+P(2P+1)a\pm Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}$.

On aura donc pour l'autre rayon,

$$\frac{1}{c}=\frac{(4+P-2P^2)a+P(2P+1)f'\mp Paf'\sqrt{(4P-1)A}}{2(P+2)(P-1)af'}.$$

On voit donc qu'il faut prendre pour A une quantité poſitive. Pour qu'elle ſoit homogene avec le reſte, on pourra prendre $A=(\lambda-1)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2$, λ repréſentant un nombre plus grand que l'unité. Alors l'expreſſion de l'aberration de ſphéricité ſera $\frac{P(4P-1)kkf'f'}{8(P+2)(P-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{4(P-1)^2}{(4P-1)af'}\right)$. Et cette aberration étant conſidérée comme donnée, on doit auſſi conſidérer λ comme donné.

Et les rayons de la lentille qui produit cette aberration, ſeront

$$b=\frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)f'+P(2P+1)a\pm P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}},$$

$$c=\frac{2(P+2)(P-1)af'}{(4+P-2P^2)a+P(2P+1)f'\mp P(a+f')\sqrt{(4P-1)(\lambda-1)}}.$$

Le double ſigne $\pm$ fait voir, qu'on peut déterminer cette lentille de deux manieres.

10. Au lieu de f', on employera f tant qu'il ne ſera queſtion que d'une ſeule lentille, c'eſt-à-dire que f déſignera le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, pour lequel on aura par conſéquent $\frac{1}{f}=(P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$*. Soit fait pour abréger,

* Si le verre, au lieu d'être convexe, était concave des deux côtés, il faudrait dans la formule $\frac{1}{f}=(P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)-\frac{1}{a}$, donner le ſigne —

$\frac{P(4P-1)}{8(P+2)(P-1)^2} = \mu$, $\frac{4(P-1)^2}{4P-1} = \nu$, l'expression précédente de l'aberration deviendra $\mu\, k\, k\, f f \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right) \left(\lambda \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 + \frac{\nu}{a f}\right)$.
Soit fait auſſi $\frac{4+P-2P^2}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2} - 1 = \gamma$, $\frac{P(2P+1)}{2(P-1)(P+2)} = 1 + \frac{1}{2(P-1)} - \frac{1}{P+2} = \delta$, $\frac{P\sqrt{(4P-1)}}{2(P-1)(P+2)} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{2(P-1)} + \frac{1}{P+2}\right)$ $\sqrt{(4P-1)} = \epsilon$; les ray. ſeront $b = \frac{a f}{\gamma f + \delta a \pm \epsilon (a+f) \sqrt{(\lambda - 1)}}$, $c = \frac{a f}{\gamma a + \delta f \mp \epsilon (a+f) \sqrt{(\lambda - 1)}}$.

---

aux rayons b & c. Si une ſeule des ſurfaces du verre était concave, on feroit ſeulement négatif le rayon de cette ſurface. Si une des ſurfaces était plane, on n'auroit qu'à ſuppoſer $= \infty$ le rayon de la ſurface qui eſt plane au lieu d'être courbe.

On remarquera que la formule précédente donne $\frac{1}{f} + \frac{1}{a} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$.

Si les rayons qui tombent ſur la lentille ſont paralleles, & qu'on nomme F la diſtance à laquelle ceux qui ſont infiniment proche de l'axe, coupent cet axe après avoir traverſé la lentille, diſtance qu'on nomme *diſtance focale*, on aura $\frac{1}{F} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, a étant alors $= \infty$; lorſque le verre eſt également convexe des deux côtés, comme alors $b = c$, on a $\frac{1}{F} = \frac{2(P-1)}{b}$.

Si les rayons ont à traverſer deux lentilles contiguës, nommant f' la diſtance au ſecond verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus par les deux verres, on trouve $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + (P-1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{a}$, b' & c' repréſentant les rayons des ſurfaces de la ſeconde lentille. Car ſuppoſant d'abord les deux verres éloignés l'un de l'autre, ſi l'on nomme a' la diſtance au ſecond verre, du point où les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, après avoir traverſé le premier, on a $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{a'}$; mais ſi l'on ſuppoſe les deux verres contigus, on a $f + a' = 0$, $-\frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$; donc, &c.

Si le ſecond verre eſt d'une eſpece différente que le premier, & que P' exprime le rapport de réfraction pour ce ſecond verre, on aura $\frac{1}{f'} = (P-1)\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + (P'-1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{a}$.

Si les rayons ont trois lentilles contiguës à traverſer, nommant f'' la diſtance au troiſieme verre, à laquelle les rayons infiniment proches de l'axe, coupent cet axe, Si l'on ſuppoſe que la lentille ſoit de verre commun, alors $P = 1,55$; & l'on trouve que $\mu = 0,938191$, $\nu = 0,232692$, $\gamma = 0,190781$, $\delta = 1,627401$, $\epsilon = 0,905133$.

11. Propoſons-nous actuellement de trouver l'aberration de ſphéricité produite par un nombre quelconque de lentilles ayant même axe. Commençons par en ſuppoſer deux AB, $A'B'$ (*fig. 4*). Soit f le foyer des rayons extrêmes partis de E, & rompus par la premiere lentille AB, & f' leur foyer après avoir été rompus par la ſeconde $A'B'$. Soit F le foyer des rayons infiniment voiſins de l'axe, après avoir été rompus par la premiere lentille, & F' leur foyer après avoir été rompus par la ſeconde; il eſt évident que $f' F'$ eſt l'aberration produite par les deux lentilles.

---

après avoir été rompus par les trois verres, on trouve de même que $\frac{1}{f''} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + (P-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right) + (P-1)\left(\frac{1}{b''}+\frac{1}{c''}\right) - \frac{1}{a}$, b'' & c'' repréſentant les rayons des ſurfaces du troiſieme verre.

Si les trois lentilles ſont de verres d'eſpece différente, & que P, P', P'' repréſentent les rapports de réfraction pour la premiere, la ſeconde & la troiſieme, on aura $\frac{1}{f''} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) + (P'-1)\left(\frac{1}{b'}+\frac{1}{c'}\right) + (P''-1)\left(\frac{1}{b''}+\frac{1}{c''}\right) - \frac{1}{a}$.

Si la diſtance du point lumineux à une lentille ſur l'axe de laquelle il eſt placé, varie d'une petite quantité, on peut avoir beſoin de ſavoir de combien varie la diſtance du foyer des rayons infiniment proches de l'axe.

Faiſant toujours abſtraction de l'épaiſſeur de la lentille, on n'aura qu'à différencier la formule $\frac{1}{f} = (P-1)\left(\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}$, en faiſant varier f & a; on trouvera $df = -\frac{ff}{aa}da$, d'où l'on voit que ſi le point lumineux s'éloigne de la lentille d'une petite quantité repréſentée par da, le foyer des rayons infiniment proches de l'axe, ſe rapproche de la lentille, d'une quantité $= \frac{ff}{aa}da$; & réciproquement.

On a ſouvent beſoin de meſurer le foyer d'un verre.

On couvrira une des ſurfaces de ce verre avec un morceau de papier percé de pluſieurs trous d'épingle; on l'expoſera directement au ſoleil, & recevant ſur un papier peu éloigné du verre, les rayons qui paſſent par ces petits trous, on écartera le papier, ſi le verre eſt convexe, juſqu'à ce que les petits cercles lumineux, que forment ces rayons ſur le papier, ſe confondent en un ſeul; ce ſera le foyer de ce verre; & meſurant la diſtance du verre à ce foyer, on aura la diſtance focale.

Si le verre eſt concave, on écartera le papier juſqu'à ce que la diſtance de deux quelconques de ces petits cercles lumineux, ſoit double de la diſtance des deux trous correſpondants du papier qui couvre le verre; le papier ſera alors éloigné du verre d'une quantité égale à la diſtance focale de ce verre; meſurant donc cet éloignement, on aura la diſtance focale.

lentilles. Soit f le foyer qu'auraient, après avoir été rompus par la lentille $A'B'$, des rayons infiniment voisins de l'axe qui partiraient de F, f' f serait l'aberration produite par la lentille $A'B'$, f étant considéré comme un point lumineux qui envoie des rayons sur $A'B'$, de même que fF est celle qui est produite par la lentille AB, E étant le point lumineux. Et l'aberration totale $F'f'$ est composée de cette aberration f' f & de f F', différence entre les foyers F' & f des rayons infiniment voisins de l'axe, les uns partis de F & les autres considérés comme partant de f.

Soient donc $A'F = a'$, $A'F' = f'$, & $A'B' = k'$. Comme $A'f$ differe peu de $A'F$, & A'f de $A'F'$, on pourra dans l'expression de l'aberration f' f, supposer $A'f = a'$, & A'f $= f'$; ainsi on aura $f'\mathrm{f} = \mu\, k'k'f'f'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a'f'}\right)$, ou $f'\mathrm{f} = R'f'f'k'k'$, en faisant $\mu\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a'f'}\right) = R'$, ou enfin $f'\mathrm{f} = \frac{a'a'}{ff}R'f'f'kk$, parce que les triangles semblables ABf, $A'B'f$ donnent $k' = \frac{a'k}{f}$. Mais nommant b' & c' les rayons des surfaces de la lentille $A'B'$, on a $\frac{1}{A'F'} = (P-1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{A'F}$, & $\frac{1}{A'\mathrm{f}} = (P-1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{A'f}$; retranchant la premiere égalité de la seconde, on trouve $\mathrm{f}F' = \frac{A'F'^2}{A'F^2}.fF = \frac{f'f'}{a'a'}.fF$. Donc l'aberration $f'F' = \frac{f'f'}{a'a'}.fF + \frac{a'a'}{ff}R'f'f'kk$. Mais fF qui est l'aberration produite par la premiere lentille AB, $= Rffkk$, en faisant $\mu\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 + \frac{\nu}{af}\right) = R$; on aura donc enfin $f'F' = \frac{f'f'}{a'a'}Rffkk + \frac{a'a'}{ff}R'f'f'kk$, ou $f'F' = f'f'kk\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$.

12. L'Angle $A'f'B'$ que le rayon rompu $A'f'$ fait avec l'axe des lentilles, $= \frac{B'A'}{Af'} = \frac{k'}{f'}$, parce que cet angle est petit, & qu'on peut prendre $Af' = f'$, sans crainte d'erreur; donc, k' étant $= \frac{a'k}{f}$, cette angle $= \frac{a'k}{ff'}$.

L'image que donne le premier verre, peut être considérée comme un objet par rapport au second. Ainsi la grandeur de l'image formée par le second verre, est à celle de l'image formée par le premier, en raison inverse de leurs distances au second verre (7). Donc la grandeur de l'image que donne le premier verre, étant $= \frac{fz}{a}$, la grandeur de l'image que donne le second, $= \frac{ff'z}{aa'}$.

13. Supposons une troisieme lentille $B''A''$ (*fig.* 5) au delà des deux premieres. On demande l'aberration de sphéricité $f''F''$ produite par les trois lentilles. Soient $F'A'' = a''$, $A''F'' = f''$, F'' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir été rompus par les trois lentilles, & le demi-diametre $B''A''$ de l'ouverture de la lentille $= k''$. Il est évident, par ce qui précede, que $f''F'' = \frac{f''f''}{a''a''} f'F' + R''f''f''k''k''$, R'' étant $= \mu \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{v}{a''f''}\right)$. Mais l'angle $B''f'A'' = B'f'A' = \frac{a'k}{ff'}$; donc $B''A''$ ou $k'' = \frac{a'a''k}{ff'}$. Substituant cette valeur de k'' & celle de $f'F'$, l'aberration $f''F''$ produite par la sphéricité de trois lentilles, sera $= \frac{f'f'f''f''}{a'a'a''a''} Rffkk + \frac{a'a'f''f''}{ffa''a''} R'f'f'kk + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'} R''f''f''kk = f''f''kk \left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''} R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''} R' + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'} R''\right)$.

14. L'Angle $A''f''B''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a'a''k}{ff'f''}$.

La grandeur de l'image formée par le troisieme verre, $= \frac{ff'f''z}{aa'a''}$.

15. Soit une quatrieme lentille $B'''A'''$ (*fig.* 5) au delà de la troisieme $B''A''$. Soient $A'''F'' = a'''$, $A'''F''' = f'''$, F''' étant le foyer des rayons infiniment voisins de l'axe, après avoir traversé les quatre lentilles, & le demi-diametre $B'''A'''$ de l'ouverture de cette lentille $= k'''$. Il est évident que l'aberration $f'''F''' = \frac{f'''f'''}{a'''a'''} f''F'' + R'''f'''f'''k'''k'''$, R''' étant $= \mu \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right) \left(\lambda''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right)^2 + \frac{v}{a'''f'''}\right)$. Mais l'angle $A'''f''B''' = A''f''B'' =$

$\frac{a' a'' k}{f f' f''}$; donc $B''' A'''$ ou $k''' = \frac{a' a'' a''' k}{f f' f''}$. Subſtituant cette valeur de k''' & celle de $f'' F''$, l'aberration $f''' F'''$ produite par les quatre lentilles, ſera $= f''' f''' k k \left(\frac{f f f' f' f'' f''}{a' a' a'' a'' a''' a'''} R + \frac{a' a' f' f' f'' f''}{f f a'' a'' a''' a'''} R' + \frac{a' a' a'' a'' f'' f''}{f f f' f' a''' a'''} R'' + \frac{a' a' a'' a'' a''' a'''}{f f f' f' f'' f''} R'''\right)$.

16. L'Angle $B''' f''' A'''$ que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' k}{f f' f'' f'''}$.

La grandeur de l'image formée par le quatrieme verre $= \frac{f f' f'' f''' z}{a a' a'' a'''}$.

17. Soit une cinquieme lentille $B^{iv} A^{iv}$, au-delà de la quatrieme. Soient $A^{iv} F''' = a^{iv}$, $A^{iv} F^{iv} = f^{iv}$, $B^{iv} A^{iv} = k^{iv}$. L'aberration de ſphéricité, produite par les cinq lentilles, $f^{iv} F^{iv} = \frac{f^{iv} f^{iv}}{a^{iv} a^{iv}} f''' F''' + R^{iv} f^{iv} f^{iv} k^{iv} k^{iv}$, R^{iv} étant $= \mu \left(\frac{1}{a^{iv}} + \frac{1}{f^{iv}}\right) \left(\lambda^{iv} \left(\frac{1}{a^{iv}} + \frac{1}{f^{iv}}\right)^2 + \frac{\nu}{a^{iv} f^{iv}}\right)$. Subſtituant, à la place de $f''' F'''$, ſa valeur, & à la place de k^{iv} la ſienne qui eſt $\frac{a' a'' a''' a^{iv} k}{f f' f'' f'''}$, on aura $f^{iv} F^{iv} = f^{iv} f^{iv} k k \left(\frac{f f f' f' f'' f'' f''' f'''}{a' a' a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R + \frac{a' a' f' f' f'' f'' f''' f'''}{f f a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R'\right.$
$+ \frac{a' a' a'' a'' f'' f'' f''' f'''}{f f f' f' a''' a''' a^{iv} a^{iv}} R'' + \frac{a' a' a'' a'' a''' a''' f''' f'''}{f f f' f' f'' f'' a^{iv} a^{iv}} R'''$
$\left.+ \frac{a' a' a'' a'' a''' a''' a^{iv} a^{iv}}{f f f' f' f'' f'' f''' f'''} R^{iv}\right)$.

18. L'Angle $B^{iv} f^{iv} A^{iv}$ que font les rayons extrêmes avec l'axe, $= \frac{a' a'' a''' a^{iv} k}{f f' f'' f''' f^{iv}}$.

La grandeur de l'image formée par le cinquieme verre, $= \frac{f f' f'' f''' f^{iv} z}{a a' a'' a''' a^{iv}}$.

On voit ce qu'il faudrait faire pour déterminer l'aberration produite par la ſphéricité d'un plus grand nombre de lentilles.

19. On a ſuppoſé tacitement que les lentilles étaient de la même matiere; ſi elles étaient de matieres différentes, les nombres μ & ν étant alors différents d'une lentille à l'autre, pour marquer cette différence, dans les expreſſions précédentes, on n'aurait qu'à les accentuer comme on a fait les autres lettres.

20. Voyons quelle ſerait l'aberration de ſphéricité ſi les verres

ſe touchaient. Suppoſons-en d'abord deux AA, $A'A'$ (*fig.* 6); ces deux lentilles ainſi réunies formeront une lentille compoſée.

La diſtance de l'objet étant toujours repréſentée par a, l'image $F'g'$ que donne cette lentille, tombera à la diſtance f'; elle ſera renverſée, & égale à $\frac{f'}{a}z$, la grandeur de l'objet Ee étant ſuppoſée $= z$. Car il eſt aiſé de voir que cette lentille compoſée eſt équivalente à un verre ſimple. La diſtance $f + a'$ entre les deux verres étant nulle ou comme telle, on aura $f = -a'$ & par conſéquent l'aberration $F'f'$ produite par la ſphéricité de cette lentille compoſée, ſera $= \mu f'f'kk\left[\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f}\right)^2+\frac{\nu}{af}\right)+\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{a'f'}\right)\right]$, k repréſentant le demi-diametre de l'ouverture de ce verre

Comme f & a' ne doivent plus ſe trouver dans cette expreſſion, ſur-tout ſi l'on voulait la comparer à celle de l'aberration de ſphéricité d'un verre ſimple équivalent, pour les faire diſparaître, on n'aura qu'à faire $\frac{1}{a}+\frac{1}{f} = h\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, & $\frac{1}{a'}+\frac{1}{b'} = m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$. Alors ajoutant ces deux équations, on aura $h + m = 1$, & par conſéquent $m = 1 - h$, à cauſe de $\frac{1}{f}+\frac{1}{a'} = 0$. On aura donc $\frac{1}{a}+\frac{1}{f} = h\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$, & $\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'} = (1-h)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)$. Subſtituant ces valeurs de $\frac{1}{a}+\frac{1}{f}$, & de $\frac{1}{a'}+\frac{1}{f'}$, dans l'expreſſion précédente de l'aberration de ſphéricité du verre compoſé, elle devient $\mu f'f'kk\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left[(\lambda h^3+\lambda'(1-h)^3)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\nu\left(h(h-1)\left(\frac{1}{aa}+\frac{1}{f'f'}\right)+\frac{2h(h-1)+1}{af'}\right)\right] = \mu f'f'kk\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left[(\lambda h^3+\lambda'(1-h)^3 - \nu h(1-h))\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{af'}\right] = \mu f'f'kk\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)\left(\lambda 2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{f'}\right)^2+\frac{\nu}{af'}\right)$, en faiſant $\lambda h^3 + \lambda'(1-h)^3 - \nu h(1-h) = \lambda 2$.

21. Si, étant données la diſtance a de l'objet & la diſtance f' à laquelle la lentille compoſée doit en former l'image, on veut trouver celle qui a le moins d'aberration, il eſt évident que la queſtion ſe réduit à trouver celle pour laquelle $\lambda 2$ aura la plus

petite valeur possible; or il est évident qu'il faut que λ & λ' ayent les valeurs les plus petites dont ils sont susceptibles. Comme l'unité est la valeur la plus petite qu'on puisse leur donner, afin de parvenir à trouver pour $\lambda 2$ la valeur la plus petite possible, il faut donc commencer par supposer $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, en sorte qu'alors $\lambda 2 = 1 - 3h + 3hh - \nu h + \nu hh = 1 - (3+\nu)h(1-h)$. Cette valeur dépendant de h, pour la rendre la plus petite possible, on n'a qu'à trouver pour h une valeur qui rende $h(1-h)$ un *maximum*. On différenciera donc $h(1-h)$, & égalant la différentielle à zéro, on trouvera $h = \frac{1}{2}$ qui sera la valeur cherchée de h. Ainsi on aura $\lambda 2 = 1 - \frac{1}{4}(3+\nu) = \frac{1-\nu}{4} = 0,191827$, ν étant $= 0,232692$.

L'Aberration de sphéricité d'une lentille composée de deux lentilles simples pour laquelle $\lambda 2$ a la plus petite valeur possible, sera donc $= \mu f' f' kk (\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})(0,191827(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, tandis que l'aberration la plus petite que pourrait avoir un verre simple équivalent, serait $= \mu f' f' kk (\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})((\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})^2 + \frac{\nu}{af'})$, & serait par conséquent plus de cinq fois plus forte.

22. Quant aux rayons des surfaces de ce verre composé, ils seront pour le 1^er^. verre AA, $b = \frac{2af'}{(2\gamma - \delta)f' + \delta a}$, $c = \frac{2af'}{(2\delta - \gamma)f' + \gamma a}$, & pour le second $A'A'$, $b' = \frac{2af'}{(2\delta - \gamma)a + \gamma f'}$, $c' = \frac{2af'}{(2\gamma - \delta)a + \delta f'}$; ce qu'on trouve aisément en introduisant dans les expressions des rayons des surfaces des lentilles, à la place de f & de a', leurs valeurs $\frac{2af'}{a - f'}$, $\frac{2af'}{f' - a}$ déduites de l'équation $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'})$, dans la supposition de $h = \frac{1}{2}$, observant de plus que l'on a fait $\lambda = 1$, & $\lambda' = 1$.

23. Si $a = \infty$, alors le verre composé forme un objectif dont f' est la distance focale. La représentant d'une maniere plus particuliere par F, les rayons des faces des verres qui composent cet objectif, sont $b = \frac{2F}{\delta}$, $c = \frac{2F}{\gamma}$, $b' = \frac{2F}{2\delta - \gamma}$, $c' = \frac{2F}{2\gamma - \delta}$. Ainsi, si l'on veut construire cet objectif avec le verre commun, pour lequel le rapport de réfraction $P = 1,55$, comme alors $\delta =$

1, 6274, & $\gamma = 0, 1908$, on trouve que le rayon de la face antérieure du premier verre $= 1, 2289\ F$, & celui de la face poſtérieure $= 10, 4876\ F$; & que le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= 0, 6527\ F$, celui de la face poſtérieure $= -1, 6033\ F$.

24. Outre l'avantage de produire moins d'aberration qu'aucun verre ſimple, le verre double a encore celui d'être facile à conſtruire. Si l'on vient à s'écarter un peu, dans ſa conſtruction, des regles preſcrites, l'effet qu'on s'en promet n'en ſouffrira pas ſenſiblement. Soit qu'en conſtruiſant les deux verres dont il eſt compoſé, les valeurs des nombres λ, λ' excedent un peu l'unité, ſoit que h n'ait pas exactement ſa valeur $\frac{1}{2}$, l'erreur commiſe n'aura que peu ou point d'effet, parce que ces nombres ſont déduits de la nature du *minimum*. On pourrait encore conſtruire des verres doubles pour leſquels $\lambda 2$ ſerait abſolument nul, qui par conſéquent l'emporteraient ſur celui-là, mais leur conſtruction exigerait une ſi grande préciſion, qu'il faut les abandonner, & ſe contenter de ceux dont on vient de s'occuper.

25. Suppoſons actuellement trois lentilles contiguës; conſidérant la lentille compoſée qu'elles forment, comme compoſée de la lentille précédente $A A\ A'A'$ (*fig.* 7), & d'une ſimple $A''A''$, outre $f + a' = 0$, qu'on a déjà, à cauſe de la lentille compoſée de deux verres, on a encore $f' + a'' = 0$, par la réunion de cette lentille & de la lentille ſimple; & l'objet étant ſuppoſé à la diſtance a de cette lentille compoſée de trois verres, l'image tombe à la diſtance f'', eſt renverſée, & eſt de la grandeur $\frac{f''}{a} z$.

L'aberration de ſphéricité de la lentille compoſée de deux verres, eſt, comme on a vu, $= \mu f' f' k k \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right) \left(\lambda 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a f'}\right)$, $\lambda 2$ étant $= \lambda h^3 + \lambda' (1 - h)^3 - \nu h (1 - h)$. L'aberration de ſphéricité de la lentille compoſée de trois verres, $F'' f''$, eſt donc $= \mu f'' f'' k k \left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right) \left(\lambda 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu}{a f'}\right) + \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) \left(\lambda'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{a'' f''}\right) \right)$, à cauſe de $f' + a'' = 0$, & par conſéquent de $f' = - a''$.

Pour faire disparaître f' & a'', faisons $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$, & $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} = n\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$. Ajoutant ces deux égalités, & se ressouvenant que $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''} = 0$, on aura $m + n = 1$, & par conséquent $n = 1 - m$, ensorte que $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''} = (1 - m)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$. Substituant cette valeur de $\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}$, avec celle de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}$ dans l'expression de l'aberration, nous aurons $F''f'' = \mu f'' f'' kk$ $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)\Big(\big(\lambda 2\, m^3 + \lambda''(1 - m)^3 - \nu m(1 - m)\big)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)^2$ $+ \frac{\nu}{af''}\Big)$, ou $F''f'' = \mu f'' f'' kk\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)\left(\lambda 3\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{af''}\right)$, en faisant $\lambda 2\, m^3 + \lambda''(1 - m)^3 - \nu m(1 - m) = \lambda 3$.

26. Si l'on veut avoir la lentille composée de trois verres, qui a le moins d'aberration, il faut alors que non seulement la lentille composée de deux verres en ait le moins elle-même, que par conséquent $\lambda 2$ soit $= \frac{1 - \nu}{4}$, ce qui suppose que pour les verres qui le composent, $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$; il faut encore que le verre simple qui, avec la lentille composée de deux verres, forme la lentille composée de trois, & auquel appartient λ'', ait le moins d'aberration possible, que par conséquent λ'' soit aussi égal à l'unité. La valeur de $\lambda 3$ ne dépendant donc plus que de celle de m, il ne reste plus qu'à trouver celle qui peut achever de rendre $\lambda 3$ le plus petit qu'il est possible. Pour y parvenir, on n'aura qu'à différencier la valeur de $\lambda 3$, dans laquelle nous laisserons pour le moment $\lambda 2$; ce qui donnera, en égalant à zéro, $3\lambda 2\, m^2 - 3(1 - m)^2 - \nu + 2\nu m = 0$, d'ou l'on tire $m = \frac{-3 - \nu + \sqrt{((3\lambda 2 + \nu)(3 + \nu))}}{3\lambda 2 - 3} =$

$$\frac{-\sqrt{(3+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)} + \sqrt{(3\lambda 2+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)}}{3\lambda 2 + \nu - 3 - \nu} =$$

$$\frac{\sqrt{(3+\nu)}\left(\sqrt{(3\lambda 2+\nu)} - \sqrt{(3+\nu)}\right)}{\sqrt{(3\lambda 2+\nu)}\cdot\sqrt{(3\lambda 2+\nu)} - \sqrt{(3+\nu)}\cdot\sqrt{(3+\nu)}} = \frac{\sqrt{(3+\nu)}}{\sqrt{(3\lambda 2+\nu)} + \sqrt{(3+\nu)}}.$$

Puisque $\lambda 2 = \frac{1 - \nu}{4}$, on aura $3\lambda 2 + \nu = \frac{3 + \nu}{4}$. Substituant dans la valeur de m, on aura enfin $m = \frac{2}{3}$. Substituant cette valeur de m & celle de $\lambda 2$ dans la valeur $\lambda 2 m^3 + (1 - m)^3 -$

$\nu m(1-m)$ de $\lambda 3$, on aura $\lambda 3 = \frac{3-8\nu}{27} = 0,042165$, valeur près de cinq fois plus petite que dans le cas d'une lentille composée de deux verres, qui a le moins d'aberration.

L'aberration de sphéricité d'une lentille composée de trois verres, pour laquelle $\lambda 3$ a la plus petite valeur possible, sera donc $= \mu f'' f'' kk \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right) \left(0,042165\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu}{af''}\right)$, & par conséquent près de vingt-cinq fois plus petite que celle d'un verre simple équivalent qui aurait la plus petite possible.

27. Pour la lentille composée de deux verres, on a fait $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = h\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f'}\right)$; ainsi à cause de $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$, on aura $\frac{1}{f} = -\frac{1}{a'} = \frac{hm-1}{a} + \frac{hm}{f''}$. On aura de plus $\frac{1}{f'} = -\frac{1}{a''} = \frac{m-1}{a} + \frac{m}{f''}$, ce qui se déduit de l'égalité $\frac{1}{a} + \frac{1}{f'} = m\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f''}\right)$; on aura donc, à cause de $h = \frac{1}{2}$ & de $m = \frac{2}{3}$, $f = \frac{3af''}{a-2f''}$, $a' = \frac{3af''}{2f''-a}$, $f' = \frac{3af''}{2a-f''}$, $a'' = \frac{3af''}{f''-2a}$. Substituant ces valeurs dans les expressions des rayons des surfaces des trois verres, observant de faire $\lambda = 1$, $\lambda' = 1$, $\lambda'' = 1$, on trouvera que les rayons des faces du premier verre sont $b = \frac{3af''}{(3\gamma-2\delta)f''+\delta a}$, $c = \frac{3af''}{(3\delta-2\gamma)f''+\gamma a}$; ceux des faces du second, $b' = \frac{3af''}{(2\gamma-\delta)f''+(2\delta-\gamma)a}$, $c' = \frac{3af''}{(2\delta-\gamma)f''+(2\gamma-\delta)a}$; & ceux des faces du troisieme, $b'' = \frac{3af''}{\gamma f''+(3\delta-2\gamma)a}$, $c'' = \frac{3af''}{\delta f''+(3\gamma-2\delta)a}$.

28. Si $a = \infty$, la lentille composée de trois verres forme un objectif dont f'' est la distance focale. La représentant d'une maniere plus particuliere par F, les rayons des verres qui composent cet objectif, sont $b = \frac{3F}{\delta}$, $c = \frac{3F}{\gamma}$, $b' = \frac{3F}{2\delta-\gamma}$, $c' = \frac{3F}{2\gamma-\delta}$, $b'' = \frac{3F}{3\delta-2\gamma}$, $c'' = \frac{3F}{3\gamma-2\delta}$. Ainsi, si l'on construit cet objectif avec le verre commun, on trouvera que le rayon de la face antérieure du premier verre, $= 1,8433\,F$, & celui

celui de la face poſtérieure = $15,7315\,F$, que le rayon de la face antérieure du ſecond verre = $0,979\,F$, & celui de la face poſtérieure = $-2,4079\,F$; enfin, que le rayon de la face antérieure du troiſieme verre = $0,6665\,F$, & celui de la face poſtérieure = $-1,1182\,F$.

Il eſt facile de voir comment on trouverait l'aberration de ſphéricité, ſi un plus grand nombre de verres ſe touchaient.

CHAPITRE II.

De la confuſion dans la viſion, de la grandeur apparente, & de la clarté.

29. LA viſion eſt diſtincte lorſque tous les rayons partis d'un point quelconque de l'objet ſe réuniſſent en un point ſur le fond de l'œil, ce qui ſuppoſe, comme il eſt évident, une diſtance convenable, laquelle varie ſuivant les différens yeux. On ſait de plus que cette diſtance a une certaine latitude, c'eſt-à-dire, que l'œil ayant la faculté de changer ſa forme, du moins juſqu'à un certain point, voit encore diſtinctement l'objet placé un peu plus loin ou un peu plus près qu'à la diſtance qui lui convient pour que la viſion ſoit parfaitement diſtincte, diſtance que Mr. Euler nomme *diſtance juſte*.

30. La viſion eſt confuſe, lorſque les rayons partis d'un point quelconque d'un objet, loin de ſe réunir en un point ſur le fond de l'œil, en affectent une portion finie. Cela arrive, lorſqu'ils ſe réuniſſent avant ou après d'atteindre ce fond. Dans la viſion au travers des verres, comme ce n'eſt pas l'objet même que l'œil apperçoit, mais la derniere image produite par les verres, il peut y avoir deux cauſes de confuſion; la premiere, ſi cette image non-ſeulement n'eſt pas à la diſtance juſte de l'œil, mais encore en eſt à une diſtance trop différente; la ſeconde, ſi l'image même eſt confuſe. Comme on eſt toujours le maître de remédier à la premiere

de ces deux causes de confusion, on ne s'occupera ici que de la confusion occasionnée dans la vision des images, par l'aberration de sphéricité ; & après en avoir déterminé la quantité, on tâchera par la suite de trouver quelles figures & quelle disposition les verres doivent avoir pour que la confusion qui vient de cette source, ne passe pas la limite où elle est encore supportable. Voyons quelle loi suit cette espece de confusion.

31. Supposons qu'un œil voie l'image d'un point quelconque d'un objet, étendue dans l'espace Ff (*fig.* 8) par un ou plusieurs verres, & que l'image F produite par les rayons infiniment proches de l'axe, soit à la distance juste de l'œil; il s'agit de déterminer la confusion occasionnée dans la vision de l'image.

On a ici deux choses à considérer. 1°. La grandeur de l'aberration de sphéricité Ff. 2°. L'angle que les rayons qui concourent en f, font avec l'axe. Or l'un & l'autre dépendent de l'ouverture du premier verre, de maniere que k représentant son demi-diametre, l'aberration de sphéricité $Ff = Vkk$, & l'angle $OfR = Dk$, V & D étant deux quantités dependantes du nombre des verres, & qu'on sait déterminer. Supposons actuellement que le cercle ORP représente l'œil qu'on se permettra de considérer ici comme une petite chambre obscure, mais si parfaite qu'elle rassemble les rayons partis d'un point, en un point unique; car quoiqu'il se fasse plusieurs réfractions dans l'œil, cependant on peut imaginer un verre unique ROR, dont la rétine soit éloignée de l'intervalle $OP = u$, lequel réunisse les rayons partis d'un point, en un autre point sur la rétine. Le point F étant donc supposé à la distance juste de l'œil OF, que nous nommerons n, l'image de ce point tombera sur la rétine même, & sera peinte distinctement en P ; mais l'image du point f ne se peindra pas en P, elle se peindra en un point p en deçà de la rétine. Si l'on considere comme nulle l'épaisseur du verre qu'on conçoit en ROR, l'intervalle Pp entre ces deux points $= \frac{OP^2}{OF^2} . Ff = \frac{uu}{nn} . Vkk$. Les rayons qui forment le point f, faisant avec l'axe l'angle

$OfR = Dk$, les points R, R, dans lesquels ils traversent l'œil ou le verre supposé en ROR, seront éloignés de l'axe FP, de la quantité $OR = nDk$, en négligeant Ff relativement à $FO = n$; ces rayons étant entrés dans l'œil, & concourant en p, feront avec l'axe un angle $OpR = \frac{OR}{Op} = \frac{OR}{OP}$ $= \frac{n}{u} Dk$. Continuant donc delà leur route jusqu'au fond de l'œil, ils y formeront un cercle QQ, dont le rayon PQ $= PpQ.Pp = \frac{n}{u} Dk. \frac{uu}{nn} Vkk = \frac{u}{n} D.Vk^3$, & cet espace circulaire sera rempli par les rayons qui ont coupé l'axe des verres entre F & f. Ainsi l'image étendue dans l'espace Ff, sera représentée sur le fond de l'œil par un cercle dont le rayon $PQ = \frac{u}{n} D.Vk^3$, & ce cercle donne la vraie mesure de la confusion. Un point quelconque de l'objet, dont l'image est étendue dans l'espace Ff par la sphéricité des verres, sera donc représenté au fond de l'œil par un cercle dont le rayon sera $= \frac{u}{n} D.Vk^3$.

32. On a supposé que la prunelle est assez large pour admettre les rayons venant de f, ce qui peut quelquefois ne pas être. On verra au reste, que dans les lunettes & dans les microscopes, cette supposition est très-légitime, puisque souvent le cône de rayons venant de f, est plus étroit que l'ouverture de la prunelle. On peut objecter à la détermination précédente, que la comparaison de l'œil avec un verre lenticulaire considéré comme sans épaisseur, n'est pas fort juste, & que par conséquent il peut y avoir quelque différence entre l'expression de l'espace PQ qu'on vient de trouver, & celle que cet espace a réellement. A cela on répondra que toute la différence qu'il peut y avoir, c'est qu'en ayant égard à toutes les circonstances & à la structure de l'œil, on aurait trouvé pour PQ une expression plus grande ou plus petite dans un certain rapport : or ici il n'est point nécessaire de connoître la quantité absolue de la confusion, il suffit d'avoir déterminé avec exactitude le rapport qu'elle suit. Au reste si l'on fait attention à la conformation de l'œil & à la faculté qu'il a de

varier ſa forme juſqu'à un certain point, pour pouvoir voir diſtinctement les objets dont la diſtance ne differe pas trop de la diſtance juſte, on conçoit que la confuſion peut être plus petite qu'on ne l'a trouvée. Car de quelque maniere qu'il change ſa forme pour bien voir, on a lieu de penſer que ce changement revient au même que ſi la rétine s'approchait ou s'éloignait de la prunelle, ou plutôt du verre lenticulaire qu'on conſidere à la place de l'œil. Or, au lieu de ſuppoſer la rétine ſituée en P, (*fig.* 9) ſuppoſons la entre ce point & le point p, par exemple, en T; ſoit l'eſpace $PT = t$, en ſorte que $pT = \frac{uu}{nn} Vkk - t$. Le point f dont la peinture ſe fait en p, ſera repréſenté ſur la rétine qu'on ſuppoſe maintenant paſſer en T, par un petit cercle dont le rayon $= \frac{n}{u} Vk \left(\frac{uu}{nn} Vkk - t\right)$.

Suppoſons un point g compris entre les points f & F, où des rayons qui ont rencontré le premier verre à une diſtance x de l'axe, coupent cet axe, après avoir été rompus, ainſi que les autres rayons, par tous les verres; on aura $Fg = Vxx$, & l'angle qu'ils forment avec l'axe en g, ſera $= Dx$. Soit v le point où l'image de ce point ſe formera dans l'œil; Pv ſera $= \frac{uu}{nn} Vxx$, en ſorte que $vT = t - \frac{uu}{nn} Vxx$; & les rayons feront, en convergeant en v, un angle avec l'axe, $= \frac{n}{u} Dx$. Ainſi le point g ſera repréſenté ſur la rétine ſituée en T, par un petit cercle dont le rayon $= \frac{n}{u} Dx \left(t - \frac{uu}{nn} Vxx\right)$. Ce cercle ſera le plus petit qu'il eſt poſſible, ſi $t = \frac{3uu}{nn} Vxx$, en ſorte que le rayon de ce cercle ſera alors $= \frac{2u}{n} DVx^3$, qui repréſenterait en même tems la confuſion, ſi le cercle qui réſulte du point f ſur la rétine, n'était pas plus grand. Mais ſi l'on ſubſtitue la valeur de t dans celle du rayon de ce dernier cercle, le rayon de ce cercle ſera $= \frac{u}{n} DVk\,(kk - 3xx)$; l'égalant donc au rayon $\frac{2u}{n} DVx^3$, on aura cette équation $k^3 - 3kxx = 2x^3$, d'où l'on tire $x = \frac{1}{2} k$. Ainſi le rayon du cercle qui meſure la confuſion la plus petite, ſera $= \frac{u}{4n} DVk^3$, & par conſéquent quatre fois plus petit que lorſque la rétine était en P; en ſorte que la confuſion ſera ſeize fois plus petite.

On n'a point ſuppoſé que la rétine s'avance juſqu'en p, parce que le cercle que formeraient alors les rayons partis d'un point quelconque g de l'eſpace Ff, ſur la rétine, ſerait plus grand que celui qu'ils y forment lorſqu'on la ſuppoſe moins avancée, & que l'œil faiſant tous ſes efforts pour bien voir, on ne peut ſuppoſer qu'il prenne une forme qui remplirait moins bien ſon objet.

Ainſi, comme l'œil a le pouvoir de changer un peu ſa forme, & qu'il la change effectivement pour voir le moins confuſément qu'il lui eſt poſſible, on ne peut gueres douter que le rayon des cercles qui produiſent la confuſion, ne ſoit égal à $\frac{u}{4n} DVk^3$. On pourra donc conſidérer cette expreſſion comme une meſure aſſez juſte de la confuſion, puiſqu'elle exprime les rayons des cercles par leſquels ſont repréſentés ſur le fond de l'œil les différens points de l'objet, en tant qu'il eſt vu au travers des verres, & dans la ſuppoſition que l'image ſoit à la diſtance juſte.

33. Si ces cercles devenaient nuls, la viſion ſerait parfaitement diſtincte. Or cela ne pourrait être qu'autant que l'aberration de ſphéricité Vk^2 deviendrait nulle elle-même; d'où l'on voit que ſi l'ouverture du premier verre était réduite à un point, on n'éprouverait point de confuſion. Heureuſement que la viſion peut ſupporter un léger degré de confuſion, & que, pourvu que la confuſion ne paſſe pas un certain terme, on peut la conſidérer comme nulle. C'eſt à l'expérience à donner cette limite ou cette valeur que l'expreſſion $\frac{u}{4n} D.Vk^3$ ne doit jamais paſſer, & cette valeur variera ſuivant les cas, ſelon qu'on voudra plus ou moins de netteté. Enfin on pourra prendre pour u qui repréſente la profondeur de l'œil, environ un pouce. Au reſte, comme on établira la limite de la confuſion par l'expérience, cette meſure ſera preſqu'arbitraire.

34. Suppoſons d'abord que l'œil voie un objet au travers d'un

ſeul verre, l'image qu'il apperçoit étant à la diſtance juſte, il s'agit de déterminer la confuſion qui regnera dans la viſion.

On négligera toujours l'épaiſſeur du verre. Soit la diſtance DO (*fig. 10*) de l'œil au verre $= \theta$, & parce que l'image Fg produite par les rayons infiniment proches de l'axe, eſt à la diſtance juſte de l'œil, on aura $\theta = f + n$, DF étant $= f$, & $OF = n$; & par conſéquent $f = \theta - n$, ſi le lieu de l'œil eſt conſidéré comme donné.

L'Aberration Ff produite par la ſphéricité de ce verre eſt $= Rffkk$, R étant $= \mu\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 + \frac{\nu}{af}\right)$; & l'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe, $= \frac{k}{f}$. Ainſi on aura $V = Rff$, & $D = \frac{1}{f}$, & par conſéquent $DV = Rf$. Le rayon des petits cercles qui meſurent la confuſion dans l'œil, ou la meſure de la confuſion, ſera donc $= \frac{u}{4n}(\theta - n)\,k^3 R = \frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n} - 1\right)k^3 R$.

35. Suppoſons deux verres; & ſoit $F'g'$ (*fig. 11*) l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe. Soit $D'O = \theta$, l'œil étant en O; on aura $\theta = f' + n$, l'œil étant ſuppoſé à la diſtance juſte n de l'image $F'g'$; & par conſéquent $f' = \theta - n$.

L'aberration $F'f'$ produite par la ſphéricité des deux verres, $= f'f'kk\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$, R étant $= \mu\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)\left(\lambda\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)^2 + \frac{\nu}{af}\right)$, & $R' = \mu'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)\left(\lambda'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)^2 + \frac{\nu'}{a'f'}\right)$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font en f' avec l'axe, $= \frac{a'k}{ff'}$. On a donc $V = f'f'\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$, & $D = \frac{a'}{ff'}$; par conſéquent $DV = \frac{a'f'}{f}\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$. La meſure de la confuſion ſera donc $= \frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n} - 1\right)\frac{a'}{f}k^3\left(\frac{ff}{a'a'}R + \frac{a'a'}{ff}R'\right)$.

36. Suppoſons trois verres; l'œil étant ſuppoſé à la diſtance juſte de l'image produite par les rayons infiniment proches de l'axe, on aura, en nommant θ la diſtance de l'œil au troiſieme verre, $\theta = f'' + n$, & par conſéquent $f'' = \theta - n$.

L'aberration produite par la ſphéricité des trois verres $= f''f''kk\left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''}R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R' + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$, R'' étant $= \mu''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)\left(\lambda''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)^2 + \frac{\nu''}{a''f''}\right)$, & R, R' ayant les valeurs ci-deſſus. On a donc $V = f''f''\left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''}R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R' + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$. De plus, l'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe en f'', $= \frac{a'a''k}{ff'f''}$; donc $D = \frac{a'a''}{ff'f''}$. Ainſi $DV = \frac{a'a''}{ff'}f''\left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''}R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R' + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$. La meſure de la confuſion ſera donc $= \frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n} - 1\right)\frac{a'a''}{ff'}k^3 \left(\frac{fff'f'}{a'a'a''a''}R + \frac{a'a'f'f'}{ffa''a''}R' + \frac{a'a'a''a''}{fff'f'}R''\right)$.

37. Si l'on a quatre verres, les mêmes choſes étant ſuppoſées, on aura $f''' = \theta - n$. L'aberration de ſphéricité $= f'''f'''kk \left(\frac{fff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R + \frac{a'a'f'f'f''f''}{ffa''a''a'''a'''}R' + \frac{a'a'a''a''f''f''}{fff'f'a'''a'''}R'' + \frac{a'a'a''a''a'''a'''}{fff'f'f''f''}R'''\right)$, R''' étant $= \mu'''\left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right)\left(\lambda'''\left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right)^2 + \frac{\nu'''}{a'''f'''}\right)$, R, R', R'' ayant les mêmes valeurs que précédemment. On a donc $V = f'''f'''\left(\frac{fff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R + \&c.\right)$. L'angle que les rayons extrêmes font avec l'axe en f''', $= \frac{a'a''a'''k}{ff'f''f'''}$; par conſéquent $D = \frac{a'a''a'''}{ff'f''f'''}$; donc $DV = \frac{a'a''a'''}{ff'f''}f'''\left(\frac{fff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R + \&c.\right)$. La meſure de la confuſion ſera donc $= \frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n} - 1\right)\frac{a'a''a'''}{ff'f''}k^3\left(\frac{fff'f'f''f''}{a'a'a''a''a'''a'''}R + \frac{a'a'f'f'f''f''}{ffa''a''a'''a'''}R' + \frac{a'a'a''a''f''f''}{fff'f'a'''a'''}R'' + \frac{a'a'a''a''a'''a'''}{fff'f'f''f''}R'''\right)$.

38. Pour cinq verres la meſure de la confuſion ſera $= \frac{1}{4}u\left(\frac{\theta}{n} - 1\right)\frac{a'a''a'''a^{IV}}{ff'f''f'''}k^3\left(\frac{fff'f'f''f''f'''f'''}{a'a'a''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R + \frac{a'a'f'f'f''f''f'''f'''}{ffa''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R' + \frac{a'a'a''a''f''f''f'''f'''}{fff'f'a'''a'''a^{IV}a^{IV}}R'' + \frac{a'a'a''a''a'''a'''f'''f'''}{fff'f'f''f''a^{IV}a^{IV}}R''' + \frac{a'a'a''a''a'''a'''a^{IV}a^{IV}}{fff'f'f''f''f'''f'''}R^{IV}\right)$.

Il ſera facile de continuer ces formules plus loin ſi l'on veut.

39. On peut au reste estimer avec plus de netteté la confusion engendrée dans l'œil par l'ouverture des verres. Chacun des points de l'objet étant représenté au fond de l'œil par des cercles dont le rayon $= \frac{u}{4n} D V k^3$, & un cercle dont le rayon serait $= y$, exposé à la vue, à la distance n, étant représenté, au fond de l'œil, par un cercle dont le rayon $= \frac{u}{n} y$, il s'ensuit que tous les points de l'objet paraîtront de la même grandeur que des cercles dont le rayon serait $= \frac{1}{4} D V k^3$ & qui seraient exposés à la vue, à la distance n. Or, comme le demi-diamêtre apparent d'un objet y vu à la distance n, $= \frac{y}{n}$, les points de l'objet seront vus, à cause de la confusion, comme des cercles dont le demi-diamêtre apparent serait $= \frac{1}{4n} D V k^3$. Ainsi, effaçant u dans les expressions précédentes, on aura le demi-diamêtre apparent des cercles qui expriment la confusion. Delà on pourra juger combien la confusion doit être petite pour qu'elle ne soit plus sensible. Si, par exemple, l'œil ne peut plus distinguer un espace circulaire dont le demi-diamêtre est d'une seconde, ou environ la $\frac{1}{60^3}$ partie du rayon, il est évident que si l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3 = \frac{1}{60^3}$, la confusion sera imperceptible. Or l'expérience apprend qu'on ne peut distinguer des angles beaucoup plus grands, ensorte qu'on n'a point à craindre de confusion quoique l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3$ soit sensiblement plus grande que $\frac{1}{60^3}$. Mais pour ne rien avancer trop légérement, supposons que la limite que l'expression $\frac{1}{4n} D V k^3$ ne doit jamais passer, soit $= \frac{1}{4q^3}$, ensorte que $\frac{1}{n} D V k^3$ doive être $< \frac{1}{q^3}$, on verra qu'on pourra prendre $q = 40$ & même un nombre plus petit. En considérant la confusion comme on le fait actuellement, la profondeur u de l'œil n'entre plus dans le calcul.

40. Ainsi, on doit entendre par demi-diametre de la confusion,

ſion, le demi-diametre apparent du cercle qui paraît auſſi grand à l'œil, que chacun des points de l'objet lui paraît à cauſe de la confuſion. Et on trouve le demi-diametre de la confuſion, ainſi qu'on l'a obſervé, en diviſant les expreſſions précédentes par la profondeur u de l'œil, au moyen de quoi ces formules ſe réduiront à des nombres abſolus. Comme elles ont beſoin de développement, & que pour les mettre dans l'état où elles doivent être pour être employées, il faut y introduire la quantité de fois dont l'objet eſt amplifié par les verres, nous ſommes obligés, avant de leur donner la forme convenable, d'expoſer ce qui regarde le groſſiſſement.

41. Le groſſiſſement ou l'amplification, dans les Inſtrumens de Dioptrique, eſt le rapport de la grandeur dont on voit les objets avec ces Inſtrumens, à celle dont on les verrait, à la vue ſimple, à une diſtance donnée. Ce rapport ſe trouve, en diviſant la grandeur dont on voit avec ces Inſtrumens une ligne quelconque qu'on conçoit dans l'objet, par la grandeur dont on verrait, à la vue ſimple, la même ligne à une diſtance donnée.

42. Pour pouvoir déterminer ce rapport, il faut donc, au préalable, connoître l'angle ſous lequel on apperçoit cette ligne au travers d'un nombre quelconque de verres. Or, cet angle eſt préciſément celui ſous lequel l'œil placé à la diſtance requiſe pour voir parfaitement, apperçoit l'image de cette ligne, produite par les verres. Si donc, repréſentant par z la ligne qu'on conçoit dans l'objet, Nz eſt la grandeur de ſa derniere image, l'angle ſous lequel cette image eſt vue par l'œil placé à la diſtance à laquelle il doit être de cette image pour la bien voir, ſera $= \frac{Nz}{n}$, en nommant n cette diſtance. Mais appellant g la diſtance qui ſert à juger du groſſiſſement, l'angle ſous lequel la ligne z qu'on conçoit dans l'objet, ſerait vue, à la vue ſimple, $= \frac{z}{g}$; diviſant donc l'angle précédent par celui-ci, & repréſentant le groſſiſſement par m, on aura $m = \frac{Ng}{n}$. Pour avoir le rapport ſuivant lequel l'objet eſt amplifié, ſelon le nombre des verres, il ne s'agit donc plus que de ſubſtituer, à

D

la place de N, la quantité qui multiplie z dans l'expreſſion de l'image produite par ces verres. Suppoſons-en d'abord un.

43. L'image produite par un ſeul verre, $= \frac{fz}{a}$. Subſtituant donc $\frac{f}{a}$ à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{fg}{an} = \frac{Lg}{n}$, en faiſant $f = La$. L'image eſt renverſée.

Suppoſons deux verres. L'image produite par ces verres, $= \frac{ff'}{aa'}z$. Donc, ſubſtituant $\frac{ff'}{aa'}$, à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{ff'g}{aa'n} = \frac{LL'g}{n}$, en faiſant $f = La$, $f' = L'a'$. L'image eſt droite.

Suppoſons trois verres. L'image qu'ils produiſent, $= \frac{ff'f''z}{aa'a''}$. Ainſi, ſubſtituant $\frac{ff'f''}{aa'a''}$ à la place de N, le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''g}{aa'a''n} = \frac{LL'L''g}{n}$, en faiſant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$. L'image eſt renverſée.

Suppoſons quatre verres. L'image $= \frac{ff'f''f'''z}{aa'a''a'''}$. Donc le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''f'''g}{aa'a''a'''n} = \frac{LL'L''L'''g}{n}$. L'image eſt droite.

L'image produite par cinq verres, $= \frac{ff'f''f'''f^{iv}z}{aa'a''a'''a^{iv}}$. Donc, le groſſiſſement $m = \frac{ff'f''f'''f^{iv}g}{aa'a''a'''a^{iv}n} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}g}{n}$. L'image eſt renverſée.

On trouverait de même le groſſiſſement pour un plus grand nombre de verres.

44. On obſervera que la diſtance g à laquelle on rapporte le groſſiſſement, ne peut pas être la même dans tous les inſtrumens de Dioptrique. Pour les objets fort éloignés, il convient de comparer la grandeur dont ils paraiſſent au travers des verres, à celle dont on les voit à la vue ſimple, à la diſtance où ils ſont. Ainſi on a coutume alors de ſuppoſer la diſtance g égale à la diſtance a à laquelle ils ſont des verres. Tel eſt le cas des lunettes. Si l'on conſidere des objets très-proches, comme quand on obſerve avec le microſcope, on prend g égale à la diſtance à laquelle on voit diſtinctement les objets.

45. Développons actuellement les formules pour la confusion due à la sphéricité des verres.

Pour un seul verre. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{f k^3}{4n} R$. Faisant $f = La$ & $H = \frac{L}{L+1}$, substituant dans la valeur de R, & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{Lg}{n}$, le demi-diametre de la confusion devient $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right)$.

Pour deux verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' f' k^3}{4 f n} \left(\frac{f^2}{a'^2} R + \frac{a'^2}{f^2} R' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, substituant dans les valeurs de R & de R', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' g}{n}$, on trouve le demi-diametre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) \right)$.

Pour trois verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' a'' f'' k^3}{4 f f' n} \left(\frac{f^2 f'^2}{a'^2 a''^2} R + \frac{a'^2 f'^2}{f^2 a''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2}{f^2 f'^2} R'' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, substituant dans les valeurs de R, R', R'', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' g}{n}$, on aura le demi-diametre de la confusion $=$
$\frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) \right)$.

Pour quatre verres. Le demi-diametre de la confusion $= \frac{a' a'' a''' f''' k^3}{4 f f' f'' n} \left(\frac{f^2 f'^2 f''^2}{a'^2 a''^2 a'''^2} R + \frac{a'^2 f'^2 f''^2}{f^2 a''^2 a'''^2} R' + \frac{a'^2 a''^2 f''^2}{f^2 f'^2 a'''^2} R'' + \frac{a'^2 a''^2 a'''^2}{f^2 f'^2 f''^2} R''' \right)$. Faisant $f = La$, $f' = L'a'$, &c., $H = \frac{L}{L+1}$, &c., substituant dans les valeurs de R, R', R'', R''', & mettant à la place de n sa valeur tirée de l'équation $m = \frac{L L' L'' L''' g}{n}$, on trouve que le demi-diametre de la confusion

$$= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{H L} \right) + \frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \right.$$
$$\left. \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{a'''}{L^4 L'^4 L''^4 a} \mu''' \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) \right).$$

On trouvera de même que pour cinq verres, le demi-diametre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 a^2 g} \left(\mu \left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{H L} \right) + \right.$

$$\frac{a'}{L^4 a} \mu' \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{a''}{L^4 L'^4 a} \mu'' \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{a'''}{L^4 L'^4 L''^4 a}$$
$$\left. \mu''' \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) + \frac{a^{\text{IV}}}{L^4 L'^4 L''^4 L'''^4 a} \mu^{\text{IV}} \left(\frac{\lambda^{\text{IV}}}{H^{\text{IV}3}} + \frac{\nu^{\text{IV}}}{H^{\text{IV}} L^{\text{IV}}} \right) \right).$$

On voit ce qu'on aurait pour six, sept, &c., verres.

46. On a supposé que les verres avaient tous une réfraction différente. Si tous avaient la même, μ & ν étant alors les mêmes pour tous les verres, il n'y aurait d'autre changement à faire dans ces expressions que d'écrire ces lettres sans les accentuer.

Passons à ce qui concerne la clarté.

47. La clarté dans la vision dépend de la quantité de rayons que l'œil reçoit de chaque point de l'objet. Si le cône ou cylindre de rayons qui entre dans l'œil, remplit la prunelle, on jouit de toute la clarté possible, à moins qu'on ne vienne à illuminer plus fortement l'objet. Si la section de ce cône ou de ce cylindre, à son entrée dans l'œil, est plus petite que la prunelle, la clarté diminue dans le même rapport; c'est ce qui a coutume d'arriver dans tous les instrumens de Dioptrique, dans lesquels on a cherché à augmenter considérablement la grandeur apparente; en sorte qu'il importe beaucoup de déterminer l'amplitude du cône ou du cylindre lumineux qui est transmis de chaque point de l'objet à l'œil, quand on regarde au travers des verres.

48. Soit l'œil à la distance où il doit être de l'image formée par des verres. Soit cette distance représentée par n. Quoique l'image occupe un espace fini Ff (*fig. 7*), on peut faire ici abstraction de la confusion qui en résulte, & considérer les rayons comme se coupant tous en f, d'où ils vont se rendre ensuite dans l'œil, en formant un cône dont les côtés font avec l'axe un angle $OfR = Dk$, k étant le demi-diametre de

l'ouverture du premier verre. Ainſi le demi-diametre de la ſection de ce cône, à ſon entrée dans l'œil, ſera $= Dnk$. Pour avoir ce demi-diametre, relativement au nombre des verres, on n'aura donc qu'à ſubſtituer à la place de D, la quantité qui multiplie k dans l'expreſſion de l'angle que font les rayons extrêmes avec l'axe.

49. Pour un verre, $D = \frac{1}{f}$; donc le demi-diametre du cône de lumiere, à ſon entrée dans l'œil, $= \frac{nk}{f}$.

Pour deux verres, $D = \frac{a'}{ff'}$; donc le demi-diametre de ce cône $= \frac{na'k}{ff'}$.

Pour trois verres, $D = \frac{a'a''}{ff'f''}$; donc ce demi-diametre $= \frac{na'a''k}{ff'f''}$.

On trouve de même que, pour quatre verres, ce demi-diametre $= \frac{na'a''a'''k}{ff'f''f'''}$; que pour cinq, il eſt $= \frac{na'a''a'''a^{IV}k}{ff'f''f'''f^{IV}}$, &c.

50. Ce demi-diametre forme une détermination très-commode du degré de clarté dont on jouit en regardant au travers des verres. Si donc on repréſente le degré de clarté par y, on aura $y = Dnk = \frac{gk}{ma}$.

51. Si l'on repréſente par i le demi-diametre de la prunelle, tant que y ſera plus grand que i, on aura toute la clarté poſſible, & elle ne ſera ſuſceptible d'être augmentée qu'autant que la prunelle pourra ſe dilater davantage.

52. Si y eſt plus petit que i, la clarté dont on jouira ſera d'autant plus petite; & dans ce cas, la clarté entiere étant repréſentée par l'unité, la clarté ſera $= \frac{yy}{ii}$, parce que la quantité de rayons qui entrent dans l'œil, eſt comme le carré du demi-diametre y.

CHAPITRE III.

Du champ apparent & du lieu de l'œil.

53. LE champ apparent eſt, dans les Inſtrumens de Dioptrique, la portion de l'objet dont les rayons partis de ſes différens points, paſſant par le centre de l'objectif, ſont tranſmis par tous les autres verres. Ainſi la grandeur du champ apparent eſt déterminée par l'ouverture des verres qui ſont au delà de l'objectif.

54. Le lieu de l'œil eſt le point où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans ſon entier. Ce point eſt évidemment celui où les rayons qui viennent des bords du champ apparent, coupent l'axe des verres.

55. Voyons d'abord comment on détermine le champ apparent, & commençons par remarquer que, d'après ſa définition, on peut conſidérer l'ouverture de l'objectif comme nulle. On négligera toujours l'épaiſſeur des verres.

56. Suppoſons l'Inſtrument composé de deux verres. Soient Ee (*fig. 12*) le demi-diametre du champ apparent, Fg l'image produite par le 1er. verre AA, $F'g'$ l'image produite par ce premier verre & le ſecond $A'A'$, eD le rayon parti de l'extrémité e du champ apparent, lequel paſſe par les extrémités g, g' des images, & détermine l'ouverture du dernier verre $A'A'$, & le lieu O de l'œil.

Soient $Ee = z$, $DE = a$, $DF = f$, $FD' = a'$, $D'F' = f'$. L'image $Fg = \frac{fz}{a}$, & l'image $F'g' = \frac{ff'z}{aa'}$. Repréſentons par A' le demi-diametre $D'A'$ de l'ouverture du ſecond verre. On le trouvera par cette analogie; $DF : DD' :: Fg : D'A'$; d'où l'on aura $D'A'$ ou $A' = \frac{a'+f}{a}z$.

Suppoſant donnée l'ouverture de ce ſecond verre, il eſt évident qu'on aura auſſi-tôt le demi-diametre du champ apparent.

57. Si au delà de ce verre, il y en avait un troiſieme $A''A''$,

(*fig.* 13) nommant $F'D''$, a'', & $D''F''$, f'', l'image $F''g''$ produite par les trois verres, ferait $= \frac{ff'f''z}{aa'a''}$; & l'on trouverait le demi-diametre $D''A''$ de l'ouverture de ce verre, que nous repréfenterons par A'', au moyen de cette proportion; $D'F' : D'A' + F'g' :: F'D'' : D''A'' - F'g'$, ce qui donne $D''A''$ ou $A'' = \frac{D'A'.D''F' + D'D''.F'g'}{D'F'} = \frac{A'a''}{f'} + \frac{a''f + ff'}{a'} . \frac{z}{a}$.

Divifant la valeur de A' par a', on aura $\frac{A'}{a'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\frac{z}{a}$; fi l'on divife celle de A'' par a'', on aura $\frac{A''}{a''} = \frac{A'}{f'} + \left(\frac{f}{a'} + \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$. Retranchant cette derniere équation de la premiere, on aura $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{A''}{a''} = \left(1 - \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$.

Les ouvertures des verres étant données, on pourra déterminer le champ apparent, au moyen de cette derniere équation ou de la premiere $\frac{A'}{a'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\frac{z}{a}$. On prendra pour le demi-diametre du champ apparent la plus petite valeur de z.

58. S'il y avoit un quatrieme verre $A'''A'''$, (*fig.* 14) nommant $F''D'''$, a''', & $D'''F'''$, f''', l'image $F'''f'''$ produite par les quatre verres, ferait $= \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''}z$; & pour avoir le demi-diametre $D'''A'''$ de ce verre, on n'aurait qu'à faire cette proportion, $D''F'' : D''A'' + F''g'' :: F''D''' : D'''A''' - F''g''$, d'ou l'on tire $D'''A'''$ ou A''' (en nommant A''' le demi-diametre $D'''A'''$ de l'ouverture du verre $A'''A'''$)

$$= \frac{D''A''.D'''F'' + D''D'''.F''g''}{D''F''} = \frac{A''.a'''}{f''} + \frac{a'''ff' + ff'f''}{a'a''} . \frac{z}{a}.$$

On aura donc $\frac{A'''}{a'''} = \frac{A''}{f''} + \left(\frac{ff'}{a'a''} + \frac{ff'f''}{a'a''a'''}\right)\frac{z}{a}$. Ajoutant cette équation avec l'équation $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{A''}{a''} = \left(1 - \frac{ff'}{a'a''}\right)\frac{z}{a}$, on aura $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) + \frac{A'''}{a'''} = \left(1 + \frac{ff'f''}{a'a''a'''}\right)\frac{z}{a}$. Soit avec cette équation, foit avec l'une des deux précédentes, on aura la valeur de z, & la valeur la plus petite de z fera le demi-diametre du champ apparent.

Si l'on avait cinq verres, on trouverait, en fe conduifant de même, l'équation $A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) +$

$A''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right) - \frac{A^{IV}}{f^{IV}} = \left(1 + \frac{f f' f'' f'''}{a' a'' a''' a^{IV}}\right) \frac{z}{a}$.

On voit à préſent comment le champ apparent dépend de l'ouverture de chacun des verres.

59. Si on nomme F, F', F'', F''', &c., les diſtances focales des verres $A A$, $A' A'$, $A'' A''$, $A''' A'''$, &c., on a $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, $\frac{1}{F'} = \frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}$, $\frac{1}{F''} = \frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}$, $\frac{1}{F'''} = \frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}$, &c.; & par conſéquent $A' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) = \frac{A'}{F'}$, $A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) = \frac{A''}{F''}$, &c. Mais pour que les courbures des ſurfaces des verres ne ſoient pas d'un trop grand nombre de degrés, il faut que les ouvertures ſoient renfermées dans certaines limites; il faut que $A' < \frac{1}{2} F'$, $A'' < \frac{1}{2} F''$, &c.; &, ſuivant la forme des verres, il faut prendre la valeur des fractions $\frac{A'}{F'}$, $\frac{A''}{F''}$, &c., aſſez au-deſſous de $\frac{1}{2}$ pour ne pas ſurpaſſer $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{6}$.

Ainſi, ſi l'on fait $A' \left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) = \pi$, $A'' \left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) = \pi'$, $A''' \left(\frac{1}{a'''} + \frac{1}{f'''}\right) = \pi''$, &c., ces lettres π, π', π'', &c., déſigneront des fractions dont la valeur ſera au plus $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$; en ſorte qu'il faudra prendre garde de ſuppoſer à ces lettres une valeur trop grande. Ces mêmes lettres déſignent, comme l'on voit, le quotient du demi-diametre de l'ouverture diviſé par la diſtance focale, que M. Euler nomme *rapport d'ouverture*. Comme on eſt le maître de la valeur qu'on peut donner à ces lettres, pourvu qu'on ne paſſe pas les limites qu'on vient de preſcrire, il ſera bon de les faire entrer dans le calcul, & de déterminer les autres par elles; car on obtient, par leur ſecours, une expreſſion très-ſimple du champ apparent. On pourra, par cette raiſon, introduire auſſi le champ apparent dans le calcul. Suppoſons $\frac{z}{a} = \varphi$, en ſorte que φ ſoit l'angle ſous lequel on appercevrait le demi-diametre du champ apparent ſi on plaçait l'œil à l'objectif. Introduiſons les nombres π, π', π'', &c. & φ, & voyons comment ils nous donnent les autres quantités.

60. Propoſons-nous de déterminer les quantités $a, f; a', f'; a'', f''$, &c.

&c., au moyen de ces nombres. Puisque $\pi = A'\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right)$, $\pi' = A''\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right)$, &c., on aura $A' = \frac{\pi a' f'}{a' + f'}$, $A'' = \frac{\pi' a'' f''}{a'' + f''}$, $A''' = \frac{\pi'' a''' f'''}{a''' + f'''}$, &c.

Et les équations trouvées ci-dessus pour la détermination du champ apparent, deviendront $\frac{\pi f'}{a' + f'} = \left(1 + \frac{f}{a'}\right)\varphi$, $\pi - \frac{\pi' f''}{a'' + f''} = \left(1 - \frac{ff'}{a'a''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \frac{\pi'' f'''}{a''' + f'''} = \left(1 + \frac{ff'f''}{a'a''a'''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \pi'' - \frac{\pi''' f^{iv}}{a^{iv} + f^{iv}} = \left(1 - \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{iv}}\right)\varphi$, &c.

Faisons $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, $f''' = L'''a'''$, &c., ensorte que L, L', L'', &c., marquent des nombres absolus, les équations précédentes deviendront $\frac{L'\pi}{L'+1} = \left(1 + \frac{La}{a'}\right)\varphi$, $\pi - \frac{L''\pi'}{L''+1} = \left(1 - \frac{LL'a}{a''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \frac{L'''\pi''}{L''+1} = \left(1 + \frac{LL'L''a}{a'''}\right)\varphi$, $\pi - \pi' + \pi'' - \frac{L^{iv}\pi^{iv}}{L^{iv}+1} = \left(1 - \frac{LL'L''L'''a}{a'''}\right)\varphi$, &c., d'où l'on tirera $a' = \frac{L(L'+1)a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $a'' = \frac{LL'(L''+1)a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $a''' = \frac{LL'L''(L'''+1)a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $a^{iv} = \frac{LL'L''L'''(L^{iv}+1)a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

Donc $f' = \frac{LL'(L'+1)a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $f'' = \frac{LL'L''(L''+1)a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $f''' = \frac{LL'L''L'''(L'''+1)a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $f^{iv} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}(L^{iv}+1)a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

Et les distances focales seront $F = \frac{La}{L+1}$, $F' = \frac{LL'a\varphi}{L'\pi - (L'+1)\varphi}$, $F'' = \frac{LL'L''a\varphi}{L''\pi' - (L''+1)(\pi - \varphi)}$, $F''' = \frac{LL'L''L'''a\varphi}{L'''\pi'' - (L'''+1)(\pi' - \pi + \varphi)}$, $F^{iv} = \frac{LL'L''L'''L^{iv}a\varphi}{L^{iv}\pi''' - (L^{iv}+1)(\pi - \pi' + \pi'' - \varphi)}$, &c.

61. On observera que tous les nombres introduits dans le calcul, pouvant être pris positivement & négativement, il faut toujours les prendre tels que les intervalles des verres, $f + a$, $f' + a''$, $f'' + a'''$, &c., soient positifs.

62. Pour simplifier les formules précédentes, on n'aura qu'à

faire $\frac{L}{L+1} = H$, $\frac{L'}{L'+1} = H'$, $\frac{L''}{L''+1} = H''$, &c., en ſorte que $L = \frac{H}{1-H}$, $L' = \frac{H'}{1-H'}$, $L'' = \frac{H''}{1-H''}$, &c., & l'on aura $a' = \frac{La\varphi}{H'\pi - \varphi}$, $a'' = \frac{LL'a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $a''' = \frac{LL'L''a\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$a^{\text{IV}} = \frac{LL'L''L'''a\varphi}{H^{\text{IV}}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c., $f' = \frac{LL'a\varphi}{H'\pi - \varphi}$,

$f'' = \frac{LL'L''a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $f''' = \frac{LL'L''L'''a\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$f^{\text{IV}} = \frac{LL'L''L'''L^{\text{IV}}a\varphi}{H^{\text{IV}}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

Et les diſtances focales ſeront $F = Ha$, $F' = \frac{LH'a\varphi}{H'\pi - \varphi}$,

$F'' = \frac{LL'H''a\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi}$, $F''' = \frac{LL'L''H'''a\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$,

$F^{\text{IV}} = \frac{LL'L''L'''H^{\text{IV}}a\varphi}{H^{\text{IV}}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}$, &c.

Ayant les quantités a', f', a'', f'', &c., on aura les intervalles des verres. Et comme le demi-diametre de l'ouverture d'un verre eſt égal au nombre π qui appartient à ce verre, multiplié par la diſtance focale, on aura auſſi le demi-diametre de l'ouverture de chaque verre, puiſqu'on connaît ſa diſtance focale.

63. Il reſte maintenant à déterminer l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir le champ apparent dans ſon entier. On conſidérera l'ouverture de la prunelle comme nulle, ou ce qui revient au même, comme réduite à un point.

Pour deux verres (*fig.* 12), le lieu de l'œil O ſe trouvera par cette proportion, $D'A' + F'g' : D'F' :: D'A' : D'O$; donc $D'O = \frac{D'A' . D'F'}{D'A' + F'g'}$. Mais (62) l'on a $D'A' = \frac{LH'a\pi}{H'\pi - \varphi}\varphi$; $F'g' = \frac{ff'z}{aa'} = LL'a\varphi$; donc $D'A' + F'g' = \frac{L((L'+1)H'\pi - L'\varphi)a\varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{LL'(\pi - \varphi)a\varphi}{H'\pi - \varphi}$, à cauſe que $(L'+1)H' = L'$; donc $\frac{D'A'}{D'A' + F'g'} = \frac{H'\pi}{L'(\pi - \varphi)}$; de plus $D'F' = f' = \frac{LL'a\varphi}{H'\pi - \varphi}$; donc $D'O = \frac{LH'a\pi\varphi}{(\pi - \varphi)(H'\pi - \varphi)}$.

Le lieu de l'œil pour trois verres (*fig.* 13), ſe trouvera par cette analogie, $D''A'' + F''g'' : D''F'' :: D''A'' : D''O$;

donc $D''O = \frac{D''A''.\,D''F''}{D''A'' + F''g''}$. Mais (62) l'on a $D''A'' = \frac{LL'H''a\pi'\phi}{H''\pi' - \pi + \phi}$; $F''g'' = \frac{ff'f''z}{aa'a''} = LL'L''a\phi$; donc $D''A'' + F''g'' = \frac{LL'((L''+1)H''\pi' - L''\pi + L''\phi)a\phi}{H''\pi' - \pi + \phi} = \frac{LL'L''(\pi' - \pi + \phi)a\phi}{H''\pi' - \pi + \phi}$, à cause que $(L'' + 1)H'' = L''$; donc $\frac{D''A''}{D''A'' + F''g''} = \frac{H''\pi'}{L''(\pi' - \pi + \phi)}$; de plus $D''F'' = f'' = \frac{LL'L''a\phi}{H''\pi' - \pi + \phi}$;
donc $D'''O = \frac{LL'H''a\pi'\phi}{(\pi' - \pi + \phi)(H''\pi' - \pi + \phi)}$.
Pour quatre verres, on trouvera pour le lieu de l'œil,
$D'''O = \frac{LL'L''H'''a\pi''\phi}{(\pi'' - \pi' + \pi - \phi)(H''\pi'' - \pi' + \pi - \phi)}$.
Pour cinq verres, on aura pour le lieu de l'œil,
$D^{IV}O = \frac{LL'L''L'''H^{IV}a\pi'''\phi}{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi)(H^{IV}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \phi)}$.
Et ainſi d'un plus grand nombre.

64. Il faut donc que, dans tous les cas, la diſtance de l'œil vienne poſitive; car ſi elle ſe trouvait négative, l'œil ne pourrait jamais appercevoir tout le champ apparent. Dans le cas où la diſtance de l'œil ſe trouve négative, il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, & alors on ne verra pas davantage que ſi l'ouverture de ce verre était égale à la grandeur de la prunelle.

65. Les ſuppoſitions demeurant les mêmes, cherchons la diſpoſition que doivent avoir les verres, pour que l'œil placé en ſon lieu voye diſtinctement l'objet.

Comme on ſuppoſe nulle ou infiniment petite l'ouverture de l'objectif, il ne peut y avoir d'autre confuſion, dans la viſion, que celle qui viendrait de ce que l'œil ne ſerait pas à une diſtance convenable de la derniere image. Pour que cette confuſion n'ait point lieu, on n'aura donc qu'à diſpoſer les verres de maniere que la derniere image tombe à la diſtance de l'œil à laquelle il voit diſtinctement les objets. Repréſentons cette diſtance par n. Comme dans les figures le lieu de l'œil tombe entre le dernier verre & l'image produite par ce verre, & qu'il doit tomber au contraire au delà de cette derniere image, on n'aura qu'à prendre négativement la diſtance de l'œil à cette image, & l'égaler à n.

Pour deux verres.

On a $F'O = \frac{D'O.F'g'}{D'A'}$. Mais $D'O = \frac{LH'a\pi\varphi}{(\pi-\varphi)(H'\pi-\varphi)}$, $F'g' = LL'a\varphi$, $D'A' = \frac{LH'a\pi\varphi}{H'\pi-\varphi}$; donc $F'O = \frac{LL'a\varphi}{\pi-\varphi}$. Prenant cette valeur de $F'O$ négativement, & l'égalant à n, on aura $-\frac{LL'a\varphi}{\pi-\varphi} = n$, d'où l'on tire, pour le ſecond verre, $L' = -\frac{(\pi-\varphi)n}{La\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D'O = -\frac{H'\pi n}{L'(H'\pi-\varphi)}$.

Pour trois verres.

On a $F''O = \frac{D''O.F''g''}{D''A''}$. Or $D''O = \frac{LL'H''a\pi'\varphi}{(\pi'-\pi+\varphi)(H''\pi'-\pi+\varphi)}$, $F''g'' = LL'L''a\varphi$, $D''A'' = \frac{LL'H''a\pi'\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$; donc $F''O = \frac{LL'L''a\varphi}{\pi'-\pi+\varphi}$. Donc, on aura $-\frac{LL'L''a\varphi}{\pi'-\pi+\varphi} = n$, d'où l'on tire, pour le dernier verre, $L'' = -\frac{(\pi'-\pi+\varphi)n}{LL'a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D''O = -\frac{H''\pi'n}{L''(H''\pi'-\pi+\varphi)}$.

Pour quatre verres.

On trouvera de même pour le quatrieme, $L''' = -\frac{(\pi''-\pi'+\pi-\varphi)n}{LL'L''a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D'''O = -\frac{H'''\pi''n}{L'''(H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi)}$.

Pour cinq verres.

On trouvera pour le cinquieme, $L^{iv} = -\frac{(\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi)n}{LL'L''L'''a\varphi}$, & pour le lieu de l'œil, $D^{iv}O = -\frac{H^{iv}\pi'''n}{L^{iv}(H^{iv}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi)}$.

Et ainſi pour un plus grand nombre de verres.

66. Juſqu'à préſent on a conſidéré le champ apparent φ comme donné, & delà on a déterminé l'eſpece & la diſpoſition convenables des verres, pour que le champ apparent ſoit d'une grandeur donnée, & on a trouvé que rien n'empêche de ſa-

tisfaire à cette condition, les nombres L, L', L'', L''', &c., étant absolument arbitraires, de même que les nombres π, π', π'', π''', &c., pourvu toutefois qu'on prenne ceux-ci au dessous de $\frac{1}{3}$ ou de $\frac{1}{4}$. Mais on n'a pas tenu compte de la quantité dont l'objet doit paraître amplifié, & cette amplification borne tellement le champ apparent, qu'il ne doit pas passer certaines limites. Ainsi il est nécessaire d'introduire l'amplification ou grossissement dans l'expression du champ apparent.

67. Soit g la distance à laquelle on rapporte l'amplification. Le demi-diametre $a\varphi$ du champ apparent sera donc vu, à l'œil nud, à la distance g, sous un angle dont la tangente $= \frac{a\varphi}{g}$. Si donc m marque la quantité de fois que la même grandeur $a\varphi$ doit être amplifiée, vue au travers des verres, il faut qu'on l'apperçoive sous un angle dont la tangente $= \frac{ma\varphi}{g}$. Or il sera facile d'avoir cet angle; d'où l'on aura l'angle φ, & par conséquent le demi-diametre $a\varphi$ du champ apparent. Comme cette amplification se rapporte, non aux angles mêmes, mais à leurs tangentes, il est évident qu'il n'y a que les parties de l'objet situées près du centre E, qui soient amplifiées dans le rapport donné, & que celles qui en sont plus éloignées, sont amplifiées dans un moindre rapport.

Supposons deux verres.

La tangente de l'angle sous lequel l'image $F'g'$ (*fig.* 12) est vue par l'œil placé en O, $= \frac{D'A'}{D'O} = \pi - \varphi$; si donc $\frac{ma\varphi}{g}$ est l'angle sous lequel cette image doit être apperçue, on aura $\pi - \varphi = \frac{ma\varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{\pi g}{ma+g}$.

L'objet paraîtra renversé.

Pour que la vision soit distincte, il faut, en introduisant la valeur de φ dans celle de L', que $L' = -\frac{mn}{Lg}$, & par conséquent que $H' = -\frac{mn}{Lg-mn}$.

Substituant ces valeurs de L' & de H', avec celle de φ, dans l'expression du lieu de l'œil, on aura $D'O = \frac{Lgn(ma+g)}{m^2an+Lg^2}$.

Pour trois verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig.* 13) voit l'image $F'' g''$, $= \frac{D'' A''}{D'' O} = \pi' - \pi + \varphi$; cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{m a \varphi}{g}$; on aura donc $\pi' - \pi + \varphi = \frac{m a \varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{(\pi' - \pi) g}{m a - g}$.

L'objet eſt vu droit.

Enſuite, pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut que $L'' = -\frac{m n}{L L' g}$, & par conſéquent que $H'' = -\frac{m n}{L L' g - m n}$. Subſtituant ces valeurs de L'' & de H'', avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura

$$D'' O = \frac{L L' g n (m a - g) \pi'}{(m^2 a n - L L' g^2) \pi' + m a (L L' g - m n) \pi}.$$

Pour quatre verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig* 14) voit l'image $F''' g'''$, $= \frac{D''' A'''}{D''' O} = \pi'' - \pi' + \pi - \varphi$. Cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{m a \varphi}{g}$; on aura donc $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \frac{m a \varphi}{g}$, d'où l'on tire $\varphi = \frac{(\pi'' - \pi' + \pi) g}{m a + g}$.

L'objet eſt vu renverſé.

Enſuite, pour que la viſion ſoit diſtincte, il faut que $L''' = -\frac{m n}{L L' L'' g}$, & par conſéquent que $H''' = -\frac{m n}{L L' L'' g - m n}$. Subſtituant ces valeurs de L''' & de H''', avec celle de φ, dans l'expreſſion du lieu de l'œil, on aura

$$D''' O = \frac{L L' L'' g n (m a + g) \pi''}{(m^2 n a + L L' L'' g^2) \pi'' + m a (L L' L'' g - m n)(\pi' - \pi)}.$$

Pour cinq verres.

La tangente de l'angle ſous lequel l'œil placé en O (*fig* 14) voit l'image $F^{IV} f^{IV}$, $= \frac{D^{IV} A^{IV}}{D^{IV} O} = \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi$; cette image doit être vue ſous l'angle $\frac{m a \varphi}{g}$; on aura donc $\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi = \frac{m a \varphi}{g}$, d'où l'on tire

$$\varphi = \frac{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi) g}{m a - g}.$$

L'objet est vu droit.

Pour que la vision soit distincte, il faut que $L^{iv} = -\frac{mn}{LL'L''L'''g}$,

& par conséquent que $H^{iv} = -\frac{mn}{LL'L''L'''g - mn}$.

Substituant ces valeurs de L^{iv} & de H^{iv}, avec celle de φ, dans l'expression du lieu de l'œil, on aura

$$D^{iv}O = \frac{LL'L''L'''gn(ma-g)\pi'''}{(m^2an - LL'L''L'''g^2)\pi''' + ma(LL'L''L'''g - mn)(\pi'' - \pi' + \pi)}.$$

Pour six verres.

On aura $\varphi = \frac{(\pi^{iv} - \pi''' + \pi'' - \pi' + \pi)g}{ma+g}$;

& la vision distincte exige que $L^{v} = -\frac{mn}{LL'L''L'''L^{iv}g}$, & que par conséquent $H^{v} = -\frac{mn}{LL'L''L'''L^{iv}g - mn}$.

On aura donc, pour le lieu de l'œil, $D^{v}O =$

$$\frac{LL'L''L'''L^{iv}gn(ma+g)\pi^{iv}}{(m^2an + LL'L''L'''L^{iv}g^2)\pi^{iv} + ma(LL'L''L'''L^{iv}g - mn)(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)}.$$

L'objet sera vu renversé.

Et ainsi pour un plus grand nombre de verres.

68. On voit donc qu'étant donnés les rapports d'ouverture des verres π, π', π'', &c., le grossissement m, la distance g à laquelle on rapporte le grossissement, & la distance a de l'objet au premier verre, on a le champ apparent.

69. Afin donc, que, pour un grossissement donné, le champ apparent soit le plus grand possible, il faudra donner aux lettres π, π', π'', &c., les valeurs les plus grandes possibles, & que ces valeurs soient alternativement positives & négatives. Si donc on peut porter jusqu'à $\frac{1}{3}$ les valeurs de π, π', π'', &c., la plus grande valeur de φ, pour un nombre quelconque de verres, sera :

Pour deux verres, $\varphi = \frac{g}{3(ma+g)}$;

Pour trois verres, $\varphi = \frac{2g}{3(ma-g)}$;

Pour quatre verres, $\varphi = \frac{3g}{3(ma+g)}$;

Pour cinq verres, $\varphi = \frac{4g}{3(ma-g)}$;

&c.

70. On peut donc augmenter le champ apparent, en multipliant les verres. Mais on voit auſſi que plus on amplifie l'objet, plus on fait diminuer le champ apparent.

71. On peut prendre poſitivement ou négativement le nombre m qui exprime le groſſiſſement. Si on le prend poſitivement, alors l'objet eſt vu renverſé, lorſque le nombre des verres eſt pair ; & on le voit dans ſa ſituation naturelle, ſi le nombre des verres eſt impair. Le contraire arrive, ſi m eſt un nombre négatif.

72. On remarquera que le champ apparent eſt renfermé dans des limites qu'il ne peut jamais paſſer, quel que ſoit le nombre des verres qu'on emploie, & quelle que ſoit leur diſpoſition. Car l'angle que font avec l'axe les rayons qui entrent dans l'œil placé en O, ne pouvant gueres être de plus de 60 degrés, puiſqu'à la vue ſimple on ne peut appercevoir dans le ciel un eſpace plus grand que 120 degrés, ſi on ſuppoſe cet angle le plus grand que l'œil peut embraſſer, d'environ 63 degrés, dont la tangente $= 2$, on aura, pour un nombre quelconque de verres, $\frac{ma\varphi}{g} = 2$, d'où l'on a $\varphi = \frac{2g}{ma}$, & $a\varphi = \frac{2g}{m}$. Ainſi, étant donnés le groſſiſſement m & la diſtance g à laquelle on le rapporte, le demi-diametre de la portion de l'objet qu'on peut appercevoir, ne peut jamais être plus grand que $\frac{2g}{m}$. Dans les lunettes où $g = a$, & où le demi-diametre du champ apparent s'eſtime par l'angle même φ, ſa tangente ne peut donc jamais être plus grande que $\frac{2}{m}$.

73. On obſervera au ſujet du lieu de l'œil, que rien n'oblige d'y placer l'œil exactement. Cela ne ſerait néceſſaire qu'autant que la prunelle aurait extrêmement peu d'ouverture, parce qu'autrement l'œil ne pourrait recevoir tous les rayons tranſmis par les verres. Mais comme elle eſt toujours ouverte d'une certaine quantité, on peut, ſans rien perdre, écarter un peu l'œil de ce lieu-là, en ſorte qu'il ſerait ſuperflu de chercher à l'y placer trop exactement, à moins que l'ouverture du dernier verre ne fût très-grande. Mais ſi elle ne ſurpaſſe pas la prunelle,

nelle, & même qu'elle ſoit plus petite, il eſt évident qu'en appliquant l'œil immédiatement contre ce dernier verre, il reçoit tous les rayons, & apperçoit le même champ apparent que ſi on le mettait au lieu qui lui eſt aſſigné. Si donc, dans ces cas, la diſtance de ce lieu-là ſe trouve négative, l'œil ne perd rien du champ apparent, pourvu qu'il ſoit appliqué immédiatement contre le dernier verre.

CHAPITRE IV.

De l'Aberration de Réfrangibilité.

74. L'Aberration de réfrangibilité eſt la variation occaſionnée dans le foyer ou lieu de l'image produite par un ou pluſieurs verres, par la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere. Voyons comment on la détermine, abſtraction faite de l'épaiſſeur de ces verres. On a, pour le premier verre, $\frac{1}{f} = (P - 1) \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) - \frac{1}{a}$.

Pour avoir la variation qu'occaſionne la différente réfrangibilité dans le foyer ou le lieu de l'image produite par ce verre, on n'aura qu'à différencier, en faiſant varier f & P, & on aura $df = - ffdP \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right)$, ou $df = - \frac{ffdP}{P-1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$, à cauſe que $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{P-1} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{f}\right)$, ou enfin $df = - \frac{ffdP}{(P-1)F}$, parce que $\frac{1}{F} = \frac{1}{a} + \frac{1}{f}$, F déſignant la diſtance focale.

Ce foyer ou image peut être conſidéré comme un point lumineux ou objet qui envoie des rayons ſur un ſecond verre placé au delà du premier; or, la différente réfrangibilié rendant variable ſa diſtance à ce ſecond verre, il en réſultera néceſſairement une double variation dans le foyer ou image produite par ce verre, & cet effet ſera encore beaucoup plus conſidérable dans les verres ſuivants.

75. Ayant donc pour ce ſecond verre $\frac{1}{f'} = (P - 1)\left(\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'}\right) - \frac{1}{a'}$, pour avoir la variation produite dans le foyer ou image, par la différente réfrangibilité, il faudra différencier en faiſant varier f, P & a'; on aura $df' = -\frac{f'f'dP}{P-1}\left(\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'}\right) - \frac{f'f'da'}{a'a'}$, ou $df' = -\frac{f'f'dP}{(P-1)F'} - \frac{f'f'da'}{a'a'}$, F' étant la diſtance focale de ce ſecond verre.

Si le rapport de réfraction pour ce ſecond verre était différent du rapport de réfraction pour le premier, repréſentant ce nouveau rapport par P', on aurait $df' = -\frac{f'f'dP'}{(P'-1)F'} - \frac{f'f'da'}{a'a'}$.

Comme l'intervalle $f + a'$ des deux verres eſt conſtant, on aura $d(f + a') = 0$, ou $da' = -df'$; ainſi, ſi l'on veut chaſſer da', on n'aura qu'à ſubſtituer, à ſa place, la valeur de $-df$.

76. Si on a un troiſieme verre au delà du foyer ou image produite par le ſecond, pour lequel on ait $\frac{1}{f''} = (P - 1)\left(\frac{1}{b''} + \frac{1}{c''}\right) - \frac{1}{a''}$, on aura de même $df'' = -\frac{f''f''dP}{P-1}\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) - \frac{f''f''da''}{a''a''}$, ou $df'' = -\frac{f''f''dP}{(P-1)F''} - \frac{f''f''da''}{a''a''}$.

Comme la diſtance $f' + a''$ de ce troiſieme verre au ſecond eſt conſtante, on aura $df' + da'' = 0$, ou $da'' = -df'$; ainſi on pourra faire diſparaître da'' en ſubſtituant, à ſa place, la valeur de $-df'$.

Si le rapport de réfraction eſt différent pour ce troiſieme verre, & repréſenté par P'', on aura $df'' = -\frac{f''f''dP''}{P''-1}\left(\frac{1}{a''} + \frac{1}{f''}\right) - \frac{f''f''da''}{a''a''}$, ou $df'' = -\frac{f''f''dP''}{(P''-1)F''} - \frac{f''f''da''}{a''a''}$.

77. Si on a un quatrieme verre ſitué au delà de l'image produite par le troiſieme, pour lequel on ait $\frac{1}{f'''} = (P - 1)\left(\frac{1}{b'''} + \frac{1}{c'''}\right) - \frac{1}{a'''}$, on aura de même la variation produite dans le lieu de ſon image par la différente réfrangibilité, ex-

primée par $df''' = -\frac{f'''f'''dP}{P-1}\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right) - \frac{f'''f'''da'''}{a'''a'''}$,
ou $df''' = -\frac{f'''f'''dP}{(P-1)F'''} - \frac{f'''f'''da'''}{a'''a'''}$.

La distance $f'' + a'''$ de ce verre au troisieme étant constante, on aura $da''' = -df''$; ainsi on pourra faire disparaître da''', en introduisant, à sa place, la valeur de $-df''$.

Si le rapport de réfraction pour ce verre était F''', on aurait $df''' = -\frac{f'''f'''dF'''}{F'''-1}\left(\frac{1}{a'''}+\frac{1}{f'''}\right) - \frac{f'''f'''da'''}{a'''a'''}$, ou $df''' = -\frac{f'''f'''dP'''}{(F'''-1)F'''} - \frac{f'''f'''da'''}{a'''a'''}$.

Et ainsi d'un plus grand nombre de verres.

78. Dans le verre commun, $P = 1{,}55$ pour les rayons de réfrangibilité moyenne. Pour les rouges, on a $P - dP = 1{,}54$, & pour les violets, $P + dP = 1{,}56$; en sorte que $dP = \frac{1}{100}$, si l'on considere la quantité dont l'image produite par les rayons rouges est plus éloignée du verre que celle qui est produite par les rayons moyens, ou la quantité dont l'image produite par les rayons violets est moins éloignée que cette image moyenne, prenant négativement cette différence dP dans le premier cas, & positivement dans le second.

79. Non-seulement la diverse réfrangibilité des rayons fait varier le lieu de l'image, elle fait varier encore la grandeur de cette image. Comme on connaît la grandeur de l'image produite par tant de verres qu'on voudra, on aura aisément par la différenciation, le changement que lui occasionne la différente réfrangibilité de la lumiere.

80. La diverse réfrangibilité altérant donc doublement l'image, il en résulte une double confusion dans la vision. Pour découvrir de quelle maniere on pourra la faire disparaître, remarquons d'abord que si Ii (*fig.* 16) est l'image produite par les rayons moyens, Rr & Vv seront les images produites par les rayons rouges & les rayons violets, que les intervalles IR, IV entre ces images & l'image Ii sont égaux, & que les différences $Ii - Rr$, $Vv - Ii$ sont aussi égales; que de plus ces images ne sont pas les seules, qu'il y en a une multitude d'autres entre les extrêmes Rr & Vv, lesquelles se pré-

ſentent de même à l'œil ; d'où il ſuit que plus il y aura de différence tant dans le lieu que dans la grandeur de ces images, plus il y aura de confuſion dans la viſion. Le moyen d'anéantir cette confuſion ſerait donc de trouver une forme & une diſpoſition des verres, telles que l'intervalle RV & les différences entre les images Rr, Vv devinſſent nuls ; en ſorte qu'on ne peut détruire entierement cette confuſion qu'en ſatisfaiſant à ces deux conditions à la fois. Au reſte ſi l'on ne peut ſatisfaire à toutes les deux à la fois, il y aura au moins un lieu O où la confuſion ſera très-peu ſenſible pour l'œil qui y ſera placé, lequel ſera au point de concours de la droite rv avec l'axe ; car toutes les extrémités des images v, i, r ſeront vues par des rayons qui ſe confondront, en ſorte que le bord de l'objet ne paraîtra nullement coloré. C'eſt pourquoi ſi le point O convient en même-tems avec le vrai lieu de l'œil, il n'y aura d'autre confuſion que celle qui provient de ce que les images Rr, Vv ſoient peut-être trop écartées de l'image moyenne Ii qu'on ſuppoſe à la diſtance de l'œil à laquelle il voit diſtinctement les objets, d'où il ne peut réſulter de couleurs. On voit donc qu'il n'eſt rien moins qu'impoſſible de délivrer les Inſtrumens de Dioptrique du défaut de faire paraître colorés les bords des objets. Pour parvenir à les délivrer de ce défaut, il eſt évident que tout ſe réduit à déterminer le point O où concourt avec l'axe, la droite qui paſſe par les extrémités v, i, r des images, & à faire en ſorte qu'il convienne avec le lieu de l'œil déterminé dans le dernier chapitre, au cas que cela ſoit poſſible ; d'où l'on voit que le lieu de l'œil doit avoir cette propriété, que la variation que peut éprouver le rapport de réfraction P, ne faſſe ſouffrir aucun changement à l'angle ſous lequel l'œil apperçoit la derniere image. Il faudra voir enſuite ſi on ne pourrait point anéantir ou rendre les plus petits poſſibles les intervalles IR & IV.

81. Suppoſons d'abord un Inſtrument de Dioptrique compoſé de deux verres, & voyons quelle diſpoſition il faut donner à ces verres pour que l'œil étant placé au lieu qu'exige le champ apparent, l'objet ſoit vu ſans aucune eſpece de confuſion pro-

duite par la différente réfrangibilité des rayons. Supposons que les verres soient de même espece.

La grandeur de l'objet Ee (*fig.* 12) étant supposée $= z$, l'image $F'g' = \frac{ff'}{aa'}z$. Soit θ la distance $D'O$ de l'œil O au second verre $A'A'$; on aura, à cause de $F'O = f' - \theta$, la tangente de l'angle $F'Og'$, $= \frac{ff'}{aa'} \cdot \frac{z}{f'-\theta}$, expression à laquelle la différente réfrangibilité des rayons ne doit point faire éprouver de changement. Si donc on en prend la différence, il faudra l'égaler à zéro. On la différenciera en faisant varier f, a', f', & pour plus de commodité, on en différenciera le logarithme, ce qui donnera, en égalant à zéro, $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} + \frac{df'}{f'} - \frac{df'}{f'-\theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} - \frac{\theta df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, ou $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) - \frac{\theta df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, à cause de $da' = -df$. Mais si l'on fait $f = La$, $f' = L'a'$, on aura $\frac{1}{a} + \frac{1}{f} = \frac{a+f}{af} = \frac{L+1}{La}$, & $\frac{1}{a'} + \frac{1}{f'} = \frac{L'+1}{L'a'}$. Substituant dans les valeurs de df & de df', trouvées ci-dessus, on aura $df = -\frac{dP}{P-1}L(L+1)a$, & $df' = -\frac{dP}{P-1}L'(L'+1)a' - L'L'da' = -\frac{dP}{P-1}(LL'^2(L+1)a + L'(L'+1)a')$. De plus on a cette proportion, $D'A' : Fg :: D'F + FD : FD$, laquelle donne $\frac{D'F+FD}{FD} = \frac{D'A'}{Fg}$; mais $FD = f$, $D'F = a'$, $D'A' = \frac{\pi a'f'}{a'+f'} = \frac{\pi L'a'}{L'+1}$, $Fg = La\varphi$; on aura donc $\frac{f+a'}{f} = \frac{\pi L'a'}{L(L'+1)a\varphi}$, ou $\frac{f+a'}{fa'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{a'} = \frac{\pi L'}{L(L'+1)a\varphi}$. Et, pour que le lieu de l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'A'.D'F'}{D'A'+F'g'} = \frac{\pi a'f'}{\pi a' + L(L'+1)a\varphi}$; par conséquent $f' - \theta = \frac{f'.L(L'+1)a\varphi}{\pi a' + L(L'+1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f'(f'-\theta)} = \frac{\pi}{LL'(L'+1)a\varphi}$.

Faisant les substitutions dans l'équation $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) - \frac{\theta df'}{f'(f'-\theta)} = 0$, elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi} = 0$, à laquelle si l'on peut satisfaire, les bords de l'objet paraîtront sans couleurs.

Si la distance de l'œil se trouvait négative, alors il faudrait appliquer l'œil contre le dernier verre. Supposant donc alors $\theta = 0$, l'équation pour la destruction des couleurs serait $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) = 0$, ou, après les substitutions, $\frac{(L+1)L'\pi}{(L'+1)\varphi} = 0$, ou $\frac{(L+1)H'\pi}{\varphi} = 0$, en faisant $\frac{L'}{L'+1} = H'$.

On détruirait ce qui reste de confusion, si l'on pouvait rendre $df' = 0$, ce qui donnerait l'équation $L(L+1)L'a + (L'+1)a' = 0$, ou $\frac{L+1}{L}a + \frac{L'+1}{L^2 L'}a' = 0$.

Si le rapport de réfraction pour le second verre est différent de celui qui appartient au premier, on a $df' =$ $-\frac{dP}{P-1}L(L+1)L'^2 a - \frac{dP'}{P'-1}L'(L'+1)a'$. Et alors l'équation pour l'anéantissement des couleurs, est $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{La\varphi} = 0$, si la distance de l'œil est positive; & si la distance de l'œil est négative, l'équation est $\frac{dP}{P-1}(L+1)L'a\pi = 0$.
Enfin l'équation pour l'anéantissement de ce qui reste de confusion, c'est-à-dire, pour la réunion des images en une seule, est $\frac{dP}{P-1} L(L+1)L'a + \frac{dP'}{P'-1}(L'+1)a' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L}a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'}a' = 0$.

82. Supposons actuellement l'instrument composé de trois verres, & supposons-les d'abord de même espece. La grandeur de l'objet Ee (*fig. 13*) étant supposée $= z$, la derniere image $F''g'' = \frac{ff'f''z}{aa'a''}$. Nommant donc θ la distance $D''O$ de l'œil au dernier verre $A''A''$, on aura $OF'' = f'' - \theta$, & la tangente de l'angle $F''Og''$, $= \frac{ff'f''}{aa'a''} \cdot \frac{z}{f''-\theta}$. Or, la réfrangibilité différente des rayons de lumiere ne doit point faire souffrir de changement à cette expression. Il faudra donc en égaler la différentielle à zéro. Prenant donc, pour la commodité, la différence de son logarithme, en faisant varier f, f', f'', a' & a'', on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{df''}{f''-\theta} = 0$, ou $\frac{df}{f} - \frac{da'}{a'} + \frac{df'}{f'} - \frac{da''}{a''} - \frac{\theta df''}{f''(f''-\theta)} = 0$, ou $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) +$

$df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)-\frac{\theta df''}{f''(f''-\theta)}=0$, à cause de $da'=-df$ & de $da''=-df'$.

On a déjà df & df' sous la forme convenable. A l'égard de df'', on aura, en faisant $f''=L''a''$, en sorte que $\frac{1}{a''}+\frac{1}{f''}=\frac{L''+1}{L''a''}$, $df''=-\frac{dP}{P-1}L''(L''+1)a''-L''L''da''=$ $-\frac{dP}{P-1}\left(L(L+1)L'^2L''^2a+L'(L'+1)L''^2a'+L''(L''+1)a''\right)$.

Ensuite on a cette proportion, $D'A'+F'g':D'F'::D''A''-F'g':D''F'$, donc $\frac{D'A'+F'g'}{D'F'}=\frac{D''A''-F'g'}{D''F'}$, ou $\frac{F'g'}{D'F'}+\frac{F'g'}{D''F'}=\frac{D''A''}{D''F'}-\frac{D'A'}{D'F'}$, ou $\frac{1}{D'F'}+\frac{1}{D''F'}=\frac{D''A''}{D''F'.F'g'}-\frac{D'A'}{D'F'.F'g'}$; mais $D'F'=f'$, $D''F'=a''$, $D'A'=\frac{\pi L'a'}{L'+1}$, $D''A''=\frac{\pi' L''a''}{L''+1}$, $F'g'=LL'a\varphi$; on aura donc $\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}=\frac{\pi' L''}{FL'(L''+1)a\varphi}-\frac{\pi}{LL'(L'+1)a\varphi}$. Et, pour que le lieu de l'œil soit le même qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta=\frac{D''A''.D''F''}{D''A''+F''g''}=\frac{\pi' a''f''}{\pi' a''+LL'(L''+1)a\varphi}$, $F''g''$ étant $=LL'L''a\varphi$; par conséquent, $f''-\theta=\frac{f''.LL'(L''+1)a\varphi}{\pi' a''+LL'(L''+1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f''(f''-\theta)}=\frac{\pi'}{LL'L''(L''+1)a\varphi}$. Faisant les substitutions dans l'équation $df\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{a'}\right)+df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)-\frac{\theta df''}{f''(f''-\theta)}=0$, elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi}+\frac{\pi' a''}{LL'a\varphi}=0$. Cette équation étant satisfaite, les bords de l'objet paraîtront sans couleurs.

Dans le cas où il faudroit appliquer l'œil contre le dernier verre, supposant alors $\theta=0$, l'équation pour la destruction des couleurs est $df\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{a'}\right)+df'\left(\frac{1}{f'}+\frac{1}{a''}\right)=0$; ou, après les substitutions, $(L+1)L'L''a\pi'+\frac{(L'+1)L''a'\pi'}{L}-\frac{(L''+1)a'\pi}{L}=0$.

En faisant $df''=0$, l'équation pour la réunion des images seroit $L(L+1)L'^2L''a+L'(L'+1)L''a'+(L''+1)a''=0$, ou $\frac{L+1}{L}a+\frac{L'+1}{L^2L'}a'+\frac{L''+1}{L^2L'^2L''}a''=0$.

Si la puissance réfractive des verres est différente, & que P, P' représentant les rapports de réfraction des deux premiers, P'' représente le rapport de réfraction du troisieme, df & df' conservant les valeurs qu'on leur a trouvées ci-dessus, on a $df'' = -\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L''^2 a - \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L''^2 a' - \frac{dP''}{P''-1} L''(L''+1) a''$.

Et l'équation pour la destruction des couleurs, lorsque la distance de l'œil est positive, est $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} = 0$; & lorsque la distance de l'œil est négative, l'équation est $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1) L'L''\pi' + \frac{a'\,dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L'+1)L''\pi' - (L''+1)\pi}{L} = 0$.

Enfin, l'équation pour la réunion des images, est $\frac{dP}{P-1} L(L+1) L'^2 L'' a + \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L'' a' + \frac{dP''}{P''-1}(L''+1) a'' = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' = 0$.

83. Supposons l'instrument composé de quatre verres tous de même espece. L'image $F'''g'''$ (*fig.* 14) produite par les quatre verres, $= \frac{ff'f''f'''z}{aa'a''a'''}$. Soit $D'''O$ la distance de l'œil au dernier verre $= \theta$; on aura $OF''' = f''' - \theta$, & la tangente de l'angle $F'''Og'''$, $= \frac{ff'f''f'''}{aa'a''a'''} \cdot \frac{z}{f'''-\theta}$. Prenant la différence de son logarithme, & l'égalant à zéro, on aura $\frac{df}{f} + \frac{df'}{f'} + \frac{df''}{f''} + \frac{df'''}{f'''} - \frac{da'}{a'} - \frac{da''}{a''} - \frac{da'''}{a'''} - \frac{df'''}{f'''-\theta} = 0$, ou, à cause que $da = -df$, $da'' = -df'$, $da''' = -df''$, $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) + df'\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}\right) + df''\left(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}\right) - \frac{\theta\, df'''}{f'''(f'''-\theta)} = 0$, (A).

On a déjà df, df', df'' sous la forme convenable; & $df''' = -\frac{dP}{P-1} L'''(L'''+1) a''' - L'''^2 da''' = -\frac{dP}{P-1}\left(L(L+1) L'^2 L''^2 L'''^2 a + L'(L'+1) L''^2 L'''^2 a' + L''(L''+1) L'''^2 a'' + L'''(L'''+1) a'''\right)$, en mettant à la place de $-da'''$ la valeur de de df''. On a auffi les valeurs de $\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}$, & de $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}$; & pour trouver celle de $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}$, on n'aura qu'à faire cette proportion, $D''A'' + F''g'' : D''F'' :: D'''A''' - F''g'' : D'''F''$, laquelle donne $\frac{1}{D''F''} + \frac{1}{D'''F''} = \frac{D'''A'''}{D'''F''.F''g''} - \frac{D''A''}{D''F''.F''g''}$; mais $D''F'' = f''$, $D'''F'' = a'''$, $D''A'' = \frac{\pi' L'' a''}{L''+1}$, $D'''A''' = \frac{\pi'' L''' a'''}{L'''+1}$, $F''g'' = LL'L''a\varphi$; on a donc $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''} = \frac{\pi'' L'''}{LL'L''(L'''+1)a\varphi} - \frac{\pi'}{LL'L''(L''+1)a\varphi}$; & pour que le lieu de l'œil convienne avec celui qu'exige le champ apparent, il faut que $\theta = \frac{D'''A'''.D'''F'''}{D'''A''' + F'''g'''} = \frac{\pi'' a''' f'''}{\pi'' a''' + LL'L''(L'''+1)a\varphi}$; on aura donc $f''' - \theta = \frac{f'''.LL'L''(L'''+1)a\varphi}{\pi'' a''' + LL'L''(L'''+1)a\varphi}$, & $\frac{\theta}{f'''(f'''-\theta)} = \frac{\pi''}{LL'L''L'''(L'''+1)a\varphi}$. Faifant les fubftitutions dans l'équation (A), elle devient $\frac{\pi a'}{La\varphi} + \frac{\pi' a''}{LL'a\varphi} + \frac{\pi'' a'''}{LL'L''a\varphi} = 0$, équation à laquelle il faut fatisfaire, pour détruire les couleurs.

Dans le cas où la diftance de l'œil eft négative, où par conféquent il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, alors fuppofant $\theta = 0$, l'équation, pour la deftruction des couleurs, eft $df\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{a'}\right) + df'\left(\frac{1}{f'} + \frac{1}{a''}\right) + df''\left(\frac{1}{f''} + \frac{1}{a'''}\right) = 0$, laquelle devient, après les fubftitutions, $(L+1)L'L''L'''a\pi'' + \frac{(L'+1)L''L'''a'\pi''}{L} + \frac{(L''+1)L'''a''\pi''}{LL'} - \frac{(L'''+1)a''\pi'}{LL'} - \frac{(L'''+1)a'\pi}{L} = 0$.

Si l'on faifait $df''' = 0$, on aurait l'équation pour la réunion des images, laquelle ferait $L(L+1)L'^2L''^2L'''a + L'(L'+1)L''^2L'''a' + L''(L''+1)L'''a'' + (L'''+1)a''' = 0$, ou $\frac{L+1}{L}a + \frac{L'+1}{L^2L'}a' + \frac{L''+1}{L^2L'^2L''}a'' + \frac{L'''+1}{L^2L'^2L''^2L'''}a''' = 0$.

Si les qualités réfringentes des verres font différentes, & que P, P', P'' étant les rapports de réfraction des trois premiers, P''' foit celui du quatrieme, on aura $df''' = -\frac{dP}{P-1}L(L$

$+ 1) L'^2 L''^2 L'''^2 a - \frac{dP'}{P'-1} L'(L'+1) L''^2 L'''^2 a' - \frac{dP''}{P''-1} L''(L'' + 1) L'''^2 a'' - \frac{dP'''}{P'''-1} L'''(L'''+1) a'''$. Subſtituant cette valeur de df''' & celles de df' & de df'' qui appartiennent au cas préſent, dans l'équation (A) pour la deſtruction des couleurs, elle deviendra $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} = 0$.

Dans le cas où l'œil doit être appliqué contre le dernier verre, on trouve que l'équation pour la deſtruction des couleurs, eſt $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1) L' L'' L''' \pi'' + \frac{a'\,dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L+1) L'' L''' \pi'' - (L'''+1)\pi}{L} + \frac{a''\,dP''}{P''-1} \cdot \frac{(L''+1) L''' \pi'' - (L'''+1)\pi'}{L L'} = 0$.

L'équation pour la réunion des images, ſera $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{L'''+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''} a''' = 0$.

84. Si l'on ſuppoſe l'inſtrument composé de cinq verres, on trouvera, en ſuivant les mêmes procédés, que l'équation pour l'anéantiſſement des couleurs, dans le cas où les verres ont la même vertu réfringente, eſt $\frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} + \frac{\pi''' a^{iv}}{L L' L'' L''' a \varphi} = 0$; & dans le cas où les verres rompent différemment la lumiere, l'équation eſt $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{L a \varphi} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L L' a \varphi} + \frac{dP'''}{P'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L L' L'' a \varphi} + \frac{dP^{iv}}{P^{iv}-1} \cdot \frac{\pi''' a^{iv}}{L L' L'' L''' a \varphi} = 0$.

S'il faut appliquer l'œil contre le dernier verre, l'équation pour la deſtruction des couleurs, dans le cas des verres de même eſpece, eſt $(L+1) L' L'' L''' L^{iv} a \pi''' + \frac{(L'+1) L'' L''' L^{iv} a' \pi'''}{L} + \frac{(L''+1) L''' L^{iv} a'' \pi'''}{L L'} + \frac{(L'''+1) L^{iv} a''' \pi'''}{L L' L''} - \frac{(L^{iv}+1) a''' \pi''}{L L' L''} - \frac{(L^{iv}+1) a'' \pi'}{L L'} - \frac{(L^{iv}+1) a' \pi}{L} = 0$; & dans le cas où les verres ſont d'eſpece différente, l'équation eſt $\frac{a\,dP}{P-1}(L+1) L' L'' L''' L^{iv} \pi''' + \frac{a'\,dP'}{P'-1} \cdot \frac{(L'+1) L'' L''' L^{iv} \pi''' - (L^{iv}+1)\pi}{L} + \frac{a''\,dP''}{P''-1} \cdot \frac{(L''+1) L''' L^{iv} \pi''' - (L^{iv}+1)\pi'}{L L'} +$

$$\frac{a''' \, d\, P'''}{P''' - 1} \cdot \frac{(L''' + 1) L^{IV} \pi''' - (L^{IV} + 1) \pi''}{L L' L''} = 0.$$

Enfin, l'équation pour la réunion des images, sera, dans le cas où les verres ont la même qualité réfringente, $\frac{L+1}{L} a + \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' + \frac{L'''+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''} a''' + \frac{L^{IV}+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''^2 L^{IV}} a^{IV} = 0$; & dans le cas où la réfraction eſt différente dans chaque verre, l'équation ſera $\frac{d P}{P-1} \cdot \frac{L+1}{L} a + \frac{d P'}{P'-1} \cdot \frac{L'+1}{L^2 L'} a' + \frac{d P''}{P''-1} \cdot \frac{L''+1}{L^2 L'^2 L''} a'' + \frac{d P'''}{P'''-1} \cdot \frac{L'''+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''} a''' + \frac{d P^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{L^{IV}+1}{L^2 L'^2 L''^2 L'''^2 L^{IV}} a^{IV} = 0.$ Si l'on avait un plus grand nombre de verres, il eſt facile de voir quelles équations on aurait alors.

CHAPITRE V.

Des Objectifs achromatiques.

85. NOus nommons ainſi des objectifs exempts non-ſeulement de la confuſion due à la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere, mais encore de celle qui eſt due à la ſphéricité. Pour leur donner la premiere qualité, on eſt obligé de les compoſer de pluſieurs lentilles faites avec des verres dont les puiſſances réfractives ſont différentes. On les a d'abord compoſés avec deux lentilles, parce qu'il n'en faut pas davantage pour anéantir les couleurs. On les a enſuite compoſés avec trois, parce que les lentilles ayant alors des courbures moins fortes, ces objectifs ſupportent une plus grande ouverture; & on augmenterait encore cette qualité, ſi l'on multipliait davantage les lentilles.

86. On ſait que les deux eſpeces de verre dont on a trouvé que les forces réfringentes different le plus, particuliérement pour diſperſer les rayons colorés, & ſont par conſéquent les plus convenables pour la conſtruction des objectifs qui repréſentent les objets ſans couleur, ſont un verre très-blanc & fort

transparent, connu en Angleterre sous le nom de *flintglass*, & un verre verdâtre, qui y est connu sous le nom de *crownglass*. Mr. Dollond, célebre Opticien Anglais, qui découvrit & mesura la différence des forces réfringentes de ces deux especes de verre, trouva que le sinus d'incidence est au sinus de réfraction, en passant de l'air dans le flintglass, comme 1,58 à 1, & qu'en passant de l'air dans le crownglass, ces sinus sont entr'eux, comme 1,53 à 1; enfin, que la différence de réfraction des rayons colorés, dans le flintglass, est à la différence de leur réfraction, dans le crownglass, comme 3 à 2. Adoptant ces rapports, quoiqu'ils n'aient pas été déterminés très exactement (*), proposons-nous de chercher les dimensions des objectifs qui représentent les objets sans couleurs. Comme nous aurons besoin des valeurs numériques de quelques quantités, commençons par les trouver.

(*) Pour déterminer, soit le rapport de réfraction de ces deux especes de verre, soit le rapport de la dispersion des rayons colorés, produite par l'une, à la dispersion de ces mêmes rayons, produite par l'autre, il employa des prismes faits de ces matieres. Pour trouver le rapport de dispersion, il appliqua les deux prismes l'un contre l'autre, en ordre renversé; & regardant, au travers, des objets éclairés, il en varia les angles, jusqu'à ce qu'il apperçut ces objets sans couleur. Au lieu d'employer de cette maniere les prismes adossés, il eut pu, comme l'a fait depuis Mr. Clairaut, les placer dans une chambre obscure, en les présentant au soleil. Lorsque l'image qu'ils lui auraient donnée sur le mur opposé, en rompant le trait de lumiere, se fût trouvée parfaitement blanche, il eut été bien plus assuré que les différentes réfrangibilités s'étaient compensées. Quoiqu'il en soit, les objets lui parurent sans couleur, lorsqu'il eut fait l'angle du prisme de crownglass de 30 degrés, & l'angle du prisme de flintglass de 19 degrés; d'où il conclut que la dispersion produite par le premier prisme était à la dispersion produite par le second, comme 19 à 30, c'est-à-dire, à peu près, comme 2 à 3.

Mais en concluant ainsi le rapport des dispersions dans ces deux matieres, il paraît n'avoir eu aucun égard à l'angle sous lequel le trait de lumiere rencontrait la surface du premier prisme, en sorte que selon lui, il est indifférent sous quel angle il la rencontre. Or, c'est ce qui n'est pas.

En effet, soit ABC (*fig. 17*) le premier prisme, EGF le second qui lui est parallele ou contigu, SK le trait de lumiere venant du soleil, NO ce trait de lumiere sortant du second prisme, & allant peindre, sur le mur, une image parfaitement blanche. Soit P le rapport de réfraction des rayons moyens, en passant de l'air dans le premier prisme, & P' le rapport de réfraction de ces mêmes rayons, en passant de l'air dans le second. Soit a l'angle d'incidence du rayon SK, lorsqu'il rencontre la premiere surface AC du premier prisme, q l'angle de réfraction, r l'angle d'incidence de ce rayon, lorsqu'il rencontre la seconde surface BC, s l'angle de réfraction qui lui répond, auquel est égal l'angle d'incidence de ce rayon sur la premiere surface GE du second prisme, t l'angle de réfraction qui répond à cet angle, u l'angle

Nommant P le rapport de réfraction dans le crownglass, & P' le rapport de réfraction dans le flintglass, on aura $P = 1{,}53$ & $P' = 1{,}58$; & représentant par dP & dP' la différence des rapports de réfraction de deux mêmes especes de rayons, par exemple, des rayons rouges & des rayons violets, dans ces deux matieres, on pourra supposer $dP = 2$,

---

d'incidence, lorsque le rayon rencontre la seconde surface GF, & b l'angle de réfraction, lorsque le rayon sort suivant NO. Soit de plus c l'angle ACB du premier prisme, & g l'angle EGF du second. On aura $r = c - q$, $s = s$, & $t = g - u$; & de plus, $\text{sin.}\, a = P\,\text{sin.}\, q$, $\text{sin.}\, s = P\,\text{sin.}\, r$, $\text{sin.}\, s = P'\,\text{sin.}\, t$, & $\text{sin.}\, b = P'\,\text{sin.}\, u$.

Comme les rayons, au sortir du prisme EGF, donnent, par la supposition, une image parfaitement blanche, ils s'ensuit qu'ils sortent non-séparés & parfaitement paralleles, & que par conséquent l'angle b est le même pour toutes les especes de rayons, de même que le premier angle a, tandis que chacun des angles q, r, s, t, u change d'une espece à l'autre. Représentons par dP la différence entre le rapport de réfraction pour une espece de rayons, & le rapport de réfraction pour une autre espece, dans le premier prisme, & par dP' dans le second, & cherchons la relation entre la différence dP & celle des angles q, r, s, qui appartiennent à ces deux especes de rayons, dans le premier prisme, & la relation entre la différence dP' & la différence des angles s, t, u qui appartiennent à ces mêmes especes de rayons, dans le second.

Dans le premier prisme, on a d'abord $dr = -dq$; &, à cause que l'angle a est constant, $dP\,\text{sin.}\, q + P\,dq\,\text{cos.}\, q = 0$; d'où l'on tire $dq = -\frac{dP\,\text{sin.}\, q}{P\,\text{cos.}\, q} = -dr$; ensuite $ds\,\text{cos.}\, s = dP\,\text{sin.}\, r + P\,dr\,\text{cos.}\, r = dP\,\text{sin.}\, r + \frac{dP\,\text{sin.}\, q\,.\,\text{sin.}\, r}{\text{cos.}\, q} =$ $\frac{dP}{\text{cos.}\, q}(\text{sin.}\, r\,\text{cos.}\, q + \text{sin.}\, q\,\text{cos.}\, r) = \frac{dP}{\text{cos.}\, q}\,\text{sin.}\,(r + q) = \frac{dP\,.\,\text{sin.}\, c}{\text{cos.}\, q}$; par conséquent $ds = \frac{dP\,.\,\text{sin.}\, c}{\text{cos.}\, q\,.\,\text{cos.}\, s}$.

Dans le second prisme, on a $dt = -du$; & puisque l'angle b est constant, $dP'\,\text{sin.}\, u + P'\,du\,\text{cos.}\, u = 0$; d'où l'on tire $du = -\frac{dP'\,\text{sin.}\, u}{P'\,\text{cos.}\, u} = -dt$; $ds\,\text{cos.}\, s = dP'\,\text{sin.}\, t + P'\,dt\,\text{cos.}\, t = \frac{dP'\,\text{sin.}\, g}{\text{cos.}\, u}$; donc $ds = \frac{dP'\,\text{sin.}\, g}{\text{cos.}\, u\,.\,\text{cos.}\, s}$.

Comparant les deux valeurs de ds, on aura $\frac{dP\,\text{sin.}\, c}{\text{cos.}\, q} = \frac{dP'\,\text{sin.}\, g}{\text{cos.}\, u}$, ou $\frac{dP\,.\,\text{cos.}\, u}{\text{sin.}\, g} = \frac{dP'\,.\,\text{cos.}\, q}{\text{sin.}\, c}$; d'où l'on tire $dP : dP' :: \frac{\text{cos.}\, q}{\text{sin.}\, c} : \frac{\text{cos.}\, u}{\text{sin.}\, g} :: \frac{CL}{KL} : \frac{GM}{MN}$.

On voit donc que le rapport de dP à dP' n'est point indépendant de l'angle d'incidence a, comme l'a supposé Mr. Dollond; ainsi, quoiqu'on trouve nulle la séparation des rayons d'espece différente, lorsque l'angle d'incidence est d'une certaine quantité, on ne peut pas en conclure que cette séparation soit nulle dans toute autre incidence. On a tout lieu de penser que dans l'expérience de Mr. Dollond, le

& $dP' = 3$; en ſorte qu'on aura, à peu près, $\frac{dP}{P-1} = 7$, & $\frac{dP'}{P'-1} = 10$. Ces quantités entrent dans les équations pour l'anéantiſſement des couleurs & la réunion des foyers.

Les quantités μ & ν qui entrent dans l'expreſſion de la confuſion due à la ſphéricité des verres, ſe trouveront au moyen

---

lumiere rencontrait perpendiculairement la ſurface du premier priſme. Car ſuppoſant, comme lui, $P = 1,53$ & $P' = 1,58$, l'angle c du premier priſme $= 30$ degrés, & l'angle g du ſecond $= 19$ degrés. Puiſque par la ſuppoſition l'angle $a = 0$, on a auſſi $q = 0$; $r = 30$ degrés, $s = 49$ degrés 54 min., $t = 28$ degrés 57 min., $b = 15$ degrés 50 min.; d'où l'on a $\frac{dP}{dP'} = \frac{cof.\, q\,.\, fin.\, g}{fin.\, c.\, cof.\, u} = 0,6615$, & par conſéquent, à très-peu près, $dP : dP' :: 2 : 3$, comme Mr. Dollond l'a trouvé.

Puiſque le rapport des diſperſions, dans deux matieres différentes, dépend en partie de l'angle d'incidence, & que par conſéquent ce rapport trouvé pour une certaine incidence, ne peut avoir lieu pour une autre, il s'enſuit que, ſoit par la méthode des priſmes, ſoit par toute autre, on ne peut déterminer ce rapport d'une maniere générale. Heureuſement que dans les inſtrumens de Dioptrique, les angles ſous leſquels les rayons rencontrent la ſurface de l'objectif, s'éloignant peu d'être droits, il ſuffit de déterminer le rapport des diſperſions dans le cas où l'angle d'incidence eſt nul, & c'eſt ce que Mr. Dollond paraît avoir fait.

La méthode des priſmes adoſſés, exige qu'on conſtruiſe, au moins avec l'une des deux matieres, des priſmes de toutes ſortes d'angles, afin de choiſir celui qui eſt néceſſaire pour que l'effet de la différence de réfrangibilité ſoit détruit. C'eſt un inconvénient qu'il eſt poſſible d'éviter, en conſtruiſant, ainſi que l'a fait Mr. Clairaut, un priſme dont une des faces ſoit cylindrique, & ait quelques degrés d'amplitude. Par ce moyen, ſans changer de priſmes, on peut choiſir entre une infinité d'angles, celui qui convient, en faiſant paſſer le trait de lumiere par l'un ou l'autre point de la ſurface cylindrique. Ainſi il eſt très-facile de trouver celui qui rend la lumiere blanche & ſans couleur.

On a dû remarquer que, pour déterminer le rapport des diſperſions dans deux matieres, il faut connaître le rapport de réfraction, pour les rayons moyens, dans chacune d'elle. Cette connaiſſance eſt d'ailleurs indiſpenſable, parce que ce rapport entre dans preſque toutes les formules qui ſervent à déterminer les dimenſions des inſtrumens de Dioptrique. Ce fut encore par le ſecours des priſmes, que Mr. Dollond parvint à déterminer ce rapport.

Mr. l'Abbé Rochon, frappé du peu d'exactitude qu'ils pouvaient donner, leur ſubſtitue une lentille convexe, formée de deux demi-lentilles des deux matieres dont on veut connaître la réfraction moyenne. La meſure des foyers des deux demi-lentilles fait trouver, avec beaucoup de préciſion, la relation entre les réfractions moyennes des deux matieres; & pour déterminer la réfraction moyenne abſolue d'une matiere quelconque, il conſtruit un verre concave des deux côtés de cette matiere, meſure ſon foyer avec exactitude, trouve les rayons de ſes ſurfaces, par réflexion, & avec ces données, il trouve, au moyen d'une formule fort ſimple, le rapport cherché.

Ces méthodes, & beaucoup d'autres auſſi ingénieuſes & auſſi ſimples, furent de leurs valeurs (10); & l'on aura, dans le cas de $P = 1{,}53$, $\mu = 0{,}9875$, & $\nu = 0{,}2194$; &, dans le cas de $P' = 1{,}58$, $\mu' = 0{,}8724$, & $\nu' = 0{,}2529$.

Le calcul des rayons des surfaces des lentilles qui compo-

---

publiées, avec des recherches très-étendues sur la théorie des lunettes, en 1768, par leur savant Auteur. La premiere, employée depuis avec succès par Mr. Jeaurat, (*Voyez le volume des Mémoires de l'Académie des Sciences, pour l'année 1770*) lui donna aussi le rapport des dispersions dans les deux matieres qu'il soumit à l'expérience, dont l'une était du verre de Venise, pesant 950 grains le pouce cube, & l'autre du flintglass, pesant 1215 grains.

Mr. Jeaurat travailla, à l'exemple de Mr. l'Abbé Rochon, dans un même bassin concave, avec le plus grand soin, un morceau de chacune de ces deux matieres. Ces deux morceaux joints par leurs diametres, formaient un objectif mi-parti de 29 lignes de diametre, & de 2 lignes d'épaisseur. Il le présenta au soleil, dans une chambre noire, cachant alternativement, la moitié de verre de Venise, & l'autre moitié de flintglass, & mesura, à beaucoup de reprises différentes, le foyer des rayons rouges, celui des rayons moyens, & celui des rayons violets que donnaient successivement ces deux parties.

Pour mesurer le foyer des rayons moyens, il recevait l'image du soleil sur un verre dépoli; & pour mesurer le foyer des rayons rouges & celui des rayons violets, il interposait entre l'objectif & l'image du soleil sur le verre dépoli, tantôt un verre rouge, tantôt un verre violet. Et quoique ces verres fussent plans, il prit la précaution de les placer très-près de l'image, afin de n'avoir point à craindre que l'interposition de ces verres colorés changeât le foyer de l'objectif, parce qu'il pouvait se faire qu'ils ne fussent pas exactement plans.

Il trouva, dans le verre de venise, le foyer des rayons rouges de 930 lignes, celui des rayons moyens de 923, & celui des rayons violets de 900; &, dans le cristal d'Angleterre, le foyer des rayons rouges de 826 lignes, celui des rayons moyens de 816, & celui des rayons violets de 785.

Il mesura aussi le rayon des surfaces de l'objectif, & il le trouva de 978 lignes. Pour trouver le rapport de réfraction, il n'eut qu'à substituer pour le rayon b sa valeur, & pour F, successivement, les valeurs précédentes, dans la formule $P = \frac{b}{2F} + 1$ (*Note 1re.*), P représentant le rapport de réfraction; & il trouva pour le rapport de réfraction des rayons rouges, dans le verre de Venise, 1,5258; pour celui des rayons moyens, 1,5298; & pour celui des rayons violets, 1,5433; & par conséquent la dispersion des rayons 0,0175; pour le rapport des réfractions des rayons rouges, dans le flintglass, il trouva 1,5920, pour celui des rayons moyens, 1,5973, & pour celui des rayons violets, 1,6229; & par conséquent la dispersion des rayons 0,309.

Ainsi, la réfraction moyenne du verre de venise est à celle du flintglass, comme 1000 à 1045; & la dipersion des rayons dans la premiere matiere, à la dispersion dans la seconde, comme 200 à 353.

La bonté de ces déterminations fut confirmée par l'expérience, puisque Mr. Jeaurat en déduisit des dimensions d'objectifs à deux & à trois verres, & même à quatre, qu'il assure avoir réussi au delà de ses espérances, quoiqu'il n'y eut point corrigé l'aberration de sphéricité.

ſent les objectifs, demande qu'on connaiſſe les valeurs numériques de γ, δ, ϵ; γ', δ', ϵ'. Or, les expreſſions générales de ces quantités (10), donnent, dans le cas de $P = 1,53$, $\gamma = 0,2266$, $\delta = 1,6602$, $\epsilon = 0,9251$; &, dans le cas de $P' = 1,58$, $\gamma' = 0,1413$, $\delta' = 1,5827$, $\epsilon' = 0,8775$.

Nous pouvons actuellement chercher les dimenſions que doivent avoir les lentilles qui compoſent les objectifs, pour qu'ils repréſentent les objets ſans confuſion quelconque. Nous emprunterons ce que nous avons à dire, d'un Mémoire de Mr. Euler, imprimé dans le 18e. volume des nouveaux Mémoires de Petersbourg. Commençons par les objectifs à deux verres, en ſuppoſant le premier de crownglaſs, & le ſecond de flintglaſs.

87. Soit R la diſtance focale de cet objectif, F & F' les diſtances focales des deux verres qui le compoſent. Ces diſtances focales devant avoir un certain rapport avec la diſtance focale de l'objectif, ſoient $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$. Soit de plus l'intervalle qu'il y a entre le milieu de l'épaiſſeur du premier verre & le milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= \frac{R}{p}$. Comme une des choſes qu'on doit ſe propoſer le plus, c'eſt que l'objectif ſupporte la plus grande ouverture poſſible, il faudra donner une courbure égale aux deux ſurfaces du premier verre qu'on prendra convexe; ainſi, comme on ne peut ſe permettre dans ces verres, des arcs de plus de 30 degrés, l'épaiſſeur de ce premier verre ne peut être plus grande que $\frac{1}{15} F$. Afin donc que ce verre & le ſuivant ne ſe touchent pas, il ſuffira de prendre l'intervalle entre les milieux de leurs épaiſſeurs, $= \frac{1}{12} F$, en ſorte qu'on aura $p = 12\,q$.

On aura d'abord $a = \infty$, & $f' = R$; à cauſe de $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$; &, à cauſe de $f' = R$, l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F'} = \frac{q'}{R}$, donne $\frac{1}{a'} = \frac{q'-1}{R}$. Mais la diſtance des verres $f + a' = \frac{R}{12\,q}$; donc $q' - 1 = -\frac{12\,q}{11}$, & par conſéquent $\frac{1}{a'} = -\frac{12\,q}{11\,R}$; donc $L' = \frac{f'}{a'} = -\frac{12\,q}{11}$, & $H' = -\frac{12\,q}{11 - 12\,q}$; & faiſant $\frac{f}{a'} = -n$, $n = \frac{12}{11}$. L'équation

L'équation pour la réunion des foyers des diverſes eſpeces de rayons, eſt $\frac{dP}{P-1} . F + \frac{dF'}{l'-1} . \frac{F'}{H'^2} = 0$, ou $12^2 . Mq + 11 (11 - 12q) M' = 0$. Prenant, ainſi que fait Mr. Euler, le rapport de 3 à 4 pour celui de M à M', cette équation donne $q = \frac{121}{24}$; donc on aura $q' = - \frac{9}{2}$, $F = \frac{24}{121} R$, $F' = - \frac{2}{9} R$, $L' = - \frac{11}{2}$, $H' = \frac{11}{9}$.

L'équation pour l'anéantiſſement de la confuſion due à la ſphéricité des verres, eſt (45), $\lambda - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) = 0$, à cauſe que, dans la ſuppoſition de $a = \infty$, $f = F$, & qu'ainſi $F = La = Ha$, & $a' = - \frac{F}{n}$. Mais le premier verre étant également convexe des deux côtés, λ ſe détermine par l'équation $\sqrt{(\lambda - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$, ce qui donne $\lambda = 1,60024$. Introduiſant cette valeur avec les autres valeurs numériques dans l'équation précédente, elle devient $1,63071 - 0,44355 \lambda' = 0$; en ſorte que $\lambda' = 3,67559$, & $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,63572$.

Il ſera maintenant facile d'avoir les rayons du ſecond verre, dont le premier $b' = \frac{F'}{\delta' - H'(\delta' - \gamma') \pm \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, & le ſecond $c' = \frac{F'}{\gamma' + H'(\delta' - \gamma') \mp \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Faiſant les ſubſtitutions, & prenant les ſignes ſupérieurs, on aura $b' = \frac{F'}{-0,3392 + 1,4353} = \frac{F'}{1,0961} = - 0,20274 R$, la diſtance focale de ce verre F' étant $= - 0,22222 R$; $c' = \frac{F'}{2,0632 - 1,4353} = \frac{F'}{0,6279} = - 0,35389 R$.

Quant au premier verre, comme il eſt également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ſes faces $= 1,06 F = 0,21024 R$, ſa diſtance focale F étant $= 0,19835 R$.

La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= \frac{1}{12} F = \frac{2}{121} R = 0,01652 R$.

On peut prendre le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du verre convexe; on pourra donc le prendre $= 0,05256 R$. Mais repréſentant l'amplification par m, on peut prendre ce demi-diametre $= \frac{m}{50}$, (*voyez le premier chapitre de la seconde partie*) ; on aura donc $0{,}05256\, R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{2{,}628} =$ à peu près $\frac{3}{8}\, m$. Au moyen de cette valeur de R, on pourra toujours déterminer l'objectif pour un grossissement quelconque.

88. Passons à l'objectif composé de trois verres, dont le premier & le troisieme soient de crownglass, & celui du milieu de flintglass dont on supposera égales les courbures des deux surfaces, afin que l'objectif supporte la plus grande ouverture qu'il est possible.

Soit R la distance focale de l'objectif, & les distances focales des trois verres $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$. Soit de plus la distance du milieu de l'épaisseur d'un des verres au milieu de l'épaisseur du suivant, $= \frac{R}{p}$, que l'on prendra égale à $\frac{1}{12} F'$, à cause que le verre du milieu a la même courbure des deux côtés ; en sorte que supposant ce verre concave, comme q' est alors négative, on aura $p = -12\, q'$.

Comme $a = \infty$, on a $f = F = \frac{R}{q}$. Ensuite on a $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{F'} = \frac{q'}{R}$; $\frac{1}{f''} + \frac{1}{a''} = \frac{1}{F''} = \frac{q''}{R}$; cette derniere égalité donne, à cause de $f'' = R$, $a'' = \frac{R}{q'' - 1}$. Les intervalles des verres étant $f + a'$, $f' + a''$, on a $f + a' = -\frac{R}{12\, q'}$, $f' + a'' = -\frac{R}{12\, q'}$. La premiere de ces deux égalités donne $a' = -\frac{(q + 12\, q')\, R}{12\, q\, q'}$, & la seconde $f' = -\frac{(q'' + 12\, q' - 1)\, R}{12\, q'\, (q'' - 1)}$. Mais l'égalité $\frac{1}{f'} + \frac{1}{a'} = \frac{q'}{R}$ donne aussi $f' = \frac{(q + 12\, q')\, R}{q'(13\, q + 12\, q')}$. Comparant ces deux valeurs de f', on aura $q'' - 1 = \frac{-12\, q'\, (13\, q + 12\, q')}{25\, q + 156\, q'}$.

Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, on aura $n = \frac{12\, q'}{q + 12\, q'}$, $n' = \frac{12\, (q + 12\, q')}{25\, q + 156\, q'}$; donc $n\, n' = \frac{144\, q'}{25\, q + 156\, q'}$. Soient $F' = H'\, a'$, $F'' = H''\, a''$; on aura $H' = \frac{F'}{a'} = -\frac{12\, q}{q + 12\, q'}$, $L' = \frac{H'}{1 - H'}$

$= - \frac{12q}{13q + 12q'}$, $H'' = \frac{q'' - 1}{q''}$, $L'' = q'' - 1$.

L'équation pour la réunion des foyers des diverses especes de rayons, est $\frac{dP}{P-1} . F + \frac{dP'}{P'-1} . \frac{F'}{H'^2} + \frac{dP}{P-1} . \frac{F''}{L'^2 H''^2} = 0$, ou, à cause que $F = \frac{R}{q}$, $F' = \frac{R}{q'}$, $F'' = \frac{R}{q''}$, $\frac{dP}{P-1} = 3$ & $\frac{dP'}{P'-1} = 4$, $\frac{1}{q} + \frac{4}{3 . H'^2 q'} + \frac{1}{L'^2 H''^2 q''} = 0$. Mais $\frac{1}{H'} = - \frac{q'}{q} . \frac{q + 12q'}{12q'} = - \frac{q'}{q} . A$, en faisant $\frac{q + 12q'}{12q'} = A$, $\frac{1}{L' H''} = \frac{q''}{q} . \frac{25q + 156q'}{144q'} = \frac{q''}{q} . B$, en faisant $\frac{25q + 156q'}{144q'} = B$. L'équation précédente devient donc $q + \frac{4}{3} . q' AA + q'' BB = 0$, à laquelle il faut satisfaire.

Comme les courbures du premier & du dernier verre ne doivent pas être plus grandes que celle du second, les distances focales F & F'' de ces verres doivent être plus grandes que F'; donc ces distances étant réciproquement proportionnelles aux lettres q, q', q'', il faut que q & q'' soient plus petites que q'. Pour découvrir comment satisfaire à cette condition, Mr. Euler considere le cas où l'on négligerait l'épaisseur des verres. Comme alors $f + a' = 0$, $f' + a'' = 0$, on trouve que $q'' - 1 = - q - q'$, $H' = - \frac{q}{q'}$, $L' = - \frac{q}{q + q'}$, $H'' = - \frac{q + q'}{q''}$; en sorte que l'équation pour la réunion des foyers des diverses especes de rayons, est alors $q + \frac{4}{3} q' + q'' = 0$, d'où l'on aurait $q' = - 3$, & $q + q'' = 4$. Si l'on fait $q' = - Nq$, N devant être plus grand que l'unité; comme alors on a $q = \frac{3}{N}$, on aurait $q'' = \frac{4N - 3}{N}$. Mais q'' doit être plus petit que q' & par conséquent plus petit que 3; donc N doit être aussi plus petit que 3; ainsi N doit être compris entre 1 & 3. Comme l'épaisseur de chaque verre est toujours très-petite, ces limites pour N serviront encore quand on a égard à cet élément. Supposant donc $q' = - Nq$, & introduisant cette valeur de q', on aura $A = \frac{12N - 1}{12N}$,

$B = \frac{156 N - 25}{144 N}$; $q'' = 1 + 12 Nq . \frac{12 N - 13}{156 N - 25} = 1 + Eq$; en faiſant, pour abréger, $\frac{12 N (12 N - 13)}{156 N - 25} = E$. Subſtituant cette valeur de q'' & celle de q', dans l'équation $q + \frac{4}{3} q' AA + q'' BB = 0$, elle devient $q - \frac{4}{3} NAAq + BB + EBBq = 0$, d'où l'on tire $q = \frac{BB}{\frac{4}{3} NAA - EBB - 1}$. Ayant la valeur de q, on aura les deux autres au moyen des équations $q' = - Nq$, & $q'' = 1 + Eq$. De plus on aura $n = \frac{12 N}{12 N - 1}$, ou $n = \frac{1}{A}$, $nn' = \frac{144 N}{156 N - 25}$, ou $nn' = \frac{1}{B}$; $L' = \frac{12}{12 N - 13}$, $H' = \frac{12}{12 N - 1}$, & $H'' = \frac{q'' - 1}{q''}$, $L'' = q'' - 1$.

L'équation pour la deſtruction de la confuſion occaſionnée par la ſphéricité de trois verres, dont le premier & le troiſieme ſont de même eſpece, eſt $\lambda - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{1}{L'^3 nn'} \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{H'' L''} \right) = 0$, (45); car dans la ſuppoſition de $a = \infty$, $f = F$, ainſi $F = La = Ha$, & $n = - \frac{F}{a'}$; de plus $n' = - \frac{f'}{a''} = - \frac{L' a'}{a''}$.

Voyons quels ſeront les rayons des trois verres. Puiſque $a = \infty$, le rayon de la face antérieure du premier verre $b = \frac{F}{\delta - \varepsilon \sqrt{(\lambda - 1)}}$, celui de la face poſtérieure $c = \frac{F}{\gamma + \varepsilon \sqrt{(\lambda - 1)}}$. Le ſecond verre étant également concave des deux côtés, ſes rayons ſeront égaux, égalité d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\gamma' - \delta'}{2 \varepsilon'} . \frac{a' - f'}{a' + f'}$, ce qui, à cauſe de $f' = L' a'$, & de $L' = \frac{H'}{1 - H'}$, ſe change en $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta' - \gamma'}{\varepsilon'} (H' - \frac{1}{2})$; & chacun de ſes rayons $= 1,16 F'$. Quant au troiſieme verre qui eſt convexe, on pourra, en faveur de l'artiſte, le prendre également convexe des deux côtés; d'où l'on aura $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon} (H'' - \frac{1}{2})$; & les rayons de ſes faces ſeront $= 1,06 F''$.

89. Il n'eſt plus queſtion maintenant que de faire diverſes ſuppoſitions pour la valeur qu'il convient d'attribuer au nombre N, en obſervant que ſes limites ſont 1 & 3; & il eſt

évident qu'il faudra préférer celle de ces suppositions qui donnera la plus grande valeur de F' dont dépend l'ouverture que doit avoir l'objectif. Entre les diverses suppositions que fait Mr. Euler, celle de $N = \frac{59}{36}$ & de $N = \frac{3}{2}$, sont celles qui remplissent le mieux cet objet. Voyons la premiere.

On aura d'abord $A = \frac{1}{n} = \frac{56}{59}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{173}{177}$, $E = \frac{295}{519}$. Donc on aura $q = 2{,}24457$, $q' = -3{,}6786$, $q'' = 2{,}27581$, & par conséquent $F = 0{,}4455\,R$, $F' = -0{,}27184\,R$, $F'' = 0{,}4394\,R$. On aura de plus $L' = \frac{9}{5}$, $H' = \frac{9}{14}$, $L'' = 1{,}27581$, $H'' = 0{,}5606$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1{,}05506$, $\lambda'' = 1{,}00886$. Faisant donc les substitutions dans l'équation pour la destruction de la confusion due à la sphéricité des verres, on aura $\lambda - 2{,}5022 = 0$, & par conséquent $\lambda = 2{,}5022$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}22564$. Donc les rayons du premier verre
$$b = \frac{F}{1{,}6602 - 0{,}9251\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}84662\,R;$$
$$c = \frac{F}{0{,}2266 + 0{,}9251\sqrt{(\lambda-1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda-1)}} = 0{,}32745\,R.$$
La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second, $= 0{,}02265\,R$.
Les rayons des faces de ce second verre, $= -0{,}31533\,R$.
La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme, $= 0{,}02265\,R$.
Les rayons des faces du troisieme verre, $= 0{,}46576\,R$.

Quant à l'ouverture, on peut en prendre le demi-diametre égal au quart du rayon le plus petit des verres qui composent l'objectif, & par conséquent $= 0{,}07883\,R$; & pour déterminer cet objectif relativement à un grossissement donné m, on n'aura qu'à faire $0{,}07883\,R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{1}{4}m$.

90. Soit enfin $N = \frac{3}{2}$. On aura $A = \frac{1}{n} = \frac{17}{18}$, $B = \frac{1}{nn'} = \frac{209}{216}$, $E = \frac{90}{209}$. On aura donc $q = 2{,}4592$, $q' = -3{,}6888$, $q'' = 2{,}059$, & par conséquent $F = 0{,}40663\,R$, $F' = -0{,}2711\,R$, $F'' = 0{,}48567\,R$. De plus on aura $L' = \frac{12}{5}$, $H' = \frac{12}{17}$, $L'' = 1{,}059$, $H'' = 0{,}51433$; d'où l'on trouvera $\lambda' = 1{,}11437$, & $\lambda'' = 1{,}0005$.

Après les ſubſtitutions dans l'équation pour la deſtruction de la confuſion due à la ſphéricité des verres, on aura $\lambda - 2{,}21913 = 0$; & par conſéquent $\lambda = 2{,}21913$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}10414$. Ainſi les rayons du premier verre ſeront $b = \frac{0{,}4395\, R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0{,}63817\, R$, $c = \frac{0{,}4395\, R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0{,}32578\, R$.

L'intervalle entre le milieu de l'épaiſſeur de ce verre & le milieu de l'épaiſſeur du ſecond, $= 0{,}0226\, R$.

Le rayon des faces du ſecond verre, $= - 0{,}31446\, R$.

L'intervalle entre le milieu de ſon épaiſſeur & le milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre, $= 0{,}0226\, R$.

Le rayon des faces de ce troiſieme verre, $= 0{,}51483\, R$.

Le demi-diametre de l'ouverture de cet objectif, $= 0{,}07861\, R$; & par conſéquent faiſant $0{,}07861\, R = \frac{m}{50}$, on aura encore $R = \frac{m}{4}$. (¶)

(¶) Suppoſant qu'ayant du verre de Veniſe (ou du crownglaſs) & du flintglaſs pareils à ceux que Mr. Jeaurat a employés, on veuille avoir, d'après les rapports qu'il a trouvés pour la réfraction moyenne & la diſperſion, les dimenſions d'un objectif à trois verres, dont celui du milieu ſoit de flintglaſs, & les deux autres ſoient de verre de Veniſe. Puiſque, pour le verre de Veniſe, $P = 1{,}53$, & pour le flintglaſs, $P' = 1{,}60$, & que les diſperſions dans ces deux eſpeces de verre ſont entr'elles comme 200 à 353, ou que $dP : dP' :: 100 : 353$, on aura $\frac{dP}{P-1} : \frac{dP'}{P'-1} :: 1000 : 1559$; au lieu du rapport de 1000 à 1559, Mr. Euler ne trouve que celui de 100 à 153. De plus, dans le cas de $P' = 1{,}60$, on a $\mu' = 0{,}8333$, $\nu' = 0{,}2666$; & $\gamma' = 0{,}1111$, $\delta' = 1{,}5555$, $\varepsilon' = 0{,}8607$.

En employant le rapport de 100 à 153 adopté par Mr. Euler, on trouve, dans le cas de $N = \frac{59}{36}$, en mettant 1,53 à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q, $q = 1{,}3342$, & par conſéquent $q' = - 2{,}1867$, $q'' = 1{,}7583$. Donc $F = 0{,}7495\, R$, $F' = - 0{,}4573\, R$, $F'' = 0{,}5687\, R$. De plus $L' = \frac{9}{5}$, $H' = \frac{9}{14}$, $L'' = 0{,}7583$, & $H'' = 0{,}4313$; on trouve donc $\lambda' = 1{,}0575$ & $\lambda'' = 1{,}0113$. Faiſant les ſubſtitutions dans l'équation pour l'anéantiſſement de la confuſion due à la ſphéricité des verres, on trouve $\lambda - 1{,}1472 = 0$; par conſéquent $\lambda = 1{,}1472$, & $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}3837$. Ainſi les rayons du premier verre

$$b = \frac{F}{\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0{,}8102\, R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda - 1)}} = 0{,}5742\, R, \&$$

$$c = \frac{F}{\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda - 1)}} = \frac{0{,}8102\, R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda - 1)}} = 1{,}2887\, R.$$

91. Pour employer ces objectifs dans les lunettes, en évitant les formules compliquées qu'on trouve, ainsi qu'on le verra par la suite, lorsqu'on veut employer un objectif à deux ou trois verres à la place d'un objectif simple, Mr. Euler introduit, dans le calcul, un objectif simple qu'il imagine pour le moment produire le même effet que l'objectif composé. Voyons comment on parvient à le trouver. Soit k le demi-diametre de son ouverture, F sa distance focale, & λ le nombre arbi-

---

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second, $= \frac{1}{12} F' = 0{,}0381\ R$.

Le rayon de chacune des faces du second verre, lequel est de flintglass, également concave des deux côtés, $= 1{,}20\ F' = -0{,}5488\ R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme, $= 0{,}0381\ R$.

Le rayon de chacune des faces du troisieme verre, $= 1{,}06\ F'' = 0{,}6028\ R$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon du second verre, $= 0{,}1372\ R$. Pour déterminer cet objectif relativement à un grossissement donné m, on fera $0{,}1372\ R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{6{,}86}$.

Calculons aussi les dimensions de l'objectif, en supposant $N = \frac{3}{2}$, & en mettant $1{,}559$ à la place de $\frac{4}{3}$ dans la valeur de q. On trouvera $q = 1{,}37133$, $q' = -2{,}05699$, $q'' = 1{,}5905$; donc $F = 0{,}7292\ R$, $F' = -0{,}48615\ R$, $F'' = 0{,}62873\ R$. De plus $L' = \frac{12}{5}$, $H' = \frac{12}{17}$, $L'' = 0{,}5905$, $H'' = 0{,}37126$; d'où l'on trouve $\lambda' = 1{,}11937$, & $\lambda'' = 1{,}0398$. Faisant les substitutions dans l'équation pour l'anéantissement de la confusion occasionnée par la sphéricité des verres, on trouvera $\lambda - 1{,}16961 = 0$, ou $\lambda = 1{,}16961$, & par conséquent $\sqrt{(\lambda - 1)} = 0{,}41183$. Ainsi le rayon de la surface antérieure du premier verre, $= 0{,}5701\ R$, & le rayon de la surface postérieure, $= 1{,}2001\ R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du second, $= \frac{1}{12}\ F' = 0{,}04051\ R$.

Le rayon de chacune des faces du second verre, $= 1{,}20\ F' = -0{,}58338\ R$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme, $= 0{,}04051\ R$.

Le rayon de chacune des faces de ce troisieme verre, $= 1{,}06\ F'' = 0{,}66645\ R$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif égal au quart du rayon le plus petit des verres qui le composent, & par conséquent $= 0{,}1425\ R$. Pour déterminer l'objectif relativement à une amplification donnée m, on fera $0{,}1425\ R = \frac{m}{50}$, d'où l'on tire $R = \frac{m}{7{,}12}$.

traire qui lui appartient. Il eſt évident que la queſtion ſe réduit à déterminer ces trois élémens par ceux qui appartiennent à l'objectif composé, de maniere que cet objectif produiſe avec les autres verres, exactement le même effet que l'objectif composé joint à ces mêmes verres.

Pour déterminer ces quantités, on aura les conditions suivantes. 1°. Que l'image produite par ce verre, ſoit égale à celle qui eſt produite par l'objectif composé. 2°. Que l'angle que forment avec l'axe les rayons extrêmes, après avoir été rompus par ce verre, ſoit le même que l'angle qu'ils forment avec cet axe, après avoir traversé l'objectif composé, parce que cet angle détermine l'ouverture des verres ſuivants, & par conſéquent le champ apparent. 3°. Que le demi-diametre de la confuſion produite par ce verre, ſoit égal au demi-diametre de celle qui eſt due à l'objectif composé.

Suppoſons l'objectif composé de trois verres, & pour ne pas confondre ce qui lui appartient avec ce qui appartient au verre qui le repréſente & aux autres verres de la lunette, repréſentons par $a1$, $f1$, $a2$, $f2$, $a3$, $f3$, ce qui a été déſigné précédemment par a, f, a', &c., & par $F1$, $F2$, $F3$ les diſtances focales des trois verres. On a d'abord $a1 = \infty$, $f1 = F1$, $f3 = R$, R repréſentant toujours la diſtance focale de l'objectif. Soient $\frac{f1}{a2} = -n1$, $\frac{f2}{a3} = -n2$. Repréſentant par z le demi-diametre de l'objet, le demi-diametre de l'image produite par l'objectif composé, $= f1 . \frac{f2}{a2} . \frac{f3}{a3} z = n1 . n2 . Rz$. Le demi-diametre de l'image produite par le verre ſimple dont il s'agit, $= Fz$: donc cette image devant être égale à la premiere, on aura $F = n1 . n2 . R$, ce qui eſt la premiere condition réquiſe pour le verre ſimple qui fait fonction d'objectif composé.

Soient $k1$, $k2$, $k3$ les demi-diametres des ouvertures des verres qui forment l'objectif composé, $\frac{k3}{R}$ eſt la tangente de l'angle que font avec l'axe les rayons extrêmes après avoir traversé cet objectif, & $\frac{k}{F}$ la tangente de l'angle que les rayons

extrêmes

extrêmes font avec l'axe après avoir traversé le verre simple qui le représente. Donc ces deux angles devant être égaux, on aura $\frac{k}{F} = \frac{k3}{R}$, ou $k = n1 . n2 . k3$. Or $\frac{R}{p}$ étant l'intervalle compris entre le milieu de l'épaisseur d'un des verres de l'objectif composé & le milieu de l'épaisseur du suivant, on a $k2 = k1\left(1 - \frac{R}{pf1}\right)$, & $k3 = k2\left(1 - \frac{R}{pf2}\right)$, & par conséquent $k3 = k1\left(1 - \frac{R}{pf1}\right)\left(1 - \frac{R}{pf2}\right)$. Mais à cause de $f1 + a2 = \frac{R}{p}$, & de $\frac{R}{p} = -\frac{F2}{12}$, on a $\frac{1}{a2} = -\frac{12}{12F1 + F2}$, & par conséquent $\frac{1}{f2} = \frac{1}{F2} - \frac{1}{a2} = \frac{1}{F2} + \frac{12}{12F1 + F2}$; donc $k3 = k1\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)$. On aura donc l'équation $k = n1 . n2 . k1\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)$; & c'est là la seconde condition pour la détermination du verre simple qui représente l'objectif à trois verres.

Enfin le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres de l'objectif composé, $= \frac{\mu m k1^3}{4F1^3}\left(\lambda 1 - \frac{\mu'}{\mu} . \frac{1}{n1}\left(\frac{\lambda 2}{H2^3} + \frac{\nu'}{L2 . H2}\right) + \frac{1}{L2^3 . n1 . n2}\left(\frac{\lambda 3}{H3^3} + \frac{\nu}{L3 . H3}\right)\right)$, $\lambda 1, \lambda 2, \lambda 3$ représentant les nombres arbitraires qui appartiennent aux verres de cet objectif; & le demi-diametre de la confusion occasionnée par la sphéricité du verre simple qui le représente, $= \frac{\mu m k^3}{4F^3}\lambda$. Donc puisqu'il doit y avoir égalité entre ces deux demi-diametres, on aura $\lambda = \frac{k1^3 . F^3}{k^3 . F1^3}(\lambda 1 - \&c.)$, ou $\lambda = \frac{R^3}{F1^3\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)}(\lambda 1 - \&c.)$, en substituant à la place de k & de F leurs valeurs, ou $\lambda = B(\lambda 1 - A1 + A2)$, en faisant $\frac{R^3}{F1^3\left(\frac{13}{12} + \frac{25F2}{144F1}\right)} = B$, $\frac{\mu'}{\mu} . \frac{1}{n1}\left(\frac{\lambda 2}{H2^3} + \frac{\nu'}{L2 . H2}\right) = A1$, & $\frac{1}{L2^3 . n1 . n2}\left(\frac{\lambda 3}{H3^3} + \frac{\nu}{L3 . H3}\right) = A2$.

Cette formule renferme la troisieme condition, & le verre simple qui fait fonction d'objectif à trois verres, est entierement déterminé, & peut s'introduire dans le calcul, pour quelque espece de lunettes que ce soit, à la place de l'objectif à trois verres.

Si l'objectif n'était composé que de deux verres, on aurait d'abord $F = n1 . R$, ensuite $k = n1 . k2 = n1 . \frac{11}{12} k1$, parce que $k2 = k1 \left(1 - \frac{R}{pf1}\right) = n1 . k1 \left(1 - \frac{1}{12}\right) = \frac{11}{12} k1$, à cause que $f1 = F1$ & que $\frac{R}{p} = \frac{F1}{12}$; & enfin $\lambda = \frac{12^3 . R^3}{11^3 . F1^3} (\lambda 1 - A1)$, ou, en faisant $\frac{12^3 . R^3}{11^3 . F1^3} = D$, $\lambda = D (\lambda 1 - A1)$.

92. Supposons maintenant qu'on cherche à déterminer l'objectif composé qu'on veut employer dans une lunette à la place de l'objectif simple. On introduira, dans le calcul, l'objectif simple qui fait fonction de cet objectif composé. On cherchera la confusion due à l'ouverture des autres verres; supposant que Δ soit la somme des formules qui la représentent, le demi-diametre de la confusion totale, sera $= \frac{\mu m k^3}{4 F^3} (\lambda + \Delta)$: pour que toute confusion soit détruite, il faut donc qu'on ait $\lambda + \Delta = 0$. Si l'objectif composé qu'on veut employer est à trois verres, alors $\lambda = B (\lambda 1 - A1 + A2)$; on aura donc l'équation $B (\lambda 1 - A1 + A2) + \Delta = 0$. Mais supposant qu'employant l'objectif à trois verres, la confusion due aux autres verres soit représentée par S, il faut, pour qu'il n'y ait point de confusion, que l'équation $\lambda 1 - A1 + A2 + S = 0$ ait lieu; comparant les deux équations, on voit que $S = \frac{\Delta}{B}$. Ainsi l'objectif à trois verres qu'il faut employer dans la lunette, est déterminé par l'équation $B (\lambda 1 - A1 + A2) + \Delta = 0$, qui donne la valeur de $\lambda 1$ d'où dépend la forme du premier verre de cet objectif.

93. Si donc on veut donner à une lunette le premier des deux objectifs à trois verres, dont les dimensions ont été trouvées ci-dessus, on introduira pour le moment, dans le calcul, à la place de cet objectif, un verre simple, de crownglass, dont la distance focale soit F, & k le demi-diametre de l'ouverture,

& on aura $F = 1{,}02312\, R$, & $k = k\,1$. On calculera ensuite la confusion due aux autres verres représentée par Δ; celle qui est due à l'ouverture de l'objectif composé ayant été trouvée $= \lambda\,1 - 2{,}5022$, il faudra, pour que toute confusion soit détruite, satisfaire à l'équation $\lambda\,1 - 2{,}5022 + \frac{\Delta}{B} = 0$. Mais faisant le calcul de B, on trouve $\frac{1}{B} = 0{,}08257$; on aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\,\Delta$, ce qui détermine le premier verre de l'objectif.

94. Si l'on veut employer le second des deux objectifs à trois verres, alors on aura $F = 1{,}03349\,R$, & $k = k\,1$; &, ayant calculé $\frac{1}{B}$ qu'on trouvera $= 0{,}06091$, $\lambda\,1 = 2{,}21913 - 0{,}06091\,\Delta$.

THÉORIE GÉNÉRALE DES INSTRUMENS DE DIOPTRIQUE.

SECONDE PARTIE,

Dans laquelle on applique la Théorie précédente à la construction des Lunettes & des Microscopes.

CHAPITRE PREMIER.

Des Lunettes en général.

95. TOUT le monde sait que les Lunettes sont des instrumens qui font voir distinctement les objets éloignés, & qu'il y en a de trois especes. Dans l'une sont comprises celles qui représentent les objets renversés, & sont destinées aux observations astronomiques. Les deux autres comprennent celles qui représentent les objets dans leur situation naturelle, & sont employées, par cette raison, pour voir les objets terrestres: l'usage des unes est borné à ceux qui sont à de petites distances, les autres servent pour toutes les distances.

Quoique la différence qu'il y a dans la conſtruction & les uſages de ces trois eſpeces de lunettes, établiſſe entr'elles une diviſion aſſez naturelle, Mr. Euler qui a embraſſé le ſyſtême de ces inſtrumens dans une plus grande étendue qu'on n'avait fait avant lui, a conçu entr'eux une diviſion qui paraît bien préférable. Il commence par diſtinguer deux eſpeces d'images, l'une réelle, l'autre virtuelle. L'image réelle eſt celle que les rayons forment par leurs concours, & d'où ils divergent enſuite. L'image virtuelle eſt celle que les rayons tendent à former par leur convergence, mais qu'ils ne forment pas effectivement, parce qu'ils ſont reçus, avant leur réunion, par quelque verre qui en change la direction; on peut encore nommer image virtuelle, celle d'où les rayons divergent, ſans cependant en être partis, ou, ce qui revient au même, comme s'ils l'avaient formée.

96. Dans la figure 14, les images Fg, $F'g'$, $F''g''$, &c., ſont réelles, parce que le ſecond verre eſt au delà de la premiere, le troiſieme au delà de la ſeconde, &c., en ſorte que toutes les images ſeront réelles, tant que $DF = f$, $FD' = a'$, $D'F' = f'$, $F'D'' = a''$, &c., ſeront poſitives. Il y aura au contraire des images virtuelles, lorſque quelques-unes des quantités f, a'; f', a'', &c., ſeront négatives. Si, par exemple, $D''F'' = f''$ était négative, l'image $F''g''$ tomberait avant le verre $A''A''$, & les rayons tranſmis par ce verre, en ſortiraient dirigés comme s'ils venaient de cette image, quoique cependant ils n'en viennent pas. Si c'eſt $F''D''' = a'''$ qui eſt négative, l'image $F''g''$ tombera au delà du verre $A'''A'''$; ce ſera donc encore une image virtuelle, puiſque les rayons qui, après avoir traverſé le verre $A''A''$, convergent pour la former, traverſent auparavant le verre $A'''A'''$, & par conſéquent ne la forment pas. Au reſte, les deux diſtances f'' & a''' ne peuvent être toutes deux négatives à la fois, parce que leur ſomme $f'' + a'''$ forme l'intervalle $D''D'''$ entre les deux verres, qui eſt néceſſairement toujours poſitif.

D'où l'on voit que le nombre des images réelles, lequel ne peut être plus grand que le nombre des verres, ne dépend point de ce nombre là. Car il eſt poſſible qu'on ait une ſuite de verres tels qu'il n'y en ait aucune, ou qu'il n'y en ait qu'une, deux, &c.

Il eſt encore facile de voir que, quel que ſoit le nombre des verres, la premiere image réelle eſt toujours renverſée, que la ſeconde eſt toujours droite, la troiſieme toujours renverſée, &c., ſans que les images virtuelles, s'il y en a, changent rien à cet ordre.

97. Cette propriété des images réelles, obſervée, il paraît naturel d'établir entre les lunettes une diviſion dépendante du nombre de ces images; & c'eſt préciſément celle que Mr. Euler a adoptée. Il appelle lunettes de la premiere eſpece, celle dans leſquelles il n'y a point d'image réelle; lunettes de la ſeconde eſpece, celles où il y en a une; lunettes de la troiſieme eſpece, celles dans leſquelles il y en a deux, &c.

98. Dans la premiere eſpece, puiſqu'il n'y a point d'image réelle, il y a toujours une partie dans les intervalles $DD' = f + a'$, $D'D'' = f' + a''$, &c., qui eſt négative; ainſi, comme ces intervalles ſont tous néceſſairement poſitifs, il faut que les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., ſoient négatives; & réciproquement, ſi elles ſont toutes négatives, il n'y a point d'image réelle dans toute l'étendue de la lunette, ce qui la diſtingue eſſentiellement des autres. A cette propriété ſe joint celle de repréſenter les objets dans leur ſituation naturelle, parce que, comme il n'y a point d'image réelle, on apperçoit l'objet même.

99. Dans la ſeconde eſpece, quel que ſoit le nombre des verres qui compoſent la lunette, les fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., ne peuvent pas être toutes négatives, autrement il n'y aurait point d'image réelle. Mais comme il ne doit y avoir qu'une image réelle, il ne doit y avoir qu'une de ces fractions de poſitive, quelle qu'elle ſoit. Cette eſpece de lunettes repréſente les objets renverſés, parce que ce n'eſt pas l'objet qu'on eſt cenſé voir, mais ſon image, & cette propriété jointe à la premiere, forme le caractere diſtinctif de cette eſpece de lunettes.

100. Dans les lunettes de la troiſieme eſpece, où il y a deux images réelles; quel que ſoit le nombre des verres, il y a néceſſairement deux des fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$, &c., poſitives,

& toutes les autres ſont négatives ; & pour qu'il y en ait de négatives, il faut évidemment qu'il y ait plus de trois verres. Cette eſpece de lunettes fait voir les objets dans leur ſituation naturelle, puiſque c'eſt la ſeconde image réelle qu'on apperçoit, & qu'elle eſt dans une ſituation pareille à celle de l'objet. Cette propriété jointe à la premiere, diſtingue eſſentiellement cette eſpece de lunettes des autres.

On pourrait de même former d'autres eſpeces de lunettes dans leſquelles il y eût trois ou un plus grand nombre d'images réelles. Mais comme cela ne pourrait ſe faire qu'en multipliant les verres, on ne pourrait qu'y perdre, tant parce que la lunette deviendrait plus longue, que parce qu'il paſſerait moins de lumiere, & qu'ainſi la clarté en ſouffrirait. (*)

Voyons préſentement, d'après la théorie expoſée dans la premiere partie, & l'idée que nous venons de donner de ces

(*) Les faits ſuivans font voir combien on doit éviter de trop multiplier les verres dans les inſtrumens de Dioptrique, à cauſe des pertes conſidérables que la lumiere ſouffre en les traverſant.

Dans les grandes incidences, & par conſéquent dans celles où la lumiere fait le moins de perte en paſſant au travers d'un corps diaphane, la lumiere s'affaiblit d'environ un dixieme, en traverſant des morceaux de glace ordinaire, par la réflexion qui ſe fait à la premiere ſurface, par celle qui ſe fait à la ſeconde, plus forte encore que la premiere, & par la quantité de rayons abſorbés ou éteints par cette derniere ſurface. On ne parle point de la perte que la lumiere ſouffre en traverſant l'intérieur de la glace, parce que le peu d'épaiſſeur de la glace rend cette perte inſenſible (*Traité de la gradation de la lumiere, par M. Bouguer*).

Si l'on préſente perpendiculairement aux rayons du ſoleil, un verre concave, les rayons réfléchis par la premiere ſurface de ce verre, forment, en ſe réuniſſant, un foyer où les corps combuſtibles peuvent prendre feu. Les rayons réfléchis par la premiere ſurface d'un verre concave de 21 lignes de diametre, & dont les rayons des ſurfaces étaient de quatre pouces & un quart, ont formé, à la diſtance d'environ 25 lignes, un foyer où l'amadou s'eſt allumé.

Si l'on préſente de même perpendiculairement aux rayons du ſoleil, un verre convexe, les rayons réfléchis par la ſeconde ſurface qui alors eſt concave par rapport au ſoleil, forment de même, en ſe réuniſſant, un foyer où un corps combuſtible peut brûler. Les rayons réfléchis par la ſeconde ſurface d'un verre convexe de ſix pouces de diametre, & dont le rayon de chaque ſurface était de trente-trois pouces & demi, ont formé, à la diſtance d'environ huit pouces & un quart, un foyer où l'amadou a pris feu.

On juge par ces effets, combien eſt conſidérable la quantité de rayons réfléchis par les ſurfaces des verres. Il faut que la ſeconde ſurface en réfléchiſſe beaucoup ; car il n'y en a qu'une partie qui traverſe la premiere, & va ſe réunir. Beaucoup ſont réfléchis par cette ſurface, & retournent en arriere.

inſtrumens, quels ſont les principes de leur conſtruction.

101. Dans ces inſtrumens, l'objet étant extrêmement éloigné, on peut regarder comme infinie la quantité a qui repréſente ſa diſtance à l'objectif, & alors f ſera la diſtance focale de ce verre, abſtraction faite de l'épaiſſeur.

Comme on a fait $f = La$, L ſera une quantité infiniment petite ou nulle, à cauſe de $a = \infty$, en ſorte que $L = 0$, & $H = \frac{L}{L+1} = 0$. Dans les expreſſions trouvées, Chapitres II, III, IV de la premiere Partie, L & H diſparaîtront, en écrivant f à la place de La & de Ha.

102. On doit encore remarquer que, dans ces inſtrumens, 1°., on n'eſtime pas le champ apparent par la quantité de l'objet qu'on apperçoit, mais par l'angle ſous lequel on verrait cette partie à la vue ſimple. Ainſi la lettre φ par laquelle on a déſigné la moitié de cet angle, repréſentera la moitié du champ apparent. 2°. Qu'on eſtime le groſſiſſement, en comparant la grandeur dont on voit l'objet avec l'inſtrument, avec celle dont on le verrait à la même diſtance, à la vue ſimple. Ainſi, le groſſiſſement ayant été rapporté à une diſtance marquée par g, & la diſtance de l'objet ayant été repréſentée par a, on aura ici $g = a$. Le nombre m qui marque le groſſiſſement, indique donc combien l'angle ſous lequel nous voyons le diametre d'un objet quelconque, avec une lunette, eſt plus grand que l'angle ſous lequel on le verrait à la vue ſimple. Au reſte, on n'entend parler ici que des angles aſſez petits; car lorſqu'ils ſont un peu conſidérables, le nombre m indique combien la tangente de l'angle ſous lequel on voit l'objet avec la lunette, eſt plus grande que la tangente de l'angle ſous lequel on verrait cet objet à la vue ſimple.

103. Avant d'aller plus loin, on remarquera que, quoique la diſtance juſte n ne ſoit pas la même pour tous les yeux, on n'a point égard à cette différence dans les lunettes, parce qu'une lunette bonne pour une eſpece de vue, l'eſt pour toutes. Et parce que la diſtance juſte n eſt aſſez conſidérable, relativement à la diſtance de l'œil au dernier verre, que, pour un grand nombre d'yeux, elle eſt même comme infinie, on

pourra, ſans crainte d'erreur, la traiter comme telle dans le calcul. Ainſi, ſi p & q repréſentent, l'une la diſtance du point d'où viennent tomber ſur le dernier verre les rayons infiniment proches de l'axe, & l'autre la diſtance du point où ils concourent, après avoir été rompus, θ la diſtance de l'œil; à cauſe de $\theta = q + n$ ou de $q = \theta - n$, la diſtance q devra être infinie; en ſorte que $\frac{q}{n} = -1$, ou $\frac{n}{q} = -1$. Et comme $q = \infty$, il s'enſuit que la diſtance focale du dernier verre ſera $= p$.

Voyons actuellement quelles ſont les choſes dont on a beſoin pour conſtruire une lunette.

104. Conſervant les dénominations employées aux endroits cités ci-deſſus, faiſons toujours $f = La$, $f' = L'a'$, $f'' = L''a''$, &c.; & $H = \frac{L}{L+1}$, $H' = \frac{L'}{L'+1}$, $H'' = \frac{L''}{L''+1}$, &c. A cauſe de $a = \infty$, $f = F$; ainſi, $F = La = Ha$, en ſorte qu'on pourra écrire F à la place de La ou de Ha, partout où ces quantités ſe trouveront. Pour les autres diſtances focales F', F'', F''', &c., on aura $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a'''$, &c.; & par conſéquent, $a' = \frac{F'}{H'} = \frac{L'+1}{L'}F'$, $a'' = \frac{F''}{H''} = \frac{L''+1}{L''}F''$, $a''' = \frac{F'''}{H'''} = \frac{L'''+1}{L'''}F'''$, &c., $f' = L'a' = (L'+1)F'$, $f'' = (L''+1)F''$, &c.

Employant les nombres π, π', π'', &c., & la moitié du champ apparent φ, on aura auſſi $a' = \frac{F\varphi}{H'\pi-\varphi}$, $a'' = \frac{L'.F\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$, $a''' = \frac{L'L''.F\varphi}{H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$, $a^{\text{IV}} = \frac{L'L''L'''.F\varphi}{H^{\text{IV}}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi}$, &c., $f' = \frac{L'.F\varphi}{H'\pi-\varphi}$, $f'' = \frac{L'L''.F\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$, $f''' = \frac{L'L''L'''.F\varphi}{H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$, $f^{\text{IV}} = \frac{L'L''L'''L^{\text{IV}}.F\varphi}{H^{\text{IV}}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi}$, &c.

On aura auſſi les diſtances focales $F' = \frac{H'.F\varphi}{H'\pi-\varphi}$, $F'' = \frac{L'H''.F\varphi}{H''\pi'-\pi+\varphi}$, $F''' = \frac{L'L''H'''.F\varphi}{H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi}$, $F^{\text{IV}} = \frac{L'L''L'''H^{\text{IV}}.F\varphi}{H^{\text{IV}}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi}$, &c.

Ayant a', f' a'', f'', &c., on aura les intervalles des verres $f + a'$, $f' + a''$, &c. Ces intervalles doivent toujours être positifs, ainsi qu'on l'a déjà fait observer; mais quelques-uns peuvent être nuls; savoir, lorsque deux ou un plus grand nombre de verres sont appliqués l'un contre l'autre, comme cela arrive dans les objectifs composés.

Il suit des expressions de ces intervalles, que, si $\pi = 0$, la distance entre le premier & le second verre devient nulle; que, si $\pi' = 0$, la distance entre le second & le troisieme verre est aussi nulle, en sorte que ces trois verres sont appliqués l'un contre l'autre; si π'' était aussi $= 0$, le quatrieme verre s'appliquerait contre le troisieme, &c.

105. Quant aux ouvertures des verres, elles sont déterminées par la condition que tous les rayons que l'objet envoie sur l'objectif, soient transmis par les verres suivans, entendant par l'objet, non un objet quelconque, mais seulement ce qu'on peut voir avec la lunette, ensorte que son demi-diametre convienne avec le demi-diametre du champ apparent qui a été représenté par φ. Ainsi, k représentant le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, le demi-diametre de l'ouverture du second verre, $= \frac{H'\pi F + k}{H'\pi - \varphi}\varphi$, celui du troisieme, $= \frac{L'H''\pi' F + k}{H''\pi' - \pi + \varphi}\varphi$, du quatrieme, $= \frac{L'L''H'''\pi'' F + k}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}\varphi$, du cinquieme, $= \frac{L'L''L'''H^{iv}\pi''' F + k}{H^{iv}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}\varphi$, &c., expressions qui sont composées de deux parties qu'il faudra toujours prendre positives, malgré qu'on les trouve négatives l'une ou l'autre, ou même toutes les deux.

106. On peut exprimer plus simplement les premieres parties de ces expressions, au moyen des distances focales des verres; elles seront, respectivement, $\pi F'$, $\pi' F''$, $\pi'' F'''$, $\pi''' F^{iv}$, &c. On pourra aussi simplifier les autres parties, les expressions des distances focales donnant $\frac{\varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{F'}{H'F}$, $\frac{\varphi}{H''\pi' - \pi + \varphi} = \frac{F''}{L'H''F}$, $\frac{\varphi}{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi} = \frac{F'''}{L'L''H'''F}$, $\frac{\varphi}{H^{iv}\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi} = \frac{F^{iv}}{L'L''L'''H^{iv}F}$, &c. Ainsi, le demi-diametre de l'ouverture du second verre, $= \pi F' + \frac{F'k}{H'F}$, du troisieme, $= \pi' F'' + \frac{F''k}{L'H''F}$,

du quatrieme, $= \pi'' F''' + \frac{F''' k}{L' L'' H''' F}$, du cinquieme, $= \pi''' F^{iv} + \frac{F^{iv} k}{L' L'' L''' H^{iv} F}$, &c.

Si donc il arrive que quelqu'une des lettres π, π', π'', &c., ſoit nulle, alors il faudra prendre le demi-diametre de l'ouverture du verre qui lui répond, égal à la ſeconde partie de l'expreſſion. Dans les autres cas, dans leſquels la premiere partie eſt plus grande que la ſeconde, on pourra ſe contenter de prendre le demi-diametre de l'ouverture égal à cette premiere partie, ce qui ne peut avoir d'inconvénient, ſi-non que le bord du champ apparent paraiſſe un peu plus obſcur que le reſte.

107. Le groſſiſſement m a été trouvé en général, pour deux verres, $= \frac{ff'g}{aa'n}$; pour trois, $= \frac{ff'f''g}{aa'a''n}$; pour quatre, $= \frac{ff'f''f'''g}{aa'a''a'''n}$; pour cinq, $= \frac{ff'f''f'''f^{iv}g}{aa'a''a'''a^{iv}n}$, &c. Mais on a pour une lunette composée de deux verres, $\frac{f'}{n} = -1$; pour une à trois, $\frac{f''}{n} = -1$; pour une à quatre, $\frac{f'''}{n} = -1$; pour une à cinq, $\frac{f^{iv}}{n} = -1$; de plus, on a fait $g = a$. On aura donc pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{f}{a'}$; pour une à trois, $m = \frac{ff'}{a'a''}$; pour une à quatre, $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$; pour une à cinq, $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{iv}}$, &c.

Si on a, pour m, une valeur poſitive, l'objet ſera repréſenté droit; & renverſé, ſi on a une valeur négative. Réciproquement, ſi l'on veut qu'une lunette groſſiſſe, par exemple, cent fois, il y a deux cas à conſidérer; l'un où l'on deſire que l'objet ſoit vu dans ſa ſituation naturelle, l'autre où on le veut renverſé; dans le premier cas, on fera $m = 100$, dans le ſecond, $m = -100$.

Comme, pour le dernier verre ou l'oculaire d'une lunette à deux verres, f' eſt infinie, a' ſera égale à la diſtance focale de ce verre; de même, f'' qui appartient à l'oculaire d'une lunette à trois verres, étant infinie, a'' ſera égale à la diſtance focale de ce verre; de même a''' ſera égale à la diſtance focale de l'oculaire d'une lunette à quatre verres, à cauſe de $f''' = \infty$, & ainſi des autres. Ainſi, on aura pour une lunette à deux verres, $m = -\frac{F}{F'}$; pour une lunette à trois, $m = L' \cdot \frac{F}{F''}$; pour une à quatre, $m = -L' L'' \cdot \frac{F}{F'''}$; pour une à cinq, $m = L' L'' L''' \cdot \frac{F}{F^{IV}}$, &c.

108. Cherchons actuellement le lieu de l'œil ou ſa diſtance à l'oculaire.

Suppoſons d'abord une lunette compoſée de deux verres. On a trouvé (63) que la diſtance θ de l'œil au dernier verre d'un inſtrument de Dioptrique, compoſé de deux verres, $= \frac{L H' a \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H' \pi - \varphi)}$. Dans le cas préſent où $F = L a$, on aura donc $\theta = \frac{H' F \pi \varphi}{(\pi - \varphi)(H' \pi - \varphi)} = \frac{H' a' \pi}{\pi - \varphi}$, en mettant a' à la place de ſa valeur $\frac{F \varphi}{H' \pi - \varphi}$. Mais, comme $f' = \infty$, & que $L' a' = f'$, L' eſt $= \infty$, & par conſéquent $H' = 1$; ainſi on aura $\theta = \frac{a' \pi}{\pi - \varphi} = \frac{\pi F'}{\pi - \varphi}$. Or, à cauſe que $H' = 1$, on a $F' = \frac{F \varphi}{\pi - \varphi}$, en ſorte que $\frac{1}{\pi - \varphi} = \frac{F'}{F \varphi}$; donc $\theta = \frac{\pi F' F'}{F \varphi}$, & à cauſe de $m = -\frac{F}{F'}$, $\theta = -\frac{\pi F'}{m \varphi}$.

On pourrait avoir encore une autre expreſſion de θ; car on a $\frac{\pi}{\varphi} = \frac{F + F'}{F'}$, on aura donc $\theta = -\frac{F + F'}{m} = \frac{m - 1}{m} F'$, à cauſe de $m F' = -F$.

Pour une lunette à trois verres. On a, (63) dans le cas préſent, $\theta = \frac{L' H'' F \pi' \varphi}{(\pi' - \pi + \varphi)(H'' \pi' - \pi + \varphi)} = \frac{\pi' F''}{\pi' - \pi + \varphi}$, en mettant F'' à la place de ſa valeur $\frac{L' H'' F \varphi}{H'' \pi' - \pi + \varphi}$. Mais comme $f'' = \infty$, & que $L'' a'' = f''$, $L'' = \infty$, & par conſéquent $H'' = 1$; on a donc $F'' = \frac{L' F \varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$, d'où l'on tire $\frac{1}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{F''}{L' F \varphi} = \frac{1}{m \varphi}$, à cauſe de $m = \frac{L' F}{F''}$; on aura donc $\theta = \frac{\pi'}{m \varphi} F''$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $\theta = \frac{L' L'' H''' F \pi'' \varphi}{(\pi'' - \pi' + \pi - \varphi)(H''' \pi'' - \pi' + \pi - \varphi)} = \frac{\pi'' F'''}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$. Mais f''' étant $= \infty$, $L''' = \infty$, à cauſe de $L''' a''' = f'''$; ainſi $H''' = 1$, & par conſéquent $F''' = \frac{L' L'' F \varphi}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$; donc $\frac{1}{\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}$

$= \frac{F'''}{L' L'' F \varphi} = - \frac{1}{m \varphi}$, parce que $m = - \frac{L' L'' F}{F'''}$; on aura donc $\theta = - \frac{\pi''}{m \varphi} F'''$.

Pour une lunette à cinq verres. En procédant d'une maniere ſemblable, on trouvera $\theta = \frac{\pi'''}{m \varphi} F^{IV}$.

On ne répétera point que, ſi la valeur de θ eſt poſitive, on trouve l'endroit où il faut placer l'œil pour appercevoir tout le champ apparent; & que, ſi elle eſt négative, il faudra appliquer l'œil contre l'oculaire, & que dans ce cas, le champ apparent eſt déterminé par l'ouverture de la prunelle.

109. Quant au champ apparent, on aura, à cauſe de $g = a$, pour une lunette à deux verres, $\varphi = - \frac{\pi}{m - 1}$; pour une lunette à trois, $\varphi = \frac{-\pi + \pi'}{m - 1}$; pour une à quatre, $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$; pour une à cinq, $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$, &c.

Il eſt inutile de répéter que ſi m eſt un nombre poſitif, l'objet eſt repréſenté droit, & qu'il eſt au contraire repréſenté renverſé ſi m eſt négatif.

110. On voit encore, par ces formules, que plus l'amplification m ſera grande, plus, toutes choſes égales, le champ apparent ſera petit, & comme les lettres π, π', π'', &c., repréſentent des fractions qu'on peut prendre poſitives ou négatives, il eſt évident qu'en augmentant le nombre des verres, on peut augmenter de plus en plus le champ apparent.

De cette maniere on trouvera la moitié du champ apparent exprimée par une fraction qu'on doit regarder comme une partie du rayon ou du ſinus total. Ainſi, comme un arc de cercle égal au rayon eſt d'environ $3437'$, on n'aura qu'à multiplier par ce nombre la fraction qui exprimera la valeur de φ, pour la convertir en minutes. On obſervera encore que cet angle φ eſt toujours conſidéré ici comme poſitif; car s'il ſe trouve négatif, cela indique toujours, que m doit être pris négativement, ou que l'objet eſt repréſenté renverſé.

Si la diſtance de l'œil ſe trouve négative, & qu'ainſi on doive appliquer l'œil contre l'oculaire, on trouvera encore les mêmes expressions pour le champ apparent. Il n'y aura de différence qu'en ce que, dans le cas précédent, on peut prendre la derniere des lettres π, π', π'', &c., telle qu'on veut, pourvu qu'on observe de la prendre au-dessous de $\frac{1}{4}$ ou de $\frac{1}{5}$, au lieu que, dans ce cas ci, elle dépend de la constitution de la prunelle.

111. Passons maintenant à la détermination du diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, &, pour plus de généralité, supposons les verres de différentes especes. On se souviendra que la supposition de $a = \infty$, donne $L = 0$, & $La = F$; que de plus on a $g = a$, ensorte que $L^3 aag = L^3 a^3 = F^3$. Tout cela à lieu pour toutes les lunettes.

Supposons une lunette à deux verres. Comme on a $L' = \infty$, $H' = 1$, par conséquent $F' = a'$; & $m = -\frac{F}{F'}$; on trouve (45) que le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, $= \frac{mk^3}{4F^3}\left(\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{m}\right)$.

Supposons une lunette à trois verres. On a $L'' = \infty$, $H'' = 1$, par conséquent $F'' = a''$; & $m = \frac{L'F}{F''}$. Ainsi on trouve que le demi-diametre de la confusion occasionnée par la sphéricité des verres, $= \frac{mk^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{\mu''\lambda''}{L'^3 m}\right)$.

Pour une lunette à quatre verres. On a $L''' = \infty$, $H''' = 1$, par conséquent $F''' = a'''$; & $m = -\frac{L'L''F}{F'''}$. Ainsi on trouve que le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, $= \frac{mk^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{F''\mu''}{L'^4 H''F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H''L''}\right) - \frac{\mu'''\lambda'''}{L'^3 L''^3 m}\right)$.

On trouvera de même que pour une lunette à cinq verres, le demi-diametre de la confusion $= \frac{mk^3}{4F^3}\left(\mu\lambda + \frac{F'\mu'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H'L'}\right) + \frac{F''\mu''}{L'^4 H''F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H''L''}\right) + \frac{F'''\mu'''}{L'^4 L''^4 H'''F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H'''L'''}\right) + \frac{\mu^{\mathrm{iv}}\lambda^{\mathrm{iv}}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m}\right)$;

que pour une lunette à six verres, le demi-diametre de la confusion $= \frac{m k^3}{4 F^3} \left(\mu \lambda + \frac{F' \mu'}{H' F} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu'}{H' L'} \right) + \frac{F'' \mu''}{L'^4 H'' F} \left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu''}{H'' L''} \right) + \frac{F''' \mu'''}{L'^4 L''^4 H''' F} \left(\frac{\lambda'''}{H'''^3} + \frac{\nu'''}{H''' L'''} \right) + \frac{F^{IV} \mu^{IV}}{L'^4 L''^4 L'''^4 H^{IV} F} \left(\frac{\lambda^{IV}}{H^{IV 3}} + \frac{\nu^{IV}}{H^{IV} L^{IV}} \right) - \frac{\mu^{V} \lambda^{V}}{L'^3 L''^3 L'''^3 L^{IV 3} m} \right)$, &c.

On trouvera donc, par ces formules, le demi-diametre de la confusion exprimé par un nombre ou fraction numérique, & cette fraction convertie en degrés, minutes & secondes, indiquera sous quel angle chaque point de l'objet est vu avec la lunette, ce qui est précisément en quoi consiste l'effet de la confusion.

112. Pour que la confusion puisse se supporter, il faut donc que le demi-diametre de la confusion soit toujours en deça d'une certaine limite pour laquelle Mr. Euler prend la fraction $\frac{1}{4 q^3}$, q étant $= 40$, ainsi qu'on l'a vu (39). Si donc on représente par N tout ce qui est renfermé entre les parentheses, dans les expressions précédentes, il faudra faire en sorte que $\frac{m k^3}{4 F^3} N$ n'excede pas $\frac{1}{4 q^3}$; d'où l'on peut supposer $\frac{m k^3}{F^3} N = \frac{1}{q^3}$, équation qui détermine la distance focale de l'objectif, car elle donne $F = q k \sqrt[3]{m N}$.

113. Si on représente le degré de clarté par y, on aura (50) $y = \frac{k}{m}$, à cause que $g = a$, & par conséquent $k = my$. On aura donc $F = q m y \sqrt[3]{m N}$. D'où l'on voit que, toutes choses égales, la distance focale de l'objectif est comme la racine cubique de l'amplification m.

Qu'on ne trouve point étrange, dit Mr. Euler, si l'on déduit la distance focale de l'équation précédente, quoiqu'elle se trouve déjà dans le nombre N; car c'est bien moins la quantité F qui entre dans ce nombre, que les rapports de F aux autres distances focales F', F'', &c., qu'on peut regarder comme étant connus d'ailleurs.

Si l'on pouvait faire en sorte que N fût $= 0$, en sorte qu'il n'y eût plus de confusion, alors l'équation précédente pour la distance focale de l'objectif, donnerait $F = 0$, ce qui ne pouvant

vant être, il faudrait avoir recours à l'ouverture, c'eſt-à-dire, à la quantité k, laquelle étant donnée par le degré de clarté y & l'amplification m, on ferait ce verre d'un foyer qui lui permît de porter cette ouverture : il faudrait lui donner un foyer qui fût au moins plus de cinq fois plus grand que le demi-diametre de l'ouverture, & qui fût même plus grand que nous ne diſons, ſuivant que les ſurfaces de ce verre ſe trouveraient avoir plus de courbure.

114. Cherchons enfin quelle diſpoſition les verres doivent avoir pour la deſtruction des couleurs & pour la réunion des images produites par les diverſes eſpeces de rayons.

Pour une lunette à deux verres.

A cauſe de $La = F$ & $a' = F'$, l'équation générale pour la deſtruction des couleurs (81), lorſque la diſtance de l'œil eſt poſitive, devient $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi F'}{\varphi F} = 0$, ou $-\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi}{m\varphi} = 0$, ou, à cauſe que $-\frac{\pi}{\varphi} = m - 1$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{m-1}{m} = 0$, ce qui ne pouvant avoir lieu, il eſt évident qu'on ne peut détruire les couleurs dans les lunettes compoſées de deux verres.

L'équation pour la deſtruction des couleurs (81), lorſque la diſtance de l'œil eſt négative, devient, à cauſe que $L = 0$, & $La = F$, $\frac{dP}{P-1} L' F \pi = 0$, ce qui ne peut avoir lieu, L' étant $= \infty$.

L'équation générale pour la réunion des images (81), eſt $\frac{dP}{P-1} \cdot L(L+1)a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} = 0$. Cette équation devient, à cauſe de $L = 0$, $La = F$, $H' = 1$, $a' = F'$, $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot F' = 0$.

Pour une lunette à trois verres.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs (82), dans le cas de trois verres, lorſque la diſtance de l'œil eſt poſitive, devient, à cauſe de $La = F$ & de $a'' = F''$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi' F''}{L' \varphi F} = 0$, ou $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dP''}{P''-1} \cdot \frac{\pi'}{m\varphi} = 0$, parce que $m = \frac{L' F}{F''}$.

Si la diſtance de l'œil eſt négative, l'équation générale (82) devient, à cauſe que $L = 0$, $La = F$ & $L'' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' \pi' F + \frac{dP'}{P'-1} a' \left((L'+1) \pi' - \pi \right) = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, dans le cas de trois verres (82), eſt $\frac{dP}{P-1} L (L+1) a + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{a'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{a''}{L'^2 H''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = F''$, $H'' = 1$. Cette équation deviendra donc $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{F'}{H'^2} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{F''}{L'^2} = 0$.

Pour une lunette à quatre verres.

L'équation trouvée pour l'anéantiſſement des couleurs, dans le cas de quatre verres (83), lorſque la diſtance de l'œil au dernier eſt poſitive, devient, à cauſe de $La = F$, & de $a''' = F'''$, $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{dP'''}{F'''-1} \cdot \frac{\pi'' F'''}{L' L'' \varphi F} = 0$, ou $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} - \frac{dF'''}{F'''-1} \cdot \frac{\pi''}{m \varphi} = 0$, parce que $m = - \frac{L' L'' F}{F'''}$.

Si la diſtance de l'œil eſt négative, l'équation générale (83), devient, à cauſe que $L = 0$, $La = F$, $L''' = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' \pi'' F + \frac{dF'}{P'-1} a' \left((L'+1) L'' \pi'' - \pi \right) + \frac{dP''}{F''-1} a'' \cdot \frac{(L''+1) \pi'' - \pi'}{L'} = 0$.

L'équation générale, pour la réunion des images, pour le cas de quatre verres (83), eſt, en la multipliant par L^2, $\frac{dP}{P-1} \cdot L (L+1) a + \frac{dP'}{F'-1} \cdot \frac{a'}{H'} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{a''}{L'^2 H''} + \frac{dP'''}{F'''-1} \cdot \frac{a'''}{L'^2 L''^2 H'''} = 0$. Mais $L = 0$, $La = F$, $a' = \frac{F'}{H'}$, $a'' = \frac{F''}{H''}$, $a''' = F'''$, $H''' = 1$; ainſi cette équation devient $\frac{dP}{P-1} \cdot F + \frac{dF'}{P'-1} \cdot \frac{F}{H'^2} + \frac{dP''}{F''-1} \cdot \frac{F''}{L'^2 H''^2}$ $\frac{dF'''}{F'''-1} \cdot \frac{F'''}{L'^2 L''^2} = 0$.

Pour une lunette à cinq verres.

On trouvera de même que l'équation pour la deſtruction des couleurs, lorſque la diſtance à l'oculaire eſt poſitive, eſt $\frac{dP'}{P'-1} \cdot \frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{dF''}{F''-1} \cdot \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{dP'''}{F'''-1} \cdot \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{dP^{IV}}{P^{IV}-1} \cdot \frac{\pi'''}{m \varphi} = 0$; que lorſque la diſtance de l'œil eſt négative, l'équation eſt, à caufe de $L^{iv} = \infty$, $\frac{dP}{P-1} L' L'' L''' \pi''' F + \frac{dP'}{P'-1} a' \left((L' + 1) L'' L''' \pi''' - \pi \right) + \frac{dP''}{P''-1} a'' . \frac{(L''+1) L''' \pi''' - \pi'}{L'} + \frac{dP'''}{P'''-1} a''' . \frac{(L'''+1) \pi''' - \pi''}{L' L''} = 0$;

& que l'équation pour la réunion des images, eft $\frac{dP}{P-1} F + \frac{dP'}{P'-1} . \frac{F'}{H'^2} + \frac{dP''}{P''-1} . \frac{F''}{L'^2 H''^2} + \frac{dP'''}{P'''-1} . \frac{F'''}{L'^2 L''^2 H'''^2} + \frac{dP^{iv}}{P^{iv}-1} . \frac{F^{iv}}{L'^2 L''^2 L'''^2} = 0$. Et ainfi des autres.

115. Si les verres font tous de la même efpece, on n'aura qu'à fupprimer, dans les équations, les coëfficiens différenciels. Alors il ne fera pas poffible de fatisfaire à l'équation pour la réunion des images. Ainfi, il y a une partie de la confufion occafionnée par la différente réfrangibilité des rayons de lumiere, qu'il eft impoffible de détruire tant que les verres ont la même qualité réfringente.

CHAPITRE II.

Des Lunettes qui repréfentent les objets dans une fituation renverfée.

CEs lunettes n'ont, ainfi qu'on l'a fait remarquer, qu'une feule image réelle. Comme ce font les feules dont les Aftronomes faffent ufage, nous allons tâcher de les traiter avec tout le détail qu'exige l'importance de leur objet. Commençons par faire obferver qu'il faut prendre toujours négativement, dans toutes les formules qui ont été données, la lettre m qui exprime le groffiffement.

116. Propofons-nous d'abord de conftruire la lunette la plus fimple qui repréfente les objets renverfés, & amplifie un nombre de fois m, en employant la même efpece de verre.

On aura, pour l'amplification, $m = \frac{f}{a'}$, où f exprime la diftance focale de l'objectif, & a' celle de l'oculaire à cause que $f' = \infty$. Ainsi, la fraction $\frac{f}{a'}$ étant ici positive, comme la distance $f + a'$ l'est aussi, il faut que les deux distances focales f & a' soient positives, en sorte que les deux verres seront toujours convexes, & l'image réelle tombera en F (*fig.* 12) qui est en même tems le foyer commun des deux verres.

Le demi-diametre du champ apparent sera $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$; & pour le voir tout entier, il faudra que l'œil soit placé à une distance θ de l'oculaire, $= \frac{\pi F'}{m\varphi}$, en représentant par F' la distance focale de l'oculaire; comme $\pi = (m+1)\varphi$, cette distance θ sera $= \frac{m+1}{m} F'$, & par conséquent un peu plus grande que F'.

Pour que les objets soient vus avec un degré donné y de clarté, y étant une mesure plus petite que le demi-diametre de la prunelle, on a fait voir que le demi-diametre k de l'ouverture de l'objectif doit être $= my$. D'où l'on voit déjà que la distance focale f ou F de ce verre ne doit pas être supposée plus petite que $4\,k$.

Quant aux couleurs qui alterent la représentation de l'objet, il n'est pas possible de les faire disparaître; car pour cela il faudrait pouvoir satisfaire à l'équation $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{\pi}{m\varphi} = 0$, ou $\frac{dP}{P-1} \cdot \frac{m+1}{m} = 0$, ce qui n'est pas possible. On peut encore moins détruire ce qui reste de confusion provenant de la différente réfrangibilité, puisqu'il faudrait qu'on eût $\frac{dP}{P-1}(F + F') = 0$.

Tout ce qu'on peut faire, c'est de rendre insensible la confusion qui est due à l'ouverture, ou, ce qui revient au même, de faire en sorte que le demi-diametre de la confusion ne passe pas une certaine limite qu'on a désignée par la lettre q. Pour satisfaire à cette condition, on n'aura qu'à prendre $\frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{\lambda'}{m}\right) < \frac{1}{4q^3}$, ou $\frac{k^3}{F^3}(\mu\lambda m + \mu\lambda') < \frac{1}{q^3}$; d'où nous aurons cette condition pour la distance focale F de l'objectif, $F > qk\sqrt{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, ou, à cause que $k = m\gamma$, $F > qm\gamma\sqrt{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$; en sorte qu'il faudra prendre au moins F égale à cette valeur.

117. Plus le nombre μ, lequel dépend de l'espece du verre, sera petit, moins la distance focale F sera grande. Or ce nombre est d'autant plus petit que le rapport de réfraction est plus grand ; il semble donc qu'il y aurait à gagner à employer l'espece de verre dont la force réfringente est la plus grande; mais alors les couleurs augmenteraient, à cause de la formule $\frac{dP}{P-1}$ qui croît à proportion du rapport de réfraction; ainsi il faut s'en tenir au verre commun.

118. Pour diminuer la longueur de ces instrumens, il importe beaucoup de faire l'objectif tel que $\lambda = 1$, ce qui est la valeur la plus petite de cette lettre. Comme $a = \infty$, le rayon de sa surface antérieure sera $= \frac{F}{\delta}$, & celui de sa surface postérieure $= \frac{F}{\gamma}$.

119. Quant à ce qui regarde l'oculaire, on gagnerait peu à faire $\lambda' = 1$, parce que, lorsque l'amplification est considérable, ce terme est presque nul par rapport au premier. Il vaut beaucoup mieux donner à ce verre la figure qui le rend susceptible de la plus grande ouverture, parce que c'est d'elle que le champ apparent dépend principalement. Ainsi, on pourra prendre pour regle de faire l'oculaire également convexe des deux côtés, au moyen de quoi la lettre π pourra avoir pour valeur $\frac{1}{4}$, & même plus.

Pour avoir λ', on aura recours aux rayons des surfaces de ce verre, lesquels sont, dans la supposition de $f' = \infty$, $b' = \frac{a'}{\gamma \pm \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)}}$, $c' = \frac{a'}{\delta \mp \varepsilon\sqrt{(\lambda'-1)}}$. Puisque ces rayons sont supposés égaux, on déduira de la comparaison de leurs valeurs, $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} = \frac{2(P^2-1)}{P\sqrt{(4P-1)}}$, en substituant les valeurs de δ, γ, ε (10). Dans le verre commun, $P = 1{,}55$; donc $\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}79367$, & par conséquent $\lambda' = 1{,}62991$. Quant aux rayons des faces, on remarquera qu'ils donnent

$\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = \frac{\delta+\gamma}{a'} = \frac{1}{(P-1)a'} = \frac{2}{b'}$, en sorte que b' ou $c' = 2(P-1)a' = 2(P-1)F'$.

Pour déterminer le degré de clarté & le degré de netteté suffisans pour des lunettes astronomiques, Mr. Euler se sert d'une remarque de Mr. Huyghens.

120. Voyons ce qui regarde le degré de clarté. Mr. Huyghens fait de 1,225 de pouce, le demi-diametre de l'ouverture d'un objectif de 20 pieds de foyer, & juge que l'objet peut être amplifié 89 fois; & il observe ce rapport dans les autres objectifs. Puis donc qu'on a ici $k = 1,225$ de pouce, & $m = 89$, on aura, à cause de $k = my$, $y = \frac{k}{m} = \frac{1}{73}$; si donc on supposait $y = \frac{1}{50}$, on donnerait aux lunettes un degré de clarté plus considérable que celui qu'on leur donne ordinairement.

121. A l'égard du degré de netteté, marqué par q, le même exemple donnant $F = 240$ pouces, $m = 89$, $y = \frac{1}{73}$, & le verre commun $\mu = 0,9$ environ, supposant enfin $\lambda = 1$, on aura, en substituant dans la formule $F = qmy\sqrt[3]{(\mu\lambda m + \mu\lambda')}$, & négligeant le second terme contenu sous le radical, $240 = \frac{89}{73}q\sqrt[3]{0,9 \times 89}$, d'où l'on tire $q = 45$. Si donc on prenait $q = 50$, on aurait plus de netteté qu'on n'en a ordinairement. Ainsi il suffirait, suivant Mr. Huyghens, de supposer $qy = \frac{45}{73} = \frac{5}{8}$ environ; d'où l'on voit que, si on supposait $qy = 1$, on aurait plus de clarté & plus de netteté ; mais aussi la lunette deviendrait beaucoup plus longue, que si on supposait $qy = \frac{5}{8}$.

122. Rapprochons actuellement tout ce qui appartient à la construction de la lunette. Le rayon b de la face antérieure de l'objectif $= \frac{F}{\delta}$, le rayon c de la face postérieure $= \frac{F}{\gamma}$; le demi-diametre de l'ouverture $= my$. Comme on a $m = \frac{F}{F'}$, l'intervalle entre les deux verres sera $= \frac{m+1}{m}F$. Les rayons des faces de l'oculaire seront égaux chacun à $2(P-1)F' = 2(P-1)\frac{F}{m}$.

La diſtance θ de l'œil à ce verre, $= \frac{m+1}{m}F' = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$. Le demi-diametre de l'ouverture de ce verre étant égal à π multiplié par la diſtance focale, ſi l'on prend $\pi = \frac{1}{4}$, ce demi-diametre ſera $= \frac{1}{4}F'$ ou $= \frac{1}{4} \cdot \frac{F}{m}$. Le champ apparent $\varphi = \frac{\pi}{m+1}$; multipliant par $3437'$, pour convertir en degrés & minutes, on aura $\varphi = \frac{859'}{m+1}$. Enfin, la diſtance focale F de l'objectif, $= qmy\sqrt[3]{0,9382(m+1,62991)}$.

123. Si l'on voulait employer un objectif double ou un triple, au lieu d'un objectif ſimple, comme la diſtance focale de l'objectif deviendrait beaucoup plus petite, la lunette deviendrait beaucoup plus courte. Cette diminution vient de ce que λ qui entre dans l'expreſſion du demi-diametre de la confuſion, eſt, dans les objectifs compoſés, fort au deſſous de l'unité. S'il s'agit d'un objectif double, $\lambda = 0,19183$; ſi l'objectif eſt triple, $\lambda = 0,042165$ (*Voyez* 21 & 26.) Dans le premier cas, $F = qmy\sqrt[3]{(0,9382(0,19183 \cdot m + 1,62991))}$; dans le ſecond, $F = qmy\sqrt[3]{(0,9382(0,042156 \cdot m + 1,62991))}$, F repréſentant la diſtance focale de l'objectif compoſé. Quant à l'amplification, le champ apparent, le lieu de l'œil, &c., tout cela demeure le même.

Si l'on fait, avec Mr. Huyghens, $qy = \frac{5}{8}$, on trouve que l'objectif d'une lunette qui groſſit 100 fois, étant ſimple, ſon foyer eſt de 23 pieds 9 $\frac{1}{2}$ pouces; que s'il eſt double, ſon foyer eſt de 14 $\frac{1}{3}$ pieds; qu'enfin, s'il eſt triple, ſon foyer n'eſt que de 9 pieds 2 $\frac{1}{2}$ pouces.

124. S'il eſt avantageux d'employer des objectifs compoſés au lieu des objectifs ſimples, en ce qu'ils rendent les lunettes beaucoup plus courtes, il l'eſt auſſi beaucoup de ſubſtituer des oculaires compoſés aux oculaires ſimples, parce qu'on augmente, par leur moyen, le champ apparent. On peut le rendre double ou triple, en employant un oculaire double ou triple, ainſi qu'on va le faire voir.

125. Suppoſons qu'on veuille conſtruire une lunette dont l'oculaire ſoit double, dans la vue de doubler le champ appa-

rent. La lunette eſt donc compoſée de trois verres dont les deux derniers ſont contigus. Puiſqu'il y a trois verres, on aura $m = -\frac{ff'}{a'a''}$; & comme l'intervalle $f' + a'' = 0$, on aura $a'' = -f'$, & par conſéquent $m = \frac{f}{a'}$. Puiſqu'on emploie un oculaire double, afin de doubler le champ apparent, & que le demi-diametre du champ apparent eſt actuellement $\varphi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$; pour qu'il ſoit double de ce qu'il ſerait ſi l'oculaire était ſimple, il faut que $-\pi' = \pi$, car alors $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$. Mais F & F' repréſentant les diſtances focales de l'objectif & du premier des deux verres qui forment l'oculaire, on a $\frac{\varphi}{H'\pi - \varphi} = \frac{F'}{H'F} = \frac{a'}{F}$, à cauſe de $F' = H'a'$; donc, puiſque $m = \frac{f}{a'} = \frac{F}{a'}$, on aura $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = m$, & par conſéquent $H'\pi = (m+1)\varphi$; donc $H' = 2$, & par conſéquent $L' = -2$. Donc, puiſque $F' = H'a'$, on aura $F' = 2a' = \frac{2F}{m}$. Mais $a'' = -f' = -L'a' = -\frac{L'F}{m} = \frac{2F}{m}$, & a'' eſt égale à la diſtance focale du dernier verre, à cauſe de $f'' = \infty$; donc cette diſtance focale $F'' = \frac{2F}{m}$; les deux verres qui compoſent l'oculaire, ſont donc égaux.

Quant au demi-diametre de la confuſion, lequel eſt exprimé par $\frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{I'}{H'^2 F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}\right)$, il ſera $= \frac{m\mu k^3}{4F^3}\left(\lambda + \frac{1}{2m}\left(\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu}{2}\right) + \frac{\lambda''}{8m}\right)$, à cauſe de $H' = 2$, $L' = -2$, & $F' = \frac{2F}{m}$.

Il faut maintenant obſerver que les deux verres qui compoſent l'oculaire, ne peuvent ſupporter une ouverture telle que $\pi = \frac{1}{4}$, qu'autant qu'ils ſont également convexes des deux côtés. Or, pour le dernier, on trouve, dans la ſuppoſition des convexités égales, ainſi qu'on l'a vu, $\lambda'' = 1,6299$, P étant $= 1,55$. Pour trouver la valeur de λ' qui appartient au premier, on n'aura qu'à comparer les valeurs des rayons des deux faces,

faces, lesquels sont $b' = \frac{a'f'}{\gamma f' + \delta a' \pm \varepsilon(a'+f')\sqrt{(\lambda'-1)}}$, $c' = \frac{a'f'}{\gamma a' + \delta f' \mp \varepsilon(a'+f')\sqrt{(\lambda'-1)}}$, on aura $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\gamma-\delta}{2\varepsilon} \cdot \frac{a'-f'}{a'+f'} = \frac{3(\delta-\gamma)}{2\varepsilon}$, à cause que $f' = L'a'$, & que $L' = -2$, & par conséquent $\lambda' = 1 + \frac{9(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2}$. Mais $\lambda'' = 1 + \frac{(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 1{,}6299$; ainsi $\frac{(\delta-\gamma)^2}{4\varepsilon^2} = 0{,}6299$. Donc $\lambda' = 6{,}6691$. On aura donc $\frac{\lambda'}{4} - \frac{\nu}{2} = 1{,}5509$; en sorte que la partie de la confusion due au premier des deux oculaires, $= \frac{0{,}7754}{m}$. Quant à la partie de la confusion qui provient du second, elle $= \frac{0{,}2037}{m}$. Ainsi la partie que produit cet oculaire double, dans l'expression de la confusion, $= \frac{0{,}9791}{m}$. Supposant donc toujours ce demi-diametre $= \frac{1}{4q^3}$, on aura la distance focale de l'objectif $F = qmy\sqrt[3]{0{,}9382(\lambda m + 0{,}9791)}$. On laisse λ sans la déterminer, afin de laisser la liberté de prendre l'objectif tel qu'on voudra, simple, double, &c.

Pour trouver les rayons des faces des deux verres simples qui composent l'oculaire, on aura pour le premier, $\frac{1}{b'} + \frac{1}{c'} = (\delta+\gamma)\frac{a'+f'}{a'f'} = (\delta+\gamma)\frac{1}{F'} = \frac{1}{(P-1)F'} = \frac{2}{b'}$, & par conséquent, $b' = 2(P-1)F' = 4(P-1)\frac{F}{m}$, à cause de $F' = \frac{2F}{m}$; ainsi, $b' = \frac{2{,}20F}{m}$. On aura aussi $b'' = \frac{2{,}20F}{m}$.

Pour le lieu de l'œil, on a $\theta = -\frac{\pi' F''}{m\varphi} = \frac{\pi F''}{m\varphi} = \frac{m+1}{m} \cdot \frac{F}{m}$, à cause que $F'' = \frac{2F}{m}$, & $\varphi = \frac{2\pi}{m+1}$. Le demi-diametre du champ apparent sera $= \frac{1718}{m+1}$ minutes.

126. On a dû remarquer que l'oculaire double augmente moins la confusion qu'un simple. Quant aux couleurs qui pourraient altérer les bords de l'objet, il est facile de s'assurer qu'il n'en produit pas davantage que s'il était simple.

Actuellement il n'est pas difficile de voir qu'avec un oculaire triple on pourrait tripler le champ apparent, &c.

127. Nous ne devons pas oublier d'avertir que non seulement il faut peindre en noir l'intérieur des tuyaux des lunettes, mais encore qu'il faut placer à l'endroit où se forme l'image, un diaphragme, ou cercle aussi peint en noir & percé d'un trou égal au diametre de l'image, afin d'intercepter les rayons étrangers qui pourraient entrer dans l'œil & troubler la vision. Ainsi, le demi-diametre de l'image, dans les lunettes dont on vient de parler, étant égal à $F\varphi$, on fera le demi-diametre de ce trou, de cette quantité.

128. Ces lunettes, les seules connues jusqu'à ces derniers tems, encore n'y avait-il que celles à objectif & oculaire simples, joignant au défaut de donner des couleurs, celui d'une longueur considérable, on a toujours desiré de pouvoir les délivrer de l'un & de l'autre. Le premier étant dû à la nature de la lumiere, on regardait comme impossible de le faire disparaître, lorsqu'en 1748, Mr. Euler apprit aux Opticiens que pour y réussir, il ne s'agissait que de former les objectifs de matieres différemment réfringentes. Quoique fondée sur les considérations les plus décisives, cette idée ne fut pas d'abord appréciée ce qu'elle valait, elle éprouva même des contradictions. Les défenseurs du vieux préjugé opposerent l'autorité de Mr. Newton, & une de ses expériences qui la renversait, parce que ce grand homme l'avait manquée, fut sur le point de faire rejeter, comme absurde, la plus importante découverte. Enfin la démonstration de la méprise de M. Newton, d'une part, & de l'autre, la découverte que fit Mr. Dollond de la qualité réfringente du flintglass, la firent triompher. Admise aussi-tôt par tous les Opticiens, ils ont porté, par son secours, les lunettes au plus haut degré de perfection. Ils l'avaient même adoptée si complétement & avec si peu de réserve, qu'ils regardaient la destruction des couleurs comme impossible, si les objectifs n'étaient composés de matieres dont la réfringence fût différente. Ils se trompaient cependant ; & ce fut encore Mr. Euler qui le leur apprit. Il fit voir qu'on pouvait, avec la même espece de verre, anéantir la partie la plus considérable & la

plus importante à détruire, de la confusion dûe à la différente réfrangibilité de la lumiere; en un mot, construire des lunettes qui ne donneraient point de couleurs sensibles. Après avoir exposé cette découverte dans les Mémoires de Berlin, il s'en occupe de nouveau dans sa Dioptrique, & en montre tous les avantages. Il commence par faire voir comment l'on peut, avec trois verres de la même espece, construire des lunettes sans couleurs. Mais comme elles ont encore le défaut d'une trop grande longueur, il enseigne ensuite à les délivrer de ce défaut, en les composant de quatre verres, avantage auquel se joint celui d'être absolument exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres. Si elles n'avaient pas l'inconvénient d'avoir trop peu de champ, ces lunettes ne laisseraient donc rien à desirer. Heureusement qu'il est facile d'y remédier, en leur ajoutant un verre ou deux, & alors elles ont toutes les qualités, ainsi qu'on va le voir par les détails de la construction d'une lunette à cinq verres, dans lesquels nous allons entrer, d'après ce grand Géometre.

129. Supposant donc cinq verres, & l'objet renversé, le grossissement $m = -\frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Si l'on suppose, comme le fait Mr. Euler, que l'image réelle tombe entre le quatrieme & le cinquieme verre, la fraction seule $\frac{f'''}{a^{IV}}$ sera positive, & les autres $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ seront négatives. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = n'''$. On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'}$, $f'' = L''a'' = \frac{L'L''f}{nn'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L'L''f}{nn'n''}$, $f''' = L'''a''' = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''}$, $a^{IV} = \frac{f'''}{n'''} = -\frac{L'L''L'''f}{nn'n''n'''} = -\frac{L'L''L'''f}{m}$, à cause que $m = nn'n''n'''$.

Les distances focales seront $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{nn'}$, $F''' = H'''a''' = -\frac{L'L''H'''f}{nn'n''}$, $F^{IV} = a^{IV}$.

Les intervalles feront $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f$, $f' + a'' = - \frac{L'f}{n}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{L'L''f}{nn'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right)$, $f''' + a^{iv} = - \frac{L'L''L'''f}{nn'n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Comme les valeurs de ces intervalles doivent être pofitives, & que n, n', n'', n''' font des nombres pofitifs par eux-mêmes, il faut que $(n - 1)f$, $L'f(1 - n')$, $L'L''f(n'' - 1)$ foient des quantités pofitives, & que $L'L''L'''f$ foit une quantité négative.

Si l'on fuppofe que les rayons fortent paralleles du fecond verre, on a $L' = \infty$, puifqu'alors $f' = \infty$, & que $f' = L'a'$; en forte que $L' = \frac{f'}{a'} = \infty$. On aura de plus, $L'' = 0$, car $a'' = \infty$, de même que f, à caufe du parallélifme des rayons; ainfi, comme $f'' = L''a''$, on a $L'' = \frac{f''}{a''} = 0$.

On peut confidérer L' comme un nombre extrêmement grand; fi donc ω eft une fraction très-petite, on pourra fuppofer $L' = \frac{1}{\omega}$, & alors $H' = \frac{L'}{L' + 1} = \frac{1}{1 + \omega}$.

Soient les intervalles entre les trois premiers verres, très-petits & égaux chacun à ωf, c'eft-à-dire, $f + a' = f' + a'' = \omega f$; on aura $n = \frac{1}{1 - \omega} = 1 + \omega$, & $n' = \frac{1}{1 + \omega\omega}$, en forte que n & n' different extrêmement peu de l'unité, & furtout n'.

Si, de même qu'on a confidéré L' comme un nombre extrêmement grand, on confidere L'' comme un nombre extrêmement petit, on pourra le fuppofer $= N\omega$, en forte qu'on aura $L'L'' = N$. La fuppofition de $L'' = N\omega$, donne $H'' = \frac{N\omega}{N\omega + 1}$.

Il réfulte des fuppofitions précédentes de $n = 1 + \omega$, $n' = 1$, & $L'L'' = N$, & de celle du parallélifme des rayons, au fortir du fecond verre, que $a' = - \frac{f}{1 + \omega}$ ou $a' = -(1 - \omega)f$, $f' = \infty$, $a'' = - \infty$, $f'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $a''' = - \frac{Nf}{n''}$, $f''' = - \frac{L'''Nf}{n''}$, $a^{iv} = - \frac{L'''Nf}{n''n'''}$; que les diftances focales $F = f$, $F' = - \frac{f}{1 + \omega}$, $F'' = \frac{Nf}{1 + \omega}$, $F''' = - \frac{NH'''f}{n''}$, $F^{iv} = a^{iv} = - \frac{L'''Nf}{n''n'''}$; que les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = Nf \cdot \frac{n'' - 1}{n''}$,

$f''' + a^{iv} = - \frac{NL'''f}{n''} \cdot \frac{n'''+1}{n'''}$. L'expreſſion du troiſieme fait connaître que n'' doit être plus grande que l'unité, & celle du quatrieme, que L''' doit être négative.

Les diſtances focales donnent les équations ſuivantes: $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = \frac{H'F}{H'a'} = \frac{F}{a'} = \frac{f}{a'} = - n$, ce qui donne, à cauſe de $H' = \frac{1}{1+\omega}$, $\frac{\pi}{\varphi} = 1 - n + \omega - \omega n$, &, en ſubſtituant à la place de n, ſa valeur $1 + \omega$, $\frac{\pi}{\varphi} = - \omega$;

enſuite $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = \frac{L'H''F}{H''a''} = \frac{L'f}{a''} = nn'$. Subſtituant, à la place de H'', ſa valeur $\frac{N\omega}{N\omega+1}$, & à la place de $\frac{\pi}{\varphi}$, ſa valeur $1 - n + \omega - \omega n$, on aura $\frac{\pi'}{\varphi} = \frac{(1-n-\omega n)(N\omega+1)}{N}$, ou $\frac{\pi'}{\varphi} = - \frac{2\omega}{N}$.

Et enfin $\frac{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''H'''F}{F'''} = \frac{L'L''H'''F}{H'''a'''} = \frac{L'L''f}{a'''} = - n''$, d'où l'on tire $\frac{\pi''}{\varphi} = - \frac{n''-1}{H'''}$, $\frac{\pi}{\varphi}$ & $\frac{\pi'}{\varphi}$ étant d'une petiteſſe qui permet de les négliger.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi'' - \pi'''}{m+1}$. Pour qu'il ſoit le plus grand poſſible, il faudra prendre $\pi'' = \frac{1}{4}$, $-\pi''' = \frac{1}{4}$; il deviendra alors $\varphi = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{m+1}$; on néglige π & π' à cauſe de leur petiteſſe. Si l'on ſubſtitue cette valeur de φ & celle de π''' dans l'expreſſion du lieu de l'œil $\theta = - \frac{\pi''' F^{iv}}{m\varphi}$, on aura $\theta = - \frac{m+1}{2} \cdot \frac{NL'''f}{n''n'''m}$, valeur qui nous prouve encore la neceſſité que L''' ſoit négative. Pour voir ſi elle l'eſt en effet, déterminons d'abord H''', en ſubſtituant dans l'équation $\frac{1}{H'''} = \frac{\pi''}{(1-n'')\varphi}$, les valeurs de π'' & de φ; on trouvera $H''' = - \frac{2(n''-1)}{m+1}$, & par conſéquent $L''' = - \frac{2(n''-1)}{2n''+m-1}$; ainſi L''' ſera négative, pourvu que n'' ſoit plus grande que l'unité.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs, eſt

$\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L'\varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{\pi''' F^{iv}}{L' L'' L''' \varphi F} = 0$, laquelle, à cause que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -1$ à très-peu près, $\frac{a''}{L'f} = 1$, $\frac{a'''}{L' L''' f} = -\frac{1}{n''}$, $\frac{a^{iv}}{L' L'' L''' f} = -\frac{1}{n'' n'''}$, se change dans la suivante, $-\frac{\pi}{\varphi} + \frac{\pi'}{\varphi} - \frac{\pi''}{\varphi}\cdot\frac{1}{n''} - \frac{\pi'''}{\varphi}\cdot\frac{1}{n'' n'''} = 0$, ou $\omega - \frac{2\omega}{N} - \frac{\pi''}{\varphi}\cdot\frac{1}{n''} - \frac{\pi'''}{\varphi}\cdot\frac{1}{n'' n'''} = 0$, ou, en négligeant les deux premiers termes qui d'ailleurs se détruisent dans la supposition de $N = 2$ que nous employerons, & à cause que $\pi'' = -\pi'''$, $-\frac{1}{n''} + \frac{1}{n'' n'''} = 0$, d'où l'on tire $n''' = 1$; & par conséquent $n'' = m$, puisque $m = n'' n'''$. On voit donc que n'' est plus grande que l'unité, & qu'ainsi toutes les conditions sont remplies. Enfin, l'équation générale pour l'anéantissement de la confusion occasionnée par l'ouverture des verres, est $\lambda + \frac{F'}{H'^2 F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) + \frac{F''}{L'^4 H''^2 F}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) + \frac{F'''}{L'^4 L''^4 H'''^2 F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) - \frac{\lambda^{iv}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m} = 0$. Pour voir ce qu'elle doit devenir, on observera que non-seulement $L' L'' = N$, mais encore que $L' H'' = N$, à cause que L'' étant $= \frac{N}{L'}$, on a $H'' = \frac{L''}{L''+1} = \frac{N}{N+L'} = \frac{N}{L'}$; que $F = f$, $F' = -\frac{f}{1+\omega}$, $F'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $F''' = -\frac{N H''' f}{n''}$. Ainsi l'équation précédente deviendra $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{N^3(1+\omega)} - \frac{1}{N^3 H''' n''}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) - \frac{\lambda^{iv}}{N^3 L'''^3 m} = 0$, ou $\lambda' = (1+\omega)\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} - \frac{\lambda'''}{N^3 H'''^3 m} - \frac{\lambda^{iv}}{N^3 L'''^3 m} - \frac{\nu}{N^3 L''' H''' m}$.

Pour trouver cette valeur de λ', on remarquera que les deux derniers verres demandant la plus grande ouverture possible, il faut les prendre également convexes des deux côtés; ainsi, pour le dernier de ces verres, il faudra prendre $\lambda^{iv} = 1,6299$. Pour l'autre, on a $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}\cdot\frac{f''' - a'''}{f''' + a'''} = \frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}(2H''' - 1)$, en substituant les valeurs de f''' & de a''', & ensuite la valeur $\frac{H'''}{1 - H'''}$ de L'''; on aura donc $\lambda''' = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{3 - 5m}{m+1}\right)^2$, en mettant à la place de H''' sa valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$, & à la place de $\left(\frac{\delta-\gamma}{2\epsilon}\right)^2$, sa valeur numérique 0,6299. Ensuite on prendra $\lambda = 1$, & $\lambda'' = 1$; & pour ω, on pourra prendre $\omega = \frac{1}{m}$, parce que de cette maniere les intervalles des premiers verres ne se trouvent pas trop petits, & qu'ainsi on ne doit éprouver aucune difficulté à les placer.

Mettons actuellement sous les yeux tous les élémens précédens dans lesquels on aura fait $n''' = 1$, $n'' = m$, $\omega = \frac{1}{m}$, & substitué la valeur $-\frac{2(m-1)}{m+1}$ de H''', & pour L''' la sienne $-\frac{2(m-1)}{3m-1}$.

$a' = -\frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega} = N(1-\omega)f$ $= N\left(1-\frac{1}{m}\right)f$, $a''' = -\frac{Nf}{m}$, $f''' = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, $a^{IV} = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$, en sorte que $f''' = a^{IV}$, & que par conséquent l'image réelle se trouve au milieu de l'intervalle qui sépare les deux derniers verres.

Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{mf}{m+1}$, $F'' = N\left(1-\frac{1}{m}\right)f$, $F''' = \frac{2N(m-1)f}{m(m+1)}$, $F^{IV} = a^{IV} = \frac{2N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles $f + a' = \frac{f}{m}$, $f' + a'' = \frac{f}{m}$, $f'' + a''' = N\left(f - \frac{2f}{m}\right)$, $f''' + a^{IV} = \frac{4N(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Et la distance de l'œil au dernier verre θ, $= \frac{N(m^2-1)}{3m-1} \cdot \frac{f}{m^2}$.

Donc la longueur de la lunette, en y comprenant la distance de l'œil au dernier verre, $= \left(2 + N(m-2) + N \cdot \frac{5m-4}{3m-1} - N \cdot \frac{1}{m(3m-1)}\right) \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{1718'}{m+1}$.

Puisque $a = \infty$, & que $\lambda = 1$, les rayons des surfaces du premier verre $b = \frac{f}{\delta}$, $c = \frac{f}{\gamma}$. Comme $f' = \infty$, & que $a' =$

$-\frac{mf}{m+1}$, les rayons des ſurfaces du ſecond verre, $b' = -\frac{mf}{(m+1)(\gamma \pm \varepsilon\surd(\lambda'-1))}$, $c' = -\frac{mf}{(m+1)(\delta \mp \varepsilon\surd(\lambda'-1))}$. A cauſe de $a'' = -\infty$, & de $\lambda'' = 1$, les rayons des faces du troiſieme verre, $b'' = \frac{f''}{\delta} = \frac{N\left(1-\frac{1}{m}\right)f}{\delta}$, $c'' = \frac{f''}{\gamma} = \frac{N\left(1-\frac{1}{m}\right)f}{\gamma}$. Le quatrieme verre devant être également convexe des deux côtés, on trouve en égalant les expreſſions des rayons de ſes faces, que chacun d'eux eſt égal à $2(P-1)F'''$, F''' étant la diſtance focale de ce verre, dont on a la valeur. Le cinquieme verre devant auſſi être également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ſes faces ſera de même égal à $2(P-1)F^{IV}$, F^{IV} étant la diſtance focale de ce verre, dont on a auſſi la valeur.

Quant au demi-diametre de l'ouverture des verres, on a pour le demi-diametre de celle du premier, $k = my = \frac{m}{50}$, en prenant $y = \frac{1}{50}$, ainſi qu'on l'a déjà fait. Le ſecond & le troiſieme verres auront la même ouverture. On prendra le demi-diametre de l'ouverture de chacun des deux autres égal au quart de leurs diſtances focales, ou bien encore, au quart des rayons de leurs ſurfaces.

130. Pour pouvoir paſſer aux applications, il ne s'agit plus que de ſavoir quelle valeur on pourra ſuppoſer à l'indéterminée N. Comme la longueur de la lunette en dépend, il ſemble qu'il y aurait bien de l'avantage à lui en aſſigner une petite. Mais il en réſulterait un inconvénient très-conſidérable, c'eſt que les derniers verres, & particulierement l'oculaire, feraient extrêmement petits; ſi l'on veut éviter cet inconvénient, il faut donc ſe garder de prendre N trop petite. Or on l'évite très-bien, ſans rendre la lunette trop longue, en ſuppoſant $N = 2$. Nous ſuppoſerons donc $N = 2$. On a maintenant tout ce qu'il faut pour le calcul de ces lunettes. Quoique ce calcul ne ſoit ni long ni pénible, on peut l'abréger conſidérablement en cherchant

chant les dimensions d'une lunette qui grossit médiocrement, par exemple, 25 fois, ensuite celles d'une lunette dont le grossissement serait infini, & déduisant de la comparaison de ces deux cas, par une espece d'interpolation, les dimensions générales d'une lunette dont le grossissement serait compris entre ces deux là.

131. Soit donc $m = 25$. On trouvera $\lambda''' = 14,8699$, & $H''' = -1,84615$, $L''' = -0,648658$. On a de plus $\lambda = 1$, $\lambda'' = 1$, $\lambda^{\prime v} = 1,6299$. Substituant dans l'équation $\lambda' = \left(1 + \frac{1}{m}\right)\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} -$ &c., on trouve $\lambda' = 1,20571$. Ainsi, on a $\varepsilon \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,41051$, ε étant $= 0,90513$, dans le verre commun. Voici actuellement les dimensions des verres, de leurs ouvertures, de leurs intervalles, &c.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145\,f$, celui de la face postérieure $= 5,24164\,f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La distance de ce verre au second $= 0,04\,f$.

Le rayon de la face antérieure du second $= -1,599128\,f$, & celui de la face postérieure $= -0,790155\,f$. La distance de ce verre au troisieme $= 0,04\,f$.

Le rayon de la face antérieure du troisieme verre $= 1,1798\,f$, le rayon de la face postérieure $= 10,064\,f$. La distance de ce verre au quatrieme $= 2\,f - \frac{4f}{25} = 1,84\,f$.

Le rayon de chacune des surfaces du quatrieme verre $= 4,06154 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de son ouverture $= 1,01538 \cdot \frac{f}{m}$. Sa distance au cinquieme $= 2,5946 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de ce cinquieme verre $= 1,42703 \cdot \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de son ouverture $= 0,35676 \cdot \frac{f}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre $= 0,6746 \cdot \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{1718'}{26} = 66'$.

132. Passons à la supposition de $m = \infty$. On aura $\frac{1}{m} = 0$,

$\lambda''' = 16{,}74$, $\lambda' = 1{,}125$, $\varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}319998$.

Et on aura les dimensions suivantes.

Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0{,}6145 f$, celui de la face postérieure $= 5{,}24164 f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouce. La distance de ce verre au suivant $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du second verre $= - 1{,}957797 f$, celui de la face postérieure $= - 0{,}764874 f$. La distance de ce verre au troisieme $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troisieme verre $= 1{,}229 f$, celui de la face postérieure $= 10{,}48328 f$. Sa distance au quatrieme verre $= 2 f - \frac{4f}{m}$.

Le rayon de chaque face du quatrieme verre $= 4{,}4 . \frac{f}{m}$. Sa distance au cinquieme $= 2{,}66667 . \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque face du cinquieme verre $= 1{,}466667 . \frac{f}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{2}{3} . \frac{f}{m}$.

Pour savoir quelle valeur on pourra donner à f, on remarquera qu'on peut prendre le quart du rayon de la surface antérieure $0{,}6145\ f$ du premier verre, pour le demi-diametre de l'ouverture, en considérant les trois premiers verres comme formant un objectif composé, dont le rayon de la surface antérieure du premier verre est le plus petit des rayons des surfaces de tous ces verres; ainsi, le quart de ce rayon étant à peu-près $\frac{3}{20} f$, on n'aura qu'à l'égaler à $k = \frac{m}{50}$, & on en déduira $f = \frac{2}{15}\, m$.

133. Supposons actuellement un grossissement quelconque m. Le rayon de la surface antérieure du premier verre est toujours $= 0{,}6145\ f = 0{,}08193\ m$ pouces, en mettant, à la place de f, sa valeur $\frac{2m}{15}$; le rayon de la surface postérieure $= 5{,}24164\ f = 0{,}69888\ m$ pouces. Le demi-diametre de l'ou-

verture $= \frac{m}{50}$ pouces. La diſtance de ce verre au ſuivant $\frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouces.

Pour ce ſecond verre, ſuppoſons que le rayon de ſa ſurface antérieure ſoit $= -\left(1,957797 + \frac{p}{m}\right) f$, & le rayon de la ſurface poſtérieure $= -\left(0,764874 + \frac{p'}{m}\right) f$; comme ces rayons ſeront ceux d'une lunette qui groſſit 25 fois, ſi on ſuppoſe $m = 25$ dans ces deux valeurs, il eſt évident qu'il y aura alors égalité entre ces valeurs & les valeurs trouvées ci-deſſus des rayons du même verre pour le cas de $m = 25$. Ainſi, on aura les deux égalités $1,957797 + \frac{p}{25} = 1,599128$, $0,764874 + \frac{p'}{25} = 0,790155$, au moyen deſquelles on déterminera p & p'. On trouvera $p = -8,966725$, & $p' = 0,632025$. Ainſi le rayon de la ſurface antérieure du verre dont il s'agit, $= \left(-1,957797 + \frac{8,966725}{m}\right) f = -0,2610396\, m + 1,195563$ pouces, en ſubſtituant la valeur de f, & le rayon de la ſurface poſtérieure $= \left(-0,764874 - \frac{0,632025}{m}\right) f = -0,1019832\, m - 0,08427$ pouces. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouces.

Le rayon de la ſurface antérieure du troiſieme verre $= 1,229\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 0,163867\, m - 0,163867$ pouces; le rayon de la ſurface poſtérieure $= 10,48328\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 1,39777\, m - 1,39777$ pouces. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 2f - \frac{4f}{m} = \frac{4}{15} m - \frac{8}{15}$ pouces.

En ſe conduiſant pour le quatrieme verre comme on a fait pour le ſecond, on trouvera que le rayon de chacune des faces de ce verre $= \left(4,4 - \frac{8,4617}{m}\right) \frac{f}{m} = 0,58667 - \frac{1,1282}{m}$ pouces; & que la diſtance de ce verre au cinquieme $= \left(2,66667 - \frac{1,80}{m}\right) \frac{f}{m} = 0,35554 - \frac{0,24}{m}$ pouces.

N 2

Enfin, on trouve le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= (1,46666 - \frac{0,9908}{m}) \frac{f}{m} = 0,195555 - \frac{0,1321}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= (0,6666 + \frac{0,2}{m}) \frac{f}{m} = 0,08888 + \frac{0,02666}{m}$ pouces.

La longueur entiere de la lunette $= \frac{4}{15} m + 0,17776 - \frac{0,21334}{m}$ pouces. Ainsi, la longueur d'une lunette qui grossirait cent fois, n'est que de 26,84 de pouces. Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{1718'}{m+1}$ ou même $\frac{1718'}{m}$, à cause que les premiers verres contribuent un peu à son augmentation. Ainsi, dans le cas de $m = 100$, $\varphi = 17' \, 10''$.

134. Comme la lunette reçoit beaucoup de rayons différens de ceux qui viennent de l'objet, & que ces rayons peuvent nuire à la vision, il faut, pour les intercepter, placer un diaphragme d'une grandeur convenable, à l'endroit où se forme l'image, c'est-à-dire, précisément au milieu de l'intervalle qui sépare les deux derniers verres. Le trou dont il doit être percé, doit être égal à la grandeur de cette image dont le demi-diametre $= L L' L'' L''' a \varphi = L' L'' L''' f \varphi$ (à cause de $f = La$) $= N L''' f \varphi = - 2 N . \frac{m-1}{3m-1} . f \varphi$. Le demi-diametre de ce trou doit donc être $= - 2 N . \frac{m-1}{3m-1} . f \varphi$.

135. Ces lunettes réunissent tant d'avantages, qu'on ne peut guere se flatter d'en pouvoir construire qui leur soient supérieures, qu'en employant différentes especes de verres. Car non-seulement elles ne donnent point de couleurs & elles sont exemptes de la confusion due à la sphéricité des verres, mais elles ont encore un champ double de celui des lunettes simples & elles sont très-courtes. Ce qui mérite encore d'être remarqué, c'est que dans l'exécution on peut varier un peu les intervalles entre les trois premiers verres, avantage très-considérable; car si par quelque légere erreur commise dans l'exécution, ces verres ne peuvent être placés exactement à la distance, l'un de l'autre, qui a été assignée, il peut arriver qu'en changeant un

peu cette diſtance, ils produiſent un très-bon effet. Il ſera toujours bon cependant de conſtruire le verre concave pluſieurs fois en ſuivant les mêmes meſures, parce que comme il ſe rencontre toujours quelque différence, on pourra choiſir celui qui paraîtra le meilleur.

136. Comme il eſt poſſible qu'on trouve l'oculaire trop petit, on n'aura qu'à augmenter la meſure dans laquelle les dimenſions de la lunette ſont exprimées; on pourra, par exemple, prendre un pouce & demi, au lieu d'un pouce. En augmentant ainſi la meſure, l'oculaire acquerera des dimenſions plus fortes, & deviendra par conſéquent plus facile à conſtruire. On gagnera auſſi du côté de la clarté.

137. Ajoutons maintenant un ſixieme verre à ces lunettes, afin d'augmenter le champ apparent. Elles y gagneront encore, en ce que les derniers verres auront plus de foyer.

Puiſqu'on a ſix verres, $m = \frac{f}{a'}\frac{f'}{a''}\frac{f''}{a'''}\frac{f'''}{a^{IV}}\frac{f^{IV}}{a^{V}}$. Les trois premieres fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ & la cinquieme $\frac{f^{IV}}{a^{V}}$ ſont négatives; la quatrieme $\frac{f'''}{a^{IV}}$ eſt poſitive, puiſqu'il n'y a qu'une image réelle, & qu'elle tombe entre le quatrieme & le cinquieme verre. Pour les deux premieres on a déjà $\frac{f}{a'} = -1 - \omega$, & $\frac{f'}{a''} = -1$. Pour les dernieres, ſoient $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = n'''$, $\frac{f^{IV}}{a^{V}} = -n^{IV}$. Et alors $m = (1 + \omega)\, n'' n''' n^{IV}$.

On aura les élémens ſuivans : $a' = -\frac{f}{1+\omega}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $a''' = -\frac{Nf}{n''}$, $f''' = -\frac{NL'''f}{n''}$, $a^{IV} = -\frac{NL'''f}{n''n'''}$, $f^{IV} = -\frac{NL'''L^{IV}f}{n''n'''}$, $a^{V} = -\frac{f^{IV}}{n^{IV}} = \frac{NL'''L^{IV}f}{n''n'''n^{IV}}$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = -1\,(1 - \omega)f$, $F'' = \frac{Nf}{1+\omega}$, $F''' = -\frac{NH'''f}{n''}$, $F^{IV} = -\frac{NL'''H^{IV}f}{n''n'''}$, $F^{V} = a^{V}$.

Les intervalles $f + a' = \omega f$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = Nf.\frac{n''-1}{n''}$, $f''' + a^{IV} = -\frac{NL'''f}{n''}.\frac{n'''+1}{n'''}$, $f^{IV} + a^{V} = \frac{NL'''L^{IV}f}{n''n'''}.\frac{1-n^{IV}}{n^{IV}}$. Les valeurs de ces intervalles devant être positives, il faut que n'' soit plus grand que l'unité, que L''' soit négatif, & que $L^{iv}(n^{iv}-1)$ soit une quantité positive.

Il faut actuellement déterminer les lettres π, π', π'', &c. Pour les deux premieres, on a déjà $\frac{\pi}{\varphi}=-\omega$, & $\frac{\pi'}{\varphi}=-\frac{2\omega}{N}$. Les autres se déterminent au moyen des formules $\frac{H'''\pi''-\pi'+\pi-\varphi}{\varphi}=\frac{L'L''H'''F}{F'''}=\frac{Nf}{a'''}=-n''$, $\frac{H^{iv}\pi'''-\pi''+\pi'-\pi+\varphi}{\varphi}=\frac{L'L''L'''H^{iv}F}{F^{iv}}=\frac{NL'''f}{a^{iv}}=-n''n'''$, & $\varphi=\frac{\pi-\pi'+\pi''-\pi'''+\pi^{iv}}{m+1}$, desquelles on tirera, en négligeant $\frac{\pi}{\varphi}$ & $\frac{\pi'}{\varphi}$ comme extrêmement petits, $\frac{\pi''}{\varphi}=\frac{1-n''}{H'''}$, $\frac{\pi'''}{\varphi}=\frac{\pi''}{H^{iv}\varphi}-\frac{1+n''n'''}{H^{iv}}$, & $\frac{\pi^{iv}}{\varphi}=\frac{\pi'''}{\varphi}-\frac{\pi''}{\varphi}+m+1$.

Le demi-diametre du champ apparent φ, sera le plus grand possible, si l'on prend $\pi''=\frac{1}{4}$, $-\pi'''=\frac{1}{4}$, $\pi^{iv}=\frac{1}{4}$; il deviendra alors $\varphi=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{m+1}$. Substituant cette valeur de φ dans l'expression du lieu de l'œil $\theta=\frac{\pi^{iv}F^{v}}{m\varphi}$, on aura $\theta=\frac{m+1}{3}\cdot\frac{NL'''L^{iv}f}{n''n'''n^{iv}m}$. Pour que cette distance soit positive, il faut que L^{iv} soit négative, puisque L''' doit l'être; d'où il suit que n^{iv} doit être plus petite que l'unité. Substituant aussi la valeur de φ dans les deux équations $\frac{\pi''}{\varphi}=\frac{1-n''}{H'''}$, $\frac{\pi'''}{\varphi}=\frac{\pi''}{H^{iv}\varphi}-\frac{1+n''n'''}{H^{iv}}$, on en déduira $H'''=-\frac{3(n''-1)}{m+1}$ & $H^{iv}=\frac{3n''n'''-m+2}{m+1}$, & par conséquent $L'''=-\frac{3(n''-1)}{3n''+m-2}$ & $L^{iv}=\frac{3n''n'''-m+2}{2m-3n''n'''-1}$; en sorte que non-seulement L''' est négative, ainsi que cela doit être, mais encore L^{iv}, à cause que $m<n''n'''$, ce qui est évident, puisque $m=n''n'''n^{iv}$, & que $n^{iv}<1$.

L'équation pour la destruction des couleurs est, en omettant les deux premiers termes qui sont extrêmement petits, $\frac{\pi''}{\varphi}\cdot\frac{a'''}{L'L''F}+\frac{\pi'''}{\varphi}\cdot\frac{a^{v}}{L'L''L'''F}+\frac{\pi^{iv}}{\varphi}\cdot\frac{F^{v}}{L'L''L'''L^{iv}F}=0$; elle devient, à cause de $\pi''=-\pi'''=\pi^{iv}$ & de $L'L''=N$, $\frac{a'''}{NF}-\frac{a^{iv}}{NL'''F}+\frac{F^{v}}{NL'''L^{iv}F}=0$; & parce que $F=f$, $\frac{a'''}{Nf}=-\frac{1}{n''}$,

$\frac{a^{iv}}{N L''' f} = - \frac{1}{n'' n'''}$, $\frac{a^{v}}{N L''' L^{iv} F} = \frac{1}{n'' n''' n^{iv}}$, elle se change dans la suivante, $-1 + \frac{1}{n'''} + \frac{1}{n''' n^{iv}} = 0$, d'où l'on tire $n''' = \frac{n^{iv}+1}{n^{iv}}$ où n^{iv} doit être < 1. Puis donc que $n''' n^{iv} = 1 + n^{iv}$, on aura $m = (1 + n^{iv})\, n''$, & par conséquent $n'' = \frac{m}{1+n^{iv}}$.

Enfin, l'équation pour l'anéantissement de la confusion due à l'ouverture des verres, est $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{N^3(1+\omega)} + \frac{F'''}{L'^4 L''^4 H'''^2 F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) + \frac{F^{iv}}{L'^4 L''^4 L'''^4 H^{iv\,2} F}\left(\frac{\lambda^{iv}}{H^{iv\,2}} + \frac{\nu}{L^{iv}}\right) + \frac{\lambda^{v}}{L'^3 L''^3 L'''^3 L^{iv\,3} m} = 0$, ou, à cause que $L' L'' = N$, $\frac{F'''}{F} = - \frac{N H'''}{n''}$, $\frac{F^{iv}}{F} = - \frac{N L''' H^{iv}}{n'' n'''}$, $\lambda - \frac{\lambda'}{1+\omega} + \frac{\lambda''}{N^3(1+\omega)} - \frac{1}{N^3 H''' n''}\left(\frac{\lambda'''}{H'''} + \frac{\nu}{L'''}\right) - \frac{1}{N^3 L'''^3 H^{iv} n'' n'''}\left(\frac{\lambda^{iv}}{H^{iv\,2}} + \frac{\nu}{L^{iv}}\right) + \frac{\lambda^{v}}{N^3 L'''^3 L^{iv\,3} m} = 0$, équation qui donnera la valeur de λ'.

Entre les diverses suppositions qu'on peut faire pour l'indéterminée n^{iv}, celle de $n^{iv} = \frac{3}{4}$ nous a paru une des plus favorables. Alors on aura $n''' = \frac{7}{3}$, $n'' = \frac{4m}{7}$, & par conséquent $n'' n''' = \frac{4m}{3}$. On aura donc $H''' = - \frac{3(4m-7)}{7(m+1)}$, $L''' = - \frac{3(4m-7)}{19m-14}$, $H^{iv} = \frac{3m+2}{m+1}$, $L^{iv} = - \frac{3m+2}{2m+1}$. Ainsi, en supposant toujours $\omega = \frac{1}{m}$, on aura les élémens suivans : $a' = - \frac{mf}{m+1}$, $f' = \infty$, $a'' = -\infty$, $f'' = N(1 - \frac{1}{m}) f$, $a''' = - \frac{7Nf}{4m}$, $f''' = \frac{21 N(4m-7) f}{4m(19m-14)}$, $a^{iv} = \frac{9N(4m-7)f}{4m(19m-14)}$, $f^{iv} = - \frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(2m+1)}$, $a^{v} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -1\,(1 - \frac{1}{m}) f$, $F'' = N(1 - \frac{1}{m}) f$, $F''' = \frac{3N(4m-7)f}{4m(m+1)}$, $F^{iv} = \frac{9N(4m-7)(3m+2)f}{4m(19m-14)(m+1)}$, $F^{v} = \frac{3N(4m-7)(3m+2)f}{m(19m-14)(2m+1)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{f}{m}$, $f' + a'' = \frac{f}{m}$, $f'' + a'''$ $= N(1 - \frac{11}{4m})f$, $f''' + a^{iv} = \frac{15N(4m-7)}{2(19m-14)} \cdot \frac{f}{m}$, $f^{iv} + a^{v} =$ $\frac{3N(4m-7)(3m+2)}{4(19m-14)(2m+1)} \cdot \frac{f}{m}$.

Et la distance de l'œil au dernier verre,

$\theta = \frac{N(m+1)(4m-7)(3m+2)}{(19m-14)(2m+1)} \cdot \frac{f}{m^2}$.

Pour trouver λ', au moyen de l'équation pour la destruction de la confusion due à l'ouverture des verres, on fera, comme ci-dessus, $\lambda = 1$ & $\lambda'' = 1$; & comme les trois derniers verres doivent être également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura pour le dernier, $\lambda^{v} = 1,6299$, &, pour les deux autres, $\sqrt{(\lambda''' - 1)}$ $= \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{f''' - a'''}{f''' + a'''} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{-31m + 35}{7(m+1)}$, & par conséquent λ''' $= 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{-31m+35}{7(m+1)}\right)^2$; $\sqrt{(\lambda^{iv} - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{f^{iv} - a^{iv}}{f^{iv} + a^{iv}} =$ $\frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon} \cdot \frac{5m+3}{m+1}$, d'où l'on tire $\lambda^{iv} = 1 + 0,6299 \cdot \left(\frac{5m+3}{m+1}\right)^2$. Et l'équation qui donnera λ', est $\lambda' = (1 + \frac{1}{m})\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} -$ $\frac{7\lambda'''}{4N^3 H'''^3 m} - \frac{7v}{4N^3 H''' L''' m} - \frac{3\lambda^{iv}}{4N^3 L'''^3 H^{iv3} m} - \frac{3v}{4N^3 L'''^3 H^{iv} L^{iv} m} +$ $\frac{\lambda^{v}}{N^3 L'''^3 L^{iv3} m}$.

Quant aux rayons des surfaces des cinq premiers verres, leurs expressions sont absolument les mêmes que précédemment, & le rayon de chacune des surfaces du sixieme, est égal à $2(P - 1)F^{v}$, F^{v} étant la distance focale de ce verre.

138. Passons actuellement aux applications, & faisons, comme ci-dessus, les suppositions de $m = 25$ & de $m = \infty$, afin d'en conclure les dimensions d'une lunette à six verres, pour un grossissement quelconque.

Soit donc $m = 25$. On trouvera $\lambda''' = 11,41344$, & $\lambda^{iv} =$ $16,2667$. On a de plus, $\lambda = 1$, $\lambda'' = 1$, $\lambda^{v} = 1,6299$, & H''' $= -\frac{279}{182}$, $L''' = -\frac{279}{461}$, $H^{iv} = \frac{77}{26}$, $L^{iv} = -\frac{77}{51}$. Faisant les substitutions dans l'équation pour λ', on trouve, en supposant encore $N = 2$, $\lambda' = 1,20131$. On aura donc, $\varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)}$ $=$

$= 0,4061$, $\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,59688$, $\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda' - 1)} = 1,2213$. Les dimenſions des verres, celles de leurs ouvertures, &c., ſeront donc:
Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= 0,6145 f$; celui de la ſurface poſtérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{25}{50}$ de pouce ou $\frac{1}{2}$ pouce. La diſtance de ce verre au ſecond $= 0,04 f$.
Le rayon de la ſurface antérieure du ſecond verre $= -1,61094 f$; celui de la ſurface poſtérieure $= -0,787289 f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= 0,04 f$.
Le rayon de la ſurface antérieure du troiſieme verre $= 1,1798 f$; celui de la ſurface poſtérieure $= 10,06394 f$. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 1,78 f$.
Le rayon de chacune des faces du quatrieme verre $= 5,90192 \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 1,47548 \frac{f}{m}$. Sa diſtance au cinquieme $= 3,026 . \frac{f}{m}$.
Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= 2,957374 . \frac{f}{m}$. Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0,739343 . \frac{f}{m}$. Sa diſtance au ſixieme verre $= 0,45687 . \frac{f}{m}$.
Le rayon de chacune des faces du ſixieme verre $= 2,010236 . \frac{f}{m}$.
Le demi-diametre de l'ouverture $= 0,502559 . \frac{f}{m}$.
La diſtance de l'œil à ce verre $= 0,633528 . \frac{f}{m}$.
Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{2578'}{26} = 99'$.

139. Soit $m = \infty$; on aura $\frac{1}{m} = 0$, $\lambda''' = 1 + 0,6299 . \frac{31^2}{7^2} = 13,35375$, $\lambda^{iv} = 1 + 0,6299 . 25^2 = 16.74$, & $\lambda' = 1,125$. On aura donc les dimenſions ſuivantes.
Le rayon de la face antérieure du premier verre $= 0,6145 f$; celui de la face poſtérieure $= 5,24164 f$. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouces. La diſtance de ce verre au ſecond $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1{,}957797 f$; celui de la face poſtérieure $= -0{,}764874 f$. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m}$.

Le rayon de la face antérieure du troiſieme verre $= 1{,}229 f$; celui de la face poſtérieure $= 10{,}48328 f$. Sa diſtance au quatrieme $= 2f - \frac{11}{2m} f$.

Le rayon de chacune des ſurfaces du quatrieme verre $= 6{,}6 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de ce verre au cinquieme $= 3{,}15789 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des ſurfaces du cinquieme verre $= 3{,}12631 \cdot \frac{f}{m}$. La diſtance de ce verre au ſixieme $= 0{,}47368 \cdot \frac{f}{m}$.

Le rayon de chaque ſurface du ſixieme verre $= 2{,}08421 \cdot \frac{f}{m}$.

La diſtance de l'œil à ce verre $= 0{,}631579 \cdot \frac{f}{m}$.

140. Suppoſons actuellement une amplification quelconque m. Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= 0{,}6145 f$ $= 0{,}08193\, m$ pouces, en mettant, à la place de f, ſa valeur $\frac{2m}{15}$. Le rayon de la ſurface poſtérieure $= 5{,}24164 f = 0{,}69888\, m$ pouc. Le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$ pouces. La diſtance de ce verre au ſuivant $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la ſurface antérieure du ſecond verre $= \left(-1{,}957797 + \frac{8{,}6714}{m}\right) f = -0{,}2610396\, m + 1{,}15619$ pouces; le rayon de la ſurface poſtérieure $= \left(-0{,}764874 - \frac{0{,}56}{m}\right) f$ $= -0{,}1019832\, m - 0{,}0747$ pouces. La diſtance de ce verre au troiſieme $= \frac{f}{m} = \frac{2}{15}$ de pouce.

Le rayon de la ſurface antérieure du troiſieme verre $= 1{,}229\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 0{,}163867\, m - 0{,}163867$ pouces; le rayon de la ſurface poſtérieure $= 10{,}48328\left(1 - \frac{1}{m}\right) f = 1{,}39777\, m$ $- 1{,}39777$ pouces. La diſtance de ce verre au quatrieme $= 2f - \frac{11f}{2m} = \frac{4}{15} m - \frac{11}{15}$ de pouce.

Le rayon de chaque face du quatrieme verre $= (6,6 - \frac{14.45425}{m}) . \frac{f}{m} = 0,88 - \frac{1,92723}{m}$ pouces. La distance de ce verre au cinquieme $= (3,15789 - \frac{3,29725}{m}) . \frac{f}{m} = 0,421052 - \frac{0,43963}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre $= (3,12631 - \frac{4,2235}{m}) . \frac{f}{m} = 0,41684 - \frac{0,56313}{m}$ pouces. La distance de ce verre au sixieme $= (0,47368 - \frac{0,42025}{m}) . \frac{f}{m} = 0,063157 - \frac{0,05603}{m}$ pouces.

Le rayon de chacune des faces du sixieme verre $= (2,08421 - \frac{1.84925}{m}) . \frac{f}{m} = 0,27789 - \frac{0,24657}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= (0,631579 + \frac{0,048725}{m}) . \frac{f}{m} = 0,08421 + \frac{0,006497}{m}$ pouces.

La longueur totale de la lunette $= \frac{4}{15} m + 0,101753 - \frac{0,48916}{m}$ pouces.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{2578'}{m}$.

141. Le demi-diametre du diaphragme $= NL''' f\varphi = - \frac{3N(4m-7)}{19m-14} f\varphi$. Et le diaphragme doit se placer entre le 4^{me}. & le cinquieme verre, à une distance du quatrieme, égale aux $\frac{21}{30}$ de l'intervalle qui sépare ces deux verres. Comme l'oculaire est d'une grandeur raisonnable, rien n'oblige d'augmenter la mesure dans laquelle les dimensions de la lunette sont exprimées, ce qui ne peut se faire sans que la longueur de la lunette augmente.

142. Jusqu'à présent on a négligé l'autre partie de la confusion due à la diverse réfrangibilité de la lumiere, parce qu'on ne peut la détruire qu'en employant des verres d'espece différente, & que d'ailleurs son effet doit être peu sensible. Comme c'est cependant procurer aux lunettes un degré de perfection de plus, que de les délivrer de cette espece de confusion, nous ne pouvons nous dispenser de faire voir comment on y

parvient, en employant les deux especes de verre qu'on connaît sous les noms de *flintglass* & de *crownglass*. Nous supposerons d'abord la lunette composée d'un objectif simple de crownglass, comme les autres verres; ensuite nous ferons voir comment, en substituant à l'objectif simple, un des objectifs composés, décrits dans le dernier Chapitre de la premiere Partie, on délivre les lunettes de toute espece de confusion.

143. Supposons d'abord que la lunette ne soit composée que de trois verres. Alors $m = -\frac{ff'}{a'a''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n & n' doit être négative. On aura $m = -nn'$.

On aura donc les élémens suivans, $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L'f}{nn'} = -\frac{L'f}{m}$.

Les distances focales $F = f'$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = a''$, parce que f'' étant $= \infty$, $L'' = \frac{f''}{a''} = \infty$, & par conséquent $H'' = 1$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -L'\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)f$, lesquels doivent être positifs.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi'}{m+1}$. Pour le rendre le plus grand possible, supposons $\pi = \Psi$ & $\pi' = -\Psi$, Ψ représentant la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles. On aura $\varphi = \frac{2\Psi}{m+1} = G\Psi$, en faisant $\frac{2}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\varphi = \frac{1718}{m+1}$.

L'équation pour la destruction des couleurs, est $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} = 0$, ou $\frac{1}{n} + \frac{1}{nn'} = 0$, d'où l'on tire $n' = -1$, & $n = m$.

Les distances focales donnent $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, & $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = nn'$. La seconde donne, à cause de $H'' = 1$, $G = \frac{2}{m+1}$, ainsi qu'on l'a déjà. La premiere donne

$H' = (1 - n) G = - \frac{2(m-1)}{m+1}$, d'où l'on a $L' = - \frac{2(m-1)}{3m-1}$.

Les distances focales seront donc $F = f$, $F' = \frac{2(m-1)f}{m(m+1)}$, $F'' = \frac{2(m-1)f}{m(3m-1)}$.

Les intervalles des verres $f + a' = (1 - \frac{1}{m}) f$, $f' + a'' = \frac{4(m-1)f}{m(3m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre $= \frac{m+1}{2m} F''$.

Le demi-diametre de la confusion due à la sphéricité des verres, est proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'} \right) + \frac{F''\lambda''}{L'^4 F}$, ou à $\lambda - \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'} \right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}$, à cause que $\frac{F'}{H'F} = - \frac{1}{n}$, & que $\frac{F''}{F} = - \frac{L'}{m}$.

Faisant les deux derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture possible, on aura, pour déterminer λ' & λ'', les équations $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\epsilon} (H' - \frac{1}{2})$, & $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\epsilon}$.

Il s'agit présentement de substituer à l'objectif simple, un objectif composé, par exemple, le premier des deux objectifs à trois verres du cinquieme Chapitre de la premiere Partie. L'objectif que nous avons supposé étant simple, on peut le prendre pour celui qu'on imagine produire le même effet que l'objectif composé dont on a trouvé, à l'endroit cité, que l'ouverture était égale à celle de l'objectif composé, & la distance focale $F = 1{,}02312\, R$, ou $F = 0{,}25578\, m$, à cause que la distance focale R de l'objectif composé $= \frac{1}{4} m$. On a vu au même endroit, que Δ représentant la confusion due aux autres verres de la lunette, on a $\lambda 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\, \Delta$, ce qui détermine la forme du premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer la quantité Δ, ou $- \frac{1}{n} \left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'} \right) - \frac{\lambda''}{L'^3 m}$ qu'elle représente.

144. Comme on ne peut déterminer pour tous les cas la valeur de $\lambda 1$, considérons un cas particulier. Supposons qu'on

demande les dimensions d'une lunette qui grossisse 50 fois. Puisque $m = 50$, on aura $H' = -\frac{98}{51}$, & $L' = -\frac{98}{149}$; on trouvera $\lambda' = 15,01455$, & $\lambda'' = 1,60024$, & la quantité $\Delta = 0,15135$. On aura donc, pour déterminer le premier verre de l'objectif, $\lambda 1 = 2,5022 - 0,08257 . 0,15135 = 2,4897$, & par conséquent, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1,22053$. D'où l'on voit que la confusion due aux oculaires, introduit peu de changement dans la valeur de $\lambda 1$, & par conséquent dans les dimensions du premier verre de l'objectif; en sorte qu'on peut supposer $\lambda 1 = 2,5022$, & par conséquent prendre le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0,84662\ R$, & le rayon de la surface postérieure $= 0,32745\ R$.

145. Au reste, si l'on voulait corriger la confusion due aux deux derniers verres, quoique très-petite, il est évident qu'on n'aurait qu'à substituer la valeur $1,22053$ de $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$, qu'on vient de trouver, dans les expressions $\frac{0,48154\,R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$ & $\frac{0,48154\,R}{0,24492 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$ des rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, & l'on trouveroit que le rayon de la surface antérieure $= 0,839078\ R = 10,48847$, & que le rayon de la surface postérieure $= 0,328594\ R = 4,10742$.

146. Ces déterminations peuvent servir à assigner la valeur que doivent avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, quel que soit le grossissement, pour que la confusion due à la sphéricité des deux derniers verres de la lunette, soit corrigée, en sorte qu'on soit dispensé de calculer $\lambda 1$ pour chaque cas particulier.

Supposons que, $0,84662\ R = 0,21165\ m$, & $0,32745\ R = 0,08186\ m$ étant les valeurs des rayons des faces du premier verre de l'objectif, lorsque la confusion dont il s'agit n'est pas corrigée, g & h soient les corrections qu'il faut leur appliquer pour qu'elle le soit, en sorte que le rayon de la surface antérieure de ce verre soit en effet $= 0,21165\ m + g$, & celui de la surface postérieure soit $= 0,08186\ m + h$; on n'aura qu'à faire $0,21165\ m + g = 10,48847$, & $0,08186\ m + h = 4,10742$, en mettant 50 à la place de m; on trouvera $g =$

$-0{,}094$, & $h = 0{,}0144$. D'où l'on voit qu'on peut négliger, si l'on veut, les corrections qu'il faudrait appliquer aux rayons $0{,}21165\,m$ & $0{,}08186\,m$ des faces du premier verre de l'objectif, pour détruire la confusion due à la sphéricité des deux derniers verres de la lunette.

147. Voici maintenant les dimensions générales de la lunette, quel que soit le grossissement m, en employant l'objectif à trois verres dont il s'agit, dont la distance focale $= \frac{1}{4}m$, & le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $= 0{,}4455\,R = 0{,}11137\,m$.

Le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0{,}21165\,m - 0{,}094$.

Le rayon de sa surface postérieure $= 0{,}08186\,m + 0{,}0144$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif $= 0{,}02265\,R = 0{,}00566\,m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglass & également concave des deux côtés $= -0{,}27184\,R = -0{,}06796\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0{,}31532\,R = -0{,}07883\,m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif $= 0{,}00566\,m$.

La distance focale du troisieme verre de l'objectif $= 0{,}4394\,R = 0{,}10985\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}46576\,R = 0{,}11644\,m$.

Soit le nombre $0{,}25578 = Q$, en sorte que $f = Qm$.

La distance de l'objectif au premier des deux autres verres $= R + a' = \frac{1}{4}m - Q = \frac{1}{4}m - 0{,}25578$.

La distance focale de ce premier verre $= \frac{2Q(m-1)}{m+1} =$, à peu près, $2Q - \frac{4Q}{m} = 0{,}51156 - \frac{1{,}02312}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}06\left(0{,}51156 - \frac{1{,}02312}{m}\right) = 0{,}54225 - \frac{1{,}0845}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le dernier $= \frac{4Q(m-1)}{3m-1} =$, à peu de chose près, $\frac{4}{3}Q - \frac{8Q}{9m} = 0{,}34104 - \frac{0{,}22736}{m}$.

La distance focale du dernier verre $= \frac{2Q(m-1)}{3m-1} =$, à peu près, $\frac{2}{3}Q - \frac{4Q}{9m} = 0{,}17052 - \frac{0{,}11368}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}06\left(0{,}17052 - \frac{0{,}11368}{m}\right) = 0{,}18075 - \frac{0{,}1205}{m}$.

On donnera à chacun de ces deux verres, une ouverture égale à la moitié de sa distance focale.

La distance de l'œil au dernier verre $= \frac{1}{3}Q + \frac{Q}{9m} = 0{,}08526 + \frac{0{,}02842}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{1718'}{m+1}$.

La longueur de la lunette $= 0{,}01132\,m + \frac{1}{4}m + \frac{2}{3}Q - \frac{7Q}{9m} = 0{,}26132\,m + 0{,}17052 - \frac{0{,}19894}{m}$.

148. On observera que l'exécution de ces lunettes exige d'autant plus de précision qu'elles grossissent d'avantage. On ne peut même se dissimuler que dans les grands grossissemens, comme de deux ou trois cens fois, il ne soit assez difficile de réussir. Le premier verre de l'objectif sur-tout, exige la plus grande précision, & encore, pour être sûr du succès, convient-il d'en construire plusieurs, non-seulement dans le même bassin, mais même dans des bassins tant soit peu différens, afin de choisir celui qui fera le meilleur effet. On pourra encore prendre la précaution de renfermer les trois verres qui composent l'objectif, dans une boîte, telle que, par le moyen de quelques vis, on puisse varier les distances entre les trois verres. On fera alors l'essai de l'objectif, dans une chambre noire, en faisant varier ces distances, jusqu'à ce que l'image qu'il donne, soit parfaitement distincte. On fixera le premier verre qui suit l'objectif à un quart de pouce du point de cette image situé dans l'axe de l'objectif, c'est-à-dire, de l'endroit où cette image paraîtra la plus distincte. Quant au dernier verre

verre ou à l'oculaire, il faut qu'il reste mobile, afin que la lunette puisse servir pour toute espece de vue.

149. On peut au reste augmenter la mesure dans laquelle sont exprimées les dimensions de la lunette. Si on va jusqu'à les doubler, les imperfections seront réduites à environ la huitieme partie. On pourra conserver l'ouverture de l'objectif, moyennant quoi la grandeur des trois verres qui le composent demeurant la même, la difficulté de leur exécution sera moindre. Le champ apparent dépendant uniquement de l'ouverture des deux derniers verres, cette augmentation des mesures n'y changera rien. Enfin l'oculaire, qui est fort petit, acquérera des dimensions plus fortes, & deviendra par conséquent plus facile à construire.

150. Afin de rendre le champ plus considérable, ajoutons à la lunette un nouveau verre, c'est-à-dire, supposons-la composée de quatre verres, l'objectif étant d'abord un verre simple, comme les trois autres.

Puisqu'alors on a quatre verres, $m = \frac{f f' f''}{a' a'' a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; comme il y a une image réelle, quelqu'une des lettres n, n', n'' doit être négative.

On aura donc les élémens suivans : $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L' a' = -\frac{L' f}{n}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = \frac{L' f}{n n'}$, $f'' = L'' a'' = \frac{L' L'' f}{n n'}$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = -\frac{L' L'' f}{n n' n''}$, $f''' = \infty$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H' a' = -\frac{H' f}{n}$, $F'' = H'' a'' = \frac{L' H'' f}{n n'}$, $F''' = H''' a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f$, $f' + a'' = -\frac{L' f}{n}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{L' L'' f}{n n'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right)$, lesquels doivent être positifs.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\pi - \pi' + \pi''}{m + 1}$. Continuons de représenter par Ψ la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles, & pour obtenir le plus de champ posſible, ſoient $\pi = \Psi$, $\pi' = -\Psi$, $\pi'' = \Psi$; on aura $\varphi = \frac{3\Psi}{m+1}$, ou $\varphi = G\Psi$, en faiſant $\frac{3}{m+1} = G$. Si donc l'on prend $\Psi = \frac{1}{4}$, on aura en minutes, $\varphi = \frac{3 \cdot 3437'}{4(m+1)} = \frac{2578'}{m+1}$.

Les diſtances focales donnent $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = \frac{f}{a'} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = \frac{L'f}{a''} = nn'$, $\frac{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''H'''F}{F'''} = \frac{L'L''f}{a'''} = -nn'n''$. De la premiere de ces équations on tire $H' = (1-n)G$; de la ſeconde, $H'' = (1-nn')G - 1$; & de la troiſieme, $H''' = 1 = (1+m)G - 2$.

L'objectif & les trois autres verres étant ſuppoſés de la même eſpece, l'équation pour l'anéantiſſement des couleurs, eſt $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L'L''} = 0$, ou $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{nn'} + \frac{\pi''}{nn'n''} = 0$, ou $1 + \frac{1}{n'} + \frac{1}{n'n''} = 0$. Comme une des lettres n, n', n'' doit être négative, ſoit $n' = -p$; on aura $1 - \frac{1}{p} - \frac{1}{pn''} = 0$, d'où l'on tire $n'' = \frac{1}{p-1}$, & par conſéquent, à cauſe que $nn'n'' = -m$, $n = \frac{m(p-1)}{p}$. Pour que n'' ſoit poſitif, ainſi que n, il faut que p ſoit plus grand que l'unité.

On aura donc $H' = \frac{3p - 3m(p-1)}{p(m+1)}$, & $H'' = \frac{2 + m(3p-4)}{m+1}$; & par conſéquent $L' = \frac{3p - 3m(p-1)}{m(4p-3) - 2p}$, $L'' = \frac{2 + m(3p-4)}{m(5-3p) - 1}$. Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{p}{m(p-1)}\right)f$, $f' + a'' = -\frac{L'pf}{m(p-1)}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = -\frac{L'L''f}{m(p-1)}(2-p)$.

Le premier eſt certainement poſitif, puiſque p eſt plus grand que l'unité. Le ſecond le ſera auſſi, ſi L' eſt négatif, ce qui exige que p ſoit plus grand que $\frac{4}{3}$. Puiſque L' eſt négatif, il faut, pour que le troiſieme intervalle ſoit poſitif, que $L''(2-p)$ ſoit poſitif; d'où l'on voit que ſi p eſt plus petit que 2, L'' doit être poſitif, & qu'au contraire ſi p eſt plus grand que 2, L'' doit être négatif, ce qui arrive en effet. Mais la diſtance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{L'L''f}{m^2 G}$ devant être poſitive, fait connaître que L'' doit être négatif, puisque L' l'eſt, en ſorte que la ſuppoſition de p plus petit que 2 doit être rejettée ; p devant donc être plus grand que 2, ſans cependant le ſurpaſſer de beaucoup, on pourra ſuppoſer $p = \frac{5}{2}$.

Ainſi on aura $n = \frac{3m}{5}$, $n' = -\frac{5}{2}$, $n'' = \frac{2}{3}$; $L' = \frac{3(5-3m)}{2(7m-5)}$, $H' = \frac{3(5-3m)}{5(m+1)}$, $L'' = -\frac{7m+4}{5m+2}$, $H'' = \frac{7m+4}{2(m+1)}$.
Enſuite $a' = -\frac{5f}{3m}$, $f' = \frac{5(3m-5)f}{2m(7m-5)}$, $a'' = \frac{(3m-5)f}{m(7m-5)}$, $f'' = -\frac{(3m-5)(7m+4)f}{m(7m-5)(5m+2)}$, $a''' = \frac{3(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}$.
Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{5}{3m}\right)f$, $f' + a'' = \frac{7(3m-5)f}{2m(7m-5)}$, $f'' + a''' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(7m-5)(5m+2)}$.
Les diſtances focales $F' = \frac{(3m-5)f}{m(m+1)}$, $F'' = \frac{(3m-5)(7m+4)f}{2m(m+1)(7m-5)}$, $F''' = a'''$.

Le demi-diametre de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, eſt proportionnel à $\lambda + \frac{F'}{H'F}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{H'L'}\right) + \frac{F''}{L'^4 H'' F}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{L''H''}\right) + \frac{F'''\lambda'''}{L'^4 L''^4 F}$, ou, à cauſe que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = \frac{1}{nn'}$, $\frac{F'''}{L'L''H'''F} = -\frac{1}{nn'n''} = \frac{1}{m}$, à $\lambda - \frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) + \frac{1}{L'^3 nn'}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{L''H''}\right) + \frac{\lambda'''}{L'^3 L''^3 m}$.

Faiſant les trois derniers verres également convexes des deux côtés, parce qu'ils doivent avoir la plus grande ouverture poſſible, on aura, pour déterminer les nombres λ', λ'', λ''', les équations $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}\left(H' - \frac{1}{2}\right)$, $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}\left(H'' - \frac{1}{2}\right)$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}$.

Subſtituons maintenant l'objectif à trois verres, que nous avons employé ci-deſſus, à la place de l'objectif ſimple que nous conſidérons pour le moment comme produiſant le même effet. On a vu (93) que l'ouverture de cet objectiſ ſimple eſt égale à celle de l'objectif compoſé, & que ſa diſtance focale $F = 1{,}02312\ R = 0{,}25578\ m$. Repréſentant toujours par Δ la confuſion dûe aux autres verres, on a $\lambda\ 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\ \Delta$, ce qui détermine le premier verre de l'objectif composé. Il s'agit donc de calculer la quantité Δ, c'est-à-dire, la quantité $-\frac{1}{n}\left(\frac{\lambda'}{H'^3}+\frac{\nu}{L'H'}\right)+$ &c., qu'elle représente.

151. Comme on ne peut déterminer d'une maniere générale la valeur de $\lambda\,1$, considerons un cas particulier. Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossisse 50 fois, en sorte que $m = 50$. On trouve $n = 30$, $nn' = -75$, $H' = -\frac{29}{17}$, $L' = -\frac{29}{46}$, $H'' = \frac{59}{17}$, $L'' = -\frac{59}{42}$. Ainsi on trouvera $\lambda' = 12{,}6829$, $\lambda'' = 22{,}187$, $\lambda''' = 1{,}60024$, & la quantité $\Delta = 0{,}15023$. On aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \,.\, 0{,}15023 = 2{,}4898$, & par conséquent $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1{,}22057$. Introduisant cette valeur dans les expressions $\frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$, & $\frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$ des rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, on trouvera que le rayon de la surface antérieure $= 0{,}83914\,R = 10{,}48925$, & que le rayon de la surface postérieure $= 0{,}32858\,R = 4{,}10725$.

152. Comme la confusion produite par la sphéricité des trois derniers verres de la lunette, introduit peu de changement dans les dimensions du premier verre de l'objectif, on pourrait, comme dans les lunettes précédentes, se dispenser d'y avoir égard, & prendre le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0{,}84662\,R = 0{,}21165\,m$, & le rayon de la surface postérieure $= 0{,}32745\,R = 0{,}08186\,m$. Et, au cas qu'on désirât les corrections qu'il faut leur appliquer, quel que soit le grossissement, pour que la confusion dont il s'agit soit détruite, nommant g & h ces corrections, on n'aurait qu'à faire, comme ci-dessus, $0{,}21165\,m + g = 10{,}48925$, & $0{,}08186\,m + h = 4{,}10725$, en mettant 50 à la place de m; on trouverait $g = -0{,}093$, & $h = 0{,}0142$, corrections qui sont extrêmement petites & pourraient être négligées.

153. Voici présentement les dimensions générales de la lunette, quel que soit le grossissement m. La distance focale de l'objectif étant $= \frac{1}{4}\,m$, & le demi-diametre de son ouverture $= \frac{m}{50}$.

La distance focale du premier verre de l'objectif $= 0{,}4455\ R = 0{,}11137\ m$.

Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0{,}21165\ m - 0{,}093$.

Celui de la face postérieure $= 0{,}08186\ m + 0{,}0142$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du suivant $= 0{,}02265\ R = 0{,}00566\ m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglass, $= -0{,}27184\ R = -0{,}06796\ m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0{,}31532\ R = -0{,}07883\ m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre au milieu de l'épaisseur du troisieme $= 0{,}00566\ m$.

La distance focale du troisieme verre de l'objectif $= 0{,}4394\ R = 0{,}10985\ m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}46576\ R = 0{,}11644\ m$.

Soit fait, pour abréger, le nombre $0{,}25578 = Q$, en sorte que $f = Q\,m$.

L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres $= \frac{1}{4}\,m - \frac{5}{3}\,Q = \frac{1}{4}\,m - 0{,}4263$.

La distance focale de ce verre $= 3\,Q - \frac{8\,Q}{m} = 0{,}7673 - \frac{2{,}046}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}8133 - \frac{2{,}169}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le suivant $= \frac{3}{2}\,Q - \frac{10\,Q}{7\,m} = 0{,}3836 - \frac{0{,}365}{m}$.

La distance focale de ce second verre $= \frac{3}{2}\,Q - \frac{29\,Q}{14\,m} = 0{,}3836 - \frac{0{,}5298}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}4067 - \frac{0{,}561}{m}$.

La distance de ce verre au dernier $= \frac{3}{10}\,Q - \frac{62\,Q}{175\,m} = 0{,}0767 - \frac{0{,}0906}{m}$.

La distance focale de ce dernier verre $= \frac{9}{10}\,Q - \frac{123\,Q}{175\,m} = 0{,}230 - \frac{0{,}1797}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}2439 - \frac{0{,}18}{m}$.

On fera le diametre de l'ouverture de chacun de ces trois derniers verres, égal à la moitié de sa distance focale.

La distance de l'œil au dernier verre $= \frac{m+1}{3m} F''' = \frac{3}{10} Q + \frac{23\,Q}{350\,m} = 0{,}0767 + \frac{0{,}0168}{m}$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{2578'}{m+1}$.

La longueur de la lunette $= 0{,}26132\,m + 0{,}1107 - \frac{0{,}4388}{m}$. (*a*)

(*a*) Supposant qu'ayant du verre de Venise ou du crownglass qui pese 950 grains le pouce cube, & du flintglass qui pese 1215 grains, on construise les objectifs dont on trouve les dimensions dans la seconde note du Chapitre V de la premiere Partie, cherchons quelles seront les dimensions des lunettes de cette espece, si on leur applique un de ces objectifs, par exemple, le premier.

On aura toujours $F = 1{,}02312\,R = f$; donc, à cause que $R = \frac{m}{6{,}86} = 0{,}14577\,m$, $F = 0{,}14914\,m$. On trouvera (91) que $\frac{1}{B} = 0{,}39312$.

Pour avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, dont le premier $= \frac{0{,}8102\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$, & le second $= \frac{0{,}8102\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$, on sera obligé de calculer $\lambda\,1$ pour chaque grossissement particulier.

Si l'on suppose $m = 50$; la quantité Δ étant $= 015623$, on aura, à cause que $-A\,1 + A\,2 = 1{,}1472$ (seconde note du Ch. V.), $\lambda\,1 = 1{,}1472 - 0{,}15023 \times 0{,}39312$, & par conséquent $\lambda\,1 = 1{,}08814$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 0{,}29688$. Ainsi on aura le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0{,}54102\,R = 3{,}9432$, & le rayon de la surface postérieure $= 1{,}49538\,R = 10{,}8991$.

Si l'on suppose $m = 100$, on aura $n = 60$, $nn' = -150$, $L' = -\frac{177}{278}$, $H' = -\frac{177}{101}$, $L'' = -\frac{352}{251}$, $H'' = \frac{352}{101}$; & l'on trouvera $\lambda' = 13{,}1842$, $\lambda'' = 22{,}4$, $\lambda''' = 1{,}60024$, & la quantité qui est multipliée par $\frac{1}{B}$, $= 0{,}07254$. On aura donc $\lambda\,1 - 1{,}1472 + 0{,}07254 \times 0{,}39312 = 0$, & par conséquent $\lambda\,1 = 1{,}1187$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 0{,}34452$. Ainsi on aura le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif $= 0{,}55878\,R = 8{,}14556$, & le rayon de la surface postérieure $= 1{,}37449\,R = 20{,}0364$.

La distance focale de ce verre $= 0{,}7495\,R = 0{,}10925\,m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglass & également concave des deux côtés, $= -0{,}4573\,R = -0{,}06666\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0{,}4847\,R = -0{,}0706\,m$.

La distance focale du troisieme verre de l'objectif $= 0{,}5687\,R = 0{,}0829\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}6028\,R = 0{,}08787\,m$.

154. Il y a exactement les mêmes observations à faire au sujet de l'exécution de cette espece de lunettes, que sur celle des précédentes. Lorsqu'on aura déterminé avec exactitude le foyer de l'objectif, on placera le verre qui suit l'objectif, entre l'objectif & son foyer, à 0,43 de ce foyer. Comme les deux derniers verres tiennent lieu d'un oculaire simple, on les fixera dans un tuyau particulier susceptible de se mouvoir, afin que la lunette puisse servir pour toute espece de vue.

La distance du milieu de l'épaisseur de chaque verre au milieu de l'épaisseur du suivant $= 0,0381\ R = 0,00555\ m$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $= 0,02\ m$.

Soit, pour abréger, le nombre 0,14914 représenté par T, en sorte que $f = T\ m$.

L'intervalle entre l'objectif & le premier des trois autres verres $= R + a' = R - \frac{5f}{3m} = 0,14577\ m - \frac{5}{3}\ T = 0,14577\ m - 0,24856$.

La distance focale de ce premier verre $= 3\ T - \frac{8\ T}{m} = 0,44742 - \frac{1,19312}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,47426 - \frac{1,2647}{m}$.

L'intervalle entre ce verre & le suivant $= \frac{3}{2}\ T - \frac{10\ T}{7\ m} = 0,22371 - \frac{0,21306}{m}$.

La distance focale de ce second verre $= \frac{3}{2}\ T - \frac{29\ T}{14\ m} = 0,22371 - \frac{0,30893}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,23713 - \frac{0,32746}{m}$.

La distance de ce verre au dernier $= \frac{3}{10}\ T - \frac{62\ T}{175\ m} = 0,04474 - \frac{0,05284}{m}$.

La distance focale de ce dernier verre $= \frac{9}{10}\ T - \frac{123\ T}{175\ m} = 0,13422 - \frac{0,10482}{m}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,14227 - \frac{0,1111}{m}$.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{3}{10}\ T + \frac{23\ T}{350\ m} = 0,04474 + \frac{0,0098}{m}$.

La longueur de la lunette $= 0,15687\ m + 0,06463 - \frac{0,2757}{m}$.

Toutes ces mesures sont en pouces. Mais comme les deux derniers verres, & particulierement le dernier, sont très-petits, on sera obligé d'augmenter cette mesure, & de la porter au moins à un pouce & demi.

Quand les deux especes de verre qu'on employerait pour construire l'objectif, n'auraient pas exactement les mêmes pesanteurs spécifiques que celles dont nous avons parlé, rien n'empêcherait, pourvu qu'elles en différassent peu, de construire l'objectif d'après les dimensions de ceux de la seconde note du Ch. V, premiere Partie.

CHAPITRE III.

Des Lunettes qui repréſentent les objets dans leur ſituation naturelle.

155. CEs Inſtrumens ſont de deux eſpeces. La premiere comprend toutes les lunettes dans leſquelles il n'y a point d'image réelle, & qui ſont les premieres connues. L'autre eſt compoſée de celles où il y a deux images réelles. Occupons nous d'abord des lunettes de la premiere eſpece. Dans ces lunettes, on ne peut détruire les couleurs, qu'en employant des verres d'eſpece différente, ainſi qu'il eſt facile de s'en aſſurer. Comme celles qui donnent des couleurs, ſont trop imparfaites, nous croyons ſuperflu de nous en occuper, & nous n'allons enſeigner que la conſtruction de celles dans leſquelles les couleurs ſont détruites.

156. Concevons d'abord la lunette compoſée de deux verres de même eſpece. Puiſqu'il n'y a point d'image réelle dans cette lunette, il y a néceſſairement une des deux parties de l'intervalle $f + a'$ entre les deux verres qui eſt négative, en ſorte que la fraction $\frac{f}{a'}$ eſt néceſſairement négative. On aura donc $m = - \frac{f}{a'}$, ainſi que l'exige la poſition dans laquelle on apperçoit l'objet; & comme m eſt toujours plus grande que l'unité, il faut que f ſoit plus grande que a'; donc, à cauſe que l'intervalle $f + a'$ doit être poſitif, il faut que f ſoit poſitive, & par conſéquent a' négative. Soient F, F' les diſtances focales des deux verres. On aura $F = f$, à cauſe de $a = \infty$, & $F' = a'$, à cauſe de $f' = \infty$. On aura donc $F' = - \frac{F}{m}$, & l'intervalle entre les verres $= \frac{m-1}{m} F$.

On a pour le lieu de l'œil $\theta = \frac{m-1}{m} F'$, en ſorte que la diſtance de l'œil à l'oculaire eſt négative. Il faudra donc appliquer

pliquer l'œil contre l'oculaire. Mais comme alors l'œil ne voit pas davantage que si l'ouverture de l'oculaire n'était que de la grandeur de la prunelle, il faudra supposer le demi-diametre de l'ouverture de l'oculaire égal au demi-diametre de la prunelle. De-là on déduit la valeur du demi-diametre φ du champ apparent; car, nommant ω le demi-diametre de la prunelle, on a $\omega = \pi F'$, & par conséquent $\varphi = \frac{-\pi}{m-1} = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{F}$. Comme on a coutume de supposer $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on ne peut prendre la distance focale de l'oculaire plus petite que $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$ de pouce au plus.

Les verres étant supposés de même espece, le demi-diametre de la confusion dûe à la sphéricité $= \frac{\mu m k^3}{4 F^3} \left(\lambda - \frac{\lambda'}{m}\right)$. On observera pour le nombre λ' qui appartient à l'oculaire, que ce verre qui est concave, devant l'être également des deux côtés pour qu'il admette la plus grande ouverture possible, on aura $\sqrt{(\lambda' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$, & par conséquent $\lambda' = 1{,}60024$, ce verre étant supposé de crownglass, de même que l'objectif.

Comme on ne peut délivrer la lunette des couleurs que donnent ces deux verres, il faut pour la délivrer au moins de celles que donne l'objectif, substituer à cet objectif, un objectif composé, par exemple, celui à trois verres que nous avons déjà employé. On peut considérer l'objectif simple comme produisant le même effet que l'objectif composé. Son ouverture est égale à celle de l'objectif composé (93) & sa distance focale $F = 1{,}02312\, R$, en sorte que $F' = -1{,}02312\, \frac{R}{m}$. La distance focale de l'objectif composé étant $= R$, l'intervalle entre l'oculaire & lui est donc $= \left(1 - \frac{1{,}02312}{m}\right) R$. Pour déterminer le premier verre de cet objectif, on a l'équation $\lambda 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\, \Delta$; or $\Delta = -\frac{\lambda'}{m} = -\frac{1{,}60024}{m}$; on aura donc $\lambda 1 = 2{,}5022 + \frac{0{,}13228}{m}$. Donc $\lambda 1 - 1 = 1{,}5022 \left(1 + \frac{2'}{22{,}712\, m}\right)$ & $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 1{,}22564 \left(1 + \frac{1}{22{,}712\, m}\right)$

$= 1{,}22564 + \frac{0{,}054}{m}$. Donc le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif compoſé $= \frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{0{,}56878 - \frac{0{,}054}{m}} = 0{,}21165\,m + 0{,}02$, & celui de la ſurface poſtérieure $= \frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = \frac{0{,}48154\,R}{1{,}47056 + \frac{0{,}054}{m}} = 0{,}08186\,m - 0{,}003$.

157. Voici maintenant la conſtruction générale de la lunette. On donnera à l'objectif une ouverture dont le demi-diametre $= \frac{m}{50}$, & on prendra la diſtance focale $= \frac{1}{4}\,m$.

La diſtance focale du premier verre de l'objectif $= 0{,}11137\,m$.
Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0{,}21165\,m + 0{,}02$.
Celui de la face poſtérieure $= 0{,}08186\,m - 0{,}003$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond $= 0{,}00566\,m$.
La diſtance focale du ſecond verre lequel eſt de flintglaſs, $= -0{,}06796\,m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0{,}07883\,m$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre, au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme $= 0{,}00566\,m$.
La diſtance focale de ce troiſieme verre $= 0{,}10985\,m$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= 0{,}11644\,m$.
La diſtance de ce verre à l'oculaire $= 0{,}250\,m - 0{,}25578$.
La diſtance focale de l'oculaire $= -0{,}2558$.
Le rayon de chacune de ſes faces $= -0{,}271$.
Le demi-diametre de ſon ouverture $= 0{,}068$.
Comme le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{m}{m-1} \cdot \frac{\omega}{1{,}02312\,R}$, ſi l'on ſuppoſe $\omega = \frac{1}{20}$ de pouce, on aura $\varphi = \frac{672'}{m-1}$. (b)

(b) On pourrait donner à cette lunette le premier des deux objectifs compoſés de verre de Veniſe & de flintglaſs, qu'on a introduit dans les dernieres lunettes du chapitre précédent.

On aura toujours la diſtance focale de l'oculaire $F' = -1{,}02312 \cdot \frac{R}{m}$, & l'inter-

158. Comme, en général, l'effet des lunettes dépend de l'exactitude avec laquelle on suit, dans l'exécution, les dimensions trouvées par le calcul, on pourra, pour plus de sûreté, augmenter la mesure dans laquelle ces dimensions sont exprimées, prendre, par exemple, pour mesure, un pouce & demi, deux pouces, au lieu d'un, ce qui réduira presqu'à rien la confusion qui peut résulter de la petite différence entre les

---

valle entre l'objectif & l'oculaire, $= \left(1 - \frac{1,02312}{m}\right) R$. Mais comme la distance focale R de l'objectif $= \frac{m}{6,86}$, la distance focale de l'oculaire & la distance de l'objectif à l'oculaire seront beaucoup plus petites. Quant à l'ouverture de l'objectif, le demi-diametre de cette ouverture sera toujours $= \frac{m}{50}$.

Comme $\frac{1}{B} = 0,39312$, & $\Delta = -\frac{1,60024}{m}$, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif, l'équation $\lambda 1 = 1,1472 + \frac{0,6291}{m}$, d'où l'on tire $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = \sqrt{\left(0,1472 + \frac{0,6291}{m}\right)}$. Pour avoir les rayons des surfaces du premier verre de l'objectif, on sera obligé de calculer, pour chaque grossissement m, la valeur de $\sqrt{(\lambda 1 - 1)}$. L'introduisant ensuite dans les expressions de ces rayons $\frac{0,8102\,R}{1,79442 - \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, & $\frac{0,8102\,R}{0,24492 + \sqrt{(\lambda 1 - 1)}}$, on aura les valeurs de ces rayons dont le premier appartient à la surface antérieure, & le second à la surface postérieure.

Si $m = 10$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,45839$; & le premier rayon $= 0,884$, & le second $= 1,6791$.

Si $m = 20$, $\sqrt{(\lambda 1 - 1)} = 0,42267$; & le premier rayon $= 1,7218$, & le second $= 3,5378$.

La distance focale de ce premier verre $= 0,10925\,m$.

La distance focale du second verre de l'objectif, lequel est de flintglass, $= -0,06666\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,08\,m$.

La distance focale du troisieme verre de l'objectif $= 0,0829\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0,08787\,m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de chacun de ces trois verres, au milieu de l'épaisseur du suivant, $= 0,00555\,m$.

La distance de l'objectif à l'oculaire $= 0,14577\,m - 0,14914$.

La distance focale de l'oculaire $= -0,14914$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0,158$.

Le demi-diametre de son ouverture $= 0,0395$.

Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{1152''}{m-1}$.

Ainsi, en employant l'objectif dont il s'agit, le champ apparent est très-considédimensions que l'exécution donne, & celles du calcul. On pourra se dispenser de changer rien à l'ouverture de l'objectif. Au reste, on ne doit pas se dissimuler qu'en augmentant les mesures, on diminue à proportion le champ apparent.

159. Au lieu de considérer d'abord la lunette composée de deux verres, & de substituer ensuite un objectif composé à la place de l'objectif simple, on peut la supposer, dès le commencement, composée de trois verres formant l'objectif, dont celui du milieu soit de flintglass, & d'un quatrieme qui soit l'oculaire.

Puisqu'on suppose maintenant quatre verres, on a $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$.

Les trois fractions $\frac{f}{a'}$, $\frac{f'}{a''}$, $\frac{f''}{a'''}$ devant être négatives, soit fait $\frac{f}{a'} = -p$, $\frac{f'}{a''} = -p'$; on aura donc les élémens suivans, $a' = -\frac{f}{p}$, $f' = -\frac{L'f}{p}$, $a'' = \frac{L'f}{pp'}$, $f'' = \frac{L'L''f}{pp'}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{m}$.

Donc les intervalles des verres $f + a' = f(1 - \frac{1}{p})$, $f' + a'' = L'f(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{p})$, $f'' + a''' = L'L''f(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{m})$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{p}$, $F'' = H''a'' = \frac{L'H''f}{pp'}$, $F''' = a'''$.

Supposons que les deux 1ers. verres soient tels que les rayons en sor-

---

rablement augmenté. Il est vrai que, l'oculaire étant très-petit, on sera obligé, pour qu'il ait des dimensions plus fortes, d'augmenter la mesure de celles de la lunette, & au lieu d'un pouce, de prendre un pouce & demi, ce qui toutefois ne pourra se faire sans que le champ apparent souffre de la diminution.

Les lunettes destinées pour le spectacle demandant plus de lumiere, on pourrait, pour celles-là, prendre le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, $= \frac{m}{40}$. Alors faisant $0,1372\ R = \frac{m}{40}$, on trouveroit $R = \frac{m}{5,488}$. Il ne s'agiroit plus que d'introduire cette valeur de R, dans les rayons des surfaces des verres de la lunette, dans les distances focales, &c.

tent paralleles, on aura $f' = \infty$, & par conséquent $L' = \frac{f'}{a'} = \infty$, $H' = 1$. Comme l'intervalle $f' + a''$ doit être fini, il faut qu'à cause de $f' = \infty$, a'' soit $= -\infty$; d'où p' devient $= 1$.

Soit cet intervalle $= \omega f$, on aura $L' f \left(\frac{1}{pp'} - \frac{1}{p}\right) = \omega f$; d'où l'on tire $p' = \frac{L'}{L' + \omega p}$, qui devient $p' = 1$, en supposant $L' = \infty$. Il est superflu de dire qu'on n'employera que la valeur $\frac{L'}{L' + \omega p}$ de p'.

Comme $a'' = \infty$, & que f'' est une quantité finie, on aura $L'' = \frac{f''}{a''} = 0$, & par conséquent $H'' = \frac{L''}{L'' + 1} = 0$. Mais le produit $L' L''$ doit être fini. Soit donc $L' L'' = N$ qu'on suppose fini; on aura $L'' = \frac{N}{L'}$, & $H'' = \frac{N}{L' + N}$.

Ainsi les intervalles des verres, $f + a' = f . \frac{p - 1}{p}$, $f' + a'' = \omega f$, $f'' + a''' = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{m}\right) Nf = \frac{m - p}{pm} Nf$.

Et les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{f}{p}$, $F'' = \frac{Nf}{pp'}$, $F''' = -\frac{Nf}{m}$.

Les distances focales donnent $H' \pi - \varphi = -p\varphi$, $H'' \pi' - \pi + \varphi = pp'\varphi$, & $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = -m\varphi$, à cause de $H''' = 1$.

La premiere équation donne, à cause de $H' = 1$, $\pi = (1 - p)\varphi$. Pour que π contribue à augmenter le champ apparent, il faut que sa valeur soit négative; ainsi il faut que $p > 1$.

Substituant dans la seconde équation les valeurs de H'', de p' & de π, elle deviendra $\frac{N\pi'}{L' + N} = -\frac{\omega p^2 \varphi}{L' + \omega p}$, d'où l'on tire, à cause de $L' = \infty$, $\pi' = -\frac{\omega p^2}{N}\varphi$.

Comme il faut prendre $p > 1$, il faut que $f > 0$ pour que l'intervalle entre le premier & le second verre ait une valeur positive. Puisque f doit être > 0, il faut aussi que $\omega > 0$, afin que la valeur de l'intervalle entre le second & le troisieme verre soit positive. Puisque $p > 1$, $f > 0$ & $\omega > 0$, la valeur de π' sera négative, si $N > 0$.

Subſtituant dans la troiſieme équation les valeurs de π & π', on aura $\pi'' = -(m - p + \frac{\omega p^2}{N})\varphi$, d'où l'on tirera, en prenant $\pi'' = -\frac{1}{4}$, le demi-diametre φ du champ apparent $= \frac{859'}{m-p}$, en négligeant le terme $\frac{\omega p^2}{N}$, qui ne peut être qu'extrêmement petit, pourvu qu'on ait ſoin de prendre le plus petit qu'il eſt poſſible l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre.

L'équation pour la deſtruction des couleurs eſt, en faiſant $\frac{dP}{P-1} = M$, $\frac{dP'}{P'-1} = M'$, $M(Np\pi'' - \pi'' - \pi') - M'(N\pi'' - \pi) = 0$; ou, en ſubſtituant les valeurs de π, π', π'', $-M(Np(m-p) + \omega p^3 + m - p) + M'(N(m-p) + \omega p^2 - p + 1) = 0$, équation qui donnera $N = \frac{-M(m-p) - M'(p-1)}{(m-p)(Mp - M')}$, ou $(m-p)N = \frac{-M(m-p) - M'(p-1)}{Mp - M'}$, parce que ω devant être priſe la plus petite qu'il eſt poſſible, & n'étant pas néceſſaire de ſatisfaire rigoureuſement à cette équation, on peut négliger les termes affectés de ω.

La quantité $(m-p)N$ devant être poſitive, afin que la valeur de l'intervalle entre le troiſieme & le quatrieme verre ſoit poſitif, il faut que $M' > Mp$, condition qui conduira à déterminer p. Ainſi, comme le ſecond verre étant de flintglaſs, & les autres de crownglaſs, on a $M' = 10$ & $M = 7$, il faut que $7p < 10$, & par conſéquent $p < \frac{10}{7}$, en ſorte que la valeur de p eſt contenue entre les limites 1 & $\frac{10}{7}$. Comme la lunette ſera d'autant plus courte que N ſera plus petit, il faudra prendre p plus proche de l'unité que de $\frac{10}{7}$. On pourra ſuppoſer $p = \frac{8}{7}$; d'où l'on aura $N = \frac{49m - 46}{2(7m - 8)}$.

A cauſe de $L' = \infty$, $H' = 1$, $L'L'' = N$, &c., l'équation pour la deſtruction de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, ſera $\mu\lambda - \frac{\mu'\lambda'}{p} + \frac{m\lambda''}{pN^3} - \frac{\mu\lambda'''}{mN^3} = 0$, d'où l'on tire $\lambda' = \frac{\mu}{\mu'}(p\lambda + \frac{\lambda''}{N^3} - \frac{p\lambda'''}{mN^3})$; $\mu = 0{,}9875$, & $\mu' = 0{,}8724$.

Pour rendre la lunette la plus courte qu'il est possible, on fera également convexes des deux côtés le premier & le troisieme verre, & le quatrieme également concave des deux côtés; en sorte que ces verres étant de crownglass, on a $\lambda = \lambda' = \lambda'' = 1,60006$; & le rayon de chaque face du premier verre $= 1,06 f$; le rayon de chaque face du troisieme $= 1,06 \frac{Nf}{p}$; & le rayon de chaque face du quatrieme ou de l'oculaire, $= - 1,06 \frac{Nf}{m}$. A cause de $f' = \infty$, le rayon de la surface antérieure du second verre $b' = \frac{a'}{\gamma' \pm \epsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, le rayon de la surface postérieure $c' = \frac{a'}{\delta' \mp \epsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$. Comme ce verre est de flintglass, $\gamma' = 0,1413$, $\delta' = 1,5827$, $\epsilon' = 0,8775$.

On pourra faire le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif, $k = \frac{1}{4} f$. Et comme la clarté demande qu'on prenne $k = \frac{m}{50}$, on aura $f = \frac{2}{25} m$.

160. Maintenant nous n'avons plus qu'à faire le calcul de ces lunettes pour quelques grossissemens particuliers. Nous ferons remarquer que dans toutes, le rayon de chaque face du premier verre $= 1,06 f$, f étant sa distance focale; que l'intervalle entre ce verre & le second, $= 0,125 f$, & que l'on doit toujours rendre le plus petit qu'il est possible l'intervalle entre le second & le troisieme verre; en sorte qu'on n'a plus à calculer que les dimensions des trois autres verres & la distance du troisieme au quatrieme.

Supposons qu'on demande les dimensions d'une lunette qui grossit cinq fois, c'est-à-dire, que $m = 5$. On aura $N = 3,6852$, $\lambda' = 2,0977$, & $\epsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,91936$. Ainsi on aura le rayon de la face antérieure du second verre $b' = \frac{a'}{0,1413 \pm 0,91936} = \frac{a'}{1,0608}$, & le rayon de la face postérieure $c' = \frac{a'}{1,5827 \mp 0,91936} = \frac{a'}{0,6633}$, en prenant les signes supérieurs; substituant la valeur $- \frac{7}{8} f$ de a', on aura $b' = - 0,8248 f$, & $c' = - 1,3192 f$.

La distance focale de ce verre $= -0{,}875\,f$.
La distance focale du troisieme $= 3{,}22455\,f$.
Le rayon de chaque face du troisieme verre $= 3{,}418\,f$.
La distance de ce verre à l'oculaire $= 2{,}4876\,f$.
La distance focale de l'oculaire $= -0{,}737\,f$.
Le rayon de chacune des faces de l'oculaire $= -0{,}7812\,f$.
Le demi-diametre de son ouverture $= 0{,}1953\,f$.
La longueur de la lunette $= 2{,}6126\,f$.
Le demi-diametre du champ apparent $= 3^\circ\,43'$.

161. Au reste, on peut s'épargner la peine de calculer λ' pour chaque grossissement, & se procurer des formules générales qui donnent les dimensions de ces lunettes pour un grossissement quelconque, en cherchant les dimensions d'une lunette qui grossit médiocrement, par exemple dix fois, & celles d'une lunette dont le grossissement est infini, & déduisant de la comparaison de ces deux cas, la construction des lunettes dont le grossissement est compris entre ceux-là.

162. Soit donc $m = 10$, on trouvera $N = 3{,}5806$, $\lambda' = 2{,}1019$, $\varepsilon'\sqrt{(\lambda' - 1)} = 0{,}92132$.
La distance focale du second verre $= -0{,}875\,f$. Cette distance focale est la même pour tous les grossissemens.
Le rayon de la face antérieure de ce verre $= -0{,}8234\,f$.
Le rayon de la face postérieure $= -1{,}323\,f$.
La distance focale du troisieme verre $= 3{,}133\,f$.
Le rayon de chacune des faces de ce verre $= 3{,}321\,f$.
Sa distance à l'oculaire $= 2{,}7751\,f$.
La distance focale de l'oculaire $= -0{,}35806\,f$.
Le rayon de chacune des faces de ce verre $= -0{,}3796\,f$.
Le demi-diametre du champ apparent $= 1^\circ\,34'$.
La longueur de la lunette $= 2{,}9001\,f$.

163. Soit $m = \infty$; on trouve alors $N = 3{,}5$, $\lambda' = 2{,}112$, $\varepsilon'\sqrt{(\lambda' - 1)} = 2{,}9091\,f$.
Ainsi le rayon de la face antérieure du second verre $= -0{,}8205\,f$.
Le rayon de la surface postérieure $= -1{,}3309\,f$.
La distance focale du troisieme verre $= 3{,}0625\,f$.
Le rayon de chaque face du troisieme verre $= 3{,}2462\,f$.

L'intervalle

L'intervalle entre ce verre & l'oculaire $= \left(3,0625 - \frac{3,5}{m}\right) f$.

La distance focale de l'oculaire $= -\frac{3,5 f}{m}$.

Le rayon de chaque face de l'oculaire $= -3,710 \frac{f}{m}$.

La longueur de la lunette $= \left(3,1875 - \frac{3,5}{m}\right) f$.

164. Cherchons maintenant les dimensions de la lunette, pour un grossissement quelconque. Ayant trouvé dans le cas de $m = \infty$, $N = 3,5$; soit en général $N = 3,5 + \frac{d}{m}$. Comme dans le cas de $m = 10$, on a trouvé $N = 3,5806$, on trouvera $d = 0,806$; par conséquent $N = 3,5 + \frac{0,806}{m}$. Pour le second verre, soit le rayon de la face antérieure $= -\left(0,8205 + \frac{g}{m}\right) f$, & le rayon de la face postérieure $= -\left(1,3309 + \frac{h}{m}\right) f$; comparant avec les valeurs de ces rayons dans le cas de $m = 10$, on trouvera $g = 0,029$, & $h = -0,079$.

Ainsi, le rayon de la face antérieure du second verre $= -\left(0,8205 + \frac{0,029}{m}\right) f$.

Le rayon de la face postérieure $= -\left(1,3309 - \frac{0,079}{m}\right) f$.

La distance focale du troisieme verre $= \left(3,0625 + \frac{0,70525}{m}\right) f$.

Le rayon de chaque face du troisieme verre $= \left(3,2462 + \frac{0,7476}{m}\right) f$.

L'intervalle entre ce troisieme verre & l'oculaire $= \left(3,0625 - \frac{2,7948}{m} - \frac{0,806}{m^2}\right) f$.

La distance focale de l'oculaire $= -\left(3,5 + \frac{0,806}{m}\right) \frac{f}{m}$.

Le rayon de chacune des faces de l'oculaire $= -\left(3,71 + \frac{0,854}{m}\right) \frac{f}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture de ce verre égal au quart du rayon.

La longueur de la lunette $= \left(3,1875 - \frac{2,7948}{m} - \frac{0,806}{m^2}\right) f$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{859'}{m - \frac{8}{7}}$.

165. Comme ce que le champ apparent gagne à la ſuppoſition de $p > 1$, eſt peu conſidérable, ſi on en veut faire le ſacrifice, en prenant $p = 1$, la lunette en deviendra plus courte. Il eſt vrai que l'intervalle entre le premier & le ſecond verre devient nul, en ſorte que ces deux verres ſe touchent; mais on peut les diſpoſer de maniere qu'ils ne ſe touchent pas, & ſoient ſeulement infiniment proches l'un de l'autre: ce qu'on doit entendre également du ſecond & du troiſieme verre.

Suppoſons donc $p = 1$, auquel cas le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{859'}{m - 1}$; on aura $N = \frac{M}{M' - M} = \frac{7}{3}$. Ainſi l'intervalle entre le troiſieme & le quatrieme verre $f'' + a''' = \frac{7(m-1)}{3m} f$. On trouvera $\lambda' = 1,9536 - \frac{0,1425}{m}$; d'où l'on aura les rayons des faces du ſecond verre, dont le premier $b' = \frac{-f}{\gamma' \pm \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, & le ſecond $c' = \frac{-f}{\delta' \mp \varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)}}$, f' étant $= \infty$, & $a' = -f$. Pour avoir la valeur de ces rayons pour un groſſiſſement quelconque, cherchons-la dans le cas de $m = 10$, & de $m = \infty$.

166. Soit donc $m = 10$, on trouvera $\lambda' = 1,93937$ & $\varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,85048$. Ainſi le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= \frac{-f}{0,1414 \pm 0,85048} = -1,0082 f$, & celui de la face poſtérieure $= \frac{-f}{1,5827 \mp 0,85048} = -1,3657 f$, en prenant les ſignes ſupérieurs.

167. Soit $m = \infty$; on aura alors $\lambda' = 1,9536$ & $\varepsilon' \sqrt{(\lambda' - 1)} = 0,8569$, d'où l'on aura le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -1,0017 f$, & le rayon de la face poſtérieure $= -1,3778 f$.

168. Suppoſons donc, pour un groſſiſſement quelconque m, le rayon de la face antérieure du ſecond verre $= -\left(1,0017 + \frac{h}{m}\right) f$, & celui de la face poſtérieure $= -\left(1,3778 + \frac{h'}{m}\right) f$;

on concluera du grossissement $m = 10$, $h = 0{,}065$, & $h' = -0{,}121$; en sorte que, pour un grossissement quelconque m, le rayon de la face antérieure du second verre $= -\left(1{,}0017 + \frac{0{,}065}{m}\right)f$, & le rayon de la face postérieure $= -\left(1{,}3778 - \frac{0{,}121}{m}\right)f$.

On aura donc les dimensions suivantes, f étant $= 0{,}08\,m$.

La distance focale du premier verre $F = f = 0{,}08\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}06\,F = 0{,}0848\,m$.

La distance focale du second (de flintglass) $F' = -f = -0{,}08\,m$

Le rayon de la face antérieure de ce second verre $= -0{,}080014\,m - 0{,}0052$.

Le rayon de la face postérieure $= -0{,}110224\,m + 0{,}0097$.

La distance focale du troisieme verre $F'' = Nf = 2{,}3333\,f = 0{,}18666\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}06\,F'' = 0{,}19786\,m$.

La distance à l'oculaire $= 0{,}187\,(m-1)$.

La distance focale de l'oculaire $= -0{,}18666$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0{,}19786$.

Le demi-diametre de son ouverture égal au quart du rayon.

Le demi-diametre du champ apparent $= \frac{859'}{m-1}$. (c)

Il est presque superflu de dire que toutes ces dimensions sont en pouces & parties de pouce.

169. Les lunettes de cette espece ayant peu de champ, leur usage

---

(c) Si pour avoir plus de lumiere, on faisait $k = \frac{1}{4}f = \frac{m}{40}$, en sorte que $f = \frac{1}{10}m$; on aurait alors les dimensions suivantes.

La distance focale du premier verre $= 0{,}1\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}106\,m$.

La distance focale du second $= -0{,}1\,m$.

Le rayon de sa face antérieure $= -0{,}10017\,m - 0{,}0065$.

Le rayon de la face postérieure $= -0{,}13778\,m + 0{,}0121$.

La distance focale du troisieme verre $= 0{,}23333\,m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}24733\,m$.

Sa distance à l'oculaire $= 0{,}233\,(m-1)$.

La distance focale de l'oculaire $= -0{,}23333$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -0{,}24733$.

eſt néceſſairement borné à de petits groſſiſſemens ; & lorſqu'on en veut de plus conſidérables, on eſt forcé d'avoir recours à celles dans leſquelles il y a deux images réelles. Voyons comment on en détermine les dimenſions. Nous allons commencer par celles dans leſquelles la premiere image tombe entre l'objectif & le verre qui le ſuit, & la ſeconde entre le troiſieme & le quatrieme, & où les rayons ſortent paralleles du ſecond verre.

Puiſqu'on a quatre verres, on a $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; n & n'' devant être négatives, ſoient $n = -p$, $n'' = -p'$; on aura $m = pp'n'$.
On aura donc les élémens ſuivans, $a' = \frac{f}{p}$, $f' = L'a' = \frac{L'f}{p}$, $a'' = -\frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{pn'}$, $f'' = L''a'' = -\frac{L'L''f}{pn'}$, $a''' = \frac{f''}{p'} = -\frac{L'L''f}{m}$; & par conſéquent les intervalles des verres $f + a' = f\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = \frac{L'f}{p}\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{pn'}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$. Comme ces intervalles doivent être poſitifs, il faut, pour le premier, que f ſoit poſitive ; pour le ſecond, que $L'\left(1 - \frac{1}{n'}\right)$ le ſoit auſſi ; & pour le troiſieme, que $L'L''$ ſoit négatif.
Les diſtances focales ſont $F = f$, $F' = H'a'$, $F'' = H''a''$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m - 1}$. Faiſons $\pi = -q\Psi$, $\pi' = q'\Psi$, $\pi'' = -\Psi$; on aura $\varphi = \frac{q + q' + 1}{m - 1}\Psi = G\Psi$, en faiſant $\frac{q + q' + 1}{m - 1} = G$.

Puiſque les rayons ſortent paralleles du ſecond verre, on a $L' = \infty$, & $L'' = 0$. Pour que l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre, ait une valeur finie, conſidérons, pour le moment, L', non comme un nombre infini, mais ſeulement comme un nombre extrêmement grand, & conſéquemment L'' comme un nombre extrêmement petit, & leur produit $L'L''$ devant être négatif, ſuppoſons-le $= -N$. Soit la valeur finie de l'intervalle entre le ſecond & le troiſieme verre, $= hf$; on aura donc $\frac{L'f}{p}\left(1 - \frac{1}{n'}\right) = hf$, d'où l'on déduit $n' = \frac{L'}{L' - ph} = 1 + \frac{ph}{L'}$, en ſorte que, dans la ſuppoſition actuelle, n' eſt un peu plus grande que l'unité, tandis qu'elle lui eſt effectivement égale.

De plus, on aura $H' = \frac{L'}{1 + L'}$, $L'' = -\frac{N}{L'}$, & $H'' = -\frac{N}{L' - N} = -\frac{N}{L'}$. Donc les diſtances focales du ſecond & du troiſieme verres donnant $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = p$ & $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = -pn'$, & par conſéquent $H'q = -(p+1)G$, & $H''q' = -(pn'+1)G - q$, on aura $q = -\frac{(p+1)G(1+L')}{L'}$, & $q' = \frac{(hp^2 - p - 1)G}{N}$; & maintenant il ſera permis de prendre $L' = \infty$, $H' = 1$, $L'' = H'' = 0$, en ſorte cependant que $L'L''$ ſoit $= -N$.

L'équation générale pour la deſtruction des couleurs eſt $\frac{\pi}{n} - \frac{\pi'}{nn'} + \frac{\pi''}{nn'n''} = 0$, laquelle, dans le cas préſent où $n' = 1$, devient $-\frac{q+q'}{p} + \frac{1}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{q+q'}$. Mais on a $pp' = m$; donc on aura $q + q' = \frac{p}{m}$; donc $G = \frac{q+q'+1}{m-1} = \frac{m+p}{m(m-1)}$. Subſtituant, dans l'équation $q + q' = \frac{p}{m}$, à la place de q & q', leurs valeurs, & enſuite à la place de G la ſienne, on aura $N = \frac{(hp^2 - p - 1)(m+p)}{p^2 + 2mp + m}$.

Comme N doit être un nombre poſitif, il faut que h ſoit plus grand que $\frac{p+1}{p^2}$, & le ſoit aſſez pour que N ne ſoit pas trop petit. Puiſqu'on a $a' = \frac{f}{p}$, $f' = \infty$, $a'' = \infty$, $f'' = \frac{Nf}{p}$, $a''' = \frac{Nf}{m}$; les intervalles des verres $f + a' = \left(1 + \frac{1}{p}\right)f$, $f' + a'' = hf = \frac{(p+1)f}{p^2} + \frac{Nf\sqrt{2m(m-1)}}{2p^2}$, $f'' + a''' = Nf\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{m}\right)$; les diſtances focales $F = f$, $F' = \frac{f}{p}$, $F'' = f'' = \frac{Nf}{p}$, $F''' = a''' = \frac{Nf}{m}$; f étant déterminée par l'équation $f = qk\sqrt[3]{m\mu\left(\lambda + \frac{\lambda'}{p} + \frac{\lambda''}{N^3 p} + \frac{\lambda'''}{N^3 m}\right)}$.

Il eſt évident que, pour que f ne ſoit pas trop grande, il faut que p ſoit grand & que N ne ſoit pas trop au-deſſous de l'unité. Le champ apparent demande auſſi que p ſoit grand. Car le demi-diametre du champ apparent $\varphi = G\Psi = \frac{m+p}{m(m-1)}\Psi$; d'où l'on voit que le champ apparent eſt d'autant plus grand que p l'eſt davantage. Mais il faut bien obſerver qu'on ne peut prendre pour la lettre Ψ ſa plus grande valeur $\frac{1}{4}$, qu'autant que les lettres q & q' ne ſurpaſſent pas l'unité; en ſorte que ſi q ou q' ſurpaſſait l'unité, il faudrait prendre Ψ plus petite dans la même proportion. Il eſt donc très-avantageux d'avoir une valeur de p telle que $q' = 1$; or ſuppoſant $q' = 1$, on a $1 + q = \frac{p}{m}$, ou $pp + 2mp = m(m - 2)$, & par conſéquent $p = -m + \sqrt{2m(m-1)}$, valeur qui donne $q' = 1$. On aura donc le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\sqrt{2m(m-1)}}{m(m-1)}\Psi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$; & par conſéquent, en prenant $\Psi = \frac{1}{4}$, & multipliant par $3473'$, on aura $\varphi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La diſtance de l'œil $= \frac{F'''}{mG} = \frac{F'''(m-1)}{m+p} = \frac{F'''(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

170. Comme les lunettes de cette eſpece ſont d'une longueur incommode, il faut voir s'il ne ſerait pas poſſible de les rendre plus courtes. Or, par ce qu'on a vu précédemment, on doit penſer qu'on y parviendra en ſubſtituant à l'objectif qui eſt ſimple, un objectif compoſé de deux ou trois verres. Suppoſons d'abord qu'on ne veuille employer que des verres de même eſpece, & qu'on forme l'objectif de deux verres très-voiſins l'un de l'autre, en ſorte que la lunette ſoit alors compoſée de cinq verres.

Puiſque l'objet eſt vu droit, m eſt poſitive; ainſi on a $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = n'''$; on aura d'abord $m = nn'n''n'''$, enſuite $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = \frac{f'}{n'} = -\frac{L'f}{nn'}$, $f'' = L''a'' = -\frac{L'L''f}{nn'} = -\infty$, $a''' = -\frac{f''}{n''} = \frac{L'L''f}{nn'n''} = \infty$, $f''' = L'''a''' = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''}$, $a^{IV} = \frac{f'''}{n'''} = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''n'''} = \frac{L'L''L'''f}{m}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = a'' = -\frac{L'f}{nn'}$, $F''' = f''' = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''}$, $F^{IV} = a^{IV} = \frac{L'L''L'''f}{m}$.

L'intervalle entre le premier verre & le second $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right) f$. Comme cet intervalle doit être très-petit, n doit être très-peu différente de l'unité, afin que $1 - \frac{1}{n}$ soit une fraction très-petite; & comme cette fraction doit être négative lorsque f est négative, il faut alors que n soit plus petite que l'unité; & cette fraction devant être positive, lorsque f est positive, il faut qu'alors n soit plus grande que l'unité. Représentant cette fraction par ω, on aura $1 - \frac{1}{n} = \omega$, d'où l'on tire $n = \frac{1}{1-\omega}$.

L'intervalle entre le second & le troisieme verre, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{n'}\right)$; d'où l'on voit que L' doit être négatif, si f est positive, & positif, si f est négative.

L'intervalle entre le troisieme & le quatrieme, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{nn'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right) = rf$, en faisant $-\frac{L'L''}{nn'}\left(1 - \frac{1}{n''}\right) = r$. Il est évident que r doit être négatif lorsque f est négative, & positif lorsque f est positive. $L'' = -\infty$, à cause de $f'' = L''a'' = -\infty$.

L'intervalle entre le quatrieme & le cinquieme verre, $f''' + a^{IV} = \frac{L'L''L'''f}{nn'n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Comme $f''' = L'''a'''$, & qu'ainsi $L''' = \frac{f'''}{a'''}$, il s'ensuit que $L''' = 0$, a''' étant $= \infty$. La quantité L'' étant infiniment grande, si l'on considére L''' comme étant infiniment petite, leur produit pourra former une quantité finie & de plus négative, à cause que L'' est négatif; on pourra donc supposer $L''L''' = -N$, N étant une quantité finie & positive; & l'on aura $f''' + a^{IV} = -\frac{L'Nf}{nn'n''}\left(1 + \frac{1}{n'''}\right)$. Il est évident que $L'f$ doit toujours être négatif.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m-1}$. Soit Ψ la plus grande valeur dont les lettres π, π', &c., sont susceptibles. Soit $-\pi = p\Psi$, $\pi' = q\Psi$, $-\pi'' = \Psi$, $\pi''' = \Psi$;

on aura $\varphi = \frac{p+q+2}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faiſant $\frac{p+q+2}{m-1} = G$. La diſtance de l'œil au dernier verre $\theta = \frac{\pi''' F'v}{m\varphi} = -\frac{L'Nf}{Gm^2}$.

On a enſuite les formules ſuivantes : $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = \frac{f}{a'} = n$, d'où l'on tire $H'p = (n-1)G = \frac{\omega}{1-\omega}G$; ainſi p ſera une quantité très-petite ;

$\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = \frac{L'f}{a''} = -nn'$ donne $H''q = -(1+nn')G - p$, obſerverant que, comme $L'' = -\infty$, $H'' = \frac{L''}{L''+1} = 1 + \frac{1}{L''}$;

$\frac{H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi}{\varphi} = \frac{L'L''H'''F}{F'''} = \frac{L'L''f}{a'''} = nn'n''$ donne $H''' = -(1+nn'n'')G - p - q$. On ſe ſouviendra qu'à cauſe de $L''' = -\frac{N}{L''}$, $H''' = \frac{L'''}{L'''+1} = \frac{-N}{L''-N} = -\frac{N}{L''}$.

Si l'on ſubſtitue $\frac{L''}{L''+1}$, à la place de H'', dans l'équation $H''q = -(1+nn')G - p$, on aura $q = -(1+nn')G\left(1+\frac{1}{L''}\right) - p\left(1+\frac{1}{L''}\right)$. Subſtituant cette valeur de q, avec la valeur $1 - \frac{rnn'}{L'L''}$ de n'', déduite de la ſuppoſition de $-\frac{L'L''}{nn'}\left(1-\frac{1}{n''}\right) = r$, dans l'équation $-\frac{N}{L''} = -(1+nn'n'')G - p - q$, on aura $-N = \frac{rn^2n'^2G}{L'} + (1+nn')G + p$, d'où l'on tire $r = -\frac{(1+nn')L'}{n^2n'^2} - \frac{L'N}{n^2n'^2G} - \frac{L'p}{n^2n'^2G}$, valeur dans laquelle on peut négliger ſans crainte le dernier terme.

L'équation pour la deſtruction des couleurs eſt $\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L'\varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L'L''\varphi F} + \frac{\pi'''}{m\varphi} = 0$, laquelle, à cauſe que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{L'f} = -\frac{1}{nn'}$, $\frac{a'''}{L'L''f} = \frac{1}{nn'n''}$, $\pi = -p\Psi$, $\pi' = q\Psi$, $\pi'' = -\Psi$, $\pi''' = \Psi$, & que n'' eſt à peu près $= 1$, devient $p - \frac{q}{n'} - \frac{1}{n'} + \frac{1}{n'n'''} = 0$, laquelle donne, en négligeant le premier terme, $n''' = \frac{1}{q+1}$; donc $m = \frac{nn'}{q+1}$, à cauſe que $m = nn'n'''$.

Puiſque

Puisque $H'' = 1$, on a, en négligeant p, $q = -(1 + nn')G$; mais, en négligeant aussi p, $G = \frac{q+2}{m-1}$; substituant cette valeur de G, on aura $q = -\frac{2(1+nn')}{m+nn'}$, & par conséquent $G = \frac{2}{m+nn'}$. Substituant aussi cette valeur de q dans $m = \frac{nn'}{q+1}$, on aura $nn' = -m + \sqrt{2m(m-1)}$. Donc $q = -\frac{2(1+nn')}{\sqrt{2m(m-1)}}$ & $G = \frac{2}{\sqrt{2m(m-1)}}$, & par conséquent $\varphi = \frac{2\Psi}{\sqrt{2m(m-1)}}$, en sorte que prenant $\Psi = \frac{1}{4}$, le champ apparent est le plus grand possible. Convertissant en minutes, en multipliant par $3437'$, $\varphi = \frac{1718'}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{L'Nf\sqrt{2m(m-1)}}{2mm}$.

L'équation générale pour l'anéantissement de la confusion dûe à l'ouverture des verres, est $\lambda + \frac{F'}{H'^3 F}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) + \frac{F''}{L'^4 H''^2 F}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) + \frac{F'''}{L'^4 L''^4 H'''^2 F}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''}\right) + \frac{\lambda^{IV}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m} = 0$, laquelle devient, à cause que $F = f$, $\frac{a'}{f} = -\frac{1}{n}$, $\frac{a''}{L'f} = -\frac{1}{nn'}$, $\frac{a'''}{L'L''f} = \frac{1}{nn'}$ en prenant $n'' = 1$, $L'' = -\infty$, $H'' = 1$, $L''L''' = -N$, $L''H''' = -N$, $\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{\lambda''}{L'^3 nn'} - \frac{\lambda'''}{L'^3 N^3 nn'} - \frac{\lambda^{IV}}{L'^3 N^3 m} = 0$, ou $\lambda - \frac{\lambda'}{H'^3 n} - \frac{\lambda''}{L'^3 nn'} - \frac{\lambda'''}{L'^3 N^3 nn'} - \frac{\lambda^{IV}}{L'^3 N^3 m} - \frac{\nu}{L'H'n} = 0$, équation qui servira à déterminer un des λ.

On peut, dans cette équation, faire $\lambda'' = 1$, ainsi qu'on le verra ci-dessous; & parce que les deux derniers verres doivent être également convexes des deux côtés, on aura, dans le verre ordinaire, $\lambda''' = \lambda^{IV} = 1,6299$. On cherchera ensuite, au moyen de cette équation, λ ou λ', selon que le coëfficient de λ' sera plus grand ou plus petit que l'unité.

Il est bon d'observer que tout est assez determinée, à l'exception des lettres H' & L' dont on reste le maître. On aurait bien à cet égard deux suppositions à faire : celle de H' égale à une fraction plus grande que l'unité, par exemple, à $\frac{1+g}{g}$, l'autre de H' égale à une fraction plus petite que l'unité ou à $\frac{g}{1+g}$. Mais il est évident que la premiere est à rejetter, parce qu'alors $L' = -1 - g$, tandis que, dans la seconde, $L' = g$, en sorte que la premiere supposition donnerait plus de longueur à la lunette que la seconde. L' étant donc positif en vertu de cette derniere supposition, f doit être négative, ou le premier verre concave, & le second convexe; & alors le coëfficient de λ' étant plus grand que l'unité; dans l'équation précédente, ce sera λ qu'on déterminera par cette équation, laquelle donnera $\lambda = \frac{\lambda'(1+g)^3}{g^3 n} + \frac{\lambda''}{g^3 n n'} + \frac{\lambda'''}{g^3 N^3 n n'} + \frac{\lambda^{iv}}{g^3 N^3 m} + \frac{(1+g)\nu}{g^2 n}$. On pourra prendre $\lambda' = 1$.

Puisque f est négative, la fraction $1 - \frac{1}{n}$ ou ω doit être négative aussi; si donc on prend $\frac{1}{50}$ pour la valeur de cette fraction, il faudra supposer $\omega = -\frac{1}{50}$, ce qui donne $n = \frac{50}{51}$. Ayant la valeur de n, on aura aussi-tôt celle de n', au moyen de l'équation $n n' = -m + \sqrt{(2m(m-1))}$.

On voit encore que la valeur de r sera négative, car on aura $r = -\frac{g(1+nn')}{n^2 n'^2} - \frac{gN}{n^2 n'^2 G}$.

Il ne reste donc plus qu'à savoir quelle valeur on peut supposer à g. Or on observera de ne la prendre jamais au-dessous de l'unité, parce qu'alors λ aurait une valeur trop grande. Il faudra même la prendre au-dessus, mais sans qu'elle la surpasse de beaucoup, parce que la lunette deviendrait trop longue. Mr. Euler suppose $g = 2$, & par conséquent $H' = \frac{2}{3}$ & $L' = 2$. Ainsi tout est déterminé.

Observant donc que f est négative, on aura les élémens suivans; $a' = -\frac{51}{50}f$, $f' = -\frac{51}{25}f$, $a'' = -\frac{2f}{nn'}$, $f'' = -\infty$, $a''' = \infty$, $f''' = -\frac{2Nf}{nn'}$, $a^{iv} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les distances focales seront $F = f$, $F' = -\frac{51}{75}f$, $F'' = -\frac{2f}{nn'}$, $F''' = -\frac{2Nf}{nn'}$, $F^{iv} = -\frac{2Nf}{m}$.

Les intervalles des verres seront $f + a' = -\frac{1}{50}f$, $f' + a'' = -\frac{51}{25}f - \frac{2f}{nn'}$, $f'' + a''' = -\frac{2(1+nn')f}{n^2 n'^2} - \frac{N\sqrt{2m(m-1)}}{n^2 n'^2}f$, $f''' + a^{iv} = -\frac{2(m+nn')Nf}{nn'm} = -\frac{2Nf}{nn'm}\sqrt{2m(m-1)}$.

La distance de l'œil au dernier verre $\theta = -\frac{Nf\sqrt{2m(m-1)}}{mm}$.

Par conséquent la longueur de la lunette sera, $-\left(\frac{103}{50} + \frac{2(1+2nn')}{n^2 n'^2} + \frac{(m+nn')^3 N}{m^2 n^2 n'^2}\right)f$.

Comme $q = -\frac{2(1+nn')}{\sqrt{2m(m-1)}}$, si m est un nombre assez grand, q sera, à peu-près, $= -\frac{10}{17}$; en sorte que le troisieme verre, ne demandant pas la plus grande ouverture, mais seulement une plus petite que celle-là dans le rapport à peu-près de 10 à 17, il suffira de prendre, pour ce verre, $\lambda'' = 1$. Si donc on prend aussi $\lambda' = 1$, & $\lambda''' = \lambda^{iv} = 1{,}6299$, on trouvera pour l'objectif $\lambda = \frac{27 \cdot 51}{8 \cdot 50} + \frac{1}{8nn'} + \frac{1{,}6299}{8N^3 nn'} + \frac{1{,}6299}{8N^3 m} + \frac{153\nu}{200}$.

Ayant λ, on aura les rayons des surfaces du 1er. verre.

Le rayon de la face antérieure $b = \frac{f}{\delta - \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$; celui de la face postérieure $c = \frac{f}{\gamma + \varepsilon\sqrt{(\lambda-1)}}$. On se souviendra que dans le verre commun où $P = 1{,}55$, $\delta = 1{,}6274$, $\gamma = 0{,}1908$, $\varepsilon = 0{,}9051$.

Les rayons des faces du second verre seront, à cause de $f' = 2a'$, $b' = \frac{2a'}{2\gamma + \delta}$, $c' = \frac{2a'}{2\delta + \gamma}$.

Les rayons des faces du troisieme seront, à cause de $f'' = -\infty$, $b'' = \frac{a''}{\gamma}$, $c'' = \frac{a''}{\delta}$.

Le rayon de chaque face du quatrieme $= 1{,}10\,F'''$.

Le rayon de chaque face du cinquieme $= 1{,}10\,F^{iv}$.

Si on égale le quart du rayon le plus petit des faces des deux premiers verres au demi-diametre de l'ouverture donné par le degré de clarté qu'on veut avoir, c'est-à-dire, à $\frac{m}{50}$, on en conclura f; si cette valeur de f donne les derniers verres trop petits, il faudra alors supposer à la lettre N une valeur plus grande que l'unité, & cela à volonté, la longueur de la lunette n'en étant pas sensiblement augmentée.

171. Supposons actuellement qu'on se propose de construire une lunette qui grossisse 50 fois. Puisque $m = 50$, $nn' = 20$, & $n' = \frac{102}{5}$; & on trouve $\lambda = 3{,}4425 + 0{,}0063 + 0{,}1779 + \frac{0{,}0143}{N^3} = 3{,}6267 + \frac{0{,}0143}{N^3} = 3{,}6285$, en prenant $N = 2$. On aura donc $\varepsilon\sqrt{(\lambda - 1)} = 1{,}4674$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du premier verre $= 6{,}25\,f$, & celui de la face postérieure $= 0{,}6031\,f$. La distance de ce verre au second $= -\frac{1}{50}f$.

Le rayon de la face antérieure du second verre $= -1{,}0155\,f$, celui de la face postérieure $= -0{,}5921\,f$. La distance de ce verre au troisieme $= -2{,}14\,f$.

Le rayon de la face antérieure du troisieme verre $= -0{,}5244\,f$; celui de la face postérieure $= -0{,}0615\,f$. La distance de ce verre au quatrieme $= -0{,}455\,f$.

Le rayon de chacune des faces du quatrieme $= -0{,}22\,f$. Sa distance au cinquieme $= -0{,}28\,f$.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme $= -0{,}088\,f$.

La distance de l'œil à ce verre $\theta = -0{,}056\,f$.

Donc la longueur de la lunette $= -2{,}951\,f$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = 24'\,\frac{1}{2}$.

Le rayon le plus petit des surfaces des deux premiers verres est $0{,}5921\,f$; prenant le quart & l'égalant à $\frac{m}{50}$, c'est-à-dire, dans le cas présent, à 1, on aura $f = -\frac{250}{37}$, en sorte qu'on pourra prendre $f = -7$.

Ainsi on aura les dimensions suivantes.

Rayon de la face antérieure du premier verre $= -43{,}75$ pouces.

Rayon de la surface postérieure $= -4{,}222$ pouces.

Distance focale $= -7$ pouces.

Demi-diametre de l'ouverture $= 1{,}05$ pouces.

Distance au second verre $= 0{,}14$ pouces.

Rayon de la face antérieure du ſecond verre = 7,11 pouces.
Rayon de la face poſtérieure = 4,145 pouces.
Diſtance focale = 4,76 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture le même que pour le verre précédent.
Diſtance au troiſieme verre = 14,98 pouces.
Rayon de la face antérieure du troiſieme verre = 3,6687 pouc.
Rayon de la face poſtérieure = 0,43 pouces.
Diſtance focale = 0,7 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture de ce verre = 0,11 pouces.
Diſtance au quatrieme verre = 3,185 pouces.
Rayon de chacune des faces du quatrieme verre = 1,54 pouces.
Diſtance focale de ce verre = 1,40 pouces.
Demi-diametre de ſon ouverture = 0,38 pouces.
Diſtance au cinquieme verre = 1,96 pouces.
Rayon de chacune des faces de ce verre = 0,616 pouces.
Diſtance focale = 0,56 pouces.
Demi-diametre de l'ouverture = 0,14 pouces.
Diſtance de l'œil à ce verre = 0,392 pouces.
Longueur de la lunette = 20 pouc. $\frac{2}{3}$ environ.

172. Comme il y a deux images réelles dans ces lunettes, on pourra mettre à l'endroit où tombe chacune d'elles, un diaphragme dont l'ouverture doit être égale au diametre de cette image. Or le demi-diametre de la premiere image $= \varphi L'f = \Psi G L'f = \frac{1}{4} G L'f$. Mais $G = \frac{2}{\sqrt{(2m(m-1))}}$, $L' = 2$; donc ce demi-diametre $= \frac{f}{\sqrt{(2m(m-1))}}$; donc ſi $f = 7$ & $m = 50$, ce demi-diametre $= \frac{1}{10}$ de pouce. Il eſt ſuperflu de dire que cette premiere image tombe au foyer du troiſieme verre, & que, par conſéquent, c'eſt en cet endroit qu'il faut placer le premier diaphragme. Le demi-diametre de la ſeconde image $= \varphi L' L'' L''' f = \varphi L' N f$. Ainſi, comme on a pris $N = 2$, ce dernier diaphragme doit avoir une ouverture deux fois plus grande que celle du précédent. Il ne ſervira donc à rien, les derniers verres demandant une ouverture beaucoup plus petite, en

forte qu'il n'y a que le premier diaphragme qui ſoit utile. On pourra, ſi l'on veut, lui appliquer un micrometre.

173. Comme, pour rendre ces lunettes plus portatives, on peut les former de pluſieurs pieces qui entrent l'une dans l'autres, il eſt bon d'avertir qu'il n'y a que l'oculaire qui puiſſe être mobile, & que les autres verres doivent être fixés à demeure aux endroits qui leur ſont aſſignés. Comme le ſuccès dépend principalement du premier verre, on fera bien d'en conſtruire pluſieurs, afin de pouvoir choiſir celui qui réuſſira le mieux; car il arrive aſſez communément qu'il y ait quelque légere différence entre des verres conſtruits dans le même baſſin. Peut-être même ne fera-t-on pas mal d'en conſtruire dans des baſſins tant ſoit peu différens, ayant ſoin toutefois d'avoir toujours la même diſtance focale. On ſera auſſi le maître d'augmenter la meſure dans laquelle les dimenſions de la lunette auront été déterminées, ainſi qu'on l'a déjà obſervé à l'égard des autres lunettes.

174. Quoique cette eſpece de lunettes réuniſſe bien des avantages, il y aura cependant beaucoup à gagner à employer des verres d'eſpece différente, tant parce que les lunettes qu'on aura alors ſeront plus courtes, que parce qu'elles ſeront entiérement délivrées de la confuſion due à la diverſe réfrangibilité des rayons de lumiere. Or, pour obtenir des lunettes qui poſſedent ces nouveaux avantages, il ne s'agit que de ſubſtituer à l'objectif ſimple des lunettes que nous avons conſidérées en premier lieu, un des objectifs à trois verres, décrits (93 & 94), par exemple, celui que nous avons déjà employé, & faire les autres verres de crownglaſs.

175. Or la ſubſtitution de cet objectif eſt ſimple. Comme ſa diſtance focale $R = \frac{1}{4} m$, on le placera à une diſtance du ſecond verre $= \frac{1}{4} m + F'$; on aura $f = 0{,}25578\, m$; & pour que ce ſecond verre, & les deux ſuivans qui font fonction d'oculaire, admettent la plus grande ouverture, il faudra les faire également convexes des deux côtés; en ſorte que le rayon des faces du premier de ces trois verres, ſera $= 1{,}06\, F'$; le rayon des faces du ſecond $= 1{,}06\, F''$; & le rayon des faces du dernier $= 1{,}06\, F'''$.

176. Considérant la confusion due aux oculaires comme assez petite pour être négligée, ce qui est assez prouvé par ce qu'on a vu ci-devant, la distance focale de l'objectif composé étant $= \frac{m}{4}$, & le demi-diametre de l'ouverture $= \frac{m}{50}$, on aura les dimensions suivantes.

La distance focale du 1er. verre de l'objectif $= 0{,}11137\, m$.

Le rayon de la face antérieure de ce verre $= 0{,}21165\, m$

Celui de la face postérieure $= 0{,}08186\, m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second, $= 0{,}00566\, m$.

La distance focale du second verre, de flintglass, $= -\, 0{,}06796\, m$.

Le rayon de ses faces $= -\, 0{,}07883\, m$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme, $= 0{,}00566\, m$.

La distance focale de ce troisieme verre $= 0{,}10985\, m$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}11644\, m$.

La distance de cet objectif au verre suivant $= \frac{1}{4}\, m + F'$, F' étant la distance focale de ce verre.

Cette distance focale $F' = \frac{0{,}25578\, m}{-m + \sqrt{2m(m-1)}}$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}06\, F'$.

Supposons le nombre arbitraire $N = 2$, la distance de ce verre au premier oculaire $= 0{,}25578\, m \cdot \frac{1 + p + \sqrt{2m(m-1)}}{p^2}$, p étant $= -m + \sqrt{2m(m-1)}$.

La distance focale du premier oculaire $= 2F'$, c'est-à-dire, double de celle du verre précédent.

Le rayon de chacune de ses faces, double de celui des faces de ce verre.

La distance du premier oculaire au dernier $= 0{,}51156 \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{m}\right)$.

La distance focale du dernier oculaire $= 0{,}51156$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 05422$.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{0\,51156(m-1)}{\sqrt{2m(m-1)}}$.

Quant à l'ouverture de ces oculaires, on en fera le demi-diametre égal au quart de leurs distances focales respectives.

177. On pourra encore, si l'on veut, augmenter la mesure

dans laquelle les dimenſions de ces lunettes ſont déterminées. Mais rien n'obligera d'augmenter l'ouverture de l'objectif, à moins qu'on ne deſire un plus grand degré de clarté. Si on l'augmentait, ces lunettes deviendraient propres pour la nuit.

178. Au lieu de ſuppoſer la premiere image réelle entre l'objectif & le verre qui le ſuit, on peut ſuppoſer qu'elle tombe entre ce ſecond verre & le troiſieme. Examinons cette nouvelle eſpece de lunettes, en ſuppoſant d'abord l'objectif ſimple.

Puiſqu'on a quatre verres, $m = -\frac{ff'f''}{a'a''a'''}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$; n' & n'' devant être négatives, ſoient $n' = -p$, $n'' = -p'$; en ſorte qu'on aura $m = npp'$.

Donc $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = L'a' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{pn}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{pn}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'} = -\frac{L'L''f}{m}$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = H'a' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = H''a'' = -\frac{L'H''f}{pn}$, $F''' = H'''a''' = a'''$.

Les intervalles des verres $f + a' = f\left(1 - \frac{1}{n}\right)$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{pn}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$.

Ces intervalles devant être poſitifs, on voit que ſuppoſant l'objectif convexe, & par conſéquent f poſitive, n doit être plus grande que l'unité, L' négative & L'' poſitive.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi''}{m-1}$. Soit ſuppoſé $\pi = -r\Psi$, $\pi' = r'\Psi$, & $\pi'' = -\Psi$; on aura $\varphi = \frac{r + r' + 1}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faiſant $\frac{r + r' + 1}{m-1} = G$.

La diſtance de l'œil $= \frac{F'''}{mG} = -\frac{1}{G} \cdot \frac{L'L''f}{mm}$, diſtance qui, par les conditions preſcrites, eſt déjà poſitive.

Les diſtances focales donnent, $\frac{H'\pi - \varphi}{\varphi} = \frac{H'F}{F'} = -n$, $\frac{H''\pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L'H''F}{F''} = -np$; de la premiere équation on tire $r = -\frac{(1-n)G}{H'}$, & de la ſeconde, $H'' = \frac{-(1+np)-r}{r'}$.

On

On voit que r' & r ne peuvent être positives en même tems, parce qu'autrement H'' aurait une valeur négative, tandis qu'elle doit en avoir une positive.

L'équation pour la destruction des couleurs est $\pi a' + \frac{\pi' a''}{L'} + \frac{\pi'' a'''}{L' L''} = 0$, laquelle devient $r - \frac{r'}{p} + \frac{1}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{1}{r' - pr}$; ce qui fait voir que r ne peut être positive & r' négative, car autrement p' se trouverait négative. Ainsi, dans tous les cas, r ne peut jamais être positive, en sorte que le second verre diminue toujours le champ apparent.

Puisque r doit être négative, soit $r = -\varpi$; on aura $\varpi = -\frac{(n-1)G}{H'}$. Comme n est plus grande que l'unité, il faut que H' soit négative ; il faut donc que $-L'$ soit plus petite que l'unité : on observera qu'il ne faut pas prendre H' assez petite pour que ϖ surpasse l'unité. On aura donc $H'' = \frac{-(1+np)G + \varpi}{r'}$, & $p' = \frac{1}{r' + p\varpi}$.

Comme on ne peut prendre r' négative, à cause que le champ apparent souffrirait trop de diminution, il faut la prendre positive, avec la condition qu'elle ne surpasse pas l'unité. Mais la supposition qui fournit la solution la plus simple & la plus commode, est celle de $r' = 0$.

Si donc on fait $r' = 0$, alors l'équation $H'' = \frac{-(1+np)G + \varpi}{r'}$ donne $\varpi = (1 + np)G$; donc $np = \frac{\varpi}{G} - 1$. Mais $p' = \frac{1}{p\varpi}$; donc, à cause de $npp' = m$, on aura $n = m\varpi$, & par conséquent $mp\varpi = \frac{\varpi}{G} - 1$; ainsi, comme $G = \frac{1-\varpi}{m-1}$, on aura $p = \frac{\varpi m - 1}{m(1-\varpi)\varpi}$, & $p' = \frac{m(1-\varpi)}{m\varpi - 1}$; ces valeurs ne dépendant point de H'', la lettre L'' demeure indéterminée. On pourra donc faire en sorte que les derniers verres ne soient pas trop petits.

On a $H' = \frac{(1-m\varpi)(1-\varpi)}{(m-1)\varpi}$. Comme ϖ doit être plus petite que l'unité, & que $m\varpi$ est plus grande que l'unité, on voit que H' eſt néceſſairement négative. Puiſque $m\varpi > 1$, ϖ eſt donc $> \frac{1}{m}$. Il faut donc que ϖ ſoit contenue entre les limites 1 & $\frac{1}{m}$. On pourra ſuppoſer $\varpi = \frac{1}{\sqrt{m}}$; on aura donc $n = \sqrt{m}$, $p = 1$, $p' = \sqrt{m}$, $H' = \frac{1-\sqrt{m}}{1+\sqrt{m}}$, $L' = \frac{1-\sqrt{m}}{2\sqrt{m}}$, $G = \frac{1}{m+\sqrt{m}}$, $a' = -\frac{f}{\sqrt{m}}$, &c.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{\Psi}{m+\sqrt{m}} = \frac{859'}{m+\sqrt{m}}$.

Comme, pour le troiſieme verre, on a pris $\iota' = 0$, en ſorte que $\pi' = 0$, le demi-diametre de ſon ouverture $= \frac{F''k}{L'H''F} = \frac{k}{\sqrt{m}}$. Quoique cette ouverture ſoit très-petite, le champ apparent & la clarté n'en ſouffrent pas; &, vu la petiteſſe de cette ouverture, ce verre fait très-bien la fonction de diaphragme. La diſtance f doit être au moins égale à $qk\sqrt[3]{m\mu\left(\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'}\right) - \frac{1}{L'^3H''np}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''}\right) - \frac{\lambda'''}{L'^3L''^3m}\right)}$.

179. Comme cette eſpece de lunettes a peu de champ, au lieu de ſuppoſer un ſeul verre après la ſeconde image, nous en ſuppoſerons deux, ce qui nous fournira un champ apparent double, ainſi qu'on va le voir par les détails dans leſquels nous allons entrer.

La lunette étant actuellement compoſée de cinq verres, on aura $m = \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}}$. Soit $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{IV}} = -n'''$. Soit $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a donc $m = npp'n'''$. On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{np}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{np}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'}$, $f''' = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}$, $a^{IV} = \frac{L'L''L'''f}{npp'n'''}$.

Les diſtances focales $F = f$, $F' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = -\frac{L'H''f}{np}$, $F''' = -\frac{L'L''H'''f}{npp'}$, $F^{IV} = a^{IV}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{np}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$, $f''' + a^{IV} = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}\left(1 - \frac{1}{n'''}\right)$.

Comme ces intervalles doivent être positifs, & que f est positive, n doit être plus grande que l'unité, L' doit être négative, L'' doit être positive, en sorte que H'' soit positive, mais plus petite que l'unité; enfin il faut que $L'''\left(1 - \frac{1}{n'''}\right)$ soit positive: mais pour que a^{IV} soit positive, il faut que L''' soit négative; il faut donc que n''' soit positive & plus petite que l'unité.

Le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi'''}{m - 1}$. Soit $\pi = -r\Psi$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\Psi$, & $\pi''' = \Psi$; on aura $\phi = \frac{r+2}{m-1}\Psi = G\Psi$, en faisant $\frac{r+2}{m-1} = G$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta = \frac{F^{IV}}{mG} = \frac{(m-1)F^{IV}}{m(r+2)}$.

On aura ensuite les équations $H'r - (1-n)G = 0$, $-(1+np)G - r = 0$, $H''' = -(1-npp')G - r$. La premiere donne $r = -\frac{(1-n)G}{H'}$; substituant dans la seconde, on a $(1+np)H' + n - 1 = 0$, d'où l'on tire $H' = -\frac{n-1}{1+np}$, en sorte que H' est négative & par conséquent aussi L' laquelle $= -\frac{n-1}{n(1+p)}$. Substituant cette valeur de H' dans celle de r, on a $r = -(1+np)G$; & substituant cette valeur de r dans celle de G, on aura $G = \frac{2}{m+np}$; en sorte que le demi-diametre du champ apparent $\phi = \frac{2\Psi}{m+np} = \frac{1718'}{m+np}$. Enfin la troisieme des équations précédentes donne $H''' = np(1+p')G$. On voit que H''' est positive; ainsi, comme L''' doit être négative, il faut que H''' soit plus grande que l'unité. Les lettres L'' & H'' demeurent indéterminées.

L'équation pour la destruction des couleurs est (114), $\frac{\pi a'}{\phi F} + \frac{\pi' a''}{L'\phi F} + \frac{\pi'' a'''}{L'L''\phi F} + \frac{\pi'''}{m\phi} = 0$, laquelle devient $r + \frac{1}{pp'} + \frac{1}{pp'n'''} = 0$, ou $-pp'n'''(1+np)G + n''' + 1 = 0$. Comme $m = npp'n'''$, on a $pp'n''' = \frac{m}{n}$, & par conséquent —

$\frac{m}{n}(1+np)\,G+n'''+1=0$, d'où l'on tire, en ſubſtituant la valeur de G, $n'''=\frac{2m(1+np)}{n(m+np)}-1$; ainſi comme n''' doit être poſitive, il faut que $2m(1+np)>n(m+np)$; & comme n''' doit être plus petite que l'unité, il faut que $m(1+np)<n(m+np)$. Soit comme ci-deſſus, $np=\sqrt{m}$, on aura $n'''=\frac{2\sqrt{m}}{n}-1$; il faut donc que $\frac{2\sqrt{m}}{n}>1$, ou $n<2\sqrt{m}$; mais il faut auſſi que $\sqrt{m}<n$, ou $n>\sqrt{m}$; en ſorte que la lettre p doit tomber entre les limites 1 & $\frac{1}{2}$.

Soit $n=\frac{4}{3}\sqrt{m}$; alors $p=\frac{3}{4}$, $n'''=\frac{1}{2}$, & $p'=\frac{\sqrt{m}}{n'''}=2\sqrt{m}$. On aura donc $H'=\frac{3-4\sqrt{m}}{3(1+\sqrt{m})}$, $L'=\frac{3-4\sqrt{m}}{7\sqrt{m}}$.

Comme L'' eſt indéterminée, & que la ſeule condition eſt qu'elle ſoit poſitive, ſuppoſons $L''=N$, prenant l'indéterminée N telle que les diſtances focales des derniers verres ſoient d'une grandeur raiſonnable. On pourra, par exemple, la ſuppoſer $=3$.

Ayant ſuppoſé $L''=N$, on aura $H''=\frac{N}{1+N}$.

Enfin on aura $H'''=\frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+\sqrt{m}}$, & $L'''=-\frac{2(1+2\sqrt{m})}{1+3\sqrt{m}}$.

Les diſtances focales ſeront donc $F=f$, $F'=\frac{(4\sqrt{m}-3)f}{4(1+\sqrt{m})\sqrt{m}}$, $F''=\frac{N}{1+N}\cdot\frac{4\sqrt{m}-3}{7m}f$, $F'''=\frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(1+\sqrt{m})m\sqrt{m}}f$, $F^{\text{IV}}=\frac{2N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{7(3\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}}f$.

Les intervalles des verres $f+a'=\frac{4\sqrt{m}-3}{4\sqrt{m}}f$, $f'+a''=\frac{4\sqrt{m}-3}{4m}f$, $f''+a'''=\frac{N(4\sqrt{m}-3)(2\sqrt{m}+1)}{14m\sqrt{m}}f$, $f'''+a^{\text{IV}}=\frac{1}{2}F^{\text{IV}}$.

La diſtance du lieu de l'œil au dernier verre $=\frac{\sqrt{m}+1}{2\sqrt{m}}F^{\text{IV}}$.

Le demi-diametre de la confuſion dûe à la ſphéricité des verres, eſt (111), à cauſe que $\frac{F'}{H'F}=-\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F}=-\frac{1}{np}$, $\frac{F'''}{L'L''H'''F}=-\frac{1}{npp'}$, proportionnel à $\lambda-\frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2}+\frac{\nu}{L'}\right)$

$- \frac{1}{L'^3 H'' n p} \left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{\nu}{L''} \right) - \frac{1}{L'^3 L''^3 H''' n p p'} \left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{\nu}{L'''} \right) + \frac{\lambda^{IV}}{L'^3 L''^3 L'''^3 m}$.

Pour donner tout de ſuite à cette eſpece de lunettes toute la perfection dont elle eſt ſuſceptible, nous n'avons qu'à ſubſtituer à l'objectif ſimple, l'objectif à trois verres que nous avons déjà employé, & faire les autres de crownglaſs; or, conſidérant l'objectif ſimple comme produiſant le même effet que l'objectif composé, ſon ouverture eſt égale à celle de cet objectif, & ſa diſtance focale $F = 1,02312\, R = 0,25578\, m$, la diſtance focale R de cet objectif composé étant $= \frac{1}{4} m$; & ſuppoſant la confuſion dûe aux autres verres $- \frac{1}{H' n} \left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{\nu}{L'} \right)$ – &c., repréſentée par Δ, on a $\lambda\, 1 = 2,5022 - 0,08257\, \Delta$, qui détermine le premier verre de l'objectif. Il ne s'agit donc plus que de calculer Δ. Pour pouvoir le faire, il faut au préalable trouver les valeurs de λ', λ'', λ''', λ^{IV}. Or rien n'empêche de ſuppoſer $\lambda' = 2$; & prenant le troiſieme, le quatrieme & le cinquieme verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'', λ''' & λ^{IV}, les équations $\sqrt{(\lambda'' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon} (H'' - \frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda''' - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{\varepsilon} (H''' - \frac{1}{2})$, & $\sqrt{(\lambda^{IV} - 1)} = \frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon}$, à cauſe que $f^{IV} = \infty$.

Ayant pris $\lambda' = 2$, on aura, en ſubſtituant $L' a'$, à la place de f', & enſuite $\frac{F'}{H'}$, à la place de a', dans les expreſſions générales des rayons b' & c' des ſurfaces du verre qui ſuit l'objectif, $b' = \frac{F'}{\delta - H'(\delta - \gamma) - \varepsilon}$, $c' = \frac{F'}{\gamma + H'(\delta - \gamma) + \varepsilon}$. Quant aux rayons des faces des trois autres verres, le rayon des faces du premier $= 2(P - 1) F''$, le rayon des faces du ſecond $= 2(P - 1) F'''$, le rayon des faces du troiſieme $= 2(P - 1) F^{IV}$; P étant $= 1,53$.

On obſervera que le demi-diametre de l'ouverture du verre qui ſuit l'objectif $= \pi F' + \frac{F' k}{H' F} = \frac{2}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F' - \frac{3k}{4\sqrt{m}}$; voyez (106);

Que le demi-diametre de l'ouverture du ſecond $= - \frac{k}{\sqrt{m}}$;
Que le demi-diametre de l'ouverture du troiſieme $= - \frac{1}{4} F'''$ $- \frac{k}{2m}$;
Que le demi-diametre de l'ouverture du quatrieme $= \frac{1}{4} F^{IV}$ $+ \frac{k}{m}$;
k repréſente le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif.

Quoique les parties de la plupart de ces expreſſions ſoient négatives, il faut toujours les prendre poſitives. On obſervera que la ſeconde partie ne contribue en rien au champ apparent; on ne l'employe que pour qu'il ſoit par-tout de la même clarté.

Avant de paſſer aux applications, il faut ſe rappeller que le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $= \frac{m}{50}$, & que ſa diſtance au verre qui le ſuit $= R + a' = \frac{1}{4} m - \frac{3}{4\sqrt{m}} f = \frac{1}{4} m - 0{,}191835 \cdot \sqrt{m}$.

180. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit 25 fois, en ſorte que $m = 25$. Soit $N = 3$. On aura $n = \frac{20}{3}$, $np = 5$, $npp' = 50$; $H' = - \frac{17}{18}$, $L' = - \frac{17}{35}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{11}{3}$, $L''' = - \frac{11}{8}$.

On trouvera $\lambda'' = 1{,}15008$, $\lambda''' = 25{,}0816$, $\lambda^{IV} = 1{,}60024$. Calculant enſuite Δ, on trouvera $\Delta = 5{,}2236$. Donc on aura $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 5{,}2236$, & par conſéquent $\lambda\,1 = 2{,}0709$ & $\sqrt{(\lambda\,1 - 1)} = 1{,}03484$.

Ainſi le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif, lequel eſt de crownglaſs, $b = \frac{0{,}48154\, R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$ $= 0{,}63395\, R = 3{,}96219$;
Le rayon de la ſurface poſtérieure $c = \frac{0{,}48154\, R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}}$ $= 0{,}37627\, R = 2{,}35169$.
La diſtance focale de ce verre $= 0{,}4455\, R = 2{,}7844$.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce premier verre de l'objectif, au milieu de l'épaiſſeur du ſecond $= 0{,}14156$.
La diſtance focale du ſecond verre de l'objectif, lequel eſt de

flintglaſs, & également concave des deux côtés, = − 1,699.
Le rayon de ſes faces = − 1,97081.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif = 0,14156.
La diſtance focale de ce troiſieme verre, lequel eſt de crownglaſs, & également convexe des deux côtés, = 2,74625.
Le rayon de chacune de ſes faces = 2,91075.
La diametre de l'ouverture de l'objectif = 1.
La diſtance de l'objectif au verre qui le ſuit = 5,29083.
La diſtance focale de ce verre = 0,90575.
Le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,43365.
Le rayon de ſa ſurface poſtérieure = − 4,48016, en ſorte que ce verre forme un méniſque dont le côté convexe eſt tourné vers l'objectif.
Le diametre de l'ouverture de ce verre = 0,33.
La diſtance de ce verre au ſecond = 1,087.
La diſtance focale du ſecond verre = 0,4659.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,4938.
Le diametre de ſon ouverture = 0,2.
La diſtance de ce verre au troiſieme = 2,05.
La diſtance focale du troiſieme verre = 0,6833.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,7243.
Le diametre de ſon ouverture = 0,36.
La diſtance de ce verre au quatrieme = 0,2562.
La diſtance focale du quatrieme verre = 0,5125.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,543.
Le diametre de ſon ouverture = 0,296.
La diſtance de l'œil à ce verre = 0,307.
Le diametre du champ apparent = 1° 54'.
Longueur de la lunette = 9,27415.

181. Suppoſons qu'on demande les dimenſions d'une lunette qui groſſit 49 fois, en ſorte que $m = 49$. Soit encore $N = 3$. On aura $n = \frac{28}{3}$, $np = 7$, $npp' = 98$; $H' = -\frac{25}{24}$, $L' = -\frac{25}{49}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{15}{4}$, $L''' = -\frac{15}{11}$. On trouvera $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 26,36532$, $\lambda^{iv} = 1,60024$. Faiſant les ſubſtitutions dans la quantité Δ, on trouvera $\Delta = 3,18749$.

On aura donc $\lambda\, 1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 3{,}18749 = 2{,}239$, & par conſéquent $\sqrt{(\lambda\, 1 - 1)} = 1{,}1131$.
D'où l'on trouvera le rayon de la ſurface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,65793, & le rayon de la ſurface poſtérieure = 4,34373.
La diſtance focale de ce verre = 5,4574.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du ſecond verre de l'objectif = 0,27746.
La diſtance focale de ce ſecond verre = — 3,33.
Le rayon de chacune de ſes faces = — 3,86279.
La diſtance du milieu de l'épaiſſeur de ce verre au milieu de l'épaiſſeur du troiſieme verre de l'objectif = 0,27746.
La diſtance focale de ce troiſieme verre = 5,3826.
Le rayon de chacune de ſes faces = 5,70556.
Le diametre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.
La diſtance de l'objectif au verre qui le ſuit = 10,90716.
La diſtance focale de ce verre = 1,39846.
Le rayon de ſa ſurface antérieure = 0,62771.
Le rayon de ſa ſurface poſtérieure = — 4,097.
Le diametre de ſon ouverture = 0,41.
La diſtance de ce verre au ſecond = 1,5986.
La diſtance focale du ſecond verre = 0,6851.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,7262.
Le diametre de ſon ouverture = 0,28.
La diſtance du ſecond verre au troiſieme = 2,9362.
La diſtance focale du troiſieme verre = 0,7341.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,778.
Le diametre de ſon ouverture = 0,387.
La diſtance du troiſieme verre au quatrieme = 0,2669.
La diſtance focale du quatrieme verre = 0,5338.
Le rayon de chacune de ſes faces = 0,5658.
Le diametre de ſon ouverture = 0,306.
La diſtance de l'œil à ce verre = 0,305.
Le diametre du champ apparent = 1° 1'.
La longueur de la lunette = 16,56878.
Toutes ces meſures ſont en pouces.

182.

182. Les lunettes de cette espece ont un avantage marqué sur celles qu'on a traitées précédemment, en ce qu'elles ont un champ plus considérable. Il est possible d'augmenter cet avantage & de le porter très-loin, en mettant un plus grand nombre de verres après la derniere image. Supposons, par exemple, qu'au lieu d'en mettre deux, ainsi que nous venons de le faire, on en mette trois.

Puisque la lunette est composée de six verres, on a $m = -\frac{ff'f''f'''f^{iv}}{a'a''a'''a^{iv}a^{v}}$. Soient $\frac{f}{a'} = -n$, $\frac{f'}{a''} = -n'$, $\frac{f''}{a'''} = -n''$, $\frac{f'''}{a^{iv}} = -n'''$, $\frac{f^{iv}}{a^{v}} = -n^{iv}$; & soient $n' = -p$, $n'' = -p'$; on a alors $m = npp'n'''n^{iv}$.

On aura $a' = -\frac{f}{n}$, $f' = -\frac{L'f}{n}$, $a'' = -\frac{L'f}{np}$, $f'' = -\frac{L'L''f}{np}$, $a''' = -\frac{L'L''f}{npp'}$, $f''' = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}$, $a^{iv} = \frac{L'L''L'''f}{npp'n'''}$, $f^{iv} = \frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''}$, $a^{v} = -\frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''n^{iv}}$.

Les distances focales $F = f$, $F' = -\frac{H'f}{n}$, $F'' = -\frac{L'H''f}{np}$, $F''' = -\frac{L'L''H'''f}{npp'}$, $F^{iv} = \frac{L'L''L'''H^{iv}f}{npp'n'''}$, $F^{v} = a^{v}$.

Les intervalles des verres $f + a' = \left(1 - \frac{1}{n}\right)f$, $f' + a'' = -\frac{L'f}{n}\left(1 + \frac{1}{p}\right)$, $f'' + a''' = -\frac{L'L''f}{np}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$, $f''' + a^{iv} = -\frac{L'L''L'''f}{npp'}\left(1 - \frac{1}{n'''}\right)$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{L'L''L'''L^{iv}f}{npp'n'''}\left(1 - \frac{1}{n^{iv}}\right)$.

On a les mêmes observations à faire, que dans le cas précédent, au sujet des lettres n, L', L'', H'', L''', H''', n'''. Il faut, pour le cinquieme intervalle, que $L^{iv}\left(1 - \frac{1}{n^{iv}}\right)$ soit positive; mais, pour que a^{v} soit positive, il faut que L^{iv} soit négative; il faut donc que n^{iv} soit plus petite que l'unité.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{-\pi + \pi' - \pi'' + \pi''' - \pi^{iv}}{m-1}$.

Soient $\pi = -r\Psi$, $\pi' = 0$, $\pi'' = -\Psi$, $\pi''' = \Psi$, $\pi^{iv} = -\Psi$.

On aura $\varphi = \frac{r+3}{m-1}\Psi = G\Psi$, G étant $= \frac{r+3}{m-1}$.

Pour le lieu de l'œil on a $\theta = \frac{F^{v}}{Gm} = \frac{(m-1)F^{v}}{m(r+4)}$.

V

On a ensuite les équations, $H' r = -(1-n) G$, $-(1+np) G - r = 0$, $H''' = -(1 - npp') G - r$; & $\frac{H^{iv} \pi''' - \pi'' + \pi' - \pi + \varphi}{\varphi} = \frac{L' L'' L''' H^{iv} F}{F^{iv}} = npp' n'''$, laquelle donne $H^{iv} = -(1 - npp' n''') G - r - 1$, ou $H^{iv} = np(1 + p' n''') G - 1$.

L'équation pour la destruction des couleurs $\frac{\pi a'}{\varphi F} + \frac{\pi' a''}{L' \varphi F} + \frac{\pi'' a'''}{L' L'' \varphi F} + \frac{\pi''' a^{iv}}{L' L'' L''' \varphi F} - \frac{\pi^{iv}}{m \varphi} = 0$, devient $r + \frac{1}{pp'} + \frac{1}{pp' n'''} + \frac{1}{pp' n''' n^{iv}} = 0$, ou, à cause que $r = -(1 + pn) G$, $- pp' n''' n^{iv} (1 + np) G + n''' n^{iv} + n^{iv} + 1 = 0$, ou, $(1 + np) G = \frac{1}{pp'} \left(1 + \frac{1}{n'''} + \frac{1}{n''' n^{iv}}\right)$, ou, parce que $G = \frac{3}{m + np}$, $\frac{3(1+np)}{m+np} = \frac{1}{pp'}\left(1 + \frac{1}{n'''} + \frac{1}{n''' n^{iv}}\right)$.

Si l'on veut que les derniers verres soient à peu-près à la même distance l'un de l'autre, on pourra supposer $n''' = \frac{1}{2}$, & $n^{iv} = \frac{2}{3}$.

Alors l'équation précédente deviendra $\frac{1+np}{m+np} = \frac{2}{pp'}$. Soit $np = \sqrt{m}$; on aura $pp' = 2\sqrt{m}$; donc $pp' n''' n^{iv} = \frac{2}{3}\sqrt{m}$. Mais $pp' n''' n^{iv} = \frac{m}{n}$; donc on aura $n = \frac{3\sqrt{m}}{2}$; donc $p = \frac{2}{3}$, & $p' = 3\sqrt{m}$. On a donc $npp' = 3m$, $npp' n''' = \frac{3}{2} m$, $npp' n''' n^{iv} = m$. Ainsi $H' = \frac{2 - 3\sqrt{m}}{2(1+\sqrt{m})}$, $L' = \frac{2 - 3\sqrt{m}}{5\sqrt{m}}$; soit $L'' = N$, H'' sera $= \frac{N}{1+N}$; $H''' = \frac{3(3\sqrt{m}+1)}{\sqrt{m}+1}$, $L''' = -\frac{3(3\sqrt{m}+1)}{2(4\sqrt{m}+1)}$, $H^{iv} = \frac{7\sqrt{m}+4}{2(\sqrt{m}+1)}$, $L^{iv} = -\frac{7\sqrt{m}+4}{5\sqrt{m}+2}$.

Donc les distances focales $F = f$, $F' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3(\sqrt{m}+1)\sqrt{m}} f$, $F'' = \frac{N}{1+N} \cdot \frac{3\sqrt{m}-2}{5m} f$, $F''' = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{5(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}} f$, $F^{iv} = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)(7\sqrt{m}+4)}{10(4\sqrt{m}+1)(\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}} f$, $F^{v} = \frac{3N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)(7\sqrt{m}+4)}{10(4\sqrt{m}+1)(5\sqrt{m}+2)m\sqrt{m}} f$.

Les intervalles des verres $f + a' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3\sqrt{m}} f$, $f' + a'' = \frac{3\sqrt{m}-2}{3m} f$, $f'' + a''' = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{15 m\sqrt{m}} f$, $f''' + a^{v} = \frac{N(3\sqrt{m}-2)(3\sqrt{m}+1)}{10(4\sqrt{m}+1)m\sqrt{m}} f$, $f^{iv} + a^{v} = \frac{1}{3} F^{v}$.

Pour le lieu de l'œil, $\theta = \frac{\sqrt{m}+1}{3\sqrt{m}} F^v$.

Le demi-diametre du champ apparent $\varphi = \frac{2577'}{m+\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de la confusion dûe à la sphéricité des verres, est, à cause que $\frac{F'}{H'F} = -\frac{1}{n}$, $\frac{F''}{L'H''F} = -\frac{1}{np}$, $\frac{F'''}{L'L''H'''F} = -\frac{1}{npp'}$, $\frac{F^{iv}}{L'L''L'''H^{iv}F} = \frac{1}{npp'n'''}$, proportionnel à $\lambda - \frac{1}{H'n}\left(\frac{\lambda'}{H'^2} + \frac{v}{L'}\right) - \frac{1}{L'^3H''np}\left(\frac{\lambda''}{H''^2} + \frac{v}{L''}\right) - \frac{1}{L'^3L''^3H'''npp'}\left(\frac{\lambda'''}{H'''^2} + \frac{v}{L''}\right) + \frac{1}{L'^3L''^3L'''^3H^{iv}npp'n'''}\left(\frac{\lambda^{iv}}{H^{iv2}} + \frac{v}{L^{iv}}\right) - \frac{\lambda^v}{L'^3L''^3L'''^3L^{iv3}m}$.

Si l'on veut substituer l'objectif à trois verres à l'objectif simple, considérant, pour le moment, l'objectif simple comme produisant le même effet, son ouverture est égale à celle de l'objectif composé, & sa distance focale $F = 1{,}02312\ R = 0{,}25578\,m$; & Δ représentant toujours la confusion due aux autres verres de la lunette, on a, pour déterminer le premier verre de l'objectif composé, $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257\,\Delta$.

On prendra $\lambda' = 2$; & supposant les quatre derniers verres également convexes des deux côtés, on aura, pour déterminer λ'', λ''', λ^{iv} & λ^v, les équations $\sqrt{(\lambda''-1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H''-\frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda'''-1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H'''-\frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda^{iv}-1)} = \frac{\delta-\gamma}{\varepsilon}(H^{iv}-\frac{1}{2})$, $\sqrt{(\lambda^v-1)} = \frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}$.

On déterminera les courbures du verre qui suit l'objectif & celles des quatre autres, par les formules données ci-dessus.

Quant aux ouvertures de ces verres, le demi-diametre de celles du verre qui suit l'objectif $= \frac{3}{\sqrt{m}} \cdot \frac{1}{4} F' - \frac{2k}{3\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du second $= -\frac{k}{\sqrt{m}}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du troisieme $= -\frac{1}{4}F''' - \frac{k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du quatrieme $= \frac{1}{4}F^{iv} + \frac{2k}{3m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture du cinquieme $= -\frac{1}{4}F^v - \frac{k}{m}$.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif est, comme on a vu, $= \frac{m}{50}$.

Sa distance focale $R = \frac{1}{4} m$.

Et sa distance au verre qui le suit $= R + \alpha' = \frac{1}{4} m - \frac{2f}{3\sqrt{m}} = \frac{1}{4} m$ $- 017052 . \sqrt{m}$.

183. Supposons qu'on demande une lunette qui grossisse 36 fois, en sorte que $m = 36$. On aura $n = 9$, $np = 6$, $npp' = 108$, $npp'n''' = 54$, $npp'n'''n^{iv} = 36$; $H' = -\frac{8}{7}$, $L' = -\frac{8}{15}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{57}{7}$, $L''' = -\frac{57}{50}$, $H^{iv} = \frac{23}{7}$, $L^{iv} = -\frac{23}{16}$.

On trouvera $\lambda'' = 1{,}15008$, $\lambda''' = 141{,}27806$, $\lambda^{iv} = 19{,}63596$, $\lambda^{v} = 1{,}60024$. Faisant les substitutions dans la quantité Δ, on trouvera que $\Delta = 3{,}21555$. On aura donc $\lambda\,1 = 2{,}5022 - 0{,}08257 . 3{,}21555$, & par conséquent $\lambda\,1 = 2{,}2367$ & $\sqrt{\lambda\,1 - 1} = 1{,}11206$.

Ainsi le rayon de la face antérieure du premier verre de l'objectif $= \frac{0{,}48154\,R}{1{,}79442 - \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = 0{,}7057\,R = 6{,}3513$.

Le rayon de la face postérieure $= \frac{0{,}48154\,R}{0{,}24492 + \sqrt{(\lambda\,1 - 1)}} = 0{,}35486\,R = 3{,}1937$.

La distance focale de ce verre $= 4{,}0095$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, $= 0{,}20385$.

La distance focale de ce second verre, lequel est de flintglass, $= -2{,}44656$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -2{,}83797$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif, $= 0{,}20385$.

La distance focale de ce verre $= 3{,}9546$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 4{,}19184$.

Le diametre de l'ouverture de l'objectif $= 1{,}44$.

La distance de l'objectif au verre qui le suit $= 7{,}97688$.

La distance focale de ce verre $= 1{,}16928$.

Le rayon de sa surface antérieure $= 0{,}49264$.

Le rayon de sa surface postérieure $= -2{,}40247$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}452$.

La distance de ce verre au second $= 1{,}3642$.

La distance focale du second verre $= 0{,}6138$.

Le rayon de chacune de ses faces = 0,65.
Le diametre de son ouverture = 0,24.
La distance de ce verre au troisieme = 2,592.
La distance focale du troisieme verre = 1,111.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,1776.
Le diametre de son ouverture = 0,568.
La distance de ce verre au quatrieme = 0,1555.
La distance focale du quatrieme verre = 1,022.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,0833.
Le diametre de son ouverture = 0,5376.
La distance de ce verre au cinquieme = 0,2235.
La distance focale de ce dernier verre = 0,6705.
Le rayon de chacune de ses faces = 0,71.
Le diametre de son ouverture = 0,37.
La distance de l'œil à ce verre = 0,26.
Le diametre du champ apparent = 1° 59'.
La longueur de la lunette = 12,97978.

184. On demande les dimensions d'une lunette qui grossit 49 fois, en sorte que $m = 49$. Alors $n = \frac{21}{2}$, $np = 7$, $npp' = 147$, $npp'n''' = \frac{147}{2}$, $npp'n'''n^{iv} = 49$; $H' = -\frac{19}{16}$, $L' = -\frac{19}{35}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{33}{4}$, $L''' = -\frac{33}{29}$, $H^{iv} = \frac{53}{16}$, $L^{iv} = -\frac{53}{37}$.

On trouve donc $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 145,2401$, $\lambda^{iv} = 19,99607$, $\lambda^{v} = 1,60024$. Calculant la quantité Δ, on trouvera $\Delta = 2,60496$; ainsi on aura $\lambda\, 1 = 2,5022 - 0,08257 \times 2,60496$, & par conséquent $\lambda\, 1 = 2,2871$ & $\sqrt{(\lambda\, 1 - 1)} = 1,1345$.

On trouvera donc le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif = 8,9388, & le rayon de la surface postérieure = 4,27635.
La distance focale de ce verre = 5,4574.
La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, = 0,27746.
La distance focale de ce second verre = − 3,33.
Le rayon de chacune de ses faces = − 3,86279.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif, = 0,27746.
La distance focale de ce troisieme verre = 5,3826.
Le rayon de chacune de ses faces = 5,70556.
Le diametre de l'ouverture de l'objectif = 1,96.
La distance de l'objectif au verre qui le suit = 11,05636.
La distance focale de ce verre = 1,4174.
Le rayon de sa surface antérieure = 0,58152.
Le rayon de sa surface postérieure = − 2,5739.
Le diametre de son ouverture = 0,49.
La distance de ce verre au second = 1,61994.
La distance focale du second verre = 0,7289.
Le rayon de chacune de ses faces = 0,7726.
Le diametre de son ouverture = 0,28.
La distance de ce verre au troisieme = 3,0547.
La distance focale du troisieme verre = 1,1456.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,2143.
Le diametre de son ouverture = 0,586.
La distance de ce verre au quatrieme = 0,158.
La distance focale du quatrieme verre = 1,047.
Le rayon de chacune de ses faces = 1,1098.
Le diametre de son ouverture = 0,55.
La distance de ce verre au dernier = 0,2263.
La distance focale du dernier verre = 0,6789.
Le rayon de chacune de ses faces = 0,7196.
Le diametre de son ouverture = 0,3794.
La distance de l'œil à ce verre = 0,258.
Le diametre du champ apparent = 1° 32′.
La longueur de la lunette = 16,92822.

Il est presque inutile d'avertir que toutes ces mesures sont en pouces.

185. On demande les dimensions d'une lunette qui grossit 64 fois : $m = 64$; $n = 12$, $np = 8$, $npp' = 192$, $npp'n''' = 96$, $npp'n'''n^{\text{iv}} = 64$; $H' = -\frac{11}{9}$, $L' = -\frac{11}{20}$, $L'' = 3$, $H'' = \frac{3}{4}$, $H''' = \frac{25}{3}$, $L''' = -\frac{25}{22}$, $H^{\text{iv}} = \frac{10}{3}$, $L^{\text{iv}} = -\frac{10}{7}$.
On trouve $\lambda'' = 1,15008$, $\lambda''' = 148,35748$, $\lambda^{\text{iv}} = 20,27853$,

$\lambda' = 1{,}60024$. Calculant Δ, on trouve $\Delta = 2{,}18786$; donc on aura $\lambda\,\mathrm{I} = 2{,}5022 - 0{,}08257 \cdot 2{,}18786$, & par conséquent $\lambda\,\mathrm{I} = 2{,}3216$ & $\sqrt{(\lambda\,\mathrm{I} - 1)} = 1{,}1496$.

Ainsi le rayon de la surface antérieure du premier verre de l'objectif $= 11{,}94848$, & le rayon de la surface postérieure $= 5{,}52496$.

La distance focale de ce verre $= 7{,}128$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du second verre de l'objectif, $= 0{,}3624$.

La distance focale de ce second verre $= -4{,}34944$.

Le rayon de chacune de ses faces $= -5{,}04528$.

La distance du milieu de l'épaisseur de ce verre, au milieu de l'épaisseur du troisieme verre de l'objectif, $= 0{,}3624$.

La distance focale de ce troisieme verre $= 7{,}0304$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 7{,}45216$.

Le diametre de l'ouverture de l'objectif $= 2{,}56$.

La distance de l'objectif au verre qui le suit $= 14{,}63584$.

La distance focale de ce verre $= 1{,}6673$.

Le rayon de la surface antérieure de ce verre $= 0{,}6703$.

Le rayon de sa surface postérieure $= -2{,}7765$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}5258$.

La distance de ce verre au second $= 1{,}8757$.

La distance focale du second verre $= 0{,}8441$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}8947$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}32$.

La distance du second verre au troisieme $= 3{,}517$.

La distance focale du troisieme verre $= 1{,}1723$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}2426$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}598$.

La distance de ce verre au quatrieme $= 0{,}1599$.

La distance focale du quatrieme verre $= 1{,}0657$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 1{,}1296$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}558$.

La distance de ce verre au dernier $= 0{,}2284$.

La distance focale de ce dernier verre $= 0{,}6852$.

Le rayon de chacune de ses faces $= 0{,}7263$.

Le diametre de son ouverture $= 0{,}382$.

La distance de l'œil à ce verre = 0,257.
Le diametre du champ apparent = 1° 11'.
La longueur de la lunette = 21,3986.

CHAPITRE IV.

Des Microscopes.

186. LE Microscope est un instrument de Dioptrique avec lequel on peut voir clairement & distinctement les objets proches, beaucoup plus grands qu'on ne les verrait à la vue simple. Cet instrument est composé d'un ou de plusieurs verres ayant même axe. Lorsqu'il n'est formé que d'un seul verre, on le nomme microscope simple; & quand il est composé de plusieurs, on le nomme microscope composé.

187. Une lentille convexe de verre d'un foyer très-court, forme le microscope simple. On donne assez communément le nom de *Loupe* à cette lentille. L'objet se place, comme on sait, au foyer de ce microscope. Une petite sphere de verre ou d'eau forme aussi un microscope dont on se sert assez avantageusement. On place l'objet à la distance de cette sphere, égale au quart de son diametre.

188. Ce microscope devant être d'un foyer très-court, & par conséquent former une très-petite lentille, quand on veut qu'il grossisse beaucoup, devient alors d'un usage difficile, tant parce qu'il exige que l'œil & l'objet en soient extrêmement proches, que parce que cette grande proximité de l'objet est cause qu'il est très-difficile, même souvent impossible de l'éclairer autant qu'il serait nécessaire. Ces inconvéniens ne se rencontrent point dans le microscope composé, dont la construction va maintenant nous occuper. Commençons par quelques observations.

189. On observera d'abord que, pour que l'objet s'apperçoive distinctement, il faut que le microscope le représente comme s'il existait à la distance juste de l'œil. Et comme un œil bien constitué

constitué voit distinctement à une distance considérable, on pourra traiter cette distance comme infinie, ainsi qu'on l'a fait dans les lunettes. D'où l'on voit que les verres doivent être disposés de maniere que les rayons partis de chaque point de l'objet, sortent paralleles du dernier.

190. On observera encore qu'on entend par amplification, dans ces instrumens, le nombre de fois qu'ils font paraître l'objet plus grand que si on le voyait à la vue simple, à une certaine distance qu'on estime, pour les vues ordinaires, d'environ huit pouces; enfin que le champ apparent n'est autre chose que la quantité même de l'objet qu'on apperçoit, dont on a représenté le demi-diametre par z.

191. Mr. Euler divise les microscopes composés, comme les lunettes, en trois especes. Ceux dans lesquels il n'y a point d'image réelle, forment la premiere; ceux dans lesquels il y en a une, forment la seconde; & la troisieme est composée de ceux qui en ont deux. Les microscopes de la premiere & de la troisieme espece représentent les objets droits, ceux de la seconde les représentent renversés. Ces derniers sont les seuls dont nous parlerons, comme possédant les meilleures qualités. Nous les supposerons composés de trois verres entre le second & le troisieme desquels tombe l'image.

Puisqu'on a trois verres, on a (43) $m = -\frac{ff'f''}{aa'a''}\cdot\frac{g}{n}$. Mais, dans le cas présent, n qui marque la distance juste, $=\infty$, & $f''=\infty$; on a donc $m = -\frac{ff'}{a'a''}\cdot\frac{g}{a}$. Soient $\frac{f}{a'} = -p$ & $\frac{f'}{a''} = p'$; alors $m = pp'\cdot\frac{g}{a}$.

On aura donc $a' = -\frac{f}{p} = -\frac{La}{p}$, $f' = L'a' = -LL'\cdot\frac{a}{p}$, $a'' = \frac{f'}{p'} = -LL'\cdot\frac{a}{pp'} = -LL'\cdot\frac{g}{m}$.

Les intervalles $f + a' = La\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = -\frac{LL'a}{p}\left(1 + \frac{1}{p'}\right)$.

Les distances focales $F = Ha$, $F' = H'a' = -\frac{LH'a}{p}$, $F'' = H''a'' = a''$ parce que, comme $f'' = L''a'' = \infty$, $L'' = \infty$, & par conséquent $H'' = 1$.

X

Comme les intervalles entre les verres doivent être poſitifs, il faut, pour le premier, que $L\left(1 - \frac{1}{p}\right)$ ſoit une quantité poſitive; & pour le ſecond, que LL' ſoit une quantité négative. Si donc L eſt un nombre poſitif, p doit être un nombre plus grand que l'unité, & L' négatif; & ſi L eſt négatif, il faut que p ſoit plus petit que l'unité, & que L' ſoit poſitif.

Le demi-diametre de la portion viſible de l'objet $z = a\varphi = \frac{(\pi' - \pi)ag}{-ma - g} = \frac{(\pi - \pi')ag}{ma + g}$. Repréſentons par Ψ la valeur la plus grande dont π & π' ſont ſuſceptibles, & faiſons $\pi = r\Psi$, $-\pi' = r'\Psi$. On aura $z = \frac{r + r'}{ma + g} \cdot ag\Psi = Ga\Psi$, en faiſant $\frac{r + r'}{ma + g} g = G$. Si l'on fait l'oculaire également convexe des deux côtés, on pourra prendre $r' = 1$.

La diſtance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{H'' a'' \pi'}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{a'' \pi'}{\pi' - \pi + \varphi}$. Mais $a'' = \frac{LL'a\varphi}{\pi' - \pi + \varphi}$, ce qui donne $\frac{1}{\pi' - \pi + \varphi} = \frac{a''}{LL'a\varphi}$. Donc $\theta = \frac{a''}{LL'a\varphi} \cdot a''\pi' = \frac{F''}{Ga} \cdot \frac{g}{m}$. Pour que cette diſtance ſoit poſitive, il faut que F'' ſoit poſitive, & par conſéquent que LL' ſoit une quantité négative, ainſi qu'on l'a obſervé.

Comme on connoît L' ſi-tôt qu'on a H', on prendra la formule $H'\pi - \varphi = \frac{LH'a\varphi}{F'} = \frac{La\varphi}{a'} = -p\varphi$, d'où l'on déduit $H'r = (1 - p)G$.

L'équation pour la deſtruction des couleurs, dans le cas de trois verres (82) devient $-\frac{r}{p} + \frac{r'}{pp'} = 0$, d'où l'on tire $p' = \frac{r'}{r} = \frac{1}{r}$, à cauſe de $r' = 1$; donc $r = \frac{1}{p'}$. Si l'on prend $p' = 1$, le microſcope aura le plus grand champ poſſible, dont le demi-diametre ſera alors $z = \frac{2ag\Psi}{ma + g} = \frac{1}{4} \cdot \frac{2ag}{ma + g}$. Dans la même ſuppoſition, $p = \frac{ma}{g}$; ainſi, comme p eſt plus grand que l'unité, L ſera poſitif; il faut donc que L' ſoit négatif, & c'eſt ce qui arrive en effet, puiſque H' eſt négatif. On trouve que $H' = (1 - p)G = -\frac{2(ma - g)}{ma + g}$; en ſorte que $\frac{ma}{g}$ étant un nombre très-grand, H' sera, à peu de chose près, $= -2$, & par conséquent $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{2}{3}$. On pourra s'en tenir à la supposition de $H' = -2$; car, quoiqu'alors r se trouve un peu plus petite que l'unité, & qu'ainsi les couleurs ne soient pas parfaitement détruites, p' demeurant $= 1$, cependant le champ n'y perdra pas sensiblement, surtout lorsque l'instrument amplifie beaucoup; & il n'est nullement nécessaire que les couleurs soient entiérement détruites, parce que le lieu de l'œil souffre une latitude très-sensible.

Puisque $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $p = \frac{ma}{g}$ & $p' = 1$, les intervalles des verres seront $f + a' = La\left(1 - \frac{g}{ma}\right)$, $f' + a'' = \frac{4}{3} \cdot \frac{Lg}{m}$;

Les distances focales $F = Ha$, $F' = \frac{2Lg}{m}$, $F'' = \frac{2}{3} \cdot \frac{Lg}{m} = \frac{1}{3}F'$;

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = \frac{F''(ma+g)}{2ma} = \frac{L(ma+g)g}{3m^2a}$, & par conséquent, à peu de chose près, $\theta = \frac{Lg}{3m} = \frac{1}{2}F''$.

Ainsi la longueur de l'instrument $= La + \frac{2Lg}{3m}$.

L demeure toujours indéterminée, en sorte qu'on est absolument le maître de la prendre telle qu'on jugera à propos, pourvu qu'on la prenne positive.

L'expression du demi-diametre de la confusion, dans le cas de trois verres (45), devient, à cause de $L'' = \infty$, $H'' = 1$, $H' = -2$, $L' = -\frac{2}{3}$, $\frac{a'}{La} = -\frac{g}{ma}$, $\frac{a''}{LL'a} = -\frac{g}{ma}$, $\frac{\mu m k^3}{4a^2g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{Hk} + \frac{g}{L^3ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27\lambda''g}{8L^3ma}\right)$. Soit $\frac{1}{4q^3}$ la limite que la valeur de cette expression ne doit jamais passer, on aura, à cause de $H = \frac{F}{a}$, $\frac{\mu m a k^3}{F^3g}\left(\lambda + \frac{H^2\nu}{L} + \frac{H^3g}{L^3ma}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27H^3g\lambda''}{8L^3ma}\right) = \frac{1}{q^3}$.

Puisqu'on suppose $r = r' = 1$, le second & le troisieme verre doivent être également convexes des deux côtés; ainsi $\lambda' = 1 + \left(\frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}\right)^2(1-2H')^2 = 1 + 25\left(\frac{\delta-\gamma}{2\varepsilon}\right)^2$, $\lambda'' = 1 +$

$(\frac{\delta - \gamma}{2\varepsilon})^2$. A l'égard de λ, il convient de le prendre égal à l'unité. Soit, pour abréger, $1 + \frac{H^2 \nu}{L} + \frac{H^3 g}{L^3 m a}\left(\frac{\lambda'}{8} - \frac{3\nu}{4}\right) + \frac{27 H^3 g \lambda''}{8 L^3 m a} = M$ dont la valeur ſurpaſſera peu l'unité, pourvu qu'on prenne pour L un nombre médiocre. Comme μ eſt toujours un nombre qui differe peu de l'unité, on pourra donc prendre $\mu\, M = 1$; ainſi on aura $\frac{m a k^3}{F^3 g} = \frac{1}{q^3}$, & par conſéquent $k = \frac{F}{q} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. On aura donc le demi-diametre de l'objectif. On pourra ſuppoſer $q = 20$, & même à un nombre plus grand, afin d'avoir plus de netteté.

Repréſentant le degré de clarté par le demi-diametre du faiſceau de rayons, à ſon entrée dans l'œil (50), on a, en général, $y = \frac{g k}{m a}$; donc ici $y = \frac{F g}{q m a} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. Ainſi, comme lorſque y eſt égal au demi-diametre de la prunelle qui eſt d'environ $\frac{1}{20}$ de pouce, la clarté eſt pleine & entiere, & préciſément celle dont on jouit en regardant l'objet à la vue ſimple, ſi on repréſente ce degré de clarté par l'unité, le degré de clarté avec lequel on apperçoit l'objet au travers du microſcope, ou la meſure de la clarté, $= \frac{20 F g}{q m a} \sqrt[3]{\frac{g}{m a}}$. Au reſte, on obſervera que ce n'eſt pas préciſément par cette quantité, mais par ſon carré, que la clarté eſt vraiment repréſentée.

Quant à l'indéterminée L, on obſervera de la prendre d'une grandeur telle que la diſtance focale de l'oculaire ne ſe trouve pas trop petite, que le microſcope ne ſoit pas trop long, & que pour diminuer ſa longueur on ne ſoit pas obligé de prendre a trop petite. On pourra prendre $L = 50$; ainſi $H = \frac{50}{51}$, en ſorte que la diſtance focale de l'objectif ſera un peu plus petite que la diſtance de l'objet a, qu'il paraît qu'on peut fixer, abſtraction faite des circonſtances particulieres, à un demi-pouce. Il réſultera encore de la ſuppoſition qui vient d'être faite, que la valeur de la lettre M approchera beaucoup de l'unité, les deux derniers termes de cette valeur pouvant être conſidérés comme nuls, à cauſe de leur extrême petiteſſe.

192. Voyons actuellement quelles seront les dimensions du Microscope.

Comme on a supposé $\lambda = 1$, les rayons des faces de l'objectif $b = \frac{af}{\gamma f + \delta a}$, $c = \frac{af}{\gamma a + \delta f}$. Substituant, pour f, sa valeur La, ensuite $\frac{H}{1-H}$ à la place de L, & au lieu de a sa valeur $\frac{F}{H}$, ils deviendront $b = \frac{F}{\delta - H(\delta - \gamma)}$, $c = \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)}$.

Si l'on fait cet objectif, ainsi que les deux autres verres, avec le verre commun, dans lequel $P = 1{,}55$, alors, δ étant $= 1{,}6274$ & $\gamma = 0{,}19078$, on trouve $b = \frac{F}{0{,}2194} = 4{,}5579\, F$, $c = \frac{F}{1{,}5987} = 0{,}6255\, F$; donc, la distance focale F étant $= \frac{50}{51} a$, le rayon de la surface antérieure de l'objectif $= 4{,}4668\, a$, & le rayon de la surface postérieure $= 0{,}6130\, a$.

Prenant $g = 8$, & $q = 20$, on trouve le demi-diametre de l'ouverture de ce verre $k = \frac{0{,}098 \,.\, a}{\sqrt[3]{ma}}$.

Sa distance au second verre $= 50\, a - \frac{400}{m}$ pouces.

Comme le second verre est également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2\,(P-1)\,F' = \frac{880}{m}$ pouces, la distance focale de ce verre F' étant $= \frac{800}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{4} F' = \frac{200}{m}$ pouces.

La distance de ce verre au troisieme $= \frac{533}{m}$ pouces.

La distance focale du troisieme verre $F'' = \frac{267}{m}$ pouces; ainsi ce verre étant également convexe des deux côtés, le rayon de chacune de ses faces $= 2\,(P-1)\,F'' = \frac{294}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{4} F'' = \frac{67}{m}$ pouces.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{133}{m}$ pouces.

La longueur du microscope $= 50 \,.\, a + \frac{266}{m}$ pouces.

Le demi-diametre de la portion visible de l'objet $= \frac{4a}{ma+8}$ pouces.

Enfin, la meſure de la clarté $= \frac{16}{m\sqrt[3]{ma}}$.

193. On doit remarquer que l'objectif ne dépend que de la diſtance a de l'objet, & qu'il peut ſervir, quelle que ſoit l'amplification, mais que les deux autres verres dépendent uniquement de l'amplification, en ſorte qu'on eſt obligé de changer ces verres ſuivant le groſſiſſement qu'on veut avoir. Au reſte, cela n'eſt pas tellement néceſſaire qu'on ne puiſſe amplifier l'objet à volonté, en employant les trois mêmes verres, ainſi que le fait voir M. Euler. Suppoſons, dit ce grand Géometre, qu'on veuille, avec trois verres convexes dont le dernier ait un foyer trois fois plus court que le ſecond, conſtruire un microſcope qui amplifie à volonté.

Soit F la diſtance focale de la lentille objective, F' celle du ſecond verre, $F'' = \frac{1}{3} F'$ celle de l'oculaire; ces diſtances focales ſont poſitives, & elles ſont données enſemble avec l'amplification m. Les deux dernieres donnent $L = \frac{mF'}{2g}$, & par conſéquent $H = \frac{mF'}{mF' + 2g}$.

Le premier verre donne la diſtance de l'objet $a = \frac{F}{H} = \frac{mF' + 2g}{mF'} F = F\left(1 + \frac{2g}{mF'}\right)$, en ſorte que cette diſtance eſt toujours un peu plus grande que la diſtance focale de l'objectif.

L'intervalle entre l'objectif & le ſecond verre $= \frac{(mF' + 2g)F - gF'}{2g}$.

Ainſi cet intervalle dépend principalement de l'amplification m. On pourra éviter l'inconvénient de l'avoir trop grand, en prénant F & F' auſſi petites que la pratique peut le permettre. L'intervalle entre le ſecond verre & l'oculaire, $= 2F'' = \frac{2}{3} F'$.

Pour que ces verres donnent le même champ, & que la clarté ſoit la même que ci-deſſus, il faut 1°., que le rayon de la ſurface antérieure de l'objectif ſoit ſix à ſept fois plus grand que celui de la face poſtérieure; 2°., que les deux autres verres ſoient également convexes des deux côtés.

Le demi-diametre de la partie viſible de l'objet $z = \frac{g}{2m} \cdot \frac{(mF' + 2g)F}{(mF' + 2g)F + gF''}$

La distance de l'œil à l'oculaire $= \frac{1}{2} F''$, à très-peu près.

Le demi-diametre de l'ouverture de l'objectif $k = \frac{F}{q} \sqrt[3]{\frac{g F'}{(mF' + 2g) F}}$, où l'on doit observer que plus on prendra q au dessus de 20, moins il y aura de confusion.

La mesure de la clarté $= \frac{20 g F'}{(mF' + 2g) q} \sqrt[3]{\frac{g F'}{(mF' + 2g) F}}$. La clarté sera donc d'autant plus grande que la distance focale F sera plus petite. De plus, la clarté est proportionnelle à $\left(\frac{F'}{mF' + 2g}\right)^{\frac{4}{3}}$, en sorte qu'il ne faut pas faire F' trop petite.

Enfin le demi-diametre de l'ouverture du diaphragme, qu'il faut placer au lieu de l'image, $= LL'\zeta = \frac{2}{3} L\zeta = \frac{1}{2} F'' \times \frac{(mF' + 2g) F}{(mF' + 2g) F + g F'}$.

194. Supposons trois verres tels, 1°., que la distance focale F de l'objectif soit de $\frac{1}{2}$ pouce, & que le rayon de la surface antérieure soit six à sept fois plus grand que celui de la surface postérieure ; 2°, que la distance focale F' du second verre également convexe des deux côtés, soit de 1 pouce, en sorte que le demi-diametre de son ouverture soit de $\frac{1}{4}$ de pouce ; 3°., que la distance focale F'' de l'oculaire, qu'on suppose aussi également convexe des deux côtés, soit de $\frac{1}{3}$ de pouce, & dont par conséquent le demi-diametre de l'ouverture est de $\frac{1}{12}$ de pouce. On va voir que certaines parties du microscope qu'on formera avec ces verres, ne dépendent point de l'amplification, tandis que d'autres en dépendent absolument.

Premiérement la distance de l'oculaire au second verre sera toujours de $\frac{2}{3}$ de pouce, pour les yeux bien constitués, en sorte que l'oculaire est éloigné de l'image de $\frac{1}{3}$ de pouce, c'est-a-dire, de sa distance focale. Il faudra, en faveur des myopes & des presbytes, rendre cet intervalle susceptible de changement, par le secours d'une vis au moyen de laquelle on puisse rapprocher ou éloigner l'oculaire du second verre, d'environ un quarantieme de pouce.

Secondement la distance de l'œil à l'oculaire pourra être supposée constamment $= \frac{1}{2} F'' = \frac{1}{6}$ de pouce. Car quoiqu'elle dépende un peu de l'amplification, & qu'elle doive être un peu plus grande, il n'y a nul inconvénient à la prendre toujours de la quantité qu'on vient de lui assigner, parce que le lieu de l'œil n'exige pas une si grande précision.

Les parties qui varient suivant le grossissement, sont:

1°. La distance de l'objet à la lentille objective, laquelle est, dans le cas présent, $a = \frac{1}{2} + \frac{8}{m}$ pouce, en prenant g de 8 pouces, en sorte que cette distance est toujours plus grande que $\frac{1}{2}$.

2°. L'intervalle entre l'objectif & le second verre $= \frac{m}{32}$ pouce. Il dépend donc entiérement de l'amplification. D'où il suit que pour pouvoir produire le changement que cet intervalle doit éprouver relativement au grossissement qu'on peut se proposer, il faut faire porter la lentille objective par un tuyau particulier.

3°. L'ouverture de la lentille objective dépend encore principalement de l'amplification; car son demi-diametre k sera $= \frac{1}{20}\sqrt[3]{\frac{2}{m+16}}$ pouces, q ayant été pris $= 20$. Il est évident que si on prend k plus petite, la confusion diminue en raison triplée.

4°. Si on veut placer un diaphragme à l'endroit où tombe l'image, c'est-à-dire, à distance égale du second verre & de l'oculaire, il faut que le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{6} \cdot \frac{m+16}{m+32}$. Si donc l'amplification est très-grande, ce demi-diametre sera d'environ $\frac{1}{6}$ de pouce, & par conséquent son diametre de $\frac{1}{3}$ de pouce, mesure que M. Euler estime pouvoir servir lorsqu'on veut l'objet moins amplifié, en sorte qu'il ne sera nullement nécessaire de changer de diaphragme.

5°. Quant au petit trou auquel il faut appliquer l'œil, on n'aura qu'à le faire d'un demi-diametre égal à y, c'est-à-dire, à $\frac{16\,k}{m+16}$; en sorte que, dans le cas de $m = 112$, son demi-diametre serait $= \frac{1}{640}$ de pouce. Comme un trou aussi petit serait à peine sensible, on sera certainement obligé de le faire plus grand, ne se permettant toutefois de le faire que le moins grand possible. Il en doit être de même dans les autres cas.

Le demi-diametre z de la portion de l'objet qu'on appercevra, sera $= \frac{4}{m} \cdot \frac{m+16}{m+32}$ pouces, & par conséquent, dans les amplifications

fications considérables, il sera $= \frac{4}{m}$ pouces, ce qui fait une étendue assez passable.

Enfin, la mesure de la clarté avec laquelle on verra les objets, sera $= \frac{320 . k}{m + 16} = \frac{16}{m + 16} \sqrt[3]{\frac{2}{m + 16}}$, au carré de laquelle, à proprement parler, la clarté doit être censée proportionnelle. Si l'on veut voir l'objet grossi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'apperçoit est 0,00002372 de la clarté avec laquelle on le voit à la vue simple. Si donc on le suppose éclairé par le soleil, comme la lumiere de la pleine lune est la 300000^e partie de celle du soleil, suivant les expériences de M. Bouguer, ou la 0,000003333, la clarté avec laquelle on apperçoit l'objet, avec le microscope, est plus de 7 fois plus grande que celle de la pleine lune.

195. Si l'on trouve que la clarté ne soit pas assez grande, en sorte qu'on ne puisse faire amplifier ce microscope autant qu'on le desirerait, on pourra l'augmenter considérablement, en substituant à l'objectif deux ou trois verres convexes extrêmement voisins l'un de l'autre; supposons-en trois. Comme alors on a cinq verres, $m = - \frac{ff'f''f'''f^{IV}}{aa'a''a'''a^{IV}} . \frac{g}{n}$, ou, à cause que $n = \infty$, & $f^{IV} = \infty$, $m = - \frac{ff'f''f'''}{a'a''a'''a^{IV}} . \frac{g}{a}$. Soient $\frac{f}{a'} = -p$, $\frac{f'}{a''} = -p'$, $\frac{f''}{a'''} = -p''$, & $\frac{f'''}{a^{IV}} = p'''$, l'image tombant entre le quatrieme & le cinquieme verres. Alors $m = pp'p''p''' . \frac{g}{a}$, & $pp'p''p''' = \frac{ma}{g}$.

Ainsi on aura $a' = - \frac{f}{p} = - \frac{La}{p}$, $f' = L'a' = - \frac{LL'a}{p}$, $a'' = - \frac{f'}{p'} = \frac{LL'a}{pp'}$, $f'' = L''a'' = \frac{LL'L''a}{pp'}$, $a''' = - \frac{f''}{p''} = - \frac{LL'L''a}{pp'p''}$, $f''' = L'''a''' = - \frac{LL'L''L'''a}{pp'p''}$, $a^{IV} = \frac{f'''}{p'''} = - \frac{LL'L''L'''a}{pp'p''p'''} = - LL'L''L''' . \frac{g}{m}$.

Les intervalles entres les verres $f + a' = La\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $f' + a'' = - \frac{LL'a}{p}\left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, $f'' + a''' = \frac{LL'L''a}{pp'}\left(1 - \frac{1}{p''}\right)$,

Y

$f''' + a^{iv} = -\frac{LL'L''L'''a}{pp'p''}\left(1 + \frac{1}{p'''}\right)$. Les deux premiers intervalles devant être très-petits, les deux lettres p & p' doivent être très-peu différentes de l'unité.

Les distances focales $F = Ha$, $F' = H'a' = -\frac{LH'a}{p}$, $F'' = H''a'' = \frac{LL'H''a}{pp'}$, $F''' = H'''a''' = -\frac{LL'L''H'''a}{pp'p''}$, $F^{iv} = a^{iv} = -LL'L''L'''.\frac{g}{m}$.

Le demi-diametre de la portion visible de l'objet $z = a\varphi = \frac{(\pi''' - \pi'' + \pi' - \pi)ag}{-ma - g} = \frac{(\pi - \pi' + \pi'' - \pi''')ag}{ma + g}$. Soient $\pi = r\Psi$, $-\pi' = r'\Psi$, $\pi'' = r''\Psi$, $-\pi''' = r'''\Psi$, Ψ représentant la plus grande valeur dont les lettres π sont susceptibles, c'est-à-dire, $\frac{1}{4}$. On aura $z = \frac{r + r' + r'' + r'''}{ma + g}ag\Psi = Ga\Psi$, en faisant $\frac{r + r' + r'' + r'''}{ma + g}g = G$. Mais les deux derniers verres étant également convexes des deux côtés, r'' & r''' sont égales à l'unité, & on va voir, dans le moment, qu'à cause que p & p' sont très-peu différentes de l'unité, r & r' sont si petites qu'on peut les négliger. Ainsi le demi-diametre de la portion visible de l'objet $z = \frac{2ag}{ma + g}\Psi$, & $G = \frac{2g}{ma + g}$.

La distance de l'œil à l'oculaire $\theta = -\frac{\pi''' F^{iv}}{a\varphi}.\frac{g}{m} = \frac{F^{iv}}{Ga}.\frac{g}{m} = \frac{1}{2}F^{iv}\left(1 + \frac{g}{ma}\right) = \frac{1}{2}F^{iv}$, à très-peu près.

On a ensuite les formules, $H'\pi - \varphi = \frac{LH'a\varphi}{F'} = \frac{LH'a\varphi}{H'a'} = \frac{La\varphi}{a'} = -p\varphi$, $H''\pi' - \pi + \varphi = \frac{LL'H''a\varphi}{F''} = \frac{LL'a\varphi}{a''} = pp'\varphi$, $H'''\pi'' - \pi' + \pi - \varphi = \frac{LL'L''H'''a\varphi}{F'''} = \frac{LL'L''a\varphi}{a'''} = -pp'p''\varphi$. La premiere & la seconde donnent $H'r = (1 - p)G$, & $-H''r' = (pp' - 1)G + r$. Puisque p & p' sont presque égales à l'unité, r & r' sont donc extrêmement petites, en sorte qu'on pourra négliger ces équations. La troisieme donne $H''' = -(pp'p'' - 1)G = -\frac{2(ma - gp''')}{p'''(ma + g)}$, & par conséquent, dans les grandes amplifications, $H''' = -\frac{2}{p'''}$.

L'équation pour la destruction des couleurs, dans le cas de cinq verres (84), devient $-\frac{r}{p} - \frac{r'}{pp'} - \frac{r''}{pp'p''} + \frac{r'''}{pp'p''p'''} = 0$, dont les deux premiers termes peuvent être négligés à cause de l'extrême petitesse de r & r', en sorte que r'' & r''' étant $= 1$, elle se réduit à $-1 + \frac{1}{p'''} = 0$, ce qui donne $p''' = 1$. On aura donc $H''' = -2$, & $L''' = -\frac{2}{3}$.

Les distances focales seront donc $F = Ha$, $F' = -\frac{LH'a}{p}$, $F'' = \frac{LL'H''a}{pp'}$, $F''' = \frac{2LL'L''a}{pp'p''} = 2LL'L''.\frac{g}{m}$, $F^{iv} = \frac{2}{3}LL'L''.\frac{g}{m} = \frac{1}{3}F'''$. Les verres étant tous convexes, H doit être positive, LH' négative, $LL'H''$ positive, & $LL'L''$ aussi positive.

L'intervalle entre le quatrieme & le cinquieme verre $f''' + a^{iv} = \frac{4}{3}LL'L''.\frac{g}{m} = 2F^{iv}$.

L'expression du demi-diametre de la confusion, dans le cas de cinq verres, devient, à cause de $L^{iv} = \infty$, $H^{iv} = 1$, $H''' = -2$, $L''' = -\frac{2}{3}$, $\frac{a'}{La} = -\frac{1}{p}$, $\frac{a''}{LL'a} = \frac{1}{pp'}$, $\frac{a'''}{LL'L''a} = -\frac{1}{pp'p''}$, $\frac{a^{iv}}{LL'L''L'''} = -\frac{g}{m}$, $\frac{\mu m k^3}{4a^2 g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{HL} - \frac{1}{L^3 p}\left(\frac{\lambda'}{H'^3} + \frac{\nu}{L'H'}\right) + \frac{1}{L^3 L'^3 pp'}\left(\frac{\lambda''}{H''^3} + \frac{\nu}{H''L''}\right) + \frac{1}{8L^3L'^3L''^3pp'p''}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27g\lambda^{iv}}{8L^3L'^3L''^3ma}\right)$; supposant que $\frac{1}{4q^3}$ représente la limite de la valeur de cette expression, on aura $\frac{\mu m k^3}{a^2 g}\left(\frac{\lambda}{H^3} + \frac{\nu}{LH} - \&c.\right) = \frac{1}{q^3}$, équation au moyen de laquelle on déterminera l'ouverture du premier verre.

Chacun des deux derniers verres devant être également convexes des deux côtés, cette condition donnera λ''' & λ^{iv}. Quant à λ, λ', λ'', comme on doit faire en sorte que le premier membre de l'équation ait la plus petite valeur possible, il faudra supposer chacun d'eux égal à l'unité. On observera que la quantité $LL'L''$ doit toujours passer une certaine limite, dans la crainte que, pour les grossissemens considérables, les deux derniers verres ne se trouvent trop petits. C'est pourquoi, comme cette quantité doit être positive, supposons-la $= N$, en sorte qu'on puisse considérer N comme un nombre donné; des-lors les deux derniers termes de ce premier membre, ſont déterminés par eux-mêmes. Il ne reſte donc plus que les trois premiers, qu'il faut chercher à rendre les plus petits poſſibles, obſervant qu'on peut écrire l'unité à la place des lettres p & p'. Or on obtiendra aſſez ce qu'on cherche en prenant égales entr'elles les trois quantités H, $-LH'$ & $LL'H''$, en ſorte que les diſtances focales F, F', F'' ne different d'être égales qu'autant que les lettres p & p' ſont différentes de l'unité. L'égalité des deux premieres quantités donne $H' = -\frac{H}{L} = -\frac{1}{L+1}$; donc $L' = \frac{H'}{1-H'} = -\frac{1}{L+2}$. L'égalité de la ſeconde & de la troiſieme donne $H'' = -\frac{H'}{L'} = -\frac{L+2}{L+1}$; donc $L'' = -\frac{L+2}{2L+3}$. Comme on a $LL'L'' = N$, on peut déterminer toutes ces lettres en N. On trouvera $L = \frac{3N}{1-2N}$, $H = \frac{3N}{1+N}$, $L' = -\frac{1-2N}{2-N}$, $H' = -\frac{1-2N}{1+N}$, $L'' = -\frac{2-N}{3}$, $H'' = -\frac{2-N}{1+N}$. Subſtituant dans l'équation ci-deſſus, elle devient λ, λ', λ'' étant $= 1$, $\frac{\mu m k^3}{a^2 g}\left(\frac{(1+N)^3}{27N^3} + \frac{\nu(1-2N)(1+N)}{9N^2} + \frac{(1+N)^3}{27N^3 p}\left(1 - \frac{\nu(1-2N)(2-N)}{(1+N)^2}\right) + \frac{(1+N)^3}{27N^3 pp'}\left(1 - \frac{3\nu(2-N)}{(1+N)^2}\right) + \frac{g}{8N^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27 g \lambda^{iv}}{8N^3 ma}\right) = \frac{1}{q^3}$.

Repréſentant par M tout ce qui eſt entre les deux parentheſes, on aura $M = \frac{(1+N)^3}{27N^3}\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{pp'}\right) - \frac{\nu(1+N)}{27N^3}\left(3N(2N-1) + \frac{(1-2N)(2-N)}{p} + \frac{3(2-N)}{pp'}\right) + \frac{g}{8N^3 ma}(\lambda''' - 6\nu) + \frac{27 g\lambda^{iv}}{8N^3 ma}$, qui, ſi N eſt un nombre conſidérable, & que les lettres p & p' ſoient cenſées égales à l'unité, ſe réduit à $M = \frac{3-8\nu}{27}$, valeur beaucoup plus petite que ſi la lentille objective était ſimple & même double, & alors k aura une valeur plus grande, laquelle ſera $= \frac{1}{q}\sqrt[3]{\frac{a^2 g}{\mu m M}}$, & donnera le demi-diametre de l'ouverture de la lentille objective, pourvu cependant qu'il ne ſoit pas plus grand que la figure de cette lentille ne le permet. Ayant trouvé k, on aura $y = \frac{gk}{ma}$, & la meſure de la clarté $= \frac{20gk}{ma}$.

196. Si l'on prend N un nombre très-grand, on aura, à très-peu près, $L = -\frac{3}{2}$, $H = 3$, $L' = -2$, $H' = 2$, $L'' = \frac{N}{3}$, $H'' = 1$, & $M = \frac{1}{27}\left(1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{pp'}\right) - \frac{\nu}{27}\left(6 + \frac{2}{p}\right)$.

Soient les intervalles entre le premier & le ſecond verre, & entre le ſecond & le troiſieme $= \frac{1}{10} F = \frac{1}{10} Ha$. Comparant avec les expreſſions de ces intervalles $La\left(1 - \frac{1}{p}\right)$, $-\frac{LL'a}{p}\left(1 - \frac{1}{p'}\right)$, on trouve $p = \frac{5}{6}$, $p' = \frac{12}{13}$; & par conſéquent $M = \frac{7}{54} - \frac{14\nu}{45}$.

Conſidérant comme donnée la diſtance focale F du premier verre, on trouve, en employant la valeur exacte de H, que la diſtance de l'objet $a = \frac{1 + N}{3N} F = \frac{1}{3} F\left(1 + \frac{1}{N}\right)$.

Les diſtances focales du ſecond & du troiſieme verre $F' = \frac{6}{5} F$, $F'' = \frac{13}{10} F$.

Si l'on conſidere comme donnée la diſtance focale F''' du quatrieme verre, on pourra s'en ſervir pour déterminer N. Car on a $F''' = 2\, LL'L'' . \frac{g}{m} = 2\, N . \frac{g}{m}$; donc $N = \frac{mF'''}{2g}$.

La diſtance du troiſieme verre au quatrieme $f'' + a''' = Na\left(\frac{13}{10} - \frac{g}{ma}\right) = \frac{13\, maF'''}{20\, g} - \frac{1}{2} F''' = \frac{13\, mFF'''}{60\, g} + \frac{13}{30} F - \frac{1}{2} F'''$. Ainſi cet intervalle dépend principalement de l'amplification, en ſorte qu'il faut alonger l'inſtrument à proportion qu'on veut qu'il groſſiſſe davantage. Mais en prenant, comme on l'a fait ci-deſſus, la diſtance de l'objet d'un demi-pouce, cet intervalle eſt plus grand, à groſſiſſement égal, que l'intervalle entre la lentille objective & le ſecond verre du microſcope précédent; ainſi le microſcope dont il s'agit actuellement, eſt plus long que celui-là. Le moyen de diminuer cet intervalle & par conſéquent de raccourcir l'inſtrument, eſt de prendre plus petite la diſtance de l'objet. Mais, en la prenant plus petite, on s'expoſe à rendre trop petite l'ouverture du premier verre, ſur laquelle elle influe. Tout ce qu'on peut ſe permettre, pour raccourcir le microſcope, en ayant égard à cette conſidération, c'eſt de prendre la diſtance de l'objet de 5 lignes au lieu de la prendre de 6, car l'ouverture du premier verre ſera encore ſenſiblement la même; le microſcope ſe trouvera raccourci de plus d'un ſixieme.

La diſtance de l'objet étant donnée, l'ouverture du premier verre ne dépend plus que du groſſiſſement. Car, ſuppoſant toujours les lentilles formées de verre commun pour lequel $P = 1{,}55$, on a $\nu = 0{,}23$; ainſi $M = 0{,}0581$: ſuppoſant donc $a = \frac{5}{12}$ de pouce, $q = 20$, & $g = 8$, on aura, μ étant à peu de choſe près $= 1$, $k = \frac{0{,}145}{\sqrt[3]{m}}$.

Le degré de clarté y ſera donc $= \frac{2{,}784}{m\sqrt[3]{m}}$, & la meſure de la clarté $= \frac{55{,}68}{m\sqrt[3]{m}}$.

197. Soit la diſtance focale du premier verre $F = \frac{1}{4}$ de pouce, en ſorte que la diſtance de l'objet ſoit d'environ $\frac{5}{12}$ de pouce. Soit de plus $F''' = 1$ pouce; F^{iv} ſera $= \frac{1}{3}$ de pouce. Voyons quelles ſeront les dimenſions du microſcope. On ſe ſouviendra qu'on a ſuppoſé $\lambda, \lambda', \lambda''$ égales chacune à l'unité, & que dans le verre commun $\delta = 1{,}6274$ & $\gamma = 0{,}1908$.

Le rayon de la ſurface antérieure du premier verre $= \frac{F}{\delta - H(\delta - \gamma)} = -\frac{F}{2{,}6827} = -0{,}4660$ de pouce.

Le rayon de la ſurface poſtérieure $= \frac{F}{\gamma + H(\delta - \gamma)} = \frac{F}{4{,}5008} = 0{,}2777$ de pouce.

La diſtance de ce verre au ſecond $= 0{,}125$ de pouce.

La diſtance focale du ſecond verre $F' = \frac{1}{2}$ de pouce.

Le rayon de ſa ſurface antérieure $= \frac{F'}{\delta - H'(\delta - \gamma)} = -\frac{F'}{1{,}246} = -1{,}2038$ pouces.

Et le rayon de ſa ſurface poſtérieure $= \frac{F'}{\gamma + H'(\delta - \gamma)} = \frac{F'}{3{,}0641} = 0{,}4895$ de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du premier.

La diſtance de ce verre au troiſieme $= 0{,}125$ de pouce.

La diſtance focale du troiſieme verre $F'' = \frac{13}{8}$ de pouce.

Le rayon de sa surface antérieure $= \frac{F''}{\delta - H''(\delta - \gamma)} = \frac{F''}{\gamma} =$ 8,5212 pouces.

Et le rayon de sa surface postérieure $= \frac{F''}{\gamma + H''(\delta - \gamma)} = \frac{F''}{\delta} =$ 0,9985 de pouce.

L'ouverture de ce verre un peu plus grande que celle du second.

La distance de ce verre au quatrieme $= \frac{13\,m}{384} + \frac{1}{24}$ pouce.

Le rayon de chacune des faces du quatrieme verre, dont la distance focale est d'un pouce, = 1,1 pouce.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{4}$ de pouce.

La distance de ce verre au cinquieme $= \frac{2}{3}$ de pouce.

Le rayon de chacune des faces du cinquieme verre dont la distance focale est d'un tiers de pouce, = 0,37 de pouce.

Le demi-diametre de son ouverture $= \frac{1}{12}$ de pouce.

La distance de l'œil à ce verre $= \frac{1}{6}$ de pouce.

Le demi-diametre de la portion de l'objet qu'on apperçoit $= \frac{1}{2} \cdot \frac{ag}{ma + g}$.

La distance de l'objet $a = \frac{5}{12}\left(1 + \frac{16}{111}\right)$.

La mesure de la clarté étant $= \frac{55{,}68}{m\sqrt[3]{m}}$, si l'on veut voir l'objet grossi 500 fois, on trouve que la clarté avec laquelle on l'apperçoit avec le microscope, est 0,0001968 de celle dont il paraît à la vue simple, & par conséquent 59 fois plus forte que celle de la pleine lune, s'il est éclairé par le soleil.

198. Comme dans ces microscopes, toute espece de confusion n'est pas entierement détruite, que, pour que celle surtout qui est occasionnée par l'ouverture des verres, ne se fasse pas sentir, on est obligé de diminuer l'ouverture du premier verre, à proportion que le grossissement est plus grand, ce qui fait perdre nécessairement sur la clarté & l'affaiblit trop, au lieu de substituer à la lentille objective du microscope, un objectif composé de verres de même espece, on lui substituera un des objectifs à trois verres d'espece différente, décrits Ch. V. Partie 1^{ere}., ayant soin de renverser l'ordre des verres, c'est-

à-dire, de mettre le troisieme à la place du premier. Comme cet objectif est exempt non-seulement de la confusion occasionnée par la diverse réfrangibilité de la lumiere, mais encore de celle qui est dûe à l'ouverture des verres, on pourra lui conserver la même ouverture pour tous les grossissemens; en sorte que le microscope aura alors l'avantage de faire voir les objets avec beaucoup plus de clarté que les précédens & avec toute la netteté possible. L'objet se placera toujours au foyer de cet objectif, que l'on prendra d'un demi-pouce.

199. Si l'on employe le premier des deux objectifs dont il s'agit, sa distance focale étant supposée d'un demi-pouce, le diametre de l'ouverture sera = 0,07883 de pouce, la distance focale du verre qui est alors le premier = 0,2197; le rayon de chacune de ses faces = 0,2329; la distance focale du second verre, lequel est de flintglass, = − 0,1359; le rayon de chacune de ses faces = − 0,1577; la distance focale du troisieme verre = 0,2227; le rayon de sa surface antérieure = 0,1637, & celui de sa surface postérieure = 0,4233. La distance du milieu de l'épaisseur d'un verre au milieu de l'épaisseur du suivant, = 0,0113.

200. Il y aurait encore à gagner à substituer un des objectifs composés des deux especes de verres, dont les dimensions ont été données dans la seconde note du 5^me^. Chapitre de la premiere Partie, parce qu'ils supportent plus d'ouverture, & qu'ainsi on a plus de clarté. Supposons qu'on employe le premier. Supposant aussi sa distance focale d'un demi-pouce, le diametre de l'ouverture sera = 0,1372, la distance focale du premier verre = 0,284, le rayon de chacune de ses faces = 0,301; la distance focale du second = − 0,229, le rayon de chacune de ses faces = − 0,274; la distance focale du troisieme verre = 0,375, le rayon de sa surface antérieure = 0,644, & le rayon de sa surface postérieure = 0,287. La distance entre le milieu de l'épaisseur d'un verre & le milieu de l'épaisseur du suivant, = 0,019.

La distance de l'objectif composé au premier oculaire = $\frac{m}{32}$.

201. On fera très-bien de construire les oculaires avec du flintglass, parce qu'ils auront plus d'ouverture & que par conséquent on aura plus de champ. Si on emploie du flintglass, pour

pour lequel le rapport de réfraction ſoit 1,58, prenant la diſtance focale du premier oculaire, d'un pouce, le rayon de chacune de ſes ſurfaces ſera = 1,16 de pouce, & le diametre de ſon ouverture = 0,58; la diſtance focale du ſecond oculaire étant de 0,333 de pouce, le rayon de chacune de ſes ſurfaces ſera = 0,376, & le diametre de ſon ouverture = 0,188.

202. Si l'on emploie du flintglaſs, pour lequel le rapport de réfraction ſoit 1,60, le rayon de chacune des ſurfaces du premier oculaire = 1,2 de pouce, le diametre de ſon ouverture = 0,6; le rayon des ſurfaces du ſecond = 0,4, & le diametre de ſon ouverture = 0,2.

On placera ces deux oculaires à $\frac{2}{3}$ de pouce de diſtance l'un de l'autre, laiſſant toutefois au ſecond la liberté de s'approcher ou de s'éloigner du premier, ſuivant l'eſpece de vue de l'obſervateur.

La diſtance de l'œil au ſecond oculaire = 0,167 de pouce.

La meſure de la clarté $= \frac{20\,g\,k}{m\,a}$.

Le diametre de la portion viſible de l'objet $= \frac{a\,g}{m\,a + g}$.

Si l'on veut voir l'objet groſſi 500 fois, la clarté, en employant le premier des deux objectifs précédens, eſt 0,0006358 de celle avec laquelle on l'apperçoit à la vue ſimple, & par conſéquent plus de 192 fois plus grande que celle de la pleine lune, en le ſuppoſant éclairé par le ſoleil; ſi c'eſt le ſecond de ces deux objectifs qu'on a introduit dans le microſcope, la clarté eſt alors 0,0019272 de celle avec laquelle on apperçoit l'objet à la vue ſimple, & par conſéquent 584 fois plus forte que celle de la pleine lune, en ſuppoſant qu'il reçoive la lumiere du ſoleil.

Ayant une lunette ou un microſcope qu'on reconnaît avoir été conſtruit d'après la Théorie de Mr. Euler, on veut ſavoir combien cet Inſtrument groſſit, & quel en eſt le champ.

Soient F, F', F'', F''', &c., les diſtances focales des verres, A, A', A'', &c., les intervalles entre ces verres.

Dans les lunettes, on a en général $m = \frac{f f' f'' f''' \text{ \&c.}}{a' a'' a''' a^{IV} \text{ \&c.}}$. Mais $f = F$, $f' = L'a'$; $f'' = L''a''$, &c., $a'^{(m-1)} = F'^{(m-1)}$; ainſi $m = \frac{L' \cdot L'' L''' \text{ \&c.}, F}{F'^{(m-1)}}$. Il faut donc trouver L', L'', L''', &c.

Puisque $f + a' = A$, on aura $a' = A - f = A - F$. Mais $a' = \frac{F'}{H'}$, donc $H' = \frac{F'}{A - F}$, & par conséquent $L' = \frac{F'}{A - F - F'}$.

On a $f' + a'' = A'$; donc $a'' = A' - f' = A' - L'(A - F)$; donc, à cause que $a'' = \frac{F''}{H''}$, on aura $H'' = \frac{F''}{A' - L'(A - F)}$; d'ou l'on trouve $L'' = \frac{F''}{A' - L'(A - F) - F''}$.

On trouvera de même $L''' = \frac{F'''}{A'' - L''(A' - L'(A - F)) - F'''}$,

$L^{iv} = \frac{F^{iv}}{A''' - L'''(A'' - L''(A' - L'(A - F))) - F^{iv}}$, &c.

On voit donc que pour connaître le nombre de fois que grossit une lunette, il faut mesurer les distances focales & les intervalles de ses verres. Si elle est achromatique, on se contentera de mesurer la distance focale de l'objectif, sans mesurer celle des verres qui le composent. Au reste on doit s'attendre à n'avoir le grossissement qu'à peu-près, à cause des erreurs qu'on commet toujours dans les mesures.

Supposons que pour la lunette du N°. 171, les mesures ayent donné de même que le calcul, $F = -7$, $F' = 4,76$, $F'' = 0,7$, $F''' = 1,4$, $F^{iv} = 0,56$; $A = 0,14$, $A' = 14,98$, $A'' = 3,185$. On trouvera $L' = 2$, $L'' = \infty$, $L''' = -\frac{14}{\infty . 7}$, & par conséquent $L'' L''' = -2$. D'ou l'on trouve le grossissement $m = 50$.

Supposons une lunette composée d'un objectif achromatique dont on ait trouvé la distance focale (que nous représenterons par F,) de 9 pouces, & de quatre autres verres dont les distances focales $F' = 1,15$, $F'' = 0,57$, $F''' = 0,71$, $F^{iv} = 0,52$; supposons qu'on ait trouvé les intervalles $A = 7,85$, $A' = 1,34$, $A'' = 2,49$. On aura $L' = -\frac{1}{2}$, $L'' = 3$, $L''' = -\frac{71}{51}$; d'ou l'on trouvera le grossissement $m = 36,56$, qui n'excede le véritable que de 0,56.

Quand on aura le grossissement, il sera facile de connaître le champ apparent, en se servant de la formule qui appartient à l'espece de lunette dont il s'agit.

S'il est question d'un microscope de l'espece de ceux dont on a assigné les dimensions ci-dessus, la distance de l'objectif au premier oculaire fera trouver aisément le nombre de fois dont il amplifie les objets.

FIN.

ADDITIONS.

Ces Additions sont tirées d'un excellent Recueil de Mémoires sur la Méchanique & la Physique, par Mr. l'Abbé ROCHON, que nous n'avons été à portée de connaître que lorsque l'impression de cet Ouvrage était finie.

MR. l'Abbé Rochon donne dans ce Recueil la méthode suivante de mesurer la dispersion, qui est infiniment supérieure à toutes les autres.

Il place l'un sur l'autre deux prismes égaux, de maniere que les plans qui passent par les axes de leurs bases, & qui les coupent en deux, suivant leur longueur, soient parfaitement paralleles. Il les rend mobiles circulairement sur leur centre. Lorsque le tranchant de l'un répond au dos de l'autre, leur effet sur la lumiere est nul; & quand les deux tranchants se répondent, il est le plus grand; en sorte qu'en faisant décrire 180° à ces prismes, il croît & passe par tous les degrés intermédiaires, & qu'ainsi ils forment un prisme composé qui équivaut successivement à tous les prismes de tous les angles possibles, depuis zéro jusqu'à la somme des angles de ces deux prismes. Il détermine l'angle du prisme qui correspond au prisme composé, dans une position quelconque des deux prismes, en observant les arcs que ces prismes ont décrits depuis leur premiere position; ce qui est facile, en les montant sur deux cercles de cuivre concentriques entr'eux & avec les mouvemens des prismes, d'un rayon un peu grand, & bien divisés.

Mr. l'Abbé Rochon place ce prisme variable devant l'objectif d'une bonne lunette achromatique, moyennant quoi il grossit les effets des prismes, & par-là rend sensibles, dans la réfraction ou la dispersion, des différences qui ont échappé à tous les Observateurs. Il nomme *Diasporametre* l'instrument que forment ensemble la lunette & le prisme variable.

Entre le prisme variable & l'objectif de la lunette, il pratique une coulisse destinée à recevoir & retenir les prismes de toutes les substances transparentes dont il veut comparer la dispersion à celle du verre dont il a formé son prisme variable. Il donne à ces prismes le même angle que celui qu'il a donné à chacun des prismes qui le composent. Il a employé pour ce prisme le verre ordinaire de St. Gobin, & il a fait les deux prismes qui le composent chacun de cinq degrés.

L'usage de cet instrument est très-simple. Mr. l'Abbé Rochon place dans la coulisse, entre l'objectif & le prisme variable, le prisme dont il veut déterminer la dispersion; regardant ensuite à travers la lunette & les prismes, un papier blanc bien éclairé, il varie la position ou l'angle du prisme variable, jusqu'à ce que l'image du papier lui paraisse parfaitement distincte & sans frange de couleur. Il prend sur les cercles de cuivre divisés, l'écartement des deux prismes mobiles; il en conclut l'angle du prisme variable, & par conséquent le rapport de la dispersion de la matiere qu'il éprouve à la dispersion du verre dont il a formé son prisme variable.

C'est ainsi que Mr. l'Abbé Rochon a trouvé que les dispersions du Crownglass, d'une espece de Flintglass pesant 1260 grains le pouce cube, d'une autre espece de Flintglass qui n'en pesait que 1196, sont à celle du verre de St. Gobin respectivement, comme 99, 152 & 145 à 100.

Il a trouvé aussi pour le rapport de réfraction, en passant de l'air dans le verre de St. Gobin, le Crownglass, la premiere & la seconde espece de Flintglass, 1,542, 1,549, 1,613, 1,692.

Lorsqu'on n'a pas des plaques de verre assez épaisses pour construire les objectifs, on peut leur donner l'épaisseur convenable par un moyen extrêmement ingénieux qu'a employé Mr. l'Abbé Rochon, pour construire un objectif de six pouces de diametre, avec des plaques de Flintglaſs très-minces. « Dès que j'eus détruit, dit Mr. l'Abbé Rochon, toutes les parties de mon plateau de Flintglaſs, que je reconnus être défectueuſes, en les uſant avec du grès & un outil de fer triangulaire, j'expoſai mon verre à un feu aſſez violent pour l'amollir : ce verre était placé dans un four propre à courber les glaces ; il poſait ſur un moule de terre convexe de la courbure que je voulais lui donner: auſſi-tôt qu'il fut amolli, je le fis refouler avec des pinces de fer, obſervant d'éviter les plis ; ce refoulement fut ſi bien ménagé, que mon plateau, qui n'avait que trois lignes d'épaiſſeur, s'enfla de maniere à avoir près d'un pouce d'épaiſſeur vers ſes bords ; & à l'inſtant qu'il n'eut que cinq pouces de diametre, je l'enfermai par un anneau de ſix pouces de diametre & de huit à neuf lignes d'épaiſſeur ; cet anneau était deſtiné à contenir les bords du verre amolli, dans la juſte épaiſſeur qu'il convenait de lui donner ; & un ſecond moule de terre, de la courbure néceſſaire à la ſurface ſupérieure du verre, acheva de lui donner, par ſon poids, la forme qu'il importait de lui procurer, pour qu'on fût diſpenſé en le taillant, d'un long travail, & que l'on perdît le moins poſſible de cette précieuſe ſubſtance. C'eſt ainſi que je me ſuis procuré des morceaux de flintglaſs propres, par leur épaiſſeur & leur diametre, aux plus grands objectifs. »

On trouve encore dans le même Recueil, où le génie étincelle à chaque page, qu'on peut perfectionner les lunettes achromatiques en interpoſant un fluide entre les verres qui compoſent les objectifs. Dans le travail des grands verres ſur-tout, il eſt bien difficile de donner aux ſurfaces une courbure parfaitement égale dans toute leur étendue ; en ſorte qu'on ne peut gueres ſe flatter d'obtenir des verres qui produiſent tout l'effet qu'on en attendait. On ſent combien ce défaut de ſphéricité dans les ſurfaces des verres qui compoſent un objectif achromatique, peut le rendre inférieur à ce qu'il devrait être. Mr. l'Abbé Rochon nous apprend que l'on diminue conſidérablement l'effet des imperfections des ſurfaces internes de ces verres, en introduiſant un fluide diaphane entr'eux. Mrs. le Chev. de Borda, le Gentil & Caſſini, chargés par l'Académie des Sciences de répéter les Expériences que Mr. l'Abbé Rochon avait faites à ce ſujet, en rapportent une des plus déciſives, que voici. Ils prirent une lunette achromatique à deux verres, de trois pieds de longueur, & d'environ trois pouces d'ouverture. Ayant éloigné l'un de l'autre les deux verres qui compoſaient l'objectif, d'environ ſix lignes, ils introduiſirent un verre de Boheme, mince & non travaillé. Alors ils ne purent déchiffrer les caracteres d'un écriteau mobile, que lorſqu'ils l'eurent approché à la diſtance de cinq toiſes trois quarts. Ayant laiſſé la lunette à la même place, ils remplirent d'eau pure l'eſpace compris entre les verres de l'objectif ; ils diſtinguerent alors parfaitement ce qu'à peine ils pouvaient déchiffrer auparavant ; & ce ne fut qu'après avoir éloigné l'écriteau de 31 toiſes, qu'ils eurent autant de peine à lire les caracteres, qu'ils en avaient eu auparavant, lorſqu'il était à cinq toiſes trois quarts.

CORRECTIONS OMISES.

Page 17, ligne 24, après d'atteindre, *liſez*, après que d'atteindre.
Page 40, ligne 28, exrtêmement peu, *liſez*, infiniment peu.
Page 54, ligne 22 de la note, ainſi il eſt très-facile de, *liſez*, ainſi on pourra.
Page 124, ligne 3 de la note, *Effacez* toutefois.
Page 186, ligne 11, jugea, *liſez*, il jugea ; ligne 12, ces, *liſez*, ſes.
Page 187, ligne 35, pourraient, *liſez*, pouvaient.

APrès avoir cherché vainement où je pourrais placer l'Eloge suivant, je me suis flatté qu'on me pardonnerait de le mettre ici. Cet Eloge, qui ne doit être considéré que comme un précis historique, a besoin de toute l'indulgence de ceux qui se donneront la peine de le lire. J'ai cru que je ne pouvais me dispenser, malgré mon peu de talent, de rendre un hommage public à la mémoire d'un homme supérieur qui m'honora de son amitié : c'est le seul témoignage que j'ai pu lui donner de ma reconnaissance.

ÉLOGE DE M. DE MARGUERIE.

JEAN-JACQUES DE MARGUERIE, Lieutenant de Vaisseau, de l'Académie Royale de Marine, naquit à Montdeville près de Caen, le 12 Avril 1742, de Jean-Louis-Henri, Chevalier de Marguerie, de la Branche cadette de la Maison de Marguerie Vassy, & de Demoiselle Agathe-Cécile-Magdeleine de Flumbert.

Parvenu à l'âge où le préjugé bien plus que la raison persuade qu'on doit commencer à cultiver l'esprit d'un enfant, il fut envoyé à Caen pour y faire ses Humanités, c'est-à-dire, pour suivre ce cours d'études, où, laissant les idées pour les signes, on forme au plus sa mémoire. Mr. le Marquis de Vassy, son parent, le prit chez lui, & crut ne pouvoir mieux faire que de le livrer, pour cette partie de son éducation, à la routine des Colleges. Une aptitude naturelle lui fit brusquer la marche traînante qu'on y suit, en sorte qu'il perdit moins que les autres, de ce tems précieux qu'un usage absurde, consacré par douze siecles de barbarie, fait consumer à apprendre imparfaitement une langue que personne ne parle, tandis qu'il ne devrait être employé qu'à acquérir des idées, & spécialement celles qui sont utiles à l'homme vivant en société. Pour le mettre entiérement en possession du peu de connaissances qu'on peut acquérir au College, on lui fit faire ce qu'on y décore du nom de Philosophie, & qu'alors on était heureux de pouvoir oublier ensuite.

Destiné par sa famille à un état pour lequel il ne se sentait que du dégoût, il se détermina, malgré lui, vers l'âge de dix-huit ans, à se livrer au genre d'étude que cet état exige. Au moment où il se préparait à y faire les premiers pas, le hasard lui offrit les élémens d'Euclide. La vérité qu'il n'avait encore apperçue qu'enveloppée de nuages, ou étouffée sous le jargon pédantesque & gothique des Ecoles, se montra alors à son esprit avec cette pureté qui ravit & subjugue quiconque est fait pour elle. Favorisé par la nature bien au delà de ce qu'il fallait pour en éprouver le charme dans toute son étendue, elle lui inspira un goût vif & passionné que son commerce ne fit qu'accroître, & dont un des premiers effets fut de l'écarter pour toujours de la carriere où il alloit entrer, & par une suite nécessaire, de l'empêcher de prendre un état qui ne lui convenait pas. Au reste, ce triomphe de la Géométrie ne mérite d'être cité que parce qu'il mit à sa place le jeune de Marguerie, en attachant à cette science un sujet qui pouvait lui devenir extrêmement utile.

Nous ne dirons point qu'il apprit, sans secours, la Géométrie, & les autres parties des Mathématiques ; ce serait vouloir lui faire un mérite de ce qui n'en est pas un, même dans un homme ordinaire. A peine nous permettrons-nous de dire que ses progrès furent rapides, & qu'en peu de tems il fut en état d'attaquer & de résoudre des problêmes très-difficiles.

Trois ou quatre ans après ſon initiation en Mathématiques, des affaires particulieres le conduiſirent à Paris. Après quelque tems de ſéjour dans cette Capitale, il fit la connaiſſance de Mr. Fontaine, un des premiers Géometres de l'Europe. M. Fontaine, frappé de lui trouver un talent tout formé, & en auſſi peu de tems, prit pour lui l'attachement le plus vif, & alla juſqu'à l'engager à demeurer chez lui. Le jeune Géometre ſentit tout le prix de l'avantage qui lui était ſi généreuſement offert, l'accepta avec reconnaiſſance, & crut ne pouvoir mieux s'en rendre digne, qu'en ſe livrant tout entier aux ſciences. Ses efforts furent couronnés en peu de tems des ſuccès les plus marqués, comme le prouvent pluſieurs Mémoires qu'il lut bientôt après à l'Académie des Sciences, & dont nous aurons occaſion de rendre compte.

La réputation que lui firent ſes premiers travaux, parvint juſqu'à l'Ambaſſadeur de Ruſſie qui, ſûr de plaire à ſon Illuſtre Souveraine, chercha à lui attacher un ſujet auſſi diſtingué. Ce Miniſtre fit, dans cette vue, les propoſitions les plus avantageuſes au jeune de Marguerie. Mais ni l'appas d'une fortune aſſurée & conſidérable, d'autant plus ſuſceptible de le tenter, que la ſienne était alors au deſſous de la médiocre, ni celui d'un avancement rapide, ne purent le ſéduire. Son déſintéreſſement & ſon amour pour ſa Patrie lui firent refuſer conſtamment des offres qui auraient gagné infailliblement un homme ordinaire.

Peu de tems après, Mr. le Comte de Roquefeuil, mort Vice-Amiral de France, également reſpectable par l'étendue de ſes connaiſſances & par les vertus qu'il tenait immédiatement de la nature, qui aimait les Sciences & ceux qui les cultivent, ayant entendu parler de Mr. de Marguerie avec l'éloge qu'il méritait, s'empreſſa de le connaître; & pour mieux ſavoir ce qu'il devait en penſer, il conſulta M. Fontaine, dont les réponſes ne firent que le confirmer dans la haute idée qu'on avait cherché à lui donner des talens du jeune Géometre (*a*). Mr. le Comte de Roquefeuil forma auſſitôt le deſſein de faire préſent à ſon Corps d'un Géometre qui n'avait qu'à ſe propoſer, pour but de ſes travaux, les progrès de la Science navale, pour lui en faire faire de très-grands. Il en parla à Mr. le Duc de Praſlin, alors Miniſtre de la Marine, qui, ſur le champ, accorda à M. de Marguerie une Lettre de Garde de la Marine, avec une penſion de 600 livres, en y ajoutant la promeſſe d'un avancement prompt & proportionné à ſes talens.

Bientôt après, au mois de Septembre 1768, il fit le voyage de l'Iſle de France, ſur la Flûte *la Normande*. A peine y fut-il arrivé, que M. le Chevalier Deſroches, Gouverneur de cette Iſle & de celle de Bourbon, ayant reçu ordre de renvoyer en France tous les Officiers de la Marine, le fit repartir ſur *le Sphinx* commandé par Mr. le Comte d'Hector. Pendant la traverſée, il fit pluſieurs obſervations & quantité de remarques utiles, ainſi que le prouve le Journal de ſon retour en France, le ſeul de tout ſon voyage qui ſe ſoit retrouvé. Ce même Journal contient une deſcription très-bien faite de l'Iſle de France, qui mériterait d'être connue.

L'Académie Royale de Marine ayant été rétablie, au mois d'Avril 1769, chercha auſſi-tôt à l'acquérir. Quelques obſtacles s'oppoſerent d'abord à ſes deſirs; le nombre de ſes Membres était complet, & le grade de Mr. de Marguerie lui donnait l'excluſion; mais le mérite diſtingué du ſujet qu'elle voulait acquérir, applanit aiſément les difficultés, & Mr. le Duc de Praſlin l'autoriſa, par une lettre du 29 Mai 1770, à l'admettre au nombre de ſes Membres.

Quatre excellens Mémoires, dont trois de pure analyſe & un ſur le ſyſtême du

---

(*a*) Mr. Fontaine lui dit qu'il était au moins auſſi fort dans l'analyſe que lui. Mr. le Comte de Roquefeuil me l'a aſſuré de vive voix & par écrit. Si ce témoignage avoit beſoin d'être appuyé d'un ſecond, poſtérieur à celui-là, à la vérité, je pourrais rapporter celui de Mr. de la Grange qui, dans une lettre du 24 Février 1774, lui diſait, à l'occaſion de ſes Mémoires: « Je vois avec la plus grande ſatiſ- » faction que vous avez hérité du génie de feu Mr. Fontaine, & je vous crois deſtiné à réparer la perte » que les Sciences ont faites par la mort prématurée de ce grand Géometre. »

monde, furent le premier tribut que paya sa reconnaissance à l'empressement que l'Académie avait témoigné de l'acquérir. Ils composaient, pour la plus grande partie, ceux qu'il avait lus, plusieurs années auparavant, à l'Académie des Sciences. Les premiers font voir qu'il avait senti de bonne heure combien il est important de perfectionner l'instrument qui supplée si heureusement à la faiblesse de notre esprit, soit parce qu'il nous épargne une multitude d'idées & de raisonnemens qui nous seraient nécessaires pour franchir des espaces un peu considérables, soit parce qu'il nous ménage des points de repos d'où nous pouvons partir avec toutes nos forces, & atteindre, toujours conduits par lui, à une hauteur à laquelle nous n'eussions jamais soupçonné pouvoir nous élever. C'est particuliérement en l'appliquant à la nature qu'on en reconnaît l'extrême utilité, parce qu'un des moyens de s'assurer si les effets que nous observons tous les jours peuvent être produits par les causes auxquelles nous les attribuons, est de les mesurer, & que nous ne le pouvons que par son secours. Aussi les Géometres les plus célebres se sont-ils efforcés à l'envi de le perfectionner, surtout dans ces derniers tems, que la nature mieux étudiée, a offert plus d'occasions de s'en servir, & que par conséquent la nécessité de le rendre plus étendu & plus subtil, s'est fait sentir davantage.

La résolution des Equations a particuliérement exercé leur sagacité; & cette partie du calcul devait beaucoup aux recherches savantes de Mrs. Euler, Bezout & Fontaine, lorsque son importance fixa les premiers regards de Mr. de Marguerie, & le détermina à s'en occuper. Il trouva, comme ces grands Géometres, une méthode de les résoudre, très-élégante, très-générale, qu'il communiqua à l'Académie des Sciences, au mois d'Octobre 1767, dans le premier des Mémoires cités. Cette méthode fait trouver, avec la plus grande facilité, l'équation dont on connaît la forme de la racine, ce qui est précisément l'objet que Mr. Euler s'était proposé dans ses premieres recherches, & qu'il ne put remplir alors pour le cinquieme degré. Mr. de Marguerie applique sa méthode successivement au troisieme, au quatrieme, au cinquieme degré; & dès la premiere application qu'il en fait, on apprend qu'il y a une infinité de manieres de produire l'équation dont on a la racine, ce qu'on ignorait avant lui, & est un des premiers fruits de sa méthode. Ce qui se fait particuliérement remarquer, c'est la maniere dont il fait descendre l'équation d'un degré, quand cela est possible, comme dans le troisieme degré, & dans le quatrieme par une simplification accidentelle. C'est, sans contre-dit, une des parties les plus estimables de son travail.

Comme ce n'est que par une simplification particuliere, ainsi que le prouve Mr. de Marguerie, & en violant la loi de continuité, qu'on parvient à descendre du quatrieme degré au troisieme, on ne peut pas dire que la résolvante du quatrieme degré soit vraiment du troisieme. Car en se conduisant pour ce degré précisément comme pour le troisieme & le cinquieme, l'équation résolvante qu'il trouve est du sixieme degré; il est vrai qu'elle n'a pas, comme il le prouve, la difficulté de ce degré, & qu'elle ne renferme que des radicaux du troisieme & du second degré.

L'équation résolvante du quatrieme degré montant véritablement au sixieme, on a tout lieu de croire que l'équation qui donne la résolution du cinquieme degré, monte au vingt-quatrieme; c'est aussi ce que conclut Mr. de Marguerie, en faisant observer que sa méthode conduit à trouver cette résolvante. Mais auparavant, il prouve que cette résolvante ne peut être du quatrieme degré, comme l'avait cru Mr. Euler. La preuve qu'il en donne est encore un des avantages de sa méthode. (*b*)

Ce premier travail devait naturellement le conduire à s'occuper de l'élimination des

---

(*b*) Dans la lettre citée ci-dessus, Mr. de la Grange lui disait, en lui parlant de ces recherches: « Votre méthode pour trouver l'équation résolvante d'un degré quelconque, me plaît beaucoup; elle a l'avantage de donner cette équation sous la forme la plus simple qu'il est possible, & je crois que cette méthode peut être aussi d'une très-grande utilité dans beaucoup d'autres occasions. Mais la longueur du calcul pourrait rebuter ceux qui n'auraient pas autant de courage ni de dextérité à le manier que vous. »

inconnues, d'où dépend la résolution générale des équations, & à chercher au moins à diminuer la longueur des calculs qu'elle exige. C'est aussi ce qu'il fit, & il trouva pour le cas où l'on a deux équations, une méthode très-ingénieuse qu'il expose dans le second des Mémoires cités, laquelle non seulement rend le calcul moins pénible, mais, ce qui est d'une conséquence infinie, fait arriver à l'équation finale du plus bas degré possible. (*c*)

Dans le troisieme Mémoire, Mr. de Marguerie traite de la sommation des suites. Les Analystes, en s'occupant de la perfection du calcul, arrêtés souvent par des obstacles qui viennent de la nature de la chose ou des bornes naturelles de l'esprit, ont été alors obligés d'abandonner la recherche des méthodes susceptibles de donner l'exactitude à laquelle on doit s'efforcer d'atteindre dans les résultats, & de tourner leurs vues vers les moyens d'en approcher le plus près qu'il est possible. Les suites sont ce qu'ils ont trouvé de mieux, & l'on doit convenir qu'elles sont d'une ressource infinie dans beaucoup d'occasions. Elles forment même un supplément d'autant plus heureux à l'insuffisance des méthodes, que parmi elles il s'en trouve de sommables, & qui donnent par conséquent très exactement ce qu'on cherche. Malgré les efforts des Géometres qui ont le plus travaillé à perfectionner cette branche du calcul, tels que Mrs. Bernouilli, Stirling, de Moivre, & plus récemment Mr. Euler, elle avait encore beaucoup à acquérir. Mr. de Marguerie le sentit parfaitement, & en conséquence chercha à ajouter aux travaux de ceux qui l'avaient précédé dans cette carriere épineuse. Il embrassa une très-grande étendue de l'objet, comme le prouve son Mémoire où il ne se propose pas moins que de donner la maniere de sommer toutes les suites dont la somme & le terme général sont des quantités algébriques, lorsqu'elles sont sommables; de reconnaître quand elles le sont; & enfin, d'approcher aussi près qu'il est possible de la somme de celles dont on a reconnu l'insommabilité. Quelque vaste que soit son projet, on peut assurer qu'il le remplit dans son entier, en suivant une méthode qui a quelque ressemblance avec la seconde méthode du calcul intégral de Mr. Fontaine, ainsi qu'il en convient lui-même.

La somme d'une suite est, comme on sait, une fonction du nombre qui exprime la distance du dernier de ses termes au premier, & de constantes. Comme, au moyen de cette somme, on peut avoir facilement tous les termes de la suite, Mr. de Marguerie réduit le problême de la sommation des suites, à la recherche de toutes les fonctions possibles composées d'une indéterminée qui exprime cette distance, & de constantes; & il est évident que cette maniere d'attaquer le problême, ne peut être que très-avantageuse; car si-tôt qu'on aura ces fonctions, on aura aussi-tôt les suites dont elles sont la somme, & par conséquent toutes les suites sommables possibles, si l'on a réussi à n'oublier aucune de ces fonctions.

Il a donc été obligé de chercher toutes les fonctions possibles d'une indéterminée & de constantes, problême qu'il résout d'une maniere qui ne laisse rien à desirer. Dans la multitude de fonctions que peut en donner la solution, il se contente, par la nécessité de mettre des bornes à son travail, d'en prendre trois qui ont chacune la plus

---

(*c*) Dans la même lettre, Mr. de la Grange lui disait: « J'ai admiré comment, à l'aide de substitutions » convenables, vous avez trouvé moyen de simplifier le calcul de l'élimination, & surtout de vous débar- » rasser des facteurs inutiles qui font monter l'équation finale à un degré beaucoup plus élevé qu'elle ne » doit être. Je crois que vous êtes le premier qui ait donné le résultat de l'élimination pour le cinquieme » degré. C'est un véritable service que vous avez rendu aux Analystes. Mais il serait à souhaiter que l'on » pût trouver la loi de ces résultats pour les degrés successifs; cela serait surtout utile pour le cas où l'on » a à traiter des équations numériques. »

La matiere de l'élimination a été traitée, depuis peu, par M. Besout, d'une maniere infiniment générale & simple, dans un Ouvrage sur la Théorie des équations, plein de génie, & qui a exigé la plus grande force de tête. Cet objet si important, puisque la résolution générale des équations déterminées en dépend, y est absolument épuisé; & l'on peut dire que, quand toutes les parties du calcul auront été traitées avec autant d'étendue & de profondeur, cet instrument admirable aura acquis toute la perfection dont il est susceptible.

grande généralité, & de ſoumettre à ſes recherches les trois claſſes de ſuites qu'il eſt poſſible d'en déduire.

La ſommation d'une ſuite, quand elle eſt poſſible, demandant qu'on en connaiſſe le terme général, il s'occupe d'abord des moyens de le trouver. En faiſant cette recherche, il découvre pluſieurs propriétés des ſuites qu'on ne connaiſſait pas, par exemple, que pluſieurs fonctions eſſentiellement différentes, peuvent être également la ſomme d'une même ſuite. Comme parmi les ſuites qui compoſent chacune des claſſes qu'il examine, il en eſt un grand nombre d'inſommables, il parvient à diſtinguer celles qui ſont ſommables de celles qui ne le ſont pas, au moyen d'équations de condition qu'il trouve entre les coefficiens conſtans du terme général, & auxquelles il ne s'agit que de ſatisfaire pour s'aſſurer de la ſommabilité de la ſuite dont on a le terme général. Delà il paraîtrait s'enſuivre que, lorſque ces équations ne ſont pas ſatisfaites, on ſerait en droit d'en conclure l'inſommabilité de la ſuite. C'eſt cependant ce qui n'eſt pas. La ſuite peut n'en être pas moins ſommable; & pour s'en aſſurer, on n'a qu'à changer la forme du terme général, en le multipliant par un facteur convenable, & le comparer enſuite à un autre de forme connue, & auquel répondent de nouvelles équations de condition. Il ne s'agit plus que de voir ſi les coefficiens conſtans que le terme général a avant aucune préparation, ſatisfont aux équations de condition auxquelles conduiſent celles qui répondent au terme général avec lequel on a comparé le terme général propoſé, après l'avoir préparé. Si ces coefficiens ſatisfont à ces équations, la ſuite eſt ſommable; ſi cela n'a pas lieu, on multipliera le terme général propoſé par un nouveau facteur, par un troiſieme, &c., & on fera à chaque fois un examen ſemblable à celui qu'on aura fait lors de la premiere transformation de ce terme. Comme, en ſe conduiſant ainſi, on eſt expoſé à des calculs très-pénibles, que même on ne ſerait jamais bien ſûr de la ſommabilité ou de l'inſommabilité d'une ſuite, Mr. de Marguerie évite ces inconvéniens, en cherchant les équations de condition qui doivent avoir lieu entre un certain nombre de termes conſécutifs d'une ſuite, pour qu'elle ſoit ſommable; en ſorte que pour s'en aſſurer, on n'eſt point obligé de recourir au terme général, ni à aucune préparation de ce terme. Cette partie de ſon travail eſt entiérement neuve.

Après avoir conſidéré les ſuites dont le nombre des termes eſt fini, & donné la maniere de les ſommer, il conſidere celles qui ſont compoſées d'un nombre infini de termes, & enſeigne à les ſommer, quand elles ſont ſommables. Enfin, pour ne rien laiſſer à deſirer, il donne le moyen d'approcher auſſi près qu'on veut de la ſomme d'une ſuite qu'on a reconnue inſommable. Ainſi il remplit entiérement ſon objet, pour les trois claſſes de ſuites qu'il ſoumet à ſes recherches. (*d*)

Dans ſon quatrieme Mémoire, Mr. de Marguerie traite, ainſi que nous l'avons dit, du ſyſtême du monde. Il y donne d'abord les équations fondamentales, néceſſaires pour trouver le mouvement de trois corps lancés dans le vuide, avec des viteſſes & ſuivant des directions quelconques, qui s'attirent en raiſon directe des maſſes, & en raiſon inverſe des carrés des diſtances. Deſcendant enſuite au cas le plus ſimple à réſoudre, & le premier à examiner dans l'Aſtronomie phyſique, il cherche le mouvement d'un corps qui tourne autour d'un autre qui eſt immobile, & qui l'attire en raiſon inverſe du carré de la diſtance. Il trouve tout ce qu'on ſavait déjà, mais en ſuivant une marche qui lui eſt propre. Il cherche enſuite le mouvement de deux corps libres l'un & l'autre, & s'attirant ſuivant la même loi, & la ſolution qu'il donne de ce problême, eſt, comme celle du premier, ſimple & élégante.

(*d*) « Ce que vous avez fait ſur les Séries (lui diſait Mr. de la Grange, dans la lettre citée ci-deſſus) » mérite également la reconnaiſſance des Géometres. Quoique vos méthodes ne ſoient pas tout-à-fait nouvelles, l'application que vous en avez faite n'en eſt pas moins intéreſſante. Il eſt ſurtout fort ſatisfaiſant » d'avoir des formules générales toutes calculées, auxquelles on puiſſe rapporter, ſur le champ, chaque » cas particulier. »

Il ne s'était déterminé à s'occuper de ces objets, dans ce mémoire, que parce que se proposant de traiter, dans d'autres qui devaient le suivre, & dont on doit le regarder comme le fondement, les points les plus importants du système du monde, il ne voulait rien emprunter de personne. Le premier de ces nouveaux Mémoires devait contenir une Théorie nouvelle du mouvement de la Lune.

Peu de tems après son entrée à l'Académie de Marine, il entreprit l'examen de la Théorie connue de la résistance des fluides. Des expériences faites à l'Orient par Mr. Thevenard, dont il eut connaissance, lui en fournirent l'occasion. Après avoir exposé cette Théorie, à sa maniere, avec toutes les objections qu'on peut faire contr'elle, il cherche, au moyen de ces expériences, jusqu'à quel point elle s'éloigne de la vérité. Il trouve que lorsque la surface du corps rencontre perpendiculairement le fluide, la résistance qu'il éprouve differe peu d'être proportionnelle au carré de la vîtesse; & que lorsque sa surface rencontre obliquement le fluide, la résistance est très-éloignée d'être proportionnelle au carré du sinus d'incidence; qu'elle approche davantage d'être comme le simple sinus; que même, lorsque la partie antérieure du corps est formée de deux plans inclinés l'un à l'autre, la résistance de l'eau, passé un certain angle, suit d'assez près ce dernier rapport. Il remarque encore que la résistance n'est point, toutes choses égales, comme la surface choquée.

Quoiqu'il trouve que, dans le choc direct, la résistance approche beaucoup d'être proportionnelle au carré de la vîtesse, comme les expériences qui le lui font découvrir n'étaient qu'une très-petite partie de celles qu'avait fait Mr. Thevenard, & n'étaient par conséquent ni assez nombreuses ni assez variées pour ne pas laisser subsister encore quelques doutes sur la légitimité de cette loi; il propose des expériences nouvelles dont les résultats introduits dans des formules analytiques qu'il donne ensuite, doivent faire découvrir infailliblement la vérité.

Comme on ne saurait trop multiplier les expériences, non pour prouver l'insuffisance de la théorie dont nous parlons, assez démontrée par lui, par Mr. le Chevalier de Borda qui l'avait précédé, & par tous ceux qui ont voulu s'en occuper depuis, mais pour tâcher de découvrir celle qui est conforme à la nature; Mr. de Marguerie observe, avec raison, qu'il est indispensable, si l'on veut arriver à quelque chose de certain, de faire les expériences le plus en grand qu'il est possible; parce que différentes causes contribuant, dans les expériences, à produire l'effet total, il faut pouvoir reconnaître pour combien chacune y entre, ce qui se fait alors bien plus aisément & bien plus sûrement que dans les expériences en petit, où la partie de l'effet total produite par chacune des causes agissantes, ne pouvant être que très-petite, on court risque ou de ne la pas remarquer, ou de ne l'appercevoir qu'imparfaitement, ou enfin, si quelques parties de l'effet dues aux diverses causes different peu, d'attribuer à l'une de ces causes la partie produite par une autre.

Des preuves si multipliées d'un g and talent le firent faire Enseigne de Vaisseau, au mois de Décembre 1770, avant son rang.

On a vu dans ce que nous avons dit de son Mémoire sur la résolution des équations, qu'ayant reconnu que l'équation résolvante du quatrieme degré monte au sixieme, il en avait conclu, par analogie, que la résolvante du cinquieme degré doit monter au vingt-quatrieme; & comme sa methode pouvait la lui donner, il l'aurait cherchée, s'il avait été parfaitement sûr qu'elle est vra ment de ce degré, & qu'elle n'est pas de quelque degré inférieur. Il était donc nécessaire de s'assurer du degré de cette résolvante, & c'est ce qu'il entreprit dans un Mémoire sur la résolution du cinquieme degré, déposé au Secrétariat de l'Académie de Marine, le 22 Mars 1771, où il démontre que la résolvante de ce degré est véritablement du vingt-quatrieme. Il commence par donner une nouvelle méthode pour trouver la résolvante d'une équation de tel degré que ce soit, plus simple & plus facile à employer que la premiere. Il l'applique d'abord au quatrieme degré, & il trouve, comme dans son premier Mémoire, que la résolvante

est

est du sixieme. Il parvient ensuite à s'assurer que dans le cinquieme, la résolvante ne peut être du douzieme, du seizieme, &c., & il démontre enfin qu'elle est du vingt-quatrieme ; d'où il conclut que la résolvante du sixieme degré est du 120^e^., que celle du septieme est du 720^e^., &c. On sent combien ce pas difficile a exigé d'adresse, de sagacité & de courage, pour écarter ou vaincre les obstacles qui s'offraient de toutes parts.

Après avoir montré la route qu'il faut suivre pour trouver la résolvante du cinquieme degré, & fait voir que le calcul en est très-praticable, il cherche ce qu'on pourrait faire pour la résoudre. Ayant réussi à décomposer la résolvante du quatrieme degré en deux, l'une du troisieme, l'autre du second, il semblerait, à en juger par analogie, que la résolvante du cinquieme degré devrait dépendre pareillement de trois équations, l'une du quatrieme, l'autre du troisieme, & enfin d'une du second. Il cherche la premiere indépendamment des deux autres, & fait voir comment on peut la trouver, si elle existe. Mais venant bientôt à reconnaître que cette recherche exige beaucoup d'essais que l'incertitude du succès ne permet pas d'entreprendre, il n'ose prononcer sur l'existence ou la non-existence de cette équation.

Depuis son retour de l'Inde, le tems qu'il donnait aux sciences n'était qu'une faible partie de celui dont il jouissait. Il disposait du reste pour acquérir toutes les connaissances de son état que l'étude & les réflexions peuvent donner, & ce ne fut jamais sans les étendre bien au delà du besoin qu'il pourrait en avoir. Mais bien convaincu qu'elles n'étaient qu'une partie de celles que son état exige, qu'il ne pourrait acquérir les autres que par de nombreuses applications de celles-ci, faites à la mer, que même il y en avait que la pratique seule pouvait lui révéler, il desira bientôt faire une nouvelle campagne. Mr. de Monteil, nommé Commandant du Vaisseau l'*Actionnaire*, vers le commencement de 1771, pour aller à l'Isle de France, lui fournit l'occasion qu'il cherchait. Il demanda à être du voyage, & l'obtint. Ils partirent de l'Orient où le Vaisseau fut armé, vers le milieu d'Avril, & furent de retour à Brest, le 15 Juillet 1772. Il est presque superflu de dire qu'il retira de cette Campagne tout le fruit qu'il s'en était promis, & qu'elle ajouta considérablement à ses lumieres.

Il ne fut pas plutôt à terre, qu'il se remit à l'étude de tout ce qui a rapport à la Marine. La constitution de l'Académie fut du nombre des objets qui passerent sous ses yeux pénétrants, & fixa particuliérement son attention. En l'examinant, il trouva qu'elle avait été calquée trop exactement sur celle de l'Académie des Sciences, pour convenir à une Académie de Marine. Persuadé qu'on pouvait lui en donner une plus avantageuse & plus analogue à l'état de ses Membres, il travailla à la découvrir. Il y réussit bientôt, & en trouva une qui réunit tous les suffrages, & qui eut été substituée à celle qui existe, si les circonstances n'eussent porté l'attention du Ministre sur des objets qui la demandaient toute entiere.

L'année suivante, il parut une nouvelle Ordonnance de la Marine qui excita les plus vives réclamations. Son attachement pour son Corps, qu'il portait très-loin, lui fit entreprendre de mettre au grand jour tous les inconvéniens qu'entraînerait son exécution. Tous ceux qui ont eu connaissance de ce qu'il fit sur cet objet, s'accordent à dire qu'on ne pouvait mieux les saisir, qu'aucun ne lui avait échappé, que même il en avait apperçu que lui seul, peut-être, pouvait découvrir, qu'enfin, ce travail donnait la plus haute idée de la force & de la justesse de son esprit.

Cet ouvrage lui ayant donné occasion d'approfondir la constitution de son Corps, il reconnut qu'elle pouvait être perfectionnée. Né avec cette inquiétude d'esprit qui porte à réfléchir profondément sur tout, & avec une chaleur de caractere qui fait tout entreprendre, il ne lui manquait que l'espoir de ne pas travailler inutilement, pour le déterminer à s'en occuper. Les circonstances vinrent bientôt le lui donner, & le mettre à portée de déployer de nouveau ses talents.

Mr. Turgot ayant passé de l'Intendance de Limoges au ministere de la Marine, trop grand pour se dissimuler qu'il ne pouvait l'exercer avec toute la gloire dont il s'était couvert dans l'administration qu'il quittait, sans ajouter aux connaissances qu'il avait déjà, chercha celles qui lui manquaient chez les Officiers de la Marine les plus éclairés. Mr. de Marguerie lui fut indiqué comme étant un de ceux qui pouvaient lui donner les idées les plus justes & les plus étendues sur différens objets de son administration. Ce grand ministre trouva en lui tout ce qu'on lui avait annoncé, & bientôt l'honora de sa confiance & de son amitié. La lecture du Mémoire où Mr. de Marguerie avait si parfaitement exposé tous les inconvéniens de l'Ordonnance de son prédécesseur, & les entretiens qu'il eut avec lui & d'autres Officiers, sur ce sujet, l'ayant pleinement convaincu qu'elle ne pouvait être exécutée sans préjudicier considérablement au Service, jugea que le premier pas qu'il avait à faire était de lui en substituer une nouvelle qui n'eût aucun de ces inconvéniens, & fût aussi avantageuse que le bien du Service l'exigeait. Obligé d'entreprendre un ouvrage qui ne pouvait être que le fruit de connaissances acquises dans une longue administration, il n'eut pas la présomption de croire réussir sans le secours de ceux qui, par leur état & leur expérience, pouvaient l'aider de leurs lumieres & de leurs conseils. De fréquens entretiens avec Mr. de Marguerie, où il avait souvent occasion de remarquer la justesse & la profondeur de ses idées, le conduisirent à penser que le meilleur parti qu'il avait à prendre, était de le charger de composer l'Ordonnance, de la communiquer ensuite aux autres Officiers de la Marine qui auraient le plus de lumieres & d'expérience, pour la porter, par leur secours, au plus haut degré de perfection. Mr. de Marguerie chercha à répondre à la confiance du Ministre en s'occupant, sans relâche, de cet important & difficile ouvrage. Il l'avait considérablement avancé lorsqu'à la fin du voyage de Compiegne, Mr. Turgot passa du Ministere de la Marine à celui des Finances où on l'a vu déployer un zele dont il y avait peu d'exemples, & des talens qu'on n'y avait point montrés depuis l'immortel Duc de Sulli. Quoique Mr. de Marguerie fût à peu près certain que ce changement rendait son travail inutile, il eut le courage de le continuer & de le finir. Tous ceux auxquels il le fit voir, trouverent qu'il n'avait montré, nulle part, une plus grande supériorité d'esprit, qu'il avait embrassé son objet dans toute son étendue, qu'il en avait parcouru toutes les branches avec la plus parfaite intelligence, qu'il l'avait suivi jusques dans ses dernieres ramifications avec une constance & une habileté peu communes, & que par-tout on reconnaissait un esprit créateur.

Ces occupations qui se succéderent rapidement, durent lui laisser peu de tems à donner aux sciences. Cependant elles ne furent pas entiérement négligées, & il trouva dans son goût & dans son extrême facilité le moyen de leur être utile. Il composa un Mémoire sur la Statique des Vaisseaux, qu'il lut à l'Académie de Marine, au commencement de 1775. Il y considérait, à son ordinaire, son objet dans la plus grande généralité, & le traitait d'une maniere absolument neuve & originale. Il entreprit aussi de nouvelles recherches sur la résolution des équations du cinquieme degré. Enfin, il composa quantité d'articles pour le Dictionnaire de Marine, dont plusieurs sont considérables.

Bientôt il se présenta une occasion d'acquérir de nouvelles connaissances dans son état, qu'il s'empressa de saisir. Mr. le Comte de Guichen fut chargé, en 1775, de faire une Campagne d'évolutions. Il demanda à servir sous ses ordres, & commanda un Cotter nommé *le Moucheron*. Employé fréquemment par le Général, il se distingua par l'exactitude & l'habileté avec lesquelles il exécuta ses ordres.

À son retour, il s'attacha à l'étude de la science de l'Ordre. Cette science égale à celles qui en méritent le plus légitimement le nom, par la solidité, l'évidence & la fécondité des principes, & infiniment supérieure à toutes par son utilité, lui avait inspiré une vraie passion. Il se proposa de la perfectionner, & il y travailla avec un zele qui montrait jusqu'à quel point il était persuadé de tout le bien qu'elle peut faire aux hommes. Ses efforts furent heureux ; & si l'illustre Quesnay eut la gloire d'en avoir posé tous les principes, il eut celle de les étendre, & d'en faire beaucoup d'applications nouvelles & importantes. Il était prêt de terminer son travail, & on allait bientôt en jouir, lorsqu'une maladie grave vint l'interrompre. A peine convalescent, on le força de s'embarquer. Peut-être dut-il à sa supériorité la rigueur avec laquelle on agit à son égard. Quoi qu'il en soit, sans considérer que sa santé était mal affermie, on l'obligea de partir avec Mr. de Verdun de la Crenne, auquel on avait donné le commandement de la Flûte *la Tamponne*, pour aller à Cronstad chercher des mâts. Ils appareillerent le premier de Mai 1776.

Ils eurent occasion de reconnaître, dans le cours de leur navigation, que nos Cartes des côtes de Suede & de Danemarck sont absolument défectueuses, & que les meilleures sont les Cartes Danoises de Mr. Lous. Ils arriverent le 29 Juin à Cronstad. Ils se trouvaient alors trop près de Petersbourg, pour n'être pas tentés de voir ce superbe monument de la puissance, de l'art & du génie, & particuliérement l'illustre Souveraine qui gouverne la Russie avec tant de gloire. N'ayant qu'un trajet de quelques lieues à faire, ils satisfirent aisément leur curiosité. Ils furent presentés à l'Impératrice qui les reçut avec une bonté particuliere, s'entretint long-tems avec eux, & les étonna, quoique prévenus, par l'élévation de son esprit & la variété de ses connaissances. Si, après la réception pleine d'intérêt que leur avait fait cette grande Princesse, quelque chose était encore susceptible de les flatter, ce fut celle que leur fit le célebre Mr. Euler, qu'ils s'empresserent de voir. Ce grand homme les accueillit, leur parla avec estime de ce qu'ils avaient fait, & confirma à Mr. de Marguerie l'éloge qu'il avait donné à ses travaux (*e*). Ils repartirent de Cronstad le 24 Juillet, & arriverent à Brest le 30 Août, où ils trouverent l'ordre de porter leur Chargement à Toulon & d'en rapporter de la Pozzolane. Ils appareillerent le 18 Septembre, arriverent à Toulon le 6 Octobre, en repartirent le 28, eurent lieu de croire les Isles de Majorque & de Minorque mal jettées sur les Cartes, & mouillerent dans la Rade de Brest le 7 Décembre.

Sa Campagne ne rompit pas entiérement le cours de ses recherches sur l'économie politique, il les continua toutes les fois qu'il le put, & les termina dès qu'il fut à terre. Il reprit ensuite celles qu'il avait commencées avant la Campagne d'évolutions de l'année précédente, sur la résolution des équations du cinquieme degré; mais les circonstances ne lui permirent pas de les suivre long-tems. Depuis quelques années les Colonies Anglaises de l'Amérique septentrionale défendaient leur liberté contre leur Métropole, qui, après l'avoir menacée long-tems, avait enfin tenté de la leur arracher. Ne pouvant comprendre, dans l'excès de son indignation, comment elles pourraient lui résister, elle s'imagina follement que quelques Négociants Français qui commerçaient avec elles, leur en fournissaient les moyens. Sa haine contre la France la conduisit bientôt à accuser le Gouvernement de favoriser secrétement ce qu'elle osait nommer leur révolte. Pleine de tout l'orgueil qu'inspire le sentiment de la liberté, fiere de quelques succès qu'elle n'avait dus presque tous qu'à la grande supériorité de ses forces, & n'écoutant qu'une fureur aveugle, elle osa ajouter les menaces aux murmures & aux plaintes, & força la Cour de France d'armer pour protéger son commerce & faire respecter son pavillon. M. de Marguerie dont le zele égalait les talens, fut des premiers à demander à être employé sur les Vaisseaux qu'elle envoyait en croisiere. Il obtint d'embarquer sur le *Bien-aimé* commandé par Mr. de Bougainville, célebre par son voyage autour du monde. Depuis ce moment jusqu'à celui où nous l'avons perdu, il ne fit plus que de courtes apparitions à terre. Lorsque la Guerre se déclara, il passa sur le *St. Esprit* commandé par Mgr. le Duc de Chartres, & se trouva par conséquent

(*e*) J'ai vu une lettre de ce grand Géometre à Mr. de Marguerie, (que beaucoup d'autres ont vue aussi) écrite en 1774, qui a été cherchée inutilement dans ce qu'on a pu retrouver de ses papiers, dans laquelle il lui donnait les mêmes éloges & lui parlait aussi avantageusement de ses Mémoires que le faisait Mr. de la Grange.

au combat d'Oueſſant (*f*). M. de la Motte-Picquet ayant reçu ordre, l'année ſuivante, c'eſt-à-dire, en 1779, de prendre le commandement de l'*Annibal*, & de ſe rendre à l'Armée de M. le Comte d'Eſtaing en Amérique, M. de Marguerie voulut le ſuivre. Son zele ne pouvait lui être plus funeſte; car au combat naval qui ſuivit la priſe de la Grenade, où l'*Annibal* eſſuya un feu très-vif, il fut atteint d'un boulet de canon qui termina ſa vie.

Le moment où il fut frappé ne fut point celui de ſa mort. Il vécut encore un peu de tems, mais dans un état de ſouffrance qui devait la lui faire déſirer, & qu'il ſupporta ſans murmurer ni ſe plaindre. Il parut même ne s'en occuper que pour en appréhender un pareil, ſoit pour M. de la Motte-picquet, ſoit pour les autres Officiers, ſoit pour l'équipage. Juſqu'à l'inſtant de la mort, il ne ceſſa de s'informer d'eux & de demander des nouvelles du combat. Ainſi la fermeté, l'oubli de ſoi-même, & l'intérêt le plus tendre pour les autres, furent les caracteres uniques de ſes derniers momens.

C'eſt ainſi que fut enlevé, dans ſon été, au Corps de la Marine, un ſujet dont il s'honorait, & aux Sciences un homme de génie fait pour en reculer les limites. On peut croire qu'un ſiecle ou deux plus tard, elles n'auraient point eu à gémir de l'avoir perdu ſi tragiquement. La raiſon humaine ſe perfectionnant peu à peu, graces aux progrès de la philoſophie, notre poſtérité, mieux inſtruite de ſes vrais intérêts, ſe gardera d'expoſer les hommes capables d'augmenter la maſſe de ſes connaiſſances. Elle les honorera comme ſes inſtituteurs, & s'attachera à les conſerver. Elle s'y attachera d'autant plus qu'elle ſaura que la nature ne les crée que de loin à loin, que même ce n'eſt pas aſſez qu'elle les produiſe, qu'il faut encore que les circonſtances les placent aſſez favorablement pour pouvoir développer leur génie, & ſe rendre utiles.

Mr. de Marguerie avait reçu de la nature un génie étendu & vraiement original. Dans tous les ſujets qu'il a traités, on remarque de grandes idées, des vues neuves, & une maniere qui n'appartient qu'à lui. Il ne voulait rien emprunter de perſonne. Le ſentiment qu'il avait de ſes forces, lui en faiſait, pour ainſi dire, une loi. Rien ne fait mieux voir peut-être juſqu'à quel point il était en droit d'y compter, que l'excurſion qu'il fit dans la ſcience de l'adminiſtration, qui lui réuſſit ſi parfaitement. Il porta ſes pas ſi avant dans cette nouvelle carriere, qu'on a lieu de croire que, ſi on l'eût élevé à quelqu'une de ces places où l'on eſt chargé d'une ou de pluſieurs branches de l'adminiſtration, il s'y ſerait couvert de gloire. Il eût été d'autant plus ſûr de s'y diſtinguer, que ſon génie aidé de toutes les lumieres dont il eût pu s'environner, l'eût été encore de la connaiſſance des hommes. Il les avait beaucoup étudiés & avec tant de fruit, qu'il pénétrait leur caractere & meſurait l'étendue de leur eſprit avec une juſteſſe & une promptitude ſingulieres. La trempe de ſon ame qui était forte & vigoureuſe, n'eût fait qu'aſſurer ſes ſuccès. Les plus grands obſtacles, il les eût rencontrés dans ſon caractere. Il était généreux, déſintéreſſé, plein de probité & de franchiſe, qualités avec leſquelles on n'eſt pas toujours ſûr de réuſſir. La nature en lui donnant une ame forte, avait ſu y joindre une grande ſenſibilité. Il était profondément affecté des maux qui affligent l'humanité, & ce ſentiment fut ce qui le conduiſit à s'occuper de l'économie politique, cette ſcience ſi éminemment utile, qui peut les faire diſparaître preſque tous, & ramener le bonheur dans toutes les claſſes de la ſociété. Son amitié était ſolide & courageuſe. Il était capable de tout entreprendre, de tout braver pour ſauver un ami.

S'il eut de grandes qualités, on ne peut diſſimuler qu'il n'eût auſſi quelques-uns de ces défauts qui d'ordinaire les avoiſinent, & dont pluſieurs en ſont l'abus ou l'excès. Nous en conviendrons ſans détour, & ſans chercher à les pallier. Il ne ſe ſouvenait

---

(*f*) Il fut fait Lieutenant de Vaiſſeau, environ ſix mois après, à la promotion de Janvier de 1778.

pas toujours assez que le moyen de se faire pardonner sa supériorité, est de paraître l'ignorer. Sa franchise passait quelquefois les limites au delà desquelles cette qualité cesse d'être estimable; car, comme il connaissait beaucoup les hommes, peu avaient son estime, & il s'expliquait très-librement sur le compte des autres, dont il faisait peu de cas. Aussi avait-il des ennemis. Avec de grands moyens de se distinguer en tout genre, il ne se pouvait gueres qu'il n'en eût fortement le desir, & il est très-vrai qu'il eût été flatté de jouer un rôle sur la scene du monde, dans lequel il eût pu acquérir de la gloire. Mais en convenant du desir qu'il avait de s'élever, & de paraître au grand jour, il serait injuste de ne pas ajouter que ce desir était dû, en très-grande partie, à celui de faire le bien, que personne, peut-être, ne porta jamais plus loin.

Sa perte a entraîné celle de presque tous ses ouvrages; car ceux qu'il avait emportés (qui en formaient le plus grand nombre), vraisemblablement dans la vue d'y ajouter & de les perfectionner, ont disparu avec lui, au moins n'a-t-il pas été possible d'en recouvrer aucun; & c'est certainement un malheur. Mais celui qui mérite le plus d'être regretté, par l'extrême utilité de son objet & par le grand nombre de vues nouvelles qu'il renfermait, c'est incontestablement celui qu'il avait composé sur l'économie politique. Il ne nous est resté de tout ce qu'il a fait depuis l'impression de ses premiers ouvrages, que son Mémoire sur la résolution du cinquieme degré, lu en 1771, son Réglement concernant l'Academie de Marine, & une partie des articles qu'il avait composés pour le Dictionnaire. Il y a des raisons de croire que son Ordonnance de la Marine existe aussi.

Il manque des traits à cette faible esquisse, que j'aurais dû peut-être y faire entrer. Mais m'étant imposé la loi de ne rien avancer dont je ne puisse, au besoin, fournir les preuves les moins équivoques, je n'ai pas cru devoir me le permettre. J'aurais pu dire, par exemple, d'après différens témoignages, & particuliérement d'après les deux suivans, qu'on s'était proposé, en divers tems, à l'Académie des Sciences, de recevoir Mr. de Marguerie. Le premier est de Mr. le Comte de Roquefeuil qui, dans une lettre du 11 Décembre 1780, me disait: « Je sais aussi qu'il fut question ici (à Paris) en 1773 ou 1774, de le faire » recevoir à l'Académie des Sciences, & qu'il avait les Géometres pour lui; mais Mr. de St. Florentin lui » fut contraire, ainsi que je pus le voir par moi-même quand je lui en parlai. Mr. de Marguerie n'eut pas » lui-même cela fort à cœur en ce tems, & me dit que s'il ne l'obtenait pas, il croyait être certain de » faire connaître qu'il le méritait. » Le second est d'un membre de l'Académie des Sciences, qui me dit en 1777, que Mr. de Marguerie avait eu depuis peu les secondes voix, & que son admission dans cette illustre Compagnie était décidée. Mais un autre Académicien ayant cherché à jetter des doutes sur le fait rapporté par Mr. le Comte de Roquefeuil, & n'ayant pu réussir à l'appuyer sur de nouvelles preuves non plus que le second, parce que lorsque j'ai écrit à ce sujet, on ne m'a point fait de réponse, je me suis trouvé réduit à n'oser avancer une chose bien certaine pour moi & pour beaucoup d'autres, mais dont je n'aurais pu convaincre ceux qui affectent de douter de tout.

C'est pour des raisons semblables que je me suis contenté de faire une mention pure & simple de son dernier travail sur le cinquieme degré, sans ajouter qu'il était parvenu à décomposer l'équation résolvante de ce degré, qui est du vingt-quatrieme, en deux du douzieme.

FIN.

TABLE DES CHAPITRES.

PREMIERE PARTIE.

SECONDE PARTIE.

FAUTES A CORRIGER.

PAge 3, ligne 5, *AF*, *liſez* *Af*.
Page 6, ligne 11, *effacez* donc.
Page 24, ligne 26, même un, *liſez* même à un.
Page 33, dans le dénominateur des expreſſions de a^{IV}, f^{IV} & F^{IV}, au lieu de $\pi - \pi' + \pi'' - \varphi$, *mettez* $\pi'' - \pi' + \pi - \varphi$; & dans le numérateur de l'expreſſion de F^{IV}, au lieu de L_{IV}, *mettez* L^{IV}.
Page 50, ligne 8, dans le ſecond terme de l'équation, au lieu de $L + 1$, *mettez* $L' + 1$.
Page 71, ligne 12, celle, *liſez* celles.
Page 77, ligne 20, on a, (63) *liſez* on a (63),
Page 127, ligne 19, après 0,125 *f*, au lieu d'une virgule, *mettez* un point & virgule.
Page 128, ligne 32, = 2,9091 *f*, *liſez* = 0,9253.
Page 136, ligne 7, obſervevant, *liſez* obſervant.
Page 137, ligne 25, déterminée, *liſez* déterminé.
Page 138, ligne 8, après l'unité, au lieu d'un point & virgule, *mettez* une virgule.
Page 142, ligne 4, au lieu de l'autres, *liſez* l'autre.
Page 146, lignes 20 & 21, au lieu de ſoit, *liſez* ſoient. Cette faute a été faite, par inadvertance, dans pluſieurs endroits de l'ouvrage.
Page 169, ligne 28, entres, *liſez* entre.
Page 177, avant-derniere ligne, *effacez* la virgule dans le numérateur de l'expreſſion de *m*.
Page 179, ligne 7, j'ai, *liſez* j'aye.
Page 181, ligne 2, avait témoigné de l'acquérir, *liſez* lui avait marqué.

EXTRAIT DES REGISTRES
DE L'ACADÉMIE ROYALE DE MARINE.

MRS. BLONDEAU & FORTIN qui avaient été nommés pour examiner un Ouvrage de Mr. DU VAL LE ROY, intitulé *Supplément à l'Optique de Smith*, contenant une Théorie générale des Instrumens de Dioptrique, en ayant fait leur rapport, l'Académie a jugé qu'on pouvait l'imprimer; & elle a permis qu'on imprime à sa suite l'Éloge de Mr. de Marguerie qu'elle a fait examiner par Mrs. DE LEZEREC, DE LA PRÉVALAYE, GUIDY & BLONDEAU.

A Brest, le 26 Juillet 1783. Signé, PRÉVALAYE, *Secrétaire de l'Académie.*

PRIVILEGE DU ROI.

LOUIS, PAR LA GRACE DE DIEU, ROI DE FRANCE ET DE NAVARRE: A nos amés & féaux Conseillers les Gens tenans nos Cours de Parlement, Maîtres des Requêtes ordinaires de notre Hôtel, Grand-Conseil, Prévôt de Paris, Baillifs, Sénéchaux, leurs Lieutenans Civils, & autres nos Justiciers qu'il appartiendra, SALUT. Ayant jugé à propos de confirmer, par notre Réglement du vingt-quatre Avril de la présente année, l'établissement formé, en mil sept cent cinquante-deux, d'une Académie de Marine, à Brest, & voulant exciter, autant qu'il est possible, les progrès des Sciences & des Arts relatifs à la Marine, & encourager les travaux littéraires des Membres qui composent ladite Académie; nous avons cru devoir lui accorder nos lettres de Privilége, de faire imprimer tous les Ouvrages qu'elle pourra produire. A CES CAUSES, Nous avons permis à ladite Académie, & Nous lui permettons par ces Présentes, de faire imprimer par tel Imprimeur qu'elle voudra choisir, & autant de fois que bon lui semblera, de faire vendre & débiter par tout notre Royaume, pendant le tems de douze années consécutives, à compter du jour de la date des Présentes, *les Recherches & Observations journalieres, ou Relations annuelles de tout ce qui aura été fait dans ses Assemblées, & les Traités ou Mémoires des Particuliers qui la composent, & qui auront été lus dans lesdites Assemblées & adoptés par ladite Académie, après avoir fait examiner lesdits Ouvrages, & qu'ils auront été jugés dignes de l'impression.* Faisons défenses à tous Imprimeurs, Libraires, & autres personnes, de quelque qualité & condition qu'elles soient, d'en introduire d'impression étrangere dans aucun lieu de notre obéissance; comme aussi d'imprimer ou faire imprimer, vendre, faire vendre, débiter, ni contrefaire lesdits Ouvrages, ni d'en faire aucuns extraits, sous quelque prétexte que ce puisse être, sans la permission expresse & par écrit de ladite Académie, ou de ceux qui auront droit d'elle, à peine de confiscation des Exemplaires contrefaits, de trois mille livres d'amende contre chacun des contrevenans, dont un tiers à Nous, un tiers à l'Hôtel-Dieu de Paris, & l'autre à ladite Académie, ou à celui qui aura droit d'elle, & de tous dépens, dommages & intérêts: A la charge que ces Présentes seront enrégistrées tout au long sur le Registre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris, dans trois mois de la date d'icelles; que l'impreſſion deſdits Ouvrages ſera faite dans notre Royaume, & non ailleurs, en beau papier & beau caractere, conformément aux Réglemens de la Librairie, & notamment à celui du dix Avril 1725, à peine de déchéance du préſent Privilége; qu'avant de l'expoſer en vente, le Manuſcrit qui aura ſervi de copie à l'impreſſion deſdits Ouvrages, ſera remis dans le même état où l'approbation y aura été donnée, ès mains de notre très-cher & féal Chevalier, Garde des Sceaux de France, le ſieur HUE DE MIROMENIL; qu'il en ſera enſuite remis deux Exemplaires dans notre Bibliotheque publique, un dans celle de notre Château du Louvre un dans celle de notre très-cher féal Cher., Chancelier de France, le ſieur DE MAUPEOU, & un dans celle dudit ſieur HUE DE MIROMENIL: le tout à peine de nullité des Préſentes, du contenu deſquelles vous mandons & enjoignons de faire jouir ladite Académie & Ayans cauſe, pleinement & paiſiblement, ſans ſouffrir qu'il leur ſoit fait aucun trouble ou empêchement. Voulons que la copie des Préſentes, qui ſera imprimée tout au long au commencement ou à la fin deſdits Ouvrages, ſoit tenue pour duement ſignifiée, & qu'aux copies collationnées par l'un de nos amés & féaux Conſeillers, Secrétaires, foi ſoit ajoutée comme à l'Original. Commandons au premier notre Huiſſier ou Sergent ſur ce requis, de faire pour l'exécution d'icelles, tous Actes requis & néceſſaire, ſans demander autre permiſſion, & nonobſtant clameur de Haro, Charte Normande & Lettres à ce contraires: CAR tel eſt notre plaiſir. DONNÉ à Paris, le dix-ſeptieme jour de Mai, l'an de grâce mil ſept cent ſoixante-quinze, & de notre Regne le deuxieme. Par le Roi en ſon Conſeil. *Signé*, LE BEGUE.

Regiſtré ſur le Regiſtre XIX de la Chambre Royale & Syndicale des Libraires & Imprimeurs de Paris, N°. 234, fol. 442; conformément au Réglement de 1723, qui fait défenſe, art. IV, à toutes perſonnes, de quelque qualité & condition qu'elles ſoient, autres que les Libraires & Imprimeurs, de vendre, de débiter, faire afficher aucuns Livres, pour les vendre en leurs noms, ſoit qu'ils s'en diſent les Auteurs, ou autrement; & à la charge de fournir à la ſuſdite Chambre huit Exemplaires, preſcrits par l'art. 108 du même Réglement. A Paris, ce 16 Juin 1775.

Signé, *SAILLANT*, Syndic.

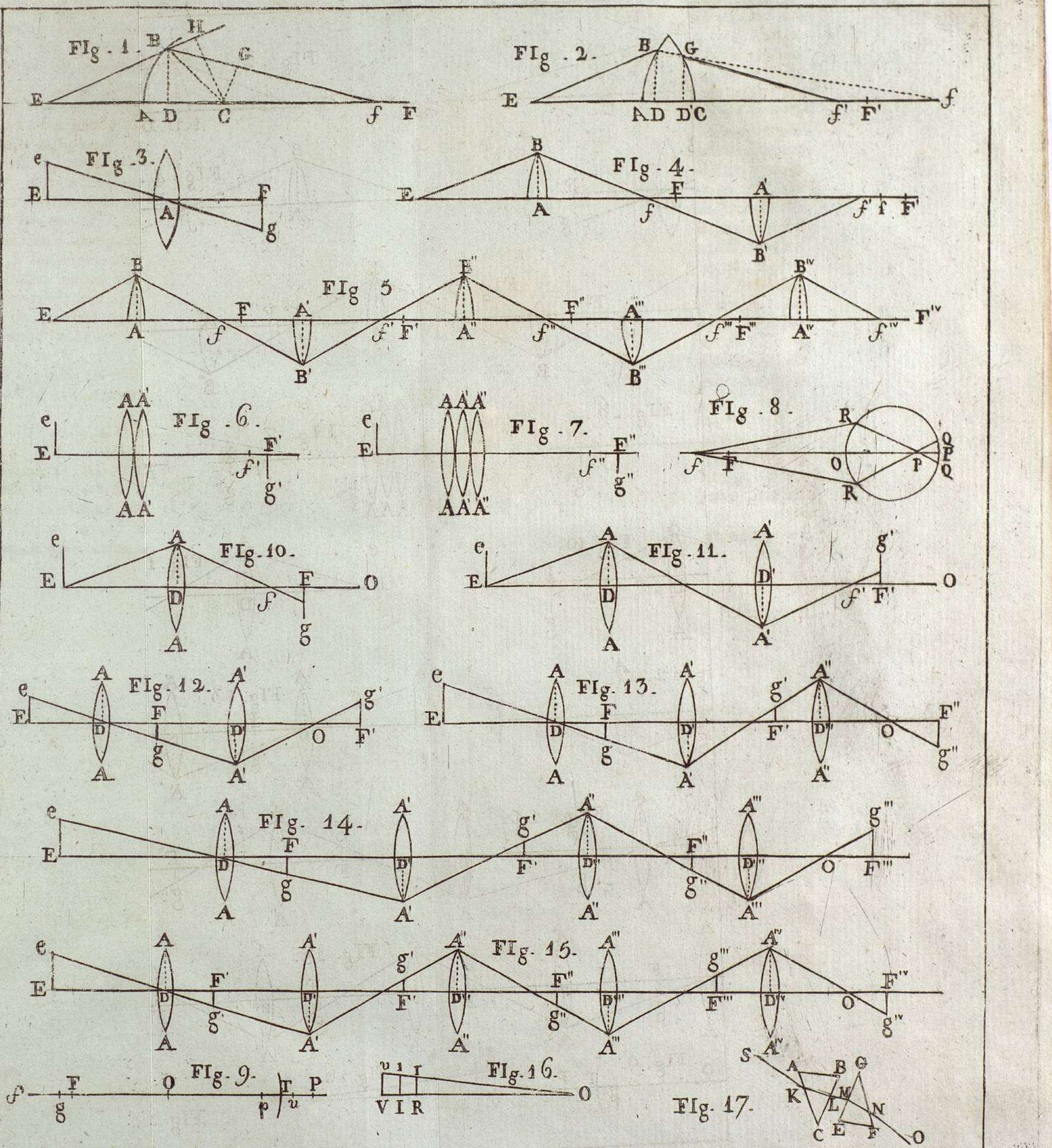
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 9.
Fig. 16.
Fig. 17.

SUPPLEM
AL.OPTIQ
DE
SMITH.